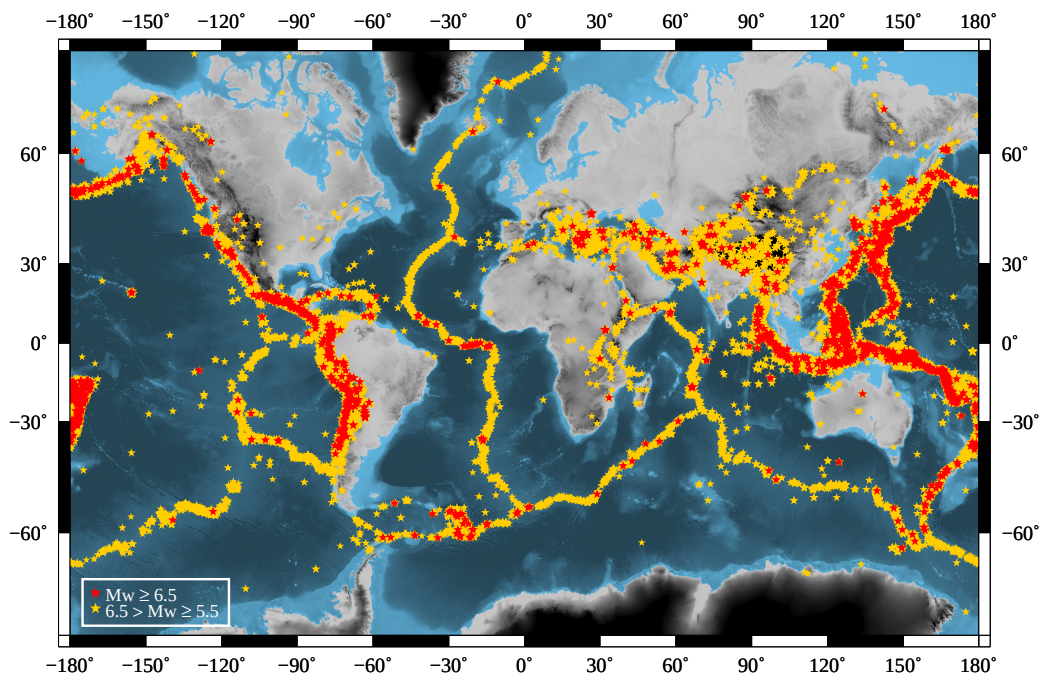




ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Πολύπλοκα Δυναμικά Συστήματα και Φυσικός Χρόνος. Εφαρμογές στη σεισμικότητα



Χριστόπουλος Σταύρος-Ρίτσαρντ

Διδακτορική Διατριβή

Αθήνα, 2014



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Διδακτορική Διατριβή

<< Πολύπλοκα Δυναμικά Συστήματα και Φυσικός Χρόνος. Εφαρμογές στη σεισμικότητα >>

Χριστόπουλος Σταύρος-Ρίτσαρντ
Α.Μ. 2009508

Επιβλέπων Καθηγητής

Σαρλής Νικόλαος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Τριμελής Επιτροπή

Σαρλής Νικόλαος, Αναπληρωτής Καθηγητής
Βαρώτσος Παναγιώτης, Καθηγητής
Σκορδάς Ευθύμιος, Επίκουρος Καθηγητής

Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή

Σαρλής Νικόλαος, Αναπληρωτής Καθηγητής
Βαρώτσος Παναγιώτης, Καθηγητής
Σκορδάς Ευθύμιος, Επίκουρος Καθηγητής
Μανουσάκης Ευστράτιος, Καθηγητής
Λόντος Χαράλαμπος, Καθηγητής
Τσελέντης Γεράσιμος, Καθηγητής
Διάκονος Φώτιος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Αθήνα, 2014

Πρόλογος

Η Παρούσα Διατριβή εκπονήθηκε στο Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών, από τον Ιανουάριο του 2010 έως τον Ιούλιο 2014 υπό την καθοδήγηση του Αναπληρωτή Καθηγητή Ν. Σαρλή, έναν εξαιρετικό επιστήμονα και δάσκαλο, που είχα την τύχη να διδαχθώ από αυτόν εκτός από την γνώση, την μεθοδικότητα και την έρευνα. Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον δάσκαλο μου ιδιαίτερα για τις ατελείωτες ώρες που πέρασε μαζί μου, για την αμέριστη συμπαράσταση και τη συνεχή βοήθεια του όλα αυτά τα χρόνια.

Στην τριμελή συμβουλευτική συμμετείχαν επίσης ο Καθηγητής Π. Βαρώτσος και ο Επίκουρος καθηγητής Ε. Σκορδάς.

Θέλω να ευχαριστήσω τον κ. Καθηγητή Π. Βαρώτσο για τις πολύτιμες γνώσεις, τις συμβουλές και τη βοήθεια που μου έδωσε καθ' όλη τη διάρκεια της διατριβής. Θέλω να ευχαριστήσω επίσης τον Επίκουρο Καθηγητή Ε. Σκορδά για την προθυμία και την υποστήριξη του στην διατριβή μου.

Ευχαριστώ επίσης τους φίλους μου, φυσικούς, Θεωρή, Αντώνη, Χάρη, Μαρία, Δημήτρη, Γιώργο, Γιώργο, Λουκά και την αδελφή μου Βασιλική που είναι και εκείνη φυσικός, για τις συμβουλές τους και την συμπαράστασή τους. Ευχαριστώ την Αθηνά, που μοιράστηκε μαζί μου τις αγωνίες, τις χαρές και τους προβληματισμούς μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ακόμα τον Ντίνο και την Ντίνα που είναι "πάντα κοντά μου" από μικρό παιδί και διαλέγοντας την οικογένεια μου είναι μέσα σε αυτή.

Τέλος το ευχαριστώ είναι λίγο για τους γονείς μου Γιώργο και Ειρήνη για όλα αυτά που έχουν προσπαθήσει για εμένα τόσα χρόνια.

Θα ήθελα επίσης να αφιερώσω μια ευχαριστήρια παράγραφο στον πατέρα μου, που μου έμαθε την απλότητα και την ομορφιά της θεωρίας της φυσικής, να αντιμετωπίζω φυσικά και μαθηματικά προβλήματα, να ρωτάω πάντα την αιτία και να προσπαθώ να βρω το αποτέλεσμα. Με λίγες λέξεις, που καθόρισε την φυσική μου σκέψη και όχι μόνο.

Χριστόπουλος Σταύρος-Ρίτσαρντ, 2014

Summary

A new view of time, termed natural time " χ " -from the greek word " $\chi\rho\acute{o}\nu\omicron\varsigma$ " which means time- was introduced by Prof. P. A. Varotsos, Asc. Prof. N. V. Sarlis, and Ass. Prof. E. S. Skordas, in 2001. This study aims to analyze complex systems by employing natural time and focuses on its applications on seismicity.

The first step was to examine whether the global seismicity can be described by the norm of a stationary Poisson process. It was found that the occurrence time of main seismic events are compatible with this norm. Thus, the corresponding interoccurrence times exhibit randomness and hence they may not contain essential information. After this observation, global seismicity was analyzed in natural time which takes into account the sequential order of the events and their respective released energies. Analysis of the Centennial Earthquake Catalog in natural time revealed correlations between earthquake magnitudes in global seismicity for magnitudes $M \geq 7$. This result indicates that solid Earth crust behaves as a single complex system.

The second step conducted was to examine the predictability of the coherent noise model in natural time. For the quantification of the predictability, a geometric description of the random predictor variance was proposed in the Receiver Operating Characteristics diagram. Coherent noise model was studied for an infinite number of agents and an analytic expression has been obtained for the distribution function of the size of the next avalanche. This enables the estimation of the expected size of the next avalanche which exhibits q -exponential relaxation as a function of the number of the observed avalanches. Two statistically significant prediction schemes for the coherent noise model in natural time have been suggested.

During the third step, the generalization of one of the aforementioned prediction schemes has been attempted to real aftershock sequences. A prediction algorithm of the aftershock magnitudes in natural time was constructed and assessed. After examining various cases of significant earthquakes, i.e., Sumatra (26/12/2004), Landers (28/6/1992), El Mayor-Cucapah (4/4/2010), Hector Mine (16/10/1999), Northridge (17/1/1994), the second Superstition Hills (24/11/1987), Big Bear aftershock (28/6/1992), first Superstition Hills (24/11/1987), Joshua Tree (23/4/1992) and Methoni (14/2/2008), we conclude that the predictability of aftershocks, on the basis of the natural time analysis of the coherent noise model, can be applied in global scale with useful results.

Περίληψη

Το 2001 προτάθηκε από τους καθηγητές Βαρώτσο Π., Σαρλή Ν. και Σκορδά Ε. η έννοια του *φυσικού χρόνου* χ . Σκοπός της παρούσας διατριβής είναι η ανάλυση πολύπλοκων δυναμικών συστημάτων μέσα από το πρίσμα του *φυσικού χρόνου* και ειδικότερα οι εφαρμογές της ανάλυσης αυτής στην σεισμικότητα.

Σαν πρώτο βήμα εξετάστηκε αν η παγκόσμια σεισμικότητα περιγράφεται από το πρότυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson. Τα πειραματικά αποτελέσματα βρέθηκαν συμβατά με αυτό το πρότυπο. Έτσι διαπιστώθηκε ότι τα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν ανάμεσα στα κύρια σεισμικά γεγονότα εμφανίζουν πλήρη τυχαιότητα και επομένως δεν εμπεριέχουν κάποια ουσιώδη πληροφορία. Κατόπιν, αναλύθηκε η παγκόσμια σεισμικότητα στον *φυσικό χρόνο* ο οποίος λαμβάνει υπόψη μόνον τη διαδοχή των γεγονότων και τις αντίστοιχες ενέργειες που εκλύονται. Η ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου στον *φυσικό χρόνο* αποκάλυψε την ύπαρξη συσχετίσεων μεταξύ των μεγεθών στην παγκόσμια σεισμικότητα για μεγέθη μεγαλύτερα ή και ίσα του 7.0. Το γεγονός αυτό ανέδειξε ότι ο στερεός φλοιός της Γης λειτουργεί σαν ενιαίο πολύπλοκο σύστημα.

Σαν δεύτερο βήμα εξετάστηκε η προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου (coherent noise model) στο *φυσικό χρόνο*. Για την ποσοτικοποίηση της προβλεψιμότητας εισήχθη μια γεωμετρική περιγραφή της διασποράς του τυχαίου προγνώστη στο διάγραμμα χαρακτηριστικής λειτουργίας δέκτη. Μελετήθηκε το μοντέλο σύμφωνου θορύβου για άπειρο αριθμό παραγόντων και προσδιορίστηκε αναλυτική έκφραση για την συνάρτηση κατανομής μεγέθους της επόμενης "χιονοστιβάδας". Αυτή επιτρέπει την εκτίμηση του αναμενόμενου μεγέθους της επόμενης "χιονοστιβάδας" το οποίο εμφανίζει q -εκθετική αποκατάσταση ως συνάρτηση του αριθμού των παρατηρούμενων "χιονοστιβάδων". Τέλος, στο βήμα αυτό προτείνονται δύο στατιστικώς σημαντικές μέθοδοι πρόβλεψης βασισμένες στο *φυσικό χρόνο* για το μοντέλο σύμφωνου θορύβου.

Σαν τρίτο βήμα εφαρμόστηκε η προβλεψιμότητα του μοντέλου σε πραγματικές μετασεισμικές ακολουθίες και τα αποτελέσματα έδειξαν ότι μπορούμε να γενικεύσουμε κατάλληλα τη μία από τις δύο μεθόδους πρόβλεψης στο *φυσικό χρόνο* για πραγματικά δεδομένα μετασεισμών. Στη συνέχεια, δημιουργήθηκε και αξιολογήθηκε αλγόριθμος πρόβλεψης του μεγέθους των μετασεισμών. Εξετάζοντας τις περιπτώσεις των σεισμών της Σουμάτρα (26/12/2004), Landers (28/6/1992), El Mayor-Cucapah (4/4/2010), Hector Mine (16/10/1999), Northridge (17/1/1994), του δεύτερου Superstition Hills (24/11/1987), Big Bear aftershock (28/6/1992), του πρώτου Superstition Hills (24/11/1987), Joshua Tree (23/4/1992) και της Μεθώνης (14/2/2008) διαπιστώνουμε γενικότητα της προβλεψιμότητας των μετασεισμών στον *φυσικό χρόνο*, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνου θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα για διαφορετικά γεωγραφικά μήκη και πλάτη.

Περιεχόμενα

Πρόλογος	i
Summary	iii
Περίληψη	v
Εισαγωγή	3
1 Ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earthquake Catalog) στο φυσικό χρόνο.	5
1.1 Περιγραφή του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου	6
1.2 Θεμελιώδεις νόμοι δύναμης στην σεισμικότητα	6
1.2.1 Νόμος της κατανομής των μεγεθών των Gutenberg-Richter	7
1.2.2 Νόμος του Omori	7
1.2.3 Νόμος του Båth	7
1.3 Εξέταση της υπόθεσης ότι η παγκόσμια σεισμικότητα είναι συμβατή με το πρό- τυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson	8
1.3.1 Στατιστική μέθοδος χ^2 (Chi-Square test)	8
1.3.2 Αποτελέσματα των υπολογισμών από τη σύγκριση	12
1.4 Εισαγωγή στο Φυσικό Χρόνο χ	17
1.4.1 Χαρακτηριστική συνάρτηση	19
1.4.2 Το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος και η διακύμανση κ_1 του φυσικού χρόνου.	20
1.5 Στοιχεία ανάλυσης στο φυσικό χρόνο	21
1.6 Ανίχνευση συσχετίσεων μεγάλης εμβέλειας ακόμα και στην περίπτωση που τα δεδομένα εμφανίζουν κατανομή νόμου δύναμης (heavy tails).	25
1.6.1 Ανάλυση των σεισμολογικών καταλόγων στο φυσικό χρόνο	25
1.7 Ανάλυση δεδομένων του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earth- quake Catalog)	27
1.8 Συμπεράσματα από την ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου .	32
2 Η προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου (coherent-noise model) και εφαρ- μογές στη σεισμικότητα	33
2.1 Εισαγωγή στη ROC (Receiver Operating Characteristics: Χαρακτηριστική Λειτουργ- γίας Δέκτη) ανάλυση	35
2.1.1 Εισαγωγή στα διαγράμματα ROC	35

2.1.2	ROC χώρος	36
2.1.3	Η AUC για τυχαίο προγνώστη	38
2.1.4	Γεωμετρική περιγραφή της διασποράς του τυχαίου προγνώστη	39
2.2	Προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου στο φυσικό χρόνο	46
2.2.1	Εισαγωγή στο μοντέλο σύμφωνα του θορύβου (coherent-noise model)	46
2.2.2	Το μοντέλο σύμφωνα του θορύβου για άπειρο αριθμό παραγόντων	48
2.3	q -εκθετική αποκατάσταση της αναμενόμενης τιμής του μεγέθους της "χιονοστιβάδας" στο μοντέλο σύμφωνα του θορύβου	55
2.4	Συμπεράσματα που προκύπτουν από την q -εκθετική αποκατάσταση της αναμενόμενης τιμής του μεγέθους της "χιονοστιβάδας" στο μοντέλο σύμφωνα του θορύβου	64
2.5	Προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου	64
2.5.1	Εφαρμογές της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου	65
2.5.2	Τα σύνολα διαδοχικών ακρότατων	71
2.5.3	Συμπεράσματα της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου	72
3	Εφαρμογές της προβλεψιμότητας των μετασεισμών, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα	73
3.1	Εφαρμογή της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου στον κατάλογο του Global Centroid Moment Tensor Project (Global CMT)	74
3.2	Περίπτωση του σεισμού μεγέθους Mw9.2 στη Σουμάτρα στις 26 Δεκεμβρίου 2004.	77
3.3	Η περίπτωση του σεισμού μεγέθους Mw6.9 στη Μεθώνη στις 14 Φεβρουαρίου 2008.	80
3.4	Μελέτη του επαναπροσδιορισμένου σεισμολογικού καταλόγου [Hauksson et al., 2011] για τη Νότια Καλιφόρνια	83
3.4.1	Αλγόριθμος πρόβλεψης του μεγέθους των μετασεισμών	84
3.4.2	Αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγορίθμου για τη Νότια Καλιφόρνια	86
3.4.3	Η περίπτωση των 4 ισχυρότερων σεισμών ($M \geq 6.7$) στη Νότια Καλιφόρνια	86
3.4.4	Η περίπτωση των 4 μικρότερων σεισμών ($6.6 \geq M \geq 6.0$) στη Νότια Καλιφόρνια	90
3.4.5	Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων πρόγνωσης για την περίπτωση της Νότιας Καλιφόρνιας	93
3.4.6	Συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του αλγορίθμου πρόβλεψης του μεγέθους των μετασεισμών στην περιοχή της Νότιας Καλιφόρνιας	95
3.5	Συμπεράσματα από τις εφαρμογές της προβλεψιμότητας των μετασεισμών, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα	96
A'	Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών	99
B'	Χάρτες μετασεισμικής δραστηριότητας για τις 8 περιπτώσεις ισχυρών σεισμών στην Νότια Καλιφόρνια που μελετήθηκαν στο τελευταίο κεφάλαιο	115
	Βιβλιογραφία	119

Εισαγωγή

Υπάρχει μια διαδεδομένη πεποίθηση ότι η μεγαλύτερη πρόκληση στον τομέα της επιστήμης δεν είναι ο χώρος αλλά ο χρόνος. Το 2001 προτάθηκε από τον Καθηγητή Βαρώτσο Π., τον Αναπληρωτή Καθηγητή Σαρλή Ν. και τον Επίκουρο Καθηγητή Σκορδά Ε. η έννοια του *φυσικού χρόνου*. Ο *φυσικός χρόνος* είναι μια γενική μέθοδος για την ανάλυση χρονοσειρών πολύπλοκων συστημάτων.

Η ανάλυση στο *φυσικό χρόνο* έχει εφαρμοστεί σε διάφορα συστήματα. Έχει εφαρμοστεί για τον διαχωρισμό προσεισμικών ηλεκτρικών σημάτων (Seismic Electric Signals, SES) από θορύβους και μέσω του *φυσικού χρόνου* έχει διερευνηθεί η επίδραση σημαντικής απώλειας δεδομένων στον ακριβή προσδιορισμό των SES. Έχει ακόμα εφαρμοστεί στην ανάλυση χρονοσειράς "χιονοστιβάδων" σε πολλά μοντέλα αυτο-οργανωμένης κρισιμότητας, καθώς επίσης και σε άλλα δυναμικά μοντέλα. Η ανάλυση στον φυσικό χρόνο εφαρμόζεται επίσης στην ανάλυση ηλεκτροκαρδιογραφημάτων σκοπεύοντας στον προσδιορισμό του κινδύνου αιφνίδιου καρδιακού θανάτου, η οποία είναι μια συχνή αιτία θανάτου και μπορεί να συμβεί ακόμα και αν το ηλεκτροκαρδιογράφημα φαίνεται να είναι παρόμοιο με εκείνο ενός υγιούς ατόμου.

Ένα άλλο πεδίο έρευνας της ανάλυσης στο *φυσικό χρόνο* είναι η ανάλυση της σεισμικότητας. Μια προσεκτική μελέτη αποκαλύπτει ότι η διασπορά του *φυσικού χρόνου* κ_1 μπορεί να θεωρηθεί ως παράμετρος τάξης για τη σεισμικότητα. Αυτό επιτρέπει τον προσδιορισμό της σταθεράς b του νόμου των Gutenberg και Richter [$N(\geq M) = 10^{a-bM}$] για τον αριθμό των σεισμών με μέγεθος μεγαλύτερο από M , εφαρμόζοντας την αρχή της μέγιστης εντροπίας. Η ανάλυση αυτή οδηγεί σε $b \approx 1$, η οποία συμφωνεί με τα πραγματικά σεισμικά δεδομένα. Μελετώντας τις διακυμάνσεις τις παραμέτρου τάξης κ_1 μέσω σεισμολογικών καταλόγων και χρησιμοποιώντας την ανηγμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κ_1 παρατηρούμε όμοια συμπεριφορά στην καμπύλη του αντίστοιχου διαγράμματος, ανεξάρτητη από την εξεταζόμενη σεισμογενή περιοχή. Η καμπύλη αυτή αλλάζει μετά από τυχαίο ανακάτεμα των γεγονότων, το οποίο αντανάκλα το γεγονός ότι υπάρχουν συσχετίσεις μεταξύ των σεισμικών μεγεθών (M). Τέλος, υπάρχουν κοινά χαρακτηριστικά των διακυμάνσεων της ανηγμένης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της κ_1 και της αντίστοιχης συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της παραμέτρου τάξεως για διάφορα κρίσιμα συστήματα. Με την προϋπόθεση ότι ο κύριος σεισμός είναι μια νέα φάση, έχει δειχθεί πως η ανάλυση στο *φυσικό χρόνο* σε συνδυασμό με την καταγραφή προσεισμικών ηλεκτρικών σημάτων επιτρέπει τον προσδιορισμό του χρόνου εκδήλωσης επικείμενων σημαντικών σεισμών στη Γη.

Στην παρούσα διατριβή θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση πολύπλοκων δυναμικών συστημάτων μέσα από το πρίσμα του *φυσικού χρόνου* και θα εστιάσουμε στις εφαρμογές του στην

σεισμικότητα.

Στο πρώτο κεφάλαιο εξετάζεται αρχικά αν η παγκόσμια σεισμικότητα περιγράφεται από το πρότυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson. Παρατηρείται συμβατότητα των πειραματικών δεδομένων με αυτό το πρότυπο. Επομένως τα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν ανάμεσα στα κύρια σεισμικά γεγονότα εμφανίζουν πλήρη τυχαιότητα και επομένως δεν εμπεριέχουν κάποια ουσιώδη πληροφορία. Σε συμφωνία με αυτό το συμπέρασμα στη συνέχεια αναλύεται η παγκόσμια σεισμικότητα στον *φυσικό χρόνο* ο οποίος λαμβάνει υπόψη μόνον τη διαδοχή των γεγονότων και τις αντίστοιχες ενέργειες που εκλύονται. Η ανάλυση αυτή γίνεται χρησιμοποιώντας τον εκατονταετή σεισμολογικό κατάλογο και αποκαλύπτει την ύπαρξη συσχετίσεων μεταξύ των μεγεθών στην παγκόσμια σεισμικότητα για μεγέθη μεγαλύτερα ή και ίσα του 7.0. Το γεγονός αυτό αναδεικνύει ότι ο στερεός φλοιός της Γης λειτουργεί σαν ενιαίο πολύπλοκο σύστημα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο εξετάζεται η προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου (coherent noise model) στο *φυσικό χρόνο*. Για την ποσοτικοποίηση της προβλεψιμότητας εισήχθη μία γεωμετρική περιγραφή της διασποράς του τυχαίου προγνώστη στο διάγραμμα χαρακτηριστικής λειτουργίας δέκτη. Στη συνέχεια, γίνεται μελέτη για το μοντέλο σύμφωνου θορύβου για άπειρο αριθμό παραγόντων, προσδιορίζεται η αναλυτική έκφραση για την συνάρτηση κατανομής μεγέθους της επόμενης "χιονοστιβάδας" και αυτό επιτρέπει την εκτίμηση του αναμενόμενου μεγέθους της επόμενης "χιονοστιβάδας". Επίσης εξετάζεται η q -εκθετική αποκατάσταση της αναμενόμενης τιμής του μεγέθους της "χιονοστιβάδας" σε αυτό. Τέλος, στο βήμα αυτό προτείνονται δύο στατιστικώς σημαντικές μέθοδοι πρόβλεψης βασισμένες στο *φυσικό χρόνο* για το μοντέλο σύμφωνου θορύβου.

Στο τρίτο κεφάλαιο αρχικά εφαρμόζεται η γενίκευση της μεθόδου πρόγνωσης στον *φυσικό χρόνο* που προκύπτει από το μοντέλο σύμφωνου θορύβου σε παγκόσμια κλίμακα και αξιολογούνται τα αποτελέσματα που προκύπτουν. Στη συνέχεια γίνεται εφαρμογή σε πλήθος πραγματικών μετασεισμικών ακολουθιών που συνέβησαν μετά τα σημαντικά σεισμικά γεγονότα της Σουμάτρα (26/12/2004), Landers (28/6/1992), El Mayor-Cucapah (4/4/2010), Hector Mine (16/10/1999), Northridge (17/1/1994), του δεύτερου Superstition Hills (24/11/1987), Big Bear aftershock (28/6/1992), του πρώτου Superstition Hills (24/11/1987), Joshua Tree (23/4/1992) και της Μεθώνης (14/2/2008). Διαπιστώνεται γενικότητα της προβλεψιμότητας των μετασεισμών στον *φυσικό χρόνο*, σε παγκόσμια κλίμακα για διαφορετικά γεωγραφικά μήκη και πλάτη.

Κεφάλαιο 1

Ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earthquake Catalog) στο φυσικό χρόνο.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earthquake Catalog, C.E.C.) στο *φυσικό χρόνο*. Στην παράγραφο 1.1 γίνεται η περιγραφή του C.E.C. ενώ στην παράγραφο 1.2 γίνεται ανασκόπηση των θεμελιωδών νόμων δύναμης που διέπουν την σεισμικότητα. Στην παράγραφο 1.3 εξετάζουμε την υπόθεση ότι η παγκόσμια σεισμικότητα είναι συμβατή με το πρότυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson. Αφού διαπιστώνεται αυτή η συμβατότητα προχωράμε στην ανάλυση του C.E.C. στο φυσικό χρόνο (παράγραφος 1.4) με την μέθοδο που περιγράφεται στις παραγράφους 1.5 και 1.6. Στην παράγραφο 1.7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης του C.E.C. στο φυσικό χρόνο ενώ στην παράγραφο 1.8 τα αντίστοιχα συμπεράσματα. Η ανάλυση του C.E.C. στο φυσικό χρόνο αποκαλύπτει την ύπαρξη συσχετίσεων μεταξύ των μεγεθών στην παγκόσμια σεισμικότητα για μεγέθη μεγαλύτερα ή και ίσα του 7.0. Αυτό αναδεικνύει ότι ο στερεός φλοιός της Γης λειτουργεί σαν ενιαίο πολύπλοκο σύστημα.

Οι σεισμοί παρουσιάζουν πολύπλοκες συσχετίσεις χώρου, χρόνου και μεγέθους M . Για αυτό τον λόγο αποτελούν ένα πρότυπο παράδειγμα πολύπλοκης χρονοσειράς. Συνήθως οι σεισμικές μελέτες εστιάζονται σε κάποια συγκεκριμένη ενεργή περιοχή. Αυτό θα μπορούσε να συμβαίνει επειδή υπάρχουν μόνο λίγες εμπεριστατωμένες βάσεις δεδομένων για την παγκόσμια σεισμικότητα. Ένας άλλος λόγος μπορεί να είναι, το γεγονός ότι δεν υπάρχει ομόφωνη γνώμη στην σεισμολογική κοινότητα, για το αν οι σεισμοί σε διάφορα μέρη του πλανήτη συσχετίζονται. Προκειμένου να διευκρινιστεί η τελευταία υπόθεση, στην παρούσα μελέτη κάνουμε χρήση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earthquake Catalog, C.E.C.). Για τον σκοπό αυτό εφαρμόζουμε την πρόσφατα εισαχθείσα μέθοδο της ανάλυσης στο φυσικό χρόνο [Varotsos et al., 2011c]. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει την ανίχνευση συσχετισμών μεγάλης εμβέλειας.

1.1 Περιγραφή του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου

Ο εκατονταετής σεισμολογικός κατάλογος (Centennial Earthquake Catalog, C.E.C.) [Engdahl and Villaseñor, 2002] δημιουργήθηκε με σκοπό να δώσει μια ρεαλιστική εικόνα κατανομής της σεισμικότητας της Γης. Ο κατάλογος περιλαμβάνει τις ακριβείς θέσεις και τα μεγέθη των σεισμών που έχουν καταγραφεί μεταξύ των ετών 1900-2002 (όπως ανακτήθηκε τον Ιανουάριο του 2010 απ' τη διαδικτυακή θέση <http://earthquake.usgs.gov>). Ενημερώνεται περιοδικά, με την πιο πρόσφατη του έκδοση να περιλαμβάνει τα έτη από το 1900 μέχρι 2007. Θα πρέπει να σημειωθεί σε αυτό το σημείο ότι η νέα έκδοση του καταλόγου δεν αποτελεί μόνο επέκταση της προηγούμενης αλλά και διόρθωση των προηγούμενων δεδομένων. Η έως τώρα (Φεβρουάριος 2014) νεότερη έκδοση του καταλόγου περιλαμβάνει 13541 γεγονότα και διατίθεται στην διεύθυνση http://earthquake.usgs.gov/data/centennial/centennial_Y2K.CAT.

Τα στοιχεία του καταλόγου προέρχονται από το συνδυασμό μικρότερων καταλόγων προσαρμόζοντας τα μεγέθη τους σε ένα κοινό διορθωμένο μέγεθος M_{cor} . Για την περίοδο των ετών από το 1964 μέχρι το 2007 ο κατάλογος είναι πλήρης για μεγέθη μεγαλύτερα ή και ίσα του 5.5. Για τα έτη από το 1930 μέχρι 1964 ο κατάλογος είναι πλήρης για μεγέθη μεγαλύτερα του ή και ίσα 6.5 ενώ για την περίοδο πριν το 1930 είναι πλήρης για μεγέθη μεγαλύτερα ή και ίσα του 7.0.

1.2 Θεμελιώδεις νόμοι δύναμης στην σεισμικότητα

Η εξέλιξη της παγκόσμιας σεισμικότητας είναι ένα από τα σημαντικότερα παραδείγματα πολύπλοκων χρονοσειρών, καθώς εμφανίζουν πολύπλοκες συσχετίσεις στο χώρο, τον χρόνο και το μέγεθος M . Μια σειρά πρόσφατων μελετών [Sornette, 2000; Corral, 2004; Davidsen and Paczuski, 2005; Saichev and Sornette, 2006; Holliday et al., 2006; Eichner et al., 2007; Lennartz et al., 2008b; Lippiello et al., 2009; Telesca and Lovallo, 2009; Telesca, 2010; Bottiglieri et al., 2010; Lennartz et al., 2011; Sarlis, 2011], έχουν αποκαλύψει μια υψηλού βαθμού πολυπλοκότητα που συμπεριλαμβάνει και τους θεμελιώδεις νόμους δύναμης στη σεισμικότητα που ακολουθούν.

1.2.1 Νόμος της κατανομής των μεγεθών των Gutenberg-Richter

Σύμφωνα με τους Gutenberg-Richter [Gutenberg and Richter, 1954] ο αριθμός (το άθροισμα) N των σεισμών με μέγεθος μεγαλύτερο ή ίσο του M που συμβαίνουν σε ένα καθορισμένο χώρο και χρονικό διάστημα δίνεται από την σχέση,

$$N(\geq M) \sim 10^{a-bM} \quad (1.1)$$

Το b εκφράζει τη σχέση μεταξύ των σεισμικών μεγεθών σε έναν σεισμολογικό κατάλογο και είναι μια σταθερά που διαφέρει ελάχιστα από περιοχή σε περιοχή και κυμαίνεται κυρίως μεταξύ των τιμών $0.8 \leq b \leq 1.2$ [Rundle et al., 2003]. Το a είναι ο λογάριθμος του πλήθους των σεισμών με μέγεθος μεγαλύτερο του μηδέν [Shcherbakov et al., 2004], που έχουν γίνει στην συγκεκριμένη περιοχή που μελετούμε [Turcotte et al., 2002]. Η σχέση (1.1) ισχύει τόσο σε τοπικό όσο και σε παγκόσμιο επίπεδο. Η σεισμική ενέργεια E που απελευθερώνεται κατά την διάρκεια ενός σεισμού, συνδέεται με το μέγεθος M σύμφωνα με τη σχέση [Kanamori, 1978],

$$E \sim 10^{cM} \quad (1.2)$$

με την τιμή του c κοντά στο 1.5. Επομένως οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η κατανομή της σεισμικής ενέργειας E δίνεται από την σχέση,

$$P(E) \sim E^{-\gamma}. \quad (1.3)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.2) και (1.1) μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του γ ,

$$\gamma = 1 + b/1.5 \quad (1.4)$$

1.2.2 Νόμος του Omori

Ο νόμος του Omori περιγράφει την φθίνουσα πορεία της συχνότητας στις μετασεισμικές ακολουθίες και στη τροποποιημένη μορφή [Utsu, 1961; Shcherbakov et al., 2004] δίνεται από την σχέση,

$$r(t, M) = \frac{1}{\tau_0 [1 + t/c(M)]^p} \quad (1.5)$$

Όπου $r(t, M)$ η συχνότητα εκδήλωσης μετασεισμών με μέγεθος μεγαλύτερο του M ανά ημέρα, t ο χρόνος που έχει παρέλθει από τον κύριο σεισμό και τ_0 και $c(M)$ χαρακτηριστικές τιμές που εξαρτώνται από το μέγεθος του κύριου σεισμού. Η τιμή του p είναι $p \approx 1$ [Saichev and Sornette, 2007] για μεγάλους σεισμούς.

1.2.3 Νόμος του Båth

Σύμφωνα με τον νόμο του Båth [Båth, 1965], η διαφορά σε μέγεθος ΔM μεταξύ του κύριου σεισμού και του μεγαλύτερου μετασεισμού είναι σχεδόν σταθερή και ανεξάρτητη του μεγέθους του κύριου σεισμού. Συνήθως,

$$\Delta M \approx 1.2 \quad (1.6)$$

Οι τρεις αυτοί νόμοι έχουν ενσωματωθεί στον γενικευμένο νόμο του Omori [βλ. εξ.(8) Shcherbakov et al., 2004], που περιγράφει την φθίνουσα συχνότητα των μετασεισμών. Υπάρχουν και άλλοι νόμοι δύναμης π.χ., που αναφέρονται στην κατανομή σε σχέση με το μήκος L του ρήγματος, σύμφωνα με τους Sornette and Davy [1991] η τελευταία είναι ανάλογη με το $\sim 1/L^2$.

Επιπλέον είναι ευρέως αποδεκτό ότι αυτοί οι νόμοι κλιμάκωσης υποδεικνύουν την ύπαρξη φαινομένων που σχετίζονται στενά με την εγγύτητα του συστήματος σε ένα κρίσιμο σημείο [Holliday et al., 2006]. Αποκλίσεις από αυτούς τους νόμους κλιμάκωσης έχουν παρατηρηθεί και η αιτιολόγησή τους έχει προκαλέσει μεγάλο ενδιαφέρον [Lennartz et al., 2008a]. Παρά το έντονο ενδιαφέρον και τις σημαντικές προσπάθειες, ο μηχανισμός που βρίσκεται πίσω από την χωρο-χρονική συμπεριφορά των σεισμών παραμένει μια μεγάλη πρόκληση [Balankin, 2007; Lennartz et al., 2008b, 2011].

1.3 Εξέταση της υπόθεσης ότι η παγκόσμια σεισμικότητα είναι συμβατή με το πρότυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson

Σαν πρώτο βήμα, ελέγξαμε τη βασική υπόθεση που συνήθως γίνεται (π.χ. στο πρότυπο Epidemic Type Aftershock Sequence, ETAS [Zhuang and Ogata, 2006]) ότι η σεισμικότητα (στη περίπτωση των ισχυρών σεισμών) χαρακτηρίζεται από πλήρη τυχαιότητα και επομένως περιγράφεται από το πρότυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson (stationary Poisson process, sPr). Για τον έλεγχο αυτής της υπόθεσης, εξετάσαμε τον ετήσιο ρυθμό των σεισμών που έχουν μέγεθος μεγαλύτερο ή ίσο με κάποιο μέγεθος κατωφλίου (M_{thres}). Εφόσον ισχύει το πρότυπο sPr, ο ρυθμός αυτός περιγράφεται από μια (χρόνο-ανεξάρτητη) κατανομή Poisson.

Επιλέγοντας το πλήθος των σεισμών ανά έτος με μεγέθη αρχικά μεγαλύτερα ή ίσα του 7.0 ($M_{thres} = 7.0$) εξετάσαμε αν τα αποτελέσματα ακολουθούν κατανομή Poisson εφαρμόζοντας την στατιστική μέθοδο χ^2 . Στη συνέχεια επαναλάβαμε την διαδικασία για να ελέγξουμε την υπόθεση αυτή για $M_{thres} = 7.1$, $M_{thres} = 7.2$, $M_{thres} = 7.3$, έως και $M_{thres} = 8.0$.

1.3.1 Στατιστική μέθοδος χ^2 (Chi-Square test)

Ένα σημαντικό ερώτημα που τίθεται σε κάθε στατιστική προσέγγιση είναι πώς μπορούμε να αποφασίσουμε εάν τα δεδομένα μας ταιριάζουν με κάποια συγκεκριμένη στατιστική κατανομή.

Μια στατιστική μέθοδος που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είναι η χ^2 (Chi-Square test) [Crow et al., 1960] που εισήχθη από τον Pearson [Pearson, 1900].

Πριν όμως αναλύσουμε αυτή την μέθοδο θα πρέπει να κάνουμε μια μικρή αναφορά στον έλεγχο υποθέσεων [Kounias et al., 1985].

Έλεγχος υποθέσεων

Έστω ότι έχουμε να αντιμετωπίσουμε ένα πρόβλημα, έχουμε δυο κουτιά, ένα κόκκινο και ένα μαύρο, το ένα από αυτά περιέχει στο εσωτερικό του μια μεταλλική σφαίρα. Εμείς θέλουμε να

ανοίξουμε μόνο το κουτί που περιέχει τη σφαίρα και να την πάρουμε. Αν ανοίξουμε το κόκκινο κουτί, υπάρχει πιθανότητα να βρούμε την μεταλλική σφαίρα και να την πάρουμε, το ίδιο ισχύει και αν ανοίξουμε το μαύρο. Όποια και από τις δύο υποθέσεις διαλέξουμε, θα έχουμε τον φόβο μήπως κάναμε λάθος υπόθεση. Ανάλογα παραδείγματα αντιμετωπίζουμε πολύ συχνά και δεν μπορούμε να μη διακινδυνεύσουμε κάποιο λάθος όταν πρόκειται να διαλέξουμε ανάμεσα σε δυο υποθέσεις. Σε ανάλογες περιπτώσεις ξεκινάμε κάνοντας την μια από τις δυο υποθέσεις, στην περίπτωση μας εκτιμούμε ότι η μεταλλική σφαίρα βρίσκεται στο κόκκινο κουτί, αλλά έχουμε και μια πιθανότητα να κάνουμε λάθος και η μεταλλική σφαίρα να βρίσκεται στο μαύρο.

Σε αυτές τις περιπτώσεις κάνουμε μια υπόθεση και ελέγχουμε την υπόθεση που κάναμε (κάνουμε test). Η μέθοδος που ακολουθούμε λέγεται δοκιμασία υποθέσεων ή απλά λέμε ότι κάνουμε ένα test σημαντικότητας. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή έχουμε μια τιμή για την παράμετρο που μας ενδιαφέρει και ελέγχουμε τι σχέση έχει αυτή η παράμετρος με αυτή την ορισμένη τιμή. Για να κάνουμε ένα test στη στατιστική, πρέπει να ακολουθήσουμε τα παρακάτω βήματα:

- ορίζουμε την μηδενική υπόθεση (null hypothesis) H_0 .
- ορίζουμε την εναλλακτική υπόθεση (alternative hypothesis) H_1
- επιλέγουμε το test που θα κάνουμε
- ορίζουμε την απορριπτική περιοχή R (rejection region), της υπόθεσης H_0
- βγάζουμε συμπεράσματα

Μηδενική υπόθεση H_0 λέγεται η υπόθεση που κάνουμε για μια συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου και η οποία είναι η σοβαρότερη υπόθεση του test. Εναλλακτική υπόθεση H_1 λέγεται η άλλη υπόθεση ως προς την οποία ελέγχεται η H_0 .

Λάθος τύπου I (type I error) λέγεται το λάθος να απορρίψουμε την υπόθεση H_0 ενώ είναι σωστή και η πιθανότητα του λάθους αυτού συμβολίζεται με α . Το α ονομάζεται στάθμη σημαντικότητας (significance level) και το $(1-\alpha)\%$ διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval).

Λάθος τύπου II (type II error) λέγεται το λάθος να δεχθούμε την H_0 ενώ είναι λανθασμένη και η πιθανότητα του λάθους αυτού συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα β . Την πιθανότητα $\gamma=1-\beta$ την λέμε ισχύ του test.

Γενικά όσο μικρότερο είναι το λάθος τύπου I τόσο συνεπέστερο είναι το test που κάνουμε.

Στον έλεγχο χρησιμοποιείται συχνά η p -τιμή (p -value), που δηλώνει τη χαμηλότερη στάθμη σημαντικότητας α (η μικρότερη πιθανότητα σφάλματος τύπου I) για την οποία μπορούμε να απορρίψουμε την H_0 με βάση το δείγμα.

Γενικά, απορρίπτουμε την H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha\%$ αν p -τιμή $< \alpha$.

Στατιστική μέθοδος ελέγχου χ^2 (chi-square test)

Η μέθοδος βασίζεται στην χ^2 -κατανομή. Αν $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ είναι n ανεξάρτητες τυποποιημένες κανονικές τυχαίες μεταβλητές, δηλαδή, αν $Z_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $i = 1, 2, \dots, n$ με $\mathcal{N}(0, 1)$ την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και μοναδιαία διασπορά, τότε η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής, $X = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2$ ονομάζεται χ^2 -κατανομή με n βαθμούς ελευθερίας (df) και συμβολίζεται με χ_n^2 .

Στο χ^2 test αναλύουμε τις τιμές $X_1, X_2, \dots, X_N$, που έλαβε η τυχαία μεταβλητή X σε N ανεξάρτητα και πανομοιότυπα πειράματα. Οι τιμές αυτές ταξινομούνται σε $B_1, B_2, \dots, B_n$, $n(< N)$ στο πλήθος αποκλειστικές κλάσεις. Ένα παράδειγμα με γεννήτρια τυχαίων αριθμών που προκύπτουν από ομοιόμορφη κατανομή είναι να τους χωρίσουμε σε τέσσερις ($n = 4$) κλάσεις, $B_1 : X \in (0, 0.25]$, $B_2 : X \in (0.25, 0.50]$, $B_3 : X \in (0.50, 0.75]$ και $B_4 : X \in (0.75, 1.00]$. Έστω τώρα οι θεωρητικά υπολογισμένες πιθανότητες,

$$\mathcal{P}(X_i \in B_i) = p_1, \dots, \mathcal{P}(X_i \in B_n) = p_n \quad (1.7)$$

οπότε,

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1. \quad (1.8)$$

Αν τώρα v_i ο αριθμός των γεγονότων στην i κλάση τότε, η μέση τιμή του αριθμού των γεγονότων στην i κλάση θα είναι Np_i επειδή,

$$E(v_i) = \sum_{l=1}^N \mathcal{P}(X_l \in B_i) = Np_i \quad (1.9)$$

με $v_1 + v_2 + \dots + v_n = n$

Σύμφωνα με το θεώρημα Pearson [Pearson, 1900] η ποσότητα,

$$\sum_{i=1}^n \frac{(v_i - Np_i)^2}{Np_i} \xrightarrow{d} \chi_{n-1}^2 \quad (1.10)$$

συγκλίνει κατά κατανομή στη χ_{n-1}^2 με $n - 1$ βαθμούς ελευθερίας.

Η σχέση (1.10) αποτελεί το κύριο κριτήριο που εφαρμόζουμε στο χ^2 -test. Επειδή πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε αυτή την μέθοδο, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ορισμένα τμήματα της απόδειξης του θεωρήματος Pearson, καθώς αυτά καθορίζουν τον τρόπο εφαρμογής του.

Με βάση το θεώρημα De Moivre–Laplace, μια διωνυμική κατανομή, όπως για παράδειγμα είναι η κατανομή του v_i , η τυπική απόκλιση σ της οποίας δίνεται από τον τύπο $\sigma = \sqrt{Np(1-p)}$, προσεγγίζεται για μεγάλο N , [Feller, 1968; Cacoullos, 1969] από την κανονική κατανομή.

$$\frac{v_i - Np_i}{\sqrt{Np_i(1-p_i)}} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1) \quad (1.11)$$

Δηλαδή συγκλίνει κατά κατανομή στην $\mathcal{N}(0, 1)$. Επομένως,

$$\frac{v_i - Np_i}{\sqrt{Np_i}} \xrightarrow{d} \sqrt{1-p_i} \mathcal{N}(0, 1) = \mathcal{N}(0, 1-p_i) \quad (1.12)$$

που συγκλίνει στην κανονική κατανομή με διασπορά (variance) $1 - p_i$. Μπορούμε να πούμε ότι,

$$\frac{v_i - Np_i}{\sqrt{Np_i}} \rightarrow Y_i \quad (1.13)$$

με τυχαία μεταβλητή $Y_i \sim \mathcal{N}(0, 1 - p_i)$. Οπότε συνοψίζοντας,

$$\sum_{i=1}^n \frac{(v_i - Np_i)^2}{Np_i} \rightarrow \sum_{i=1}^n Y_i^2 \quad (1.14)$$

Το άθροισμα του δεξιού μέρους της εξ.(1.14) αποτελείται από τις Gaussian μεταβλητές Y_i οι οποίες όμως δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, διότι μπορεί κανείς να αποδείξει [Panchenko, 2006] ότι,

$$E(Y_i, Y_j) = -\sqrt{p_i p_j} \quad (1.15)$$

αφού το αποτέλεσμα ενός πειράματος δεν μπορεί να ανήκει σε δύο κλάσεις. Η απόδειξη του θεωρήματος Pearson ολοκληρώνεται [Panchenko, 2006] αποδεικνύοντας ότι,

$$\sum_{i=1}^n Y_i^2 \xrightarrow{d} \sum_{i=1}^{N-1} Z_i^2 \quad (1.16)$$

όπου τα Z_i θα είναι ανεξάρτητες τυποποιημένες κανονικές τυχαίες μεταβλητές. $\square$

Για να εφαρμόσουμε το χ^2 test εργαζόμαστε ως εξής, για n κλάσεις από δεδομένα υπολογίζουμε την ποσότητα,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\text{ObservedValue}_i - \text{ExpectedValue}_i)^2}{\text{ExpectedValue}_i} \quad (1.17)$$

με, $n-1$ τους βαθμούς ελευθερίας (df).

Αφού υπολογίσουμε την κρίσιμη τιμή χ^2 θα πρέπει να εκτιμήσουμε αν τα δεδομένα μας ακολουθούν την συγκεκριμένη στατιστική κατανομή. Απορρίπτουμε την υπόθεση μας H_0 όταν $\chi^2 \geq \chi_{n-1;\alpha}^2$, όπου $\chi_{n-1;\alpha}^2$ η τιμή της χ^2 κατανομής, που αντιστοιχεί όταν η αθροιστική συνάρτηση κατανομής παίρνει την τιμή $1 - \alpha$ για $n-1$ βαθμούς ελευθερίας. Για ορθότερα αποτελέσματα του test θα πρέπει να συνυπολογίσουμε ότι κατά την προσέγγιση μιας διωνυμικής κατανομής με μια κανονική βλ. εξ.(1.11), οι "ουρές" της κατανομής θα πρέπει να κοπούν (οι πιθανές τιμές για μια διωνυμική είναι από το 0 έως n , αλλά για μια κανονική κατανομή οι πιθανές τιμές εκτείνονται σε όλο τον άξονα των πραγματικών αριθμών). Έτσι, θα πρέπει το κέντρο της κατανομής να είναι μακριά από το 0 και το N ώστε οι "ουρές" να καλύπτουν αμελητέα περιοχή [Feller, 1968]. Αυτό συμβαίνει όταν η μέση τιμή απέχει 3σ από το 0 και από το N . Χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο κανόνα,

$$Np - 3\sqrt{Np(1-p)} > 0 \Rightarrow N^2 p^2 > 9Np(1-p) \Rightarrow Np > 9(1-p) \approx 9 \quad (1.18)$$

$$Np + 3\sqrt{Np(1-p)} < N \Rightarrow N^2(1-p)^2 > 9Np(1-p) \Rightarrow N(1-p) > 9p \approx 9 \quad (1.19)$$

οπότε θα πρέπει $Np \geq 10$ και $N(1-p) \geq 10$. Λόγω των σχέσεων (1.18) και (1.19) ομαδοποιούμε τα δεδομένα σε κλάσεις που έχουν πλήθος μεγαλύτερο του 9.

Οπότε την απόφαση μας καθορίζουν οι τιμές του Πίνακα 1.1 που περιγράφει την στατιστική σημαντικότητα [Abramowitz and Stegun, 1972].

Πίνακας 1.1: Ανώτερα ποσοστιαία σημεία της χ^2 κατανομής

βαθμοί ελευθερίας (fd)	Πιθανότητα υπέρβασης της κρίσιμης τιμής α				
	10%	5%	2.5%	1.0%	0.1%
1	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	10.828
2	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	13.816
3	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	16.266
4	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	18.467
5	9.23636	11.0705	12.8325	15.0863	20.515
6	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	22.458
7	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	24.322
8	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	26.125
9	14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	27.877
10	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	29.588
11	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	31.264
12	18.5493	21.0261	23.3367	26.2170	32.909
13	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	34.528
14	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	36.123
15	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779	37.697
16	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	39.252
17	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	40.790
18	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	42.312
19	27.2036	30.1435	32.8523	36.1909	43.820
20	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	45.315
21	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	46.797
22	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	48.268
23	32.0069	35.1725	38.0756	41.6384	49.728
24	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	51.179
25	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	52.620
26	35.5632	38.8851	41.9232	45.6417	54.052
27	36.7412	40.1133	43.1945	46.9629	55.476
28	37.9159	41.3371	44.4608	48.2782	56.892
29	39.0875	42.5570	45.7223	49.5879	58.302
30	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	59.703
31	41.4217	44.9853	48.2318	52.1913	61.098

1.3.2 Αποτελέσματα των υπολογισμών από τη σύγκριση

Για να εξετάσουμε την υπόθεση συγκρίνουμε την ετήσια συχνότητα των γεγονότων, με την αναμενόμενη συχνότητα που προκύπτει από την θεωρητική κατανομή Poisson εφαρμόζοντας την στατιστική μέθοδο χ^2 .

Στην πραγματικότητα η μέθοδος λειτουργεί ιδιαίτερα καλά για μεγάλες βάσεις δεδομένων

[Vermeesch, 2009] καθώς το test είναι πολύ ευαίσθητο. Στην ανάλυση μας για να περιορίσουμε την ευαισθησία του χ^2 test, που οφείλεται στους λόγους που αναφέραμε στο τέλος της προηγούμενης παραγράφου, ομαδοποιήσαμε τα δεδομένα σε κλάσεις που είχαν ελάχιστο αριθμό 10 γεγονότων, μέθοδος που συνηθίζεται σε ανάλογες περιπτώσεις [Sornette, 2011], ικανοποιώντας παράλληλα τις σχέσεις (1.18) και (1.19). Κατά την επεξεργασία των δεδομένων διαπιστώθηκε ότι το αποτέλεσμα της τιμής του test μεταβάλλεται ακόμα και από τον τρόπο που γίνεται η ομαδοποίηση. Για να κάνουμε την σύγκριση των αποτελεσμάτων για διάφορα μεγέθη κατωφλίου πρέπει η ομαδοποίηση κάθε φορά να γίνεται με ίδιο τρόπο.

Ο αλγόριθμος που ακολουθήθηκε φαίνεται στο σχήμα 1.1: αθροίζουμε τα γεγονότα των κλάσεων (στήλη 2 στον πίνακα του σχήματος 1.1) από την πρώτη μέχρι να ξεπεράσουμε την τιμή 9, εγγράφοντας αυτήν την τιμή στην καινούρια κλάση (βήμα (α)) στη θέση των κλάσεων που χρησιμοποιήθηκαν. Στην συνέχεια αθροίζουμε τα γεγονότα από την τελευταία προς την προγενέστερη κλάση πάλι μέχρι να ξεπεράσουμε την τιμή 9 εγγράφοντας αυτήν την τιμή στην καινούρια κλάση (βήμα (β)), πάλι στη θέση των κλάσεων που χρησιμοποιήθηκαν. Στη συνέχεια ξαναρχίζουμε να αθροίζουμε τα γεγονότα από την προτελευταία κλάση μέχρι να ξεπεράσουμε την τιμή 9 και εγγράφουμε την τιμή της καινούριας κλάσης και ούτω κάθε εξής (βήμα (γ)) πάλι στη θέση των κλάσεων που χρησιμοποιήθηκαν κάθε φορά. Εάν υπάρχουν αρχικές κλάσεις που δεν έχουν αθροιστεί το πλήθος τους προστίθεται στη τελευταία κλάση που δημιουργήθηκε στο προηγούμενο βήμα και που τώρα διατάσσεται δεύτερη από την αρχή (βήμα (δ)).

Με αυτόν τον τρόπο εξετάσαμε αν η παγκόσμια σεισμικότητα περιγράφεται από το πρότυπο μιας στάσιμης διαδικασίας Poisson για τα μεγέθη κατωφλίου για $M_{thres}=7.0, 7.1, 7.2, \dots$, έως 8.0. Σαν επιπρόσθετο υπολογισμό ομαδοποιήσαμε τα γεγονότα και ανά 12 και ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία. Η ανάλυση έγινε τόσο για την προηγούμενη έκδοση του καταλόγου που ανέφερε δεδομένα μέχρι το έτος 2002, όσο και για την πιο πρόσφατη έκδοση που έχει δεδομένα ως το 2007. Ο αριθμός των βαθμών ελευθερίας [Bronshstein et al., 2007] σε κάθε μια από αυτές τις περιπτώσεις, είναι $n - 2$ διότι έχει εκτιμηθεί από τα δεδομένα η παράμετρος λ της κατανομής Poisson που χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση της θεωρητικής τιμής $ExpectedValue_i$ της εξ.(1.17).

Πιο συγκεκριμένα η συνάρτηση πιθανότητας της κατανομής Poisson δίνεται από τη σχέση [Kounias et al., 1985],

$$P(K = k) = f(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad (1.20)$$

με $k = 0, 1, 2, \dots$. Η μέση τιμή και η διασπορά της Poisson δίδονται,

$$E(K) = \lambda \quad (1.21)$$

και

$$Var(K) = \sigma^2 = \lambda \quad (1.22)$$

αντίστοιχα.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος (Κλάση)	Παρατη- ρούμενη συχνότητα γεγονότων	βήμα (α)	βήμα (β)	βήμα (γ)	βήμα (δ)
0	0				
1	0				
2	0				
3	1				
4	0				
5	0	11	11	11	11
6	1				
7	0				
8	2				
9	3				
10	4				
11	3	3	3	3	
12	5	5	5	11	14
13	6	6	6		
14	12	12	12	19	19
15	7	7	7		
16	12	12	12	17	17
17	5	5	5		
18	13	13	13	13	13
19	5	5	5	11	11
20	6	6	6		
21	6	6	6		
22	2	2	2	11	11
23	3	3	3		
24	3	3			
25	1	1			
26	2	2			
27	1	1			
28	1	1			
29	0	10		10	10
20	1	1			
31	0				
32	0				
33	1	1			
34	0				

Σχήμα 1.1: Διάγραμμα του αλγόριθμου της ομαδοποίησης.

