ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ Σχολή Θετικών Επιστημών Τμήμα Φυσικής

Μη γραμμικά φαινόμενα σε μοντέλα απόκρισης δισκοειδών γαλαξιών

Ευαγγελία Τσιγαρίδη

Διδακτορική Διατριβή

Αθήνα, Ιούλιος 2016

Στη Βασιλικούλα

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της διδακτορικής μου διατριβής θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που συνέβαλαν στην πραγματοποίησή της.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα της διατριβής μου κ. Πάνο Πάτση, Διευθυντή Ερευνών του Κέντρου Ερευνών Αστρονομίας και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών της Ακαδημίας Αθηνών (ΚΕΑΕΜ), του οποίου η συμβολή ήταν καθοριστική στην πραγματοποίηση της διατριβής. Πέρα από την υπόδειξη του θέματος, την καθοδήγηση και συστηματική εποπτεία της εργασίας, μου προσέφερε τη βοήθειά του με κάθε δυνατό τρόπο. Η συνεργασία μας ξεκίνησε το 2006 με την επίβλεψη της μεταπτυχιακής μου εργασίας οπότε και είχα την πρώτη επαφή μου με τον χώρο της έρευνας. Έκτοτε κάναμε πολλές συζητήσεις μέσω των οποίων μου μετέφερε τις γνώσεις του για το αντικείμενο καθώς και την εμπειρία του για τον τρόπο διεξαγωγής της έρευνας. Τον ευχαριστώ για όλα όσα μου έχει διδάξει και κυρίως για την υπομονή του.

Ιδιαίτερα θέλω να ευχαριστήσω τον ομότιμο Καθηγητή και Ακαδημαϊκό κ. Γεώργιο Κοντόπουλο για τη δυνατότητα που μου έδωσε να εκπονήσω τη διατριβή μου στο ΚΕΑΕΜ της Ακαδημίας Αθηνών και να συμμετάσχω σε αρκετά ερευνητικά προγράμματα της Επιτροπής Ερευνών που υποστήριξαν την εργασία μου. Επίσης τον ευχαριστώ για τη συνολική βοήθεια που μου προσέφερε όλα αυτά τα χρόνια καθώς και για τη σχολαστική διόρθωση του τελικού κειμένου της διατριβής. Η συμμετοχή του στην επταμελή επιτροπή της διατριβής μου ήταν για μένα μεγάλη τιμή και προνόμιο.

Ευχαριστώ πολύ τα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής κ. Αντώνη Πινότση, Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής και κ. Δημήτρη Φραντζεσκάκη, Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής, για την άψογη συνεργασία τους και για τη βοήθεια που μου προσέφεραν στην ολοκλήρωση της διατριβής.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τον κ. Χρήστο Ευθυμιόπουλο, Ερευνητή Α΄ της Ακαδημίας Αθηνών για τη συνολική συνεισφορά του στην εργασία αυτή. Πάρα πολλές φορές κατά τη διάρκεια της διατριβής μου έλυσε απορίες πάνω σε θέματα Γαλαξιακής Δυναμικής μέσα από πολύ ενδιαφέρουσες συζητήσεις. Τον ευχαριστώ επίσης για τις πολύ χρήσιμες παρατηρήσεις του επί του τελικού κειμένου της εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς επιτροπής, κ. Δέσποινα Χατζηδημητρίου, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Φυσικής και κ. Στυλιανό Καζαντζίδη, Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής για τις εύστοχες παρατηρήσεις και διορθώσεις τους που ουσιαστικά συνέβαλαν στη βελτίωση του κειμένου της διατριβής.

Ευχαριστώ πολύ τον παρασκευαστή του ΚΕΑΕΜ κ. Μανώλη Ζούλια που με βοήθησε πάρα πολλές φορές με τις τεχνικές δυσκολίες που αντιμετώπισα. Η βοήθειά του ήταν πάντα άμεση, αποτελεσματική και πολύτιμη.

Πολλές ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω στους κ. Μιρέλα Χαρσούλα, κ. Γιώργο Λούκες-Γερακόπουλο, κ. Μάνθο Κατσανίκα, κ. Πέτρο Συντελή, κ.Αθηνά Πούρη, κ. Γιώργο Αναστασίου, κ. Παναγιώτη Τσούτση, κ. Απόλλωνα Ματσούκα και κ. Θανάση Τζέμο για τις ενδιαφέρουσες συζητήσεις, τη βοήθειά τους και την αρμονική συνύπαρξη που είχαμε όλα αυτά τα χρόνια.

Ευχαριστώ ολόψυχα τους γονείς μου και τις αδερφές μου για όλα όσα έχουν κάνει για μένα. Ότι και αν έχω επιτύχει μέχρι τώρα το οφείλω σε εκείνους. Ελπίζω με την ολοκλήρωση της διατριβής να τους έκανα υπερήφανους.

Τέλος, το μεγαλύτερο ευχαριστώ από την καρδιά μου στον άντρα μου, Νίκο Δελή, για την υποστήριξη, τη βοήθεια, την κατανόηση και την αγάπη του.

Η εργασία αυτή αφιερώνεται στην κόρη μου, Βασιλική, που γεμίζει τη ζωή μου με νόημα και ευτυχία.

Αθήνα, 1/7/2016

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή			
	1.1	Σπειροειδείς και ραβδωτοί-σπειροειδείς γαλαξίες	8	
	1.2	Μοντέλα απόκρισης	9	
	1.3	Οργανωμένες και Χαοτικές τροχιές	11	
		1.3.1 Επιφάνειες τομής	11	
		1.3.2 Ευσταθείς και ασταθείς περιοδικές τροχιές	11	
		1.3.3 Οργανωμένες και χαοτικές τροχιές	12	
	1.4	Δυναμικό και εξισώσεις κίνησης	12	
	1.5	Συντονισμοί	13	
	1.6	Σημεία ισορροπίας Lagrange	16	
	1.7	Κύριες οικογένειες περιοδικών τροχιών	17	
	1.8	Η γραμμή έρευνας της διατριβής	18	
	1.9	Στόχος και δομή της διατριβής	22	
2	Мо	ντέλο και Μεθοδολονία	24	
2	INIO	τελο και πεσοσολογία		
2	2.1	Το Μοντέλο	24	
2	2.1 2.2	Το Μοντέλο	24 26	
2 3	2.12.2Γενι	Το Μοντέλο	24 26 28	
3	NIO 2.1 2.2 Γενι 3.1	Το Μοντέλο	 24 26 28 32 	
3	NIO 2.1 2.2 Γενι 3.1 3.2	Το Μοντέλο	24 26 28 32 33	
3	NIO 2.1 2.2 Γενι 3.1 3.2 3.3	Το Μοντέλο	24 26 28 32 33 34	
3	Γενι 3.1 3.2 3.3 3.4	Το Μοντέλο Μεθοδολογία ική περίπτωση ($R_c/R_b = 2.9$) Η περιοχή της ράβδου Η περιοχή των σπειρών Περιοχή '1' Περιοχή '2'	24 26 28 32 33 34 36	
3	Νιο 2.1 2.2 Γενι 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5	Το Μοντέλο Μεθοδολογία ική περίπτωση ($R_c/R_b = 2.9$) Η περιοχή της ράβδου Η περιοχή των σπειρών Περιοχή '1' Το μοιοχή '2' Συνεισφορά των περιοχών '2' και '4'	24 26 28 32 33 34 36 44	
3	Γενι 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6	Το Μοντέλο Μεθοδολογία ική περίπτωση ($R_c/R_b = 2.9$) Η περιοχή της ράβδου Η περιοχή των σπειρών Περιοχή '1' Συνεισφορά των περιοχών '2' και '4' Περιοχή '3'	24 26 28 32 33 34 36 44 54	
3	ΛΙΟ 2.1 2.2 Γενι 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7	Το Μοντέλο Μεθοδολογία ική περίπτωση ($R_c/R_b = 2.9$) Η περιοχή της ράβδου Η περιοχή των σπειρών Περιοχή '1' Συνεισφορά των περιοχών '2' και '4' Περιοχή '3' Περιοχή '4'	24 26 28 32 33 34 36 44 54 54	
3	CEVIC 2.1 2.2 CEVIC 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8	Το Μοντέλο Μεθοδολογία ική περίπτωση ($R_c/R_b = 2.9$) Η περιοχή της ράβδου Η περιοχή των σπειρών Περιοχή '1' Συνεισφορά των περιοχών '2' και '4' Περιοχή '3' Περιοχή '4' Σύνοψη	24 26 28 32 33 34 36 44 54 54 62	

4	Μοντέλα με $R_c/R_b \simeq 3.5$	66
	4.1 $\Omega_p = 11.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$	68
	4.2 Η περιοχή του δακτυλίου	73
	4.3 Η περιοχή της ράβδου	79
	4.4 Η σπειροειδής δομή του μοντέλου	86
	4.5 Σύνοψη	87
5	Μοντέλα με αέριο	96
	5.1 Το κύριο μοντέλο ($\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$)	98
	5.2 Μοντέλα αερίου με $R_c/R_b \approx 1.5$	101
	5.3 Η δυνατότητα ύπαρξης ενιαίας σπειροειδούς δομής	103
	5.4 Σύγκριση των ροών αστέρων και αερίου	106
	5.5 Μοντέλα με διαφορετικά πλάτη διαταραχής	109
	5.6 Σχηματισμός συμπυκνώσεων στους βραχίονες	113
	5.7 Σύνοψη	116
6	Συμπεράσματα	118
	5.1 Συμπεράσματα που αφορούν το 'γενικό' μοντέλο	118
	6.2 Συμπεράσματα για αργά ($R_c/R_b \simeq 3.5$) περιστρεφόμενα μοντέλα]	121
	5.3 Συμπεράσματα σχετικά με την υδροδυναμική των δίσκων 1	122
	5.4 Μελλοντικοί στόχοι	125
A'	Ευστάθεια κατά Henón	128
B′	Πολλαπλότητες	132
Γ'	Υπολογισμός δυναμικού	134
Δ	Μέθοδος SPH	136
E	Συντελεστές πολυωνύμων των όρων των δυναμικών	140
П	Περίληψη	
Ał	Abstract	
Δι	ιοσιεύσεις	147
Βιβλιογραφία		149

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Σπειροειδείς και ραβδωτοί-σπειροειδείς γαλαξίες

Οι σπειροειδείς γαλαξίες αποτελούνται από έναν επίπεδο δίσκο αστέρων, από αέριο, σκόνη και μια κεντρική συγκέντρωση αστέρων που ονομάζεται κεντρικό εξόγκωμα (bulge). Επιπλέον από τα κινηματικά δεδομένα συνάγεται ότι το κύριο μέρος της μάζας τους είναι κατανεμημένο σε μία άλω σκοτεινής ύλης που τους περιβάλλει. Οι σπείρες και η ράβδος σε έναν δισκοειδή γαλαξία είναι περιοχές του δίσκου που διακρίνονται λόγω της μεγαλύτερης λαμπρότητάς τους από τις γειτονικές περιοχές. Θεωρούνται κύματα πυκνότητας που περιστρέφονται στους γαλαξιακούς δίσκους, έχοντας τα μέγιστα της πυκνότητάς τους κατά μήκος ενός άξονα για την περίπτωση των ράβδων και κατά μήκος των σπειροειδών βραχιόνων στην περίπτωση των σπειρών. Η παρατηρούμενη δομή (pattern), είτε είναι η ράβδος είτε οι σπείρες του γαλαξία, περιστρέφεται με τη δική της γωνιακή ταχύτητα η οποία είναι εν γένει διαφορετική από αυτή των αστέρων. Η γωνιακή αυτή ταχύτητα περιστροφής των σπειρών ή της ράβδου (pattern speed) συμβολίζεται συνήθως με Ω_p και είναι μία από τις πιο σημαντικές παραμέτρους που υπεισέρχονται στη μελέτη της δυναμικής των γαλαξιών. Η παράμετρος Ω_p δεν μπορεί να προσδιοριστεί άμεσα από τις παρατηρήσεις και συνήθως συμπεραίνεται με τη βοήθεια θεωρητικών μελετών, τα αποτελέσματα των οποίων συγκρίνονται με τα παρατηρησιακά δεδομένα. Οι ραβδωτοί-σπειροειδείς γαλαξίες αποτελούν μία από τις δύο κατηγορίες δισκοειδών γαλαξιών που εμφανίζουν σπειροειδείς βραχίονες (η άλλη είναι οι 'κανονικοί' σπειροειδείς, που δεν έχουν ράβδο).

Οι ραβδωτοί-σπειροειδείς γαλαξίες αποτελούνται από ένα κεντρικό μέρος, τη ράβδο, και τους σπειροειδείς βραχίονες που ξεκινούν από τα άκρα της. Στατιστικές που βασίζονται σε παρατηρήσεις στο οπτικό έχουν δείξει ότι ένα ποσοστό 25-35% των δισκοειδών γαλαξιών εμφανίζουν επιμήκεις ράβδους (SB τύπου) (Sellwood & Wilkinson 1993) και ένα 26% εμφανίζουν μία 'οβάλ διαταραχή' (SBA τύπου) (de Vaucouleurs et al. 1976). Όμως, μετά την ανάπτυξη των ανιχνευτών στο εγγύς υπέρυθρο τη δεκαετία του '90, έγινε φανερό ότι η μορφολογία του γηραιού αστρικού πληθυσμού, ο οποίος είναι σημαντικός για τις δυναμικές μελέτες, διαφοροποιείται από τη μορφολογία στο οπτικό όπου τα νεαρά άστρα είναι εκείνα που συνεισφέρουν πιο πολύ στην επιφανειακή λαμπρότητα. Ράβδοι που δεν είχαν παρατηρηθεί στο οπτικό παρατηρούνται στο εγγύς υπέρυθρο στο κεντρικό μέρος των δίσκων (βλ. π.χ. Grosbøl & Patsis 1998). Ot Eskridge et al. (2000) παρατήρησαν στα 1.65 μm ότι ένα 56% του δείγματός τους είναι ραβδωτοί-σπειροειδείς γαλαξίες με ισχυρή ράβδο και ένα 16% με ασθενή ράβδο. Σήμερα επικρατεί η άποψη ότι οι περισσότεροι σπειροειδείς γαλαξίες είναι ραβδωτοί. Παρατηρήσεις με το διαστημικό τηλεσκόπιο Spitzer έχουν αποκαλύψει ότι ο Γαλαξίας μας είναι ένας ραβδωτός-σπειροειδής γαλαξίας (Churchwell et al. 2009) με δύο κυρίαρχους, συμμετρικούς σπειροειδείς βραχίονες (grand design). Η κατανόηση της δυναμικής των ραβδωτών-σπειροειδών γαλαξιών είναι πολύ σημαντική τόσο για τη γαλαξιακή όσο και για την εξωγαλαξιακή αστρονομία. Σε γαλαξιακή κλίμακα η δυναμική των αστέρων και του αερίου συνδέεται στενά με τη δημιουργία αστέρων αφού καθορίζει την κατανομή των περιοχών όπου έχουμε αστρογένεση επάνω στον δίσκο. Ακόμη σημαντικότερο είναι το γεγονός ότι οι ράβδοι αποτελούν στο σύστημα τον καταλύτη για τη λεγόμενη αιώνια εξέλιξη (secular evolution), δηλαδή τη μορφολογική εξέλιξη εντός του χρόνου Hubble. Οι ράβδοι παρέχουν τον μηχανισμό εισροής αερίου προς το κέντρο των γαλαξιών όπου τροφοδοτούνται οι μελανές οπές και χτίζουν κιβωτιόσχημους σχηματισμούς εκτός του γαλαξιακού επιπέδου (boxy bulges). Η κατανόηση των δυναμικών μηχανισμών που σχετίζονται με τα παραπάνω φαινόμενα θα μας επιτρέψει να ερμηνεύσουμε πλήρως την αιώνια εξέλιξη των γαλαξιών.

1.2 Μοντέλα απόκρισης

Στην εργασία μας παρακολουθούμε την εξέλιξη ενός συνόλου αρχικών συνθηκών που αναφέρονται στην αστρική ή την αέρια συνιστώσα ενός γαλαξιακού δίσκου όταν επιβάλλεται ένα συγκεκριμένο δυναμικό. Κατασκευάζουμε δηλαδή με τον τρόπο αυτό ένα μοντέλο απόκρισης.

Για την κατασκευή του μοντέλου απόκρισης θεωρούμε ένα σύνολο αρχικών συνθηκών ομογενώς κατανεμημένων πάνω σε ένα δίσκο και στα σωμάτια δίνονται αρχικές ταχύτητες έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού. Στη συνέχεια οι αρχικές συνθήκες ολοκληρώνονται για 10 περιστροφές του συστήματος.

Στον υπολογισμό των μοντέλων υπάρχει ένα αρχικό διάστημα 2 περιστροφών κατά το οποίο το πλάτος της διαταραχής αυξάνεται σταδιακά από μηδέν μέχρι τη μέγιστη επιθυμητή τιμή που ορίζει το δυναμικό μας. Η ύπαρξη αυτής της χρονοεξαρτώμενης φάσης μιμείται την ανάπτυξη των διαταραχών σε ένα γαλαξιακό δίσκο.

Στη συνέχεια οι τροχιές που ολοκληρώνονται στο πλήρες δυναμικό στο μοντέλο απόκρισης έχουν ως αρχικές συνθήκες τις θέσεις και τις ταχύτητες των σωματίων στο τέλος της χρονοεξαρτώμενης φάσης. Στη χρονοανεξάρτητη πλέον αυτή φάση του υπολογισμού χρησιμοποιούμε έναν χαμιλτονιανό φορμαλισμό θεωρώντας το μοντέλο μας ως ένα αυτόνομο χαμιλτονιανό σύστημα.

Οι εξισώσεις κίνησης προέρχονται από τη χαμιλτονιανή

$$H \equiv \frac{1}{2} \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 \right) + \Phi(x, y) - \frac{1}{2} \Omega_p^2 (x^2 + y^2) = E_J$$
(1.1)

όπου (x, y) είναι οι καρτεσιανές συντεταγμένες στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς με γωνιακή ταχύτητα Ω_p , $\Phi(x, y)$ είναι το δυναμικό σε καρτεσιανές συντεταγμένες και E_J είναι η σταθερά Jacobi.

Στα μοντέλα απόκρισης που χρησιμοποιούμε στη μελέτη μας οι σημαντικές παράμετροι που υπεισέρχονται στο δυναμικό, δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής και το πλάτος της διαταραχής είναι ελεύθερες παράμετροι. Έτσι μπορούμε να εκτιμήσουμε τον ρόλο τους στη δυναμική των συστημάτων που ερευνούμε. Τα μοντέλα μας είναι μη-γραμμικά και η μελέτη μας εστιάζεται στη διερεύνηση της σπουδαιότητας των μη-γραμμικών φαινομένων στην απόκριση της αστρικής (κατά κύριο λόγο) αλλά και της αέριας συνιστώσας των γαλαξιακών δίσκων. Η κατανόηση της μη-γραμμικής συμπεριφοράς στις τροχιές των αστέρων και στη ροή του αερίου αποτελεί το κλειδί για την ερμηνεία της μορφολογίας των δίσκων.

1.3 Οργανωμένες και Χαοτικές τροχιές

1.3.1 Επιφάνειες τομής

Ας θεωρήσουμε τροχιές στον χώρο φάσεων ενός αυτόνομου Χαμιλτονιανού συστήματος δύο βαθμών ελευθερίας

$$H \equiv H(x, y, p_x, p_y) = h. \tag{1.2}$$

Δεδομένου ότι η ενέργεια του συστήματος, h, αποτελεί ολοκλήρωμα της κίνησης, μία μεταβλητή, όπως για παράδειγμα η p_y , μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει των άλλων τριών, αν αυτές είναι γνωστές. Όλες οι τροχιές με σταθερή ενέργεια, h, κείτονται πάνω σε μία τρισδιάστατη υπερεπιφάνεια μέσα στον τετραδιάστατο χώρο φάσεων. Εάν θεωρήσουμε τις τομές των τροχιών με ένα επίπεδο, έστω το y = 0, εντός ενός χρονικού διαστήματος T και με φορά που θα επιλέξουμε, τότε δημιουργούνται διαδοχικά σημεία τομής και η επιφάνεια (x, p_x) ονομάζεται επιφάνεια τομής *Poincaré*. Στην περίπτωση ενός αυτόνομου Χαμιλτονιανού συστήματος δύο βαθμών ελευθερίας η επιφάνεια τομής είναι δύο διαστάσεων γεγονός το οποίο επιτρέπει την απεικόνιση των κύριων τοπολογικών χαρακτηριστικών του συστήματος.

1.3.2 Ευσταθείς και ασταθείς περιοδικές τροχιές

Για τη μελέτη της δυναμικής ενός γαλαξία είναι απαραίτητο να μελετηθούν οι τροχιές των αστέρων μέσα σε αυτόν. Οι πιο σημαντικές τροχιές σε ένα γαλαξιακό σύστημα είναι οι περιοδικές τροχιές. Αν μία περιοδική τροχιά είναι ευσταθής τότε γύρω της παγιδεύονται ημιπεριοδικές τροχιές οι οποίες καθορίζουν τα κύρια μορφολογικά χαρακτηριστικά του γαλαξία¹. Αν οι περιοδικές τροχιές είναι ασταθείς τότε οι γειτονικές τους τροχιές απομακρύνονται από τις αρχικές συνθήκες της περιοδικής τροχιάς. Την ευστάθεια των περιοδικών τροχιών την υπολογίζουμε με τη μέθοδο του *Henón* (1965) (βλ. Παράρτημα Α').

¹Δομές υποστηρίζονται και από κολλητικές χαοτικές τροχιές. Αυτό όμως θεωρείται μια ειδική περίπτωση (βλ. κεφάλαιο 3).

1.3.3 Οργανωμένες και χαοτικές τροχιές

Μία οργανωμένη τροχιά κείτεται πάνω σε μια τοροειδή επιφάνεια και οι τομές της με μια επιφάνεια τομής *Poincaré* βρίσκονται πάνω σε μια καμπύλη που ονομάζεται αμετάβλητη καμπύλη. Στην περίπτωση ενός ολοκληρώσιμου συστήματος η επιφάνεια τομής καταλαμβάνεται πλήρως από αμετάβλητες καμπύλες. Οι τροχιές που δεν κείτονται πάνω σε κλειστούς, αναλλοίωτους τόρους και δεν διαφεύγουν στο άπειρο είναι χαοτικές. Πάνω σε μία επιφάνεια τομής τα σημεία τους καταλαμβάνουν όλον τον διαθέσιμο χώρο εντός της καμπύλης μηδενικής ταχύτητας. Χαοτικές τροχιές εμφανίζονται κοντά σε κάθε ασταθή περιοδική τροχιά ενός μη ολοκληρώσιμου συστήματος.

1.4 Δυναμικό και εξισώσεις κίνησης

Η ράβδος αντιπροσωπεύει ένα δυναμικό με διπλή συμμετρία το οποίο περιστρέφεται επί του γαλαξιακού επιπέδου με γωνιακή ταχύτητα Ω_p . Θεωρώντας ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς, το ενεργό δυναμικό, Φ_{eff} , σε κυλινδρικές συντεταγμένες (r, θ, z) μπορεί να γραφεί

$$\Phi_{eff} = \Phi(r,\theta,z) - \Omega_p^2 r^2/2.$$
(1.3)

Η ποσότητα

$$E_J = v^2/2 + \Phi - \Omega_p^2 r^2/2 \tag{1.4}$$

είναι η 'σταθερά Jacobi' και αποτελεί ένα ολοκλήρωμα της κίνησης. Η εξίσωση της κίνησης στο περιστρεφόμενο σύστημα είναι:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\nabla \boldsymbol{\Phi} - 2\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{v} + \boldsymbol{\Omega}_p^2 \mathbf{r}$$
(1.5)

όπου οι δύο τελευταίοι όροι είναι αντίστοιχα η δύναμη Coriolis και η φυγόκεντρος δύναμη.

1.5 Συντονισμοί

Η απλούστερη από τις περιοδικές τροχιές είναι η κυκλική. Οι τροχιές που είναι κοντά στην κυκλική λέγονται επικυκλικές τροχιές ή τροχιές τύπου ροζέτας και κινούνται μεταξύ μια μέγιστης και μιας ελάχιστης ακτίνας γεμίζοντας ένα κυκλικό δακτύλιο. Στην περίπτωση που το δυναμικό του γαλαξία θεωρηθεί αξισυμμετρικό όλες οι τροχιές στο αδρανεικό σύστημα αναφοράς είναι ροζέτες. Αν σε ένα σωμάτιο που εκτελεί κυκλική τροχιά δοθεί μια μικρή διαταραχή στην ακτινική διεύθυνση τότε αυτό υπακούει στην εξίσωση της κίνησης

$$\ddot{x} + \kappa^2 x = 0. \tag{1.6}$$

Η ποσότητα κ είναι η επικυκλική συχνότητα, για την οποία ισχύει

$$\kappa^2 \equiv \left(\frac{\partial^2 \Phi_{eff}}{\partial R^2}\right)_{R_g} \tag{1.7}$$

όπου R_g είναι η μέση ακτίνα του οδηγούντος κέντρου της τροχιάς (βλ. Binney & Tremaine 2008).

Στις περισσότερες περιπτώσεις, για τη μελέτη των δισκοειδών γαλαξιών ως σύστημα αναφοράς δεν χρησιμοποιείται το αδρανειακό αλλά ένα σύστημα που περιστρέφεται με την ταχύτητα περιστροφής της υπάρχουσας στο γαλαξία δομής, δηλαδή με Ω_p . Στο περιστρεφόμενο σύστημα οι βασικές συχνότητες ενός αστέρα είναι οι $\Omega - \Omega_p$ και κ , όπου Ω είναι η γωνιακή ταχύτητα του αστέρα, Ω_p η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος και κ η επικυκλική συχνότητα. Η συνθήκη συντονισμού στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς είναι:

$$\frac{\kappa(r)}{\Omega(r) - \Omega_p} = \frac{m}{n} \tag{1.8}$$

Η παραπάνω σχέση περιγράφει την τροχιά ενός αστέρα που στο περιστρεφόμενο σύστημα κάνει *n* περιστροφές γύρω από το γαλαξία έχοντας συμπληρώσει *m* επίκυκλους.

Οι σημαντικότεροι συντονισμοί στους γαλαξίες είναι οι συντονισμοί Lindbland:

$$\frac{\kappa}{\Omega - \Omega_p} = \pm \frac{2}{1}.\tag{1.9}$$

Στο πρόσημο (+) αντιστοιχεί ο **εσωτερικός συντονισμός** Lindbland, $\Omega - \Omega_p = \kappa/2$ (inner Lindbland resonace – ILR) και στο πρόσημο (–) ο **εξωτερικός συν**τονισμός Lindbland, $\Omega - \Omega_p = -\kappa/2$ (outer Lindbland resonace – OLR). Εάν σε κάποια απόσταση r οι τιμές των Ω και κ είναι τέτοιες ώστε να ισχύει η συνθήκη Ω – Ω_p = $\kappa/2$ τότε η τροχιά στο περιστρεφόμενο σύστημα είναι μία έλλειψη.

Ένας άλλος σημαντικός συντονισμός είναι ο συντονισμός της συμπεριστροφής (corotation – CR) όπου $\Omega = \Omega_p$, ο οποίος παίζει σημαντικό ρόλο σε όλες σχεδόν τις θεωρίες περί δημιουργίας και διατήρησης της σπειροειδούς δομής. Στους ραβδωτούς-σπειροειδείς η θεωρία των τροχιών (Contopoulos 1980) έδειξε ότι το μήκος της ράβδου είναι εν γένει λίγο μικρότερο από την απόσταση της συμπεριστροφής.

Άλλοι σημαντικοί συντονισμοί εσωτερικά της συμπεριστροφής είναι οι συντονισμοί 3:1 (όπου έχουμε την πιο σημαντική διακλάδωση της κεντρικής οικογένειας x1 καθώς γίνεται ασταθής από ευσταθής, βλ. π.χ. Contopoulos & Grosbøl 1989; Patsis et al. 1997) και 4:1 (στον οποίο έχει προταθεί ότι τερματίζεται η σπειροειδής δομή στους κανονικούς σπειροειδείς, βλ. Contopoulos & Grosbøl 1986, 1988; Patsis et al. 1991). Στο σημείο αυτό θα πρέπει να πούμε ότι στο αξισυμμετρικό πρόβλημα οι συντονισμοί έχουν συγκεκριμένες θέσεις οι οποίες εξαρτώνται από τη μορφή του δυναμικού και το Ω_p . Στο Σχ. 1.1 βλέπουμε ότι για οποιαδήποτε επιλογή του Ω_p για ένα συγκεκριμένο δυναμικό έχουμε σε συγκεκριμένες θέσεις τους συντονισμούς CR, OLR ενώ στη συγκεκριμένη περίπτωση ανάλογα με την τιμή του Ω_p που υιοθετούμε μπορούμε να έχουμε έναν, δυο ή και κανέναν ILR. Μια επιπλέον σημαντική παρατήρηση είναι ότι το αξισυμμετρικό πρόβλημα αποτελεί την βάση για την μελέτη των πραγματικών γαλαξιών. Στην περίπτωση που στο γαλαξία προσθέσουμε μια διαταραχή θα μιλάμε για ζώνες συντονισμών. Οι τροχιές της κεντρικής οικογένειας x1 επηρεάζονται από ανώτερους συντονισμούς. Η μορφολογία τους διαμορφώνεται ανάλογα με την ενέργεια στην οποία βρίσκονται. Για παράδειγμα κοντά στον συντονισμό 4:1 αποκτούν μια μορφολογία παραλληλογράμμου.



Σχήμα 1.1: Οι καμπύλες των συντονισμών συναρτήσει της ακτίνας.



Σχήμα 1.2: Ισοδυναμικές καμπύλες και θέσεις των Λαγκρανζιανών σημείων σε ένα ενεργό δυναμικό (βλ. μοντέλο στο κεφάλαιο 3).

1.6 Σημεία ισορροπίας Lagrange

Η αναπαράσταση του ενεργού δυναμικού στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς γίνεται με τις ισοδυναμικές καμπύλες όπως φαίνεται στο Σχ. 1.2. Τα πέντε σημεία ισορροπίας L_1 έως L_5 που παρατηρούμε στο Σχ. 1.2 ονομάζονται Λαγκρανζιανά σημεία. Το L_3 αποτελεί το κεντρικό ελάχιστο του δυναμικού, τα L_4 και L_5 είναι μέγιστα, ενώ τα L_1 και L_2 σαγματικά σημεία, δηλαδή μέγιστα ως προς την y διεύθυνση και ελάχιστα ως προς την κάθετη διεύθυνση. Στις θέσεις των Λαγκρανζιανών σημείων η βαρυτική δύναμη αντισταθμίζει τη φυγόκεντρο δύναμη και συνεπώς ένας αστέρας μπορεί να παραμείνει σταθερός στα σημεία αυτά. Τα σημεία L_4 και L_5 είναι εν γένει ευσταθή, δηλαδή ένας αστέρας μπορεί να εκτελεί ταλαντώσεις γύρω τους με επικυκλική συχνότητα κ ενώ γίνονται ασταθή για μεγάλες μη-αξισυμμετρικές διαταραχές. Τα L_1 και L_2 είναι πάντοτε ασταθή. Τα τέσσερα Λαγκρανζιανά σημεία L_1 , L_2 , L_4 και L_5 αν και δεν βρίσκονται απαραίτητα στην ίδια ακτίνα ορίζουν έναν δακτύλιο που ονομάζεται ζώνη της συμπεριστροφής.

1.7 Κύριες οικογένειες περιοδικών τροχιών

Οι τροχιές σε ραβδωτά δυναμικά έχουν μελετηθεί λεπτομερώς από πολλούς ερευνητές (βλ. π.χ. Contopoulos & Papayannopoulos 1980; Pfenniger 1984; Contopoulos & Grosbøl 1989; Athanassoula 1992a, 1992b; Sellwood & Wilkinson 1993). Οι κύριες οικογένειες περιοδικών τροχιών είναι:

Πολύ κοντά στο κέντρο του γαλαξία, σε μικρές ενέργειες, οι τροχιές εκτείνονται παράλληλα στη ράβδο και αποτελούν μέρος της λεγόμενης κεντρικής οικογένειας περιοδικών τροχιών, x1. Στην ίδια περιοχή συναντάμε και την οικογένεια x4 που αποτελείται από ανάδρομες τροχιές. Υπάρχουν επίσης μοντέλα που βρίσκουμε τροχιές του συντονισμού 1:1 (Petrou & Papayannopoulos 1986; Patsis et al. 1997).

Ανάμεσα στους εσωτερικούς συντονισμούς Lindblad (ILR), αν υπάρχουν, βρίσκουμε την οικογένεια περιοδικών τροχιών x2, οι τροχιές της οποίας εκτείνονται κάθετα στη ράβδο, έχουν τη φορά περιστροφής του συστήματος και είναι ευσταθείς. Αντίστοιχου τύπου τροχιές, αλλά αυτή τη φορά ασταθείς, είναι οι τροχιές της οικογένειας περιοδικών τροχιών x3. Η οικογένεια x1 εξακολουθεί να υπάρχει ανάμεσα στους ILR.

Μεταξύ του δεύτερου εσωτερικού συντονισμού Lindblad και της συμπεριστροφής συναντάμε και πάλι περιοδικές τροχιές κατά μήκος της ράβδου που ανήκουν στην οικογένεια x1. Η μορφολογία τους δεν είναι πάντοτε απόλυτα ελλειπτική. Σε μερικές περιπτώσεις αναπτύσουν λοβούς στα άκρα τους. Γενικά η μορφολογία των περιοδικών τροχιών x1 επηρεάζεται από την περιοχή του συντονισμού στην οποία βρίσκεται η ενέργειά τους.

Στην περιοχή της συμπεριστροφής υπάρχουν οικογένειες περιοδικών τροχιών που περιστρέφονται γύρω από τα ευσταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_4 και L_5 καθώς και οικογένειες γύρω από τα L_1 και L_2 .

Πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου είναι πλέον μεγαλύτερη από εκείνη των αστέρων. Οι τροχιές έχουν μικρότερη ελλειπτικότητα και στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς κινούνται αντίθετα από τη φορά περιστροφής του συστήματος (Contopoulos & Grosbøl 1989; Contopoulos & Patsis 2006).

1.8 Η γραμμή έρευνας της διατριβής

Το θέμα της διδακτορικής διατριβής εντάσσεται στη γραμμή έρευνας που μελετά την ερμηνεία της παρατηρούμενης μορφολογίας των γαλαξιακών δίσκων, ένα ανοικτό θέμα της σύγχρονης Αστρονομίας που απασχολεί διεθνώς ένα μεγάλο αριθμό ερευνητών και ερευνητικών ομάδων. Η πολυπλοκότητά του έγκειται στον αριθμό των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν αυτή τη μορφολογία, οι οποίες δεν μπορούν να προσδιορισθούν μονοσήμαντα από παρατηρήσεις. Οι παρατηρούμενες δομές (σπείρες και ράβδοι) θεωρούνται εν γένει διαταραχές της πυκνότητας ενός αξισυμμετρικού υποβάθρου και έχουν κυματικό χαρακτήρα. Όμως η ταχύτητα περιστροφής αυτών των δομών, το πλάτος των κυμάτων πυκνότητας, η κατανομή της σκοτεινής ύλης στους δίσκους, η σχέση μεταξύ των ροών των αστέρων και του αερίου παραμένουν άγνωστες, αλλά αλληλοεξαρτώμενες παράμετροι.

Η γαλαξιακή δυναμική χρησιμοποιείται ως εργαλείο για την κατανόηση της δομής και της μορφολογίας των γαλαξιών ήδη για περισσότερα από πενήντα έτη. Πολύ σύντομα έγινε σαφές ότι στην προσπάθεια αυτή ο ρόλος των μη-γραμμικών φαινομένων ήταν ιδιαίτερα σημαντικός. Στη θεωρία των τροχιών, αλλά και στις προσομοιώσεις Ν-σωμάτων ήταν σαφές για παράδειγμα ότι οι τροχιές των αστέρων που υποστηρίζουν τη ράβδο απέκλιναν σημαντικά από τις κυκλικές (βλ. π.χ. Contopoulos & Papayannopoulos 1980). Αυτό σήμαινε ότι θεωρώντας τα δυναμικά των σπειροειδών γαλαξιών ως αθροίσματα $Φ_0(r) + Φ_p(r, \theta)$ (όπου (r, θ) πολικές συντεταγμένες, $Φ_0(r)$ ένας αξισυμμετρικός όρος και $\Phi_p(r, \theta)$ ο όρος της διαταραχής) ο τελευταίος όρος ήταν αυτός που διαμόρφωνε ουσιαστικά την παρατηρούμενη μορφολογία και ήταν ιδιαίτερα σημαντικός. Λαμβάνοντας αυτό υπόψην, μέχρι πρόσφατα στη θεωρία των τροχιών ο τρόπος σκέψης για την εξήγηση παρατηρούμενων μορφολογικών χαρακτηριστικών βασιζόταν στην απομόνωση περιοχών τάξης στα μοντέλα με τα οποία προσεγγίζαμε τους γαλαξίες. Το 'υλικό' με το οποίο χτίζονταν παραδοσιακά οι ράβδοι (π.χ. Contopoulos 1980; Pfenniger 1984) ή οι σπείρες (Contopoulos & Grosbøl 1988) αποτελούνταν αποκλειστικά από ημιπεριοδικές τροχιές παγιδευμένες στη γειτονιά ευσταθών περιοδικών τροχιών. Με την πάροδο των ετών όμως άρχισε να γίνεται απαραίτητη η συνεκτίμηση του ρόλου των χαοτικών τροχιών για την ερμηνεία της παρουσίας συγκεκριμένων μορφολογικών χαρακτηριστικών (Kaufmann & Contopoulos 1996; Patsis et al. 1997 κλπ).

Τα τελευταία δέκα χρόνια χαοτικές τροχιές προτάθηκαν για την εξήγηση των σπειρών που εκτείνονται μετά τη συμπεριστροφή σε συστήματα ραβδωτών-

σπειροειδών γαλαξιών (Voglis & Stavropoulos 2005; Patsis 2006; Romero-Gomez et al. 2006; Voglis et al. 2006). Η βασική ιδέα για τις χαοτικές σπείρες είναι ότι σωμάτια που ακολουθούν τον ασταθή κλάδο των πολλαπλοτήτων και σχετίζονται με τις οικογένειες των ασταθών περιοδικών τροχιών που περιβάλλουν τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_1 και L_2 κοντά στο τέλος της ράβδου (οι οικογένειες αυτές ονομάστηκαν *PL*1 και *PL*2 από τους Voglis et al. 2006a, 2006b), είναι εκείνα που σχηματίζουν τις σπείρες, οι οποίες εκτείνονται πέρα από τη συμπεριστροφή του συστήματος. Χαοτικές τροχιές σωματίων που συμμετάσχουν στον σχηματισμό των σπειροειδών βραχιόνων έχουν μελετηθεί επίσης σε N-body μοντέλα (Voglis et al. 2006; Tsoutsis et al. 2008; Harsoula & Kalapotharakos 2009; Harsoula et al. 2011; Contopoulos & Harsoula 2012; Athanassoula 2012). Οι τροχιές αυτές αντανακλούν την τροχιακή συμπεριφορά του λεγόμενου θερμού αστρικού πληθυσμού (hot orbital population) που συζητήθηκε αρχικά από τους Sparke & Sellwood (1987).

Παρόλα αυτά, αποτελέσματα από άλλες μελέτες υποδεικνύουν ότι ο μηχανισμός που στηρίζεται στις χαοτικές τροχιές στη γειτονιά των PL1 και PL2 δεν μπορεί να θεωρηθεί ως μοναδικός για την ερμηνεία όλων των παρατηρούμενων ραβδωτών-σπειροειδών μορφολογιών των δισκοειδών γαλαξιών. Οι Patsis et al. (2009) παρουσίασαν ένα μοντέλο απόκρισης για τον γαλαξία NGC 3359, τύπου SB(rs)c (de Vaucouleurs et al. 1991, RC3), στο οποίο οι σπειροειδείς βραχίονες υποστηρίζονται από σωμάτια που ακολουθούν μια ροή μεταπιπτουσών ελλείψεων'. Η ροή δηλαδή καθορίζεται από ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από ευσταθείς τροχιές x1 με διαφορετικές ενέργειες, οι οποίες δεν είναι πλέον κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ράβδου αλλά μεταπίπτουν καθώς η ενέργεια μεταβάλλεται. Στο μοντέλο στο οποίο επιτυγχάνεται η βέλτιστη σύμπτωση με τις παρατηρήσεις της αστρικής και της αέριας συνιστώσας η συμπεριστροφή βρίσκεται μακριά από το τέλος της ράβδου. Σε μια τέτοια περίπτωση αν θέλαμε η ράβδος να τελειώνει κοντά στη συμπεριστροφή, θα πρέπει να έχει διαφορετική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής από τις σπείρες. Το ίδιο δυναμικό με μεγαλύτερες γωνιακές ταχύτητες περιστροφής ανέπτυξε 'χαοτικές' σπείρες, δηλαδή σπείρες που υποστηρίζονται από σωμάτια σε χαοτική κίνηση. Παρόλα αυτά, οι σπείρες αυτές δεν ταυτίζονταν με τις σπείρες του γαλαξία. Άρα οι μηχανισμοί υποστήριξης των σπειρών σε ραβδωτούςσπειροειδείς γαλαξίες μπορεί να στηρίζονται είτε σε οργανωμένες είτε σε χαοτικές τροχιές, είτε και στα δύο είδη.

