Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Μεθοδολογίας, Ιστορίας και Θεωρίας της Επιστήμης

ΙΩΑΝΝΑ ΣΚΟΥΡΑ

Τα σχόλια του Θέωνα στη *Μαθηματική Σύνταξη* του Πτολεμαίου

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Διαπανεπιστημιακό πρόγραμμα 'Ιστορία και Φιλοσοφία των Επιστημών και της Τεχνολογίας', ΜΙΘΕ/ΕΚΠΑ & ΣΕΜΦΕ/ΕΜΠ

ΑΘΗΝΑ
2016

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

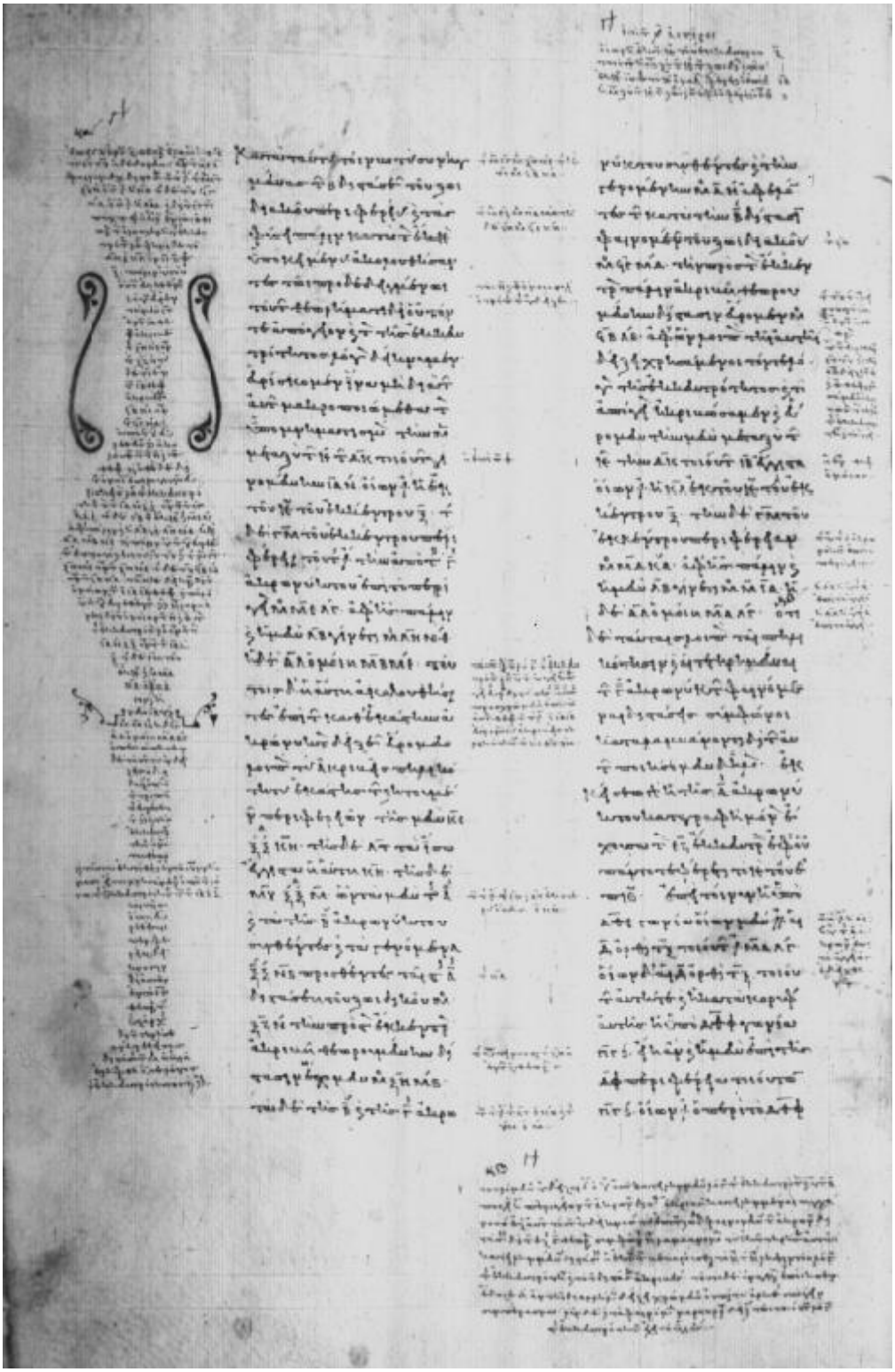
ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ 'ΙΣΤΟΡΙΑ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ'

Τα σχόλια του Θέωνα στη *Μαθηματική Σύνταξη* του Πτολεμαίου

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ: ΙΩΑΝΝΑ ΣΚΟΥΡΑ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΙΩΑΝΝΗΣ ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΔΗΣ

ΑΘΗΝΑ, 2016



Το folio 205v του κώδικα *Vaticanus gr.* 1594 (περ. 870 μ.Χ.), ενός από τα παλαιότερα χειρόγραφα που διασώζουν κείμενα του Πτολεμαίου και σχόλια επ' αυτών, μεταξύ των οποίων και σχόλια του Θέωνα

ἀπεσιώπησε δὲ τούτων τὰς ἀποδείξεις ὁ
πτολεμαῖος ὡς διδάξας τὸν τρόπον τῆς εὑρέσεως
τῶν περιφερειῶν καὶ τῆς ἐκκεντρότητος· ὁ μέντοι
θέων καὶ ταῦτα ἐκτίθεται ἐν τῷ ὑπομνήματι.

Παρασελίδιο σχόλιο στη *Μεγίστη* του Πτολεμαίου
από το f. 205v του κώδικα *Vaticanus gr*. 1594

στη μνήμη της αδελφής μου Βιβής

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ ολόψυχα τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Γιάννη Χριστιανίδη για την υποστήριξη και καθοδήγηση που μου προσέφερε γενναιόδωρα σε όλη τη μακρά και επίπονη πορεία για την εκπόνηση της διατριβής μου. Όλα αυτά τα χρόνια το γραφείο του ήταν πάντα ανοικτό και ο ίδιος πάντα πρόθυμος να συμμεριστεί τις δυσκολίες που αντιμετώπιζα και να δώσει λύσεις στα προβλήματα που ανέκυπταν. Η βοήθεια που μου προσέφερε και η εμπιστοσύνη που μου έδειχνε κάθε φορά λειτουργούσαν ως ώθηση για να συνεχίσω. Η αμέριστη συμπαράστασή του ήταν καταλυτική για την ολοκλήρωση της διατριβής μου η οποία, από την αρχή έως και το τέλος, φέρει τη σφραγίδα του.

Ευχαριστώ θερμά τον Καθηγητή κ. Κώστα Γαβρόγλου για τις πολύτιμες συμβουλές που μου έδινε, καθώς και για τις πολύ χρήσιμες υποδείξεις που μου έκανε ως μέλος της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής.

Ευχαριστώ επίσης τον Καθηγητή κ. Δημήτρη Διαλέτη για τις πολύ χρήσιμες παρατηρήσεις που μου έκανε ως μέλος της Τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής.

Θερμές ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω και στα υπόλοιπα μέλη της Επταμελούς Εξεταστικής Επιτροπής: τον Καθηγητή κ. Κώστα Δημητρακόπουλο, τον Καθηγητή κ. Θεόδωρο Αραμπατζή, τον Καθηγητή κ. Παύλο Καλλιγά και την Επίκουρη Καθηγήτρια κ. Δήμητρα Χριστοπούλου για την πρόθυμη συμμετοχή τους στην κρίση της διδακτορικής μου διατριβής, καθώς και για το χρόνο που αφιέρωσαν στην ανάγνωσή της.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στον Καθηγητή κ. Bernard Vitrac, ο οποίος με «μύησε» στη μελέτη των χειρογράφων και μου προσέφερε γενναιόδωρα τα φωτογραφικά αντίγραφα αρκετών χειρογράφων που χρησιμοποίησα στην έρευνά μου. Ευχαριστώ επίσης την Καθηγήτρια κ. Anne Tihon για τις πολύτιμες συμβουλές που μου έδωσε για τη μελέτη των χειρογράφων. Ευχαριστίες οφείλω επίσης και στον κ. Αγαμέμνονα Τσελίκα ο οποίος με δίδαξε παλαιογραφία.

Δεν θα έπρεπε όμως να παραλείψω να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Alain Bernard, τον Καθηγητή κ. Jeffrey Oaks, τον Λέκτορα κ. Χρήστο Σιμελίδη και τον Λέκτορα κ. Παντελή Γκολίτση, οι οποίοι με βοήθησαν, ο καθένας με τον δικό του τρόπο, κατά την εκπόνηση της διατριβής μου. Όπως δεν θα έπρεπε να παραλείψω να ευχαριστήσω και τον Δρ. Μιχάλη Σιάλαρο, με τον οποίο είχα ιδιαίτερα εποικοδομητικές συζητήσεις.

Μαζί με τους παραπάνω δεν θα μπορούσα να μην ευχαριστήσω τη Marie, τη Νάνσυ, τη Ντόρα και τον Τάσο, που είναι οι άνθρωποι με τους οποίους μοιράστηκα πολλά σε αυτή τη δύσκολη διαδρομή και με ενθάρρυναν να φτάσω ως το τέλος.

Πολλές ευχαριστίες αξίζουν επίσης όλοι μου οι φίλοι για το ότι δέχτηκαν αδιαμαρτύρητα τη συνεχή απουσία μου από κοντά τους.

Πάνω από όλα όμως θα ήθελα να απευθύνω πολλές ευχαριστίες στην οικογένειά μου για τη συνεισφορά της στην εκπόνηση της διατριβής μου. Η συνεισφορά της έχει πολλές διαστάσεις τις οποίες δεν μπορώ καν να αρχίσω να απαριθμώ. Θα περιοριστώ στο να απευθύνω ένα απέραντο «ευχαριστώ» στην αδελφή μου Σοφία, το σύζυγό της Θανάση και την κόρη τους Κατερίνα που ποτέ δεν έπαψαν να πιστεύουν σε μένα και έδειχναν πάντοτε κατανόηση και συμπαράσταση σε οτιδήποτε επιχειρούσα.

Η ολοκλήρωση της παρούσας διατριβής δεν θα ήταν βέβαια εφικτή χωρίς την απεριόριστη αγάπη, ανοχή και υπομονή του Kamil, συζύγου και συντρόφου μου σε όλα τα θέματα και επίπεδα της ζωής. Στον Kamil θα ήθελα να απευθύνω το μεγαλύτερο ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ……... ix

ΕΙΣΑΓΩΓΗ …… xii

Μ έ ρ ο ς Α

1 Ο Θέων αναγνώστης του Διοφάντου

1.1 Εισαγωγή ……. 3

1.2 Ο λογισμός με εξηκονταδικούς αριθμούς και η αναλογία με τον λογισμό του Διοφάντου με δυνάμεις του αγνώστου ……7

1.2.1 Η θεωρία περί ειδών του Θέωνα και η αντιστοιχία με τη θεωρία του Διοφάντου ……...……10

1.2.2 Οι πολλαπλασιασμοί μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από πολλά είδη …….……15

1.3 Η χρήση της άλγεβρας σε σχόλιο του Θέωνα στο 13ο βιβλίο της *Μεγίστης* 33

1.3.1 Η μέθοδος «τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν» ……. 34

1.3.2 Η μέθοδος «τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν» …….. 35

1.3.3 Η έκδοση του σχολίου του Θέωνα ……... 40

1.3.4 Η χειρόγραφη παράδοση του σχολίου του Θέωνα ……... 43

2 Οι *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδοι που μας παραδίδει ο Θέων

2.1 Εισαγωγή 45

2.2 Το πρόβλημα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών …… 48

2.3 Η εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου 54

2.3.1 Πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ενδιάμεσο τόξο 54

2.3.2 Πώς βρίσκεται το τόξο που αντιστοιχεί σε ενδιάμεση χορδή 57

2.3.3 Σύνοψη και σχόλια για την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που παρουσιάζει ο Θέων..... 60

2.3.4 Ιστοριογραφικά σχόλια ……..... 61

2.4 Η εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου …….. 65

2.4.1 Πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ενδιάμεσο τόξο 65

2.4.2 Πώς βρίσκεται το τόξο που αντιστοιχεί σε ενδιάμεση χορδή 68
2.4.3 Σύνοψη και σχόλια για τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που παρουσιάζει ο Θέων 70
2.4.4 Ιστοριογραφικά σχόλια 71

2.5 Η διαφορά των δύο *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδων και η σημασία της..... 73

2.6 Το ευρύτερο πλαίσιο εφαρμογής των *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδων 83

2.6.1 Πώς βρίσκονται ενδιάμεσες τιμές σε οποιοδήποτε κανόνιο της *Μεγίστης* 83
2.6.2 Πώς βρίσκονται γενικότερα ενδιάμεσες τιμές 99

Μ έ ρ ο ς Β

3 Η ιστορία του 5ου βιβλίου των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*

3.1 Εισαγωγή 117

3.2 Η ιστορία του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα 119

3.2.1 Οι αμφιβολίες για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι και ο μετριασμός τους 119
3.2.2 Η 'συμβίωση' του Μέρους Ι με το 5ο βιβλίο του Πάππου 122
3.2.3 Ιστοριογραφικά σχόλια 125

3.3 Η ιστορία του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα 128

3.3.1 Η ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ από την Tihon 129
3.3.2 Ιστοριογραφικά σχόλια 131

4 Η παράδοση του 5ου βιβλίου του Θέωνα απο τον κώδικα *Vaticanus gr*. 198

4.1 Εισαγωγή 137

4.2 Η παράδοση του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα 138

4.3 Η παράδοση του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα 144

4.3.1 Η παράδοση του κεφαλαίου 1..... 147
4.3.2 Η παράδοση των κεφαλαίων 6-19 149

5 Το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*

5.1 Εισαγωγή 173

5.2 Η παρουσίαση του περιεχομένου του 5ου βιβλίου του Θέωνα 175

5.3 Σχόλια για τα κεφάλαια 1, 4 και 19 του 5ου βιβλίου του Θέωνα 188

5.3.1 Σχόλια για την αρχή του κεφαλαίου 1..... 188
5.3.2 Σχόλια για την εύρεση του κεφαλαίου 4 190
5.3.3 Σχόλια για το τέλος του κεφαλαίου 19 192

6 Η έκδοση του κειμένου του Θέωνα 199

Παράρτημα Α 291

Παράρτημα Β 297

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ …….. 298

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σύμφωνα με πληροφορίες που αντλούμε από τα σωζόμενα έργα του, προκύπτει ότι ο Θέων ζούσε στην Αλεξάνδρεια και η περίοδος ακμής του τοποθετείται στα έτη 364-377 μ.Χ. Τα σωζόμενα έργα του μας τον παρουσιάζουν ως εκδότη και σχολιαστή: εκδότη του Ευκλείδη (εξέδωσε τα *Στοιχεία*, τα *Δεδομένα* και ίσως τα *Οπτικά*) και σχολιαστή του Πτολεμαίου. Από τα έργα του Πτολεμαίου ο Θέων έγραψε σχόλια στη *Μαθηματική Σύνταξη* και στους *Πρόχειρους Κανόνες* (το *Μικρό Σχόλιο* και το *Μεγάλο Σχόλιο*).[1] Τα σχόλια του Θέωνα στα έργα του Πτολεμαίου έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην κατανόηση και στη μελέτη του αστρονομικού έργου του Πτολεμαίου όχι μόνο στον κόσμο της Ύστερης Αρχαιότητας αλλά επιπλέον στο Βυζάντιο, στο Ισλάμ και στην Αναγέννηση.

Τα *Σχόλια* του Θέωνα στη *Μαθηματική Σύνταξη* (*Μεγίστη*) αποτελούνται από δεκατρία βιβλία που αντιστοιχούν στα βιβλία της *Μεγίστης*. Το ενδέκατο βιβλίο είναι εντελώς χαμένο, ενώ λείπουν επίσης ορισμένα μέρη από το πέμπτο βιβλίο, καθώς και από τα βιβλία 9-10 και 12-13. Η πρώτη έκδοση (*editio princeps*) του ελληνικού κειμένου των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* έγινε μαζί με την *editio princeps* του ελληνικού κειμένου της *Μεγίστης* το 1538 στη Βασιλεία. Τα δύο έργα τυπώθηκαν στο ίδιο μεγάλου σχήματος βιβλίο, το οποίο φέρει ξεχωριστή αρίθμηση σελίδων για το καθένα. Οι εκδότες Simon Grynaeus και Joachim Camerarius χρησιμοποίησαν για την έκδοση της *Μεγίστης* τον κώδικα *Parisinus gr.* 2393 που χρονολογείται στο 1518. Για την έκδοση των *Σχολίων* του Θέωνα χρησιμοποίησαν τον κώδικα *Norimbergensis gr.* Cent. V app. 8 του 15ου αιώνα, τον οποίο είχε δωρήσει ο καρδινάλιος Βησσαρίων στον Regiomontanus.[2] Η δωρεά αυτή του Βησσαρίωνα είχε ως αποτέλεσμα να γίνει γνωστό το έργο του Θέωνα στη Δύση πριν ακόμη εκδοθεί στη Βασιλεία, και μάλιστα να βρεθεί στο επίκεντρο της εικοσαετούς πνευματικής διαμάχης ανάμεσα στον Βησσαρίωνα και τον Γεώργιο Τραπεζούντιο. Ο Τραπεζούντιος το 1451 έγραψε σε λατινική γλώσσα σχόλια στη *Μεγίστη*.[3] Ο Βησσαρίων, ο οποίος θαύμαζε τα σχόλια

---

[1] Η *Σούδα* (1928-1938, II, 702) του αποδίδει εσφαλμένα και άλλα χαμένα σήμερα έργα, ανάμεσα στα οποία και μία πραγματεία για τον επίπεδο αστρολάβο. Ορισμένοι ιστορικοί των επιστημών θεωρούν πιθανή τη συγγραφή μιας τέτοιας πραγματείας. Βλ. ενδεικτικά (Evans 1998, 156), (Neugebauer 1949, 242-243) και (Toomer 1976, 323). Πρβλ. (Knorr 1989, 699), ο οποίος θεωρεί βέβαιο ότι ο Θέων συνέθεσε μία πραγματεία για τον αστρολάβο. Η *Σούδα* μας δίνει επίσης την πληροφορία ότι ο Θέων ήταν 'μέλος' του Μουσείου της Αλεξάνδρειας. Η πληροφορία αυτή όμως έχει αμφισβητηθεί. Βλ. (Schiano 2002).

[2] Για περισσότερα σχετικά με την έκδοση της Βασιλείας βλ. (Rome 1931, v-vi) και (Heiberg 1907, xxv, lxxiii-lxxiv).

[3] Το έργο αυτό παραμένει έως σήμερα ανέκδοτο. Για περισσότερα σχετικά με το εν λόγω έργο του Τραπεζούντιου και τη διαμάχη με τον Βησσαρίωνα βλ. (Monfasani 1976, κεφ. 5 και 6). Πρβλ. (Shank 2002, 188-189).

του Θέωνα, του είχε συστήσει να τα χρησιμοποιήσει για τη συγγραφή των δικών του σχολίων, συμβουλή την οποία ο Τραπεζούντιος όχι μόνο δεν ακολούθησε, αλλά άσκησε σε αυτό του το έργο έντονη κριτική στον Θέωνα. Αυτό το γεγονός αποτέλεσε με τη σειρά του το έναυσμα για την συγγραφή εκ μέρους του Regiomontanus ενός πολύ εκτενούς έργου, αφιερωμένου στην «υπεράσπιση» του Θέωνα («Defensio Theonis contra Trapezuntium»). Το έργο αυτό του Regiomontanus δεν έχει εκδοθεί. Διασώζεται σε ένα και μοναδικό αυτόγραφο χειρόγραφο (*St. Petersburg* IV-1-935).[4] Σε ολόκληρο το έργο του ο αναγεννησιακός αστρονόμος ασκεί οξεία κριτική στον Τραπεζούντιο και παράλληλα υπερασπίζεται ένθερμα τον Θέωνα. Ο θαυμασμός του Regiomontanus στα σχόλια του Θέωνα συνοψίζεται στην ιδιόχειρη σημείωσή του, στα Ελληνικά, στο επάνω περιθώριο του folio 8r του χειρογράφου:

«ἐκ τῆς ἐξηγήσεωσ Γεργΐου τοῦ τραπεζουντΐου ὑπὲρ τῆσ μεγάλησ σϋντάξεωσ τοῦ πτολεμαίου· ὅπου θέων ὁ ἀλεξανδρεὺσ ἐξηγητὴσ ἄριστοσ ἀδΐκωσ δϊαβάλλεται».

Δεν γνωρίζουμε βέβαια τι ήταν αυτό που ο Βησσαρίων θαύμαζε στα σχόλια του Θέωνα και τι ήταν αυτό για το οποίο ο Τραπεζούντιος κατηγορούσε τον Θέωνα, και τελικά δεν γνωρίζουμε τι ήταν αυτό για το οποίο τον υπερασπιζόταν ο Regiomontanus. Το ποιος ακριβώς ήταν ο ρόλος που έπαιξαν τα σχόλια του Θέωνα στη διαμάχη ανάμεσα στους Βησσαρίωνα και Regiomontanus, από τη μία μεριά, και στον Γεώργιο Τραπεζούντιο, από την άλλη, μένει να ερευνηθεί.[5]

Μετά την έκδοση της Βασιλείας τα σχόλια του Θέωνα στη *Μεγίστη* άρχισαν να μεταφράζονται στα Λατινικά.[6]

Τρεις αιώνες μετά την έκδοση της Βασιλείας ο Nicolas Halma επιμελείται την έκδοση των δύο πρώτων βιβλίων του Θέωνα, η οποία συνοδεύεται από γαλλική μετάφραση (Halma 1821). Η έκδοση αυτή βασίστηκε στο χειρόγραφο *Par. gr.* 2398 του 15ου αιώνα. Περισσότερο από έναν αιώνα μετά την έκδοση του Halma, ο Adolphe Rome επιμελείται την κριτική έκδοση των πρώτων τεσσάρων βιβλίων του Θέωνα,

---

[4] Το χειρόγραφο αυτό φυλάσσεται στο αρχείο της ρωσικής Ακαδημίας Επιστημών και διατίθεται στο διαδίκτυο στη διεύθυνση http://regio.dartmouth.edu/about/about-project.html. Στη διεύθυνση αυτή μπορεί να βρει κανείς όχι μόνο το χειρόγραφο αλλά και μια πρώτη μεταγραφή του, καθώς και πολλά στοιχεία για το συγκεκριμένο έργο του Regiomontanus, το οποίο από το 1994 αποτελεί αντικείμενο έρευνας του ιστορικού των επιστημών Michael Shank.

[5] Η Anne Tihon, σε προσωπική επικοινωνία που είχα μαζί της, μου ανέφερε ότι ένας μαθητής της εξέτασε το δεύτερο βιβλίο των σχολίων του Τραπεζούντιου στη *Μεγίστη* και επισήμανε τις διαφωνίες που διατυπώνει σχετικά με ορισμένες υπολογιστικές τεχνικές που χρησιμοποιεί ο Θέων.

[6] Για τις λατινικές μεταφράσεις των σχολίων του Θέωνα παραπέμπω τον αναγνώστη στον A. Rome (1931, vi-vii) και (1936, lxxxi-lxxxii). Το μόνο που πρέπει να προσθέσουμε είναι ότι υπάρχει και μία ακόμη λατινική μετάφραση την οποία δεν έτυχε να γνωρίζει ο Rome, ίσως επειδή ήταν ανέκδοτη. Η μετάφραση αυτή έγινε από τον Ισπανό μαθηματικό και ανθρωπιστή Jerónimo Muñoz το διάστημα 1540-1550. Βλ. σχετικά με το θέμα αυτό (Brotóns, Galdeano 1998, 105-123).

αφού είχε ήδη κάνει το 1931 την κριτική έκδοση για τα σωζόμενα βιβλία (5 και 6) των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη*, τα οποία και απαρτίζουν τον πρώτο τόμο της τρίτομης έκδοσης του Rome. Ο δεύτερος τόμος, ο οποίος περιέχει τα βιβλία 1 και 2 των σχολίων του Θέωνα, εκδίδεται το 1936 και ο τρίτος, ο οποίος περιέχει τα βιβία 3 και 4 εκδίδεται το 1943. Για την έκδοση του τρίτου βιβλίου του Θέωνα ο Rome βασίστηκε στον κώδικα *Laurentianus Plut. gr.* 28.18 (αρχές του 9ου αι.), που είναι όχι μόνο ο αρχαιότερος κώδικας που μας παραδίδει τα βιβλία 1-4 και 6 του Θέωνα, αλλά και ο μοναδικός που διασώζει το τρίτο βιβλίο. Για την έκδοση των άλλων βιβλίων ο Rome βασίστηκε σε αρκετά χειρόγραφα που μας τα παραδίδουν.[7]

Από όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως προκύπτει το συμπέρασμα ότι ένα μεγάλο μέρος των σχολίων του Θέωνα στη *Μεγίστη* εξακολουθεί ακόμα και σήμερα να αναμένει τη σύγχρονη έκδοσή του.[8] Συνέπεια αυτού είναι ότι ακόμα και σήμερα το έργο του Θέωνα δεν έχει μελετηθεί από τους ιστορικούς της επιστήμης στην ολότητά του. Και επομένως και ο ίδιος ο ρόλος του στην ιστορία της επιστήμης δεν έχει αξιολογηθεί αντικειμενικά. Οι παραπάνω διαπιστώσεις με ώθησαν, πριν από αρκετά χρόνια, να ξεκινήσω, στο πλαίσιο αρχικά της μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας μου και στη συνέχεια της διδακτορικής διατριβής μου, τη μελέτη των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*. Η μελέτη αυτή σήμερα έχει αποδώσει τους πρώτους καρπούς, οι πιο σημαντικοί από τους οποίους είναι εκδόσεις για πρώτη φορά δύο ανέκδοτων τμημάτων των σχολίων, τα οποία – όπως εξηγείται λεπτομερώς στις σελίδες της ανά χείρας διατριβής – είναι πολύ σημαντικά για την ιστορία της αρχαίας ελληνικής επιστήμης. Πέραν αυτών, όμως, η μελέτη των σχολίων του Θέωνα έχει αναδείξει και άλλες πτυχές της επιστημονικής και πιο ειδικά της μαθηματικής δραστηριότητας στην περίοδο των ύστερων αρχαίων χρόνων. Και πρέπει να θεωρείται βέβαιο ότι θα αναδείξει στο μέλλον ακόμα περισσότερες. Ως προς αυτό δεν έχω να προσθέσω τίποτα περισσότερο σε αυτά που ο κορυφαίος ιστορικός των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών των τελευταίων χρόνων Wilbur R. Knorr (1945-1997) έγραφε στα 1990: «The astronomical commentaries, such as those of Pappus and Theon of Alexandria, include substantial mathematical material; thus, much will be learned from the treatises being edited by A. Tihon, continuing the textual efforts of A. Rome and J. Mogenet before her».[9] Η ανά χείρας διατριβή φιλοδοξεί να συμβάλει προς αυτήν την κατεύθυνση.

---

[7] Για τα χειρόγραφα στα οποία βασίστηκε η κριτική έκδοση του Rome βλ. (Rome 1931, xxi-xxiv). Για την περιγραφή του κώδικα *Laurentianus Plut. gr.* 28.18 βλ. (Rome 1938).

[8] Η έκδοση του 1538 αφενός είναι ελλιπής και αφετέρου έχει χαρακτηριστικά που την κάνουν να μοιάζει μάλλον με το χειρόγραφο το οποίο αναπαράγει παρά με μια σύγχρονη έκδοση.

[9] «Τα αστρονομικά σχόλια, όπως αυτά του Πάππου και του Θέωνα από την Αλεξάνδρεια, εμπεριέχουν ουσιαστικό μαθηματικό υλικό· έτσι, πολλά θα μαθευτούν από τις πραγματείες που εκδίδονται από την A. Tihon, η οποία συνεχίζει τις εκδοτικές προσπάθειες που έκαναν πριν από αυτήν οι A. Rome και J. Mogenet» (Knorr 1990, 214).

Τα περιεχόμενα της διατριβής

Η παρούσα διατριβή αποτελείται από δύο Μέρη. Στο Μέρος Α (Κεφάλαια 1 και 2) αναδεικνύονται δύο πτυχές του έργου του Θέωνα, στις οποίες η ιστοριογραφία της επιστήμης δεν έχει δώσει έως τώρα την προσοχή που τους αξίζει. Στο Μέρος Β (Κεφάλαια 3-6), το οποίο είναι αποκλειστικά αφιερωμένο στο 5^{ο} βιβλίο του σχολίου του Θέωνα στη *Μεγίστη*, περιγράφονται η ιστορία, ο τρόπος παράδοσης και το περιεχόμενο του συγκεκριμένου βιβλίου και, κυρίως, δημοσιεύεται για πρώτη φορά το ανέκδοτο κείμενο αυτού του βιβλίου.

Στο Κεφάλαιο 1 αποδεικνύεται ότι ο Θέων είχε μελετήσει εις βάθος τα *Αριθμητικά* του Διοφάντου και, επιπλέον, είχε αντιληφθεί την προοπτική που άνοιξε το έργο αυτό στην επίλυση προβλημάτων. Υπό το φως των στοιχείων που παρατίθενται σε αυτό το Κεφάλαιο προκύπτει επίσης ότι οι αμφιβολίες που διατυπώνονται εσχάτως από ορισμένους σύγχρονους σχολιαστές των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών αναφορικά με το εύρος της ενασχόλησης της Υπατίας, θυγατέρας του Θέωνα, με το έργο του Διοφάντου, πρέπει να αρθούν (βλ. π.χ. Acerbi 2008) και η γνωστή αναφορά που περιέχεται στη βυζαντινή εγκυκλοπαίδεια της Σούδας πρέπει να εκληφθεί περισσότερο σοβαρά υπόψη. Στην Ενότητα 1.2 τεκμηριώνεται η αναλογία που υπάρχει ανάμεσα στο λογισμό του Θέωνα με εξηκονταδικούς αριθμούς και στο λογισμό του Διοφάντου με τις δυνάμεις του αγνώστου. Αρχικά (υποενότητα 1.2.1) εξηγείται ότι ο Θέων οικειοποιείται τη θεωρία των (αλγεβρικών) ειδών του Διοφάντου και διατυπώνει μια ανάλογη θεωρία για τα εξηκονταδικά μέρη της μονάδος. Αυτό που προκύπτει είναι ότι ο Θέων αντιλαμβάνεται τα εξηκονταδικά κλάσματα κατ' αναλογία με τον τρόπο με τον οποίο ο Διόφαντος αντιλαμβάνεται τις αντίστροφες δυνάμεις του αγνώστου και εκτελεί τον πολλαπλασιασμό μεταξύ τέτοιων κλασμάτων όπως εκτελεί ο Διόφαντος τον πολλαπλασιασμό μεταξύ ειδών. Προκύπτει επίσης ότι ο Θέων κατανοεί τους εξηκονταδικούς αριθμούς ως 'πολυώνυμα', δηλ. ως συναθροίσεις ειδών. Στη συνέχεια (υποενότητα 1.2.2) δείχνουμε ότι ο Θέων κατανοεί τον πολλαπλασιασμό μεταξύ εξηκονταδικών αριθμών ως πολλαπλασιασμό μεταξύ τέτοιων 'πολυωνύμων', κατ' αναλογία με τον πολλαπλασιασμό 'πολυωνύμων' του Διοφάντου. Στην Ενότητα 1.3 εξετάζεται μία μαρτυρία που έφερε στο φως η έρευνά μας και η οποία βεβαιώνει ότι ο Θέων είχε αντιληφθεί τη δυναμική της άλγεβρας ως γενικής μεθόδου επίλυσης προβλημάτων. Πρόκειται για ένα απόσπασμα από τα ανέκδοτα σχόλια στο δέκατο τρίτο βιβλίο της *Μεγίστης*, στο οποίο ο Θέων παρουσιάζει δύο μεθόδους επίλυσης ενός προβλήματος που προέρχεται από την αστρονομία. Η μία μέθοδος είναι γεωμετρική και εξετάζεται στην υποενότητα 1.3.1, ενώ η άλλη είναι η μέθοδος του Διοφάντου, δηλαδή η άλγεβρα, και εξετάζεται στην υποενότητα 1.3.2. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε την

έκδοση του συγκεκριμένου αποσπάσματος από τα σχόλια του Θέωνα (υποενότητα 1.3.3) και ακολουθεί η εξέταση της χειρόγραφης παράδοσης του αποσπάσματος (υποενότητα 1.3.4).

Στο Κεφάλαιο 2 γίνεται προσπάθεια να αναδειχθεί μια δεύτερη πτυχή του έργου του Θέωνα, στην οποία η ιστοριογραφία, και πάλι, δεν έχει δώσει τη δέουσα σημασία. Πρόκειται για τις δύο *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδους που μας παραδίδει ο Θέων και οι οποίες εφαρμόζονται για να παρεμβληθεί μία αριθμητική τιμή σε δύο δοθείσες αριθμητικές τιμές. Τις μεθόδους αυτές τις παρουσιάζει ο Θέων με αφορμή το πρόβλημα της παρεμβολής τιμών στον πίνακα χορδών του Πτολεμαίου, αλλά τις εξετάζει διεξοδικά και σε ευρύτερο πλαίσιο. Στην Ενότητα 2.2 παρουσιάζουμε το πρόβλημα της παρεμβολής τιμών στον πίνακα χορδών της *Μεγίστης*. Στις Ενότητες 2.3 και 2.4 εξετάζονται αναλυτικά και σχολιάζονται η πρώτη και η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος, αντιστοίχως, στο πλαίσιο της παρεμβολής τιμών στον πίνακα χορδών, ενώ στην Ενότητα 2.5 γίνεται η σύγκριση των δύο μεθόδων. Τέλος, στην Ενότητα 2.6 παρουσιάζεται μέσω συγκεκριμένων παραδειγμάτων η εφαρμογή των *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδων σε ευρύτερο πλαίσιο.

Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται διεξοδικά η ιδιαίτερη ιστορία του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Η ιδιαιτερότητα έγκειται στο γεγονός ότι το συγκεκριμένο βιβλίο είναι το μοναδικό που μας παραδίδεται 'τεμαχισμένο' σε δύο μέρη (Μέρος Ι και Μέρος ΙΙ), ενώ κάθε μέρος του μας παραδίδεται με εντελώς διαφορετικό τρόπο και σε διαφορετικό χρόνο. Η Ενότητα 3.1 αφηγείται την ιστορία του Μέρους Ι. Αρχικά εξετάζονται οι αμφιβολίες που υπήρχαν για την αυθεντικότητά του και πώς αυτές αργότερα μετριάστηκαν. Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου 'συμβιώνει' με το 5ο βιβλίο των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη*, στις πηγές που μας παραδίδουν το έργο των δύο σχολιαστών. Η αφήγηση της ιστορίας του Μέρους ΙΙ, το οποίο ανακαλύφθηκε το 1987 από την Anne Tihon, γίνεται στην Ενότητα 3.3, στην οποία και προσπαθούμε να αναδείξουμε στον βαθμό που της αξίζει τη σημαντική για την ιστορία της επιστήμης ανακάλυψη.

Στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται με κάθε λεπτομέρεια ο τρόπος με τον οποίο μας παραδίδεται το 5ο βιβλίο του Θέωνα από τον κώδικα *Vaticanus gr*. 198 που είναι και ο μοναδικός κώδικας που διασώζει το Μέρος ΙΙ. Η παράδοση του Μέρους Ι και του Μέρους ΙΙ εξετάζονται, αντιστοίχως, στις Ενότητες 4.2 και 4.3. Σκοπός μας είναι να επισημάνουμε τόσο τις ιδιαιτερότητες που χαρακτηρίζουν τη χειρόγραφη παράδοση του 5ου βιβλίου του Θέωνα όσο και ορισμένα θέματα που σχετίζονται γενικότερα με τη χειρόγραφη παράδοση «επιστημονικών» ελληνικών κειμένων.

Στο Κεφάλαιο 5 εξετάζεται το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Στην Ενότητα 5.2 παρουσιάζουμε για κάθε κεφάλαιο χωριστά έναν Πίνακα, στον οποίο αποτυπώνεται η αντιστοιχία που υπάρχει ανάμεσα στις κειμενικές ενότητες της *Μεγίστης* και στις αντίστοιχες ενότητες των σχολίων του Θέωνα. Μετά από κάθε Πίνακα περιγράφεται συνοπτικά το περιεχόμενο του αντίστοιχου κεφαλαίου, καθώς επίσης και το περιεχόμενο των ενοτήτων που αποτελούν παρεκβάσεις του Θέωνα.

Σκοπός μας είναι να επισημάνουμε τα σημεία στα οποία δίνει έμφαση ο σχολιαστής και να αναδείξουμε την προσπάθεια που καταβάλλει προκειμένου να εξηγήσει ένα από τα δυσκολότερα βιβλία της *Μεγίστης*. Συγχρόνως όμως αποσκοπούμε στο να διευκολύνουμε τον αναγνώστη που θα ήθελε να μελετήσει το συγκεκριμένο βιβλίο των σχολίων του Θέωνα. Στην Ενότητα 5.3 συζητούμε τις παρατηρήσεις της Tihon για το περιεχόμενο ορισμένων κεφαλαίων του 5ου βιβλίου του Θέωνα και αφού παρουσιάσουμε την επιχειρηματολογία μας καταθέτουμε τα συμπεράσματά μας σχετικά με το περιεχόμενο των εν λόγω κεφαλαίων.

Το τελευταίο Κεφάλαιο της παρούσας διατριβής περιλαμβάνει την έκδοση του κειμένου του Θέωνα που υπάρχει μόνο στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198. Στην αρχή του κεφαλαίου παρουσιάζονται τα γενικά χαρακτηριστικά και οι ιδιαιτερότητες της γραφής του κειμένου που μας παραδίδει το χειρόγραφο. Στη συνέχεια περιγράφεται η μέθοδος της έκδοσης και παρουσιάζονται παραδείγματα μεταγραφής του κειμένου. Μετά ακολουθεί η έκδοση του κειμένου η οποία συνοδεύεται από σημειώσεις για κάθε κεφάλαιο χωριστά.

Σημείωση για τη μορφή των παραπομπών

Στην παρούσα διατριβή οι παραπομπές στην έκδοση του Rome γίνονται με το γράμμα R ακολουθούμενο από τον αριθμό του τόμου, της σελίδας, και τους αριθμούς των στίχων. Για παράδειγμα, RII.437.5–9 παραπέμπει στον δεύτερο τόμο της έκδοσης Rome, στη σελίδα 437 και στους στίχους 5–9.

Οι παραπομπές στην έκδοση της Βασιλείας γίνονται με το γράμμα B ακολουθούμενο από τον αριθμό της σελίδας και τους αριθμούς των στίχων. Για παράδειγμα, B.322.1–4 παραπέμπει στη σελίδα 322 και στους στίχους 1–4 της έκδοσης της Βασιλείας.

Με ανάλογο τρόπο γίνονται και οι παραπομπές στην έκδοση Heiberg της *Μεγίστης*. Για παράδειγμα, H2.539.1–5 παραπέμπει στη σελίδα 539 και στους στίχους 1–5 της έκδοσης του Heiberg.

ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

B Έκδοση Βασιλείας = *Claudii Ptolemaei Magnae Constructionis id est Perfectae coelestium motuum pertractationis lib. XIII. Theonis Alexandrini in eosdem commentariorum lib. XI*. Basileae, Apud Joannem Uualderum, 1538

GC A. Tihon 1991, *Le "Grand Commentaire" de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée, livres II et III*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 340)

H1 J. L. Heiberg (ed.) 1898, *Claudii Ptolemaei Syntaxis Mathematica*, pars I: *Libros I–VI*, Leipzig, Teubner. (*Claudii Ptolemaei Opera Quae Exstant Omnia*, vol. I)

H2 J. L. Heiberg (ed.) 1903, *Claudii Ptolemaei Syntaxis Mathematica*, pars II: *Libros VII– XIII*, Leipzig, Teubner. (*Claudii Ptolemaei Opera Quae Exstant Omnia*, vol. I)

PC A. Tihon 1978, *Le "Petit Commentaire" de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 282)

RI A. Rome (ed.) 1931, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Tome I: Pappus d'Alexandrie, *Commentaire sur les livres 5 et 6 de l'Almageste*, Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 54)

RII A. Rome (ed.) 1936, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Tome II: Théon d'Alexandrie, *Commentaire sur les livres 1 et 2 de l'Almageste*, Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 72)

RIII A. Rome (ed.) 1943, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Tome III: Théon d'Alexandrie, *Commentaire sur les livres 3 et 4 de l'Almageste*, Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana (Studi e Testi 106)

Μέρος Α

Κεφάλαιο 1

Ο Θέων αναγνώστης του Διοφάντου*

1.1 Εισαγωγή

Σε σύγκριση με τα έργα του Ευκλείδη, του Αρχιμήδη και του Πτολεμαίου, τα *Αριθμητικά* του Διοφάντου (3ος/4ος μ.Χ. αι.) έχουν πολύ λιγότερο αποτελέσει αντικείμενο μελέτης των ιστορικών των Μαθηματικών. Δεν είναι υπερβολή να πούμε ότι ακόμα και μέχρι πρόσφατα το έργο αυτό το είχαμε κατανοήσει σε πολύ μικρότερο βαθμό από οποιοδήποτε άλλο σημαντικό έργο των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών. Είναι αλήθεια ότι οι περιοχές των Μαθηματικών που προσήλκυαν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον των αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών ήταν η γεωμετρία, η θεωρία αριθμών και η μαθηματική αστρονομία. Κατά συνέπεια, δεν είναι παράλογο το γεγονός ότι η ιστοριογραφική έρευνα έχει εστιάσει το ενδιαφέρον της κυρίως σε έργα που πραγματεύονται θέματα από τις συγκεκριμένες περιοχές. Τα *Αριθμητικά*, κυριολεκτικά μιλώντας, δεν εντάσσονται σε καμία από αυτές τις γνωστικές περιοχές. Το ότι δεν είναι έργο γεωμετρίας ή μαθηματικής αστρονομίας είναι αυτονόητο. Δεν είναι όμως ούτε και έργο αριθμοθεωρίας. Η θεωρία αριθμών είναι ένα πεδίο των Μαθηματικών που έλκει την καταγωγή του από τη Σχολή των Πυθαγορείων και το περιεχόμενό του το αντλούμε κυρίως από τα Βιβλία VII-IX των *Στοιχείων* του Ευκλείδη, από την *Αριθμητική Εισαγωγή* του Νικομάχου του Γερασηνού καθώς και από τον κύκλο των σχολίων που συνοδεύουν αυτά τα δύο κείμενα. Τα εν λόγω έργα, όμως, διαφέρουν ριζικά από το έργο του Διοφάντου. Κατ' αρχάς έχουν διαφορετική δομή. Το έργο του Διοφάντου είναι μια συλλογή λυμένων αριθμητικών προβλημάτων, στην αρχή της οποίας υπάρχει μια εισαγωγή θεωρητικού χαρακτήρα όπου περιγράφονται με λεπτομέρεια η μέθοδος επίλυσης των προβλημάτων που ακολουθούν και τα απαιτούμενα για τον σκοπό αυτό εργαλεία.[1] Ούτε το έργο του Ευκλείδη ούτε εκείνο του Νικομάχου έχουν παρόμοια δομή.[2] Πέραν τούτου, τα έργα του Ευκλείδη και του

---

* Το κείμενο του παρόντος κεφαλαίου έχει δημοσιευθεί στην εργασία (Σκούρα, Χριστιανίδης 2014).

[1] Ο χαρακτήρας του έργου του Διοφάντου συζητείται λεπτομερώς σε μια σειρά πρόσφατων δημοσιεύσεων, βλ. λ.χ. (Christianidis 2007), (Christianidis, Oaks, 2013).

[2] Αντίθετα, δομή παρόμοια με αυτή των *Αριθμητικών* του Διοφάντου ξανασυναντούμε αρκετούς αιώνες αργότερα στην *Άλγεβρα* του al-Khwārizmī και σε πολλά άλλα έργα Αράβων αλγεβριστών του μεσαίωνα. Όπως το έργο του Διοφάντου, έτσι και αυτά τα έργα είναι συλλογές λυμένων προβλημάτων – που ως επί το πλείστον επιλύονται με τη μέθοδο της άλγεβρας – με ένα πρώτο μέρος θεωρητικού χαρακτήρα που περιέχει το υλικό που πρέπει κανείς να γνωρίζει για να λύνει προβλήματα με τη μέθοδο της άλγεβρας. Στην περίπτωση της

Νικομάχου έχουν ως αντικείμενο, κατά βάση, τη μελέτη των ιδιοτήτων των αριθμών και των μεταξύ τους λόγων καθώς και την ταξινόμηση αριθμών και λόγων με βάση τις ιδιότητες αυτές. Υπό μία έννοια, δηλαδή, τα έργα αυτά εστιάζουν όχι στα αντικείμενα που είναι φορείς ιδιοτήτων – δηλαδή στους φυσικούς αριθμούς και τους λόγους – αλλά στις ιδιότητες. Στο έργο του Διοφάντου, αντίθετα, προτείνονται συνδυασμοί ιδιοτήτων (αυτό είναι το νόημα των εκφωνήσεων των προβλημάτων των *Αριθμητικών*) και ζητούνται τα αντικείμενα, δηλαδή οι αριθμοί, ακέραιοι ή κλασματικοί, που «υποστασιοποιούν» αυτές τις ιδιότητες.[3]

Από την άλλη πλευρά, το να περιοριστούμε στην τετριμμένη παρατήρηση ότι τα *Αριθμητικά* ανήκουν στην παράδοση των έργων που έχουν τη μορφή «σειράς προβλημάτων» δεν αρκεί για να ερμηνεύσουμε το εγχείρημα του Διοφάντου και να το τοποθετήσουμε στην ιστορική του θέση. Στην αρχαιότητα συναντούμε συχνά τέτοιου είδους μαθηματικά κείμενα, δηλαδή συλλογές προβλημάτων, κυρίως σε παραδόσεις

Άλγεβρας του al-Khwārizmī, στο καλύτερο σωζόμενο χειρόγραφό της (Oxford, Bodleian I CMXVIII, *Hunt*. 214/I, ff. 1–34) τα λυμένα προβλήματα καλύπτουν τα ff. 8r–34r ενώ το θεωρητικό μέρος καλύπτει μόλις τα ff. 1v–7v. Δηλαδή σχεδόν το 80% του έργου του al-Khwārizmī περιέχει προβλήματα και τις λύσεις τους. Τα παραπάνω στοιχεία έχουν αντληθεί από την ανακοίνωση του Jeffrey Oaks «Early Arabic algebra: a practical technique from an oral tradition or a science invented by al-Khwārizmī?» σε ημερίδα με θέμα «Le rôle des séries de problèmes dans la constitution de champs scientifiques» (Παρίσι, 17/6/2013). Είναι περιττό να πούμε ότι τα στοιχεία που παραθέτει ο Oaks καταρρίπτουν κάθε απόπειρα να ερμηνευθεί το έργο του al-Khwārizmī ως έργο θεωρίας και να παρουσιαστεί ο ίδιος ο al-Khwārizmī ως ένας οραματιστής μαθηματικός (κάτι σαν άλλος Viète ή άλλος Descartes, του μεσαίωνα αυτή τη φορά!) που συνέλαβε τάχα το σχέδιο να δημιουργήσει έναν νέο μαθηματικό κλάδο, την Άλγεβρα! (Τέτοιες αβάσιμες θέσεις διατυπώνει συνεχώς στις εργασίες του ο προβεβλημένος ιστορικός της αραβικής επιστήμης Roshdi Rashed· βλ. λ.χ. (Rashed 2007).

[3] Η διαφοροποίηση στην έμφαση που δίνεται ανάμεσα στα μαθηματικά αντικείμενα, αφενός, και στις ιδιότητες, αφετέρου, παραπέμπει στη διάκριση μεταξύ προβλημάτων και θεωρημάτων, όπως αυτή συζητείται από τον Πρόκλο στα *Σχόλια* στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Πιο συγκεκριμένα εκεί συναντούμε την ακόλουθη περιγραφή της διάκρισης θεωρήματος-προβλήματος: «Οι οπαδοί του Ζηνόδοτου από την άλλη, ο οποίος ήταν μεν μαθητής του Άνδρωνος αλλά <είναι πιο σωστό να> τον συμπεριλαμβάνουμε στους διαδόχους του Οινοπίδη, διέκριναν το θεώρημα από το πρόβλημα από την άποψη ότι, το μεν θεώρημα ζητεί ποια είναι η ιδιότητα που κατηγορείται στα αντικείμενα που αποτελούν την ύλη του, ενώ το πρόβλημα <ζητεί> σε ποια αντικείμενα αναφέρεται κάποια ιδιότητα». (Οἱ δὲ περὶ Ζηνόδοτον τὸν προσήκοντα μὲν τῇ Οἰνοπίδου διαδοχῇ, τῶν μαθητῶν δὲ Ἄνδρωνος, διώριζον τὸ θεώρημα τοῦ προβλήματος, ᾗ τὸ μὲν θεώρημα ζητεῖ, τί ἐστι τὸ σύμπτωμα τὸ κατηγορούμενον τῆς ἐν αὐτῷ ὕλης, τὸ δὲ πρόβλημα, τίνος ὄντος τί ἐστιν. Βλ. (Proclus 1873, 80.15–20.) Τα έργα του Ευκλείδη και του Νικομάχου είναι έργα που περιέχουν κυρίως θεωρήματα ενώ το έργο του Διοφάντου περιέχει προβλήματα. Περισσότερα σχετικά με το θέμα αυτό μπορεί να βρει κανείς στο (Christianidis 2015). Πάντως, ειδικά όσον αφορά στην *Αριθμητική Εισαγωγή* του Νικομάχου, πιθανολογείται βάσιμα ότι στις προθέσεις του συγγραφέα ήταν η σύνθεση ενός έργου που θα εξέθετε, ασφαλώς, τις ιδιότητες των αριθμών και τις μεταξύ τους σχέσεις, και θα ταξινομούσε τους αριθμούς σε είδη, αλλά συγχρόνως θα ήταν χρήσιμο και στην επίλυση αριθμητικών προβλημάτων. Αυτή η τελευταία διάσταση είναι ευδιάκριτα αποτυπωμένη στη μορφή του κειμένου του Νικομάχου, όπως προκύπτει από τη μελέτη (Μεγρέμη, Χριστιανίδης 2014, 53-86).

όπως είναι η λογιστική και η μετρητική. Τα *Μετρικά* του Ήρωνα του Αλεξανδρινού και τα έργα που ανήκουν στο λεγόμενο *corpus agrimensorum* γενικότερα, είναι παραδείγματα τέτοιων έργων. Μολονότι τα έργα αυτών των παραδόσεων έχουν, όπως και τα *Αριθμητικά,* τη δομή συλλογής λυμένων προβλημάτων, στα περισσότερα χρησιμοποιείται μια ποικιλία μεθόδων επίλυσης και σκοπός των έργων είναι, ακριβώς, να διδάξουν τη χρήση όλων αυτών των μεθόδων. Τέτοιες μέθοδοι είναι η μέθοδος των τριών, η ψευδής παραδοχή, η διπλή ψευδής παραδοχή, ο αριθμητικός λογισμός, ο 'επιλογισμός', η ανάλυση και σύνθεση κ.ά. Ας σημειώσουμε ότι σε κανένα από τα σωζόμενα κείμενα αυτών των παραδόσεων δεν χρησιμοποιείται η άλγεβρα ως μέθοδος επίλυσης. Η πραγματεία του Διοφάντου διαφοροποιείται από τα έργα των εν λόγω παραδόσεων διότι σε αυτήν όλα τα προβλήματα επιλύονται με μία και την αυτή μέθοδο: την άλγεβρα. Και ο σκοπός του έργου είναι, ακριβώς, να διδάξει όχι γενικώς μεθόδους επίλυσης αλλά ειδικώς *τη χρήση της άλγεβρας* στην επίλυση προβλημάτων. Είναι, μάλιστα, το πρώτο έργο που διασώζεται στην ιστορία των Μαθηματικών, στο οποίο διδάσκεται η χρήση της άλγεβρας στην επίλυση προβλημάτων. Με το έργο του Διοφάντου, στην πραγματικότητα, εισάγεται στην ιστορία των Μαθηματικών η χρήση της άλγεβρας ως μεθόδου επίλυσης προβλημάτων. Υπ' αυτήν την έννοια τα *Αριθμητικά* διαφοροποιούνται σαφώς από τις συλλογές προβλημάτων της λογιστικής και της μετρητικής παράδοσης. Αν και μοιάζουν από την άποψη της δομής με αυτά τα έργα, διαφέρουν καθοριστικά στο περιεχόμενο, δηλαδή στη μέθοδο που χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων, καθώς και στη στόχευση.

Το εγχείρημα της χρήσης της άλγεβρας στην επίλυση προβλημάτων δεν τεκμηριώνεται, με βάση τα στοιχεία που διαθέτουμε, σε εποχές προ του Διοφάντου, ούτε στα Ελληνικά Μαθηματικά ούτε σε άλλες αρχαίες μαθηματικές παραδόσεις. Το πιο πιθανό είναι η άλγεβρα να επινοήθηκε την εποχή του Διοφάντου, είτε από τον ίδιο τον Διόφαντο είτε, ευρύτερα, από κύκλους της σχολής της Αλεξάνδρειας (που ενδεχομένως συνδέονταν με τον Διόφαντο). Είναι πιθανό, επίσης, τον καιρό που ο Διόφαντος έγραφε τα *Αριθμητικά,* να υπήρχαν ήδη στην Αλεξάνδρεια ειδικοί που ασκούσαν στην πράξη την τέχνη της άλγεβρας για την επίλυση προβλημάτων. Αυτό προκύπτει όχι μόνο από την αναφορά που κάνει στην αρχή του έργου του ο Διόφαντος σε κάποιον Διονύσιο, ο οποίος είχε μεγάλο ζήλο να μάθει τη νέα μέθοδο επίλυσης προβλημάτων, αλλά κυρίως από τη μορφή της εισαγωγής των *Αριθμητικών*.

Η εισαγωγή των *Αριθμητικών* δεν έχει τη μορφή επιστολής με βιογραφικές πληροφορίες για τον συγγραφέα – σαν τους προλόγους που γνωρίζουμε από τα έργα του Αρχιμήδη, του Απολλωνίου κ.ά. Είναι ένα κείμενο με καθαρά τεχνικό περιεχόμενο, χωρίς καθόλου αυτοβιογραφικά στοιχεία. Κείμενο τέτοιου είδους δεν γράφεται για να διαβαστεί από έναν μεμονωμένο αναγνώστη, εν προκειμένω τον Διονύσιο, τον οποίο προσφωνεί ο Διόφαντος. Εύλογα, λοιπόν, μπορούμε να εικάσουμε ότι υπήρχε ήδη, ή ήταν υπό διαμόρφωση την εποχή της συγγραφής των *Αριθμητικών* ένα ακροατήριο και σε αυτό απευθύνεται ο Διόφαντος με το έργο του.

Το παραπάνω συμπέρασμα, όσο εύλογο και αν είναι, δεν παύει να αποτελεί εικασία. Αυτό που δεν είναι εικασία και προκύπτει από τα πραγματολογικά δεδομένα που

έχουμε στη διάθεσή μας είναι, όπως προαναφέραμε, ότι τα *Αριθμητικά* αποτελούν την αρχαιότερη σωζόμενη γραπτή πραγματεία στην ιστορία των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών – στην πραγματικότητα, στην ιστορία των Μαθηματικών γενικότερα – στην οποία εκτίθεται συστηματικά η άλγεβρα ως μέθοδος επίλυσης προβλημάτων. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με το ότι ο Διόφαντος έζησε στην τελευταία περίοδο της ιστορίας των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών εξηγεί γιατί η άλγεβρα, στην πράξη, δεν εντάχθηκε ποτέ πλήρως στο σώμα των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών. Γι' αυτό και δεν έχουμε σχεδόν καθόλου αρχαία σχόλια στο έργο του Διοφάντου, και δεν γνωρίζουμε παρά ελάχιστους μαθηματικούς και λογίους από τον ελληνικό κόσμο της Ύστερης Αρχαιότητας που εργάστηκαν ή, τουλάχιστον, κάνουν αναφορές στον Διόφαντο και το έργο του. Ο Διόφαντος εμφανίζεται, τρόπον τινά, στην ιστορία των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών ως ένα «ιδιάζον σημείο», ως μεμονωμένη περίπτωση. Η νέα μέθοδος επίλυσης προβλημάτων που εισήγαγε το έργο του έμελλε, στην πράξη, να καρποφορήσει πλήρως και να ξεδιπλώσει όλη της τη δυναμική σε ένα νέο πολιτισμικό περιβάλλον, στον Ισλαμικό Κόσμο, οι λόγιοι του οποίου, στο πεδίο των Μαθηματικών, ήταν μαθητές και διάδοχοι των αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών.

Η «μόνη γνωστή αρχαία σχολιαστής του Διοφάντου» είναι η Υπατία. Η ρήση είναι των Alan Cameron και Jacqueline Long (1993, 48) και αντιπροσωπεύει πιστά την κρατούσα ιστοριογραφική άποψη για την τύχη του εγχειρήματος του Διοφάντου στον ελληνικό κόσμο της Ύστερης Αρχαιότητας στις γενιές που ακολούθησαν μετά τον θάνατό του. Για το θέμα του σχολίου της Υπατίας στον Διόφαντο έχει αναπτυχθεί μια αξιόλογη βιβλιογραφία, στην οποία δεν θα αναφερθούμε εδώ.[4] Προκαλεί εντύπωση, ωστόσο, η σχεδόν παντελής απουσία στην ιστοριογραφία οποιασδήποτε αναφοράς στην ενασχόληση του Θέωνα με τον Διόφαντο. Και αυτό, παρά το γεγονός ότι σήμερα πια γνωρίζουμε όχι μόνο ότι ο Θέων και η Υπατία είχαν κοινά επιστημονικά ενδιαφέροντα αλλά και ότι συνεργάζονταν στενά στην υλοποίησή τους.[5] Και, επίσης, παρά το γεγονός ότι ο Paul Tannery είχε ήδη από το 1895 δημοσιεύσει στον δεύτερο τόμο των *Απάντων* του Διοφάντου μία μικρή περικοπή από τα σχόλια στο πρώτο βιβλίο της *Μαθηματικής σύνταξης* του Πτολεμαίου, όπου ο Θέων αναφέρεται στον Διόφαντο.[6] Παρά ταύτα, πουθενά στην ιστοριογραφία των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών δεν συζητείται η ουσιαστική ενασχόληση του Θέωνα με το έργο του Διοφάντου. Ενδεικτικό είναι το γεγονός ότι από το λήμμα «Theon of Alexandria» του *Dictionary of Scientific Biography* η λέξη «Διόφαντος» απουσιάζει τελείως (Toomer 1976).

Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι να αναδείξει ένα γεγονός στο οποίο η παραδοσιακή ιστοριογραφία δεν έδωσε σημασία. Θα δείξουμε ότι ο Θέων όχι μόνο μελέτησε εις βάθος τα *Αριθμητικά* αλλά, επιπλέον, ότι είχε αντιληφθεί την προοπτική

---

[4] Για μια πρόσφατη επισκόπηση βλ. το λήμμα «Hypatia» στο (Acerbi 2008).

[5] Βλ. ενδεικτικά: (Cameron, Long 1993, 39–62)· (Cameron 1990)· (Jones 1999a).

[6] (Tannery 1895, 35–36). Το πλήρες κείμενο από το οποίο προέρχεται η περικοπή που δημοσίευσε ο Tannery περιέχεται στο (Rome 1936, 452.1–462.17).

που άνοιξε το έργο του Διοφάντου στην επίλυση προβλημάτων. Θα υποστηρίξουμε, με άλλα λόγια, ότι ο Θέων είχε αντιληφθεί τη δυναμική της άλγεβρας ως γενικής μεθόδου επίλυσης προβλημάτων, και μάλιστα όχι μόνο αριθμητικών προβλημάτων αλλά και προβλημάτων που προέρχονται από τη γεωμετρία και την αστρονομία. Το κεφάλαιο περιλαμβάνει δύο Ενότητες. Στην Ενότητα 1.2 μελετάμε την ενότητα των σχολίων του Θέωνα από την οποία προέρχεται η περικοπή που έχει δημοσιεύσει ο Tannery και αποδεικνύουμε ότι το κείμενο του Θέωνα φανερώνει μια εξοικείωση με το έργο του Διοφάντου πολύ βαθύτερη από ό,τι ξέραμε ως τώρα βασιζόμενοι στις εργασίες των Tannery και Heath. Στην Ενότητα 1.3 συζητάμε ένα απόσπασμα από τα ανέκδοτα σχόλια του Θέωνα στο δέκατο τρίτο βιβλίο της *Μεγίστης*, στο οποίο ο Αλεξανδρινός λόγιος επιλύει ένα γεωμετρικό πρόβλημα προερχόμενο από την αστρονομία, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Διοφάντου, δηλαδή την άλγεβρα.[7] Η σπουδαιότητα του κειμένου αυτού είναι μεγάλη από πολλές απόψεις: για την πρώιμη ιστορία της άλγεβρας, για την ιστορία της μετάδοσης του έργου του Διοφάντου, για τον ρόλο που έπαιξαν τα *Αριθμητικά* στη συγκρότηση – αρχικά στην Αλεξάνδρεια και, ενδεχομένως, σε λίγες ακόμα μεγάλες πόλεις του κόσμου της Ύστερης Αρχαιότητας – μιας κοινότητας ειδικών, που ασκούσαν την άλγεβρα στην επίλυση προβλημάτων, και στη διάχυση αυτής της ειδημοσύνης στον ευρύτερο μεσογειακό κόσμο κατά τους αιώνες που ακολούθησαν.

1.2 Ο λογισμός με εξηκονταδικούς αριθμούς και η αναλογία με τον λογισμό του Διοφάντου με δυνάμεις του αγνώστου

Αποτιμώντας το έργο του Θέωνα, η παραδοσιακή ιστοριογραφία αναγνωρίζει ως μόνες συνεισφορές του στην ιστορία των Μαθηματικών τις ιστορικές πληροφορίες που μας δίνει για χαμένα σήμερα έργα Μαθηματικών και Αστρονομίας (όπως του Ζηνοδώρου και του Μενελάου), αφενός, και τα παραδείγματα που εκθέτει για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων στο εξηκονταδικό σύστημα, αφετέρου. Επ' αυτού παρατηρείται ευρύτατη σύγκλιση απόψεων, η οποία γίνεται αμέσως αντιληπτή από τη μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας. Πράγματι, υπάρχουν πολλοί ιστορικοί της αρχαίας επιστήμης που εκφράζουν ρητά την άποψη αυτή. Για παράδειγμα ο T. L. Heath αναφέρει: «Το σχόλιο αυτό [δηλ. το σχόλιο του Θέωνα στη *Μεγίστη*] δεν μας βοηθά να διαμορφώσουμε για τον Θέωνα τη γνώμη <ότι πρόκειται> περί ενός μαθηματικού υψηλού διαμετρήματος, ωστόσο είναι πολύτιμο για τις διάφορες ιστορικές σημειώσεις που περιέχει, ενώ είμαστε υπόχρεοι σε αυτό για τη χρήσιμη έκθεση της ελληνικής μεθόδου εκτέλεσης πράξεων με εξηκονταδικά κλάσματα, η οποία επεξηγείται με

[7] Το κείμενο δημοσιεύθηκε πρόσφατα στην εργασία (Christianidis, Skoura 2013).

παραδείγματα πολλαπλασιασμού, διαίρεσης και εξαγωγής της τετραγωνικής ρίζας μη τελείου τετραγώνου μέσω προσέγγισης» (Heath 1921, ii, 256). Μισόν αιώνα αργότερα η αποτίμηση αυτή δεν έχει αλλάξει ούτε κατ' ελάχιστο, όπως διαπιστώνουμε και πάλι από το λήμμα του G. J. Toomer στο *Dictionary of Scientific Biography*: «Τα μέρη από τα έργα του <Θέωνα> που παρουσιάζουν για τον σύγχρονο αναγνώστη το μεγαλύτερο ενδιαφέρον είναι, πέρα από τις σποραδικές ιστορικές πληροφορίες, τα παραδείγματα υπολογισμών στα σχόλιά του. Το να δούμε πώς έκαναν οι αρχαίοι Έλληνες υπολογισμούς στο εξηκονταδικό σύστημα είναι ένα θέμα που παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον. (Ο Θέων έδωσε παραδείγματα εξαγωγής τετραγωνικής ρίζας, καθώς και πολλαπλασιασμού και διαίρεσης)» (Toomer 1976, 323).

Στην περικοπή από τα σχόλια του Θέωνα στο πρώτο βιβλίο της *Μεγίστης* που δημοσίευσε ο Tannery το 1895 – και την οποία είχε υπ' όψιν του ο Heath όταν το 1921 διατύπωνε την άποψη που προαναφέρθηκε – ο Θέων παραθέτει αυτολεξεί ένα χωρίο από τα *Αριθμητικά* του Διοφάντου. Γράφει: «καθ' ἃ καὶ Διόφαντός φησιν· τῆς γὰρ μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης πάντοτε, τὸ πολλαπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ' αὐτὴν αὐτὸ εἶδος ἔσται· τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἡ μοῖρα ἐφ' ὃ δ' ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ αὐτὸ τὸ εἶδος φυλάττει» (RII.453.4–7, Tannery 1895, 35.8–13). Στην ίδια περικοπή το όνομα του Διοφάντου μνημονεύεται και δεύτερη φορά: «ὅνπερ γὰρ πάλιν τρόπον κατὰ Διόφαντον ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς τῶν μερῶν τῆς μονάδος ἑτεροιοῦται τὰ εἴδη, …, τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἐνταῦθα τὰ μέρη τῆς μοίρας ἑτεροιοῖ τὰ εἴδη» (RII.453.11–15, Tannery 1895, 35.18–36.1). Και ποιο είναι το συμπέρασμα που εξήγαγε ο Heath από τα εδάφια αυτά; Γράφει: «Κατά σύμπτωση, ένα παράθεμα από τον Διόφαντο παρέχει ένα κατώτερο όριο για τη χρονολόγηση των *Αριθμητικών*» (Heath 1921, ii, 527). Για τον Heath, δηλαδή, και εξαιτίας του για όλη τη μετέπειτα ιστοριογραφία, το μόνο συμπέρασμα που προκύπτει από τα παραπάνω εδάφια είναι ότι η αναφορά του ονόματος του Διοφάντου σε αυτά αποδεικνύει ότι … ο Διόφαντος δεν ήταν μεταγενέστερος του Θέωνα! Κανείς δεν έδωσε σημασία στις συνεχείς αναφορές που κάνει ο Θέων στον διοφαντικό όρο «εἴδη» που περιέχει η περικοπή που δημοσίευσε ο Tannery. Μια προσεκτική ανάγνωση του σχολίου του Θέωνα από το οποίο προέρχεται η περικοπή αυτή, αποκαλύπτει, ωστόσο, κάτι πολύ σπουδαιότερο από την απλή μνεία του ονόματος του Διοφάντου, στην οποία και εστίασε η ιστοριογραφία. Αποκαλύπτει την αναλογία που υπάρχει ανάμεσα στον λογισμό του Θέωνα με εξηκονταδικούς αριθμούς και στον λογισμό του Διοφάντου με τις δυνάμεις του αγνώστου.

Στη συνέχεια θα δείξουμε πώς τεκμηριώνεται αυτή η αναλογία.

Ο Διόφαντος στα *Αριθμητικά* χρησιμοποιεί ευρέως τον όρο «εἶδος» και μάλιστα όχι πάντοτε με το ίδιο τεχνικό περιεχόμενο. Για παράδειγμα χαρακτηρίζει ως «εἴδη» τις δυνάμεις του αγνώστου (ἀριθμός (x), δύναμις (x^2), κύβος (x^3), δυναμοδύναμις (x^4), δυναμόκυβος (x^5), κυβόκυβος (x^6)) και τις αντίστροφες δυνάμεις (ἀριθμοστόν (x^{-1}), δυναμοστόν (x^{-2}), κυβοστόν (x^{-3}), δυναμοδυναμοστόν (x^{-4}) κ.λπ.) – και αυτή είναι η τεχνική χρήση του όρου – αλλά τον όρο «εἶδος» τον χρησιμοποιεί ακόμα για να χαρακτηρίσει π.χ. τη «διπλοϊσότητα». Από την άλλη, τις δυνάμεις του αγνώστου τις περιγράφει και με άλλους τρόπους, π.χ. τις αναφέρει ως «επωνυμίες» και ως «στοιχεία

της αριθμητικής θεωρίας». Με την τεχνική σημασία ο όρος «εἶδος» δηλώνει αλγεβρικές οντότητες (‘μονώνυμα’ και ‘πολυώνυμα’) και ο λογισμός με «εἴδη» είναι ο αλγεβρικός λογισμός με τέτοιες οντότητες.[8] Τον λογισμό αυτό ο Διόφαντος τον εκθέτει με μεγάλη λεπτομέρεια στον πρόλογο των *Αριθμητικών*.

Οι εξηκονταδικοί αριθμοί, από την άλλη, εμπλέκονται στη συζήτηση εξαιτίας του γεγονότος ότι τους χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος στη *Μεγίστη*. Πράγματι ο Πτολεμαίος δηλώνει στο πρώτο βιβλίο της *Μεγίστης*, και συγκεκριμένα στην αρχή του δεκάτου κεφαλαίου, που φέρει τον τίτλο «Περὶ τῆς πηλικότητος τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν», ότι στους αριθμητικούς υπολογισμούς θα χρησιμοποιεί εξηκονταδικά κλάσματα, διότι τα θεωρεί πιο εύχρηστα από τα κοινά κλάσματα.[9] Οι εξηκονταδικοί αριθμοί που συναντούμε στη *Μεγίστη* αποτελούνται από μονάδες (στο δεκαδικό σύστημα) και υποδιαιρέσεις της μονάδας στο εξηκονταδικό σύστημα (πρώτα εξηκοστά, δεύτερα εξηκοστά κ.ο.κ.).[10] Σε όλη τη *Μεγίστη*, ο Πτολεμαίος κάνει πολλούς υπολογισμούς, στους οποίους εμπλέκονται πράξεις με τέτοιους αριθμούς, χωρίς όμως να εξηγεί πουθενά πώς γίνονται αυτές οι πράξεις. Κάθε φορά απλώς παρουσιάζει τα αποτελέσματά τους. Φαίνεται ότι προϋποθέτει πως ο αναγνώστης του ήταν εξοικειωμένος με τις τεχνικές όλων των πράξεων που απαιτούνται για να γίνουν οι διάφοροι αριθμητικοί υπολογισμοί. Βέβαια, η πρόσθεση και η αφαίρεση στο εξηκονταδικό σύστημα δεν παρουσιάζουν δυσκολία. Γίνονται όπως και στο δεκαδικό σύστημα, αρκεί να έχουμε κατά νου ότι η βάση είναι το 60. Όμως, ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση δεν γίνονται τόσο απλά. Απαιτείται η γνώση της ανάλογης τεχνικής, αλλά επιπλέον, *απαιτείται να γνωρίζουμε τι τάξεως εξηκοστά προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση ανάμεσα στη μονάδα και στα διαφόρων τάξεων εξηκοστά*

---

[8] Οι όροι «μονώνυμο» και «πολυώνυμο» είναι όροι της μοντέρνας άλγεβρας. Παρ’ όλα αυτά τους χρησιμοποιούμε (θέτοντάς τους εντός εισαγωγικών) αποδίδοντας στις λέξεις την κυριολεκτική σημασία τους, δηλ. «<αποτελούμενο> από ένα μόνο όνομα» (μονώνυμο) και «<αποτελούμενο> από πολλά ονόματα» (πολυώνυμο). Για αυτή τη λεπτή αλλά θεμελιώδους σημασίας εννοιολογική διάκριση βλ. (Oaks 2009), (Christianidis, Oaks 2013).

[9] «καθόλου μέντοι χρησόμεθα ταῖς τῶν ἀριθμῶν ἐφόδοις κατὰ τὸν τῆς ἑξηκοντάδος τρόπον διὰ τὸ δύσχρηστον τῶν μοριασμῶν» (H1.32.3–5). Λέγοντας κοινά κλάσματα εννοούμε τα «μόρια» ($\frac{1}{n}$) ή πλήθη μορίων (m αντίτυπα του $\frac{1}{n}$) και όχι τους ρητούς αριθμούς $\frac{m}{n}$.

[10] Ο Πτολεμαίος χρησιμοποιεί ένα υβριδικό, τρόπον τινά, σύστημα για να εκφράσει τους αριθμούς που αποτελούνται από ακέραιο και από κλασματικό μέρος: το ακέραιο μέρος το εκφράζει στο δεκαδικό σύστημα ενώ τα κλάσματα τα εκφράζει στο εξηκονταδικό σύστημα. Δηλαδή, η μονάδα χωρίζεται σε 60 μέρη (πρώτα εξηκοστά), κάθε πρώτο εξηκοστό χωρίζεται πάλι σε 60 μέρη (δεύτερα εξηκοστά) κ.ο.κ. Για παράδειγμα, ο αριθμός λζ δ΄ νε΄΄ (37 4΄ 55΄΄) δηλώνει 37 μονάδες, 4 εξηκοστά της μονάδας, 55 εξηκοστά του εξηκοστού της μονάδας (δηλ.: 37 μονάδες, 4 πρώτα εξηκοστά, 55 δεύτερα εξηκοστά). Για λόγους ευκολίας θα ονομάζουμε εξηκονταδικούς αριθμούς όχι μόνο αυτούς που αποτελούνται αποκλειστικά από εξηκονταδικά κλάσματα αλλά και τους «υβριδικούς» αριθμούς, δηλαδή αυτούς που αποτελούνται από ακέραιες μονάδες του δεκαδικού συστήματος και από εξηκονταδικά κλάσματα.

καθώς και ανάμεσα στα διαφόρων τάξεων εξηκοστά.[11] Για τα θέματα αυτά μιλά ο Θέων στα σχόλιά του στη *Μεγίστη* και, όπως προκύπτει, ο τρόπος με τον οποίο τα πραγματεύεται είναι βαθειά επηρεασμένος από τον Διόφαντο. Συγκεκριμένα, όπως θα δούμε, ο Θέων κατανοεί τους εξηκονταδικούς αριθμούς ως 'πολυώνυμα', δηλ. ως συναθροίσεις ειδών[12], και τις πράξεις που γίνονται μεταξύ τέτοιων αριθμών τις κατανοεί ως πράξεις μεταξύ τέτοιων 'πολυωνύμων', κατ' αναλογία με τα είδη του Διοφάντου και τον λογισμό τους.

Για να διευκολυνθούμε στα επόμενα, θα εισαγάγουμε έναν εύχρηστο συμβολισμό για να παριστάνουμε τα διοφαντικά 'πολυώνυμα' και τους εξηκονταδικούς αριθμούς. Ένα παράδειγμα διοφαντικού 'πολυωνύμου' είναι, π.χ., «δυνάμεις 2, ἀριθμοὶ 3, μονάδες 5, ἀριθμοστὰ 4», το οποίο μπορεί να εμφανίζεται και ως «δυνάμεις 2 καὶ ἀριθμοὶ 3 καὶ μονάδες 5 καὶ ἀριθμοστὰ 4». Το 'πολυώνυμο' αυτό θα το γράφουμε με τη σύγχρονη γραφή, $2x^2 + 3x + 5 + 4x^{-1}$, έχοντας όμως κατά νου, πρώτον, ότι το σύμβολο «+» δεν δηλώνει πρόσθεση αλλά αντικαθιστά τον συμπλεκτικό σύνδεσμο «καὶ» και, δεύτερον, ότι η γραφή «3x», για παράδειγμα, δεν δηλώνει πολλαπλασιασμό, όπως είναι φανερό από τον πληθυντικό αριθμό «ἀριθμοὶ 3» του κειμένου.[13] Όσον αφορά στους εξηκονταδικούς αριθμούς θα χρησιμοποιούμε το σύμβολο $E^{(n)}$ για να δηλώνουμε το εξηκοστό μέρος *n*-τάξης της μονάδας (ή της μοίρας), ενώ το γράμμα M θα δηλώνει την ίδια τη μονάδα (ή τη μοίρα). Έτσι, το πρώτο εξηκοστό της μονάδας θα γράφεται $E^{(1)}$, το δεύτερο εξηκοστό θα γράφεται $E^{(2)}$ κ.ο.κ., ενώ η μονάδα (ή μοίρα) όπως είπαμε θα γράφεται M. Τα 4 πρώτα εξηκοστά της μονάδας θα γράφονται $4E^{(1)}$, ενώ το 1 τρίτο εξηκοστό της μονάδας θα γράφεται $1E^{(3)}$. Έτσι, ένας εξηκονταδικός αριθμός όπως ο (43 μοίρες, 2 πρώτα εξηκοστά, 25 δεύτερα εξηκοστά) θα γράφεται ($43M + 2E^{(1)} + 25E^{(2)}$) ή πιο απλά ($43M, 2E^{(1)}, 25E^{(2)}$).

1.2.1 *Η θεωρία περί ειδών του Θέωνα και η αντιστοιχία με τη θεωρία του Διοφάντου*

Οι αριθμοί που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος περιέχουν, όπως αναφέρθηκε, εξηκοστά διαφόρων τάξεων,[14] και ο Θέων επισημαίνει στο σχόλιό του τη χρήση από τον

---

[11] Χρησιμοποιούμε τον όρο «τάξη» για να δηλώσουμε το είδος των εξηκοστών. Δηλαδή, η τάξη των πρώτων εξηκοστών είναι ο αριθμός 1, των δεύτερων εξηκοστών ο αριθμός 2 κ.ο.κ. Ο όρος «τάξη» δεν απαντά στα κείμενα του Πτολεμαίου και του Θέωνα.

[12] Χρησιμοποιούμε τη λέξη «συνάθροιση» (συνάθροισμα/συναθροισμός) ως συνώνυμη της λέξης «συλλογή», «λίστα», ή «κατάλογος» και όχι ως συνώνυμη της λέξης «άθροισμα». Ένα 'πολυώνυμο' του Διοφάντου είναι μια λίστα από «είδη». Κατ' αντιστοιχία, ένας εξηκονταδικός αριθμός εκλαμβάνεται ως μια λίστα μονάδων (ή μοιρών) και εξηκοστών διαφόρων τάξεων.

[13] Περισσότερα για αυτές τις λεπτές εννοιολογικές αποχρώσεις που διαφοροποιούν ριζικά το διοφαντικό 'πολυώνυμο' από το μοντέρνο πολυώνυμο θα βρει κανείς στις εργασίες που μνημονεύσαμε στην υποσημείωση 8.

[14] Στη *Μεγίστη* συναντάμε αριθμούς που περιέχουν μέχρι και έβδομα εξηκοστά.

Πτολεμαίο της εξηκονταδικής γραφής: «οὐ μόνον δὲ τὰς μοίρας ἀναλύει εἰς τὰ πρῶτα, ἀλλὰ καὶ τὰ πρῶτα εἰς δευτέρα καὶ τὰ δευτέρα εἰς τρίτα καὶ τὰ τρίτα εἰς τέταρτα καὶ ἑξῆς ἀκολούθως ἐφ᾽ ὅσον αὐτῷ χρήσιμον καταφαίνεται» (RII.452.7–10). Φυσικά, η παρατήρηση αυτή είναι κοινός τόπος. Το ότι οι αριθμοί της *Μεγίστης* περιέχουν διαφόρων τάξεων εξηκοστά είναι εμφανές. Επίσης, στην εποχή του Θέωνα ήταν ήδη γνωστό πώς προκύπτουν τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά, όπως επίσης ήταν γνωστά και τα ονόματά τους.[15] Αυτό που έχει ενδιαφέρον στο κείμενο του Θέωνα είναι η πραγμάτευση των εξηκονταδικών αριθμών σε αντιστοιχία με την πραγμάτευση των «ειδών» εκ μέρους του Διοφάντου, μια ένδειξη της οποίας είναι η χρήση του όρου «είδη» για να δηλώνονται τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά.

Η αντιστοιχία ανάμεσα στα «είδη» του Διοφάντου (συγκεκριμένα: τις αντίστροφες δυνάμεις του αγνώστου) και στα «είδη» του Θέωνα (τις υποδιαιρέσεις της μοίρας) αποτυπώνεται στον παρακάτω Πίνακα 1.