Πίνακας 1.2: Αποτελέσματα για την έκδοση του καταλόγου με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002. (Παρατίθενται και οι αντίστοιχοι βαθμοί ελευθερίας όταν δεν λαμβάνουμε υπ' όψιν την ομαδοποίηση.)

M_{thres}	χ^2	fd	Ομαδοποιημένα ανά 10			Ομαδοποιημένα ανά 12		
			Τιμή του χ^2	fd	p-value	Τιμή του χ^2	fd	p-value
7.0	211.64240	31	7.62509	6	0.2668	3.50353	4	0.4773
7.1	264.01282	27	27.69471	6	0.0001	5.07776	4	0.2794
7.2	20.94672	17	2.62688	5	0.7572	2.43842	4	0.6556
7.3	12.61742	10	5.65264	5	0.3414	5.65264	5	0.3414
7.4	6.73711	9	1.34358	4	0.8539	1.34358	4	0.8539
7.5	13.27630	7	3.28295	4	0.5116	3.28138	3	0.3502
7.6	7.42059	6	5.23835	3	0.1551	5.23835	3	0.1551
7.7	7.16231	5	4.22403	3	0.2382	1.85846	3	0.6022
7.8	3.05690	4	0.28546	2	0.8669	0.28546	2	0.8669
7.9	0.71343	3	0.22342	1	0.6364	0.22342	1	0.6364
8.0	2.50968	2	0.18834	1	0.6643	0.18834	1	0.6643

Πίνακας 1.3: Αποτελέσματα για την έκδοση του καταλόγου με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007. (Παρατίθενται και οι αντίστοιχοι βαθμοί ελευθερίας όταν δεν λαμβάνουμε υπ' όψιν την ομαδοποίηση.)

M_{thres}	χ^2	fd	Ομαδοποιημένα ανά 10			Ομαδοποιημένα ανά 12		
			Τιμή του χ^2	fd	p-value	Τιμή του χ^2	fd	p-value
7.0	153.40025	31	17.53323	6	0.0075	13.45755	6	0.0363
7.1	343.10748	27	14.26388	6	0.0268	5.51509	5	0.3562
7.2	16.15852	17	3.01485	6	0.8069	2.99932	5	0.7000
7.3	9.31465	10	2.82168	5	0.7274	2.82168	5	0.7274
7.4	9.56321	9	2.52074	4	0.6409	2.52074	4	0.6409
7.5	14.91868	7	3.61658	4	0.4603	3.61451	3	0.3062
7.6	4.09976	6	2.17591	3	0.5367	2.17591	3	0.5367
7.7	7.82050	5	4.84359	3	0.1836	2.44667	3	0.4850
7.8	3.27902	4	1.13118	2	0.5680	1.13118	2	0.5680
7.9	2.28988	4	0.25277	1	0.6151	0.25277	1	0.6151
8.0	6.92508	3	0.04364	1	0.8345	0.04364	1	0.8345

Αναλύοντας τα δεδομένα του C.E.C., προκύπτουν οι ακόλουθοι πίνακες που εμφανίζονται στο παράρτημα Α', οι Α'.1 - Α'.11 για την προηγούμενη έκδοση του καταλόγου και οι πίνακες Α'.12 - Α'.22 για την νέα. Τέλος, τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα εμφανίζονται στους πίνακες 1.2 και 1.3 για την προηγούμενη και για την νέα έκδοση του καταλόγου αντίστοιχα.

Αρχικά παρατηρούμε ότι η τιμή του χ^2 μικραίνει σημαντικά ομαδοποιώντας τα αποτελέσματα τόσο στη νέα όσο και στην προηγούμενη έκδοση.

Όπως αναφέραμε και στην §1.3.1 η στατιστική μέθοδος χ^2 δεν μπορεί να μας επιβεβαιώσει ότι τα αποτελέσματα ενός πειράματος ακολουθούν μία "θεωρία", αλλά μόνον ότι αυτά δεν είναι σε αντίθεση με την θεωρία. Τα συμπεράσματα που εξάγουμε χρησιμοποιώντας τον Πίνακα 1.1 είναι:

	Ομαδοποίηση γεγονότων ανα 10.	Ομαδοποίηση γεγονότων ανα 12.
Centennial με γεγονότα ως το 2002.	Τα αποτελέσματα είναι συμβατά με το μοντέλο της στάσιμης διαδικασίας Poisson όταν ομαδοποιούμε τα γεγονότα ανά 10, για μεγέθη κατωφλίου $M_{thres} = 7.0 - 8.0$ με $a=0.1$, με εξαίρεση την περίπτωση $M_{thres} = 7.1$, στην προηγούμενη έκδοση.	Τα αποτελέσματα είναι συμβατά με το μοντέλο της στάσιμης διαδικασίας Poisson όταν ομαδοποιούμε τα γεγονότα ανά 12, για μεγέθη κατωφλίου $M_{thres} = 7.0 - 8.0$ με $a=0.1$ στην προηγούμενη έκδοση.
Centennial με γεγονότα ως το 2007.	- Τα αποτελέσματα είναι συμβατά με το μοντέλο της στάσιμης διαδικασίας Poisson όταν ομαδοποιούμε τα γεγονότα ανά 10, για μεγέθη κατωφλίου $M_{thres} = 7.0 - 8.0$ με $a=0.1$, με εξαίρεση τις περιπτώσεις $M_{thres} = 7.0$ και $M_{thres} = 7.1$ για την νέα έκδοση. - Η τιμή του χ^2 για την περίπτωση του $M_{thres} = 7.1$ είναι σημαντικά μικρότερη με τους ίδιους βαθμούς ελευθερίας στον νέο κατάλογο απ' ότι στον παλιό. - Η τιμή του χ^2 για την περίπτωση του $M_{thres} = 7.0$ είναι σημαντικά μεγαλύτερη με τους ίδιους βαθμούς ελευθερίας στον νέο κατάλογο από ότι στον παλιό.	- Τα αποτελέσματα είναι συμβατά με το μοντέλο της στάσιμης διαδικασίας Poisson όταν ομαδοποιούμε τα γεγονότα ανά 12, για μεγέθη κατωφλίου $M_{thres} = 7.0 - 8.0$ με $a=0.1$ στην νέα έκδοση, με εξαίρεση την περίπτωση που έχουμε $M_{thres} = 7.0$ που μπορούμε να κάνουμε την παραδοχή για $a=0.05$. - Η τιμή του χ^2 για την περίπτωση του $M_{thres} = 7.0$ είναι σημαντικά μεγαλύτερη με τους ίδιους βαθμούς ελευθερίας στον νέο κατάλογο.

Κατά την ανάλυση των αποτελεσμάτων, προέκυψαν οι μέσες τιμές των γεγονότων ανά έτος για κάθε M_{thres} . Ο Πίνακας 1.4 περιγράφει τις τιμές για τις δυο εκδόσεις του καταλόγου.

Πίνακας 1.4: Μέσες τιμές λ των γεγονότων με $M \geq M_{thres}$ ανά έτος. Για ευκολία του αναγνώστη τα αποτελέσματα παρατίθενται με ένα δεκαδικό ψηφίο.

Έκδοση με γεγονότα έως το 2002		Έκδοση με γεγονότα έως το 2007	
M_{thres}	$\lambda (yr^{-1})$	M_{thres}	$\lambda (yr^{-1})$
7.0	16.0	7.0	15.0
7.1	12.3	7.1	12.0
7.2	8.7	7.2	8.6
7.3	6.0	7.3	6.0
7.4	4.5	7.4	4.6
7.5	3.8	7.5	3.9
7.6	2.8	7.6	2.8
7.7	2.1	7.7	2.1
7.8	1.5	7.8	1.4
7.9	1.0	7.9	1.0
8.0	0.7	8.0	0.7

Με βάση το συμπέρασμα ότι το πρότυπο της στάσιμης διαδικασίας Poisson είναι συμβατό με τα δεδομένα του εκατονταετούς καταλόγου διαπιστώνουμε, ότι τα χρονικά διαστήματα που μεσολαβούν ανάμεσα στα κύρια σεισμικά γεγονότα (inter-occurrence times) εμφανίζουν πλήρη τυχαιότητα και επομένως δεν εμπεριέχουν κάποια ουσιαστική πληροφορία.

Αυτό το γεγονός δικαιολογεί την επιλογή μας για την ανάλυση της παγκόσμιας σεισμικότητας στο *Φυσικό Χρόνο*, ο οποίος λαμβάνει υπόψη μόνον τη διαδοχή των γεγονότων και τις αντίστοιχες ενέργειες που εκλύονται. Η ανάλυση αυτή πρόκειται να ακολουθήσει στην §1.4.

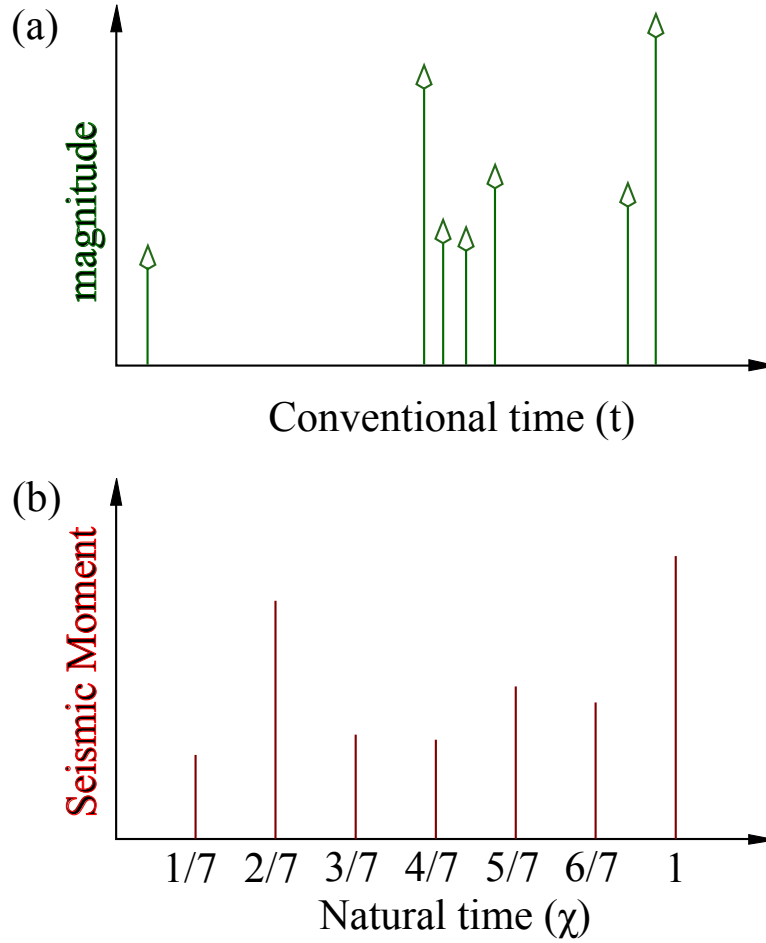
1.4 Εισαγωγή στο Φυσικό Χρόνο χ

Σε μια χρονοσειρά που αποτελείται από N γεγονότα ο φυσικός χρόνος χ ορίζεται σαν το πηλίκο,

$$\chi_k = k/N \quad (1.23)$$

και λειτουργεί ως δείκτης για την εμφάνιση και την εκδήλωση του k -οστού γεγονότος [Varotsos et al., 2001, 2002, 2006, 2011c]. Στο φυσικό χρόνο μας ενδιαφέρει η εξέλιξη του ζεύγους (χ_k, E_k)

με E_k την ενέργεια που απελευθερώνεται κατά τη διάρκεια και την εκδήλωση του (k -οστού) γεγονότος [Varotsos et al., 2001, 2002, 2006, 2011c].



Σχήμα 1.2: (a) Μια χρονοσειρά σεισμικών γεγονότων στο συμβατικό χρόνο. (b) Η ίδια χρονοσειρά στο Φυσικό χρόνο χ .

Μπορούμε να ορίσουμε ως p_k την ποσοστιαία έκλυση ενέργειας κατά την εκδήλωση του (k -οστού) γεγονότος.

$$p_k = \frac{E_k}{\sum_{n=1}^k E_n} \quad (1.24)$$

με,

$$\sum_{k=1}^N p_k = 1 \quad (1.25)$$

Στην περίπτωση των σεισμών, η ενέργεια E_k , συνδέεται με το μέγεθος σεισμικής ροπής (moment magnitude, M_w) [Kanamori, 1978] μέσω της σχέσης,

$$E_k = E_0 10^{1.5M_k}, \quad (1.26)$$

με E_0 μια σταθερά που σχετίζεται με τις χρησιμοποιούμενες μονάδες ενέργειας.

1.4.1 Χαρακτηριστική συνάρτηση

Έστω X μία τυχαία μεταβλητή. Η χαρακτηριστική συνάρτηση [Feller, 1968] (characteristic function) $\Phi_X(\omega)$ της X είναι μία συνάρτηση ορισμένη στο $\mathbb{R}$ με τύπο $\Phi_X(\omega) = E(e^{i\omega X})$. Αν η X είναι διακριτή τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πιθανότητας $f_X(x)$, $x = 0, 1, \dots$, η χαρακτηριστική της συνάρτηση θα δίνεται από τον τύπο [Johnson et al., 1992],

$$\Phi_X(\omega) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{i\omega x} f_X(x) \quad (1.27)$$

Αν η X είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (σ.π.π.) $f_X(x)$, η χαρακτηριστική της συνάρτηση [Johnson et al., 1992] θα δίνεται από τον τύπο,

$$\Phi_X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega x} f_X(x) dx \quad (1.28)$$

Η συνάρτηση $\Phi_X(\omega)$ όπως ορίστηκε στην τελευταία ισότητα είναι γνωστή και ως μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης $f_X(x)$. Εφόσον η $f_X(x)$ είναι σ.π.π. μπορούν να βγουν χρήσιμες ιδιότητες για την $\Phi(\omega)$ βλ. σελ. 129 του Feller [1968] και σελ.128 των Varotsos et al. [2011c].

Μια άλλη μορφή με την οποία μπορούμε να γράψουμε την χαρακτηριστική συνάρτηση, είναι αυτή της σχέσης (1.29). Έστω X μια τυχαία μεταβλητή με κατανομή πιθανότητας F . Η χαρακτηριστική συνάρτηση της F (ή της X) είναι η συνάρτηση ϕ που ορίζεται για πραγματικό ω ως

$$\phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega X} F\{dX\} = u(\omega) + iv(\omega), \quad (1.29)$$

με $u(\omega) = \Re[\phi(\omega)]$ και $v(\omega) = \Im[\phi(\omega)]$.

Οι ροπές m_n και οι απόλυτες ροπές M_n της X δίνονται από τις σχέσεις,

$$m_n = \int_{-\infty}^{+\infty} X^n F\{dX\}, \quad (1.30)$$

και

$$M_n = \int_{-\infty}^{+\infty} |X|^n F\{dX\}. \quad (1.31)$$

Αν $M_n < \infty$, η n -οστή παράγωγος της ϕ υπάρχει και είναι συνεχής,

$$\phi^{(n)}(\omega) = i^n \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega X} X^n F\{dX\} \quad (1.32)$$

άρα,

$$\phi'(0) = im_1, \quad (1.33)$$

$$\phi''(0) = -m_2, \quad (1.34)$$

$$\phi'''(0) = -im_3, \text{ κ.τ.λ.} \quad (1.35)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το αντίστροφο στην εξ.(1.34) είναι επίσης ορθό, αν η $\phi''(0)$ υπάρχει τότε $m_2 < \infty$.

1.4.2 Το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος και η διακύμανση κ_1 του φυσικού χρόνου.

Για τους σκοπούς της ανάλυσης στο φυσικό χρόνο ορίστηκε η συνεχής συνάρτηση $\Phi(\omega)$ [Varotsos et al., 2001, 2002, 2006, 2011c],

$$\Phi(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^N E_k \exp(i\omega \frac{k}{N})}{\sum_{n=1}^N E_n} = \sum_{k=1}^N p_k \exp(i\omega \frac{k}{N}) = \sum_{k=1}^N p_k e^{i\omega \chi_k} \quad (1.36)$$

όπου,

$$\omega = 2\pi\phi \quad (1.37)$$

με ϕ την συχνότητα στο φυσικό χρόνο, που ονομάζεται *φυσική* συχνότητα.

Η $\Phi(\omega)$ προκύπτει αν κανονικοποιήσουμε την $F(\omega)$ που δίδεται στην ακόλουθη σχέση,

$$F(\omega) = \sum_{k=1}^N E_k \exp(i\omega \frac{k}{N}) \quad (1.38)$$

Ορίζοντας $\Pi(\omega) = |\Phi(\omega)|^2$ το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος της $\Phi(\omega)$ και $\omega = 0$ έχουμε:

$$\Pi(\omega) = |\Phi(\omega)|^2 = \left| \sum_{k=1}^N p_k e^{i\omega \frac{k}{N}} \right|^2 \quad (1.39)$$

κάνοντας ανάπτυγμα Taylor προκύπτει:

$$\Pi(\omega) = 1 - \kappa_1\omega^2 + \kappa_2\omega^4 + \kappa_3\omega^6 + \kappa_4\omega^8 + \dots \quad (1.40)$$

όπου,

$$\kappa_1 = -\frac{1}{2} \frac{d^2\Pi(\omega)}{d\omega^2} \Big|_{\omega=0} \quad (1.41)$$

και αναλύοντας το,

$$\frac{d^2\Pi(\omega)}{d\omega^2} = \Phi^*(\omega) \frac{d^2\Phi(\omega)}{d\omega^2} + \Phi(\omega) \frac{d^2\Phi^*(\omega)}{d\omega^2} + 2 \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \frac{d\Phi^*(\omega)}{d\omega} \quad (1.42)$$

οπότε,

$$\begin{aligned}\kappa_1 &= -\frac{1}{2} \left[-\sum_k p_k \chi_k^2 - \sum_k p_k \chi_k^2 + 2 \left(\sum_k p_k \chi_k \right)^2 \right] \\ &= \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2\end{aligned}\quad (1.43)$$

Έτσι, η ποσότητα κ_1 αντιστοιχεί στην διασπορά του φυσικού χρόνου.

$$\kappa_1 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2 = \sum_{k=1}^N p_k \left(\frac{k}{N} \right)^2 - \left(\sum_{k=1}^N \frac{k}{N} p_k \right)^2 \quad (1.44)$$

δηλαδή,

$$\kappa_1 = \sum_{k=1}^N p_k \chi_k^2 - \left(\sum_{k=1}^N p_k \chi_k \right)^2. \quad (1.45)$$

Οι υπόλοιποι συντελεστές από το ανάπτυγμα Taylor της εξ.(1.40) δίνονται από τους τύπους [Varotsos et al., 2001, 2011c],

$$\kappa_2 = \frac{\langle \chi^2 \rangle^2}{4} + \frac{\langle \chi^4 \rangle}{12} - \frac{\langle \chi \rangle \langle \chi^3 \rangle}{3} \quad (1.46)$$

$$\kappa_3 = \frac{\langle \chi^3 \rangle^2}{36} + \frac{\langle \chi \rangle \langle \chi^5 \rangle}{60} - \frac{\langle \chi^6 \rangle}{360} - \frac{\langle \chi^2 \rangle \langle \chi^4 \rangle}{24} \quad (1.47)$$

$$\kappa_4 = \frac{\langle \chi^8 \rangle}{20160} + \frac{\langle \chi^2 \rangle \langle \chi^6 \rangle}{720} + \frac{\langle \chi^4 \rangle^2}{576} - \frac{\langle \chi^3 \rangle \langle \chi^5 \rangle}{360} - \frac{\langle \chi \rangle \langle \chi^7 \rangle}{2520} \quad (1.48)$$

1.5 Στοιχεία ανάλυσης στο φυσικό χρόνο

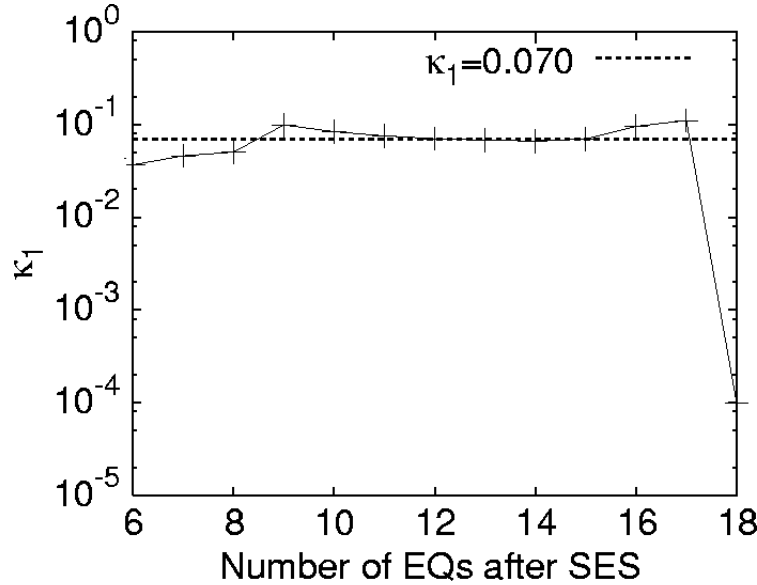
Ας εξετάσουμε μια χρονοσειρά που περιλαμβάνει N σεισμικά γεγονότα με μεγέθη M_k ($k = 1, 2, \dots, N$), ο φυσικός χρόνος $\chi_k = k/N$ λειτουργεί ως δείκτης [Varotsos et al., 2001, 2002, 2011c] για την εμφάνιση και την εκδήλωση του k -οστού γεγονότος. Στο φυσικό χρόνο μας ενδιαφέρει η εξέλιξη του ζεύγους (χ_k, E_k) με E_k την ενέργεια που απελευθερώνεται κατά τη διάρκεια και την εκδήλωση του (k -οστού) γεγονότος. Η ενέργεια αυτή όπως αναφέρθηκε στην §1.2.1, συνδέεται με το μέγεθος μέσω της σχέσης $E_k \propto 10^{1.5M_k}$.

Έτσι έχουμε,

$$E_k = E_0 10^{1.5M_k},$$

με E_0 μια σταθερά που σχετίζεται με τις χρησιμοποιούμενες μονάδες ενέργειας.

Το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος $\Pi(\omega)$ όπως ορίστηκε [Varotsos et al., 2001] (βλ. §1.4.2) περιγράφει την εξέλιξη στο φυσικό χρόνο, δεδομένου ότι θα μπορούσε να θεωρηθεί ως ένα είδος



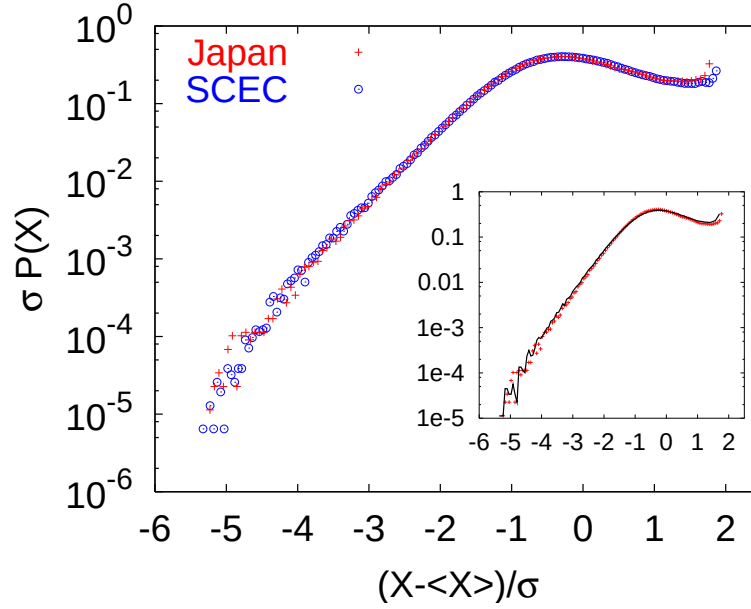
Σχήμα 1.3: Η τιμή των κ_1 μετά από τη δραστηριότητα SES (Seismic Electric Signal) στις 18 Απριλίου 1995 πριν τον σεισμό με μέγεθος 6.6 Κοζάνη-Γρεβενά 13 Μαΐου 1995 που αντιστοιχεί στον 18ο σεισμό. Αναπαράγωγή από Varotsos et al. [2005].

χαρακτηριστικής συνάρτησης για την κατανομή p_k στο πλαίσιο της θεωρίας των πιθανοτήτων (βλ. [Varotsos et al., 2011c]). Σύμφωνα με την θεωρία των πιθανοτήτων, οι ροπές της κατανομής p_k μπορούν να προσδιοριστούν, όταν η συμπεριφορά της χαρακτηριστικής συνάρτησης της κατανομής είναι γνωστή γύρω από το μηδέν. Όταν το $\omega \rightarrow 0$, προκύπτουν οι εξισώσεις (1.39), (1.40,1.41), (1.42), (1.43) και (1.44), της παραγράφου 1.4.2. Όπως αναφέρθηκε προηγούμενα, οι νόμοι κλιμάκωσης συνηγορούν στο ότι το σύστημα έχει προσεγγίσει ένα κρίσιμο σημείο [Holliday et al., 2006]. Η ποσότητα κ_1 (ή ισοδύναμα $\Pi(\phi)$ για $\phi \rightarrow 0$), έχει προταθεί ως παράμετρος τάξης για την σεισμικότητα [Varotsos et al., 2005].

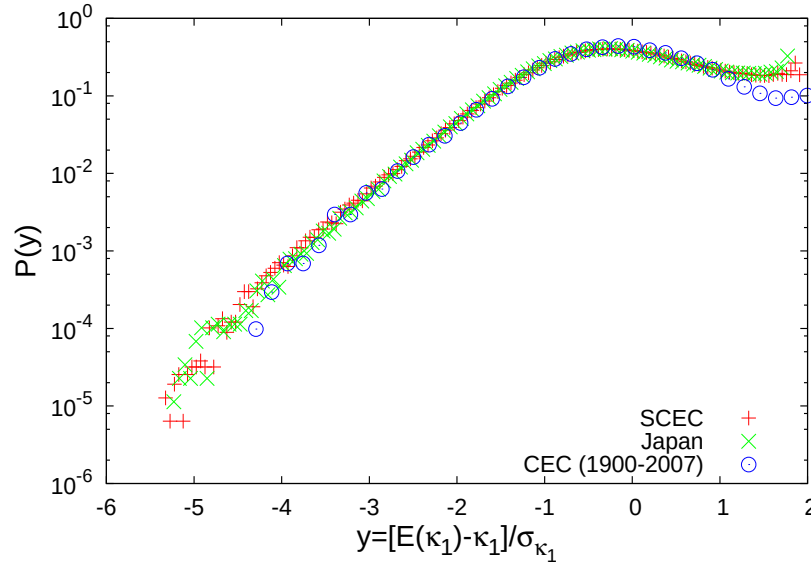
Η πρόταση αυτή βασίζεται σε τρεις σημαντικές παρατηρήσεις:

- Η ποσότητα κ_1 αλλάζει απότομα και αποκτά τιμές πολύ κοντά στο μηδέν, όταν πραγματοποιηθεί ένας ισχυρός σεισμός (βλ. σχήμα 1.3).
- Μελετώντας τις διακυμάνσεις της κ_1 μέσω ενός σεισμολογικού καταλόγου και χρησιμοποιώντας την ανηγμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κ_1 , παρατηρούμε την ταύτιση βλ. σχήμα 1.4 στην χαρακτηριστική εκθετική απόληξη στα αριστερά, ανεξάρτητα από την εξεταζόμενη σεισμογενή περιοχή.
- Υπάρχουν κοινά χαρακτηριστικά των διακυμάνσεων της ανηγμένης σ.π.π. της κ_1 και της αντίστοιχης σ.π.π. για διάφορα κρίσιμα συστήματα. (βλ. σχήμα 1.5).

1.4(α)

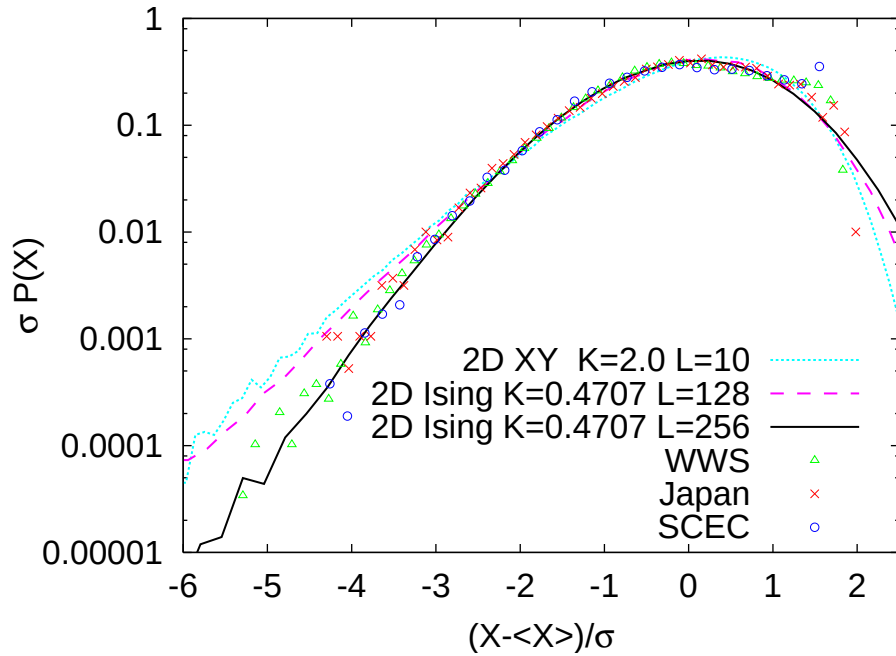


1.4(β)

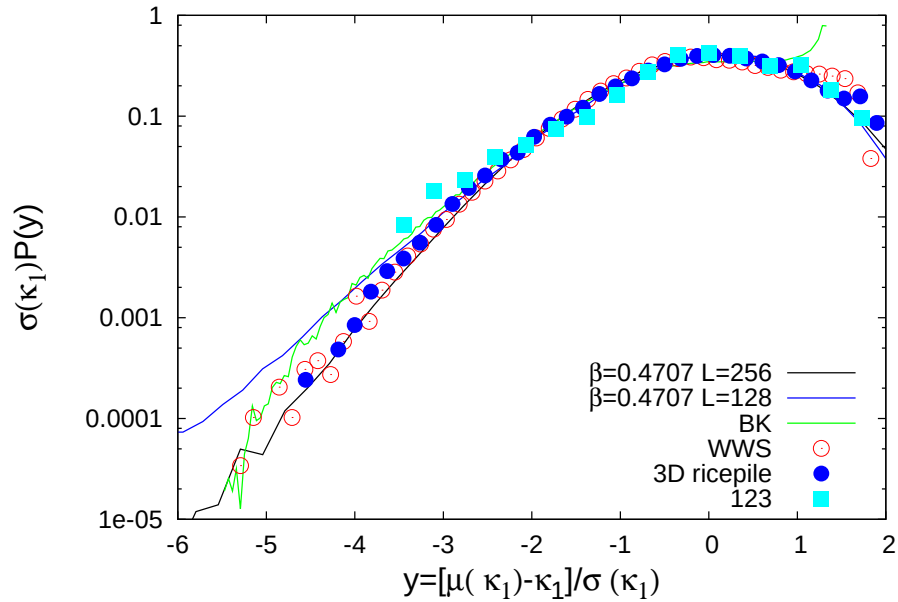


Σχήμα 1.4: (α) Απεικόνιση $\sigma P(X)$ σε συνάρτηση με $(X - \langle X \rangle)/\sigma$ όπου X είναι η ποσότητα $\Pi(\omega) = |\Phi(\omega)|^2$ για $\omega \rightarrow 0$. Οι σταυροί αντιστοιχούν στην Ιαπωνία ($M_{JMA} \geq 3.5$) και οι κύκλοι στον κατάλογο σεισμών για την νότια Καλιφόρνια (SCEC) ($M \geq 2$) αντίστοιχα. Αναπαραγωγή από Varotsos et al. [2005]. (β) Ανηγμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κ_1 για τον κατάλογο σεισμών της νότιας Καλιφόρνιας (SCEC) ($M \geq 2$) (κόκκινοι σταυροί), Ιαπωνίας ($M_{JMA} \geq 3.5$) (πράσινα x) και του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earthquake Catalog, CEC 1900-2007) ($M \geq 7$) (μπλε κύκλοι). Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012a].

1.5(α)



1.5(β)



Σχήμα 1.5: (α) Απεικόνιση $\sigma P(X)$ σε συνάρτηση με $(X - \langle X \rangle)/\sigma$ όπου X είναι η ποσότητα $\Pi(\omega) = |\Phi(\omega)|^2$ για $\omega \rightarrow 0$. Με σεισμούς με μέγεθος $M > 5.7$, για WWS (World Wide Seismicity)(τρίγωνα) και Ιαπωνία (Japan)(σταυροί) και με μέγεθος $M \geq 4.0$ για τον κατάλογο σεισμών για την νότια Καλιφόρνια (SCEC)(κύκλοι), μαζί με τα αντίστοιχα αποτελέσματα για το δισδιάστατο μοντέλο Ising και το μοντέλο XY. Παρατηρούμε ότι στην αριστερή πλευρά εμφανίζουν την ίδια χαρακτηριστική απόκλιση. Αναπαραγωγή από Varotsos et al. [2005]. (β) Ανάλογη απεικόνιση για συστήματα σε SOC. Αναπαραγωγή από Sarlis et al. [2011a]

1.6 Ανίχνευση συσχετίσεων μεγάλης εμβέλειας ακόμα και στην περίπτωση που τα δεδομένα εμφανίζουν κατανομή νόμου δύναμης (heavy tails).

Αυτή ή μέθοδος ανάλυσης εκμεταλλεύεται την ικανότητα του φυσικού χρόνου, να διακρίνει την ύπαρξη χρονολογικών συσχετίσεων ακόμα και στην περίπτωση που τα δεδομένα εμφανίζουν κατανομή νόμου δύναμης (power-law distributed data, heavy tails).

Η ύπαρξη νόμου δύναμης στα δεδομένα που αναλύουμε στο φυσικό χρόνο δεν οδηγεί σε απροσδιοριστίες διότι οι πιθανότητες p_k που δίνονται από την εξ.(1.24) ανήκουν στο διάστημα $(0, 1)$ ανεξαρτήτως αν η E_k ακολουθεί νόμο δύναμης. Δηλαδή η κατανομή της E_k μπορεί να μην έχει καν ροπή δεύτερης τάξης και οι p_k να είναι καλά ορισμένες. Επιπλέον ο φυσικός χρόνος $\chi_k = k/N$ έχει πάντοτε πεπερασμένες τιμές. Οι ροπές του χ έχουν και αυτές πεπερασμένες τιμές $\langle \chi^n \rangle \equiv \sum_{k=1}^N p_k \chi_k^n$ ακόμα και στην ειδική περίπτωση που δεν υπάρχει μέση τιμή για την E_k , π.χ. όταν $\gamma \leq 1$ στην σχέση (1.3).

1.6.1 Ανάλυση των σεισμολογικών καταλόγων στο φυσικό χρόνο

Μελετούμε έναν σεισμολογικό κατάλογο αποτελούμενο από W σεισμούς με μέγεθος μεγαλύτερο ή και ίσο του μεγέθους M_{thres} . Υπολογίζουμε την κ_1 για κάθε σεισμό σε μετακινούμενο παράθυρο μήκους l στο φυσικό χρόνο σαρώνοντας όλο τον κατάλογο. Ξεκινώντας με $k = k_0$ οι ποσότητες $p_j = E_{k_0+j-1} / \sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}$ είναι σαφώς ορισμένες, έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τιμή μ_j ,

$$\mu_j = \frac{1}{W-l+1} \sum_{k_0=1}^{W-l+1} \frac{E_{k_0+j-1}}{\sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}}. \quad (1.49)$$

Μπορούμε όμοια για τις ροπές δεύτερης τάξης της p_j , να υπολογίσουμε την διασπορά (variance) της

$$\text{Var}(p_j) = \frac{1}{W-l+1} \sum_{k_0=1}^{W-l+1} \left(\frac{E_{k_0+j-1}}{\sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}} - \mu_j \right)^2, \quad (1.50)$$

καθώς και την συνδιακύμανση (covariance),

$$\text{Cov}(p_j, p_i) = \frac{1}{W-l+1} \sum_{k_0=1}^{W-l+1} \left(\frac{E_{k_0+j-1}}{\sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}} - \mu_j \right) \left(\frac{E_{k_0+i-1}}{\sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}} - \mu_i \right). \quad (1.51)$$

Η αναμενόμενη τιμή της κ_1 δίνεται [Varotsos et al., 2006; Sarlis and Christopoulos, 2012a] από τη σχέση,

$$E(\kappa_1) = \frac{1}{W-l+1} \sum_{k_0=1}^{W-l+1} \left\{ \sum_{j=1}^l \left(\frac{j}{l} \right)^2 \frac{E_{k_0+j-1}}{\sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}} - \left[\sum_{j=1}^l \left(\frac{j}{l} \right) \frac{E_{k_0+j-1}}{\sum_{m=1}^l E_{k_0+m-1}} \right]^2 \right\} \quad (1.52)$$

που προκύπτει από τα $W - l + 1$ παράθυρα του σεισμολογικού καταλόγου και έχει αποδειχθεί [Varotsos et al., 2006] ότι ισούται με,

$$E(\kappa_1) = \kappa_{1,M} + \sum_{\text{all pairs}} \frac{(j-i)^2}{l^2} \text{Cov}(p_j, p_i), \quad (1.53)$$

Όπου η $\kappa_{1,M}$ προκύπτει [Varotsos et al., 2006] από την σχέση (1.45), αν αντικαταστήσουμε το p_k με μ_k και ο συμβολισμός $\sum_{\text{all pairs}}$ σημαίνει το άθροισμα $\sum_{j=1}^{l-1} \sum_{i=j+1}^l$.

Αν πάρουμε τώρα ένα αντίγραφο του καταλόγου με τις τιμές του, τυχαία ανακατεμένες, περιμένουμε ότι όλα τα p_j είναι ισοδύναμα ανεξαρτήτως του j και έτσι θα πρέπει $\mu_j = 1/l$. Έχει αποδειχθεί [Varotsos et al., 2006] ότι η αναμενόμενη τιμή $\langle \kappa_1 \rangle_{shuf}$ για την κ_1 που προκύπτει από τέτοιους καταλόγους δίνεται από την σχέση,

$$\langle \kappa_1 \rangle_{shuf} = \kappa_u \left(1 - \frac{1}{l^2} \right) - \kappa_u (l+1) \text{Var}(p), \quad (1.54)$$

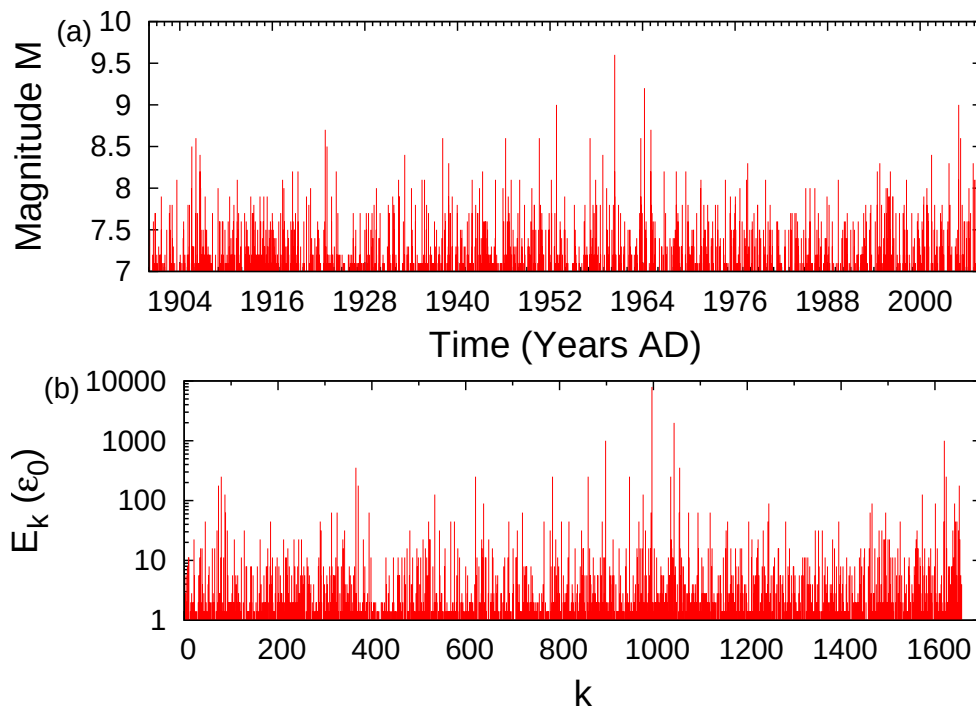
με $\kappa_u = 1/12$ και $\text{Var}(p)$ την αναμενόμενη τιμή για $(p_j - 1/l)^2$ στους τυχαία ανακατεμένους καταλόγους.

Συγκρίνοντας τις εξισώσεις (1.53) και (1.54) βλέπουμε την διαφορά μεταξύ της $E(\kappa_1)$ του αρχικού καταλόγου και των αντιστοίχων τιμών που παίρνουμε από τα αντίγραφα του αρχικού καταλόγου, που έχουν τα μεγέθη τυχαία ανακατεμένα. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να διακρίνουμε συσχετίσεις μεταξύ μεγεθών (magnitudes) διαδοχικών σεισμών, ενός παραθύρου μήκους l στον φυσικό χρόνο.

Η μέθοδος εφαρμόστηκε [Sarlis et al., 2009b; Sarlis, 2011; Sarlis and Christopoulos, 2012a] για την ταυτοποίηση συσχετισμών μεγέθους σε σεισμολογικούς καταλόγους με τον ακόλουθο τρόπο: Κατασκευάζουμε μεγάλο πλήθος αντιγράφων του αρχικού καταλόγου με τις τιμές του τυχαία ανακατεμένες. Προσδιορίζουμε στη συνέχεια τις τιμές $E(\kappa_1)$ της σχέσης (1.52) σε κάθε αντίγραφο για μήκος παραθύρου l . Αυτό επιτρέπει την κατασκευή μιας συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας $f(\kappa_1)$ η οποία είναι συνήθως Gaussian και χαρακτηρίζεται από μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση σ . Αν η τιμή $E(\kappa_1)$ που προκύπτει από τον αρχικό κατάλογο είναι απίθανο να προκύψει μελετώντας την $f(\kappa_1)$ ή ισοδύναμα χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη αθροιστική συνάρτηση κατανομής $D(\kappa_1)$ τότε θα έχουμε ανιχνεύσει συσχετίσεις μεγεθών (magnitude correlations) μεταξύ των διαδοχικών σεισμών στον αρχικό μας κατάλογο. Αν η $f(\kappa_1)$ είναι Gaussian η τιμή του z -score, $z \equiv (E(\kappa_1) - \mu)/\sigma$ είναι ένα ποσοτικό μέτρο της απόκλισης μεταξύ των πραγματικών και των τυχαία ανακατεμένων δεδομένων. Συνήθως, χρησιμοποιούμε πολλά μήκη για τα παράθυρα στο φυσικό χρόνο π.χ. $l = 6, 7, \dots, 40$. Βρίσκουμε την μέση τιμή του συνόλου των κ_1 και την συγκρίνουμε με τις αντίστοιχες τιμές που προκύπτουν από τα αντίγραφα του αρχικού καταλόγου, με τις τιμές του τυχαία ανακατεμένες.

1.7 Ανάλυση δεδομένων του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου (Centennial Earthquake Catalog)

Η αναπαράσταση του C.E.C. στο φυσικό χρόνο, για την περίοδο 1900-2007, δίνεται στο σχήμα 1.6 και περιλαμβάνει $W = 1657$ γεγονότα με μέγεθος μεγαλύτερο ή και ίσο του 7.



Σχήμα 1.6: Η χρονοσειρά της παγκόσμιας σεισμικότητας από τα δεδομένα του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου στο συμβατικό χρόνο (a) και στο φυσικό χρόνο (b). ϵ_0 συμβολίζει την ενέργεια που αντιστοιχεί σε σεισμό μεγέθους $M = 7$. Αναπαραγωγή από [Sarlis and Christopoulos, 2012a].

Θεωρούμε σύμφωνα με τους [Varotsos et al., 2005, 2006; Sarlis et al., 2009b; Sarlis, 2011; Sarlis and Christopoulos, 2012a] παράθυρα του φυσικού χρόνου με μήκη από $l = 6$ μέχρι και 40 διαδοχικών γεγονότων. Ξεκινάμε από το πρώτο γεγονός και υπολογίζουμε τις 35 τιμές για την κ_1 που προκύπτουν από τα παράθυρα του φυσικού χρόνου. Ο τρόπος του υπολογισμού είναι ο ακόλουθος:

Αρχικά υπολογίζουμε την τιμή της κ_1 στο πρώτο παράθυρο μήκους $l = 6$ δηλαδή από το πρώτο μέχρι και το έκτο γεγονός. Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή της κ_1 σε δεύτερο παράθυρο μήκους $l = 7$ δηλαδή από το πρώτο μέχρι και το έβδομο γεγονός. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία για παράθυρα με μήκη $l = 7, 8, \dots, 40$. Στη συνέχεια μετακινούμε το παράθυρο και ξεκινάμε από το δεύτερο γεγονός, πάλι για μήκος $l = 6$ και επαναλαμβάνουμε την διαδικασία πάλι μέχρι το 41 – το γεγονός. Στη συνέχεια ξαναμετακινούμε το παράθυρο και ούτω κάθε εξής μέχρι να σαρώσουμε όλο τον κατάλογο.

Ο υπολογισμός για τον εκατονταετή σεισμολογικό κατάλογο έγινε $1618 (= W - 39)$ φορές

για το μετακινούμενο παράθυρο, δηλαδή υπολογίσαμε $56630 (= 35 \times (W - 39))$ κ_1 τιμές. Οι τιμές της κ_1 επιτρέπουν, την κατασκευή συνάρτησης πιθανότητας $p(\kappa_1)$, τον προσδιορισμό της μέσης τιμής τους $E(\kappa_1)$ και της τυπικής απόκλισης $\sigma(\kappa_1)$. Στο σχήμα 1.4(β) [Sarlis and Christopoulos, 2012a] απεικονίζεται με μπλε κύκλους την ανηγμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $P(y) \equiv \sigma(\kappa_1)p(\kappa_1)$ της κ_1 με $y = [E(\kappa_1) - \kappa_1]/\sigma(\kappa_1)$ για τον εκατονταετή κατάλογο (C.E.C.) για την περίοδο από το 1900 μέχρι και τον Σεπτέμβρη του 2007. Στο ίδιο διάγραμμα βλέπουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα (πράσινα x) που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων του σεισμολογικού καταλόγου της Japan Meteorological Agency (JMA) για την περίοδο 1967-2003 στο γεωγραφικό παράθυρο $N_{25}^{46}E_{125}^{146}$ για σεισμούς με μέγεθος $M_{JMA} \geq 3.5$ [Varotsos et al., 2005]. Με κόκκινους σταυρούς απεικονίζονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων του σεισμολογικού καταλόγου Southern California Earthquake Catalog (SCEC) για την περίοδο 1981-2003 στο γεωγραφικό παράθυρο $N_{32}^{37}W_{114}^{122}$ για σεισμούς με μέγεθος $M \geq 2$ [Sarlis, 2011]. Η ταύτιση που παρατηρούμε στα αριστερά του διαγράμματος αποκαλύπτει την καθολικότητα, παγκοσμιότητα, μεταξύ των καμπυλών που αντιστοιχούν σε τοπικούς σεισμολογικούς καταλόγους και του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου.

Ακολουθώντας την μέθοδο που αναλύσαμε στην §1.6.1, ανακατέψαμε τις τιμές του C.E.C. $n_1 = 10^3$ φορές και υπολογίσαμε για κάθε έναν από αυτούς την μέση τιμή της κ_1 , συμβολίζοντας την με $E(\kappa_{1,shuffle})$. Η μέση τιμή προέκυψε από όλες τις τιμές της κ_1 που παίρνουμε αναλύοντας τον τυχαία ανακατεμένο κατάλογο όπως και τον αρχικό, δηλαδή για όλα τα πιθανά παράθυρα με μήκος $l = 6$ έως 40.

Χρησιμοποιώντας το test Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors βρήκαμε ότι οι $E(\kappa_{1,shuffle})$ τιμές ακολουθούν κατανομή Gauss,

$$\text{με μέσο } \mu = 0.065143$$

$$\text{και τυπική απόκλιση } \sigma = 0.000625.$$

Αντίστοιχα οι υπολογισμοί έδειξαν, για το τυπικό σφάλμα μέσου [Lehmann and Casella, 1998; Ahn and Fessler, 2003; Reid et al., 2009],

$$\delta\mu = \sigma/\sqrt{n_1} = 0.000020$$

και για το τυπικό σφάλμα της τυπικής απόκλισης [Lehmann and Casella, 1998; Ahn and Fessler, 2003; Reid et al., 2009],

$$\delta\sigma = \sigma/\sqrt{2(n_1 - 1)} = 0.000014.$$

Για τον αρχικό εκατονταετή κατάλογο η μέση τιμή της κ_1 είναι

$$\mu_0 = 0.06674 \pm 0.00011. \quad (1.55)$$

Υπολογίζουμε την τιμή του z -score για τις τιμές που αναφέραμε,

$$z = \frac{\mu_0 - \mu}{\sigma} \quad (1.56)$$

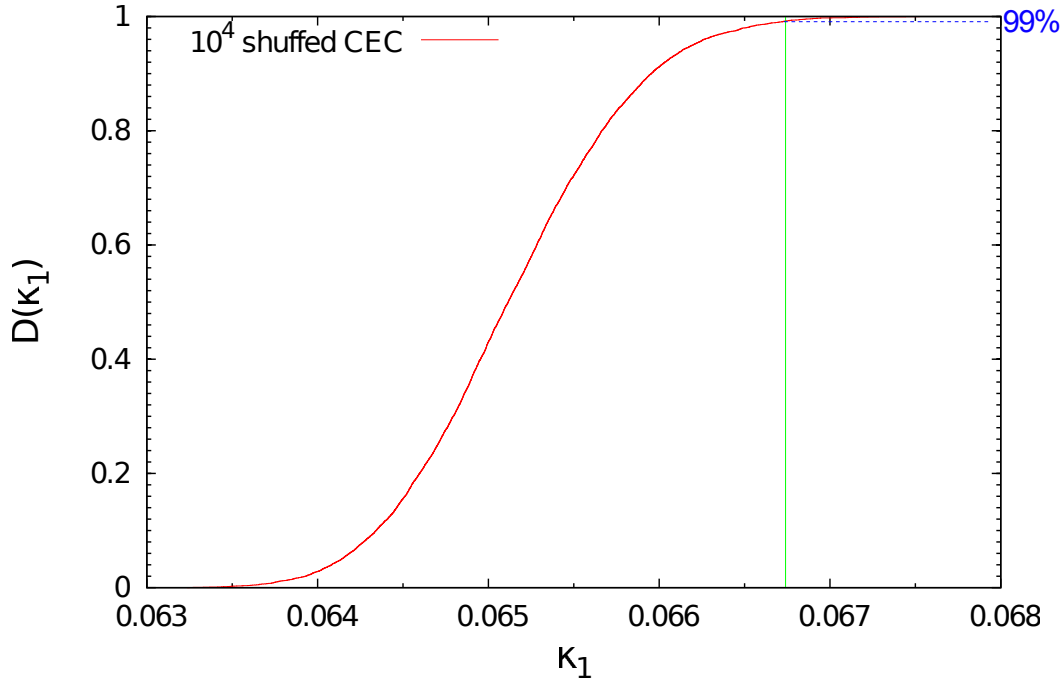
ως ποσοτικό μέτρο της απόκλισης των πραγματικών και των τυχαία ανακατεμένων δεδομένων. Έτσι,

$$z = 2.56 \pm 0.19$$

Η συγκεκριμένη τιμή του z-score αντιστοιχεί σε πιθανότητα μικρότερη του 1%. Με άλλα λόγια, είναι εξαιρετικά απίθανη η μέση τιμή μ_0 της κ_1 που προέρχεται από τα δεδομένα του εκατονταετή καταλόγου. Η αιτία για αυτή την απόκλιση είναι ότι η μ_0 αποτελεί ένα μέτρο της παρουσίας συσχετίσεων μεταξύ των μεγεθών στον εκατονταετή κατάλογο. Οι συσχετίσεις αυτές καταστρέφονται από το τυχαίο ανακάτεμα των δεδομένων.

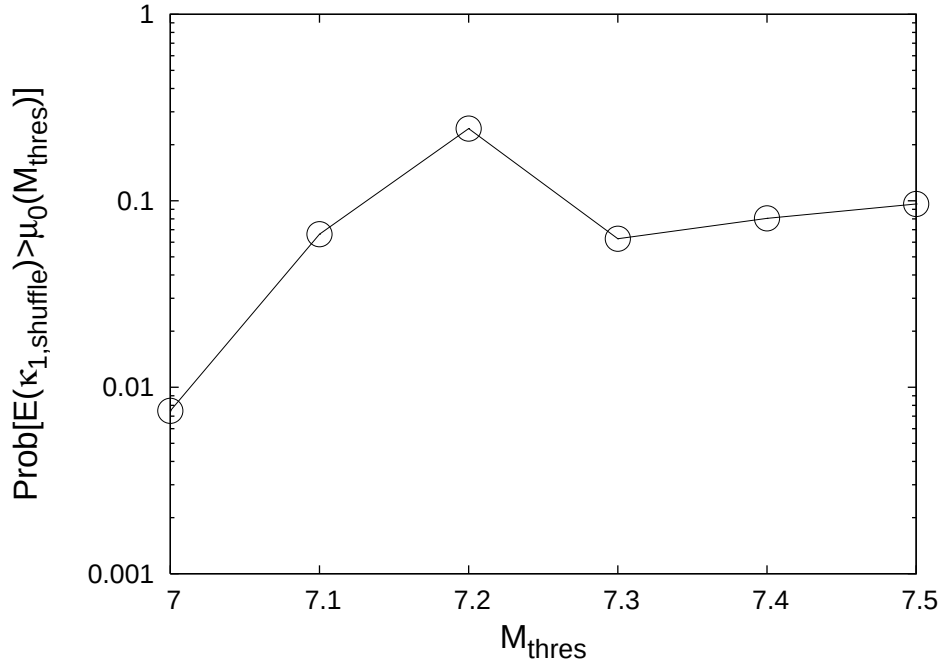
Πρόσθετοι έλεγχοι

Για τον έλεγχο του ανωτέρω αποτελέσματος απεικονίζουμε στο διάγραμμα 1.7 που ακολουθεί την αθροιστική συνάρτηση κατανομής $D(\kappa_1)$ των $E(\kappa_{1,shuffle})$ που προέρχονται από $n_2 = 10^4$ τυχαία ανακατεμένων αντιγράφων του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου. Η πράσινη κατακόρυφη γραμμή υποδεικνύει την μέση τιμή μ_0 της κ_1 του αρχικού εκατονταετούς καταλόγου (βλ. εξ. 1.55). Η μ_0 υπερβαίνει το 99% των τιμών $E(\kappa_{1,shuffle})$ που προέκυψαν από τα τυχαία ανακατεμένα αντίγραφα.