Όσον αφορά τις χαοτικές τροχιές κάποιες μελέτες συσχετίζουν τις ενέργειες στις οποίες εμφανίζονται με την εμφάνιση συγκεκριμένων μορφολογιών. Υπάρχουν μηχανισμοί που υποστηρίζουν σπειροειδείς δομές χωρίς να σχετίζονται άμεσα με την παρουσία των *PL*1 και *PL*2. Πιο συγκεκριμένα, (α) οι Patsis (2006) και Patsis et al. (2010) υπογραμμίζουν το γεγονός ότι οι τροχιές που υποστηρίζουν τις σπείρες σε δυναμικά που έχουν εκτιμηθεί από παρατηρήσεις στο εγγύς υπέρυθρο εμφανίζουν μορφολογικά έναν ισχυρό '4:1 χαρακτήρα' πριν περάσουν τις 'πύλες' των L_1 , L_2 , τα ανοίγματα δηλαδή που δημιουργούνται στις ισοδυναμικές καθώς αυξάνεται η ενέργεια, και βρεθούν πέραν της συμπεριστροφής, (β) οι Tsoutsis et al. (2008) έδειξαν ότι **όλες** οι οικογένειες των ασταθών περιοδικών τροχιών με ενέργειες μεγαλύτερες των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων συνεισφέρουν στην κατασκευή της σπειροειδούς δομής και (γ) οι Patsis et al. (2010) περιέγραψαν ένα μηχανισμό που ενισχύει σπείρες με χαοτικές τροχιές εσωτερικά της συμπεριστροφής.

Υπάρχουν επίσης περιπτώσεις μοντέλων που το χάος φαίνεται να ευθύνεται για μέρος των σπειρών. Οι Kaufmann & Contopoulos (1996) παρουσίασαν τροχιές που συνεισφέρουν στην επιφανειακή πυκνότητα των ράβδων και των σπειρών. Οι Patsis et al. (1997) ερμήνευσαν το εξωτερικό περίβλημα της ράβδου του γαλαξία NGC 4314 με τη βοήθεια χαοτικών τροχιών στην περιοχή του συντονισμού 4:1. Ο Patsis (2005) παρουσίασε χαοτικές τροχιές που υποστηρίζουν έναν δακτύλιο σε δισδιάστατες ράβδους Ferrers και συμπέρανε ότι σε κάποιες περιπτώσεις για να κατανοήσουμε την τροχιακή συμπεριφορά των ραβδωτών γαλαξιών θα πρέπει να αναζητήσουμε δομές που υποστηρίζουν τα περιβλήματα αυτά είναι αντίστοιχες με εκείνες που χτίζουν το χαοτικό περίβλημα της ράβδου του μοντέλου του NGC 4314 στην εργασία των Patsis et al. (1997) και Patsis (2006). Είναι τυπικές τροχιές του θερμού αστρικού πληθυσμού.

Στο δυναμικό του γαλαξία NGC 1300 που εκτιμήθηκε από τους Kalapotharakos et al. (2010) και στο οποίο διερευνήθηκαν οι τροχιές από τους Patsis et al. (2010) διαπιστώθηκε ότι η μορφολογία των ισοδυναμικών καμπύλων του ενεργού δυναμικού μεταβάλλονται σημαντικά καθώς αυξομειώνεται η ταχύτητα περιστροφής (Ω_p) του συστήματος. Για ένα εύρος $\Delta\Omega_p$ οι ισοδυναμικές καμπύλες καθεαυτές αποκτούν μια μορφολογία ράβδου με βρόχους στα άκρα (ansae type morphology). Στην περίπτωση αυτή βρέθηκαν πολλαπλά Λαγκρανζιανά σημεία περίπου κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ράβδου. Παρόλο ότι είναι γνωστό πως εν γένει, οι ράβδοι υποστηρίζονται από τροχιές της κεντρικής οικογένειας των περιοδικών τροχιών x1 (Contopoulos & Grosbøl 1989), στα μοντέλα των Patsis et al. (2010) παρουσιάστηκε μια ράβδος με μορφολογία ansae που μπορεί να υποστηριχθεί κυρίως από χαοτικές τροχιές και όχι από τις οργανωμένες τροχιές γύρω από τυπικές ευσταθείς περιοδικές τροχιές της x1. Το μοντέλο αυτό δίνει μια χαρακτηριστική και ρεαλιστική μορφολογία ράβδου. Η μορφολογία περιορίζεται μόνον από την καμπύλη μηδενικής ταχύτητας. Το γεγονός ότι οι παράμετροι που χαρακτηρίζουν τα μοντέλα αυτά είναι τυπικές για ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες εγείρει το ερώτημα κατά πόσο συχνές θα μπορούσαν να είναι οι 'χαοτικές' ράβδοι.

Γενικά η δυναμική μιας ράβδου ή ενός συστήματος ράβδου-σπειρών δεν μπορεί να εκτιμηθεί μόνο από την παρατηρούμενη μορφολογία. Ποιοτικά παρόμοια συστήματα ως προς τη μορφολογία τους εμφανίζονται σε N-body προσομοιώσεις που έχουν είτε αργές είτε γρήγορα περιστρεφόμενες ράβδους. Τέτοια παραδείγματα βλέπουμε π.χ. στα μοντέλα των Athanassoula & Misiriotis (2002) και στις προσομοιώσεις των Saha & Naab (2013), καθώς και σε μορφολογίες ράβδου-σπειρών οι οποίες εμφανίζονται στην εξέλιξη των παραπάνω μοντέλων. Σε αυτές τις εργασίες π.χ. παρατηρούμε ότι η φαινομενολογία αργά ή γρήγορα περιστρεφόμενων ραβδωτών-σπειροειδών συστημάτων είναι παρόμοια.

Στην παρούσα εργασία μελετούμε δυναμικούς μηχανισμούς που διαμορφώνουν μια ραβδωτή-σπειροειδή μορφολογία. Το ερώτημα που προσπαθούμε να απαντήσουμε αφορά τα είδη των τροχιών που συμμετέχουν στον σχηματισμό της ράβδου και των σπειρών. Υπάρχει άραγε μοναδική απάντηση στο ερώτημα αυτό, και αν όχι κάτω από ποιές προϋποθέσεις ενεργοποιείται ο ένας ή ο άλλος δυναμικός μηχανισμός. Η κατανόηση της διαδικασίας αυτής έχει πολύ σημαντικές συνέπειες για τη συνολική δυναμική των δίσκων, αφού ο χαρακτήρας των τροχιών που υποστηρίζουν τις σπείρες και τη ράβδο σχετίζεται άμεσα με τη θέση της συμπεριστροφής και κατ'επέκταση με τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος. Επιπλέον, οι διαφορετικοί μηχανισμοί που υποστηρίζουν δομές υποδεικνύουν και διαφορετικές αστρικές ροές στους δίσκους και η διαφορετικότητα αυτή επηρεάζει με τη σειρά της τις ροές αερίου και συνεπώς τις διαδικασίες γέννησης αστέρων.

Η παρούσα εργασία έρχεται να συμβάλλει στη συνεκτίμηση της συμβολής της Τάξης και του Χάους στη διαμόρφωση της μορφολογίας των ραβδωτώνσπειροειδών γαλαξιών. Σχηματικά μπορούμε να πούμε ότι θέλουμε να ανιχνεύσουμε επί των επιφανειών τομής των μοντέλων μας τις περιοχές εκείνες που συμβάλλουν στην υποστήριξη των δομών ανεξάρτητα από τις περιοχές που καταλαμβάνουν οι νησίδες ευστάθειας ή οι χαοτικές θάλασσες.

Μια καινοτομία της διατριβής σε σύγκριση με προηγούμενες μελέτες είναι ότι δεν περιορίζουμε τη μελέτη μας σε συστήματα στα οποία η ράβδος τελειώνει κοντά στην περιοχή της συμπεριστροφής, αλλά μελετάμε συστήματα που περιστρέφονται αργά, δηλαδή ο λόγος της ακτίνας της συμπεριστροφής R_c προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου R_b είναι $R_c/R_b > 1.5$ και εμφανίζουν ραβδωτή-σπειροειδή μορφολογία και εσωτερικά της συμπεριστροφής. Πρόσφατα έχει εκδηλωθεί σημαντικό ενδιαφέρον για τη μελέτη αργά περιστρεφόμενων σπειροειδών γαλαξιών με ράβδο (Sormani et al. 2015a, 2015b, 2015c; Gerhard et al. 2016). Οι μελέτες αυτές αφορούν γενικά τη δυναμική ραβδωτών-σπειροειδών γαλαξιών, ενός μορφολογικού τύπου στον οποίο ανήκει και ο Γαλαξίας μας.

1.9 Στόχος και δομή της διατριβής

Στόχος της παρούσας διατριβής είναι η κατανόηση των δυναμικών μηχανισμών που διαμορφώνουν την παρατηρούμενη μορφολογία των ραβδωτώνσπειροειδών γαλαξιών.

Η δομή της διατριβής είναι η ακόλουθη:

Στο **κεφάλαιο 2** παρουσιάζουμε το μοντέλο και τη μεθοδολογία που χρησιμοποιήσαμε στη μελέτη μας.

Στο **κεφάλαιο 3** μελετούμε ένα αστρικό μοντέλο απόκρισης με γωνιακή ταχύτητα περιστροφής $\Omega_p=15$ km s⁻¹ kpc⁻¹, το οποίο χαρακτηρίζουμε ως 'γενική περίπτωση', αφού στο μοντέλο αυτό απαντώνται όλοι οι δυναμικοί μηχανισμοί που συναντήσαμε συνολικά στη μελέτη μας. Στο μοντέλο αυτό εμφανίζεται ένα σύστημα ράβδου-σπειρών εσωτερικά της συμπεριστροφής και ένα ακόμη σετ σπειρών εξωτερικά αυτής. Οι δυναμικοί μηχανισμοί που υποστηρίζουν τις σπείρες του μοντέλου είναι διαφορετικοί στις δύο περιπτώσεις. Θεωρούμε ότι το μοντέλο αυτό γεφυρώνει τη δυναμική μεταξύ των ραβδωτών-σπειροειδών και των κανονικών γαλαξιών.

Στο **κεφάλαιο 4** μελετούμε ακόμη πιο αργά περιστρεφόμενα αστρικά μοντέλα, όπου παρατηρούμε μια αναδίπλωση στη χαρακτηριστική καμπύλη της κεντρικής οικογένειας περιοδικών τροχιών. Αυτή σχετίζεται με την εμφάνιση ενός δακτυλίου που περιβάλλει τη ράβδο στο μοντέλο απόκρισης. Ένα ακόμη μορφολογικό χαρακτηριστικό που γίνεται πιο εμφανές στην περίπτωση αυτή είναι ένας σχηματισμός 'Χ' στο εσωτερικό της ράβδου επί του γαλαξιακού επιπέδου.

Στο **κεφάλαιο 5** μελετούμε μοντέλα αερίου και συγκρίνουμε τις ροές τους με τα αντίστοιχα αστρικά μοντέλα. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε και

μοντέλα με διαφορετικά πλάτη στους όρους του δυναμικού, δηλαδή με διαφορετικές διακυμάνσεις της δύναμης της διαταραχής πάνω στο δίσκο και συγκρίνουμε τα αποτελέσματά τους με αυτά του βασικού μας μοντέλου. Ακόμη εντοπίζουμε συμπυκνώσεις του αερίου πάνω στους σπειροειδείς βραχίονες εσωτερικά και εξωτερικά της συμπεριστροφής που όμως υποστηρίζονται από διαφορετικούς δυναμικούς μηχανισμούς.

Στο **κεφάλαιο 6** παρουσιάζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα κάθε επιμέρους κεφαλαίου και μελλοντικοί στόχοι που προκύπτουν από την παρούσα εργασία.

Κεφάλαιο 2

Μοντέλο και Μεθοδολογία

2.1 Το Μοντέλο

Το δυναμικό μας στο γαλαξιακό επίπεδο εκφράζεται με τη μορφή σειράς Fourier

$$\Phi(r,\varphi) = \Phi_0(r) + \sum_{m=2,4,6} \Phi_{mc}(r) \cos\left(m\varphi\right) + \Phi_{ms}(r) \sin\left(m\varphi\right)$$
(2.1)

όπου οι συντελεστές Φ_0 , Φ_{mc} και Φ_{ms} της παραπάνω εξίσωσης εκφράζονται σαν πολυώνυμα της μορφής

$$\sum_{n} a_n r^n, n = 0 \dots 8.$$
(2.2)

Οι συντελεστές a_n του πολυωνύμου (2.2) δίνονται σε πίνακες στο Παράρτημα Ε΄.

Σαν βάση χρησιμοποιήθηκε το δυναμικό του γαλαξία NGC 3359 που έχει εκτιμηθεί από παρατηρήσεις στο εγγύς υπέρυθρο κάτω από ορισμένες υποθέσεις για το πάχος του δίσκου, το λόγο μάζας-λαμπρότητας και την κατανομή της σκοτεινής ύλης (βλ. Παράρτημα Γ΄) (Boonyasait 2003; Patsis et al. 2009). Παρά το γεγονός ότι η παρατηρούμενη μορφολογία μπορεί να αποκλίνει από την πραγματική κατανομή μάζας στις λεπτομέρειες, το μοντέλο αυτό είναι ρεαλιστικό. Οι παρατηρήσεις στο εγγύς υπέρυθρο ενός πραγματικού γαλαξία λαμβάνονται σαν βάση για την εξαγωγή ενός καλά συμπεριφερόμενου δυναμικού. Στην παρούσα εργασία πήραμε ως βάση το δυναμικό του NGC 3359 αλλά χρησιμοποιήσαμε τα πλάτη ως ελεύθερες παραμέτρους. Δημιουργήσαμε ως εκ τούτου μία κλάση ραβδωτών-σπειροειδών δυναμικών. Οι αποκλίσεις δεν ήταν μεγάλες αλλά ενισχύσαμε αναλογικά τον όρο 2θ ούτως ώστε να έχουμε μία περισσότερο grand design μορφολογία χωρίς τις λεπτομέρειες που χαρακτηρίζουν τον συγκεκριμένο γαλαξία.

Με αυτόν τον τρόπο μελετάμε ένα γενικό δυναμικό ραβδωτού-σπειροειδούς γαλαξία με τα παρακάτω πλεονεκτήματα:

- Διαθέτει ένα κυρίαρχο m=2 όρο και επιτρέπει τη μελέτη της δυναμικής για μεγάλο εύρος παραμέτρων ραβδωτών-σπειροειδών μοντέλων γαλαξιών.
- Είναι ρεαλιστικό δυναμικό γιατί μεταβάλαμε τις παραμέτρους του πολύ κοντά στις τιμές που αντιστοιχούν στο δυναμικό του NGC 3359, ενός ραβδωτού-σπειροειδούς γαλαξία με καλά ορισμένη δομή.
- 3. Διαθέτει αυτοβαρή σπειροειδή δομή.
- Έχει ομαλή μετάβαση μεταξύ του τέλους της ράβδου και της αρχής των σπειρών.

Παρόλα αυτά η υιοθέτηση ενός βαρυτικού πεδίου που προέρχεται από εκτίμηση του δυναμικού ενός πραγματικού γαλαξία έχει ένα αναμενόμενο μειονέκτημα. Το γεγονός ότι είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε το δυναμικό μόνο εντός μιας μέγιστης ακτίνας από το κέντρο του γαλαξία. Αυτή η απόσταση είναι συνήθως στα άκρα των παρατηρούμενων σπειροειδών βραχιόνων. Τέτοιου είδους δυναμικά δεν είναι λοιπόν κατάλληλα για μελέτες τροχιών που επισκέπτονται μεγάλες αποστάσεις από το κέντρο του γαλαξία και τελικά διαφεύγουν. Στα μοντέλα μας εμπιστευόμαστε το δυναμικό μας μέχρι μία ακτίνα $r \approx 12.5$ kpc. Οι υπολογισμοί μας πραγματοποιούνται σε περιστρεφόμενο πλαίσιο αναφοράς με κοινή γωνιακή ταχύτητα περιστροφής για σπείρες και ράβδο. Μοντέλα με διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες περιστροφής ράβδου και σπειρών έχουν επίσης προταθεί (βλ. π.χ. Sellwood & Sparke 1988). Στην παρούσα εργασία δεν εξετάζουμε τέτοιες περιπτώσεις.

2.2 Μεθοδολογία

Για τα αστρικά μοντέλα απόκρισης, ο αλγόριθμος που ακολουθούμε προκειμένου να εντοπίσουμε τους δυναμικούς μηχανισμούς που δημιουργούν τα διάφορα μορφολογικά χαρακτηριστικά που συναντάμε καθώς μεταβάλλουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής είναι συνοπτικά ο ακόλουθος:

- Υπολογίζουμε την απόκριση της αστρικής συνιστώσας του μοντέλου επιβάλλοντας το δυναμικό σε ένα σύνολο αρχικών συνθηκών που βρίσκονται σε έναν δισδιάστατο δίσκο. Κατασκευάζουμε έτσι χάρτες επιφανειακής πυκνότητας του μοντέλου απόκρισης.
- Απομονώνουμε στους χάρτες πυκνότητας των μοντέλων απόκρισης τις περιοχές όπου παρατηρούμε τα μορφολογικά χαρακτηριστικά που θέλουμε να μελετήσουμε και κρατάμε για τα σωμάτια που βρίσκονται σε αυτές τις περιοχές τις θέσεις, τις ταχύτητες και τις 'ενέργειες' (E_J).
- Μελετάμε τη στατιστική των σωματίων των παραπάνω περιοχών με σκοπό τον εντοπισμό των ενεργειών που κατέχουν τον σημαντικότερο ρόλο στο σχηματισμό των μορφολογικών χαρακτηριστικών που εμφανίζονται εντός της υπό εξέταση περιοχής.
- 4. Στις ενέργειες αυτές κατασκευάζουμε επιφάνειες τομής και υπολογίζουμε τροχιές σε ένα πυκνό πλέγμα αρχικών συνθηκών πάνω σε αυτές, καλύπτοντας τον επιτρεπόμενο χώρο φάσεων που ορίζεται από τις καμπύλες μηδενικής ταχύτητας.
- 5. Για κάθε μοντέλο έχουμε ήδη τις καμπύλες της χαρακτηριστικής και τα διαγράμματα ευστάθειας όλων των οικογενειών και με αυτόν τον τρόπο γνωρίζουμε τη θέση και την ευστάθεια των περιοδικών τροχιών σε κάθε ενέργεια τουλάχιστον μέχρι πολλαπλότητα 3 παίρνοντας πάντοτε ως επίπεδο τομής το y = 0. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψιν το εύρος των νησίδων ευστάθειας γύρω από τις ευσταθείς περιοδικές τροχιές, τη δομή των ασυμπτωτικών καμπύλων που σχετίζονται με τις ασταθείς περιοδικές τροχιές καθώς και τις περιοχές κολλητικότητας (sticky) του φασικού χώρου, εκτιμούμε τη συνεισφορά των διάφορων δυναμικών μηχανισμών που βασίζονται είτε σε οργανωμένες είτε σε χαοτικές τροχιές, ταλλης δομής που εμφανίζεται στο μοντέλο.

Κεφάλαιο 3

Γενική περίπτωση $(R_c/R_b = 2.9)$

Για την περίπτωση που χαρακτηρίζουμε ως 'γενική' θεωρήσαμε γωνιακή ταχύτητα περιστροφής $\Omega_p=15$ km s⁻¹ kpc⁻¹. Ο λόγος της ακτίνας της συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου στην περίπτωση αυτή έχει τιμή $R_c/R_b=2.9$ ενώ στα περισσότερα μοντέλα ραβδωτών γαλαξιών ο λόγος αυτός βρίσκεται πολύ κοντά στη μονάδα. Αυτό σημαίνει ότι επιλέξαμε να μελετήσουμε μοντέλα αργά περιστρεφόμενα όπου η συμπεριστροφή απομακρύνεται από το τέλος της ράβδου. Η γενικότητα της περίπτωσης αυτής έγκειται στο γεγονός ότι στο σχηματισμό της μορφολογίας του συγκεκριμένου μοντέλου απαντώνται όλοι οι βασικοί δυναμικοί μηχανισμοί που έχουμε συναντήσει συνολικά στη μελέτη μας για διάφορες γωνιακές ταχύτητες του συστήματος. Η μέγιστη δύναμη της διαταραχής του μοντέλου περιγράφεται στο Σχ. 3.1. Η καμπύλη αυτή δίνει το λόγο της μέγιστης μη αξισυμμετρικής δύναμης διαταραχής σε ορισμένη ακτίνα ($[(\partial \Phi_p/\partial r)^2 + (r^{-1}\partial \Phi_p/\partial \varphi)^2]^{1/2}$) προς τη συνολική αξισυμμετρική δύναμη $|d\Phi_0/dr|$, όπου Φ_p και Φ_0 είναι οι όροι του μη αξισυμμετρικού και του αξισυμμετρικού μέρους του δυναμικού (2.1) αντίστοιχα.

Επιβάλλουμε το πλήρες δυναμικό σε ένα σύνολο αρχικών συνθηκών οι οποίες είναι ομογενώς καταναμημένες πάνω σε δίσκο ακτίνας r = 11 kpc χρησιμοποιώντας περίπου 10⁶ σωμάτια (test particles). Στα σωμάτια δίνονται αρχικές ταχύτητες έτσι ώστε να εξασφαλίζεται κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού. Μελετήθηκαν όμως και μοντέλα με ταχύτητες με μία διασπορά γύρω από την ταχύτητα της κυκλικής κίνησης στο Φ₀. Ολοκληρώντας στη συνέχεια τις τροχιές στο πλήρες δυναμικό Φ(r, φ) το σύστημα επιλέγει μόνο του ποιές αρχικές συνθήκες θα ολοκληρώσει. Παρατηρήσαμε ότι τα βασικά μορφολογικά χαρακτηριστικά των μοντέλων απόκρισης δεν



Σχήμα 3.1: Η ακτινική μεταβολή της μέγιστης δύναμης της διαταραχής $F_{p_{max}}$, κανονικοποιημένη ως προς την αξισυμμετρική δύναμη, F_0 , στο βασικό μας μοντέλο.

διαφέρουν πολύ στις περιπτώσεις με ή χωρίς διασπορά ταχυτήτων. Οι αρχικές συνθήκες ολοκληρώνονται για 10 περιστροφές του συστήματος χρησιμοποιώντας μια μέθοδο Runge-Kutta 4ης τάξης. Οι εξισώσεις κίνησης προέρχονται από τη χαμιλτονιανή

$$H \equiv \frac{1}{2} \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 \right) + \Phi(x, y) - \frac{1}{2} \Omega_p^2 (x^2 + y^2) = E_J$$
(3.1)

όπου (x, y) είναι οι καρτεσιανές συντεταγμένες στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς με γωνιακή ταχύτητα Ω_p , $\Phi(x, y)$ είναι το δυναμικό σε καρτεσιανές συντεταγμένες και E_J είναι η σταθερά Jacobi. Στη συνέχεια της εργασίας, χάρη συντομίας θα αναφερόμαστε στο E_J ως 'η ενέργεια'. Οι τελείες δηλώνουν χρονικές παραγώγους. Στον υπολογισμό των μοντέλων υπάρχει ένα αρχικό χρονικό διάστημα ολοκλήρωσης των τροχιών κατά το οποίο η διαταραχή αυξάνεται από 0 μέχρι το μέγιστο πλάτος της.

Οι ισοδυναμικές του ενεργού δυναμικού $\Phi_{eff} = \Phi - \frac{1}{2}\Omega_p^2 r^2$ δίνονται στο Σχ. 3.2a από όπου εντοπίζουμε τις θέσεις των ασταθών L_1 , L_2 και των ευσταθών L_4 , L_5 Λαγκρανζιανών σημείων. Για τα L_1 και L_2 εχουμε $E_{L_{1,2}} = -27772$ (σε μονάδες $km^2 s^{-2}$)¹ ενώ οι συντεταγμένες τους είναι $(x, y) = (\mp 0.042, \pm 8.856)$ αντίστοιχα. Το σύστημα περιστρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Τα μοντέλα που ξεκινούν με σωμάτια σε κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού Φ₀ και τα μοντέλα με διασπορά ταχυτήτων έως 20% της κυκλικής ταχύτητας στην εφαπτομενική διεύθυνση και έως 45% στην ακτινική διεύθυνση δεν εμφανίζουν ποιοτικές διαφορές στην απόκρισή τους μορφολογικά και γενικά είναι παρόμοια. Στη συγκεκριμένη περίπτωση που μελετάμε το μοντέλο απόκρισης με κυκλικές αρχικές ταχύτητες καθώς και ένα μοντέλο με ακτινική διασπορά ταχυτήτων περίπου ±40 km s⁻¹ παρουσιάζονται στο Σχ.3.2.

Στο Σχ.3.2 οι πιο σκούρες περιοχές αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες επιφανειακές πυκνότητες. Τα δύο μοντέλα είναι παρόμοια και χαρακτηρίζονται από ένα εσωτερικό σύστημα ράβδου - σπειρών καθώς και προεκτάσεις των σπειρών σε μεγαλύτερες ακτίνες. Τα μοντέλα παρουσιάζονται στο Σχ.3.2 όπως έχουν προκύψει μετά από 10 περιστροφές του συστήματος και δεν μεταβάλλονται σημαντικά αν συνεχίσουμε να ολοκληρώνουμε τις τροχιές των σωματίων για περισσότερες περιστροφές.

¹Οι μονάδες αυτές είναι ίδιες για όλα τα E_J που δίνονται στην εργασία και δεν θα επαναλαμβάνονται κάθε φορά.



Σχήμα 3.2: (a) Ισοδυναμικές του ενεργού δυναμικού. (b) Το μοντέλο απόκρισης μετά από 10 περιστροφές της ράβδου ξεκινώντας από κυκλικές ταχύτητες στο αξισυμμετρικό μέρος. (c) Το μοντέλο απόκρισης στο οποίο έχουν δοθεί αρχικές συνθήκες με διασπορά στις ταχύτητες πάλι μετά από 10 περιστροφές. Οι πιο σκούρες περιοχές αντιστοιχούν σε περιοχές μεγαλύτερης πυκνότητας. Τα βέλη 'A' και 'B' δείχνουν τις 'εσωτερικές' και τις 'εξωτερικές' σπείρες αντίστοιχα.



Σχήμα 3.3: Η εσωτερική ραβδωτή-σπειροειδής δομή του μοντέλου μας στην οποία έχουμε σχεδιάσει χαρακτηριστικές ισόπυκνες. Παρατηρούμε τις κιβωτιόσχημες ισόπυκνες στο εσωτερικό της ράβδου.

3.1 Η περιοχή της ράβδου

Η μορφολογία του μοντέλου χαρακτηρίζεται πρώτα από την παρουσία της ράβδου. Η δυναμική της ράβδου σε όλα τα μοντέλα με $\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ που εξετάσαμε ακολουθεί την κανονική x1 ροή γύρω από ευσταθείς περιοδικές τροχιές ελλειπτικού σχήματος κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ράβδου (Contopoulos & Grosbøl 1989). Για τον λόγο αυτό δε θα αναφερθούμε αναλυτικά στις τροχιές που υποστηρίζουν τη ράβδο στο μοντέλο αυτό. Θα παρατηρήσουμε μόνο μια κιβωτιόσχημη μορφολογία στις κεντρικές ισόπυκες στην περιοχή της ράβδου (Σχ. 3.3), ένα φαινόμενο που είναι εντονότερο σε μικρότερες τιμές της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής και θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο.

3.2 Η περιοχή των σπειρών

Μετά το πέρας της ράβδου παρατηρούμε ένα συμμετρικό σετ σπειρών που αποτελούνται από ένα εσωτερικό (οι βραχίονες σημειώνονται με 'A' στο Σχ. 3.2c) και ένα εξωτερικό (σημειώνεται με 'B') μέρος. Οι εξωτερικές σπείρες έχουν μικρότερη πυκνότητα παρά το γεγονός ότι αρχικά είχαμε τοποθετήσει ομογενώς σωμάτια πάνω στο δίσκο του μοντέλου.

Σχεδιάζοντας πεδία ταχυτήτων για διάφορα στιγμιότυπα του μοντέλου παρατηρούμε ήδη μετά από 3 περιστροφές του συστήματος ότι η ροή κατά μήκος των σπειρών μεταβάλλεται καθώς αυξάνεται η ακτίνα. Στο Σχ.3.4 απεικονίζονται δύο πεδία ταχυτήτων. Στο ένα δίνεται έμφαση στη ροή στην περιοχή της ράβδου και των εσωτερικών σπειρών (εντός της συμπεριστροφής) ενώ το άλλο περιγράφει τη ροή στο εξωτερικό μέρος του μοντέλου (εκτός της συμπεριστροφής). Η διαφορά στις δύο ροές είναι αξιοσημείωτη. Στην περίπτωση των εσωτερικών σπειρών η ροή είναι γύρω από το κέντρο του συστήματος. Παρατηρούμε επίσης, ότι τα βέλη είναι πιο άτακτα καθώς πλησιάζουμε την περιοχή της συμπεριστροφής. Από την άλλη μεριά, στο εξωτερικό μέρος του συστήματος η ροή εμφανίζεται να είναι κατά μήκος των εξωτερικών σπειρών. Και οι δύο παραπάνω ροές σχετίζονται με τη σπειροειδή δομή του μοντέλου απόκρισης που μελετάμε και αυτό αποτελεί ένα σημαντικό αποτέλεσμα διότι είδαμε ότι δύο διαφορετικές ροές συνυπάρχουν στο ίδιο μοντέλο και συνεργάζονται δομώντας μία κοινή μορφολογία.

Στη συνέχεια για να μελετήσουμε τις τροχιές των σωματίων που λαμβάνουν μέρος στον σχηματισμό των σπειροειδών βραχιόνων χωρίζουμε τον χάρτη πυκνότητας του μοντέλου απόκρισης σε ομόκεντρους δακτυλίους όπως φαίνεται στο Σχ.3.5a.

Όπως φαίνεται στο Σχ.3.5a οι σπειροειδείς βραχίονες μπορούν να χωριστούν μορφολογικά σε τέσσερα μέρη με τη βοήθεια ομόκεντρων κύκλων. Σε κάθε έναν από τους δακτυλίους που προκύπτουν οι σπείρες αποτελούν την πιο πυκνή δομή. Οι κύκλοι που σχεδιάστηκαν είναι από μέσα προς τα έξω σε ακτίνες r = 3.4, 5, 6.6 και 8.2 kpc. Οι ακτίνες αυτές έχουν επιλεγεί μετά από προσεχτική παρατήρηση των σχημάτων 3.2 και 3.4 και αντιστοιχούν σε ακτίνες όπου παρατηρούνται αλλαγές στη μορφολογία και στη ροή του μοντέλου. Το σχήμα των εξωτερικών σπειρών για r > 8.2 γίνεται αντιληπτό από τις ισόπυκνες καμπύλες που έχουν σχεδιαστεί.

Στη συνέχεια κάνουμε στατιστική μελέτη στις ενέργειες των σωματίων σε κάθε δακτύλιο. Στόχος μας είναι να εντοπίσουμε ποιές ενέργειες κατέχει το μεγαλύτερο πλήθος σωματίων που ευθύνεται για τη δημιουργία μιας δομής



Σχήμα 3.4: (a) Η ροή των αστέρων στην περιοχή της ράβδου και των εσωτερικών σπειρών. (b) Η ροή κατά μήκος των εξωτερικών σπειρών. Τα μήκη των αξόνων στα σχήματα (a) και (b) είναι διαφορετικά.

εντός κάθε δακτυλίου. Αφού λοιπόν εντοπίσουμε σε κάθε δακτύλιο την ενέργεια που επικρατεί μελετούμε τις τροχιές του μοντέλου στην ενέργεια αυτή. Τις τροχιές που επικρατούν σε κάθε δακτύλιο τις σχεδιάζουμε πάνω από το μοντέλο απόκρισης ώστε να επαληθεύσουμε ότι πράγματι υποστηρίζουν την παρατηρούμενη δομή.

3.3 Περιοχή '1'

Η επικρατούσα τιμή της ενέργειας (mode) στον δακτύλιο '1' είναι $E_J = -30000$, όπως φαίνεται στο Σχ.3.5b. Υπάρχει όμως επίσης μεγάλη συμμετοχή ενεργειών στο εύρος $-30250 < E_J < -29500$. Σε όλες αυτές τις ενέργειες επικρατεί τάξη και οι επιφάνειες τομής χαρακτηρίζονται από την παρουσία νησίδων ευστάθειας γύρω από τις ευσταθείς περιοδικές τροχιές της κεντρικής οικογένειας που καταλαμβάνουν πολύ μεγάλο μέρος του φασικού χώρου. Η επιφάνεια τομής (x, x) για $E_J = -30000$ δίνεται στο Σχ.3.6a.

Παρατηρώντας την επιφάνεια τομής συμπεραίνουμε ότι οι εσωτερικές σπείρες που εμφανίζονται στο μοντέλο αμέσως μετά το τέλος της ράβδου θα πρέπει επίσης να υποστηρίζονται από ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από



Σχήμα 3.5: (a) Οι σπειροειδείς βραχίονες του μοντέλου μελετώνται σε τέσσερις περιοχές σχεδιάζοντας ομόκεντρους κύκλους στις ακτίνες r = 3.4, 5, 6.6και 8.2 kpc. Στα επιμέρους σχήματα (b) έως (e) δίνονται οι κατανομές των ενεργειών στις περιοχές 3.4 < r < 5 ('1'), 5 < r < 6.6 ('2'), 6.6 < r < 8.2 ('3') και r > 8.2 ('4').
την ευσταθή περιοδική τροχιά x1. Χάος δεν παρατηρείται σχεδόν καθόλου για x > 0. Η θέση της περιοδικής τροχιάς υποδεικνύεται με ένα βέλος με τον χαρακτηρισμό 'p.o.' στο Σχ.3.6a. Η μορφολογία της περιοδικής τροχιάς δίνεται στο κάτω δεξιά πλαίσιο του Σχ.3.6b.

Οι τροχιές στο ενεργειακό εύρος $-30250 < E_I < -29500$, όπως προκύπτουν από τις αντίστοιχες επιφάνειες τομής σε συνδιασμό με τα πεδία ταχυτήτων του μοντέλου, όπως παρουσιάστηκαν στο Σχ.3.4, υποδεικνύουν ως υπεύθυνο για την υποστήριξη των εσωτερικών σπειρών ένα μηγανισμό που ονομάζεται μηχανισμός 'μεταπιπτουσών ελλείψεων' (Patsis 2009). Δηλαδή η ροή καθορίζεται από ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από ευσταθείς τροχιές x1. Διαδοχικές περιοδικές τροχιές x1 στην περιοχή των σπειρών με διαφορετικές Ε_J μπορούν να περιγραφούν ως μεταπίπτουσες ελλείψεις. Σε αυτό το ενεργειακό φάσμα οι x1 τροχιές δεν είναι πλέον κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ράβδου αλλά μεταπίπτουν καθώς η ενέργεια μεταβάλλεται. Σχεδιάζοντας διαδοχικές ελλειπτικές τροχιές της οικογένειας x1 με ενέργειες $-30250 < E_J < -29500$ (Σχ.3.7) παρατηρούμε ότι μεταπίπτουν με τέτοιο τρόπο ώστε να υποστηρίζουν τους σπειροειδείς βραχίονες. Από το Σχ.3.7 συμπεραίνουμε επίσης ότι οι ημιπεριοδικές τροχιές που υποστηρίζουν τις σπείρες στον δακτύλιο '1' δεν μπορούν να διαφέρουν μορφολογικά πολύ από τις περιοδικές τροχιές αφού οι περιοδικές τροχιές από μόνες τους αναπαράγουν τη δομή που υποστηρίζει τις σπείρες. Οι ημιπεριοδικές τροχιές που υπάρχουν στο μοντέλο αντιστοιχούν στις κοντινότερες αμετάβλητες καμπύλες γύρω από την περιοδική τροχιά. Πράγματι, όπως φαίνεται στο Σχ.3.6b μόνο οι τροχιές στα πλαίσια 5, 6 και 7 ενισχύουν τις σπείρες και είναι εκείνες που αντιστοιχούν στις τρεις κοντινότερες αμετάβλητες καμπύλες στην περιοδική τροχιά Σχ.3.6a. Οι ημιπεριοδικές τροχιές που αντιστοιχούν στις άλλες αμετάβλητες καμπύλες του Σχ.3.6a δεν υποστηρίζουν τις σπείρες.

3.4 Περιοχή '2'

Στα Σχ. 3.2b και 3.2c παρατηρούμε ότι οι εσωτερικές ισχυρές σπείρες συνεχίζονται και στον δακτύλιο '2' του Σχ. 3.5a ως ασθενέστερες δομές με διαφορετική γωνία κλίσης των σπειρών. Ακολουθώντας αντίστοιχη διαδικασία με αυτή που ακολουθήσαμε για τον δακτύλιο '1' εξετάζουμε την κατανομή των ενεργειών των σωματίων του δεύτερου δακτύλιου Σχ. 3.5c. Η δομή που παρατηρείται στον δακτύλιο '2' ενισχύεται κυρίως από σωμάτια που έχουν ενέργειες $-28800 < E_J < -26600$ με το μέγιστο της κατανομής να βρίσκεται



Σχήμα 3.6: (a) Επιφάνεια τομής για $E_J = -30000$. (b) Διαδοχικές ημιπεριοδικές τροχιές που αντιστοιχούν στις αναλλοίωτες καμπύλες με ίδια αρίθμηση του Σχ.3.6a. Η περιοδική τροχιά δίνεται στο κάτω δεξιά πλαίσιο. Μόνο οι τροχιές με αρίθμηση 5,6 και 7 ενισχύουν τις σπείρες στην περιοχή '1'.



Σχήμα 3.7: Περιοδικές τροχιές της οικογένειας x1 σε ενέργειες από μέσα προς τα έξω -30500, -30300, -30000, -29700, -29500. Στην περιοχή των σπειροειδών βραχιόνων πλησιάζουν πολύ η μία την άλλη χωρίς να τέμνονται.

στην ενέργεια E_J =-27770. Αυτό συνεπάγεται ότι έχουμε συμμετοχή σωματίων με ενέργειες κοντά στην ενέργεια των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων (E_{L12} = -27772). Το γεγονός ότι βρίσκουμε στον δακτύλιο '2' σωμάτια με ενέργειες E_J > E_{L12} ενώ βρίσκονται σε ακτίνα μικρότερη της ακτίνας των L₁₂, υποδεικνύει ότι υπάρχει συμμετοχή στην παρατηρούμενη επιφανειακή πυκνότητα από τον λεγόμενο 'θερμό αστρικό πληθυσμό' (hot orbital population).

Άλλο ένα χρήσιμο εργαλείο που χρησιμοποιήσαμε για την τροχιακή μελέτη των μοντέλων μας είναι το διάγραμμα (E_J, x₀) της χαρακτηριστικής των κυριότερων οικογενειών (Contopoulos 1970). Στην περίπτωση που μελετάμε η χαρακτηριστική της κεντρικής οικογένειας x1 καθώς και των άλλων απλά περιοδικών οικογενειών με ενέργειες $-30000 < E_J < -24000$ δίνεται στο Σχ. 3.8. Τα τμήματα από τις καμπύλες που είναι σχεδιασμένα με μαύρο χρώμα υποδηλώνουν ευστάθεια ενώ με κόκκινο χρώμα αστάθεια. Η οικογένεια x1 γίνεται ασταθής για E_J > -29316 και διακλαδίζεται γεννώντας δύο ευσταθείς 3:1 οικογένειες περιοδικών τροχιών.

Όπως βλέπουμε στο Σχ. 3.8 τα διαγράμματα της χαρακτηριστικής των δύο νέων οικογενειών που διακλαδίζονται στην πρώτη μετάβαση της x1 από ευστάθεια σε αστάθεια ακολουθούν περίπλοκες διαδρομές φτάνοντας σε μια μέγιστη τιμή ενέργειας $E_J \approx -28100$. Οι οικογένειες αυτές μαζί με την x1 και τις υπόλοιπες οικογένειες που διακλαδίζονται από την x1 σε μεγαλύτερες ενέργειες (σημειώνονται ως '4/1' στο Σχ. 3.8) καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος του διαγράμματος της χαρακτηριστικής για ενέργειες -29000 < E_J < -28400. Κατά μήκος όλων αυτών των καμπυλών η μορφολογία των περιοδικών τροχιών μεταβάλλεται από τύπου 3:1 σε 4:1 καθώς η ενέργεια μεγαλώνει. Η μεταβολή αυτή της μορφολογίας χαρακτηρίζει το πέρασμα από την περιοχή του συντονισμού 3:1 στην περιοχή του συντονισμού 4:1. Στο Σχ. 3.8 η μεταβολή αυτή υποδεικνύεται σχηματικά με ένα τρίγωνο που έχει σχεδιαστεί κοντά στην κάθετη γραμμή στην ενέργεια $E_J = -28800$ και ένα ορθογώνιο αριστερά της ενέργειας $E_{L_{1,2}}$. Οι περιοδικές τροχιές που συναντάμε στις περιοχές των συντονισμών αυτών είναι ασύμμετρες. Επιπλέον πρέπει να αναφερθεί ότι οι αρχικές συνθήκες των περιοδικών τροχιών έχουν γενικά μη μηδενικές αρχικές ταχύτητες. Ως εκ τούτου η χαρακτηριστική μιας οικογένειας προσδιορίζεται πλήρως στο χώρο ($E_I, x_0, \dot{x_0}$). Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας όμως επαρκούν τα διαγράμματα (Ε₁, x₀), τα οποία περιγράφουν τις διασυνδέσεις των οικογενειών και γι αυτό τα χρησιμοποιούμε λόγω απλότητας.