Διόφαντος		Θέων	
ἀριθμοστόν	x^{-1}	πρώτο εξηκοστό	$E^{(1)}$
δυναμοστόν	x^{-2}	δεύτερο εξηκοστό	$E^{(2)}$
κυβοστόν	x^{-3}	τρίτο εξηκοστό	$E^{(3)}$
δυναμοδυναμοστόν	x^{-4}	τέταρτο εξηκοστό	$E^{(4)}$
δυναμοκυβοστόν	x^{-5}	πέμπτο εξηκοστό	$E^{(5)}$
κυβοκυβοστόν	x^{-6}	έκτο εξηκοστό	$E^{(6)}$
…	…	…	…

Πίνακας 1

Ένας εξηκονταδικός αριθμός, λοιπόν, είναι για τον Θέωνα μια συνάθροιση ενός πλήθους μονάδων και μιας σειράς από πλήθη διαφόρων «ειδών» (δηλ. εξηκοστών διαφόρων τάξεων), κατά την ίδια έννοια όπως ένα ‘πολυώνυμο’ του Διοφάντου είναι μια συνάθροιση από πλήθη «ειδών» (δηλ. αντίστροφων δυνάμεων του αγνώστου). Αν οι εξηκονταδικοί αριθμοί νοούνται κατ’ αυτόν τον τρόπο, η εκτέλεση του πολλαπλασιασμού (αντιστοίχως της διαίρεσης) μεταξύ τους νοείται ως εκτέλεση πολλαπλασιασμού (αντ. διαίρεσης) μεταξύ δύο ‘συναθροίσεων’. Και επειδή για την εκτέλεση ενός τέτοιου πολλαπλασιασμού (αντ. διαίρεσης) πρέπει να γνωρίζει κανείς τι είδος προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό (αντ. διαίρεση) ανάμεσα στα διάφορα είδη, ο Θέων κρίνει ως αναγκαίο να παρουσιάσει λεπτομερώς τη θεωρία σχετικά με τον

[15] Στον Γεμίνο, για παράδειγμα, συναντάμε τα ονόματα για τα εξηκοστά των πρώτων τεσσάρων τάξεων: «Ἔστι γὰρ ὁ μηνιαῖος χρόνος ἀκριβῶς λαμβανόμενος ἡμερῶν κθ καὶ πρώτων ἑξηκοστῶν λα καὶ δευτέρων ν καὶ τρίτων η καὶ τετάρτων κ» (Géminos 1975, 8.43.2–4).

πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση των ειδών. Όπως θα δούμε, η θεωρία του Θέωνα είναι εμπνευσμένη από την αντίστοιχη θεωρία του Διοφάντου.[16]

Στη θεωρία που παρουσιάζει ο Θέων μιλά πρώτα για το είδος που προκύπτει όταν η μοίρα πολλαπλασιαστεί με τον εαυτό της ή με κάποια από τις υποδιαιρέσεις της:

«Ἡ μὲν οὖν μοῖρα ἕν τι κατ᾽ εἶδος δηλοῦσα καθάπερ μονάδος τάξιν ἐπέχουσα, ἀμετάθετός ἐστιν ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς· ὅνπερ γὰρ τρόπον ἡ μονὰς ἐπὶ τὸν γ ἀριθμὸν πολλαπλασιασθεῖσα αὐτὸν τὸν γ ἀριθμὸν φυλάττει, καὶ ἐπὶ τὸν δ τετράγωνον αὐτὸν τὸν δ τετράγωνον ποιεῖ καὶ ἐπὶ τὸν η κύβον αὐτὸν τὸν η κύβον, καθὰ καὶ Διόφαντός φησιν· τῆς γὰρ μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης πάντοτε, τὸ πολλαπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ᾽ αὐτὴν αὐτὸ εἶδος ἔσται, τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἡ μοῖρα ἐφ᾽ ὃ δ᾽ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ αὐτὸ τὸ εἶδος φυλάττει. ὥστε μοῖρα μὲν ἐπὶ μοίρας ποιήσει μοίρας, ἐπὶ δὲ πρῶτα ἑξηκοστὰ πρῶτα, ἐπὶ δὲ δεύτερα δεύτερα, ἐπὶ δὲ τρίτα τρίτα, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως» (RII.452.21–453.9).

Στο παραπάνω χωρίο, ο Θέων δηλώνει ότι για τη μοίρα ισχύουν όσα λέει ο Διόφαντος για τη μονάδα (στο πλαίσιο της αριθμητικής εντός αυτού που ο Διόφαντος ονομάζει «αριθμητική θεωρία», δηλαδή στο πλαίσιο της αριθμητικής με τον άγνωστο αριθμό και τις δυνάμεις του). Η μοίρα, δηλαδή, συμπεριφέρεται στον πολλαπλασιασμό ακριβώς όπως η μονάδα στον Διόφαντο: όταν πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό της η ίδια δεν αλλάζει και, κυρίως, όταν πολλαπλασιάζεται με οποιοδήποτε είδος το είδος αυτό δεν αλλάζει.[17] Επομένως, από τον πολλαπλασιασμό της μοίρας με οποιασδήποτε τάξεως εξηκοστά προκύπτουν, ως γινόμενο, ίδιας τάξεως εξηκοστά (ἐφ᾽ ὃ δ᾽ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ αὐτὸ τὸ εἶδος φυλάττει).[18] Αυτό όμως, θα πει αμέσως μετά ο Θέων, επικαλούμενος και πάλι τον Διόφαντο, δεν συμβαίνει και με τα μέρη της μοίρας, τα οποία, όταν πολλαπλασιάζονται με κάποιο είδος, το αλλάζουν: «Ἐπὶ δὲ τῶν μερῶν τῆς

---

[16] «Διδασκαλικοῦ δὲ ὄντος τρόπου προδιαλαβεῖν ἡμᾶς ὀλίγα περί τε τῶν πολλαπλασιασμῶν καὶ μερισμῶν, ὧν καταδηλοτέραν τὴν ἐξέτασιν ἐν τοῖς οἰκείοις τόποις ἐπ᾽ αὐτῶν τῶν ἐν τῇ συντάξει ἀριθμῶν ποιησόμεθα ὑπ᾽ ὄψιν μᾶλλον ἄγοντες τὰ λεγόμενα, ἀκόλουθον δ᾽ ἂν εἴη καὶ ἐνταῦθα προδηλῶσαι τίνα εἴδη ἐστὶν τὰ γινόμενα τῶν μοιρῶν πολλαπλασιαζομένων ἐπὶ τὰς μοίρας καὶ ἐπὶ τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ καὶ ἐπὶ τὰ δεύτερα καὶ τρίτα καὶ τέταρτα καὶ ἑξῆς ἀκολούθως» (RII.452.14–20). Πρέπει να σημειώσουμε ότι ο Θέων δεν μιλά για ‘θεωρία’ πολλαπλασιασμού και διαίρεσης των ειδών ούτε για ‘στοιχεία’ αυτής της θεωρίας. Ακόμη και τη λέξη «είδος» με την οποία χαρακτηρίζει τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά, ο Θέων τη χρησιμοποιεί μόνο στο ‘θεωρητικό’ μέρος των σχολίων του, καθώς και όταν αρχίζει να παρουσιάζει παραδείγματα για να δείξει πώς εκτελούνται ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση αριθμών που αποτελούνται από διάφορα είδη.

[17] Το αντίστοιχο χωρίο από το έργο του Διοφάντου είναι: «Τῆς οὖν μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης ἀεί, τὸ πολυπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ᾽ αὐτὴν αὐτὸ τὸ εἶδος ἔσται» (Tannery 1893, 8.13–15). Στο χωρίο, όπως το παραθέτει ο Θέων, οι λέξεις «οὖν» και «ἀεί» έχουν αντικατασταθεί από τις λέξεις «γὰρ» και «πάντοτε» αντιστοίχως.

[18] Θα μπορούσαμε να πούμε, χρησιμοποιώντας σύγχρονους όρους, ότι η μοίρα συμπεριφέρεται ως «ουδέτερο στοιχείο» στον πολλαπλασιασμό της με τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά.

μοίρας οὐκέτι τὸ τοιοῦτον εὑρίσκομεν, ὡς ἑξῆς ἀποδείξομεν. ὅνπερ γὰρ πάλιν τρόπον κατὰ Διόφαντον ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς τῶν μερῶν τῆς μονάδος ἑτεροιοῦται τὰ εἴδη, ἀριθμοστὸν γὰρ τὸ τρίτον ἐφ᾽ ἑαυτὸ πολλαπλασιαζόμενον δυναμοστὸν τὸ θ ποιεῖ καὶ τὸ εἶδος ἀλλοιοῖ, τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἐνταῦθα τὰ μέρη τῆς μοίρας ἑτεροιοῖ τὰ εἴδη» (RII.453.10–15). Επομένως, καταλήγει ο Θέων, για τα μέρη της μοίρας ισχύει ό,τι ισχύει και για τα μέρη της μονάδας: «ὡς καὶ ἐντεῦθεν δῆλον γίνεσθαι ὅτι ἡ μοῖρα τὴν οἰκειότητα τὴν πρὸς τὴν μονάδα καὶ κατὰ τὰ μέρη συντηρεῖ» (RII.453.15–16).

Σύμφωνα λοιπόν με τη θεωρία που εκθέτει ο Θέων για τον πολλαπλασιασμό των ειδών, η μοίρα συμπεριφέρεται ανάλογα με τη μονάδα στον Διόφαντο ενώ οι υποδιαιρέσεις της μοίρας συμπεριφέρονται ανάλογα με τις δυνάμεις του αγνώστου στον Διόφαντο. Είναι ξεκάθαρο ότι ο Θέων χρησιμοποιεί τη γνώση του πολλαπλασιασμού των ειδών του Διοφάντου προκειμένου να παρουσιάσει μια ανάλογη θεωρία για τον πολλαπλασιασμό των δικών του ειδών.

Στη συνέχεια ο Θέων δείχνει «διὰ τῶν γραμμῶν», όπως ο ίδιος λέει, τι είδος είναι το γινόμενο που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της μοίρας με τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά καθώς και από τον πολλαπλασιασμό που γίνεται ανάμεσα στα διαφόρων τάξεων εξηκοστά.[19] Εξετάζει διάφορες περιπτώσεις πολλαπλασιασμού δύο ειδών μεταξύ τους.[20] Σε ορισμένες από αυτές τις περιπτώσεις ‘αποδεικνύει’ γεωμετρικά γιατί προκύπτει το ένα ή το άλλο είδος ενώ στις υπόλοιπες απλώς αναφέρει τι είδος προκύπτει.

Οι περιπτώσεις πολλαπλασιασμού εξηκοστών τις οποίες συζητά ο Θέων φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα 2 στον οποίο αποτυπώνεται και η στενή αναλογία που υπάρχει ανάμεσα στη θεωρία του για τον πολλαπλασιασμό των εξηκοστών και στη θεωρία του Διοφάντου για τον πολλαπλασιασμό των αντίστροφων δυνάμεων του αγνώστου.[21]

---

[19] «Ἵνα δὲ καὶ διὰ τῶν γραμμῶν δείξωμεν τίνα εἴδη ἐστὶν τὰ γινόμενα τῶν μοιρῶν πολλαπλασιαζομένων ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ δεύτερα καὶ τρίτα ἑξηκοστὰ καὶ τὰ ἑξῆς, καὶ ἔτι τὰ πρῶτα ἐφ᾽ ἑαυτὰ καὶ ἐπὶ τὰ δεύτερα καὶ τρίτα καὶ ἑξῆς, καὶ ἔτι τὰ λοιπά» (RII.453.17–454.1).

[20] Βλ. RII.454.1–455.14. Οι ‘αποδείξεις’ που παρουσιάζει εδώ ο Θέων δεν είναι αυστηρές αποδείξεις ευκλείδειου τύπου. Θα ήταν ίσως καλύτερο να τις χαρακτηρίσουμε γεωμετρικές δικαιολογήσεις. Αυτό που κάνει δηλαδή ο Θέων είναι απλώς να ερμηνεύσει γεωμετρικά πώς προκύπτει το συγκεκριμένο είδος σε κάθε περίπτωση πολλαπλασιασμού ειδών που εξετάζει. Τέτοιες ‘αποδείξεις’ (δηλαδή γεωμετρικές δικαιολογήσεις) φαίνεται ότι ήταν στην ημερήσια διάταξη τουλάχιστον από την περίοδο της Ύστερης Αρχαιότητας και μετά. Δεν τις συναντούμε μόνο στον Θέωνα. Επιβίωσαν δε και στα Αραβικά Μαθηματικά καθώς συναντούμε τέτοιου είδους ‘αποδείξεις’ π.χ. στην *Άλγεβρα* του al-Khwārizmī. Παρόμοιες ‘αποδείξεις’ συναντούμε, τέλος, και σε άλλες αρχαίες και μεσαιωνικές μαθηματικές παραδόσεις (βλ. σχετικά το Chemla 2012).

[21] Ο Πίνακας 2 περιλαμβάνει μόνο τις περιπτώσεις πολλαπλασιασμού εξηκοστών που αναφέρει ο Θέων καθώς και τις αντίστοιχες περιπτώσεις πολλαπλασιασμών που αναφέρει ο Διόφαντος. Στο κενό που υπάρχει στον Πίνακα θα έμπαιναν οι πολλαπλασιασμοί ειδών του Διοφάντου, που αντιστοιχούν στους παρακείμενους πολλαπλασιασμούς εξηκοστών του Θέωνα. Όμως, ο Διόφαντος, στον πρόλογό του, δεν αναφέρει τους συγκεκριμένους πολλαπλασιασμούς.

Διόφαντος		Θέων	
Πολλαπλασιασμός αντίστροφων δυνάμεων του αγνώστου	αποτέλεσμα	Πολλαπλασιασμός εξηκοστών	αποτέλεσμα
$(x^{-1}) \times (x^{-1})$	x^{-2}	$E^{(1)} \times E^{(1)}$	$E^{(2)}$
$(x^{-1}) \times (x^{-2})$	x^{-3}	$E^{(1)} \times E^{(2)}$	$E^{(3)}$
$(x^{-1}) \times (x^{-3})$	x^{-4}	$E^{(1)} \times E^{(3)}$	$E^{(4)}$
$(x^{-1}) \times (x^{-4})$	x^{-5}	$E^{(1)} \times E^{(4)}$	$E^{(5)}$
$(x^{-1}) \times (x^{-5})$	x^{-6}	$E^{(1)} \times E^{(5)}$	$E^{(6)}$
		$E^{(2)} \times E^{(2)}$	$E^{(4)}$
		$E^{(2)} \times E^{(3)}$	$E^{(5)}$
		$E^{(2)} \times E^{(4)}$	$E^{(6)}$
		$E^{(2)} \times E^{(5)}$	$E^{(7)}$
		$E^{(3)} \times E^{(3)}$	$E^{(6)}$
		$E^{(3)} \times E^{(4)}$	$E^{(7)}$

Πίνακας 2

Μετά την παρουσίαση της θεωρίας του για τον πολλαπλασιασμό των ειδών, ο Θέων παρουσιάζει τη θεωρία για τη διαίρεση των ειδών, η οποία ξεκινά με μια εισαγωγική φράση δανεισμένη και αυτή από τον Διόφαντο: «Καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν ἡμῖν σαφηνισθέντων, φανεροί εἰσιν οἱ μερισμοὶ τῶν προκειμένων εἰδῶν»[22] (RII.457.9–10). Στη συνέχεια εξετάζει ορισμένες περιπτώσεις για το είδος που προκύπτει από τη διαίρεση δύο ειδών (RII.457.10–16) και παρουσιάζει και πάλι γεωμετρικές δικαιολογήσεις για ορισμένες από αυτές (RII.457.17–458.8). Ο Διόφαντος για τη διαίρεση των ειδών δεν εξετάζει καμία συγκεκριμένη περίπτωση. Αρκείται μόνο στη δήλωση ότι οι διαιρέσεις των ειδών είναι καταφανείς σε κάποιον που έχει μάθει τους πολλαπλασιασμούς. Αυτό συμβαίνει διότι στον Διόφαντο οι διαιρέσεις – όπως εξάλλου και οι πολλαπλασιασμοί – προδηλώνονται σχεδόν από την ίδια την ονομασία των ειδών. Κάτι που δεν ισχύει στην περίπτωση των αντίστροφων δυνάμεων του 60. Για τον λόγο αυτό ο Θέων θεωρεί απαραίτητο να εξετάσει ορισμένες περιπτώσεις διαίρεσης ειδών.

Με βάση τα προηγούμενα, και λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι στα συμφραζόμενα περί των οποίων έγινε λόγος η λέξη «είδος» χρησιμοποιείται από τον Διόφαντο με την τεχνική σημασία του αλγεβρικού αγνώστου και των δυνάμεων αυτού, προκύπτει αβίαστα το

Αναφέρει τον πολλαπλασιασμό του 'αριθμοστού' με άλλα μόρια, αλλά όχι τον πολλαπλασιασμό του 'δυναμοστού' ή του 'κυβοστού' με άλλα μόρια.

[22] «Καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν σοι σαφηνισθέντων, φανεροί εἰσιν οἱ μερισμοὶ τῶν προκειμένων εἰδῶν» (Tannery 1893, 14.1–2). Η μοναδική διαφορά που υπάρχει μεταξύ των δύο φράσεων είναι ότι ο Θέων χρησιμοποιεί τη λέξη «ἡμῖν» αντί της λέξης «σοι» που χρησιμοποιεί ο Διόφαντος.

συμπέρασμα ότι τα «είδη» του Θέωνα είναι ανάλογα με τους αλγεβρικούς όρους του Διοφάντου και ο λογισμός με αυτά τα είδη είναι ανάλογος με τον αλγεβρικό λογισμό του Διοφάντου. Ο Θέων, λοιπόν, προσλαμβάνει τη θεωρία των (αλγεβρικών) ειδών του Διοφάντου (τον οποίο και επικαλείται) και διατυπώνει μια ανάλογη θεωρία για τα δικά του (εξηκονταδικά) είδη.

Ο τρόπος με τον οποίο ο Θέων αντιλαμβάνεται τις υποδιαιρέσεις της μοίρας, καθώς και η θεωρία του για τον πολλαπλασιασμό τους, του επιτρέπουν να παρακάμψει τους δυσχερείς, όπως λέει ο ίδιος, «μοριασμούς». Όταν σχολιάζει τη δήλωση του Πτολεμαίου ότι στους αριθμητικούς υπολογισμούς θα χρησιμοποιεί εξηκονταδικά κλάσματα (διότι τα θεωρεί πιο εύχρηστα από τα κοινά κλάσματα), ο Θέων, αφού πρώτα τον 'επαινέσει' για το γεγονός ότι προνοεί για τη διευκόλυνση του αναγνώστη, δηλώνει και ο ίδιος ότι εάν τα μέρη της μοίρας μετατραπούν σε εξηκοστά ο πολλαπλασιασμός τους θα είναι ευκολότερος. Επιπλέον, δίνει ένα συγκεκριμένο παράδειγμα: αντί να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{20}$ επί τον εαυτό του, πολλαπλασιάζουμε τα 48 εξηκοστά (επί τον εαυτό τους):

«Καὶ ἐνταῦθα πάλιν τοῦ εὐμεταχειρίστου προνοούμενος βούλεται ἡμᾶς τὰ μέρη τῶν μοιρῶν εἰς ἑξηκοστὰ μεταλαμβάνειν, ἵνα τὴν μοῖραν ἀναλύοντες εἰς ξ, ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς λόγου χάριν ἀντὶ τοῦ πολλαπλασιάσαι ἡμᾶς *L* δ´ κ´ ἐφ᾽ ἑαυτό, ὅπερ οὐ τὴν τυχοῦσαν δυσχέρειαν περιέχει, μη ἑξηκοστὰ πολλαπλασιάζωμεν» (RII.452.3-7).

Δηλαδή, ο πολλαπλασιασμός δύο παραστάσεων σαν τις $(\frac{1}{2}^{o} + \frac{1}{4}^{o} + \frac{1}{20}^{o}) \times (\frac{1}{2}^{o} + \frac{1}{4}^{o} + \frac{1}{20}^{o})$ μπορεί να παρακαμφθεί αν τα μόρια (τα μέρη της μοίρας) μετατραπούν σε πρώτα εξηκοστά και κατά συνέπεια εκτελεστεί ο πολλαπλασιασμός $48E^{(1)} \times 48E^{(1)}$. Επομένως, το αποτέλεσμα προκύπτει πολύ εύκολα πολλαπλασιάζοντας απλώς τους δύο ακεραίους και τα πρώτα εξηκοστά επί τα πρώτα εξηκοστά, γνωρίζοντας βεβαίως ότι $E^{(1)} \times E^{(1)} \rightarrow E^{(2)}$.[23] Αν δηλαδή, σε τελευταία ανάλυση, ο αριθμός $48E^{(1)}$ νοηθεί ως 'μονώνυμο' αντίστοιχο με τα 'μονώνυμα' του Διοφάντου.

1.2.2 *Οι πολλαπλασιασμοί μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από πολλά είδη*

Ο Θέων, όπως αναφέραμε, είδε στον αλγεβρικό λογισμό του Διοφάντου το υπόδειγμα για τον λογισμό με τα είδη από τα οποία αποτελούνται οι εξηκονταδικοί αριθμοί. Συγκεκριμένα για τον πολλαπλασιασμό, αυτό που εξέτασε μέχρι τώρα είναι τι είδος προκύπτει όταν *ένα* είδος πολλαπλασιάζεται με *ένα* είδος. Αυτό που μένει λοιπόν να εξετάσει είναι πώς γίνεται ο πολλαπλασιασμός μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από

[23] Ο αριθμός 48 που αναφέρει ο Θέων είναι το άθροισμα των εξηκοστών που προκύπτουν από τη μετατροπή των μερών της μοίρας σε εξηκοστά ($\frac{1}{2}^{o}$ = 30 εξηκοστά, $\frac{1}{4}^{o}$ = 15 εξηκοστά, $\frac{1}{20}^{o}$ = 3 εξηκοστά). Το τελικό αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού είναι 2304 δεύτερα εξηκοστά, ή $2304E^{(2)}$.

περισσότερα του ενός είδη: «Ἔτι δὲ δείξομεν καὶ πῶς ἂν τριῶν εἰδῶν δοθέντων, τουτέστιν μοιρῶν καὶ πρώτων ἑξηκοστῶν καὶ δευτέρων, ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν συναγόμενος ἀριθμὸς λαμβάνεται» (RII.458.9-11).

Για τον πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών που αποτελούνται από διάφορα είδη, τους οποίους κατανοεί ως συναθροίσεις ειδών, ο Θέων αναπτύσσει όπως θα δούμε μια νέα μέθοδο αριθμητικού χειρισμού, η οποία του επιτρέπει να παρακάμπτει τους μοριασμούς και την οποία εμπνέεται και πάλι από τον Διόφαντο. Προκειμένου όμως να καταλάβουμε ποια είναι αυτή η μέθοδος, καλό είναι να περιγράψουμε πρώτα δύο άλλους τρόπους με τους οποίους γίνονταν συνήθως κατά την αρχαιότητα οι πολλαπλασιασμοί μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από ακέραιο και κλασματικό μέρος ή μέρη. Η περιγραφή αυτή θα μας επιτρέψει αφενός να διακρίνουμε τη δυσχέρεια που παρουσιάζουν οι πολλαπλασιασμοί στους οποίους εμπλέκονται χειρισμοί κλασμάτων («τὸ δύσχρηστον τῶν μοριασμῶν») αλλά και να εκτιμήσουμε την ευκολία, αντίθετα, που προσφέρει η μέθοδος του Θέωνα, η οποία, σε τελευταία ανάλυση έγκειται στον χειρισμό των εξηκονταδικών αριθμών σαν να είναι 'πολυώνυμα', ανάγοντας κατά συνέπεια τον χειρισμό των εξηκονταδικών κλασμάτων σε χειρισμό ακεραίων.

Τα κείμενα που σώζονται από την αρχαία ελληνική γραμματεία και περιγράφουν (στον ένα ή στον άλλο βαθμό) τις τεχνικές για την εκτέλεση αριθμητικών υπολογισμών είναι ελάχιστα. Όμως στην αρχαιότητα τέτοια κείμενα υπήρχαν και κυκλοφορούσαν ευρέως. Ένα δημοφιλές έργο τέτοιας φύσεως ήταν τα *Λογιστικά* του Μάγνη, το οποίο αναφέρει ο Ευτόκιος στα σχόλιά του στην πραγματεία *Κύκλου μέτρησις* του Αρχιμήδη, λέγοντας ότι στο έργο αυτό απαιτείται να εκτελούνται πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις μεταξύ μυριάδων, που δεν είναι εύκολο να κατανοηθούν από κάποιον που δεν είναι εκπαιδευμένος με τα *Λογιστικά* του Μάγνου: «κέχρηνται δὲ καὶ τοῖς τῶν μυριάδων πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς, οἷς οὐκ εὔκολον παρακολουθεῖν τὸν μὴ διὰ τῶν Μάγνου Λογιστικῶν ἠγμένον» (Heiberg 1915, 258.29-260.1). Παρ' όλα αυτά, υπάρχουν διάσπαρτες περιγραφές σε διάφορα κείμενα, κυρίως της Ύστερης Αρχαιότητας και της Βυζαντινής περιόδου, από τις οποίες μπορούμε να σχηματίσουμε μια αρκετά καλή εικόνα για τις τεχνικές εκτέλεσης πράξεων σε προγενέστερες εποχές.

Οι πιο σημαντικές πηγές μας από την Ύστερη Αρχαιότητα είναι:

1. Τα σχόλια του Θέωνα στη *Μαθηματική σύνταξη* του Πτολεμαίου.
2. Τα σχόλια του Ευτόκιου (6ος μ.Χ. αι.) στην πραγματεία *Κύκλου μέτρησις* του Αρχιμήδη.
3. Η ανώνυμη πραγματεία *Προλεγόμενα της μεγάλης συντάξεως* (τέλος 5ου/αρχές 6ου μ.Χ. αι.).[24]

---

[24] Πρόκειται για μια σύνθεση που συνδέεται με νεοπλατωνικούς κύκλους της Ύστερης Αρχαιότητας και στην οποία εξηγούνται διάφορες έννοιες και τεχνικές υπολογισμών που χρησιμοποιούνται στη *Μεγίστη*. Σύμφωνα με τις αναφορές που περιέχει η σύνθεση αυτή, τα θέματα για τις τεχνικές εκτέλεσης πράξεων αντλούνται από τους Ήρωνα, Πάππο, Συριανό και

4. Ο πάπυρος του Akhmîm (6ος/7ος μ.Χ. αι.) (Baillet 1892).

Οι πιο σημαντικές πηγές μας από τη Βυζαντινή περίοδο είναι:

1. Το *Σύνταγμα των τεσσάρων μαθημάτων, αριθμητικής, μουσικής, γεωμετρίας και αστρονομίας* του Γεωργίου Παχυμέρη (περ. 1242–1310), χρονολογούμενο περί το 1300 (Tannery 1940).
2. Η *Αστρονομική Στοιχείωσις* του Θεόδωρου Μετοχίτη (1270-1332).
3. Η *Λογιστική* του Βαρλαάμ (1290–1348) (Karelos 1996).
4. Δύο επιστολές του Νικολάου Ραβδά (περ. 1341) (Tannery 1920).

Με βάση αυτές τις πηγές καθώς και άλλες δευτερεύουσες πηγές έχουν γραφεί από νεότερους ιστορικούς των Μαθηματικών διάφορες μονογραφίες επί του θέματος. Η πιο σημαντική εξακολουθεί να είναι ακόμα η μονογραφία που έγραψε ο Kurt Vogel το 1936 με τίτλο «Beiträge zur griechischen Logistik» (Vogel 1936).

Παρ' όλη αυτή τη βιβλιογραφία εξακολουθούν να υπάρχουν αναπάντητα ερωτήματα – ή, μάλλον, ερωτήματα στα οποία δεν μπορούμε με βεβαιότητα να δώσουμε μονοσήμαντες απαντήσεις – σχετικά με τις τεχνικές εκτέλεσης των πράξεων από τους αρχαίους Έλληνες. Υπάρχουν ορισμένες λεπτομέρειες στην εκτέλεση των πράξεων οι οποίες παρουσιάζουν ασάφεια. Το θέμα μας, όμως, δεν είναι η μελέτη των πράξεων στο σύνολό τους. Αυτό που μας ενδιαφέρει ειδικότερα είναι η εκτέλεση του πολλαπλασιασμού μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από ακέραιο και κλασματικό μέρος. Διότι σε αυτό το πεδίο προκύπτει μια συνάφεια του Θέωνα με τον Διόφαντο, η οποία δεν φαίνεται να έχει εκτιμηθεί σε όλη της την έκταση από τη σύγχρονη ιστοριογραφία.

Ένας αριθμός που αποτελείται από ακέραιο και κλασματικό μέρος, θα μπορούσε, για παράδειγμα, να είναι ο αριθμός «Α μονάδες, Β *n*-οστά της μονάδας, Γ *m*-οστά της μονάδας». Μια έκφραση σαν αυτή θα μπορούσε να γραφεί και ως 'άθροισμα': «Α μονάδες και Β *n*-οστά της μονάδας και Γ *m*-οστά της μονάδας», αρκεί όμως να έχουμε κατά νου ότι η λέξη «και» στην παραπάνω έκφραση δεν είναι τίποτα περισσότερο από τον συμπλεκτικό σύνδεσμο. Δεν δηλώνει, δηλαδή, το «συν» που χρησιμοποιούμε για να δηλώσουμε την πρόσθεση.

Οι τεχνικές που χρησιμοποιούνταν συνήθως για τους πολλαπλασιασμούς μεταξύ τέτοιων αριθμών ήταν δύο:

(1) Η τεχνική που απαιτεί γνώση του χειρισμού μορίων («μοριασμοί»).

Θέωνα. Η πραγματεία αυτή, της οποίας έχουν εκδοθεί μέχρι σήμερα μόνο ορισμένα μέρη, έχει μελετηθεί από διάφορους ιστορικούς της επιστήμης. Η πιο γνωστή μελέτη είναι αυτή του (Mogenet 1956). Η πιο πρόσφατη μελέτη είναι η (Acerbi, Vinel, Vitrac 2010). [Σημ.: Στο εξής οι αναφορές στην πραγματεία αυτή θα γίνονται μόνο με τη λέξη *Προλεγόμενα*].

(2) Η τεχνική που απαιτεί γνώση της επιμεριστικής ιδιότητας και γνώση των «μοριασμών».

Αφού πρώτα εξετάσουμε ένα παράδειγμα για καθεμία από τις δύο αυτές τεχνικές, θα συζητήσουμε στη συνέχεια την τεχνική που υποδεικνύει ο Θέων, με σκοπό να αναδείξουμε την αναλογία που παρατηρείται και στο θέμα αυτό μεταξύ του Θέωνα και του Διοφάντου. Τα παραδείγματα που θα εξετάσουμε για τις δύο πρώτες τεχνικές τα αντλήσαμε από τη μονογραφία του Vogel.

- *Παραδείγματα πολλαπλασιασμών με «μοριασμούς»*

(i) Πρώτη μέθοδος

Παραδείγματα αυτής της μεθόδου συναντούμε στον πάπυρο του Akhmîm και στη δεύτερη επιστολή του Βυζαντινού Νικολάου Ραβδά.

Στον πάπυρο Akhmîm, στο πρόβλημα 25 (έκδ. Baillet, σ. 78), εκτελείται ο πολλαπλασιασμός $(1\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{11}\ \frac{1}{22}\ \frac{1}{66}) \times (1\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{29}\ \frac{1}{58})$. Ο πολλαπλασιασμός γίνεται ακολουθώντας τα εξής βήματα:

1) $\frac{2}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{66}) \rightarrow \frac{9}{11}$ (το κείμενο γράφει «τῶν Θ τὸ ια΄΄») [τα κλάσματα γίνονται ομώνυμα και προστίθενται. Το κλάσμα που προκύπτει απλοποιείται.]

2) $1 + \frac{9}{11} \rightarrow (1 \times 11) + 9 \rightarrow 20$ (προφανώς υπονοείται $\frac{20}{11}$) [ο μικτός αριθμός γίνεται κλάσμα]

3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{29} + \frac{1}{58} \rightarrow \frac{16}{29}$ (το κείμενο γράφει «τῶν ις τὸ [κθ΄΄]») [Γίνεται ό,τι και στο βήμα 1]

4) $1 + \frac{16}{29} \rightarrow (1 \times 29) + 16 \rightarrow 45$ (προφανώς υπονοείται $\frac{45}{29}$) [Γίνεται ό,τι και στο βήμα 2]

5) $20 \times 45 \rightarrow 900$ [Πολλαπλασιάζονται οι αριθμητές]

6) $11 \times 29 \rightarrow 319$ [πολλαπλασιάζονται οι παρονομαστές]

Από τα παραπάνω συνάγεται ότι προκύπτει ως αποτέλεσμα το $\frac{900}{319}$.

Τα βήματα δεν παρουσιάζονται όλα στο κείμενο με αυτήν την ευκρίνεια. Δεν αναφέρεται ούτε το αποτέλεσμα που προκύπτει. Το πρόβλημα δεν ζητά απλώς να εκτελεστεί ο πολλαπλασιασμός, αλλά επίσης να ληφθεί το $\frac{1}{63}\ \frac{1}{84}$ του γινομένου και στη

συνέχεια να αφαιρεθεί από το γινόμενο. Έτσι, αμέσως μετά από το βήμα 5 δεν εκτελείται το βήμα 6. Αντίθετα, βρίσκονται το $\frac{1}{63}$ και το $\frac{1}{84}$ του 900, προστίθενται ώστε να βρεθεί το $\frac{1}{63}+\frac{1}{84}$ του 900, το αποτέλεσμα (που είναι 25) αφαιρείται από το 900, και κατόπιν εκτελείται το βήμα 6 και υπολογίζεται όχι το $\frac{1}{319}$ του 900 – που θα ήταν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού – αλλά το $\frac{1}{319}$ του υπολοίπου 875 (δηλ. του 900–25). Η απάντηση στο πρόβλημα, λοιπόν, προκύπτει με την εύρεση του $\frac{1}{319}$ του 875 («τῶν ΩΟΕ τὸ [τιθ΄΄]», που είναι $2\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{29}\,\frac{1}{33}\,\frac{1}{87}$.

Η μέθοδος αυτή επιμαρτυρείται και από τον Βυζαντινό Ραβδά. Μάλιστα ο Ραβδάς την αναφέρει ως δική του. Γράφει: «Ὑποδείγματος χάριν, ἠρώτησέ τις τινα ὅτι τρία τρίτον τεσσαρεσκαιδέκατον καὶ τεσσαρακοστόδυον ἐφ’ ἑαυτὰ πολλαπλασιαζόμενα πόσον ἀριθμὸν ποιοῦσι, καὶ οὐκ ἠδυνήθη ῥᾳδίως τοῦτο εὑρεῖν διὰ τὸ μὴ γινώσκειν εὐμήχανόν τινα μέθοδον· ἐγὼ δέ σοι ἀφθόνως ὑποδείξω θαυμασίαν τινὰ περὶ τούτου μέθοδον καὶ τοῖς πολλοῖς, ὡς ἐγὼ οἴομαι, ἄγνωστον» (Tannery 1920, 120.6-10). Το ‘κλειδί’ της μεθόδου είναι η οδηγία «ἀνάλυσον εἰς τὸ ἔσχατον μόριον καὶ τὰ μείζονα μέρη» (Tannery 1920, 120.10-11). Ο Ραβδάς αναφέρεται σε τέτοιους πολλαπλασιασμούς με την έκφραση «περὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν τῶν ἐχόντων μέρη μονάδος καὶ μόρια» (Tannery 1920, 124.19-20). Ένα παράδειγμα που αναφέρει είναι ο πολλαπλασιασμός $(5\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{53}\,\frac{1}{110}\,\frac{1}{330})\times(8\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{156})$. Στον πρώτο παράγοντα το «έσχατο μόριο» είναι το $\frac{1}{330}$. Επομένως, μετατρέπει όλα τα μόρια σε 330ά και το κλασματικό μέρος του αριθμού γίνεται $\frac{300}{330}$, δηλαδή $\frac{10}{11}$. Ομοίως στον δεύτερο παράγοντα το κλασματικό μέρος γίνεται $\frac{144}{156}$, δηλαδή $\frac{12}{13}$. Ο πολλαπλασιασμός λοιπόν ανάγεται στον πολλαπλασιασμό $(5\,\frac{10}{11})\times(8\,\frac{12}{13})$, ο οποίος με τη σειρά του ανάγεται στον $\frac{65}{11}\times\frac{116}{13}$, που εκτελείται με τον οικείο και σήμερα τρόπο.

(ii) Δεύτερη μέθοδος

Όπως σημειώνει ο Vogel στη σ. 391 της μονογραφίας του, στα σχόλια του Ευτόκιου στον Αρχιμήδη υπάρχουν παραδείγματα εκτέλεσης των εξής πολλαπλασιασμών:

$(591\,\frac{1}{8})\times(591\,\frac{1}{8})$	$(1162\,\frac{1}{8})\times(1162\,\frac{1}{8})$
$(1172\,\frac{1}{8})\times(1172\,\frac{1}{8})$	$(2334\,\frac{1}{4})\times(2334\,\frac{1}{4})$
$(2339\,\frac{1}{4})\times(2339\,\frac{1}{4})$	$(3013\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4})\times(3013\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{4})$
$(1838\,\frac{1}{9}\,\frac{1}{11})\times(1838\,\frac{1}{9}\,\frac{1}{11})$	$(2016\,\frac{1}{6})\times(2016\,\frac{1}{6})$

$(1009\frac{1}{6}) \times (1009\frac{1}{6})$ $(2017\frac{1}{4}) \times (2017\frac{1}{4})$

Ας εξετάσουμε το παράδειγμα του πολλαπλασιασμού $(3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}) \times (3013\frac{1}{2}\frac{1}{4})$ (Vogel 1936, 438).[25]

Ο Vogel συζητά αυτόν τον πολλαπλασιασμό και ερμηνεύει την εκτέλεσή του από τον Ευτόκιο μέσω του σχήματος: $(a_1 + b_1 + c_1 + \ldots) \times (a_2 + b_2 + c_2 + \ldots) = (a_1a_2 + a_1b_2 + a_1c_2 + \ldots) + (b_1a_2 + b_1b_2 + b_1c_2 + \ldots) + (c_1a_2 + c_1b_2 + c_1c_2 + \ldots) + \ldots$, δηλαδή, με βάση την επιμεριστική ιδιότητα. Παραθέτουμε το σχετικό χωρίο από το κείμενο του Vogel (αριστερά είναι το κείμενο του Ευτόκιου, δεξιά η ανακατασκευή του Vogel):

1.	$,\overline{\gamma\iota\gamma}$ L' δ΄	
2.	ἐπὶ $,\overline{\gamma\iota\gamma}$ L' δ΄	
3.	M^{λ} M^{γ} $,\bar{\theta}$ $,\overline{\alpha\varphi}$ $\overline{\psi\nu}$	= 9000000 + 30000 + 9000 + 1500 + 750 (= 3000×3000 + 3000×10 + 3000×3 + 3000×$\frac{1}{2}$ + 3000×$\frac{1}{4}$)
4.	M^{γ} $\overline{\rho\lambda\varepsilon}$ $\bar{\beta}$ L'	30000 + 100 + 30 + 5 + $2\frac{1}{2}$ (= 10×3000 + 10×10 + 10×3 + 10×$\frac{1}{2}$ + 10×$\frac{1}{4}$)
5.	$,\overline{\theta\lambda\theta}$ $\bar{\alpha}$ L' L' δ΄	9000 + 30 + 9 + $1\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ (= 3×3000 + 3×10 + 3×3 + 3×$\frac{1}{2}$ + 3×$\frac{1}{4}$)
6.	$,\overline{\alpha\varphi}$ $\bar{\varepsilon}$ $\bar{\alpha}$ L' δ΄ η΄	1500 + 5 + $1\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{8}$ (= $\frac{1}{2}$×3000 + $\frac{1}{2}$×10 + $\frac{1}{2}$×3 + $\frac{1}{2}$×$\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$×$\frac{1}{4}$)
7.	$\overline{\psi\nu}$ $\bar{\beta}$ L' L' δ΄ η΄ ις΄	750 + $2\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{8}$ + $\frac{1}{16}$ (= $\frac{1}{4}$×3000 + $\frac{1}{4}$×10 + $\frac{1}{4}$×3 + $\frac{1}{4}$×$\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{4}$×$\frac{1}{4}$)
8.	ὁμοῦ $M^{\lambda\eta}$ $,\overline{\beta\chi\pi\theta}$ ις΄	= $9082689\frac{1}{16}$

Εδώ γίνονται πολλαπλασιασμοί μεταξύ ακεραίων, πολλαπλασιασμοί μεταξύ ακεραίων και μορίων και πολλαπλασιασμοί μεταξύ μορίων. Χρησιμοποιείται συνεχώς η επιμεριστική ιδιότητα, ενώ ειδικά οι πολλαπλασιασμοί στους οποίους εμπλέκονται μόρια γίνονται με τεχνικές «μοριασμών».

Σε σχέση με αυτόν τον πολλαπλασιασμό έχουμε να κάνουμε τα εξής σχόλια:

Α) Για τους πολλαπλασιασμούς μεταξύ ακεραίων.

Είναι βέβαιο είναι ότι κάθε μη μονοψήφιος ακέραιος αριθμός αντιμετωπίζεται ως ‘άθροισμα’ ορισμένου πλήθους μονάδων, δεκάδων, εκατοντάδων κ.ο.κ. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα ο ακέραιος 3013 αντιμετωπίζεται ως το ‘άθροισμα’ 3 χιλιάδων, μιας δεκάδας και 3 μονάδων. Ο πολλαπλασιασμός 3013 × 3013 εκτελείται ως πολλαπλασιασμός μεταξύ δύο ‘αθροισμάτων’, δηλαδή ως (3 χιλιάδες και 1 δεκάδα

[25] Ο πολλαπλασιασμός αυτός διασώζεται στα σχόλια του Ευτόκιου στην πραγματεία *Κύκλου μέτρησις* του Αρχιμήδη (Heiberg 1915, 250).

και 3 μονάδες) × (3 χιλιάδες και 1 δεκάδα και 3 μονάδες), επομένως εκτελείται με εφαρμογή της επιμεριστικής ιδιότητας.

Επίσης, είναι πολύ πιθανό – αν και το κείμενο δεν είναι τελείως σαφές στο ζήτημα αυτό –τα μερικά γινόμενα που υπεισέρχονται σε αυτόν τον πολλαπλασιασμό να έχουν βρεθεί από τον πολλαπλασιασμό των «πυθμένων» των αριθμών, και τον προσδιορισμό στη συνέχεια της 'τάξης' του γινομένου που βρίσκεται με αυτόν τον τρόπο. Δηλαδή, ο πολλαπλασιασμός (3 χιλιάδες) × (3 χιλιάδες) είναι πολύ πιθανό να έχει εκτελεστεί πολλαπλασιάζοντας τους «πυθμένες» 3 × 3, και προσδιορίζοντας στη συνέχεια το 'είδος' που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του 'είδους' 'χιλιάδα' με το 'είδος' 'χιλιάδα'.

Διασώζονται αρχαίες μαρτυρίες προς επίρρωση αυτής της ερμηνείας. Όσον αφορά στο θέμα της αναγωγής στον πολλαπλασιασμό των «πυθμένων» υπάρχει το ακόλουθο σχόλιο του Αλεξάνδρου του Αφροδισιέως στα *Τοπικά* του Αριστοτέλη, όπου σχολιάζει τον όρο «κεφαλισμοί» που χρησιμοποιεί ο Αριστοτέλης στο κείμενό του: «<κεφαλισμοὺς> δὲ λέγει τοὺς τῶν πρώτων ἀριθμῶν τῶν μέχρι δεκάδος πολλαπλασιασμούς· διὰ γὰρ τῆς περὶ τούτων γυμνασίας καὶ οἱ τῶν ὑστέρων καὶ μειζόνων καὶ ὁμοίων αὐτοῖς πολλαπλασιασμοὶ κατὰ μετάβασιν γνωρίζονται· ἀπὸ γὰρ τοῦ δὶς δύο τέσσαρα γνωρίζεται ὁ δὶς εἴκοσι τεσσαράκοντα καὶ ὁ εἰκοσάκις εἴκοσι τετρακόσια καὶ ὁ διακοσιοντάκις εἴκοσι τετρακισχίλια, καὶ ἑξῆς ὁμοίως» (Wallis 1891, 586.3-8). Από το χωρίο αυτό είναι σαφές ότι πολλαπλασιασμοί όπως οι 2 × 20, 20 × 20 και 20 × 200 ανάγονται στο πολλαπλασιασμό των «πυθμένων» 2 × 2.

Επίσης, όσον αφορά στο θέμα του 'είδους' που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό δύο δυνάμεων του 10, υπάρχει το εξής θεώρημα που μνημονεύει ο Αρχιμήδης στον *Ψαμμίτη*:

«Χρήσιμον δέ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. Εἴ κα ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζωντί τινες ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει, ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάξαντες ἀλλάλους» (Heiberg 1913, 147.27-148.9).

Το θεώρημα του Αρχιμήδη αναφέρεται στους διαδοχικούς όρους οποιασδήποτε γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο το 1 και λόγο u, δηλαδή στους αριθμούς 1, u, u^2, u^3, … Άρα, ως ειδική περίπτωση, αφορά τις διαδοχικές δυνάμεις του 10. Στον παρακάτω πίνακα, στην πρώτη γραμμή γράφονται οι διαδοχικές δυνάμεις του 10. Στη δεύτερη γραμμή γράφεται για κάθε δύναμη του 10 η αντίστοιχη 'τάξη' της, δηλαδή η θέση στην οποία βρίσκεται η δύναμη αυτή στην ακολουθία:

1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	...
1	2	3	4	5	6	7	8	9	...

Το θεώρημα λέει ότι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού μεταξύ δύο όρων της ακολουθίας των δυνάμεων του 10 είναι ένας όρος της ίδιας ακολουθίας και η θέση στην οποία βρίσκεται στην ακολουθία – και στην οποία μπορεί να τον εντοπίσει κανείς – απέχει από τη θέση του μεγαλύτερου όρου τόσο όσο απέχει η θέση του μικρότερου όρου από την πρώτη θέση της ακολουθίας.

Για παράδειγμα, έστω προς εκτέλεση ο πολλαπλασιασμός $10^3 \times 10^4$. Αφού ο μικρότερος όρος (το 10^3) βρίσκεται στην τέταρτη θέση από την αρχή, το γινόμενο θα βρίσκεται σε μια θέση η οποία απέχει τέσσερεις θέσεις από τη θέση στην οποία βρίσκεται ο μεγαλύτερος όρος (10^4), δηλαδή θα βρίσκεται στη θέση 8. Επομένως το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού είναι 10^7. Στο ίδιο θεώρημα ο Αρχιμήδης αναφέρει και έναν δεύτερο τρόπο εύρεσης της θέσης του γινομένου: Η θέση του γινομένου είναι κατά μία μονάδα μικρότερη από το άθροισμα των θέσεων των δύο παραγόντων. Έτσι, πάλι για τον πολλαπλασιασμό $10^3 \times 10^4$, αφού η θέση του 10^3 είναι 4 και η θέση του 10^4 είναι 5, η θέση του γινομένου θα είναι κατά μια μονάδα μικρότερη του αθροίσματος 4 + 5, δηλαδή του 9. Επομένως το γινόμενο θα βρίσκεται στη θέση 8, δηλαδή θα είναι 10^7.

Β) Για τους πολλαπλασιασμούς στους οποίους εμπλέκονται μόρια.

Στη δεύτερη μέθοδο πολλαπλασιασμού τα κλασματικά μέρη των αριθμών δεν πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο τρόπο όπως οι ακέραιοι. Η έννοια του «πυθμένα» δεν εφαρμόζεται στην περίπτωση των μορίων. Δηλαδή, για τον πολλαπλασιασμό $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$, το $\frac{1}{2}$ δεν νοείται ως «5 δέκατα», δηλαδή ως 5 αντίτυπα του 'είδους' 10^{-1}, και ομοίως το $\frac{1}{4}$ δεν νοείται ως «25 εκατοστά», δηλαδή ως 25 αντίτυπα του 'είδους' 10^{-2}. Διότι αν συνέβαινε αυτό, τότε στο κείμενο δεν θα βρίσκαμε τα αριθμητικά στοιχεία *L΄* και δ΄ που παραπέμπουν στα μόρια, αλλά τα στοιχεία $\bar{\varepsilon}$ και $\overline{\kappa\varepsilon}$ που παραπέμπουν στους ακέραιους αριθμούς 5 και 25. Όμως πουθενά στο κείμενο δεν εκτελείται ο πολλαπλασιασμός $\bar{\varepsilon} \times \overline{\kappa\varepsilon}$. Δεν χωρεί αμφιβολία ότι οι πολλαπλασιασμοί των κλασματικών όρων έχουν γίνει με «μοριασμούς».

- *Η μέθοδος που υποδεικνύει ο Θέων για τον πολλαπλασιασμό μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από διάφορα είδη και η αναλογία με τον Διόφαντο*

Εξετάσαμε προηγουμένως τις δύο συνήθεις μεθόδους που εφαρμόζονταν στην εκτέλεση του πολλαπλασιασμού μεταξύ αριθμών που αποτελούνται από ακέραιο και κλασματικό μέρος. Μια τρίτη μέθοδος, αυτή που μας ενδιαφέρει, είναι αυτή που παρουσιάζει ο Θέων στα σχόλιά του. Πρόκειται για την τεχνική που μοιάζει με τον πολλαπλασιασμό 'πολυωνύμων'. Για να εφαρμοστεί αυτή η τεχνική πρέπει κατ' αρχάς

όλα τα μόρια της μονάδος που υπάρχουν στο κλασματικό μέρος των αριθμών να έχουν μετατραπεί σε εξηκονταδικά κλάσματα και κατά συνέπεια ο πολλαπλασιασμός να έχει αναχθεί σε πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών. Για να γίνει ο πολλαπλασιασμός αυτός απαιτείται αφενός η γνώση της επιμεριστικής ιδιότητας και αφετέρου η γνώση του τι προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό μεταξύ ειδών. Ο Vogel παραπέμπει για τέτοιους πολλαπλασιασμούς στους Θέωνα, Πλανούδη, Βαρλαάμ, καθώς και σε ανώνυμα σχόλια που υπάρχουν στον κώδικα Parisinus gr. 453.[26] Δεδομένου ότι οι Βαρλαάμ και Πλανούδης είναι ύστεροι Βυζαντινοί, είναι φανερό ότι τα σχόλια του Θέωνα στη *Μεγίστη* είναι η αρχαιότερη μαρτυρία που έχουμε για αυτή την τρίτη μέθοδο πολλαπλασιασμού. Ας εξετάσουμε την μέθοδο όπως την παρουσιάζει ο Θέων.

Τη μέθοδο για τον πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών ο Θέων την υποδεικνύει μέσω δύο παραδειγμάτων που παρουσιάζει στα σχόλιά του στη *Μεγίστη*. Ως πρώτο παράδειγμα επιλέγει τον πρώτο πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών που συναντούμε στη *Μεγίστη*. Πρόκειται για τον πολλαπλασιασμό του αριθμού 37^{τ} 4΄ 55΄΄ με τον εαυτό του: «Ἔστω δὴ λαβόντας ἡμᾶς τὴν τοῦ δεκαγώνου πλευρὰν ὡς δειχθήσεται τυγχάνουσαν μοιρῶν λζ δ νε ἐφ᾽ ἑαυτὴν ποιῆσαι» (RII.458.15–16).[27]

Με τη σύμβαση για τον συμβολισμό που έχουμε υιοθετήσει πρόκειται για τον πολλαπλασιασμό του ‘πολυωνύμου’ $(37M + 4E^{(1)} + 55E^{(2)})$ επί τον εαυτό του, δηλαδή για τον πολλαπλασιασμό $(37M + 4E^{(1)} + 55E^{(2)}) \times (37M + 4E^{(1)} + 55E^{(2)})$.

Ο Πτολεμαίος, δεν εξηγεί πώς γίνεται αυτός ο πολλαπλασιασμός. Απλώς αναφέρει ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ο αριθμός 1375^{τ} 4΄ 15΄΄. Ο Θέων θα δείξει πώς προκύπτει το αποτέλεσμα. Όπως θα δούμε, η μέθοδος που υποδεικνύει συνίσταται στην εξομοίωση του εξηκονταδικού αριθμού με ένα διοφαντικό ‘πολυώνυμο’ και στην εκτέλεση ενός πολλαπλασιασμού μεταξύ ‘πολυωνύμων’.

Αρχικά ο Θέων δίνει μια συνοπτική περιγραφή της μεθόδου:

«Ἐκτίθεμαι αὐτὴν καὶ πάλιν αὐτὴν ὑφ᾽ αὑτὴν ὡς ὑπογέγραπται. καὶ πρότερον πολλαπλασιάσας λζ μοίρας ἐφ᾽ ἑαυτὰς καὶ ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ δεύτερα ἑξηκοστά, ἔπειτα τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ τὰς λζ μοίρας καὶ ἐφ᾽ ἑαυτὰ καὶ ἐπὶ τὰ δεύτερα ἑξηκοστά, καὶ ἔτι τὰ

[26] Πρόκειται για τα σχόλια που αποτελούν μέρος των *Προλεγομένων* και τα οποία δημοσίευσε ο Tannery στον δεύτερο τόμο των απάντων του Διοφάντου (Tannery 1895, 6–10).

[27] Πρέπει να επισημάνουμε ότι ο Θέων σε όλη την ενότητα των σχολίων του που εξετάζουμε, χρησιμοποιεί τη λέξη «μοίρα» για να δηλώσει γενικά τη μετρητική μονάδα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση που εξετάζει, μετρητική μονάδα είναι το ένα από τα 120 τμήματα (1^{τ}) στα οποία ο Πτολεμαίος χωρίζει τη διάμετρο ενός κύκλου. Έτσι, η πλευρά του κανονικού δεκαγώνου που είναι εγγεγραμμένο σε ένα κύκλο εκφράζεται ως 37^{τ} 4΄ 55" (οι οξείες δηλώνουν την τάξη των εξηκοστών).

δεύτερα ἑξηκοστὰ ἐπί τε τὰς μοῖρας καὶ τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ καὶ ἐφ᾽ ἑαυτά, καὶ οὕτως ἡμῖν ἔσται ὁ πολλαπλασιασμὸς προχειρότερον εἰλημμένος» (RII.458.17–22).

Η τεχνική που υποδεικνύει ο Θέων αποτυπώνεται ευκρινέστερα στον Πίνακα 3. Η πρώτη στήλη περιλαμβάνει το αρχαίο κείμενο και η δεύτερη την απόδοσή του στη σύγχρονη γλώσσα.

Ἐκτίθεμαι αὐτὴν	Γράφω την πλευρά <του κανονικού δεκαγώνου, δηλ. τον αριθμό 37$^{\tau}$ 4΄ 55΄΄>
καὶ πάλιν αὐτὴν ὑφ᾽ αὑτὴν	και την <ξαναγράφω> πάλι από κάτω
ὡς ὑπογέγραπται.	όπως απεικονίζεται παρακάτω.[28]
καὶ πρότερον	Και αφού πρώτα
πολλαπλασιάσας λζ μοίρας	πολλαπλασιάσω <τις> 37 μοίρες
ἐφ᾽ ἑαυτὰς	επί τον εαυτό τους
καὶ ἐπὶ τὰ πρῶτα	και επί τα πρώτα <εξηκοστά>
καὶ δεύτερα ἑξηκοστά,	και <επί> τα δεύτερα εξηκοστά,
ἔπειτα	έπειτα < πολλαπλασιάζω>
τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ	τα πρώτα εξηκοστά
ἐπὶ τὰς λζ μοίρας	επί τις 37 μοίρες
καὶ ἐφ᾽ ἑαυτὰ	και <επί> τον εαυτό τους
καὶ ἐπὶ τὰ δεύτερα ἑξηκοστά,	και επί τα δεύτερα εξηκοστά.
καὶ ἔτι	Και επιπλέον <πολλαπλασιάζω>
τὰ δεύτερα ἑξηκοστὰ	τα δεύτερα εξηκοστά
ἐπί τε τὰς μοῖρας	και επί τις μοίρες
καὶ τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ	και <επί> τα πρώτα εξηκοστά
καὶ ἐφ᾽ ἑαυτά.	και <επί> τον εαυτό τους.

Πίνακας 3

Ο Θέων μέσω του συγκεκριμένου παραδείγματος υποδεικνύει έναν αλγόριθμο με τον οποίο γίνεται ο πολλαπλασιασμός μεταξύ δύο αριθμών που αποτελούνται από διάφορα είδη.[29] Ας παρακολουθήσουμε τώρα με τη βοήθεια του Πίνακα 4 ένα προς ένα τα βήματα του αλγορίθμου που υποδεικνύει ο Θέων (RII. 458.17–459.6).

[28] Ο Θέων μετά την εκτέλεση του πολλαπλασιασμού θα παρουσιάσει μια απεικόνιση όλων των αριθμών που εμπλέκονται στον συγκεκριμένο πολλαπλασιασμό (δηλαδή, των αριθμών οι οποίοι δηλώνουν τα πλήθη των εξηκοστών που υπάρχουν στα δύο πολλαπλασιαζόμενα ‘πολυώνυμα’, αυτών που προκύπτουν ως μερικά γινόμενα και αυτών που υπάρχουν στο τελικό αποτέλεσμα) (RII.460.1-4). Αυτό λοιπόν που προτείνει εδώ είναι να τοποθετήσουμε τους αριθμούς που πολλαπλασιάζονται τον έναν κάτω από τον άλλο και να καταγράψουμε τα αποτελέσματα των ενδιάμεσων πολλαπλασιασμών καθώς και το τελικό αποτέλεσμα.

[29] Στην προκειμένη περίπτωση, βέβαια, ο Θέων έδειξε πώς πολλαπλασιάζεται ένας τέτοιος αριθμός επί τον εαυτό του. Όμως, ο αλγόριθμος είναι ο ίδιος, είτε πρόκειται για

Κείμενο	Ερμηνεία
Αἱ μὲν οὖν μοῖραι λζ ἐφ᾽ ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι συνάγουσιν μοίρας ,ατξθ,	37M × 37M → 1369M
ἐπὶ δὲ τὰ πρῶτα ἑξηκοστὰ δ πρῶτα ἑξηκοστὰ ρμη,	<37M> × $4E^{(1)}$ → $148E^{(1)}$
καὶ ἔτι ἐπὶ τὰ νε δεύτερα ἑξηκοστὰ ,βλε.	<37M> × $55E^{(2)}$ → $2035E^{(2)}$
ἔπειτα τὰ πρῶτα δ ἑξηκοστὰ ἐπὶ τὰς λζ μοίρας συνάγουσιν πάλιν πρῶτα ἑξηκοστὰ ρμη·	$4E^{(1)}$ × 37M → $148E^{(1)}$
τὰ δὲ πρῶτα δ ἑξηκοστὰ ἐφ᾽ ἑαυτὰ ποιοῦσιν δεύτερα ἑξηκοστὰ ις·	$4E^{(1)}$ × $4E^{(1)}$ → $16E^{(2)}$
ἐπὶ δὲ τὰ νε δεύτερα ποιοῦσι τρίτα ἑξηκοστὰ σκ.	$4E^{(1)}$ × $55E^{(2)}$ → $220E^{(3)}$
πάλιν τὰ δεύτερα ἑξηκοστὰ νε ἐπὶ τὰς λζ μοίρας συνάγουσιν δεύτερα ἑξηκοστὰ ,βλε·	$55E^{(2)}$ × 37M → $2035E^{(2)}$
καὶ πάλιν τὰ νε δεύτερα ἐπὶ τὰ δ πρῶτα ποιοῦσι τρίτα σκ·	$55E^{(2)}$ × $4E^{(1)}$ → $220E^{(3)}$
καὶ ἔτι τὰ νε δεύτερα ἐφ᾽ ἑαυτὰ συνάγουσιν τέταρτα ἑξηκοστὰ ,γκε.	$55E^{(2)}$ × $55E^{(2)}$ → $3025E^{(4)}$
καὶ ἔσται ἡ τῶν ἀριθμῶν τάξις ὡς ὑπογέγραπται.[30]	

Πίνακας 4

Όπως βλέπουμε, ο αλγόριθμος που υποδεικνύει ο Θέων συνίσταται στο ότι κάθε πλήθος ειδών του ενός αριθμού πολλαπλασιάζεται με όλα τα πλήθη ειδών του άλλου αριθμού. Το ουσιώδες όμως χαρακτηριστικό αυτής της τεχνικής για τον πολλαπλασιασμό αριθμών που αποτελούνται από διάφορα είδη, δεν είναι αυτό. Το ότι κάθε πλήθος ειδών του ενός αριθμού πολλαπλασιάζεται με όλα τα πλήθη ειδών του άλλου αριθμού είναι κάτι το τελείως τετριμμένο. Είναι η γνωστή εφαρμογή της επιμεριστικής ιδιότητας, όπως είδαμε στη δεύτερη μέθοδο που εξετάσαμε προηγουμένως. Το ουσιώδες στην τεχνική του Θέωνα είναι ότι ο πολλαπλασιασμός

πολλαπλασιασμό ενός αριθμού επί τον εαυτό του είτε επί διαφορετικό αριθμό, όπως εξάλλου επισημαίνει αργότερα και ο ίδιος ο Θέων: «ὡσαύτως δὲ καὶ ἂν διάφοροι τυγχάνωσιν οἱ ἀριθμοὶ πολλαπλασιάζονται» (RII.459.16–17). Και βέβαια, στο δεύτερο παράδειγμα που παρουσιάζει, χρησιμοποιεί διαφορετικούς αριθμούς: πολλαπλασιάζει τον αριθμό (103M + $55E^{(1)}$ + $23E^{(2)}$) επί τον αριθμό (48M + $31E^{(1)}$ + $55E^{(2)}$).

[30] Με την έκφραση «ὡς ὑπογέγραπται» ο Θέων αναφέρεται στη συγκεκριμένη διάταξη των αριθμών που ακολουθεί αμέσως μετά και η οποία αποτελεί ένα είδος σχηματικής απεικόνισης των αριθμών που εμπλέκονται στον πολλαπλασιασμό. Σε αρκετά χειρόγραφα της *Μεγίστης* συναντάμε στο περιθώριο μια αντίστοιχη σχηματική απεικόνιση όπου οι συγκεκριμένοι αριθμοί τοποθετούνται σε ‘πίνακες’. Όπως, για παράδειγμα, στον κώδικα *Vaticanus gr*. 180 (10ος αι.), f. 15r, στον οποίο εκτός από τον ‘πίνακα’ στον οποίο εκτίθενται οι αριθμοί που εμφανίζονται στο παράδειγμα του Θέωνα, υπάρχει και μια σχηματική απεικόνιση του μηχανισμού εκτέλεσης του πολλαπλασιασμού που κάνει ο Θέων.

ανάμεσα σε αριθμούς που αποτελούνται από διάφορα είδη ανάγεται σε πολλαπλασιασμό ανάμεσα σε πλήθη *ειδών*. Αυτό λοιπόν που πρέπει να παρατηρήσουμε είναι ότι κατά την εκτέλεση του πολλαπλασιασμού ο Θέων ουδέποτε αναφέρει έναν αριθμό χωρίς αυτός ο αριθμός να συνδέεται με ένα είδος. Κάθε αριθμός είναι, τρόπον τινά, 'συντελεστής'. Δηλώνει ένα συγκεκριμένο πλήθος εξηκοστών κάποιου είδους και συνοδεύεται πάντοτε από το είδος στο οποίο ανήκουν τα εξηκοστά αυτά. Δηλαδή, αυτά που πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους δεν είναι απλοί αριθμοί αλλά πλήθη ειδών. Για να βρεθεί το αποτέλεσμα καθενός από τους παραπάνω ενδιάμεσους πολλαπλασιασμούς, δεν πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους μόνο οι απόλυτοι αριθμοί που εκφράζουν τα πλήθη των εξηκοστών, αλλά πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους και τα διάφορα είδη των εξηκοστών, όπως ακριβώς συμβαίνει και κατά τον πολλαπλασιασμό μονωνύμων στη στοιχειώδη άλγεβρα: πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους χωριστά οι συντελεστές και χωριστά οι δυνάμεις του αγνώστου. Οι 'συντελεστές' δηλαδή παίζουν ξεχωριστό ρόλο από ό,τι παίζει αυτό που θα λέγαμε εγγράμματο μέρος και που στην περίπτωση του Θέωνα είναι τα είδη των εξηκοστών. Ο Θέων λοιπόν στον εξηκονταδικό αριθμό 37^{τ} 4΄ 55΄΄ βλέπει κάτι αντίστοιχο με ένα 'πολυώνυμο' και στο 4΄, για παράδειγμα, βλέπει κάτι αντίστοιχο με ένα 'μονώνυμο'. Το 4΄ δεν το βλέπει ως τον ενιαίο αριθμό 4/60 αλλά ως 4 είδη, συγκεκριμένα, με βάση τον συμβολισμό μας, ως $4E^{(1)}$. Για να πολλαπλασιάσει το 4΄ με το 55΄΄ δεν πολλαπλασιάζει τον αριθμό 4/60 με τον αριθμό 55/3600. Πολλαπλασιάζει τους 'συντελεστές' 4 και 55, και ο αριθμός 220 που βρίσκει ως αποτέλεσμα δηλώνει το πλήθος των εξηκοστών που ανήκουν στο είδος που προκύπτει όταν το είδος του πρώτου εξηκοστού ($E^{(1)}$) πολλαπλασιαστεί με το είδος του δεύτερου εξηκοστού ($E^{(2)}$), δηλαδή δηλώνει το πλήθος των τρίτων εξηκοστών ($E^{(3)}$). Αυτός βέβαια ο πολλαπλασιασμός απαιτεί επιπλέον να ξέρεις τι είδος προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό δύο ειδών. Και αυτό είναι κάτι που ο Θέων το έχει εξηγήσει, όπως είδαμε, λεπτομερέστατα στο σχόλιό του. Το ίδιο ακριβώς εξηγεί και ο Διόφαντος, επίσης λεπτομερέστατα, στον πρόλογο των *Αριθμητικών*, στη συγκεκριμένη περίπτωση για τις δυνάμεις του αγνώστου.[31]

---

[31] Όπως προκύπτει από τα παραδείγματα που παρουσιάζει ο Θέων όταν εκθέτει τη θεωρία του, στον πολλαπλασιασμό των εξηκοστών εφαρμόζεται αυτό που θα λέγαμε σήμερα ο γενικός κανόνας για τον πολλαπλασιασμό δυνάμεων που έχουν την ίδια βάση. Δηλαδή, η τάξη των εξηκοστών που προκύπτουν όταν πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά ισούται με το άθροισμα των τάξεων των εξηκοστών που πολλαπλασιάζονται. Ο Θέων βέβαια δεν διατυπώνει κανένα αντίστοιχο γενικό κανόνα για την τάξη των εξηκοστών που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό. Το ότι εφαρμόζει αυτό τον κανόνα προκύπτει από τα διάφορα παραδείγματα πολλαπλασιασμού εξηκοστών που εξετάζει. Την γενικότητα την υποδηλώνει με τις φράσεις «ὡσαύτως» ή «ὁμοίως» ή «καὶ ἑξῆς ἀκολούθως», που χρησιμοποιεί μετά από τα παραδείγματα πολλαπλασιασμού εξηκοστών που εξετάζει (RII.456.20–21, RII.456.32–33, RII.457.8–9). Πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι ούτε ο Διόφαντος διατυπώνει κάποιο γενικό κανόνα πολλαπλασιασμού δυνάμεων του x. Όμως και αυτός πολλαπλασιάζει τις δυνάμεις του x χρησιμοποιώντας τον κανόνα $(x^m)(x^n) = x^{m+n}$. Ο γενικός κανόνας για τον πολλαπλασιασμό των ειδών, σύμφωνα με τις μαρτυρίες που διαθέτουμε, διατυπώνεται αρκετά αργότερα. Τον συναντάμε για πρώτη φορά στα *Προλεγόμενα*, όταν συζητείται το θέμα του πολλαπλασιασμού των εξηκοστών. Εκεί λοιπόν ο συγγραφέας, αφού πρώτα εκθέσει τη θεωρία που εκθέτει και ο Θέων για τον πολλαπλασιασμό και αφού παρουσιάσει διάφορα

Έχει γίνει ήδη ξεκάθαρο ότι ο Θέων εξομοιώνει τον αριθμό 37^{τ} 4΄ 55΄΄ με μια συλλογή (συνάθροιση, 'πολυώνυμο') ενενήντα έξι αντικειμένων τριών διαφορετικών ειδών: μονάδες, πρώτα εξηκοστά και δεύτερα εξηκοστά. Τα πλήθη των αντικειμένων του κάθε είδους είναι αντιστοίχως 37, 4 και 55. Έτσι, η συλλογή που πολλαπλασιάζει με τον εαυτό της είναι η ($37M + 4E^{(1)} + 55E^{(2)}$). Από την άλλη, ένα διοφαντικό 'πολυώνυμο' είναι και αυτό 'συνάθροιση' αντικειμένων διαφορετικών ειδών. Για παράδειγμα, το 'πολυώνυμο' 37 μονάδες, 4 ἀριθμοστά, 55 δυναμοστά (δηλαδή $37 + 4x^{-1} + 55x^{-2}$) είναι μια «συνάθροιση» ενενήντα έξι αντικειμένων τριών διαφορετικών ειδών: μονάδες, ἀριθμοστά, δυναμοστά.[32] Η αναλογία του Θέωνα με τον Διόφαντο είναι προφανής. Η αναλογία όμως δεν περιορίζεται μόνο στη βαθύτερη εννοιολογική ταύτιση, εκ μέρους του Θέωνα, του εξηκονταδικού αριθμού με μία 'συνάθροιση' ειδών ('πολυώνυμο'). Η μέθοδος πολλαπλασιασμού μεταξύ εξηκονταδικών αριθμών που υποδεικνύει ο Θέων είναι ίδια με τη μέθοδο πολλαπλασιασμού 'πολυωνύμων' του Διοφάντου. Η αναλογία επομένως επεκτείνεται και στον πολλαπλασιασμό 'πολυωνύμων' δηλαδή κατ' ουσίαν στον πολλαπλασιασμό 'μονωνύμων' σε δύο επίπεδα: στο επίπεδο των 'συντελεστών' και στο επίπεδο των ειδών. Για περισσότερη ευκρίνεια θα αποτυπώσουμε στον παρακάτω Πίνακα 5 πώς γίνεται κατά τον πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών από τον Θέωνα ο πολλαπλασιασμός ανάμεσα στα πλήθη των ειδών σε δύο επίπεδα καθώς και την αντιστοιχία με τους πολλαπλασιασμούς 'μονωνύμων' που γίνονται κατά τον πολλαπλασιασμό 'πολυωνύμων' στον Διόφαντο.

παραδείγματα, διατυπώνει τον εξής κανόνα: «καθόλου δὲ εἰπεῖν δύο τῶν πολλαπλασιαζομένων συντιθέντων ἤτοι συντιθεμένων εἶναι συμβαίνει τὸν πολλαπλασιασμὸν παρώνυμον ἀπὸ τῶν συντιθεμένων. ὁριστέον οὖν τὸν τῶν λεπτῶν πολλαπλασιασμὸν οὕτως· πολλαπλασιασμός ἐστιν ὁ παρώνυμος ἀριθμὸς ἐκ τῶν μελλόντων πολλαπλασιάζεσθαι τῆς συνθέσεως λαμβανόμενος. οἷον Β΄ ἐπὶ Γ΄ Ε΄ γίνεται. καὶ ἔστιν κατὰ σύνθεσιν τῶν τῶν Β΄ καὶ Γ΄ ὁ Ε΄[...]. τούτῳ οὖν τῷ κανόνι δεῖ προσέχειν ἀεὶ ἐπὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν» (βλ. *Marcianus gr.* 313, f. 5v, πρβλ. *Vaticanus gr.* 1594, f. 6v). Τον κανόνα που ισχύει για τον πολλαπλασιασμό των ειδών τον συναντάμε γραμμένο και στα περιθώρια της *Μεγίστης*, διατυπωμένο σε γενικότερη μορφή: «πᾶν εἶδος ἐπὶ πᾶν εἶδος πολλαπλασιαζόμενον, ἐκεῖνο ποιεῖ τὸ εἶδος τὸ ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν αὐτῶν γινομένων. οἷον πρῶτα ἐπὶ πρῶτα, ποιεῖ δεύτερα [...]» (βλ. *Marcianus gr.* 313, f. 41r, πρβλ. *Vaticanus gr.* 1594, f. 16v). Επίσης: «ἔσται γὰρ τὸ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ γινόμενον εἶδος παρώνυμον ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ γινομένου ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν ἀριθμῶν ἀφ' ὧν παρώνυμά ἐστι τὰ πολλαπλασιασθέντα ἐπάλληλα ἑξηκοστὰ» (*Vaticanus gr.* 1594, f. 16 v). Στα τέλη λοιπόν του 5ου αιώνα και στις αρχές του 6ου βλέπουμε τη θεωρία περί του λογισμού των ειδών που αναπτύσσει ο Θέων, εμπνεόμενος από τον Διόφαντο, όχι απλώς να παρουσιάζεται αλλά να παρουσιάζεται σε πιο ανεπτυγμένη μορφή.

[32] Σε αντίθεση με τη σημερινή πρακτική το διοφαντικό 'πολυώνυμο' μπορεί να περιέχει και αντίστροφες δυνάμεις του αγνώστου. Για εμάς σήμερα το $37 + 4\ x^{-1} + 55x^{-2}$ δεν είναι πολυώνυμο.

Πολλαπλασιασμός εξηκονταδικών αριθμών (Θέων)			Πολλαπλασιασμός ‘πολυωνύμων’ (Διόφαντος)		
$(37M, 4E^{(1)}, 55E^{(2)}) \times (37M, 4E^{(1)}, 55E^{(2)})$			$(37, 4\,x^{-1}, 55x^{-2}) \times (37, 4\,x^{-1}, 55x^{-2})$		
Πολλαπλασιασμός ανάμεσα σε πλήθη ειδών		Γινόμενο	Πολλαπλασιασμός ‘μονωνύμων’		Γινόμενο
$37M \times 37M$	$(37 \times 37)\ (M \times M)$	$1369\ M$	37×37	37×37	1369
$37M \times 4E^{(1)}$	$(37 \times 4)\ [M \times E^{(1)}]$	$148E^{(1)}$	$37 \times (4\,x^{-1})$	$(37 \times 4)x^{-1}$	$148\,x^{-1}$
$37M \times 55E^{(2)}$	$(37 \times 55)\ [M \times E^{(2)}]$	$2035E^{(2)}$	$37 \times (55x^{-2})$	$(37 \times 55)x^{-2}$	$2035\,x^{-2}$
$4E^{(1)} \times 37M$	$(4 \times 37)\ [E^{(1)} \times M]$	$148E^{(1)}$	$(4x^{-1}) \times 37$	$(4 \times 37)x^{-1}$	$148\,x^{-1}$
$4E^{(1)} \times 4E^{(1)}$	$(4 \times 4)\ [E^{(1)} \times E^{(1)}]$	$16E^{(2)}$	$(4x^{-1}) \times (4\,x^{-1})$	$(4 \times 4)\ [(x^{-1}) \times (x^{-1})]$	$16\,x^{-2}$
$4E^{(1)} \times 55E^{(2)}$	$(4 \times 55)\ [E^{(1)} \times E^{(2)}]$	$220E^{(3)}$	$(4x^{-1}) \times (55x^{-2})$	$(4 \times 55)\ [(x^{-1}) \times (x^{-2})]$	$220\,x^{-3}$
$55E^{(2)} \times 37M$	$(55 \times 37)\ [E^{(2)} \times M]$	$2035E^{(2)}$	$(55x^{-2}) \times 37$	$(55 \times 37)x^{-2}$	$2035\,x^{-2}$
$55E^{(2)} \times 4E^{(1)}$	$(55 \times 4)\ [E^{(2)} \times E^{(1)}]$	$220E^{(3)}$	$(55x^{-2}) \times (4x^{-1})$	$(55x^{-2}) \times (4\,x^{-1})$	$220\,x^{-3}$
$55E^{(2)} \times 55E^{(2)}$	$(55 \times 55)\ [E^{(2)} \times E^{(2)}]$	$3025E^{(4)}$	$(55x^{-2}) \times (55x^{-2})$	$(55x^{-2}) \times (55x^{-2})$	$3025\,x^{-4}$

Πίνακας 5

Από τον Πίνακα 5 φαίνεται ξεκάθαρα η βαθιά συνάφεια που υπάρχει ανάμεσα στον πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών που εκτελεί ο Θέων και στον πολλαπλασιασμό ‘πολυωνύμων’ που εκτελεί ο Διόφαντος.

Μερικά σχόλια:

Α) Για τη μέθοδο πολλαπλασιασμού εξηκονταδικών αριθμών που υποδεικνύει ο Θέων.

Στον Πίνακα 5 αποτυπώνεται ξεκάθαρα το γεγονός ότι ο Θέων εκτελεί τον πολλαπλασιασμό ανάμεσα σε δύο πλήθη ειδών με τον ίδιο τρόπο με τον οποίο πολλαπλασιάζονται δύο ‘μονώνυμα’ στον Διόφαντο. Πολλαπλασιάζονται χωριστά οι αριθμοί που εκφράζουν το πλήθος των εξηκοστών και χωριστά τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά.[33] Με τη σειρά του, ο πολλαπλασιασμός των εξηκοστών, τα οποία, όπως

[33] Το γεγονός ότι ο Θέων εκτελεί τον πολλαπλασιασμό ανάμεσα σε πλήθη ειδών σαν πολλαπλασιασμό ‘μονωνύμων’ φαίνεται ακόμα πιο ξεκάθαρα στο δεύτερο παράδειγμα πολλαπλασιασμού που κάνει αργότερα: «πολλαπλασιάζομεν [...] τὰ νε πρῶτα ἑξηκοστὰ ἐπὶ τὰ λα πρῶτα ἑξηκοστά· γίνεται ,αψε δεύτερα ἑξηκοστά· πρῶτα γὰρ ἐπὶ πρῶτα γίνεται δεύτερα. [...] καὶ ἔτι τὰ κγ δεύτερα ἑξηκοστὰ ἐπὶ τὰ νε δεύτερα ἑξηκοστά· γίνεται ,ασξε τέταρτα ἑξηκοστά. β γὰρ ἐπὶ β, δ γίνεται» (RII.579.11–581.4). Όπως βλέπουμε, ο Θέων στην εκτέλεση του πολλαπλασιασμού συμπεριλαμβάνει τις φράσεις «πρῶτα γὰρ ἐπὶ πρῶτα γίνεται δεύτερα» και «β γὰρ ἐπὶ β, δ γίνεται», κάτι που φανερώνει ότι ο πολλαπλασιασμός των ‘συντελεστών’ γίνεται χωριστά από τον πολλαπλασιασμό των εξηκοστών. Αυτό με τη σειρά του είναι το προαπαιτούμενο για τον πολλαπλασιασμό δύο μονωνύμων και θα το δούμε να διατυπώνεται με σαφήνεια σε πολύ μεταγενέστερες περιόδους της ιστορίας των Μαθηματικών, όπως για

έχουμε αναφέρει, ο Θέων τα αντιλαμβάνεται κατ' αναλογία με τις αντίστροφες δυνάμεις του αγνώστου στον Διόφαντο, γίνεται όπως ακριβώς και ο πολλαπλασιασμός των δυνάμεων του αγνώστου. Ο Θέων λοιπόν, προσλαμβάνοντας τη θεωρία ειδών του Διοφάντου και αναπτύσσοντας μια ανάλογη θεωρία για τα δικά του είδη υποδεικνύει για τον πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών μια τεχνική η οποία, σε τελευταία ανάλυση, έγκειται στο χειρισμό των αριθμών αυτών σαν να είναι 'πολυώνυμα' ανάγοντας κατά συνέπεια τον χειρισμό των εξηκονταδικών κλασμάτων σε χειρισμό ακεραίων και επομένως επιτρέποντας να αποφευχθεί «τὸ δύσχρηστον τῶν μοριασμῶν». Για να καταλάβουμε το πλεονέκτημα που παρουσιάζει η μέθοδος που υποδεικνύει ο Θέων συγκρινόμενη σε ό,τι αφορά τους μοριασμούς με τις άλλες μεθόδους, ας δούμε πώς θα μπορούσε να γίνει ο ίδιος πολλαπλασιασμός με τις δύο συνήθεις μεθόδους που εξετάσαμε. Αν δηλαδή τα εξηκονταδικά μέρη της μονάδος δεν νοηθούν ως δυνάμεις αλλά παραμείνουν κλάσματα. Αυτή τη φορά επομένως ο αριθμός 37M + 4E$^{(1)}$ + 55E$^{(2)}$ θα γραφεί ως 37 $\frac{4}{60}\,\frac{55}{3600}$ και θα εκτελεστεί ο πολλαπλασιασμός (37 $\frac{4}{60}\,\frac{55}{3600}$) × (37 $\frac{4}{60}\,\frac{55}{3600}$).

Έτσι, σύμφωνα με την πρώτη μέθοδο που εξετάσαμε,

1. Τα κλάσματα που περιέχει κάθε αριθμός γίνονται ομώνυμα και προστίθενται:

$$\frac{4}{60}\,\frac{55}{3600} \rightarrow \frac{240}{3600} + \frac{55}{3600} \rightarrow \frac{295}{3600}.$$

2. Ο μικτός αριθμός γίνεται κλάσμα:

$$37\,\frac{295}{3600} \rightarrow [(37 \times 3600) + 295]/3600 \rightarrow (133200 + 295)/3600 \rightarrow \frac{133495}{3600}.$$

3. Εκτελείται ο πολλαπλασιασμός του κλάσματος που προέκυψε επί τον εαυτό του:

$$\frac{133495}{3600} \times \frac{133495}{3600} \rightarrow \frac{17820915025}{12960000}.$$

Το τελικό αποτέλεσμα θα έπρεπε να εκφραστεί σε μονάδες και υποδιαιρέσεις της. Θα έπρεπε δηλαδή να γίνει πρώτα η διαίρεση 17820915025 : 12960000 και στη συνέχεια το υπόλοιπο της διαίρεσης θα έπρεπε να εκφραστεί σε εξηκοστά της μονάδος. Το πηλίκο αυτής της διαίρεσης είναι ο αριθμός 1375 και το υπόλοιπο ο αριθμός 915025. Δηλαδή, μέχρι στιγμής, το τελικό αποτέλεσμα είναι 1375 $\frac{915025}{12960000}$. Θα έπρεπε λοιπόν το κλάσμα $\frac{915025}{12960000}$ να μετατραπεί σε άθροισμα εξηκονταδικών κλασμάτων.

