ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΤΙΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΟΥΝ ΚΑΙ ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΟΥΣ ΜΕ ΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΠΙΔΟΣΗ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ελευθέριος Ευστρατίου Καπετανάς

Αθήνα 2016

Αφιερώνεται

στην αγαπημένη μου σύζυγο Ευθυμία Καπετανά,

για την πολύτιμη

συμπαράσταση και συμπόρευση στη μακρόχρονη πορεία μου

για την ολοκλήρωση της Διατριβής,

καθώς και στα λατρευτά μου παιδιά Παναγιώτα και Νικόλα,

για την ουσιαστική στήριξή τους!

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....
PREFACE.....

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:
ΕΙΣΑΓΩΓΗ..... 1
Εισαγωγικό σημείωμα..... 1
Το θέμα και η σημασία του..... 2
Το πρόβλημα και ο σκοπός της έρευνας 6
Τα ερευνητικά ερωτήματα..... 9
Δομή της εργασίας 9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΣΚΟΠΗΣΗ..... 12
Εισαγωγή 12
Συναισθηματικοί παράγοντες και μαθησιακή διαδικασία των Μαθ/κών 12
Συναισθήματα 12
Πεποιθήσεις ή πιστεύω για τα Μαθηματικά..... 20
Αυτοαναφορικές πεποιθήσεις..... 29
Στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά 31
Συναισθηματικό πεδίο και μαθηματική ταυτότητα 40
Γνωστικές διαδικασίες της μαθηματικής σκέψης..... 42
Εισαγωγή..... 42
Κατανόηση των μαθηματικών εννοιών..... 43
Μάθηση -Τί είναι η κατανόηση 43
Ιεραρχία επιπέδων κατανόησης..... 47
Κατανόηση εννοιών και ορισμοί 49
Αναστοχασμός. 54
Η μαθηματική απόδειξη. 56
Η δυαδική φύση των μαθηματικών εννοιών 58
Η θεωρία «των τριών κόσμων» προσέγγισης των Μαθηματικών..... 61
Οι τρεις κόσμοι των Μαθηματικών. 61
Η γνωστική ανάπτυξη και η θεωρία των τριών κόσμων..... 63

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ..... 68
Εισαγωγή 68
Εκπαιδευτικό πλαίσιο της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης 68
Η Έρευνά μας και το θεωρητικό πλαίσιο. 70
Μεθοδολογική προσέγγιση 75
Πιλοτική έρευνα..... 75
Κύρια έρευνα 78
Διεξαγωγή της κύριας έρευνας 81
Επεξεργασία του Γενικού Ερωτηματολογίου..... 83

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 87
Εισαγωγή 87
Παραγοντική δομή των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης και αντιλήψεων των μαθητών για τα Μαθ/κά και τη διδασκαλία τους..... 88

Παράγοντες πεποιθήσεων 90
Παράγοντες στάσεων 94
Παράγοντες τρόπου μελέτης των Μαθηματικών 96
Παράγοντες αλληλεπίδρασης καθηγητή-μαθητή στην τάξη 100
Συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων και κάποιων μεταβλητών 102
Παλινδρόμηση των Παραγόντων 122
Συσχέτιση μεταξύ χρόνου προετοιμασίας για τα Μαθηματικά, επίδοσης, απόδοσης, αυτοεκτίμησης, ετεροεκτίμησης, φόβου για τα Μαθηματικά και πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος 127
Διαφορές των μαθητών ως προς τον τύπο (είδος) σχολείου 130
Διαφορές των μαθητών ως προς την τάξη 140
Διαφορές των μαθητών ως προς την κατεύθυνση 142
Διαφορές των μαθητών ως προς το φύλο 154
Διαφορές των μαθητών ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια 161
Κατηγορίες των μαθητών ως προς τις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπο μελέτης των Μαθηματικών και βασικά χαρακτηριστικά τους 166
Μια επιπλέον επεξεργασία των ανοιχτών ερωτήσεων του Γ.Ε. 179
Φόβος για τα Μαθηματικά 180
Πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος 191
Ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά στις τάξεις του Λυκείου 200
Κατηγοριοποίηση των διαφορών και ομοιοτήτων 211
Σύνοψη αποτελεσμάτων 215

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 238
Η Έρευνα και τα Συμπεράσματα 238
Σημασία και συνεισφορά της έρευνάς μας 265
Άλλα ερευνητικά θέματα που προκύπτουν από την παρούσα εργασία 275
Ερευνητικά ερωτήματα και τα συμπεράσματα 278

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 281

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ 295
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1ο : Γενικό Ερωτηματολόγιο 298
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2ο : Πίνακας Παραγόντων 316
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3ο : Συσχέτιση Pearson για τους παράγοντες F_1, F_2, … , F_{11} και τις μεταβλητές e67.1 , e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e72, e75, e76, e77, mathtest 326
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4ο : Συσχέτιση Pearson για τις μεταβλητές e67.1, e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e72, e75, e76, e77, mathtest 330
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 5ο : Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς το είδος σχολείου 332
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 6ο : Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την τάξη 333
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 7ο : Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την κατ/νση 334
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 8ο : Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς το φύλο 335
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 9ο : Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια 336
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 10ο : Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest,

για τους μαθητές της Α΄τάξης Δημοσίων
και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές
εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), είδος σχολείου
(eidos_sx) και φύλο (fulo) 337

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 11ο : Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των
μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους
μαθητές της Β΄ τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ
ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια
(de2), είδος σχολείου (eidos_sx) και φύλο (fulo)..... 338

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 12ο : Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των
μεταβλητών e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77,
mathtest, για τους μαθητές της Γ΄τάξης Δημοσίων
και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές
εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), είδος σχολείου (eidos_sx)
και φύλο (fulo). Σύγκριση των μέσων για τις μεταβλητές
e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, ως προς την
κατεύθυνση (kateuth)..... 340

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 13ο : Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των
μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest,
για τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων ως προς τις
ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (de2),
είδος σχολείου (eidos_sx) και φύλο (fulo) 346

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 14ο : Πολυμεταβλητοί έλεγχοι σύγκρισης των μαθητών των ΤΕΛ
ως προς τους παράγοντες F_1, F_2, … , F_{11}, σε σχέση με τις
ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (de2),
τάξη (taxis), φύλο (fulo)..... 349

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 15ο : Σύγκριση του συνόλου των μαθητών ως προς το φόβο για τα
Μαθηματικά (e75) σε σχέση με το φύλο (fulo)..... 350

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 16ο : Σύγκριση των μαθητών ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά
(e75), κατά είδος σχολείου 352

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 17ο : Μέσοι όροι του mathtest κατά είδος σχολείου και τάξη..... 353

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 18ο : Μέσοι όροι και ποσοστά των απαντήσεων των μαθητών
για τις μεταβλητές e75 (φοβάσαι τα Μαθηματικά;),
e76 (θα επέλεγες τα Μαθηματικά, εάν ήταν προαιρετικό
μάθημα;), e77 (το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά
ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου;) 354

Ευχαριστίες

Εκφράζω τις θερμές μου ευχαριστίες σε όλους όσους συνέβαλαν για να φέρω εις πέρας τη Διατριβή αυτή. Ιδιαιτέρως ευχαριστώ τον επιβλέποντα κ. Θεοδόσιο Ζαχαριάδη, καθηγητή του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών, για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση που μου προσέφερε.

Ευχαριστώ ακόμη τα άλλα δύο μέλη της Τριμελούς Επιτροπής, τον κ. Γιαννακούλια Ευστάθιο, ομότιμο καθηγητή του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών και την κα Πόταρη Δέσποινα, καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Αθηνών, του Τομέα της Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών.

Ευχαριστώ τον κ. Κωνσταντίνο Χρίστου, καθηγητή Επιστημών Αγωγής του Πανεπιστημίου Κύπρου για την πολύτιμη καθοδήγησή του στη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων. Ακόμη ευχαριστώ τον κ. Κλαουδάτο Νικόλαο, Διδάκτορα της Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών και πρώην επιστημονικό συνεργάτη του Παν/ου Αθηνών, για την κάθε είδους επιστημονική του υποστήριξη. Τέλος ευχαριστώ τον κ. Μάριο Πιτάλη, Διδάκτορα της Διδακτικής των Μαθηματικών, που ανήκει στο ειδικό επιστημονικό προσωπικό του Παιδαγωγικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Κύπρου, για την κάθε είδους τεχνική υποστήριξη που μου παρέσχε.

Ελευθέριος Καπετανάς

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι συναισθηματικοί παράγοντες των μαθητών και η σύνδεσή τους με τη μάθηση και κατανόηση των Μαθηματικών, είναι ένα ευρύ και ενδιαφέρον πεδίο της Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, όπως επιβεβαιώνεται από τη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία. Στην έρευνά μας αυτή μελετάμε τις πεποιθήσεις, αντιλήψεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθηματικά και τον τρόπο μελέτης των Μαθηματικών. Διερευνούμε επίσης τους παράγοντες που διαμορφώνουν τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά. Εστιάζουμε ακόμη στο φόβο των μαθητών για τα Μαθηματικά και τους λόγους που τον προκαλούν, στην πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και στους λόγους που θα το επέλεγαν, καθώς και στη μεταβολή ή μη του ενδιαφέροντος των μαθητών για τα Μαθηματικά στις τάξεις του Λυκείου και τους λόγους που την προκαλούν. Τέλος διερευνούμε τη σύνδεση όλων των παραπάνω παραμέτρων με την επίδοση στα Μαθηματικά.

Η έρευνά μας έγινε σε δύο στάδια: Στο πρώτο στάδιο πραγματοποιήθηκε *πιλοτική έρευνα,* που αποσκοπούσε αφενός μεν στη δοκιμή του ερωτηματολογίου της έρευνάς μας και στη τελική διαμόρφωσή του, αφετέρου δε στη πρώτη *χαρτογράφηση* των τρόπων μελέτης των Μαθηματικών από τους μαθητές και στο σχηματισμό *εικασιών* για την ύπαρξη ομάδων μαθητών, ως προς τον τρόπο μελέτης και τα ενδεχόμενα χαρακτηριστικά τους. Στο δεύτερο στάδιο πραγματοποιήθηκε η κύρια έρευνα, με τη συμπλήρωση του Γενικού μας Ερωτηματολογίου από τυχαίο δείγμα 1645 μαθητών, τυχαίου δείγματος Λυκείων, Γενικών Δημοσίων και Ιδιωτικών και Δημοσίων Τεχνικών Λυκείων του νομού Αττικής. Έγινε στατιστική επεξεργασία των δεδομένων. Με τη βοήθεια της *Παραγοντικής Ανάλυσης (Factor Analysis)* του στατιστικού προγράμματος spss εντοπίσαμε την ύπαρξη δώδεκα *παραγόντων* των πεποιθήσεων, στάσεων των μαθητών για τα Μαθηματικά και τρόπων μελέτης. Με χρήση της *Επιβεβαιωτικής Παραγοντικής Ανάλυσης (Confirmatory Factor Analysis)* του στατιστικού προγράμματος M-plus, επιβεβαιώθηκε η ύπαρξη και η δομή των παραπάνω παραγόντων. Η Ανάλυση Διαδρομών (*Path Analysis)* του ίδιου στατιστικού προγράμματος μας οδήγησε στον εντοπισμό διαφόρων σχέσεων και σύνδεσης των παραπάνω παραγόντων και της διατύπωσης χρήσιμων συμπερασμάτων, που συνδέουν τις πεποιθήσεις, στάσεις και τρόπο μελέτης των μαθητών για τα Μαθηματικά με την κατανόηση σε πρώτο και δεύτερο επίπεδο, που εντοπίσθηκαν και επιβεβαιώθηκαν από την έρευνά μας. Με τη χρήση των

μεθόδων *Ανάλυσης Διασποράς* (*Analysis Of Variance, ANOVA)* και *Πολυμεταβλητής Ανάλυσης Διασποράς* (*Multivariate Analysis Of Variance MANOVA),* έγινε ο εντοπισμός και η επιβεβαίωση της ύπαρξης ή μη διαφορών για τους παράγοντες, ως προς *την εκπαιδευτική περιφέρεια, το είδος σχολείου, την τάξη φοίτησης, την κατεύθυνση φοίτησης και το φύλο των μαθητών.* Με τη βοήθεια του συντελεστή συσχέτισης *Pearson* εντοπίσθηκε η σύνδεση μεταξύ των παραγόντων και άλλων παραμέτρων που αφορούν στους μαθητές, όπως της *αυτοεκτίμησης, ετεροεκτίμησης, του φόβου για τα Μαθηματικά, της πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος, του ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά και του χρόνου προετοιμασίας των μαθητών για τα Μαθ/κά, με την επίδοση στα Μαθ/κά.*

Μελετήθηκαν οι απαντήσεις των μαθητών στις *ερωτήσεις* που αφορούν, *στο φόβο για τα Μαθηματικά, στην πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και στο ενδιαφέρον του μαθητή για τα Μαθηματικά στις τάξεις του Λυκείου.* Εστιάσαμε ιδιαιτέρως στους λόγους που επικαλούνται οι μαθητές για τα παραπάνω και τους κωδικοποιήσαμε. Έγινε στη συνέχεια η στατιστική επεξεργασία των δεδομένων που αφορούν στους παραπάνω λόγους και η εξαγωγή επιπλέον συμπερασμάτων, που σκιαγραφούν το *προφίλ των μαθητών του Λυκείου*, ως προς τις παραπάνω μεταβλητές. Εντοπίσθηκαν διαφορές και ομοιότητες των μαθητών για τις παραπάνω παραμέτρους, ως προς το φύλο, την εκπαιδευτική περιφέρεια, το είδος σχολείου και την τάξη φοίτησης.

Τέλος εντοπίσαμε την ύπαρξη διακριτών ομάδων μαθητών με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα, ως προς τις πεποιθήσεις και στάσεις, τον τρόπο μελέτης, τις αντιλήψεις τους για τη διδασκαλία των καθηγητών, την αυτοεκτίμηση και την ετεροεκτίμησή τους. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι τρεις κατηγορίες μαθητών τρόπου μελέτης: Οι *χρησιμοθηρικοί,* οι οποίοι οδηγούνται σε επιφανειακή κατανόηση των Μαθηματικών και χαμηλή μαθηματική επίδοση, οι *διερευνητικοί Ι,* οι οποίοι φθάνουν σε ένα πρώτο επίπεδο κατανόησης και μπορούν να πετύχουν υψηλή επίδοση στα Μαθηματικά και οι *διερευνητικοί ΙΙ,* οι οποίοι φθάνουν και στο δεύτερο επίπεδο κατανόησης, *με αναστοχασμό* και μπορούν να πετύχουν επίσης υψηλή επίδοση στα Μαθηματικά. Ακόμη, διαφάνηκε ένας *«βέλτιστος»* τρόπος μελέτης, που οδηγεί στη βαθύτερη κατανόηση και σε υψηλή μαθηματική επίδοση.
Γενικό συμπέρασμα είναι ότι η ανάπτυξη θετικών πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών για τα Μαθηματικά, μπορεί να τους οδηγήσει σε υψηλή μαθηματική επίδοση. Θεωρούμε ότι τα συμπεράσματά μας παρουσιάζουν μεγάλο πρακτικό ενδιαφέρον για τη μαθηματική Εκπαίδευση.

STUDENTS' BELIEFS AND ATTITUDES TOWARDS MATHEMATICS, FACTORS WHICH CONTRIBUTE TO THEIR DEVELOPMENT, AND HOW THEY ARE CONNECTED WITH MATHEMATICAL ACHIEVEMENT

PREFACE

The affective domain and its connection with learning and studying of Mathematics, as it comes from the international and Greek literature, is of great interest for the research in Mathematics Education. In our inquiry, we studied students' beliefs and attitudes concerning Mathematics of 10th, 11th and 12th grade (16, 17, 18 years old), and their ways and strategies of studying and learning Mathematics. We focused, especially, on the factors which contribute in students' beliefs and attitudes formation and development. Our interest has been focused similarly on the investigation of three other important variables: Students' fear for Mathematics and reasons that invoke it, students' intention to choose Mathematics as an optional course of studies and students' interest-stability about Mathematics, during their studies at lyceum. We, also, investigated if there is any correlation among students' beliefs and attitudes concerning Mathematics, their ways and strategies of studying and their mathematical achievement.

Our research was realized into two stages: In the first one, a pilot study was accomplished, aimed on one hand at the testing of the Questionnaire, in order to correct it and give it an appropriate form. On the other hand to trace, if they existed,

any studying patterns of the students. In the second stage our main study was carried out. The Questionnaire was administered to a random sample of 1645 students of a random sample of schools (General public lyceums, General private lyceums, Technical public lyceums), in Attica county of Greece. Our data had been collected, were statistically elaborated using two statistical packages: The Statistical Package for the Social Sciences (spss) and the M-plus statistical package (statistical analysis with latent variables). We used Factor Analysis (spss) to identify twelve factors of students' beliefs, attitudes, studying methods and strategies about Mathematics. We confirmed these factors and their structure, using Confirmatory Factor Analysis (M-plus). Pearson correlation coefficient (spss) and Path Analysis (M- plus) helped us to discover various relationships and connections of the traced factors and to be led to very useful conclusions, concerning the connection between students' beliefs and attitudes, and understanding of Mathematics. Using Pearson correlation coefficient, we discovered some relationship between the factors traced above, fear for Mathematics, students' intention to choose Mathematics, students' interest-stability about Mathematics, students' self-concepts, students' spending time for studying Mathematics, and Mathematical achievement. We, also, identified reasons for which, according to students' declare, they are afraid or not of Mathematics, they would choose or not Mathematics as a free course and we traced some differences or similarities for these variables among students, according to gender, social and economical surrounding, and age.

Further analysis, by using the statistical methods of analysis of variance (anova) and multivariate analysis of variance (manova), helped us to trace some differences or similarities for the factors we identified, concerning students' beliefs and attitudes towards Mathematics, among students, relatively to educational district,

school category (general public, general private, technical public), class, studying direction (theoretical, positive, technological) and gender. We concluded that students' affective domain is mainly influenced and shaped by category of school, class, studying direction and gender.

We, finally, identified some distinct groups of students, relatively to their beliefs and attitudes about the nature and utility of Mathematics, students' perceptions about their teachers' teaching practice of Mathematics and the methods and strategies for studying, they follow. The most interesting categorization is that concerning methods and strategies of studying. We identified the following three groups: *Utilitarian,* who study enough to pass the exams and they are led to flat understanding and low mathematical achievement. *Exploratory I,* who may reach first level of understanding, which means that they understand the successive steps of a proof, or a problem solution and stop there, without any other extension. These students may succeed high mathematical achievement. *Exploratory II,* who may reach second level of understanding, which means that they go further, posing searching questions and thinking again on the deductive steps and methods (reflection), which have been followed. These students may succeed high mathematical achievement and probably *some of them to be future researchers.*

One of the main conclusions of our investigation is that students' positive beliefs and attitudes towards Mathematics are strongly connected with high mathematical achievement. For this reason mathematics teachers and anyone who has a position of responsibility in Mathematics education, must help students to develop positive beliefs and attitudes towards Mathematics. Doing so, they will contribute to Mathematics education improvement.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Εισαγωγή

Εισαγωγικό σημείωμα

Η διδασκαλία και η μάθηση των μαθηματικών εννοιών και γενικά των Μαθηματικών είναι ένα από τα κεντρικά πεδία έρευνας της Διδακτικής των Μαθηματικών. Από πολύ παλιά είχε διαγνωσθεί η σημασία του συναισθηματικού τομέα στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών. Είχε επισημανθεί και η μεγάλη δυσκολία που υπάρχει για τη διαπραγμάτευση της φύσης της Ψυχολογίας στην προχωρημένη μαθηματική σκέψη (Hadamard 1945).

Η στροφή των ερευνητών προς την κατεύθυνση της εξερεύνησης του συναισθηματικού τομέα μαθητών και δασκάλων, ξεκίνησε με τις ταξινομίες του Bloom (1956) και συνεχίζεται μέχρι σήμερα με αμείωτη ένταση. Αυτό δείχνει τη μεγάλη σημασία του ερευνητικού αυτού πεδίου στη Διδακτική των Μαθηματικών. Οι συναισθηματικοί παράγοντες που συνδέονται με τη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών και έχουν γίνει ή γίνονται αντικείμενο ερευνών, διακρίνονται σε *συναισθήματα, πεποιθήσεις και στάσεις* (Mc Leod 1989, 1992), ή σε *συναισθήματα, πεποιθήσεις, στάσεις και αντιλήψεις, αυτοαναφορικές πεποιθήσεις(self-concept, self-esteem) και πεποιθήσεις επάρκειας (self-efficacy),* (Φιλίππου, & Χρίστου 2001).

Δεν είναι, όμως μόνο οι πεποιθήσεις, στάσεις, αντιλήψεις και τα συναισθήματα, που παίζουν ρόλο στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών. Η εμπειρία της διδακτικής πράξης στις σχολικές τάξεις μας κάνει να πιστεύουμε ότι ο τρόπος με τον οποίο οι μαθητές προσεγγίζουν τα προς μάθηση αντικείμενα και ειδικότερα ο *τρόπος μελέτης των Μαθηματικών* παίζει σημαντικό ρόλο στην

κατανόηση και τη μάθηση. Οπότε αξίζει να ερευνηθεί ο τρόπος μελέτης των Μαθηματικών για τους μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

Οι μαθητές του Λυκείου διδάσκονται συστηματικά την απόδειξη, κυρίως στην Ευκλείδεια Γεωμετρία, στην Άλγεβρα και μερικώς στην Ανάλυση. Το ζητούμενο, βέβαια πάντα είναι η κατανόηση και μάλιστα το επίπεδο κατανόησης των εννοιών και των αποδείξεων. Η κατανόηση μιας έννοιας είναι το ξεπέρασμα από το άτομο των *επιστημολογικών εμποδίων,* όπως η έννοια αυτή εισάγεται από τον Bachelard (1938) και αναφέρεται από τον Cornu (1991), που σχετίζονται με την έννοια αυτή (Sierpinska,1990). Όπως έχει δείξει η έρευνα (Tall, & Vinner, 1981; Vinner, 1983), ο ρόλος των *ορισμών* είναι σημαντικότατος στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών. Ενδιαφέρον, λοιπόν, παρουσιάζει η έρευνα για το αν ο τρόπος μελέτης των Μαθηματικών από τους μαθητές οδηγεί στην κατανόηση και σε ποιό επίπεδο, εννοιών και αποδείξεων.

Η κατανόηση γενικά στα Μαθηματικά, δεν είναι άσχετη του σταδίου της γνωστικής ανάπτυξης του ανθρώπου, η οποία επιχειρείται να ερμηνευθεί με την θεωρία των *τριών κόσμων των Μαθηματικών* (Tall, 2004). Ερευνάται στην παρούσα μελέτη ποιες πεποιθήσεις, στάσεις για τα Μαθηματικά και ποιοι τρόποι μελέτης των μαθητών, τους δίνουν την δυνατότητα λειτουργίας τους σε καθένα από τους τρεις κόσμους (*σωματοποιημένο, αλγοριθμοεννοιολογικό, τυπικό),* των Μαθηματικών.

1.1. Το Θέμα και η Σημασία του

Η Διατριβή αυτή εντάσσεται στο πλαίσιο γενικότερων προβληματισμών πολλών ερευνητών που ασχολούνται με την Διδακτική των Μαθηματικών, όσον αφορά στις πεποιθήσεις και τις στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά και γενικότερα τους

συναισθηματικούς παράγοντες που επηρεάζουν τη διδασκαλία, την κατανόηση και τη μάθησή τους.

Ο συναισθηματικός τομέας συμβάλλει σημαντικά στη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών, αν και τα Μαθηματικά θεωρούνται απόλυτη επιστήμη και σύμφωνα με την άποψη αυτή, μπορεί να κατακτηθούν μόνο με την λογική. Όπως αναφέρουν οι Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ.27), οι Ortony, Clore, & Collins (1988) θεωρούν ότι *τα συναισθήματα είναι οι αντιδράσεις ενός υποκειμένου σε ερεθίσματα, που μπορεί να προέρχονται από γεγονότα, φορείς και αντικείμενα.* Ειδικότερα οι Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ.39), αναφέρουν ότι ο Μπουλουγούρης (1994), ορίζει ότι ο *φόβος* για τα Μαθηματικά είναι *ένα συναίσθημα ανησυχίας που προκαλείται από την ύπαρξη ενός επικείμενου κινδύνου,* ενώ η *φοβία είναι ο επίμονος και υπερβολικός φόβος, που συνδέεται με μια κατάσταση ή ένα αντικείμενο*.

Το *άγχος για τα Μαθηματικά* είναι ένας άλλος ανασχετικός παράγοντας στη μαθησιακή διαδικασία των Μαθηματικών. Η Σαρακινού (1999, σελ.73), κάνοντας μια βιβλιογραφική επισκόπηση για το άγχος που προκαλούν τα Μαθηματικά, αναφέρει ότι οι Richardson, & Suinn (1972) διαπίστωσαν ότι το άγχος για τα Μαθηματικά, είναι ανασχετικός παράγοντας «στη χρήση αριθμών με ευχέρεια» και στην «επίλυση μαθηματικών προβλημάτων». Κατά τον Πανάρετο (2001) το 53.67% του συνόλου των μαθητών Γυμνασίων και Λυκείων στην Ελλάδα δεν θα επέλεγαν το μάθημα των Μαθηματικών αν ήταν προαιρετικό.

Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), τα πιστεύω ή οι πεποιθήσεις ενός ατόμου είναι οι υποκειμενικές του *γνώσεις, θεωρίες και αντιλήψεις,* στις οποίες καταλήγει για λόγους υποκειμενικούς και κατά κανόνα υποσυνείδητους. Είναι συμπεράσματα μερικώς λογικά, αλλά έχουν και συναισθηματική συνιστώσα, οπότε δεν επιδέχονται αντικειμενική αιτιολόγηση ή απόδειξη. Οι πεποιθήσεις των μαθητών

φαίνεται να επηρεάζονται από τη μαθηματική εκπαίδευση σε κάθε χώρα (Dematte, Eccher, & Furinghetti, 1999), αφού, ενώ το περιεχόμενο των Μαθ/κών είναι παγκοσμίως αποδεκτό, το περιεχόμενο της μαθ/κής εκπαίδευσης και η μαθησιακή διαδικασία, διαφέρουν από χώρα σε χώρα. Σύμφωνα με τους Kifer, & Robitaille (1989), Philippou, & Christou (2000), η χώρα (άρα και η κοινωνία) στην οποία ζουν οι μαθητές, επηρεάζει τις πεποιθήσεις και αντιλήψεις τους, ώστε να σημειώνονται αρκετές διαφορές ανάμεσα σε μαθητές διαφορετικών χωρών.

Η παραγοντική δομή των αντιλήψεων των μαθητών για τα Μαθηματικά διερευνήθηκε από τους Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ. 95). Επιβεβαιώθηκαν ως βασικοί παράγοντες της δομής των αντιλήψεων, *η φύση των Μαθηματικών, το περιεχόμενο των Μαθηματικών, η μάθηση των Μαθηματικών, η εργασία για τα Μαθηματικά και ο ρόλος του δασκάλου.* Εξάλλου σπουδαστές στο Ηνωμένο Βασίλειο κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες ως προς τις πεποιθήσεις τους: *Τους συστηματικούς, τους διερευνητικούς και τους χρησιμοθηρικούς* (Daskalogianni, & Simpson 2001).

Λόγω των πεποιθήσεων που αποκτούν τα άτομα, κατά την άποψή μας, αναπτύσσουν διάφορα *στερεότυπα ή μοντέλα συμπεριφοράς*, που σχετίζονται μ' ένα συγκεκριμένο αντικείμενο. Τα στερεότυπα αυτά ονομάζονται *στάσεις,* απέναντι στο συγκεκριμένο αντικείμενο. Οι πεποιθήσεις, λοιπόν, των μαθητών για τα Μαθηματικά, οδηγούν σε αντίστοιχες στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά. Εξ' άλλου κατά τον Mc Leod (1989, 1992), *οι στάσεις είναι αντιδράσεις των ατόμων, που οφείλονται σε αρνητικά ή θετικά συναισθήματα μέτριας έντασης και επαρκούς σταθερότητας*. Οι στάσεις μπορεί ν' αλλάξουν κάτω από κατάλληλες συνθήκες. Αυτό μπορεί να συμβεί, σε σύντομο χρονικό διάστημα. Εάν διαγνωσθούν από το δάσκαλο οι αιτίες που προκάλεσαν τις αρνητικές στάσεις και γίνει προσπάθεια αποδυνάμωσης ή

εξάλειψης των αιτιών αυτών, τότε ο μαθητής αναπτύσσει θετικές στάσεις (Hannula, 2002).

Όπως αναφέρουν οι Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.42), η δημιουργία των στάσεων κατά τους Cobb, Yackel, & Yood (1989); Hart, & Walker (1993) ξεκινά από πολύ νωρίς. Όταν το παιδί πρωταρχίζει να ασχολείται με την οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών, έχει ήδη δημιουργήσει ένα πλέγμα πεποιθήσεων και στάσεων για τα Μαθηματικά, που αποτελεί το περιβάλλον, μέσα στο οποίο καλείται να εργασθεί. Οι άδηλες αυτές πεποιθήσεις και στάσεις έχουν δημιουργηθεί από το οικογενειακό και κοινωνικό περιβάλλον του παιδιού. Κατά την ενασχόληση του παιδιού με τα Μαθηματικά σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες αναπτύσσονται νέες πεποιθήσεις και στάσεις (Φιλίππου, & Χρίστου, 2001). Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), οι παράγοντες των στάσεων παιδιών της έκτης τάξης Δημοτικού της Κύπρου είναι: Η *φοβία για τα Μαθηματικά, η ευχαρίστηση από την ενασχόληση μ' αυτά, τα εξωτερικά κίνητρα που παρακινούν στη μελέτη των Μαθηματικών, η χρησιμότητά τους, η τάση αποφυγής τους και τα εσωτερικά κίνητρα για μελέτη των Μαθηματικών.*

Κατά τους Renga, & Dalla (1993), όπως αναφέρουν οι Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.33), οι μαθητές είναι δυνατόν να βοηθηθούν από τους δασκάλους τους, να αλλάξουν στάσεις για τα Μαθ/κά, ώστε αυτές να γίνουν θετικότερες. Αυτό επιτυγχάνεται εάν, οι δάσκαλοι δείχνουν ενθουσιασμό για τη διδασκαλία, χρησιμοποιούν εποπτικά μέσα και ενεργητικούς τρόπους προσέγγισης των Μαθ/κών, προγραμματίζουν δραστηριότητες που οι μαθητές μπορούν να διεκπεραιώσουν με επιτυχία και λαμβάνουν υπόψη τα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα των μαθητών.

Όλα τα παραπάνω ερευνητικά αποτελέσματα λήφθηκαν υπόψη για την οριοθέτηση της έρευνάς μας και την τοποθέτηση των ερευνητικών ερωτημάτων.

Δεδομένου ότι οι περισσότερες έρευνες ασχολούνται με μαθητές μικρών ηλικιών (Δημοτικού σχολείου και Γυμνασίου), ασχοληθήκαμε με την διερεύνηση των πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών του Λυκείου. Ένα άλλο θέμα, το οποίο δεν έχει γίνει αντικείμενο συστηματικής έρευνας και που συνδέεται με τις στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά είναι *ο τρόπος μελέτης των Μαθηματικών και πώς αυτός επιδρά στην επίδοση των μαθητών.* Η παρούσα έρευνα προσθέτει κάτι καινούργιο προς την κατεύθυνση αυτή.

Η διδασκαλία των Μαθηματικών στο Λύκειο εισάγει συστηματικά τη μαθηματική απόδειξη, κατά τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στην Α΄ και τη Β΄ τάξη του Γενικού Λυκείου. Μερικές αποδείξεις θεωρημάτων γίνονται και κατά τη διδασκαλία της Ανάλυσης στη Θετική και την Τεχνολογική κατεύθυνση της τρίτης Λυκείου. Διερευνάται, λοιπόν, το επίπεδο κατανόησης των μαθηματικών αποδείξεων από τους μαθητές του Λυκείου, καθώς και σε ποιο βαθμό οι μαθητές μπορούν να λειτουργήσουν στον τυπικό κόσμο των ορισμών και των τυπικών αποδείξεων (Tall, 2002, 2004, 2013).

1.2. Το Πρόβλημα και ο Σκοπός της Έρευνας

Έχοντας υπόψη τα ερευνητικά αποτελέσματα, στα οποία αναφερθήκαμε και στηριζόμενοι στη διδακτική μας εμπειρία στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, οδηγούμαστε στις παρακάτω υποθέσεις και προβληματισμούς:

1. Οι μαθητές των Λυκείων έχουν κάποια *πιστεύω ή πεποιθήσεις* για τη φύση, το περιεχόμενο, τη χρησιμότητα και τις δυσκολίες των Μαθηματικών, οι οποίες έχουν διαμορφωθεί κατά την πορεία τους από το Δημοτικό, στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο. Στη διαμόρφωση των πεποιθήσεων αυτών παίζουν ρόλο το σχολείο, οι δάσκαλοι, η οικογένεια, καθώς και το κοινωνικό, οικονομικό και πολιτιστικό περιβάλλον.

2. *Οι πεποιθήσεις* των μαθητών οδηγούν στη διαμόρφωση κάποιων *στάσεων* απέναντι στα Μαθηματικά, δηλαδή στερεοτύπων συμπεριφοράς κατά την ενασχόλησή τους με μαθηματικές δραστηριότητες. Αυτές μπορεί να είναι θετικές ή αρνητικές. Θετική στάση, π.χ. είναι η αγάπη για τα Μαθηματικά, ενώ αρνητικές είναι η απέχθεια και ο φόβος.

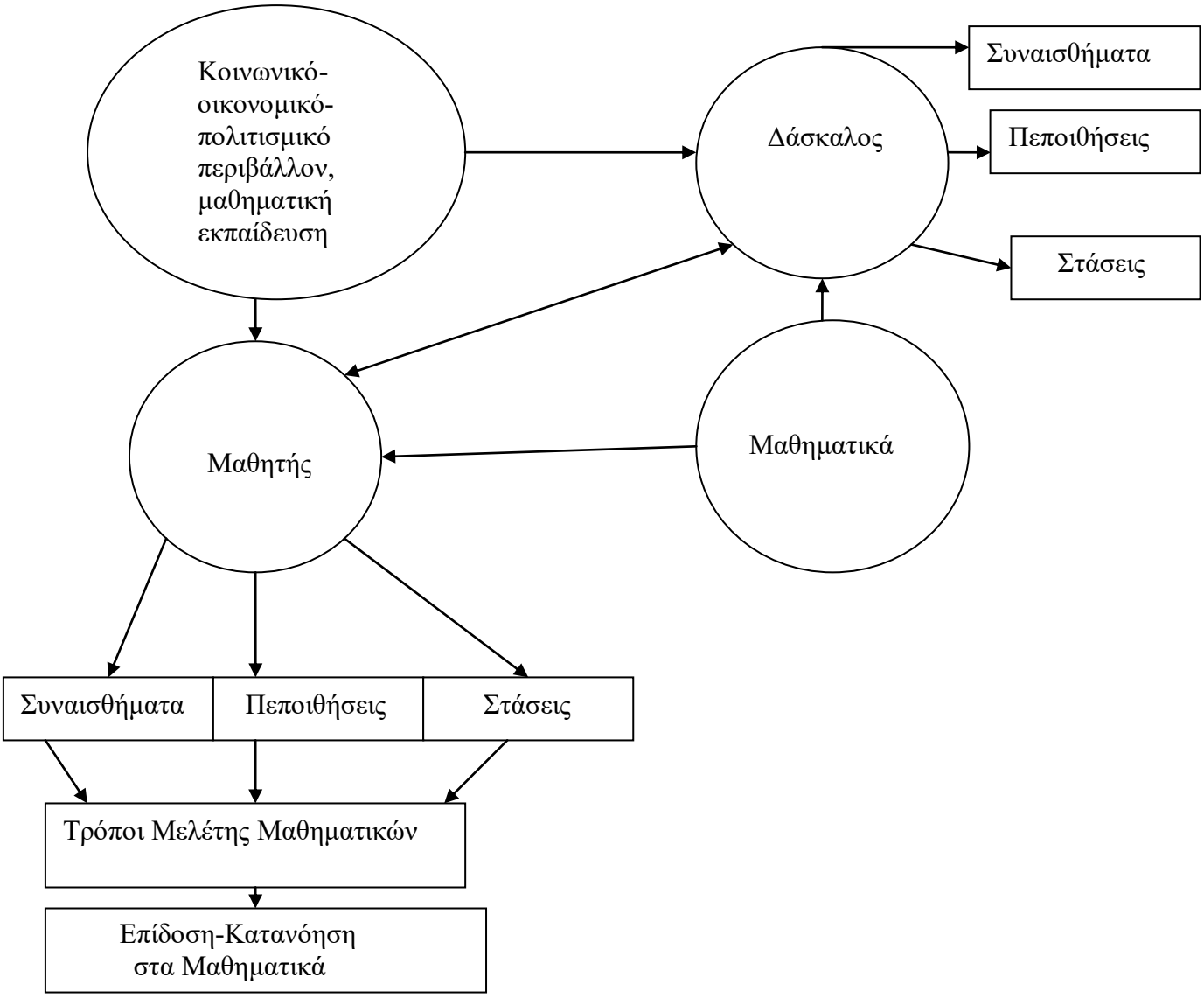
3. Οι πεποιθήσεις, στάσεις των μαθητών και τα συναισθήματα που δημιουργούνται κατά την ενασχόλησή τους με τα Μαθ/κά οδηγούν σε κάποιους τρόπους ή στρατηγικές *μελέτης των Μαθηματικών, ή ακόμα μοντέλα μελέτης.* Με την έννοια που δίνεται στη στάση, ως στερεότυπου συμπεριφοράς, οι τρόποι μελέτης μπορούν να θεωρηθούν στάσεις. Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στα Μαθηματικά, υποθέτουμε ότι οφείλονται και στον τρόπο μελέτης που ακολουθούν.

4.Υποθέτουμε ότι υπάρχει κάποιος τρόπος μελέτης, ο οποίος είναι ο πιο αποδοτικός. Αυτό θα διαπιστωθεί από τη συσχέτιση τρόπων μελέτης και επίδοσης - απόδοσης στα Μαθηματικά. Ο *«καλός τρόπος μελέτης»* οδηγεί σε ουσιαστική κατανόηση, γνώση και υψηλές επιδόσεις.

5. Η συμπεριφορά και διδακτική πρακτική του καθηγητή των Μαθηματικών στην τάξη οδηγεί σε ανάλογες πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών. Θετική στάση του καθηγητή απέναντι στα Μαθηματικά, οδηγεί σε θετική στάση του μαθητή γι' αυτά. Ανάλογο συμβαίνει και με την αρνητική στάση. Όταν ο ρόλος του καθηγητή είναι ενθαρρυντικός και καθοδηγητικός, τότε ο μαθητής διαμορφώνει θετική στάση. Αντίθετα όταν ο ρόλος του καθηγητή είναι αποθαρρυντικός, τότε ο μαθητής διαμορφώνει αρνητική στάση.

Συνοψίζοντας, λοιπόν, μπορούμε να πούμε ότι ο μαθητής ασχολείται με τα Μαθηματικά στο σχολείο, στο σπίτι ή στο φροντιστήριο, με την καθοδήγηση των δασκάλων, ή άλλων προσώπων, μέσα σ' ένα κοινωνικοπολιτισμικό περιβάλλον, ενός

συγκεκριμένου γεωγραφικού χώρου και μέσα σ' ένα συγκεκριμένο εκπαιδευτικό σύστημα με νόμους, τρόπους αξιολόγησης και επιλογής σε ανώτερα στάδια εκπαίδευσης. Υποθέτουμε ότι υπάρχει μια αλληλεπίδραση ανάμεσα στους παραπάνω παράγοντες. Μέσα απ' αυτή την αλληλεπίδραση δημιουργούνται στο μαθητή και το δάσκαλο των Μαθηματικών, διάφορα συναισθήματα, πεποιθήσεις και στάσεις που οδηγούν σε συγκεκριμένους τρόπους μελέτης, που αυτοί οδηγούν και σε συγκεκριμένες επιδόσεις και επίπεδα κατανόησης. Φαίνεται, λοιπόν, να λειτουργεί ένα μοντέλο που θα ερευνήσουμε σε ποιο βαθμό αυτό επιβεβαιώνεται:



Σχήμα 1.2.1

1.3. Τα Ερευνητικά Ερωτήματα

Οι γενικοί στόχοι της έρευνας αυτής είναι να μελετηθούν και να διερευνηθούν τα εξής:

1. Οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των μαθητών των Γενικών και Τεχνικών Λυκείων για τα Μαθηματικά, ποια είναι η παραγοντική τους δομή και αν υπάρχουν και ποιες σχέσεις και συσχετίσεις μέσα στη δομή αυτή.
2. Ποιοι είναι οι παράγοντες που διαμορφώνουν τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθηματικά.
3. Με ποιους τρόπους μελετούν Μαθηματικά οι μαθητές του Λυκείου και πώς οι πεποιθήσεις τους, ή ενδεχομένως άλλοι παράγοντες τους διαμορφώνουν.
4. Πώς σχετίζονται οι πεποιθήσεις και οι στάσεις για τα Μαθ/κά, οι τρόποι μελέτης των Μαθηματικών, με την κατανόηση των Μαθηματικών και τη μαθηματική επίδοση των μαθητών.

Ευελπιστούμε ότι, τα συμπεράσματα αυτής της έρευνας θα βοηθήσουν τα μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας στην προσπάθειά τους για βελτίωση της παρεχόμενης μαθηματικής παιδείας, σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

1.4. Δομή της Εργασίας

Η παρούσα έρευνα αποτελείται από πέντε κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο, στην εισαγωγή, αναλύουμε ποιο είναι το θέμα και ποια είναι η σημασία του, τον σκοπό της έρευνας και θέτουμε τα ερευνητικά μας ερωτήματα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζουμε το θεωρητικό πλαίσιο και αναφερόμαστε στη βιβλιογραφία που αφορά στις στάσεις και πεποιθήσεις των μαθητών διαφόρων ηλικιών για τα Μαθηματικά, στην παραγοντική δομή τους, καθώς και στο πώς αυτές

επηρεάζουν τη μάθηση των Μαθηματικών. Αναφερόμαστε και στη βιβλιογραφία, που αφορά στην κατανόηση γενικά των Μαθηματικών. Γίνεται και μια σύντομη βιβλιογραφική αναφορά στις έννοιες του αναστοχασμού και της μαθηματικής απόδειξης.

Το τρίτο κεφάλαιο αφορά στη μεθοδολογία που χρησιμοποιήσαμε για τη διεξαγωγή της πιλοτικής έρευνας, στα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας, καθώς και στη μεθοδολογία της κύριας έρευνας.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της έρευνας των στάσεων και πεποιθήσεων των μαθητών του Λυκείου. Ειδικότερα, παρουσιάζουμε τους παράγοντες των πεποιθήσεων και στάσεων, τις συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων, της επίδοσης και απόδοσης των μαθητών στα Μαθηματικά, της αυτοεκτίμησης – ετεροεκτίμησης των μαθητών για τα Μαθ/κά, του φόβου για τα Μαθηματικά, της πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος, του ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά και του χρόνου που οι μαθητές αφιερώνουν για την προετοιμασία τους στο μάθημα των Μαθηματικών. Ακόμη παρουσιάζονται οι διαφορές των μαθητών σε σχέση με αυτούς τους παράγοντες, ως προς το φύλο, τον τόπο κατοικίας (εκπαιδευτική περιφέρεια στην οποία ανήκει το Λύκειο φοίτησης), τον τύπο σχολείου και την κατεύθυνση. Παρουσιάζεται, επίσης, μια κατηγοριοποίηση των μαθητών σε σχέση με τις πεποιθήσεις τους και στάσεις για τα Μαθηματικά, καθώς και τα χαρακτηριστικά των μαθητών των κατηγοριών αυτών. Παρουσιάζονται οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές φοβούνται ή όχι τα Μαθηματικά. Ακόμη παρουσιάζονται οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές θα επέλεγαν ή όχι τα Μαθηματικά, εάν ήταν προαιρετικό μάθημα και οι λόγοι για τους οποίους το ενδιαφέρον των μαθητών ήταν ή όχι το ίδιο στις τάξεις του σχολείου. Επίσης παρουσιάζουμε και τις διαφορές που εντοπίσαμε, των μαθητών ως προς αυτές τις παραμέτρους, σε σχέση με το φύλο, την εκπαιδευτική περιφέρεια που

ανήκει το σχολείο τους, τον τύπο του σχολείου τους και την τάξη φοίτησης. Ακολουθεί η σύνοψη των αποτελεσμάτων.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα γενικά συμπεράσματα της έρευνας, γίνεται συζήτηση και επισημαίνεται η, κατά την άποψή μας, σημασία και συνεισφορά της στη Μαθηματική Εκπαίδευση. Στο τέλος του κεφαλαίου θέτουμε κάποια νέα ερευνητικά ερωτήματα, που προκύπτουν από την παρούσα εργασία, για μελλοντική διερεύνηση. Ακολουθούν η Βιβλιογραφία και τα Παραρτήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Θεωρητικό πλαίσιο-Βιβλιογραφική Επισκόπηση

Ε ι σ α γ ω γ ή

Στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου αυτού αναφερόμαστε στους συναισθηματικούς παράγοντες, που σύμφωνα με τη διεθνή και Ελληνική βιβλιογραφία σχετίζονται και συνδέονται με τη διδασκαλία και τη μάθηση γενικά και ειδικότερα των Μαθηματικών. Στο δεύτερο μέρος γίνεται επισκόπηση βασικών θεωριών που αφορούν στις γνωστικές διαδικασίες της μαθηματικής σκέψης και στη μαθηματική απόδειξη.

2.1. *Συναισθηματικοί παράγοντες και μαθησιακή διαδικασία των Μαθηματικών*

2.1.1. Συναισθήματα

Είναι γενικά αποδεκτό ότι ο ρόλος των συναισθημάτων είναι καθοριστικός στις διαδικασίες της διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης. Δύσκολα θα μπορούσε να παραβλέψει κανείς τη χαρά και την ικανοποίηση ενός μαθητή από την επίλυση ενός δύσκολου μαθηματικού προβλήματος, που θα μπορούσε να γίνει το έναυσμα για την ενασχόλησή του και με άλλα προβλήματα, ίσως και δυσκολότερων, με ευεργετικές συνέπειες στην ποιότητα της μαθηματικής παιδείας και συγκρότησής του. Αντίθετα η δυσαρέσκεια από την αδυναμία επίλυσης, θα μπορούσε να γίνει τροχοπέδη για τη θετική εξέλιξη του μαθητή.

Τη σημασία του συναισθηματικού τομέα γενικά, που αφορά ιδιαιτέρως και τα συναισθήματα, είχε ήδη διαισθανθεί ο μαθηματικός J. Hadamard, όταν έγραφε το

1945 στο εισαγωγικό κεφάλαιο του έργου του «The Psychology of Invention in the Mathematical Field» (Η Ψυχολογία της Εφεύρεσης στο Πεδίο των Μαθηματικών), για τη μεγάλη δυσκολία που παρουσιάζει η διαπραγμάτευση της φύσης της Ψυχολογίας στην προχωρημένη μαθηματική σκέψη:

«Το ζήτημα εμπλέκει δύο επιστήμες, την Ψυχολογία και τα Μαθηματικά και θα απαιτούσε, προκειμένου να αντιμετωπιστεί με επάρκεια, να είναι κανείς και ψυχολόγος αλλά και μαθηματικός. Εξ αιτίας της έλλειψης αυτής της σύνθετης ιδιότητας, το ζήτημα έχει ερευνηθεί από τους μαθηματικούς από τη μία πλευρά του και από τους ψυχολόγους από την άλλη» (Hadamard J. 1945, p.1).

Σύμφωνα με τον Mc Leod (1992) ο συναισθηματικός τομέας διαιρείται σε τρεις υποτομείς: *Τις πεποιθήσεις, τις στάσεις και τα συναισθήματα.* Οι όροι αυτοί διαφέρουν ως προς τη *σταθερότητα*, το *μέγεθος της έντασης* των συναισθηματικών αντιδράσεων που περιγράφουν, το *βαθμό* στον οποίο παίζει ρόλο η γνώση και *το χρόνο που απαιτείται για να αναπτυχθούν*. Ειδικότερα οι πεποιθήσεις και οι στάσεις είναι πιο σταθερές από τα συναισθήματα. Η ένταση των συναισθηματικών αντιδράσεων που περιγράφουν, αυξάνεται από τις «*κρύες (cold) πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά, στις δροσερές (cool) στάσεις που σχετίζονται με την αγάπη ή την απαρέσκεια για τα Μαθηματικά, στις ζεστές (warm) συναισθηματικές αντιδράσεις, από τις απογοητεύσεις που συνοδεύουν την επίλυση δύσκολων μαθηματικών προβλημάτων*» (Mc Leod 1992, p. 578). Ακόμη οι πεποιθήσεις είναι περισσότερο γνωστικές στη φύση τους σε σχέση με τις στάσεις και τα συναισθήματα. Ο δε χρόνος που είναι απαραίτητος για να αναπτυχθούν από το άτομο, είναι μεγαλύτερος για τις πεποιθήσεις, τις στάσεις και τα συναισθήματα (με τη διάταξη που αναγράφονται). Δηλαδή το επίπεδο *της έντασης της ανταπόκρισης (level of intensity of response)*, φθίνει από τις πεποιθήσεις προς τα συναισθήματα (Mc Leod 1992).

Οι De Bellis, & Goldin (2006) προτείνουν ένα *τετραεδρικό μοντέλο* για να περιγράψουν το συναισθηματικό τομέα. Επεκτείνουν το *τριεδρικό μοντέλο* του Mc Leod που περιγράφει το συναισθηματικό τομέα, προσθέτοντας έναν τέταρτο υποτομέα, εκείνον των αξιών και της ηθικής των ατόμων. «*Τα συναισθήματα (emotions) περιγράφουν γρήγορα μεταβαλλόμενες καταστάσεις των αισθήσεων, που βιώνονται συνειδητά, ή συμβαίνουν ασυνείδητα ή υποσυνείδητα, κατά τη διάρκεια μιας μαθηματικής δραστηριότητας...Οι στάσεις (attitudes) περιγράφουν θέσεις ή προδιαθέσεις σε σχέση με συγκεκριμένα συναισθήματα που προκαλούνται από ιδιαίτερα μαθηματικά περιβάλλοντα. ...Οι πεποιθήσεις (beliefs) αφορούν στην απόδοση κάποιου είδους εξωτερικής αλήθειας ή επικύρωσης σε συστήματα προτάσεων ή άλλων γνωστικών μορφών (cognitive configurations)...Οι αξίες (values), οι οποίες περικλείουν την ηθική και τις παραδόσεις, που αναφέρονται σε βαθειές προσωπικές αλήθειες ή παραδοχές, από τις οποίες εμφορούνται τα άτομα*».

Είναι βέβαια γνωστό, όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία, ότι προτείνονται και άλλες όψεις του συναισθηματικού τομέα. Τέτοιες είναι τα κίνητρα (motivation) και η ενασχόληση (engagement) (Attard, 2014).

Ο συναισθηματικός τομέας επηρεάζει σημαντικά την όλη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών, αν και τα Μαθηματικά, θεωρούμενα ως απόλυτη επιστήμη μπορούν να κατακτηθούν μόνο με τη λογική. Υπάρχουν διάφορες απόψεις ως προς τη *φύση, δομή και δημιουργία* των συναισθημάτων. Οι Ortony, Clore και Collins (1988), όπως αναφέρουν οι Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.24), θεωρούν ότι *τα συναισθήματα είναι οι αντιδράσεις ενός υποκειμένου σε ερεθίσματα,* που μπορεί να προέρχονται από *«γεγονότα, φορείς και αντικείμενα».* Η φύση των συναισθημάτων καθορίζεται από τον τρόπο, που το υποκείμενο κατανοεί τη κατάσταση που τα προκαλεί. Τα συναισθήματα διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

«ευχαρίστησης-δυσαρέσκειας», «έγκρισης-απόρριψης» και «αρέσκειας-απαρέσκειας» **(** Ortony, Clore, & Collins, 1988)**.**

Τα συναισθήματα που οφείλονται σε αντιδράσεις του υποκειμένου σε γεγονότα, ταξινομούνται ανάλογα με το πρόσωπο που υφίσταται τις συνέπειες των γεγονότων αυτών, δηλαδή αν είναι το ίδιο το υποκείμενο ή κάποιο άλλο πρόσωπο. Τέτοια συναισθήματα είναι η ευχαρίστηση, η δυσαρέσκεια, η απόλαυση, η ελπίδα, ο φόβος, η ανακούφιση, η απογοήτευση και η λύπη. Συναισθήματα που οφείλονται σε αντιδράσεις του υποκειμένου σε φορείς, όπου φορέας μπορεί να είναι το ίδιο το υποκείμενο ή άλλα πρόσωπα είναι: η αποδοχή και η απόρριψη, η υπερηφάνεια και η ντροπή, ο θαυμασμός και η επίκριση, η ευγνωμοσύνη και η οργή. Τέλος, συναισθήματα που οφείλονται σε αντιδράσεις του υποκειμένου σε αντικείμενα, είναι η απαρέσκεια, η αδιαφορία και η αγάπη.

Οι Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.27, 28, 29) αναφέρονται σε δύο θεωρίες του Mandler (1984, 1989) που σχετίζονται με τα συναισθήματα: Τη θεωρία *των βασικών συναισθημάτων* και τη θεωρία *του γνωστικού οικοδομισμού.* Σύμφωνα με τη πρώτη, τα συναισθήματα είναι συγκεκριμένοι τρόποι συμπεριφοράς, εμπειρίας και λειτουργίας του νευρικού συστήματος, που σχηματίστηκαν κατά την πορεία εξέλιξης του ανθρώπινου γένους. Σύμφωνα με τη δεύτερη, τα συναισθήματα είναι αποτέλεσμα γνωστικής ανάλυσης και φυσιολογικής ανταπόκρισης του αυτόνομου νευρικού συστήματος σε πραγματικές εμπειρίες του υποκειμένου. Ο ίδιος προτείνει τη θεωρία *διακοπής,* για να ερμηνεύσει τη δημιουργία των συναισθημάτων που αναπτύσσονται κατά τη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία των Μαθηματικών. Σύμφωνα μ' αυτή, τα συναισθήματα προέρχονται από την αντίδραση του ατόμου σε διακοπτόμενα σχέδια ή σχεδιαζόμενες ενέργειες, που κάνει και προσπαθεί να υλοποιήσει, για να πετύχει κάποιον συγκεκριμένο στόχο, όπως π.χ. η επίλυση ενός δοσμένου

προβλήματος. Αν η προγραμματισμένη σειρά ενεργειών διακοπεί για οποιονδήποτε λόγο (π.χ. αποτυχία να οδηγήσει σε λύση), δημιουργείται μια συναισθηματική φόρτιση ή ανισορροπία, που προκαλεί τη φυσιολογική σωματική αντίδραση του ατόμου. Επαναλαμβανόμενα επεισόδια διακοπής κάτω από τις ίδιες ή παρόμοιες συνθήκες, αυτοματοποιούν τις αντιδράσεις του υποκειμένου, οι οποίες γίνονται σταθερές και προβλέψιμες και αποδίδονται με τον όρο *στάσεις* (Mandler 1984, 1989).

Ένα από τα αρνητικά συναισθήματα που αναπτύσσονται κατά τη μαθησιακή διαδικασία των Μαθηματικών είναι *η φοβία* προς τα Μαθηματικά ή *Μαθηματικοφοβία*. Ένας άλλος σχετικός όρος είναι η *αριθμοφοβία.* Υπάρχει μια διαφορά ανάμεσα στους όρους *φοβία* και *φόβος*. Σύμφωνα με τον Μπουλουγούρη (1994), φόβος είναι το συναίσθημα ανησυχίας που προκαλείται από την ύπαρξη ενός επικείμενου κινδύνου, ενώ φοβία είναι ο επίμονος και υπερβολικός φόβος, που συνδέεται με μια κατάσταση ή ένα αντικείμενο. Κατά τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), μια βασική αιτία ανάπτυξης της Μαθηματικοφοβίας είναι η πεποίθηση μερικών μαθητών ότι δεν μπορούν να βελτιώσουν τις επιδόσεις τους στα Μαθηματικά. Αυτό είναι αποτέλεσμα συνεχών αποτυχιών τους, που τους οδηγεί στην πεποίθηση ότι δεν έχουν ικανότητες, για να ασχοληθούν με τα Μαθηματικά.

Τα Μαθηματικά από τη φύση τους δημιουργούν καταστάσεις, που ασκούν έντονες πιέσεις στους μαθητές (Mandler 1989). Εάν οι μαθητές δεν μπορούν να ξεπεράσουν αυτές τις εσωτερικές αναστατώσεις, τότε αποτυγχάνουν συνεχώς να λύνουν προβλήματα, με αποτέλεσμα να νιώθουν δέος για τα Μαθηματικά. Σύμφωνα με τη Buxton (1981) οι επιδράσεις του ίδιου του δασκάλου, το περιβάλλον και η ατμόσφαιρα της τάξης, είναι σημαντικοί παράγοντες για τη δημιουργία φοβίας για τα Μαθηματικά.

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι απόψεις του Papert (1980), σχετικά με τη φοβία και το φόβο για τα Μαθηματικά. Εισάγει τον όρο *mathophobia (μαθοφοβία)*, στον οποίο δίνει δύο ερμηνείες: Η πρώτη είναι *«ο ευρέως διαδεδομένος φόβος των Μαθηματικών, που συχνά έχει την ένταση της πραγματικής φοβίας».* Η δεύτερη είναι ο φόβος *«για τη μάθηση, γενικά και ιδιαιτέρως για τα Μαθηματικά»* και προέρχεται από το πρόθεμα math. (*Το ελληνικό πρόθεμα math σημαίνει στα Ελληνικά «μαθαίνω», με τη γενική έννοια του όρου).*

Σύμφωνα, πάντα, με τον Papert (1980, pp. 39-40), η μαθοφοβία μπορεί να βάλει περιορισμούς στις ζωές των ανθρώπων: «… *Αν οι άνθρωποι πιστεύουν αρκετά σταθερά ότι δεν μπορούν να κάνουν Μαθηματικά, θα επιτυγχάνουν συνήθως, στο να εμποδίζουν τον εαυτό τους από το να κάνουν οτιδήποτε αναγνωρίζουν ως Μαθηματικά…»*

Ένας άλλος ανασχετικός παράγοντας στη μαθησιακή διαδικασία των Μαθηματικών είναι το *άγχος για τα Μαθηματικά.* Δεν υπάρχει αυστηρός ορισμός της έννοιας του άγχους. Όπως αναφέρει η Σαρακινού (1999, σελ. 71), ο Spielberger (1966) ορίζει σαν *κατάσταση άγχους (state anxiety),* τη δυσάρεστη συναισθηματική κατάσταση που χαρακτηρίζεται από ενεργοποίηση ή διέγερση του αυτόνομου νευρικού συστήματος. Η έννοια του άγχους δεν πρέπει να συγχέεται με τη Μαθηματικοφοβία, στην οποία αναφερθήκαμε στην προηγούμενη παράγραφο.

Οι παράγοντες που δημιουργούν το άγχος για τα Μαθηματικά (Σαρακινού 1999) είναι: (α) *Η φύση τους.* Καθώς οι μαθηματικές έννοιες δομούνται πάνω σε προηγούμενες, η απώλεια κάποιων μαθημάτων προκαλεί άγχος (Mook, & Legg, 1980). Κατά τον Hughes (1996), τα Μαθηματικά μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν ένα ισχυρό εργαλείο επικοινωνίας, αφού διαθέτουν σύμβολα και ορολογία, αυστηρά καθορισμένα μέσα στο πλαίσιό τους. Δυστυχώς για πολλούς μαθητές τα Μαθηματικά

είναι μια ξένη γλώσσα, η οποία τους προξενεί άγχος, αφού δεν μπορούν να τη χρησιμοποιήσουν άνετα.

(β) *Τα Μαθηματικά είναι ένα αυστηρά δομημένο οικοδόμημα.* Οι μαθητές βρίσκονται αντιμέτωποι με αυστηρούς ορισμούς πραγμάτων, που έχουν διαφορετικό περιεχόμενο στην καθημερινή ζωή (π.χ. όριο, συνέχεια).

(γ) *Ο τρόπος διδασκαλίας των Μαθηματικών*. Ο παραδοσιακός τρόπος διδασκαλίας με τους ορισμούς και τις αποδείξεις, δίνει την εντύπωση στους μαθητές ότι τα Μαθηματικά είναι αυταρχικά και άκαμπτα, χωρίς περιθώρια ελεύθερης σκέψης. Καθώς δεν μπορούν να τα συνδέσουν με την καθημερινή ζωή, ώστε να δουν τη χρησιμότητά τους και να τα κατανοήσουν, σταματούν κάθε περαιτέρω προσπάθεια, αφού είναι βέβαιοι ότι θα αποτύχουν. Αυτό τους δημιουργεί ένα μόνιμο άγχος.

(δ) *Η αυτοεκτίμηση*. Οι μαθητές με μικρή αυτοεκτίμηση, έχουν ανάγκη επιδοκιμασίας και ενθάρρυνσης από πρόσωπα που θεωρούνται σημαντικά γι' αυτούς. Η Cemen (1982), παρατηρεί ότι ένα άτομο με μικρή αυτοεκτίμηση, μπορεί να αναπτύξει άγχος εάν δεν έχει την επιδοκιμασία από το δάσκαλό του. Κατά τους Richardson, & Suinn (1972), υπάρχει αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στο επίπεδο άγχους και την επίδοση στα Μαθηματικά.

Τόσο η Μαθηματικοφοβία, όσο και το άγχος για τα Μαθηματικά είναι δύο αρνητικά συναισθήματα, που χρειάζονται παραπάνω μελέτη και έρευνα, καθώς είναι ανασταλτικοί παράγοντες για την ενασχόληση με τα Μαθηματικά, την κατανόησή τους και τη μαθηματική επίδοση. Σύμφωνα με τον Πανάρετο (2001), οι μαθητές των Γυμνασίων και Λυκείων όλης της Ελλάδας σε ερώτημα αν θα επέλεγαν το μάθημα των Μαθηματικών, στην υποθετική περίπτωση που αυτό ήταν προαιρετικό, απάντησαν αρνητικά σε ποσοστό 42,99%, όσον αφορά στους μαθητές του Γυμνασίου, σε ποσοστό 63,1% όσον αφορά στους μαθητές του Λυκείου και σε

ποσοστό 53,67%, όσον αφορά στο σύνολο των μαθητών. Ακόμη, νεώτερα αποτελέσματα που πρέκυψαν από τον διαγωνισμό PISA (Programme for International Student Assesment) και δημοσιεύθηκαν από τον OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development=Οργανισμός Οικονομικής Συνεργασίας και Αναπτύξεως) το 2010, επιβεβαιώνουν την αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στο άγχος και τη μαθηματική επίδοση. Οι Radisic et al. (2014), σχολιάζοντας τα παραπάνω αποτελέσματα σημειώνουν ότι οι μαθητές από την Ιαπωνία και την Κορέα, που είναι υψηλής μαθηματικής ικανότητας εκφράζουν υψηλά επίπεδα άγχους για τα Μαθ/κά. Το ίδιο κάνουν και οι μαθητές από τη Βραζιλία, την Τυνησία και την Ταϋλάνδη, που είναι χώρες χαμηλής μαθηματικής ικανότητας. Αντίθετα, οι μαθητές από τη Δανία, Ολανδία, Σουηδία και Φινλανδία, που σημειώνουν μεγάλη μαθηματική επίδοση εκφράζουν χαμηλά επίπεδα άγχους. Ανεξάρτητα από τις διαφορές μεταξύ των μαθητών διαφορετικών χωρών (διαφορετικής κουλτούρας), εκείνο που φαίνεται να είναι βέβαιο είναι ότι οι μαθητές που εκφράζουν μεγάλο άγχος για τα Μαθ/κά σημειώνουν χαμηλότερη μαθηματική επίδοση. Αξιοσημείωτα επίσης είναι τα ευρήματα έρευνας των Frenzel et al. (2007), σχετικά με τις διαφορές των μαθητών ως προς το φύλο σε σχέση με τον συναισθηματικό τομέα και τα Μαθ/κά. Σύμφωνα με αυτά, τα κορίτσια, συγκρινόμενα με τα αγόρια, εκφράζουν μικρότερη ευχαρίστηση από τα Μαθ/κά και έχουν μεγαλύτερο άγχος. Δεδομένης της σημασίας των Μαθηματικών στην κοινωνική και επαγγελματική εξέλιξη, προκύπτει ένας σημαντικός κοινωνικός και επαγγελματικός αυτοαποκλεισμός ατόμων που δεν έχουν καλή σχέση με τα Μαθηματικά. Έτσι επιβεβαιώνεται η διατυπωμένη άποψη ότι τα Μαθηματικά αποτελούν «κρίσιμο φίλτρο στην αγορά εργασίας».

2.1. 2. Πεποιθήσεις ή Πιστεύω για τα Μαθηματικά

Δεν υπάρχει κοινά αποδεκτός ορισμός για τις πεποιθήσεις ή πιστεύω (beliefs) ενός ατόμου, ως προς διάφορα θέματα, όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία. Είναι ευρέως αποδεκτό ότι οι πεποιθήσεις είναι οι *ατομικές, προσωπικές γνώσεις (cognitions), θεωρίες (theories) και ιδέες (conceptions), που σχηματίζει κανείς για υποκειμενικούς λόγους.* Σύμφωνα με τον Mc Leod (1992), «*οι πεποιθήσεις είναι στη φύση τους κυρίως γνωστικές και αναπτύσσονται μέσα σε μεγάλες χρονικές περιόδους*». Η Presmeg (2001, p. 293) αναφέρει ότι, ο Cooney (1999) ισχυρίζεται, ότι μία πεποίθηση «*είναι ένα σύνολο από τρόπους για να κάνει κανείς διάφορα πράγματα, κάτω από διάφορες περιστάσεις*». Αυτό οδηγεί στην παραδοχή ότι «*διαφορετικές περιστάσεις μπορεί να προκαλέσουν διαφορετικά σύνολα πεποιθήσεων*» (Presmeg, 1988). Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ. 33, 34), τα πιστεύω ή οι πεποιθήσεις ενός ατόμου ορίζονται ως *οι υποκειμενικές του γνώσεις, θεωρίες και αντιλήψεις*, στις οποίες καταλήγει για λόγους υποκειμενικούς και κατά κανόνα υποσυνείδητους. Είναι συμπεράσματα μερικώς λογικά, αλλά έχουν και συναισθηματική συνιστώσα, οπότε δεν επιδέχονται αντικειμενική αιτιολόγηση ή απόδειξη. Η σημασία τους είναι μεγάλη, γιατί καθορίζουν τη συμπεριφορά του ατόμου. Σύμφωνα με τον Goldin (2002), οι πεποιθήσεις ορίζονται ως «*οι πολλαπλά κωδικοποιημένες γνωσιακές-συναισθηματικές μορφές (cognitive/affective configurations), που συνήθως συμπεριλαμβάνουν κωδικοποίηση προτάσεων, στις οποίες το άτομο αποδίδει κάποιο είδος αλήθειας*». Κατά τον Christou (2016) οι πεποιθήσεις ενός ατόμου σχηματίζονται με τη βοήθεια των άμεσων εμπειριών του, ή παράγονται από τις πεποιθήσεις των άλλων. Οι πρώτες είναι πιο κεντρικές και ως τέτοιες είναι πιο ισχυρές και ασκούν μεγαλύτερη επιρροή. Πολλές από τις κεντρικές πεποιθήσεις μπορεί να ισχυροποιηθούν και να σταθεροποιηθούν από άλλες

περιφερειακές πεποιθήσεις, που αναπτύσσονται δια μέσου της κοινωνικής αλληλεπίδρασης με άλλες σημαντικές πεποιθήσεις. Αυτές οι πεποιθήσεις είναι δύσκολο να αλλάξουν.

Σχετικές είναι και οι τρεις παρακάτω έννοιες που αφορούν σε τρία είδη πεποιθήσεων και απαντώνται στη βιβλιογραφία: *οι επιστημολογικές πεποιθήσεις, (epistemological beliefs), οι πεποιθήσεις βεβαιότητας (certainty beliefs) και οι πεποιθήσεις για τις πηγές (source beliefs)*. Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών είναι οι υποκειμενικές θεωρίες που αναπτύσσουν για τη δομή και τα όρια της γνώσης, καθώς και σχετικά με τη φύση της κατάκτησης της γνώσης. Οι πεποιθήσεις βεβαιότητας, αφορούν στη φύση της γνώσης σε ένα συγκεκριμένο πεδίο. Ιδιαιτέρως οι πεποιθήσεις αυτές συνδέονται με το εάν η γνώση σε ένα συγκεκριμένο πεδίο θεωρείται σταθερή, προκαθορισμένη και δεν επιδέχεται μεταβολές. Μια ισχυρή πεποίθηση ενός σπουδαστή στη βεβαιότητα της γνώσης, δείχνει ότι ο σπουδαστής πιστεύει ότι οι επιστημονικές θεωρίες και τα αποτελέσματα είναι σταθερά, βέβαια και αληθινά. Οι πεποιθήσεις για τις πηγές, αφορούν στη φύση της μάθησης σε ένα συγκεκριμένο πεδίο. Οι πεποιθήσεις αυτές συνδέονται με το κατά πόσο οι μαθητές πιστεύουν ότι η γνώση πηγάζει από εξωτερικές αυθεντίες, όπως οι δάσκαλοι και τα βιβλία (Hofer, & Pintrich, 1997; Conley et al., 2004; Trautwein, & Ludkte, 2007; Beghetto, & Baxter, 2012). Κατά τον Goldin (2002) υπάρχουν δύο ακόμη έννοιες σχετικές με την έννοια των πεποιθήσεων: Η *δομή πεποιθήσεων (belief structure)* και το *σύστημα πεποιθήσεων (belief system)*. Οι πεποιθήσεις ενός ατόμου δεν βρίσκονται απομονωμένες μέσα στο μυαλό του, αλλά είναι μέρος «*μιας γενικότερης δομής, αμοιβαίως ενισχυομένων πεποιθήσεων».* Μια «*δομή πεποιθήσεων είναι ένα σύνολο αμοιβαίως ενισχυομένων, ή αλληλοϋποστηριζομένων πεποιθήσεων και παραδοχών του ατόμου, που είναι κυρίως γνωσιακές, αλλά που συχνά εμπεριέχουν επικουρικά*

συναισθήματα» (Goldin, 2002). Ένα σύστημα πεποιθήσεων είναι «*μια αναλυτική, ή επεκτεταμένη δομή πεποιθήσεων, την οποία έχουν τα άτομα μιας κοινωνικής ομάδας, ή κουλτούρας»* (Goldin, 2002). Σύμφωνα με τους Jin et al. (2010), τα συστήματα πεποιθήσεων των σπουδαστών, ειδικότερα για τα Μαθηματικά, περιέχουν τις πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών και δεν είναι σταθερά, αλλά μεταβάλλονται.

Οι Φιλίππου και Χρίστου (2001), εισάγουν και την παρεμφερή έννοια των *αντιλήψεων*. Οι παραπάνω, με τον όρο *αντιλήψεις*, εννοούν μια ειδική κατηγορία πεποιθήσεων, που περιέχουν σε αυξημένο βαθμό το στοιχείο της υποκειμενικής αξιολόγησης ενός αντικειμένου, ή μιας κατάστασης. Ο Ernest (1989), κατατάσσει τις αντιλήψεις για τα Μαθηματικά στις εξής θεωρήσεις (κατηγορίες):

(α) *Τη Δυναμική θεώρηση*, σύμφωνα με την οποία τα Μαθηματικά αναπτύσσονται διαρκώς, δεν είναι τελειωμένο προϊόν ή απόλυτη γνώση, αλλά βρίσκονται σε διαρκή εξέλιξη.

(β) *Τη Στατική θεώρηση*, σύμφωνα με την οποία τα Μαθηματικά είναι απόλυτες αλήθειες που υπήρχαν πάντοτε και ο άνθρωπος απλώς τις ανακαλύπτει, θεώρηση, που είναι σύμφωνη με την Πλατωνική φιλοσοφική θεώρηση των Μαθηματικών (Αναπολιτάνος 1985).

(γ) *Την Εργαλειακή θεώρηση*, σύμφωνα με την οποία τα Μαθηματικά είναι ένα συγκροτημένο σύνολο από κανόνες, διαδικασίες, τεχνικές και δεξιότητες, που χρησιμοποιούνται για την επίτευξη συγκεκριμένων στόχων.

Θα ήταν ενδιαφέρον να ερευνηθεί, πώς κατατάσσονται οι πεποιθήσεις των μαθητών των Λυκείων, για τα Μαθηματικά ως προς τις παραπάνω κατηγορίες, καθώς και των δασκάλων των Μαθηματικών. Όμως η έρευνά μας δεν θα επεκταθεί και στην κατάταξη των μαθητών, ή των δασκάλων στις παραπάνω κατηγορίες.

Κατά τον Cobb (1986), οι σπουδαστές αναδιοργανώνουν τα πιστεύω τους για τα Μαθηματικά, για να λύσουν προβλήματα, που είναι πρωτίστως κοινωνικά, παρά μαθηματικά στην προέλευσή τους. Γι' αυτό πρέπει να ερευνηθούν σε σχέση με τη κοινωνική διάσταση της μαθηματικής εκπαίδευσης, τουλάχιστον στο επίπεδο των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων της τάξης. Πρέπει να δοθεί προσοχή στην επίδραση της διδασκαλίας των Μαθηματικών, ως κοινωνικής διαδικασίας, στις πεποιθήσεις των μαθητών.

Οι πεποιθήσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά φαίνεται να επηρεάζονται από τη μαθηματική εκπαίδευση σε κάθε χώρα (Dematte, Eccher, & Furinghetti, 1999). Τούτο είναι φυσικό να συμβαίνει, διότι, ενώ το περιεχόμενο των Μαθ/κών είναι παγκοσμίως αποδεκτό, το περιεχόμενο της Μαθ/κής εκπαίδευσης και η μαθησιακή διαδικασία, διαφέρουν από χώρα σε χώρα. Η κοινωνία στην οποία ζουν οι μαθητές, επηρεάζει τις πεποιθήσεις, αφού αυτές αποτελούν την αναπαράσταση των αξιών του σχολικού και ευρύτερου κοινωνικού περιβάλλοντος, στο οποίο δρουν. Αυτό επιβεβαιώνουν διεθνείς έρευνες μεγάλης κλίμακας, όπως η Δεύτερη Διεθνής Έρευνα για τα Μαθηματικά (SIMS, Kifer, & Robitaille, 1989) και η Τρίτη Διεθνής Έρευνα για τα Μαθηματικά και την Επιστήμη (TIMSS, Philippou, & Christou, 2000), όπως αναφέρεται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.87). Σε διεθνή έρευνα των Φιλίππου και Χρίστου σε 4 χώρες, Κύπρο, Φινλανδία, Η.Π.Α. και Ρωσία, ανάμεσα σε μαθητές 13^{ων} ετών, διερευνήθηκε η παραγοντική δομή των αντιλήψεων των μαθητών για τα Μαθηματικά. Επιβεβαιώθηκε ότι οι βασικοί παράγοντες της δομής των αντιλήψεων είναι *η φύση των Μαθηματικών, το περιεχόμενο των Μαθηματικών, η μάθηση των Μαθηματικών, η εργασία για τα Μαθηματικά και ο ρόλος του δασκάλου.* Η δομή του συστήματος των πεποιθήσεων παραμένει αμετάβλητη στις τέσσερις αυτές χώρες, εκτός από ελάχιστες περιπτώσεις. Η ίδια έρευνα έδειξε ότι

τα κορίτσια έχουν πιο σταθερές πεποιθήσεις από τα αγόρια, όσον αφορά στη διδασκαλία και στη μάθηση των Μαθηματικών.

Παρόμοια με την παραπάνω έρευνα, διεξήγαγαν οι Γιαλαμάς και Κασιμάτη (1999). Διερευνήθηκε η παραγοντική δομή των πεποιθήσεων μαθητών του Γυμνασίου, (ηλικίας 12-15), σε πέντε χώρες, την Ελλάδα, Κύπρο, Φινλανδία, Η.Π.Α. και Ρωσία. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής έδειξαν ότι η παραγοντική δομή των πεποιθήσεων των Ελλήνων μαθητών, συμφωνεί με το παραπάνω μοντέλο των Φιλίππου και Χρίστου ως προς τους παράγοντες *φύση, περιεχόμενο, μάθηση και δάσκαλο,* διαφοροποιείται, όμως, ως προς τον παράγοντα *εργασία για τα Μαθηματικά.*

Σε έρευνα των Christou, & Philipou (1998), που έγινε στην Κύπρο μεταξύ μαθητών ΣΤ΄ Δημοτικού και Γ΄ Γυμνασίου και αναφέρεται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ. 81-84), διερευνήθηκε η δομή του συστήματος των πεποιθήσεων των μαθητών για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθητών και επαληθεύτηκε το θεωρητικό μοντέλο των παραπάνω ερευνητών, σύμφωνα με το οποίο διακρίνονται τέσσερις παράγοντες πρώτου επιπέδου: *Περιεχόμενο, φύση, διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών*. Οι παράγοντες περιεχόμενο και φύση ενοποιούνται σε ένα παράγοντα δευτέρου επιπέδου, *εικόνα των Μαθηματικών (δηλ. η εικόνα που έχει διαμορφώσει ο μαθητής για τα Μαθηματικά),* ενώ οι παράγοντες διδασκαλία και μάθηση ενοποιούνται στον παράγοντα δευτέρου επιπέδου *διδασκαλία-μάθηση*. Στη συνέχεια οι δυο παράγοντες δευτέρου επιπέδου συμβάλλουν στη δημιουργία του *συστήματος πεποιθήσεων* με άμεσο τρόπο. Περαιτέρω ανάλυση, έδειξε ότι το μοντέλο αυτό παραγοντικής δομής ισχύει, τόσο για τα αγόρια όσο και τα κορίτσια, και για τις δύο τάξεις. Η έλλειψη διαφορών μεταξύ των τεσσάρων ομάδων του δείγματος (δηλ. αγόρια έκτης Δημ. - αγόρια Γ΄ Γυμν., κορίτσια έκτης Δημ. - κορίτσια Γ΄ Γυμν., αγόρια έκτης Δημ.- κορίτσια Γ΄ Γυμν., κορίτσια έκτης Δημ. - αγόρια Γ΄ Γυμν.),

οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το σύστημα των πεποιθήσεων αρχίζει να δημιουργείται στο Δημοτικό και η βασική δομή του παραμένει αναλλοίωτη και στο Γυμνάσιο (Φιλίππου, Χρίστου, 2001 σελ.81, 82, 83, 84).

Ο Schoenfeld (1989) πραγματοποίησε δύο έρευνες σχετικά με τα πιστεύω των σπουδαστών για τα Μαθηματικά, καθώς και για τις στάσεις τους απέναντι σ' αυτά, οι οποίες περιγράφονται στο Schoenfeld (1989). Τα κυριότερα συμπεράσματα της πρώτης έρευνας του Shcoenfeld (1988), που έγινε σε μαθητές Λυκείου, που παρακολουθούσαν Ευκλείδεια Γεωμετρία είναι: α) Ο τρόπος που έμαθαν οι μαθητές να ξεχωρίζουν τις γεωμετρικές αποδείξεις από τις γεωμετρικές κατασκευές, ήταν αποτέλεσμα του τρόπου που τα διδάχθηκαν. β) Οι μαθητές κατέληξαν να πιστεύουν ότι τα προβλήματα που τους ζητούν να λύσουν, λύνονται σε λίγα μόνο λεπτά. γ) Η βήμα προς βήμα διδακτική προσέγγιση των θεμάτων, έκανε τους μαθητές να πιστεύουν, ότι οι ίδιοι είναι παθητικοί καταναλωτές έτοιμων Μαθηματικών.

Η δεύτερη έρευνα του Schoenfeld (1989), που αφορούσε σε μαθητές Λυκείου, οδήγησε σε διάφορα συμπεράσματα, που αναφέρονται στα πιστεύω των μαθητών για τους λόγους επιτυχίας ή αποτυχίας στα Μαθηματικά. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας, οι μαθητές πιστεύουν ότι τα Μαθηματικά είναι μια αντικειμενική επιστήμη που μπορεί να κατακτηθεί. Για την κατάκτηση των Μαθηματικών σημασία έχει περισσότερο η δουλειά, παρά το έμφυτο ταλέντο. Για τους καλούς βαθμούς μετρά η δουλειά και όχι η καλή τύχη. Αν παίρνουν χαμηλούς βαθμούς ευθύνονται οι ίδιοι κ.λ.π. Όσον αφορά στα κίνητρά τους για τα Μαθηματικά, πιστεύουν ότι το αντικείμενο των Μαθηματικών έχει ενδιαφέρον, ότι τα Μαθηματικά βοηθούν να σκέπτεσαι σωστά και ότι θέλουν να τα πηγαίνουν καλά ακαδημαϊκά. Παρά την πεποίθησή τους ότι τα Μαθηματικά βοηθούν να σκέπτεσαι, ισχυρίζονται ότι τα Μαθηματικά μαθαίνονται καλύτερα με απομνημόνευση. Αλλά όμως η φαινομενική

αυτή αντίφαση δεν υπάρχει, διότι η πρώτη πεποίθηση αναφέρεται γενικά στα Μαθηματικά σαν επιστήμη, ενώ η δεύτερη αφορά στα σχολικά Μαθηματικά. Όσον αφορά στους δασκάλους τους, πιστεύουν ότι αντιμετωπίζουν τους μαθητές τους με σεβασμό, χρησιμοποιούν τη «Σωκρατική μέθοδο διδασκαλίας», δίνουν αρκετό χρόνο στους μαθητές για να απαντήσουν στις ερωτήσεις που τους θέτουν και ότι οι προκαταλήψεις των δασκάλων δεν επηρεάζουν τη βαθμολογία τους. Τέλος οι μαθητές πιστεύουν ότι, το λογικό χρονικό διάστημα που πρέπει να δουλέψει ένας μαθητής, για να λύσει ένα πρόβλημα, μέχρι που να εγκαταλείψει κάθε προσπάθεια και να αποφανθεί ότι το πρόβλημα *«δεν λύνεται»* είναι *δώδεκα λεπτά.*

Σύμφωνα με τους Daskalogianni, & Simpson (2001), οι σπουδαστές κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες ως προς τα «*μακρο-πιστεύω»* **(***macro-beliefs***)** τους και για καθεμιά απ' αυτές υπάρχει ένα σύστημα «*μικρο-πιστεύω» (micro-beliefs***)**:

α) Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι «*συστηματικοί»* (*systematic*).

β) Στη δεύτερη ανήκουν οι «*διερευνητικοί»* (*exploratory*).

γ) Στην τρίτη ανήκουν οι «*χρησιμοθηρικοί»* (*utilitarian*).

Οι συστηματικοί πιστεύουν ότι, *τα Μαθηματικά είναι ένα στατικό και αυστηρό σώμα γνώσης και τους αρέσει ο συστηματικός και μεθοδολογικός τρόπος εργασίας.* Τα «μικροπιστεύω» τους *περιλαμβάνουν μαθηματικές ασκήσεις που έχουν μια συγκεκριμένη απάντηση και μπορούν να προσεγγισθούν, αν ακολουθήσει κανείς μια σειρά από βήματα. Αισθάνονται σίγουροι για ασκήσεις, όπου έχουν να εφαρμόσουν στρατηγικές που έχουν ξαναχρησιμοποιήσει σε προηγούμενα προβλήματα.* Οι διερευνητικοί πιστεύουν ότι *τα Μαθηματικά είναι ένα δυναμικό υποκείμενο, που χαρακτηρίζεται από την ανακάλυψη αληθειών και την εξερεύνηση νέων εννοιών και προσεγγίσεων για ασκήσεις. Η προσοχή τους συγκεντρώνεται στη διάσταση της λυτικής*

προβλημάτων και στην ύπαρξη περισσοτέρων από μιας σωστής απάντησης. Τους αρέσει η πρόκληση μιας καινούργιας άσκησης και ψάχνουν πάντα να κάνουν συνδέσεις με όλες τις έννοιες που εμπλέκονται. Οι χρησιμοθηρικοί πιστεύουν ότι *τα Μαθηματικά είναι ένα εργαλείο για άλλα θέματα και ενδιαφέρονται πραγματικά για τις εφαρμογές τους στη ζωή. Έχουν την τάση να βασίζονται σε γνωστούς αλγορίθμους και αριθμητικές προσεγγίσεις των εργασιών τους στα Μαθηματικά.*

Είναι γεγονός ότι κάθε άνθρωπος, ζει μέσα σ' ένα συγκεκριμένο οικογενειακό, κοινωνικοοικονομικό και πολιτισμικό περιβάλλον και υφίσταται μια συγκεκριμένη παιδεία. Επιπλέον δέχεται πλήθος πληροφοριών από τα μέσα ενημέρωσης και υφίσταται την επίδραση της τοπικής και παγκόσμιας κουλτούρας. Η νοητική επεξεργασία όλων αυτών των επιδράσεων, κατά τη γνώμη μας, οδηγεί σε κάποια αποτελέσματα, τα οποία θα μπορούσαν να χαρακτηρισθούν ως απόψεις του ατόμου, πάνω σε διάφορα θέματα που ενδιαφέρουν το άτομο. Κάποιες από τις απόψεις αυτές εγκαταλείπονται σύντομα, ενώ άλλες εσωτερικεύονται, αποκτούν μια σχετική μονιμότητα και αποτελούν τις *πεποιθήσεις ή πιστεύω* του ατόμου. Έχοντας υπόψη και την παραπάνω βιβλιογραφία, οδηγούμαστε στο να υιοθετήσουμε για την παρούσα έρευνα τον όρο *πεποιθήσεις ενός ατόμου με την έννοια των προσωπικών κρίσεων και απόψεων που συνιστούν την υποκειμενική του γνώση, για την οποία δεν απαιτείται τυπική τεκμηρίωση.*

Είναι αποδεκτό ότι ο ρόλος των πεποιθήσεων είναι πολύ σημαντικός για τη μαθηματική εκπαίδευση. Ο Kloosterman (2002) σημειώνει ότι οι πεποιθήσεις των μαθητών επιδρούν στο ενδιαφέρον και στα κίνητρα των μαθητών για να μάθουν Μαθ/κά. Αυτό επηρεάζει στη συνέχεια τη συμμετοχή τους και την ενασχόληση με αυτά στην αίθουσα διδασκαλίας. Από έρευνα των Young-Loveridge et al. (2006) σε μαθητές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (400 μαθητές, 6-13 ετών) με μοναδικό ερώτημα

«Τί πιστεύεις ότι είναι τα Μαθ/κά;», προέκυψε ότι η πιο κοινή άποψη είναι η σχετική με το περιεχόμενο, ότι τα Μαθ/κά ασχολούνται κυρίως με υπολογισμούς και αριθμούς. Σημειώθηκαν βέβαια και απόψεις, όπως ότι τα Μαθ/κά είναι ένα εξωτερικό σώμα, «μια ύλη που πρέπει να μάθουν» (Πλατωνισμός), ή ότι είναι κυρίως επίλυση προβλημάτων. Οι Mc Donough, & Sullivan (2014) έχουν την άποψη ότι επειδή οι πεποιθήσεις επηρεάζουν τη συμπεριφορά, επιδρούν σημαντικά στη μάθηση των Μαθ/κών. Οι Cheeseman, & Mormane (2014) ισχυρίζονται ότι ο διαμεσολαβητικός ρόλος των πεποιθήσεων είναι καθοριστικός για τη μάθηση των Μαθ/κών, γιατί οριοθετεί τη μαθηματική γνώση και τις δεξιότητες των μαθητών. Οι μαθητές, για παράδειγμα, που έχουν την Πλατωνική άποψη για τα Μαθ/κά, φαίνεται να ακολουθούν μεθόδους που έχουν σκοπό την κατάκτηση εδραιωμένων αληθειών. Αντίθετα εκείνοι οι μαθητές που η άποψή τους για τα Μαθ/κά είναι περισσότερο προσανατολισμένη στην επίλυση προβλημάτων, συμμετέχουν περισσότερο σε ανοιχτές μαθηματικές δραστηριότητες και δεν προτιμούν τη συμμετοχή τους σε τυπικά μαθήματα που εστιάζουν κυρίως στο περιεχόμενο και το πρόγραμμα. Άλλοι ερευνητές υποστηρίζουν ότι οι πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά επιδρούν τόσο σ’αυτούς που μαθαίνουν Μαθηματικά ή λύνουν μαθηματικά προβλήματα, όσο και στους δασκάλους των Μαθηματικών, καθώς και στην επιτυχία εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων σε διάφορες χώρες (Goldin, Rösken, & Törner, 2009). Σύμφωνα με τον Christou (2016) « *οι μαθηματικές πεποιθήσεις των μαθητών και η μάθηση των μαθηματικών συνδέονται αμφίδρομα, συμβιοτικά και δυναμικά*» (pp. 23- 24). Αυτό, γιατί οι μαθητές αναπτύσσουν τις πεποιθήσεις τους στην αίθουσα διδασκαλίας και καθώς οι πεποιθήσεις επηρεάζουν τη μάθηση, οι μαθησιακές εμπειρίες στην τάξη επηρεάζουν με τη σειρά τους τις πεποιθήσεις. Οι δάσκαλοι, λοιπόν των Μαθ/κών, πρέπει να γνωρίζουν τις πεποιθήσεις των μαθητών τους που ήδη έχουν στην τάξη,

καθώς και ότι κατά τη διάρκεια των μαθημάτων τους οι μαθητές αναπτύσσουν πεποιθήσεις, οι οποίες μελλοντικά θα επηρεάσουν τη μάθηση και την πρόοδό τους στα Μαθ/κά. Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά είναι ένα πεδίο έρευνας με ενδιαφέρον για τη μαθηματική εκπαίδευση.

2.1. 3. Αυτοαναφορικές Πεποιθήσεις

Η μάθηση των Μαθηματικών συνδέεται άμεσα με τις λεγόμενες *αυτοαναφορικές* πεποιθήσεις, όπως τεκμηριώνεται από έρευνες (Guskey, & Passaro, 1994; Pajares 1996a; Soodak, & Podell, 1996; Tschannen-Moran, et al. 1998; Philippou, & Christou, 2000), οι οποίες αναφέρονται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.52-53). Οι αυτοαναφορικές πεποιθήσεις είναι: *Η αυτοϊδέα ή αυτοαντίληψη (self-concept), η αυτοεκτίμηση (self- esteem) και οι πεποιθήσεις επάρκειας (self-efficacy)*- ενός ατόμου - για την επιτέλεση κάποιας δραστηριότητας (Φιλίππου, & Χρίστου, 2001).

Η *αυτοϊδέα ή αυτοαντίληψη* είναι η εικόνα και οι πεποιθήσεις που έχει ένα άτομο για τον εαυτό του, ως προς τις δυνατότητες και ικανότητες σε ένα συγκεκριμένο τομέα. Η εικόνα αυτή σχηματίζεται από την επίδραση ατόμων του κοντινού περιβάλλοντος, όπως είναι οι συμμαθητές, δάσκαλοι και γονείς, των οποίων η γνώμη έχει μεγάλη σημασία για το άτομο. Όταν π.χ. ένας μαθητής νιώθει ότι οι άλλοι τον θεωρούν αδύναμο στα Μαθηματικά, τότε τείνει ν' αποδέχεται σιγά - σιγά την αδυναμία του, να την επιβεβαιώνει με την συμπεριφορά του (σύνδρομο του Πυγμαλίωνα) και να μη προσπαθεί να την ξεπεράσει. Αυτό έχει άμεσες συνέπειες στην επίδοσή του. Είναι, λοιπόν, αναγκαίο, οι δάσκαλοι να γνωρίζουν την ιδέα που έχουν οι μαθητές για τον εαυτό τους, για να τους βοηθούν κατάλληλα, να ξεπερνούν τις δυσκολίες τους. Έρευνα με μαθητές του Δημοτικού σχολείου (Parsons et al. 1982), όπως αναφέρεται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001), έδειξε ότι οι

δάσκαλοι συμβάλλουν ή όχι στην ανάπτυξη της αυτοϊδέας των μαθητών, ανάλογα με την ανατροφοδότηση που προσφέρουν στους μαθητές με τις διάφορες εργασίες, καθώς και με τις ευκαιρίες που δίνουν στους μαθητές για να παίρνουν πληροφορίες σχετικά με την πρόοδο των συμμαθητών τους.