Η εξέλιξη του φασικού χώρου στον δακτύλιο '2' περιγράφεται στο Σχ. 3.9. Από πάνω προς τα κάτω έχουμε τις επιφάνειες τομής (x, \dot{x}) για $E_J = -28800$ (a), -28000 (b), και -27000 (c) αντίστοιχα. Οι τομές αυτές χαρακτηρίζον-



Σχήμα 3.8: Η χαρακτηριστική καμπύλη της οικογένειας x1 και των άλλων βασικών οικογενειών απλά περιοδικών τροχιών για $E_J > -30000$. Οι κάθετες γραμμές είναι στις ενέργειες -28800, $E_{L_{1,2}}$ =-27772 (συνεχής γραμμή),-27000, -26500 και -25650. Τα τμήματα με μαύρο χρώμα υποδηλώνουν ευστάθεια ενώ με κόκκινο χρώμα αστάθεια. Με τους όρους 'l.p.b.' και 's.p.b.' αναφερόμαστε στις τροχιές που ονομάζονται 'long period banana' και 'short period banana' αντίστοιχα.



Σχήμα 3.9: Επιφάνειες τομής (x, x) σε ενέργειες που βρίσκουμε σωμάτια που υποστηρίζουν τις προεκτάσεις των σπειροειδών βραχιόνων στον δακτύλιο '2' του Σχ. 3.5a. Στην τομή (a) έχουμε ενέργεια $E_J = -28800$, (b) $E_J = -28000$ και (c) $E_J = -27000$.

ται από την παρουσία μιας χαοτικής περιοχής που μοιάζει να βρίσκεται στο εσωτερικό μιας ΚΑΜ καμπύλης και εκτείνεται στην περιοχή ($\Delta x \times \Delta \dot{x}$) \approx $(2, 6) \times (-100, 100)$. Την περιοχή αυτή θα την ονομάζουμε 'περιορισμένη χαοτική θάλασσα' για να διευκολύνουμε την περιγραφή των εικόνων. Καθώς αυξάνουμε την ενέργεια συναντάμε νησίδες ευστάθειας και χάος, όπως φαίνεται στο Σχ. 3.9a για $E_J = -28800$, μέχρι ενέργεια $E_J \approx -28100$. Σε μεγαλύτερες ενέργειες στην περιοχή αυτή συναντάμε μόνο χάος που περικλείεται από μια ΚΑΜ καμπύλη, όπως φαίνεται στο Σχ. 3.9b. Το ίδιο συμβαίνει και για Ε_J $= -27000 > E_{L_{1,2}}$ (Σχ. 3.9c). Στην περίπτωση όμως αυτή ολοκληρώνοντας τροχιές μέσα από την χαοτική θάλασσα εμφανίζονται επιπλέον περιοχές δεξιά και αριστερά της κεντρικής περιοχής της επιφάνειας τομής (x, x). (Υπενθυμίζουμε ότι θεωρούμε τομές με το επίπεδο y = 0, ως εκ τούτου οι τρεις περιοχές δεν ενώνονται πριν φτάσουμε στην $E_J = E_{L_{4,5}}$). Αυτό είναι αποτέλεσμα του ανοίγματος των καμπυλών μηδενικής ταχύτητας για $E_J > E_{L_{1,2}}$. Η χαοτική θάλασσα χωρίζεται τότε σε τρία μέρη. Στο Σχ. 3.9c φαίνονται οι τρεις περιοχές, ενώ περιοχές με λιγοστά σημεία στις επιφάνειες τομής αντιπροσωπεύουν τροχιές που διέφυγαν πολύ γρήγορα μακριά από την περιοχή του συστήματος ράβδου-σπειρών.

Στην προσπάθειά μας να εντοπίσουμε την επικρατούσα τροχιακή συμπεριφορά σε μια συγκεκριμένη ενέργεια και να τη συσχετίσουμε με την παρατηρούμενη δομή στην περιοχή που μελετάμε, παίρνουμε αρχικές συνθήκες σε ένα πυκνό πλέγμα και ολοκληρώνουμε τροχιές για χρόνο 8 περιστροφών του συστήματος. Το χρονικό αυτό διάστημα, που θα το συμβολίζουμε στη συνέχεια ως T_8 , είναι ένα ασφαλές χρονικό διάστημα σε σχέση με το χρόνο μέσα στον οποίο εκτιμάται ότι αλλάζει το δυναμικό του γαλαξία. Συνεπώς για χρόνο μικρότερο του T₈ μπορεί να εφαρμοστεί ο Χαμιλτονιανός φορμαλισμός στην μοντελοποίηση. Επιπλέον, το χρονικό αυτό διάστημα είναι επαρκές για την κατασκευή ευσταθών δομών όπως έχουμε παρατηρήσει από τα μοντέλα μας. Υπό αυτή την έννοια δεν αναζητούμε οργανωμένες τροχιές για πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα, αλλά πολλές τροχιές εντός του χρονικού διαστήματος T_8 με παρόμοιες μορφολογίες λόγω του φαινομένου της κολλητικότητας (stickiness effect) (Contopoulos & Harsoula 2008, 2010; Contopoulos 2004). Σχεδιάζοντας τις τροχιές αυτές εύκολα αντιλαμβάνεται κανείς ότι μόνο οι τροχιές από τη χαοτική θάλασσα στην ενεργειακή περιοχή $-28800 < E_J < -26600$ φέρνουν σωμάτια στους σπειροειδείς βραχίονες. Η δυναμική των τροχιών μεταβάλλεται καθώς η ενέργεια αυξάνεται και πλησιάζει την ενέργεια των Λαγκρανζιανών σημείων Ε_{L12}. Λεπτομερώς, για κάθε μία από τις τρεις επιφάνειες τομής του Σχ. 3.9 μπορούμε να πούμε τα εξής:

Στο Σχ. 3.9a έχουμε ενέργεια $E_J = -28800$. Όπως βλέπουμε στο Σχ. 3.8 η αριστερή κάθετη γραμμή τέμνει τη χαρακτηστική καμπύλη όλων των οικογενειών των περιοδικών τροχιών στην ενέργεια αυτή, έτσι λοιπόν είναι παρούσες στην αντίστοιχη επιφάνεια τομής. Στην ενέργεια αυτή η x1 είναι ασταθής και βρίσκεται στη θέση $(x, \dot{x}) \approx (4.16, -9.5)$ (Σχ. 3.9a). Στην άμεση γειτονιά της υπάρχουν δύο ευσταθείς περιοδικές τροχιές και οι αμετάβλητες καμπύλες τους που γεννήθηκαν κατά τη μετάβαση της x1 από την ευστάθεια σε αστάθεια όταν $E_I \approx -29300$. Συνολικά έχουμε έξι νησίδες ευστάθειας που αντιστοιχούν στις ευσταθείς περιοδικές τροχιές που βρίσκουμε από τις τομές της αριστερής κάθετης γραμμής του Σχ. 3.8. Όλες οι ευσταθείς περιοδικές τροχιές έχουν τριγωνικό σχήμα και καμία από αυτές δεν συνεισφέρει στο σχηματισμό της δομής που παρατηρούμε στον δακτύλιο '2'. Συμμετοχή στις σπείρες εντοπίζουμε από τις ημιπεριοδικές τροχιές που περιβάλλουν τη x1 και τις διακλαδώσεις της καθώς και από τις χαοτικές τροχιές της sticky περιοχής που περιβάλλουν τις άλλες δύο νησίδες ευστάθειας που βρίσκονται μέσα στην περιορισμένη χαοτική θάλασσα. Οι τροχιές αυτές ενισχύουν επίσης σε ένα βαθμό μία διακλάδωση των σπειρών η οποία τείνει να σχηματίσει έναν ψευδοδακτύλιο (pseudo-ring) εντός της περιοχής '2'. Πάντως μεγαλύτερη συνεισφορά στην κατασκευή των δομών της περιοχής αυτής έρχεται από σωμάτια με μεγαλύτερες ενέργειες κοντά και πέρα απο την $E_{L_{1,2}}$.

Για $E_J = -28000$ δεν υπάρχουν πλέον νησίδες ευστάθειας μέσα στη χαοτική θάλασσα όπως φαίνεται στο Σχ. 3.9b. Τα σωμάτια με την ενέργεια αυτή δεν ανήκουν στον αστρικό πληθυσμό που επισκέπτεται τις περιοχές και εντός και εκτός της συμπεριστροφής διότι η ενέργεια τους είναι μικρότερη της ενέργειας Ε_{L1}, Η ολοκλήρωση ενός πυκνού πλέγματος αρχικών συνθηκών πάνω σε όλη την επιφάνεια τομής (x, \dot{x}) δείχνει ξεκάθαρα ότι οι σχηματισμοί στον δακτύλιο '2' υποστηρίζονται από τροχιές που η μορφολογία τους θυμίζει τροχιές στον συντονισμό 4:1 και έχουν τμήματα περίπου παράλληλα με τον άξονα x. Τέτοιες τροχιές ενισχύουν και τις προεκτάσεις των σπειρών που εκτείνονται και εντός της περιοχής '1'. Τρείς τέτοιες τροχιές παρουσιάζονται στο Σχ. 3.10. Οι τροχιές αυτές είναι χαοτικές, βρίσκονται μέσα από την περιοχή της συμπεριστροφής και ενισχύουν τις σπείρες. Χαρακτηριστική είναι η ομοιότητά τους με τις τροχιές που είχαν προταθεί ότι υποστηρίζουν τις σπείρες του γαλαξία NGC 1300 σε ένα μοντέλο από τους Patsis et al. (2010). Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι οι χαοτικές σπείρες εντός της συμπεριστροφής είναι ένα φαινόμενο που μπορεί να εμφανίζεται σε μεγάλο πλήθος ραβδωτώνσπειροειδών συστημάτων. Τροχιές με χαρακτήρα 3:1 στην μορφολογία τους υπάρχουν στο σύστημα αλλά δεν δημιουργήθηκαν στο μοντέλο απόκρισης.



Σχήμα 3.10: Τρείς χαρακτηριστικές τροχιές της ενέργειας $E_J = -28000$ που ενισχύουν τις δομές που παρατηρούμε στον δακτύλιο '2'. Τα τμήματά τους που είναι περίπου παράλληλα με τον άξονα x ενισχύουν διακλώσεις των σπειρών στην περιοχή αυτή και συμβάλλουν στην εμφάνιση ενός ψευδοδακτυλίου γύρω από τη ράβδο.

Αν είχε συμβεί κάτι τέτοιο η σπειροειδής δομή δεν θα υποστηριζόταν.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι το τμήμα των σπειρών που βρίσκεται στην περιοχή του δακτυλίου '2' υποστηρίζεται κυρίως από χαοτικές τροχιές με ενέργειες $-28000 < E_J < E_{L_{1,2}}$. Η μορφολογία τους θυμίζει τροχιές τύπου 4:1. Επίσης, παρατηρούμε (Σχ.3.5) συνεισφορά στον δακτύλιο αυτό από σωμάτια με ενέργειες μεγαλύτερες της ενέργειας των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων $E_{L_{1,2}}$ παρόλο που τα L_1 και L_2 βρίσκονται σε μεγαλύτερη ακτίνα. Η παρατήρηση αυτή έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς υποδεικνύει τον σημαντικό ρόλο του θερμού αστρικού πληθυσμού, σωματίων δηλαδή που επισκέπτονται αμφότερες τις περιοχές εντός και εκτός της συμπεριστροφής.

3.5 Συνεισφορά των περιοχών '2' και '4'

Στο Σχ. 3.9c παρουσιάζεται μια επιφάνεια τομής (x, \dot{x}) στην ενέργεια $E_J = -27000$, η οποία αποτελεί τυπικό παράδειγμα των επιφανειών τομής για ενέργειες αμέσως μετά την ενέργεια $E_{L_{1,2}}$. Μια λεπτομερής μελέτη της δυναμικής στην ενέργεια αυτή είναι απαραίτητη καθώς μας παρέχει πληροφορίες όχι μόνο για τη δυναμική εντός του δακτυλίου '2' αλλά και για τη δυναμική του εξωτερικού μέρους των σπειρών που εκτείνεται στο δακτύλιο '4' του Σχ. 3.5a για r > 8.2kpc. Η σημασία της δυναμικής σε ενέργειες κοντά στην τιμή $E_J = -27000$ γίνεται φανερή από τα Σχ. 3.5e και 3.5c. Παρατηρώντας το Σχ. 3.5e βλέπουμε πολύ μεγάλη συμμετοχή σωματίων με ενέργειες στο διάστημα –27772 (= $E_{L_{1,2}}$) < E_J < -26000. Συνολικά εντοπίζουμε περισσότερα σωμάτια με αυτές τις ενέργειες στις εξωτερικές σπείρες από ότι με ενέργειες κοντά στην επικρατούσα τιμή (mode) E_J = -25650 της κατανομής του Σχ. 3.5e. Αυτό οφείλεται στη μεγάλη ουρά που παρουσιάζει το διάγραμμα αριστερά της επικρατούσας τιμής. Οι επιφάνειες τομής που κατασκευάσαμε σε ενέργειες -27772 < E_J < -26000 είναι παρόμοιες με την επιφάνεια τομής για E_J = -27000 στο Σχ. 3.9c οπότε και θα εστιάσουμε σε αυτή.

Αν συγκρίνουμε το Σχ. 3.9c με τα Σχ. 3.9a και Σχ. 3.9b παρατηρούμε στην επιφάνεια τομής (x, x) δύο επιπλέον περιοχές εκατέρωθεν της κεντρικής περιοχής. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο εφόσον βρισκόμαστε πλέον πέρα από την ενέργεια των Λαγκρανζιανών σημείων L_{1,2}. Στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής (Σχ. 3.8) βλέπουμε ότι για $E_J = -27000$ έχουμε τρεις ασταθείς περιοδικές τροχιές και μια τροχιά από την οικογένεια που ονομάζεται 'long period banana-like' (σύντομα 'lpb', Contopoulos & Grosbøl 1989). Οι τροχιές αυτές είναι ευσταθείς στην μικρότερη ενέργεια που εντοπίζονται και στη συνέχεια γίνονται ασταθείς. Τέτοιου είδους τροχιές εντοπίζουμε και σε άλλο κλάδο της χαρακτηριστικής στο Σχ. 3.8 για $-26200 \leq E_J \leq -25500$. Οι αρχικές συνθήκες των περιοδικών τροχιών όλων αυτών των οικογενειών βρίσκονται στη χαοτική θάλασσα του Σχ. 3.9c. Οι μορφολογία τους δίνεται στο Σχ. 3.11. Οι ορθογώνιου τύπου τροχιές είναι όλες ασταθείς, ενώ η τροχιά τύπου 'lpb' στο δεξί μέρος του Σχ. 3.11 είναι ευσταθής στην ενέργεια αυτή. Παρόλα αυτά η νησίδα ευστάθειας γύρω από την περιοδική τροχιά στην επιφάνεια τομής είναι μικροσκοπική και συνεπώς δεν είναι ευδιάκριτη χωρίς μεγέθυνση.

Στο Σχ. 3.12a υποδεικνύονται με βέλη οι αρχικές συνθήκες των περιοδικών τροχιών καθώς και τα ονόματά τους. Το ορθογώνιο σχήμα δίπλα στις αρχικές συνθήκες της x1 υποδηλώνει την μορφολογία της σε αυτή την ενέργεια. Η ευσταθής τροχιά τύπου 'lpb' περιβάλλεται από μία μικροσκοπική νησίδα ευστάθειας. Τα έντονα σημεία που έχουν σχεδιαστεί πάνω στην χαοτική θάλασσα αντιστοιχούν στις αρχικές συνθήκες (x_0 , \dot{x}_0) του πλέγματος των τροχιών που έχουμε ολοκληρώσει και υποστηρίζουν τις σπείρες των δακτυλίων '2' ή/και '4'. Οι τροχιές που σχετίζονται με τα μορφολογικά χαρακτηριστικά που μελετάμε μπορούν να χωριστούν με απλή παρατήρηση σε δύο κατηγορίες. (α) Στις τροχιές εκείνες που παραμένουν για ένα σημαντικό χρονικό διάστημα στην περιοχή της ράβδου και εμφανίζουν μια μορφολογία που θυμίζει τροχιές στην περιοχή του συντονισμού 4:1 και (β) στις τροχιές εκείνες που οδηγούνται απευθείας πέρα από τη συμπεριστροφή περνώντας από τη γειτονιά των Λαγκρανζιανών σημείων L_1 και L_2 . Τυπικά παραδείγματα των κατηγοριών (α)



Σχήμα 3.11: Η μορφολογία των απλά περιοδικών τροχιών που βρίσκουμε στο σύστημα για $E_J = -27000$. Η τροχιά αντιπρόσωπος της οικογένειας x1 στην ενέργεια αυτή σημειώνεται με x1, ενώ οι άλλες δύο ορθογώνιου τύπου τροχιές σημειώνονται στο Σχ. 3.8 με (4 : 1)_{a,b}. Όλες είναι ασταθείς. Η τροχιά στη δεξιά μεριά του σχήματος είναι μία long period banana και είναι ευσταθής στην ενέργεια αυτή.

και (β) δίνονται στα Σχ. 3.12b και Σχ. 3.12c αντίστοιχα. Όλες οι παραπάνω τροχιές ανήκουν στον θερμό αστρικό πληθυσμό (hot orbital population) και επισκέπτονται την περιοχή του δακτυλίου '2' καθώς και την περιοχή πέραν της συμπεριστροφής. Αυτό δεν σημαίνει ότι όλες οι τροχιές της πρώτης κατηγορίας θα περάσουν κοντά από τα L_1 , L_2 εντός του χρονικού διαστήματος T_8 . Αυτό θα γίνει όμως σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Στο Σχ. 3.12a τα έντονα μαύρα σημεία αντιστοιχούν στις τροχιές της πρώτης κατηγορίας, ενώ

Στο Σχ. 3.9c καθώς και στο Σχ. 3.12a παρατηρούμε περιοχές κενές σημείων πάνω στις επιφάνειες τομής. Αυτές οι περιοχές δεν είναι άδειες στην πραγματικότητα αλλά αντιπροσωπεύουν τροχιές που εκτελούν περιφορά μακριά από την κεντρική περιοχή του μοντέλου, φτάνουν αμέσως σε αποστάσεις r > 14 kpc, όπου το δυναμικό μας δεν είναι καλά ορισμένο και ως εκ τούτου επιλέξαμε να σταματάμε να τις ολοκληρώνουμε.

Αν παρατηρήσουμε προσεχτικά το Σχ. 3.12a βλέπουμε ότι τα πράσινα σημεία βρίσκονται πάντα πάνω σε αυτές τις 'άδειες' περιοχές, όχι μόνο στην μεγάλη περιοχή στα δεξιά της επιφάνειας τομής αλλά και σε μικρές 'άδειες' λωρίδες μέσα στη χαοτική θάλασσα.

Παρατηρούμε στο συγκεκριμένο μοντέλο ότι ο θερμός αστρικός πληθυσμός μεταφέρει υλικό πέραν της συμπεριστροφής από μια μεγάλη περιοχή γύρω από τη ράβδο. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς έχουμε $R_c/R_b \approx 2.9$, που σημαίνει ότι υπάρχει αρκετός χώρος στον δίσκο μεταξύ του τέλους της ράβδου και των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων.

Σε άλλα μοντέλα, όπως σε αυτό του γαλαξία NGC 4314 (Patsis 2006) που τα L_1 , L_2 βρίσκονται πολύ κοντά στα άκρα της ράβδου, βρέθηκε ότι ο θερμός αστρικός πληθυσμός σχηματίζει απλώς ένα περίβλημα γύρω από τη ράβδο. Η δυναμική του μοντέλου στις περιοχές '2' και '4' διαμορφώνει την περιοχή του δίσκου που περιβάλλει τη ράβδο και τις εσωτερικές σπείρες. Η δυναμική αυτή οδηγεί σε μορφολογίες που παρατηρούνται σε κάποιους grand design γαλαξίες όπως οι NGC 1566 και NGC 5248, όπου συνυπάρχουν δύο ζεύγη συμμετρικών σπειρών. Το ένα ως συνέχεια της ράβδου και το δεύτερο σε μεγαλύτερες αποστάσεις. Στο Σχ. 3.13 έχουν σχεδιαστεί πάνω στο μοντέλο δύο χαρακτηριστικές τροχιές με ενέργεια $E_J = -27000$. Η συμμετοχή τους στην διαμόρφωση του εξωτερικού ορίου της περιοχής που περιβάλλει τη ράβδο και τις εσωτερικές σπείρες είναι προφανής. Οι τροχιές αυτές ενισχύουν επίσης τις εξωτερικές σπείρες του μοντέλου.

Έχοντας εντοπίσει την ακριβή θέση των απλά περιοδικών τροχιών υπολογίζουμε τις ασυμπτωτικές καμπύλες των ασταθών περιοδικών τροχιών πάνω



Σχήμα 3.12: Στην ενέργεια $E_J = -27000$ (> $E_{L_{1,2}}$) οι αρχικές συνθήκες των τροχιών που υποστηρίζουν το μέρος των σπειρών στον δακτύλιο '2' ή τις εξωτερικές σπείρες στο χρονικό διάστημα T_8 βρίσκονται στη χαοτική θάλασσα της επιφάνειας τομής (x, x). Είναι είτε χαοτικές τροχιές που παραμένουν ένα σημαντικό χρονικό διάστημα σε ακτίνες $r < r_{L_1,L_2}$, είτε χαοτικές τροχιές που φεύγουν πολύ σύντομα πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής. Οι αρχικές συνθήκες της πρώτης κατηγορίας με πράσινες. Ένα τυπικό παράδειγμα τροχιάς της πρώτης κατηγορίας δίνεται στο (b) και της δεύτερης στο (c).Τα βέλη υποδεικνύουν τη θέση των κύριων απλά περιοδικών τροχιών πάνω στην επιφάνεια τομής.



Σχήμα 3.13: Δύο τυπικές τροχιές με ενέργεια E_J =-27000, που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες και συγχρόνως διαμορφώνουν το όριο της ρομβοειδούς περιοχής που περικλείει το εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών.

στις επιφάνειες τομής. Η ασυμπτωτική καμπύλη μιας ασταθούς περιοδικής τροχιάς είναι η τομή των πολλαπλοτήτων (manifolds) με την επιφάνεια τομής (Voglis et al. 2006b). Ο υπολογιασμός της ασυμπτωτικής καμπύλης γίνεται παίρνοντας πυκνές αρχικές συνθήκες πάνω στην ασταθή ιδιοδιεύθυνση της ασταθούς περιοδικής τροχιάς και ολοκληρώνοντάς τις για χρόνο t > 0 (βλ. Παράρτημα Β'). Αυτό μας επιτρέπει να διερευνήσουμε σε ποιό βαθμό οι ασυμπτωτικές καμπύλες καταλαμβάνουν μια περιοχή της επιφάνειας τομής όπου οι τροχιές αν ολοκληρωθούν για χρόνο Τ₈ εμφανίζουν μορφολογία αντίστοιχη των δομών που μελετάμε. Στην περίπτωσή μας θέλουμε να εξετάσουμε αν οι ασυμπτωτικές καμπύλες που καταλαμβάνουν μια περιοχή διαχωρίζουν τις περιοχές όπου επικρατούν οι δύο κατηγορίες τροχιών που είδαμε στα Σχ. 3.12b και Σχ. 3.12c. Στο Σχ. 3.14 το υπόβαθρο (κόκκινα σημεία) είναι η επιφάνεια τομής (x, \dot{x}) στην περιοχή της χαοτικής θάλασσας. Οι ευθείες που έχουν σχεδιαστεί αναπαριστούν τις ιδιοδιευθύνσεις της ασταθούς περιοδικής τροχιάς της οικογένειας x1. Η θέση της x1 προσδιορίζεται με ένα λευκό σημείο στην τομή των δύο ευθειών. Η ασταθής ιδιοδιεύθυνση είναι κατά μήκος της ευθείας U_1U_2 ενώ η ευσταθής κατά μήκος της S_1S_2 . Τα μαύρα σημεία που έχουν σχεδιαστεί πάνω στην επιφάνεια τομής του Σχ. 3.14 δίνουν το σχήμα της ασυμπτωτικής καμπύλης που σχετίζεται με την 'U₁' ιδιοδιεύθυνση. Συγκρίνοντας τα Σχ. 3.12a και Σχ. 3.14 παρατηρούμε ότι η ασυμπτωτική καμπύλη

καλύπτει σε μεγάλο βαθμό την περιοχή της χαοτικής θάλασσας όπου συναντάμε τροχιές της κατηγορίας του Σχ. 3.12b. Τα μέρη της επιφάνειας τομής που δεν καλύπτονται από την ασυμπτωτική καμπύλη είναι εκείνα όπου οι τροχιές που συναντάμε ξεκινούν μέσα από την συμπεριστροφή και σχεδόν αμέσως διαφεύγουν ενισχύοντας τις εξωτερικές σπείρες, όπως η τροχιά του Σχ. 3.12c. Υπάρχει καλή αντιστοιχία μεταξύ των αρχικών συνθηκών που εμφανίζουν μια 4:1 μορφολογία και της περιοχής που καλύπτεται από την ασυμπτωτική καμπύλη της x1. Η περιοχή αυτή δεν είναι πυκνή, υπάρχουν δηλαδή σημεία της επιφάνειας τομής ανάμεσα στους λοβούς των πολλαπλοτήτων που δεν ανήκουν στην ασυμπτωτική καμπύλη. Η ασταθής ασυμπτωτική καμπύλη της x1 καλύπτει το μεγαλύτερο μέρος της περιοχής της επιφάνειας τομής που συνεισφέρει στην ενίσχυση της σπειροειδούς δομής. Όλες οι χαοτικές τροχιές που σχεδιάστηκαν για οχτώ περιστροφές του συστήματος με αρχικές συνθήκες πάνω στην ασυμπτωτική καμπύλη εμφανίζουν μία 4:1 μορφολογία. Οι τροχιές αυτές συνεισφέρουν στην ενίσχυση της πυκνότητας κατά μήκος της σπειροειδούς δομής στον δακτύλιο '2'. Δεν επισκέπτονται όλες οι τροχιές τις περιοχές εκτός της συμπεριστροφής εντός του χρονικού διαστήματος T₈, κάποιες χρειάζονται περισσότερο χρόνο αλλά τελικά περνούν στην πέραν της συμπεριστροφής περιοχή. Παρόμοια αποτελέσματα βρίσκουμε και για άλλες επιφάνειες τομής στο ενεργειακό εύρος $-27772 < E_J < -26000$.

Η άλλη κατηγορία τροχιών με ενέργεια $E_J = -27000$ που είναι σημαντική για τη δυναμική του μοντέλου μας ενισχύει απευθείας τις εξωτερικές σπείρες χωρίς οι τροχιές να περνούν πολύ χρόνο εντός της συμπεριστροφής. Τα σωμάτια των τροχιών αυτών απαντώνται στην περιοχή του δακτυλίου '4' του Σχ. 3.5a, δηλαδή για r > 8.2 kpc. Αν το υλικό που συνεισφέρει στο σχηματισμό των εξωτερικών σπειρών βρίσκεται αρχικά στο εσωτερικό μέρος του δίσκου μακριά από τις πύλες των L_1, L_2 θα πρέπει πρώτα να είναι σε θέση να προσεγγίσει τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία, να έχει την απαιτούμενη ενέργεια ($E_J > E_{L_{1,2}}$) και να μην είναι παγιδευμένο σε οργανωμένη τροχιά γύρω από μια ευσταθή περιοδική τροχιά. Οι κυριότερες οικογένειες απλά περιοδικών τροχιών που συναντάμε στην ενέργεια $E_J \approx E_{L_{1,2}}$ και οι οποίες τέμνουν τον άξονα x είναι οι τροχιές που παρουσιάζονται στο Σχ. 3.11. Το ενεργειακό εύρος ΔE_I στο οποίο κυριαρχεί ο συντονισμός 4:1 και επηρρεάζει τη μορφολογία των τροχιών είναι μεγαλύτερο από εκείνα των n:1 συντονισμών για n > 4 (βλ. διαγράμματα ευστάθειας στην εργασία των Contopoulos και Grosbøl 1989).

Αντίστοιχα με το Σχ. 3.14 σε όλες τις επιφάνειες τομής (x, \dot{x}) που εξετάσαμε στο ενεργειακό εύρος $-27772 < E_J < -26000$ είδαμε ότι οι τροχιές των



Σχήμα 3.14: Η ασυμπτωτική καμπύλη που σχετίζεται με την U₁ ιδιοδιεύθυνση της x1 έχει σχεδιαστεί στην επιφάνεια τομής (x, \dot{x}) για E_J = -27000. Οι ευθείες γραμμές αναπαριστούν τις ιδιοδιευθύνσεις U₁U₂ και S₁S₂. Η θέση της x1 (λευκό σημείο) βρίσκεται στην τομή των δύο ευθειών.

σωματίων που υποστηρίζουν τη σπειροειδή δομή σχετίζονται με την 4:1 ασταθή περιοδική τροχιά. Παρόλα αυτά θα πρέπει να εξεταστούν επίσης και οι μορφολογίες των τροχιών στις (y, ý) επιφάνειες τομής. Σε αυτές τις τομές εμφανίζονται επιπλέον οι *PL*1 και *PL*2 οικογένειες περιοδικών τροχιών (Tsoutsis et al. 2009) που περιβάλλουν τα L_1, L_2 . Στο Σχ. 3.15a παρουσιάζεται η (y, ý) επιφάνεια τομής στην ίδια ενέργεια με αυτή του Σχ. 3.9c. Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία ολοκληρώνοντας μεγάλο αριθμό τροχιών με αρχικές συνθήκες πάνω σε ένα πλέγμα που θεωρούμε επί της επιφάνειας τομής. Οι περιοχές όπου οι ολοκληρωμένες τροχιές προσεγγίζουν αποστάσεις r > 8.2kpc και άρα να σχετίζονται με τις εξωτερικές σπείρες του μοντέλου μας είναι στα αριστερά και δεξιά του Σχ. 3.15a. Στις περιοχές αυτές συναντάμε τρεις τύπους τροχιακής συμπεριφοράς:

- Τροχιές οι οποίες διαφεύγουν πολύ γρήγορα σε αποστάσεις r > 12.5 kpc έχοντας μικρή συμμετοχή στις εξωτερικές σπείρες του μοντέλου. Οι αρχικές τους συνθήκες δίνονται ως σημεία ανοιχτού μπλέ χρώματος στο Σχ. 3.15a.
- Τροχιές που παραμένουν για χρόνο T₈ στην περιοχή που περιβάλλει το εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών και ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες, όπως οι τρεις τροχιές που δίνονται στο Σχ. 3.15b. Οι αρχικές τους συνθήκες είναι χρωματισμένες με σκούρο μπλέ στο Σχ. 3.15a.
- Τροχιές που παραμένουν για μεγάλο μέρος του χρόνου ολοκλήρωσής τους εντός της συμπεριστροφής. Οι αρχικές τους συνθήκες στην (y, ÿ) επιφάνεια τομής (Σχ. 3.15a) έχουν πράσινο χρώμα. Το 60% των τροχιών αυτών επισκέπτονται την περιοχή των εξωτερικών σπειρών εντός του χρονικού διαστήματος T₈. Οι υπόλοιπες από αυτές κάνουν το ίδιο αλλά σε μεγαλύτερους χρόνους. Σε αυτήν την κατηγορία ταξινομήσαμε τροχιές όπως αυτές του Σχ. 3.15c.

Οι αρχικές συνθήκες που σημειώνονται με κίτρινο χρώμα αντιστοιχούν σε τροχιές που δεν συνεισφέρουν σε κάποια δομή του μοντέλου μας. Από την παραπάνω μελέτη είναι πλέον ξεκάθαρο ότι οι πλειοψηφία των τροχιών με $-27772 < E_J < -26000$ που ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες, εντός του χρονικού διαστήματος T_8 έχουν μορφολογικά έναν 4:1 χαρακτήρα.



Σχήμα 3.15: (a) H (y, ý) επιφάνεια τομής για $E_J = -27000$. Οι έγχρωμες περιοχές αντιστοιχούν σε αρχικές συνθήκες που έχουμε ολοκληρώσει για χρόνο T_8 . Οι τροχιές με αρχικές συνθήκες στις κίτρινες περιοχές καθώς και στις περιοχές χωρίς χρώμα δεν συνεισφέρουν στη μορφολογία του Σχ. 3.2b. Οι τροχιές στις περιοχές με χρώμα ανοιχτό μπλέ διαφεύγουν σε σύντομο χρονικό διάστημα σε ακτίνες r > 12 kpc και δεν ενισχύουν σημαντικά τις εξωτερικές σπείρες. Οι περιοχές με χρώμα σκούρο μπλέ στο (a) αντιπροσωπεύουν τροχιές που ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες χωρίς να ενισχύουν ταυτόχρονα και τους σχηματισμούς του δακτύλιου '2'. Τρεις τέτοιες τροχιές που είτε παραμένουν για χρόνο T_8 εντός της συμπεριστροφής είτε την διαπερνούν ενισχύοντας τις εξωτερικές σπείρες. Οι μορφολογία τους δίνεται στο (c).

3.6 Περιοχή '3'

Η επιφανειακή πυκνότητα των σπειρών του μοντέλου μας εμφανίζει τοπικά μια ελάχιστη τιμή του πλάτους της εντός της περιοχής του τρίτου δακτυλίου του Σχ. 3.5a, δηλαδή για 6.6 < r < 8.2 kpc. Αυτό είναι εμφανές και στα Σχ. 3.2b και Σχ. 3.2c, όπου οι ισόφωτες στις περιοχές κοντά στα L_1 , L_2 δεν διατηρούν τη μορφή των σπειροειδών βραχιόνων. Μπορούμε λοιπόν να μιλάμε για μία ασυνέχεια ή κενό στους σπειροειδείς βραχίονες στην περιοχή '3'. Οι ενέργειες των τροχιών των σωματίων κατανέμονται όπως στο ιστόγραμμα του Σχ. 3.5d. Προφανώς, τα σωμάτια αυτά έχουν ενέργειες $E_J > E_{L_{1,2}}$, βρίσκονται όμως εσωτερικά της συμπεριστροφής για χρόνο T_8 . Αυτό σημαίνει ότι ανήκουν στον 'θερμό αστρικό πληθυσμό'. Το ενεργειακό εύρος των σωματίων του δακτυλίου '3' εκτείνεται στις ίδιες ενέργειες που έχουμε δεξιά της επικρατούσας τιμής του Σχ. 3.5c. Παρόλα αυτά οι ενέργειες γίνονται πιο σημαντικές καθώς πλησιάζουμε την επικρατούσα τιμή $E_J = -25650$. Ολοκληρώνοντας τις τροχιές αυτές εντός της συμπεριστροφής παρατηρούμε ότι διαμορφώνουν τη ρομβοειδή περιοχή του δακτυλίου '3' (Σχ. 3.5a).

3.7 Περιοχή '4'

Το ιστόγραμμα όπου παρουσιάζεται η κατανομή των ενεργειών των σωματίων που βρίσκονται σε ακτίνες r > 8.2 kpc δίνεται στο Σχ. 3.5e. Η επικρατούσα τιμή του ιστογράμματος είναι στην ενέργεια $E_J = -25650$, όπως και στην περίπτωση του δακτυλίου '3'. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι οι δύο αυτές περιοχές έχουν σε ένα βαθμό κοινή τροχιακή συμπεριφορά. Παρόλα αυτά, όπως έχουμε ήδη επισημάνει, η σημαντικότερη συνεισφορά στις δομές που εμφανίζονται στον δακτύλιο '4' προέρχεται από σωμάτια με ενέργειες $-27772 < E_J < -26000$. Η δυναμική των τροχιών στο ενεργειακό αυτό φάσμα παρουσιάστηκε σε προηγούμενη ενότητα και τροχιές με τέτοιες ενέργειες που επισκέπτονται την περιοχή του δίσκου πέρα από την συμπεριστροφή (Σχ. 3.12b,c), ενισχύουν επίσης τις εξωτερικές σπείρες (υποδεικνύονται με 'B' στο Σχ. 3.2c).

Για να ερευνήσουμε όλες τις τροχιές που συνεισφέρουν στον σχηματισμό των εξωτερικών σπειρών μελετάμε τη δυναμική στην επικρατούσα τιμή της ενέργειας του ιστογράμματος, δηλαδή στην $E_J = -25650$. Στην ενέργεια αυτή, το άνοιγμα των ισοδυναμικών του ενεργού δυναμικού γύρω από τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία είναι μεγαλύτερο και διευκολύνει την επικοινωνία των

περιοχών μέσα και έξω από την συμπεριστροφή. Σε αυτό το σημείο πρέπει να επισημάνουμε ότι η περιοχή στην οποία υπάρχουν οι περιοδικές τροχιές τύπου 'lpb' είναι σε ενέργεια κοντά και πριν την ενέργεια των ευσταθών Λαγκρανζιανών σημείων L_{4.5} (Σχ. 3.8).

Γενικά η δομή της επιφάνειας τομής (x, ż) για $E_J = -25650$ είναι παρόμοια με αυτή του Σχ. 3.9c. Ωστόσο, αν παρατηρήσουμε το Σχ. 3.8 βλέπουμε ότι η x1 είναι πλέον ευσταθής, εφόσον η ενέργεια $E_J = -25650$ αντιστοιχεί στην δεξιότερη κάθετη γραμμή. Από το Σχ. 3.8 συμπεραίνουμε ότι εκτός από τη x1 υπάρχει άλλη μία ευσταθής περιοδική τροχιά η οποία ανήκει στην οικογένεια των τροχιών που ονομάζονται 'short-period banana-like', (σύντομα 'spb', Contopoulos & Grosbøl 1989) καθώς και δύο ασταθείς 'long-period banana-like' ('lpb') περιοδικές τροχιές. Όπως και σε μικρότερες ενέργειες έτσι και στην ενέργεια αυτή τροχιές από τη χαοτική θάλασσα υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες. Όλες οι απλά περιοδικές τροχιές που αναφέραμε προηγουμένως βρίσκονται για $E_J = -25650$ στην περιοχή της επιφάνειας τομής που δίνεται στο Σχ. 3.16a. Στο ίδιο σχήμα έχουμε σχεδιάσει και μία ασυμπτωτική καμπύλη που θα περιγράψουμε στη συνέχεια.

Για να ταξινομήσουμε τις αρχικές συνθήκες των τροχιών πάνω στην επιφάνεια τομής σύμφωνα με τη μορφολογία τους εντός του χρονικού διαστήματος T_8 , καθώς και τον τρόπο με τον οποίο επηρεάζουν τις δομές που μελετούμε ακολουθούμε παρόμοια διαδικασία όπως και σε προηγούμενες περιπτώσεις. Το ερώτημα που τίθεται τώρα είναι αν μία ασυμπτωτική καμπύλη μιας βασικής ασταθούς περιοδικής τροχιάς στην ενέργεια αυτή μπορεί να διαχωρίζει πάνω στην επιφάνεια τομής τις αρχικές συνθήκες που υποστηρίζουν τις δομές που μελετούμε (σπείρες και ράβδο) από εκείνες που δεν τις υποστηρίζουν εντός χρόνου T_8 . Εφόσον η x1 είναι ευσταθής στην ενέργεια αυτή, εξετάζουμε την ασταθή ασυμπτωτική καμπύλη της ασταθούς 'lpb' περιοδικής τροχιάς. Στο Σχ. 3.8 βρίσκεται στο πάνω μέρος των δύο ασταθών κλάδων της χαρακτηριστικής που τέμνονται από τη γραμμή της ενέργειας $E_J = -25650$. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στο Σχ. 3.16a.



Σχήμα 3.16: (a) Η ασταθής ασυμπτωτική καμπύλη της banana-like περιοδικής τροχιάς που βρίσκεται στη θέση $(x_0, \dot{x}_0) \approx (3.8, -7.3)$ της επιφάνειας τομής (x, \dot{x}) για $E_J = -25650$. Καταλαμβάνει μεγάλο μέρος της χαοτικής θάλασσας. Τα σημεία με χρώμα σκούρο μπλε υποδεικνύουν τροχιές του θερμού αστρικού πληθυσμού με μορφολογία τροχιών τύπου '4:1' εντός χρόνου T_8 . Στα πλαίσια (b), (c) και (d) δίνουμε χαρακτηριστικές μορφολογίες τροχιών στην ενέργεια αυτή.

Στο Σχ. 3.16a έχουμε σχεδιάσει την ασυμπτωτική καμπύλη της ασταθούς 'lpb' περιοδικής τροχιάς με μαύρο χρώμα πάνω στην επιφάνεια τομής τα σημεία της οποίας έχουν κόκκινο χρώμα. Οι νησίδες ευστάθειας ανήκουν στην x1 (στην αριστερή μεριά του σχήματος) και στην short-period περιοδική τροχιά (στην δεξιά μεριά του σχήματος). Η θέση της ασταθούς περιοδικής τροχιάς της ασυμπτωτικής καμπύλης είναι $(x_0, \dot{x}_0) \approx (3.8, -7.3)$ και σημειώνεται με ένα σύμβολο χρώματος ανοιχτού μπλε. Οι 'άδειες' περιοχές πάνω στην επιφάνεια τομής ανήκουν σε τροχιές που πριν συμπληρώσουν μια αζιμουθιακή γωνία $\varphi = \pi$ διαφεύγουν σε ακτίνες r > 12.5 kpc οπότε σταματάμε να τις ολοκληρώνουμε. Παρατηρούμε ότι η ασυμπτωτική καμπύλη καταλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος της χαοτικής θάλασσας. Αυτή είναι η περιοχή όπου τα μαύρα σημεία κυριαρχούν και συναντάμε αρχικές συνθήκες τροχιών που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες χωρίς να περνούν πολύ χρόνο στην περιοχή του δίσκου με $r < r_{L_1}$. Η μορφολογία των τροχιών αυτών είναι όπως η μορφολογία εκείνων στο Σχ. 3.15
b για $E_J = -27000$. Ολοκληρώνοντας χαοτικές τροχιές με αρχικές συνθήκες στο αριστερό μέρος της χαοτικής θάλασσας, αριστερά της περιοχής που καταλαμβάνεται από το κύριο μέρος της ασυμπτωτικής καμπύλης, συναντάμε κυρίως μορφολογίες τύπου '4:1' (παρόμοιες με αυτές που είδαμε στα Σχ. 3.12b και 3.15c). Οι αρχικές συνθήκες αυτές σημειώνονται στο Σχ. 3.16a με μπλε σημεία.