παράδειγμα στο παρακάτω απόσπασμα από την αγγλική μετάφραση του βιβλίου του Νεύτωνα *Arithmetica Universalis*: «Simple Algebraick Terms are multiply'd by multiplying the Numbers into the Numbers, and the Species into the Species» (Newton 1720, 16).

Σύμφωνα με τη 2η μέθοδο που εξετάσαμε, δηλαδή μέσω του σχήματος με το οποίο ο Vogel ερμηνεύει την εκτέλεση του πολλαπλασιασμού από τον Ευτόκιο: $(a_1 + b_1 + c_1) \times (a_2 + b_2 + c_2 +) = (a_1a_2 + a_1b_2 + a_1c_2) + (b_1a_2 + b_1b_2 + b_1c_2) + (c_1a_2 + c_1b_2 + c_1c_2)$,

$(37 + \frac{4}{60} + \frac{55}{3600}) \times (37 + \frac{4}{60} + \frac{55}{3600}) \rightarrow (37\times37 + 37\times\frac{4}{60} + 37\times\frac{55}{3600}) + (\frac{4}{60}\times37 + \frac{4}{60}\times\frac{4}{60} + \frac{4}{60}\times\frac{55}{3600}) +$

$(\frac{55}{3600}\times37 + \frac{55}{3600}\times\frac{4}{60} + \frac{55}{3600}\times\frac{55}{3600}) \rightarrow (1369 + \frac{148}{60} + \frac{2035}{3600}) + (\frac{148}{60} + \frac{16}{3600} + \frac{220}{216000}) + (\frac{2035}{3600} + \frac{220}{216000} + \frac{3025}{12960000})$.

Όλα τα κλάσματα πρέπει κατόπιν να γίνουν ομώνυμα και να προστεθούν. Θα προκύψει έτσι ένα κλάσμα με αριθμητή: (148×216000) + (2035×3600) + (148×216000) + (16×3600) + (220×60) + (2035×3600) + (220×60) + 3025 = 31968000 + 7326000 + 31968000 + 57600 + 13200 + 7326000 + 13200 + 3025 = 78675025 και παρονομαστή 12960000.

Από τον πολλαπλασιασμό λοιπόν προκύπτει ο μικτός αριθμός $1369\,\frac{78675025}{12960000}$.

Για να εκφραστεί το τελικό αποτέλεσμα σε μονάδες και εξηκονταδικά κλάσματα, θα έπρεπε πρώτα να γίνει η διαίρεση 78675025 : 12960000. Το πηλίκο αυτής της διαίρεσης είναι το 6, το οποίο και θα προστεθεί στον αριθμό 1369. Το υπόλοιπο της διαίρεσης είναι ο αριθμός 915025. Δηλαδή, και πάλι, μέχρι στιγμής, το τελικό αποτέλεσμα είναι $1375\,\frac{915025}{12960000}$. Θα έπρεπε λοιπόν και πάλι το κλάσμα $\frac{915025}{12960000}$να μετατραπεί σε άθροισμα εξηκονταδικών κλασμάτων.

Από τα προηγούμενα γίνεται τελείως φανερή η δυσχέρεια που παρουσιάζει ο πολλαπλασιασμός των εξηκονταδικών αριθμών αν εκτελεστεί με οποιονδήποτε από τους συνήθεις τρόπους των 'μοριασμών' που εξετάσαμε.[34] Και βέβαια, στο συγκεκριμένο παράδειγμα που εξετάσαμε, γίνεται μια σχετική «οικονομία» πράξεων αφού πολλαπλασιάζεται ένας αριθμός επί τον εαυτό του και επομένως τα πλήθη των ειδών από τα οποία αποτελούνται οι δύο πολλαπλασιαζόμενοι αριθμοί είναι ίδια. Μπορεί κανείς πολύ εύκολα να φανταστεί πόσο μεγαλύτερη δυσχέρεια θα παρουσίαζε

[34] Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνουμε τη βιαστική εκτίμηση που κάνει ο Heath μετά την εξέταση του παραδείγματος πολλαπλασιασμού του Ευτόκιου το οποίο εξετάσαμε παραπάνω. Ο Heath λοιπόν δηλώνει κατά λέξη τα εξής: «Ο πολλαπλασιασμός του εξηκονταδικού αριθμού 37º 4΄ 55΄΄ επί τον εαυτό του εκτελείται από τον Θέωνα στα σχόλιά του στη *Μεγίστη* με έναν ακριβώς παρόμοιο τρόπο» (Heath 1921, i, 58). Όπως φαίνεται αυτή η εκτίμηση του Heath είναι λανθασμένη. Διότι είναι σαφές ότι ο Θέων θέλοντας να αποφύγει τους μοριασμούς που εμπεριέχει αυτός ο πολλαπλασιασμός, τον εκτελεί σαν πολλαπλασιασμό 'πολυωνύμων'. Εκτός βέβαια εάν ο Heath θεωρεί ότι και ο Ευτόκιος εκτελεί τον αντίστοιχο πολλαπλασιασμό ως πολλαπλασιασμό 'πολυωνύμων', ότι δηλαδή, σε τελευταία ανάλυση, πολλαπλασιάζει τα κλασματικά μέρη σαν να είναι αντίστροφες δυνάμεις του 10. Χωρίς να αποκλείουμε αυτό το ενδεχόμενο, πρέπει να σημειώσουμε ότι δεν έχουμε πραγματολογικά δεδομένα που να το καθιστούν ιδιαίτερα πιθανό.

ο πολλαπλασιασμός δύο αριθμών που δεν θα αποτελούνταν από τα ίδια πλήθη ειδών. Όπως, για παράδειγμα, ο πολλαπλασιασμός $(103M + 55E^{(1)} + 23E^{(2)}) \times (48M + 31E^{(1)} + 55E^{(2)})$ που εκτελεί αργότερα ο Θέων, όταν εξηγεί για δεύτερη φορά την τεχνική της εκτέλεσής του.[35]

Β) Για τη θεωρία του Θέωνα περί πολλαπλασιασμού των ειδών

Όπως έχουμε κατ' επανάληψιν επισημάνει, για να εκτελεστεί ο πολλαπλασιασμός ανάμεσα σε δύο πλήθη ειδών ως πολλαπλασιασμός δύο 'μονωνύμων' (και κατ' επέκτασιν ο πολλαπλασιασμός δύο εξηκονταδικών αριθμών ως πολλαπλασιασμός δύο 'πολυωνύμων') απαιτείται η γνώση μιας θεωρίας για τον πολλαπλασιασμό των ειδών, την οποία πράγματι αναπτύσσει ο Θέων εμπνεόμενος από τον Διόφαντο, και της οποίας η σημασία δεν εκτιμήθηκε από την παραδοσιακή ιστοριογραφία. Ας πάρουμε ως παράδειγμα τον Neugebauer, ο οποίος όταν εξετάζει τα βαβυλωνιακά Μαθηματικά εκφράζει την άποψη ότι οι εξηγήσεις του Θέωνα θα περίττευαν αν οι Έλληνες αστρονόμοι διέθεταν πίνακες πολλαπλασιασμού ανάλογους με αυτούς που διέθεταν οι Βαβυλώνιοι: «Ανάμεσα στα 350 και στα 400 μ.Χ. ο Θέων ο Αλεξανδρινός έγραψε σελίδες ολόκληρες με εξηγήσεις, στα σχόλιά του πάνω στους εξηκονταδικούς υπολογισμούς του Πτολεμαίου στη *Μεγίστη*. Ένας γραφέας που υπηρετούσε στη διαχείριση της περιουσίας ενός βαβυλωνιακού ναού δύο χιλιάδες χρόνια πριν από το Θέωνα θα απορούσε δικαιολογημένα για την ανάγκη τόσων πολλών εξηγήσεων για μια τόσο απλή μέθοδο» (Neugebauer 1990, 68).[36] Ο Neugebauer δηλαδή, πέρα από το ότι δεν αναγνωρίζει ακόμα και την πρακτική σημασία των εξηγήσεων που δίνει ο Θέων

---

[35] Για το δεύτερο παράδειγμα πολλαπλασιασμού του Θέωνα βλ. (RII.579.11–581.4).

[36] Για το θέμα των πινάκων πολλαπλασιασμού ο Olaf Pedersen, εκθέτοντας τον προβληματισμό του σε σχέση με το πώς εκτελούσε ο Πτολεμαίος τον πολλαπλασιασμό εξηκονταδικών αριθμών, εκφράζει ρητά την άποψη ότι ο Πτολεμαίος χρησιμοποιούσε πίνακες πολλαπλασιασμού σαν αυτούς των Βαβυλωνίων: «Γνωρίζουμε ότι οι Βαβυλώνιοι είχαν ειδικούς πίνακες για τον πολλαπλασιασμό και μπορούμε σίγουρα να θεωρήσουμε ότι ο Πτολεμαίος χρησιμοποιούσε παρόμοιους πίνακες» (Pedersen 2010, 52). Βέβαια, όπως έχουμε αναφέρει, ο Πτολεμαίος δεν εξηγεί πουθενά πώς εκτελεί τις πράξεις στο εξηκονταδικό σύστημα, θεωρώντας ότι οι αναγνώστες του είχαν εξοικείωση με τις απαιτούμενες τεχνικές. Το γεγονός αυτό επισημαίνεται όχι μόνο από τους σύγχρονους σχολιαστές του Πτολεμαίου αλλά και από τους αρχαίους σχολιαστές, όπως, για παράδειγμα, από τον ανώνυμο συγγραφέα των *Προλεγομένων*, ο οποίος, αναφερόμενος στην εύρεση της τετραγωνικής ρίζας του αριθμού 4500^{τ} (που είναι ο αριθμός $37^{\tau}\ 4'\ 55''$) γράφει για τον Πτολεμαίο: «πῶς δὲ δεῖ εὑρίσκειν οὐκ εἶπεν ὡς παρ' αὐτῷ δήλου ὄντος» (βλ. π.χ. *Vaticanus. gr*. 184, f. 19r και *Marcianus gr*. 313, f. 20r). Το ερώτημα πώς εκτελούσε ο Πτολεμαίος τις πράξεις στο εξηκονταδικό σύστημα παραμένει ακόμα ανοικτό. Ωστόσο, η άποψη που διατυπώνει ο Pedersen περί της χρήσεως πινάκων πολλαπλασιασμού από τον Πτολεμαίο, υποδηλώνει ότι ο Πτολεμαίος εκτελούσε τον πολλαπλασιασμό με κάποια από τις συνήθεις μεθόδους, αφού μόνο σε αυτές εμπλέκονται πολλαπλασιασμοί μεγάλων αριθμών. Επομένως, αν αποδεχθούμε αυτή την άποψη, θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι ο Θέων πρωτοτυπεί στρεφόμενος σε μια τελείως διαφορετική θεωρία, την οποία είχε επεξεργαστεί λίγες δεκαετίες νωρίτερα ο Διόφαντος.

για τους εξηκονταδικούς υπολογισμούς (επιτρέπουν την αποφυγή μοριασμών), δεν αναγνωρίζει το μεγαλύτερης σημασίας γεγονός που φανερώνουν αυτές οι εξηγήσεις. Ότι, δηλαδή, σε μια χρονική περίοδο που βρίσκεται αρκετά κοντά στην περίοδο ακμής του Διοφάντου ανθεί στην Αλεξάνδρεια μια δυναμική κατεύθυνση προς την ανάπτυξη μιας αριθμητικής η οποία γίνεται επί 'ειδών' (δηλαδή επί διαδοχικών δυνάμεων) και των 'αθροισμάτων' τους (δηλαδή αριθμών που αποτελούνται από διάφορα 'είδη').[37] Μια τέτοια αριθμητική συνδέεται στενά με μια πρώιμη έννοια πολυωνύμου και αριθμητικής με αυτό, έννοια η οποία παρέμεινε σε ισχύ σε όλη την περίοδο του μεσαίωνα (αραβικού και δυτικού), για να δώσει τη θέση της τον 17ο αιώνα στη σύγχρονη έννοια του πολυωνύμου, κυρίως χάρις στο έργο του François Viète και των διαδόχων του.

Μπορεί η παραδοσιακή ιστοριογραφία να μην έδωσε καμία σημασία στη θεωρία που διατυπώνει ο Θέων εμπνεόμενος από τον Διόφαντο περί του πολλαπλασιασμού των ειδών, όμως, όπως προκύπτει από τις μαρτυρίες που υπάρχουν, μια τέτοια θεωρία ήταν απαραίτητη για τους μελετητές της πτολεμαϊκής αστρονομίας τόσο κατά την Ύστερη Αρχαιότητα όσο και κατά τη βυζαντινή περίοδο. Το γεγονός αυτό επιμαρτυρείται κατ' αρχάς από τη χειρόγραφη παράδοση της ίδιας της *Μεγίστης*. Σε πολλά χειρόγραφα βλέπουμε να συνυπάρχουν με τη *Μεγίστη* τα *Προλεγόμενα* – που συνήθως είναι γραμμένα πριν από το έργο του Πτολεμαίου – στα οποία εξετάζεται διεξοδικά το θέμα του πολλαπλασιασμού των ειδών. Και όχι μόνο εξετάζεται διεξοδικά αυτό το θέμα αλλά φαίνεται να δίδεται σε αυτό ιδιαίτερη βαρύτητα, αν κρίνουμε από το γεγονός ότι ακόμα και σε χειρόγραφα που περιέχουν τα *Προλεγόμενα*, η θεωρία του πολλαπλασιασμού των ειδών γράφεται υπό μορφή σχολίων *και* στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Όπως για παράδειγμα στους κώδικες *Marcianus gr*. 313 (f. 41r) και *Vaticanus gr*. 1594. Μάλιστα, στον *Vaticanus gr*. 1594, συναντάμε δύο φορές τη θεωρία του πολλαπλασιασμού των ειδών γραμμένη στα περιθώρια της *Μεγίστης*: την πρώτη φορά στο f. 16v και τη δεύτερη στο f. 26v (όπου υπάρχει και ρητή αναφορά στον Διόφαντο: «τοῦτο δὴ ὅπερ τῷ διοφάντῳ εἴρηται»). Η χειρόγραφη παράδοση μας προσφέρει πολλές ακόμα μαρτυρίες για την ιδιαίτερη σημασία που είχε για την αστρονομία η θεωρία του πολλαπλασιασμού των ειδών. Ωστόσο, θα περιοριστούμε σε σε δύο μόνο ακόμα μαρτυρίες. Η πρώτη μαρτυρία προέρχεται από μία αστρονομική σημείωση (ψηφηφορία τῆς ἡλιακῆς ἐποχῆς) που είναι γραμμένη στον κώδικα *Vaticanus gr*. 191 (ff. 108r–111v). Στη σημείωση αυτή, στο f. 109r, ο γραφέας επισημαίνει τι προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των εξηκοστών κάνοντας παράλληλα ρητή αναφορά στην πραγμάτευση του Θέωνα (ὡς καὶ ἐν τῇ εἰσαγωγῇ τῆς μαθηματικῆς συντάξεως ὁ θέων τεχνολογεῖ. καὶ γραμμικῶς τοῦτο δείκνυσι). Η άλλη

[37] Αναρωτιέται κανείς, έχοντας συναίσθηση του κινδύνου να περιπέσει στο λάθος του αναχρονισμού, μήπως την εποχή του Διοφάντου και του Θέωνα αρχίζει να αναπτύσσεται ένα νέο είδος λογιστικής, η λογιστική με είδη (αυτή που ο Viète θα ονομάσει το 1591, στο έργο του *In artem analyticen Isagoge*, «logistica speciosa»), που διαχωρίζεται σαφώς από τη λογιστική με καθαρούς αριθμούς (τη «logistica numerosa»). Αγγλική μετάφραση του έργου του Viète, από τον J. Winfree Smith, περιέχεται στο παράρτημα του βιβλίου (Klein 1968).

μαρτυρία προέρχεται από το έργο *Αστρονομική στοιχείωσις* του Θεόδωρου Μετοχίτη. Στο έργο αυτό, το οποίο αποτελεί ένα είδος σχολίων στη *Μεγίστη* που γράφηκαν στην περίοδο αναβίωσης της πτολεμαϊκής αστρονομίας, ο Βυζαντινός λόγιος εξετάζει με ιδιαίτερα διεξοδικό τρόπο το θέμα του πολλαπλασιασμού των ειδών. Παρουσιάζει ακόμα πιο επεξεργασμένη τη θεωρία των ειδών και κατά την εξέταση αυτού του θέματος κάνει ρητή αναφορά στο Διόφαντο (βλ. τα χειρόγραφα *Vaticanus gr*. 1087, ff. 192r–197v, *Vaticanus gr*. 1365, ff. 244r–250r).

* * * * *

Εξετάσαμε την αναλογία Θέωνα-Διοφάντου όπως αυτή προέκυψε από το γεγονός ότι ο Θέων προσλαμβάνει τη θεωρία των ειδών του Διοφάντου και διατυπώνει μια αντίστοιχη θεωρία για τα δικά του είδη, δηλαδή τους εξηκονταδικούς αριθμούς, τον πολλαπλασιασμό των οποίων εκτελεί με τρόπο ανάλογο με τον πολλαπλασιασμό των 'πολυωνύμων' του Διοφάντου. Η αναλογία αυτή φανερώνει την εξοικείωση του Θέωνα με τα *Αριθμητικά* του Διοφάντου. Η εξοικείωση όμως του Αλεξανδρινού λογίου με το έργο του Διοφάντου δεν περιορίζεται μόνο στα θέματα που εξετάσαμε. Αποδεικνύεται ακόμα βαθύτερη από το γεγονός ότι ο Θέων χρησιμοποιεί τη μέθοδο του Διοφάντου, δηλαδή την άλγεβρα, για να επιλύσει ένα μετρικό γεωμετρικό πρόβλημα που θέτει ο Πτολεμαίος στη *Μεγίστη*. Το γεγονός αυτό, που μέχρι σήμερα ήταν άγνωστο και ήρθε για πρώτη φορά στο φως με τη δημοσίευση που αναφέρεται στην υποσ. 7, έχει, όπως προαναφέρθηκε, ιδιαίτερα μεγάλη σημασία για την ιστορία της άλγεβρας. Με αυτό το θέμα θα ασχοληθούμε αμέσως τώρα, στην Ενότητα 1.3 αυτού του κεφαλαίου.

1.3 Η χρήση της άλγεβρας σε σχόλιο του Θέωνα στο 13ο βιβλίο της *Μεγίστης*

Η μαρτυρία που μας αποκαλύπτει τη χρήση της άλγεβρας στην επίλυση προβλημάτων μετρικής γεωμετρίας προέρχεται από τα ανέκδοτα σχόλια του Θέωνα στο δέκατο τρίτο βιβλίο της *Μεγίστης* και συγκεκριμένα στο τρίτο κεφάλαιο αυτού του βιβλίου, όπου εξετάζεται η κατά πλάτος κίνηση των πλανητών. Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος συζητά ένα μετρικό πρόβλημα σχετικό με την κατά πλάτος κίνηση του Άρη. Το πρόβλημα είναι να βρεθεί η «ἔγκλισις» του Άρη, δηλαδή η κλίση του έκκεντρου κύκλου του ως προς την εκλειπτική (H2.538.17–540.18). Ο Θέων, στα σχόλιά του στο κεφάλαιο αυτό, προτείνει δύο τρόπους επίλυσης του προβλήματος που θέτει ο Πτολεμαίος. Τον πρώτο τρόπο τον περιγράφει με την έκφραση «διὰ τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν».[38] Τον δεύτερο τρόπο τον περιγράφει ως «μέθοδο

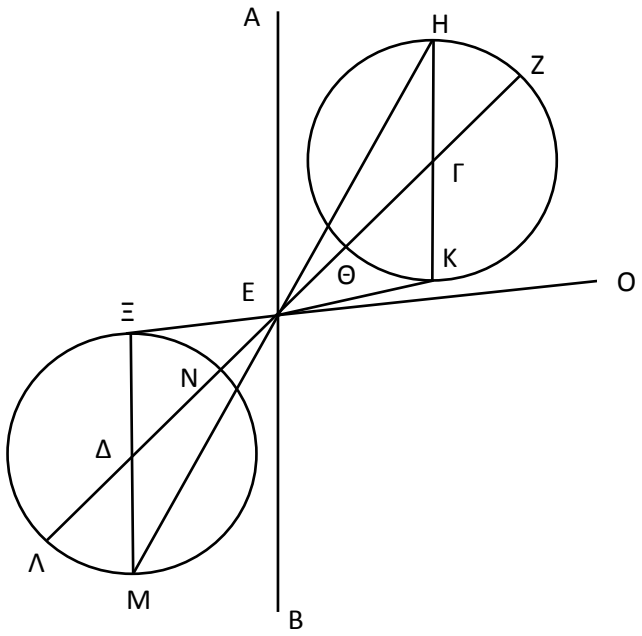
[38] Ο «ἐπιλογισμὸς ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων» είναι μία μέθοδος για την επίλυση μετρικών προβλημάτων, κατά την οποία οι απαιτούμενοι υπολογισμοί γίνονται ακολουθώντας πιστά – θα μπορούσε να πει κανείς βήμα προς βήμα – έναν γεωμετρικό συλλογισμό, δηλαδή, η σειρά

των διοφαντείων αριθμών» (διὰ τῆς τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν ἀγωγῆς). Και αυτό, όπως θα δούμε, δεν είναι τίποτε άλλο από έναν αλγεβρικό τρόπο επίλυσης.

Πριν εξετάσουμε την αλγεβρική επίλυση του παραπάνω προβλήματος από τον Θέωνα ας δούμε πρώτα σε γενικές γραμμές την πρώτη επίλυση που προτείνει, δηλαδή την επίλυση «διὰ τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν».

1.3.1 *Η μέθοδος «τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν»*

Για την πρώτη επίλυση του προβλήματος ο Θέων χρησιμοποιεί το παρακάτω διάγραμμα.[39]



Το επίπεδο στο οποίο είναι σχεδιασμένο το διάγραμμα είναι κάθετο στο επίπεδο της εκλειπτικής. Η τομή του επιπέδου αυτού με το επίπεδο της εκλειπτικής είναι η ΑΒ ενώ η τομή του με το επίπεδο του έκκεντρου κύκλου είναι η ΓΔ. Το σημείο Ε είναι το κέντρο της εκλειπτικής, όπου βρίσκεται ο παρατηρητής, ενώ τα σημεία Γ και Δ είναι το απόγειο και το περίγειο, αντίστοιχα, του έκκεντρου κύκλου. Στο κάθετο επίπεδο και με κέντρα τα σημεία Γ και Δ γράφονται οι ίσοι κύκλοι ΖΗΘΚ και ΛΜΝΞ, που

των αριθμητικών υπολογισμών είναι διαμορφωμένη με βάση τον συγκεκριμένο γεωμετρικό συλλογισμό.

[39] Το διάγραμμα που παρουσιάζουμε είναι αναπαραγωγή του διαγράμματος που υπάρχει στο χειρόγραφο *Vaticanus gr.* 198, f. 306r. Το διάγραμμα του *Vaticanus gr.* 198 διαφέρει από το διάγραμμα που υπάρχει στην έκδοση της *Μεγίστης* που επιμελήθηκε ο Heiberg (H2.538) στο ότι (α) τα σημεία Ξ, Ε και Κ δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία και (β) έχει αχθεί η ευθεία ΕΟ.

παριστάνουν τους κύκλους που διέρχονται από τους πόλους των επικύκλων. Οι ευθείες ΕΗ και ΕΜ ενώνουν το Ε με τα απόγεια των επικύκλων, ενώ οι ευθείες ΕΚ και ΕΞ ενώνουν το Ε με τα περίγεια των επικύκλων. Οι ίσες γωνίες ΑΕΓ και ΒΕΔ αντιπροσωπεύουν την έγκλιση του έκκεντρου κύκλου. Το πρόβλημα είναι να βρεθούν αυτές οι γωνίες.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παρατηρησιακά δεδομένα, η εύρεση της εγκλίσεως του έκκεντρου κύκλου ανάγεται με ένα απλό γεωμετρικό επιχείρημα στην εύρεση των δύο γωνιών ΓΕΚ και ΔΕΞ. Επομένως, από καθαρά γεωμετρική άποψη, το πρόβλημα που θέτει ο Πτολεμαίος προς επίλυση, σε σχέση με την εύρεση της εγκλίσεως του έκκεντρου κύκλου, είναι να βρεθούν οι τιμές των γωνιών ΓΕΚ και ΔΕΞ, όταν γνωρίζουμε:

(1) τον λόγο τους (ο Θέων έχει δείξει ότι ∡ ΓΕΚ : ∡ ΔΕΞ :: 5 : 9)

(2) ότι ∡ ΑΕΓ = ∡ ΑΕΚ – ∡ ΓΕΚ και ∡ ΒΕΔ = ∡ ΒΕΞ – ∡ ΔΕΞ, όπου ∡ ΑΕΓ = ∡ΒΕΔ (προκύπτει από το διάγραμμα) και

(3) τις τιμές των γωνιών ΑΕΚ και ΒΕΞ (ο Πτολεμαίος έχει βρει από τις παρατηρήσεις ότι ∡ ΑΕΚ = 4 ⅓° και ∡ ΒΕΞ = 7°).

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα ο Θέων αναπτύσσοντας έναν γεωμετρικό συλλογισμό, του οποίου τα βήματα ακολουθούνται πιστά από τους αντίστοιχους αριθμητικούς υπολογισμούς, βρίσκει τις τιμές των γωνιών ΓΕΚ και ΔΕΞ που είναι 3 ⅓° και 6° αντίστοιχα.[40]

Επομένως οι γωνίες ΑΕΓ και ΒΕΔ που αντιπροσωπεύουν την έγκλιση του έκκεντρου κύκλου βρίσκονται αμέσως με βάση τα δεδομένα (2) και (3):

∡ ΑΕΓ = ∡ ΑΕΚ – ∡ ΓΕΚ άρα ∡ ΑΕΓ = 4 ⅓° – 3 ⅓° = 1° και

∡ ΒΕΔ = ∡ ΒΕΞ – ∡ ΔΕΞ άρα ∡ ΒΕΔ = 7° – 6° = 1°.

Ας δούμε τώρα σε τι συνίσταται η επίλυση με τη «μέθοδο των διοφαντείων αριθμών».

1.3.2 *Η μέθοδος «τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν»*[41]

Η «μέθοδος των διοφαντείων αριθμών» είναι βεβαίως η μέθοδος που διδάσκει και εφαρμόζει ο Διόφαντος στα *Αριθμητικά*. Είναι μία μέθοδος επίλυσης προβλημάτων η

---

[40] Η επίλυση του Θέωνα με τη μέθοδο «τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν» περιέχεται στους στίχους 1-26 του αρχαίου κειμένου (Ενότητα 1.3.3).

[41] Η αλγεβρική επίλυση του Θέωνα περιέχεται στους στίχους 27-54 του αρχαίου κειμένου (Ενότητα 1.3.3).

οποία προϋποθέτει: (α) την απόδοση ονόματος στον άγνωστο (ή στους αγνώστους) την εύρεση του οποίου (ή των οποίων) επιτάσσει η εκφώνηση του προβλήματος, (β) την εκτέλεση των πράξεων που δηλώνονται στην εκφώνηση, (γ_1) την κατάστρωση μιας εξίσωσης που προκύπτει από τις δύο προηγούμενες διαδικασίες, (γ_2) την απλοποίηση και την επίλυση της εξίσωσης και, τέλος, (δ) την απάντηση στο πρόβλημα με τη βοήθεια της λύσης της εξίσωσης. Από την εποχή του μεσαιωνικού Ισλάμ, η συγκεκριμένη μέθοδος επίλυσης προβλημάτων ονομάζεται αλγεβρική.[42] Θα δούμε τώρα ότι η ίδια μέθοδος χρησιμοποιείται από τον Θέωνα στη δεύτερη επίλυση του προβλήματος που συζητάμε.

Κατά τη συζήτησή μας θα χρησιμοποιήσουμε, χάριν απλότητος, μόνο ένα γράμμα, αντί τριών, για την παράσταση μιας γωνίας. Έτσι, στο εξής, τα γράμματα α και β θα παριστάνουν αντίστοιχα τις ζητούμενες γωνίες ΓΕΚ και ΔΕΞ ενώ το γράμμα φ θα παριστάνει τις επίσης άγνωστες ίσες γωνίες ΑΕΓ και ΒΕΔ. Επιπλέον, θα χρησιμοποιήσουμε τον ακόλουθο συμβολισμό[43]: το x θα χρησιμοποιείται για την παράσταση της λέξης «ἀριθμός», όπου αυτή εμφανίζεται στο κείμενο με την τεχνική σημασία ενός ονόματος που αποδίδεται σε έναν ζητούμενο όρο. Το διπλό βέλος ($\rightrightarrows$) θα χρησιμοποιείται για να δείξει ένα επίταγμα που δηλώνεται στην εκφώνηση, ενώ το απλό βέλος ($\rightarrow$) για να δείξει το αποτέλεσμα μιας πράξης. Το σύμβολο «:=» θα χρησιμοποιείται για να δείξει την ενέργεια της απόδοσης ονόματος σε έναν ζητούμενο όρο, ενώ διατηρούμε το σύμβολο της ισότητας (=) μόνο για τις εξισώσεις.

Επομένως, χρησιμοποιώντας τον παραπάνω συμβολισμό, η εκφώνηση του προβλήματος που τέθηκε μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: να βρεθούν τρεις γωνίες α, β και φ, τέτοιες ώστε $\alpha : \beta \rightrightarrows 5 : 9$, $\alpha \rightrightarrows 4\,⅓ - \varphi$, $\beta \rightrightarrows 7 - \varphi$. Το πρόβλημα αυτό βέβαια είναι όμοιο με το πρόβλημα I.9 του Διοφάντου που η εκφώνησή του ζητεί «Από δύο δεδομένους αριθμούς να αφαιρεθεί ο ίδιος αριθμός έτσι ώστε τα υπόλοιπα να έχουν μεταξύ τους δεδομένο λόγο» (Tannery 1893, 26.13–15). Η διαφορά ανάμεσα στα δύο προβλήματα είναι, εκτός φυσικά από τις αριθμητικές τιμές των δεδομένων, το πλαίσιο μέσα στο οποίο διατυπώνονται. Το πρόβλημα του Διοφάντου είναι αριθμητικό ενώ αυτό του Θέωνα είναι ένα γεωμετρικό μετρικό πρόβλημα στο πλαίσιο της μαθηματικής αστρονομίας. Η διαφορά του πλαισίου δεν εμποδίζει ωστόσο τον Θέωνα να αναγνωρίσει ότι η ίδια μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί και στις δύο περιπτώσεις. Και αυτό δεν είναι καθόλου αναπάντεχο αφού το πεδίο εφαρμογής της άλγεβρας δεν

---

[42] Στο σημείο αυτό είναι αναγκαίο να τονίσουμε ότι πρέπει να γίνεται σαφής διάκριση ανάμεσα στην προ-μοντέρνα και τη μοντέρνα, δηλαδή τη μετά τον Viète, άλγεβρα. Τη λέξη «άλγεβρα», όταν τη χρησιμοποιούμε σε κάποιο πλαίσιο σαν αυτό που εξετάζουμε εδώ, πρέπει πάντοτε να την κατανοούμε με την προ-μοντέρνα σημασία της. Να την κατανοούμε, δηλαδή, σαν μία μέθοδο επίλυσης προβλημάτων η οποία, όμως, χαρακτηρίζεται από την παραπάνω δομή και επιπλέον στηρίζεται σε ένα εννοιολογικό υπόβαθρο στο οποίο ορισμένες πολύ καθοριστικής σημασίας έννοιες, όπως αυτές του πολυωνύμου και της εξίσωσης, διαφέρουν βαθειά από τις δικές μας. Για μία πρόσφατη συζήτηση αυτού του θέματος βλ. (Christianidis, Oaks 2013).

[43] Ο συμβολισμός αυτός έχει προταθεί στα πρόσφατα άρθρα (Bernard, Christianidis 2012), (Christianidis, Oaks 2013).

περιορίζεται με κανένα τρόπο στα ‘αμιγώς’ αριθμητικά προβλήματα. Οι αλγεβριστές του Μεσαίωνα συνήθιζαν να επιλύουν γεωμετρικά μετρικά προβλήματα με τη μέθοδο της άλγεβρας. Περί αυτού λοιπόν πρόκειται και στη συγκεκριμένη επίλυση που κάνει ο Θέων.

Η επίλυση αποτυπώνεται συνοπτικά στους παρακάτω Πίνακες:

1. Η κατάστρωση της εξίσωσης

Να βρεθούν τρεις γωνίες α, β και φ, έτσι ώστε: $\alpha : \beta \rightrightarrows 5 : 9$, $\alpha \rightrightarrows 4\frac{1}{3} - \varphi$, $\beta \rightrightarrows 7 - \varphi$.		
Απόδοση ονομάτων	Πράξεις με ονοματισθέντες όρους	Εξίσωση
$\varphi := 1x$		
	$4\frac{1}{3}$ — $1x \rightarrow 4\frac{1}{3} - 1x$[44]	
	7 —$1x \rightarrow 7 - 1x$	
		$(4\frac{1}{3} - 1x) + \frac{4}{5} \times (4\frac{1}{3} - 1x) = 7 - 1x$
	$(4\frac{1}{3} - 1x) + \frac{4}{5} \times (4\frac{1}{3} - 1x) \rightarrow \frac{117}{15} - \frac{9}{5}x$ Την εκτέλεση της πολύπλοκης αυτής πράξης ο Θέων την αναβάλλει για το τέλος	
	$\frac{9}{5} \rightarrow \frac{27}{15}$	
		$\frac{117}{15} - \frac{27}{15}x = 7 - 1x$

2. Απλοποίηση και επίλυση της εξίσωσης

Αρχική εξίσωση	Απλοποίηση	Απλοποιημένη εξίσωση και επίλυση
$\frac{117}{15} - \frac{27}{15}x = 7 - 1x$		
	προστίθεται από κοινού η λείψις	$\frac{117}{15} = \frac{105}{15} + \frac{12}{15}x$
	αφαιρούνται όμοια από όμοια	$\frac{12}{15} = \frac{12}{15}x$
	όλα 15 φορές	$<12 = 12x>$
		$x = 1$

[44] Στην έκφραση αυτή το αριστερό μέρος δείχνει την πράξη της αφαίρεσης που αναγγέλλεται στο κείμενο με το ρήμα «ἀφαιρεθῆ» (βλ. στο στίχο 33). Η μεγάλη παύλα «—» που βρίσκεται στο μέρος αυτό δείχνει την αφαίρεση που *πρόκειται να γίνει*. Η μικρή παύλα που βρίσκεται δεξιά δεν δείχνει αφαίρεση, αλλά παριστάνει τον όρο λείπουσαι (που βλέπουμε επίσης στον στίχο 33 του κειμένου) και χρησιμοποιείται για να συνδέσει τον «υπάρχοντα» όρο $4\frac{1}{3}$ με τον «λείποντα» όρο $1x$ στην έκφραση $4\frac{1}{3} - 1x$, η οποία περιγράφει το *αποτέλεσμα* της αφαίρεσης. Για περισσότερα σχετικά με τη λεπτή αυτή διαφορά βλ. (Christianidis, Oaks 2013).

3. Απάντηση στο πρόβλημα και επαλήθευση.

Το α ετέθη 4 ⅓ – 1x, επομένως η τιμή του είναι 3 ⅓. Το β ετέθη 7 – 1x, επομένως η τιμή του είναι 6. Είναι επομένως φανερό ότι το 1, δηλαδή η διαφορά ανάμεσα στο 4 ⅓ και στο3 ⅓, καθώς και η διαφορά ανάμεσα στο 7 και στο 6, είναι η τιμή του φ.

4. Το τελευταίο μέρος του κειμένου (στίχοι 48–54) εξηγεί με κάθε λεπτομέρεια πώς γίνονται οι πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης που εμπλέκονται στην έκφραση (4 ⅓ – 1x) + $\frac{4}{5}$ × (4 ⅓ – 1x) ώστε να προκύψει το $\frac{117}{15} - \frac{9}{5}x$. Το κομμάτι αυτό της όλης διαδικασίας εκτελείται εξ ολοκλήρου μέσα στο πλαίσιο αυτού που ο Διόφαντος στην εισαγωγή των *Αριθμητικών* αποκαλεί «αριθμητική θεωρία». Οι υπολογισμοί που εμπλέκονται δεν έχουν καμία σχέση με τα επιτάγματα που δηλώνονται στην εκφώνηση του προβλήματος: είναι καθαρά αλγεβρικοί υπολογισμοί.

Ιστοριογραφικά σχόλια

Αυτό που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον στο κείμενο του Θέωνα στο οποίο παρουσιάζεται ο δεύτερος τρόπος επίλυσης του προβλήματος που έθεσε ο Πτολεμαίος, είναι η φράση «διὰ τῆς τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν ἀγωγῆς».[45] Τι θα μπορούσε να σημαίνει η έκφραση «Διοφάντειοι αριθμοί»; Και τι θα μπορούσε να σημαίνει η αναγνώριση της «μεθόδου των Διοφαντείων αριθμών» ως διακριτής από άλλες τεχνικές επίλυσης προβλημάτων; Θα ολοκληρώσουμε αυτό το κεφάλαιο με ορισμένες σκέψεις πάνω στα ερωτήματα αυτά.

Είναι γνωστό ότι στην εισαγωγή των *Αριθμητικών* ο Διόφαντος κάνει μια σαφή διάκριση ανάμεσα στις δύο σειρές όρων που αμφότερες αναφέρονται σε αριθμούς. Η πρώτη σειρά περιλαμβάνει λέξεις από το καθημερινό λεξιλόγιο, όπως είναι οι λέξεις «τετράγωνος», «κύβος», «αριθμός» και «πλευρά» (ενός τετραγώνου ή ενός κύβου). Οι λέξεις αυτές στο κείμενο του Διοφάντου λειτουργούν ως κοινά ονόματα (ουσιαστικά) και χρησιμοποιούνται στις εκφωνήσεις των προβλημάτων. Όπως λέει ο ίδιος ο Διόφαντος, «από την πρόσθεση, την αφαίρεση ή τον πολλαπλασιασμό *αυτών των αριθμών* ή από τους λόγους που έχουν ο ένας προς τον άλλο ή προς τις πλευρές τους αντίστοιχα σχηματίζονται τα περισσότερα αριθμητικά προβλήματα» (Tannery 1893, 4.7–10, η έμφαση δική μας). Προφανώς, ο Θέων με την έκφραση «Διοφάντειοι αριθμοί» δεν μπορεί να αναφέρεται στους αριθμούς αυτής της σειράς. Δεν υπάρχει τίποτα συγκεκριμένα «Διοφάντειο» σε αυτούς. Η δεύτερη σειρά περιλαμβάνει τους αριθμούς της «ἀριθμητικῆς θεωρίας», δηλαδή τον άγνωστο, τις δυνάμεις του και τις αντίστροφες δυνάμεις του. Αυτοί οι αριθμοί έχουν συγκεκριμένες τεχνικές ονομασίες (ἀριθμός, δύναμις, κύβος, δυναμοδύναμις, δυναμόκυβος, κυβόκυβος, ἀριθμοστόν,

[45] Βλ. στίχο 31 του αρχαίου κειμένου.

δυναμοστόν, κυβοστόν, δυναμοδυναμοστόν, δυναμοκυβοστόν, κυβοκυβοστόν), δεν χρησιμοποιούνται ποτέ στις εκφωνήσεις των προβλημάτων, χρησιμοποιούνται μόνο στις επιλύσεις, και λειτουργούν ως κύρια ονόματα που αποδίδονται στους όρους που δηλώνονται από τα ουσιαστικά της πρώτης σειράς. Με λίγα λόγια, είναι οι αριθμοί μέσω των οποίων γίνονται οι επιλύσεις των προβλημάτων, σύμφωνα με τη μέθοδο επίλυσης του Διοφάντου. Υπό μια έννοια, το όλο ζήτημα σε μια Διοφάντεια επίλυση προβλήματος θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως ένα 'παιχνίδι' μετάβασης από την πρώτη σειρά όρων στη δεύτερη. Πράγματι, σε μια Διοφάντεια επίλυση, το πρόβλημα που διατυπώνεται στην κοινή γλώσσα «μεταφράζεται» σταδιακά στην τεχνική γλώσσα της «αριθμητικής θεωρίας», για να καταλήξει σε μια εξίσωση διατυπωμένη εξ ολοκλήρου στην τεχνική γλώσσα. Επομένως, δεν υπάρχει αμφιβολία ότι ο Θέων με τη φράση «Διοφάντειοι αριθμοί» αναφέρεται στους τεχνικούς όρους που συνιστούν τα «δομικά υλικά» της επίλυσης σύμφωνα με τη μέθοδο του Διοφάντου. Οι «Διοφάντειοι αριθμοί» δεν μπορεί να είναι παρά οι αριθμοί της «αριθμητικής θεωρίας».[46]

Τι σημαίνει όμως η ονομασία «Διοφάντειοι» για τους αριθμούς αυτούς; Υπάρχουν αρκετές μαρτυρίες για το γεγονός ότι ορισμένοι από τους όρους της δεύτερης σειράς που αναφέρθηκαν προηγουμένως απαντούν εκτός από τον Διόφαντο και σε άλλους συγγραφείς. Για παράδειγμα, η λέξη δυναμοδύναμις περιέχεται στα *Μετρικά* του Ήρωνα του Αλεξανδρινού (Schöne 1903, 48.11, 19, 21), όχι όμως με την τεχνική σημασία με την οποία απαντά στον Διόφαντο, με τη σημασία, δηλαδή, του ονόματος που αποδίδεται σε έναν ζητούμενο αριθμό, ο οποίος προκύπτει από έναν τετράγωνο αριθμό πολλαπλασιαζόμενο επί τον εαυτό του.[47] Λαμβάνοντας αυτό υπόψη μας, η απάντησή μας στο παραπάνω ερώτημα είναι ότι ο Διόφαντος δεν ήταν αυτός που εισήγαγε τους συγκεκριμένους όρους, τουλάχιστον δεν τους εισήγαγε όλους. Κατά πάσα πιθανότητα ο Διόφαντος ήταν ο πρώτος – ή ένας από τους πρώτους – που τους χρησιμοποίησε με την τεχνική σημασία που έχουν σε μια επίλυση σύμφωνα με τη μέθοδο που ασκούσε, δηλαδή τη μέθοδο της άλγεβρας.

Αυτό που έχει ενδιαφέρον στο κείμενο του Θέωνα δεν είναι μόνο ο χαρακτηρισμός «Διοφάντειοι αριθμοί» που κάνει ο Θέων. Ακόμα μεγαλύτερη σημασία για την πρώιμη ιστορία της άλγεβρας έχει η φράση με την οποία ο Θέων περιγράφει τη δεύτερη μέθοδο επίλυσης, δηλαδή η φράση «διὰ τῆς τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν ἀγωγῆς». Διότι η έκφραση «μέθοδος των Διοφαντείων αριθμών»[48] δεν θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί

---

[46] Η μέθοδος επίλυσης του Διοφάντου συζητείται εις βάθος στις εργασίες: (Christianidis 2007), (Bernard, Christianidis 2012), (Christianidis, Oaks 2013).

[47] Στον Διόφαντο η λέξη «δυναμοδύναμις» αποτελεί το όνομα που αποδίδεται στην τέταρτη δύναμη *ενός άγνωστου αριθμού*, όπως θα λέγαμε σήμερα. Ονομάζει δηλαδή την αριθμητική του τιμή όσο αυτή είναι «ἄδηλος» (Tannery 1893, 78.19). Ο Ήρων, αντίθετα, χρησιμοποιεί τον όρο αυτό για την τέταρτη δύναμη μιας *γνωστής ποσότητας* (πρβλ. τη φράση «ἔστι δοθεῖσα ἡ ἀπὸ ΒΓ δυναμοδύναμις», Schöne 1903, 48.21–22).

[48] Ως μέθοδο μεταφράζουμε τη λέξη ἀγωγή. Βλ. LSJ (= Liddell and Scott, *Greek-English Lexicon*, 1996), *s.v.* ἀγωγή.

παρά μόνον εάν γινόταν κατανοητή ως περιγραφή μιας αναγνωρίσιμης μεθόδου επίλυσης προβλημάτων. Μιας μεθόδου, δηλαδή, την οποία ο Θέων αναγνώριζε ως διαφορετική από τις άλλες μεθόδους που χρησιμοποιούνταν στην εποχή του. Καταλαβαίνουμε επομένως ότι στην περίοδο που ακολούθησε μετά τον θάνατο του Διοφάντου, η άλγεβρα είχε ήδη γίνει μια αναγνωρίσιμη μέθοδος επίλυσης προβλημάτων, με τη δική της ταυτότητα και βέβαια με αυτούς που τη δίδασκαν και την εφάρμοζαν. Η προσωρινή μας εικασία είναι ότι η μέθοδος αυτή διαδόθηκε από τον 3ο/4ο αιώνα και μετά τουλάχιστον στις μεγάλες πόλεις του κόσμου της Ύστερης Αρχαιότητας πριν την οικειοποίησή της από ένα νέο πολιτισμικό περιβάλλον, τον Ισλαμικό Κόσμο, μέσα στο οποίο και γνώρισε μεγάλη άνθηση.

1.3.3 *Η έκδοση του σχολίου του Θέωνα*

Για την έκδοση του αποσπάσματος από τα σχόλια του Θέωνα που ακολουθεί χρησιμοποιήσαμε ως βασικό κείμενο αυτό του κώδικα *Vaticanus gr.* 1087 (στο κριτικό υπόμνημα εμφανίζεται ως V), ενώ χρησιμοποιήσαμε το κείμενο του *Vaticanus gr.* 1594 (στο κριτικό υπόμνημα εμφανίζεται ως B) για να διορθώσουμε ορισμένες από τις αναγνώσεις του V. Όλες οι διορθώσεις εμφανίζονται στις υποσημειώσεις. Επίσης, στο μέρος του κειμένου στο οποίο παρουσιάζεται η Διοφάντεια επίλυση του προβλήματος που εξετάσαμε, διατηρούμε τις συντομογραφίες S και ↑ που χρησιμοποιούν κατ' επανάληψιν οι γραφείς των χειρογράφων. Η συντομογραφία S αντιστοιχεί στη λέξη ἀριθμός, όταν αυτή χρησιμοποιείται με την τεχνική σημασία του ονόματος που αποδίδεται σε έναν ζητούμενο αριθμό (δηλαδή με την αλγεβρική σημασία της). Η συντομογραφία ↑ αντιστοιχεί στη λέξη λεῖψις, η οποία χρησιμοποιείται για να εκφράσει πότε ένας όρος είναι «λείπων».[49]

* * *

[49] Ο Διόφαντος, στην εισαγωγή των *Αριθμητικών*, κάνει ρητή αναφορά στη χρήση 'σημείων' για τους όρους ἀριθμός και λεῖψις (Tannery 1893, 6.3–5, 12.19–21). Για τα 'σημεία' που χρησιμοποιούνται για τη λέξη ἀριθμός στα χειρόγραφα του Διοφάντου βλ. τη συζήτηση που κάνει ο T. L. Heath στο (Heath 1910, 33–37).

ἔστω δὲ πρότερον διὰ τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν τὰς εἰρημένας πηλικότητας ἀποδεῖξαι συναγομένας. ἐπεὶ οὖν ἐκ τῶν τηρήσεων κατείληπται ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΚ μ^o $\bar{\delta}$ γ' οἵων εἰσὶν αἱ $\bar{\delta}$ ὀρθαὶ $\overline{\tau\xi}$, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΕΞ τῶν αὐτῶν $\bar{\zeta}$, μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΕΞ τῆς ὑπὸ ΑΕΚ. οὐκ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ ΕΞ τῇ ΕΚ. διήχθω οὖν ἐπ' εὐθείας τῇ ΕΞ ἡ ΕΟ.[1] ἡ ἄρα ὑπὸ ΒΕΞ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΕΚ τῇ ὑπὸ ΚΕΟ[2]. οἵων ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΕΑ $\bar{\delta}$ γ', τοιούτων ἡ ὑπὸ ΚΕΟ[3] δύο διμοίρου· τοσαύτη γὰρ ἡ ἐκ τῶν τηρήσεων ὑπεροχή.

πάλιν, ἐπεὶ[4] τῆς ὑπὸ ΓΕΚ πρὸς τὴν ὑπὸ ΔΕΞ λόγος ἐστὶ τῶν $\bar{\varepsilon}$ πρὸς $\bar{\theta}$, ὡς ἐκ τοῦ τῆς ἀνωμαλίας κανόνος γέγονε δῆλον, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΔΕΞ τῇ ὑπὸ ΟΕΓ, λόγος ἄρα τῆς ὑπὸ ΓΕΚ πρὸς τὴν ὑπὸ ΓΕΟ ὁ τῶν $\bar{\varepsilon}$ πρὸς[5] $\bar{\theta}$[6]· καὶ ἀνάπαλιν· καὶ διελόντι[7] λόγος τῆς ὑπὸ ΟΕΚ πρὸς τὴν ὑπὸ ΚΕΓ ὁ τῶν $\bar{\delta}$ πρὸς $\bar{\varepsilon}$· ὥστε καὶ οἵων ἡ ὑπὸ ΚΕΓ $\bar{\varepsilon}$ τοιούτων ἡ ὑπὸ ΚΕΟ $\bar{\delta}$. ἐπεὶ οὖν οἵων ἡ ὑπὸ ΓΕΟ $\bar{\theta}$ τοιούτων ἡ μὲν ὑπὸ ΓΕΚ $\bar{\varepsilon}$, ἡ δὲ ὑπὸ ΚΕΟ $\bar{\delta}$, καὶ οἵων ἄρα ἡ ὑπὸ ΚΕΟ τῆς ἐκ τῶν τηρήσεων ὑπεροχῆς μ^o δύο διμοίρου· ἡ δὲ ὑπὸ ΚΕΑ[8] ἐκ τῆς τηρήσεως $\bar{\delta}$ γ', τοιούτων καὶ ἡ μὲν ὑπὸ ΓΕΚ $\bar{\gamma}$ γ'· ἡ δὲ ὑπὸ ΓΕΟ τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΕΞ μ^o $\bar{\xi}$· δέδονται ἄρα αἱ ὑπὸ ΓΕΚ ΔΕΞ γωνίαι τῷ μεγέθει ὧν ὁ λόγος ἦν δεδομένος.

ἢ καὶ οὕτως· ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΚΕΟ, τῆς ἐκ τῶν τηρήσεων ὑπεροχῆς τυγχάνουσα, μ^o ἐστὶ δύο διμοίρου, ἀλλὰ καὶ τῆς τοῦ λόγου πηλικότητος ὑπεροχὴ τυγχάνουσα,[9] μονάδων ἐστὶ $\bar{\delta}$· καὶ ἔστιν οἵων ἡ ὑπὸ ΟΕΚ $\bar{\delta}$, τοιούτων ἡ ὑπὸ ΚΕΓ $\bar{\varepsilon}$· καὶ οἵων ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΕΚ $\bar{\beta}$ διμοίρου, τοιούτων ἡ ὑπὸ ΚΕΓ $\bar{\gamma}$ γ'· καὶ ἐπεί ἐστιν[10] ὡς τὰ $\bar{\delta}$ πρὸς $\bar{\varepsilon}$ οὕτως τὰ $\bar{\beta}$ δίμοιρα πρὸς $\bar{\gamma}$ γ', καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀνάπαλιν, ὃ μέρος ἐστὶ τὰ δύο δίμοιρα τῆς τῶν πηλικοτήτων ὑπεροχῆς, τῶν $\bar{\delta}$ τῆς τοῦ λόγου ὑπεροχῆς, τοσούτων ἔσται καὶ τῶν $\bar{\varepsilon}$ τὰ τρία γ'. ὡσαύτως δὲ ὃ μέρος ἐστὶ τὰ δύο δίμοιρα τῶν $\bar{\delta}$, τὸ αὐτὸ ἔσται καὶ τὰ $\bar{\xi}$ τῶν $\bar{\theta}$.

---

[1] ΕΟ] ΕΘ V.

[2] ΚΕΟ] ΚΕΘ V.

[3] ΚΕΟ] ΚΕΘ V.

[4] ἐπεὶ] ἐπὶ V.

[5] πρὸς] bis V.

[6] $\bar{\theta}$] ante $\bar{\theta}$ add. τὸν V.

[7] διελόντι] δῆλον ὅτι V.

[8] ΚΕΑ] ΚΕΟ V.

[9] ὑπεροχὴ τυγχάνουσα] ὑπεροχῆς τῶν $\bar{\delta}$ τῆς τοῦ λόγου ὑπεροχῆς V.

[10] ἐστιν] ἐ V.

διό φησι· ἐὰν ὅσον μέρος ἐστὶν ἡ ὑπεροχὴ τῶν ὅλων πηλικοτήτων τῆς ὑπεροχῆς τῶν λόγων τὸ τοσοῦτον μέρος ἑκάστου τῶν λόγων λάβωμεν, ἕξομεν τὴν ὑπὸ τὸν οἰκεῖον λόγον πηλικότητα.

καὶ ἐπεὶ συνάγεται ἐκ τῶν εἰρημένων τοιαύτη τις πρότασις· ὅτι ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ δεδομένοι καὶ ἀπ᾽ αὐτῶν ἀφαιρεθῶσι τινὲς ἴσοι καὶ τῶν καταλειπομένων ὁ λόγος δοθῇ, δοθήσονται καὶ αὐτοὶ ὧν ὁ λόγος δέδοται· καὶ λοιποὶ δηλαδὴ οἱ ἴσοι. ἔστω ἐπὶ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν, τοῦ τε $\overline{\delta}$ γ' καὶ τοῦ $\overline{\zeta}$ καὶ τοῦ τῶν $\overline{\varepsilon}$ πρὸς τὰ $\overline{\theta}$ λόγου, τὸ τοιοῦτον ἐφοδεῦσαι διὰ τῆς τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν ἀγωγῆς.[11]

ἔστω ὁ ἀφαιρούμενος ἀφ᾽ ἑκατέρου τοῦ τε $\overline{\delta}$ γ' καὶ τοῦ $\overline{\zeta}$ S $\overline{\alpha}$. καὶ ἐὰν μὲν ἀπὸ μ^o $\overline{\delta}$ γ' ἀφαιρεθῇ, λοιπαὶ μ^o $\overline{\delta}$ γ' λείπουσαι S $\overline{\alpha}$, ἐὰν δὲ ἀπὸ μ^o $\overline{\zeta}$, λοιπαὶ μ^o $\overline{\zeta}$ λείπουσαι[12] S $\overline{\alpha}$. δεήσει ἄρα μ^o $\overline{\delta}$ γ' λείπουσαι S $\overline{\alpha}$[13] πρὸς μ^o $\overline{\zeta}$ λειπούσας S $\overline{\alpha}$ λόγον ἔχειν ὃν $\overline{\varepsilon}$ πρὸς $\overline{\theta}$. ἀλλὰ τὰ $\overline{\varepsilon}$ τῶν $\overline{\theta}$ λείπουσι τέτρασιν ἑαυτῶν πέμπτοις. ὥστε[14] καὶ μ^o $\overline{\delta}$ γ' λειπούσαις S $\overline{\alpha}$ λείπουσι μ^o $\overline{\zeta}$ ↑ S $\overline{\alpha}$ τέτρασιν ἑαυτῶν πέμπτοις. ἐὰν ἄρα μ^o $\overline{\delta}$ γ' ↑ S $\overline{\alpha}$ προσθῶμεν $\overline{\delta}$ αὐτῶν πέμπτα ἔσονται ἴσαι μ^o $\overline{\zeta}$ ↑ S $\overline{\alpha}$. ἀλλὰ μ^o $\overline{\delta}$ γ' ↑ S $\overline{\alpha}$ προσλαβοῦσαι τὰ $\overline{\delta}$ ἑαυτῶν πέμπτα γίνεται $\overline{\rho\iota\zeta}$ πεντεκαιδέκατα μονάδος λείπουσαι $\overline{\theta}$ πέμπτα ἀριθμοῦ τουτέστιν $\overline{\kappa\zeta}$ πεντεκαιδέκατα ὡς ἑξῆς δείξομεν.

μονάδος ἄρα ριζ$^{\iota\varepsilon'}$ ↑ κζ$^{\iota\varepsilon'}$ ἀριθμοῦ ἴσα[15] ἐστὶ μ^o $\overline{\zeta}$ ↑ S $\overline{\alpha}$ τουτέστι $\overline{\rho\varepsilon}$ πεντεκαιδεκάτοις μονάδος[16] ↑ $\overline{\iota\varepsilon}$ πεντεκαιδεκάτοις ἀριθμοῦ.

κοινὴ προσκείσθω ἡ ↑τῶν μβ$^{\iota\varepsilon'}$ τοῦ ἀριθμοῦ· μονάδος ἄρα ριζ$^{\iota\varepsilon'}$ καὶ ἀριθμοῦ ιε$^{\iota\varepsilon'}$ ἴσα ἐστὶ μονάδος ρε$^{\iota\varepsilon'}$ καὶ ἀριθμοῦ κζ$^{\iota\varepsilon'}$. ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπὸν ἄρα μονάδος ιβ$^{\iota\varepsilon'}$ ἴσα ἐστὶν ἀριθμοῦ *ιβ*$^{\iota\varepsilon'}$. καὶ πάντα πεντεκαιδεκάκις. ὁ ἄρα ἀριθμὸς ἔσται μ^o μιᾶς.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν ἕνα τῶν τὸν δεδομένον λόγον ἐχόντων μ^o $\overline{\delta}$ γ' ↑S $\overline{\alpha}$. ἔσται μ^o $\overline{\gamma}$ γ'. τὸν δὲ λοιπὸν μ^o $\overline{\zeta}$ ↑ S $\overline{\alpha}$. ἔσται μ^o $\overline{\zeta}$. καὶ λοιπὸς δηλονότι ἑκάτερος τῶν ἴσων ὁ ἀφαιρούμενος ἀφ᾽ ἑκατέρου ἔσται τῆς τοῦ ἀριθμοῦ μ^o $\overline{\alpha}$.

---

[11] τῆς τῶν διοφαντείων ἀριθμῶν ἀγωγῆς] τῆς τῶν διοφαντίων ἀριθμητικῆς ἀγωγῆς V.

[12] λείπουσαι] scripsimus: λειπούσας V: ↑ B.

[13] δεήσει ἄρα μ^o $\overline{\delta}$ γ' λείπουσαι S $\overline{\alpha}$] om. V | λείπουσαι] scripsimus: ↑ B.

[14] ὥστε] ὧντε V.

[15] ἴσα] ὅσα V.

[16] μονάδος] scripsimus: μονάδες V: μονα$^{\Delta}$ B.

ὅτι δὲ μ^o δ̄ γ′ ↑ S ᾱ προσλαβοῦσαι ἑαυτῶν τὰ τέσσαρα πέμπτα γίνεται ριζ$^{ιε'}$ μονάδος λείπουσαι[17] κζ$^{ιε'}$ ἀριθμοῦ οὕτω γίνεται δῆλον.

50 ἐπεὶ γὰρ τῶν δ̄ γ′ τὸ ε′ γίνεται ἑξηκοστῶν νβ̄, τὰ ἄρα δ̄[18]ε′ ἔσται σῃ̄ ἑξηκοστῶν τουτέστι νβ$^{ιε'}$. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ μονάδες δ̄ γ′ ξε$^{ιε'}$. αἱ ἄρα δ̄ γ′προσλαβοῦσαι ἑαυτῶν τὰ δ̄ ε′ συνάγουσιν ριζ$^{ιε'}$. ἔστι δὲ καὶ ἡ ↑ τοῦ ἀριθμοῦ μετὰ τῶν δ̄ ε′ ἑαυτοῦ ποιῶν λεῖψιν θ̄ πέμπτα ἀριθμοῦ· τουτέστιν κζ$^{ιε'}$. ὥστε μ^o δ̄ γ′ ↑ S ᾱ προσλαβοῦσαι[19] ἑαυτῶν δ̄ ε′ γίνονται ριζ$^{ιε'}$ μονάδος λείπουσαι κζ$^{ιε'}$ ἀριθμοῦ.[20]

1.3.4 *Η χειρόγραφη παράδοση του σχολίου του Θέωνα*

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, το κείμενο στο οποίο ο Θέων παρουσιάζει τους δύο τρόπους επίλυσης του προβλήματος που έθεσε ο Πτολεμαίος προέρχεται από τα ανέκδοτα σχόλιά του στο δέκατο τρίτο βιβλίο της *Μεγίστης*. Το απόσπασμα αυτό μας παραδίδεται άμεσα από ένα και μοναδικό χειρόγραφο, τον κώδικα *Vaticanus gr*. 1087. Πέραν αυτού το συγκεκριμένο απόσπασμα μας παραδίδεται έμμεσα από διάφορους κώδικες, με αρχαιότερο τον *Vaticanus gr*. 1594.[70]

Ο κώδικας *Vaticanus gr*. 1087 διασώζει (με αρκετές ελλείψεις) το ρέον κείμενο των σχολίων του Θέωνα στα βιβλία 8, 9, 10, 12 και 13 της *Μεγίστης*. Η αντιγραφή του μέρους του κώδικα που περιέχει τα σχόλια του Θέωνα στο βιβλίο 13 έγινε στα τέλη του 13ου αι. στο περιβάλλον του Μάξιμου Πλανούδη.[71] Το απόσπασμα που συζητήσαμε από τα σχόλια του Θέωνα είναι γραμμένο στο f. 145 του κώδικα αυτού. Ο κώδικας *Vaticanus gr*. 1594 χρονολογείται στο τέλος του τρίτου τετάρτου του 9ου αι. (Follieri 1977, 145-146· Ronconi 2013). Στον κώδικα αυτόν το συγκεκριμένο απόσπασμα των σχολίων του Θέωνα είναι γραμμένο στο f. 248v, στα περιθώρια του δέκατου τρίτου βιβλίου της *Μεγίστης*. Εκτός από τον κώδικα αυτόν, το ίδιο απόσπασμα

---

[17] λείπουσαι] scripsimus: καὶ ἔτι V: ↑ B.

[18] δ̄] om. V.

[19] προσλαβοῦσαι] om. V.

[20] ἀριθμοῦ] -οῖς V: S^{οῦ} B.

[70] Η χειρόγραφη παράδοση των σχολίων του Θέωνα στη *Μεγίστη* διακρίνεται από την ιστοριογραφία σε άμεση και έμμεση παράδοση. Στην άμεση παράδοση ανήκουν τα χειρόγραφα που περιέχουν όλο το (σωζόμενο) κείμενο κάποιου ή κάποιων από τα σωζόμενα βιβλία του Θέωνα, σε ρέουσα μορφή. Στην έμμεση παράδοση ανήκουν τα χειρόγραφα που περιέχουν αποσπάσματα από το έργο του Θέωνα, γραμμένα ως παρασελίδια σχόλια στα περιθώρια της *Μεγίστης*, ή ενδεχομένως κάποιου άλλου έργου, που περιέχουν τα χειρόγραφα αυτά. Για τη χειρόγραφη παράδοση των σχολίων του Θέωνα βλ. (Rome 1931, xxi–xxiv) και (Rome 1936, lxxxvii–xc). Όπως έχουμε αναφέρει κριτική έκδοση των σχολίων του Θέωνα έχει γίνει μόνο για τα τέσσερα πρώτα βιβλία, από τον A. Rome.

[71] Για περισσότερα βλ. (Menchelli 2013), (Mondrain 2007).

από τα σχόλια του Θέωνα το συναντάμε γραμμένο στα περιθώρια της *Μεγίστης* και σε άλλα χειρόγραφα, μεταξύ των οποίων και στο χειρόγραφο *Vaticanus gr.* 198, το οποίο αντιγράφηκε στα μέσα του 14ου αιώνα.[72] Ο κώδικας αυτός, ενώ ανήκει στην άμεση χειρόγραφη παράδοση των σχολίων του Θέωνα στη *Μεγίστη* (περιέχει σχεδόν όλα τα βιβλία των σχολίων του Θέωνα σε ρέουσα μορφή), το συγκεκριμένο απόσπασμα από το βιβλίο 13 μας το παραδίδει έμμεσα. Δηλαδή, το απόσπασμα αυτό δεν το συναντάμε στο ρέον κείμενο του Θέωνα, αλλά το βλέπουμε γραμμένο στο περιθώριο της *Μεγίστης* που περιέχει ο ίδιος κώδικας.[73] Ο τρόπος με τον οποίο ο κώδικας *Vaticanus gr.* 198 μας παραδίδει το απόσπασμα του Θέωνα παρουσιάζει αρκετό ενδιαφέρον. Το ρέον κείμενο των σχολίων του Θέωνα στο τρίτο κεφάλαιο του βιβλίου 13 της *Μεγίστης* διακόπτεται αμέσως μετά τη φράση «ἔστω δὴ πρότερον διὰ τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν» (f. 484v) και αυτό που ακολουθεί είναι η φράση «ζήτει τὸ ἑξῆς ἐν τοῖς σχολίοις». Η φράση αυτή συνοδεύεται από τις οδηγίες που πρέπει να ακολουθήσουμε για να βρούμε το κομμάτι που έχει αποκοπεί από το ρέον κείμενο: «ζήτει ἐν ΙΓ^{ου} βιβλίου Γ΄ κεφαλαίῳ ἐν ση …». Ο γραφέας μας οδηγεί να ψάξουμε για το κομμάτι αυτό στο τρίτο κεφάλαιο του βιβλίου 13 της *Μεγίστης* και για να μας βοηθήσει να το βρούμε χρησιμοποιεί ένα διακριτικό σημάδι (οι τελείες που βλέπουμε παραπάνω αντιστοιχούν στο διακριτικό σημάδι που χρησιμοποιεί ο γραφέας). Η παραπομπή του γραφέα μας οδηγεί στο f. 306r του ίδιου κώδικα, όπου βρίσκουμε το ίδιο διακριτικό σημάδι και δίπλα του βλέπουμε γραμμένο το κομμάτι που ψάχνουμε από τα σχόλια του Θέωνα.

---

[72] Ο κώδικας αυτός χαρακτηρίζεται ως 'βυζαντινή διασκευή'. Ανήκει δηλαδή στην κατηγορία των χειρογράφων στα οποία τα κείμενα που περιέχονται σε αυτά έχουν υποστεί ένα είδος επιμέλειας (διορθώσεις, προσθήκες κ.ο.κ.) από κάποιον Βυζαντινό λόγιο. Για περισσότερα σχετικά με τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, βλ. (Mondrain 2005).

[73] Αυτό δεν συμβαίνει μόνο στην περίπτωση του συγκεκριμένου αποσπάσματος από τα σχόλια του Θέωνα, ούτε μόνο στην περίπτωση του κώδικα *Vaticanus gr.* 198. Ισχύει γενικότερα στα χειρόγραφα που ανήκουν στην κατηγορία της 'βυζαντινής διασκευής', στα οποία ορισμένα κομμάτια από τα τελευταία βιβλία των σχολίων του Θέωνα έχουν αποκοπεί από το ρέον κείμενο και έχουν γραφεί, ως παρασελίδια σχόλια, στα περιθώρια της *Μεγίστης* που περιέχουν αυτά τα χειρόγραφα. Παράλληλα, στο ρέον κείμενο του Θέωνα, στο σημείο στο οποίο βρισκόταν το εκάστοτε κομμάτι που αποσπάστηκε, βλέπουμε γραμμένη κάποια από τις φράσεις «ζήτει τὸ ἑξῆς ἐν τοῖς σχολίοις» ή «ζήτει τὸ ἑξῆς ἐν τοῖς σχολίοις μέχρι τέλους».

Κεφάλαιο 2

Οι *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδοι που μας παραδίδει ο Θέων

2.1 Εισαγωγή

Με την έκφραση 'ἐξ ἀναλόγου' ο Θέων αναφέρεται σε δύο αριθμητικές μεθόδους οι οποίες μπορούν να εφαρμοστούν για να παρεμβληθεί μία αριθμητική τιμή σε δύο δοθείσες αριθμητικές τιμές. Τις μεθόδους αυτές ο Θέων τις παρουσιάζει προκειμένου να απαντήσει στο ερώτημα πώς γίνεται η παρεμβολή τιμών τόσο στους πίνακες που κατασκευάζει ο Πτολεμαίος όσο και σε άλλες περιπτώσεις. Στο ερώτημα αυτό ο ίδιος ο Πτολεμαίος δεν δίνει καμία απάντηση. Την πραγμάτευση του θέματος της παρεμβολής τιμών ο Θέων την κάνει μεν στο πλαίσιο των πινάκων που κατασκευάζει ο Πτολεμαίος, αλλά, όπως προκύπτει, οι μέθοδοι που υποδεικνύει εφαρμόζονται και σε ευρύτερο πλαίσιο.

Ένα ευδιάκριτο χαρακτηριστικό της *Μεγίστης* του Πτολεμαίου αποτελεί η παρουσία πινάκων στους οποίους είναι καταχωρημένες διάφορες αριθμητικές τιμές. Τέτοιοι πίνακες είναι ο πίνακας χορδών, οι πίνακες για τη μέση κίνηση της σελήνης, του ηλίου και των πλανητών κ.ο.κ. Πρέπει βέβαια να επισημάνουμε ότι στη *Μεγίστη* αλλά και γενικότερα στο πλαίσιο της αστρονομίας και της αστρολογίας, τόσο κατά την Ύστερη Αρχαιότητα όσο και κατά την Βυζαντινή Εποχή, για τη λέξη «πίνακας» χρησιμοποιείται η λέξη «κανόνιον» ή η λέξη «κανών». Επίσης, για τη στήλη και τη γραμμή ενός πίνακα χρησιμοποιούνται, αντίστοιχα, οι λέξεις «σελίδιον» και «στίχος».[1]

Γιατί ο Πτολεμαίος κατασκευάζει όλα αυτά τα κανόνια; Όπως μπορούμε να συμπεράνουμε από τις δηλώσεις που ο ίδιος κάνει κάθε φορά που κατασκευάζει ένα κανόνιο, τα θεωρεί ως ένα εύχρηστο μέσο που διευκολύνει την εύρεση αριθμητικών τιμών.[2]Τα κανόνια της *Μεγίστης* περιέχουν αριθμητικές τιμές διαφόρων μεγεθών. Οι τιμές είναι κατανεμημένες, στις περισσότερες περιπτώσεις, σε σαρανταπέντε στίχους. Ο αριθμός των σελιδίων κυμαίνεται από τρία έως εννέα, ανάλογα με τον αριθμό των μεγεθών που υπάρχουν στο εκάστοτε κανόνιο. Τα κανόνια χρησιμεύουν για να

[1] Στο εξής, όταν αναφέρω κάποιον πίνακα της *Μεγίστης* θα χρησιμοποιώ τη λέξη «κανόνιο» με δύο εξαιρέσεις: α) τον πίνακα χορδών, τον οποίο θα αναφέρω πάντοτε ως πίνακα χορδών και β) τον πίνακα των παραλλάξεων τον οποίο θα αναφέρω ως παραλλακτικό κανόνα. Για τη στήλη και τη γραμμή οποιουδήποτε πίνακα θα χρησιμοποιώ, αντίστοιχα, τις λέξεις «σελίδιο» και «στίχος».

[2] Τον σκοπό της κατασκευής των κανονίων ο Πτολεμαίος τον δηλώνει με τις εκφράσεις «πρὸς τὴν ἐξ ἑτοίμου χρῆσιν», «πρὸς τὸ ἐξ ἑτοίμου λαμβάνειν», «τοῦ προχείρου τῆς χρήσεως ἕνεκεν», «ἵνα δὲ προχείρως λαμβάνωμεν» και με άλλες ανάλογες εκφράσεις.

αποτυπώσουν την αντιστοιχία που υπάρχει ανάμεσα σε οποιαδήποτε τιμή καταχωρημένη σε κάποιο στίχο ενός σελιδίου και στην τιμή που είναι καταχωρημένη στον ίδιο στίχο ενός άλλου σελιδίου. Όταν δηλαδή δίδεται κάποια τιμή ενός μεγέθους μπορούμε να βρούμε αμέσως την αντίστοιχη τιμή ενός άλλου μεγέθους. Αρκεί να κοιτάξουμε στον ίδιο στίχο στο σελίδιο στο οποίο είναι καταχωρημένες οι τιμές του άλλου μεγέθους.[3] Όμως, όλα τα κανόνια της *Μεγίστης* περιέχουν συγκεκριμένες τιμές μεγεθών, ενώ στην πράξη αποτελεί μάλλον εξαίρεση παρά κανόνα το να βρούμε καταχωρημένες στα κανόνια τις τιμές που χρειάζονται σε μία υπολογιστική διαδικασία. Στις περισσότερες περιπτώσεις χρειάζονται ενδιάμεσες τιμές, δηλαδή τιμές που βρίσκονται ανάμεσα σε αυτές που είναι καταχωρημένες στα κανόνια. Γεννάται επομένως το ερώτημα: πώς μπορούν να βρεθούν οι ενδιάμεσες τιμές χρησιμοποιώντας τις τιμές που είναι καταχωρημένες στα κανόνια; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό είναι ότι πρέπει να καταφύγουμε στη γραμμική παρεμβολή, να παρεμβάλουμε δηλαδή μία τιμή σε δύο δοθείσες τιμές. Πρέπει βεβαίως να τονίσουμε ότι η ονομασία "γραμμική παρεμβολή" αντανακλά μοντέρνες έννοιες. Στην ελληνική γραμματεία τόσο της Ύστερης Αρχαιότητας όσο και της Βυζαντινής Εποχής η διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών ενός πίνακα δηλώνεται με την έκφραση «ἐξ ἀναλόγου».[4]Πρέπει επίσης να προσθέσουμε ότι η έκφραση *ἐξ ἀναλόγου* δεν απαντά σε κανένα έργο του Πτολεμαίου. Σε μεταγενέστερες πραγματείες η διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών ενός πίνακα δηλώνεται με τις εκφράσεις «τὸ ἐξ ἀναλόγου» και « ὁ ἐξ ἀναλόγου τρόπος».[5]

Η γραμμική παρεμβολή ορίζεται για πρώτη φορά από τον Δανό αστρονόμο και μαθηματικό T. N. Thiele, το 1909, στο έργο του *Interpolationsrechnung*, ως «η τέχνη του να διαβάζεις ανάμεσα στις γραμμές ενός πίνακα».[6] Βέβαια ο Thiele δεν είναι ιστορικός των επιστημών. Τον ορισμό όμως που διετύπωσε τον υιοθέτησαν οι ιστορικοί των επιστημών και τον αναφέρουν όταν εξετάζουν το θέμα της γραμμικής παρεμβολής. Όπως για παράδειγμα ο J. L. Berggren, ο οποίος στο έργο του που αποτελεί μία εισαγωγική έρευνα για τα Μαθηματικά στο μεσαιωνικό Ισλάμ αναφέρει:

---

[3] Η τιμή που αντιστοιχεί σε μία δοθείσα τιμή ενός μεγέθους δηλώνεται τόσο από τον Πτολεμαίο όσο και από τον Θέωνα με τη λέξη 'παρακειμένη', ενώ το γεγονός ότι μια τιμή αντιστοιχεί σε μια δοθείσα τιμή δηλώνεται με τον ρηματικό τύπο 'παράκειται'.

[4] Στο εξής, όταν αναφέρομαι στην αρχαία ή στη βυζαντινή περίοδο θα χρησιμοποιώ πλάγιους χαρακτήρες για την ονομασία "γραμμική παρεμβολή". Την ίδια ονομασία θα τη γράφω με όρθιους χαρακτήρες όταν αναφέρομαι στη χρήση της από τους ιστορικούς της επιστήμης. Με πλάγιους επίσης χαρακτήρες θα γράφω την έκφραση «ἐξ ἀναλόγου», την οποία θα χρησιμοποιώ εναλλακτικά για να δηλώσω τη μέθοδο της *γραμμικής παρεμβολής*.

[5] Ας σημειώσουμε ότι στα χειρόγραφα η έκφραση «ἐξ ἀναλόγου» γράφεται σε αρκετές περιπτώσεις ως μία λέξη, δηλαδή ως «ἐξαναλόγου». Αυτό μπορεί να το επισημάνει ο αναγνώστης της διατριβής μου και στο αρχαίο κείμενο που εκδίδω. Βλ. ενδεικτικά, κεφ. θ, στ. 181 και κεφ. ιζ, στ. 120, όπου υπάρχει η γραφή ἐξαναλόγου. Πρβλ. κεφ. θ, στ. 154 και κεφ. ιθ, στ. 261 όπου υπάρχει η γραφή ἐξ ἀναλόγου.

[6] Βλ. (Thiele 1909, 2). Τον ορισμό αυτό του Thiele τον βλέπουμε να επαναλαμβάνεται το 1924 από τους μαθηματικούς E. T. Whittaker και G. Robinson στο έργο τους *The Calculus of Observations*. Βλ. (Whittaker and Robinson 1924, 2).

«Η γραμμική παρεμβολή ήταν μία από τις συνήθεις αρχαίες και μεσαιωνικές μεθόδους για αυτό που έχει ονομαστεί "να διαβάζεις ανάμεσα στις γραμμές" (πινάκων)».[7]

Πώς μπορούσε λοιπόν ο αναγνώστης της *Μεγίστης* "να διαβάσει ανάμεσα στις γραμμές" των κανονίων που κατασκεύασε ο Πτολεμαίος; Ούτε στη *Μεγίστη* ούτε σε κάποιο άλλο έργο του ο Πτολεμαίος περιγράφει τη διαδικασία με την οποία μπορούν να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές στα κανόνια που κατασκευάζει. Όπως φαίνεται, θεωρούσε ως δεδομένη την εξοικείωση του αναγνώστη με την απαιτούμενη προς το σκοπό αυτό αριθμητική τεχνική, δηλαδή με την *γραμμική παρεμβολή*. Αυτό μπορεί να συνέβαινε στην εποχή του Πτολεμαίου, αλλά στην Ύστερη Αρχαιότητα, καθώς επίσης και στη Βυζαντινή Περίοδο, όπως προκύπτει από αντίστοιχες πηγές, υπήρχε η ανάγκη να εξηγηθεί η συγκεκριμένη διαδικασία. Η αρχαιότερη βήμα προς βήμα περιγραφή της *γραμμικής παρεμβολής* που διασώζεται είναι αυτή του Θέωνα, ο οποίος τόσο στα *Σχόλια* στη *Μεγίστη* όσο και στο *Μικρό Σχόλιο* στους *Πρόχειρους Κανόνες* του Πτολεμαίου εξηγεί με κάθε λεπτομέρεια πώς μπορούν να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές στα κανόνια που κατασκευάζει ο Πτολεμαίος. Με τον τρόπο αυτό ο Θέων προσφέρει στον αναγνώστη τα απαραίτητα εφόδια προκειμένου να μπορεί, για να δανειστώ την έκφραση του Thiele, να "διαβάζει ανάμεσα στις γραμμές" οποιουδήποτε κανονίου. Παρουσιάζει μάλιστα δύο διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να βρεθεί *ἐξ ἀναλόγου* μία τιμή και, επιπλέον, αναδεικνύει την εφαρμογή τους για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών γενικότερα. Η πραγμάτευση του θέματος της *γραμμικής παρεμβολής* από τον Θέωνα δεν έχει αποτελέσει αντικείμενο ιστοριογραφικής μελέτης. Οι ελάχιστες αναφορές που συναντάμε στην ιστοριογραφία της επιστήμης γίνονται στο πλαίσιο άλλων μελετών στις οποίες εξετάζεται ακροθιγώς και η πραγμάτευση του Θέωνα. Και αυτό παρά το γεγονός ότι ο Θέων πραγματεύεται ένα ζήτημα πολύ σημαντικό για την αστρονομία.

Τις *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδους για την εύρεση αριθμητικών τιμών ο Θέων τις εξετάζει για πρώτη φορά όταν σχολιάζει την κατασκευή του πίνακα χορδών από τον Πτολεμαίο. Με αφορμή το πρόβλημα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του συγκεκριμένου κανονίου παρουσιάζει τις δύο αριθμητικές μεθόδους οι οποίες όμως μπορούν να εφαρμοστούν τόσο για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών σε οποιοδήποτε κανόνιο της *Μεγίστης*, όσο και για να παρεμβληθεί γενικότερα μία τιμή σε δύο δοθείσες τιμές. Με άλλα λόγια, ο Θέων παρουσιάζει δύο διακριτούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να γίνει η *γραμμική παρεμβολή*, όπως χαρακτηρίζεται στην ιστοριογραφία η διαδικασία την οποία πιστεύεται ότι χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος σε πολλές περιπτώσεις προκειμένου να βρει την τιμή ενός μεγέθους η οποία αντιστοιχεί σε μία δοθείσα ενδιάμεση τιμή ενός άλλου μεγέθους.[8]

---

[7] «Linear interpolation was one of the standard ancient and medieval methods of what has been called "reading between the lines" (of tables)» (Berggren 1986, 52). Ο Berggren βέβαια δεν κάνει ρητή αναφορά στον Thiele.

