ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ, ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΜΕΛΕΤΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΣΕ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥΣ ΚΑΙ ΦΩΤΟΝΙΚΟΥΣ ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΥΣ

Παναγιώτης Γ. Γερολυμάτος

Φυσικός/Ραδιοηλεκτρολόγος Α΄

Διδακτορική Διατριβή

Αθήνα 2012

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Μελέτη φαινομένων διάδοσης σε διηλεκτρικούς και φωτονικούς κυματοδηγούς

Παναγιώτης Γ. Γερολυμάτος

Α.Μ.: 2004512

Επιβλέπων Καθηγητής

Ιωάννης Τίγκελης, Αναπληρωτής Καθηγητής

Μέλη τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής

Νικόλαος Ουζούνογλου, Καθηγητής

Δημήτριος Φραντζεσκάκης, Καθηγητής

Μέλη επταμελούς εξεταστικής επιτροπής

Γεώργιος Τόμπρας, Καθηγητής

Κωνσταντίνος Αϊδίνης, Αναπληρωτής Καθηγητής

Εμμανουήλ Τσίλης, Επίκουρος Καθηγητής

Έκτορας Νισταζάκης, Επίκουρος Καθηγητής

Αθήνα 2012

Στη συζυγό μου

και στα παιδιά μας

Περίληψη

Η διατριβή πραγματεύεται τη μελέτη φαινομένων διάδοσης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε διηλεκτρικούς και φωτονικούς κυματοδηγούς καθώς και την επίδραση διαφόρων τύπων ασυνεχειών στις ιδιότητες σκέδασής τους. Οι κυματοδηγοί αυτοί χρησιμοποιούνται ευρέως ως συστατικά μέρη σε ολοκληρωμένα οπτικά συστήματα και η μελέτη των χαρακτηριστικών σκέδασης από διάφορα είδη ασυνέχειας αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στον τομέα των ολοκληρωμένων οπτικών και των οπτικών αισθητήρων. Τέτοιες ασυνέχειες αποτελούν ο απότομος τερματισμός, η εφαρμογή μεταλλικού κλείστρου εγκάρσια στη διεύθυνση διάδοσης σε επίπεδους κυματοδηγούς, καθώς και η ανισοτροπία στην κατανομή του δείκτη διάθλασης σε κυματοδηγούς με μονωμένο υπόστρωμα. Για την ανάλυση των χαρακτηριστικών σκέδασης από τέτοιες ασυνέχεις εφαρμόστηκε η μέθοδος ολοκληρωτικών εξισώσεων σε συνδυασμό με μια νέα τεχνική ανάλυσης του πεδίου σε σειρά πολυωνύμων Chebyshev, όπου η επιθυμητή σύγκλιση επιτυγχάνεται με αύξηση των όρων της σειράς. Με βάση τη μελέτη αυτή αναπτύχθηκαν αριθμητικοί κώδικες με τη βοήθεια των οποίων εξετάστηκαν διάφορες γεωμετρίες κυματοδηγών, ενώ δόθηκε ιδιαίτερη έμφαση στην επίδραση των ασυνεχειών στα χαρακτηριστικά σκέδασής τους.

Λέξεις Κλειδιά: Επίπεδοι διηλεκτρικοί κυματοδηγοί, αριστερόστροφοι κυματοδηγοί, διάδοση, ασυνέχειες, σκέδαση, μεταϋλικά

Abstract

This thesis studies the electromagnetic waves propagation phenomena in dielectric and photonic waveguides, as well as the effect of various types of discontinuities in their scattering properties. These waveguides are widely used as components in integrated optical systems, and the study of the scattering characteristics of various types of discontinuities is one of the most important issues in the field of integrated optics and optical sensors. Such discontinuities are the abrupt termination, the application of metallic shutter transverse to the propagation direction and the anisotropy in the refractive index distribution in waveguides with isolated substrate. In order to analyze the scattering characteristics of such discontinuities, the integral equation method is applied in combination with a new technique, where the field is described by a series of Chebyshev polynomials and the desired convergence is achieved by increasing the terms of the series. Based on this analysis, numerical codes have been developed and several waveguide geometries have been considered, while emphasis has been given on the effects of the discontinuities in the scattering characteristics.

Keywords: dielectric slab waveguides, left handed waveguides, propagation, discontinuities, scattering, metamaterials

Πρόλογος

Οι διηλεκτρικοί κυματοδηγοί χρησιμοποιούνται ως συστατικά μέρη σε ολοκληρωμένα οπτικά συστήματα ή ως μέσο μετάδοσης σε τέτοια συστήματα. Ένα σύνηθες φαινόμενο στα συστήματα αυτά είναι οι ασυνέχειες, που εμφανίζονται στους διηλεκτρικούς κυματοδηγούς, όπως ο απότομος τερματισμός, οι μεταβολές του δείκτη διάθλασης στον πυρήνα ή στο περίβλημα του κυματοδηγού, η κάμψη ενός κυματοδηγού, η αλληλεπίδραση με άλλα στοιχεία κλπ. Η ανάλυση τέτοιου είδους ασυνεχειών αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στον τομέα των ολοκληρωμένων οπτικών συστημάτων και αισθητήρων. Τελευταία, έχει δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στη μελέτη φωτονικών κυματοδηγών, οι οποίοι κατασκευάζονται από τα λεγόμενα αριστερόστροφα «μεταϋλικά», δηλαδή υλικά που χαρακτηρίζονται από αρνητικό δείκτη διάθλασης, εξαιτίας των μοναδικών ιδιοτήτων που εμφανίζουν. Η παρούσα διατριβή πραγματεύεται τη μελέτη φαινομένων διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε διηλεκτρικούς και φωτονικούς κυματοδηγούς καθώς και την επίδραση διαφόρων τύπων ασυνεχειών στις ιδιότητες σκέδασής τους.

Η εκπόνηση της διατριβής αυτής δεν θα ήταν εφικτή χωρίς την καθοδήγηση του Αν. Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής, κ. Ι. Τίγκελη, τον οποίο ευχαριστώ θερμά για τη συνεργασία μας σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Παράλληλα οφείλω θερμές ευχαριστίες και στα άλλα μέλη της Συμβουλευτικής Επιτροπής κ.κ. Δ. Φραντζεσκάκη, Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής, και Ν. Ουζούνογλου, Καθηγητή της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ για τις πολύτιμες παρατηρήσεις και συμβουλές τους. Επιπλέον, ευχαριστώ θερμά τον Dr. A. Manenkov (Russian Academy of Sciences) για την πολύτιμη συνεργασία μας καθόλη τη διάρκεια της διατριβής. Ευχαριστίες ακόμα οφείλω στον Δρ. Α. Αμδίτη για τη συνεργασία μας. Κλείνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της ομάδας Μικροκυματικών και Οπτικών Εφαρμογών και ιδιαίτερα τους Δρ. Γ. Λάτσα και Δρ. Ζ. Ιωαννίδη για την ποικιλόμορφη βοήθειά τους σε όλο το διάστημα της συνεργασίας μας.

Αθήνα, Οκτώβριος 2012

Παναγιώτης Γ. Γερολυμάτος

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή 13

1.1 Ιδιότητες διάδοσης σε επίπεδους οπτικούς κυματοδηγούς 13

1.2 Φαινόμενα σκέδασης σε επίπεδους οπτικούς κυματοδηγούς 17

2 Ιδιότητες Ανάκλασης και Σκέδασης Ανισοτροπικού Επίπεδου Κυματοδηγού με Μονωμένο Υπόστρωμα 23

2.1 Εισαγωγή 23

2.2 Μαθηματική ανάλυση 25

2.2.1 Εγκάρσια ηλεκτρικά κύματα (TE) 26

2.2.2 Εγκάρσια μαγνητικά κύματα (TM) 33

2.3 Αριθμητικά Αποτελέσματα 36

3 Επίδραση Μεταλλικής Ίριδας στα Χαρακτηριστικά Σκέδασης ενός Διηλεκτρικού Κυματοδηγού 45

3.1 Εισαγωγή 45

3.2 Περίπτωση συμμετρικής διάταξης 47

3.2.1 Μαθηματική ανάλυση 48

3.2.2 Υπολογισμός του πεδίου ακτινοβολίας 52

3.2.3 Αριθμητικά αποτελέσματα 53

3.3 Περίπτωση ασύμμετρης διάταξης 59

3.3.1 Μαθηματική ανάλυση 61

3.3.2 Υπολογισμός του πεδίου ακτινοβολίας 65

3.3.3 Αριθμητικά αποτελέσματα 66

4 Χαρακτηριστικά Διάδοσης σε Επίπεδο Κυματοδηγό από Αριστερόστροφο Μεταϋλικό 77

4.1 Εισαγωγή 77

4.2 Μαθηματική ανάλυση 77

4.3 Αριθμητικά αποτελέσματα 80

5 Μαθηματική Ανάλυση Απότομα Τερματισμένων Επίπεδων Κυματοδηγών από Μεταϋλικά παρουσία Μεταλλικών Ιρίδων 87

5.1 Εισαγωγή 87

5.2 Μαθηματική ανάλυση 87

5.3 Αριθμητικά αποτελέσματα 94

6 Γενικά Συμπεράσματα και Πιθανές Μελλοντικές Επεκτάσεις..103

Δημοσιεύσεις..107

Αναφορές..109

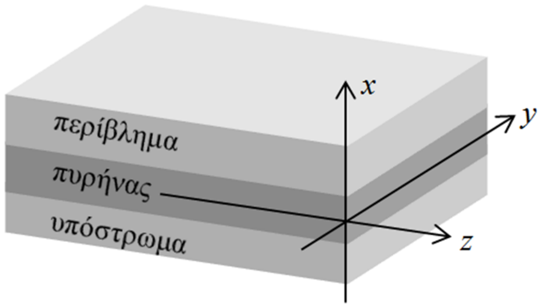
1 Εισαγωγή

1.1 Ιδιότητες διάδοσης σε επίπεδους οπτικούς κυματοδηγούς

Η ταχεία ανάπτυξη των εφαρμογών της ολοκληρωμένης οπτικής σε μια μεγάλη ποικιλία πρακτικών προβλημάτων έχει οδηγήσει στην ολοένα αυξανόμενη ανάγκη για ακριβή σχεδιασμό και αξιόπιστα εργαλεία ανάλυσης, κατάλληλα για τη μελέτη της μετάδοσης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε διάφορες γεωμετρίες. Λόγω του πλήθους των διατάξεων που περιέχουν τα περισσότερα οπτοηλεκτρονικά συστήματα, χρειάζονται ακριβείς μέθοδοι και με μικρό σχετικά υπολογιστικό κόστος, οι οποίες θα προσεγγίζουν τις διατάξεις του συστήματος ξεχωριστά καθώς και τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση στο ολοκληρωμένο σύστημα. Οι διηλεκτρικοί ή οπτικοί κυματοδηγοί χρησιμοποιούνται ευρέως ως συστατικά μέρη σε ολοκληρωμένα οπτικά συστήματα ή ως μέσο μετάδοσης σε συστήματα οπτικών επικοινωνιών.

Ένας οπτικός κυματοδηγός αποτελεί μια φυσική δομή, που καθοδηγεί τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στην περιοχή του οπτικού φάσματος. Οι κυματοδηγοί αυτοί μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα με τη γεωμετρία τους (επίπεδοι κυματοδηγοί, κυματοδηγοί οπτικών ινών κλπ.), τη δομή λειτουργίας τους (μονορυθμική ή πολυρυθμική), το προφίλ του δείκτη διάθλασης που χρησιμοποιείται (βηματικό, παραβολικό κλπ.) καθώς και το υλικό (γυαλί, πολυμερές, ημιαγωγός). Οι συνήθεις διηλεκτρικοί κυματοδηγοί που χρησιμοποιούνται στην οπτοηλεκτρονική περιλαμβάνουν οπτικές ίνες, κυματοδηγούς ορθογωνικής διατομής, εμφυτευμένους κυματοδηγούς, ραβδωτούς κυματοδηγούς με επένδυση αέρα και εμφυτευμένους ραβδωτούς κυματοδηγούς, κυματοδηγούς διάχυσης και εμφυτευμένους κυματοδηγούς διάχυσης.

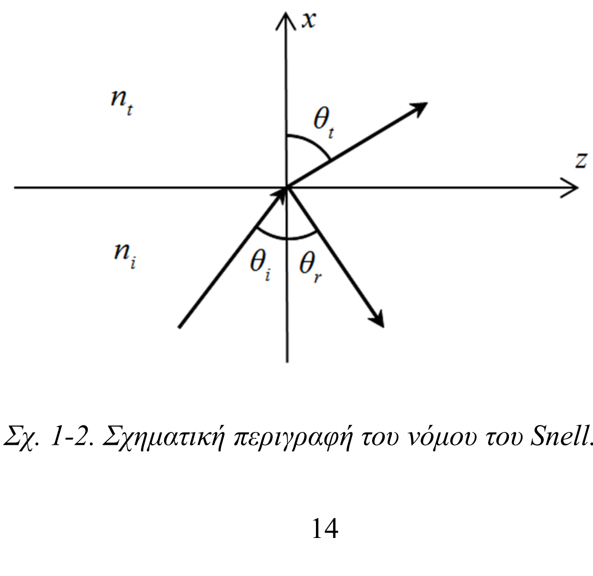
Οπτικοί κυματοδηγοί ορθογωνικής διατομής, που χρησιμοποιούνται σήμερα σε πρακτικά συστήματα, μπορούν εύκολα να θεωρηθούν παραλλαγές του απλού διηλεκτρικού κυματοδηγού παράλληλων πλακών (dielectric slab waveguide), για τον οποίο μπορούμε να εξάγουμε αναλυτικές λύσεις του αντίστοιχου ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος σε κλειστή μορφή [1]. Οι περισσότερες πρακτικές διατάξεις είναι πιο σύνθετες για τις οποίες δεν υπάρχουν αναλυτικές λύσεις. Η κλασσική γεωμετρία του διηλεκτρικού κυματοδηγού παράλληλων πλακών αποτελείται από τρία στρώματα υλικών με διαφορετικές διηλεκτρικές σταθερές, τα οποία εκτείνονται στο άπειρο όσον αφορά τις κατευθύνσεις που είναι παράλληλες στις διεπαφές τους (Σχ. 1–1). Στην πράξη, οι κυματοδηγοί δεν εκτείνονται στο άπειρο, αλλά εφόσον το τυπικό μέγεθος των διεπαφών είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το βάθος των στρωμάτων, το μοντέλο του κυματοδηγού παράλληλων πλακών αποτελεί μια ικανοποιητική προσέγγιση.



Σχ. 1-1. Κυματοδηγός παράλληλων πλακών τριών στρωμάτων.

Σε τέτοια συστήματα, το ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορεί να περιορίζεται στο μεσαίο στρώμα (πυρήνας), εφόσον ικανοποιούνται οι συνθήκες για ολική εσωτερική ανάκλαση. Το φαινόμενο αυτό εμφανίζεται όταν η δέσμη φωτός προσπίπτει στη διεπαφή μεταξύ των στρωμάτων με γωνία μεγαλύτερη από την λεγόμενη *κρίσιμη* γωνία, που προκύπτει από τον νόμο του Snell (Σχ. 1–2):

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t \tag{1.1}$$

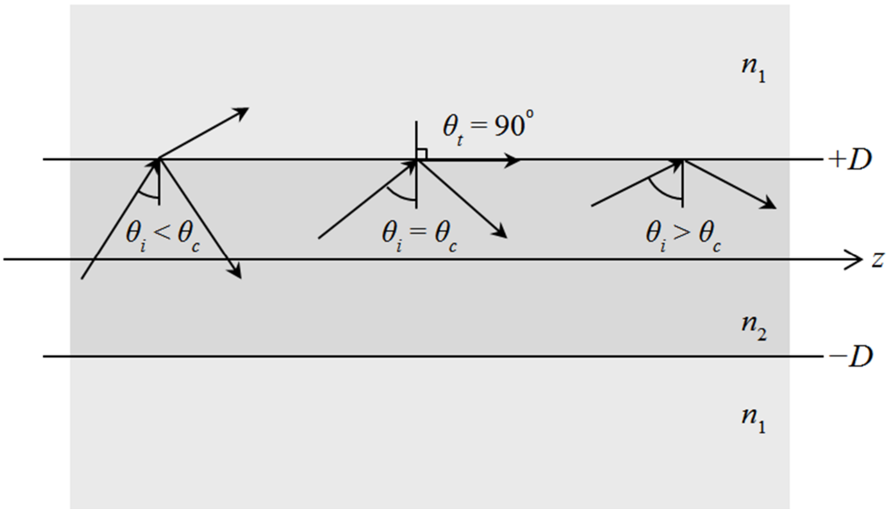


Σχ. 1-2. Σχηματική περιγραφή του νόμου του Snell.

Η κρίσιμη γωνία για τον κυματοδηγό παράλληλων πλακών μπορεί να βρεθεί λύνοντας την παραπάνω εξίσωση για $\theta_t = 90^{\text{o}}$ και δίνεται από τη σχέση:

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_t}{n_i}\right) \tag{1.2}$$

η οποία έχει φυσική λύση μόνο στην περίπτωση που ο λόγος n_t/n_i είναι μικρότερος της μονάδας. Επομένως, η κυματοδήγηση υφίσταται μόνο όταν ο δείκτης διάθλασης στον πυρήνα είναι μεγαλύτερος από ότι στα υπόλοιπα στρώματα, $n_i > n_t$. Στο Σχ. 1–3 περιγράφονται οι διαφορετικές περιπτώσεις εφαρμογής του νόμου του Snell για μια δέσμη, η οποία προσπίπτει στη διεπαφή του πυρήνα και του περιβλήματος ενός επίπεδου διηλεκτρικού κυματοδηγού σε σχέση με την κρίσιμη γωνία θ_c.



Σχ. 1-3. Εφαρμογή του νόμου του Snell στη διεπαφή των στρωμάτων επίπεδου κυματοδηγού σε σχέση με την κρίσιμη γωνία.

Το μοντέλο των κυματοδηγούμενων ρυθμών στον κυματοδηγό παράλληλων πλακών περιλαμβάνει ένα επίπεδο κύμα, το οποίο υφίσταται ολική ανάκλαση μεταξύ των διεπαφών του πυρήνα και των άλλων στρωμάτων με γωνία μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία. Η κρίσιμη γωνία εξαρτάται από τους δείκτες διάθλασης των υλικών και διαφέρει ανάλογα με το μήκος κύματος του φωτός. Το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης οδηγεί σε οργανωμένη διάδοση μόνο για ένα διακριτό σύνολο γωνιών, οι οποίες παραμένουν σε φάση έτσι ώστε το ανακλώμενο επίπεδο κύμα να μη συμβάλει καταστροφικά με τον εαυτό του.

Τελικά, ο κυματοδηγούμενος ρυθμός εκφράζεται ως η κατανομή ενός στάσιμου κύματος στον άξονα x, το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του άξονα z. Εφόσον ο κυματοδηγός θεωρείται ότι εκτείνεται στο άπειρο όσον αφορά τη διάσταση y, όλες οι πεδιακές συνιστώσες που περιγράφουν το φαινόμενο της κυματοδήγησης θα είναι ανεξάρτητες από τη μεταβλητή y, επομένως $\partial/\partial y \equiv 0$. Κατά συνέπεια, το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο μέσα στον κυματοδηγό γράφονται στη μορφή:

$$\mathbf{E}(x,z)=\mathbf{e}(x)\exp\left[j(\omega t-\beta z)\right],\ \mathbf{H}(x,z)=\mathbf{h}(x)\exp\left[j(\omega t-\beta z)\right] \tag{1.3}$$

όπου $\mathbf{e}(x)$ και $\mathbf{h}(x)$ είναι η κατανομή του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, αντίστοιχα, κατά μήκος του άξονα x. Το β αποτελεί τη σταθερά διάδοσης και δίνεται από τη σχέση $\beta = k_0 n_2 \sin\theta_i$, όπου $k_0 = \omega/c$ είναι ο κυματαριθμός στον κενό χώρο, c η ταχύτητα του φωτός στο κενό και ω η συχνότητα λειτουργίας. Εφόσον η γωνία διάδοσης θ_i βρίσκεται στο διάστημα $\theta_c < \theta_i < 90^{\mathrm{o}}$, η σταθερά διάδοσης β θα παίρνει τιμές, αντίστοιχα, στο διάστημα $k_0 n_2 \sin\theta_c < \beta < k_0 n_2$, και με χρήση της Εξ.(1.2) προκύπτει:

$$k_0 n_1 < \beta < k_0 n_2 \tag{1.4}$$

Για λόγους απλοποίησης της ανάλυσης η χρονική εξάρτηση $\exp(+j\omega t)$ μπορεί να παραλειφθεί από τις πεδιακές εκφράσεις και η ανάλυση να γίνει στο πεδίο της συχνότητας. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (1.3) στις εξισώσεις του Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H},\ \nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_0 \bar{\varepsilon}\mathbf{E} \tag{1.5}$$

και απλοποιώντας τον κοινό παράγοντα $\exp(-j\beta z)$, προκύπτει το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{aligned}
&-j\omega\mu_0 H_x = j\beta E_y && (\alpha) \qquad && j\omega\varepsilon_0\varepsilon_x E_x = j\beta H_y && (\delta) \\
&-j\omega\mu_0 H_y = -j\beta E_x - \frac{dE_z}{dx} && (\beta) \qquad && j\omega\varepsilon_0\varepsilon_y E_y = -j\beta H_x - \frac{dH_z}{dx} && (\varepsilon) \\
&-j\omega\mu_0 H_z = \frac{dE_y}{dx} && (\gamma) \qquad && j\omega\varepsilon_0\varepsilon_z E_z = \frac{dH_y}{dx} && (\sigma\tau)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

όπου $\bar{\varepsilon}$ είναι ο τένσορας που περιγράφει τη σχετική διηλεκτρική σταθερά, του οποίου τα εκτός διαγωνίου στοιχεία είναι μηδενικά, δηλαδή

$$\overline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

Το παραπάνω σύνολο εξισώσεων (1.6) είναι εύκολο να διαπιστωθεί ότι αποτελείται από δύο ανεξάρτητα συστήματα. Συγκεκριμένα, οι εξισώσεις (1.6)–(α, γ και ε) είναι ανεξάρτητες από το σύστημα των εξισώσεων (1.6)–(β, δ και στ). Στο πρώτο σύστημα (A) εμφανίζονται οι συνιστώσες E_y, H_x και H_z, ενώ στο δεύτερο (B) οι H_y, E_x, και E_z. Είναι προφανές ότι στο σύστημα (A) το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετο στον άξονα διάδοσης, ενώ αντίστοιχα στο σύστημα (B) το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης. Τα κύματα αυτά ονομάζονται αντίστοιχα εγκάρσια ηλεκτρικά (Transverse Electric, TE) και εγκάρσια μαγνητικά (Transverse Magnetic, TM). Από τη λύση των συστημάτων (A) και (B) και με χρήση των οριακών συνθηκών του προβλήματος εξάγεται η συνθήκη κυματοδήγησης, λύσεις της οποίας αποτελούν οι σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών [1]. Η συνθήκη αυτή ικανοποιείται μόνο για συγκεκριμένες διακριτές τιμές β_g και επομένως ο κυματοδηγός υποστηρίζει ένα διακριτό φάσμα κυματοδηγούμενων ρυθμών.

1.2 Φαινόμενα σκέδασης σε επίπεδους οπτικούς κυματοδηγούς

Ένα σύνηθες φαινόμενο στα οπτοηλεκτρονικά συστήματα είναι οι ασυνέχειες, που εμφανίζονται στους διηλεκτρικούς κυματοδηγούς. Κάποιες από τις πιο συνήθεις και ταυτόχρονα σημαντικές μορφές ασυνέχειας σε πρακτικά συστήματα, προκύπτουν από τον τερματισμό των κυματοδηγών, τις μεταβολές του δείκτη διάθλασης στον πυρήνα ή στο περίβλημα του κυματοδηγού, την κάμψη ενός κυματοδηγού κλπ. Η ανάλυση τέτοιου είδους ασυνεχειών αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα στον τομέα των ολοκληρωμένων οπτικών και των οπτικών αισθητήρων.

Συνδεδεμένα με τις ασυνέχειες αυτές είναι τα φαινόμενα σκέδασης, τα οποία προκαλούν την εμφάνιση ρυθμών ακτινοβολίας και συνεπώς αλλαγές στη μορφή των πεδίων στο εσωτερικό του κυματοδηγού. Επομένως, οι ρυθμοί αυτοί είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν στην περιγραφή του πεδίου στην περιοχή του κυματοδηγού. Οι ρυθμοί ακτινοβολίας αποτελούν λύση των εξισώσεων Maxwell και ικανοποιούν ταυτόχρονα τις οριακές συνθήκες του κυματοδηγού. Επιπλέον, δεν περιορίζονται στον πυρήνα του κυματοδηγού, αλλά φτάνουν χωρίς απώλειες στο άπειρο ως προς την διεύθυνση κάθετα στον πυρήνα. Οι σταθερές διάδοσής τους β_r δεν περιορίζονται σε ένα διακριτό σύνολο τιμών, όπως οι αντίστοιχες των κυματοδηγούμενων ρυθμών, αλλά εξαρτώνται από τη γωνία πρόσπτωσης του αντίστοιχου επίπεδου κύματος, η οποία μπορεί να είναι τυχαία. Επομένως, οι τιμές των β_r είναι συνεχείς και για το λόγο αυτό οι ρυθμοί ακτινοβολίας ονομάζονται και συνεχείς ρυθμοί ή συνεχές φάσμα. Έτσι, το συνολικό πεδίο στην περιοχή ενός κυματοδηγού μπορεί να περιγραφεί πλήρως από το διακριτό φάσμα των κυματοδηγούμενων ρυθμών και το συνεχές φάσμα των ρυθμών ακτινοβολίας [1, 2].

Μέχρι σήμερα έχουν αναπτυχθεί διάφορες τεχνικές (αναλυτικές, ημι-αναλυτικές ή αριθμητικές) για να μελετηθούν προβλήματα ασυνεχειών και σκέδασης. Ενδεικτικά αναφέρονται η μέθοδος συνέχειας τρόπων διάδοσης (mode matching method) [3], η μέθοδος ενεργού δείκτη διάθλασης (effective index method) [4], η τεχνική Galerkin [5], η μέθοδος συνέχειας συνόρων ελαχίστων τετραγώνων (least-squares boundary matching method) [6], η μέθοδος υπολογισμού υπολοίπου (residue calculus method) [7], η θεωρία συζευγμένων τρόπων διάδοσης (coupled mode theory) [8], η Wiener-Hopf [9], η μέθοδος διάδοσης δέσμης (beam propagation method, BPM) [10], η BPM σε συνδυασμό με τη μέθοδο ενεργού δείκτη διάθλασης [11], η μέθοδος περιορισμένου βήματος και προσέγγισης κάμψης (bounded step and bend approximation method) [12], η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (finite difference method) [13], η μέθοδος του φασματικού δείκτη (spectral index method) [14], η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών διάδοσης δέσμης (finite difference beam propagation method, FD-BPM) [15], η μέθοδος ρυθμού ακτινοβολίας ελεύθερου χώρου (free-space radiation mode method, FSRM) [16], η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (finite element method) [17], η μέθοδος ρυθμού ακτινοβολίας μισού χώρου (half-space radiation mode, HSRM) [18], και η μέθοδος ολοκληρωτικών εξισώσεων εξαγόμενων από κυματοδηγούμενους ρυθμούς (guided-mode extracted integral equations) [19].

Μια εξίσου πολύ χρήσιμη μέθοδος είναι η μέθοδος ολοκληρωτικών εξισώσεων χωρίς [20] ή με [21, 22] παραμέτρους επιτάχυνσης της σύγκλισης (Integral Equation Method, IEM και Integral Equation Method with Accelerating Parameters, IEMAP), στην οποία τα πεδία αναπτύσσονται σε ιδιοκύματα και υπολογίζεται το ηλεκτρικό ή το μαγνητικό πεδίο στο επίπεδο της ασυνέχειας. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην υπέρθεση των διακριτών κυματοδηγούμενων ρυθμών και του συνεχούς φάσματος των ρυθμών ακτινοβολίας και έχει σημαντικά πλεονεκτήματα, ειδικά όταν απαιτείται ακριβής υπολογισμός του πεδίου στο επίπεδο ασυνέχειας. Τα αποτελέσματα της μεθόδου αυτής βρίσκονται σε πολύ καλή συμφωνία με εκείνα άλλων προσεγγίσεων [20, 21].

Τα συστήματα που έχουν μελετηθεί κυρίως μέχρι τώρα είναι εκείνα για τα οποία οι επιτρεπτότητες ε και διαπερατότητες μ όλων των μέσων είναι θετικές ποσότητες [21 – 26], δηλαδή κυματοδηγοί κατασκευασμένοι από διηλεκτρικά ή μαγνητοδιηλεκτρικά υλικά. Υπάρχουν επίσης διατάξεις των οποίων η διηλεκτρική επιτρεπτότητα μπορεί να είναι αρνητική, ενώ η διαπερατότητα μ είναι θετική. Τελευταία, έχει δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στη μελέτη των λεγόμενων «μεταϋλικών», που χρησιμοποιούνται ευρέως στη μικροκυματική ηλεκτροδυναμική και οπτική. Στη βιβλιογραφία αναφέρονται επίσης ως αριστερόστροφα υλικά (left-handed materials, LHM) ή μέσα με αρνητικό δείκτη διάθλασης (negative index materials, NIM). Οι παράμετροι των υλικών αυτών μπορούν να περιγραφούν από την ηλεκτρική επιτρεπτότητα και τη μαγνητική διαπερατότητα, οι οποίες παίρνουν ταυτόχρονα αρνητικές τιμές [27 – 29]. Κατά κανόνα, τέτοια υλικά αποτελούν τεχνητά μαγνητοδιηλεκτρικά (συνθετικά). Οι κυματοδηγοί που προκύπτουν με τη χρήση τέτοιων υλικών λέγονται αριστερόστροφοι κυματοδηγοί (left-handed waveguides, LHW) ή φωτονικοί κυματοδηγοί. Τέτοιες διατάξεις μπορούν να προκύψουν χρησιμοποιώντας ένα στρώμα μεταϋλικού περιβαλλόμενο από δύο στρώματα συνήθων διηλεκτρικών [30 – 32].

Η παρούσα διατριβή περιλαμβάνει τη μελέτη των φαινομένων διάδοσης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε διηλεκτρικούς και φωτονικούς κυματοδηγούς καθώς και την επίδραση διαφόρων τύπων ασυνεχειών στις ιδιότητες σκέδασής τους. Οι ασυνέχειες που εξετάζονται περιλαμβάνουν τον απότομο τερματισμό, την εφαρμογή μεταλλικού κλείστρου εγκάρσια στη διεύθυνση διάδοσης σε επίπεδους κυματοδηγούς, καθώς και την ανισοτροπία στην κατανομή του δείκτη διάθλασης σε κυματοδηγούς με μονωμένο υπόστρωμα. Τα προβλήματα αυτά, πέραν του θεωρητικού ενδιαφέροντος, έχουν μεγάλη σημασία από πλευράς εφαρμοσμένης έρευνας στο πεδίο της οπτικής, καθώς οι εφαρμογές τους στην ολοκληρωμένη οπτική και ιδιαίτερα στην περιοχή των οπτικών αισθητήρων είναι πολλές. Επιπλέον, η μελέτη φωτονικών κυματοδηγών είναι ιδιαίτερα σημαντική καθώς χρησιμοποιούνται ευρέως σήμερα στη μικροκυματική και οπτική τεχνολογία, εξαιτίας των εξαιρετικά μεγάλων δυνατοτήτων ελέγχου των ηλεκτροφυσικών παραμέτρων τους καθώς και για τις μοναδικές ηλεκτροδυναμικές ιδιότητες τους.

Στο *Κεφάλαιο 2* εξετάζονται οι ιδιότητες σκέδασης ενός απότομα τερματισμένου επίπεδου ανισοτροπικού κυματοδηγού με μονωμένο υπόστρωμα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ολοκληρωτικών εξισώσεων με συντελεστές επιτάχυνσης της σύγκλισης για τις περιπτώσεις των TE και TM ρυθμών. Και για τις δύο περιπτώσεις παρουσιάζεται η σχέση διασποράς των κυρίαρχων ρυθμών TE και TM για διάφορες περιπτώσεις ανισοτροπίας, καθώς και οι κατανομές του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο τερματισμού και η ανακλώμενη ισχύς. Επιπλέον, και για τα δύο είδη ρυθμών μελετάται η επίδραση της ανισοτροπίας του πυρήνα του κυματοδηγού στα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου.

Στο *Κεφάλαιο 3* μελετάται το φαινόμενο σκέδασης που προκαλείται από μεταλλικές ίριδες σε μορφή κλείστρου, τοποθετημένες κάθετα και συμμετρικά ως προς τον άξονα διάδοσης, σε έναν επίπεδο συμμετρικό κυματοδηγό τριών στρωμάτων χρησιμοποιώντας μια νέα παραλλαγή της μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων. Στην περίπτωση αυτή, το περιορισμένο στο άνοιγμα της σχισμής εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται από μια πεπερασμένη ακολουθία πολυωνύμων Chebyshev, ενώ η επιθυμητή σύγκλιση επιτυγχάνεται με αύξηση των όρων της σειράς. Αρχικά, εξετάζεται η σύγκλιση της μεθόδου, ενώ μελετάται η εξάρτηση της έντασης και των χαρακτηριστικών του φαινομένου σκέδασης από το άνοιγμα των ιρίδων. Στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού, η μελέτη επεκτείνεται και στην περίπτωση μεταλλικών ιρίδων σε πολυπλοκότερες διατάξεις, που περιλαμβάνουν ασύμμετρους κυματοδηγούς ή ασύμμετρα ως προς τον άξονα διάδοσης ανοίγματα. Και για τις δύο περιπτώσεις υπολογίζεται η κατανομή του πεδίου στο άνοιγμα των ιρίδων, οι συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης του κυματοδηγούμενου ρυθμού, το διάγραμμα της κατανομής του πεδίου γύρω από τις ίριδες και τα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου. Έτσι μελετάται η δυνατότητα ελέγχου των χαρακτηριστικών ακτινοβολίας, όπως η στροφή των λοβών της ακτινοβολούμενης ισχύος, από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του προβλήματος.

Στο *Κεφάλαιο 4* αναλύονται τα χαρακτηριστικά των κυματοδηγούμενων ρυθμών σε επίπεδους κυματοδηγούς με πυρήνα από μεταϋλικό, ενώ παρουσιάζεται η χαρακτηριστική εξίσωση διάδοσης και η σχέση διασποράς για ρυθμούς TE. Περιγράφεται η μορφή της κατανομής των κυματοδηγούμενων ρυθμών καθώς και η εξάρτησή τους από τα ηλεκτρομαγνητικά χαρακτηριστικά των στρωμάτων του κυματοδηγού. Τέλος, γίνεται σύγκριση των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών των μεταϋλικών με εκείνα των κλασσικών διηλεκτρικών κυματοδηγών.

Στο *Κεφάλαιο 5* μελετάται η γενική περίπτωση ενός απότομα τερματισμένου επίπεδου κυματοδηγού τριών στρωμάτων με μεταλλικές ίριδες τοποθετημένες στο επίπεδο τερματισμού χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ολοκληρωτικών εξισώσεων με ανάλυση του ηλεκτρικού πεδίου σε σειρά πολυωνύμων Chebyshev. Δίνονται οι αναλυτικές εξισώσεις της μεθόδου σε γενική μορφή, ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν ταυτόχρονα σε διηλεκτρικούς και φωτονικούς κυματοδηγούς. Στη συνέχεια, αναλύεται η επίδραση των μεταλλικών ιρίδων στα χαρακτηριστικά σκέδασης του διηλεκτρικού κυματοδηγού. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται η κατανομή του πεδίου στο άνοιγμα των ιρίδων, ο συντελεστής ανάκλασης του κυματοδηγούμενου ρυθμού, το διάγραμμα της κατανομής του πεδίου γύρω από τις ίριδες και τα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου. Ταυτόχρονα, γίνεται αξιολόγηση της μεθόδου με σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων της με εκείνα της βιβλιογραφίας, για την περιγραφή του κλασσικού προβλήματος τερματισμένου κυματοδηγού στην περίπτωση όπου το άνοιγμα του κλείστρου είναι πολύ μεγάλο.

Τέλος, τα γενικά συμπεράσματα και οι μελλοντικές πιθανές επεκτάσεις της διατριβής παρουσιάζονται στο *Κεφάλαιο 6*.

2 *Ιδιότητες Ανάκλασης και Σκέδασης Ανισοτροπικού Επίπεδου Κυματοδηγού με Μονωμένο Υπόστρωμα*

2.1 Εισαγωγή

Οι διηλεκτρικοί κυματοδηγοί συνήθως θεωρούνται ισοτροπικοί. Παρόλα αυτά, στα περισσότερα πρακτικά συστήματα αποτελούνται από ανισοτροπικά υλικά, που δημιουργούνται ηθελημένα ή μη. Μολονότι τα ευρέως γνωστά φυσικά ανισοτροπικά υλικά είναι λίγα, η διηλεκτρική ανισοτροπία μπορεί να επιτευχθεί με τη σύγχρονη τεχνολογία υλικών. Η εσκεμμένη χρήση ανισοτροπικών υλικών σε διατάξεις κυματοδηγών γίνεται για διάφορους λόγους, όπως για παράδειγμα για να ενισχυθούν τα φαινόμενα πολικότητας [33]. Αντίθετα με τα συμβατικά ισοτροπικά μέσα, οι σχετικές επιτρεπτότητες των ανισοτροπικών υλικών κάνουν το μέσο να αναδείξει διαφορετικές συμπεριφορές, ενώ μπορούν να αλλάξουν ραγδαία τα χαρακτηριστικά μιας τέτοιας διάταξης. Συγκεκριμένα, η ανισοτροπία μπορεί να έχει σημαντική επίδραση στη σύζευξη ρυθμών (modal coupling) [34 – 37], στις ιδιότητες αποκοπής [38] καθώς και στη μεταβολή των χαρακτηριστικών ακτινοβολίας ενός τέτοιου κυματοδηγού [39 – 40]. Συνεπώς, η μελέτη της συμπεριφοράς των διηλεκτρικών κυματοδηγών που έχουν ανισοτροπικά υλικά είναι πολύ σημαντική. Να σημειωθεί ότι τα χαρακτηριστικά των ιδιορυθμών ενός κυματοδηγού με ανισοτροπικό (γυροτροπικό) μέσο έχουν μελετηθεί στο παρελθόν και με τη μέθοδο του τελεστή σκέδασης S (S-operator) [41].

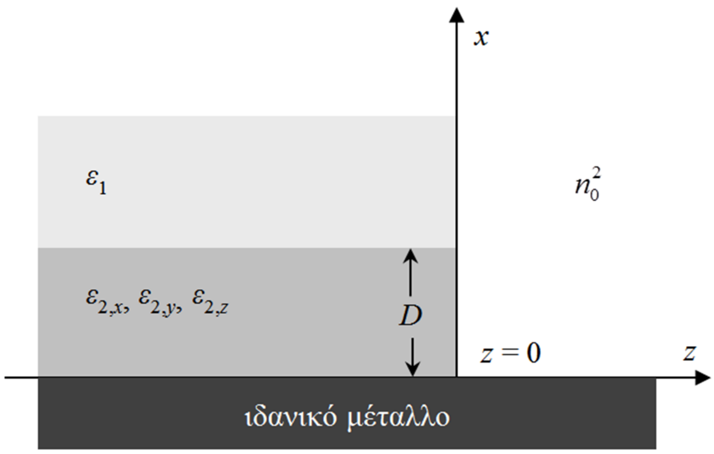
Το υπό εξέταση πρόβλημα σχετίζεται άμεσα με την πρόοδο της σύγχρονης νανο-οπτικής τεχνολογίας [42 – 43]. Η διαδικασία της εμφύτευσης νανοσωματιδίων (nanoparticle implantation doping) επιτρέπει την κατασκευή υλικών με μοναδικές ιδιότητες. Για παράδειγμα, η εμφύτευση επιμηκυμένων (elongated) νανοσωματιδίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή μέσων με ισχυρή ανισοτροπία. Τέτοια ανισοτροπικά μέσα εφαρμόζονται στο σχεδιασμό διαφόρων στοιχείων ολοκληρωμένων οπτικών καθώς και οπτικών αισθητήρων.

Μέχρι σήμερα έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες μέθοδοι για τη μελέτη των ιδιοτήτων διάδοσης ανισοτροπικών διηλεκτρικών κυματοδηγών, όπως η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (finite elements method) [44], η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων διάδοσης δέσμης (finite element beam propagation method) [45], η μέθοδος μεταβολών (variational method) [46], η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (finite difference method) [47], η θεωρία συζευγμένων τρόπων διάδοσης (coupled mode theory) [48] κλπ. Επιπλέον, έχουν μελετηθεί προβλήματα βηματικών ασυνεχειών και ιδιότητες ακτινοβολίας ανισοτροπικών διηλεκτρικών κυματοδηγών [39, 40, 49]. Ένα εξίσου σημαντικό πρόβλημα είναι ο απότομος τερματισμός κυματοδηγών και η ανάλυση των φαινομένων σκέδασης που προκαλούνται από τέτοιες διατάξεις, για τη μελέτη των οποίων έχουν προταθεί πολλές τεχνικές [16, 19, 23]. Πρόσφατα, έχουν προταθεί και νέες προσεγγίσεις, όπως η μέθοδος συνέχειας τρόπων διάδοσης (mode matching method) [50] και μια μέθοδος που βασίζεται στην ανάπτυξη ιδιορυθμών και στην εφαρμογή της οριακής συνθήκης τέλεια προσαρμοσμένου στρώματος (perfectly matched layer boundary condition) [51].