Σχήμα 1.7: Απεικόνιση της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής $D(\kappa_1)$ των $E(\kappa_{1,shuffle})$ που προέρχονται από $n_2 = 10^4$ τυχαία ανακατεμένων αντιγράφων του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου. Η πράσινη κατακόρυφη γραμμή υποδεικνύει την μέση τιμή μ_0 της κ_1 του αρχικού εκατονταετούς καταλόγου (βλ. εξ. 1.55). Η μ_0 υπερβαίνει το 99% των τιμών $E(\kappa_{1,shuffle})$ που προέκυψαν από τυχαία ανακατεμένα αντίγραφα.

Η ανωτέρω διαδικασία είναι χρήσιμη διότι μπορεί να εφαρμοστεί ακόμη και στην περί-



Σχήμα 1.8: Απεικόνιση της πιθανότητας, $\text{Prob}[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0(M_{thres})]$ συναρτήσει του M_{thres} . Αναπαραγωγή από [Sarlis and Christopoulos, 2012a].

πτωση όπου η κατανομή των $E(\kappa_{1,shuffle})$ δεν είναι Gauss λόγω του μικρού πλήθους των δεδομένων, δηλαδή των σεισμικών γεγονότων με μέγεθος $M \geq M_{thres}$. Έτσι μπορούμε τώρα να επεκτείνουμε την έρευνα μας για μεγαλύτερα μεγέθη $M \geq M_{thres}$ με $M_{thres} = 7.1, 7.2, 7.3, 7.4$ και 7.5 .

Η συμπληρωματική αυτή μελέτη θα πρέπει να θεωρείται αναγκαία αφού το προτιμώμενο μέγεθος πριν το έτος 1976 βασίζεται ως επί το πλείστον στον κατάλογο των Pacheco και Sykes [Pacheco and Sykes, 1992] όπου τα μεγέθη έχουν διορθωθεί με βάση την υπόθεση των Perez and Scholz [Perez and Scholz, 1984] ότι για την χρονική κλίμακα δεκαετιών, ο ρυθμός της σεισμικής δραστηριότητας για τη Γη είναι σταθερός ανά δεκαετία.

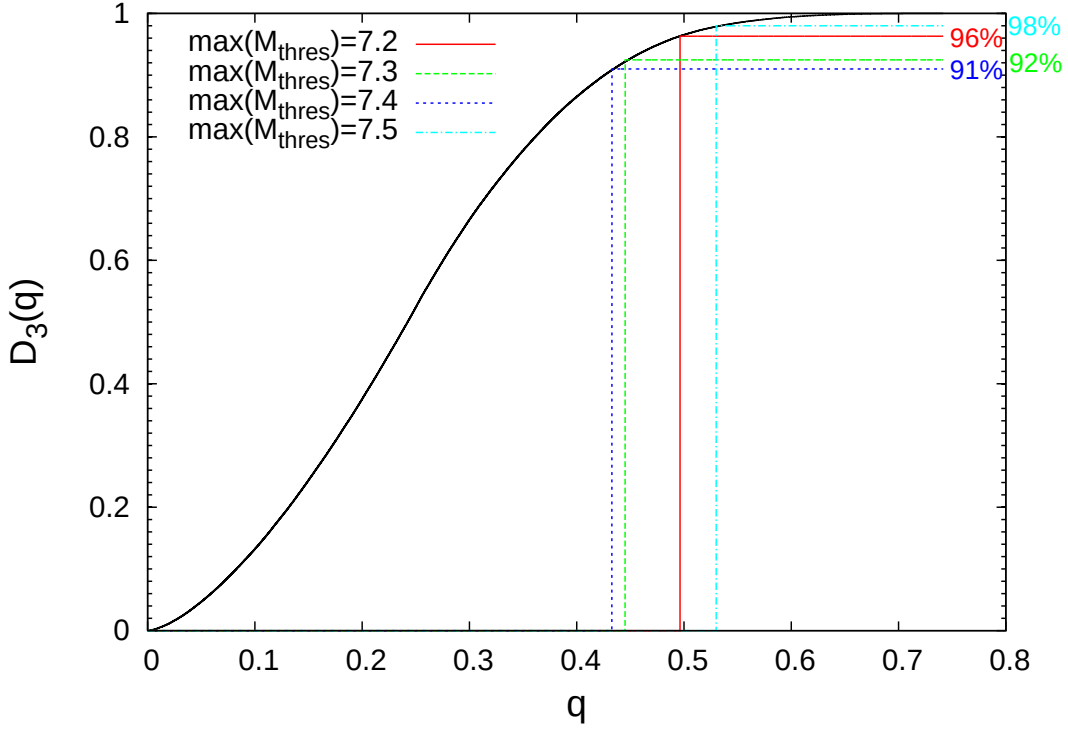
Για να αποκλειστεί το ενδεχόμενο ότι οι παρατηρούμενες συσχετίσεις μεταξύ μεγεθών οφείλονται σε αυτές τις υποθέσεις, καθώς και για τη διερεύνηση της καθολικότητας των αποτελεσμάτων υπολογίζουμε την αθροιστική συνάρτηση κατανομής $D(\kappa_1)$ των $E(\kappa_{1,shuffle})$ που προέρχονται από $n_2 = 10^4$ τυχαία ανακατεμένων αντιγράφων του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου για $M_{thres} = 7.1, 7.2, 7.3, 7.4$ και 7.5 . Αφού η $D(\kappa_1)$ είναι διαθέσιμη, η πιθανότητα $\text{Prob}[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0(M_{thres})]$ να είναι μεγαλύτερα από την μέση τιμή $\mu_0(M_{thres})$ της κ_1 που υπολογίζουμε από τον αρχικό μας κατάλογο με μέγεθος κατωφλίου M_{thres} , δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\text{Prob}[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0(M_{thres})] = 1 - D[\mu_0(M_{thres})]. \quad (1.57)$$

Στο σχήμα 1.8 απεικονίζεται η πιθανότητα, $\text{Prob}[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0(M_{thres})]$ συναρτήσει του M_{thres} .

Παρατηρούμε ότι για $M_{thres} = 7.0$ η πιθανότητα είναι ασυνήθιστα μικρή ενώ για

$M_{thres} = 7.2$ ασυνήθιστα μεγάλη. Για τα μεγέθη $M_{thres} = 7.0, 7.1, 7.3, 7.4$ και 7.5 , η πιθανότητα είναι μικρότερη από 10% δείχνοντας τις συσχετίσεις των μεγεθών. Οι ασυνήθιστα μικρές και μεγάλες τιμές της πιθανότητας για τα μεγέθη $M_{thres} = 7.0$ και $M_{thres} = 7.2$ αντίστοιχα που βρίσκονται κοντά στο όριο της πληρότητας του καταλόγου θα μπορούσαν να σχετίζονται τόσο με τις παραδοχές που έγιναν κατά την επιλογή του προτιμώμενου μεγέθους όσο και στο εύλογο σφάλμα του 0.1 κατά τον προσδιορισμό του μεγέθους.



Σχήμα 1.9: Απεικόνιση $D_3(q)$ για $l = 3$ και σύγκριση με τις τιμές των αποτελεσμάτων για $q(m, 3)$ κατά την εξέταση διαφόρων τιμών του m στον εκατονταετή κατάλογο. Αναπαραγωγή από [Sarlis and Christopoulos, 2012a].

Εκτίμηση της στατιστικής σημαντικότητας του αποτελέσματος

Για να εκτιμήσουμε την στατιστική σημαντικότητα του αποτελέσματος του σχήματος 1.8 προσδιορίζουμε τις ποσότητες,

$$q(m, l) = \sum_{k=1}^l \left\{ \text{Prob} \left[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0 \left(m - \frac{k-1}{10} \right) \right] - \frac{1}{2} \right\}^2, \quad (1.58)$$

όπου m η μέγιστη τιμή του M_{thres} και l ο ακέραιος αριθμός που είναι ίσος με τα σημεία του σχήματος που απεικονίζει την πιθανότητα $\text{Prob}[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0(M_{thres})]$ συναρτήσεως του M_{thres} που επιθυμούμε να εξετάσουμε.

Αν τα μεγέθη στον εκατονταετή σεισμολογικό κατάλογο ήταν ασυσχέτιστα, οι πιθανότητες, $\text{Prob} \left[E(\kappa_{1,shuffle}) > \mu_0 \left(m - \frac{k-1}{10} \right) \right]$ θα πρέπει να είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο διάστημα $(0,1)$. Έτσι η στατιστική της ποσότητας,

$$q(l) = \sum_{k=1}^l \left(u_k - \frac{1}{2} \right)^2, \quad (1.59)$$

όπου u_k είναι ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές στο $(0,1)$ μπορεί να συγκριθεί με τις τιμές των ποσοτήτων $q(m, l)$ που προκύπτουν από τον εκατονταετή σεισμολογικό κατάλογο.

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής $D_l(q)$ όπου το q δίνεται από την προηγούμενη σχέση για διάφορα l μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά με τη δημιουργία 10^4 ομοιόμορφα κατανεμημένων τιμών για την u_k και $k = 1, 2, \dots, 6$. Σαν παράδειγμα στο διάγραμμα 1.9 απεικονίζεται η $D_3(q)$ για $l = 3$ και συγκρίνεται με τις τιμές των αποτελεσμάτων για $q(m, 3)$ κατά την εξέταση διαφόρων τιμών του m στον εκατονταετή κατάλογο.

Οι αντίστοιχες πιθανότητες για $l = 4$ σημεία, για να έχουμε τα αποτελέσματα κυμαίνονται από 5% όταν $m = 7.5$ στο 2% όταν το είναι $m = 7.3$. Παρόμοιος υπολογισμός για $l = 5$ μας δίνει 2% όταν $m = 7.4$ και λιγότερο από 1% όταν $m = 7.5$.

Τέλος αν κάποιος θέλει να εκτιμήσει την πιθανότητα όλα και τα 6 σημεία που φαίνονται στο σχήμα 1.8 να βρίσκονται κατά τύχη, χρησιμοποιούμε για το l την τιμή 6 και οδηγούμαστε στα παρακάτω αποτελέσματα:

$$q(7.5, 6) = 1.026 \text{ ενώ η αντίστοιχη πιθανότητα } 1 - D_6(1.026) \approx 0.5\%$$

1.8 Συμπεράσματα από την ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου

Η ανάλυση του εκατονταετούς σεισμολογικού καταλόγου στον φυσικό χρόνο αποκάλυψε την ύπαρξη συσχετίσεων μεταξύ των μεγεθών στην παγκόσμια σεισμικότητα για μεγέθη μεγαλύτερα ή και ίσα του 7.0. Το αποτέλεσμα αυτό αναδεικνύει ότι ο στερεός φλοιός της Γης λειτουργεί σαν ενιαίο πολύπλοκο σύστημα.

Κεφάλαιο 2

Η προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου (coherent-noise model) και εφαρμογές στη σεισμικότητα

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται το μοντέλο του σύμφωνου θορύβου στο *φυσικό χρόνο*, η προβλεψιμότητα του μοντέλου αυτού και τυχόν εφαρμογές αυτής στη σεισμικότητα. Στην παράγραφο 2.1 γίνεται εισαγωγή στη μέθοδο Receiver Operating Characteristics (ROC) η οποία ποσοτικοποιεί την αποτελεσματικότητα μιας μεθόδου πρόβλεψης. Στην παράγραφο 2.2 παρουσιάζεται το μοντέλο σύμφωνου θορύβου και η ημι-αναλυτική λύση για το αναμενόμενο μέγεθος της επόμενης "χιονοστιβάδας". Στις παραγράφους 2.3 και 2.4 παρουσιάζεται η q -εκθετική αποκατάσταση της προαναφερθείσας αναμενόμενης τιμής και τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτήν. Τέλος, στην παράγραφο 2.5 παρουσιάζεται η προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου μέσω δύο διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης που βασίζονται στην ανάλυση του μοντέλου στο φυσικό χρόνο, ως επίσης δε αναδεικνύεται η δυνατότητα γενίκευσης της μιας από αυτές για την πρόβλεψη του μεγέθους σε πραγματικές σεισμικές ακολουθίες.

Σε δυναμικά συστήματα που λειτουργούν μακριά από την θέση ισορροπίας, η εμφάνιση ανεξάρτητης, ελεύθερης από κλίμακα (scale-free) συμπεριφοράς έχει αναφερθεί σε πολύ μεγάλο εύρος περιπτώσεων, όπως στη βιολογία [Havlin et al., 1995; Peng et al., 1995a; Stanley et al., 1999; Peng et al., 1995b; Newman, 1996], τη σεισμολογία [Rundle et al., 2003; Shcherbakov et al., 2004; Holliday et al., 2006; Lennartz et al., 2008a; Balankin et al., 2009] τις ηλιακές εκλάμψεις [Aschwanden et al., 2000; Parnell and Jupp, 2000; Hughes et al., 2003; Nigro et al., 2004], τους σωρούς από ρύζι [Frette et al., 1996; Aegerter et al., 2003; Lőrincz and Wijngaarden, 2007] και των ηλεκτρικών σημάτων που προηγούνται της θραύσης [Varotsos et al., 2003].

Μια εξήγηση της γενικευμένης παρουσίας αυτής της συμπεριφοράς στη φύση έχει επιχειρηθεί με βάση την αυτο-οργανωμένη κρισιμότητα (SOC), η ιδέα προτάθηκε αρχικά από Bak, Tang και Wiesenfeld [Bak et al., 1987]. Τα αυτο-οργανωμένα κρίσιμα δυναμικά συστήματα συνήθως περιέχουν πολλούς παράγοντες που αλληλεπιδρούν υπό την επήρεια μιας αργής κινητήριας δύναμης. Οι ανακατατάξεις που προκαλούνται οδηγούν, μετά από ένα μεταβατικό στάδιο στο οποίο το σύστημα αποκτά κρισιμότητα [Garber et al., 2009; Garber and Kantz, 2009], σε μια σταθερή κατάσταση η οποία χαρακτηρίζεται από νόμους δύναμης. Έτσι σε συστήματα SOC ο ανταγωνισμός μεταξύ της κινητήριας δύναμης που πολύ αργά διοχετεύει ενέργεια και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των προαναφερόμενων παραγόντων, μπορούν να οδηγήσουν το σύστημα σε κρίσιμη κατάσταση, όπου μια μικρή διαταραχή μπορεί να προκαλέσει "χιονοστιβάδα" οποιουδήποτε μεγέθους και διάρκειας [Bak et al., 1987, 1988; Ramos et al., 2009]. Όμως όπως προτάθηκε από τους Newman και Sneppen [Newman, 1996; Newman and Sneppen, 1996; Sneppen and Newman, 1997] η συμπεριφορά νόμου δύναμης μπορεί επίσης να προκληθεί όταν έχουμε *σύμφωνη* εφαρμογή (δηλαδή σε όλους τους παράγοντες που συνιστούν το σύστημα την ίδια χρονική στιγμή) μιας εξωτερικής, π.χ. λόγω του περιβάλλοντος, μιας εξωτερικής δύναμης στοχαστικής προέλευσης, όπως για παράδειγμα ένας λευκός θόρυβος, υποθέτοντας όμως ότι οι παράγοντες δεν αλληλεπιδρούν. Δεδομένου του ότι οι παράγοντες αυτοί δεν αλληλεπιδρούν, ένα τέτοιο μοντέλο σύμφωνου θορύβου (*coherent noise model*) δεν μπορεί να θεωρηθεί κρίσιμο αν και προκαλεί νόμους δύναμης.

Δυναμικά συστήματα που εμφανίζουν συμπεριφορά ελεύθερης από κλίμακα, προκαλούν ισχυρές "χιονοστιβάδες", π.χ., ισχυρούς σεισμούς στην σεισμολογία, των οποίων η πρόβλεψη αποτελεί ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα [Varotsos and Alexopoulos, 1984; Varotsos and Lazaridou, 1991; Varotsos et al., 1993; Pepke and Carlson, 1994; Huang et al., 1998; Sammis and Smith, 1999; Sarlis et al., 2008; Uyeda and Kamogawa, 2008; Uyeda et al., 2009; Garber et al., 2009; Garber and Kantz, 2009; Ramos et al., 2009; Uyeda and Kamogawa, 2010; Sarlis et al., 2010; Varotsos et al., 2010, 2011a]. Για την περίπτωση των κρίσιμων συστημάτων, συμπεριλαμβανομένης της περίπτωσης SOC, αναμένουμε ότι τέτοιες ισχυρές "χιονοστιβάδες" να προκύπτουν όταν το σύστημα πλησιάζει μια κρίσιμη κατάσταση [βλ. Varotsos et al., 2011c]. Η προσέγγιση του συστήματος προς μια κρίσιμη κατάσταση μπορεί να προσδιοριστεί (π.χ., βλ. [Varotsos et al., 2011b]) με τη χρήση της ανάλυσης στο φυσικό χρόνο [Varotsos et al., 2001, 2002, 2011c; Sarlis et al., 2013].

Ωστόσο, στην περίπτωση του μοντέλου σύμφωνου θορύβου [Newman and Sneppen, 1996; Sneppen and Newman, 1997], δεδομένου ότι το σύστημα δεν είναι κρίσιμο προκύπτει μια πρόκληση ως προς το αν μπορούν να προβλεφθούν οι ισχυρές "χιονοστιβάδες".

2.1 Εισαγωγή στη ROC (Receiver Operating Characteristics: Χαρακτηριστική Λειτουργίας Δέκτη) ανάλυση

2.1.1 Εισαγωγή στα διαγράμματα ROC

Το Receiver Operating Characteristics (ROC) διάγραμμα είναι μια τεχνική οπτικοποίησης, οργάνωσης και αναπαράστασης βασισμένη στην απόδοση ενός δέκτη [Fawcett, 2006]. Ένας από τους πρώτους που υιοθέτησαν τα ROC γραφήματα στην μηχανική μάθηση ήταν ο Spackman [1989], ο οποίος ανέδειξε την αξία των ROC καμπυλών στην αξιολόγηση και σύγκριση αλγορίθμων.

		True class	
		p	n
Hypothesized class	Y	True Positives	False Positives
	N	False Negatives	True Negatives

$P = TP + FN$ $Q = FP + TN$

$$FPr = \frac{FP}{Q} = \frac{FP}{FP + TN}$$

$$TPR = \frac{TP}{P} = \frac{TP}{TP + FN}$$

$$precision = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$accuracy = \frac{TP + TN}{P + Q}$$

Σχήμα 2.1: Ένας πίνακας ενδεχομένων και διάφορα ποσοτικά μέτρα αναπαράστασης που μπορούν να υπολογιστούν από αυτόν.

Εξετάζουμε ένα πρόβλημα πρόβλεψης σύμφωνα με το οποίο έχουμε δυο πιθανές καταστάσεις, *positive* (θετική) και *negative* (αρνητική). Σε κάθε περίπτωση η κατάσταση θα αντιστοιχεί σε ένα στοιχείο του συνόλου $\{p, n\}$. Σύμφωνα με το πρόβλημα της πρόβλεψης έχουμε δυο επίσης απαντήσεις, Ναι Y και Όχι N οπότε αντίστοιχα σε κάθε περίπτωση η απάντηση θα αντιστοιχεί σε ένα στοιχείο του συνόλου $\{Y, N\}$. Σύμφωνα με τα προηγούμενα έχουμε τέσσερις πιθανές περιπτώσεις ταξινόμησης: πρόβλεψη Ναι Y κατάσταση p θετική με ταξινόμηση TP (*true positive: αληθώς θετικό*), πρόβλεψη Ναι Y κατάσταση n αρνητική με ταξινόμηση FP (*false positive: ψευδώς θετικό*), πρόβλεψη Όχι N κατάσταση p θετική με ταξινόμηση FN (*false negative: ψευδώς αρνητικό*) και τέλος πρόβλεψη Όχι N κατάσταση n αρνητική με ταξινόμηση TN (*true negative: αληθώς αρνητικό*). Στο σχήμα 2.1 παρατίθεται πίνακας ενδεχομένων (contingency table) για την περίπτωση που εξετάζονται P positive και Q negative καταστάσεις μαζί με τις εξισώσεις διαφόρων συνήθων ποσοτικών μέτρων που μπορούν να υπολογιστούν από αυτόν.

Στη συνέχεια ορίζονται οι ποσότητες,

Το ποσοστό (ή ο ρυθμός) των αληθώς (TP) θετικών αποτελεσμάτων (True Positive Rate, TPr),

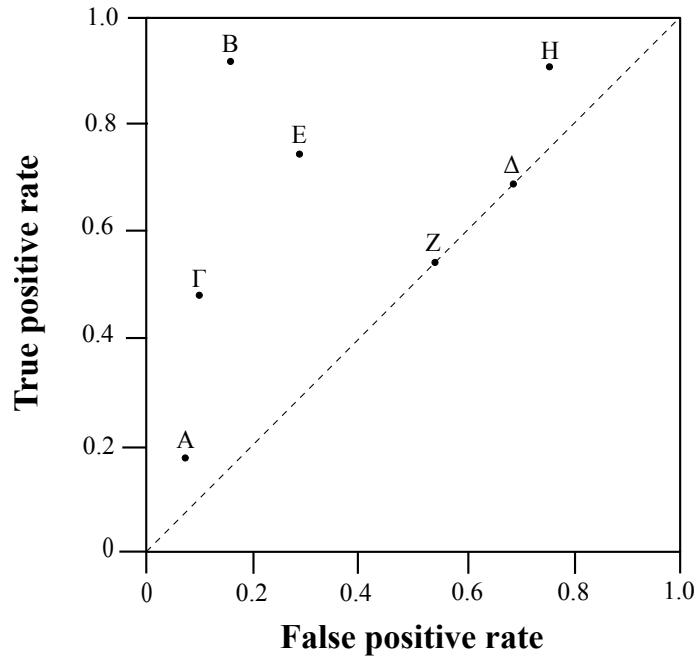
$$TPr = \frac{\text{Positives correctly classified}}{\text{Total positives}} \quad (2.1)$$

Το ποσοστό (ή ο ρυθμός) των ψευδών (FP) θετικών αποτελεσμάτων (False Positive Rate, FPr),

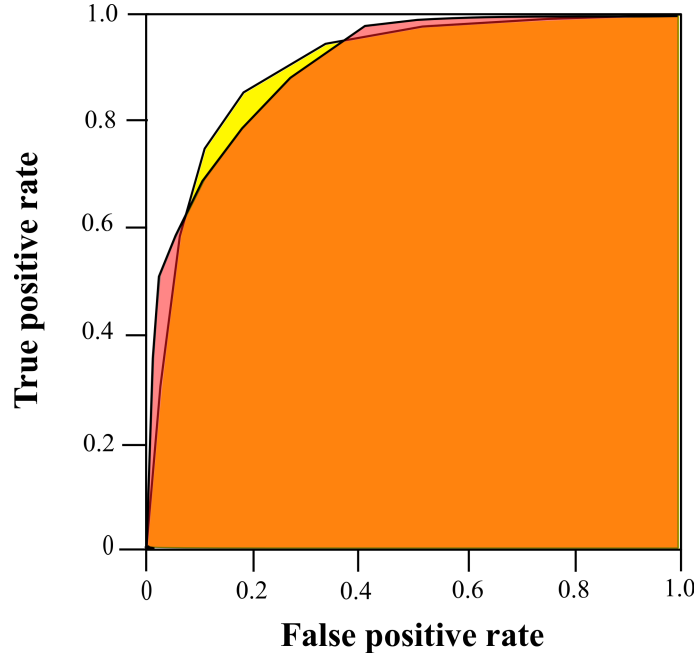
$$FPr = \frac{\text{Negatives incorrectly classified}}{\text{Total negatives}} \quad (2.2)$$

2.1.2 ROC χώρος

Μπορούμε βασιζόμενοι στην §2.1.1 να παραστήσουμε διαγράμματα που στον κάθετο άξονα να έχουμε την ποσότητα True positive rate και στον οριζόντιο άξονα την ποσότητα False positive rate όπως στο διάγραμμα του σχήματος 2.2. Είναι βασικό να αναφέρουμε ότι η απόδοση που υπολογίζουμε με βάση το ROC διάγραμμα τείνει να γίνει ανεξάρτητη του αριθμού των δοκιμών [Fawcett, 2006]. Αν η μέθοδος πρόγνωσης βασίζεται σε έναν τυχαίο προγνώστη τότε τα αποτελέσματα στο διάγραμμα θα βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο.



Σχήμα 2.2: Στο σχήμα αναπαρίσταται διάγραμμα που στον κάθετο άξονα να έχουμε την ποσότητα True positive rate και στον οριζόντιο άξονα την ποσότητα False positive rate οι αποδόσεις των μετρήσεων. Αν τα δεδομένα μας ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή τότε τα αποτελέσματα στο διάγραμμα θα βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο.



Σχήμα 2.3: Απεικόνιση της επιφάνειας που βρίσκεται κάτω από την καμπύλη σε ένα διάγραμμα ROC.

Με τον όρο Area Under an ROC Curve (AUC) περιγράφεται [Fawcett, 2006] η επιφάνεια που βρίσκεται κάτω από την καμπύλη σε ένα διάγραμμα ROC. Το μέτρο της επιφάνειας αυτής μπορεί να λειτουργήσει ως δείκτης ποσοτικοποίησης για την προβλεψιμότητα ενός μοντέλου.

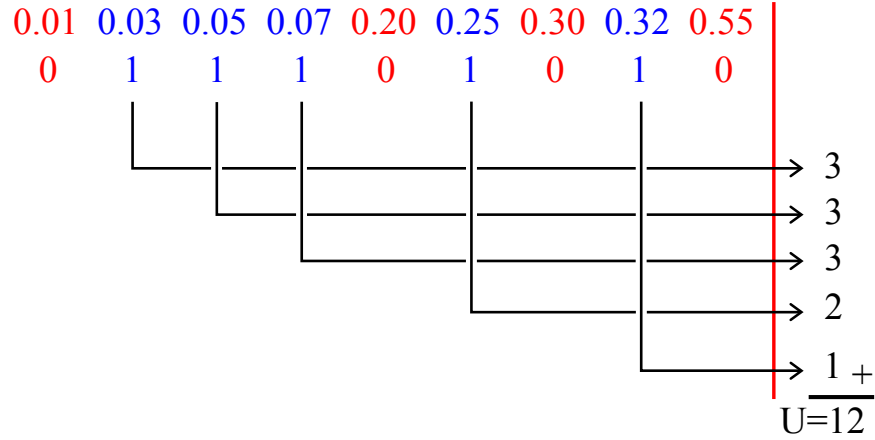
Αν τα αποτελέσματα ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή (τυχαίος προγνώστης) εύκολα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η AUC έχει την τιμή 0.5. Επίσης η AUC είναι πολύ στενά συσχετισμένη με τον δείκτη Gini, $Gini + 1 = 2 \cdot AUC$ [Fawcett, 2006], ο οποίος ισοδυναμεί με δύο φορές το εμβαδόν ανάμεσα στη διαγώνιο και τη ROC καμπύλη.

Η λεπτομερής μελέτη [Mason and Graham, 2002] της AUC έχει δείξει ότι αυτή είναι ισοδύναμη με την U -στατιστική των Mann-Whitney [Mann and Whitney, 1947]. Πιο συγκεκριμένα έχουμε ότι:

$$U = PQ(1 - AUC) \Rightarrow AUC = 1 - \frac{U}{PQ} \quad (2.3)$$

Όπως προαναφέρθηκε το U ικανοποιεί την U -στατιστική.

Πιο συγκεκριμένα, ο αριθμός U είναι το άθροισμα του πλήθους των αριθμών u_k , $k = 1, 2, \dots, m$ που είναι μεγαλύτεροι από τους αριθμούς u'_k , $k = 1, 2, \dots, n$ όταν οι αριθμοί u_k και u'_k προέρχονται από την ίδια συνεχή κατανομή (το τελευταίο εξασφαλίζει ότι η παραπάνω διάταξη είναι μοναδική). Ένα παράδειγμα υπολογισμού του U φαίνεται στο σχήμα 2.4. Αφού οι αριθμοί u_k , u'_k διαταχθούν με μοναδικό τρόπο όπως προαναφέραμε αντικαθιστούμε τα u_k με "0" και τα u'_k με "1". Το U μετρά τον αριθμό των περιπτώσεων που ένα "1" προηγείται ενός "0" [Mann and Whitney, 1947]. Προφανώς η U -στατιστική είναι συμμετρική, δηλαδή αναλλοίωτη κάτω από τον μετασχηματισμό $(m, n) \rightarrow (n, m)$, στην περίπτωση της εξ.(2.3) μπορούμε χωρίς βλάβη της γενικότητας να υποθέσουμε ότι το U υπολογίζεται για $m = P$ και $n = Q$.



Σχήμα 2.4: Υπολογισμός του U για ένα ενδεχόμενο στην περίπτωση $m = 4$ και $n = 5$. Με κόκκινο χρώμα απεικονίζονται τα u_k και με μπλε τα u'_k

Η Mann-Whitney U –στατιστική μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια του αλγορίθμου AS62 [Dinneen and Blakes, 1973] που βασίζεται στην αναδρομική σχέση:

$$f_{m,n}(U) = f_{m-1,n}(U - n) + f_{m,n-1}(U) \quad (2.4)$$

όπου $f_{m,n}(U)$ είναι η συχνότητα εμφάνισης της ακέραιας τιμής U για δεδομένη τιμή των m και n .

2.1.3 Η AUC για τυχαίο προγνώστη

Όπως αναφέρθηκε στην §2.1.2 στην περίπτωση του τυχαίου προγνώστη τα αποτελέσματα στο ROC διάγραμμα θα βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο. Πράγματι, αν προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε την διασπορά ενός τυχαίου προγνώστη σε ένα ROC διάγραμμα τότε εύκολα θα συμπεραίναμε ότι για άπειρο αριθμό καταστάσεων ($P \rightarrow \infty, Q \rightarrow \infty$) τα αποτελέσματα θα βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο. Τώρα για πεπερασμένο αριθμό καταστάσεων P και Q εμφανίζεται διασπορά γύρω από την πρώτη διαγώνιο. Επειδή ο προγνώστης είναι τυχαίος χαρακτηρίζεται από μια μόνον πιθανότητα p να είναι Y ή N . Θα προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε μέτρα αυτής της διασποράς. Με άλλα λόγια για τον τυχαίο προγνώστη ισχύει ότι $p = P(Y|p) = P(Y|n)$, όπου $P(Y|p)$, $P(Y|n)$ είναι οι δεσμευμένες πιθανότητες να έχουμε Y δεδομένου ότι η κατάσταση είναι p ή n .

Το ποσοστό των αληθώς θετικών αποτελεσμάτων (TPr) θα είναι:

$$TPr = \frac{TP}{P} = \frac{l}{P} \quad (2.5)$$

με το l να ακολουθεί την διωνυμική κατανομή P δοκιμών με πιθανότητα επιτυχίας p (*binomial* (P, p)). Με βάση το γεγονός ότι η l ακολουθεί την κατανομή αυτή έχουμε,

$$\langle TPr \rangle = \frac{1}{P} \langle l \rangle = \frac{1}{P} p P = p \quad (2.6)$$

και

$$\sigma_{TPr}^2 = \langle (TPr - \langle TPr \rangle)^2 \rangle = \frac{1}{P^2} (\langle l^2 \rangle - \langle l \rangle^2) = \frac{1}{P^2} P p (1 - p) \quad (2.7)$$

άρα,

$$\sigma_{TPr} = \sqrt{\langle (TPr - p)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{P}} \quad (2.8)$$

Επίσης, αφού $p = P(Y|n)$ έχουμε:

$$FPr = \frac{FP}{Q} = \frac{m}{Q} \quad (2.9)$$

με το m να ακολουθεί την διωνυμική κατανομή Q δοκιμών με πιθανότητα επιτυχίας p (*binomial* (Q, p)), που συμβολίζει τον αριθμό των θετικά ταξινομημένων n από Q δοκιμές. Αφού,

$$FPr = \frac{m}{Q} \quad (2.10)$$

οπότε,

$$\langle FPr \rangle = \frac{1}{Q} \langle m \rangle = \frac{1}{Q} p Q = p \quad (2.11)$$

οπότε,

$$\sigma_{FPr}^2 = \langle (FPr - \langle FPr \rangle)^2 \rangle = \frac{1}{Q^2} (\langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2) = \frac{1}{Q^2} p Q (1 - p) \quad (2.12)$$

άρα,

$$\sigma_{FPr} = \sqrt{\langle (FPr - p)^2 \rangle} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{Q}} \quad (2.13)$$

2.1.4 Γεωμετρική περιγραφή της διασποράς του τυχαίου προγνώστη

Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε να κάνουμε με δυο ανεξάρτητες μεταβλητές TPr και FPr που αναπαριστώνται στους δύο κάθετους άξονες της ROC και εμφανίζουν αντίστοιχα διωνυμική κατανομή η οποία όπως προαναφέρθηκε στην §1.3.1 προσεγγίζεται για μεγάλο αριθμό P, Q από την κατανομή Gauss. Έτσι η κατανομή των σημείων (FPr, TPr) γύρω από το σημείο (p, p) στο ROC επίπεδο (x, y) μπορεί να προσεγγιστεί από την διδιάστατη κατανομή Gauss. Η τελευταία δίδεται από την εξίσωση [Cacoullos, 1969],

$$F(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho \frac{(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2} \right]} \quad (2.14)$$

όπου $\mu_1 = \langle FPr \rangle = p$, $\mu_2 = \langle TPr \rangle = p$, $\sigma_1^2 = \sigma_{FPr}^2$, $\sigma_2^2 = \sigma_{TPr}^2$ και $\rho = 0$, αφού τα FPr και TPr είναι ασυσχέτιστα μεταξύ τους για την περίπτωση του τυχαίου προγνώστη. Η πιθανότητα απόκλισης από το σημείο (p, p) καθορίζεται από τον όρο που εμφανίζεται στο όρισμα του εκθετικού της σχέσης (2.14). Ο όρος αυτός αντιστοιχεί σε μια έλλειψη με κέντρο το σημείο (p, p) . Έτσι, μπορούμε να σχηματίσουμε τις "ελλείψεις εμπιστοσύνης" (Confidence Ellipses) γύρω από το σημείο (p, p) , π.χ. βλ. [Beringer et al., 2012].

Η γενική μορφή της εξίσωσης της έλλειψης με κέντρο το (x_0, y_0) δίνεται από τον τύπο:

$$\frac{(x - x_0)^2}{\alpha^2} + \frac{(y - y_0)^2}{\beta^2} = 1 \quad (2.15)$$

Οπότε στην περίπτωση μας θα έχουμε:

$$\frac{(x - p)^2}{\sigma_{Fpr}^2} + \frac{(y - p)^2}{\sigma_{Tpr}^2} = k, \quad (2.16)$$

όπου k μια θετική παράμετρος που καθορίζει την πιθανοφάνεια της απόκλισης από το κέντρο της. Η τελευταία ακολουθεί λόγω της εξ.(2.14) χ^2 -κατανομή (βλ. §1.3.1) με δυο βαθμούς ελευθερίας [Beringer et al., 2012], δηλαδή έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(k) = \frac{1}{2}e^{-k/2}$. Σύμφωνα με τις εξισώσεις (2.8) και (2.13) η εξ.(2.16) γίνεται,

$$\frac{(x - p)^2}{\frac{p(1-p)}{Q}} + \frac{(y - p)^2}{\frac{p(1-p)}{P}} = k \quad (2.17)$$

δηλαδή,

$$Q \frac{(x - p)^2}{p(1 - p)} + P \frac{(y - p)^2}{p(1 - p)} = k \quad (2.18)$$

και κάνοντας τους υπολογισμούς, έχουμε:

$$y = p \pm \sqrt{\frac{kp(1 - p) - Q(x - p)^2}{P}} = p \pm \sqrt{\frac{(k + 2Qx)p - (Q + k)p^2 - Qx^2}{P}}, \quad (2.19)$$

όπου η υπόριζος ποσότητα είναι θετική λόγω της εξ.(2.18). Για κάθε λοιπόν σημείο (p, p) έχουμε μια διαφορετική έλλειψη εμπιστοσύνης. Προχωρώντας ένα βήμα παραπάνω υπολογίζουμε το περίγραμμα της επιφάνειας που δημιουργείται από τις επιφάνειες όλων των ελλείψεων (συγκεκριμένου k) όταν το p διατρέχει το διάστημα από 0 έως και 1. Για αυτό το λόγο υπολογίζουμε το μέγιστο και το ελάχιστο y της σχέσης (2.19) για κάθε x -ανεξαρτήτως της τιμής του p - οπότε και θα προκύψει το περίγραμμα της επιφάνειας που προαναφέραμε.

Για να βρούμε τα ακρότατα y_{min} και y_{max} θα πρέπει να μηδενίσουμε την πρώτη παράγωγο της σχέσης (2.19),

$$\frac{\partial y}{\partial p} = 0 \Rightarrow 1 \pm \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{P}} [k + 2Qx - 2(Q + k)p]}{\sqrt{(k + 2Qx)p - (Q + k)p^2 - Qx^2}} = 0 \quad (2.20)$$

Μεταφέροντας τη μονάδα στο δεξί μέλος και υψώνοντας στο τετράγωνο, με αλγεβρικές πράξεις καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση:

$$\left[(Q + k) \left(1 + \frac{Q + k}{P} \right) \right] p^2 - \left[(k + 2Qx) \left(1 + \frac{Q + k}{P} \right) \right] p + \left[Qx^2 + \frac{(k + 2Qx)^2}{4P} \right] = 0 \quad (2.21)$$

Υπολογίζοντας τις ρίζες της (2.21) καταλήγουμε στην επόμενη έκφραση,

$$p_{1,2} = \left(\frac{Q}{Q+k} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \frac{1}{(Q+k)} \sqrt{\frac{P k [k + 4Q(x - x^2)]}{Q + k + P}} \quad (2.22)$$

Όπου η ποσότητα $P k [k + 4Q(x - x^2)] \geq 0$ είναι πάντα θετική, όταν $0 \leq x \leq 1 (\Rightarrow x - x^2 \geq 0)$. Μετασχηματίζοντας την σχέση (2.20),

$$\mp 2\sqrt{P} \sqrt{(k + 2Qx)p - (Q + k)p^2 - Qx^2} = k + 2Qx - 2(Q + k)p \quad (2.23)$$

οπότε αντικαθιστώντας στην (2.19) προκύπτει,

$$y = p - \frac{1}{2P} [(k + 2Qx) - 2(Q + k)p] = p + \frac{1}{2P} [2(Q + k)p - (k + 2Qx)] \quad (2.24)$$

Αντικαθιστώντας για την τιμή του p , την τιμή p_1 , καταλήγουμε στην έκφραση για το μέγιστο y :

$$y_{max} = \left(\frac{Q}{Q+k} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{(Q+k)} \sqrt{\frac{k(Q+k+P)}{P} [k + 4Q(x - x^2)]} \quad (2.25)$$

ενώ η τιμή p_2 μας δίνει την αντίστοιχη έκφραση για το ελάχιστο y :

$$y_{min} = \left(\frac{Q}{Q+k} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{1}{(Q+k)} \sqrt{\frac{k(Q+k+P)}{P} [k + 4Q(x - x^2)]} \quad (2.26)$$

Αν εισάγουμε τις παραμέτρους $\mathcal{Y} = y - \frac{1}{2}$, $\mathcal{X} = x - \frac{1}{2}$ και $R = Q + k$ οι εξισώσεις (2.25) και (2.26) οδηγούν στην σχέση,

$$4P(R\mathcal{Y} - Q\mathcal{X})^2 = (R - Q)(R + P)(R - 4Q\mathcal{X}^2) \Leftrightarrow \quad (2.27)$$

$$\Leftrightarrow R \{ R^2 - R [P(4\mathcal{Y}^2 - 1) + Q(4\mathcal{X}^2 + 1)] + Q [P(8\mathcal{X}\mathcal{Y} - 1 - 4\mathcal{X}^2) + 4Q\mathcal{X}^2] \} = 0 \quad (2.28)$$

Η εξ.(2.27) μας φανερώνει ότι οι σταθερού k καμπύλες είναι κωνικές τομές. Ας διερευνήσουμε λοιπόν το είδος της κωνικής τομής. Την σχέση (2.27) μπορούμε να την γράψουμε ισοδύναμα ως εξής:

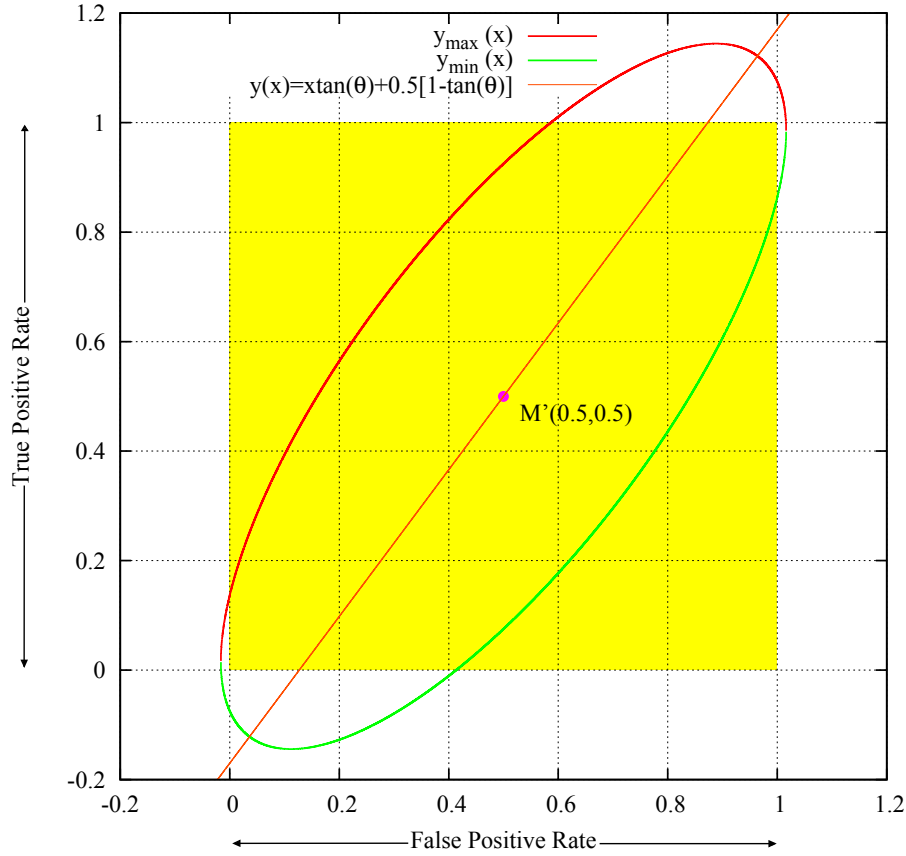
$$\underbrace{[4PQ^2 + 4Q(R - Q)(R + P)]}_{A_0} \mathcal{X}^2 + \underbrace{[-8PQR]}_{B_0} \mathcal{X}\mathcal{Y} + \underbrace{[4PR^2]}_{C_0} \mathcal{Y}^2 + \underbrace{[-R(R - Q)(R + P)]}_{F_0} = 0 \quad (2.29)$$

Γενικά για τις κωνικές τομές ισχύει η εξίσωση [Bronshtein et al., 2007]:

$$A_0 \mathcal{X}^2 + B_0 \mathcal{X}\mathcal{Y} + C_0 \mathcal{Y}^2 + D_0 \mathcal{X} + E_0 \mathcal{Y} + F_0 = 0 \quad (2.30)$$

Αν $B_0^2 - 4A_0C_0 < 0$ τότε έχουμε έλλειψη. Εφαρμόζοντας στην περίπτωση μας,

$$B_0^2 - 4A_0C_0 = 64PQR(Q - R)(R + P) < 0 \quad (2.31)$$



Σχήμα 2.5: Απεικόνιση της έλλειψης που προκύπτει από την εξ.(2.29) για δεδομένα P, Q, k . Αναλυτικότερα, από τις εξ.(2.25) και (2.26) λαμβάνουμε τα y_{max} (κόκκινη καμπύλη) και y_{min} (πράσινη καμπύλη) αντίστοιχα. Στο κίτρινο χρώμα του φόντου έχουμε την περιοχή του ROC διαγράμματος. Εδώ χρησιμοποιούμε $P = 10, Q = 100, k = 6.6$.

αφού $R = Q + k$, έχουμε έλλειψη με κλίση του κύριου άξονα που μπορούμε να την υπολογίσουμε με τη βοήθεια της επόμενης εξίσωσης,

$$\cot(2\theta) = \frac{A_0 - C_0}{B_0} = \frac{PR^2 + Q^2R - QR^2 - QRP}{2QRP} = \frac{k}{2} \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{P} \right) \quad (2.32)$$

και άρα

$$\tan(\theta) = -\cot(2\theta) + \sqrt{\cot^2(2\theta) + 1} = \frac{-k(P - Q) + \sqrt{4P^2Q^2 + k^2(P - Q)^2}}{2PQ} \quad (2.33)$$

με κέντρο το σημείο $(\mathcal{X} = 0, \mathcal{Y} = 0)$ αφού οι όροι D_0 και E_0 της σχέσης 2.30 είναι μηδενικοί στην σχέση (2.29). Αν τώρα κάνουμε τους αντίστοιχους υπολογισμούς για $x = \mathcal{X} + \frac{1}{2}$ και $y = \mathcal{Y} + \frac{1}{2}$ τότε προκύπτει έλλειψη που έχει την ίδια κλίση αλλά το κέντρο της είναι το σημείο $M'(x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2})$. Στο σχήμα 2.5 αναπαρίσταται η συγκεκριμένη έλλειψη για $P = 10, Q = 100, k = 6.6$.

Παρακάτω θα προσδιορίσουμε την τιμή του k που αντιστοιχεί σε ένα αυθαίρετο σημείο (x, y) του ROC επιπέδου. Επειδή $R = Q + k > 0$ κάνοντας τις αλγεβρικές πράξεις από την σχέση

(2.28) καταλήγουμε στην ακόλουθη σχέση,

$$k^2 - k [P(4\mathcal{Y}^2 - 1) + Q(4\mathcal{X}^2 - 1)] - 4QP(\mathcal{X} - \mathcal{Y})^2 = 0 \Rightarrow \quad (2.34)$$

$$\Rightarrow k^2 - k [4(P\mathcal{Y}^2 + Q\mathcal{X}^2) - (P + Q)] - 4QP(\mathcal{X} - \mathcal{Y})^2 = 0 \quad (2.35)$$

η θετική λοιπόν λύση και άρα το ζητούμενο k θα είναι:

$$k = 2(P\mathcal{Y}^2 + Q\mathcal{X}^2) - \frac{1}{2}(P + Q) + \sqrt{\left[2(P\mathcal{Y}^2 + Q\mathcal{X}^2) - \frac{1}{2}(P + Q)\right]^2 + 4QP(\mathcal{X} - \mathcal{Y})^2} \quad (2.36)$$

αντίστοιχα αφού $\mathcal{X} = x - \frac{1}{2}$ και $\mathcal{Y} = y - \frac{1}{2}$ έχουμε,

$$k(x, y) = 2P(y^2 - y) + 2Q(x^2 - x) + 2\sqrt{[P(y^2 - y) + Q(x^2 - x)]^2 + QP(x - y)^2} \quad (2.37)$$

Από τις εξισώσεις (2.36) και (2.37) μπορούμε να εξάγουμε τα εξής χρήσιμα συμπεράσματα:

- Στην περίπτωση του ιδανικού προγνώστη έχουμε $x = 0$ και $y = 1$ οπότε έχουμε, $k(0, 1) = 2\sqrt{QP}$.
- Αν P και $Q \gg 1$ τότε η εξ.(2.35) γίνεται ασυμπτωτικά πρώτου βαθμού και οδηγεί στη λύση,

$$k = \frac{4QP(\mathcal{X} - \mathcal{Y})^2}{P + Q - 4(P\mathcal{Y}^2 + Q\mathcal{X}^2)} \quad (2.38)$$

ή ισοδύναμα

$$k(x, y) = \frac{QP(x - y)^2}{P(y - y^2) + Q(x - x^2)} \quad (2.39)$$

- Όπως είδαμε από την σχέση (2.27) οι ίσου k καμπύλες είναι ελλείψεις με την κλίση του κύριου άξονα να προκύπτει από τις εξισώσεις (2.32) και (2.33) και κέντρο το $M'(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, π.χ. βλ. σχήμα 2.5, που καλύπτουν το ROC διάγραμμα. Όπως προκύπτει από την σχέση (2.37) (βλ. σχήμα 2.5) αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για να παραμετροποιήσουμε το επίπεδο της ROC με βάση την παράμετρο k .

Ας υπολογίσουμε την AUC που προκύπτει από την σχέση (2.25) για δεδομένη τιμή του k . Παρατηρώντας το σχήμα 2.6 διαπιστώνουμε ότι στο $x = x_1$ η συνάρτηση $y_{max}(x)$ τέμνει το όριο $y = 1$ του ROC διαγράμματος. Από την (2.28) προκύπτει για $y = 1 (\Rightarrow \mathcal{Y} = y - \frac{1}{2} = \frac{1}{2})$ ότι,

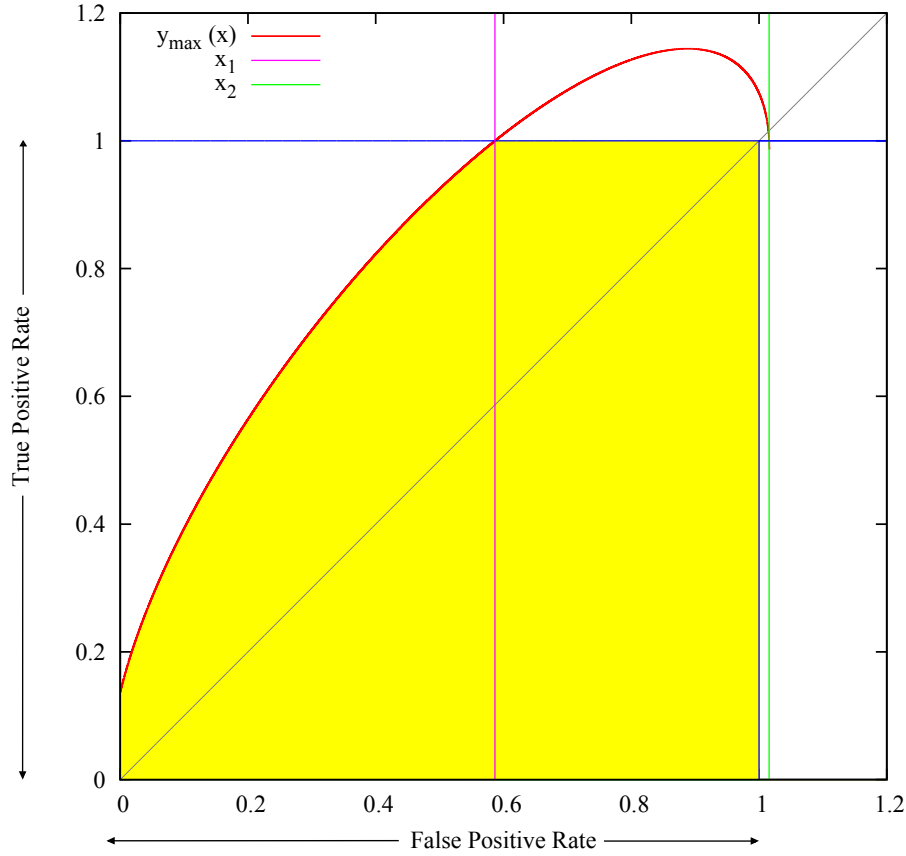
$$R^2 - RQ(4\mathcal{X}^2 + 1) + Q[P(4\mathcal{X} - 4\mathcal{X}^2 - 1) + 4Q\mathcal{X}^2] = 0 \quad (2.40)$$

κάνοντας τις αλγεβρικές πράξεις καταλήγουμε στην σχέση,

$$(4Q^2 - 4RQ - 4PQ)\mathcal{X}^2 + (4PQ)\mathcal{X} + (R^2 - RQ - PQ) = 0 \quad (2.41)$$

επειδή τώρα $R = Q + k$ αντικαθιστώντας και κάνοντας τις αλγεβρικές πράξεις προκύπτει

$$-4Q(k + P)\mathcal{X}^2 + (4QP)\mathcal{X} + (k^2 + Qk - PQ) = 0 \quad (2.42)$$



Σχήμα 2.6: Απεικόνιση της καμπύλης $y_{\max}(x)$ για δεδομένα P, Q, k (κόκκινη καμπύλη) και της AUC (με κιτρινο χρώμα) που αυτή περικλύει στο ROC διαγράμμα. Οι τιμές x_1, x_2 είναι οι λύσεις αντίστοιχα της εξ.(2.44). Εδώ χρησιμοποιούμε $P = 10, Q = 100, k = 6.6$.