Οι *πεποιθήσεις επάρκειας ή αυτεπάρκειας*, είναι οι αντιλήψεις του ατόμου για την ικανότητα να πραγματοποιεί κάποιο συγκεκριμένο έργο. Κατά τον Bandura (1977), όπως αναφέρεται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.47), αντίληψη επάρκειας *είναι «τα πιστεύω κάποιου στην ικανότητά του να οργανώνει και να εφαρμόζει σχέδια τα οποία απαιτούνται για την επίτευξη ορισμένων αποτελεσμάτων».* Για παράδειγμα ένας μαθητής νιώθει επαρκής για να λύνει συγκεκριμένου τύπου προβλήματα, ενώ νιώθει ανεπαρκής για άλλου τύπου. Ένας δάσκαλος νιώθει ότι έχει τις ικανότητες να οργανώνει και να διεξάγει τη διδασκαλία, με τρόπο που οι μαθητές να μπορούν να κατανοούν και να κατακτούν τη νέα γνώση. Γενικά οι πεποιθήσεις επάρκειας εξαρτώνται από το κατά πόσο το άτομο νιώθει συναισθηματικά και γνωστικά έτοιμο να αναλάβει ένα συγκεκριμένο έργο, καθώς και από τις προσδοκίες, την αναγνώριση ή την ενθάρρυνση άλλων προσώπων που έχουν σημασία για το άτομο.

Η *αυτοεκτίμηση ή αυτοεικόνα, είναι μια πιο γενική, αυτοπεριγραφική έννοια, με πολλά στοιχεία αυτογνωσίας και αυτοαξιολόγησης* (Φιλίππου, & Χρίστου 2001, σελ.51), σε σχέση με τις πεποιθήσεις αυτεπάρκειας, οι οποίες παραπέμπουν σε κάποια συγκεκριμένη ικανότητα του ατόμου. Δηλαδή η αυτοεκτίμηση είναι η *γενική αντίληψη του ατόμου για τις ικανότητές του.* Πολλοί ερευνητές χρησιμοποιούν τους όρους αυτοεικόνα ή αυτοεκτίμηση και αυτεπάρκεια με την ίδια σημασία. Ο όρος *ακαδημαϊκή αυτοεκτίμηση ή αυτοεικόνα,* περιλαμβάνει όλες τις αντιλήψεις του ατόμου για τις ικανότητές του, σχετικά με τις ακαδημαϊκές του επιδόσεις, όπως μαθησιακές

συμπεριφορές, τρόποι ή στρατηγικές μελέτης, επιμονή και υπομονή, επίπεδο άγχους κ.λ.π.

Έρευνες δείχνουν ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στις πεποιθήσεις επάρκειας και της επίδοσης στα Μαθηματικά (Guskey, & Passaro, 1994; Pajares, 1996a; Soodak, & Podell, 1996; Philippou, & Christou, 2000). Κατά τον Pajares (1996b) υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στις πεποιθήσεις επάρκειας και την επίλυση μαθηματικού προβλήματος. Κατά τους Pajares, & Miller (1994), οι πεποιθήσεις επάρκειας των φοιτητών για τη λύση προβλήματος είναι ο καλύτερος δείκτης πρόβλεψης της επίδοσής τους στα Μαθηματικά, παρά η αυτοεκτίμησή τους ως προς τα Μαθηματικά. Σε πιο πρόσφατη μεγάλη έρευνα των Hannula et al. (2014) διαπιστώθηκε ότι οι πεποιθήσεις μαθηματικής επάρκειας (self-efficacy) και η μαθηματική επίδοση συνδέονται με αμφίδρομο τρόπο (reciprocally). Φαίνεται ότι η κυρίαρχη κατεύθυνση της σύνδεσης αυτής είναι από την επίδοση προς τις πεποιθήσεις επάρκειας. Δηλαδή οι μαθητές με μεγάλη μαθηματική επίδοση έχουν αναπτύξει ισχυρές πεποιθήσεις μαθηματικής επάρκειας.

2.1. 4. Στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά

Δεν υπάρχει ομοφωνία για την έννοια των στάσεων, όπως συμβαίνει και με την έννοια των *πεποιθήσεων*. Έχουν γραφεί πολλά ως προς την έννοια και τη δημιουργία των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά.Υπάρχει μια μεγάλη απόκλιση στα θεωρητικά πλαίσια των ερευνών, γύρω από τις έννοιες που έχουν να κάνουν γενικά με το συναισθηματικό κόσμο των μαθητών και δασκάλων, σε σχέση με τα Μαθηματικά και τη μαθηματική Εκπαίδευση (Hannula, 2004). Κατά τον Mc Leod (1989, 1992), οι στάσεις είναι αντιδράσεις των ατόμων, που οφείλονται σε αρνητικά

ή θετικά συναισθήματα μέτριας έντασης και επαρκούς σταθερότητας. Αναπτύσσονται με δύο τρόπους:

(α) Από κάποια συναισθηματική αντίδραση που επαναλαμβάνεται (π.χ. απογοήτευση από αποτυχίες επίλυσης προβλημάτων).

(β) Με τη προσαρμογή κάποιας προϋπάρχουσας συμπεριφοράς σε νέα μαθησιακά περιβάλλοντα (π.χ.ένας μαθητής που έχει αρνητική στάση απέναντι στη γεωμετρική απόδειξη, μπορεί να διαμορφώσει αρνητική στάση και απέναντι στην αλγεβρική απόδειξη).

Τα συναισθήματα, οι πεποιθήσεις και οι στάσεις διαφέρουν μεταξύ τους ως προς την σταθερότητα, την ένταση, το βαθμό που τα διαμορφώνει το γνωστικό αντικείμενο και τη χρονική διάρκεια. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον Mc Leod (1992) η διάταξη «πεποιθήσεις, στάσεις , συναισθήματα», είναι :

(α) *Αύξουσα* ως προς την *συναισθηματική ανάμιξη*. Δηλαδή η φύση των πεποιθήσεων είναι η λιγότερο συναισθηματική, ακολουθούν οι στάσεις και μετά τα συναισθήματα.

(β) *Φθίνουσα* ως προς την *γνωστική ανάμιξη*. Δηλαδή η φύση των πεποιθήσεων είναι η περισσότερο γνωστική σε σχέση με τις στάσεις και τα συναισθήματα.

(γ) *Αύξουσα* ως προς *την ένταση*. Δηλαδή οι πεποιθήσεις είναι εκείνες που χαρακτηρίζονται από την μικρότερη ένταση σε σχέση με τις στάσεις και τα συναισθήματα.

(δ) *Φθίνουσα* ως προς *τη σταθερότητα*. Δηλαδή οι πεποιθήσεις είναι οι περισσότερο σταθερές σε σχέση με τις στάσεις και τα συναισθήματα, που αλλάζουν ευκολότερα.

Οι Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ.31) ορίζουν τις στάσεις, ως *τις τάσεις του υποκειμένου να ανταποκρίνεται με κάποιο ομοιόμορφο τρόπο* θετικά ή αρνητικά απέναντι σε συγκεκριμένα γεγονότα, άτομα ή φορείς, αντικείμενα και μαθήματα. Είναι σχετικά μόνιμες τάσεις συναισθηματικά φορτισμένης αντίδρασης του

υποκειμένου, προς καταστάσεις, που είναι ισόρροπα φορτισμένες με συναισθηματικούς και γνωστικούς παράγοντες. Ένα παράδειγμα στάσης, είναι η αποστροφή που νιώθουν ορισμένοι μαθητές προς συγκεκριμένες ενότητες των Μαθηματικών, όπως π.χ. τα κλάσματα, τη Γεωμετρία και τις πιθανότητες.

Οι στάσεις περιέχουν το στοιχείο της υποκειμενικής αντίληψης και αξιολόγησης βασικών παραμέτρων της κατάστασης που εξετάζεται και η βασική τους προέλευση είναι οι υποκειμενικές προηγούμενες εμπειρίες, θετικές ή αρνητικές, οι οποίες διαμορφώνουν τα συναισθήματα του ατόμου (Φιλίππου και Χρίστου 2001). Η μελέτη των στάσεων προηγήθηκε ιστορικά από τη μελέτη των άλλων σχετικών εννοιών του συναισθηματικού τομέα (πεποιθήσεων, αυτοαναφορικών πεποιθήσεων, συναισθημάτων κ.λ.π.), όπως προκύπτει από την ιστορική ανασκόπηση των μελετών για τις στάσεις, που έγινε από τον Aiken το 1970.

Ο Hannula (2002), προτείνει ένα θεωρητικό πλαίσιο για τις στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά και ισχυρίζεται ότι αυτές μπορεί ν'αλλάξουν. Θεωρεί ότι οι στάσεις έχουν τεσσάρων ειδών συναισθηματικές αφετηρίες. Η πρώτη αφορά στα *συναισθήματα* που δημιουργούνται στο άτομο, όταν βρίσκεται αντιμέτωπο με κάποια *μαθηματική κατάσταση*, λόγω της μη συνειδητής εκτίμησης της κατάστασης, *σε σχέση με τους προσωπικούς στόχους του.* Η πορεία προς τους στόχους προκαλεί θετικά συναισθήματα, ενώ τα εμπόδια για την εκπλήρωση των στόχων παράγουν αρνητικά συναισθήματα. Η δεύτερη αφορά στα συναισθήματα που δημιουργούνται από την *προδιάθεση* που έχει το άτομο, λόγω προηγούμενων εμπειριών του από τα Μαθηματικά. Για παράδειγμα, όταν ένα άτομο βρίσκεται μπροστά σ΄ ένα ερωτηματολόγιο, οι πρώτες συναισθηματικές του αντιδράσεις οφείλονται στους συνειρμούς που δημιουργούνται. Η τρίτη, αφορά στα συναισθήματα που δημιουργούνται από τις *αναμενόμενες συνέπειες,* από την εκτίμηση της δεδομένης

κατάστασης. Η τέταρτη αφορά στη γνωστική ανάλυση που κάνει το άτομο (μερικές φορές μη συνειδητά), για τον ρόλο των Μαθηματικών σε σχέση *και με άλλους στόχους του* (π.χ. το είδος των σπουδών που θέλει να κάνει, το επάγγελμα που θέλει να ακολουθήσει κ.λ.π.). Δηλαδή οι στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά, θεωρούνται σαν μια κατηγορία συμπεριφορών που προκαλούνται από διαφορετικές αιτίες, που είναι *τα συναισθήματα, οι προσδοκίες και οι αξίες.*

Το βασικό συμπέρασμα της παραπάνω έρευνας (Hannula, 2002) είναι ότι οι στάσεις των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά δεν είναι μόνιμες. Μπορεί να αλλάξουν κάτω από κατάλληλες συνθήκες. Αυτό μπορεί να συμβεί, όπως ισχυρίζεται ο ερευνητής σε σύντομο χρονικό διάστημα, π.χ. μέσα σ' ένα χρόνο. Εάν διαγνωσθούν από το δάσκαλο οι αιτίες που προκάλεσαν τις αρνητικές στάσεις και γίνει προσπάθεια αποδυνάμωσης ή εξάλειψης των αιτιών αυτών, τότε ο μαθητής αναπτύσσει θετικές στάσεις. Χαρακτηριστική είναι η μελέτη περίπτωσης (case study), που περιγράφεται στην έρευνα, όπου το μελετώμενο άτομο άλλαξε την αρνητική του στάση απέναντι στα Μαθηματικά και τα αγάπησε όταν βοηθήθηκε να τα κατανοήσει, είδε ότι οι προσδοκίες του να μπορεί να τα βγάλει πέρα με τα Μαθηματικά μπορούν να πραγματοποιηθούν και ότι οι στόχοι του για επαγγελματική αποκατάσταση θα μπορούσαν να επιτευχθούν.

Από ψυχαναλυτική σκοπιά, σύμφωνα με το Φερεντίνο (1999), οι στάσεις που αναπτύσσουν οι μαθητές απέναντι στα Μαθηματικά, είναι αποτέλεσμα των *αμυντικών μηχανισμών των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά*. Κατά την ψυχαναλυτική άποψη, όπως αναφέρει ο Φερεντίνος (1999, σελ.45) οι αμυντικοί μηχανισμοί άμυνας είναι *«διάφοροι τύποι ψυχικών εγχειρημάτων, τα οποία εξειδικεύονται ως αμυντικές τεχνικές»* (Laplanche, & Pontalis 1986, σ.325) και κατά

τη Flagey (1972, σελ.771), οι μηχανισμοί άμυνας μπορούν να παίξουν θετικό ή αρνητικό ρόλο στις διανοητικές λειτουργίες.

Ο Φερεντίνος (1999) θεωρεί ως αρνητική στάση, τη στάση που χαρακτηρίζεται από αμυντικούς μηχανισμούς που οδηγούν σε αρνητική αντιμετώπιση των Μαθηματικών, ενώ ως θετική στάση εκείνη που χαρακτηρίζεται από αμυντικούς μηχανισμούς, που παραπέμπουν σε θετική αντιμετώπιση των Μαθηματικών. Έτσι για παράδειγμα η *φοβική αποφυγή* (ο μαθητής προσπαθεί να αποφύγει τα Μαθηματικά, επειδή του προκαλούν άγχος), είναι ένας αμυντικός μηχανισμός, που οδηγεί σε αρνητική στάση απέναντι στα Μαθηματικά. Η *ενδοβολή*, είναι ένας άλλος αμυντικός μηχανισμός. Συγκεκριμένα είναι η ψυχολογική διεργασία, κατά την οποία ένα εξωτερικό φαινόμενο θεωρείται από το άτομο ως φαινόμενο εσωτερικής προέλευσης. Για παράδειγμα, όταν ένα άτομο ταυτίζεται με σημαντικά πρόσωπα του περιβάλλοντός του, *ενδοβάλλει* και οικειοποιείται τα χαρακτηριστικά τους. Όσον αφορά στα Μαθηματικά οι μαθητές τονίζουν κάποιες θετικές και αντικειμενικές όψεις των Μαθ/κών, όπως η εξάσκηση του μυαλού. Στόχος είναι να ενδοβάλλουν αυτές τις θετικές πλευρές των Μαθηματικών και να τις θεωρήσουν ως κάτι δικό τους. Κατά τον Φερεντίνο (1999, σελ.50), «*τα Μαθηματικά σ' αυτούς τους μαθητές προσφέρουν τη δυνατότητα να αποκτήσουν εσωτερική σταθερότητα, ή να ελέγξουν την υπάρχουσα».* Η οικειοποίηση από τους μαθητές των θετικών πλευρών των Μαθ/κών, οδηγεί σε θετική στάση απέναντι σ' αυτά.

Σύμφωνα με τους Cobb,Yackel, & Yood (1989), Hart, & Walker (1993) το παιδί, όταν πρωταρχίζει να ασχολείται με την οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών, έχει ήδη δημιουργήσει ένα πλέγμα πεποιθήσεων και στάσεων για τα Μαθηματικά, που αποτελεί το περιβάλλον, μέσα στο οποίο καλείται να εργασθεί. Οι άδηλες αυτές πεποιθήσεις και στάσεις έχουν δημιουργηθεί από το οικογενειακό και κοινωνικό

περιβάλλον του παιδιού. Κατά την ενασχόληση του παιδιού με τα Μαθηματικά σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες αναπτύσσονται νέες πεποιθήσεις και στάσεις, για την δημιουργία των οποίων μπορούν να δοθούν οι εξής ερμηνείες, σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ.42, 43.):

(α) *Αλληλεπίδραση λογικής – συναισθημάτων*. Μια μαθηματική δραστηριότητα, με την οποία ασχολείται ο μαθητής, ενεργοποιεί τη λογική του και στη συνέχεια επηρεάζει το συναισθηματικό του κόσμο. Η επιτυχία δημιουργεί θετικά συναισθήματα, ενώ η αποτυχία αρνητικά, με συνέπεια την ανάπτυξη ανάλογων στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά. Άρα ο δάσκαλος πρέπει να εξασφαλίζει δυνατότητες επιτυχίας στους μαθητές του, επιλέγοντας κατάλληλες δραστηριότητες κλιμακούμενης δυσκολίας, προσαρμοσμένες στο επίπεδο της τάξης, καθοδηγώντας κατάλληλα τους μαθητές, χωρίς βέβαια να υποβαθμίζει το επίπεδο των δραστηριοτήτων και την όλη εκπαιδευτική διαδικασία..

(β) *Υφιστάμενες εμπειρίες*. Συνήθως ο μαθητής δεν αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα για πρώτη φορά. Εάν είχε αποτύχει να λύσει παλιότερα το ίδιο ή παρόμοιο πρόβλημα, τότε δημιουργήθηκαν αρνητικά συναισθήματα, που τον οδηγούν σε αρνητική στάση, με αποτέλεσμα ο μαθητής να μην ασχολείται καθόλου με το πρόβλημα, που του έχει τεθεί. Στη περίπτωση αυτή, συνήθως χρειάζεται η ουσιαστική βοήθεια του δασκάλου, ώστε ο μαθητής να ασχοληθεί και να οδηγηθεί στη λύση και να αποβάλλει την αρνητική στάση.

(γ) *Η επίδραση του δασκάλου***.** Ένας σημαντικός παράγοντας γένεσης στάσεων είναι ο δάσκαλος των Μαθηματικών, καθώς οι μαθητές ταυτίζουν το διδάσκοντα με το μάθημα, οπότε ο βαθμός αποδοχής ή απόρριψης του διδάσκοντα διαμορφώνει τις στάσεις των μαθητών. Ο δάσκαλος παρεμβαίνει στη λογική και το συναίσθημα των μαθητών. Μπορεί να βοηθήσει στη δημιουργία θετικών στάσεων εάν κάνει τη

δουλειά του με ενθουσιασμό, εισάγει τις έννοιες με ενεργητικούς τρόπους, αναδεικνύει τη χρησιμότητα των Μαθηματικών στην καθημερινή ζωή, τις επιστήμες κα τη τεχνολογία, προγραμματίζει δραστηριότητες που ενδιαφέρουν τους μαθητές και που μπορούν οι μαθητές να διεκπεραιώσουν με επιτυχία, αλλάζει τις μεθόδους διδασκαλίας, προκειμένου οι μαθητές να αποκτήσουν θετικότερες στάσεις και τους δίνει την ευκαιρία να επικοινωνούν και να συνεργάζονται, στο πλαίσιο δραστηριοτήτων στην τάξη (Φιλίππου, & Χρίστου, 2001, Renga, & Dalla, 1993).

Νεότερες έρευνες αναδεικνύουν επίσης τον ρόλο του δασκάλου και της αίθουσας διδασκαλίας ως βασικών παραγόντων που διαμορφώνουν τις στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά. Πολλοί άνθρωποι έχουν διαμορφώσει αρνητικές στάσεις, που αναπτύχθηκαν κυρίως κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής τους στις σχολικές αίθουσες (Swars et al. 2007; Larkin, & Jorgensen, 2015). Σύμφωνα με τους Mata, M., Monteiro, V., & Peixoto, F. (2012) οι στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά συνδέονται στενά με την ύπαρξη κινήτρων από τους μαθητές και τη στήριξη των δασκάλων τους. Γι’αυτό προτείνουν, οι δάσκαλοι να αναπτύσσουν κατάλληλες στρατηγικές διδασκαλίας, ώστε να κινητοποιούν τους μαθητές και να αναπτύσσουν θετικές στάσεις για τα Μαθηματικά, για τη βελτίωση της μαθηματικής τους ικανότητας.

Σε έρευνα της Goodykoontz (2008), για τον τρόπο με τον οποίο αναπτύσσονται οι στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά, ταυτοποιήθηκαν πέντε παράγοντες «κλειδιά». Αυτοί διακρίνονται σε εξωτερικούς και σε εσωτερικούς. Οι εξωτερικοί παράγοντες είναι: *τα χαρακτηριστικά του δασκάλου, τα χαρακτηριστικά της διδασκαλίας, τα χαρακτηριστικά της τάξης διδασκαλίας, οι αξιολογήσεις και η επίδοση.* Οι παράγοντες αυτοί αλληλεπιδρούν. Οι εσωτερικοί παράγοντες είναι οι *προσωπικές απόψεις και τα χαρακτηριστικά του μαθητή.*

Από έρευνες έχει διαπιστωθεί ότι υπάρχει σχέση και σύνδεση ανάμεσα στις στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά και στην επίδοση, καθώς και στην αυτοϊδέα τους (Shoenfeld, 1982 ; Φιλίππου, 1991). Οι θετικές στάσεις των μαθητών, βρέθηκε ότι έχουν μεγαλύτερη θετική συσχέτιση με τις επιδόσεις τους στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων και μικρότερη με την επίλυση προβλημάτων. Παρόμοια αποτελέσματα τα οποία αναφέρονται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ32), έδωσαν αντίστοιχες έρευνες και στις Η.Π.Α (Broun, Carpenter, Kouba, Lindquist, Silver, & Swafford, 1988). Σε έρευνες του Φιλίππου (1991, 1992), οι οποίες αναφέρονται από τους Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ.73,74, 75), μεταξύ μαθητών Δημοτικού σχολείου και Γυμνασίου, μελετήθηκαν οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των μαθητών αυτών για τα Μαθηματικά. Διαπιστώθηκε ότι οι θετικές στάσεις απέναντι στα Μαθ/κά εξασθενούν από το Δημοτικό σχολείο στο Γυμνάσιο. Αυτό φαίνεται να σχετίζεται με τον τρόπο διδασκαλίας των Μαθ/κών. Επίσης διαπιστώθηκε ότι το ποσοστό των κοριτσιών με θετικές στάσεις είναι μικρότερο από το αντίστοιχο ποσοστό των αγοριών, επιβεβαιώνοντας έτσι την εξάρτηση των στάσεων από κοινωνικούς παράγοντες. Τα συμπεράσματα αυτά συμφωνούν με αντίστοιχα έρευνας των Dossey, Mullis, & Jones (1993). Εξάλλου η θετική συσχέτιση που διαπιστώνεται ανάμεσα στις θετικές στάσεις και την επίδοση στα Μαθηματικά (Shoenfeld, 1982; Φιλίππου, 1991, 1992), φαίνεται να μην ισχύει για μαθητές της Ιαπωνίας και της Άπω Ανατολής (γενικά του Ασιατικού κόσμου), οι οποίοι ενώ έχουν περισσότερο αρνητικές στάσεις για τα Μαθηματικά σε σχέση με τους μαθητές του Δυτικού κόσμου, έχουν καλύτερη επίδοση στα Μαθηματικά (Δεύτερη διεθνής μελέτη για τα Μαθηματικά, SIMS). Η διαφορά αυτή θα μπορούσε να αποδοθεί σε κάποιο βαθμό στη διαφορετική κουλτούρα μεταξύ των μαθητών του Δυτικού και του Ασιατικού κόσμου (Φιλίππου, & Χρίστου, 2001 σελ. 75).

Οι Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ. 75-80) αναφέρονται στα αποτελέσματα έρευνάς τους, το 1993-94 με παιδιά της έκτης τάξης Δημοτικού της Κύπρου, στην οποία εξετάσθηκε η σχέση ανάμεσα στους *παράγοντες στάσεων* και την *επίδοση.* Οι παράγοντες στάσεων που προέκυψαν είναι: Η *φοβία για τα Μαθηματικά, η ευχαρίστηση από την ενασχόληση μ' αυτά, τα εξωτερικά κίνητρα που παρακινούν στη μελέτη των Μαθηματικών, η χρησιμότητα των Μαθηματικών, η τάση αποφυγής τους και τα εσωτερικά κίνητρα για μελέτη των Μαθηματικών.* Βρέθηκε στατιστικά *σημαντική* συσχέτιση ανάμεσα στους παράγοντες *φοβία, χρησιμότητα, τάση αποφυγής, εσωτερικά κίνητρα, εξωτερικά κίνητρα και της επίδοσης στις πράξεις, στη λύση προβλήματος και στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών.* Οι συσχετίσεις αυτές ήταν αρνητικές για τους παράγοντες της φοβίας και των εξωτερικών κινήτρων (π.χ. *θέλω να είμαι καλός στα Μαθηματικά, για να ευχαριστήσω τους γονείς μου),* ενώ ήταν θετικές για τους παράγοντες *ευχαρίστηση από την ενασχόληση με τα Μαθηματικά, χρησιμότητα των Μαθηματικών και εσωτερικά κίνητρα μελέτης των Μαθηματικών.*

Είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, ότι τα άτομα καταλήγουν σε κάποιες πεποιθήσεις, που αφορούν σε διάφορα θέματα. Λόγω των πεποιθήσεων αυτών, τα άτομα αναπτύσσουν ποικίλα *στερεότυπα ή μοντέλα συμπεριφοράς*, που σχετίζονται μ' ένα συγκεκριμένο αντικείμενο. Τα στερεότυπα αυτά ονομάζουμε *στάσεις*, απέναντι στο συγκεκριμένο αντικείμενο. Δηλαδή οι πεποιθήσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά, οδηγούν σε αντίστοιχες στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά. Το ίδιο συμβαίνει και με τις πεποιθήσεις των δασκάλων. Φαίνεται, λοιπόν, να υπάρχει κάποια σχέση *αιτίου και αποτελέσματος* ανάμεσα στις πεποιθήσεις και τις στάσεις. Για παράδειγμα, αν οι μαθητές πιστεύουν ότι η απόδοση στα Μαθηματικά εξαρτάται αποκλειστικά από την έμφυτη ικανότητα γι' αυτά, τότε δεν θα καταβάλλουν προσπάθεια για να βελτιωθούν, μελετώντας περισσότερο.

Όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφική επισκόπηση η μελέτη του συναισθηματικού τομέα των μαθητών σε σχέση με τα Μαθηματικά αναπτύχθηκε την τελευταία τριακονταπενταετία. Για πολλά χρόνια οι ερευνητές διερωτούνταν, κατά πόσο η διερεύνηση των πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών για τα Μαθηματικά είχε αποκαλύψει πλήρως όλες τις πτυχές της σύνδεσής τους με τη μαθηματική εκπαίδευση. Το βιβλίο με τίτλο: «Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?», (C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner Eds., 2002), (Πεποιθήσεις: Μια κρυμμένη μεταβλητή στη Μαθηματική Εκπαίδευση;), εκφράζει την αμφιβολία αυτή κατά τον πλέον ανάγλυφο τρόπο. Σήμερα, μπορούμε να πούμε ότι έχουν γίνει πολλά προς την κατεύθυνση του να πάψει πλέον να είναι οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά, «μια κρυμμένη μεταβλητή στην έρευνα για τη διδασκαλία και την μάθηση των Μαθηματικών» (Goldin, Rösken, & Törner, 2009). Η παρούσα έρευνα φιλοδοξεί να συμβάλλει προς την κατεύθυνση αυτή.

2.1.5. Συναισθηματικό πεδίο και μαθηματική ταυτότητα

Στις προηγούμενες ενότητες έγινε μια βιβλιογραφική επισκόπηση που αφορά στις έννοιες που συμπεριλαμβάνονται στο συναισθηματικό πεδίο. Αναφερθήκαμε σε έρευνες που συνδέουν τα συναισθήματα, πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά με τη μάθηση, τη διδασκαλία και την επίδοση. Αξιοσημείωτο είναι ότι το συναισθηματικό πεδίο των μαθητών για τα Μαθ/κά που αναπτύσσεται κατά την περίοδο φοίτησης στο σχολείο, επιδρά καθοριστικά και στη μετέπειτα μελλοντική ενασχόληση των μαθητών με αντικείμενα, στα οποία είναι απαραίτητη η χρήση των Μαθ/κών. Οι Hannula et al.(2014) επισημαίνουν ότι σε πολλές χώρες παρατηρείται μια μείωση των ατόμων που επιλέγουν επιστημονικά ή τεχνολογικά πεδία που σχετίζονται με τα Μαθ/κά. Παρόμοια οι Frenzel et al.(2007) θεωρούν ότι οι

συναισθηματικοί παράγοντες είναι εκείνοι που καλύτερα από κάθε άλλον παράγοντα καθορίζουν το εάν οι μαθητές, μετά την αποφοίτησή τους από το σχολείο θα ασχοληθούν περισσότερο, ή θα ακολουθήσουν επαγγέλματα που έχουν σχέση με τα Μαθ/κά. Ακόμη σύμφωνα με τον Mc Gregor (2014) οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά επηρεάζουν σημαντικά την πρόθεσή τους να τα χρησιμοποιούν σε περιβάλλοντα εκτός εκπαίδευσης.

Επειδή, λοιπόν, οι συναισθηματικοί παράγοντες των μαθητών επηρεάζουν άμεσα τη μαθηματική εκπαίδευση (διδασκαλία, μάθηση, ανάπτυξη της γνώσης) και επειδή συμβαίνει και το αντίστροφο, ο Christou (2016, *pp.13, 27*) εισάγει την έννοια της *μαθηματικής ταυτότητας (mathematical identity),* ως ενός όρου που συμπεριλαμβάνει το συναισθηματικό, το γνωστικό και άλλους συναφείς τομείς. Οπότε η έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση, ανάγεται στην έρευνα της ανάπτυξης των μαθηματικών ταυτοτήτων. Σύμφωνα με τον ίδιο ερευνητή «*η δύναμη της ταυτότητας ως έννοιας είναι ότι μπορεί να συνδυάζει ένα πεδίο από όψεις που είναι θεμελιώδεις για να κατανοήσουμε τη μαθηματική εκπαίδευση. Η ταυτότητα είναι μια μοναδική έννοια που συνδυάζει μαζί πολλαπλές και συσχετιζόμενες διαστάσεις που περικλείουν οι πεποιθήσεις, οι αξίες, τα συναισθήματα, οι προδιαθέσεις, η γνώση,....Ενώ κάθε μία απ' αυτές τις διαστάσεις έχει μελετηθεί ανεξάρτητα σε πολλές έρευνες στη μαθηματική εκπαίδευση, η πιο εκφραστική και ολιστική φύση της ταυτότητας αναδεικνύει την πολυδιάσταση και πολυπλοκότητα της μαθηματικής διδασκαλίας και μάθησης»* (pp. 27-28).

2.2. Γνωστικές διαδικασίες της μαθηματικής σκέψης

Εισαγωγή

Στην ενότητα αυτή θα αναφερθούμε στις απόψεις που υπάρχουν γύρω από την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και γενικότερα των Μαθηματικών. Επίσης θα γίνει αναφορά συνοπτικά σε ορισμένες βασικές θεωρίες που αφορούν σε γνωστικές διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα κατά τη κατάκτηση της γνώσης, τόσο σε κατώτερο, όσο και σε πιο προχωρημένο επίπεδο (τελευταίες τάξεις του Λυκείου και το Πανεπιστήμιο). Συγκεκριμένα αναφερόμαστε σε θεωρίες που περιγράφονται από την Sierpinska (1990), οι οποίες αφορούν στην κατανόηση, αφού ένα από τα αντικείμενα της παρούσας έρευνας είναι η σύνδεση των τρόπων μελέτης των Μαθηματικών με την κατανόησή τους από τους μαθητές. Ακόμη θα αναφερθούμε στη θεωρία των Tall, & Vinner (1981) και Vinner (1991), η οποία συνδέει την κατανόηση των εννοιών με τους ορισμούς. Γίνεται επίσης μια σκιαγράφηση της έννοιας του αναστοχασμού, ως ενός πολύ σημαντικού σταδίου για την κατανόηση και μάθηση των Μαθηματικών, στο οποίο πρέπει να οδηγούνται οι μαθητές, μέσα από μεθόδους της Διδακτικής των Μαθηματικών. Εστιάζουμε, επίσης, συνοπτικά σε βασικές απόψεις για τη μαθηματική απόδειξη, αφού ένα από τα αντικείμενα προς έρευνα είναι η σύνδεση των τρόπων μελέτης με την κατανόηση της μαθηματικής απόδειξης. Η σύντομη αναφορά στη θεωρία της Sfard (1991) μας εισάγει στον δυισμό της φύσης των μαθηματικών εννοιών (λειτουργικός - δομικός), που πρέπει να έχουν υπόψη οι δάσκαλοι των Μαθηματικών, ώστε να καθοδηγούν αποτελεσματικά τους σπουδαστές στην κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης. Τέλος αναφερόμαστε στη θεωρία των τριών κόσμων προσέγγισης των Μαθηματικών του Tall (2002, 2004, 2013). Η θεωρία αυτή εισάγει μια άλλη προσέγγιση της γνωστικής ανάπτυξης του ατόμου, όσον αφορά στον κόσμο των Μαθηματικών. Μας είναι χρήσιμη στη διερεύνηση από

μέρους μας της σύνδεσης των πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπων μελέτης των Μαθηματικών με τη λειτουργία των μαθητών σε καθέναν από τους κόσμους αυτούς.

2.2.1. Κατανόηση των μαθηματικών εννοιών

2.2.1.1. Μάθηση-Τί είναι η κατανόηση

« Τα προβλήματα της μάθησης είναι προβλήματα της Ψυχολογίας και για να βελτιώσουμε τις μεθόδους διδασκαλίας των Μαθηματικών, πρέπει να μάθουμε πολύ περισσότερα πράγματα, για το πώς μαθαίνονται τα Μαθηματικά» (Skemp,1971, p.13)

Η έννοια της μάθησης γενικά, είναι ευρύτατη και πολυσύνθετη.
Δεν θα επιχειρήσουμε να δώσουμε ορισμό, αφού αυτό είναι αρμοδιότητα των ψυχολόγων. Όμως θα μπορούσαμε να περιγράψουμε την έννοια. Η μάθηση είναι μια πολυσύνθετη διαδικασία που συμβαίνει στον ανθρώπινο εγκέφαλο, ο οποίος δέχεται ερεθίσματα από το περιβάλλον, τα επεξεργάζεται και αντιδρά, με αποτέλεσμα την απόκτηση νέων συμπεριφορών, ή την τροποποίηση παλιότερων, του ατόμου. Εδώ μας ενδιαφέρει *η μάθηση των Μαθηματικών*. Το ευρύ φαινόμενο της μάθησης, περιλαμβάνει και την *κατανόηση*. Θα ασχοληθούμε ιδιαιτέρως με την κατανόηση των Μαθηματικών. Παρακάτω θα αναφερθούμε, σε μερικές γενικές απόψεις φιλοσόφων, ψυχολόγων και ερευνητών, πάνω στην έννοια της κατανόησης, που καταγράφονται από την Sierpinska (1990).

Υπάρχει ένας γενικός προβληματισμός, ως προς τη φύση της κατανόησης, συγκεκριμένα δε, αν είναι *δράση (act), συναισθηματική εμπειρία (emotional experience), διανοητική διαδικασία (intellectual process), ή τρόπος για να γνωρίσεις (way of knowing),* (Sierpinska, 1990, p.24). Σε άλλες περιπτώσεις θεωρείται ότι είναι δράση και σε άλλες διαδικασία, ανάλογα με το προς τα πού επικεντρώνεται η προσοχή μας. Ο νεοθετικισμός ως φιλοσοφικό ρεύμα, δέχεται ως αποκλειστική περιοχή της γνώσης τα θετικά γεγονότα, δηλαδή αυτά που γίνονται αντιληπτά με την

αίσθηση. Ο συμπεριφορισμός (behaviorism), είναι η η ψυχολογική θεωρία που προσπαθεί να ερμηνεύσει τη λειτουργία της μάθησης με τη μελέτη της παρατηρήσιμης συμπεριφοράς. Όπως σημειώνει η Sierpinska (1990, p.25), τόσο ο νεοθετικισμός, όσο και ο συμπεριφορισμός, ορίζουν την κατανόηση σαν ένα είδος αντίδρασης στο ερέθισμα, οπότε θεωρείται ότι είναι μια δράση, ή ενέργεια, παρά μια διαδικασία.

Όπως αναφέρει η Sierpinska (1990, p.26), κατά την άποψη του Dilthey (1970), η κατανόηση θεωρείται ως καθαρά διαισθητική και προεννοιολογική ενέργεια του μυαλού: «*Δεν βασίζεται στη δημιουργία λογικών συνδέσμων ανάμεσα στα δεδομένα φαινόμενα και την αίσθηση γι' αυτά, αλλά μάλλον στη σύλληψη του φαινομένου και της σημασίας του ταυτόχρονα».* Ανάλογη άποψη εκφράζεται και στο Krasnodebski (1986, p.75*)*, καθώς και στο Filozofia a Nauka, Zarys Encyklopedyczny (1987, p. 265, 408-411). Κατά την Sierpinska (1990, p.26), ο Dewey (1988) θεωρεί ότι «το να συλλάβουμε την έννοια», «το να καταλάβουμε», «το να ταυτοποιήσουμε ένα πράγμα σε μια κατάσταση με την οποία σχετίζεται», όλα σημαίνουν το ίδιο πράγμα. Φαίνεται να θεωρεί την κατανόηση σαν μια δράση (ενέργεια), διαφορετική από εκείνη του Dilthey. Όπως αναφέρει η Sierpinska (1990, p.26), ο Ricoeur (1989), θεωρεί ότι η κατανόηση ξεκινά με το σχηματισμό κάποιας εικασίας, την οποία προσπαθεί το άτομο να δικαιολογήσει και να επαληθεύσει, οπότε η εικασία μπορεί να βελτιωθεί, να αλλάξει, ή να απορριφθεί. Η νέα εικασία υπόκειται σε δικαιολόγηση και επαλήθευση κ.ο.κ. μέχρι την πλήρη κατανόηση. Έτσι αναπτύσσεται μια *διαλεκτική ανάμεσα στην κατανόηση και την επεξήγηση.* Σ' αυτή την πολύπλοκη διαλεκτική (*αναζήτηση της αλήθειας με ερωταποκρίσεις)* η κατανόηση είναι μια δράση. Η άποψη του Ricoeur μοιάζει πολύ με τις απόψεις του Lakatos, που αφορούν στην ανάπτυξη των Μαθηματικών μέσω μιας αλυσίδας *αποδείξεων και ανασκευών (Lakatos, 1984)*.

Η Sierpinska (1990, p. 26), ασπάζεται την άποψη ότι η κατανόηση είναι μια *δράση*, που περιλαμβάνει μια *διαδικασία ερμηνείας*. Η ερμηνεία αυτή είναι η ανάπτυξη μιας διαλεκτικής ανάμεσα σε όλο και περισσότερο λεπτομερείς εικασίες και επαληθεύσεις αυτών των εικασιών. Επίσης αναφέρει ότι ο Skemp (1978), διακρίνει δύο είδη κατανόησης: Την *εργαλειακή κατανόηση (instrumental understanding),* που σημαίνει «να γνωρίζεις πώς» και την *αναφορική κατανόηση (relational understanding),* που σημαίνει «να γνωρίζεις όχι μόνο πώς, αλλά και το γιατί».

Επιπλέον η Sierpinska (1990, p. 29), διατυπώνει τη θεωρία της, *για τις ενέργειες κατανόησης,* στις οποίες πρέπει να προβεί ένα άτομο, για να κατανοήσει μια έννοια, βασιζόμενη στις φιλοσοφικές θέσεις για τη γνώση, των Locke (1985), Dewey (1988) και Hoyles (1986). Αυτές είναι: Η *Αναγνώριση (ή ταυτοποίηση*) των αντικειμένων που ανήκουν στη σημασία μιας έννοιας, η *Διάκριση* ανάμεσα σε δύο αντικείμενα ή ιδιότητες που ήταν προηγουμένως υπό σύγχυση, η *Γενίκευση* που είναι η ενέργεια με την οποία το άτομο αντιλαμβάνεται τη δυνατότητα επέκτασης του πεδίου εφαρμογών της έννοιας και η *Σύνθεση,* που είναι η αντίληψη των σχέσεων ανάμεσα σε δύο ή περισσότερα αντικείμενα ή ιδιότητες και η οργάνωση αυτών των σχέσεων σε μια ολότητα. Αναγκαία συνθήκη για να συμβούν όλες αυτές οι ενέργειες είναι η εμπειρία, η χρήση και η εφαρμογή.

Μια άλλη άποψη που διατυπώνεται από τη Sierpinska (1990, p. 28) είναι ότι η κατανόηση μιας μαθηματικής έννοιας, είναι μερικές φορές το ξεπέρασμα από το άτομο των *επιστημολογικών εμποδίων* που σχετίζονται με την έννοια. Αυτό, επειδή η κατανόηση στηρίζεται σε προηγούμενα *πιστεύω, κρίσεις, περιορισμούς και ασυνείδητα σχήματα σκέψης.* Ένα γνωστικό *εμπόδιο (cognitive obstacle),* είναι μια αντίληψη ή γνώση, που δημιουργεί την αντιπαράθεση και παλινδρόμηση ανάμεσα στην υπάρχουσα

γνώση και τη νέα κατάσταση που καλείται ο μαθητής να αντιμετωπίσει, για την κατάκτηση της νέας γνώσης.

Όπως αναφέρει ο Cornou (1991, p. 158), σύμφωνα με τον Bachelard (1938) τα γνωστικά εμπόδια διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες:

(α) Τα γενετικά και ψυχολογικά εμπόδια, που είναι αποτέλεσμα της προσωπικής ανάπτυξης του μαθητή.

(β) Τα διδακτικά εμπόδια, που είναι αποτέλεσμα της φύσης της διδασκαλίας και του διδάσκοντα.

(γ) Τα επιστημολογικά εμπόδια, που είναι αποτέλεσμα της φύσης των μαθηματικών εννοιών και έχουν σχέση με την Ιστορία και την εξέλιξη των Μαθηματικών ως επιστήμης. Κατά τον Bachelard (1938), που πρωτοεισήγαγε τον όρο των επιστημολογικών εμποδίων, αυτά έχουν σχέση με τη διαδικασία ανάπτυξης της γνώσης, όπως την τάση να βασιζόμαστε σε προηγούμενες εμπειρίες και γνώσεις μας για να αντιμετωπίσουμε μια νέα κατάσταση. Είναι αναπόφευκτα και ουσιώδη στοιχεία της γνώσης που πρόκειται να κατακτηθεί. Ο Cornou (1991, p. 159), καθώς και ο Henry (1999, σελ. 82) αναφέρουν επίσης ότι ο Brousseau (1986), ορίζει το επιστημολογικό εμπόδιο ως τη γνώση, η οποία λειτουργεί καλά και είναι αποτελεσματική για την επίλυση ενός ορισμένου τύπου προβλημάτων, αλλά αποτυγχάνει στην επίλυση άλλου τύπου προβλημάτων και οδηγεί σε αντιφάσεις.

Κατά την Sierpinska (1990, p. 28), το *ξεπέρασμα ενός επιστημολογικού εμποδίου και η κατανόηση είναι δύο συμπληρωματικές εικόνες της άγνωστης πραγματικότητας, των σπουδαίων ποιοτικών αλλαγών που συμβαίνουν στο ανθρώπινο μυαλό,* κατά την ενασχόλησή του με τη νέα γνώση. Γι' αυτό προτείνει την *επιστημολογική ανάλυση των μαθηματικών εννοιών,* που γίνεται με τη βοήθεια των ενεργειών κατανόησης, που αναφέρθηκαν παραπάνω και την αναγνώριση και

επισήμανση των επιστημολογικών εμποδίων που αφορούν στις συγκεκριμένες έννοιες.

2.2.1.2. Ιεραρχία επιπέδων κατανόησης

Οι Herscovics, & Bergenon (1989), προτείνουν, όπως αναφέρεται από τη Sierpinska (1990, p. 28), ένα μοντέλο με τρία «επίπεδα» κατανόησης. Τα δύο πρώτα αφορούν ουσιαστικά ενέργειες κατανόησης. Αυτά είναι *η διαισθητική κατανόηση (intuitive understanding)*, που είναι αποτέλεσμα σκέψης που βασίζεται σε οπτική αντίληψη, *η λογικοφυσική αφαίρεση (logicophysical abstraction)* **(**αντιστρεψιμότητα και σύνθεση λογικοφυσικών μετασχηματισμών) και η *διαδικαστική κατανόηση (procedural understanding)*, που αφορά στην πλούσια εμπειρία που απαιτείται για να κατανοήσει κανείς τα αποτελέσματα της λογικοφυσικής αφαίρεσης.

Ο φιλόσοφος Locke (1985) στην « *πραγματεία που αφορά στην ανθρώπινη κατανόηση*», όπως αναφέρει η Sierpinska (1990, pp. 28-29) και αναφέρεται επίσης στον *Οδηγό της Πραγματείας του Locke (A Guide to Locke's Essay, http://www.philosophypages.com/locke/g04.htm)*, μιλά για *τρεις βαθμούς γνώσης.* Αυτοί είναι*: Η διαισθητική γνώση* (intuitive knowledge, *άμεση αντίληψη για συμφωνία ή ασυμφωνία μεταξύ ιδεών), η αποδεικτική (demonstrative) ή αναφορική (rational) γνώση (όταν το μυαλό δεν αντιλαμβάνεται την συμφωνία ή ασυμφωνία μεταξύ ιδεών αμέσως, αλλά χρειάζεται την παρεμβολή άλλων ιδεών, (π.χ.αποδείξεων)* και *η αισθητική (sensory) γνώση, (γνώση για την ύπαρξη συγκεκριμένων εξωτερικών αντικειμένων).* Η διαισθητική γνώση είναι αδιαμόρφωτη και βέβαιη, ενώ η αποδεικτική κατακτιέται με κόπο και προσοχή.

Το ζεύγος των μαθηματικών Pierre van Hiele και Dina Van Hiele-Geldof (1959) διατύπωσε και επαλήθευσε πειραματικά τη θεωρία για τα πέντε επίπεδα κατανόησης, στα οποία εντάσσονται οι μαθητές ως προς τη Γεωμετρία. Τα επίπεδα αυτά δεν είναι πλήρως διαχωρισμένα και δεν εξαρτώνται από την ηλικία των μαθητών, αλλά από τις εμπειρίες τους στη Γεωμετρία. Το 90% περίπου των μαθητών μπορεί να καταταγεί σε ένα από αυτά. Είναι τα ακόλουθα (Κυνηγός 1996, Wikipedia.org/wiki/Van_Hiele_model):

Επίπεδο 0. (Οπτικοποίηση,Visualization): Αναγνώριση των σχημάτων από την συνολική τους μορφή και όχι από τις ιδιότητές τους. Στο επίπεδο αυτό δέχονται συχνά ότι κάτι είναι αληθές, βασιζόμενοι σε ένα μόνο παράδειγμα.

Επίπεδο 1. (Ανάλυση, Analysis): Ανάλυση των ιδιοτήτων των σχημάτων, αλλά όχι σαφής συσχέτιση των σχημάτων ή των ιδιοτήτων τους. Την αιτιολόγηση κάνουν συνήθως στηριζόμενοι σε κάποια παραδείγματα και όχι σε γενικές αρχές, διότι δεν καταλαβαίνουν τη συσχέτιση των ιδιοτήτων των σχημάτων.

Επίπεδο 2. (Αφαίρεση, Abstraction) : Αλληλοσυσχέτιση των σχημάτων και των ιδιοτήτων, αλλά όχι οργανωμένη σειρά των απόψεων για τη δικαιολόγηση των παρατηρήσεων. Τα αντικείμενα της σκέψης των μαθητών είναι οι ιδιότητες των σχημάτων.

Επίπεδο 3. (Επαγωγή, Deduction) : Παραγωγικός συλλογισμός ή επαγωγή, σ' ένα αξιωματικό σύστημα.

Επίπεδο 4. (Ακρίβεια, αυστηρότητα, Rigor): Αυστηρή μελέτη αξιωματικού συστήματος. Οι μαθητές κατανοούν ότι οι ορισμοί είναι αυθαίρετοι και δεν είναι απαραίτητο να αναφέρονται σε κάποια πραγματικότητα.

Τα επίπεδα αυτά κατανόησης μεταφέρθηκαν και σε άλλα γνωστικά αντικείμενα εκτός της Γεωμετρίας από τον Hoffer (1983). Αυτά χαρακτηρίζονται από

τα διαφορετικά αντικείμενα μελέτης και είναι, σε πλήρη αντιστοιχία με τα επίπεδα Van-Hiele.

2.2.1.3. Κατανόηση εννοιών και ορισμοί

Σύμφωνα με τους Tall, & Vinner (1981), Vinner (1991), ο ρόλος των ορισμών είναι πολύ σημαντικός, στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών, άρα και στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Εισάγουν τους όρους *εικόνα έννοιας (concept image)* και *ορισμός* έννοιας *(concept definition)* και διατυπώνουν τη θεωρία τους για τον σχηματισμό τους. Στο Tall, & Vinner (1981, p.152) η εικόνα έννοιας εισάγεται ως εξής:

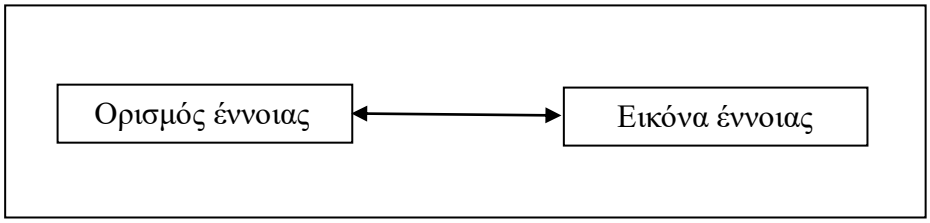
Εικόνα έννοιας (concept image) είναι ο όρος που χρησιμοποιείται για να περιγράψει ολόκληρη τη γνωστική δομή που σχετίζεται με την έννοια και περιλαμβάνει όλες τις νοητικές εικόνες, ιδιότητες και διεργασίες που σχετίζονται με την έννοια. Δημιουργείται κατά την διάρκεια ετών δια μέσου των εμπειριών όλων των ειδών και αλλάζει, καθώς το άτομο δέχεται νέα ερεθίσματα και ωριμάζει. Οι Tall, & Vinner (1981) ισχυρίζονται ότι η εικόνα έννοιας δεν αναπτύσσεται πάντα με τρόπο, ώστε να παρουσιάζει ενιαία συνοχή. Τα ερεθίσματα που δέχεται κάθε φορά το άτομο διεγείρουν κάποια νευρολογικά μονοπάτια, ενώ κάποια άλλα δεν τα επηρεάζουν. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα διαφορετικά ερεθίσματα να μπορούν να ενεργοποιούν διαφορετικά τμήματα της εικόνας έννοιας, ώστε να αναπτύσσεται με τρόπο που να μην είναι ανάγκη να θεωρείται σαν μια συνεκτική ολότητα. Αυτό το μέρος της εικόνας έννοιας που ενεργοποιείται σε μια συγκεκριμένη στιγμή οι Tall, & Vinner ονομάζουν *προκαλούμενη εικόνα έννοιας (evoked concept image)*.

Σύμφωνα, πάντα, με τους Tall, & Vinner (1981, p.152), *ορισμός έννοιας (concept definition)*, ονομάζεται το σύνολο των λέξεων που χρησιμοποιείται από το

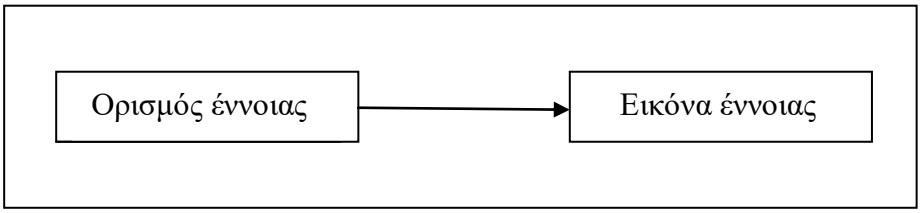
άτομο για να προσδιορισθεί η έννοια. Μπορεί να είναι μια προσωπική ανακατασκευή από τον σπουδαστή του τυπικού ορισμού. Τότε είναι το σύνολο των λέξεων που χρησιμοποιούνται από τον σπουδαστή για να ερμηνεύσει την δική του προκαλούμενη (evoked) εικόνα έννοιας. Συνέπεια αυτού του γεγονότος είναι ότι ο ορισμός έννοιας που κατασκευάζεται από το άτομο (*προσωπικός ορισμός έννοιας, personal concept definition)* μπορεί να μεταβάλλεται κάθε φορά και να είναι διαφορετικός από τον τυπικό ορισμό έννοιας (*formal concept definition)*, που είναι αποδεκτός από την μαθηματική κοινότητα. Για κάθε άτομο, ο *προσωπικός ορισμός έννοιας* δημιουργεί τη δική του (του ορισμού) εικόνα έννοιας, που θα μπορούσε να ονομασθεί *η εικόνα του ορισμού έννοιας (concept definition image).* Αυτή είναι μέρος της εικόνας έννοιας. Για μερικά άτομα *η εικόνα του ορισμού έννοιας* μπορεί να είναι κενή ή να μην υπάρχει. Σε άλλα άτομα μπορεί να συνδέεται ή να μη συνδέεται συνεκτικά με άλλα μέρη της εικόνας έννοιας (Tall, & Vinner, 1981, pp. 152, 153).
Κατά τον Vinner (1991, p. 69), η *εικόνα έννοιας* μπορεί να είναι μια οπτική αναπαράσταση της έννοιας, εάν η έννοια έχει οπτικές αναπαραστάσεις, μια νοητική εικόνα, ή μια συλλογή εντυπώσεων ή εμπειριών, που μπορούν να εκφρασθούν λεκτικά, έχει δε πάντα σχέση με ένα συγκεκριμένο άτομο.

Η κατάκτηση μιας έννοιας προϋποθέτει το σχηματισμό μιας εικόνας της έννοιας και δεν εξασφαλίζεται με την απομνημόνευση του ορισμού. Όταν μια έννοια εισάγεται με τη βοήθεια του ορισμού της, τότε *ο ορισμός της έννοιας (concept definition),* συμβάλλει στο σχηματισμό της *εικόνας της έννοιας*, η οποία δεν αντανακλά απαραιτήτως όλες τις πτυχές του ορισμού. Φαίνεται να υπάρχει μια συνεχής αμφίδρομη αλληλεπίδραση ανάμεσα στον ορισμό και την εικόνα έννοιας, κατά τη μακρόχρονη διαδικασία κατάκτησης της έννοιας. Για να περιγράψει ο Vinner την αλληλεπίδραση μεταξύ ορισμού έννοιας και εικόνας έννοιας υποθέτει

την ύπαρξη δύο διαφορετικών κελλιών (cells) στη γνωστική δομή που χρησιμοποιεί. Το ένα είναι για τους ορισμούς έννοιας και το άλλο για τις εικόνες έννοιας. Ένα από τα δύο κελλιά ή και τα δύο μπορεί να είναι κενά. Το κελλί της εικόνας έννοιας θεωρείται κενό, όσο δεν δίνεται κάποιο νόημα στο όνομα της έννοιας. Μπορεί να υπάρχει κάποια αλληλεπίδραση μεταξύ των κελλιών, αν και μπορεί τα κελλιά αυτά να έχουν σχηματισθεί ανεξάρτητα. Κατά τη μακροχρόνια διαδικασία σχηματισμού μιας έννοιας, σύμφωνα με τον Vinner (1991) υπάρχει μια αλληλεπίδραση διπλής κατεύθυνσης (Σχ.2.2.1.3.1) μεταξύ του ορισμού έννοιας (concept definition) και της εικόνας έννοιας (concept image), αν και πολλοί δάσκαλοι των Μαθηματικών πιστεύουν ότι η εικόνα έννοιας διαμορφώνεται μόνο από τον ορισμό έννοιας, από τον οποίο και ελέγχεται πλήρως (Σχ. 2.2.1.3.2).

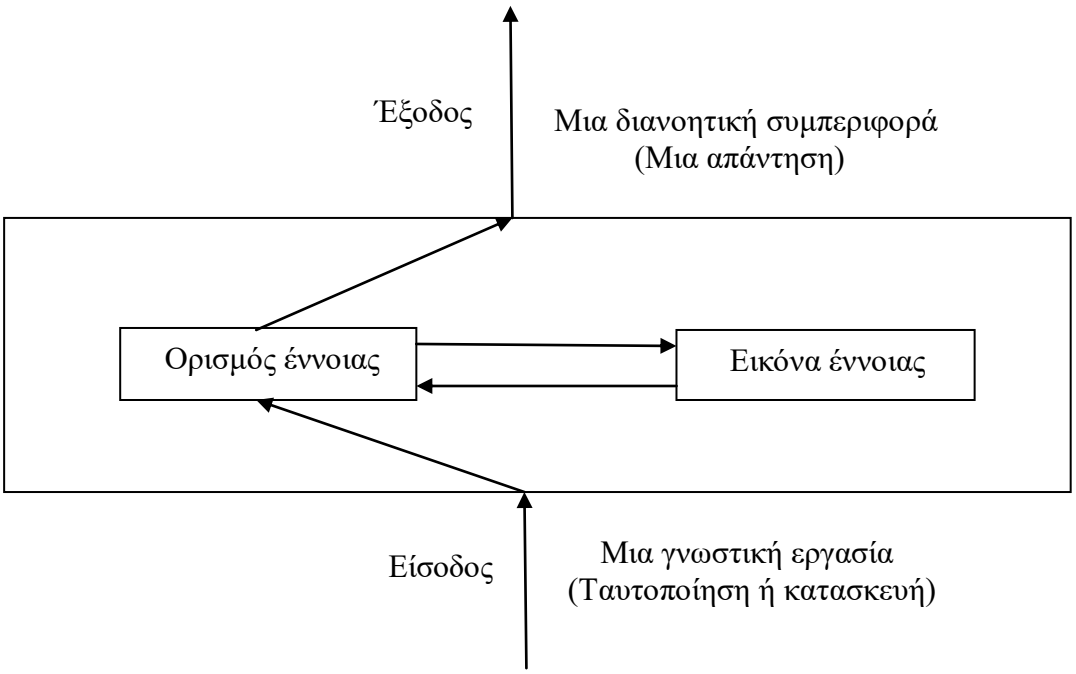


Σχήμα 2.2.1.3.1: Αλληλεπίδραση μεταξύ ορισμού έννοιας και εικόνας έννοιας (Vinner 1991, p. 70).



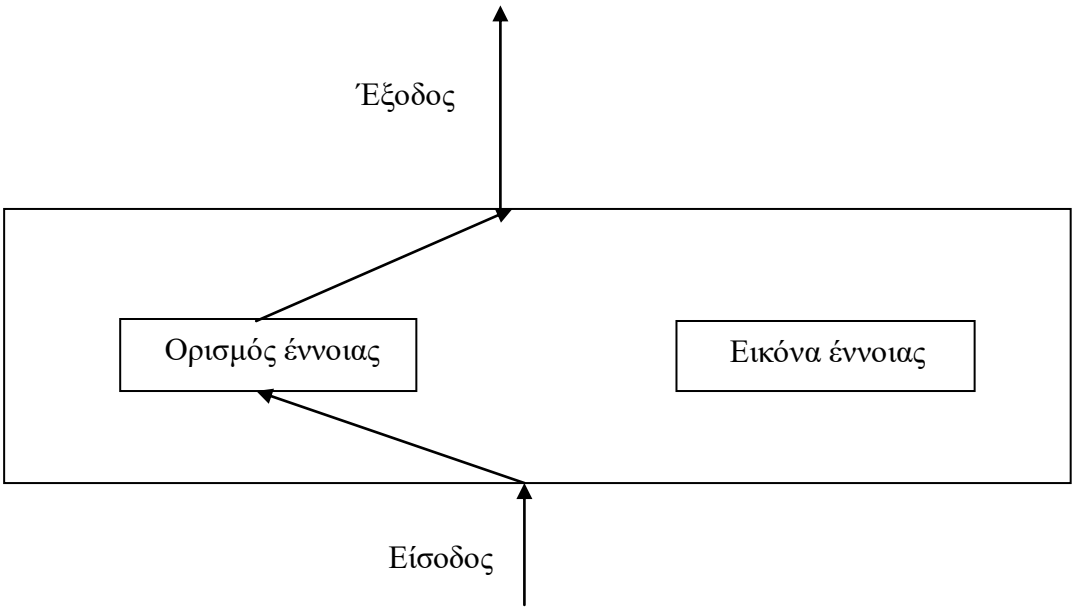
Σχήμα 2.2.1.3.2: Η γνωστική ανάπτυξη μιας τυπικής έννοιας, κατά την αντίληψη πολλών δασκάλων των Μαθηματικών (Vinner 1991, p. 71).

Επιπλέον, όταν ένας μαθητής βρίσκεται αντιμέτωπος μ' ένα πρόβλημα, το οποίο πρέπει να λύσει, τότε πρέπει να ενεργοποιηθούν τόσο ο ορισμός, όσο και η εικόνα της έννοιας. Κατά τον Vinner (1991, p.71), οι δάσκαλοι πιστεύουν ότι υπάρχουν τρία μοντέλα γνωστικής λειτουργίας, ένα από τα οποία θα ακολουθήσει ο μαθητής για την επίτευξη του στόχου, όσον αφορά στην πορεία της γνωστικής διαδικασίας, που είναι : (α) Πρώτα ενεργοποίηση του ορισμού έννοιας, μετά αλληλεπίδραση μεταξύ του ορισμού έννοιας και της εικόνας έννοιας και τέλος επίτευξη του γνωστικού στόχου (Σχ. 2.2.1.3.3).



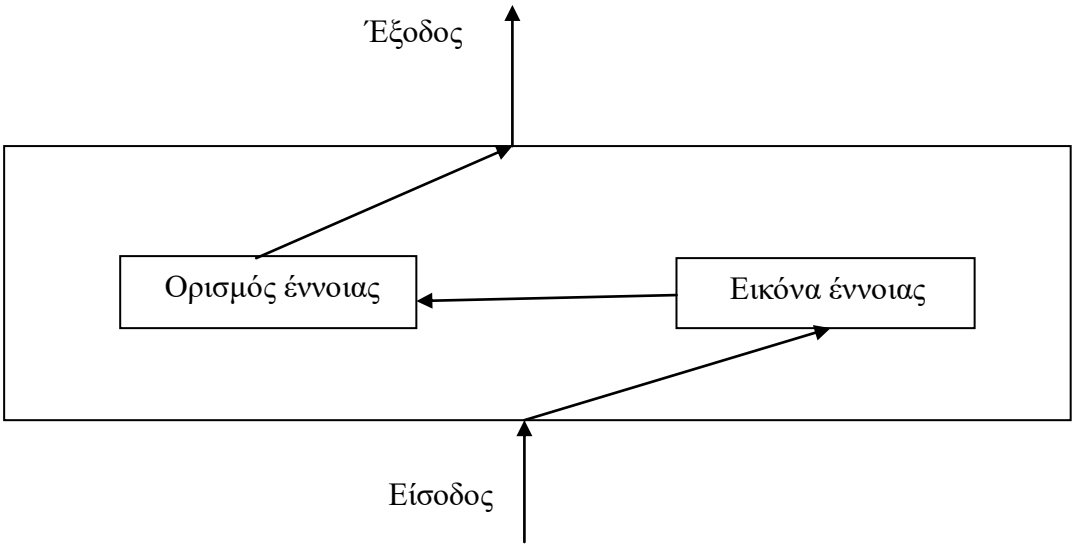
Σχ. 2.2.1.3.3: Αλληλεπίδραση μεταξύ του ορισμού έννοιας και της εικόνας έννοιας (Vinner 1991, p. 71).

(β) Ενεργοποίηση μόνο του ορισμού έννοιας και χωρίς ενεργοποίηση της εικόνας έννοιας προσπάθεια για την επίτευξη του γνωστικού στόχου (Σχ. 2.2.1.3.4), (τυπική αφαίρεση).



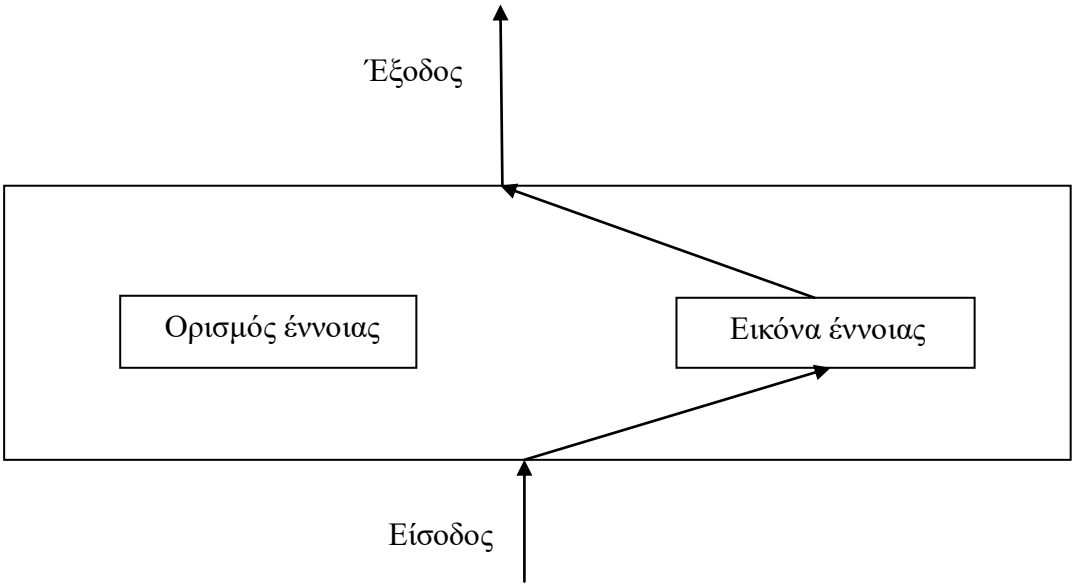
Σχήμα 2.2.1.3.4: Καθαρώς τυπική αφαίρεση (Vinner 1991, p. 72).

(γ) Ενεργοποίηση πρώτα της εικόνας έννοιας, μετά ενεργοποίηση του ορισμού έννοιας και με τη χρήση πλέον του ορισμού προσπάθεια για επίτευξη του γνωστικού στόχου (πρώτα διαισθητική σκέψη και μετά τυπική σκέψη με αφαίρεση). Δηλαδή μπορεί να προηγείται αλληλεπίδραση μεταξύ του ορισμού και της εικόνας της έννοιας που απαιτείται να χρησιμοποιηθεί, ή να χρησιμοποιηθεί μόνο ο ορισμός (καθαρά τυπική αφαίρεση), ή τέλος να χρησιμοποιηθεί πρώτα η εικόνα έννοιας και μετά ο ορισμός της έννοιας (πρώτα διαισθητική σκέψη και μετά τυπική), (Σχ. 2.2.1.3.5).



Σχήμα 2.2.1.3.5: Αφαίρεση μετά από τη διαισθητική σκέψη (Vinner 1991, p. 72).

Εκείνο, που φαίνεται να γίνεται συνήθως στην πράξη, είναι οι μαθητές να χρησιμοποιούν μόνο την εικόνα έννοιας και να μην συμβουλεύονται τον ορισμό έννοιας, αν και το κελλί του ορισμού έννοιας δεν είναι κενό. Δηλαδή η προσέγγιση του προβλήματος και η επίλυσή του είναι διαισθητική (Σχ. 2.2.1.3.6)



Σχήμα 2.2.1.3.6: Απάντηση με διαισθητική σκέψη (Vinner 1991, p. 73).

2.2.1.4. Αναστοχασμός (Reflection)

Θα επιχειρήσουμε μια σύντομη αναφορά πάνω στην έννοια του αναστοχασμού, ως ενός σημαντικότατου σταδίου της κατανόησης και μάθησης των Μαθηματικών. Κατά τον Skovsmose (2008), η έννοια αυτή δεν υπόκειται σε αυστηρό έλεγχο. Τα νοήματά της είναι πολλά και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ποικίλες καταστάσεις. Τόσο οι δάσκαλοι, όσο και οι μαθητές, αφού επιλύσουν κάποια άσκηση ή πρόβλημα, αφού κάνουν μια απόδειξη μιας μαθηματικής πρότασης, ή αφού γενικά φέρουν εις πέρας κάποια μαθηματική δραστηριότητα, μπορεί να προχωρήσουν στο

στάδιο του *αναστοχασμού*. Στο στάδιο αυτό ξανασκέπτονται πάνω στις ενέργειες που έχουν κάνει, τα λογικά βήματα που ακολούθησαν, τη μέθοδο και το αποτέλεσμα. Θέτουν ερωτήματα του τύπου: «Θα μπορούσα να λύσω διαφορετικά το πρόβλημα;», « θα μπορούσα να το επεκτείνω και με άλλα ερωτήματα;», «ποια είναι η σημασία των αποτελεσμάτων, για την μαθηματική ενότητα, στην οποία ανήκει το πρόβλημα;», «είναι λογικό το αποτέλεσμα;». Τέτοιου είδους ερωτήματα, που δίνουν έναυσμα για περαιτέρω ενασχόληση του μαθητή με τη μαθηματική δραστηριότητα, που είναι ελεύθερη και δεν προβλέπεται από κάποια προγραμματισμένη και υποχρεωτική εκπαιδευτική διαδικασία ανήκουν στο στάδιο του αναστοχασμού. Ο αναστοχασμός κατά τον Skovsmose (2008), «*μπορεί να εφαρμοστεί σε πολύ συγκεκριμένα ζητήματα και απαιτεί τόσο γενικές, όσο και συγκεκριμένες επανεξετάσεις της γνώσης των δράσεων και των πρακτικών»* (σελ. 8). Ο ίδιος υποστηρίζει ότι η ενθάρρυνση και η διευκόλυνση της εισαγωγής του αναστοχασμού στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση θα μπορούσε να γίνει με την εισαγωγή κατάλληλων μαθηματικών δραστηριοτήτων (π.χ. τύπου project).

Κατά την Κολέζα (2013) ο αναστοχασμός είναι ένα πολύ σημαντικό στάδιο κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων και γενικά απάντησης μαθηματικών ερωτημάτων. Είναι ένα στάδιο στο οποίο οι μαθητές μετέχουν αυθόρμητα. Συνήθως οι μαθητές που φθάνουν και μετέχουν στο στάδιο του αναστοχασμού είναι «καλοί λύτες», γιατί στο στάδιο αυτό έχουν την δυνατότητα να ελέγξουν την ισχύ και το εύρος των λύσεων και ίσως να αναθεωρήσουν τον τρόπο της σκέψης τους. Η αναστοχαστική διαδικασία προϋποθέτει δυνατότητα επικοινωνίας με άλλους και αρκετό χρόνο. Σύμφωνα με την Κολέζα (2013), πρέπει να προβλέπεται η διάθεση χρόνου και η ύπαρξη κατάλληλων «αναστοχαστικών» ερωτήσεων, κατά τη σύνταξη των αναλυτικών προγραμμάτων.

Κατά τη δική μας άποψη το στάδιο του αναστοχασμού είναι σημαντικότατο και αποτελεί το προστάδιο για την ανάπτυξη της ερευνητικής ικανότητας των μαθητών και της προετοιμασίας τους ως μελλοντικών ερευνητών.

2.2.2. Η μαθηματική απόδειξη

Ένα σημαντικό στάδιο της διδασκαλίας, της κατανόησης και μάθησης των Μαθηματικών στο Λύκειο είναι και η μαθηματική απόδειξη, που διδάσκεται κυρίως στην Άλγεβρα, στην Ευκλείδεια Γεωμετρία και στην Ανάλυση. Η αναγκαιότητα της απόδειξης στα Μαθηματικά τέθηκε, σύμμφωνα με την Ιστορία των Μαθ/κών για πρώτη φορά από τον αρχαίο Έλληνα φιλόσοφο και μαθηματικό Θαλή τον Μιλήσιο (περίπου 624-547 π.Χ.), (Loria, 1971). Οι αποδείξεις του αφορούν σε κάποια γεωμετρικά θεωρήματα. Αργότερα (περί το 300 π.Χ.) ο Ευκλείδης, στο έργο του «Στοιχεία», που το έγραψε με αξιωματική παραγωγική μορφή, συστηματοποίησε την απόδειξη. Χρησιμοποίησε τον παραγωγικό συλλογισμό, για να αποδείξει προτάσεις, στηριζόμενος σε λίγες τον αριθμό *πρώτες αρχές, δηλαδή τους ορισμούς, τα αιτήματα και τα αξιώματα.*

Από τότε και μέχρι σήμερα η απόδειξη δεν έπαψε να θεωρείται απαραίτητο στάδιο για την πιστοποίηση της αλήθειας για μια θεωρία και την αποδοχή της από τη μαθηματική κοινότητα. Στη μαθηματική εκπαίδευση η αιτιολόγηση έχει μεγάλη παιδαγωγική αξία, στο βαθμό που προάγει την κατανόηση από τους μαθητές. Κατά την Hanna (1991), μια διδακτική δραστηριότητα που περιέχει αιτιολόγηση (τυπική ή άτυπη) θεωρείται ότι έχει αξία μόνο στο βαθμό που προάγει την μεγαλύτερη κατανόηση.

Οι Tall et al. (2012) κάνουν διάκριση ανάμεσα στην τυπική απόδειξη (formal proof) και στη συνηθισμένη μαθηματική απόδειξη (ordinary mathematical proof) .

Μια τυπική απόδειξη «*είναι μια ακολουθία ισχυρισμών, από τους οποίους ο τελευταίος είναι το θεώρημα που αποδεικνύεται και καθένας από τους άλλους είναι ή αξίωμα, ή το αποτέλεσμα εφαρμογής ενός συμπερασματικού κανόνα σε προηγούμενους τύπους της ακολουθίας αυτής» (p.15).* Μια συνηθισμένη μαθηματική απόδειξη είναι ένα σύνολο από επιχειρήματα που έχουν σκοπό να πείσουν ένα ακροατήριο ειδικών ότι κάποιος ισχυρισμός είναι αληθής και γιατί είναι αληθής. Τέτοιες αποδείξεις εμφανίζονται στα ερευνητικά περιοδικά για Μαθηματικά, στα σχολικά εγχειρίδια και στα πανεπιστημιακά συγγράμματα. Παρά το γεγονός ότι για τη μαθηματική κοινότητα μια απόδειξη είναι σχεδόν ταυτόσημη με ένα σύνολο λογικών βημάτων που οδηγούν στην αλήθεια ενός ισχυρισμού, «στη μαθηματική πρακτική, μια απόδειξη είναι στην πραγματικότητα συχνά μια σειρά από ιδέες και διαισθήσεις “insights”, μάλλον, παρά μια σειρά από λογικά βήματα» (Hanna, G., & de Villiers, 2012, p. 3). Η σημασία της απόδειξης είναι τεράστια για τα Μαθ/κά, τόσο στον τομέα της έρευνας, όσο και στον τομέα της μαθηματικής εκπαίδευσης. Στη μαθηματική έρευνα οδηγεί αφενός στη γενίκευση, αφετέρου στην εξειδίκευση σε νέα αποτελέσματα, καθώς η διαδικασία της απόδειξης αποτελεσμάτων, συμβάλλει συνήθως στο να καταλάβει κανείς σε βάθος γιατί αυτά είναι σωστά (Hanna, G., & de Villiers, 2012). Στον τομέα της μαθηματικής εκπαίδευσης, σύμφωνα με τους Zaslavsky et al. (2012) η απόδειξη συμβάλλει στο να εξηγήσει γιατί μια μαθηματική πρόταση είναι σωστή υπό τις προϋποθέσεις που δίνονται. Επίσης ρίχνει φως στα θεμέλια και τις διασυνδέσεις της μαθηματικής γνώσης . Επιπλέον οι διαφορετικοί τρόποι απόδειξης μιας πρότασης τους οποίους παρακινούνται να επινοήσουν οι μαθητές από τους δασκάλους, βοηθούν στη βαθύτερη κατανόηση των εννοιών και την επινόηση νέων τεχνικών για την επίλυση προβλημάτων.

Για όλους αυτούς τους λόγους, θεωρούμε ότι η διδασκαλία της απόδειξης είναι απαραίτητη στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Οι δυνατότητες που προσφέρει η χρήση της σύγχρονης τεχνολογίας και τα κατάλληλα λογισμικά μπορούν να βοηθήσουν στην καλύτερη κατανόηση των αποδείξεων. Κρίναμε σκόπιμο να εστιάσουμε στην έρευνά μας και στην κατανόηση της απόδειξης από τους μαθητές και τη σύνδεσή της με τις πεποιθήσεις και στάσεις τους για τα Μαθ/κά.

2.2.3. Η δυαδική (διττή) φύση των μαθηματικών εννοιών

Στην ενότητα αυτή θα περιγράψουμε τη θεωρία της Sfard (1991) για τη δυαδική ή διττή φύση των μαθηματικών εννοιών. Η Sfard χρησιμοποιεί δύο ξεχωριστούς όρους, για τις μαθηματικές έννοιες: Τον όρο «*concept*», όταν θέλει να δηλώσει την έννοια σαν μια θεωρητική κατασκευή μέσα στο σύμπαν των γνώσεων. Τον όρο «*conception*», όταν θέλει να δηλώσει όλο το πλέγμα των εσωτερικών αναπαραστάσεων και συσχετισμών που ανακαλούνται στη μνήμη του ατόμου από τη συγκεκριμένη έννοια. Υπάρχουν δύο δυνατές προσεγγίσεις κάθε μαθηματικής έννοιας: Η «*δομική» (structural)* και η «*διαδικαστική» ή «λειτουργική» (operational)*. Η έννοια προσεγγίζεται δομικά όταν αναφερόμαστε σ' αυτήν σαν ένα αφηρημένο αντικείμενο, ενώ προσεγγίζεται λειτουργικά, όταν αναφερόμαστε σ' αυτήν, θεωρώντας την σαν αλγόριθμο ή διαδικασία. Για παράδειγμα μια συνάρτηση μπορεί να ορισθεί ως ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών (δομική προσέγγιση), ή ως μια υπολογιστική διαδικασία (λειτουργική προσέγγιση). Ένας ρητός αριθμός μπορεί να θεωρηθεί ως ένα ζεύγος ακεραίων (δομική προσέγγιση), ή ως το αποτέλεσμα της διαίρεσης δύο ακεραίων (λειτουργική προσέγγιση). Το να βλέπουμε μια μαθηματική οντότητα ως αντικείμενο, σημαίνει να μπορούμε να το δούμε σαν ένα στατικό αντικείμενο που υπάρχει κάπου στο χώρο και το χρόνο. Σημαίνει ακόμη ότι *την αναγνωρίζουμε «με μια ματιά» και τη μεταχειριζόμαστε σαν*

μια ολότητα, χωρίς να μπαίνουμε σε λεπτομέρειες. Αντίθετα, όταν μεταχειριζόμαστε μια έννοια ως διαδικασία τη θεωρούμε μάλλον *σαν μια δυνάμει και όχι σαν πραγματική οντότητα, η οποία δημιουργείται μετά από μια ακολουθία ενεργειών.* Οι δύο αυτές διαφορετικές προσεγγίσεις μιας έννοιας δεν είναι αμοιβαία αποκλειόμενες. Αν και φαίνεται να είναι ασυμβίβαστες (διότι πώς μπορεί κάτι να είναι συγχρόνως αντικείμενο και διαδικασία), στην πραγματικότητα είναι συμπληρωματικές, όπως ακριβώς η σωματιδιακή και η ηλεκτρομαγνητική θεώρηση της φύσης του φωτός.

Όπως φαίνεται από την Ιστορία των Μαθηματικών οι περισσότερες μαθηματικές έννοιες αναπτύχθηκαν πρώτα λειτουργικά και μετά δομικά. Αυτό φαίνεται να ισχύει μάλλον για τις έννοιες των υπολογιστικών Μαθηματικών και όχι της Γεωμετρίας. Μια διαδικασία που προηγείται του σχηματισμού μιας μαθηματικής έννοιας, μετατρέπεται σε συμπαγή στατική ολότητα, για να αποτελέσει βασικό δομικό στοιχείο μιας υψηλότερου επιπέδου νέας θεωρίας. Η εικασία αυτή κατά τη Sfard στηρίζεται από τη θεωρητική και φιλοσοφική θέση ότι η δομική προσέγγιση είναι πιο αφηρημένη από τη λειτουργική. Επίσης στηρίζεται και στην παραδοχή ότι ο μόνος τρόπος για να έρθει το άτομο σε επαφή με αφηρημένες έννοιες είναι πρώτα να «κάνει πράγματα», δηλαδή να προσεγγίσει την έννοια λειτουργικά.

Πάντα κατά την Sfard υπάρχουν τρία στάδια για την ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών, που είναι: Η *εσωτερίκευση (interiorization), η συμπύκνωση (condensation) και η αντικειμενοποίηση (reification).* Συγκεκριμένα:

(α) Η *εσωτερίκευση* είναι η φάση κατά την οποία ο μαθητής εξοικειώνεται με τις διαδικασίες που θα δώσουν τη γένεση σε μια νέα έννοια, όπως π.χ. η καταμέτρηση που οδηγεί στην έννοια του φυσικού αριθμού, η αφαίρεση που οδηγεί στην έννοια των αρνητικών αριθμών, ή οι αλγεβρικοί υπολογισμοί που οδηγούν στην έννοια της συνάρτησης. Αυτές οι διαδικασίες εφαρμόζονται σε χαμηλού επιπέδου μαθηματικά αντικείμενα.

(β) Η *συμπύκνωση* είναι η φάση εκείνη κατά την οποία γίνεται σύμπτυξη μακροσκελών διαδικασιών σε πιο εύχρηστες μονάδες. Στη φάση αυτή το άτομο αποκτά όλο και μεγαλύτερη ικανότητα να θεωρεί μια δοσμένη διαδικασία σαν ένα όλο, χωρίς να σκέπτεται για τις επιμέρους λεπτομέρειες. Για παράδειγμα στην περίπτωση του σχηματισμού της έννοιας της συνάρτησης η φάση της συμπύκνωσης είναι εκείνη, κατά την οποία το άτομο θεωρεί μια απεικόνιση σαν ένα όλο, χωρίς να ενδιαφέρεται για τις επιμέρους τιμές. Οπότε ο μαθητής μπορεί να σχεδιάζει γραφικές παραστάσεις, να αντιστρέφει μια συνάρτηση, ή να συνδυάζει δυο συναρτήσεις, βρίσκοντας για παράδειγμα τη σύνθεσή τους. Η συμπύκνωση (condensation), διαρκεί όσο μια καινούργια οντότητα παραμένει συνδεδεμένη με μια συγκεκριμένη διαδικασία.

(γ) Η *αντικειμενοποίηση (reification, res σημαίνει στα Λατινικά πράγμα)* είναι η φάση κατά την οποία το άτομο θα αποκτήσει την ικανότητα να θεωρεί την έννοια σαν ένα αυτόνομο αντικείμενο, οπότε η έννοια έχει αντικειμενοποιηθεί. Η αντικειμενοποίηση (reification) είναι μια οντολογική αλλαγή, κατά την οποία μια διαδικασία μετατρέπεται σε αντικείμενο, σε μια στατική κατασκευή. Η καινούργια οντότητα ανεξαρτητοποιείται σύντομα από τη διαδικασία που την παρήγαγε και αντλεί πλέον τη σημασία της από το γεγονός ότι είναι μέλος μιας συγκεκριμένης κατηγορίας. Μπορούν, τώρα να προκύψουν νέες διαδικασίες, οι οποίες λειτουργούν πάνω στα νέα αντικείμενα που έχουν προκύψει με την αντικειμενοποίηση. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της συνάρτησης η αντικειμενοποίηση έχει επέλθει όταν το άτομο έχει την ικανότητα να λύνει εξισώσεις, όπου άγνωστοι είναι συναρτήσεις και έχει την ικανότητα να μιλά για γενικές ιδιότητες διαφορετικών διαδικασιών που εφαρμόζονται πάνω σε συναρτήσεις, όπως η σύνθεση ή η αντιστροφή συναρτήσεων.

Η άποψη της Sfard ως προς την διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών και τον τρόπο εισαγωγής τους, είναι ότι οι νέες έννοιες *πρέπει να εισάγονται διαδικαστικά* (λειτουργικά)

και *όχι δομικά*, ιδίως όταν διδάσκονται στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Η άποψη αυτή στηρίζεται στο ότι ιστορικά οι μαθηματικές έννοιες προσεγγίσθηκαν διαδικαστικά, καθώς και σε σχετική έρευνα για τη διδασκαλία της έννοιας της συνάρτησης (Sfard, 1991).

2.2.4. Η θεωρία «των τριών κόσμων» προσέγγισης των Μαθηματικών

2.2.4.1. Οι τρεις κόσμοι των Μαθηματικών

Ο Tall (2002, 2004, 2013), θέλοντας να ερμηνεύσει τη γνωστική ανάπτυξη των ανθρώπων στα Μαθηματικά, διατύπωσε μια θεωρία, για την ύπαρξη τριών «*κόσμων*» προσέγγισης των Μαθηματικών. Οι κόσμοι αυτοί είναι διακριτοί αλλά υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Οι τρεις αυτοί κόσμοι είναι οι εξής:

1. *Ο ενσωματωμένος (ή ενσαρκωμένος) κόσμος (embodied world).* Αναπτύσσεται μέσω των εμπειριών μας από το φυσικό κόσμο και περιλαμβάνει τις κρίσεις και απόψεις μας γύρω από τα πράγματα του φυσικού και του νοητικού μας κόσμου, που αισθανόμαστε και αντιλαμβανόμαστε. Περιλαμβάνει τις ενέργειες του ατόμου πάνω σε αντικείμενα του φυσικού κόσμου, τις νοητικές του κατασκευές για τα αντικείμενα του πραγματικού κόσμου, καθώς και τις εσωτερικές του κατασκευές των οπτικών αναπαραστάσεων του χώρου. Μέσω των εμπειριών αυτών και των δράσεων το άτομο κατασκευάζει με αφαιρετική διαδικασία πιο λεπτές έννοιες, που δεν υπάρχουν στον εξωτερικό κόσμο, ακόμη και το Πλατωνικό περιβάλλον της Γεωμετρίας του Ευκλείδη. Τέτοια έννοια, για παράδειγμα, είναι η έννοια της γραμμής που είναι «τέλεια ευθεία». Βρίσκει ακόμη εφαρμογή και στις μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες, καθώς και σε άλλες μαθηματικές έννοιες, που συλλαμβάνονται με τη βοήθεια των αισθήσεων. Η *εμπειρική αφαίρεση* της θεωρίας του Piaget (Beth, & Piaget, 1966, pp.188-189)

παράγει γνώση από τις εμπειρίες του υποκειμένου, που είναι αποτέλεσμα της αισθητηριακής αντίληψης των αντικειμένων. Αυτή οδηγεί στον *ενσωματωμένο κόσμο* του Tall.

2. Ο διαδικασιοεννοιολογικός ή αλγοριθμοεννοιολογικός κόσμος (proceptual world, process+concept), ή συμβολικός. Είναι ο κόσμος των συμβόλων, αριθμητικών πράξεων και υπολογισμών, καθώς και του χειρισμού των αλγεβρικών *συμβόλων, των αλγεβρικών πράξεων* και *των υπολογιστικών διαδικασιών* στην Αριθμητική, στην Άλγεβρα, στον Απειροστικό Λογισμό και σε άλλα πεδία των Μαθηματικών. Εδώ τα σύμβολα άλλοτε λειτουργούν ως διαδικασίες και άλλοτε λειτουργούν ως έννοιες (π.χ. το 2+5 λειτουργεί ως διαδικασία πρόσθεσης, αλλά και ως έννοια αθροίσματος δύο αριθμών). Ενέργειες ή δράσεις, όπως η καταμέτρηση ή απαρίθμηση ενθυλακώνονται (are encapsulated, δηλαδή θεωρούνται νέες αυτόνομες οντότητες) ως έννοιες με τη χρήση συμβόλων. Για παράδειγμα η ενθυλάκωση της διαδικασίας της απαρίθμησης οδηγεί στη δημιουργία της έννοιας του αριθμού. Αυτό μας επιτρέπει να μετακινούμαστε χωρίς δυσκολία από διαδικασίες που κάνουν Μαθηματικά, σε έννοιες, με τη χρήση συμβόλου και στο να σκεπτόμαστε πάνω σ' αυτές. Ο κόσμος αυτός αναπτύσσεται με επέκταση του περιβάλλοντος της απαρίθμησης σε νέα περιβάλλοντα, όπως του μοιράσματος με τη χρήση κλασμάτων, δεκαδικών αναπαραστάσεων των πραγματικών αριθμών, των μιγαδικών αριθμών, των διανυσμάτων, κλπ. *Η ψευδοεμπειρική αφαίρεση* της Πιαζετιανής θεωρίας (Piaget, 1985, pp. 18-19), η οποία παράγει γνώση από τις ενέργειες του υποκειμένου πάνω στα αντικείμενα, οδηγεί στο *συμβολικό αυτόν κόσμο.*

Καθώς το παιδί μεγαλώνει οι δύο παραπάνω κόσμοι, δηλαδή ο *ενσωματωμένος και ο διαδικασιοεννοιολογικός ή συμβολικός* συνυπάρχουν και αλληλοεπιδρούν.

3. Ο τυπικός ή αξιωματικός κόσμος (formal world). Είναι ο κόσμος των *ορισμών*, των *αξιωμάτων*, των *θεωρημάτων* και των *αποδείξεων*. Στηρίζεται σε ιδιότητες που

εκφράζονται με όρους τυπικών ορισμών, που χρησιμοποιούνται ως αξιώματα, για να ορισθούν μαθηματικές δομές, όπως η ομάδα, ο διανυσματικός χώρος, ο τοπολογικός χώρος κλπ. Με χρήση των ορισμών και των αξιωμάτων και με λογικά συμπεράσματα παράγονται τα πρώτα θεωρήματα. Αυτά αποτελούν την προηγούμενη εμπειρία, που μαζί με τις καινούργιες ιδιότητες και με τυπική απόδειξη οδηγούν στη δημιουργία μιας ακολουθίας θεωρημάτων. Έτσι οδηγούμαστε στη δημιουργία μιας συγκροτημένης θεωρίας που παράγεται με λογικό τρόπο. Η ανάπτυξη του "τυπικού κόσμου" συνδέεται με την προχωρημένη μαθηματική σκέψη.

2.2.4.2. Η γνωστική ανάπτυξη και η σύνδεση των τριών κόσμων

Οι τρεις κόσμοι της παραπάνω θεωρίας του Tall περιγράφουν τη διαδοχή της γνωστικής ανάπτυξης και συνδέονται μεταξύ τους. Η γνωστική ανάπτυξη και η αλληλοσύνδεσή τους περιγράφεται από τον Tall (2002). Πρώτα αναπτύσσεται ο *ενσωματωμένος κόσμος*, ο οποίος βασίζεται στην αντίληψη του εξωτερικού κόσμου και στη δράση και τις ενέργειες με τα φυσικά αντικείμενα. Ακολουθεί ο *συμβολικός κόσμος (ή κόσμος των διεργασιών-εννοιών),* που ξεκινά να χτίζεται πάνω στις *ενσωματωμένες δράσεις,* όπως η αρίθμηση, η πρόσθεση, η ομαδοποίηση, η διαίρεση κλπ. Καθώς το παιδί μεγαλώνει εργάζεται παράλληλα και στους δύο κόσμους. Πολύ αργότερα τα άτομα θα γνωρίσουν τον *τυπικό κόσμο των αξιωματικών ορισμών και των αποδείξεων.*

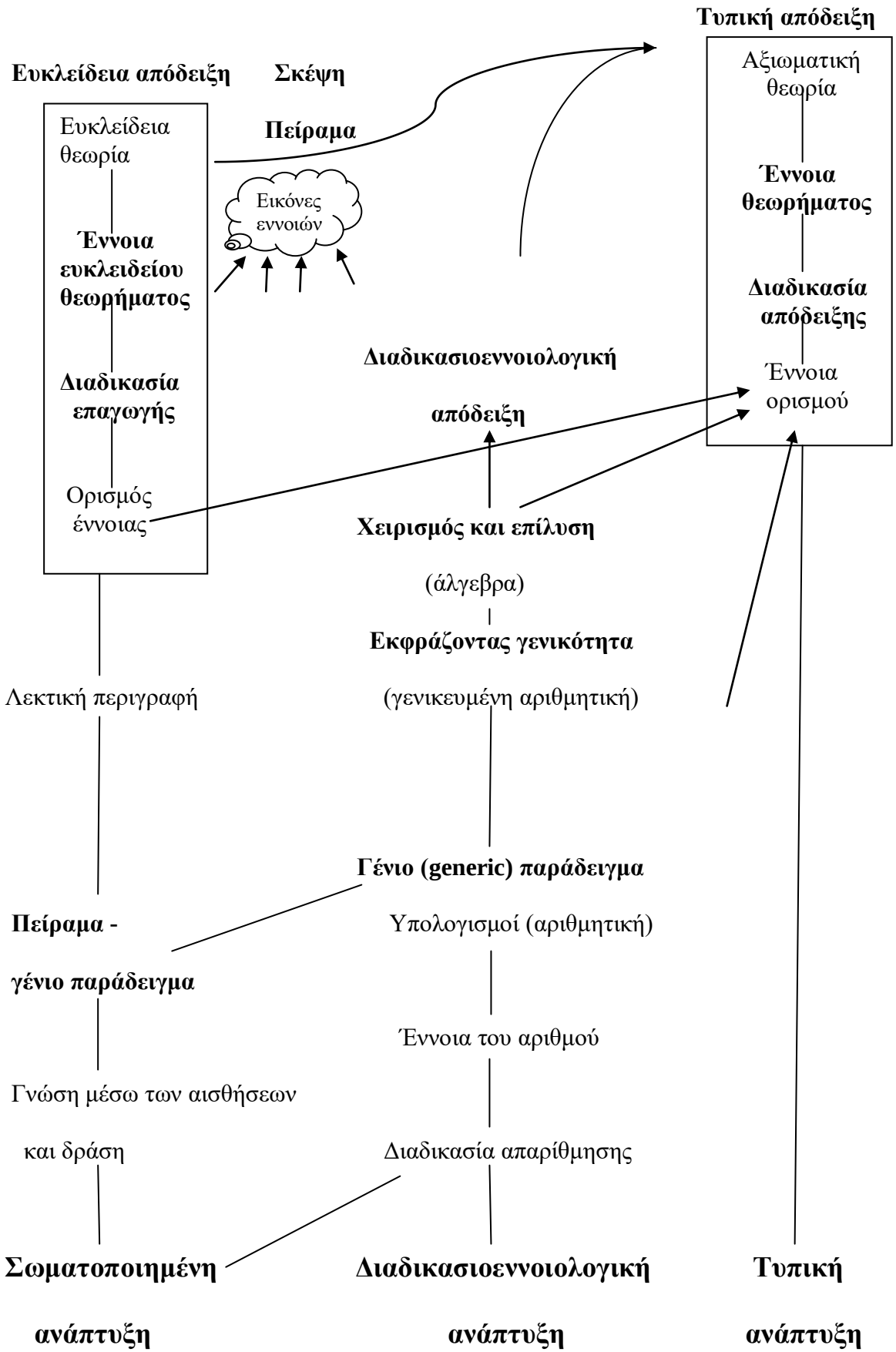
Κάθε ένας κόσμος αναπτύσσεται κατά το δικό του τρόπο. Ο ενσωματωμένος κόσμος βασίζεται στην αντίληψη των ιδιοτήτων των αντικειμένων του φυσικού κόσμου. Αργότερα το άτομο μέσα από αφαιρετικές διαδικασίες δημιουργεί τα αντίστοιχα νοητικά αντικείμενα. Για παράδειγμα η παρατήρηση πολλών στρογγυλών φυσικών αντικειμένων οδηγεί μετά από αφαίρεση σε ένα *ενσωματωμένο* νέο αντικείμενο, αυτό του κύκλου, το οποίο περιγράφεται λεκτικά. Έτσι το αντικείμενο

αυτό εφοδιάζεται με τις ιδιότητές του και δίνεται ο ορισμός του, ο οποίος μπορεί να μην συμπίπτει με τον τυπικό ορισμό του. Οι ορισμοί αυτοί οδηγούν στη διαδικασία των συνεπαγωγών του τύπου: « Αν συμβαίνει το P τότε συμβαίνει το Q ». Έτσι οικοδομείται η Ευκλείδεια απόδειξη και ο κόσμος της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, ο οποίος θα εξελιχθεί με τη σειρά του σε αξιωματικό κόσμο.