Στην παρακάτω ανάλυση, εξετάζονται οι ιδιότητες σκέδασης ενός ανισοτροπικού επίπεδου κυματοδηγού με μονωμένο υπόστρωμα για κυματοδηγούμενους ρυθμούς εγκάρσια ηλεκτρικούς (TE) και εγκάρσια μαγνητικούς (TM) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ολοκληρωτικών εξισώσεων με συντελεστές επιτάχυνσης της σύγκλισης (Integral Equation Method with Accelerated Parameters, IEMAP) [21, 22]. Η μέθοδος αυτή έχει ήδη χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη περιπτώσεων ισοτροπικών κυματοδηγών και τα αποτελέσματά της βρίσκονται σε πολύ καλή συμφωνία με εκείνα που δίνονται από άλλες μεθόδους [21]. Επιπλέον, εμφανίζει σημαντικά πλεονεκτήματα, ειδικά όταν απαιτείται ο ακριβής υπολογισμός της κατανομής του πεδίου στο επίπεδο ασυνέχειας, ενώ μπορεί να εφαρμοστεί και σε περιπτώσεις κυματοδηγών που δεν ικανοποιούν τη συνθήκη χαλαρής κυματοδήγησης.

Για έναν τέτοιο κυματοδηγό, θεωρούμε ότι ο κυρίαρχος (κύριος) κυματοδηγούμενος ρυθμός TE ή TM διαδίδεται κατά μήκος του επίπεδου κυματοδηγού με κατεύθυνση προς το επίπεδο τερματισμού ($z = 0$). Στην περιοχή του επίπεδου κυματοδηγού ($z < 0$) τα πεδία περιγράφονται με υπέρθεση ιδιοκυμάτων αποτελούμενα από το διακριτό φάσμα των κυματοδηγούμενων ρυθμών και από το συνεχές φάσμα των ρυθμών ακτινοβολίας, ενώ στον ημιάπειρο χώρο $z > 0$ μπορούν να περιγραφούν με υπέρθεση κυμάτων ελεύθερου χώρου. Ακολουθώντας τη διαδικασία της μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων [21, 22] και χρησιμοποιώντας παραμέτρους επιτάχυνσης της σύγκλισης υπολογίζεται η ολοκληρωτική εξίσωση δευτέρου είδους για την άγνωστη κατανομή του εφαπτομενικου ηλεκτρικού πεδίου πάνω στο επίπεδο τερματισμού, η οποία λύνεται με επαναληπτική διαδικασία και υπολογίζονται προσεγγίσεις διαφόρων τάξεων. Σημειώνεται ότι οι τιμές των παραμέτρων σύγκλισης σχετίζονται άμεσα με την αρχή των μεταβολών (variational principle) [21, 22]. Στη συνέχεια, υπολογίζονται ο συντελεστής ανάκλασης του κύριου ρυθμού (TE ή TM), η πεδιακή κατανομή μέσα στον κυματοδηγό κοντά στην περιοχή ασυνέχειας καθώς και το διάγραμμα ακτινοβολίας στο μακρινό πεδίο. Στην ανάλυση που ακολουθεί, για λόγους απλότητας, εξετάζονται μόνο περιπτώσεις μονορυθμικής λειτουργίας, δηλαδή περιπτώσεις όπου η γεωμετρία του κυματοδηγού είναι τέτοια ώστε να κυματοδηγείται μόνο ένας ρυθμός. Παρόλα αυτά, περιπτώσεις κυματοδηγών με πολλούς ρυθμούς διάδοσης μπορούν να εξεταστούν εύκολα με μικρές αλλαγές στη μαθηματική ανάλυση.

2.2 Μαθηματική ανάλυση



Σχ. 2-1. Επίπεδος διηλεκτρικός κυματοδηγός δύο στρωμάτων τοποθετημένος πάνω σε μονωμένο υπόστρωμα.

Η γεωμετρία του προβλήματος δίνεται στο Σχ. 2−1, όπου ένας επίπεδος διηλεκτρικός κυματοδηγός δύο στρωμάτων είναι τοποθετημένος πάνω σε μονωμένο υπόστρωμα (τέλεια αγώγιμο μέταλλο) (*Περιοχή I*), τερματίζεται απότομα στο επίπεδο $z = 0$ και ακτινοβολεί στην *Περιοχή II* ($z > 0$, $x > 0$). Ο πυρήνας του κυματοδηγού θεωρείται ανισοτροπικός με διαγώνιο άνυσμα επιτρεπτότητας, δηλαδή οι σχετικές διηλεκτρικές σταθερές $\varepsilon_{2,x}$, $\varepsilon_{2,y}$ και $\varepsilon_{2,z}$ για τις τρεις καρτεσιανές διαστάσεις θεωρούνται στη γενική περίπτωση διαφορετικές. Το πεδίο μέσα στο υπόστρωμα ($x \le 0$) είναι μηδενικό. Το περίβλημα του κυματοδηγού θεωρείται ισοτροπικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon_1 = n_1^2$ και εκτείνεται μέχρι το άπειρο ($x \rightarrow +\infty$) για διευκόλυνση της ανάλυσης. Από την άλλη, η *Περιοχή ΙΙ* θεωρείται ομογενής με σχετική διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon = n_0^2$. Ολόκληρος ο χώρος είναι μαγνητικά ομογενής με μαγνητική διαπερατότητα $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]. Η ανάλυση θα γίνει στο πεδίο της συχνότητας για λόγους διευκόλυνσης.

2.2.1 Εγκάρσια ηλεκτρικά κύματα (TE)

Στην περίπτωση των κυμάτων TE λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων (A) αντικαθιστώντας αρχικά τις εξισώσεις (1.6)–(α, γ) στην (ε). Έτσι, προκύπτει η παρακάτω διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού

$$E_y''(x) + (k_0^2 \varepsilon_y - \beta^2) E_y(x) = 0 \tag{2.1}$$

η γενική λύση της οποίας εξαρτάται από το πρόσημο της ποσότητας $k_0^2 \varepsilon_y - \beta^2$. Ειδικότερα, αν $k_0^2 \varepsilon_y - \beta^2 > 0$, τότε υπάρχουν περιοδικές λύσεις, ενώ όταν $k_0^2 \varepsilon_y - \beta^2 < 0$, οι λύσεις είναι εκθετικής μορφής. Για το πρόβλημα που εξετάζουμε, στο εσωτερικό του κυματοδηγού ($0 < x < D$) η λύση θα πρέπει να είναι περιοδική, επομένως επιλέγεται $h_2^2 = k_0^2 \varepsilon_{2,y} - \beta^2 > 0$, ενώ στην περιοχή εκτός αυτού ($x > D$) το πεδίο πρέπει να μειώνεται εκθετικά καθώς το x τείνει προς το άπειρο, επομένως επιλέγεται $h_1^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1 > 0$. Έτσι, το ηλεκτρικό πεδίο εκφράζεται από μία μόνο συνιστώσα, παράλληλη στον άξονα y, την $E_y(x, z) = U_g(x) \exp(-j\beta_g z)$, όπου το U_g δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U_g(x) = \begin{cases} B \exp[-h_1(x - D)], & x > D \\ A_1 \sin(h_2 x) + A_2 \cos(h_2 x), & 0 < x < D \end{cases} \tag{2.2}$$

όπου A_1, A_2 και B είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης που θα προσδιοριστούν στη συνέχεια. Για τη συγκεκριμένη γεωμετρία, λαμβάνοντας υπόψη την οριακή συνθήκη στο $x = 0$, η οποία απαιτεί το μηδενισμό του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου, η εξίσωση απλοποιείται στην ακόλουθη μορφή:

$$U_g(x) = \begin{cases} B \exp[-h_1(x - D)], & x > D \\ A \sin(h_2 x), & 0 < x < D \end{cases} \tag{2.3}$$

Οι υπόλοιπες οριακές συνθήκες του προβλήματος απαιτούν τη συνέχεια των συναρτήσεων $U_g(x)$ και $\mathrm{d}U_g(x)/\mathrm{d}x$ στη διεπαφή μεταξύ του πυρήνα και του περιβλήματος ($x = D$), από τις οποίες προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις:

$$A\sin(h_2 D) = B \tag{2.4}$$

$$Ah_2\cos(h_2 D) = -h_1 B \tag{2.5}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις η τελική έκφραση των κυματοδηγούμενων ρυθμών για τη συγκεκριμένη γεωμετρία γράφεται:

$$U_g(x) = A_g \begin{cases} \sin(h_2 D)\exp[-h_1(x-D)], & x > D \\ \sin(h_2 x), & 0 \le x \le D \end{cases} \tag{2.6}$$

όπου $h_1^2 = \beta_g^2 - k_0^2\varepsilon_1$, $h_2^2 = k_0^2\varepsilon_{2,y} - \beta_g^2$ και β_g είναι ο διαμήκης κυματαριθμός, ενώ από τις εξισώσεις (2.4) και (2.5) προκύπτει η συνθήκη κυματοδήγησης των κυμάτων (ρυθμών) TE:

$$h_1\sin(h_2 D) + h_2\cos(h_2 D) = 0 \tag{2.7}$$

οι λύσεις της οποίας αποτελούν τις σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών για δεδομένη συχνότητα λειτουργίας. Ο συντελεστής κανονικοποίησης A_g προσδιορίζεται από την συνθήκη κανονικοποίησης $\int_0^{+\infty} U_0^2(x)\mathrm{d}x = 1$ και δίνεται από τη σχέση:

$$A_g = \sqrt{\frac{2}{D + \frac{1}{h_1}}} \tag{2.8}$$

Η ύπαρξη της ασυνέχειας κατά μήκος του άξονα του κυματοδηγού στο επίπεδο $z = 0$, προκαλεί αναπόφευκτα κύματα ακτινοβολίας και έναν κυματοδηγούμενο ρυθμό που διαδίδονται κατά μήκος του αρνητικού άξονα z, αντίθετα στην κατεύθυνση του προσπίπτοντος κύματος. Για το λόγο αυτό, στην περιγραφή του πεδίου μέσα στην περιοχή του κυματοδηγού πρέπει να συμπεριληφθούν και τα κύματα ακτινοβολίας. Λαμβάνοντας υπόψη τη μη αποπολωτική φύση του απότομου τερματισμού καθώς και τη διάδοση του προσπίπτοντος κύματος ως προς τον άξονα z, το ηλεκτρικό πεδίο των κυμάτων ακτινοβολίας θα έχει μόνο μια συνιστώσα επίσης παράλληλη στον άξονα y, η οποία δίνεται από τη συνάρτηση:

$$\Psi(x,\rho) = B(\rho)\begin{cases} \sin(\sigma D)\cos[\rho(x-D)] + \dfrac{\sigma}{\rho}\cos(\sigma D)\sin[\rho(x-D)], & x > D \\ \sin(\sigma x), & 0 \le x \le D \end{cases} \tag{2.9}$$

όπου σ και ρ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός στον πυρήνα και στο περίβλημα, αντίστοιχα, που ικανοποιούν τη σχέση $\sigma^2 = k_0^2\varepsilon_{2,y} - k_0^2\varepsilon_1 + \rho^2$ $(0 < \rho < +\infty)$. Η σταθερά διάδοσης $\beta(\rho)$ των ρυθμών αυτών δίνεται από τη σχέση $\beta(\rho) = \sqrt{k_0^2\varepsilon_1 - \rho^2}$ με $\mathrm{Re}[\beta(\rho)] > 0$ και $\mathrm{Im}[\beta(\rho)] < 0$, έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ακτινοβολίας και να έχουμε διαδιδόμενα κύματα, αντίστοιχα. Να σημειωθεί ότι εφαρμόζοντας τις κατάλληλες οριακές συνθήκες, δηλαδή τη συνέχεια των $\Psi(x,\rho)$ και $\partial\Psi(x,\rho)/\partial x$ στο $x = D$ και χρησιμοποιώντας τη συνθήκη κανονικοποίησης $\int_0^{+\infty} \mathrm{d}x\, \Psi(x,\rho)\Psi(x,\rho') = \delta(\rho-\rho')$, προσδιορίζεται ο συντελεστής ανάπτυξης $B(\rho)$. Τέλος, πρέπει να τονιστεί ότι οι κυματοδηγούμενοι ρυθμοί και οι ρυθμοί ακτινοβολίας είναι ορθογώνιοι, δηλαδή ισχύει η σχέση:

$$\int_0^{+\infty} U_g(x)\Psi(x,\rho)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{2.10}$$

ενώ το μικτό φάσμα των ιδιοκυμάτων $\{U_g(x),\ \Psi(x,\rho)\}$ ικανοποιεί και την ακόλουθη συνθήκη ορθογωνιότητας:

$$U_g(x)U_g(x') + \int_0^{+\infty} \Psi(x,\rho)\Psi(x',\rho)\,\mathrm{d}\rho = \delta(x-x') \tag{2.11}$$

Με βάση τα προηγούμενα το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο στην *Περιοχή I* ($z < 0$, $x > 0$) μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{aligned} E_y^{I}(x,z) &= U_g(x)\exp(-j\beta_g z) + R_g U_g(x)\exp(+j\beta_g z) \\ &+ \int_0^{+\infty} R(\rho)\Psi(x,\rho)\exp[+j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \end{aligned} \tag{2.12}$$

όπου R_g και $R(\rho)$ είναι οι άγνωστοι συντελεστές ανάκλασης των κυματοδηγούμενων ρυθμών και των ρυθμών ακτινοβολίας, αντίστοιχα. Στο δεξί μέλος της τελευταίας εξίσωσης, ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει τον προσπίπτοντα κυματοδηγούμενο ρυθμό, ενώ ο δεύτερος και ο τρίτος όρος εκφράζουν τον ανακλώμενο κυματοδηγούμενο ρυθμό και τους ανακλώμενους ρυθμούς ακτινοβολίας, αντίστοιχα.

Στην *Περιοχή II* ($z > 0$, $x > 0$) το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να γραφεί ως:

$$E_y^{II}(x,z) = \int_0^{+\infty} T(s)\phi(x,s)\exp[-j\gamma(s)z]\,\mathrm{d}s \tag{2.13}$$

όπου $0 < s < +\infty$ και $\gamma(s)$ είναι ο εγκάρσιος και ο διαμήκης κυματαριθμός, αντίστοιχα, των ιδιοκυμάτων ελεύθερου χώρου, $\gamma(s) = \sqrt{k_0^2 n_0^2 - s^2}$ με $\mathrm{Re}[\gamma(s)] > 0$ και $\mathrm{Im}[\gamma(s)] < 0$, ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ακτινοβολίας και να έχουμε διαδιδόμενα κύματα, $T(s)$ είναι άγνωστος συντελεστής ανάπτυξης που θα προσδιοριστεί στη συνέχεια και $\phi(x,s) = \sqrt{2/\pi}\,\sin(sx)$ είναι τα ιδιοκύματα ελεύθερου χώρου, τα οποία ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις ορθογωνιότητας:

$$\int_0^{+\infty} \phi(x,s)\phi(x,s')\,\mathrm{d}x = \delta(s-s') \tag{2.14}$$

$$\int_0^{+\infty} \phi(x,s)\phi(x',s)\,\mathrm{d}s = \delta(x-x') \tag{2.15}$$

Οι οριακές συνθήκες στη διαχωριστική επιφάνεια $z = 0$ απαιτούν:

α) Τη συνέχεια της εφαπτομενικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου:

$$E_y^{I}(x,z=0) = E_y^{II}(x,z=0) = E(x) \tag{2.16}$$

β) Τη συνέχεια της εφαπτομενικής συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου:

$$H_x^{I}(x,z=0) = H_x^{II}(x,z=0) \tag{2.17}$$

Αντικαθιστώντας στην πρώτη οριακή συνθήκη τις εκφράσεις των πεδίων από τις σχέσεις (2.12)–(2.13) και χρησιμοποιώντας τις συνθήκες ορθογωνιότητας που δόθηκαν παραπάνω μπορούν να υπολογιστούν οι εκφράσεις των άγνωστων συντελεστών ανάκλασης και μετάδοσης στις *Περιοχές I* και *II*. Έτσι προκύπτουν οι σχέσεις:

$$R_g = -1 + \left.\int_0^{+\infty} E_y^{I}(x)U_g(x)dx\right|_{z=0} \tag{2.18}$$

$$R(\rho) = \left.\int_0^{+\infty} E_y^{I}(x)\Psi(x,\rho)dx\right|_{z=0} \tag{2.19}$$

$$T(s)=\left.\int_0^{+\infty} E_y^{II}(x)\varphi(x,s)dx\right|_{z=0} \tag{2.20}$$

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των πεδίων στην οριακή συνθήκη (2.17) προκύπτει η εξίσωση:

$$(R_g-1)\beta_g U_g(x)+\int_0^{+\infty}\beta(\rho)R\left(\rho\right)\Psi(x,\rho)\mathrm{d}\rho+\int_0^{+\infty}\gamma(s)T(s)\phi(x,s)\,\mathrm{d}s=0 \tag{2.21}$$

η οποία με αντικατάσταση των συντελεστών R_g, $R(\rho)$ και $T(s)$ από τις παραπάνω εξισώσεις γράφεται:

$$\begin{aligned}\int_0^{+\infty} dx' E_y(x')\Bigg\{\beta_g U_g(x')U_g(x)+\int_0^{+\infty}\beta(\rho)\Psi(x',\rho)\Psi(x,\rho)\mathrm{d}\rho\\ +\int_0^{+\infty}\gamma(s)\phi(x',s)\phi(x,s)\,\mathrm{d}s\Bigg\}=2\beta_g U_g(x)\end{aligned} \tag{2.22}$$

Με κατάλληλη χρήση των (2.11) και (2.15) εισάγουμε στην τελευταία εξίσωση τις «βοηθητικές» παραμέτρους $\overline{\beta}$ και $\overline{\gamma}$

$$\begin{aligned}\int_0^{+\infty} dx' E_y(x')\Bigg\{(\beta_g-\overline{\beta})U_g(x')U_g(x)+\int_0^{+\infty}[\beta(\rho)-\overline{\beta}]\Psi(x',\rho)\Psi(x,\rho)\mathrm{d}\rho\\ +\int_0^{+\infty}[\gamma(s)-\overline{\gamma}]\phi(x',s)\phi(x,s)\,\mathrm{d}s\Bigg\}=2\beta_g U_g(x)+(\overline{\beta}+\overline{\gamma})E(x)\end{aligned} \tag{2.23}$$

και τελικά προκύπτει η ακόλουθη ολοκληρωτική εξίσωση δευτέρου είδους για την κατανομή του άγνωστου εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E(x)$ στο $z = 0$ [21]:

$$E(x)=E_0(x)+\int_0^{+\infty}E(x')K(x,x')\,\mathrm{d}x \tag{2.24}$$

όπου

$$E_0(x)=\frac{2\beta_g}{\overline{\beta}+\overline{\gamma}}U_g(x) \tag{2.25}$$

και

$$K(x,x') = \frac{1}{\left(\bar{\beta}+\bar{\gamma}\right)} \left\{ (\bar{\beta}-\beta_g) U_g(x) U_g(x') + \int_0^{+\infty} [\bar{\beta}-\beta(\rho)] \Psi(x,\rho) \Psi(x',\rho)\, \mathrm{d}\rho \right.$$
$$\left. + \int_0^{+\infty} \left[\bar{\gamma}-\gamma(s)\right] \phi(x,s) \phi(x',s)\, \mathrm{d}s \right\} \tag{2.26}$$

Οι τιμές των βοηθητικών παραμέτρων $\bar{\beta}$ και $\bar{\gamma}$ σχετίζονται άμεσα με την αρχή των μεταβολών (variational principle) και δίνονται από τις σχέσεις [21]

$$\bar{\beta} = \beta_g \qquad \text{και} \qquad \bar{\gamma} = \int_0^{+\infty} \gamma(s) \left\langle U\phi(s) \right\rangle^2 \mathrm{d}s \tag{2.27}$$

όπου τα άγκιστρα $\langle\,\rangle$ υποδηλώνουν ολοκλήρωση ως προς x, δηλαδή $\left\langle U\phi(s) \right\rangle = \int_0^{+\infty} U_g(x) \phi(x,s)\, \mathrm{d}x$.

Η εξίσωση (2.24) μπορεί να λυθεί χρησιμοποιώντας μια μέθοδο διαδοχικών προσεγγίσεων και η κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στο $z = 0$ μπορεί να γραφεί με τη μορφή σειράς Neumann [52]. Λεπτομερής περιγραφή της διαδικασίας αυτής δίνεται στην εργασία [21]. Οι βοηθητικές παράμετροι επιλέγονται έτσι ώστε ο πυρήνας της ολοκληρωτικής εξίσωσης (2.26) να τείνει στο ελάχιστο και επομένως η διαδικασία αυτή συγκλίνει πολύ γρήγορα. Εδώ δίνονται μόνο οι εκφράσεις των λύσεων πρώτης και δεύτερης τάξης, έχοντας λάβει υπόψη τις εξισώσεις (2.27):

$$E_1(x) = E_0(x) + \frac{2\beta_g}{\left(\bar{\beta}+\bar{\gamma}\right)^2} \int_0^{+\infty} [\bar{\gamma}-\gamma(s)] \left\langle U\phi(s) \right\rangle \phi(x,s)\, \mathrm{d}s \tag{2.28}$$

$$E_2(x) = E_1(x) + \frac{2\beta_g}{\left(\bar{\beta}+\bar{\gamma}\right)^3}$$
$$\times \left\{ \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho [\bar{\beta}-\beta(\rho)] \Psi(x,\rho) \int_0^{+\infty} [\bar{\gamma}-\gamma(s)] \left\langle U\phi(s) \right\rangle \left\langle \Psi\phi(\rho,s) \right\rangle \mathrm{d}s \right. \tag{2.29}$$
$$\left. + \int_0^{+\infty} [\bar{\gamma}-\gamma(s)]^2 \left\langle U\phi(s) \right\rangle \phi(x,s)\, \mathrm{d}s \right\}$$

Ας σημειωθεί ότι οι αναλυτικές εκφράσεις των παραμέτρων μέσα στα άγκιστρα στις εξισώσεις (2.28) και (2.29) μπορούν εύκολα να βρεθούν με απευθείας υπολογισμό των ολοκληρωμάτων των συναρτήσεων που εμπεριέχονται σε αυτές.

Έχοντας υπολογίσει τις λύσεις διαδοχικών τάξεων του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στο $z = 0$, οι αντίστοιχες λύσεις των συντελεστών R_g και $T(s)$ δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις με χρήση των εξισώσεων (2.18) και (2.20):

Λύσεις μηδενικής τάξης:

$$R_g^{(0)} = -1 + \frac{2\beta_g}{\overline{\beta} + \overline{\gamma}} \tag{2.30}$$

$$T^{(0)}(s) = \frac{2\beta_g}{\overline{\beta} + \overline{\gamma}} \left\langle U\phi(s) \right\rangle \tag{2.31}$$

Λύσεις πρώτης τάξης:

$$R_g^{(1)} = R_g^{(0)} \tag{2.32}$$

$$T^{(1)}(s) = T^{(0)}(s) + \frac{2\beta_g}{\left(\overline{\beta} + \overline{\gamma}\right)^2} [\overline{\gamma} - \gamma(s)] \left\langle U\phi(s) \right\rangle \tag{2.33}$$

Λύσεις δεύτερης τάξης:

$$R_g^{(2)} = R_g^{(1)} + \frac{2\beta_g}{\left(\overline{\beta} + \overline{\gamma}\right)^3} \int_0^{+\infty} [\overline{\gamma} - \gamma(s)]^2 \left\langle U\phi(s) \right\rangle^2 \mathrm{d}s \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned} T^{(2)}(s) = T^{(1)}(s) &+ \frac{2\beta_g}{\left(\overline{\beta} + \overline{\gamma}\right)^3} \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s' [\overline{\gamma} - \gamma(s')] \left\langle U\phi(s') \right\rangle \\ &\times \left\{ \int_0^{+\infty} [\overline{\beta} - \beta(\rho)] \left\langle \Psi\phi(\rho, s') \right\rangle \left\langle \Psi\phi(\rho, s) \right\rangle \mathrm{d}\rho + [\overline{\gamma} - \gamma(s')] \left\langle U\phi(s') \right\rangle \delta(s' - s) \right\} \end{aligned} \tag{2.35}$$

Η λύση μηδενικής τάξης της εξίσωσης (2.30) αντιστοιχεί στο συντελεστή ανάκλασης ενός επίπεδου κύματος στην διεπαφή μεταξύ δύο ημιάπειρων χώρων με δείκτες διάθλασης n_1 και n_0, αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι για τον υπολογισμό των παραπάνω συντελεστών οι λύσεις μηδενικής και πρώτης τάξης δεν περιέχουν ολοκληρώματα, ενώ για τις λύσεις δεύτερης τάξης πρέπει να υπολογιστούν απλά και διπλά ολοκληρώματα.

2.2.2 Εγκάρσια μαγνητικά κύματα (TM)

Ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία με αυτήν της περίπτωσης των ρυθμών TE, αυτή τη φορά το μαγνητικό πεδίο έχει μόνο μια συνιστώσα παράλληλη με τον άξονα y, δηλαδή $H_y(x, z) = U_g(x) \exp(-j\beta_g z)$, όπου η $U_g(x)$ δίνεται από τη συνάρτηση

$$U_g(x) = A_g \begin{cases} \cos(h_2 D)\exp[-h_1(x-D)], & x > D \\ \cos(h_2 x), & 0 \le x \le D \end{cases} \tag{2.36}$$

όπου $h_1^2 = \beta_g^2 - k_0^2\varepsilon_1$ και $h_2^2 = k_0^2\varepsilon_{2,z} - \beta_g^2 \dfrac{\varepsilon_{2,z}}{\varepsilon_{2,x}}$. Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες, οι οποίες απαιτούν τη συνέχεια των $U_g(x)$ και $(1/\varepsilon_{2,z})(\mathrm{d}U_g(x)/\mathrm{d}x)$ στη διεπαφή μεταξύ του πυρήνα και του περιβλήματος, προκύπτει η συνθήκη κυματοδήγησης, οι λύσεις της οποίας είναι οι σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών TM. Τέλος, με χρήση της συνθήκης κανονικοποίησης

$$\int_0^{+\infty} \frac{U_{g,m}(x)U_{g,n}(x)}{\varepsilon(x)}\mathrm{d}x = \delta_{mn}, \text{ όπου } \varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_1, & x > D \\ \varepsilon_{2,x}, & 0 \le x \le D \end{cases}, \tag{2.37}$$

υπολογίζεται η αναλυτική έκφραση του συντελεστή ανάπτυξης A_g.

Επιπλέον, η ιδιοσυνάρτηση Ψ για τους ρυθμούς ακτινοβολίας δίνεται από την εξίσωση:

$$\Psi(x,\rho) = B(\rho)\begin{cases} \cos(\sigma D)\cos[\rho(x-D)] - \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{2,z}}\dfrac{\sigma}{\rho}\sin(\sigma D)\sin[\rho(x-D)], & x > D \\ \cos(\sigma x), & 0 \le x \le D \end{cases} \tag{2.38}$$

ενώ οι οριακές συνθήκες απαιτούν τη συνέχεια των $\Psi(x,\rho)$ και $(1/\varepsilon_{2,z})(\partial\Psi(x,\rho)/\partial x)$ στο $x = D$. Η συνθήκη κανονικοποίησης των ρυθμών αυτών είναι:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\Psi(x,\rho)\Psi(x,\rho')}{\varepsilon(x)}\mathrm{d}x = \delta(\rho-\rho') \tag{2.39}$$

Τέλος, το μικτό φάσμα ιδιοκυμάτων $\{U_g(x), \Psi(x,\rho)\}$ ικανοποιεί τη σχέση ορθογωνιότητας:

$$\frac{U_g(x)U_g(x')}{\varepsilon(x)} + \int_0^{+\infty} \frac{\Psi(x,\rho)\Psi(x',\rho)}{\varepsilon(x)}\mathrm{d}\rho = \delta(x-x') \tag{2.40}$$

Για την *Περιοχή II* το μαγνητικό πεδίο έχει μία συνιστώσα παράλληλη στον άξονα y και τα ιδιοκύματα ελεύθερου χώρου $\phi(x,s) = n_0\sqrt{2/\pi}\cos(sx)$ ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις ορθογωνιότητας:

$$\int_0^{+\infty} \phi(x,s)\phi(x,s')\,\mathrm{d}x = n_0^2\delta(s-s') \tag{2.41}$$

$$\int_0^{+\infty} \phi(x,s)\phi(x',s)\,\mathrm{d}s = n_0^2\delta(x-x') \tag{2.42}$$

Ακολουθώντας διαδικασία παρόμοια με αυτή της προηγούμενης ενότητας, η οποία έχει περιγραφεί με λεπτομέρεια στην εργασία [22], προκύπτουν οι ακόλουθες εκφράσεις για τις λύσεις μηδενικής, πρώτης και δεύτερης τάξης για το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο στο $z = 0$:

$$E_0(x) = \frac{2U_g(x)}{p(x)} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned} E_1(x) = E_0(x) + \frac{2}{p(x)}\Bigg\{ &\int_0^{+\infty}\left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)}\right]\Psi(x,\rho)\left\langle\frac{U_g\Psi(\rho)}{p(x)}\right\rangle\mathrm{d}\rho \\ &+\int_0^{+\infty}\left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)}\right]\phi(x,s)\left\langle\frac{U_g\phi(s)}{p(x)}\right\rangle\mathrm{d}s\Bigg\} \end{aligned} \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned} E_2(x) = E_1(x) & \\ +\frac{2}{p(x)}\Bigg\{ &\int_0^{+\infty}\mathrm{d}\rho\left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)}\right]\left\langle\frac{U_g\Psi(\rho)}{p(x)}\right\rangle\int_0^{+\infty}\mathrm{d}\rho'\left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho')}\right]\Psi(x,\rho')\left\langle\frac{\Psi\Psi(\rho,\rho')}{p(x)}\right\rangle \\ &+\int_0^{+\infty}\mathrm{d}\rho\left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)}\right]\left\langle\frac{U_g\Psi(\rho)}{p(x)}\right\rangle\int_0^{+\infty}\mathrm{d}s\left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)}\right]\phi(x,s)\left\langle\frac{\Psi\phi(\rho,s)}{p(x)}\right\rangle \\ &+\int_0^{+\infty}\mathrm{d}s\left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)}\right]\left\langle\frac{U_g\phi(s)}{p(x)}\right\rangle\int_0^{+\infty}\mathrm{d}\rho\left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)}\right]\Psi(x,\rho)\left\langle\frac{\Psi\phi(\rho,s)}{p(x)}\right\rangle \\ &+\int_0^{+\infty}\mathrm{d}s\left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)}\right]\left\langle\frac{U_g\phi(s)}{p(x)}\right\rangle\int_0^{+\infty}\mathrm{d}s'\left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s')}\right]\phi(x,s')\left\langle\frac{\phi\phi(s,s')}{p(x)}\right\rangle\Bigg\} \end{aligned} \tag{2.45}$$

όπου

$$p(x) = \frac{\varepsilon(x)}{\overline{\beta}} + \frac{n_0^2}{\overline{\gamma}} \tag{2.46}$$

Στην περίπτωση αυτή οι «βοηθητικές» παράμετροι $\bar{\beta}$ και $\bar{\gamma}$ δίνονται από τις σχέσεις:

$$\bar{\beta} = \beta_g \qquad \text{και} \qquad \bar{\gamma} = \frac{\int_0^{+\infty} \mathrm{d}s \left\langle \frac{U_g \phi(s)}{q(x)} \right\rangle^2}{\int_0^{+\infty} \mathrm{d}s \frac{1}{\gamma(s)} \left\langle \frac{U_g \phi(s)}{q(x)} \right\rangle^2} \tag{2.47}$$

όπου

$$q(x) = \frac{\varepsilon(x)}{\beta_g} + \frac{n_0}{k_0} \tag{2.48}$$

Οι αντίστοιχες λύσεις διαδοχικών τάξεων των συντελεστών R_g και $T(s)$ προκύπτουν:

Λύσεις μηδενικής τάξης

$$R_g^{(0)} = 1 - \frac{2}{\beta_g} \left\langle \frac{U_g U_g}{p(x)} \right\rangle \tag{2.49}$$

$$T^{(0)}(s) = \frac{2}{\gamma(s)} \left\langle \frac{U_g \phi(s)}{p(x)} \right\rangle \tag{2.50}$$

Λύσεις πρώτης τάξης

$$\begin{aligned} R_g^{(1)} = R_g^{(0)} - \frac{2}{\beta_g} \Bigg\{ & \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\bar{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho)}{p(x)} \right\rangle^2 \\ & + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s \left[\frac{1}{\bar{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s)}{p(x)} \right\rangle^2 \Bigg\} \end{aligned} \tag{2.51}$$

$$\begin{aligned} T^{(1)}(s) = T^{(0)}(s) + \frac{2}{\gamma(s)} \Bigg\{ & \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\bar{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho)}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\Psi \phi(\rho, s)}{p(x)} \right\rangle \\ & + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s' \left[\frac{1}{\bar{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s')} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\phi \phi(s, s')}{p(x)} \right\rangle \Bigg\} \end{aligned} \tag{2.52}$$

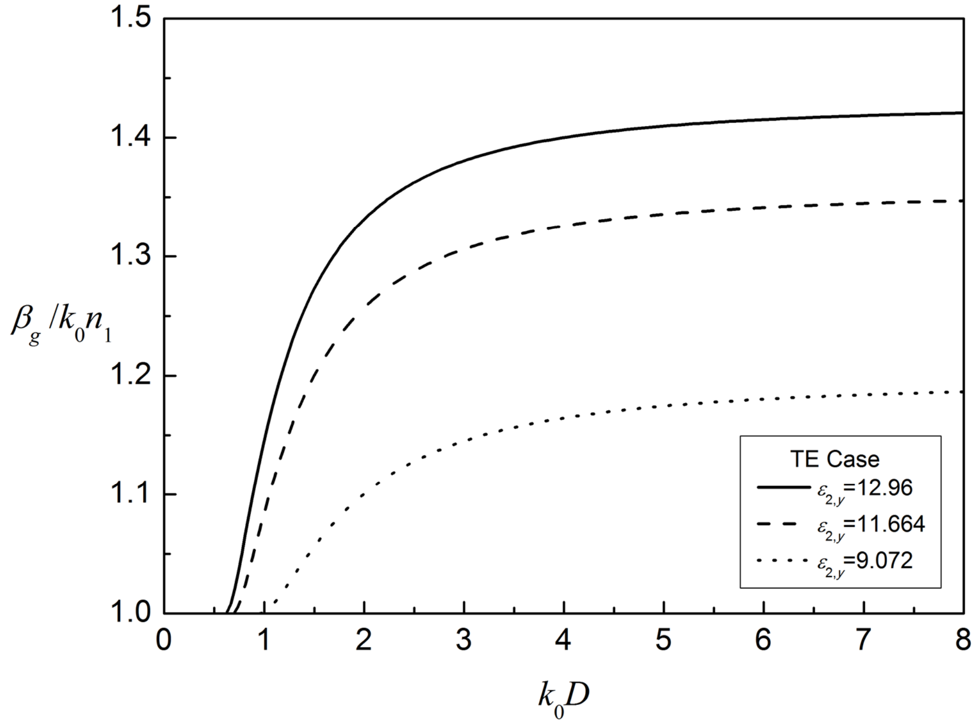
Λύσεις δεύτερης τάξης

$$
\begin{aligned}
R_g^{(2)} = R_g^{(1)} - \frac{2}{\beta_g} \Bigg\{ & \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho)}{p(x)} \right\rangle \\
& \times \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho' \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho')} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\Psi\Psi(\rho,\rho')}{p(x)} \right\rangle \\
& + 2\int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho)}{p(x)} \right\rangle \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s)}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\Psi\phi(\rho,s)}{p(x)} \right\rangle \\
& + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s)} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s)}{p(x)} \right\rangle \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s' \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s')} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\phi\phi(s,s')}{p(x)} \right\rangle \Bigg\}
\end{aligned}
\tag{2.53}
$$

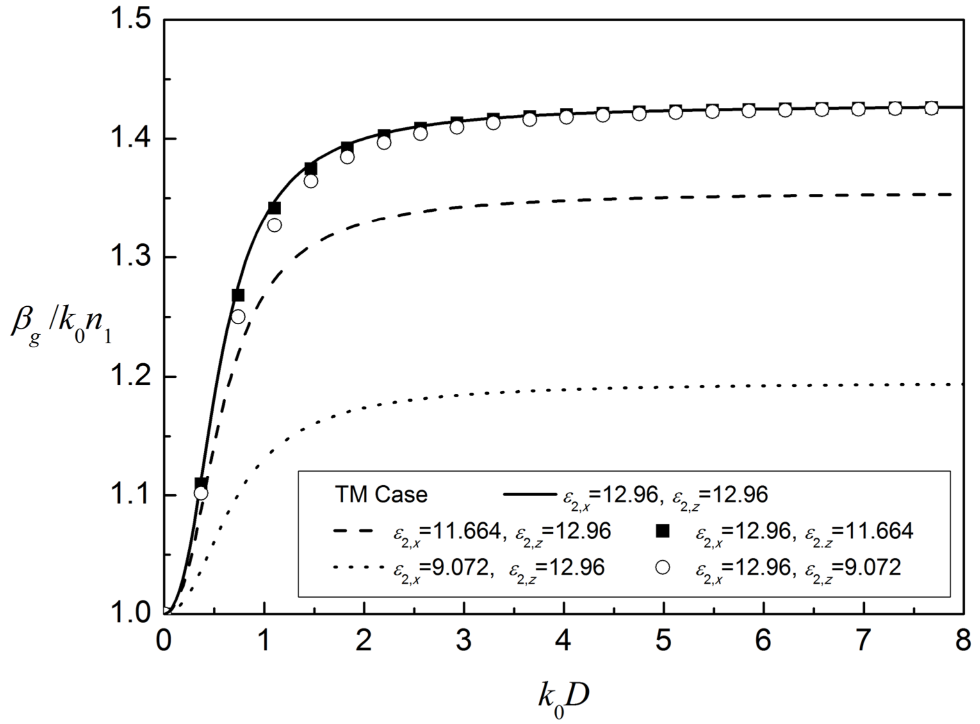
$$
\begin{aligned}
T^{(2)}(s) = T^{(1)}(s) + \frac{2}{\gamma(s)} \Bigg\{ & \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho)}{p(x)} \right\rangle \\
& \times \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho' \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho')} \right] \left\langle \frac{\Psi\Psi(\rho,\rho')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\Psi\phi(\rho',s)}{p(x)} \right\rangle \\
& + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{U_g \Psi(\rho)}{p(x)} \right\rangle \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s' \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s')} \right] \left\langle \frac{\Psi\phi(\rho,s')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\phi\phi(s,s')}{p(x)} \right\rangle \\
& + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s' \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s')} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s')}{p(x)} \right\rangle \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho \left[\frac{1}{\overline{\beta}} - \frac{1}{\beta(\rho)} \right] \left\langle \frac{\Psi\phi(\rho,s')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\Psi\phi(\rho,s)}{p(x)} \right\rangle \\
& + \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s'' \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s'')} \right] \left\langle \frac{U_g \phi(s'')}{p(x)} \right\rangle \int_0^{+\infty} \mathrm{d}s' \left[\frac{1}{\overline{\gamma}} - \frac{1}{\gamma(s')} \right] \left\langle \frac{\phi\phi(s'',s')}{p(x)} \right\rangle \left\langle \frac{\phi\phi(s,s')}{p(x)} \right\rangle \Bigg\}
\end{aligned}
\tag{2.54}
$$

2.3 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Με βάση την ανάλυση που προηγήθηκε αναπτύχθηκε ένας αριθμητικός κώδικας για τις προσομοιώσεις. Ο κώδικας είναι γραμμένος σε γλώσσα FORTRAN και δέχεται ως δεδομένα εισόδου τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διάταξης καθώς και χρήσιμες παραμέτρους για τον υπολογισμό των ριζών της συνθήκης κυματοδήγησης. Σε όλους τους υπολογισμούς έχει επιλεγεί μήκος κύματος ελεύθερου χώρου $\lambda_0 = 0.86$ μm, $\varepsilon_1 = 6.3504$ και $n_0 = 1$. Για τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων, που εμπεριέχονται στις παραπάνω εξισώσεις, χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία ολοκλήρωσης Gauss με ορθογώνιους συντελεστές βαρύτητας [53], ενώ η σύγκλιση επιτυγχάνεται αυξάνοντας τον αριθμό των τμημάτων ολοκλήρωσης.



Σχ. 2-2. Σχέση διασποράς του κυματοδηγούμενου ρυθμού ΤΕ για διάφορες περιπτώσεις ανισοτροπίας.

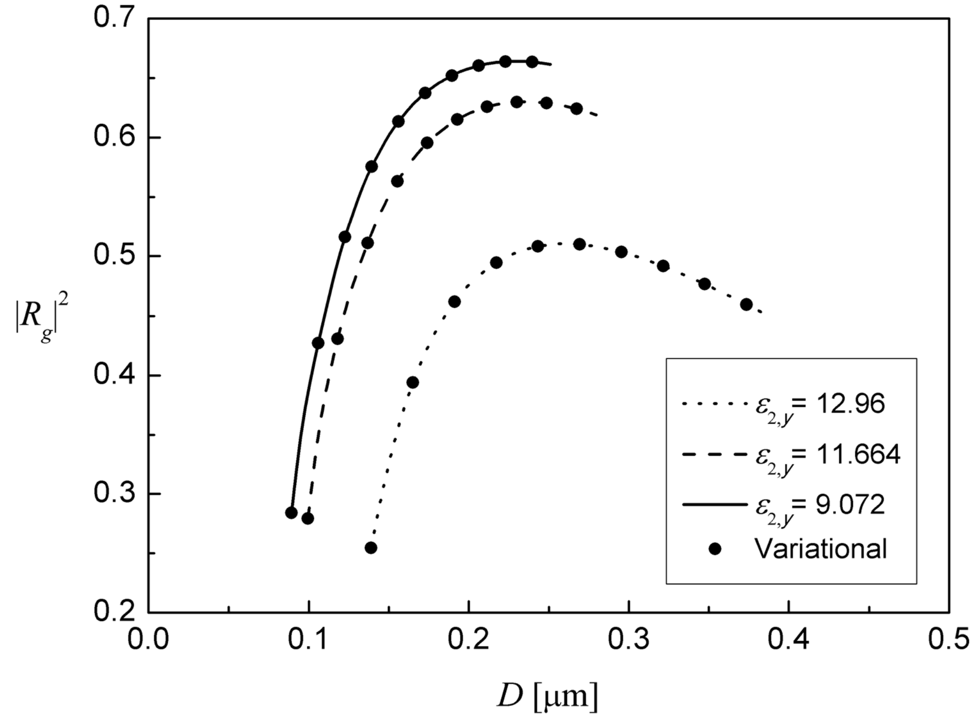


Σχ. 2-3. Σχέση διασποράς του κύριου κυματοδηγούμενου ρυθμου ΤΜ για διάφορες περιπτώσεις ανισοτροπίας.