[8] Βλ. ενδεικτικά Pedersen (2010, 64, 84-85), Toomer (1998, 73, 99, 134 υποσημ. 11, 264 και 453 υποσημ. 71), Neugebauer (1975, 34, 95 υποσημ. 8, 160, 219 και 233). Γενικότερα, στη

Την πραγμάτευση του θέματος της *γραμμικής παρεμβολής* από τον Θέωνα θα την εξετάσουμε σε πέντε Ενότητες. Στην πρώτη Ενότητα θα παρουσιάσουμε το πρόβλημα της παρεμβολής τιμών στον πίνακα χορδών, ενώ στη δεύτερη και στην τρίτη Ενότητα θα εξετάσουμε, αντίστοιχα, την πρώτη και τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που υποδεικνύει ο Θέων για τον πίνακα χορδών. Στην τέταρτη Ενότητα θα συζητήσουμε για τη διαφορά των δύο μεθόδων, ενώ στην τελευταία Ενότητα θα δούμε το ευρύτερο πλαίσιο της εφαρμογής τους.

2.2 Το πρόβλημα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών

Το θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών ο Θέων το εξετάζει για πρώτη φορά όταν σχολιάζει το δέκατο κεφάλαιο του πρώτου βιβλίου της *Μεγίστης*. Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος κατασκευάζει τον πίνακα χορδών (*κανόνιον τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν*) που αποτελεί το πρώτο κανόνιο που συναντάμε στο έργο του.[9] Οι τιμές που περιέχονται στον πίνακα χορδών του Πτολεμαίου είναι κατανεμημένες σε τριακόσιες εξήντα γραμμές (στίχους) και τρεις στήλες (σελίδια).[10] Στο πρώτο σελίδιο, το οποίο φέρει την επιγραφή 'περιφερειῶν', είναι καταχωρημένες οι τιμές των τόξων με παραύξηση μισής μοίρας (½^{o}). Δηλαδή, δύο διαδοχικές τιμές τόξων διαφέρουν κατά ½^{o}. Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι από τα ζεύγη των διαδοχικών τόξων δημιουργούνται διαστήματα τα άκρα των οποίων διαφέρουν κατά ½^{o}: [½^{o}, 1°], [1°, 1½^{o}], ...,[179½^{o}, 180°]. Για κάθε διάστημα, ως ενδιάμεσα τόξα θεωρούνται αυτά τα οποία βρίσκονται μεταξύ των άκρων του, όσα δηλαδή αποτελούνται από ακέραιο αριθμό μοιρών και ένα πλήθος εξηκοστών που κυμαίνεται από ένα εξηκοστό έως εικοσιεννέα εξηκοστά. Εκτός βεβαίως από τα ενδιάμεσα τόξα που ανήκουν στο διάστημα [½^{o}, 1°], τα οποία αποτελούνται μόνο από ένα πλήθος εξηκοστών που κυμαίνεται από τριανταένα έως πενηνταεννέα εξηκοστά. Στο δεύτερο σελίδιο του πίνακα χορδών, το οποίο φέρει την επιγραφή 'εὐθειῶν', είναι καταχωρημένες οι τιμές των χορδών που αντιστοιχούν (*παράκεινται*) στις τιμές των τόξων του πρώτου

διαδικασία της *γραμμικής παρεμβολής* εμπλέκονται αριθμητικές τιμές δύο μεγεθών. Δίδεται ένα ζεύγος τιμών του ενός μεγέθους, καθώς και το ζεύγος των αντίστοιχων τιμών του άλλου μεγέθους. Δίδεται επίσης και μία ενδιάμεση τιμή του ενός μεγέθους. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί η αντίστοιχη τιμή του άλλου μεγέθους. Όταν πρόκειται για τον πίνακα χορδών, στη διαδικασία της *γραμμικής παρεμβολής* εμπλέκονται αριθμητικές τιμές τόξων και χορδών.

[9] Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινίσουμε ότι η ονομασία «πίνακας χορδών» δεν απαντά στην αρχαία ελληνική αστρονομία. Είναι σύγχρονη ονομασία η οποία χρησιμοποιείται στην ιστοριογραφία για το *κανόνιον τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν*. Πρέπει επίσης να επισημάνουμε ότι για τη χορδή και το τόξο οι αρχαίοι χρησιμοποιούσαν τις ονομασίες *ἐν κύκλῳ εὐθεῖα* και *περιφέρεια*, αντίστοιχα.

[10] Ο πίνακας χορδών είναι χωρισμένος για λόγους συμμετρίας (διὰ τὸ σύμμετρον), όπως αναφέρει ο Πτολεμαίος (Η1.47.3), σε οκτώ 'υποπίνακες' 45 στίχων. [Για τη συζήτηση περί του 'συμμέτρου' βλ. RIII.844, υποσημ. (3), RIII.895, υποσημ. (3), (Toomer 1998, 56, υποσημ. 67) και πρβλ. (Pedersen 2010, 465)].

σελιδίου.[11] Ανάλογα διαστήματα με αυτά των τόξων δημιουργούνται και από τα ζεύγη των διαδοχικών χορδών. Επομένως, ως ενδιάμεσες χορδές θεωρούνται όσες βρίσκονται μεταξύ των άκρων ενός διαστήματος.[12]Οι τιμές που είναι καταχωρημένες στο τρίτο σελίδιο, το οποίο φέρει την επιγραφή 'ἑξηκοστῶν', εκφράζουν το ένα τριακοστό της διαφοράς δύο διαδοχικών χορδών.[13] Πιο συγκεκριμένα, μία τιμή που βρίσκεται σε οποιοδήποτε στίχο του τρίτου σελιδίου εκφράζει το ένα τριακοστό της διαφοράς που υπάρχει ανάμεσα στη χορδή που βρίσκεται στον ίδιο στίχο και στη

---

[11] Συνολικά, στον πίνακα χορδών, στο πρώτο σελίδιο είναι καταχωρημένες 360 τιμές τόξων με αρχική την τιμή ½^{o} και τελική την τιμή 180°, ενώ στο δεύτερο σελίδιο είναι καταχωρημένες οι αντίστοιχες τιμές των χορδών με αρχική την τιμή 31΄ 25΄΄ και τελική την τιμή 120$^{\tau}$. Σύμφωνα με τους ιστορικούς της επιστήμης ο πίνακας χορδών του Πτολεμαίου αποτυπώνει μία συναρτησιακή σχέση. Ως ανεξάρτητη μεταβλητή θεωρείται το τόξο και ως εξηρτημένη μεταβλητή η αντίστοιχη χορδή του. Πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το διάστημα [½^{o}, 180°] και πεδίο τιμών το διάστημα [31΄ 25΄΄, 120$^{\tau}$]. Η σχέση που συνδέει το μέτρο ενός τόξου με το μήκος της αντίστοιχης χορδής του αποτελεί κατά τους ιστορικούς της επιστήμης τη βάση της ελληνικής επίπεδης τριγωνομετρίας και ο πίνακας χορδών είναι ανάλογος με έναν πίνακα ημιτόνων. Αυτό προκύπτει από το ότι για ένα τόξο α και την αντίστοιχη χορδή του ισχύει η σχέση χρδα=2ημ(α/2) ή αλλιώς η σχέση ημα = ½ (χρδ2α). Για το θέμα αυτό βλ. ενδεικτικά Aaboe (1964, 105), Pedersen (2010, 64), Neugebauer (1975, 21) και Van Brummelen (1993, 46). Πρβλ. και Van Brummelen (2013, 8-13), ο οποίος ακολουθώντας τη διαδικασία του Πτολεμαίου για την κατασκευή του πίνακα χορδών δείχνει πώς ο πίνακας χορδών ανάγεται σε πίνακα ημιτόνων. Για την κατασκευή του πίνακα χορδών από τον Πτολεμαίο βλ. (H1.31.7-46.20). Ο πίνακας χορδών της *Μεγίστης* εξετάζεται σε πολλές, τόσο παλαιές όσο και σύγχρονες, ιστοριογραφικές μελέτες. Εξετάζεται, για παράδειγμα, από τον Delambre στη μελέτη του για την ιστορία της αρχαίας αστρονομίας (1817, 2, 37-44) ή από τον Heath στη μελέτη του για την ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών (1921, ii, 276-284) και από τον Aaboe στη μελέτη του για την πρώιμη ιστορία των μαθηματικών (1964, 103-125), καθώς επίσης και από τον Neugebauer στη μελέτη του για την ιστορία της αρχαίας μαθηματικής αστρονομίας (1975, 21-25). Εξετάζεται επίσης σε ειδικότερες ιστοριογραφικές μελέτες για τον Πτολεμαίο οι οποίες έχουν ως θέμα τους είτε ολόκληρη τη *Μεγίστη*, όπως η μελέτη του Pedersen (2010, 56-65) είτε συγκεκριμένες πτυχές του έργου αυτού του Πτολεμαίου, όπως η μελέτη του Van Brummelen για τα κανόνια της *Μεγίστης* (Van Brummelen 1993, 46-73), είτε συγκεκριμένα θέματα για τον Πτολεμαίο, όπως η μελέτη του Sidoli για τις μαθηματικές μεθόδους που χρησιμοποιεί εν γένει ο Πτολεμαίος (2004, 83-94). Και βέβαια, δεν πρέπει να παραλείψουμε ότι ο πίνακας χορδών της *Μεγίστης* συζητείται σε όλες τις μελέτες που αφιερώνονται αποκλειστικά στην ιστορία της τριγωνομετρίας, με πιο πρόσφατη τη μελέτη του Van Brummelen για την πρώιμη ιστορία της τριγωνομετρίας στον ελληνικό, ινδικό, αραβικό και δυτικό κόσμο (2009, 70-77). Πρέπει επίσης να αναφέρουμεότι ο πίνακας χορδώντου Πτολεμαίου εξετάζεται και σε ιστοριογραφικές μελέτες που έχουν ως αποκλειστικό αντικείμενο τα μαθηματικά στον ισλαμικό κόσμο, όπως, για παράδειγμα, η μελέτη του Berggren, στην οποία ο πίνακας χορδών της *Μεγίστης* συζητείται στο πλαίσιο εξέτασης της τριγωνομετρίας στον Ισλαμικό κόσμο (Berggren 1986, 127-132).

[12] Ο Θέων προσδιορίζει με σαφήνεια ποιες θεωρούνται ενδιάμεσες τιμές στον πίνακα χορδών. Ενδιάμεσο τόξο είναι αυτό το οποίο βρίσκεται ανάμεσα στα τόξα που διαφέρουν κατά μισή μοίρα: «περιφέρεια μεταξὺ τῶν καθ' ἡμιμοίριον παραυξήσεων πίπτουσα». Ενδιάμεση χορδή είναι αυτή που βρίσκεται ανάμεσα στις καταχωρημένες χορδές: «εὐθεῖα μεταξὺ τῶν ἐκκειμένων πίπτουσα». Βλ. RII.504.6-8. Πρβλ. RII.508.1-4.

[13] Το περιεχόμενο του τρίτου σελιδίου ο Πτολεμαίος το περιγράφει μετά την ολοκλήρωση της κατασκευής του πίνακα: «τὰ δὲ τρίτα τὸ λ΄ μέρος τῆς καθ' ἕκαστον ἡμιμοίριον τῶν εὐθειῶν παραυξήσεως» (H1.47.7-9).

χορδή που βρίσκεται στον αμέσως επόμενο στίχο.[14] Επομένως, σε κάθε τιμή τόξου που είναι καταχωρημένη στο πρώτο σελίδιο, εκτός από την τιμή της χορδής του, η οποία βρίσκεται στο δεύτερο σελίδιο, αντιστοιχεί και ένας αριθμός εξηκοστών που βρίσκεται στο τρίτο σελίδιο, στον ίδιο στίχο και ο οποίος εκφράζει το ένα τριακοστό της διαφοράς που υπάρχει ανάμεσα στη χορδή αυτού του τόξου και στη χορδή του αμέσως επόμενου τόξου.

Ο πίνακας χορδών μας δίνει τη δυνατότητα να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί σε οποιοδήποτε δοθέν τόξο, όπως επίσης και να βρούμε το τόξο που αντιστοιχεί σε οποιαδήποτε δοθείσα χορδή.[15] Όταν η δοθείσα τιμή τόξου ή χορδής είναι καταχωρημένη στον πίνακα μπορεί κανείς πολύ εύκολα να πάρει από αυτόν έτοιμη την αντίστοιχη ζητούμενη τιμή. Πώς μπορεί όμως να βρεθεί η τιμή της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο, ή πώς μπορεί να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή; Αυτό ο Πτολεμαίος το αφήνει στον αναγνώστη να το συμπεράνει μόνος του. Παρά το γεγονός ότι ο ίδιος βρίσκει κατ' επανάληψιν τιμές χορδών που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσα τόξα, δεν κρίνει αναγκαίο να εξηγήσει πώς τις βρίσκει. Απλώς τις αναφέρει.[16] Όπως δεν κρίνει αναγκαίο να εξηγήσει και την αντίστροφη διαδικασία, αυτή δηλαδή που χρησιμοποιεί για να βρει τιμές τόξων που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες χορδές, ενώ ο ίδιος βρίσκει και πάλι κατ' επανάληψιν τέτοιες τιμές, τις οποίες απλώς αναφέρει.[17] Η μοναδική συζήτηση που κάνει ο Πτολεμαίος σχετικά με το θέμα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών περιέχεται σε ένα μικρό χωρίο (μόλις τεσσάρων στίχων της έκδοσης Heiberg) που αφορά στη χρησιμότητα του τρίτου σελιδίου. Στη μικρή αυτή συζήτηση πρέπει να

---

[14] Για παράδειγμα, ας δούμε πώς προκύπτει η τιμή 58΄΄ 48΄΄΄, η οποία στον πίνακα χορδών βρίσκεται στο σελίδιο των εξηκοστών (βλ. Η1.51.38). Στον ίδιο στίχο στον οποίο βρίσκεται η τιμή αυτή, στο μεν πρώτο σελίδιο υπάρχει η τιμή 41° του τόξου, ενώ στο δεύτερο σελίδιο υπάρχει η τιμή της αντίστοιχης χορδής του (χρδ41°), που είναι 42$^{\tau}$ 1΄ 30΄΄. Η χορδή που βρίσκεται στον αμέσως επόμενο στίχο είναι αυτή που αντιστοιχεί στο τόξο 41½° (χρδ41½°) και είναι 42$^{\tau}$ 30΄ 54΄΄. Η τιμή λοιπόν 58΄΄ 48΄΄΄του τρίτου σελιδίου εκφράζει το ένα τριακοστό της διαφοράς χρδ41½° - χρδ41°, δηλαδή το ένα τριακοστό της διαφοράς 42$^{\tau}$ 30΄ 54΄΄ - 42$^{\tau}$ 1΄ 30΄΄, η οποία είναι 29΄ 24΄΄. Πρέπει όμως να επισημάνουμε ότι αρκετές από τις τιμές που είναι καταχωρημένες στο τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών διαφέρουν στο τρίτο εξηκονταδικό ψηφίο από αυτές που προκύπτουν σύμφωνα με την περιγραφή του Πτολεμαίου. Για το θέμα αυτό θα συζητήσουμε αργότερα, αφού εξετάσουμε τις δύο μεθόδους που υποδεικνύει ο Θέων για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών.

[15] Ο Πτολεμαίος, όταν περιγράφει τον πίνακα χορδών, αναφέρεται μόνο στη δυνατότητα που μας παρέχει να παίρνουμε έτοιμες τις τιμές των χορδών που αντιστοιχούν σε δοθείσες τιμές τόξων: «ἵνα δέ, ὡς ἔφην, ἐφ' ἑκάστης τῶν χρειῶν ἐξ ἑτοίμου τὰς πηλικότητας ἔχωμεν τῶν εὐθειῶν ἐκκειμένας» (Η1.46.22-47.2). Θεωρεί δηλαδή ότι ο αναγνώστης αντιλαμβάνεται τη χρησιμότητα του πίνακα χορδών και για την αντίστροφη διαδικασία, για να παίρνουμε, δηλαδή, έτοιμες τις τιμές των τόξων οι οποίες αντιστοιχούν σε δοθείσες τιμές χορδών. Τη χρησιμότητα αυτή την επισημαίνει ο Θέων ο οποίος εξετάζει, όπως θα δούμε, και την αντίστροφη διαδικασία.

[16] Βλ. ενδεικτικά Η1.128-129, όπου ο Πτολεμαίος αναφέρει συνολικά 18 τιμές χορδών που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσα τόξα.

[17] Αναφέρουμε αργότερα τέτοιες περιπτώσεις (βλ. υποσημ. 28).

βασιστεί ο αναγνώστης ο οποίος είτε θέλει να μάθει πώς προέκυψαν με τη χρήση του πίνακα χορδών οι ενδιάμεσες τιμές που αναφέρει ο Πτολεμαίος είτε θέλει ο ίδιος να βρει κάποιες άλλες ενδιάμεσες τιμές. Ας εξετάσουμε το συγκεκριμένο χωρίο της *Μεγίστης*, προκειμένου να δούμε τι προκύπτει από όσα αναφέρει ο Πτολεμαίος:

ἵνα ἔχοντες καὶ τὴν τοῦ ἑνὸς ἑξηκοστοῦ μέσην ἐπιβολὴν ἀδιαφοροῦσαν πρὸς αἴσθησιν τῆς ἀκριβοῦς καὶ τῶν μεταξὺ τοῦ ἡμίσους μερῶν ἐξ ἑτοίμου τὰς ἐπιβαλλούσας πηλικότητας ἐπιλογίζεσθαι δυνώμεθα. (H1.47.9-13)

Απόδοση του αρχαίου κειμένου

Ώστε, έχοντας και την μέση [παραύξηση χορδής] που αντιστοιχεί στο ένα εξηκοστό [παραύξησης τόξου], η οποία δεν διαφέρει αισθητά από την ακριβή, να μπορούμε να υπολογίζουμε εύκολα τις ποσότητες [των χορδών] που αντιστοιχούν στα μέρη [των τόξων] τα οποία περιέχονται στα διαστήματα της μισής μοίρας.

Στο παραπάνω χωρίο βλέπουμε ότι ο Πτολεμαίος:

1) Δηλώνει ποιος είναι ο σκοπός της προσθήκης του τρίτου σελιδίου: για να υπολογίζουμε εύκολα το πλήθος των εξηκοστών χορδής που αντιστοιχεί στο πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία είναι παρηυξημένο ένα ενδιάμεσο τόξο (ἵνα καὶ τῶν μεταξὺ τοῦ ἡμίσους μερῶν ἐξ ἑτοίμου τὰς ἐπιβαλλούσας πηλικότητας ἐπιλογίζεσθαι δυνώμεθα).

2) Δηλώνει ότι κάθε τιμή του τρίτου σελιδίου εκφράζει τα εξηκοστά χορδής που αντιστοιχούν κατά μέσο όρο στο ένα εξηκοστό παραύξησης του αντίστοιχου τόξου (τὴν τοῦ ἑνὸς ἑξηκοστοῦ μέσην ἐπιβολὴν).

3) Δηλώνει ότι οι τιμές του τρίτου σελιδίου δεν διαφέρουν αισθητά από τις ακριβείς (ἀδιαφοροῦσαν πρὸς αἴσθησιν τῆς ἀκριβοῦς).

Ας δούμε τι προκύπτει από τις δηλώσεις αυτές του Πτολεμαίου.

1) Από την πρώτη δήλωση προκύπτει ξεκάθαρα ότι ο Πτολεμαίος προτρέπει τον αναγνώστη να βρίσκει τις χορδές που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσα τόξα με τη χρήση του τρίτου σελιδίου, αφού ως μοναδικό σκοπό της προσθήκης αυτού του σελιδίου προσδιορίζει τη διευκόλυνση που παρέχει προς αυτή την κατεύθυνση.

2) Από τη δεύτερη δήλωση προκύπτει ότι ο Πτολεμαίος για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών βασίζεται στην αρχή ότι η παραύξηση της χορδής του τόξου είναι ανάλογη με την παραύξηση του τόξου. Την αρχή αυτή δεν την διατυπώνει ο ίδιος αλλά προκύπτει από το γεγονός ότι για να βρει τα εξηκοστά χορδής που αντιστοιχούν στο ένα εξηκοστό παραύξησης του τόξου επιμερίζει τη διαφορά δύο διαδοχικών χορδών στη διαφορά των αντίστοιχων τόξων. Θεωρεί δηλαδή ότι πρόκειται για δύο ανάλογα ποσά: το ένα ποσό είναι τα εξηκοστά που εκφράζουν την παραύξηση του τόξου και το άλλο ποσό είναι τα εξηκοστά που εκφράζουν την παραύξηση της αντίστοιχης

χορδής του.[18] Με άλλα λόγια υιοθετεί την *αρχή της αναλογικής παραύξησης*, όπως ονομάζει ο Heath την παραδοχή του Πτολεμαίου ότι η παραύξηση της χορδής είναι ανάλογη με την παραύξηση του τόξου.[19] Ο Θέων την αρχή που υιοθετεί ο Πτολεμαίος τη διατυπώνει με τη φράση: «ὡς ἐξ ἀναλόγου τῇ παραυξήσει τῆς περιφερείας καὶ τῆς εὐθείας παραυξανομένης».[20]

3) Από την τρίτη δήλωση προκύπτει ότι ο Πτολεμαίος επικαλείται ως νομιμοποιητικό στοιχείο της αρχής που υιοθετεί το γεγονός ότι οι τιμές που προκύπτουν με αυτόν τον τρόπο δεν διαφέρουν αισθητά από τις ακριβείς. Αυτό με τη σειρά του δείχνει ότι ο Πτολεμαίος έχει πλήρη επίγνωση του προσεγγιστικού χαρακτήρα της διαδικασίας με την οποία βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές.

Όπως βλέπουμε ο Πτολεμαίος, ενώ προτρέπει τον αναγνώστη να χρησιμοποιήσει το τρίτο σελίδιο για την εύρεση χορδών που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσα τόξα, δεν εξηγεί πώς χρησιμοποιείται το τρίτο σελίδιο για το σκοπό αυτό. Ούτε βέβαια εξηγεί πώς χρησιμοποιείται το τρίτο σελίδιο για την εύρεση τόξων που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες χορδές. Ο Θέων με τη σειρά του κρίνει αναγκαίο να εξηγήσει πώς μπορούν να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές χορδών ή τόξων με τη χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα χορδών. Τις πρώτες εξηγήσεις για το θέμα αυτό τις κάνει όταν σχολιάζει το χωρίο στο οποίο ο Πτολεμαίος περιγράφει το τρίτο σελίδιο. Εκεί ο Θέων

---

[18] Για παράδειγμα, στο τόξο 41°, του οποίου η αντίστοιχη χορδή είναι 42^{τ} 1΄ 30΄΄, αντιστοιχεί η τιμή 58΄΄ 48΄΄΄ του τρίτου σελιδίου (βλ. H1.51.38). Η τιμή αυτή εκφράζει την παραύξηση που γίνεται στη χορδή του τόξου 41° όταν το ίδιο το τόξο αυξηθεί κατά ένα πρώτο εξηκοστό. Όταν το ίδιο τόξο αυξηθεί κατά τριπλάσιο αριθμό εξηκοστών, για παράδειγμα, τότε και η αντίστοιχη χορδή του θα αυξηθεί κατά το τριπλάσιο των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου.

[19] Με την έκφραση «αρχή της αναλογικής παραύξησης» μεταφράζω την έκφραση «principle of proportional increase», την οποία χρησιμοποιεί ο Heath (1921, ii, 283).

[20] Βλ. RII.501.8-9. Η συζήτηση του Θέωνα για το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών δεν περιορίζεται βεβαίως στην διατύπωση της αρχής που υιοθετεί ο Πτολεμαίος. Ο Θέων κάνει αρκετές εξηγήσεις για το τρίτο σελίδιο στις οποίες χρησιμοποιεί και ένα διάγραμμα προκειμένου, όπως ο ίδιος αναφέρει, να κάνει τα λεγόμενά του φανερά (βλ. RII.501.4-502.6).

Κρίνοντας από τη χειρόγραφη παράδοση της *Μεγίστης* οι εξηγήσεις του Θέωνα για το τρίτο σελίδιο θεωρούνταν σημαντικές για τη μελέτη του πίνακα χορδών. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι όλες οι εξηγήσεις του Θέωνα ή ένα μέρος τους γράφονται ως παρασελίδια σχόλια της *Μεγίστης* σε διάφορους κώδικες. Για παράδειγμα, στον κώδικα *Vaticanus gr*. 180, f. 17v, στο τέλος του κεφαλαίου 10 του πρώτου βιβλίου της *Μεγίστης*, βλέπουμε στο κάτω περιθώριο γραμμένο όλο το χωρίο (RII.501.4-502.6) που περιέχει τις εξηγήσεις του Θέωνα, καθώς και το διάγραμμα που χρησιμοποιεί και τα οποία συνοδεύονται από τη ρητή αναφορά «ἐκ τοῦ θέωνος». Σε άλλους κώδικες βλέπουμε να γράφεται ως παρασελίδιο σχόλιο μόνο το χωρίο RII.501.6-9, στο οποίο ο Θέων κάνει τις πρώτες εξηγήσεις για την αρχή στην οποία βασίζεται ο Πτολεμαίος. Όπως, για παράδειγμα, στον κώδικα *Vaticanus gr*. 1594, f. 20r (γραμμένο από το πρώτο χέρι), καθώς και στον *Marcianus gr*. 313, f. 45v. Επίσης, στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198, f. 148v, στο σημείο στο οποίο είναι γραμμένο το χωρίο της *Μεγίστης* H1.47.9-13 που παραθέσαμε παραπάνω, γράφεται στο διάστιχο του πτολεμαϊκού κειμένου η σημείωση: «ὅρα τὴν ἐξήγησιν τοῦ θέωνος». Μπορεί δηλαδή να μην παρατίθενται οι εξηγήσεις του Θέωνα για το τρίτο σελίδιο, γίνεται όμως παραπομπή σε αυτές.

παρουσιάζει για πρώτη φορά τη διαδικασία με την οποία, χρησιμοποιώντας το τρίτο σελίδιο, βρίσκεται η τιμή της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Η διαδικασία αυτή αποτελεί την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που υποδεικνύει ο Θέων. Δεν αρκείται βέβαια στις αρχικές του εξηγήσεις. Μετά το τέλος των σχολίων που κάνει για την κατασκευή του πίνακα χορδών του Πτολεμαίου και αφού πρώτα κάνει διάφορα "επιπλέον σχόλια" για τον πίνακα χορδών, εξετάζει διεξοδικά το θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα.[21] Στο μέρος αυτό του έργου του ο Θέων παρουσιάζει για δεύτερη φορά την ίδια διαδικασία, παρουσιάζοντας επίσης και την αντίστροφη διαδικασία, αυτή δηλαδή της εύρεσης του τόξου που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή, πάλι *με* τη χρήση του τρίτου σελιδίου. Επιπλέον, παρουσιάζει τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *χωρίς* τη χρήση του τρίτου σελιδίου, η οποία με τη σειρά της αποτελεί τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που υποδεικνύει ο Θέων.

Τα ερωτήματα που τίθενται σχετικά με τις δύο μεθόδους που παρουσιάζει ο Θέων για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών είναι: 1) σε τι ακριβώς διαφέρουν οι δύο μέθοδοι και 2) για ποιο σκοπό ο Θέων δεν περιορίζεται στην πρώτη μέθοδο αλλά υποδεικνύει και τη δεύτερη. Τα ερωτήματα αυτά θα τα προσεγγίσουμε αφού πρώτα εξετάσουμε τις δύο μεθόδους που παρουσιάζει ο Θέων.

Ας δούμε πρώτα πώς πραγματεύεται ο Θέων το θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου.

---

[21] Στο σημείο αυτό θα ήθελα να διευκρινήσω ότι με την έκφραση "επιπλέον σχόλια" δεν αναφέρομαι σε σχόλια που κάνει ο Θέων για τον τρόπο κατασκευής του πίνακα χορδών. Αναφέρομαι σε σχόλια-παρατηρήσεις που κάνει για τη σχέση των τόξων με τις αντίστοιχες χορδές τους, καθώς και για την αρχή που διέπει την κατανομή των τιμών τόξων και χορδών στον πίνακα χορδών (Βλ.RII.503.21-507.17). Θα ήθελα επίσης να επισημάνω ότι αυτά τα "επιπλέον σχόλια" παρουσιάζουν, από μαθηματική σκοπιά, αρκετό ενδιαφέρον. Όπως επίσης αρκετό ενδιαφέρον παρουσιάζουν και τα "επιπλέον σχόλια" που κάνει ο Θέων για άλλα κανόνια της *Μεγίστης* και ιδιαίτερα για το κανόνιο της ηλιακής ανωμαλίας για το οποίο αυτά τα σχόλια του Θέωνα παρουσιάζουν, πάλι από μαθηματική σκοπιά, εξαιρετικό ενδιαφέρον (Βλ.RIII.895.19-903.24). Τα "επιπλέον σχόλια" που κάνει ο Θέων για ορισμένα κανόνια της *Μεγίστης* και τα οποία, εξ όσων γνωρίζω, δεν έχουν μελετηθεί, θα άξιζε να αποτελέσουν μια ξεχωριστή ιστοριογραφική μελέτη περίπτωσης στο πλαίσιο μιας έρευνας για συγκεκριμένες πτυχές των μαθηματικών κατά την Ύστερη Αρχαιότητα. Διότι στα σχόλια αυτά ο Θέων εξετάζει, τηρουμένων των αναλογιών, τη "συναρτησιακή" σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις τιμές που είναι καταχωρημένες στα κανόνια. Τη μοναδική αναφορά σε τέτοιου είδους σχόλια του Θέωνα που μπόρεσα να βρω, είναι αυτή της Debarnot (1996, 525). Η Debarnot, όταν εξετάζει την πραγμάτευση της τριγωνομετρίας από τους Άραβες, κάνει μια απλή αναφορά σε ορισμένα από τα "επιπλέον σχόλια" του Θέωνα για τον πίνακα χορδών, μόνο και μόνο για να αποφανθεί ότι ο Άραβας αστρονόμος Abū al-Wafā (10ος αι.) κάνει μια διαφορετική απόδειξη από αυτή που κάνει ο Θέων στο πλαίσιο αυτών των σχολίων του. Και μάλιστα, η ίδια, δεν κάνει την απαιτούμενη βιβλιογραφική αναφορά στο έργο του Θέωνα. Ας σημειώσουμε επίσης ότι ο Neugebauer (1990, 45) κάνει για τον πίνακα χορδών ορισμένα σχόλια ανάλογα με τα "επιπλέον σχόλια" του Θέωνα.

2.3 Η εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου

Την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο ο Θέων την παρουσιάζει όταν σχολιάζει το χωρίο στο οποίο ο Πτολεμαίος περιγράφει το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών. Δεν προσθέτει τίποτε σε αυτά που λέει ο Πτολεμαίος σχετικά με τη χρησιμότητα του σελιδίου αυτού. Δείχνει όμως πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί το τρίτο σελίδιο για να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Δεν θα αρκεστεί βέβαια σε αυτό. Αργότερα θα δείξει πώς γίνεται και το αντίστροφο, πώς δηλαδή, πάλι *με* τη χρήση του τρίτου σελιδίου μπορεί να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μία ενδιάμεση χορδή.

2.3.1 *Πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ενδιάμεσο τόξο*

Αφού πρώτα αναφέρει για ποιο σκοπό ο Πτολεμαίος προσέθεσε στον πίνακα χορδών το τρίτο σελίδιο, ο Θέων παρουσιάζει μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος τη γενική διαδικασία την οποία μπορούμε να ακολουθήσουμε προκειμένου να βρούμε, χρησιμοποιώντας το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών, τη χορδή που αντιστοιχεί σε κάποιο ενδιάμεσο τόξο:

Ἐξέθετο δὲ τὸ γ΄ σελίδιον τῶν ἑξηκοστῶν πρὸς τὸ λαμβάνειν ἡμᾶς ἐξ εὐχεροῦς τὰς ὑποτεινούσας εὐθείας, καὶ τὰς μεταξὺ τῶν καθ᾽ ἡμιμοίριον παραυξήσεις, οἷον τὰς μεταξὺ τῶν ε μοιρῶν καὶ ε *L΄*, ὡς τὰς ε λόγου ἕνεκεν, καὶ τὰ ι ἑξηκοστὰ τῆς περιφερείας καὶ ἄλλα τινά. δεκάκι γὰρ ποιοῦντες τὰ παρακείμενα κατὰ τὸ γ΄ σελίδιον καὶ προστιθέντες τῇ παρακειμένῃ πηλικότητι τῆς εὐθείας ταῖς ε μοίραις τῆς περιφερείας, ἕξομεν τὴν εὐθεῖαν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς ε μοίρας καὶ ἑξηκοστὰ ι. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν καὶ μεταξὺ τῶν καθ᾽ ἡμιμοίριον παραυξήσεων. (RII.502.7-14)

Απόδοση του αρχαίου κειμένου[22]

[Ο Πτολεμαίος] εξέθεσε το τρίτο σελίδιο των εξηκοστών για να παίρνουμε εύκολα τις χορδές που αντιστοιχούν και στα τόξα που βρίσκονται στα διαστήματα μισής μοίρας, όπως, για παράδειγμα, σε αυτά [που βρίσκονται] μεταξύ 5 και 5½ μοιρών, όπως, λόγου χάριν, στο [τόξο] 5 [μοιρών] και στα 10 εξηκοστά του τόξου και σε διάφορα άλλα [τόξα]. Διότι αν δεκαπλασιάσουμε τα παρακείμενα στο τρίτο σελίδιο

[22] Για τη γαλλική μετάφραση του κειμένου βλ. Halma (1821, I, 209).

[εξηκοστά] και προσθέσουμε [το αποτέλεσμα] στην τιμή της χορδής που παράκειται στις 5 μοίρες του τόξου, θα έχουμε την χορδή που αντιστοιχεί στις 5 μοίρες και 10 εξηκοστά. Με τον ίδιο τρόπο και για τα υπόλοιπα [τόξα] που βρίσκονται στα διαστήματα μισής μοίρας.

Στη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων θεωρεί μεν ένα συγκεκριμένο ενδιάμεσο τόξο (5° 10΄) αλλά παράλληλα επισημαίνει τη γενικότητα της διαδικασίας με τη φράση «καὶ ἄλλα τινά», την οποία προσθέτει όταν αναφέρει το συγκεκριμένο τόξο, καθώς επίσης και με την τελευταία φράση που χρησιμοποιεί: «ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν καὶ μεταξὺ τῶν καθ᾽ ἡμιμοίριον παραυξήσεων». Οι «καθ᾽ ἡμιμοίριον παραυξήσεις» που αναφέρει ο Θέων είναι τα διαστήματα που δημιουργούνται από δύο διαδοχικές τιμές τόξων του πίνακα χορδών. Το ενδιάμεσο τόξο 5° 10΄ βρίσκεται ανάμεσα στα τόξα 5° και $5½^o$ και είναι παρηυξημένο κατά δέκα πρώτα εξηκοστά σε σχέση με το μικρότερο τόξο των 5°. Ο αριθμός δέκα, ο οποίος εκφράζει το πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία διαφέρουν τα τόξα 5° 10΄ και 5° πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου που αντιστοιχούν στο τόξο 5°. Το γινόμενο προστίθεται στη χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 5°. Έτσι προκύπτει η χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 5° 10΄. Ο Θέων βέβαια δεν αναφέρει ποια είναι η τιμή της χορδής που προκύπτει. Αφήνει στον αναγνώστη να εφαρμόσει τη μέθοδο που έδειξε προκειμένου να βρει τη ζητούμενη τιμή.[23]

Σύμφωνα λοιπόν με όσα λέει ο Θέων, για να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 5° 10΄ ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Βρίσκουμε τον αριθμό που εκφράζει το πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία διαφέρουν τα τόξα 5° 10΄ και 5° , ο οποίος είναι το 10.[24]

2. Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό που προέκυψε από το βήμα 1, δηλαδή το 10, με τα εξηκοστά του τρίτου σελιδίου τα οποία αντιστοιχούν στο τόξο 5° και τα οποία είναι 1΄ 2΄΄ 46΄΄΄.

3. Προσθέτουμε στη χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 5° το γινόμενο που προέκυψε από το βήμα 2.

Το τελικό αποτέλεσμα που προκύπτει είναι η χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 5° 10΄.

Προκειμένου να αποτυπώσουμε με μια γενική σχέση τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων, θα χρησιμοποιήσουμε τον εξής συμβολισμό:

1) Με τα γράμματα α και β θα συμβολίζουμε τις τιμές δύο τυχαίων διαδοχικών τόξων που είναι καταχωρημένες στον πίνακα χορδών, ενώ τις αντίστοιχες χορδές τους θα

---

[23] Ο αναγνώστης θα βρει στο δεύτερο σελίδιο του πίνακα χορδών την τιμή της χορδής που αντιστοιχεί στο τόξο 5°, η οποία είναι $5^τ$ 14΄ 4΄΄. Στη συνέχεια θα βρει στο τρίτο σελίδιο την αντίστοιχη τιμή των εξηκοστών, η οποία είναι 1΄ 2΄΄ 46΄΄΄ και αφού την δεκαπλασιάσει θα προσθέσει στην τιμή $5^τ$ 14΄ 4΄΄ το γινόμενο που προέκυψε.

[24] Το πρώτο βήμα ο Θέων το υπονοεί, θεωρώντας ότι είναι πολύ εύκολο να καταλάβει ο αναγνώστης ποιο είναι.

τις συμβολίζουμε ως χρδα και χρδβ. Επομένως, σύμφωνα με το συμβολισμό αυτό, ένα τυχαίο διάστημα διαδοχικών τόξων θα το συμβολίζουμε ως [α, β], ενώ το αντίστοιχο διάστημα χορδών θα το συμβολίζουμε ως [χρδα, χρδβ].

2) Την τιμή ενός τυχαίου ενδιάμεσου τόξου θα την συμβολίζουμε με το γράμμα γ, ενώ την αντίστοιχη χορδή του ως χρδγ. Για τις ενδιάμεσες τιμές των τόξων και των χορδών ισχύει: α < γ < β και χρδα < χρδγ < χρδβ, αντιστοίχως.

3) Την τιμή των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου η οποία αντιστοιχεί σε ένα τυχαίο τόξο α θα την συμβολίζουμε ως ε_α.

Αν λοιπόν θέσουμε 5° =α, $5½^o$=β, 5° 10΄ = γ και 1΄ 2΄΄ 46΄΄΄= ε_α, τότε τα βήματα που ακολουθούμε για να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί σε ένα τυχαίο ενδιάμεσο τόξο γ ενός τυχαίου διαστήματος [α, β] αποτυπώνονται ως εξής:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά γ-α, η οποία εκφράζει την παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου σε σχέση με το αμέσως προηγούμενο τόξο του πίνακα

2. Πολλαπλασιάζουμε τη διαφορά γ-α επί το ε_α

3. Προσθέτουμε στη χρδα το γινόμενο (γ-α) $\cdot\varepsilon_\alpha$

Επομένως, η χορδή που αντιστοιχεί στο τυχαίο τόξο γ δίδεται απο τη σχέση

$$\textbf{χρδγ = χρδα+(γ-α)}\cdot \varepsilon_\alpha \quad (1),$$

$$\text{όπου } \varepsilon_\alpha = (\text{χρδβ-χρδα}) : (\beta-\alpha)$$

Με τη σχέση (1) αποτυπώνεται η διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων για την εύρεση της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο *με* χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα χορδών. Για να βρεθεί η ζητούμενη χρδγ πρέπει στη χρδα να προστεθεί ο συνολικός αριθμός των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου που αναλογούν στην παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου. Ο αριθμός αυτός εκφράζεται από το γινόμενο (γ-α) $\cdot$ ε_α, το οποίο είναι και το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί η ζητούμενη χορδή. Πρέπει όμως να έχουμε κατά νου ότι στο γινόμενο αυτό η διαφορά γ-α είναι ο καθαρός αριθμός που εκφράζει το πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία διαφέρουν τα τόξα α και γ. Πρέπει επίσης να παρατηρήσουμε ότι στο παράδειγμα του Θέωνα που εξετάσαμε η παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου, δηλαδή η διαφορά γ-α, είναι ακέραιος αριθμός πρώτων εξηκοστών (10΄). Το ίδιο ισχύει και για το δεύτερο παράδειγμα που κάνει ο Θέων αργότερα, όταν επαναλαμβάνει τη διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο *με* χρήση του τρίτου σελιδίου, όπου και πάλι η διαφορά γ-α των τόξων είναι 15΄. Τι συμβαίνει όμως σε περιπτώσεις στις οποίες η παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου δεν είναι ακέραιος αριθμός πρώτων εξηκοστών; Πώς μπορεί να βρεθεί το τελικό ζητούμενο; Ο Θέων φαίνεται αυτό να το θεωρεί αυτονόητο, αν κρίνουμε από το γεγονός ότι δεν εξηγεί τι γίνεται σε μια τέτοια περίπτωση. Τι πρέπει λοιπόν να κάνει ο αναγνώστης προκειμένου να βρει το τελικό

ζητούμενο σε περιπτώσεις στις οποίες η διαφορά γ-α δεν είναι ακέραιος αριθμός πρώτων εξηκοστών;[25]

Τη διαδικασία που εξετάσαμε την επαναλαμβάνει ο Θέων μετά το τέλος των σχολίων του για την κατασκευή του πίνακα χορδών. Σε εκείνο το μέρος του έργου του υπάρχει μια ενότητα που φέρει τον τίτλο «πῶς δοθείσης τινὸς περιφερείας μεταξὺ τῶν κατὰ παραύξησιν τοῦ ἡμιμοιρίου ἡ ὑπ' αὐτὴν δίδοται καὶ τὸ ἀνάπαλιν».[26]Στη συγκεκριμένη ενότητα (RII.507.18-510.13) ο Θέων εξετάζει διεξοδικότερα το θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών για τον πίνακα χορδών. Πρώτα παρουσιάζει τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου και στη συνέχεια επαναλαμβάνει τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου, την οποία ήδη εξετάσαμε.[27] Επιπλέον, και στις δύο περιπτώσεις (*με* ή *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου) παρουσιάζει και την αντίστροφη διαδικασία, κάτι που ήδη επισημαίνεται στον τίτλο της ενότητας. Θα εξετάσουμε την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή, τη διαδικασία εύρεσης του τόξου που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή *με* χρήση του τρίτου σελιδίου. Τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου θα την εξετάσουμε στην Ενότητα 2.4.

2.3.2 *Πώς βρίσκεται το τόξο που αντιστοιχεί σε ενδιάμεση χορδή*

Μετά την επανάληψη της διαδικασίας για την εύρεση χορδών που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσα τόξα, ο Θέων παρουσιάζει, όπως αναφέραμε, και την αντίστροφη διαδικασία, αυτή, δηλαδή, που ακολουθούμε προκειμένου να βρούμε το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή. Η διαδικασία αυτή είναι εντελώς απαραίτητη,

---

[25] Το ερώτημα αυτό το εξετάζουμε στην Ενότητα 2.5.

[26] Ο τίτλος αυτός δεν υπάρχει στα χειρόγραφα που μας παραδίδουν τη βυζαντινή διασκευή του έργου του Θέωνα. Υπάρχει όμως στα άλλα χειρόγραφα. Σύμφωνα με τον Rome, ο τίτλος αυτός θα μπορούσε αρχικά να αποτελούσε μια σύνοψη γραμμένη στο περιθώριο και να παρεισέφρησε αργότερα στο σώμα του κειμένου ως τίτλος ξεχωριστής ενότητας. Ωστόσο, όπως δηλώνει ο Rome, «επειδή το θέμα που πραγματεύεται εδώ ο Θέων έχει μεγάλη πρακτική σημασία, είναι πολύ πιο πιθανό να αφιέρωσε ο ίδιος μια ξεχωριστή ενότητα σε αυτό». Βλ. (Rome 1936, 507, υποσ. (2)).

[27] Όταν επαναλαμβάνει τη διαδικασία που εξετάσαμε, ο Θέων θεωρεί ως ενδιάμεσο το τόξο 10° 15΄ και εξηγεί πώς βρίσκεται η αντίστοιχη χορδή του: «ἐὰν γὰρ ζητοῦντες τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν πεντεκαιδεκάκι ποιήσωμεν τὰ παρακείμενα ταῖς ι μοίραις τῆς περιφερείας ἐν τῷ τρίτῳ σελιδίῳ, καὶ προσθῶμεν τὰ γενόμενα τῇ ὑποτεινούσῃ τὰς ι μοίρας, ἕξομεν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς ι μοίρας καὶ ἑξηκοστὰ ιε.» (RII.510.2-5). Και στην περίπτωση αυτή μπορούμε πολύ εύκολα να διαπιστώσουμε ότι η ζητούμενη χορδή δίδεται από τη σχέση (1). Αρκεί να θέσουμε : $\alpha = 10^{o}$, $\gamma = 10^{o}$ 15΄, $\gamma-\alpha = 15$, χρδα = 10^{τ} 27΄32΄΄και ε_{α} = 1΄ 2΄΄ 35΄΄΄ (τις δύο τελευταίες τιμές θα τις πάρουμε από τον πίνακα χορδών). Έτσι θα έχουμε: χρδ10^{o} 15΄= χρδ10^{o} + (10° 15΄-10°) × (1΄ 2΄΄ 35΄΄΄) = 10^{τ} 27΄ 32΄΄+ 15 × (1΄ 2΄΄ 35΄΄΄) = 10^{τ} 27΄ 32΄΄+15΄ 38΄΄ 45΄΄΄= 10^{τ} 43΄ 10΄΄ 45΄΄΄ ή κατά προσέγγιση 10^{τ} 43΄ 10΄΄, όπως έχει ήδη αναφέρει ο Θέων (RII.509.6).

ιδιαίτερα σε προβλήματα σφαιρικής αστρονομίας, στα οποία ζητείται να βρεθεί κάποιο τόξο. Σε τέτοιου είδους προβλήματα βρίσκεται πρώτα (με την εφαρμογή του θεωρήματος του Μενελάου για τη σφαίρα) η χορδή που αντιστοιχεί στο ζητούμενο τόξο και μετά βρίσκεται με τη βοήθεια του πίνακα χορδών το ζητούμενο τόξο. Καμία από τις τιμές των χορδών που βρίσκει ο Πτολεμαίος σε τέτοιου είδους προβλήματα δεν είναι καταχωρημένη στον πίνακα χορδών. Ο ίδιος, αφού πρώτα βρει την τιμή της χορδής, απλώς δηλώνει ποια είναι η τιμή του αντίστοιχου τόξου της.[28] Αν λοιπόν ο αναγνώστης θελήσει να βρει και ο ίδιος την τιμή που αναφέρει ο Πτολεμαίος, πρέπει να εκτελέσει την αντίστροφη διαδικασία. Όπως επίσης την αντίστροφη διαδικασία πρέπει να εκτελέσει και κάποιος που θέλει να βρει, με τη βοήθεια του πίνακα χορδών, το τόξο που αντιστοιχεί σε μια χορδή την οποία έχει βρει επιλύοντας ένα αντίστοιχο πρόβλημα, αλλά με διαφορετικά αριθμητικά δεδομένα από αυτά που εμπλέκονται στο εκάστοτε πρόβλημα που επιλύει ο Πτολεμαίος. Ο Θέων, έχοντας επίγνωση του πόσο απαραίτητη είναι και η γνώση της αντίστροφης διαδικασίας, κρίνει αναγκαίο να την παρουσιάσει. Ας δούμε το χωρίο από τα σχόλια του Θέωνα:

ἐὰν δὴ ἀνάπαλιν τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν ἔχοντες βουλώμεθα λαβεῖν τὴν ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρειαν, τὴν ὑπεροχὴν τῆς εὐθείας λαβόντες ἣν ἔχει πρὸς τὴν ἔγγιστα ἐλάττονα παρακειμένην, οἷον τὴν ὑπεροχὴν τῶν ι μγ ι πρὸς τὰ ι κζ λβ, καὶ ἔτι τὰ παρακείμενα ἐν τῷ γ΄ σελιδίῳ ἑξηκοστὰ τῇ ἔγγιστα ἐλάττονι, καὶ παρὰ ταῦτα μερίσαντες τὴν ὑπεροχὴν τῶν β εὐθειῶν, τὰ γενόμενα ἐκ τοῦ μερισμοῦ προσθέντες τῇ ἐκκειμένῃ ἐλάττονι περιφερείᾳ οἷον τῇ μοιρῶν ι, ἕξομεν τὴν ὑποτεινομένην περιφέρειαν ὑπὸ τῆς εἰρημένης εὐθείας. (RII.510.5-13)

Απόδοση του αρχαίου κειμένου[29]

Εάν λοιπόν αντιστρόφως, έχοντας τη χορδή που είπαμε, θέλουμε να πάρουμε το αντίστοιχο τόξο της, αφού πάρουμε τη διαφορά που υπάρχει μεταξύ [αυτής] της χορδής και της μικρότερης [χορδής] που βρίσκεται πλησιέστερα, δηλαδή τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στα 10^{τ} 43΄ 10΄΄ και στα 10^{τ} 27΄ 32΄΄, και επιπλέον [αφού πάρουμε] τα εξηκοστά στο τρίτο σελίδιο τα οποία αντιστοιχούν στην πλησιέστερα μικρότερη και διαιρέσουμε με αυτά τη διαφορά των δύο χορδών, αν προσθέσουμε το αποτέλεσμα της διαίρεσης στο μικρότερο τόξο που βρίσκεται [στον πίνακα], δηλαδή στο [τόξο] 10 μοιρών, θα έχουμε το τόξο το οποίο αντιστοιχεί στη χορδή που είπαμε.

Στο παραπάνω χωρίο ο Θέων περιγράφει, και πάλι μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος, τη γενική διαδικασία που μπορούμε να ακολουθήσουμε προκειμένου

[28] Βλ. H1.83.13, H1.84.5, H1.92.11, H1.93.17, H1.95.2, H1.122.15, H1.123.18, H1.152.8, H1.153.8, H1.159.16, H1.170.10 και H1.171.19.

[29] Για τη γαλλική μετάφραση του κειμένου βλ. (Halma 1821, I, 216).

να βρούμε, χρησιμοποιώντας το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών, το τόξο που αντιστοιχεί σε κάποια ενδιάμεση χορδή. Ως ενδιάμεση τιμή χορδής θεωρεί την τιμή 10^{τ} 43΄ 10΄΄, η οποία βρίσκεται ανάμεσα στις τιμές 10^{τ} 27΄ 32΄΄ και 10^{τ} 58΄ 49΄΄ που είναι καταχωρημένες στο δεύτερο σελίδιο του πίνακα.[30] Σύμφωνα με αυτά που αναφέρει ο Θέων, το ζητούμενο τόξο βρίσκεται ακολουθώντας τα εξής βήματα:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στην ενδιάμεση χορδή και στη χορδή που βρίσκεται πλησίον της και είναι μικρότερη από αυτή. Βρίσκουμε δηλαδή τη διαφορά 10^{τ} 43΄ 10΄ -10^{τ} 27΄ 32΄΄.

2. Διαιρούμε τη διαφορά που προέκυψε με τον αριθμό των εξηκοστών που αντιστοιχούν στη χορδή που βρίσκεται πλησίον της ενδιάμεσης και είναι μικρότερη από αυτή.

3. Προσθέτουμε το αποτέλεσμα που προέκυψε από το βήμα 2 στο τόξο το οποίο αντιστοιχεί στη χορδή που βρίσκεται πλησίον της ενδιάμεσης και είναι μικρότερη από αυτή, στο τόξο δηλαδή των 10°.

Ακολουθώντας τα βήματα αυτά βρίσκουμε τελικά το τόξο το οποίο αντιστοιχεί στη δοθείσα χορδή 10^{τ} 43΄ 10΄΄.

Αν και πάλι θέσουμε 10° = α, 10^{τ} 27΄ 32΄΄= χρδα, 10^{τ} 43΄ 10΄΄= χρδγ, και 1΄ 2΄΄ 35΄΄΄= ε_{α}[31], τότε τα βήματα που ακολουθούμε για να βρούμε το τόξο που αντιστοιχεί σε μια τυχαία ενδιάμεση χορδή αποτυπώνονται ως εξής:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά χρδγ-χρδα

2. Διαιρούμε τη διαφορά χρδγ-χρδα με το ε_{α}

3. Προσθέτουμε στο τόξο α το πηλίκο της διαίρεσης που προκύπτει από το βήμα 2.

Επομένως, το τόξο γ το οποίο αντιστοιχεί στην τυχαία ενδιάμεση χορδή (χρδγ) δίδεται απο τη σχέση

$$\boldsymbol{\gamma = \alpha + (\chi\rho\delta\gamma - \chi\rho\delta\alpha) : \varepsilon_{\alpha}} \quad (2),$$

όπου ε_{α} = (χρδβ-χρδα): (β-α)

[30] Η τιμή 10^{τ} 43΄ 10΄΄ είναι η τιμή της χορδής που αντιστοιχεί στο ενδιάμεσο τόξο 10° 15΄. Την τιμή αυτή την είχε βρει ο Θέων όταν παρουσίασε τη διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα χορδών. Στην τιμή αυτή αναφέρεται με τη φράση «τὴν εἰρημένην εὐθεῖαν ἔχοντες» που βλέπουμε στην αρχή του αρχαίου κειμένου.

[31] Την τιμή των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου που αντιστοιχούν στο τόξο 10° ο Θέων δεν την αναφέρει. Την παίρνουμε από τον πίνακα. Επίσης ο ίδιος δεν βρίσκει ούτε τη διαφορά των συγκεκριμένων χορδών ούτε την τελική τιμή του τόξου. Αυτά τα αφήνει και πάλι στον αναγνώστη.

2.3.3 *Σύνοψη και σχόλια για την πρώτη* ἐξ ἀναλόγου *μέθοδο που παρουσιάζει ο Θέων*

Προκειμένου να απαντήσει στο ερώτημα πώς χρησιμοποιείται το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών για να βρεθούν τιμές χορδών ή τόξων που δεν είναι καταχωρημένες στον πίνακα, ο Θέων παρουσίασε την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που είναι η διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα. Αρχικά ο Θέων παρουσίασε μέσω ενός παραδείγματος τη διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο και την οποία αποτυπώσαμε με τη σχέση $\text{χρδγ}=\text{χρδα}+(\gamma-\alpha)\cdot\varepsilon_{\alpha}$. Την ίδια διαδικασία την παρουσίασε ο Θέων και δεύτερη φορά, μέσω άλλου παραδείγματος, μετά το τέλος των σχολίων του για την κατασκευή του πίνακα χορδών, παρουσιάζοντας αυτή τη φορά και την αντίστροφη διαδικασία. Τη διαδικασία, δηλαδή, που μπορεί να εφαρμοστεί για να βρεθεί *με* χρήση του τρίτου σελιδίου ένα τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή και την οποία αποτυπώσαμε με τη σχέση $\gamma=\alpha+(\text{χρδγ}-\text{χρδα}):\varepsilon_{\alpha}$. Παρουσιάζοντας ο Θέων την αντίστροφη διαδικασία αναδεικνύει εν τέλει το γεγονός ότι ο πίνακας χορδών χρησιμεύει και για την εύρεση ενός τόξου όταν δίδεται η αντίστοιχη χορδή του. Σε αντίθεση με τον Πτολεμαίο, ο οποίος δεν κάνει την παραμικρή αναφορά σε αυτό το γεγονός, θεωρώντας το, όπως φαίνεται, αυτονόητο, ο Θέων το επισημαίνει επανειλημμένως.[32]

Εξετάζοντας τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου μπορούμε να θέσουμε το ερώτημα: ποια είναι ακριβώς η διευκόλυνση που παρέχει το τρίτο σελίδιο για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών; Όπως θα δούμε, η διευκόλυνση αυτή είναι, από μαθηματική άποψη, μηδαμινή. Ας εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση στην οποία θέλουμε να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί σε ένα δοθέν ενδιάμεσο τόξο. Το τελικό ζητούμενο για την εύρεση αυτής της χορδής είναι το πλήθος των εξηκοστών χορδής που αναλογεί στο πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία διαφέρει το ενδιάμεσο τόξο από το αμέσως μικρότερο τόξο που είναι καταχωρημένο στον πίνακα. Λαμβάνοντας υπόψη ότι η παραύξηση του τόξου και η παραύξηση της αντίστοιχης χορδής του είναι ανάλογα ποσά (*αρχή της αναλογικής παραύξησης*), το τελικό ζητούμενο μπορεί να βρεθεί με την απλή μέθοδο των τριών. Η απλή μέθοδος των τριών μπορεί να γίνει ή με τη χρήση αναλογίας ή με την αναγωγή στη μονάδα.[33] Όταν κάποιος επιλέξει τον δεύτερο τρόπο διευκολύνεται

---

[32] Βλ. RII.449.15-17, RII.500.7-9 και RII.508.2-4.

[33] Έστω, για παράδειγμα, ότι ζητείται η χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 10° 8΄, το οποίο βρίσκεται ανάμεσα στα τόξα 10° και $10\frac{1}{2}^{o}$ με αντίστοιχες χορδές τις 10^{τ} 27΄ 32΄΄και 10^{τ} 58΄ 49΄΄. Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε παραύξηση 30΄του τόξου (δηλαδή στη διαφορά $10\frac{1}{2}^{o}$ -10°) αντιστοιχεί παραύξηση 31΄ 17΄΄ χορδής (δηλαδή η διαφορά 10^{τ} 58΄49΄΄ -10^{τ} 27΄ 32΄΄), η παραύξηση της χορδής που αντιστοιχεί σε παραύξηση 8΄ του τόξου μπορεί να βρεθεί είτε κατευθείαν με την αναλογία 30΄: 8΄:: 31΄ 17΄΄: ε (όπου το ε εκφράζει το ζητούμενο πλήθος εξηκοστών) είτε κάνοντας πρώτα αναγωγή στη μονάδα (κάνοντας δηλαδή τη διαίρεση 31΄ 17΄΄: 30) και πολλαπλασιάζοντας το πηλίκο επί 8.

από το τρίτο σελίδιο, αφού αυτό περιέχει έτοιμη την τιμή που προκύπτει από την αναγωγή στη μονάδα (τὴν τοῦ ἑνὸς ἑξηκοστοῦ μέσην ἐπιβολὴν).[34] Ακόμη όμως και εάν δεν υπήρχε το τρίτο σελίδιο θα μπορούσε πολύ εύκολα να κάνει ο ίδιος την αναγωγή στη μονάδα. Το μόνο που θα χρειαζόταν θα ήταν να βρει τη διαφορά των δύο χορδών και να τη διαιρέσει με το 30. Επομένως, όταν πρόκειται για εύρεση της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο, στο μόνο που διευκολύνεται κανείς από το τρίτο σελίδιο είναι ότι αποφεύγει να κάνει μία αφαίρεση και μία διαίρεση με το 30. Αναφορικά με την αντίστροφη διαδικασία η διευκόλυνση που παρέχει το τρίτο σελίδιο είναι ακριβώς η ίδια. Όπως είδαμε, για να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια δοθείσα ενδιάμεση χορδή, πρέπει να βρεθεί πόσες φορές χωράει η τιμή του τρίτου σελιδίου στη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στη δοθείσα ενδιάμεση χορδή και στην αμέσως μικρότερη χορδή που είναι καταχωρημένη στον πίνακα. Επομένως, και στην προκειμένη περίπτωση, στο μόνο που διευκολύνεται κανείς είναι ότι μπορεί να πάρει έτοιμη την τιμή από το τρίτο σελίδιο αποφεύγοντας απλώς να κάνει μία αφαίρεση και μια διαίρεση. Τελικά, όπως προκύπτει, το σημαντικό δεν είναι ότι το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών δίνει έτοιμες τις τιμές των εξηκοστών που χρειάζονται για την εύρεση ενδιάμεσων χορδών ή τόξων. Το σημαντικό είναι ότι η χρήση των τιμών του τρίτου σελιδίου για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών σημαίνει ότι ο χειρισμός των ανάλογων ποσών γίνεται με την αναγωγή στη μονάδα. Συνεπώς, το γεγονός ότι ο Πτολεμαίος προτρέπει τον αναγνώστη να βρίσκει τις χορδές που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσα τόξα με τη χρήση του τρίτου σελιδίου, σημαίνει ότι προτείνει το χειρισμό των ανάλογων ποσών με αναγωγή στη μονάδα. Βέβαια, δεν ξέρουμε πώς χειριζόταν ο ίδιος τα ανάλογα ποσά για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών τόσο για τον πίνακα χορδών όσο και για τα άλλα κανόνια της *Μεγίστης*. Είναι όμως ξεκάθαρο ότι τουλάχιστον για τον πίνακα χορδών προτείνει στον αναγνώστη το χειρισμό με αναγωγή στη μονάδα, τον οποίο, σύμφωνα με τον Θέωνα, θεωρούσε ευκολότερο. Αυτό τουλάχιστον προκύπτει από την εισαγωγή που κάνει ο Θέων πριν επαναλάβει τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου. Στην εισαγωγή αυτή εκφράζει και ο ίδιος την άποψη ότι η εύρεση ενδιάμεσων τιμών με αυτή τη διαδικασία είναι ευκολότερη και παράλληλα επισημαίνει ότι τη θεωρεί ευκολότερη και ο Πτολεμαίος: «Ἔστιν δὲ καὶ προχειρότερον τὸ τοιοῦτον ἐφοδεῦσαι καθὼς καὶ αὐτῷ δοκεῖ».[35]

2.3.4 *Ιστοριογραφικά σχόλια*

Είδαμε ότι ο Πτολεμαίος, ενώ παροτρύνει τον αναγνώστη να βρίσκει ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου, δεν εξηγεί με ποια

---

[34]Ας θυμηθούμε ότι για κάθε τόξο του πίνακα χορδών η αντίστοιχη τιμή του τρίτου σελιδίου εκφράζει την παραύξηση (της χορδής του τόξου) που αντιστοιχεί σε παραύξηση ενός εξηκοστού του ίδιου του τόξου.

[35] Βλ. RII.510.1-2. Η σύγκριση γίνεται ανάμεσα στη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου και σε αυτήν *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου, την οποία, όπως αναφέραμε, έχει ήδη παρουσιάσει ο Θέων.

διαδικασία μπορεί να γίνει αυτό, σε αντίθεση με τον Θέωνα, ο οποίος κρίνει αναγκαίο να παρουσιάσει την απαιτούμενη για το σκοπό αυτό διαδικασία.[36] Όπως αναγκαίο φαίνεται να το κρίνουν και ορισμένοι ιστορικοί των μαθηματικών, αν κρίνουμε από το γεγονός ότι όταν εξετάζουν τον πίνακα χορδών του Πτολεμαίου, πέρα από τις εξηγήσεις που κάνουν για τα περιεχόμενα και το ρόλο του τρίτου σελιδίου, παρουσιάζουν και συγκεκριμένο παράδειγμα μέσω του οποίου δείχνουν πώς μπορούν να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές *με* τη χρήση του τρίτου σελιδίου. Ο Heath, για παράδειγμα, δείχνει πώς μπορεί να βρεθεί η χρδ2^{o} 25΄. Δεν δείχνει όμως και την αντίστροφη διαδικασία.[37]Επίσης, ο Aaboe δείχνει μέσω ενός παραδείγματος πώς μπορεί να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο και συγκεκριμένα στο τόξο 6° 32΄. Ούτε όμως ο Aaboe παρουσιάζει την αντίστροφη διαδικασία.[38] Την αντίστροφη διαδικασία την παρουσιάζει ο Rome όταν εξηγεί τον τρόπο χρήσης του πίνακα χορδών του Πτολεμαίου. Αφού πρώτα δείξει πώς μπορεί να βρεθεί η χρδ18^{o} 40΄ (την οποία βρίσκει ίση με 19^{τ} 27΄ 41΄΄), δείχνει και το αντίστροφο, πώς δηλαδή

[36] Στο σημείο αυτό θα ήθελα να προσθέσω ότι, όπως προκύπτει από τη χειρόγραφη παράδοση της *Μεγίστης*, οι μελετητές του έργου του Πτολεμαίου τόσο κατά την Ύστερη Αρχαιότητα όσο και κατά την Βυζαντινή Εποχή θεωρούσαν απαραίτητη την εξήγηση της συγκεκριμένης διαδικασίας. Σε αρκετούς κώδικες που μας παραδίδουν τη *Μεγίστη* βλέπουμε να γράφονται στα περιθώρια εξηγήσεις για το θέμα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών. Στον κώδικα, για παράδειγμα, *Vaticanus gr.* 1594 (f. 20r, κάτω περιθώριο), είναι γραμμένο το δεύτερο παράδειγμα με το οποίο ο Θέων εξηγεί τη διαδικασία με την οποία βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Το ίδιο παράδειγμα το βλέπουμε γραμμένο ως παρασελίδιο σχόλιο της *Μεγίστης* και σε άλλους κώδικες, όπως για παράδειγμα στους κώδικες *Marcianus gr*. 313 (f. 45v), *Marcianus gr*. 310 (f. 19r-v) και *Vaticanus gr.* 198 (f. 148v), ενώ περιλαμβάνεται και στη συλλογή των σχολίων που αντιγράφει ο κώδικας *Vaticanus gr.* 184 (f. 29r) από τον *Vaticanus gr.* 1594. Αξιοσημείωτο είναι επίσης, κατά την άποψή μου, και το γεγονός ότι και πάλι στον κώδικα *Vaticanus gr.* 184, αλλά αυτή τη φορά στα περιθώρια της *Μεγίστης*, στο f. 88r όπου εκτίθεται ο πρώτος 'υποπίνακας' του πίνακα χορδών, είναι γραμμένο ένα αρκετά εκτενές παρασελίδιο σχόλιο στο οποίο εξηγείται πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Ο γραφέας, αφού πρώτα περιγράψει τη διαδικασία με γενικούς όρους και υπό μορφή οδηγιών, την εφαρμόζει για να δείξει πώς προκύπτει η τιμή 109^{τ} 44΄ 53΄΄την οποία ο Πτολεμαίος απλώς αναφέρει ως την τιμή της χορδής που αντιστοιχεί στο ενδιάμεσο τόξο 132° 17΄ 20΄΄(Η1.82.24-25). Παραθέτω το χωρίο στο οποίο περιγράφεται η διαδικασία, θεωρώντας ότι θα μπορούσε να φανεί χρήσιμο σε μία μελέτη για την διατύπωση γενικών κανόνων στην ελληνική γραμματεία και παραπέμπω συγχρόνως τον αναγνώστη στη μελέτη του Knorr (1982, 28) την οποία αναφέρω στην υποενότητα 2.4.4. Το εν λόγω χωρίο είναι το εξής: «ὅταν εἰσάγῃς περιφέρειαν μὴ κειμένην εἰς τὸ κανόνιον λάμβανε τὴν ὑπεροχὴν τῆς εἰσαγομένης περιφερείας παρὰ σοῦ πρὸς τὴν κειμένην ἐλάττονα εἰς τὸ κανόνιον καὶ τίθει παρὰ μέρος. Εἶτα λάμβανε καὶ τὰ παρακείμενα τῇ περιφερείᾳ τῇ ἐλάττονι ἑξηκοστὰ κατὰ τὸ τῶν ἑξηκοστῶν σελίδιον καὶ πολλαπλασίαζε ταῦτα ἐπ᾽ ἐκεῖνα. καὶ τὸν γενόμενον ἀριθμὸν προστίθει τῇ παρακειμένῃ εὐθείᾳ τῇ ἐλάττονι περιφερείᾳ. καὶ οὕτως ἕξεις τὴν ζητουμένην ευθεῖαν» (*Vaticanus gr.* 184, f. 88r). Αυτό που επίσης θεωρώ αξιοσημείωτο είναι ότι ο γραφέας, παρουσιάζοντας στη συνέχεια το συγκεκριμένο παράδειγμα, απαντά και στο ερώτημα το οποίο θέσαμε στην υποενότητα 2.3.1, τι πρέπει δηλαδή να κάνει ο αναγνώστης όταν η παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου δεν είναι ακέραιος αριθμός πρώτων εξηκοστών. Πρβλ. Ενότητα 2.5, όπου εξετάζουμε αυτό το ερώτημα.

[37] Βλ. (Heath 1921, ii, 283).

[38] Βλ. (Aaboe 1964, 106-107).

μπορεί να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί στη χορδή 19^{τ} 7΄ 41΄΄.[39] Πρέπει να επισημάνουμε ότι η διαδικασία για την εύρεση της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο, την οποία παρουσιάζουν μέσω των παραδειγμάτων που κάνουν οι Heath, Aaboe και Rome, δεν διαφέρει ούτε κατά το ελάχιστο από τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων για τον ίδιο σκοπό. Όπως επίσης δεν διαφέρει καθόλου και η αντίστροφη διαδικασία που παρουσιάζει ο Rome από την αντίστοιχη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων. Ωστόσο, κανείς από τους παραπάνω ιστορικούς δεν κάνει μνεία της συνεισφοράς του Θέωνα στο θέμα αυτό. Αλλά και γενικότερα στην ιστοριογραφία δεν έχει αναδειχθεί η συνεισφορά του Θέωνα στο θέμα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών χορδών ή τόξων *με* χρήση του τρίτου σελιδίου. Και αυτό παρά το γεγονός ότι στις διάφορες μελέτες ιστορίας των μαθηματικών ή της αστρονομίας, στις οποίες συζητείται ο πίνακας χορδών του Πτολεμαίου, τίθεται το ερώτημα πώς ο Πτολεμαίος έβρισκε ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών και παράλληλα ορισμένοι μελετητές δίνουν την απάντηση σε αυτό το ερώτημα η οποία, όπως θα δούμε, δεν διαφέρει σε τίποτε από την απάντηση που δίνει ο Θέων στο ίδιο ερώτημα.

Οι τιμές που βρίσκονται στο τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών του Πτολεμαίου χαρακτηρίζονται από τους ιστορικούς της επιστήμης ως «συντελεστές παρεμβολής».[40]Σε ορισμένες ιστοριογραφικές μελέτες το τρίτο σελίδιο χαρακτηρίζεται ως «πίνακας παρεμβολής».[41]Η διαδικασία με την οποία βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές χαρακτηρίζεται, όπως ήδη αναφέραμε, ως «γραμμική παρεμβολή». Σε ορισμένες μελέτες η εν λόγω διαδικασία εξηγείται μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος (όπως στις περιπτώσεις των Aaboe, Heath και Rome που αναφέραμε παραπάνω), ενώ σε άλλες εξηγείται με γενικούς όρους και αποτυπώνεται σε μια σχέση με τη βοήθεια σύγχρονου συμβολισμού. Η σχέση με την οποία αποτυπώνεται η διαδικασία αντιπροσωπεύει απολύτως τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων. Για παράδειγμα ο Pedersen (2010, 64), όταν εξετάζει τον πίνακα χορδών του Πτολεμαίου, αναφέρει ότι οι χορδές που αντιστοιχούν σε

---

[39] Βλ. (Rome 1931, xxix). Στο σημείο αυτό θα ήθελα και πάλι να προσθέσω ότι στον κώδικα *Vaticanus gr.* 1594 (f. 21r) είναι γραμμένο στα περιθώρια της *Μεγίστης* ένα παρασελίδιο σχόλιο στο οποίο παρουσιάζεται υπό μορφή οδηγιών (λάβε ... ἴδε ... λάβε... μέρισον...) και με κάθε λεπτομέρεια η αντίστροφη διαδικασία. Ο γραφέας για να παρουσιάσει τη διαδικασία χρησιμοποιεί το δεύτερο παράδειγμα του Θέωνα συμπληρώνοντας ορισμένες επεξηγήσεις που δεν κάνει ο Θέων. Βλέπουμε επομένως και πάλι να εξηγείται μία διαδικασία η γνώση της οποίας είναι απαραίτητη προκειμένου να βρεθεί το ζητούμενο τόξο *με* χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα χορδών και για την οποία ο Πτολεμαίος δεν κάνει την παραμικρή νύξη. Το συγκεκριμένο παρασελίδιο σχόλιο ανήκει στην ομάδα Β, δηλαδή στην ομάδα των σχολίων που γράφτηκαν στον κώδικα *Vaticanus gr.* 1594 τον δωδέκατο αιώνα. Βλ. (Mogenet 1975, 303).

[40] Βλ. ενδεικτικά (Neugebauer 1990, 45). Με την έκφραση *συντελεστές παρεμβολής* μεταφράζεται η αγγλική έκφραση «coefficients of interpolation» που χρησιμοποιεί ο Neugebauer. Πρβλ. (Neugebauer 1975, 24).

[41] «Interpolation Table». Βλ. (Van Brummelen 1993, 68) και (Van Brummelen 2009, 77). Πρβλ. (Sidoli 2004, 45, υποσημ. 99).

ενδιάμεσα τόξα βρίσκονται με γραμμική παρεμβολή και αποτυπώνει την αντίστοιχη διαδικασία με τη σχέση

$$ch(\alpha) = ch(\alpha_n) + (\alpha - \alpha_n) \cdot f(\alpha_n)$$

όπου α είναι ένα τόξο που βρίσκεται ανάμεσα στα διαδοχικά τόξα α_n και $\alpha_n + ½^o$. Με $f(\alpha_n)$ ο Pedersen συμβολίζει την τιμή του τρίτου σελιδίου η οποία αντιστοιχεί στο τόξο α_n. Αναφερόμενος στη γραμμική παρεμβολή, ο Pedersen (ό.π.) ισχυρίζεται ότι γίνεται σύμφωνα με μία διαδικασία η οποία εξηγείται μέσω ενός αριθμητικού παραδείγματος, χωρίς να αναφέρει ότι η εξήγηση αυτή γίνεται από τον Θέωνα. Φαίνεται να υπονοεί ότι η εξήγηση γίνεται από τον Πτολεμαίο, κάτι που δεν ισχύει, διότι, όπως αναφέραμε, ο Πτολεμαίος δεν εξηγεί πουθενά πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε κάποιο ενδιάμεσο τόξο.

Ανάλογη πραγμάτευση του ίδιου θέματος βλέπουμε, για παράδειγμα, στον Sidoli (2004, 93), ο οποίος αναφέρει ότι η διαδικασία που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος για να βρει τη χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο αντιστοιχεί στη σχέση

$$\mathrm{Crd}(a) = \mathrm{Crd}(a_n) + (a - a_n)\ \mathrm{Sixt}(a_n),$$

η οποία, όπως βλέπουμε, διαφέρει από τη σχέση που παρουσιάζει ο Pedersen μόνο ως προς τη συντομογραφία που χρησιμοποιείται για τη λέξη χορδή και τον συμβολισμό των τιμών του τρίτου σελιδίου.[42] Και πάλι η σχέση αυτή αντιστοιχεί απολύτως στη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων. Στο σημείο αυτό όμως πρέπει να προσθέσουμε ότι ο Sidoli, αποτυπώνοντας τη διαδικασία του Πτολεμαίου με τη συγκεκριμένη σχέση, κάνει ρητή αναφορά στα σχόλια του Θέωνα για το συγκεκριμένο θέμα (ό.π.). Επιπλέον, η συγκεκριμένη μελέτη του Sidoli είναι η μοναδική, εξ όσων γνωρίζω, στην οποία γίνεται ρητή αναφορά στη συνεισφορά του Θέωνα στο θέμα εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο με χρήση του τρίτου σελιδίου. Ο Sidoli, επίσης, σε αντίθεση με τον Pedersen, εξετάζει και την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή, τη διαδικασία μέσω της οποίας μπορεί να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια δοθείσα ενδιάμεση χορδή. Κατά την εξέταση όμως της αντίστροφης διαδικασίας διατυπώνει τον ισχυρισμό πως το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών δεν βοηθά στον υπολογισμό του τόξου όταν δίδεται η χορδή.[43] Φαίνεται να παραβλέπει τόσο την παρουσίαση της αντίστροφης διαδικασίας από τον Θέωνα όσο και το παράδειγμα που αναφέραμε ότι κάνει ο Rome για τον ίδιο σκοπό. Πρέπει όμως και πάλι να προσθέσουμε ότι ο Sidoli μπορεί να παραβλέπει την εξήγηση του Θέωνα για την εύρεση του τόξου που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή *με* χρήση του τρίτου σελιδίου, αλλά αναγνωρίζει τη συνεισφορά του και στο

[42] Ας σημειώσουμε ότι και ο Sidoli (ό.π., υποσημ. 87) επισημαίνει ότι δεν υπάρχει στη *Μεγίστη* το αριθμητικό παράδειγμα που αναφέρει ο Pedersen ως παράδειγμα με το οποίο εξηγείται η διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο.

[43] «The sixtieths column, however, gives no help in calculating the angle given the chord» (Sidoli 2004, 93).

συγκεκριμένο θέμα βασιζόμενος όμως μόνο στη δεύτερη διαδικασία (*χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου) που παρουσιάζει ο Θέων για το σκοπό αυτό.[44]

2.4 Η εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου

Η διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου αποτελεί, όπως αναφέραμε, τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που παρουσιάζει ο Θέων με αφορμή το πρόβλημα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών της *Μεγίστης*. Τη μέθοδο την υποδεικνύει ο Θέων και πάλι μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος με το οποίο δείχνει πώς δοθέντος ενός ενδιάμεσου τόξου βρίσκεται η αντίστοιχη χορδή του, καθώς και το αντίστροφο.

2.4.1 *Πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ενδιάμεσο τόξο*

Ο Θέων, θεωρώντας ένα συγκεκριμένο ενδιάμεσο τόξο, το τόξο 10° 15΄, δείχνει πώς βρίσκεται η αντίστοιχη χορδή του:

Ἔστω δή, δοθείσης περιφερείας μοιρῶν ι καὶ ἑξηκοστῶν ιε, τὴν ὑπ᾽ αὐτὴν εὐθεῖαν εὑρεῖν. ἀπογράφω τὴν ἔγγιστα ἐλάσσονα περιφέρειαν μοιρῶν οὖσαν ι καὶ τὴν ὑπ᾽ αὐτὴν εὐθεῖαν τμημάτων οὖσαν ι κζ λβ καὶ ἔτι τὴν ἔγγιστα μείζονα περιφέρειαν μοιρῶν οὖσαν ι *L΄* καὶ τὴν ὑπ᾽ αὐτὴν εὐθεῖαν ι νη μθ καὶ μέσην τὴν δεδομένην περιφέρειαν μοιρῶν ι καὶ ἑξηκοστῶν ιε, ὡς ὑπογέγραπται. καὶ ἐπεὶ καθ᾽ ὁμαλὴν παραύξησιν ἀναλόγως τοῖς μεταξὺ ἑξηκοστοῖς τῶν περιφερειῶν τὰ τῶν εὐθειῶν ἑξηκοστὰ ἔγγιστα ἐπιβάλλει, ὡς μικρῷ πρόσθεν φανερὸν ἡμῖν γέγονεν, λαμβάνομεν τὴν ὑπεροχὴν τῆς μείζονος περιφερείας πρὸς τὴν ἐλάσσονα, τουτέστιν τῶν μοιρῶν ι *L΄* πρὸς τὰς μοίρας ι, ἔστιν δὲ ἑξηκοστῶν λ· καὶ ἔτι τῶν ὑπ᾽ αὐτὰς εὐθειῶν τὴν ὑπεροχήν, ἔστιν δὲ ο λα ιζ· καὶ ἔτι τῶν ι μοιρῶν τῆς περιφερείας πρὸς τὰς μοίρας ι καὶ ἑξηκοστὰ ιε, ἅ ἐστιν ἑξηκοστὰ ιε. καὶ ἐπεὶ ὡς ἔφην ἀναλόγως ζητοῦμεν τὰς ἐπιβαλλούσας εὐθείας ταῖς περιφερείαις, σχόντες τρία μεγέθη, β μὲν τῶν ὑπεροχῶν τῶν περιφερειῶν, καὶ ἓν τῆς ὑπεροχῆς τῶν εὐθειῶν, λαμβάνοντες δ΄ ἀνάλογον εὑρίσκομεν τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν τὰ ιε ἑξηκοστὰ τῆς περιφερείας. εὑρίσκεται δὲ οὕτως· πολλαπλασιάζομεν τὰ ιε ἑξηκοστὰ τῆς περιφερείας ἐπὶ τὰ ο λα ιζ τῆς εὐθείας, καὶ τὰ γενόμενα υξθ δεύτερα ἑξηκοστὰ καὶ τρίτα ιε μερίσαντες παρὰ τὰ λ, ἕξομεν πρῶτα ἑξηκοστὰ ιε καὶ δεύτερα λη *L΄*, ἃ προσθέντες τῇ ὑποτεινούσῃ τὰς μοίρας ι τῆς περιφερείας τμημάτων οὔσῃ ι κζ λβ, ἕξομεν τὴν ὑποτείνουσαν τὰς μοίρας ι καὶ ἑξηκοστὰ ιε τμημάτων ι μγ ι ἔγγιστα. (RII.508.5-509.6)

[44] Τη συγκεκριμένη αναφορά του Sidoli στον Θέωνα την εξετάζουμε στην υποενότητα 2.4.4.