Εκτός από τις αρχικές συνθήκες επί της ασταθούς ασυμπτωτικής καμπύλης υπάρχουν όμως και άλλες τροχιές με αρχικές συνθήκες στο μέρος της επιφάνειας τομής που παρουσιάζεται στο Σχ. 3.16a που δεν ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες εντός του χρονικού διαστήματος T_8 . Καταρχήν, έχουμε δύο νησίδες ευστάθειας που περιβάλλουν ημιπεριοδικές τροχιές, μία γύρω από τη x1 με αρχικές συνθήκες $(x_0, \dot{x}_0) \approx (2.16, 31)$ και μία γύρω από τις 'short-period banana-like' τροχιές με αρχικές συνθήκες $(x_0, \dot{x}_0) \approx (4.5, -17)$. Οι ημιπεριοδικές αυτές τροχιές παραμένουν παγιδευμένες γύρω από τις ευσταθείς περιοδικές τροχιές. Σε αυτές μπορούμε να προσθέσουμε τις τροχιές από τις περιοχές κολλητικότητας γύρω από τις νησίδες ευστάθειας, ειδικά γύρω από τη x1 όπως φαίνεται στο Σχ. 3.16a.

Άλλο ένα τυπικό παράδειγμα τροχιών που περιλαμβάνουν στη μορφολογία τους το αποτύπωμα των 'spb' καθώς και των 'lpb' τροχιών δίνεται στο Σχ. 3.16b. Τέτοιες τροχιές υπερβαίνουν το 30% του συνόλου των τροχιών που ολοκληρώσαμε με αρχικές συνθήκες στις περιοχές της επιφάνειας τομής με $|x| \ge 8.4$.

Γενικά το ποσοστό υβριδικών τροχιών, δηλαδή τροχιών που συνδυάζουν χαρακτηριστικά διαφορετικών μορφολογικών τύπων, είναι μεγαλύτερο στην ενέργεια $E_J = -25650$ σε σχέση με επιφάνειες τομής σε μικρότερες ενέργειες. Τέτοιες τροχιές δίνονται στα Σχ. 3.16c και Σχ. 3.16d και βρίσκονται είτε στην κεντρική περιοχή που καταλαμβάνεται από την ασυμπτωτική καμπύλη είτε στις ουρές που εκτείνονται στο αριστερό μέρος του Σχ. 3.16a. Εξαιτίας του μεγάλου ποσοστού υβριδικών μορφολογιών, η ασυμπτωτική καμπύλη διαχωρίζει λιγότερο αποτελεσματικά τις περιοχές της επιφάνειας τομής όπου κυριαρχεί μία μορφολογία. Τα μπλέ σημεία του Σχ. 3.16a υποδεικνύουν τη θέση των αρχικών συνθηκών των τροχιών που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες και περνούν ένα χρονικό διάστημα εντός της συμπεριστροφής έχοντας μία μορφολογία που μοιάζει με αυτή των τροχιών στην περιοχή του συντονισμού 4:1. Μερικά από αυτά βρίσκονται στο δεξί μέρος του σχήματος όπου υπάρχουν λοβοί της ασυμπτωτικής καμπύλης.

Στη συνέχεια μελετήσαμε επίσης τη δυναμική των τροχιών στην επιφάνεια τομής (y, ý), δεδομένου ότι οι οικογένειες των περιοδικών τροχιών που περιβάλλουν τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_{1.2} (PL1 και PL2) δεν τέμνουν τον άξονα y = 0 αλλά εν γένει τον άξονα x = 0. Οι αντιπρόσωποι των οικογενειών αυτών με αρχικές συνθήκες $(y_0, \dot{y}_0) \approx (-10.46, 8.8)$ και (5.7, -9.6)είναι ασταθείς για $E_I = -25650$. Οι γειτονικές σε αυτές τροχιές ακουλουθούν τις ασταθείς τους ιδιοδιευθύνσεις και εκτελούν διαδρομές που ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες. Στο σημείο αυτό έγιναν στατιστικές μελέτες για τη μορφολογία των τροχιών αντίστοιχες με αυτές των επιφανειών τομής (x, \dot{x}) και τα αποτελέσματα συνοψίζονται στο Σχ. 3.17a. Τα ανοιχτά σύμβολα (γαλάζια και πράσινα) αντιστοιχούν σε τροχιές που εμφανίζουν μία μορφολογία τύπου 'banana-like' χωρίς να επισκέπτονται το δίσκο εσωτερικά της συμπεριστροφής. Τέτοιου τύπου τροχιές βλέπουμε στα Σχ. 3.17b και Σχ. 3.17c. Οι χαοτικές περιοχές στις επιφάνειες τομής επικοινωνούν, οπότε ξεκινώντας πάνω σε μία τροχιά κοντά στα $L_{1,2}$ με $E_J > E_{L_{1,2}}$ είναι πολύ πιθανό να προκύψουν τροχιές με τμήματα που βρίσκονται σε ακτίνες $r > r_{L_{4.5}}$ για μεγάλο χρονικό διάστημα. Σε ορισμένες περιπτώσεις οι τροχιές αυτές παραμένουν παγιδευμένες για αρκετό χρόνο γύρω από τα L_4 και L_5 . Παράδειγμα τέτοιο δίνεται στο Σχ. 3.17b. Οι τροχιές που περνούν μεγάλο μέρος του χρονικού διαστήματος T_8 εξωτερικά της συμπεριστροφής αλλά σε ακτίνες r < 15 kpc υποδεικνύονται με πράσινα σύμβολα μικρών κύκλων στο Σχ. 3.17a, ενώ οι τροχιές που σύντομα διαφεύγουν με αντίστοιχα σύμβολα γαλάζιου χρώματος. Τα ανοιχτά σύμβολα καταλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος της επιφάνειας τομής (y, ý) για $E_I = -25650$.

Ακόμη και σε αυτή την επιφάνεια τομής συναντάμε χαοτικές τροχιές με μία μορφολογία τύπου '4:1'. Οι περισσότερες από αυτές σχετίζονται με την

περιοχή κολλητικότητας που περιβάλλει την τελευταία ΚΑΜ καμπύλη της ευσταθούς περιοδικής τροχιάς x1, η οποία έχει και αυτή μία μορφολογία τύπου '4:1'. Οι αρχικές συνθήκες των τροχιών αυτών υποδεικνύονται με μικρά μαύρα σημεία, έτσι ώστε να είναι διακριτή η περιοχή κολλητικότητας της x1 κάτω από αυτά. Παραμένουν εντός της συμπεριστροφής για χρόνο T₈, σταδιακά όμως ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες σε μεγαλύτερους χρόνους. Επιπλέον, υπάρχουν χαοτικές τροχιές με υβριδικές μορφολογίες που συνδυάζουν χαρακτηριστικά τύπου '4:1' και τύπου 'long-period banana-like', όπως στα Σχ. 3.17c και Σχ. 3.17d. Στο Σχ. 3.17a οι αρχικές συνθήκες των τροχιών με υβριδικές μορφολογίες αντιστοιχούν στα γεμάτα μπλε κυκλικά σύμβολα.

Άλλο ένα σημαντικό σημείο που σχετίζεται με τη στατιστική μελέτη της επιφάνειας τομής (x, \dot{x}) για $E_J = -25650$ είναι ότι περίπου το 25% των τροχιών που βρίσκουμε να υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες δεν επισκέπτονται την άμεση γειτονιά των $L_{1,2}$ εντός του χρόνου T_8 . Δύο τέτοιες τροχιές παρουσιάζονται στο Σχ. 3.18. Έτσι λοιπόν, υπάρχουν τροχιές που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες χωρίς να ενισχύουν σημαντικά την επιφανειακή πυκνότητα κοντά στα $L_{1,2}$.



Σχήμα 3.17: (a) Αρχικές συνθήκες τροχιών στην επιφάνεια τομής (y, ý) για $E_J = -25650$ που σημειώνονται ανάλογα με τη μορφολογία τους εντός του χρόνου T_8 . Τα 'άδεια' σύμβολα (μικροί κύκλοι) αντιστοιχούν σε τροχιές που σχετίζονται μορφολογικά με 'banana-like' μορφολογίες όπως αυτές στα πλαίσια (b) και (c). Τα 'γεμάτα' σύμβολα αντιστοιχούν σε τροχιές που έχουν έναν '4:1' χαρακτήρα όπως φαίνεται στο (d). Τα μικρά μαύρα σημεία σε τροχιές που παραμένουν εντός της συμπεριστροφής, ενώ τα σκούρα μπλε σε τροχιές που ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες.



Σχήμα 3.18: Δύο τροχιές με ενέργεια $E_J = -25650$ συνεισφέρουν στην επιφανειακή πυκνότητα του εξωτερικού μέρους των σπειροειδών βραχιόνων του μοντέλου μας χωρίς να επισκέπτονται την άμεση γειτονιά των L_1 και L_2 εντός χρόνου T_8 .

3.8 Σύνοψη

Ένα μορφολογικό χαρακτηριστικό που υποστηρίζεται από ημιπεριοδικές τροχιές μπορεί να αποδοθεί στην ύπαρξη μιας οικογένειας ευσταθών περιοδικών τροχιών, οι τροχιές της οποίας μπορεί να έχουν διαφορετικό σχήμα από το μορφολογικό χαρακτηριστικό που υποστηρίζουν (Patsis 2005). Κάτι τέτοιο δεν μπορεί να συμβεί με μια οικογένεια ασταθών περιοδικών τροχιών και τις χαοτικές τροχιές στις ίδιες ενέργειες. Οι χαοτικές τροχιές καταλαμβάνουν όλον τον διαθέσιμο φασικό χώρο. Έτσι λοιπόν, η ενίσχυση μιας δομής δεν μπορεί να εξηγηθεί με χαοτικές τροχιές κατά μήκος της ασυμπτωτικής καμπύλης που σχετίζεται με μία μόνο οικογένεια ασταθών περιοδικών τροχιών. Είναι ο συνδυασμός των πολλαπλοτήτων (invariant manifolds) που οδηγεί στο σχηματισμό των χαοτικών σπειρών (Tsoutsis et al. 2008). Παρόλα αυτά η στατιστική μελέτη στις ενέργειες των σωματίων που βρίσκονται στους βραχίονες και η ταξινόμηση των μορφολογιών των τροχιών τους παραπέμπουν σε δύο βασικές κατηγορίες τροχιών, τύπου '4:1' και τύπου 'lpb' που αναφέραμε προηγουμένως. Λαμβάνοντας υπόψη τη μορφολογία των δύο αυτών κατηγοριών, μελετήσαμε τη σχέση ανάμεσα στο σχήμα της ασταθούς περιοδικής τροχιάς και των μορφολογιών που βρίσκουμε, ολοκληρώνοντας τροχιές κατά μήκος των ασταθών ιδιοδιευθύνσεων τους. Για ενέργειες κοντά στην ενέργεια $E_{(L_{12})}$ βρίσκουμε ότι υπάρχει στενή σχέση, διότι στις ενέργειες αυτές η πλειοψηφία των σωματίων που διασχίζουν τις πύλες των L_1 και L_2 έχουν διαγράψει μια τροχιά τύπου '4:1' σε κάποιο χρονικό διάστημα στο παρελθόν τους. Η περιοχή όπου βρίσκουμε τροχιές που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες καταλαμβάνεται σε μεγάλο βαθμό από την ασταθή ασυμπτωτική καμπύλη της ασταθούς περιοδικής τροχιάς x1 τύπου '4:1' (Σχ. 3.14).

Σε μεγαλύτερες ενέργειες η σχέση αυτή γίνεται πιο ασαφής καθώς συναντάμε μεγαλύτερο πλήθος τροχιών με υβριδικές μορφολογίες στην περιοχή που καταλαμβάνεται από την ασυμπτωτική καμπύλη της περιοδικής τροχιάς 'lpb' (Σχ. 3.16). Οι τροχιές που βρίσκουμε κατά μήκος της ασυμπτωτικής καμπύλης της περιοδικής τροχιάς x1 στην περιοχή του συντονισμού 4:1 και στις ενέργειες των $L_{1,2}$, καθώς και οι τροχιές κατά μήκος της ασυμπτωτικής καμπύλης της περιοδικής τροχιάς 'lpb' σε μεγαλύτερες ενέργειες, δίνουν μορφολογίες που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες του μοντέλου.

Οι τροχιές τύπου '4:1' του μοντέλου μας είναι παρόμοιες με εκείνες τις τροχιές που σχηματίζουν τις χαοτικές σπείρες στην περίπτωση του μοντέλου του NGC 4314 (Patsis 2006), καθώς και με εκείνες που ενισχύουν την περιοχή που περικλείει τη ράβδο στο ίδιο δυναμικό (Patsis et al. 1997). Στην παρούσα πε-

ρίπτωση η περιοχή αυτή αντιστοιχεί στην οβάλ περιοχή (σχήματος λεμονιού) που περιβάλλει την εσωτερική ραβδωτή-σπειροειδή δομή (Σχ. 3.2b). Η μεγάλη έκταση αυτής της περιοχής είναι αποτέλεσμα του μεγάλου λόγου $R_c/R_b=2.9$ που έχουμε στο μοντέλο και ωθεί τα Λαγκρανζιανά σημεία μακριά από το τέλος της ράβδου. Έτσι επιτρέπει τη συνύπαρξη δύο διαφορετικών δυναμικών μηχανισμών που επενεργούν στο ίδιο μοντέλο και υποστηρίζουν δύο σετ σπειροειδών βραχιόνων. Τέτοια διπλά σπειροειδή συναντάμε σε ορισμένες περιπτώσεις grand design γαλαξιών με μορφολογίες που μοιάζουν με αυτή του μοντέλου μας. Δύο τέτοια παραδείγματα είναι οι γαλαξίες NGC 1566 και NGC 5248. Οι εικόνες τους, από την Digitized Sky Survey (DSS), δίνονται στο Σχ. 3.19. Παρά το γεγονός ότι το μοντέλο μας δεν αναφέρεται συγκεκριμένα σε αυτούς τους γαλαξίες και οι εικόνες αποτελούν συνδυασμό παρατηρήσεων σε διάφορα μήκη κύματος, η παρατηρούμενη μορφολογία είναι ενδεικτική για την υποκείμενη δυναμική. Οι εικόνες δεν έχουν διορθωθεί για φαινόμενα προβολής όμως η κλίση των γαλαξιών ως προς το επίπεδο του ουρανού είναι τέτοια που μας επιτρέπει να αναγνωρίσουμε τα χαρακτηριστικά που μελετούμε. Οι εξωτερικές σπείρες είναι πολύ ασθενείς σε εικόνες των γαλαξιών στο εγγύς υπέρυθρο πράγμα που υποδεικνύει ότι αποτελούνται κυρίως από νεαρά άστρα και αέριο. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με τη μελέτη μας ότι οι χαοτικές σπείρες είναι χαρακτηριστικά που απαντώνται σε μοντέλα αερίου (Tsigaridi & Patsis 2010[•] Patsis 2012[•] Patsis & Tsigaridi 2016, βλ. κεφάλαιο 5). Υπάρχει αντιστοιχία των μορφολογικών χαρακτηριστικών των δύο γαλαξιών και αυτών που αναπτύχθηκαν στα μοντέλα μας (Σχ. 3.2). Τα δύο σετ σπειρών των γαλαξιών τα συμβολίσαμε με 'Α' και 'Β' όπως στο Σχ. 3.2. Η οβάλ περιοχή σχήματος λεμονιού τονίζεται στο Σχ. 3.19a με την ισόφωτη που έχει σχεδιαστεί και περικλείει το εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών, ενώ στο Σχ. 3.19b εκτείνεται μέχρι τη λευκή περιοχή που επίσης περικλείει το εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών. Σύμφωνα με τα μοντέλα μας η θέση των Λαγκρανζιανών σημείων στις εικόνες των γαλαξιών είναι κοντά στα κυκλικά λευκά σύμβολα που βρίσκονται στην αρχή των εξωτερικών σπειρών. Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι οι δύο γαλαξίες αναπαράγουν με έναν αρχετυπικό τρόπο το διπλό μηχανισμό που οδηγεί στην κατασκευή μιας εσωτερικής σπειροειδούς δομής από οργανωμένες τροχιές (όπως στην περίπτωση κανονικών σπειροειδών γαλαξιών) και μιας χαοτικής εξωτερικής σπειροειδούς δομής (όπως στην περίπτωση ραβδωτών-σπειροειδών γαλαξιών). Υπό αυτήν την έννοια μπορούμε να πούμε ότι γεφυρώνουν τη δυναμική των δύο τύπων των σπειροειδών γαλαξιών.



Σχήμα 3.19: DSS εικόνες των γαλαξιών (a) NGC 1566 και (b) NGC 5248. Η αντιστοιχία της μορφολογίας των γαλαξιών αυτών με αυτή του μοντέλου μας (Σχ. 3.2) είναι προφανής.

Κεφάλαιο 4 Μοντέλα με $R_c/R_b \simeq 3.5$

Στα δυναμικά συστήματα με τον όρο 'διευσταθής κατάσταση' αναφερόμαστε σε περιπτώσεις όπου το σύστημα έχει δύο ευσταθείς καταστάσεις ισορροπίας. Σε ένα διάγραμμα διακλαδώσεων, καθώς μία παράμετρος μεταβάλλεται, η καμπύλη που χαρακτηρίζει το σύστημα εμφανίζει μια αναδίπλωση σχήματος 'S'. Το 'S' αυτό οριοθετείται από δύο σημεία διακλαδώσεων σάγματος-κόμβου. Ανάμεσά τους έχουμε δύο ευσταθείς και μία ασταθή κατάσταση του συστήματος (βλ. π.χ. Angeli et al. 2003; Lynch 2007; Strogatz 2014). Στη χαμιλτονιανή γαλαξιακή δυναμική η αντίστοιχη κατάσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής μιας οικογένειας περιοδικών τροχιών καθώς δύο εφαπτομενικές διακλαδώσεις (Contopoulos 2004) μαζί σχηματίζουν ένα 'S'. Οι δύο αυτές διακλαδώσεις μοιράζονται από κοινού έναν ασταθή κλάδο. Η χαρακτηριστική, λοιπόν, αναδιπλώνεται δύο φορές καθώς αυξάνεται η παράμετρος που μεταβάλλεται, η οποία συνήθως είναι η σταθερά Jacobi E_J. Αναδιπλώσεις στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής έχουν παρατηρηθεί και σε άλλα αυτόνομα Χαμιλτονιανά συστήματα γαλαξιακού τύπου σε δυναμικά με τρισδιάστατες Ferrers ράβδους (Skokos et al. 2002a και Skokos et al. 2002b). Παρόλα αυτά ο τρόπος με τον οποίο επηρεάζουν τη μορφολογία των μοντέλων δεν εξετάστηκε στις εργασίες αυτές. Όμως και σε αυτές τις εργασίες, ήταν σαφές ότι οι αναδιπλώσεις αυτές στα διαγράμματα των χαρακτηριστικών επηρεάζουν περισσότερο τα αργά περιστρεφόμενα μοντέλα. Στην παρούσα διατριβή παρουσιάζουμε τις συνέπειες μιας τέτοιας αναδίπλωσης στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής της κεντρικής οικογένειας των περιοδικών τροχιών ενός αργά περιστρεφόμενου ραβδωτού-σπειροειδούς δυναμικού δύο διαστάσεων.

Αργά περιστρεφόμενα μοντέλα δισκοειδών γαλαξιών έχουν προταθεί στο

παρελθόν για να περιγράψουν τη δυναμική των κανονικών σπειροειδών γαλαξιών με ανοιχτές σπείρες. Στα μοντέλα αυτά, είτε αστρικά είτε αέρια, η ισχυρή, συμμετρική σπειροειδής δομή εκτείνεται εσωτερικά της συμπεριστροφής (Contopoulos & Grosbøl 1986, 1988; Patsis et al. 1991; Kranz et al. 2003; Martos et al. 2004; Junqueira et al. 2013).

Αντίθετα, σε μοντέλα ραβδωτών γαλαξιών η συμπεριστροφή τοποθετείται συνήθως κοντά στο τέλος της ράβδου (Contopoulos 1980). Πρόσφατα, οι Font et al. (2014) παρουσίασαν μία λίστα με 32 ραβδωτούς γαλαξίες στην οποία υπολόγισαν τον λόγο της ακτίνας της συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου, R_c/R_b , να είναι μεταξύ των τιμών $0.94 \pm 0.08 < R_c/R_b < 2.1 \pm 0.5$. Ράβδοι που τελειώνουν εσωτερικά της συμπεριστροφής έχουν βρεθεί σε Νbody προσομοιώσεις (βλ. π.χ. Combes & Elmegreen 1993) καθώς και σε μοντέλα απόκρισης ραβδωτών-σπειροειδών δυναμικών που έχουν εκτιμηθεί από παρατηρήσεις στο εγγύς υπέρυθρο (Rautiainen et al. 2008). Σε όλες τις παραπάνω μελέτες οι αργά περιστρεφόμενες ράβδοι σχετίζονται με μεταγενέστερου τύπου ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες. Είναι γενικά αποδεκτό ότι οι ράβδοι στους ραβδωτούς γαλαξίες υποστηρίζονται από την οικογένεια των ελλειπτικών, ευσταθών, περιοδικών τροχιών x1, που εκτείνονται κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ράβδου (Contopoulos & Papayannopoulos 1980), ή στις τρεις διαστάσεις, από αντίστοιχες οικογένειες, δηλαδή την x1 μαζί με τρισδιάστατες οικογένειες που διακλαδίζονται στους κάθετους συντονισμούς. Όλες αυτές οι οικογένειες μαζί σχηματίζουν το 'δέντρο των τροχιών x1' (x1-tree) (Skokos et al. 2002a).

Η ράβδος κατασκευάζεται παγιδεύοντας ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από τις τροχιές των οικογενειών αυτών. Αποκλίσεις από αυτήν την τροχιακή συμπεριφορά έχουν κατά καιρούς προταθεί για ράβδους στην υποστήριξη των οποίων κυρίαρχο ρόλο παίζουν άλλες οικογένειες και όχι η x1 και συνοψίζονται εδώ. Αυτές οι περιπτώσεις ευνοούνται είτε σε μοντέλα με αργά περιστρεφόμενες ράβδους, όπου η ράβδος τελειώνει πριν την συμπεριστροφή (Petrou & Papayannopoulos 1986; Skokos et al. 2002b), είτε σε ράβδους όπου ο λόγος του μεγάλου άξονα προς τον μικρό άξονα είναι μεγάλος (Kaufmann & Patsis 2005). Οι Pasha & Polyachenko (1994) υποστήριξαν ότι σε αργά περιστρεφόμενες ράβδους όπως αυτές που έχουν περιγραφεί από τον Lynden-Bell (1979) υπάρχει καλύτερη αντιστοιχία του λόγου των ακτίνων του εξωτερικού δακτυλίου προς αυτών του εσωτερικού από ότι στην περίπτωση γρήγορα περιστρεφόμενων ράβδων.

Μια άλλη περίπτωση τέλος υποστήριξης ράβδου σε μοντέλο από τροχιές χωρίς τη συμμετοχή ουσιαστικά της οικογένειας x1 παρουσιάστηκε από τους Patsis et al. (2010). Έδειξαν ότι ράβδοι που εμφανίζουν βρόχους στα άκρα τους (ansae-type) υποστηρίζονται κυρίως από χαοτικές τροχιές σε ένα γρήγορα περιστρεφόμενο μοντέλο με δυναμικό που προσεγγίζει το δυναμικό του γαλαξία NGC 1300, όπως έχει εκτιμηθεί από παρατηρήσεις στο εγγύς υπέρυθρο.

4.1 $\Omega_p = 11.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$

Θεωρώντας το δυναμικό (2.1) και μεταβάλλοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής Ω_p μεταξύ των τιμών 10 < Ω_p < 30 km s⁻¹ kpc⁻¹ τα μοντέλα απόκρισης που προκύπτουν εμφανίζουν κάθε φορά μια ραβδωτή-σπειροειδή μορφολογία. Σε αυτό το εύρος των Ω_p η ακτίνα της συμπεριστροφής των μοντέλων, R_c , παίρνει τιμές 12 $\geq R_c \geq 4.3$ kpc αντίστοιχα. Παρατηρούμε ότι ενώ η γωνία κλίσης των σπειρών των μοντέλων μεταβάλλεται αισθητά καθώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, η ακτίνα της ράβδου απόκρισης, δηλαδή η ράβδος που σχηματίζεται στο μοντέλο μας, μεταβάλλεται μόλις στο διάστημα 2.85 < R_b < 2.95 kpc. Για Ω_p > 30 km s⁻¹ kpc⁻¹ όμως το μήκος της ράβδου μειώνεται. Για παράδειγμα για Ω_p = 35 km s⁻¹ kpc⁻¹ βρέθηκε ότι είναι περίπου 2.45 kpc.

Οι αλλαγές που υπεισέρχονται στη δυναμική του συστήματος καθώς η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μειώνεται αντανακλούν στις αλλαγές που παρατηρούμε στη χαρακτηριστική καμπύλη (E_J, x) της κεντρικής οικογένειας. Σε τυπικές περιπτώσεις ραβδωτών-σπειροειδών μοντέλων η αρχική συνθήκη x0 της κεντρικής οικογένειας x_1 αυξάνεται με την ενέργεια E₁ μεταξύ του εσωτερικού συντονισμού Lindblad (ILR) και του συντονισμού 4:1 (Contopoulos και Grosbøl 1986, 1989). Το ίδιο συμβαίνει και στα μοντέλα μας για $\Omega_p > 16 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Για πιο αργά περιστρεφόμενα μοντέλα, με $\Omega_p \lessapprox 15 \,\mathrm{km \, s^{-1} \, kpc^{-1}}$, παρατηρούμε μία αναδίπλωση της χαρακτηριστικής καμπύλης στο διάγραμμα ($E_b x$) πριν τη συμπεριστροφή. Το ενεργειακό εύρος ΔΕ_J όπου παρατηρούμε την αναδίπλωση σε ένα μοντέλο αυξάνεται καθώς μειώνεται η Ω_p . Το χαρακτηριστικό αυτό θα το συμβολίζουμε με 'S'. Όπως θα δούμε στη συνέχεια οι αναδιπλώσεις στα διαγράμματα των χαρακτηριστικών εισάγουν στο σύστημα μια νέα τροχιακή δυναμική που συνοδεύεται από νέα μορφολογικά χαρακτηριστικά. Για τον λόγο αυτό θα ονομάζουμε στη μελέτη μας την κεντρική οικογένεια x1' έτσι ώστε να διαφοροποιείται από την κλασική οικογένεια x1, η οποία έχει σαν μέλη μόνο ελλειπτικές περιοδικές τροχιές που εκτείνονται κατά μήκος της ράβδου.

Στην παρούσα εργασία θα περιγράψουμε τις αλλαγές αυτές σε ένα μοντέλο με $\Omega_p = 11.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Η τιμή αυτή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής έχει επιλεγεί έτσι ώστε η συμπεριστροφή να βρίσκεται σε ακτίνα $R_c \approx 10$ kpc. Για αυτήν την Ω_p τα μορφολογικά χαρακτηριστικά που σχετίζονται με την αργή περιστροφή κυριαρχούν και το γεγονός αυτό διευκολύνει την περιγραφή των σχετικών δυναμικών μηχανισμών.

Το αστρικό μοντέλο απόκρισης με $\Omega_p = 11.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, με το ίδιο δυναμικό με αυτό που χρησιμοποιήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο Εξ.(2.1), δίνεται στο Σχ. 4.1. Η ράβδος απόκρισης του μοντέλου έχει μήκος $R_b \approx 2.85$ kpc και το σύστημα έχει ολοκληρώσει 10 περιστροφές στο απεικονιζόμενο στιγμιότυπο. Αρχικά τα σωμάτια τοποθετήθηκαν τυχαία σε ένα δίσκο ακτίνας r_{max}=11 kpc με αρχικές ταχύτητες που εξασφαλίζουν την κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού, $\Phi_0(r)$, Εξ.(2.1). Στην αρχή της προσομοίωσης τα πλάτη Φ_{mc} και Φ_{ms} του όρου της διαταραχής αυξάνονται γραμμικά με το χρόνο από το μηδέν μέχρι την επιθυμητή μέγιστη τιμή τους εντός δύο περιστροφών του συστήματος (χρονοεξαρτώμενη φάση). Στη συνέχεια παραμένουν σταθερά. Η εξάρτηση αυτή από το χρόνο στην αρχική φάση της προσομοίωσης εξασφαλίζει την ομαλή απόκριση του συστήματος, αφού οι αρχικές ταχύτητες είναι για κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού, $\Phi_0(r)$. Το στιγμιότυπο έχει μετατραπεί σε εικόνα με τη βοήθεια του ESO-MIDAS software. Στο κεντρικό μέρος παρατηρούμε μία ράβδο ορθογώνιου σχήματος. Η αντίθεση φωτεινότητας (contrast) της εικόνας έχει επιλεγεί έτσι ώστε να μπορούμε να διακρίνουμε στο εσωτερικό της ορθογώνιας ράβδου έναν σχηματισμό 'Χ' που χαρακτηρίζει τη μορφολογία της ράβδου.

Η ράβδος τελειώνει πάνω σε έναν ψευδοδακτύλιο (pseudo-ring) που έχει ένα συγκεκριμένο εύρος. Χαρακτηρίζουμε το σχηματισμό αυτό 'ψεύδο'δακτύλιο, δεδομένου ότι δεν είναι σαφές εάν κλείνει ή όχι. Το εσωτερικό όριο του δακτυλίου που ακουμπά στη ράβδο είναι σχεδόν κυκλικό ενώ προς τα έξω η ελλειπτικότητα αυξάνεται και γίνεται μέγιστη στο εξωτερικό όριο το οποίο είναι περίπου κάθετο ως προς τη ράβδο και συμπίπτει με την αρχή των σπειρών. Το μήκος του μεγάλου ημιάξονα του δακτυλίου είναι περίπου 3.6 kpc σχηματίζοντας μια γωνία περίπου 15° σε σχέση με τον x-άξονα. Η ανοιχτή σπειροειδής δομή με τους δύο βραχίονες ξεκινά εφαπτομενικά στον δακτύλιο. Προς το τέλος των βραχιόνων έχει γωνία κλίσης (pitch angle) 35°(η σπείρα δεν είναι λογαριθμική). Οι βραχίονες εμφανίζουν μία απότομη διακλάδωση σε ακτίνα $r \approx 7.8$ kpc.

Η εξέλιξη της χαρακτηριστικής καμπύλης (E_J, x) της x1' και των κυριότερων διακλαδώσεων από το κέντρο και καθώς πλησιάζουμε το L_4 δίνεται από



Σχήμα 4.1: Αστρικό μοντέλο απόκρισης με $\Omega_p = 11.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Το σύστημα έχει ολοκληρώσει 10 περιστροφές. Η φορά περιστροφής του συστήματος είναι αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Η ράβδος εκτείνεται κατά μήκος του y άξονα. Η συμπεριστροφή στο μοντέλο αυτό βρίσκεται σε ακτίνα $R_c \approx 10 \text{ kpc}$.

το Σχ. 4.2. Τα μαύρα τμήματα της καμπύλης υποδεικνύουν ευστάθεια ενώ τα κόκκινα αστάθεια. Τα ευσταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_4 και L_5 βρίσκονται σε ενέργεια $E_{L_{4,5}} = -22196$. Το L_4 στο Σχ. 4.2 βρίσκεται στο τοπικό μέγιστο της καμπύλης μηδενικής ταχύτητας στο δεξί μέρος του σχήματος. Τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_1 και L_2 βρίσκονται στην ενέργεια $E_{L_{1,2}} = -23360$. Στην ενέργεια αυτή έχουμε σχεδιάσει μια κάθετη γραμμή στο Σχ. 4.2 και σημειώνεται με ένα βέλος με την ονομασία ' E_{L_1} '. Η αναδίπλωση της χαρακτηριστικής καμπύλης, που συμβολίζουμε με 'S' πραγματοποιείται στο ενεργειακό εύρος $-34500 < E_J < -31800$. Η $E_J \approx -34500$ είναι η ενέργεια του σημείου 'A' και $E_J \approx -31800$ η ενέργεια του σημείου 'B'.

Εφόσον δεν παρατηρείται κάποιο κενό ή ασυνέχεια στην καμπύλη θεωρούμε ότι ανήκει ολόκληρη σε μία οικογένεια περιοδικών τροχιών που ονομάζουμε x1'. Η οικογένεια x1' είναι ευσταθής κοντά στο κέντρο του μοντέλου και μετά γίνεται ασταθής για $-57000 < E_J < -50436$ με ένα μικρό διάλλειμα ευστάθειας στις ενέργειες $-55000 < E_J < -54336$. Στη συνέχεια παραμένει ευσταθής μέχρι την περιοχή του 'S'. Για $E_J > -31800$ (στο σημείο 'B'), όπου θεωρούμε το τέλος του 'S', ο πάνω κλάδος της χαρακτηριστικής παραμένει ευσταθής μέχρι ενέργεια $E_J \approx -27000$. Μετά από την ενέργεια αυτή ακολουθεί ένα δέντρο διακλαδώσεων.

Μέχρι αυτό το σημείο η μορφολογική εξέλιξη των περιοδικών τροχιών κατά μήκος της χαρακτηριστικής καμπύλης της x1' παρουσιάζει ενδιαφέρουσες παραλλαγές. Στο Σχ. 4.3 δίνονται διαδοχικές χαρακτηριστικές περιοδικές τροχιές καθώς η ενέργεια αυξάνεται. Για $E_J \leq -54000$ οι τροχιές της x1' είναι x1 ελλείψεις που εκτείνονται κατά μήκος του y-άξονα, όπως στο Σχ. 4.3a. Στη συνέχεια για -54000 $\leq E_J \leq -38000$ αναπτύσσουν βρόχους (loops) στα απόκεντρά τους (Σχ. 4.3b). Καθώς η ενέργεια αυξάνεται, για $E_J > -38000$, οι βρόχοι εξαφανίζονται ξανά (Σχ. 4.3c) και η μορφολογία των περιοδικών τροχιών καθώς πλησιάζουμε την περιοχή του 'S' είναι όπως στο Σχ. 4.3d. Στην περιοχή του 'S' έχουμε τρεις απλές περιοδικές τροχιές σε κάθε ενέργεια, δύο ευσταθείς και μία ασταθή. Στο τοπικό μέγιστο του 'S' ($E_J \approx -31800$), όπου η χαρακτηριστική γυρίζει προς τα αριστερά, ο προσανατολισμός των περιοδικών τροχιών αρχίζει να αλλάζει ενώ ταυτόχρονα γίνονται ασταθείς. Ο μεγάλος τους άξονας γέρνει όλο και περισσότερο προς τον χ-άξονα καθώς η ενέργεια μειώνεται. Για παράδειγμα, στην τροχιά στο Σχ. 4.3f για E_J pprox -33000, ο μεγάλος άξονάς της είναι κοντά στον x-άξονα του συστήματος. Παρατηρούμε λοιπόν, ότι καθώς κινούμαστε κατά μήκος του ασταθούς κλαδου του 'S' από το 'B' στο 'A' ο προσανατολισμός των περιοδικών τροχιών αλλάζει από τύπου x1 σε τύπου x2. Στη συνέχεια καθώς κινούμαστε και


Σχήμα 4.2: Η χαρακτηριστική της x1' και οι διακλαδώσεις της για $\Omega_p = 11.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Η διακεκομένη γραμμή με την ονομασία 'ZVC', είναι η καμπύλη μηδενικής ταχύτητας. Τα μαύρα τμήματα της χαρακτηριστικής καμπύλης υποδηλώνουν ευστάθεια ενώ τα κόκκινα αστάθεια. Η ευθεία που δείχνει την ενέργεια E_{L_1} σημειώνεται με ένα βέλος στο πάνω δεξί μέρος του σχήματος.

πάλι προς τα δεξιά κατά μήκος του πάνω κλάδου του 'S' ξεκινώντας από ενέργεια $E_J \approx -34500$ οι τροχιές γίνονται ευσταθείς και τύπου x2 μέχρι την ενέργεια $E_J \approx -30000$ (Σχ. 4.3g). Πέρα από αυτό το σημείο έχουμε περιοδικές τροχιές όπως αυτή στο Σχ. 4.3h. Αν σχεδιάσουμε ταυτόχρονα διαδοχικές x1' περιοδικές τροχιές με αυξανόμενη ενέργεια για $E_J > -28000$ παρατηρούμε ότι ο μεγάλος άξονας αρχίζει να γέρνει προς τον y-άξονα, αυτή τη φορά κατασκευάζοντας ένα μοτίβο 'μεταπιπτουσών ελλείψεων' (Patsis 2009) που μπορεί να θεωρηθεί ως ο σκελετός της σπειροειδούς δομής που εκτείνεται σε μεγαλύτερες αποστάσεις.

4.2 Η περιοχή του δακτυλίου

Στη συνέχεια θα επικεντρωθούμε στην περιοχή του 'S', όπως φαίνεται στο Σχ. 4.4. Το τμήμα της χαρακτηριστικής που αντιστοιχεί στην περιοχή του 'S' δίνεται στο Σχ. 4.4a (μεγέθυνση της περιοχής αυτής από το Σχ. 4.2) και περιβάλλεται από τις ενέργειες των 'A', 'A'' και 'B', 'B''. Τα σημεία 'A', 'A'' βρίσκονται σε ενέργεια $E_J \approx -34500$ και τα 'B', 'B'' σε ενέργεια $E_J \approx -31800$. Για οποιαδήποτε ενδιάμεση τιμή της ενέργειας, όπως για παράδειγμα για E_J = -34000, όπου έχουμε σχεδιάσει και μια κάθετη γραμμή στο Σχ. 4.4a, έχουμε τρεις περιοδικές τροχιές. Στο κάτω μέρος της χαρακτηριστικής βρίσκεται η ευσταθής τύπου x1 περιοδική τροχιά, στο πάνω μέρος η ευσταθής τύπου x2 περιοδική τροχιά και ανάμεσά τους μια ασταθής x1' περιοδική τροχιά με ενδιάμεσο προσανατολισμό. Η περίπτωση αυτή μπορεί να χαρακτηριστεί ως μια περίπτωση διευσταθούς διακλάδωσης. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι στα σημεία 'Α' και 'Β' έχουμε μία ευθεία και μία αντίστροφη εφαπτομενική διακλάδωση. Στο Σχ. 4.4b δίνεται η επιφάνεια τομής (x, x) για ενέργεια E_J = -34000 και αποτελεί μια χαρακτηριστική περίπτωση επιφάνειας τομής στην περιοχή του 'S'. Στο κέντρο της αριστερής νησίδας ευστάθειας έχουμε την τύπου x1 περιοδική τροχιά, ενώ στο κέντρο της δεξιάς νησίδας ευστάθειας την τύπου x2 τροχιά. Καθώς κινούμαστε από το 'B' στο 'A' κατά μήκος του ασταθούς τμήματος της χαρακτηριστικής του Σχ. 4.4a, η περιοχή που καταλαμβάνει η δεξιά νησίδα ευστάθειας του Σχ. 4.4b μειώνεται, ενώ η περιοχή που καταλαμβάνει η αριστερή νησίδα ευστάθειας αυξάνεται. Στην ενέργεια Ε_J ≈ -33000 το εύρος της χαοτικής ζώνης μεταξύ των δύο οργανωμένων περιοχών γίνεται ελάχιστο. Ο ρόλος των τροχιών τύπου x2 γίνεται πιο ξεκάθαρος καθώς η ενέργεια αυξάνεται πέρα από το σημείο 'Β'' κατά μήκος της χαρακτηριστικής του Σχ. 4.4b. Από το 'B'' μέχρι ενέργεια $E_I \approx -30000$ οι μόνες



Σχήμα 4.3: Περιοδικές τροχιές κατά μήκος της χαρακτηριστικής καμπύλης της x1' για $E_J = -55000$ (a), -45000 (b), -37000 (c), -33000 (d),(e),(f) (οι τρεις αντιπρόσωποι της x1' στην περιοχή του 'S'), -30000 (g) και -27000 (h). Σημειώνουμε τις διαφορετικές κλίμακες των αξόνων στα επιμέρους σχήματα.

απλές περιοδικές τροχιές που συναντάμε είναι σχεδόν κάθετες στη ράβδο και καθώς είναι ευσταθείς μπορούν να προσελκύουν γύρω τους ημιπεριοδικές τροχιές, οι οποίες στη συνέχεια υποστηρίζουν μία ροή x2.