Ο κόσμος των διεργασιών-εννοιών ή των συμβόλων είναι τελείως διαφορετικός. Κάθε έννοια βασίζεται σε κάποια διαδικασία. Στην Αριθμητική, η διαδικασία της απαρίθμησης π.χ. με τη χρήση αριθμητικών συμβόλων συνδέει την απαρίθμηση με την έννοια του αριθμού. Η βάση των ενεργειών είναι ενσωματωμένη, αφού το άτομο δρα πάνω σε φυσικά αντικείμενα, ή διαχειρίζεται νοητικά ενσωματωμένα, ήδη αντικείμενα. Για παράδειγμα το μικρό παιδί χρησιμοποιώντας τη διαδικασία της απαρίθμησης και καταμετρώντας μια συλλογή από πέντε μήλα, ή πέντε σοκολάτες, ή πέντε ομοίων αντικειμένων οδηγείται στην έννοια του αριθμού πέντε, για τον οποίο γίνεται χρήση του αντίστοιχου συμβόλου 5. Παρόμοια μια διαδικασία πρόσθεσης δύο αριθμών, π.χ. 4+5 οδηγεί στην έννοια του αθροίσματος των δύο αριθμών, με *ενθυλάκωση* της διαδικασίας αυτής. Επίσης η διαδικασία της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης, οδηγεί στην έννοια του γινομένου. Αυτό οδηγεί στους υπολογισμούς της Αριθμητικής, που ξεκινούν από ενσωματωμένες ενέργειες, οι οποίες γίνονται συμβολικοί αλγόριθμοι. Το επόμενο στάδιο είναι η ανάπτυξη της Άλγεβρας, ως γενίκευσης της Αριθμητικής. Στην Άλγεβρα για παράδειγμα ένα σύμβολο όπως το «2ν-1» συμβολίζει τη διαδικασία «διπλασιάζω το ν και από το αποτέλεσμα αφαιρώ το 1». Αυτή η διαδικασία *ενθυλακώνεται* ως μια έννοια (έκφραση), με την οποία μπορούν να γίνουν αλγεβρικές πράξεις. Δηλαδή το πέρασμα του παιδιού στον κόσμο των συμβόλων, γίνεται μέσα από το πέρασμα από τον ενσωματωμένο κόσμο.

Ο τυπικός κόσμος χρησιμοποιεί τις εμπειρίες τόσο του ενσωματωμένου, όσο και του συμβολικού κόσμου, για να αναπτυχθεί. Πρέπει εδώ να τονισθεί ότι υπάρχει μια διαφορά μεταξύ της Ευκλείδειας θεωρίας και της Τυπικής – Αξιωματικής θεωρίας. Η πρώτη έχει ως αφετηρία τα αντικείμενα και τις ιδιότητές τους από τα οποία προκύπτουν οι ορισμοί, ενώ στη δεύτερη από ένα σύνολο ορισμών και αξιωματικών παραδοχών κατασκευάζονται αντικείμενα που τις ικανοποιούν. Δηλαδή στην πρώτη οι ενσωματωμένες έννοιες δίνουν γένεση στους ορισμούς, ενώ στη δεύτερη οι ορισμοί δίνουν γένεση στις έννοιες. Η τυπική απόδειξη ξεκινά από αυστηρούς ορισμούς και οδηγεί σε άλλες ιδιότητες οι οποίες προκύπτουν σαν συνέπεια αυτών. Έτσι δημιουργούνται τα θεωρήματα και οικοδομείται με λογικές συνεπαγωγές μια τυπική θεωρία, που στηρίζεται στα αξιώματα και τους ορισμούς.

Καθένας από τους παραπάνω κόσμους έχει τις δικές του προδιαγραφές για την «πιστοποίηση της αλήθειας» (Tall, 2002). Στον ενσωματωμένο κόσμο οι εγγυήσεις για την αλήθεια αρχίζουν με φυσική πρόβλεψη και πείραμα, για να ελεγχθεί εάν το πείραμα οδηγεί στο αναμενόμενο συμπέρασμα. Δηλαδή η εγκυρότητα της αλήθειας στηρίζεται σε μια «χαλαρή απόδειξη». Στο συμβολικό κόσμο η εγκυρότητα της αλήθειας μπορεί να στηριχθεί στους αριθμητικούς υπολογισμούς και στη διαχείριση των συμβόλων. Στον αξιωματικό κόσμο η απόδειξη των ισχυρισμών στηρίζεται σε ένα σύνολο αξιωμάτων και θεωρημάτων, από τα οποία εξασφαλίζεται η αλήθεια των ισχυρισμών. Στο παρακάτω σχήμα, περιγράφεται η ανάπτυξη της σκέψης, κατά τον Tall (2002).



Σχήμα 2.2.4.2.1: Ανάπτυξη της σκέψης στους τρεις κόσμους (Tall, 2002)

Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται καθαρά, πώς αναπτύσσεται ο κόσμος της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, με αφετηρία το σωματοποιημένο κόσμο. Ακόμη σκιαγραφείται και η διαφορά μεταξύ της Ευκλείδειας θεωρίας, (που ξεκινά από τα αντικείμενα και φθάνει στους ορισμούς) και της τυπικής αξιωματικής θεωρίας, που ξεκινά από τους ορισμούς και τα αξιώματα και στη συνέχεια κατασκευάζει τα αντικείμενα. Η βάση του διαδικασιοεννοιολογικού κόσμου είναι ενσωματωμένη. Ένα από τα στάδια της πορείας στον ενσωματωμένο (ή σωματοποιημένο) κόσμο είναι και εκείνο της δημιουργίας ενός *γένιου παραδείγματος,* που αργότερα θα βοηθήσει σε γενίκευση. Ο όρος «γένιο παράδειγμα» αποδίδει την έννοια «generic example». Ένα γένιο παράδειγμα είναι, συνήθως, μια ειδική περίπτωση σχήματος ή αντικειμένου, που επιλέγεται από τον μαθητή, για να αντιμετωπίσει ένα συγκεκριμένο πρόβλημα και στη συνέχεια να οδηγηθεί σε γενίκευση.

Η παραπάνω θεωρία υποβάλλει σε τρεις αντίστοιχες προσεγγίσεις των Μαθηματικών, που δεν είναι άσχετες μεταξύ τους. Θα διερευνήσουμε τη σύνδεση των πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπων μελέτης των Μαθηματικών των μαθητών του Λυκείου, με την δυνατότητα λειτουργίας τους στους παραπάνω τρεις αυτούς κόσμους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Μεθοδολογία

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στη μεθοδολογία που ακολουθήσαμε για την πραγματοποίηση αυτής της έρευνας. Στην αρχή γίνεται μια σύντομη αναφορά στη δομή της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης στην Ελλάδα και το θεσμικό πλαίσιο που τη διέπει. Στη συνέχεια επιχειρείται μια σύνδεση του θεωρητικού πλαισίου στο οποίο αναφερόμαστε, των ερευνητικών ερωτημάτων και γενικότερα των στόχων της έρευνας. Ακολουθεί η πιλοτική έρευνα, όπου αναλύεται η σκοπιμότητα, η διεξαγωγή, τα συμπεράσματά της και ο τρόπος που μας βοήθησε στην προετοιμασία για τη διεξαγωγή της κύριας έρευνας. Ιδιαιτέρως αναφερόμαστε στη σύνταξη του ερωτηματολογίου, που χρησιμοποιήσαμε στην κύρια έρευνα. Τέλος περιγράφεται η μέθοδος δειγματοληψίας των Λυκείων και των μαθητών, για τη συλλογή των δεδομένων και οι στατιστικές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση των δεδομένων.

3. 1. Εκπαιδευτικό πλαίσιο της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης

Η συλλογή των δεδομένων της έρευνά μας πραγματοποιήθηκε κατά το σχολικό έτος 2002-2003 σε Λύκεια του νομού Αττικής. Το εκπαιδευτικό πλαίσιο της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης για την περίοδο εκείνη καθοριζόταν από τους νόμους 2525/1997, Φ.Ε.Κ. 188/Α, που αφορά στη δομή και λειτουργία των «Ενιαίων Λυκείων» (Ε.Λ.) και το νόμο 2640/1998, Φ.Ε.Κ. 206/Α, που αφορά στη δομή και λειτουργία των «Τεχνικών Επαγγελματικών Εκπαιδευτηρίων» (Τ.Ε.Ε.). Τα Ενιαία

Λύκεια ήταν Δημόσια ή Ιδιωτικά, ημερήσια ή εσπερινά. Η Α΄ τάξη λειτουργούσε σαν τάξη γενικής παιδείας, ενώ η Β΄ και η Γ΄ λειτουργούσε με μαθήματα γενικής παιδείας και κατευθύνσεων. Οι κατευθύνσεις ήταν τρεις: η θεωρητική, η θετική και η τεχνολογική κατεύθυνση. Οι μαθητές και των τριών κατευθύνσεων ήταν υποχρεωμένοι να εξετασθούν σε πανελλήνια κλίμακα με κοινά θέματα στα μαθήματα των κατευθύνσεων και σε μερικά μαθήματα γενικής παιδείας. Η βαθμολογία των πανελληνίως εξεταζομένων μαθημάτων ήταν το κριτήριο για την εισαγωγή των μαθητών στην Τριτοβάθμια εκπαίδευση. Τα Τεχνικά Επαγγελματικά Εκπαιδευτήρια ήταν ομοίως Δημόσια ή Ιδιωτικά, ημερήσια ή εσπερινά. Το αναλυτικό τους πρόγραμμα ήταν προσανατολισμένο στο να δώσει στους μαθητές αφ' ενός μεν κάποιες γνώσεις γενικής παιδείας, αφ' ετέρου δε να τους εκπαιδεύσει σε ποκίλες επαγγελματικές ειδικότητες. Οι απόφοιτοι των Τ.Ε.Ε. που επιθυμούσαν μπορούσαν να διεκδικήσουν κάποια θέση μόνο στα Τεχνολογικά Ιδρύματα (ΤΕ.Ι.) της Τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, μετά από εισαγωγικές εξετάσεις που διεξήγοντο από τα ΤΕ.Ι.

Το παραπάνω θεσμικό πλαίσιο τροποποιήθηκε το σχολικό έτος 2006-2007 (Φ.Ε.Κ. 146/Α 13-7-2006), οπότε τα Ενιαία Λύκεια μετονομάσθηκαν σε Γενικά Λύκεια (ΓΕ.Λ.), χωρίς να υπάρξουν ουσιώδεις αλλαγές στη δομή τους, τα αναλυτικά προγράμματα, τα διδακτικά βιβλία. Ο θεσμός των πανελληνίων εξετάσεων εξακολούθησε να υπάρχει μόνο για την Γ΄τάξη στα μαθήματα των κατευθύνσεων και σε δύο ή τρία μαθήματα γενικής παιδείας. Παρά τις επιμέρους τροποποιήσεις του θεσμικού πλαισίου για τη διαμόρφωση του βαθμού πρόσβασης στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, η βαθμολογία των πανελληνίων εξετάσεων εξακολουθούσε και εξακολουθεί να είναι το βασικό κριτήριο για την εισαγωγή των αποφοίτων των ΓΕ.Λ. στα Ανώτατα Ιδρύματα της χώρας μας. Το ίδιο σχολικό έτος και με τον ίδιο

νόμο καταργήθηκαν τα Τ.Ε.Ε. και ιδρύθηκαν τα Επαγγελματικά Λύκεια (ΕΠΑ.Λ.) Α΄ και Β ΄κύκλου σπουδών, που δίνουν στους αποφοίτους τους διάφορες επαγγελματικές ειδικότητες. Το 2013 επέρχεται μία θεσμική αλλαγή και το δικαίωμα, μόνο στους αποφοίτους Β΄ κύκλου σπουδών, πρόσβασης στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση σε ειδικά ποσοστά και κατόπιν πανελληνίων εξετάσεων σε δύο μαθήματα γενικής παιδείας και δύο μαθήματα ειδικότητας. Ακολούθησαν οι νόμοι 4186 (Φ.Ε.Κ. 193/Α 17-9-2013) για το νέο Λύκειο και ο νόμος 4327(Φ.Ε.Κ. 50/Α 14-5-2015) για το νέο Λύκειο και το ΕΠΑ.Λ. με τους οποίους επέρχονται διάφορες μεταβολές, αλλά διατηρείται ο θεσμός των κατευθύνσεων (ομάδες προσανατολισμού) και των πανελληνίων εξετάσεων.

3.2. Η έρευνά μας και το θεωρητικό πλαίσιο

Το θεωρητικό πλαίσιο της έρευνάς μας χωρίζεται σε δύο μέρη: Το πρώτο μέρος αναφέρεται στους συναισθηματικούς παράγοντες και τη μαθησιακή διαδικασία των Μαθηματικών. Το δεύτερο μέρος έχει γνωστικό χαρακτήρα και αναφέρεται στις γνωστικές διαδικασίες της μαθηματικής σκέψης. Επικεντρώνεται στην επισκόπιση της βιβλιογραφίας που αφορά στη θεωρητική προσέγγιση της έννοιας της κατανόησης των μαθηματικών εννοιών και γενικά των Μαθ/κών. Ακόμη γίνεται μια σύντομη αναφορά στην έννοια της μαθηματικής απόδειξης. Αρχικά αναφερθήκαμε σε μελέτες που αφορούν στα συναισθήματα και στον τρόπο που συνδέονται με τη μάθηση των Μαθ/κών, όπως των: Ortony, Clore, & Collins (1988), Mandler (1984, 1989), Μπουλουγούρη (1994), Φιλίππου και Χρίστου (2001), Spielberger (1966), Σαρακινού (1999), Hughes (1996), Cemen (1982), Πανάρετος (2001), Radisic et al. (2014). Σχετικά με τα συναισθήματα εστιάσαμε στο φόβο των μαθητών απέναντι στα Μαθ/κά ή της Μαθηματικοφοβίας (Papert, 1980) και δεν ασχοληθήκαμε με το άγχος για τα

Μαθηματικά. Υιοθετήσαμε την έννοια του φόβου, όπως δίνεται από τους Μπουλουγούρη (1994), Φιλίππου και Χρίστου (2001).

Στη συνέχεια αναφερθήκαμε σε μελέτες και έρευνες που αφορούν στις πεποιθήσεις, αυτοαναφορικές πεποιθήσεις, στάσεις και αντιλήψεις των μαθητών για τα Μαθηματικά, όπως: Ernest (1989), Cobb (1986), Schoenfeld (1989), Mc Leod (1992), Dematte, Eccher, & Furinghetti (1999), Pehkonen (1995), Kifer, & Robitaille (1989), Christou, & Philippou (1998), Christou, & Philippou (1999), Γιαλαμάς, & Κασιμάτη (1999), Philippou, & Christou (2000), Φιλίππου και Χρίστου (2001), Goldin (2002), Hannula (2004), De Bellis, & Goldin (2006), Young-Loveridge et al. (2006), Frenzel et al. (2007), Goodykoontz (2008), Goldin, Rösken, & Törner (2009), Maio, G., Maio G.R., & Haddock, G. (2010), Hannula et al. (2014), Mc Donough, & Sullivan (2014), Mc Gregor (2014), Larkin, & Jorgensen (2015), Christou (2016). Διαμορφώσαμε και χρησιμοποιήσαμε τις έννοιες των πεποιθήσεων και στάσεων για την έρευνά μας, λαμβάνοντας υπόψη τις αντίστοιχες, όπως δίνονται από τους Mc Leod (1992), Φιλίππου και Χρίστου (2001), De Bellis & Goldin (2006). Προκειμένου να διερευνηθούν οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά (πρώτο ερευνητικό ερώτημα), συντάχθηκαν κατάλληλες ερωτήσεις- δηλώσεις, για το ερωτηματολόγιο (παράρτημα 1^{ο}), που αναφέρονται αναλυτικά παρακάτω στην ενότητα 3.2.1. Για τη διερεύνηση και μελέτη των τρόπων και στρατηγικών μελέτης των Μαθ/κών από τους μαθητές (τρίτο ερευνητικό ερώτημα), συντάχθηκαν, επίσης κατάλληλες ερωτήσεις δηλώσεις (ενότητα 3.2.1). Η διερεύνηση των σχέσεων των πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπων μελέτης των μαθητών με την κατανόηση και τη μαθηματική επίδοση (τέταρτο ερευνητικό ερώτημα), έγινε με την συμπερίληψη κατάλληλων ερωτήσεων που αφορούν στις σχολικές επιδόσεις των μαθητών στα Μαθ/κά και μιας μαθηματικής δοκιμασίας (τεστ), προσανατολισμένης κυρίως στην

κατανόηση των μαθηματικών αποδείξεων. Λεπτομερέστερες αναφορές για τις ερωτήσεις αυτές γίνονται στην ενότητα 3.2.1 και στο παράρτημα 1^{ο}. Για τη σύνταξη του Ερωτηματολογίου της έρευνας λάβαμε υπόψη ανάλογο ερωτηματολόγιο που αναφέρεται από τον Schoenfeld (1989). Τέλος χρησιμοποιήθηκαν σαν μέτρο σύγκρισης με αντίστοιχα αποτελέσματα της έρευνάς μας για την παραγοντική δομή των πεποιθήσεων και στάσεων τα αποτελέσματα των ερευνών των Christou, & Philippou (1997, 1998), Γιαλαμάς, & Κασιμάτη (1999). Η έννοια της αυτοεκτίμησης, όπως τη χρησιμοποιήσαμε στην έρευνά μας είναι πλησιέστερα προς την έννοια της αυτοϊδέας ή αυτοαντίληψης (self-concept), παρά προς την έννοια self-esteem, που είναι πιο γενική αυτοπεριγραφική έννοια, αφού αναφέρεται στη γενική αντίληψη του ατόμου για τις ικανότητές του (Φιλίππου και Χρίστου 2001, σελ. 47, 52, 53). Συγκεκριμένα ως αυτοεκτίμηση του μαθητή για τα Μαθηματικά θεωρούμε τη προσωπική άποψη που έχει διαμορφώσει ο ίδιος για τη μαθηματική του ικανότητα, σε σύγκριση με τους συμμαθητές του. Εισάγουμε και την παραπλήσια έννοια της *ετεροεκτίμησης* του μαθητή για τα Μαθ/κά, που είναι η άποψη του μαθητή για τη γνώμη που έχουν οι άλλοι (πρόσωπα που έχουν σημασία για το μαθητή, όπως συμμαθητές, δάσκαλοι), για την μαθηματική του ικανότητα, σε σύγκριση με τους συμμαθητές του. Η διερεύνηση και μελέτη της αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης για τα Μαθ/κά γίνεται με τη βοήθεια των ερωτήσεων e69, e70, αντιστοίχως του ερωτηματολογίου (παράρτημα 1^{ο}), που συντάξαμε για την έρευνά μας και που περιγράφεται αναλυτικά παρακάτω (ενότητα 3.2.1).

Τα συμπεράσματα της έρευνας Daskalogianni, & Simpson (2001) σχετικά με την κατηγοροποίηση των μαθητών ως προς τα μακρο-πιστεύω τους (macro-beliefs), μας έδωσε την ιδέα της διερεύνησης για την ύπαρξη κατηγοριών των μαθητών για τις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπους μελέτης των Μαθ/κών και την αυτοεκτίμηση τους.

Στο γνωστικό μέρος του θεωρητικού μας πλαισίου προσπαθήσαμε να θεμελιώσουμε την έννοια της κατανόησης και της κατάκτησης των μαθηματικών εννοιών, όπως και των μαθηματικών αποδείξεων, μέσα από βασικές θεωρίες για την κατανόηση και την προσέγγιση των Μαθηματικών. Αναφερθήκαμε, ακόμη σε μελέτες που αφορούν στην έννοια του αναστοχασμού πάνω στα Μαθ/κά (Skovsmose 2008, Κολέζα 2013). Αυτό κρίθηκε σκόπιμο για δύο λόγους: (α) Η εργασία μας περιλαμβάνει και τη διερεύνηση του τρόπου μελέτης των Μαθηματικών, που οδηγεί στην κατανόηση των ορισμών των μαθηματικών εννοιών και των αποδείξεων, καθώς και στον αναστοχασμό για περαιτέρω έρευνα.(β) Οι ερωτήσεις του Γενικού ερωτηματολογίου που συνθέτουν το mathtest, αφορούν στην κατανόηση μαθηματικών αποδείξεων από την Άλγεβρα, τη Γεωμετρία και την Ανάλυση.

Ειδικότερα, προβήκαμε σε μια βιβλιογραφική επισκόπηση των απόψεων πάνω στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών, όπως παρατίθενται από την Sierpinska, (1990). Εκείνη δέχεται ότι η κατανόηση επιτυγχάνεται μέσω κάποιων *ενεργειών κατανόησης,* που οδηγούν *στο ξεπέρασμα των επιστημολογικών εμποδίων,* που σχετίζονται με την έννοια. Επίσης αναφερθήκαμε στα *τρία επίπεδα κατανόησης* των Herscovics, & Bergenon (1989) (intuitive διαισθητικό, logico-physical λογικοφυσικό, procedural διαδικαστικό) και στους τρείς *βαθμούς γνώσης* του Locke (1985), (intuitive διαισθητική, demonstrative αποδεικτική, sensory αισθητική). Οι παραπάνω απόψεις, μας υπέβαλαν την ιδέα της διερεύνησης ύπαρξης ανάλογων επιπέδων κατανόησης για τους μαθητές του Λυκείου. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα, στα οποία θα αναφερθούμε στο τέταρτο κεφάλαιο, η έρευνά μας οδήγησε σε δύο *επίπεδα κατανόησης,* στα οποία μπορούν να φτάσουν οι μαθητές με τον τρόπο μελέτης που ακολουθούν: *Το πρώτο επίπεδο,* που σταματά στην κατανόηση των λογικών βημάτων μιας αποδεικτικής διαδικασίας, που στηρίζεται σε αρχικές έννοιες,

αξιώματα, ορισμούς και θεωρήματα. *Το δεύτερο επίπεδο,* που οδηγεί στον αναστοχασμό (γίνονται δηλαδή οι δεύτερες σκέψεις και η θέαση και από άλλες οπτικές γωνίες), στην προβολή και διερεύνηση παρόμοιων προβλημάτων και στην ερευνητική διαδικασία. Δεν υπάρχει ακριβής αντιστοίχιση με τα προηγούμενα επίπεδα και τους βαθμούς γνώσης που αναφέραμε.

Στο θεωρητικό μας μέρος ακόμη περιλαμβάνονται μελέτες που υποστηρίζουν την κατανόηση ορισμών μέσω του σχηματισμού της εικόνας έννοιας (concept image, Tall, & Vinner 1981), καθώς και της επίλυσης προβλημάτων διαμέσου της ενεργοποίησης από τον μαθητή της εικόνας έννοιας και του ορισμού έννοιας (concept image, concept definition, Vinner (1991). Οι μελέτες αυτές προσπαθούν να ρίξουν φώς στο σημαντικό θέμα της κατανόησης ορισμών. Κρίθηκε σκόπιμο να συμπεριληφθούν στο θεωρητικό μας μέρος, επειδή στο ερωτηματολόγιό μας συμπεριλαμβάνονται ερωτήσεις που αφορούν και στην κατανόηση ορισμών (e33, e34, ερωτήσεις του μαθηματικού τεστ, που συνδέονται με την κατανόηση εννοιών).

Χρησιμοποιήσαμε επίσης την έννοια του *αναστοχασμού* (Skovsmose 2008, Κολέζα 20013), για το δεύτερο επίπεδο κατανόησης κατά την μελέτη των Μαθηματικών. Εστιάσαμε ακόμη στη μαθηματική απόδειξη με τις μελέτες των Hanna (1991), Tall et al. (2012), Hanna, & de Villiers (2012), αφού η έρευνά μας αφορά και στη σύνδεση πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπου μελέτης με τη μαθηματική απόδοση, όπως αυτή μετράται από τη βαθμολογία στο μαθηματικό τεστ, που περιέχει ασκήσεις κατανόησης μαθηματικών αποδείξεων. Η θεωρία της Sfard (1991), δίνει τη δυνατότητα μιας άλλης θέασης των τρόπων προσέγγισης των Μαθηματικών, του δομικού και του λειτουργικού ή διαδικαστικού. Μας προκαλεί για τη διερεύνηση των πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών και μέσα από την οπτική αυτή.

Η θεωρητική μας επισκόπηση τελειώνει με τη θεωρία *των τριών κόσμων* προσέγγισης των Μαθηματικών του Tall (2002, 2004, 2013). Η θεωρία αυτή υποστηρίζει ότι υπάρχουν τρεις κόσμοι προσέγγισης των Μαθηματικών (ενσωματωμένος embodied, διαδικασιοεννοιολογικός proceptual, τυπικός formal). Τα παιδιά κατά τη διάρκεια της γνωστικής τους ανάπτυξης περνούν μέσα απ΄αυτούς τους «κόσμους», οι οποίοι αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Τα έργα του mathtest ήταν κατανόηση αποδείξεων ασκήσεων και προτάσεων από τη στοιχειώδη Άλγεβρα, Ευκλείδεια Γεωμετρία και την Ανάλυση και ανήκουν στον τυπικό κόσμο των αποδείξεων. Επίσης στον ίδιο κόσμο ανήκουν και οι ενέργειες των μαθητών που οδηγούν *στη μελέτη με κατανόηση και με αναστοχασμό.* Η θεωρία αυτή μας βοήθησε να δούμε τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθ/κά και από μια άλλη οπτική γωνία. Συγκεκριμένα καταλήξαμε σε διάφορα συμπεράσματα για τη δυνατότητα λειτουργίας των μαθητών στους κόσμους αυτούς.

3. 3. Μεθοδολογική προσέγγιση

3. 3.1. Πιλοτική έρευνα

Δύο από τους στόχους της έρευνάς μας, όπως προαναφέραμε είναι η μελέτη των πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθηματικά, καθώς και η διερεύνηση των τρόπων με τους οποίους οι μαθητές του Λυκείου μελετούν στην καθημερινή πρακτική τους Μαθηματικά. Για τη σύνταξη των κατάλληλων σχετικών ερωτήσεων του Γενικού Ερωτηματολογίου λάβαμε υπόψη τη διεθνή βιβλιογραφία. Όσον αφορά στις πεποιθήσεις και στάσεις λήφθηκε υπόψη το σχετικό ερωτηματολόγιο του Schoenfeld (1989). Για τους τρόπους μελέτης των Μαθηματικών προηγήθηκε μια πιλοτική έρευνα με σκοπό την καθοδήγησή μας στη σύνταξη των σχετικών ερωτήσεων.

Η πιλοτική έρευνα έγινε σε δύο φάσεις. Στη πρώτη φάση ασχοληθήκαμε με το θέμα των τρόπων μελέτης, για μια πρώτη εκτίμηση. Συγκεκριμένα λήφθηκαν *προσωπικές ημιδομημένες συνεντεύξεις* (semi-structured) (Κυριαζή, 2001), με την έννοια ότι δεν είχαν προσδιοριστεί εξαρχής όλες οι ερωτήσεις και η δομή τους, από μαθητές κάποιων Λυκείων του νομού Αττικής. Μια συνέντευξη χαρακτηρίζεται ως *δομημένη (structured), ημιδομημένη (semi-structured), χωρίς δομή (unstructured),* ανάλογα με το σε ποιον βαθμό έχουν εξαρχής προσδιοριστεί οι ερωτήσεις και η δομή της.
Συνολικά πήραν μέρος στις συνεντεύξεις 20 μαθητές Λυκείων, που προτάθηκαν από τα σχολεία τους ή επελέγησαν από τον ερευνητή. Η μελέτη των συνεντεύξεων που λήφθηκαν στο στάδιο αυτό της πιλοτικής έρευνας αναφορικά με τον τρόπο μελέτης των Μαθηματικών, μας οδήγησε στην εικασία ότι οι μαθητές των Λυκείων μπορούν να καταταγούν, ανάλογα με τον τρόπο μελέτης που ακολουθούν στα Μαθηματικά σε τρεις κατηγορίες ή *μοντέλα μελέτης*, των Μαθηματικών, που είναι οι εξής:

1η κατηγορία: Διερευνητικός τρόπος μελέτης.

Κύρια χαρακτηριστικά των μαθητών που κατατάσσονται στη κατηγορία αυτή είναι τα εξής:

1. Μελετούν *πρώτα θεωρία* και *μετά λύνουν τις ασκήσεις και τα προβλήματα*.

2. Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, *ελέγχοντας την αλήθεια των συλλογισμών.*

3. Μελετούν μια απόδειξη, γιατί θεωρούν ότι τους βοηθά να καταλάβουν καλύτερα ένα θεώρημα, ή για να μπορούν να χρησιμοποιούν την αποδεικτική διαδικασία στην επίλυση άλλων ασκήσεων.

4. *Διερευνούν, γιατί* σε μια απόδειξη *γίνεται κάποιο συγκεκριμένο κρίσιμο βήμα*.

5. Προσπαθούν να *αποδείξουν* κάποια θεωρήματα ή κυρίως ασκήσεις και *με άλλο τρόπο.*

6. Μελετούν θεωρία, χρησιμοποιώντας «μολύβι και χαρτί».

2η κατηγορία: Μη διερευνητικός τρόπος μελέτης τύπου Ι.

Κύρια χαρακτηριστικά των μαθητών που ανήκουν στην κατηγορία αυτή είναι τα εξής:

1. Μελετούν *πρώτα θεωρία* και *μετά λύνουν τις ασκήσεις και τα προβλήματα*.

2. Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, *ελέγχοντας την αλήθεια των συλλογισμών.*

3. Μελετούν μια απόδειξη, γιατί θεωρούν ότι τους βοηθά να καταλάβουν καλύτερα ένα θεώρημα, ή για να μπορούν να χρησιμοποιούν την αποδεικτική διαδικασία στην επίλυση άλλων ασκήσεων.

4. *Δεν διερευνούν το γιατί σε μια απόδειξη γίνεται ένα συγκεκριμένο κρίσιμο βήμα.*

5. *Δεν προσπαθούν να αποδείξουν κάποια θεωρήματα ή ασκήσεις και με άλλο τρόπο.*

6. Μελετούν θεωρία χρησιμοποιώντας «μολύβι και χαρτί».

3η κατηγορία: Μη διερευνητικός τύπου ΙΙ.

Κύρια χαρακτηριστικά των μαθητών που ανήκουν στην κατηγορία αυτή είναι τα εξής:

1. *Συνήθως ξεκινούν τη μελέτη τους, με την επίλυση ασκήσεων* και εάν δυσκολευτούν κάπου ανατρέχουν στη θεωρία, για να δουν τί λέει και όχι για να τη μελετήσουν και να μάθουν αποδείξεις στο στάδιο αυτό.

2. Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, *ελέγχοντας την αλήθεια των συλλογισμών.*

3. Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων μόνο κατά την προετοιμασία τους σε επαναληπτικά διαγωνίσματα, ή τις τελικές εξετάσεις.

4. *Δεν διερευνούν το γιατί σε μια απόδειξη γίνεται ένα συγκεκριμένο κρίσιμο βήμα***.**

5. Τους ενδιαφέρει να ξέρουν τι λέει ένα θεώρημα, για να το χρησιμοποιήσουν στην επίλυση ασκήσεων. Δεν θεωρούν ότι η απόδειξη ενός θεωρήματος αυτή καθαυτή θα τους βοηθήσει, για να λύσουν ασκήσεις.

6. Κατά την περιστασιακή μελέτη της θεωρίας, χρησιμοποιούν περιστασιακά «μολύβι και χαρτί».

Στο κύριο μέρος της έρευνας θα εξετάσουμε αν η ύπαρξη των παραπάνω μοντέλων επαληθεύεται με τα χαρακτηριστικά που προκύπτουν για καθένα απ' αυτά, ή με κάποιες τροποποιήσεις.

Η δεύτερη φάση της πιλοτικής έρευνας είχε σκοπό τη δοκιμή του Γενικού Ερωτηματολογίου, που συντάχθηκε, για να ερευνηθούν οι πεποιθήσεις, οι στάσεις και ο τρόπος μελέτης των μαθητών του Λυκείου και πώς όλα αυτά συσχετίζονται. Η δοκιμή αυτή έγινε σε Γενικό Λύκειο της Δεύτερης Διεύθυνσης Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης Αθηνών. Το ερωτηματολόγιο δόθηκε για συμπλήρωση από τους μαθητές τριών τμημάτων, ενός από κάθε τάξη και ο χρόνος που απασχολήθηκαν οι μαθητές ήταν μια διδακτική ώρα (45 λεπτά). Η ανάλυση των απαντήσεων οδήγησε στη διαμόρφωση του Ερωτηματολογίου στην τελική του μορφή.

3.3.2. Κύρια Έρευνα

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για τη συλλογή των δεδομένων, είναι η *στρωματοποιημένη κατά συστάδες δισταδιακή δειγματοληψία*, με επιτόπια

δειγματοληπτική έρευνα (Δαμιανού 1992). Ως *στρώματα* θεωρήθηκαν οι επτά (7) Διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης του νομού Αττικής και *συστάδες* τα αντίστοιχα Γενικά Δημόσια και Ιδιωτικά Λύκεια, καθώς και τα Τεχνολογικά Εκπαιδευτήρια ή Τεχνικά Λύκεια (ΤΕ.Λ.). Ο κατάλογος των σχολείων που ερευνήθηκαν προέκυψε με απλή τυχαία δειγματοληψία από τον κατάλογο όλων των Γενικών Λυκείων και ΤΕ.Λ. του νομού Αττικής του Υπουργείου Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων. Από κάθε Διεύθυνση Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και για *κάθε είκοσι (20) σχολεία* ελήφθη *ένα (1)* για έρευνα. Αυτό έγινε για κάθε είδος σχολείου (Δημόσιο, Ιδιωτικό Γενικό Λύκειο, Τεχνικό Λύκειο).

Με αυτόν τον τρόπο προέκυψαν δεκαεφτά (17) Γενικά (Ενιαία) Δημόσια Λύκεια, από σύνολο 317, δύο (2) Ιδιωτικά Γενικά (Ενιαία) Λύκεια , από σύνολο 48 και έξι (6) Τεχνικά από σύνολο 109. Η κατανομή του αριθμού των σχολείων ανά Διεύθυνση Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, φαίνεται στον παρακάτω πίνακα 3.3.2.1.

Επειδή η κατανομή των Ιδιωτικών Λυκείων είναι τέτοια ώστε σε καμία Διεύθυνση ο αριθμός να μη φθάνει το «μέτρο» των 20 σχολείων, τα δύο ιδιωτικά σχολεία προέκυψαν με κλήρωση από τον κατάλογο όλων των ιδιωτικών Λυκείων του νομού Αττικής. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε ύστερα από γραπτή άδεια του Υπουργείου Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων.

Πίνακας 3.3.2.1: *Κατανομή αριθμού Λυκείων προς έρευνα κατά Διεύθυνση Εκπ/σης*

ΕΙΔΟΣ ΣΧΟΛ. / Δ/ΝΣΗ ΕΚΠ.	ΓΕΝΙΚΑ ΔΗΜΟΣΙΑ ΛΥΚΕΙΑ		ΤΕΧΝΙΚΑ ΔΗΜΟΣΙΑ ΛΥΚΕΙΑ		ΓΕΝΙΚΑ ΙΔΙΩΤΙΚΑ ΛΥΚΕΙΑ
	Αριθμός υπαρχόντων σχολείων	Αριθμός σχολείων για έρευνα	Αριθμός υπαρχόντων σχολείων	Αριθμός σχολείων για έρευνα	Αριθμός υπαρχόντων σχολείων
Α΄ Διεύθυνση Αθηνών	90	5	34	2	13
Β΄ Διεύθυνση Αθηνών	53	3	14	1	9
Γ΄ Διεύθυνση Αθηνών	43	2	14	1	4
Δ΄ Διεύθυνση Αθηνών	44	2	10	_	8
Διεύθυνση Ανατ. Αττικής	32	2	10	1	6
Διεύθυνση Δυτ. Αττικής	13	1	7	_	1
Διεύθυνση Πειραιώς	42	2	20	1	7
Σύνολο	317	17	109	6	48

3. 3.2.1. Διεξαγωγή της κύριας έρευνας

Από κάθε τάξη του κάθε σχολείου της έρευνας, επιλέχτηκε τυχαία ένα τμήμα και μοιράσθηκε σε όλους τους μαθητές το Γενικό Ερωτηματολόγιο (Γ.Ε.), (παράρτημα 1^{ο}) για να το συμπληρώσουν σε μία διδακτική ώρα (45 λεπτά). Απάντησαν συνολικά χίλιοι εξακόσιοι σαράντα πέντε (N= 1645) μαθητές. Το Γενικό Ερωτηματολόγιο (Γ.Ε.) χωρίζεται σε πέντε (5) μέρη. Στα τρία πρώτα μέρη περιλαμβάνονται συνολικά 66 ερωτήσεις-δηλώσεις, που αφορούν κυρίως πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά, διδακτική πρακτική του καθηγητή στην τάξη και τρόπο μελέτης των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα, οι παρακάτω ερωτήσεις-δηλώσεις αφορούν :

- στις πεποιθήσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά : e1, e2, … , e5 (ενότητες 1, 2) , e10.1, … , e10.5 (ενότητα 5), e22, …, e25 (ενότητα 10), e54, e55, e56, e58 (ενότητα 22), e61, e62 (ενότητα 23)
- στις αντιλήψεις των μαθητών για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών τους στην τάξη: e13 (ενότητα 7), e14, … , e19 (ενότητα 8), e20, e21 (ενότητα 9), e26 (ενότητα 11)
- στις στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά: e6, e7, e8 (ενότητα 3), e29 (ενότητα 14), e45, e46, e47 (ενότητα 19), e59 (ενότητα 23), e63, e64 (ενότητα 24)
- στον τρόπο μελέτης (οι ερωτήσεις-δηλώσεις των τρόπων μελέτης μπορεί να θεωρηθούν ότι αφορούν σε παράγωγες στάσεις): e30, …, e47 (ενότητες 15, 16, 17, 18, 19).

Για κάθε δήλωση οι μαθητές σημείωσαν ένα αριθμό της κλίμακας τύπου Likert 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, όπου με τον αριθμό *1* δήλωναν *τον χαμηλότερο βαθμό συμφωνίας* και με τον αριθμό *9 τον υψηλότερο βαθμό συμφωνίας* προς το περιεχόμενο της δήλωσης. Επιλέξαμε την κλίμακα από 1 έως 9, αντί άλλων κλιμάκων όπως 1 έως 3, ή έως 5, για δύο λόγους: Πρώτον για να δοθεί η δυνατότητα στους μαθητές να διατυπώσουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τις απόψεις τους και δεύτερον για να μπορούν να εφαρμοσθούν με μεγαλύτερη αξιοπιστία στατιστικές μέθοδοι επεξεργασίας των δεδομένων, που για να εφαρμοσθούν προϋποτίθεται ότι οι εμπλεκόμενες μεταβλητές είναι συνεχείς. Τέτοιες μέθοδοι είναι η ανάλυση διασποράς (Analysis Of Variance = ANOVA), καθώς και η πολυμεταβλητή ανάλυση διασποράς (Multivariable Analysis Of Variance = MANOVA), (Δαμιανού κ.α.1996, Κουνιάς κ.α. 1985).

Στο τέταρτο μέρος υπάρχουν 8 δηλώσεις που αφορούν σε βαθμολογικά στοιχεία στα Μαθηματικά, τη Φυσική και τα Νέα Ελληνικά, δηλώσεις μαθηματικής επάρκειας (e67, …, e74) και τρεις ανοιχτές ερωτήσεις, που αφορούν στο φόβο των μαθητών για τα Μαθηματικά, στην πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και στο ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθηματικά στις τάξεις του Λυκείου (e75,…, e77). Οι τρεις αυτές τελευταίες ερωτήσεις θα μπορούσαν να ενταχθούν σε εκείνες που αφορούν στις στάσεις.

Σημειωτέον ότι υπάρχουν και μερικές ερωτήσεις-δηλώσεις (e27, e28, e29), οι οποίες αφορούν στο χρόνο και την προσπάθεια των μαθητών για μελέτη των Μαθ/κών και είναι τύπου πολλαπλής επιλογής και οι μαθητές επέλεξαν μια απάντηση.

Το πέμπτο μέρος είναι διαφορετικό για κάθε τάξη και περιέχει τρεις ασκήσεις ή προτάσεις Μαθηματικών, των οποίων υπάρχουν οι επιλύσεις ή οι αποδείξεις και οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν σε ερωτήσεις που αφορούν στην κατανόηση αυτών. Οι ασκήσεις αυτές επιλέχτηκαν, αφού λάβαμε υπόψη τη διδασκόμενη ύλη των Μαθ/κών στο Λύκειο,

σύμφωνα με το ισχύον αναλυτικό πρόγραμμα και τη διδακτική μας εμπειρία στο Λύκειο. Κύριος στόχος μας εδώ, ήταν να διερευνήσουμε τη μαθηματική ικανότητα των μαθητών, όπως αυτή εκφράζεται από τον βαθμό κατανόησης των μαθηματικών αποδείξεων. Η μορφή των ασκήσεων που επιλέξαμε είναι σύμφωνη με εκείνη που περιγράφεται από τους Conradie, & Frith (2000), όπου, όπως προαναφέραμε παρατίθενται ολόκληρες οι αποδείξεις των ασκήσεων ή προτάσεων και ζητείται από τους μαθητές να απαντήσουν σε ερωτήσεις που αφορούν στις αποδείξεις αυτές. Συνολικά, λοιπόν, οι δηλώσεις του Γ.Ε. είναι εβδομηνταεπτά (77) και οι ασκήσεις είναι τρεις (3). Σημειωτέον ότι το πέμπτο μέρος είναι διαφορετικό από εκείνο που απευθύνεται στους μαθητές των ΤΕΛ. Επίσης το πέμπτο μέρος διαφοροποιείται ανά τάξη.

3.3.2.2. Επεξεργασία του Γενικού Ερωτηματολογίου

Η επεξεργασία των απαντήσεων του Γενικού Ερωτηματολογίου έγινε σε δύο επίπεδα: Στο *πρώτο επίπεδο* χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο spss (Statistical Package for the Social Sciences=Στατιστικό Πακέτο για τις Κοινωνικές Επιστήμες), (Howitt, & Cramer 2003). Το στατιστικό αυτό πακέτο αναπτύχθηκε για πρώτη φορά στο Πανεπιστήμιο Stanford της Καλιφόρνιας το 1965 και είναι κορυφαίο πακέτο ανάλυσης δεδομένων στον τομέα του.

Στο επίπεδο αυτό διερευνήθηκε *η παραγοντική δομή* του Γενικού Ερωτηματολογίου με τη μέθοδο της *παραγοντικής ανάλυσης (factor analysis*). Η επεξεργασία των δεδομένων με τη μέθοδο της παραγοντικής ανάλυσης, έγινε ως εξής: Οι ερωτήσεις - δηλώσεις του Γενικού Ερωτηματολογίου διακρίνονται σ'αυτές που αφορούν *πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπους μελέτης των Μαθηματικών, απόψεις των μαθητών για τη συμπεριφορά και τον τρόπο διδασκαλίας του καθηγητή των Μαθηματικών στην τάξη* και διάφορες άλλες ειδικές και γενικές, που αφορούν

στους παράγοντες που διαμορφώνουν τη στάση των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά, στο φόβο για τα Μαθηματικά, στην πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών, στο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά και διάφορες χρονικές παραμέτρους μελέτης και προετοιμασίας των μαθητών. Για κάθε μια από τις τέσσερις πρώτες κατηγορίες, ζητήθηκε από το στατιστικό πακέτο spss να κατασκευάσει τρεις παράγοντες. Ως τιμή του κάθε παράγοντα λαμβάνεται ο μέσος όρος των τιμών των ερωτήσεων (μεταβλητών), που τον απαρτίζουν. Στη συνέχεια διερευνήθηκε το εάν μεταβλητές (παράμετροι),όπως *φύλο, εκπαιδευτική περιφέρεια (γεωγραφική περιοχή), είδος σχολείου, τάξη, κατεύθυνση σπουδών* επηρεάζουν τις απαντήσεις των μαθητών στις διάφορες ερωτήσεις - δηλώσεις του ερωτηματολογίου, όπως αυτές ομαδοποιήθηκαν, δημιουργώντας νέες μεταβλητές ανωτέρας τάξεως με τη βοήθεια της παραγοντικής ανάλυσης. Σ'αυτή τη φάση της επεξεργασίας δίνεται απάντηση σε ερωτήματα που αφορούν στην ύπαρξη ή μη διαφορών για διάφορες εξαρτημένες μεταβλητές ή παράγοντες που προέκυψαν από τις μεταβλητές αυτές, ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές : *Εκπαιδευτική περιφέρεια* (*Γεωγραφική περιοχή), είδος σχολείου, τάξη, κατεύθυνση και φύλο*. Η μεταβλητή *Εκπαιδευτική περιφέρεια (γεωγραφική περιοχή)* προέκυψε από την ενοποίηση των 7 τιμών της μεταβλητής *διεύθυνση εκπαίδευσης (d-ekp), που είναι οι 7 διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης,* στις οποίες διαιρείται διοικητικά ο νομός Αττικής, όπου έλαβε χώρα η έρευνα. Από τις 7 διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης του νομού Αττικής, προέκυψαν 3 «*μείζονες» εκπαιδευτικές περιφέρειες*.

Τα κριτήρια με τα οποία έγινε η ενοποίηση είναι: *Η γειτνίαση των περιοχών που καλύπτουν, καθώς και το κατά τεκμήριο οικονομικό, μορφωτικό και πολιτισμικό περιβάλλον,* που κάθε μια αντιπροσωπεύει. Η *πρώτη μείζονα εκπαιδευτική περιφέρεια,* προέκυψε από την ενοποίηση των διευθύνσεων Δευτεροβάθμιας Α΄ Αθήνας (περιοχή

ιστορικού κέντρου, Ζωγράφου, Καισαριανή,Υμηττός, Δάφνη, Ηλιούπολη, Ν. Φιλαδέλφεια) και της Δ΄ Αθήνας (Καλλιθέα, Μοσχάτο, Ν. Σμύρνη, Π. Φάληρο, Άγιος Δημήτριος, Άλιμος, Αργυρούπολη, Ελληνικό, Γλυφάδα). *Η δεύτερη μείζονα εκπαιδευτική περιφέρεια* προέκυψε από την ενοποίηση των διευθύνσεων Β΄ Αθήνας (Παπάγου, Χολαργός, Αγία Παρασκευή, Ν. Ψυχικό, Π. Ψυχικό, Φιλοθέη, Χαλάνδρι, Ν. Ιωνία, Μαρούσι, Ηράκλειο, Κηφισιά, Πεύκη, Ερυθραία) και Ανατολικής Αττικής (περιοχές Μεσογείων, Ν. Μάκρη, Ραφήνα, Μαραθώνας, Κάλαμος, Καπανδρίτι, Αυλώνα, Ωρωπός, Διόνυσος, Αχαρνές, Θρακομακεδόνες, Βαρυμπόμπη, Άγιος Στέφανος, Άνοιξη, Δροσιά, Εκάλη, Βάρη, Βουλιαγμένη). *Η τρίτη μείζονα εκπαιδευτική περιφέρεια* προέκυψε από την ενοποίηση των διευθύνσεων Γ΄ Αθήνας (Αιγάλεω, Περιστέρι, Χαϊδάρι, Άγιοι Ανάργυροι, Πετρούπολη, Ίλιο), Δυτικής Αττικής (Ελευσίνα, Ασπρόπυργος, Μάνδρα, Μέγαρα, Ερυθρές, Βίλια, Ζεφύρι, Φυλή, Άνω Λιόσια) και Πειραιά (Πειραιάς, Δραπετσώνα, Ταύρος, Κερατσίνι, Ρέντη, Νίκαια, Κορυδαλλός). Η ενοποίηση αυτή κρίθηκε αναγκαία, για την ευχερέστερη στατιστική επεξεργασία. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την διενέργεια των ελέγχων που αναφέρθηκαν παραπάνω, είναι η *Πολυμεταβλητή Ανάλυση Διασποράς (Multivariate Analysis Of Variance*), η λεγόμενη *MANOVA,* (Δαμιανού κ.α. 1996, Κουνιάς κ.α**.** 1985). Με τη βοήθεια αυτής της μεθόδου, γίνονται ταυτόχρονες συγκρίσεις των μέσων τιμών πολλών ανεξάρτητων μεταβλητών πολλών δειγμάτων. Κατ' αρχήν ελέγχθηκε αν υπάρχουν διαφορές στις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπο μελέτης, αντιλήψεις των μαθητών για τη διδασκαλία και συμπεριφορά των καθηγητών των Μαθ/κών κατά είδος σχολείου (κωδικός της μεταβλητής αυτής: *eidos-sx*), τάξη (κωδικός: *taxis*), κατεύθυνση (κωδικός: kateuth) εκπαιδευτική περιφέρεια (γεωγραφική περιοχή) (κωδικός της μεταβλητής αυτής: *de2*) και φύλο (κωδικός: *fulo***).** Στη συνέχεια ελέγχθηκε πώς συσχετίζονται οι παράγοντες που

προέκυψαν από την παραπάνω ανάλυση μεταξύ τους, καθώς και με διάφορες άλλες μεταβλητές που δεν συμπεριλαμβάνονται στους παράγοντες αυτούς. Ηστατιστική αυτή επεξεργασία έγινε με τον υπολογισμό των συντελεστών συσχέτισης κατά Pearson. Ακολούθησε η στατιστική επεξεργασία και ανάλυση των απαντήσεων για τις τρεις ανοιχτές ερωτήσεις του Γ.Ε., δηλ. την e75 (*Φοβάσαι τα Μαθ/κά;),* την e76 (*Αν μπορούσες να επιλέξεις προοαιρετικά το μάθημα των Μαθ/κών θα το επέλεγες;*) και την e77 (*Το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του σχολείου;)* με τη βοήθεια του κριτηρίου X^2 (Δαμιανού κ.α. 1996, Κουνιάς κ.α. 1985) και της Ανάλυσης Διασποράς (ANOVA).

Στο *δεύτερο επίπεδο* χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο M-plus, (Muthen, & Muthen, 2007). Με το στατιστικό πακέτο M-plus γίνεται επιβεβαίωση διαφόρων υποθετικών μοντέλων σύνδεσης και αλληλοσυσχέτισης των παραγόντων που μελετώνται. Με τη βοήθεια αυτού επιβεβαιώθηκαν ξανά οι παράγοντες που ανιχνεύθηκαν αρχικά με τη βοήθεια του στατιστικού προγράμματος spss. Τέλος με τη βοήθεια της Path Analysis του προγράμματος αυτού ανιχνεύθηκαν διάφορες σχέσεις μεταξύ των παραγόντων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό ασχολούμαστε με τα αποτελέσματα της έρευνας για τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου απέναντι στα Μαθηματικά. Χωρίζεται σε δώδεκα ενότητες. Στην πρώτη ενότητα, παρουσιάζονται οι παράγοντες με τη δομή και το περιεχόμενό τους, στους οποίους καταλήξαμε. Στη δεύτερη ενότητα καταγράφονται οι στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων τόσο μεταξύ τους, όσο και μεταξύ μερικών μεταβλητών, που δεν μετέχουν στη συγκρότηση των παραγόντων. Στην τρίτη σημειώνονται διάφορα αποτελέσματα σχέσεων που προκύπτουν από την παλινδρόμηση μεταξύ των παραγόντων. Στην τέταρτη ενότητα παρουσιάζονται οι στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ του χρόνου προετοιμασίας των μαθητών για τα Μαθ/κά και κάποιων άλλων μεταβλητών (επίδοσης, απόδοσης, αυτοεκτίμησης, φόβου για τα Μαθ/κά, πρόθεσης επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος). Στις επόμενες πέντε ενότητες περιγράφονται οι διαφορές που σημειώνονται μεταξύ των μαθητών για τους παράγοντες που περιγράψαμε και για μερικές ακόμη ανεξάρτητες μεταβλητές. Συγκεκριμένα στη πέμπτη ενότητα περιγράφονται οι διαφορές που σημειώνονται μεταξύ των μαθητών των τριών ειδών σχολείου της έρευνας. Στην έκτη ενότητα περιγράφεται η ύπαρξη ή μη διαφορών μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων. Στην έβδομη ενότητα περιγράφονται οι διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών κατευθύνσεων, στην όγδοη ενότητα οι διαφορές ως προς το φύλο και στην ένατη ενότητα οι διαφορές ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια. Στη δέκατη ενότητα

περιγράφονται οι κατηγορίες των μαθητών του Λυκείου ως προς τις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπο μελέτης των Μαθηματικών και τα βασικά χαρακτηριστικά τους. Στην ενδέκατη ενότητα καταγράφονται τα αποτελέσματα από τη στατιστική ανάλυση των απαντήσεων των τριών ερωτήσεων του ερωτηματολογίου, που αφορούν στο *φόβο για τα Μαθηματικά*, *στην πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος* και *στο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά* κατά τη διάρκεια της φοίτησης στο Λύκειο ή το Γυμνάσιο. Σημειωτέον ότι οι ερωτήσεις αυτές δεν συμμετέχουν στο σχηματισμό των παραγόντων της έρευνάς μας. Τέλος, στη δωδέκατη ενότητα γίνεται η σύνοψη των αποτελεσμάτων.

4.1. Παραγοντική δομή των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης και αντιλήψεων των μαθητών για τα Μαθ/κά και τη διδασκαλία τους

Η στατιστική ανάλυση για την παραγοντική δομή *των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης και αντιλήψεων των μαθητών για τα Μαθ/κά και τη διδασκαλία τους* οδήγησε σε 12 παράγοντες που θα συμβολίζονται με τα γράμματα F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, F_{11}, F_{12}. Στο παράρτημα 2° περιγράφονται η δομή, το περιεχόμενο των παραγόντων, καθώς και οι φορτίσεις των μεταβλητών στους αντίστοιχους παράγοντες.

Οι παράγοντες αυτοί χωρίστηκαν με βάση το περιεχόμενο των δηλώσεων (μεταβλητών) που περιέχουν, σε παράγοντες *πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης και αντιλήψεων των μαθητών για την αλληλεπίδραση μαθητή-καθηγητή κατά τη διδασκαλία στην τάξη.* Συγκεκριμένα οι παράγοντες F_1, F_2, F_3, αφορούν στις πεποιθήσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθηματικά, οι παράγοντες F_4, F_5, F_6, αφορούν στις στάσεις τους, οι παράγοντες F_7, F_8, F_9, αφορούν στον τρόπο μελέτης

των Μαθηματικών και τέλος οι παράγοντες F_{10}, F_{11}, F_{12}, αφορούν στις αντιλήψεις των μαθητών για την αλληλεπίδραση καθηγητή - μαθητή στην τάξη κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας του μαθήματος των Μαθηματικών. Στον παρακάτω πίνακα 4.1.1, φαίνονται οι μέσες τιμές των παραγόντων.

Πίνακας 4.1.1

Μέσες τιμές των παραγόντων

	N	Minimum Ελάχιστη	Maximum Μέγιστη	Mean Μέση	Std. Deviation Τυπική απόκλιση
F_1	1620	1,00	9,00	4,2753	1,73376
F_2	1604	1,00	9,00	6,5843	1,58673
F_3	1452	1,33	9,00	5,8126	1,35688
F_4	1630	1,00	9,00	5,6421	2,23622
F_5	1616	1,00	9,00	5,1764	1,55749
F_6	1614	1,00	8,33	4,4197	1,31591
F_7	1541	1,00	9,00	7,1107	1,51679
F_8	1580	1,00	9,00	5,0992	1,59779
F_9	1625	1,00	9,00	5,8328	1,78801
F_{10}	1586	1,00	9,00	5,4141	1,60602
F_{11}	1622	1,00	9,00	5,2224	1,66439
F_{12}	1576	1,00	9,00	5,3665	1,21772
Valid N (listwise)	1214				

Αμέσως παρακάτω περιγράφονται οι παράγοντες ως προς την δομή και το περιεχόμενό τους. Σχολιάζεται η σημασία τους σε σχέση με την αριθμητική τους τιμή. Για τον ευχερέστερο σχολιασμό υιοθετήσαμε την παρακάτω κλίμακα:

- Για τιμή του παράγοντα στο διάστημα [1, 4], αυτό που ο παράγοντας εκφράζει, *δεν ισχύει.*

- Για τιμή του παράγοντα στο διάστημα (4, 5], αυτό που ο παράγοντας εκφράζει ούτε *ισχύει, ούτε δεν ισχύει (ουδέτερη κατάσταση).*
- Για τιμή του παράγοντα στο διάστημα (5, 7], αυτό που ο παράγοντας εκφράζει *ισχύει σε μικρό βαθμό.*
- Για τιμή του παράγοντα στο διάστημα (7, 8], αυτό που ο παράγοντας εκφράζει *ισχύει σε μεγάλο βαθμό.*
- Για τιμή του παράγοντα στο διάστημα (8, 9], αυτό που ο παράγοντας εκφράζει *ισχύει σε πολύ μεγάλο βαθμό.*

4.1.1. Παράγοντες Πεποιθήσεων

Ο παράγοντας F_1 αποτελείται από τις παρακάτω δηλώσεις, που στο εξής θα αναφέρονται με τον όρο *μεταβλητές,* με φθίνουσα σειρά φόρτισης: *e10.4 (Δυσκολεύομαι στο να λύνω ασκήσεις, 0.767), e10.2 (Με δυσκολεύουν οι πράξεις, 0.688), e10.5 (Δυσκολεύομαι στο να λύνω προβλήματα 0.653), e10.3 (Δυσκολεύομαι στο να θυμάμαι τύπους, 0.633), e10.1 (Με δυσκολεύει ο συμβολισμός, 0.550).* Παρατηρείται ότι οι φορτίσεις είναι ικανοποιητικές και μερικές πολύ υψηλές. Οι τρεις πρώτες μεταβλητές με τις υψηλότερες φορτίσεις στον παράγοντα αφορούν στις δυσκολίες των μαθητών στο να λύνουν ασκήσεις, να κάνουν πράξεις και να λύνουν προβλήματα. Τα μεγέθη των φορτίσεων δείχνουν ότι η δυσκολία των μαθητών να λύνουν ασκήσεις και να εκτελούν πράξεις φορτίζουν περισσότερο τον παράγοντα των δυσκολιών των μαθητών με τα Μαθ/κά, απ' ότι η δυσκολία στο να λύνουν προβλήματα. Ίσως αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι οι μαθητές βρίσκονται πολύ πιο συχνά αντιμέτωποι με την επίλυση ασκήσεων, παρά προβλημάτων, κατά τη διάρκεια των σπουδών τους στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Το περιεχόμενο του παράγοντα F_1 είναι: «*Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθηματικά»*. Οι δηλώσεις που απαρτίζουν τον παράγοντα αυτόν, αναφέρονται σε δυσκολίες των μαθητών σε

σχέση με έργα που μπορούν να ενταχθούν στο διαδικασιοεννοιολογικό (proceptual) κόσμο, (όπως η διεκπεραίωση των πράξεων, η απομνημόνευση των τύπων, η κατανόηση και χρήση των συμβόλων) και τον τυπικό (formal) κόσμο προσέγγισης των Μαθηματικών, (όπως η επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων, στην περίπτωση που απαιτούν μαθηματικές αποδείξεις και επινοήσεις μεθόδων), (Tall, 2002, 2004, 2013). Η μέση τιμή αυτού του παράγοντα είναι 4.27 (με ελάχιστη τιμή 1 και μέγιστη τιμή 9), δηλαδή είναι λίγο μικρότερη από το ημιάθροισμα των ακραίων τιμών (4.5). Αυτό σημαίνει ότι η άποψη των μαθητών για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν σε σχέση με έργα που μπορούν να ενταχθούν στους δύο παραπάνω κόσμους των Μαθηματικών είναι ουδέτερη. Όμως αυτό δεν φαίνεται να συμφωνεί με την απόδοση των μαθητών στο mathtest (χαμηλή, παράρτημα 17^{ο}), του οποίου τα έργα αφορούν στην κατανόηση αποδείξεων ασκήσεων ή προτάσεων από τη στοιχειώδη Άλγεβρα, την Ευκλείδεια Γεωμετρία και την Ανάλυση. Κάποια από τα έργα αυτά, μπορούν να ενταχθούν στο διαδικασιοεννοιολογικό και μερικά στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.

Ο παράγοντας F_2 αποτελείται από τις παρακάτω δηλώσεις (μεταβλητές): *e62 (Μελετάς τις αποδείξεις των θεωρημάτων, επειδή πιστεύεις ότι η γνώση τους σε βοηθά να λύνεις ασκήσεις, 0.665), e4 (Τα Μαθ/κά που μαθαίνουμε στο σχολείο, βοηθούν στην καλλιέργεια της σκέψης, 0.634), e61 (Μελετάς τις αποδείξεις των θεωρημάτων, γιατί πιστεύεις ότι η γνώση τους σε βοηθά να τα κατανοήσεις, 0.631), e5 (Τα Μαθ/κά που μαθαίνουμε στο σχολείο, είναι χρήσιμα μόνο σ' όσους θέλουν να σπουδάσουν θετικές ή τεχνολογικές επιστήμες, -0.573).* Όλες οι τιμές των φορτίσεων είναι ικανοποιητικές, αφού είναι μεγαλύτερες του 0.500, κατά απόλυτη τιμή. Η μεταβλητή e5 φορτίζει αρνητικά τον παράγοντα. Για την καλύτερη δυνατή ερμηνεία του παράγοντα παραλείφθηκαν οι e3 (-0.390) και e22 (0.289), που αρχικά προέκυψε ότι ανήκουν

στον F_2 με μικρές κατά απόλυτη τιμή φορτίσεις. Ακόμη έγινε αντιστροφή της e5, λόγω του αρνητικού νοήματός της σε σχέση με τις άλλες μεταβλητές του παράγοντα, οπότε προέκυψε η e5.1. Η αντιστροφή γίνεται ως εξής: η τιμή 9 αντικαθίσταται με την τιμή 1, η τιμή 8 αντικαθίσταται με την τιμή 2 ,..., η τιμή 1 αντικαθίσταται με την τιμή 9. Το περιεχόμενο του παράγοντα F_2 είναι:

«*Χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθηματικών ως επιστήμης*». Ο παράγοντας αυτός περιέχει δύο δηλώσεις (μεταβλητές) που αναφέρονται στη μελέτη και κατανόηση των αποδείξεων και δύο δηλώσεις (μεταβλητές) που αναφέρονται στη συμβολή των Μαθ/κών στις σπουδές και στην καλλιέργεια της σκέψης. Οι δύο πρώτες είναι μεταβλητές που αφορούν σε ενέργειες που δηλώνουν ότι ακολουθούν οι μαθητές σε κάποιο βαθμό και είναι δυνατόν (οι ενέργειες αυτές) να εντάσσονται στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Η μέση τιμή του παράγοντα είναι 6.58, (ανήκει στο διάστημα (5, 7]). Αυτό σημαίνει (σύμφωνα με την παραπάνω κλίμακα που υιοθετήσαμε) ότι, οι μαθητές πιστεύουν σε ικανοποιητικό βαθμό, πως η ενασχόλησή τους με τη μελέτη και την κατανόηση των αποδείξεων είναι χρήσιμη, για την κατανόηση των Μαθηματικών και την επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων, καθώς και ότι τα Μαθ/κά συμβάλλουν και στην καλλιέργεια της σκέψης. Δηλαδή οι μαθητές πιστεύουν ότι η μελέτη και κατανόηση των αποδείξεων, έργο που εντάσσεται στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών, συμβάλλει στην επίλυση ασκήσεων και στη βαθύτερη κατανόηση των θεωρημάτων. Πράγμα που σημαίνει ότι οι μαθητές πιστεύουν ότι συμβάλλει στην επιτυχέστερη αντιμετώπιση άλλων έργων, που μπορούν να ενταχθούν στον τυπικό κόσμο, στο βαθμό που αυτά αφορούν σε μαθηματικές αποδείξεις.

Ο παράγοντας F_3 αποτελείται από τις παρακάτω δηλώσεις (μεταβλητές): *e55 (Όταν ξέρεις να γράφεις μια απόδειξη, σημαίνει ότι την κατάλαβες, 0.751), e56 (Όταν*

ξέρεις να διατυπώνεις έναν ορισμό, σημαίνει ότι τον κατάλαβες, 0.717), e54 (Μελετάς Μαθηματικά, σημαίνει ότι μαθαίνεις να εφαρμόζεις τύπους και διαδικασίες, 0.575), e58 (Για να μάθει κανείς Μαθηματικά, πρέπει να θυμάται τύπους και διαδικασίες, 0.450), e1 (Τα Μαθηματικά ασχολούνται κυρίως με υπολογιστικές διαδικασίες, 0.278), e2 (Τα Μαθηματικά μπορεί να τα καταλάβει κάποιος, αν διαβάσει πολύ, 0.264). Οι φορτίσεις των τεσσάρων πρώτων δηλώσεων είναι από ικανοποιητικές, έως αρκετά μεγάλες, εκτός των δύο τελευταίων, οι οποίες δεν έχουν αρκετά ικανοποιητικές φορτίσεις στη συγκρότηση του παράγοντα. Η συμπερίληψή τους στον παράγοντα δεν μας δημιουργεί κάποιο πρόβλημα, αφού ενισχύει την ερμηνεία μας για τον παράγοντα αυτόν. Το περιεχόμενο του παράγοντα F_3 είναι: «*Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών»***.**

Οι δηλώσεις (μεταβλητές) του παράγοντα αναφέρονται κυρίως σε κατανόηση των Μαθ/κών με εφαρμογή τύπων και διαδικασιών (όπως οι πεποιθήσεις ότι η ικανότητα του μαθητή να γράφει μια απόδειξη, να διατυπώνει έναν ορισμό, να εφαρμόζει και να θυμάται τύπους και διαδικασίες οδηγούν στην κατανόηση των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών). Οι μεταβλητές αυτές αφορούν σε πεποιθήσεις των μαθητών για ενέργειες με στόχο την κατανόηση των Μαθ/κών, που μπορούν να ενταχθούν στο διαδικασιοεννοιολογικό κόσμο των Μαθηματικών. Η μέση τιμή του παράγοντα είναι 5.81, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Δηλαδή η πεποίθηση των μαθητών ότι η κατανόηση των Μαθηματικών μπορεί να επιτευχθεί μέσω διαδικασιών ισχύει σε μικρό βαθμό. Ο παράγοντας αυτός περιγράφει ένα είδος κατανόησης των Μαθ/κών, που είναι η διαδικαστική κατανόηση. Το είδος αυτό κατανόησης προσιδιάζει προς την κατανόηση που αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως *εργαλειακή κατανόηση (instrumental understanding, Skemp, 1978),* δηλαδή την κατανόηση του «*να γνωρίζεις πώς*», σε αντίθεση με τη *συσχετιστική κατανόηση (relational*

understanding), που σημαίνει το να γνωρίζεις εκτός από το «πώς» και το «γιατί». Επίσης, το είδος αυτό της κατανόησης, θα μπορούσε να συσχετισθεί με αυτό που η Sfard (1991), ονομάζει *διαδικαστική προσέγγιση*, αναφερόμενη ειδικότερα στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Ακόμη οι ενέργειες που πιστεύουν ότι κάνουν οι μαθητές για να πετύχουν αυτού του είδους την κατανόηση, μπορούν να ενταχθούν στο διαδικασιοεννοιολογικό κόσμο των Μαθ/κών (Tall, 2002, 2004, 2013).

4.1.2. Παράγοντες Στάσεων

Ο παράγοντας F_4 αποτελείται από τις παρακάτω μεταβλητές: *e7 (Στο Γυμνάσιο αγαπούσα τα Μαθ/κά, 0.869), e6 (Στο Δημοτικό αγαπούσα τα Μαθ/κά, 0.812), e8 (Στο Λύκειο αγαπώ τα Μαθ/κά, 0.665).* Οι φορτίσεις των δύο πρώτων δηλώσεων είναι πολύ μεγάλες, ενώ της τρίτης είναι μεγάλη. Φαίνεται να υπάρχει μια φθίνουσα πορεία της αγάπης των μαθητών για τα Μαθ/κά, από το Γυμνάσιο στο Λύκειο. Το αποτέλεσμα αυτό συμπληρώνει αντίστοιχο συμπέρασμα των Φιλίππου, & Χρίστου (2001, σελ. 33), σύμφωνα με το οποίο «*το ποσοστό των μαθητών που απολαμβάνουν τα Μαθηματικά, μειώνεται σημαντικά με την πάροδο του χρόνου και αυτό δεν είναι άσχετο με τη διδασκαλία των Μαθηματικών».* Αυτό ίσως να οφείλεται και στον προσανατολισμό των μαθητών για τις σπουδές που θα ακολουθήσουν και την εξέτασή τους σε πανελλήνια κλίμακα. Το περιεχόμενο του παράγοντα F_4 είναι «*Αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά*». Η μέση τιμή του είναι 5.64, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι η αγάπη των μαθητών για τα Μαθ/κά είναι μέτρια.

Ο παράγοντας F_5 αποτελείται από τις παρακάτω δηλώσεις (μεταβλητές): *e59 (Μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, γιατί θα τη ζητήσει ο καθηγητής σου στην προφορική εξέταση, 0.727), e60 (Μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, γιατί θα εξετασθείς και στις αποδείξεις, στις γραπτές σου εξετάσεις, 0.656), e63 (Δεν μελετάς*

την απόδειξη ενός θεωρήματος, γιατί δεν θα τη ζητήσει ο καθηγητής σου στην προφορική εξέταση, 0.548), e64 (Δεν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, γιατί πιστεύεις ότι εκείνο που χρειάζεται για να λύνεις ασκήσεις, είναι να καταλάβεις μόνο τί λέει το θεώρημα, 0.455). Οι φορτίσεις των δηλώσεων στον παράγοντα κυμαίνονται από μεγάλες έως ικανοποιητικές. Το περιεχόμενό του είναι: *«Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής μελετά τις αποδείξεις των θεωρημάτων»*. Η μέση τιμή του είναι 5.17, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι ο βαθμός που οι μαθητές μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, παρακινούμενοι από εξωτερικά κίνητρα, σύμφωνα με τη διαβάθμιση που υιοθετήσαμε, είναι μέτριος.

Το αποτέλεσμά μας αυτό, είναι σύμφωνο με ανάλογο αποτέλεσμα έρευνας των Φιλίππου και Χρίστου (2001, σελ.75-84), σε μαθητές της ΣΤ΄ τάξης του Δημοτικού Σχολείου στην Κύπρο, σύμφωνα με την οποία ο παράγοντας «εξωτερικά κίνητρα για τα Μαθηματικά», συγκέντρωσε το 60 % των απαντήσεων των μαθητών. Βέβαια οι ερωτήσεις-μεταβλητές που απαρτίζουν τον παράγοντα της έρευνας αυτής διαφέρουν ουσιαστικά από τις αντίστοιχες της δικής μας έρευνας, η οποία διεξήχθη μεταξύ μαθητών ανώτερης εκπαιδευτικής βαθμίδας.

Ο παράγοντας F_6 αποτελείται από τις παρακάτω δηλώσεις (μεταβλητές): *e29 (Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή ένα πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, εγκαταλείπεις την προσπάθεια, μέσα στα 5 πρώτα λεπτά, σε διάστημα από 5 έως 10 λεπτά, σε διάστημα μεγαλύτερο από 10 λεπτά, 0.670), e46 (Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή ένα πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, σταματάς την προσπάθεια και συνεχίζεις αργότερα, 0.500), e45 (Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή ένα πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, απογοητεύεσαι και σταματάς κάθε προσπάθεια, 0.472).* (Για την καλύτερη δυνατή ερμηνεία του παράγοντα, έγινε αντιστροφή της e45, λόγω του αρνητικού νοήματός της σε σχέση με τις άλλες μεταβλητές του

παράγοντα και προέκυψε η *e45.1*). Οι φορτίσεις των δηλώσεων στον παράγοντα είναι ικανποιητικές. Το περιεχόμενο του παράγοντα είναι: *«Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα»*. Η μέση τιμή του παράγοντα είναι 4.41, που ανήκει στο διάστημα (4, 5]. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές δεν αφιερώνουν αρκετό χρόνο, ούτε καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα, που «δεν βγαίνει με την πρώτη προσπάθεια». Το αποτέλεσμά μας αυτό, είναι σύμφωνο με το πιο ειδικό συμπέρασμα του Schoenfeld (1989), σύμφωνα με το οποίο, οι μαθητές πιστεύουν ότι το λογικό χρονικό διάστημα που απαιτείται για να εγκαλείψουν κάθε προσπάθεια επίλυσης μιας άσκησης ή ενός μαθηματικού προβλήματος είναι *τα 12 λεπτά.*

4.1.3. Παράγοντες τρόπου μελέτης των Μαθηματικών

Ο παράγοντας F_7 αποτελείται από τις παρακάτω δηλώσεις (μεταβλητές): *e36.1 (Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να καταλάβεις τις αποδείξεις των θεωρημάτων, 0.726), e35.1 (Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να καταλάβεις τις εκφωνήσεις των θεωρημάτων, 0.690), e34.1 (Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να καταλάβεις τους ορισμούς, 0.650), e38 (Όταν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, προσπαθείς να καταλάβεις τα λογικά βήματα, 0.648), e36.2 (Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να μπορείς να ξανακάνεις μόνος σου τις αποδείξεις των θεωρημάτων, 0.599), e39 (Όταν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, προσπαθείς να βρίσκεις για ποιο λόγο γίνεται μια συγκεκριμένη ενέργεια, 0.510).* Οι φορτίσεις όλων των δηλώσεων είναι από μεγάλες έως ικανοποιητικές. Το περιεχόμενο του παράγοντα είναι: *«Πρώτο επίπεδο μελέτης - Μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση».* Η μέση τιμή του παράγοντα είναι 7.11, που ανήκει στο διάστημα (7, 8]. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές πιστεύουν σε μεγάλο βαθμό ότι *μελετούν με τρόπο που οδηγεί στην κατανόηση (1^{ο} επίπεδο κατανόησης).* Οι μεταβλητές του παράγοντα αυτού αναφέρονται σε ενέργειες που πιστεύουν ότι κάνουν οι μαθητές και αφορούν στη μελέτη, με στόχο την κατανόηση

ορισμών, θεωρημάτων και αποδείξεων. Δηλαδή οι μαθητές πιστεύουν (σύμφωνα με τις δηλώσεις τους) σε μεγάλο βαθμό, ότι κάνουν ενέργειες που μπορούν να ενταχθούν στο διαδικασιοεννοιολογικό (proceptual) και κυρίως στον τυπικό κόσμο (formal world) των Μαθηματικών (Tall, 2002, 2004, 2013), για να πετύχουν την κατανόηση των Μαθ/κών σε πρώτο επίπεδο. Συγκεκριμένα η κατανόηση των λογικών βημάτων για την απόδειξη ενός θεωρήματος (*e38),* είναι ενέργεια που μπορεί να ενταχθεί στον τυπικό κόσμο. Μπορεί επίσης να ενταχθεί και στο διαδικασιοεννοιολογικό κόσμο, διότι ενδέχεται η κατανόηση αυτή να συνδέεται με κατανόηση και διαχείριση συμβόλων, εκτέλεση αλγεβρικών πράξεων και υπολογισμών. Η κατανόηση των ορισμών (*e34.1)*, το να ξανακάνει ο μαθητής μια απόδειξη μόνος του (*e36.2),* το να κατανοήσει ο μαθητής για ποιο λόγο γίνεται μια συγκεκριμένη ενέργεια σε μια απόδειξη (*e39),* είναι ενέργειες που εντάσσονται στον τυπικό κόσμο. Διαφαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές πιστεύουν ισχυρά ότι εμπλέκονται σε ενέργειες κατανόησης, οι οποίες μπορούν να ενταχθούν στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Σημειωτέον ότι οι περισσότερες ενέργειες κατανόησης των Μαθ/κών στο Λύκειο πρέπει να εντάσσονται σ' αυτούς τους δύο κόσμους. Ο παράγοντας αυτός, μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει δύο συνιστώσες: Η πρώτη απαρτίζεται από τις μεταβλητές e36.1, e35.1, e34.1, e36.2 και περιγράφουν ενέργειες κατανόησης για το «πώς γίνεται κάτι». Η δεύτερη απαρτίζεται από τις μεταβλητές e38, e39, που περιγράφουν ενέργειες κατανόησης για το «γιατί γίνεται κάτι». Είναι φανερό ότι ο παράγοντας αυτός προσιδιάζει με την συσχετιστική κατανόηση (relational understanding), δηλαδή το είδος κατανόησης που δίνει τη δυνατότητα στο άτομο να γνωρίζει όχι μόνο το πώς γίνεται, αλλά και το γιατί γίνεται κάτι (Skemp, 1978).

Ο παράγοντας F_8, αποτελείται από τις παρακάτω μεταβλητές: *e41 (Όταν λύσεις μια άσκηση εξετάζεις αν μπορεί να λυθεί και διαφορετικά, 0.794)*, *e44 (Όταν λύσεις μια άσκηση σκέπτεσαι αν θα μπορούσες να τη συμπληρώσεις και να την*

επεκτείνεις και με άλλα ερωτήματα, 0.736), e42 (Όταν λύσεις μια άσκηση ξανασκέπτεσαι πάνω στα βήματα που ακολούθησες για να τη λύσεις, 0.645), e40 (Όταν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος ξανασκέπτεσαι πάνω σε ολόκληρη την απόδειξη, 0.514), e43 (Όταν λύσεις μια άσκηση, εξετάζεις αν το αποτέλεσμα που βρήκες είναι λογικό, 0.468). Οι φορτίσεις όλων των δηλώσεων είναι από μεγάλες έως ικανοποιητικές. Το περιεχόμενο του παράγοντα είναι: *«Δεύτερο επίπεδο μελέτης-μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό».* Η μέση τιμή του παράγοντα F_8, είναι 5.09, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές μελετούν με αναστοχασμό σε μικρό βαθμό *(2° επίπεδο κατανόησης).* Οι μεταβλητές του παράγοντα αυτού αναφέρονται σε ενέργειες που αφορούν στη βαθύτερη κατανόηση εννοιών και αποδείξεων, στον αναστοχασμό πάνω στην αποδεικτική μέθοδο και στα αποτελέσματα, καθώς και στην επέκταση των συμπερασμάτων με περαιτέρω έρευνα. Ειδικότερα, όταν κάποιος μαθητής λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα και στη συνέχεια διερευνήσει αν η άσκηση αυτή ή το πρόβλημα θα μπορούσε να λυθεί και με άλλο ή άλλους τρόπους *(e41),* αυτό σημαίνει ότι: Ο μαθητής σχηματίζει διάφορες εικασίες ως προς τους πιθανούς διαφορετικούς τρόπους επίλυσης και διερευνά αν επαληθεύονται ή απορρίπτονται. Έτσι ο μαθητής μέσα από μια *διαδικασία δημιουργίας εικασιών και επαληθεύσεων*, οδηγείται στο δεύτερο επίπεδο κατανόησης. Παραπλήσιες ενέργειες θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι γίνονται από έναν μαθητή, ο οποίος όταν λύσει μία άσκηση ή ένα πρόβλημα, ξανασκέπτεται και διερευνά, αν θα μπορούσε να βρει και άλλα ερωτήματα με τα οποία θα μπορούσε να τα συμπληρώσει και να τα επεκτείνει *(e44).* Η κατανόηση που περιγράφει ο παράγοντας αυτός προσιδιάζει με την άποψη ότι η κατανόηση είναι μια «*δράση» (act),* που ενέχει μια διαδικασία ανάπτυξης μιας *«διαλεκτικής»* ανάμεσα σε «*εικασίες και επαληθεύσεις αυτών των εικασιών»* (Sierpinska, 1990). Οι ενέργειες που περιγράφουν οι παραπάνω

δηλώσεις μπορούν να ενταχθούν κυρίως στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών, χωρίς να αποκλείεται η ένταξη κάποιων από αυτές στο διαδικασιοεννοιολογικό κόσμο. Όταν κάποιος μαθητής λύσει μία άσκηση και μετά ξανασκέπτεται πάνω στα βήματα που ακολούθησε, ή όταν μελετήσει μια απόδειξη ενός θεωρήματος και στη συνέχεια ξανασκέπτεται πάνω σε όλα τα διαδοχικά βήματα και τους συλλογισμούς που γίνονται, τότε «αναστοχάζεται» (*reflects*) (Skovsmose 2008, Κολέζα 2013) και κάνει βήματα προς τη βαθύτερη κατανόηση, η οποία οδηγεί στην έρευνα και την παραγωγή νέας γνώσης. Οι ενέργειες αυτές εντάσσονται στον τυπικό κόσμο των Μαθηματικών. Όλες οι ενέργειες που περιγράφονται από τις δηλώσεις αυτού του παράγοντα οδηγούν το μαθητή στο είδος εκείνο της κατανόησης που ο μαθητής δεν σταματά μόνο στην κατανόηση του *πώς γίνεται κάτι*, αλλά προχωρεί και στην κατανόηση του *γιατί γίνεται κάτι* (*συσχετιστική κατανόηση, Skemp, 1978)*.

Ο παράγοντας F_9 αποτελείται από τις παρακάτω μεταβλητές: *e31 (Όταν μελετάς Μαθ/κά, προσπαθείς να λύσεις πρώτα τις ασκήσεις και μετά μελετάς θεωρία, -0.760), e30 (Όταν μελετάς Μαθ/κά, μελετάς πρώτα θεωρία και μετά προσπαθείς να λύσεις τις ασκήσεις, 0.733), e32 (όταν μελετάς Μαθ/κά, ρίχνεις μια πρόχειρη ματιά στη θεωρία και μετά λύνεις τις ασκήσεις, -0.674), e33 (Όταν μελετάς θεωρία χρησιμοποιείς μολύβι και χαρτί, 0.402)*. Οι φορτίσεις των μεταβλητών στους παράγοντες είναι από μεγάλες, έως ικανοποιητικές κατά απόλυτη τιμή. Δύο μεταβλητές, οι e31 και e32 φορτίζουν αρνητικά τον παράγοντα. Για την καλύτερη δυνατή ερμηνεία του παράγοντα, έχουν αντιστραφεί οι e31 και e32, λόγω του αρνητικού νοήματός τους σε σχέση με τις e30, e33 και προέκυψαν οι *e31.1, e32.2* αντιστοίχως. Το περιεχόμενο του παράγοντα είναι: *«Τεχνική μελέτης των Μαθηματικών»*. Η μέση τιμή του παράγοντα F_9 είναι 5.83, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι οι

μαθητές ακολουθούν σε μικρό βαθμό την τεχνική μελέτης «*πρώτα διαβάζω θεωρία και μετά λύνω τις ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί».*

4.1.5. Παράγοντες αλληλεπίδρασης καθηγητή-μαθητή στην τάξη

Ο παράγοντας F_{10} αποτελείται από τις παρακάτω μεταβλητές: *e21 (Όταν ο καθηγητής βάζει μια ερώτηση στην τάξη, τότε σε βοηθά να σκεφτείς αν δυσκολεύεσαι να βρεις την απάντηση, 0.748), e16 (Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών, παραδίδει το καινούργιο μάθημα με την ενεργή συμμετοχή των μαθητών, 0.679), e20 (Όταν ο καθηγητής βάζει μια ερώτηση στην τάξη, τότε σου δίνει αρκετό χρόνο, για να σκεφτείς την απάντηση, 0.669), e15 (Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών εξετάζει τη θεωρία του προηγούμενου μαθήματος, 0.480), e17 (Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών ξεκινά την παράδοση με ένα πρόβλημα, που η επίλυσή του οδηγεί στη θεωρία του νέου μαθήματος, 0.473), e12 (Όταν μου δημιουργούνται απορίες στην τάξη για τα Μαθ/κά, ρωτάω τον καθηγητή μου, 0.383).* Οι φορτίσεις των μεταβλητών στον παράγοντα είναι ικανοποιητικές. Το περιεχόμενό του είναι: *«Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών».* Η μέση τιμή του παράγοντα F_{10} είναι 5.41, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές έχουν σχηματίσει σε μικρό βαθμό την αντίληψη ότι ο καθηγητής κινητοποιεί τους μαθητές του, ώστε να συμμετέχουν ενεργά στο μάθημα.

Ο παράγοντας F_{11} αποτελείται από τις παρακάτω μεταβλητές: *e26.4 (Οι ερωτήσεις και οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στην τάξη είναι πολύ δύσκολες, 0.811), e26.3 (Οι ερωτήσεις και οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στην τάξη είναι δύσκολες, 0.764), e26.1 (Οι ερωτήσεις και οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στην τάξη είναι απλές, - 0.523).* Οι φορτίσεις των μεταβλητών στον παράγοντα είναι από μεγάλες έως ικανοποιητικές κατά απόλυτη τιμή. Η μεταβλητή *e26.1*

φορτίζει αρνητικά τον παράγοντα. Για την καλύτερη δυνατή ερμηνεία του παράγοντα έγινε αντιστροφή της μεταβλητής e26.1, λόγω του αρνητικού νοήματός της σε σχέση με τις άλλες δύο μεταβλητές του παράγοντα, οπότε προέκυψε η μεταβλητή *e26.1.1*. Το περιεχόμενό του είναι: *«Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη»*. Η μέση τιμή του παράγοντα F_{11} είναι 5.22, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές έχουν σχηματίσει την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους βάζει ασκήσεις με μικρή δυσκολία, για να λύσουν στην τάξη.

Ο παράγοντας F_{12} αποτελείται από τις παρακάτω μεταβλητές: *e13.2 (Όταν ο καθηγητής των Μαθ/κών ρωτά κάτι, ζητά να του απαντήσει κάποιος απ' αυτούς που δεν σηκώνει χέρι, 0.766), e13.1 (Όταν ο καθηγητής των Μαθ/κών ρωτά κάτι, ζητά να του απαντήσει κάποιος απ' αυτούς που σηκώνει χέρι, -0.743), e19 (Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών εξετάζει μαθητή που δεν σηκώνει χέρι, 0.677)*. Οι φορτίσεις των μεταβλητών στον παράγοντα είναι μεγάλες κατά απόλυτη τιμή. Η μεταβλητή *e13.1* φορτίζει αρνητικά τον παράγοντα. Για την καλύτερη δυνατή ερμηνεία του παράγοντα έγινε αντιστροφή της μεταβλητής *e13.1*, λόγω του αρνητικού νοήματός της σε σχέση με τις άλλες δύο μεταβλητές του παράγοντα, οπότε προέκυψε η μεταβλητή *e13.1.1*. Το περιεχόμενό του είναι: *«Προφορική εξέταση των μαθητών»*. Η μέση τιμή του παράγοντα F_{12} είναι 5.36, που ανήκει στο διάστημα (5, 7]. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές έχουν σχηματίσει την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους εξετάζει τους μαθητές που δεν σηκώνουν χέρι, στην τάξη, σε μικρό βαθμό. Επειδή ο παράγοντας αυτός δεν παρουσιάζει για μας ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον, τον εξαιρέσαμε από όλες τις υπόλοιπες ερευνητικές διαδικασίες, στις οποίες συμμετείχαν οι υπόλοιποι έντεκα παράγοντες.

4.2. Συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων και κάποιων μεταβλητών

Οι έλεγχοι συσχέτισης Pearson (παράρτημα 3°), μεταξύ των παραγόντων F_1, ..., F_{11} και των μεταβλητών e67.1 *(μέση επίδοση στα Μαθ/κά την προηγούμενη χρονιά)*, e67.2 *(μέση επίδοση στα Μαθ/κά κατεύθυνσης την προηγούμενη χρονιά)*, e68.1 *(μέση επίδοση εξετάσεων στα Μαθ/κά γενικής παιδείας)*, e68.2 *(επίδοση εξετάσεων στα Μαθ/κά κατεύθυνσης)*, e69 *(βαθμός αυτοεκτίμησης για τα Μαθ/κά)*, e70 *(βαθμός ετεροεκτίμησης για τα Μαθ/κά)*, e72 *(Τί αρέσει περισσότερο ανάμεσα σε Άλγεβρα, Γεωμετρία ή Ανάλυση)*, e75 *(φόβος για τα Μαθ/κά),* e76 *(πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος)*, mathtest *(απόδοση στο τεστ των Μαθκών)*, έδειξαν ότι οι πεποιθήσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά, επηρεάζουν τις στάσεις τους απέναντι στα Μαθ/κά, τον τρόπο μελέτης τους, τις αντιλήψεις τους για τη διδακτική πρακτική των δασκάλων τους, την επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά, την αυτοεκτίμηση και την ετεροεκτίμηση σε σχέση με τα Μαθ/κά, το φόβο και την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος. Ομοίως και οι στάσεις επηρεάζουν τον τρόπο μελέτης, την επίδοση και απόδοση, καθώς και ο τρόπος μελέτης την επίδοση και απόδοση. Γενικότερα υπάρχει αλληλοσύνδεση μεταξύ των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης, αντιλήψεων των μαθητών για τη διδακτική πρακτική των δασκάλων των Μαθ/κών, της επίδοσης και απόδοσης στα Μαθ/κά, της αυτοεκτίμησης-ετεροεκτίμησης, του φόβου και της πρόθεσης επιλογής από τους μαθητές, των Μαθ/κών. Στον παρακάτω πίνακα (4.2.1) καταγράφονται αυτές οι συσχετίσεις:

Πίνακας 4.2.1

Συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων και μεταβλητών

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	$e_{67.1}$	$e_{67.2}$	$e_{68.1}$	$e_{68.2}$	e_{69}	e_{70}	e_{72}	e_{75}	e_{76}	mathtest
F_1	1	-	0	-	+	-	-	-	-	0	+	-	-	-	-	+	+	-	+	-	-
F_2	-	1	+	+	-	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-	-	0	-	+	+
F3	0	+	1	0	+	0	+	+	+	+	0	-	-	0	0	0	0	-	0	0	-
F_4	-	+	0	1	-	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-	-	+	-	+	+
F_5	+	-	+	-	1	-	0	-	-	0	+	-	-	-	-	+	+	-	+	-	-
F_6	-	+	0	+	-	1	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-	-	+	-	+	+
F_7	-	+	+	+	-	+	1	+	+	+	-	+	+	+	+	-	-	+	0	+	+
F_8	-	+	+	+	-	+	+	1	+	+	0	+	+	+	+	-	-	0	-	+	+
F_9	-	+	+	+	-	+	+	+	1	+	0	0	0	0	+	0	-	0	0	0	+
F_{10}	0	+	+	+	0	+	+	+	+	1	-	0	+	0	+	-	-	0	-	+	+
F_{11}	+	-	0	-	+	-	-	0	0	-	1	-	0	0	0	+	+	0	+	-	0
$e_{67.1}$	-	+	-	+	-	+	+	+	0	0	-	1	+	+	+	+	+	+	-	+	+
$e_{67.2}$	-	+	-	+	-	+	+	+	0	+	0	+	1	+	+	+	+	+	-	+	+
$e_{68.1}$	-	+	0	+	-	+	+	+	0	0	0	+	+	1	+	+	+	+	-	+	+
$e_{68.2}$	-	+	0	+	-	+	+	+	+	+	0	+	+	+	1	+	+	+	0	+	+
e_{69}	+	-	0	-	+	-	-	-	0	-	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	-
e_{70}	+	-	0	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-	-	+	1	+	+	-	-
e_{72}	-	0	-	+	-	+	+	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	+	0	+	+
e_{75}	+	-	0	-	+	-	0	-	0	-	+	+	-	-	0	0	+	0	1	-	-
e_{76}	-	+	0	+	+	-	+	+	0	+	-	0	+	+	+	-	-	+	-	1	-
mathtest	-	+	-	+	-	+	+	+	+	+	0	+	+	+	+	-	-	+	-	-	1

Σημείωση: Με το σύμβολο – δηλώνεται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική αρνητική συσχέτιση. Με το σύμβολο + δηλώνεται ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση. Με το σύμβολο 0 δηλώνεται ότι δεν υπάρχει κάποια στατιστικά σημαντική συσχέτιση μεταξύ των σημειούμενων παραγόντων ή μεταβλητών.