Οπότε λύνοντας την εξ.(2.42) προκύπτουν οι τιμές $\mathcal{X}_{1,2}$ για τις οποίες η καμπύλη $y_{\max}(x)$ της σχέσης (2.25), που απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα στο σχήμα 2.6, συναντά την ευθεία $y = 1$ που οριοθετεί το ROC χώρο:

$$\mathcal{X}_{1,2} = \frac{PQ \mp \sqrt{Qk^3 + Q^2k^2 + QPk^2}}{2Q(k + P)}, \quad (2.43)$$

οπότε αφού $\mathcal{X}_{1,2} = x_{1,2} - \frac{1}{2}$ η σχέση (2.43) γίνεται,

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} + \frac{PQ \mp \sqrt{Qk^3 + Q^2k^2 + QPk^2}}{2Q(k + P)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{P \mp k\sqrt{1 + \frac{k+P}{Q}}}{k + P} \right), \quad (2.44)$$

Από τις δύο ρίζες x_1 και x_2 , η μεν x_1 είναι μικρότερη της μονάδας διότι $\frac{P}{k+P} < 1$ ενώ η x_2 είναι μεγαλύτερη της μονάδας διότι $P + k\sqrt{1 + \frac{k+P}{Q}} > k + P$. Έτσι προκύπτει ότι το εμβαδόν που περικλείεται κάτω από μία k -έλλειψη στο ROC διάγραμμα $AUC(P, Q, k)$ υπολογίζεται από τη

σχέση

$$AUC(P, Q, k) = \int_0^{x_1} \left[\left(\frac{Q}{Q+k} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Q+k} \right) \sqrt{\frac{k(Q+k+P)}{P} [k + 4Q(x - x^2)]} \right] dx + \int_{x_1}^1 1 dx \quad (2.45)$$

με x_1

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{PQ - \sqrt{Qk^3 + Q^2k^2 + QPk^2}}{2Q(k+P)}. \quad (2.46)$$

απ' όπου καταλήγουμε στη σχέση:

$$\begin{aligned} AUC(P, Q, k) &= \left(1 - \frac{x_1}{2} \right) + \left(\frac{Q}{Q+k} \right) \frac{x_1}{2} (x_1 - 1) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Q+k} \right) \sqrt{\frac{k(Q+k+P)}{P}} \left\{ \sqrt{Q} \left[\left(x_1 - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{Q+k}{4Q} - \left(x_1 - \frac{1}{2} \right)^2} \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(\frac{Q+k}{4Q} \right) \arcsin \left(2 \left(x_1 - \frac{1}{2} \right) \sqrt{\frac{Q}{Q+k}} \right) \right] + \frac{1}{4\sqrt{Q}} \left[\sqrt{kQ} + (Q+k) \arcsin \left(\sqrt{\frac{Q}{Q+k}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.47)$$

2.2 Προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου στο φυσικό χρόνο

2.2.1 Εισαγωγή στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου (coherent-noise model)

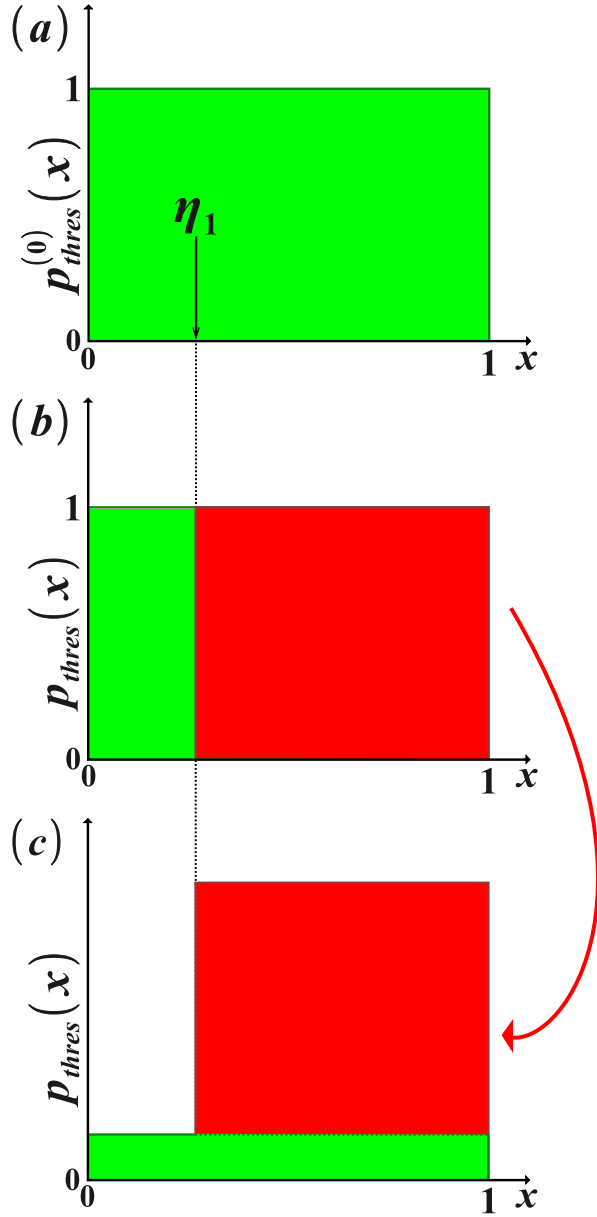
Όπως ήδη έχουμε αναφέρει βλ. §1.4 σε μια χρονοσειρά που αποτελείται από N γεγονότα [Varotsos et al., 2001] ο φυσικός χρόνος $\chi_k = k/N$ λειτουργεί ως δείκτης [Varotsos et al., 2001; Sarlis et al., 2011a; Varotsos et al., 2006, 2011c] για την εμφάνιση και την εκδήλωση του k -οστού γεγονότος. Τα γεγονότα στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου προκύπτουν από την ακόλουθη διαδικασία: Θεωρούμε ένα σύστημα από N_a παράγοντες π.χ. τα σημεία επαφής σε ένα ρήγμα. Για κάθε παράγοντα i υποθέτουμε ένα κατώφλιο x_i , $i = 1, 2, \dots, N_a$, που αντιστοιχεί στο ποσό της μηχανικής τάσης που αντέχει ο παράγοντας πριν "σπάσει", για την περίπτωση του ρήγματος πριν ολισθήσει. Χωρίς απώλεια της γενικότητας [Newman and Sneppen, 1996; Sneppen and Newman, 1997] το x_i μπορεί να προέρχεται από ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $0 \leq x < 1$. Η δυναμική του μοντέλου αποτελείται από δύο βήματα, το βήμα της Εφαρμογής της Μηχανικής Τάσης ("EMT") -stress step- το οποίο είναι το πιο σημαντικό και επαρκές για να παραχθούν μεγάλες "χιονοστιβάδες" και το βήμα της "γήρανσης".

Κατά τη διάρκεια του βήματος "EMT" έχουμε επιλέξει μια τυχαία τιμή (ή επίπεδο μηχανικής τάσης) η από κάποια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας $p_{stress}(\eta)$ και στη συνέχεια αντικαθιστούμε όλα τα x_i που είναι μικρότερα από την τιμή η με νέες τιμές που προκύπτουν από την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $0 \leq x < 1$. Επειδή η μηχανική τάση η εφαρμόζεται ταυτόχρονα σε όλους τους παράγοντες το πρότυπο αυτό ονομάζεται μοντέλο σύμφωνου θορύβου. Ο αριθμός των παραγόντων των οποίων τα κατώφλια ανανεώνονται είναι το μέγεθος της "χιονοστιβάδας" S . Κατά τη διάρκεια του βήματος της "γήρανσης" ένα σταθερό κλάσμα των παραγόντων επιλέγεται τυχαία και τα κατώφλια τους αντικαθιστώνται με νέα, που απορρέουν πάλι από την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $0 \leq x < 1$.

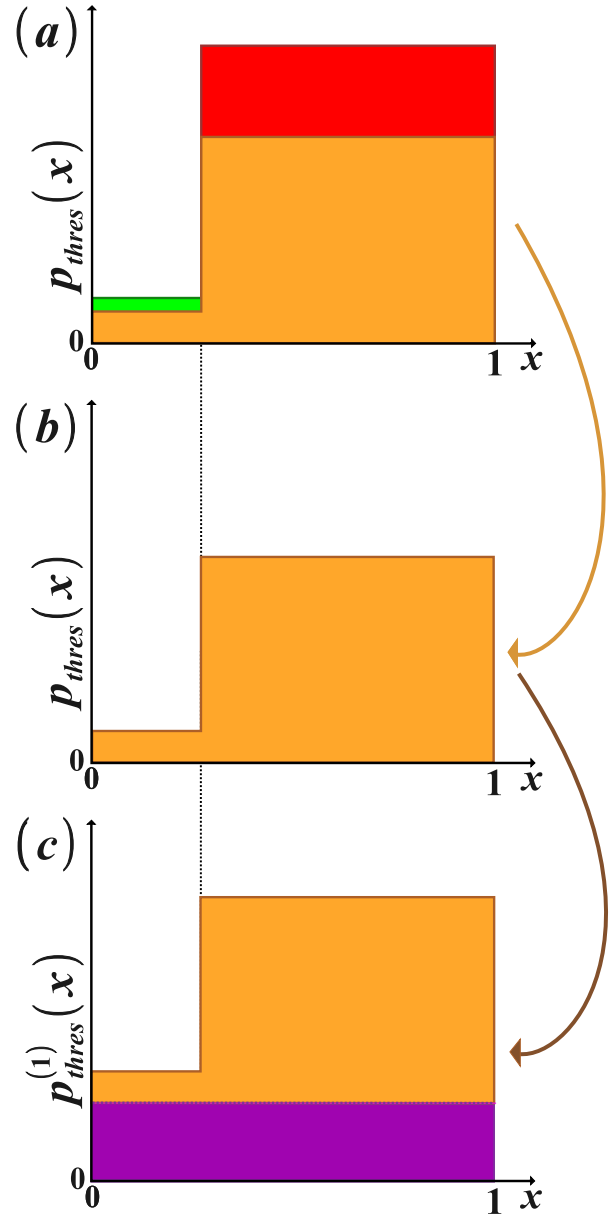
Αν υποθέσουμε ότι $N_a \rightarrow \infty$, τα κατώφλια x_i μπορούν να περιγραφούν από μια συνάρτηση κατανομής $p_{thres}(x)$, η οποία αρχικά ($k = 0$) θεωρείται ομοιόμορφη στο διάστημα $0 \leq x < 1$, δηλαδή $p_{thres}^{(0)}(x) = 1$. Το μέγεθος S_1 της πρώτης "χιονοστιβάδας" ($k = 1$) είναι ακριβώς η πιθανότητα,

$$\text{Prob}[x < \eta_1] = \int_0^{\eta_1} p_{thres}^{(0)}(x) dx = \eta_1 \quad (2.48)$$

που αντιπροσωπεύει την "μάζα πιθανότητας" των παραγόντων που είχαν κατώφλια μικρότερα από την τιμή η_1 . Αφού ακολουθήσει το βήμα της "γήρανσης" η κατανομή των κατωφλίων (thresholds) γίνεται $p_{thres}^{(1)}(x)$. Όταν επαναλάβουμε τα δύο βήματα για δεύτερη φορά χρησιμοποιώντας τώρα την τιμή η_2 μπορούμε να έχουμε S_2 και $p_{thres}^{(2)}(x)$ και ούτω καθεξής. Όπως θα δείξουμε στη συνέχεια στην §2.2.2 η συνάρτηση κατανομής των κατωφλίων μετά την k -οστή "χιονοστιβάδα" $p_{thres}^{(k)}(x)$ είναι κατά τμήματα σταθερή συνάρτηση με έναν πεπερασμένο αριθμό των βημάτων n_k . Ο αριθμός n_k έχει μελετηθεί στο φυσικό χρόνο στα πλαίσια εφαρμογής σε βιολογικά συστήματα [Sarlis et al., 2009a] και φαίνεται να παρουσιάζει συμπεριφορά $1/f$.



Σχήμα 2.7: Σχηματικό διάγραμμα του μετασχηματισμού της $p_{thres}(x)$ του βήματος "E.M.T.". Κατά τη διάρκεια του βήματος "E.M.T." έχουμε επιλέξει μια τυχαία τιμή (ή επίπεδο μηχανικής τάσης) η από κάποια συνάρτηση κατανομής πιθανότητας $p_{stress}(\eta)$ και στη συνέχεια αντικαθιστούμε όλα τα x_i που είναι μικρότερα από την τιμή η με νέες τιμές που προκύπτουν από την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $0 \leq x < 1$.



Σχήμα 2.8: Σχηματικό διάγραμμα του μετασχηματισμού της $p_{thres}(x)$ του βήματος της "γήρανσης". Κατά τη διάρκεια του βήματος αυτού ένα σταθερό κλάσμα f των παραγόντων επιλέγεται τυχαία και τα κατώφλια τους αντικαθιστώνται με νέα, που επιλέγονται πάλι από την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $0 \leq x < 1$.

2.2.2 Το μοντέλο σύμφωνου θορύβου για άπειρο αριθμό παραγόντων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί όταν ο αριθμός των παραγόντων είναι άπειρος ($N_a \rightarrow \infty$) τα κατώφλια x_i των παραγόντων έχουν αντικατασταθεί από μια συνάρτηση κατανομής των κατωφλίων (threshold distribution function) $p_{thres}(x)$ που ορίζεται στο διάστημα $0 \leq x < 1$. Κατά τους Newman and Sneppen [1996] η συνάρτηση μπορεί να προσδιοριστεί με ακριβή (exact) τρόπο κατά τη διάρκεια και την εξέλιξη του μοντέλου. Ο αναλυτικός τρόπος που χρησιμοποιείται στην παρούσα διατριβή είναι ο εξής: Πριν από την πρώτη "χιονοστιβάδα", δηλαδή, στο $k = 0$, έχουμε,

$$p_{thres}^{(0)}(x) = 1 \quad (2.49)$$

ή ισοδύναμα,

$$p_{thres}^{(0)}(x) = \Theta(x)\Theta(1-x), \quad (2.50)$$

όπου $\Theta(x)$ είναι η Heaviside (unit step function) συνάρτηση μοναδιαίου βήματος δηλαδή, $\Theta(x) = 0$ αν $x < 0$ και $\Theta(x) = 1$ αν $x > 0$, Σχ.2.7(a). Όταν η πρώτη μηχανική τάση η_1 εφαρμόζεται, ο τυχαίος αριθμός η_1 εξαλείφει όλη την μάζα πιθανότητας κάτω από το η_1 , προκαλώντας μια "χιονοστιβάδα" μεγέθους

$$S_1 = \int_0^{\eta_1} p_{thres}^{(0)}(x) dx = \eta_1. \quad (2.51)$$

Αυτή η μάζα S_1 στη συνέχεια αναδιανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα $0 \leq x < 1$ (Σχ.2.7(c)) και η κατανομή των κατωφλίων γίνεται,

$$[p_{thres}^{(0)}(x)]' = S_1\Theta(x)\Theta(1-x) + \Theta(x-\eta_1)p_{thres}^{(0)}(x). \quad (2.52)$$

ή ισοδύναμα σύμφωνα με τη σχέση (2.49) (δίνοντας δηλαδή τη τιμή της συνάρτησης μόνον στην περιοχή του πεδίου ορισμού της),

$$[p_{thres}^{(0)}(x)]' = S_1 + \Theta(x-\eta_1)p_{thres}^{(0)}(x). \quad (2.53)$$

Αργότερα στο βήμα της "γήρανσης" εφαρμόζεται μείωση της $[p_{thres}^{(0)}(x)]'$ στο $(1-f)$ κλάσμα της (Σχ.2.7(b)) και δεδομένου ότι η $[p_{thres}^{(0)}(x)]'$ είναι κανονικοποιημένη στη μονάδα, ανακατανέμεται ομοιόμορφα η μάζα πιθανότητας f . Έτσι, μετά την πρώτη "χιονοστιβάδα" έχουμε,

$$p_{thres}^{(1)}(x) = (1-f)[p_{thres}^{(0)}(x)]' + f\Theta(x)\Theta(1-x) \quad (2.54)$$

ή ισοδύναμα,

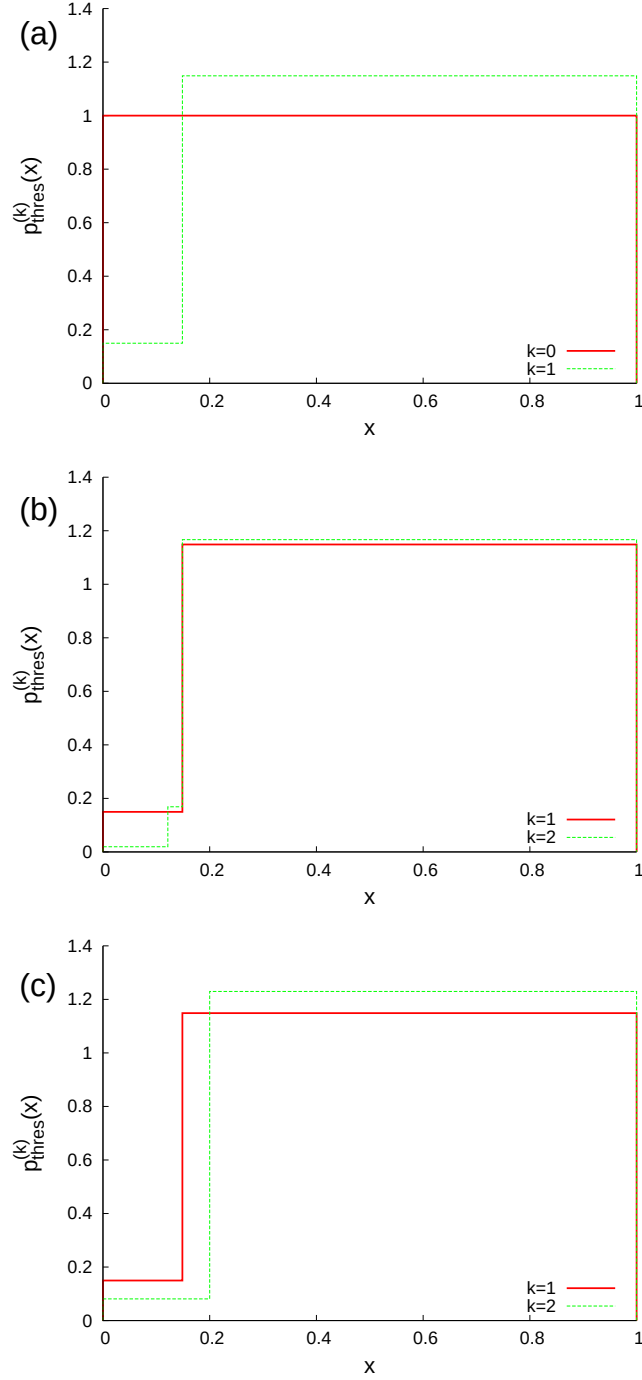
$$p_{thres}^{(1)}(x) = (1-f)[p_{thres}^{(0)}(x)]' + f \quad (2.55)$$

και έτσι οδηγούμαστε στο,

$$p_{thres}^{(1)}(x) = [(1-f)\eta_1 + f]\Theta(x)\Theta(1-x) + (1-f)\Theta(x-\eta_1)\Theta(1-x) \quad (2.56)$$

ή πάλι ισοδύναμα,

$$p_{thres}^{(1)}(x) = [(1-f)\eta_1 + f] + (1-f)\Theta(x-\eta_1) \quad (2.57)$$



Σχήμα 2.9: Η συνάρτηση κατανομής των κατωφλίων $p_{thres}^{(k)}(x)$ του μοντέλου σύμφωνου θορύβου όταν ο αριθμός των παραγόντων είναι άπειρος μετά την k -οστή "χιονοστιβάδα" για (a) $k = 1$, (b) $k = 1$ και $k = 2$ όταν $\eta_2 < \eta_1$ και (c) $k = 1$ και $k = 2$ όταν $\eta_2 > \eta_1$. Η περίπτωση που $k = 0$, δηλαδή, πριν την πρώτη "χιονοστιβάδα", αναπαριστάται στο (a). Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b].

η οποία φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 2.8(c).

Όταν η δεύτερη τυχαία μηχανική τάση η_2 εφαρμόζεται, όπως στη περίπτωση της σχέσης (2.52), ισχύει,

$$[p_{thres}^{(1)}(x)]' = S_2 \Theta(x) \Theta(1-x) + \Theta(x - \eta_2) p_{thres}^{(1)}(x), \quad (2.58)$$

ή ισοδύναμα,

$$[p_{thres}^{(1)}(x)]' = S_2 + \Theta(x - \eta_2) p_{thres}^{(1)}(x), \quad (2.59)$$

όπου,

$$S_2 = \int_0^{\eta_2} p_{thres}^{(1)}(x) dx = [(1-f)\eta_1 + f]\eta_2 + (1-f)(\eta_2 - \eta_1)\Theta(\eta_2 - \eta_1). \quad (2.60)$$

Στη συνέχεια, στο στάδιο "γήρανσης" μετασχηματίζεται η πυκνότητα κατωφλίου της εξ.(2.58) σύμφωνα με,

$$p_{thres}^{(2)}(x) = (1-f)[p_{thres}^{(1)}(x)]' + f\Theta(x)\Theta(1-x). \quad (2.61)$$

ή πάλι ισοδύναμα,

$$p_{thres}^{(2)}(x) = (1-f)[p_{thres}^{(1)}(x)]' + f. \quad (2.62)$$

Η εφαρμογή των εξισώσεων (2.61) και (2.58) για την πυκνότητα κατωφλίου της εξ.(2.56), μπορεί να οδηγήσει σε δύο χαρακτηριστικές μορφές για το $p_{thres}^{(2)}(x)$ ανάλογα με το αν η η_2 είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την η_1 .

Όταν η $\eta_2 < \eta_1$ βλ. σχήμα 2.9(b), η εξ.(2.61) γίνεται

$$p_{thres}^{(2)}(x) = \{ [f + f(1-f)\eta_2 + (1-f)^2\eta_2\eta_1]\Theta(x) + [f(1-f) + (1-f)^2\eta_1]\Theta(x - \eta_2) + (1-f)^2\Theta(x - \eta_1) \} \Theta(1-x), \quad (2.63)$$

ή ισοδύναμα,

$$p_{thres}^{(2)}(x) = [f + f(1-f)\eta_2 + (1-f)^2\eta_2\eta_1] + [f(1-f) + (1-f)^2\eta_1]\Theta(x - \eta_2) + (1-f)^2\Theta(x - \eta_1), \quad (2.64)$$

ενώ όταν $\eta_2 > \eta_1$, βλ. σχήμα 2.9(c), έχουμε

$$p_{thres}^{(2)}(x) = \{ [f + f(1-f)\eta_2 + (1-f)^2(\eta_2\eta_1 + \eta_2 - \eta_1)]\Theta(x) + [(1-f) + (1-f)^2\eta_1]\Theta(x - \eta_2) \} \Theta(1-x). \quad (2.65)$$

ή ισοδύναμα,

$$p_{thres}^{(2)}(x) = [f + f(1-f)\eta_2 + (1-f)^2(\eta_2\eta_1 + \eta_2 - \eta_1)] + [(1-f) + (1-f)^2\eta_1]\Theta(x - \eta_2). \quad (2.66)$$

Οι εκφράσεις των εξισώσεων (2.56), (2.63) και (2.65) για την συνάρτηση κατανομής των κατωφλίων αν και μακρά μπορεί να γράφει με την ακόλουθη γενική σχέση:

$$p_{thres}^{(k)}(x) = \left[\sum_{n=0}^{n=n_k} d_n^{(k)} \Theta(x - b_n^{(k)}) \right] \Theta(1 - x), \quad (2.67)$$

ή πάλι ισοδύναμα,

$$p_{thres}^{(k)}(x) = \sum_{n=0}^{n=n_k} d_n^{(k)} \Theta(x - b_n^{(k)}), \quad (2.68)$$

με n_k τον αριθμό των βημάτων στην συνάρτηση κατανομής των κατωφλίων μετά την k -οστή "χιονοστιβάδα" και $b_0^{(k)} = 0$. Όταν $k = 1$ για παράδειγμα έχουμε, $n_1 = 1$ με

$$d_0^{(1)} = (1 - f)\eta_1 + f, \quad b_0^{(1)} = 0, \quad d_1^{(1)} = 1 - f$$

και έχουμε

$$b_1^{(1)} = \eta_1, \quad (2.69)$$

βλ. εξ.(2.56) και σχήμα 2.9(a).

Η εξ.(2.67) επιτρέπει τον προσδιορισμό του $p_{thres}^{(k+1)}(x)$ αφού το η_{k+1} έχει επιλεγεί, βλ. σχήμα 2.10. Το μέγεθος της "χιονοστιβάδας"

$$S_{k+1} = \int_0^{\eta_{k+1}} p_{thres}^{(k)}(x) dx$$

δίνεται από τη σχέση,

$$S_{k+1} = \sum_{n=0}^{n=n_k} d_n^{(k)} (\eta_{k+1} - b_n^{(k)}) \Theta(\eta_{k+1} - b_n^{(k)}), \quad (2.70)$$

και το βήμα του "EMT" οδηγεί στον μετασχηματισμό

$$[p_{thres}^{(k)}(x)]' = S_{k+1} \Theta(x) \Theta(1 - x) + \Theta(x - \eta_{k+1}) p_{thres}^{(k)}(x), \quad (2.71)$$

ή ισοδύναμα, όπως και προηγούμενα σύμφωνα με τις εξισώσεις (2.49) και (2.50),

$$[p_{thres}^{(k)}(x)]' = S_{k+1} + \Theta(x - \eta_{k+1}) p_{thres}^{(k)}(x), \quad (2.72)$$

Τέλος, το βήμα της "γήρανσης" τροποποιεί τη συνάρτηση κατωφλίου στην

$$p_{thres}^{(k+1)}(x) = (1 - f)[p_{thres}^{(k)}(x)]' + f \Theta(x) \Theta(1 - x). \quad (2.73)$$

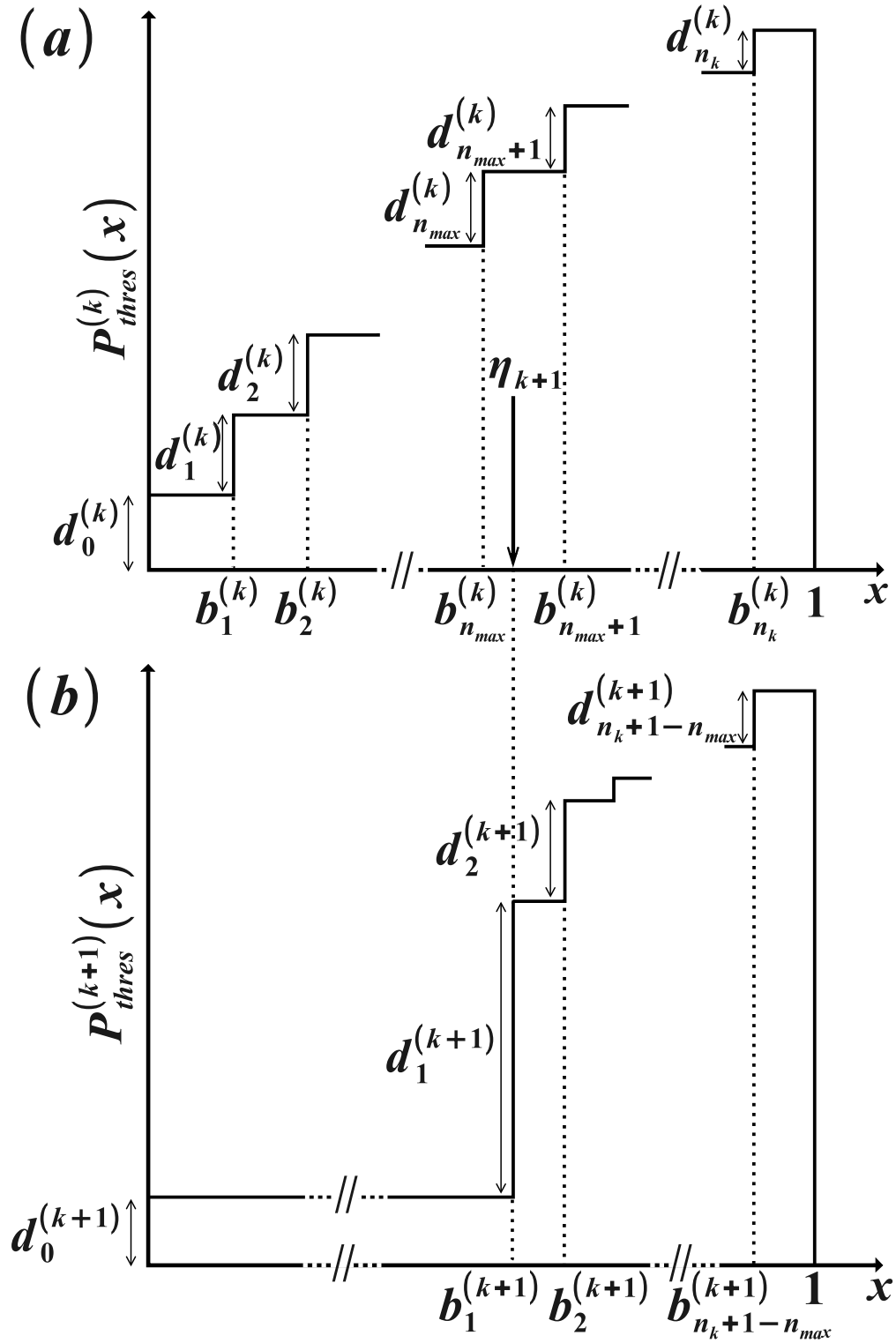
ή ισοδύναμα

$$p_{thres}^{(k+1)}(x) = (1 - f)[p_{thres}^{(k)}(x)]' + f. \quad (2.74)$$

Έστω n_{max} ο μέγιστος ακέραιος τέτοιος ώστε:

$$b_{n_{max}}^{(k)} < \eta_{k+1} < b_{n_{max}+1}^{(k)}, \quad (2.75)$$

αν $\eta_{k+1} > b_{n_k}^{(k)}$ τότε $n_{max} = n_k$. Τότε από τις εξισώσεις (2.67), (2.70), (2.71) και (2.73) συνάγεται ότι,



Σχήμα 2.10: Σχηματικό διάγραμμα του μετασχηματισμού, (a)→(b), της $p_{thres}^{(k)}(x)$ μετά την εκδήλωση της $k+1$ -οστής "χιονοστιβάδας". Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b].

$$\begin{aligned}
b_0^{(k+1)} &= 0, d_0^{(k+1)} = (1-f)S_{k+1} + f, \\
b_1^{(k+1)} &= \eta_{k+1}, d_1^{(k+1)} = (1-f) \left(\sum_{n=0}^{n_{max}} d_n^{(k)} \right), \\
b_2^{(k+1)} &= b_{n_{max}+1}^{(k)}, d_2^{(k+1)} = (1-f)d_{n_{max}+1}^{(k)}, \\
b_3^{(k+1)} &= b_{n_{max}+2}^{(k)}, d_3^{(k+1)} = (1-f)d_{n_{max}+2}^{(k)}, \\
&\dots, \dots \\
b_{n_{k+1}}^{(k+1)} &= b_{n_k}^{(k)}, d_{n_{k+1}}^{(k+1)} = (1-f)d_{n_k}^{(k)},
\end{aligned} \tag{2.76}$$

όπου $n_{k+1} = n_k - n_{max} + 1$. Όλες οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν όσο η τιμή η_{k+1} είναι μικρότερη από τη μονάδα. Αν $\eta_{k+1} > 1$ τότε προφανώς,

$$S_{k+1} = 1 \tag{2.77}$$

και

$$p_{thres}^{(k+1)}(x) = p_{thres}^{(0)}(x) \tag{2.78}$$

με

$$d_0^{(k+1)} = 1, b_0^{(k+1)} = 0 \tag{2.79}$$

Έτσι η εξ.(2.67) μαζί είτε με την (2.76) είτε με την (2.78) περιγράφουν την εξέλιξη της συνάρτησης κατανομής κατωφλίου του μοντέλου σύμφωνου θορύβου στην περίπτωση των άπειρων παραγόντων. Η εξέλιξη του συστήματος όσο το k μεγαλώνει "αντικατοπτρίζεται" στην μεταβολή των $2n_k$ ποσοτήτων $b_n^{(k)}, d_n^{(k)}$ για $n = 1, 2, \dots, n_k$ (οι αντίστοιχες ποσότητες για $n = 0$ είναι εξαρτημένες, $b_0^{(k)} = 0$ και $d_0^{(k)} = 1 - \sum_{n=1}^{n_k} d_n^{(k)}(1 - b_n^{(k)})$, εξαιτίας της συνθήκης κανονικοποίησης της συνάρτησης κατανομής κατωφλίου $p_{thres}^{(k)}(x)$). Η ποσότητα n_k είναι από μόνη της μια τυχαία μεταβλητή (βλ. σχήμα 2.18), που πρόκειται να συζητηθεί αργότερα στην §2.5.1, που προκύπτει από την ακολουθία των τιμών η_l , $l = 1, 2, \dots, k$.

Η γνώση των $2n_k$ ποσοτήτων $b_n^{(k)}, d_n^{(k)}$ για $n = 1, 2, \dots, n_k$, επιτρέπει τον ακριβή υπολογισμό της κατανομής πιθανότητας $p(S_{k+1})$ για την επόμενη "χιονοστιβάδα" S_{k+1} . Αυτό συμβαίνει επειδή

$$p(S_{k+1}) = \int_0^\infty p(S_{k+1}|\eta)p_{stress}(\eta)d\eta, \tag{2.80}$$

όπου η $p(S_{k+1}|\eta)$ είναι η δεσμευμένη πιθανότητα [Newman and Sneppen, 1996] να έχουμε μια "χιονοστιβάδα" με μέγεθος S_{k+1} δεδομένου ότι $\eta_{k+1} = \eta$. Λόγω της εξ.(2.70) η δεσμευμένη αυτή πιθανότητα δίνεται από την έκφραση,

$$p(S_{k+1}|\eta) = \delta \left\{ S_{k+1} - \min \left[\sum_{n=0}^{n=n_k} d_n^{(k)}(\eta - b_n^{(k)})\Theta(\eta - b_n^{(k)}), 1 \right] \right\}, \tag{2.81}$$

όπου $\delta(x)$ η κατανομή δέλτα του Dirac και το $\min(x, y)$ σημαίνει το ελάχιστο από τα x και y . Αντικαθιστώντας την εξ.(2.81) στην εξ.(2.80), έχουμε

$$\begin{aligned}
p(S_{k+1}) &= \sum_{l=0}^{n_k} \int_{b_l^{(k)}}^{b_{l+1}^{(k)}} \delta \left[S_{k+1} - \sum_{n=0}^{n=l} d_n^{(k)} (\eta - b_n^{(k)}) \right] p_{stress}(\eta) d\eta \\
&+ \delta(S_{k+1} - 1) \int_1^\infty p_{stress}(\eta) d\eta
\end{aligned} \tag{2.82}$$

όπου $b_{n_k+1}^{(k)} = 1$. Χρησιμοποιώντας τώρα τους ορισμούς

$$\alpha_l \equiv \sum_{n=0}^l d_n^{(k)}, \quad \beta_l \equiv \sum_{n=0}^l d_n^{(k)} b_n^{(k)} \tag{2.83}$$

και τις ιδιότητες της συνάρτησης Dirac τελικά έχουμε,

$$\begin{aligned}
p(S_{k+1}) &= \sum_{l=0}^{n_k} \frac{\Theta(S_{k+1} - \alpha_l b_l^{(k)} + \beta_l) \Theta(\alpha_l b_{l+1}^{(k)} - \beta_l - S_{k+1})}{\alpha_l} \\
&\times p_{stress} \left(\frac{S_{k+1} + \beta_l}{\alpha_l} \right) \\
&+ \delta(S_{k+1} - 1) \int_1^\infty p_{stress}(\eta) d\eta.
\end{aligned} \tag{2.84}$$

Η εξ.(2.84) επιτρέπει τον προσδιορισμό της αναλυτικής έκφρασης της κατανομής του μεγέθους της επόμενης $k+1$ -οστής "χιονοστιβάδας" δεδομένων των $2n_k$ ποσοτήτων $b_n^{(k)}, d_n^{(k)}$ για $n = 1, 2, \dots, n_k$ και της αναλυτικής έκφρασης της κατανομής της εφαρμοζόμενης μηχανικής τάσης $p_{stress}(\eta)$.

Στην περίπτωση [Newman and Sneppen, 1996; Tirnakli and Abe, 2004; Ergun and Tirnakli, 2005; Celikoglu et al., 2010] που χρησιμοποιείται συνήθως, $p_{stress}(\eta) = \exp(-\eta/\sigma)/\sigma$, η αναμενόμενη τιμή του μεγέθους της επόμενης $k+1$ -οστής "χιονοστιβάδας"

$$\mathcal{E}(S_{k+1}) \equiv \int_0^\infty S_{k+1} p(S_{k+1}) dS_{k+1} \tag{2.85}$$

δίνεται από την εξίσωση,

$$\mathcal{E}(S_{k+1}) = \sigma \sum_{l=0}^{n_k} d_l^{(k)} \left[\exp \left(-\frac{b_l^{(k)}}{\sigma} \right) - \exp \left(-\frac{1}{\sigma} \right) \right]. \tag{2.86}$$

Απόδειξη: (Υπολογισμός της $\mathcal{E}(S)$ στην περίπτωση της εκθετικής κατανομής)

Όταν $p_{stress}(\eta) = \exp(-\eta/\sigma)/\sigma$ η εξ.(2.85) εν όψη της (2.84) μας οδηγεί,

$$\mathcal{E}(S_{k+1}) = \sum_{l=0}^{n_k} \int_{\alpha_l b_l^{(k)} - \beta_l}^{\alpha_l b_{l+1}^{(k)} - \beta_l} \frac{S_{k+1} \exp \left(-\frac{S_{k+1} + \beta_l}{\sigma \alpha_l} \right)}{\sigma \alpha_l} dS_{k+1} + \frac{\exp(-1/\sigma)}{\sigma}, \tag{2.87}$$

όπου

$$\int_{\alpha_l b_l^{(k)} - \beta_l}^{\alpha_l b_{l+1}^{(k)} - \beta_l} \frac{S_{k+1} \exp\left(-\frac{S_{k+1} + \beta_l}{\sigma \alpha_l}\right)}{\sigma \alpha_l} dS_{k+1} = (\alpha_l b_l^{(k)} - \beta_l + \sigma \alpha_l) \exp\left(-\frac{b_l^{(k)}}{\sigma}\right) - (\alpha_l b_{l+1}^{(k)} - \beta_l + \sigma \alpha_l) \exp\left(-\frac{b_{l+1}^{(k)}}{\sigma}\right). \quad (2.88)$$

Με αντικατάσταση της εξ.(2.88) στην (2.87) -αναδιατάσσοντας τους όρους- και χρησιμοποιώντας την ταυτότητα,

$$\beta_l - \beta_{l-1} = b_l^{(k)}(\alpha_l - \alpha_{l-1}), \quad (2.89)$$

καταλήγουμε, σύμφωνα με τους ορισμούς των εξ.(2.83) στην εξ.(2.86).

Η αναμενόμενη τιμή του μεγέθους της επόμενης $k + 1$ -οστής "χιονοστιβάδας" δίνεται από τη σχέση (2.86) καθώς το σύστημα εξελίσσεται βήμα προς βήμα.

Η στατιστικά σταθερή κατάσταση που ενδέχεται να δημιουργηθεί, ως αποτέλεσμα ανταγωνισμού του βήματος της εφαρμογής μηχανικής τάσης και του βήματος της γήρανσης, έχει μελετηθεί από τους Newman and Sneppen [1996]. Αν λάβουμε υπ' όψιν τα αποτελέσματα των υπολογισμών των Newman and Sneppen [1996] για τη μέση τιμή της συνάρτησης κατανομής κατωφλίου $\bar{p}_{thres}(x)$ για την περίπτωση που οι εφαρμοζόμενες τάσεις προέρχονται από την εκθετική κατανομή, ως αποτέλεσμα ανταγωνισμού των δύο αυτών βημάτων, οδηγούμαστε στη σχέση,

$$\bar{p}_{thres}(x) = \frac{f}{\sigma [f + \exp(-x/\sigma)] \ln \left\{ 1 + \frac{f}{1+f} [\exp(1/\sigma) - 1] \right\}}, \quad (2.90)$$

που οδηγεί στην κατανομή $\exp(x/\sigma)/\{\sigma[\exp(1/\sigma) - 1]\}$ όταν $f \rightarrow 0$. Σύμφωνα με τη σχέση (2.90) για το μέγεθος της "χιονοστιβάδας" $s(\eta)$ οδηγούμαστε στη σχέση,

$$s(\eta) = \frac{\ln \left\{ 1 + \frac{f}{1+f} [\exp(\eta/\sigma) - 1] \right\}}{\ln \left\{ 1 + \frac{f}{1+f} [\exp(1/\sigma) - 1] \right\}}, \quad (2.91)$$

όταν $\eta \leq 1$ και $s(\eta) = 1$ όταν $\eta > 1$. Το αναμενόμενο μέγεθος της "χιονοστιβάδας" $\mathcal{E}[s(\eta)]$ λαμβάνοντας υπ' όψιν τα προηγούμενα θα δίνεται από τη σχέση

$$\mathcal{E}[s(\eta)] = \int_0^\infty \frac{s(\eta) \exp(-\eta/\sigma)}{\sigma} d\eta = \frac{f}{\sigma} \left\{ \frac{1}{\ln \left\{ 1 + \frac{f}{1+f} [\exp(1/\sigma) - 1] \right\}} - \sigma \right\}. \quad (2.92)$$

2.3 q-εκθετική αποκατάσταση της αναμενόμενης τιμής του μεγέθους της "χιονοστιβάδας" στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου

Η μη-εκτατική στατιστική μηχανική (non-extensive statistical mechanics) [Tsallis, 2009] βλ. επίσης [Tsallis and Tirnakli, 2010] που εισήχθη για πρώτη φορά από τον Tsallis [Tsallis, 1988],

είναι μια γενίκευση της στατιστικής μηχανικής Boltzmann-Gibbs που υποθέτει ότι η εντροπία δίνεται από τη σχέση

$$S_q = k \ln_q W, \quad (2.93)$$

Όπου k είναι η σταθερά του Boltzmann, W είναι ο αριθμός των διακριτών καταστάσεων στο σύστημα, q πραγματικός αριθμός και ο q -λογάριθμος δίνεται από τη σχέση,

$$\ln_q(x) \equiv \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q}. \quad (2.94)$$

Η εξ.(2.93) για $q \rightarrow 1$ περιγράφει την εντροπία Boltzmann-Gibbs, $S_{BG} = k \ln W$, διότι σε αυτήν την περίπτωση $\ln_q(x) \rightarrow \ln(x)$. Η μη-εκτατική στατιστική μηχανική παρέχει ένα αυτοσυνεπές θεωρητικό πλαίσιο για τις μελέτες πολύπλοκων συστημάτων στις εκτός ισορροπίας στάσιμες καταστάσεις, συστήματα (multi) fractal και δομές αυτο-ομοιότητας κ.α. (για διάφορες εφαρμογές βλ. Μέρος III του [Tsallis, 2009] και στις παραπομπές που αναφέρεται εκεί). Σαν συνάρτηση των πιθανοτήτων $p_i, i = 1, 2, \dots, W$, η εντροπία Tsallis της σχέσης (2.93) παίρνει την μορφή [Tsallis, 2009]

$$S_q \equiv k \left(\frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q - 1} \right) = -k \sum_{i=1}^W p_i^q \ln_q(p_i), \quad (2.95)$$

η οποία επίσης μεταπίπτει στην εντροπία Boltzmann-Gibbs-Shannon $S_{BGS} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln(p_i)$ όταν $q \rightarrow 1$. Όταν οι διακριτές καταστάσεις μπορούν να περιγραφούν από μια συνεχή μεταβλητή x , μέσω μιας συνάρτησης κατανομής πιθανότητας $P(x)$, η εντροπία Tsallis δίνεται από

$$S_q \equiv k \left(\frac{1 - \int_0^\infty [P(x)]^q dx}{q - 1} \right). \quad (2.96)$$

Η μεγιστοποίηση της (2.96) υπό τον περιορισμό ότι η μέση τιμή $\langle x \rangle_q$,

$$\langle x \rangle_q \equiv \int_0^\infty x \mathcal{P}(x) dx, \quad (2.97)$$

όπου $\mathcal{P}(x)$ είναι η συνοδεύουσα κατανομή (*escort distribution*) ορισμένη από τους Beck and Schlögl [1993] ως

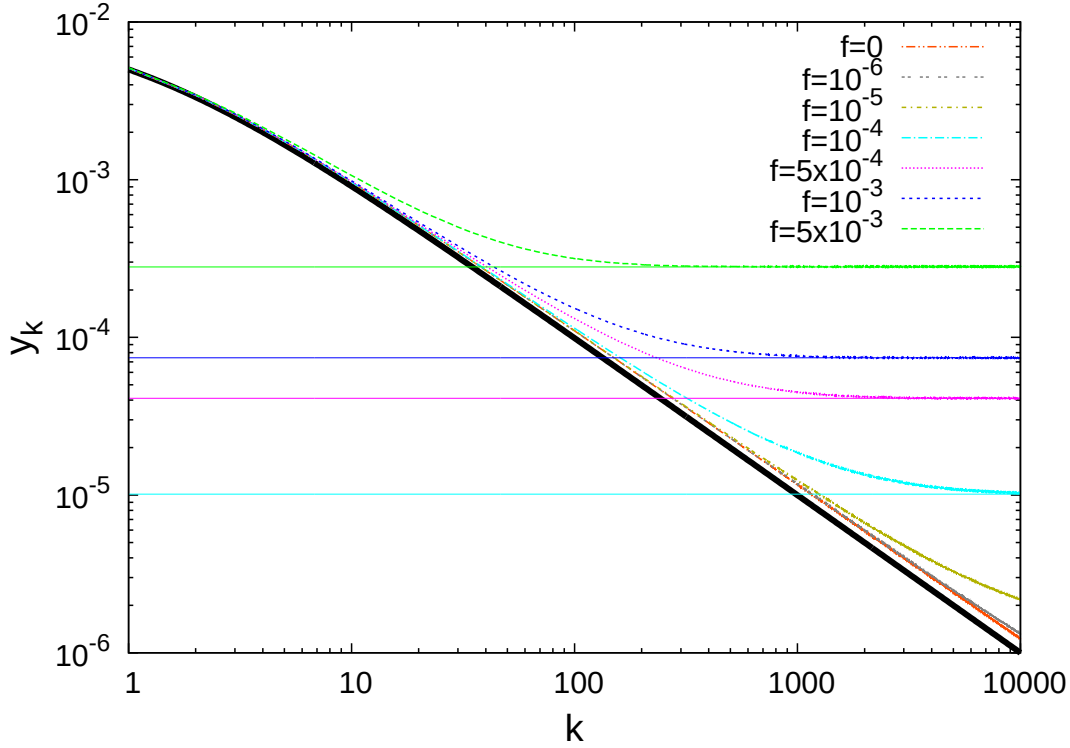
$$\mathcal{P}(x) \equiv \frac{[P(x)]^q}{\int_0^\infty dx' [P(x')]^q}, \quad (2.98)$$

έχει την τιμή $X_q^{(1)}$, δηλαδή $\langle x \rangle_q = X_q^{(1)}$, οδηγεί [Tsallis, 2009] στην κατανομή

$$p_{opt}(x) = \frac{\exp_q[-\beta_q^{(1)}(x - X_q^{(1)})]}{\int_0^\infty dx' \exp_q[-\beta_q^{(1)}(x' - X_q^{(1)})]}, \quad (2.99)$$

όπου $\beta_q^{(1)}$ είναι μία παράμετρος Lagrange και $\exp_q(x)$ η q -εκθετική συνάρτηση:

$$\exp_q(x) \equiv [1 + (1 - q)x]_+^{\frac{1}{1-q}}, \quad (2.100)$$



Σχήμα 2.11: Γράφημα του συνολικού μέσου $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$, επισημασμένου ως y_k , ως συνάρτηση του αριθμού k των προηγούμενων "χιονοστιβάδων" για τιμές $\sigma = 0.01$ και $f = 0, 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}, 10^{-3}$ και 5×10^{-3} . Οι οριζόντιες συνεχείς γραμμές υποδεικνύουν τις τιμές που λαμβάνονται από την σχέση (2.92) για $f = 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}, 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}$ και είναι σχεδιασμένες με τα αντίστοιχα χρώματα. Η παχιά μαύρη συνεχής καμπύλη αντιστοιχεί στην $f_k = \sigma[1 - \exp(-1/\sigma)]/(k+1)$.

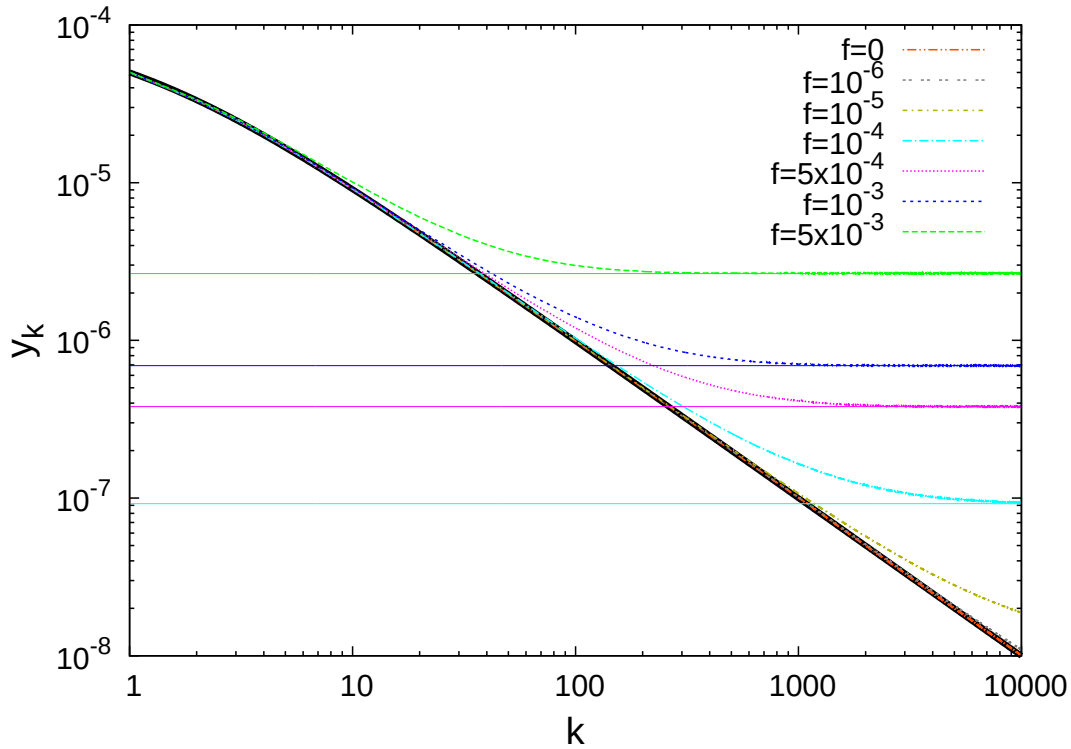
Το σύμβολο $[\dots]_+$ αντιπροσωπεύει το μέγιστο μεταξύ του 0 και της ποσότητας που περικλείεται από τις αγκύλες.

Όπως θα δούμε παρακάτω q -εκθετικά εμφανίζονται και στην περίπτωση του μοντέλου σύμφωνου θορύβου. Συγκεκριμένα ξεκινώντας από την αρχική κατάσταση του μοντέλου σύμφωνου θορύβου θα μελετήσουμε το αναμενόμενο μέγεθος της k -οστής "χιονοστιβάδας" καθώς το k αυξάνει. Έτσι θα μελετήσουμε 10^5 ταυτόχρονα εξελισσόμενα μοντέλα και θα υπολογίσουμε την συνολική μέση τιμή $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$ μετά την k -οστή "χιονοστιβάδα".

Για το σκοπό της αριθμητικής προσομοίωσης, θεωρήσαμε 10^5 αντίγραφα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου. Κάθε αντίγραφο ξεκινά από την αρχική κατάσταση του μοντέλου συμφώνου θορύβου ($k = 0$) και η εξέλιξη του με την βοήθεια των εξισώσεων (2.76) και (2.78) μελετήθηκε με βάση το αναμενόμενο μέγεθος $\mathcal{E}(S_{k+1})$ της σχέσης (2.86) για τις πρώτες 10^4 "χιονοστιβάδες". Η συνολική μέση τιμή $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$ στο εξής θα συμβολίζεται με το σύμβολο y_k για λόγους συντομίας,

$$y_k \equiv \langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle. \quad (2.101)$$

Στο σχήμα 2.11 το y_k παρουσιάζεται ως συνάρτηση του αριθμού k (των προηγούμενων "χιονοστιβάδων") για $\sigma = 0.01$ όταν το f κυμαίνεται από 0 έως 5×10^{-3} . Παρατηρούμε ότι το



Σχήμα 2.12: Γράφημα του συνολικού μέσου $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$, επισημασμένου ως y_k , ως συνάρτηση του αριθμού k των προηγούμενων "χιονοστιβάδων" για τιμές $\sigma = 10^{-4}$ και $f = 0, 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}, 10^{-3}$ και 5×10^{-3} . Οι οριζόντιες συνεχείς γραμμές υποδεικνύουν τις τιμές που λαμβάνονται από την σχέση (2.92) για $f = 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}, 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}$ και είναι σχεδιασμένες με τα αντίστοιχα χρώματα. Η παχιά μαύρη συνεχής καμπύλη αντιστοιχεί στην $f_k = \sigma[1 - \exp(-1/\sigma)]/(k+1)$.

y_k τελικά αποκαθίσταται στην τιμή που προκύπτει από τη σχέση (2.92), το οποίο βρέθηκε επί τη βάσει της μέσης τιμής της κατανομής των κατωφλίων $\bar{p}_{thres}(x)$ που προτάθηκε από τους [Newman and Snerpen, 1996]. Η αποκατάσταση, ωστόσο, προφανώς δεν είναι εκθετική δίνοντας αφορμή για την προσέγγιση της ως αλγεβρικής (νόμου δύναμης) συμπεριφορά.