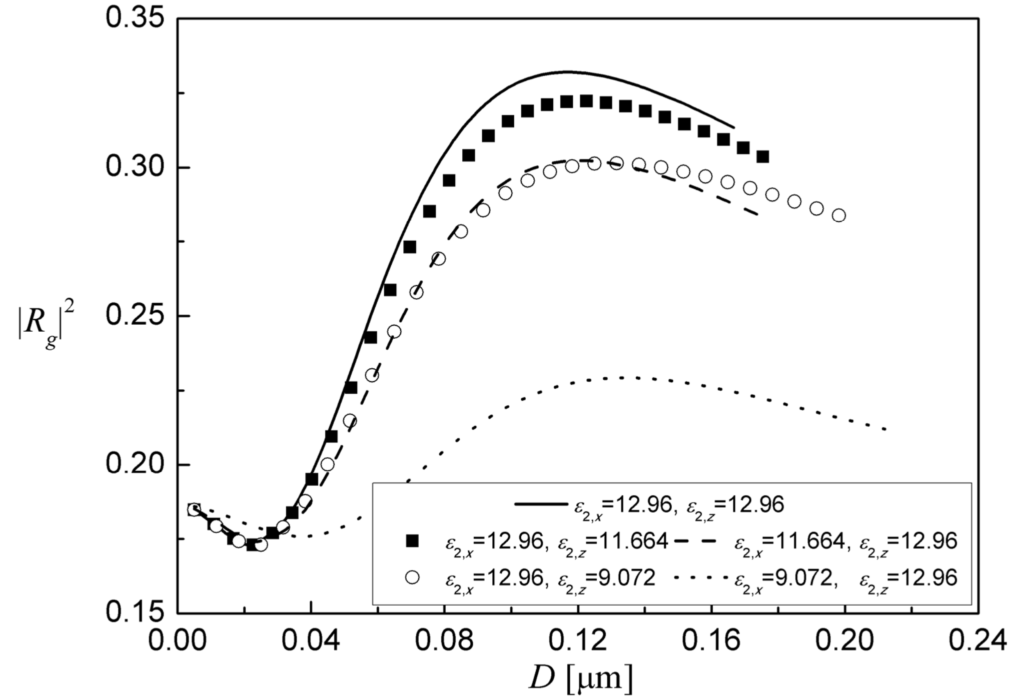
Στα Σχ. 2–2 και 2–3 παρουσιάζεται η κανονικοποιημένη σταθερά διάδοσης β_g/k_0n_1 σε συνάρτηση με την αδιάστατη παράμετρο k_0D (σχέση διασποράς) για τον κύριο (βασικό) κυματοδηγούμενο ρυθμό TE και TM, αντίστοιχα, για διάφορες περιπτώσεις ανισοτροπίας. Όσον αφορά την περίπτωση TE, είναι φανερό ότι η σταθερά διάδοσης επηρεάζεται μόνο από τη μεταβολή του $\varepsilon_{2,y}$ (Εξ.(2.6)) και το πρόβλημα είναι ουσιαστικά ισοτροπικό. Αντίθετα, για την περίπτωση TM, η σταθερά διάδοσης εξαρτάται και από τις δύο σχετικές διηλεκτρικές σταθερές $\varepsilon_{2,x}$ και $\varepsilon_{2,z}$, και το πρόβλημα είναι ανισοτροπικό. Επίσης, είναι φανερό ότι ο κύριος κυματοδηγούμενος ρυθμός TM έχει μηδενική συχνότητα αποκοπής.

Στα Σχ. 2–4 και 2–5 αποτυπώνεται η ανακλώμενη ισχύς $|R_g|^2$ για τους κύριους κυματοδηγούμενους ρυθμούς TE και TM, αντίστοιχα, για διάφορες περιπτώσεις ανισοτροπικού πυρήνα, ενώ σχεδιάζεται και η περίπτωση του ισοτροπικού κυματοδηγού για σύγκριση. Η σύγκλιση της μεθόδου και για τις δύο περιπτώσεις (TE και TM) έχει ελεγχθεί αναλυτικά στο παρελθόν [21, 22]. Για το λόγο αυτό εδώ παρουσιάζονται αποτελέσματα με χρήση των λύσεων δεύτερης τάξης. Για λόγους σύγκρισης, στο Σχ. 2–4 δίνονται επίσης τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μέθοδο των μεταβολών (γεμάτοι κύκλοι) [54]. Είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα των δύο μεθόδων βρίσκονται σε πολύ καλή συμφωνία. Στο Σχ. 2–5 δεν παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της μεθόδου των μεταβολών, παρόλα αυτά η συμφωνία των δύο μεθόδων είναι πολύ ικανοποιητική και για την περίπτωση των TM ρυθμών. Επιπλέον, είναι φανερό ότι τα $\varepsilon_{2,x}$ και $\varepsilon_{2,z}$ επηρεάζουν την τιμή της ανακλαστικότητας, με την εξάρτηση από το $\varepsilon_{2,x}$ να είναι μεγαλύτερη.

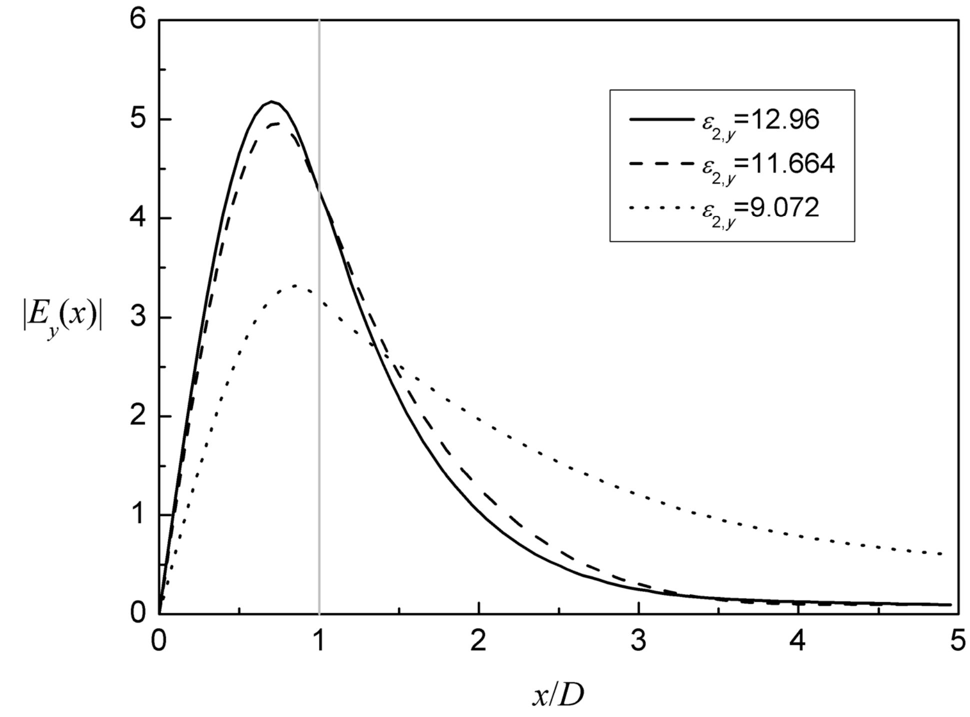
Στους παρακάτω υπολογισμούς έχει επιλεγεί κυματοδηγός με $D = 0.15$ μm έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η μονορυθμική λειτουργία. Από το Σχ. 2–6, όπου αποτυπώνεται το μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $|E_y(x)|$ στο επίπεδο τερματισμού $z = 0$ για την περίπτωση των ρυθμών TE, φαίνεται πως η μείωση του σχετικού δείκτη διάθλασης $\varepsilon_{2,y}$ οδηγεί σε μείωση του μέτρου του ηλεκτρικού πεδίου. Αντίθετα, από το Σχ. 2–7, όπου παρουσιάζεται η κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $|E_x(x)|$ για την περίπτωση των ρυθμών TM, φαίνεται ότι το πεδίο επηρεάζεται περισσότερο από το $\varepsilon_{2,x}$ παρά από το $\varepsilon_{2,z}$.



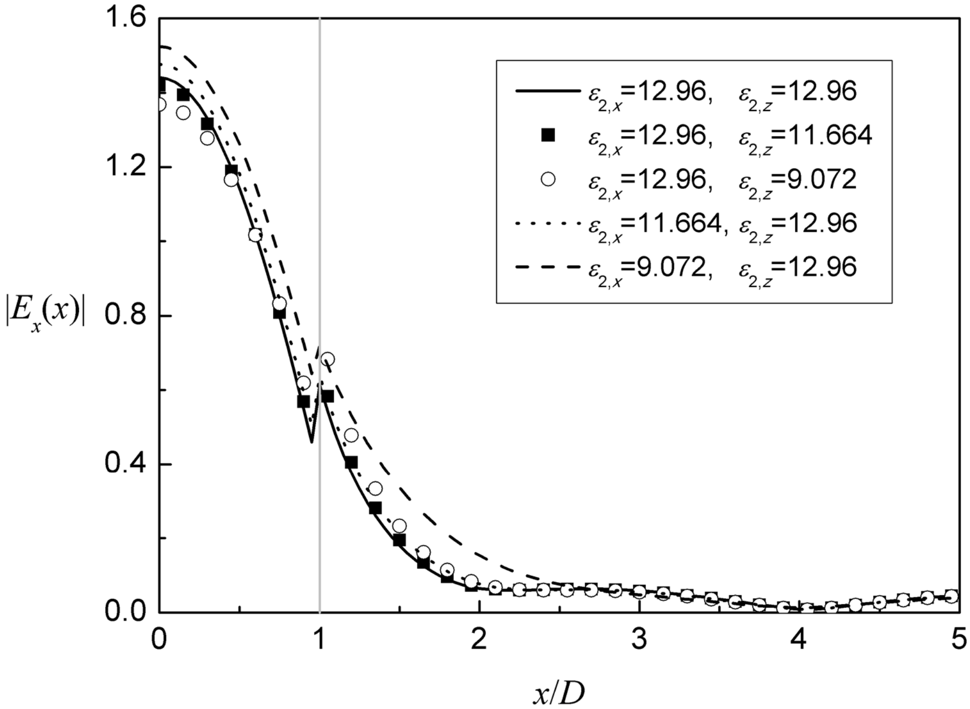
Σχ. 2-4. Ανακλώμενη ισχύς του κύριου κυματοδηγούμενου ρυθμού TE για διάφορες περιπτώσεις του $\varepsilon_{2,y}$.



Σχ. 2-5. Ανακλώμενη ισχύς του κύριου κυματοδηγούμενου ρυθμού TM για διάφορες περιπτώσεις του $\varepsilon_{2,x}$.



Σχ. 2-6. Κατανομή του $|E_y(x)|$ για την περίπτωση TE με D = 0.15 μm.

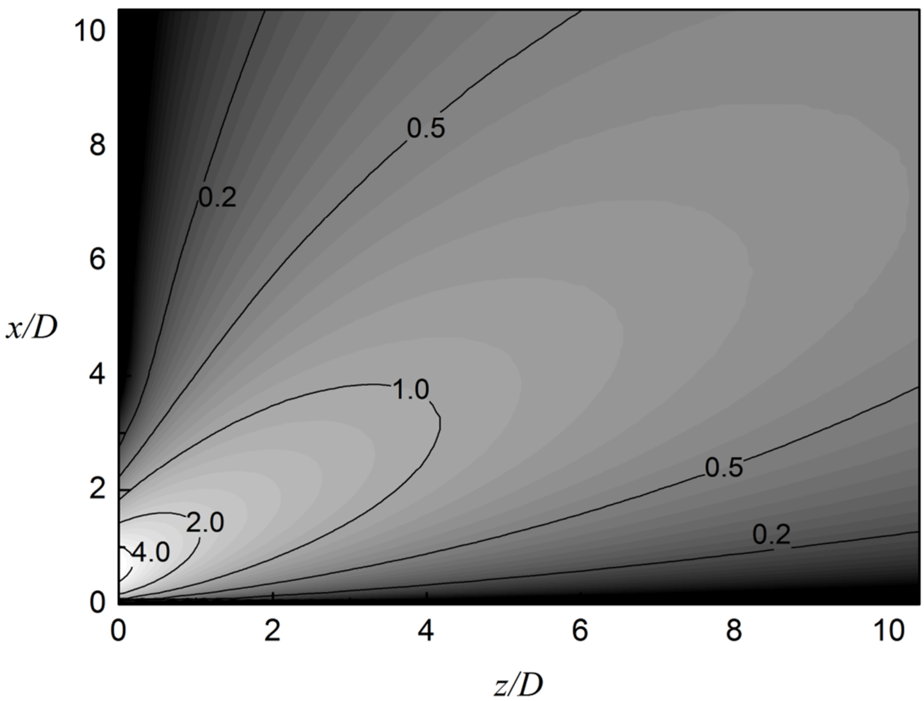


Σχ. 2-7. Κατανομή του $|E_x(x)|$ για την περίπτωση TM με D = 0.15 μm.

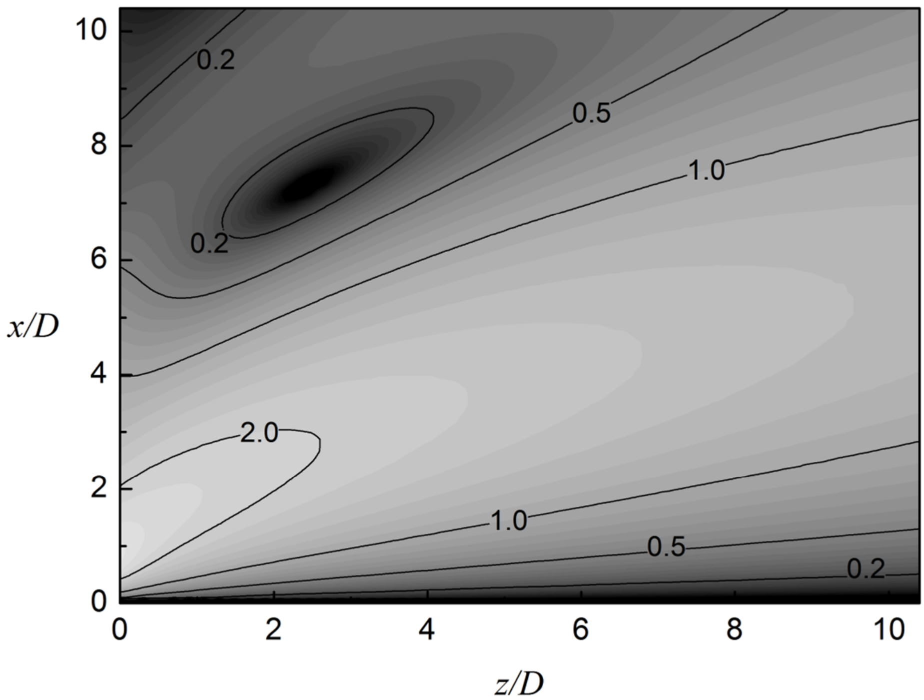
Στη συνέχεια, και προκειμένου να γίνουν κατανοητές οι ιδιότητες ακτινοβολίας της γεωμετρίας, αποτυπώνεται η κατανομή του κοντινού πεδίου καθώς και το διάγραμμα ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου στην *Περιοχή ΙΙ*. Συγκεκριμένα, στα Σχ. 2–8 και 2–9 έχει υπολογιστεί το πλάτος του $|E_y(x,z)|$ για την περίπτωση TE με $\varepsilon_{2,y} = 12.96$ και $\varepsilon_{2,y} = 9.072$, αντίστοιχα. Από τα σχήματα αυτά φαίνεται ότι η ελάττωση του $\varepsilon_{2,y}$ μειώνει τη γωνία ακτινοβολίας της διάταξης και αυξάνει σημαντικά την κατευθυντικότητα του ακτινοβολούμενου κύματος. Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει και από το Σχ. 2–10, όπου παρουσιάζεται το διάγραμμα ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου για την περίπτωση TE για διάφορες περιπτώσεις του $\varepsilon_{2,y}$. Αντίθετα, οι κατανομές του κοντινού και του μακρινού πεδίου για την περίπτωση TM μεταβάλλονται ελάχιστα από τα $\varepsilon_{2,x}$ και $\varepsilon_{2,z}$. Στο Σχ. 2–11 αποτυπώνεται μόνο το διάγραμμα ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου για την περίπτωση TM. Να σημειωθεί ότι το διάγραμμα ακτινοβολίας στην *Περιοχή ΙΙ* προκύπτει από τη σχέση [20]:

$$U(\theta) = \left|\cos(\theta) T\left(k_0 n_0 \sin(\theta)\right)\right|^2 \tag{2.55}$$

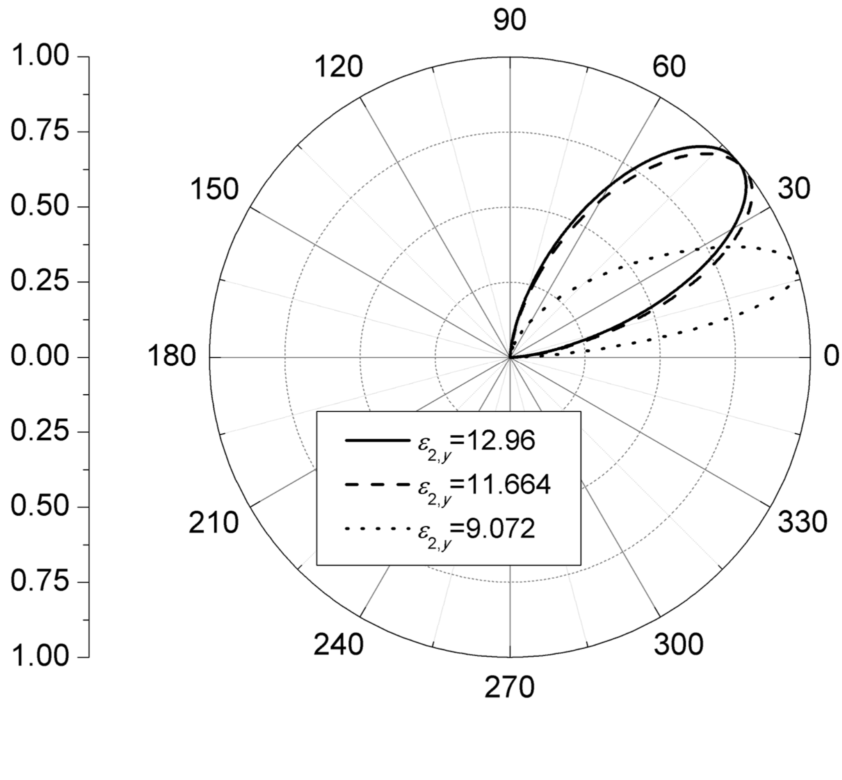
όπου θ είναι η αζιμουθιακή γωνία ($0 < \theta < \pi/2$).



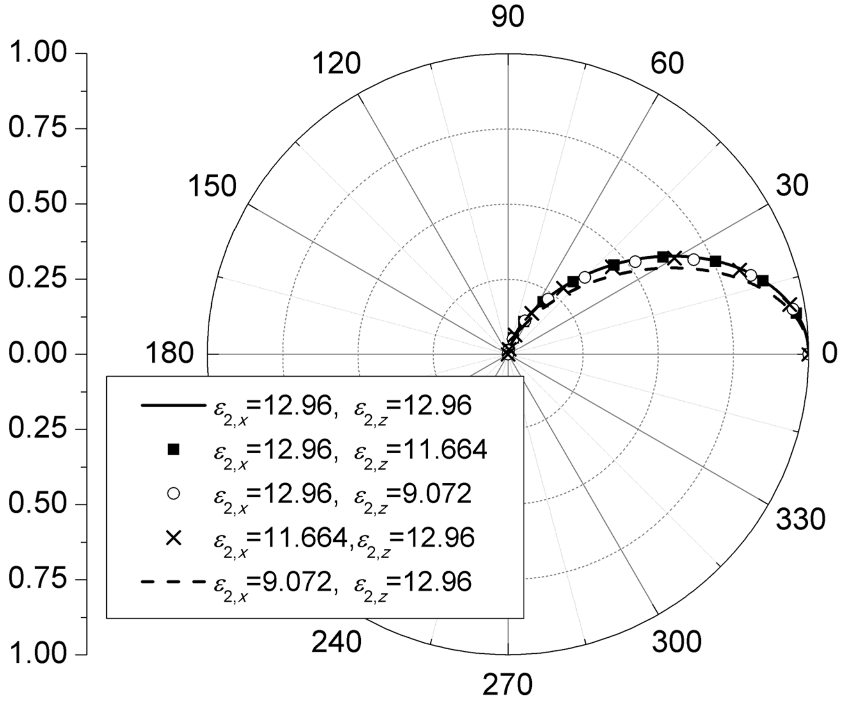
Σχ. 2-8. Κατανομή $|E_y(x,z)|$ για την περίπτωση TE με $\varepsilon_{2,y}$ = 12.96 και D = 0.15μm.



Σχ. 2-9. Κατανομή $|E_y(x,z)|$ για την περίπτωση TE με $\varepsilon_{2,y}$ = 9.072 και D = 0.15μm.



Σχ. 2-10. Μακρινό πεδίο για τον κύριο ρυθμό TE για επίπεδο κυματοδηγό με D = 0.15μm.



Σχ. 2-11. Μακρινό πεδίο για τον κύριο ρυθμό TM για επίπεδο κυματοδηγό με D = 0.15μm.

Συμπερασματικά, στην περίπτωση κυμάτων TE, τα χαρακτηριστικά ανάκλασης επηρεάζονται μόνο από την παράμετρο $\varepsilon_{2,y}$. Αντίθετα, στην περίπτωση των TM αυτά επηρεάζονται από τα $\varepsilon_{2,x}$ και $\varepsilon_{2,z}$, με την εξάρτηση από το $\varepsilon_{2,x}$ να είναι ισχυρότερη. Επιπλέον, οι ιδιότητες ακτινοβολίας μπορούν να ελεγχθούν από τις τιμές των $\varepsilon_{2,x}$, $\varepsilon_{2,y}$ και $\varepsilon_{2,z}$, δηλαδή μεταβάλλοντας τις τιμές του τένσορα της επιτρεπτότητας (για παράδειγμα χρησιμοποιώντας ηλεκτρο-οπτικές ή μαγνητο-οπτικές επιδράσεις) μπορούμε να ελέγξουμε τα χαρακτηριστικά σκέδασης του συστήματος, δηλαδή να μεταβάλλουμε την ανακλαστικότητα ή να στρέψουμε τον κύριο λοβό ακτινοβολίας, φαινόμενα πολύ έντονα στις σύγχρονες νανο-οπτικές διατάξεις [55]. Σημειώνεται ότι η παραπάνω μελέτη θα μπορούσε να επεκταθεί σε μη ομογενείς και τρισδιάστατες γεωμετρίες.

3 Επίδραση Μεταλλικής Ίριδας στα Χαρακτηριστικά Σκέδασης ενός Διηλεκτρικού Κυματοδηγού

3.1 Εισαγωγή

Το πρόβλημα σκέδασης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από μία σχισμή σε μία πολύ λεπτή επίπεδη μεταλλική επιφάνεια αποτελεί ένα κλασσικό πρόβλημα στην οπτική [56]. Υπάρχει μια ακριβής λύση του προβλήματος αυτού με χρήση όρων της συνάρτησης Mathieu [57], η οποία χρησιμοποιήθηκε για να δοκιμαστούν διάφορες προσεγγίσεις της θεωρίας σκέδασης, όπως προσεγγιστικές και ασυμπτωτικές τεχνικές (π.χ. η προσέγγιση Huygens–Kirchhoff [57] και η γεωμετρική θεωρία σκέδασης [58]) και διάφορες αριθμητικές μέθοδοι, π.χ. η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (finite difference time domain – FDTD) [59]. Αν και η παραπάνω γεωμετρία είναι αρκετά απλή, το συγκεκριμένο πρόβλημα γίνεται πολύπλοκο εξαιτίας της ιδιομορφίας των πεδίων κοντά στα άκρα της σχισμής. Αξίζει να σημειωθεί ότι το πρόβλημα αυτό έχει μεγάλο πρακτικό ενδιαφέρον, καθώς η γεωμετρία σχισμής αποτελεί πρότυπο πολλών οπτικών συστημάτων, όπως αυτών των διαφραγμάτων [60].

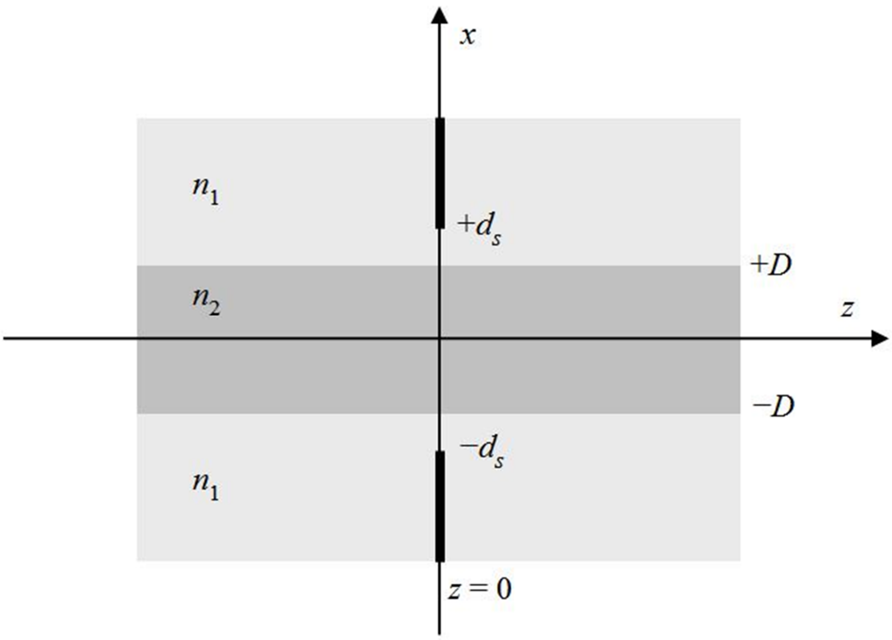
Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της παραπάνω γεωμετρίας, όπως για παράδειγμα στη μορφή μίας ή δύο ιρίδων τοποθετημένων δίπλα στην επιφάνεια εμπέδησης ή σε επίπεδο διηλεκτρικό κυματοδηγό. Στο πρώτο σύστημα, ο κυματοδηγούμενος ρυθμός μπορεί να διαδίδεται κατά μήκος της επιφάνειας. Σε μια τέτοια γεωμετρία, η ίριδα χρησιμοποιείται για διέγερση του κυματοδηγούμενου ρυθμού από την ακτίνα laser, ή ένα ημι-επίπεδο κύμα [61] και αποτελεί μια πολύ εύκολη μέθοδο για να εισάγουμε το φως στο σύστημα. Οι διατάξεις με επίπεδη εμπέδηση εφαρμόζονται στη μέτρηση των οπτικών ιδιοτήτων μετάλλων και ημιαγωγών [62]. Στο δεύτερο σύστημα, με τον επίπεδο διηλεκτρικό κυματοδηγό, ο κυματοδηγούμενος ρυθμός διαδίδεται κατά μήκος αυτού και σκεδάζεται από τις ίριδες. Τέτοια συστήματα μπορούν να εφαρμοστούν στο σχεδιασμό διαφόρων οπτικών αισθητήρων [63, 64]. Οι κινούμενες ίριδες ή άλλες διατάξεις σκέδασης τύπου διαφράγματος μπορούν να είναι λειτουργικά στοιχεία ακουστο-οπτικών αισθητήρων ή αισθητήρων μέτρησης επιτάχυνσης [65]. Αξίζει να σημειωθεί ότι διάφορα βοηθητικά στοιχεία ολοκληρωμένων οπτικών συσκευών (όπως ηλεκτρόδια, αγωγοί κλπ.) μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση ως διαφράγματα [66]. Ίριδες τοποθετημένες δίπλα σε διηλεκτρικό φιλμ (ή αλλιώς μια σχισμή σε διηλεκτρικό καθρέφτη) χρησιμοποιούνται επίσης στη συσκευή εξόδου του laser ελευθέρων ηλεκτρονίων Cherenkov. Στην περίπτωση αυτή, ο κυματοδηγός από διηλεκτρικό φιλμ ελαττώνει την ταχύτητα φάσης της ακτίνας ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται μεταξύ των καθρεφτών του ανοιχτού ημι-οπτικού συντονιστή [67, 68]. Ο σχεδιασμός και η βελτιστοποίηση όλων των προαναφερθέντων συσκευών απαιτεί την ακριβή μελέτη των αντίστοιχων προβλημάτων σκέδασης.

Οι δύο γεωμετρίες που περιγράφηκαν έχουν πολλά κοινά και μπορούν να αναλυθούν από τις ίδιες μεθόδους. Στην παρούσα μελέτη, αναλύεται η δεύτερη περίπτωση, δηλαδή το πρόβλημα σκέδασης του κυματοδηγούμενου ρυθμού, ο οποίος διαδίδεται σε επίπεδο διηλεκτρικό κυματοδηγό, από μεταλλικές ίριδες τοποθετημένες σε επίπεδο κάθετο ως προς τη διεύθυνση διάδοσης (Σχ. 3−1). Η μελέτη γίνεται με χρήση της μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων. Συγκεκριμένα, ακολουθώντας μια κατάλληλη διαδικασία [21], βρίσκουμε την ολοκληρωτική εξίσωση πρώτου είδους για το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο στο επίπεδο της σχισμής, εκφράζοντας τα πεδία με υπέρθεση κατάλληλων ιδιοκυμάτων [21, 69] και χρησιμοποιώντας τις συνθήκες συνέχειας του εφαπτομενικού ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου στο επίπεδο ασυνέχειας του κυματοδηγού. Η υπέρθεση αυτή είναι γνωστό ότι αποτελείται από το διακριτό φάσμα των κυματοδηγούμενων ρυθμών και το συνεχές φάσμα των κυμάτων ακτινοβολίας.

Για την επίλυση της παραπάνω ολοκληρωτικής εξίσωσης, η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο άνοιγμα των ιρίδων εκφράζεται από μια πεπερασμένη σειρά πολυωνύμων Chebyshev πολλαπλασιασμένη με μια συνάρτηση βάρους και εφαρμόζεται μια κατάλληλη τεχνική (collocation technique) [53, 71]. Η συνάρτηση βάρους αυτή λαμβάνει υπόψη τη συμπεριφορά των πεδίων κοντά στα άκρα των ιρίδων [60]. Επομένως, η σύγκλιση της μεθόδου για μικρού και μεσαίου μεγέθους ανοίγματα είναι πολύ γρήγορη. Η τεχνική αυτή παρόλο που είναι ιδιαίτερα απλή, θέτει αυστηρές απαιτήσεις στην επιλογή των σημείων-«κόμβων», που θα χρησιμοποιηθούν για την έκφραση του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή των ιρίδων [72, 73]. Για την επίτευξη γρήγορης σύγκλισης και σταθερότητας των αποτελεσμάτων χρησιμοποιείται η γενική αρχή, που προτάθηκε από τον Lanczos [73], για την επιλογή της κατανομής των «κόμβων». Αξίζει να σημειωθεί ότι η προσέγγιση αυτή εφαρμόζεται τόσο σε συστήματα χαλαρής όσο και ισχυρής κυματοδήγησης.

3.2 Περίπτωση συμμετρικής διάταξης

Η γεωμετρία του προβλήματος φαίνεται στο Σχ. 3−1, όπου σε ένα συμμετρικό επίπεδο κυματοδηγό τριών στρωμάτων έχουν τοποθετηθεί δύο ημιάπειρες μεταλλικές πλάκες (ίριδες) στο επίπεδο $z = 0$, κάθετα στον άξονα διάδοσης z του κυματοδηγού. Οι ίριδες θεωρούνται απείρως λεπτές και τέλεια αγώγιμες. Ο πυρήνας του κυματοδηγού αποτελείται από ένα διηλεκτρικό στρώμα πάχους $2D$ και συντελεστή διάθλασης n_2. Το υπόστρωμα και το περίβλημα θεωρούνται ότι εκτείνονται μέχρι το $x \to \pm\infty$, με ίδιο και σταθερό δείκτη διάθλασης n_1 ($< n_2$). Το άνοιγμα των ιρίδων θεωρείται συμμετρικό ως προς το επίπεδο $x = 0$ και με πλάτος $2d_s$. Όλος ο χώρος θεωρείται μαγνητικά ομογενής με μαγνητική επιτρεπτότητα $\mu = \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ [H/m] και για διευκόλυνση της ανάλυσης του προβλήματος χωρίζεται σε δύο περιοχές, *Περιοχή Ι* ($z < 0$) και *Περιοχή ΙΙ* ($z > 0$).



Σχ. 3-1. Συμμετρικός επίπεδος κυματοδηγών τριών στρωμάτων με δύο μεταλλικές ίριδες στο επίπεδο $z = 0$.

Όσον αφορά τη διάσταση *y,* ο κυματοδηγός θεωρείται ότι εκτείνεται στο άπειρο, επομένως όλες οι πεδιακές κατανομές θα είναι ανεξάρτητες από το y, δηλαδή $\partial/\partial y \equiv 0$, και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μπορεί να αναλυθεί ξεχωριστά για τα εγκάρσια ηλεκτρικά (TE) και τα εγκάρσια μαγνητικά (TM) κύματα. Λόγω της συμμετρίας του προβλήματος ως προς το επίπεδο $x = 0$, το πρόβλημα μπορεί να λυθεί ξεχωριστά για άρτιους και περιττούς ρυθμούς TE. Στην παρούσα ανάλυση εξετάζονται μόνο οι άρτιοι ρυθμοί TE.

3.2.1 Μαθηματική ανάλυση

Σε έναν απείρου μήκους επίπεδο συμμετρικό κυματοδηγό το ηλεκτρικό πεδίο για τα άρτια κύματα TE έχει μόνο μία συνιστώσα παράλληλη στον άξονα y της μορφής $E_y(x, z) = U_g(x)\exp(-j\beta_g z)$, όπου το U_g δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U_g(x) = A_g \begin{cases} \cos(h_2 D)\exp[-h_1(x-D)], & x \geq D \\ \cos(h_2 x), & 0 \leq x \leq D \end{cases} \tag{3.1}$$

όπου $h_1^2 = \beta_g^2 - k_0^2 n_1^2$ και $h_2^2 = k_0^2 n_2^2 - \beta_g^2$. Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος απαιτούν τη συνέχεια των συναρτήσεων U_g και $\mathrm{d}U_g/\mathrm{d}x$ στις διεπαφές μεταξύ των διαφορετικών στρωμάτων. Από τις σχέσεις αυτές εξάγεται η συνθήκη κυματοδήγησης, λύσεις της οποίας αποτελούν οι σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών. Τέλος, από τις οριακές συνθήκες και τη συνθήκη κανονικοποίησης $\int_{-\infty}^{+\infty} U_g^2(x)\,\mathrm{d}x = 1$, υπολογίζεται ο συντελεστής ανάπτυξης A_g.

Η ύπαρξη της ασυνέχειας κατά μήκος του άξονα του κυματοδηγού στο επίπεδο $z = 0$ προκαλεί αναπόφευκτα κύματα ακτινοβολίας στις *Περιοχές I* και *II* καθώς και έναν κυματοδηγούμενο ρυθμό, που διαδίδεται κατά μήκος του αρνητικού άξονα z αντίθετα στη διεύθυνση του προσπίπτοντος κύματος. Για το λόγο αυτό, στην περιγραφή του πεδίου μέσα στην περιοχή κυματοδήγησης συμπεριλαμβάνονται και τα κύματα ακτινοβολίας. Λαμβάνοντας υπόψη τη διάδοση του προσπίπτοντος κύματος ως προς τον άξονα z, μόνο μία συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου, επίσης παράλληλη στον άξονα y, απαιτείται για την περιγραφή των κυμάτων ακτινοβολίας στην περιοχή κυματοδήγησης, η οποία δίνεται από τη συνάρτηση:

$$\Psi(x,\rho) = \begin{cases} B_r \cos[\rho(x-D)+\phi(\rho)], & x \geq D \\ A_r \cos(\sigma x), & 0 \leq x \leq D \end{cases} \tag{3.2}$$

όπου σ και ρ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός των κυμάτων ακτινοβολίας στον πυρήνα και στο περίβλημα, αντίστοιχα, με $\sigma^2 = k_0^2 n_2^2 - k_0^2 n_1^2 + \rho^2$ $(0 < \rho < +\infty)$. Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, δηλαδή τη συνέχεια των $\Psi(x,\rho)$ και $\partial\Psi(x,\rho)/\partial x$ καθώς και τη συνθήκη κανονικοποίησης $\int_0^{+\infty} \Psi(x,\rho)\Psi(x,\rho')\,\mathrm{d}x = \delta(\rho-\rho')$, υπολογίζονται οι συντελεστές ανάπτυξης A_r, B_r και η φάση $\phi(\rho)$. Σημειώνεται ότι οι κυματοδηγούμενοι ρυθμοί και οι ρυθμοί ακτινοβολίας είναι ορθογώνιοι, δηλαδή ικανοποιούν τη σχέση $\int_0^{+\infty} U_g(x)\Psi(x,\rho)\,\mathrm{d}x = 0$.

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να εκφράσουμε το ηλεκτρικό πεδίο στην *Περιοχή I* του κυματοδηγού $(z < 0)$ ως:

$$\begin{aligned} E_y^{I}(x,z) &= U_g(x)\exp(-j\beta_g z) + R_g U_g(x)\exp(+j\beta_g z) \\ &\quad + \int_0^{+\infty} R(\rho)\Psi(x,\rho)\exp[+j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \end{aligned} \tag{3.3}$$

όπου R_g και $R(\rho)$ είναι οι συντελεστές ανάκλασης των κυματοδηγούμενων ρυθμών και των ρυθμών ακτινοβολίας, αντίστοιχα, οι οποίοι θα προσδιοριστούν στη συνέχεια.

Για τον ημιάπειρο χώρο $z > 0$ (*Περιοχή II*), η έκφραση του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$E_y^{II}(x,z) = T_g U_g(x)\exp(-j\beta_g z) + \int_0^{+\infty} T(\rho)\Psi(x,\rho)\exp[-j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \tag{3.4}$$

όπου T_g και $T(\rho)$ είναι οι συντελεστές διάδοσης του κυματοδηγούμενου ρυθμού και του ρυθμού ακτινοβολίας, αντίστοιχα, που θα προσδιοριστούν παρακάτω.

Θεωρώντας ότι $\mathcal{E}(x)$ είναι η άγνωστη κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο $z = 0$, μπορούν εύκολα να προκύψουν οι ακόλουθες εξισώσεις για τους συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης:

$$1 + R_g = T_g = \int_0^{+\infty} \mathcal{E}(x) U_g(x)\,\mathrm{d}x \tag{3.5}$$

$$R(\rho) = T(\rho) = \int_0^{+\infty} \mathcal{E}(x)\Psi(x,\rho)\,\mathrm{d}x \tag{3.6}$$

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες στο επίπεδο $z = 0$ και λαμβάνοντας υπόψη τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει η ακόλουθη ολοκληρωτική εξίσωση για την άγνωστη κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E}(x)$ στο επίπεδο $z = 0$:

$$\int_{0}^{+d_s} \mathcal{E}(x')\, K(x,x')\, \mathrm{d}x' = \beta_g U_g(x) \tag{3.7}$$

όπου

$$K(x,x') = \beta_g\, U_g(x) U_g(x') + \int_{0}^{+\infty} \beta(\rho)\, \Psi(x,\rho)\, \Psi(x',\rho)\, \mathrm{d}\rho \tag{3.8}$$

Στο επίπεδο $z = 0$ το εφαπτομενικό πεδίο πάνω στις μεταλλικές πλάκες είναι μηδενικό, δηλαδή $\mathcal{E}(x) = 0$ για $x \geq d_s$. Επομένως, όλα τα σχετικά ολοκληρώματα αρκεί να υπολογιστούν στο διάστημα $[0, d_s]$. Κατά συνέπεια, το ηλεκτρικό πεδίο πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων θα μπορούσε να εκφραστεί χρησιμοποιώντας μια επαρκώς ομαλή συνάρτηση που να λαμβάνει υπόψη την ιδιότητα αυτή. Με τα χαρακτηριστικά αυτά μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ακόλουθη πεπερασμένη σειρά άρτιων πολυωνύμων Chebyshev T_{2m} πολλαπλασιασμένη με μία κατάλληλη συνάρτηση βάρους:

$$\mathcal{E}(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{d_s}\right)^2}\, \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x}{d_s}\right) \tag{3.9}$$

όπου C_m είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης που θα προσδιοριστούν στη συνέχεια, ενώ η συνάρτηση βάρους $\sqrt{1-(x/d_s)^2}$ εξασφαλίζει τη συμπεριφορά του ηλεκτρικού πεδίου κοντά στα απότομα άκρα της απείρως λεπτής ίριδας (συνθήκες Meixner) [57, 58, 60]. Προφανώς, καθώς η τάξη M μεγαλώνει, θα επιτυγχάνεται καλύτερη σύγκλιση στην κατανομή του πεδίου. Για την περίπτωση των TE ρυθμών, σύμφωνα με τις συνθήκες αυτές, το πεδίο κοντά στα άκρα είναι ανάλογο του $\sqrt{r_e}$, όπου r_e είναι η απόσταση μεταξύ του σημείου παρατήρησης και του άκρου.