Συγκεκριμένα τα αποτελέσματα αυτά έχουν ως εξής :

1. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του παράγοντα F_1 (Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθηματικά) και των παραγόντων F_2 (Χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθηματικών ως επιστήμης)*, (r= -0.223, df=1584, p<0.001), *F_4 (Αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά)*, (r= -0.434, df=1606, p<0.001) , *F_6 (Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση ή ένα*

πρόβλημα) (r= -0.274, df=1592, p<0.001), *F_7 (Πρώτο επίπεδο μελέτης - Μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση),* (r= -0.186, df=1519, p<0.001) , *F_8 (Δεύτερο επίπεδο μελέτης- μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό),* (r= -0.182, df=1560, p<0.001) , *F_9 (Τεχνική μελέτης Μαθηματικών),* (r= -0.072, df=1602, p<0.001) *και των μεταβλητών e67.2* (r= -0.472, df=376, p<0.001), *e68.1* (r= -0.471, df=489, p<0.001), *e68.2* (r= -0.436, df=382, p<0.001) , *e72* (r= -0.129, df=1618, p<0.001), *e76* (r= -0.361, df=1618, p<0.001), *mathtest* (r= -0.389, df=1618, p<0.001). Αντίθετα, υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_1 και των F_5 (Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής μελετά τις αποδείξεις των θεωρημάτων),* (r= +0.235, df=1593, p<0.001, *F_{11} (Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη),* (r= +0.138, df=1602, p<0.001), *e69 (βαθμός αυτοεκτίμησης για τα Μαθ/κά),* (r= +0.338, df=1618, p<0.001), *e70 (βαθμός ετεροεκτίμησης για τα Μαθ/κά),* (r= +0.283, df=1618, p<0.001), *e75 (φόβος για τα Μαθ/κά),* (r= +0.282, df=1618, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που αντιμετωπίζουν μεγάλες δυσκολίες με τα Μαθ/κά :

- Δεν πιστεύουν πολύ στη χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων και γενικά των Μαθ/κών.
- Αγαπούν λίγο τα Μαθηματικά.
- Δεν προσπαθούν πολύ να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.
- Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων περισσότερο επειδή τις εξετάζονται.
- Δεν μελετούν τα Μαθηματικά με κατανόηση.
- Δεν αναστοχάζονται πάνω σ’αυτά που μελετούν, αποδεικνύουν ή επιλύνουν.
- Κατά τη μελέτη τους συνήθως προσπαθούν να επιλύσουν πρώτα τις ασκήσεις, χωρίς να έχουν μελετήσει θεωρία.
- Θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι δύσκολες.

- Έχουν μικρή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.
- Έχουν μικρή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.
- Τους αρέσει περισσότερο η Άλγεβρα, παρά η Γεωμετρία ή η Ανάλυση.
- Φοβούνται τα Μαθηματικά.
- Δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά αν ήταν προαιρετικό μάθημα.

2. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_2 (Χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθηματικών ως επιστήμης) και των F_5 (Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής μελετά τις αποδείξεις των θεωρημάτων),* (r= -0.181, df=1586, p<0.001), *F_{11}(Βαθμός δυσκολίας των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη),* (r= -0.143, df=1585, p<0.001), *e69 (βαθμός αυτοεκτίμησης για τα Μαθ/κά),* (r= -0.153, df=1602, p<0.001), *e70 (βαθμός ετεροεκτίμησης για τα Μαθ/κά),* (r= -0.156, df=1602, p<0.001), *e75 (φόβος για τα Μαθ/κά),* (r= -0.163, df=1602, p<0.001). *Αντίθετα*, υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_2 και των F_3 (Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών),* (r= +0.155, df=1431, p<0.001) , *F_4 (Αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά),* (r= +0.343, df=1592, p<0.001), *F_6 (Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα),* (r= +0.216, df=1580, p<0.001, *F_7 (Πρώτο επίπεδο μελέτης - Μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση*), (r= +0.378, df=1505, p<0.001), *F_8 (Δεύτερο επίπεδο μελέτης- μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό),* (r= +0.320, df=1547, p<0.001) , *F_9 (Τεχνική μελέτης των Μαθηματικών),* (r= +0.187, df=1587, p<0.001), *F_{10} (Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών),* (r= +0.324, df=1548, p<0.001), *e67.1* (r= +0.155, df=1601, p<0.001), *e67.2* (r= +0.138, df=373, p=0.007), *e68.1* (r= +0.183, df=483, p<0.001), *e68.2* (r= +0.158, df=379, p=0.002), *e76* (r= +0.269, df=1602, p<0.001), *mathtest* (r= +0.203, df=1602, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που πιστεύουν στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών ως επιστήμης, φαίνεται ότι :

- Δεν έχουν εξωτερικά μόνο κίνητρα μελέτης των μαθηματικών αποδείξεων, όπως π.χ. μόνο την επιτυχία τους στις εξετάσεις.
- Θεωρούν ότι οι ερωτήσεις και οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι εύκολες.
- Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.
- Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.
- Αγαπούν τα Μαθηματικά.
- Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.
- Μελετούν τα Μαθ/κά με κατανόηση και αναστοχάζονται πάνω σ'αυτά που μελετούν αποδεικνύουν ή επιλύνουν.
- Κατά τη μελέτη τους συνήθως μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να επιλύσουν τις ασκήσεις.
- Έχουν μεγάλη επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.
- Θα επέλεγαν τα Μαθ/κά αν ήταν προαιρετικό μάθημα.

3. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_3 (Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών) και των e67.1* (r= -0.080, df=1449, p=0.002), *e72* (r= -0.095, df=1450, p<0.001), *mathtest* (r= -0.080, df=1450, p=0.002).

Αντίθετα υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_3 και των F_5* (r= +0.264, df=1436, p<0.001), F_7 (r= +0.242, df=1365, p<0.001), F_8 (r= +0.180, df=1407, p<0.001), F_9 (r= +0.072 df=1436, p=0.006), F_{10} (r= +0.191, df=1402, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που έχουν μια διαδικαστική άποψη για τη φύση των Μαθηματικών και είναι επιμελείς στη μελέτη τους:

- Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, επειδή θα τις εξετασθούν.
- Προσπαθούν μάλλον να μελετούν με τρόπο που να τους βοηθά να καταλαβαίνουν Μαθηματικά και να αναστοχάζονται πάνω σ'αυτά.
- Κατά τη μελέτη τους συνήθως μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να επιλύσουν τις ασκήσεις.
- Θεωρούν ότι μάλλον ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.
- Δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.
- Αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα από τη Γεωμετρία και την Ανάλυση.

4. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_4 (αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά) και των F_5* (r= -0.164, df=1603, p<0.001), F_{11} (r= -0.069, df=1608, p=0.005), *e69* (r= -0.353, df=1628, p<0.001), *e70* (r= -0.313, df=1628, p<0.001), *e75* (r= -0.290, df=1628, p<0.001). *Αντίθετα*, υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_4 και των F_6* (r= +0.297, df=1599, p<0.001) , F_7 (r= +0.259, df=1528, p<0.001), F_8 (r= +0.305, df=1567, p<0.001), F_9 (r= +0.103, df=1610, p<0.001), F_{10} (r= +0.185, df=1573, p<0.001) , *e67.1* (r= +0.343, df=1627, p<0.001), *e67.2* (r= +0.391, df=379, p<0.001), *e68.1* (r= +0.430, df=492, p<0.001), *e68.2* (r= +0.415, df=385, p<0.001), *e72* (r= +0.126, df=1628, p<0.001), *e76* (r= +0.472, df=1628, p<0.001), *mathtest* (r= +0.370, df=1628, p<0.001). Συγκεκριμένα, λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά :

- Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων με εξωτερικά κίνητρα, (π.χ. μόνο επειδή θα τις εξετασθούν).
- Καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια για να λύσουν ασκήσεις ή προβλήματα.
- Μελετούν Μαθηματικά με τέτοιο τρόπο, ώστε να τα κατανοούν και αναστοχάζονται πάνω σ'αυτά που μελετούν και επιλύνουν.
- Μελετούν πρώτα τη θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.
- Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους των Μαθ/κών κάνουν το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.
- Θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής τους για να λύσουν στην τάξη είναι εύκολες.
- Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.
- Τους αρέσει περισσότερο η Γεωμετρία ή η Ανάλυση, προκειμένου για μαθητές της Γ ΄τάξης του Λυκείου. Δεδομένου ότι οι παράγοντες F_3, F_4 είναι ασυσχέτιστοι (δηλ. η αγάπη για τα Μαθ/κά δε συσχετίζεται ούτε θετικά ούτε αρνητικά με τη διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά), το συμπέρασμα αυτό είναι συμβατό με προηγούμενο, σύμφωνα με το οποίο οι μαθητές που έχουν διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού η Άλγεβρα του Λυκείου συνδέεται περισσότερο με αλγορίθμους και διαδικασίες, παρά με την παραγωγική σκέψη, που απαιτεί η Ευκλείδεια Γεωμετρία.
- Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά (μικρή αριθμητική τιμή για την αυτοεκτίμηση σημαίνει ότι ο μαθητής κατατάσσει τον εαυτό του στους καλύτερους ή στη χειρότερη περίπτωση πάνω από το μέσο όρο. Το ίδιο συμβαίνει και με την ετεροεκτίμηση, δηλ. τη γνώμη που έχουν οι άλλοι για τον μαθητή).

- Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

5. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_5 (Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής μελετά τις αποδείξεις των θεωρημάτων) και των F_6* (r= -0.173, df=1596, p<0.001), *F_8* (r= -0.066, df=1562, p<0.001), *F_9* (r= -0.138, df=1600, p<0.001), *e67.1* (r= -0.106, df=1613, p<0.001), *e67.2* (r= -0.149, df=375, p=0.004), *e68.1* (r= -0.137, df=486, p=0.002), *e68.2* (r= -0.125, df=381, p=0.014), *e72* (r= -0.066, df=1614, p=0.008), *e76* (r= -0.217, df=1614, p<0.001), *mathtest* (r= -0.189, df=1614, p<0.001).

Αντίθετα, υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_5 και των F_{11}* (r= +0.054, df=159, p=0.032), *e69* (r= +0.115, df=1614, p<0.001), *e70* (r= +0.103, df=1614, p<0.001), *e75* (r= +0.172 df=1614, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, έχοντας κυρίως εξωτερικά κίνητρα (π.χ. επειδή θα τις εξετασθούν):

- Έχουν μάλλον διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά
- Δεν καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια, για να λύσουν κάποια άσκηση ή πρόβλημα.
- Δεν μελετούν τα Μαθηματικά με τρόπο που να οδηγεί στην κατανόησή τους.
- Δεν αναστοχάζονται πάνω σε ό,τι επιλύνουν, ή μελετούν.
- Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους βάζουν δύσκολες ασκήσεις στην τάξη.
- Δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.
- Έχουν μικρή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά

- Τους αρέσει περισσότερο η Άλγεβρα, παρά η Γεωμετρία ή η Ανάλυση, προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου. Το συμπέρασμα αυτό είναι συμβατό με αντίστοιχο που αναφέρεται στο 3.
- Φοβούνται τα Μαθηματικά.
- Δεν έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

6. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_6 (Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα) και των F_{11}* (r= -0.080, df=1577, p=0.001), *e69* (r= -0.259, df=1612, p<0.001), *e70* (r= -0.259, df=1612, p<0.001), *e75* (r= -0.235, df=1612, p<0.001).

Αντίθετα, υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_6 και των F_7* (r= +0.260, df=1518, p<0.001), *F_8* (r= -0.259, df=1612, p<0.001), *F_9* (r= +0.153, df=1600, p<0.001), *F_{10}* (r= +0.189, df=1557, p<0.001), *e67.1* (r= +0.182, df=1611, p<0.001), *e67.2* (r= +0.382, df=376, p<0.001), *e68.1* (r= +0.318, df=486, p<0.001), *e68.2* (r= +0.391, df=382, p<0.001), *e72* (r= +0.085, df=1612, p=0.001), *e76* (r= +0.250, df=1612, p<0.001), *mathtest* (r= +0.251, df =1612, p<0.001)

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα:

- Προσπαθούν να μελετούν τα Μαθ/κά με τρόπο που οδηγεί στην κατανόηση.
- Αναστοχάζονται πάνω στα Μαθ/κά που μελετούν ή επιλύνουν.
- Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.
- Έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

- Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους δεν βάζουν δύσκολες ασκήσεις στην τάξη.
- Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.
- Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.
- Τους αρέσει περισσότερο η Γεωμετρία ή η Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου). Παρατηρείται δηλ. ότι οι μαθητές που προτιμούν τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση σε σχέση με την Άλγεβρα, αγαπούν τα Μαθ/κά και προσπαθούν πολύ να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.
- Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.

7.Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_7 (Πρώτο επίπεδο μελέτης - μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση) και των F_{11}* (r= -0.060, df=1527, p=0.019), *e69* (r= -0.131, df=1539, p<0.001), *e70* (r= -0.167, df=1539, p<0.001).

Αντίθετα υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_7 και των F_8* (r= +0.418, df=1492, p<0.001), *F_9* (r= +0.307, df=1527, p<0.001), *F_{10}* (r= +0.244, df=1488, p<0.001), *e67.1* (r= +0.202, df=1538, p<0.001), *e67.2* (r= +0.228, df=361, p<0.001), *e68.1* (r= +0.254, df=466, p<0.001), *e68.2* (r= +0.252, df=365, p<0.001), *e72* (r= +0.126, df=1538, p<0.001), *e76* (r= +0.183, df=1539, p<0.001), *mathtest* (r= +0.232, df=1539, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που μελετούν με τρόπο που αποσκοπεί στην καλή κατανόηση των Μαθ/κών:

- Αναστοχάζονται πάνω σε αυτά που μελετούν και επιλύνουν.
- Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.
- Έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

- Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους δεν βάζουν δύσκολες ασκήσεις στην τάξη.
- Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.
- Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.
- Αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου). Παρατηρείται ότι η μεγαλύτερη προτίμηση για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση συνδέεται με μια ακόμη θετική στάση των μαθητών, τη μελέτη που αποσκοπεί στην καλύτερη κατανόηση των Μαθ/κών.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

8. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_8 (Δεύτερο επίπεδο μελέτης- Μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό) και των e69* (r= -0.205, df=1578, p<0.001), *e70* (r= -0.184, df=1578, p<0.001), *e75* (r= -0.159, df=1578, p<0.001).

Αντίθετα υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_8 και των F_9* (r= +0.285, df=1566, p<0.001), *F_{10}* (r= +0.290, df=1525, p<0.001), *e67.1* (r= +0.087, df=1577, p=0.001), *e67.2* (r= +0.207, df=371, p<0.001), *e68.1* (r= +0.253, df=478, p<0.001), *e68.2* (r= +0.194, df=377, p<0.001), *e76* (r= +0.202, df=1578, p<0.001), *mathtest* (r= +0.143, df=1578, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που αναστοχάζονται πάνω στα Μαθ/κά που μελετούν ή επιλύουν:

- Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.
- Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους κάνουν το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.
- Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.
- Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά

- Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

Τα παραπάνω συμπεράσματα αναδεικνύουν *τη μελέτη με κατανόηση και τον αναστοχασμό*, ως παράγοντες που *συμβαδίζουν* με *την υψηλή επίδοση και υψηλή απόδοση* των μαθητών στα Μαθ/κά.

9. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_9 (Τεχνική μελέτης των Μαθηματικών) και των e68.2* (r= +0.108, df=381, p=0.034), *mathtest* (r= +0. 057, df=1623, p=0.021).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις:

Έχουν υψηλή επίδοση στις εξετάσεις στα Μαθ/κά κατεύθυνσης, καθώς και υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών. Τα παραπάνω αποτελέσματα δείχνουν ότι η συγκεκριμένη τεχνική μελέτης (πρώτα μελέτη της θεωρίας και μετά η επίλυση των ασκήσεων) συμβαδίζει με υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

10. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_{10} (Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών) και των F_{11}* (r= -0.129, df=1568, p<0.001), *e70* (r= -0.112, df=1584, p<0.001) *και e75* (r= -0.149, df=1584, p<0.001).

Αντίθετα υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_{10} και των e67.2* (r= +0. 115, df =369, p=0.027), *e68.2* (r= +0.116, df=374 p=0.024), *e76* (r= +0. 130, df=1584, p<0.001), *mathtest* (r= +0. 091, df=1584, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που έχουν την άποψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών:

- Θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι εύκολες.
- Έχουν υψηλή επίδοση στις εξετάσεις στα Μαθ/κά κατεύθυνσης.
- Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών.
- Έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης.
- Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

Τα παραπάνω αποτελέσματα δείχνουν ότι ενεργητική συμμετοχή των μαθητών στο μάθημα και υψηλή επίδοση, όπως και γενικά καλή σχέση με τα Μαθηματικά συμβαδίζουν.

11. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ του F_{11} (Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη) και των e69 (αυτοεκτίμηση*), (r= +0.095, df=1620, p<0.001), *e70 (ετεροεκτίμηση)*, (r= +0.101, df=1620, p<0.001), *e76* (r= -0.098, df=1620, p<0.001).

Αντίθετα υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του F_{11} και του e75* (r= +0.162, df=1620, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που πιστεύουν ότι οι εργασίες που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι δύσκολες :

- Έχουν χαμηλή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά.
- Έχουν χαμηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.
- Φοβούνται τα Μαθηματικά.

12.Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ των e67.1 και e75* (r= -0.050, df=1642, p=0.043). *Αντίθετα,* υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e67.1 και των e68.1* (r= +0.704, df=496, p<0.001), *e68.2*

(r= +0.677, df=388, p<0.001), *e69 (αυτοεκτίμηση)* (r= -0.133, df=1642, p<0.001), *e70 (ετεροεκτίμηση),* (r= -0.118, df=1642, p<0.001), *e72* (r= +0.247, df=1642, p<0.001), *mathtest* (r= +0.395, df=1642, p<0.001)

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που είχαν μεγάλο βαθμό στα Μαθ/κά την προηγούμενη χρονιά :

- Πήραν μεγάλο βαθμό στις εξετάσεις της Β΄ Λυκείου (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου), τόσο στα Μαθ/κά γενικής παιδείας, όσο και στα Μαθ/κά κατεύθυνσης.
- Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών του Γενικού Ερωτηματολογίου.
- Αγαπούν περισσότερο την Γεωμετρία, ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου). Παρατηρείται δηλ. ότι οι μαθητές με μεγάλη επίδοση στα Μαθ/κά την προηγούμενη χρονιά, είναι εκείνοι που αγαπούν περισσότερο την Γεωμετρία ή την Ανάλυση σε σχέση με την Άλγεβρα.
- Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.

Φαίνεται, λοιπόν, ότι η σχολική βαθμολογία στα Μαθηματικά συμβαδίζει με την αντίστοιχη βαθμολογία στις εξετάσεις (πανελλήνιες) και την γενική συγκρότηση των μαθητών στα Μαθ/κά.

13. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ των e67.2 και e75* (r= -0.239, df=380, p<0.001). *Αντίθετα* υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e67.2, και των e68.1* (r= +0.739, df=36, p<0.001), *e68.2* (r= -0.237, df=386, p<0.001), e*69* (αυτοεκτίμηση), (r= -0.512, df=380, p<0.001), *e70* (ετεροεκτίμηση), (r= -0.525, df=380, p<0.001), *e72* (r= +0.178, df=380, p<0.001), *e76* (r= 0.378, df=380, p<0.001), *mathtest* (r= 0.486, df=380, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής : *Οι μαθητές που είχαν μεγάλο μέσο βαθμό την προηγούμενη χρονιά στα Μαθ/κά κατεύθυνσης:*

- Πήραν μεγάλο βαθμό στις εξετάσεις της Β΄ Λυκείου (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου), τόσο στα Μαθ/κά γενικής παιδείας, όσο και στα Μαθ/κά κατεύθυνσης.
- Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των μαθ/κών του Γενικού Ερωτηματολογίου.
- Αγαπούν περισσότερο την Γεωμετρία, ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου). Παρατηρείται δηλ. πάλι, ότι οι μαθητές με μεγάλη επίδοση στα Μαθ/κά κατεύθυνσης συνδέονται και με μεγαλύτερη αγάπη για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση σε σχέση με την Άλγεβρα.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.
- Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.

14.Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ των e68.1 και e75* (r= -0.259, df=494, p<0.001), καθώς και μεταξύ των *e68.2* και *e75* (r= -0.237, df=388, p<0.001). *Αντίθετα,* υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ του e68.1 και των e68.2* (r= +0.835, df=375, p<0.001), *e69* (αυτοεκτίμηση), (r= -0.596, df=492, p<0.001), *e70* (r= -0.578, df=494, p<0.001), *e72* (r= +0.146, df=494, p=0.001), *e76* (r= +0.391, df=494, p<0.001), *mathtest* (r= +0.533, df=494, p<0.001), *καθώς και της e68.2 με τις e69* (r= -0.487, df=386, p<0.001), *e70* (r= -0.522, df=386, p<0.001), *e72* (r= +0.224, df=386, p<0.001), *e76* (r= +0.393, df=386, p<0.001), *mathtest* (r= +0.535, df=386, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύει ότι:

Οι μαθητές που είχαν μεγάλο γραπτό βαθμό στη Β΄ Λυκείου στα Μαθ/κά γενικής παιδείας, ή στα Μαθ/κά της κατεύθυνσης:

- Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.
- Πήραν μεγάλο γραπτό βαθμό στις εξετάσεις της Β΄ Λυκείου και στα Μαθ/κά κατεύθυνσης, ή πήραν μεγάλο γραπτό βαθμό στα Μαθ/κά γενικής παιδείας στις εξετάσεις της Β΄ Λυκείου, αντιστοίχως.
- Έχουν μεγάλο βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.
- Έχουν μεγάλη απόδοση στα Μαθηματικά.
- Αγαπούν περισσότερο την Γεωμετρία, ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου). Παρατηρείται δηλ. πάλι ότι οι μαθητές που σημείωσαν υψηλή επίδοση τόσο στα Μαθ/κά γενικής παιδείας, όσο και στα Μαθ/κά κατεύθυνσης την προηγούμενη χρονιά συνδέονται με μεγαλύτερη αγάπη για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση, σε σχέση με την Άλγεβρα.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.

15.Υπάρχει στατιστικά σημαντική αρνητική συσχέτιση μεταξύ των *e69* (αυτοεκτίμηση) και *e75* (φόβος για τα Μαθ/κά), (r= +0.286, df=1643, p<0.001). Υπενθυμίζουμε ότι προκειμένου για την αυτοεκτίμηση και την ετεροεκτίμηση ο θετικός δείκτης συσχέτισης σημαίνει ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση, αφού μικρή τιμή για τη μεταβλητή της αυτοεκτίμησης ή ετεροεκτίμησης σημαίνει μεγάλη αυτοεκτίμηση ή ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά. *Αντίθετα,* υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e69 και των e70* (r= +0.784, df=1643, p<0.001), *e76* (r= -0.262, df=1643, p<0.001), *mathtest* (r= -0.263, df=1643, p<0.001) *(Υπενθυμίζουμε πάλι ότι για την αυτοεκτίμηση οι αρνητικές τιμές του δείκτη συσχέτισης μεταφράζονται σε θετική συσχέτιση)*. Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης στα Μαθηματικά:

- Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.
- Έχουν υψηλή απόδοση στα Μαθ/κά.

Ανάλογα αποτελέσματα προκύπτουν και με την ετεροεκτίμηση.

Δηλαδή οι μαθητές που έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης για τα Μαθηματικά:

- Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης στα Μαθηματικά.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.
- Έχουν υψηλή απόδοση στα Μαθηματικά.

16.Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ των e72 και e76* (r= +0.138, df=1643, p<0.001), *mathtest* (r= +0.236, df=1643, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου):

- Έχουν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά σε όλες τις τάξεις.
- Έχουν υψηλή απόδοση στα Μαθ/κά..

17. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ της e75 και των e76* (r= -0.261, df=1643, p<0.001) *και mathtest* (r= -0.175, df=1643, p<0.001).

Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που φοβούνται τα Μαθ/κά :

- Δεν παρουσιάζουν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά σε όλες τις τάξεις.
- Δεν έχουν υψηλή απόδοση στα Μαθηματικά.

18. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e76 και του mathtest* (r= +0.385, df=1643, p<0.001). Δηλαδή φαίνεται να ισχύει ότι *οι μαθητές που παρουσίαζαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις, έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών του Γενικού ερωτηματολογίου.*

19. Υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση μεταξύ της *e67.1* και των *e71* (Σύγκριση επίδοσης ανάμεσα σε Άλγεβρα και Γεωμετρία), (r= +0.223, df=1643, p<0.001), *e72* (Τί αρέσει περισσότερο στο μαθητή ανάμεσα σε Άλγεβρα, Γεωμετρία ή Ανάλυση), (r= +0.247, df=1643, p<0.001), *e73* (Βαθμολογία στη Φυσική), (r= +0.529, df=1402, p<0.001), *e74* (Βαθμολογία στα Νέα Ελληνικά), (r= +0.312, df=1428, p<0.001), καθώς της *e67.2* και των *e71* (r= +0.104, df=380, p=0.043), *e72* (r= +0.178, df=382, p<0.001, *e73* (r= +0.637, df=475, p<0.001), *e74* (r= +0.435, df=361, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύει το εξής:

Οι μαθητές που έχουν υψηλή επίδοση (βαθμολογία) στα Μαθηματικά :

- Έχουν την ίδια επίδοση τόσο στην Άλγεβρα, όσο και στη Γεωμετρία. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές με υψηλή βαθμολογία στα Μαθ/κά είναι το ίδιο καλοί στους δύο βασικούς κλάδους των Μαθ/κών στο Λύκειο, στην Άλγεβρα και στη Γεωμετρία.
- Αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου), από την Άλγεβρα. Αυτό δείχνει ότι στους καλούς μαθητές στα Μαθ/κά ασκούν μεγαλύτερη γοητεία η Γεωμετρία και η Ανάλυση.
- Έχουν υψηλή επίδοση στη Φυσική.
- Έχουν υψηλή επίδοση στα Νέα Ελληνικά.

Είναι ενδιαφέρον ότι υψηλή επίδοση στα Μαθ/κά συμβαδίζει με υψηλή επίδοση στη Φυσική και στα Νέα Ελληνικά. Ενδιαφέρον, επίσης, παρουσιάζει το γεγονός ότι ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα στην e67.2 (βαθμός στα Μαθ/κά κατεύθυνσης)

και *τις e73, e74* (βαθμός στη Φυσική και τα Νέα Ελληνικά) είναι μεγαλύτερος απ' ότι από το συντελεστή συσχέτισης ανάμεσα στην *e67.1* (μέσος βαθμός στα Μαθηματικά) και τις *e73, e74.* Ίσως αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι τα Μαθ/κά κατεύθυνσης, η Φυσική και τα Νέα Ελληνικά είναι μαθήματα που εξετάζονται στις Πανελλήνιες εξετάσεις της θετικής και της τεχνολογικής κατεύθυνσης, οπότε οι μαθητές δείχνουν ενδιαφέρον για όλα αυτά τα μαθήματα.

Ανάλογα αποτελέσματα παρουσιάζονται και για τις *e68.1, e68.2* που αφορούν σε βαθμολογία στις εξετάσεις στα Μαθ/κά γενικής παιδείας και κατεύθυνσης της Β΄ Λυκείου σε σχέση με τις *e71, e72, e73, e74.*

20. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ των e69 (αυτοεκτίμηση) και e70 (ετεροεκτίμηση),* (r= +0.784, df=1643, p<0.001), *e73 (βαθμολογία στη Φυσική* r= -0.426, df=1405, p<0.001*), e74* (*βαθμολογία στα Νέα Ελληνικά,* r= -0.178, df=1429, p<0.001). *Ομοίως* υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στην *e70* και στις *e73* (r= -0.439, df=1405, p<0.001), *e74* (r= -0.218, df=1429, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που έχουν μεγάλο βαθμό αυτοεκτίμησης έχουν και μεγάλο βαθμό ετεροεκτίμησης στα Μαθ/κά, έχουν υψηλή επίδοση στη Φυσική και στα Νέα Ελληνικά. Ομοίως και όσοι έχουν μεγάλο βαθμό ετεροεκτίμησης έχουν και μεγάλο βαθμό αυτοεκτίμησης, υψηλή επίδοση στη Φυσική και στα Νέα Ελληνικά.

21. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e71 και e76* (r= +0.085, df=1643, p<0.001), *mathtest* (r= +0.189, df=1643, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που έχουν την ίδια επίδοση στην Άλγεβρα και τη Γεωμετρία:

- Έχουν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του Λυκείου ή του Γυμνασίου.
- Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών.

22. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e72, και e76* (r= +0.138, df=1643, p<0.001), *mathtest* (r= +0.236, df=1643, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία η την Ανάλυση:

- Έχουν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του σχολείου.
- Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών του Γενικού Ερωτηματολογίου.

Φαίνεται, λοιπόν, να υπάρχει μια στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές που αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (για μαθητές της Γ΄Λυκείου) και σε εκείνους που αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα, υπέρ των πρώτων, όσον αφορά στο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά και στην απόδοση (βαθμολογία στο τεστ των Μαθ/κών, δηλ. το *mathtest*). Αυτό συμβαίνει, όπως αναφέραμε παραπάνω και για την επίδοση στα Μαθ/κά.

23. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ των e74 και mathtest* (r= +0.281, df=1429, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύει το εξής:

Οι μαθητές που έχουν μεγάλη βαθμολογία στα Νέα Ελληνικά έχουν και υψηλή απόδοση στο mathtest. Αυτό είναι πολύ ενδιαφέρον και ίσως να φανερώνει ότι οι μαθητές με καλό μαθηματικό υπόβαθρο και συγκροτημένη σκέψη, μπορούν να

ανταποκριθούν με επιτυχία σε θέματα που σχετίζονται με τη δομή και πολυπλοκότητα των γλωσσικών φαινομένων.

24. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ της e75 και των e76* (r= -0.261, df=1643, p<0.001), *mathtest* (r= -0.175, df=1643, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που φοβούνται τα Μαθηματικά :

- Δεν θα τα επέλεγαν ως προαιρετικό μάθημα.
- Δεν έχουν μεγάλη απόδοση στο mathtest.

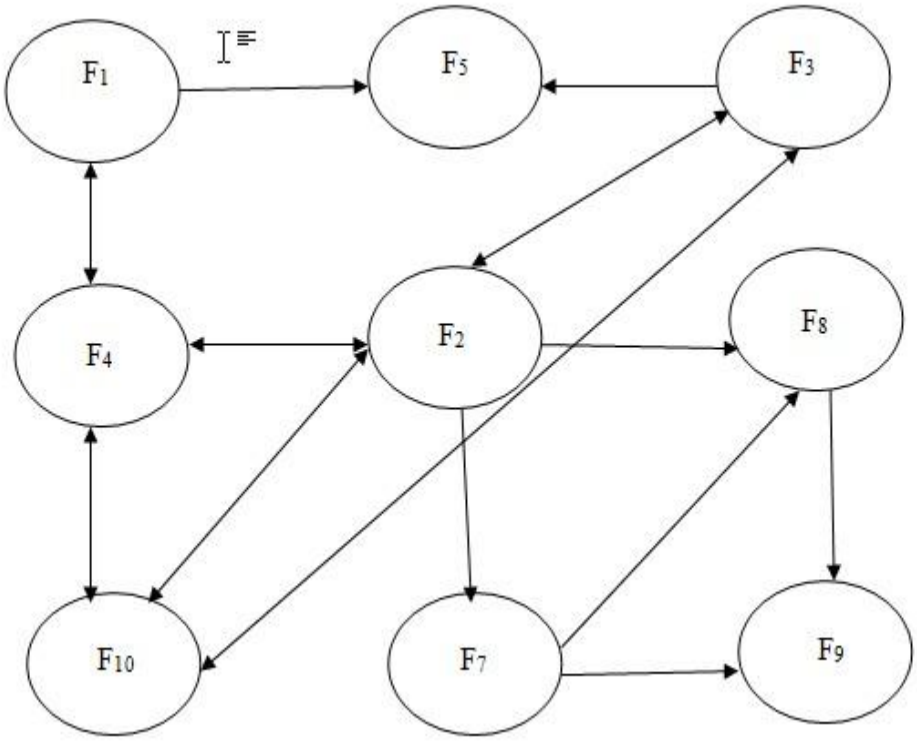
Αυτά τα αποτελέσματα είναι και τα δύο αναμενόμενα.

25. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ των e76 και mathtest* (r= +0.385, df=1643, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύει το εξής:

Οι μαθητές που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα έχουν μεγάλη απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών του Γενικού Ερωτηματολογίου.

4.3. Παλινδρόμηση των παραγόντων

Όπως αναφέρθηκε στο τρίτο κεφάλαιο που αφορά στη μεθοδολογία, για τη διερεύνηση ύπαρξης ακόμη βαθύτερων σχέσεων μεταξύ των επιβεβαιωθέντων παραγόντων, εφαρμόσθηκε η μέθοδος της Ανάλυσης Διαδρομών (Path Analysis, του στατιστικού πακέτου *M-plus (Muthen, & Muthen 2007). Το μοντέλο το οποίο επιβεβαιώθηκε παριστάνεται σχηματικά στην εικόνα 4.3.1.*



Εικόνα 4.3.1: *Απεικονίζονται μονόδρομες (βέλος μονής κατεύθυνσης) και αμφίδρομες (βέλος διπλής κατεύθυνης) σχέσεις μεταξύ των παραγόντων. Μία παλινδρόμηση της μορφής* F_j **on** F_i *απεικονίζεται ως* $F_i \rightarrow F_j$. *Αυτό σημαίνει ότι για να συμβαίνει το* F_i, *πρέπει να συμβαίνει το* F_j. *Μία παλινδρόμηση της μορφής* F_j **with** F_i *απεικονίζεται ως* $F_i \leftrightarrow F_j$ (Muthen, & Muthen, 2007). *Μια τέτοια παλινδρόμηση δηλώνει ότι οι* F_i , F_j *«πάνε μαζί».*

Η ανάλυση αυτή (C.F.I.=0.922>0.900, X^2/DF=4.32, RMSEA=0.045<0.08, η τιμή του δεύτερου δείκτη είναι αρκετά μεγάλη, αφού κανονικά πρέπει να είναι μικρότερη του 2, όμως γίνεται δεκτό το μοντέλο αυτό, λόγω του μεγάλου μεγέθους του δείγματος N=1645), οδήγησε στα παρακάτω συμπεράσματα:

- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_5 πάνω στον F_1 (F_5 on F_1) προκύπτει ότι, *οι μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τα Μαθηματικά, έχουν εξωτερικά κίνητρα μελέτης.* Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και

ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 1 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων F_1 και F_5.

- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_5 πάνω στον F_3 (F_5 on F_3), προκύπτει ότι *οι μαθητές που προσπαθούν να κατανοούν τα Μαθηματικά με διαδικαστικό τρόπο, έχουν εξωτερικά κίνητρα μελέτης*. Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 3 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στους παράγοντες F_3 και F_5.
- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_7 πάνω στον F_2, (F_7 on F_2) προκύπτει ότι, *οι μαθητές που πιστεύουν ισχυρά στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών μελετούν Μαθηματικά με τρόπο που τους οδηγεί στην κατανόηση των διαδοχικών βημάτων μιας απόδειξης και των ορισμών (πρώτο επίπεδο κατανόησης)*. Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 2 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων F_2 και F_7. Επίσης φαίνεται ότι οι μαθητές αυτοί, σύμφωνα με τη δήλωσή τους, μελετούν με τρόπο που παραπέμπει στη λειτουργία τους στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.
- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_7 πάνω στον F_4 (F_7 on F_4), προκύπτει ότι *οι μαθητές που αγαπούσαν τα Μαθ/κά κατά τη διάρκεια των σπουδών τους στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση, μελετούν τα Μαθ/κά με κατανόηση, (όπως περιγράψαμε προηγουμένως)*. Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 4 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων

F_4 και F_7. Επίσης φαίνεται ότι οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθ/κά, μελετούν με τρόπο που τους οδηγεί στην κατανόηση, οπότε, ενδεχομένως, μπορούν να λειτουργούν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο.

- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_9 πάνω στον F_7, (F_9 on F_7), προκύπτει ότι *οι μαθητές που μελετούν Μαθηματικά με τρόπο που να οδηγούνται στο πρώτο επίπεδο κατανόησης, ακολουθούν την τεχνική μελέτης που περιγράφει ο παράγοντας F_9 : Μελετούν πρώτα θεωρία, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί και μετά προσπαθούν να λύσουν τις ασκήσεις και τα προβλήματα*. Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 7 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στους παράγοντες F_7 και F_9. Φαίνεται, λοιπόν, ότι η τεχνική μελέτης «*πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί*», ενδεχομένως βοηθά τους μαθητές να λειτουργούν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.
- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_9 πάνω στον F_8 (F_9 on F_8), προκύπτει ότι: *οι μαθητές που μελετούν Μαθηματικά με τρόπο που να οδηγούνται στο δεύτερο επίπεδο κατανόησης - μελέτη με αναστοχασμό-, ακολουθούν την τεχνική μελέτης που περιγράφει ο παράγοντας F_9 : Μελετούν πρώτα θεωρία, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί και μετά προσπαθούν να λύσουν τις ασκήσεις και τα προβλήματα*. Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 8 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων F_8 και F_9, δηλ. οι μαθητές που διαβάζουν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί μπορούν να φθάσουν στο

δεύτερο επίπεδο κατανόησης των Μαθηματικών. Φαίνεται, λοιπόν, ότι η τεχνική μελέτης «*πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί*», ενδεχομένως βοηθά τους μαθητές να λειτουργούν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.

- Από την παλινδρόμηση του παράγοντα F_8 πάνω στον F_7 (F_8 on F_7), προκύπτει ότι, *για να φθάσουν οι μαθητές στο δεύτερο επίπεδο κατανόησης, δηλαδή στον αναστοχασμό πάνω σ΄αυτά που μελετούν και επιλύουν, πρέπει οπωσδήποτε να περάσουν από το πρώτο επίπεδο κατανόησης που αφορά στην κατανόηση των ορισμών και στη βήμα προς βήμα κατανόηση των αποδείξεων.* Το συμπέρασμα αυτό δείχνει ότι υπάρχουν δύο διαδοχικά επίπεδα κατανόησης, τα οποία καλείται να κατακτήσει ο μαθητής. Αν όμως δεν κατακτήσει το πρώτο, τότε δεν μπορεί να φθάσει και να κατακτήσει το δεύτερο. Τα δύο αυτά επίπεδα κατανόησης, προσιδιάζουν στο ένα από τα τρία *είδη γνώσης* που δέχεται ο φιλόσοφος Locke, το οποίο ονομάζει *αποδεικτική γνώση (demonstrative knowledge)*, (Sierpinska,1990, p.29). Το συμπέρασμα αυτό συναρτάται άμεσα και ισχυροποιεί το αντίστοιχο συμπέρασμα 7 της ενότητας 4.2, σύμφωνα με το οποίο υπάρχει στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων F_7 και F_8. Ακόμη φαίνεται ότι για να μπορέσει ο μαθητής να λειτουργήσει στον τυπικό κόσμο των Μαθηματικών, πρέπει οπωσδήποτε να μπορεί να λειτουργεί στο διαδικασιοεννοιολογικό κόσμο. Ακόμη ότι οι μαθητές μπορεί να λειτουργούν παράλληλα και στους δύο αυτούς κόσμους.

4.4. Συσχέτιση μεταξύ χρόνου προετοιμασίας για τα Μαθ/κά, επίδοσης, απόδοσης, αυτοεκτίμησης, ετεροεκτίμησης, φόβου για τα Μαθ/κά και πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος

Στον παρακάτω πίνακα (4.4.1) περιγράφονται συνοπτικά τα αποτελέσματα των ελέγχων συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών που μετρούν τον χρόνο προετοιμασίας των μαθητών για τα Μαθηματικά, είτε μελετούν μόνοι τους (*e65)*, είτε κάνουν φροντιστήριο (*e66)* και των μεταβλητών που μετρούν την επίδοση, απόδοση, αυτοεκτίμηση, ετεροεκτίμηση, φόβο και πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος. Ο πίνακας αυτός βασίζεται στη στατιστική ανάλυση του 4^{ου} παραρτήματος.

Πίνακας 4.4.1

Συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών e65, e66, e67.1, e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e71, e72, e73, e74, e75, e76, mathtest.

e	65	66	67.1	67.2	68.1	68.2	69	70	71	72	73	74	75	76	mathtest
65	1	-	0	+	+	+	-	-	+	+	+	0	-	+	+
66	-	1	-	-	0	-	0	0	0	-	0	-	0	0	0
67.1	0	0	1	+	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	+
67.2	0	-	+	1	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	+
68.1	+	0	+	+	1	+	-	-	+	+	+	+	-	+	+
68.2	+	-	+	+	+	1	-	-	+	+	+	+	-	+	+
69	-	0	-	-	-	-	1	+	0	+	-	-	+	-	-
70	-	0	-	-	-	-	+	1	+	+	-	-	+	-	-
71	+	-	+	+	+	+	0	+	1	+	+	+	0	+	+
72	+	-	+	+	+	+	+	+	+	1	+	+	0	+	+
73	+	0	+	+	+	+	-	-	+	+	1	+	-	+	+
74	0	-	+	+	+	+	-	-	+	+	+	1	+	+	+
75	-	0	-	-	-	-	+	+	0	0	-	+	1	-	-
76	+	0	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	-	1	+
mathtest	+	0	+	+	+	+	-	-	+	+	+	+	-	+	1

Ειδικότερα έχουμε τα εξής:

1. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *θετική συσχέτιση μεταξύ της e65 (Χρόνος που διαθέτει ο μαθητής για να μελετά μόνος του Μαθηματικά) και των e67.2* (r= +0.190, df=379, p<0.001), *e68.1* (r= +0.209, df=493, p<0.001), *e68.2* (r= +0.196, df=385, p<0.001), *e69* (r= -0.153, df=1627, p<0.001), *e70* (r= -0.139, df=1627, p<0.001), *e71* (r= +0.081, df=1627, p<0.001), *e72* (r= +0.095, df=1627, p<0.001), *e73* (r= +0.127, df=1400, p<0.001), *e76* (r= -0.262, df=1643, p<0.001) *και mathtest* (r= +0.165, df=1627, p<0.001). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που διαθέτουν αρκετό χρόνο μελετώντας μόνοι τους Μαθ/κά, (χωρίς εξωτερική βοήθεια):

- Έχουν υψηλή βαθμολογία στα Μαθ/κά κατεύθυνσης, καθώς και υψηλή γραπτή βαθμολογία στις εξετάσεις, τόσο στα Μαθηματικά γενικής παιδείας, όσο και σ΄ αυτά της κατεύθυνσης.
- Έχουν μεγάλη αυοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση στα Μαθ/κά.
- Έχουν ίδια επίδοση στην Άλγεβρα και στη Γεωμετρία.
- Αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (για τους μαθητές της Γ΄ Λυκείου), σε σχέση με την Άλγεβρα.
- Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.
- Έχουν μεγάλη επίδοση στο μάθημα της Φυσικής.
- Το ενδιαφέρον τους για τα Μαθηματικά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου.
- Έχουν μεγάλη απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών του Γενικού Ερωτηματολογίου.

Από τα παραπάνω φαίνεται η σημασία της αυτενέργειας των μαθητών, όπως αυτή εκφράζεται από το χρόνο που διαθέτουν για να μελετούν μόνοι τους, για την υψηλή

επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά, καθώς και στη Φυσική, τη μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά, την αγάπη για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση και το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά.

2. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ των e65 και e75* (r= -0.051, df=1627, p=0.041). Συγκεκριμένα φαίνεται να ισχύει το εξής:

Οι μαθητές που διαθέτουν αρκετό χρόνο μελετώντας μόνοι τους Μαθ/κά, (χωρίς εξωτερική βοήθεια) δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.

3. Υπάρχει στατιστικά σημαντική *αρνητική συσχέτιση μεταξύ της e66* (σύμφωνα με την κωδικοποίηση που έγινε, μεγάλη τιμή του e66, σημαίνει ότι ο μαθητής δεν κάνει φροντιστήριο) *και των e67.2* (r= -0.127, df=374, p=0.014), *e68.2* (r= -0.152, df=378, p=0.003), *e72* (r= -0.067, df=1602, p=0.007 *), e74* (r= -0.055, df=1606, p=0.039). Συγκεκριμένα φαίνεται ότι ισχύουν τα εξής:

Οι μαθητές που παρακολουθούν φροντιστήριο ή ιδιαίτερα μαθήματα στα Μαθηματικά:

- Έχουν υψηλή βαθμολογία στα Μαθ/κά κατεύθυνσης.
- Αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση.
- Έχουν υψηλή επίδοση στα Νέα Ελληνικά.

Φαίνεται, λοιπόν, ότι υπάρχει σημαντική σύνδεση ανάμεσα στο φροντιστήριο και στην καλή επίδοση στα Μαθ/κά κατά τις εξετάσεις. Συγκρίνοντας τα συμπεράσματα στο 1 και στο 3, παρατηρούμε ότι υπάρχουν κάποιες διαφορές ανάμεσα στους μαθητές που διαθέτουν αρκετό χρόνο για να μελετούν μόνοι τους Μαθ/κά και σ'αυτούς που μελετούν με τη βοήθεια φροντιστηρίου, (χωρίς να σημαίνει ότι και αυτοί δεν διαθέτουν κάποιο χρόνο για κατ' ιδίαν μελέτη, που όμως δεν είναι μεγάλος). Οι πρώτοι μαθητές έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά, το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά παρέμεινε αμετάβλητο στις τάξεις του Λυκείου (ή του

Γυμνασίου), έχουν ίδια επίδοση τόσο στην Άλγεβρα όσο και στη Γεωμετρία, υψηλή επίδοση και στα Μαθ/κά γενικής παιδείας, καθώς και στη Φυσική. Οι μαθητές που παρακολουθούν κυρίως φροντιστήριο δεν χαρακτηρίζονται από τα παραπάνω. Επιβεβαιώνεται, λοιπόν, ότι ο ρόλος του φροντιστηρίου είναι κυρίως επικουρικός για τις ανάγκες των κάθε μορφής εξετάσεων.

4.5. *Διαφορές των μαθητών ως προς τον τύπο (είδος) σχολείου*

Η στατιστική ανάλυση για τον έλεγχο της ύπαρξης ή μη διαφορών των μαθητών του Λυκείου για τους παράγοντες που ανιχνεύσαμε ως προς το είδος σχολείου (Δημόσιο Γενικό, Ιδιωτικό Γενικό, Τεχνικό), οδήγησε στα παρακάτω αποτελέσματα (παράρτημα 5°) :

Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές για τους τρεις παράγοντες πεποιθήσεων F_1(Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθηματικά), F_2 (Χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθηματικών ως επιστήμης), F_3 (Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών), για τον έναν παράγοντα στάσεων F_4 (Αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά), για τους δύο παράγοντες τρόπου μελέτης, τον F_7 (Πρώτο επίπεδο μελέτης - Μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση) και τον F_8 (Δεύτερο επίπεδο μελέτης - Μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό), καθώς και τους δύο παράγοντες αντιλήψεων των μαθητών για τη διδασκαλία των καθηγητών τους, τους F_{10} (Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών), F_{11} (Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη), μεταξύ των μαθητών των τριών ειδών σχολείου, δηλαδή των Γενικών Δημοσίων Λυκείων (με κωδικό 1), των Γενικών Ιδιωτικών Λυκείων (με κωδικό 2) και των Τεχνικών Λυκείων (με κωδικό 3). *Δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές για τους δύο παράγοντες*

στάσεων F_5 (Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής μελετά τις αποδείξεις των θεωρημάτων) , F_6 (Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα) και για έναν παράγοντα του τρόπου μελέτης, τον F_9 (Τεχνική μελέτης των Μαθηματικών), (Pillai's Tr. Val.=0.096, F=5.282, sig. =0.000).

Οι διαφορές που είναι στατιστικά σημαντικές για τους παράγοντες που αναφέραμε, όπως προέκυψε από τους *μεταελέγχους (post-hoc tests)*, αναλυτικά, έχουν ως εξής:

- *Ως προς τον παράγοντα F_1, διαφέρουν οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων (ΓΕΛ) και Τεχνικών Λυκείων (ΤΕΛ),* καθώς *των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ.* Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα *F_1,* (Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθ/κά) των Γενικών δημοσίων Λυκείων (X_{f11}=4.006), είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη (Κριτήριο Tukey HSD, Sig.=0.000) από εκείνη των ΤΕΛ. (X_{f13}=4.976), καθώς και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (X_{f12}=4.096) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη (Κριτήριο Tukey HSD, Sig.=0.000) από εκείνη των ΤΕΛ. (Το σύμβολο X_{fij} εκφράζει την μέση τιμή του παράγοντα Fi για τον τύπο σχολείου j, όπου j=1,2,3). Από αυτό προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι μαθητές των Γενικών δημοσίων και των ιδιωτικών Λυκείων θεωρούν ότι αντιμετωπίζουν μικρότερες δυσκολίες στα Μαθηματικά από εκείνες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές των ΤΕΛ. Το συμπέρασμα αυτό είναι συμβατό προς την επικρατούσα άποψη ότι το επίπεδο στα Μαθηματικά των μαθητών των ΤΕΛ είναι χαμηλότερο από εκείνο των μαθητών των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ. Δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά για το παράγοντα *F_1*, μεταξύ των μαθητών των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ (Κριτήριο Tukey HSD, Sig.=0.722). Δηλαδή ο βαθμός δυσκολίας που

θεωρούν ότι αντιμετωπίζουν οι μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ, δεν διαφέρει στατιστικά σημαντικά από τον βαθμό δυσκολίας που θεωρούν ότι αντιμετωπίζουν οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ, σε σχέση με τα Μαθηματικά.

- Ως προς τον παράγοντα F_2, (*χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων και των Μαθηματικών ως επιστήμης*) διαφέρουν οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων, καθώς των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_2 των Γενικών δημοσίων Λυκείων (X_{f21}=6.608) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη (Κριτήριο Tukey HSD, Sig.=0.011) από εκείνη των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (X_{f22}=7.061), καθώς και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη (Κριτήριο Tukey HSD, Sig.=0.011) από εκείνη των ΤΕΛ (X_{f23}=6.678). Δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς τον παράγοντα F_2 μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ και των ΤΕΛ (Κριτήριο Tukey HSD, Sig.= 0.535). Δηλαδή η πεποίθηση των μαθητών των ιδιωτικών Γενικών για τη χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων και των Μαθηματικών ως επιστήμης, είναι ισχυρότερη από εκείνη των μαθητών των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ, ενώ για τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ και των ΤΕΛ είναι ίδια. Αυτό ίσως να δείχνει ότι οι μαθητές των ιδιωτικών Λυκείων (που κατά κανόνα προέρχονται από υψηλότερα κοινωνικοοικονομικά στρώματα), έχουν μεγαλύτερες προσδοκίες από το ρόλο που θα παίξουν τα Μαθ/κά στις σπουδές τους και την επαγγελματική τους εξέλιξη. Ως εκ τούτου πιστεύουν περισσότερο στη χρησιμότητά τους.

- *Ως προς τον παράγοντα F_3, (Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών)* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ, καθώς των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_3 των Γενικών δημοσίων Λυκείων (X_{f31}=5.803) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από εκείνη των ΤΕΛ (X_{f33}=6.196, Tukey HSD, Sig.=0.003), καθώς και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (X_{f32}=5.585) μικρότερη από εκείνη των ΤΕΛ (Tukey HSD, Sig.=0.005). Δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς τον παράγοντα αυτόν οι μαθητές των δημοσίων Γενικών και ιδιωτικών Λυκείων (Sig.=0.472). Από αυτό προκύπτει ότι οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων έχουν διαφορετική άποψη για το τί σημαίνει ότι «καταλαβαίνει και μαθαίνει κανείς Μαθηματικά» από τους μαθητές των ΤΕΛ. Συγκεκριμένα οι μαθητές αυτοί έχουν ασθενέστερη διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά από τους μαθητές των ΤΕΛ. Οι μαθητές των ΤΕΛ στέκονται κυρίως στα εξωτερικά χαρακτηριστικά των Μαθηματικών και δεν προχωρούν στην ουσία τους. Θα μπορούσε να πει κανείς ότι οι μαθητές των ΤΕΛ είναι πιο «διαδικαστικοί» από τους μαθητές των άλλων τύπων σχολείου. Ίσως αυτό να αντικατοπτρίζει το περιεχόμενο των σπουδών των μαθητών αυτών που είναι προσανατολισμένο στις εφαρμογές.
- *Ως προς τον παράγοντα F_4, (Αγάπη του μαθητή για τα Μαθ/κά)* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά *οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και ΤΕΛ*, καθώς των *ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ*. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_4 των Γενικών δημοσίων Λυκείων (X_{f41}=5.929) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από εκείνη των ΤΕΛ, (X_{f43}=5.162,

Sig.=0.000), καθώς και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (X_{f42}=6.023), μεγαλύτερη από εκείνη των ΤΕΛ (Sig.=0.000). Δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς τον παράγοντα αυτόν, οι μαθητές των Γενικών δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων (Sig.=0.618). Από αυτό προκύπτει ότι οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων θεωρούν ότι αγαπούν περισσότερο τα Μαθηματικά από τους μαθητές των ΤΕΛ, ενώ δηλώνουν ότι αγαπούν το ίδιο τα Μαθηματικά οι μαθητές των ΓΕΛ, δημοσίων και ιδιωτικών.

- *Ως προς τον παράγοντα F_7, (Πρώτο επίπεδο μελέτης - μελέτη των Μαθ/κών με κατανόηση)* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά *οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και ΤΕΛ,* καθώς των *ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ*. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_7 των δημοσίων Γενικών Λυκείων (X_{f71}=7.258) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από εκείνη των ΤΕΛ (X_{f73}=6.854, Sig.=0.000), καθώς και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (X_{f72}=7.166) μεγαλύτερη από εκείνη των ΤΕΛ (Sig.=0.007). Δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, ως προς τον παράγοντα αυτόν οι μαθητές των ΓΕΛ, δημοσίων και ιδιωτικών (Sig.=0.596). Από αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων θεωρούν ότι μελετούν τα Μαθηματικά με τρόπο που τους οδηγεί στη βαθύτερη δυνατή κατανόηση σε βαθμό μεγαλύτερο απ' ότι οι μαθητές των ΤΕΛ. Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ, θεωρούν ότι μελετούν με κατανόηση στον ίδιο βαθμό.
- *Ως προς τον παράγοντα F_8 (Δεύτερο επίπεδο μελέτης - Μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό),* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά *οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και ΤΕΛ,* καθώς των *ιδιωτικών*

Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_8 των ΤΕΛ (X_{f83}=5.355), είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη των ΓΕΛ, δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων (X_{f81}=5.046, Sig.=0.036, X_{f82}=4.796, Sig.=0.017). Δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, ως προς τον παράγοντα αυτόν οι μαθητές των ΓΕΛ, δημοσίων και ιδιωτικών (Sig.=0.382). Από αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων θεωρούν ότι μελετούν τα Μαθηματικά με τρόπο που τους οδηγεί στον αναστοχασμό σε βαθμό μικρότερο απ' ότι οι μαθητές των ΤΕΛ. Θα περιμέναμε να συμβαίνει το αντίστροφο, δεδομένου του υψηλότερου επιπέδου των μαθητών των ΓΕΛ. Βέβαια το γεγονός ότι οι τιμές του παράγοντα αυτού δεν είναι μεγάλες και ότι η τιμή του X_{f82} ανήκει στο διάστημα (4, 5] (ουδέτερη κατάσταση), ενώ οι τιμές των X_{f81} , X_{f83} ανήκουν στο διάστημα (5, 7] (ισχύει σε μικρό βαθμό), μετριάζει την «αντιφατικότητα» του συμπεράσματος. Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ, θεωρούν ότι μελετούν με αναστοχασμό στον ίδιο βαθμό.

- *Ως προς τον παράγοντα F_{10}, (Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών)*, διαφέρουν στατιστικά σημαντικά *οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και ΤΕΛ*. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_{10} των Γενικών δημοσίων Λυκείων ($X_{f10.1}$=5.319) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από εκείνη των ΤΕΛ ($X_{f10.3}$=6.028, Sig.=0.000). Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, ως προς τον παράγοντα αυτόν, ανάμεσα στους μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ (Sig.=0.195), καθώς και ανάμεσα στους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ ($X_{f10.2}$ = 5.564) και των ΤΕΛ (Sig.=0.146). Από αυτό προκύπτει ότι οι μαθητές

των ΤΕΛ πιστεύουν ότι οι καθηγητές τους κάνουν το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών περισσότερο από τους μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων.

- *Ως προς τον παράγοντα F_{11}, (Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη)* διαφέρουν στατιστικά σημαντικά *οι μαθητές των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των ΤΕΛ*. Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_{11} των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων ($X_{f11.2}$=5.615) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από εκείνη των ΤΕΛ ($X_{f11.3}$=4.852, Sig.=0.06). Δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς τον παράγοντα αυτόν μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ ($X_{f11.1}$ =5.181) και των ιδιωτικών ΓΕΛ (Sig.=0.082), καθώς και μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ και των ΤΕΛ (Sig.=0.119). Από αυτό προκύπτει ότι, οι μαθητές των ιδιωτικών Γενικών και των δημοσίων Γενικών Λυκείων πιστεύουν το ίδιο ότι ο βαθμός δυσκολίας των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής τους στην τάξη είναι λίγο μεγαλύτερος από το μέσο όρο, ενώ οι μαθητές των ΤΕΛ πιστεύουν ότι είναι πολύ κοντά στο μέσο όρο.

Έγινε στατιστική ανάλυση για τον έλεγχο της ύπαρξης ή μη διαφορών για τους μαθητές των *δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων* για *κάθε μία τάξη ξεχωριστά*, ως προς τις μεταβλητές που εκφράζουν *την επίδοση, την απόδοση στα Μαθηματικά, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, το φόβο για τα Μαθ/κά, την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών ως προαιρετικού, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου*. Ελέγθηκε αν υπάρχουν διαφορές ως προς τον τύπο σχολείου, την τάξη, την εκπαιδευτική περιφέρεια, το φύλο. Ο λόγος που έγιναν οι έλεγχοι ξεχωριστά ανά τάξη, είναι τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μαθητών των τάξεων που διαμορφώνονται, λόγω του προσανατολισμού των

μαθητών για σπουδές, που αποσαφηνίζεται εξελικτικά από τάξη σε τάξη, καθώς και των επερχόμενων πανελληνίων εξετάσεων, στο τέλος του Λυκείου. Παρόμοιοι έλεγχοι έγιναν και για τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων χωριστά, λόγω των ιδιαιτεροτήτων των Λυκείων αυτών έναντι των Γενικών.

Ειδικότερα για τους μαθητές της *Α΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων* (παράρτημα $10^{ο}$), προέκυψε ότι για**:**

- την *επίδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e67.1),*
- *την αυτοεκτίμηση (δηλ.την γνώμη που έχουν οι ίδιοι οι μαθητές για τον εαυτό τους σχετικά με τις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e69),*
- *την ετεροεκτίμηση (δηλ. την γνώμη που πιστεύουν ότι έχουν οι άλλοι όσον αφορά στις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e70),*
- *το φόβο για τα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e75),*
- *την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών από τους μαθητές, εάν αυτό ήταν προαιρετικό (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e76),*
- *το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά κατά την διάρκεια των σπουδών στο Λύκειο (ή στο Γυμνάσιο), (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e77) και*
- *την απόδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή mathtest, που η τιμή της είναι ο βαθμός των μαθητών στο τεστ των Μαθηματικών, που περιλαμβάνεται στο Γενικό Ερωτηματολόγιο),*

δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές για τις παραπάνω μεταβλητές, μεταξύ των μαθητών των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (Pillai's Trace Value=0.026, F=1.573, Sig.=0.141).

Για τους μαθητές *της Β΄ τάξης των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων* δεν προέκυψαν διαφορές για τις παραπάνω μεταβλητές ως προς *το είδος σχολείου* (παράρτημα 11°), (*Pillai's Trace Value=0.017, F=1.028, Sig.=0.411).*

Η στατιστική ανάλυση για τον έλεγχο της ύπαρξης ή μη διαφορών *των μαθητών της Γ΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων για τις μεταβλητές που αναφέραμε παραπάνω, καθώς και τις e67.2 (βαθμολογία στα Μαθ/κά κατεύθυνσης την προηγούμενη χρονιά), e68.1 (βαθμός εξετάσεων στα Μαθηματικά γενικής παιδείας), e68.2 (βαθμός εξετάσεων στα Μαθηματικά κατεύθυνσης)* ως προς το είδος σχολείου (Δημόσιο Γενικό, Ιδιωτικό Γενικό), οδήγησε στα παρακάτω αποτελέσματα (παράρτημα 12°) :

Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά *(Pillai's Trace Value-P.T.V. - =0.175, F=7.723, Sig.=0.000) μεταξύ των μαθητών της Γ΄ τάξης των ιδιωτικών και δημοσίων Γενικών Λυκείων για τις μεταβλητές :*

- *e67.1 (γενική βαθμολογία στα Μαθ/κά την προηγούμενη χρονιά).* Ειδικότερα εκτιμάται (*F=27.772 Sig.=0.000),* ότι η μέση βαθμολογία των μαθητών των ιδιωτικών σχολείων είναι μικρότερη εκείνης των δημοσίων (12.795<15.900).
- *e68.1 (βαθμός εξετάσεων στα Μαθηματικά γενικής παιδείας την προηγούμενη χρονιά).* Ειδικότερα εκτιμάται *(F=6.103 Sig.=0.014),* ότι ο μέσος βαθμός εξετάσεων *στα Μαθηματικά γενικής παιδείας* των μαθητών των ιδιωτικών σχολείων είναι μικρότερος εκείνου των δημοσίων (12.119 < 13.976) .
- *mathtest (βαθμός στο τεστ των Μαθ/κών).* Ειδικότερα εκτιμάται *(F=8.457 Sig.=0.004)* ότι οι μαθητές των *ιδιωτικών Λυκείων* με μέση απόδοση στο mathtest 3.753, *υπερέχουν των δημοσίων* με μέση απόδοση 2.321.

Έγινε και στατιστική ανάλυση για *το σύνολο των μαθητών της έρευνάς μας* όσον αφορά στην ύπαρξη ή μη διαφορών για *το φόβο* τους απέναντι στα Μαθ/κά. Προέκυψε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές *(F=3.057, df =2, Sig.=0.047)* μεταξύ των μαθητών ως προς το είδος σχολείου (παράρτημα 16°). Συγκεκριμένα:

- Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των *μαθητών των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των Τεχνικών Λυκείων. Συγκεκριμένα οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων φοβούνται τα Μαθηματικά περισσότερο από τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων* (Tukey HSD, Sig.=0.047).
- Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των *μαθητών των Δημοσίων και Ιδιωτικών Γενικών Λυκείων. Δηλαδή οι μαθητές τόσο των δημοσίων όσο και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων φοβούνται το ίδιο τα Μαθηματικά.* (Sig.=0.929)

Οι μέσοι όροι του φόβου για τα Μαθ/κά για τα τρία είδη σχολείων έχουν ως εξής (παράρτημα 17°):

- Δημόσια Γενικά Λύκεια: Μ (μέσος όρος)=0.53, (αριθμός μαθητών N=1202),
- Ιδιωτικά Γενικά Λύκεια: Μ=0.55, (αριθμός μαθητών N=135),
- Δημόσια Τεχνικά Λύκεια. : Μ=0.46, (αριθμός μαθητών N=307).

Επειδή η μέγιστη τιμή του φόβου είναι 1 οι τιμές των μέσων όρων δείχνουν γενικά ότι υπάρχει φόβος για τα Μαθ/κά των μαθητών όλων των τύπων σχολείου.

4.6. Διαφορές των μαθητών ως προς την τάξη

Η στατιστική ανάλυση που έγινε για τον έλεγχο ύπαρξης ή μη διαφορών μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων ως προς τους παράγοντες $F_{1, \ldots}$ F_{11} (παράρτημα 6°), οδήγησε στο συμπέρασμα ότι *υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών πρώτης και τρίτης τάξης ως προς τον παράγοντα* F_{11}, που αφορά στην αντίληψη των μαθητών για τη δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη (F=3.047, sig.=0.048).

Ειδικότερα η μέση τιμή για τον παράγοντα F_{11} των μαθητών της πρώτης τάξης ($X_{f11.1}$=4.997, όπου με X_{fij} συμβολίζεται η μέση τιμή του παράγοντα F_i για την τάξη j, με j= 1-για τη πρώτη τάξη-, 2- για τη δευτέρα τάξη, 3-για την τρίτη τάξη), είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από εκείνη των μαθητών της τρίτης τάξης ($X_{f11.3}$=5.378 , Tukey HSD Sig.=0.016). Δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς τον παράγοντα αυτόν, μεταξύ των μαθητών πρώτης και δευτέρας τάξης ($X_{f11.2}$=5.124, Sig.=0.149*)*, καθώς και μεταξύ των μαθητών δευτέρας και τρίτης τάξης (Sig.=0.651). Επειδή $X_{f11.1}$=4.997, $X_{f11.3}$=5.378 *(οι αντίστοιχοι μέσοι όροι του παράγοντα για τους μαθητές της πρώτης και της τρίτης τάξης), η αντίληψη των μαθητών της πρώτης τάξης για τις ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη από άποψη δυσκολίας είναι μάλλον ασθενής και ασθενέστερη από την αντίληψη των μαθητών της τρίτης.* Ίσως αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι για τους μαθητές της τρίτης τάξης γίνεται προετοιμασία για την εισαγωγή τους στα ΑΕΙ και ΤΕΙ.

Για όλους τους υπόλοιπους παράγοντες δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Η στατιστική ανάλυση που έγινε για *τους μαθητές μόνο των Τεχνικών* Λυκείων για την ύπαρξη ή μη διαφορών για τους *παραπάνω παράγοντες* (παράρτημα

14°) *δεν έδειξε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων* (Pillai's Trace Value=0.074, F=0.578, Sig.=0.937). *Αντίθετα*, η στατιστική ανάλυση που έγινε για τους μαθητές μόνο των Τεχνικών Λυκείων για την ύπαρξη ή μη διαφορών για τις μεταβλητές που εκφράζουν την *επίδοση, απόδοση, αυτοεκτίμηση, ετεροεκτίμηση, φόβο, ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά και πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος* (παράρτημα 13°) έδειξε την *ύπαρξη* στατιστικά σημαντικών διαφορών μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων των ΤΕΛ (Pillai's Trace=0.089, Sig.=0.025). Ειδικότερα ισχύουν τα εξής:

- *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων ως προς την επίδοση στα Μαθηματικά* (F=3.403, Sig.=0.035). Οι μαθητές της *πρώτης τάξης* (με εκτιμώμενη μέση επίδοση στα Μαθηματικά 8.535) υστερούν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της *δευτέρας τάξης* (με εκτιμώμενη μέση επίδοση 10.375), (Sig.=0.044) και έναντι των μαθητών της *τρίτης τάξης* (με εκτιμώμενη μέση επίδοση 10.744), (Sig. =0.004). Αντίθετα δεν *σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της δεύτερης και τρίτης τάξης* (Sig.=0.830).
- *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της πρώτης και της δευτέρας τάξης ως προς το ενδιαφέρον τους για τα Μαθηματικά στις τάξεις του Λυκείου* (F=4.211 Sig.=0.016, Tukey HSD Sig.=0.025). Η εκτιμώμενη μέση τιμή της μεταβλητής αυτής είναι 0.283 για την πρώτη τάξη, 0.500 για τη δευτέρα τάξη και 0.436 για την τρίτη τάξη (F=4.211 Sig.=0.016). Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών πρώτης και τρίτης τάξης (Tukey HSD Sig.=0.095), καθώς και μεταξύ των μαθητών δευτέρας και τρίτης τάξης (Tukey HSD, Sig.=0.806). Από αυτό προκύπτει ότι *για τους μαθητές της*

δευτέρας τάξης το ενδιαφέρον ήταν πιο σταθερό από τάξη σε τάξη σε σχέση με τους μαθητές της πρώτης τάξης.

- Για τις υπόλοιπες προαναφερθείσες ανεξάρτητες μεταβλητές δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων των ΤΕΛ, [e69 (0.695), e70 (0.235), e75 (0.227), e76 (0.666), mathtest (0.490)].

4.7. Διαφορές των μαθητών ως προς την κατεύθυνση

Η στατιστική ανάλυση που έγινε για τον έλεγχο ύπαρξης ή μη διαφορών μεταξύ των μαθητών των τριών κατευθύνσεων ως προς τους παράγοντες $F_{1, \ldots}$ F_{11} (παράρτημα 7°), οδήγησε στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών κατευθύνσεων ως προς όλους τους παραπάνω παράγοντες, εκτός του $F_{11.}$ (Pillai's Trace Value=0.282, F=10.392, Sig.=0.000). Ειδικότερα οι μαθητές των τριών κατευθύνσεων διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς:

(α΄) Τους παράγοντες *πεποιθήσεων*. Συγκεκριμένα ως προς:

- *Τον παράγοντα F_1 (Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθηματικά),* (F=38.795, Sig.=0.000). Ειδικότερα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (κωδικός : 1, $X_{f1.1}$=4.750) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (κωδικός : 2 $X_{f1.2}$= 3.399) (Tukey HSD, Sig.=0.000), καθώς και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (κωδικός : 3 $X_{f1.3}$= 4.092), (Tukey HSD, Sig.=0.000). Επίσης διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Tukey HSD, Sig.=0.000). Ειδικότερα προκύπτει ότι οι

μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης με μέσο όρο 4.750 δυσκολεύονται περισσότερο στα Μαθ/κά από τους μαθητές της θετικής και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης, με εκτιμώμενους μέσους 3.399 και 4.091. Επίσης οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (3.399) δυσκολεύονται λιγότερο από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (4.091), με τα Μαθηματικά. Επειδή οι μέσοι όροι του παράγοντα είναι μικροί-κάτω από την τιμή 4.5- και για τις τρεις κατευθύνσεις, φαίνεται ότι οι μαθητές όλων των κατευθύνσεων πιστεύουν ότι δεν αντιμετωπίζουν αξιοσημείωτες δυσκολίες με τα Μαθηματικά.

- *Τον παράγοντα F_2 (Χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων και γενικά των Μαθ/κών),* (F=14.571, Sig.=0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (με μέση τιμή του παράγοντα $X_{f2.1}$ = 6.049) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f2.2}$ = 6.887), (T. HSD, Sig. =0.000), καθώς και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f2.3}$ =6.391), (Sig.=0.000). Επίσης διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.002). Προκύπτει, λοιπόν, ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης πιστεύουν λιγότερο στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθ/κών ως επιστήμης από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνης και της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Αυτό είναι αναμενόμενο, λόγω του προασανατολισμού των μαθητών της θεωρητικής κατεύθυνσης προς σπουδές που δεν χρειάζονται τα Μαθηματικά. Οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης πιστεύουν περισσότερο στη

χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθ/κών ως επιστήμης από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης.Υπάρχει, λοιπόν, μια *αύξουσα διάταξη* της πίστης των μαθητών για τη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και γενικά των Μαθηματικών ως προς την κατεύθυνση: *θεωρητική, τεχνολογική, θετική.* Αυτό αντικατοπτρίζει, ίσως τις προσδοκίες των μαθητών για το ρόλο των Μαθηματικών στις σπουδές τους και την επαγγελματική τους αποκαταστάσταση.

- *Τον παράγοντα F_3* (*Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών)*, (F=3.362, Sig.=0.035). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f3.1}$ = 5.946) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f3.3}$ = 5.666), (T. HSD, Sig. = 0.05), αλλά δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f3.2}$ = 5.656), (Sig. =0.066). Επίσης δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.996). Αν και η υπάρχουσα στατιστικά σημαντική διαφορά είναι οριακή φαίνεται ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης έχουν σε μεγαλύτερο βαθμό την αντίληψη ότι τα Μαθηματικά είναι εφαρμογή τύπων και διαδικασιών από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Βέβαια είναι αξιοσημείωτο ότι οι τιμές του παράγοντα δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες και για τις τρεις κατευθύνσεις, αφού βρίσκονται στο διάστημα [5, 7).

(β΄) Τους παράγοντες *στάσεων.* Συγκεκριμένα ως προς:

- *Τον παράγοντα F_4* (*Αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά)*, (F=82.139, Sig.=0.000). Οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f4.1}$ = 4.648) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής

κατεύθυνσης ($X_{f4.2}$ = 7.089), (T.HSD, Sig.= 0.000) και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f4.3}$ = 5.817), (Sig.=0.000). Επίσης υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.000). Από αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (4.648), αγαπούν στατιστικά σημαντικά λιγότερο τα Μαθ/κά από τους μαθητές της θετικής (7.089) και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (5.817). Οι μαθητές της θετικής αγαπούν στατιστικά σημαντικά περισσότερο τα Μαθηματικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Σημειωτέον ότι η μέση τιμή της αγάπης των μαθητών της θεωρητικής κατεύθυνσης για τα Μαθηματικά ανήκει στο διάστημα (4, 5], (βρίσκεται στο μέσον περίπου της κλίμακας που χρησιμοποιήσαμε) και είναι ουδέτερη, των μαθητών της τεχνολογικής κατεύθυνσης ανήκει στο διάστημα (5, 7] (βρίσκεται λίγο πιο πάνω από το μέσον), είναι δηλαδή μικρή, ενώ της θετικής κατεύθυνσης ανήκει στο διάστημα (7, 8], είναι δηλαδή μεγάλη. Φαίνεται, λοιπόν, ότι η αγάπη των μαθητών για τα Μαθ/κά, ακολουθεί μια *αύξουσα διάταξη*, κατά σειρά, για τους μαθητές *της θεωρητικής, της τεχνολογικής και της θετικής* κατεύθυνσης. Αυτό αποτελεί μια ακόμη επιβεβαίωση της ισχυρά θετικής στάσης των μαθητών της θετικής κατεύθυνσης απέναντι στα Μαθηματικά, σε σχέση με τους μαθητές της θεωρητικής και της τεχνολογικής κατεύθυνσης.

- *Τον παράγοντα F_5* (*Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής μελετά την απόδειξη ενός θεωρήματος)*, (F=12.596, Sig.=0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f5.1}$ = 5.505), διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης

($X_{f5.2}$ = 4.806), (T.HSD, Sig.= 0.000) και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f5.3}$ = 5.008), (Sig.=0.001). Αντίθετα δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.275). Από αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (5.505) μελετούν τις αποδείξεις παρακινούμενοι από εξωτερικά κίνητρα (τις εξετάζει ο καθηγητής, επιτυχία στις γραπτές εξετάσεις) σε μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (4.806) και τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (5.008). Ενώ οι μαθητές της τεχνολογικής μελετούν τις αποδείξεις παρακινούμενοι από εξωτερικά κίνητρα (τις εξετάζει ο καθηγητής, επιτυχία στις γραπτές εξετάσεις) στον ίδιο βαθμό με τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης.

- *Τον παράγοντα F_6* (*Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση, ή ένα πρόβλημα)*, (F=16.914, Sig.=0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f6.1}$ = 4.125) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f6.2}$ = 4.867) (T.HSD, Sig.= 0.000) και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f6.3}$ = 4.484), (Sig.=0.007). Ακόμη υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.003). Από αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (4.125), προσπαθούν λιγότερο από τους μαθητές της θετικής (4.867) και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (4.484). Ομοίως οι μαθητές της τεχνολογικής προσπαθούν λιγότερο από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης. Γενικά όμως οι μέσες τιμές της προσπάθειας που καταβάλλουν οι μαθητές όλων των κατευθύνσεων

βρίσκεται περίπου στο μέσον της κλίμακας. Δηλαδή φαίνεται οι μαθητές να μην αφιερώνουν πολύ χρόνο, ούτε να προσπαθούν πολύ για να λύσουν ασκήσεις και προβλήματα.

(γ΄) Τους παράγοντες του *τρόπου μελέτης.* Συγκεκριμένα ως προς:

- *Τον παράγοντα F_7* (*Πρώτο επίπεδο μελέτης-μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση),* (F=8.129, Sig.=0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f7.1}$ = 7.248) δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f7.2}$ = 7.523), (T.HSD, Sig.= 0.100) και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f7.3}$ = 7.031), (Sig.=0.187). Όμως υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (7.523), δηλώνουν ότι μελετούν τα Μαθηματικά με κατανόηση σε μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (7.031). Ενώ οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης, δηλώνουν ότι μελετούν τα Μαθ/κά με κατανόηση στον ίδιο βαθμό με τους μαθητές της θετικής και της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι μέσες τιμές του παράγοντα και για τις τρεις κατευθύνσεις, ανήκουν στο διάστημα (7, 8], δηλαδή είναι μεγάλες, γεγονός που σημαίνει ότι οι μαθητές δηλώνουν ότι μελετούν Μαθηματικά με κατανόηση σε μεγάλο βαθμό.
- *Τον παράγοντα F_8 (Δεύτερο επίπεδο μελέτης – Μελέτη με αναστοχασμό),* (F=18.421, Sig. =0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f8.1}$ = 4.472) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f8.2}$ = 5.325), (T.HSD Sig.= 0.000)

και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f8.3}$ = 5.063) (Sig.=0.000). Όμως δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.117). Απ'αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f8.1}$ =4.472), αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν σε μικρότερο βαθμό από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f8.2}$ = 5.325) και της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f8.3}$ = 5.063). Αξιοσημείωτο είναι ότι η μέση τιμή του παράγοντα για τη θεωρητική κατεύθυνση ανήκει στο διάστημα (4,5] και εκφράζει μια ουδέτερη κατάσταση. Οι μέσες τιμές του παράγοντα για τη θετική και την τεχνολογική κατεύθυνση ανήκουν στο διάστημα (5, 7], δηλαδή είναι μικρές. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές όλων των κατευθύνσεων δεν εμβαθύνουν πολύ συνήθως σ' αυτά που μελετούν, σε ένα δεύτερο στάδιο μελέτης.

- *Τον παράγοντα F_9* (*Τεχνική μελέτης Μαθηματικών)*, (F=4.074, Sig.=0.017). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f9.1}$ = 5.963, ανήκει στο διάστημα (5, 7] και χαρακτηρίζεται ως μικρή τιμή) δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f9.2}$ = 6.190, ανήκει στο διάστημα (5, 7] και χαρακτηρίζεται ως μικρή τιμή), (T.HSD Sig.= 0.388) και από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f9.3}$ = 5.740, ανήκει στο διάστημα (5, 7] και χαρακτηρίζεται ως μικρή τιμή), (Sig.=0.349). Όμως υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.013). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (6.190), μελετούν πρώτα θεωρία και μετά λύνουν ασκήσεις σε μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές της

τεχνολογικής, (5.740). Γενικά φαίνεται ότι οι μαθητές εφαρμόζουν την τεχνική αυτή μελέτης σε μικρό βαθμό.

- *Τον παράγοντα F_{10} (Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών)*, (F=11.105, Sig.=0.000). Συγκεκριμένα οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης ($X_{f10.1}$ = 5.289 ανήκει στο διάστημα (5, 7] και χαρακτηρίζεται ως μικρή τιμή) δεν διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης ($X_{f10.2}$ = 5.551, ανήκει στο διάστημα (5, 7] και χαρακτηρίζεται ως μικρή τιμή), (T.HSD, Sig.= 0.206). Διαφέρουν όμως στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης ($X_{f10.3}$ = 4.901, ανήκει στο διάστημα (4, 5] και χαρακτηρίζεται ως ουδέτερη τιμή), (Sig.=0.018). Ακόμη υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.000). Από αυτά προκύπτει ότι οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (5.289) έχουν την πεποίθηση ότι ο καθηγητής τους κάνει ενεργά το μάθημα σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι πιστεύουν οι μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης, (4.901). Όμοια ισχύουν και για τους μαθητές της θετικής (5.551), σε σχέση με τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης.

Για τον παράγοντα F_{11} *(Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη), δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά* μεταξύ των μαθητών των τριών κατευθύνσεων (F=0.045, Sig. =0.956).

Στη συνέχεια καταγράφονται οι διαφορές που προέκυψαν από τη στατιστική ανάλυση και που αφορούν μόνο στους μαθητές *της τρίτης τάξης όλων των κατευθύνσεων* ως προς τις παρακάτω μεταβλητές (παράρτημα 12°) :

- *Την επίδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e67.1),*

- *Το βαθμό των εξετάσεων στα Μαθ/κά γενικής παιδείας (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e68.1),*
- *Την αυτοεκτίμηση (δηλ. τη γνώμη που έχουν οι ίδιοι οι μαθητές για τον εαυτό τους ως προς τις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e69),*
- *Την ετεροεκτίμηση (δηλ. τη γνώμη που πιστεύουν ότι έχουν οι άλλοι όσον αφορά στις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e70),*
- *Το φόβο για τα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e75),*
- *Την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών από τους μαθητές, εάν αυτό ήταν προαιρετικό (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e76),*
- *Το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά κατά τη διάρκεια των σπουδών στο Λύκειο, αν ήταν το ίδιο (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e77).*

Σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές για όλες τις παραπάνω μεταβλητές, εκτός από το φόβο για τα Μαθ/κά, μεταξύ των μαθητών των κατευθύνσεων (*Pillai's Trace=0.250, Sig. = 0.000).* Συγκεκριμένα οι διαφορές αυτές είναι για :

- *Την επίδοση στα Μαθ/κά την προηγούμενη χρονιά* (F=25.748, Sig.=0.000). Υπάρχει στατιστικά σημσντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της *θεωρητικής* και *θετικής* κατεύθυνσης (T.HSD, Sig.=0.000), καθώς και μεταξύ των μαθητών της *θετικής* και της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης (Sig.=0.000). Δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της *θεωρητικής* και της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης (Sig.=0.599). Οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης με εκτιμώμενη μέση επίδοση 13.988 υστερούν έναντι των μαθητών της

θετικής κατεύθυνσης με εκτιμώμενη μέση επίδοση 17.061. Οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης υπερέχουν έναντι των μαθητών της τεχνολογικής κατεύθυνσης με εκτιμώμενη μέση επίδοση 14.423.

- *Τη γραπτή επίδοση στα Μαθ/κά γενικής παιδείας της Β΄ τάξης του Λυκείου* (F=47.892, Sig. =0.000). Οι μαθητές της θεωρητικής (με εκτιμώμενη μέση επίδοση 9.908) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής (με εκτιμώμενη μέση επίδοση 15.878, T.HSD, Sig. =0.000) και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (με εκτιμώμενη μέση επίδοση 12.251, Sig.=0.000). Επίσης οι μαθητές της θετικής διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig. =0.000). Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές της *θεωρητικής* κατεύθυνσης *υστερούν* έναντι των μαθητών της *θετικής* και της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης, ως προς τη γραπτή βαθμολογία στα Μαθηματικά της Β΄ Λυκείου. Επίσης οι μαθητές της *θετικής υπερέχουν έναντι των μαθητών της τεχνολογικής* κατεύθυνσης.
- *Την αυτοεκτίμηση* (F=25.328, Sig.=0.000). Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θεωρητικής, θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης. Οι μαθητές της θεωρητικής (με εκτιμώμενη μέση τιμή αυτοεκτίμησης 2.849) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής (με εκτιμώμενη μέση τιμή 1.939, T.HSD, Sig. =0.000) και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (με εκτιμώμενη μέση τιμή 2.393, Sig.=0.000). Επίσης οι μαθητές της θετικής διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig. =0.000). Οι μαθητές της *θετικής* κατεύθυνσης διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης

(Sig. =0.000). Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (1.939) έχουν *μεγαλύτερη αυτοεκτίμηση* από τους μαθητές της *θεωρητικής* κατεύθυνσης (2.849) και από τους μαθητές της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης (2.393). Παρόμοια συμβαίνουν μεταξύ των μαθητών της *τεχνολογικής*, οι οποίοι *υπερέχουν* σε αυτοεκτίμηση έναντι των μαθητών της *θεωρητικής* κατεύθυνσης. (Σημειωτέον ότι μικρή αριθμητική τιμή για την αυτοεκτίμηση, ή την ετεροεκτίμηση, σημαίνει μεγάλη αυτοεκτίμηση, ή ετεροεκτίμηση αντιστοίχως). Διαπιστώνεται, λοιπόν, μια *αύξουσα διάταξη* ως προς την αυτοεκτίμηση των μαθητών της θεωρητικής, τεχνολογικής και θετικής κατεύθυνσης.

- *Την ετεροεκτίμηση* (F=16.586, Sig.=0.000). Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θεωρητικής, θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης. Οι μαθητές της θεωρητικής (με εκτιμώμενη μέση τιμή ετεροεκτίμησης 2.780) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής (με εκτιμώμενη μέση τιμή 2.000, T.HSD, Sig. =0.000) και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (με εκτιμώμενη μέση τιμή 2.450, Sig.=0.000). Επίσης οι μαθητές της θετικής διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig. =0.000). Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (2.000) έχουν *μεγαλύτερη ετεροεκτίμηση* από τους μαθητές της *θεωρητικής* κατεύθυνσης (2.780) και από τους μαθητές της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης (2.450). Παρόμοια συμβαίνουν και μεταξύ των μαθητών της *τεχνολογικής*, οι οποίοι *υπερέχουν* σε αυτοεκτίμηση έναντι των μαθητών της θεωρητικής κατεύθυνσης. Διαπιστώνεται, λοιπόν, *η ίδια*

αύξουσα διάταξη και ως προς την ετεροεκτίμηση των μαθητών της *θεωρητικής, τεχνολογικής και θετικής κατεύθυνσης*.

- *Την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών, ως προαιρετικού* (F=16.881, Sig.=0.000). Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θεωρητικής, θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης. Οι μαθητές της θεωρητικής (με εκτιμώμενη μέση τιμή πρόθεσης επιλογής των Μαθ/κών 0.344), διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της θετικής (με εκτιμώμενη μέση τιμή 0.727, T.HSD, Sig. =0.000) και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (με εκτιμώμενη μέση τιμή 0.539, Sig.=0.003). Επίσης οι μαθητές της θετικής διαφέρουν στατιστικά σημαντικά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig. =0.002). Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης (0.727) έχουν *μεγαλύτερη πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών* από τους μαθητές της *θεωρητικής* κατεύθυνσης (0.344) και από τους μαθητές της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης (0.539). Αντίστοιχα ισχύουν και για τους μαθητές της *τεχνολογικής*, οι οποίοι *υπερέχουν* στην *πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών* έναντι των μαθητών της θεωρητικής κατεύθυνσης. Διαπιστώνεται, λοιπόν, η ίδια *αύξουσα διάταξη* και ως προς την *πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών* των μαθητών της *θεωρητικής, τεχνολογικής και θετικής κατεύθυνσης.*
- *Το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά που είχαν οι μαθητές σε όλες τις τάξεις του Λυκείου* (F=4.695, Sig.=0.000). *Δεν υπάρχει* στατιστικά σημαντική διαφορά των μαθητών της θεωρητικής (μέση τιμή=0.312) έναντι των μαθητών της θετικής κατεύθυνσης (μέση τιμή=0.405), (Sig.=0.303*)* και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (0.247), (Sig.=0.482). Αντίθετα υπάρχει

στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της θετικής και της τεχνολογικής κατεύθυνσης (Sig.=0.007). Δεδομένου ότι η μέγιστη τιμή της μεταβλητής αυτής (e77) είναι ίση με 1, φαίνεται ότι το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθηματικά όλων των κατευθύνσεων, δεν παρουσιάζει σταθερότητα στις τάξεις του Λυκείου. Οι μαθητές της *θετικής* παρουσιάζουν μικρή μεν, μεγαλύτερη δε *σταθερότητα ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά* έναντι των μαθητών της *τεχνολογικής* κατεύθυνσης.

Δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών κατευθύνσεων της Γ΄ τάξης (παράρτημα 15^{ο}, πίνακας 10.5) ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά (F=2.739, Sig.=0.066). Οι μέσες τιμές του φόβου για τα Μαθ/κά των μαθητών της θεωρητικής, θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης της Γ΄τάξης εκτιμώνται ότι είναι 0.677 (ποσοστό 67,7%), 0.521 (ποσοστό 52,1%), 0.571 (ποσοστό 57,1%) αντιστοίχως. Δεδομένου ότι η μέγιστη τιμή της μεταβλητής του φόβου είναι ίση με 1, προκύπτει ότι τα ποσοστά των μαθητών και των τριών κατευθύνσεων της τρίτης τάξης που φοβούνται τα Μαθηματικά είναι μεγαλύτερα του 50%. Επιπλέον, επειδή οι μαθητές της τρίτης τάξης φαίνεται να έχουν κάποιο πιο σαφή προσανατολισμό για τις σπουδές τους, στον οποίο τους είναι γνωστός ο ρόλος των Μαθ/κών, δεν διαφοροποιούνται ως προς το φόβο.

4.8. Διαφορές των μαθητών ως προς το φύλο

Η στατιστική ανάλυση που έγινε για τον έλεγχο ύπαρξης διαφορών για τους παράγοντες $F_{1,\ldots}$ $F_{11,}$ ως προς το φύλο, (δηλ.ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια, παράρτημα 8^{ο}), οδήγησε στο συμπέρασμα, ότι: *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά*

μεταξύ των αγοριών και κοριτσιών, για ένα παράγοντα πεποιθήσεων τον F_3 *(F=8.707 Sig.=0.003), και για ένα παράγοντα του τρόπου μελέτης, τον* F_7 *(F=20.323, Sig.=0.000), (Pillai's Trace Value=0.042, F=4.612, Sig.=0.000),* ενώ *δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά για τους υπόλοιπους παράγοντες* F_1 *(F=0.319 Sig.=0.572),* F_2 *(F=3.328, Sig.= 0.068),* F_4 *(F=1.130, Sig.=0.288),* F_5 *(F=3.475 Sig.=0.063),* F_6 *(F=2.156, Sig.=0.142),* F_8 *(F=2.159, Sig.=0.142),* F_9 *(F=2.203, Sig.=0.138),* F_{10} *(F=2.794, Sig.=0.095),* F_{11} *(F=1.961, Sig.=0.162).* Ειδικότερα:

- *Για τον παράγοντα* F_3 *(Κατανόηση των Μαθ/κών μέσω διαδικασιών)* (F=8.707, Sig.=0.003): Η μέση τιμή του παράγοντα για τα κορίτσια είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή για τα αγόρια ($X_{f3.0}$=6.058, $X_{f3.1}$=5.734, *όπου ο κωδικός για τα κορίτσια είναι 0, ενώ ο κωδικός για τα αγόρια είναι 1). Δηλαδή τα κορίτσια συνδέουν την κατανόηση των Μαθηματικών με προσεκτική και σχολαστική μελέτη των αποδείξεων, τύπων και διαδικασιών για τα Μαθηματικά περισσότερο από τα αγόρια.*
- *Για τον παράγοντα* F_7 *(Μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση),* (F=20.323, Sig.=0.000): Η μέση τιμή του παράγοντα για τα κορίτσια είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή για τα αγόρια ($X_{f7.0}$=7.383, $X_{f7.1}$=6.784). *Δηλαδή τα κορίτσια μελετούν Μαθηματικά με κατανόηση σε υψηλότερο βαθμό από τα αγόρια.*

Η ανάλογη στατιστική ανάλυση που έγινε για τους μαθητές μόνο των Τεχνικών Λυκείων έδειξε ότι *δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά για τους παραπάνω παράγοντες μεταξύ αγοριών και κοριτσιών των ΤΕΛ* (Pillai's Trace Value=0.075, F=1.201, Sig.=0.290).