Για να γίνει κατανοητή αυτή η αλγεβρική συμπεριφορά θα επικεντρωθούμε στην περίπτωση που η παράμετρος σ είναι πολύ μικρή για παράδειγμα (βλ. Σχ.2.12) όταν $\sigma = 10^{-4}$ και $f \rightarrow 0$. Σε αυτή την περίπτωση η σχέση (2.86) απλοποιείται στην σχέση,

$$\mathcal{E}(S_{k+1}) = \sigma \sum_{l=0}^{n_k} d_l^{(k)} \exp\left(-\frac{b_l^{(k)}}{\sigma}\right), \quad (2.102)$$

όπου οι τιμές $b_l^{(k)}$ για $l \neq 0$ προέρχονται από την εκθετική κατανομή με μέση τιμή σ και ως εκ τούτου οι $\exp\left(-\frac{b_l^{(k)}}{\sigma}\right) (= u_l^{(k)})$ ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,1]$,

δηλαδή,

$$\mathcal{E}(S_{k+1}) = \sigma \left(d_0^{(k)} + \sum_{l=1}^{n_k} d_l^{(k)} u_l^{(k)} \right). \quad (2.103)$$

Όταν $f \rightarrow 0$ η πρώτη γραμμή της σχέσης (2.76) οδηγεί στην $d_0^{(k)} = S_{k-1}$, όπου $S_{k-1} \propto \eta_{k-1}$ εξ' αιτίας της σχέσης (2.70). Επομένως ο όρος $d_0^{(k)}$ στην παρένθεση της σχέσης (2.103) είναι αμελητέος, διότι η η_{k-1} είναι εκθετικά κατανεμημένη με $\sigma \rightarrow 0$. Επιπλέον, χρησιμοποιώντας την ιδιότητα αυτή αναδρομικά, ξεκινώντας από την πρώτη "χιονοστιβάδα", λαμβάνουμε από την σχέση (2.76) ότι η μόνη μη μηδενική $d_l^{(k)} (= 1 = d_1^{(1)})$ είναι αυτή που αντιστοιχεί στη μέγιστη επιλεγμένη τιμή η_l και ως εκ τούτου στην ελάχιστη $u_l^{(k)}$. Έτσι έχουμε,

$$\mathcal{E}(S_{k+1}) = \sigma \min \left(u_l^{(k)}, l = 1, 2, \dots, n_k \right), \quad (2.104)$$

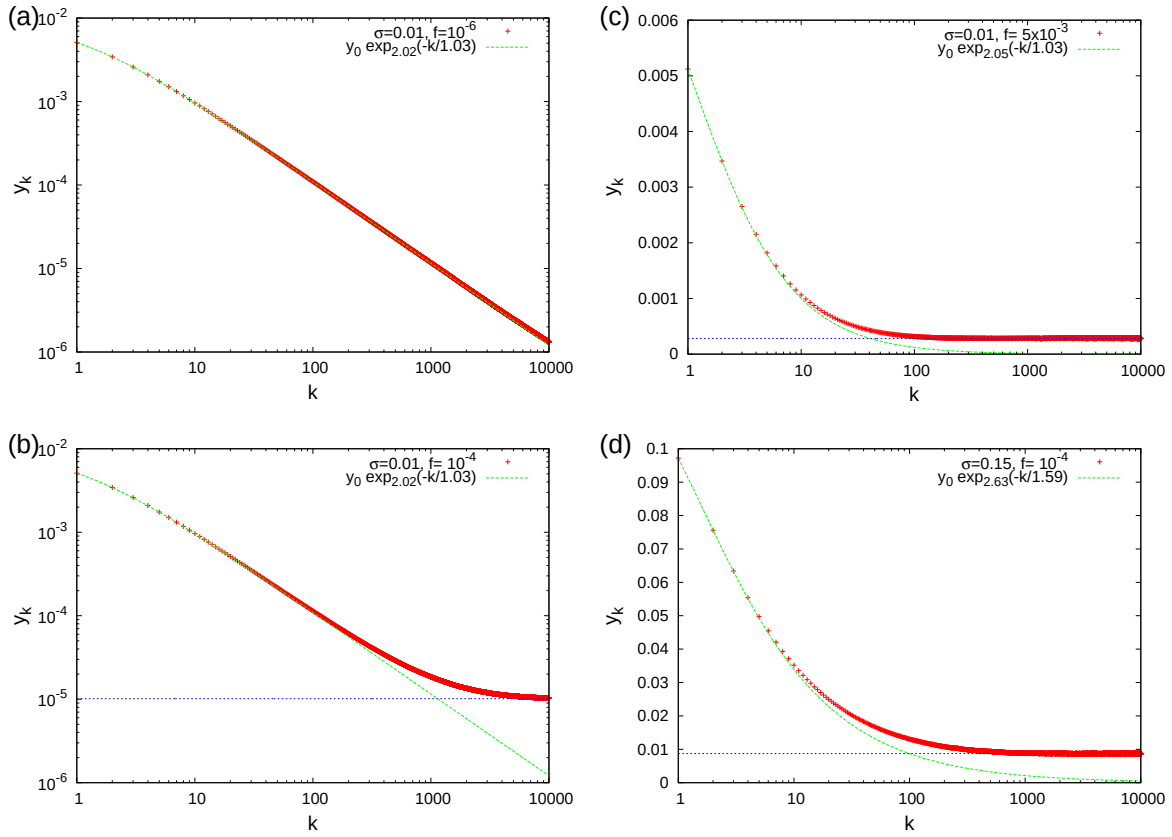
Με άλλα λόγια η συνολική μέση τιμή $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$ ισούται με σ φορές τη μέση τιμή της ελάχιστης τιμής που λαμβάνεται από k ομοιόμορφα κατανεμημένους τυχαίους αριθμούς και επομένως έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle}{\sigma} &= \int_0^1 \int_{U_1}^1 \int_{U_1}^1 \dots \int_{U_1}^1 \int_{U_1}^1 U_1 dU_1 dU_2 dU_3 \dots dU_{k-1} dU_k + \\ &+ \int_{U_2}^1 \int_0^1 \int_{U_2}^1 \dots \int_{U_2}^1 \int_{U_2}^1 U_2 dU_1 dU_2 dU_3 \dots dU_{k-1} dU_k + \dots \\ &+ \int_{U_k}^1 \int_{U_k}^1 \int_{U_k}^1 \dots \int_{U_k}^1 \int_{U_k}^1 U_k dU_1 dU_2 dU_3 \dots dU_{k-1} dU_k = \\ &= k \int_{U_k}^1 \int_{U_k}^1 \dots \int_{U_k}^1 \int_{U_k}^1 U_k dU_1 dU_2 \dots dU_{k-1} dU_k \\ &= k \int_0^1 (1 - U_k)^{k-1} U_k dU_k \\ &= k \int_0^1 \xi^{k-1} (1 - \xi) d\xi = \frac{1}{k+1} \end{aligned} \quad (2.105)$$

Το γεγονός ότι για μικρές τιμές των σ και f έχουμε $y_k = \langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle = \sigma/(k+1)$ μας ώθησε στο να συγκρίνουμε τις αριθμητικές τιμές που απεικονίζονται στα σχήματα 2.11 και 2.12 με τις μαύρες συνεχές καμπύλες που αντιστοιχούν σε $f_k = y_0/(k+1)$, όπου y_0 είναι το αναμενόμενο μέγεθος "χιονοστιβάδας" πριν την πρώτη "χιονοστιβάδα" $y_0 = \sigma[1 - \exp(-1/\sigma)]$, δηλαδή, εξ. (2.86) για $n_0 = 0$, $d_0^{(0)} = 1$, $b_0^{(0)} = 0$. Βλέπουμε ότι οι κατώτερες καμπύλες σε κάθε περίπτωση σχεδόν ταυτίζονται με την f_k ενισχύοντας την αρχική μας παρατήρηση ότι η αποκατάσταση ακολουθεί αλγεβρικό νόμο. Έτσι, για πολύ μικρές τιμές σ και f αναμένουμε να έχουμε

$$y_k = y_0 \exp_2(-k), \quad (2.106)$$

όπου κάναμε χρήση του ορισμού του q -εκθετικού της σχέσης (2.100). Η συμπεριφορά που παρατηρήθηκε στα γραφήματα 2.11 και 2.12 μαζί με την σχέση (2.106) μας ώθησε να διερευνήσουμε περαιτέρω τις ιδιότητες των y_k μέσω της παραδοχής (ansatz),



Σχήμα 2.13: Ενδεικτικά παραδείγματα της προσαρμογής των αριθμητικών δεδομένων από το ansatz της σχέσης (2.107) (πράσινη διακεκομμένη καμπύλη) για διάφορες τιμές των σ και f : (a) $\sigma = 0.01, f = 10^{-6}$, (b) $\sigma = 0.01, f = 10^{-4}$, (c) $\sigma = 0.01, f = 5 \times 10^{-3}$ και (d) $\sigma = 0.15, f = 10^{-4}$. Οι οριζόντιες διακεκομμένες ευθείες προκύπτουν από τη σχέση (2.92).

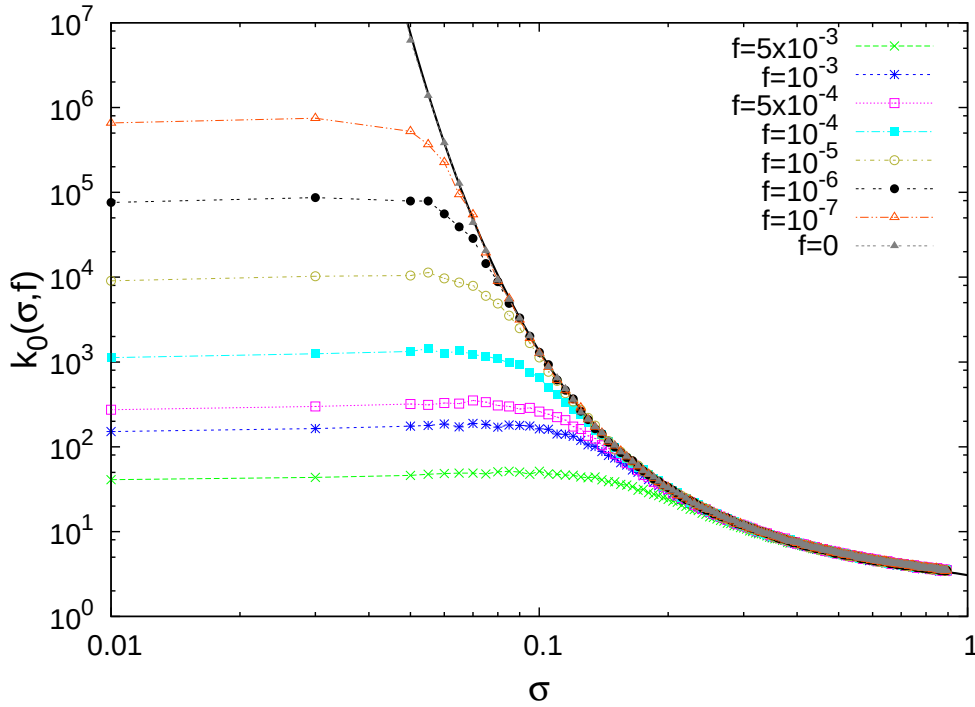
$$y_k = y_0 \exp_q \left(-\frac{k}{\tau} \right), \quad (2.107)$$

όπου οι παράμετροι q και τ προσδιορίστηκαν, για δεδομένες τιμές των σ και f , λύνοντας τη σχέση (2.107) αριθμητικά για το y_1 και το y_2 . Πιο αναλυτικά, χρησιμοποιήσαμε τα αριθμητικά δεδομένα y_1 και y_2 για την επίλυση με τη μέθοδο Newton της εξίσωσης

$$2 = \frac{\ln_q \left(\frac{y_2}{y_0} \right)}{\ln_q \left(\frac{y_1}{y_0} \right)} = \frac{\left(\frac{y_2}{y_0} \right)^{1-q} - 1}{\left(\frac{y_1}{y_0} \right)^{1-q} - 1}, \quad (2.108)$$

που προκύπτει από το ansatz (2.107), για τον προσδιορισμό της τιμής q . Η τιμή του τ στη συνέχεια προσδιορίστηκε από τη σχέση,

$$\tau = -\frac{1}{\ln_q \left(\frac{y_1}{y_0} \right)}, \quad (2.109)$$



Σχήμα 2.14: Η εκτίμηση $k_0(\sigma, f)$ σαν συνάρτηση του σ για διάφορες τιμές του f . Η παχιά συνεχής γραμμή αντιστοιχεί σε $6.17\sigma^2[\exp(1/\sigma) - 1.39][1 - \exp(-0.468/\sigma)]$ και έχει σχεδιαστεί ως οδηγός.

δηλαδή λύνοντας την σχέση (2.107) για $k = 1$. Στο σχήμα 2.13 παρουσιάζονται μερικά τυπικά παραδείγματα της προσαρμογής που λαμβάνονται με τη χρήση της σχέσης (2.107).

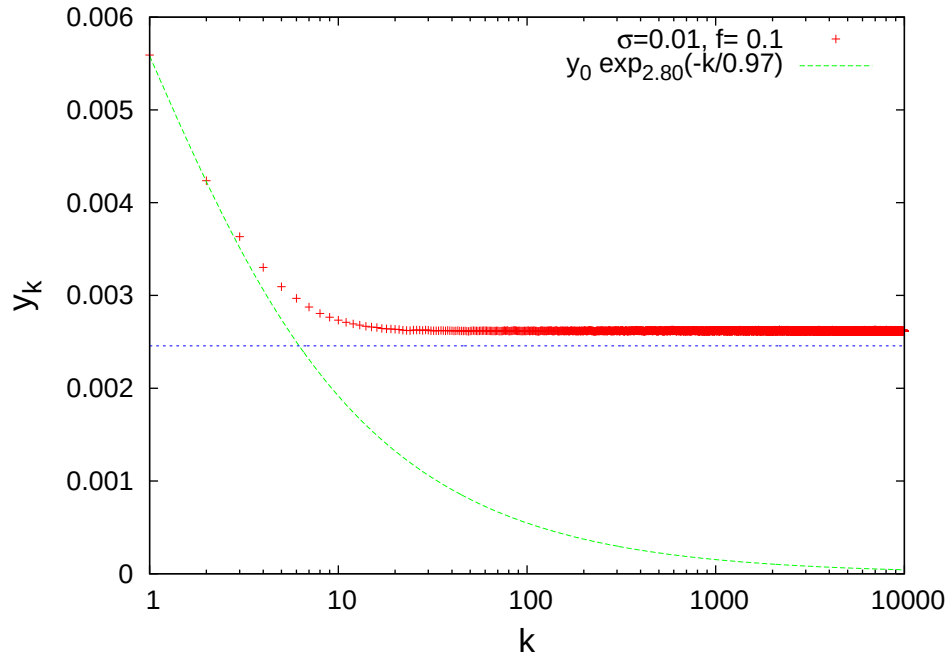
Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.13 το προτεινόμενο ansatz περιγράφει καλά τα αριθμητικά δεδομένα πριν το y_k πλησιάσει την τιμή της σχέσης (2.92), η οποία υπολογίστηκε με βάση τη μέση τιμή της συνάρτησης κατανομής κατωφλίου $\bar{p}_{thres}(x)$. Τα γραφήματα στα σχήματα 2.11, 2.12 και 2.13 δείχνουν ότι για τις τιμές της k που είναι μικρότερες από κάποια τιμή που ονομάζεται $k_{max}(\sigma, f)$, η συνολική μέση τιμή $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$ ταυτίζεται στην q -εκθετική ως συνάρτηση της k .

Είναι αξιοσημείωτο ότι μία εκτιμήτρια $k_0(\sigma, f) (> k_{max}(\sigma, f))$ αυτής της μετάβασης μπορεί να βρεθεί συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της σχέσης (2.107) και εκείνα της (2.92).

Αυτό συμβαίνει γιατί όπως μπορούμε να δούμε και από τα σχήματα 2.11, 2.12 και 2.13 το y_k αρχίζει να αποκλίνει από το ansatz που δίνεται από την σχέση (2.107) όταν η k είναι μερικές φορές μικρότερη από την k -τιμή $k_0(\sigma, f)$ στην οποία η καμπύλη της σχέσης (2.107) τέμνει την οριζόντια ευθεία που προκύπτει από την σχέση (2.92). Δηλαδή, όταν ισχύει

$$y_{k_0(\sigma, f)} = \mathcal{E}[s(\eta)]. \quad (2.110)$$

Επιπλέον για τις k -τιμές οι οποίες είναι μερικές φορές μεγαλύτερες από την $k_0(\sigma, f)$, το y_k φτάνει την τιμή που καθορίζεται από την σχέση (2.92). Με άλλα λόγια η $k_0(\sigma, f)$ υποδεικνύει το πότε η αρχική q -εκθετική αποκατάσταση σταματάει και πότε αρχίζει να αναδεικνύεται η μέση χρονική συμπεριφορά που περιγράφεται από την σχέση (2.92). Το σχήμα 2.14 απεικονίζει τις τιμές της

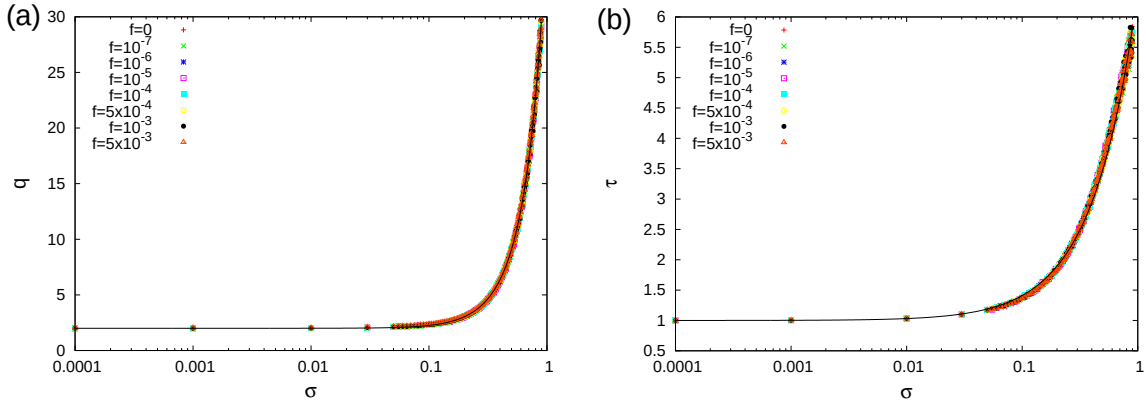


Σχήμα 2.15: Ενδεικτικό παράδειγμα της προσαρμογής των αριθμητικών δεδομένων από το ansatz της σχέσης (2.107) (πράσινη διακεκομμένη καμπύλη) για $\sigma = 0.01$ και $f = 0.1$. Η οριζόντια διακεκομμένη ευθεία προκύπτει από τη σχέση (2.92).

$k_0(\sigma, f)$ που ως συνάρτηση του σ για τις διάφορες τιμές της f . Παρατηρούμε ότι όσο μειώνονται οι τιμές του σ ξεκινώντας από $\sigma = 1$ και έτσι πιο πολλά βήματα της εφαρμογής μηχανικής τάσης επιτρέπονται πριν το μοντέλο σύμφωνου θορύβου αναγεννηθεί, η $k_0(\sigma, f)$ αυξάνεται ακολουθώντας την παχιά συνεχή γραμμή που έχει σχεδιαστεί σαν οδηγός.

Σε κάποια τιμή της σ , ωστόσο, το αποτέλεσμα του βήματος γήρανσης που περιγράφεται από την παράμετρο f γίνεται κυρίαρχο και η $k_0(\sigma, f)$ εμφανίζει κόρο. Ο κορεσμός της τιμής για την $k_0(\sigma, f)$ για την μεγαλύτερη τιμή της f , δηλαδή $f = 5 \times 10^{-3}$, είναι περίπου μερικές δεκάδες "χιονοστιβάδων", έτσι η περιοχή όπου μια καθαρή q -εκθετική αποκατάσταση μπορεί να παρατηρηθεί καλύπτει περίπου την πρώτη δεκάδα "χιονοστιβάδων" (βλ. σχήμα 2.13(c)). Για μεγαλύτερες τιμές της f για παράδειγμα $f = 0.1$ (βλ. σχήμα 2.15) ακόμα και η τιμή του y_k για $k \rightarrow \infty$ αποκλίνει από τη μέση χρονική συμπεριφορά που περιγράφει η εξ.(2.90). Αυτό μπορεί να κατανοηθεί στη βάση της τελευταίας γραμμής της σχέσης (2.76) όπου η επίδραση των μεγαλύτερων η_j εξασθενεί με γεωμετρική πρόοδο, επειδή $d_{n_k+1}^{(k+1)} = (1 - f)d_{n_k}^{(k)}$. Έτσι μεγάλες τιμές της f εξασθενούν την επίδραση που παράγεται από ακραίες τιμές του η_j προκαλώντας ένα κυρίαρχο βήμα γήρανσης το οποίο σχεδόν ακυρώνει το βήμα εφαρμογής μηχανικής τάσης. Σε αυτή την περίπτωση η ισορροπία μεταξύ των δυο βημάτων κατανέμεται με τέτοιο τρόπο ώστε η μέση χρονική συμπεριφορά που περιγράφει η εξ.(2.90) να μην μπορεί να παρατηρηθεί.

Από την έως τώρα ανάλυση, γίνεται σαφές ότι ο βασικός παράγοντας πίσω από την q -εκθετική αποκατάσταση είναι το βήμα της εφαρμογής της μηχανικής τάσης, δηλαδή, η τιμή της παραμέτρου σ . Προκειμένου να διερευνηθεί αυτή η υπόθεση, απεικονίζονται στα γραφήματα



Σχήμα 2.16: Οι εκτιμώμενες παράμετροι (a) q και (b) τ για το ansatz της σχέσης (2.107) συναρτήσει του σ για διάφορες τιμές της f στην περιοχή $[0, 5 \times 10^{-3}]$, οι συνεχείς γραμμές αντιστοιχούν στις εξισώσεις (2.111) και (2.112).

του σχήματος 2.16, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το ansatz (2.107) για τις ποσότητες q και τ για ευρύ φάσμα των παραμέτρων σ και f του μοντέλου. Παρατηρούμε ότι και οι δύο τιμές είναι *πρακτικά* ανεξάρτητες της f και εξαρτώνται αποκλειστικά από την σ , ενισχύοντας το συμπέρασμα ότι η q -εκθετική αποκατάσταση προέρχεται κυρίως από το βήμα της εφαρμογής της μηχανικής τάσης. Από την προσαρμογή των δεδομένων προκύπτουν οι ακόλουθες εκφράσεις για τις παραμέτρους q και τ :

$$q(\sigma) = 2 + 25.60\sigma^2 + 10.83\sigma^4, \quad (2.111)$$

$$\tau(\sigma) = 1 + 5.42\sigma^{1.12}, \quad (2.112)$$

που αναπαριστώνται με συνεχείς γραμμές στα γραφήματα (a) και (b) του σχήματος 2.16 αντίστοιχα. Οι σχέσεις (2.111) και (2.112) έχουν ληφθεί με βάση τη σχέση (2.106), για παράδειγμα βλ. σχήμα 2.12, έτσι για τις ποσότητες $q - 2$ και $\tau - 1$ η προσαρμογή έγινε με βάση κατάλληλα πολυώνυμα και συναρτήσεις νόμου δύναμης.

Τέλος ας συγκρίνουμε τις τιμές της q με αυτές που έχουν αναφερθεί στη βιβλιογραφία. Αν θυμηθούμε ότι η $k_0(\sigma, f)$ πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 10 έτσι ώστε η q -εκθετική αποκατάσταση να είναι σαφώς παρατηρήσιμη, στο σχήμα 2.14 φαίνεται ότι η σχέση (2.111) είναι *πρακτικής* σημασίας για τιμές της σ μικρότερες από 0.25 (κατά προσέγγιση). Αυτό είναι και το εύρος στο οποίο συχνά διερευνάται [Newman and Snepken, 1996; Tirnakli and Abe, 2004; Ergun and Tirnakli, 2005; Celikoglu et al., 2010; Celikoglu and Tirnakli, 2013] το μοντέλο σύμφωνου θορύβου. Ως χαρακτηριστικό παράδειγμα, οι Tirnakli and Abe [2004] διερεύνησαν την γήρανση σε μοντέλα σύμφωνου θορύβου στο φυσικό χρόνο μελετώντας τις συσχετίσεις των γεγονότων και βρήκαν παράμετρο $q \approx 2.98$ όταν $\sigma = 0.2$ (βλ. σχήμα 5 της από Tirnakli and Abe [2004]). Σύμφωνα με την σχέση (2.111), η τιμή $q(\sigma)$ που αντιστοιχεί για $\sigma = 0.2$ είναι $q = 3.04$ και διαφέρει μόνο κατά 2%. Επίσης μια πρόσφατη ανάλυση της κατανομής των χρόνων επιστροφής (return time distribution) των Celikoglu et al. [2010] στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου οδήγησε σε τιμές, $q = 2.0, 2.09$ και 2.21 για $\sigma = 0.01, 0.05$ και 0.065 αντίστοιχα (σχήμα 1 και εξ.(5) της των Celikoglu et al. [2010]). Είναι

ενδιαφέρον, ότι αυτές οι τιμές αποκλίνουν λιγότερο από 5% από εκείνες που υπολογίζονται επί τη βάσει των σχέσεων (2.111).

2.4 Συμπεράσματα που προκύπτουν από την q -εκθετική αποκατάσταση της αναμενόμενης τιμής του μεγέθους της "χιονοστιβάδας" στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου

Όσον αφορά την q -εκθετική αποκατάσταση της αναμενόμενης τιμής του μεγέθους της "χιονοστιβάδας" στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου, μελετήσαμε πώς η συνολική μέση τιμή $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle$ του αναμενόμενου μεγέθους "χιονοστιβάδας" $\mathcal{E}(S_{k+1})$ αποκαθίσταται σε σχέση με τη σειρά της "χιονοστιβάδας" k σε ένα σύνολο από 10^5 μοντέλα σύμφωνου θορύβου ξεκινώντας από την αρχική τους κατάσταση. Η q -εκθετική αποκατάσταση παρατηρήθηκε κατά τη διάρκεια των πρώτων "χιονοστιβάδων". Αυτή η συμπεριφορά προκύπτει κυρίως λόγω του βήματος της εφαρμογής της μηχανικής τάσης. Σε αυτή την περιοχή έχουμε $\langle \mathcal{E}(S_{k+1}) \rangle = \sigma[1 - \exp(-1/\sigma)] \exp_q(-k/\tau)$, όπου οι τιμές q και τ εξαρτώνται μόνο από την παράμετρο σ . Για μεγαλύτερες τιμές της k , η συνολική μέση τιμή μπορεί αποτελεσματικά να περιγραφεί από τη μέση τιμή της συνάρτησης κατανομής των κατωφλίων που έχει υπολογιστεί από τους Newman and Sneppen [1996]. Οι αναφερόμενες q -τιμές είναι συμβατές με εκείνες που βρέθηκαν από την ανάλυση της κατανομής των χρόνων επιστροφής (return time distribution) στο μοντέλο σύμφωνου θορύβου.

2.5 Προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου

Η εξ.(2.86) παρέχει μία αναλυτική έκφραση για το αναμενόμενο μέγεθος $\mathcal{E}(S_{k+1})$ της επόμενης $k + 1$ -οστής "χιονοστιβάδας". Εμείς διερευνούμε κατά πόσον η $\mathcal{E}(S_{k+1})$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν μεταβλητή απόφασης (ή προγνώστης), με την έννοια που περιγράφεται για δίτιμες προγνώσεις δηλαδή για προβλέψεις μεταξύ δύο ενδεχομένων από τους Caruso and Kantz [2011]). Σημειώνουμε ότι σύμφωνα με τους Caruso and Kantz [2011] η μεταβλητή απόφασης και η μέθοδος πρόγνωσης που βασίζεται σε αυτήν, απαιτεί την "εκπαίδευση" μιας δεσμευμένης πιθανότητας από το ήμισυ του συνόλου των δεδομένων. Όμως η προσέγγιση που ακολουθούμε εδώ βασίζεται στην αναλυτική μελέτη της §2.2.2 εφαρμόζοντας άμεσα την εξ.(2.86) για το αναμενόμενο μέγεθος $\mathcal{E}(S_{k+1})$.

Έτσι εκτελούμε το μοντέλο σύμφωνου θορύβου που περιγράφεται από τις εξισώσεις (2.67), (2.70), (2.76) και (2.79) για τις πρώτες $k = 10^6$ "χιονοστιβάδες" και μετά από κάθε "χιονοστιβάδα" k εκτιμούμε το $\mathcal{E}(S_{k+1})$. Για λόγους ευκολίας, έχουμε μετατρέψει τα $\mathcal{E}(S_{k+1})$ και S_{k+1} στα αντίστοιχα δεκαδικά λογαριθμικά μεγέθη $M'_{k+1} \equiv \log_{10}[\mathcal{E}(S_{k+1})]$ and $M_{k+1} \equiv \log_{10}(S_{k+1})$.

Ο χρόνος αυξημένης πιθανότητας (time increased probability, TIP) [Keilis-Borok and Rotwain, 1990; Keilis-Borok and Kossobokov, 1990] που διαρκεί ένα βήμα στο φυσικό χρόνο ενεργοποιείται όταν $M'_{k+1} \geq M_c$, όπου M_c είναι ένα ορισμένο μέγεθος κατωφλίου για την πρόβλεψη. Εάν το "μέγεθος" M_{k+1} της επόμενης "χιονοστιβάδας" είναι μεγαλύτερο ή ίσο με το "μέγεθος στόχο" M_{target} μίας "χιονοστιβάδας", τότε έχουμε επιτυχημένη πρόβλεψη.

Για προβλέψεις μεταξύ δύο ενδεχομένων, η πρόβλεψη των γεγονότων μπορεί να εμπεριέ-

χει δύο είδη λαθών: να "χάσουμε" (ψευδώς αρνητικό αποτέλεσμα) κάποιο γεγονός και να έχουμε ένα ψευδώς θετικό αποτέλεσμα. Έτσι επιλέγουμε το χαρακτηριστικής λειτουργίας δέκτη (ROC) (βλ. §2.1.2) διάγραμμα για να απεικονίσουμε την ικανότητα της πρόγνωσης. Η καμπύλη αυτή αναπαριστά το ποσοστό των σημαντικών γεγονότων που επιτυχώς προβλέπουμε (hit rate) σαν συνάρτηση του πηλίκου των γεγονότων που ανεπιτυχώς προβλέπουμε ότι θα είναι σημαντικά προς το πλήθος των μη-σημαντικών γεγονότων που έγιναν (ρυθμός εσφαλμένων συναγεργμών, false alarm rate). Κάθε τέτοια καμπύλη έχει σαν παράμετρο το "μέγεθος στόχο" M_{target} που καθορίζει αν το γεγονός είναι σημαντικό [Fawcett, 2006]. Δηλαδή το hit rate (true positive rate) είναι το ποσοστό των περιπτώσεων που ο TIP είναι ενεργοποιημένος και έχουμε $M_{k+1} \geq M_{target}$ προς τον συνολικό αριθμό των περιπτώσεων που $M_{k+1} \geq M_{target}$. Αντίστοιχα false alarm rate (FPr) είναι το ποσοστό των περιπτώσεων που ο TIP είναι ενεργοποιημένος και έχουμε $M_{k+1} < M_{target}$ προς τον συνολικό αριθμό των περιπτώσεων που $M_{k+1} < M_{target}$.

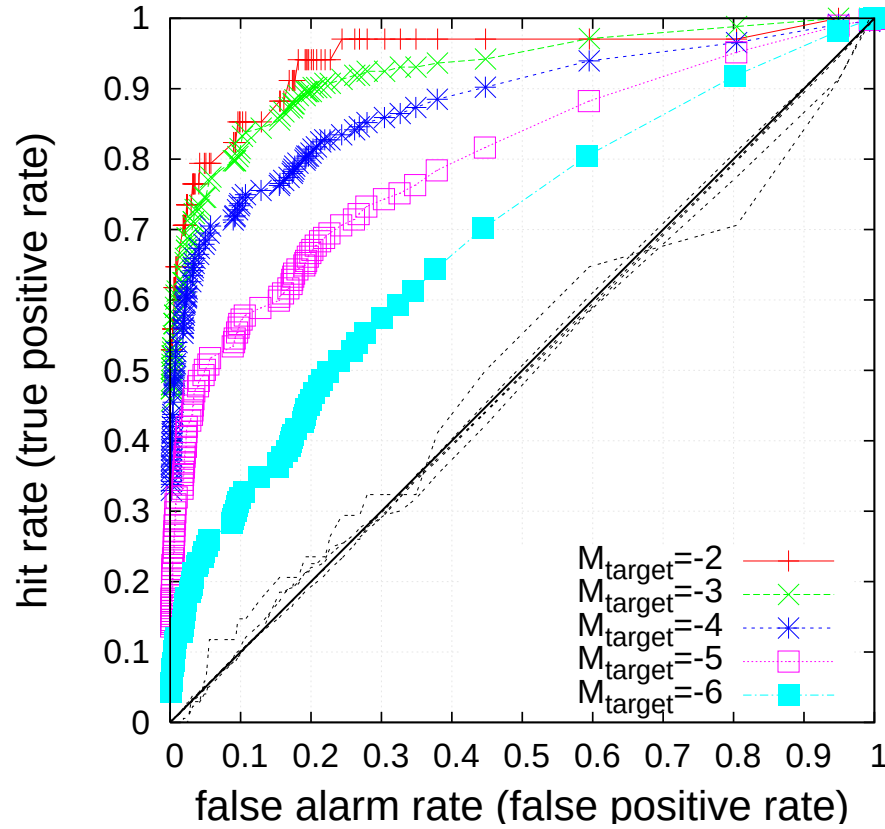
Ο προγνώστης είναι χρήσιμος μόνο αν το ποσοστό της επιτυχίας ξεπερνά το ποσοστό ψευδών συναγεργμών. Τυχαίες προβλέψεις δημιουργούν ίσα hit rate και false alarm rate και ως εκ τούτου στο διάγραμμα ROC θα είχαμε μια διαγώνιο (βλ. §2.1.2) με αρχή το (0,0) και τέλος το (1,1). Μόνο όταν τα σημεία βρίσκονται πάνω από αυτή τη διαγώνιο ο προγνώστης είναι χρήσιμος. Σαν παράδειγμα το ROC γράφημα για $\sigma = 0.05$ και $f = 10^{-7}$ αναπαριστάται στο σχήμα 2.17.

Για κάθε τιμή κατωφλίου M_c και μέγεθος στόχου κατωφλίου M_{target} , λαμβάνουμε ένα σημείο σε αυτό το διάγραμμα, οπότε μεταβάλλοντας το μέγεθος M_c μπορούμε να αναπαράγουμε την καμπύλη που αντιστοιχεί στο M_{target} . Οι διάφορες καμπύλες στο σχήμα 2.17 αντιστοιχούν σε διάφορες τιμές του $M_{target} = -6, -5, \dots, -2$ μεγαλώνοντας από κάτω προς τα πάνω με μέγιστο όταν FPr=20%. Από τα σημεία που βρίσκονται σε κάθε καμπύλη πάνω από τη διαγώνιο, βλέπουμε ότι $\mathcal{E}(S_{k+1})$ η προγνωσιμότητα αυξάνει για μεγαλύτερες τιμές του M_{target} . Προκειμένου να διερευνηθεί η στατιστική ισχύς αυτού του αποτελέσματος, θα περιληφθούν στο ίδιο το γράφημα ανάλογα αποτελέσματα που προκύπτουν όταν οι τιμές των $\mathcal{E}(S_{k+1})$ έχουν τυχαία ανακατευθεί. Έτσι παίρνουμε καμπύλες που βρίσκονται κοντά στη διαγώνιο, άρα η πρόγνωση των $\mathcal{E}(S_{k+1})$ δεν μπορεί να θεωρηθεί τυχαία.

2.5.1 Εφαρμογές της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνα θορύβου

Η ακριβής γνώση της κατανομής των κατωφλίων $p_{thres}^{(k)}(x)$ για ένα πραγματικό σύστημα όπως είναι ένα ρήγμα είναι αδύνατη (για παράδειγμα βλ. σελ. 358–362 Varotsos et al. [2011c] όπου η δυνατότητα της πρόγνωσης μεγάλων "χιονοστιβάδων" στο μοντέλο Olami-Feder-Christensen [Olami et al., 1992], έχει συζητηθεί επίσης βλ. Sarlis et al. [2011b]). Έτσι στην περίπτωση των ενεργών ρηγμάτων, ακολουθώντας το μοντέλο σύμφωνα θορύβου η εφαρμογή του συστήματος πρόγνωσης της παραγράφου 2.5 θα ήταν πρακτικά αδύνατη. Ωστόσο, το μοντέλο σύμφωνα θορύβου μπορεί να περιγράψει αρκετές ιδιότητες για πραγματικές μετασεισμικές ακολουθίες και ως εκ τούτου αξίζει τον κόπο να ερευνήσουμε τα αποτελέσματα της παραγράφου 2.2.2 για την παρουσία μίας πειραματικά μετρήσιμης ποσότητας για να προβλέψουμε τις "χιονοστιβάδες" με την έννοια που προτείνεται στην §2.5.

Ένας έλεγχος των εξισώσεων (2.67), (2.84) και (2.86) δείχνει την σχετική σημασία του αριθμού των βημάτων n_k της συνάρτησης κατανομής κατωφλίου $p_{thres}^{(k)}(x)$. Όπως αναφέρθηκε στην §2.2.1 ο αριθμός των βημάτων n_k έχει ήδη μελετηθεί [Sarlis et al., 2009a] σε διαφορετικό πλαίσιο



Σχήμα 2.17: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το $\mathcal{E}(S_{k+1})$ ως προγνώστη για το μοντέλο σύμφωνου θορύβου με $\sigma = 0.05$ και $f = 10^{-7}$ για τις πρώτες 10^6 "χιονοστιβάδες". Αντίστοιχα έχουμε καμπύλες για $M_{target} = -6, -5, -4, -3$, και -2 από κάτω προς τα πάνω σε Fpr=20%. Τα αποτελέσματα για παρόμοιους υπολογισμούς όταν τα $\mathcal{E}(S_{k+1})$ έχουν τυχαία ανακατευθεί έχουν δείξει (γκρι διακεκομμένες γραμμές) ότι βρίσκονται επάνω στη διαγώνιο. Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b].

στο φυσικό χρόνο. Το πλαίσιο αυτό αφορούσε τη μελέτη των συνόλων των *διαδοχικών ακρότατων*.

Η οικογένεια των συνόλων E_k των *διαδοχικών ακρότατων*, όπως ορίστηκαν από τους Sarlis et al. [2009a], που λαμβάνονται από μια δεδομένη συνάρτηση κατανομής πιθανότητας $f(\eta)$, π.χ. $f(\eta) = p_{stress}(\eta)$, συνοψίζεται στην §2.5.2. Ο πληθικός αριθμός ¹ $\epsilon_k \equiv |E_k|$ τέτοιων συνόλων ισούται με το n_k όταν έχουμε

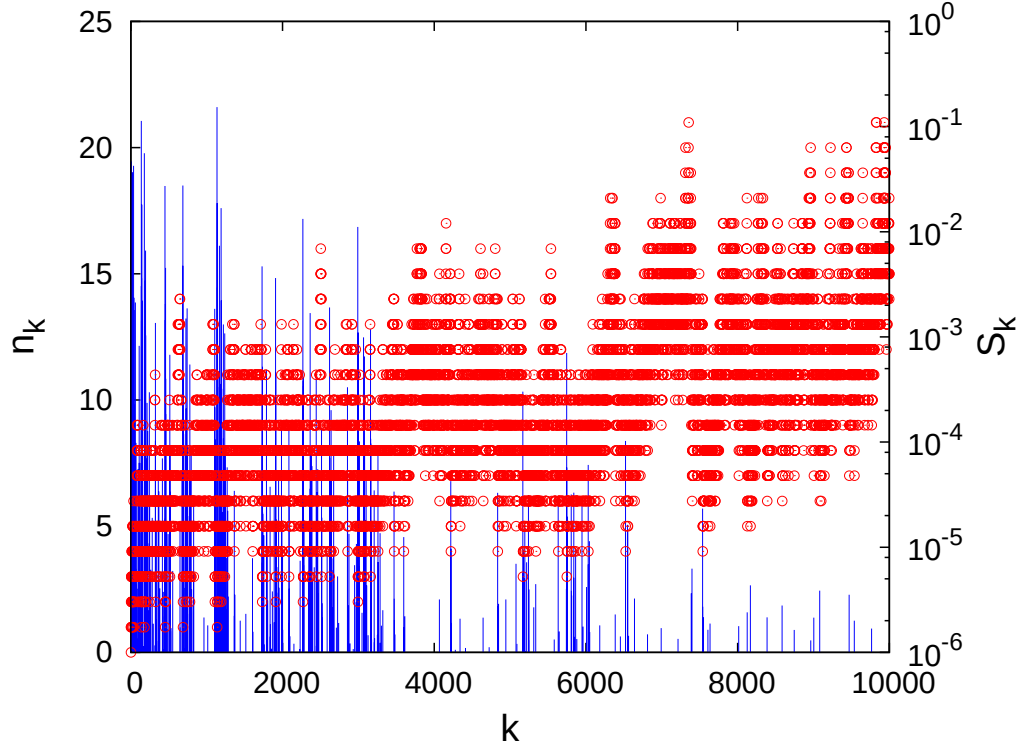
$$\eta_l < 1, \quad l = 1, 2, \dots, k. \quad (2.113)$$

Αυτό ισχύει διότι στην περίπτωση αυτή, λόγω των εξισώσεων (2.69) και (2.76),

$$E_k = \{b_n^{(k)} : 0 < n \leq n_k\} \quad (2.114)$$

οπότε $\epsilon_k = n_k$.

¹Ο πληθικός αριθμός είναι ο αριθμός (πληθυσμός) των στοιχείων ενός συνόλου.



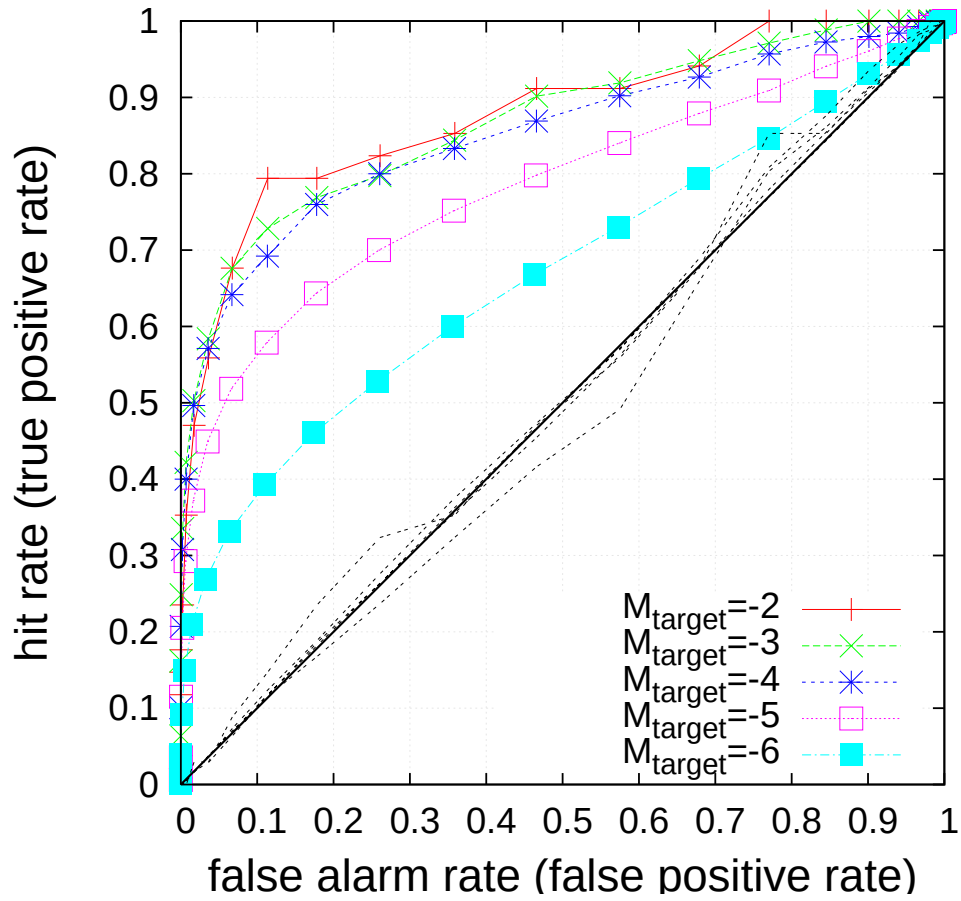
Σχήμα 2.18: Παράδειγμα της εξέλιξης της ποσότητας n_k (κόκκινοι κύκλοι, αριστερή κλίμακα) μετά την k -οστή "χιονοστιβάδα" για $\sigma = 0.05$ και $f = 10^{-7}$. Το μέγεθος της "χιονοστιβάδας" S_k παρουσιάζεται με (μπλε παλμούς, δεξιά κλίμακα). Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b].

Έχει δειχθεί ότι [Sarlis et al., 2009a] το ϵ_k σαν συνάρτηση του φυσικού αριθμού k εμφανίζει συμπεριφορά $1/f^a$ με το a πολύ κοντά στη μονάδα. Επιπλέον η μέση τιμή $\langle \epsilon_k \rangle$ και η διακύμανση $\langle (\epsilon_k - \langle \epsilon_k \rangle)^2 \rangle$ δίνεται από τις επόμενες σχέσεις [Sarlis et al., 2009a]:

$$\langle \epsilon_k \rangle = \sum_{n=1}^k \frac{1}{n}, \quad (2.115)$$

$$\langle (\epsilon_k - \langle \epsilon_k \rangle)^2 \rangle = \sum_{n=1}^k \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (2.116)$$

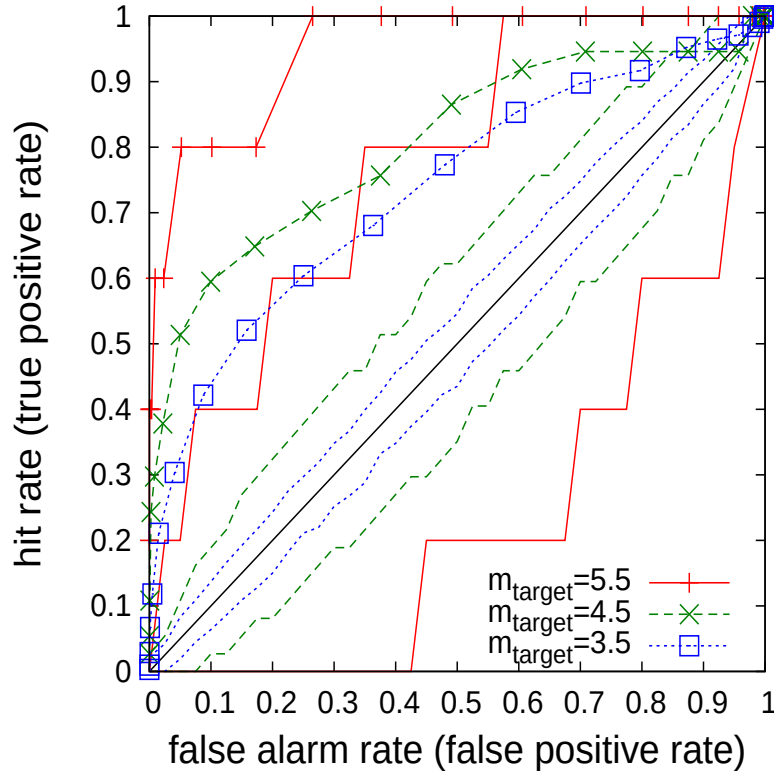
Οι εξισώσεις (2.115) και (2.116) αποκαλύπτουν ότι όταν ισχύει η προϋπόθεση της σχέσης (2.113) τόσο η μέση τιμή όσο και η διακύμανση του n_k αποκλίνουν λογαριθμικά καθώς το k τείνει στο άπειρο. Αυτή η λογαριθμική ολίσθηση (*logarithmic drift*) σημαίνει ότι το σύστημα γερνάει όσο το k αυξάνει. Η ποσότητα n_k φαίνεται στο σχήμα 2.18 για τις πρώτες 10.000 "χιονοστιβάδες" στην περίπτωση που το $\sigma = 0.05$ και το $f = 10^{-7}$. Μια παρατήρηση αυτού του διαγράμματος αποκαλύπτει ότι αν και το σύστημα εμφανίζει γήρανση σε μακροπρόθεσμη βάση, δεδομένου ότι η μέση τιμή των n_k αυξάνει, υπάρχουν επίσης "χιονοστιβάδες" που ρίχνουν έντονα το n_k . Αυτό συμβαίνει όταν επιλεγθεί μια μεγάλη τιμή n_{k+1} και λόγω της εξ. (2.70), συνοδεύεται από μία



Σχήμα 2.19: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το n_k σαν προγνώστη για το μοντέλο σύμφωνου θορύβου με $\sigma = 0.05$ και $f = 10^{-7}$ για τις πρώτες 10^6 "χονοστοιβάδες". Αντιστοιχούν σε $M_{target} = -6, -5, -4, -3$, και -2 από κάτω προς τα πάνω με $FPr \approx 47\%$. Τα αποτελέσματα από παρόμοιους υπολογισμούς όταν n_k έχει τυχαία ανακατευθεί απεικονίζεται με τις μπλε διακεκομμένες γραμμές. Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b].

σχετικά μεγάλη τιμή του S_{k+1} . Οπότε μια μικρή τιμή n_{k+1} αντιπροσωπεύει μια σταθερή $p_{thres}^{(k+1)}(x)$, μέχρι μια σχετικά υψηλή τιμή των $\eta_{k+1}(=b_1^{(k+1)})$, με ένα μεγάλο εύρος $d_0^{(k+1)} = (1-f)S_{k+1} + f$ βλ. εξ.(2.76).

Έτσι, όταν το n_k είναι μικρό περιμένουμε να γίνουν "μετασεισμοί": ένα παράδειγμα, μπορούμε να δούμε στο σχήμα 2.18 όταν $k = 5, 200$. Έχοντας αυτό κατά νου, στο σχήμα 2.19 χρησιμοποιήσαμε τη n_k ως "μεταβλητή απόφασης" για την πρόβλεψη των πρώτων 10^6 "χονοστοιβάδων" του μοντέλου σύμφωνου θορύβου με $\sigma = 0.05$ και $f = 10^{-7}$, δηλαδή στην περίπτωση που αναφέρεται το διάγραμμα 2.17. Τώρα, ο TIP είναι ενεργοποιημένος όταν η n_k είναι μικρότερη ή ίση με το κατώφλι n_c που μεταβάλλεται προκειμένου να δημιουργηθεί η ROC. Παρατηρούμε ότι αυτό το σύστημα πρόβλεψης, παρουσιάζει στατιστικά σημαντική προγνωστική ισχύ, διότι οι κόκκινες γραμμές με τους κόκκινους σταυρούς του σχήματος 2.19 χαράσσονται πολύ πάνω από την διαγώνιο του ROC διαγράμματος και πάνω από τα αντίστοιχα ROC διαγράμματα που λάβαμε με

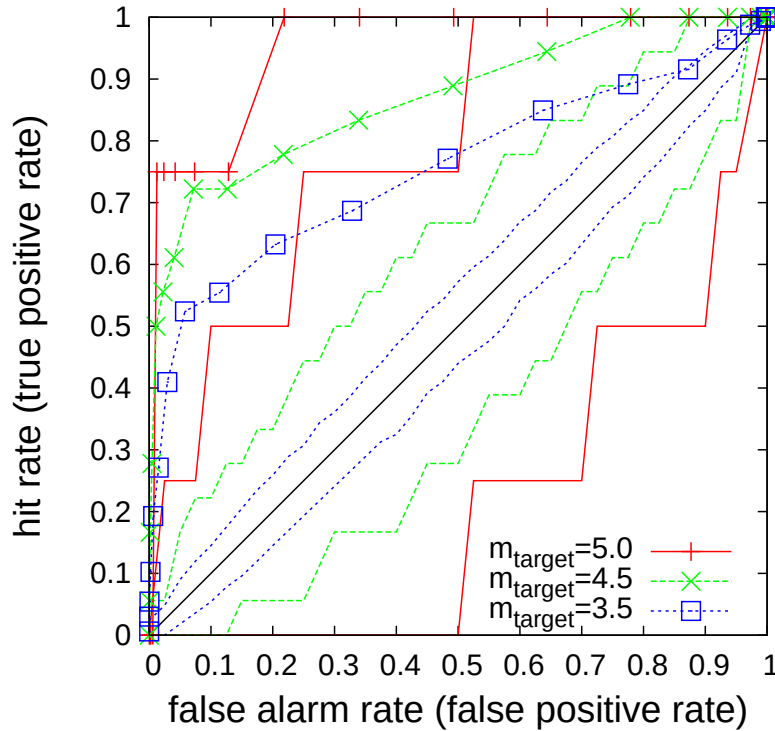


Σχήμα 2.20: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώση στη μετασεισμική ακολουθία του κύριου σεισμού που έγινε στο Landers για μεγέθη "στόχους" $m_{target} = 3.5$ (μπλε τετράγωνα), 4.5 (πράσινα x) και 5.5 (κόκκινοι σταυροί). Για κάθε m_{target} , οι αντίστοιχες γραμμές χωρίς σύμβολα, οριοθετούν το 90% της κεντρικής περιοχής στα ROC διαγράμματα που λαμβάνονται όταν ανακατέψουμε τυχαία τα δεδομένα μεγεθών της μετασεισμικής ακολουθίας $\{m_k\}$ και επαναλάβουμε τον υπολογισμό του ϵ_k για 10^3 φορές. Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b]

τις τιμές των n_k τυχαία ανακατεμένες. Επιπλέον, κατά τη σύγκριση του διαγράμματος 2.19 με το διάγραμμα 2.17, παρατηρούμε ότι τα $\mathcal{E}(S_{k+1})$ φαίνεται να αποδίδουν καλύτερα από ότι οι n_k . Το κύριο πλεονέκτημα, ωστόσο, είναι ότι για πραγματικά συστήματα, όπως οι σεισμοί, μπορούμε να πάρουμε μια γενική εκτίμηση για το n_k από σεισμολογικούς καταλόγους.

Κάνουμε τώρα την υπόθεση ότι αμέσως μετά την εκδήλωση του κύριου σεισμού, η εξ.(2.50) περιγράφει τα σημεία επαφής του ρήγματος όπως έχει προταθεί από τους Newman and Snedden [1996]. Φυσικά, η $p_{thres}^{(k)}(x)$ δεν μπορεί να προσδιοριστεί, αλλά λόγω των εξισώσεων (2.70) και (2.76) περιμένει κανείς ότι, όταν ένας ισχυρός μετασεισμός μεγέθους m_k συμβεί, εξαλείφει ένα μεγάλο ποσό των $b_n^{(k)}$ (εισάγει δηλαδή ένα νέο σημείο στήριξης καταστρέφοντας τα μικρότερα του). Ως εκ τούτου, αν και τα S_k σχετίζονται στην πραγματικότητα με τα m_k , θα μπορούσαμε να πάρουμε μια, προσεγγιστική, εκτίμηση για το n_k αντικαθιστώντας το η_k με μια απλή συνάρτηση των m_k και μελετώντας τα σχετικά σύνολα E_k διαδοχικών ακρότατων.

Η δυνατότητα εφαρμογής της υπόθεσης μας θα καταστεί σαφής όταν κατασκευάσουμε τα



Σχήμα 2.21: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώστη στη μετασεισμική ακολουθία του κύριου σεισμού που έγινε στο Hector Mine για μεγέθη "στόχους" $m_{target} = 3.5$ (μπλε τετράγωνα), 4.5 (πράσινα x) και 5.0 (κόκκινοι σταυροί). Για κάθε m_{target} , οι αντίστοιχες γραμμές χωρίς σύμβολα, οριοθετούν το 90% της κεντρικής περιοχής στα ROC διαγράμματα που λαμβάνονται όταν ανακατέψουμε τυχαία τα δεδομένα μεγεθών της μετασεισμικής ακολουθίας $\{m_k\}$ και επαναλάβουμε τον υπολογισμό του ϵ_k για 10^3 φορές. Αναπαραγωγή από Sarlis and Christopoulos [2012b]

σχετικά ROC διαγράμματα. Στα διαγράμματα 2.20 και 2.21, απεικονίζονται οι ROC καμπύλες όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k όπως προκύπτει από την ανάλυση των μετασεισμών.

Δηλαδή θεωρώντας $\eta_k = m_k/10$, όπου ο παρονομαστής 10 έχει επιλεγεί έτσι ώστε $\eta_k < 1$ ικανοποιώντας την σχέση (2.113), όπου $m_k (\geq 2.0)$ είναι το μέγεθος που αναφέρεται στον σεισμολογικό κατάλογο της νότιας Καλιφόρνιας (SCEC, Southern California Earthquake Catalog) για τον k -οστό μετασεισμό των σεισμών που συνέβησαν στις 28 Ιουνίου του 1992 στο Landers με μέγεθος Mw7.30 και στις 16 Οκτωβρίου του 1999 στο Hector Mine με μέγεθος Mw7.10.