Η ολοκληρωτική εξίσωση (3.7) μπορεί να λυθεί για συγκεκριμένες τιμές του x («κόμβοι»), οι οποίοι επιλέγονται με βάση το νόμο του Lanczos [71]. Είναι γνωστό ότι οι ρίζες των πολυωνύμων Chebyshev δίνονται από τη σχέση $\xi_j = \cos[\pi(2j+1)/(2M)]$, όπου $j = 0, 1, 2, \ldots, M-1$. Έτσι, στην περίπτωση αυτή, οι «κόμβοι» θα δίνονται από τη σχέση:

$$x_j = d_s \cos\left(\pi \frac{2j+1}{4M}\right) \tag{3.10}$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.9) στην (3.7) προκύπτει το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων για του «κόμβους» $x = x_j$:

$$\begin{aligned} \beta_g U_g(x_j) &= \beta_g U_g(x_j) \int_0^{d_s} U_g(x') \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' \\ &+ \int_0^{+\infty} \mathrm{d}\rho\, \beta(\rho)\Psi(x_j,\rho) \int_0^{d_s} \Psi(x',\rho) \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' \end{aligned} \tag{3.11}$$

Εισάγοντας τις ποσότητες:

$$\int_0^{d_s} U_g(x') \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2}\, T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' = \mathcal{P}_{2m,g} \tag{3.12}$$

και

$$\int_0^{d_s} \Psi(x',\rho) \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2}\, T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' = \mathcal{S}_{2m,r}(\rho) \tag{3.13}$$

η εξίσωση (3.11) μπορεί να γραφεί ως ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων της μορφής:

$$\mathcal{R}_j = \sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{Q}_{jm} \tag{3.14}$$

όπου

$$\mathcal{R}_j = \beta_g U_g(x_j) \tag{3.15}$$

και

$$\mathcal{Q}_{jm} = \mathcal{R}_j \mathcal{P}_{2m,g} + \int_0^{+\infty} \beta(\rho)\Psi(x,\rho)\,\mathcal{S}_{2m,r}(\rho)\,\mathrm{d}\rho \tag{3.16}$$

Η λύση του συστήματος αυτού προσδιορίζει τις τιμές των συντελεστών ανάπτυξης C_m και η κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E}(x)$ στο επίπεδο $z = 0$ μπορεί εύκολα να υπολογιστεί στη συνέχεια από την εξίσωση (3.9). Να σημειωθεί ότι ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων, που περιλαμβάνονται στις εξισώσεις (3.12)–(3.13), πρέπει να γίνει ξεχωριστά για τις περιπτώσεις $d_s < D$ και $d_s > D$, δηλαδή εάν οι ίριδες εισέρχονται στον πυρήνα του κυματοδηγού ή όχι. Στην πρώτη περίπτωση, όπου οι ίριδες εισέρχονται στον πυρήνα, η κατάλληλη έκφραση της ολοκληρωτέας συνάρτησης και η εφαρμογή της παρακάτω σχέσης ορθογωνιότητας των πολυωνύμων Chebyshev

$$\int_{-1}^{1} \frac{T_m(x)\cdot T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi, & m = n = 0 \\ \pi/2, & m = n = 1,2,3,... \end{cases} \tag{3.17}$$

επιταχύνουν σημαντικά τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων, που δίνονται σε κλειστή μορφή. Αντίθετα, για την περίπτωση $d_s > D$, τα ολοκληρώματα πρέπει να υπολογιστούν αριθμητικά, δεδομένου ότι η παραπάνω σχέση ορθογωνιότητας δεν μπορεί να εφαρμοστεί.

Από τις εξισώσεις (3.5)–(3.6) και χρησιμοποιώντας την (3.9) για την κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου, οι συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$1 + R_g = T_g = \sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{P}_{2m,g} \tag{3.18}$$

$$R(\rho) = T(\rho) = \sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{S}_{2m,r}(\rho) \tag{3.19}$$

3.2.2 Υπολογισμός του πεδίου ακτινοβολίας

Το πεδίο ακτινοβολίας υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την έκφραση της κατανομής του ηλεκτρικού πεδίου για $z > 0$ της εξίσωσης (3.4) θεωρώντας ότι $x \to +\infty$ και $z \to +\infty$. Επομένως, ο πρώτος όρος της έκφρασης αυτής γίνεται μηδενικός και το ηλεκτρικό πεδίο στην *Περιοχή ΙΙ* απλουστεύεται στην έκφραση:

$$E_y^{RAD} = \int_0^{+\infty} T(\rho)\Psi(x,\rho)\exp[-j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \tag{3.20}$$

Εισάγοντας μια νέα μεταβλητή ολοκλήρωσης $\delta = \sin^{-1}[\rho/k_0 n_0]$, μετασχηματίζοντας σε πολικές συντεταγμένες $z = r\cos\theta$ και $x = r\sin\theta$ $(0 < \theta < \pi/2)$ και θεωρώντας ότι $r \to +\infty$, μπορούμε να εφαρμόσουμε την προσέγγιση στατικής φάσης [72], οπότε η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου E_y για το κυλινδρικό TE κύμα μπορεί να γραφεί:

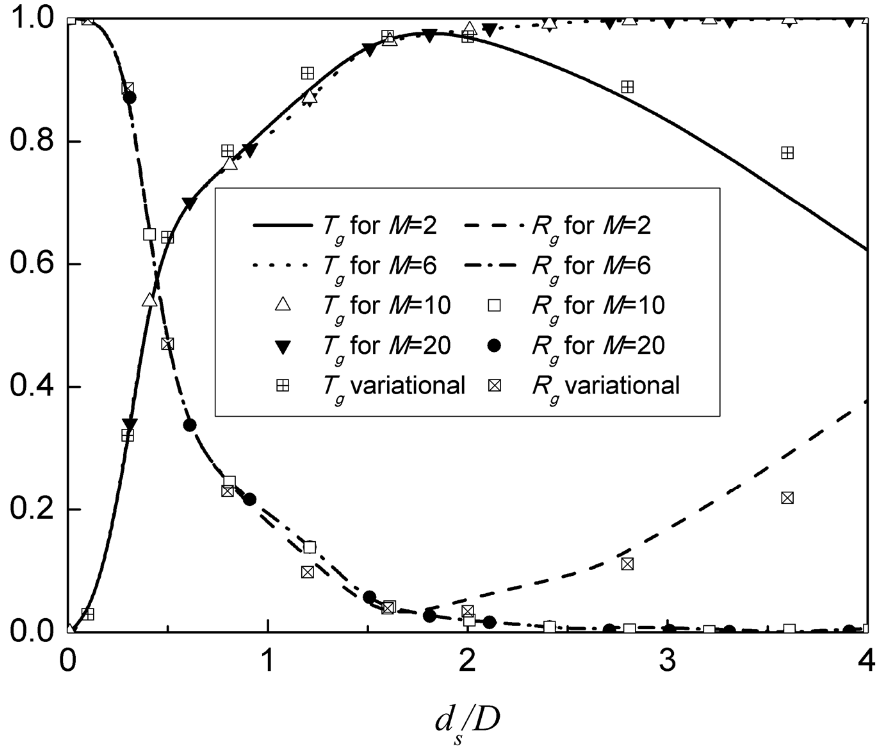
$$\begin{aligned} E_y^{RAD}(r,\theta) = & \sqrt{\frac{2\pi k_0 n_0}{r}} B_r(\rho_0)\cos\theta\, T(\rho_0) \\ & \times \exp\left[-jk_0 n_0\left(D\sin\theta + r\right) + j\left(\pi/4\right) + j\phi(\rho_0)\right] \end{aligned} \tag{3.21}$$

όπου $\rho_0 = k_0 n_0 \sin\theta$. Εφόσον η γεωμετρία που εξετάζουμε είναι συμμετρική, το μακρινό πεδίο θα είναι επίσης συμμετρικό. Να σημειωθεί ότι σύμφωνα με τις ιδιότητες των ρυθμών ακτινοβολίας [69], το διάγραμμα προσεγγίζει το μηδέν όταν $\theta \to 0$.

3.2.3 Αριθμητικά αποτελέσματα

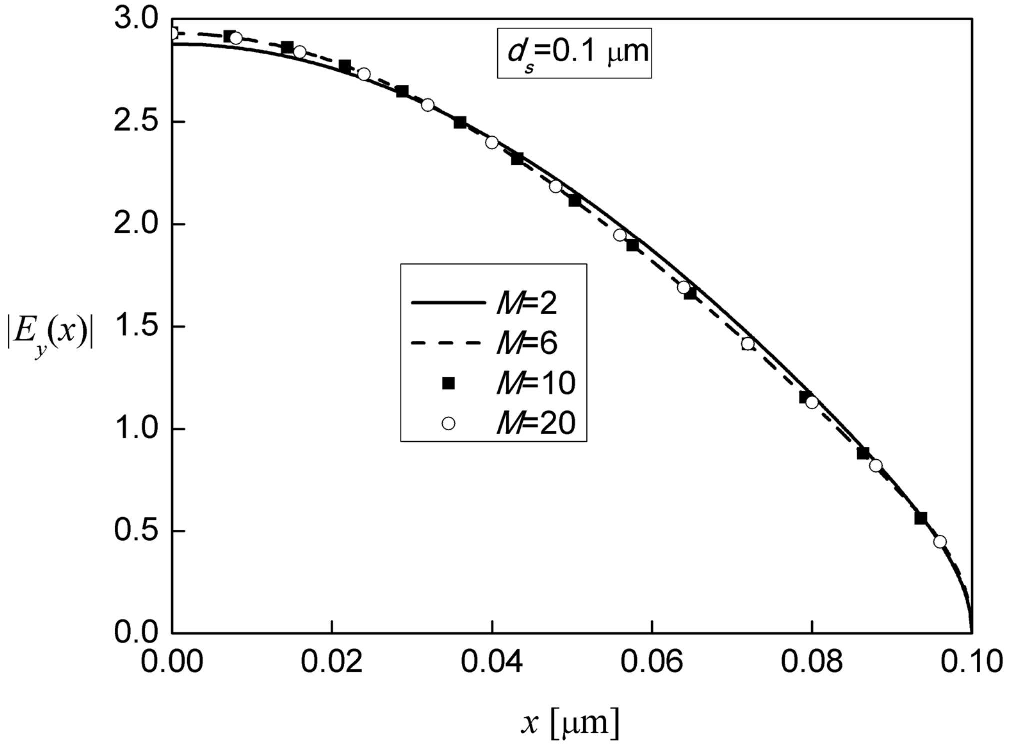
Με βάση την παραπάνω ανάλυση αναπτύχθηκε ένας αριθμητικός κώδικας σε γλώσσα FORTRAN για τις αριθμητικές προσομοιώσεις. Όλοι οι υπολογισμοί έχουν γίνει για επίπεδο κυματοδηγό με μισό πάχος πυρήνα $D = 0.125$ μm, μήκος κύματος ελεύθερου χώρου $\lambda_0 = 0.86$ μm, δείκτη διάθλασης του πυρήνα $n_2 = 3.6$, δείκτη διάθλασης ελευθέρου χώρου $n_0 = 1$, και $\Delta_{12} = (1 - n_1/n_2) = 10\%$. Για τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων, που εμπεριέχονται στις αναλυτικές εκφράσεις, χρησιμοποιείται η διαδικασία ολοκλήρωσης Gauss με ορθογώνιους συντελεστές βαρύτητας [53], ενώ η επιθυμητή σύγκλιση επιτυγχάνεται αυξάνοντας τον αριθμό των τμημάτων ολοκλήρωσης. Επιπλέον, για τον έλεγχο της ακρίβειας των αριθμητικών αποτελεσμάτων αυτά συγκρίνονται με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μέθοδο των μεταβολών (variational method) [74].

Στο Σχ. 3–2 παρουσιάζονται οι συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης του πρώτου άρτιου TE κυματοδηγούμενου ρυθμού σαν συνάρτηση του d_s/D για διάφορες τιμές του M. Από το σχήμα αυτό γίνεται ξεκάθαρο πως καθώς το άνοιγμα των ιρίδων μεγαλώνει, χρειάζονται όλο και περισσότεροι όροι («κόμβοι») στη σειρά για να επιτευχθεί ικανοποιητική σύγκλιση και για τους δύο συντελεστές. Για τις περιπτώσεις που παρουσιάζονται εδώ, μια πολύ καλή σύγκλιση επιτυγχάνεται για $M = 6$. Να σημειωθεί πως καθώς το d_s αυξάνει, ο συντελεστής ανάκλασης τείνει προς το μηδέν, ενώ ο συντελεστής διάδοσης στη μονάδα, όπως αναμένεται. Στο ίδιο σχήμα δίνονται επίσης τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μέθοδο των μεταβολών. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι οι δύο μέθοδοι δίνουν σχεδόν ίδια αποτελέσματα για μικρές τιμές του d_s/D (< 0.5). Όμως, για μεγαλύτερες τιμές του λόγου d_s/D, οι δύο μέθοδοι δίνουν παραπλήσια (αλλά όχι ταυτόσημα) αποτελέσματα.

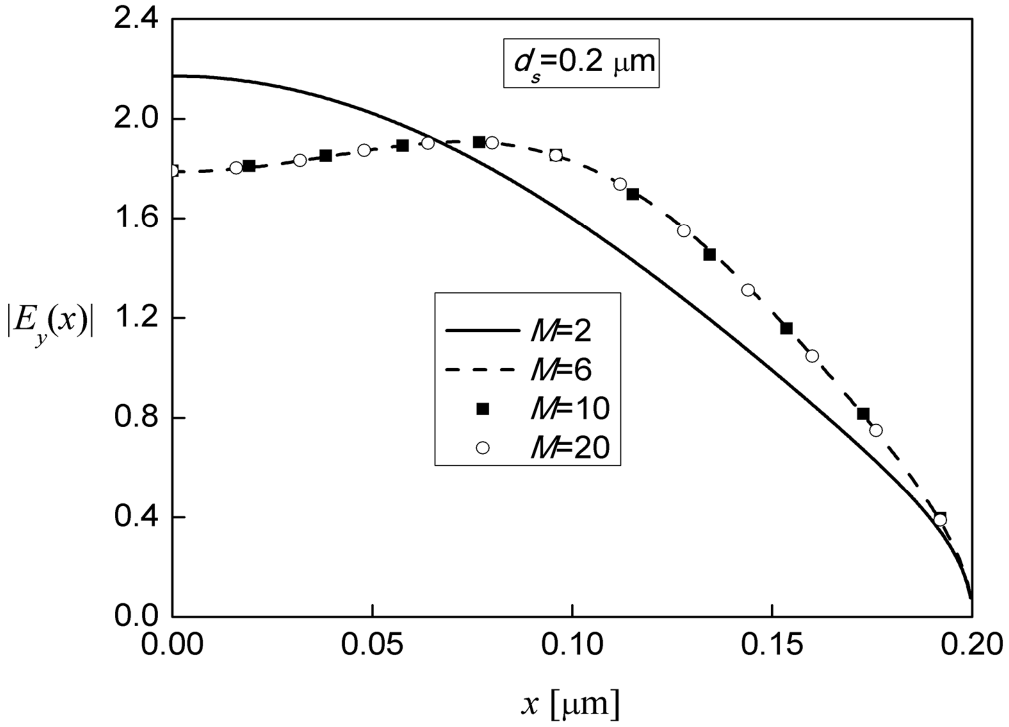


Σχ. 3-2. Συντελεστές ανάκλασης R_g και διάδοσης T_g του πρώτου άρτιου TE κυματοδηγούμενου ρυθμού σαν συνάρτηση του λόγου d_s/D για διάφορες τιμές του M.

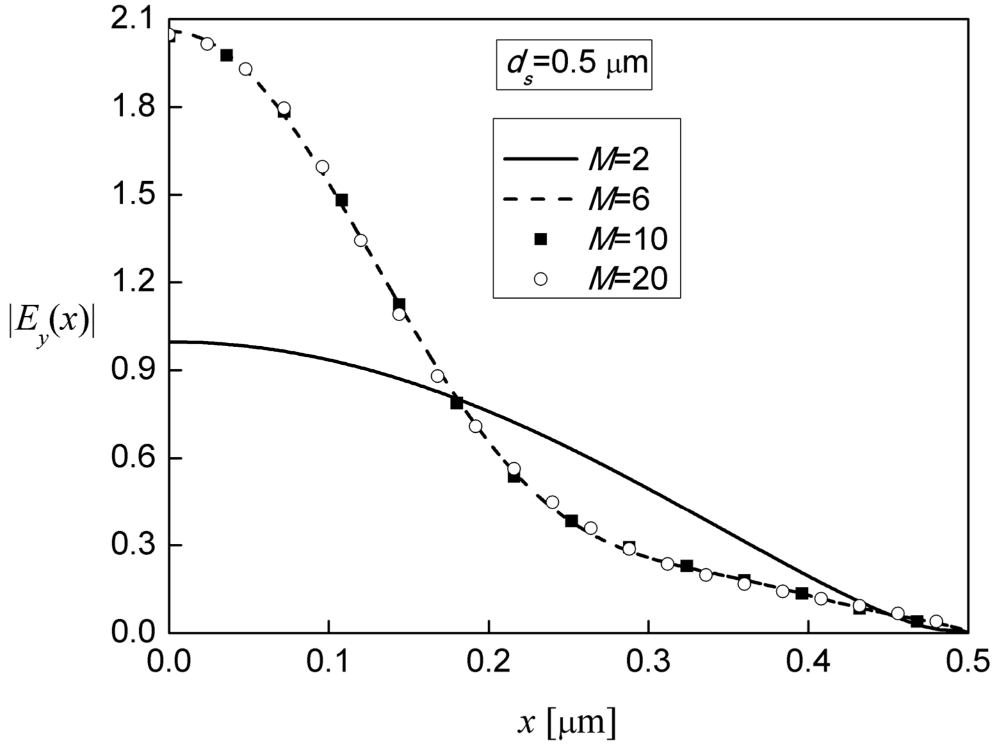
Στα Σχ. 3–3 έως 3–5 αποτυπώνεται το μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο $z = 0$ για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις τιμών του d_s, μία μικρότερη και δύο μεγαλύτερες του D, για διάφορες τιμές του M. Από τις καμπύλες αυτές φαίνεται πως ικανοποιητική σύγκλιση επιτυγχάνεται για $M = 6$. Επιπλέον, στο Σχ. 3–6 παρουσιάζεται το $|E_y(x)|$ για τις περιπτώσεις $d_s = 0.1$, 0.2 και 0.5 μm μαζί με την κατανομή του πεδίου του προσπίπτοντος κυματοδηγούμενου ρυθμού. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό πως για μεγάλες συγκριτικά τιμές του λόγου d_s/D (π.χ. $d_s/D = 4$) η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων τείνει να ταυτιστεί με αυτήν του προσπίπτοντος ρυθμού. Αυτό συνεπάγεται ότι για μεγάλα ανοίγματα ο κυματοδηγούμενος ρυθμός μένει ανεπηρέαστος από την παρουσία των μεταλλικών πλακών. Επιπλέον, για μικρές τιμές του d_s η κατανομή του πεδίου περιορίζεται σε μικρότερο άνοιγμα κατά τη διέλευση και το πλάτος του ενισχύεται.



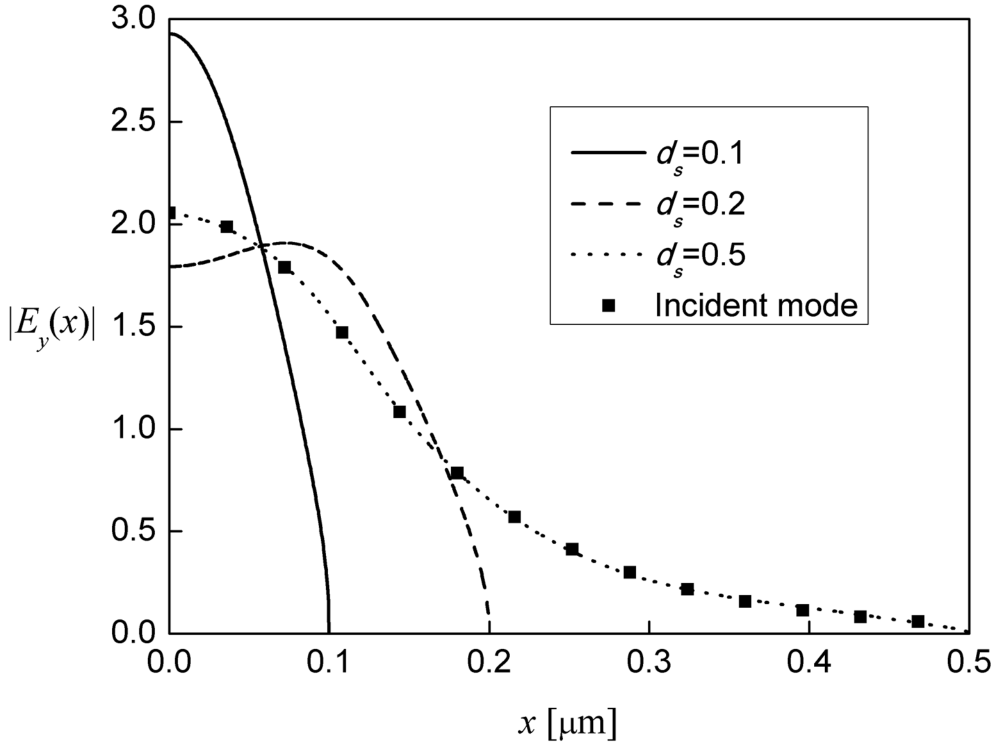
Σχ. 3-3. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο $z = 0$ για $d_s = 0.1μm$.



Σχ. 3-4. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο $z = 0$ για $d_s = 0.2μm$.

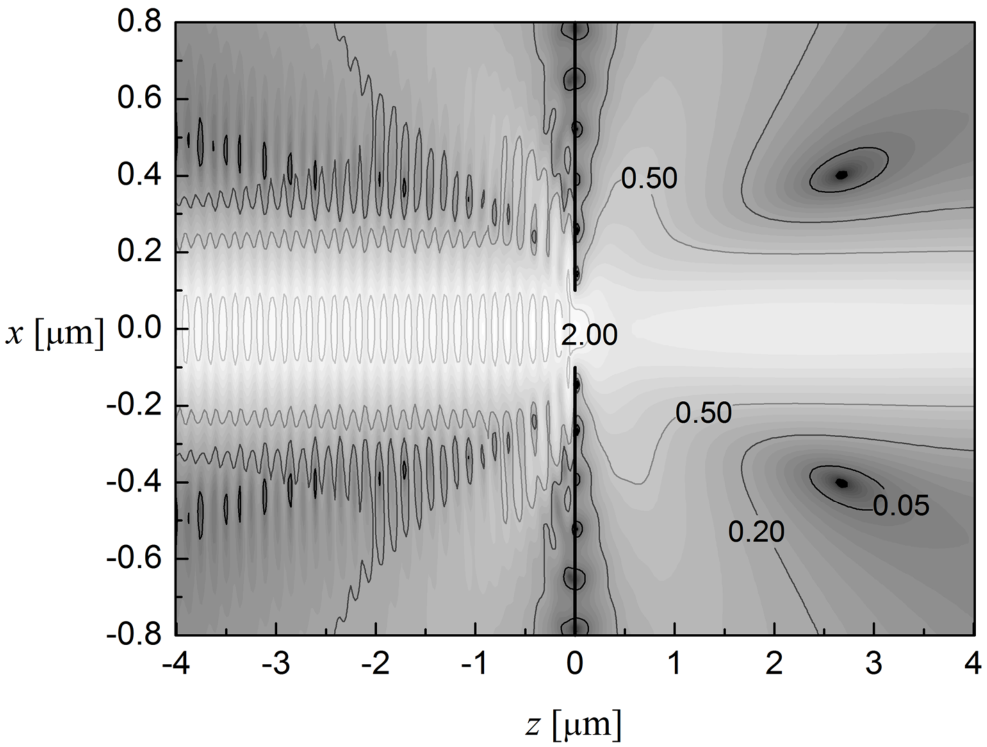


Σχ. 3-5. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο $z = 0$ για $d_s = 0.5\mu m$.

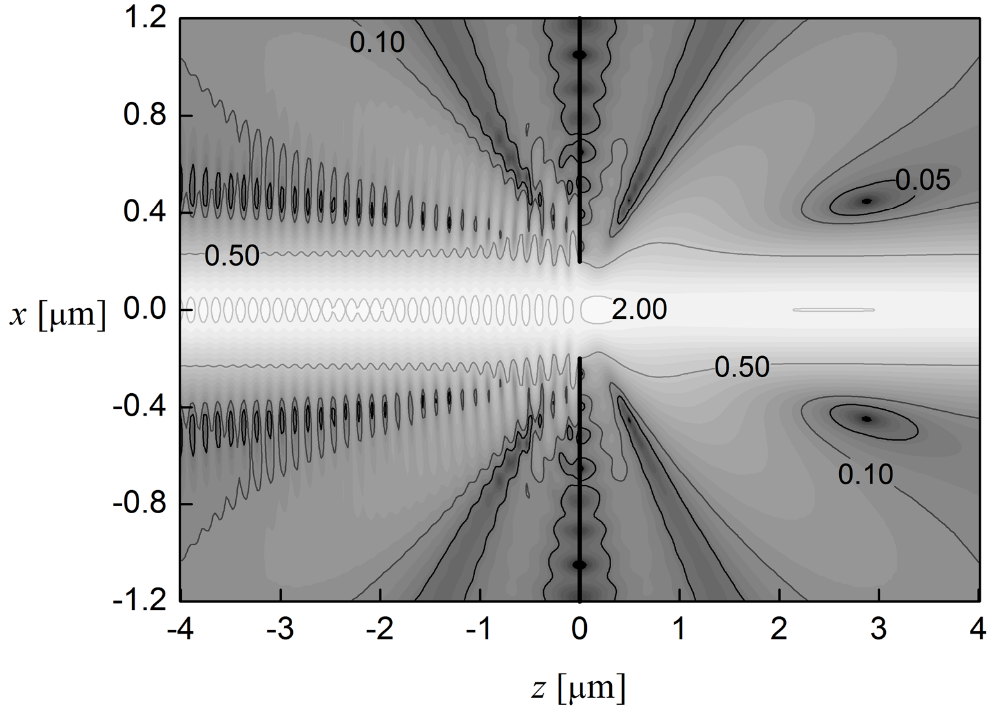


Σχ. 3-6. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο $z = 0$ για $d_s = 0.1$, 0.2 και $0.5\ \mu m$.

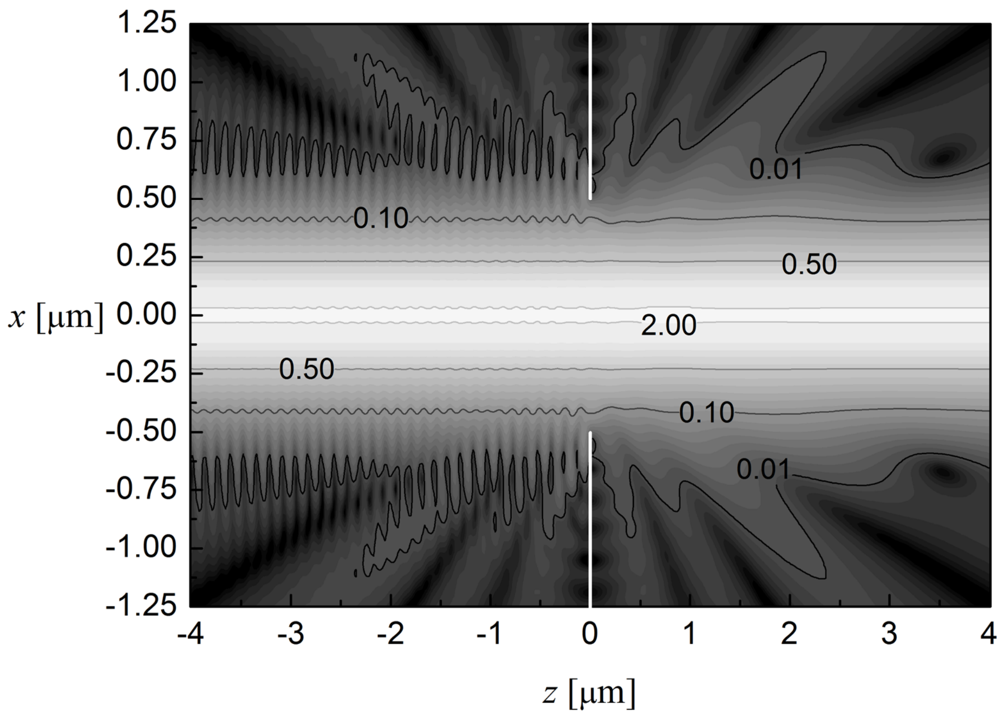
Στη συνέχεια, στα Σχ. 3‒7 έως 3‒9 αποτυπώνεται η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή κοντά στο διάφραγμα για τις ίδιες τρεις περιπτώσεις πλάτους του ανοίγματος. Από τα αριθμητικά αποτελέσματα αυτά προκύπτει ότι για σχετικά μικρά ανοίγματα το φαινόμενο σκέδασης, που προκαλείται από τις μεταλλικές πλάκες, είναι έντονο και η μεταβολή στα χαρακτηριστικά του κοντινού πεδίου είναι μεγαλύτερη. Επιπλέον, το προσπίπτον κύμα επηρεάζεται έντονα από την ανακλαστικότητα (στην περίπτωση αυτή είναι σημαντική), η οποία προκαλεί ισχυρές διαταραχές στην *Περιοχή I* ($z < 0$). Αντίθετα, μεγάλα ανοίγματα δεν επηρεάζουν σημαντικά το προσπίπτον κύμα (Σχ. 3‒9) και ο κυματοδηγούμενος ρυθμός διαδίδεται χωρίς ιδιαίτερες μεταβολές. Σε όλα τα σχήματα οι ίριδες αποτυπώνονται με ευδιάκριτο χρώμα (μαύρο ή λευκό).



Σχ. 3-7. Κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για d_s = 0.1 μm.

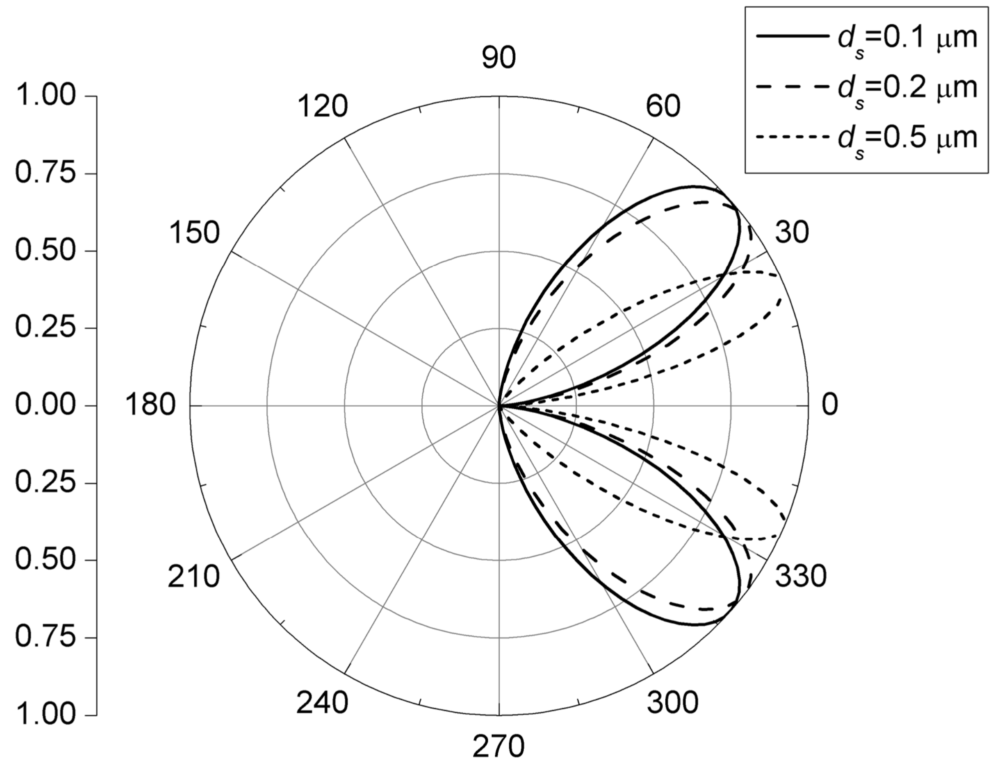


Σχ. 3-8. Κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για d_s = 0.2 μm.



Σχ. 3-9. Κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για d_s = 0.5 μm.

Κατόπιν, εξετάζεται το διάγραμμα ακτινοβολίας για τις ίδιες τρεις περιπτώσεις του ανοίγματος των ιρίδων και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχ. 3−10. Είναι φανερό ότι καθώς το άνοιγμα μεγαλώνει, η κύρια γωνία του διαγράμματος ακτινοβολίας μειώνεται, το οποίο πρακτικά σημαίνει ότι η γωνία ακτινοβολίας της διάταξης μπορεί να ελέγχεται άμεσα από το πλάτος του ανοίγματος. Τέλος, η κατευθυντικότητα γίνεται ισχυρότερη καθώς το d_s αυξάνει.

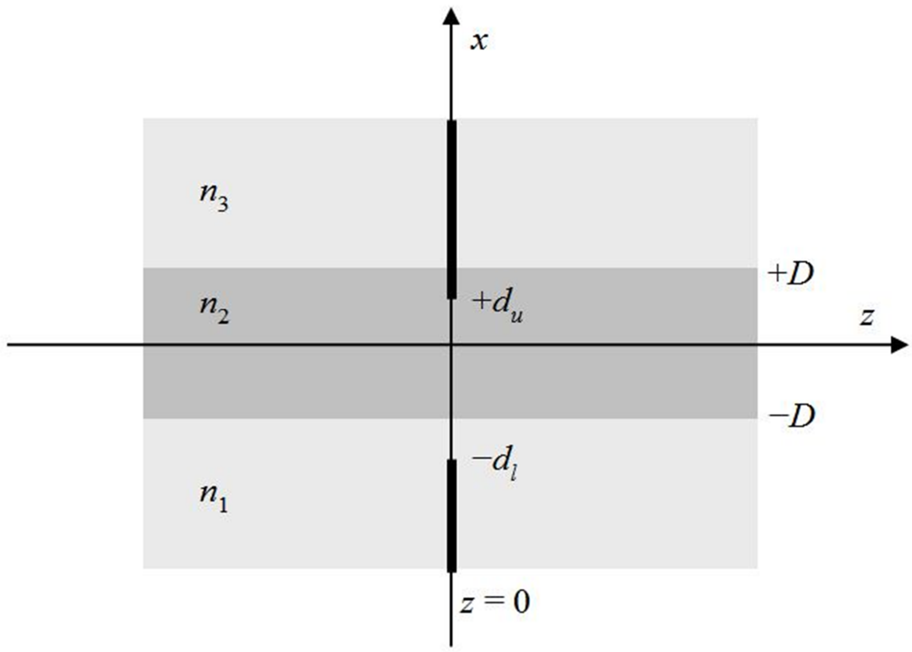


Σχ. 3-10. Διάγραμμα του πεδίου ακτινοβολίας για τρεις διαφορετικές τιμές του d_s.

3.3 Περίπτωση ασύμμετρης διάταξης

Επεκτείνοντας την παραπάνω μελέτη σε πολυπλοκότερες διατάξεις, εξετάζουμε την επίδραση της ασυμμετρίας του κυματοδηγού ή της ασυμμετρίας του ανοίγματος των ιρίδων στη σκέδαση του κυματοδηγούμενου ρυθμού καθώς και στις ιδιότητες ακτινοβολίας της διάταξης. Για την επίλυση του προβλήματος χρησιμοποιείται η ίδια μέθοδος ολοκληρωτικών εξισώσεων, εισάγοντας όμως τις απαραίτητες αλλαγές για να ληφθούν υπόψη τα χαρακτηριστικά ασυμμετρίας της διάταξης.

Η γεωμετρία του προβλήματος φαίνεται στο Σχ. 3–11, όπου κατά μήκος ενός ασύμμετρου επίπεδου κυματοδηγού τριών στρωμάτων έχουν τοποθετηθεί δύο ημιάπειρες ίριδες στο επίπεδο $z = 0$, κάθετα στον άξονα διάδοσης z του κυματοδηγού, που θεωρούνται απείρως λεπτές και τέλεια αγώγιμες. Ο πυρήνας του κυματοδηγού αποτελείται από στρώμα πάχους $2D$ και συντελεστή διάθλασης n_2. Το υπόστρωμα και το περίβλημα θεωρούνται ότι εκτείνονται ως το $x \to \pm\infty$ και έχουν δείκτες διάθλασης n_1 και n_3, αντίστοιχα, με $n_2 > n_1 \geq n_3$. Στη γενική περίπτωση, το άνοιγμα των ιρίδων θεωρείται ασύμμετρο ως προς το επίπεδο $x = 0$ και έχει πλάτος d_u+d_l. Όλος ο χώρος θεωρείται μαγνητικά ομογενής με μαγνητική επιτρεπτότητα $\mu = \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ [H/m] και για διευκόλυνση της ανάλυσης του προβλήματος χωρίζεται σε δύο περιοχές, *Περιοχή I* ($z < 0$) και *Περιοχή II* ($z > 0$). Όσον αφορά τη διάσταση *y,* ο κυματοδηγός θεωρείται ότι εκτείνεται στο άπειρο, επομένως όλες οι πεδιακές κατανομές θα είναι ανεξάρτητες από το *y*, δηλαδή $\partial/\partial y \equiv 0$, και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο θα μπορεί να αναλυθεί ξεχωριστά για τους TE και TM ρυθμούς. Στην παρούσα ανάλυση εξετάζονται μόνο οι ρυθμοί TE.



Σχ. 3-11. Ασύμμετρος επίπεδος κυματοδηγός τριών στρωμάτων με δύο μεταλλικές ίριδες στο επίπεδο z = 0.

3.3.1 Μαθηματική ανάλυση

Σε έναν ασύμμετρο επίπεδο κυματοδηγό τριών στρωμάτων, το ηλεκτρικό πεδίο των TE ρυθμών έχει μόνο μία συνιστώσα παράλληλη στον άξονα y, της μορφής $E_y(x, z) = U_g(x)\exp(-j\beta_g z)$, όπου το U_g δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U_g(x) = A_g \left\{ \begin{array}{ll} \exp[-h_3(x-D)], & x > D \\ \cos[h_2(x-D)] - \dfrac{h_3}{h_2}\sin[h_2(x-D)], & |x| < D \\ [\cos(2h_2D) + \dfrac{h_3}{h_2}\sin(2h_2D)]\exp[h_1(x+D)], & x < -D \end{array} \right\} \quad (3.22)$$

και $h_1 = \sqrt{\beta_g^2 - k_0^2 n_1^2}$, $h_2 = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta_g^2}$ και $h_3 = \sqrt{\beta_g^2 - k_0^2 n_3^2}$ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός στο υπόστρωμα, στον πυρήνα και στο περίβλημα, αντίστοιχα. Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος απαιτούν τη συνέχεια των συναρτήσεων U_g και $\mathrm{d}U_g/\mathrm{d}x$ στις διεπαφές μεταξύ των διαφορετικών στρωμάτων. Από τις σχέσεις αυτές εξάγεται η συνθήκη κυματοδήγησης των ρυθμών TE, οι λύσεις της οποίας αποτελούν οι σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών. Για διευκόλυνση της ανάλυσης θεωρούμε ότι βρισκόμαστε στην περιοχή μονορυθμικής λειτουργίας της διάταξης, υπόθεση όμως που δεν περιορίζει τη γενικότερη εφαρμογή της μεθόδου.

Ο κυματοδηγούμενος ρυθμός σκεδάζεται από την ασυνέχεια των μεταλλικών πλακών στο επίπεδο $z = 0$ και μέρος της κυματοδηγούμενης ισχύος μεταδίδεται μέσα από το άνοιγμα. Επίσης, τα παραγόμενα ηλεκτρικά ρεύματα πάνω στις μεταλλικές πλάκες αναπόφευκτα εξάγουν ιδιοκύματα συνεχούς φάσματος [1, 20] και στις δύο *Περιοχές I* και *II*, καθώς και έναν κυματοδηγούμενο ρυθμό, ο οποίος διαδίδεται κατά μήκος του αρνητικού άξονα z αντίθετα προς την κατεύθυνση του προσπίπτοντος κύματος. Μόνο μία συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου, επίσης παράλληλη στον άξονα y, απαιτείται για την περιγραφή των κυμάτων ακτινοβολίας στην περιοχή κυματοδήγησης, και δίνεται από τη συνάρτηση:

$$\Psi(x,\rho) = \begin{cases} A_r(\rho)\{\cos[q(x-D)] + (\sigma/q)F_r(\rho)\sin[q(x-D)]\}, & x \geq D \\ B_r(\rho)\cos(\sigma x) + C_r(\rho)\sin(\sigma x), & |x| \leq D \\ D_r(\rho)\cos[\rho(x+D)] + E_r(\rho)\sin[\rho(x+D)], & x \leq -D \end{cases} \quad (3.23)$$

όπου ρ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός στο υπόστρωμα ($x < -D$). Ο εγκάρσιος κυματαριθμός στον πυρήνα και στο επίστρωμα είναι αντίστοιχα $\sigma^2 = k_0^2 n_2^2 - k_0^2 n_1^2 + \rho^2$ ($0 < \rho < +\infty$) και $q^2 = k_0^2 n_3^2 - k_0^2 n_1^2 + \rho^2 = -\tau^2$. Ο συντελεστής $F_r(\rho)$ αποτελεί μια ελεύθερη παράμετρο που χρησιμοποιείται όταν $q^2 > 0$ (δηλ. $\rho > \rho_2 = k_0\sqrt{n_1^2 - n_3^2}$). Στην περίπτωση αυτή, οι ρυθμοί ακτινοβολίας μπορούν να αναλυθούν σε δύο κλάδους ανεξάρτητων ρυθμών. Αντίθετα, εάν το $q^2 < 0$ (δηλ. $\rho < \rho_2$), υπάρχει μόνο ένας κλάδος των ρυθμών ακτινοβολίας και για $x > 0$ το πεδίο γράφεται ως $A_r'(\rho)\exp(-\tau x)$ (φθίνοντας εκθετικά). Ο διαμήκης κυματαριθμός των ρυθμών αυτών δίνεται από τη σχέση $\beta(\rho) = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \rho^2}$, με $\mathrm{Re}[\beta(\rho)] > 0$ και $\mathrm{Im}[\beta(\rho)] < 0$, ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ακτινοβολίας. Από τις οριακές συνθήκες και τη συνθήκη κανονικοποίησης των ρυθμών ακτινοβολίας $\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_m(x,\rho)\Psi_k(x,\rho')\,\mathrm{d}x = \delta_{mk}\delta(\rho-\rho')$, $m, k = 1, 2$, μπορούν εύκολα να προσδιοριστούν οι συντελεστές ανάπτυξης και η παράμετρος $F_r(\rho)$ της (3.23). Οι δείκτες m και k χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν τους διαφορετικούς κλάδους των ρυθμών ακτινοβολίας για $q^2 > 0$. Τέλος, το μικτό φάσμα ιδιοκυμάτων $\{U_0(x), \Psi_m(\mathrm{x}, \rho)\}$ ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση ορθογωνιότητας:

$$U_0(x)U_0(x') + \sum_{m=1}^{2}\int_{\rho_m}^{+\infty} \Psi_m(x,\rho)\Psi_m(x',\rho)\,\mathrm{d}\rho = \delta(x-x') \tag{3.24}$$

Τότε το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο στην *Περιοχή I* ($z < 0$) γράφεται:

$$\begin{aligned} E_y^I(x,z) &= U_g(x)\exp(-j\beta_g z) + R_g U_g(x)\exp(+j\beta_g z) \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^{2}\int_{\rho_\ell}^{+\infty} R_\ell(\rho)\Psi_\ell(x,\rho)\exp[+j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \end{aligned} \tag{3.25}$$

όπου R_g και $R_\ell(\rho)$ είναι οι συντελεστές ανάκλασης των κυματοδηγούμενων ρυθμών και των ρυθμών ακτινοβολίας, αντίστοιχα, οι οποίοι θα προσδιοριστούν στη συνέχεια.