Η στατιστική ανάλυση που έγινε για το *σύνολο των μαθητών*, ώστε να διερευνηθεί η ύπαρξη διαφορών ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια ως προς το φόβο

(παράρτημα 15^{ο}), έδειξε ότι γενικά *υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια ως προς το φόβο* (X^2 =25.984, df=1, Sig.=0.000). *Ειδικότερα προκύπτει ότι τα κορίτσια* (μέση τιμή φόβου=0.58), *φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια* (μέση τιμή φόβου=0.46).

Παρακάτω γίνεται αναφορά στα αποτελέσματα της στατιστικής ανάλυσης που έγινε για σύγκριση των μαθητών διαφορετικού φύλου ανά τάξη και ως προς τις μεταβλητές που αναφέρονται στη συνέχεια. Συγκεκριμένα η στατιστική ανάλυση που έγινε για τους μαθητές της *Α΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων* (παράρτημα 10^{ο}), έδειξε ότι για:

- την *επίδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e67.1),*
- *την αυτοεκτίμηση (δηλ.τη γνώμη που έχουν οι ίδιοι οι μαθητές για τον εαυτό τους σχετικά με τις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e69),*
- *την ετεροεκτίμηση (δηλ. τη γνώμη που πιστεύουν ότι έχουν οι άλλοι όσον αφορά στις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e70),*
- *το φόβο για τα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e75),*
- *την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών από τους μαθητές, εάν αυτό ήταν προαιρετικό (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e76),*
- *το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά κατά την διάρκεια των σπουδών στο Λύκειο (ή στο Γυμνάσιο) (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e77) και*
- *την απόδοση στα Μαθ/κά* (που εκφράζεται από τη μεταβλητή mathtest, που η τιμή της είναι ο βαθμός των μαθητών στο τεστ των Μαθηματικών, που περιλαμβάνεται στο Γενικό Ερωτηματολόγιο),

δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές για τις παραπάνω μεταβλητές, μεταξύ των μαθητών των δύο φύλων (P. T. V. =0.027, F=1.684, Sig. =0.111).

Αξιοσημείωτο είναι ότι δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το φόβο για τα Μαθ/κά μεταξύ των μαθητών διαφορετικού φύλου για την Α΄ τάξη των ΓΕΛ, σε αντίθεση με το συμπέρασμα της ύπαρξης διαφοράς στο σύνολο των μαθητών των ΓΕΛ, όλων των τάξεων.

Αντίστοιχοι έλεγχοι έγιναν και για τους μαθητές της *Β΄ τάξης* των Δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων (παράρτημα 11^{ο}) και έδειξαν ότι *σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των αγοριών και κοριτσιών ως προς κάποιες από τις παραπάνω μεταβλητές* (P.T.V.=0.040, F=2.551, Sig.=0.014). Συγκεκριμένα *διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι μαθητές των δύο φύλων της Β΄τάξης* ως προς:

- *το φόβο για τα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e75*) (F=9.712, Sig.=0.002). Η μέση τιμή του φόβου για τα κορίτσια (0.680) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή του φόβου για τα αγόρια (0.490). Φαίνεται, λοιπόν, ότι τα κορίτσια της Β΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια. Το συμπέρασμα αυτό είναι σύμφωνο με το αντίστοιχο που προαναφέραμε για το σύνολο των μαθητών όλων των τάξεων των ΓΕΛ.
- *το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά κατά την διάρκεια των σπουδών στο Λύκειο (ή στο Γυμνάσιο), (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e77),* (F=6.18*0,* Sig.=0.013). Η μέση τιμή της μεταβλητής αυτής για τα κορίτσια (0.350), είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από την αντίστοιχη μέση τιμή για τα αγόρια (0.480). Φαίνεται, λοιπόν, ότι τα

αγόρια της Β΄ τάξης είχαν σταθερότερο *ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά στο Λύκειο, απ' ότι τα κορίτσια.*

Για τις υπόλοιπες μεταβλητές, που εκφράζουν την επίδοση στα Μαθ/κά, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος και την απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών, *δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των δύο φύλων για τους μαθητές της Β΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ.*

Οι έλεγχοι που έγιναν για τη *Γ΄ τάξη* Γενικών δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων για τις παραπάνω μεταβλητές, καθώς και για εκείνες που εκφράζουν την επίδοση στις εξετάσεις για τα Μαθ/κά κατεύθυνσης (παράρτημα 12°), οδήγησε στο συμπέρασμα ότι :

Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών ως προς κάποιες από τις παραπάνω μεταβλητές, τις e67.1, e68.1 και e68.2 (P. T. V. =0.081, F=3.212, Sig. =0.001). Συγκεκριμένα *διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι μαθητές των δύο φύλων της Γ΄ τάξης* ως προς:

- Την *επίδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e67.1)* (F=13.632, Sig.=0.000). Η μέση επίδοση των κοριτσιών (15.624, δηλ. η βαθμολογία τους στα Μαθηματικά την προηγούμενη χρονιά) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση επίδοση των αγοριών (13.7)
- *Την επίδοση στις* εξετάσεις *στα Μαθηματικά γενικής παιδείας (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e68.1),* (F=6.840, Sig.=0.009*).* Η μέση επίδοση των κοριτσιών (14.118) στις εξετάσεις των Μαθηματικών γενικής παιδείας, είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη μέση επίδοση των αγοριών (12.349). Δηλαδή τα *κορίτσια υπερέχουν των αγοριών ως προς τη μεταβλητή αυτή.*

- *Την επίδοση στις εξετάσεις στα Μαθηματικά κατεύθυνσης (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e68.2),* (F=7.157 Sig.=0.008). Η μέση επίδοση των κοριτσιών (12.926) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση επίδοση των αγοριών (10.873). Δηλαδή πάλι τα κορίτσια *υπερέχουν των αγοριών*. Αυτό δείχνει μια *σαφή υπεροχή των κοριτσιών σε όλες τις σχολικές επιδόσεις στα Μαθηματικά έναντι των αγοριών*. Το συμπέρασμα αυτό είναι συμβατό με τις παρατηρούμενες διακρίσεις των κοριτσιών στην εισαγωγή στα Ανώτατα Εκπαιδευτικά Ιδρύματα της Ελλάδας.

Για τις υπόλοιπες μεταβλητές, που εκφράζουν την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, το φόβο για τα Μαθ/κά, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος, το ενδιαφέρον που είχαν οι μαθητές για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου και την απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών, *δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των δύο φύλων για τους μαθητές της Γ΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ.* Αξιοσημείωτο είναι πάλι ότι δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το φόβο για τα Μαθ/κά μεταξύ των μαθητών διαφορετικού φύλου για την Γ΄ τάξη των ΓΕΛ (όπως και για την Α΄- όχι όμως για τη Β΄τάξη), σε αντίθεση με το συμπέρασμα της ύπαρξης διαφοράς στο σύνολο των μαθητών των ΓΕΛ, όλων των τάξεων.

Η σύγκριση των παραπάνω αποτελεσμάτων που αφορούν στις τρεις τάξεις των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχει διαφοροποίηση ως προς την επίδοση στα Μαθηματικά (όπως εκφράζεται από τις διάφορες μεταβλητές που αναφέραμε) μεταξύ αγοριών και κοριτσιών, μόνο στη Τρίτη τάξη, που είναι η τάξη των πανελληνίων εξετάσεων και της επιλογής για την Τριτοβάθμια Εκπαίδευση. Τα κορίτσια σημειώνουν καλύτερη επίδοση στα Μαθ/κά σε σύγκριση με τα αγόρια.

Οι έλεγχοι που έγιναν μόνο για *τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων* για την ύπαρξη ή μη διαφορών που αφορούν στις παραπάνω αναφερόμενες μεταβλητές (παράρτημα 13^{ο}), οδήγησαν στη διαπίστωση στατιστικά σημαντικών διαφορών ως προς το φύλο (Pillai's Trace=0.050, F=2.130, Sig.=0.041) ως εξής:

- *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών ως προς την αυτοεκτίμηση (e69)* (F=4.540, Sig.=0.034). Η μέση τιμή της αυτοεκτίμησης για τα κορίτσια (2.21) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση τιμή αυτοεκτίμησης για τα αγόρια (2.95). Δηλαδή τα κορίτσια των ΤΕΛ έχουν μεγαλύτερη αυτοεκτίμηση από τα αγόρια για τα Μαθηματικά.
- *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών ως προς το φόβο (e75) που αναπτύσσουν απέναντι στα Μαθηματικά* (F=4.055 Sig.=0.045). Η μέση τιμή του φόβου για τα κορίτσια (0.47), είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από τη μέση τιμή του φόβου για τα αγόρια (0.55). Δηλαδή προκύπτει ότι τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά λιγότερο από τα αγόρια των ΤΕΛ. Το συμπέρασμα αυτό δεν είναι σύμφωνο με το αντίστοιχο στο οποίο καταλήξαμε για το σύνολο των μαθητών όλων των τύπων Λυκείου, όπου τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια.
- Για τις υπόλοιπες μεταβλητές, που εκφράζουν την επίδοση στα Μαθ/κά, την ετεροεκτίμηση, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου και την απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών, *δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των δύο φύλων για τους μαθητές των ΤΕΛ.*

Στα παραπάνω παρατηρείται ότι η διαφοροποίηση ως προς το φύλο σε σχέση με το φόβο υπάρχει μόνο για την Β΄ τάξη των μαθητών των ΓΕΛ (δημοσίων και ιδιωτικών), αλλά και για την Β΄ τάξη των ΤΕΛ, αν και είναι προς την αντίθετη

κατεύθυνση σε σχέση με τους μαθητές των ΓΕΛ. Αυτή η διαφοροποίηση, φαίνεται ότι οδηγεί και στην παρατηρηθείσα διαφοροποίηση ως προς το φύλο για το σύνολο των μαθητών της έρευνάς μας.

4.9. Διαφορές των μαθητών ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια

Η στατιστική ανάλυση που έγινε για τον έλεγχο ύπαρξης διαφορών για τους παράγοντες $F_{1,...}$ $F_{11,}$ ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια, (δηλ.ανάμεσα στις τρεις εκπαιδευτικές περιφέρειες, που ανήκουν οι μαθητές της έρευνάς μας, παράρτημα 9°), οδήγησε στο συμπέρασμα ότι:

Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών, για όλους τους παράγοντες (P. T. V. =0.027, F=1.433, Sig. =0.087).

Δηλαδή φαίνεται ότι οι πεποιθήσεις, οι στάσεις, οι τρόποι μελέτης των Μαθ/κών και οι αντιλήψεις των μαθητών για τα Μαθ/κά δεν διαφοροποιούνται ουσιαστικά στις διάφορες εκπαιδευτικές περιφέρειες του νομού Αττικής.

Ανάλογοι έλεγχοι που έγιναν για τους παραπάνω παράγοντες και μόνο για τους μαθητές των ΤΕΛ (παράρτημα 14°) έδειξαν ότι ισχύει το ίδιο συμπέρασμα (P.T.V. =0.182, F=1.502 Sig. =0.070).

Ειδικότερα από τους ελέγχους που έγιναν για τους μαθητές της *Α΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων* για τις μεταβλητές που εκφράζουν την επίδοση, απόδοση στα Μαθ/κά, την αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση, καθώς και το φόβο για τα Μαθ/κά, το ενδιαφέρον και την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών (παράρτημα 10°), προέκυψε ότι για :

- *Την επίδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e67.1),*

- *την αυτοεκτίμηση (δηλ. τη γνώμη που έχουν οι ίδιοι οι μαθητές για τον εαυτό τους για τις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e69),*
- *την ετεροεκτίμηση (δηλ. τη γνώμη που πιστεύουν ότι έχουν οι άλλοι όσον αφορά στις ικανότητές τους στα Μαθ/κά, που εκφράζεται από τη μεταβλητή e70),*
- *το φόβο για τα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e75),*
- *την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών από τους μαθητές, εάν αυτό ήταν προαιρετικό (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e76),*
- *το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά κατά την διάρκεια των σπουδών στο Λύκειο (ή στο Γυμνάσιο), (που εκφράζεται από τη μεταβλητή e77) και*
- *την απόδοση στα Μαθ/κά (που εκφράζεται από τη μεταβλητή mathtest,* που η τιμή της είναι ο βαθμός των μαθητών στο τεστ των Μαθηματικών, που περιλαμβάνεται στο Γενικό Ερωτηματολόγιο*),*

δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές για τις παραπάνω μεταβλητές μεταξύ των μαθητών των διαφόρων εκπαιδευτικών περιφερειών (P.T.V.=0.030, F=0.9, Sig.=0.559).

Για τους μαθητές της Β΄ τάξης των δημοσίων και ιδιωτικών γενικών Λυκείων οι έλεγχοι ως προς τις παραπάνω μεταβλητές που έγιναν (παράρτημα 11^{ο}), έδειξαν ότι:

Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς την επίδοση και την απόδοση στα Μαθ/κά μεταξύ των μαθητών των διαφόρων εκπαιδευτικών περιφερειών, (P.T.V. =0.099, F=3.169, Sig.=0.000). Ειδικότερα ως προς :

- *Την επίδοση, υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της πρώτης (ιστορικό κέντρο, Ζωγράφου, Καισαριανή, Ηλιούπολη, Υμηττός,*

Νοτιοανατολικά Προάστια) και της δεύτερης (Βόρεια και Βορειοανατολικά προάστια Αττικής) (μείζονος) εκπαιδευτικής περιφέρειας, καθώς και εκείνων της *πρώτης και της τρίτης (μείζονος) εκπαιδευτικής περιφέρειας (Δυτική Αττική και Πειραιάς)*, (F=14.356, Sig. =0.000). Η μέση επίδοση των μαθητών της πρώτης εκπαιδευτικής περιφέρειας (11.469) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από τη μέση επίδοση των μαθητών της δεύτερης (14.843) και της τρίτης (14.372), (Sig. =0.000). Οι διαφορές αυτές μπορεί να οφείλονται στο διαφορετικό βιοτικό και μορφωτικό επίπεδο των οικογενειών των μαθητών που διαβιώνουν στις αντίστοιχες εκπαιδευτικές περιφέρειες. Τέλος δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της δεύτερης και τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας (Sig.=0.771)

- *Την απόδοση*, που μετράται από τη βαθμολογία στο τεστ των Μαθ/κών, *υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της πρώτης και δεύτερης εκπαιδευτικής περιφέρειας, καθώς και μεταξύ τρίτης και δεύτερης εκπαιδευτικής περιφέρειας* (F=4.26, Sig. =0.015). Ειδικότερα η μέση απόδοση των μαθητών της πρώτης εκπαιδευτικής περιφέρειας (1.688) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από την αντίστοιχη των μαθητών της δεύτερης (2.890), (Sig. =0.003), ενώ δεν διαφέρει στατιστικά σημαντικά από τη μέση απόδοση των μαθητών της τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας (1.959), (Sig. =0.977). Ακόμη η μέση απόδοση των μαθητών της δεύτερης είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από εκείνη των μαθητών της τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας (Sig. =0.006). Παρατηρείται ότι οι μαθητές της δεύτερης εκπαιδευτικής περιφέρειας έχουν τόσο μεγαλύτερη επίδοση, όσο και μεγαλύτερη απόδοση από τους μαθητές των δύο άλλων εκπαιδευτικών περιφερειών. Επιβεβαιώνεται, λοιπόν, η επικρατούσα κοινή άποψη ότι οι

μαθητές που ανήκουν στα υψηλότερα κοινωνικοοικονομικά στρώματα (δεύτερη εκπαιδευτική περιφέρεια) έχουν μεγαλύτερες επιδόσεις στα Μαθ/κά.

Ως προς τις υπόλοιπες μεταβλητές για τους μαθητές της Β΄τάξης δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές, όπως και για τους μαθητές της Α΄τάξης, καθώς προαναφέραμε.

Παρόμοιος έλεγχος έγινε και για τους μαθητές της Γ΄ τάξης των δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων (παράρτημα 12^{ο}), με επιπλέον μεταβλητές το βαθμό των εξετάσεων στα Μαθ/κά γενικής παιδείας (είναι η μεταβλητή e68.1) και το βαθμό των εξετάσεων στα Μαθηματικά κατεύθυνσης (είναι η μεταβλητή e68.2). Η πολυμεταβλητή ανάλυση διασποράς που έγινε έδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς κάποιες μεταβλητές (P.T.V.=0.258, F= 5.408, Sig.=0.000). Οι μεταβλητές αυτές είναι η επίδοση στα Μαθ/κά την προηγούμενη χρονιά (e67.1, F=17,019, Sig.=0.00), η απόδοση (mathtest, F=17.558, Sig.=0.00), η επίδοση στις εξετάσεις για τα Μαθ/κά γενικής παιδείας (e68.1, F=13.578, Sig.=0.00) και η επίδοση στις εξετάσεις για τα Μαθ/κά κατεύθυνσης (e68.2, F=9.414, Sig.=0.00). Όμως οι μεταέλεγχοι που έγιναν (post hoc tests) δεν σημείωσαν κάποια στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών των τριών εκπαιδευτικών περιοχών. Αυτή η φαινομενική αντίφαση οφείλεται στο γεγονός ότι υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών *εκπαιδευτική περιφέρεια, (de2)* και το *είδος σχολείου (eidos_sx),* (P.T.V.=0.155, F=6.710, Sig.=0.000). Έτσι η διαφορά που αρχικά καταγράφεται οφείλεται στη διαφορά που υπάρχει ως προς την επίδοση μεταξύ των μαθητών δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων. Για να διαπιστωθεί τί ακριβώς ισχύει έγινε απλή ανάλυση διασποράς (anova) για την e67.1 και την εκπαιδευτική περιφέρεια, που τελικά έδειξε ότι *δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών ως προς την επίδοση* (F=1.184,

Sig.=0.307). Ακόμη και για τη μεταβλητή e68.2 οι μεταέλεγχοι δεν εμφάνισαν στατιστικά σημαντικές διαφορές, για το λόγο που προαναφέραμε. Με απλή πάλι ανάλυση διασποράς για την e68.2 και την εκπαιδευτική περιφέρεια προέκυψε ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών ως προς τη μεταβλητή αυτή (F=1.961, Sig.=0.142). Συγκεκριμένα μετά από όλους αυτούς τους ελέγχους διαπιστώνονται τα εξής:

- *Ως προς το βαθμό στα Μαθ/κά γενικής παιδείας στις εξετάσεις, υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της δεύτερης (μείζονος) εκπαιδευτικής περιφέρειας και της τρίτης*. Συγκεκριμένα διαπιστώνεται ότι ο μέσος όρος της βαθμολογίας στα Μαθ/κά γενικής παιδείας στις εξετάσεις των μαθητών της *δεύτερης εκπαιδευτικής περιφέρειας* (15.245) είναι στατιστικά σημαντικά *μεγαλύτερο*ς από εκείνον της *τρίτης* (11.022), (Sig.=0.025). Αντίθετα δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της πρώτης με τη δεύτερη (Sig.=0.180) και την τρίτη (Sig.=0.643) εκπαιδευτική περιφέρεια.
- *Ως προς τον βαθμό στις εξετάσεις στα Μαθ/κά κατεύθυνσης δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών* (F=1.961, Sig. = 0.142).
- *Ως προς την απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών διαπιστώνεται ότι οι μαθητές της δεύτερης εκπαιδευτικής περιφέρειας υπερέχουν των μαθητών της πρώτης και των μαθητών της τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας*. Συγκεκριμένα η μέση απόδοση για τους μαθητές της πρώτης (1.817) είναι στατιστικά σημαντικά μικρότερη από τη μέση απόδοση των μαθητών της δεύτερης εκπ/κής περιφέρειας (4.222), (Sig. = 0.000). Ενώ της δεύτερης (4.222) είναι στατιστικά σημαντικά μεγαλύτερη από τη μέση απόδοση των μαθητών της τρίτης εκπ/κής

περιφέρειας (2.103, Sig. = 0.000). Δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών της πρώτης και τρίτης εκπ/κής περιφέρειας (Sig. = 0.198). Φαίνεται, λοιπόν, ότι οι μαθητές που ανήκουν στα υψηλότερα κοινωνικοοικονομικά στρώματα έχουν υψηλότερη επίδοση στο τεστ των Μαθ/κών, δηλ. απόδοση.

Έγινε και στατιστική ανάλυση για την ύπαρξη ή μη διαφορών όλων των μαθητών για το φόβο ως προς τις εκπαιδευτικές περιφέρειες και διαπιστώθηκε ότι, *οι μαθητές των διαφόρων εκπαιδευτικών περιοχών δεν διαφέρουν ουσιαστικά ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά.* (F=0.208, df=6, sig=0.974). Το συμπέρασμα αυτό είναι σύμφωνο με ανάλογο συμπέρασμα που αναφέρεται παραπάνω, όταν η σύγκριση γίνεται για κάθε μία τάξη ξεχωριστά.

4.10. Κατηγορίες των μαθητών ως προς τις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπο μελέτης των Μαθηματικών και βασικά χαρακτηριστικά τους

Οι έλεγχοι συσχέτισης μεταξύ των ένδεκα παραγόντων και των μεταβλητών που εκφράζουν την επίδοση, την απόδοση, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, το φόβο, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του σχολείου, μας βοήθησαν να διακρίνουμε ποιοι από τους παραπάνω παράγοντες και μεταβλητές «πάνε μαζί» και ποιοι όχι. Επίσης η ανάλυση διαδρομών μας βοήθησε να διακρίνουμε ποιες από τις στάσεις πεποιθήσεις, αντιλήψεις και τρόπους μελέτης των Μαθ/κών προϋποθέτουν άλλες. Έτσι οδηγηθήκαμε σε μια διαφαινόμενη κατηγοριοποίηση των μαθητών ως προς τις πεποιθήσεις και στάσεις τους, που σχετίζονται με *τη φύση, δυσκολίες και χρησιμότητα των Μαθηματικών, ως προς τον τρόπο μελέτης των Μαθηματικών, ως προς τις απόψεις που έχουν οι μαθητές για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών στην*

τάξη, ως προς την αυτοεκτίμηση-ετεροεκτίμηση που έχουν οι μαθητές όσον αφορά στα Μαθηματικά και ως προς την αγάπη τους στην Άλγεβρα, στη Γεωμετρία ή στην Ανάλυση. Συγκεκριμένα έχουμε τα εξής :

ΟΜΑΔΑ Α. *Ως προς τη φύση - δυσκολίες - χρησιμότητα των Μαθηματικών,* διακρίνουμε *κατ' αρχήν* τις παρακάτω τέσσερις κατηγορίες:

1. *Οι μαθητές που πιστεύουν στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και γενικά των Μαθηματικών,* συνδέονται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

(α΄) Τα κίνητρα μελέτης των μαθηματικών αποδείξεων δεν είναι μόνο η επιτυχία τους στις εξετάσεις.

(β΄) Θεωρούν ότι οι ερωτήσεις και οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη δεν είναι ιδιαίτερα δύσκολες.

(γ΄) Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.

(δ΄) Δεν φοβούνται και αγαπούν τα Μαθ/κά.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν τα Μαθ/κά με κατανόηση και αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν αποδεικνύουν ή επιλύουν.

(ζ΄) Κατά τη μελέτη τους συνήθως μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να επιλύσουν τις ασκήσεις.

(η΄) Έχουν μεγάλη επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(θ΄) Θα επέλεγαν τα Μαθ/κά αν ήταν προαιρετικό μάθημα.

2. *Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά* συνδέονται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

(α΄) Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, μόνο επειδή θα τις εξετασθούν.

(β΄) Δεν θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής τους για να λύσουν στην τάξη είναι δύσκολες.

(γ΄) Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά (μικρή αριθμητική τιμή για την αυτοεκτίμηση σημαίνει ότι ο μαθητής κατατάσσει τον εαυτό του στους καλύτερους ή στη χειρότερη περίπτωση πάνω από το μέσο όρο). Το ίδιο συμβαίνει και με την ετεροεκτίμηση, (δηλ. τη γνώμη που έχουν οι άλλοι για το μαθητή).

(δ΄) Καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια για να λύσουν ασκήσεις ή προβλήματα.

(ε΄) Μελετούν Μαθηματικά με τέτοιο τρόπο, ώστε να τα κατανοούν και να αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν και επιλύουν.

(στ΄) Μελετούν πρώτα τη θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.

(ζ΄) Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους των Μαθ/κών κάνουν το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(η΄) Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(θ΄) Τους αρέσει περισσότερο η Γεωμετρία ή η Ανάλυση.

(ι΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

3. *Οι μαθητές που πιστεύουν πιο πολύ στη διαδικαστική φύση των Μαθηματικών* (οι διαδικαστικοί), συνδέονται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

(α΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθηματικών.

(β΄) Έχουν εξωτερικά κίνητρα για τη μελέτη της απόδειξης ενός θεωρήματος, δηλ. μελετούν την απόδειξη ενός θεωρήματος κυρίως επειδή θα την εξετασθούν.

(γ΄) Προσπαθούν να μελετούν μάλλον με κατανόηση και αναστοχασμό.

(δ΄) Προσπαθούν να εφαρμόζουν την τεχνική μελέτης «πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύνω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί».

(ε΄) Θεωρούν ότι μάλλον ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών. (Ίσως να θεωρούν οι μαθητές αυτοί ως ενεργητική συμμετοχή, την ενεργοποποίηση των διαδικαστικών τους πρακτικών).

(στ΄) Δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(ζ΄) Αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα παρά τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση.

4. *Οι μαθητές που δυσκολεύονται με τα Μαθηματικά* συνδέονται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

(α΄) Δεν πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Δεν αγαπούν τα Μαθηματικά.

(γ΄) Πιστεύουν ότι για να μάθουν Μαθηματικά πρέπει να μελετούν και να εφαρμόζουν τύπους και διαδικασίες. (Πιστεύουν περισσότερο στη διαδικαστική φύση των Μαθηματικών).

(δ΄) Δεν προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(ε΄) Δεν μελετούν με κατανόηση και με αναστοχασμό.

(στ΄) Εφαρμόζουν γενικά την τεχνική μελέτης «πρώτα προσπαθώ να λύσω ασκήσεις και μετά μελετώ θεωρία».

(ζ΄) Θεωρούν ότι οι ασκήσεις και λοιπές εργασίες που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι δύσκολες.

(η΄) Δεν έχουν υψηλή σχολική επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(θ΄) Δεν έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση.

(ι΄) Αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα παρά τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση.

(ια΄) Φοβούνται τα Μαθηματικά και δεν θα τα επέλεγαν ως προαιρετικό μάθημα.

Οι κατηγορίες **1** και **2** της *ομάδας Α* (*ως προς τη φύση-δυσκολίες-χρησιμότητα των Μαθηματικών*), παρουσιάζουν μερικά κοινά χαρακτηριστικά. Συγκεκριμένα οι μαθητές:

(α΄) Δεν έχουν σαν κίνητρο μελέτης των μαθηματικών αποδείξεων μόνο την επιτυχία τους στις εξετάσεις.

(β΄) Δεν θεωρούν ότι οι ερωτήσεις και οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι ιδιαίτερα δύσκολες.

(γ΄) Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.

(δ΄) Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν τα Μαθ/κά με κατανόηση και αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν αποδεικνύουν ή επιλύουν.

(ζ΄) Κατά τη μελέτη τους συνήθως μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να επιλύσουν τις ασκήσεις.

(η΄) Έχουν μεγάλη επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

Οπότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι έτσι προκύπτει *η κατηγορία της τομής των παραπάνω δύο κατηγοριών* με τα κοινά χαρακτηριστικά που προέκυψαν και που θα έχει τίτλο: «*Μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά και που πιστεύουν στη χρησιμότητά τους».* Οι μαθητές της κατηγορίας αυτής φαίνεται ότι μελετούν με τρόπο που τους οδηγεί στην κατανόηση και τον αναστοχασμό. Επομένως φαίνεται ότι μπορούν να λειτουργήσουν με επιτυχία στον διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.

Οι μαθητές των **κατηγοριών 3, 4** της *ομάδας Α΄,* έχουν σαν μοναδικά κοινά χαρακτηριστικά μόνο τα δύο παρακάτω:

(α) Δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(β) Αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα, παρά τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση.

Οπότε οι κατηγορίες αυτές μπορούν να θεωρηθούν διακριτές.

ΟΜΑΔΑ Β. *Ως προς τον τρόπο μελέτης:*

1. *Οι μαθητές που μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων επειδή θα τις εξετασθούν*, συνδέονται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

(α΄) Δεν καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια, για να λύσουν κάποια άσκηση ή πρόβλημα.

(β΄) Δεν μελετούν τα Μαθηματικά με τρόπο που να οδηγεί στην κατανόησή τους και τον αναστοχασμό.

(γ΄) Δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(δ΄) Τους αρέσει περισσότερο η Άλγεβρα.

(ε΄) Δεν έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

(στ΄) Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους βάζουν δύσκολες ασκήσεις στην τάξη.

(ζ΄) Έχουν μικρή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.

(η΄) Φοβούνται τα Μαθηματικά.

2. *Οι μαθητές που προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα,* έχουν τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

(α΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Αγαπούν τα Μαθ/κά.

(γ΄) Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, ωθούμενοι από εξωτερικά κίνητρα.

(δ΄) Προσπαθούν να μελετούν τα Μαθ/κά με τρόπο που οδηγεί στην κατανόηση και τον αναστοχασμό.

(ε΄) Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.

(στ΄) Έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(ζ΄) Έχουν την αντίληψη ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στους μαθητές είναι εύκολες.

(η΄) Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(θ΄) Τους αρέσει περισσότερο η Γεωμετρία ή η Ανάλυση.

(ι΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

(ια΄) Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους δεν βάζουν δύσκολες ασκήσεις στην τάξη.

(ιβ΄) Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.

(ιγ΄) Δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.

3. *Οι μαθητές που μελετούν με τρόπο που αποσκοπεί στην καλή κατανόηση των Μαθ/κών* φαίνεται ότι:

(α΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Μελετούν με επιμέλεια και πιστεύουν ότι η εφαρμογή των τύπων και διαδικασιών μπορεί να τους οδηγήσει στην κατανόηση.

(γ΄) Αγαπούν τα Μαθ/κά.

(δ΄) Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, ωθούμενοι από εξωτερικά κίνητρα.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Προσπαθούν να αναστοχάζονται πάνω σε αυτά που μελετούν και επιλύουν.

(ζ΄) Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.

(η΄) Έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(θ΄) Έχουν την αντίληψη ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στους μαθητές είναι εύκολες.

(ι΄) Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(ια΄) Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση.

(ιβ΄) Τους αρέσει περισσότερο η Γεωμετρία ή η Ανάλυση.

(ιγ΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

4. *Οι μαθητές που αναστοχάζονται πάνω στα Μαθ/κά που μελετούν ή επιλύουν, φαίνεται ότι :*

(α΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Μελετούν με επιμέλεια και πιστεύουν ότι η εφαρμογή των τύπων και διαδικασιών μπορεί να τους οδηγήσει στην κατανόηση.

(γ΄) Αγαπούν τα Μαθ/κά.

(δ΄) Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, ωθούμενοι από εξωτερικά κίνητρα.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν με κατανόηση.

(ζ΄) Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.

(η΄) Έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(θ΄) Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(ι΄) Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.

(ια΄) Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.

(ιβ΄) Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.

(ιγ΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

5. *Οι μαθητές που μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις* συνδέονται με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

(α΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Μελετούν με επιμέλεια και πιστεύουν ότι η εφαρμογή των τύπων και διαδικασιών μπορεί να τους οδηγήσει στην κατανόηση.

(γ΄) Αγαπούν τα Μαθ/κά.

(δ΄) Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, ωθούμενοι από εξωτερικά κίνητρα.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν με κατανόηση και αναστοχασμό.

(ζ΄) Έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(η΄) Έχουν υψηλή επίδοση στα Μαθ/κά κατεύθυνσης.

(θ΄) Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών.

(ι΄) Έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης. Αξιοσημείωτο είναι ότι δεν υπάρχει κάποια άμεση σύνδεση με την αυτοεκτίμηση. Όμως επειδή ο υψηλός βαθμός ετεροεκτίμησης συνδέεται με υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης, προκύπτει έμεσα ότι οι μαθητές αυτοί έχουν και υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης.

Συγκρίνοντας τις **κατηγορίες 2, 3, 4, 5,** παρατηρούμε ότι υπάρχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά με τα οποία συνδέονται. Είναι γεγονός ότι για να φθάσει κάποιος μαθητής στο δεύτερο επίπεδο μελέτης (μελέτη με αναστοχασμό), πρέπει να περάσει από το πρώτο επίπεδο μελέτης (μελέτη με κατανόηση). Όμως αυτό δεν σημαίνει ότι όλοι οι μαθητές που φθάνουν στο πρώτο επίπεδο μελέτης, προχωρούν και στο δεύτερο. Αυτό επιβεβαιώνεται και από τη σύγκριση των τιμών των παραγόντων F_7 (πρώτο επίπεδο μελέτης), F_8 (δεύτερο επίπεδο μελέτης), που είναι αντιστοίχως 7.110 και 5.099 (πίνακας 1). Οπότε μπορεί να γίνει ενοποίηση των κατηγοριών ***2, 3, 4, 5*** στις εξής δύο νέες κατηγορίες: Η πρώτη κατηγορία συνδέεται με τα χαρακτηριστικά των μαθητών που προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα, μελετούν με κατανόηση (πρώτο επίπεδο) και εφαρμόζουν την τεχνική μελέτης «πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί». Την κατηγορία αυτή ονομάζουμε *«Διερευνητικοί Ι».* Η δεύτερη κατηγορία συνδέεται με τα χαρακτηριστικά των μαθητών που προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα, μελετούν με τρόπο ώστε να φθάνουν στο δεύτερο επίπεδο μελέτης, δηλαδή με αναστοχασμό και εφαρμόζουν την τεχνική μελέτης «πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω

ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί». Την κατηγορία αυτή ονομάζουμε *«Διερευνητικοί ΙΙ».* Τόσο οι *«Διερευνητικοί Ι», όσο και οι «Διερευνητικοί ΙΙ»,* φαίνεται να λειτουργούν στο διαδικασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Οι μαθητές της κατηγορίας 1 (*δηλ. αυτοί που μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων επειδή θα τις εξετασθούν),* που αναφερθήκαμε στην αρχή όσον αφορά στην ομάδα Β΄, θα ονομάζονται *«Χρησιμοθηρικοί».* Αυτοί φαίνεται να μην μπορούν να λειτουργήσουν στον τυπικό κόσμο. Ίσως να λειτουργούν εν μέρει στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον ενσωματωμένο (embodied world). Δηλαδή προκύπτει ότι ο τρόπος μελέτης των Μαθ/κών, διαμορφώνει την προσέγγιση που κάνει ο μαθητής για τα Μαθ/κά, μέσα από την οπτική της θεωρίας των τριών κόσμων των Μαθ/κών.

ΟΜΑΔΑ Γ. *Ως προς τις αντιλήψεις που έχουν οι μαθητές για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών τους στη τάξη:*

1. *Οι μαθητές που έχουν την αντίληψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών,* συνδέονται με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

(α΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Μελετούν με επιμέλεια και πιστεύουν ότι η εφαρμογή των τύπων και διαδικασιών μπορεί να τους οδηγήσει στην κατανόηση.

(γ΄) Αγαπούν τα Μαθ/κά.

(δ΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(ε΄) Μελετούν με κατανόηση και με αναστοχασμό.

(στ΄) Μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί.

(ζ΄) Δεν θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι πολύ δύσκολες.

(η΄) Έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά.

(θ΄) Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης.

(ι΄) Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.

(ια΄) Αγαπούν περισσότερο την Γεωμετρία ή την Ανάλυση.

(ιβ΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

2. *Οι μαθητές που έχουν την αντίληψη ότι οι εργασίες που βάζει ο καθηγητής τους στην τάξη είναι δύσκολες,* συνδέονται με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

(α΄) Έχουν δυσκολίες με τα Μαθηματικά.

(β΄) Έχουν εξωτερικά κίνητρα μελέτης των αποδείξεων των θεωρημάτων.

(γ΄) Έχουν χαμηλή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά.

(δ΄) Έχουν χαμηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

(ε΄) Φοβούνται τα Μαθηματικά.

Παρατηρούμε ότι οι δύο αυτές κατηγορίες μαθητών 1, 2 της ομάδας Δ δεν συνδέονται καθόλου με κοινά χαρακτηριστικά. Δηλαδή είναι ξένες μεταξύ τους και για το λόγο αυτό διακριτές. Επίσης οι μαθητές της πρώτης κατηγορίας (1) (*έχουν την άποψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών),* φαίνεται ότι μπορούν να λειτουργήσουν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο των Μαθηματικών. Οι μαθητές της δεύτερης κατηγορίας (2) (*που έχουν την αντίληψη ότι οι εργασίες που βάζει ο καθηγητής τους στη τάξη είναι δύσκολες),* είναι εκείνοι που έχουν αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις για τα Μαθ/κά. Έχουν δυσκολίες με τα Μαθηματικά, οπότε ο τρόπος μελέτης τους δεν τους οδηγεί στην κατανόηση ($1^{ου}$ επιπέδου), ούτε στην κατανόηση $2^{ου}$ επιπέδου (με αναστοχασμό). Επομένως, φαίνεται ότι οι μαθητές αυτοί δεν μπορούν να λειτουργήσουν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Φαίνεται, λοιπόν, ότι η διδακτική πρακτική των δασκάλων των Μαθ/κών συμβάλλει στη διαμόρφωση του τρόπου προσέγγισης των Μαθ/κών από τους μαθητές.

ΟΜΑΔΑ Δ. *Ως προς την αυτοεκτίμηση που έχουν οι μαθητές:*

1. *Οι μαθητές που έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης στα Μαθηματικά*:

(α΄) Αντιμετωπίζουν μικρές δυσκολίες με τα Μαθηματικά.

(β΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(γ΄) Αγαπούν και δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.

(δ΄) Δεν έχουν εξωτερικά κίνητρα για τη μελέτη των αποδείξεων των θεωρημάτων.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν Μαθηματικά με κατανόηση και αναστοχασμό.

(ζ΄) Θεωρούν ότι ο καθηγητής τους των Μαθηματικών κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(η΄) Θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής τους δεν είναι δύσκολες.

(θ΄) Έχουν μεγάλη σχολική επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(ι΄) Έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά.

(ια΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.

2. *Οι μαθητές που έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά*:

(α΄) Αντιμετωπίζουν μικρές δυσκολίες με τα Μαθηματικά.

(β΄) Πιστεύουν στη χρησιμότητα των αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών.

(γ΄) Αγαπούν και δεν φοβούνται τα Μαθηματικά.

(δ΄) Δεν έχουν εξωτερικά κίνητρα για τη μελέτη των αποδείξεων των θεωρημάτων.

(ε΄) Προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν Μαθηματικά με κατανόηση και αναστοχασμό.

(ζ΄) Θεωρούν ότι ο καθηγητής τους των Μαθηματικών κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(η΄) Θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής τους δεν είναι δύσκολες.

(ι΄) Έχουν μεγάλη επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(ια΄) Έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης στα Μαθηματικά.

(ιβ΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.

Συγκρίνοντας τις δύο αυτές κατηγορίες παρατηρούμε ότι συνδέονται με τα ίδια χαρακτηριστικά γνωρίσματα, οπότε είναι ταυτιζόμενες. Επομένως μιλάμε για *την κατηγορία των μαθητών με μεγάλη αυτοεκτίμηση-ετεροεκτίμηση*, αφού αν ένας μαθητής έχει μεγάλη αυτοεκτίμηση θα έχει και μεγάλη ετεροεκτίμηση και αντίστροφα.Τα χαρακτηριστικά με τα οποία συνδέονται οι μαθητές της κατηγορίας αυτής, μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι φαίνεται να μπορούν να λειτουργήσουν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο.

3. *Οι μαθητές που έχουν μικρό βαθμό αυτοεκτίμησης-ετεροεκτίμησης στα Μαθηματικά*:

Συνδέονται με τα αντίθετα ακριβώς χαρακτηριστικά των παραπάνω δύο κατηγοριών.

ΟΜΑΔΑ Ε. *Ως προς την αγάπη τους στην Άλγεβρα, στη Γεωμετρία ή στην Ανάλυση*:

1. *Οι μαθητές που αγαπούν περισσότερο την Γεωμετρία ή την Ανάλυση:*

(α΄) Δεν αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τα Μαθηματικά.

(β΄) Η άποψή τους για τα τα Μαθηματικά δεν είναι διαδικαστική.

(γ΄) Αγαπούν τα Μαθηματικά.

(δ΄) Δεν μελετούν παρακινούμενοι από εξωτερικά κίνητρα τις αποδείξεις των θεωρημάτων.

(ε΄) Αφιερώνουν πολύ χρόνο για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Μελετούν τα Μαθηματικά με κατανόηση.

(ζ΄) Έχουν μεγάλη επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(η΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος.

2. *Οι μαθητές που αγαπούν περισσότερο την Άλγεβρα, σε σχέση με τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση :*

(α΄) Αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τα Μαθ/κά.

(β΄) Έχουν διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά.

(γ΄) Δεν αγαπούν τα Μαθ/κά.

(δ΄) Μελετούν παρακινούμενοι από εξωτερικά κίνητρα τις αποδείξεις των θεωρημάτων.

(ε΄) Δεν αφιερώνουν πολύ χρόνο για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(στ΄) Δεν μελετούν τα Μαθηματικά με κατανόηση.

(ζ΄) Έχουν μικρή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά.

(η΄) Δεν έχουν μεγάλη πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

4.11. Μια επιπλέον επεξεργασία των ανοιχτών ερωτήσεων του Ερωτηματολογίου

Στην ενότητα αυτή γίνεται μια περαιτέρω επεξεργασία των απαντήσεων των μαθητών στις παρακάτω τρεις ερωτήσεις του Γενικού Ερωτηματολογίου, που αφορούν στο φόβο για τα Μαθ/κά, στην πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος και στο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου (ή του Γυμνασίου): δηλαδή την e75 *(Φοβάσαι τα Μαθ/κά;),* την e76 *(Αν μπορούσες να επιλέξεις προαιρετικά το μάθημα των Μαθ/κών θα το επέλεγες;),* την e77 *(Το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου;).* Τούτο κρίθηκε σκόπιμο, προκειμένου να διερευνηθούν οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές φοβούνται ή δεν φοβούνται τα Μαθ/κά, οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές θα επέλεγαν ή όχι τα Μαθ/κά εάν ήταν προαιρετικό μάθημα, καθώς και οι λόγοι για τους οποίους το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά ήταν σταθερό ή όχι από τάξη σε τάξη.

Χωρίζεται σε τρεις υποενότητες: Φόβος για τα Μαθ/κά, Πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος, Ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου.

4.11.1. Φόβος για τα Μαθ/κά.

Όπως προαναφέρθηκε στην ενότητα 4.8 *τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια.* Αυτό προέκυψε κατόπιν ελέγχου, ύπαρξης ή μη στατιστικά σημαντικής διαφοράς μεταξύ των τιμών του φόβου για κορίτσια και αγόρια, με τη βοήθεια του κριτηρίου X^2 (παράρτημα 15°). Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήξαμε και με τη βοήθεια του t-test (of equality of means), (t=5.137 df=1643, p=0.000). Όμως οι έλεγχοι που έγιναν για τους μαθητές ανά τάξη μόνο των ΓΕΛ, δημοσίων και ιδιωτικών οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το φόβο, ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια της Α΄ και της Γ΄ τάξης (παραρτήματα 10°, 12°), ενώ υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά για τους μαθητές της Β΄ τάξης (παράρτημα 11°). Ο αντίστοιχος έλεγχος που έγινε μόνο για τους μαθητές των ΤΕΛ (παράρτημα 13°), έδειξε πάλι στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το φόβο ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια μόνο για τη Β΄ τάξη, με τα αγόρια να φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα κορίτσια. Αυτό έχει προαναφερθεί στην ενότητα 4.8. Ακόμη στην ενότητα 4.5 έχουμε προαναφέρει ότι, *οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων φοβούνται στον ίδιο βαθμό τα Μαθηματικά, ενώ οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων φοβούνται τα Μαθηματικά περισσότερο από τους μαθητές των τεχνικών Λυκείων.* Στην ενότητα 4.7 προαναφέρθηκε ότι δεν σημειώνονται διαφορές ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά μεταξύ των μαθητών των διαφόρων κατευθύνσεων, της Γ΄τάξης. *Επίσης στην ενότητα 4.9 προαναφέρθηκε ότι δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά ως προς το φόβο μεταξύ των μαθητών των διαφόρων εκπαιδευτικών περιφερειών για τους μαθητές*

των Α΄, Β΄, Γ΄, τάξεων. Με ανάλυση διασποράς (anova), διαπιστώθηκε ότι και για το σύνολο των μαθητών δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών ως προς το φόβο (F=0.063, Sig.=0.939).

Στην ενότητα αυτή μελετάμε τους λόγους για τους οποίους οι μαθητές φοβούνται ή δεν φοβούνται τα Μαθ/κά και διερευνούμε, για το σύνολο των μαθητών της έρευνάς μας, την ύπαρξη ή μη διαφορών ως προς τους λόγους αυτούς, μεταξύ των μαθητών ως προς το φύλο, το είδος σχολείου, την τάξη και την εκπαιδευτική περιφέρεια, στην οποία ανήκουν οι μαθητές.

Η στατιστική επεξεργασία έδειξε ότι το 51.9 % των μαθητών δηλώνει ότι φοβάται τα Μαθ/κά. Από αυτούς που φοβούνται τα Μαθ/κά, το 54.75 % είναι κορίτσια και το υπόλοιπο 45.25 % είναι αγόρια. Το ποσοστό των κοριτσιών που φοβούνται τα Μαθ/κά επί του συνόλου των κοριτσιών είναι 58.3 %, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για τα αγόρια επί του συνόλου των αγοριών είναι 45.7 %. Στο σύνολο των μαθητών τα αντίστοιχα ποσοστά είναι για τα κορίτσια 28.4 % και για τα αγόρια είναι 23.5 % (παράρτημα 15^{ο}, πίνακας 15.3).

Οι περιγραφικές απαντήσεις των μαθητών για τους λόγους για τους οποίους φοβούνται τα Μαθ/κά, κωδικοποιήθηκαν σε επτά κατηγορίες. Η συντριπτική πλειονότητα των απαντήσεων των μαθητών ανήκει σε μία από τις επτά κατηγορίες. Το 2.9% των απαντήσεων των μαθητών ανήκει σε δύο από τις επτά κατηγορίες. Λόγω του πολύ μικρού αυτού ποσοστού, θεωρήθηκε ότι κάθε μαθητής απαντά με τρόπο, ώστε να εντάσσεται σε μία μόνο κατηγορία και η στατιστική επεξεργασία έγινε με την παραδοχή αυτή. Οι κωδικοποιημένες απαντήσεις των λόγων για τους οποίους φοβούνται τα Μαθ/κά, καθώς και οι αντίστοιχες παρατηρηθείσες σχετικές συχνότητες, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %
1	Φοβάμαι τον καθηγητή.	5.3
2	***Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις.***	**18.4**
3	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί είναι δύσκολα.***	**17.5**
4	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν τα καταλαβαίνω.	8.4
5	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί μου προκαλούν άγχος οι ασκήσεις.	14.3
6	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση.	3.1
7	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, για διάφορους άλλους λόγους.	17.3
0	Δεν αναφέρεται κάποιος λόγος.	15.7
	Σύνολο:	100.00

Πίνακας 4.11.1.1

Μερικοί από τους άλλους λόγους που προβάλλονται είναι: «*Ξεχνάω τους τύπους και τις αποδείξεις», «δεν τα εξηγούν καλά τα σχολικά βιβλία», «δεν γίνεται σωστή διδασκαλία», «η επιτυχία μου στο Πανεπιστήμιο εξαρτάται από το βαθμό στα Μαθ/κά», «φοβάμαι για το βαθμό που θα πάρω», «έχω πολλά κενά», «φοβάμαι τον πίνακα», «φοβάμαι μήπως μείνω ανεξεταστέος», «δεν με ενθάρρυνε κανείς», «δεν ήταν καλοί οι καθηγητές μου».*

Δεδομένου ότι το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μεγάλο (N=1645), οι παραπάνω σχετικές συχνότητες των λόγων που οι μαθητές του δείγματος δηλώνουν ότι φοβούνται τα Μαθηματικά, μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύουν και για τον πληθυσμό

των μαθητών των Λυκείων. Ο λόγος του φόβου για τα Μαθ/κά με τη μεγαλύτερη συχνότητα είναι ότι «*φοβάμαι ότι δεν θα γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις».*

Ως προς τους λόγους που οι μαθητές φοβούνται τα Μαθ/κά, η στατιστική ανάλυση, οδήγησε στα παρακάτω αποτελέσματα:

Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά :

(α΄) Ως προς το φύλο (X^2*=27.313, df=9, sig.=0.01).*

Οι σχετικές παρατηρηθείσες συχνότητες των λόγων για τους οποίους οι μαθητές φοβούνται τα Μαθ/κά, φαίνονται κατά φύλο στον παρακάτω συγκριτικό πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα (%)	
		Φύλο	
		0	1
1	Φοβάμαι τον καθηγητή.	5.8	4.7
2	***Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις.***	**19.8**	**16.7**
3	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί είναι δύσκολα.***	**15.9**	**19.5**
4	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν τα καταλαβαίνω.	8.9	7.7
5	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί μου προκαλούν άγχος οι ασκήσεις.***	**17.7**	**10.3**
6	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση.	4.0	2.1
7	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, για διάφορους άλλους λόγους.	14.1	21.1
0	Δεν αναφέρεται κάποιος λόγος.	13.9	17.8
	Σύνολο:	100.00	100.00

Σημείωση: 0=κορίτσι, 1=αγόρι.

Πίνακας 4.11.1.3

Συγκρίνοντας τις δύο τελευταίες στήλες του παραπάνω πίνακα *ως προς το φύλο,* παρατηρούμε ότι, *τα κορίτσια φαίνεται ότι φοβούνται:*

- *τον καθηγητή περισσότερο από τα αγόρια.*
- *μήπως δεν γράψουν καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις περισσότερο από τα αγόρια.*
- *τα Μαθ/κά επειδή δεν τα καταλαβαίνουν περισσότερο από τα αγόρια.* Οπότε προκύπτει έμμεσα ότι, φαίνεται ότι *τα κορίτσια δεν καταλαβαίνουν τα Μαθ/κά σε μεγαλύτερο βαθμό από τα αγόρια.*
- *τα Μαθ/κά επειδή τους προκαλούν άγχος οι ασκήσεις περισσότερο από τα αγόρια.* Οπότε προκύπτει έμμεσα ότι, φαίνεται ότι *τα κορίτσια αγχώνονται με τις ασκήσεις περισσότερο από τα αγόρια.*
- *τα Μαθ/κά επειδή θεωρούν ότι δεν έχουν έμφυτη κλίση περισσότερο από τα αγόρια.* Από το γεγονός ότι το ποσοστό των κοριτσιών είναι υπερδιπλάσιο του αντιστοίχου ποσοστού των αγοριών φαίνεται ότι *τα κορίτσια πιστεύουν ότι δεν έχουν έμφυτη κλίση για τα Μαθ/κά πολύ περισσότερο από τα αγόρια.*

Τα κορίτσια προβάλλουν τη δυσκολία των Μαθ/κών σαν λόγο που τα φοβούνται λιγότερο από τα αγόρια. Δηλαδή φαίνεται η δυσκολία των Μαθηματικών να φοβίζει περισσότερο τα *αγόρια από τα κορίτσια.*

(β΄) Ως προς τις τρεις εκπαιδευτικές περιφέρειες (X^2=35.105, df=16, sig.=0.004).

Οι σχετικές παρατηρηθείσες συχνότητες των λόγων ανά εκπαιδευτική περιφέρεια, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Εκπ/κή περιφέρεια 1	2	3
1	Φοβάμαι τον καθηγητή.	3.1	7.4	5.6
2	***Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις.***	**19.2**	**16.5**	**19.2**
3	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί είναι δύσκολα.***	**18.3**	**15.5**	**18.6**
4	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν τα καταλαβαίνω.	9.9	6.7	8.4
5	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί μου προκαλούν άγχος οι ασκήσεις.***	**13.6**	**15.1**	**14.2**
6	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση.	0.6	2.1	6.5
7	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, για διάφορους άλλους λόγους.	18.9	19.4	13.9
0	Δεν αναφέρεται κάποιος λόγος.	16.4	17.3	13.6
	Σύνολο:	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.1.4

Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι, ο λόγος με τη μεγαλύτερη σχετική συχνότητα για τον οποίο οι μαθητές φοβούνται τα Μαθ/κά και για τις τρεις εκπαιδευτικές περιφέρειες, είναι ότι «*Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις*». Αξιοσημείωτο είναι ότι για τη δεύτερη εκπαιδευτική περιφέρεια με το υψηλότερο βιοτικό επίπεδο των μαθητών η σχετική συχνότητα είναι μικρότερη από τις αντίστοιχες για την πρώτη και την τρίτη εκπαιδευτική περιφέρεια.

(*γ΄) Ως προς τους τρεις τύπους σχολείου (*X^2=87.623, df=16, sig.=0.000).

Οι σχετικές παρατηρηθείσες συχνότητες των λόγων ανά τύπο σχολείου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Τύπος σχολείου		
		1	2	3
1	Φοβάμαι τον καθηγητή.	5.4	1.4	6.6
2	***Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις.***	**21.6**	**16.2**	**6.0**
3	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί είναι δύσκολα.***	**15.8**	**16.2**	**25.3**
4	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν τα καταλαβαίνω.	8.4	8.1	8.4
5	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί μου προκαλούν άγχος οι ασκήσεις.***	**14.9**	**23.0**	**7.8**
6	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση.	2.9	5.4	3.0
7	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, για διάφορους άλλους λόγους.	17.3	28.4	12.0
0	Δεν αναφέρεται κάποιος λόγος.	13.6	1.4	30.7
	Σύνολο:	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.1.5

Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι ο λόγος «Φοβάμαι τα Μαθ/κά γιατί φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις» εξακολουθεί να είναι ο

λόγος με τη μεγαλύτερη συχνότητα μόνο για τους μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ, ενώ πέφτει κατακόρυφα για τους μαθητές των ΤΕΛ. Ίσως αυτό να οφείλεται στο ότι οι μαθητές των ΤΕΛ συνδέουν τις σπουδές τους και την επαγγελματική τους αποκατάσταση λιγότερο με την επιτυχία τους στις Πανελλήνιες εξετάσεις. Το γεγονός ότι η σχετική συχνότητα του λόγου αυτού για τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ είναι αρκετά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη για τους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ, ίσως να υποδηλώνει μια μεγαλύτερη προσδοκία των μαθητών των ιδιωτικών ΓΕΛ να γράψουν καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις, σε σχέση με τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ.

(δ΄) Ως προς τις τρεις τάξεις (X^2=63.256, df=16, sig.=0.000).

Οι σχετικές συχνότητες των λόγων ανά τάξη φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Τάξη		
		1	2	3
1	Φοβάμαι τον καθηγητή.	6.5	5.5	4.0
2	***Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Παν. Εξετ.***	**7.9**	**19.1**	**26.5**
3	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί είναι δύσκολα.***	**24.9**	**16.9**	**11.9**
4	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν τα καταλαβαίνω.	9.7	8.0	7.6
5	***Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί μου προκαλούν άγχος οι ασκήσεις.***	**15.2**	**15.7**	**12.2**
6	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση.	3.6	3.7	2.1
7	Φοβάμαι τα Μαθ/κά, για διάφορους άλλους λόγους.	12.3	19.4	19.5

0	Δεν αναφέρεται κάποιος λόγος.	19.9	11.7	16.2
	Σύνολο:	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.1.6

Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι ο λόγος «*φοβάμαι τα Μαθ/κά, γιατί φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις Πανελλήνιες εξετάσεις»* εξακολουθεί να είναι ο λόγος με τη μεγαλύτερη σχετική συχνότητα μόνο για τους μαθητές της Β΄ και της Γ΄ τάξης. Η σχετική συχνότητα του λόγου αυτού ακολουθεί αύξουσα πορεία από την Α΄ στη Β΄ και στη Γ΄ τάξη. Η σχετική συχνότητα για την Α΄ τάξη είναι πολύ μικρότερη από τις αντίστοιχες για τη Β΄ και τη Γ΄ τάξη. Αυτό βέβαια, φαίνεται να οφείλεται στο ότι οι μαθητές της Α΄ είναι πολύ μακρυά από τις Πανελλήνιες εξετάσεις σε σχέση με τους μαθητές της Β΄ και της Γ΄ τάξης.

Ποσοστό 48.1 % των μαθητών δηλώνουν ότι δεν φοβούνται τα Μαθ/κά, (παράρτημα 13^{ο}, πίνακας 13.3). Οι απαντήσεις των μαθητών για τους λόγους για τους οποίους δεν φοβούνται τα Μαθ/κά, κωδικοποιήθηκαν σε επτά κατηγορίες. Η συντριπτική πλειονότητα των απαντήσεων των μαθητών εντάσσεται σε μία από τις επτά κατηγορίες. Το 0.7% των απαντήσεων των μαθητών εντάχθηκε σε δύο από τις επτά κατηγορίες. Λόγω του πολύ μικρού αυτού ποσοστού, θεωρήθηκε ότι όλοι οι μαθητές εντάχθηκαν, ως προς τις απαντήσεις τους, σε μία κατηγορία. Οι κωδικοποιημένες απαντήσεις, καθώς και οι αντίστοιχες παρατηρηθείσες σχετικές συχνότητές τους, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα	%
1	***Μελετώ σωστά .***		**26.8**
2	Έχω καλό καθηγητή.		1.4

3	Έχω κλίση στα Μαθ/κά.	**0.3**
4	***Δεν έχω κενά ή αδυναμίες και τα καταλαβαίνω.***	**10.7**
5	Αγαπώ τα Μαθ/κά, μου αρέσουν, έχουν ενδιαφέρον.	8.6
6	Είναι εύκολα , θέλουν μόνο σκέψη.	6.3
7	Διάφοροι άλλοι λόγοι.	2.4
0	Δεν αναφέρονται λόγοι.	43.5
	Σύνολο	100.0

Πίνακας 4.11.1.7

Μερικοί από τους διάφορους άλλους λόγους που προβάλλονται είναι: *«Πηγαίνω στο φροντιστήριο και τα καταλαβαίνω», «Πιστεύω ότι είναι απλή εφαρμογή τύπων», «Μου αρέσουν οι προκλήσεις στη ζωή και τα Μαθ/κά είναι μια τέτοια πρόκληση», «Εκείνο που χρειάζεται είναι να επιμένεις».* Αξιοσημείωτο είναι ότι ο λόγος για τον οποίο δηλώνουν οι μαθητές ότι δεν φοβούνται τα Μαθ/κά με τη μεγαλύτερη συχνότητα είναι ότι « *Μελετώ σωστά».* Φαίνεται, λοιπόν, ότι ο «σωστός» τρόπος μελέτης βοηθά τους μαθητές να επιτυγχάνουν την καλή κατανόηση, με συνέπεια να μη φοβούνται τα Μαθ/κά. Ο λόγος με τη μικρότερη συχνότητα είναι ότι *«έχω κλίση στα Μαθ/κά».*

Ως προς τους λόγους *που δεν φοβούνται* τα Μαθ/κά η στατιστική ανάλυση, έδειξε τα εξής:

(α΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια* *(* X^2 =3.511, df=7, sig.=0.834).

(β΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στούς μαθητές των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών (*X^2 =22.891, df=14, sig.=0.062).

(γ΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στούς μαθητές των τριών τάξεων* (X^2 =14.691, df=14, sig.=0.400).

(δ΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στούς μαθητές των τριών τύπων σχολείου* (X^2 =28.932, df=14, sig.=0.011).

Οι παρατηρηθείσες συχνότητες των λόγων *ανά τύπο σχολείου* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %		
		Τύπος σχολείου		
		1	2	3
1	***Μελετώ σωστά .***	**30.6**	**22.0**	**15.4**
2	Έχω καλό καθηγητή.	1.4	1.7	1.4
3	Έχω κλίση στα Μαθ/κά.	0.2	1.7	0.0
4	***Δεν έχω κενά ή αδυναμίες και τα καταλαβαίνω.***	**10.8**	**11.9**	**9.8**
5	***Αγαπώ τα Μαθ/κά, μου αρέσουν.***	**9.0**	**10.2**	**5.6**
6	Είναι εύκολα, θέλουν μόνο σκέψη.	6.5	6.8	5.6
7	Διάφοροι άλλοι λόγοι.	2.6	1.7	2.1
0	Δεν αναφέρονται λόγοι..	38.9	44.1	60.1
	Σύνολο	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.1.8

Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι ο λόγος με τη μεγαλύτερη συχνότητα που οι μαθητές δεν φοβούνται τα Μαθ/κά και για τους τρεις τύπους σχολείου είναι ότι «*Μελετώ σωστά».* Η συχνότητα αυτού του λόγου ακολουθεί φθίνουσα πορεία από τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ, στους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ και τέλος στους μαθητές των ΤΕΛ.

4.11.2. Πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

Το 52.8 % των μαθητών δεν εκφράζουν πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών, εάν αυτό ήταν προαιρετικό, (παράρτημα 18^{ο}, πίνακας 18.2). Το ποσοστό αυτό, είναι πολύ κοντά με το ποσοστό 51.9 % των μαθητών που φαίνεται ότι φοβούνται τα Μαθηματικά. Δηλαδή οι μαθητές που δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά είναι περίπου οι μαθητές που τα φοβούνται.

Πρέπει να σημειωθεί ότι το ποσοστό πρόθεσης μη επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού που προκύπτει από την παρούσα έρευνα, είναι πολύ κοντά προς το αντίστοιχο ποσοστό 53.67 %, που έδωσε έρευνα του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών, με τυχαίο πανελλαδικό δείγμα 1763 μαθητών Γυμνασίων και Λυκείων της χώρας (Πανάρετος 2001). Από τους μαθητές που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά το 51.75 % είναι κορίτσια, ενώ το 48.25 % είναι αγόρια. Τα ποσοστά στο σύνολο των κοριτσιών και των αγοριών είναι 51.44 % και 45.50 % αντιστοίχως.

Η συντριπτική πλειονότητα των απαντήσεων των μαθητών *που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά,* κωδικοποιήθηκε σε μία από τις εννιά κατηγορίες, που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Το 2.3% των απαντήσεων των μαθητών εντάχθηκε σε δύο από τις εννιά κατηγορίες. Λόγω του πολύ μικρού αυτού ποσοστού, θεωρήθηκε ότι όλοι οι μαθητές, εντάχθηκαν ως προς τις απαντήσεις τους σε μία κατηγορία. Οι κωδικοποιημένες απαντήσεις των μαθητών, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %
1	***Δεν μου αρέσουν.***	**33.3**
2	Δεν μπορώ να τα καταλάβω.	4.0
3	Δεν θα τα χρειασθώ στις σπουδές και στη ζωή .	5.5
4	***Είναι πολύ δύσκολο μάθημα και απαιτεί πολύ χρόνο προετοιμασίας*** .	**23.2**
5	Δεν έχω κλίση στα Μαθ/κά .	5.5
6	Τα θέματα των Πανελληνίων εξετάσεων είναι πολύ δύσκολα. Ο βαθμός στα Μαθ/κά θα επηρεάσει δυσμενώς τον γενικό μέσο όρο.	3.1
7	Φοβάμαι τους καθηγητές. Είναι απαραίτητο το φροντιστήριο.	2.1
8	Διάφοροι άλλοι λόγοι.	2.3
0	Δεν αναφέρεται λόγος.	21.0
	Σύνολο	100.00

Πίνακας 4.11.2.1

Μερικοί από τους διάφορους άλλους λόγους που προβάλλονται είναι :

« Έχουν πολλούς υπολογισμούς» , «Με δυσκολεύουν οι αποδείξεις», «Ο τρόπος διδασκαλίας δεν είναι κατάλληλος», «Οι καθηγητές βάζουν κακούς βαθμούς», «Έχω πολλά κενά».

Ως προς τους λόγους που οι μαθητές *δεν θα επέλεγαν* το μάθημα των Μαθ/κών η στατιστική ανάλυση έδωσε τα ακόλουθα αποτελέσματα :

(α΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια* (X^2 =48.783, df =8 , sig.=0.000).

(β΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τύπων σχολείου (δημοσίων ΓΕΛ, ιδιωτικών ΓΕΛ και των δημοσίων Τεχνικών Λυκείων, ανά δύο μεταξύ τους)*, (X^2 =30.536, df =16, sig.=0.015).

(γ΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τάξεων* (X^2 =21.014, df =16 sig.=0.178).

(δ΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών* (X^2 =19.142, df =16 sig.=0.261).

Οι παρατηρηθείσες συχνότητες των λόγων για τους οποίους οι μαθητές *δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά κατά φύλο,* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

		Συχνότητα %	
Κωδικός	Λόγος	Φύλο: 0	1
1	***Δεν μου αρέσουν.***	**40.7**	**25.3**
2	Δεν μπορώ να τα καταλάβω.	4.8	3.1
3	Δεν θα τα χρειασθώ στις σπουδές και στη ζωή.	5.5	5.4
4	***Είναι πολύ δύσκολο μάθημα και απαιτεί πολύ χρόνο προετοιμασίας.***	**17.7**	**29.1**
5	***Δεν έχω κλίση στα Μαθ/κά.***	**7.4**	**3.4**
6	Τα θέματα των Πανελληνίων εξετάσεων είναι		

	πολύ δύσκολα. Ο βαθμός στα Μαθ/κά θα επηρεάσει δυσμενώς τον γενικό μέσο όρο.	3.3	3.1
7	Φοβάμαι τους καθηγητές. Είναι απαραίτητο το φροντιστήριο.	0.7	3.6
8	Διάφοροι άλλοι λόγοι.	2.9	1.8
0	Δεν αναφέρεται λόγος.	17.0	25.3
	Σύνολο	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.2.2

Η σύγκριση των παραπάνω ποσοστών οδηγεί στα παρακάτω συμπεράσματα: *Το ποσοστό των κοριτσιών που δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά:*

- *επειδή δεν τους αρέσουν, φαίνεται ότι είναι πολύ μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των αγοριών.*
- *επειδή πιστεύουν ότι δεν έχουν κλίση φαίνεται ότι είναι υπερδιπλάσιο από το αντίστοιχο των αγοριών. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί με προηγούμενο συμπέρασμα που προκύπτει από τον πίνακα 4.11.1.3, σύμφωνα με το οποίο το ποσοστό των κοριτσιών που φοβούνται τα Μαθ/κά γιατί δεν έχουν έμφυτη κλίση, είναι σχεδόν διπλάσιο εκείνου των αγοριών. Όλα αυτά υποδηλώνουν ότι τα κορίτσια πιστεύουν ότι έχουν έμφυτη κλίση στα Μαθ/κά σε βαθμό μικρότερο από τα αγόρια.*
- *επειδή φοβούνται τους καθηγητές, φαίνεται ότι είναι πολύ μικρότερο από εκείνο των αγοριών.*

Οι σχετικές συχνότητες των λόγων για τους οποίους οι μαθητές *δεν θα επέλεγαν* τα Μαθηματικά *κατά είδος σχολείου* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

		Συχνότητα %		
		Είδος σχολείου		
Κωδικός	Λόγος	1	2	3
1	***Δεν μου αρέσουν.***	**33.8**	**32.72**	**31.60**
2	Δεν μπορώ να τα καταλάβω.	3.98	3.63	4.03
3.	*Δεν θα τα χρειασθώ στις σπουδές και στη ζωή.*	5.54	**9.10**	4.02
4	***Είναι πολύ δύσκολο μάθημα και απαιτεί πολύ χρόνο προετοιμασίας.***	**25.47**	**18.19**	**17.25**
5	***Δεν έχω κλίση στα Μαθ/κά.***	**5.20**	**12.72**	**4.02**
6	Τα θέματα των Πανελληνίων εξετάσεων είναι πολύ δύσκολα. Ο βαθμός στα Μαθ/κά θα επηρεάσει δυσμενώς τον γενικό μέσο όρο.	3.30	5.46	2.30
7.	Φοβάμαι τους καθηγητές. Είναι απαραίτητο το φροντιστήριο.	2.25	1.82	1.73
8	Διάφοροι άλλοι λόγοι.	2.60	0.00	2.30
0	Δεν αναφέρεται λόγος.	17.86	16.36	32.75
	Σύνολο	100.00	100.00	100.00

Σημείωση: 1= Δημόσιο ΓΕΛ, 2= Ιδιωτικό ΓΕΛ, 3= Δημόσιο ΤΕΛ.

Πίνακας 4.11.2.3

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι :

- Ο σημαντικότερος λόγος για τον οποίο οι μαθητές και των τριών τύπων σχολείου δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα είναι ότι «*Δεν μου αρέσουν»,* με φθίνουσα σειρά διάταξης, Δημόσια ΓΕΛ, Ιδιωτικά ΓΕΛ, ΤΕΛ.
- Ο δεύτερος λόγος είναι ότι «*είναι πολύ δύσκολο μάθημα και απαιτεί πολύ χρόνο προετοιμασίας»,* με την ίδια πάλι φθίνουσα σειρά διάταξης, μεταξύ των τριών τύπων σχολείου.
- Ο λόγος με την μικρότερη συχνότητα είναι ότι «*φοβάμαι τους καθηγητές, είναι απαραίτητο το φροντιστήριο»,* με την ίδια φθίνουσα σειρά διάταξης, μεταξύ των τριών τύπων σχολείου.
- Αξιοσημείωτο είναι ότι οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ δηλώνουν σε υπερδιπλάσιο ποσοστό, τόσο από τους μαθητές των ΓΕΛ, όσο και από τους μαθητές των ΤΕΛ, ότι δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά, διότι «*δεν θα τα χρειασθούν στις σπουδές και στη ζωή».* Αυτό ίσως να σημαίνει ότι το ποσοστό των μαθητών των ιδιωτικών σχολείων που στρέφονται σε σπουδές θεωρητικών επιστημών είναι πολύ μεγαλύτερο από εκείνο των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ και των ΤΕΛ.

Το 47.2 % των μαθητών θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα. Από τους μαθητές που θα το επέλεγαν το 45.82 % είναι κορίτσια και το 54.18 % είναι αγόρια. Τα ποσοστά επί των συνόλων των κοριτσιών και των αγοριών είναι 48.56 % και 54.50 %, αντιστοίχως (πίνακας 18.2). Η συντριπτική πλειονότητα των απαντήσεων των μαθητών *που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά,* κωδικοποιήθηκε σε μία από τις οκτώ κατηγορίες, που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (4.11.2.4). Το 4.8% των απαντήσεων των μαθητών εντάχθηκε σε δύο από τις οκτώ κατηγορίες. Λόγω του πολύ μικρού αυτού ποσοστού, θεωρήθηκε ότι όλες οι απαντήσεις των μαθητών εντάχθηκαν

σε μία κατηγορία και η στατιστική επεξεργασία έγινε με την παραδοχή συτή. Οι κωδικοποιημένοι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές *θα επέλεγαν τα Μαθ/κά*, με τις αντίστοιχες σχετικές συχνότητες, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %
1	***Μου αρέσουν τα Μαθ/κά.***	**36.7**
2	Θα με βοηθήσουν στις σπουδές μου.	4.8
3	***Πιστεύω ότι οξύνουν το μυαλό***.	**15.3**
4	***Είναι χρήσιμα για τη ζωή.***	**16.5**
5	Έχω κλίση στα Μαθ/κά.	1.1
6	Είμαι πολύ καλός (καλή) και προσδοκώ υψηλή βαθμολογία.	2.5
7	Διάφοροι λόγοι.	3.6
0	Δεν προβάλλονται λόγοι .	19.4
	Σύνολο	100.0

Πίνακας 4.11.2.4

Μερικοί από τους διάφορους άλλους λόγους που προβάλλονται είναι :

«Για να γίνω καλύτερος», «Είναι το μάθημα που καταλαβαίνω καλύτερα», «Γιατί έχω καλό καθηγητή», «Θα μπορούσα να αποδώσω καλύτερα, αφού δεν θα ήταν υποχρεωτικό».

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι :

- Ο κυριότερος λόγος για τον οποίο οι μαθητές θα επέλεγαν τα Μαθ/κά είναι ότι «*μου αρέσουν*». *Σημειωτέον ότι ο κυριότερος λόγος για τον οποίο δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά είναι ότι «δεν μου αρέσουν». Δηλαδή το «αρέσει-δεν αρέσει» είναι καθοριστικό για την επιλογή.*
- Ο δεύτερος σε σειρά, από άποψη σχετικής συχνότητας, λόγος είναι ότι «*οξύνουν το μυαλό*».
- Ο τρίτος σε σειρά, αλλά πολύ κοντά προς το δεύτερο λόγο, είναι ότι «*είναι χρήσιμα στη ζωή*».
- Ο λόγος με τη μικρότερη συνεισφορά για την επιλογή του μαθήματος είναι ότι «*έχω κλίση στα Μαθ/κά*». Αυτό δείχνει μάλλον ότι πολύ μικρό ποσοστό των μαθητών που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά πιστεύουν ότι έχουν κλίση στα Μαθηματικά.

Η στατιστική ανάλυση για τους λόγους που *θα επέλεγαν τα Μαθ/κά* οδήγησε στα παρακάτω αποτελέσματα:

(α΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια* (X^2=13.768, df=8, sig=0.088).

(β΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων, των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων και των δημοσίων Τεχνικών Λυκείων* (X^2 =100.976, df=16, sig= 0,000).

(γ΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τάξεων* (X^2=15.616, df=16, sig= 0.480).

(δ΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών* (X^2=14.243, df=16, sig= 0.581).

Από αυτά προκύπτει ότι *το φύλο, η τάξη φοίτησης και η εκπαιδευτική περιφέρεια δεν διαφοροποιούν τους μαθητές* ως προς τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα, ενώ το *σχολείο φοίτησης τους διαφοροποιεί*. Οι σχετικές συχνότητες των παραπάνω λόγων, κατά τύπο σχολείου φαίνονται παρακάτω:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Τύπος σχολείου		
		1	2	3
1	***Μου αρέσουν τα Μαθ/κά.***	**40.0**	**43.8**	**17.8**
2	Θα με βοηθήσουν στις σπουδές μου.	5.5	5.0	1.5
3	***Πιστεύω ότι οξύνουν το μυαλό***.	**15.6**	**25.0**	**8.1**
4	***Είναι χρήσιμα για τη ζωή.***	**17.1**	**12.5**	**16.3**
5	Έχω κλίση στα Μαθ/κά.	1.1	1.2	0.7
6	Είμαι πολύ καλός (καλή) και προσδοκώ υψηλή βαθμολογία.	2.5	2.5	2.2
7	Διάφοροι λόγοι.	3.2	2.5	5.9
0	Δεν προβάλλονται λόγοι.	15.0	7.5	47.4
	Σύνολο	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.2.5

Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι υπάρχει μια φθίνουσα διάταξη για το λόγο «*Μου αρέσουν τα Μαθ/κά»* για τους μαθητές των Ιδιωτικών ΓΕΛ, Δημοσίων ΓΕΛ και

ΤΕΛ. Ίδια διάταξη, αλλά με μικρότερες συχνότητες υπάρχει και για τους λόγους «*Οξύνουν το μυαλό», «είναι χρήσιμα στη ζωή».*

4.11.3. *Ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου.*

Το 35.2 % των μαθητών δηλώνουν ότι *είχαν το ίδιο ενδιαφέρον* σε όλες τις τάξεις του σχολείου, ενώ το υπόλοιπο 64.8 % των μαθητών δηλώνουν ότι *δεν είχαν το ίδιο ενδιαφέρον* για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του Λυκείου. Από τους μαθητές που δήλωσαν ότι είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου το 45.8 % είναι κορίτσια και το 54.2 % είναι αγόρια. Τα ποσοστά επί του συνόλου των κοριτσιών και των αγοριών είναι 42.6 % και 47.9 % αντιστοίχως (παράρτημα 18^{ο} , πίνακας 18.3). Οι περιγραφικές απαντήσεις των μαθητών για τους λόγους που το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά ήταν ή δεν ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου άφησαν να διαφανεί την ύπαρξη ενός μόνο κύριου λόγου για κάθε μαθητή.

Οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές δηλώνουν ότι *το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου* κωδικοποιούνται ως εξής :

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %
1	***Η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις.***	**4.9**
2	Εναλλαγή των καθηγητών.	1.7
3	***Μου αρέσουν – δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά.***	**29.3**
4	Τα Μαθ/κά είναι σημαντικό μάθημα και χρήσιμα στη ζωή.	2.4
5	***Είχα καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις.***	**4.3**

6	Δεν είχα καλούς καθηγητές.	4.0
7	Διάφοροι λόγοι.	4.0
0	Δεν αναφέρεται λόγος.	49.4
	Σύνολο	100.0

Πίνακας 4.11.3.1

Μερικοί από τους διάφορους λόγους είναι οι εξής: «*Τα κενά που είχα στο Γυμνάσιο δεν μου επέτρεπαν να παρακολουθήσω σωστά τα Μαθ/κά στο Λύκειο», «Ήθελα να είμαι πάντα συνεπής με τα Μαθ/κά», «Δεν με ενδιέφερε γιατί ήταν πάντα δύσκολο», «Ο τρόπος διδασκαλίας ήταν πάντα ο ίδιος» , «Διάβαζα πάντα, γιατί δεν ήθελα να μείνω*». Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι:

- Ο κυριότερος λόγος για τον οποίο το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου είναι ότι «*Μου αρέσουν ή δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά».* Όπως αναφέρθηκε παραπάνω αυτός είναι και ο κυριότερος λόγος επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.
- Ο δεύτερος επόμενος λόγος, με πολύ μεγάλη διαφορά στη σχετική του συχνότητα είναι ότι «*η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις του σχολείου».*
- Ο τρίτος λόγος, επίσης με πολύ μεγάλη διαφορά από τον πρώτο στη σχετική του συχνότητα και με ελάχιστη διαφορά από τον δεύτερο είναι ότι «*είχα καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις».*
- Ούτε η ύλη, ούτε οι καλοί καθηγητές είναι σημαντικοί λόγοι για να κρατηθεί στο ίδιο επίπεδο το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του Λυκείου.

Η στατιστική ανάλυση με τη βοήθεια του κριτηρίου X^2, έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:

(α΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια ως προς το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου.* (Δηλ. ως προς το εάν ήταν το ενδιαφέρον ίδιο ή διαφορετικό), (X^2 =4.613, df=1, sig.=0,032).

(β΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια ως προς τους λόγους που είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά.* (X^2 =10.237, df=7 sig.=0,176).

(γ΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τύπων σχολείου της έρευνάς μας, ως προς το εάν είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά* (F=0.869, df=2, sig.=0.419).

(δ΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τύπων σχολείου, ως προς τους λόγους που το ενδιαφέρον τους ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του σχολείου* (X^2 =39.365, df =14, sig. = 0.000).

(ε΄) *Δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών, ως προς τους λόγους που το ενδιαφέρον τους ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου* (X^2 =22.256, df =14, sig. = 0.074).

Οι συχνότητες των λόγων για τους οποίους οι μαθητές *είχαν το ίδιο ενδιαφέρον* για τα Μαθ/κά *κατά είδος σχολείου* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Είδος σχολείου		
		1	2	3
1	Η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις.	**5.3**	***0.0***	**5.3**
2	Εναλλαγή των καθηγητών.	2.1	***0.0***	1.2

3	***Μου αρέσουν – δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά.***	**30.7**	**44.9**	**20.5**
4	Τα Μαθ/κά είναι σημαντικό μάθημα και χρήσιμο στη ζωή.	3.0	***0.0***	1.2
5	***Είχα καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις.***	**4.7**	**4.1**	**2.9**
6	Δεν είχα καλούς καθηγητές.	4.9	2.0	1.8
7	Διάφοροι λόγοι.	4.5	8.2	1.2
0	Δεν αναφέρεται λόγος.	44.8	40.8	66.1
	Σύνολο	100.0	100.0	100.0

Σημείωση: 1=Δημόσιο Γεν. Λύκειο, 2=Ιδιωτικό Γεν. Λύκειο, 3=Τεχνικό Λύκειο.

Πίνακας 4.11.3.2

Η μελέτη του παραπάνω πίνακα οδηγεί στα παρακάτω συμπεράσματα :

- *Ο κυριότερος λόγος για τον οποίο το ενδιαφέρον των μαθητών δεν άλλαξε στις τάξεις του Λυκείου είναι το αν αρέσουν ή όχι τα Μαθ/κά στους μαθητές και για τους τρεις τύπους σχολείου με φθίνουσα σειρά διάταξης: ιδιωτικά ΓΕΛ, δημόσια ΓΕΛ, ΤΕΛ.*
- *Οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων θεωρούν τα Μαθ/κά σημαντικό μάθημα και χρήσιμο για τη ζωή και αυτό προβάλλουν ως λόγο που το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις, σε βαθμό αρκετά μεγαλύτερο από τους μαθητές των δημοσίων Τεχνικών Λυκείων. Οι μαθητές των ιδιωτικών Λυκείων δεν κάνουν καμιά αναφορά στο λόγο αυτό.*
- *Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων φαίνεται ότι θεωρούν σε μεγαλύτερο βαθμό ως λόγο που είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά από τους μαθητές των δημοσίων τεχνικών Λυκείων, το ότι είχαν καλούς καθηγητές.*

- *Υπάρχει μια φθίνουσα διάταξη της σχετικής συχνότητας του λόγου «Δεν είχα καλούς καθηγητές», για τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ, ιδιωτικών ΓΕΛ και ΤΕΛ.*
- *Οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των Τεχνικών Λυκείων φαίνεται ότι θεωρούν στον ίδιο βαθμό ως λόγο που είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά, το ότι η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις του Λυκείου. Οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ δεν κάνουν καμιά αναφορά στον παραπάνω λόγο.*

Από τους μαθητές που δήλωσαν ότι το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου, το 51.10 % είναι κορίτσια και το 48.9 % είναι αγόρια. Τα ποσοστά επί του συνόλου των κοριτσιών και των αγοριών είναι 57.4 % και 52.1 % αντιστοίχως. Οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές δηλώνουν ότι *το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο* σε όλες τις τάξεις του Λυκείου κωδικοποιούνται ως εξής :

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %
1	***Η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος.***	**32.4**
2	***Ήταν διαφορετικοί οι καθηγητές.***	**9.8**
3	Είχα κάποιους καλούς και κάποιους κακούς καθηγητές.	7.6
4	***Είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις.***	**9.2**
5	Η κατεύθυνση που διάλεξα και ο προσανατολισμός	

	μου για το επάγγελμα που θα ακολουθήσω.	2.8
6	Το φροντιστήριο με βοήθησε να αγαπήσω τα Μαθ/κά στο Λύκειο.	2.6
7	Διάφοροι λόγοι.	9.4
0	Δεν αναφέρονται λόγοι.	26.1
	Σύνολο	100.0

Πίνακας 4.11.3.3

Μερικοί από τους διάφορους λόγους που προβάλλονται είναι οι εξής:
«Από τάξη σε τάξη τα καταλάβαινα καλύτερα», «Έγραψα καλά στις πανελλήνιες εξετάσεις», «Με αδικούσε ο καθηγητής στο βαθμό και έχασα το ενδιαφέρον», «Είχα κενά και δεν μπορούσα να τα καταλάβω», «Όσο δυσκολευόμουν, τόσο έχανα το ενδιαφέρον μου», «Όσο δυσκόλευαν, τόσο μ' ενδιέφεραν περισσότερο», «Διάβασα εξωσχολικά βιβλία πάνω στην Ιστορία των Μαθ/κών», «Κατάλαβα ότι είναι χρήσιμα».

Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι:

- Ο κυριότερος λόγος για τον οποίο το ενδιαφέρον των μαθητών δεν ήταν το ίδιο από τάξη σε τάξη στο σχολείο είναι ότι «*η ύλη είναι διαφορετική και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος*».
- Ο δεύτερος λόγος είναι ότι «*ήταν διαφορετικοί οι καθηγητές στις διαφορετικές τάξεις*».
- Ο τρίτος λόγος, κατά σειρά σχετικής συχνότητας, είναι ότι «*είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις*».

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι καταγράφεται σαν λόγος υπαρκτός η φοίτηση στο φροντιστήριο, η οποία βοήθησε ένα ποσοστό μαθητών να αγαπήσουν τα Μαθ/κά και να ενδιαφερθούν γι' αυτά. Επίσης ο προσανατολισμός για το επάγγελμα είναι ακόμη ένας υπαρκτός λόγος αλλαγής ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά.

Η στατιστική ανάλυση με τη βοήθεια του κριτηρίου X^2, οδηγεί στα παρακάτω συμπεράσματα:

(α΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια ως προς τους λόγους, που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου* (X^2 =27.720, df=8, sig.=0.001). Αυτό σημαίνει ότι τα αγόρια και τα κορίτσια λειτουργούν ως διαφορετικές ομάδες ως προς τους λόγους που το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου.

(β΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τύπων σχολείου της έρευνά μας, για τους λόγους που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου* (X^2 =78.307, df =16 sig.=0.000).

(γ΄) *Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών της έρευνάς μας, για τους λόγους που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου* (X^2 =29.767, df =16, sig.=0.019).

Οι συχνότητες των λόγων για τους οποίους το ενδιαφέρον των μαθητών *δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου κατά φύλο* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα %	
		Φύλο: 0	1
1	***Η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και***	**32.7**	**32.1**

	δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος.		
2	***Ήταν διαφορετικοί οι καθηγητές.***	**12.1**	**7.4**
3	Είχα κάποιους καλούς και κάποιους κακούς καθηγητές.	10.0	5.2
4	***Είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις.***	**9.1**	**9.2**
5	*Η κατεύθυνση που διάλεξα και ο προσανατολισμός μου για το επάγγελμα που θα ακολουθήσω.*	*2.4*	*3.1*
6	Το φροντιστήριο με βοήθησε να αγαπήσω τα Μαθ/κά στο Λύκειο.	3.7	1.6
7	Διάφοροι λόγοι.	8.9	9.9
0	Δεν αναφέρονται λόγοι.	21.2	31.5
	Σύνολο	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.3.4

Η μελέτη του παραπάνω πίνακα οδηγεί στα παρακάτω συμπεράσματα: Φαίνεται ότι:

- Τα κορίτσια, επηρεάζονται πολύ περισσότερο σε σχέση με τα αγόρια από τους καθηγητές τους, όσον αφορά στη μεταβολή του ενδιαφέροντός τους για τα Μαθ/κά.
- Για τα κορίτσια, το καταστάλαγμα για την επιλογή του επαγγέλματος, τα επηρεάζει λιγότερο από τα αγόρια στο να αλλάξουν το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά. Ίσως αυτό να σημαίνει ότι τα κορίτσια επιλέγουν επάγγελμα που απαιτεί Μαθ/κά σε μικρότερο βαθμό από τ' αγόρια.
- Το φροντιστήριο επηρεάζει σε μεγαλύτερο βαθμό τα κορίτσια από τα αγόρια στο να αλλάξουν το ενδιαφέρον τους και να αγαπήσουν τα Μαθηματικά.

- Η εξέταση των Μαθ/κών στις Πανελλήνιες εξετάσεις επηρεάζει το ίδιο σχεδόν τα αγόρια και τα κορίτσια και σε αρκετά μεγάλο ποσοστό στο να αλλάξει το ενδιαφέρον τους για τα Μαθηματικά.
- Ο σημαντικότερος λόγος που επηρεάζει τους μαθητές, τόσο τα αγόρια, όσο και τα κορίτσια για την αλλαγή του ενδιαφέροντος απέναντι στα Μαθ/κά είναι η ποικιλία της ύλης από τάξη σε τάξη.

Οι συχνότητες των λόγων για τους οποίους οι μαθητές *δεν είχαν το ίδιο ενδιαφέρον* για τα Μαθ/κά *κατά είδος σχολείου* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Είδος σχολ. 1	2	3
1	***Η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος.***	**34.8**	**35.6**	**18.4**
2	***Ήταν διαφορετικοί οι καθηγητές.***	**10.4**	**4.6**	**9.6**
3	Είχα κάποιους καλούς και κάποιους κακούς καθηγητές.	6.9	10.3	9.6
4	***Είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις στη Β΄ και Γ΄ Λυκείου.***	**10.7**	**10.3**	**0.7**
5	Η κατεύθυνση που διάλεξα και ο προσανατολισμός μου για το επάγγελμα που θα ακολουθήσω.	2.2	2.3	5.9
6	Το φροντιστήριο με βοήθησε να αγαπήσω τα Μαθ/κά στο Λύκειο.	2.8	1.1	2.9
7	Διάφοροι λόγοι.	8.2	21.8	7.3
0	Δεν αναφέρονται λόγοι.	24.0	13.8	45.6
	Σύνολο	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.3.5

Η μελέτη των αποτελεσμάτων του παραπάνω πίνακα οδηγεί στα παρακάτω συμπεράσματα:

- *Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων προβάλλουν σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό τη διαφορετικότητα της ύλης από τάξη σε τάξη ως λόγο που το ενδιαφέρον δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις, από τους μαθητές των δημοσίων Τεχνικών Λυκείων.*
- *Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων, προβάλλουν σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό ως λόγο που το ενδιαφέρον δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις, το γεγονός ότι τα Μαθ/κά εξετάζονται στις πανελλήνιες εξετάσεις, από τους μαθητές των δημοσίων Τεχνικών Λυκείων. Δηλαδή οι πανελλήνιες εξετάσεις παίζουν σημαντικό ρόλο και στο θέμα του ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά. Οι μαθητές των Τεχνικών Λυκείων που σε μεγάλο ποσοστό δεν συμμετέχουν στις πανελλήνιες εξετάσεις, ή που δεν προσδοκούν σημαντικά πράγματα από τις πανελλήνιες, μόλις που αναφέρουν τον λόγο αυτό σαν αιτία αλλαγής του ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά.*
- *Φαίνεται ότι το φροντιστήριο παίζει σημαντικότερο ρόλο στο να αγαπήσουν τα Μαθ/κά και να ενδιαφερθούν γι' αυτά για τους μαθητές των δημοσίων Γενικών και των Τεχνικών Λυκείων, παρά για τους μαθητές των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων.*

Οι σχετικές συχνότητες των λόγων για τους οποίους το ενδιαφέρον των μαθητών *δεν ήταν το ίδιο κατά εκπαιδευτική περιφέρεια* φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Κωδικός	Λόγος	Συχνότητα % Εκπ/κή Περιφέρεια 1	2	3
1	***Η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος.***	**37.4**	**27.9**	**31.7**
2	***Ήταν διαφορετικοί οι καθηγητές.***	**8.2**	**7.5**	**12.7**
3	***Είχα κάποιους καλούς και κάποιους κακούς καθηγητές.***	**10.2**	**6.4**	**6.3**
4	***Είναι εξεταζόμενο μάθημα στις Παν. εξετάσεις.***	**7.8**	**12.8**	**7.5**
5	Η κατεύθυνση που διάλεξα και ο προσανατολισμός μου για το επάγγελμα που θα ακολουθήσω.	2.4	4.2	2.0
6	Το φροντιστήριο με βοήθησε να αγαπήσω τα Μαθ/κά στο Λύκειο.	3.4	1.9	2.6
7	Διάφοροι λόγοι.	7.8	10.9	9.5
0	Δεν αναφέρονται λόγοι.	22.8	28.4	27.7
	Σύνολο	100.0	100.0	100.0

Πίνακας 4.11.3.6

Από τον πίνακα αυτόν φαίνεται ότι, ο λόγος με τη μεγαλύτερη σχετική συχνότητα για τον οποίο το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου, για όλες τις επαιδευτικές περιφέρειες είναι ότι « *η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος»*.Υπάρχει μια φθίνουσα διάταξη των σχετικών συχνοτήτων με τη σειρά $1^{η}$, $3^{η}$, $2^{η}$ εκπ/κή περιφέρεια. Επίσης ο λόγος «*είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις»* είναι σημαντικός για την αλλαγή του ενδιαφέροντος των μαθητών για τα Μαθ/κά και η συχνότητά του ακολουθεί τη φθίνουσα διάταξη με τη σειρά $2^{η}$, $1^{η}$, $3^{η}$, εκπαιδευτική περιφέρεια. Φαίνεται, λοιπόν, ότι για τους μαθητές με το υψηλότερο

βιοτικό επίπεδο οι πανελλήνιες εξετάσεις είναι σημαντικότερος λόγος για να αλλάξουν ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε σχέση με τους μαθητές χαμηλότερου βιοτικού επιπέδου. Ακόμη η ποιότητα των καθηγητών είναι ένας άλλος σημαντικός λόγος που επηρεάζει τους μαθητές με φθίνουσα σειρά έντασης από την 1η , στη 2η και στη 3η εκπαιδευτική περιφέρεια. Τέλος και η φοίτηση στο φροντιστήριο καταγράφεται σαν υπαρκτός λόγος για την αλλαγή του ενδιαφέροντος προς το θετικότερο για τους μαθητές και των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών.