Σύμφωνα με τους Shcherbakov et al. [2004] εξετάσαμε τις μετασεισμικές δονήσεις² που σημειώθηκαν μέσα σε μια τετραγωνική περιοχή $1.1^\circ \times 1.1^\circ$ και $1.0^\circ \times 1.0^\circ$ κεντραρισμένες στο επίκεντρο των σεισμών που συνέβησαν στο Landers και στο Hector Mine αντίστοιχα. Η χρονική περίοδος που εξετάστηκε σε κάθε περίπτωση είναι αυτή που προσδιορίστηκε με βάση τον νόμο

²Σαν μετασεισμός θεωρείται οποιοσδήποτε σεισμός έχει συμβεί σε μια περιοχή περίπου μιας τετραγωνικής μοίρας γεωγραφικού πλάτους και γεωγραφικού μήκους με κέντρο τον κύριο σεισμό μέσα σε χρονική περίοδο ενός έτους. Η επιλογή του συγκεκριμένου εύρους της στερεάς γωνίας γίνεται σε κάθε περίπτωση με βάση την γραμμική διάσταση του μήκους της περιοχής μετασεισμών $l = 0.02 \cdot 10^{0.5 M}$ km. (βλ. επίσης §3.4.2)

του Omori (βλ. §1.2.2) από τους Abe and Suzuki [2004]. Για λόγους σύγκρισης, μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά σε κάθε ROC διάγραμμα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον ίδιο αλγόριθμο πρόβλεψης όταν εφαρμόζεται σε τυχαία ανακατεμένα αντίγραφα της αρχικής ακολουθίας των μετασεισμών $\{m_k\}$. Παρατηρούμε ότι το ϵ_k έχει στατιστικά σημαντική προγνωστική ικανότητα που συνδέεται με το (φυσικό αριθμό) k και ως εκ τούτου, με το φυσικό χρόνο.

Τελικά, ας σημειώσουμε το γεγονός ότι οι πραγματικοί μετασεισμοί, που εξ' ορισμού είναι εντοπισμένες εκδηλώσεις στο χώρο και στο χρόνο, είναι ένα αποτέλεσμα πολύπλοκων αλληλεπιδράσεων μεταξύ των δομικών στοιχείων που συνθέτουν το φλοιό της Γης και της κρισιμότητας του συστήματος [Varotsos et al., 2010, 2011c,b]. Το πραγματικό φυσικό σύστημα είναι πολύπλοκοτερο από αυτό που περιγράφεται από το μοντέλο σύμφωνου θορύβου. Το μοντέλο σύμφωνου θορύβου όμως επιδεικνύει παρόμοια συμπεριφορά με τη μετασεισμική ακολουθία πραγματικών σεισμών.

Σε αυτό το σημείο είναι δόκιμο να σημειωθεί ότι στο μοντέλο η ανανέωση των κατωφλίων γίνεται άμεσα με σύμφωνη εφαρμογή σε όλους τους παράγοντες, ενώ στην περίπτωση της μετασεισμικής ακολουθίας πραγματικών σεισμών η "ανανέωση" δεν γίνεται άμεσα λόγω της πολυπλοκότητας του τρόπου διάρρηξης. Θα πρέπει ακόμα να σημειωθεί ότι για την εφαρμογή της προβλεψιμότητας του μοντέλου επιλέγουμε μία τετραγωνική περιοχή και την θεωρούμε ως ένα και μόνο "ρήγμα", κάτι που σίγουρα δεν απεικονίζει την πραγματικότητα. Έτσι, επειδή πολύ μικρά σεισμικά γεγονότα μπορεί να παρατηρούνται μέσα στην τετραγωνική περιοχή χωρίς όμως να έχουν σχέση με το προαναφερθέν "ρήγμα" θα πρέπει κατά τη μελέτη μας να λαμβάνουμε υπ' όψιν μετασεισμικά γεγονότα μεγαλύτερα ή και ίσα από ένα μέγεθος κατωφλίου M_{thres} .

2.5.2 Τα σύνολα διαδοχικών ακρότατων

Τα σύνολα E_k των διαδοχικών ακρότατων ορίζονται [Sarlis et al., 2009a] ως εξής: Το E_0 ισούται με το κενό σύνολο. Κάθε E_k λαμβάνεται με την διαδικασία που θα αναφέρουμε παρακάτω για k φορές. Επιλέγουμε μια τυχαία τιμή η_k από μία δεδομένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(\eta)$ και τη συγκρίνουμε με όλα τα μέλη του E_{k-1} . Προκειμένου να κατασκευαστεί το σύνολο E_k , απορρίπτουμε όλα τα μέλη του E_{k-1} που είναι μικρότερα ή και ίσα της τιμής η_k ενώ κρατάμε τα υπόλοιπα. Έτσι, $E_k \neq \emptyset$ για όλα τα $k > 0$ και το E_k είναι ένα πεπερασμένο σύνολο πραγματικών αριθμών, του οποίου τα μέλη είναι πάντα μεγαλύτερα ή ίσα της τιμής η_k . Επιπλέον,

$$\max[E_k] \geq \max[E_{k-1}]. \quad (2.117)$$

Η αύξηση του πληθικού αριθμού $\epsilon_k \equiv |E_k|$ αυτών των μελών είναι το πολύ 1, αλλά μείωση της μπορεί να είναι τόσο μεγάλη όσο $\epsilon_k - 1$. Αυτό αντανακλά μια ασυμμετρία αν το ϵ_k θεωρηθεί ως χρονοσειρά σε σχέση με το φυσικό αριθμό k . Μια τέτοια ασυμμετρία αντανακλάται στο σχήμα 2.18 όπου αντί του ϵ_k , απεικονίζουμε το n_k του μοντέλου σύμφωνου θορύβου που ισούται σύμφωνα με τις εξισώσεις (2.69) και (2.76) με ϵ_k εφ' όσον όλες οι τιμές $\eta_l, l = 1, 2, \dots, k$ είναι μικρότερες από την μονάδα.

2.5.3 Συμπεράσματα της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνου θορύβου

Μελετήθηκε η συνάρτηση κατανομής κατωφλίου $p_{thres}^{(k)}(x)$ του μοντέλου σύμφωνου θορύβου για την περίπτωση του απείρου αριθμού παραγόντων μετά την εκδήλωση της k -οστής "χιονοστιβάδας". Είναι μια κατά τμήματα σταθερή συνάρτηση με έναν πεπερασμένο αριθμό βημάτων n_k , βλ. εξ.(2.67). Παρήχθη μια αναλυτική έκφραση για την συνάρτηση κατανομής μεγέθους της επόμενης "χιονοστιβάδας", βλ. εξ.(2.84). Αυτή επιτρέπει την εκτίμηση του αναμενόμενου μεγέθους της επόμενης "χιονοστιβάδας" $\mathcal{E}(S_{k+1})$, π.χ. για την περίπτωση της εκθετικά κατανεμημένης "εφαρμοζόμενης μηχανικής τάσης" η_k , βλ. εξ.(2.86). Ερευνήθηκε η δυνατότητα χρήσης του $\mathcal{E}(S_{k+1})$ ή του n_k ως "μεταβλητή απόφασης" για την πρόβλεψη του μεγέθους S_{k+1} της επόμενης "χιονοστιβάδας". Τα αποτελέσματα που προέκυψαν δείχνουν ότι μπορούμε να γενικεύσουμε το εν λόγω σύστημα πρόβλεψης για πραγματικά δεδομένα μετασεισμών.

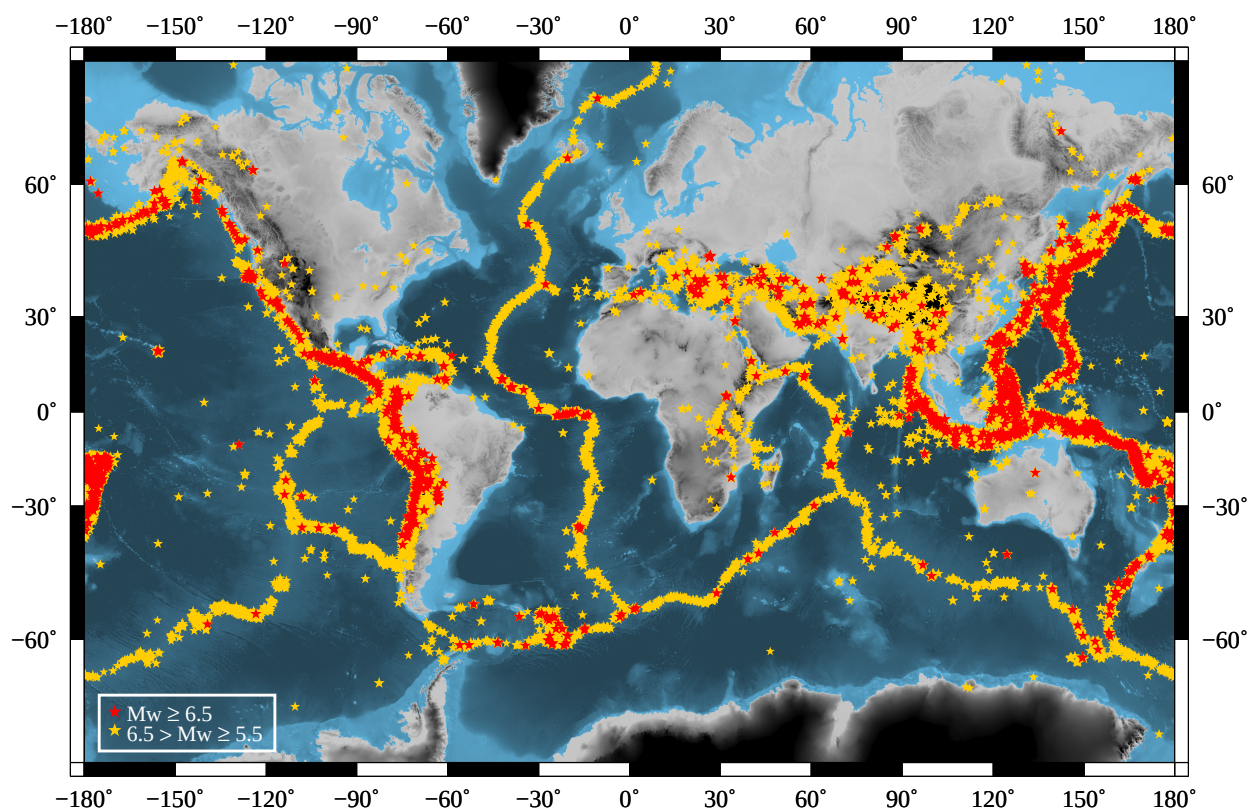
Κεφάλαιο 3

Εφαρμογές της προβλεψιμότητας των μετασεισμών, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνου θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα

Στο κεφάλαιο αυτό εφαρμόζεται η μέθοδος πρόβλεψης του μεγέθους των μετασεισμών που προτάθηκε στο κεφάλαιο 2 στη περίπτωση: του παγκοσμίου καταλόγου Global Centroid Moment Tensor Project (παράγραφος 3.1), του σεισμού μεγέθους Mw9.2 στη Σουμάτρα 2004 (παράγραφος 3.2), του σεισμού Mw6.9 στη Μεθώνη 2008 (παράγραφος 3.3) και στη περίπτωση του επαναπροσδιορισμένου σεισμολογικού καταλόγου [Hauksson et al., 2011] για τη Νότια Καλιφόρνια (παράγραφος 3.4). Στην παράγραφο 3.5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα όπου και διαπιστώνεται ότι η προταθείσα μέθοδος πρόβλεψης οδηγεί σε στατιστικώς σημαντικά αποτελέσματα για διαφορετικά γεωγραφικά μήκη και πλάτη και άρα σε παγκόσμια κλίμακα.

3.1 Εφαρμογή της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου στον κατάλογο του Global Centroid Moment Tensor Project (Global CMT)

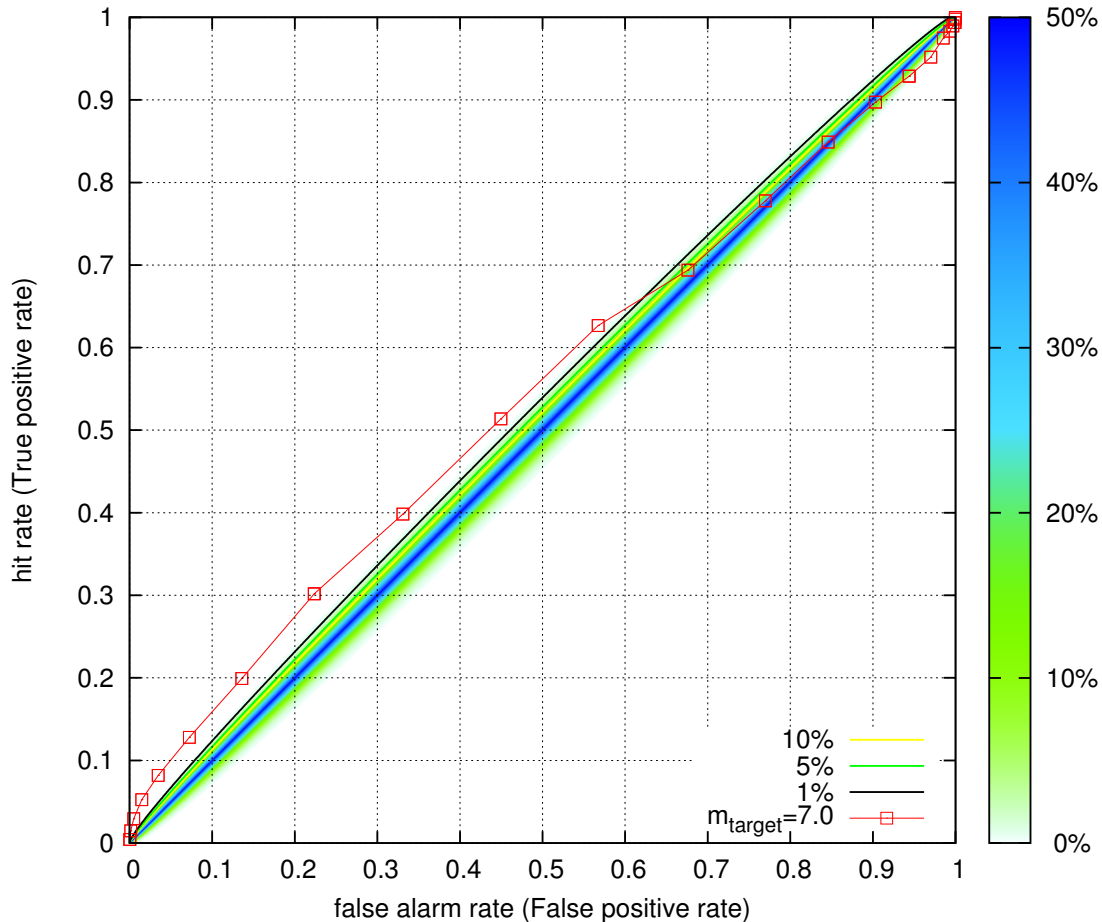
Χρησιμοποιώντας το τμήμα του κατάλογου (ημερομηνία λήψης στις 26 Ιουνίου 2013 από τη διαδικτυακή θέση <http://www.globalcmt.org/>), που μας δίνεται από το Global Centroid Moment Tensor Project (GCMT), που περιλαμβάνει τις ακριβείς θέσεις και τα μεγέθη των σεισμών που έχουν καταγραφεί με μέγεθος M_w μεγαλύτερο ή και ίσο του 5.0 μεταξύ της 1/1/1977 και της 28/02/2013 [Dziewonski et al., 1981; Ekström et al., 2012] κάνουμε μια προσπάθεια εφαρμογής του μοντέλου πρόγνωσης μετασεισμών, που εισήχθη στη §2.5.1 επί τη βάση του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα.



Σχήμα 3.1: Απεικόνιση της παγκόσμιας σεισμικής δραστηριότητας σύμφωνα με τμήμα του κατάλογου, που προέρχονται από το Global Centroid Moment Tensor Project (GCMT) για τη χρονική περίοδο μεταξύ της 1/1/1977 και της 28/02/2013 [Dziewonski et al., 1981; Ekström et al., 2012]. Με κόκκινα αστέρια σημειώνονται οι σεισμοί με μέγεθος $M_w \geq 6.5$ και με κίτρινα αστέρια οι σεισμοί με μέγεθος $6.5 > M_w \geq 5.5$. Η δημιουργία του χάρτη έγινε χρησιμοποιώντας Generic Mapping Tools (GMT) [GMT; Wessel and Smith, 1998], τα γεωγραφικά στοιχεία του χάρτη προέρχονται από το National Geophysical Data Center (NGDC) <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/global.html>

Για την εφαρμογή του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου επιλέχθηκε αρχικά ολόκληρο το προ-

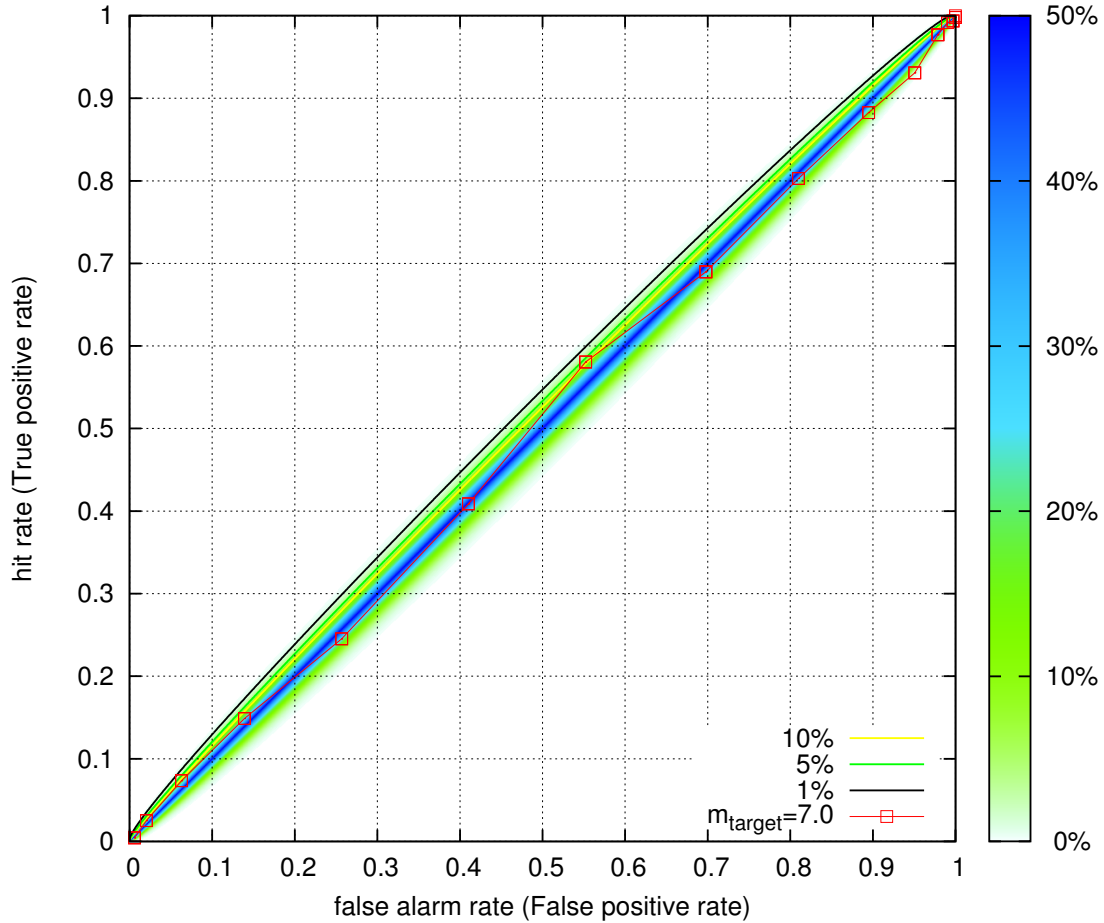
αναφερόμενο τμήμα του εν λόγω καταλόγου για μέγεθος στόχο $m_{target} = 7.0$ Mw και μέγεθος κατωφλίου το όριο του καταλόγου $m_{thres} = 5.0$ Mw. Δημιουργήσαμε το αντίστοιχο ROC διάγραμμα και κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς καταλήγουμε σε 477 Ναι Y και 34832 Όχι N (βλ. §2.1.1) και $AUC=0.54054$ (βλ. §2.1.2) που αντιστοιχεί σε $p-value$ $p=0.001158$ (βλ. §1.3.1). Για την αναπαράσταση του ROC διαγράμματος Σχ.3.2 υπολογίσαμε και τις k -ελλείψεις [Sarlis and Christopoulos, 2014] (βλ. §2.1.4) για $p-values$: $p = 10\%$, 5% και 1% .



Σχήμα 3.2: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώστη στη σεισμική ακολουθία με μέγεθος κατωφλίου $m_{thres} = 5.0$ Mw για μέγεθος "στόχο" $m_{target} = 7.0$ Mw (κόκκινα τετράγωνα). Η κίτρινη, η πράσινη και μαύρη γραμμή, αναπαριστούν k -ελλείψεις για $p-values$ που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1% .

Στη συνέχεια επιλέξαμε μέγεθος κατωφλίου στον κατάλογο το $m_{thres} = 6.5$ Mw και ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία πάλι για μέγεθος στόχο $m_{target} = 7.0$ Mw. Δημιουργώντας το αντίστοιχο ROC διάγραμμα και κάνοντας τους αντίστοιχους πάλι υπολογισμούς καταλήγουμε σε 477 Ναι Y και 1036 Όχι N (βλ. §2.1.1) και $AUC=0.50057$ (βλ. §2.1.2) που αντιστοιχεί σε $p-value=0.485720$ (βλ. §1.3.1). Για την αναπαράσταση του ROC διαγράμματος Σχ.3.3 υπολογίσαμε πάλι τις k -ελλείψεις (βλ. §2.1.4) για $p-values$ που αντιστοιχούν σε: $p = 10\%$, 5% και 1% .

Προσεγγίζοντας τις δυο αυτές περιπτώσεις, κάτω από το πρίσμα της προβλεπτικής ικανό-

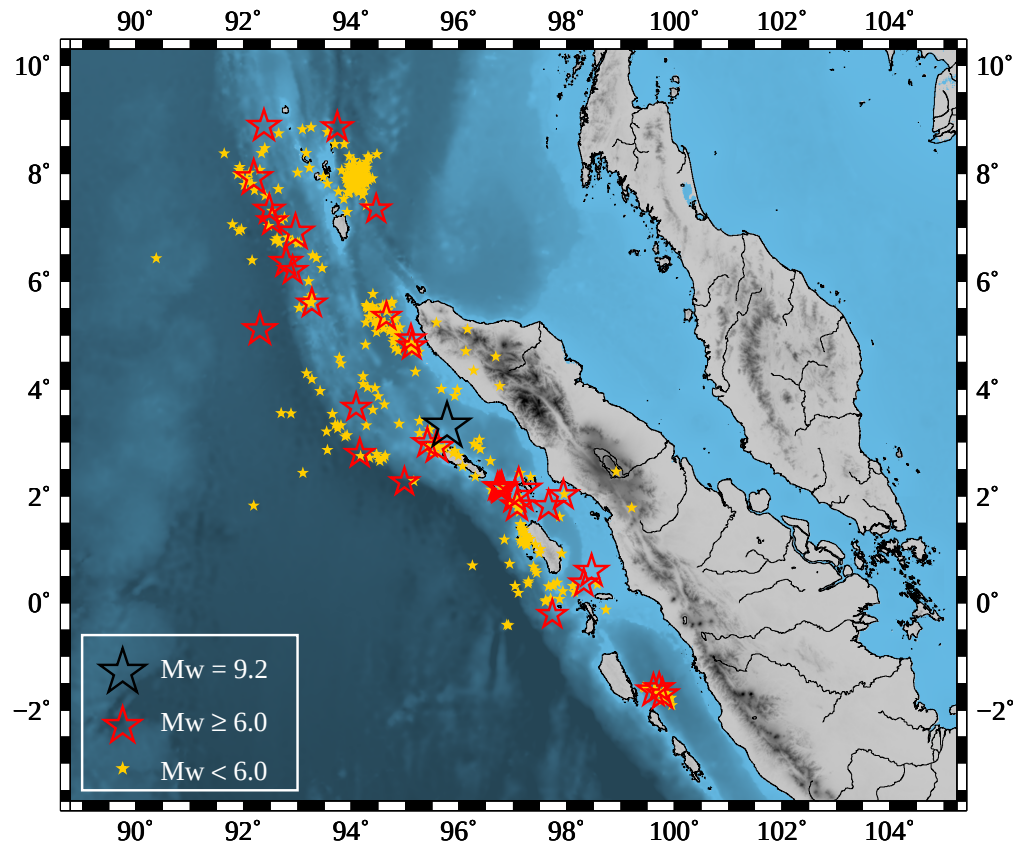


Σχήμα 3.3: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώστη στη σεισμική ακολουθία με μέγεθος κατωφλίου $m_{\text{thres}} = 6.5$ Mw για μέγεθος "στόχο" $m_{\text{target}} = 7.0$ Mw (κόκκινα τετράγωνα). Η κίτρινη, η πράσινη και μαύρη γραμμή, αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1% .

τητας των μετασεισμών, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνου θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα, παρατηρούμε ότι έχουμε προβλεπτική ικανότητα στην περίπτωση που έχουμε $m_{\text{thres}} = 5.0$ Mw κάτι που δεν συμβαίνει όταν $m_{\text{thres}} = 6.5$ Mw. Το γεγονός αυτό μπορεί να ερμηνευθεί από το πλήθος των μετασεισμών που εμπεριέχονται στο τμήμα του καταλόγου όταν περιληφθούν και τα γεγονότα με μέγεθος $Mw < 6.5$. Όταν συμπεριλάβουμε λοιπόν μεγάλο αριθμό μετασεισμών η προβλεπτική ικανότητα αυξάνει, γεγονός που μας δείχνει την γενικότητα της προβλεψιμότητας του μοντέλου στην εκδήλωση μετασεισμικών γεγονότων στο στερεό φλοιό της Γης.

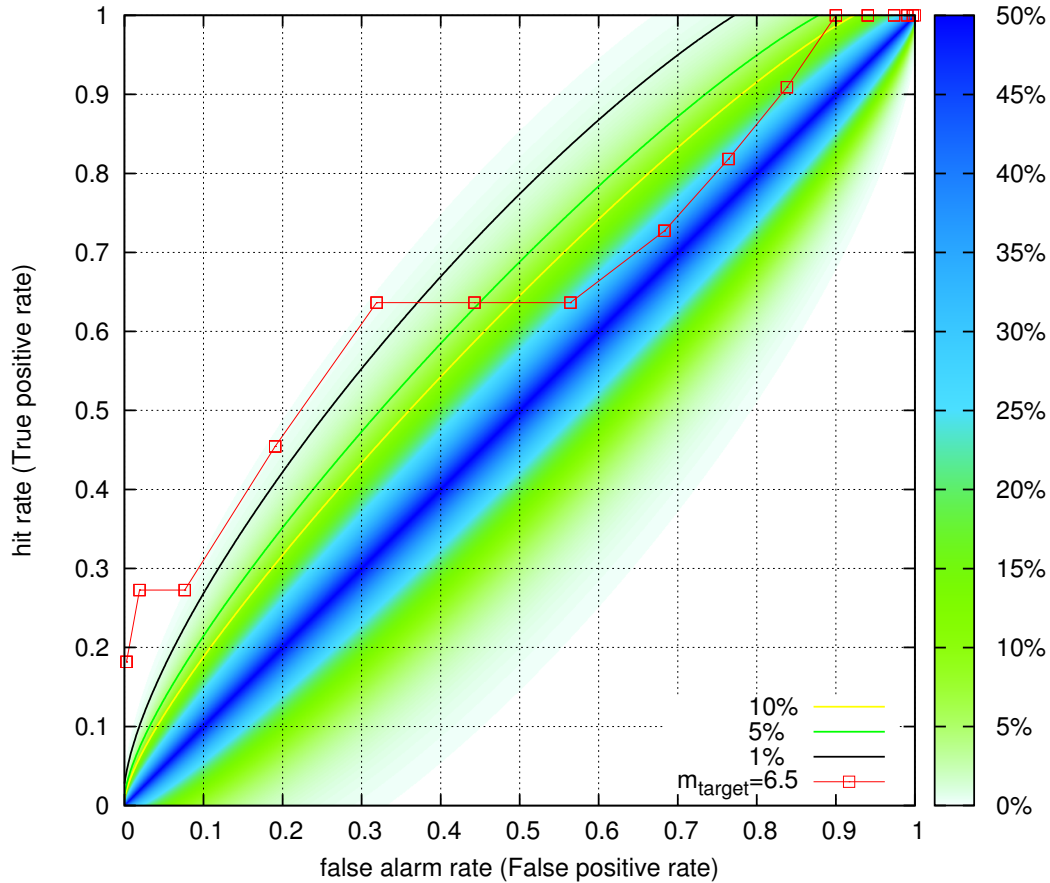
3.2 Περίπτωση του σεισμού μεγέθους $M_w 9.2$ στη Σουμάτρα στις 26 Δεκεμβρίου 2004.

Στην §2.5.1 ασχοληθήκαμε με την εφαρμογή του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου για τον σεισμό στο Landers με μέγεθος $M_w 7.3$ και τον σεισμό στο Hector Mine με μέγεθος $M_w 7.1$.



Σχήμα 3.4: Απεικόνιση της σεισμικής δραστηριότητας στην περιοχή της Σουμάτρα μετά τον σεισμό στις 26/12/2004 για χρονικό διάστημα ενός έτους. Με μαύρο αστέρι απεικονίζεται ο κύριος σεισμός μεγέθους $M_w = 9.2$. Με κόκκινα αστέρια απεικονίζονται οι σεισμοί με μέγεθος $M_w \geq 6.0$ και με κίτρινα μικρά αστέρια οι σεισμοί με μέγεθος $M_w < 6.0$ για χρονικό διάστημα ενός έτους σε τετραγωνική περιοχή $11.22^\circ \times 11.22^\circ$ με κέντρο τον κύριο σεισμό. Η δημιουργία του χάρτη έγινε χρησιμοποιώντας GMT [GMT; Wessel and Smith, 1998], τα γεωγραφικά στοιχεία του χάρτη προέρχονται από το National Geophysical Data Center (NGDC) <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/global.html>

Εδώ θα ασχοληθούμε με τον μεγαλύτερο σεισμό που έγινε στον πλανήτη μας τα τελευταία 50 χρόνια. Πρόκειται για την περίπτωση του σεισμού μεγέθους $M_w 9.2$ που συνέβη στη Σουμάτρα στις 26/12/2004 (Γεωγρ. πλάτος= 3.300 , Γεωγρ. μήκος= 95.780). Θα χρησιμοποιήσουμε τμήμα του κατάλογου GCMT [Dziewonski et al., 1981; Ekström et al., 2012] (ημερομηνία λήψης στις 26 Ιουνίου 2013 από τη διαδικτυακή θέση <http://www.globalcmt.org/>), που περιλαμβάνει τις ακριβείς θέσεις και τα μεγέθη των σεισμών που έχουν καταγραφεί με μέγεθος M_w μεγαλύτερο



Σχήμα 3.5: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώση στη σεισμική ακολουθία με μέγεθος κατωφλίου $m_{thres} = 5.0$ Mw για μέγεθος "στόχο" $m_{target} = 6.5$ Mw (κόκκινα τετράγωνα) στην Σουμάτρα που έγινε μετά τον σεισμό στις 26/12/2004 για χρονικό διάστημα ενός έτους σε τετραγωνική περιοχή $11.22^\circ \times 11.22^\circ$ με κέντρο τον κύριο σεισμό. Η κίτρινη, η πράσινη και μαύρη γραμμή, αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1% .

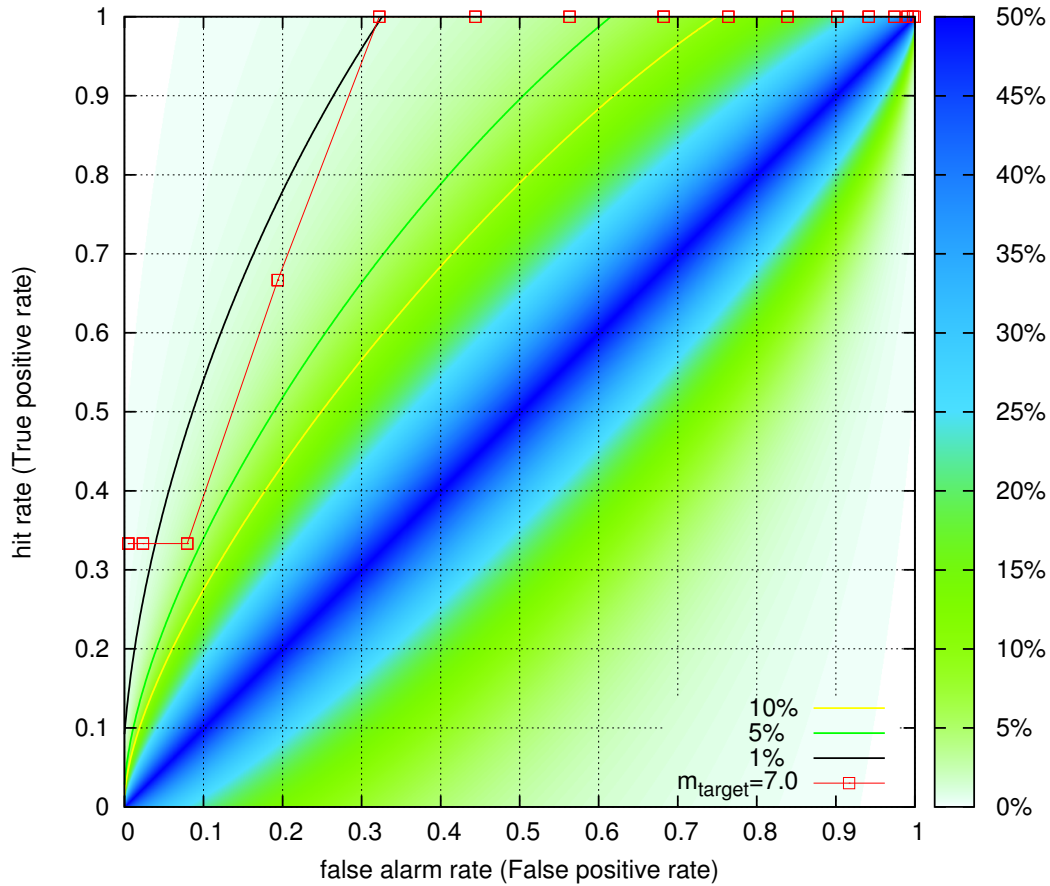
ή ίσο του 5.0. Θεωρούμε την μετασεισμική ακολουθία σε περιοχή $11.22^\circ \times 11.22^\circ$ γύρω από τον κύριο σεισμό για τη χρονική διάρκεια ενός έτους. Επιλέγουμε το παράθυρο $11.22^\circ \times 11.22^\circ$ γύρω από τον κύριο σεισμό επειδή ο σεισμός έχει μέγεθος Mw9.2 με γραμμική διάσταση του μήκους της περιοχής των μετασεισμών (από την Εξ. 6 του Kagan [2002]) 11.22 φορές μεγαλύτερη από το παράθυρο $1.0^\circ \times 1.0^\circ$ του σεισμού που συνέβη στο Hector Mine με μέγεθος Mw7.1 στις 16/10/1999.

Δημιουργήσαμε το αντίστοιχο ROC διάγραμμα (βλ. σχήμα 3.5) και κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς αρχικά για μέγεθος στόχο $m_{target} = 6.5$ Mw και καταλήγουμε σε 11 Ναι Y και 420 Όχι N (βλ. §2.1.1) και $AUC=0.653680$ (βλ. §2.1.2) που αντιστοιχεί σε p -value $p=0.040846$ (βλ. §1.3.1). Για την αναπαράσταση του ROC διαγράμματος Σχ.3.5 υπολογίσαμε και τις k -ελλείψεις (βλ. §2.1.4) για p -values που αντιστοιχούν σε 10%, 5% και 1%.

Στη συνέχεια επαναλάβουμε τους υπολογισμούς δημιουργώντας το ROC διάγραμμα (βλ. σχήμα 3.6) για μέγεθος στόχο $m_{target} = 7.0$ Mw και καταλήγουμε σε 3 Ναι Y και 428 Όχι N και

3.2. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΠΡΟΒΛΕΨΙΜΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ C.N.M. ΣΤΟΝ GLOBAL CMT ΓΙΑ ΣΟΥΜΑΤΡΑ79

AUC=0.866822 που αντιστοιχεί σε p -value $p=0.014236$. Για την αναπαράσταση του ROC διαγράμματος Σχ.3.6 υπολογίσαμε και τις k -ελλείψεις για p -values: $p = 10\%$, 5% και 1% [Sarlis and Christopoulos, 2014].

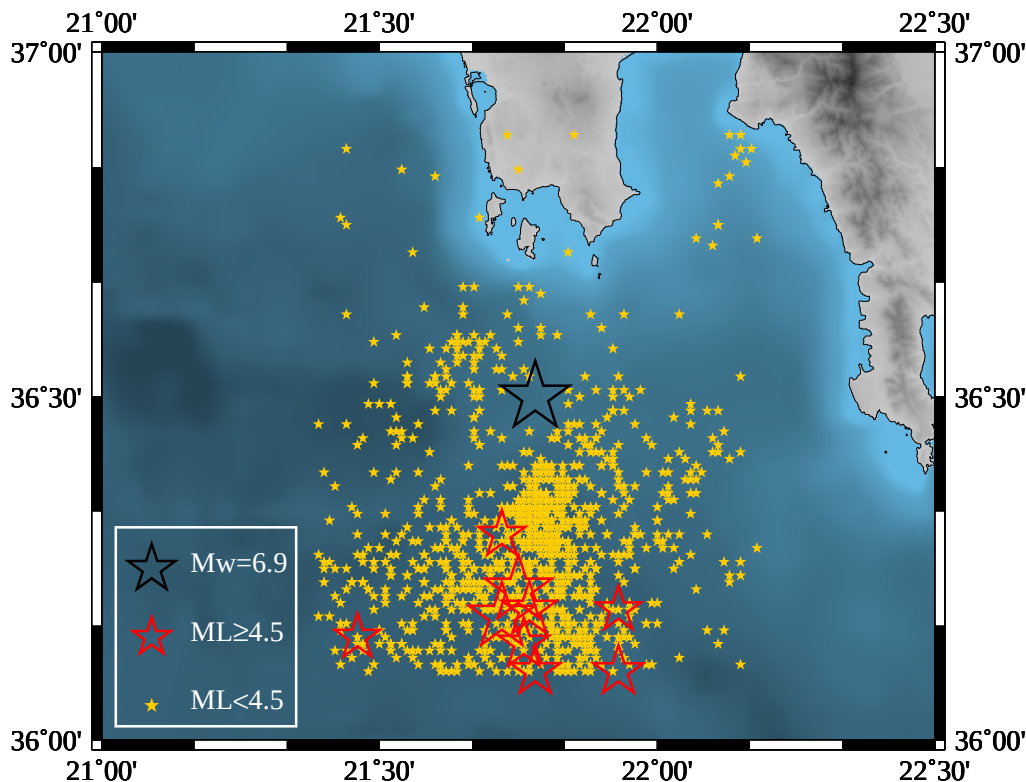


Σχήμα 3.6: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώστη στη σεισμική ακολουθία με μέγεθος κατωφλίου $m_{thres} = 5.0$ Mw για μέγεθος "στόχο" $m_{target} = 7.0$ Mw (κόκκινα τετράγωνα) στην Σουμάτρα που έγινε μετά τον σεισμό στις 26/12/2004 για χρονικό διάστημα ενός έτους σε τετραγωνική περιοχή $11.22^\circ \times 11.22^\circ$ με κέντρο τον κύριο σεισμό. Η κίτρινη, η πράσινη και μαύρη γραμμή, αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1%

Παρατηρούμε την πολύ καλή προβλεψιμότητα του μοντέλου και στις δύο περιπτώσεις. Η προβλεψιμότητα όπως αυτή εκφράζεται από την AUC είναι μεγαλύτερη όταν $m_{target} = 7.0$ Mw και βρίσκεται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που είχαμε βρει για τις περιπτώσεις των μετασεισμικών ακολουθιών τόσο στο Landers όσο και στο Hector Mine όπου για μεγαλύτερα m_{target} είχαμε μεγαλύτερη AUC.

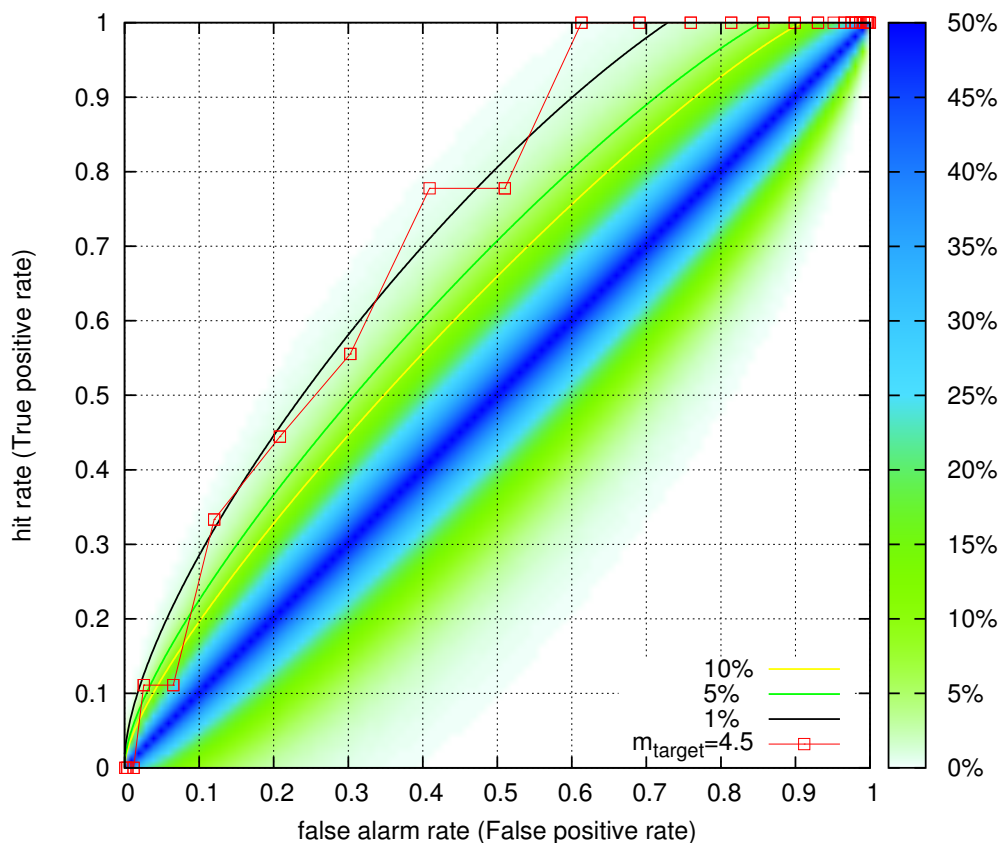
3.3 Η περίπτωση του σεισμού μεγέθους $M_w 6.9$ στη Μεθώνη στις 14 Φεβρουαρίου 2008.

Χρησιμοποιώντας τον κατάλογο (NOAIG) που δημοσιεύεται από το Γεωδυναμικό Ινστιτούτο του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών (GI-NOA) [Institute of Geodynamics, National Observatory of Athens] στην ιστοσελίδα: <http://www.gein.noa.gr/el/seismikotita/katalogoi-seismwn> (Νοέμβριος 2013), που περιλαμβάνει τις θέσεις και μεγέθη σεισμών που



Σχήμα 3.7: Απεικόνιση της μετασεισμικής ακολουθίας μετά τον σεισμό μεγέθους $M_w = 6.9$ στην περιοχή της Μεθώνης στις 14/2/2008. Με μαύρο αστέρι απεικονίζεται ο κύριος σεισμός μεγέθους $M_w = 6.9$ (Γεωγρ. πλάτος= 36.50° , Γεωγρ. μήκος= 21.78°), με κόκκινα αστέρια απεικονίζονται οι σεισμοί με μέγεθος $ML \geq 4.5$ και με κίτρινα μικρά αστέρια οι σεισμοί με μέγεθος $4.5 > ML \geq 3.2$ για χρονικό διάστημα ενός έτους σε τετραγωνική περιοχή $0.8^\circ \times 0.8^\circ$ με κέντρο τον κύριο σεισμό. Η δημιουργία του χάρτη έγινε χρησιμοποιώντας GMT [GMT; Wessel and Smith, 1998], τα γεωγραφικά στοιχεία του χάρτη προέρχονται από το Geographic Information Network of Alaska (GINA) <http://www.gina.alaska.edu/data/gtopo-dem-bathymetry> [Lindquist et al., 2004] και από <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/> [Farr et al., 2007] που έχει επαρκή ανάλυση για την περιοχή.

έχουν καταγραφεί σε μέγεθος ML , εφαρμόσαμε στη μετασεισμική ακολουθία και για τη διάρκεια ενός έτους το μοντέλο σύμφωνου θορύβου, μετά τον σεισμό μεγέθους $M_w = 6.9$ που συνέβη στην περιοχή της Μεθώνης στις 14/2/2008 και είναι ο σεισμός μεγαλύτερου μεγέθους (M_w) στον



Σχήμα 3.8: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώστη στη σεισμική ακολουθία με μέγεθος κατωφλίου $m_{thres} = 3.2$ ML για μέγεθος "στόχο" $m_{target} = 4.5$ ML (κόκκινα τετράγωνα) στην περιοχή της Μεθώνης που έγινε μετά τον σεισμό στις 14/2/2008 για χρονικό διάστημα ενός έτους σε τετραγωνική περιοχή $0.8^\circ \times 0.8^\circ$ με κέντρο τον κύριο σεισμό. Η κίτρινη, η πράσινη και μαύρη γραμμή, αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1%

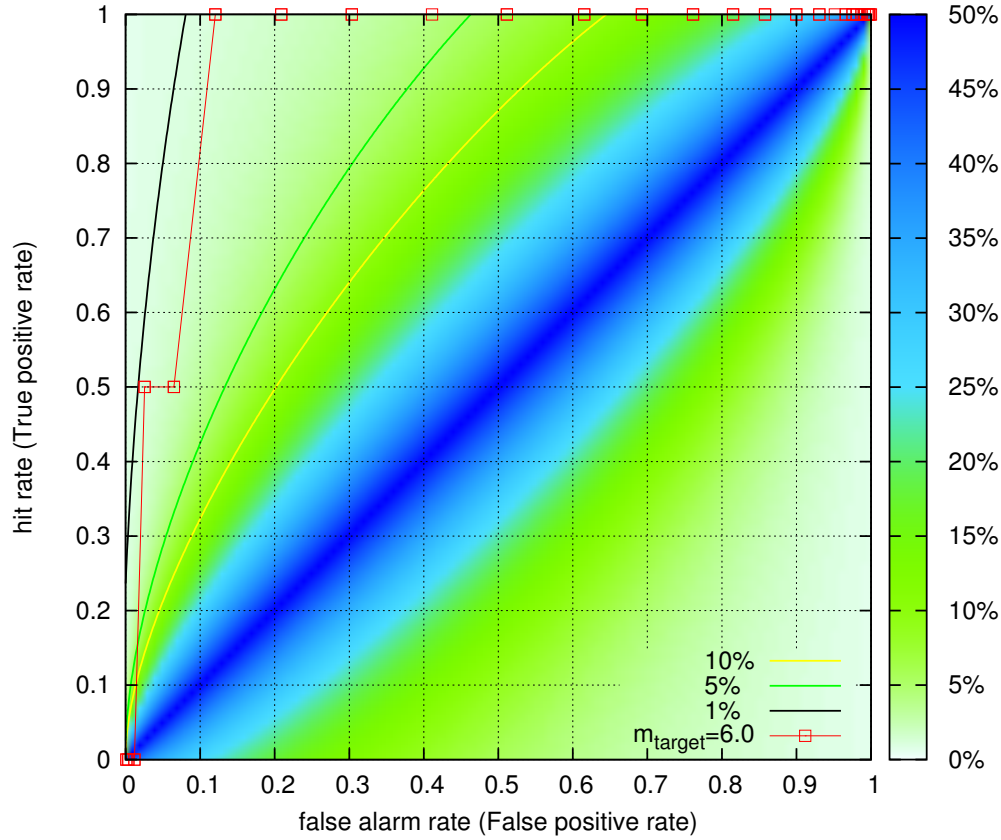
Ελλαδικό χώρο τα τελευταία 30 έτη.

Για την εφαρμογή αυτή επιλέχθηκε μέγεθος κατωφλίου ML3.2 για τα γεγονότα και τετραγωνική περιοχή διαστάσεων $0.8^\circ \times 0.8^\circ$ ώστε να βρίσκεται σε συμφωνία με τις διαστάσεις των αντίστοιχων τετραγωνικών περιοχών των περιπτώσεων των σεισμών που έχουν ήδη εξεταστεί και συνέβησαν στο Landers (28/6/1992), στο Hector Mine (16/10/1999) όσο και στη Σουμάτρα (26/12/2004).

Κατασκευάσαμε το αντίστοιχο ROC διάγραμμα (βλ. σχήμα 3.8) και κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς αρχικά για μέγεθος στόχο $m_{target} = 4.5$ ML και καταλήγουμε σε 9 Ναι Y και 1090 Όχι N (βλ. §2.1.1) και $AUC=0.72681$ (βλ. §2.1.2) που αντιστοιχεί σε p -value=0.1% (βλ. §1.3.1). Για την αναπαράσταση του ROC διαγράμματος (Σχ.3.8) υπολογίσαμε και τις k -ελλείψεις βλ. §2.1.4 για p -values: $p = 10\%$, 5% και 1% .

Στη συνέχεια επαναλάβουμε τους υπολογισμούς, δημιουργώντας το αντίστοιχο ROC διάγραμμα (βλ. σχήμα 3.9) για μέγεθος στόχο $m_{target} = 6.0$ ML και καταλήγουμε σε 2 Ναι Y και

1097 Όχι N και $AUC = 0.944394$ που αντιστοιχεί σε $p\text{-value} = 1.5\%$.

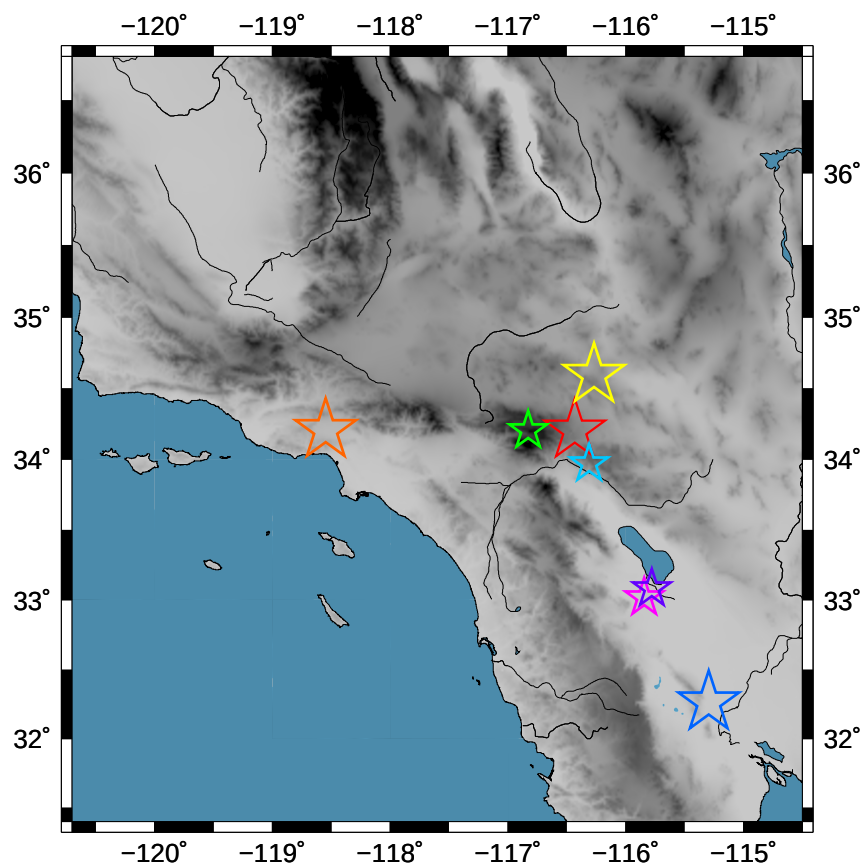


Σχήμα 3.9: ROC διάγραμμα όταν χρησιμοποιούμε το ϵ_k σαν προγνώστη στη σεισμική ακολουθία με μέγεθος κατωφλίου $m_{thres} = 3.2$ ML για μέγεθος "στόχο" $m_{target} = 6.0$ ML (κόκκινα τετράγωνα) στην περιοχή της Μεθώνης που έγινε μετά τον σεισμό στις 14/2/2008 για χρονικό διάστημα ενός έτους σε τετραγωνική περιοχή $0.8^\circ \times 0.8^\circ$ με κέντρο τον κύριο σεισμό. Η κίτρινη, η πράσινη και μαύρη γραμμή, αναπαριστούν k -ελλείψεις για $p\text{-values}$ που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1%

Παρατηρούμε επίσης την πολύ καλή προβλεψιμότητα του μοντέλου και στις δύο περιπτώσεις. Η προβλεψιμότητα όπως αυτή εκφράζεται από την AUC είναι μεγαλύτερη όταν $m_{target} = 6.0$ ML και βρίσκεται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα αποτελέσματα που είχαμε βρει για τις περιπτώσεις των μετασεισμικών ακολουθιών τόσο στη Σουμάτρα όσο και στις περιπτώσεις, Landers και Hector Mine, όπου για μεγαλύτερα m_{target} είχαμε μεγαλύτερη AUC.

3.4 Μελέτη του επαναπροσδιορισμένου σεισμολογικού καταλόγου [Hauksson et al., 2011] για τη Νότια Καλιφόρνια

Παίρνοντας ως αφορμή τον πρόσφατα δημοσιευμένο επαναπροσδιορισμένο σεισμολογικό κατάλογο για την Νότια Καλιφόρνια που περιλαμβάνει τις θέσεις και τα μεγέθη των σεισμών που έχουν καταγραφεί στην περιοχή της Νότιας Καλιφόρνια από το έτος 1981 έως τον Ιούνιο του 2011 [Hauksson et al., 2011], μελετήθηκαν οκτώ περιπτώσεις ισχυρών σεισμών. Σκοπός της μελέτης είναι να αξιολογηθούν τα αποτελέσματά του για διάφορες περιπτώσεις στην ίδια περιοχή.



Σχήμα 3.10: Απεικόνιση των σεισμών Landers $M7.3$ (κόκκινο μεγάλο αστέρι) 28/6/1992, El Mayor-Cucapah $M7.2$ (μπλε μεγάλο αστέρι) 4/4/2010, Hector Mine $M7.1$ (κίτρινο μεγάλο αστέρι) 16/10/1999, Northridge $M6.7$ (πορτοκαλί μεγάλο αστέρι) 17/1/1994, Δεύτερος Superstition Hills $M6.6$ (ροζ μικρό αστέρι) 24/11/1987, Big Bear aftershock $M6.3$ (πράσινο μικρό αστέρι) 28/6/1992, Πρώτος Superstition Hills $M6.2$ (μωβ μικρό αστέρι) 24/11/1987 και Joshua Tree $M6.1$ (γαλάζιο μικρό αστέρι) 23/4/1992 στην περιοχή της Νότιας Καλιφόρνια. Η δημιουργία του χάρτη έγινε χρησιμοποιώντας GMT [GMT; Wessel and Smith, 1998], τα γεωγραφικά στοιχεία του χάρτη προέρχονται από το National Geophysical Data Center (NGDC) <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/global.html>

3.4.1 Αλγόριθμος πρόβλεψης του μεγέθους των μετασεισμών

Όπως έχει περιγραφεί στην §2.5.1 στην περίπτωση του μοντέλου σύμφωνου θορύβου το πλήθος των βημάτων n_k είναι ο πληθικός αριθμός $|E_k|$ των συνόλων E_k των *διαδοχικών ακροτάτων* [Sarlis et al., 2009a] (βλ. §2.5.2), που λαμβάνουμε εξετάζοντας την χρονοσειρά των τυχαίων τάσεων η_k .