Απόδοση του αρχαίου κειμένου[45]

Έστω λοιπόν, δοθέντος [ενός] τόξου 10 μοιρών και 15 εξηκοστών, να βρεθεί η αντίστοιχη χορδή του. Καταγράφω το πλησιέστερα μικρότερο τόξο, το οποίο είναι 10 μοίρες, και την αντίστοιχη χορδή του, η οποία είναι 10^{τ} 27΄ 32΄΄, και επιπλέον [καταγράφω] το πλησιέστερα μεγαλύτερο τόξο, το οποίο είναι 10½ μοίρες, και την αντίστοιχη χορδή του, [η οποία είναι] 10^{τ} 58΄ 49΄΄, και ανάμεσα [σε αυτά καταγράφω] το δοθέν τόξο 10 μοιρών και 15 εξηκοστών, όπως είναι καταγεγραμμένα παρακάτω. Και επειδή στα ενδιάμεσα εξηκοστά των τόξων αντιστοιχούν κατά προσέγγιση τα εξηκοστά των χορδών [που προκύπτουν] *καθ' όμαλὴν παραύξησιν ἀναλόγως*, όπως κάναμε φανερό πριν από λίγο, παίρνουμε τη διαφορά που υπάρχει μεταξύ του μεγαλύτερου και του μικρότερου τόξου, δηλαδή των 10½ μοιρών και των 10 μοιρών, η οποία είναι 30 εξηκοστά· και [παίρνουμε] ακόμη τη διαφορά των χορδών που αντιστοιχούν σε αυτά [τα τόξα], η οποία είναι 31΄ 17΄΄· και επιπλέον παίρνουμε [τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα] στις 10 μοίρες του τόξου και στις 10 μοίρες και 15 εξηκοστά, η οποία είναι 15 εξηκοστά. Και επειδή, όπως είπα, ζητάμε αναλόγως τις χορδές που αντιστοιχούν στα τόξα, αφού έχουμε τρία μεγέθη, δύο μεν των διαφορών των τόξων και ένα της διαφοράς των χορδών, παίρνοντας τέταρτον ανάλογο βρίσκουμε τη χορδή που αντιστοιχεί στα 15 εξηκοστά του τόξου.[46] Βρίσκεται δε με τον εξής τρόπο: πολλαπλασιάζουμε τα 15 εξηκοστά του τόξου επί τα 31΄ 17΄΄ της χορδής και αφού διαιρέσουμε τα 469 δεύτερα εξηκοστά και 15 τρίτα [εξηκοστά] που προέκυψαν με τα 30 [πρώτα εξηκοστά], θα έχουμε 15 πρώτα εξηκοστά και 38½ δεύτερα, τα οποία αν προσθέσουμε στη χορδή που αντιστοιχεί στις 10 μοίρες του τόξου, η οποία είναι 10^{τ} 27΄ 32΄΄, θα έχουμε τη χορδή που αντιστοιχεί στις 10 μοίρες και 15 εξηκοστά, κατά προσέγγιση, 10^{τ} 43΄10΄΄.

Πριν εξετάσουμε τη διαδικασία που υποδεικνύει ο Θέων στο παραπάνω χωρίο, θεωρώ ότι είναι απαραίτητες ορισμένες διευκρινίσεις: 1) Στην απόδοση του αρχαίου κειμένου διατήρησα τη φράση «καθ' όμαλὴν παραύξησιν ἀναλόγως» που υπάρχει στο αρχαίο κείμενο. Ο λόγος είναι ότι πρόκειται για μια στερεότυπη φράση με συγκεκριμένη σημασία, η οποία μπορεί να αποδοθεί πολύ περιφραστικά. Με τη φράση αυτή ο Θέων περιγράφει την αναλογική σχέση που συνδέει τα εξηκοστά παραύξησης της χορδής με τα εξηκοστά παραύξησης του αντίστοιχου τόξου, τα οποία θεωρούνται ως δύο ευθέως ανάλογα ποσά. Με αυτόν τον τρόπο ο Θέων διατυπώνει την *αρχή της αναλογικής παραύξησης* (η παραύξηση της χορδής του τόξου είναι

[45] Για τη γαλλική μετάφραση του κειμένου βλ. Halma (1821, I, 214).

[46] Με τη φράση «βρίσκουμε τη χορδή που αντιστοιχεί στα 15 εξηκοστά του τόξου» (εὑρίσκομεν τὴν ὑποτείνουσαν εὐθεῖαν τὰ ιε ἑξηκοστὰ τῆς περιφερείας) ο Θέων δεν εννοεί ότι βρίσκουμε τη χορδή που αντιστοιχεί σε ένα τόξο 15 εξηκοστών. Αυτό που εννοεί είναι ότι βρίσκουμε κατά πόσο αυξάνεται η χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 10 μοιρών όταν το τόξο αυτό αυξηθεί κατά 15 εξηκοστά. Βρίσκουμε, δηλαδή, την παραύξηση της χορδής του τόξου η οποία αναλογεί στην παραύξηση του τόξου κατά 15 εξηκοστά.

ανάλογη με την παραύξηση του τόξου) στην οποία βασίζεται η διαδικασία που θα παρουσιάσει. 2) Τις εξηγήσεις του για την *αρχή της αναλογικής παραύξησης* ο Θέων τις έχει ήδη κάνει.[47] Σε αυτές τις εξηγήσεις αναφέρεται με τη φράση «ὡς μικρῷ πρόσθεν φανερὸν ἡμῖν γέγονεν».

Ας δούμε τώρα τη διαδικασία όπως την παρουσιάζει ο Θέων. Δίδεται το ενδιάμεσο τόξο 10° 15΄ και ζητείται η αντίστοιχη χορδή του. Το δοθέν τόξο 10° 15΄ βρίσκεται μεταξύ των τόξων 10° και $10½^{o}$ των οποίων οι αντίστοιχες χορδές είναι 10^{τ} 27΄ 32΄΄ και 10^{τ} 58΄ 49΄΄.[48] Ο Θέων καλεί πρώτα τον αναγνώστη να κατατάξει σε 3 γραμμές και 2 στήλες τις πέντε αριθμητικές τιμές που θα χρησιμοποιηθούν στην διαδικασία εύρεσης της χορδής που ζητείται. Στην πρώτη και στην τρίτη γραμμή γράφονται οι 4 τιμές τις οποίες παίρνουμε έτοιμες από τον πίνακα χορδών, με τις τιμές των τόξων να γράφονται στην πρώτη στήλη και τις αντίστοιχες τιμές των χορδών τους στη δεύτερη στήλη. Στην δεύτερη γραμμή, στην πρώτη στήλη γράφεται το δοθέν ενδιάμεσο τόξο του οποίου ζητείται η αντίστοιχη χορδή. Σύμφωνα με όσα λέει ο Θέων, για να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί στο ενδιάμεσο τόξο 10° 15΄ ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά των δύο τόξων ανάμεσα στα οποία βρίσκεται το δοθέν τόξο: $10½^{o}$ - 10°= 30΄.

2. Βρίσκουμε τη διαφορά των αντίστοιχων χορδών των δύο τόξων: 10^{τ} 58΄49΄΄ - 10^{τ} 27΄ 32΄΄= 31΄ 17΄΄.

3. Βρίσκουμε τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στο δοθέν τόξο και στο μικρότερο από τα δύο τόξα μεταξύ των οποίων αυτό βρίσκεται: 10° 15΄-10° = 15΄.

4. Βρίσκουμε την τέταρτη ανάλογο των τριών διαφορών που προέκυψαν από τα προηγούμενα βήματα: [15΄× (31΄ 17΄΄)]:30΄ = (469΄΄ 15΄΄΄): 30΄= 15΄ 38½΄΄. Η τέταρτη ανάλογος είναι 15΄ 38½΄΄.

5. Προσθέτουμε την τέταρτη ανάλογο στη χορδή που αντιστοιχεί στο μικρότερο από τα δύο τόξα μεταξύ των οποίων βρίσκεται το δοθέν τόξο.

Έτσι προκύπτει η χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 10° 15΄.

Προκειμένου και πάλι να αποτυπώσουμε με μια γενική σχέση τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων θα θέσουμε 10°=α, $10½^{o}$=β, 10° 15΄ =γ, 10^{τ} 27΄ 32΄΄=χρδα, 10^{τ} 58΄ 49΄΄=χρδβ. Για να συμβολίσουμε την τέταρτη ανάλογο θα χρησιμοποιήσουμε το γράμμα δ. Χρησιμοποιώντας αυτόν τον συμβολισμό τα βήματα που ακολουθούμε για να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί σε ένα τυχαίο ενδιάμεσο τόξο γ ενός τυχαίου διαστήματος [α, β] είναι τα εξής:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά β-α

---

[47] Τις εξηγήσεις αυτές ο Θέων τις έκανε αμέσως πριν παρουσιάσει για πρώτη φορά τη διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο *με* χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα χορδών. Βλ. RII.501.6-502.6.

[48] Ο Θέων δεν αναφέρει τις τιμές των χορδών. Τις παίρνουμε από τον πίνακα. Είναι χρδ10^{o}=10^{τ} 27΄32΄΄ και χρδ$10½^{o}$=10^{τ} 58΄49΄΄. Επομένως χρδ10^{o}- χρδ$10½^{o}$ = 31' 17".

2. Βρίσκουμε τη διαφορά χρδβ-χρδα

3. Βρίσκουμε τη διαφορά γ-α

4. Βρίσκουμε την τέταρτη ανάλογο (δ) των τριών διαφορών β-α, χρδβ-χρδα, γ-α

5. Προσθέτουμε στην χρδα την τέταρτη ανάλογο που βρέθηκε στο βήμα 4.

Επομένως προκύπτει η σχέση η οποία μπορεί να εφαρμοστεί προκειμένου να βρεθεί η χορδή που ζητείται :

χρδγ = χρδα + δ (3) ,

όπου δ = [(γ-α) · (χρδβ-χρδα)]: (β-α)

Αμέσως μετά την παρουσίαση της διαδικασίας για την εύρεση της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο, ο Θέων παρουσιάζει και την αντίστροφη διαδικασία.

2.4.2 *Πώς βρίσκεται το τόξο που αντιστοιχεί σε ενδιάμεση χορδή*

Προκειμένου να δείξει την αντίστροφη διαδικασία, ο Θέων θεωρεί ως δοθείσα τιμή ενδιάμεσης χορδής την τιμή 10^{τ} 43΄10΄΄, η οποία στην διαδικασία που έδειξε αμέσως πριν ήταν το ζητούμενο.

Πάλιν τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, δέον ἔστω ἀνάπαλιν δοθείσης εὐθείας τμημάτων ι μγ ι εὑρεῖν τὴν ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρειαν. λαμβάνομεν πάλιν τὴν ὑπεροχὴν τῆς ἐγγυτέρω μείζονος αὐτῆς καὶ ἐλάσσονος τουτέστιν τῶν ι νη μθ πρὸς ι κζ λβ, ἃ γίνεται ο λα ιζ, καὶ τῶν περιφερειῶν ὁμοίως τὰ ο λ, καὶ ἔτι τῶν ι μγ ι πρὸς τὰ ι κζ λβ, ἅ ἐστιν ἑξηκοστὰ ιε λη. καὶ ἵνα πάλιν λάβωμεν τὸν δ΄ ἀνάλογον, πολλαπλασιάζομεν τὰ ιε λη ἐπὶ τὰ λ καὶ μερίζομεν παρὰ τὸν λα ιζ, καὶ τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ ιε προστιθέντες ταῖς ι μοίραις ἕξομεν τὴν ὑποτεινομένην περιφέρειαν ὑπὸ τῆς εἰρημένης εὐθείας μοιρῶν ι ιε. (RII.509.7-15)

Απόδοση του αρχαίου κειμένου[49]

Πάλι με τα ίδια δεδομένα[50] έστω ότι πρέπει αντιστρόφως, δοθείσης χορδής 10^{τ} 43΄ 10΄΄, να βρούμε το αντίστοιχο τόξο της. Παίρνουμε πάλι τη διαφορά που υπάρχει

[49] Για τη γαλλική μετάφραση του κειμένου βλ. (Halma 1821, I, 215). Για την αγγλική μετάφραση βλ. (Knorr 1982, 27).

ανάμεσα στην πλησιέστερα μεγαλύτερη και [πλησιέστερα] μικρότερη από αυτήν, δηλαδή [τη διαφορά] των 10^{τ} 58΄ 49΄΄ και 10^{τ} 27΄ 32΄΄, η οποία είναι 31΄ 17΄΄, καθώς και [τη διαφορά] των τόξων, τα 30΄, και επιπλέον [τη διαφορά] των 10^{τ} 43΄ 10΄΄ και των 10^{τ} 27΄ 32΄΄, η οποία είναι 15΄ 38΄΄. Και για να πάρουμε πάλι τον τέταρτο ανάλογο, πολλαπλασιάζουμε τα 15΄ 38΄΄ επί τα 30΄ και διαιρούμε με τον 31΄ 17΄΄. Και αφού προσθέσουμε στις 10 μοίρες τα 15 εξηκοστά που προκύπτουν, θα έχουμε το τόξο που αντιστοιχεί στη χορδή που είπαμε, 10° 15΄.

Ας δούμε την αντίστροφη διαδικασία που δείχνει ο Θέων.

Ζητείται το τόξο που αντιστοιχεί στην ενδιάμεση χορδή 10^{τ} 43΄ 10΄΄. Η χορδή αυτή βρίσκεται ανάμεσα στις χορδές 10^{τ} 27΄ 32΄΄ και 10^{τ} 58΄ 49΄΄ που αντιστοιχούν στα τόξα 10° και $10½^{o}$.

Σύμφωνα με αυτά που λέει ο Θέων, το ζητούμενο τόξο βρίσκεται ακολουθώντας τα εξής βήματα:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά των δύο χορδών ανάμεσα στις οποίες βρίσκεται η δοθείσα: 10^{τ} 58΄ 49΄ -10^{τ} 27΄ 32΄΄= 31΄ 17΄΄.

2. Βρίσκουμε τη διαφορά των τόξων που αντιστοιχούν στις χορδές ανάμεσα στις οποίες βρίσκεται η δοθείσα: $10½^{o}$ - 10° = 30΄.

3. Βρίσκουμε τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στη δοθείσα χορδή και στη μικρότερη από τις δύο χορδές ανάμεσα στις οποίες αυτή βρίσκεται: 10^{τ} 43΄ 10΄΄-10^{τ} 27΄ 32΄΄= 15΄ 38΄΄.

4. Βρίσκουμε την τέταρτη ανάλογο των τριών διαφορών που προέκυψαν από τα προηγούμενα βήματα: [(15΄ 38΄΄) × 30΄] : (31΄ 17΄΄) = 15΄.[51] Η τέταρτη ανάλογος είναι 15΄.

5. Προσθέτουμε την τέταρτη ανάλογο στο τόξο το οποίο αντιστοιχεί στη μικρότερη χορδή, δηλαδή στο τόξο 10°. Έτσι προκύπτει το τόξο 10° 15΄.

Επομένως, σύμφωνα με τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων, τα βήματα που ακολουθούμε για να βρούμε το τόξο γ που αντιστοιχεί σε μία τυχαία ενδιάμεση χορδή (χρδγ) ενός τυχαίου διαστήματος [χρδα, χρδβ] είναι τα εξής[52]:

1. Βρίσκουμε τη διαφορά χρδβ-χρδα

---

[50] Τα «ίδια δεδομένα» που αναφέρει ο Θέων είναι οι τιμές που χρησιμοποίησε αμέσως πριν για να δείξει πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 10° 15΄. Δηλαδή, οι τιμές 10° και $10½^{o}$ των τόξων, καθώς και οι τιμές των αντίστοιχων χορδών τους.

[51] Ο Θέων αυτή τη φορά δεν αναφέρει το αποτέλεσμα που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό (15΄ 38΄΄) × 30΄. Αφήνει να το βρει ο αναγνώστης, ο οποίος, αφού το βρει θα πρέπει να κάνει και τη διαίρεση με τον αριθμό 31΄ 17΄΄ προκειμένου να επαληθεύσει αν όντως προκύπτει τελικά η τιμή 15΄. Με τον τρόπο αυτό ο Θέων καλεί τον αναγνώστη να εξασκηθεί ακόμη μια φορά στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση εξηκονταδικών αριθμών.

[52] Για την τέταρτη ανάλογο θα χρησιμοποιήσουμε τον συμβολισμό $δ_1$.

2. Βρίσκουμε τη διαφορά β-α

3. Βρίσκουμε τη διαφορά χρδγ-χρδα

4. Βρίσκουμε την τέταρτη ανάλογο (δ_1) των τριών διαφορών χρδβ-χρδα, β-α, χρδγ-χρδα

5. Προσθέτουμε στο τόξο α την τέταρτη ανάλογο που βρέθηκε στο βήμα 4.

Έτσι προκύπτει η σχέση η οποία μπορεί να εφαρμοστεί προκειμένου να βρεθεί το ζητούμενο τόξο:

$$\boldsymbol{\gamma = \alpha + \delta_1} \quad (4),$$

όπου δ_1= [(β-α)·(χρδγ-χρδα)]: (χρδβ-χρδα)

2.4.3 *Σύνοψη και σχόλια για τη δεύτερη* ἐξ ἀναλόγου *μέθοδο που παρουσιάζει ο Θέων*

Προκειμένου να απαντήσει και με ένα δεύτερο τρόπο στο ερώτημα πώς βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών, ο Θέων παρουσίασε τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο η οποία αποτελεί τη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου του πίνακα. Τη δεύτερη διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο την αποτυπώσαμε με τη σχέση χρδγ = χρδα+δ (3), όπου δ είναι η τέταρτη ανάλογος των διαφορών β-α, χρδβ-χρδα και γ-α. Το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο είναι η παραύξηση της χορδής που αναλογεί στην παραύξηση του τόξου και η οποία εκφράζεται με την τέταρτη ανάλογο δ. Την αντίστροφη διαδικασία την αποτυπώσαμε με τη σχέση $\gamma = \alpha+\delta_1$ (4), όπου δ_1 είναι η τέταρτη ανάλογος των διαφορών χρδβ-χρδα, β-α, χρδγ-χρδα. Το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή είναι η παραύξηση του τόξου που αναλογεί στην παραύξηση της χορδής και η οποία εκφράζεται με την τέταρτη ανάλογο δ_1.

Το γεγονός ότι κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών δεν χρησιμοποιείται το τρίτο σελίδιο του πίνακα σημαίνει ότι ο Θέων προτείνει μια μέθοδο διαφορετική από τη μέθοδο που προτείνει ο Πτολεμαίος για τον ίδιο σκοπό. Με την υπόδειξη της δεύτερης μεθόδου αυτό που προτείνει κατ' ουσίαν ο Θέων είναι ένας διαφορετικός χειρισμός των ανάλογων ποσών και συγκεκριμένα προτείνει τον χειρισμό τους με χρήση αναλογίας. Διότι όταν εφαρμόζεται η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος είτε πρόκειται για εύρεση ενδιάμεσων χορδών είτε πρόκειται για εύρεση ενδιάμεσων τόξων, το τελικό ζητούμενο εκφράζεται από την τέταρτη ανάλογο τριών αριθμών. Επομένως το τελικό ζητούμενο βρίσκεται με χρήση αναλογίας. Βέβαια ο Θέων, όταν παρουσιάζει τη δεύτερη μέθοδο, δεν αναφέρει την αναλογία που χρησιμοποιείται για την εύρεση του τελικού ζητουμένου. Τη χρήση της αναλογίας αυτής την συμπεραίνουμε από την εύρεση της τέταρτης αναλόγου. Διότι η εύρεση της τέταρτης αναλόγου ισοδυναμεί με την

εφαρμογή της βασικής ιδιότητας των αναλογιών (το γινόμενο των μέσων ισούται με το γινόμενο των άκρων) την οποία παρουσιάζει βήμα προς βήμα ο Θέων .[53]Πρέπει επίσης να προσθέσουμε ότι αυτή είναι η πρώτη φορά που ο Θέων εξηγεί μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος πώς βρίσκεται η τέταρτη ανάλογος τριών αριθμών που είναι με τη σειρά του ένα θέμα στο οποίο ο Θέων δίνει ιδιαίτερη βαρύτητα.

2.4.4 *Ιστοριογραφικά σχόλια*

Η πραγμάτευση από τον Θέωνα του θέματος πώς βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου έχει αγνοηθεί, με δύο και μοναδικές εξ όσων γνωρίζω εξαιρέσεις, από τους ιστορικούς της επιστήμης. Βέβαια, το ερώτημα που έχει τεθεί από τους ιστορικούς είναι πώς βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου. Και μάλιστα τους έχει απασχολήσει, με ελάχιστες εξαιρέσεις, μόνο το ερώτημα πώς βρίσκεται *με* χρήση του τρίτου σελιδίου η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Όπως είδαμε (υποενότητα 2.3.4) το ερώτημα πώς βρίσκεται *με* χρήση του τρίτου σελιδίου το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή το εξετάζουν μόνο οι Rome και Sidoli. Βέβαια ο Sidoli όταν έθεσε το ερώτημα αυτό απάντησε πως το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών δεν βοηθά για το σκοπό αυτό. Επειδή όμως τον απασχόλησε γενικότερα το ερώτημα πώς μπορεί να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μία ενδιάμεση χορδή έδωσε την απάντηση στο ερώτημα αυτό αναγνωρίζοντας τη συνεισφορά του Θέωνα.

Όταν ο Sidoli προσεγγίζει το ερώτημα πώς μπορεί να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μία ενδιάμεση χορδή, αφού πρώτα αναφέρει ότι το τρίτο σελίδιο δεν βοηθά για το σκοπό αυτό, προσθέτει: «και υποψιάζεται κανείς ότι στην περίπτωση αυτή ο Πτολεμαίος χρησιμοποίησε τη διαδικασία της γραμμικής παρεμβολής. Τα *Σχόλια* του Θέωνα επιβεβαιώνουν ότι στην εποχή του το τόξο x βρισκόταν με μια διαδικασία που αντιστοιχεί στον δικό μας τύπο για την γραμμική παρεμβολή».[54]Στη συνέχεια ο Sidoli (2004, 94) παρουσιάζει τον τύπο με τον οποίο αποτυπώνει τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων:

$$\mathrm{Arc}(x) = \mathrm{Arc}(x_n) + (\mathrm{Arc}(x_{n+1}) - \mathrm{Arc}(x_n))\ \frac{x - x_n}{x_{n+1} - x_n},$$

όπου x είναι μια χορδή που βρίσκεται στο διάστημα $x_n < x < x_{n+1}$.

[53] Την αναλογία που χρησιμοποιεί ο Θέων κατά την εύρεση ενδιάμεσων τιμών θα την περιγράψει ρητά αργότερα όταν εφαρμόσει τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο για να βρει μια ενδιάμεση τιμή σε άλλο κανόνιο της *Μεγίστης* (βλ. υποενότητα 2.6.1).

[54] «and one suspects that, in this case, Ptolemy proceeded by linear interpolation. Theon's *Commentary* confirms that in his time Arc(x) was found by a procedure equivalent to our formula for linear interpolation» (Sidoli 2004, 93-94).

Η σχέση την οποία παρουσιάζει ο Sidoli διαφέρει μόνο ως προς τον συμβολισμό από τη σχέση με την οποία αποτυπώσαμε τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων, δηλαδή με τη σχέση $\gamma=\alpha+\delta_1$ (4), όπου δ_1= [(β-α)·(χρδγ-χρδα)]: (χρδβ-χρδα).[55]

Εκτός από τη μελέτη του Sidoli (2004) στην οποία αναγνωρίζεται η συνεισφορά του Θέωνα στο θέμα της εύρεσης του τόξου που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου, η μοναδική μελέτη που μπόρεσα να βρω στην οποία γίνεται αναφορά στη διαδικασία που παρουσιάζει ο Θέων είναι αυτή του Knorr (1982).[56] Στη μελέτη του αυτή ο Knorr αφιερώνει μια ενότητα στην οποία εξετάζει πώς διατυπώνονται λεκτικά ορισμένες διαδικασίες στην αρχαία ελληνική αριθμητική γραμματεία (*Verbal Formulas in the Ancient Greek Numerical Literature*). Στο πλαίσιο αυτό φέρει ως παράδειγμα τον τρόπο με τον οποίο ο Θέων διατυπώνει τη διαδικασία για την εύρεση του τόξου που αντιστοιχεί σε μία ενδιάμεση χορδή *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου και παρουσιάζει σε αγγλική μετάφραση το αντίστοιχο χωρίο από τα *Σχόλια* του Θέωνα (ό.π., 27).[57]Ο Knorr παρουσιάζει το συγκεκριμένο χωρίο προκειμένου να κάνει τη σύγκριση ανάμεσα στον τρόπο διατύπωσης του Θέωνα και στον τρόπο με τον οποίο διατυπώνεται η τρίτη πρόταση στην ανώνυμη λατινική πραγματεία *Liber de Canonio* και αποφαίνεται ότι στην περίπτωση του Θέωνα δεν πρόκειται περί διατύπωσης ενός γενικού κανόνα, αλλά περί ενός παραδείγματος μέσω του οποίου παρουσιάζεται η συγκεκριμένη διαδικασία. Ενώ, αντίθετα, στην εν λόγω λατινική πραγματεία πρόκειται περί διατύπωσης ενός κανόνα (ό.π.). Παρά το γεγονός ότι ο Knorr την αναφορά στη συγκεκριμένη διαδικασία που διατυπώνει ο Θέων δεν την κάνει στο πλαίσιο του ερωτήματος πώς βρίσκονται ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών, αναφέρει, έστω και παρεμπιπτόντως, ότι ο Θέων εξηγεί την απαιτούμενη διαδικασία (ό.π.).

Η συνεισφορά του Θέωνα στο πρόβλημα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών δεν έχει αγνοηθεί παντελώς μόνο από την παλαιότερη ιστοριογραφία, με μοναδική εξαίρεση τη μελέτη του Knorr (1982), αλλά και από τη σύγχρονη, με μοναδική εξαίρεση τη μελέτη του Sidoli (2004). Το πλέον χαρακτηριστικό παράδειγμα από την παλαιότερη ιστοριογραφία αποτελεί η μελέτη του Delambre (1817) ο οποίος θεωρεί περιττό να συζητήσει για τα σχόλια που κάνει ο Θέων στον πίνακα χορδών του Πτολεμαίου. Αναφερόμενος στα συγκεκριμένα σχόλια του Θέωνα δηλώνει: «Δεν θα ακολουθήσουμε αυτά που λέει για την κατασκευή, για την

[55] Αυτό μπορεί πολύ εύκολα να το διαπιστώσει ο αναγνώστης αντικαθιστώντας στη σχέση (4) το δ_1, οπότε προκύπτει η σχέση $\gamma=\alpha+$ [(β-α)·(χρδγ-χρδα)]: (χρδβ-χρδα).

[56] Πρόκειται για τη μονογραφία *Ancient Sources of the Medieval Tradition of Mechanics. Greek, Arabic and Latin Studies of the Balance*, Istituto e Museo di Storia della Scienza, Firenze (*Monografia n° 6*), στην οποία ο Knorr εξετάζει πώς μελετάται το θέμα της ισορροπίας σε ελληνικές, αραβικές και λατινικές πραγματείες.

[57] Πρόκειται για το χωρίο RII.509.7-15 που παραθέσαμε όταν εξετάσαμε τη συγκεκριμένη διαδικασία (βλ. υποενότητα 2.4.2).

επαλήθευση και για τη *χρήση του πίνακα χορδών*».[58] Από τη σύγχρονη ιστοριογραφία χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η πρόσφατη μελέτη του Van Brummelen (2009) ο οποίος, όταν εξετάζει τον πίνακα χορδών του Πτολεμαίου αναφέρει ότι οι ενδιάμεσες τιμές χορδών ή τόξων μπορούν να βρεθούν με γραμμική παρεμβολή και ότι αυτή είναι η μέθοδος που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος, απαντώντας με αυτόν τον τρόπο στο ερώτημα πώς χρησιμοποιείται ο πίνακας χορδών για να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο (ό.π., 46). Βέβαια, όπως είδαμε, την απάντηση στο ερώτημα αυτό δεν την δίνει ο Πτολεμαίος αλλά ο Θέων, ο οποίος, επιπλέον, δίνει και απάντηση στο ερώτημα πώς χρησιμοποιείται ο πίνακας χορδών για να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή. Ο Πτολεμαίος απλώς υποδεικνύει τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο αφήνοντας τα υπόλοιπα στον αναγνώστη. Θα περιμέναμε λοιπόν από τον Van Brummelen να κάνει στο σημείο αυτό αναφορά στην πραγμάτευση του Θέωνα, αν λάβουμε υπόψη μας το γεγονός ότι φαίνεται να έχει μελετήσει τα σχόλια που κάνει ο Θέων στον πίνακα χορδών.[59] Ίσως όμως να θεώρησε ότι και στην περίπτωση αυτή τα σχόλια του Θέωνα είναι «απογοητευτικά για τον ιστορικό», όπως εξάλλου πιστεύει για το μεγαλύτερο μέρος των *Σχολίων* του Θέωνα (ό.π., 93). Όπως όμως είδαμε, οι ιστορικοί της επιστήμης στο ερώτημα πώς βρίσκεται η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο δίνουν την ίδια απάντηση που δίνει και ο Θέων. Όπως την ίδια απάντηση δίνουν και στο ερώτημα πώς βρίσκεται το τόξο που αντιστοιχεί σε μία ενδιάμεση χορδή. Απλώς ο Θέων δεν διέθετε τον συμβολισμό για να αποτυπώσει σε σχέση τη διαδικασία που υποδεικνύει και δεν ξέρουμε βεβαίως αν αντιλαμβανόταν τη σχέση χορδής-τόξου ως συνάρτηση, όπως την αντιλαμβάνονται οι ιστορικοί της επιστήμης.

2.5 Η διαφορά των δύο *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδων και η σημασία της

Στην Ενότητα αυτή θα προσεγγίσουμε τα δύο ερωτήματα που είχαμε θέσει σχετικά με τις δύο μεθόδους εύρεσης ενδιάμεσων τιμών που παρουσιάζει ο Θέων: 1) σε τι ακριβώς διαφέρουν οι δύο μέθοδοι και 2) για ποιο σκοπό ο Θέων δεν περιορίζεται στην πρώτη μέθοδο αλλά υποδεικνύει και τη δεύτερη. Θα ξεκινήσουμε από την εξέταση του πρώτου ερωτήματος και θα χρησιμοποιήσουμε τα στοιχεία που προκύπτουν για να προσεγγίσουμε και το δεύτερο ερώτημα.

Όπως είδαμε, στην πρώτη μέθοδο που υποδεικνύει ο Θέων για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών χρησιμοποιούνται οι τιμές του τρίτου σελιδίου, ενώ στη δεύτερη μέθοδο δεν εμπλέκονται καθόλου αυτές οι τιμές. Η βασική όμως

[58] «Nous ne le suivrons pas dans ce qu'il dit de la construction, de la vérification et de *l'usage de la table des cordes*» (Delambre 1817, 2, 558). Η έμφαση είναι δική μου.

[59] Αυτό προκύπτει από μια αναφορά που κάνει στο συγκεκριμένο μέρος των *Σχολίων* του Θέωνα (Van Brummelen 2009, 93).

διαφορά δεν είναι ότι κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου «αγνοείται» παντελώς το τρίτο σελίδιο. Εξάλλου, όπως ήδη εξηγήσαμε, θα μπορούσε κανείς πολύ εύκολα να βρει μόνος του τις τιμές που περιέχει το τρίτο σελίδιο. Η βασική διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις δύο μεθόδους έγκειται στον τρόπο χειρισμού των ανάλογων ποσών προκειμένου να βρεθεί το τελικό ζητούμενο.

Όταν εξετάσαμε την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου, τη διαδικασία για την εύρεση της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο την αποτυπώσαμε με τη σχέση χρδγ = χρδα + (γ-α)·ε_α (1) και επισημάναμε ότι το τελικό ζητούμενο είναι η παραύξηση της χορδής που αναλογεί στην παραύξηση του τόξου και η οποία εκφράζεται με το γινόμενο (γ-α)·ε_α. Την αντίστροφη διαδικασία την αποτυπώσαμε με τη σχέση γ = α + (χρδγ-χρδα):ε_α (2) και πάλι επισημάναμε ότι το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή είναι η παραύξηση του τόξου που αναλογεί στην παραύξηση της χορδής και η οποία εκφράζεται με το πηλίκο (χρδγ-χρδα):ε_α. Είχαμε επίσης επισημάνει ότι κατά την εφαρμογή της πρώτης διαδικασίας για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών ο χειρισμός των ανάλογων ποσών γίνεται με την αναγωγή στη μονάδα. Τη διαδικασία *χωρίς* τη χρήση του τρίτου σελιδίου για μεν την εύρεση της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο την αποτυπώσαμε με τη σχέση χρδγ = χρδα + δ (3), ενώ την αντίστροφη διαδικασία την αποτυπώσαμε με τη σχέση γ = α + δ_1 (4). Το τελικό ζητούμενο στις σχέσεις (3) και (4) εκφράζεται, αντίστοιχα, με την τέταρτη ανάλογο δ και δ_1. Και αυτό ακριβώς είναι το βασικό σημείο στο οποίο διαφοροποιείται η δεύτερη διαδικασία από την πρώτη: στη δεύτερη διαδικασία ο χειρισμός των ανάλογων ποσών γίνεται με χρήση αναλογίας. Ας δούμε λεπτομερώς τη βασική διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις δύο μεθόδους.

Ας εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση στην οποία ζητείται να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Όπως προκύπτει από τις σχέσεις (1) και (3), ανεξάρτητα από ποια μέθοδο θα χρησιμοποιήσουμε, το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί η χορδή που ζητείται είναι το πλήθος των εξηκοστών χορδής που αναλογεί στο πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία διαφέρει το ενδιάμεσο τόξο από το αμέσως μικρότερο τόξο που είναι καταχωρημένο στον πίνακα. Στη σχέση (1) το τελικό ζητούμενο εκφράζεται από το γινόμενο (γ-α)·ε_α, ενώ στη σχέση (3) από την τέταρτη ανάλογο δ. Όταν εφαρμόζεται η πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος το τελικό ζητούμενο βρίσκεται με αναγωγή στη μονάδα και η διαδικασία εύρεσης (του τελικού ζητουμένου) αποτυπώνεται με τη σχέση (γ-α)·ε_α = (γ-α)·[(χρδβ-χρδα): β-α)] (5). Όταν εφαρμόζεται η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος το τελικό ζητούμενο βρίσκεται με χρήση αναλογίας και η διαδικασία εύρεσης αποτυπώνεται με τη σχέση: δ=[(γ-α)·(χρδβ-χρδα)]:(β-α) (6). Η σχέση αυτή αποτυπώνει τη διαδικασία εύρεσης της τέταρτης αναλόγου των διαφορών β-α, χρδβ-χρδα, γ-α και προκύπτει από την αναλογία (β-α):(γ-α)::(χρδβ-χρδα):(χρδγ-χρδα) (7) η οποία με τη σειρά της προκύπτει από την εφαρμογή της *αρχής της αναλογικής παραύξησης*.

Στην αναλογία αυτή ζητούμενος είναι ο όρος χρδγ-χρδα, δηλαδή η τέταρτη ανάλογος δ των τριών άλλων όρων.[60] Ενδεχομένως, για έναν σύγχρονο αναγνώστη οι σχέσεις (5) και (6) να μην αποτυπώνουν κάτι διαφορετικό. Ωστόσο, παρά το γεγονός ότι η εφαρμογή των δύο αυτών σχέσεων οδηγεί στην εύρεση του ίδιου αποτελέσματος, οι σχέσεις αυτές εκφράζουν δύο διαφορετικούς τρόπους που χρησιμοποιούνται κατά την Ύστερη Αρχαιότητα για την εύρεση της τιμής που χρειάζεται προκειμένου στο τέλος να βρεθεί η χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο.

Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση στην οποία ζητείται να βρεθεί το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή. Όπως και πάλι προκύπτει από τις σχέσεις (2) και (4) το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί το άγνωστο τόξο είναι το πλήθος των εξηκοστών τόξου που αναλογεί στο πλήθος των εξηκοστών κατά τα οποία διαφέρει η ενδιάμεση χορδή από την αμέσως μικρότερη χορδή που είναι καταχωρημένη στον πίνακα. Στη σχέση (2) το ζητούμενο πλήθος εξηκοστών τόξου εκφράζεται από το πηλίκο (χρδγ-χρδα):$ε_α$. Για να βρεθεί δηλαδή το τελικό ζητούμενο πρέπει να βρεθεί πόσες φορές χωράει ο αριθμός των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου στη διαφορά χρδγ-χρδα, οπότε η διαδικασία εύρεσης του τελικού ζητουμένου αποτυπώνεται με τη σχέση (χρδγ-χρδα):$ε_α$ = (χρδγ-χρδα):[(χρδβ-χρδα):(β-α)] (8). Όταν εφαρμόζεται η δεύτερη μέθοδος το τελικό ζητούμενο βρίσκεται με χρήση αναλογίας και η διαδικασία εύρεσης του (τελικού ζητουμένου) αποτυπώνεται με τη σχέση $δ_1$= [(β-α)·(χρδγ-χρδα)]:(χρδβ-χρδα) (9). Η αναλογία που χρησιμοποιείται είναι η ίδια με αυτήν που χρησιμοποιήθηκε και στην περίπτωση εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο, δηλαδή η αναλογία (β-α):(γ-α) :: (χρδβ-χρδα):(χρδγ-χρδα) (7) στην οποία αυτή τη φορά ζητούμενος είναι ο όρος γ-α που αποτελεί την τέταρτη ανάλογο $δ_1$ των διαφορών χρδβ-χρδα, β-α, χρδγ-χρδα.[61]

---

[60] Στο παράδειγμα που έκανε ο Θέων για να δείξει τη διαδικασία, οι τιμές των διαφορών β-α, χρδβ-χρδα, γ-α είναι αντίστοιχα οι αριθμοί 30΄, 31΄ 17΄΄, 15΄. Αυτό που ζητείται στην προκειμένη περίπτωση είναι η τέταρτη ανάλογος των αριθμών 30΄, 31΄ 17΄΄ και 15΄. Αν στην αναλογία (β-α):(γ-α) :: (χρδβ-χρδα):(χρδγ-χρδα) αντικαταστήσουμε τις τιμές των διαφορών που δίδονται, θα πάρουμε την αναλογία 30΄ : 15΄ :: (31΄ 17΄΄) : (χρδγ-χρδα) ή 30΄: 15΄ :: (31΄ 17΄΄) : δ. Επιλύοντας την αναλογία ως προς δ προκύπτει: δ= [15΄× (31΄ 17΄΄)] : 30΄. Η τελευταία αυτή σχέση αποτυπώνει ακριβώς την περιγραφή από τον Θέωνα της διαδικασίας με την οποία βρίσκεται η τέταρτη ανάλογος (πολλαπλασιάζομεν τὰ ιε ἑξηκοστὰ τῆς περιφερείας ἐπὶ τὰ ο λα ιζ τῆς εὐθείας, καὶ τὰ γενόμενα υξθ δεύτερα ἑξηκοστὰ καὶ τρίτα ιε μερίσαντες παρὰ τὰ λ). Πρέπει να επισημάνουμε ότι στο χωρίο αυτό ο Θέων παρουσιάζει, μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος, για πρώτη φορά τη διαδικασία με την οποία βρίσκεται η τέταρτη ανάλογος τριών αριθμών. Τη διαδικασία εύρεσης της τέταρτης αναλόγου ο Θέων την επαναλαμβάνει αρκετές φορές στο έργο του.

[61] Στο παράδειγμα που παρουσίασε ο Θέων για να δείξει την αντίστροφη διαδικασία, οι τιμές αυτών των διαφορών είναι αντίστοιχα οι αριθμοί 31΄ 17΄΄, 30΄, 15΄ 38΄΄ και αυτό που ζητείται είναι η τέταρτη ανάλογος των τριών αυτών αριθμών. Αν στην αναλογία (β-α):(γ-α) :: (χρδβ-χρδα):(χρδγ-χρδα) αντικαταστήσουμε τις τιμές των διαφορών που δίδονται θα πάρουμε την αναλογία 30΄: (γ-α) :: (31΄ 17΄΄) : (15΄ 38΄΄) → 30΄: $δ_1$ :: (31΄ 17΄΄) : (15΄ 38΄΄). Επιλύοντας την αναλογία ως προς $δ_1$ προκύπτει: $δ_1$= [(15΄ 38΄΄)× 30΄]: 31΄ 17΄΄. Η τελευταία αυτή σχέση αποτυπώνει και πάλι ακριβώς την περιγραφή που κάνει ο Θέων για την διαδικασία εύρεσης της τέταρτης αναλόγου στο αντίστοιχο χωρίο που παραθέσαμε (ἵνα πάλιν λάβωμεν τὸν δ΄ ἀνάλογον, πολλαπλασιάζομεν τὰ ιε λη ἐπὶ τὰ λ καὶ μερίζομεν παρὰ τὸν λα ιζ).

Επομένως, και στην περίπτωση του αντιστρόφου η θεμελιώδης διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις δύο διαδικασίες (*με* ή *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου) συνίσταται στον τρόπο ο οποίος χρησιμοποιείται για την εύρεση του τελικού ζητουμένου. Ενδεχομένως, και πάλι, για έναν σύγχρονο αναγνώστη οι σχέσεις (8) και (9) να μην αποτυπώνουν κάτι διαφορετικό. Ωστόσο, και στην περίπτωση αυτή, παρά το γεγονός ότι η εφαρμογή τους οδηγεί στην εύρεση του ίδιου αποτελέσματος, η καθεμία εκφράζει μια διαφορετική λογική στην οποία στηρίζεται ο αναγνώστης της Ύστερης Αρχαιότητας για την εύρεση του τελικού ζητουμένου προκειμένου αυτή τη φορά να βρει το τόξο που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή.

Όπως προέκυψε, η βασική διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις δύο μεθόδους που υποδεικνύει ο Θέων για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών έγκειται στον τρόπο χειρισμού των ανάλογων ποσών κατά την εφαρμογή της απλής μεθόδου των τριών. Ας δούμε τι συνεπάγεται στην πράξη η βασική αυτή διαφορά και κατά πόσον τα επακόλουθά της συνδέονται με το γεγονός ότι ο Θέων δεν περιορίζεται στη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών *με* χρήση του τρίτου σελιδίου αλλά παρουσιάζει και τη διαδικασία *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου. Θα εξετάσουμε την εφαρμογή κάθε διαδικασίας χωριστά προκειμένου να βρούμε τη χορδή που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο.[62]

Ας επιλέξουμε ως ενδιάμεσο το τόξο 23° 19΄ 58΄΄ και ας δούμε πώς βρίσκεται η αντίστοιχη χορδή του.[63] Ο Πτολεμαίος ως τιμή της αντίστοιχης χορδής του τόξου 23° 19΄ 58΄΄ αναφέρει την τιμή 24^{τ} 15΄ 56΄΄.[64] Ας δούμε πώς προσεγγίζεται η τιμή αυτή με την εφαρμογή κάθε διαδικασίας χωριστά.

Α. Η εφαρμογή της διαδικασίας εύρεσης της χορδής *με* χρήση του τρίτου σελιδίου

Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή, η ζητούμενη χορδή δίδεται από τη σχέση χρδγ = χρδα+(γ-α)·ε_{α}, όπου ε_{α} = (χρδβ-χρδα):30. Για να βρεθεί η χρδγ πρέπει στη χρδα να προστεθεί ο συνολικός αριθμός των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου που αναλογούν στην παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου. Ο αριθμός αυτός, ο οποίος εκφράζεται από το γινόμενο (γ-α)·ε_{α}, είναι το τελικό ζητούμενο προκειμένου να βρεθεί η ζητούμενη χορδή. Για την περίπτωση του τόξου που εξετάζουμε ισχύει:

---

[62] Η εξέταση και της αντίστροφης διαδικασίας θα έκανε ιδιαίτερα εκτενή την πραγμάτευση του συγκεκριμένου θέματος. Εξάλλου η διαδικασία που θα εξετάσουμε αρκεί για το σκοπό μας.

[63] Την τιμή αυτή ο Πτολεμαίος την αναφέρει στο έβδομο κεφάλαιο του δεύτερου βιβλίου (Η1.128.16). Την επιλογή του συγκεκριμένου τόξου την κάναμε με σκοπό να εξετάσουμε παράλληλα και το ερώτημα που είχαμε θέσει σχετικά με την παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου. Τι πρέπει δηλαδή να κάνει ο αναγνώστης προκειμένου να βρει το τελικό ζητούμενο σε περιπτώσεις στις οποίες η παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου δεν είναι ακέραιος αριθμός πρώτων εξηκοστών.

[64] Βλ. Η1.128.17.

Δεδομένα:

$\alpha = 23^o$ $\chi\rho\delta\alpha = 23^\tau\ 55'\ 27''$ $\varepsilon_\alpha = 1'\ 1''\ 33'''$

$\gamma = 23^o\ 19'\ 58''$

$\beta = 23^o\ 30'$ $\chi\rho\delta\beta = 24^\tau\ 26'\ 13''$

Ζητούμενο: $\chi\rho\delta\gamma = \chi\rho\delta(23^o\ 19'\ 58'')$

Προκειμένου να έχουμε σαφέστερη εικόνα ας καταγράψουμε τα δεδομένα και το ζητούμενο που εμπλέκονται στη διαδικασία.

Τόξα	Χορδές	Εξηκοστά τρίτου σελιδίου
23°	$23^\tau\ 55'\ 27''$	$1'\ 1''\ 33'''$
$23^o\ 19'\ 58''$	ζητούμενη χορδή	
$23^o\ 30'$	$24^\tau\ 26'\ 13''$	

Για να βρεθεί η $\chi\rho\delta(23^o\ 19'\ 58'')$ πρέπει στη χορδή $23^\tau\ 55'\ 27''$ να προστεθεί ο αριθμός των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου που αναλογούν στην παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου, η οποία είναι $19'\ 58''$ (αφού $23^o\ 19'\ 58'' - 23^o = 19'\ 58''$). Επομένως, το τελικό ζητούμενο είναι να βρεθεί ο αριθμός των εξηκοστών του τρίτου σελιδίου που αναλογούν στα $19'\ 58''$ παραύξησης του ενδιάμεσου τόξου. Αν κρίνουμε από την τιμή $24^\tau\ 15'\ 56''$, την οποία παρουσιάζει ο Πτολεμαίος ως χορδή του τόξου $23^o\ 19'\ 58''$, φαίνεται ότι ο αριθμός που έχει προστεθεί στη χορδή $23^\tau\ 55'\ 27''$ είναι ο αριθμός $20'\ 29''$ (αφού $24^\tau\ 15'\ 56'' - 23^\tau\ 55'\ 27'' = 20'\ 29''$). Επομένως, το τελικό ζητούμενο φαίνεται να είναι ο αριθμός $20'\ 29''$. Ας δούμε πώς μπορεί να βρεθεί ο αριθμός αυτός.

Η τιμή $1'\ 1''\ 33'''$ του τρίτου σελιδίου εκφράζει τα εξηκοστά χορδής που αναλογούν σε παραύξηση του τόξου κατά ένα πρώτο εξηκοστό. Όπως είδαμε, και στα δύο παραδείγματα που παρουσίασε ο Θέων για να εξηγήσει τη διαδικασία, η παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου ήταν ένας ακέραιος αριθμός πρώτων εξηκοστών. Όμως, στην προκειμένη περίπτωση, η παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου είναι ένας αριθμός ο οποίος αποτελείται από ένα ακέραιο πλήθος πρώτων εξηκοστών *και* από ένα ακέραιο πλήθος δεύτερων εξηκοστών. Πώς μπορεί επομένως να βρεθεί το τελικό ζητούμενο στη συγκεκριμένη περίπτωση αλλά και σε άλλες ανάλογες περιπτώσεις;[65] Ο ίδιος ο Θέων αυτό το θεωρεί αυτονόητο. Η μόνη θεμιτή διαδικασία που θα μπορούσα να

[65] Η περίπτωση του ενδιάμεσου τόξου $23^o\ 19'\ 58''$ που εξετάζουμε δεν είναι βέβαια η μοναδική που υπάρχει στη *Μεγίστη*. Στα περισσότερα ενδιάμεσα τόξα που χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος η παραύξηση αποτελείται από ένα ακέραιο πλήθος πρώτων εξηκοστών *και* από ένα ακέραιο πλήθος δεύτερων εξηκοστών. Για παράδειγμα, τα 18 τόξα στα οποία αναφερθήκαμε (βλ. υποσημ. 16) παρουσιάζουν όλα τέτοιου είδους παραύξηση.

σκεφθώ ότι ο Θέων θεωρεί αυτονόητη είναι αυτή στην οποία γίνονται τα εξής βήματα:

1. Ο αριθμός 19΄ 58΄΄ μετατρέπεται σε αριθμό δεύτερων εξηκοστών: 19΄58΄΄= (19΄×60) + 58΄΄= 1140΄΄+58΄΄= 1198΄΄. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει ακέραιο πλήθος δεύτερων εξηκοστών.

2. Ο αριθμός 1΄ 1΄΄ 33΄΄΄ του τρίτου σελιδίου διαιρείται με το 60, προκειμένου να βρεθούν τα εξηκοστά που αναλογούν σε παραύξηση του τόξου κατά ένα δεύτερο εξηκοστό.[66] Από τη διαίρεση με το 60 προκύπτει ο αριθμός 1΄΄ 1΄΄΄ 33΄΄΄΄. Ο αριθμός αυτός εκφράζει τα εξηκοστά χορδής που αναλογούν σε παραύξηση του τόξου κατά ένα δεύτερο εξηκοστό.

3. Ο καθαρός αριθμός 1198, ο οποίος προέκυψε από το πρώτο βήμα, πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 1΄΄ 1΄΄΄ 33΄΄΄΄, ο οποίος προέκυψε από το δεύτερο βήμα: 1198×(1΄΄ 1΄΄΄ 33΄΄΄΄) = 1198΄΄ 1198΄΄΄ 39534΄΄΄΄.

4. Στον αριθμό που προέκυψε από το τρίτο βήμα γίνεται η "συναγωγή" των εξηκοστών. Δηλαδή, τα εξηκοστά κάθε τάξης μετατρέπονται σε εξηκοστά μικρότερης τάξης, οπότε προκύπτει ο αριθμός 20΄ 28΄΄ 56΄΄΄ 54΄΄΄΄, ο οποίος είναι το τελικό ζητούμενο, δηλαδή ο αριθμός που πρέπει να προστεθεί στη χορδή 23^{τ} 55΄ 27΄΄.[67]

Όπως είδαμε, βάσει της τιμής που αναφέρει ο Πτολεμαίος, το τελικό ζητούμενο είναι ο αριθμός 20΄ 29΄΄. Ο αριθμός αυτός προκύπτει μετά από στρογγυλοποίηση του αριθμού 28΄΄ 56΄΄΄ 54΄΄΄΄ σε 29΄΄. Για να βρεθεί η ζητούμενη χορδή πρέπει το τελικό ζητούμενο να προστεθεί στη χορδή 23^{τ} 55΄ 27΄΄. Επομένως, χρδ(23° 19΄ 58΄΄) = (23^{τ} 55΄ 27΄΄) +(20΄ 28΄΄ 56΄΄΄ 54 ΄΄΄΄) = 23^{τ} 75΄ 55΄΄ 56΄΄΄ 54΄΄΄΄= 24^{τ} 15΄ 55΄΄ 56΄΄΄ 54΄΄΄΄. Εάν όμως προσθέσουμε τον αριθμό που προέκυψε με στρογγυλοποίηση, δηλαδή τον αριθμό 20΄ 29΄΄, θα πάρουμε: χρδ(23° 19΄ 58΄΄) = (23^{τ} 55΄ 27΄΄) +(20΄ 29΄΄) = 23^{τ} 75΄ 56΄΄= 24^{τ} 15΄ 56΄΄, την τιμή δηλαδή που αναφέρει ο Πτολεμαίος ως χορδή του ενδιάμεσου τόξου 23° 19΄ 58΄΄.

Στη διαδικασία εύρεσης της ζητούμενης χορδής πήραμε έτοιμη την τιμή 1΄ 1΄΄ 33΄΄΄ από το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών. Αν δεν πάρουμε έτοιμη την τιμή αυτή από το τρίτο σελίδιο, αλλά βρούμε μόνοι μας τα εξηκοστά χορδής που αναλογούν σε παραύξηση του τόξου κατά ένα πρώτο εξηκοστό, θα βρούμε την τιμή 1΄ 1΄΄ 32΄΄΄.[68] Επομένως, τα εξηκοστά χορδής που αναλογούν σε παραύξηση του τόξου κατά ένα

---

[66] Η διαίρεση αυτή πρέπει να γίνει διότι ο αριθμός 1΄ 1΄΄ 33΄΄΄ εκφράζει τα εξηκοστά χορδής που αναλογούν σε παραύξηση του τόξου κατά ένα πρώτο εξηκοστό.

[67] Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να θεωρηθεί θεμιτή υπό την έννοια ότι δεν παραβιάζει το εννοιολογικό πλαίσιο του αναγνώστη στον οποίο απευθύνεται ο Θέων, αφού είναι γνωστή η θεωρητική βάση στην οποία αυτή στηρίζεται. Η θεωρητική βάση της διαδικασίας είναι ότι το ένα εξηκοστό μιας συγκεκριμένης τάξης αποτελείται από 60 εξηκοστά της αμέσως επόμενης τάξης. Θέμα το οποίο ήταν ήδη γνωστό την εποχή του Θέωνα και για το οποίο έχει μιλήσει και ο ίδιος όταν παρουσίασε τη θεωρία των ειδών.

[68] Διότι (24^{τ} 26΄ 13΄΄-23^{τ} 55΄ 27΄΄):30 = (30΄ 46΄΄):30 = (30΄ 30΄΄ 969΄΄΄):30 = 1΄ 1΄΄ 32΄΄΄ 18΄΄΄΄≈ 1΄ 1΄΄ 32΄΄΄.

δεύτερο εξηκοστό είναι 1΄΄ 1΄΄΄ 32΄΄΄΄. Το τελικό ζητούμενο προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του αριθμού 1198 με τον αριθμό 1΄΄ 1΄΄΄ 32΄΄΄΄ και είναι ο αριθμός 20΄ 28΄΄ 36΄΄΄ 56΄΄΄΄, οπότε, στην περίπτωση αυτή, προκύπτει ότι χρδ(23° 19΄ 58΄΄) = (23^τ 55΄ 27΄΄) +(20΄ 28΄΄ 36΄΄΄ 56 ΄΄΄΄) = 24^τ 15΄ 55΄΄ 36΄΄΄ 56΄΄΄΄. Η τιμή αυτή διαφέρει από την τιμή 24^τ 15΄ 55΄΄ 56΄΄΄ 54΄΄΄΄που βρήκαμε όταν πήραμε έτοιμη την τιμή των εξηκοστών από το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών. Ας σημειώσουμε όμως ότι η τιμή της χορδής που βρήκαμε χρησιμοποιώντας την τιμή των εξηκοστών που βρήκαμε μόνοι μας είναι ίδια με την τιμή της χορδής που προκύπτει αν εφαρμόσουμε τη διαδικασία *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου.

Β. Η εφαρμογή της διαδικασίας εύρεσης της χορδής *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου

Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή, η ζητούμενη χορδή δίδεται από τη σχέση

χρδγ = χρδα+δ, όπου δ= [(γ-α) · (χρδβ-χρδα)]: (β-α). Για να βρεθεί η χρδγ πρέπει και πάλι στη χρδα να προστεθεί ο συνολικός αριθμός των εξηκοστών χορδής που αναλογούν στην παραύξηση του ενδιάμεσου τόξου. Ο αριθμός αυτός εκφράζεται από την τέταρτη ανάλογο των τριών διαφορών β-α, χρδβ-χρδα, γ-α.

Ας κατατάξουμε σε γραμμές και στήλες τις τιμές που θα χρησιμοποιηθούν στην διαδικασία εύρεσης της χορδής όπως καλεί τον αναγνώστη να κάνει ο Θέων.

Τόξα	Χορδές
23°	23^τ 55΄ 27΄΄
23° 19΄ 58΄΄	ζητούμενη χορδή
23° 30΄	24^τ 26΄ 13΄΄

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για να βρεθεί η χρδ(23° 19΄ 58΄΄) πρέπει στη χορδή 23^τ 55΄ 27΄΄ να προστεθεί η τέταρτη ανάλογος των διαφορών (23° 30΄-23°), (24^τ 26΄ 13΄΄-23^τ 55΄ 27΄΄) και (23° 19΄ 58΄΄-23°), δηλαδή των τριών αριθμών 30΄, 30΄ 46΄΄ και 19΄ 58΄΄. Ακολουθώντας τις οδηγίες που δίνει ο Θέων, η τέταρτη ανάλογος δ βρίσκεται ως εξής: δ= [(19΄ 58΄΄) ×(30΄ 46΄΄)]: 30΄= (570΄΄ 2614΄΄΄ 2668΄΄΄΄):30΄= 20΄ 28΄΄ 36΄΄ 56΄΄΄. Το τελικό ζητούμενο που προκύπτει είναι ακριβώς το ίδιο με αυτό που προέκυψε όταν δεν πήραμε έτοιμη την τιμή των εξηκοστών από το τρίτο σελίδιο, αλλά τη βρήκαμε μόνοι μας. Επομένως, και για τη ζητούμενη χορδή προκύπτει και πάλι η τιμή 24^τ 15΄ 55΄΄ 36΄΄΄ 56΄΄΄΄ την οποία βρήκαμε προηγουμένως χωρίς να λάβουμε υπόψη μας την τιμή των εξηκοστών που υπάρχει στο τρίτο σελίδιο. Βέβαια, η τιμή 24^τ 15΄ 55΄΄ 36΄΄΄ 56΄΄΄΄ διαφέρει μόνο κατά 23΄΄΄ 4΄΄΄΄από την τιμή 24^τ 15΄ 56΄΄ που αναφέρει ο Πτολεμαίος. Ωστόσο, δεν παύει να αποτελεί διαφορετική τιμή, η οποία προέκυψε επειδή χρησιμοποιήσαμε την τιμή 1΄ 1΄΄ 32΄΄΄ (που βρήκαμε μόνοι μας) και όχι την τιμή 1΄ 1΄΄ 33΄΄΄που υπάρχει στο τρίτο σελίδιο.

Η διαφορά που διαπιστώσαμε ότι υπάρχει ανάμεσα στην τιμή τιμή 1΄ 1΄΄ 33΄΄΄του τρίτου σελιδίου και στην τιμή 1΄ 1΄΄ 32΄΄΄που βρήκαμε μόνοι μας, δεν σημαίνει βέβαια ότι ο Πτολεμαίος έκανε λάθος στον υπολογισμό αυτής της τιμής. Εξάλλου, οι δύο συγκεκριμένες τιμές δεν είναι οι μοναδικές που διαφέρουν μεταξύ τους. Αυτό μπορεί κανείς να το διαπιστώσει πολύ εύκολα αν βρει μόνος του τις τιμές του τρίτου σελιδίου. Αρκεί κάθε φορά να διαιρεί με το 30 τη διαφορά δύο διαδοχικών χορδών που είναι καταχωρημένες στον πίνακα. Θα διαπιστώσει ότι σε πολλές περιπτώσεις οι δύο τιμές διαφέρουν στο τελευταίο ψηφίο.[69]Επομένως, δεν πρόκειται για συστηματικό λάθος του Πτολεμαίου και βέβαια θα ήταν κάπως υπερβολικό να υποθέσει κανείς ότι πρόκειται για επαναλαμβανόμενη *γραφική αμαρτία*.[70]Πού οφείλεται, λοιπόν, η διαφορά που παρατηρείται ανάμεσα στις καταχωρημένες στο τρίτο σελίδιο τιμές και σε αυτές που προκύπτουν από αναγωγή στη μονάδα, χρησιμοποιώντας τις καταχωρημένες τιμές χορδών; Σύμφωνα με τους ιστορικούς της επιστήμης, η πιθανότερη εξήγηση για την ύπαρξη αυτής της διαφοράς είναι ότι ο Πτολεμαίος, προκειμένου να πετύχει ακριβέστερες τιμές χορδών, είχε υπολογίσει τις τιμές των χορδών που αντιστοιχούν στα καταχωρημένα στον πίνακα τόξα μέχρι ένα επιπλέον εξηκονταδικό ψηφίο, και αυτές τις τιμές χορδών χρησιμοποίησε για την εύρεση των εξηκοστών που καταχώρησε στο τρίτο σελίδιο. Στον πίνακα χορδών όμως καταχώρησε τις τιμές των χορδών μόνο με τα δύο πρώτα εξηκονταδικά ψηφία.[71]Βέβαια, η ερμηνεία αυτή μας κάνει με τη σειρά της να αναρωτηθούμε γιατί ο Πτολεμαίος έκανε αυτή την 'οικονομία' όταν καταχώρησε τις τιμές των χορδών στον πίνακα; Δεν έλαβε υπόψη του ότι ένας αναγνώστης που έχει μπροστά του τον πίνακα χορδών θα βρεθεί σε αμηχανία; Διότι, από τη μια μεριά ο Πτολεμαίος δηλώνει ότι κάθε τιμή του τρίτου σελιδίου αποτελεί το τριακοστό μέρος της διαφοράς δύο διαδοχικών χορδών (τὰ δὲ τρίτα τὸ λ΄ μέρος τῆς καθ' ἕκαστον ἡμιμοίριον τῶν εὐθειῶν παραυξήσεως) (H1.47.7-9) και από την άλλη προκύπτει ότι πολλές τιμές του τρίτου σελιδίου είναι 'εσφαλμένες', υπό την έννοια ότι δεν υπακούουν σε αυτή την περιγραφή, γεγονός το οποίο ο Πτολεμαίος φαίνεται να παραβλέπει. Επιπλέον, η χρήση των τιμών που περιέχει το τρίτο σελίδιο με παράλληλη χρήση των καταχωρημένων στον πίνακα τιμών των χορδών, οδηγεί σε διαφορετικές τιμές χορδών από αυτές που προκύπτουν με χρήση των 'διορθωμένων' τιμών του τρίτου σελιδίου. Βέβαια, η διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις τιμές χορδών που προκύπτουν είναι, όπως είδαμε, ανεπαίσθητη και ίσως αυτός να είναι ο λόγος για τον οποίο ο Πτολεμαίος φαίνεται να παραβλέπει και αυτό το γεγονός, όπως επίσης

[69] Αυτό το κάνει, για παράδειγμα, στη διδακτορική του διατριβή ο Van Brummelen, ο οποίος βρίσκει τα λάθη, όπως ο ίδιος τα ονομάζει, που υπάρχουν στις τιμές του τρίτου σελιδίου. Οι 109 από τις 360 τιμές που περιέχει το τρίτο σελίδιο παρουσιάζουν λάθος στο τρίτο εξηκονταδικό ψηφίο (διαφέρουν κατά 1΄΄΄). Βλ. (Van Brummelen 1993, 49-53 και 68-72).

[70] Την έκφραση *γραφική αμαρτία* τη δανείστηκα από τον Πτολεμαίο και τον Θέωνα, οι οποίοι την χρησιμοποιούν για να δηλώσουν το λάθος αντιγραφής. Βλ. H1.47.15 και RII.451.13, αντίστοιχα. Ο Toomer (1998, 56) μεταφράζει την έκφραση *γραφική αμαρτία* ως scribal corruption και ο Halma (1821, I, 110) ως faute de copie.

[71] Βλ. (Van Brummelen 1993, 71) και (Neugebauer 1975, 24).

φαίνεται να το παραβλέπει και ο Θέων, ο οποίος, ενώ σε όλο το έργο του επιδεικνύει γενικά ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη μεγαλύτερη δυνατή προσέγγιση τιμών, στην προκειμένη περίπτωση δεν συζητά για τη διαφορά αυτή.[72] Επομένως, το γεγονός ότι προκύπτουν διαφορετικές τιμές δεν φαίνεται να αποτελεί κίνητρο του Θέωνα για την παρουσίαση μιας δεύτερης διαδικασίας για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών. Βέβαια, η συγκεκριμένη περίπτωση δεν είναι η μοναδική στην οποία ο Θέων υποδεικνύει και έναν δεύτερο τρόπο για την πραγμάτευση ενός θέματος. Αυτό το κάνει και σε άλλες περιπτώσεις. Επομένως και η εν λόγω περίπτωση συνάδει με τη γενικότερη τακτική του. Για ποιους λόγους όμως επέλεξε και στη συγκεκριμένη περίπτωση να υποδείξει μια δεύτερη μέθοδο; Οι λόγοι μπορούν να αναζητηθούν τόσο στο μαθηματικό περιεχόμενο των δύο διαδικασιών όσο και στην ένταξή τους σε ένα ευρύτερο πλαίσιο εφαρμογής.

Εξετάζοντας τις δύο μεθόδους ως προς το μαθηματικό περιεχόμενο είδαμε ότι η βασική διαφορά που υπάρχει ανάμεσά τους είναι ο τρόπος χειρισμού των ανάλογων ποσών κατά την εφαρμογή της απλής μεθόδου των τριών. Ο Πτολεμαίος φαίνεται να προτείνει τον χειρισμό με αναγωγή στη μονάδα, τον οποίο, σύμφωνα με τον Θέωνα, θεωρεί ευκολότερο. Ας θυμηθούμε την εισαγωγή που έκανε ο Θέων όταν επανέλαβε την πρώτη μέθοδο: «Ἔστιν δὲ καὶ προχειρότερον τὸ τοιοῦτον ἐφοδεῦσαι καθὼς καὶ αὐτῷ δοκεῖ.» Από τη δήλωση αυτή του Θέωνα προκύπτει ότι και ο ίδιος θεωρεί ευκολότερη για τον αναγνώστη την πρώτη μέθοδο. Πού έγκειται η δυσκολία της δεύτερης μεθόδου σε σχέση με την πρώτη; Όπως φαίνεται, η δυσκολία έγκειται στις πράξεις που απαιτούνται για να βρεθεί το τελικό ζητούμενο. Κατά την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου, γιανα βρ εθεί το τελικό ζητούμενο πρέπει να γίνει πολλαπλασιασμός ενός καθαρού ακέραιου αριθμού με έναν εξηκονταδικό αριθμό: $(\gamma-\alpha)\cdot\varepsilon_{\alpha}$. Αντίθετα, κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου, για να βρεθεί το τελικό ζητούμενο που είναι η τέταρτη ανάλογος τριών αριθμών, πρέπει να γίνει ένας πολλαπλασιασμός εξηκονταδικών αριθμών: $(\gamma-\alpha)\cdot(\chi\rho\delta\beta-\chi\rho\delta\alpha)$, καθώς και μια διαίρεση εξηκονταδικών αριθμών: $[(\gamma-\alpha)\cdot(\chi\rho\delta\beta-\chi\rho\delta\alpha)]:(\beta-\alpha)$.[73]Πρέπει δηλαδή να

[72] Όπως είδαμε, ο Θέων χρησιμοποίησε δύο παραδείγματα για να δείξει τη διαδικασία εύρεσης της χορδής που αντιστοιχεί σε ένα ενδιάμεσο τόξο. Στο πρώτο παράδειγμα, στο οποίο βρήκε τη χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 5º 10΄, η τιμή των εξηκοστών που είναι καταχωρημένη στο τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών είναι ‘σωστή’. Στο δεύτερο όμως παράδειγμα, στο οποίο βρήκε τη χορδή που αντιστοιχεί στο τόξο 10º 15΄, η τιμή των αντίστοιχων εξηκοστών είναι ‘έσφαλμένη’. Ωστόσο ο Θέων δεν κάνει καμία συζήτηση για τη μικρή διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στις τιμές των χορδών που προκύπτουν από την εφαρμογή κάθε διαδικασίας (*με* ή *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου) χωριστά.

[73] Ας θυμηθούμε ότι κατά την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου η διαφορά γ-α λαμβάνεται ως καθαρός αριθμός, κάτι που δεν ισχύει κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου. Κατά την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου, στο παράδειγμα που εξετάσαμε, η διαφορά γ-α των τόξων, η οποία ήταν 19΄ 58΄΄, μετατράπηκε σε 1198΄΄ και έγινε ο πολλαπλασιασμός του καθαρού αριθμού 1198 με τον εξηκονταδικό αριθμό 1΄΄ 1΄΄΄ 33΄΄΄΄. Ενώ, κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου, έγινε ο πολλαπλασιασμός (19΄ 58΄΄) × (30΄ 46΄΄) και η διαίρεση [(19΄ 58΄΄) × (30΄ 46΄΄)]: 30΄, η οποία είναι η απλούστερη των περιπτώσεων, αν αναλογιστούμε ότι σε άλλες περιπτώσεις εύρεσης ενδιάμεσων τιμών σε άλλα κανόνια στη θέση του αριθμού 30΄ υπάρχει αριθμός με περισσότερα εξηκονταδικά ψηφία.

γίνουν δυσκολότερες πράξεις. Παρά λοιπόν το γεγονός ότι ο Θέων θεωρεί ευκολότερη για τον αναγνώστη την πρώτη μέθοδο, υποδεικνύει και μια δεύτερη, δυσκολότερη μέθοδο. Θα μπορούσαμε λοιπόν να υποθέσουμε ότι ο Θέων υποδεικνύει τη δεύτερη μέθοδο θεωρώντας ότι δίδεται έτσι στον αναγνώστη η ευκαιρία να εξασκηθεί στη εκτέλεση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων με εξηκονταδικούς αριθμούς. Το γεγονός αυτό δεν μπορεί βέβαια από μόνο του να αποτελεί το κίνητρο του Θέωνα. Ένας άλλος λόγος που θα μπορούσαμε να επικαλεστούμε είναι ότι επιδιώκει την εξοικείωση του αναγνώστη με τη χρήση αναλογιών και με την εφαρμογή της βασικής ιδιότητας (το γινόμενο των μέσων όρων ισούται με το γινόμενο των άκρων) προκειμένου να βρεθεί η τέταρτη ανάλογος τριών αριθμών. Η εφαρμογή επομένως της δεύτερης μεθόδου ενδείκνυται για το σκοπό αυτό αφού απαιτεί την εύρεση τέταρτης αναλόγου. Πέρα από τα στοιχεία που σχετίζονται με το μαθηματικό περιεχόμενο των δύο μεθόδων υπάρχει και ένα άλλο στοιχείο που μπορούμε να επικαλεστούμε για να δικαιολογήσουμε την επιλογή του Θέωνα να παρουσιάσει τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο. Το στοιχείο αυτό σχετίζεται με το γεγονός ότι κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου *δεν* χρησιμοποιείται το τρίτο σελίδιο, καθώς επίσης και με το γεγονός ότι ο Πτολεμαίος σε κανένα από τα υπόλοιπα κανόνια που κατασκευάζει δεν προσθέτει κάποιο σελίδιο αντίστοιχο με το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών. Λαμβάνοντας υπόψη μας αυτά τα δεδομένα μπορούμε να πούμε ότι ο Θέων με αφορμή το πρόβλημα εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών παρουσιάζει και μια δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο η οποία μπορεί να εφαρμοστεί 'άμεσα' για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές σε ευρύτερο πλαίσιο, δηλαδή σε οποιοδήποτε κανόνιο αλλά και σε άλλες περιπτώσεις στις οποίες ζητείται μια ενδιάμεση τιμή.[74] Αυτό εξάλλου φαίνεται ξεκάθαρα όταν αργότερα δείχνει με κάθε λεπτομέρεια πώς εφαρμόζεται σε ευρύτερο πλαίσιο η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος.

Το πρόβλημα της εύρεσης ενδιάμεσαν τιμών του πίνακα χορδών ο Θέων δεν θα το εξετάσει ποτέ ξανά στο έργο του. Σε κάθε περίπτωση που χρησιμοποιεί ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών απλώς τις αναφέρει όπως κάνει και ο Πτολεμαίος.[75] Ας

---

[74] Με τη λέξη 'άμεσα' αναφέρομαι στο γεγονός ότι ο αναγνώστης, προκειμένου να κάνει *γραμμική παρεμβολή*, έχει έτοιμες όλες τις τιμές που του χρειάζονται. Αν όμως επέλεγε να εφαρμόσει την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο θα έπρεπε να βρει πρώτα ο ίδιος τους *συντελεστές παρεμβολής*. Εάν επρόκειτο για ενδιάμεσες τιμές σε κάποιο άλλο κανόνιο θα έπρεπε, με άλλα λόγια, να κατασκευάσει ο ίδιος ένα αντίστοιχο «τρίτο σελίδιο» για το συγκεκριμένο κανόνιο.

[75] Τη μοναδική επεξήγηση που προσθέτει ο Θέων σε ορισμένες περιπτώσεις είναι ότι η ενδιάμεση τιμή που αναφέρει βρίσκεται από τον πίνακα χορδών. Όπως, για παράδειγμα, όταν σχολιάζει το κεφάλαιο 14 του πρώτου βιβλίου της *Μεγίστης* στο οποίο ο Πτολεμαίος, εφαρμόζοντας το θεώρημα του Μενελάου για τη σφαίρα, βρίσκει την τιμή 24^{τ} 15΄ 57΄΄ μιας ενδιάμεσης χορδής και απλώς αναφέρει ότι το αντίστοιχο τόξο της είναι 23° 19΄ 59΄΄ (βλ. Η1.78.10-11). Ο Θέων, θεωρώντας όπως φαίνεται ως δεδομένη τη γνώση της διαδικασίας με την οποία μπορεί να βρεθεί η συγκεκριμένη ενδιάμεση τιμή τόξου που αναφέρει ο Πτολεμαίος, απλώς την αναφέρει και αυτός προσθέτοντας μόνο ότι βρίσκεται αν εισαγάγουμε στον πίνακα χορδών την τιμή της χορδής 24^{τ} 15΄ 57΄΄: «καὶ ἡ ὑπὸ τὴν διπλῆν ἄρα τῆς ΘΗ περιφερείας εὐθεῖα τμημάτων ἐστὶν κδ ιε νζ, ἥντινα εἰσαγαγόντες εἰς τὸν κανόνα τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν εὑρήσομεν τὴν ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρειαν τουτέστιν τὴν διπλῆν τῆς ΘΗ,

σημειώσουμε επίσης ότι ο Θέων δεν κάνει σε καμία περίπτωση την παραμικρή νύξη για το ποια από τις δύο μεθόδους χρησιμοποιεί ο ίδιος όταν βρίσκει ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών. Σε άλλες όμως περιπτώσεις στις οποίες βρίσκει ενδιάμεσες τιμές επισημαίνει αρκετές φορές ότι τις βρίσκει εφαρμόζοντας τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο στην οποία ο Θέων εκδηλώνει γενικότερα την προτίμησή του. Αυτό προκύπτει και από το γεγονός ότι τη δεύτερη μέθοδο την επαναλαμβάνει με κάθε λεπτομέρεια αυτή τη φορά όμως, όπως θα δούμε στη συνέχεια, στο ευρύτερο πλαίσιο εφαρμογής της.

2.6 Το ευρύτερο πλαίσιο εφαρμογής των *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδων

Με την παρουσίαση των δύο αριθμητικών μεθόδων που μπορούν να εφαρμοστούν για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών ο Θέων δεν απαντά μόνο στο ερώτημα πώς μπορούν να βρεθούν οι ενδιάμεσες τιμές στο συγκεκριμένο κανόνιο αλλά συγχρόνως απαντά και στο ερώτημα πώς μπορούν να βρεθούν οι ενδιάμεσες τιμές σε οποιοδήποτε κανόνιο της *Μεγίστης*, καθώς επίσης και πώς βρίσκεται γενικότερα μια ενδιάμεση τιμή η οποία παρεμβάλλεται σε δύο δοθείσες τιμές χωρίς κατ' ανάγκην αυτές να ανήκουν σε κάποιο κανόνιο.

Ο ίδιος ο Θέων, όταν παρουσιάζει τις δύο μεθόδους για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών δεν αναφέρεται ρητά στο γεγονός ότι αυτές οι μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν γενικά για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών και σε άλλες περιπτώσεις. Η εφαρμογή τους για την εύρεση γενικότερα ενδιάμεσων τιμών προκύπτει από τις διάφορες περιπτώσεις που ο ίδιος εξετάζει. Ας δούμε πώς εντάσσει ο Θέων στο ευρύτερο πλαίσιο αναζήτησης ενδιάμεσων τιμών τις μεθόδους που υπέδειξε, εξετάζοντας συγκεκριμένα παραδείγματα.

2.6.1 *Πώς βρίσκονται ενδιάμεσες τιμές σε οποιοδήποτε κανόνιο της* Μεγίστης

Η εύρεση ενδιάμεσων τιμών δεν αποτελεί ζητούμενο μόνο για τον πίνακα χορδών. Αφού σε όλα τα κανόνια της *Μεγίστης* είναι καταχωρημένες *συγκεκριμένες* αριθμητικές τιμές μεγεθών, η εύρεση ενδιάμεσων τιμών αποτελεί ζητούμενο για όλα τα κανόνια, με ελάχιστες εξαιρέσεις.[76] Όπως συμβαίνει και με τον πίνακα χορδών, η

μοιρῶν κγ ιθ νθ» (RII.574.7 -10). Αφήνει επίσης στον αναγνώστη την επιλογή της μεθόδου που θα χρησιμοποιήσει αν θελήσει να επαληθεύσει την ορθότητα της τιμής που αναφέρει.

[76] Οι μοναδικές εξαιρέσεις είναι 1) τα κανόνια μέσων συζυγιών (H1.466-471) και 2) τα κανόνια των μέσων κινήσεων του ηλίου (H1.210-215), της σελήνης (H1.282-293) και των πέντε πλανητών (H2.220-249). Η εύρεση ενδιάμεσων τιμών δεν αποτελεί ζητούμενο για τα συγκεκριμένα αυτά κανόνια. Πρέπει όμως να διευκρινίσουμε ότι για τα κανόνια των μέσων κινήσεων ηλίου, σελήνης και πλανητών αυτό ισχύει μόνο για τα κανόνια που περιέχουν τις

χρήση οποιουδήποτε κανονίου προκειμένου να βρεθεί η τιμή ενός μεγέθους η οποία αντιστοιχεί σε μια καταχωρημένη στο κανόνιο αυτό τιμή ενός άλλου μεγέθους, δεν απαιτεί ιδιαίτερη δεξιότητα. Πώς μπορεί όμως να βρεθεί μια ενδιάμεση τιμή; Όταν πρόκειται για κανόνια στα οποία οι τιμές έχουν βρεθεί γεωμετρικά, η ζητούμενη τιμή μπορεί να βρεθεί κατά δύο τρόπους:

1) Ακολουθώντας κατά βήμα τη διαδικασία που παρουσιάζει ο Πτολεμαίος πριν από την έκθεση του εκάστοτε κανονίου και με την οποία υπολογίζει με γεωμετρική μέθοδο την τιμή που καταχωρεί στο κανόνιο αυτό.[77]Καλείται δηλαδή ο αναγνώστης, αφού πρώτα κατανοήσει τη μέθοδο που υποδεικνύει ο Πτολεμαίος μέσω του συγκεκριμένου παραδείγματος, να την εφαρμόσει για να βρει οποιαδήποτε τιμή αυτός θέλει.

2) Εφαρμόζοντας μια αριθμητική μέθοδο η οποία μας επιτρέπει να βρούμε τη ζητούμενη ενδιάμεση τιμή χρησιμοποιώντας τιμές που είναι καταχωρημένες στο εκάστοτε κανόνιο. Η γνώση της αριθμητικής τεχνικής που απαιτείται για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών με τη χρήση των κανονίων είναι πολύ χρήσιμη, στο βαθμό που επιτρέπει την αποφυγή της γεωμετρικής διαδικασίας, η οποία σε πολλές περιπτώσεις είναι μακροσκελής και χρονοβόρα.

Για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών στα κανόνια που αναφέραμε μπορούν λοιπόν να εφαρμοστούν δύο διακριτές μέθοδοι: η γεωμετρική και η αριθμητική. Κατά την εφαρμογή της αριθμητικής μεθόδου χρησιμοποιούνται τιμές που είναι καταχωρημένες στο εκάστοτε κανόνιο για το οποίο ζητείται μια ενδιάμεση τιμή. Τον διακριτό χαρακτήρα των δύο μεθόδων τον επισημαίνει κατ' επανάληψιν ο Θέων στο έργο του. Μια τέτοια σαφή διάκριση συναντούμε, για παράδειγμα, στο κεφάλαιο 9 του Βιβλίου 5, όταν ο Θέων αναφέρεται στην εύρεση, κατά ένα δεδομένο χρόνο, της ακριβούς θέσης της σελήνης είτε με τη γεωμετρική μέθοδο (διὰ τῶν γραμμῶν) είτε με την αριθμητική μέθοδο, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς του κανονίου της καθόλου σεληνιακής ανωμαλίας (διὰ τῶν ἀριθμῶν τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως).[78] Οι ενδιάμεσες τιμές των κανονίων οι οποίες προκύπτουν με την εφαρμογή της γεωμετρικής μεθόδου χαρακτηρίζονται από τον Θέωνα ως τιμές «λαμβανόμεναι διὰ τῶν ἐκ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἐπιλογισμῶν».[79] Οι ενδιάμεσες τιμές που προκύπτουν με τη χρήση των

μέσες κινήσεις των 18ετηρίδων, των απλών ετών και των μηνών. Δεν ισχύει για τα κανόνια των ημερών και των ωρών, για τα οποία, αντίθετα, η εύρεση ενδιάμεσων τιμών αποτελεί ζητούμενο.