4.11.4. Κατηγοριοποίηση των διαφορών και ομοιοτήτων

Κατηγοριοποιώντας τις διαφορές και ομοιότητες κατά είδος σχολείου, τάξη, φύλο και εκπαιδευτική περιφέρεια, έχουμε τα εξής:

- ***Κατά είδος σχολείου***

  (α΄) *Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:*

  - *Το φόβο για τα Μαθηματικά μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ και των μαθητών των ΤΕΛ.* (Οι μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τους μαθητές των ΤΕΛ).
  - *Τους λόγους που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα, μεταξύ των μαθητών όλων των τύπων σχολείου (των δημοσίων ΓΕΛ, των ιδιωτικών ΓΕΛ και των ΤΕΛ).*
  - *Τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα, μεταξύ των μαθητών όλων των τύπων σχολείου (των δημοσίων ΓΕΛ, των ιδιωτικών ΓΕΛ και των ΤΕΛ).*
  - *Τους λόγους που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου.* Ειδικότερα:

- ✓ *Οι μαθητές των δημοσίων και των ιδιωτικών ΓΕΛ δηλώνουν σε μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές των ΤΕΛ ως λόγο, ότι τους αρέσουν τα Μαθ/κά.*
- ✓ *Οι μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ δηλώνουν ως λόγο ότι τα Μαθ/κά είναι χρήσιμο μάθημα σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ΤΕΛ.*
- ✓ *Οι μαθητές των δημοσίων και των ιδιωτικών ΓΕΛ δηλώνουν ως λόγο, ότι είχαν καλούς καθηγητές, σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ΤΕΛ.*

➢ *Τους λόγους που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου.* Ειδικότερα:

- οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ:
  - ✓ *Θεωρούν ότι η διαφορετικότητα της ύλης από τάξη σε τάξη τους άλλαζε το ενδιαφέρον περισσότερο από τους μαθητές των ΤΕΛ.*
  - ✓ *Θεωρούν το γεγονός ότι υπάρχουν πανελλήνιες εξετάσεις στη Γ΄ τάξη (και κάποτε στη Β΄ τάξη) τους μεγάλωσε προφανώς το ενδιαφέρον, σε βαθμό μεγαλύτερο απο τους μαθητές των ΤΕΛ.*
- οι μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ και των ΤΕΛ:
  - ✓ *Θεωρούν ότι το φροντιστήριο τους βοήθησε να αγαπήσουν τα Μαθ/κά στο Λύκειο και άρα να μεγαλώσει το ενδιαφέρον τους σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ.*

(β΄) Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:

➢ *Το φόβο για τα Μαθηματικά μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ και των ιδιωτικών ΓΕΛ.*

- *Το εάν είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του Λυκείου μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ, ιδιωτικών ΓΕΛ και ΤΕΛ.*

- ***Κατά τάξη***

(α΄) *Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:*

- *Τους λόγους που φοβούνται τα Μαθ/κά.*

(β΄) *Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικά διαφορές ως προς:*

- *Τους λόγους που δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα.*
- *Τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα.*

- ***Κατά φύλο***

(α΄) *Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:*

- *Το φόβο για τα Μαθ/κά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια. Ειδικότερα τα κορίτσια (μέση τιμή φόβου 0.58) φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια (μέση τιμή φόβου 0.46).*
- *Τους λόγους που φοβούνται τα Μαθ/κά. Ειδικότερα, τα κορίτσια φοβούνται περισσότερο από τα αγόρια:*

✓ *Τον καθηγητή*

✓ *Μήπως δεν γράψουν καλά στις πανελλήνιες εξετάσεις*

✓ *Τα Μαθ/κά επειδή δεν τα καταλαβαίνουν*

✓ *Τα Μαθ/κά επειδή τους προκαλούν άγχος*

✓ *Τα Μαθ/κά επειδή δεν έχουν έμφυτη κλίση γι' αυτά.*

Τέλος τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά επειδή πιστεύουν ότι είναι δύσκολα σε βαθμό μικρότερο από τα αγόρια.

- *Τους λόγους που οι μαθητές δεν θα επέλεγαν το μάθημα των Μαθ/κών ως προαιρετικό.* Ειδικότερα το ποσοστό των κοριτσιών είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο των αγοριών για τους παρακάτω προβαλλόμενους λόγους:
  - ✓ *Δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά*
  - ✓ *Δεν έχω κλίση για τα Μαθ/κά.*

Ειδικότερα το ποσοστό των κοριτσιών είναι μικρότερο από το αντίστοιχο των αγοριών για τον παρακάτω προβαλλόμενο λόγο:

  - ✓ *Φοβάμαι τον καθηγητή.*

- *Τους λόγους που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά στο σχολείο, δεν ήταν το ίδιο.* Ειδικότερα τα *κορίτσια* επηρεάζονται:
  - *Περισσότερο από τα αγόρια:*
  - ✓ *Από τους καθηγητές τους*
  - ✓ *Από το φροντιστήριο*
  - ✓ *Από την ποικιλία της ύλης από τάξη σε τάξη.*
  - *Λιγότερο από τα αγόρια:*
  - ✓ *Από την επιλογή του επαγγέλματος*
  - ✓ *Από το γεγονός ότι είναι εξεταζόμενο μάθημα στις Πανελλήνιες εξετάσεις.*

(β΄) *Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:*

- *Τους λόγους που οι μαθητές θα επέλεγαν τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά, σε όλες τις τάξεις του Λυκείου.*

- ***Κατά εκπαιδευτική περιφέρεια***

(α΄) *Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:*

- *Τους λόγους που φοβούνται τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που το ενδιαφέρον που είχαν για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου.*

(β΄) *Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς:*

- *Το φόβο για τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά.*
- *Τους λόγους που είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά, στις τάξεις του Λυκείου.*

4.12. *Σύνοψη αποτελεσμάτων*

Η έρευνά μας αυτή οδήγησε στο συμπέρασμα της ύπαρξης δώδεκα παραγόντων που αφορούν στις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπο μελέτης των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθ/κά και στις αντιλήψεις τους για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών τους στη τάξη. Διερευνήθηκε η ύπαρξη διαφορών των μαθητών για τους παράγοντες αυτούς σε σχέση με τον τύπο (είδος) σχολείου, στο οποίο φοιτούν οι μαθητές, την τάξη, την κατεύθυνση, την εκπαιδευτική περιφέρεια στην οποία ανήκουν και το φύλο τους. Επίσης διερευνήθηκαν οι μαθητές ως προς την επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά, την αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση, το φόβο για τα Μαθ/κά, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος και το ενδιαφέρον τους για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου. Ελέγχθηκε η ύπαρξη διαφορών και για τις μεταβλητές αυτές σε σχέση με τον τύπο σχολείου, την τάξη, την κατεύθυνση, την εκπαιδευτική περιφέρεια και το φύλο. Η εκπαιδευτική περιφέρεια φαίνεται ότι δεν

διαφοροποιεί τις στάσεις, τις πεποιθήσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθ/κά, τον τρόπο μελέτης των Μαθ/κών και τις αντιλήψεις των μαθητών για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών τους στην τάξη. Αυτό σημαίνει, ίσως, ότι κανένα από τα χαρακτηριστικά που δημιουργούν τη διαφορετικότητα κάθε εκπαιδευτικής περιφέρειας, δεν φαίνεται να επηρεάζει τους μαθητές σε τρόπο ώστε να έχουν διαφορετικές πεποιθήσεις, στάσεις και αντιλήψεις για τα Μαθ/κά και τους καθηγητές τους, καθώς και τρόπο μελέτης των Μαθηματικών. Τέτοια χαρακτηριστικά είναι το βιοτικό επίπεδο, το μορφωτικό επίπεδο των γονέων, το πολιτισμικό επίπεδο, καθώς και η εθνολογική σύνθεση, αφού υπάρχουν περιοχές της έρευνάς μας που είναι πολυπολιτισμικές.

Ο τύπος Λυκείου στον οποίο ανήκουν οι μαθητές, τους διαφοροποιεί για τους περισσότερους από τους παράγοντες στάσεων και πεποιθήσεων στους οποίους οδήγησε η έρευνά μας. Η διαφοροποίηση υφίσταται μεταξύ των μαθητών των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων σε σχέση με τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων. Αφορά στους παράγοντες F_1, F_2, F_3, F_4, F_7, F_{10}, F_{11}. Δηλαδή η διαφοροποίηση αφορά στις δυσκολίες των μαθητών με τα Μαθ/κά, στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθ/κών, στη διαδικαστική κατανόηση των Μαθ/κών, στην αγάπη για τα Μαθ/κά, στη μελέτη των Μαθ/κών με κατανόηση, στην αντίληψη των μαθητών ότι ο καθηγητής κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών και στην αντίληψη για τη δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη. Αντίθετα η μη διαφοροποίηση αφορά στους παράγοντες F_5, F_6, F_8, F_9, δηλαδή στα εξωτερικά κίνητρα για τη μελέτη των αποδείξεων των θεωρημάτων, στην προσπάθεια που καταβάλλει ένας μαθητής να λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα, στη μελέτη των Μαθηματικών με αναστοχασμό και στην τεχνική μελέτης των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών

Γενικών Λυκείων δυσκολεύονται λιγότερο με τα Μαθ/κά έναντι των μαθητών των Τεχνικών Λυκείων. Αυτό πρέπει να οφείλεται στο υψηλότερο επίπεδο στα Μαθηματικά των μαθητών των Γενικών Λυκείων έναντι των μαθητών των Τεχνικών Λυκείων. Οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ πιστεύουν περισσότερο από τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ και ΤΕΛ στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων των θεωρημάτων και γενικά των Μαθηματικών. Αυτό φαίνεται να οφείλεται: (α΄) Στο γεγονός ότι οι μαθητές των ιδιωτικών Λυκείων κατά κανόνα προέρχονται από υψηλότερα κοινωνικοοικονομικά στρώματα σε σχέση με τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ και ΤΕΛ που επιτρέπουν σε πολλούς από αυτούς να σχεδιάζουν ανώτατες σπουδές που έχουν ως προαπαιτούμενο τα Μαθ/κά και ως εκ τούτου πιστεύουν περισσότερο στη χρησιμότητα των Μαθηματικών και των αποδείξεων στις σπουδές τους και γενικά στη ζωή. (β΄) Στο ότι οι μαθητές των ΤΕΛ, αφενός μεν δεν διδάσκονται πολλές αποδείξεις, αφετέρου δε, προσανατολίζονται προς τεχνικά επαγγέλματα, τα οποία δεν σχετίζονται με τη χρήση Μαθηματικών. Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων πιστεύουν λιγότερο από τους μαθητές των ΤΕΛ ότι τα Μαθ/κά είναι κυρίως διαδικασίες (αλγοριθμική ή διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά). Ίσως αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών στα ΤΕΛ αποβλέπει κυρίως στο να μάθουν οι μαθητές να εφαρμόζουν αλγορίθμους και τύπους. Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων αγαπούν διαχρονικά τα Μαθ/κά περισσότερο από τους μαθητές των ΤΕΛ. Αυτό ίσως είναι αποτέλεσμα του γεγονότος ότι οι μαθητές που κατευθύνονται από το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα προς τα ΤΕΛ είναι χαμηλότερου γνωστικού επιπέδου ως προς τα Μαθ/κά από τους μαθητές των Γενικών Λυκείων. Επίσης οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων μελετούν τα Μαθ/κά με τρόπο που οδηγεί

στην κατανόηση σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ΤΕΛ. Το συμπέρασμα αυτό αντικατοπτρίζει την ποιοτική διαφορά ανάμεσα στον προσανατολισμό των προγραμμάτων σπουδών των ΓΕΛ και ΤΕΛ, με εκείνα των ΓΕΛ να οδηγούν κυρίως σε πανεπιστημιακές θεωρητικές σπουδές, ενώ των ΤΕΛ σε σπουδές κυρίως πρακτικών εφαρμογών. Οι μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους κάνουν το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών σε βαθμό μικρότερο απ' ότι πιστεύουν οι μαθητές των ΤΕΛ. Η διαφορά αυτή ίσως προκύπτει από το γεγονός ότι τα μαθήματα στα ΤΕΛ είναι περισσότερο πρακτικά και διδάσκονται εργαστηριακά, με αποτέλεσμα η ενεργητική συμμετοχή των μαθητών κατά τη διδασκαλία να είναι απαραίτητη. Βέβαια τα Μαθ/κά δεν διδάσκονται εργαστηριακά στα ΤΕΛ. Όμως η διδασκαλία τους εκ των πραγμάτων γίνεται σε επίπεδο περισσότερο κατανόησης αλγορίθμων και εφαρμογών. Τέλος οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ θεωρούν σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ΤΕΛ ότι η δυσκολία των ασκήσεων που τους δίνονται είναι μεγάλη. Αυτό αντικατοπτρίζει το γεγονός ότι ένα ιδιωτικό ΓΕΛ είναι πιο απαιτητικό σχολείο από ένα ΤΕΛ. Αυτό, βέβαια, δεν σημαίνει ότι τα δημόσια ΓΕΛ δεν είναι πιο απαιτητικά σχολεία από τα ΤΕΛ, τουλάχιστον ως προς το μάθημα των Μαθ/κών, απλώς δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά για τον παράγοντα F_{11}, (βαθμός δυσκολίας ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη), μεταξύ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ και ΤΕΛ.

Για τους μαθητές της Α΄ τάξης των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων η εκπαιδευτική περιφέρεια, ο τύπος (το είδος) σχολείου και το φύλο δεν επηρεάζουν την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση και το φόβο για τα Μαθ/κά, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά κατά τη διάρκεια των σπουδών τους στο Λύκειο, την επίδοση στα Μαθ/κά, όπως αυτή σκιαγραφείται από τη σχολική βαθμολογία, την απόδοση στα Μαθ/κά,

όπως αυτή εκφράζεται από τη βαθμολογία στο τεστ των Μαθ/κών του ερωτηματολογίου. Το συμπέρασμα ότι το είδος σχολείου για τους μαθητές της Α΄ τάξης των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων δεν επηρεάζει την επίδοση και την απόδοση στα Μαθ/κά, είναι μη αναμενόμενο, διότι είναι γενικά παραδεκτό ότι το επίπεδο των μαθητών των ιδιωτικών ΓΕΛ είναι υψηλότερο από εκείνο των δημοσίων ΓΕΛ. Το γεγονός ότι το φύλο δεν επηρεάζει το φόβο για τα Μαθηματικά, για τους μαθητές της Α΄ τάξης, ίσως οφείλεται στο ότι οι μαθητές της Α΄ τάξης του Λυκείου δεν έχουν ακόμη προσανατολισθεί σαφώς ως προς το είδος των σπουδών που θα ακολουθήσουν και επομένως ο ρόλος των Μαθ/κών γι' αυτούς δεν είναι ακόμη ορατός και απόλυτα σαφής, δεν καταβάλλουν την προσήκουσα προσπάθεια για τη διάκριση στα Μαθηματικά. Επίσης φαίνεται ότι για τον ίδιο λόγο οι μαθητές φοβούνται τα Μαθ/κά το ίδιο, ανεξαρτήτως του τύπου σχολείου (δημόσιο-ιδιωτικό), που φοιτούν και του φύλου.

Για τους μαθητές της Β΄ τάξης των Γενικών δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων η εκπαιδευτική περιφέρεια επηρεάζει την επίδοση και την απόδοση στα Μαθ/κά. Οι μαθητές της δεύτερης (μείζονος) εκπαιδευτικής περιφέρειας (βρίσκονται στο υψηλότερο κοινωνικοοικονομικό επίπεδο), έχουν την καλύτερη επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά σε σύγκριση με τους μαθητές της πρώτης και της τρίτης (μείζονος) εκπαιδευτικής περιφέρειας. Γίνεται, λοιπόν, επιβεβαίωση της επικρατούσας άποψης ότι οι μαθητές οι οποίοι ανήκουν στα υψηλότερα κοινωνικοοικονομικά στρώματα έχουν καλύτερες επιδόσεις στα Μαθηματικά, αφού μπορούν να βοηθηθούν με μεγαλύτερη φροντιστηριακή ενίσχυση. Το αποτέλεσμα, όμως αυτό δεν επιβεβαιώνεται για τους μαθητές της πρώτης τάξης. Ίσως η διαφοροποίηση αυτή να οφείλεται στο γεγονός, ότι οι μαθητές της Β΄ τάξης, έχουν ήδη προσανατολισθεί για την κατεύθυνση και τις σπουδές που θα ακολουθήσουν,

βρίσκονται πιο κοντά στις πανελλήνιες εξετάσεις και έχουν ήδη αρχίσει φροντιστήριο.

Για τους μαθητές της Γ΄ τάξης των γενικών δημοσίων και ιδιωτικών Λυκείων η εκπαιδευτική περιφέρεια δεν επηρεάζει την επίδοση (δηλ. τη σχολική βαθμολογία) στα Μαθ/κά. Αντίθετα, η εκπαιδευτική περιφέρεια επηρεάζει τη βαθμολογία των εξετάσεων στα Μαθ/κά υπέρ των περιοχών με το υψηλότερο κοινωνικοοικονομικό επίπεδο. Το ίδιο συμβαίνει και με την απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών. Δηλαδή φαίνεται ότι η περιοχή επηρεάζει δυο σημαντικές συνιστώσες που μετρούν τη μαθηματική κατάρτιση των μαθητών της Γ΄ τάξης του Λυκείου. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί σε γενικές γραμμές με αντίστοιχο συμπέρασμα για τους μαθητές της Β΄ Λυκείου. Για τους ίδιους όμως μαθητές (Γ΄τάξη), ο τύπος σχολείου (δημόσιο-ιδιωτικό) επηρεάζει την απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών, με τους μαθητές των ιδιωτικών να υπερέχουν έναντι των μαθητών των δημοσίων Λυκείων.
Αντίθετα όσον αφορά στη σχολική βαθμολογία στα Μαθ/κά, οι μαθητές των δημοσίων Λυκείων φαίνεται να υπερέχουν των ιδιωτικών. Το πρώτο συμπέρασμα συμφωνεί με την επικρατούσα άποψη ότι οι μαθητές των ιδιωτικών σχολείων είναι υψηλότερου επιπέδου από εκείνους των δημοσίων, ενώ το δεύτερο δείχνει ότι η βαθμολογία στα ιδιωτικά Λύκεια είναι, ίσως, αυστηρότερη από εκείνη των δημοσίων. Τέλος για τους μαθητές αυτούς το φύλο επηρεάζει τη σχολική βαθμολογία στα Μαθ/κά, το βαθμό στις εξετάσεις, τόσο των Μαθ/κών γενικής παιδείας, όσο και των Μαθ/κών κατεύθυνσης, με τα κορίτσια να υπερέχουν έναντι των αγοριών.
Το αποτέλεσμα αυτό είναι συμβατό προς τις παρατηρούμενες διακρίσεις των κοριτσιών στην εισαγωγή στα Ανώτατα Εκπαιδευτικά Ιδρύματα της χώρας.

Για τους μαθητές μόνο των ΤΕΛ οι μαθητές της Α΄ τάξης υστερούν στατιστικά σημαντικά ως προς την επίδοση έναντι των μαθητών τόσο της Β΄ όσο και της Γ΄ τάξης, ενώ δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών

της Β΄ και της Γ΄τάξης, ως προς την επίδοση. Ανάλογα συμπεράσματα δεν σημειώνονται για τους μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων. Επίσης τα κορίτσια έχουν μεγαλύτερη αυτοεκτίμηση και λιγότερο φόβο για τα Μαθ/κά από τα αγόρια. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με το αντίστοιχο συμπέρασμα για το σύνολο των μαθητών, όπου προκύπτει ότι τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια. Τέλος για τους μαθητές των ΤΕΛ η εκπαιδευτική περιφέρεια, η τάξη και το φύλο δεν φαίνεται να διαφοροποιούν τις πεποιθήσεις, τις στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά, τις αντιλήψεις τους για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών στην τάξη, καθώς και τον τρόπο μελέτης των Μαθηματικών. Τα ίδια ακριβώς ισχύουν και για τους μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων.

Η τάξη στην οποία φοιτούν οι μαθητές, τους διαφοροποιεί ως προς την πεποίθησή τους για τον βαθμό δυσκολίας των εργασιών που βάζει ο καθηγητής. Ιδιαιτέρως διαφοροποιούνται οι μαθητές της πρώτης και της τρίτης τάξης. Στην τρίτη τάξη θεωρούν ότι οι ασκήσεις που δίνονται είναι δύσκολες λίγο πιο πάνω από το μέσο όρο, ενώ στην πρώτη λίγο πιο κάτω από το μέσο όρο. Αυτή η διαφορά μπορεί να οφείλεται στο ότι, η τρίτη τάξη είναι τάξη προετοιμασίας για τις πανελλήνιες εξετάσεις.

Η κατεύθυνση που ακολουθούν οι μαθητές, τους διαφοροποιεί ως προς όλους τους παράγοντες πεποιθήσεων και στάσεων, καθώς και ως προς την επίδοση, την απόδοση, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, το φόβο, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος και το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Τα αποτελέσματα της έρευνας επιβεβαιώνουν την υπεροχή των μαθητών της θετικής κατεύθυνσης, έναντι των μαθητών των άλλων κατευθύνσεων και μάλιστα και έναντι των μαθητών της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Αξιοσημείωτο είναι ότι οι μαθητές

της θετικής κατεύθυνσης φαίνεται ότι ακολουθούν σε μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης την τεχνική μελέτης «πρώτα διαβάζω θεωρία και μετά λύνω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί». Δεδομένου ότι οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης είναι κατά τεκμήριο καλύτεροι στα Μαθ/κά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης, φαίνεται η παραπάνω τεχνική μελέτης να συμβαδίζει με καλύτερες επιδόσεις στα Μαθ/κά. Επίσης οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης φαίνεται πως πιστεύουν ότι ο καθηγητής τους των Μαθ/κών κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Αυτό δείχνει ότι η ποιότητα του μαθήματος που γίνεται σε τμήματα θετικής κατεύθυνσης είναι καλύτερη από εκείνη του μαθήματος που γίνεται σε τμήματα τεχνολογικής κατεύθυνσης.

Το φύλο διαφοροποιεί τους μαθητές των Λυκείων ως προς δύο παράγοντες, τους F_3 (Διαδικαστική κατανόηση των Μαθ/κών) και F_7 (Μελέτη των Μαθ/κών με κατανόηση). Συγκεκριμένα τα κορίτσια συνδέουν τη μελέτη με κατανόηση των Μαθ/κών με την προσεκτική και σχολαστική μελέτη των τύπων, διαδικασιών και αποδείξεων περισσότερο από τα αγόρια, καθώς επίσης μελετούν με κατανόηση περισσότερο από τα αγόρια. Ίσως αυτά τα δύο συμπεράσματα να φαίνονται αντιφατικά, αλλά μάλλον εκφράζουν το γεγονός ότι τα κορίτσια γενικά είναι πιο επιμελή από τα αγόρια στη μελέτη τους, πράγμα που συμφωνεί γενικά με την επικρατούσα άποψη της εκαιδευτικής κοινότητας, αλλά και με τις υψηλότερες επιδόσεις των κοριτσιών στις πανελλήνιες εξετάσεις, όπως τεκμηριώνεται και από την έρευνά μας. Επίσης το φύλο διαφοροποιεί τους μαθητές ως προς το φόβο για τα Μαθ/κά, με τα κορίτσια να τα φοβούνται περισσότερο από τα αγόρια. Το συμπέρασμα αυτό αντιστρέφεται όταν η έρευνα γίνεται μόνο για τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων, ενώ όταν ερευνώνται οι μαθητές των Γενικών Λυκείων (δημοσίων και

ιδιωτικών) κατά τάξη δεν σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των αγοριών και κοριτσιών ως προς το φόβο, όπως δεν σημειώνονται διαφορές και ως προς την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, τη σχολική επίδοση, την απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών, την πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών και το ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά στις τάξεις του Λυκείου.

Η εκπαιδευτική περιφέρεια των μαθητών δεν τους διαφοροποιεί για όλους τους παράγοντες των στάσεων και πεποιθήσεων της έρευνάς μας. Επίσης δεν διαφοροποιεί τους μαθητές της Α΄ τάξης των ΓΕΛ και ως προς την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, την επίδοση, απόδοση, το φόβο, την πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Διαφοροποιεί τους μαθητές της Β΄ τάξης των ΓΕΛ μόνο ως προς την επίδοση και απόδοση, καθώς και τους μαθητές της Γ΄ τάξης ως προς τον βαθμό των εξετάσεων στα Μαθ/κά κατεύθυνσης που πέτυχαν στη Β΄ τάξη και την απόδοση, υπέρ των μαθητών των περιοχών με το υψηλότερο κοινωνικοοικονομικό επίπεδο. Γίνεται φανερό ότι ο διαχωρισμός των μαθητών σε κατευθύνσεις και ο ακαδημαϊκός τους προσανατολισμός που συμβαίνει στις δύο τελευταίες τάξεις των ΓΕΛ, σε συνδυασμό με το βιοτικό επίπεδο, συντελεί σ' αυτή τη διαφοροποίηση.

Διαπιστώνεται θετική συσχέτιση για όλους τους παράγοντες που εκφράζουν θετικές στάσεις και πεποιθήσεις των μαθητών απέναντι και για τα Μαθηματικά, τόσο μεταξύ των παραγόντων, όσο και μεταξύ αυτών και της αυτοεκτίμησης, της ετεροεκτίμησης, της επίδοσης, της απόδοσης, της πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών και του ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά κατά τη διάρκεια των σπουδών στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ όλων αυτών των παραγόντων και του φόβου για τα Μαθηματικά. Αντίστοιχα διαπιστώνεται αρνητική συσχέτιση μεταξύ των παραγόντων που εκφράζουν αρνητικές στάσεις και

πεποιθήσεις και της αυτοεκτίμησης, της ετεροεκτίμησης, της επίδοσης, της απόδοσης, της πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών και του ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά κατά τη διάρκεια των σπουδών στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αντίθετα υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ αυτών των παραγόντων και του φόβου για τα Μαθηματικά. Επομένως μέλημα της Δευτεροβάθμιας, αλλά και των άλλων βαθμίδων της εκπαίδευσης πρέπει να είναι η καλλιέργεια θετικών στάσεων και πεποιθήσεων για τα Μαθηματικά, καθώς και η ενίσχυσή τους, ώστε να ενδυναμωθούν τα θετικά αποτελέσματα που θα σημειώνουν οι μαθητές για τα Μαθηματικά, ενώ να αποδυναμωθούν αντίστοιχα τα αρνητικά.

Η υψηλή σχολική βαθμολογία στα Μαθηματικά (επίδοση) συσχετίζεται θετικά με τη μεγάλη αυτοεκτίμηση των μαθητών (γνώμη που έχουν για τον εαυτό τους) και την ετεροεκτίμηση (γνώμη που έχουν οι άλλοι, δηλ. συμμαθητές, δάσκαλοι). Δηλαδή οι μαθητές αποκτούν μεγάλη αυτοεκτίμηση, όταν έχουν μεγάλες σχολικές επιδόσεις. Η μεγάλη αυτοεκτίμηση μπορεί να οδηγήσει και σε μεγαλύτερες ακόμα επιδόσεις, σύμφωνα και με έρευνες, που δείχνουν ότι οι μαθητές με υψηλές βαθμολογίες τείνουν να γίνονται ακόμη καλύτεροι, αφού συσχετίζεται θετικά με μικρό φόβο για τα Μαθηματικά. Ένα ενδιαφέρον αποτέλεσμα δείχνει ότι η μεγάλη αγάπη των μαθητών για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου) συσχετίζεται θετικά με υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών. Αυτό μας επιτρέπει να πούμε ότι από τους διδασκόμενους κλάδους των Μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση η Ευκλείδεια Γεωμετρία και η Ανάλυση συμβάλλουν αποφασιστικά στην καλλιέργεια της μαθηματικής σκέψης των μαθητών, ώστε να έχουν καλή απόδοση στα Μαθηματικά. Ακόμη η υψηλή σχολική βαθμολογία στα Μαθ/κά συμβαδίζει με περισσότερη αγάπη για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση, υψηλή

επίδοση στη Φυσική και στα Νέα Ελληνικά. Επίσης, συσχετίζεται θετικά η απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών με την επίδοση στα Νέα Ελληνικά.

Το παραπάνω αποτέλεσμα σε συνδυασμό με προηγούμενα που δείχνουν θετική συσχέτιση ανάμεσα στη βαθμολογία στα Μαθ/κά, τόσο της γενικής παιδείας, όσο και της κατεύθυνσης με τη βαθμολογία στα Νέα Ελληνικά φαίνεται να καταρρίπτει την επικρατούσα άποψη ότι οι μαθητές χωρίζονται αυστηρά σε δυο κατηγορίες: Σ΄αυτούς που είναι αποκλειστικά καλοί στα Ελληνικά και σ' αυτούς που είναι αποκλειστικά καλοί στα Μαθ/κά. Επιπλέον τα αποτελέσματα δείχνουν ότι καλή επίδοση στα Μαθ/κά συμβαδίζει με καλή επίδοση τόσο στη Φυσική, όσο και στα Νέα Ελληνικά. Ίσως επειδή τα Νέα Ελληνικά είναι εξεταζόμενο μάθημα σε όλες τις κατευθύνσεις στις πανελλήνιες εξετάσεις.

Μια σημαντική παράμετρος που επηρεάζει τις σχολικές επιδόσεις των μαθητών είναι και ο χρόνος που αφιερώνουν μόνοι τους, χωρίς εξωτερική βοήθεια για τη μελέτη τους. Όσο περισσότερο χρόνο αφιερώνουν στην ατομική τους μελέτη σε σχέση με τη μελέτη με εξωτερική βοήθεια, τόσο υψηλότερη επίδοση και απόδοση, άρα και μεγαλύτερη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση έχουν οι μαθητές. Βέβαια από την άλλη μεριά η παράμετρος «φροντιστήριο» φαίνεται να συμβάλλει στην υψηλή επίδοση στο σχολείο και στις πανελλήνιες εξετάσεις. Οπότε εναπόκειται στο μαθητή να βρει το σημείο της χρυσής τομής ανάμεσα στο χρόνο που αφιερώνει για την ατομική-προσωπική του μελέτη και στο χρόνο που αφιερώνει στο φροντιστήριο. Οπωσδήποτε, όμως ο χρόνος της ατομικής μελέτης πρέπει να υπάρχει και να είναι αρκετός.

Η έρευνά μας έδειξε ότι υπάρχουν δύο διακριτά επίπεδα μελέτης των Μαθηματικών από τους μαθητές: Το πρώτο επίπεδο μελέτης που οδηγεί στο πρώτο επίπεδο κατανόησης και το δεύτερο επίπεδο, που οδηγεί στο δεύτερο επίπεδο

κατανόησης, του αναστοχασμού και των επεκτάσεων. Για να φθάσει κανείς στο δεύτερο επίπεδο κατανόησης πρέπει να έχει κατακτήσει το πρώτο. Η αγάπη των μαθητών για τα Μαθ/κά είναι καθοριστικός παράγοντας για τον τρόπο μελέτης που οδηγεί στην κατανόηση. Επίσης η πεποίθηση των μαθητών ότι οι μαθηματικές αποδείξεις και γενικά τα Μαθηματικά είναι χρήσιμα, οδηγεί τους μαθητές σε μελέτη με κατανόηση. Επιπλέον η τεχνική μελέτης «πρώτα μελέτη της θεωρίας με μολύβι και χαρτί και μετά η επίλυση των ασκήσεων» οδηγεί στη μελέτη με αναστοχασμό και επεκτάσεις. Αντίθετα οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθηματικά, τους κάνει να μελετούν με τρόπο επιφανειακό που δεν οδηγεί στην κατανόηση. Επομένως, εφόσον το ζητούμενο είναι η μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση και αναστοχασμό, ο προσανατολισμός των διδακτικών πρακτικών σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης πρέπει να είναι τέτοιος, που να οδηγεί σε πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών που προαπαιτούνται για τη μελέτη με κατανόηση και αναστοχασμό.

Κάποια άλλα σημαντικά στοιχεία της έρευνάς μας αφορούν στο φόβο για τα Μαθηματικά, στην πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και στο ενδιαφέρον για το μάθημα αυτό, κατά τη διάρκεια σπουδών στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι η εκπαιδευτική περιφέρεια των μαθητών δεν τους διαφοροποιεί ως προς το φόβο. Απογοητευτικό, όμως, είναι ότι ο φόβος για το μάθημα αυτό κυριαρχεί στις σχολικές τάξεις (51.9 %), τόσο μεταξύ των αγοριών, όσο και περισσότερο μάλιστα μεταξύ των κοριτσιών. Δεν υπάρχουν, όμως, διαφορές ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια όσον αφορά στους λόγους που φοβούνται τα Μαθ/κά. Ο πρώτος από τους πολλούς λόγους που τα φοβούνται είναι «μήπως δεν γράψω καλά στις πανελλήνιες εξετάσεις», ενώ ο δεύτερος «διότι είναι δύσκολα». Τα Μαθηματικά, λοιπόν, ειδωμένα μέσα από τον παραμορφωτικό φακό των πανελληνίων εξετάσεων και του καθορισμού σε μεγάλο

βαθμό της επαγγελματικής ανέλιξης των μαθητών, γίνονται αντικείμενο σημαντικού φόβου για τους μαθητές της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Σ' αυτό συμβάλλουν επίσης οι διδακτικές μέθοδοι, πρακτικές και προγράμματα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την κακή τους επίδοση και τον αποκλεισμό τους από σπουδές με προαπαιτούμενο την καλή επίδοση στα Μαθηματικά. Επίσης δεν υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια όσον αφορά στους λόγους που δεν φοβούνται τα Μαθ/κά. Οι μαθητές που δεν φοβούνται τα Μαθηματικά, προβάλλουν ως πρώτο λόγο ότι «μελετώ σωστά», ενώ ως δεύτερο ότι «δεν έχω κενά». Το είδος, λοιπόν, μελέτης που οδηγεί σε κατανόηση και δεν δημιουργεί κενά είναι ο πρώτος λόγος που συμβάλλει στην αποβολή του φόβου από τους μαθητές.

Ένα ποσοστό μαθητών μεγαλύτερο από εκείνο που δηλώνει φόβο για τα Μαθηματικά (52.8 %), δεν θα το επέλεγε ως προαιρετικό μάθημα, με πρώτο προβαλλόμενο λόγο μη επιλογής (ανεξαρτήτως φύλου) το ότι «δεν μου αρέσουν» και δεύτερο λόγο το ότι «είναι πολύ δύσκολο μάθημα και χρειάζεται πολύς χρόνος προετοιμασίας». Οι υπόλοιποι μαθητές που θα επέλεγαν τα Μαθηματικά ως προαιρετικό μάθημα, προβάλλουν ως πρώτο λόγο το ότι «μου αρέσουν» και ως δεύτερο λόγο το ότι «είναι χρήσιμα στη ζωή». Δηλαδή η αγάπη για τα Μαθ/κά, η δυσκολία των Μαθ/κών και η χρησιμότητα είναι οι σημαντικότεροι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές θα επέλεγαν ή όχι τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα. Επίσης αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι δεν σημειώνονται διαφορές όσον αφορά στους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών, μεταξύ των μαθητών των τριών τύπων Λυκείου, καθώς και μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων. Όμως σημειώνονται διαφορές όσον αφορά στους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια, καθώς και ανάμεσα στους μαθητές των

δημοσίων ΓΕΛ και των ΤΕΛ, ενώ δεν σημειώνονται διαφορές μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων.

Για τους περισσότερους μαθητές (64.8 %) το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά δεν ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου. Σημειώνεται διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια, καθώς και μεταξύ των μαθητών των τριών τύπων σχολείου ως προς τους λόγους που δεν είχαν το ίδιο ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις του Λυκείου. Πρώτος λόγος που δεν ήταν το ίδιο είναι ότι «η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος» και δεύτερος λόγος είναι ότι «ήταν διαφορετικοί οι καθηγητές» ή ότι «είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις». Για τους υπόλοιπους μαθητές που το ενδιαφέρον ήταν το ίδιο, δεν σημειώνεται διαφορά ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια, ενώ σημειώνεται διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των τριών τύπων σχολείου. Πρώτος λόγος είναι το ότι «μου αρέσουν ή δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά», ενώ δεύτερος λόγος είναι «η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις». Δηλ. η διαφοροποίηση ή όχι του ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά από τάξη σε τάξη οφείλεται στην ποικιλία της ύλης και το ενδιαφέρον που δημιουργεί, στους διδάσκοντες καθηγητές, στο ότι είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις και στην αγάπη για τα Μαθηματικά.

Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές για το πώς βλέπουν τα Μαθ/κά οι μαθητές των Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ σε σχέση με τους μαθητές των ΤΕΛ. Οι πρώτοι αγαπούν τα Μαθ/κά περισσότερο και τα θεωρούν περισσότερο χρήσιμα και επιπλέον θεωρούν σε βαθμό μεγαλύτερο ότι έχουν καλούς καθηγητές από τους δεύτερους. Ακόμη οι μαθητές των ΓΕΛ είχαν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στη Β΄ και Γ΄ τάξη λόγω της διδασκόμενης ύλης, καθώς και λόγω των πανελληνίων εξετάσεων. Διαφαίνεται, λοιπόν, η ποιοτική διαφορά που υπάρχει σε σχέση με τα Μαθ/κά ανάμεσα στα ΓΕΛ και ΤΕΛ. Οι μαθητές των Δημοσίων ΓΕΛ και των

Ιδιωτικών ΓΕΛ αντιμετωπίζουν τα Μαθ/κά ως φοβικό αντικείμενο στον ίδιο βαθμό και δεν διαφοροποιούνται ως προς τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα. Η τάξη στην οποία φοιτούν οι μαθητές δεν τους διαφοροποιεί ως προς το φόβο, την πρόθεση επιλογής του μαθήματος και το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Το φύλο όμως τους διαφοροποιεί. Τα Μαθ/κά προκαλούν περισσότερο φόβο στα κορίτσια παρά στα αγόρια, διότι φοβούνται τον καθηγητή, φοβούνται μήπως δεν γράψουν καλά στις πανελλήνιες, τα θεωρούν δύσκολα, δεν τα καταλαβαίνουν, τους προκαλούν άγχος και σε κάθε περίπτωση πιστεύουν ότι δεν έχουν έμφυτη κλίση. Για τους λόγους αυτούς τα κορίτσια δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά σε ποσοστό μεγαλύτερο από τα αγόρια.

Συνοψίζοντας ορισμένα από τα συμπεράσματα, τα οποία θα μπορούσαν να χαρακτηρισθούν ως *αναμενόμενα*, με την έννοια ότι επιβεβαιώνουν την εμπειρία, παρατηρείται ότι:

1. Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν με τα Μαθ/κά οι μαθητές των δημοσίων και των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων είναι μικρότερες από εκείνες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές των δημοσίων ΤΕΛ. Αυτό επιβεβαιώνει κάτι που αναμένεται, καθώς είναι κοινή η αντίληψη, που τεκμηριώνεται από την καθημερινή πραγματικότητα, ότι το επίπεδο των μαθητών των ΤΕΛ είναι πιο χαμηλό από εκείνο των μαθητών των ΓΕΛ. Τούτο έχει σαν συνέπεια οι μαθητές των ΤΕΛ να αντιμετωπίζουν μεγαλύτερες δυσκολίες με τα Μαθ/κά.

2. Οι μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ μελετούν τα Μαθ/κά με τρόπο που οδηγεί στη βαθύτερη δυνατή κατανόηση σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ΤΕΛ. Αυτό είναι αναμενόμενο αποτέλεσμα, συνέπεια της ποιοτικής διαφοράς των μαθητών των *ΓΕΛ* και των *ΤΕΛ*, που αυτό αντανακλά και στον τρόπο μελέτης των Μαθ/κών.

3. Όσον αφορά στο πώς επηρεάζει η κατεύθυνση που ακολουθούν οι μαθητές τους διάφορους παράγοντες και τις άλλες μεταβλητές που διερευνώνται, φαίνεται ότι ισχύουν τα εξής:

(α΄) Οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ έχουν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη επίδοση στα Μαθ/κά από τους μαθητές της θετικής και της τεχνολογικής κατεύθυνσης. Επίσης έχουν στατιστικά σημαντικά χαμηλότερη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων, (πράγμα φυσιολογικό, αφού η επίδοση συμβαδίζει με την αυτοεκτίμηση και την ετεροεκτίμηση). Οι ίδιοι μαθητές έχουν στατιστικά σημαντικά *μεγαλύτερο φόβο για τα Μαθ/κά και ασθενέστερη πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού* από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων.

(β΄) Οι μαθητές της *θετικής κατεύθυνσης υπερέχουν ως προς την επίδοση, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση και την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού,* έναντι των μαθητών όλων των άλλων κατευθύνσεων.

(γ΄) Οι μαθητές της *θεωρητικής κατεύθυνσης των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ δυσκολεύονται στα Μαθ/κά περισσότερο από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων και πιστεύουν λιγότερο στη χρησιμότητα των μαθ/κών αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών, απ' αυτούς. Ακόμη έχουν πιο διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης και αγαπούν διαχρονικά τα Μαθ/κά, λιγότερο από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων.* Η διαχρονική αγάπη για τα Μαθηματικά είναι καθοριστικός παράγοντας για την κατεύθυνση που θα ακολουθήσει ο μαθητής. *Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων από εξωτερικά κίνητρα (επειδή τις εξετάζει ο καθηγητής τους, ή επειδή θα τις εξετασθούν στις τελικές εξετάσεις), σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων.*

(δ΄) Οι μαθητές της *θετικής κατεύθυνσης των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ πιστεύουν περισσότερο στη χρησιμότητα των μαθ/κών αποδείξεων και γενικά των Μαθ/κών, απ' ότι οι μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης.*

(ε΄) Οι μαθητές της *τεχνολογικής κατεύθυνσης αγαπούν διαχρονικά τα Μαθ/κά λιγότερο από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης.*

Η διαχρονική αγάπη για τα Μαθηματικά ακολουθεί την εξής φθίνουσα σειρά διάταξης ως προς την κατεύθυνση του μαθητή: θετική, τεχνολογική, θεωρητική.

(στ΄) Οι μαθητές της *τεχνολογικής κατεύθυνσης μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων από εξωτερικά κίνητρα (επειδή τις εξετάζει ο καθηγητής τους, ή επειδή θα τις εξετασθούν στις τελικές εξετάσεις), σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές της θετικής.* Αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι μαθητές που έχουν μεγάλο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά μελετούν τις αποδείξεις χωρίς εξωτερικά κίνητρα, ή και αν υπάρχουν εξωτερικά κίνητρα αυτά δεν είναι ισχυρά. Ο βαθμός μελέτης των Μαθηματικών με εξωτερικά κίνητρα, ακολουθεί την ίδια φθίνουσα σειρά διάταξης με τη διαχρονική αγάπη για τα Μαθηματικά ως προς την κατεύθυνση του μαθητή: θετική, τεχνολογική, θεωρητική.

(ζ΄) Οι μαθητές της *θεωρητικής κατεύθυνσης προσπαθούν λιγότερο από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων για να λύσουν μια άσκηση, ή ένα πρόβλημα. Ομοίως οι μαθητές της τεχνολογικής, προσπαθούν λιγότερο από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης.* Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν ότι όσο μεγαλύτερο ενδιαφέρον έχουν οι μαθητές για τα Μαθ/κά, τόσο περισσότερο προσπαθούν για να λύσουν τις ασκήσεις και τα προβλήματα. Ο βαθμός προσπάθειας για επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων ακολουθεί την ίδια φθίνουσα σειρά διάταξης με τη διαχρονική αγάπη για τα Μαθηματικά, το βαθμό μελέτης με εξωτερικά κίνητρα ως προς την κατεύθυνση του μαθητή: θετική, τεχνολογική, θεωρητική.

(*η΄)* Οι μαθητές της *θετικής κατεύθυνσης μελετούν τα Μαθ/κά με τρόπο που οδηγεί στην κατανόηση σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης.* Οι μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης δεν φαίνεται να υστερούν έναντι των μαθητών των άλλων κατευθύνσεων ως προς τον τρόπο μελέτης που οδηγεί στην κατανόηση, σύμφωνα με τις δηλώσεις τους. Ίσως για τους μαθητές της θεωρητικής κατεύθυνσης *μελέτη με κατανόηση να σημαίνει μελέτη με επιμέλεια.*

(θ΄) Οι μαθητές της *θετικής κατεύθυνσης αναστοχάζονται πάνω στις αποδείξεις που μελετούν και στις ασκήσεις που λύνουν περισσότερο από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων, αν και ο βαθμός αναστοχασμού των μαθητών όλων των κατευθύνσεων δεν είναι ιδιαίτερα υψηλός.*

(ι΄) Οι μαθητές της *θεωρητικής κατεύθυνσης έχουν χαμηλότερη επίδοση στα Μαθηματικά από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων. Επίσης οι μαθητές της τεχνολογικής έχουν χαμηλότερη επίδοση από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης.* Παρόμοια συμπεράσματα ισχύουν και για την επίδοση των παραπάνω μαθητών στα Μαθ/κά κατεύθυνσης της Β΄ Λυκείου. Η επίδοση των μαθητών στα Μαθηματικά ακολουθεί την ίδια φθίνουσα διάταξη ως προς την κατεύθυνση: θετική, τεχνολογική, θεωρητική.

(ια΄) Οι μαθητές της *θεωρητικής κατεύθυνσης έχουν χαμηλότερη αυτοεκτίμηση στα Μαθηματικά από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων. Επίσης οι μαθητές της τεχνολογικής έχουν χαμηλότερη αυτοεκτίμηση από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης.* Το ίδιο συμβαίνει και με την ετεροεκτίμηση. Η αυτοεκτίμηση και η ετεροεκτίμηση ακολουθούν την ίδια φθίνουσα διάταξη ως προς την κατεύθυνση: θετική, τεχνολογική, θεωρητική.

(ιβ΄) Οι μαθητές της *θεωρητικής κατεύθυνσης έχουν χαμηλότερη πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού από τους μαθητές των άλλων κατευθύνσεων. Επίσης οι*

μαθητές της τεχνολογικής έχουν χαμηλότερη πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών από τους μαθητές της θετικής κατεύθυνσης. Η πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος ακολουθεί την ίδια φθίνουσα σειρά διάταξης ως προς την κατεύθυνση: θετική, τεχνολογική, θεωρητική.

(ιγ΄) Οι μαθητές της *θετικής κατεύθυνσης παρουσιάζουν μεγαλύτερη σταθερότητα ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά από τους μαθητές της τεχνολογικής κατεύθυνσης.*

Οι μαθητές λοιπόν της θετικής κατεύθυνσης έχουν αναπτύξει θετικότερες στάσεις και πεποιθήσεις για τα Μαθηματικά έναντι των μαθητών της τεχνολογικής κατεύθυνσης, πολύ δε περισσότερο ως προς τους μαθητές της θεωρητικής.

4. Οι μαθητές που αντιμετωπίζουν μεγάλες δυσκολίες με τα Μαθ/κά

(α΄) Δεν πιστεύουν πολύ στην χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων και γενικά των Μαθ/κών.

(β΄) Αγαπούν λίγο τα Μαθηματικά.

(γ΄) Δεν προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα.

(δ΄) Δεν φαίνεται να μελετούν τα Μαθηματικά με κατανόηση.

(ε΄) Δεν φαίνεται να αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν αποδεικνύουν, ή επιλύουν.

(στ΄) Κατά τη μελέτη τους συνήθως προσπαθούν να επιλύσουν πρώτα τις ασκήσεις, χωρίς να έχουν μελετήσει θεωρία.

(ζ΄) Έχουν μικρή επίδοση στα Μαθ/κά.

(η΄) Έχουν μικρή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά.

(θ΄) Δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά αν ήταν προαιρετικό μάθημα.

(ι΄) Φοβούνται τα Μαθηματικά.

(ια΄) Δεν είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του Λυκείου (ή του Γυμνασίου).

(ιβ΄) Έχουν μικρή απόδοση στο μαθηματικό τεστ.

(ιγ΄) Μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, περισσότερο επειδή τις εξετάζονται, παρά από ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά.

Δηλαδή οι μαθητές που έχουν δυσκολίες με τα Μαθηματικά έχουν αναπτύξει αρνητικές στάσεις και πεποιθήσεις έναντι αυτών.

5. Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά φαίνεται ότι:

(α΄) Δεν μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, επειδή θα τις εξετασθούν.

(β΄) Δεν θεωρούν ότι οι ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής τους για να λύσουν στην τάξη, είναι δύσκολες.

(γ΄) Έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά, (μικρή αριθμητική τιμή για την αυτοεκτίμηση σημαίνει ότι ο μαθητής κατατάσσει τον εαυτό του στους καλύτερους ή στη χειρότερη περίπτωση πάνω από το μέσο όρο. Το ίδιο συμβαίνει και με την ετεροεκτίμηση, δηλ. τη γνώμη που έχουν οι άλλοι για το μαθητή).

(δ΄) Καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια για να λύσουν ασκήσεις ή προβλήματα.

(ε΄) Μελετούν Μαθηματικά με τέτοιο τρόπο, ώστε να τα κατανοούν.

(στ΄) Αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν και λύνουν.

(ζ΄) Μελετούν πρώτα τη θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις.

(η΄) Έχουν την αντίληψη ότι οι καθηγητές τους των Μαθ/κών κάνουν το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.

(θ΄) Έχουν υψηλή επίδοση στα Μαθηματικά.

(ι΄) Έχουν υψηλή απόδοση στο μαθηματικό τεστ.

(ια΄) Τους αρέσει περισσότερο η Γεωμετρία ή η Ανάλυση, προκειμένου για μαθητές της Γ ΄τάξης του Λυκείου. Σημειωτέον ότι τόσο η Γεωμετρία, όσο και η Ανάλυση προϋποθέτουν ιδιαίτερη μαθηματική ικανότητα.

(ιβ΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά έχουν αναπτύξει θετικές στάσεις και πεποιθήσεις έναντι αυτών.

6. Οι μαθητές που μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων κυρίως επειδή θα τις εξετασθούν (επομένως δεν έχουν μεγάλη έφεση για τα Μαθηματικά), φαίνεται ότι:

(α΄) Δεν καταβάλλουν μεγάλη προσπάθεια, για να λύσουν κάποια άσκηση ή πρόβλημα.

(β΄) Δεν μελετούν τα Μαθηματικά με τρόπο που να οδηγεί στην κατανόησή τους.

(γ΄) Δεν αναστοχάζονται πάνω σε ό,τι λύνουν, ή μελετούν.

(δ΄) Δεν έχουν υψηλή επίδοση στα Μαθηματικά.

(ε΄) Δεν έχουν υψηλή απόδοση στο μαθηματικό τεστ.

(στ΄) Τους αρέσει περισσότερο η Άλγεβρα.

(ζ΄) Δεν έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος.

7. Οι μαθητές που έχουν υψηλό βαθμό αυτοεκτίμησης (αντιστοίχως ετεροεκτίμησης) στα Μαθ/κά:

(α΄) Δεν φοβούνται τα Μαθ/κά.

(β΄) Έχουν υψηλό βαθμό ετεροεκτίμησης (αντιστοίχως αυτοεκτίμησης) στα Μαθηματικά.

(γ΄) Έχουν υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών ως προαιρετικού.

(δ΄) Έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών.

8. Οι μαθητές που φοβούνται τα Μαθ/κά :

(α΄) Δεν παρουσιάζουν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά σε όλες τις τάξεις.

(β΄) Δεν έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών.

(γ΄) Δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα.

(δ΄) Δεν έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών.

9. Οι μαθητές που θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα έχουν υψηλή απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών.

Ιδιαίτερο σχολιασμό απαιτούν ορισμένα συμπεράσματα, τα οποία ίσως ηχούν περίεργα:

1. Οι μαθητές των ΤΕΛ πιστεύουν ότι οι καθηγητές τους κάνουν το μάθημα των Μαθ/κών με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών σε βαθμό μεγαλύτερο από τους μαθητές των ΓΕΛ. Ίσως αυτό να οφείλεται στο γεγονός ότι οι μαθητές των ΤΕΛ παρακολουθούν μαθήματα εφαρμογών, εργαστηριακά, που απαιτούν την ενεργητική συμμετοχή τους, γεγονός που τους επηρεάζει ώστε να έχουν σχηματίσει αυτή τη αντίληψη και για τα Μαθηματικά, παρά το γεγονός ότι τα Μαθηματικά δεν διδάσκονται με εργαστηριακό τρόπο στα Τεχνικά Λύκεια.

2. Για τους μαθητές της Α΄ τάξης των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ φαίνεται ότι ισχύουν τα εξής: (α΄) Η επίδοση, όπως αυτή σκιαγραφείται από τη σχολική βαθμολογία και η απόδοση, όπως αυτή εκφράζεται από τη βαθμολογία στο τεστ των Μαθ/κών, είναι η ίδια τόσο για τους μαθητές των δημοσίων, όσο και για τους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ. Το συμπέρασμα αυτό σχολιάσαμε και παραπάνω, αποδίδοντάς το στο γεγονός ότι ανεξαρτήτως είδους σχολείου οι μαθητές της πρώτης τάξης μη έχοντας ακόμη να αντιμετωπίσουν πανελλήνιες εξετάσεις δεν δείχνουν κάποια ιδιαίτερη φροντίδα και επιμέλεια για τα Μαθηματικά, όπως ίσως και για άλλα πανελληνίως εξεταζόμενα μαθήματα. Οπότε και οι μαθητές των ιδιωτικών σχολείων δεν θα είχαν κάποιον ιδιαίτερο λόγο να δείξουν επιμέλεια, εκτός βέβαια ελαχίστων περιπτώσεων. *(β΄) Ο φόβος για τα Μαθ/κά είναι ο ίδιος, τόσο για τα αγόρια, όσο και για τα κορίτσια.* Ίσως γιατί ο φόβος για τα Μαθηματικά να είναι σε μεγάλο βαθμό φόβος για τις πανελλήνιες εξετάσεις. Οπότε αφού τέτοιες δεν υπάρχουν τα ενδεχόμενα αισθήματα φόβου για τα

Μαθηματικά είναι τα ίδια, τόσο για τα αγόρια, όσο και για τα κορίτσια. Θα περίμενε κανείς ότι οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ θα είχαν καλύτερη επίδοση και απόδοση από τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ, σύμφωνα με την κρατούσα άποψη. Επίσης, θα περίμενε κανείς ότι τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια, σύμφωνα πάλι με την κρατούσα άποψη.

3. Η σχολική επίδοση των μαθητών της Α΄ τάξης δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ στα Μαθ/κά, κρίνεται δυσανάλογα υψηλή σε σχέση με την απόδοση στο τεστ των μαθηματικών. (Η σχολική επίδοση εκτιμάται ότι βρίσκεται στο διάστημα εμπιστοσύνης (14.36 , 15.563), ενώ η απόδοση στο τεστ των Μαθ/κών στο διάστημα (3.59 , 4.91), στην εικοσάβαθμη κλίμακα). Αυτό, ίσως να οφείλεται στο γεγονός ότι η σχολική βαθμολογία προκύπτει μέσα από την συνεκτίμηση και άλλων παραγόντων, έχει δε και παιδαγωγική διάσταση, ενώ η βαθμολογία στο τεστ των Μαθηματικών απεικονίζει την ακριβή απόδοση σε συγκεκριμένα θέματα, στα οποία πολλοί μαθητές μπορεί να μην έδωσαν τη δέουσα προσοχή, αφού η συγκεκριμένη βαθμολογία δεν θα είχε καμία επίπτωση στη σχολική τους βαθμολογία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Συζήτηση και Συμπεράσματα

5.1. Η Έρευνα και τα Συμπεράσματα

Το θέμα της διατριβής αυτής είναι η μελέτη των πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπων μελέτης των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθηματικά και πώς επιδρούν στη μαθηματική επίδοση των μαθητών. Η έρευνά μας αυτή πραγματοποιήθηκε σε τυχαίο δείγμα μαθητών Λυκείου δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ, καθώς και ΤΕΛ του νομού Αττικής, μεγέθους N=1645. Προηγήθηκε πιλοτική έρευνα, η οποία είχε σκοπό αφενός μεν να γίνει μια πρώτη εκτίμηση των τρόπων μελέτης των μαθητών, ώστε να γίνει εκτίμηση ύπαρξης μοντέλων μελέτης, αφ' ετέρου δε να δοκιμασθεί το Γενικό Ερωτηματολόγιο που είχαμε συντάξει, ώστε να τροποποιηθεί κατάλληλα πριν δοθεί στους μαθητές του δείγματός μας. Μετά ακολούθησε η κύρια έρευνα με τη χρήση του ερωτηματολογίου που μοιράσθηκε στους μαθητές στα σχολεία τους, για να απαντήσουν στις ερωτήσεις που αφορούν στα προς διερεύνηση θέματα.

Η στατιστική επεξεργασία και ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών έγινε με τη βοήθεια δύο στατιστικών πακέτων: Του spss (Statistical Package for the Social Sciences, Howitt, & Cramer, D., 2003) και του M – plus (Muthen, & Muthen, 2007). Με το πρώτο έγιναν αναλύσεις για τη διερεύνηση της παραγοντικής δομής των πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπων μελέτης με τη χρήση της Παραγοντικής Ανάλυσης (Factor Analysis). Έγιναν έλεγχοι διαφόρων υποθέσεων με τη χρήση της Ανάλυσης Διασποράς (ANOVA), της Πολυμεταβλητής Ανάλυσης Διασποράς (MANOVA) και των κριτηρίων X^2 , t –test και F-test. Επίσης με τη βοήθεια του συντελεστή συσχέτισης Pearson έγινε η διερεύνηση των συσχετίσεων μεταξύ παραγόντων και διαφόρων μεταβλητών, που εκφράζουν το χρόνο προετοιμασίας των μαθητών για τα Μαθ/κά, τη μαθηματική ικανότητα των μαθητών, την αυτοεκτίμηση

και ετεροεκτίμηση, την επίδοση σε άλλα μαθήματα, όπως η Φυσική και η Ελληνική Γλώσσα (Νέα Ελληνικά), το φόβο για τα Μαθ/κά, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος και το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά. Με το δεύτερο στατιστικό πακέτο και με χρήση της Επιβεβαιωτικής Παραγοντικής Ανάλυσης, (Confirmatory Factor Analysis, C.F.A.) έγινε αφενός μεν η επαναβεβαίωση των παραγόντων που μας έδωσε η Παραγοντική Ανάλυση, αφ΄ ετέρου δε η αλληλοσυσχέτιση των παραγόντων με την Ανάλυση Διαδρομών (Path Analysis).

Ανιχνεύθηκαν και επιβεβαιώθηκαν συνολικά δώδεκα παράγοντες που βασίζονται στο Γενικό Ερωτηματολόγιο της έρευνάς μας. Οι παράγοντες F_1, F_2, F_3, F_{10}, F_{11}, F_{12} είναι παράγοντες *πεποιθήσεων*. Από αυτούς οι *τρεις πρώτοι* αφορούν στις *δυσκολίες με τα Μαθ/κά, στη χρησιμότητα και στη διαδικαστική άποψη για τα Μαθ/κά.* Οι *τρεις επόμενοι* αφορούν στις *απόψεις που έχουν οι μαθητές για τη διδασκαλία των Μαθ/κών και τις πρακτικές των καθηγητών στην τάξη.* Οι παράγοντες F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, είναι *παράγοντες στάσεων και τρόπων μελέτης των Μαθ/κών*. Οι *τρεις πρώτοι* απ' αυτούς αφορούν *στην αγάπη για τα Μαθ/κά, στα κίνητρα μελέτης των αποδείξεων και στην προσπάθεια που καταβάλλουν οι μαθητές για να λύσουν ασκήσεις ή προβλήματα.* Οι *τρεις επόμενοι* αφορούν *στον τρόπο μελέτης και μάθησης των Μαθηματικών από τους μαθητές.* Οι παραπάνω παράγοντες θα μπορούσαν να ομαδοποιηθούν και διαφορετικά ως εξής: Η *πρώτη ομάδα* αποτελείται από τους παράγοντες F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, που αφορούν σε *πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τη φύση, τη χρησιμότητα, την αγάπη για τα Μαθ/κά, τις δυσκολίες και τα κίνητρα των μαθητών για τη μελέτη των Μαθ/κών.* Η *δεύτερη ομάδα* αποτελείται από τους παράγοντες F_7, F_8, F_9, οι οποίοι αφορούν στις *στάσεις των μαθητών για τη μελέτη και μάθηση των μαθητών* (δηλαδή τον τρόπο μελέτης των Μαθηματικών). Η *τρίτη ομάδα* αποτελείται από τους παράγοντες F_{10}, F_{11} , F_{12}, οι οποίοι αφορούν στις *αντιλήψεις των μαθητών για την*

πρακτική του καθηγητή των μαθηματικών κατά τη διδασκαλία στη τάξη. Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με ανάλογα που υπάρχουν στη βιβλιογραφία από έρευνες με μαθητές Δημοτικού και Γυμνασίου (Γιαλαμάς, & Κασιμάτη 1999; Christou, & Philippou 1997; Φιλίππου, & Χρίστου 2001), ως προς τους παράγοντες F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6. Εκείνο που είναι καινούργιο με την έρευνά μας είναι οι υπόλοιποι παράγοντες F_7, F_8, F_9, F_{10}, F_{11} , F_{12}, που αφορούν στη μελέτη, στη μάθηση και στη διδασκαλία των Μαθ/κών. Η στατιστική μας επεξεργασία δεν οδήγησε σε παράγοντες δευτέρου επιπέδου, σε αντίθεση με την έρευνα των Christou, & Philippou (1997), η οποία οδήγησε σε δύο υπερπαράγοντες δευτέρου επιπέδου και σε έναν υπερπαράγοντα τρίτου επιπέδου.

Η μελέτη των τιμών των παραπάνω παραγόντων και ο συσχετισμός ενδεχομένως με τιμές άλλων μεταβλητών μας οδηγεί σε διάφορα επιπλέον συμπεράσματα. Η μέση τιμή του παράγοντα F_5 «Εξωτερικά κίνητρα για ένα μαθητή να μελετήσει την απόδειξη ενός θεωρήματος», είναι 5.17, τιμή που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι μαθητές μελετούν με εξωτερικά κίνητρα σε μικρό βαθμό. Αυτό φαίνεται να αντιφάσκει με το συμπέρασμα της μη κατανόησης των μαθηματικών αποδείξεων, που προκύπτει από την πολύ μικρή μέση τιμή της μεταβλητής mathtest (1.69, με τιμές από 0 έως 9), αφού τα ερωτήματα του τεστ των Μαθ/κών αφορούν κατά το πλείστον στην κατανόηση μαθηματικών αποδείξεων. Η αντίφαση αυτή, ίσως να οφείλεται σε ενδεχόμενες ανειλικρινείς απαντήσεις των μαθητών στις ερωτήσεις – δηλώσεις που απαρτίζουν τον παράγοντα F_5, ή σε δυσκολία των ασκήσεων του mathtest. Σε κάθε περίπτωση, όμως, φαίνεται ότι οι μαθητές έχουν μεγάλες δυσκολίες στο να κατανοούν τα βήματα μιας απόδειξης, αλλά και στο να κατανοούν τί ακριβώς έχει αποδειχθεί. Ένας, ίσως από τους λόγους στους οποίους μπορεί αυτό να οφείλεται, είναι ο επιφανειακός τρόπος με τον οποίο μελετούν οι μαθητές Μαθηματικά, χωρίς να

προσπαθούν να εμβαθύνουν και να αναστοχάζονται πάνω σ' αυτά που μελετούν. Μια ισχυρή ένδειξη για την αλήθεια αυτού του ισχυρισμού είναι το γεγονός ότι η τιμή του παράγοντα F_8 που απαρτίζεται από ερωτήσεις του Γενικού Ερωτηματολογίου που αφορούν στη μελέτη με αναστοχασμό είναι 5.092, τιμή που δείχνει ότι οι μαθητές μελετούν με αναστοχασμό σε μικρό βαθμό. Τούτο φαίνεται να είναι απόρροια του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές διδάσκονται και εξετάζονται αποδείξεις. Η μεν διδασκαλία έγκειται συνήθως στην παράθεση από το διδάσκοντα των συλλογισμών της απόδειξης, χωρίς να δίνεται η ευκαιρία στο μαθητή να προσπαθήσει να βρει έστω τμήματα της απόδειξης, η δε εξέταση έγκειται στη γραπτή συνήθως αναπαραγωγή της, που επιτυγχάνεται με απομνημόνευση, χωρίς καμία εμβάθυνση, για τις ανάγκες των εξετάσεων. Ένας άλλος λόγος για τη μη κατανόηση από τους μαθητές των αποδείξεων είναι ίσως και η πεποίθηση που έχουν οι μαθητές για τη χρησιμότητα των αποδείξεων των θεωρημάτων, όπως αυτή εκφράζεται από τον παράγοντα F_2. Η τιμή του παράγοντα αυτού είναι 6.58, που φανερώνει ότι οι μαθητές δεν πιστεύουν πάρα πολύ στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων, οπότε και δεν προσπαθούν να τις κατανοήσουν σε βάθος. Μέλημα, λοιπόν της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να είναι ο επαναπροσδιορισμός των στόχων της και η αναθεώρηση των διδακτικών πρακτικών που οδηγούν στην επιφανειακή μελέτη, χωρίς κατανόηση και τη στείρα απομνημόνευση που διαρκεί όσο οι εξετάσεις.

Εξάλλου το γεγονός ότι ο παράγοντας F_4 «Αγάπη για τα Μαθηματικά» έχει τιμή 5.64, δείχνει ότι η αγάπη των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθ/κά δεν είναι πολύ μεγάλη. Ένας από τους στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να είναι η καλλιέργεια της αγάπης για τα Μαθηματικά μέσα από ελκυστικές μεθόδους διδασκαλίας και σύνδεσής τους με την επίλυση πραγματικών προβλημάτων, ώστε

οι μαθητές να ασχολούνται περισσότερο και να εμβαθύνουν για την επίτευξη του βέλτιστου αποτελέσματος.

Όσον αφορά στην κατανόηση μιας απόδειξης υπάρχει μεγάλη απόκλιση ανάμεσα σ' αυτό που νομίζουν οι μαθητές ότι είναι κατανόηση και στο τι πραγματικά κατανοούν. Η σχετικά υψηλή τιμή του παράγοντα F_7 «Μελέτη των μαθηματικών με κατανόηση», που είναι 7.11, δείχνει ότι ενώ οι μαθητές πιστεύουν σε μεγάλο βαθμό ότι μελετούν Μαθηματικά με τρόπο που αποσκοπεί ουσιαστικά στην καλή κατανόηση των εννοιών και των αποδείξεων, αυτό απέχει αρκετά από την πραγματικότητα, αφού οι απαντήσεις τους σε ερωτήματα που αφορούν σε κατανόηση αποδείξεων δεν είναι αρκούντως ικανοποιητικές.

Η πολυμεταβλητή ανάλυση μας οδήγησε σε συμπεράσματα σχετικά με το αν και *πώς διαφοροποιούνται* οι μαθητές για τους παράγοντες της έρευνάς μας ως προς *τον τύπο σχολείου, την τάξη, την κατεύθυνση σπουδών, το φύλο και την εκπαιδευτική περιφέρεια.* Όπως προέκυψε από την ανάλυση των δεδομένων μας, οι περισσότερες διαφοροποιήσεις των μαθητών δημιουργούνται από τον τύπο σχολείου, την κατεύθυνση και το φύλο. Η *σχολική τάξη* δημιουργεί ελάχιστες, ενώ η *εκπαιδευτική περιφέρεια* δεν φαίνεται να δημιουργεί ουσιαστικές διαφοροποιήσεις στους μαθητές. Οι μαθητές των ιδιωτικών Λυκείων έχουν πιο ισχυρή πεποίθηση από τους μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων και των Τεχνικών για τη χρησιμότητα γενικά των Μαθηματικών ως επιστήμης και ειδικότερα της μαθηματικής απόδειξης. Αυτό ίσως είναι αποτέλεσμα των υψηλών εδεχομένως προσδοκιών πολλών από τους μαθητές αυτούς, καθώς και του οικογενειακού τους περιβάλλοντος, από τα Μαθηματικά, ως καθοριστικής παραμέτρου για τις σπουδές τους και την επιστημονική και επαγγελματική τους ανέλιξη. Το ερώτημα είναι αν υπάρχει δυνατότητα να αποκτήσουν το ίδιο ισχυρή πεποίθηση και οι μαθητές των δημοσίων Γενικών

Λυκείων. Αυτό απαιτεί προσπάθεια από το οικογενειακό περιβάλλον, μα περισσότερο από τους εκπαιδευτικούς της Δευτεροβάθμιας δημόσιας εκπαίδευσης. Οι μαθητές των δημόσιων και ιδιωτικών Γενικών Λυκείων, όπως ήταν αναμενόμενο, δυσκολεύονται στην ενασχόλησή τους με τα Μαθ/κά λιγότερο από τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων. Επίσης οι μαθητές των Τεχνικών Λυκείων πιστεύουν στη διαδικαστική φύση των Μαθ/κών σε μεγαλύτερο βαθμό απ' αυτούς των Γενικών Λυκείων. Ακόμη οι πρώτοι (οι μαθητές των ΓΕΛ) έχουν μεγαλύτερη αγάπη για τα Μαθ/κά και μελετούν με τρόπο που οδηγεί στην κατανόηση σε βαθμό μεγαλύτερο από τους δεύτερους. Διαπιστώνεται δηλαδή η ύπαρξη ισχυρότερων θετικών και ασθενέστερων αρνητικών πεποιθήσεων και στάσεων απέναντι στα Μαθ/κά των μαθητών των Γενικών Λυκείων έναντι των μαθητών των Τεχνικών. *Αυτό εκφράζει μια ποιοτική υπεροχή όσον αφορά στα Μαθ/κά των μαθητών των Γενικών έναντι των μαθητών των Τεχνικών Λυκείων και σηματοδοτεί την υποβάθμιση που είχε και έχει η τεχνική εκπαίδευση έναντι της γενικής στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα.* Παρ'όλα αυτά οι μαθητές των ΤΕΛ έχουν διαμορφώσει ισχυρότερη άποψη από τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ ότι οι καθηγητές τους κάνουν το μάθημα στην τάξη με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών. Αυτό μπορεί να είναι απόρροια του εφαρμοσμένου και εργαστηριακού προσανατολισμού των ΤΕΛ, που ευνοεί και ως ένα βαθμό μπορεί να επιβάλλει μια τέτοια πρακτική. Όμως η διαπίστωση αυτή είναι και ένα μήνυμα προς τους διδάσκοντες στα ΓΕΛ να αναπροσαρμόσουν τη διδασκαλία τους, ακολουθώντας το *σύγχρονο διδακτικό μοντέλο.* Αυτό δίνει την ευκαιρία για ενεργητική συμμετοχή των μαθητών με τη διέγερση του ενδιαφέροντός τους, μέσα από την εμπλοκή τους σε διάφορες δραστηριότητες που εμπεριέχονται σε *διδακτικές καταστάσεις* που εκείνοι (οι διδάσκοντες) σχεδιάζουν, σύμφωνα με τον Balacheff (1984, 1986), όπως αναφέρει

ο Κλαουδάτος (1996, σελ. 39) και τον Brousseau (1986), όπως αναφέρει ο Henry(1999, σελ.53-68), αντιστοίχως.

Ο τύπος σχολείου δεν διαφοροποιεί τους μαθητές ως προς τα εξωτερικά κίνητρα (F_5) που αναπτύσσουν για την μελέτη των αποδείξεων, τα οποία είναι ωφελιμιστικά και χρησιμοθηρικά, τον χρόνο που αφιερώνουν και την προσπάθεια που καταβάλλουν για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα (F_6), τον τρόπο μελέτης με αναστοχασμό (F_8) που οδηγεί σε βαθειά κατανόηση και επεκτάσεις και την τεχνική μελέτης των Μαθ/κών (F_9). Αυτό σημαίνει ότι το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, ανεξαρτήτως τύπου σχολείου, οδηγεί τους μαθητές στο να συμπεριφέρονται τελικά με τον ίδιο τρόπο όσον αφορά σε πολύ σημαντικούς παράγοντες των πεποιθήσεων και στάσεων που προαναφέραμε. Οι τιμές των αντιστοίχων παραγόντων (F_5 =5.17, F_6 =4.41, F_8 =5.09, F_9 = 5.83), είναι κοντά ή λίγο πιο πάνω από το μέσον της εννιάβαθμης κλίμακας Likert που χρησιμοποιήσαμε. Οι παράγοντες θετικών πεποιθήσεων και στάσεων F_8, F_9, έχουν χαμηλές τιμές, ενώ ο παράγοντας F_6 έχει ουδέτερη τιμή, σύμφωνα με τους χαρακτηρισμούς που υιοθετήσαμε.

Η τάξη φοίτησης διαφοροποιεί τους μαθητές, μόνο ως προς τον παράγοντα F_{11}, (Δυσκολία των ασκήσεων και εργασιών που δίνονται από τον καθηγητή). Οι μαθητές της τρίτης τάξης του Λυκείου υπερέχουν, αφού θεωρούν σε μεγαλύτερο βαθμό από τις άλλες τάξεις ότι οι ασκήσεις που δίνονται από τον καθηγητή είναι δύσκολες. Αυτό, όπως προαναφέραμε και στη συζήτηση των αποτελεσμάτων, είναι μάλλον συνέπεια του γεγονότος ότι η τρίτη τάξη είναι τάξη προετοιμασίας για τις πανελλήνιες εξετάσεις, οι οποίες κρατούν σε εγρήγορση μαθητές και δασκάλους, με επίλυση ασκήσεων δυσκολίας πάνω από το μέσο όρο. Ίσως, όμως θα έπρεπε να υπάρχουν και πιο απαιτητικές ασκήσεις και στις προηγούμενες τάξεις, για να γίνεται ομαλή σταδιακή προσαρμογή και προετοιμασία.

Η κατεύθυνση σπουδών που ακολουθούν οι μαθητές τους διαφοροποιεί ως προς όλους τους παράγοντες εκτός από τον F_{11} (Δυσκολία των εργασιών και ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη). Οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης, όπως ήταν αναμενόμενο, υπερέχουν έναντι των μαθητών των άλλων κατευθύνσεων για τους παράγοντες που εκφράζουν θετικές στάσεις και πεποιθήσεις για τα Μαθ/κά. Ακολουθούν κατά φθίνουσα σειρά οι μαθητές της τεχνολογικής και της θεωρητικής κατεύθυνσης. Επίσης οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης υπερέχουν έναντι των μαθητών της τεχνολογικής και της θεωρητικής κατεύθυνσης ως προς τη σχολική επίδοση στα Μαθ/κά, την απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών του Γενικού ερωτηματολογίου, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών ως προαιρετικού και του ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου. Η τεχνική μελέτης που ακολουθούν οι μαθητές της θετικής κατεύθυνσης, σε μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές της τεχνολογικής και της θεωρητικής είναι «διαβάζω πρώτα θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί». Δηλαδή αυτή η τεχνική μελέτης συνδέεται με μεγαλύτερες μαθηματικές ικανότητες των μαθητών του Λυκείου. Αυτή η τεχνική μελέτης προτείνεται να καλλιεργείται στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση, αλλά και στις άλλες βαθμίδες εκπαίδευσης.

Το φύλο διαφοροποιεί τους μαθητές μόνο ως προς τους παράγοντες F_3 (Διαδικαστική κατανόηση των Μαθηματικών) και F_7 (Μελέτη των Μαθηματικών με κατανόηση). Για όλους τους άλλους παράγοντες δεν υπάρχει διαφοροποίηση. Όπως προαναφέραμε και στη συζήτηση των αποτελεσμάτων του προηγουμένου κεφαλαίου οι τιμές των παραγόντων αυτών είναι μεγαλύτερες για τα κορίτσια σε σχέση με τα αγόρια. Αυτό σημαίνει ότι τα κορίτσια συνδέουν την κατανόηση κατ' αρχήν με καλή μελέτη και εφαρμογή των τύπων και διαδικασιών και στη συνέχεια προχωρούν στην

πιο ουσιαστική κατανόηση που συνδέεται με τη μελέτη και κατανόηση των ορισμών, την ερμηνεία των διαφόρων ενεργειών και των λογικών βημάτων των μαθηματικών αποδείξεων. Σε πρώτη ανάγνωση η ταυτόχρονη υπεροχή των κοριτσιών και ως προς τους δύο αυτούς παράγοντες μπορεί να φαίνεται αντιφατική. Όμως ουσιαστικά ερμηνεύει το γεγονός ότι τα κορίτσια μελετούν προσεκτικά τους μαθηματικούς τύπους και διαδικασίες που η εφαρμογή τους βοηθά στην επίλυση πολλών ασκήσεων και προβλημάτων, όντας γενικά πιο επιμελή από τα αγόρια. Όμως δεν σταματούν εκεί. Προχωρούν και στην προσεκτική μελέτη που οδηγεί στην ερμηνεία όλων των λογικών βημάτων που γίνονται σε μια μαθηματική απόδειξη. Δηλαδή μελετούν με κατανόηση.

Η εκπαιδευτική περιφέρεια στην οποία ανήκουν οι μαθητές, δεν τους διαφοροποιεί ως προς τους παράγοντες που προέκυψαν από την έρευνάς μας. Δηλαδή οι πεποιθήσεις, οι στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά γενικά, ο τρόπος και οι τεχνικές μελέτης των μαθητών, καθώς και οι αντιλήψεις τους για την διδασκαλία των καθηγητών στην τάξη είναι ίδιες σε όλες τις εκπαιδευτικές περιφέρειες που θεωρήσαμε στην έρευνά μας. *Το ενδιαφέρον στρέφεται στο ερώτημα αν αυτό ισχύει και σε άλλες περιοχές της Ελλάδας εκτός Αττικής.* Τί γίνεται για παράδειγμα σε άλλες μεγάλες πόλεις της Ελλάδας, καθώς και τί γίνεται στις ημιαστικές και τις αγροτικές περιοχές. Ίσως αυτό θα αποτελούσε ένα έναυσμα για μια επέκταση της έρευνάς μας.

Ένας άλλος άξονας της έρευνά μας ήταν η διερεύνηση των συσχετίσεων μεταξύ των παραγόντων και ανάμεσα στους παράγοντες και την επίδοση, απόδοση, αυτοεκτίμηση, ετεροεκτίμηση, φόβο για τα Μαθ/κά, πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού και ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά. Η διερεύνηση αυτή έγινε με τη βοήθεια των συντελεστών συσχέτισης Pearson και μας οδήγησε στο γενικό συμπέρασμα ότι όλοι οι παράγοντες που εκφράζουν θετικές στάσεις και πεποιθήσεις (συμπεριλαμβανομένων και εκείνων του τρόπου μελέτης) για τα Μαθ/κά,

συσχετίζονται θετικά με τη σχολική επίδοση, απόδοση, αυτοεκτίμηση, ετεροεκτίμηση, πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος και ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά. Οι ίδιοι παράγοντες είναι αρνητικά συσχετισμένοι με το φόβο για τα Μαθ/κά. Τα αντίθετα συμβαίνουν για τους παράγοντες που εκφράζουν αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις. Για το τί προκαλεί το φόβο αναφερθήκαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και θα ξαναγίνει αναφορά παρακάτω. *Το θέμα είναι αν οι αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις έχουν ως αιτία τον φόβο ή το αντίστροφο. Ένα ενδιαφέρον ερώτημα για περαιτέρω έρευνα.*

Η έρευνά μας στράφηκε και προς την ανίχνευση βαθύτερων σχέσεων μεταξύ των παραγόντων, πέραν των συσχετίσεων που διαπιστώσαμε με τους συντελεστές Pearson. Αυτό έγινε με τη βοήθεια της Ανάλυσης διαδρομών (Path Analysis) του στατιστικού προγράμματος M-plus (Muthen, & Muthen 2007). Διαπιστώθηκε η ύπαρξη δύο διακριτών επιπέδων μελέτης, *η μελέτη με κατανόηση (1^{ο} επίπεδο) και η μελέτη με αναστοχασμό (2^{ο} επίπεδο).* Είναι δυνατόν να φθάσει ο μαθητής στο πρώτο επίπεδο και μετά να προχωρήσει ή να μη προχωρήσει στο δεύτερο επίπεδο. Όμως για να φθάσει στο δεύτερο πρέπει να περάσει από το πρώτο επίπεδο. Ακόμη διαπιστώσαμε ότι *η αγάπη για τα Μαθ/κά οδηγεί στη μελέτη με κατανόηση.* Σ'αυτή οδηγεί και η ισχυρή πεποίθηση ότι τα Μαθ/κά είναι γενικά χρήσιμα, καθώς ότι χρήσιμη είναι και η μελέτη των μαθηματικών αποδείξεων. Οπότε το επόμενο βήμα του μαθητή, μπορεί να είναι η μελέτη με αναστοχασμό. Δηλαδή *η αγάπη για τα Μαθ/κά μπορεί να οδηγήσει στη μελέτη με αναστοχασμό.* Το *ίδιο μπορεί να κάνει και η ισχυρή πεποίθηση για τη χρησιμότητα των Μαθ/κών και των μαθηματικών αποδείξεων.* Επίσης διαπιστώθηκε ότι *όταν ο μαθητής ακολουθεί την τεχνική μελέτης* «πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί» *οδηγείται στη μελέτη με αναστοχασμό,* αφού βέβαια περάσει από το πρώτο

στάδιο μελέτης, δηλ. τη μελέτη με κατανόηση. Δηλαδή η αγάπη για τα Μαθ/κά, η ισχυρή πεποίθηση για τη χρησιμότητά τους και η παραπάνω τεχνική μελέτης, είναι παράγοντες που συνεισφέρουν στην δυνατότητα των μαθητών να λειτουργούν στον διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Απεναντίας οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθ/κά τους οδηγούν στο να πιστεύουν ότι τα Μαθ/κά είναι τύποι και διαδικασίες (διαδικαστική φύση των Μαθ/κών) και η μελέτη τους να παρακινείται από εξωτερικά μόνο κίνητρα (π.χ. επειδή θέλουν να αντιμετωπίσουν επιτυχώς τις εξετάσεις) και όχι κίνητρα βαθύτερης κατανόησης, αναστοχασμού, επεκτάσεων και ενασχόλησης με νέα προβλήματα που ανακύπτουν. Δηλαδή οι μαθητές αυτοί μπορεί να λειτουργούν ίσως μερικώς στον διαδικασιοεννοιολογικό κόσμο, αλλά όχι στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. *Το ερώτημα γιατί οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τα Μαθ/κά αποτελεί ερώτημα για παραπάνω διερεύνηση.* Επομένως εάν το ζητούμενο είναι η κατανόηση των Μαθηματικών και μετά ο αναστοχασμός για επεκτάσεις που μπορούν να οδηγήσουν στην έρευνα πρέπει να ενισχύσουμε πεποιθήσεις, στάσεις και τρόπο μελέτης, που μπορεί να οδηγούν σ' αυτά. Αντίθετα πρέπει να αποδυναμώσουμε κατά το δυνατόν πρακτικές που απομακρύνουν από τους επιθυμητούς στόχους.

Η μελέτη των συσχετίσεων μεταξύ των παραγόντων και των μεταβλητών που αναφερθήκαμε παραπάνω, με τη βοήθεια των συντελεστών συσχέτισης Pearson, καθώς και η βαθύτερη μελέτη των σχέσεων μεταξύ των παραγόντων που ανιχνεύθηκαν με τη βοήθεια της Ανάλυσης Διαδρομών (Path Analysis), μας οδήγησε σε διάφορες κατηγοριοποιήσεις των μαθητών. Συγκεκριμένα διακρίναμε αρχικά τέσσερις *κατηγορίες* σε σχέση με τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά που αφορούν στη φύση των Μαθηματικών. Αυτές είναι:

1. «*Οι μαθητές που πιστεύουν στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και γενικά των Μαθηματικών».*

2. *«Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά»*.

3. *«Οι μαθητές που έχουν διαδικαστική άποψη για τα Μαθηματικά».*

4. *«Οι μαθητές που δυσκολεύονται με τα Μαθηματικά».*

Λόγω των πολλών κοινών χαρακτηριστικών με τα οποία συνδέονται οι κατηγορίες 1 και 2 οδηγηθήκαμε στην ενοποίηση των 1 και 2 σε μια νέα κατηγορία: *«Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά και πιστεύουν στη χρησιμότητά τους».* Δηλαδή οι τελικές κατηγορίες είναι οι εξής τρεις:

(α΄) «Οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά και πιστεύουν στη χρησιμότητά τους»

(β΄) «Οι διαδικαστικοί μαθητές»

(γ΄) «Οι μαθητές που δυσκολεύονται με τα Μαθηματικά».

Οι μαθητές της κατηγορίας (α΄) συνδέονται με θετικές πεποιθήσεις και στάσεις για τα Μαθηματικά, μελετούν με κατανόηση και αναστοχασμό, έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά και έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση ως προς τα Μαθηματικά. Αυτοί οι μαθητές φαίνεται ότι μπορούν να λειτουργούν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Οι μαθητές της κατηγορίας (β΄) συνδέονται τόσο με θετικές, όσο και με αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις για τα Μαθηματικά και δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά. Οι μαθητές της κατηγορίας (γ΄) συνδέονται με αρνητικές μόνο πεποιθήσεις και στάσεις για τα Μαθηματικά, δεν μελετούν με κατανόηση, έχουν χαμηλή επίδοση και απόδοση, έχουν μικρή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση ως προς τα Μαθηματικά και φοβούνται τα Μαθηματικά. Ένα μέλημα, λοιπόν, των διδασκόντων στη Δευτεροβάθμια και όχι μόνο εκπαίδευση, πρέπει να είναι η προσπάθεια για να πειστούν οι μαθητές για τη χρησιμότητα γενικά των Μαθηματικών,

τόσο στις εφαρμογές της Τεχνολογίας και των Θετικών Επιστημών, όσο και στη γενική πνευματική συγκρότηση του ατόμου και να αγαπήσουν τα Μαθηματικά.

Διακρίναμε αρχικά πέντε κατηγορίες σχετικά με τον τρόπο μελέτης: «*Οι μαθητές που μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων επειδή θα τις εξετασθούν», «Οι μαθητές που προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα», «Οι μαθητές που μελετούν με κατανόηση», «Οι μαθητές που μελετούν με αναστοχασμό»* και «*Οι μαθητές που μελετούν πρώτα θεωρία και μετά προσπαθούν να λύσουν ασκήσεις».* Όμως η σύκγριση ως προς τα γνωρίσματα με τα οποία συνδέονται μας οδήγησε στην ενοποίηση των παραπάνω κατηγοριών στις παρακάτω τρεις:

(α΄) *Οι χρησιμοθηρικοί:* Είναι οι μαθητές που μελετούν τις αποδείξεις των θεωρημάτων επειδή θα τις εξετασθούν και επιθυμούν να έχουν επιτυχία στις εξετάσεις, χωρίς να φαίνεται να πολυενδιαφέρονται για την ωφέλεια που θα αποκόμιζαν αν μελετούσαν με τρόπο, που θα τους οδηγούσε σε βαθειά κατανόηση και αναστοχασμό. Η στάση αυτή των μαθητών αυτών δεν είναι θετική για τα Μαθηματικά. Συνδέεται επίσης και με άλλες αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις για τη φύση των Μαθηματικών, τον τρόπο μελέτης και την αντίληψη που έχουν για τη διδακτική πρακτική του καθηγητή των Μαθηματικών στην τάξη. Συγκεκριμένα δεν μελετούν με κατανόηση, ούτε κατά συνέπεια με αναστοχασμό, δεν έχουν υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, έχουν μικρή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση και φοβούνται τα Μαθηματικά. Οι μαθητές αυτοί φαίνεται να μη μπορούν να λειτουργήσουν με επιτυχία στο διαδιακασιοεννοιολογικό και στον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.

(β΄) *Οι Διερευνητικοί Ι:* Είναι οι μαθητές που προσπαθούν πολύ για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα, μελετούν με τρόπο που οδηγεί στην κατανόηση, αλλά δεν προχωρούν στον αναστοχασμό και η τεχνική μελέτης που ακολουθούν είναι «πρώτα

μελέτη θεωρίας και μετά επίλυση ασκήσεων, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί».

Οι μαθητές αυτοί συνδέονται με θετικές πεποιθήσεις και στάσεις, τρόπο μελέτης για τα Μαθηματικά και αντιλήψεις των μαθητών για τη διδακτική πρακτική του καθηγητή στην τάξη. Επίσης συνδέονται με μεγάλη επίδοση, απόδοση, αγάπη για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση, μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση. Όμως δεν συνδέονται με τον αναστοχασμό που οδηγεί στις επεκτάσεις, γενικεύσεις, βαθύτερη κατανόηση και την έρευνα.

(γ΄) *Οι Διερευνητικοί ΙΙ:* Είναι οι μαθητές που συνδέονται με όλα τα χαρακτηριστικά των μαθητών που ανήκουν στην κατηγορία των *Διερευνητικών Ι,* με το επιπλέον χαρακτηριστικό ότι μελετούν με τρόπο που τους οδηγεί στον αναστοχασμό (δεύτερο επίπεδο κατανόησης).

Οι μαθητές των δύο αυτών κατηγοριών (*Διερευνητικοί Ι και Διερευνητικοί ΙΙ*), μπορούν να λειτουργούν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών.

Οι αντιλήψεις που έχουν οι μαθητές για τη διδακτική πρακτική των μαθηματικών καθηγητών τους στη τάξη, μας οδήγησε σε δύο ομάδες που δεν συνδέονται με κανένα κοινό χαρακτηριστικό:

(α΄) *Οι μαθητές που έχουν την άποψη ότι ο καθηγητής τους κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών.*

Οι μαθητές αυτοί συνδέονται με θετικές πεποιθήσεις, στάσεις και τρόπο μελέτης που οδηγεί σε μελέτη με κατανόηση και αναστοχασμό για τα Μαθηματικά, υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, υψηλή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση και υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος. Επιπλέον φαίνεται ότι μπορούν να λειτουργούν με επιτυχία στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο των Μαθ/κών. Αυτό σημαίνει ότι η διδασκαλία που σχεδιάζεται με τρόπο που

παρακινεί τους μαθητές να συμμετέχουν ενεργητικά και να μήν είναι παθητικοί δέκτες, έχει ευεργετικά αποτελέσματα πάνω στους μαθητές. Τα αποτελέσματα αυτά είναι τα βέλτιστα και επομένως αυτά που πρέπει να είναι και τα επιδιωκόμενα. Οπότε ένας από τους *στόχους* της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να είναι, *οι δάσκαλοι των μαθηματικών να ενστερνισθούν διδακτικά μοντέλα που εξασφαλίζουν κατά το δυνατόν τη μεγαλύτερη συμμετοχή των μαθητών κατά τη διδασκαλία* (Κλαουδάτος, 1996). Δηλαδή προβάλλει επιτακτική η ανάγκη της απαγκίστρωσής τους από το παραδοσιακό (δασκαλοκεντρικό) διδακτικό μοντέλο.

(β΄) *Οι μαθητές που πιστεύουν ότι οι εργασίες που βάζει ο καθηγητής τους στη τάξη είναι δύσκολες.*

Οι μαθητές αυτοί συνδέονται με αρνητικές πεποιθήσεις, στάσεις και τρόπο μελέτης που δεν οδηγεί σε μελέτη με κατανόηση και αναστοχασμό για τα Μαθηματικά, χαμηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, χαμηλή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση, χαμηλή πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και φόβο για τα Μαθηματικά. Οι μαθητές της κατηγορίας αυτής είναι εκείνοι που έχουν δυσκολίες με τα Μαθηματικά, οπότε έχουν και την αντίληψη ότι οι ασκήσεις που βάζουν οι καθηγητές τους στην τάξη είναι δύσκολες. Αυτοί οι μαθητές δεν μπορούν να λειτουργήσουν επιτυχώς στο διαδικασιοεννοιολογικό και τον τυπικό κόσμο. Κάποιοι από τους σημαντικότερους λόγους που κάνουν τους μαθητές να φοβούνται τα Μαθηματικά με συνακόλουθη συνέπεια τη δυσκολία με τα Μαθηματικά είναι «η μη σωστή μελέτη» και «η ύπαρξη κενών που οδηγεί στη μη κατανόηση», όπως λένε οι ίδιοι οι μαθητές, απαντώντας στην ανοιχτή ερώτηση «γιατί φοβάμαι ή δε φοβάμαι τα Μαθηματικά». Επειδή ο μη κατάλληλος τρόπος μελέτης ουσιαστικά οδηγεί στην ύπαρξη κενών και στη μη κατανόηση, *πρέπει οι δάσκαλοι των μαθηματικών να διδάσκουν και τον «σωστό τρόπο μελέτης»*. Όπως προέκυψε από την

έρευνά μας *σωστός τρόπος μελέτης* είναι αυτός που *οδηγεί σε πρώτο επίπεδο στην κατανόηση και σε δεύτερο επίπεδο στον αναστοχασμό*, με τη βαθύτερη κατανόηση και τις επεκτάσεις.