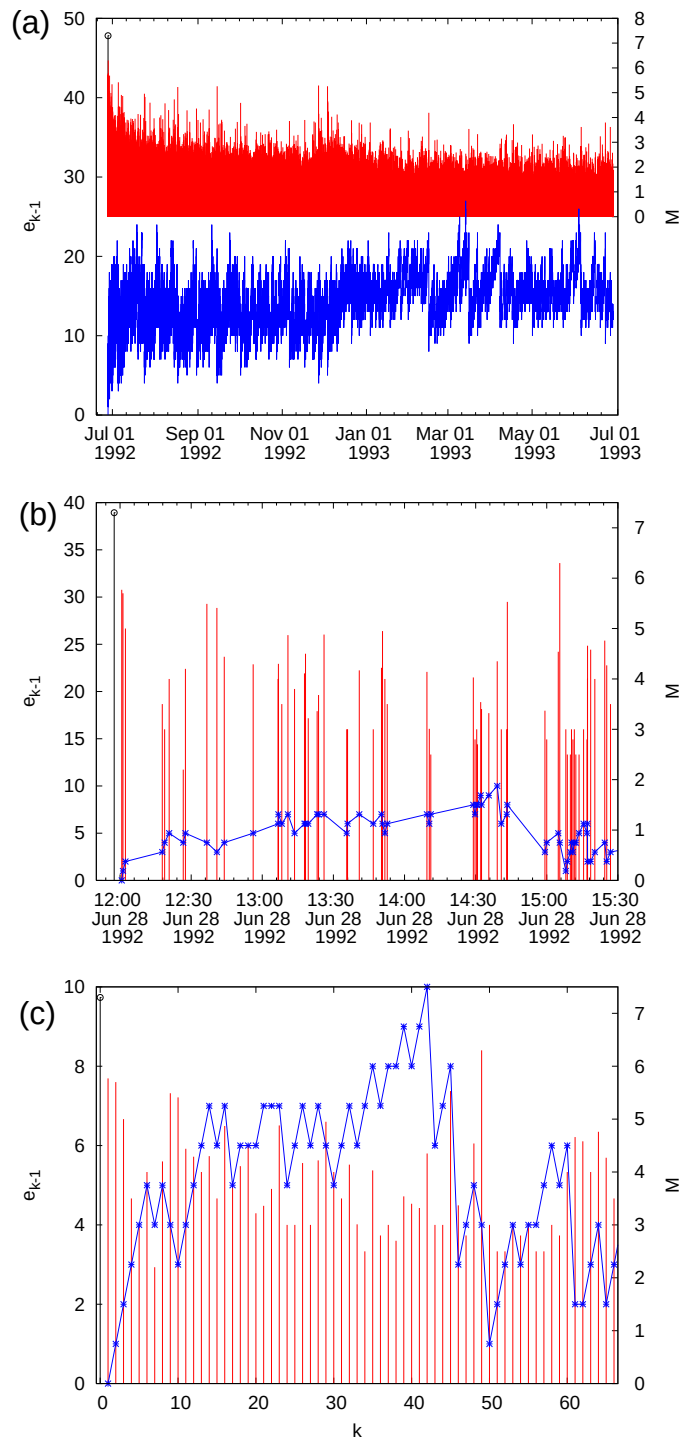
Η προβλεψιμότητα του μοντέλου σύμφωνου θορύβου, στην οποία έχουμε ήδη αναφερθεί, στη βάση του η_k μπορεί αν ιδωθεί και ως εξής: Όταν εφαρμόζεται μια σχετικά μεγάλη τυχαία τάση η_k , το μοντέλο σύμφωνου θορύβου σχεδόν “ξεχνά” την επίδραση μικρότερων τάσεων που είχαν εφαρμοστεί στο παρελθόν.

Για την διερεύνηση της προβλεψιμότητας του μοντέλου σύμφωνου θορύβου σε πραγματικές μετασεισμικές ακολουθίες εξετάζουμε τα *διαδοχικά ακρότατα* της χρονοσειράς του μεγέθους των μετασεισμών M_k σαν συνάρτηση της σειράς εκδήλωση τους k στον *φυσικό χρόνο*. Θέτοντας $k = 0$ για την στιγμή εκδήλωσης του κύριου σεισμού, κατασκευάζονται τα αντίστοιχα σύνολα M_k των *διαδοχικών ακροτάτων* στην χρονοσειρά μεγέθους των μετασεισμών και ο πληθικός αριθμός $e_k \equiv |M_k|$ παίζει το ρόλο του n_k στην περίπτωση του μοντέλου σύμφωνου θορύβου.

Πίνακας 3.1: Όλοι οι σεισμοί με μέγεθος $M \geq 6.0$ στη διάρκεια της περιόδου από το 1981 έως τον Ιούνιο του 2011 εντός της περιοχής που εμπερικλείεται στο πολύγωνο του Σχ.1 των Hauksson et al. [2012] (βλ. §3.4.2). Οι διαστάσεις της περιοχής των μετασεισμών με κέντρο κάθε το επίκεντρο δίνονται στην έκτη στήλη.

Όνομα σεισμού	M	Χρόνος εκδήλωσης (UTC)	Γεωγραφικό πλάτος(°)	Γεωγραφικό μήκος(°)	Εξεταζόμενη περιοχή
Landers	7.3	1992/06/28 11:57:33	34.202	-116.435	$1.1^\circ \times 1.1^\circ$
El Mayor-Cucapah	7.2	2010/04/04 22:40:42	32.264	-115.295	$1.0^\circ \times 1.0^\circ$
Hector Mine	7.1	1999/10/16 09:46:43	34.595	-116.271	$0.9^\circ \times 0.9^\circ$
Northridge	6.7	1994/01/17 12:30:54	34.206	-118.549	$0.6^\circ \times 0.6^\circ$
2nd Superstition Hills	6.6	1987/11/24 13:15:56	33.017	-115.843	$0.5^\circ \times 0.5^\circ$
Big Bear aftershock	6.3	1992/06/28 15:05:30	34.202	-116.828	$0.3^\circ \times 0.3^\circ$
1st Superstition Hills	6.2	1987/11/24 01:54:14	33.082	-115.779	$0.3^\circ \times 0.3^\circ$
Joshua Tree	6.1	1992/04/23 04:50:22	33.968	-116.313	$0.3^\circ \times 0.3^\circ$

Στο σχήμα 3.11(a) απεικονίζεται η χρονοσειρά του μεγέθους των μετασεισμών του σεισμού Landers (βλ. Πίνακα 3.1) προς τον συμβατικό χρόνο καθώς και την χρονοσειρά του e_k . Η τελευταία χρονοσειρά έχει εσκευμένα αυξηθεί κατά μία μονάδα ώστε η τιμή του e_{k-1} δηλαδή το πλήθος των διαδοχικών ακροτάτων πριν την εκδήλωση του k -οστού μετασεισμού να συγκριθεί, με το μέγεθος M_k του (επόμενου) k -οστού μετασεισμού. Παρατηρούμε μία χαρακτηριστική συμπεριφορά που αντανακλά την προαναφερθήσα ασυμμετρία όταν τα e_k θεωρούνται χρονοσειρά ως προς το *φυσικό* αριθμό k , αλλά όχι μία ξεκάθαρη συσχέτιση. Για το λόγο αυτό στο γράφημα του σχήματος 3.11(b) απεικονίζουμε το τμήμα της χρονοσειράς για τις τις πρώτες 3,5 ώρες μετά την εκδήλωση του κύριου σεισμού. Στη διάρκεια αυτής της περιόδου έλαβε χώρα, ο ισχυρότερος μετασεισμός του Landers (βλ. την έκτη γραμμή του Πίνακα 3.1) ο Big Bear [Hauksson et al., 1993]. Μπορούμε να παρατηρήσουμε πως οι ισχυροί μετασεισμοί συνήθως συμβαίνουν όταν η τιμή e_{k-1} είναι μικρό-



Σχήμα 3.11: (a) Η χρονοσειρά των μεγεθών (κόκκινη, δεξιά κλίμακα) του σεισμού Landers (ανοιχτός κύκλος) και οι μετασεισμοί του (κόκκινες κάθετες γραμμές) και με την χρονοσειρά των e_{k-1} (μπλε, αριστερή κλίμακα). (b) τμήμα της (a) για τις πρώτες 3,5 ώρες μετά τον κύριο σεισμό. (c) αναπαράσταση της (b) στο φυσικό χρόνο.

τερη του 5, παρόλα αυτά η κατάσταση πριν τον μετασεισμό Big Bear δεν είναι ξεκάθαρη. Για να δούμε ακριβώς τι συμβαίνει πρέπει να απεικονίσουμε τα αποτελέσματα στο *φυσικό χρόνο*. Αυτό γίνεται στο σχήμα 3.11(c) και παρατηρούμε πως ο Big Bear συνέβη όταν η e_{k-1} ήταν ίση με 4. Έτσι βλέπουμε πως για τον ισχυρότερο μετασεισμό του Landers, η υπόθεση πως η τιμή e_{k-1} μπορεί να αποτελέσει έναν χρήσιμο προγνωστικό δείκτη για το μέγεθος του επόμενου μετασεισμού μπορεί να θεωρηθεί εύλογη.

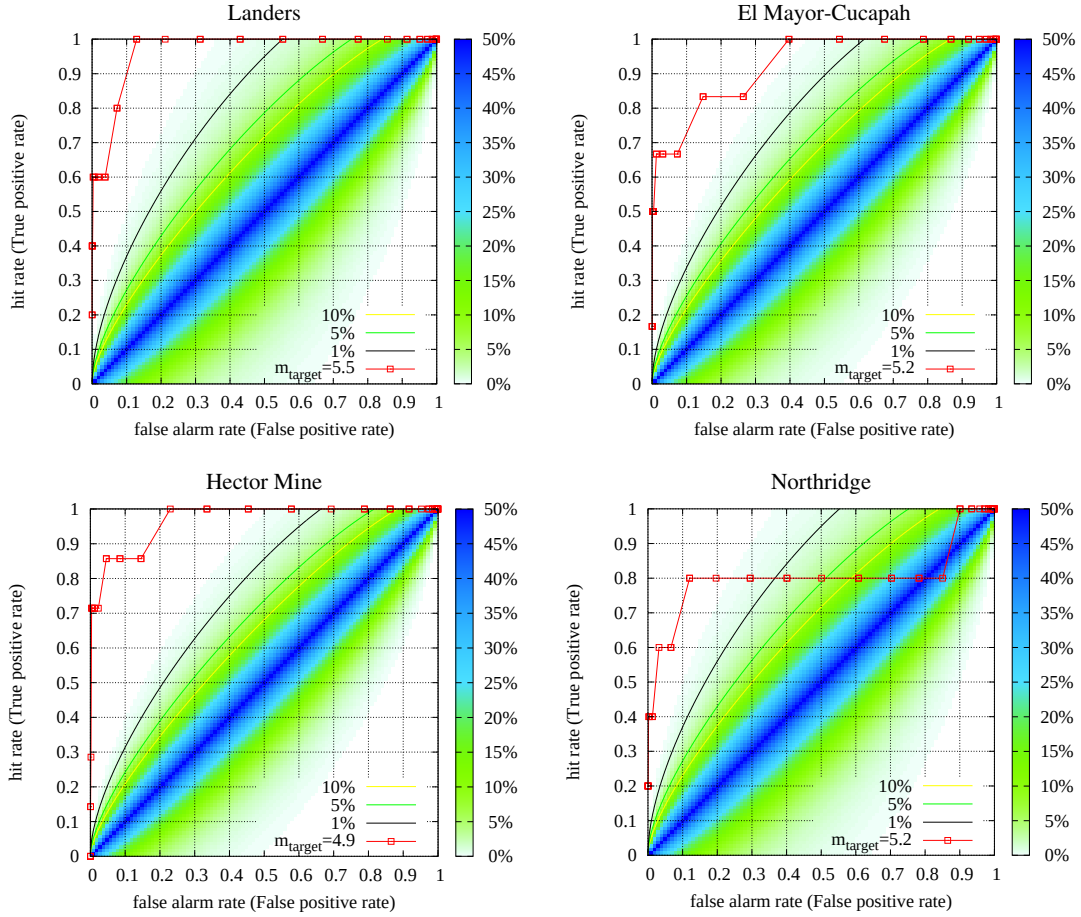
3.4.2 Αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή του αλγορίθμου για τη Νότια Καλιφόρνια

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή της §3.4 χρησιμοποιούμε την επαναπροσδιορισμένη (relocated) έκδοση Hauksson et al. [2012] του καταλόγου σεισμών για την Νότια Καλιφόρνια από το έτος 1981 έως τον Ιούνιο του 2011 [Hauksson et al., 2011]. Για να περιοριστούμε στα επαρκώς ορισμένα γεγονότα χρησιμοποιούμε το γεωγραφικό πολύγωνο που φαίνεται στο Σχ.1 του Hauksson et al. [2012] που καλύπτει την περιοχή των τοπικών γεγονότων στο σεισμικό δίκτυο της Νότιας Καλιφόρνια (Southern California Seismic Network – SCSN). Τα γεγονότα με $M > 6.0$ που συνέβησαν μέσα σε αυτή την περιοχή φαίνονται στον Πίνακα 3.1, οι ισχυροί αυτοί σεισμοί φαίνονται στον χάρτη του σχήματος 3.10. Όπως φαίνεται σε αυτόν τον πίνακα, υπάρχουν 4 ισχυρότεροι σεισμοί (ο Landers το 1992, ο El Mayor-Cucapah το 2010, ο Hector Mine το 1999 και ο Northridge το 1994) με $M \geq 6.7$ και 4 μικρότεροι σεισμοί, τα δύο μεγάλα γεγονότα Superstition Hill [Hudnut et al., 1989] το 1987 και τα γεγονότα Joshua Tree και Big Bear το 1992. Οι 2 τελευταίοι σεισμοί σχετίζονται [Hauksson et al., 1993; Bennett et al., 1995] με τον σεισμό Landers, τον μεγαλύτερο σεισμό στην Καλιφόρνια τα τελευταία 60 χρόνια [π.χ. βλ. τον Πίνακα 1 από Knopoff et al., 1996]. Έτσι, η περίπτωση των τεσσάρων ισχυρότερων σεισμών διαφέρει σημαντικά από εκείνες των μικρότερων τεσσάρων και για αυτό το λόγο τους εξετάζουμε ξεχωριστά. Ακολουθώντας τον Shcherbakov et al. [2004], θεωρούμε ως μετασεισμούς όλα τα γεγονότα που συνέβησαν κατά μια περίοδο T μέσα σε μία περιοχή με κέντρο το επίκεντρο κάθε ισχυρού σεισμού, βλ. την τελευταία στήλη του Πίνακα 3.1. Η γραμμική διάσταση κάθε περιοχής κλιμακώνεται με $10^{0.5M_m}$, όπου M_m το μέγεθος κύριου σεισμού (βλ. εξ.(6) Kagan [2002]) ξεκινώντας από την περιοχή με $1.1^\circ \times 1.1^\circ$ που επιλέχθηκε από τους Shcherbakov et al. [2004] για τον σεισμό Landers. Η περίοδος T που εξετάστηκε ήταν ένα έτος για τους τέσσερις ισχυρότερους κύριους σεισμούς ενώ διαφέρει για τους 4 μικρότερους κύριους σεισμούς.

Ο εν λόγω αλγόριθμος πρόβλεψης εφαρμόζεται όπως έχουμε αναφέρει στο φυσικό χρόνο. Έτσι ο χρόνος αυξημένης πιθανότητας (TIP) [Keilis-Borok and Rotwain, 1990; Keilis-Borok and Kossobokov, 1990] (βλ. §2.5) ξεκινά μετά την εκδήλωση του $(k-1)$ -οστού μετασεισμού όταν, το e_{k-1} ισούται με ή είναι μικρότερο από ένα κατώφλι e_t και διαρκεί έως την εκδήλωση του (επόμενου) k -οστού μετασεισμού.

3.4.3 Η περίπτωση των 4 ισχυρότερων σεισμών ($M \geq 6.7$) στη Νότια Καλιφόρνια

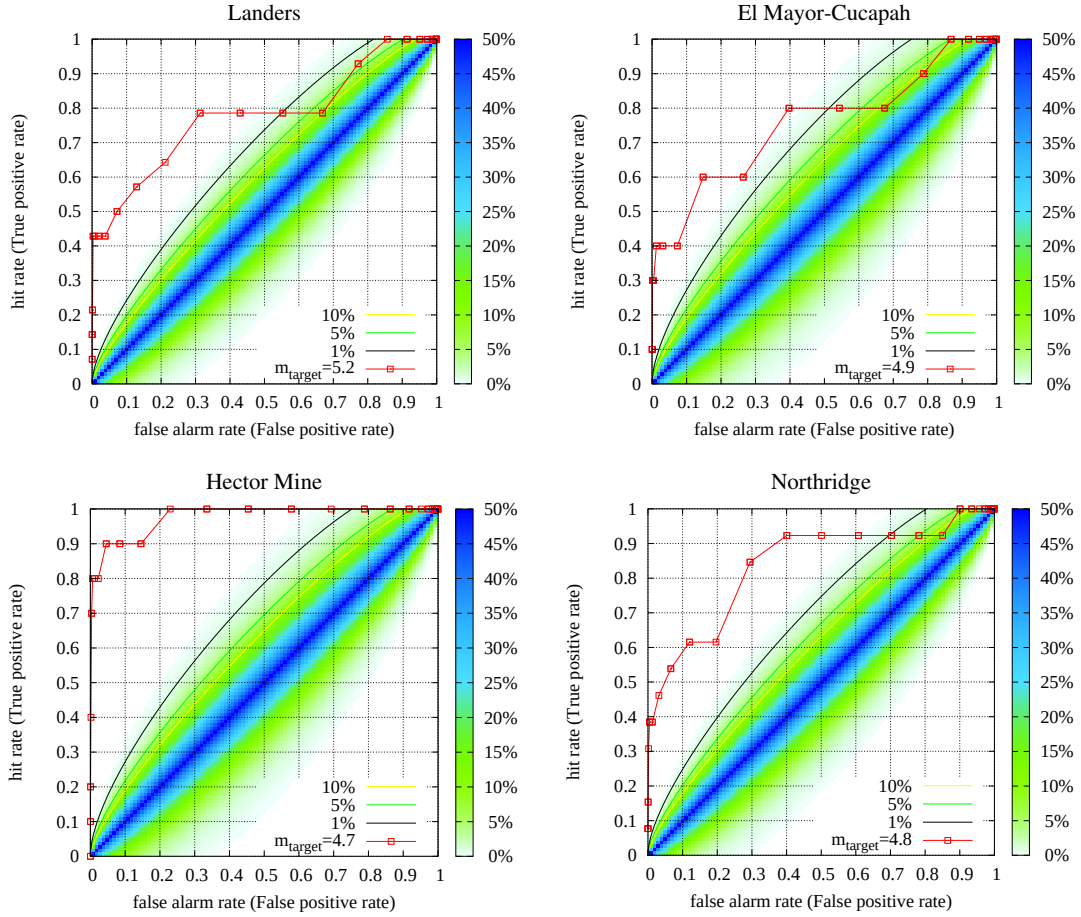
Οι περιπτώσεις των 4 ισχυρότερων σεισμών είναι των Landers το 1992, El Mayor-Cucapah το 2010, Hector Mine το 1999 και Northridge το 1994. Όπως αναφέρθηκε η ανάλυση έγινε θεωρώ-



Σχήμα 3.12: ROC διάγραμμα (κόκκινα τετράγωνα) όταν χρησιμοποιούμε το e_k ως προγνώση για $M_{target} = 5.5, 5.2, 4.9$ και 5.2 για τις μετασεισμικές χρονοσειρές των σεισμών Landers, El Mayor-Cucapah, Hector Mine και Northridge, αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, οι χρωματιστές καμπύλες αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%, 5\%$ και 1% .

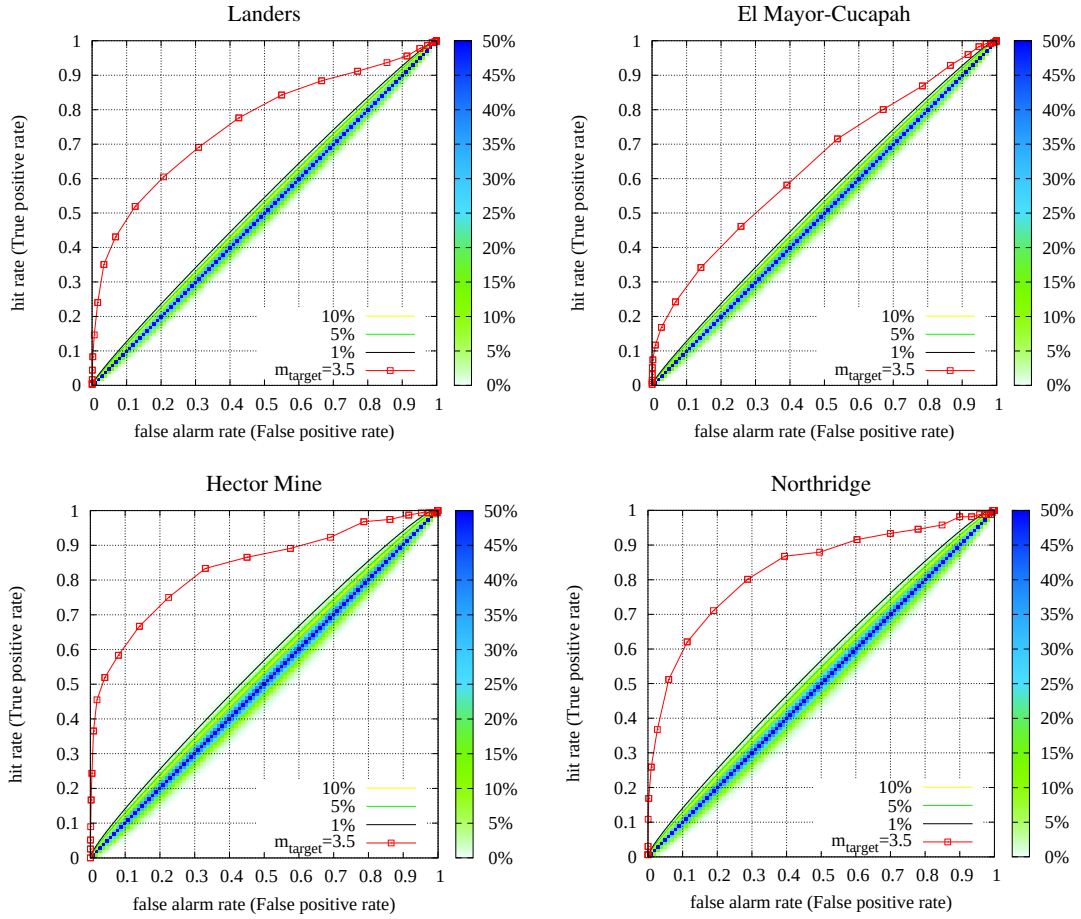
ντας τις περιοχές που εμφανίζονται στον Πίνακα 3.1 με κέντρο το επίκεντρο κάθε κύριου σεισμού και απεικονίζονται στο παράρτημα Β' (βλ. Σχ. Β'.1), για περίοδο ίση με ένα έτος. Οι μετασεισμοί ταξινομήθηκαν με βάση τον χρόνο που έγιναν δηλαδή κατασκευάστηκε η χρονοσειρά M_k στο φυσικό χρόνο. Το σχήμα 3.11 δείχνει ένα παράδειγμα της χρονοσειράς e_k που σχηματίζεται από τα διαδοχικά ακρότατα της χρονοσειράς μεγέθους μετασεισμών M_k από τον σεισμό Landers το 1992. Στην συνέχεια εφαρμόζουμε την αλγοριθμική πρόβλεψη που περιγράψαμε προηγουμένως (§3.4.1) για διάφορα μεγέθη στόχους M_{target} : Όταν το e_{k-1} είναι μικρότερο ή ίσο από e_t ξεκινά ο χρόνος TIP. Εάν το μέγεθος του (επόμενου) μετασεισμού είναι $M_k \geq M_{target}$ έχουμε μία επιτυχημένη πρόβλεψη, ενώ εάν $M_k < M_{target}$ έχουμε αποτυχημένη πρόβλεψη. Όταν σταματά ο χρόνος TIP δηλαδή όταν $e_{k-1} > e_t$ και $M_k < M_{target}$ έχουμε μια επιτυχημένη αρνητική πρόβλεψη ενώ εάν $M_k \geq M_{target}$ έχουμε μία αποτυχημένη αρνητική πρόβλεψη.

Στην αρχή επικεντρωνόμαστε στα υψηλά M_{target} , που επιλέγονται με ακρίβεια πρώτου δεκαδικού ψηφίου και περιλαμβάνουν τουλάχιστον τους 5 ισχυρότερους μετασεισμούς. Τα απο-



Σχήμα 3.13: ROC διάγραμμα (κόκκινα τετράγωνα) όταν χρησιμοποιούμε e_k ως προγνώση για $M_{target} = 5.2, 4.9, 4.7$ και 4.8 για τις μετασεισμικές χρονοσειρές των σεισμών Landers, El Mayor-Cucapah, Hector Mine και Northridge, αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, οι χρωματιστές καμπύλες αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%, 5\%$ και 1% .

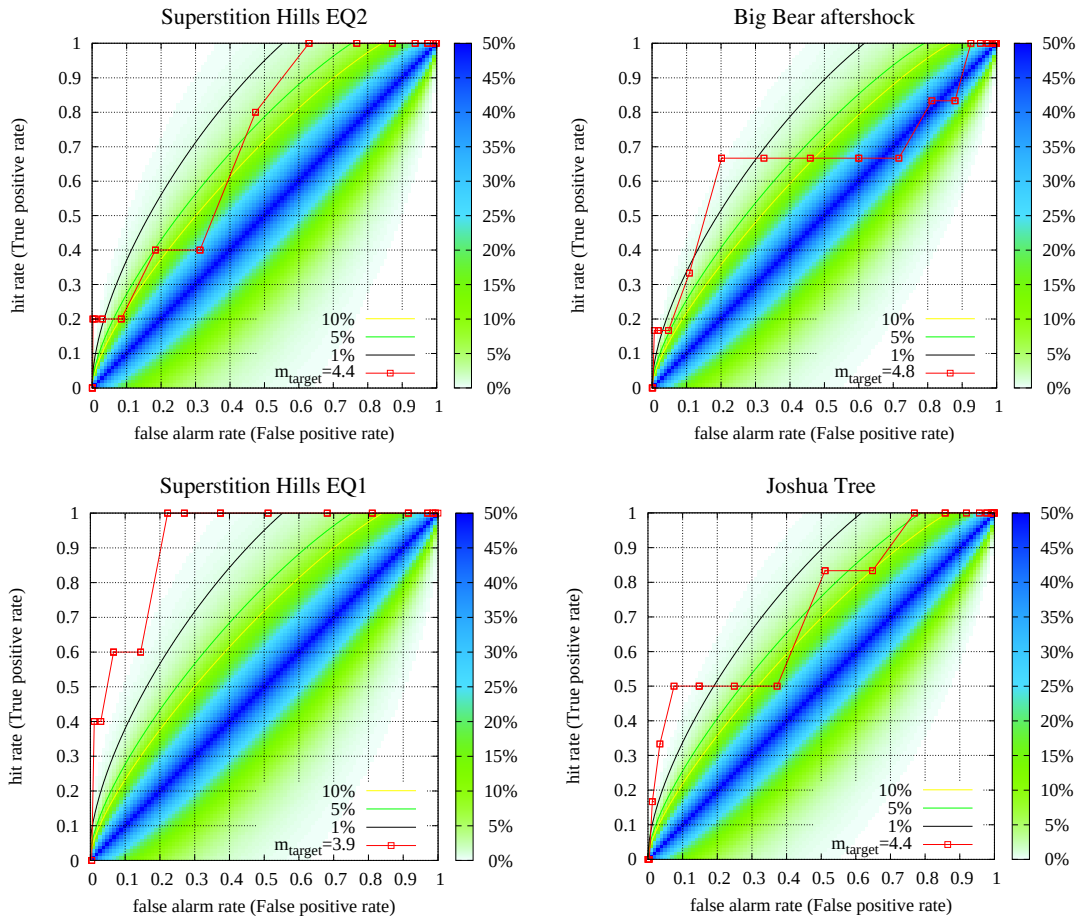
τελέσματα αυτών των M_{target} για τους 4 ισχυρούς σεισμούς που μας απασχολούν, φαίνονται στο σχήμα 3.12. Οι αντίστοιχες p -values είναι $0.014\%, 0.016\%, 0.0009\%$ και 0.98% για τους σεισμούς Landers, El Mayor-Cucapah, Hector Mine και Northridge, αντίστοιχα. Στο σχήμα 3.13 απεικονίζονται οι καμπύλες ROC που προκύπτουν όταν επιλέγουμε τα χαμηλότερα M_{target} , ξανά με ακρίβεια πρώτου δεκαδικού ψηφίου έτσι ώστε να συμπεριλάβουμε τους 10 ισχυρότερους μετασεισμούς. Παρατηρούμε πως και σε αυτή την περίπτωση προκύπτουν καμπύλες ROC υψηλής στατιστικής σημαντικότητας. Τέλος, στο σχήμα 3.14 παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν εάν επιλέξουμε στόχο χαμηλότερου μεγέθους $M_{target} = 3.5$.



Σχήμα 3.14: ROC διάγραμμα (κόκκινα τετράγωνα) όταν χρησιμοποιούμε e_k ως προγνώση για $M_{\text{target}} = 3.5$ για τις μετασεισμικές χρονοσειρές των σεισμών Landers, El Mayor-Cucapah, Hector Mine και Northridge, αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, οι χρωματιστές καμπύλες αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1% .

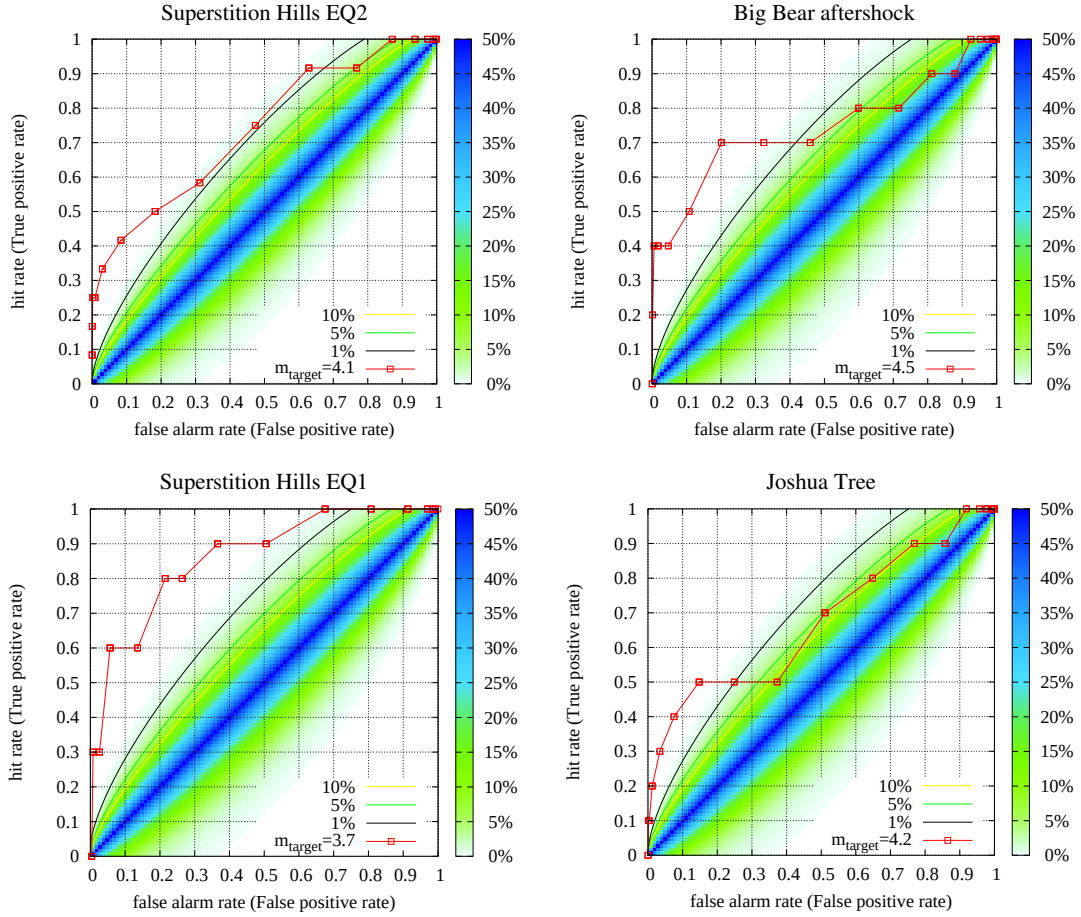
3.4.4 Η περίπτωση των 4 μικρότερων σεισμών ($6.6 \geq M \geq 6.0$) στη Νότια Καλιφόρνια

Όπως έχει ήδη αναφερθεί αυτή είναι η περίπτωση των 2 μεγάλων γεγονότων Superstition Hills [Hudnut et al., 1989] το 1987 και τα γεγονότα του 1992 Joshua Tree και Big Bear που σχετίζονται [Hauksson et al., 1993; Bennett et al., 1995] με τον σεισμό Landers. Οι περιοχές που χρη-



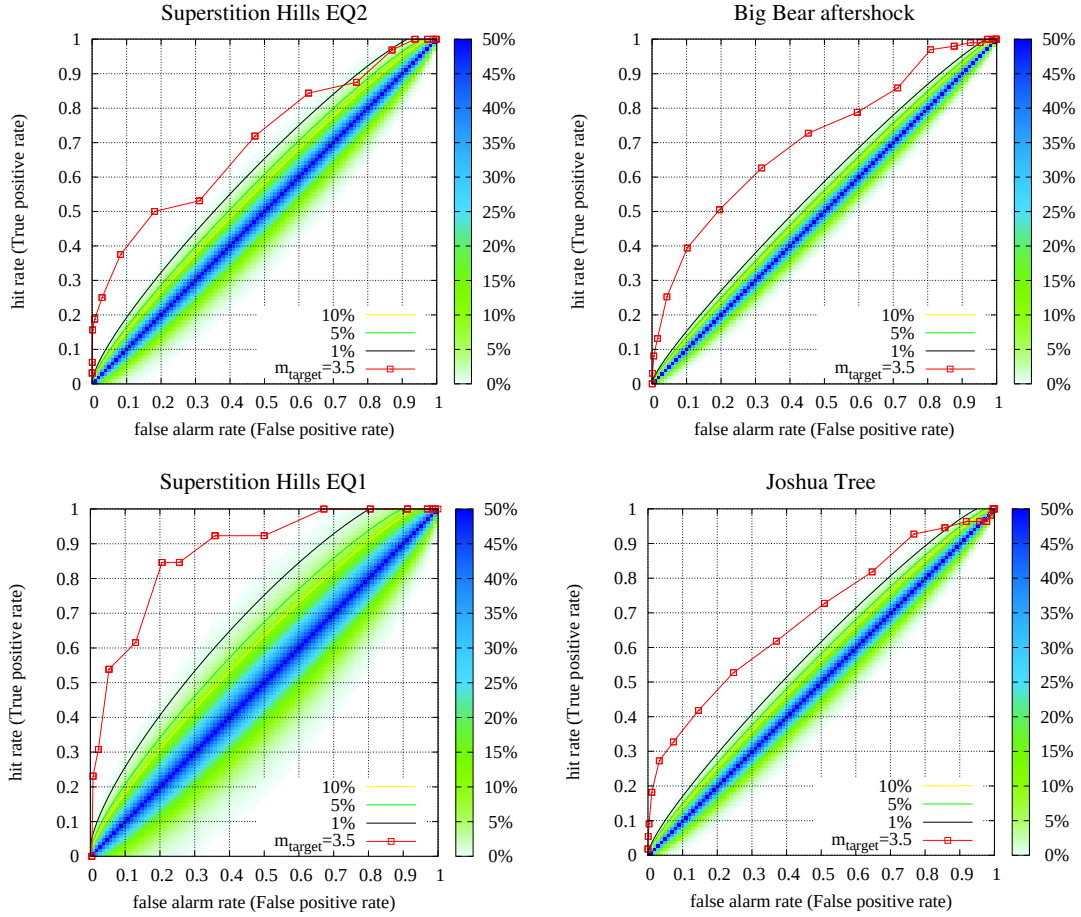
Σχήμα 3.15: ROC διάγραμμα (κόκκινα τετράγωνα) όταν χρησιμοποιούμε e_k ως προγνώση για $M_{target} = 4.4, 4.8, 3.9$ και 4.4 για τις μετασεισμικές χρονοσειρές των σεισμών του δεύτερου Superstition Hills, Big Bear aftershock, του πρώτου Superstition Hills και Joshua Tree, αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, οι χρωματιστές καμπύλες αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%, 5\%$ και 1% .

σιμοποιούνται για την επιλογή της χρονοσειράς μεγέθους των μετασεισμών M_k εμφανίζονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 3.1 και απεικονίζονται στο παράρτημα Β' (βλ. Σχ. Β'.1), αλλά τώρα η περίοδος T για την μελέτη των μετασεισμών μπορεί να διαφέρει από το ένα έτος καθώς αυτοί οι σεισμοί δεν μπορούν να θεωρηθούν σαν αμιγώς ανεξάρτητοι κύριοι σεισμοί. Ιδιαίτερα στην περίπτωση του $M_{6.2}$ του πρώτου σεισμού στο Superstition Hills, θεωρούμε T την περίοδο μέχρι την εκδήλωση του 6.6 δεύτερου σεισμού στο Superstition Hills δηλαδή περίπου 11 ώρες



Σχήμα 3.16: ROC διάγραμμα (κόκκινα τετράγωνα) όταν χρησιμοποιούμε e_k ως προγνώστη για $M_{target} = 4.1, 4.5, 3.7$ και 4.2 για τις μετασεισμικές χρονοσειρές των σεισμών του δεύτερου Superstition Hills, Big Bear aftershock, του πρώτου Superstition Hills και Joshua Tree, αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, οι χρωματιστές καμπύλες αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%, 5\%$ και 1% .

και 23 λεπτά. Επιπλέον, αφού ο σεισμός Joshua Tree σχετίζεται [Hauksson et al., 1993; Bennett et al., 1995] με τον σεισμό Landers, θεωρούμε σαν T την περίοδο έως την εκδήλωση του σεισμού Landers δηλαδή περίπου 66 μέρες και 7 ώρες. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις που μας απασχολούν εδώ, χρησιμοποιήθηκε περίοδος T ενός έτους. Ακολουθώντας την διαδικασία που περιγράψαμε (βλ. §3.4.3), ταξινομήσαμε τους μετασεισμούς με βάση το χρόνο που συνέβησαν και κατασκευάσαμε τις χρονοσειρές M_k και από αυτές στη συνέχεια τη χρονοσειρά των διαδοχικών ακρότατων e_k που χρησιμοποιούμε σαν προγνώστη. Αυτή η χρονοσειρά χρησιμοποιήθηκε για την πρόβλεψη των χρονοσειρών μεγεθών M_k και οι καμπύλες ROC που προέκυψαν φαίνονται στα σχήματα 3.15, 3.16 και 3.17 για διάφορες τιμές του M_{target} για κάθε σεισμό. Στα διαγράμματα των σχημάτων 3.15 και 3.16 παρουσιάζονται τα υψηλότερα M_{target} με ακρίβεια πρώτου δεκαδικού ψηφίου και περιλαμβάνουν, τουλάχιστον τους 5 και 10 ισχυρότερους μετασεισμούς αντίστοιχα, ενώ στο σχήμα 3.17 παρουσιάζονται τα διαγράμματα για $M_{target} = 3.5$. Στο τελευταίο σχήμα παρατη-



Σχήμα 3.17: ROC διάγραμμα (κόκκινα τετράγωνα) όταν χρησιμοποιούμε e_k ως προγνώστη για $M_{target} = 3.5$ για τις μετασεισμικές χρονοσειρές των σεισμών του δεύτερου Superstition Hills, Big Bear aftershock, του πρώτου Superstition Hills και Joshua Tree, αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση, οι χρωματιστές καμπύλες αναπαριστούν k -ελλείψεις για p -values που αντιστοιχούν σε $p = 10\%$, 5% και 1% .

ρούμε πως οι προβλέψεις που έγιναν με βάση τον προτεινόμενο αλγόριθμο είναι πολύ μακριά από την τυχαιότητα.

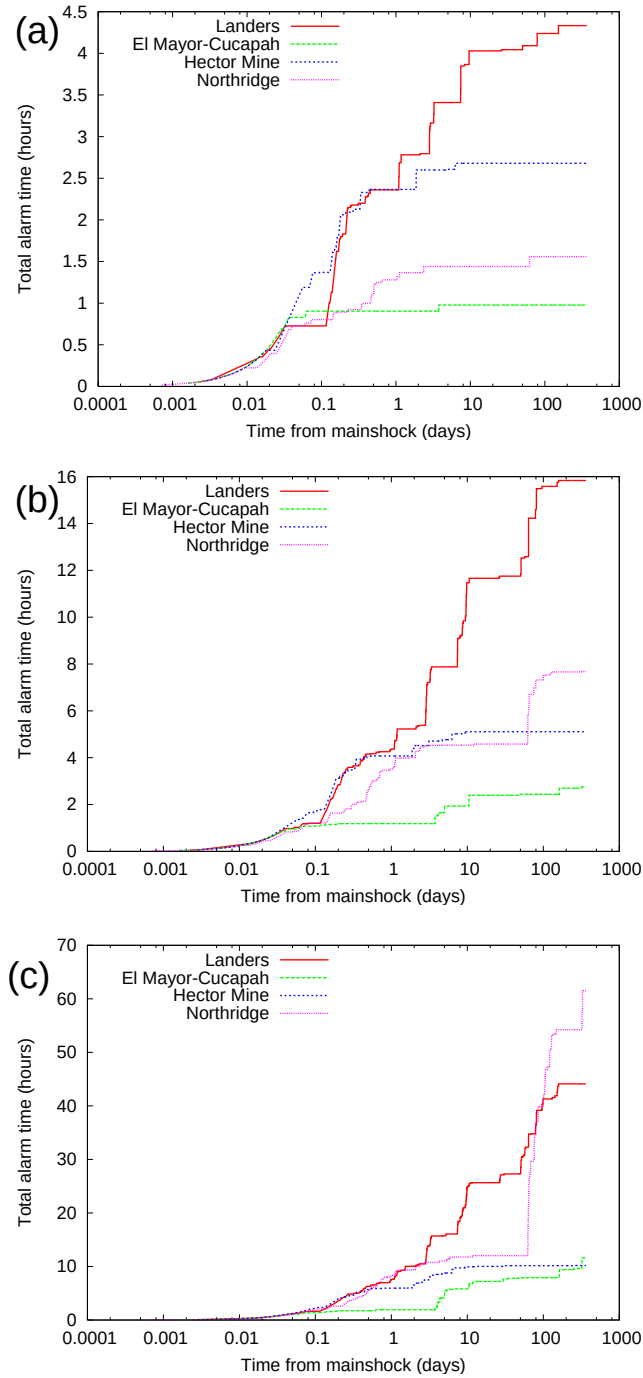
Παρόλα αυτά, εάν επικεντρωθούμε στην πρόβλεψη των 5 ισχυρότερων μετασεισμών (βλ. σχήμα 3.15) οι p -values που προκύπτουν είναι 5.6%, 9.2%, 0.076% και 3.1% για τον δεύτερο Superstition Hills, τον Big Bear, τον πρώτο Superstition Hills και Joshua Tree αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές είναι σημαντικά υψηλότερες από όσες προέκυψαν στην §3.4.3 όταν μελετούσαμε τους ισχυρότερους σεισμούς στην Νότια Καλιφόρνια. Το γεγονός αυτό, μαζί με τις επιπτώσεις της πρακτικής εφαρμογής του προτεινόμενου αλγορίθμου θα συζητηθούν στην §3.4.5.

3.4.5 Αξιολόγηση των αποτελεσμάτων πρόγνωσης για την περίπτωση της Νότιας Καλιφόρνιας

Αρχικά εστιάζομαστε στο γεγονός ότι ο αλγόριθμος της πρόβλεψης που παρουσιάστηκε είναι στατιστικά σημαντικός. Αυτή η στατιστική σημαντικότητα είναι πολύ υψηλή, όταν λαμβάνουμε υπόψη ένα σχετικά μικρό $M_{target} = 3.5$, (βλ. σχήματα 3.14 και 3.17), το οποίο επίσης φαίνεται όταν εστιάζουμε στους πέντε ισχυρότερους μετασεισμούς για τούς τέσσερις ισχυρότερους σεισμούς στην Νότια Καλιφόρνια όπως μπορούμε να δούμε στα διαγράμματα του σχήματος 3.12. Η κατάσταση στο σχήμα 3.15 δείχνει ότι αυτή η στατιστική σημαντικότητα μπορεί να μικρύνει όταν συμπεριλάβουμε ως κύριους σεισμούς, γεγονότα που δεν είναι ανεξάρτητα. Ωστόσο, ακόμα και σε αυτή τη περίπτωση στην προσπάθεια μας να προβλέψουμε τους δέκα ισχυρότερους μετασεισμούς λαμβάνουμε p -values που αποκλείουν την πιθανότητα τυχαίων προβλέψεων. Για παράδειγμα οι καμπύλες ROC των διαγραμμάτων του σχήματος 3.16 έχουν πιθανότητα p , να ληφθούν κατά τύχη, ίση με 0.23%, 0.42%, 0.006% και 2.8% για τον δεύτερο Superstition Hills, τον Big Bear, τον πρώτο Superstition Hills και τον Joshua Tree αντίστοιχα.

Επιπλέον το διάγραμμα 3.12 δείχνει για τους τέσσερις ισχυρότερους σεισμούς στην Νότια Καλιφόρνια ($M \geq 6.7$), ότι μπορούμε να προβλέψουμε σχεδόν το 80% των ισχυρότερων μετασεισμών με ρυθμό εσφαλμένων συναγεργμών (false alarm rate) ίσο με 10%. Το αποτέλεσμα αυτό μπορεί να έχει πρακτική εφαρμογή. Σημειώνουμε ότι πριν από την εκδήλωση του ισχυρότερου μετασεισμού (ο οποίος μπορεί να είναι ο πιο καταστροφικός) για τον καθένα από αυτούς τους τέσσερις κύριους σεισμούς, βρίσκουμε ότι η τιμή του προγνώστη e_{k-1} είναι 4, 3, 4 και 0 για τους Landers, El Mayor-Cucapah, Hector Mine και Northridge αντίστοιχα. Η πιθανότητα να παρατηρήσουμε $e_k \leq 4$ στη χρονοσειρά του υπό εξέταση προγνώστη είναι 0.3%, 0.2%, 0.4% και 0.5% αντίστοιχα, το οποίο οδηγεί σε ένα αριθμό συναγεργμών μικρότερο από 0.5% των παρατηρούμενων μετασεισμών σε κάθε περίπτωση (η αντίστοιχη διάρκεια του συνολικού συναγεργμού σε συμβατικό χρόνο ποικίλει από 4.5 ώρες για τον σεισμό Landers έως μία ώρα για τον σεισμό El Mayor-Cucapah βλ.3.18(a)). Για παράδειγμα, αναπαριστούμε στο διάγραμμα του σχήματος 3.18 τη συνολική διάρκεια συναγεργμού σε συμβατικό χρόνο ως συνάρτηση του χρόνου που παρήλθε από τον κύριο σεισμό για διάφορες τιμές κατωφλίου του προγνώστη $e_t = 4, 5$ και 6. Παρατηρούμε ότι κατά τη διάρκεια του πρώτου μήνα από τον κύριο σεισμό, που είναι η περίοδος με τους ισχυρότερους μετασεισμούς, ο συνολικός χρόνος συναγεργμού ποικίλει από μερικές ώρες ($e_t = 4$) σε μερικές δεκάδες ώρες ($e_t = 6$).

Εκτός από την περίπτωση του σεισμού $M6.2$ του πρώτου Superstition Hills, η οποία μελετήθηκε για την σύντομη περίοδο των έντεκα ωρών και εικοσιτριών λεπτών, η κατάσταση δεν είναι τόσο καλή όσο αν δούμε τα αποτελέσματα στην §3.4.4 για γεγονότα με μέγεθος $6.6 \geq M \geq 6.0$. Ωστόσο αυτή συμπεριφορά μπορεί να γίνει κατανοητή, αν εξετάσουμε κάθε συγκεκριμένη περίπτωση ξεχωριστά. Για παράδειγμα, η ρήξη του σεισμού $M6.6$, δεύτερου Superstition Hills, που συνέβη κατά μήκος του κυρίως ρήγματος του Superstition Hills, προκλήθηκε [Hudnut et al., 1989] από τον σεισμό $M6.2$ του πρώτου Superstition Hills του οποίου η ρήξη ήταν κατά μήκος του ρήγματος Elmore Ranch [Hudnut et al., 1989], που είναι (διασταυρούμενο) ρήγμα cross-fault (βλ. μετασεισμική δραστηριότητα στους χάρτες (a) και (c) του σχήματος Β'2 του παραρτήματος Β') και ενεργοποιείται βορειοανατολικά μεταξύ της ζώνης Brawley και του κυρίως ρήγματος του Superstition Hills.



Σχήμα 3.18: Συνολική διάρκεια συναγερμού στον συμβατικό χρόνο ως συνάρτηση του του χρόνου που παρήλθε από την εκδήλωση του κύριου σεισμού για τον Landers (κόκκινο), El Mayor-Cucapah (πράσινο), Hector Mine (μπλε) και Northridge (ματζέντα) όταν θεωρήσουμε κατώφλιο για τον προγνώστη $e_t = 4$ (a), $e_t = 5$ (b) και $e_t = 6$ (c).

Έτσι με την πραγματοποίηση του σεισμού $M6.6$ του δεύτερου Superstition Hills παρατηρούμε την ταυτόχρονη ενεργοποίηση των δύο κύριων σχεδόν ορθογώνιων ρηγμάτων (βλ. Σχ.2 από Hudnut et al. [1989]) τα οποία οδηγούν σε μετασεισμούς εντοπισμένους στην υπό εξέταση περιοχή. Μία τέτοια κατάσταση είναι πολύ διαφορετική από την απλή εικόνα των σημείων επαφής σε ένα υπόγειο ρήγμα στο οποίο το μοντέλο σύμφωνου θορύβου είναι βασισμένο, ως εκ τούτου ο προτεινόμενος αλγόριθμος πρόβλεψης μπορεί να μην είναι το ίδιο πετυχημένος όπως στις περιπτώσεις των σεισμών με $M \geq 6.7$. Εάν επικεντρωθούμε στην περίοδο T πριν την ταυτόχρονη ενεργοποίηση των δύο ρηγμάτων, όπως κάναμε στην μελέτη του σεισμού $M6.2$ του πρώτου Superstition Hills, τα αποτελέσματα είναι σχεδόν τόσο ικανοποιητικά όσο εκείνα των τεσσάρων ισχυρότερων σεισμών που συζητήθηκαν για την Νότια Καλιφόρνια.

Εξετάζοντας την περίπτωση του μετασεισμού Big Bear ($M = 6.3$), η ποιότητα των προγνώσεων που παρατηρούνται στα διαγράμματα των σχημάτων 3.15 και 3.16 δεν είναι τόσο καλή όσο εκείνη των 4 ισχυρότερων σεισμών στην Νότια Καλιφόρνια ($M \geq 6.7$). Αυτό σίγουρα σχετίζεται με το γεγονός ότι αυτός ο σεισμός είναι μετασεισμός του σεισμού Landers [Hauksson et al., 1993] και η εφαρμογή της μεθόδου θα έπρεπε να γίνει ξεκινώντας από τον κύριο σεισμό. Χρησιμοποιώντας ένα μετασεισμό ως σημείο εκκίνησης ($k = 0$) της ανάλυσης στο φυσικό χρόνο, οδηγούμαστε σε μία μικρότερη περιοχή μελέτης μετασεισμών χάνοντας έτσι γεγονότα που αν ξεκινούσαμε κανονικά από τον κύριο σεισμό θα τα είχαμε συμπεριλάβει. Μπορούμε για παράδειγμα να συγκρίνουμε για τον λόγο αυτό τα ROC διαγράμματα του σεισμού Landers και του μετασεισμού Big Bear στα σχήματα 3.12 και 3.15 αντίστοιχα. Επιπλέον τα διαγράμματα 3.11(b) και 3.11(c) δείχνουν ότι ο μετασεισμός Big Bear μπορεί να προβλεφθεί ξεκινώντας από τον σεισμό Landers.

Ας εξετάσουμε τώρα τα αποτελέσματα που αφορούν τον σεισμό $M6.1$ Joshua Tree. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στα διαγράμματα των σχημάτων 3.15 και 3.16 αν και στατιστικά είναι σημαντικά δεν είναι τόσο καλά όσο εκείνα που λήφθηκαν για τους τέσσερις ισχυρότερους σεισμούς στην Νότια Καλιφόρνια ($M \geq 6.7$). Για παράδειγμα το ποσοστό επιτυχίας (hit rate) κορένεται στο 50% όταν ο ρυθμός εσφαλμένων συναγερμών (false alarm rate) είναι περίπου 10%. Εκτός από τον κορεσμό, αυτές οι τιμές είναι λίγο πολύ συγκρίσιμες με (hit rate 60% για false alarm rate 10%) την περίπτωση του σεισμού $M6.2$ του πρώτου Superstition Hills. Επιπλέον, όπως έχει ήδη αναφερθεί η περίοδος T που εξετάσαμε έχει κατάλληλα επιλεγθεί στην περίπτωση του σεισμού Joshua Tree, ώστε να αποφύγουμε κάθε συσχέτιση με τον σεισμό Landers που επακολούθησε. Θα μπορούσε να υποθεθεί ότι η προφανής ομοιότητα των αποτελεσμάτων για τον σεισμό $M6.2$ του πρώτου Superstition Hills και για τον σεισμό $M6.1$ Joshua Tree μπορεί να σχετίζεται με το γεγονός ότι αφορούν συγκρίσιμα μεγέθη. Τέλος, το γεγονός ότι και οι δύο έχουν προκαλέσει [Hudnut et al., 1989; Hauksson et al., 1993; Bennett et al., 1995] μεγαλύτερα γεγονότα μπορεί επίσης να σχετίζεται.