Παρατηρώντας το Σχ. 4.3 μπορούμε να καταλάβουμε τη σχέση μεταξύ των x1' περιοδικών τροχιών και των μη περιοδικών τροχιών που έχουν ολοκληρωθεί στο ενεργειακό εύρος της περιοχής του 'S', προκειμένου να δώσουν τη μορφολογία που παρουσιάζεται στο Σχ. 4.1. Σε αυτό το σημείο να υπενθυμίσουμε ότι οι αρχικές συνθήκες του μοντέλου απόκρισης τοποθετήθηκαν τυχαία πάνω σε έναν δίσκο ακτίνας 11 kpc και δόθηκαν αρχικές ταχύτητες που εξασφαλίζουν κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού. Οι τροχιές που ολοκληρώθηκαν στο πλήρες δυναμικό στο μοντέλο απόκρισης έχουν ως αρχικές συνθήκες τις θέσεις και τις ταχύτητες των σωματίων στο τέλος της χρονοεξαρτώμενης φάσης του μοντέλου που διαρκεί δύο περιστροφές του συστήματος. Μέσω αυτής της διαδικασίας το μοντέλο κατά κάποιον τρόπο επιλέγει μόνο του τις αρχικές συνθήκες των τροχιών που θα ολοκληρώσει. Γενικά, οι x1' περιοδικές τροχιές με μικρές αρχικές x_0 τιμές ($0.6 \leq x_0 \leq 1.1$) είναι προσανατολισμένες κατά μήκος της ράβδου (Σχ. 4.3a-d). Είναι ελλείψεις που έχουν τον μεγάλο τους άξονα σχεδόν πάνω στον μεγάλο άξονα της ράβδου. Η προβολή τέτοιων τροχιών από την περιοχή του 'S', καθώς και οι προβολές των ημιπεριοδικών τροχιών που παγιδεύονται γύρω τους είναι μεγαλύτερες από τη ράβδο του μοντέλου, η οποία περικλείεται μέσα στον δακτύλιο (Σχ. 4.1). Αν θεωρήσουμε ημιπεριοδικές τροχιές από την αριστερή νησίδα ευστάθειας των επιφανειών τομής στην περιοχή του 'S', αυτές πάντα υπερβαίνουν το μέγεθος του δακτυλίου του μοντέλου απόκρισης. Δεδομένου ότι κάτι τέτοιο δεν παρατηρείται στο μοντέλο απόκρισης του Σχ. 4.1, συμπεραίνουμε ότι τέτοιες τροχιές δεν υπάρχουν σε αυτό το μοντέλο. Αντιθέτως, το μέγεθος των ημιπεριοδικών τροχιών από τη δεξιά νησίδα ευστάθειας είναι τέτοιο που συνεισφέρει στον σχηματισμό του δακτυλίου για όλες τις τιμές της ενέργειας κατά μήκος του 'S'. Δ ύο ημιπεριοδικές τροχιές για $E_J = -34000$ που απεικονίζουν την κατάσταση που περιγράψαμε δίνονται στο Σχ. 4.5a. Οι θέσεις των τροχιών αυτών στις αντίστοιχες νησίδες ευστάθειας υποδεικνύονται με βέλη στο Σχ. 4.4b. Η τροχιά της αριστερής νησίδας σημειώνεται με 'x1' στο Σχ. 4.5a. Χαοτικές τροχιές που σχετίζονται με τον ασταθή κλάδο του 'S' επίσης δεν υπάρχουν στο μοντέλο απόκρισης. Τέτοιες τροχιές στην επιφάνεια τομής βρίσκονται στη χαοτική ζώνη μεταξύ των νησίδων ευστάθειας του Σχ. 4.4b. Αν ολοκληρωθούν για οχτώ περιστροφές του συστήματος καλύπτουν όλη την κεντρική περιοχή του μοντέλου. Όμως οι περιοχές αυτές στο μοντέλο μας είναι σχετικά κενές. Αν λοιπόν οι τροχιές αυτές υπήρχαν στο μοντέλο μας θα είχαν κατασκευάσει μία



Σχήμα 4.4: Η εξέλιξη των επιφανειών τομής στην περιοχή του 'S': Στο (a) επικεντρωνόμαστε στην περιοχή του 'S' στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής. Τα μαύρα, συνεχή τμήματα υποδηλώνουν ευστάθεια, ενώ τα κόκκινα, διακεκομμένα αστάθεια. Η κάθετη γραμμή βρίσκεται σε ενέργεια $E_J = -34000$, στην οποία δίνεται η επιφάνεια τομής (x, x) στο (b). Καθώς αυξάνεται η ενέργεια μεταξύ των σημείων 'A', 'A'' και 'B', 'B'' στο (a) το μέγεθος της αριστερής νησίδας ευστάθειας στο (b) μειώνεται ενώ της δεξιάς αυξάνεται. Τα βέλη δείχνουν τις αρχικές συνθήκες των τροχιών που δίνονται στο Σχ. 4.5.

διαφορετική μορφολογία που θα θύμιζε περισσότερο ένα κεντρικό εξόγκωμα (bulge) και όχι δακτύλιο. Αυτό φαίνεται καθαρά στο Σχ. 4.5b όπου έχουμε σχεδιάσει πάνω στο μοντέλο μας τρεις τροχιές από την χαοτική ζώνη με αρχικές συνθήκες $(x, \dot{x}) = (2.1, -5), (1.7, -35)$ και (1.9, -35). Παρατηρούμε ότι οι τροχιές αυτές γεμίζουν το εσωτερικό του δακτυλίου, κάτι που δε συμβαίνει στο μοντέλο. Έτσι λοιπόν μπορούμε να αποκλείσουμε τη συνεισφορά τέτοιων τροχιών στην παρατηρούμενη μορφολογία.

Η επαλήθευση του ότι ο δακτύλιος σχηματίζεται από τις τροχιές τύπου x2 στην περιοχή του 'S' (επάνω ευσταθής κλάδος) προκύπτει από την κατανομή των ενεργειών των σωματίων που βρίσκονται στον δακτύλιο με 2.5 < r < 3.8 kpc στο μοντέλο απόκρισης. Αυτή είναι κατά προσέγγιση και η περιοχή



Σχήμα 4.5: (a) Δύο χαρακτηριστικές ημιπεριοδικές τροχιές από την περιοχή του 'S' της x1' που υποστηρίζουν μία x1 και μία x2 ροή. Και οι δύο βρίσκονται σε ενέργεια $E_J = -34000$. Τις τροχιές αυτές τις έχουμε σχεδιάσει πάνω στο μοντέλο μας (κόκκινα σημεία). Η θέση των αρχικών τους συνθηκών πάνω στην επιφάνεια τομής (x, \dot{x}) υποδεικνύεται στο Σχ. 4.4b. (b) Τρεις τροχιές από τη χαοτική περιοχή που βρίσκεται ανάμεσα στις νησίδες ευστάθειας του Σχ. 4.4b σχεδιάστηκαν στην κεντρική περιοχή του μοντέλου μας. Οι τροχιές αυτές όπως φαίνεται δε συνεισφέρουν στο σχηματισμό του δακτυλίου αλλά στον σχηματισμό ενός κεντρικού εξογκώματος (bulge), το οποίο δεν παρατηρείται στο μοντέλο απόκρισης.

του δακτυλίου που μελετάμε. Η ακτίνα r = 2.5 αποτελεί το εσωτερικό σύνορο της τροχιάς που έχουμε ονομάσει 'x2' στο Σχ. 4.5a, ενώ η ακτίνα r = 3.8 φτάνει στο εξωτερικό όριο της τροχιάς που έχουμε ονομάσει 'x1' στο ίδιο σχήμα και συμπίπτει με την αρχή των σπειρών. Η κατανομή των ενεργειών δίνεται στο Σχ. 4.6a. Παρατηρούμε ότι τα περισσότερα σωμάτια του δακτυλίου έχουν ενέργειες στο εύρος $-35000 \leq E_J \leq -28000$. Σωμάτια με $E_J > -28000$ βρίσκονται σε ημιπεριοδικές τροχιές παγιδευμένες γύρω από ευσταθείς περιοδικές τροχιές συμμετέχοντας στον μηχανισμό μεταπιπτουσών ελλείψεων με τον οποίο υποστηρίζονται οι σπείρες του μοντέλου μας όπως θα δούμε και στη συνέχεια. Η μικρή τους συμμετοχή στην κατανομή των ενεργειών του δακτυλίου φαίνεται στο δεξί μέρος του Σχ. 4.6a για $E_J > -28000$. Για $E_J > -32000$ δεν έχουμε x1' τροχιές με προσανατολισμό κατά μήκος του μεγάλου άξονα της ράβδου. Αυτό σημαίνει ότι αν βρούμε στην περιοχή του δακτυλίου σωμάτια σε τροχιές τύπου x1 που υποστηρίζουν τη ράβδο θα πρέπει να έχουν E_J < -32000. Παρόλα αυτά, όπως είδαμε και προηγουμένως, έχουμε αποκλείσει τροχιές τύπου x1 από τον κάτω κλάδο του 'S', αφού το μέγεθός τους υπερβαίνει το μέγεθος του δακτυλίου. Οπότε, σύμφωνα με το Σχ. 4.6a αν υπάρχουν τέτοιες τροχιές θα είναι μειοψηφία για $E_J < -34500$. Παρατηρούμε επίσης πως αν κινούμαστε στον κάτω κλάδο του 'S' από το 'A'' στο 'B' (Σχ. 4.4a) η σημασία των τροχιών που ακολουθούν ροή x1 μειώνεται. Στο Σχ. 4.6b βλέπουμε τη σχετική σημασία των δύο νησίδων ευστάθειας, εκείνης γύρω από την ευσταθή τροχιά τύπου x2 με αρχικές συνθήκες $(x, \dot{x}) = (3.56, -0.1823)$ σε σχέση με εκείνη γύρω από την τύπου x1 με αρχικές συνθήκες $(x, \dot{x}) = (1.05, -8.2)$, για $E_I = -32000$. Το τοπικό μέγιστο του ιστογράμματος σε ενέργεια $E_I \approx -32000$ (Σχ. 4.6a) αντιπροσωπεύει την αυξανόμενη σημασία της νησίδας ευστάθειας γύρω από την ευσταθή τροχιά τύπου x2 καθώς προσεγγίζουμε την ενέργεια αυτή.

Από την παραπάνω ανάλυση συμπεραίνουμε ότι ο δακτύλιος που παρατηρούμε στο μοντέλο μας σχηματίζεται από τροχιές τύπου x2 που υπεισέρχονται στο σύστημα στο ενεργειακό εύρος που έχουμε τον σχηματισμό 'S' στη χαρακτηριστική της κεντρικής οικογένειας των περιοδικών τροχιών. Ευσταθείς περιοδικές τροχιές με x2 προσανατολισμό υπάρχουν στην χαρακτηριστική της x1' επίσης πέρα από το 'B'' στο Σχ. 4.4a μέχρι ενέργεια $E_J \leq -30000$ και παρέχουν στο σύστημα τον σκελετό του δακτυλίου. Η παρουσία του σχηματισμού 'S' στη χαρακτηριστική σχετίζεται επίσης με το τέλος της συνεισφοράς των τροχιών που παγιδεύονται γύρω από ευσταθείς τροχιές τύπου x1 στην παρατηρούμενη μορφολογία του μοντέλου. Όπως είδαμε στο Σχ. 4.6a η συμμετοχή τους στην περιοχή του δακτυλίου είναι ελάχιστη. Έτσι λοιπόν, η ράβδος του μοντέλου τελειώνει πρακτικά πάνω στο δακτύλιο. Γενικά μπορούμε να πούμε ότι μέχρι την ενέργεια των 'A' και 'A'' ($E_J \approx -34500$) το μοντέλο μας κατασκευάζεται από τροχιές που σχετίζονται με τον κάτω κλάδο της χαρακτηριστικής της x1'. Στη συνέχεια έχουμε ένα άλμα από το 'A'' στο 'A' και τον σκελετό του μοντέλου μας χτίζουν πλέον οι ευσταθείς τροχιές του πάνω κλάδου της χαρακτηριστικής.

4.3 Η περιοχή της ράβδου

Η περιοχή του μοντέλου μας για r < 2.5 kpc (Σχ. 4.1) είναι ουσιαστικά η περιοχή της ράβδου. Τα περισσότερα σωμάτια με r < 2.5 kpc ανήκουν στη ράβδο, ενώ οι περιοχές εντός αυτού του δακτυλίου εξωτερικά της ράβδου είναι σχετικά άδειες από σωμάτια. Η κατανομή των ενεργειών στην περιοχή αυτή δίνεται στο Σχ. 4.7a. Παρατηρούμε ότι έχουμε σωμάτια με $E_J < -30000$ και ότι η συμμετοχή των σωματίων με $E_J > -35000$, που βρίσκονται δεξιά των 'A', 'Α'' στο Σχ. 4.4a, είναι πολύ μικρή. Η επικρατούσα τιμή του ιστογράμματος είναι σε ενέργεια $E_J = -40750$.

Το βασικό χαρακτηριστικό που συναντάμε στην περιοχή της ράβδου είναι ένας σχηματισμός 'Χ' που είναι ευδιάκριτος στο Σχ. 4.1. Προσπαθήσαμε να κατανοήσουμε τον μηχανισμό που οδηγεί στον σχηματισμό αυτό μελετώντας αρχικά την πιθανή συμμετοχή σωματίων με ενέργεια αυτή της επικρατούσας τιμής του Σχ. 4.7a. Η επιφάνεια τομής (x, x) στην ενέργεια αυτή δίνεται στο Σχ. 4.7b. Η νησίδα ευστάθειας που βλέπουμε να κυριαρχεί για x > 0 είναι της x1', που σε αυτήν την ενέργεια είναι τύπου x1. Περιβάλλεται από μία χαοτική θάλασσα που εκτείνεται μέχρι την περιοχή με x < 0. Στην αριστερή μεριά της χαοτικής θάλασσας παρατηρούμε δύο επιπλέον νησίδες ευστάθειας που ανήκουν σε δύο οικογένειες περιοδικών τροχιών με χαρακτήρα 3:1 και των οποίων οι χαρακτηριστικές τους ενώνονται με αυτήν της x1' σε ενέργειες πέρα από την περιοχή του 'S' του Σχ. 4.2 (E_J \geq -31800). Οι τροχιές αυτές δεν παίζουν ιδιαίτερο ρόλο στη μελέτη μας και συνεπώς δε θα ασχοληθούμε περαιτέρω με αυτές.

Για να εντοπίσουμε τις τροχιές που υποστηρίζουν το 'Χ' κατασκευάζουμε πάνω στην επιφάνεια τομής του Σχ. 4.7b ένα πλέγμα αρχικών συνθηκών με βήμα 0.09 στη x-διεύθυνση και 20 στη y-διεύθυνση. Στη συνέχεια ολοκληρώνουμε τις τροχιές με αρχικές συνθήκες εντός της καμπύλης μηδενικής ταχύτητας που βρίσκονται στους κόμβους του πλέγματος για 30 περιστροφές του συστήματος. Οι αρχικές συνθήκες των τροχιών που ολοκληρώθηκαν



Σχήμα 4.6: (a) Ιστόγραμμα στο οποίο παρουσιάζεται η κατανομή των ενεργειών E_J των σωματίων με 2.5 < r < 3.8 kpc στο Σχ. 4.1. (b) Η επιφάνεια τομής (x, \dot{x}) στην ενέργεια E_J =-32000, όπου έχουμε ένα τοπικό μέγιστο στο (a). Στο κέντρο της αριστερής νησίδας ευστάθειας βρίσκεται η περιοδική τροχιά τύπου x1 και στο κέντρο της δεξιάς νησίδας ευστάθειας η περιοδική τροχιά τύπου x2.



Σχήμα 4.7: (a) Η κατανομή των ενεργειών E_J των σωματίων που βρίσκονται σε ακτίνες r < 2.5 kpc στο μοντέλο απόκρισης (Σχ. 4.1). Η επικρατούσα τιμή είναι σε ενέργεια $E_J = -40750$. (b) Η επιφάνεια τομής (x, x) στην ενέργεια της επικρατούσας τιμής.

και έδωσαν μορφολογίες σχετικές με τη μελέτη μας δίνονται με γεμάτα και άδεια κυκλικά σύμβολα στο Σχ. 4.8. Για να μελετήσουμε τις μορφολογίες τους παρουσιάζουμε παρακάτω μερικά χαρακτηριστικά σχήματα τροχιών. Τα μεγάλα μαύρα σύμβολα του Σχ. 4.8 δίνουν τις αρχικές συνθήκες πέντε τυπικών τροχιών που παρουσιάζονται στο Σχ. 4.9. Όλες έχουν $\dot{x}_0=20$ km/s, ενώ οι τιμές των x_0 αρχικών τους συνθηκών αυξάνονται στο Σχ. 4.9 καθώς προχωράμε από το b προς το f. Το μεγάλο σημείο που βρίσκεται εσωτερικά της πρώτης αμετάβλητης καμπύλης του Σχ. 4.8 (x_0 =0.31) αντιστοιχεί στην τροχιά που δίνεται στα Σχ. 4.9a και b. Στο Σχ. 4.9a η τροχιά έχει σχεδιαστεί πάνω στο μοντέλο απόκρισης για να φανεί πόσο εκτείνεται σε σχέση με τη ράβδο και τον δακτύλιο. Η μορφολογία της τροχιάς φαίνεται καλύτερα σε διαφορετική κλίμακα στο Σχ. 4.9b και είναι παρόμοια με τη μορφολογία μιας περιοδικής τροχιάς x1. Για x₀=0.58 εξακολουθούμε να βρισκόμαστε στην περιοχή της νησίδας ευστάθειας (Σχ. 4.9c). Η τροχιά αυτή εμφανίζει έναν κιβωτιόσχημο χαρακτήρα, εντός του οποίου παρατηρούμε τις πτέρυγες του σχηματισμού 'Χ' που σχηματίζονται στα απόκεντρα της τροχιάς. Στην κεντρική νησίδα ευστάθειας του Σχ. 4.8 αλλά κοντά στην τελευταία ΚΑΜ καμπύλη, η τρύπα που εμφανιζόταν στην τροχιά γύρω από το (0,0) στο Σχ. 4.9c σχεδόν εξαφανίζεται και έχουμε ένα καλά σχηματισμένο 'Χ' στο εσωτερικό της τροχιάς. Αυτό παρατηρούμε στο Σχ. 4.9d με x_0 =0.67. Στην χαοτική θάλασσα που περιβάλλει τη νησίδα ευστάθειας βρίσκουμε μία πληθώρα χαοτικών τροχιών που αφού ολοκληρωθούν για τουλάχιστον 10 περιστροφές του συστήματος ενισχύουν το 'Χ'. Μια χαρακτηριστική τροχιά τέτοιου τύπου δίνεται στο Σχ. 4.9e. Για αυτή τη χαοτική τροχιά έχουμε $x_0=1.03$. Οι διαστάσεις αυτής και των άλλων παρόμοιων χαοτικών τροχιών συμβαδίζουν με τις διαστάσεις της ράβδου του μοντέλου που παρατηρούμε στο Σχ. 4.1. Τέλος, παρατηρούμε ότι αν ολοκληρώσουμε τροχιές στο εξωτερικό σύνορο της χαοτικής θάλασσας, κοντά στην καμπύλη μηδενικής ταχύτητας, βρίσκουμε και πάλι τροχιές με έναν σχηματισμό 'Χ' στη μορφολογία τους. Παρόλα αυτά, οι τροχιές αυτές είναι λιγότερο επιμήκεις από εκείνες που είδαμε προηγουμένως. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας τροχιάς δίνεται στο Σχ. 4.9f με x_0 =1.75. Εξαιτίας της διάστασής τους παράλληλα με τον άξονα x δεν συνεισφέρουν στην κατασκευή της ράβδου του μοντέλου, διότι εκτείνονται πέρα από τις πλευρές της.

Χρησιμοποιώντας επίσης έναν αλγόριθμο παρόμοιο με αυτό που περιγράφεται στη εργασία των Chatzopoulos et al. (2011), εφαρμόσαμε απλά κριτήρια για να χαρακτηρίσουμε τις τροχιές σύμφωνα με τη μορφολογία τους και τον βαθμό που υποστηρίζουν τον σχηματισμό 'X' στη ράβδο του μοντέλου απόκρισης του Σχ. 4.1. Στο Σχ. 4.8 τα μικρά σύμβολα υποδεικνύουν μόνο τις



Σχήμα 4.8: Οι αρχικές συνθήκες των τροχιών που ολοκληρώθηκαν πάνω στην (x, \dot{x}) επιφάνεια τομής σε ενέργεια $E_J = -40750$. Οι μικροί άδειοι κύκλοι αντιστοιχούν σε τροχιές που υποστηρίζουν τον σχηματισμό 'X' και ταυτίζονται με τις διαστάσεις της ράβδου. Οι μικροί μαύροι κύκλοι αντιστοιχούν σε τροχιές που εμφανίζουν μια 'X' μορφολογία αλλά δεν ταυτίζονται με τις διαστάσεις της ράβδου. Οι μεγάλοι υποδεικνύουν τις αρχικές συνθήκες των τροχιών που παρουσιάζονται στο Σχ. 4.9.



Σχήμα 4.9: Μη-περιοδικές τροχιές με $E_J = -40750$, που ολοκληρώθηκαν για 10 περιστροφές του συστήματος, και οι οποίες παρουσιάζουν τις μορφολογίες που συναντάμε στην ενέργεια αυτή. Οι αρχικές τους συνθήκες υποδεικνύονται με μεγάλα σημεία στο Σχ. 4.8. Όλες έχουν $\dot{x}_0=20$ km/s, ενώ από το (a) μέχρι το (f) οι τιμές των x_0 τους είναι 0.31, 0.31, 0.58, 0.67, 1.03 και 1.75 αντίστοιχα. Η κλίμακα των τροχιών είναι ίδια για τα πλαίσια (b) έως (f).

τροχιές που βρίσκουμε να υποστηρίζουν έναν σχηματισμό 'Χ' στην περιοχή της ράβδου. Οι άδειοι μικροί κύκλοι αντιπροσωπεύουν τις τροχιές που παραμένουν περιορισμένες στην περιοχή της ράβδου ($|x| \leq 1.5$). Τέτοιες είναι οι τροχιές που παρουσιάζονται στα Σχ. 4.9c-e. Με μαύρους μικρούς κύκλους σημειώνουμε τις αρχικές συνθήκες χαοτικών τροχιών όπως αυτή του Σχ. 4.9f. Οι τροχιές αυτές έχουν έναν εσωτερικό σχηματισμό 'Χ' οι διαστάσεις τους όμως όπως είδαμε δεν ταιριάζουν με τις διαστάσεις της ράβδου. Συμπερασματικά, λοιπόν, μπορούμε να πούμε ότι η ράβδος σχήματος 'Χ' υποστηρίζεται κυρίως από σωμάτια σε τροχιές με αρχικές συνθήκες που αντιστοιχούν στις θέσεις των μικρών άδειων κύκλων του Σχ. 4.8.

Παρατηρώντας τα Σχ. 4.7-4.9 συνειδητοποιούμε αρχικά ότι οι αρχικές συνθήκες που υποστηρίζουν τη μορφολογία της ράβδου εντός συγκεκριμένου χρόνου είναι κατανεμημένες στην επιφάνεια τομής ανεξάρτητα από τη θέση των νησίδων ευστάθειας ή της χαοτικής θάλασσας. Συνήθως, η περιοχή ευστάθειας σε μια τομή Poincaré που δεν συνεισφέρει στην κατασκευή της ράβδου είναι η περιοχή γύρω από την ανάδρομη οικογένεια x4 (Contopoulos & Grosbøl 1989). Παρόλα αυτά σε μελέτες ραβδωτών-σπειροειδών δυναμικών που έχουν εκτιμηθεί από παρατηρήσεις γαλαξιών στο εγγύς υπέρυθρο έχει γίνει αντιληπτό ότι υπάρχουν αρχικές συνθήκες πάνω σε νησίδες ευστάθειας της x1 που δεν υποστηρίζουν κάποιο ιδιαίτερο μορφολογικό χαρακτηριστικό μιας ράβδου. Από την άλλη μεριά έχει βρεθεί ότι υπάρχουν αρχικές συνθήκες και στις χαοτικές θάλασσες που ενισχύουν κάποιο συγκεκριμένο μορφολογικό χαρακτηριστικό (Patsis et al. 1997; Patsis et al. 2010; Chatzopoulos et al. 2011;paperI).

Στην παρούσα περίπτωση οι ημιπεριοδικές τροχιές που υποστηρίζουν τμήμα των πτερύγων του σχηματισμού 'Χ' απαντώνται στην περιφέρεια της νησίδας ευστάθειας της περιοδικής τροχιάς x1. Όπως αναφέρεται στην εργασία του Patsis (2005), η μορφολογία μιας περιοδικής τροχιάς στο κέντρο της νησίδας ευστάθειας μπορεί να διαφέρει από τη μορφολογία των ημιπεριοδικών τροχιών στις εξωτερικές αμετάβλητες καμπύλες. Για παράδειγμα, σε περιπτώσεις ελλειπτικών περιοδικών τροχιών x1, οι ημιπεριοδικές τροχιές στο όριο της νησίδας ευστάθειας μπορεί να υποστηρίζουν μια μορφολογία με βρόχους (ansae morphology). Όπως βλέπουμε στο Σχ. 4.9, η μορφολογία των πιο εσωτερικών ημιπεριοδικών τροχιών που είναι παρόμοια με αυτήν της περιοδικής τροχιάς δεν σχετίζεται με το 'Χ'. Αντιθέτως, οι χαοτικές τροχιές που έχουν ολοκληρωθεί για 10-30 περιστροφές του συστήματος με αρχικές συνθήκες στη χαοτική θάλασσα που περιβάλλει τη νησίδα ευστάθειας έχουν μορφολογίες που ταιριάζουν με την ράβδο του μοντέλου απόκρισης. Αυτό γίνεται

αντιληπτό αν συγκρίνουμε τα Σχ. 4.1 και Σχ. 4.9e. Δεδομένου ότι συναντήσαμε μορφολογίες σαν αυτή του Σχ. 4.9e ολοκληρώνοντας αρχικές συνθήκες που αντιστοιχούν στα κυκλικά άδεια σύμβολα του Σχ. 4.8, μπορούμε να εκτιμήσουμε τη σημασία τους από το μέγεθος της περιοχής που καταλαμβάνουν στην επιφάνεια τομής του Σχ. 4.7b. Από τη σύγκριση αυτή γίνεται φανερό ότι τα άδεια σημεία είναι τοποθετημένα πάνω στην περιοχή κολλητικότητας, δηλαδή στην περιοχή με τη μεγαλύτερη πυκνότητα που περιβάλλει την κεντρική νησίδα ευστάθειας του Σχ. 4.7b. Όσον αφορά τη μελέτη της μορφολογίας των τροχιών αξίζει να αναφέρουμε ότι καθώς κινούμαστε από το κέντρο της νησίδας ευστάθειας προς τα έξω και στη συνέχεια διασχίζοντας την περιβάλλουσα περιοχή κολλητικότητας έχουμε μια ομαλή μορφολογική μετάβαση από μη-περιοδικές τροχιές με μικρή έκταση κατά μήκος της x-διεύθυνσης σε μη-περιοδικές τροχιές με μεγαλύτερη Δχ προβολή στον άξονα χ που ενσωματώνουν τον σχηματισμό 'X' στη μορφολογία τους. Η ενέργεια $E_J = -40750$ είναι η επικρατούσα τιμή (mode) της κατανομής του Σχ. 4.7a. Παρόλα αυτά, παρόμοια ανάλυση έχει γίνει για διάφορες τιμές της ενέργειας στο φάσμα $-45000 < E_J < -35000$ με αντίστοιχα αποτελέσματα. Οι μη-περιοδικές τροχιές που υποστηρίζουν τον σχηματισμό 'Χ' είναι κυρίως τροχιές από τις περιοχές κολλητικότητας που περιβάλλουν τις νησίδες ευστάθειας των x1 περιοδικών τροχιών.

Η ζώνη με τους μικρούς γεμάτους κύκλους του Σχ. 4.8 είναι και αυτή μια περιοχή κολλητικότητας, αυτή τη φορά όμως γύρω από μια περιοδική τροχιά πολλαπλότητας 3. Οι τρεις μικροσκοπικές νησίδες ευστάθειας της περιοδικής τροχιάς φαίνονται καλύτερα στο Σχ. 4.7b με συντεταγμένες $(x, \dot{x}) \approx (1.8, 0)$, (-0.2, -130) και (-0.4, 110). Στο Σχ. 4.10 δίνεται η περιοδική τροχιά, έτσι ώστε να φανεί η μορφολογική σχέση με τις χαοτικές τροχιές στην περιοχή κολλητικότητας γύρω από αυτή (Σχ. 4.9f).

4.4 Η σπειροειδής δομή του μοντέλου

Η σπειροειδής δομή του μοντέλου μας κατασκευάζεται από ημιπεριοδικές τροχιές που παγιδεύονται γύρω από ελλειπτικές περιοδικές τροχιές x1' με E_J > -28000. Οι ημιπεριοδικές τροχιές μεταπίπτουν αντίθετα από τη διεύθυνση περιστροφής καθώς η ενέργεια αυξάνεται. Στο Σχ. 4.11 βλέπουμε ένα πλήθος τέτοιων περιοδικών τροχιών μαζί με εκείνες που σχηματίζουν το εξωτερικό μέρος του δακτυλίου. Ο μηχανισμός που ενισχύει τους σπειροειδείς βραχίονες είναι ένας τυπικός μηχανισμός μεταπιπτουσών ελλείψεων (Patsis 2009).



Σχήμα 4.10: Η περιοδική τροχιά πολλαπλότητας 3 που έχει γύρω της την περιοχή κολλητικότητας με χαοτικές τροχιές που έχουν μορφολογία παρόμοια με την τροχιά του Σχ. 4.9f.

Στο ενεργειακό εύρος $-28000 < E_J < -25000$ η νησίδα ευστάθειας της x1' καταλαμβάνει σχεδόν όλη την επιφάνεια τομής (x, x) για x > 0. Οι τροχιές που υποστηρίζουν τις σπείρες είναι στην περίπτωση αυτή οι ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από τις περιοδικές τροχιές x1'. Η δυναμική των τροχιών είναι παρόμοια με αυτήν που περιγράφεται από τους Contopoulos & Grosbøl (1986,1988) και Patsis et al. (1991) για κανονικούς σπειροειδείς γαλαξίες με ανοιχτές σπείρες. Η συμπεριστροφή βρίσκεται σε ακτίνα 10 kpc. Για το λόγο αυτό οι σπειροειδείς βραχίονες εμφανίζουν καθαρά διακλαδώσεις κοντά στον εσωτερικό συντονισμό 4:1. Σε ακτίνα περίπου 8 kpc οι x1' περιοδικές τροχιές εμφανίζουν μύτες (cusps) και μια ρομβοειδή μορφολογία.

4.5 Σύνοψη

Παρουσιάσαμε έναν δυναμικό μηχανισμό που οδηγεί στον σχηματισμό μιας ράβδου με ένα χαρακτηριστικό 'X' ενσωματωμένο σε αυτή. Στο μοντέλο μας έχουμε ταυτόχρονα τον σχηματισμό ενός δακτυλίου που εφάπτεται στα άκρα της ράβδου. Το αποτέλεσμα αυτό συνοψίζεται στο Σχ. 4.12. Χρησιμοποιήσαμε το μοντέλο με $\Omega_p = 11.5$ km s⁻¹ kpc⁻¹ για να παρουσιάσουμε τον μηχανισμό αυτό, διότι για την τιμή αυτή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής ο σχηματισμός 'X' εκτείνεται σε όλη τη ράβδο, γεγονός που διευκολύνει την περιγραφή



Σχήμα 4.11: Περιοδικές τροχιές που έχουν σχεδιαστεί πάνω στο μοντέλο απόκρισης με ενέργειες στο εύρος $-34000 < E_J < -25000$. Οι τροχιές αυτές αποτελούν τον σκελετό παρατηρούμενης σπειροειδούς δομής καθώς και του δακτυλίου που εμφανίζονται στο μοντέλο. Οι ενέργειες από μέσα προς τα έξω είναι: -34000, -33500, -33000, -32500, -32000, -31000, -30000, -29000,-28000, -27500, -27000, -26500, -26000, -25500 και -25000.

της μορφολογίας του 'X'. Παρόλα αυτά ο σχηματισμός αυτός εντοπίστηκε στη ράβδο και άλλων μοντέλων με $Ω_p ≤ 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ χωρίς όμως να εκτείνεται μέχρι τα άκρα της ράβδου. Στο Σχ. 4.13 δίνονται δύο στιγμιότυπα από μοντέλα απόκρισης με $Ω_p = 13.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (a) και 15 km s⁻¹ kpc⁻¹ (b) αντίστοιχα. Οι μέγιστες αποστάσεις από τον x-άξονα εντός των οποίων εκτείνεται το 'X' στα μοντέλα αυτά υποδεικνύονται με διακεκομμένες γραμμές παράλληλες στον άξονα x. Οι λεπτομέρειες του 'X' γίνονται λιγότερο ευδιάκριτες καθώς η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής αυξάνεται. Παρατηρούμε ότι το 'X' συρρικνώνεται καθώς αυξάνεται το $Ω_p$ από 11.5 km s⁻¹ kpc⁻¹ (Σχ. 4.1) σε 13.5 km s⁻¹ kpc⁻¹ (Σχ. 4.13a) και στη συνέχεια σε 15 km s⁻¹ kpc⁻¹ (Σχ. 4.13b). **Αυτό αντανακλά στο ποσοστό των κολλητικών χαοτικών τρο***χιών* στο μοντέλο μας που έχουν συμμετάσχει στην κατασκευή της ράβδου απόκρισης σε κάθε περίπτωση. Στα μοντέλα του Σχ. 4.13, σε αποστάσεις πέρα από το τέλος του σχηματισμού 'X', η ράβδος χτίζεται από *x*1 τροχιές μέχρι το τέλος της.

Η χαρακτηριστική της κεντρικής οικογένειας εμφανίζει μία αναδίπλωση για ένα ενεργειακό εύρος $\Delta E_J \approx 2700$ όπου συνυπάρχουν ροές τύπου x1 και x2. Η καμπύλη αναδιπλώνεται αλλά δεν σπάει. Μια παρόμοια συμπεριφορά έχει παρατηρηθεί σε ένα αργά περιστρεφόμενο μοντέλο ('Model A2') μιας τρισδιάστατης ράβδου Ferrers στην εργασία των Skokos et al. (2002b). Το δυναμικό που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα εργασία επιτρέπει την ταυτόχρονη εμφάνιση ράβδου και σπειρών στην αστρική απόκριση. Λόγω της αργής περιστροφής η συμπεριστροφή βρίσκεται πέρα από το τέλος των σπειρών.

Μέχρι την ενέργεια των 'A' και 'A'' (Σχ. 4.5a) το μοντέλο απόκρισης στελεχώνεται από τροχιές που σχετίζονται με περιοδικές τροχιές της οικογένειας x1, όπως για παράδειγμα ημιπεριοδικές τροχιές από τις νησίδες ευστάθειας και χαοτικές τροχιές από τις περιοχές κολλητικότητας γύρω από αυτές. Για ενέργειες μεγαλύτερες από την ενέργεια των 'A' και 'A'' το μοντέλο μας στελεχώνεται από τροχιές που σχετίζονται με τον πάνω κλάδο του 'S'. Για το μοντέλο απόκρισης είναι σαν τα σημεία 'A' και 'A'' να ταυτίζονται πάνω στη χαρακτηριστική. Η παρουσία της διευσταθούς διακλάδωσης λειτουργεί κατ'ουσίαν ως ένας εσωτερικός συντονισμός Lindblad, εφόσον δημιουργεί μια x2 ροή. Η διευσταθής διακλάδωση καθορίζει τις τροχιές που απαρτίζουν τον σκελετό του μοντέλου απόκρισης.

Ο δακτύλιος εξακολουθεί να υπάρχει για $\Omega_p = 13.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (Σχ. 4.13a) ως ψευδοδακτύλιος ή ως δομή διπλού δακτυλίου. Ένα εσωτερικό μέρος με μικρότερη ελλειπτικότητα μοιάζει να είναι αποκομμένο από ένα πιο ε-



Σχήμα 4.12: (a) Η κεντρική περιοχή του Σχ. 4.1, που δείχνει το εσωτερικό μέρος του δακτυλίου και τον σχηματισμό 'X' στη ράβδο του μοντέλου. (b) Δύο τροχιές (μαζί) από την περιοχή κολλητικότητας γύρω από τη νησίδα ευστάθειας της x1' στην επιφάνεια τομής για $E_J = -39000 \ \mu e (x, \dot{x}) = (0.25, -80)$ και $(x, \dot{x}) = (1,40)$ έχουν σχεδιαστεί πάνω στην κεντρική περιοχή του μοντέλου. Η αντίστοιχη x1' περιοδική τροχιά είναι τύπου x1, ενώ οι χαοτικές τροχιές στην περιοχή κολλητικότητάς της ενισχύουν τον σχηματισμό 'X' της ράβδου.

πίμηκες εξωτερικό μέρος. Στο βασικό μοντέλο μας (Σχ. 4.1) τα δύο αυτά μέρη εμφανίζονται ενωμένα δημιουργώντας έναν ενιαίο δακτύλιο. Για Ω_p = $15 \, {\rm km \, s^{-1} \, kpc^{-1}}$ (Σχ. 4.13b) αντί δακτυλίου εμφανίζονται στο τέλος της ράβδου μόνο δύο τόξα. Το μορφολογικό αυτό χαρακτηριστικό υπάρχει για ένα μεγάλο εύρος τιμών του Ω_p . Ένα είδος ψευδοδακτυλίων εμφανίζονται ακόμα και σε μοντέλα με $\Omega_p = 25$ km s⁻¹ kpc⁻¹. Ο δακτύλιος στο μοντέλο που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 4 σχηματίζεται από τροχιές που έχουν ενέργειες στο μέσο της χαρακτηριστικής της x1' στο (E_{I} , x) διάγραμμα (Σx . 4.2) και προέρχονται από την περιοχή με την αναδίπλωση της καμπύλης. Συγκεκριμένα σχηματίζεται στην περιοχή όπου η κεντρική οικογένεια των περιοδικών τροχιών εμφανίζει έναν διευσταθή χαρακτήρα λόγο της εισαγωγής στο σύστημα μιας ροής τύπου x2. Αυτή δρα σαν να ήμασταν στην περιοχή του εσωτερικού συντονισμού Lindblad. Επειδή έχουμε έναν δακτύλιο που περιβάλλει τη ράβδο θα πρέπει να χαρακτηριστεί ως εσωτερικός δακτύλιος. Συνήθως οι εσωτερικοί δακτύλιοι σχετίζονται με τους εσωτερικούς συντονισμούς 4:1 και 6:1 (Buta 1986; Byrd et al. 1994; Patsis et al. 2003). Οι εσωτερικοί δακτύλιοι λόγω της συσχέτισής τους με εσωτερικούς n:1 συντονισμούς με n≥ 4 είναι συνήθως πρoσανατολισμένοι κατά μήκος της ράβδου (Buta 1986). Στην περίπτωσή μας ο εσωτερικός δακτύλιος μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν κυκλικός ή να εκτείνεται κατά μήκος του μικρού άξονα της ράβδου γεγονός που εξαρτάται από το ενεργειακό επίπεδο των τροχιών που είναι το όριο μεταξύ των τροχιών x2 και αυτών που υποστηρίζουν τις σπείρες.

Ο σχηματισμός 'Χ' στη ράβδο οφείλεται κυρίως στις κολλητικές τροχιές γύρω από τις νησίδες ευστάθειας της x1' στο ενεργειακό εύρος για το οποίο έχουμε έναν σκελετό από x1 περιοδικές τροχιές στο μοντέλο μας. Εν γένει αυτό μπορεί να συμβεί ανεξάρτητα από την τιμή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής ενός μοντέλου. Παρόλα αυτά σε αργά περιστρεφόμενες ράβδους το φαινόμενο αυτό είναι εντονότερο καθώς καταλαμβάνει μεγαλύτερο μέρος των ράβδων. Στην περίπτωσή μας ο δακτύλιος εφάπτεται στη ράβδο σχήματος 'X'. Το μοντέλο μας περιγράφει έναν μηχανισμό όπου οργανωμένες και χαοτικές κινήσεις συνυπάρχουν και συνεισφέρουν στη δημιουργία μιας ενιαίας δομής.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειώσουμε ότι παρά τον δισδιάστατο χαρακτήρα των μοντέλων μας, λόγω της μορφολογίας των τροχιών που δομούν το 'Χ' παρατηρείται μια χαρακτηριστική αύξηση στη διασπορά των ταχυτήτων στο εσωτερικό του δακτυλίου (Σχ. 4.14). Στο Σχ. 4.14a τα βέλη υποδεικνύουν μια ροή γύρω από το κέντρο του μοντέλου, ενώ στο Σχ. 4.14b ο προσανατολισμός των τροχιών δείχνει τυχαίος πάνω στο γαλαξιακό επίπεδο. Αυτό είναι



Σχήμα 4.13: Στιγμιότυπα από δύο μοντέλα απόκρισης με $\Omega_p = 13.5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (a) και 15 km s⁻¹ kpc⁻¹ (b). Τα διακεκομμένα ευθύγραμμα τμήματα που είναι παράλληλα στον x-άξονα υποδεικνύουν το ύψος μέσα στο οποίο εκτείνεται το 'X' στα δύο μοντέλα.

αναμενόμενο, εφόσον οι κινήσεις των σωματίων που ακολουθούν τις τροχιές που υποστηρίζουν το 'X' είναι αρκετά περίπλοκες.