[77] Ο Πτολεμαίος, αναφερόμενος στη διαδικασία εύρεσης τιμών με γεωμετρική μέθοδο χρησιμοποιεί τις εκφράσεις: «ἐπελογισάμεθα διὰ τῶν γραμμῶν» (H1.251.21) ή «ἐπελογισάμεθα γραμμικῶς» (H1.172.5-6, H1.503.15). Πρβλ. H1.427.21-22 και H2.427.20-21.

[78] «φανερὸν ἡμῖν γενήσεται ἐκ τῶν ἑξῆς διά τε τῶν ἀριθμῶν τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως καὶ διὰ τῶν γραμμῶν ἐπιλογιζομένοις κατὰ τὸν δοθέντα χρόνον τὴν ἀκριβῆ τῆς σελήνης ἐποχὴν» Βλ. την παρούσα έκδοση του κειμένου (Κεφάλαιο 6) , κεφάλαιο θ, στίχοι 115-117.

[79] Η έκφραση αυτή αποτελεί μια από τις εκφράσεις που χρησιμοποιεί ο Θέων όταν αναφέρεται γενικά στην εύρεση μιας τιμής με γεωμετρική μέθοδο. Σε πολλές περιπτώσεις

κανονίων, δηλαδή με εφαρμογή αριθμητικής μεθόδου, χαρακτηρίζονται από τον Θέωνα ως τιμές «λαμβανόμεναι καθ᾽ ὁμαλὴν παραύξησιν ἐξ ἀναλόγου» ή, όπως συμβαίνει τις περισσότερες φορές, απλώς ως τιμές «λαμβανόμεναι ἐξ ἀναλόγου».

Η σημασία που έχει η γνώση της αριθμητικής τεχνικής που απαιτείται για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών δεν έγκειται μόνο στη χρησιμότητά της προκειμένου να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές στα κανόνια που αναφέραμε. Η γνώση αυτή είναι εντελώς απαραίτητη διότι η αριθμητική μέθοδος είναι η μοναδική που μπορεί να εφαρμοστεί για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές σε ορισμένα κανόνια που κατασκευάζει ο Πτολεμαίος.[80] Ο Θέων έχοντας πλήρη επίγνωση του γεγονότος ότι ο Πτολεμαίος δεν εξηγεί με ποιο τρόπο βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές κανονίων αλλά και του γεγονότος ότι η γνώση της αριθμητικής μεθόδου είναι και χρήσιμη αλλά και απαραίτητη για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών και για τα άλλα κανόνια, κρίνει σκόπιμο να εξετάσει και την περίπτωση αυτή. Να δείξει δηλαδή πώς μπορούν να βρεθούν με αριθμητική μέθοδο οι ενδιάμεσες τιμές για άλλα κανόνια. Την εξέτασή

αντί της έκφρασης αυτής χρησιμοποιεί κάποια από τις εκφράσεις «λαμβανόμεναι διὰ τῶν γραμμῶν» ή «λαμβανόμεναι διὰ τῶν γραμμικῶν δείξεων».

[80] Πρόκειται για τα κανόνια στα οποία οι καταχωρημένες τιμές δεν έχουν βρεθεί με γεωμετρική μέθοδο. Όπως είναι, για παράδειγμα, τα κανόνια των ομαλών κινήσεων του ηλίου (H1.210-215), της σελήνης (H1.282-292) και των πέντε πλανητών (H2.220-249), τα οποία χρησιμοποιούνται προκειμένου να βρεθεί η θέση του ηλίου, της σελήνης και ενός πλανήτη αντίστοιχα κατά ένα δεδομένο χρόνο. Αν κάποιος δεν γνωρίζει την αριθμητική μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών δεν θα μπορέσει να βρει την τιμή που ζητά. Και αυτό διότι στα κανόνια αυτά είναι καταχωρημένες συγκεκριμένες τιμές μέσων κινήσεων, δηλαδή τιμές που αντιστοιχούν σε ακέραιο αριθμό 18ετηρίδων (από μία έως σαρανταπέντε), απλών ετών (από ένα έως δεκαοκτώ), μηνών (από έναν έως δώδεκα), ημερών (από μία έως τριάντα) και ωρών (από μία έως εικοσιτέσσερεις). Για να βρεθεί η μέση κίνηση ενός ουράνιου σώματος σε κάποιο δεδομένο χρόνο, ο χρόνος αυτός αναλύεται σε άθροισμα ακέραιων πολλαπλασίων 18ετηρίδων, απλών ετών, μηνών, ημερών και ωρών [Βλ. (Rome 1931, xxxiv-xxxvi) για ένα παράδειγμα εύρεσης της μέσης κίνησης του ηλίου]. Αν όμως ο δεδομένος χρόνος περιλαμβάνει και μέρη ημέρας ή ώρας, πρέπει κατ᾽ ανάγκην να βρεθούν τιμές μέσων κινήσεων που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες τιμές στα κανόνια των ημερών ή των ωρών. Είναι επομένως απαραίτητη η γνώση της αριθμητικής μεθόδου για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών. Τέτοιες τιμές βρίσκει κατ᾽ επανάληψιν ο Πτολεμαίος, χωρίς βεβαίως να κάνει, και στην περίπτωση αυτή, την παραμικρή νύξη για το πώς προκύπτουν αυτές οι τιμές. Για παράδειγμα, στο τέταρτο βιβλίο, στο έκτο κεφάλαιο, στο οποίο εξετάζει την πρώτη και απλή ανωμαλία της σελήνης, οι τιμές που βρίσκει για τη θέση του ηλίου ή για τις μέσες κινήσεις της σελήνης αντιστοιχούν σε τιμές χρόνου οι οποίες περιλαμβάνουν και διάφορα μέρη της ώρας, συγκεκριμένα $\frac{1}{3}^{\omega\rho}$ (H1.303.3), $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}^{\omega\rho}$ (H1.303.13), $\frac{1}{2}\ {}^{1}/_{15}{}^{\omega\rho}$ (H1.305.1-2), $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ {}^{\omega\rho}$ (H1.314.20) και $\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ {}^{\omega\rho}$ (H1.316.3). Πρέπει βέβαια να επισημάνουμε ότι ούτε ο Θέων, όταν σχολιάζει το συγκεκριμένο κεφάλαιο της *Μεγίστης*, εξηγεί πώς προκύπτουν οι τιμές που αναφέρει ο Πτολεμαίος. Φαίνεται να το θεωρεί περιττό, αφού, πριν αρχίσει να σχολιάζει το συγκεκριμένο κεφάλαιο, έχει ήδη εξηγήσει πώς βρίσκονται οι ενδιάμεσες τιμές για οποιοδήποτε κανόνιο. Όπως περιττό φαίνεται να το θεωρεί, για τον ίδιο λόγο, και σε άλλες περιπτώσεις στις οποίες βρίσκει ο ίδιος τέτοιες τιμές. Όπως, για παράδειγμα, στο έκτο βιβλίο, όταν δείχνει πώς υπολογίζονται τα στοιχεία μιας σεληνιακής και μιας ηλιακής έκλειψης, βρίσκει τις τιμές για τη μέση κίνηση της σελήνης και του ηλίου που αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες τιμές χρόνων, δηλαδή σε τιμές που περιλαμβάνουν και μέρη της ώρας ($\frac{1}{6}\ \frac{1}{4}^{\omega\rho}$ για την έκλειψη σελήνης και $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}^{\omega\rho}$ για την έκλειψη ηλίου).

του την κάνει μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος και δείχνει πώς μπορούν να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές ενός άλλου κανονίου με την εφαρμογή της δεύτερης *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδου που υπέδειξε για τον πίνακα χορδών. Το συγκεκριμένο παράδειγμα που παρουσιάζει ο Θέων και το οποίο θα εξετάσουμε, προέρχεται από τα σχόλια στο κεφάλαιο 9 του δεύτερου Βιβλίου της *Μεγίστης* και μέσω αυτού ο Θέων δείχνει πώς βρίσκεται με αριθμητική μέθοδο μια ενδιάμεση τιμή στο *κανόνιον τῶν κατὰ δεκαμοιρίαν ἀναφορῶν*.[81] Πρόκειται για χαρακτηριστικό παράδειγμα διότι σε αυτό ο Θέων επαναλαμβάνει λεπτομερώς τα βήματα που ακολουθούμε κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου που έδειξε για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών. Το παράδειγμα αυτό ο Θέων το εντάσσει στο ευρύτερο πλαίσιο ενός προβλήματος της σφαιρικής αστρονομίας που εξετάζει ο Πτολεμαίος και στο οποίο ζητείται να βρεθεί το σημείο της εκλειπτικής που μεσουρανεί σε κάποιον τόπο κατά ένα δεδομένο χρόνο. Ο Πτολεμαίος, τη διαδικασία εύρεσης του μεσουρανούντος σημείου της εκλειπτικής απλώς την περιγράφει χωρίς να κάνει κάποιο παράδειγμα.[82] Ο Θέων δείχνει μέσω ενός παραδείγματος πώς εφαρμόζεται η διαδικασία που περιγράφει ο Πτολεμαίος. Συγκεκριμένα δείχνει πώς βρίσκεται, για την Αλεξάνδρεια, το σημείο της εκλειπτικής που μεσουρανεί όταν ο ήλιος βρίσκεται στις 10 μοίρες του Ταύρου και απέχει 21 ώρες από τον μεσημβρινό. Αφού εφαρμόσει τη διαδικασία, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι μεσουρανούν οι 17 περίπου μοίρες τών Ιχθύων, οι οποίες αντιστοιχούν στους 348 χρόνους ($348^{\chi\rho}$).[83] Όμως, για το συγκεκριμένο κανόνιο, η τιμή $348^{\chi\rho}$ αποτελεί μια ενδιάμεση τιμή. Με αφορμή λοιπόν αυτό το

---

[81] Στο *κανόνιον τῶν κατὰ δεκαμοιρίαν ἀναφορῶν* (H1.134-141) για κάθε ζώδιο, στο πρώτο σελίδιο είναι καταχωρημένες σε τρεις διαδοχικούς στίχους οι τρεις δεκαμοιρίες (10°, 20°, 30°) του ζωδίου αυτού. Σε κάθε δεκαμοιρία κάθε ζωδίου αντιστοιχεί το τόξο του ισημερινού το οποίο συναναφέρεται με αυτή τη δεκαμοιρία (ορθή αναφορά). Η τιμή αυτού του τόξου του ισημερινού, η οποία εκφράζεται σε "χρόνους", έχει βρεθεί με γεωμετρική μέθοδο και καταχωρείται στο δεύτερο σελίδιο. Επίσης, σε κάθε δεκαμοιρία κάθε ζωδίου αντιστοιχεί μια τιμή η οποία εκφράζει την *ἐπισυναγωγὴ* των χρόνων και η οποία καταχωρείται στο τρίτο σελίδιο. Η *ἐπισυναγωγὴ* των χρόνων, δηλαδή η τιμή του τρίτου σελιδίου η οποία αντιστοιχεί σε κάποια από τις δεκαμοιρίες οποιουδήποτε ζωδίου, προκύπτει αν η αντίστοιχη τιμή του δευτέρου σελιδίου προστεθεί στο άθροισμα όλων των προηγούμενων τιμών του ίδιου σελιδίου. Δηλαδή, κάθε φορά προστίθενται όλοι οι χρόνοι συναναφοράς, αρχίζοντας από τον χρόνο συναναφοράς που αντιστοιχεί στην πρώτη δεκαμοιρία του Κριού μέχρι και τον χρόνο συναναφοράς που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη δεκαμοιρία του συγκεκριμένου ζωδίου. Έτσι προκύπτουν οι τιμές των *ἐπισυναγομένων* χρόνων οι οποίες καταχωρούνται στο τρίτο σελίδιο. [Για πληρέστερη περιγραφή του κανονίου βλ. (Pedersen 2010, 85 και 111). Πρβλ. (Rome 1936, xxx), όπου ο Rome επισημαίνει ότι οι ενδιάμεσες τιμές του κανονίου βρίσκονται με γραμμική παρεμβολή (interpolation proportionelle)]. Τα δύο μεγέθη που εμπλέκονται στη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών που θα εξετάσουμε είναι το τόξο της εκλειπτικής και ο αντίστοιχος *ἐπισυναγόμενος* χρόνος. Ας σημειώσουμε επίσης ότι με τη μονάδα "ισημερινός χρόνος" ή απλούστερα "χρόνος" μετρείται το τόξο του ισημερινού που διασχίζει τον ορίζοντα σε τέσσερα λεπτά μιας ισημερινής ώρας.

[82] Βλ. H1.144.6-13.

[83] Στο συμβολισμό $348^{\chi\rho}$ ο εκθέτης είναι η συγκεκομμένη μορφή της λέξης «χρόνοι».

γεγονός ο Θέων θα επαναλάβει τη δεύτερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών. Θα δείξει πώς βρίσκεται η τιμή 16° 57΄ η οποία αντιστοιχεί στην ενδιάμεση τιμή 348$^{\chi\rho}$:[84]

Ἐπιβάλλουσι δὲ τοῖς τμη χρόνοις παρακεῖσθαι τῶν Ἰχθύων μοίρας ις νζ[85] ἔγγιστα, ὡς ἐν τῷ α΄ βιβλίῳ διὰ τῶν ὑπεροχῶν ἐδηλώσαμεν, τόνδε τὸν τρόπον· ἐπεὶ γὰρ τῷ ἐλάσσονι τῶν τμη, τουτέστιν τῷ τμα λε, παράκεινται τοῦ ζῳδιακοῦ ἐν τῷ ἐπ᾽ ὀρθῆς τῆς σφαίρας σελιδίῳ τῶν Ἰχθύων μοῖραι ι, τῷ δὲ μείζονι τοῦ τμη, τουτέστιν τῷ τν ν παράκεινται μοῖραι κ, ἐπιλογιζόμεθα πόσαι ταῖς τμη ἐπιβάλλουσιν, οὕτως· Ἐκθέμενοι αὐτοὺς ὡς ὑπογέγραπται, καὶ λαμβάνοντες τὴν διαφορὰν τῶν τμα λε πρὸς τὰ τν ν, ἃ γίνεται θ ιε, καὶ τῶν τμα λε πάλιν πρὸς τὰ τμη, ἃ γίνεται ὁμοίως ς κε, καὶ τῶν παρακειμένων τοῦ ζῳδιακοῦ μοιρῶν ι καὶ κ, ἃ γίνεται ι, καὶ ποιοῦντες ὡς ἡ διαφορὰ τῶν τμα λε πρὸς τὰ τν ν, πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ι πρὸς τὰ κ, οὕτως τὴν διαφορὰν τῶν τμα λε πρὸς τὰ τμη, πρὸς ἄλλον τινά· τουτέστιν ὡς θ ιε πρὸς ι, οὕτως ς κε πρὸς ἄλλον τινά· εὑρίσκεται δὲ ὁ τέταρτος ἀνάλογον μοιρῶν ς νζ, πολλαπλασιαζόντων ἡμῶν τὸν ς κε ἐπὶ τὰ ι καὶ μεριζόντων παρὰ τὸν θ ιε· ἃς προσθέντες τῇ δεκαμοιρίᾳ τοῦ ζῳδιακοῦ τῶν Ἰχθύων, ἕξομεν τὰς ἐπιβαλλούσας τοῖς τμη χρόνοις τοῦ ζῳδιακοῦ τῶν Ἰχθύων μοιρῶν ις νζ. (RII.719.18-720.11)

Απόδοση του αρχαίου κειμένου[86]

Στους δε 348 χρόνους οφείλουν να αντιστοιχούν κατά προσέγγιση 16° 57΄ κατ᾽ αυτόν εδώ τον τρόπο, όπως κάναμε φανερό στο πρώτο βιβλίο διά των διαφορών. Διότι, αφού στον μικρότερο του [αριθμού] 348$^{\chi\rho}$, δηλαδή στον [αριθμό] 341$^{\chi\rho}$ 35΄, αντιστοιχούν στο σελίδιο για την ορθή σφαίρα οι 10 μοίρες των Ιχθύων του ζωδιακού και στον μεγαλύτερο <του αριθμού> 348$^{\chi\rho}$ δηλαδή στον <αριθμό> 350$^{\chi\rho}$ 50΄ αντιστοιχούν 20 μοίρες, υπολογίζουμε πόσες <μοίρες> αντιστοιχούν στους 348$^{\chi\rho}$ ως εξής: αφού πρώτα εκθέσουμε αυτούς <τους αριθμούς> όπως φαίνεται παρακάτω και αφού πάρουμε τη διαφορά <των> 341$^{\chi\rho}$ 35΄ και 350$^{\chi\rho}$ 50΄, η οποία είναι 9$^{\chi\rho}$ 15΄, και πάλι <τη διαφορά> των 341$^{\chi\rho}$ 35΄ και 348$^{\chi\rho}$, η οποία είναι ομοίως 6$^{\chi\rho}$ 25΄, και <τη διαφορά> των αντίστοιχων μοιρών του ζωδιακού <δηλαδή των> 10° και 20°, η οποία είναι 10°, και *ποιοῦντες ὡς* η διαφορά των 341$^{\chi\rho}$ 35΄ και 350$^{\chi\rho}$ 50΄ *πρὸς* τη διαφορά των 10° και 20°, *οὕτως* τη διαφορά των 341$^{\chi\rho}$ 35΄ και 348$^{\chi\rho}$ *πρὸς ἄλλον τινά,*

[84] Ο Θέων την τιμή 16° 57΄ την είχε αναφέρει προηγουμένως, κατά προσέγγιση, ως 17°.

[85] Στην κριτική έκδοση του Rome, στο αρχαίο κείμενο, στο σημείο αυτό υπάρχει η τιμή ις μζ αντί της τιμής ις νζ. Αν κρίνουμε από το γεγονός ότι στο κριτικό υπόμνημα ο Rome δεν αναφέρει παραλλαγές για τη συγκεκριμένη τιμή, φαίνεται ότι αυτή η γραφή υπάρχει σε όλα τα χειρόγραφα που χρησιμοποίησε για την έκδοσή του. Ας σημειώσουμε όμως ότι στα χειρόγραφα παρατηρείται συχνά η σύγχυση των γραμμάτων ν και μ. Περί αυτού πρόκειται και στη συγκεκριμένη περίπτωση. Ας σημειώσουμε επίσης ότι στην έκδοση του Halma (1821, II, 92) υπάρχει η τιμή ις νζ την οποία και υιοθετώ ως ανάγνωση διότι η τιμή ις νζ είναι αυτή που, όπως θα δούμε, προκύπτει και η οποία εξάλλου αναφέρεται και στο τέλος του αρχαίου κειμένου.

[86] Για τη γαλλική μετάφραση του κειμένου βλ. (Halma 1821, II, 92-93).

δηλαδή, *ὡς* $9^{\chi p}$ 15΄ *πρὸς* 10° *οὕτως* $6^{\chi p}$ 25΄ *πρὸς ἄλλον τινά·* βρίσκεται δε η τέταρτη ανάλογος 6° 57΄, αν πολλαπλασιάσουμε τον <αριθμό> $6^{\chi p}$ 25΄ επί 10° και αν διαιρέσουμε με τον <αριθμό> $9^{\chi p}$ 15΄· τις οποίες <μοίρες> αφού προσθέσουμε στις δέκα μοίρες των Ιχθύων του ζωδιακού, θα έχουμε ότι οι μοίρες των Ιχθύων του ζωδιακού που αντιστοιχούν στους $348^{\chi p}$ είναι 16° 57΄.[87]

Στην εισαγωγή που κάνει ο Θέων στο παραπάνω χωρίο, δηλώνει ότι το ζητούμενο, δηλαδή η τιμή 16° 47΄, βρίσκεται με τον τρόπο που εξήγησε στο πρώτο βιβλίο και τον οποίο χαρακτηρίζει ως τρόπο *διὰ τῶν ὑπεροχῶν* (διά των διαφορών).[88] Ο Θέων αναφέρεται στη δεύτερη μέθοδο που υπέδειξε για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών, δηλαδή στη μέθοδο *χωρίς* χρήση του τρίτου σελιδίου, την οποία και θα εφαρμόσει προκειμένου να δείξει πώς βρίσκεται η ζητούμενη τιμή.

Το πρώτο που κάνει ο Θέων είναι να παρουσιάσει τις πέντε τιμές που εμπλέκονται στη διαδικασία εύρεσης του ζητουμένου και εκ των οποίων οι τέσσερεις *είναι* καταχωρημένες στο κανόνιο. Οι δύο από τις καταχωρημένες τιμές είναι οι τιμές 10° και 20°, οι οποίες βρίσκονται στο πρώτο σελίδιο (που φέρει την επιγραφή *δεκαμοιρίαι*) και εκφράζουν αντίστοιχα την πρώτη και δεύτερη δεκαμοιρία των Ιχθύων. Οι δύο άλλες καταχωρημένες τιμές είναι οι αντίστοιχες των τιμών 10° και 20°, δηλαδή οι τιμές $341^{\chi p}$ 35΄ και $350^{\chi p}$ 50΄, οι οποίες βρίσκονται στο τρίτο σελίδιο (που φέρει την επιγραφή *χρόνοι ἐπισυναγόμενοι*). Η πέμπτη τιμή είναι η ενδιάμεση τιμή $348^{\chi p}$, η οποία βρίσκεται ανάμεσα στις τιμές $341^{\chi p}$ 35΄ και $350^{\chi p}$ 50΄. Μετά την

---

[87] Η φράση «ποιοῦντες ὡς [...] πρὸς [...], οὕτως [...] πρὸς ἄλλον τινά» αποτελεί μια στερεότυπη έκφραση, η οποία χρησιμοποιείται στα αρχαία ελληνικά μαθηματικά για να δηλώσει τον σχηματισμό μιας αναλογίας, στην οποία ο τέταρτος όρος είναι άγνωστος. Σε πολλές περιπτώσεις, αντί του ρηματικού τύπου *ποιοῦντες* προτάσσεται κάποιος από τους ρηματικούς τύπους *ποιοῦμεν, ποιήσαντες, ἐὰν ποιήσωμεν, ἐὰν ποιῶμεν, ἐὰν ποιηθῇ, πεποιήσθω, ποίησον*, και, πολύ σπάνια, κάποιος από τους ρηματικούς τύπους *γεγονέτω, ἐὰν γένηται*. Επίσης, ανάλογα με τα συμφραζόμενα, δηλαδή, ανάλογα με τα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για να σχηματιστεί η αναλογία, η έκφραση *πρὸς ἄλλον τινά*, η οποία δηλώνει τον άγνωστο όρο της αναλογίας, αντικαθίσταται από την έκφραση *πρὸς ἄλλην τινά* ή από την έκφραση *πρὸς ἄλλο τι*. Η αναλογία στην οποία όλοι οι όροι είναι γνωστοί διατυπώνεται πάντοτε με τη στερεότυπη έκφραση «ὡς [...] πρὸς [...], οὕτως [...] πρὸς [...]». Πιστεύοντας ότι η διατύπωση των δύο παραπάνω εκφράσεων στα αρχαία ελληνικά είναι απολύτως κατανοητή, θεώρησα προτιμότερο να τις διατηρήσω ως έχουν στο αρχαίο κείμενο, στην προσπάθειά μου να παραμείνω, στο βαθμό του δυνατού, πιστή στο αρχαίο κείμενο.

[88] Ας σημειώσουμε ότι ο Halma (1821, II, 92) στη μετάφραση του παραπάνω χωρίου του Θέωνα δεν περιλαμβάνει τη μετάφραση της φράσης *διὰ τῶν ὑπεροχῶν*, ενώ η φράση αυτή υπάρχει στην έκδοση που κάνει του αρχαίου κειμένου. Με όλο τον σεβασμό στον Halma, θεωρώ ότι δεν θα έπρεπε να αγνοήσει αυτή τη φράση. Διότι, πέρα από το γεγονός ότι η χρήση αυτής της φράσης από τον Θέωνα συνάδει με τη γενικότερη συνήθειά του να 'δίνει ονομασίες', στη συγκεκριμένη περίπτωση η χρήση της έχει ιδιαίτερη σημασία. Ο Θέων θέλει με αυτή τη φράση να διευκρινίσει σε ποια από τις δύο μεθόδους που παρουσίασε στο πρώτο βιβλίο για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών αναφέρεται. Βασιζόμενος στο συγκεκριμένο χαρακτηριστικό της δεύτερης μεθόδου, το οποίο είναι η χρήση διαφορών, την 'ονομάζει' μέθοδο *διὰ τῶν ὑπεροχῶν* για να την διαχωρίσει από την πρώτη μέθοδο, και με τη χρήση αυτής της ονομασίας παραπέμπει τον αναγνώστη στη συγκεκριμένη μέθοδο.

παρουσίαση των τιμών ο Θέων καλεί τον αναγνώστη να κατατάξει τις τιμές με τον τρόπο που υποδεικνύει και τον οποίο είχε υποδείξει και στο πρώτο βιβλίο, όταν παρουσίασε τη δεύτερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών. Αυτό που μένει είναι να εφαρμοστούν τα βήματα της μεθόδου την οποία έχει παρουσιάσει ο Θέων και την οποία επαναλαμβάνει μέσω του συγκεκριμένου παραδείγματος.

Προκειμένου και πάλι να έχουμε σαφέστερη εικόνα ας καταγράψουμε τα δεδομένα και το ζητούμενο που εμπλέκονται στη συγκεκριμένη εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου εύρεσης ενδιάμεσων τιμών.

Δεκαμοιρίαι Ιχθύων	Χρόνοι επισυναγόμενοι
$\alpha = 10^o$	$\alpha_1 = 341^{\chi\rho}\ 35'$
γ = ζητούμενο τόξο	$\gamma_1 = 348^{\chi\rho}$
$\beta = 20^o$	$\beta_1 = 350^{\chi\rho}\ 50'$

Το πρώτο που καλείται να κάνει ο αναγνώστης είναι να βρει τις τρεις διαφορές οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στη διαδικασία εύρεσης της ζητούμενης τιμής.

Αν θέσουμε $\alpha= 10^o$, $\beta= 20^o$, $\alpha_1 =341^{\chi\rho}\ 35'$, $\beta_1= 350^{\chi\rho}\ 50'$, $\gamma_1= 348^{\chi\rho}$, και γ τη ζητούμενη τιμή , τότε, σύμφωνα με την περιγραφή του Θέωνα, τα πρώτα βήματα της διαδικασίας προκειμένου να βρεθεί η τιμή γ, είναι τα εξής:[89]

1. Βρίσκουμε τη διαφορά β_1-α_1, $[350^{\chi\rho}\ 50' - 341^{\chi\rho}\ 35' = 9^{\chi\rho}\ 15']$

2. Βρίσκουμε τη διαφορά γ_1-α_1, $[348^{\chi\rho} -341^{\chi\rho}\ 35'=6^{\chi\rho}\ 25']$

3. Βρίσκουμε τη διαφορά β-α, $[20^o-10^o=10^o]$

Το επόμενο βήμα που καλείται να κάνει ο αναγνώστης είναι να σχηματίσει την αναλογία της οποίας οι τρεις όροι θα είναι οι τρεις διαφορές που βρέθηκαν, ενώ ο τέταρτος όρος θα είναι κάποιος άλλος (*πρὸς ἄλλον τινά*). Ο *ἄλλος τις* που αναφέρει ο Θέων είναι η τέταρτη ανάλογος (δ) των τριών γνωστών διαφορών. Επομένως το επόμενο βήμα είναι ο σχηματισμός της αναλογίας.

4. Σχηματίζουμε την αναλογία $(\beta_1-\alpha_1):(\beta-\alpha) :: (\gamma_1-\alpha_1):\delta$, $[(350^{\chi\rho}-341^{\chi\rho}\ 35'):(20^o-10^o)::(348^{\chi\rho}-341^{\chi\rho}\ 35'):\delta\rightarrow(9^{\chi\rho}\ 15'):10^o :: (6^{\chi\rho}\ 25'):\delta)]$

5. Βρίσκουμε την τέταρτη ανάλογο: $\delta= [(\gamma_1-\alpha_1) \cdot (\beta-\alpha)]:(\beta_1-\alpha_1)$, $\{[(6^{\chi\rho}\ 25') \times 10^o]:(9^{\chi\rho}\ 15') = 6^o\ 57'\}$

6. Προσθέτουμε την τέταρτη ανάλογο δ στο α, $[10^o +6^o\ 57'=16^o\ 57']$

Άρα, η ζητούμενη τιμή δίδεται από τη σχέση $\gamma = \alpha+\delta$ (10) , όπου $\delta= [(\gamma_1-\alpha_1) \cdot (\beta-\alpha)]:(\beta_1-\alpha_1)$.[90]

[89] Την εφαρμογή κάθε βήματος για τις συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές που εμπλέκονται στη διαδικασία την παρενθέτω δίπλα σε κάθε βήμα.

- *Σχόλια για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών σε οποιοδήποτε κανόνιο*

Στο παράδειγμα που εξετάσαμε ο Θέων δείχνει πώς μπορεί να βρεθεί με αριθμητική μέθοδο το τόξο της εκλειπτικής με το οποίο συναναφέρεται ένα δοθέν τόξο του ισημερινού η τιμή όμως του οποίου δεν υπάρχει στο αντίστοιχο κανόνιο. Δείχνει δηλαδή πώς βρίσκεται μια ενδιάμεση τιμή του κανονίου *τῶν κατὰ δεκαμοιρίαν ἀναφορῶν*. Ο Πτολεμαίος είχε δείξει τη γεωμετρική διαδικασία που ακολουθούμε προκειμένου να βρούμε το τόξο του ισημερινού το οποίο συναναφέρεται με ένα τόξο δέκα μοιρών της εκλειπτικής.[91] Με άλλα λόγια, είχε δείξει πώς, δοθείσης μιας τιμής καταχωρημένης στο πρώτο σελίδιο του κανονίου, μπορεί να βρεθεί με γεωμετρικό τρόπο η αντίστοιχη τιμή του τρίτου σελιδίου. Την αντίστροφη διαδικασία ο Πτολεμαίος την είχε αφήσει και πάλι στον αναγνώστη. Όταν βέβαια η δοθείσα τιμή είναι καταχωρημένη στο κανόνιο αρκεί μια ματιά σε αυτό προκειμένου να βρούμε την αντίστοιχη τιμή που ζητάμε. Όταν όμως η δοθείσα τιμή είναι ενδιάμεση τότε ο αναγνώστης, προκειμένου να βρει την αντίστοιχη τιμή της, πρέπει είτε να σκεφτεί μόνος του ποια είναι η αντίστροφη γεωμετρική διαδικασία και να την εφαρμόσει είτε να εφαρμόσει την αριθμητική μέθοδο χρησιμοποιώντας το κανόνιο. Ο Θέων, μέσω του συγκεκριμένου παραδείγματος δείχνει την αντίστροφη διαδικασία με τη χρήση του κανονίου. Δείχνει, δηλαδή, πώς δοθείσης μιας ενδιάμεσης τιμής του τρίτου σελιδίου μπορεί να βρεθεί η αντίστοιχη τιμή του πρώτου σελιδίου.[92] Για την εύρεση

---

[90] Είναι $\gamma=10^{o}+[(6^{\chi\rho}\ 25')\times 10^{o}]:(9^{\chi\rho}\ 15')=10^{o}+(60^{\chi\rho}\ 250'):(9^{\chi\rho}\ 15')\approx 10^{o}+6^{o}\ 57'=16^{o}\ 57'$. Την τιμή $6^{o}\ 57'$ που αναφέρει ο Θέων ως αποτέλεσμα της διαίρεσης $(60^{\chi\rho}\ 250'):(9^{\chi\rho}\ 15')$ την έχει στρογγυλοποιήσει. Εκτέλεσα αυτή τη διαίρεση και βρήκα το πηλίκο μέχρι τα εξηκοστά όγδοης τάξης. Προκύπτει ως πηλίκο ο αριθμός $6^{o}\ 56'\ 12''\ 58'''\ 22^{(4)}\ 42^{(5)}\ 9^{(6)}\ 43^{(7)}\ 47^{(8)}$ και μένει ως υπόλοιπο περίπου ενάμιση όγδοο εξηκοστό. Επομένως και η τελική τιμή που βρέθηκε είναι κατά προσέγγιση $16^{o}\ 57'$, κάτι το οποίο ο Θέων δηλώνει από την αρχή με τη λέξη ἔγγιστα.

[91] Τη συγκεκριμένη διαδικασία την είχε παρουσιάσει μέσω δύο συγκεκριμένων παραδειγμάτων που έκανε για τη Ρόδο. Βλ. H1.121.3-124.2.

[92] Η εφαρμογή της αντίστροφης διαδικασίας που παρουσίασε ο Θέων είναι εντελώς απαραίτητη κατά την επίλυση σημαντικών προβλημάτων της σφαιρικής αστρονομίας. Η εφαρμογή αυτής της διαδικασίας αποτελεί ένα από τα προαπαιτούμενα προκειμένου 1) να βρεθεί το ανατέλλον σημείο της εκλειπτικής (ωροσκόπος) σε δεδομένο τόπο και χρόνο (βλ. H1.143.17-144.5), 2) να βρεθεί το σημείο της εκλειπτικής που μεσουρανεί σε δεδομένο τόπο και χρόνο (βλ.H1.144.6-13) και 3) να βρεθεί το σημείο της εκλειπτικής που μεσουρανεί όταν δίδεται το σημείο της εκλειπτικής που ανατέλλει, καθώς και το αντίστροφο πρόβλημα (βλ. H1.144.14-145.4). Ας σημειώσουμε ότι ο ίδιος ο Πτολεμαίος, όταν περιγράφει τη διαδικασία εύρεσης του ζητουμένου στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις, αναφέρει την αντίστροφη διαδικασία με χρήση του κανονίου ως τελικό βήμα της όλης διαδικασίας που ακολουθείται. Στην τρίτη περίπτωση, για παράδειγμα, η περιγραφή που κάνει τελειώνει ως εξής: «ἐπισκεψόμεθα ἐκ τῆς ἐπισυναγωγῆς τοῦ ὑποκειμένου κλίματος, ποία μοῖρα παράκειται τῷ ἀριθμῷ, κἀκείνην τότε ἀνατέλλουσαν εὑρήσομεν» (H1.145.1-3. Πρβλ. H1.144.4-5, 11-13, 19-21). Δηλαδή, ο Πτολεμαίος παραπέμπει σε μια διαδικασία την οποία ο ίδιος δεν έχει εξετάσει. Ο Θέων, σχολιάζοντας την περιγραφή της όλης διαδικασίας που κάνει ο Πτολεμαίος στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις, παρουσιάζει συγκεκριμένα παραδείγματα,

της ζητούμενης τιμής επιλέγει να εφαρμόσει τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο στην οποία ο χειρισμός των ανάλογων ποσών γίνεται με χρήση αναλογίας. Πρέπει όμως να επισημάνουμε ότι αν κάποιος επιλέξει να εφαρμόσει την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο, θα καταλήξει στο ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα. Προκειμένου να εφαρμοστεί η πρώτη μέθοδος, το πρώτο που πρέπει να γίνει είναι να βρεθεί ο *συντελεστής παρεμβολής*, ο οποίος, στην περίπτωση του πίνακα χορδών είναι καταγεγραμμένος στο τρίτο σελίδιο (των εξηκοστών). Στο συγκεκριμένο κανόνιο που εξετάζουμε δεν υπάρχει αντίστοιχο σελίδιο *συντελεστών παρεμβολής*. Επομένως, πρέπει κανείς να βρει μόνος του τον *συντελεστή παρεμβολής* που είναι ο αριθμός των χρόνων που αναλογεί σε παραύξηση του τόξου κατά μία μοίρα και βρίσκεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο με τον οποίο έχουν βρεθεί οι αριθμοί του τρίτου σελιδίου του πίνακα χορδών. Ας δούμε την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου, παρενθέτοντας και πάλι δίπλα σε κάθε βήμα τις συγκεκριμένες αριθμητικές τιμές που εμπλέκονται σε αυτό.

Για να βρεθεί ο *συντελεστής παρεμβολής* πρέπει η διαφορά β_1-α_1, [$9^{\chi\rho}$ 15΄] να διαιρεθεί με τον αριθμό που εκφράζει τη διαφορά β-α, [10]. Άρα πρέπει να γίνει η διαίρεση (β_1-α_1):(β-α), [($9^{\chi\rho}$ 15΄):10]. Το πηλίκο αυτής της διαίρεσης είναι ο ζητούμενος *συντελεστής παρεμβολής* (για τον οποίο θα χρησιμοποιήσω τον συμβολισμό σ_π). Δηλαδή σ_π= [(β_1-α_1):(β-α)], [($9^{\chi\rho}$ 15΄):10=55΄ 30΄΄]. Στη συνέχεια πρέπει να βρεθεί πόσες φορές χωράει ο *συντελεστής παρεμβολής* στη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στη δοθείσα ενδιάμεση τιμή γ_1 ($348^{\chi\rho}$) και στην μικρότερή της α_1 ($341^{\chi\rho}$ 35΄), δηλαδή στη διαφορά γ_1- α_1, [$6^{\chi\rho}$ 25΄]. Οπότε πρέπει να γίνει η διαίρεση (γ_1- α_1): σ_π, [($6^{\chi\rho}$ 25΄) : (55΄ 30΄΄)]. Το πηλίκο αυτής της διαίρεσης θα προστεθεί στην τιμή α, [10°], για να βρεθεί τελικά η τιμή γ που αντιστοιχεί στην ενδιάμεση τιμή γ_1 [$348^{\chi\rho}$]. Άρα η ζητούμενη τιμή δίδεται από τη σχέση: γ= α+(γ_1- α_1): σ_π (11), όπου σ_π= (β_1-α_1):(β-α). Η σχέση αυτή αποτυπώνει μια γενική αλγοριθμική διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, υπό την έννοια ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές για οποιοδήποτε κανόνιο συμπεριλαμβανομένου του πίνακα χορδών. Ας θυμηθούμε ότι για τον πίνακα χορδών η σχέση με την οποία βρίσκεται το τόξο γ που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση χορδή είναι η σχέση γ=α+ (χρδγ-χρδα):ε_α (2), όπου ε_α = (χρδβ-χρδα): (β-α). Είναι ξεκάθαρο ότι οι σχέσεις (2) και (11) αποτυπώνουν την ίδια αλγοριθμική διαδικασία, δηλαδή την αντίστροφη της πρώτης διαδικασίας που έδειξε ο Θέων για τον πίνακα χορδών (*με* χρήση του τρίτου

περιγράφοντας σε κάθε περίπτωση με μεγαλύτερη σαφήνεια το τελικό βήμα, το οποίο είναι η εύρεση μιας τιμής του πρώτου σελιδίου όταν δίδεται μια τιμή του τρίτου σελιδίου. Τα σχόλιά του στην τρίτη περίπτωση, για παράδειγμα, τελειώνουν ως εξής: «τοὺς λοιποὺς ΕΘ εἰσαγαγόντες εἰς τὸ ἐπιζητούμενον κλίμα κατὰ τὸ τῆς ἐπισυναγωγῆς σελίδιον, τὴν παρακειμένην αὐτοῖς κατὰ τὸ α΄ σελίδιον τοῦ ζῳδιακοῦ μοῖραν οἷον τὴν κατὰ τὸ Β ἀνατέλλουσαν εὑρήσομεν» (RII.722.2-5). Δηλαδή, αν τον αριθμό που έχουμε βρει τον εισαγάγουμε στο τρίτο σελίδιο (ἐπισυναγωγῆς), για τον τόπο που εξετάζουμε, θα βρούμε από το πρώτο σελίδιο το τόξο της εκλειπτικής που μεσουρανεί. Ο Θέων στο κομμάτι των σχολίων που αφιερώνει στην περιγραφή που κάνει ο Πτολεμαίος στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις, περιγράφει με ανάλογο τρόπο 6 φορές ακόμη το τελικό βήμα της όλης διαδικασίας (βλ. RII.714.1-3 και 16-18, RII.716.12-15, RII.717.1-4 και 11-14 και RII.721.14-16. Για τα σχόλια του Θέωνα στην περιγραφή κάθε περίπτωσης από τον Πτολεμαίο βλ. αντίστοιχα RII.712.14-18, RII.714.19-720.11 και RII.720.12-722.5).

σελιδίου). Η μόνη διαφορά είναι ότι στη διαδικασία που αποτυπώνεται από τη σχέση (11) εμπεριέχεται και ο υποαλγόριθμος για την εύρεση του *συντελεστή παρεμβολής* (σ_π), ο οποίος αποτυπώνεται με τη σχέση $\sigma_\pi = (\beta_1-\alpha_1):(\beta-\alpha)$. Ενώ στη διαδικασία που αποτυπώνεται από τη σχέση (2) ο *συντελεστής παρεμβολής* (ε_α) είτε λαμβάνεται από το τρίτο σελίδιο του πίνακα χορδών είτε υπολογίζεται και αυτός με τον υποαλγόριθμο που αποτυπώνεται με τη σχέση ε_α = (χρδβ-χρδα): (β-α). Αν επομένως στην εφαρμογή της αλγοριθμικής διαδικασίας για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές του πίνακα χορδών ενσωματωθεί και η εφαρμογή του υποαλγορίθμου (αν δηλαδή βρίσκει κανείς μόνος του τους *συντελεστές παρεμβολής* αντί να τους παίρνει έτοιμους από το τρίτο σελίδιο), προκύπτει ξεκάθαρα ότι πρόκειται για την ίδια ακριβώς διαδικασία, η εφαρμογή της οποίας, ας σημειώσουμε, οδηγεί σε κάθε περίπτωση στο ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα στο οποίο οδηγεί και η εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου.[93]

Όπως στην περίπτωση του πίνακα χορδών έτσι και στην περίπτωση του κανονίου που εξετάσαμε η εύρεση της ενδιάμεσης τιμής βασίζεται στην *αρχή της αναλογικής παραύξησης*. Βάσει αυτής της αρχής, για τις ενδιάμεσες τιμές των δύο διαστημάτων [α, β] και [α_1, β_1] ισχύει: η παραύξηση της ενδιάμεσης τιμής γ του διαστήματος [α, β] των τόξων, δηλαδή η διαφορά γ-α, είναι ανάλογη με την παραύξηση της αντίστοιχης ενδιάμεσης τιμής γ_1 του διαστήματος [α_1, β_1] των επισυναγόμενων χρόνων, δηλαδή με τη διαφορά $\gamma_1-\alpha_1$. Επομένως, το τελικό ζητούμενο, προκειμένου να βρεθεί το τόξο που ζητείται, είναι η τιμή του τόξου που αναλογεί στη διαφορά $\gamma_1-\alpha_1$ των χρόνων. Αν επιλέξουμε την εφαρμογή τη δεύτερης μεθόδου αυτό σημαίνει ότι πρέπει να βρεθεί η τέταρτη ανάλογος των διαφορών $\beta_1-\alpha_1$, $\gamma_1-\alpha_1$ και β-α. Και αυτό επιλέγει να κάνει ο Θέων προκειμένου να δείξει ότι η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος ή αλλιώς η μέθοδος διὰ τῶν ὑπεροχῶν, όπως την ονομάζει, την οποία είχε υποδείξει για τον πίνακα χορδών, μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε κανόνιο.[94]

---

[93] Για το συγκεκριμένο παράδειγμα που εξετάζουμε, η ζητούμενη τιμή δίδεται από τη σχέση γ=10°+(6$^{\chi\rho}$ 25΄): [(9$^{\chi\rho}$ 15΄):10] = 10°+(6$^{\chi\rho}$ 25΄): (55΄ 30΄΄). Το πηλίκο της διαίρεσης (6$^{\chi\rho}$ 25΄): (55΄ 30΄΄) είναι το ίδιο ακριβώς με το πηλίκο της διαίρεσης (60$^{\chi\rho}$ 250΄): (9$^{\chi\rho}$ 15΄), η οποία έγινε στο τέλος κατά την εφαρμογή της δεύτερης μεθόδου. Προκύπτει δηλαδή και πάλι, κατά προσέγγιση, η τιμή 6° 57΄. Και στην προκειμένη περίπτωση εκτέλεσα τη διαίρεση μέχρι τα εξηκοστά όγδοης τάξης και βρήκα το ίδιο ακριβώς πηλίκο που είναι ο αριθμός 6° 56΄ 12΄΄ 58΄΄΄ 22$^{(4)}$ 42$^{(5)}$ 9$^{(6)}$ 43$^{(7)}$ 47$^{(8)}$ και έμεινε και πάλι ως υπόλοιπο περίπου ενάμιση όγδοο εξηκοστό (πρβλ.υποσημ. 90).

[94] Το γεγονός ότι η μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε κανόνιο ο Θέων δεν το αναφέρει ρητά στα *Σχόλια* στη *Μεγίστη*. Το αναφέρει όμως στο *Μικρό Σχόλιο* στους *Πρόχειρους Κανόνες* του Πτολεμαίου, όπου παρουσιάζει μέσω ενός παραδείγματος τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο δηλώνοντας πρώτα ότι μπορεί να εφαρμοστεί για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές σε οποιοδήποτε κανόνιο: «Λαμβάνεται δὲ **καθόλου** ὁ ἐξ ἀναλόγου παρακεῖσθαι ὀφείλων τῷ εἰσαγομένῳ ἀριθμῷ ὅταν μὴ τύχῃ τυγχάνων ἐν τῷ κανόνι ἐκκείμενος, καὶ ὡς ἐπὶ τοῦ προκειμένου τῷ τῶν τμα μζ΄, τόνδε τὸν τρόπον· **λαμβάνοντες** γὰρ **τὸν ἔγγιστα αὐτοῦ ἐλάσσονα** κατὰ τὸ αὐτὸ πέμπτον κλίμα καὶ τὸ τοῦ Ὑδροχόου δωδεκατημόριον, ὡς τὸν τμα ια΄, **καὶ τὸν ἔγγιστα αὐτοῦ μείζονα**, ὡς τὸν τμα ν΄, **καὶ τὰς παρακειμένας αὐταῖς μοίρας** κατὰ τὴν ἀκροστιχίδα κη καὶ κθ **ἀπογραψόμεθα ὡς ὑποτέτακται**. Καὶ ἐπεὶ ταῖς μὲν τμα ια΄ παράκεινται τοῦ Ὑδροχόου μοῖραι κη, ταῖς δὲ τμα ν΄ τοῦ αὐτοῦ δωδεκατημορίου μοῖραι κθ, **εὑρήσομεν πόσαι ἐξ ἀναλόγου ἐπιβάλλουσι ταῖς** τμα μζ΄, **λαμβάνοντες τὴν ὑπεροχὴν τῶν** τμα ν΄ **πρὸς τὰ** τμα ια΄, οἷον τὰ λθ΄, **καὶ τῶν** κθ

Αυτή τη φορά, περιγράφοντας τα βήματα της διαδικασίας διατυπώνει ρητά την αναλογία που χρησιμοποιείται και την οποία είχε απλώς υποδηλώσει την πρώτη φορά που παρουσίασε την ίδια διαδικασία για τον πίνακα χορδών. Επαναλαμβάνει επίσης τα βήματα του υποαλγορίθμου για την εύρεση της τέταρτης αναλόγου, ο οποίος, εν τέλει, αποτελεί το 'κλειδί' της αλγοριθμικής διαδικασίας για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα που εξετάσαμε ο Θέων παρουσιάζει, όπως είδαμε, για το συγκεκριμένο κανόνιο την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή, δείχνει πώς βρίσκεται η τιμή του πρώτου σελιδίου που αντιστοιχεί σε μια δοθείσα ενδιάμεση τιμή του τρίτου σελιδίου. Πρέπει όμως να επισημάνουμε ότι η ίδια μέθοδος εφαρμόζεται και στην περίπτωση που δίδεται μια ενδιάμεση τιμή του πρώτου σελιδίου και ζητείται η αντίστοιχη τιμή του τρίτου σελιδίου. Και στις δύο περιπτώσεις ισχύει η αναλογία $(\beta_1-\alpha_1):(\beta-\alpha) :: (\gamma_1-\alpha_1):(\gamma-\alpha)$, ενώ το τελικό ζητούμενο είναι η εύρεση της τέταρτης αναλόγου των τριών διαφορών που δίδονται. Από τις 4 διαφορές που υπάρχουν σε αυτή την αναλογία δίδονται οι τρεις και ζητείται η τέταρτη. Και στις δύο περιπτώσεις δίδονται πάντοτε οι διαφορές $\beta-\alpha$ και $\beta_1-\alpha_1$, δηλαδή οι διαφορές που σχηματίζονται από τις τιμές που είναι καταχωρημένες στο κανόνιο, ενώ, ανάλογα με την περίπτωση, δίδεται μια από τις διαφορές $\gamma_1-\alpha_1$, $\gamma-\alpha$ και ζητείται η άλλη. Προκύπτει νομίζω ξεκάθαρα ότι πρόκειται για μια γενικότερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, υπό την έννοια ότι μπορεί να εφαρμοστεί για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές ανεξαρτήτως του σελιδίου στο οποίο αυτές ανήκουν.[95] Και βέβαια πρόκειται για μια γενική μέθοδο υπό την έννοια ότι μπορεί να εφαρμοστεί για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών σε οποιοδήποτε κανόνιο και για οποιοδήποτε σελίδιο. Αρκεί κανείς κατά την εφαρμογή της να λάβει υπόψη του τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκάστοτε κανονίου. Ας δούμε τι ακριβώς σημαίνει αυτό.

Για οποιοδήποτε κανόνιο, στη διαδικασία εύρεσης ενδιάμεσων τιμών εμπλέκονται συνολικά πέντε δεδομένες αριθμητικές τιμές. Από αυτές τις τιμές οι τέσσερεις (δηλαδή οι τιμές α, β, α_1 και β_1) είναι καταχωρημένες στο εκάστοτε κανόνιο. Οι δύο από αυτές (δηλαδή οι τιμές α και β) είναι καταχωρημένες σε δύο *διαδοχικούς* στίχους ενός σελιδίου, ενώ οι αντίστοιχες τιμές τους (δηλαδή οι τιμές α_1 και β_1) είναι

πρὸς τὰ κη, ἃ γίγνεται ἑξηκοστὰ ξ΄, **καὶ ἔτι τῶν** τμα μζ΄ **πρὸς τὰ** τμα ια΄, ἅ ἐστιν ἑξηκοστὰ λς΄, **καὶ πολλαπλασιάσαντες τὰ** λς΄ **ἐπὶ τὰ** ξ΄, **καὶ τὰ συνηγμένα** ͵βρξ΄΄ **μερίζοντες παρὰ τὸν** λθ΄, **καὶ τὰ γιγνόμενα** νε΄ κγ΄΄ ἔγγιστα, τουτέστι πρῶτα ἑξηκοστὰ νε΄ καὶ δεύτερα κγ΄΄, **προστιθέντες ταῖς** κη μοίραις, **τὰς συναγομένας** τοῦ Ὑδροχόου **μοίρας** κη νε΄ κγ΄΄ **ἕξομεν ἐξ ἀναλόγου ἐπιβαλλούσας ταῖς εἰσενηνεγμέναις μοίραις** τμα μζ΄ τμα μζ΄, κη νε΄ κγ΄΄» (*PC*, 220.7-221.8). Χρησιμοποίησα έντονους χαρακτήρες για να επισημάνω το γεγονός ότι ο Θέων αυτή τη φορά παρουσιάζει με γενικότερους όρους τη διαδικασία.

[95] Αυτό ο Θέων φαίνεται να το θεωρεί αυτονόητο. Για παράδειγμα, αργότερα, όταν σχολιάζει το κεφάλαιο 9 του τρίτου βιβλίου, βρίσκει, για το ίδιο κανόνιο, μια τιμή του τρίτου σελιδίου η οποία αντιστοιχεί σε μια δοθείσα ενδιάμεση τιμή του πρώτου σελιδίου. Ωστόσο, για τον τρόπο με τον οποίο βρίσκεται αυτή η τιμή παραπέμπει στη μέθοδο που παρουσίασε και με την οποία είχε κάνει ακριβώς το αντίστροφο: «Ἐὰν γὰρ τὰς [...] μοίρας σνε εἰσαγάγωμεν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τοῖς εἰς τὸ β΄ βιβλίον ὑπομνήμασιν, [...], εὑρήσομεν [...] ἰσημερινοὺς χρόνους σν ιθ» (RIII. 935.22-26).

καταχωρημένες στους ίδιους στίχους κάποιου άλλου σελιδίου.[96] Η πέμπτη τιμή που δίδεται είναι η ενδιάμεση τιμή (δηλαδή είτε η τιμή γ είτε η τιμή γ_1) η οποία ανήκει είτε στο ένα σελίδιο (δηλαδή βρίσκεται ανάμεσα στις τιμές α και β) είτε στο άλλο (δηλαδή βρίσκεται ανάμεσα στις τιμές α_1 και β_1). Δεδομένων σε κάθε περίπτωση των τιμών α, β, α_1 και β_1 και της ενδιάμεσης τιμής γ ή γ_1, το ζητούμενο είναι να βρεθεί η ενδιάμεση τιμή γ_1 ή γ αντίστοιχα. Αυτό που πρέπει να γίνει πρώτα είναι να βρεθούν οι διαφορές που θα χρησιμοποιηθούν στην αναλογία. Και στο σημείο αυτό είναι που χρειάζεται να λάβει κανείς υπόψη του τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκάστοτε κανονίου. Στις συγκεκριμένες περιπτώσεις που μέχρι τώρα εξετάσαμε (για εύρεση ενδιάμεσων τιμών στον πίνακα χορδών και στο κανόνιο *τῶν κατὰ δεκαμοιρίαν ἀναφορῶν*), για τις τιμές που είναι καταχωρημένες στους δύο διαδοχικούς στίχους ισχύουν οι σχέσεις $\alpha<\beta$ και $\alpha_1<\beta_1$. Παρατηρούμε λοιπόν ότι η ανισοτική σχέση που συνδέει τις τιμές του ενός σελιδίου είναι ίδια με την ανισοτική σχέση που συνδέει τις αντίστοιχες τιμές του άλλου σελιδίου, δηλαδή ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1<\beta_1$. Αυτό σημαίνει ότι και στα δύο σελίδια οι τιμές παρουσιάζουν παραύξηση, δηλαδή, όταν αυξάνεται η τιμή που βρίσκεται στο ένα σελίδιο αυξάνεται και η αντίστοιχη τιμή που βρίσκεται στο άλλο σελίδιο. Για όλα λοιπόν τα κανόνια για τα οποία ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1<\beta_1$, σχηματίζεται η αναλογία $(\beta_1-\alpha_1):(\beta-\alpha) :: (\gamma_1-\alpha_1):(\gamma-\alpha)$, όπου $\alpha<\gamma<\beta$ και $\alpha_1< \gamma_1<\beta_1$. Στη συνέχεια βρίσκεται η διαφορά στην οποία υπάρχει η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή και η οποία, ανάλογα με το ποια ενδιάμεση τιμή ζητείται, είναι είτε η διαφορά $\gamma-\alpha$ είτε η διαφορά $\gamma_1-\alpha_1$. Με άλλα λόγια βρίσκεται η τέταρτη ανάλογος δ των διαφορών $\beta_1-\alpha_1$, $\beta-\alpha$ και $\gamma_1-\alpha_1$ (οπότε $\delta=\gamma-\alpha$) ή των διαφορών $\beta_1-\alpha_1$, $\beta-\alpha$ και $\gamma-\alpha$ (οπότε $\delta= \gamma_1-\alpha_1$). Για να βρεθεί η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή γ ή γ_1 πρέπει η τέταρτη ανάλογος δ να προστεθεί στην τιμή α ή α_1, αντίστοιχα.

Ωστόσο, τα παραπάνω δεν ισχύουν για όλα τα κανόνια. Σε αρκετά κανόνια παρατηρούμε ότι η ανισοτική σχέση που συνδέει τις τιμές που βρίσκονται στο ένα σελίδιο δεν είναι ίδια με την ανισοτική σχέση που συνδέει τις αντίστοιχες τιμές που βρίσκονται στο άλλο σελίδιο. Δηλαδή, στην περίπτωση αυτή ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1>\beta_1$.[97] Όταν δηλαδή αυξάνεται η τιμή που βρίσκεται στο ένα σελίδιο η αντίστοιχη

---

[96] Πρέπει να διευκρινίσουμε ότι παρατηρώντας ένα κανόνιο από πάνω προς τα κάτω θεωρούμε ότι οι τιμές α και α_1 βρίσκονται στον στίχο που προηγείται του στίχου στον οποίο βρίσκονται οι τιμές β και β_1.

[97] Και μάλιστα, στις περισσότερες περιπτώσεις, ακόμη και όταν πρόκειται για ένα και το αυτό κανόνιο παρατηρούμε μια εναλλαγή στις ανισοτικές σχέσεις που συνδέουν τις τιμές που υπάρχουν σε δύο διαφορετικά σελίδια. Δηλαδή, για ορισμένους στίχους ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1<\beta_1$, ενώ για άλλους στίχους ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1>\beta_1$. Εξετάζοντας όλα τα κανόνια της *Μεγίστης*, για τα οποία είναι ζητούμενο η εύρεση ενδιάμεσων τιμών, βλέπουμε ότι η ανισοτική σχέση που συνδέει τις τιμές ενός σελιδίου είναι ίδια με την ανισοτική σχέση που συνδέει τις αντίστοιχες τιμές ενός άλλου σελιδίου, για όλους τους στίχους και για όλα τα σελίδια, στα λιγότερα από αυτά, και συγκεκριμένα στον πίνακα χορδών (Η1.48-63), στο κανόνιο λοξώσεως (Η1.80-81), στο κανόνιο των παραλλάξεων (Η1.442-443), στα κανόνια ωρών και ημερών των μέσων κινήσεων του ηλίου (Η1.212-215) και των πλανητών (Η2.223-225, Η2.229-231, Η2.235-237, Η2.241-243 και Η2.247-249), στο κανόνιο ωρών των μέσων κινήσεων της σελήνης (Η1.286-289) και στο εκλειπτικό κανόνιο μεγέθους. Για όλα αυτά τα κανόνια ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1<\beta_1$, δηλαδή όταν αυξάνεται η τιμή στο ένα σελίδιο αυξάνεται

τιμή που βρίσκεται στο άλλο σελίδιο ελαττούται. Σε αυτές τις περιπτώσεις ισχύει η *αρχή της αναλογικής ελάττωσης*[98]: τα δύο ανάλογα ποσά είναι η παραύξηση που παρουσιάζει η ενδιάμεση τιμή γ, δηλαδή η διαφορά γ-α, και η ελάττωση που παρουσιάζει η αντίστοιχη ενδιάμεση τιμή γ_1, δηλαδή η διαφορά α_1-γ_1. Οπότε πρέπει να σχηματιστεί η αναλογία $(\alpha_1-\beta_1):(\beta-\alpha) :: (\alpha_1-\gamma_1):(\gamma-\alpha)$, όπου $\alpha<\gamma<\beta$ και $\alpha_1> \gamma_1>\beta_1$, και στη συνέχεια να βρεθεί η διαφορά στην οποία υπάρχει η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή. Αν η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή είναι η τιμή γ πρέπει να βρεθεί η διαφορά γ-α, δηλαδή η τέταρτη ανάλογος δ των διαφορών α_1-β_1, β-α και α_1-γ_1, οπότε δ=γ-α. Επομένως, για να βρεθεί η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή γ πρέπει η τέταρτη ανάλογος δ να προστεθεί στην τιμή α. Αν όμως η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή είναι η γ_1 πρέπει να βρεθεί η τέταρτη ανάλογος δ των διαφορών α_1-β_1, β-α και γ-α, οπότε δ= α_1-γ_1. Επομένως, για να βρεθεί η ζητούμενη ενδιάμεση τιμή γ_1 πρέπει αυτή τη φορά η τέταρτη ανάλογος δ να αφαιρεθεί από την τιμή α_1. Καταλαβαίνουμε, λοιπόν, ότι προκειμένου η εφαρμογή της μεθόδου να οδηγήσει σε σωστά αποτελέσματα, πρέπει κανείς να λάβει υπόψη του και να αξιοποιήσει τις πληροφορίες οι οποίες είναι αποτυπωμένες στο εκάστοτε κανόνιο σχετικά με τις σχέσεις που συνδέουν τις τιμές που είναι καταχωρημένες σε αυτό.[99] Ο Θέων δεν κάνει τέτοιου είδους υποδείξεις. Φαίνεται να θεωρεί δεδομένο ότι ο αναγνώστης είναι σε θέση να καταλάβει μόνος του ποια αναλογία θα χρησιμοποιήσει σε κάθε περίπτωση. Αυτό επίσης που παρουσιάζει ενδιαφέρον είναι ότι ο Θέων δεν χρησιμοποιεί πάντοτε τη μορφή της αναλογίας όπως την περιέγραψε αρχικά. Σε αρκετές περιπτώσεις χρησιμοποιεί την ἀνάπαλιν αναλογία, δηλαδή την αναλογία που προκύπτει αν αντιστρέψουμε τους δύο λόγους, καθώς επίσης και την ἐναλλὰξ αναλογία, δηλαδή την αναλογία που προκύπτει αν εναλλάξουμε τους μέσους ή τους άκρους όρους. Αυτό με τη σειρά του

και η αντίστοιχη τιμή στο άλλο σελίδιο. Στην ίδια κατηγορία μπορούμε να εντάξουμε και τη λεγόμενη "καταγραφή των οριζόντων". Δεν πρόκειται βέβαια για κανόνιο, υπό την έννοια ότι δεν αποτελείται από στίχους και σελίδια, αλλά πρόκειται για ένα διάγραμμα που αποτελείται από οκτώ ομόκεντρους κύκλους και στο οποίο, πέρα από διάφορες ονομασίες (των ζωδίων, των κλιμάτων κ.ά.) είναι καταγεγραμμένες και αριθμητικές τιμές για τις οποίες ισχύει: αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha_1<\beta_1$. Ο Θέων, στο έκτο βιβλίο των *Σχολίων* στη *Μεγίστη*, βρίσκει ενδιάμεσες τιμές και για την "καταγραφή των οριζόντων". [Σημείωση: η "καταγραφή των οριζόντων" στην έκδοση του Heiberg βρίσκεται στο τέλος του έκτου βιβλίου της *Μεγίστης*, αμέσως μετά τη σελίδα 608].

[98] Την έκφραση *αρχή της αναλογικής ελάττωσης* τη χρησιμοποιώ σε αντιδιαστολή με την έκφραση *αρχή της αναλογικής παραύξησης*, την οποία είχα δανειστεί από τον Heath. Ελλείψει αντίστοιχης έκφρασης στην ιστοριογραφία για την περίπτωση που εξετάζω, διαμόρφωσα την έκφραση του Heath, αντικαθιστώντας τη λέξη *παραύξηση* με τη λέξη *ελάττωση*, την οποία με τη σειρά της δανείστηκα από την έκφραση «καθ' ὁμαλὴν παραύξησιν ἢ ἐλάττωσιν» που χρησιμοποιεί ο Μετοχίτης για να κάνει τον ίδιο διαχωρισμό. (*Ἀστρονομικὴ Στοιχείωσις*, δεύτερο βιβλίο, ενδέκατο κεφάλαιο, *Vaticanus gr*. 1087, f. 221r /*Vaticanus gr*. 1365, f. 276r).

[99] Σχετικά με τις μαθηματικές πληροφορίες που αποτυπώνονται στα κανόνια της *Μεγίστης* βλ. (Sidoli 2014, 18).

υποδηλώνει ότι ο Θέων αποσκοπεί στην εξοικείωση του αναγνώστη με την εφαρμογή των ιδιοτήτων των αναλογιών.[100]

- *Ιστοριογραφικά σχόλια*

Το γεγονός ότι η διαδικασία της *γραμμικής παρεμβολής* που παρουσιάζει ο Θέων εφαρμόζεται όχι μόνο για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές στον πίνακα χορδών αλλά και σε οποιοδήποτε κανόνιο, έχει αγνοηθεί παντελώς από την ιστοριογραφία. Ενώ στην ιστοριογραφία της επιστήμης έχει τεθεί το ερώτημα πώς βρίσκει ο Πτολεμαίος ενδιάμεσες τιμές στους αριθμητικούς πίνακες, δεν γίνεται καθόλου μνεία στη συνεισφορά του Θέωνα στο συγκεκριμένο θέμα. Τουλάχιστον από τους ιστορικούς που γνωρίζουν το έργο του Θέωνα και απαντούν στο ερώτημα με τον ίδιο τρόπο που απαντά ο Θέων θα περιμέναμε να κάνουν κάποια μνεία στην πραγμάτευση του Θέωνα. Αυτό θα το περιμέναμε, για παράδειγμα, από τον Pedersen (2010) ο οποίος αναφέρει ότι ο Πτολεμαίος εύρισκε τις ενδιάμεσες τιμές με τη διαδικασία της γραμμικής παρεμβολής και προσθέτει ότι η διαδικασία αυτή αντιστοιχεί στον τύπο

$$f(x) = f(x_n) + [f(x_{n+1}) - f(x_n)] \cdot \frac{x - x_n}{x_{n+1} - x_n},$$

όπου x είναι μία αυθαίρετη τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής η οποία βρίσκεται ανάμεσα σε δύο διαδοχικές τιμές x_n και x_{n+1} που είναι καταχωρημένες στον πίνακα (ό.π., σ. 84).[101] Η σχέση με την οποία αποτυπώνει ο Pedersen τη διαδικασία της γραμμικής παρεμβολής διαφέρει μόνο ως προς τον συμβολισμό από τη σχέση με την οποία αποτυπώσαμε τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που υποδεικνύει ο Θέων, δηλαδή από τη σχέση $\gamma = \alpha+\delta$ (10) , όπου $\delta= [(\gamma_1-\alpha_1) \cdot (\beta-\alpha)]:(\beta_1-\alpha_1)$.[102]

Την αναφορά στον Θέωνα που θα περιμέναμε να κάνει στην προκειμένη περίπτωση ο Pedersen δεν θα περιμέναμε βέβαια να την κάνει ένας ιστορικός ο οποίος εξετάζει το θέμα της γραμμικής παρεμβολής στο πλαίσιο, για παράδειγμα, της αραβικής επιστήμης. Θα άξιζε όμως, κατά την άποψή μου, να αναφέρουμε ένα παράδειγμα

---

[100]Ας σημειώσουμε ότι ο σκοπός αυτός του Θέωνα δεν υποδηλώνεται μόνο στο πλαίσιο της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών. Γενικότερα στο έργο του είναι διακριτή η τάση του να εξοικειώσει τον αναγνώστη τόσο με τη χρήση αναλογιών όσο και με την εφαρμογή των ιδιοτήτων των αναλογιών.

[101] Ο Pedersen αφιερώνει μία ενότητα του έργου του στην οποία εξετάζει τις τεχνικές της διαίρεσης και της εξαγωγής τετραγωνικής ρίζας στο εξηκονταδικό σύστημα που υποδεικνύει ο Θέων στα *Σχόλια* στη *Μεγίστη*. Ενώ στην περίπτωση αυτή αναγνωρίζει ρητά τη συνεισφορά του Θέωνα (Pedersen 2010, 52) δεν κάνει την παραμικρή μνεία στη συνεισφορά του στο θέμα της *γραμμικής παρεμβολής*.

[102] Αυτό μπορεί πολύ εύκολα να το διαπιστώσει ο αναγνώστης αντικαθιστώντας στη σχέση (10) το δ, οπότε προκύπτει η σχέση $\gamma= \alpha+[(\gamma_1-\alpha_1) \cdot (\beta-\alpha)]:(\beta_1-\alpha_1)$.

από την ιστοριογραφία της αραβικής επιστήμης για το θέμα αυτό. Το παράδειγμα το αντλήσαμε από το άρθρο του Rashed (1996), ο οποίος, αφού πρώτα αναφέρει ότι οι άραβες αστρονόμοι και μαθηματικοί ήταν πολύ εξοικειωμένοι με τη μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής, την οποία ονόμαζαν «μέθοδο των αστρονόμων», αποτυπώνει αυτή τη μέθοδο με τον τύπο

$$y = y_{-1} + \left(\frac{x - x_{-1}}{d} \right) \Delta y_{-1},$$

όπου $x_{-1} < x < x_0$, $d = x_0 - x_{-1}$ και $\Delta y_{-1} = y_0 - y_{-1}$ (ό.π., σ. 58). Η σχέση αυτή με την οποία ο Rashed αποτυπώνει τη διαδικασία της γραμμικής παρεμβολής που χρησιμοποιούσαν οι Άραβες διαφέρει και πάλι μόνο ως προς τον συμβολισμό από τη σχέση με την οποία αποτυπώσαμε τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο που υποδεικνύει ο Θέων.[103]

Μπορεί στην ιστοριογραφία της αρχαίας ελληνικής επιστήμης να μην έχει αναδειχθεί όσο νομίζω ότι θα άξιζε η ενασχόληση του Θέωνα με το πρόβλημα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, παραμένει ωστόσο γεγονός ότι ο Θέων προσφέρει στον αναγνώστη τη γνώση που προαπαιτεί η χρήση των πινάκων που κατασκευάζει ο Πτολεμαίος. Τη βαρύτητα που δίνει ο ίδιος στην απόκτηση αυτής της γνώσης τη διακρίνουμε και σε μεταγενέστερες σωζόμενες πραγματείες. Στα *Προλεγόμενα*, για παράδειγμα, αφιερώνονται δύο κεφάλαια στο θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών στα κανόνια της *Μεγίστης*. Στο ένα κεφάλαιο, το οποίο φέρει τον τίτλο "περὶ τοῦ διὰ μιᾶς μοίρας ἐξαναλόγου" παρουσιάζεται η πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος. Το πρώτο που επισημαίνεται είναι ότι πρόκειται για την περίπτωση στην οποία ζητείται να βρεθεί η τιμή που αντιστοιχεί σε κάποια τιμή που δεν είναι καταχωρημένη στο κανόνιο. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος μέσω συγκεκριμένου παραδείγματος το οποίο όμως αποτυπώνει την προσπάθεια διατύπωσης της μεθόδου με γενικούς όρους.[104] Στο αμέσως επόμενο κεφάλαιο, το οποίο φέρει τον τίτλο "περὶ τάξεως τοῦ ἐξαναλόγου" παρουσιάζεται η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος. Το πρώτο που

---

[103] Αυτό μπορεί και πάλι να το καταλάβει ο αναγνώστης αν στην παραπάνω σχέση αντικαταστήσει τα d και Δy_{-1} με τα ίσα τους. Θα διαπιστώσει ότι η σχέση που προκύπτει διαφέρει από τη σχέση $\gamma = \alpha + [(\gamma_1 - \alpha_1) \cdot (\beta - \alpha)] : (\beta_1 - \alpha_1)$ μόνο ως προς τον συμβολισμό που χρησιμοποιείται.

[104] «τῷ δὲ παρ᾽ ἡμῶν εἰσαγομένῳ τὶ παράκειται οὐκ ἔκκειται· ὃ δεῖ ζητῆσαι ποιοῦντας οὕτω πάντοτε τὴν ὑπεροχὴν τῶν παρακειμένων δύο ἀριθμῶν τῷ εἰσενεχθέντι παρ᾽ ἡμῶν ἀριθμῷ· λέγω δὲ τὴν ὑπεροχὴν τῶν παρακειμένων τῷ ἐγγὺς ἐλάσσονι πρὸς τὰ παρακείμενα τῷ ἐγγὺς μείζονι· πολλαπλασιάζειν δεῖ ἐπὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ εἰσενεχθέντος παρ᾽ ἡμῶν πρὸς τὸν ἐλάσσονα ... τὸν οὖν γενόμενον ἀριθμὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν δύο τούτων ἀριθμῶν ἀναλύσωμεν παρὰ τὸν ξ ὅ ἐστι παρὰ τὴν α μοίραν ὑπεροχὴν οὖσαν τοῦ ἐγγὺς μείζονος πρὸς τὸν ἐγγὺς ἐλάσσονα καὶ τὰ γενόμενα πρῶτα λεπτὰ δ ἢ ἀφαιροῦμεν ἢ προστίθεμεν οὕτως ... δεικτέον δὲ καὶ τὴν τάξιν τοῦ ἐξ ἀναλόγου καθ᾽ ἣν δεῖ πολλαπλασιάζειν καὶ μερίζειν.» [Σημείωση: το χωρίο που παραθέτω προέκυψε από παραβολή των χειρογράφων *Marc. gr.* 313 (f. 23r), *Vat. gr.* 184 (f. 20v), *Marc. gr.* 303 (f. 37r), *Par. gr.* 2390 (f. 11v), *Vat. gr.* 198 (f. 134v) και *Marc. gr.* 310 (f. 11r). Προκειμένου να αναδείξω την προσπάθεια διατύπωσης κατά την Ύστερη Αρχαιότητα ενός γενικού κανόνα για την πρώτη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο, παρέθεσα το αντίστοιχο χωρίο χωρίς να συμπεριλάβω τα κομμάτια στα οποία γίνεται η εφαρμογή επί συγκεκριμένων αριθμών. Τα κομμάτια αυτά τα επισημαίνω με τρεις τελείες].

επισημαίνεται αυτή τη φορά είναι ότι το ζητούμενο πρέπει να βρεθεί με αναλογία. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η μέθοδος και πάλι μέσω συγκεκριμένου παραδείγματος το οποίο αποτυπώνει και αυτή τη φορά την προσπάθεια διατύπωσης της μεθόδου με γενικούς όρους.[105] Η επόμενη ελληνική πραγματεία που διασώζεται και στην οποία διακρίνεται φανερά η έμφαση που δίδεται στο θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών είναι το *Σχόλιο* του Στέφανου του Αλεξανδρέως στους *Πρόχειρους Κανόνες* του Πτολεμαίου.[106] Στο έργο του αυτό ο Στέφανος εξηγεί σε αρκετές περιπτώσεις πώς γίνεται «τὸ ἐξ ἀναλόγου» όπως ο ίδιος ονομάζει τη διαδικασία της *γραμμικής παρεμβολής*.[107] Επίσης ιδιαίτερη έμφαση στο ίδιο θέμα δίνει και ο Μετοχίτης στο έργο του *Ἀστρονομικὴ Στοιχείωσις*. Στην αρχή του δεύτερου βιβλίου του έργου του ο Μετοχίτης απαριθμεί τα θέματα που πρέπει να γνωρίζει κανείς για «τὴν κατάληψιν τῆς τοῦ πτολεμαίου συντάξεως» (*Vat. gr.* 1087, f. 191v/ *Vat. gr.* 1365, f. 243v). Στα θέματα αυτά συγκαταλέγει και τον ἐξαναλόγου ἀποδεικτικὸ τρόπο, όπως ο ίδιος ονομάζει τη διαδικασία της *γραμμικής παρεμβολής*, την οποία χαρακτηρίζει ως «ἀναγκαιοτάτη οὖσα καί λυσιτελεστάτη καὶ συνήθης τοῖς μαθηματικοῖς καὶ αὐτῷ μάλιστα πτολεμαίῳ ἐν τῇ συντάξει» (*Vat. gr.* 1087, f. 211v/ *Vat. gr.* 1365, f. 266r). Αφιερώνει δε για την λεπτομερή εξέτασή της δύο κεφάλαια: το έκτο κεφάλαιο (*Vat. gr.* 1087, f. 208v-211v/ *Vat. gr.* 1365, f. 262v-266r) και το ενδέκατο κεφάλαιο (*Vat. gr.* 1087, f. 220r -221v/ *Vat. gr.* 1365, f. 275r-276r).

Ως τελευταίο παράδειγμα θα αναφέρουμε μία σημείωση η οποία είναι γραμμένη στο τελευταίο folio του κώδικα *Vaticanus gr.* 198 και η οποία δείχνει τη σημασία που

---

[105] «ἐπεὶ οὖν ἐξ ἀναλογίας δεῖ εὑρεῖν τὰ παρακείμενα τῷ εἰσενεχθέντι παρ᾽ ἡμῶν, δεῖ ἄρα ποιῆσαι ὡς τὴν ὑπεροχὴν τῶν ... πρὸς τὰ ... πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ εἰσενεχθέντος ... πρὸς τὰ ... οὕτω τὴν ὑπεροχὴν τῶν ... πρὸς ἕτερον ὅπως ἐξ ἀναλόγου γένηται ὁ παρακεῖσθαι ὀφείλων τῷ εἰσενεχθέντι. ὑπογεγράφθω ... καὶ τετάχθω ... τριῶν δὴ εἰλημμένων ὑπεροχῶν ... τέταρτον ἀνάλογόν ἐστι ἡμῖν χρεῖα εὑρεῖν ἵνα ὁ γενόμενος τὴν τοῦ εἰσενεχθέντος τῶν παρακειμένων ὑπεροχὴν πρὸς τὸν ... ποιήσῃ· ἐὰν οὖν ποιήσωμεν ὡς ... πρὸς ... οὕτως ... πρὸς ἕτερον ἢ ὡς ...πρὸς ... οὕτως ... πρὸς ἕτερον, ἀδιάφορον γὰρ, ἔσται ὁ εὑρημένος ἀριθμὸς ὁ ἐπιζητούμενος τέταρτος ἀνάλογον· τοῦτο δὲ γίνεται πολλαπλασιασθέντος τοῦ ἀριθμοῦ... ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν.. καὶ ποιοῦντος... ἅτινα μεριζόμενα παρὰ τὸν... καὶ εἰσὶ ἐν ἀναλογίᾳ τῇ αὐτῇ οἱ ἀριθμοὶ τουτέστιν αἱ ὑπεροχαί.» [Σημείωση: το χωρίο που παραθέτω προέκυψε από παραβολή των ίδιων χειρογράφων που χρησιμοποίησα για το προηγούμενο χωρίο το οποίο παρέθεσα στην υποσημείωση 104. Το συγκεκριμένο χωρίο γράφεται στους κώδικες αμέσως μετά το προηγούμενο. Προκειμένου και πάλι να αναδείξω την προσπάθεια διατύπωσης κατά την Ύστερη Αρχαιότητα ενός γενικού κανόνα για τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο, δεν συμπεριέλαβα τα κομμάτια στα οποία γίνεται η εφαρμογή επί συγκεκριμένων αριθμών και τα οποία επισημαίνω με τρεις τελείες.] Τόσο το συγκεκριμένο χωρίο όσο και το προηγούμενο τα παραθέτω για το ίδιο σκοπό που παρέθεσα το χωρίο στην υποσημείωση 36, θεωρώντας δηλαδή ότι και αυτά τα χωρία θα μπορούσαν να φανούν χρήσιμα σε μία μελέτη για τη διατύπωση γενικών κανόνων στην ελληνική γραμματεία.

[106] Τα πρώτα 16 κεφάλαια της πραγματείας αυτής εκδόθηκαν πρόσφατα (2016) από τον Jean Lempire. Πρόκειται για την πρώτη βυζαντινή αστρονομική πραγματεία (γράφηκε στα 618-619 στην Κωνσταντινούπολη) και είναι βασισμένη στο *Μικρό Σχόλιο* του Θέωνα στους *Πρόχειρους Κανόνες* του Πτολεμαίου. Βλ. (Lempire 2016, 1-2). Πρβλ. (Tihon 1978, 190-191).

[107] Βλ. ενδεικτικά (Lempire 2016, 108, 118 και 162).

είχε η γνώση της δεύτερης *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδου. Στη σημείωση αυτή η διαδικασία για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών σε ένα κανόνιο παρουσιάζεται υπό τον τίτλο «ἑρμηνεία τοῦ ἐξαναλόγου» και όλα τα βήματα περιγράφονται με γενικούς όρους, χωρίς δηλαδή να γίνεται αναφορά σε συγκεκριμένους αριθμούς.[108]

2.6.2 *Πώς βρίσκονται γενικότερα ενδιάμεσες τιμές*

Η γνώση της *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδου δεν αποτελεί προαπαιτούμενο μόνο για να παρεμβληθούν τιμές σε κάποιο κανόνιο. Είναι εντελώς απαραίτητη για να βρεθούν ενδιάμεσες τιμές και σε άλλες περιπτώσεις. Θα εξετάσουμε δύο από τις διάφορες περιπτώσεις που απαντούν στο έργο του Θέωνα στις οποίες εφαρμόζεται η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος προκειμένου να παρεμβληθεί μία αριθμητική τιμή σε δύο δοθείσες αριθμητικές τιμές. Η πρώτη περίπτωση προέρχεται από το δέκατο κεφάλαιο του έκτου βιβλίου και η δεύτερη από το ένατο κεφάλαιο του δωδέκατου βιβλίου.

- *Πρώτο παράδειγμα εφαρμογής*

Στο δέκατο κεφάλαιο του έκτου βιβλίου ο Θέων παρουσιάζει ένα παράδειγμα για να δείξει πώς υπολογίζονται τα διάφορα στοιχεία μιας ηλιακής έκλειψης και συγκεκριμένα της έκλειψης που έγινε στην Αλεξάνδρεια στις 16 Ιουνίου του έτους 364 μ.Χ.[109] Κατά τους υπολογισμούς που κάνει στο συγκεκριμένο παράδειγμα βρίσκει κατ' επανάληψιν διάφορες τιμές κανονίων με *γραμμική παρεμβολή* χωρίς να καθιστά σαφές ποια από τις δύο *ἐξ ἀναλόγου* μεθόδους εφαρμόζει. Στις περιπτώσεις όμως στις οποίες παρεμβάλλει μία τιμή σε δύο δοθείσες τιμές που δεν ανήκουν σε κάποιο κανόνιο κάνει σαφές ότι εφαρμόζει τη δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδο.