3.4.6 Συμπεράσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή του αλγορίθμου πρόβλεψης του μεγέθους των μετασεισμών στην περιοχή της Νότιας Καλιφόρνιας

Ο αλγόριθμος οδηγεί σε στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα για σεισμούς με $M \geq 6.0$. Για ισχυρότερους σεισμούς με $M \geq 6.7$, όταν εστιάζουμε σε προβλέψεις των 5 ισχυρότερων μετασεισμών, μπορεί να ληφθεί ένα ποσοστό επιτυχίας περίπου 80% με ρυθμό εσφαλμένων συναγερμών περίπου 10%. Οι ισχυρότεροι μετασεισμοί των σεισμών με $M \geq 6.7$ μπορούν να προβλεφθούν

επαρκώς με ένα αριθμό συναγερμών που φτάνει μόνο στο 0.5% του συνολικού αριθμού των μετασεισμών και η ολική διάρκεια των συναγερμών είναι μικρότερη από 5 ώρες σε κάθε περίπτωση.

3.5 Συμπεράσματα από τις εφαρμογές της προβλεψιμότητας των μετασεισμών, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα

Εξετάζοντας τις περιπτώσεις της Σουμάτρα (26/12/2004), Landers (28/6/1992), El Mayor-Cucapah (4/4/2010), Hector Mine (16/10/1999), Northridge (17/1/1994), Δεύτερος Superstition Hills (24/11/1987), Big Bear aftershock (28/6/1992), Πρώτος Superstition Hills (24/11/1987), Joshua Tree (23/4/1992) και Μεθώνης (14/2/2008) μπορούμε να διαπιστώσουμε γενικότητα της προβλεψιμότητας των μετασεισμών, επί τη βάσει του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου, σε παγκόσμια κλίμακα για διαφορετικά γεωγραφικά μήκη και πλάτη.

Το συμπέρασμα αυτό γίνεται κατανοητό από τα στατιστικώς σημαντικά αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μελέτη της εφαρμογής του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου σε όλες αυτές τις περιπτώσεις (βλ. Πίνακα 3.2).

Πίνακας 3.2: Ενδεικτικά σημεία λειτουργίας του αλγορίθμου πρόβλεψης μετασεισμών που προκύπτει από τα αποτελέσματα της μελέτης της εφαρμογής του μοντέλου σύμφωνα του θορύβου για τις περιπτώσεις των μετασεισμικών ακολουθιών της Σουμάτρα, Landers, El Mayor-Cucapah, Hector Mine, Northridge, Δεύτερος Superstition Hills, Big Bear aftershock, Πρώτος Superstition Hills, Joshua Tree και Μεθώνης.

Όνομα σεισμού	M	M_{target}	Ημερομηνία (Y M D)	Hit rate	False alarm rate
Σουμάτρα	9.2	7.0	2004/12/26	100%	<33%
Μεθώνη	6.9	6.0	2008/02/14	100%	12%
Landers	7.3	5.5	1992/06/28	100%	<15%
El Mayor-Cucapah	7.2	5.2	2010/04/04	>83%	<15%
Hector Mine	7.1	4.9	1999/10/16	>85%	<5%
Northridge	6.7	5.2	1994/01/17	80%	<15%
2nd Superstition Hills	6.6	4.1	1987/11/24	50%	<20%
Big Bear aftershock	6.3	4.8	1992/06/28	>65%	<21%
1st Superstition Hills	6.2	3.9	1987/11/24	60%	<7%
Joshua Tree	6.1	4.4	1992/04/23	50%	<8%

Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η προγνωστική ικανότητα του μοντέλου όπως αυτή ποσοτικοποιείται από τη χαρακτηριστική καμπύλη λειτουργίας δέκτη (βλ. §2.1.1) έχει δύο άξονες επιτυχίας, όταν ενεργοποιούμε συναγερμό βλ. §2.5 και το γεγονός συμβεί στο επόμενο βήμα του

φυσικού χρόνου οπότε και έχουμε επιτυχημένη πρόβλεψη αλλά και όταν δεν υφίσταται συναγερμός και γεγονός μεγαλύτερο της επιλεγμένης τιμής κατωφλίου δεν συμβεί, οπότε και πάλι θα έχουμε επιτυχημένη πρόβλεψη.

Τέλος, τα αποτελέσματα της μεθόδου είναι καλύτερα όταν έχουμε λεπτομερές σεισμολογικό δίκτυο. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του διαγράμματος 2.21 στην §2.5.1 που έχουμε hit rare 75% για $< 3\%$ false alarm rate για $M_{target} = 5.0$ με αυτά του διαγράμματος 3.12 στην §3.4.3 που έχουμε hit rare $> 85\%$ για $< 5\%$ false alarm rate για $M_{target} = 4.9$ για τον σεισμό Hector Mine (1999/10/16) τα αποτελέσματα είναι καλύτερα στην περίπτωση του δεύτερου διαγράμματος που χρησιμοποιούμε λεπτομερέστερο κατάλογο.

Παράρτημα Α΄

Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών

Πίνακας Α'.1: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.0$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	0	0.000012				
1	0	0.000194				
2	0	0.001548				
3	1	0.008231				
4	0	0.032824				
5	0	0.104719				
6	1	0.278405				
7	0	0.634423				
8	2	1.264996				
9	3	2.242059				
10	4	3.576412	11	8.143824		
11	5	5.186272	11	12.080323	16	13.330096
12	6	6.894051			25	24.991673
13	12	8.459244	19	18.097622		
14	7	9.638378				
15	12	10.249748	17	20.468401	17	20.468401
16	5	10.218653				
17	13	9.588378	13	9.588378	18	18.085524
18	5	8.497146	11	15.630929		
19	6	7.133783			14	17.145363
20	6	5.689713	11	13.145222		
21	2	4.321868				
22	3	3.133641			13	8.976336
23	3	2.173311	10	5.842695		
24	1	1.444478				
25	2	0.921661				
26	1	0.565456				
27	1	0.334068				
28	0	0.190317				
29	1	0.104684				
30	0	0.055662				
31	0	0.028642				
32	1	0.014277				
33	0	0.006901				

Πίνακας Α΄.2: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.1$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	0	0.000487				
1	0	0.005971				
2	0	0.036607				
3	1	0.149625				
4	0	0.458682				
5	1	1.124884				
6	3	2.298913				
7	9	4.027085	14	8.102253	14	8.102253
8	6	6.172585	13	14.582485	24	24.894825
9	7	8.409901				
10	11	10.312339	11	10.312339		
11	13	11.495576	21	23.242273	21	23.242273
12	8	11.746697				
13	10	11.079973	10	11.079973	18	20.784557
14	8	9.704584	14	17.637850		
15	6	7.933265			13	14.013191
16	7	6.079926	10	15.380968		
17	2	4.385465			13	11.962896
18	1	2.987510				
19	0	1.928067				
20	3	1.182111	10	2.661854		
21	2	0.690248				
22	4	0.384724				
23	0	0.205110				
24	0	0.104795				
25	0	0.051401				
26	0	0.024242				
27	0	0.011009				
28	1	0.004821				
29	0	0.002039				

Πίνακας Α΄.3: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.2$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	0	0.017175				
1	0	0.149406				
2	1	0.649843				
3	5	1.884333				
4	2	4.097968				
5	5	7.129669	13	13.928394	13	13.928394
6	11	10.336868	11	10.336868	27	23.182686
7	16	12.845818	16	12.845818		
8	15	13.968269	15	13.968269	15	13.968269
9	13	13.501154	20	25.245850	20	25.245850
10	7	11.744695				
11	10	9.287951	15	16.020964	15	16.020964
12	5	6.733013				
13	4	4.505437	13	10.653835	13	10.653835
14	3	2.799495				
15	3	1.623526				
16	0	0.882694				
17	2	0.451681				
18	1	0.218288				
19	0	0.099942				

Πίνακας Α΄.4: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.3$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	1	0.268010				
1	2	1.595051				
2	3	4.746441				
3	6	9.416084	12	16.025585	12	16.025585
4	20	14.009863	20	14.009863	20	14.009863
5	16	16.675825	16	16.675825	16	16.675825
6	13	16.540918	13	16.540918	13	16.540918
7	14	14.063230	14	14.063230	14	14.063230
8	14	10.462094	14	10.462094	14	10.462094
9	5	6.918303	14	15.222486	14	15.222486
10	5	4.117401				
11	4	2.227686				
12	0	1.104832				

Πίνακας Α΄.5: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.4$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	2	1.095311				
1	2	4.976756				
2	13	11.306418	17	17.378485	17	17.378485
3	18	17.124289	18	17.124289	18	17.124289
4	20	19.451864	20	19.451864	20	19.451864
5	14	17.676649	14	17.676649	14	17.676649
6	16	13.386203	16	13.386203	16	13.386203
7	10	8.688965	18	17.982506	18	17.982506
8	3	4.934996				
9	4	2.491455				
10	1	1.132040				
11	0	0.467604				

Πίνακας Α΄.6: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.5$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	4	2.246760				
1	4	8.594396				
2	23	16.437813	31	27.278969	31	27.278969
3	14	20.959526	14	20.959526	14	20.959526
4	23	20.043802	23	20.043802	23	20.043802
5	15	15.334472	15	15.334472	15	15.334472
6	10	9.776339	10	9.776339	20	19.383236
7	5	5.342405	10	9.606898		
8	5	2.554498				
9	0	1.085730				

Πίνακας Α΄.7: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.6$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	7	6.166916				
1	16	17.363138	23	23.530054	23	23.530054
2	30	24.443220	30	24.443220	30	24.443220
3	14	22.940207	14	22.940207	14	22.940207
4	18	16.147209	18	16.147209	18	16.147209
5	11	9.092590	18	15.939311	18	15.939311
6	4	4.266744				
7	3	1.716164				
8	0	0.603989				

Πίνακας Α΄.8: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.7$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	14	12.050415	14	12.050415	14	12.050415
1	28	25.855730	28	25.855730	28	25.855730
2	25	27.738415	25	27.738415	25	27.738415
3	16	19.838789	25	30.480465	16	19.838789
4	9	10.641676			20	17.516651
5	7	4.566619	11	6.874975		
6	4	1.633046				
7	0	0.500559				

Πίνακας Α΄.9: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.8$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	26	24.008764	26	24.008764	26	24.008764
1	34	34.964203	34	34.964203	34	34.964203
2	24	25.459360	24	25.459360	24	25.459360
3	11	12.358908	19	18.567669	19	18.567669
4	5	4.499600				
5	3	1.310563				
6	0	0.318098				

Πίνακας Α΄.10: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.9$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	37	39.011597	37	39.011597	37	39.011597
1	40	37.875187	40	37.875187	40	37.875187
2	19	18.385942	26	26.113211	26	26.113211
3	6	5.950120				
4	1	1.444198				
5	0	0.280426				

Πίνακας Α΄.11: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 8.0$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2002.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	50	52.201904	50	52.201904	50	52.201904
1	37	35.476936	37	35.476936	37	35.476936
2	15	12.055241	16	15.321158	16	15.321158
3	1	2.730954				
4	0	0.463996				

Πίνακας Α΄.12: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.0$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	0	0.000023				
1	0	0.000360				
2	0	0.002761				
3	0	0.014118				
4	0	0.054151				
5	0	0.166163				
6	1	0.424894				
7	0	0.931283				
8	2	1.786037				
9	4	3.044714				
10	6	4.671381	13	11.095885	13	11.095885
11	7	6.515553	16	14.846008	16	14.846008
12	9	8.330455				
13	12	9.831596	12	9.831596	12	9.831596
14	14	10.774441	14	10.774441	14	10.774441
15	6	11.020522	12	21.588232	12	21.588232
16	6	10.567710				
17	13	9.537415	21	17.666782	13	9.537415
18	8	8.129369			16	23.408869
19	2	6.564504	10	17.845318		
20	5	5.035825				
21	1	3.679171				
22	2	2.565819			12	6.916302
23	5	1.711578	10	4.350483		
24	2	1.094169				
25	1	0.671495				
26	0	0.396249				
27	0	0.225166				
28	1	0.123380				
29	0	0.065275				
30	0	0.033383				
31	0	0.016522				
32	1	0.007922				
33	0	0.003683				

Πίνακας Α'.13: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.1$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	0	0.000701				
1	0	0.008379				
2	0	0.050040				
3	0	0.199235				
4	0	0.594938				
5	3	1.421239				
6	3	2.829317				
7	7	4.827802	13	9.931651	13	9.931651
8	8	7.208173	17	16.774572	17	16.774572
9	9	9.566400				
10	13	11.426527	13	11.426527	13	11.426527
11	14	12.407588	23	24.757729	23	24.757729
12	9	12.350141				
13	15	11.347348	20	21.028614	15	11.347348
14	5	9.681266			15	23.145514
15	4	7.709153	12	20.191118		
16	6	5.755095				
17	1	4.043611			12	10.616654
18	1	2.683259				
19	1	1.686844	10	3.889784		
20	2	1.007420				
21	4	0.573003				
22	2	0.311100				
23	0	0.161562				
24	0	0.080407				
25	0	0.038417				
26	0	0.017649				
27	0	0.007808				
28	1	0.003331				
29	0	0.001372				

Πίνακας Α΄.14: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.2$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	0	0.020787				
1	1	0.177844				
2	1	0.760778				
3	4	2.169628				
4	3	4.640596				
5	5	7.940580	14	15.710214	14	15.710214
6	13	11.322684	13	11.322684	13	11.322684
7	13	13.838843	13	13.838843	13	13.838843
8	19	14.799883	19	14.799883	19	14.799883
9	11	14.069032	11	14.069032	21	26.105877
10	10	12.036845	10	12.036845		
11	12	9.361996	16	16.036755	16	16.036755
12	4	6.674759				
13	4	4.392793	12	10.185747	12	10.185747
14	4	2.684486				
15	2	1.531152				
16	1	0.818742				
17	0	0.412047				
18	1	0.195849				
19	0	0.088190				

Πίνακας Α'.15: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.3$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	1	0.288287				
1	2	1.708369				
2	4	5.061836				
3	7	9.998695	14	17.057188	14	17.057188
4	19	14.812893	19	14.812893	19	14.812893
5	17	17.556032	17	17.556032	17	17.556032
6	14	17.339304	14	17.339304	14	17.339304
7	15	14.678785	15	14.678785	15	14.678785
8	13	10.873182	13	10.873182	13	10.873182
9	9	7.159302	16	15.682614	16	15.682614
10	3	4.242552				
11	4	2.285552				
12	0	1.128668				

Πίνακας Α'.16: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.4$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	2	1.073604				
1	3	4.950505				
2	12	11.413663	17	17.437773	17	17.437773
3	19	17.543219	19	17.543219	19	17.543219
4	22	20.223431	22	20.223431	22	20.223431
5	13	18.650494	13	18.650494	13	18.650494
6	14	14.333246	14	14.333246	14	14.333246
7	14	9.441740	23	19.811842	23	19.811842
8	3	5.442113				
9	5	2.788242				
10	1	1.285689				
11	0	0.538950				

Πίνακας Α'.17: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.5$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	4	2.169987				
1	4	8.479030				
2	23	16.565521	31	27.214539	31	27.214539
3	14	21.576096	14	21.576096	14	21.576096
4	24	21.076662	24	21.076662	24	21.076662
5	17	16.471031	17	16.471031	17	16.471031
6	11	10.726512	11	10.726512	22	21.661669
7	5	5.987555	11	10.935157		
8	6	2.924479				
9	0	1.269682				

Πίνακας Α'.18: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.6$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	8	6.293650				
1	17	17.890266	25	24.183916	25	24.183916
2	27	25.427347	27	25.427347	27	25.427347
3	18	24.093176	18	24.093176	18	24.093176
4	18	17.121754	18	17.121754	18	17.121754
5	12	9.734027	20	17.173809	20	17.173809
6	6	4.611641				
7	2	1.872715				
8	0	0.665420				

Πίνακας Α'.19: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.7$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	15	12.958621	15	12.958621	15	12.958621
1	31	27.477072	31	27.477072	31	27.477072
2	23	29.130775	23	29.130775	23	29.130775
3	19	20.589340	28	31.503595	19	20.589340
4	9	10.914255			20	17.844189
5	7	4.628452	11	6.929935		
6	4	1.635672				
7	0	0.495461				

Πίνακας Α'.20: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.8$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	28	24.548512	28	24.548512	28	24.548512
1	34	36.368126	34	36.368126	34	36.368126
2	24	26.939329	24	26.939329	24	26.939329
3	13	13.303358	22	20.144032	22	20.144032
4	6	4.927165				
5	3	1.459899				
6	0	0.360469				

Πίνακας Α΄.21: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 7.9$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

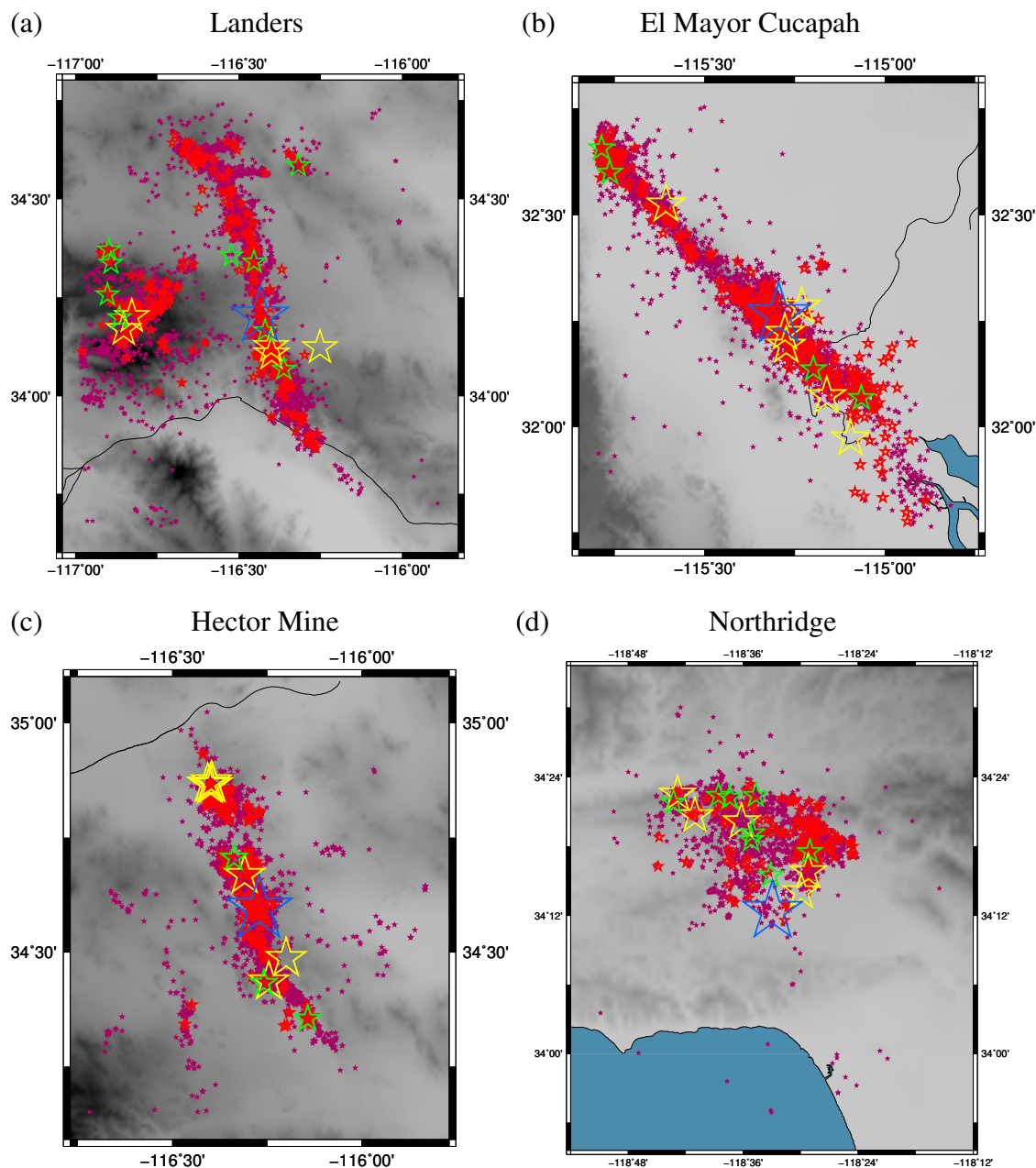
Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	40	40.473652	40	40.473652	40	40.473652
1	42	39.724079	42	39.724079	42	39.724079
2	18	19.494194	26	27.802263	26	27.802263
3	5	6.377721				
4	2	1.564901				
5	1	0.307184				
6	0	0.050249				

Πίνακας Α΄.22: Ανάλυση δεδομένων προς εφαρμογή του χ^2 test και του χ^2 test ομαδοποιημένων τιμών για $M_{thres} = 8.0$ για την έκδοση του C.E.C. με σεισμικά γεγονότα έως το έτος 2007.

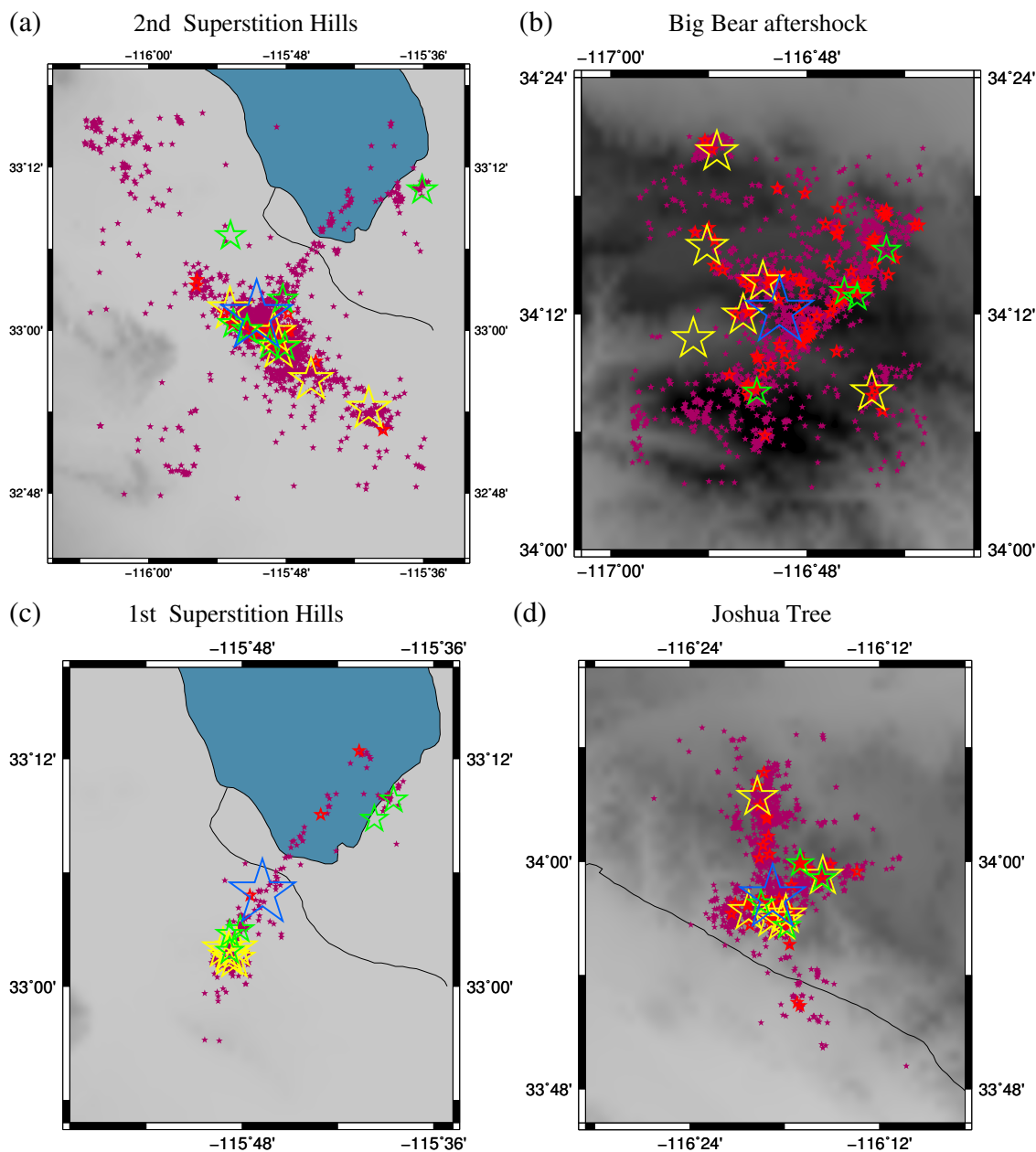
Αριθμός σεισμών κατ' έτος	Παρατη- ρούμενη συχνότητα	Αναμενόμενη κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 10 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 10 κατά sPr συχνότητα	Παρατηρού- μενη ομαδο- ποιημένη ανά 12 συχνότητα	Αναμενόμενη ομαδοποιημένη ανά 12 κατά sPr συχνότητα
0	51	51.969200	51	51.969200	51	51.969200
1	39	38.014427	39	38.014427	39	38.014427
2	16	13.903397	18	18.016369	18	18.016369
3	0	3.390019				
4	2	0.619933				
5	0	0.090694				

Παράρτημα Β΄

Χάρτες μετασεισμικής δραστηριότητας για τις 8 περιπτώσεις ισχυρών σεισμών στην Νότια Καλιφόρνια που μελετήθηκαν στο τελευταίο κεφάλαιο



Σχήμα Β'.1: Απεικόνιση των μετασεισμικών ακολουθιών για τις περιπτώσεις των τεσσάρων ισχυρότερων σεισμών στην περιοχή της Νότιας Καλιφόρνια που μελετήθηκαν στην §3.4.3. Απεικονίζονται οι μετασεισμικές ακολουθίες του Landers $M7.3$ (28/6/1992) (a), El Mayor-Cucapah $M7.2$ (4/4/2010) (b), Hector Mine $M7.1$ (16/10/1999) (c) και του Northridge $M6.7$ (17/1/1994) (d). Σε όλες τις περιπτώσεις με μπλε αστέρι απεικονίζουμε τον κύριο σεισμό και με κίτρινα αστέρια τα γεγονότα με μέγεθος $M \geq 5.5$ (a), $M \geq 5.2$ (b), $M \geq 4.9$ (c), $M \geq 5.2$ (d). Με πράσινα αστέρια απεικονίζουμε τα γεγονότα με μέγεθος $5.5 > M \geq 5.2$ (a), $5.2 > M \geq 4.9$ (b), $4.9 > M \geq 4.7$ (c), $5.2 > M \geq 4.8$ (d), με κόκκινα μικρά αστέρια τα γεγονότα με μέγεθος $5.2 > M \geq 3.5$ (a), $4.9 > M \geq 3.5$ (b), $4.7 > M \geq 3.5$ (c), $4.8 > M \geq 3.5$ (d) και με μωβ μικρά αστέρια σε όλες τις περιπτώσεις τα γεγονότα με $M < 3.5$.



Σχήμα Β'.2: Απεικόνιση των μετασεισμικών ακολουθιών για τις περιπτώσεις των τεσσάρων μικρότερων σεισμών στην περιοχή της Νότιας Καλιφόρνια που μελετήθηκαν στην §3.4.4. Απεικονίζονται οι μετασεισμικές ακολουθίες του δεύτερου Superstition Hills $M6.6$ (24/11/1987) (a), του Big Bear aftershock $M6.3$ (28/6/1992) (b), του πρώτου Superstition Hills $M6.2$ (24/11/1987) (c) και του Joshua Tree $M6.1$ (23/4/1992) (d). Σε όλες τις περιπτώσεις με μπλε αστέρι απεικονίζουμε τον κύριο σεισμό και με κίτρινα αστέρια τα γεγονότα με μέγεθος $M \geq 4.4$ (a), $M \geq 4.8$ (b), $M \geq 3.9$ (c), $M \geq 4.4$ (d). Με πράσινα αστέρια απεικονίζουμε τα γεγονότα με μέγεθος $4.4 > M \geq 4.1$ (a), $4.8 > M \geq 4.5$ (b), $3.9 > M \geq 3.7$ (c), $4.4 > M \geq 4.2$ (d), με κόκκινα μικρά αστέρια τα γεγονότα με μέγεθος $4.1 > M \geq 3.5$ (a), $4.5 > M \geq 3.5$ (b), $3.7 > M \geq 3.5$ (c), $4.2 > M \geq 3.5$ (d) και με μωβ μικρά αστέρια σε όλες τις περιπτώσεις τα γεγονότα με $M < 3.5$.

Βιβλιογραφία

- ABE, S. AND SUZUKI, N. 2004. Aging and scaling of earthquake aftershocks. *Physica A* 332:533--538.
- ABRAMOWITZ, M. AND STEGUN, I. 1972. Handbook of Mathematical Functions with formulas, graphs, and mathematical tables ,Ninth printing. Dover, New York.
- AEGERTER, C. M., GUNTHER, R., AND WIJNGAARDEN, R. J. 2003. Avalanche dynamics, surface roughening, and self-organized criticality: Experiments on a three-dimensional pile of rice. *Phys. Rev. E* 67:051306.
- AHN, S. AND FESSLER, A. 2003. Standard errors of mean, variance, and standard deviation estimators. Technical Report. Ann Arbor, MI, USA: Comm. and Sign. Proc. Lab., Dept. of EECS, Univ. of Michigan, July 2003.
- ASCHWANDEN, M. J., NIGHTINGALE, R. W., TARBELL, T. D., AND WOLFSON, C. J. 2000. Time variability of the "quiet" sun observed with trace. i. instrumental effects, event detection, and discrimination of extreme-ultraviolet microflares. *Astrophys. J.* 535:1027.
- BAK, P., TANG, C., AND WIESENFELD, K. 1987. Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise. *Phys. Rev. Lett.* 59:381--384.
- BAK, P., TANG, C., AND WIESENFELD, K. 1988. Self-organized criticality. *Phys. Rev. A* 38:364.
- BALANKIN, A. S. 2007. Dynamic scaling approach to study time series fluctuations. *Phys. Rev. E* 76:056120.
- BALANKIN, A. S., MORALES MATAMOROS, D., PATIÑO ORTIZ, J., PATIÑO ORTIZ, M., PINEDA LEÓN, E., AND SAMAYOA OCHOA, D. 2009. Scaling dynamics of seismic activity fluctuations. *EPL* 85:39001.
- BÅTH, M. 1965. Lateral inhomogeneities of the upper mantle. *Tectonophysics* 2:483 -- 514.
- BECK, C. AND SCHLÖGL, F. 1993. Thermodynamics of Chaotic Systems: An Introduction. Cambridge University Press, Cambridge, England.
- BENNETT, R. A., REILINGER, R. E., RODI, W., LI, Y., TOKSÖZ, M. N., AND HUDNUT, K. 1995. Coseismic fault slip associated with the 1992 M_w 6.1 Joshua Tree, California, earthquake: Implications for the Joshua Tree-Landers earthquake sequence. *J. Geophys. Res. : Solid Earth* 100:6443--6461.

- BERINGER, J., ARGUIN, J. F., BARNETT, R. M., COPIC, K., DAHL, O., GROOM, D. E., LIN, C. J., LYS, J., MURAYAMA, H., WOHL, C. G., YAO, W. M., ZYLA, P. A., AMSLER, C., ANTONELLI, M., ASNER, D. M., BAER, H., BAND, H. R., BASAGLIA, T., BAUER, C. W., BEATTY, J. J., BELOUSOV, V. I., BERGREN, E., BERNARDI, G., BERTL, W., BETHKE, S., BICHSEL, H., BIEBEL, O., BLUCHER, E., BLUSK, S., BROOIJMANS, G., BUCHMUELLER, O., CAHN, R. N., CARENA, M., CECCUCCI, A., CHAKRABORTY, D., CHEN, M. C., CHIVUKULA, R. S., COWAN, G., D'AMBROSIO, G., DAMOUR, T., DE FLORIAN, D., DE GOUVÊA, A., DEGRAND, T., DE JONG, P., DISSERTORI, G., DOBRESCU, B., DOSER, M., DREES, M., EDWARDS, D. A., EIDELMAN, S., ERLER, J., EZHELA, V. V., FETSCHER, W., FIELDS, B. D., FOSTER, B., GAISSER, T. K., GARREN, L., GERBER, H. J., GERBIER, G., GHERGHETTA, T., GOLWALA, S., GOODMAN, M., GRAB, C., GRITSAN, A. V., GRIVAZ, J. F., GRÜNEWALD, M., GURTU, A., GUTSCHE, T., HABER, H. E., HAGIWARA, K., HAGMANN, C., HANHART, C., HASHIMOTO, S., HAYES, K. G., HEFFNER, M., HELTSLEY, B., HERNÁNDEZ-REY, J. J., HIKASA, K., HÖCKER, A., HOLDER, J., HOLTKAMP, A., HUSTON, J., JACKSON, J. D., JOHNSON, K. F., JUNK, T., KARLEN, D., KIRKBY, D., KLEIN, S. R., KLEMP, E., KOWALEWSKI, R. V., KRAUSS, F., KREPS, M., KRUSCHE, B., KUYANOV, Y. V., KWON, Y., LAHAV, O., LAIHO, J., LANGACKER, P., LIDDLE, A., LIGETI, Z., LISS, T. M., LITTENBERG, L., LUGOVSKY, K. S., LUGOVSKY, S. B., MANNEL, T., MANOHAR, A. V., MARCIANO, W. J., MARTIN, A. D., MASONI, A., MATTHEWS, J., MILSTEAD, D., MIQUEL, R., MÖNIG, K., MOORTGAT, F., NAKAMURA, K., NARAIN, M., NASON, P., NAVAS, S., NEUBERT, M., NEVSKI, P., NIR, Y., OLIVE, K. A., PAPE, L., PARSONS, J., PATRIGNANI, C., PEACOCK, J. A., PETCOV, S. T., PIEPKE, A., POMAROL, A., PUNZI, G., QUADT, A., RABY, S., RAFFELT, G., RATCLIFF, B. N., RICHARDSON, P., ROESLER, S., ROLLI, S., ROMANIOUK, A., ROSENBERG, L. J., ROSNER, J. L., SACHRAJDA, C. T., SAKAI, Y., SALAM, G. P., SARKAR, S., SAULI, F., SCHNEIDER, O., SCHOLBERG, K., SCOTT, D., SELIGMAN, W. G., SHAEVITZ, M. H., SHARPE, S. R., SILARI, M., SJÖSTRAND, T., SKANDS, P., SMITH, J. G., SMOOT, G. F., SPANIER, S., SPIELER, H., STAHL, A., STANEV, T., STONE, S. L., SUMIYOSHI, T., SYPHERS, M. J., TAKAHASHI, F., TANABASHI, M., TERNING, J., TITOV, M., TKACHENKO, N. P., TÖRNQVIST, N. A., TOVEY, D., VALENCIA, G., VAN BIBBER, K., VENANZONI, G., VINCTER, M. G., VOGEL, P., VOGT, A., WALKOWIAK, W., WALTER, C. W., WARD, D. R., WATARI, T., WEIGLEIN, G., WEINBERG, E. J., WIENCKE, L. R., WOLFENSTEIN, L., WOMERSLEY, J., WOODY, C. L., WORKMAN, R. L., YAMAMOTO, A., ZELLER, G. P., ZENIN, O. V., ZHANG, J., ZHU, R. Y., HARPER, G., LUGOVSKY, V. S., AND SCHAFFNER, P. 2012. Review of particle physics. *Phys. Rev. D* 86:010001.
- BOTTIGLIERI, M., DE ARCANGELIS, L., GODANO, C., AND LIPPIELLO, E. 2010. Multiple-time scaling and universal behavior of the earthquake interevent time distribution. *Phys. Rev. Lett.* 104:158501.
- BRONSHTEN, I. N., SEMENDYAYEV, K. A., MUSIOL, G., AND MUEHLIG, H. 2007. Handbook of Mathematics. Springer-Verlag, New York, 5. ed. edition.
- CACOULOS, T. 1969. Μαθήματα θεωρίας πιθανοτήτων. Εκδόσεις Παπαζήση, Athens.
- CARUSO, F. AND KANTZ, H. 2011. Prediction of extreme events in the ofc model on a small world network. *Eur. Phys. J. B* 79:7.
- CELIKOGU, A. AND TIRNAKLI, U. 2013. Unified scaling law in the coherent noise model. *Physica A* 392:4543 -- 4548.
- CELIKOGU, A., TIRNAKLI, U., AND QUEIRÓS, S. M. D. 2010. Analysis of return distributions in the coherent noise model. *Phys. Rev. E* 82:021124.

- CORRAL, A. 2004. Long-term clustering, scaling, and universality in the temporal occurrence of earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 92:108501.
- CROW, E. L., DAVIS, F. A., AND MAXFIELD, M. W. 1960. Statistics Manual (Dover Books on Mathematics). Dover Publications, N.Y.
- DAVIDSEN, J. AND PACZUSKI, M. 2005. Analysis of the spatial distribution between successive earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 94:048501.
- DINNEEN, L. C. AND BLAKES, B. C. 1973. Algorithm as 62: A generator for the sampling distribution of the mann-whitney u statistic. *Royal Statistical Society* 22:269--273.
- DZIEWONSKI, A. M., CHOU, T. A., AND WOODHOUSE, J. H. 1981. Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity. *J. Geophys. Res.* 86:2825-2852.
- EICHNER, J. F., KANTELHARDT, J. W., BUNDE, A., AND HAVLIN, S. 2007. Statistics of return intervals in long-term correlated records. *Phys. Rev. E* 75:011128.
- EKSTRÖM, G., NETTLES, M., AND DZIEWONSKI, A. M. 2012. The global cmt project 2004-2010: Centroid-moment tensors for 13,017 earthquakes. *Phys. Earth Planet. Inter.* 200-201:1--9.
- ENGDAHL, E. R. AND VILLASEÑOR, A. 2002. Global seismicity: 1900-1999. In W. H. K. Lee, H. Kanamori, P. C. Jennings, and C. Kisslinger (eds.), International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology, Part A, Chapter 41, volume 81A of *International Geophysics Series*, pp. 665-690, London. Academic Press.
- ERGUN, E. AND TIRNAKLI, U. 2005. Sensitivity to initial conditions in coherent noise models. *Eur. Phys. J. B* 46:377--380.
- FARR, T., ROSEN, P., CARO, E., CRIPPEN, R., DUREN, R., HENSLEY, S., KOBRICK, M., PALLER, M., RODRIGUEZ, E., ROTH, L., ET AL. 2007. The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics-Richmond Virginia Then Washington-* 45.
- FAWCETT, T. 2006. An introduction to ROC analysis. *Pattern Recogn. Lett.* 27:861--874.
- FELLER, W. 1968. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. I. Wiley, New York.
- FRETTE, V., CHRISTENSEN, K., MALTHER-SRENSSEN, A., FEDER, J., JSSANG, T., AND MEAKIN, P. 1996. Avalanche dynamics in a pile of rice. *Nature (London)* 379:49.
- GARBER, A., HALLERBERG, S., AND KANTZ, H. 2009. Predicting extreme avalanches in self-organized critical sandpiles. *Phys. Rev. E* 80:026124.
- GARBER, A. AND KANTZ, H. 2009. Finite-size effects on the statistics of extreme events in the btw model. *Eur. Phys. J. B* 67:437--443.
- GMT. Gmt - the generic mapping tools. <http://gmt.soest.hawaii.edu/>.

GUTENBERG, B. AND RICHTER, C. F. 1954. Seismicity of the Earth and Associated Phenomena. Princeton Univ. Press, Princeton, New York.

HAUKSSON, E., JONES, L. M., HUTTON, K., AND EBERHART-PHILLIPS, D. 1993. The 1992 Landers Earthquake Sequence: Seismological observations. *J. Geophys. Res. : Solid Earth* 98:19835--19858.

HAUKSSON, E., YANG, W., AND SHEARER, P. M. 2011. Waveform Relocated Earthquake Catalog for Southern California (1981 to 2011) available at <http://www.data.scec.org/research-tools/alt-2011-dd-hauksson-yang-shearer.html>.

HAUKSSON, E., YANG, W., AND SHEARER, P. M. 2012. Waveform Relocated Earthquake Catalog for Southern California (1981 to June 2011). *Bull. Seismol. Soc. Am.* 102:2239--2244.

HAVLIN, S., BULDYREV, S. V., GOLDBERGER, A. L., MANTEGNA, R. N., OSSADNIK, S. M., PENG, C. K., SIMONS, M., AND STANLEY, H. E. 1995. Fractals in biology and medicine. *Chaos Soliton Fract.* 6:171.

HOLLIDAY, J. R., RUNDLE, J. B., TURCOTTE, D. L., KLEIN, W., TIAMPO, K. F., AND DONNELLAN, A. 2006. Space-time clustering and correlations of major earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 97:238501.

HUANG, Y., SALEUR, H., SAMMIS, C., AND SORNETTE, D. 1998. Precursors, aftershocks, criticality and self-organized criticality. *Europhys. Lett.* 41:43.

HUDNUT, K. W., SEEBER, L., AND PACHECO, J. 1989. Cross-fault triggering in the November 1987 Superstition Hills Earthquake Sequence, Southern California. *Geophys. Res. Lett.* 16:199--202.

HUGHES, D., PACZUSKI, M., DENDY, R. O., HELANDER, P., AND MCCLEMENTS, K. G. 2003. Solar flares as cascades of reconnecting magnetic loops. *Phys. Rev. Lett.* 90:131101.

INSTITUTE OF GEODYNAMICS, NATIONAL OBSERVATORY OF ATHENS. Gi-noa, earthquake catalog, accessed: 11 dec 2013. <http://www.gein.noa.gr/services/cat.html>.

JOHNSON, N. L., KOTZ, S., AND KEMP, A. W. 1992. Univariate discrete distributions. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2. ed. edition.

KAGAN, Y. Y. 2002. Aftershock Zone Scaling. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 92:641--655.

KANAMORI, H. 1978. Quantification of earthquakes. *Nature* 271:411--414.

KEILIS-BOROK, V. I. AND KOSSOBOKOV, V. G. 1990. Premonitory activation of earthquake flow: algorithm M8. *Phys. Earth Planet. Inter.* 61:73 -- 83.

KEILIS-BOROK, V. I. AND ROTWAIN, I. M. 1990. Diagnosis of Time of Increased Probability of strong earthquakes in different regions of the world: algorithm CN. *Phys. Earth Planet. Inter.* 61:57 -- 72.

KNOPOFF, L., LEVSHINA, T., KEILIS-BOROK, V. I., AND MATTONI, C. 1996. Increased long-range intermediate-magnitude earthquake activity prior to strong earthquakes in California. *J. Geophys. Res. : Solid Earth* 101:5779--5796.

- KOUNIAS, S., KOLIVA-MACHERA, F., BAGIATIS, K., AND BORA-SENTA, E. 1985. Εισαγωγή στη στατιστική. Εκδόσεις Χριστοδουλίδη, Thessaloniki.
- LEHMANN, E. L. AND CASELLA, G. 1998. Theory of point estimation. Springer-Verlag, New York.
- LENNARTZ, S., BUNDE, A., AND TURCOTTE, D. L. 2008a. Missing data in aftershock sequences: Explaining the deviations from scaling laws. *Phys. Rev. E* 78:041115.
- LENNARTZ, S., BUNDE, A., AND TURCOTTE, D. L. 2011. Modelling seismic catalogues by cascade models: Do we need long-term magnitude correlations? *Geophys. J. Int.* 184:1214--1222.
- LENNARTZ, S., LIVINA, V. N., BUNDE, A., AND HAVLIN, S. 2008b. Long-term memory in earthquakes and the distribution of interoccurrence times. *EPL* 81:69001.
- LŐRINCZ, K. A. AND WIJNGAARDEN, R. J. 2007. Edge effect on the power law distribution of granular avalanches. *Phys. Rev. E* 76:040301.
- LINDQUIST, K. G., ENGLE, K., STAHLKE, D., AND PRICE, E. 2004. Global topography and bathymetry grid improves research efforts. *Eos Trans. AGU* 85:186--186.
- LIPPIELLO, E., DE ARCANGELIS, L., AND GODANO, C. 2009. Role of static stress diffusion in the spatiotemporal organization of aftershocks. *Phys. Rev. Lett.* 103:038501.
- MANN, H. B. AND WHITNEY, D. R. 1947. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Ann. Math. Statist.* 18:50--60.
- MASON, S. J. AND GRAHAM, N. E. 2002. Areas beneath the relative operating characteristics (ROC) and relative operating levels (ROL) curves: Statistical significance and interpretation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 128:2145--2166.
- NEWMAN, M. E. J. 1996. Self-organized criticality, evolution and the fossil extinction record. *Proc. R. Soc. London B* 263:1605--1610.
- NEWMAN, M. E. J. AND SNEPPEN, K. 1996. Avalanches, scaling, and coherent noise. *Phys. Rev. E* 54:6226--6231.
- NIGRO, G., MALARA, F., CARBONE, V., AND VELTRI, P. 2004. Nanoflares and mhd turbulence in coronal loops: A hybrid shell model. *Phys. Rev. Lett.* 92:194501.
- OLAMI, Z., FEDER, H. J. S., AND CHRISTENSEN, K. 1992. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 68:1244--1247.
- PACHECO, J. F. AND SYKES, L. R. 1992. Seismic moment catalog of large shallow earthquakes, 1900 to 1989. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 82:1306--1349.
- PANCHENKO, D. 2006. Statistics for applications. Technical Report 18.443, Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare. <http://ocw.mit.edu>, (Accessed 05 Oct, 2012).

- PARNELL, C. E. AND JUPP, P. E. 2000. Statistical analysis of the energy distribution of nanoflares in the quiet sun. *Astrophys. J.* 529:554--569.
- PEARSON, K. F. 1900. X. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *Philosophical Magazine Series 5* 50:157--175.
- PENG, C. K., BULDYREV, S. V., GOLDBERGER, A. L., HAVLIN, S., MANTEGNA, R. N., SIMONS, M., AND STANLEY, H. E. 1995a. Statistical properties of dna sequences. *Physica A* 221:180.
- PENG, C. K., HAVLIN, S., STANLEY, H. E., AND GOLDBERGER, A. L. 1995b. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *CHAOS* 5:82.
- PEPKE, S. L. AND CARLSON, J. M. 1994. Predictability of self-organizing systems. *Phys. Rev. E* 50:236--242.
- PEREZ, O. AND SCHOLZ, C. 1984. Heterogeneities of the instrumental seismicity catalog (1904-1980) for strong shallow earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 74:669--686.
- RAMOS, O., ALTSHULER, E., AND MÅLØY, K. J. 2009. Avalanche prediction in a self-organized pile of beads. *Phys. Rev. Lett.* 102:078701.
- REID, D., MILLAR, C., ROY, G., ROY, S., AND ASENOV, A. 2009. Efficient simulations of 6σ vt distributions due to random discrete dopants. *In* Ultimate Integration of Silicon, 2009. ULIS 2009. 10th International Conference on, pp. 23 --26.
- RUNDLE, J. B., TURCOTTE, D. L., SHCHERBAKOV, R., KLEIN, W., AND SAMMIS, C. 2003. Statistical physics approach to understanding the multiscale dynamics of earthquake fault systems. *Rev. Geophys.* 41:1019.
- SAICHEV, A. AND SORNETTE, D. 2006. "universal" distribution of interearthquake times explained. *Phys. Rev. Lett.* 97:078501.
- SAICHEV, A. AND SORNETTE, D. 2007. Power law distributions of seismic rates. *Tectonophysics* 431:7--13.
- SAMMIS, C. G. AND SMITH, S. W. 1999. Seismic cycles and the evolution of stress correlation in cellular automaton models of finite fault networks. *Pure Appl. Geophys.* 155:307--334.
- SARLIS, N., SKORDAS, E., AND VAROTSOS, P. 2011a. Similarity of fluctuations in systems exhibiting Self-Organized Criticality. *EPL* 96:28006.
- SARLIS, N., SKORDAS, E., AND VAROTSOS, P. 2011b. The change of the entropy in natural time under time-reversal in the Olami-Feder-Christensen earthquake model. *Tectonophysics* 513:49 -- 53.
- SARLIS, N. V. 2011. Magnitude correlations in global seismicity. *Phys. Rev. E* 84:022101.
- SARLIS, N. V. AND CHRISTOPOULOS, S.-R. G. 2012a. Natural time analysis of the centennial earthquake catalog. *CHAOS* 22:023123.

- SARLIS, N. V. AND CHRISTOPOULOS, S.-R. G. 2012b. Predictability of the coherent-noise model and its applications. *Phys. Rev. E* 85:051136.
- SARLIS, N. V. AND CHRISTOPOULOS, S.-R. G. 2014. Visualization of the significance of receiver operating characteristics based on confidence ellipses. *Comput. Phys. Commun.* 185:1172 -- 1176.
- SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., LAZARIDOU, M. S., AND VAROTSOS, P. A. 2008. Investigation of seismicity after the initiation of a Seismic Electric Signal activity until the main shock. *Proc. Japan Acad., Ser. B* 84:331--343.
- SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., AND VAROTSOS, P. A. 2009a. Heart rate variability in natural time and $1/f$ "noise". *EPL* 87:18003.
- SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., AND VAROTSOS, P. A. 2009b. Multiplicative cascades and seismicity in natural time. *Phys. Rev. E* 80:022102.
- SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., AND VAROTSOS, P. A. 2010. Order parameter fluctuations of seismicity in natural time before and after mainshocks. *EPL* 91:59001.
- SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., VAROTSOS, P. A., NAGAO, T., KAMOGAWA, M., TANAKA, H., AND UYEDA, S. 2013. Minimum of the order parameter fluctuations of seismicity before major earthquakes in Japan. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 110:13734--13738.
- SHCHERBAKOV, R., TURCOTTE, D. L., AND RUNDLE, J. B. 2004. A generalized Omori's law for earthquake aftershock decay. *Geophys. Res. Lett.* 31:L11613.
- SNEPPEN, K. AND NEWMAN, M. 1997. Coherent noise, scale invariance and intermittency in large systems. *Physica D* 110:209 -- 222.
- SORNETTE, D. 2000. Critical Phenomena in the Natural Sciences: Chaos, Fractals, Selforganization, and Disorder: Concepts and Tools. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- SORNETTE, D. 2011. On the Correct Use of Statistical Tests. *EOS Trans. AGU* 92:64.
- SORNETTE, D. AND DAVY, P. 1991. Fault growth model and the universal fault length distribution. *Geophys. Res. Lett.* 18:1079--1082.
- SPACKMAN, K. A. 1989. Signal Detection Theory: Valuable Tools for Evaluating Inductive Learning. In *Proceedings of the Sixth International Workshop on Machine Learning*, p. 160--163, San Mateo. Morgan Kaufman.
- STANLEY, H. E., BULDYREV, S. V., GOLDBERGER, A. L., HAVLIN, S., PENG, C. K., AND SIMONS, M. 1999. Scaling features of noncoding DNA. *Physica A* 273:1--18.
- TELESCA, L. 2010. Analysis of italian seismicity by using a non-extensive approach. *Tectonophysics* 494:155--162.

- TELESCA, L. AND LOVALLO, M. 2009. Non-uniform scaling features in central italy seismicity: A non-linear approach in investigating seismic patterns and detection of possible earthquake precursors. *Geophys. Res. Lett.* 36:L01308.
- TIRNAKLI, U. AND ABE, S. 2004. Aging in coherent noise models and natural time. *Phys. Rev. E* 70:056120.
- TSALLIS, C. 1988. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. *J. Stat. Phys.* 52:479--487.
- TSALLIS, C. 2009. Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics. Springer, Berlin.
- TSALLIS, C. AND TIRNAKLI, U. 2010. Nonadditive entropy and nonextensive statistical mechanics – some central concepts and recent applications. *J. Phys.: Conf. Ser.* 201:012001.
- TURCOTTE, D. L., MALAMUD, B. D., GUZZETTI, F., AND REICHENBACH, P. 2002. Self-organization, the cascade model, and natural hazards. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 99:2530--2537.
- UTSU, T. 1961. A statistical study of the occurrence of aftershocks. *Geophys. Mag.* 30:521.
- UYEDA, S. AND KAMOGAWA, M. 2008. The prediction of two large earthquakes in greece. *Eos Trans. AGU* 89:363.
- UYEDA, S. AND KAMOGAWA, M. 2010. Comment on 'the prediction of two large earthquakes in greece'. *Eos Trans. AGU* 91:163.
- UYEDA, S., KAMOGAWA, M., AND TANAKA, H. 2009. Analysis of electrical activity and seismicity in the natural time domain for the volcanic-seismic swarm activity in 2000 in the Izu Island region, Japan. *J. Geophys. Res.* 114:B02310.
- VAROTSOS, P. AND ALEXOPOULOS, K. 1984. Physical properties of the variations of the electric field of the earth preceding earthquakes, i. *Tectonophysics* 110:73--98.
- VAROTSOS, P., ALEXOPOULOS, K., AND LAZARIDOU, M. 1993. Latest aspects of earthquake prediction in greece based on seismic electric signals,ii. *Tectonophysics* 224:1--37.
- VAROTSOS, P. AND LAZARIDOU, M. 1991. Latest aspects of earthquake prediction in greece based on seismic electric signals. *Tectonophysics* 188:321--347.
- VAROTSOS, P., SARLIS, N., AND SKORDAS, E. 2011a. Scale-specific order parameter fluctuations of seismicity in natural time before mainshocks. *EPL* 96:59002.
- VAROTSOS, P., SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., UYEDA, S., AND KAMOGAWA, M. 2011b. Natural time analysis of critical phenomena. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 108:11361--11364.
- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., AND SKORDAS, E. S. 2001. Spatio-temporal complexity aspects on the interrelation between seismic electric signals and seismicity. *Practica of Athens Academy* 76:294--321.
- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., AND SKORDAS, E. S. 2002. Long-range correlations in the electric signals that precede rupture. *Phys. Rev. E* 66:011902.

- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., AND SKORDAS, E. S. 2003. Long-range correlations in the electric signals the precede rupture: Further investigations. *Phys. Rev. E* 67:021109.
- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., AND SKORDAS, E. S. 2011c. Natural Time Analysis: The new view of time. Precursory Seismic Electric Signals, Earthquakes and other Complex Time-Series. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., TANAKA, H. K., AND LAZARIDOU, M. S. 2006. Attempt to distinguish long-range temporal correlations from the statistics of the increments by natural time analysis. *Phys. Rev. E* 74:021123.
- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., SKORDAS, E. S., UYEDA, S., AND KAMOGAWA, M. 2010. Natural time analysis of critical phenomena. the case of seismicity. *EPL* 92:29002.
- VAROTSOS, P. A., SARLIS, N. V., TANAKA, H. K., AND SKORDAS, E. S. 2005. Similarity of fluctuations in correlated systems: The case of seismicity. *Phys. Rev. E* 72:041103.
- VERMEESCH, P. 2009. Lies, Damned Lies, and Statistics (in Geology). *EOS* 90:443.
- WESSEL, P. AND SMITH, W. H. F. 1998. New, improved version of generic mapping tools released. *Eos Trans. AGU* 79:579–579.
- ZHUANG, J. AND OGATA, Y. 2006. Properties of the probability distribution associated with the largest event in an earthquake cluster and their implications to foreshocks. *Phys. Rev. E* 73:046134.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΑΝΑΦΟΡΩΝ: 123