Ανάλογα, στον ημιάπειρο χώρο $z > 0$ (*Περιοχή II*) το ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να εκφραστεί ως:

$$E_y^{II}(x,z) = T_g U_g(x)\exp(-j\beta_g z) + \sum_{\ell=1}^{2}\int_{\rho_\ell}^{+\infty} T_\ell(\rho)\Psi_\ell(x,\rho)\exp[-j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \tag{3.26}$$

όπου T_g και $T_\ell(\rho)$ είναι οι συντελεστές διάδοσης των κυματοδηγούμενων ρυθμών και των ρυθμών ακτινοβολίας, αντίστοιχα, οι οποίοι θα προσδιοριστούν παρακάτω.

Υποθέτοντας ότι $\mathcal{E}(x)$ είναι η κατανομή του άγνωστου εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο $z = 0$, οι ακόλουθες εξισώσεις για τους συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης μπορούν εύκολα να εξαχθούν:

$$1 + R_g = T_g = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}(x) U_g(x)\,\mathrm{d}x \tag{3.27}$$

$$R_\ell(\rho) = T_\ell(\rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}(x) \Psi_\ell(x,\rho)\,\mathrm{d}x \tag{3.28}$$

Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες στο επίπεδο $z = 0$ και λαμβάνοντας υπόψη τις (3.27) και (3.28) προκύπτει η ακόλουθη ολοκληρωτική εξίσωση για την άγνωστη κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E}(x)$ στο $z = 0$:

$$\int_{-d_l}^{+d_u} \mathcal{E}(x') K(x,x')\,\mathrm{d}x' = \beta_g U_g(x) \tag{3.29}$$

όπου

$$K(x,x') = \beta_g U_g(x) U_g(x') + \sum_{\ell=1}^{2} \int_{\rho_\ell}^{+\infty} \beta(\rho) \Psi_\ell(x,\rho) \Psi_{\ell'}(x',\rho)\,\mathrm{d}\rho \tag{3.30}$$

Στο επίπεδο $z = 0$ το εφαπτομενικό πεδίο πάνω στις μεταλλικές πλάκες είναι μηδενικό, δηλαδή $\mathcal{E}(x) = 0$ για $x \geq d_u$ και $x \leq -d_l$. Επομένως, όλα τα σχετικά ολοκληρώματα αρκεί να υπολογιστούν στο διάστημα $[-d_l, d_u]$. Κατά συνέπεια, το ηλεκτρικό πεδίο πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων μπορεί να εκφραστεί χρησιμοποιώντας και σε αυτή την περίπτωση μια επαρκώς ομαλή συνάρτηση που να λαμβάνει υπόψη την ιδιότητα αυτή. Με τα χαρακτηριστικά αυτά, θεωρούμε την ακόλουθη πεπερασμένη σειρά πολυωνύμων Chebyshev T_m πολλαπλασιασμένη με μία κατάλληλη συνάρτηση βάρους:

$$\mathcal{E}(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{x - x_0}{d}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_m\left(\frac{x - x_0}{d}\right) \tag{3.31}$$

όπου $x_0 = (d_u - d_l)/2$, $d = (d_u + d_l)/2$ και C_m είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης, που θα προσδιοριστούν παρακάτω. Η συνάρτηση βάρους $\sqrt{1-[(x-x_0)/d]^2}$ λαμβάνει υπόψη τη συμπεριφορά του ηλεκτρικού πεδίου κοντά στα απότομα άκρα μιας απείρως λεπτής ίριδας.

Η ολοκληρωτική εξίσωση (3.29) θα λυθεί και πάλι για συγκεκριμένες τιμές του x («κόμβοι») βάσει του νόμου του Lanczos. Αυτή τη φορά οι ρίζες των πολυωνύμων Chebyshev δίνονται από τη σχέση $\xi_j = \cos[\pi(2j+1)/(2M)]$, όπου $j = 0, 1, 2, \ldots, M-1$ και οι «κόμβοι» δίνονται από τη σχέση:

$$x_j = x_0 + d\cos\left(\pi\frac{2j+1}{2M}\right) \tag{3.32}$$

Η επιλογή αυτή της κατανομής των «κόμβων» εξασφαλίζει τη σταθερότητα της αριθμητικής διαδικασίας.

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.31) στην (3.29), προκύπτει η ακόλουθη ομάδα εξισώσεων για $x = x_j$:

$$\begin{aligned}\beta_g U_g(x_j) &= \beta_g U_g(x_j)\int_{-d_l}^{d_u} U_g(x')\sqrt{1-\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)^2}\sum_{m=0}^{M-1} C_m T_m\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)\mathrm{d}x' \\ &+\sum_{\ell=1}^{2}\int_{\rho_\ell}^{+\infty}\mathrm{d}\rho\,\beta(\rho)\Psi_\ell(x_j,\rho)\int_{-d_l}^{d_u}\Psi_\ell(x',\rho)\sqrt{1-\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)^2}\sum_{m=0}^{M-1} C_m T_m\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)\mathrm{d}x'\end{aligned} \tag{3.33}$$

Εισάγοντας τις ποσότητες

$$\int_{-d_l}^{d_u} U_g(x')\sqrt{1-\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)^2}\,T_m\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)\mathrm{d}x' = \mathcal{P}_{m,g} \tag{3.34}$$

και

$$\int_{-d_l}^{d_u} \Psi_\ell(x',\rho)\sqrt{1-\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)^2}\,T_m\left(\frac{x'-x_0}{d}\right)\mathrm{d}x' = \mathcal{S}_{m,r,\ell}(\rho) \tag{3.35}$$

η εξίσωση (3.33) μπορεί να γραφτεί ως ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\mathcal{R}_j = \sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{Q}_{jm} \tag{3.36}$$

όπου

$$\mathcal{R}_j = \beta_g U_g(x_j) \tag{3.37}$$

$$Q_{jm} = \mathcal{R}_j \mathcal{P}_{m,g} + \sum_{\ell=1}^{2} \int_{\rho_\ell}^{+\infty} \beta(\rho) \Psi_\ell(x,\rho)\, \mathcal{S}_{m,r,\ell}(\rho)\, \mathrm{d}\rho \tag{3.38}$$

Η λύση του συστήματος προσδιορίζει τις τιμές των συντελεστών ανάπτυξης C_m και στη συνέχεια η κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E}(x)$ στο επίπεδο $z = 0$ μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την εξίσωση (3.31). Ο υπολογισμός των ολοκληρωμάτων, που περιλαμβάνονται στις εξισώσεις (3.34)–(3.35), μπορεί να γίνει ξεχωριστά για τις περιπτώσεις που οι ίριδες εισέρχονται στον πυρήνα του κυματοδηγού ή όχι. Στην πρώτη περίπτωση, μπορεί και πάλι να χρησιμοποιηθεί η σχέση ορθογωνιότητας των πολυωνύμων Chebyshev:

$$\int_{-1}^{1} \frac{T_m(x) \cdot T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \pi, & m = n = 0 \\ \pi/2, & m = n = 1,2,3,... \end{cases} \tag{3.39}$$

και τα ολοκληρώματα να υπολογιστούν σε κλειστή μορφή. Αντίθετα, για την περίπτωση d_u ή $d_l > D$, τα ολοκληρώματα πρέπει να υπολογιστούν αριθμητικά, δεδομένου ότι η παραπάνω σχέση ορθογωνιότητας δεν μπορεί να εφαρμοστεί.

Από τις Εξ. (3.27), (3.28) και (3.31), οι συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$1 + R_g = T_g = \sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{P}_{m,g} \tag{3.40}$$

$$R_\ell(\rho) = T_\ell(\rho) = \sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{S}_{m,r,\ell}(\rho) \tag{3.41}$$

3.3.2 Υπολογισμός του πεδίου ακτινοβολίας

Το πεδίο ακτινοβολίας υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την έκφραση (3.26) της κατανομής του ηλεκτρικού πεδίου για $z > 0$ θεωρώντας ότι $x \to +\infty$ και $z \to +\infty$. Επομένως, ο πρώτος όρος της έκφρασης αυτής γίνεται μηδενικός και το ηλεκτρικό πεδίο στην *Περιοχή ΙΙ* απλουστεύεται στην παρακάτω σχέση:

$$E_y^{RAD} = \sum_{\ell=1}^{2} \int_{\rho_\ell}^{+\infty} T_\ell(\rho) \Psi_\ell(x,\rho) \exp[-j\beta(\rho) z]\, \mathrm{d}\rho \tag{3.42}$$

Λόγω της ασυμμετρίας του κυματοδηγού ως προς τον άξονα z, το πρόβλημα πρέπει να εξεταστεί διαφορετικά για $x \to +\infty$ και $x \to -\infty$. Συγκεκριμένα, για την πρώτη περίπτωση ($x \to +\infty$), εισάγοντας τη μεταβλητή ολοκλήρωσης $\delta = \sin^{-1}[q/k_0 n_3]$, μετασχηματίζοντας σε πολικές συντεταγμένες $z = r\cos\theta$ και $x = r\sin\theta$ ($0 < \theta < \pi/2$) και θεωρώντας ότι $r \to +\infty$, μπορούμε να εφαρμόσουμε την προσέγγιση στατικής φάσης [72], οπότε η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου E_y για το TE ακτινοβολούμενο κυλινδρικό κύμα μπορεί να γραφεί ως:

$$E_y^{RAD}(r,\theta)\Big|_{\theta>0} = \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 n_3 r}} Q_1\left(k_0\sqrt{n_1^2 - n_3^2\cos^2\theta}\right) \times \frac{k_0 n_3^2 \cos\theta \sin\theta}{\sqrt{n_1^2 - n_3^2\cos^2\theta}} \exp\left(-jk_0 n_3 r + j\pi/4\right) \tag{3.43}$$

όπου Q_1 είναι συνάρτηση των συντελεστών ανάπτυξης των ρυθμών ακτινοβολίας $\Psi_\ell(x, \rho)$ και του συντελεστή $T_\ell(\rho)$. Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση ($x \to -\infty$) η μεταβλητή ολοκλήρωσης θα είναι $\delta = \sin^{-1}[\rho/k_0 n_1]$. Μετασχηματίζοντας σε πολικές συντεταγμένες $z = r\cos\theta$ και $x = r\sin\theta$ για $-\pi/2 < \theta < 0$, η εφαρμογή της προσέγγισης στατικής φάσης, οδηγεί στην ακόλουθη έκφραση για το E_y:

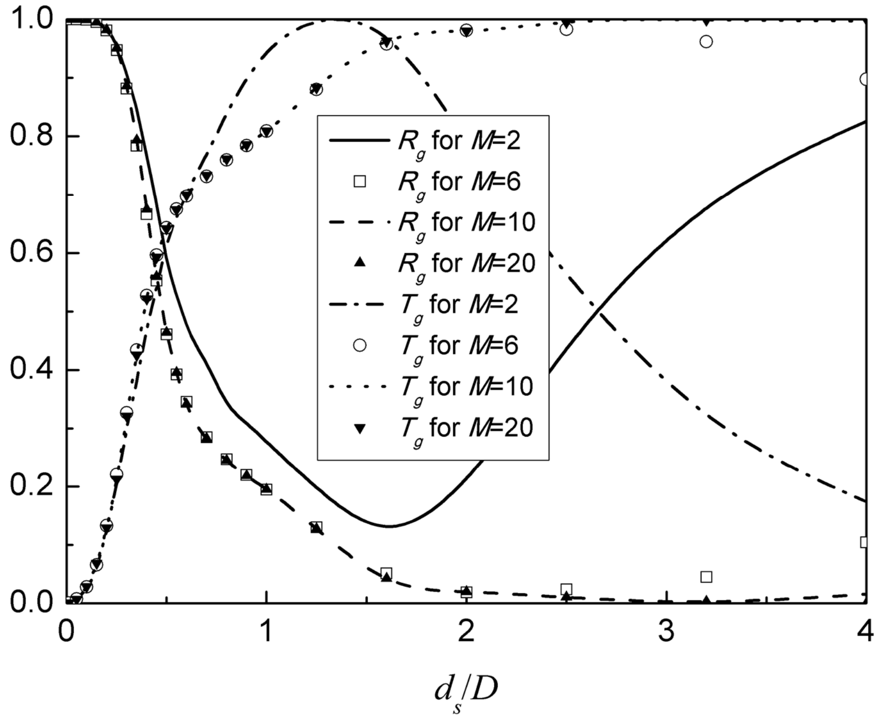
$$E_y^{RAD}(r,\theta)\Big|_{\theta<0} = \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 n_1 r}} Q_2(-k_0 n_1 \sin\theta) k_0 n_1 \cos\theta \exp\left(-jk_0 n_1 r + j\pi/4\right) \tag{3.44}$$

όπου Q_2 είναι επίσης συνάρτηση των συντελεστών ανάπτυξης των ρυθμών ακτινοβολίας $\Psi_\ell(x, \rho)$ και του συντελεστή $T_\ell(\rho)$.

3.3.3 Αριθμητικά αποτελέσματα

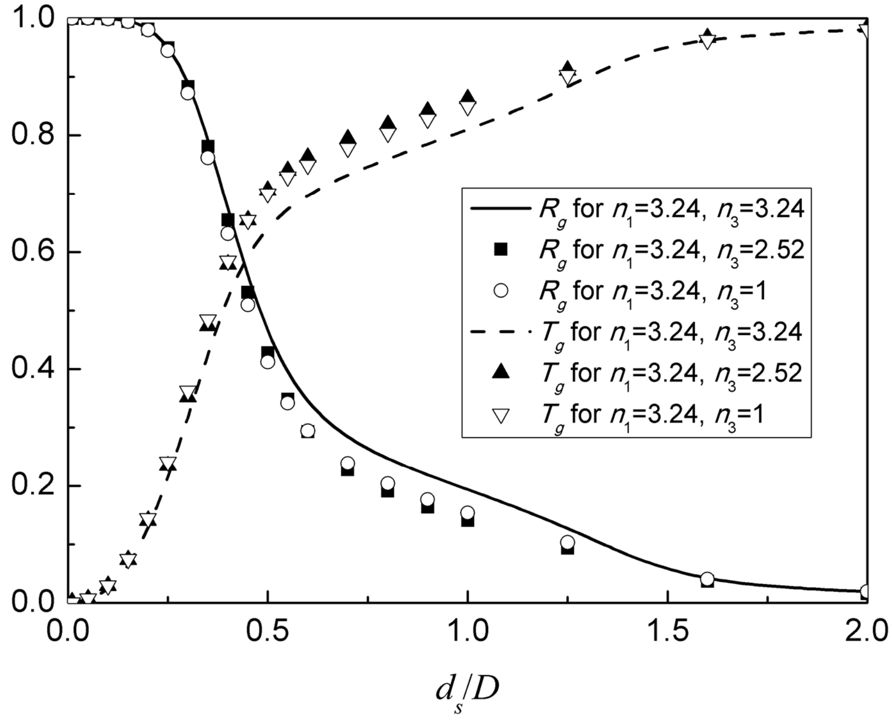
Με βάση την ανάλυση που παρουσιάστηκε στις παραγράφους 3.3.1 και 3.3.2, αναπτύχθηκε ένας αριθμητικός κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN για τις αριθμητικές προσομοιώσεις. Όλοι οι υπολογισμοί έχουν γίνει για επίπεδο κυματοδηγό με μισό πάχος πυρήνα $D = 0.125$ μm, μήκος κύματος ελεύθερου χώρου $\lambda_0 = 0.86$ μm, δείκτη διάθλασης του πυρήνα $n_2 = 3.6$ και ελευθέρου χώρου $n_0 = 1$. Όλα τα αποτελέσματα αφορούν μονορυθμική λειτουργία, ενώ παρουσιάζονται περιπτώσεις ασύμμετρων κυματοδηγών με συμμετρικά τοποθετημένες ίριδες, καθώς και συμμετρικοί κυματοδηγοί με ασύμμετρα τοποθετημένες ίριδες.

Αρχικά, εξετάζεται η σύγκλιση της μεθόδου για συμμετρική διάταξη, δηλαδή συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ και συμμετρικά τοποθετημένες ίριδες στα σημεία $d_l = d_u = 0.1$ μm. Στην περίπτωση αυτή μόνο μία μεταβλητή $d_l = d_u = d_s$ χρησιμοποιείται για να περιγράψει τη θέση των μεταλλικών ιρίδων. Στο Σχ. 3–12 αποτυπώνονται οι συντελεστές ανάκλασης R_g και διάδοσης T_g του πρώτου (κύριου) κυματοδηγούμενου ρυθμού TE σαν συνάρτηση του λόγου d_s/D για διάφορες τιμές του M. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι καθώς οι ίριδες απομακρύνονται από τον πυρήνα του κυματοδηγού, όλο και περισσότεροι όροι πρέπει να ληφθούν υπόψη ώστε να επιτευχθεί ικανοποιητική σύγκλιση. Να σημειωθεί επίσης ότι καθώς το d_s αυξάνεται, ο συντελεστής ανάκλασης τείνει στο μηδέν και ο συντελεστής διάδοσης στη μονάδα, όπως αναμένεται.



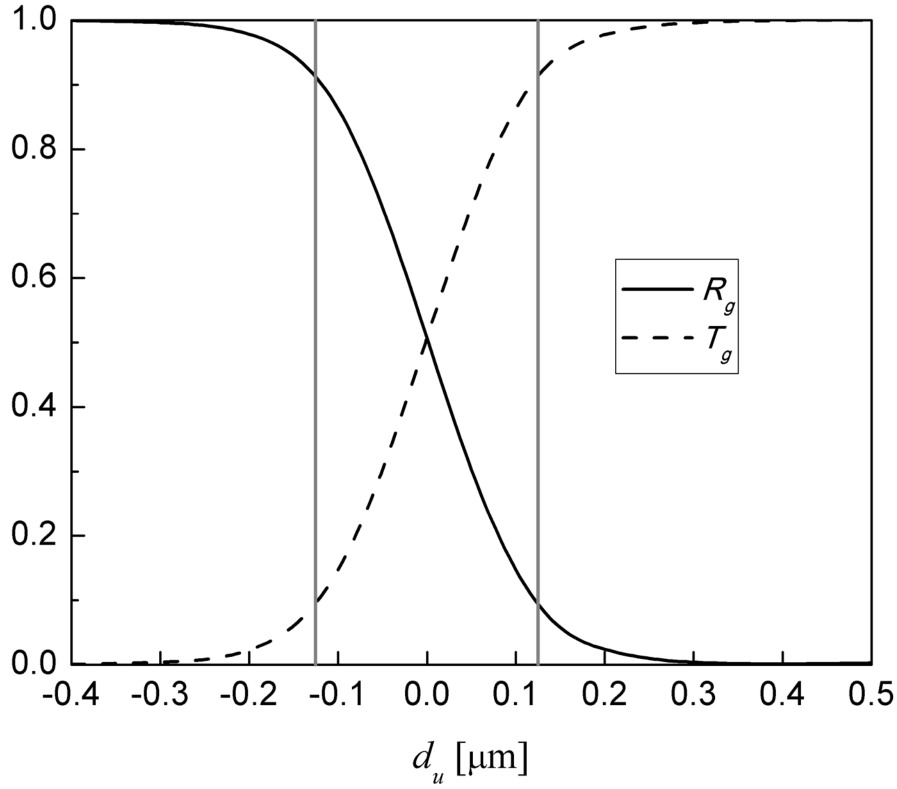
Σχ. 3-12. Συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης σε συνάρτηση του λόγου d_s/D για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ και ασύμμετρο άνοιγμα ιρίδων $2d_s$.

Στη συνέχεια, στο Σχ. 3–13 αποτυπώνονται οι συντελεστές ανάκλασης R_g και διάδοσης T_g για δύο περιπτώσεις ασύμμετρου κυματοδηγού σε σύγκριση με την περίπτωση ενός συμμετρικού κυματοδηγού. Οι ίριδες είναι συμμετρικά τοποθετημένες ως προς τον άξονα z με άνοιγμα $2d_s$. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι οι συντελεστές επηρεάζονται από την ασυμμετρία του κυματοδηγού πρακτικά μόνο στην περιοχή τιμών $0.5 \le d_s/D \le 1.5$.



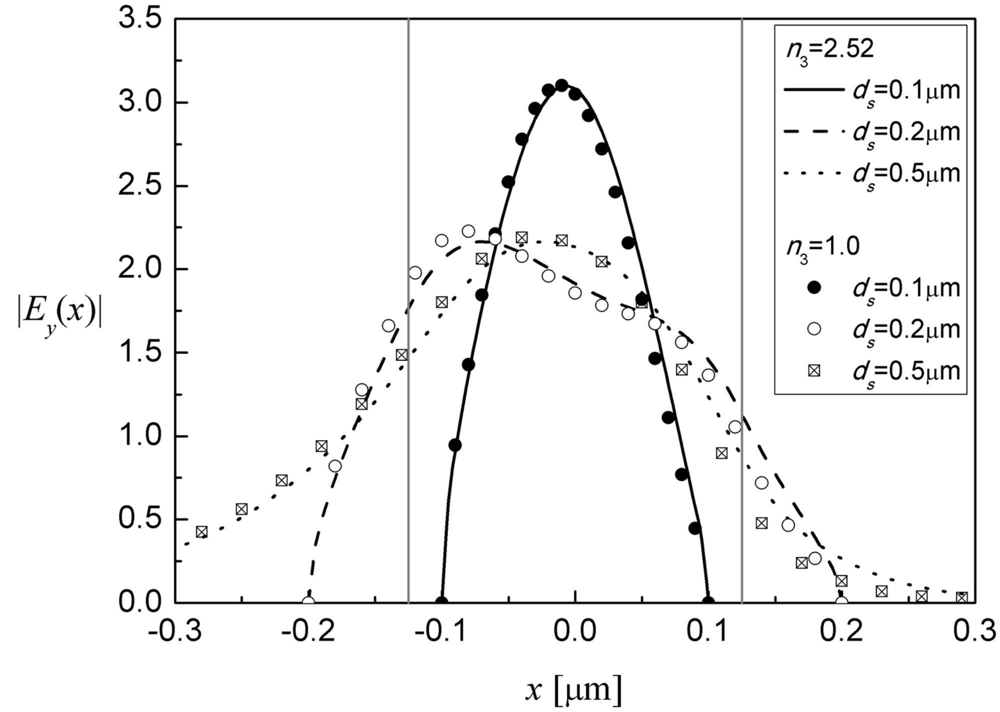
Σχ. 3-13. Συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης συναρτήσει του λόγου d_s/D για διάφορες περιπτώσεις ασύμμετρων κυματοδηγών.

Στο Σχ. 3–14 παρουσιάζονται οι συντελεστές R_g και T_g για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3$ =3.24 και ασύμμετρα τοποθετημένες ίριδες με την κάτω ίριδα σταθερή στο $-d_l = -0.5$ μm. Η θέση d_u της άνω ίριδας είναι μεταβλητή στην περιοχή -0.4 μm $\le d_u \le 0.5$ μm και οι συντελεστές αποτυπώνονται σαν συνάρτηση του d_u. Στο ίδιο σχήμα, τα όρια του πυρήνα του κυματοδηγού έχουν σχεδιαστεί με συμπαγείς γκρι ευθείες. Όπως αναμένεται, καθώς το άνοιγμα των ιρίδων μεγαλώνει, περισσότερη ισχύς διαδίδεται μέσω του ανοίγματος και ο συντελεστής διάδοσης τείνει στη μονάδα. Ας σημειωθεί ότι και οι δύο συντελεστές τείνουν στην τιμή 0.5 καθώς η άνω ίριδα διασχίζει τον άξονα z. Στην περίπτωση αυτή, λόγω της συμμετρίας του κυματοδηγού, η προσπίπτουσα ισχύς μοιράζεται εξίσου στους ημιχώρους $x < 0$ και $x > 0$ και με την άνω ίριδα τοποθετημένη στο $x = 0$, μισή από αυτήν την ισχύ πρακτικά εμποδίζεται και ανακλάται στην *Περιοχή I* ($R_g = 0.5$).



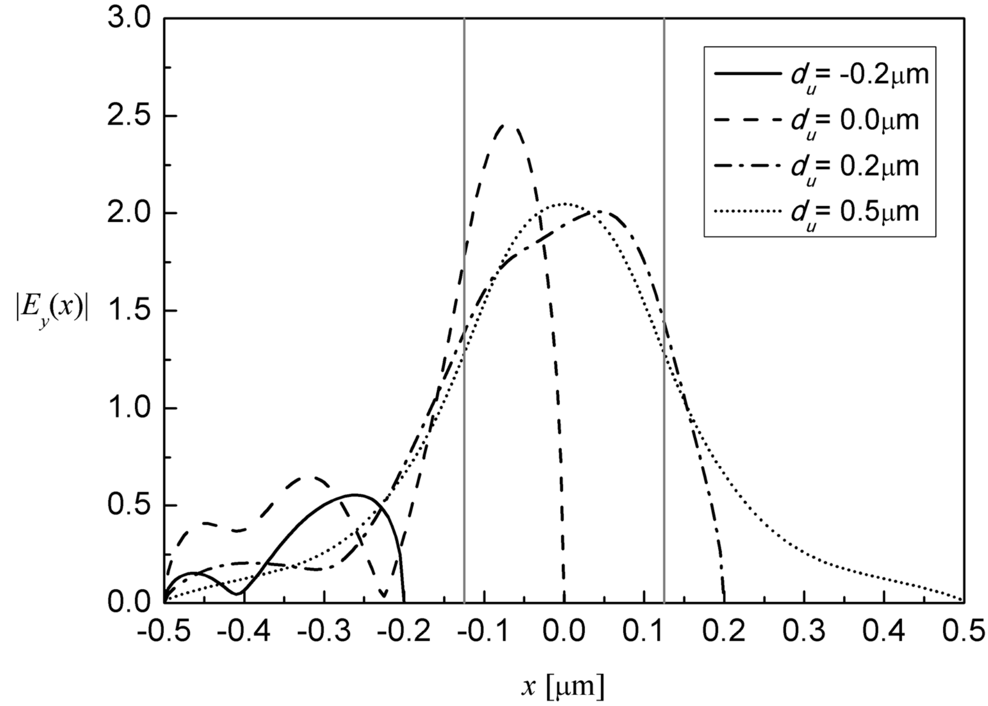
Σχ. 3-14. Συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης συναρτήσει του d_u για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ και σταθερό $d_l = 0.5$ μm.

Στο Σχ. 3–15 αποτυπώνεται το μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ για επίπεδο κυματοδηγό με $n_1 = 3.24$, για δύο περιπτώσεις του n_3 και για τρεις διαφορετικές τιμές του ανοίγματος $2d_s$ συμμετρικά τοποθετημένων ιρίδων. Από το σχήμα αυτό φαίνεται πως για $d_s = 0.1$ μm οι κατανομές του πεδίου δεν επηρεάζονται από την ασυμμετρία του κυματοδηγού, ενώ για τις υπόλοιπες περιπτώσεις οι ασύμμετρες κατανομές είναι εμφανείς. Επιπλέον, για $d_s = 0.5$ μm το ηλεκτρικό πεδίο μένει πρακτικά ανεπηρέαστο από την παρουσία των μεταλλικών ιρίδων, όπως αναμένεται.



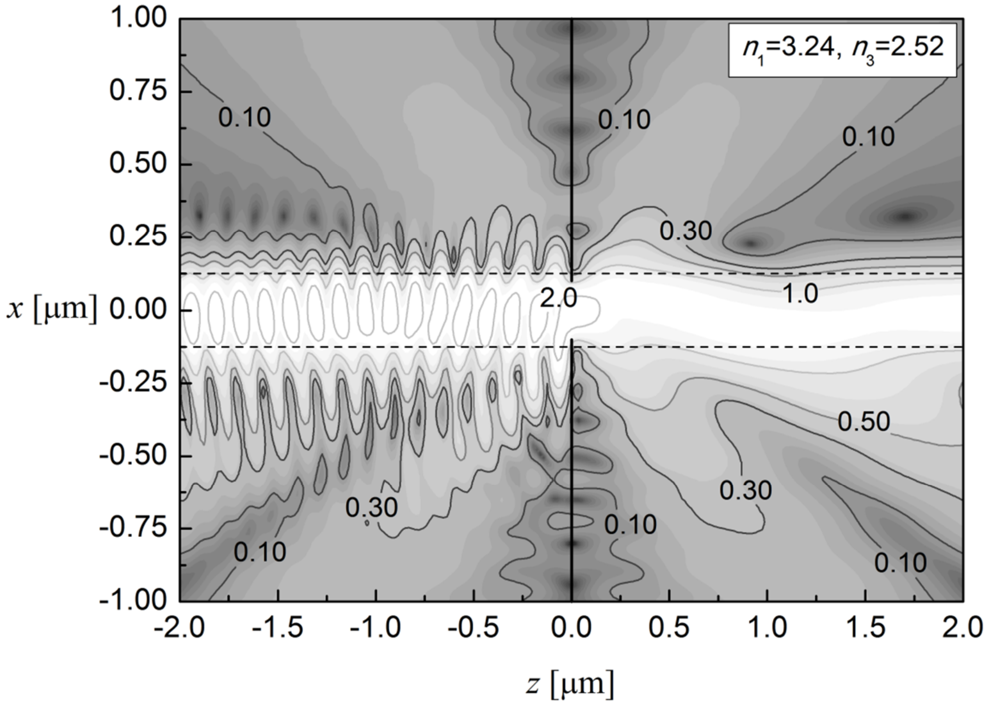
Σχ. 3-15. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ για δύο περιπτώσεις ασύμμετρου κυματοδηγού με $n_1 = 3.24$ και για τρεις περιπτώσεις συμμετρικού ανοίγματος ιρίδων.

Στο Σχ. 3–16 παρουσιάζεται το $|E_y(x)|$ για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ για διάφορες περιπτώσεις ασύμμετρου ανοίγματος. Θεωρώντας την κάτω ίριδα σταθερή στο $d_l = 0.5$ μm, αποτυπώνεται το $|E_y(x)|$ κατά μήκος του ανοίγματος συναρτήσει της θέσης της άνω ίριδας d_u. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι καθώς το άνοιγμα των ιρίδων αυξάνει, το εφαπτομενικό ηλεκτρικό πεδίο τείνει να πάρει τη μορφή του προσπίπτοντος ρυθμού. Επιπλέον, για $d_l = d_u = 0.5$ μm, το ηλεκτρικό πεδίο μένει πρακτικά ανεπηρέαστο από την παρουσία των ιρίδων. Επίσης, για την περίπτωση $d_u = -0.2$ μm, το πλάτος του πεδίου είναι πολύ μικρό, εξαιτίας του γεγονότος ότι το άνοιγμα των ιρίδων είναι μετατοπισμένο εκτός του πυρήνα του κυματοδηγού, στον οποίο η διάδοση εμποδίζεται πλήρως από την άνω μεταλλική πλάκα, και το πεδίο ανακλάται σχεδόν ολοκληρωτικά. Σε αυτήν την περίπτωση ο συντελεστής ανάκλασης τείνει στη μονάδα.

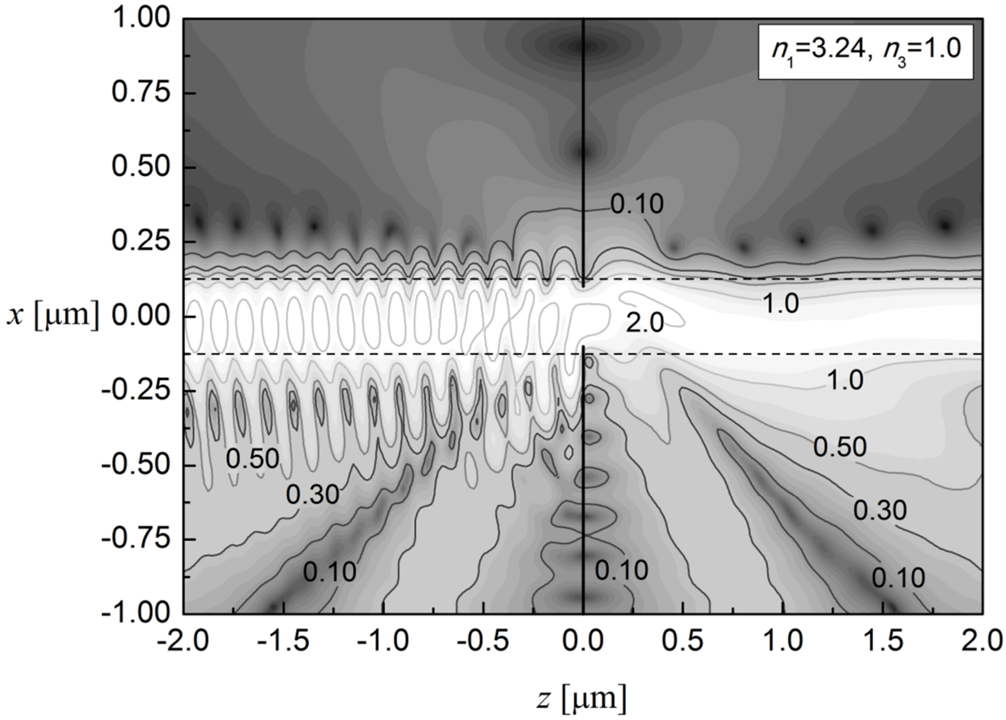


Σχ. 3-16. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ για διάφορες θέσεις των ασύμμετρων ιρίδων.

Στο Σχ. 3−17 παρουσιάζεται η κατανομή του κοντινού πεδίου για ασύμμετρο κυματοδηγό με $n_1 = 3.24$, $n_3 = 2.52$ και συμμετρικά τοποθετημένες ίριδες στο $d_s = 0.1$ μm. Τα όρια του πυρήνα έχουν αποτυπωθεί με διακεκομμένες γραμμές στα σημεία $x = \pm 0.125D$, ενώ οι δύο ίριδες με συμπαγείς μαύρες γραμμές στο επίπεδο $z = 0$. Στο σχήμα αυτό, η επίδραση της ασυμμετρίας του κυματοδηγού στο ηλεκτρικό πεδίο και πιο συγκεκριμένα στα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας είναι εμφανής. Επιπλέον, φαίνεται ότι η σκέδαση είναι πιο έντονη στο υπόστρωμα ($n_1 = 3.24$) από ότι στο περίβλημα ($n_3 = 2.52$), γεγονός που οδηγεί σε στροφή της ακτινοβολούμενης ισχύος προς το μέσο με το μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης. Από το Σχ. 3−18, όπου αποτυπώνεται η κατανομή του κοντινού πεδίου για ασύμμετρο κυματοδηγό με $n_1 = 3.24$ και $n_3 = 1$ με συμμετρικά τοποθετημένες ίριδες στο $d_s = 0.1$ μm, προκύπτει ότι η ασυμμετρία είναι ισχυρότερη και το πεδίο πρακτικά ακτινοβολεί στο υπόστρωμα, ενώ η έντασή του στο περίβλημα είναι πολύ μικρή.



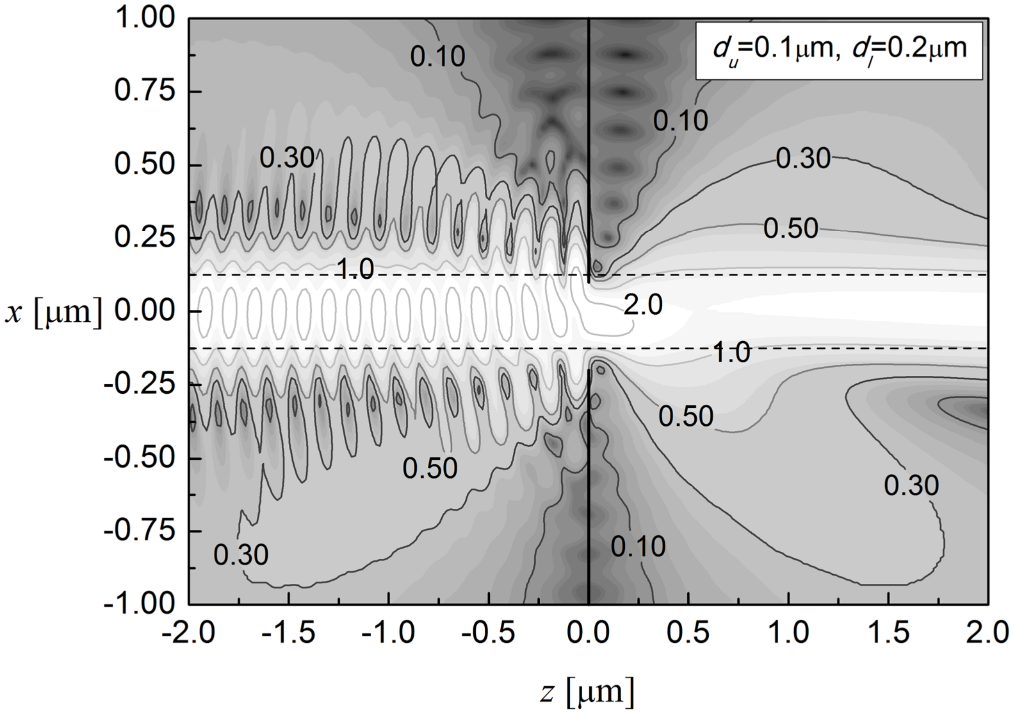
Σχ. 3-17. Κατανομή κοντινού πεδίου για ασύμμετρο κυματοδηγό με n_1 = 3.24 and n_3 = 2.52 με συμμετρικές ίριδες στο d_s = 0.1 μm.



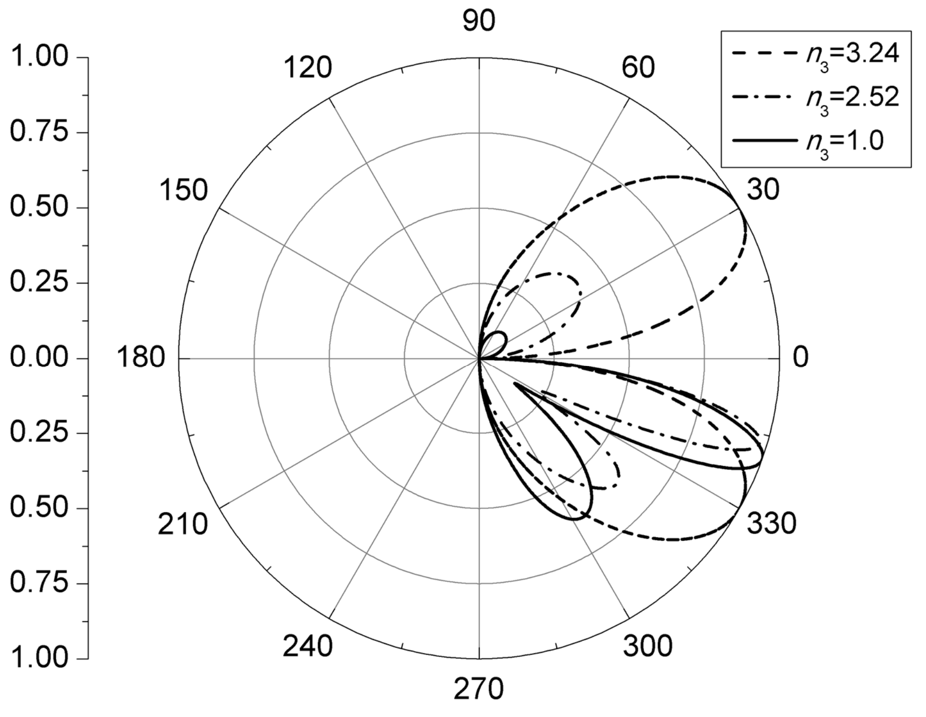
Σχ. 3-18. Κατανομή κοντινού πεδίου για ασύμμετρο κυματοδηγό με n_1 = 3.24 and n_3 = 1 με συμμετρικές ίριδες στο d_s = 0.1 μm.