Oi Buta et al. (2007, p.40) και οi Laurikainen et al. (2011, 2014) δίνουν αρκετά παραδείγματα με σχηματισμούς 'Χ' σε ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες που δεν είναι edge-on αλλά έχουν κλίση ως προς την ακτίνα παρατήρησης. Μερικοί γαλαξίες από αυτούς είναι οι NGC 7020, NGC 1527, IC 5240, NGC 4429. Ο μηχανισμός που προτείνουμε στην εργασία μας, δηλαδή η ενίσχυση του 'Χ' από κολλητικές χαοτικές τροχιές γύρω από τις νησίδες ευστάθειας της κεντρικής οικογένειας των περιοδικών τροχιών, παρέχει μια ερμηνεία αυτής της μορφολογίας. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο σχηματισμός 'Χ' γίνεται εντονότερος σε αργά περιστρεφόμενα μοντέλα, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι οφείλεται στην αργή περιστροφή η δημιουργία του. Το 'Χ' εμφανίζεται καθώς η ράβδος χτίζεται από κολλητικές χαοτικές τροχιές από τη χαοτική θάλασσα που περιβάλλει τις νησίδες ευστάθειας των περιοδικών τροχιών x1 καθώς και από ημιπεριοδικές τροχιές από τα εξωτερικά μέρη των νησίδων αυτών. Το δυναμικό που χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα εργασία προέρχεται από την εκτίμηση του βαρυτικού πεδίου ενός μεταγενέστερου τύπου (late-type) ραβδωτού γαλαξία. Όμως, ο σχηματισμός 'Χ' αναμένεται να εμφανίζεται επίσης σε μοντέλα για προγενέστερου τύπου ραβδωτούς γαλαξίες με την προϋπόθεση ότι η ράβδος χτίζεται από τις κολλητικές χαοτικές τροχιές που προαναφέραμε. Στο σημείο αυτό να αναφέρουμε ότι υπάρχουν περιπτώσεις σχεδόν face-on γαλαξιών που συνδυάζουν έναν σχηματισμό 'X' με έναν δακτύλιο (IC 5240; Buta et al. 2007; Laurikainen et al. 2014). Οι γαλαξίες αυτοί συνδυάζουν τα μορφολογικά χαρακτηριστικά του μοντέλου μας.

Οι Patsis & Katsanikas (2014) έκαναν τροχιακή μελέτη σε τρισδιάστατες ράβδους τύπου Ferrers που οδειγεί στο σχηματισμό κιβωτιόσχημων σχηματισμών στο εσωτερικό των ράβδων στις face-on προβολές τους. Παρά το γεγονός ότι οι ράβδοι στις δύο αυτές περιπτώσεις έχουν διαφορετική προσέγγιση όσον αφορά την τεχνική μοντελοποίησης, οι δύο μελέτες συμφωνούν ως προς τον χαρακτήρα των τροχιών που χτίζουν τους κιβωτιόσχημους σχηματισμούς. Και στις δύο περιπτώσεις τον κύριο ρόλο παίζουν οι κολλητικές χαοτικές τροχιές γύρω από τις περιοδικές τροχιές που αποτελούν τον σκελετό των ράβδων.



Σχήμα 4.14: (a) Το πεδίο ταχυτήτων του μοντέλου εξωτερικά του δακτυλίου υποδεικνύει μια ροή γύρω από το κέντρο του συστήματος. (b) Το πεδίο ταχυτήτων του μοντέλου στην περιοχή της ράβδου σχήματος 'X' υποδεικνύει μια αυξημένη διασπορά των ταχυτήτων.

Κεφάλαιο 5

Μοντέλα με αέριο

Η μορφολογία των σπειρών, το πόσο ισχυρές είναι καθώς και η διάρκεια ζωής τους είναι έννοιες που σχετίζονται άμεσα με τους δυναμικούς μηχανισμούς που τις διαμορφώνουν και τις υποστηρίζουν (Bertin 2014; Dobbs & Baba 2014). Η μελέτη μεγάλης κλίμακας κρουστικών κυμάτων (shocks) στην αέρια συνιστώσα των δίσκων των σπειροειδών γαλαξιών έχει χρησιμοποιηθεί ήδη από τη δεκαετία του '70 σαν κριτήριο για τον έλεγχο των θεωριών που αφορούν τη σπειροειδή δομή (Roberts 1969; Roberts & Yuan 1970; Shu et al. 1972, 1973; Roberts et al. 1976). Οι ιδιότητες των κρουστικών κυμάτων στις σπείρες σχετίζονται με τη ροή του αερίου όπως προβλέπεται από την κάθε μία θεωρία και από τον τρόπο με τον οποίο περιγράφεται η αστρογένεση.

Στο παρελθόν έχει μελετηθεί η απόκριση δίσκων αερίου στους οποίους έχει επιβληθεί ένα κανονικό, σπειροειδές δυναμικό με έναν κυρίαρχο m=2 όρο (Patsis et al. 1994, 1997). Ένα σημαντικό αποτέλεσμα από τις παραπάνω μελέτες ήταν ότι η απόκριση του αερίου στους συντονισμούς σχηματίζει χαρακτηριστικές δομές όπως διακλαδώσεις στους βραχίονες ή δακτυλίους. Οι σχηματισμοί αυτοί γίνονταν ήδη εμφανείς μετά από 2-3 περιστροφές του συστήματος και καθιερώνουν μια μορφολογία που διατηρείται για αρκετούς δυναμικούς χρόνους. Οι ισχυρές, ανοιχτές σπείρες από αέριο σχηματίζουν μια εσωτερική, συμμετρική, grand design δομή, κοντά στα ελάχιστα του επιβαλλόμενου δυναμικού μέχρι τον εσωτερικό συντονισμό 4:1. Πέραν από τον συντονισμό αυτό συχνά παρατηρούμε διακλαδώσεις των σπειρών εκτός φάσης σε σχέση με την επιβαλλόμενη σπειροειδή δομή (δεν ταυτίζεται με τα μέγιστα πυκνότητας της επιβαλλόμενης σπείρας). Επιπλέον, παρατηρούνται ασυνέχειες των σπειρών στην περιοχή της συμπεριστροφής και ασθενείς προεκτάσεις τους, ξανά εκτός φάσης σε σχέση με τις επιβαλλόμενες σπείρες, σε μεγαλύτερες ακτίνες πέραν της συμπεριστροφής. Στις προσομοιώσεις αυτές χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) (Gingold & Monaghan 1977; Lucy 1977) (βλ. Παράρτημα Δ΄). Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε είναι μία τροποποιημένη έκδοση του αλγορίθμου που χρησιμοποίησαν οι Patsis & Athanassoula (2000). Αντίστοιχες δοκιμές πραγματοποιήθηκαν από τους Patsis et al. (1994), Bate et al. (1995) και Kitsionas & Whitworth (2002) με παρόμοια αποτελέσματα.

Τα μορφολογικά χαρακτηριστικά των σπειρών των παραπάνω μοντέλων βρέθηκαν και σε άλλες εργασίες με τη βοήθεια διαφόρων κωδίκων υδροδυναμικής. Για παράδειγμα, στην εργασία των Kranz et al. (2001) αναφέρεται το τέλος του συμμετρικού μέρους των σπειρών εντός της συμπεριστροφής, οι διακλαδώσεις στο συντονισμό 4:1 βρέθηκαν και στις εργασίες των Chakrabarti et al. (2003) και Yanez et al. (2008), το κενό των σπειρών στην περιοχή της συμπεριστροφής παρατηρείται στο σχήμα 3 στην εργασία των Kim & Kim (2014) κλπ.

Από την άλλη μεριά, η σπειροειδής δομή με την παρουσία ράβδου στο επιβαλλόμενο δυναμικό δεν έχει μελετηθεί τόσο αναλυτικά. Σπειροειδείς βραχίονες πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής εμφανίζονται σε διάφορες προσομοιώσεις μιας ράβδου που περιστρέφεται (Schwarz 1984; Athanassoula 1992; Byrd et al. 1994; Englmaier & Gerhard 1997; Patsis & Athanassoula 2000). Σε όλα όμως τα παραπάνω μοντέλα οι σπείρες δεν ήταν αυτοβαρείς. Μελέτες έχουν γίνει και με ραβδωτά-σπειροειδή μοντέλα απόκρισης, τα οποία συνήθως αναφέρονται στον προσδιορισμό μιας τιμής της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του συστήματος για την οποία η απόκριση του μοντέλου ταιριάζει μορφολογικά με τον γαλαξία υπό μελέτη (Perez et al. 2004; Rautiainen et al. 2004, 2005; Patsis et al. 2009). Δυναμικοί μηχανισμοί για τη ροή του αερίου σε ραβδωτά-σπειροειδή δυναμικά έχουν προταθεί από τους Contopoulos et al. (1989), όπου υπογραμμίζεται η σημασία της αυτοβαρούς σπειροειδούς συνιστώσας στο επιβαλλόμενο δυναμικό, έτσι ώστε να προκύψει στα μοντέλα απόκρισης σπειροειδής δομή παρόμοια με αυτή που παρατηρείται σε ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες.

Την τελευταία δεκαετία παρουσιάστηκε ένας άλλος δυναμικός μηχανισμός που υποστηρίζει σπειροειδείς βραχίονες σε ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες. Αστέρες που βρίσκονται σε χαοτική κίνηση περνούν διαμέσου της γειτονιάς των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων και ενισχύουν τους σπειροειδείς βραχίονες που εκτείνονται στην περιοχή του δίσκου πέρα από τη συμπεριστροφή (Voglis & Stavropoulos 2005; Patsis 2006; Voglis et al. 2006; Romero-Gomez et al. 2006; Tsoutsis et al. 2008; Athanassoula et al. 2010; Tsoutsis et al. 2009; Contopoulos 2009; Patsis et al. 2010; Harsoula et al. 2011; Contopoulos & Harsoula 2012). Παρόλα αυτά οι αντίστοιχες ροές αερίου από την περιοχή των L_1, L_2 δεν έχουν διερευνηθεί.

Γενικά, μέχρι τώρα δεν έχει γίνει συστηματική μελέτη για τη συμπεριφορά του αερίου στην περιοχή των σπειρών σε δυναμικά που περιγράφουν ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες όπως έχει γίνει για τη ροή του αερίου στις σπείρες κανονικών γαλαξιών. Στο παρόν κεφάλαιο συγκρίνουμε τις ροές αστέρων και αερίου σε ραβδωτά-σπειροειδή μοντέλα, καθώς και τις ροές στις σπείρες κανονικών και ραβδωτών-σπειροειδών μοντέλων.

5.1 Το κύριο μοντέλο ($\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$)

Η απόκριση του αερίου που αντιστοιχεί στο βασικό αστρικό μας δυναμικό που περιγράφηκε στο κεφάλαιο 3 με γωνιακή ταχύτητα περιστροφής $\Omega_p =$ 15 km s⁻¹ kpc⁻¹ πραγματοποιήθηκε θεωρώντας 3 × 10⁴ σωμάτια αερίου (σωμάτια SPH) με αρχικές θέσεις τυχαία κατανεμημένες σε δίσκο ακτίνας 11 kpc. Ο ρόλος του αριθμού των σωματίων σε μοντέλα απόκρισης SPH έχει μελετηθεί από τους Patsis & Athanassoula (2000) και έχει δείξει ότι τα αποτελέσματα παραμένουν παρόμοια για μοντέλα που έχουν μέχρι και 10⁵ σωμάτια. Οι αρχικές ταχύτητες είναι τέτοιες ώστε να εξασφαλίζουν κυκλική κίνηση στο αξισυμμετρικό μέρος του δυναμικού Φ₀. Όπως και στα αστρικά μοντέλα απόκρισης που μελετήσαμε, έτσι και εδώ, υπάρχει μια φάση στην αρχή της προσομοίωσης που διαρκεί 2 περιόδους περιστροφής του συστήματος κατά την οποία το πλάτος της διαταραχής αυξάνει σταδιακά από μηδέν μέχρι τη μέγιστή του τιμή.

Καθώς εξελίσσεται το μοντέλο παρατηρούμε δύο φάσεις με παρόμοιες αλλά όχι πανομοιότυπες μορφολογίες. Μία που χαρακτηρίζει το μοντέλο κατά τη διάρκεια της φάσης όπου έχουμε σταδιακή αύξηση του πλάτους της διαταραχής (η οποία τελειώνει μετά από δύο περιστροφές του συστήματος) και μία που χαρακτηρίζει το μοντέλο από αυτή τη χρονική στιγμή και μετά. Οι εξωτερικές σπείρες αποδυναμώνονται με το πέρασμα του χρόνου και υπάρχει η τάση να σχηματίζεται ένας εσωτερικός δακτύλιος που περιβάλλει τη ράβδο. Η μορφολογική αυτή εξέλιξη χαρακτηρίζει ποιοτικά τα περισσότερα μοντέλα αερίου που μελετήσαμε.

Στο Σχ. 5.1 παρουσιάζονται δύο στιγμιότυπα του μοντέλου. Στο Σχ. 5.1a δίνεται η απόκριση του μοντέλου στο τέλος των δύο αρχικών περιστροφών του συστήματος ενώ στο Σχ. 5.1b μετά από τέσσερις περιστροφές.

Οι κύριες σπείρες που παρατηρούμε στο Σχ. 5.1 βρίσκονται εσωτερικά της συμπεριστροφής, μπορούν δηλαδή να χαρακτηριστούν ως 'εσωτερικές' σπείρες. Η θέση των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων L1, L2 υποδεικνύεται με κόκκινα σύμβολα τύπου ×. Στο Σχ. 5.1a οι εσωτερικές σπείρες ξεκινούν εφαπτομενικά από το τέλος της ράβδου, έχοντας ένα μικρό μέρος αντίθετα της διεύθυνσης κατά την οποία ξετυλίγονται οι σπείρες (τα μικρά αυτά τμήματα υποδεικνύονται με μικρά μαύρα βέλη). Οι σπειροειδείς βραχίονες αποτελούνται από ένα έντονο τμήμα που τελειώνει στα σημεία 'C' και 'C' τα οποία βρίσκονται στην ακτίνα των Λαγκρανζιανών σημείων. Επιπλέον, παρατηρούμε ένα δεύτερο σετ σπειροειδών βραχιόνων που εκτείνονται 'παράλληλα' με τις βασικές σπείρες του μοντέλου. Οι δεύτερες αυτές σπείρες μπορούν να θεωρηθούν σαν προέκταση των εσωτερικών σπειρών έχοντας σε κάθε περίπτωση ένα πιο έντονο τμήμα που ξεκινά από τα Λαγκρανζιανά σημεία. Και τα δύο σετ σπειρών εκτείνονται αζιμουθιακά κατά π πέρα από τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία. Μετά το πέρας των δύο περιστροφών και αφού έχει τελειώσει η φάση που αναπτύσσεται το πλάτος της διαταραχής, οι εσωτερικές σπείρες εξασθενούν και δεν φτάνουν πλέον μέχρι τη συμπεριστροφή (Σχ. 5.1b). Η πυκνότητα των σπειρών που βρίσκονται πέραν της συμπεριστροφής μειώνεται επίσης και οι σπείρες γίνονται πιο πλατιές.

Στην προσπάθειά μας να οπτικοποιήσουμε τη ροή του αερίου σχεδιάσαμε όπως φαίνεται στο Σχ. 5.2 τα πεδία ταχυτήτων του Σχ. 5.1. Τα βέλη αντιπροσωπεύουν τα διανύσμτα των ταχυτήτων ενός αριθμού σωματίων έτσι ώστε να μπορούμε να παρακολουθήσουμε τη ροή. Το Σχ. 5.2a αντιστοιχεί στο Σχ. 5.1a, ενώ το Σχ. 5.2b στο Σχ. 5.1b. Τα Σχ. 5.2c και Σχ. 5.2e είναι μεγεθύνσεις συγκεκριμένων περιοχών του Σχ. 5.2a που θα διευκολύνουν στη συνέχεια την περιγραφή της ροής και αντίστοιχα τα Σχ. 5.2d και Σχ. 5.2f μεγεθύνσεις περιοχών του Σχ. 5.2b. Στα Σχ. 5.2a και Σχ. 5.2b τα μπλε κυκλικά σύμβολα αντιστοιχούν στις θέσεις των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων. Οι ροές των σωματίων αερίου στα Σχ. 5.2a και Σχ. 5.2b είναι σε γενικές γραμμές παρόμοιες. Εσωτερικά της συμπεριστροφής το μεγαλύτερο μέρος της ροής εντοπίζεται γύρω από το κέντρο του συστήματος με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Οι σπειροειδείς βραχίονες που παρατηρούμε στο Σχ. 5.1 να βρίσκονται μετά το πέρας της ράβδου αλλά εσωτερικά της συμπεριστροφής είναι συμπυκνώσεις που προέρχονται από το κρουστικό κύμα που σχηματίζεται καθώς σωμάτια αερίου κατευθύνονται προς τα ελάχιστα του δυναμικού. Η τροχιακή συμπεριφορά που σχετίζεται με ροή αυτού του είδους είναι ένα σύνολο ελλειπτικών, ευσταθών, περιοδικών τροχιών, οι οποίες μεταπίπτουν καθώς η ενέργειά τους (σταθερά Jacobi) μεταβάλλεται μονότονα (βλ. π.χ.



Σχήμα 5.1: (a) Η απόκριση του μοντέλου αερίου με $\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ μετά από 2 περιστροφές του συστήματος στο τέλος της φάσης όπου αυξάνεται το πλάτος της διαταραχής. (b) Η απόκριση του μοντέλου μετά από 4 περιστροφές. Η πυκνότητα είναι μεγαλύτερη στα πιο σκοτεινά μέρη των εικόνων σύμφωνα με τη ράβδο των γκρι αποχρώσεων στο πάνω μέρος του σχήματος. Το ίδιο ισχύει για όλα τα σχήματα αυτού του είδους στο παρόν κεφάλαιο. Επίσης, σε όλα τα σχήματα των μοντέλων απόκρισης αυτού του κεφαλαίου οι άξονες είναι σε kpc.

σχήμα 9 στην εργασία των Contopoulos & Grosbøl 1986). Για τον λόγο αυτό θα αναφερόμαστε στη ροή αυτή ως ροή 'μεταπιπτουσών ελλείψεων' (Patsis 2009).

Πέραν της περιοχής της συμπεριστροφής η ροή του αερίου πραγματοποιείται κατά μήκος των σπειροειδών βραχιόνων που συναντάμε εκεί. Τα βέλη της ταχύτητας είναι περίπου παράλληλα μεταξύ τους έχοντας τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Ένα μεγάλο μέρος σωματίων που συμμετέχουν στη ροή αυτή εισέρχονται στον απέναντι σπειροειδή βραχίονα, αφού απομακρυνθούν κατά ένα ημικύκλιο από το ασταθές Λαγκρανζιανό σημείο από το οποίο ξεκίνησαν. Στο μοντέλο μας η διαδικασία αυτή είναι πιο εμφανής στο τέλος των δύο πρώτων περιστροφών του συστήματος, όπως φαίνεται και από τη σύγκριση των Σχ. 5.2a και Σχ. 5.2b. Στα Σχ. 5.2c και Σχ. 5.2d μπορούμε να διακρίνουμε τις λεπτομέρειες της ροής κοντά στα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία. Παρατηρούμε ένα σύνολο σωματίων από το πάνω αριστερά μέρος των εικόνων να εισέρχονται στη ροή των σωματίων που απομακρύνονται από τα Λαγκρανζιανά σημεία. Στο Σχ. 5.2a είναι επίσης φανερό ότι πραγματοποιείται ροή αερίου γύρω από τα ευσταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_4 και L_5 που βρίσκονται περίπου πάνω στον x-άξονα σε ακτίνες ±7.96 kpc.

Σωμάτια αερίου που συμμετέχουν σε αυτή τη στροβιλώδη κίνηση ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες καθώς περνούν από την περιοχή της τροχιάς τους που βρίσκεται μακριά από το κέντρο του συστήματος. Όμως μετά από 4 περιστροφές του συστήματος οι περιοχές γύρω από τα L_4 και L_5 έχουν αδειάσει από σωμάτια. Το γεγονός αυτό γίνεται φανερό από τη σύγκριση των δεξιών περιοχών των Σχ. 5.2e και Σχ. 5.2f. Συγκρίνοντας τις δύο αυτές εικόνες μπορούμε ακόμη να κατανοήσουμε γιατί οι εσωτερικές σπείρες στα Σχ. 5.1b και Σχ. 5.2b δεν φτάνουν πλέον μέχρι τη συμπεριστροφή. Η πυκνή ροή σωματίων τελειώνει πριν τον κύκλο της συμπεριστροφής. Αυτό σχετίζεται με την έλλειψη σωματίων που κινούνται γύρω από τα L_4 και L_5 .

5.2 Μοντέλα αερίου με $R_c/R_b \approx 1.5$

Επιβάλλοντας μεγαλύτερη ταχύτητα περιστροφής στο μοντέλο μας, μειώνουμε το λόγο της ακτίνας της συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου, R_c/R_b . Για $\Omega_p = 30$ km s⁻¹ kpc⁻¹ ο λόγος γίνεται $R_c/R_b \approx 1.5$. Επιπλέον, τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_1 , L_2 απομακρύνονται από τον μεγάλο άξονα της ράβδου, ο οποίος πρακτικά ταυτίζεται με τον y-άξονα του μοντέλου. Στην περίπτωση αυτή έχουμε για τα $L_{1,2}$ (x, y) \approx ($\mp 2.7, \pm 3.5$). Η τε-



Σχήμα 5.2: Πεδία ταχυτήτων στα στιγμιότυπα του μοντέλου του Σχ. 5.1. Το Σχ. 5.2a αντιστοιχεί στην εικόνα του μοντέλου του Σχ. 5.1a, ενώ το Σχ. 5.2b στο Σχ. 5.1b. Τα Σχ. 5.2c και Σχ. 5.2e είναι μεγεθύνσεις συγκεκριμένων περιοχών του Σχ. 5.2a. Τα Σχ. 5.2d και Σχ. 5.2f αντιστοιχούν σε μεγεθύνσεις περιοχών του Σχ. 5.2b. Στα Σχ. 5.2a και Σχ. 5.2b τα μπλε σύμβολα σημειώνουν τις θέσεις των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων.

λική απόκριση του μοντέλου δίνεται στο Σχ. 5.3a και το πεδίο ταχυτήτων που περιγράφει τη ροή στο Σχ. 5.3b. Στο Σχ. 5.3a παρατηρούμε ότι στο τέλος της προσομοίωσης η ράβδος περιβάλλεται από έναν πλατύ ψευδοδακτύλιο και στο Σχ. 5.3b ότι έχουμε μια περιοχή με πολύ μικρές ταχύτητες που εκτείνεται και από τις δύο μεριές του κύκλου της συμπεριστροφής και η οποία συμπίπτει με την περιοχή του δακτυλίου. Ο δακτύλιος δημιουργείται καθώς σωμάτια παγιδεύονται σε τροχιές γύρω από τα ευσταθή Λαγκρανζιανά σημεία L_4 και L_5 . Πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής συναντάμε και πάλι τη ροή που αντιστοιχεί στις χαοτικές τροχιές της αστρικής συνιστώσας οι οποίες ξεκινούν από τα L_1 και L_2 (σημειώνονται με '*' στο Σχ. 5.3). Στα μοντέλα με $Ω_p ≥ 30$ km s⁻¹ kpc⁻¹ δεν συναντάμε ροή 'μεταπιπτουσών ελλείψεων' που να υποστηρίζει μια εσωτερική σπειροειδή δομή. Κατά μήκος των 'χαοτικών' σπειρών το μέγεθος των διανυσμάτων της ταχύτητας αυξάνεται καθώς τα σωμάτια απομακρύνονται από τα L_1 και L_2 .

Στα μοντέλα απόκρισης αερίου με $\Omega_p \leq 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (Σχ. 5.1) έχουμε δύο σετ σπειρών, ένα εσωτερικό και ένα εξωτερικό, τα οποία παρουσιάζουν ασυνέχεια μεταξύ τους, ενώ στα μοντέλα με $\Omega_p \gtrsim 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ μία σπειροειδή δομή με δύο βραχίονες. Για τον λόγο αυτό εξετάσαμε την πιθανότητα να έχουμε στα μοντέλα απόκρισης αερίου τη συνεργασία δύο δυναμικών μηχανισμών, της ροής 'μεταπιπτουσών ελλείψεων' και τις 'χαοτικές σπείρες' στη δημιουργία ενός ενιαίου, ισχυρού κρουστικού κύματος που να διαπερνά τη συμπεριστροφή.

5.3 Η δυνατότητα ύπαρξης ενιαίας σπειροειδούς δομής

Μεταβάλλοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, Ω_p , διαπιστώσαμε ότι για $\Omega_p \approx 20 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, όπου έχουμε $R_c/R_b \approx 1.9$, πλησιάζουμε μια κατάσταση στην οποία παρατηρείται ένα είδος συνέχειας της σπειροειδούς δομής εντός και εκτός της συμπεριστροφής. Παρόλα αυτά, ενιαίους σπειροειδείς βραχίονες με μια σχεδόν σταθερή πυκνότητα βρίσκουμε μόνο κατά τη διάρκεια των δύο πρώτων περιστροφών του συστήματος, όπου αυξάνουμε σταδιακά το πλάτος της διαταραχής. Ήδη από το τέλος της τρίτης περιστροφής παρατηρείται μια σημαντική μείωση της επιφανειακής πυκνότητας στους βραχίονες πέραν της συμπεριστροφής. Τα αποτελέσματα της απόκρισης του μοντέλου μετά από 6 περιστροφές του συστήματος δίνονται στο Σχ. 5.4a, όπου παρατη-



Σχήμα 5.3: Μοντέλο απόκρισης αερίου με $\Omega_p = 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. (a) Στιγμιότυπο του μοντέλου μετά από 7 περιστροφές του συστήματος. (b) Το αντίστοιχο πεδίο ταχυτήτων. Οι κύκλοι σημειώνουν τη θέση της συμπεριστροφής και τα σύμβολα '*' στο (a) τη θέση των L_1 και L_2 .



Σχήμα 5.4: Μοντέλο απόκρισης αερίου με $\Omega_p = 20 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. (a) Στιγμιότυπο του μοντέλου μετά από 6 περιστροφές του συστήματος. Παρατηρούμε μια δομή ενός διπλού κρουστικού κύματος εσωτερικά της συμπεριστροφής. Εκτός της συμπεριστροφής (κύκλος) η επιφανειακή πυκνότητα των σπειροειδών βραχιόνων μειώνεται χαρακτηριστικά. (b) Το αντίστοιχο πεδίο ταχυτήτων.

ρούμε μια απότομη μείωση της έντασης των σπειροειδών βραχιόνων καθώς διασχίζουμε τη συμπεριστροφή. Ο λόγος για τη μείωση αυτή είναι αντίστοιχος με την περίπτωση που εξετάσαμε για $\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ και αφορά τη σταδιακή μείωση των σωματίων που κινούνται γύρω από τα L_4 και L_5 . Στο Σχ. 5.4b παρατηρούμε σωμάτια που ενισχύουν τις εξωτερικές σπείρες χωρίς να επισκέπτονται τη γειτονιά των L_1 και L_2 . Σε μεταγενέστερους χρόνους όμως δεν συμβαίνει πλέον κάτι τέτοιο και η επιφανειακή πυκνότητα των εξωτερικών σπειρών φθίνει.

Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό αυτού του μοντέλου είναι ότι αντί ενός ψευδοδακτύλιου γύρω από τη ράβδο, όπως στην περίπτωση με $\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ έχουμε ένα σχίσιμο των βραχιόνων εσωτερικά της συμπεριστροφής. Μια παρόμοια μορφολογία συναντάμε στον γαλαξία ESO 566-24, που μοντελοποιήθηκε από τους Rautiainen et al. (2004).

5.4 Σύγκριση των ροών αστέρων και αερίου

Στο βασικό μας μοντέλο με $\Omega_p = 15 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ οι εσωτερικές σπείρες βρίσκονται εντός μιας οβάλ περιοχής που τις διαχωρίζει από τις εξωτερικές 'χαοτικές' σπείρες (Σχ.3.2b).

Σε όλα τα αστρικά μοντέλα στα οποία συνυπάρχουν δύο σετ σπειρών (εσωτερικές και εξωτερικές) παρατηρήθηκε ασυνέχεια μεταξύ τους. Στην περίπτωση του μοντέλου του αερίου με $\Omega_p = 20 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ όπου είχαμε την πιο ομαλή μετάβαση από την εσωτερική στην εξωτερική σπειροειδή δομή, η αντίστοιχη αστρική απόκριση παρουσίασε σημαντικές διαφορές στην μορφολογία από αυτήν του Σχ. 5.4 ειδικά στην περιοχή εσωτερικά της συμπεριστροφής. Αυτό είναι εμφανές στο Σχ. 5.5. Στο Σχ. 5.5a παρατηρούμε εσωτερικά της συμπεριστροφής έναν διπλό δακτύλιο αντί για μία σπειροειδή δομή. Έναν εσωτερικό, κιβωτιόσχημο δακτύλιο με τέσσερα απόκεντρα που περιβάλλει τη ράβδο και έναν ρομβοειδή δεύτερο δακτύλιο που περιβάλλει τον πρώτο. Στο μοντέλο αυτό υπολογίσαμε τις περιοδικές τροχιές της κεντρικής οικογένειας, x1, καθώς και τις ημιπεριοδικές τροχιές που σχετίζονται με αυτές και βρήκαμε ότι τον πρώτο εσωτερικό δακτύλιο υποστηρίζουν οι τροχιές της x1 στην περιοχή του συντονισμού 4:1, ενώ τον δακτύλιο που εκτείνεται σε μεγαλύτερες αποστάσεις ημιπεριοδικές τροχιές κυρίως γύρω από την οικογένεια 6:1. Στην περίπτωση του αερίου το μορφολογικό χαρακτηριστικό που αντιστοιχεί στον διπλό δακτύλιο είναι μια σπειροειδής δομή που εμφανίζει διπλά shock. Μπορεί να περιγραφεί ως μια ψευδο-τετραπλή σπειροειδής δομή. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειώσουμε ότι αντίθετα με τη μορφολογία του μοντέλου αερίου που απαντάται σε κάποιους γαλαξίες, η μορφολογία του αστρικού μοντέλου με τη δομή του διπλού δακτυλίου είναι ασυνήθης. Πέραν της συμπεριστροφής οι ροές αερίου και αστέρων είναι παρόμοιες (συγκρίνουμε τα Σχ. 5.4b και Σχ. 5.5b) αν και κοντά στη συμπεριστροφή τα βέλη των ταχυτήτων των σωματίων που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες υποδεικνύουν μεγαλύτερη διασπορά στην αστρική περίπτωση.

Επίσης στην περίπτωση του μοντέλου με $\Omega_p = 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}(R_c/R_b \approx 1.5)$, όπου η απόκριση του αερίου απεικονίζεται στο Σχ. 5.3, καταλήγουμε σε παρόμοια συμπεράσματα σχετικά με τη σύγκριση των ροών. Όπως βλέπουμε στο Σχ. 5.6 όπου δίνεται το αντίστοιχο μοντέλο απόκρισης της αστρικής συνιστώσας του μοντέλου αυτού, οι ροές των αστέρων και του αερίου είναι παρόμοιες. Παρόλα αυτά τα βέλη των ταχυτήτων στο αστρικό μοντέλο στην περιοχή των σπειρών εμφανίζουν μεγαλύτερη διασπορά.

Γενικά, συγκρίνοντας τις ροές των αστέρων και του αερίου σε μοντέλα



Σχήμα 5.5: Η αστρική απόκριση του μοντέλου με $\Omega_p = 20 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (προς σύγκριση με το Σχ. 5.4). (a) Η μορφολογία του μοντέλου απόκρισης. (b) Το πεδίο ταχυτήτων του μοντέλου.


Σχήμα 5.6: Το πεδίο ταχυτήτων του αστρικού μοντέλου με $\Omega_p = 30 \text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Παρατηρούμε αυξημένη διασπορά ταχυτήτων στην περιοχή των 'χαοτικών' σπειρών σε σύγκριση με την αντίστοιχη περιοχή του μοντέλου του αερίου που δίνεται στο Σχ. 5.3b.

απόκρισης που ξεκινούν από τις ίδιες αρχικές συνθήκες μπορούμε να παρατηρήσουμε μια εμφανή ομοιότητα πέραν της συμπεριστροφής. Εσωτερικά της συμπεριστροφής τα μοντέλα αερίου έχουν ομαλότερη απόκριση από ότι τα αστρικά. Στις περιπτώσεις που βρήκαμε σπείρες εσωτερικά της συμπεριστροφής, στα αστρικά μοντέλα αυτές ήταν πιο πλατιές και λιγότερο καλά ορισμένες. Τα αστρικά μοντέλα χαρακτηρίζονται από μεγάλες διασπορές ταχυτήτων.

Σε όλες τις περιπτώσεις με $15 < \Omega_p < 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ οι εξωτερικοί σπειροειδείς βραχίονες μπορούν να προσεγγιστούν με μια λογαριθμική σπείρα $15 - 17^\circ$, για ένα αζιμουθιακό εύρος τουλάχιστον 140° πέρα από τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία. Για μεγαλύτερες αζιμουθιακές αποστάσεις όμως η γωνία κλίσης των σπειρών μειώνεται σημαντικά. Οι διακυμάνσεις της γωνίας κλίσης των 'χαοτικών' σπειρών στα διάφορα μοντέλα είναι μικρές, αντιθέτως με τις εσωτερικές σπείρες, οι οποίες ανοίγουν καθώς το Ω_p μειώνεται. Στα μοντέλα μας συγκρίναμε τις γωνίες κλίσης των σπειρών της αέριας και της αντίστοιχης αστρικής συνιστώσας και βρήκαμε ότι πέραν της συμπεριστροφής μεταβάλλονται εντός του ίδιου εύρους. Απαιτείται μία πιο συστηματική μελέτη για να διερευνηθεί η γενικότητα του αποτελέσματος αυτού.

5.5 Μοντέλα με διαφορετικά πλάτη διαταραχής

Όλα τα μαντέλα που έχουμε παρουσιάσει μέχρι τώρα έχουν τους ίδιους συντελεστές $\Phi_0(R)$, $\Phi_{mc}(R)$ και $\Phi_{ms}(R)$ με αυτούς του δυναμικού της Εξ.(2.1). Πέραν όμως από το μοντέλο αυτό, που το θεωρούμε σαν το 'βασικό' μας μοντέλο, μελετήσαμε και άλλα με δυναμικά που έχουν τη μορφή της Εξ.(2.1) αλλά έχουν διαφορετικά πλάτη Φ_{mc,ms} και άρα διαφορετικές διακυμάνσεις της δύναμης της διαταραχής πάνω στο δίσκο (βλ. Παράρτημα Ε'). Ορίζουμε ως μέγιστη διαταραχή σε μία ακτίνα το λόγο της μέγιστης δύναμης της διαταραχής $F_p max(R) = [(\partial \Phi_p / \partial R)^2 + (R^{-1} \partial \Phi_p / \partial \varphi)^2]^{1/2}$ προς την αξισυμμετρική δύναμη στην ίδια ακτίνα $F_0(R) = |d\Phi_0/dR|$, όπου $\Phi_p(R, \varphi)$ και $\Phi_0(R)$ είναι τα πλάτη των όρων της διαταραχής και του αξισυμμετρικού δυναμικού στην Εξ.(2.1). Στα μοντέλα με τα διαφορετικά πλάτη που εξετάσαμε, ο λόγος $F_p max/F_0$ ήταν πάντοτε μικρότερος στην περιοχή της ράβδου από ότι στο αντίστοιχο 'βασικό μοντέλο' σε ένα ποσοστό μέχρι και 60%, ενώ σε μεγαλύτερες αποστάσεις είχε μεταβολές που κυμαίνονταν μεταξύ των τιμών $0.25 < F_p max/F_0 < 0.6$ γύρω από τις τιμές του 'βασικού' μοντέλου. Οι ροές που εντοπίσαμε στα μοντέλα αυτά είναι ποιοτικά παρόμοιες με τις ροές που έχουμε περιγράψει μέχρι



Σχήμα 5.7: Η μέγιστη διαταραχή ως συνάρτηση της ακτίνας για το 'βασικό' μοντέλο και το μοντέλο 't1'. Το μοντέλο 't1' έχει μικρότερη διαταραχή στην περιοχή της ράβδου, ενώ κυμαίνεται γύρω από τις τιμές του 'βασικού' μοντέλου στα εξωτερικά μέρη. Η συνεχής γραμμή αντιστοιχεί στο 'βασικό' μοντέλο.

τώρα, όμως συγκρίνοντας δύο μοντέλα με ίδια γωνιακή ταχύτητα περιστροφής και διαφορετικά πλάτη στο δυναμικό που επιβάλλουμε παρατηρούμε ότι διαφέρουν στα επιμέρους μορφολογικά και κινηματικά τους χαρακτηριστικά. Παράδειγμα τέτοιων αποκλίσεων από το 'βασικό' μοντέλο παρουσιάζονται σε ένα μοντέλο που ονομάζουμε 't1' και το οποίο εμφανίζει τις σχετικά πιο σημαντικές μορφολογικές διαφορές. Στο Σχ. 5.7 δίνονται οι λόγοι F_pmax/F_0 για τα δύο μοντέλα. Οι αποκλίσεις της μέγιστης διαταραχής του μοντέλου 't1' από το 'βασικό' μοντέλο είναι της τάξεως -40% για την περιοχή της ράβδου και ±25% στα εξωτερικά μέρη.

Στο Σχ. 5.8a δίνεται η απόκριση του αερίου του μοντέλου 't1' με γωνιακή ταχύτητα περιστροφής Ω_p =30 km s⁻¹ kpc⁻¹ και στο Σχ. 5.8b το αντίστοιχο πεδίο ταχυτήτων. Το σχήμα αυτό μπορεί να συγκριθεί με το Σχ. 5.3 όπου παρουσιάζεται η απόκριση του αερίου του 'βασικού' μοντέλου με ίδια γωνιακή



Σχήμα 5.8: (a) Η απόκριση του αερίου του μοντέλου 't1' με Ω_p =30 km s⁻¹ kpc⁻¹. (b) Το πεδίο ταχυτήτων του μοντέλου.

ταχύτητα περιστροφής. Συγκρίνοντας τα δύο σχήματα παρατηρούμε ότι οι ροές είναι ποιοτικά παρόμοιες. Εσωτερικά της συμπεριστροφής κυριαρχεί η ροή γύρω από το κέντρο του γαλαξία, όπως ορίζει η ύπαρξη ευσταθών οικογενειών περιοδικών τροχιών στην περίπτωση του αστρικού μοντέλου, ενώ στην περιοχή πέραν της συμπεριστροφής η μορφολογία χαρακτηρίζεται από βραχίονες αερίου που αντιστοιχούν στις 'χαοτικές' σπείρες. Τα μορφολογικά αυτά χαρακτηριστικά διατηρούνται παρά τις μεταβολές των δυνάμεων που επενεργούν στον δίσκο και οδηγούν σε διαφορές πυκνότητας στις μεσοβραχιόνιες περιοχές και στις περιοχές μεταξύ ράβδου και σπειροειδών βραχιόνων. Στο Σχ. 5.3a βλέπουμε ότι η περιοχή γύρω από τη ράβδο είναι σχεδόν άδεια από σωμάτια, ενώ στο Σχ. 5.8a η ράβδος περιβάλλεται από μια περιοχή οβάλ σχήματος από τα άκρα της οποίας ξεκινούν οι 'χαοτικές' σπείρες. Επιπλέον, το κομμάτι μεταξύ της οβάλ περιοχής και των 'χαοτικών' σπειρών στις δύο περιπτώσεις εμφανίζει και αυτό μία 'αντίστροφη' μορφολογία. Στο Σχ. 5.3a στην περιοχή αυτή συναντάμε πολύ περισσότερα σωμάτια από ότι στο Σχ. 5.8a. Στο μοντέλο 't1' (Σχ. 5.8) δεν παρατηρούμε τον σχηματισμό κάποιου δακτυλίου από σωμάτια που παγιδεύονται γύρω από τα L4,5 όπως συμβαίνει στο 'βασικό' μας μοντέλο (Σχ. 5.3a). Ένα χαρακτηριστικό που διατηρείται παρά τις μεταβολές στα πλάτη των μοντέλων είναι η γωνία κλίσης των σπειρών στους εξωτερικούς βραχίονες, η οποία για γωνιακές ταχύτητες $15 < \Omega_p < 30$ km s⁻¹ kpc⁻¹ παρέμεινε σε ένα εύρος 15-17° διαγράφοντας αζιμουθιακές αποστάσεις περίπου 140° κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού πέρα από τα $L_{1,2}$. Σε όλες τις περιπτώσεις που μελετήσαμε η γωνία κλίσης των σπειρών σε μεγαλύτερες αποστάσεις μίκραινε. Στο Σχ. 5.8a η καμπύλη γαλάζιου χρώματος που έχει σχεδιαστεί είναι μια λογαριθμική σπείρα με γωνία κλίσης $i = 17^{\circ}$. Παρατηρούμε ότι διέρχεται από τους σπειροειδείς βραχίονες στο τμήμα από την περιοχή της συμπεριστροφής, που παριστάνεται στο σχήμα με έναν κύκλο, μέχρι το σημείο όπου οι σπείρες πλησιάζουν τον άξονα y = 0. Στη συνέχεια τα μέγιστα της πυκνότητας των σπειροειδών βραχιόνων ταυτίζονται με μια λογαριθμική σπείρα με γωνία κλίσης $i = 4^{\circ}$ (κόκκινη καμπύλη). Παρατηρούμε επίσης ότι πέρα από τα σημεία που σημειώνονται στο Σχ. 5.8a με βέλη ένα μεγάλο ποσοστό σωματίων κινούνται προς τον αντίθετο σπειροειδή βραχίονα που ξεκινά από το γειτονικό ασταθές Λαγκρανζιανό σημείο.