Δύο ακόμη σημαντικές παράμετροι που μελετήθηκαν στην έρευνά μας είναι η αυτοεκτίμηση (self- concept), δηλαδή η γνώμη που έχει ο μαθητής για τον εαυτό του, όσον αφορά στη μαθηματική του ικανότητα και η ετεροεκτίμηση, δηλαδή η γνώμη που έχουν οι άλλοι (συμμαθητές, καθηγητές). Σημειωτέον ότι το περιεχόμενο που δίνουμε στην έννοια της αυτοεκτίμησης είναι αυτό που δίνεται από τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), ενώ το περιεχόμενο της έννοιας της ετεροεκτίμησης είναι παρόμοιο με αυτό της έννοια της αυτοϊδέας, όπως δίνεται από τους Φιλίππου και Χρίστου (2001). (Σύμφωνα με αυτούς η αυτοϊδέα είναι η γνώμη που σχηματίζει ο μαθητής για τον εαυτό του σχετικά με τις ικανότητές του σε κάποιο μαθησιακό αντικείμενο, επηρεαζόμενος από άτομα του περιβάλλοντός του, που θεωρούνται σημαντικά γι' αυτόν. Τέτοια είναι οι συμμαθητές, οι δάσκαλοι και οι γονείς). Η αυτοεκτίμηση και η ετεροεκτίμηση συνδέονται άμεσα. Μεγάλη αυτοεκτίμηση συνεπάγεται και μεγάλη ετεροεκτίμηση. Οι μαθητές που έχουν μεγάλη αυτοεκτίμηση συνδέονται με χαρακτηριστικά θετικών στάσεων, πεποιθήσεων και τρόπων μελέτης των Μαθηματικών. Επίσης συνδέονται με υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, με υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και δεν φοβούνται τα Μαθηματικά. Με τα ίδια ακριβώς θετικά χαρακτηριστικά συνδέονται και οι μαθητές που έχουν μεγάλη ετεροεκτίμηση. Τα συμπεράσματά μας αυτά συμφωνούν και επεκτείνουν συμπεράσματα προηγούμενων ερευνών, σύμφωνα με τις οποίες υπάρχει σημαντική θετική συσχέτιση μεταξύ των πεποιθήσεων επάρκειας (έννοιας ειδικότερης της αυτοεκτίμησης, αφού αναφέρεται στην πεποίθηση για επάρκεια σχετικά με κάτι ειδικό και συγκεκριμένο, π.χ. επίλυση εξισώσεων β΄

βαθμού) και της επίδοσης στα Μαθηματικά (Guskey, & Passaro, 1994; Pajares, 1996a; Soodak, & Podell, 1996; Philippou, & Christou, 2000; Hnnula et al., 2014).

Μελετήσαμε ακόμη τη συσχέτιση της αγάπης για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση (προκειμένου για μαθητές της Γ΄ Λυκείου) με τους παράγοντες των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης και των μεταβλητών που μετρούν τη μαθηματική ικανότητα των μαθητών και την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών. Οι μαθητές, λοιπόν, που αγαπούν περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση από την Άλγεβρα, συνδέονται με θετικά χαρακτηριστικά σε σχέση με τις πεποιθήσεις και στάσεις για τα Μαθηματικά. Αγαπούν τα Μαθηματικά, τα οποία δεν βλέπουν κυρίως μόνο σαν τύπους και διαδικασίες. Μελετούν Μαθηματικά αφιερώνοντας πολύ χρόνο για να λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα που δεν «βγαίνει με την πρώτη». Παρουσιάζουν, δηλαδή επιμονή στη μελέτη και την προσπάθεια για καλή κατανόηση των Μαθηματικών. Αυτό έχει σαν συνέπεια την υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, καθώς και την υψηλή πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθηματικών. Φαίνεται, λοιπόν, η σημασία της διδασκαλίας της Γεωμετρίας και της Ανάλυσης στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. Η διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στο Λύκειο δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να έρθουν σε επαφή και να ασκηθούν με τη μαθηματική απόδειξη, στηριζόμενοι σε ένα αξιωματικό σύστημα και στον παραγωγικό συλλογισμό. Επιπλέον η φύση των γεωμετρικών ασκήσεων και προβλημάτων που είναι άρρηκτα δεμένη με τη μαθηματική απόδειξη και τη διερεύνηση είναι πρόκληση για τους μαθητές να προσπαθούν να κατανοούν σε βάθος και να αναστοχάζονται. Ακόμη και ο τρόπος σκέψης που καλλιεργείται με τη διδασκαλία της Ανάλυσης στο Λύκειο (Γ΄τάξη), προσφέρει πολλά προς την κατεύθυνση αυτή. Για να έχουμε τη βέλτιστη ωφέλεια των μαθητών από την Ανάλυση, πρέπει να καταβάλεται προσπάθεια από τους

διδάσκοντες, η διδασκαλία της να μην περιορίζεται σε μεθόδους και τεχνάσματα για να αντιμετωπίσουν κυρίως οι μαθητές τα θέματα των πανελληνίων εξετάσεων, αλλά να στοχεύει και στην κατανόηση των εννοιών και κάποιων αποδείξεων, κατάλληλων για τους μαθητές της Γ΄ Λυκείου.

Η στατιστική επεξεργασία των απαντήσεων των μαθητών στις τρεις ανοιχτές ερωτήσεις του Γενικού Ερωτηματολογίου, που αφορούν στο φόβο για τα Μαθ/κά, στην πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος και στο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του σχολείου, μας βοήθησε να διερευνήσουμε και άλλες πτυχές της σχέσης των μαθητών του Λυκείου με τα Μαθ/κά. Οι μαθητές των Λυκείων φοβούνται τα Μαθ/κά σε ποσοστό 51.9 % και δεν τα φοβούνται σε ποσοστό 48.1 % . Τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά σε μεγαλύτερο ποσοστό από τα αγόρια. Οι λόγοι για τους οποίους φοβούνται τα Μαθ/κά, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 4 και για τα δύο φύλα, είναι: *«Φοβάμαι μήπως δεν γράψω καλά στις πανελλήνιες εξετάσεις», «γιατί μου προκαλούν άγχος οι ασκήσεις», «γιατί είναι δύσκολα», «γιατί δεν τα καταλαβαίνω», «γιατί φοβάμαι τον καθηγητή» «γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση».* Οι δύο πρώτοι έχουν την μεγαλύτερη συχνότητα για τα κορίτσια, ενώ ο πρώτος και ο τρίτος την μεγαλύτερη συχνότητα για τα αγόρια. Είναι αξιοσημείωτο ότι ο φόβος αποτυχίας στις πανελλήνιες είναι η πιο σημαντική αιτία που προκαλεί φόβο στους μαθητές. Ακολουθούν το άγχος που έχουν οι μαθητές για την επίλυση των ασκήσεων ή η δυσκολία γενικά του μαθήματος. Εξάλλου είναι πολύ μικρό το ποσοστό των μαθητών που δηλώνει σαν αιτία του φόβου για τα Μαθηματικά το ότι δεν έχει έμφυτη κλίση. Βέβαια ένα ενδιαφέρον ερώτημα προς διερεύνηση, που δεν εντάσσεται στην παρούσα διατριβή είναι *ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που δεν έχουν πράγματι έμφυτη κλίση για τα Μαθηματικά.* Παρατηρούμε ότι οι λόγοι στους οποίους οι μαθητές αποδίδουν το φόβο τους για τα Μαθ/κά είναι οι περισσότεροι εξωτερικοί,

με την έννοια ότι οφείλονται σε άλλους, εκτός του μαθητή. Μόνο δύο λόγοι, όπως «*γιατί δεν τα καταλαβαίνω», «γιατί δεν έχω έμφυτη κλίση»* έναι εσωτερικοί, με την έννοια ότι οφείλονται στο μαθητή και στις ικανότητες που τον προίκισε η Φύση. Όλοι οι εξωτερικοί λόγοι μπορούν να καταπολεμηθούν, εάν εφαρμοσθούν οι πρακτικές διδασκαλίας που προέκυψαν και προκύπτουν μέσα από την έρευνα της Διδακτικής των Μαθηματικών. Έτσι οι μαθητές θα μάθουν πώς να μαθαίνουν (Von Glasersfeld, 1987), οπότε και η επίλυση των ασκήσεων θα διευκολυνθεί και η κατανόηση θα γίνει καλύτερη. Έτσι θα περιορισθεί το άγχος, ο φόβος και η ανασφάλεια που προκαλούν τα Μαθ/κά ως αντικείμενο, οι δάσκαλοι των Μαθηματικών, καθώς και οι πανελλήνιες εξετάσεις. Ίσως με ένα άλλο σύστημα εισαγωγής στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση, όπου η τελική εξέταση στα Μαθ/κά δεν θα ήταν τόσο καθοριστική για την επιτυχία στα Α.Ε.Ι., θα μετρίαζε ακόμη περισσότερο το φόβο για τα Μαθηματικά, προς όφελος της Μαθηματικής Παιδείας.

Τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθηματικά σε ποσοστό μεγαλύτερο από τα αγόρια, διότι «*φοβούνται μήπως δεν γράψουν καλά στις πανελλήνιες», «τους προκαλούν άγχος οι ασκήσεις», «δεν τα καταλαβαίνουν», «δεν έχουν έμφυτη κλίση» «φοβούνται τον καθηγητή»*. Το ποσοστό των αγοριών που φοβούνται τα Μαθηματικά διότι *«είναι δύσκολα»,* είναι μεγαλύτερο από εκείνο των κοριτσιών.

Η παράμετρος *«εκπαιδευτική περιφέρεια»* δεν δημιουργεί διαφορές στους μαθητές των Λυκείων όσον αφορά στο φόβο απέναντι στα Μαθηματικά. Ο τύπος Λυκείου στο οποίο φοιτούν οι μαθητές επηρεάζει μερικώς τους μαθητές ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά. Συγκεκριμένα οι μαθητές των δημοσίων Γενικών Λυκείων φοβούνται το ίδιο τα Μαθηματικά με τους μαθητές των ιδιωτικών Γενικών Λυκείων, ενώ τα φοβούνται περισσότερο από τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων. Φαίνεται, λοιπόν, ότι το βιοτικό επίπεδο των μαθητών δεν δημιουργεί διαφορές ως προς το

φόβο. Ενώ οι προσδοκίες των μαθητών για το είδος των σπουδών τους και το πόσο αυτές συνδέονται με την επίδοσή τους στα Μαθ/κά, δημιουργεί διαφορές ως προς το φόβο. Οι μαθητές των Τεχνικών Λυκείων προσανατολίζονται σε πολύ μεγάλο ποσοστό σε σπουδές εφαρμογών που δε συνδέονται απαραίτητα με καλή γνώση και κατανόηση θεωρητικών Μαθηματικών. Οπότε τα Μαθηματικά τους δημιουργούν μικρότερο φόβο σε σχέση με τους μαθητές των Γενικών Λυκείων.

Οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές δεν φοβούνται τα Μαθ/κά είναι κατά φθίνουσα σειρά: «*Μελετώ σωστά», «Δεν έχω κενά ή αδυναμίες και τα καταλαβαίνω», «Αγαπώ τα Μαθ/κά», «Είναι εύκολα, θέλουν μόνο σκέψη», «Έχω καλό καθηγητή» «Έχω κλίση στα Μαθ/κά».* Σημειωτέον ότι ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό (43.5 %) δεν επικαλείται καθόλου λόγους. Επομένως ένας από τους στόχους της μαθηματικής παιδείας πρέπει να είναι η αύξηση των ποσοστών των παραπάνω επικαλούμενων λόγων, όπου αυτό είναι εφικτό. Η σωστή μελέτη βοηθά τους μαθητές να μην έχουν κενά και αδυναμίες, ώστε επιστρατεύοντας τη σκέψη τους, να τα κατανοήσουν και τελικά να τα αγαπήσουν. Εδώ έρχεται να παίξει τον σημαντικότατο ρόλο του ο δάσκαλος των Μαθηματικών. Είναι αυτός που θα διδάξει στους μαθητές τη σωστή μελέτη, θα τους διδάξει με κατάλληλη μέθοδο τις έννοιες, τα θεωρήματα και τους αλγορίθμους, ώστε να πετυχαίνουν την κατανόηση σε βάθος, πράγμα που θα τους οδηγήσει στην αγάπη και όχι στο φόβο των Μαθηματικών. Όμως το ιδιαίτερα χαμηλό ποσοστό των μαθητών που θεωρούν ότι ο λόγος που δεν φοβούνται τα Μαθ/κά είναι ότι έχουν καλό καθηγητή, μας προβληματίζει πολύ και «κρούει τον κώδωνα του κινδύνου» για τους μάχιμους εκπαιδευτικούς της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

Διερευνήσαμε επίσης και την πρόθεση των μαθητών του Λυκείου να επιλέξουν το μάθημα των Μαθηματικών στην υποθετική περίπτωση που αυτό θα ήταν προαιρετικό. Το 52.8 % των μαθητών δεν θα το επέλεγαν. Το ποσοστό αυτό είναι

πολύ κοντά με το αντίστοιχο της έρευνας Πανάρετου (2001), που είναι 53.67%. Οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές δεν θα επέλεγαν το μάθημα κατά φθίνουσα σειρά μεγέθους της συχνότητας είναι: *«Δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά», «Είναι πολύ δύσκολο μάθημα», «Δεν έχω κλίση στα Μαθ/κά», «Δεν θα τα χρειασθώ στις σπουδές και στη ζωή», «Δεν μπορώ να τα καταλάβω», «Τα θέματα των πανελληνίων εξετάσεων είναι πολύ δύσκολα», «Φοβάμαι τους καθηγητές».* Ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό (21.0 %) δεν αναφέρει κάποιον λόγο. Το ποσοστό των μαθητών που δεν θα επέλεγαν το μάθημα των Μαθηματικών είναι πολύ κοντά, χωρίς να ταυτίζεται με εκείνο των μαθητών που φοβούνται τα Μαθηματικά. Πάνω από τους μισούς μαθητές δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά, κυρίως επειδή δεν τους αρέσουν- επομένως δεν τα αγαπούν- και επειδή είναι δύσκολα. Για να αλλάξει, λοιπόν, το κλίμα και να μειωθεί το ποσοστό των μαθητών που δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά, πρέπει να μειωθούν τα ποσοστά των λόγων που κάνουν τους μαθητές να μην τα θέλουν ως μάθημα επιλογής. Η ευθύνη βαραίνει και πάλι τους δασκάλους των Μαθηματικών, που πρέπει να καταβάλουν κάθε προσπάθεια, ώστε να κάνουν τα Μαθηματικά ελκυστικά και εύληπτα. Επίσης να αποκαλύψουν στους μαθητές τη χρησιμότητά τους, τόσο στη ζωή, όσο και σε ένα ευρύ φάσμα σπουδών. Η ιδιαίτερα χαμηλή συχνότητα για το «*φοβάμαι τους καθηγητές»* είναι πολύ ενθαρρυντικό για τους καθηγητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, αφού υποδηλώνει ότι οι καθηγητές-ως φοβικά αντικείμενα- μετέχουν ελάχιστα στη διαμόρφωση του φόβου και της αρνητικής στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά.

Η περαιτέρω στατιστική ανάλυση, μας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το *φύλο* και ο *τύπος σχολείου* των μαθητών τους διαφοροποιεί ως προς τους λόγους που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά, ενώ η τάξη, καθώς και η εκπαιδευτική περιφέρεια όχι. Ιδιαίτερα επικεντρώσαμε το ενδιαφέρον μας σε κάποιες διαφορές συχνοτήτων ανάμεσα στα

κορίτσια και τα αγόρια. Τα κορίτσια σε ποσοστό (40.7 %) πολύ μεγαλύτερο των αγοριών (25.3 %), δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά επειδή δεν τους αρέσουν. Αυτό είναι σύμφωνο με το συμπέρασμα ότι τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθηματικά περισσότερο από τα αγόρια. Επίσης τα κορίτσια δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά επειδή δεν έχουν έμφυτη κλίση σε ποσοστό υπερδιπλάσιο εκείνου των αγοριών. Αυτό είναι συμβατό και με αντίστοιχα ποσοστά (για την έμφυτη κλίση), που έχουν προκύψει και αναφέραμε παραπάνω, για τους λόγους που φοβούνται τα Μαθηματικά. Επίσης τα ποσοστά των μαθητών που δεν θα επέλεγαν τα Μαθηματικά επειδή δεν τους αρέσουν είναι πολύ κοντά για τους μαθητές των τριών τύπων σχολείου. Όμως τα ποσοστά των μαθητών που δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά γιατί θεωρούν ότι είναι πολύ δύσκολο μάθημα διαφέρουν αρκετά, με τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ να διαφέρουν περίπου κατά επτά ποσοστιαίες μονάδες σε σχέση με τους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ και των δημοσίων ΤΕΛ.

Λιγότεροι από τους μισούς μαθητές, θα επέλεγαν τα Μαθηματικά αν ήταν προαιρετικό μάθημα. Θα το επέλεγαν για τους παρακάτω λόγους κατά φθίνουσα σειρά συχνοτήτων: «*Μου αρέσουν τα Μαθηματικά», «Είναι χρήσιμα στη ζωή», «Πιστεύω ότι οξύνουν το μυαλό», «Θα με βοηθήσουν στις σπουδές», «Είμαι πολύ καλός (καλή), προσδοκώ υψηλή βαθμολογία», «Έχω κλίση στα Μαθ/κά».* Για να αυξηθεί το ποσοστό των μαθητών που θα επέλεγαν τα Μαθηματικά, πρέπει να αυξηθούν κατά το δυνατόν τα ποσοστά των λόγων που θα το επέλεγαν, εκεί που μπορεί να γίνει παρέμβαση των φορέων της Εκπαίδευσης. Πρέπει οι μαθητές να πεισθούν σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό ότι τα Μαθηματικά είναι χρήσιμα στη ζωή, ότι οξύνουν το μυαλό και ότι θα βοηθήσουν στις σπουδές τους. Σ' αυτό θα συμβάλλουν τα Αναλυτικά προγράμματα του Υπουργείου Παιδείας. Μέσα από τον επαναπροσδιορισμό της διδακτέας ύλης και τον σχεδιασμό των διδακτικών βιβλίων, αφενός μεν θα διασαφηνίζεται σε ποιους

τομείς χρησιμεύουν τα Μαθηματικά, αφετέρου δε θα βάζουν τους μαθητές μπροστά σε καταστάσεις προβλημάτων που θα τους ενθαρρύνουν να ασχοληθούν με την επίλυσή τους. Η καλλιέργεια της σκέψης και η όξυνση του μυαλού θα είναι αποτέλεσμα αυτής της ενασχόλησης. Όμως και οι δάσκαλοι των Μαθηματικών καλούνται να ενεργοποιηθούν περισσότερο. Είναι αυτοί που θα ζωντανέψουν τα διδακτικά βιβλία και θα εμπλουτίσουν τη διδασκαλία τους με κατάλληλες διδακτικές καταστάσεις, που θα βοηθήσουν τους μαθητές να πεισθούν γιατί τα Μαθηματικά καλλιεργούν τη σκέψη και οξύνουν το μυαλό, όπως και γιατί και πού χρησιμεύουν στις σπουδές και στη ζωή.

Η περαιτέρω στατιστική ανάλυση μας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το φύλο, η εκπαιδευτική περιφέρεια και η τάξη φοίτησης των μαθητών δεν τους διαφοροποιεί ως προς τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθηματικά. Δηλαδή δεν υπάρχουν παράμετροι που σχετίζονται με το φύλο, που να κάνουν τους μαθητές να διαφοροποιούνται ως προς τις εντάσεις (συχνότητες) των λόγων που θα επέλεγαν τα Μαθηματικά. Ακόμη και οι διαφορές που έχουν οι μαθητές στο πολιτιστικό-πολιτισμικό επίπεδο σε συνδυασμό και με το βιοτικό επίπεδο, δεν τους διαφοροποιούν ως προς τις εντάσεις των λόγων που θα επέλεγαν τα Μαθηματικά. Επίσης η διαφορετική τάξη, που συνεπάγεται διαφορετική ηλικία, άρα διαφορετικές εμπειρίες και διαφορετικό μορφωτικό επίπεδο, δεν διαφοροποιεί τους μαθητές προς την κατεύθυνση αυτή. Όμως ο τύπος σχολείου στο οποίο φοιτούν οι μαθητές, τους διαφοροποιεί ως προς τους λόγους που θα επέλεγαν τα Μαθηματικά. Φαίνεται, λοιπόν, ότι σ΄αυτή τη διαφοροποίηση συμβάλλει κυρίως ο προσανατολισμός για μελλοντικές σπουδές και επιλογή επαγγέλματος, σε συνδυασμό με τις μαθηματικές ικανότητες των μαθητών.

Διερευνήσαμε επίσης και το ενδιαφέρον που είχαν οι μαθητές για τα Μαθ/κά στις τάξεις του σχολείου. Το 35.2 % είχε το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του σχολείου, για τους παρακάτω λόγους με φθίνουσα σειρά διάταξης: «*Μου αρέσουν-δεν μου αρέσουν τα Μαθ/κά*», «*Η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις», «Είχα καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις», «Δεν είχα καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις», «Τα Μαθ/κά είναι σημαντικό μάθημα και χρήσιμο στη ζωή», «Υπήρχε εναλλαγή των καθηγητών από τάξη σε τάξη».* Η αγάπη ή όχι για τα Μαθηματικά είναι ο παράγοντας εκείνος που καθορίζει σε μεγαλύτερο βαθμό τη σταθερότητα του ενδιαφέροντος για τα Μαθ/κά. Εάν υπάρχει αγάπη για τα Μαθ/κά, τότε το ενδιαφέρον είναι μεγάλο και σταθερό από τάξη σε τάξη. Στην αντίθετη περίπτωση το ενδιαφέρον είναι σταθερά μικρό. Όλοι οι άλλοι λόγοι που προβάλλονται, φαίνεται να παίζουν μικρό ρόλο στη σταθερότητα του ενδιαφέροντος. Αν όμως η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις για μεγάλο ποσοστό μαθητών, τότε αυτοί θα είχαν σταθερά μεγάλο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Αν ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών είχε καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις, τότε οι μαθητές αυτοί θα είχαν σταθερά μεγάλο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Αν επίσης ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών πίστευε ότι τα Μαθηματικά είναι σημαντικό μάθημα και χρήσιμο στη ζωή, τότε αυτοί οι μαθητές θα είχαν σταθερά μεγάλο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Τα συμπεράσματα αυτά είναι σύμφωνα και με προηγούμενα και δείχνουν προς πια κατεύθυνση πρέπει να κινηθούν όσοι μπορούν να αλλάξουν τα πράγματα στην Εκπαίδευση. Γιατί το ποσοστό 4.9%, για το ότι «η ύλη είχε ενδιαφέρον σε όλες τις τάξεις», δεν μπορεί να θεωρηθεί ελπιδοφόρο. Ούτε το ποσοστό 4.3%, για το ότι «είχα καλούς καθηγητές». Επιπλέον ανάλυση μας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι το φύλο δεν διαφοροποιεί τους μαθητές ως προς τους λόγους που είχαν το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά, ενώ ο τύπος σχολείου φοίτησης και η εκπαιδευτική περιφέρεια τους διαφοροποιεί. Η αγάπη για τα Μαθ/κά είναι ο

σημαντικότερος λόγος που το ενδιαφέρον γι' αυτά δεν άλλαξε στις τάξεις του σχολείου. Οι μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ προβάλλουν σε αρκετά μεγαλύτερο βαθμό (44.9 %) από τους μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ (30.7 %) και από τους μαθητές των δημοσίων ΤΕΛ (20.5 %) την αγάπη για τα Μαθ/κά, ως τον λόγο για τον οποίο δεν άλλαξε το ενδιαφέρον τους γι' αυτά.

Μεγάλο ποσοστό μαθητών δεν είχε το ίδιο ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά σε όλες τις τάξεις του σχολείου, για τους παρακάτω λόγους: *«Η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη και δημιουργεί εναλλαγές ενδιαφέροντος», «Είχα διαφορετικούς καθηγητές», «Είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις», «Είχα κάποιους καλούς και κάποιους κακούς καθηγητές, «Η κατεύθυνση που διάλεξα και ο προσανατολισμός μου για το επάγγελμα που θα ακολουθήσω», «Το φροντιστήριο με βοήθησε να αγαπήσω τα Μαθ/κά στο Λύκειο».* Η διαφορετικότητα της ύλης από τάξη σε τάξη είναι ο σημαντικότερος λόγος που αλλάζει το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά. Επίσης η εναλλαγή των καθηγητών και το γεγονός ότι το μάθημα αυτό είναι από τα εξεταζόμενα στις πανελλήνιες εξετάσεις, είναι από τους σημαντικούς λόγους που συντελούν στην αλλαγή του ενδιαφέροντος των μαθητών για τα Μαθ/κά. Το *φύλο*, ο *τύπος* σχολείου και η *εκπαιδευτική περιφέρεια,* διαφοροποιούν τους μαθητές ως προς τους λόγους που το ενδιαφέρον δεν ήταν το ίδιο για όλες τις τάξεις του σχολείου. Ο σημαντικότερος λόγος και για τα δύο φύλα είναι η *«διαφορετικότητα της ύλης από τάξη σε τάξη».* Επίσης τα κορίτσια επηρεάζονται περισσότερο από τα αγόρια από *«τους διαφορετικούς καθηγητές που είχαν»* και από «*το φροντιστήριο που τους έκανε να τα αγαπήσουν».* Επηρεάζονται όμως λιγότερο (τα κορίτσια από τα αγόρια) *από «τον προσανατολισμό τους για το επάγγελμα που θα ακολουθήσουν».* Δηλαδή οι παράμετροι «*φροντιστήριο» και «επάγγελμα»* επηρεάζουν σε μικρό ποσοστό αλλά σε διαφορετικό βαθμό κορίτσια και αγόρια στην αλλαγή του ενδιαφέροντος για τα

Μαθηματικά. Επίσης για τους μαθητές και των τριών τύπων σχολείου, η διαφορετικότητα της ύλης από τάξη σε τάξη είναι ο σημαντικότερος λόγος, που το ενδιαφέρον δεν ήταν το ίδιο για όλες τις τάξεις του Λυκείου. Οι μαθητές όμως των δημοσίων ΓΕΛ (34.8 %) και των ιδιωτικών ΓΕΛ (35.6%) επηρεάζονται σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές των δημοσίων ΤΕΛ (18.4%). Επίσης το γεγονός ότι τα Μαθ/κά είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις, επηρεάζει πολύ περισσότερο τους μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ, από τους μαθητές των ΤΕΛ στην αλλαγή του ενδιαφέροντος. Ο προσανατολισμός στην επιλογή του επαγγέλματος επηρεάζει αρκετά λιγότερο τους μαθητές των δημοσίων και ιδιωτικών ΓΕΛ από τους μαθητές των δημοσίων ΤΕΛ, στην αλλαγή του ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά. Επίσης για τους μαθητές και των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών, η διαφορετικότητα της ύλης από τάξη σε τάξη είναι ο σημαντικότερος λόγος, που το ενδιαφέρον δεν ήταν το ίδιο για όλες τις τάξεις του Λυκείου. Οι μαθητές όμως της πρώτης εκπαιδευτικής περιφέρειας επηρεάζονται σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από τους μαθητές της δεύτερης (η περιφέρεια με το υψηλότερο βιοτικό επίπεδο), και της τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας. Επίσης το γεγονός ότι τα Μαθ/κά είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις επηρεάζει πολύ περισσότερο τους μαθητές της δεύτερης σε σχέση με τους μαθητές της πρώτης και της τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας. Αυτό δείχνει ότι οι μαθητές με το υψηλότερο βιοτικό επίπεδο αλλάζουν σε μεγαλύτερο βαθμό ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά, λόγω του ότι θα τα εξετασθούν στις πανελλήνιες εξετάσεις, σε σχέση με τους μαθητές του χαμηλότερου βιοτικού επιπέδου. Επίσης η διαφορετικότητα των καθηγητών επηρεάζει σε αρκετά μεγαλύτερο βαθμό τους μαθητές της τρίτης εκπαιδευτικής περιφέρειας στην αλλαγή του ενδιαφέροντος, σε σχέση με τους μαθητές της πρώτης και της δεύτερης εκπαιδευτικής περφέρειας. Αυτό ίσως να υποδηλώνει και μια μεγαλύτερη κινητικότητα των

καθηγητών της τρίτης εκπ/κής περιφέρειας (Δυτική Αττική, Πειραιάς). Ο προσανατολισμός στην επιλογή του επαγγέλματος επηρεάζει αρκετά λιγότερο τους μαθητές της πρώτης και της τρίτης περιφέρειας σε σχέση με τους μαθητές της δεύτερης εκπ/κής περιφέρειας. Αυτό ίσως υποδηλώνει ότι για τους μαθητές υψηλότερου βιοτικού επιπέδου τα Μαθ/κά παίζουν σημαντικότερο ρόλο στην επιλογή του επαγγέλματος.

Μια άλλη παράμετρος που μελετήθηκε είναι *ο χρόνος προετοιμασίας και μελέτης για τα Μαθ/κά* που διαθέτουν οι μαθητές απασχολούμενοι, *αποκλειστικά μόνοι τους, χωρίς εξωτερική βοήθεια και φροντιστήριο*. Εάν ο χρόνος αυτός είναι μεγάλος (μεγαλύτερος από μιάμιση ώρα κάθε φορά που μελετά ο μαθητής Μαθ/κά), τότε ο μαθητής έχει υψηλή επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά (ακόμη και στη Φυσική), καθώς και υψηλή πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά είναι αμείωτο σε όλη τη διάρκεια της φοίτησης στο Λύκειο, δεν φοβάται τα Μαθ/κά, αγαπά περισσότερο τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση από την Άλγεβρα και έχει μεγάλη αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά. Δηλαδή ο χρόνος που διαθέτουν οι μαθητές για αυτενέργεια με τα Μαθηματικά επηρεάζει θετικά τη σχέση των μαθητών με τα Μαθ/κά, καθώς και την επίδοσή τους. Επομένως πρέπει οι μαθητές να ενθαρρύνονται για να αυξάνουν όσο γίνεται το χρόνο που διαθέτουν μόνοι στη μελέτη τους και την προσπάθεια για την επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων. Επίσης και η παράμετρος *χρόνος που αφιερώνει ο μαθητής για φροντιστήριο ή ιδιαίτερα μαθήματα,* συνδέεται θετικά με τη σχολική επίδοση στα Μαθ/κά.

Ξεχωρίσαμε τους μαθητές μόνο των Γενικών Λυκείων (δημοσίων και ιδιωτικών) και διερευνήσαμε την ύπαρξη διαφορών κατά τάξη και κατά είδος σχολείου, ως προς την επίδοση, την απόδοση, την αυτοεκτίμηση, την ετεροεκτίμηση, το φόβο για τα Μαθ/κά, το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά και την πρόθεση επιλογής των

Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος. Για τους μαθητές της Α΄ και της Β΄ τάξης δεν σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές για όλες τις παραπάνω μεταβλητές. Για τους μαθητές της Γ΄ τάξης σημειώνονται διαφορές μόνο ως προς τη σχολική επίδοση και την απόδοση στο mathtest. Οι μαθητές των δημοσίων ΓΕΛ σημειώνουν μεγαλύτερη σχολική επίδοση (15.9 με άριστα το 20) από τους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ (12.79). Όμως η απόδοση στο mathtest των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ (2.32 με άριστα το 8) είναι μικρότερη από των μαθητών των ιδιωτικών ΓΕΛ (3.75, με άριστα το 8). Αν και η απόδοση στο τεστ των Μαθηματικών είναι ιδιαίτερα χαμηλή, όμως είναι σαφής η υπεροχή των ιδιωτικών ΓΕΛ έναντι των δημοσίων ΓΕΛ. Η σχολική επίδοση που διαμορφώνεται σε μεγάλο βαθμό και από την προφορική αξιολόγηση των μαθητών φαίνεται να μεροληπτεί υπέρ των μαθητών των δημοσίων ΓΕΛ, οι οποίοι τα πήγαν χειρότερα στο τεστ των Μαθ/κών σε σχέση με τους μαθητές των ιδιωτικών ΓΕΛ.

Ανάλογη διερεύνηση έγινε και για τους μαθητές μόνο των Τεχνικών Λυκείων. Σημειώνεται στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων ως προς τη σχολική επίδοση. Οι μαθητές της Α΄ τάξης σημειώνουν μικρότερη σχολική επίδοση (8.53, με άριστα το 20) από του μαθητές της Β΄ (10.37) και της Γ΄τάξης (10.74), ενώ οι μαθητές της Β΄ δεν παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική διαφορά από του μαθητές της Γ΄ τάξης.

5.2. Σημασία και συνεισφορά της έρευνάς μας

Η παρούσα έρευνα μας οδήγησε σε ένα πλήθος συμπερασμάτων σχετικά με τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθ/κά, τον τρόπο μελέτης τους των Μαθ/κών και τις αντιλήψεις τους σχετικά με τη διδακτική πρακτική των

μαθηματικών καθηγητών τους. Επίσης μας οδήγησε και σε πολλά συμπεράσματα, που σχετίζονται με τον τρόπο που οι παράγοντες οι οποίοι προέκυψαν και που αφορούν σε όλα τα παραπάνω, επηρεάζουν την κατανόηση γενικά των Μαθηματικών, την επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, την αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση, τον φόβο για τα Μαθηματικά, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών και το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά. Παρόμοιες έρευνες έχουν γίνει στην Ελλάδα και το εξωτερικό. Οι περισσότερες από αυτές αφορούν σε μαθητές μικρότερων ηλικιών (τελευταίων τάξεων του Δημοτικού σχολείου και του Γυμνασίου) και σε μικρά δείγματα μαθητών. Το μέγεθος του δείγματος της έρευνάς μας είναι αρκούντως μεγάλο (N=1645) και επιπλέον διερευνήθηκαν οι πεποιθήσεις και οι στάσεις των μαθητών τριών διαφορετικών ειδών Λυκείου (δημοσίων ΓΕΛ, ιδιωτικών ΓΕΛ και δημοσίων ΤΕΛ), της Ελληνικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

Ένα από τα βασικά αποτελέσματα της παρούσας έρευνας είναι η παραγοντική δομή των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης και αντιλήψεων των μαθητών για την διδασκαλία των καθηγητών. Προέκυψαν δώδεκα συνολικά παράγοντες. Τρεις παράγοντες χαρακτηρίζονται ως παράγοντες πεποιθήσεων και αφορούν στη *φύση, στη χρησιμότητα και στην κατανόηση των Μαθηματικών.* Τρεις παράγοντες χαρακτηρίζονται ως παράγοντες στάσεων και αφορούν *στην αγάπη για τα Μαθ/κά, στα κίνητρα μελέτης των αποδείξεων* και στην *προσπάθεια για επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων.* Τρεις παράγοντες χαρακτηρίζονται ως παράγοντες μελέτης των Μαθ/κών και αφορούν στη *μελέτη με κατανόηση, στη μελέτη με αναστοχασμό* και στη *τεχνική μελέτης των Μαθ/κών.* Τέλος, τρεις παράγοντες χαρακτηρίζονται ως παράγοντες των αντιλήψεων των μαθητών για τη διδακτική πρακτική των καθηγητών τους και αφορούν στην *ενεργητική συμμετοχή των μαθητών κατά τη διεξαγωγή του μαθήματος*, τον *βαθμό δυσκολίας των ασκήσεων και προβλημάτων που βάζουν οι*

καθηγητές τους και στο εάν ο καθηγητής εξετάζει μαθητές που δεν σηκώνουν χέρι. Αντίστοιχη διεθνής έρευνα με μαθητές Γυμνασίου, των Christou, & Philippou (1999) οδήγησε σε τέσσερις παράγοντες της δομής των αντιλήψεων των μαθητών: *Φύση των Μαθηματικών, περιεχόμενο, μάθηση, εργασία για τα Μαθ/κά, ρόλος του δασκάλου.* Οι δύο πρώτοι παράγοντες της έρευνας αυτής, ταιριάζουν με τους δύο πρώτους παράγοντες των πεποιθήσεων της έρευνάς μας, ενώ ο τελευταίος παράγοντας ταιριάζει με τους δύο παράγοντες των αντιλήψεων για τη διδακτική πρακτική των δασκάλων. Οι διαφορές που παρουσιάζονται στην παραγοντική δομή με τη δική μας έρευνα, ενδεχομένως να οφείλονται στο διαφορετικό μας ερωτηματολόγιο που απευθύνεται σε μεγαλύτερης ηλικίας μαθητές.

Ένας άλλος τομέας στον οποίο συνεισφέρει η έρευνά μας είναι η κατηγοριοποίηση των μαθητών του Λυκείου ως προς:

- *Τις πεποιθήσεις και στάσεις τους για τη φύση - δυσκολίες - χρησιμότητα των Μαθ/κών* (οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθ/κά και πιστεύουν στη χρησιμότητά τους, οι διαδικαστικοί και οι μαθητές που δυσκολεύονται με τα Μαθ/κά).
- *Τον τρόπο μελέτης των Μαθηματικών* (οι Χρησιμοθηρικοί, οι Διερευνητικοί Ι, οι Διερευνητικοί ΙΙ).
- *Ως προς τις αντιλήψεις τους για τη διδακτική πρακτική του καθηγητή στην τάξη* (οι μαθητές που πιστεύουν ότι ο καθηγητής κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών και οι μαθητές που πιστεύουν ότι οι εργασίες που βάζει ο καθηγητής στην τάξη είναι δύσκολες).
- *Ως προς την αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά* (οι μαθητές που έχουν υψηλή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθ/κά και οι μαθητές με χαμηλή αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση).

Κάθε μία από τις παραπάνω κατηγορίες συνδέεται με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά γνωρίσματα, που εκφράζουν θετικές ή αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά και επηρεάζουν θετικά ή αρνητικά τη μαθηματική ικανότητά τους (επίδοση, απόδοση).

Τα αποτελέσματα αυτά επεκτείνουν συμπεράσματα έρευνας στο Ηνωμένο Βασίλειο (Daskalogianni, & Simpson, 2001), η οποία κατηγοριοποιεί τους σπουδαστές σε τρεις κατηγορίες:

- *Τους Συστηματικούς,* που πιστεύουν ότι τα Μαθηματικά είναι ένα αυστηρό σώμα γνώσης και τα προβλήματα προσεγγίζονται με μια σειρά από βήματα.
- *Τους Διερευνητικούς,* που πιστεύουν ότι τα Μαθ/κά είναι κάτι το δυναμικό, που χαρακτηρίζεται από την ανακάλυψη αληθειών και την εξερεύνηση νέων εννοιών και προσεγγίσεων.
- *Τους Χρησιμοθηρικούς,* που πιστεύουν ότι τα Μαθ/κά είναι ένα εργαλείο για άλλα θέματα και ενδιαφέρονται για τις εφαρμογές τους στη ζωή.

Μία άλλη συνεισφορά της εργασίας αυτής είναι ο εντοπισμός και η στατιστική επιβεβαίωση του τρόπου με τον οποίο, παράμετροι όπως, *τύπος σχολείου φοίτησης, τάξη (άρα και ηλικία), κατεύθυνση σπουδών, φύλο, εκπαιδευτική περιφέρεια (βιοτικό επίπεδο, κοινωνική και πολιτισμική σύνθεση)* επηρεάζουν τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά. Επίσης η εργασία συνεισφέρει στη στατιστική διερεύνηση των συσχετίσεων και της βαθύτερης σύνδεσης των παραγόντων που δομούν τις πεποιθήσεις, στάσεις, τρόπο μελέτης και τις αντιλήψεις των μαθητών για την διδασκαλία των καθηγητών τους. Ειδικότερα, όσον αφορά στον τρόπο μελέτης, προέκυψαν δύο επίπεδα μελέτης: *μελέτη με κατανόηση (1^{ο} επίπεδο)* και *μελέτη με αναστοχασμό (2^{ο} επίπεδο),* τα οποία συνδέονται και με την *τεχνική μελέτης (πρώτα μελετώ θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και*

χαρτί). Οι θετικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά οδηγούν στη μελέτη με κατανόηση και δυνητικά στη μελέτη με αναστοχασμό. Οι τρόποι αυτοί μελέτης, καθώς και η συγκεκριμένη τεχνική συνδέονται με υψηλές μαθηματικές ικανότητες των μαθητών και αναστοχαστική διάθεση των μαθητών που μπορεί να οδηγήσει σε επεκτάσεις, γενικεύσεις, στην έρευνα και στην παραγωγή νέας γνώσης. *Τα αποτελέσματα και συμπεράσματα για τον τρόπο και τις τεχνικές μελέτης μπορούν να γίνουν πολύ χρήσιμα εργαλεία για τους μαθητές και δασκάλους της Δευτεροβάθμιας, καθώς και των άλλων βαθμίδων της εκπαίδευσης.* Για τους μεν δασκάλους να διδάξουν στους μαθητές το πώς να μελετούν Μαθ/κά με όσο γίνεται πιο αποδοτικό τρόπο για την επίτευξη υψηλών στόχων, για τους δε μαθητές να ενστερνισθούν αυτούς τους τρόπους και τις τεχνικές, για τη βελτίωση της Μαθηματικής παιδείας προς όφελος όλων.

Είναι αποδεκτό ότι ένα από τα ζητούμενα της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι η ανάπτυξη των μαθηματικών ικανοτήτων των μαθητών, που θα έχει σαν αποτέλεσμα τη βελτίωση της σχολικής επίδοσης, της επίδοσης στις πανελλήνιες εξετάσεις (που καθορίζει σε μεγάλο βαθμό το είδος σπουδών και την επαγγελματική εξέλιξη) και της απόδοσης σε διαγωνισμούς μικρής ή μεγάλης εμβέλειας που μετρούν τη βαθύτερη κατανόηση των Μαθηματικών. Η έρευνά μας ανίχνευσε τις πεποιθήσεις, στάσεις και διδακτικές πρακτικές που συνδέονται θετικά με υψηλή επίδοση και απόδοση. Επομένως *συνεισφέρει προς την κατεύθυνση του να γνωρίζουν οι υπεύθυνοι εκπαιδευτικοί τις πεποιθήσεις που πρέπει να ενισχύσουν, οι οποίες με τη σειρά τους θα οδηγήσουν σε θετικές στάσεις για τα Μαθηματικά. Επίσης συνεισφέρει και προς την κατεύθυνση του να γνωρίζουν οι εκπαιδευτικοί τις διδακτικές πρακτικές που πρέπει να καλλιεργήσουν για την καλύτερη δυνατή επίδοση των μαθητών τους.*

Ένα, λοιπόν, από τα βασικά συμπεράσματα της έρευνάς μας, είναι ότι οι θετικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά έχουν στατιστικά σημαντική θετική συσχέτιση με την επίδοση, ενώ οι αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις έχουν αρνητική συσχέτιση. Το συμπέρασμά μας αυτό είναι σύμφωνο και επεκτείνει ανάλογα συμπεράσματα άλλων ερευνών (Schoenfeld, 1982; Φιλίππου, 1991, 1992), σύμφωνα με τις οποίες οι θετικές στάσεις των μαθητών βρέθηκε ότι έχουν μεγαλύτερη θετική συσχέτιση με τις επιδόσεις τους στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων και μικρότερη με την επίλυση προβλημάτων, καθώς και των Broun, Carpenter, Kouba, Lindquist, Silver, & Swafford, (1988). *Το επιπλέον που διερευνάται και προκύπτει από την εργασία μας είναι και η θετική συσχέτιση ανάμεσα σε κάποιους τρόπους και τεχνικές μελέτης και στην επίδοση.* Επίσης τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, συνεισφέρουν στο ότι, μας αποκαλύπτουν *δυο παράγοντες των αντιλήψεων των μαθητών για την διδακτική πρακτική του καθηγητή στην τάξη*, τους F_{10} (Ο καθηγητής κάνει το μάθημα με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών) και F_{11} (Βαθμός δυσκολίας των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη) και τη συσχέτισή τους με τους άλλους παράγοντες πεποιθήσεων και στάσεων, το φόβο για τα Μαθ/κά (μαθηματικοφοβία), καθώς και την επίδοση των μαθητών στα Μαθ/κά. Ο τρόπος διδασκαλίας των καθηγητών επηρεάζει τους μαθητές στη δημιουργία αντιλήψεων που όταν συνδέονται με θετικές πεποιθήσεις, συνδέονται και με υψηλές επιδόσεις. Το αντίθετο συμβαίνει όταν συνδέονται με αρνητικές πεποιθήσεις και στάσεις. Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με άλλες απόψεις και έρευνες στη διεθνή βιβλιογραφία, όπως των Φιλίππου, & Χρίστου (2001), Renga, & Dalla (1993). Ένας σημαντικός παράγοντας γένεσης στάσεων είναι ο δάσκαλος των Μαθηματικών, καθώς οι μαθητές ταυτίζουν το διδάσκοντα με το μάθημα, Schoenfeld (1989), (ο τρόπος διδασκαλίας επηρεάζει τα πιστεύω). Επίσης, όπως έχουμε προαναφέρει, σύμφωνα με

τον Goodykoontz (2008) η ανάπτυξη των στάσεων των μαθητών επηρεάζεται τόσο από τα χαρακτηριστικά των δασκάλων, όσο και από τα χαρακτηριστικά της διδασκαλίας τους.

Μια άλλη συνεισφορά της παρούσας έρευνας είναι η μελέτη και διερεύνηση των μαθητών του Λυκείου ως προς τις παραμέτρους *«φόβος για τα Μαθ/κά», «πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος»* και *«ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στο Λύκειο».* Μελετήθηκαν και ανιχνεύθηκαν οι σημαντικότεροι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές του Λυκείου φοβούνται ή όχι τα Μαθ/κά, θα επέλεγαν ή όχι τα Μαθ/κά και οι λόγοι για τους οποίους είχαν ή όχι το ίδιο ενδιαφέρον στις τάξεις του Λυκείου για τα Μαθ/κά. Τα αποτελέσματα της μελέτης αυτής μπορούν να συνεισφέρουν στην *εύρεση και ανάπτυξη μεθόδων και διαδικασιών για τη μείωση του φόβου για τα Μαθηματικά,* την αύξηση του ποσοστού των μαθητών που θα έχουν πρόθεση να τα επιλέξουν ως προαιρετικό μάθημα και τη διατήρηση αμείωτου και σε υψηλό βαθμό του ενδιαφέροντος γι' αυτά, κατά τη διάρκεια της φοίτησής τους στο Λύκειο.

Ακόμη μελετήθηκαν και τεκμηριώθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές ή ομοιότητες που παρουσιάζουν οι μαθητές, σχετικά με τις τρεις παραπάνω παραμέτρους, κατά είδος σχολείου, τάξη και φύλο. Τα αποτελέσματα αυτά μπορεί να αποδειχθούν ιδιαίτερα χρήσιμα στον σχεδιασμό και τις παρεμβάσεις στη δομή, στα αναλυτικά προγράμματα και στη Διδακτική των Μαθηματικών για μια περισσότερο αποδοτική, ωφέλιμη και χρήσιμη μαθηματική παιδεία. Επίσης έγινε στατιστική τεκμηρίωση της αρνητικής σύνδεσης του φόβου για τα Μαθηματικά (Μαθηματικοφοβία) με την επίδοση και απόδοση σ' αυτά. Επιπλέον έγινε τεκμηρίωση της θετικής σύνδεσης ανάμεσα στη πρόθεση επιλογής και του ενδιαφέροντος για τα Μαθηματικά και της επίδοσης και απόδοσης των μαθητών στα Μαθ/κά. Όπως

αναφέρθηκε και παραπάνω με τη μείωση του φόβου και την αύξηση της πρόθεσης επιλογής και του ενδιαφέροντος, μπορεί να επιτευχθούν υψηλότερες μαθηματικές επιδόσεις των μαθητών. Τα συμπεράσματά μας σχετικά με τους λόγους του φόβου, τη σύνδεση φόβου και φύλου, φόβου και επίδοσης συμφωνούν και επεκτείνουν συμπεράσματα ανάλογων προηγούμενων ερευνών. Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), βασική αιτία της Μαθηματικοφοβίας είναι οι συνεχείς αποτυχίες στα Μαθ/κά. Σύμφωνα με την δική μας έρευνα βασική αιτία του φόβου είναι η ενδεχόμενη αποτυχία στις πανελλήνιες εξετάσεις. Άρα και στις δύο περιπτώσεις βασικός λόγος του φόβου είναι η ενδεχόμενη αποτυχία. Κατά τον Mandler (1989), τα Μαθ/κά δημιουργούν εσωτερικές εντάσεις, που αν οι μαθητές δεν μπορούν να τις ξεπεράσουν, αποτυγχάνουν στην επίλυση προβλημάτων, με αποτέλεσμα το φόβο. Από την έρευνά μας δεν προκύπτει ότι βασικότερες αιτίες φόβου είναι ο δάσκαλος, το περιβάλλον και η ατμόσφαιρα της τάξης (Buxton, 1981). Το συμπέρασμά μας ότι τα κορίτσια φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια είναι συμβατό με συμπέρασμα του Πανάρετου (2001), σύμφωνα με το οποίο τα αγόρια (64 %) ενδιαφέρονται για τα Μαθηματικά περισσότερο από τα κορίτσια (55 %), καθώς και των Frenzel et al. (2007).

Ο φόβος για τα Μαθηματικά έχει στατιστικά σημαντική αρνητική συσχέτιση με την επίδοση. Το συμπέρασμα αυτό είναι σύμφωνο με το συμπέρασμα της έρευνας Φιλίππου και Χρίστου (2001) (δείγμα Κυπρίων μαθητών ΣΤ΄ Δημοτικού, 1993-1994) σύμφωνα με το οποίο *«η φοβία για τα Μαθ/κά συνδέεται αρνητικά με την επίδοση στις πράξεις, τη λύση προβλήματος και την κατανόηση των Μαθηματικών».* Επίσης είναι συμβατό με άλλα συμπεράσματα ερευνών, σύμφωνα με τα οποία «*υπάρχει αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στο επίπεδο άγχους για τα Μαθηματικά και την επίδοση»*

(Richardson, & Suinn, 1972), καθώς και «*το άγχος επηρεάζει αρνητικά την απόδοση στα Μαθηματικά»* (Πανάρετος, 2001).

Ένα άλλο θέμα που μελετήθηκε είναι οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές δεν θα επέλεγαν τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα. Οι βασικοί λόγοι μη επιλογής των Μαθηματικών που προβάλλονται, είναι ότι «*δεν μου αρέσουν»* και «*είναι πολύ δύσκολα».* Εάν τεθεί ως στόχος του εκπαιδευτικού μας συστήματος η δραστική μείωση των ποσοστών των παραπάνω λόγων, αυτό θα είναι προς όφελος της μαθηματικής παιδείας. Επιπλέον προέκυψε ότι δεν θα επέλεγε τα Μαθηματικά το 52.8 % των μαθητών του Λυκείου. Το ποσοστό αυτό είναι μικρότερο από το αντίστοιχο της έρευνας Πανάρετου (2001), που είναι 63.1% για το Λύκειο και μεγαλύτερο από εκείνο για τους μαθητές του Γυμνασίου (42.99 %).

Η έρευνά μας κινήθηκε και προς το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου. Μελετήθηκαν οι λόγοι για τους οποίους το ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά ήταν σταθερό από τάξη σε τάξη (μεγάλο ή μικρό). Βασικός λόγος είναι ότι «*μου αρέσουν ή δεν μου αρέσουν τα Μαθηματικά» (29.3 %).* Δύο ακόμα προβαλλόμενοι λόγοι με πολύ όμως μικρά ποσοστά είναι «*είχα καλούς καθηγητές σε όλες τις τάξεις» (4.3 %)* και *«τα Μαθ/κά είναι χρήσιμα στη ζωή» (2.4 %).* Τα συμπεράσματα αυτά μπορούν να συνεισφέρουν στη βελτίωση της μαθηματικής παιδείας με τις κατάλληλες παρεμβάσεις, ώστε να γίνουν τα Μαθ/κά πιο ελκυστικά στους μαθητές, οι καθηγητές να γίνουν καλύτεροι και να αναδειχθεί η χρησιμότητα των Μαθηματικών στη ζωή. Ένα σχετικό συμπέρασμα της έρευνας Πανάρετου (2001) ως προς τους βασικούς λόγους που ενδιαφέρουν τους μαθητές τα Μαθηματικά είναι ότι, *«τα Μαθ/κά είναι βασικό μάθημα για τη συνέχιση των σπουδών» (36.1 %) και «τα Μαθ/κά είναι χρήσιμα» (26.1 %).* Εδώ τα συμπεράσματα της έρευνάς μας διαφοροποιούνται και ως προς τους λόγους και τα ποσοστά με μεγάλες αποκλίσεις.

Ίσως αυτό να οφείλεται στο ότι το σχετικό ερώτημα της έρευνας Πανάρετου «Λόγοι που κάνουν ένα μαθητή να ενδιαφέρεται για τα Μαθ/κά», είναι λίγο διαφορετικό από το ερώτημα της δικής μας έρευνας (Το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου;), καθώς επίσης και το ότι το δείγμα της έρευνας Πανάρετου περιέχει και μαθητές Γυμνασίου. Επίσης μελετήθηκαν και οι λόγοι για τους οποίους το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθ/κά ήταν διαφορετικό από τάξη σε τάξη. Το ενδιαφέρον των μαθητών μπορεί να αλλάζει προς το καλύτερο ή προς το χειρότερο. Οι βασικοί λόγοι που προβάλλονται είναι ότι «*η ύλη είναι διαφορετική από τάξη σε τάξη» (32.4 %), «Οι καθηγητές είναι διαφορετικοί» (9.8 %), «τα Μαθ/κά είναι εξεταζόμενο μάθημα στις πανελλήνιες εξετάσεις» (9.2 %).* Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η μαθηματική εκπαίδευση στην Ελλάδα (διδασκόμενη ύλη, καθηγητές, πανελλήνιες εξετάσεις), επηρεάζουν τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθηματικά. Το συμπέρασμα αυτό είναι σύμφωνο με συμπέρασμα προηγούμενης έρευνας, σύμφωνα με το οποίο *οι πεποιθήσεις των μαθητών φαίνεται να επηρεάζονται από τη μαθηματική εκπαίδευση σε κάθε χώρα* (Dematte, Eccher, & Furinghetti, 1999). Είναι φανερό πόσο μπορούν να συνεισφέρουν τα συμπεράσματα αυτά στη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Μία άλλη συνεισφορά της παρούσας έρευνας είναι η στατιστική τεκμηρίωση, της σύνδεσης της *αυτοεκτίμησης* και *της ετεροεκτίμησης* με τους παράγοντες των πεποιθήσεων, στάσεων, τρόπου μελέτης, με την επίδοση και απόδοση στα Μαθ/κά, το φόβο για τα Μαθ/κά και την πρόθεση επιλογής των Μαθηματικών ως προαιρετικού μαθήματος. Η αυτοεκτίμηση και ετεροεκτίμηση για τα Μαθηματικά συνδέονται θετικά με θετικές πεποιθήσεις και στάσεις για τα Μαθηματικά, τη μελέτη με κατανόηση και αναστοχασμό, την επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά και την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών ως προαιρετικού μαθήματος. Συνδέεται αρνητικά με

το φόβο για τα Μαθηματικά. Η υψηλή αυτοεκτίμηση συνδέεται με υψηλή ετεροεκτίμηση. Φαίνεται να υπάρχει μια ανατροφοδότηση μεταξύ αυτοεκτίμησης και ετεροεκτίμησης. Είναι παραδεκτό ότι η αυτοεκτίμηση του μαθητή «είναι αποτέλεσμα των επιδράσεων που δέχεται από το εγγύτερο περιβάλλον του και ειδικά από τα άτομα και τους φορείς που θεωρεί σημαντικά» (Φιλίππου και Χρίστου 2001, σελ. 53). Το παραπάνω συμπέρασμα μπορεί να συνεισφέρει, ώστε εκπαιδευτικοί και γονείς να βοηθήσουν στην καλλιέργεια της αυτοεκτίμησης των μαθητών τους. Η έρευνά μας συμπληρώνει και επεκτείνει συμπεράσματα άλλων ερευνών για την αυτοεκτίμηση ή την αυτεπάρκεια, (έννοιας ειδικότερης που συνδέεται με την ικανότητα του ατόμου για κάποιο συγκεκριμένο έργο), σύμφωνα με τις οποίες η αυτοεκτίμηση και η αυτεπάρκεια συνδέονται θετικά με την επίδοση (Guskey, & Passaro, 1994; Pajares, 1996b; Soodak, & Podell, 1996; Philippou, & Christou, 2000).

Μια άλλη συνεισφορά της έρευνάς μας είναι το συμπέρασμα ότι ο χρόνος που αφιερώνουν οι μαθητές για να προετοιμάζονται και να μελετούν μόνοι τους Μαθηματικά καθημερινά, συσχετίζεται θετικά με την επίδοση και απόδοση στα Μαθηματικά, την αυτοεκτίμηση, την πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών, την αγάπη για τη Γεωμετρία ή την Ανάλυση και την επίδοση στη Φυσική. Επίσης υπαρχει αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στον χρόνο που μελετούν μόνοι τους οι μαθητές και στο φόβο για τα Μαθηματικά. Αυτό σημαίνει ότι *γονείς και δάσκαλοι πρέπει να ενθαρρύνουν τους μαθητές για να αυτενεργούν όσο γίνεται περισσότερο στη μελέτη τους,* αντί να προσφεύγουν εύκολα στην εξωτερική βοήθεια.

5.3. Άλλα ερευνητικά θέματα που προκύπτουν από την παρούσα εργασία

Η εργασία αυτή φέρνει και άλλα ερευνητικά θέματα στο προσκήνιο, τα οποία σχετίζονται με τη σύνδεση του συναισθηματικού με το γνωστικό και το γνωσιακό

τομέα, της κατανόησης, της μάθησης και της μαθηματικής ικανότητας των μαθητών. Ασχοληθήκαμε με τη διερεύνηση πολλών παραμέτρων του συναισθηματικού τομέα, όπως των πεποιθήσεων, στάσεων, αντιλήψεων, αυτοαναφορικών πεποιθήσεων, φόβου, πρόθεσης επιλογής των Μαθηματικών και ενδιαφέροντος σε σχέση με τα Μαθηματικά. Υπάρχουν όμως και άλλες συναισθηματικές παράμετροι που θα μπορούσαν να μελετηθούν και να διερευνηθεί η σύνδεσή τους με τη μαθηματική ικανότητα των μαθητών, όπως: το συναίσθημα της χαράς μετά την επίλυση κάποιου προβλήματος, της λύπης και της δυσαρέσκειας μετά την αποτυχία, του άγχους και της ανασφάλειας που δημιουργούν επανειλημμένες αποτυχίες των μαθητών στην επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων κλπ.

Ένα θέμα που ανακύπτει είναι η επέκταση της έρευνας σε πανελλαδικό επίπεδο. Τα συμπεράσματά μας αφορούν στη περιοχή Αττικής και θα μπορούσαν να γίνουν αποδεκτά για τις αστικές περιοχές. Μπαίνει το ερώτημα αν αυτά επεκτείνονται και για ημιαστικές και αγροτικές περιοχές. Ακόμη μπαίνει το θέμα της συγκριτικής μελέτης και με άλλες χώρες. Είναι γεγονός ότι, όπως αναφέραμε στη βιβλιογραφική μας επισκόπηση υπάρχουν και διεθνείς μελέτες, αλλά για παιδιά μικρότερων ηλικιών και με μικρά δείγματα.

Ένα από τα συμπεράσματα της έρευνάς μας είναι ότι υπάρχει μια *τεχνική μελέτης (μελετώ πρώτα θεωρία και μετά προσπαθώ να λύσω ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί),* που συσχετίζεται θετικά με την επίδοση και άλλες μαθηματικές ικανότητες των μαθητών. Θα είχε πρακτικό ενδιαφέρον να γίνει μια συγκριτική έρευνα τεχνικών ή μεθόδων μελέτης των Μαθηματικών σε σχέση με τις μαθηματικές ικανότητες των μαθητών.

Είδαμε ακόμη ότι οι θετικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά συσχετίζονται θετικά με την επίδοση και απόδοση των μαθητών στα

Μαθηματικά. Ένα θέμα που προβάλλει *προς διερεύνηση είναι, το πώς καλλιεργούνται οι θετικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών.*

Ένα άλλο θέμα που ανακύπτει είναι *η μελέτη των πεποιθήσεων και στάσεων των δασκάλων των Μαθ/κών και των διδακτικών μοντέλων που ακολουθούν*. Επίσης η *διερεύνηση του τρόπου που ο συναισθηματικός τους τομέας (των δασκάλων) επηρεάζει τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών, τον τρόπο μελέτης τους, την αυτοεκτίμηση και την ετεροεκτίμησή τους, το φόβο για τα Μαθ/κά, το ενδιαφέρον τους για τα Μαθηματικά, την πρόθεση επιλογής του μαθήματος των Μαθ/κών ως προαιρετικού, καθώς και πώς συσχετίζεται με την επίδοση των μαθητών.* Στην έρευνα των Philippou, & Christou (1997a), στην οποία αναφέρονται οι Φιλίππου και Χρίστου (2001), διερευνάται η συσχέτιση των αντιλήψεων των δασκάλων των Μαθ/κών με την επίδοση των μαθητών της Β΄ Γυμνασίου. Τα δεδομένα της έρευνας έχουν ληφθεί από την έρευνα TIMSS (Τρίτη Διεθνής Έρευνα στα Μαθηματικά και την Επιστήμη και ολοκληρώθηκε το 1994) και αφορούν δασκάλους από 12 χώρες (κυρίως Ευρωπαϊκές, μεταξύ των οποίων και η Ελλάδα και χώρες της Άπω Ανατολής).

Θα ήταν ενδιαφέρον επίσης να διερευνηθεί το *αν και πώς το οικογενειακό περιβάλλον των μαθητών* και ιδιαιτέρως το μορφωτικό τους επίπεδο *επιδρά* στη *διαμόρφωση των πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών* για τα Μαθηματικά.

Ελπίζουμε ότι μελλοντικές έρευνες, θα δώσουν χρήσιμες για τη Διδακτική των Μαθηματικών και επομένως για τη Μαθηματική Παιδεία απαντήσεις, στα παραπάνω και ίσως και άλλα σχετικά θέματα που θα προκύψουν. Πιστεύουμε, τέλος ότι τα αποτελέσματα της έρευνάς μας, τόσο στο συναισθηματικό, όσο και στο γνωστικό τομέα, μπορούν να ληφθούν υπόψη σε μελλοντικές έρευνες, που σχετίζονται με τις σύγχρονες τάσεις της Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών.

5.4. Ερευνητικά ερωτήματα και συμπεράσματα

Η έρευνά μας κατέληξε σε ένα πλήθος συμπερασμάτων, που δίνει απαντήσεις στα ερωτήματα που θέσαμε στην αρχή. Όσον αφορά στο πρώτο ερευνητικό μας ερώτημα για το ποια είναι η παραγοντική δομή των πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών του Λυκείου και αν υπάρχουν και ποιου είδους συσχετίσεις και συνδέσεις των παραγόντων, καταλήξαμε σε δώδεκα παράγοντες, που περιγράψαμε στην ενότητα 5.1. Διερευνήσαμε αν υπάρχει αλληλοσύνδεση μεταξύ των παραγόντων και το συμπέρασμα είναι ότι υπάρχουν ποικίλες αλληλοσυνδέσεις. Αυτές κατ' αρχήν συνοψίζονται στο γενικό συμπέρασμα ότι οι παράγοντες που εκφράζουν θετικές πεποιθήσεις και στάσεις συσχετίζονται θετικά μεταξύ τους (ή δεν συσχετίζονται), ενώ συσχετίζονται αρνητικά με τους παράγοντες που εκφράζουν θετικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών για τα Μαθ/κά (ή δεν συσχετίζονται). Σε δεύτερο επίπεδο τεκμηριώσαμε ότι μερικοί παράγοντες συνιστούν κατά κάποιο τρόπο «ικανές συνθήκες» για κάποιους άλλους. Έτσι προέκυψε ότι υπάρχουν δύο επίπεδα κατανόησης των Μαθηματικών, στα οποία μπορούν να φθάσουν οι μαθητές που αγαπούν τα Μαθηματικά, ή οι μαθητές που πιστεύουν στη χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και γενικότερα των Μαθ/κών. Ακόμη διαφάνηκε ότι η στρατηγική μελέτης «πρώτα μελέτη της θεωρίας και μετά προσπάθεια για επίλυση ασκήσεων, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί», μπορεί να οδηγήσει τους μαθητές στην κατανόηση και τον αναστοχασμό.

Όσον αφορά στο δεύτερο ερευνητικό μας ερώτημα, για το ποιοι παράγοντες (ποιες παράμετροι) διαμορφώνουν τις πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών του Λυκείου για τα Μαθ/κά, οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι αυτοί είναι: το φύλο των μαθητών, το είδος σχολείου που φοιτούν (άρα το βιοτικό τους επίπεδο και το κοινωνικο-οικονομικό περιβάλλον), η τάξη φοίτησης, η κατεύθυνση σπουδών (άρα

και οι προσδοκίες των μαθητών για το ρόλο που θα παίξουν τα Μαθ/κά στις σπουδές και την επαγγελματική τους ανέλιξη), η διδακτική πρακτική των δασκάλων των Μαθ/κών και το θεσμικό πλαίσιο της εκπαίδευσης. Θα ήταν χρήσιμες για τη μαθηματική εκπαίδευση οι κατάλληλες παρεμβάσεις, όπου μπορούν να γίνουν τέτοιες, για την ανάπτυξη θετικών πεποιθήσεων και στάσεων των μαθητών για τα Μαθ/κά, με στόχο τις καλύτερες δυνατές μαθηματικές τους επιδόσεις.

Ως προς το τρίτο ερευνητικό μας ερώτημα, για το ποιοί είναι οι τρόποι μελέτης των Μαθ/κών (εδώ εντάσσονται και οι στρατηγικές ή τεχνικές μελέτης), καταλήξαμε ότι υπάρχουν οι εξής τρόποι μελέτης:

- *Ο διαδικαστικός*, σύμφωνα με τον οποίο οι μαθητές που τον ακολουθούν στέκονται κυρίως στην προσπάθεια για απομνημόνευση ορισμών και εκφωνήσεων θεωρημάτων, στην προσεκτική τήρηση των τύπων και την εφαρμογή των αλγορίθμων. Ο τρόπος αυτός μελέτης, από μόνος του, οδηγεί μάλλον σε επιφανειακή κατανόηση.
- *Κατανόησης πρώτου επιπέδου*. Οι μαθητές που ακολουθούν τον τρόπο αυτό, προσπαθούν να κατανοούν τους ορισμούς με την έννοια ότι μπορούν να τους χρησιμοποιοιούν επιτυχώς στην επίλυση ασκλησεων, να κατανοούν τα λογικά βήματα των αποδείξεων και για ποιο λόγο γίνονται αυτά.
- *Κατανόησης δευτέρου επιπέδου και αναστοχασμού*. Οι μαθητές που ακολουθούν τον τρόπο αυτό, δεν σταματούν στην κατανόηση του πρώτου επιπέδου, αλλά προχωρούν στη βαθύτερη κατανόηση με την αναζήτηση και άλλων τρόπων απόδειξης και επίλυσης των προβλημάτων, επεκτάσεων και έρευνας.

Η στρατηγική (τεχνική) μελέτης, σύμφωνα με την οποία, ο μαθητής «πρώτα μελετά τη θεωρία και μετά προσπαθεί να λύσει ασκήσεις, χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί συνδέεται με τη μελέτη κατανόησης πρώτου και δευτέρου επιπέδου.

Τέλος, ως προς το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα που έχει να κάνει με τη σύνδεση των πεποιθήσεων, στάσεων και τρόπων μελέτης των Μαθ/κών με την μαθηματική επίδοση, οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα, ότι οι θετικές πεποιθήσεις και στάσεις των μαθητών συνδέονται θετικά με υψηλές μαθηματικές επιδόσεις. Ακόμη οι τρόποι μελέτης που οδηγούν στην κατανόηση πρώτου και δευτέρου επιπέδου συνδέονται επίσης θετικά με τη μαθηματική επίδοση των μαθητών του Λυκείου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aiken, L. R. (1970). Attitudes toward mathematics. *Review of Educational Research,* 40, 551-596.

Attard, C. (2014). I don't like it, I don't love it, but I do it and I do't mind: Introducing a framework for engagement with Mathematics. *Curriculum Perspectives,* 34(3), 1-14.

Bachelard, G. (1938). (Reprinted 1983). *La formation de l' elesprit scientifique.* J. Vrin, Paris.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review, 84,* 191-215.

Beghetto, R. A., & Baxter, J. A. (2012). Exploring Student Beliefs and Understanding in Elementary Science and Mathematics. *Journal of Research in Science Teaching.* Vol.49, No. 7, pp 942-960.

Beth, E. W., & Piaget, J. (1966). *Mathematical Epistemology and Psychology.* (W. Mays, trans.), Reidel, Dordrecht (originally published 1965).

Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain.* New York: David McKay Co Inc.

Buxton, L. (1981). *Do you panic about mathematics?* London: Heinemann.

Brousseau, G. (1983). *Les obstacles epistemologiques et les problems en mathematiques.* RDM Vol. 4, no2, 1983.

Brousseau, G. (1986). *Theoritisation des phenomenes d'enseignement des Mathematiques.* These d' etat, Universite de Bordeaux I, 1986.

Brown, C. A., Carpenter, T. P., Kouba, V. L., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1988). Secondary school results of the fourth NAEP mathematics assessment: algebra, geometry, mathematical methods and

attitudes. *Mathematics Teacher*, 81, 337-347.

Cemen, P., B. (1982). *Dissertation: A Descriptive Study of Mathematics Anxiety: Its Nature and Antecedents.* Indiana University U.S.A.

Cheeseman, J., & Mormane, A. (2014). Primary students' perceptions of their mathematics learning. In J. Anderson, M. Cavanagh, & A. Prescott (Eds.), *Curriculum in focus: Research guided practice (Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (pp.135-142). Sydney: MERGA.

Christou, C., Philippou, G. (1997). The mathematical world views: The case of Cypriot middle school students (grades 6-9). In G. Törner (Ed.), *Current state of research on mathematical beliefs IV* (pp.13-20). University of Duisburg. Schriftenreiche des Fachbereichs Mathematik. SM-DU-383.

Christou, C., Philippou, G. (1998). The structure of students' beliefs towards the teaching of mathematics: proposing and testing a structural model. In A. Olivier, & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the PME22,* Vol.2, (pp. 192-198). University of Stellenboch: South Africa.

Christou, C., Philippou, G. (1999). Students' mathematical beliefs of four countries in comparison. In G. Philippou (Ed.), *Current state of research on mathematical beliefs, Proceedings MAVI-8 Workshop*, Cyprus, 28-37.

Christou, C. (2016). The Affective Domain, Mathematics, and Mathematics Education. In Grootenboer, P., & Marshman, M. (Eds.), *Mathematics, Affect and Learning Middle School Students' Beliefs and Attitudes About Mathematics Education* (pp.13-33). Springer. http://www. springer.com/978-981-287-678-2

Cobb, P. (1986). Contexts, Goals, Beliefs and Learning Mathematics. *Journal For the*

Learning of Mathematics, 6, 2, June 1986.

Cobb, P., Yackel, E. A., & Wood, T. (1989). Constructivist approach to second grade mathematics. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Constructivism in mathematics education*. Dordrecht, Holland: Reidel.

Conley, A. M., Pintrich, P. R., Vekiri, I., & Harrison, D. (2004). Changes in epistemological beliefs in elementary science students. *Contemporary Educational Psychology, 29,* 186-204.

Cooney, T. J. (1999). Examining what we believe about beliefs, in E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Mathematical beliefs and their impact on teaching and learning of mathematics, Proceedings of the Workshop in Oberwolfach,* pp. 18-23.

Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, chap.10, (pp.153-166). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.

Conradie, J., & Frith, J. (2000). Comprehension Tests in Mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 42, 225-235.

Daskalogianni, K., Simpson A. (2001). A Categorisation of upper sixth-form students' beliefs about Mathematics. Rowland, T. (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 21(1) March 2001.

De Bellis, V., & Goldin, G.A. (2006). Affect and Meta-affect in Mathematical Problem Solving: a Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics* 2006, Vol. 63, (pp. 131-147).

Dematte, A., Eccher Dall'Eco, S.M., Furinghetti, F. (1999). An exploratory study on students' beliefs about mathematics as a social-cultural process. In G. Philippou (Ed.), *Current state of research on mathematical beliefs. Proceedings of the MAVI-8 Workshop*, Cyprus, 38, 47.

Dewey, J. (1988). *Jak myslimy?* Warszawa: PWN (Polish translation of "*How we*

think?", first published in USA, 1910).

Dilthey, W. (1970). *Der Aufbau der geschichtlichen Welt in den Geisteswisenschaften* Frankfurt a. M., p. 99.

Dossey, J., Mullis, I.V.S., & Jones, C.O. (1993). *Can students do mathematical problem solving? Results from constructed - response questions in NAEP's 1992 mathematics assessment.* Washington, D.C.: National Center for Educational Statistics.

Ernest, P. (1989). *Mathematics teaching: The state of the art.* New York: The Falmer Press.

Filozofia a nauka. Zarys Encyklopedyczny (1987) Warszawa: Ossolineum, p.788.

Flagey, D. (1972). Point de vue phychanalytique sur l' inhibition intellectuelle. *Revue Francaise de Psychanalyse*, 5-6, 717-798.

Frenzel, A. C., Pekrum, R., & Goetz, T. (2007). Girls and Mathematics-A hopeless issue? A control-value approach to gender differences in emotions towards mathematics. *European Journal of Psychology of Education*, 22(4), 497-514.

Goldin, G.A. (2002). Affect, meta- affect and mathematical belief structures. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 59-72). Kluwer Academic Publishers.

Goldin, G.A., Rösken, B., & Törner, G. (2009). Beliefs - no longer a hidden variable in mathematical teaching and learning processes. In Jurgen, Maasz, & Wolfgang, Schloglmann (Eds.), *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education. New Research Results* (pp. 1-18). Sense Publishers, Roterdam, Taipei.

Goodykoontz, E. (2008). *Factors that affect college students' attitude towards mathematics.* http:// books.google.com.au/books?id=hUxXCBmVYlQC

&printsec=frontcover&source=gbs_ge_ summary_r&cad=0#v=onepage &q&f=false.

Guskey, T. R., & Passaro, P.D. (1994). Teacher efficacy: A study of construct dimensions. *American Educational Research Journal*, 31, (3), 627-643.

Hadamard, J. (1945). *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

Hanna, G. (1991). Mathematical Proof. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, chap. 4 pp. 54 - 61. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.

Hanna, G., & de Villiers, M.(2012). Aspects of Proof in Mathematics Education. In G. Hanna, & M. de Villiers, (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study* (pp. 1-10). Springer Science + Busines Media B.V.

Hannula, S. M. (2002). Attitude towards Mathematics: Emotions, Expectations and Values, *Educational Studies in Mathematics*, 49, 25-46.

Hannula, S. M. (2004). Affect in mathematics education – exploring theoretical frameworks. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 107-109).* Bergen Norway: PME Princeton University Press, New York 1954.

Hannula, M., Bofah, E., Tuohilampi, L., & Mestämuuronen, J. (2014). A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. In S. Oesterle, P. Liljedahl, P. Nicol, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 3, pp. 249-256). Vancouver, Canada: PME.

Hart, L. E., & Walker, J. (1993). The role of affect in teaching and learning Mathematics. In D.T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (22-40). New York: McMillan-NCTM.

Henry, M. (1999). *Διδακτική των Μαθηματικών.* Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Μαθηματικών (Εκδότης Π. Σπύρου).

Herscovics, N., & Bergenon, J. C. (1989). A model to describe the construction of mathematical concepts from an epistemological perspective. *Proceedings of the 13th Meeting of the CMESG. St Catharine's,* Ontario: May 29-31, 1989.

Hofer, B. K., & Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review on Educational Research, 67, 88-140.*

Hoffer, A., (1983). Van-Hiele based Research. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, Lesh, R. and Landau , M. (Eds.). Academic Press, New York.

Howitt, D., & Cramer, D. (2003). *A Guide to Computing Statistics with SPSS, Release 11 for windows.* Pearson Education Limited, 2001, 2003. Μετάφραση στα Ελληνικά: *Στατιστική με το SPSS 11 για Windows.* Καρανικολός Κώστας. Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Hoyles, C. (1986). Scaling a mountain: a study of the use, discrimination and generalisation of some mathematical concepts in Logo environment. *European Journal of Psychology of Education.* Vol. I, no. 2, 111-126.

Hughes, M. (1996). *Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών.* Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα, 1996.

Jin, M., Feng, X., Lin, J., Dai, F. (2010). Comparison Study on High School students' Mathematics Belief Systems between Han and Chaoxian Nationality.

Journal of Mathematics Education, June 2010, Vol.3, No.1, pp138-151.

Kifer, E., & Robitaille, D.F. (1989). Attitudes, preferences and opinions. In D. F. Robitaille, & R.A. Garden (Eds.), *The IEA study of mathematics II: Contexts and outcomes of school mathematics* (pp.178-208). International studies in educational achievement. Oxford: Pergamon Press.

Kloosterman, P. (2002). Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: Measurement and the implications for motivation. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 247-269). Dordrecht: Kluwer.

Krasnodebski, Z., (1986). *Rozumienie ludzkiego zachowania.* Warszawa: PIW.

Lakatos, I. (1984). *Preuves et refutations: essai sur la logique de la decouverte mathematique.* Paris: Herman.

Laplanche, J., & Pontalis, J. B. (1986). *Λεξιλόγιο της Ψυχανάλυσης.* Αθήνα 1986, Εκδόσεις Κέδρος.

Larkin, K., & Jorgensen, R. (2015). I hate maths: Why do we need to do maths? Using video diaries to investigate attitudes and emotions towards mathematics in year three and year six students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, doi:10.1007/s10763-015-9621-x

Locke, J. (1985). An Essay concerning human understanding. In I. Gogut-Subczynska (Ed.), *Modern Philosophical thought in Great Britain*, Part I, Wydawnictua Uniwersytetu Warszawskiego, 32-39.

Loria, G.(1971). *Ιστορία των Μαθηματικών*. Μετάφραση Κωβαίος Μ., Τόμος 1^{ος} . Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Mandler, G. (1984). *Mind and Body: psychology of emotion and stress.* New York: Norton.

Mandler, G. (1989). *Affect and learning: causes and consequences of emotional interactions.* In D.B. Mc Leod, & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective (pp.3-19).* New York: Springer-Verlag.

Mata, M.D.L., Monteiro, V., & Peixoto, F. (2012). Attitudes towards Mathematics: Effects of Individual, Motivational, and Social Support Factors. *Child Development Research,* Volume 2012, article ID 876028. http://dx.doi.org/10.1155/2012/876028.

Mc Donough, A., & Sullivan, P. (2014). Seeking insights into young children's Beliefs about mathematics and learning. *Educational Studies in Mathematics*,doi:10.1007/s16049-014-9565-z

Mc Gregor, D. (2014). Does inquiry-based learning affect students' beliefs and attitudes toward mathematics? In J. Anderson, M. Cavanagh, & A. Prescott (Eds.), *Curriculum in focus: Research guided practice (Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* pp. 453-460. Sydney: MERGA.

Mc Leod, D., B. (1989). The role of affect in mathematical problem solving. In D. B. Mc Leod, & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective (pp.20-36).* New York, Springer-Verlag.

Mc Leod, D., B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning* (pp 575-596). New York Macmillan.

Mook, C., & Legg, M. (1980). *Project: strategies for sex fairness, math and science for all.* Dec. 1980. Eric Document Reproduction Service No. ED i89 352.

Muthen, L., K., & Muthen, B., O. (2007). *M-plus User's Guide.* Fourth Edition, Los

Angeles, CA: Muthen, & Muthen.

Ortony, A., Clore, G. L., & Collins, A. (1988). *The cognitive structure of emotions.* New York: Cambridge University Press.

Pajares, F., & Miller, D. (1994). Role of self-efficacy and self concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology,* 86, (2), 193-203.

Pajares, F. (1996a). Self-efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research,* 66, (4) 543-578.

Pajares, F. (1996b). Self-Efficacy Beliefs and mathematical problem solving of gifted students. *Contemporary Educational Psychology,* 21, 325-344.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas.* Basic books, New York, & Harvester Press, Brighton U.K.

Parsons, J. E., Meece, J. L., Adler, T.F., & Kaczala, C. M. (1982). Sex differences in attribution and learned helplessness. *Sex Roles,* 8, (4), 421-432.

Philippou, G. N., & Christou, C. (2000). Teachers' conceptions of Mathematics and Students' Achievement: A cross-cultural study based on results from the TIMSS. *Studies in Educational Evaluation,* 25, (4), 379-398.

Pehkonen, E. (1995). *Pupils' view of mathematics: Initial report for an international comparison project.* University of Helsinki. Department of Teacher Education. Research Report 152.

Piaget, J. (1985). *The Equilibration of Cognitive Structures* (T. Brown and K. J. Thampy, trans.) Harvard University Press, Cambridge MA (original published 1975).

Presmeg, N. C. (1988). School Mathematics in culture-conflict situations. *Educational Studies in Mathematics,* 19, 2, 163-167

Presmeg, N. C. (2001). Beliefs about the Nature of Mathematics in the Bridging of Everyday and School Mathematical Practices. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 293-312). Kluwer Academic Publishers.

Radisic, J., Videnovic, M., & Baucal, A. (2014). Math anxiety-contributing school and individual level factors. *European Journal of Psychology of Education,* doi:10.1007/s10212-014-0224-7.

Renga, S., & Dalla, L. (1993). Affect: A critical component of mathematical learning in early childhood. In R.J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom: Early childhood* (pp. 22-42). New York: MacMillan/NCTM.

Richardson, F., & Suinn, R. (1972). The mathematics anxiety rating scale: psychometric data. *Journal of Counceling Psychology 1972*, 19, pp. 551-554.

Ricoeur, P. (1989). *Jezyk, tekst, interpretacja* (Polish translation of:1. "Interpretation Theory: Discourse and the Surplus of Meaning", 2. "La tache de l'hermeneuitique", 3. "La fonction hermeneutique de la distanciation", 4. "La metaphore et le probleme central de l'hermeneutique", 5. "L' appropriation") Warszawa: PIW .

Schoenfeld, A. H. (1982). Sex, grade level and the relationship between mathematics attitude and achievement in children. *Journal of Educational Psychology,* 75, (5), 280-284.

Schoenfeld, A. H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of "well taught" mathematics classes. *Educational Psychologist,* 23, 145-166.

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for research in mathematics Education* 1989, Vol. 20. No. 4, 338-335.

Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on

Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational Studies in Mathematics,* V.22, 1-36.

Sierpinska, A. (1990). Some Remarks on Understanding in Mathematics. *For the Learning of Mathematics* 10, 3 November 1990.

Skemp, R.R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics,* Penguin, London.

Skemp, R.R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher,* Vol.26, no. 3, 9-15.

Skovsmose, O. (2008). Reflections as a challenge. *Κριτική, Επιστήμη και Εκπαίδευση,* 7/08, 3-23. Μετάφραση Ταμπάκη, Κ.

Soodak, L., & Podell, D.M. (1996). Teacher efficacy: Toward the understanding of a multi-faceted construct. *Teaching & Teacher Education,* 12 (4), 401-411.

Spielberger, C. (1966). *Theory and research on anxiety.* In C., Spielberger (Ed). *Anxiety and behavior.* New York: Academic Press.

Swars, S. L., Daane, C. L., & Giesen, J. (2007). Mathematics anxiety and mathematics teacher efficacy : What is the relationship in preservice elementary teachers? *School Science and Mathematics,* 106(7), 306-315.

Tall, D. O. (2002). Differing Modes of Proof and Belief in Mathematics. *International Conference on Mathematics: Understanding Proving and Proving to Understand,* 91-107. National Taiwan Norman University, Taipei, Taiwan.

Tall, D. O. (2004). Thinking through three Worlds of Mathematics. In Marit, Johnsen, Hoines, & Anne, Berit, Fuglestad (Eds.), *Proceedings of PME 28,* V. 4, pp. 281-288. Bergen Norway.

Tall, D., Yevdokimov, O., Koichu, B., Whiteley, W., Kondratieva, M., & Cheng, Y. H. (2012). Cognitive Development of Proof. In G. Hanna, & M. de

Villiers, (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study* (pp. 13-50). Springer Science + Busines Media B.V.

Tall, D. O. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics.* D.Tall, books.google.com

Tall, D.O., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in Mathematics,* 12 (2), 151-169.

Trautwein, U., Ludtke, O. (2007). Epistemological beliefs, School achievement and College major: A large – scale longitudinal study on the impact of certainty beliefs. *Contemporary Educational Psychology,* 32 (2007), 348-366. www.sciencedirect.com

Tschannen-Moran, M., Hoy, A., W., & Hoy, W., K. (1998). Teacher efficacy: Its meaning and measure. *Review of Educational Research,* 68, 202-248.

Van Hiele, P., M. (1959). *La pensee de l'enfant et la geometrie.* Bulletin de l' Assosiation des professeurs Mathematiques de l' Enseignement Public, 198-205.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology,* 14, 239-305.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking,* chap. 5, pp. 65 - 81. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.

Young-Loveridge, J., Taylor, M., Sharma, S., & Hawera, N. (2006). Students' perspectives on the nature of mathematics. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures and learning spaces, Proceedings of the 29th annual conference of Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 2, pp. 583-590). Canberra, Australia: MERGA

Zaslavsky, O., Nickerson, S. D., Stylianides, A. J., Kidron, I., & Winicki-Landman, G. (2012). The Need for Proof and Proving: Mathematical and Pedagogical Perspectives. In G. Hanna, & M. de Villiers, (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study (pp.215-230*). Springer Science + Busines Media B.V.

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Αναπολιτάνος, Δ. Α. (1985). *Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών.* Γ΄ έκδοση βελτιωμένη. Εκδόσεις Νεφέλη. Αθήνα.

Γιαλαμάς, Β., & Κασιμάτη, Α. (1999). Τα «πιστεύω» των μαθητών (ηλικίας 12-15) για τα Μαθηματικά. *Πρακτικά 16ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας.* Λάρισα.

Δαμιανού, Χ. (1992). *Μεθοδολογία Δειγματοληψίας: Τεχνικές και Εφαρμογές.* Εκδόσεις «αίθρα». Αθήνα 1992.

Δαμιανού, Χ., & Κούτρας Μ. (1996). *Εισαγωγή στη Στατιστική Μέρος ΙΙ .* Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1996.

Κολέζα, Ε. (2013). Φιλοσοφία ενός Προγράμματος Σπουδών για τα Μαθηματικά. *Mathlab.upatras.gr*

Κλαουδάτος, Ν. (1996). *Σημειώσεις του μαθήματος Διδακτική των Μαθηματικών.* Εαρινό Εξάμηνο. Τμήμα Μαθηματικών, Τομέας Διδακτικής των

Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Αθηνών .

Κουνιάς, Σ., Κολυβά - Μαχαίρα Φ., Μπαγιάτης Κ., Μπόρα - Σέντα Ε. (1985). *Εισαγωγή στη Στατιστική*. Θεσσαλονίκη.

Κυνηγός, Χ. (1996). *Μαθηματική Εκπαίδευση. Πρόχειρες σημειώσεις του μαθήματος Παιδαγωγικά.* Πανεπιστήμιο Αθηνών, Φιλοσοφική Σχολή, Φ. Π. Ψ.

Κυριαζή, Ν. (2001). *Η Κοινωνιολογική Έρευνα. Κριτική Επισκόπηση των Μεθόδων και των Τεχνικών.* Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα.

Μπουλουγούρης, Γ. (1994). *Φοβίες και η αντιμετώπισή τους.* Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Πανάρετος, Ι. (2001). *Προφίλ των μαθητών Γυμνασίων και Λυκείων και η σχέση τους με τα Μαθηματικά (Σχολ.έτος 1999-2000).* ISBN: 960-7929-97-7.

Σαρακινού, Ε. (1999). Άγχος για τα Μαθηματικά και επίδοση. Μια σύντομη αναδρομή στη θεωρία και την έρευνα. *Πρακτικά 16ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας (σελ.70-79),* Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία. Λάρισα.

Φερεντίνος, Σ. (1999). Μηχανισμοί άμυνας και στάσεις των μαθητών του Λυκείου απέναντι στα Μαθηματικά. (Έρευνα στους μαθητές). *Πρακτικά 16ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας* (σελ.43-51), *Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία*. Λάρισα.

Φιλίππου Γ., & Χρίστου Κ. (2001). *Κείμενα Παιδείας. Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των Μαθηματικών*. Εκδόσεις Ατραπός.

Φιλίππου, Γ. Ν. (1991). Οι Μαθηματικές γνώσεις των τελειοφοίτων του Δημοτικού σχολείου. *Παιδαγωγικές Έρευνες* αρ. 20. Λευκωσία, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

Φιλίππου, Γ. Ν. (1992). *Οι μαθηματικές γνώσεις των τελειοφοίτων του Γυμνασίου*. Αθήνα, Ελληνικά Γράμματα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Κατάλογος Παραρτημάτων

Παράρτημα 1ο

Γενικό Ερωτηματολόγιο

Παράρτημα 2ο

Πίνακας παραγόντων

Παράρτημα 3ο

Συσχέτιση Pearson για τους παράγοντες F_1 , F_2 , … , F_{11} και τις μεταβλητές e67.1 , e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e72, e75, e76, e77, mathtest

Παράρτημα 4ο

Συσχέτιση Pearson για μεταβλητές e67.1 , e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e72, e75, e76, e77, mathtest

Παράρτημα 5ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς το είδος σχολείου

Παράρτημα 6ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την τάξη

Παράρτημα 7ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την κατεύθυνση

Παράρτημα 8ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς το φύλο

Παράρτημα 9ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια

Παράρτημα 10ο

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές της Α΄τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές, εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), είδος σχολείου

(eidos_sx) και φύλο (fulo)

Παράρτημα 11^{ο}

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές της Β΄ τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές, εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), είδος σχολείου (eidos_sx) και φύλο (fulo)

Παράρτημα 12^{ο}

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές της Γ΄τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές, εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), είδος σχολείου (eidos_sx) και φύλο (fulo). Σύγκριση των μέσων για τις μεταβλητές e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, ως προς την κατεύθυνση (kateuth)

Παράρτημα 13^{ο}

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων
ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), τάξη (taxis) (eidos_sx) και φύλο (fulo)

Παράρτημα 14^{ο}

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι σύγκρισης των μαθητών των ΤΕΛ ως προς τους παράγοντες F_1 , F_2 , … , F_{11} , σε σχέση με τις ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), τάξη (taxis), φύλο (fulo)

Παράρτημα 15^{ο}

Σύγκριση του συνόλου των μαθητών ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά (e75) σε σχέση με το φύλο (fulo)

Παράρτημα 16^{ο}

Σύγκριση των μαθητών ως προς τον φόβο για τα Μαθηματικά (e75), κατά είδος

σχολείου.

Παράρτημα 17^{ο}

Μέσοι όροι του mathtest κατά είδος σχολείου και τάξη

Παράρτημα 18^{ο}

Μέσοι όροι και ποσοστά των απαντήσεων των μαθητών για τις μεταβλητές e75 (φοβάσαι τα Μαθηματικά;), e76 (θα επέλεγες τα Μαθηματικά, εάν ήταν προαιρετικό μάθημα;) , e77 (το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο στις τάξεις του σχολείου;).

Παράρτημα 1ο

Γενικό Ερωτηματολόγιο

Γ Ε Ν Ι Κ Ο Ε Ρ Ω Τ Η Μ Α Τ Ο Λ Ο Γ Ι Ο

Ενδιαφερόμαστε να ερευνήσουμε τις απόψεις σου για τα Μαθηματικά, καθώς και τον τρόπο που μελετάς τα Μαθηματικά. Παρακαλούμε απάντησε στις ερωτήσεις για το τί πραγματικά πιστεύεις και κάνεις. Ευχαριστούμε για τη συνεργασία.

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ: .....

ΛΥΚΕΙΟ:.....*ΤΑΞΗ:* .....*ΤΜΗΜΑ:* .....

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ……..*ΦΥΛΟ: ΑΓΟΡΙ. ΚΟΡΙΤΣΙ. (Υπογράμμισε κατάλληλα).*

Α/Α: ……..