Στη συνέχεια, στο Σχ. 3–19 αποτυπώνεται η κατανομή του κοντινού πεδίου για συμμετρικό κυματοδηγό $n_1 = n_3 = 3.24$ και ίριδες τοποθετημένες στα σημεία $d_u = 0.1$ μm και $d_l = 0.2$ μm. Σ' αυτήν την περίπτωση, το ασύμμετρο άνοιγμα έχει σαν αποτέλεσμα τη μη συμμετρική σκέδαση από τις ίριδες, ενώ το μέτρο του πεδίου είναι μεγαλύτερο στο υπόστρωμα, όπου η κάτω ίριδα απέχει περισσότερο από τον πυρήνα του κυματοδηγού και επηρεάζει λιγότερο το προσπίπτον κύμα. Κατά συνέπεια, τα χαρακτηριστικά ακτινοβολίας μπορούν να ελέγχονται από τις θέσεις των ιρίδων, συμπέρασμα το οποίο γίνεται ξεκάθαρο από τα Σχ. 3–20 και 3–21. Συγκεκριμένα, στο Σχ. 3–20 αποτυπώνεται το διάγραμμα του πεδίου ακτινοβολίας για δύο περιπτώσεις ασύμμετρου κυματοδηγού σε σύγκριση με την περίπτωση ενός συμμετρικού και με τις ίριδες συμμετρικά τοποθετημένες στα $d_s = 0.1$ μm. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι καθώς η ασυμμετρία του κυματοδηγού γίνεται εντονότερη, ο λοβός ακτινοβολίας στρέφεται προς την περιοχή με το μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης και τέλος, για $n_3 = 1$, η ακτινοβολία πρακτικά περιορίζεται μόνο στο υπόστρωμα. Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι ο λοβός ακτινοβολίας στο υπόστρωμα χωρίζεται σε δύο στενότερους λοβούς δημιουργώντας ελάχιστο στην αρχική γωνία ακτινοβολίας. Τέλος, στο Σχ. 3–21 αποτυπώνεται το διάγραμμα του πεδίου ακτινοβολίας για συμμετρικό κυματοδηγό για διάφορες περιπτώσεις μη συμμετρικού ανοίγματος των ιρίδων. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι καθώς το άνοιγμα των ιρίδων αυξάνεται ασυμμετρικά, οι κύριοι λοβοί μεταβάλλονται όσον αφορά την κατευθυντικότητα αλλά και το πλάτος και τείνουν να γίνουν παράλληλοι στον άξονα z. Ταυτόχρονα, εμφανίζονται δευτερεύοντες λοβοί, οι οποίοι είναι εντονότεροι στο υπόστρωμα, όπου η κάτω ίριδα απέχει περισσότερο από τον πυρήνα του κυματοδηγού. Να τονιστεί επίσης ότι οι λοβοί ακτινοβολίας είναι πλατύτεροι στο υπόστρωμα, ενώ στο περίβλημα είναι στενότεροι και ασθενέστεροι.

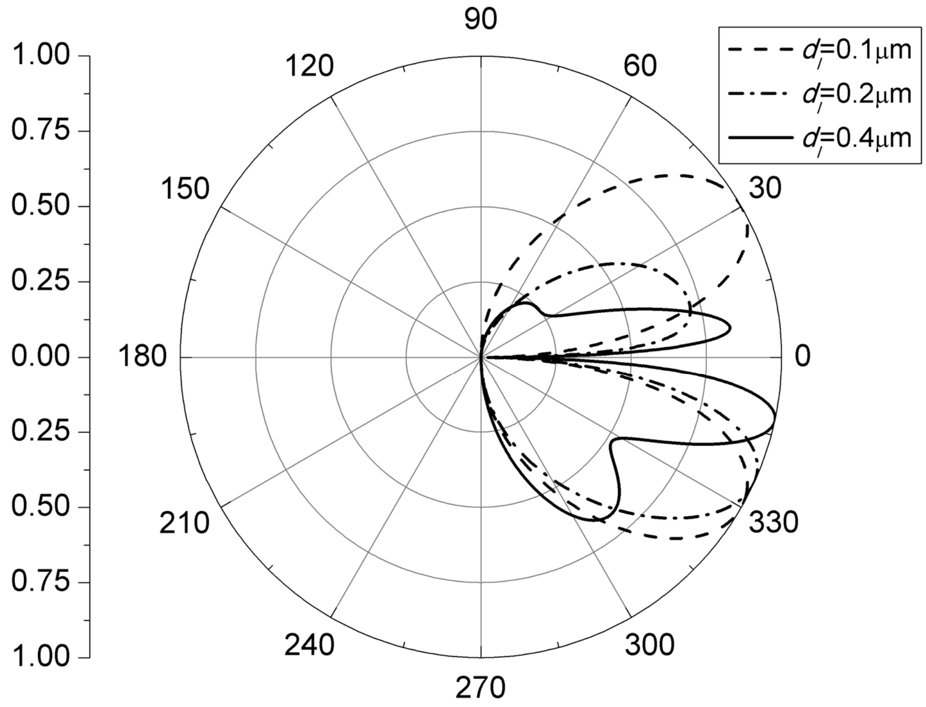
Η προσέγγιση αυτή θα μπορούσε εύκολα να επεκταθεί ώστε να συμπεριλάβει συνήθεις περιπτώσεις προφίλ δείκτη διάθλασης (παραβολικό, ανισοτροπικό κλπ.) [69], που συχνά εμφανίζονται σε πρακτικά συστήματα. Τέλος, οι μέθοδοι που περιγράφτηκαν παραπάνω μπορούν επίσης να εφαρμοστούν σε συστήματα πιο πολύπλοκης γεωμετρίας, όπως για παράδειγμα σε κυματοδηγούς με δύο ζεύγη ιρίδων τοποθετημένες παράλληλα. Τέτοια συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν φίλτρα, αντηχεία κλπ.



Σχ. 3-19. Κατανομή κοντινού πεδίου για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ και ασύμμετρες ίριδες τοποθετημένες στα $d_u = 0.1$ μm και $d_l = 0.2$ μm.



Σχ. 3-20. Διάγραμμα του πεδίου ακτινοβολίας για τρεις περιπτώσεις του n_3 για συμμετρικά τοποθετημένες ίριδες στα $d_s = 0.1$ μm.



Σχ. 3-21. Διάγραμμα του πεδίου ακτινοβολίας για συμμετρικό κυματοδηγό με $n_1 = n_3 = 3.24$ για τρεις περιπτώσεις του d_l και για σταθερό $d_u = 0.1$ μm.

4 *Χαρακτηριστικά Διάδοσης σε Επίπεδο Κυματοδηγό από Αριστερόστροφο Μεταϋλικό*

4.1 *Εισαγωγή*

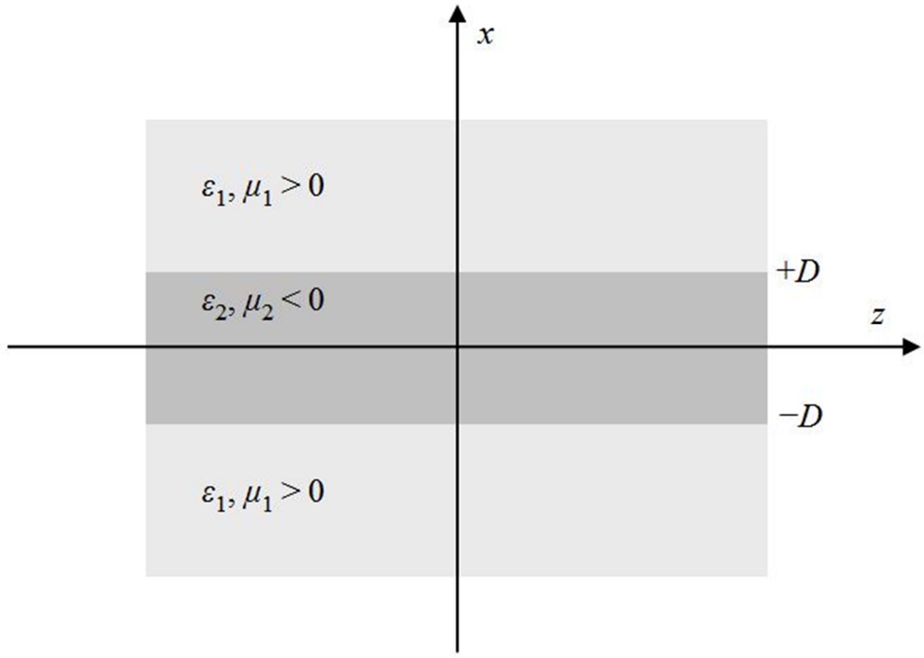
Τα αριστερόστροφα μεταϋλικά (left-handed metamaterials, LHM) ή υλικά αρνητικού δείκτη διάθλασης (negative index materials, NIM) αποτελούν συνθετικές δομές, οι οποίες εμφανίζουν ταυτόχρονα αρνητικές τιμές της διηλεκτρικής επιτρεπτότητας ε και της μαγνητικής διαπερατότητας μ. Η θεωρητική πρόταση και μελέτη τέτοιων υλικών άρχισε τις τελευταίες δεκαετίες [75], ενώ πρόσφατα πραγματοποιήθηκε η κατασκευή των πρώτων μεταϋλικών [76, 77]. Σήμερα, τα υλικά αυτά προσελκύουν έντονα το ενδιαφέρον των ερευνητών εξαιτίας των μοναδικών ηλεκτροδυναμικών ιδιοτήτων που εμφανίζουν. Η δυνατότητα κατασκευής μεταϋλικών με αρνητικό δείκτη διάθλασης καθιστά ακόμα εντονότερη την ανάγκη μελέτης των ασυνήθιστων ιδιοτήτων τους καθώς και το εύρος των εφαρμογών τους στα σύγχρονα οπτικά συστήματα. Μέχρι τώρα, συνήθεις κυματοδηγοί με μεταϋλικά έχουν μελετηθεί με αρκετή λεπτομέρεια [30, 80].

Να σημειωθεί ότι οι φωτονικοί κρύσταλλοι [81] και διάφορες πολυστρωματικές διατάξεις, όπως διηλεκτρικές υπερδομές [82] συχνά αναφέρονται σαν μεταϋλικά. Παρόλο που τέτοιες διατάξεις διαφέρουν από τα περισσότερα συνθετικά υλικά, πολλά φαινόμενα συμβαίνουν σε αυτά κατά παρόμοιο τρόπο. Τέτοιες πιο σύνθετες διατάξεις δεν θα αναλυθούν εδώ. Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε ένα στενό φάσμα διατάξεων (συνθετικών) στις οποίες και οι δύο παράμετροι, επιτρεπτότητα και διαπερατότητα μπορούν να είναι αρνητικές. Ειδικότερα, θα μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά των κυματοδηγούμενων ρυθμών TE σε επίπεδους κυματοδηγούς με πυρήνα από μεταϋλικό.

4.2 *Μαθηματική ανάλυση*

Η γεωμετρία του προβλήματος φαίνεται στο Σχ. 4–1 και περιγράφει έναν επίπεδο κυματοδηγό τριών στρωμάτων με πυρήνα από μεταϋλικό. Το στρώμα μεταϋλικού έχει πάχος $2D$ και χαρακτηρίζεται από αρνητική ηλεκτρική επιτρεπτότητα $\varepsilon_2 < 0$ και αρνητική μαγνητική διαπερατότητα $\mu_2 < 0$. Το υπόστρωμα και το περίβλημα θεωρούνται απείρου πλάτους, εκτεινόμενα ως το $x \to \pm\infty$, με διηλεκτρικά χαρακτηριστικά $\varepsilon_1 > 0$, $\mu_1 > 0$ έτσι ώστε να ικανοποιείται η παρακάτω συνθήκη:

$$|\varepsilon_2 \mu_2| - \varepsilon_1 \mu_1 > 0 \tag{4.1}$$



Σχ. 4-1. Επίπεδος κυματοδηγός τριών στρωμάτων με πυρήνα από μεταϋλικό.

Γενικότερα, μπορούμε να εκφράσουμε τα διηλεκτρικά χαρακτηριστικά του κυματοδηγού χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες βηματικές συναρτήσεις:

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_1, & |x| > D \\ \mu_2, & |x| < D \end{cases} \qquad \varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_1, & |x| > D \\ \varepsilon_2, & |x| < D \end{cases} \tag{4.2}$$

Όσον αφορά τη διάσταση *y,* ο κυματοδηγός θεωρείται ότι εκτείνεται στο άπειρο, επομένως όλες οι πεδιακές κατανομές θα είναι ανεξάρτητες από το *y*, δηλαδή $\partial/\partial y \equiv 0$, και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μπορεί να αναλυθεί ξεχωριστά για τις περιπτώσεις των TE και TM ρυθμών. Επιπλέον, λόγω της συμμετρίας του προβλήματος ως προς το επίπεδο $x = 0$, το πρόβλημα μπορεί να λυθεί ξεχωριστά για άρτιους και περιττούς ρυθμούς TE. Στην παρούσα ανάλυση εξετάζονται μόνο οι άρτιοι ρυθμοί TE.

Σε έναν επίπεδο κυματοδηγό τριών στρωμάτων, το ηλεκτρικό πεδίο έχει μόνο μία συνιστώσα παράλληλη στον άξονα y, την $E_y(x, z) = U_g(x)\exp(-j\beta_g z)$, η οποία αποτελεί λύση της διαφορικής εξίσωσης:

$$\mu(x)\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\mu(x)}\frac{dE_y(x)}{dx}\right]+\left[k_0^2\varepsilon(x)\mu(x)-\beta^2\right]E_y(x)=0 \tag{4.3}$$

Η συνάρτηση $U_g(x)$ που περιγράφει τους άρτιους κυματοδηγούμενους ρυθμούς TE δίνεται από τη σχέση:

$$U_g(x)=\begin{cases} B\exp[-h_1(x-D)], & x\geq D \\ A\cos(h_2x), & 0\leq x\leq D \end{cases} \tag{4.4}$$

όπου $h_1^2=\beta_g^2-k_0^2n_1^2$ και $h_2^2=k_0^2n_2^2-\beta_g^2$, ενώ A και B είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης που θα προσδιοριστούν στη συνέχεια.

Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος απαιτούν τη συνέχεια του εφαπτομενικού ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου στις διεπαφές μεταξύ των διαφορετικών στρωμάτων. Πιο συγκεκριμένα, οι οριακές συνθήκες στα σημεία $x = \pm D$ είναι:

$$U_g(x)\Big|_{D+}=U_g(x)\Big|_{D-} \quad \text{και} \quad \frac{1}{\mu_1}\frac{\partial U_g(x)}{\partial x}\bigg|_{D+}=\frac{1}{\mu_2}\frac{\partial U_g(x)}{\partial x}\bigg|_{D-} \tag{4.5}$$

από τις οποίες παίρνουμε αντίστοιχα:

$$A\cos(h_2D)=B \tag{4.6}$$

$$\frac{h_2}{\mu_2}A\sin(h_2D)=\frac{h_1}{\mu_1}B \tag{4.7}$$

Επιπλέον, ο συντελεστής A προκύπτει από την ακόλουθη συνθήκη κανονικοποίησης

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{U_g^2(x)}{\mu(x)}dx=\pm 1 \tag{4.8}$$

και δίνεται από τη σχέση

$$A=\left[\frac{D}{\mu_2}+\frac{h_1^2+h_2^2}{\mu_1h_1h_2^2}\cos^2(h_2D)\right]^{-1/2} \tag{4.9}$$

Από τις εξισώσεις (4.6) και (4.7) προκύπτει η ακόλουθη χαρακτηριστική εξίσωση (συνθήκη κυματοδήγησης) για τους κυματοδηγούμενους ρυθμούς:

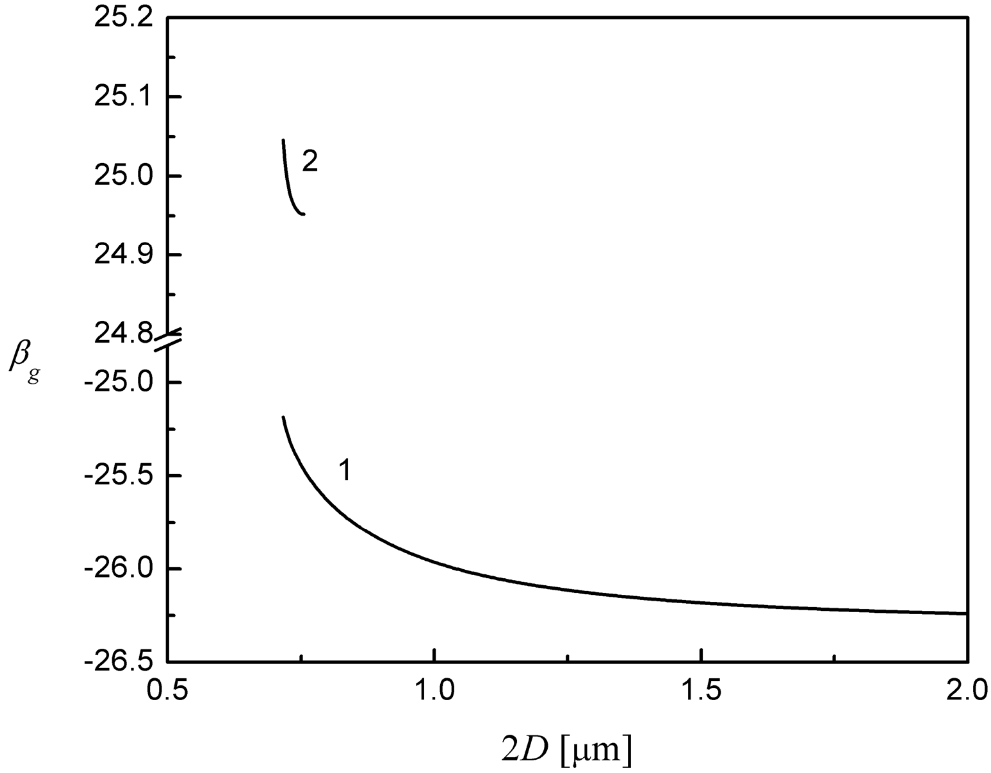
$$h_1\mu_2 \cos(h_2 D) - h_2\mu_1 \sin(h_2 D) = 0 \tag{4.10}$$

οι λύσεις της οποίας δίνουν τις σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών.

4.3 Αριθμητικά αποτελέσματα

Με βάση την παραπάνω ανάλυση δημιουργήθηκε ένας αριθμητικός κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN για τις αριθμητικές προσομοιώσεις. Σε όλους τους υπολογισμούς έχει επιλεγεί μήκος κύματος ελεύθερου χώρου $\lambda_0 = 0.86$ μm, $\varepsilon_2 = -12.96$ και $\varepsilon_1 = 11.664$. Αρχικά θα μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά διάδοσης ενός τέτοιου κυματοδηγού με χρήση της χαρακτηριστικής εξίσωσης (4.10).

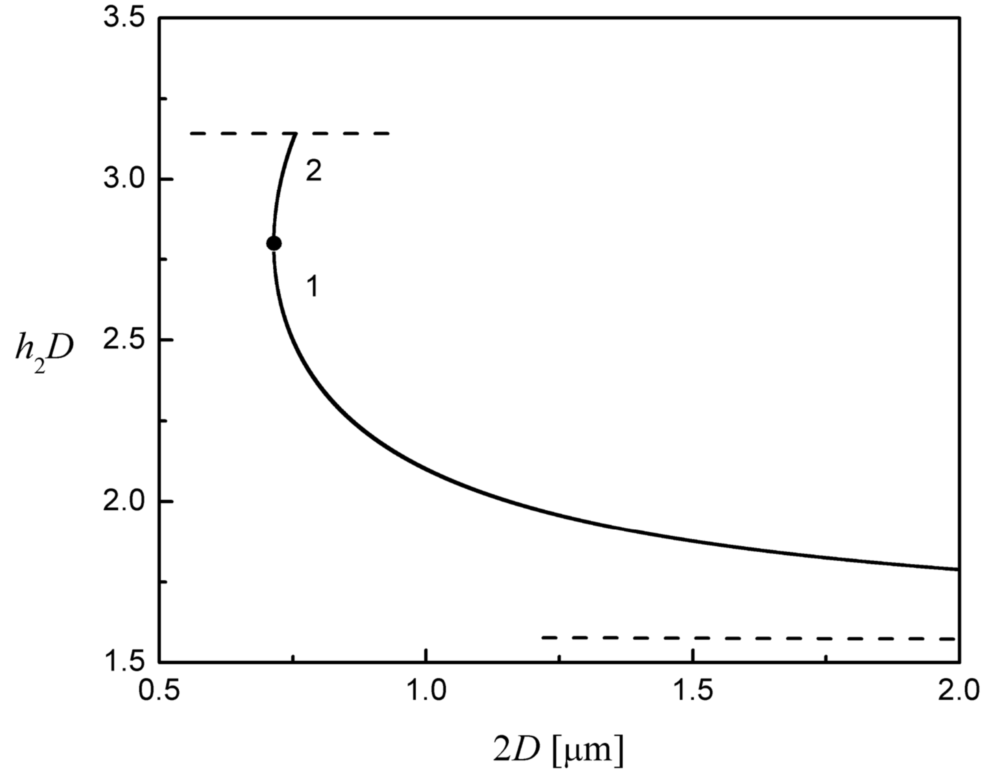
Στο Σχ. 4–2 αποτυπώνονται οι καμπύλες διασποράς, δηλαδή η εξάρτηση της σταθεράς διάδοσης β_g από το πάχος $2D$ του πυρήνα του κυματοδηγού για τον πρώτο ρυθμό TE που υποστηρίζει η γεωμετρία. Στη συνέχεια, θα δούμε ότι ο ρυθμός αυτός είναι ο TE_2. Από το σχήμα αυτό προκύπτουν διάφορα ενδιαφέροντα συμπεράσματα για τη γεωμετρία που εξετάζουμε. Αρχικά, φαίνεται πως ο ρυθμός αυτός εμφανίζει αποκοπή για μικρά D, χαρακτηριστικό το οποίο αποτελεί σημαντική διαφορά μεταξύ της αριστερόστροφης διάταξης και των συνήθων επίπεδων διηλεκτρικών κυματοδηγών με θετικά διηλεκτρικά χαρακτηριστικά. Επιπλέον, φαίνεται ότι η χαρακτηριστική εξίσωση έχει δύο λύσεις κοντά στην αποκοπή των ρυθμών, γεγονός που συνιστά την ύπαρξη δύο κυματοδηγούμενων ρυθμών στην περιοχή αυτή, τον TE_2 που περιγράφεται από την καμπύλη 1 και τον TE_2' (καμπύλη 2). Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό προκύπτει από την εναλλαγή του πρόσημου στη συνάρτηση $\mu(x)$. Συγκεκριμένα, εφόσον η πεδιακή κατανομή του ρυθμού αλλάζει με τις παραμέτρους της γεωμετρίας, όπως με το πάχος του πυρήνα $2D$, καθώς το $\mu(x)$ στον πυρήνα του κυματοδηγού είναι αρνητικό, η ισχύς που μεταφέρεται από το ρυθμό ενδέχεται να αντιστρέφει το πρόσημο [30, 80]. Η αρνητική ροή ενέργειας για θετικό πλάτος του πεδίου στον άξονα ($A > 0$) αντιστοιχεί στην περίπτωση όπου $\mathrm{Re}[\beta_g] < 0$. Κάτω απ' αυτές τις συνθήκες, το διάνυσμα της ταχύτητας φάσης και το διάνυσμα Poynting έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, με αποτέλεσμα ο κυματοδηγούμενος ρυθμός να διαδίδεται προς τα πίσω. Στις περιπτώσεις αυτές, η ροή ενέργειας του κυματοδηγούμενου ρυθμού στις διατάξεις που εξετάζουμε είναι σαφώς διαφορετική απ' ότι στους συνήθεις επίπεδους διηλεκτρικούς κυματοδηγούς. Στο Σχ. 4–2 ο ρυθμός TE_2 διαδίδεται προς τα πίσω και μάλιστα σε ένα μεγάλο εύρος μεταβολής του πυρήνα $2D$. Ο ρυθμός TE_2' διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα z και υφίσταται μόνο σε μια μικρή περιοχή κοντά στην αποκοπή, έχει δηλαδή δύο σημεία αποκοπής.



Σχ. 4-2. Καμπύλες διασποράς για τον πρώτο κυματοδηγούμενο ρυθμό TE.

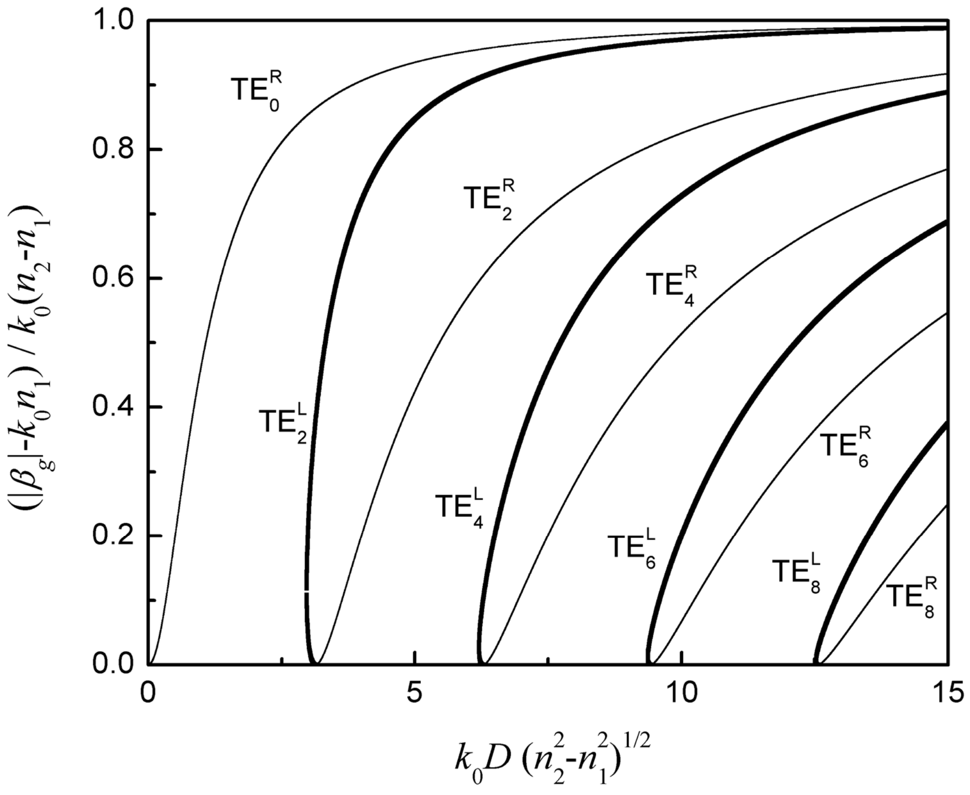
Η συμπεριφορά των καμπυλών διασποράς μπορεί να εξεταστεί ευκολότερα αν αναλύσουμε τις λύσεις που προκύπτουν από τη σχέση διασποράς με την κλασσική μέθοδο, όπως εφαρμόζεται στους συνήθεις επίπεδους διηλεκτρικούς κυματοδηγούς [80]. Στο Σχ. 4–3 αποτυπώνεται ο κανονικοποιημένος εγκάρσιος κυματαριθμός h_2D σαν συνάρτηση του πάχους του πυρήνα $2D$ για τον ίδιο ρυθμό. Η μαύρη τελεία στο γράφημα σηματοδοτεί το σημείο, στο οποίο οι δύο ρίζες που προκύπτουν από τη σχέση διασποράς συγχωνεύονται. Κοντά στο σημείο αυτό η συνάρτηση h_2D έχει δύο ρίζες. Το σημείο αυτό αποτελεί το κοινό σημείο αποκοπής των δύο ρυθμών. Τα αντίστοιχα μέρη της καμπύλης σημειώνονται με τους αριθμούς 1 και 2. Αξίζει να σημειώσουμε ότι στη γεωμετρία που εξετάζουμε, η παράμετρος h_2D παίρνει τιμές μέσα στο διάστημα (π/2, π), όπου στο όριο

$D \rightarrow +\infty$, το $h_2D \rightarrow \pi/2$ για το ρυθμό TE_2. Τα όρια π και π/2 σημειώνονται στο σχήμα με οριζόντιες διακεκομμένες ευθείες.



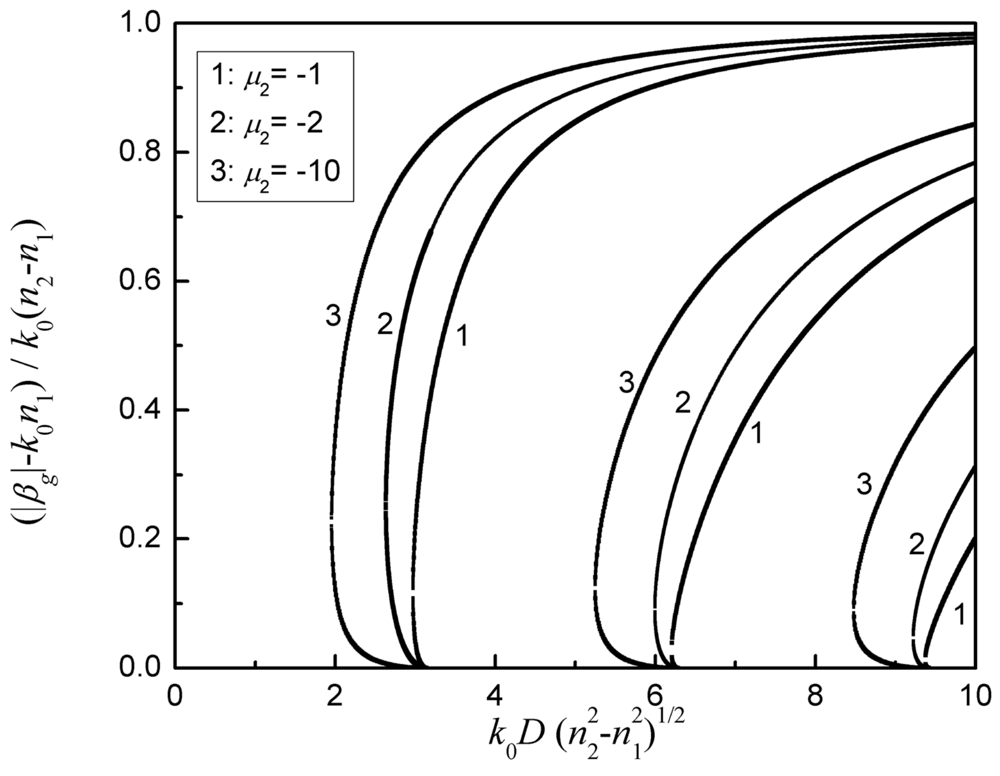
Σχ. 4-3. Κανονικοποιημένος εγκάρσιος κυματαριθμός h_2D συναρτήσει του 2D.

Για τη σχετική σύγκριση των καμπυλών διασποράς της διάταξης με αυτές του κλασσικού επίπεδου διηλεκτρικού κυματοδηγού, στο Σχ. 4–4 αποτυπώνεται ο κανονικοποιημένος διαμήκης κυματαριθμός $(|\beta_g| - k_0 n_1)/k_0(n_2 - n_1)$ σε συνάρτηση με την παράμετρο $k_0 D\sqrt{n_2^2 - n_1^2}$ για τις δύο γεωμετρίες, όπου $n_i = \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}$. Οι έντονες καμπύλες αντιστοιχούν σε κυματοδηγό με πυρήνα μεταϋλικού (αριστερόστροφο) και σημειώνονται με το γράμμα «L» (Left-handed), ενώ οι καμπύλες που αντιστοιχούν στον κλασσικό «δεξιόστροφο» κυματοδηγό σημειώνονται με το γράμμα «R» (Right-handed). Οι υπολογισμοί έχουν γίνει με $\varepsilon_2^{\mathrm{L}} = -\varepsilon_2^{\mathrm{R}} = -11.664$ και $\mu_2^{\mathrm{L}} = -\mu_2^{\mathrm{R}} = -12.96$. Από το σχήμα αυτό επιβεβαιώνεται ότι το φαινόμενο κυματοδήγησης στους αριστερόστροφους κυματοδηγούς εμφανίζει περιοχή αποκοπής. Πιο συγκεκριμένα, διαπιστώνεται η έλλειψη του κυματοδηγούμενου ρυθμού $\mathrm{TE}_0^{\mathrm{L}}$, ενώ ο πρώτος άρτιος ρυθμός που υποστηρίζει η διάταξη είναι ο TE_2^L. Επίσης διακρίνεται ο δυισμός του ρυθμού κοντά στην περιοχή αποκοπής, φαινόμενο το οποίο εξασθενεί για μεγαλύτερες τάξεις ρυθμών.



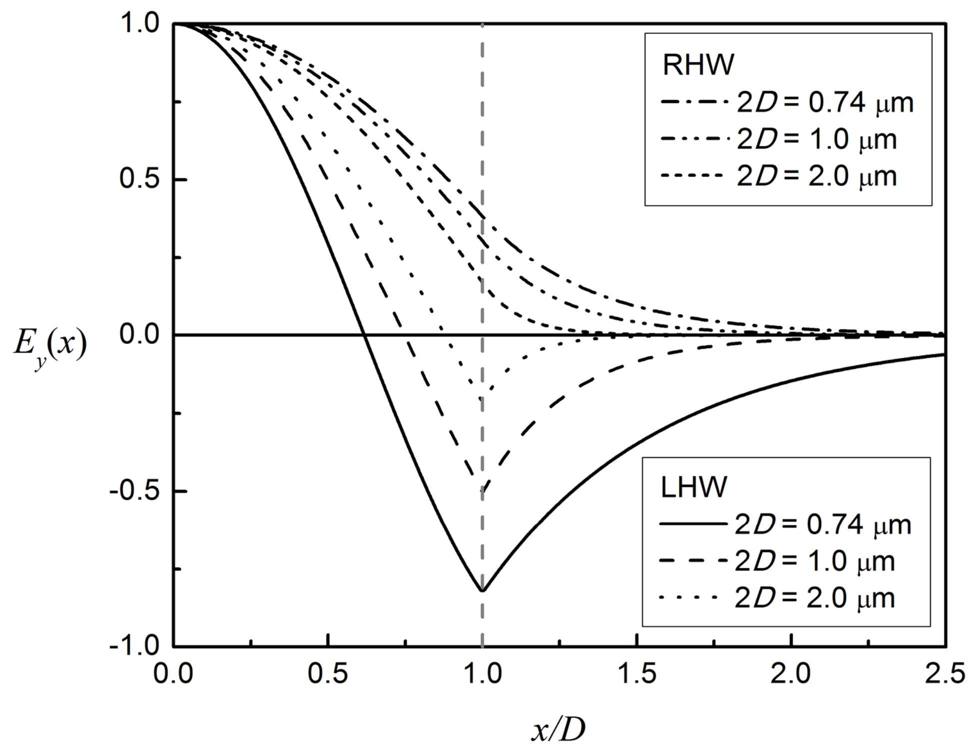
Σχ. 4-4. Κανονικοποιημένος διαμήκης κυματαριθμός συναρτήσει του $k_0D\sqrt{n_2^2-n_1^2}$ για άρτιους TE ρυθμούς σε RH και LH κυματοδηγούς.

Στη συνέχεια μελετάται η εξάρτηση των καμπυλών διασποράς από τα διηλεκτρικά χαρακτηριστικά των αριστερόστροφων κυματοδηγών και συγκεκριμένα από τη μαγνητική διαπερατότητα μ_2 του πυρήνα. Στο Σχ. 4–5 παρουσιάζεται ο κανονικοποιημένος διαμήκης κυματαριθμός $(|\beta_g|-k_0n_1)/k_0(n_2-n_1)$ σε συνάρτηση με την παράμετρο $k_0D\sqrt{n_2^2-n_1^2}$ για τρεις διαφορετικές τιμές της μαγνητικής διαπερατότητας $\mu_2=-1$, -2 και -10. Για τον υπολογισμό των αποτελεσμάτων, η ηλεκτρική επιτρεπτότητα του πυρήνα διατηρήθηκε σταθερή $\varepsilon_2=-11.664$. Από το σχήμα αυτό γίνεται φανερό ότι καθώς το μ_2 αυξάνει αρνητικά η περιοχή δυισμού των κυματοδηγούμενων ρυθμών αυξάνει. Τα σημεία αποκοπής των ρυθμών μετατοπίζονται σε μικρότερα *D*, ενώ η περιοχή μονορυθμικής λειτουργίας της διάταξης που περιλαμβάνει μόνο τον ρυθμό TE_2^L γίνεται στενότερη.



Σχ. 4-5. Κανονικοποιημένος διαμήκης κυματαριθμός συναρτήσει του $k_0 D\sqrt{n_2^2 - n_1^2}$ για άρτιους TE ρυθμούς για διάφορες τιμές του μ_2.

Κατόπιν, εξετάζονται τα χαρακτηριστικά της πεδιακής κατανομής του πρώτου κυματοδηγούμενου ρυθμού $\mathrm{TE}_2^{\mathrm{L}}$. Στο Σχ. 4–6 απεικονίζεται η κατανομή του $|E_y(x)|$ για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις του πάχους του πυρήνα $2D = 0.74$, 1.0 και 2.0 μm. Για τη σύγκριση με τον κλασσικό διηλεκτρικό κυματοδηγό, παραθέτουμε τις αντίστοιχες καμπύλες στο ίδιο σχήμα. Οι διηλεκτρικές παράμετροι του αριστερόστροφου κυματοδηγού (LHW) είναι $\varepsilon_2 = -12.96$, $\varepsilon_1 = 11.664$, $\mu_2 = -1$, $\mu_1 = 1$. Τα χαρακτηριστικά για το δεξιόστροφο κυματοδηγό (RHW) διαφέρουν μόνο στα πρόσημα των ε_2 και μ_2. Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή υποδηλώνει τη διεπαφή μεταξύ του πυρήνα και του περιβλήματος. Οι καμπύλες του σχήματος υποδηλώνουν μια χαρακτηριστική μεταβολή στην πεδιακή κατανομή καθώς αυξάνει το πάχος του πυρήνα. Συγκεκριμένα, καθώς το $kD \to +\infty$, το πεδίο συμπεριφέρεται ως $E_y(x) \propto \cos[\pi x / (2D)]$ στο εσωτερικό του πυρήνα, ενώ τείνει στο μηδέν έξω από αυτόν. Ένα επίσης σημαντικό χαρακτηριστικό αποτελεί το γεγονός ότι η κατανομή του πεδίου του ρυθμού $\mathrm{TE}_2^{\mathrm{L}}$ εμφανίζει δύο μηδενισμούς.

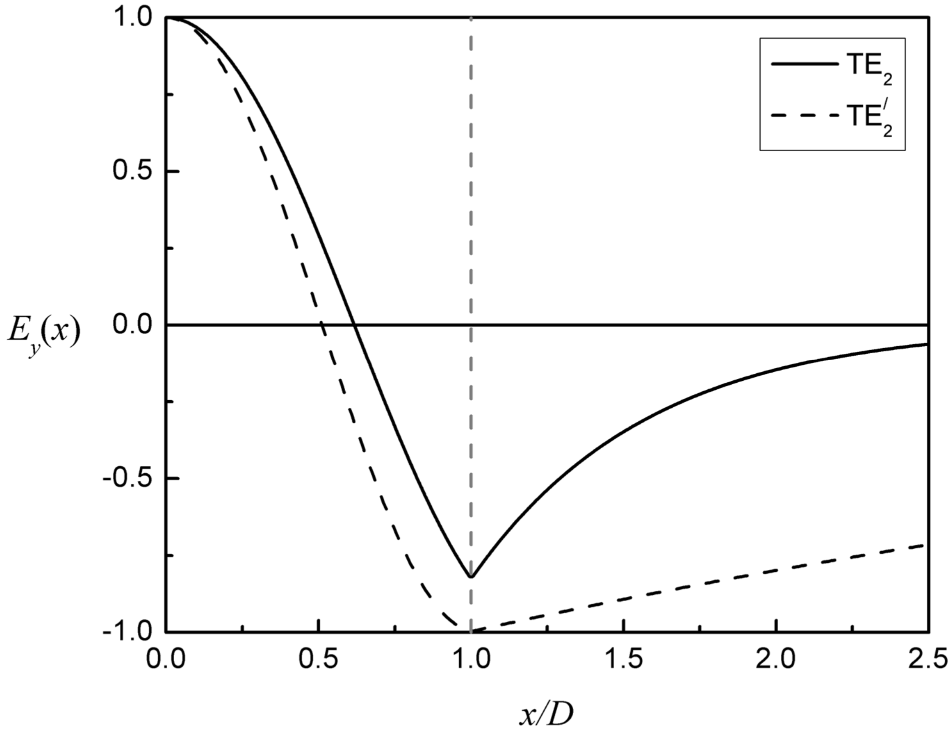


Σχ. 4-6. Κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ για διαφορετικές τιμές του πάχους του πυρήνα 2D.

Ας σημειωθεί επίσης ότι μακριά από την περιοχή αποκοπής, δηλαδή για $kD >> 1$, η συμπεριφορά του πεδίου είναι παρόμοια με εκείνη του κύριου κυματοδηγούμενου ρυθμού σε διηλεκτρικό μέσο, ενώ η σημαντική διαφορά τους παρατηρείται μόνο κοντά στη διεπαφή μεταξύ των στρωμάτων. Η διαφορά αυτή σχετίζεται με το γεγονός ότι η παράγωγος του E_y στον κυματοδηγό μεταϋλικού αντιστρέφει το πρόσημο στα σημεία $x = \pm D$ λόγω της Εξ. (4.5), ενώ στην περίπτωση του συνήθη κυματοδηγού, τα πρόσημα των παραγώγων είναι ίδια. Έτσι, οι μεταβολές του πεδίου στους συνήθεις διηλεκτρικούς κυματοδηγούς δεν είναι τόσο γρήγορες όσο στην περίπτωση του μεταϋλικού.