---

[108] «εἰ δὲ ἔχει καὶ λεπτὰ ὁ εἰσαγόμενος ἀριθμὸς τότε **ποιεῖς τὸ ἐξαναλόγου οὕτω**· τίθης μέσον τὸν εἰσαγόμενον ἀριθμὸν τὰς μοίρας καὶ τὰ λεπτὰ· καὶ ἐπάνω αὐτοῦ τὸν ἐλάττονα ἀριθμὸν καὶ ὑποκάτω τὸν μείζονα· καὶ ποιεῖς χιασμὸν· καὶ τότε τίθης τὴν ὑπεροχὴν τοῦ ἐλάττονος καὶ τοῦ μείζονος εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος τοῦ χιασμοῦ ὑποκάτω. τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν παρακειμένων τῷ ἐλάττονι καὶ μείζονι, ἐν τῷ γ΄ σελιδίῳ τίθης εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ χιασμοῦ ἐπάνω. καὶ πολλαπλασιάζεις αὐτὸ ἐπὶ τὰ ὑποκάτω εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος τοῦ χιασμοῦ· καὶ τὸ ἀναβιβαζόμενον τίθης ὑποκάτω εἰς τὸ μέσον· καὶ τότε μερίζεις αὐτὰ μετὰ τῆς ὑπεροχῆς τῆς κειμένης ἐπάνω εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος· καὶ τὸ οὕτως εὑρισκόμενον τίθης εἰς τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ χιασμοῦ ὑποκάτω· καὶ τοῦτο λαβὼν, εἰ μὲν πλείω εἰσὶ τὰ τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ, ἄφαιρε ἐξ αὐτοῦ. εἰ δὲ τὰ τοῦ μείζονος εἰσὶ πλείω πρόσθες αὐτὰ τῷ ἐλάττονι ἀριθμῷ, ἤτοι ταῖς παρακειμέναις ἐν αὐτῷ καθὼς τὸ ὑπόδειγμα ἀνωτέρω ἔχει» (*Vaticanus gr.* 198, f. 516r). Ας προσθέσουμε επίσης ότι η σημείωση αυτή δεν είναι η μοναδική που υπάρχει στον συγκεκριμένο κώδικα και στην οποία παρουσιάζεται η δεύτερη *ἐξ ἀναλόγου* μέθοδος.

[109] Τα στοιχεία που υπολογίζει ο Θέων είναι οι χρόνοι των κυριωτέρων φάσεων της έκλειψης, καθώς και το μέρος του ηλιακού δίσκου το οποίο επισκοτείται κατά το μέσον της έκλειψης. Το παράδειγμα της έκλειψης συζητείται π.χ. στα (Rome 1950), (Tihon 1976-7).

Για τον υπολογισμό των στοιχείων της ηλιακής έκλειψης πρέπει να ληφθούν υπόψη οι παραλλάξεις του ηλίου και της σελήνης για τη θέση στην οποία βρίσκονται την ώρα της ακριβούς συνόδου. Η εύρεση των παραλλάξεων προαπαιτεί την εύρεση δύο στοιχείων: α) της απόστασης του σημείου στο οποίο έγινε η ακριβής σύνοδος από το κατά κορυφήν σημείο (ζενίθ) του τόπου (ἡ ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν παράλλαξις) και β) της γωνίας μεταξύ της εκλειπτικής και του μέγιστου κύκλου που περνά από το ζενίθ και από το σημείο της ακριβούς συνόδου. Και τα δύο αυτά στοιχεία βρίσκονται χρησιμοποιώντας το κανόνιο των γωνιών.[110] Ο Θέων ξεκινά την πραγμάτευσή του με τον υπολογισμό αυτών των δύο στοιχείων. Τα δεδομένα που θα χρησιμοποιήσει για την εύρεσή τους είναι ότι η ακριβής σύνοδος έγινε 2 ½ ⅓$^{\omega\rho}$ μετά τη μεσημβρία και ότι έγινε στις 22° 45΄ των Διδύμων. Το ζητούμενο λοιπόν είναι να βρεθεί για την Αλεξάνδρεια α) πόσο απέχει το συγκεκριμένο σημείο της εκλειπτικής στο οποίο έγινε η ακριβής σύνοδος (δηλαδή οι 22° 45΄ των Διδύμων) από το ζενίθ και β) η γωνία μεταξύ της εκλειπτικής και του μέγιστου κύκλου που περνά από το ζενίθ και από τις 22° 45΄ των Διδύμων.[111] Ο Θέων βρίσκει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι 38° 28΄ και η ζητούμενη γωνία 17° 35΄.

Ήδη από τις δεδομένες αριθμητικές τιμές είναι ξεκάθαρο ότι για να βρεθούν αυτά τα στοιχεία με τη βοήθεια του κανονίου των γωνιών απαιτείται η χρήση της αριθμητικής μεθόδου εύρεσης ενδιάμεσων τιμών. Ή, με σύγχρονους όρους, απαιτείται να γίνει γραμμική παρεμβολή. Διότι στο κανόνιο των γωνιών α) είναι καταχωρημένοι ακέραιοι αριθμοί ωρών και β) οι τιμές των αποστάσεων από το ζενίθ και οι τιμές των γωνιών έχουν υπολογιστεί για την αρχή του κάθε ζωδίου.[112] Επιπλέον, και αυτό είναι

---

[110] Το κανόνιο αυτό ανήκει στην ομάδα των επτά κανονίων που κατασκεύασε ο Πτολεμαίος, στο δεύτερο βιβλίο της *Μεγίστης*, για τις επτά από τις τριανταοκτώ ζώνες (κλίματα) στις οποίες χωρίζεται η επιφάνεια της γης. [Σημείωση: η ομάδα αυτών των κανονίων στην έκδοση του Heiberg εκτίθεται υπό τον τίτλο "ἔκθεσις τῶν κατὰ παράλληλον γωνιῶν καὶ περιφερειῶν" (H1.174-187). Όμως τόσο ο Πτολεμαίος όσο και ο Θέων χρησιμοποιούν την ονομασία "κανόνιον γωνιῶν". Βλ. ενδεικτικά H1.444.7 και RII.739.23, αντίστοιχα]. Τα κανόνια αυτά χρησιμοποιούνται προκειμένου να βρεθεί, για ένα δεδομένο χρόνο, η απόσταση ενός σημείου της εκλειπτικής από το ζενίθ ενός τόπου, καθώς και οι γωνίες που σχηματίζονται από την εκλειπτική και τον μέγιστο κύκλο που περνά από το ζενίθ του τόπου και από το συγκεκριμένο σημείο της εκλειπτικής. Καθένα από τα επτά κανόνια αποτελείται από δώδεκα 'υποκανόνια', ένα για κάθε ζώδιο. Σε κάθε 'υποκανόνιο' υπάρχουν τέσσερα σελίδια. Ο Πτολεμαίος έχει υπολογίσει για την αρχή κάθε ζωδίου και για κάθε ώρα (από τη μεσημβρία μέχρι και το μισό αριθμό ωρών της μέγιστης ημέρας) την απόστασή του από το ζενίθ και τις γωνίες (ανατολική και δυτική) που σχηματίζονται από το μέγιστο κύκλο που περνά από το ζενίθ και από την αρχή του ζωδίου. Στο πρώτο σελίδιο καταχωρεί τον αριθμό των ωρών, στο δεύτερο τις αντίστοιχες τιμές των αποστάσεων από το ζενίθ, ενώ στο τρίτο και τέταρτο τις αντίστοιχες τιμές των ανατολικών και δυτικών γωνιών. Για περισσότερα βλ. (Rome 1931, xxx-xxxii), (Neugebauer 1975, 50-52) και (Pedersen 2010, 118-121).

[111] Τα δύο αυτά στοιχεία θα βρεθούν χρησιμοποιώντας το κανόνιο των γωνιών για το τρίτο κλίμα (τοῦ διὰ τῆς κάτω χώρας τῆς Αἰγύπτου, H1.178-179) αφού η Αλεξάνδρεια ανήκει σε αυτό το κλίμα.

[112] Ο Neugebauer (1975, 52), χαρακτηρίζει τα κανόνια των γωνιών «μάλλον ακατάλληλα για πρακτική χρήση, ιδιαίτερα για τον υπολογισμό των εκλείψεων». Διότι, στις περισσότερες

που κυρίως θα εξετάσουμε, στη συγκεκριμένη περίπτωση απαιτείται να βρεθεί και μια τιμή η οποία παρεμβάλλεται ανάμεσα σε δύο δεδομένες τιμές χωρίς οι τελευταίες να ανήκουν σε κάποιο κανόνιο. Ας δούμε πώς περιγράφει ο Θέων την εύρεση των δύο στοιχείων που αναφέραμε.[113]

	Αρχαίο κείμενο	**Απόδοση του αρχαίου κειμένου**
	ἐποιησάμεθα δὲ τὸν τῆς ψηφοφορίας ἐπιλογισμὸν τὸν τρόπον τοῦτον.	Τον επιλογισμό δε της ψηφοφορίας τον κάναμε με αυτόν τον τρόπο:
1	εἰσαγαγόντες γὰρ πρότερον ἃς ἀπεῖχεν τῆς μεσημβρίας ἡ ἀκριβὴς σύνοδος ὥρας ἰσημερινὰς β *L*΄ γ΄εἰς τὸ τῶν γωνιῶν κανόνιον κατὰ τὸ οἰκεῖον δι᾽ ἀλεξανδρείας γ΄ κλίμα καὶ τὸ τῶν διδύμων δωδεκατημόριον, τὰς παρακειμένας ἀναλόγως τῇ τε τῶν μοιρῶν κβ με΄ ἔγγιστα ἐποχῇ καὶ τῇ τῶν β *L*΄ γ΄ ὡρῶν ἀποστάσει ἐν τῷ β΄ σελιδίῳ μοίρας λη κη΄ τῆς ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὴν τῆς ἀκριβοῦς συζυγίας ἐποχὴν περιφερείας, καὶ ἔτι τὰς ἐν τῷ δ΄ τῆς δυτικῆς γωνίας, διὰ τὸ μετὰ μεσημβρίαν τυγχάνειν τὴν σύνοδον, ιζ λε΄, ἀπεγραψάμεθα.	αφού δηλαδή πρώτα εισαγάγαμε στο κανόνιο των γωνιών, για το κατάλληλο τρίτο κλίμα για την Αλεξάνδρεια και για το δωδεκατημόριο των Διδύμων, τις 2 ½ ⅓ ισημερινές ώρες, τις οποίες απείχε η ακριβής σύνοδος από τη μεσημβρία, καταγράψαμε τις 38º 28΄ του τόξου από το κατά κορυφήν [σημείο] μέχρι τη θέση της ακριβούς συζυγίας, οι οποίες παράκεινται αναλόγως στο δεύτερο σελίδιο στη θέση των περίπου 22º 45΄ και στην απόσταση των 2 ½ ⅓ ωρών, και επιπλέον [καταγράψαμε] τις 17º 35΄ της δυτικής γωνίας <οι οποίες παράκεινται αναλόγως> στο τέταρτο σελίδιο, διότι η σύνοδος γίνεται μετά τη μεσημβρία.
2	τοσαῦται δὲ ἐξαναλόγου ἐπιβάλλουσι παρακεῖσθαι.	Τόσες δε οφείλουν να παράκεινται *ἐξ ἀναλόγου*.
3	διὰ τὸ ταῖς β *L*΄ γ΄ ὥραις τῇ ἀρχῇ τῶν διδύμων ἐπιβάλλειν μοίρας λθ κγ΄ τῇ δὲ τοῦ καρκίνου λη ι΄. καὶ διὰ τοῦτο ταῖς κβ μδ΄ νβ΄΄ τῶν διδύμων τουτέστιν ταῖς κβ με΄ ἔγγιστα ἐπιβάλλειν ἐξαναλόγου τὰς εἰρημένας μοίρας λη κη΄.	Διότι στις 2 ½ ⅓ ώρες, στην αρχή των Διδύμων, αντιστοιχούν 39º 23΄ και στην [αρχή] του Καρκίνου 38º 10΄. Για το λόγο αυτό στις 22º 44΄ 52΄΄ των Διδύμων, δηλαδή στις περίπου 22º 45΄, αντιστοιχούν *ἐξ ἀναλόγου* οι 38º 28΄ που είπαμε.
4	ἔστιν γὰρ ὡς αἱ λ μοῖραι ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῶν διδύμων μέχρι τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου πρὸς τὰς κβ με΄ τῶν διδύμων, οὕτως αἱ τῆς ὑπεροχῆς τῶν λθ κγ΄ πρὸς τὰς λη ι΄ μοῖραι α ιγ΄ πρὸς ἑξηκοστὰ νε΄,	Διότι είναι όπως οι 30º από την αρχή των Διδύμων μέχρι την αρχή του Καρκίνου προς τις 22º 45΄ των Διδύμων, έτσι οι 1º 13΄ της διαφοράς των 39º 23΄ και των 38º 10΄ προς 55΄ εξηκοστά,
5	ἅτινα ἀφελόντες ἀπὸ τῶν ἐπιβαλλουσῶν μοιρῶν λθ κγ΄ τῇ ἀρχῇ τῶν διδύμων κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ τῶν β *L*΄ γ΄ ὡρῶν ἀπόστασιν, ἔσχομεν τὴν κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὴν κβ *L*΄ δ΄ ἔγγιστα μοίραν τῶν διδύμων περιφέρειαν μοιρῶν λη κη΄.	τα οποία αφαιρώντας από τις 39º 23΄, οι οποίες αντιστοιχούν στην αρχή των Διδύμων για την απόσταση των 2 ½ ⅓ ωρών από το μεσημβρινό, θα πάρουμε το κατά τον ίδιο χρόνο τόξο από το κατά κορυφήν [σημείο] μέχρι τις περίπου 22 ½ ¼ º των Διδύμων, 38º 28΄.

περιπτώσεις οι ζητούμενες τιμές πρέπει να βρεθούν με παρεμβολή, κάτι που με τη σειρά του μειώνει σημαντικά την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που προκύπτουν.

[113] Προκειμένου να διευκολύνω την εξέτασή μας θα τοποθετήσω σε Πίνακα το αρχαίο κείμενο και την απόδοσή του χωρισμένα σε αριθμημένες ενότητες. Το χωρίο που θα παραθέσω προέκυψε λαμβάνοντας ως βασικό κείμενο αυτό του κώδικα *Laur. Plut.* 28.18 (f. 242r) και κάνοντας την παραβολή του με το αντίστοιχο χωρίο στους κώδικες *Marc. gr.* 303 (f. 124r-v), *Vat.* gr. 198 (f. 444v), *Marc. gr.*310 (f. 231r) και *Norimb. Cent.* V, app. 8 (f. 152v-153r). Για το χωρίο στην έκδοση της Βασιλείας βλ. B.332.45-333.8.

6	ὁμοίως δὲ διὰ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας συνάγεται καὶ ἡ δυτικὴ γωνία ιζ λε΄. διὰ τὸ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον τῇ μὲν ἀρχῇ τῶν διδύμων ἐπιβάλλειν ια ε΄, τῇ δὲ τοῦ καρκίνου ιθ λθ΄. καὶ ὁμοίως ἀναλόγως ἐπιβάλλειν ταῖς κβ με΄ μοίραις τῶν διδύμων τὰς εἰρημένας μοίρας ιζ λε΄.	Ομοίως δε, με την ίδια αναλογία, συνάγεται και η δυτική γωνία 17° 35΄. Διότι, κατά τον ίδιο χρόνο, στη μεν αρχή των Διδύμων αντιστοιχούν 11° 5΄ στη δε [αρχή] του Καρκίνου 19° 39΄. Και ομοίως στις 22° 45΄ αντιστοιχούν αναλόγως οι 17° 35΄ που είπαμε.

Πριν εξετάσουμε τη διδικασία που περιγράφει ο Θέων, είναι απαραίτητο να κάνουμε μία διευκρίνιση. Όπως βλέπουμε, το αρχαίο κείμενο αρχίζει με τη φράση «ἐποιησάμεθα δὲ τὸν τῆς ψηφοφορίας ἐπιλογισμὸν τὸν τρόπον τοῦτον». Με την εισαγωγική αυτή φράση ο Θέων δεν αναφέρεται αποκλειστικά στην εύρεση των δύο στοιχείων που περιγράψαμε. Αναφέρεται σε όλη τη διαδικασία που ακολουθεί προκειμένου να υπολογίσει τα διάφορα στοιχεία της έκλειψης ηλίου που εξετάζει. Ο «ἐπιλογισμὸς τῆς ψηφοφορίας» που κάνει ο Θέων είναι μια διαδικασία ιδιαίτερα μακροσκελής και πολυσύνθετη, η οποία εμπεριέχει την εύρεση πολλών επιμέρους στοιχείων.[114] Αρκεί κανείς να σκεφθεί ότι το συγκεκριμένο χωρίο που παρατίθεται στον παραπάνω Πίνακα αποτελεί περίπου το 6,3% όλου του χωρίου στο οποίο περιέχεται η συνολική διαδικασία για την εύρεση των στοιχείων της ηλιακής έκλειψης.[115] Βέβαια, ακόμα και η διαδικασία που απαιτείται για την εύρεση των δύο προαπαιτούμενων στοιχείων και την οποία περιγράφει ο Θέων στο παραπάνω χωρίο δεν είναι τόσο απλή και σύντομη όσο μπορεί εκ πρώτης όψεως να φαίνεται. Η εφαρμογή της, προκειμένου να βρεθούν τα προαπαιτούμενα στοιχεία στην περίπτωση που αλλάζουν τα δεδομένα, προϋποθέτει την εξοικείωση με την αριθμητική μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, κάτι το οποίο ο Θέων φαίνεται να θεωρεί ως δεδομένο, αν κρίνουμε από τον ελλειπτικό τρόπο με τον οποίο περιγράφει την παραπάνω διαδικασία.

Στην ενότητα 1 ο Θέων παρουσιάζει τις τιμές 38° 28΄ και 17° 35΄ που βρήκε (οι οποίες εκφράζουν την ζητούμενη απόσταση από το ζενίθ και τη ζητούμενη γωνία αντιστοίχως), επισημαίνοντας ότι αυτές είναι οι τιμές του δεύτερου και τέταρτου σελιδίου οι οποίες αναλογούν στη δεδομένη τιμή 22° 45΄, αν στο κανόνιο των γωνιών εισαχθεί ο δεδομένος αριθμός ωρών (2 ½ ⅓). Βέβαια, όπως θα δούμε, οι δύο αυτές τιμές που βρήκε ο Θέων δεν προκύπτουν άμεσα από το κανόνιο των γωνιών. Η εύρεσή τους απαιτεί μια ολόκληρη διαδικασία την οποία και θα εξηγήσει συνοπτικά ο Θέων, αφού πρώτα δηλώσει (ενότητα 2) ότι αυτές είναι οι τιμές που οφείλουν να αντιστοιχούν *ἐξ ἀναλόγου* στις δεδομένες τιμές. Θα δούμε πρώτα πώς περιγράφει ο Θέων την εύρεση των δύο ζητούμενων τιμών και στη συνέχεια θα δούμε τι προκύπτει από την περιγραφή του.

[114] Ο πολυσύνθετος χαρακτήρας της συνολικής διαδικασίας είναι και ο λόγος για τον οποίο επέλεξα να διατηρήσω την έκφραση «επιλογισμός της ψηφοφορίας» στην απόδοση του αρχαίου κειμένου.

[115] Στην έκδοση της Βασιλείας, για παράδειγμα, όλο το χωρίο καταλαμβάνει 266 γραμμές, ενώ το υπό συζήτηση χωρίο καταλαμβάνει μόνο τις 17 από αυτές.

Για την τιμή 38° 28΄ ο Θέων δηλώνει ότι βρέθηκε *έξ ἀναλόγου* από τις τιμές 39° 23΄ και 38° 10΄ (ενότητα 3). Την εύρεση της τιμής αυτής την δικαιολογεί (ενότητα 4) επικαλούμενος την ισχύ της αναλογίας (30°: 22° 45΄) :: (1° 13΄): 55΄. Η τιμή 38° 28΄ προκύπτει αν τα 55΄, ο τέταρτος δηλαδή όρος της αναλογίας, αφαιρεθούν από την τιμή 39° 23΄ (ενότητα 5). Για την τιμή 17° 35΄ ο Θέων δηλώνει ότι βρέθηκε με την ίδια αναλογία από τις τιμές 11° 55΄ και 19° 39΄ (ενότητα 6).

Όπως βλέπουμε και οι δύο ζητούμενες τιμές βρέθηκαν με *γραμμική παρεμβολή*: η μεν τιμή 38° 28΄ παρεμβάλλεται ανάμεσα στις τιμές 39° 23΄ και 38° 10΄, ενώ η τιμή 17° 35΄ παρεμβάλλεται ανάμεσα στις τιμές 11° 55΄ και 19° 39΄. Πρέπει όμως να επισημάνουμε ότι και οι δεδομένες τιμές, ανάμεσα στις οποίες παρεμβάλλεται καθεμία από τις ζητούμενες, έχουν βρεθεί και αυτές με *γραμμική παρεμβολή* από το κανόνιο των γωνιών. Δεν είναι δηλαδή τιμές ήδη καταχωρημένες στο κανόνιο αυτό. Σε τελευταία ανάλυση λοιπόν, για την εύρεση καθεμιάς από τις ζητούμενες τιμές απαιτείται να γίνει τρεις φορές *γραμμική παρεμβολή*. Ο Θέων βέβαια θεωρεί περιττό να εξηγήσει πώς βρέθηκαν από το κανόνιο των γωνιών οι συγκεκριμένες τιμές ανάμεσα στις οποίες παρεμβάλλονται οι ζητούμενες. Φαίνεται να θεωρεί δεδομένο ότι αυτό ξέρει να το κάνει ο αναγνώστης. Ούτε βέβαια παρουσιάζει τις λεπτομέρειες της διαδικασίας που εφαρμόζει προκειμένου να βρει από αυτές τις τιμές τις δύο ζητούμενες τιμές. Αυτό που φαίνεται να τον ενδιαφέρει είναι να κάνει σαφές ότι χρησιμοποιεί τη δεύτερη μέθοδο για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών και για το λόγο αυτό περιγράφει την αναλογία που ισχύει στην περίπτωση αυτή. Τα υπόλοιπα τα αφήνει στον αναγνώστη. Ας δούμε όλη τη διαδικασία που θα έπρεπε να ακολουθήσει ένας αναγνώστης ο οποίος θα ήθελε να βρει ο ίδιος τις δύο ζητούμενες τιμές.

Ξεκινάμε, όπως είδαμε, με δεδομένα το χρόνο και τη θέση της ακριβούς συνόδου (2 ½ ⅓ ώρες και 22° 45΄ των Διδύμων, αντιστοίχως). Τα δύο ζητούμενα είναι η απόσταση της θέσης της ακριβούς συνόδου από το ζενίθ και η γωνία μεταξύ της εκλειπτικής και του μέγιστου κύκλου που περνά από το ζενίθ και από την ακριβή θέση της συζυγίας.

Για να βρεθεί το πρώτο ζητούμενο, δηλαδή η απόσταση που αντιστοιχεί στις 2 ½ ⅓ ώρες και στις 22° 45΄ των Διδύμων, πρέπει πρώτα να βρεθεί η απόσταση που αντιστοιχεί στις 2 ½ ⅓ ώρες και στην αρχή των Διδύμων, καθώς και η απόσταση που αντιστοιχεί στις 2 ½ ⅓ ώρες και στην αρχή του Καρκίνου. Αφού βρεθούν αυτές οι αποστάσεις, ανάμεσά τους θα παρεμβληθεί η ζητούμενη απόσταση. Τις τιμές αυτών των αποστάσεων ο Θέων, όπως είδαμε (ενότητα 3) απλώς τις αναφέρει (39° 23΄ και 38° 10΄). Προκειμένου να τις βρει ο αναγνώστης, πρέπει να εφαρμόσει την αριθμητική μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών. Η τιμή 39° 23΄ βρίσκεται από το 'υποκανόνιο' για το ζώδιο των Διδύμων (H1.179) και είναι η τιμή η οποία αντιστοιχεί στην ενδιάμεση τιμή 2 ½ ⅓ ώρες. Παρεμβάλλεται δηλαδή ανάμεσα στις τιμές 28° 44΄ και 41° 31΄ του δεύτερου σελιδίου, οι οποίες αντιστοιχούν στις τιμές 2 ώρες και 3 ώρες του πρώτου σελιδίου. Με ανάλογο τρόπο βρίσκεται από το 'υποκανόνιο' για το

ζώδιο του Καρκίνου (Η1.178) και η τιμή 38° 10΄.[116] Αφού βρεθούν οι τιμές 39° 23΄ και 38° 10΄ θα βρεθεί από αυτές η ζητούμενη τιμή εφαρμόζοντας, όπως υποδεικνύει ο Θέων (ενότητα 4), τη δεύτερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών. Ας αποτυπώσουμε σε Πίνακα τις τιμές και ας δούμε την εφαρμογή της μεθόδου για την εύρεση της ζητούμενης απόστασης. Το πρώτο βέβαια που πρέπει να σκεφθεί κανείς είναι ότι δεν θα χρησιμοποιήσει την τιμή 0° του Καρκίνου, αλλά την ισοδύναμη τιμή 30° των Διδύμων.[117]

Θέση της ακριβούς συνόδου	Απόσταση από το ζενίθ
$\alpha = 0^o$ Διδύμων	$\alpha_1 = 39^o\ 23'$
$\gamma = 22^o\ 45'$ Διδύμων	$\gamma_1 =$ ζητούμενη απόσταση
$\beta = 30^o$ Διδύμων	$\beta_1 = 38^o\ 10'$

Αυτό λοιπόν που ζητείται είναι να βρεθεί η τιμή που αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση τιμή (22° 45΄), η οποία βρίσκεται ανάμεσα στις τιμές 0° και 30°. Στην περίπτωση που εξετάζουμε ισχύει η *αρχή της αναλογικής ελάττωσης*. Όσο δηλαδή η θέση της ακριβούς συνόδου απομακρύνεται από την αρχή των Διδύμων, τόσο μειώνεται η απόστασή της από το ζενίθ. Επομένως, τα ανάλογα ποσά είναι η παραύξηση της απόστασης από την αρχή των Διδύμων και η ελάττωση της αντίστοιχης απόστασης από το ζενίθ. Αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψιν κατά την εύρεση των διαφορών που χρησιμοποιούνται στην αναλογία, καθώς και στο τελευταίο βήμα της διαδικασίας. Τα βήματα της διαδικασίας που πρέπει να ακολουθήσουμε για την εύρεση της ζητούμενης απόστασης είναι τα εξής:

1. Εύρεση των διαφορών

$\beta-\alpha = 30^o$, $\gamma-\alpha = 22^o\ 45'$, $\alpha_1 - \beta_1 = 39^o\ 23' - 38^o\ 10' = 1^o\ 13'$.

2. Σχηματισμός της αναλογίας που ισχύει

$(\beta-\alpha):(\gamma-\alpha) :: (\alpha_1-\beta_1): (\alpha_1-\gamma_1) \rightarrow (\beta-\alpha): (\gamma-\alpha) :: (\alpha_1 - \beta_1):\delta$, όπου $\delta = \alpha_1 - \gamma_1$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές παίρνουμε $(30^o: 22^o\ 45') :: (1^o\ 13'): \delta$.

3. Εύρεση της τέταρτης αναλόγου (δ)

[116] Οι ακριβείς τιμές που προκύπτουν από την εφαρμογή της αριθμητικής μεθόδου εύρεσης ενδιάμεσων τιμών είναι 39° 23΄ 10΄΄ και 38° 9΄ 40΄΄. Τις τιμές αυτές ο Θέων τις στρογγυλοποιεί σε 39° 23΄ και 38° 10΄, αντιστοίχως.

[117] Προκειμένου γενικά να γίνει *γραμμική παρεμβολή* πρέπει να ισχύει $\alpha<\beta$ ή $\alpha> \beta$. Αφού τα ζώδια των Διδύμων και του Καρκίνου είναι διαδοχικά, είναι προφανές ότι η θέση στις 30° των Διδύμων ταυτίζεται με τη θέση στις 0° του Καρκίνου.

$\delta=[(22^o\ 45') \times (1^o\ 13')]: 30^o = (27^o\ 40'\ 45'') : 30^o = 55'\ 21''\ 30''' \approx 55'$.[118]

4. Αφαίρεση της τέταρτης αναλόγου από την τιμή $39^o\ 23'$. Άρα η ζητούμενη απόσταση είναι $\gamma_1 = 39^o\ 23' - 55' = 38^o\ 28'$.

Αυτά είναι τα βήματα που πρέπει να κάνει ο αναγνώστης προκειμένου να βρει μόνος του την τιμή $38^o\ 28'$ που αναφέρει ο Θέων, ο οποίος, θεωρώντας, όπως φαίνεται, δεδομένη την εξοικείωση του αναγνώστη με τη δεύτερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, το μόνο που κάνει είναι να περιγράψει την αναλογία που ισχύει και στην οποία η τιμή 55΄ είναι η τέταρτη ανάλογος των τριών διαφορών 30°, $22^o\ 45'$ και $1^o\ 13'$. Δεν θεωρεί αναγκαίο να κάνει περισσότερες εξηγήσεις. Περιγράφοντας μόνο την αναλογία καλεί τον αναγνώστη να επαληθεύσει, με τη βοήθεια της αναλογίας αυτής, την ορθότητα της τιμής 55΄.[119] Σε τελευταία ανάλυση, ο Θέων καλεί τον αναγνώστη να εξακριβώσει ότι η δεύτερη μέθοδος που είχε δείξει για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών για τα κανόνια ισχύει γενικότερα και σε περιπτώσεις, όπως είναι η συγκεκριμένη, στις οποίες οι τιμές που εμπλέκονται στη διαδικασία δεν ανήκουν σε κάποιο κανόνιο.

Μετά την περιγραφή που έκανε ο Θέων για την εύρεση του πρώτου ζητουμένου (38° 28΄), περιγράφει με ακόμη πιο ελλειπτικό τρόπο την εύρεση του δεύτερου ζητουμένου (ενότητα 6), που είναι η γωνία μεταξύ της εκλειπτικής και του μέγιστου κύκλου που περνά από το ζενίθ και από την ακριβή θέση της συνόδου. Ως τιμή αυτής της γωνίας ο Θέων αναφέρει την τιμή $17^o\ 35'$ και για να εξηγήσει πώς βρίσκεται αρκείται στη δήλωση ότι προκύπτει με τον ίδιο τρόπο, με την ίδια αναλογία. Είναι ξεκάθαρο ότι και στην περίπτωση αυτή προτρέπει τον αναγνώστη να εφαρμόσει τη δεύτερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, σχηματίζοντας αυτή τη φορά μόνος του την απαιτούμενη αναλογία. Ο αναγνώστης προκειμένου να βρει ο ίδιος την τιμή 17° 35΄ που αναφέρει ο Θέων πρέπει να ακολουθήσει την ίδια ακριβώς διαδικασία με την οποία βρέθηκε η τιμή $38^o\ 28'$. Στην προκειμένη περίπτωση η ζητούμενη τιμή θα παρεμβληθεί ανάμεσα στις τιμές $11^o\ 5'$ και $19^o\ 39'$ τις οποίες ο Θέων απλώς αναφέρει και οι οποίες βέβαια πρέπει πρώτα να βρεθούν με *γραμμική παρεμβολή* από το

---

[118] Η τιμή 55΄, την οποία αναφέρει ο Θέων στην αναλογία που ισχύει, προκύπτει από στρογγυλοποίηση της τιμής $55'\ 21''\ 30'''$.

[119] Ο αναγνώστης, με τη σειρά του, προκειμένου να εξακριβώσει την ορθότητα της τιμής 55΄ θα πρέπει να εφαρμόσει την ιδιότητα των αναλογιών (το γινόμενο των άκρων όρων ισούται με το γινόμενο των μέσων όρων). Πρέπει δηλαδή να επαληθεύσει ότι $30^o \times 55' = (22^o\ 45') \times (1^o\ 13')$. Βέβαια, αν κάποιος θελήσει απλώς να κάνει αυτή την επαλήθευση θα βρεθεί σε αμηχανία. Διότι, εκτελώντας τους δύο πολλαπλασιασμούς θα βρει διαφορετικά αποτελέσματα: $30^o \times 55' = 1650'$, ενώ $(22^o\ 45') \times (1^o\ 13') = 27^o\ 40'\ 45'' = 1660'\ 45''$. Όπως βλέπουμε, τα δύο γινόμενα διαφέρουν κατά $10'\ 45''$. Η διαφορά αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η τιμή 55΄ που αναφέρει ο Θέων στην αναλογία προήλθε, όπως είδαμε, από στρογγυλοποίηση της τιμής $55'\ 21''\ 30'''$, την οποία βρήκαμε εφαρμόζοντας τη διαδικασία. Εάν λοιπόν κάποιος ενδιαφέρεται για την εύρεση της τιμής την οποία ο Θέων στρογγυλοποίησε σε 55΄, θα πρέπει να βρει μόνος του την τέταρτη ανάλογο (δ) των διαφορών 30°, $22^o\ 45'$ και $1^o\ 13'$.

κανόνιο των γωνιών.[120]Δηλαδή, και στην περίπτωση αυτή προκειμένου να βρεθεί η ζητούμενη τιμή πρέπει να γίνει τρεις φορές *γραμμική παρεμβολή*. Και αυτό που μας ενδιαφέρει είναι και πάλι ότι στην τρίτη *γραμμική παρεμβολή* η τιμή 17º 35΄ παρεμβάλλεται ανάμεσα σε δύο τιμές οι οποίες δεν είναι καταχωρημένες σε κάποιο κανόνιο.[121] Στο παράδειγμα που παρουσιάζει ο Θέων για να δείξει πώς υπολογίζονται τα διάφορα στοιχεία μιας ηλιακής έκλειψης επαναλαμβάνει λίγο αργότερα δύο φορές την ίδια ακριβώς διαδικασία που εξετάσαμε, αλλά για διαφορετικό αριθμό ωρών. Και στις δύο περιπτώσεις περιγράφει την αναλογία που χρησιμοποιεί.[122]

Η περίπτωση που εξετάσαμε για την εύρεση γενικότερα ενδιάμεσων τιμών προέρχεται, όπως αναφέραμε, από το παράδειγμα που κάνει ο Θέων προκειμένου να δείξει πώς υπολογίζονται τα στοιχεία μιας ηλιακής έκλειψης.[123]Δεν προέρχεται δηλαδή από σχόλια που κάνει ο Θέων για την εύρεση γενικότερα μιας ενδιάμεσης τιμής από τον Πτολεμαίο. Αυτό που μένει λοιπόν να δούμε είναι πώς σχολιάζει ο Θέων την περίπτωση στην οποία ο Πτολεμαίος βρίσκει γενικότερα μια ενδιάμεση τιμή.

---

[120] Η τιμή 11º 5΄ βρίσκεται από το 'υποκανόνιο' για το ζώδιο των Διδύμων (H1.179) και είναι η τιμή η οποία αντιστοιχεί στην ενδιάμεση τιμή 2½ ⅓ ώρες. Παρεμβάλλεται δηλαδή ανάμεσα στις τιμές 13º 38΄ και 10º 34΄ του τέταρτου σελιδίου, οι οποίες αντιστοιχούν στις τιμές 2 ώρες και 3 ώρες του πρώτου σελιδίου. Με ανάλογο τρόπο βρίσκεται από το 'υποκανόνιο' για το ζώδιο του Καρκίνου (H1.178) και η τιμή 19º 39΄. Και στην περίπτωση αυτή οι δύο τιμές 11º 5΄ και 19º 39΄ που αναφέρει ο Θέων προέκυψαν από στρογγυλοποίηση των τιμών 11º 4΄ 40΄΄ και 19º 38΄ 40΄΄, αντιστοίχως. Οι δύο τελευταίες είναι οι ακριβείς τιμές που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου. Πρέπει στο σημείο αυτό να επισημάνω ότι στα τέσσερα από τα πέντε χειρόγραφα που εξέτασα, αντί της τιμής 11º 5΄ (ια ε΄) είναι γραμμένη η τιμή 11º 55΄ (ια νε΄). Η τιμή 11º 5΄ είναι γραμμένη μόνο στο χειρόγραφο *Vat. gr.* 198. Στο κείμενο που παρέθεσα υιοθέτησα την ανάγνωση του *Vat. gr.* 198, διότι η τιμή 11º 5΄ είναι πλησιέστερα στην τιμή 11º 4΄ 40΄΄ που βρήκα εφαρμόζοντας τη μέθοδο. Εξάλλου, η στρογγυλοποίηση της τιμής 11º 4΄ 40΄΄ σε 11º 5΄ συνάδει με την συνήθη τακτική που ακολουθεί ο Θέων όταν στρογγυλοποιεί κάποια τιμή: όταν ο αριθμός των εξηκοστών μιας συγκεκριμένης τάξης είναι μεγαλύτερος του 30 ο Θέων τον στρογγυλοποιεί σε ένα εξηκοστό της αμέσως προηγούμενης τάξης. Αυτό ισχύει και για τις δύο παραπάνω τιμές, στις οποίες τα 40΄΄ στρογγυλοποιούνται σε 1΄. Ας σημειώσουμε όμως ότι υπάρχουν και περιπτώσεις στις οποίες ο Θέων στρογγυλοποιεί σε 1΄ ακόμη και έναν αριθμό δεύτερων εξηκοστών που είναι λίγο μικρότερος από το 30 (βλ. την αμέσως επόμενη υποσημείωση). Γενικότερα, σε όλο το έργο του ο Θέων δεν ακολουθεί απαρέγκλιτα την ίδια τακτική όταν στρογγυλοποιεί τις τιμές. Αυτό το επισημαίνει και ο Rome (1943, 909, υποσημ. (4)). Η στρογγυλοποίηση που κάνει ο Θέων σε κάποια τιμή εξαρτάται από το σε ποιο μέγεθος αναφέρεται αυτή η τιμή.

[121] Και στην περίπτωση αυτή, η τιμή 17º 35΄ προέκυψε από στρογγυλοποίηση της τιμής 17º 34΄ 27΄΄, η οποία είναι η ακριβής τιμή που προκύπτει από την εφαρμογή της μεθόδου.

[122] Για τα αντίστοιχα χωρία στην έκδοση της Βασιλείας βλ. B.333. 47-334.1 και B.334.45-53.

[123] Ο Πτολεμαίος, όπως είναι γνωστό, δεν κάνει κάποιο συγκεκριμένο παράδειγμα υπολογισμού των στοιχείων μιας ηλιακής έκλειψης. Απλώς περιγράφει με γενικούς όρους την απαιτούμενη διαδικασία.

- *Δεύτερο παράδειγμα εφαρμογής*

Η περίπτωση που θα εξετάσουμε προέρχεται από το κεφάλαιο 9 του βιβλίου 12 της *Μεγίστης*. Στο κεφάλαιο αυτό, το οποίο φέρει τον τίτλο «Ἀπόδειξις τῶν μεγίστων πρὸς τὸν ἥλιον διαστάσεων Ἀφροδίτης καὶ Ἑρμοῦ», ο Πτολεμαίος δείχνει μέσω συγκεκριμένων παραδειγμάτων πώς κατασκευάζει το κανόνιο των μέγιστων αποστάσεων της Αφροδίτης καὶ του Ερμή από τον ακριβή ήλιο. Δείχνει δηλαδή πώς βρίσκονται γεωμετρικά οι αριθμητικές τιμές τις οποίες καταχωρεί στο κανόνιο αυτό.[124] Στην περίπτωση του Ερμή υπάρχει μία ιδιαιτερότητα η οποία δεν υπάρχει στην περίπτωση της Αφροδίτης.[125] Την ιδιαιτερότητα αυτή ο Πτολεμαίος την χειρίζεται προσφεύγοντας στη μέθοδο της *γραμμικής παρεμβολής*, την οποία χρησιμοποιεί κατά τη διαδικασία εύρεσης των μέγιστων αποστάσεων του Ερμή.

Ο Πτολεμαίος παρουσιάζει τη συνολική διαδικασία που ακολουθεί για τον Ερμή, εξετάζοντας δύο περιπτώσεις: α) δείχνει πώς βρίσκεται η μέγιστη εσπερινή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο όταν ο πλανήτης βρίσκεται στην αρχή του Σκορπιού και β) δείχνει πώς βρίσκεται η μέγιστη πρωϊνή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο όταν βρίσκεται στην αρχή του Ταύρου. Και στις δύο περιπτώσεις που εξετάζει ο Πτολεμαίος για τον Ερμή, η συνολική διαδικασία που ακολουθεί για την εύρεση της ζητούμενης τιμής είναι ακριβώς η ίδια και αποτελείται από τρία στάδια. Στα δύο πρώτα στάδια βρίσκει γεωμετρικά τις τιμές των μέγιστων αποστάσεων οι οποίες αντιστοιχούν σε δύο θέσεις του Ερμή εκατέρωθεν της αρχής του Σκορπιού (πρώτη περίπτωση) και εκατέρωθεν της αρχής του Ταύρου (δεύτερη περίπτωση). Στο τρίτο στάδιο κάνει τη *γραμμική παρεμβολή*, δηλαδή ανάμεσα στις δύο τιμές που βρήκε στα δύο προηγούμενα στάδια παρεμβάλλει τη ζητούμενη τιμή.[126] Θα εξετάσουμε την

---

[124] Το εν λόγω κανόνιο αποτελείται από δώδεκα στίχους και πέντε σελίδια (βλ. H2.522). Στο πρώτο σελίδιο γράφονται οι ονομασίες των δώδεκα ζωδίων, ενώ στα επόμενα σελίδια καταχωρούνται οι αριθμητικές τιμές που εκφράζουν τις μέγιστες πρωϊνές και εσπερινές (ἑῴους καὶ ἑσπερίας) αποστάσεις της Αφροδίτης και του Ερμή από τον ακριβή ήλιο, όταν οι πλανήτες βρίσκονται στην αρχή κάθε ζωδίου. Για την Αφροδίτη ο Πτολεμαίος εξετάζει μία περίπτωση και συγκεκριμένα αυτή στην οποία ο πλανήτης βρίσκεται στην αρχή του Κριού. Μέσω του συγκεκριμένου παραδείγματος δείχνει τη γεωμετρική μέθοδο υπολογισμού των δύο αποστάσεων της Αφροδίτης από τον ακριβή ήλιο. Για τη θέση της Αφροδίτης στην αρχή του Κριού βρίσκει ότι η πρωϊνή απόστασή της από τον ακριβή ήλιο είναι 45° 14΄ και η εσπερινή 46° 22΄ (βλ. H2.509.3-513.23). Οι δύο αυτές τιμές είναι καταχωρημένες στον πρώτο στίχο του δεύτερου και τρίτου σελιδίου, αντίστοιχα.

[125] Η ιδιαιτερότητα στην περίπτωση του Ερμή είναι ότι όταν δίδεται η φαινόμενη θέση του δεν μπορεί να βρεθεί η μέση κατά μήκος κίνησή του με γεωμετρική μέθοδο. Για την ιδιαιτερότητα αυτή, καθώς και για τον τρόπο με τον οποίο πρόκειται να την χειριστεί, ο Πτολεμαίος συζητά πριν παρουσιάσει τη διαδικασία εύρεσης των μέγιστων αποστάσεων του Ερμή (βλ. H2.514.6-21).

[126] Ο Πτολεμαίος, πριν παρουσιάσει τη διαδικασία εύρεσης των μέγιστων αποστάσεων του Ερμή είχε δηλώσει ότι θα χρησιμοποιήσει τις τιμές αυτές προκειμένου να βρει τη ζητούμενη τιμή: «καὶ τὰς ἐν ταῖς εὑρισκομέναις παρόδοις γινομένας μεγίστας ἀποστάσεις ἐπιλογιζόμενοι **διὰ τούτων** καὶ τὴν ἐπ᾽ αὐτῆς τῆς ἀρχῆς τοῦ δωδεκατημορίου συνισταμένην μεγίστην ἀπόστασιν **εὑρίσκομεν**» (H2.514.16-20).

πρώτη περίπτωση, αυτή δηλαδή στην οποία το ζητούμενο είναι η μέγιστη εσπερινή απόσταση του Ερμή στην αρχή του Σκορπιού. Ο Πτολεμαίος, ακολουθώντας τα τρία στάδια της διαδικασίας βρίσκει ότι η ζητούμενη τιμή είναι 20º 58΄.

Στο πρώτο στάδιο της διαδικασίας ο Πτολεμαίος βρίσκει ότι όταν η θέση του Ερμή είναι στις 29º 2΄ του Ζυγού η μέγιστη εσπερινή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο είναι 21º 2΄.[127] Στο δεύτερο στάδιο βρίσκει ότι όταν η θέση του Ερμή είναι στις 1º 55΄ του Σκορπιού η μέγιστη εσπερινή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο είναι 20º 51΄.[128] Αφού πρώτα παρουσιάσει συνοπτικά τα αποτελέσματα που βρήκε στα στάδια αυτά, ο Πτολεμαίος περνά στο τρίτο στάδιο της διαδικασίας, στο οποίο χρησιμοποιεί τα συγκεκριμένα αποτελέσματα και βρίσκει ότι η ζητούμενη τιμή είναι 20º 58΄.[129] Αυτό που κάνει στο τρίτο στάδιο ο Πτολεμαίος είναι ότι βρίσκει την τιμή η οποία αντιστοιχεί σε μια ενδιάμεση τιμή, όχι κανονίου αυτή τη φορά, αλλά σε μια τιμή η οποία βρίσκεται απλώς ανάμεσα σε δύο δοθείσες τιμές. Βρίσκει δηλαδή τη ζητούμενη τιμή με τη μέθοδο της *γραμμικής παρεμβολής*. Ο ίδιος ο Πτολεμαίος δεν χαρακτηρίζει τη μέθοδο που χρησιμοποιεί. Αυτό το κάνει ο Θέων όταν σχολιάζει τη διαδικασία που ακολουθεί ο Πτολεμαίος για την εύρεση αυτής της τιμής.

Ο Θέων, σχολιάζοντας τη διαδικασία που ακολουθεί ο Πτολεμαίος για να βρει τις μέγιστες αποστάσεις του Ερμή, εστιάζει σε δύο σημεία: το πρώτο είναι η ιδιαιτερότητα που υπάρχει στην περίπτωση του Ερμή (σε σχέση με την περίπτωση της Αφροδίτης) και το άλλο είναι το τρίτο στάδιο της διαδικασίας, στο οποίο ο Πτολεμαίος βρίσκει με *γραμμική παρεμβολή* τη ζητούμενη τιμή. Το ότι ο Θέων εστιάζει στα δύο αυτά σημεία προκύπτει από το γεγονός ότι δεν αφιερώνει ούτε μια γραμμή των σχολίων του αποκλειστικά για τα δύο πρώτα στάδια της διαδικασίας. Αφού πρώτα εξηγήσει με λεπτομέρειες την ιδιαιτερότητα που υπάρχει στην περίπτωση του Ερμή και αφού εξηγήσει για ποιο λόγο ο Πτολεμαίος επέλεξε να εφαρμόσει για τον Ερμή τη συγκεκριμένη διαδικασία, απλώς συνοψίζει την όλη διαδικασία που ακολούθησε ο Πτολεμαίος προκειμένου να βρει τη ζητούμενη τιμή. Όμως, στη σύνοψη που κάνει α) επισημαίνει από την αρχή ότι ο Πτολεμαίος βρήκε *ἐξ ἀναλόγου* τη ζητούμενη τιμή και β) δίνει περισσότερες εξηγήσεις για το πώς βρέθηκε η ζητούμενη τιμή με αυτόν τον τρόπο. Ας δούμε το χωρίο στο οποίο ο Θέων συνοψίζει τη διαδικασία που ακολουθεί ο Πτολεμαίος για την εύρεση της τιμής 20º 58΄:

συνάγει καὶ τὴν ἐξαναλόγου συνισταμένην κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ αὐτοῦ δωδεκατημορίου μεγίστην ἀπόστασιν. συναγαγὼν γὰρ ὅτι ὅταν ὁ ἀστὴρ ἀκριβῶς ἐπέχῃ τῶν χηλῶν μοίρας κθ̄ β΄ διίσταται τὸ πλεῖστον τοῦ ἀκριβοῦς ἡλίου μοίρας κᾱ β΄· ὅταν δὲ ἀκριβῶς ἐπέχῃ τοῦ σκορπίου μοίρας ᾱ νε΄, διίσταται ὁμοίως τὸ πλεῖστον τοῦ ἀκριβοῦς ἡλίου μοίρας κ̄ να΄. καὶ ἔστι τῶν μὲν ἀκριβῶν ἐποχῶν ἡ ὑπεροχὴ

[127] Βλ. H2.515.1-516.3.

[128] Βλ.H2.516.4-517.5.

[129] Βλ. H2.517.3-13.

μοιρῶν β̅ νγ΄· τῶν δὲ μεγίστων διαστάσεων ἑξηκοστῶν ια΄. ἔστι δὲ καὶ ἡ ἀπὸ[130] τῆς α΄ ἐποχῆς τουτέστι τῶν χηλῶν μοιρῶν κθ̅ β΄, ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ σκορπίου ἑξηκοστῶν νη΄, λαμβάνει ὅτι καὶ ἐξαναλόγου τῇ κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ σκορπίου ἐποχῇ ἐπιβάλλει διαφορὰ[131] τῶν μεγίστων ἀποστάσεων παρὰ τὴν α΄ ἑξηκοστὰ δ̅. ἔστι γὰρ ὡς β̅ νγ΄ πρὸς ια΄, οὕτως ἑξηκοστὰ νη̅ πρὸς ἑξηκοστὰ δ̅ ἅτινα ἀφελὼν ἀπὸ τῶν κᾱ β΄ τῆς α΄ καὶ κατὰ τὰς χηλὰς μεγίστης ἀποστάσεως μοιρῶν ἐπειδήπερ καὶ εἰς τὰ ἑπόμενα ὡς ἀπὸ χηλῶν ἐπὶ τὸν σκορπίον, προϊὼν ὁ ἀστὴρ ἐμείωσεν ἀπόστασιν ἔσχε καὶ τὴν ἐν αὐτῇ τῇ ἀρχῇ τοῦ σκορπίου μεγίστην ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἡλίου διάστασιν μοιρῶν κ̅ νη΄ ὅσας καὶ παρέθηκε κατὰ τὸ ε̅ σελίδιον τῆς τοῦ ἑρμοῦ μεγίστης ἑσπερίας διαστάσεως ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ σκορπίου. (*Vaticanus gr*. 1087, f. 138v, στ. 18-28)[132]

Απόδοση του αρχαίου κειμένου

Συνάγει τη μέγιστη απόσταση, η οποία προκύπτει *ἐξ ἀναλόγου,* [όταν ο Ερμής βρίσκεται] στην αρχή του ίδιου ζωδίου. Διότι αφού συμπέρανε ότι όταν η ακριβής θέση του αστέρα είναι στις 29° 2΄του Ζυγού η μέγιστη απόστασή του από τον ακριβή

---

[130] Στον κώδικα *Vat. gr*. 1087 αντί της λέξης ἀπὸ είναι γραμμένη η λέξη ὑπὸ.

[131] Στον κώδικα *Vat. gr*. 1087 αντί της λέξης διαφορὰ είναι γραμμένη η λέξη διαφορὰς.

[132] Το συγκεκριμένο χωρίο που παραθέτω είναι ένα απόσπασμα από το εκτενέστερο χωρίο στο οποίο ο Θέων εξετάζει την περίπτωση του Ερμή. Έχουν προηγηθεί δηλαδή τα σχόλια που κάνει για την ιδιαιτερότητα που υπάρχει στην περίπτωση του Ερμή, καθώς και για την επιλογή της συγκεκριμένης διαδικασίας εκ μέρους του Πτολεμαίου. Ολόκληρο το χωρίο στο οποίο ο Θέων συζητά για την περίπτωση του Ερμή περιλαμβάνεται στο ρέον κείμενο των σχολίων του μόνο στον κώδικα *Vaticanus gr*. 1087. Ανήκει στην κατηγορία των χωρίων τα οποία στους κώδικες που μας παραδίδουν τη βυζαντινή διασκευή των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* έχουν αποκοπεί από το ρέον κείμενο και στη θέση τους γράφεται μόνο η αρχική τους φράση, ενώ αμέσως μετά γράφεται η παραπομπή σε κάποια σχόλια. Για το συγκεκριμένο χωρίο, μετά την αρχική του φράση (ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ ἑρμοῦ ἀστέρος ὑποκείσθω εὑρεῖν πόσον τὸ πλεῖστον ἀφίσταται) γράφεται η παραπομπή «ζήτει τὸ ἑξῆς ἐν τοῖς σχολίοις μέχρι τέλους». Στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198 (f. 480v) η παραπομπή αυτή συνοδεύεται από τις οδηγίες «ζήτει περὶ τὰ μέρη τοῦ θ̅ κεφαλαίου τοῦ ιβ΄ βιβλίου ἐν ση ... » [Σημείωση: με τις τρεις τελείες επισημαίνω ότι στο σημείο αυτό υπάρχει το διακριτικό σημάδι που χρησιμοποιεί ο γραφέας και το οποίο είναι μία σχεδόν κατακόρυφη γραμμή που τέμνεται από τέσσερεις οριζόντιες παράλληλες γραμμές.] Ακολουθώντας τις οδηγίες του γραφέα βρίσκουμε στον ίδιο κώδικα ολόκληρο το χωρίο από το ρέον κείμενο του Θέωνα γραμμένο ως παρασελίδιο σχόλιο της *Μεγίστης* στο f. 302r-v. Στο f. 302r, όπου και αρχίζει να γράφεται το συγκεκριμένο χωρίο, βλέπουμε το ίδιο διακριτικό σημάδι που είχε χρησιμοποιήσει ο γραφέας και δίπλα του τη σημείωση «ὃ ζήτει ἐν τῇ ἐξηγήσει». Στο f. 302v, στο σημείο όπου τελειώνει το χωρίο βλέπουμε τη σημείωση «ἕως ὧδε». Ολόκληρο το χωρίο το βλέπουμε επίσης να γράφεται ως παρασελίδιο σχόλιο της *Μεγίστης* και σε άλλους κώδικες, όπως, για παράδειγμα, στους *Vaticanus gr*. 1594 (f. 243r), γραμμένο από το πρώτο χέρι, *Vaticanus gr*. 180 (f. 263v) και *Marcianus gr*. 310 (f.139r). Περιλαμβάνεται επίσης και στη συλλογή των σχολίων τα οποία αντιγράφονται από τον κώδικα *Vaticanus gr*. 1594 και γράφονται στον *Vaticanus gr*. 184, στον οποίο το συναντάμε στο f. 73r. [Σημείωση: για το παραπάνω αρχαίο κείμενο που παραθέτω χρησιμοποίησα ως βασικό κείμενο αυτό του κώδικα *Vaticanus gr*. 1087 και για τη διόρθωση ορισμένων από τις αναγνώσεις του χρησιμοποίησα το κείμενο του *Vaticanus gr*. 1594].

ήλιο είναι 21° 2΄ και όταν η ακριβής θέση [του] είναι στις 1° 55΄ του Σκορπιού η μέγιστη πάλι απόστασή του από τον ακριβή ήλιο είναι 20° 51΄, και [αφού] η διαφορά των μεν ακριβών θέσεων είναι 2° 53΄ των δε μέγιστων αποστάσεων 11΄, και [αφού] από την πρώτη θέση, δηλαδή από τις 29° 2΄ του Ζυγού μέχρι την αρχή του σκορπιού [είναι] 58΄, βρίσκει ότι και *ἐξ αναλόγου* στην θέση [του Ερμή] στην αρχή του Σκορπιού αντιστοιχεί διαφορά των μέγιστων αποστάσεων σε σχέση με την πρώτη 4 εξηκοστά. Διότι είναι όπως 2° 53΄ προς 11΄ έτσι 58 εξηκοστά προς 4 εξηκοστά, τα οποία αφαιρώντας από τις 21° 2΄ της πρώτης και κατά τον Ζυγό μέγιστης αποστάσεως, αφού ο αστέρας προχωρώντας εις τα επόμενα, δηλαδή από τον Ζυγό προς τον Σκορπιό, μείωσε την απόσταση, βρήκε και τη μέγιστη απόσταση από τον ακριβή ήλιο [όταν ο αστέρας βρίσκεται] στην ίδια την αρχή του Σκορπιού, 20° 58΄, όσες και παρέθεσε στο πέμπτο σελίδιο της μέγιστης εσπερινής απόστασης του Ερμή στην αρχή του Σκορπιού.

Εξετάζοντας το παραπάνω χωρίο διαπιστώνουμε ότι η σύνοψη του Θέωνα δεν διαφέρει, επί της ουσίας, από αυτά που λέει ο Πτολεμαίος στο χωρίο στο οποίο, αφού πρώτα παρουσίασε συνοπτικά τα αποτελέσματα που βρήκε στα δύο πρώτα στάδια της διαδικασίας, περιέγραψε το τρίτο στάδιο στο οποίο βρίσκει ότι η ζητούμενη τιμή είναι 20° 58΄. Βλέπουμε όμως ότι ο Θέων, σε αντίθεση με τον Πτολεμαίο, αναφέρει ρητά, και μάλιστα δύο φορές, ότι η τιμή αυτή βρέθηκε *ἐξ ἀναλόγου*, κάτι το οποίο ο Πτολεμαίος απλώς υποδηλώνει. Επίσης, ο Θέων, δεν αρκείται απλώς στην επισήμανση αυτή αλλά κάνει και ορισμένες επιπλέον εξηγήσεις για την *ἐξ ἀναλόγου* εύρεση της τιμής.[133]

Η εύρεση της τιμής 20° 58΄ βασίζεται σε δύο δεδομένα: α) όταν ο Ερμής βρίσκεται στις 29° 2΄ του Ζυγού η μέγιστη εσπερινή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο είναι 21° 2΄ και β) όταν ο Ερμής βρίσκεται στις 1° 55΄ του Σκορπιού η μέγιστη εσπερινή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο είναι 20° 51΄.[134] Θα συγκρίνουμε την περιγραφή που κάνουν ο Πτολεμαίος και ο Θέων για την εύρεση της τιμής 20° 58΄, προκειμένου να δούμε τις επιπλέον εξηγήσεις του Θέωνα. Ας παραθέσουμε πρώτα το χωρίο της *Μεγίστης* στο οποίο ο Πτολεμαίος περιγράφει πώς βρήκε την τιμή 20° 58΄: «ἐπεὶ οὖν τῶν μὲν ἐποχῶν ἡ ὑπεροχὴ μοιρῶν ἐστιν β νγ, τῶν δὲ μεγίστων διαστάσεων ἑξηκοστῶν ια, ὡς καὶ τοῖς ἀπὸ τῆς πρώτης ἐποχῆς ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τοῦ Σκορπίου ἑξηκοστοῖς νη ἐπιβάλλειν ἑξηκοστὰ δ ἔγγιστα, ταῦτα ἀφελόντες τῶν κα β ἕξομεν καὶ

[133] Ας σημειώσουμε ότι και σύγχρονοι μελετητές θεωρούν αναγκαία αυτή την επισήμανση. Για παράδειγμα, ο Neugebauer (1975, 233), όταν μελετά τη διαδικασία που ακολουθεί ο Πτολεμαίος για την περίπτωση του Ερμή, επισημαίνει ότι η τιμή 20° 58΄ βρίσκεται με γραμμική παρεμβολή (by linear interpolation). Πρβλ. και (Toomer 1998, 592, υποσημ. 96). Τόσο ο Neugebauer όσο και ο Toomer, σε αντίθεση με τον Θέωνα, αρκούνται απλώς στην επισήμανση αυτή, θεωρώντας βέβαια ότι ο σύγχρονος αναγνώστης κατανοεί περί τίνος πρόκειται.

[134] Τα δεδομένα αυτά τα έχουν αναφέρει από την αρχή τόσο ο Πτολεμαίος (βλ. Η2.517.3-7) όσο και ο Θέων (βλ. το χωρίο που παραθέσαμε).

τὴν ἐν αὐτῇ τῇ ἀρχῇ τοῦ Σκορπίου μεγίστην τοῦ ἀκριβοῦς ἡλίου διάστασιν ἑσπερίαν μοιρῶν κ νη.» (H2.517.7-13).

	Πτολεμαίος	**Θέων**
1	Αφού λοιπόν η διαφορά των μέν θέσεων είναι 2º 53΄,	και [αφού] η διαφορά των μεν ακριβών θέσεων είναι 2º 53΄,
2	των δε μέγιστων αποστάσεων 11΄,	των δε μέγιστων αποστάσεων 11΄,
3	και [αφού] επομένως στα 58 εξηκοστά, από την πρώτη θέση μέχρι την αρχή του Σκορπιού, αντιστοιχούν κατά προσέγγιση 4 εξηκοστά,	και [αφού] από την πρώτη θέση, δηλαδή από τις 29º 2΄του Ζυγού μέχρι την αρχή του σκορπιού [είναι] 58΄, βρίσκει ότι και *ἐξ ἀναλόγου* στην θέση [του Ερμή] στην αρχή του Σκορπιού αντιστοιχεί διαφορά των μέγιστων αποστάσεων σε σχέση με την πρώτη 4 εξηκοστά.
4		Διότι είναι όπως 2º 53΄ προς 11΄ έτσι 58 εξηκοστά προς 4 εξηκοστά,
5	αφαιρώντας αυτά [τα εξηκοστά] από τις 21º 2΄	τα οποία αφαιρώντας από τις 21º 2΄ της πρώτης και κατά τον Ζυγό μέγιστης αποστάσεως, αφού ο αστέρας προχωρώντας εις τα επόμενα, δηλαδή από τον Ζυγό προς τον Σκορπιό, μείωσε την απόσταση,
6	θα πάρουμε και τη μέγιστη εσπερινή απόσταση [του Ερμή] από τον ακριβή ήλιο [όταν βρίσκεται] στην ίδια την αρχή του Σκορπιού, 20º 58΄.	βρήκε και τη μέγιστη απόσταση από τον ακριβή ήλιο [όταν ο αστέρας βρίσκεται] στην ίδια την αρχή του Σκορπιού, 20º 58΄, όσες και παρέθεσε στο πέμπτο σελίδιο της μέγιστης εσπερινής απόστασης του Ερμή στην αρχή του Σκορπιού.

Σύμφωνα με αυτά που λέει ο Πτολεμαίος, η τιμή 20º 58΄ βρέθηκε αφαιρώντας από την τιμή 21º 2΄ την τιμή 4΄ (ενότητες 5 και 6). Για την τιμή 4΄ λέει ότι είναι αυτή η οποία αντιστοιχεί στα 58΄ (ενότητα 3), συμπέρασμα στο οποίο κατέληξε βασιζόμενος στο ότι η διαφορά των θέσεων του Ερμή είναι 2º 53΄, ενώ η διαφορά των μέγιστων αποστάσεων είναι 11΄ (ενότητες 1 και 2). Ο Θέων δεν λέει βέβαια κάτι διαφορετικό. Θεωρεί όμως αναγκαίο να επισημάνει ότι η τιμή 4΄ προκύπτει *ἐξ ἀναλόγου* (ενότητα 3) και, κυρίως, να αναφέρει την αναλογία που ισχύει (ενότητα 4). Εξηγεί επίσης τον λόγο για τον οποίο η τιμή 4΄ πρέπει να αφαιρεθεί από την τιμή 21º 2΄ (ενότητα 5) προκειμένου να βρεθεί η ζητούμενη τιμή.[135]

Ο Θέων, το συμπέρασμα που βγάζει ο Πτολεμαίος (ότι, δηλαδή, στην τιμή 58΄ αντιστοιχεί η τιμή 4΄), το δικαιολογεί λέγοντας ότι ισχύει η αναλογία (2º 53΄):11΄:: 58΄: 4΄, η οποία είναι η γνωστή αναλογία που χρησιμοποιείται κατά την εύρεση ενδιάμεσων τιμών με τη δεύτερη μέθοδο. Ο Θέων, θεωρώντας, όπως φαίνεται και πάλι ότι ο αναγνώστης του είναι εξοικειωμένος με τη δεύτερη μέθοδο εύρεσης ενδιάμεσων τιμών, το μόνο που κάνει είναι να περιγράψει την αναλογία που ισχύει

[135] Βλέπουμε επιπλέον ότι ο Θέων προσθέτει (ενότητα 1) ότι πρόκειται για τις ακριβείς θέσεις του Ερμή και εξηγεί (ενότητα 3) ότι η πρώτη θέση του Ερμή είναι στις 29º 2΄ του Ζυγού. Δεν πρόκειται όμως για επιπλέον εξηγήσεις του Θέωνα, αλλά για επαναλήψεις που κάνει, αφού αυτά έχουν ήδη αναφερθεί πριν. Βλέπουμε επίσης ότι ο Θέων (στο τέλος της ενότητας 6) αναφέρει πού ακριβώς βρίσκεται στο κανόνιο η τιμή 20º 58΄.

και στην οποία η τιμή 4΄ είναι η τέταρτη ανάλογος των τριών διαφορών 2º 53΄, 11΄ και 58΄. Δεν θεωρεί δηλαδή αναγκαίο να εξηγήσει ποιές είναι οι 5 δεδομένες τιμές που εμπλέκονται στη διαδικασία και από τις οποίες προκύπτουν οι συγκεκριμένες διαφορές, ούτε να εξηγήσει πώς βρίσκεται η τέταρτη ανάλογος. Αναφέροντας και αυτός, όπως κάνει ο Πτολεμαίος, μόνο τις διαφορές που προκύπτουν από τις 5 τιμές, καλεί τον αναγνώστη να επαληθεύσει την ορθότητα της τιμής 4΄ που αναφέρει ο Πτολεμαίος, με τη βοήθεια της αναλογίας που περιγράφει.[136] Φαίνεται επομένως και στην περίπτωση αυτή, όπως και στην προηγούμενη που εξετάσαμε, ότι ο Θέων, σε τελευταία ανάλυση, καλεί τον αναγνώστη να εξακριβώσει την ισχύ της δεύτερης μεθόδου για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών γενικότερα. Και όπως πάλι φαίνεται από τον ελλειπτικό τρόπο που σχολιάζει τη διαδικασία του Πτολεμαίου, θεωρεί ότι ο αναγνώστης γνωρίζει τις λεπτομέρειες που απαιτεί η εφαρμογή της μεθόδου. Ας δούμε τι ακριβώς σημαίνει αυτό.

Ας δούμε και πάλι τις τιμές που αναφέρουν ο Πτολεμαίος και ο Θέων και οι οποίες χρησιμοποιούνται για την εύρεση της τελικής τιμής 20º 58΄. Αναφέρουν ότι για τη θέση του Ερμή στις 29º 2΄ του Ζυγού και στις 1º 55΄ του Σκορπιού η μέγιστη εσπερινή απόστασή του από τον ακριβή ήλιο είναι αντίστοιχα 21º 2΄ και 20º 51΄. Το ζητούμενο είναι να βρεθεί η μέγιστη εσπερινή απόσταση όταν ο Ερμής βρίσκεται στην αρχή του Σκορπιού. Από αυτά τα λεγόμενα πρέπει κανείς να συμπεράνει ποιες είναι οι 5 τιμές που εμπλέκονται στην εφαρμογή της μεθόδου. Πρέπει να σκεφθεί ότι α) όταν ο Ερμής βρίσκεται στην αρχή του Σκορπιού, απέχει από την αρχή του Ζυγού 30º και β) όταν ο Ερμής βρίσκεται στις 1º 55΄ του Σκορπιού, απέχει από την αρχή του Ζυγού 31º 55΄. Έτσι, θα έχει και τις 5 δεδομένες τιμές που χρειάζεται προκειμένου να βρει τη ζητούμενη τιμή. Ας αποτυπώσουμε τις τιμές σε Πίνακα και ας δούμε την εφαρμογή της μεθόδου.

Απόσταση του Ερμή από την αρχή του Ζυγού	Μέγιστη απόσταση του Ερμή από τον ακριβή ήλιο
α = 29º 2΄	α_1 = 21º 2΄

[136] Και στην περίπτωση αυτή, αν κάποιος θελήσει να εξακριβώσει την ορθότητα της τιμής 4΄ θα πρέπει να επαληθεύσει ότι 11΄ × 58΄= 4΄ × (2º 53΄). Και πάλι όμως, εκτελώντας τους δύο πολλαπλασιασμούς θα βρει διαφορετικά γινόμενα: 11΄ × 58΄= 638΄΄, ενώ 4΄ × (2º 53΄)=8΄ 212΄΄= 480΄΄+212΄΄= 692΄΄. Όπως βλέπουμε, τα δύο γινόμενα διαφέρουν κατά 54΄΄. Η διαφορά αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η τιμή 4΄ που αναφέρει ο Πτολεμαίος έχει προέλθει από στρογγυλοποίηση. Αυτό εξάλλου το επισημαίνει ο Πτολεμαίος, ο οποίος αναφέρει ότι η τιμή είναι κατά προσέγγιση 4 εξηκοστά (βλ. ενότητα 3 του Πίνακα). Επομένως, εάν κάποιος ενδιαφέρεται για την εύρεση της τιμής την οποία ο Πτολεμαίος στρογγυλοποίησε σε 4΄, θα πρέπει να βρει μόνος του την τέταρτη ανάλογο (δ) των διαφορών 2º 53΄, 11΄ και 58΄. Είναι δ=(11΄ ×58΄):(2º 53΄) = (638΄΄): (2º 53΄). Το πηλίκο που προκύπτει από τη διαίρεση (638΄΄): (2º 53΄) είναι 3΄ 41΄΄ 16΄΄΄ 18(4) 2(5) 4(6) 51(7) 19(8) και μένει και κάποιο υπόλοιπο. Αυτή είναι η τιμή την οποία ο Πτολεμαίος στρογγυλοποιεί σε 4΄ και η εύρεσή της επαφίεται, τόσο από τον Πτολεμαίο όσο και από τον Θέωνα, στον αναγνώστη.

$\gamma = 30^o$	$\gamma_1 =$ ζητούμενο
$\beta = 31^o\ 55'$	$\beta_1 = 20^o\ 51'$

Αυτό που ζητείται είναι να βρεθεί η τιμή που αντιστοιχεί στην ενδιάμεση τιμή (30°), η οποία βρίσκεται ανάμεσα στις τιμές $29^o\ 2'$ και $31^o\ 55'$. Και στην προκειμένη περίπτωση, όπως και στην προηγούμενη που εξετάσαμε, ισχύει η *αρχή της αναλογικής ελάττωσης*. Δηλαδή, τα ανάλογα ποσά είναι η παραύξηση της απόστασης του Ερμή από την αρχή του Ζυγού και η ελάττωση της μέγιστης απόστασής του από τον ακριβή ήλιο. Αυτό πρέπει και πάλι να ληφθεί υπόψιν κατά την εύρεση των διαφορών που χρησιμοποιούνται στην αναλογία, καθώς και στο τελευταίο βήμα της διαδικασίας. Τα βήματα της διαδικασίας που ακολουθούμε για την εύρεση του ζητουμένου είναι τα εξής:

1. Εύρεση των διαφορών

$\beta-\alpha = 31^o\ 55' - 29^o\ 2' = 2^o\ 53'$, $\gamma-\alpha = 30^o - 29^o\ 2' = 58'$, $\alpha_1 - \beta_1 = 21^o\ 2' - 20^o\ 51' = 11'$.

2. Σχηματισμός της αναλογίας που ισχύει

$(\beta-\alpha):(\alpha_1-\beta_1) :: (\gamma-\alpha):(\alpha_1-\gamma_1) \rightarrow (\beta-\alpha):(\alpha_1-\beta_1) :: (\gamma-\alpha):\delta$, όπου $\delta = \alpha_1 - \gamma_1$.

Αντικαθιστώντας τις τιμές παίρνουμε $(2^o\ 53'):11' :: 58':\delta$

3. Εύρεση της τέταρτης αναλόγου (δ)

$\delta=(11' \times 58'):(2^o\ 53') = (638'')\ :\ (2^o\ 53') \approx 4'$.[137]

4. Αφαίρεση της τέταρτης αναλόγου από την τιμή $21^o\ 2'$

$\gamma_1 = 21^o\ 2' - 4' = 20^o\ 58'$.

Αυτή είναι η λεπτομερής διαδικασία που πρέπει να ακολουθήσει κανείς και, όπως προκύπτει, ο Θέων θεωρεί και πάλι ως δεδομένη τη γνώση της από τον αναγνώστη. Θεωρεί ότι ο αναγνώστης είναι σε θέση να ελέγξει την ορθότητα τόσο των τιμών που αναφέρει ο Πτολεμαίος ότι βρήκε στις δύο περιπτώσεις που εξέτασε για τον Ερμή όσο και τις υπόλοιπες τιμές που είναι καταχωρημένες στο κανόνιο, στα σελίδια για τις μέγιστες αποστάσεις του Ερμή. Αυτό φαίνεται και από το γεγονός ότι ο Θέων δεν σχολιάζει καθόλου τη διαδικασία που ακολουθεί ο Πτολεμαίος στη δεύτερη περίπτωση που εξετάζει για τον Ερμή, η οποία, άλλωστε, είναι ακριβώς ίδια με αυτήν που ακολούθησε στην πρώτη περίπτωση.[138] Όμως ο Θέων δεν κάνει ούτε καν την επισήμανση ότι η τιμή που αναφέρει ο Πτολεμαίος βρέθηκε *ἐξ ἀναλόγου*. Αμέσως μετά την εξέταση της πρώτης περίπτωσης για τον Ερμή, αρκείται στο να επισημάνει

[137] Όπως ήδη αναφέραμε (βλ. υποσημ. 136), η τιμή 4΄ έχει προκύψει από στρογγυλοποίηση.

[138] Μετά την εξέταση της πρώτης περίπτωσης για τον Ερμή ο Πτολεμαίος εξετάζει και τη δεύτερη περίπτωση και βρίσκει, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, ότι η μέγιστη πρωϊνή απόσταση του Ερμή από τον ακριβή ήλιο είναι $22^o\ 13'$ (βλ. Η2.517.14-520.18).

ότι ο Πτολεμαίος βρήκε με τον ίδιο τρόπο (ὡσαύτως) ότι η μέγιστη απόσταση του Ερμή, όταν ο πλανήτης βρίσκεται στην αρχή του Ταύρου, είναι 22° 13΄, την οποία και παρέθεσε στο τέταρτο σελίδιο: «ὡσαύτως δὲ καὶ τὴν ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ ταύρου μεγίστην ἀπόστασιν ἐπιλογισάμενος μοιρῶν κβ ιγ΄ παρέθηκε τῷ αὐτῷ δωδεκατημορίῳ κατὰ τὸ δ΄σελίδιον» (*Vaticanus gr.* 1087, f. 138v). Ανάλογη επισήμανση (ὁμοίως) κάνει αμέσως μετά ο Θέων και για την εύρεση των υπόλοιπων τιμών του κανονίου, όταν, δηλαδή, ο πλανήτης βρίσκεται στα άλλα ζώδια: «ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δωδεκατημορίων ἐπιλογισάμενος τὴν τοῦ προκειμένου κανόνος ἔκθεσιν πεποίηται.» (*Vaticanus gr.* 1087, f. 138v)

- *Σύνοψη – Σχόλια*

Εξετάσαμε δύο παραδείγματα για την εύρεση γενικότερα ενδιάμεσων τιμών. Και στα δύο παραδείγματα η εύρεση της ζητούμενης τιμής έγινε με τη δεύτερη μέθοδο που είχε δείξει ο Θέων για την εύρεση ενδιάμεσων τιμών του πίνακα χορδών. Στην πραγμάτευσή του ο Θέων δεν θεώρησε αναγκαίο να δώσει λεπτομερείς εξηγήσεις για τη διαδικασία που ακολουθείται, θεωρώντας, όπως φαίνεται, δεδομένη τη γνώση της από τον αναγνώστη. Θεώρησε όμως αναγκαίο και στις δύο περιπτώσεις να περιγράψει την αναλογία που ισχύει. Αυτό με τη σειρά του δείχνει και την προτίμηση του Θέωνα στη δεύτερη μέθοδο. Διότι, και στις δύο περιπτώσεις που μόλις εξετάσαμε, όπως εξάλλου συμβαίνει και σε κάθε περίπτωση, οι ίδιες τιμές προκύπτουν και με την εφαρμογή της πρώτης μεθόδου.

Μέρος Β

Κεφάλαιο 3

Η ιστορία του 5ου βιβλίου των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*

3.1 Εισαγωγή

Το 5ο βιβλίο των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* του Πτολεμαίου, συγκρινόμενο με τα υπόλοιπα βιβλία των *Σχολίων*, έχει μια ιδιαίτερη ιστορία. Η ιδιαιτερότητα που το χαρακτηρίζει έχει να κάνει τόσο με τον τρόπο όσο και με τον χρόνο της παράδοσής του. Διότι το συγκεκριμένο βιβλίο του Θέωνα είναι το μοναδικό το οποίο μας παραδίδεται «τεμαχισμένο» σε δύο μέρη, το καθένα από τα οποία παραδίδεται με εντελώς διαφορετικό τρόπο και σε διαφορετικό χρόνο. Στην ενότητα αυτή θα εξετάσουμε την ιδιαίτερη ιστορία του 5ου βιβλίου των *Σχολίων*, αφού πρώτα παρουσιάσουμε α) πώς διαμοιράζονται τα σχόλια του Θέωνα στα δύο μέρη του έργου και β) ορισμένα στοιχεία από το 5ο βιβλίο των *Σχολίων* του Πάππου στη *Μεγίστη*, διότι η ιστορία του 5ου βιβλίου του Θέωνα είναι άμεσα συνδεδεμένη με το βιβλίο αυτό του Πάππου. Η άμεση σύνδεση του 5ου βιβλίου των δύο σχολιαστών οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το μεγαλύτερο μέρος του 5ου βιβλίου του Θέωνα θεωρούνταν χαμένο. Ως αποτέλεσμα βλέπουμε, σε ορισμένες από τις πηγές που μας παραδίδουν τα σχόλια του Θέωνα, να γράφεται ανάμεσα στο 4ο και στο 6ο βιβλίο του Θέωνα το 5ο βιβλίο του Πάππου. Συγχρόνως όμως, επειδή και το 5ο βιβλίο του Πάππου είναι ελλιπές, βλέπουμε το σωζόμενο απόσπασμα από το 5ο βιβλίο του Θέωνα να παρεμβάλλεται στο 5ο βιβλίο του Πάππου, το οποίο στις ίδιες πηγές έχει ήδη παρεμβληθεί ανάμεσα στο 4ο και στο 6ο βιβλίο του Θέωνα.

Το 5ο βιβλίο του Θέωνα μας παραδίδεται δομημένο σε κεφάλαια με άξονα τα κεφάλαια του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης*, το οποίο με τη σειρά του είναι δομημένο σε 19 κεφάλαια από τα οποία τα δύο (τα κεφάλαια 8 και 18) είναι εκθέσεις κανονίων.[1] Στο 5ο βιβλίο του Θέωνα, όπως εξάλλου συμβαίνει και με τα υπόλοιπα βιβλία του, δεν υπάρχουν αυτές οι εκθέσεις των κανονίων.[2] Το γεγονός ότι δεν υπάρχουν οι εκθέσεις των δύο κανονίων, καθώς επίσης και το γεγονός ότι ο Θέων ενοποιεί σε ένα κεφάλαιο τα σχόλιά του στα κεφάλαια 3 και 4 της *Μεγίστης*, έχει ως αποτέλεσμα το 5ο βιβλίο του να παρουσιάζεται δομημένο σε 16 κεφάλαια, τα οποία διαμοιράζονται στα δύο μέρη του βιβλίου (3 κεφάλαια στο ένα μέρος και 13 στο άλλο).[3] Το ένα μέρος του 5ου βιβλίου (το

[1] Πρόκειται για τα κανόνια που φέρουν, αντίστοιχα, την επιγραφή «κανόνιον τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας» (κεφ. 8, H1.390) και «κανὼν παραλλακτικός» (κεφ. 18, H1.442).

[2] Σε όλα τα βιβλία της *Μεγίστης*, οι εκθέσεις κανονίων αποτελούν ξεχωριστά κεφάλαια. Όμως, στα αντίστοιχα βιβλία του Θέωνα, παρά το γεγονός ότι ο ίδιος κάνει συνεχείς αναφορές στα κανόνια που περιέχει η *Μεγίστη*, δεν θα συναντήσουμε κανένα από τα κανόνια αυτά.

[3] Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να κάνω μια διευκρίνιση για την αρίθμηση των κεφαλαίων του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Αν κάνουμε συνεχόμενη αρίθμηση στα κεφάλαια του Θέωνα, προκύπτει, μετά το δεύτερο κεφάλαιο, αναντιστοιχία ανάμεσα στα κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα και του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης*. Προκύπτει, δηλαδή, ότι το κεφάλαιο 3 του Θέωνα περιέχει τα σχόλια στα κεφάλαια 3 και 4

οποίο στο εξής θα αναφέρω ως Μέρος Ι) περιλαμβάνει τα σχόλια στα κεφάλαια 2-5 της *Μεγίστης*, ενώ το άλλο μέρος (το οποίο στο εξής θα αναφέρω ως Μέρος ΙΙ) περιλαμβάνει τα σχόλια στα κεφάλαια 1, 6, 7, 9-17 και 19. Όμως, από το Μέρος ΙΙ, μας παραδίδονται ελλιπή δύο κεφάλαια και συγκεκριμένα το κεφάλαιο 1, από το οποίο λείπει το αρχικό κομμάτι και το κεφάλαιο 19, του οποίου διασώζεται μόνο ένα αρχικό κομμάτι, ενώ το υπόλοιπο φαίνεται ότι έχει χαθεί. Το μεγαλύτερο τμήμα του Μέρους Ι είδε το φως της δημοσιότητας τον 16ο αιώνα, ενώ η ύπαρξη ενός επιπλέον τμήματος του Μέρους Ι έγινε το 1953 από τον Rome.[4] Το Μέρος ΙΙ έπρεπε να περιμένει πάνω από 4 αιώνες προκειμένου η ύπαρξή του να γίνει γνωστή το 1987, από την Tihon. Η πρώτη έκδοση (*editio princeps*) του μεγαλύτερου τμήματος του Μέρους Ι έγινε το 1538 στη Βασιλεία και αποτελεί τη μοναδική έκδοση που υπάρχει για το μέρος αυτό των σχολίων του Θέωνα. Το υπόλοιπο τμήμα του Μέρους Ι, καθώς και το Μέρος ΙΙ παρέμεναν μέχρι σήμερα ανέκδοτα και εκδίδονται για πρώτη φορά στην παρούσα διδακτορική διατριβή.