Μ Ε Ρ Ο Σ Π Ρ Ω Τ Ο

Για τις παρακάτω προτάσεις των ενοτήτων 1 και 2, χρησιμοποίησε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, για να δηλώσεις σε ποιο βαθμό ισχύει κατά τη γνώμη σου, αυτό που δηλώνει η κάθε πρόταση. Το 1 σημαίνει : *Δεν ισχύει καθόλου*. Το 9 σημαίνει : *Ισχύει απόλυτα*. Βάλε σε κύκλο τον αριθμό που αντιπροσωπεύει την απάντησή σου. (Στο δεξί μέρος της σελίδας).

Ε ν ό τ η τ α 1

Τα Μαθηματικά :

1.Ασχολούνται κυρίως με υπολογιστικές διαδικασίες .	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.Μπορεί να τα καταλάβει κάποιος αν διαβάσει πολύ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.Μπορούν να τα καταλάβουν μόνο όσοι έχουν έμφυτη ικανότητα.	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ε ν ό τ η τ α 2

Τα Μαθηματικά που μαθαίνουμε στο σχολείο:

4. Βοηθούν στην καλλιέργεια της σκέψης. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

5. Είναι χρήσιμα μόνο σ' όσους θέλουν

να σπουδάσουν θετικές ή τεχνολογικές επιστήμες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 3

Για τις παρακάτω προτάσεις 6, 7 και 8 βάλε σε κύκλο την απάντηση που σε αντιπροσωπεύει, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, όπου το 1 σημαίνει *καθόλου* και το 9 σημαίνει *πάρα πολύ*.

6. Στο Δημοτικό σχολείο αγαπούσα τα Μαθηματικά. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

7. Στο Γυμνάσιο αγαπούσα τα Μαθηματικά. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

8. Σήμερα, στο Λύκειο αγαπώ τα Μαθηματικά. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 4

Για κάθε πρόταση από τις παρακάτω, βάλε σε κύκλο ένα από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, για να δηλώσεις σε ποιο βαθμό ισχύει. Το 1 σημαίνει *δεν ισχύει καθόλου*, το 9 σημαίνει *ισχύει απόλυτα*.

9. Με επηρέασαν για να διαμορφώσω τη σημερινή μου στάση για τα Μαθηματικά:

Α. Οι δάσκαλοί μου στο Δημοτικό. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Β. Οι καθηγητές μου στο Γυμνάσιο. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Γ. Οι καθηγητές μου στο Λύκειο. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Δ .Η οικογένειά μου. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε. Άλλοι παράγοντες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Γράψε αν υπάρχουν, ποιοι είναι αυτοί οι παράγοντες.

.....

Ε ν ό τ η τ α 5

Σημείωσε δίπλα από κάθε ένα από τα παρακάτω ένα από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας που σου προκαλούν. Το 1 σημαίνει: *Δε με δυσκολεύει καθόλου*. Το 9 σημαίνει: *Με δυσκολεύει πάρα πολύ*.

10. Εκείνα που με *δυσκολεύουν* στα Μαθηματικά είναι:

1. Ο συμβολισμός τους.	1 2 3 4 5 6 7 8 9
2. Οι πράξεις.	1 2 3 4 5 6 7 8 9
3. Να θυμάμαι τους τύπους.	1 2 3 4 5 6 7 8 9
4. *Να λύνω ασκήσεις.*	1 2 3 4 5 6 7 8 9
5. Να λύνω προβλήματα.	1 2 3 4 5 6 7 8 9

Μ Ε Ρ Ο Σ Δ Ε Υ Τ Ε Ρ Ο

Για τις προτάσεις των παρακάτω ενοτήτων , βάλε σε κύκλο ένα από τους αριθμούς 1,2,3,4,5,6,7,8,9, για να δηλώσεις σε ποιο βαθμό συμβαίνει αυτό που εκφράζουν. Το 1 σημαίνει *ποτέ*, το 9 σημαίνει *πάντα*.

Ε ν ό τ η τ α 6

11. Μου δημιουργούνται απορίες στη παράδοση των Μαθ/κών.	1 2 3 4 5 6 7 8 9
12. Όταν μου δημιουργούνται απορίες στην τάξη για τα Μαθ/κά, ρωτάω τον καθηγητή μου.	1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 7

13. Όταν ο καθηγητής των Μαθ/κών ρωτά κάτι ζητά να του απαντήσει :

1. Κάποιος απ' αυτούς που σηκώνει χέρι.	1 2 3 4 5 6 7 8 9
2. Κάποιος απ' αυτούς που δεν σηκώνει χέρι.	1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 8

Ο (Η) καθηγητής (τρια) σου των Μαθ/κών :

14. Εξετάζει τις ασκήσεις του προηγουμένου μαθήματος. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

15. Εξετάζει τη θεωρία του προηγουμένου μαθήματος. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

16. Παραδίδει το καινούργιο μάθημα με την

ενεργή συμμετοχή των μαθητών. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

17. Ξεκινά την παράδοση με ένα πρόβλημα,

που η επίλυσή του οδηγεί στη θεωρία του νέου μαθήματος. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

18. Χρησιμοποιεί <u>φύλλα εργασίας.</u> 1 2 3 4 5 6 7 8 9

19. Εξετάζει μαθητή που *δεν* σηκώνει χέρι. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

<u>Ε ν ό τ η τ α 9</u>

Όταν ο καθηγητής βάζει μια ερώτηση στη τάξη, τότε:

20. Σου δίνει αρκετό χρόνο, για να σκεφτείς την απάντηση. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

21. Σε βοηθά να σκεφτείς, αν δυσκολεύεσαι να βρεις την

απάντηση. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

<u>Ε ν ό τ η τ α 10</u>

Εάν δεν μπορείς να λύσεις μια άσκηση είναι γιατί :

22. Δεν έχεις μελετήσει πρώτα τη θεωρία. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

23. Δεν έχεις λύσει προηγουμένως κάποια παρόμοια. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

24. Η άσκηση είναι πολύ δύσκολη. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

25. Δέν μπορείς να καταλάβεις τί ζητάει. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

<u>Ε ν ό τ η τ α 11.</u>

26.Οι ερωτήσεις και ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στη τάξη είναι:

1. Απλές. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Μέτριες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Δύσκολες 1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Πολύ δύσκολες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Για τις παρακάτω ενότητες βάλε σε κύκλο ή Α, ή Β, ή Γ.

Ε ν ό τ η τ α 12

27. Όταν ο καθηγητής των Μαθ/κών βάζει μια άσκηση για επίλυση μέσα στη τάξη, τότε ο χρόνος που απαιτείται συνήθως είναι :

Α. Μικρότερος από 2 λεπτά. Β. Ανάμεσα σε 2 και 5 λεπτά. Γ. Μεγαλύτερος από 5 λεπτά.

Ε ν ό τ η τ α 13

28. Για να λύσεις και να γράψεις μια άσκηση που σου δίνει ο καθηγητής για το σπίτι, χρειάζεσαι :

Α. Λιγότερο από 5 λεπτά. Β. Από 5 έως 10 λεπτά. Γ. Περισσότερο από 10 λεπτά.

Ε ν ό τ η τ α 14

29. Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση μόνος (η) σου και δεν τα καταφέρνεις, τότε εγκαταλείπεις τη προσπάθεια :

Α. Μέσα στα 5 πρώτα λεπτά. Β. Σε διάστημα από 5 έως 10 λεπτά. Γ. Σε διάστημα μεγαλύτερο από 10 λεπτά

Μ Ε Ρ Ο Σ Τ Ρ Ι Τ Ο

Για κάθε μια από τις προτάσεις των παρακάτω ενοτήτων βάλε σε κύκλο ένα από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, για να δηλώσεις σε ποιο βαθμό συμβαίνει αυτό που εκφράζει. Το 1 σημαίνει *ποτέ*, το 9 σημαίνει *πάντα*.

Ε ν ό τ η τ α 15

Όταν μελετάς Μαθηματικά :

30. Μελετάς πρώτα τη θεωρία και μετά προσπαθείς να λύσεις ασκήσεις. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

31. Προσπαθείς να λύσεις πρώτα τις ασκήσεις και μετά μελετάς θεωρία. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

32. Ρίχνεις μια πρόχειρη ματιά στη θεωρία και μετά λύνεις ασκήσεις. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 16

Όταν μελετάς τη θεωρία :

33. Χρησιμοποιείς μολύβι και χαρτί. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

34. Προσπαθείς:

1. Να καταλάβεις τους ορισμούς 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Να μπορείς να γράφεις και να λες απ'έξω τους ορισμούς. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

35. Προσπαθείς :

1. Να καταλάβεις τις εκφωνήσεις των θεωρημάτων. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Να θυμάσαι τις εκφωνήσεις των θεωρημάτων. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

36. Προσπαθείς:

1. Να καταλάβεις τις αποδείξεις των θεωρημάτων. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Να μπορείς να ξανακάνεις μόνος (η) σου τις αποδείξεις των θεωρημάτων. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 17

Όταν μελετάς την απόδειξη ενός Θεωρήματος,

Α. *προσπαθείς* :

37. Κυρίως να μάθεις να τη γράφεις μόνος (η) σου. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

38. Να κατανοήσεις τα λογικά βήματα. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

39. Να βρίσκεις για ποιο λόγο γίνεται μια συγκεκριμένη ενέργεια.(π.χ. γιατί θέτω $\chi^2 = \psi$ ή γιατί φέρνω μια ευθεία, στη Γεωμετρία). 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Β.

40. Ξανασκέφτεσαι πάνω σε ολόκληρη την απόδειξη. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 18

Όταν λύσεις μια άσκηση :

41.Εξετάζεις αν μπορεί να λυθεί διαφορετικά. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

42. Ξανασκέφτεσαι πάνω στα βήματα που ακολούθησες

για να τη λύσεις. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

43. Εξετάζεις αν το αποτέλεσμα που βρήκες είναι λογικό. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

44. Σκέπτεσαι αν θα μπορούσες να τη συμπληρώσεις και

να την επεκτείνεις και με άλλα ερωτήματα. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 19

Όταν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή ένα πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, τότε:

45.Απογοητεύεσαι και σταματάς κάθε προσπάθεια. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

46.Σταματάς τη προσπάθεια και συνεχίζεις αργότερα. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

47. Ζητάς τη βοήθεια κάποιου άλλου ή τη βλέπεις από

το βιβλίο λύσεων. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 20

48. Το σημερινό τρόπο μελέτης σου στα Μαθ/κά τον διαμόρφωσες :

Α. Στο Γυμνάσιο. Β. Στο Λύκειο. (Βάλε σε κύκλο Α ή Β).

Για τις παρακάτω προτάσεις των ενοτήτων 21, 22, 23,24, βάλε σε κύκλο ένα από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, για να δηλώσεις σε ποιο βαθμό ισχύει. Το 1 σημαίνει: *Δεν ισχύει καθόλου*. Το 9 σημαίνει: *Ισχύει απόλυτα.*

Ε ν ό τ η τ α 21

Για τη διαμόρφωση του τρόπου μελέτης σου σε επηρέασαν:

49. Οι συμβουλές των γονέων σου. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

50. Οι συμβουλές των δασκάλων σου στο Δημοτικό. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

51. Οι συμβουλές των καθηγητών σου στο Γυμνάσιο. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

52. Οι συμβουλές των καθηγητών σου στο Λύκειο. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

53. Ο τρόπος διδασκαλίας των Μαθ/κών.

Ε ν ό τ η τ α 22

54. Μελετάς Μαθ/κά σημαίνει για σένα ότι μαθαίνεις

να εφαρμόζεις τύπους και διαδικασίες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

55. Όταν ξέρεις να γράφεις μια απόδειξη,

σημαίνει ότι τη κατάλαβες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

56. Όταν ξέρεις να διατυπώνεις ένα ορισμό,

σημαίνει ότι τον κατάλαβες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

57. Ο τρόπος με τον οποίο μελετούσες τα Μαθ/κά 1 2 3 4 5 6 7 8 9

στο Γυμνάσιο, είναι ο ίδιος με το τρόπο που μελετάς

τα Μαθ/κά στο Λύκειο. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

58. Για να μάθει κανείς Μαθ/κά πρέπει να θυμάται τύπους

και διαδικασίες. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 23

Μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος γιατί:

59. Θα τη ζητήσει ο καθηγητής σου στην προφορική εξέταση. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

60. Θα εξετασθείς στις γραπτές σου εξετάσεις στις αποδείξεις. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

61. Πιστεύεις ότι, η κατανόηση της απόδειξης σε βοηθά

να κατανοήσεις καλύτερα το θεώρημα. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

62. Πιστεύεις ότι η γνώση αποδείξεων σου δίνει ιδέες,

που βοηθούν, για να λύνεις ασκήσεις. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 24

Δεν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος γιατί :

63. Δεν θα το ζητήσει ο καθηγητής σου στη προφορική

εξέταση. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

64. Πιστεύεις ότι, εκείνο που χρειάζεται για να λύνεις 1 2 3 4 5 6 7 8 9

ασκήσεις, είναι να καταλάβεις μόνο τί λέει το θεώρημα. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ε ν ό τ η τ α 25

65. Ο χρόνος που διαθέτεις για την προετοιμασία σου στα Μαθ/κά ,μελετώντας μόνος (η) σου, καθημερινά, είναι κατά μέσο όρο : (Σημείωσε Α, Β, Γ, ή Δ)

Α. Μικρότερος από μισή ώρα. Β. Από μισή ως μια ώρα.

Γ. Από μια ως μιάμιση ώρα. Δ. Πάνω από μιάμιση ώρα.

Ε ν ό τ η τ α 26

66. Ο χρόνος που διαθέτεις για φροντιστήριο ή για ιδιαίτερο μάθημα, στα Μαθ/κά είναι κατά μέσο όρο την εβδομάδα (Σημείωσε Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΣΤ):

Α. Μία ώρα. Β. Από μία ως δύο ώρες. Γ. Από δύο ως τρεις ώρες. Δ. Πάνω από τρεις ώρες. Ε. Δεν κάνω φροντιστήριο ή ιδιαίτερο. ΣΤ. Παρακολουθώ ενισχυτική διδασκαλία στα Μαθ/κά .....ώρες την εβδομάδα.

Μ Ε Ρ Ο Σ Τ Ε Τ Α Ρ Τ Ο

Ε ν ό τ η τ α 27

67. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας σου πέρυσι ήταν: (α) Στα Μαθ/κά.....(β) Στα Μαθ/κά κατ/νσης....

68. Ο μέσος γραπτός σου βαθμός στα Μαθ/κά στις πανελλήνιες εξετάσεις Β΄Λυκείου, με άριστα το 20 είναι : (α) Στα Μαθ/κά γενικής παιδείας..... (β) Στα Μαθ/κά κατεύθυνσης.....(Για τους μαθητές της Γ΄ τάξης).

69. Κατατάσσεις τον εαυτό σου, όσον αφορά στα Μαθηματικά, συγκριτικά με τους άλλους συμμαθητές σου ανάμεσα :

Α. Στους 4 καλύτερους της τάξης σου. Β. Σ'αυτούς που είναι πάνω από το μέσο όρο. Γ. Σ'αυτούς που είναι στο μέσο όρο. Δ. Σ'αυτούς που είναι κάτω από το μέσο όρο. Ε. Στους τελευταίους.

70. Πιστεύεις ότι οι συμμαθητές σου σε κατατάσσουν ανάμεσα:

Α. Στους 4 καλύτερους της τάξης σου. Β. Σ'αυτούς που είναι πάνω από το μέσο όρο. Γ. Σ'αυτούς που είναι στο μέσο όρο. Δ. Σ'αυτούς που είναι κάτω από το μέσο όρο. Ε. Στους τελευταίους.

71. Η επίδοσή σου στην Άλγεβρα και τη Γεωμετρία, είναι κατά μέσο όρο:

Α. Καλύτερη στην Άλγεβρα. Β. Καλύτερη στη Γεωμετρία. Γ. Ίδια και στα δύο.

72. Σου αρέσει περισσότερο :

Α. Η Άλγεβρα. Β. Η Γεωμετρία. Γ. Η Ανάλυση. (Για τους μαθητές της Γ΄ τάξης).

73. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας σου πέρυσι: (α) Στη Φυσική ήταν.....

(β) Στη Φυσική κατεύθυνσης ήταν.....(για τους μαθητές της Γ΄ τάξης).

74. Ο μέσος όρος της βαθμολογίας σου στα Νέα Ελληνικά πέρυσι ήταν……..

Ανοιχτές ερωτήσεις

75. Φοβάσαι τα Μαθηματικά; ΝΑΙ. ΟΧΙ. (Υπογράμμισε κατάλληλα)

Γράψε για ποιους λόγους:…….

.....

76. Αν μπορούσες να επέλεγες προαιρετικά το μάθημα των Μαθ/κών, θα το επέλεγες;

ΝΑΙ. ΟΧΙ. (Υπογράμμισε κατάλληλα). Γράψε για ποιους λόγους:

.....

.....

77. Το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο σε όλες τις τάξεις του Λυκείου;

ΝΑΙ. ΟΧΙ. (Υπογράμμισε κατάλληλα). Γράψε για ποιους λόγους:

.....

Μ Ε Ρ Ο Σ Π Ε Μ Π Τ Ο

(Τεστ για τα Μαθηματικά)

Για την Α΄τάξη (ΓΕΛ)

Διάβασε τις παρακάτω προτάσεις - ασκήσεις με τις αποδείξεις τους και

απάντησε στις ερωτήσεις που σημειώνονται, στο χώρο που υπάρχει.

1. *Πρόταση:* Έστω ότι α, β, χ είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί και $\alpha > \beta$. Δείξτε ότι: $\frac{\beta+\chi}{\alpha+\chi} < \frac{\alpha}{\beta}$

Απόδειξη : Επειδή $\alpha > \beta$, είναι και $\alpha + \chi > \beta + \chi$ (1), άρα και $\frac{(\alpha+\chi)\alpha}{\beta} > \beta + \chi$ (2)

οπότε τελικά έχουμε, $\frac{\beta+\chi}{\alpha+\chi} < \frac{\alpha}{\beta}$ (3).

Ερωτήσεις

1. Κατάλαβες την απόδειξη; ΝΑΙ ΟΧΙ (Υπογράμμισε κατάλληλα).

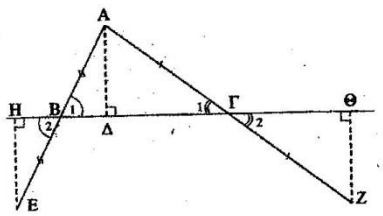
2. Αν $\alpha, \beta > 0, \chi < 0$ και $\alpha > \beta$, μπορεί να αποδειχθεί η (3); Δικαιολόγησε την απάντηση.

……
……
……
……

2. *Άσκηση*: Στο σχήμα που δίνεται, ισχύουν τα εξής: ΑΒ=ΒΕ, ΑΓ=ΓΖ, ΕΗ ⊥ ΒΓ και

ΖΘ ⊥ ΒΓ.

Αποδείξτε ότι : ΖΘ=ΕΗ



Απόδειξη

Φέρνω την ΑΔ ⊥ ΒΓ. Τότε: $\measuredangle B_1 = \measuredangle B_2$ (κατακορυφήν), ΑΒ = ΒΕ, $\measuredangle$ Η= $\measuredangle$ Δ= 90

μοίρες. Άρα, τριγ.ΒΕΗ = τριγΑΒΔ (1). Ομοίως έχω: $\measuredangle \Gamma_1 = \measuredangle \Gamma_2$, ΑΓ=ΓΖ, $\measuredangle \Delta = \measuredangle \Theta = 90$ μοίρες. Άρα τριγ.ΑΔΓ=τριγ.ΓΘΖ (2). Οπότε τελικά ΕΗ=ΘΖ (3).

Ερωτήσεις

1. Εξήγησε γιατί φέρνω ΑΔ κάθετη στη ΒΓ.

2. Εξήγησε πώς προκύπτει η (3).

3. Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ, μπορούμε να πάμε στο ίδιο

συμπέρασμα (3) με άλλο τρόπο; Εξήγησε σχετικά.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. Έστω $\alpha, \beta > 0$ με $\alpha > \beta$. Τότε $\alpha + 4 > \beta + 4$ (1), οπότε $\frac{(\alpha+4)\alpha}{\beta} > \beta + 4$ (2), άρα $\frac{\beta+4}{\alpha+4} < \frac{\alpha}{\beta}$ (3).

Ερωτήσεις

1. Δικαιολόγησε γιατί ισχύει η (1).

2. Εξήγησε πώς προκύπτει η (2).

3. Εξήγησε πώς προκύπτει η (3)

.....

.....

ΤΕΛΟΣ

Μ Ε Ρ Ο Σ Π Ε Μ Π Τ Ο

Για τη Β΄τάξη (ΓΕΛ)

Διάβασε τις παρακάτω προτάσεις και αποδείξεις και απάντησε στις ερωτήσεις που σημειώνονται στο χώρο που υπάρχει:

1. *Πρόταση.*

Έστω $\alpha, \beta, \gamma, \kappa$ πραγματικοί αριθμοί, για τους οποίους ισχύουν

$|\alpha - \beta| \leq \kappa$, $|\beta - \gamma| \leq \kappa$.

Τότε ισχύει : $|\alpha - \gamma| \leq 2\kappa$.

Απόδειξη : Ισχύουν οι σχέσεις , $\beta - \kappa \leq \alpha \leq \beta + \kappa$, $-\beta - \kappa \leq -\gamma \leq -\beta + \kappa$. Άρα τελικά ισχύει ότι $|\alpha - \gamma| \leq 2\kappa$.

Ερωτήσεις

1. Κατάλαβες την απόδειξη; ΝΑΙ ΟΧΙ.(Υπογράμμισε κατάλληλα).

2. Τί τιμές μπορεί να πάρει ο αριθμός κ και γιατί;

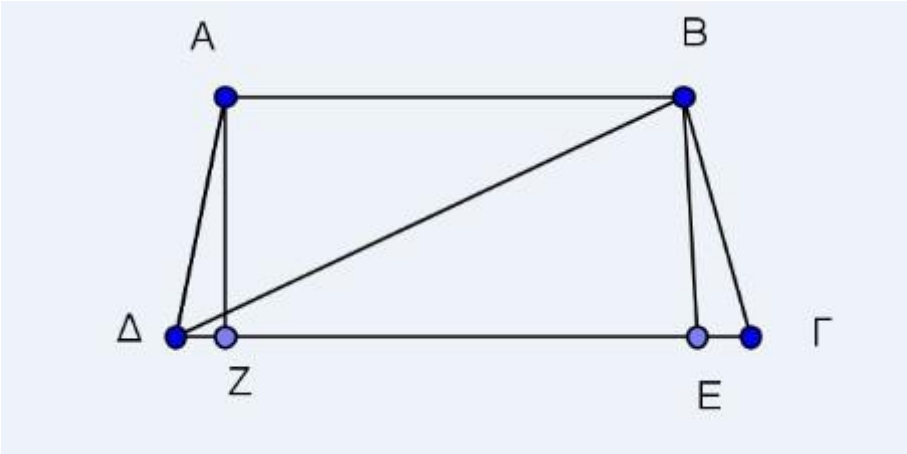
3. Αν κ=0, ποια βασική ιδιότητα εκφράζει η πρόταση που αποδείξαμε;
.....
.....
.....
.....
.....

2. *Πρόταση.*

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΔ=ΒΓ και ΑΒ<ΓΔ. Να αποδείξεις ότι :

$$\frac{\Delta B^2 - B\Gamma^2}{\Gamma\Delta} = AB.$$

Απόδειξη :



Στο τρίγωνο ΔΒΓ η γωνία Γ είναι οξεία. Με εφαρμογή του γενικευμένου

Πυθαγορείου θεωρήματος έχουμε: $\Delta B^2 = B\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2 - 2\Gamma\Delta \cdot \Gamma E$, όπου $BE \perp \Gamma\Delta$ (1).

Άρα $\Delta B^2 = B\Gamma^2 + \Gamma\Delta(\Gamma\Delta - 2\Gamma E)$ (2). Φέρνω την ΑΖ κάθετη στη ΓΔ.

Ισχύει ότι τριγ.ΑΔΖ = τριγ.ΒΕΓ (3). Άρα $\Delta B^2 = B\Gamma^2 + \Gamma\Delta \cdot ZE$ (4)

Οπότε τελικά : $\dfrac{\Delta B^2 - B\Gamma^2}{\Gamma\Delta} = AB$ (5).

Ερωτήσεις

1. Εξήγησε γιατί τριγ.ΑΔΖ = τριγ.ΒΕΓ

2. Εξήγησε πώς προκύπτει η (4).

3. Εξήγησε πώς προκύπτει η (5).

4. Να αποδείξεις την άσκηση αυτή με άλλον τρόπο.

.....
.....
.....
.....

3. Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί : $|\alpha - \beta| \le 5$ και $|\beta - \gamma| \le 5$. Τότε ισχύουν τα εξής :

$\beta - 5 \le \alpha \le \beta + 5$ (1), $-\beta - 5 \le -\gamma \le -\beta + 5$ (2).

Οπότε ισχύει ότι $-10 \le \alpha - \gamma \le 10$ (3). Άρα ισχύει και ότι $|\alpha - \gamma| \le 10$ (4).

Ερωτήσεις: Εξήγησε πώς προέκυψαν οι σχέσεις (1), (2), (3) και (4).

.....
.....

ΤΕΛΟΣ

Μ Ε Ρ Ο Σ Π Ε Μ Π Τ Ο

Για τη Γ΄ τάξη Θετικής και Τεχνολογικής κατεύθυνσης (ΓΕΛ)

Διάβασε τις παρακάτω προτάσεις με τις αποδείξεις και απάντησε στις ερωτήσεις που σημειώνονται, στο χώρο που υπάρχει.

1. Πρόταση : Δίνεται μια συνάρτηση $f : \Delta \rightarrow R$, όπου Δ διάστημα, η οποία είναι γνησίως αύξουσα στο Δ. Να αποδείξεις ότι *αν υπάρχει* $\xi \in \Delta$ *:* $f(\xi) = 0$, τότε *το ξ είναι μοναδικό*.

Απόδειξη: Αν $\xi, \rho \in \Delta$ με $\xi \ne \rho$, ώστε $f(\xi) = f(\rho) = 0$, τότε :

(α) Αν $\xi < \rho$, έχουμε ότι $f(\xi) < f(\rho)$, άτοπο (1).

(β) Αν $\xi > \rho$, έχουμε ότι $f(\xi) > f(\rho)$, άτοπο (2).

Άρα σε κάθε περίπτωση καταλήγουμε σε άτοπο.

Ερωτήσεις

1. Κατάλαβες την απόδειξη; ΝΑΙ ΟΧΙ.(Υπογράμμισε ανάλογα).

2. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ, ισχύει ανάλογη πρόταση; Εξήγησε.

3. Ποια είναι η γεωμετρική ερμηνεία της παραπάνω πρότασης ;

.....

.....

.....

2. Ένας μαθητής απέδειξε ότι αν $\alpha, \beta \in R$, τότε ισχύει: $|a-\beta| \le \big||\alpha|-|\beta|\big|$, ως εξής:

Γνωρίζουμε ότι για κάθε $\chi \in R$ ισχύουν οι σχέσεις: $|x| \ge x$ και $|x| \ge -x$. Άρα αν

$\alpha, \beta \in R$ ισχύουν οι σχέσεις: $-|\alpha| \le \alpha \le |\alpha|$ (1) και $-|\beta| \le \beta \le |\beta|$ (2) .

Οπότε $-|\alpha|+|\beta| \le \alpha-\beta \le |\alpha|-|\beta|$ (3). Άρα $-(|\alpha|-|\beta|) \le \alpha-\beta \le |\alpha|-|\beta|$ (4). Από τις

(3) και (4) προκύπτει ότι $|\alpha-\beta| \le \big||\alpha|-|\beta|\big|$ (5).

Ερωτήσεις

1. Εξήγησε γιατί ισχύουν οι (1) και (2).

2. Έχεις να κάνεις κάποια παρατήρηση για τη παραπάνω απόδειξη;

.....

3. Έστω η συνάρτηση f , με $f(x) = x^3 + 1,$ όπου $x \in R$. Παρατηρούμε ότι

$f(-1) = 0$. Έστω ότι υπάρχει $\rho \in R$ και $\rho \ne -1$, έτσι ώστε $f(\rho) = 0$. Τότε:

(α) Αν ρ <-1, ισχύει και $f(\rho) < f(-1)$ (1).

(β) Αν ρ >-1, ισχύει και $f(\rho) > f(-1)$ (2).

Άρα καταλήγουμε σε άτοπο, σε κάθε περίπτωση.

Ερωτήσεις

1. Εξήγησε πώς προκύπτουν οι σχέσεις (1) και (2).

2. Εξήγησε ποιο είναι το άτοπο στο οποίο καταλήξαμε.

.....

.....

.....

.....

ΤΕΛΟΣ

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

Για την Α΄ και Β΄ τάξη του 1ου κύκλου ΤΕ.Ε.(Τεχνικά Εκπαιδευτήρια, δηλ. Τεχνικά Λύκεια.)

Διάβασε τις παρακάτω αποδείξεις και απάντησε στις ερωτήσεις που σημειώνονται, στο χώρο που υπάρχει.

1. Έστω a, β θετικοί πραγματικοί αριθμοί και $\chi = \sqrt{\alpha} + 1$, $\psi = \sqrt{\beta} - 1$. Τότε:

$\chi^2 + \psi^2 = \alpha + 2\sqrt{\alpha} + 1 + \beta - 2\sqrt{\beta} + 1$. Άρα, λόγω των υποθέσεων ισχύει ότι:

$\chi^2 + \psi^2 = \alpha + \beta + \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} + \chi - \psi$.

Ερωτήσεις

1. Κατάλαβες την απόδειξη; ΝΑΙ ΟΧΙ (Υπογράμμισε κατάλληλα)

2. Αν οι αριθμοί α, β δεν είναι τετράγωνα ρητών αριθμών, οι αριθμοί χ, ψ είναι ρητοί ή άρρητοι;

.....

2. Έστω οι πραγματικοί αριθμοί α, β, γ, τέτοιοι ώστε $\alpha + \beta + \gamma = 0$. Τότε

$(\beta + \gamma)^3 = (-\alpha)^3$ (1).

Άρα $\beta^3 + 3\beta^2\gamma + 3\beta\gamma^2 + \gamma^3 = -\alpha^3$ (2), οπότε $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = -3\beta\gamma(\beta + \gamma)$ (3) και τελικά $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma$ (4).

Ερωτήσεις: Εξήγησε πώς προκύπτουν οι σχέσεις (1), (2), (4).

.....

.....

.....

3. Έστω $\chi = \sqrt{2} + 1$ και $\psi = \sqrt{3} - 1$. Τότε: $\chi^2 + \psi^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1$ (1).

Άρα έχουμε ότι $\chi^2 + \psi^2 = 5 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \chi - \psi$ (2)

Ερωτήσεις: Εξήγησε πώς προκύπτουν οι σχέσεις (1) και (2).

.....

ΤΕΛΟΣ

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

Για την Α΄τάξη του 2^{ου} κύκλου ΤΕ.Ε.

Διάβασε τις παρακάτω αποδείξεις και απάντησε στις ερωτήσεις που σημειώνονται, στο χώρο που υπάρχει.

1. Ένας μαθητής απέδειξε ότι $-15 > +10$, ως εξής:

Ισχύουν οι ανισότητες: $20 > -30$ και $35 > -40$. Άρα ισχύει και η ανισότητα

$20 - 35 > -30 + 40$, δηλαδή τελικά προκύπτει ότι $-15 > +10$.

Ερώτηση: Εξήγησε πού έκανε ο μαθητής το λάθος.

.....

2. Έστω ότι για τους πραγματικούς αριθμούς χ, ψ ισχύει η σχέση:

$$\chi^2 + \psi^2 - 2\chi + 4\psi + 5 = 0$$

Τότε ισχύει και η ισότητα: $(\chi - 1)^2 + (\psi + 2)^2 = 0$ (1). Άρα $\chi = 1$ και $\psi = -2$ (2).

Ερωτήσεις: Εξήγησε πώς προκύπτουν οι σχέσεις (1) και (2).

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ΤΕΛΟΣ

Παράρτημα 2ο

Πίνακας παραγόντων

Παράγοντες	Μεταβλητές Παραγόντων και φορτίσεις	Λεκτική διατύπωση μεταβλητών	Λεκτική ερμηνεία παραγόντων	Παρατηρήσεις
1.*Πεποιθήσεις*				
F_1	e10.4 (0.767) e10.2 (0.688) e10.3 (0.633) e10.5 (0.653) e10.1 (0.550)	«*Δυσκολεύομαι στο να λύνω ασκήσεις»* *«Με δυσκολεύουν οι πράξεις»* *«Δυσκολεύομαι στο να θυμάμαι τύπους»* *«Δυσκολεύομαι στο να λύνω προβλήματα»* *«Με δυσκολεύει ο συμβολισμός*»	«Δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με τα Μαθηματικά»	
F_2	e62 (0.665) e61 (0.631)	*«Μελετάς τις αποδείξεις των θεωρημάτων, γιατί πιστεύεις ότι η γνώση τους σε βοηθά να λύνεις ασκήσεις»* *«Μελετάς τις αποδείξεις των θεωρημάτων, γιατί πιστεύεις ότι η γνώση τους σε βοηθά να τα κατανοήσεις»*	«Χρησιμότητα των μαθηματικών αποδείξεων και των Μαθ/κών ως επιστήμης»	

	e4 (0.634)	*«Τα Μαθηματικά που μαθαίνουμε στο σχολείο, βοηθούν στην καλλιέργεια της σκέψης»*		
	e5 (0.573)	*«Τα Μαθηματικά που μαθαίνουμε στο σχολείο, είναι χρήσιμα μόνο σ' όσους θέλουν να σπουδάσουν θετικές ή τεχνολογικές επιστήμες»*		Έχει αντιστραφεί

F_3	e55 (0.751) e56 (0.717) e54 (0.575) e58 (0.450) e1 (0.278) e2 (0.264)	*«Όταν ξέρεις να γράφεις μια απόδειξη, σημαίνει ότι την κατάλαβες»* *«Όταν ξέρεις να διατυπώνεις έναν ορισμό, σημαίνει ότι τον κατάλαβες»* *«Μελετάς Μαθηματικά, σημαίνει ότι μαθαίνεις να εφαρμόζεις τύπους και διαδικασίες»* *«Για να μάθει κανείς Μαθηματικά πρέπει να θυμάται τύπους και διαδικασίες* *«Τα Μαθηματικά ασχολούνται κυρίως με υπολογιστικές διαδικασίες»* *«Τα Μαθηματικά μπορεί να τα καταλάβει κάποιος, αν διαβάσει πολύ»*	« Διαδικαστική κατανόηση των Μαθ/κών »	

2.Στάσεις				
F_4	e7 (0.869) e6 (0.812) e8 (0.665)	*«Στο Γυμνάσιο αγαπούσα τα Μαθηματικά»* *«Στο Δημοτικό αγαπούσα τα Μαθηματικά»* *«Στο Λύκειο αγαπώ τα Μαθηματικά»*	«Αγάπη του μαθητή για τα Μαθηματικά»	
F_5	e59 (0.727) e60 (0.656) e63 (0.548) e64 (0.455)	*«Μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος γιατί θα τη ζητήσει ο καθηγητής σου στην προφορική εξέταση»* *«Μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος γιατί θα εξετασθείς στις γραπτές σου εξετάσεις και στις αποδείξεις»* *«Δεν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, γιατί δεν θα τη ζητήσει ο καθηγητής σου στην προφορική εξέταση»* *«Δεν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος, γιατί πιστεύεις ότι εκείνο που χρειάζεται για να λύνεις ασκήσεις, είναι να καταλάβεις μόνο τί λέει το θεώρημα»*	«Εξωτερικά κίνητρα με τα οποία ένας μαθητής, μελετά τις αποδείξεις των θεωρημάτων» .	

F_6	e29 (0.670) e46 (0.500) e45 (0.472	*«Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, τότε εγκαταλείπεις την προσπάθεια:* *Α.Μέσα στα 5 πρώτα λεπτά.* *Β.Σε διάστημα από 5 έως 10 λεπτά.* *Γ .Σε διάστημα μεγαλύτερο από 10 λεπτά.»* *«Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, τότε σταματάς τη προσπάθεια και συνεχίζεις αργότερα»* *«Εάν προσπαθείς να λύσεις μια άσκηση ή πρόβλημα και δεν τα καταφέρνεις, τότε απογοητεύεσαι και σταματάς κάθε προσπάθεια»*	«Προσπάθεια ενός μαθητή, για να λύσει μια άσκηση ή ένα πρόβλημα»	Έχει αντιστραφεί

3.Τρόπος μελέτης Μαθηματικών				
F_7	e36.1 (0.726) e35.1 (0.690) e34.1 (0.650) e38 (0.648) e36.2 (0.599) e39 (0.510)	*«Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να καταλάβεις τις αποδείξεις των θεωρημάτων»* *«Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να καταλάβεις τις εκφωνήσεις των θεωρημάτων»* *«Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να καταλάβεις τους ορισμούς»* *«Όταν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος προσπαθείς να κατανοήσεις τα λογικά βήματα»* *«Όταν μελετάς θεωρία, προσπαθείς να μπορείς να ξανακάνεις μόνος(η) σου τις αποδείξεις των θεωρημάτων»* *«Όταν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος προσπαθείς να βρίσκεις για ποιο λόγο γίνεται μια συγκεκριμένη ενέργεια»*	«Πρώτο επίπεδο μελέτης-μελέτη των Μαθ/κών με κατανόηση»	

F_8	e41 (0.794) e44 (0.736) e42 (0.645) e40 (0.514) e43 (0.468)	*«Όταν λύσεις μια άσκηση εξετάζεις αν μπορεί να λυθεί διαφορετικά»* *«Όταν λύσεις μια άσκηση, σκέπτεσαι αν θα μπορούσες να τη συμπληρώσεις και να την επεκτείνεις και με άλλα ερωτήματα»* *«Όταν λύσεις μια άσκηση ξανασκέπτεσαι πάνω στα βήματα που ακολούθησες για να τη λύσεις»* *«Όταν μελετάς την απόδειξη ενός θεωρήματος ξανασκέπτεσαι πάνω σε ολόκληρη την απόδειξη»* *«Όταν λύσεις μια άσκηση εξετάζεις αν το αποτέλεσμα που βρήκες είναι λογικό»*	«Δεύτερο επίπεδο μελέτης- μελέτη των Μαθ/κών με αναστοχασμό»	

F_9	e31 (0.760)	*«Όταν μελετάς Μαθ/κά προσπαθείς να λύσεις πρώτα τις ασκήσεις και μετά μελετάς θεωρία»*	«Τεχνική μελέτης των Μαθηματικών»	Έχει αντιστραφεί.
	e30 (0.733)	*«Όταν μελετάς Μαθ/κά μελετάς πρώτα τη θεωρία και μετά προσπαθείς να λύσεις ασκήσεις»*		
	e32 (0.674)	*«Όταν μελετάς Μαθ/κά, ρίχνεις μια πρόχειρη ματιά στη θεωρία και μετά λύνεις τις ασκήσεις»*		Έχει αντιστραφεί.
	e33 (0.402)	*«Όταν μελετάς τη θεωρία χρησιμοποιείς μολύβι και χαρτί»*		

4.Καθηγητής - μαθητής				
F_{10}	e21 (0.748) e16 (0.679) e20 (0.669) e15 (0.480) e17 (0.473) e12 (0.383)	*«Όταν ο καθηγητής βάζει μια ερώτηση στη τάξη , τότε σε βοηθά να σκεφτείς, αν δυσκολεύεσαι να βρεις την απάντηση»* *«Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών, παραδίδει το καινούριο μάθημα με την ενεργή συμμετοχή των μαθητών»* *«Όταν ο καθηγητής βάζει μια ερώτηση στην τάξη, τότε σου δίνει αρκετό χρόνο, για να σκεφτείς την απάντηση»* *«Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών εξετάζει τη θεωρία του προηγουμένου μαθήματος»* *«Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών ξεκινά την παράδοση με ένα πρόβλημα, που η επίλυσή του οδηγεί στη θεωρία του νέου μαθήματος»* *«Όταν μου δημιουργούνται απορίες στην τάξη για τα Μαθ/κά, ρωτάω τον καθηγητή μου»*	«Διδασκαλία με ενεργητική συμμετοχή των μαθητών»	

F_{11}	e26.4 (0.811) e26.3 (0.764) e26.1 (0.523)	*«Οι ερωτήσεις και ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στην τάξη είναι πολύ δύσκολες»* *«Οι ερωτήσεις και ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στη τάξη είναι δύσκολες»* *«Οι ερωτήσεις και ασκήσεις που βάζει ο καθηγητής σου στη τάξη είναι απλές»*	«Δυσκολία των ασκήσεων που βάζει ο καθηγητής στην τάξη»	Έχει αντιστραφεί
F_{12}	e13.2 (0.766) e13.1 (0.743) e19 (0.677)	*«Όταν ο καθηγητής των Μαθηματικών ρωτά κάτι, ζητά να του απαντήσει κάποιος απ' αυτούς που δεν σηκώνει χέρι»* *«Όταν ο καθηγητής των Μαθηματικών ρωτά κάτι, ζητά να του απαντήσει κάποιος απ' αυτούς που σηκώνει χέρι»* *«Ο καθηγητής σου των Μαθ/κών εξετάζει μαθητή που δεν σηκώνει χέρι».*	«Προφορική εξέταση των μαθητών»	Έχει αντιστραφεί

Παράρτημα 3ο

Συσχέτιση Pearson για τους παράγοντες F_1 , F_2 , ... , F_{11} και τις μεταβλητές e67.1 , e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e72, e75, e76, e77, mathtest.

Πίνακας 3.1

Συσχετίσεις (Correlations)

		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}
F_1	Pearson Correlation	1	-,223**	,046	-,434**	,235**	-,274**	-,186**	-,182**	-,072**	-,015	,138**
	Sig. (2-tailed)		,000	,081	,000	,000	,000	,000	,000	,004	,548	,000
F_2	Pearson Correlation	-,223**	1	,155**	,343**	-,181**	,216**	,378**	,320**	,187**	,324**	-,143**
	Sig. (2-tailed)	,000		,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
F_3	Pearson Correlation	,046	,155**	1	,039	,264**	-,025	,242**	,180**	,072**	,191**	-,031
	Sig. (2-tailed)	,081	,000		,135	,000	,353	,000	,000	,006	,000	,234
F_4	Pearson Correlation	-,434**	,343**	,039	1	-,164**	,297**	,259**	,305**	,103**	,185**	-,069**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,135		,000	,000	,000	,000	,000	,000	,005
F_5	Pearson Correlation	,235**	-,181**	,264**	-,164**	1	-,173**	-,006	-,066**	-,138**	,014	,054*
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000		,000	,819	,010	,000	,579	,032
F_6	Pearson Correlation	-,274**	,216**	-,025	,297**	-,173**	1	,260**	,334**	,153**	,189**	-,080**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,353	,000	,000		,000	,000	,000	,000	,001
F_7	Pearson Correlation	-,186**	,378**	,242**	,259**	-,006	,260**	1	,418**	,307**	,244**	-,060*
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,819	,000		,000	,000	,000	,019
F_8	Pearson Correlation	-,182**	,320**	,180**	,305**	-,066**	,334**	,418**	1	,285**	,290**	,015
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,010	,000	,000		,000	,000	,566
F_9	Pearson Correlation	-,072**	,187**	,072**	,103**	-,138**	,153**	,307**	,285**	1	,139**	,047
	Sig. (2-tailed)	,004	,000	,006	,000	,000	,000	,000	,000		,000	,057
F_{10}	Pearson Correlation	-,015	,324**	,191**	,185**	,014	,189**	,244**	,290**	,139**	1	-,129**
	Sig. (2-tailed)	,548	,000	,000	,000	,579	,000	,000	,000	,000		,000
F_{11}	Pearson Correlation	,138**	-,143**	-,031	-,069**	,054*	-,080**	-,060*	,015	,047	-,129**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,234	,005	,032	,001	,019	,566	,057	,000	
e67.1	Pearson Correlation	-,277**	,155**	-,080**	,343**	-,106**	,182**	,202**	,087**	,046	,024	-,087**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,002	,000	,000	,000	,000	,001	,063	,332	,000
e67.2	Pearson Correlation	-,472**	,138**	-,029	,391**	-,149**	,382**	,228**	,207**	,083	,115*	-,028
	Sig. (2-tailed)	,000	,007	,593	,000	,004	,000	,000	,000	,107	,027	,591
e68.1	Pearson Correlation	-,471**	,183**	-,003	,430**	-,137**	,318**	,254**	,253**	,017	,078	,046
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,948	,000	,002	,000	,000	,000	,710	,088	,306
e68.2	Pearson Correlation	-,436**	,158**	-,069	,415**	-,125*	,391**	,252**	,194**	,108*	,116*	,009
	Sig. (2-tailed)	,000	,002	,192	,000	,014	,000	,000	,000	,034	,024	,855
e69	Pearson Correlation	,338**	-,153**	,002	-,353**	,115**	-,259**	-,131**	-,205**	-,040	-,106**	,095**

	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,925	,000	,000	,000	,000	,000	,109	,000	,000
e70	Pearson Correlation	,283**	-,156**	-,013	-,313**	,103**	-,259**	-,167**	-,184**	-,053*	-,112**	,101**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,628	,000	,000	,000	,000	,000	,033	,000	,000
e72	Pearson Correlation	-,129**	,022	-,095**	,126**	-,066**	,085**	,126**	-,018	-,004	-,044	,040
	Sig. (2-tailed)	,000	,373	,000	,000	,008	,001	,000	,467	,864	,077	,107
e75	Pearson Correlation	,282**	-,163**	,002	-,290**	,172**	-,235**	-,045	-,159**	-,041	-,149**	,162**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,936	,000	,000	,000	,075	,000	,099	,000	,000
e76	Pearson Correlation	-,361**	,269**	-,027	,472**	-,217**	,250**	,183**	,202**	,042	,130**	-,098**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,301	,000	,000	,000	,000	,000	,090	,000	,000
math test	Pearson Correlation	-,389**	,203**	-,080**	,370**	-,189**	,251**	,232**	,143**	,057*	,091**	-,044
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,021	,000	,074

- *Η σήμανση με ένα * σημαίνει ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,05.*
- *Η σήμανση με δύο ** σημαίνει ότι η συσχέτιση είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο 0,01.*

Πίνακας 3.2

Συσχετίσεις (συνέχεια)

		e67.1	e67.2	e68.1	e68.2	e69	e70	e72	e75	e76	mathtest
F_1	Pearson Correlation	-,277**	-,472**	-,471**	-,436**	,338**	,283**	-,129**	,282**	-,361**	-,389**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
F_2	Pearson Correlation	,155**	,138**	,183**	,158**	-,153**	-,156**	,022	-,163**	,269**	,203**
	Sig. (2-tailed)	,000	,007	,000	,002	,000	,000	,373	,000	,000	,000
F_3	Pearson Correlation	-,080**	-,029	-,003	-,069	,002	-,013	-,095**	,002	-,027	-,080**
	Sig. (2-tailed)	,002	,593	,948	,192	,925	,628	,000	,936	,301	,002
F_4	Pearson Correlation	,343**	,391**	,430**	,415**	-,353**	-,313**	,126**	-,290**	,472**	,370**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000

F_5	Pearson Correlation	-,106**	-,149**	-,137**	-,125*	,115**	,103**	-,066**	,172**	-,217**	-,189**
	Sig. (2-tailed)	,000	,004	,002	,014	,000	,000	,008	,000	,000	,000
F_6	Pearson Correlation	,182**	,382**	,318**	,391**	-,259**	-,259**	,085**	-,235**	,250**	,251**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,001	,000	,000	,000
F_7	Pearson Correlation	,202**	,228**	,254**	,252**	-,131**	-,167**	,126**	-,045	,183**	,232**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,075	,000	,000
F_8	Pearson Correlation	,087**	,207**	,253**	,194**	-,205**	-,184**	-,018	-,159**	,202**	,143**
	Sig. (2-tailed)	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,467	,000	,000	,000
F_9	Pearson Correlation	,046	,083	,017	,108*	-,040	-,053*	-,004	-,041	,042	,057*
	Sig. (2-tailed)	,063	,107	,710	,034	,109	,033	,864	,099	,090	,021
F_{10}	Pearson Correlation	,024	,115*	,078	,116*	-,106**	-,112**	-,044	-,149**	,130**	,091**
	Sig. (2-tailed)	,332	,027	,088	,024	,000	,000	,077	,000	,000	,000
F_{11}	Pearson Correlation	-,087**	-,028	,046	,009	,095**	,101**	,040	,162**	-,098**	-,044
	Sig. (2-tailed)	,000	,591	,306	,855	,000	,000	,107	,000	,000	,074
e67.1	Pearson Correlation	1	,860**	,704**	,677**	-,133**	-,118**	,247**	-,050*	,294**	,395**
	Sig. (2-tailed)		,000	,000	,000	,000	,000	,000	,043	,000	,000
e67.2	Pearson Correlation	,860**	1	,739**	,797**	-,512**	-,525**	,178**	-,239**	,378**	,486**
	Sig. (2-tailed)	,000		,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
e68.1	Pearson Correlation	,704**	,739**	1	,835**	-,596**	-,578**	,146**	-,259**	,391**	,533**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000		,000	,000	,000	,001	,000	,000	,000
e68.2	Pearson Correlation	,677**	,797**	,835**	1	-,487**	-,522**	,224**	-,237**	,393**	,535**

	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000		,000	,000	,000	,000	,000	,000
e69	Pearson Correlation	-,133**	-,512**	-,596**	-,487**	1	,784**	,066**	,286**	-,262**	-,263**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000		,000	,008	,000	,000	,000
e70	Pearson Correlation	-,118**	-,525**	-,578**	-,522**	,784**	1	,108**	,250**	-,224**	-,236**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000		,000	,000	,000	,000
e72	Pearson Correlation	,247**	,178**	,146**	,224**	,066**	,108**	1	,005	,138**	,236**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,001	,000	,008	,000		,847	,000	,000
e75	Pearson Correlation	-,050*	-,239**	-,259**	-,237**	,286**	,250**	,005	1	-,261**	-,175**
	Sig. (2-tailed)	,043	,000	,000	,000	,000	,000	,847		,000	,000
e76	Pearson Correlation	,294**	,378**	,391**	,393**	-,262**	-,224**	,138**	-,261**	1	,385**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000		,000
mathtest	Pearson Correlation	,395**	,486**	,533**	,535**	-,263**	-,236**	,236**	-,175**	,385**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000	

Παράρτημα 4ο

Συσχέτιση Pearson για τις μεταβλητές e67.1 , e67.2, e68.1, e68.2, e69, e70, e72, e75, e76, e77, mathtest.

Πίνακας 4.1

		e65	e66	e67.1	e67.2	e68.1	e68.2	e69	e70
e65	Pear. Correlation	1	-,063*	,032	,190**	,209**	,196**	-,153**	-,139**
	Sig. (2-tailed)		,011	,200	,000	,000	,000	,000	,000
e66	Pear. Correlation	-,063*	1	-,027	-,127*	,036	-,152**	,012	,005
	Sig. (2-tailed)	,011		,285	,014	,427	,003	,645	,847
e67.1	Pear.Correlation	,032	-,027	1	,860**	,704**	,677**	-,133**	-,118**
	Sig. (2-tailed)	,200	,285		,000	,000	,000	,000	,000
e67.2	Pear. Correlation	,190**	-,127*	,860**	1	,739**	,797**	-,512**	-,525**
	Sig. (2-tailed)	,000	,014	,000		,000	,000	,000	,000
e68.1	Pear. Correlation	,209**	,036	,704**	,739**	1	,835**	-,596**	-,578**
	Sig. (2-tailed)	,000	,427	,000	,000		,000	,000	,000
e68.2	Pear. Correlation	,196**	-,152**	,677**	,797**	,835**	1	-,487**	-,522**
	Sig. (2-tailed)	,000	,003	,000	,000	,000		,000	,000
e69	Pear. Correlation	-,153**	,012	-,133**	-,512**	-,596**	-,487**	1	,784**
	Sig. (2-tailed)	,000	,645	,000	,000	,000	,000		,000
e70	Pear. Correlation	-,139**	,005	-,118**	-,525**	-,578**	-,522**	,784**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,847	,000	,000	,000	,000	,000	
e71	Pear. Correlation	,081**	-,034	,223**	,104*	,112*	,232**	,045	,079**
	Sig. (2-tailed)	,001	,174	,000	,043	,012	,000	,066	,001
e72	Pear. Correlation	,095**	-,067**	,247**	,178**	,146**	,224**	,066**	,108**
	Sig. (2-tailed)	,000	,007	,000	,000	,001	,000	,008	,000
e73	Pear. Correlation	,127**	,022	,529**	,765**	,637**	,639**	-,426**	-,439**
	Sig. (2-tailed)	,000	,417	,000	,000	,000	,000	,000	,000
e74	Pear. Correlation	,032	-,055*	,312**	,435**	,252**	,354**	-,178**	-,218**
	Sig. (2-tailed)	,229	,039	,000	,000	,000	,000	,000	,000
e75	Pear. Correlation	-,051*	-,004	-,050*	-,239**	-,259**	-,237**	,286**	,250**
	Sig. (2-tailed)	,041	,861	,043	,000	,000	,000	,000	,000
e76	Pear. Correlation	,143**	-,018	,294**	,378**	,391**	,393**	-,262**	-,224**
	Sig. (2-tailed)	,000	,462	,000	,000	,000	,000	,000	,000
mathtest	Pear. Correlation	,165**	-,006	,395**	,486**	,533**	,535**	-,263**	-,236**
	Sig. (2-tailed)	,000	,815	,000	,000	,000	,000	,000	,000

Πίνακας 4.2

		e71	e72	e73	e74	e75	e76	mathtest
e65	Pear. Correlation	,081**	,095**	,127**	,032	-,051*	,143**	,165**
	Sig. (2-tailed)	,001	,000	,000	,229	,041	,000	,000
e66	Pear. Correlation	-,034	-,067**	,022	-,055*	-,004	-,018	-,006
	Sig. (2-tailed)	,174	,007	,417	,039	,861	,462	,815
e67.1	Pear.Correlation	,223**	,247**	,529**	,312**	-,050*	,294**	,395**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,043	,000	,000
e67.2	Pear. Correlation	,104*	,178**	,765**	,435**	-,239**	,378**	,486**
	Sig. (2-tailed)	,043	,000	,000	,000	,000	,000	,000
e68.1	Pear. Correlation	,112*	,146**	,637**	,252**	-,259**	,391**	,533**
	Sig. (2-tailed)	,012	,001	,000	,000	,000	,000	,000
e68.2	Pear. Correlation	,232**	,224**	,639**	,354**	-,237**	,393**	,535**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
e69	Pear. Correlation	,045	,066**	-,426**	-,178**	,286**	-,262**	-,263**
	Sig. (2-tailed)	,066	,008	,000	,000	,000	,000	,000
e70	Pear. Correlation	,079**	,108**	-,439**	-,218**	,250**	-,224**	-,236**
	Sig. (2-tailed)	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000
e71	Pear. Correlation	1	,425**	,103**	,080**	,007	,085**	,189**
	Sig. (2-tailed)		,000	,000	,003	,762	,001	,000
e72	Pear. Correlation	,425**	1	,116**	,065*	,005	,138**	,236**
	Sig. (2-tailed)	,000		,000	,014	,847	,000	,000
e73	Pear. Correlation	,103**	,116**	1	,461**	-,134**	,273**	,452**
	Sig. (2-tailed)	,000	,000		,000	,000	,000	,000
e74	Pear. Correlation	,080**	,065*	,461**	1	,061*	,061*	,281**
	Sig. (2-tailed)	,003	,014	,000		,021	,021	,000
e75	Pear. Correlation	,007	,005	-,134**	,061*	1	-,261**	-,175**
	Sig. (2-tailed)	,762	,847	,000	,021		,000	,000
e76	Pear. Correlation	,085**	,138**	,273**	,061*	-,261**	1	,385**
	Sig. (2-tailed)	,001	,000	,000	,021	,000		,000
mathtest	Pear. Correlation	,189**	,236**	,452**	,281**	-,175**	,385**	1
	Sig. (2-tailed)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	

Παράρτημα 5ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς το είδος σχολείου [(1)]

Παράγοντες	Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαν/τας	Μέση τιμή των F_i, i=1(1)11			Τύποι Λυκείου, για τους οποίους σημειώνονται διαφορές
			Δ.ΓΕΛ 1	Ι.ΓΕΛ 2	ΤΕΛ 3	
F_1	14,708	**0,000**	**4,00**	**4,09**	**4,97**	**(1, 3), (2, 3)**
F_2	3,338	**0,036**	**6,60**	**7,06**	**6,67**	**(1, 2), (3, 2)**
F_3	5,411	**0,005**	**5,80**	**5,58**	**6,19**	**(1, 3), (2, 3)**
F_4	5,689	**0,003**	**5,92**	**6,02**	**5,16**	**(3, 1), (3, 2)**
F_5	2,564	0,077	5,09	4,87	5,33	-
F_6	1,446	0,236	4,50	4,26	4,43	-
F_7	3,678	**0,026**	**7,25**	**7,16**	**6,85**	**(3, 1), (3, 2)**
F_8	3,124	**0,044**	**5,04**	**4,79**	**5,35**	**(1, 3), (2, 3)**
F_9	0,500	0,607	5,80	5,88	5,64	-
F_{10}	9,370	**0,000**	**5,31**	**5,56**	**6,02**	**(1, 3)**
F_{11}	4,117	**0,017**	**5,18**	**5,61**	**4,85**	**(3, 2)**

[(1)] *Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, μεταξύ των μαθητών των τριών ειδών σχολείου, για τους παράγοντες εκείνους, που το επίπεδο σημαντικότητας είναι μικρότερο του 0,05.*

Παράρτημα 6ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την τάξη [2]

Παράγοντες	Τιμή του κριτηρίου F	Επίπεδο σημαν/τητας	Μέση τιμή του F_i , i=1(1)11			Τάξεις για τις οποίες υπάρχει διαφορά
			Α΄	Β΄	Γ΄	
F_1	*0,562*	*0,570*	*4,47*	*4,31*	*4,27*	-
F_2	*1,660*	*0,191*	*6,88*	*6,77*	*6,58*	-
F_3	*2,051*	*0,129*	*5,95*	*5,98*	*5,74*	-
F_4	*0,678*	*0,508*	*5,64*	*5,55*	*5,79*	-
F_5	*1,048*	*0,351*	*5,23*	*5,13*	*5,02*	-
F_6	*1,687*	*0,186*	*4,28*	*4,51*	*4,45*	-
F_7	*1,157*	*0,315*	*6,92*	*7,21*	*7,11*	-
F_8	*1,890*	*0,151*	*5,15*	*4,89*	*5,25*	-
F_9	*1,560*	*0,211*	*5,61*	*5,95*	*5,72*	-
F_{10}	*1,024*	*0,359*	*5,78*	*5,61*	*5,54*	-
F_{11}	*3,047*	***0,048***	***4,99***	***5,12***	***5,37***	***(Α΄, Γ΄)***

(2)Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, μεταξύ των μαθητών των τριών τάξεων για τους παράγοντες εκείνους, που το επίπεδο σημαντικότητας είναι μικρότερο του 0,05.

Παράρτημα 7ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την κατεύθυνση [3]

Παράγοντες	Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαν/τας	Μέσες τιμές των F_i, i=1,…,11			Κατευθύνσεις, για τις οποίες υπάρχει διαφορά
			ΘΡ	ΘΤ	ΤΧ	
F_1	*38,795*	*0,000*	*4,75*	*3,39*	*4,09*	(ΘΤ, ΘΡ), (ΘΤ, ΤΧ), (ΤΧ, ΘΡ)[4]
F_2	*14,751*	*0,000*	*6,04*	*6,88*	*6,39*	(ΘΡ, ΘΤ), (ΘΡ, ΤΧ), (ΤΧ, ΘΤ)
F_3	*3,362*	*0,035*	*5,94*	*5,65*	*5,66*	(ΤΧ, ΘΡ)
F_4	*82,139*	*0,000*	*4,64*	*7,08*	*5,81*	(ΘΡ, ΘΤ), (ΘΡ, ΤΧ), (ΤΧ, ΘΤ)
F_5	*12,596*	*0,000*	*5,50*	*4,80*	*5,00*	(ΘΤ, ΘΡ), (ΤΧ, ΘΡ)
F_6	*16,914*	*0,000*	*4,12*	*4,86*	*4,48*	(ΘΡ, ΘΤ), (ΘΡ, ΤΧ), (ΤΧ, ΘΤ)
F_7	*8,129*	*0,000*	*7,24*	*7,52*	*7,03*	(ΤΧ, ΘΤ)
F_8	*18,421*	*0,000*	*4,47*	*5,32*	*5,06*	(ΘΡ, ΘΤ), (ΘΡ, ΤΧ),
F_9	*4,074*	*0,017*	*5,96*	*6,19*	*5,74*	(ΤΧ ,ΘΤ)
F_{10}	*11,105*	*0,000*	*5,28*	*5,55*	*4,90*	(ΤΧ, ΘΡ), (ΤΧ, ΘΤ)
F_{11}	*0,045*	*0,956*	*5,32*	*5,35*	*5,31*	-

(3)Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, μεταξύ των μαθητών των τριών κατευθύνσεων, για τους παράγοντες εκείνους, που το επίπεδο σημαντικότητας είναι μικρότερο του 0,05.

(4) Συμβολισμός: ΘΡ=Θεωρητική, ΘΤ=Θετική, ΤΧ=Τεχνολογική

Οι κατευθύνσεις κάθε ζεύγους διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, ως προς τον αντίστοιχο παράγοντα. Για το 1^{ο} στοιχείο κάθε ζεύγους η μέση τιμή του παράγοντα είναι μικρότερη.

Παράρτημα 8^{ο}

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς το φύλο [5]

Παράγοντες	Τιμή του κριτηρίου F	Επίπεδο σημαν/τας	Μέση τιμή των F_i, i=1,…,11		Σημειούμενες διαφορές
			0: κορίτσι	1: αγόρι	
F_1	*0,319*	*0,572*	*4,36*	*4,42*	-
F_2	*3,328*	*0,068*	*6,87*	*6,61*	-
F_3	*8,707*	***0,003***	***6,05***	***5,73***	***(1, 0)***
F_4	*1,130*	*0,288*	*5,55*	*5,77*	-
F_5	*3,475*	*0,063*	*5,25*	*5,012*	-
F_6	*2,156*	*0,142*	*4,33*	*4,50*	-
F_7	*20,323*	***0,000***	***7,38***	***6,78***	***(1, 0)***
F_8	*2,159*	*0,142*	*4,99*	*5,20*	-
F_9	*2,203*	*0,138*	*5,88*	*5,64*	-
F_{10}	*2,794*	*0,095*	*5,78*	*5,51*	-
F_{11}	*1,961*	*0,162*	*5,05*	*5,28*	-

(5)Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, μεταξύ των μαθητών των δύο φύλων, για τους παράγοντες εκείνους, που το επίπεδο σημαντικότητας είναι μικρότερο του 0,05.

Παράρτημα 9ο

Πίνακας διαφορών για τους παράγοντες ως προς την εκπαιδευτική περιφέρεια [(6)]

Παράγοντες	Τιμή του κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντικότητας (sig.)	Εκπαιδευτικές περιφέρειες, για τις οποίες υπάρχει διαφορά
F_1	*2,143*	*0,118*	-
F_2	*0,073*	*0,930*	-
F_3	*5,143*	*0,006*	-
F_4	*1,480*	*0,228*	-
F_5	*4,203*	*0,015*	-
F_6	*0,072*	*0,931*	-
F_7	*0,123*	*0,884*	-
F_8	*1,180*	*0,308*	-
F_9	*0,180*	*0,835*	-
F_{10}	*0,157*	*0,855*	-
F_{11}	*0,451*	*0,637*	-

(5)Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές, μεταξύ των μαθητών των τριών εκπαιδευτικών περιφερειών, για τους παράγοντες εκείνους, που το επίπεδο σημαντικότητας είναι μικρότερο του 0,05.
Οι «μείζονες εκπαιδευτικές περιφέρειες είναι τρεις: 1η , 2η , 3η . Ενώ φαίνεται να εμφανίζεται στατιστικά σημαντική διαφορά για τους παράγοντες F_3 , F_5, *στη πραγματικότητα δεν υφίσταται αυτή η διαφορά, διότι το επίπεδο σημαντικότητας του κριτηρίου F της* anova *που πραγματοποιήθηκε είναι 0,087>0,050.*

Παράρτημα 10ο

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές της Α΄ τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές, εκπαιδευτική περιφέρεια (*de2*), *είδος σχολείου* (*eidos_sx*) *και φύλο* (*fulo*)

GLM(General Linear Model) *e67.1, e69, e70, e75, e76, e77 by de2, eidos_sx, fulo*

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig. Επίπεδο σημαντικότητας
Intercept	Pillai's Trace	,911	615,842[b]	7,000	419,000	,000
	Wilks' Lambda	,089	615,842[b]	7,000	419,000	,000
	Hotelling's Trace	10,289	615,842[b]	7,000	419,000	,000
	Roy's Largest Root	10,289	615,842[b]	7,000	419,000	,000
de2	Pillai's Trace	,030	,900	14,000	840,000	**,559**
	Wilks' Lambda	,971	,900[b]	14,000	838,000	**,559**
	Hotelling's Trace	,030	,899	14,000	836,000	**,559**
	Roy's Largest Root	,023	1,380[c]	7,000	420,000	**,212**
eidos_sx	Pillai's Trace	,026	1,573[b]	7,000	419,000	**,141**
	Wilks' Lambda	,974	1,573[b]	7,000	419,000	**,141**
	Hotelling's Trace	,026	1,573[b]	7,000	419,000	**,141**
	Roy's Largest Root	,026	1,573[b]	7,000	419,000	**,141**
fulo	Pillai's Trace	,027	1,684[b]	7,000	419,000	**,111**
	Wilks' Lambda	,973	1,684[b]	7,000	419,000	**,111**
	Hotelling's Trace	,028	1,684[b]	7,000	419,000	**,111**
	Roy's Largest Root	,028	1,684[b]	7,000	419,000	**,111**

Το επίπεδο σημαντικότητας του κριτηρίου F είναι μεγαλύτερο του 0.05 και για τις τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές των μέσων των παραπάνω εξαρτημένων μεταβλητών.

Παράρτημα 11ο

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές της Β΄ τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές, εκπαιδευτική περιφέρεια (*de2*), *είδος σχολείου* (*eidos_sx*) *και φύλο* (*fulo*)

GLM(General Linear Model) *e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest by de2, eidos_sx, fulo*

Πίνακας 11.1

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig. Επίπεδο σημαντι-κότητας
Intercept	Pillai's Trace	,873	418,756[b]	7,000	427,000	,000
	Wilks' Lambda	,127	418,756[b]	7,000	427,000	,000
	Hotelling's Trace	6,865	418,756[b]	7,000	427,000	,000
	Roy's Largest Root	6,865	418,756[b]	7,000	427,000	,000
de2	Pillai's Trace	,099	3,169	14,000	856,000	**,000**
	Wilks' Lambda	,903	3,184[b]	14,000	854,000	**,000**
	Hotelling's Trace	,105	3,198	14,000	852,000	**,000**
	Roy's Largest Root	,080	4,909[c]	7,000	428,000	**,000**
eidos_sx	Pillai's Trace	,017	1,028[b]	7,000	427,000	***,411***
	Wilks' Lambda	,983	1,028[b]	7,000	427,000	***,411***
	Hotelling's Trace	,017	1,028[b]	7,000	427,000	***,411***
	Roy's Largest Root	,017	1,028[b]	7,000	427,000	***,411***
fulo	Pillai's Trace	,040	2,551[b]	7,000	427,000	**,014**
	Wilks' Lambda	,960	2,551[b]	7,000	427,000	**,014**
	Hotelling's Trace	,042	2,551[b]	7,000	427,000	**,014**
	Roy's Largest Root	,042	2,551[b]	7,000	427,000	**,014**

Το επίπεδο σημαντικότητας του κριτηρίου F είναι μικρότερο του 0.05 για τις μεταβλητές de2 και fulo, ενώ είναι μεγαλύτερο του 0.05 για το eidos_sx. . Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν κάποιες στατιστικά σημαντικές διαφορές για μαθητές της Β΄ τάξης των τριών εκπαιδευτικών περιοχών. Το ίδιο συμβαίνει και για τους μαθητές διαφορετικού φύλου. Δεν υπάρχουν για τους μαθητές διαφορετικών τύπων σχολείου (δημόσιο, ιδιωτικό).

Πίνακας 11.2 (6)

de2

Μεταβλητές	Μέσοι			Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαν/τητας (sig.)	Εκπ/κές περιφέρειες, για τις οποίες υπάρχει διαφορά
	1η	2η	3η			
e67.1:επίδοση στα Μαθ/κά(την προηγούμενη χρονιά)	*11,46*	*14,84*	*14,37*	14,356	0,000	(1,2), (1,3)
e69: αυτοεκτίμηση	2,26	2,34	2,30	0,053	0,948	
e70:ετεροεκτίμηση	2,17	2,39	2,39	0,752	0,472	
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	0,59	0,62	0,57	0,279	0,757	
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,41	0,56	0,44	1,875	0,155	
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του σχολείου	0,42	0,44	0,32	0,851	0,428	
Mathtest:απόδοση στο τεστ	*1,69*	*2,89*	*1,96*	4,260	0,015	(1,2), (3,2)

(6) *Περιλαμβάνει τους μέσους όρους των μεταβλητών που αναγράφονται κατά εκπαιδευτική περιφέρεια (κωδικός μεταβλητής de2), τις αντίστοιχες τιμές του κριτηρίου F, τα επίπεδα σημαντικότητας και τις εκπαιδευτικές περιφέρειες για τις οποίες σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές.*

Παράρτημα 12ο

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για: (α) σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές της Γ΄τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), *είδος σχολείου* (eidos_sx) *και φύλο* (fulo). *(β) σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, για τους μαθητές της Γ΄τάξης Δημοσίων και Ιδιωτικών ΓΕΛ ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή κατεύθυνση(kateuth).*

GLM *e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest by de2, eidos_sx, fulo.*

GLM *e67.1, e68.1, e68.2, e69, e70, e75, e76, e77, by kateuth .*

Πίνακας 12.1

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι

Effect		*Value*	*F*	*Hypothesis df*	*Error df*	*Sig. Επίπεδο σημαντικότητας*
Intercept	*Pillai's Trace*	*,965*	*1007,333[b]*	*9,000*	*328,000*	*,000*
	Wilks' Lambda	*,035*	*1007,333[b]*	*9,000*	*328,000*	*,000*
	Hotelling's Trace	*27,640*	*1007,333[b]*	*9,000*	*328,000*	*,000*
	Roy's Largest Root	*27,640*	*1007,333[b]*	*9,000*	*328,000*	*,000*
de2	*Pillai's Trace*	*,258*	*5,408*	*18,000*	*658,000*	***,000***
	Wilks' Lambda	*,749*	*5,656[b]*	*18,000*	*656,000*	***,000***
	Hotelling's Trace	*,325*	*5,903*	*18,000*	*654,000*	***,000***
	Roy's Largest Root	*,292*	*10,691[c]*	*9,000*	*329,000*	***,000***
eidos_sx	*Pillai's Trace*	*,175*	*7,723[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***
	Wilks' Lambda	*,825*	*7,723[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***
	Hotelling's Trace	*,212*	*7,723[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***
	Roy's Largest Root	*,212*	*7,723[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***
fulo	*Pillai's Trace*	*,081*	*3,212[b]*	*9,000*	*328,000*	***,001***
	Wilks' Lambda	*,919*	*3,212[b]*	*9,000*	*328,000*	***,001***
	Hotelling's Trace	*,088*	*3,212[b]*	*9,000*	*328,000*	***,001***
	Roy's Largest Root	*,088*	*3,212[b]*	*9,000*	*328,000*	***,001***
*de2 * eidos_sx*	*Pillai's Trace*	*,155*	*6,710[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***
	Wilks' Lambda	*,845*	*6,710[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***
	Hotelling's Trace	*,184*	*6,710[b]*	*9,000*	*328,000*	***,000***

	Roy's Largest Root	,184	6,710[b]	9,000	328,000	**,000**
de2 * fulo	Pillai's Trace	,034	,637	18,000	658,000	,872
	Wilks' Lambda	,966	,635[b]	18,000	656,000	,873
	Hotelling's Trace	,035	,633	18,000	654,000	,875
	Roy's Largest Root	,019	,690[c]	9,000	329,000	,718
eidos_sx * fulo	Pillai's Trace	,052	1,997[b]	9,000	328,000	**,039**
	Wilks' Lambda	,948	1,997[b]	9,000	328,000	**,039**
	Hotelling's Trace	,055	1,997[b]	9,000	328,000	**,039**
	Roy's Largest Root	,055	1,997[b]	9,000	328,000	**,039**
de2 * eidos_sx * fulo	Pillai's Trace	,040	1,511[b]	9,000	328,000	,143
	Wilks' Lambda	,960	1,511[b]	9,000	328,000	,143
	Hotelling's Trace	,041	1,511[b]	9,000	328,000	,143
	Roy's Largest Root	,041	1,511[b]	9,000	328,000	,143

Το επίπεδο σημαντικότητας του κριτηρίου F είναι μικρότερο του 0.05 για τις μεταβλητές de2 για το eidos_sx. και fulo. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν κάποιες στατιστικά σημαντικές διαφορές για μαθητές της Γ΄ τάξης των τριών εκπαιδευτικών περιοχών, για τους μαθητές διαφορετικών τύπων σχολείου (δημόσιο, ιδιωτικό) και για τους μαθητές διαφορετικού φύλου.

Πίνακας 12.2[7]
de2

Μεταβλητές	Μέσοι, ανά εκπαιδευτική περιφέρεια			Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντικότητας (sig.)	Εκπαιδευτικές περιφέρειες, για τις οποίες υπάρχει διαφορά
	1η	2η	3η			
e67.1:επίδοση στα Μαθ/κά (την προηγούμενη χρονιά)	15,6	16,2	12,6	17,019	0,000	
e68.1:Γραπτή βαθμολογία στα Μαθ/κά Γενικής Παιδείας της Β΄	13,6	15,2	11,0	13,578	0,000	(3,2)
e68.2: Γραπτή βαθμολογία στα Μαθ/κά κατ/νσης της Β΄	11,8	13,8	10,1	9,414	0,000	-
e69: αυτοεκτίμηση	2,1	2,4	2,4	0,912	0,403	-
e70:ετεροεκτίμηση	2,2	2,4	2,4	0,449	0,638	-
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	0,58	0,54	0,62	0, 963	0,383	-
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,64	0,64	0,55	0,542	0,582	-
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου	0,34	0,30	0,33	1,992	0,138	-
Mathtest:απόδοση στο τεστ	1,82	4,22	2,10	17,558	0,000	(1,2), (3,2)

(7) *Περιλαμβάνει τους μέσους όρους των μεταβλητών που αναγράφονται κατά εκπαιδευτική περιφέρεια (κωδικός μεταβλητής de2), τις αντίστοιχες τιμές του κριτηρίου F, τα επίπεδα σημαντικότητας και τις εκπαιδευτικές περιφέρειες για τις οποίες σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές.*

Πίνακας 12.3[8]
eidos_sx.

Μεταβλητές	Μέσοι όροι ανά τύπο σχολείου		Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντικότητας (sig.)	Είδη σχολείων, για τα οποία υπάρχει διαφορά
	1 Δημόσιο Γενικό	2 Ιδιωτικό Γενικό			
e67.1:επίδοση στα Μαθ/κά (την προηγούμενη χρονιά)	15,9	12,8	27,772	0,000	(2,1)
e68.1: Γραπτή βαθμολογία στα Μαθ/κά Γενικής Παιδείας της Β΄	13,9	12,2	6,103	0,014	(2,1)
e68.2: Γραπτή βαθμολογία στα Μαθ/κά κατ/νσης της Β΄	12,4	11,1	3,047	0,082	-
e69: αυτοεκτίμηση	2,2	2,5	2,825	0,094	-
e70:ετεροεκτίμηση	2,2	2,6	1,971	0,161	-
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	0,533	0,651	2,295	0,131	-
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,618	0,582	0,092	0,762	-
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου	0,273	0,403	3,782	0,053	-
Mathtest:απόδοση στο τεστ	2,32	3,75	8,457	0,004	(1,2)

(8) *Περιλαμβάνει τους μέσους όρους των μεταβλητών που αναγράφονται κατά είδος σχολείου (κωδικός μεταβλητής* eidos_sx.*), τις αντίστοιχες τιμές του κριτηρίου F, τα επίπεδα σημαντικότητας και τα είδη σχολείου για τα οποία σημειώνονται στατιστικά σημαντικές διαφορές.*

Πίνακας 12.4[9]
fulo

Μεταβλητές	Μέσοι όροι ανά φύλο		Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντικότητας (sig.)
	0 κορίτσι	1 αγόρι		
e67.1: επίδοση στα Μαθ/κά (την προηγούμενη χρονιά)	**15,6**	**13,7**	13,632	**0,000**
e68.1: Γραπτή βαθμολογία στα Μαθ/κά Γενικής Παιδείας της Β΄	**14,11**	**12,34**	6,840	**0,009**
e68.2: Γραπτή βαθμολογία στα Μαθ/κά κατ/νσης της Β΄	**12,92**	**10,87**	7,157	**0,008**
e69: αυτοεκτίμηση	2,36	2,29	0,290	0,591
e70:ετεροεκτίμηση	2,35	2,38	0,000	0,983
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	0,631	0,529	2,039	0,154
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,627	0,581	0,232	0,630
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου	0,328	0,323	0,008	0,929
mathtest:απόδοση στο τεστ	*3,196*	*2,591*	3,503	*0,062*

(9) *Περιλαμβάνει τους μέσους όρους των μεταβλητών που αναγράφονται κατά φύλο (κωδικός μεταβλητής* fulo*), τις αντίστοιχες τιμές του κριτηρίου F, και τα επίπεδα σημαντικότητας. Όπως φαίνεται τα κορίτσια υπερέχουν έναντι των αγοριών και ως προς τις τρεις πρώτες μεταβλητές, που εκφράζουν την σχολική επίδοση στα Μαθηματικά. Για το* mathtest *η υπεροχή των κοριτσιών φαίνεται να είναι οριακή.*

Πίνακας 12.5 [10]

Κατεύθυνση (kateuth)

Μεταβλητές	Μέσοι όροι κατά κατεύθνση			Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντ.	Κατ/νσεις που σημειώνονται διαφορές
	1 Θεωρητική	2 Θετική	3 Τεχνολογική			
e67.1:επίδοση στα Μαθ/κά (την προηγούμενη χρονιά)	13,99	17,06	14,42	25,748	**0,000**	(1,2), (3,2)
e68.1: Γραπτή Βαθμολογία στα Μαθ/κά Γενικής Παιδείας της Β΄	9,90	15,88	12,25	47,892	**0,000**	(1,2), (1,3)
e69: αυτοεκτίμηση	2,85	1,93	2,39	25,328	**0,000**	(1,2), (1,3), (3,2)
e70:ετεροεκτίμηση	2,76	2,00	2,44	16,586	**0,000**	(1,2), (1,3), (3,2)
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	0,677	0,521	0,571	2,739	0,066	-
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,34	0,73	0,54	16,811	**0,000**	(1,2), (1,3), (3,2)
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου	0,31	0,40	0,25	4,695	**0,010**	(3,2)

(10) Τα στοιχεία του πίνακα αφορούν μόνο σε μαθητές της Γ΄ τάξης των ΓΕΛ, δημοσίων και ιδιωτικών.

Παράρτημα 13ο

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι για σύγκριση των μέσων των μεταβλητών e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest, για τους μαθητές των Τεχνικών Λυκείων, ως προς τις ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (*de2*)*, τάξη* (*taxis*) *και φύλο* (*fulo*).

GLM(General Linear Model) *e67.1, e69, e70, e75, e76, e77, mathtest by de2, taxis, fulo.*

Πίνακας 13.1

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	,812	174,169[b]	7,000	283,000	**,000**
	Wilks' Lambda	,188	174,169[b]	7,000	283,000	,000
	Hotelling's Trace	4,308	174,169[b]	7,000	283,000	,000
	Roy's Largest Root	4,308	174,169[b]	7,000	283,000	,000
de2	Pillai's Trace	,080	1,692	14,000	568,000	,053
	Wilks' Lambda	,921	1,692[b]	14,000	566,000	,053
	Hotelling's Trace	,084	1,692	14,000	564,000	,053
	Roy's Largest Root	,060	2,433[c]	7,000	284,000	,020
fulo	Pillai's Trace	,050	2,130[b]	7,000	283,000	**,041**
	Wilks' Lambda	,950	2,130[b]	7,000	283,000	,041
	Hotelling's Trace	,053	2,130[b]	7,000	283,000	,041
	Roy's Largest Root	,053	2,130[b]	7,000	283,000	,041
taxis	Pillai's Trace	,089	1,891	14,000	568,000	**,025**
	Wilks' Lambda	,913	1,888[b]	14,000	566,000	,025
	Hotelling's Trace	,094	1,884	14,000	564,000	,025
	Roy's Largest Root	,060	2,421[c]	7,000	284,000	,020

Το επίπεδο σημαντικότητας του κριτηρίου F είναι μικρότερο του 0.05 για τις μεταβλητές fulo και taxis. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν κάποιες στατιστικά σημαντικές διαφορές για τους μαθητές των ΤΕΛ διαφορετικού φύλου και για τους μαθητές διαφορετικής τάξης.

Πίνακας 13.2 (10)

taxis (τάξη)

Μεταβλητές	Μέσοι			Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντικότητας (sig.)	Τάξεις για τις οποίες υπάρχει διαφορά
	Α΄ τάξη	Β΄ τάξη	Γ΄ Τάξη			
e67.1:επίδοση στα Μαθ/κά(την προηγούμενη χρονιά)	**8,53**	**10,37**	**10,74**	3,403	**0,035**	(Α΄, Β΄), (Α΄, Γ΄)
e69: αυτοεκτίμηση	2,11	2,43	2,10	0,989	0,373	
e70:ετεροεκτίμηση	1,96	2,37	2,06	1,313	0,271	
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	0,405	0,552	0,416	1,330	0,266	
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,267	0,260	0,386	1,921	0,148	
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου	**0,283**	**0,500**	**0,436**	4,211	**0,016**	(Α΄, Β΄),
Mathtest:απόδοση στο τεστ	0,421	0,596	0,310	1,476	0,230	

(10) *Περιλαμβάνει τους μέσους όρους των μεταβλητών, κατά τάξη ,τις τιμές του F, τα επίπεδα σημ. και τις τάξεις, για τις οποίες υπάρχουν σ.σ. διαφορές.*

Πίνακας 13.3 (11)
fulo (φύλο)

Μεταβλητές	Μέσοι όροι ανά φύλο		Τιμή κριτηρίου F	Επίπεδο σημαντικότητας
	0 κορίτσι	1 αγόρι		
e67.1:επίδοση στα Μαθ/κά(την προηγούμενη χρονιά)	10,51	9,26	1,878	0,172
e69: αυτοεκτίμηση	**2,42**	**2,01**	4,540	**0,034**
e70:ετεροεκτίμηση	2,26	2,00	1,888	0,170
e75:φόβος για τα Μαθ/κά	**0,529**	**0,386**	4,055	**0,045**
e76:πρόθεση επιλογής των Μαθ/κών	0,273	0,336	0,874	0,351
e77:ενδιαφέρον για τα Μαθ/κά στις τάξεις του Λυκείου	0,424	0,390	0,251	0,617
mathtest:απόδοση στο τεστ	*0,560*	*0,325*	3,598	0,059

(11) *Περιλαμβάνει τους μέσους όρους των μεταβλητών που αναγράφονται, κατά φύλο, τις αντίστοιχες τιμές του κριτηρίου F, και τα επίπεδα σημαντικότητας. Όπως φαίνεται τα κορίτσια έχουν μικρότερη αυτοεκτίμηση από τα αγόρια και φοβούνται τα Μαθ/κά περισσότερο από τα αγόρια.*

Παράρτημα 14ο

Πολυμεταβλητοί έλεγχοι σύγκρισης των μαθητών των ΤΕΛ ως προς τους παράγοντες F_1 , F_2 , ... , F_{11} , *σε σχέση με τις ανεξάρτητες μεταβλητές εκπαιδευτική περιφέρεια (de2), τάξη (taxis), φύλο (fulo).*

GLM(General Linear Model) $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}, F_{11}$, *by de2, taxis, fulo.*

Πίνακας 14
Πολυμεταβλητοί έλεγχοι
(Για τους μαθητές των ΤΕΛ και για όλους τους παράγοντες)

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	,975	571,177[b]	11,000	164,000	,000
	Wilks' Lambda	,025	571,177[b]	11,000	164,000	,000
	Hotelling's Trace	38,311	571,177[b]	11,000	164,000	,000
	Roy's Largest Root	38,311	571,177[b]	11,000	164,000	,000
de2	Pillai's Trace	,182	1,502	22,000	330,000	**,070**
	Wilks' Lambda	,819	1,563[b]	22,000	328,000	,053
	Hotelling's Trace	,219	1,624	22,000	326,000	,039
	Roy's Largest Root	,212	3,177[c]	11,000	165,000	,001
taxis	Pillai's Trace	,074	,578	22,000	330,000	**,937**
	Wilks' Lambda	,927	,578[b]	22,000	328,000	,937
	Hotelling's Trace	,078	,578	22,000	326,000	,937
	Roy's Largest Root	,061	,919[c]	11,000	165,000	,524
fulo	Pillai's Trace	,075	1,201[b]	11,000	164,000	**,290**
	Wilks' Lambda	,925	1,201[b]	11,000	164,000	,290
	Hotelling's Trace	,081	1,201[b]	11,000	164,000	,290
	Roy's Largest Root	,081	1,201[b]	11,000	164,000	,290

Το επίπεδο σημαντικότητας του κριτηρίου F είναι μεγαλύτερο του 0.05 για τις μεταβλητές de2, fulo και taxis. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές για όλους τους παράγοντες.

Παράρτημα 15ο

Σύγκριση του συνόλου των μαθητών ως προς το φόβο για τα Μαθηματικά (e75) σε σχέση με το φύλο (fulo).

Πίνακας 15.1 (12)

Σύγκριση κατά φύλο ως προς την μεταβλητή e75 (φόβος για τα Μαθηματικά), με X^2-test

fulo * e75 Crosstabulation

		e75		Total
		0	1	
Fulo κορίτσι 0	Count	334	467	801
	Expected Count	385,6	415,4	801,0
	% within fulo	*41,7%*	*58,3%*	100,0%
	% within e75	**42,2%**	**54,7%**	48,7%
	% of Total	20,3%	28,4%	48,7%
	Residual	-51,6	51,6	
αγόρι 1	Count	458	386	844
	Expected Count	406,4	437,6	844,0
	% within fulo	*54,3%*	*45,7%*	100,0%
	% within e75	**57,8%**	**45,3%**	51,3%
	% of Total	27,8%	23,5%	51,3%
	Residual	51,6	-51,6	
Total	Count	792	853	1645
	Expected Count	792,0	853,0	1645,0
	% within fulo	48,1%	51,9%	100,0%
	% within e75	100,0%	100,0%	100,0%
	% of Total	48,1%	51,9%	100,0%

(12) *-Η μεταβλητή e75(Φοβάσαι τα Μαθ/κά;) παίρνει τις τιμές 0 (όχι), 1(ναι).*
-Η μεταβλητή φύλο (fulo) παίρνει τις τιμές 0 (κορίτσι), 1(αγόρι).
-Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά των μαθητών των τιμών 0,1 ως προς το φύλο και στο σύνολο.
-Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι αντίστοιχοι έλεγχοι X^2 για τη σύγκριση των μαθητών ως προς το φόβο κατά φύλο.

Πίνακας 15.2

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	**26,000[a]**	**1**	**,000**		
Continuity Correction[b]	25,499	1	,000		
Likelihood Ratio	26,073	1	,000		
Fisher's Exact Test				,000	,000
Linear-by-Linear Association	25,984	1	,000		
N of Valid Cases	1645				

Πίνακας 15.3

Φόβος για τα Μαθ/κά ανά φύλο

(e75)

Φύλο	Φοβάσαι τα Μαθ/κά;				Σύνολο	Ποσοστά % επί των συνόλων των κοριτσιών και των αγοριών		Σύνολο
	Ναι		Όχι			Ναι	Όχι	
	Αριθμός	%	Αριθμός	%				
Κορίτσι	467	54,75	334	42,17	801	58,3	41,7	100
Αγόρι	386	45,25	458	57,83	844	45,7	54,3	100
Σύνολο	853	100	792	100	1645			

Παράρτημα 16ο

Σύγκριση των μαθητών ως προς τον φόβο για τα Μαθηματικά (e75), κατά είδος σχολείου.

Πίνακας 16

Μεταβλ.	Μέσοι όρου του φόβου (e75), ανά τύπο σχολείου			Τιμή του κριτηρίου F	Επίπεδο σημαν/τητας (sig.)	Τύποι σχολείων, για τους οποίους σημειώνονται διαφορές
	1 Δημόσιο ΓΕΛ	2 Ιδιωτικό ΓΕΛ	3 Δημόσιο ΤΕΛ			
e75 Φόβος	0,53	0,55	0,46	3,057	**0,047**	(3,1)

Παράρτημα 17ο

Μέσοι όροι του mathtest κατά είδος σχολείου και τάξη

Πίνακας 17.1

Μεταβλητή	Μέσοι όροι κατά είδος σχολείου και τάξη								
mathtest	1 Δημόσιο ΓΕΛ			2 Ιδιωτικό ΓΕΛ			3 Δημόσιο ΤΕΛ		
	Τάξη			Τάξη			Τάξη		
	Α΄	Β΄	Γ΄	Α΄	Β΄	Γ΄	Α΄	Β΄	Γ΄
	2,02	2,169	2,138	2,59	2,66	3,13	0,41	0,55	0,31
Συνολικός μ.ο.	1,90			2,79			0,890		

Πίνακας 17.2 (13)

Το «άριστα» για το *mathtest κατά είδος σχολείου και τάξη*

Μεταβλητή	Το άριστα κατά είδος σχολείου και τάξη								
mathtest	1 Δημόσιο ΓΕΛ			2 Ιδιωτικό ΓΕΛ			3 Δημόσιο ΤΕΛ		
	Τάξη			Τάξη			Τάξη		
	Α΄	Β΄	Γ΄	Α΄	Β΄	Γ΄	Α΄	Β΄	Γ΄
	10	10	8	10	10	8	7	7	3

(13) *Το τεστ των Μαθηματικών, περιέχει διαφορετικές ασκήσεις για κάθε τάξη. Επίσης οι ασκήσεις διαφοροποιοιούνται μεταξύ των μαθητών ΓΕΛ και ΤΕΛ.*

Παράρτημα 18ο

Μέσοι όροι και ποσοστά των απαντήσεων των μαθητών για τις μεταβλητές e75 (φοβάσαι τα Μαθηματικά;), e76 (θα επέλεγες τα Μαθηματικά, εάν ήταν προαιρετικό μάθημα;) , e77 (το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου;).

Πίνακας 18.1

Μέσοι όροι των μεταβλητών e75, e76, e77, κατά είδος σχολείου

Μεταβλητές	*Μέσοι όροι κατά είδος σχολείου*		
	1 Δημόσιο ΓΕΛ	2 Ιδιωτικό ΓΕΛ	3 Δημόσιο ΤΕΛ
e75	*0,53*	*0,55*	*0,46*
e76	*0,50*	*0,58*	*0,32*
e77	*0,35*	*0,34*	*0,35*

Σημειώσεις: *Οι μεταβλητές του πίνακα είναι δίτιμες. Συγκεκριμένα παίρνουν τις τιμές 1 (όταν η απάντηση είναι ναι), 0 (όταν η απάντηση είναι όχι)*

Πίνακας 18.2

e76: Αριθμητικά στοιχεία των απαντήσεων των μαθητών κατά φύλο

Φύλο	Θα επέλεγες τα Μαθ/κά ως προαιρετικό μάθημα;				Σύνολο	Ποσοστά % επί των συνόλων των κοριτσιών και των αγοριών		Σύνολο
	Ναι		Όχι			Ναι	Όχι	
	Αριθμός	%	Αριθμός	%				
Κορίτσι	389	45,82	412	51,75	801	45,56	51,44	100
Αγόρι	460	54,18	384	48,25	844	54,50	45,50	100
Σύνολο	849	100	796	100	1645			

Πίνακας 18.3

e77: Αριθμητικά στοιχεία των απαντήσεων των μαθητών κατά φύλο

Φύλο	Το ενδιαφέρον σου για τα Μαθ/κά ήταν το ίδιο στις τάξεις του Λυκείου;				Σύνολο	Ποσοστά % επί των συνόλων των κοριτσιών και των αγοριών		Σύνολο
	Ναι		Όχι			Ναι	Όχι	
	Αριθμός	%	Αριθμός	%				
Κορίτσι	341	45,80	460	51,10	801	42,6	57,40	100
Αγόρι	404	54,20	440	48,90	844	47,9	52,10	100
Σύνολο	745	100	900	100	1645			