Στη συνέχεια, γίνεται μια σύγκριση των πεδιακών κατανομών των TE_2 και TE_2'. Στο Σχ. 4–7 παρουσιάζεται η κατανομή του $E_y(x)$ για $2D = 0.74\mu\mathrm{m}$. Για το πάχος αυτό, η καμπύλη διασποράς έχει δύο λύσεις, δηλαδή και οι δύο ρυθμοί μπορούν να διαδίδονται ταυτόχρονα. Στο σχήμα αυτό η συμπαγής καμπύλη εκφράζει την κατανομή του πεδίου του ρυθμού TE_2, ενώ η διακεκομμένη εκείνη του TE_2'. Αξίζει να σημειωθεί ότι για τον TE_2' η ένταση του πεδίου στο εξωτερικό του κυματοδηγού είναι μεγάλη και φθίνει αργά καθώς το

$|x| \to \infty$. Εξαιτίας αυτής της μορφής του πεδίου ο συγκεκριμένος ρυθμός θα είναι «ευθύς», δηλαδή θα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα z, αφού το μεγαλύτερο μέρος της κυματικής ενέργειας διαδίδεται στην περιοχή $|x| > D$, όπου η επιτρεπτότητα ε και η διαπερατότητα μ είναι θετικά. Αντίθετα, για τον TE_2 η ένταση του πεδίου εκτός του κυματοδηγού είναι μικρή. Επομένως, ο ρυθμός αυτός θα διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα z, δηλαδή θα είναι «αντίστροφος».



Σχ. 4-7. Κατανομή του δυικού κυματοδηγούμενου ρυθμού TE_2 για πάχος πυρήνα $2D = 0.74\mu m$.

Οι ρυθμοί που αναλύσαμε ανήκουν στην κατηγορία των λεγόμενων ταλαντευόμενων ρυθμών (oscillating modes) [30, 80]. Τα πεδία αυτών των ρυθμών μέσα στον πυρήνα του κυματοδηγού εκφράζονται με τη βοήθεια τριγωνομετρικών συναρτήσεων. Σε έναν κυματοδηγό μεταϋλικού μπορούν να υπάρχουν επίσης επιφανειακοί κυματοδηγούμενοι ρυθμοί, τα πεδία των οποίων φθίνουν εκθετικά με την απόσταση από τα συνοριακά σημεία $x = \pm D$. Κατά κανόνα, αυτοί οι ρυθμοί μπορούν να διαδίδονται, εάν οι παράμετροι του μέσου είναι τέτοιες ώστε το πρόσημο ανισότητας στην Εξ. (4.1) να αντικατασταθεί από το αντίθετο. Τέτοιοι ρυθμοί μπορούν να αναλυθούν ακολουθώντας την παραπάνω διαδικασία με μικρές τροποποιήσεις και δεν εξετάζονται εδώ.

5 Μαθηματική Ανάλυση Απότομα Τερματισμένων Επίπεδων Κυματοδηγών από Μεταϋλικά παρουσία Μεταλλικών Ιρίδων

5.1 Εισαγωγή

Τα φαινόμενα σκέδασης κυματοδηγούμενων ρυθμών TE ή TM που προκαλούνται από απότομες αλλαγές στη διατομή ενός κυματοδηγού έχουν αναλυθεί στο παρελθόν με χρήση διάφορων μεθόδων [83 – 87]. Επιπλέον, η μέθοδος ολοκληρωτικών εξισώσεων με ή χωρίς τη χρήση συντελεστών επιτάχυνσης της σύγκλισης έχει εφαρμοστεί διεξοδικά στη μελέτη απότομα τερματισμένων διηλεκτρικών κυματοδηγών [20 – 22, 54, 88]. Παρόλα αυτά, πιο σύνθετες διατάξεις, οι οποίες συνδυάζουν ταυτόχρονα μεταλλικά στοιχεία και διηλεκτρικές ασυνέχειες, δεν μπορούν να εξεταστούν το ίδιο εύκολα και με ακρίβεια.

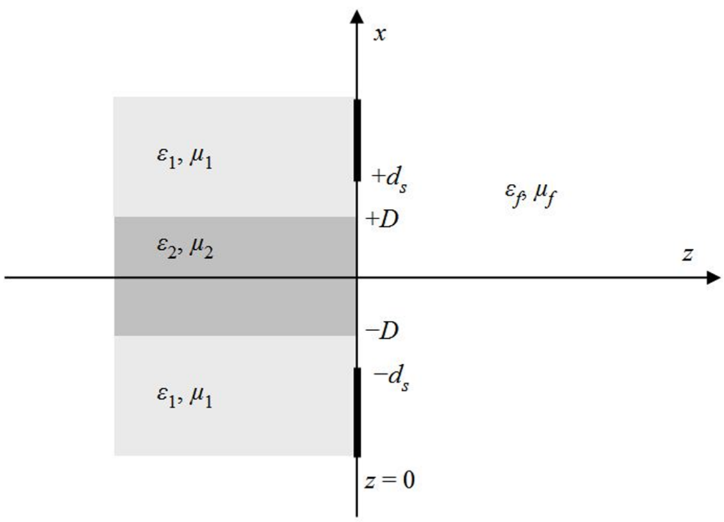
Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται ο μαθηματικός φορμαλισμός της επίδρασης μεταλλικών ιρίδων με τη μορφή διαφράγματος, στις ιδιότητες ανάκλασης ενός επίπεδου κυματοδηγού τριών στρωμάτων, ο οποίος τερματίζεται απότομα. Η ανάλυση έχει γραφεί κατάλληλα, ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί ταυτόχρονα σε συνήθεις διηλεκτρικούς κυματοδηγούς καθώς και σε κυματοδηγούς μεταϋλικού. Με τον τρόπο αυτό η εφαρμογή της μεθόδου (με ελάχιστες τροποποιήσεις) είναι εφικτή για τη μελέτη ενός ευρύτατου φάσματος διατάξεων με μεγάλη πολυπλοκότητα. Στην παρούσα εργασία δίνονται αποτελέσματα μόνο για την περίπτωση του συμβατικού διηλεκτρικού κυματοδηγού.

5.2 Μαθηματική ανάλυση

Η γεωμετρία του προβλήματος φαίνεται στο Σχ. 5–1, όπου ένας συμμετρικός επίπεδος κυματοδηγός τριών στρωμάτων τερματίζεται απότομα στο επίπεδο $z = 0$. Στο επίπεδο τερματισμού έχουν τοποθετηθεί δύο ημιάπειρες μεταλλικές ίριδες κάθετα στον άξονα διάδοσης z του κυματοδηγού. Οι ίριδες αυτές θεωρούνται απείρως λεπτές και τέλεια αγώγιμες. Για διευκόλυνση στην ανάλυση του προβλήματος, ο χώρος χωρίζεται σε δύο περιοχές, την περιοχή κυματοδήγησης (*Περιοχή I*, $z < 0$) και την περιοχή ακτινοβολίας ή ελεύθερου χώρου (*Περιοχή II*, $z > 0$). Ο πυρήνας του κυματοδηγού αποτελείται από στρώμα πάχους $2D$ με επιτρεπτότητα ε_2 και διαπερατότητα μ_2. Στην ανάλυση που ακολουθεί λαμβάνουμε υπόψη τη γενική περίπτωση, όπου τα ε_2 και μ_2 ενδέχεται να είναι είτε θετικά αναφερόμενα σε σύνηθες δεξιόστροφο υλικό, είτε αρνητικά περιγράφοντας αριστερόστροφο μεταϋλικό. Το υπόστρωμα και το περίβλημα θεωρούνται ότι εκτείνονται μέχρι το $x \to \pm\infty$, με διηλεκτρικά χαρακτηριστικά $\varepsilon_1 > 0$, $\mu_1 > 0$ έτσι ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη $|\varepsilon_2\mu_2| - \varepsilon_1\mu_1 > 0$. Για διευκόλυνση, στην παρούσα ανάλυση, το άνοιγμα των ιρίδων θεωρείται συμμετρικό ως προς το επίπεδο $x = 0$ με πλάτος $2d_s$, αλλά η μέθοδος μπορεί εύκολα να επεκταθεί και σε ασύμμετρα ανοίγματα όπως αυτά που μελετήθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο. Η *Περιοχή ΙΙ* περιγράφεται από τις παραμέτρους ελεύθερου χώρου ε_f=1 και μ_f=1. Όσον αφορά τη διάσταση *y*, ο κυματοδηγός θεωρείται ότι εκτείνεται στο άπειρο, επομένως όλες οι πεδιακές κατανομές θα είναι ανεξάρτητες από το *y*, δηλαδή $\partial/\partial y \equiv 0$, και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο θα μπορεί να μελετηθεί ξεχωριστά για τα TE και τα TM κύματα. Στην παρούσα ανάλυση εξετάζονται μόνο οι άρτιοι ρυθμοί TE.

Στη συνέχεια της ανάλυσης θα εκφράζουμε τη μαγνητική διαπερατότητα του συστήματος με τη βοήθεια της συνάρτησης:

$$\mu(x) = \begin{cases} \mu_1, & |x| > D \\ \mu_2, & |x| < D \end{cases} \tag{5.1}$$



Σχ. 5-1. Συμμετρικός επίπεδος κυματοδηγός τριών στρωμάτων με δύο μεταλλικές ίριδες τοποθετημένες στο επίπεδο τερματισμού z = 0.

Σε έναν συμμετρικό επίπεδο κυματοδηγό τριών στρωμάτων, το ηλεκτρικό πεδίο έχει μόνο μία συνιστώσα παράλληλη στον άξονα y, την $E_y(x, z) = U_g(x)\exp(-j\beta_g z)$, όπου το U_g δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U_g(x) = A_g \begin{cases} \cos(h_2 D)\exp[-h_1(x-D)], & x \geq D \\ \cos(h_2 x), & 0 \leq x \leq D \end{cases} \tag{5.2}$$

όπου $h_1 = \sqrt{\beta_g^2 - k_0^2\varepsilon_1\mu_1}$ και $h_2 = \sqrt{k_0^2\varepsilon_2\mu_2 - \beta_g^2}$ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός στο υπόστρωμα (και στο περίβλημα) και στο πυρήνα, αντίστοιχα. Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος απαιτούν τη συνέχεια των συναρτήσεων U_g και $\mathrm{d}U_g/\mathrm{d}x$ στις διεπαφές μεταξύ των διαφορετικών στρωμάτων, από τις οποίες προκύπτει η συνθήκη κυματοδήγησης, λύσεις της οποίας αποτελούν οι σταθερές διάδοσης β_g των κυματοδηγούμενων ρυθμών. Πιο συγκεκριμένα, οι οριακές συνθήκες είναι:

$$U_g(x)\Big|_{D+} = U_g(x)\Big|_{D-} \quad \text{και} \quad \frac{1}{\mu_1}\frac{\partial U_g(x)}{\partial x}\bigg|_{D+} = \frac{1}{\mu_2}\frac{\partial U_g(x)}{\partial x}\bigg|_{D-} \tag{5.3}$$

από τις οποίες προκύπτει η ακόλουθη χαρακτηριστική εξίσωση:

$$h_1\mu_2\cos(h_2 D) - h_2\mu_1\sin(h_2 D) = 0 \tag{5.4}$$

Τέλος, θεωρώντας το συντελεστή ανάπτυξης A_g μοναδιαίο, μπορούμε να υπολογίσουμε τον παράγοντα κανονικοποίησης N από τη σχέση:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{U_g^2(x)}{\mu(x)}dx = N \tag{5.5}$$

Για απλότητα, θεωρούμε μονορυθμικό σύστημα (ή πιο συγκεκριμένα σύστημα με έναν κυματοδηγούμενο ρυθμό TE). Ο κυματοδηγούμενος ρυθμός σκεδάζεται από την ασυνέχεια των μεταλλικών πλακών στο επίπεδο $z = 0$ και μέρος της κυματοδηγούμενης ισχύος μεταδίδεται μέσα από το άνοιγμα. Επίσης, τα παραγόμενα ηλεκτρικά ρεύματα πάνω στις μεταλλικές πλάκες αναπόφευκτα εξάγουν κύματα ακτινοβολίας [1, 20 – 22] και στις δύο *Περιοχές I* και *II*, καθώς και έναν κυματοδηγούμενο ρυθμό, ο οποίος διαδίδεται κατά μήκος του αρνητικού άξονα z, αντίθετα προς την κατεύθυνση του προσπίπτοντος κύματος. Μόνο μία συνιστώσα, επίσης παράλληλη στον άξονα y, του ηλεκτρικού πεδίου απαιτείται για την περιγραφή των κυμάτων ακτινοβολίας στην περιοχή κυματοδήγησης, και δίνεται από τη συνάρτηση:

$$\Psi(x,\rho)=\begin{cases} B_r\cos[\rho(x-D)+\phi(\rho)], & x\geq D \\ A_r\cos(\sigma x), & 0\leq x\leq D \end{cases} \tag{5.6}$$

όπου σ και ρ είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός των κυμάτων ακτινοβολίας στον πυρήνα και στο περίβλημα, αντίστοιχα, με $\sigma^2 = k_0^2\varepsilon_2\mu_2 - k_0^2\varepsilon_1\mu_1 + \rho^2$ $(0<\rho<+\infty)$. Ο διαμήκης κυματαριθμός των ρυθμών αυτών δίνεται από τη σχέση $\beta(\rho)=\sqrt{k_0^2\varepsilon_1\mu_1-\rho^2}$, με $\mathrm{Re}[\beta(\rho)]>0$ και $\mathrm{Im}[\beta(\rho)]<0$. Εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες του προβλήματος, δηλαδή την συνέχεια των $\Psi(x,\rho)$ και $\partial\Psi(x,\rho)/\partial x$ καθώς και τη συνθήκη κανονικοποίησης:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\Psi(x,\rho)\Psi(x,\rho')}{\mu(x)}\mathrm{d}x=\delta(\rho-\rho') \tag{5.7}$$

υπολογίζονται οι συντελεστές ανάπτυξης A_r, B_r και η φάση $\phi(\rho)$. Τέλος, οι κυματοδηγούμενοι ρυθμοί και οι ρυθμοί ακτινοβολίας είναι ορθογώνιοι μεταξύ τους, δηλαδή ικανοποιούν τη σχέση:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{U_g(x)\Psi(x,\rho)}{\mu(x)}\mathrm{d}x=0 \tag{5.8}$$

Βασιζόμενοι στη μέχρι τώρα ανάλυση, μπορούμε να εκφράσουμε το ηλεκτρικό πεδίο στην *Περιοχή I* του κυματοδηγού ($z<0$) ως:

$$\begin{aligned} E_y^{I}(x,z) &= U_g(x)\exp(-j\beta_g z)+R_gU_g(x)\exp(+j\beta_g z) \\ &+\int_0^{+\infty}R(\rho)\Psi(x,\rho)\exp[+j\beta(\rho)z]\,\mathrm{d}\rho \end{aligned} \tag{5.9}$$

όπου R_g και $R_\ell(\rho)$ είναι οι συντελεστές ανάκλασης των κυματοδηγούμενων ρυθμών και των ρυθμών ακτινοβολίας, αντίστοιχα, οι οποίοι θα προσδιοριστούν στη συνέχεια. Θα πρέπει εδώ να αναφέρουμε ότι στην περίπτωση κυματοδηγού με μεταϋλικό, όπου ο κυματοδηγούμενος ρυθμός ενδέχεται να διαδίδεται αντίθετα στη θετική φορά του άξονα z, οι εκφράσεις «προσπίπτον» και «ανακλώμενο» θεωρούνται συμβατικές.

Με παρόμοιο τρόπο, για τον ημιάπειρο χώρο $z>0$ (*Περιοχή II*) το ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να εκφραστεί ως:

$$E^{II}(x)=\int_0^{+\infty}T(s)\phi(x,s)\exp[+j\gamma(s)z]\mathrm{d}s \tag{5.10}$$

όπου $0 < s < +\infty$ και $\gamma(s)$ είναι ο εγκάρσιος και ο διαμήκης κυματαριθμός, αντίστοιχα, των ιδιοκυμάτων ελεύθερου χώρου, $\gamma(s) = \sqrt{k_0^2 n_0^2 - s^2}$ με $\mathrm{Re}[\gamma(s)] > 0$ και $\mathrm{Im}[\gamma(s)] < 0$, ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες ακτινοβολίας και να έχουμε διαδιδόμενα κύματα, $T(s)$ είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης που θα προσδιοριστούν παρακάτω και $\phi(x,s) = (1/\sqrt{\pi})\cos(sx)$ είναι τα ιδιοκύματα ελεύθερου χώρου που ικανοποιούν τη σχέση ορθογωνιότητας:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\phi(x,s)\phi(x,s')}{\mu_f} \mathrm{d}x = \delta(s-s') \tag{5.11}$$

Υποθέτοντας ότι $\mathcal{E}(x)$ είναι η κατανομή του άγνωστου εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο $z = 0$, οι ακόλουθες εξισώσεις που περιλαμβάνουν τους συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης μπορούν εύκολα να εξαχθούν:

$$R_g = -1 + \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathcal{E}(x) U_g(x)}{\mu(x)} \mathrm{d}x \bigg|_{z=0} \tag{5.12}$$

$$R(\rho) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathcal{E}(x)\Psi(x,\rho)}{\mu(x)} \mathrm{d}x \bigg|_{z=0} \tag{5.13}$$

$$T(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathcal{E}(x)\phi(x,s)}{\mu_f} \mathrm{d}x \bigg|_{z=0} \tag{5.14}$$

Στο επίπεδο τερματισμού $z = 0$ θα πρέπει να ικανοποιούνται οι οριακές συνθήκες:

$$E_y^I(x)\Big|_{z=0} = E_y^{II}(x)\Big|_{z=0} = \mathcal{E}(x) \tag{5.15}$$

$$H_z^I(x)\Big|_{z=0} = H_z^{II}(x)\Big|_{z=0} \Rightarrow \frac{j}{\omega\mu(x)} \frac{\partial E_y^I(x)}{\partial z} = \frac{j}{\omega\mu_f} \frac{\partial E_y^{II}(x)}{\partial z} \Rightarrow \frac{\partial E_y^I(x)}{\mu(x)\partial z} = \frac{\partial E_y^{II}(x)}{\mu_f \partial z} \tag{5.16}$$

Από την τελευταία εξίσωση παίρνουμε:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\mu(x)}(R_g - 1)\beta_g U_g(x) + \frac{1}{\mu(x)} \int_0^{+\infty} \beta(\rho) R(\rho) \Psi(x,\rho) \mathrm{d}\rho \\ &+ \frac{1}{\mu_f} \int_0^{+\infty} \gamma(s) T(s) \phi(x,s) \mathrm{d}s = 0 \end{aligned} \tag{5.17}$$

και αντικαθιστώντας τους συντελεστές R_g, $R(\rho)$ και $T(s)$ από τις εξισώσεις (5.12)–(5.14) προκύπτει η ακόλουθη ολοκληρωτική εξίσωση για την άγνωστη κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E}(x)$ στο $z = 0$:

$$\frac{2\beta_g U_g(x)}{\mu(x)} = \int_{-d_s}^{+d_s} \mathrm{d}x' \mathcal{E}(x') K(x,x') \tag{5.18}$$

όπου

$$\begin{aligned} K(x,x') = {} & \frac{\beta_g}{\mu(x)} \frac{U_g(x) U_g(x')}{N\mu(x')} + \int_0^{+\infty} \frac{\beta(\rho)}{\mu(x)} \frac{\Psi(x,\rho)\Psi(x',\rho)}{\mu(x')} \mathrm{d}\rho \\ & + \int_0^{+\infty} \frac{\gamma(s)}{\mu_f} \frac{\phi(x,s)\phi(x',s)}{\mu_f} \mathrm{d}s \end{aligned} \tag{5.19}$$

Στο επίπεδο $z = 0$ το πλάτος του εφαπτομενικού πεδίου πάνω στις μεταλλικές πλάκες είναι μηδενικό, δηλαδή $\mathcal{E}(x) = 0$ για $x \geq d_s$ και $x \leq -d_s$. Επομένως, όλα τα σχετικά ολοκληρώματα αρκεί να υπολογιστούν στο διάστημα $(-d_s, d_s)$. Κατά συνέπεια, το ηλεκτρικό πεδίο πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων μπορεί να εκφραστεί με τη βοήθεια της ακόλουθης πεπερασμένης σειράς πολυωνύμων Chebyshev T_m πολλαπλασιασμένης με τη συνάρτηση βάρους $\sqrt{1-(x/d_s)^2}$, που λαμβάνει υπόψη τη συμπεριφορά του ηλεκτρικού πεδίου κοντά στα απότομα άκρα των ιρίδων:

$$\mathcal{E}(x) = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{d_s}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x}{d_s}\right) \tag{5.20}$$

όπου C_m είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης που πρέπει να προσδιοριστούν. Στην περίπτωση αυτή οι «κόμβοι» δίνονται από τη σχέση:

$$x_j = d_s \cos\left(\pi \frac{2j+1}{4M}\right) \tag{5.21}$$

Αντικαθιστώντας την (5.20) στην (5.18) προκύπτει η ακόλουθη ομάδα εξισώσεων για $x = x_j$:

$$\frac{2\beta_g U_g(x_j)}{\mu(x_j)} = \frac{\beta_g U_g(x_j)}{N\mu(x_j)} \int_{-d_s}^{+d_s} \mathrm{d}x' \frac{U_g(x')}{\mu(x')} \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right)$$

$$+\int_0^{+\infty} \beta(\rho) \frac{\Psi(x_j,\rho)}{\mu(x_j)} \mathrm{d}\rho \int_{-d_s}^{+d_s} \mathrm{d}x' \frac{\Psi(x',\rho)}{\mu(x')} \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \tag{5.22}$$

$$+\int_0^{+\infty} \gamma(s) \frac{\phi(x_j,s)}{\mu_f} \mathrm{d}s \int_{-d_s}^{+d_s} \mathrm{d}x' \frac{\phi(x',s)}{\mu_f} \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} \sum_{m=0}^{M-1} C_m T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right)$$

Εισάγοντας τις ποσότητες:

$$\int_{-d_s}^{d_s} \frac{U_g(x')}{\mu(x')} \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' = \mathcal{P}_{2m,g} \tag{5.23}$$

$$\int_{-d_s}^{d_s} \frac{\Psi(x',\rho)}{\mu(x')} \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' = \mathcal{S}_{2m,r}(\rho) \tag{5.24}$$

$$\int_{-d_s}^{d_s} \frac{\phi(x',s)}{\mu_f} \sqrt{1-\left(\frac{x'}{d_s}\right)^2} T_{2m}\left(\frac{x'}{d_s}\right) \mathrm{d}x' = V_{2m,f}(s) \tag{5.25}$$

η (5.18) μπορεί να γραφτεί σαν ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων της μορφής

$$\mathcal{R}_j = \sum_{m=0}^{M-1} C_m Q_{jm} \tag{5.26}$$

όπου

$$\mathcal{R}_j = \frac{2\beta_g U_g(x_j)}{\mu(x_j)} \tag{5.27}$$

$$Q_{jm} = \frac{1}{2N}\mathcal{R}_j \mathcal{P}_{2m,g} + \int_0^{+\infty} \beta(\rho) \frac{\Psi(x_j,\rho)}{\mu(x_j)} \mathcal{S}_{2m,r}(\rho)\, \mathrm{d}\rho + \int_0^{+\infty} \gamma(s) \frac{\phi(x_j,s)}{\mu_f} V_{2m,f}(s)\, \mathrm{d}s \tag{5.28}$$

Η λύση αυτού του συστήματος προσδιορίζει τις τιμές των συντελεστών ανάπτυξης C_m και στη συνέχεια η κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $\mathcal{E}(x)$ στο επίπεδο $z=0$ μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την εξίσωση (5.20). Για την περίπτωση όπου οι ίριδες εισέρχονται στον πυρήνα του κυματοδηγού, τα ολοκληρώματα στις (5.23)–(5.25) μπορούν να αποδοθούν σε κλειστή μορφή με τη χρήση της γνωστής σχέσης ορθογωνιότητας που αναφέρθηκε προηγούμενα.

Από τις Εξ.(5.12) –(5.14), οι συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$R_g = -1 + \frac{1}{N}\sum_{m=0}^{M-1} C_m \mathcal{P}_{2m,g} \tag{5.29}$$

$$R(\rho) = \sum_{m=0}^{M-1} C_m S_{2m,r} \tag{5.30}$$

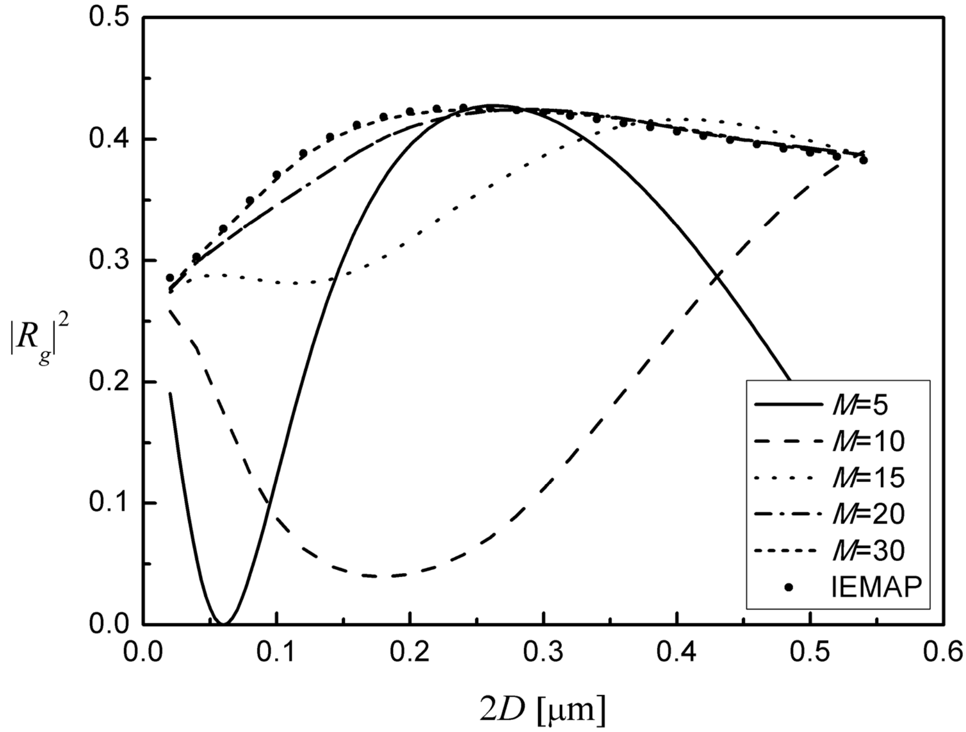
$$T(s) = \sum_{m=0}^{M-1} C_m V_{2m,f} \tag{5.31}$$

Έχοντας προσδιορίσει τους συντελεστές R_g, $R(\rho)$ και $T(s)$ μπορούμε να υπολογίσουμε όλα τα χαρακτηριστικά και τη φυσική συμπεριφορά της γεωμετρίας. Σημειώνεται τέλος ότι το πεδίο ακτινοβολίας υπολογίζεται με χρήση της προσέγγισης στατικής φάσης, όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια.

5.3 *Αριθμητικά αποτελέσματα*

Με βάση την παραπάνω ανάλυση αναπτύχθηκε ένας αριθμητικός κώδικας σε γλώσσα FORTRAN για τις αριθμητικές προσομοιώσεις. Στους υπολογισμούς έχει επιλεγεί μήκος κύματος ελεύθερου χώρου $\lambda_0 = 0.86$ μm, $n_0 = 1$ και $\Delta_{12} = (1-n_1/n_2) = 10\%$, όπου $n_i = \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}$. Για τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων χρησιμοποιήθηκε η διαδικασία ολοκλήρωσης Gauss με ορθογώνιους συντελεστές βαρύτητας, όπου η σύγκλιση επιτυγχάνεται αυξάνοντας τον αριθμό των τμημάτων ολοκλήρωσης. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη συνέχεια αφορούν σε διατάξεις δεξιόστροφων κυματοδηγών, δηλαδή σε γεωμετρίες με $\varepsilon_2 > 0$, $\mu_2 > 0$, και στην περιοχή μονορυθμικής λειτουργίας τους. Για την καλύτερη αξιολόγηση της μεθόδου, τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη χρήση της κλασσικής μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων με συντελεστές επιτάχυνσης (IEMAP).

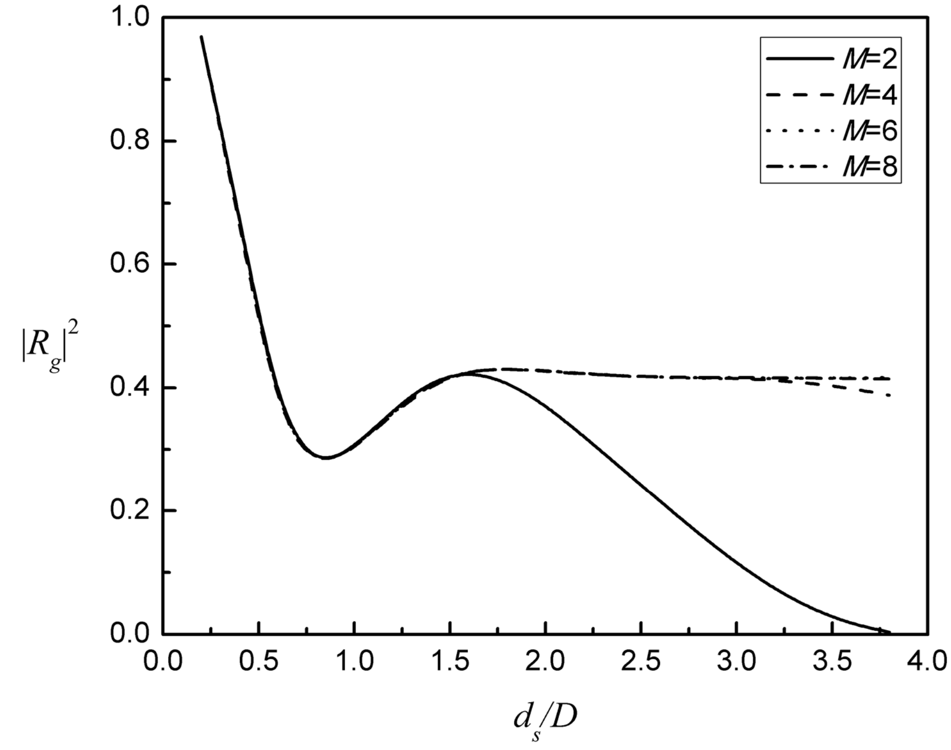
Αρχικά, ελέγχεται η σύγκλιση της μεθόδου για την περίπτωση πολύ μεγάλου ανοίγματος των ιρίδων, δηλαδή $d_s >> D$. Στην περίπτωση αυτή αναμένεται πως η επίδραση του μεταλλικού διαφράγματος θα είναι μηδενική. Στο Σχ. 5−2 δίνεται η ανακλώμενη ισχύς $|R_g|^2$ στην περιοχή μονορυθμικής λειτουργίας κυματοδηγού με $\Delta_{12} = 10\%$ σε συνάρτηση του πάχους του πυρήνα $2D$ και για άνοιγμα ιρίδων συγκριτικά πολύ μεγαλύτερο του πυρήνα $d_s = 4$μm ($>> D$). Στο ίδιο γράφημα παρουσιάζονται αντίστοιχα αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων με συντελεστές επιτάχυνσης (IEMAP) για την ίδια γεωμετρία χωρίς την παρουσία ιρίδων. Από το σχήμα αυτό φαίνεται πως η ικανοποιητική σύγκλιση για τη συγκεκριμένη γεωμετρία απαιτεί μια σχετικά μεγάλη τάξη μεγέθους M στην προσεγγιστική ακολουθία, γεγονός που οφείλεται στο μεγάλο άνοιγμα των ιρίδων. Όπως αναλύσαμε και σε προηγούμενο κεφάλαιο, καθώς ο λόγος d_s/D αυξάνει όλο και περισσότεροι όροι είναι απαραίτητοι στην ακολουθία για να επιτευχθεί η σύγκλιση. Για τον ίδιο λόγο παρατηρούμε στο ίδιο σχήμα ότι η σύγκλιση επιτυγχάνεται γρηγορότερα για μεγάλα D, ενώ όσο το πάχος του πυρήνα μικραίνει, όλο και περισσότεροι όροι χρειάζεται να ληφθούν υπόψη στην ακολουθία για τον ακριβή προσδιορισμό του συντελεστή ανάκλασης R_g. Τέλος, παρατηρούμε ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα πρακτικά ταυτίζονται με εκείνα της μεθόδου IEMAP.



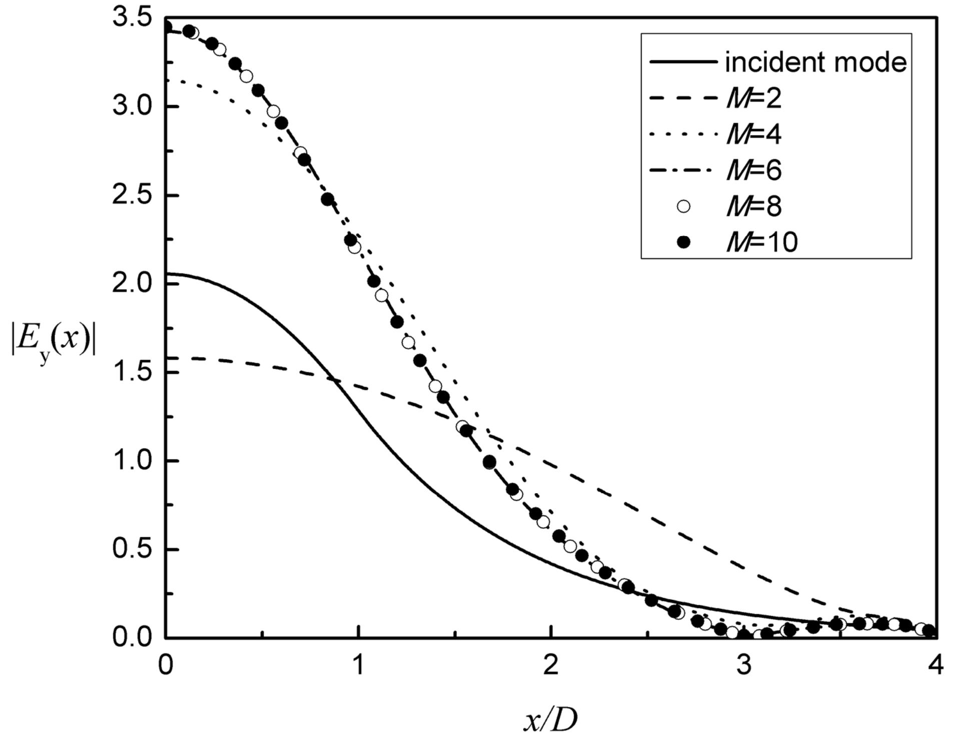
Σχ. 5-2. Ανακλώμενη ισχύς σε συνάρτηση του πάχους του πυρήνα 2D για d_s = 4μm για κυματοδηγό με Δ_{12} = 10%.

Στη συνέχεια, θα επικεντρωθούμε στη μελέτη των επιδράσεων του μεταλλικού διαφράγματος στις ιδιότητες ανάκλασης και στις πεδιακές κατανομές. Πιο συγκεκριμένα, στο Σχ. 5–3 αποτυπώνεται η διακύμανση της ανακλώμενης ισχύος για κυματοδηγό με πάχος πυρήνα $2D = 0.25\mu\mathrm{m}$ σε συνάρτηση με το άνοιγμα των ιρίδων για αυξανόμενη τάξη M της ακολουθίας. Από το σχήμα αυτό παρατηρούμε ότι η επίδραση των ιρίδων είναι ασθενέστερη καθώς το άνοιγμά τους $2d_s$ αυξάνει, και η ανακλώμενη ισχύς μετά το σημείο $d_s/D = 2$ γίνεται πρακτικά ίση με την τιμή που προκύπτει από το Σχ. 5–2 για $2D = 0.25\mu\mathrm{m}$, δηλαδή σε μη παρουσία ιρίδων. Το όριο αυτό βέβαια θα διαφέρει καθώς αλλάζει το πάχος του πυρήνα του κυματοδηγού και συγκεκριμένα θα αυξάνει καθώς το πάχος του πυρήνα θα μειώνεται. Αυτό συμβαίνει διότι, για μικρότερα D, ένα μεγάλο μέρος τις ισχύος του κυματοδηγούμενου ρυθμού βρίσκεται εκτός του πυρήνα και η πεδιακή κατανομή φθίνει εκθετικά προς το $x \to \pm\infty$. Έτσι καθώς το D ελαττώνεται, οι ίριδες απαιτείται να απομακρύνονται όλο και περισσότερο από τον πυρήνα του κυματοδηγού προκειμένου να μην επηρεάζουν τις ιδιότητες σκέδασης της διάταξης. Επιπλέον, ένα πιο ενδιαφέρον χαρακτηριστικό, που προκύπτει από το Σχ. 5–3, είναι ότι υπάρχει ελάχιστο στην καμπύλη μεταβολής της ανακλώμενης ισχύος το οποίο για τη συγκεκριμένη περίπτωση βρίσκεται κοντά στο σημείο $d_s = D$. Το χαρακτηριστικό αυτό είναι επίσης μεταβλητό, εξαρτώμενο από το πάχος του πυρήνα του κυματοδηγού, αλλά το σημαντικό είναι πως η τοποθέτηση των ιρίδων σε συγκεκριμένη θέση και μάλιστα κοντά στον πυρήνα ή και μέσα σ' αυτόν, μπορεί να ελαττώσει την ανακλώμενη ισχύ της διάταξης, συγκρινόμενη με εκείνη που θα υπήρχε χωρίς την παρουσία τους. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να δώσει νέες προεκτάσεις και να διευρύνει τις δυνατότητες και το εύρος εφαρμογής μιας τέτοιας διάταξης.

Στο Σχ. 5–4 παρουσιάζεται η σύγκλιση της κατανομής του $|E_y(x)|$ πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων για την περίπτωση τερματισμένου κυματοδηγού με πάχος πυρήνα $2D = 0.25\mu\mathrm{m}$ και $d_s = 4D$. Η προσέγγιση της μεταβολής του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται για διάφορες τιμές του αριθμού των «κόμβων» M. Επιπλέον, για λόγους πληρότητας, στο ίδιο σχήμα αποτυπώνεται και η κατανομή του προσπίπτοντος κυματοδηγούμενου ρυθμού. Επιβεβαιώνεται ξανά η ταχεία σύγκλιση της μεθόδου, με την καμπύλη της πεδιακής κατανομής να έχει πρακτικά συγκλίνει για τάξη $M = 10$. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, αναμένεται να απαιτούνται περισσότεροι όροι καθώς το άνοιγμα των ιρίδων μεγαλώνει.

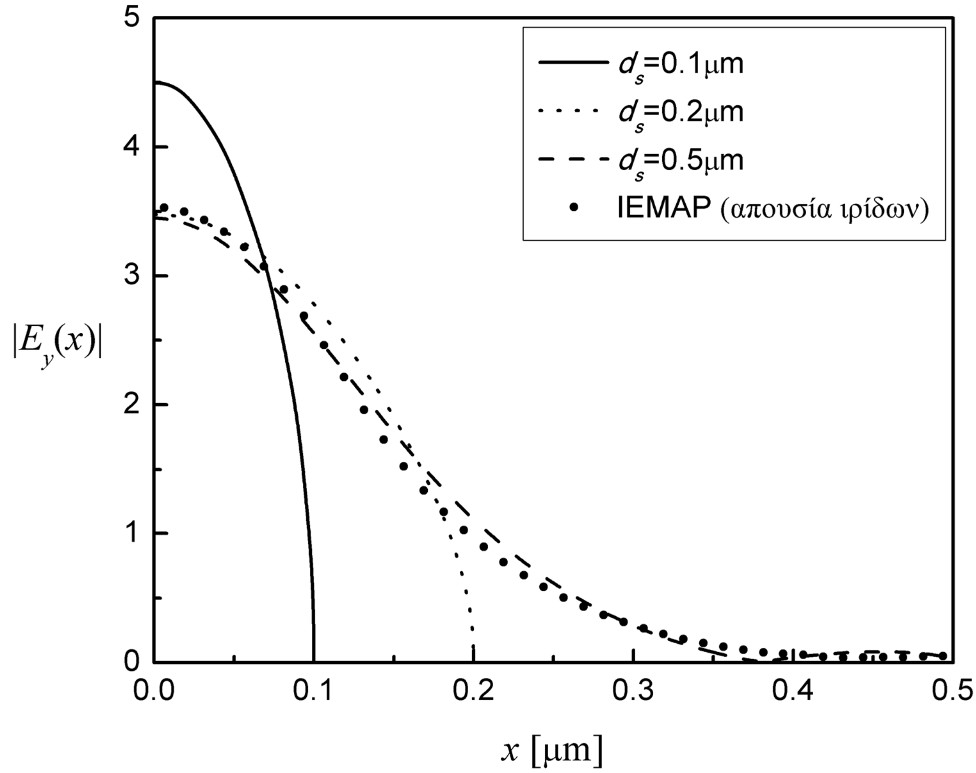


Σχ. 5-3. Ανακλώμενη ισχύς σε συνάρτηση του λόγου d_s/D για 2D = 0.25μm.