5.6 Σχηματισμός συμπυκνώσεων στους βραχίονες

Στην πλειοψηφία των μοντέλων μας εμφανίζονται δύο σετ συμμετρικών σπειρών, ένα εντός της συμπεριστροφής και ένα εκτός, τα οποία υποστηρίζονται από δύο διαφορετικούς δυναμικούς μηχανισμούς. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις σπειρών παρατηρούμε πάνω στους βραχίονες περιοχές με αυξημένη τοπικά επιφανειακή πυκνότητα. Το φαινόμενο αυτό το παρουσιάζουμε σε δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις του βασικού μας δυναμικού στο Σχ. 5.9. Στο Σχ. 5.9a παρουσιάζονται οι συμπυκνώσεις κατά μήκος των σπειρών εσωτερικά της συμπεριστροφής, η οποία παριστάνεται με έναν κύκλο σε ακτίνα R = 8.85 kpc για το μοντέλο αερίου με $\Omega_p = 15$ km s⁻¹ kpc⁻¹. Για να παρατηρήσουμε καλύτερα τη ροή του αερίου στις περιοχές όπου σχηματίζονται οι συμπυκνώσεις δίνουμε σε μεγέθυνση μια τέτοια περιοχή κάτω από το κυρίως σχήμα. Η ροή που παρατηρούμε είναι μια χαρακτηριστική ροή αερίου στην περιοχή των σπειρών όπως προβλέπεται από την κλασική θεωρία κυμάτων πυκνότητας (βλ. Shu et al. 1973). Εσωτερικά της συμπεριστροφής η ροή του αερίου έχει φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού, είναι δηλαδή από τα δεξιά προς τα αριστερά στο σχήμα μας, όπως φαίνεται από τα διανύσματα στο πεδίο ταχυτήτων που δίνεται στη μεγέθυνση. Καθώς τα σωμάτια διαπερνούν τους σπειροειδείς βραχίονες, όπου το αέριο σχηματίζει κρουστικά κύματα, αλλάζουν απότομα κατεύθυνση και κατευθύνονται προς τα κάτω πλησιάζοντας πολύ μεταξύ τους. Οι συμπυκνώσεις σχηματίζονται μπροστά από την καμπύλη κατά μήκος της οποίας έχουμε τη μεταβολή στη διεύθυνση των διανυσμάτων. Η επιφανειακή πυκνότητα της περιοχής αυξάνεται επίσης απότομα.

Η κατάσταση που επικρατεί στην περιοχή των 'χαοτικών' σπειρών είναι διαφορετική από αυτή που περιγράψαμε για τις εσωτερικές σπείρες. Τα σωμάτια του αερίου που συμμετέχουν στη ροή αυτή προέρχονται εν γένει από μικρότερες ακτίνες στο εσωτερικό του δίσκου και φτάνουν στις εξωτερικές σπείρες αφού περάσουν την περιοχή της συμπεριστροφής. Η ύλη που περνά από τις 'πύλες' των L_1 και L_2 και μεταφέρεται πέραν της συμπεριστροφής οργανώνεται σαν ροή μέσα σε σωλήνα και κινείται στην περίπτωση αυτή στα μοντέλα μας σύμφωνα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Οι ταχύτητες των σωματίων αυξάνουν καθώς απομακρύνονται από τα Λαγκρανζιανά σημεία. Το γεγονός αυτό συμβαίνει στις αποκρίσεις και της αστρικής και της αέριας συνιστώσας, όμως στην περίπτωση της ροής του αερίου το φαινόμενο είναι πιο εμφανές (Σχ. 5.2, Σχ. 5.3, Σχ. 5.4, Σχ. 5.8). Οι αντίστοιχες αστρικές ροές είναι παρόμοιες με αυτές του αερίου έχοντας όμως μια αξιοσημείωτη

διαφορά. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα Σχ. 5.5b και Σχ. 5.6 τα σωμάτια που πλησιάζουν την περιοχή των L1 και L2 στις αστρικές ροές προερχόμενα από τον αντίθετο σπειροειδή βραχίονα, διαπερνούν τον βραχίονα που ξεκινά από το γειτονικό Λαγκρανζιανό σημείο αυξάνοντας τοπικά με τον τρόπο αυτό τη διασπορά των ταχυτήτων. Αυτή η αστρική ροή έρχεται σε συμφωνία με εκείνη που προέβλεπε η παρουσία των ασταθών αναλλοίωτων πολλαπλοτήτων (Tsoutsis et al. 2009). Αντιθέτως με τους αστέρες τα σωμάτια αερίου δεν διασχίζουν τους σπειροειδείς βραχίονες αλλά ολισθαίνουν κατά μήκος αυτών συνεισφέροντας σε μια τοπική αύξηση της πυκνότητας ειδικά στην περιοχή του εξωτερικού τους ορίου. Στο Σχ. 5.9b παρουσιάζονται οι λεπτομέρειες του σχηματισμού συμπυκνώσεων στην περιοχή των 'χαοτικών' σπειρών λαμβάνοντας ως παράδειγμα την απόκριση του 'βασικού' μας δυναμικού με ταχύτητα περιστροφής $\Omega_p=30$ km s⁻¹ kpc⁻¹. Και στην περίπτωση αυτή παρατηρούμε μεταβολή στη διεύθυνση των διανυσμάτων της ταχύτητας κατά μήκος του εξωτερικού ορίου των βραχιόνων, όπου σωμάτια από τον αντίθετο βραχίονα ενσωματώνονται και συμμετέχουν στη ροή. Εκεί τα σωμάτια εκτρέπονται από την αρχική τους πορεία και συνεχίζουν να κινούνται κατά μήκος της σπείρας. Σε πολλά μοντέλα, ειδικά στην αρχική φάση όπου αυξάνεται σταδιακά το πλάτος της διαταραχής, υπάρχουν επίσης σωμάτια που ενισχύουν την τοπική πυκνότητα των σπειρών στην εσωτερική τους μεριά με παρόμοιο τρόπο. Παρατηρώντας συνολικά τα σχήματα που περιγράφουν τη ροή αερίου στις εξωτερικές σπείρες μπορούμε να πούμε ότι αναμένεται να σχηματιστούν περισσότερες συμπυκνώσεις μέσω του μηχανισμού που περιγράψαμε σε αζιμουθιακή απόσταση $\pi/2$ από τα L_1 και L_2 κατά τη διεύθυνση της κίνησης από ότι σε μεγαλύτερες αποστάσεις όπου δεν έχουμε προσέλευση υλικού από τον αντίθετο βραχίονα.



Σχήμα 5.9: Σχηματισμός συμπυκνώσεων κατά μήκος των σπειροειδών βραχιόνων. (a) Συμπυκνώσεις εσωτερικά της συμπεριστροφής που δημιουργούνται μέσω του μηχανισμού των 'μεταπιπτουσών ελλείψεων'. (b) Σχηματισμός συμπυκνώσεων στην περιοχή των 'χαοτικών' σπειρών. Λεπτομέρειες της ροής σε χαρακτηριστικές περιοχές που βρίσκονται εντός των πλαισίων δίνονται στις μεγεθύνσεις που βρίσκονται στο κάτω μέρος των σχημάτων (a) και (b).

5.7 Σύνοψη

Στο παρόν κεφάλαιο μελετήσαμε τη σχέση των ροών της αστρικής και της αέριας συνιστώσας στην περιοχή των σπειροειδών βραχιόνων σε μοντέλα απόκρισης ραβδωτών-σπειροειδών γαλαξιών. Στα μοντέλα αυτά οι γωνιακές ταχύτητες που χρησιμοποιήσαμε έχουν επιλεγεί έτσι ώστε ο λόγος της ακτίνας της συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου να είναι μεταξύ των τιμών 1.9 < R_c/R_b < 3. Στις αποκρίσεις των παραπάνω μοντέλων (αστέρων και αερίου) βρίσκουμε εν γένει δύο σετ σπειρών, ένα εσωτερικά της συμπεριστροφής και ένα πέραν από αυτή. Στην περιοχή εσωτερικά της συμπεριστροφής οι δομές που παρατηρούνται, δηλαδή η ράβδος και οι 'εσωτερικές' σπείρες, σχετίζονται με τις ροές οργανωμένων τροχιών, ενώ εξωτερικά της συμπεριστροφής οι σπείρες σχετίζονται με χαοτικές τροχιές και τις δημιουργούμενες 'χαοτικές' σπείρες.

Σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάσαμε η γωνία κλίσης των εξωτερικών σπειρών παρέμενε στο εύρος 15-17° για μια αζιμουθιακή απόσταση 140° μετά το πέρας των L₁ και L₂ και στη συνέχεια μίκραινε.

Η βασική διαφορά που παρατηρήσαμε μεταξύ των ροών των αστέρων και του αερίου στην περιοχή εξωτερικά της συμπεριστροφής είναι η σημαντικά μικρότερη διασπορά ταχυτήτων στην περίπτωση του αερίου. Από την άλλη μεριά, εσωτερικά της συμπεριστροφής σε όλα τα μοντέλα απόκρισης του αερίου παρατηρείται μια έντονη, καλά ορισμένη σπειροειδής δομής, ενώ στα αστρικά μοντέλα οι αντίστοιχες σπείρες, αν υπάρχουν, είναι πιο πλατιές. Στις περισσότερα περιπτώσεις οι εσωτερική σπειροειδής δομή περιβάλλεται από μια περιοχή οβάλ σχήματος που τη διαχωρίζει από τις εξωτερικές σπείρες. Αυτό το φαινόμενο όμως είναι πιο έντονο στα αστρικά μοντέλα. Η επιφανειακή πυκνότητα του εσωτερικού συστήματος ράβδου-σπειρών είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την επιφανειακή πυκνότητα των εξωτερικών σπειρών.

Στα μοντέλα του αερίου παρατηρήσαμε συμπυκνώσεις που σχηματίζονται πάνω στους βραχίονες. Στην περιοχή εσωτερικά της συμπεριστροφής το φαινόμενο αυτό οφείλεται στα κρουστικά κύματα που δημιουργεί το αέριο πάνω στις σπείρες καθώς περιφέρεται γύρω από το κέντρο του συστήματος, ενώ εξωτερικά της συμπεριστροφής οι συμπυκνώσεις σχηματίζονται καθώς οι ροές στους δύο βραχίονες πλησιάζουν μεταξύ τους, κοντά στην περιοχή των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

6.1 Συμπεράσματα που αφορούν το 'γενικό' μοντέλο

Στο πρώτο μέρος της διατριβής (κεφάλαιο 3) μελετήσαμε τους δυναμικούς μηχανισμούς που διαμορφώνουν μία μορφολογία ενός ραβδωτού-σπειροειδούς γαλαξία σε ένα αστρικό μοντέλο απόκρισης που χαρακτηρίσαμε σαν γενική περίπτωση. Η δυναμική αυτής της περίπτωσης αποτυπώνεται στο Σχ. 3.2b. Η γενικότητα αναφέρεται στη συμμετοχή τριών διαφορετικών δυναμικών μηχανισμών για τη δημιουργία των παρατηρούμενων δομών. Οι μηχανισμοί αυτοί γίνονται αντιληπτοί λόγω της επιλογής της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής που εξωθεί τα Λαγκρανζιανά σημεία μακριά από το τέλος της ράβδου. Για πρακτικούς λόγους η δυνατότητα παρατήρησης των δημιουργούμενων δομών διευκολύνεται από το γεγονός ότι το μοντέλο μας έχει από κατασκευής αρκετά σωμάτια σε αποστάσεις μέχρι και τέσσερις φορές την ακτίνα της ράβδου. Αυτό μας επιτρέπει να μελετήσουμε με λεπτομέρεια τους δυναμικούς μηχανισμούς που λαμβάνουν χώρα στις περιοχές αυτές. Υποστηρίζουμε ότι η δυναμική που παρουσιάσαμε σε αυτό το μοντέλο γεφυρώνει τη δυναμική των ραβδωτών και των κανονικών σπειροειδών γαλαξιών. Οι δυναμικοί μηχανισμοί που επενεργούν στο μοντέλο μας συνοψίζονται ως εξής:

 Οργανωμένες ελλειπτικές τροχιές. Τέτοιες τροχιές διαμορφώνουν τη ράβδο και τις εσωτερικές σπείρες (τους ισχυρούς σπειροειδείς βραχίονες που σημειώνονται με 'A' στο Σχ. 3.2c). Η ράβδος σχηματίζεται όπως συνήθως από ημιπεριοδικές τροχιές που παγιδεύονται γύρω από ευσταθείς περιοδικές τροχιές της κεντρικής οικογένειας x1. Στο κεντρικό μέρος της ράβδου έχουμε το σχηματισμό μιας κιβωτιόσχημης (boxy) δομής (Σχ. 3.3). Η ράβδος συνολικά υποστηρίζεται από ημιπεριοδικές τροχιές παγιδευμένες γύρω από ευσταθείς περιοδικές τροχιές της οικογένειας x1. Σε αποστάσεις μεγαλύτερες αυτής του τέλους της ράβδου οι ελλείψεις της οικογένειας περιοδικών τροχιών x1 μεταπίπτουν διαδοχικά καθώς μεταβάλλεται η ενέργειά τους. Έτσι υποστηρίζουν τις εσωτερικές σπείρες με ημιπεριοδικές τροχιές που ακολουθούν μια οργανωμένη ροή (Σχ. 3.7).

- 2. Χαοτικές τροχιές εσωτερικά της συμπεριστροφής. Στο μοντέλο μας τέτοιες τροχιές (Σχ. 3.10) σε ένα συγκεκριμένο ενεργειακό εύρος ενισχύουν προεκτάσεις των σπειρών στον δακτύλιο '2' (Σχ. 3.5a). Είναι η δεύτερη φορά που απαντάται το φαινόμενο όπου χαοτικές τροχιές εντός της συμπεριστροφής υποστηρίζουν μία δομή (βλ. Patsis & Kalapotharakos 2011). Οι τροχιές αυτές συμβάλλουν επίσης στην πυκνότητα της οβάλ περιοχής που περιβάλλει την εσωτερική δομή ράβδου-σπειρών.
- 3. Θερμός αστρικός πληθυσμός. Ο πληθυσμός αυτός αποτελεί τη σημαντικότερη κατηγορία τροχιών για τη συνολική μορφολογία του μοντέλου. Διαμορφώνει τους εξωτερικούς σπειροειδείς βραχίονες μεταφέροντας σωμάτια από το εσωτερικό μέρος του δίσκου, εντός της συμπεριστροφής όπου έχουμε τις εσωτερικές σπείρες, 'A' στο Σχ. 3.2c, στο εξωτερικό μέρος, πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής (όπου έχουμε τις εξωτερικός σπειροειδείς βραχίονες μεταφέροντας σύμεος, πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής (όπου έχουμε τις εδωτερικός σπείρες, 'A' στο Σχ. 3.2c, στο εξωτερικό μέρος, πέρα από την περιοχή της συμπεριστροφής (όπου έχουμε τις εξωτερικές σπείρες, 'B' στο Σχ. 3.2c) δια μέσου των 'πυλών' των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων L₁ και L₂. Στο μοντέλο μας το πλήθος των τροχιών που επιστρέφουν στη συνέχεια στο εσωτερικό μέρος του δίσκου εντός χρόνου 8 περιστροφών (T₈) είναι σημαντικά μικρότερο από εκείνες που παραμένουν εξωτερικά της συμπεριστροφής ή πρακτικά διαφεύγουν. Όμως οι περιορισμοί του μοντέλου δεν μας επιτρέπουν να αποφανθούμε για τη γενικότητα αυτού του συμπεράσματος.

Οι χαοτικές τροχιές με $E_J > E_{(L_{1,2})}$ είναι αναμενόμενο ότι θα επισκεφθούν όλον τον διαθέσιμο φασικό χώρο εάν τις ολοκληρώσουμε για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ωστόσο, τουλάχιστον για το χρονικό διάστημα T_8 βρίσκουμε ότι οι εξωτερικές σπείρες του μοντέλου μας ενισχύονται από χαοτικές τροχιές που περιλαμβάνουν δύο διαφορετικά αποτυπώματα (imprints) στη μορφολογία τους ανάλογα με τις αρχικές τους συνθήκες. Τις τροχιές αυτές τις ονομάζουμε τύπου '4:1' και τύπου 'lpb' διότι ακολουθούν για μεγάλο μέρος του χρόνου T_8 μία μορφολογία που θυμίζει είτε ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από τροχιές στον συντονισμό 4:1 είτε ημιπεριοδικές τροχιές γύρω από long-period banana τροχιές (Contopoulos & Grosbøl 1989) αντίστοιχα.

(α) **Τροχιές τύπου '4:1'**. Η μορφολογία αυτή των τροχιών απαντάται συχνότερα στις τροχιές του θερμού αστρικού πληθυσμού που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες για τον χρόνο που αυτές παραμένουν εντός της συμπεριστροφής (Σχ. 3.12b και Σχ. 3.16d). Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο εφόσον η μορφολογία αυτή των χαοτικών τροχιών εντός της συμπεριστροφής υπάρχει ήδη στην ενέργεια των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων ($E_{(L_{1,2})} = -27772$). Συνεχίζει δε να απαντάται σε όλες τις ενέργειες που βρίσκουμε σωμάτια (μέσω της στατιστικής ανάλυσης των ενεργειών τους) στις τροχιές που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες. Όσο χαμηλότερη είναι η ενέργεια στην οποία βρίσκουμε τέτοιου τύπου χαοτικές τροχιές, τόσο περισσότερο χρόνο κατά μέσο όρο περνούν εντός της συμπεριστροφής ενισχύοντας έτσι την επιφανειακή πυκνότητα της οβάλ περιοχής στο εσωτερικό του δίσκου.

(β) **Τροχιές τύπου 'lpb**'. Αυτήν την κατηγορία χαοτικών τροχιών τη συναντάμε για $E_J \ge -27000$ όπου η οικογένεια των 'long period banana' τροχιών εισάγεται στο σύστημα (Σχ. 3.15b, Σχ. 3.16b, Σχ. 3.17b και c). Το συνολικό ποσοστό των χαοτικών τροχιών που υποστηρίζουν τις εξωτερικές σπείρες και η μορφολογία τους εμφανίζει τα χαρακτηριστικά τροχιών του τύπου 'lpb' (Contopoulos & Grosbøl 1989) εντός του χρόνου T_8 είναι μικρότερο από εκείνο των τροχιών με χαρακτηριστικά τροχιών του τύπου '4:1'. Αντικατοπτρίζεται έτσι το ενεργειακό φάσμα μέσα στο οποίο συναντάμε κάθε κατηγορία τροχιών. Παρόλα αυτά, αυξάνεται και αυτός (Σχ. 3.15c, Σχ. 3.16c, Σχ. 3.17d).

6.2 Συμπεράσματα για αργά $(R_c/R_b \simeq 3.5)$ περιστρεφόμενα μοντέλα

Τα βασικά συμπεράσματα της μελέτης μας που αναφέρονται στη δυναμική αργά περιστρεφόμενων ραβδωτών-σπειροειδών μοντέλων στα οποία $R_c/R_b \simeq 3.5$ είναι τα εξής:

- Η χαρακτηριστική της κεντρικής οικογένειας περιλαμβάνει περιοδικές τροχιές τύπου x1, τύπου x2 όπως επίσης και ελλειπτικές τροχιές που μεταπίπτουν αν σχεδιαστούν σε διαφορετικές ενέργειες. Η καμπύλη χαρακτηρίζεται από μία αναδίπλωση που ονομάσαμε 'S' (Σχ. 4.4a). Είναι η περίπτωση δύο ενωμένων εφαπτομενικών διακλαδώσεων που συχνά ονομάζεται 'διευσταθής' (bistable) διακλάδωση. Κατά μήκος του 'S' οι περιοδικές τροχιές αλλάζουν τον προσανατολισμό τους. Όσο πιο αργά περιστρέφεται το μοντέλο, τόσο πιο έντονη είναι η αναδίπλωση. Το μοντέλο απόκρισης χτίζεται από τροχιές x1 μέχρι την ενέργεια των 'A' και 'A'' του Σχ. 4.4a και για μεγαλύτερες Ε_J από τροχιές που σχετίζονται με τον πάνω κλάδο του 'S'. Το μοντέλο επιλέγει τροχιές πηδώντας από το σημείο 'A' στο 'A'' στη χαρακτηριστική.
- 2. Η απότομη αλλαγή στον προσανατολισμό των τροχιών οδηγεί στον σχηματισμό ενός δακτυλίου στο μοντέλο απόκρισης που χτίζεται από τροχιές στο μέσο της χαρακτηριστικής, στην περιοχή του 'S'. Ο δακτύλιος δεν εκτείνεται κατά μήκος της ράβδου όπως συνήθως σε περιπτώσεις εσωτερικών δακτυλίων αλλά είναι σχεδόν κάθετος σε αυτήν. Έχουμε δηλαδή μια ενεργή x2 περιοχή μετά το τέλος της ράβδου. Ο προσανατολισμός και η μορφολογία του δακτυλίου θυμίζει περίσσοτερο κεντρικούς δακτύλιους (nuclear rings).
- 3. Οι ράβδοι που ενισχύονται κυρίως από κολλητικές χαοτικές τροχιές γύρω από τις νησίδες ευστάθειας της κεντρικής οικογένειας των περιοδικών τροχιών έχουν στις κεντρικές τους περιοχές μια κιβωτιόσχημη δομή που ενσωματώνει έναν σχηματισμό 'X' στο εσωτερικό της. Αυτός ο σχηματισμός γίνεται εμφανής επί του γαλαξιακού επιπέδου αν ενισχύσουμε το κοντράστ της εικόνας του μοντέλου μας. Μεταξύ των ραβδωτών-σπειροειδών μοντέλων που χρησιμοποιήσαμε στη μελέτη μας, εκείνα με την μικρότερη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, δηλαδή τα πιο αργά περιστρεφόμενα μοντέλα, εμφάνισαν εντονότερο σχηματισμό 'X' καθώς στις περιπτώσεις αυτές το 'X' καταλαμβάνει μεγαλύτερο

μέρος της ράβδου. Παρόλα αυτά ο δυναμικός μηχανισμός που ευθύνεται για τη δημιουργία του εντοπίζεται σε μεγαλύτερο εύρος γωνιακών ταχυτήτων περιστροφής, αφού εξαρτάται από το πλήθος των κολλητικών χαοτικών τροχιών που στελεχώνουν τη ράβδο.

6.3 Συμπεράσματα σχετικά με την υδροδυναμική των δίσκων

Μελετήσαμε την απόκριση του αερίου σε ραβδωτά-σπειροειδή δυναμικά που περιστρέφονται με μία γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, τέτοια ώστε τα μοντέλα που προκύπτουν να έχουν τον λόγο της ακτίνας της συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου μεταξύ των τιμών 1.9 < R_c/R_b < 3. Στη συνέχεια συγκρίναμε τα αέρια μοντέλα με τα αντίστοιχα αστρικά μοντέλα και διαπιστώσαμε μια συνολική ομοιότητα στις δύο ροές. Πιο συγκεκριμένα, εσωτερικά της συμπεριστροφής η ροή υποστηρίζεται και στις δύο περιπτώσεις από τον μηχανισμό των 'μεταπιπτουσών ελλείψεων', ενώ εξωτερικά της συμπεριστροφής η ροή υποστηρίζεται και στις δύο περιπτώσεις από τον μηχανισμό των 'μεταπιπτουσών ελλείψεων', ενώ εξωτερικά της συμπερίστροφής του συστήματος. Τα συμπεράσματα από τη μελέτη της απόκρισης των υδροδυναμικών μοντέλων με τη μέθοδο SPH είναι τα ακόλουθα:

 Για μεγάλο εύρος τιμών της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής τα μοντέλα μας αναπαράγουν μια μορφολογία που απαντάται σε grand design γαλαξίες με δύο σετ σπειροειδών βραχιόνων. Ένας χαρακτηριστικός γαλαξίας με αυτή τη μορφολογία είναι ο NGC 1566 που αποτελείται από ένα εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών και από ένα εξωτερικό σετ σπειροειδών βραχιόνων. Στις περιπτώσεις αυτές με τα διπλά σπειροειδή παρατηρείται μια ασυνέχεια μεταξύ των εσωτερικών και εξωτερικών σπειρών. Στα αστρικά μοντέλα η ασυνέχεια αυτή τονίζεται από την παρουσία μιας ρομβοειδούς συνιστώσας που περιβάλλει την εσωτερική ραβδωτή-σπειροειδή δομή. Στα αντίστοιχα μοντέλα αερίου παρατηρούμε μια περιοχή χαμηλότερης πυκνότητας μεταξύ των εσωτερικών και εξωτερικών σπειρών. Είναι σημαντικό να υπογραμμίσουμε ότι μία τέτοια μορφολογία αναπαρίσταται χωρίς την ανάγκη της υπόθεσης δύο διαφορετικών γωνιακών ταχυτήτων (μία για κάθε σετ σπειρών).

- 2. Η απόκριση του αερίου χαρακτηρίζεται πάντα από χαμηλή διασπορά ταχυτήτων στην περιοχή των σπειρών. Σπείρες εντός της συμπεριστροφής εντοπίζουμε σε όλα τα μοντέλα αερίου. Στις περιπτώσεις όπου τα αστρικά μοντέλα εμφανίζουν μία εσωτερική δομή διπλού δακτυλίου, τα αέρια μοντέλα εμφανίζουν ένα διπλό σπειροειδές κρουστικό κύμα. Η ροή αερίου στους εξωτερικούς βραχίονες χαρακτηρίζεται από χαμηλές διασπορές ταχυτήτων γεγονός που τονίζεται στην στρωτή ροή του αερίου κατά μήκος των 'χαοτικών' σπειρών. Σε όλες τις περιπτώσεις η τοπική πυκνότητα των εξωτερικών σπειρών βρέθηκε κατά μία τάξη μεγέθους μικρότερη από αυτή των εσωτερικών σπειρών.
- 3. Στην περίπτωση μιας ραβδωτής-σπειροειδούς δομής εσωτερικά της συμπεριστροφής η αστρική και η αέρια συνιστώσα είχαν παρόμοια απόκριση με αυτή των μοντέλων κανονικών σπειροειδών γαλαξιών. Η εσωτερική αυτή δομή των μοντέλων μας αναμένεται να περιγράφει τη μορφολογία πραγματικών γαλαξιών σε έκταση 2-3 εκθετικών μηκών κλίμακας πάνω στο δίσκο. Αυτή είναι η περιοχή στην οποία παρατηρούνται οι ισχυροί σπειροειδείς βραχίονες (Grosbøl et al. 2004). Οι εξωτερικές σπείρες στους γαλαξίες απαντώνται σε αποστάσεις μεγαλύτερες από 3 εκθετικά μήκη κλίμακας και είναι εν γένει ασθενείς σχηματισμοί. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με τη χαμηλή τους πυκνότητα στα μοντέλα μας παρά το γεγονός ότι χρησιμοποιήσαμε ομογενώς κατανεμημένες αρχικές συνθήκες στον δίσκο.
- 4. Στα μοντέλα αερίου οι εσωτερικές σπείρες εξασθενούν καθώς πλησιάζουν την περιοχή της συμπεριστροφής υποστηριζόμενες από τον μηχανισμό των 'μεταπιπτουσών ελλείψεων'. Παρατηρούμε μια άμεση ομοιότητα με τις αποκρίσεις μοντέλων κανονικών σπειροειδών γαλαξιών. Και στις δύο περιπτώσεις η επιβολή μιας ισχυρής, σταθερού πλάτους διαταραχής πάνω σε έναν δίσκο αερίου οδηγεί στη δημιουργία σπειροειδών βραχιόνων που δεν διαπερνούν τη συμπεριστροφή. Εν γένει τα ασταθή Λαγκρανζιανά σημεία L₁ και L₂ δεν βρίσκονται στα άκρα της εσωτερικής σπειροειδούς δομής, οπότε στα μοντέλα που αποτελούνται από ένα εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών και από μια εξωτερική σπειροειδή δομή, υπάρχει ένα κενό μεταξύ των δύο δομών. Η θέση όμως των L₁ και L₂ αλλάζει καθώς μεταβάλλουμε το Ω_p. Ετσι λοιπόν μπορούμε για κάποια συγκεκριμένη τιμή του Ω_p να πετύχουμε ευθυγράμμιση των δύο δομών. Στο μοντέλο που συναντήσαμε αυτή τη σύμπτωση ε-

ίχαμε στην απόκριση της αστρικής συνιστώσας έναν εσωτερικό διπλό δακτύλιο αντί για σπείρες και στην αντίστοιχη απόκριση του αερίου μια οιονεί τετραπλή σπειροειδή δομή. Και στην περίπτωση αυτή οι εξωτερικές σπείρες αποτελούν ασθενέστερο σχηματισμό από τις εσωτερικές.

- 5. Μειώνοντας τη διαταραχή στην περιοχή της ράβδου δεν αλλάζει ποιοτικά τα αποτελέσματα. Παρόλα αυτά βρίσκουμε διαφορές στα μεσοβραχιόνια διαστήματα καθώς και στην περιοχή μεταξύ ράβδου και βραχιόνων, αλλά όχι στις λεπτομέρειες των ροών. Επίσης σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάσαμε η γωνία κλίσης των εξωτερικών σπειρών παρέμεινε αμετάβλητη και για μια αζιμουθιακή απόσταση περίπου 140° από τα L₁ και L₂ μπορούσαμε να τις προσεγγίσουμε με μια λογαριθμική σπείρα γωνίας κλίσης (pitch angle) i =15-17°. Πέρα από την απόσταση αυτή γίνονταν πιο κλειστές. Από την άλλη μεριά μειώνοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του μοντέλου προκύπτουν πιο ανοιχτές εσωτερικές σπείρες (εντός της συμπεριστροφής). Στα μοντέλα μας είχαμε ανοιχτές εσωτερικές αλλά όχι ανοιχτές εξωτερικές σπείρες.
- 6. Στα μοντέλα αερίου συμπυκνώσεις σχηματίζονται στους σπειροειδείς βραχίονες εντός και εκτός της συμπεριστροφής. Οι δυναμικοί μηχανισμοί όμως που επενεργούν στις περιοχές αυτές είναι διαφορετικοί. Εσωτερικά της συμπεριστροφής συναντάμε τη ροή που περιγράψαμε ως 'ροή μεταπιπτουσών ελλείψεων'. Το αέριο περιστρέφεται γύρω από το κέντρο του γαλαξία κατά τη φορά περιστροφής του συστήματος, δηλαδή στα σχήματά μας με φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού. Στην περιοχή των σπειρών σχηματίζονται συμπυκνώσεις λόγω της απότομης μεταβολής των κατευθύνσεων των σωματίων που εισέρχονται σε αυτές, αυξάνοντας τοπικά την πυκνότητα μπροστά από το κρουστικό κύμα. Η διαδικασία αυτή είναι παρόμοια με αυτή που περιγράφεται στην εργασία του Roberts (1969), παρόλο που στα δικά μας μοντέλα η σχετική δύναμη της διαταραχής κυμαίνεται στο 10-70% της δύναμης λόγω του αξισυμμετρικού υποβάθρου. Εξωτερικά της συμπεριστροφής το αέριο ακολουθεί τη διαδρομή των 'χαοτικών' σπειρών όπως στην αστρική απόκριση με αισθητά χαμηλότερη διασπορά στις ταχύτητες. Η ροή τώρα είναι ανάδρομη. Έχει στα σχήματά μας τώρα τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Συμπυκνώσεις σχηματίζονται στις εξωτερικές σπείρες από τα σημεία των ασταθών Λαγκρανζιανών σημείων στην αρχή των βραχιόνων και μέχρι μία αζιμουθιακή απόσταση $\pi/2$ από αυτά

στη διεύθυνση της ροής. Σε κάθε βραχίονα στην περιοχή αυτή 'γλιστρά' υλικό από τον αντίθετο βραχίονα και αυξάνει τοπικά την πυκνότητα. Μια βασική διαφορά μεταξύ των 'κανονικών' και 'χαοτικών' βραχιόνων είναι ότι στην πρώτη περίπτωση συναντάμε συμπυκνώσεις κατά μήκος όλου του βραχίονα ενώ στη δεύτερη περίπτωση μόνο στο αρχικό τους τμήμα, θεωρώντας ως αφετηρία των εξωτερικών σπειρών τα σημεία L_1 και L_2 .

6.4 Μελλοντικοί στόχοι

Ένα βασικό συμπέρασμα που προέκυψε από το σύνολο της μελέτης μας είναι ότι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, Ω_p, είναι μια πολύ βασική παράμετρος που ορίζει τη δυναμική των μοντέλων, ρυθμίζει τα ποσοστά τάξης και χάους και καθορίζει ποιός δυναμικός μηχανισμός δρα σε κάθε περίπτωση. Μεταβάλλοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μεταξύ των τιμών $10 < \Omega_p < 30$ κατασκευάσαμε μια κλάση μοντέλων απόκρισης που όλα εμφανίζουν μια ραβδωτή-σπειροειδή μορφολογία χρησιμοποιώντας κοινή γωνιακή ταχύτητα περιστροφής για τις σπείρες και τη ράβδο. Ανεξάρτητα από την ύπαρξη σπειροειδούς δομής πέραν της συμπεριστροφής, η εσωτερική ραβδωτή-σπειροειδής δομή που προκύπτει από την απόκριση αργά περιστρεφόμενων ραβδωτών-σπειροειδών συστημάτων αναπαριστά τα βασικά μορφολογικά χαρακτηριστικά που συναντάμε σε ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες, κυρίως μεταγενέστερου μορφολογικού τύπου. Έχουμε δηλαδή μια ράβδο από τα άκρα της οποίας ξεκινούν συρόμενες σπείρες και ανάμεσά τους μια περιοχή χαμηλής επιφανειακής πυκνότητας. Διεξάγοντας τροχιακή μελέτη στα μοντέλα μας παρατηρήσαμε ότι οργανωμένες και χαοτικές τροχιές συνεργάζονται στη δημιουργία δομών. Οι σπείρες και οι ράβδοι υποστηρίζονται είτε από οργανωμένες τροχιές είτε από χαοτικές τροχιές είτε από συνδυασμό τους. Ακόμα λοιπόν και σε περιπτώσεις που στο σύστημα υπάρχουν περιοχές που καταλαμβάνονται από οργανωμένες τροχιές μπορεί να μην ενισχύουν μια δομή αλλά αυτή να υποστηρίζεται από τις χαοτικές τροχιές από τη χαοτική θάλασσα που τις περιβάλλει.

Με την ολοκλήρωση της διατριβής θα μπορούσαμε να αναφέρουμε κάποιους μελλοντικούς στόχους:

 Εφαρμογή της μελέτης μας σε πραγματικές παρατηρήσεις γαλαξιών διαφόρων μορφολογικών τύπων. Θα μπορούσαμε, δηλαδή, αφού εξάγουμε το δυναμικό από παρατηρήσεις ενός συγκεκριμένου γαλαξία, να το χρησιμοποιήσουμε στην κατασκευή μοντέλων απόκρισης μεταβάλλοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής έως ότου η απόκριση του μοντέλου να προσομοιώνει τον πραγματικό γαλαξία και στη συνέχεια να εντοπίσουμε τους δυναμικούς μηχανισμούς που υποστηρίζουν τις παρατηρούμενες δομές. Με τον τρόπο αυτό θα μπορούσαμε να δούμε τη συσχέτιση των δυναμικών μηχανισμών που δρουν ανάλογα με το μορφολογικό τύπο κάθε γαλαξία.

- Εφαρμογή της μελέτης μας σε δυναμικά που προκύπτουν από 'παγωμένα' στιγμιότυπα προσομοιώσεων Ν-σωμάτων. Με τον τρόπο αυτό δύο διαφορετικές κατηγορίες μοντέλων μπορούν να συγκριθούν και να συνδυαστούν με σκοπό την εξαγωγή κοινών συμπερασμάτων.
- 3. Κατασκευή αυτοσυνεπών μοντέλων με τροχιές με μια μέθοδο παρόμοια με αυτή του Schwarzschild. Τα μοντέλα απόκρισης που χρησιμοποιήσα-με στη μελέτη μας είναι κατάλληλα για τη μελέτη της δυναμικής και τον εντοπισμό των δυναμικών μηχανισμών που υποστηρίζουν δομές αλλά σε ένα χρονικό διάστημα τέτοιο ώστε το δυναμικό μας να μπορεί να θεωρηθεί αμετάβλητο. Παρόλα αυτά η μελέτη της αυτοσυνέπειας είναι απαραίτητη για να βγάλουμε γενικότερα συμπεράσματα που αφορούν την εξέλιξη ενός τέτοιου συστήματος.

Παράρτημα Α΄

Ευστάθεια κατά Henón

Η ευστάθεια υπολογίζεται με τη μέθοδο του Henón (1965). Ξεκινώντας από τον τετραδιάστατο χώρο των φάσεων (x, y, \dot{x}, \dot{y}) , θεωρούμε τις διαδοχικές τομές μιας τροχιάς με τον άξονα y = 0, κατά τη διεύθυνση των αυξανόμενων y $(\dot{y} > 0)$. Από τη Χαμιλτονιανή $H = f(x, 0, \dot{x}, \dot{y}) = h$ μπορούμε να λύσουμε ως προς \dot{y} και έτσι ο χώρος των φάσεων περιορίζεται σε δύο αρχικές συνθήκες (x, \dot{x}) .

Δύο διαδοχικά σημεία τομής στον άξονα y = 0 συνδέονται με έναν μετασχηματισμό $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$. Για την περίπτωση της περιοδικής τροχιάς έχουμε:

$$x_0 = g_1(x_0, \dot{x}_0)$$

$$\dot{x}_0 = g_2(x_0, \dot{x}_0)$$
 (A'.1)

Εισάγωντας μια μικρή διαταραχή στις αρχικές συνθήκες παίρνουμε μια τροχιά γειτονική της αρχικής ($x_0 + \Delta x_0, \dot{x}_0 + \Delta \dot{x}_0$). Οι αρχικές και οι τελικές συνθήκες συνδέονται πάλι μέσω του μετασχηματισμού και έχουμε:

$$x_0 + \Delta x_1 = g_1(x_0 + \Delta x_0, \dot{x}_0 + \Delta \dot{x}_0)$$

$$\dot{x}_0 + \Delta \dot{x}_1 = g_2(x_0 + \Delta x_0, \dot{x}_0 + \Delta \dot{x}_0)$$
 (A'.2)

Αναπτύσσοντας κατά Taylor και κρατώντας όρους μέχρι πρώτης τάξης έχουμε:

$$\Delta x_1 = \frac{\partial g_1}{\partial x} \Delta x_0 + \frac{\partial g_1}{\partial \dot{x}} \Delta \dot{x}_0$$

$$\Delta \dot{x}_1 = \frac{\partial g_2}{\partial x} \Delta x_0 + \frac{\partial g_2}{\partial \dot{x}} \Delta \dot{x}_0$$
 (A'.3)

Έτσι ορίζεται η Ιακωβιανή του μετασχηματισμού:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x} & \frac{\partial g_1}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x} & \frac{\partial g_2}{\partial \dot{x}} \end{pmatrix}$$
(A'.4)

μπορούμε δηλαδή να γράψουμε:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta \dot{x}_1 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta \dot{x}_0 \end{pmatrix} \tag{A'.5}$$

ή αναλυτικά:

$$\Delta x_1 = a \Delta x_0 + b \Delta \dot{x}_0$$

$$\Delta \dot{x}_1 = c \Delta x_0 + d \Delta \dot{x}_0 \qquad (A'.6)$$

όπου $a = \frac{\partial g_1}{\partial x}, b = \frac{\partial g_1}{\partial \dot{x}}, c = \frac{\partial g_2}{\partial x}, d = \frac{\partial g_2}{\partial \dot{x}}$ Δεδομένου ότι ο μετασχηματισμός διατηρεί τα εμβαδά, έχουμε

$$ad - bc = 1 \tag{A'.7}$$

Επομένως $\vec{k}_1 = \vec{A} \vec{k}_0$, όπου \vec{k}_1 είναι το διάνυσμα ($\Delta x_1, \Delta \dot{x}_1$) και \vec{k}_0 το διάνυσμα ($\Delta x_0, \Delta \dot{x}_0$). Εάν { $\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2$ } η βάση των ιδιοδιανυσμάτων, μπορούμε να γράψουμε:

$$\vec{k}_{0} = A_{1}\vec{\delta}_{1} + A_{2}\vec{\delta}_{2}$$
$$\vec{k}_{1} = A_{1}\lambda_{1}\vec{\delta}_{1} + A_{2}\lambda_{2}\vec{\delta}_{2}$$
(A'.8)

όπου λ_1 και λ_2 οι ιδιοτιμές της Ιακωβιανής **A**. Η χαρακτηριστική εξίσωση του πίνακα **A**, λόγω της σχέσης (A'.7) είναι

$$\lambda^{2} - (a+d)\lambda + 1 = 0$$
 (A'.9)

Στην περίπτωση που έχουμε |a + d| < 2, έχουμε δύο ρίζες μιγαδικές συζυγείς. Σε αυτήν την περίπτωση $|\lambda_1| = |\lambda_2| = 1$, και η τροχιά χαρακτηρίζεται ευσταθής.

Εάν έχουμε |a + d| > 2 τότε έχουμε δύο πραγματικές ρίζες, με $\lambda_1 \lambda_2 = 1$ και η τροχιά χαρακτηρίζεται ασταθής. Ως δείκτης ευστάθειας ορίζεται ως εκ τούτου η παράμετρος

$$\alpha = \frac{1}{2}(a+d) \tag{A'.10}$$

Για $|\alpha| < 1$ η περιοδική τροχιά είναι ευσταθής, ενώ για $|\alpha| > 1$ είναι ασταθής. Το διάγραμμα που δίνει τον δείκτη ευστάθειας α ως συνάρτηση της ενέργειας ονομάζεται διάγραμμα ευστάθειας. Σε ένα τέτοιο διάγραμμα μιάς οικογένειας περιοδικών τροχιών, όταν $|\alpha| = 1$ έχουμε διακλάδωση νέων οικογενειών που εισέρχονται στο σύστημα (Contopoulos 1970).

Παράρτημα Β΄ Πολλαπλότητες

Μια περιοδική τροχιά χαρακτηρίζεται από τις ιδιοτιμές της και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματά τους. Στην περίπτωση μιας ασταθούς περιοδικής τροχιάς στο σύστημά μας έχουμε δύο πραγματικές ιδιοτιμές λ_1 , λ_2 με $\lambda_1 \lambda_2 = 1$.