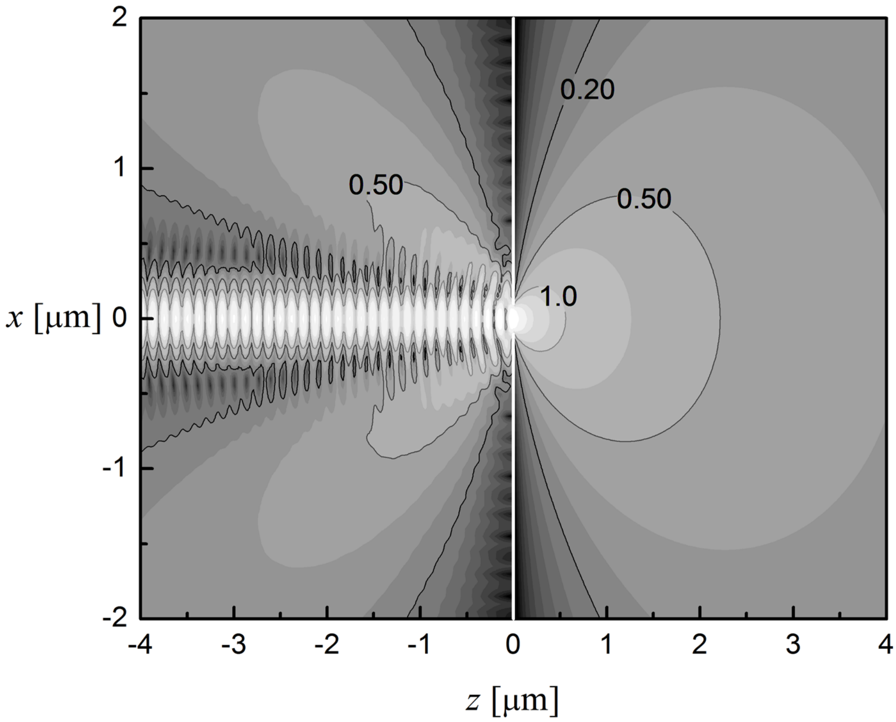
Σχ. 5-4. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο άνοιγμα των ιρίδων για κυματοδηγό με πάχος πυρήνα 2D = 0.25μm και d_s = 4D για διάφορες τιμές του M.

Στο Σχ. 5−5 εξετάζεται η επίδραση των ιρίδων στην πεδιακή κατανομή $E_y(x)$ για τρεις διαφορετικές τιμές του ανοίγματος. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι κατανομές του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου για τιμές του $d_s = 0.1$, 0.2 και 0.5 μm. Για λόγους σύγκρισης, στο ίδιο σχήμα αποτυπώνεται η καμπύλη για το $E_y(x)$ χωρίς την παρουσία ιρίδων, όπως προκύπτει από τη μέθοδο IEMAP χρησιμοποιώντας τη λύση δεύτερης τάξης. Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα σχεδόν ταυτίζονται με την περίπτωση $d_s = 0.5$μm.

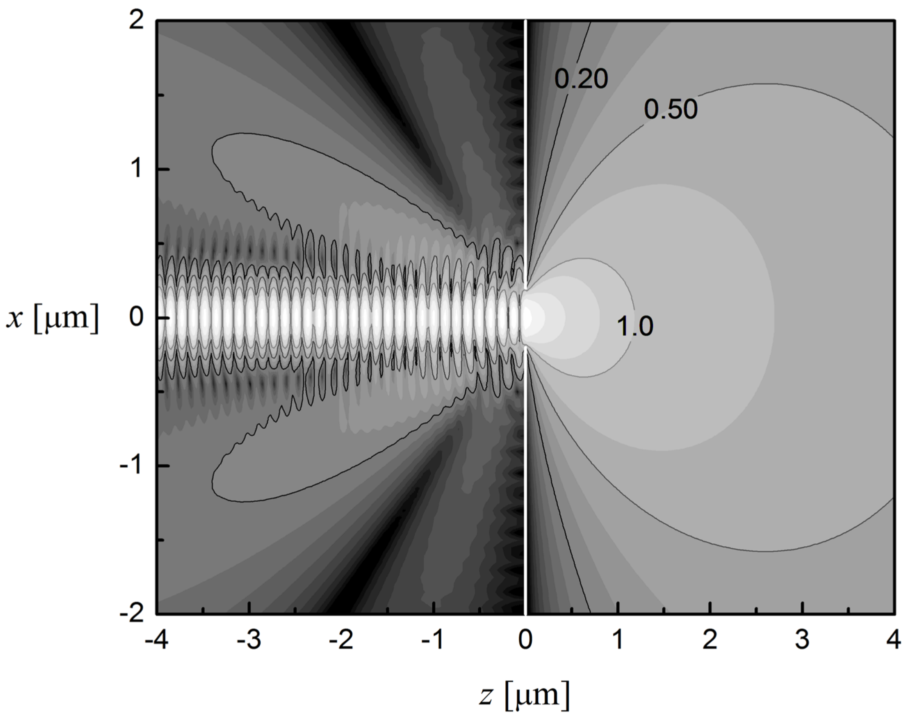


Σχ. 5-5. Μέτρο του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου $E_y(x)$ στο άνοιγμα των ιρίδων για κυματοδηγό με πάχος πυρήνα 2D = 0.25μm για διάφορες τιμές του d_s.

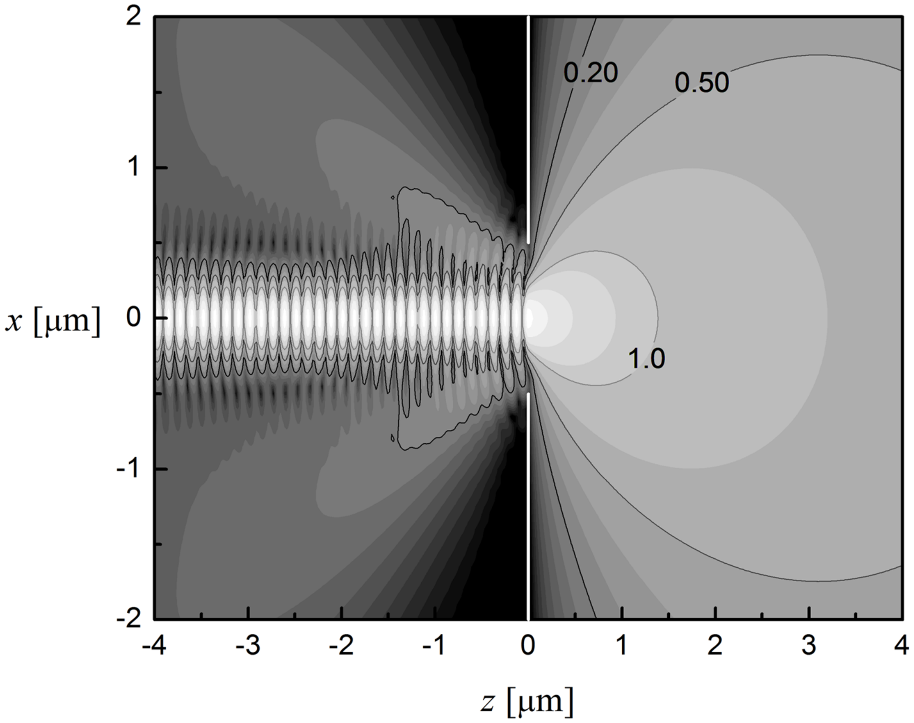
Στα Σχ. 5−6 έως 5−8 αποτυπώνεται η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για τις ίδιες τρεις περιπτώσεις πλάτους του ανοίγματος. Τα σχήματα αυτά υποδεικνύουν ότι για σχετικά μικρά ανοίγματα, το φαινόμενο σκέδασης που προκαλείται από τις μεταλλικές πλάκες είναι έντονο και η μεταβολή στα χαρακτηριστικά του κοντινού πεδίου είναι μεγαλύτερη. Ειδικότερα, στην περίπτωση $d_s = 0.1$μm, φαίνεται πως η ύπαρξη των ιρίδων δημιουργεί έντονα φαινόμενα σκέδασης στην *Περιοχή I* ($z < 0$), με λοβούς που ακτινοβολούν ισχυρά εκτός του πυρήνα του κυματοδηγού. Αντίθετα, καθώς το d_s αυξάνει, τα φαινόμενα οπισθοσκέδασης φθίνουν και για $d_s = 0.5\mu m$ η επίδραση των ιρίδων είναι πρακτικά ανεπαίσθητη. Σε όλα τα σχήματα οι ίριδες αποτυπώνονται με λευκό χρώμα.



Σχ. 5-6. Κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για d_s = 0.1 μm.

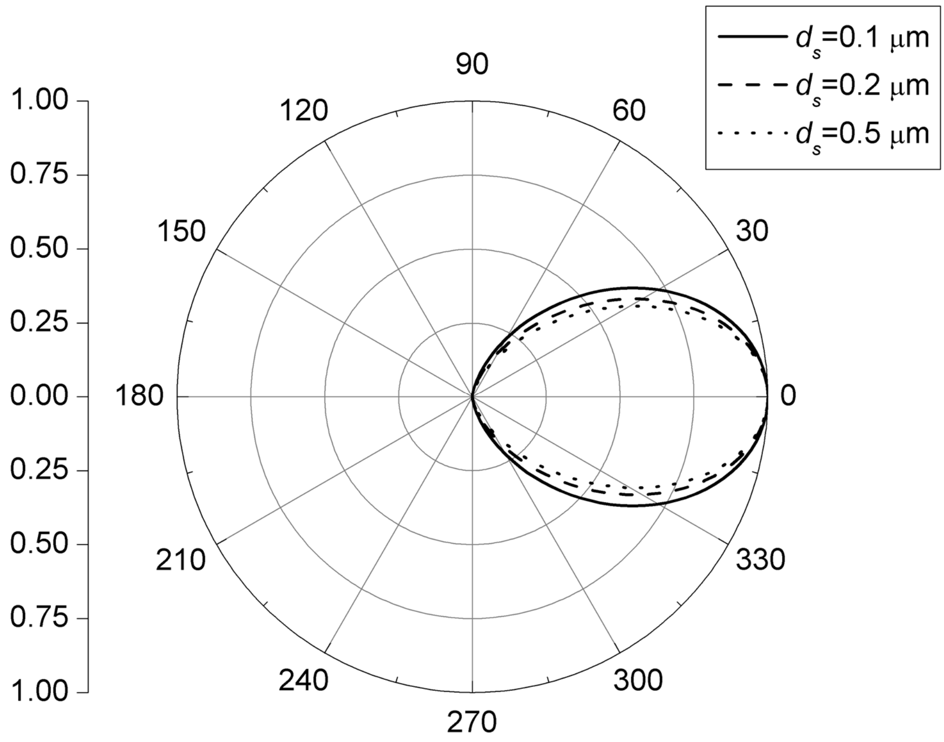


Σχ. 5-7. Κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για d_s = 0.2 μm.



Σχ. 5-8. Κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο κοντινό πεδίο για d_s = 0.5 μm.

Τέλος, στο Σχ. 5–9 αποτυπώνεται το διάγραμμα ακτινοβολίας για τις τρεις περιπτώσεις ανοίγματος των ιρίδων. Είναι φανερό ότι όταν οι ίριδες πλησιάζουν προς τον πυρήνα του κυματοδηγού, ο λοβός ακτινοβολίας γίνεται πιο πλατύς, ενώ για μεγάλα ανοίγματα η ακτινοβολία γίνεται περισσότερο κατευθυντική. Επομένως, η ύπαρξη του μεταλλικού διαφράγματος στη διάταξη που εξετάζουμε δίνει τη δυνατότητα ελέγχου του εύρους του λοβού ακτινοβολίας. Παρόλα αυτά, από το ίδιο σχήμα συμπεραίνουμε ότι η δυνατότητα αυτή είναι σχετικά περιορισμένη.



Σχ. 5-9. Διάγραμμα ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου για τις τρεις περιπτώσεις του d_s.

6 Γενικά Συμπεράσματα και Πιθανές Μελλοντικές Επεκτάσεις

Στο Κεφάλαιο 2 εξετάστηκαν οι ιδιότητες σκέδασης ενός απότομα τερματισμένου, επίπεδου, ανισοτροπικού κυματοδηγού με μονωμένο υπόστρωμα, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο ολοκληρωτικών εξισώσεων με συντελεστές επιτάχυνσης για τις περιπτώσεις TE και TM ρυθμών. Με χρήση μιας επαναληπτικής διαδικασίας προέκυψαν οι λύσεις για διάφορες τάξεις προσέγγισης για την κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου στο επίπεδο τερματισμού καθώς και για το συντελεστή ανάκλασης των κύριων ρυθμών TE και TM. Όσον αφορά την περίπτωση TE, παρατηρήθηκε ότι η ανισοτροπία του πυρήνα επηρεάζει τα χαρακτηριστικά ανάκλασης του κυματοδηγού μόνο κατά τον δείκτη επιτρεπτότητας $\varepsilon_{2,y}$. Στην περίπτωση αυτή, το πρόβλημα ανάγεται πρακτικά σε ισοτροπικό. Αντίθετα, οι ρυθμοί TM φαίνεται ότι επηρεάζονται από τα $\varepsilon_{2,x}$ και $\varepsilon_{2,z}$, με την εξάρτηση από τον $\varepsilon_{2,x}$ να είναι ισχυρότερη. Επιπλέον, τα χαρακτηριστικά του διαγράμματος ακτινοβολίας της διάταξης μπορούν να ελεγχθούν από τις τιμές των $\varepsilon_{2,x}$, $\varepsilon_{2,y}$ και $\varepsilon_{2,z}$. Συγκεκριμένα, για την περίπτωση TE, μεταβολές στον δείκτη $\varepsilon_{2,y}$ μπορούν να μεταβάλλουν δραστικά τη γωνία ακτινοβολίας της διάταξης, ενώ για τα κύματα TM δεν παρατηρείται αντίστοιχη ευαισθησία.

Τα αποτελέσματα αυτά υποδεικνύουν ότι μεταβάλλοντας τις τιμές του τένσορα της επιτρεπτότητας (για παράδειγμα χρησιμοποιώντας ηλεκτρο-οπτικές ή μαγνητο-οπτικές επιδράσεις) μπορούμε να ελέγξουμε τα χαρακτηριστικά σκέδασης του συστήματος (δηλαδή να μεταβάλλουμε την ανακλαστικότητα των ρυθμών ή να στρέψουμε το διάγραμμα ακτινοβολίας). Τα φαινόμενα αυτά μπορούν να είναι πολύ έντονα στις σύγχρονες νανο-οπτικές διατάξεις. Η παραπάνω μελέτη θα μπορούσε να επεκταθεί εύκολα σε μη ομογενείς και τρισδιάστατες γεωμετρίες.

Στο Κεφάλαιο 3 μελετήθηκε το φαινόμενο σκέδασης που προκαλείται από μεταλλικές ίριδες τοποθετημένες κάθετα σε έναν επίπεδο κυματοδηγό χρησιμοποιώντας μια νέα παραλλαγή της μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων για ρυθμούς TE. Στο πλαίσιο αυτής της προσέγγισης, η κατανομή του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων περιγράφεται με τη βοήθεια μιας πεπερασμένης ακολουθίας πολυωνύμων Chebyshev και παράγεται ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων, η λύση του οποίου δίνει τους άγνωστους συντελεστές ανάπτυξης της ακολουθίας αυτής. Αρχικά, η μελέτη έγινε για συμμετρικές γεωμετρίες με σκοπό να αναδειχθούν οι επιδράσεις των ιρίδων στις ιδιότητες σκέδασης της διάταξης. Αριθμητικά αποτελέσματα παρουσιάστηκαν για διάφορες περιπτώσεις ανοίγματος των ιρίδων. Ένα σημαντικό πλεονέκτημα της συγκεκριμένης τεχνικής αποτελεί το γεγονός ότι σε όλες τις περιπτώσεις, και ιδιαίτερα για μικρά ανοίγματα, η σύγκλιση είναι πολύ γρήγορη και λίγοι όροι μόνο της ακολουθίας είναι αρκετοί για να προσεγγίσουν τις πεδιακές κατανομές. Παρατηρήθηκε επίσης ότι η ένταση του φαινομένου σκέδασης σχετίζεται άμεσα με το άνοιγμα των ιρίδων. Συγκεκριμένα, για μικρά ανοίγματα, η επίδραση στον κυματοδηγούμενο ρυθμό είναι μεγάλη και η μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου είναι εντονότερη. Αντίθετα, καθώς το άνοιγμα του διαφράγματος μεγαλώνει, η επίδραση αυτή εξασθενεί και ο ρυθμός παραμένει πρακτικά ανεπηρέαστος. Τέλος, η γωνία ακτινοβολίας είναι άμεσα εξαρτώμενη από το πλάτος του ανοίγματος κάνοντας τη διάταξη κατάλληλη για εφαρμογές όπου απαιτείται μεταβλητή κατευθυντικότητα.

Στη συνέχεια η μέθοδος εφαρμόστηκε σε πολυπλοκότερες διατάξεις με διάφορες μορφές ασυμμετρίας, είτε ασύμμετρων κυματοδηγών είτε ασύμμετρα τοποθετημένων ιρίδων. Η σύγκλιση της μεθόδου αποδεικνύεται εξίσου γρήγορη και στις ασύμμετρες διατάξεις. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό αποτελεί το γεγονός ότι η ασυμμετρία του κυματοδηγού έχει σαν κύριο αποτέλεσμα τη στροφή του πεδίου ακτινοβολίας προς το υπόστρωμα, όπου ο δείκτης διάθλασης είναι μεγαλύτερος. Χρησιμοποιώντας εντονότερα ασύμμετρους κυματοδηγούς μπορούμε πρακτικά να περιορίσουμε το λοβό ακτινοβολίας εξολοκλήρου μέσα στο υπόστρωμα. Επιπλέον, για την περίπτωση συμμετρικού κυματοδηγού, μεταβάλλοντας τις θέσεις των ιρίδων μπορούμε να ελέγξουμε τη μορφή και τις γωνίες ακτινοβολίας του μακρινού πεδίου στο υπόστρωμα και το περίβλημα.

Η προσέγγιση αυτή θα μπορούσε εύκολα να επεκταθεί ώστε να περιλάβει συνήθεις περιπτώσεις προφίλ δείκτη διάθλασης (παραβολικό, ανισοτροπικό κλπ.) [69], που συχνά εμφανίζονται σε πρακτικά συστήματα. Τέλος, οι μέθοδοι που περιγράφτηκαν παραπάνω μπορούν επίσης να εφαρμοστούν σε συστήματα πιο πολύπλοκης γεωμετρίας, όπως για παράδειγμα σε κυματοδηγούς με δύο ζεύγη ιρίδων τοποθετημένες παράλληλα. Τέτοια συστήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν φίλτρα, αντηχεία κλπ.

Στο Κεφάλαιο 4 εξετάστηκαν κυματοδηγοί με αριστερόστροφα μεταϋλικά, τα οποία χαρακτηρίζονται από αρνητική διηλεκτρική επιτρεπτότητα και μαγνητική διαπερατότητα, και εξετάστηκαν τα χαρακτηριστικά των κυματοδηγούμενων ρυθμών σε επίπεδους κυματοδηγούς με πυρήνα από μεταϋλικό. Παρουσιάστηκε η συνθήκη κυματοδήγησης και η σχέση διασποράς για άρτιους κυματοδηγούμενους ρυθμούς TE. Μια βασική ιδιότητα της αριστερόστροφης διάταξης είναι ότι ο χαμηλότερος κυματοδηγούμενος ρυθμός εμφανίζει περιοχή αποκοπής για μικρό πάχος πυρήνα, χαρακτηριστικό το οποίο αποτελεί σημαντική διαφορά μεταξύ της αριστερόστροφης διάταξης και των συνήθων επίπεδων διηλεκτρικών κυματοδηγών με θετικά διηλεκτρικά χαρακτηριστικά. Επιπλέον, αναλύθηκε σε βάθος το γεγονός ότι η χαρακτηριστική εξίσωση εμφανίζει δύο λύσεις κοντά στην αποκοπή των ρυθμών, γεγονός που συνιστά την ύπαρξη δύο κυματοδηγούμενων ρυθμών στην περιοχή αυτή, από τους οποίους ο ένας είναι «ευθύς» και ο άλλος «αντίστροφος», όσον αφορά τη διεύθυνση διάδοσής τους. Η εναλλαγή στο πρόσημο της διαπερατότητας μεταξύ των στρωμάτων του κυματοδηγού οδηγεί σε αρνητική ροή ενέργειας, έτσι ώστε το διάνυσμα της ταχύτητας φάσης και το διάνυσμα Poynting να έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Το γεγονός αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ο βασικός κυματοδηγούμενος ρυθμός να διαδίδεται προς τα πίσω. Επιπλέον, έγινε σύγκριση των καμπυλών διασποράς με εκείνες των κλασσικών διηλεκτρικών κυματοδηγών, και διαπιστώθηκε η απουσία του ρυθμού TE_0, ενώ αναλύθηκε και η επίδραση της μεταβολής της μαγνητικής διαπερατότητας στις καμπύλες διασποράς και τα χαρακτηριστικά διάδοσης. Τέλος, μελετήθηκε η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου για διάφορες περιπτώσεις πάχους του πυρήνα, ενώ έγινε σύγκριση στα χαρακτηριστικά του «ευθύ» και του «αντίστροφου» κυματοδηγούμενου ρυθμού καθώς επίσης και με εκείνα των συνήθων διηλεκτρικών κυματοδηγών.

Στο Κεφάλαιο 5 μελετήθηκε η γενική περίπτωση ενός απότομα τερματισμένου επίπεδου κυματοδηγού τριών στρωμάτων με μεταλλικές ίριδες τοποθετημένες στο επίπεδο τερματισμού, χρησιμοποιώντας τη νέα παραλλαγή της μεθόδου ολοκληρωτικών εξισώσεων με ανάλυση του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου πάνω στο άνοιγμα των ιρίδων σε σειρά πολυωνύμων Chebyshev για ρυθμούς TE. Δόθηκαν οι εκφράσεις των πεδίων στις περιοχές της διάταξης σε γενική μορφή ώστε να μπορούν να εφαρμοστούν ταυτόχρονα σε κυματοδηγούς με δεξιόστροφα και αριστερόστροφα υλικά. Αρχικά, εξετάστηκε η σύγκλιση της μεθόδου για την περίπτωση πολύ μεγάλου ανοίγματος των ιρίδων, δηλαδή $d_s >> D$. Στην περίπτωση αυτή προκύπτει πως η επίδραση του μεταλλικού διαφράγματος είναι μηδενική και τα αποτελέσματα ταυτίζονται με αυτά που υπάρχουν στη βιβλιογραφία. Στη συνέχεια, εξετάστηκε η επίδραση των μεταλλικών ιρίδων στα χαρακτηριστικά σκέδασης του απότομα τερματισμένου διηλεκτρικού κυματοδηγού.

Ταυτόχρονα, έγινε σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων της μεθόδου με εκείνα της βιβλιογραφίας για το πρόβλημα τερματισμένου κυματοδηγού με το άνοιγμα των ιρίδων να είναι αρκετά μεγάλο.

Καθώς το άνοιγμα των ιρίδων μεγαλώνει, παρατηρείται ότι υπάρχει ελάχιστο στην καμπύλη μεταβολής της ανακλώμενης ισχύος. Προκύπτει πως η τοποθέτηση των ιρίδων σε συγκεκριμένη θέση και μάλιστα κοντά στον πυρήνα ή και μέσα σ' αυτόν, μπορεί να ελαττώσει την ανακλώμενη ισχύ της διάταξης, συγκρινόμενη με εκείνη που θα υπήρχε στην κλασσική γεωμετρία χωρίς την παρουσία ιρίδων. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να δώσει νέες προεκτάσεις και να διευρύνει τις δυνατότητες και το εύρος εφαρμογής μιας τέτοιας διάταξης. Επιπλέον, επιβεβαιώνεται ότι η ένταση του φαινομένου σκέδασης σχετίζεται άμεσα με το άνοιγμα των ιρίδων. Στις περιπτώσεις όπου οι ίριδες είναι κοντά στον πυρήνα του κυματοδηγού, τα φαινόμενα σκέδασης που δημιουργούνται στην περιοχή κυματοδήγησης είναι έντονα, με λοβούς που ακτινοβολούν ισχυρά εκτός του πυρήνα του κυματοδηγού. Αντίθετα, καθώς το άνοιγμα του διαφράγματος αυξάνει, τα φαινόμενα οπισθοσκέδασης φθίνουν και γρήγορα η επίδραση των ιρίδων γίνεται πρακτικά ανεπαίσθητη. Τέλος, η ύπαρξη του μεταλλικού διαφράγματος στη διάταξη του απότομα τερματισμένου κυματοδηγού δίνει τη δυνατότητα δυναμικού ελέγχου του εύρους του λοβού ακτινοβολίας διευρύνοντας το πεδίο εφαρμογής τέτοιων διατάξεων στα σύγχρονα οπτικά συστήματα.

Η νέα τεχνική, που εφαρμόστηκε στην παρούσα μελέτη, επεκτείνοντας τη μέθοδο ολοκληρωτικών εξισώσεων αποτελεί ένα γρήγορο και αξιόπιστο εργαλείο ανάλυσης και μπορεί να εφαρμοστεί το ίδιο εύκολα για την ανάλυση διατάξεων σε περιπτώσεις ισχυρής και χαλαρής κυματοδήγησης, περιοχές στις οποίες άλλες μέθοδοι είτε αποτυγχάνουν είτε απαιτούν περισσότερους υπολογιστικούς πόρους. Αντίθετα με άλλες μεθόδους, η τεχνική αυτή αποδεικνύεται πολύ γρήγορη στη σύγκλιση της, ικανή να περιγράψει τη συμπεριφορά των γεωμετρικών διατάξεων λαμβάνοντας υπόψη μόνο λίγους όρους αναπτύγματος, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα εύκολης επέκτασης και εφαρμογής σε πολυπλοκότερες διατάξεις. Επίσης, η μέθοδος αυτή δίνει τη δυνατότητα μελέτης των χαρακτηριστικών σκέδασης σε αριστερόστροφους κυματοδηγούς, όπου η μεταβολή των ηλεκτρομαγνητικών χαρακτηριστικών των στρωμάτων είναι εντονότερη.

Δημοσιεύσεις

Άρθρα σε επιστημονικά περιοδικά

1. **P. G. Gerolymatos**, Z. C. Ioannidis, I. G. Tigelis, E. N. Tzanetis, A. B. Manenkov and A. J. Amditis, "Reflectivity properties of an anisotropic slab waveguide with isolated substrate", J. Opt. Soc. Am. A **24**, 493-501 (2007).
2. **P. G. Gerolymatos**, A. B. Manenkov, I. G. Tigelis and A. J. Amditis, "Metal iris influence on guided-mode diffraction", J. Opt. Soc. Am. A **23**, 1333-1339 (2006).
3. A. B. Manenkov, **P. G. Gerolymatos**, I. G. Tigelis and A. J. Amditis, "Effects of metal irises on the guided-mode properties in asymmetrical slab waveguides", Optics Communications **274**, 333-340 (2007).
4. A.B. Manenkov, **P. G. Gerolymatos** and I. G. Tigelis, "Scattering from an abruptly terminated planar metamaterial waveguide", Radiophysics and Quantum Electronics **53**, No. 3 (2010).

Αναφορές

1. D. Marcuse, Theory of Dielectric Optical Waveguides (Academic Press, New York, 1974).

2. A. W. Snyder and J. D. Love, *Optical Waveguide Theory* (Chapman and Hall, New York, 1983)

3. D. Marcuse, "Radiation losses of tapered dielectric slab waveguides," Bell Syst. Tech. J. **49**, 273-290 (1970).

4. R. M. Knox and P. P. Toulios, "Integrated circuits for the millimetre through optical frequency range," Proc. M.R.I. Symp. Submillimeter waves, Fox J., Ed. Brooklyn, N.Y.: Polytechnic Press, 497-516 (1970).

5. T. E. Rozzi, "Rigorous analysis of the step discontinuity in a planar dielectric waveguide," IEEE Trans. Microwave Theory Techn. **MTT-26**, 738-746 (1978).

6. K. Morishita, S. Inagaki and N. Kumagai, "Analysis of discontinuities in dielectric waveguides by means of the least squares boundary residual method," IEEE Trans. Microwave Theory Techn. **MTT-27**, 310-315 (1979).

7. A. Ittipiboon and M. Hamid, "Scattering of surface waves at a slab waveguide discontinuity," Proc. Inst. Elec. Eng. **126**, 798-804 (1979).

8. H. Yajima, "Coupled mode analysis of dielectric planar branching waveguides," IEEE J. Quantum Electron. **QE-14**, 749-755 (1978).

9. K. Uchida and K. Aoki, "Scattering of surface waves on transverse discontinuities in symmetrical three-layer dielectric waveguides," IEEE Trans. Microwave Theory Techn. **MTT-32**, 11-19 (1984).

10. M. Munowitz and D. J. Vezzetti, "Numerical modelling of coherent coupling and radiation fields in planar Y-branch interferometers," J. Lightwave Technol. **LT-10**, 1570-1573 (1992).

11. R. Baets and P. E. Lagasse, "Calculation of radiation loss in integrated-optic tapers and Y-junctions," Appl. Opt. **21**, 1972-1978 (1982).

12. K. Tsutsumi, Y. Imada, H. Hirai and Y. Yuba, “Analysis of single-mode optical Y-junctions by the bounded step and bend approximation,” J. Lightwave Technol. **LT-6**, 590-600 (1988).

13. M. S. Stern, “Semi-vectorial polarized H field solutions for dielectric waveguides with arbitrary index profiles,” IEE Proc. J. Optoelectronics **135**, 333-338 (1988).

14. S. V. Burke, “Spectral index method applied to coupled rib waveguides,” Electronics Lett. **25**, 605-606 (1989).

15. W. P. Huang, C. L. Xu and S. K. Chaundhuri, “A finite difference vector beam propagation method for three dimensional waveguide structures,” IEEE Photon. Tech. Lett. **4**, 148-151 (1992).

16. C. J. Smartt, T. M. Benson and P. C. Kendall, “Free-space radiation mode method for the analysis of propagation in optical waveguide devices”, IEE Proc.-J: Optoelectron. **140**, 56–61 (1993).

17. F. Fernandez and Y. Lu, “Microwave and optical waveguide analysis by the Finite Element method,” (Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, UK, 1996).

18. A. Vucovic, P. Sewell, T. M. Benson and P. C. Kendall, “Novel half-space radiation mode method for buried waveguide analysis,” Optical and Quantum Electronics **31**, 43-51 (1999).

19. D. N. Chien, M. Tanaka and K. Tanaka, “Numerical simulation of an arbitrarily ended asymmetrical slab waveguide by guided-mode extracted integral equations”, J. Opt. Soc. Am. A **19**, 1649–1657 (2002).

20. I. G. Tigelis and A. B. Manenkov, “Scattering from an abruptly terminated asymmetrical slab waveguide”, J. Opt. Soc. Am. A **16**, 523-532 (1999).

21. I. G. Tigelis and A. B. Manenkov, “Analysis of mode scattering from an abruptly ended dielectric slab waveguide by an accelerated iteration technique”, J. Opt. Soc. Am. A **17**, 2249-2259 (2000).

22. A. B. Manenkov, G. P. Latsas and I. G. Tigelis, “Scattering of the transverse magnetic modes from an abruptly ended strongly asymmetrical slab waveguide by an accelerated integral equation technique”, J. Opt. Soc. Am. A **18**, 3110–3119 (2001).

23. C. Vassallo, “Reflectivity of multidielectric coatings deposited on the end facet of a weakly guiding dielectric slab waveguide”, J. Opt. Soc. Am. A **5**, 1918–1928 (1988).

24. P. C. Kendall, D. A. Roberts, P. N. Robson, M. J. Adams and M. J. Robertson, “Semiconductor laser facet reflectivity using free-space radiation modes”, IEE Proceedings Part J **140**, 49-55, (1993).

25. A. B. Manenkov, “Propagation of a surface wave along a dielectric waveguide with an abrupt change of parameters. I: Solution by factorization method”, Radiophys. Quantum Electron. **25**, 1050–1055 (1982).

26. A. B. Manenkov, “Reflection of the surface mode from an abruptly ended W-fibre”, IEE Proc.-J: Optoelectron. **139**, 101–104 (1992).

27. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, “Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity”, Phys. Rev. Lett. **84**, 4184-4187 (2000).

28. R. Ruppin, “Surface polaritons of a left-handed medium” Phys. Lett. A **277**, 61 (2000).

29. I. B.Vendik, O. G.Vendik and M. A. Odit, “An isotropic metamaterial formed with ferroelectric ceramic spherical inclusions”, Phys. Solid State **51**, No. 8, 1590 (2009).

30. I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov and Yu. S. Kivshar, “Guided modes in negative-refractive-index waveguides”, Phys. Rev. E **67**, 057602 (2003).

31. B. Wu, T. M. Grzegorczyk, Y. Zhang and J. A. Kong, “Guided modes with imaginary transverse wave number in a slab waveguide with negative permittivity and permeability,” *Journal of Applied Physics*, vol. **93**, no. 11, 9386 (2003).

32. H. Salehi, S. K. Chaudhuri and R. R. Mansour, “Unusual mode propagation characteristics of negative index slab waveguides,” *in Proceedings of IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Society* (ISAP ’05), vol. **1A**, 721 (2005).

33. K. Kitayama and N. Kumagai, “Theory and applications of coupled optical waveguides involving anisotropic or gyrotropic materials”, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **MTT-25**, 567–572 (1977).

34. D. Marcuse and I. P. Kaminow, "Modes of a symmetric slab optical waveguide in birefringent media. Part II: Slab with coplanar optical axis", IEEE J. Quantum Electron. **15**, 92–101 (1979).

35. L. Torner, J. Recolons and J. P. Torres, "Guided-to-leaky mode transformation in uniaxial optical slab waveguides", J. Lightwave Technol. **11**, 592–1600 (1993).

36. A. Knoesen, T. K. Gaylord and M. G. Moharam, "Hybrid guided modes in uniaxial dielectric planar waveguides", J. Lightwave Technol. **6**, 083–1104 (1988).

37. S. Sawa, M. Geshiro and M. Hotta, "Coupling efficiency of butt-joined isotropic and anisotropic single-mode slab waveguides", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **MTT-40**, 338–345 (1992).

38. D. K. Paul and R. K. Shevgaonkar, "Multimode propagation in anisotropic optical waveguides", Radio Sci. **16**, 525–533 (1981).

39. A. L. Topa, C. R. Paiva and A. M. Barbosa, "Rigorous analysis of a step discontinuity in a dielectric planar anisotropic waveguide", Microwave Opt. Technol. Lett. **5**, 602–606 (1992).

40. T. Q. Ho and B. Becker, "Far-field radiation from step junctions in biaxially anisotropic slab waveguides", Microwave Opt. Technol. Lett. **4**, 298–301 (1989).

41. A. B. Manenkov, "Irregular magneto-optical waveguides", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **MTT-29**, 906–910 (1981).

42. A. L. Stepanov, "Optical properties of the metal nanoparticles synthesized in the polymer by the ionimplantation doping", J. Tech. Phys. **74**, 1–12 (2004).

43. T. Werne, M. Testorf and U. Gibson, "Local field enhancement in metal dielectric nanocylinders with complex cross sections", J. Opt. Soc. Am. A **23**, 2299–2306 (2006).

44. F. A. Katsriku, B. M. A. Rahman and K. T. V. Grattan, "Finite element analysis of diffused anisotropic optical waveguides", J. Lightwave Technol. **14**, 780–786 (1996).

45. Y. Tsuji, M. Koshiba and N. Takimoto, "Finite element beam propagation method for anisotropic optical waveguides", J. Lightwave Technol. **17**, 723–728 (1999).

46. I. V. Lindell and M. I. Oksanen, "Variational method for anisotropic dielectric waveguides", Microwaves RF **22**, 145 (1983).

47. P. Lusse and H. G. Unger, “Finite difference method for anisotropic planar optical waveguides”, AEU, Int. J. Electron. Commun. **51**, 29–34 (1997).

48. D. Marcuse, “Coupled-mode theory for anisotropic opticalwaveguides”, Bell Syst. Tech. J. **54**, 985–995 (1975).

49. B. Becker and T. Q. Ho, “Radiation loss due to step discontinuities in symmetric biaxially anisotropic slab waveguides”, Microwave Opt. Technol. Lett. **4**, 403–408 (1991).

50. K. Hayashi, M. Koshiba, Y. Tsuji, S. Yoneta and R. Kaji, “Combination of beam propagation method and mode expansion propagation method for bidirectional optical beam propagation analysis”, J. Lightwave Technol. **LT-16**, 2040–2045 (1998).

51. P. Bienstman and R. Baets, “Optical modelling of photonic crystals and VCSELs using eigenmodes expansion and perfectly matched layers”, Opt. Quantum Electron. **33**, 327–341 (2001).

52. F. G. Tricomi, *Integral Equations* (Interscience, 1957).

53. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, (Nat. Bureau of Standards, 1964).

54. P. G. Gerolymatos, Z. C. Ioannidis, I. G. Tigelis, E. N. Tzanetis, A. B. Manenkov and A. J. Amditis, “Reflectivity properties of an anisotropic slab waveguide with isolated substrate”, J. Opt. Soc. Am. A **24**, 493-501 (2007).

55. L. Nicolais and G. Carotenuto, eds., *Metal-Polymer Nanocomposites* (Wiley, 2005).

56. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. (Pergamon Press, Oxford, 1964).

57. H. Hönl, A. W. Maue and K. Westpfahl, *Theorie der Beugung* (Springer, Berlin, 1981)

58. J. B. Keller, “Geometrical theory of diffraction”, J. Opt. Soc. Am. **52**, 116-130, (1962).

59. W. B. Dou and E. K. N. Yung, “Diffraction of an electromagnetic beams by an aperture in a conducting screen”, J. Opt. Soc. Am. A **18**, 801-806 (2001).

60. J. Meixner, “Behaviour of electromagnetic fields at edges”, IEEE Trans. Antennas Propag. **AP-20**, 442-446 (1972).

61. A. G. Fox and T. Li, “Resonant modes in maser interferometer”, Bell System Tech. J. **40**, 451-488 (1961).

62. A. F. Goncharov, G. N. Zhizhin, S. A. Kiselev, L. A. Kuzik and V. A. Yakovlev, “Determination of the dielectrical constant of $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ single crystals in the 10 μm spectral range by sew phase spectroscopy”, Phys. Lett. A **133**, 163-166 (1988).

63. E. V. Alieva, V. A. Yakovlev, V. I. Silin and A. Volkov, “Surface electromagnetic waves excitation from infrared to visible”, Opt. Comm. **96**, 218-220 (1993).

64. A. N. Chester, S. Martellucci and A. M. Verga Scheggi, *Optical Fiber Sensors*, (Martinus Nijhoff Publ., Dordrecht, 1967).

65. A. V. Brovko and A. B. Manenkov, “Diffraction of the guided mode of a dielectric waveguide by metal plates”, J. Com. Tech. Elec. **49**, 239-249 (2004)

66. R. G. Hunsperger, *Integrated Optics: Theory and Technology* (Springer, Berlin, 1984).

67. J. Walsh, B. Johnson, G. Dattoli and A. Renieri, “Undulator and Cherenkov free-electron lasers: a preliminary comparison”, Phys. Rev. Lett. **53**, 779–782 (1984).

68. F. Ciocci, A. Doria, G. P. Gallerano, I. Giabbai, M. F. Kimmitt, G. Messina, A. Renieri and J. E. Walsh, “Observation of coherent millimeter and submillimeter emission from a microtron-driven Cherenkov free-electron laser”, Phys. Rev. Lett. **66**, 699–702 (1991).

69. N. F. Dasyras, I. G. Tigelis, A. D. Tsigopoulos and A. B. Manenkov, “Calculation of the radiation modes by the Lanczos-Fourier expansion”, J. Opt. Soc. Am. A **21**,1740-1749 (2004).

70. L. Lewin, *Theory of Waveguides* (Newness-Butterworths, London, 1975).

71. C. Lanczos, *Applied Analysis* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1956).

72. D. S. Jones, *Theory of Electromagnetism* (Macmillan, New York, 1964), Chap. 8.

73. P. A. Koukoutsaki, I. G. Tigelis and A. B. Manenkov, "Guided-mode analysis by the Lanczos-Fourier expansion", J. Opt. Soc. Am. A **19**, 2293-2300 (2002).

74. P. G. Gerolymatos, A. B. Manenkov, I. G. Tigelis and A. J. Amditis, "Metal iris influence on guided-mode diffraction", J. Opt. Soc. Am. A **23**, 1333-1339 (2006).

75. V. G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ," Sov. Phys. Usp. **10** (4), 509–14 (1967).

76. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C.Nemat-Nasser and S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," Physical Review Letters, vol. **84**, no. 18, pp. 4184 (2000).

77. R. W. Ziolkowski, "Design, fabrication, and testing of double negative metamaterials," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. **51**, no. 7, 1516 (2003).

78. A. B. Manenkov, "Propagation of a surface wave along a dielectric waveguide with an abrupt change of parameters. II: Solution by variational method", Izvest. Vyss. Uchebn. Zaved. Radiofizika **25**, 1484-1490 (1982).

79. A. B. Manenkov, "Eigenmodes expansion in lossy open waveguides (fibres)" Optical Quantum Electron. **23** (5), 621-632 (1991).

80. Y. He, Z.Cao and Q. Shen, "Guided optical modes in asymmetric left-handed waveguides", Opt. Commun. **245**, 125 (2005).

81. J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N.Winn and R. D.Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, Princeton Univ. Press, Princeton (2008).

82. A. A. Bulgakov, A. V. Meriuts and E. A. Ol'khovskiı, "Surface electromagnetic waves at the interface between two dielectric superlattices", Tech. Phys **49**, No. 10, 1349 (2004).

83. C. M. Angulo, "Diffraction of surface waves by a semi-infinite dielectric slab," IRE Trans. Antennas Propag. AP-5, 100–109 (1957).

84. T. Ikegami, "Reflectivity of mode at facet and oscillation mode in double-heterostructure injection lasers," IEEE J. Quantum Electron. **QE-8**, 470–476 (1972).

85. C. Vassallo, "Reflectivity of multi-dielectric coatings deposited on the end facet of a weakly guiding dielectric slab waveguide," J. Opt. Soc. Am. A 5, 1918–1928 (1988).

86. P. C. Kendall, D. A. Roberts, P. N. Robson, M. J. Adams and M. J. Robertson, "Semiconductor laser facet reflectivities using free-space radiation modes," IEE Proc. J **140**, 49–55 (1993).

87. Y. P. Chiou and H. C. Chang, ''Analysis of optical waveguide discontinuities using Pade approximants,'' IEEE Photonics Technol. Lett. 9, 964–966 (1997).

88. P. G. Gerolymatos, A. B. Manenkov, I. G. Tigelis and A. J. Amditis, "Reflectivity of buried slab waveguides," J. Opt. Soc. Am. A **21**, 2009-2018 (2004).