Τα ιδιοδιανύσματα u που αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές λ και $\frac{1}{\lambda}$ είναι λύσεις της εξίσωσης

$$(M - \lambda I)u = 0 \tag{B'.1}$$

όπου Μ είναι ο μονόδρομος πίνακας και Ι ο μοναδιαίος πίνακας.

Λύνοντας την εξίσωση (B'.1) στην περίπτωση του σαγματικού σημείου βρίσκουμε δύο είδη ιδιοδιανυσμάτων. (α) Ασταθή ιδιοδιανύσματα κατά μήκος των διευθύνσεων U και UU (είναι εκείνα τα διανύσμτα που αντιστοιχούν στην ιδιοτιμή με $|\lambda| > 1$) και (β) ευσταθή ιδιοδιανύσματα κατά μήκος των διευθύνσεων S και SS (είναι εκείνα τα διανύσμτα που αντιστοιχούν στην ιδιοτιμή με $|\lambda| < 1$).

Με βάση τα ιδιοδιανύσματα μπορούμε να ορίσουμε τις πολλαπλότητες (manifolds) του υπερβολικού σημείου, ή τις ασυμπτωτικές καμπύλες, οι οποίες αποτελούν τομή των πολλαπλοτήτων με την επιφάνεια τομής.

Συνοπτικά ο αλγόριθμος κατασκευής ασυμπτωτικών καμπυλών πάνω σε μια επιφάνεια τομής (x, x) είναι ο εξής. Αφού προσδιορίσουμε τη θέση της περιοδικής τροχιάς γίνεται γραμμικοποίηση γύρω από το αμετάβλητο σημείο και βρίσκονται οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα που τους αντιστοιχούν.

Κατά μήκος των ασταθών ιδιοδιανυσμάτων U και UU παίρνουμε αρχικές συνθήκες και ολοκληρώνουμε τις τροχιές, κατά τη θετική φορά του χρόνου

(t > 0) ενώ κατά μήκος των S και SS παίρνουμε αρχικές συνθήκες και ολοκληρώνουμε τις τροχιές κατά την αρνητική φορά του χρόνου (t < 0). Και στις δύο περιπτώσεις ξεκινάμε πολύ κοντά στο υπερβολικό σημείο και υπολογίζουμε τις διαδοχικές εικόνες Poincaré των αρχικών συνθηκών που επιλέξαμε.

Παράρτημα Γ΄

Υπολογισμός δυναμικού

Για τον υπολογισμό του δυναμικού από μία εικόνα γαλαξία, χρησιμοποιείται η μέθοδος του μετασχηματισμού Fourier πάνω σε ένα καρτεσιανό πλέγμα (Hohl & Hockney 1969). Το δυναμικό

$$\Phi(x) = -G \int \frac{\rho(x')d^3x'}{|x - x'|}$$
 (Γ'.1)

μπορεί να γραφεί ως συνέλιξη της πυκνότητας μάζας ρ με την συνάρτηση $\frac{1}{r}$. Υποθέτοντας ότι το επίπεδο του γαλαξία είναι κάθετο στην ακτίνα παρατήρησης, δηλαδή ο γαλαξίας είναι face on, ο λόγος μάζας-λαμπρότητας είναι σταθερός και όλη η μάζα είναι κατανεμημένη πάνω σε ένα επίπεδο, τότε μπορεί να υπολογιστεί το δυναμικό στο επίπεδο του γαλαξία μέσω της συνέλιξης από μια εικόνα του γαλαξία.

Διόρθωση πρέπει να γίνει για το πάχος της αστρικής συνιστώσας των γαλαξιακών δίσκων, το οποίο δεν είναι αμελητέο. Παρατηρήσεις γαλαξιών στο οπτικό και στο εγγύς υπέρυθρο με πολύ μεγάλη κλίση ως προς την ακτίνα παρατήρησης έδειξαν ότι το κάθετο ύψος κλίμακας των δίσκων τους είναι σταθερό ως συνάρτηση της ακτίνας. Η παρατήρηση αυτή ισχύει και στο οπτικό (van der Kruit & Searle 1981a, b, 1982a, b) και στο εγγύς υπέρυθρο (Wainscoat et al. 1989; Barnaby & Thronson 1992). Μπορούμε, λοιπόν, να υποθέσουμε ότι στο χωρικό εύρος των εικόνων μας η εξάρτηση του z από το ρ είναι σταθερή συνάρτηση της θέσης πάνω στο επίπεδο του γαλαξία. Έστω $\rho(x) = \Sigma(x, y)\rho_z(z)$, όπου Σ είναι επιφανειακή πυκνότητα στο επίπεδο του γαλαξία και $\int_{-\infty}^{\infty} \rho_z(z)dz = 1$. Ολοκληρώνοντας ως προς z την εξίσωση (Γ΄.1), μπορούμε να γράψουμε το δυναμικό στο επίπεδο του γαλαξία ως εξής

$$\Phi(x, y, z = 0) = -G \int \Sigma(x', y')g(x - x', y - y')dx'dy'$$
 (Γ'.2)

με την τροποποιημένη συνάρτηση της συνέλιξης g(r) να ορίζεται ως

$$g(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho_z(z)dz}{\sqrt{r^2 + z^2}}$$
(\Gamma'.3)

όπου r είναι η ακτίνα στο επίπεδο του γαλαξία.

Εάν ο δίσκος αποτελούνταν από άπειρα τμήματα σταθερής πυκνότητας με προσανατολισμό κάθετο στο επίπεδο του γαλαξία θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το δυναμικό στο επίπεδο του γαλαξία μέσω της συνέλιξης της δισδιάστατης επιφανειακής πυκνότητας με τη συνάρτηση g(r) = ln(r). Ο γαλαξίας αναμένεται να έχει μία κάθετη κατανομή μάζας παρόμοια με αυτή ενός ισοθερμικού δίσκου, με $\rho_z(z) \propto sech^2(z/h)$, όπου h είναι το ύψος κλίμακας του δίσκου. Η συνάρτηση g(r) που προκύπτει από την παραπάνω συνέλιξη συμπεριφέρεται σαν τη συνάρτηση ln(r) για τιμές του r πολύ μικρότερες του h και σαν τη συνάρτηση 1/r για μεγάλες τιμές της ακτίνας r.

Παράρτημα Δ΄ Μέθοδος SPH

Η μέθοδος της Εξομαλυμένης Σωματιδιακής Υδροδυναμικής (Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH) παρουσιάστηκε ανεξάρτητα από τους Lucy (1977) και Gingold & Monaghan (1977). Οι αναλυτικές πληροφορίες για τη μέθοδο αυτή δίνονται σε διάφορα άρθρα (βλ. Hernquist & Katz 1989; Benz 1990; Monaghan 1985; Steinmetz & Muller 1992) καθώς και στις αναφορές τους. Στην παρούσα εργασία θα δοθεί μια σύντομη περιγραφή της μεθόδου σε δύο διαστάσεις και λεπτομέρειες για την εφαρμογή της στους υπολογισμούς μας.

Η SPH είναι μία Λαγκρανζιανή μέθοδος που δεν απαιτεί τη χρήση υπολογιστικού πλέγματος, σε αντίθεση με άλλες (Οϋλεριανές) μεθόδους πεπερασμένων διαφορών, γεγονός που διευκολύνει τους υπολογισμούς.

Στη μέθοδο αυτή το συνεχές ρευστό μέσο μοντελοποιείται ως ένα σύνολο Ν σωματίων ρευστού (στην παρούσα εργασία το πλήθος Ν των σωματίων είναι περίπου 30000 στις περισσότερες περιπτώσεις) που το κάθε ένα έχει μια θέση \mathbf{r}_i και ιδιότητες εξομαλυμένες σύμφωνα με κάποιον επιλεγμένο πυρήνα εξομάλυνσης $W(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \lambda)$. Ο πυρήνας είναι μια συνάρτηση εντοπισμένη χωρικά γύρω από το $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = 0$, και η παράμετρος λ καλείται μήκος εξομάλυνσης (smoothing length). Ο πυρήνας θα πρέπει να ικανοποιεί συγκεκριμένες απαιτήσεις. Πρώτα από όλα θα πρέπει να διατηρεί την ορμή, γραμμική και γωνιακή. Αυτή η απαίτηση ικανοποιείται εύκολα αν επιλέξουμε τον πυρήνα να έχει σφαιρική συμμετρία. Θα πρέπει επίσης να έχει τις εξής ιδιότητες:

$$\int W(\mathbf{r},\lambda)d^2r = 1 \qquad (\Delta'.1)$$

και

$$\lim_{\lambda \to 0} W(\mathbf{r}, \lambda) = \delta(\mathbf{r}) \tag{\Delta'.2}$$

Το σύνολο των σωματίων μαζί με τον πυρήνα εξομάλυνσης χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της μέσης τιμής κάθε χωρικής φυσικής παραμέτρου που μεταβάλλεται, σε κάθε τυχαία θέση **r**.

Λαμβάνοντας υπόψιν τεχνητούς όρους για το ιξώδες προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις (Monaghan 1988; Monaghan & Gingold 1983; Hiotelis & Voglis 1991):

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = -\sum_{j=1}^N m_j \left[\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2}\right] (1 + \Pi_{ij}) \nabla_i W - \nabla_i V_i$$
$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i \qquad (\Delta'.3)$$
$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_j \left[\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_i^2}\right] (1 + \Pi_{ij}) (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \nabla_i W$$

όπου v_i , P_i , ρ_i , u_i , V_i και $\nabla_i W$ είναι αντίστοιχα η ταχύτητα, η πίεση, η πυκνότητα, η θερμική ενέργεια ανά μονάδα μάζας, το δυναμικό και η βαθμίδα του πυρήνα W, σε κάθε θέση \mathbf{r}_i του σωματιδίου i. Ο όρος Π_{ij} περιγράφει τη δράση του τεχνητού ιξώδους και η μορφή του είναι:

$$\Pi_{ij} = -\alpha \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2 \tag{\Delta'.4}$$

όπου α και β σταθεροί συντελεστές που στους υπολογισμούς μας έχουν τιμές 1 και 2 αντίστοιχα και αναφέρονται ο μεν α στο ιξώδες όγκου (bulk viscosity) ο δε β στο ιξώδες von Neumann-Richtmeyer (Lattanzio et al. 1986). Ο όρος μ_{ij} ορίζεται ως εξής:

$$\mu_{ij} = \frac{\lambda_{ij}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{c_{ij}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^2 + \eta^2)}$$
(\Delta'.5)

για $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \cdot (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \leq 0$, ενώ παίρνει την τιμή 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Στην παραπάνω εξίσωση οι όροι λ_{ij} και c_{ij} εκφράζουν το μέσο μήκος εξομάλυνσης και την ταχύτητα του ήχου μεταξύ των θέσεων \mathbf{r}_i και \mathbf{r}_j αντίστοιχα. Η παράμετρος η^2 εισάγεται έτσι ώστε να αποφευχθούν αριθμητικά προβλήματα στον υπολογισμό του όρου μ_{ij} .

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε μια ισόθερμη εξίσωση $P = c^2 \rho$, όπου ρ είναι η πυκνότητα του αερίου, P η πίεση και c η ταχύτητα του ήχου, η οποία είναι σταθερή και στους υπολογισμούς μας χρησιμοποιήσαμε την τιμή 10 km/s (για την επίδραση της μεταβολής της ταχύτητας του ήχου στους υπολογισμούς βλ. Patsis & Athanassoula 2000). Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για να ολοκληρώσουμε τις υδροδυναμικές εξισώσεις κίνησης είναι μία μέθοδος πρόβλεψης-διόρθωσης (predictor-corrector time stepping rule). Σε κάθε σημείο της ολοκλήρωσης χρησιμοποιείται ένα χρονικό βήμα δt για να προωθήσει όλα τα σωμάτια. Το μέγεθος του βήματος μεταβάλλεται από βήμα σε βήμα σύμφωνα με τη σχέση:

$$\delta t = \min(c_N \frac{\lambda_i}{|\mathbf{v}_i|}, c_N \sqrt{\frac{\lambda_i}{|\mathbf{F}_i|}}, 0.02T)$$
 (Δ '.6)

όπου $T = 2\pi \sqrt{\frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{F}_i|}}$ είναι η εκτίμηση της περιόδου της κυκλικής τροχιάς στη θέση \mathbf{r}_i και c_N (Courant number) είναι μια παράμετρος τάξεως 0.5 που χρησιμοποιείται για να καταστείλει υπολογιστικές αστάθειες. Σε όλες τις περιπτώσεις η παράμετρος c_N έχει την τιμή 0.4.

Παράρτημα Ε΄

Συντελεστές πολυωνύμων των όρων των δυναμικών

Οι συντελεστές a_n των πολυωνύμων της Σχ.(2.2) για το βασικό δυναμικό.

-58347.30	9206.440	-744.4050	-10.22690	22.95930	-5.467740	0.6169749	-3.3600599E-02	7.0931204E-04
516.0096	-5104.296	2000.502	251.9370	-258.2622	54.35298	-5.313330	0.2537370	-4.7878739E-03
80.36700	-702.5550	1376.105	-806.5950	215.9890	-30.91585	2.460430	-0.1029960	1.7718751E-03
5.182420	-33.98170	26.34960	-10.15930	2.367490	-0.3442040	2.9974198E-02	-1.4105500E-03	2.7372100E-05
-3.168710	-2.260830	18.08420	-13.04170	3.707540	-0.5360790	4.2199001E-02	-1.7324797E-03	2.9182202E-05
1.360870	-5.744900	0.1024570	2.941170	-1.291110	0.2349020	-2.1548903E-02	9.8753406E-04	-1.8024701E-05
-0.8661651	1.768050	-1.329880	1.676080	-0.8162001	0.1758830	-1.8785700E-02	9.7986113E-04	-1.9959802E-05

Οι συντελεστές a_n των πολυωνύμων της Σχ.(2.2) για το δυναμικό 't1'.

-58347.30	9206.440	-744.4050	-10.22690	22.95930	-5.467740	0.6169749	-3.3600599E-02	7.0931204E-04
315.3392	-3119.292	1222.529	153.9615	-157.8269	33.21571	-3.247035	0.1550615	-2.9259229E-03
176.8074	-1545.621	3027.431	-1774.509	475.1758	-68.01487	5.412946	-0.2265912	3.8981251E-03
5.182420	-33.98170	26.34960	-10.15930	2.367490	-0.3442040	2.9974198E-02	-1.4105500E-03	2.7372100E-05
-3.168710	-2.260830	18.08420	-13.04170	3.707540	-0.5360790	4.2199001E-02	-1.7324797E-03	2.9182202E-05
1.360870	-5.744900	0.1024570	2.941170	-1.291110	0.2349020	-2.1548903E-02	9.8753406E-04	-1.8024701E-05
-0.8661651	1.768050	-1.329880	1.676080	-0.8162001	0.1758830	-1.8785700E-02	9.7986113E-04	-1.9959802E-05

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία μελετήσαμε δυναμικούς μηχανισμούς που διαμορφώνουν μια ραβδωτή-σπειροειδή μορφολογία. Η μελέτη μας έγινε μέσω μοντέλων απόκρισης και με τη διερεύνηση των τροχιών που υποστηρίζουν τις παρατηρούμενες δομές. Αρχικά μελετήθηκε η δυναμική ενός ραβδωτούσπειροειδούς μοντέλου το οποίο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα περιστροφής τέτοια ώστε η τιμή του λόγου της ακτίνας της συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου να είναι περίπου 2.9. Η μορφολογία του μοντέλου απόκρισης εμφανίζει ένα εσωτερικό σύστημα ράβδου-σπειρών, το οποίο περιβάλλεται από έναν οβάλ δίσκο καθώς και ένα δεύτερο σετ σπειρών που εκτείνεται σε μεγαλύτερες ακτίνες. Το σύστημα ράβδου-σπειρών με τον οβάλ δίσκο που το περιβάλλει βρίσκεται εσωτερικά της συμπεριστροφής ενώ οι εξωτερικές σπείρες βρίσκονται πέραν της συμπεριστροφής.

Στο σύστημα επενεργούν δύο βασικοί, διαφορετικοί, δυναμικοί μηχανισμοί που καθορίζουν τη μορφολογία του. Η ράβδος και οι σπείρες εσωτερικά της συμπεριστροφής υποστηρίζονται κυρίως από οργανωμένες τροχιές, ενώ οι εξωτερικές σπείρες από χαοτικές. Χαοτικές τροχιές παίζουν ρόλο και εσωτερικά της συμπεριστροφής σε ένα βαθμό, ειδικά στην υποστήριξη ασθενών προεκτάσεων των εσωτερικών σπειρών πριν φτάσουν στη συμπεριστροφή καθώς και του κεντρικού τμήματος της ράβδου στην περιοχή που σε πραγματικούς γαλαξίες παρατηρούμε το κεντρικό εξόγκωμα. Ο οβάλ δίσκος επίσης διαμορφώνεται από χαοτικές τροχιές.

Για τις εξωτερικές σπείρες διαπιστώθηκε οτι η πλειοψηφία των χαοτικών τροχιών που τις ενισχύουν προέρχονται από το εσωτερικό του δίσκου και ότι για το χρονικό διάστημα που βρίσκονται χωρικά εντός της συμπεριστροφής είτε περιέχουν στη μορφολογία τους μία χαρακτηριστική '4:1' δομή είτε είναι τροχιές που εμπεριέχουν μια μορφολογία τύπου 'long-period-banana'. Οι δύο αυτές κατηγορίες τροχιών ανήκουν στο λεγόμενο 'θερμό αστρικό πληθυσμό' (hot orbital population) και μπορούν να επισκέπτονται περιοχές εσωτερικά και εξωτερικά της συμπεριστροφής έχοντας 'ενέργειες' (σταθερές Jacobi) μεγαλύτερες από αυτές των Λαγκρανζιανών σημείων L₁, L₂. Αυτός ο πληθυσμός παίζει τον κυρίαρχο ρόλο στην δημιουργία δομών από χαοτικές τροχιές πέραν της συμπεριστροφής.

Στο μοντέλο η τάξη και το χάος συνεργάζονται στη δημιουργία γαλαξιακών δομών με δύο είδη (σετ) σπειρών όπως αυτά παρατηρούνται στις περιπτώσεις των 'grand design' σπειροειδών γαλαξιών NGC 1566 και NGC 5248.

Στη συνέχεια μελετήσαμε την αστρική δυναμική ραβδωτών-σπειροειδών μοντέλων στην περίπτωση που το σύστημα περιστρέφεται ακόμη πιο αργά ούτως ώστε ο λόγος της ακτίνας συμπεριστροφής προς τον μεγάλο ημιάξονα της ράβδου να είναι περίπου 3.5. Τότε, στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής της κεντρικής οικογένειας περιοδικών τροχιών εντοπίστηκε μία 'διευσταθής περιοχή' (bistable region) η οποία καθορίζει εν πολλοίς τη δυναμική του μοντέλου. Σε αυτό το μοντέλο απόκρισης σχηματίζεται ένας δακτύλιος που περιβάλλει τη ράβδο καθώς και σπειροειδείς βραχίονες που ξεκινούν εφαπτομενικά από αυτόν. Η μορφολογία αυτή θυμίζει ραβδωτά-σπειροειδή συστήματα με εσωτερικούς δακτυλίους. Η δυναμική που σχετίζεται με τη δομή αυτή διαφέρει από εκείνη της συνήθους περίπτωσης όπου μία ράβδος τελειώνει κοντά στη συμπεριστροφή. Ο εσωτερικός δακτύλιος του μοντέλου αυτού έχει έναν προσανατολισμό που θυμίζει τροχιές x2. Οι τροχιές αυτές απαντώνται κατά μήκος μιας αναδίπλωσης (σχήματος 'S') που παρατηρούμε στο διάγραμμα της χαρακτηριστικής της κεντρικής οικογένειας. Αυτή η αναδίπλωση είναι χαρακτηριστικό των διευσταθών διακλαδώσεων. Κατά μήκος του τμήματος σχήματος 'S' της χαρακτηριστικής παρατηρούμε αλλαγή στον προσανατολισμό των περιοδικών τροχιών. Η μορφολογία από τύπου x1 αλλάζει σε μορφολογία τύπου x2. Βρίσκουμε ότι οι τροχιές του μοντέλου απόκρισης αλλάζουν σχετικά απότομα τον προσανατολισμό τους καθώς φτάνουν στη χαμηλότερη ενέργεια του 'S'. Οι σπείρες του μοντέλου υποστηρίζονται από μία χαρακτηριστική ροή 'μεταπιπτουσών ελλείψεων' και οι τροχιές που συμμετέχουν στον σχηματισμό των σπειρών έχουν 'ενέργειες' μεγαλύτερες από αυτές στις οποίες βρίσκουμε την περιοχή του 'S' επί της χαρακτηριστικής. Η ράβδος υποστηρίζεται κυρίως από κολλητικές (sticky) χαοτικές τροχιές σε περιοχές γύρω από νησίδες ευστάθειας της κεντρικής οικογένειας. Αυτό οδηγεί στην εμφάνιση μιας δομής σχήματος 'Χ' εντός της ράβδου επί του γαλαξιακού επιπέδου. Τέτοιες μορφολογίες στις ράβδους παρατηρούνται όντως σε εικόνες ορισμένων γαλαξιών με ενδιάμεση γωνία κλίσης i ως προς το επίπεδο του ουρανού (μακριά από γωνία κλίσης i = 90° όπου παρατηρούνται τα γνωστά
'Χ' των κεντρικών εξογκωμάτων εκτός του γαλαξιακού επιπέδου).

Τέλος, μελετήσαμε την απόκριση του αερίου στα δυναμικά των προηγούμενων περιπτώσεων για τιμές της ταχύτητας περιστροφής του συστήματος μεταξύ 10 $\leq \Omega_p \leq$ 30 km s^{-1} kpc^{-1}. Επιπλέον μελετήθηκε η απόκριση του αερίου σε μοντέλα με διαφορετικά πλάτη της διαταραχής για να διερευνηθεί η σημασία της μη-γραμμικότητας των επιβαλλόμενων δυναμικών στη διαμόρφωση συγκεκριμένων μορφολογικών χαρακτηριστικών. Χρησιμοποιήθηκε η Λαγκρανζιανή μέθοδος της Εξομαλυμένης Σωματιδιακής Υδροδυναμικής (Smoothed Particle Hydrodynamics - SPH) σε δύο διαστάσεις για την κατασκευή των μοντέλων απόκρισης. Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης έδειξαν ότι η ροή του αερίου ακολουθεί εν γένει τη ροή των αστέρων αλλά με διαφοροποιήσεις, προσαρμοζόμενη κατάλληλα σε περιοχές όπου έχουμε τομές τροχιών στα αστρικά μοντέλα. Πέραν της περιοχής της συμπεριστροφής η ροή του αερίου είναι κατά μήκος των σπειρών ακολουθώντας γραμμές ροής αντίστοιχες με αυτές των χαοτικών τροχιών των αστέρων στην ίδια περιοχή. Ως αποτέλεσμα η μορφολογία των αστρικών και αέριων σπειρών πέραν της συμπεριστροφής είναι παρόμοια. Η διασπορά των ταχυτήτων βέβαια είναι πολύ μικρότερη στο αέριο. Εντός της συμπεριστροφής το αέριο κινείται γύρω από το γαλαξιακό κέντρο κατά τη φορά περιστροφής του συστήματος και εισερχόμενο στα ελάχιστα του επιβαλλόμενου δυναμικού υφίσταται σοκ. Οι δημιουργούμενες κατ' αυτόν τον τρόπο περιοχές τοπικά μεγαλύτερης πυκνότητας δημιουργούν πάντα σπείρες ακόμα και στις περιπτώσεις που τα αντίστοιχα αστρικά μοντέλα απόκρισης δημιουργούν δακτυλίους που υποδηλώνουν θέσεις συντονισμών. Εν γένει υπάρχει μια ασυνέχεια μεταξύ των εσωτερικών και των εξωτερικών σπειρών των μοντέλων στην περιοχή της συμπεριστροφής. Πάντοτε η πυκνότητα των εξωτερικών σπειρών είναι χαρακτηριστικά μικρότερη αυτής των εσωτερικών σπειρών, όποτε συνυπάρχουν δύο σετ σπειρών σε ένα μοντέλο. Σημαντικό αποτέλεσμα αυτού του κεφαλαίου της διατριβής είναι η ταυτοποίηση δύο διαφορετικών μηχανισμών δημιουργίας τοπικών υπέρπυκνων περιοχών επί των σπειρών. Στις εσωτερικές σπείρες επικρατεί ο γνωστός μηχανισμός της απότομης μεταβολής της διεύθυνσης της ροής στα σοκ που λαμβάνουν χώρα στους σπειροειδείς βραχίονες, ενώ στις εξωτερικές σπείρες έχουμε δημιουργία υπέρπυκνων περιοχών καθώς συναντούνται οι ροές του αερίου των δύο σπειροειδών βραχιόνων κοντά στα ασταθή σημεία Lagrange. Αυτό είναι σημαντικό για την κατανόηση της δημιουργίας αστέρων στις περιοχές των σπειρών.

Abstract

In the present thesis we studied dynamical mechanisms that form a barred-spiral morphology, by means of response models and by investigation of the orbits that support the observed features.

In the first part of the thesis we investigated the dynamics of a barred-spiral model, rotating with a single pattern speed, which is characterized by a corotationto-bar-radius ratio (R_c/R_b) about 2.9. The response morphology of the model consists of an inner barred-spiral structure, surrounded by an oval-shaped disc and a fainter set of arms at larger radii. The oval-shaped disc and the barred-spiral structure included in it are located inside corotation, while the outer spiral arms extend beyond corotation. The system harbours two main different dynamical mechanisms, which shape its morphology. The bar and the spiral arms inside corotation are structured to a large extent by regular orbits, while the spiral arms beyond corotation are built by chaotic orbits. Chaotic orbits play a role also inside corotation, specifically in building weak extensions of the inner spirals. They play also a role in the very central part of the bar. The oval-shaped disc is also shaped by chaotic orbits. For the outer spirals, we find that the vast majority of the chaotic orbits, which reinforce the spirals at least for a time interval of 8 pattern rotations, include in their morphology the imprints of "4:1-resonance-like" orbits, in agreement with previous studies, as well as of "long-period-banana-like" orbits. Both of them belong to orbits of the "hot orbital population" that visit both areas, inside and outside corotation. This orbital population plays the key role for supporting structures out of chaos. In the case we study in the first part of the thesis, order and chaos cooperate in building a galactic morphology that is encountered among grand design spiral galaxies like NGC 1566 and NGC 5248. The fact that in the model are implicated on one hand the "precessing ellipses flow" supporting the spiral arms of normal spirals and on the other hand the "chaotic spirals" found in barred-spiral systems, indicates that it is a model bridging two different orbital stellar dynamics.

In the second part of the thesis we studied the orbital dynamics of a *barredspiral* model when the system is rotating slowly and corotation is located beyond the end of the spiral arms altogether. In the characteristic of the central family of periodic orbits we find a "bistable region". In the response model we observe a ring surrounding the bar and spiral arms starting tangential to the ring. This is a morphology resembling barred-spiral systems with inner rings. However, the dynamics associated with this structure in the case we study is different from that of a typical bar ending close to corotation. The ring of our model is round, or rather elongated perpendicular to the bar. It is associated with a folding (an "S" shaped feature) of the characteristic of the central family, which is typical in bistable bifurcations. Along the "S" part of the characteristic we have a change in the orientation of the periodic orbits from a x1-type to a x2-type morphology. The orbits populated in the response model change rather abruptly their orientation when reaching the lowest energy of the "S". The spirals of the model follow a standard "precessing ellipses flow" and the orbits building them have energies beyond the "S" region. The bar is structured mainly by sticky orbits from regions around the stability islands of the central family. This leads to the appearance of X-features in the bars *on* the galactic plane. Such a bar morphology appears in the unsharp-masked images of some moderately inclined galaxies.

Finally, in the last part of the thesis we examined the relation between stellar and gaseous flows in the spiral arm regions of barred-spiral potentials. We vary the pattern speeds of the models so that we have corotation-to-bar radius ratios $1.9 < R_c/R_b < 3$. In general we find two sets of spirals both in stellar and gaseous models. An inner one, inside corotation, and an outer one, beyond it. Bar and spirals inside corotation are associated with regular flows, while the outer spirals follow flows dictated by the presence of the "chaotic spirals". In all studied cases the pitch angle of the outer spirals was in the range 15-17°, becoming tighter at larger angles. The difference between the stellar and gaseous flows beyond corotation is mainly the smaller dispersion of velocities observed in the gas. On the other hand, inside corotation we have in all gaseous models sharply defined spirals, while in the stellar cases the spirals are broader, if formed. In most cases the inner barred-spiral structure is surrounded from an oval region that separates it from the outer spirals. This effect is more pronounced in the stellar cases as we already mentioned. The density of the inner barred-spiral structure is significantly larger than the density of the outer spirals. Clumps of local overdensity are formed in the inner gaseous arms as the gas shocks in the spiral arms regions, while clumps beyond corotation are also formed as the flows along the two arms meet close and ahead of the Lagrangian points in the direction of the flow.

Δημοσιεύσεις

Στο πλαίσιο της παρούσας διατριβής πραγματοποιήθηκαν οι παρακάτω δημοσιεύσεις και δραστηριότητες:

Δημοσιεύσεις σε περιοδικά με κριτές:

- L. Tsigaridi, P.A. Patsis, 2013, "The backbones of stellar structures in barredspiral models – the concerted action of various dynamical mechanisms on galactic discs", MNRAS 434, 2922 - 2939
- 2. L. Tsigaridi, P.A. Patsis, 2015, "Morphologies introduced by bistability in barred-spiral galactic potentials", MNRAS 448, 3081-3092
- 3. P.A. Patsis, L. Tsigaridi, 2016, "Comparing Stellar and Gaseous Flows in the Spiral Arms of Barred-Spiral Models" (submitted)

Δημοσιεύσεις σε πρακτικά συνεδρίων:

L. Tsigaridi, P.A. Patsis, 2010, "Response models of barred-spiral galaxies", Astronomical Society of the Pacific, Conference Series (ASP), 424, 382, eds. K. Tsiganos, D. Hatzidimitriou and T. Matsakos

Ερευνητικές επισκέψεις:

1/8/2010-2/9/2010 Επίσκεψη στο European Southern Observatory (ESO), Μόναχο, Γερμανία, Συνεργασία με τον Dr. P. Grosbol με θέμα Έπεξεργασία εικόνων και εξαγωγή των δυναμικών σπειροειδών γαλαξιών'.

Συμμετοχή σε ερευνητικά προγράμματα:

Επιστημονικός συνεργάτης στο Κέντρο Ερευνών Αστρονομίας και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών της Ακαδημίας Αθηνών στα παρακάτω ερευνητικά προγράμματα:

- 1/5/2014-31/1/2015 'Δυναμική αστέρων και αερίου σε κανονικούς και ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες'.
- 12/4/2013-11/1/2014 'Γαλαξιακή Δυναμική'.
- 1/3/2012-31/12/2012 'Δυναμική αστέρων και αερίου σε κανονικούς και ραβδωτούς-σπειροειδείς γαλαξίες'.
- 15/1/2010-31/12/2010 'Μη γραμμικά φαινόμενα σε γαλαξιακούς δίσκους'.

Βιβλιογραφία

Angeli D., Ferrell J.E. Jr., Sontag E.D., 2003, Proc. Nat. Acad. Sci. 101, 1822

Athanassoula E, 1992a, MNRAS 259, 328

Athanassoula E, 1992b, MNRAS 259, 345

Athanassoula E, 2012, MNRAS 426L, 46

Athanassoula E, Misiriotis A., 2002, MNRAS 330, 35

Athanassoula E., Romero-Gomez M., Bosma A., Masdemont J. J., 2010, MNRAS 407, 1433

Bate M.R., Bonnell I.A., Price N.M., 1995, MNRAS 277, 36

Bertin G., 2014, "Dynamics of Galaxies", Cambridge U.P.

Binney J., Tremaine S., 2008, "Galactic Dynamics" (second edition), Prinston University Press, §3.2.3

Block D.L., Freeman K.C., Puerari I., 2010, in "Galaxies and Their masks", pp 23-42, Block D.L., Freeman K.C., Puerari I. (eds), Springer

Boonyasait, V., 2003, "Structures and dynamics of NGC 3359: Observational and theoretical studies of a barred spiral galaxy", PhD Thesis, University of Florida, USA

Buta R., 1986, ApJSS 61, 609

Buta R.J., Corwin H.G. Jr., Odewahn S.C., 2007, The de Vauvouleurs Atlas of Galaxies, Cambridge University Press

Byrd G., Rautiainen P., Salo H., Buta R., Crocker D.A., 1994, AJ 108, 476

Chatzopoulos S., Patsis P. A., Boily C.M., 2011, MNRAS 416, 479

Chakrabarti S., Laughlin G., Shu F., 2003, ApJ 596, 220

Churchwell E., Babler B. L., Meade M. R. et al., 2009, "The Spitzer/Glimpse surveys: A new view of the Milky Way", Publ. Astron. Soc. Pacific 121, 213-230 Combes F., Elmegreen B.G., 1993, A&A 271, 391

Contopoulos G., 1970, AJ 75, 96

Contopoulos G., A&A 81, 198

Contopoulos G., 2004, "Order and Chaos in Dynamical Astronomy", Springer

Contopoulos G., 2009, in Chaos in Astronomy, Contopoulos G., Patsis P.A. (eds.),

Springer Verlag, Heidelberg. pp 3-22

Contopoulos G., Grosbøl P., 1986, A&A 155, 11

Contopoulos G., Grosbøl P., 1988, A&A 197, 83

Contopoulos G., Grosbøl P., 1989, A&ARv, 1, 261

Contopoulos G., Harsoula M., 2008, IJBC, 18, 2929

Contopoulos G., Harsoula M., 2010, Cel. Mech. D.A., 107,77

Contopoulos G., Harsoula M., 2012, Cel. Mech. D.A., 113,81

Contopoulos G., Papayannopoulos T., 1980, A&A 92, 33

Contopoulos G., Polymilis C., 1993, Phys. Rev. E 47, 1546

de Vaucouleurs G., de Vaucouleurs A., Corwin H. G., 1976, Second Reference

Catalogue of Bright Galaxies (RC2), University of Texas Press

Dobbs C., Baba J., 2014, PASA 31, 35

Efthymiopoulos C., 2010, Eur. Phys. J. S.T., 186, 91

Elmegreen B.G., Elmegreen D.M., 1985, ApJ 288, 438

Englmaier P., Gerhard O., 1997, MNRAS 287, 57

Eskridge P. B., Frogel J. A., Pogge R. W. et al., 2000, Astron. J., 119, 536-544

Font J., Beckman J., Zaragoza-Cardiel J., Fathi K., Epinat B., Amram P., 2014, ApJSS 210, 2

Foyle K., Rix H.-W., Zibetti S., 2010, MNRAS 407, 163

Gingold R.A., Monaghan J.J., 1977, MNRAS 181, 375

Gottesman S.T., 1982, AJ 87, 751

Grosbøl P., Patsis P.A., 1998, A&A, 336, 840-854

Grosbøl P., Patsis P.A., Pompei E., 2004, A&A 423, 849

Grosbøl P., Dottori H., 2012, A&A, 542A, 39

Junqueira T.C., Lépine J. R. D., Braga C. A. S., D. A. Barros D. A., 2013, A&A 550,91

Harsoula M., Kalapotharakos C., 2009, MNRAS 394, 1605

Harsoula M., Kalapotharakos C., Contopoulos G., 2011, MNRAS 411, 1111

Hénon M., 1965, AnAp, 28, 499

Hiotelis N., Voglis N., 1991, A&A 243,333

Kalapotharakos C., Patsis P.A., Grosbøl P. 2010a, MNRAS 403, 83

Kalapotharakos C., Patsis P.A., Grosbøl P. 2010b, MNRAS 408, 9

Kaufmann D.E., Contopoulos G., 1996, A&A, 309, 381

Kaufmann D.E., Patsis P.A. 2005, ApJ 624, 693

Kim Y., Kim W.-T., 2014, MNRAS 440, 208

Kitsionas S., Whitworth A. P. 2002, MNRAS 330, 129

Kranz T., Slyz A., Rix H.-W., 2001, ApJ 562, 164

Kranz T., Slyz A., Rix H-W., 2003, ApJ 586, 143

Lattanzio J.C., Monaghan J.J., Pongracic H., Schwarz M.P., 1986, SIAM J. Sci. Stat. Comp. 7,591

Laurikainen E., Salo H., Buta R., Knapen J. H., 2011, MNRAS 418, 1452

Laurikainen E., Salo H., Athanassoula E., Bosma A., Herrera-Endoqui M., 2014, MNRAS 444, L80

Lépine J. R. D., Roman-Lopes A., Abraham, Z. et al., 2011, MNRAS 414, 1607 Lucy L., 1977, AJ 82, 1013

Lynch S., 2007, "Dynamical Systems with Applications using Mathematica", Birkhäuser, Boston

Lynden-Bell D., 1979, MNRAS 187, 101

Martos M., Hernanadez X., Yanez M. et al., 2004, MNRAS 350L, 47

Monaghan J.J., 1988, Comp. Phys. Comm. 48,89

Monaghan J.J., Gingold R.A., 1983, J. Comp. Phys. 52,374

Pasha I.I., Polyachenko V.L., 1994, MNRAS 266, 92

Patsis P.A., 2005, MNRAS 358, 305

Patsis P.A., 2006, MNRAS 369L, 56

Patsis P.A., 2009, in Chaos in Astronomy, Contopoulos G., Patsis P.A. (eds.),

Springer Verlag, Heidelberg. pp 33-44

Patsis P.A., 2012, Int. J. Bif. Ch. 22, No9, 1230029

Patsis P. A., Contopoulos G., Grosbøl P., 1991, A&A, 243, 373

Patsis P.A., Hiotelis N., Contopoulos G., Grosbøl P., 1994, A&A, 286, 46

Patsis P. A., Grosbøl P., Hiotelis N., 1997, A&A, 323, 762

Patsis P. A., Athanassoula E., 2000, A&A

Patsis P. A., Athanassoula E., Quillen A. C., 1997, ApJ, 483, 731

Patsis P. A., Kalapotharakos C., 2011, Mem. S.A. It. S., 18, 83

Patsis P. A., Kaufmann, D. E., Gottesman S.T., Boonyasait, V., 2009, MNRAS 394, 142

Patsis P. A., Kalapotharakos C., Grosbøl P., 2010, MNRAS 408, 22

Patsis P. A., Skokos Ch., Athanassoula E., 2002, MNRAS 337, 578

Patsis P. A., Skokos Ch., Athanassoula E., 2003, MNRAS 346, 1031

Patsis P. A., Katsanikas M., 2014, MNRAS 445, 3546

Patsis P. A., Tsigaridi L., 2016, MNRAS (submitted)

Perez I., Fux R., Freeman K., 2004, A&A 424, 799

Petrou M., Papayannopoulos T., 1986, MNRAS 219 157

Pfenniger D., 1984, A&A 134, 373

Pfenniger D., Friedli D., A&A 252, 75

Quillen A. C., Frogel J. A. & Gonzalez R. A. 1994, ApJ, 437, 162

- Rautiainen P., Salo H., Buta R., 2004, MNRAS 349, 933
- Rautiainen P., Salo H., Laurikainen E., 2005, ApJ 631, L129
- Rautiainen P., Salo H., Laurikainen E., 2008, MNRAS 388, 1803

Roberts W. W., 1969, ApJ 158, 123

Roberts W. W. Jr., Roberts M. S., Shu F. H., 1976, ApJ 196, 381

Roberts W. W. Jr., Yuan C., 1970, ApJ 161, 887

Romero-Gómez M., Masdemont J. J., Athanassoula E., García-Gómez C. 2006, A&A 453, 39

Sellwood J. A., Sparke L. S., 1988, MNRAS, 231, 25

Sellwood J. A., Wilkinson A., 1993, Rep. Progr. Phys., 56, 173

- Shu F. H., Milione V., Gebel W., Yuan C. et al., 1972, ApJ 173, 557
- Shu F. H., Milione V., Roberts W.W. 1973, ApJ 183, 819
- Schwarz M.P., 1984, MNRAS 209, 93

Skokos Ch., Patsis P. A., Athanassoula E., 2002a, MNRAS 333, 847

Skokos Ch., Patsis P. A., Athanassoula E., 2002b, MNRAS 333, 861

Sparke L.S., Sellwood J.A., 1987, MNRAS, 225, 653

Strogatz S. H., 2014, "Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering", Westview Press

Tsigaridi L., Patsis P.A., 2010, in *"Advances in Hellenic Astronomy during the IYA09"*, ASP Conf. Ser. Vol. 424, K. Tsinganos, D. Hadzidimitriou, T. Matsakos (eds), pp.382-383

- Tsigaridi L., Patsis P.A., 2013, MNRAS, 434, 2922
- Tsigaridi L., Patsis P.A., 2015, MNRAS 448, 3081
- Saha K., Naab Th., 2013, arXiv:1304.1667
- Tsoutsis P., Efthymiopoulos C., Voglis N., 2008, MNRAS 387, 1264

Tsoutsis P., Kalapotharakos C., Efthymiopoulos C., Contopoulos G., 2009, A&A 495, 743

de Vaucouleurs G., de Vaucouleurs A., Corwin H. G. Jr, et al. 1991, "Third Reference Catalogue of Bright Galaxies" (RC3), Springer, NY

Voglis N., Stavropoulos I., 2005, in "Recent advances in Astronomy and Astrophy-

sics", N. Solomos (ed), AIP Conference Proceedings, Volume 848, pp. 647-659

- Voglis N., Stavropoulos I., Kalapotharakos C., 2006a, MNRAS 372, 901
- Voglis N., Tsoutsis P., Efthymiopoulos C., 2006b, MNRAS 373, 280
- Yáñez M. A., Norman M. L., Martos M. A. et al., 2008, ApJ 672, 207