Το 5ο βιβλίο του Πάππου περιλαμβάνει τα σχόλια στα κεφάλαια 1-2 και 5-19.[5] Όμως, εκτός του ότι δεν διασώζονται, όπως βλέπουμε, τα κεφάλαια 3 και 4, δύο κεφάλαια μας παραδίδονται και στην περίπτωση του Πάππου ελλιπή. Συγκεκριμένα, από το κεφάλαιο 2 διασώζεται μόνο το αρχικό κομμάτι, ενώ από το κεφάλαιο 5 λείπει το αρχικό κομμάτι. Επομένως, όπως προκύπτει, το 5ο βιβλίο του Θέωνα περιέχει τα μοναδικά σχόλια που διασώζονται από την αρχαιότητα για τα κεφάλαια 3 και 4 της *Μεγίστης*, καθώς και για τα μέρη των κεφαλαίων 2 και 5, για τα οποία επίσης δεν υπάρχουν τα σχόλια του Πάππου. Το γεγονός ότι ένα μέρος του 5ου βιβλίου του Πάππου είχε χαθεί, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι διασώζονταν τα αντίστοιχα σχόλια του Θέωνα, έπαιξε, όπως ήδη αναφέραμε παραπάνω, ρόλο στο να συνδεθεί με το 5ο βιβλίο του Πάππου η ιστορία του 5ου βιβλίου του Θέωνα.

Σταθμούς στην ιστορία του 5ου βιβλίου του Θέωνα αποτελούν τα έτη 1931, 1953 και 1987. Διότι το 1931 εκφράζονται από τον Rome αμφιβολίες για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι, τις οποίες όμως μετριάζει σε μεγάλο βαθμό το 1953. Ο μετριασμός των αμφιβολιών του Rome για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα, η οποία έγινε το 1987 από την Tihon και αποτελεί σημαντικό γεγονός για την ιστορία της επιστήμης. Από τα δύο Μέρη του 5ου βιβλίου του Θέωνα, το Μέρος Ι είναι εκείνο

της *Μεγίστης*, το κεφάλαιο 5 του Θέωνα περιέχει τα σχόλια στο κεφάλαιο 6 της *Μεγίστης* κ.ο.κ. Όμως, για λόγους συντομίας, όπως κάνουμε και για τα υπόλοιπα βιβλία του Θέωνα, στην εξέτασή μας για το 5ο βιβλίο θα αναφερόμαστε στα κεφάλαια του Θέωνα χρησιμοποιώντας την αρίθμηση των κεφαλαίων της *Μεγίστης*, έχοντας βέβαια πάντοτε κατά νου ότι λέγοντας, για παράδειγμα, «το κεφάλαιο 9 του Θέωνα», εννοούμε τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο 9 της *Μεγίστης*. Θα ήθελα επίσης στο σημείο αυτό να επισημάνω ότι ακολουθώ την ίδια τακτική που ακολουθεί και ο γραφέας στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198 (τον οποίο χρησιμοποιώ στην εξέταση του 5ου βιβλίου του Θέωνα). Δηλαδή και ο γραφέας για τα κεφάλαια του Θέωνα χρησιμοποιεί την αρίθμηση των κεφαλαίων της *Μεγίστης*, επισημαίνοντας με αυτόν τον τρόπο σε ποιο κεφάλαιο της *Μεγίστης* αναφέρεται κάθε κεφάλαιο του Θέωνα. Την ίδια τακτική ακολουθεί και ο Rome στην κριτική έκδοση των *Σχολίων* του Πάππου (βιβλία 5 και 6) και του Θέωνα (βιβλία 1-4) στη *Μεγίστη*.

[4] Βλ. υποενότητα 3.2.2

[5] Ας σημειώσουμε ότι για την έκθεση των κανονίων της *Μεγίστης* και την αρίθμηση των κεφαλαίων του 5ου βιβλίου του Πάππου ισχύει ό,τι ακριβώς ισχύει και για τον Θέωνα. Δηλαδή, οι εκθέσεις των κανονίων δεν υπάρχουν, ενώ για τα κεφάλαια του Πάππου χρησιμοποιώ, όπως και για τον Θέωνα, την αρίθμηση των κεφαλαίων της *Μεγίστης*.

του οποίου η ιστορία συνδέεται άμεσα με το 5ο βιβλίο του Πάππου. Γι' αυτό το λόγο, την ιστορία του 5ου βιβλίου του Θέωνα θα την εξετάσουμε σε δύο Ενότητες. Στην πρώτη Ενότητα θα εξετάσουμε την ιστορία του Μέρους Ι. Η εξέτασή μας θα γίνει σε δύο υποενότητες. Στην πρώτη υποενότητα θα συζητήσουμε τις αμφιβολίες για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι και το μετριασμό τους. Στη δεύτερη υποενότητα θα δούμε πώς ακριβώς «συμβιώνει» σε ορισμένες από τις πηγές που μας το παραδίδουν το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα με το 5ο βιβλίου του Πάππου. Σε μια τρίτη υποενότητα θα κάνουμε ορισμένα ιστοριογραφικά σχόλια. Στη δεύτερη Ενότητα θα εξετάσουμε την ιστορία του Μέρους ΙΙ. Σε μια υποενότητα θα συζητήσουμε την ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ από την Tihon και σε μια δεύτερη υποενότητα θα κάνουμε ορισμένα ιστοριογραφικά σχόλια.

3.2 Η ιστορία του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα

Όπως αναφέραμε, μέχρι το 1987 ήταν γνωστό ότι διασώζεται μόνο ένα κομμάτι από το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Η αποσπασματική διάσωση του βιβλίου αυτού επισημαίνεται σε ορισμένες από τις ιστοριογραφικές μελέτες που είχαν γίνει μέχρι τότε και στις οποίες γινόταν αναφορά στα σωζόμενα σχόλια του Θέωνα στη *Μεγίστη*.[6] Όπως επίσης αναφέραμε, το απόσπασμα από το 5ο βιβλίο του Θέωνα, το οποίο ήταν γνωστό ως το 1987, είναι το Μέρος Ι και περιλαμβάνει τα σχόλια του Θέωνα στα κεφάλαια 2-5 της *Μεγίστης*.

3.2.1 *Οι αμφιβολίες για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι και ο μετριασμός τους*

Το 1931 τίθεται για πρώτη φορά το ιστοριογραφικό ερώτημα για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Το ερώτημα δεν διατυπώνεται ρητά, αλλά υποδηλώνεται από τις αμφιβολίες που εκφράζει ο Rome για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι όταν συζητά για το 5ο βιβλίο του Πάππου, στον πρώτο τόμο της τρίτομης έκδοσης των σχολίων του Πάππου και του Θέωνα στη *Μεγίστη* του Πτολεμαίου. Στον τόμο αυτό, ο οποίος περιέχει τα σχόλια του Πάππου στα βιβλία 5 και 6 της *Μεγίστης*, ο Rome παρουσιάζει τον κατάλογο των χειρογράφων στα οποία βασίστηκε η κριτική του έκδοση τόσο των σχολίων του Πάππου όσο και αυτών του Θέωνα. Σύμφωνα με τον κατάλογο αυτό, ορισμένα από τα χειρόγραφα που περιέχουν το 5ο βιβλίο του Πάππου περιέχουν και το 5ο βιβλίο του Θέωνα.[7] Σε υποσημείωσή του όμως ο Rome διευκρινίζει:

---

[6] Βλ. ενδεικτικά Toomer (1976, 321) και Tihon (1981, 605, υποσημ. 10). Πέρα όμως από την επισήμανση ότι το 5ο βιβλίο του Θέωνα διασώζεται αποσπασματικά, δεν γίνεται νύξη για το περιεχόμενο του σωζόμενου αποσπάσματος. Η Tihon, για το περιεχόμενο του αποσπάσματος που ήταν γνωστό ότι διασώζεται θα συζητήσει για πρώτη φορά το 1987.

[7] Πρόκειται για τους κώδικες *Vaticanus gr.*198 (14ος αι.), *Norimbergensis Stadtbib. Cent.* 5,8 (15ος αι.), *Parisinus gr.* 2398 (15ος αι.) και *Ottobonianus* 26 (16ος αι.) [βλ. (Rome 1931, xxi)]. Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνουμε ότι στον συγκεκριμένο κατάλογο του Rome φαίνεται ότι το 5ο βιβλίο του Θέωνα περιέχεται και στον κώδικα *Marcianus gr.* 310. Ο κώδικας αυτός φαίνεται και πάλι ότι ανήκει στην ομάδα

«το 5ο βιβλίο του Θέωνα περιορίζεται σε ένα μικρό κομμάτι αμφιβόλου αυθεντικότητας».[8] Με τον χαρακτηρισμό «μικρό κομμάτι» ο Rome αναφέρεται στο Μέρος I του 5ου βιβλίου του Θέωνα, εκφράζοντας συγχρόνως αμφιβολίες για την αυθεντικότητά του. Ο ίδιος, μέχρι το 1953, δεν εξηγεί με σαφήνεια πού βασίζονται οι αμφιβολίες του. Υποδηλώνει όμως πως βασίζονται στο γεγονός ότι τα χειρόγραφα που αποδίδουν στον Θέωνα το Μέρος I ανήκουν στην ομάδα των βυζαντινών διασκευών. Ωστόσο, όπως φαίνεται, οι αμφιβολίες του Rome βασίζονται κυρίως στο γεγονός ότι ένα από τα χειρόγραφα που περιέχουν το Μέρος I (και συγκεκριμένα ο κώδικας *Vaticanus gr.* 198, ο οποίος ανήκει και αυτός στην ομάδα των βυζαντινών διασκευών) δεν το αποδίδει με βεβαιότητα στον Θέωνα. Αυτό φαίνεται από τη δήλωση που κάνει το 1931 ο Rome όταν συζητά για το κενό που υπάρχει στο κεφάλαιο 2 του Πάππου: «Τα χειρόγραφα της ομάδας 1 έχουν παρεμβάλει εδώ ένα απόσπασμα που αποδίδουν στον Θέωνα. Θα το εκδώσουμε λοιπόν μαζί με τα σχόλια του Θέωνα, συμμεριζόμενοι όμως τη γνώμη του J, ο οποίος αμφιβάλλει για την αυθεντικότητά του».[9] Δεν εξηγεί όμως στο σημείο αυτό ο Rome πώς εκφράζεται στον συγκεκριμένο κώδικα η αμφιβολία για την αυθεντικότητα του Μέρους I του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Αυτό θα το κάνει το 1953. Την αμφιβολία του ο Rome τη διατηρεί για αρκετά ακόμη χρόνια. Βλέπουμε να την εκφράζει και πάλι ρητά τόσο το 1936 όσο και το 1943. Το 1936, αυτό το κάνει στον δεύτερο τόμο του έργου του (ο οποίος περιέχει τα σχόλια του Θέωνα στα βιβλία 1 και 2 της *Μεγίστης*) και με αφορμή μια αναφορά που κάνει ο Θέων στο 5ο βιβλίο.[10] Το 1943, στον τρίτο τόμο του έργου του (ο οποίος περιέχει τα σχόλια του Θέωνα στα βιβλία 3 και 4 της *Μεγίστης*), ο Rome, συζητώντας γενικότερα για τα σωζόμενα βιβλία των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*, αναφέρεται και πάλι στο «μικρό κομμάτι» που διασώζεται από το 5ο βιβλίο, λέγοντας αυτή τη φορά ότι «ακόμα και αν δεν είναι αυθεντικό, δεν υπάρχει λόγος να υποθέσουμε ότι το 5ο βιβλίο του Θέωνα δεν υπήρξε».[11] Την αμφιβολία του την υποδηλώνει επίσης, το 1948, στο άρθρο του στο οποίο εξετάζει τον κώδικα *Norimbergensis Cent.* V, app. 8.[12] Περιγράφοντας τον τρόπο με τον οποίο ο κώδικας αυτός μας παραδίδει το 5ο βιβλίο του Πάππου, ο Rome αναφέρεται δύο

των κωδίκων που διασώζουν το 5ο βιβλίο του Θέωνα και την οποία παρουσιάζει ο Rome το 1943 στον τρίτο τόμο του έργου του [βλ. (Rome 1943, 1085, υποσημ. (1)]. Όμως, όπως θα εξηγήσει αργότερα ο ίδιος (Rome 1953, 505), πρόκειται για τυπογραφικό λάθος που αρχικά έγινε στον πρώτο τόμο και επαναλήφθηκε στον τρίτο τόμο. Θα ήθελα όμως να επισημάνω ότι στην ομάδα των κωδίκων που παρουσιάζει στον τρίτο τόμο ο Rome δεν συμπεριλαμβάνει τον κώδικα *Ottobonianus* 26, παρά το ότι ο κώδικας αυτός, σύμφωνα με τον κατάλογο του πρώτου τόμου φαίνεται ότι περιέχει το 5ο βιβλίο του Θέωνα.

[8] «Le 5e livre de Théon se réduit à un court fragment d'authenticité douteuse.» [RI.xxi, υποσημ. (1)].

[9] «Les manuscrits du groupe 1 ont inséré ici un passage qu'ils attribuent à Théon. Nous le publierons donc avec le commentaire de Théon, mais en nous rangeant à l'avis de J, qui doute de son authenticité» [RI.25, υποσημ. (1)]. Ας σημειώσουμε ότι το γράμμα J που αναφέρει σε αυτή του τη δήλωση ο Rome είναι το *siglum* που χρησιμοποιεί για τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198.

[10] Βλ. RII.352, υποσημ. (3). Για την αναφορά αυτή του Θέωνα βλ. RII.352.16-353.1. Το εάν ο Θέων αναφέρεται στο δικό του 5ο βιβλίο ή σε αυτό της *Μεγίστης* παραμένει ένα ερώτημα που πρέπει να εξεταστεί.

[11] «Même si ce fragment n'est pas authentique, il n'y a pas de motif de supposer que le 5e livre de Théon n'a pas existé.» [R.III.1085, υποσημ. (1)].

[12] «Notes sur le ms. astronomique Norimbergensis gr. cent. V app. 8», *Scriptorium* 2 (1948), 113-117.

φορές στο Μέρος I το 5ου βιβλίου του Θέωνα με την έκφραση «το κομμάτι που *αποδίδεται* στον Θέωνα».[13]

Δεν γνωρίζουμε με βεβαιότητα μέχρι πότε ο Rome διατηρούσε τις αμφιβολίες του για την αυθεντικότητα του Μέρους I του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Το βέβαιο όμως είναι ότι το 1953 τις είχε μετριάσει σε μεγάλο βαθμό και θεωρούσε πλέον ότι το Μέρος I έχει πολλές πιθανότητες να είναι αυθεντικό. Τη λεπτομερή επιχειρηματολογία του υπέρ της αυθεντικότητας του Μέρους I την παρουσιάζει στο άρθρο του «Sur l'authenticité du 5e livre du Commentaire de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste», το οποίο δημοσιεύθηκε το 1953.[14] Στη μελέτη του αυτή ο Rome, πριν εκθέσει τα επιχειρήματά του υπέρ της αυθεντικότητας του Μέρους I του 5ου βιβλίου του Θέωνα, αποδεικνύει (ό.π., 507-512) ότι ο Θέων όντως έγραψε σχόλια στο 5ο βιβλίο. Στη συνέχεια παρουσιάζει (ό.π., 512-520) τα στοιχεία που προκύπτουν από την ανάλυση του κειμένου και τα οποία συνηγορούν υπέρ της απόδοσης του Μέρους I στον Θέωνα. Μετά το συμπέρασμα που διατυπώνει (ό.π., 521) και το οποίο είναι ότι τα στοιχεία που προέκυψαν καθιστούν πιθανή την αυθεντικότητα του Μέρους I, ο Rome δηλώνει ότι οι αμφιβολίες του κώδικα *Vaticanus gr.* 198 για την απόδοση του Μέρους I στον Θέωνα φαίνονται από τη φράση «οἶμαι τοῦ θέωνος» που είναι γραμμένη στον κώδικα αυτό. Αυτή είναι η φράση την οποία φαίνεται να είχε λάβει υπόψη του ο Rome όταν είχε γράψει το 1931, αναφερόμενος στο Μέρος I, ότι «συμμερίζεται τη γνώμη του J, ο οποίος αμφιβάλλει για την αυθεντικότητά του».[15] Ένα ακόμη στοιχείο που θα έπρεπε να τονίσουμε από το άρθρο του Rome, είναι οι αναφορές που κάνει στα παρασελίδια σχόλια της *Μεγίστης*. Συζητώντας για τα σωζόμενα βιβλία των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* (ό.π., 501), εκφράζει την πεποίθηση ότι ορισμένα κομμάτια που λείπουν από τα βιβλία αυτά βρίσκονται στα χειρόγραφα στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Στη συνέχεια όμως ο Rome, αναφερόμενος αυτή τη φορά συγκεκριμένα στο 5ο βιβλίο του Θέωνα, δηλώνει (ό.π., 512) ότι είναι πολύ πιθανό να βρεθεί στα παρασελίδια σχόλια της *Μεγίστης* κάποιο καινούριο κομμάτι και από το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Η δήλωση αυτή του Rome, όπως αποδεικνύεται, έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην ανακάλυψη του Μέρους II του 5ου βιβλίου του Θέωνα από την Tihon.[16]

Σε ένα άλλο σημείο του ίδιου άρθρου του (ό.π., 505) ο Rome, αναφερόμενος στις λεπτομέρειες που παρουσιάζει από τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, διατυπώνει την άποψη ότι η παρουσίαση των λεπτομερειών είναι απαραίτητη για να μπορέσει ο αναγνώστης να δει πώς τίθεται το πρόβλημα του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Θεωρεί επίσης (ό.π.) ότι θα παρουσίαζε ενδιαφέρον να δούμε πώς εργάζεται ένας λόγιος του 14ου αιώνα (την εποχή δηλαδή που συγκροτήθηκε ο κώδικας *Vaticanus gr.* 198). Υιοθετώντας την άποψη αυτή του Rome, θεώρησα χρήσιμο να παρουσιάσω με ακόμα περισσότερες λεπτομέρειες πώς «συμβιώνει» το Μέρος I του 5ου βιβλίου του Θέωνα με το 5ο βιβλίου του Πάππου στους κώδικες *Vaticanus gr.* 198, *Norimb. Cent.* V, app. 8 και *Parisinus gr.*

---

[13] «le fragment *attribué* à Théon» (Rome 1948, 115). Η έμφαση είναι δική μου.

[14] Δημοσιεύθηκε στο περιοδικό *Académie royale de Belgique: Bulletin de la Classe des Lettres et des Sciences Morales et Politiques* 39, 500-521.

[15] Τη φράση «οἶμαι τοῦ θέωνος» την εξετάζουμε στην υποενότητα 3.2.2.

[16] Για το ρόλο που έπαιξε η δήλωση αυτή του Rome στην ανακάλυψη του Μέρους II θα συζητήσουμε στην υποενότητα 3.3.1.

2398, καθώς και στην έκδοση της Βασιλείας.[17] Η επιλογή μου αυτή βασίστηκε στο ότι θεωρώ α) ότι οι περισσότερες λεπτομέρειες θα μπορούσαν να φανούν χρήσιμες σε μελλοντικές έρευνες για το 5ο βιβλίο του Θέωνα και β) ότι παρουσιάζει εξίσου ενδιαφέρον να δούμε πώς εργάζεται ένας λόγιος του 15ου αιώνα (στον οποίο χρονολογούνται οι κώδικες *Parisinus gr.* 2398 και *Norimb. Cent.* V, app. 8), καθώς επίσης και πώς εργάζεται ένας εκδότης του 16ου αιώνα.

3.2.2 *Η 'συμβίωση' του Μέρους Ι με το 5ο βιβλίο του Πάππου*

Η εξέτασή μας ξεκινά από τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 που είναι ο αρχαιότερος μεταξύ των πηγών που μας παραδίδουν το Μέρος Ι. Πέρα από αυτό, από την εξέταση του Rome (1953, 504-506) προέκυψαν και επιπλέον στοιχεία, τα οποία διαφοροποιούν τον συγκεκριμένο κώδικα από όλες τις πηγές που μας παραδίδουν το Μέρος Ι και τις οποίες εξετάζει στο άρθρο του ο Rome. Το πρώτο στοιχείο είναι ότι στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα γράφεται μετά το τέλος του 5ου βιβλίου του Πάππου, ενώ στους κώδικες *Parisinus gr.* 2398 και *Norimb. Cent.* V, app. 8, καθώς και στην έκδοση της Βασιλείας, παρεμβάλλεται στο 5ο βιβλίο του Πάππου.[18] Το δεύτερο στοιχείο που προέκυψε είναι ότι το απόσπασμα από το 5ο βιβλίο του Θέωνα στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 είναι εκτενέστερο από αυτό που περιέχουν οι άλλες πηγές (ό.π., 506). Πιο συγκεκριμένα, ο κώδικας αυτός περιέχει ένα επιπλέον κομμάτι στην αρχή του κεφαλαίου 2 και ένα εκτενέστερο κομμάτι στο τέλος του κεφαλαίου 5. Το τρίτο στοιχείο είναι ότι ο κώδικας αυτός είναι ο μοναδικός στον οποίο η απόδοση του Μέρους Ι στον Θέωνα δεν γίνεται με βεβαιότητα.

Στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, αμέσως μετά το τέλος του 4ου βιβλίου των σχολίων του Θέωνα στη *Μεγίστη* αρχίζει να γράφεται (f. 407r) το 5ο βιβλίο των σχολίων του Πάππου. Ο γραφέας, αφού πρώτα γράψει το κεφάλαιο 1 (f. 407r- f. 408r) και το σωζόμενο κομμάτι από το κεφάλαιο 2 (f. 408r-v) του Πάππου προσθέτει στο τέλος (f. 408v) μια σημείωση η οποία έχει δύο σκέλη. Στο πρώτο σκέλος της σημείωσης ο γραφέας εξηγεί τι συμβαίνει με το κομμάτι που λείπει από τα

---

[17] Τη 'συμβίωση' του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα με το 5ο βιβλίο του Πάππου ο Rome την εξετάζει, στο παραπάνω άρθρο του, στις σελίδες 502-506. Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινίσω ότι οι πηγές που εξετάζει ο Rome είναι οι κώδικες *Vaticanus gr.* 198, *Parisinus gr.* 2398 και *Norimb. Cent.* V, app. 8, καθώς και η έκδοση της Βασιλείας. Θα ήθελα επίσης να επισημάνω ότι στο άρθρο του αυτό ο Rome δεν εξετάζει τον κώδικα *Ottobonianus* 26 ο οποίος, σύμφωνα με τον κατάλογο των χειρογράφων που είχε παρουσιάσει στον πρώτο τόμο του έργου του, περιέχει, όπως είδαμε, το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Τον κώδικα *Ottobonianus* 26 μένει να τον εξετάσω στο εγγύς μέλλον, οπότε και θα επιχειρήσω να κάνω, όπως έχω κατά νου, την κριτική έκδοση του 5ου βιβλίου του Θέωνα.

[18] Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη υποσημείωση, ο Rome δεν εξετάζει στο άρθρο του τον κώδικα *Ottobonianus* 26 και, κατά συνέπεια, δεν μας δίνει καμία πληροφορία για τη θέση στην οποία γράφεται στον κώδικα αυτό το Μέρος Ι. Σύμφωνα με την περιγραφή του συγκεκριμένου κώδικα, την οποία παρουσιάζει ο Bernard Vitrac, το Μέρος Ι δεν παρεμβάλλεται στα σχόλια του Πάππου αλλά γράφεται μετά το τέλος του 5ου βιβλίου του Πάππου. Φαίνεται επομένως ότι ο κώδικας *Vaticanus gr.* 198 δεν είναι ο μοναδικός στον οποίο το Μέρος Ι δεν παρεμβάλλεται στα σχόλια του Πάππου. Την περιγραφή του κώδικα *Ottobonianus* 26 ο Vitrac την παρουσιάζει στη μελέτη του με τίτλο *Quand ? Comment ? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident ?* Τη μελέτη του αυτή ο Vitrac δεν την έχει δημοσιεύσει αλλά την έχει αναρτήσει από τον Σεπτέμβριο του 2015 στην προσωπική του σελίδα στον ιστότοπο Academia.edu. Η περιγραφή του κώδικα *Ottobonianus* 26 βρίσκεται στη σελίδα 155.

σχόλια του Πάππου, ενώ στο δεύτερο σκέλος παραπέμπει τον αναγνώστη στα σχόλια του Θέωνα που είναι γραμμένα μετά το τέλος του 5ου βιβλίου του Πάππου. Αναφέρει λοιπόν ο γραφέας, στο πρώτο σκέλος της σημείωσης, να αναζητηθούν αλλού τα σχόλια του Πάππου που λείπουν από το συγκεκριμένο σημείο μέχρι το σημείο στο οποίο αρχίζουν να γράφονται, στο επόμενο φύλλο, τα υπόλοιπα· και, αν βέβαια βρεθούν, να γραφούν σε άλλο μέρος του χειρογράφου. Αμέσως μετά, ο γραφέας εξηγεί τους λόγους για τους οποίους δεν αφήνει κενό χώρο στο χειρόγραφο για να γραφούν εκεί τα σχόλια στα οποία αναφέρεται.[19] Στο δεύτερο σκέλος της σημείωσης, ο γραφέας πρώτα πληροφορεί τον αναγνώστη ότι μετά το τέλος του 5ου βιβλίου του Πάππου θα βρει σχόλια άλλου εξηγητή, για τον οποίο δηλώνει ότι νομίζει πως είναι ο Θέων και ότι στα σχόλια αυτά περιέχονται σχόλια τα οποία λείπουν από τα σχόλια του Πάππου. Το δεύτερο σκέλος της σημείωσης τελειώνει με την προτροπή του γραφέα προς τον αναγνώστη να διαβάσει τα συγκεκριμένα σχόλια προκειμένου να αποσαφηνίσει αυτά που λέει ο Πτολεμαίος: «μετὰ δὲ τὸ τέλος τοῦ παρόντος εου′ βιβλίου εὑρήσεις ἑτέρου ἐξηγητοῦ οἶμαι τοῦ θέωνος σχόλια ἐν οἷς καὶ τὰ λείποντα ἐνταῦθα ἐν τοῖς παροῦσι τοῦ πάππου σχολίοις· ἃ καὶ ἀναγίνωσκε πρὸς σαφήνειαν τῶν τοῦ πτολεμαίου».[20]

Αμέσως μετά το τέλος της σημείωσης αρχίζει να γράφεται τα υπόλοιπο μέρος του 5ου βιβλίου του Πάππου, το οποίο φθάνει μέχρι το τέλος του f. 421r.[21] Τα σχόλια για τα οποία ο γραφέας είχε αναφέρει (στη σημείωση που εξετάσαμε) ότι νομίζει πως είναι του Θέωνα και στα οποία παρέπεμψε τον αναγνώστη, είναι αυτά που αποτελούν το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα.

---

[19] «ζήτει τὰ ἀκόλουθα μέχρι τῆς ἀρχῆς τῶν ἐν τῷ μετὰ τοῦτο τὸ φύλλον εἴπερ εὑρεθείη· καὶ εἰ εὑρεθείη γραφήτωσαν ἐν ἄλλῳ τόπῳ· ἐνταῦθα γὰρ οὐ κεκρίκαμεν τόπον τοῖς εὑρεθησομένοις ἐάσαι· οὔτε γὰρ ἴσμεν εἰ εὑρήσομεν, οὔτε πόσον τὸ λεῖπον· ἵνα τὸν ἱκανὸν αὐτῷ ἢ μὴ περισσότερον τόπον ἐάσωμεν:» (*Vat. gr*. 198, f. 408v).

[20] Ολόκληρη τη σημείωση του γραφέα (δηλαδή τόσο το αρχικό της μέρος, τη μεταγραφή του οποίου παρέθεσα στην προηγούμενη υποσημείωση, όσο και του συγκεκριμένου μέρους) την έχει μεταγράψει και ο Rome, ο οποίος την παρουσιάζει στον πρώτο τόμο του έργου του και συγκεκριμένα στο κριτικό υπόμνημα για το τελευταίο κομμάτι που διασώζεται από το κεφάλαιο 2 του Πάππου (βλ. RI.25). Ο Rome (1953, 504) παρουσιάζει επίσης και τη γαλλική μετάφραση της σημείωσης. Θα ήθελα να επισημάνω ότι η μεταγραφή της σημείωσης που έκανα παρουσιάζει ορισμένες διαφορές από αυτή του Rome. Συγκεκριμένα, τις λέξεις του χειρογράφου τις οποίες μετέγραψα ως ζήτει, γραφήτωσαν, κεκρίκαμεν και τὸν, ο Rome τις μεταγράφει, αντίστοιχα, ως ζητεῖ, γραφήσωσαν, ἐκρίναμεν και τὸ. Πρέπει επίσης να επισημάνω ότι ο Rome, αντί της λέξης τῶν, η οποία βρίσκεται στην τελευταία φράση της σημείωσης, έχει γράψει τη λέξη σῶν. Αργότερα όμως, στον δεύτερο τόμο του έργου του, περιλαμβάνει στα *corrigenda* τη διόρθωση της λέξης σῶν στη λέξη τῶν (βλ. RII.xciv, τρίτη γραμμή). [Σημείωση: στον δεύτερο τόμο του Rome από τυπογραφικό λάθος η σελίδα xciv έχει τον αριθμό xcv]. Μεταγραφή της σημείωσης του γραφέα παρουσιάζει και ο Heiberg, όταν κάνει την περιγραφή του κώδικα *Vaticanus gr*. 198 (Heiberg 1907, xxi-xxiv). Η μεταγραφή της σημείωσης βρίσκεται στη σελίδα xxii. Ο Heiberg, όμως, δεν μεταγράφει την τελευταία φράση (ἃ καὶ ἀναγίνωσκε πρὸς σαφήνειαν τῶν τοῦ πτολεμαίου) της σημείωσης. Η μεταγραφή που έκανα παρουσιάζει ορισμένες διαφορές και από αυτή του Heiberg. Συγκεκριμένα, ο Heiberg κάνει τη διόρθωση του τόνου που υπάρχει στο χειρόγραφο στη λέξη ἐάσαι και προσθέτει ορισμένα σημεία στίξης. Επίσης, έχει μεταγράψει σε «καὶ» τη λέξη «ἢ» που υπάρχει στο χειρόγραφο και η οποία φαίνεται εκεί πολύ καθαρά.

[21] Ο γραφέας, αν και στο πρώτο σκέλος της σημείωσης είχε πει ότι η συνέχεια των σχολίων του Πάππου αρχίζει στο επόμενο φύλλο, δηλαδή στο f. 409r, αρχίζει να τα γράφει στο ίδιο το f. 408v, στο κάτω περιθώριο, αμέσως μετά το τέλος της σημείωσης. Φαίνεται ότι για λόγους οικονομίας θεώρησε καλύτερο να αξιοποιήσει και αυτό το μέρος του χειρογράφου.

Αρχίζουν να γράφονται αμέσως μετά το τέλος του 5ου βιβλίου του Πάππου, στο f. 421v και φθάνουν μέχρι το f. 421v. Στο σημείο που αρχίζουν αυτά τα σχόλια (f. 421v, πάνω περιθώριο) είναι γραμμένη η σημείωση «ταῦτα τὰ σχόλια εἰσὶν οἶμαι τοῦ θέωνος». Στη σημείωση αυτή επαναλαμβάνεται, όπως βλέπουμε, η φράση «οἶμαι τοῦ θέωνος» την οποία συναντήσαμε και στην προηγούμενη σημείωση και με την οποία, σύμφωνα με τον Rome, φαίνεται ότι ο γραφέας δεν αποδίδει με βεβαιότητα τα σχόλια αυτά στον Θέωνα.

Η κατάσταση είναι διαφορετική στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8. Διότι ο γραφέας αυτού του κώδικα α) αποδίδει ρητά και χωρίς αμφιβολία τα συγκεκριμένα σχόλια στον Θέωνα και β) τα παρεμβάλλει στα σχόλια του Πάππου. Όπως συνέβη και με τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, αμέσως μετά το τέλος του 4ου βιβλίου του Θέωνα, αρχίζει να γράφεται (f. 114r) το 5ο βιβλίο των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη*. Στα ff. 114r-115v γράφονται το κεφάλαιο 1 και το σωζόμενο κομμάτι από το κεφάλαιο 2. Στο τέλος του κεφαλαίου 2 (f. 115v) ο γραφέας, προκειμένου να ολοκληρώσει έναν ημιτελή συλλογισμό του Πάππου, έχει προσθέσει μία φράση από τα σχόλια του Θέωνα, γράφοντας παράλληλα στο διάστιχο και πάνω από την αρχή αυτής της φράσης τη σημείωση «λείπει τοῦ πάππου».[22] Μετά το τέλος του κεφαλαίου 2 του Πάππου είναι γραμμένη η σημείωση «τοῦ θέωνος εἰς τὸ λεῖπον τοῦ πάππου»· είναι γραμμένη όμως επιπλέον και η σημείωση «τοῦ θέωνος», την οποία ο γραφέας συνδέει με τη βοήθεια μιας γραμμής με την φράση που προσέθεσε στο τέλος του κεφαλαίου 2 του Πάππου. Ο γραφέας με τον τρόπο αυτό επισημαίνει ότι η τελευταία αυτή φράση προέρχεται από τα σχόλια του Θέωνα. Αμέσως μετά τις σημειώσεις του γραφέα, αρχίζει να γράφεται στο f. 115v το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα, το οποίο φθάνει μέχρι το f. 118r. Το υπόλοιπο μέρος από το 5ο βιβλίο του Πάππου αρχίζει να γράφεται στο f. 119r.[23]

Στον κώδικα *Parisinus gr.* 2398 η κατάσταση είναι ανάλογη με αυτή του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8. Το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα παρεμβάλλεται στο 5ο βιβλίο του Πάππου και

---

[22] Ας σημειώσουμε, όμως, ότι η φράση την οποία προσθέτει ο γραφέας δεν είναι η πρώτη φράση των σχολίων του Θέωνα, τα οποία θα αρχίσουν να γράφονται στο f. 115v. Τη φράση αυτή ο γραφέας τη δανείστηκε από ένα κομμάτι των σχολίων του Θέωνα (στο κεφάλαιο 2), το οποίο βρίσκεται αρκετά πιο κάτω, στο f. 116r.

[23] Το f. 118v που μεσολαβεί είναι κενό. Ίσως ο γραφέας το άφησε κενό προκειμένου να γραφούν εκεί αργότερα, αν βρίσκονταν, τα σχόλια που λείπουν από την αρχή του κεφαλαίου 5 του Πάππου. Ή μπορεί ο γραφέας να γνώριζε ότι στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, ο οποίος είναι προγενέστερος του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, διασώζεται ένα επιπλέον κομμάτι από το κεφάλαιο 5 του Θέωνα και να είχε σκοπό να γράψει αργότερα το κομμάτι αυτό στο συγκεκριμένο κενό, κάτι το οποίο δεν συνέβη. Πρβλ. Rome (1948, 115). Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινίσω ότι στην εξέταση του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 χρησιμοποιώ τη νέα αρίθμηση που έχει γίνει στα φύλλα αυτού του χειρογράφου. Ο Rome (1948) χρησιμοποιεί στην περιγραφή του κώδικα την αρχική αρίθμηση που υπήρχε και η οποία έχει διαγραφεί. Πιθανόν, όταν μελετούσε τον συγκεκριμένο κώδικα να μην είχε γίνει η νέα αρίθμηση. Θα ήθελα επίσης να σημειώσω ότι, ίσως εκ παραδρομής, ο Rome γράφει ότι το 5ο βιβλίο του Πάππου διακόπτεται, για να παρεμβληθεί το κομμάτι που αποδίδεται στο Θέωνα, στο f. 121r (f. 116r με τη νέα αρίθμηση). Όμως, το 5ο βιβλίο του Πάππου διακόπτεται στο f. 120v (f. 115v με τη νέα αρίθμηση). Δεν μπορούμε φυσικά να πούμε με βεβαιότητα ότι πρόκειται για παραδρομή του Rome. Μπορεί να πρόκειται για τυπογραφικό λάθος, όπως είδαμε και άλλη φορά να γίνεται (βλ. υποσημ. 7). Ωστόσο, προς αποφυγή σύγχυσης, οφείλαμε να κάνουμε αυτή την επισήμανση. Για να μη φανεί, δηλαδή, ότι ο Rome αποδίδει στον Πάππο ένα κομμάτι που ανήκει στα σχόλια του Θέωνα. Δεν γνωρίζω αν ο ίδιος ο Rome σε κάποια μεταγενέστερη μελέτη του έκανε τη διόρθωση αυτής της παραδρομής.

γράφεται στα ff. 143r-147v. Μετά το τέλος του κεφαλαίου 2 του Πάππου (f. 143r) ο γραφέας αφήνει ένα κενό και στη συνέχεια γράφει τη σημείωση «τοῦ θέωνος εἰς τὸ λεῖπον τοῦ πάππου». Στο τέλος των σχολίων του Θέωνα που παρεμβάλλονται σε αυτά του Πάππου, είναι γραμμένη η σημείωση «τοῦ πάππου» (f. 147v) και αρχίζει να γράφεται το υπόλοιπο μέρος από το 5ο βιβλίο του Πάππου. Όπως συμβαίνει και στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, στον κώδικα *Parisinus gr.* 2398, στο τέλος του κεφαλαίου 2 του Πάππου, έχει προστεθεί η φράση από τα σχόλια του Θέωνα. Ο γραφέας όμως αυτό δεν το επισημαίνει σε αντίθεση με το γραφέα του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8.

Στην έκδοση της Βασιλείας η κατάσταση είναι επίσης, όπως θα περιμέναμε, ανάλογη με αυτήν του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8. Το Μέρος I του 5ου βιβλίου του Θέωνα παρεμβάλλεται στα σχόλια του Πάππου και γράφεται στις σελίδες 236-244. Στη σελίδα 236 υπάρχει η σημείωση «Λείπει τοῦ Πάππου» και αμέσως μετά είναι γραμμένη η φράση την οποία, όπως είδαμε παραπάνω, είχε προσθέσει ο γραφέας του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 στο τέλος του κεφαλαίου 2 του Πάππου.[24] Στην επόμενη σελίδα (237) υπάρχει στην αρχή σαν τίτλος η σημείωση: «Τοῦ Θέωνος εἰς τὸ λεῖπον τοῦ Πάππου» και στη συνέχεια γράφεται το Μέρος I του 5ου βιβλίου του Θέωνα, το οποίο φθάνει μέχρι το τέλος της σελίδας 244. Στη σελίδα 245 υπάρχει και πάλι σαν τίτλος η σημείωση «Τὸ δὲ ἑξῆς τοῦ Πάππου.» και εκεί αρχίζει να γράφεται το υπόλοιπο μέρος του 5ου βιβλίου του Πάππου, το οποίο φθάνει μέχρι τη σελίδα 272.[25] Το μόνο δηλαδή που γίνεται επιπλέον στη Βασιλεία, σε σύγκριση με τον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, είναι η προσθήκη της επισήμανσης ότι τα σχόλια που ακολουθούν μετά το Μέρος I του 5ου βιβλίου του Θέωνα είναι του Πάππου.

3.2.3 *Ιστοριογραφικά σχόλια*

Το ερώτημα που είχε θέσει ο Rome για την αυθεντικότητα του Μέρους I του 5ου βιβλίου του Θέωνα δεν έχει απασχολήσει την ιστοριογραφία της επιστήμης. Ο Rome είναι ο μόνος ο οποίος όχι μόνο έθεσε αυτό το ερώτημα αλλά και το συζήτησε, το 1953, για να καταλήξει στο συμπέρασμα ότι το Μέρος I έχει πολλές πιθανότητες να είναι αυθεντικό. Το ερώτημά του ήταν, κατά την άποψή μου, εύλογο, αν λάβουμε υπόψη μας ότι υπάρχουν αρκετές περιπτώσεις στις οποίες τα χειρόγραφα κάνουν εσφαλμένη απόδοση ενός έργου σε κάποιο συγγραφέα.[26] Ωστόσο,

---

[24] Εκεί ο γραφέας είχε επισημάνει με την σημείωση «τοῦ θέωνος» ότι η φράση που είχε προστεθεί στο τέλος του κεφαλαίου 2 του Πάππου προέρχεται από τα σχόλια του Θέωνα. Στην έκδοση της Βασιλείας δεν υπάρχει η επιπλέον αυτή σημείωση. Αφήνεται να εννοηθεί από τον αναγνώστη ότι η συγκεκριμένη φράση, αφού γράφεται μετά τη σημείωση «Λείπει τοῦ Πάππου», ανήκει στα σχόλια του Θέωνα. Τη φράση αυτή τη συναντάμε και αργότερα στη σελίδα 238 (στίχοι 30-33).

[25] Οι δύο σημειώσεις που βρίσκονται στις σελίδες 237 και 245 είναι γραμμένες με κεφαλαία γράμματα τα οποία είναι και τονισμένα.

[26] Εμπεριστατωμένες μελέτες για τα έργα διαφόρων συγγραφέων έχουν δείξει ότι σε αρκετές περιπτώσεις έχει εσφαλμένα αποδοθεί σε κάποιον συγγραφέα ένα συγκεκριμένο έργο. Ως αποτέλεσμα, το συγκεκριμένο έργο στις ιστοριογραφικές μελέτες αναφέρεται με το πρόθεμα «ψευδο» (pseudo) να συνοδεύει το όνομα του συγγραφέα (π.χ. pseudo-Heron, pseudo-Diophantus, pseudo-Ptolemy κ.ο.κ.).

κανένας από τους ιστορικούς της επιστήμης δεν φαίνεται να συμμερίζεται τις αμφιβολίες που είχε εκφράσει ο Rome. Όσοι από τους ιστορικούς της επιστήμης γνώριζαν ότι υπάρχει αυτό το κομμάτι του 5ου βιβλίου του Θέωνα, θεωρούσαν δεδομένη την αυθεντικότητά του.[27] Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι καμία αναφορά στο 5ο βιβλίο του Θέωνα δεν συνοδεύεται από την παραμικρή νύξη περί μη αυθεντικότητας του μέρους που διασώζεται.

Παρά το γεγονός ότι το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα είχε εκδοθεί από το 1538 στη Βασιλεία και παρά το γεγονός ότι η αυθεντικότητά του δεν είχε αμφισβητηθεί από κανέναν ιστορικό της επιστήμης, πλην του Rome, η ιστοριογραφία είναι εξαιρετικά φειδωλή στις μελέτες της για το μέρος αυτό των σχολίων του Θέωνα. Το Μέρος Ι το εξετάζει για πρώτη φορά ο Delambre, στον δεύτερο τόμο του έργου του για την ιστορία της αρχαίας αστρονομίας, όταν εξετάζει τα σχόλια του Θέωνα στη *Μεγίστη*, χρησιμοποιώντας την έκδοση της Βασιλείας. Βέβαια, η εξέταση του Delambre περιορίζεται σε λιγότερο από πέντε γραμμές και παρεμβάλλεται στην εξέταση που κάνει για το 5ο βιβλίο του Πάππου.[28] Η μελέτη του Delambre δεν είναι η μοναδική στην οποία το Μέρος Ι αποτελεί αντικείμενο 'παράπλευρης' εξέτασης. Δηλαδή, το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα εξετάζεται μόνο σε περιπτώσεις στις οποίες εξετάζεται το 5ο βιβλίο των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη*. Αυτό τουλάχιστον προκύπτει τόσο από τη μελέτη του Delambre όσο και από τη μεταγενέστερη μελέτη του Hultsch, στην οποία και πάλι το Μέρος Ι εξετάζεται σε συνάρτηση με το 5ο βιβλίο του Πάππου.[29] Δεν παύει όμως οι δύο αυτές μελέτες να αποτελούν τις μοναδικές περιπτώσεις στις οποίες εξετάζεται, έστω και 'παράπλευρα', το συγκεκριμένο μέρος του έργου του Θέωνα.

Το ερώτημα για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα δεν έχει απασχολήσει, όπως αναφέραμε παραπάνω, τους ιστορικούς της επιστήμης. Επομένως, όπως ήταν αναμενόμενο, δεν τους έχει απασχολήσει ιδιαίτερα ούτε η συζήτηση του ερωτήματος αυτού από τον Rome, το 1953, στο άρθρο του που εξετάσαμε. Αυτό φαίνεται από τον τρόπο με τον οποίο γίνονται οι ελάχιστες παραπομπές στο συγκεκριμένο άρθρο που συναντάμε στην ιστοριογραφία και οι οποίες γίνονται στο πλαίσιο της συζήτησης για τα σωζόμενα βιβλία των *Σχολίων* του

Αυτό ισχύει και στην περίπτωση του Θέωνα, στον οποίο είχε λανθασμένα αποδοθεί το έργο *Σχόλια στα Φαινόμενα του Αράτου* και το οποίο πλέον αναφέρεται στην ιστοριογραφία ως pseudo-Theon.

[27] Όπως φαίνεται, δεν γνώριζαν όλοι οι ιστορικοί ότι διασώζεται ένα μέρος από το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Ο Halma, για παράδειγμα, θεωρούσε το 5ο βιβλίο χαμένο εξ ολοκλήρου. Αυτό προκύπτει από τη συζήτηση που κάνει για τα σωζόμενα βιβλία του Θέωνα. Αναφερόμενος στο 5ο βιβλίο, ο Halma αναφέρει ότι είναι χαμένο και έχει αναπληρωθεί από το 5ο βιβλίο του Πάππου. Βλ. (Halma 1821, I, vi). Πρβλ. RII.lxxxii.

[28] Βλ. (Delambre 1817, II, 580). Επίσης, ο Delambre το εξετάζει από καθαρά τεχνική σκοπιά, ενώ ο Rome έκανε την ανάλυση του κειμένου προκειμένου να βρει τα στοιχεία που θα μπορούσαν να στηρίξουν την απόδοση του Μέρους Ι στον Θέωνα.

[29] Πρόκειται για τη μελέτη «Hipparchos über die Grösse und Entfernung der Sonne» του Friedrich Hultsch, η οποία δημοσιεύθηκε στο *Berichte über die Verhandlungen der Köngl. Sächs. Gesellschaft der Wiss. Phil.-Hist.* Kl. 52 (1900), 169-200. Τη μελέτη αυτή του Hultsch δεν την έχω εξετάσει. Την πληροφορία ότι ο Hultsch εξετάζει και το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα, την άντλησα από τη συζήτηση που κάνει ο Rome, τόσο στον πρώτο και στον δεύτερο τόμο του έργου του (RI.viii και RII.lxxxiii, αντίστοιχα) όσο και στο άρθρο του για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι (1953, 506-507).

Θέωνα στη *Μεγίστη*. Στις μελέτες αυτές,[30] το άρθρο του Rome απλώς αναφέρεται είτε ως πηγή στην οποία ο αναγνώστης μπορεί να βρει πληροφορίες για τα ανέκδοτα βιβλία του Θέωνα[31] είτε ως μαρτυρία για να στηριχθεί η πληροφορία ότι από το 5ο βιβλίο του Θέωνα διασώζεται μόνο ένα κομμάτι.[32] Εξαίρεση αποτελεί η μελέτη της Mondrain (2005), στην οποία η αναφορά στο άρθρο του Rome συνοδεύεται από μια πολύ σύντομη συζήτηση (σε δύο γραμμές).[33] Την αναφορά στο άρθρο του Rome, καθώς και τη μικρή συζήτηση που αφιερώνει σε αυτό, η Mondrain τις εντάσσει στο πλαίσιο της εξέτασης που η ίδια κάνει του κώδικα *Vaticanus gr*. 198 και πιό συγκεκριμένα όταν εξετάζει το μέρος του κώδικα στο οποίο γράφεται το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Στο σημείο αυτό η Mondrain δηλώνει: «Ο Adolphe Rome, ο οποίος εξέτασε αυτό το κομμάτι που διατηρείται υπό αυτή την εκτενή μορφή μόνο στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198, *κατέληξε στο ότι η απόδοση είναι αυθεντική*».[34] Ποιες πληροφορίες μπορεί να αντλήσει ένας αναγνώστης από τη δήλωση αυτή της Mondrain; Πρώτον, ότι ο Rome έχει εξετάσει το συγκεκριμένο κομμάτι των σχολίων του Θέωνα· δεύτερον ότι το κομμάτι αυτό είναι εκτενές μόνο στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198· και τρίτον και σημαντικότερο ότι ο Rome τελικά θεωρούσε αυθεντική την απόδοση του Μέρους Ι στον Θέωνα. Θεωρώ απαραίτητο στο σημείο αυτό να κάνω μια διευκρίνιση για το τρίτο σκέλος της δήλωσης της Mondrain. Ο ίδιος ο Rome, όπως ήδη αναφέραμε όταν συζητήσαμε για το συγκεκριμένο άρθρο του και στο οποίο παραπέμπει η Mondrain, δεν εξέφρασε καμία βεβαιότητα για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι. Το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξε είναι ότι η αυθεντικότητα του συγκεκριμένου αποσπάσματος είναι πιθανή και αυτό το δηλώνει ρητά στο τέλος του άρθρου του, όπου και εκθέτει το συμπέρασμά του: «Συμπέρασμα. Οι ενδείξεις που επισημάναμε *καθιστούν* την αυθεντικότητα αυτού του αποσπάσματος *πιθανή*. *Δεν είναι βέβαιη* διότι ...».[35] Όπως λοιπόν φαίνεται, η Mondrain έχει παρερμηνεύσει το συμπέρασμα στο οποίο κατέληξε στο άρθρο του ο Rome.[36] Εκτός αυτού, η ίδια, δεν τονίζει, όπως, κατά την άποψή μου, θα άξιζε, το γεγονός ότι το συγκεκριμένο άρθρο του Rome έπαιξε καθοριστικό ρόλο

---

[30] Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνω ότι στις ιστοριογραφικές μελέτες στις οποίες αναφέρομαι, δεν συμπεριλαμβάνω τη μελέτη της Tihon (1987). Η μελέτη της Tihon αποτελεί ιδιαίτερη περίπτωση και θα την εξετάσουμε αργότερα.

[31] Βλ. (Neugebauer 1975, 968, υποσημ. 30).

[32] Βλ. (Vitrac 1997, 49) και (Mansfeld 1998, 76, υποσημ. 261).

[33] Από όσα γνωρίζω, η μελέτη αυτή της Mondrain είναι η μοναδική στην οποία βλέπουμε να αφιερώνεται (έστω και πολύ μικρή) συζήτηση στο άρθρο του Rome.

[34] «Adolphe Rome, qui a examiné ce fragment conservé sous cette forme longue dans le seul *Vaticanus gr*. 198, *conclut à l'authenticité de l'attribution*» (Mondrain 2005, 23). Η έμφαση στην τελευταία φράση είναι δική μου. Στο τέλος αυτής της δήλωσης η Mondrain παραπέμπει με υποσημείωση στο άρθρο του 1953 του Rome.

[35] «Conclusion. Les indices que nous avons relevés *rendent* l'authenticité de ce passage *probable*. Elle n'est pas certaine à cause de ...» (Rome 1953, 521). Η έμφαση είναι δική μου. Στη συνέχεια ο Rome, ανακεφαλαιώνοντας, εξηγεί γιατί δεν είναι βέβαιη η αυθεντικότητα του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα.

[36] Και αυτό προκαλεί ιδιαίτερη εντύπωση αν λάβουμε υπόψη μας ότι η Mondrain, στην αμέσως επόμενη δήλωση που θα δούμε να κάνει, παραπέμπει στο άρθρο της Tihon (1987), στο οποίο με τη σειρά της η Tihon, αναφερόμενη στη συζήτηση του Rome (1953), λέει ξεκάθαρα ότι αυτό που απέδειξε ο Rome για το Μέρος Ι είναι ότι «έχει αρκετές πιθανότητες να είναι αυθεντικό» («a de bonnes chances d'être authentique») (Tihon 1987, 202).

στην ανακάλυψη από την Tihon του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα που θεωρούνταν χαμένο. Αυτό τουλάχιστον δείχνει ο τρόπος με τον οποίο αναφέρεται στην ανακάλυψη της Tihon. Αμέσως μετά τη δήλωσή της για το συμπέρασμα του Rome, η Mondrain συνεχίζει: «Όμως καμιά τριανταριά χρόνια αργότερα, το 1987, η Anne Tihon πήγε πιο μακριά ...».[37] Όπως φαίνεται, η Mondrain θεώρησε περιττό να αναφέρει πώς σχετίζεται η ανακάλυψη της Tihon με το συγκεκριμένο άρθρο του Rome. Αυτό όμως που έκανε την Tihon να «πάει πιο μακριά» και τελικά να ανακαλύψει το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα, είναι το γεγονός ότι έλαβε υπόψη της κάποια συγκεκριμένα στοιχεία από το άρθρο του Rome.[38] Το γεγονός αυτό λοιπόν η Mondrain θεώρησε περιττό να το αναφέρει, κάτι που, κατά την άποψή μου, δείχνει ότι παραγνωρίζει τη συνεισφορά του Rome στην ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα.

Όπως προέκυψε από την εξέταση που προηγήθηκε, το ερώτημα που είχε θέσει ο Rome για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι, όχι μόνο δεν συζητήθηκε από τους ιστορικούς της επιστήμης αλλά και η απάντηση που ο ίδιος έδωσε σε αυτό το ερώτημα παρερμηνεύθηκε.[39] Επιπλέον, παραγνωρίστηκε και η σημασία που είχε για την ιστορία της επιστήμης η συζήτηση που έκανε ο Rome για το συγκεκριμένο ερώτημα. Η συζήτηση όμως αυτή είναι καθοριστικής σημασίας διότι οδήγησε στην ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα από την Tihon.[40]

3.3 Η ιστορία του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα

Η ιστορία του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα αρχίζει να γράφεται το 1987. Μέχρι τότε, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, θεωρούνταν από τους ιστορικούς της επιστήμης χαμένο. Όπως φαίνεται, χαμένο θεωρούνταν και από τους εκδότες του Μέρους Ι, αφού δεν το συμπεριέλαβαν στην έκδοση της Βασιλείας, το 1538, όταν εξέδωσαν το Μέρος Ι. Εξάλλου, το Μέρος ΙΙ δεν υπήρχε στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, του 15ου αιώνα, τον οποίο αναπαράγει η έκδοση της Βασιλείας. Υπήρχε βέβαια στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, του 14ου αιώνα, αλλά, όπως

---

[37] «Mais une trentaine d'années plus tard, en 1987, Anne Tihon est allée plus loin ...» (Mondrain, 2005, 23). Με την έκφραση «πιο μακριά» η Mondrain αναφέρεται στο γεγονός ότι η Tihon ανακάλυψε στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, στα περιθώρια της *Μεγίστης*, το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Στο σημείο αυτό η Mondrain παραπέμπει στο αρθρο της Tihon (1987).

[38] Τα στοιχεία που έλαβε υπόψη της η Tihon θα τα εξετάσουμε στην επόμενη Ενότητα (3.3).

[39] Ας σημειώσουμε ότι η μελέτη της Mondrain δεν είναι η μοναδική στην οποία η απάντηση του Rome στο ερώτημα για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι παρερμηνεύεται. Το ίδιο συμβαίνει, για παράδειγμα, στη μελέτη του Acerbi (2014, 133, υποσημ. 54), ο οποίος, αναφερόμενος στο 5ο βιβλίο του Θέωνα, δηλώνει ότι «ο Rome (1953) είχε *ταυτοποιήσει* ένα μεγάλο απόσπασμα» [«Rome (1953) had *identified* a long extract»] (η έμφαση είναι δική μου). Ενώ, όπως είδαμε, ο Rome δεν είχε ταυτοποιήσει αυτό το απόσπασμα, αλλά είχε δηλώσει ρητά ότι έχει πολλές πιθανότητες να είναι αυθεντικό.

[40] Η μοναδική αναφορά που μπόρεσα να βρω στην οποία η ανακάλυψη της Tihon συνδέεται με τη συζήτηση του Rome (1953), βρίσκεται στη μελέτη του Acerbi που ανέφερα στην προηγούμενη υποσημείωση. Ο Acerbi δεν δηλώνει βέβαια ρητά ότι η Tihon οφείλει στον Rome την ανακάλυψη που έκανε. Το αφήνει όμως να εννοηθεί, παραπέμποντας ταυτόχρονα στον Rome (1953).

φαίνεται, οι εκδότες είτε δεν γνώριζαν την ύπαρξη αυτού του κώδικα είτε, ακόμη και αν γνώριζαν την ύπαρξη του κώδικα, δεν γνώριζαν ότι το Μέρος ΙΙ βρίσκεται στον συγκεκριμένο κώδικα. Διότι, για να βρουν το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα, έπρεπε να ψάξουν στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Όμως, οι συγκεκριμένοι εκδότες δεν έμπαιναν σε τέτοιο κόπο. Έπρεπε λοιπόν το Μέρος ΙΙ να μείνει για πολύ καιρό στην αφάνεια, μέχρι η Tihon να μπει στον κόπο να ψάξει, να το ανακαλύψει, και να ανακοινώσει την ύπαρξή του το 1987.

3.3.1 *Η ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ από την Tihon*

Την ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα η Tihon την ανακοινώνει στο άρθρο της «Le livre V retrouvé du *Commentaire à l'Almageste* de Théon d'Alexandrie»,[41] στο οποίο και περιγράφει πώς οδηγήθηκε στη συγκεκριμένη ανακάλυψη. Η ίδια δεν είχε ποτέ εκφράσει την παραμικρή αμφιβολία για την αυθεντικότητα του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα και δεν συμμεριζόταν τις αμφιβολίες του Rome. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα και στο συγκεκριμένο άρθρο της, το οποίο ξεκινά με την αναφορά της στο άρθρο του Rome (1953). Η συζήτησή της στο σημείο αυτό (Tihon 1987, 201) περιορίζεται στο ότι το άρθρο του Rome αφορά στην αυθεντικότητα του Μέρους Ι. Λίγο μετά, αναφερόμενη στα σωζόμενα βιβλία των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*, σημειώνει απλώς ότι από το 5ο βιβλίο «δεν ήταν γνωστό παρά ένα μικρό απόσπασμα» (ό.π., 202). Αν η ίδια η Tihon είχε αμφιβολίες θα περιμέναμε τουλάχιστον στο συγκεκριμένο άρθρο της να αναφερθεί κατά κάποιο τρόπο σε αυτές.

Όπως προκύπτει από την εργογραφία της, η Tihon μελετούσε όλα τα άρθρα του Rome και επομένως δεν θα παρέλειπε να μελετήσει και το άρθρο του 1953, το οποίο ήταν τελικά αυτό που την οδήγησε στην ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ. Το γεγονός αυτό η ίδια το αναγνωρίζει, όπως φαίνεται ξεκάθαρα από τον τρόπο με τον οποίο περιγράφει πώς οδηγήθηκε σε αυτή της την ανακάλυψη. Αναφερόμενη στο άρθρο του Rome (1953), δηλώνει: «Στην πορεία της μελέτης του, ο Αιδεσιμότατος Rome έκανε εν παρόδω την εξής παρατήρηση: "είναι πολύ πιθανόν τα παρασελίδια σχόλια της Μεγίστης όταν τελικώς εκδοθούν να μας δώσουν νέα αποσπάσματα του Θέωνα." Αυτή η πρόβλεψη», συνεχίζει η Tihon, «αποδεικνύεται σήμερα πλήρως δικαιωμένη, αφού είχαμε τη μεγάλη τύχη να βρούμε στα περιθώρια της *Μεγίστης* σχεδόν όλο το βιβλίο 5 των *Σχολίων στη Μεγίστη* του Θέωνα, στο ίδιο ακριβώς χειρόγραφο το οποίο συνέχισε να προσελκύει την προσοχή του Αιδεσιμότατου Rome: στο [χειρόγραφο] *Vat. gr.* 198».[42] Από τη συγκεκριμένη

[41] Το άρθρο αυτό της Tihon δημοσιεύθηκε στο περιοδικό *L'Antiquité Classique* 56 (1987), 201-218.

[42] «Au cours de son étude, le Chanoine Rome glissait cette remarque: "Il est très probable que les gloses marginales de l'Almageste lorsqu'elles seront bien éditées nous fourniront de nouveaux fragments de Théon". Cette prévision s'avère aujourd'hui entièrement justifiée, puisque nous avons eu la bonne fortune de retrouver, en marge de l'*Almageste*, pratiquement tout le livre V du *Commentaire à l'Almageste* de Théon, précisément dans ce même manuscrit qui avait retenu l'attention du Chanoine Rome: *le Vat. gr.* 198» (Tihon 1987, 202). Στο σημείο αυτό είναι απαραίτητες ορισμένες διευκρινίσεις: 1) Η Tihon, στη δήλωση που παραθέτουμε, χρησιμοποιεί το ρήμα «retrouver» όχι με τη σημασία του «ξαναβρίσκω» αλλά με τη σημασία του «βρίσκω κάτι που ήταν χαμένο», δηλαδή με τη σημασία του «ανακαλύπτω». 2) Με την τελευταία φράση η Tihon αναφέρεται στο γεγονός ότι ο κώδικας *Vaticanus gr.* 198 είχε αρχίσει να προσελκύει την προσοχή του Rome ήδη από το 1931 και αυτό συνεχίστηκε μέχρι το 1953 που έγραψε το άρθρο του.

δήλωση της Tihon φαίνεται σαφώς ότι αυτό που την οδήγησε στην ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα είναι η παρατήρηση που είχε κάνει στο άρθρο του ο Rome, την οποία παραθέτει και η ίδια στη δήλωσή της.[43] Η παρατήρηση αυτή την παρότρυνε να εξετάσει τα περιθώρια της *Μεγίστης*, στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, αναζητώντας εκεί αποσπάσματα από το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα που θεωρούνταν χαμένο. Με αποτέλεσμα να βρει, στο μέρος του κώδικα στο οποίο την οδήγησε η παρατήρηση του Rome, όχι μόνον αποσπάσματα αλλά σχεδόν ολόκληρο το Μέρος ΙΙ. Με τον τρόπο αυτό η Tihon απέδειξε ότι δεν επρόκειτο για μια απλή παρατήρηση του Rome αλλά, όπως η ίδια λέει, για μια πρόβλεψη, η οποία, τελικά, δικαιώθηκε. Ο ίδιος βέβαια ο Rome, δεν πρόλαβε να γευθεί τη χαρά από τη δικαίωση της πρόβλεψης που είχε κάνει, διότι είχε ήδη αποβιώσει όταν η Tihon ανακάλυψε το Μέρος ΙΙ.[44] Έτσι, δεν μπόρεσε ούτε η ίδια να μοιραστεί τη χαρά της με τον Rome.

Στο άρθρο του 1987 η Tihon παρουσιάζει (ό.π., 205-208) τη λίστα των κεφαλαίων από τα οποία αποτελείται τόσο το Μέρος Ι όσο και το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα, όπως μας παραδίδεται το καθένα από τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198. Ας επαναλάβουμε ότι ο συγκεκριμένος κώδικας δεν είναι μόνον ο αρχαιότερος, από όσους έχουν βρεθεί, ο οποίος διασώζει το Μέρος Ι αλλά είναι και ο μοναδικός, επίσης από όσους έχουν βρεθεί, που διασώζει το Μέρος ΙΙ και, επομένως, είναι ο μοναδικός κώδικας στον οποίο συνυπάρχουν τα δύο μέρη του 5ου βιβλίου του Θέωνα.[45] Τη γενική εικόνα αυτής της συνύπαρξης την παρουσιάζει η Tihon μέσω της λίστας των κεφαλαίων που συμπεριέλαβε στο άρθρο της, στην οποία έχει ενσωματώσει και ορισμένα στοιχεία που καθιστούν τη λίστα αυτή πολύ χρήσιμη για τον ερευνητή που θα ήθελε να εξετάσει το 5ο βιβλίο του Θέωνα.[46] Η Tihon δεν έχει καμία αμφιβολία ότι τα σχόλια που βρήκε γραμμένα στα περιθώρια της *Μεγίστης*, στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, ανήκουν στον Θέωνα. Τη βεβαιότητά της δεν την βασίζει στο γεγονός ότι ο ίδιος ο κώδικας αποδίδει απερίφραστα, με τη σημείωση «τοῦ θέωνος:», τα συγκεκριμένα σχόλια στον Θέωνα. Την βασίζει στα στοιχεία που η ίδια βρήκε όταν μελέτησε τα συγκεκριμένα σχόλια. Τα στοιχεία που επικαλείται η Tihon (1987, 208) για την βέβαιη απόδοση του Μέρους ΙΙ στον Θέωνα είναι α) το ύφος του συγγραφέα, β) οι παραπομπές που κάνει σε προηγούμενα βιβλία του και γ) το γεγονός ότι για ένα παράδειγμα που αναφέρει στο 5ο βιβλίο χρησιμοποιεί την ίδια χρονολογία που είχε χρησιμοποιήσει και στο 3ο βιβλίο, στο οποίο και παραπέμπει ο ίδιος.

Η Tihon δεν διατυπώνει βέβαια στο άρθρο της συμπεράσματα για ολόκληρο το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Άλλωστε, όπως η ίδια δηλώνει (ό.π., 217) δεν θα μπορούσαν να εξαχθούν συμπεράσματα για όλο το βιβλίο εξετάζοντας μόνο ένα κομμάτι του. Η Tihon αναφέρεται στα δύο αποσπάσματα

---

[43] Στην παρατήρηση αυτή είχαμε αναφερθεί όταν εξετάσαμε το άρθρο του Rome. Πρβλ. υποσημ. 16.

[44] Ο Rome απεβίωσε το 1971. Φαντάζομαι ότι η χαρά του θα ήταν πολύ μεγάλη αν μάθαινε ότι ήλθαν στο φώς όχι μόνο ορισμένα αποσπάσματα από το 5ο βιβλίο του Θέωνα αλλά σχεδόν όλο το μέρος που έλειπε.

[45] Τον τρόπο με τον οποίο μας παραδίδεται τόσο το Μέρος Ι όσο και το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα από τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 τον εξετάζουμε λεπτομερώς στο Κεφάλαιο 4.

[46] Στη λίστα των κεφαλαίων η Tihon παρουσιάζει για κάθε κεφάλαιο (α) τη θέση στην οποία βρίσκεται στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 και, ανάλογα με το κεφάλαιο, στην έκδοση της Βασιλείας, (β) τον τίτλο του και (γ) την αρχική και την τελική φράση του. Παράλληλα κάνει και ορισμένες δηλώσεις για συγκεκριμένα κεφάλαια, οι οποίες αξίζει να συζητηθούν. Τις δηλώσεις που κάνει η Tihon ειδικά για τα κεφάλαια 1, 4 και 19 τις εξετάζουμε στο Κεφάλαιο 5, Ενότητα 5.3.

του Μέρους ΙΙ τα οποία εξετάζει εμπεριστατωμένα στο άρθρο της (ό.π., 208-217). Τα αποσπάσματα αυτά,[47] σύμφωνα με την ίδια (ό.π., 217), αποκαλύπτουν ορισμένα ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά που δείχνουν ότι η ιστορία του Μέρους ΙΙ μπορεί να συνδέεται με την ιστορία του 3ου βιβλίου του Θέωνα. Εξετάζοντας τα συγκεκριμένα αποσπάσματα, η Tihon επισημαίνει ότι υπάρχουν σε αυτά πολλά λάθη και παράλληλα, η ίδια, διορθώνει τα πιο ολοφάνερα λάθη. Η ύπαρξη τόσων λαθών θα μπορούσε, κατά την Tihon, να θεωρηθεί ως ένδειξη πως το κείμενο δεν είχε «αναθεωρηθεί» για την έκδοση της πραγματείας. Αυτό με τη σειρά του θα μπορούσε να είναι ένας από τους λόγους για τους οποίους το Μέρος ΙΙ είχε εξαφανιστεί από το μεγαλύτερο μέρος της χειρόγραφης παράδοσης. Η εξαφάνιση αυτή είναι κατά την Tihon το πρώτο στοιχείο που μπορεί να συνδέει την ιστορία του Μέρους ΙΙ με την ιστορία του 3ου βιβλίου του Θέωνα, το οποίο επίσης σώζεται σε ένα και μοναδικό χειρόγραφο και το οποίο φέρει στον τίτλο του το όνομα της Υπατίας. Επίσης, το γεγονός ότι στο Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου ο Θέων χρησιμοποιεί για το παράδειγμα της σεληνιακής ψηφοφορίας την ίδια χρονολογία (5 Ιανουαρίου 323 μ.Χ.) που είχε χρησιμοποιήσει και στο 3ο βιβλίο για την ψηφοφορία του ηλίου, αποτελεί ένα επιπλέον στοιχείο που μαρτυρεί τη συγγένεια των δύο βιβλίων του Θέωνα. Και όχι μόνο χρησιμοποιεί την ίδια χρονολογία αλλά, στο πλαίσιο του παραδείγματος που παρουσιάζει, ο Θέων κάνει συνεχείς αναφορές στο τρίτο βιβλίο (ό.π.).[48] Τα στοιχεία που παρουσίασε η Tihon θα μπορούσαν, όπως η ίδια λέει, να οδηγήσουν στην υπόθεση ότι το 5ο βιβλίο του Θέωνα 'περίμενε' την «αναθεώρηση» εκ μέρους της Υπατίας. Όμως, τα στοιχεία που θα μπορούσαν να στηρίξουν μία τέτοια υπόθεση δεν είναι επαρκή (ό.π., 218).

Στην τελευταία παράγραφο του άρθρου της, η Tihon καταθέτει την άποψή της για το ενδιαφέρον που παρουσιάζει το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Το ενδιαφέρον της το εστιάζει στο γεγονός ότι στο βιβλίο αυτό του Θέωνα υπάρχουν λεπτομερείς περιγραφές αστρονομικών οργάνων. Παράλληλα, εκφράζει την ελπίδα ότι ενδέχεται να βρεθούν στον Θέωνα λεπτομέρειες για αυτά τα όργανα που δεν είναι ακόμα γνωστές (ό.π., 218).

3.3.2 *Ιστοριογραφικά σχόλια*

Το άρθρο της Tihon (1987) είναι πολύ σημαντικό για την ιστορία της επιστήμης. Πρωταρχικά το κάνει σημαντικό το γεγονός ότι έκανε γνωστή στην κοινότητα των ιστορικών της επιστήμης την ύπαρξη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα που θεωρούνταν ως τότε χαμένο. Αυτό είχε κατ' αρχάς ως αποτέλεσμα οι μετέπειτα αναφορές στα σωζόμενα βιβλία των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* να περιλαμβάνουν και το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα.[49] Βέβαια, αυτό το

[47] Τα δύο αποσπάσματα που εξετάζει η Tihon προέρχονται από το ένατο κεφάλαιο, στο οποίο ο Θέων παραθέτει ένα παράδειγμα σεληνιακής ψηφοφορίας. Στο πρώτο απόσπασμα η ψηφοφορία γίνεται σύμφωνα με τη *Μεγίστη*, ενώ στο δεύτερο σύμφωνα με τους *Πρόχειρους Κανόνες*. [Σημείωση: τα δύο αποσπάσματα καταλαμβάνουν στο αρχαίο κείμενο τους στίχους 118-186 και 306-345, αντίστοιχα. Βλ. την έκδοση του αρχαίου κειμένου στο Κεφάλαιο 6 της παρούσας διατριβής].

[48] Ο Θέων, στο παράδειγμα της σεληνιακής ψηφοφορίας που παρουσιάζει στο ένατο κεφάλαιο αναφέρεται τέσσερεις φορές στο 3ο βιβλίο (βλ. στο αρχαίο κείμενο στ. 121, 123, 126 και 134-135).

[49] Βλ. ενδεικτικά (Bernard 2013, 95, υποσημ. 1). Βλ. επίσης (Dickey 2007, 67-68), η οποία συνοδεύει την αναφορά της στο 5ο βιβλίο του Θέωνα με μια μικρή συζήτηση για το άρθρο της Tihon (1987). Σε

βλέπουμε να γίνεται σε ιστοριογραφικές μελέτες οι συγγραφείς των οποίων γνώριζαν το συγκεκριμένο άρθρο της Tihon. Όσοι δεν το γνώριζαν αναφέρονται στα σωζόμενα βιβλία του Θέωνα με τη στερεότυπη έκφραση: «από το 5ο βιβλίο του Θέωνα διασώζεται μόνο ένα κομμάτι».[50] Εξ όσων γνωρίζω, δεν τονίζεται επίσης, όσο θα άξιζε, η σημασία του γεγονότος ότι βρέθηκε το χαμένο κομμάτι του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Η μόνη αναφορά που μπόρεσα να βρω είναι αυτή στη μελέτη του Vitrac (1997, 49), ο οποίος, αναφερόμενος στα σωζόμενα βιβλία του Θέωνα, επισημαίνει ότι η ανακάλυψη της Tihon είναι πολύ σημαντική. Κατά τα άλλα, οι ιστορικοί της επιστήμης που χρησιμοποίησαν σε ορισμένες μελέτες τους το συγκεκριμένο άρθρο της Tihon, δεν κάνουν την παραμικρή νύξη για τη σπουδαιότητα της ανακάλυψης του Μέρους ΙΙ από την ίδια. Φαίνεται ότι υποδέχθηκαν το άρθρο της μόνο ως πηγή από την οποία θα μπορούσαν να αντλήσουν τα στοιχεία που τους ενδιέφεραν. Το γεγονός ότι το συγκεκριμένο άρθρο ανακοίνωσε τη σημαντική ανακάλυψη του χαμένου μέρους από το 5ο βιβλίο του Θέωνα το αγνόησαν παντελώς. Για παράδειγμα ο Cameron (1990), όταν εξετάζει τον τίτλο του 3ου βιβλίου του Θέωνα, αναφέρεται στο άρθρο της Tihon (1987) δηλώνοντας ότι ένα από τα πλέον ενδιαφέροντα νέα στοιχεία αυτού του άρθρου είναι η «ανακάλυψη ότι το Βιβλίο 5 [του Θέωνα] συνδέεται στενά με το Βιβλίο 3» (Cameron 1990, 111). Εκτός αυτού, χρησιμοποίησε το άρθρο της Tihon ως πηγή που του προσέφερε ένα επιπλέον στοιχείο προς επίρρωση της άποψης ότι ο Θέων 'αντέγραψε' τον Πάππο. Την άποψη αυτή ο Cameron την έχει ήδη διατυπώσει ρητά δύο φορές (ό.π., 105 και 109) πριν παρουσιάσει το στοιχείο που βρήκε στο άρθρο της Tihon. Ως επιπλέον στοιχείο για να στηρίξει την άποψή του, ο Cameron επικαλείται το γεγονός ότι ο Θέων, στο παράδειγμα που δίνει για την ψηφοφορία της σελήνης στο 5ο βιβλίο, χρησιμοποιεί την ίδια χρονολογία που είχε χρησιμοποιήσει για την ψηφοφορία του ηλίου στο 3ο βιβλίο. Κατά τον Cameron, το γεγονός ότι ο Θέων στα δύο παραδείγματα που δίνει χρησιμοποιεί το έτος 323 μ.Χ., το οποίο είναι αρκετά πριν από την περίοδο ακμής του (364 μ.Χ.), «μας κάνει να σκεφθούμε ότι και τα δύο παραδείγματα [ο Θέων] τα είχε αντλήσει από τον Πάππο» (ό.π., 111).[51] Στο σημείο

ορισμένες μελέτες βλέπουμε να αναφέρεται ρητά ότι η ανακάλυψη του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα έγινε από την Tihon. Βλ., ενδεικτικά, (Cameron 1990, 111), (Vitrac 1997, 49), (Pingree 1994, 77), καθώς και τη μελέτη του Acerbi (2014). Σε άλλες μελέτες η ανακάλυψη εκ μέρους της Tihon απλώς υποδηλώνεται με την παραπομπή στο άρθρο της. Για παράδειγμα, ο Jones (1999a, 164) αφού πρώτα σημειώσει ότι διασώζονται όλα τα βιβλία του Θέωνα εκτός από τα βιβλία 5 και 11, αμέσως μετά διευκρινίζει ότι το μεγαλύτερο μέρος του 5ου βιβλίου ανακαλύφθηκε πρόσφατα στα περιθώρια της *Μεγίστης* στον κώδικα *Vat. gr.* 198. Και στο σημείο αυτό παραπέμπει στην Tihon (1987).

[50] Βλ. ενδεικτικά (Mansfeld 1998, 76, υποσημ. 261). Παρά το γεγονός ότι το έργο του Mansfeld εκδόθηκε έντεκα χρόνια μετά τη δημοσίευση του άρθρου της Tihon και παρά το γεγονός ότι ο ίδιος φαίνεται να γνωρίζει την εργογραφία της, αφού κάνει αναφορές τόσο στις εκδόσεις του *Μικρού Σχολίου* (Tihon 1978) και των βιβλίων ΙΙ και ΙΙΙ του *Μεγάλου Σχολίου* του Θέωνα (Tihon 1991), καθώς και στο άρθρο της (Tihon 1976), αναφερόμενος στο σωζόμενο έργο του Θέωνα επισημαίνει: «of book V only a fragment is extant», παραπέμποντας στο άρθρο του Rome (1953).

[51] Στο σημείο αυτό οφείλουμε να κάνουμε μια συζήτηση για τη χρονολογία (5 Ιανουαρίου 323 μ.Χ.) που χρησιμοποιεί ο Θέων στα δύο παραδείγματα. Το γεγονός ότι ο Θέων χρησιμοποιεί τη συγκεκριμένη χρονολογία αποτελεί ένα ερώτημα για τους ιστορικούς της επιστήμης. Για ποιο λόγο, δηλαδή, ο Θέων χρησιμοποιεί ένα έτος που δεν βρίσκεται κοντά στην εποχή του; Το συγκεκριμένο ερώτημα το συζητά για πρώτη φορά ο Rome, στον τρίτο τόμο του έργου του, όταν εξετάζει το παράδειγμα της ηλιακής ψηφοφορίας που δίνει ο Θέων στο 3ο βιβλίο [βλ. RIII.907, υποσημ. (1)]. Κατά την άποψη του Rome, αφού η συγκεκριμένη χρονολογία που επέλεξε ο Θέων δεν παρουσιάζει κάτι που να είναι ιδιαίτερα χαρακτηριστικό, θα μπορούσαν να διατυπωθούν δύο υποθέσεις. Σύμφωνα με την πρώτη υπόθεση το έτος

αυτό ο Cameron, παρασυρόμενος από την επιθυμία του να υποστηρίξει με επιπλέον στοιχεία την άποψή του ότι ο Θέων 'αντέγραφε' από τον Πάππο και 'θαμπωμένος' από τη χαρά του που βρήκε κάποιο στοιχείο, υποπίπτει σε βέβαιο ατόπημα, αναφορικά με το παράδειγμα του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Διότι πώς μπορεί ο Θέων να πήρε το παράδειγμα της σεληνιακής ψηφοφορίας από τον Πάππο, όταν ό ίδιος ο Πάππος *δεν* δίνει παράδειγμα σεληνιακής ψηφοφορίας;[52] Ο Θέων όχι μόνο δεν πήρε το παράδειγμα από τον Πάππο αλλά με το παράδειγμά του δείχνει ότι 'συμπληρώνει' ένα κενό που άφησε ο Πάππος. Όσο για το 3ο βιβλίο, ο Cameron φαίνεται να βασίζεται στη δεύτερη υπόθεση που είχε αναφέρει ο Rome ότι θα μπορούσαμε να διατυπώσουμε αναφορικά με το θέμα της χρονολογίας που χρησιμοποιεί ο Θέων στο παράδειγμα της ηλιακής ψηφοφορίας. Ο Rome βέβαια είχε επισημάνει, όπως είδαμε (υποσημ. 51) ότι πρόκειται απλώς για μια υπόθεση. Ο Cameron όμως φαίνεται υπόρρητα να την διατυπώνει ως θέση. Όπως φαίνεται, αποτέλεσμα αυτού ήταν να θεωρήσει ότι και το παράδειγμα του 5ου βιβλίου, αφού χρησιμοποιεί την ίδια χρονολογία, ο Θέων το άντλησε από τον Πάππο.

Ας δούμε ένα ακόμα παράδειγμα ιστοριογραφικών μελετών στις οποίες συζητείται το θέμα της χρονολογίας που χρησιμοποιεί ο Θέων στα παραδείγματα της ηλιακής και της σεληνιακής ψηφοφορίας. Πρόκειται για δύο μελέτες του Jones (1990, 1999a). Στην πρώτη μελέτη ο Jones εκφράζει την άποψη ότι οι αστρονόμοι της αρχαιότητας και του μεσαίωνα συνήθιζαν, κατά κανόνα, να χρησιμοποιούν στα παραδείγματά τους χρονολογίες που ήταν κοντά στην εποχή τους (Jones 1990, 3). Εκεί αναφέρει ότι ο Θέων αποτελεί μια σπάνια εξαίρεση, διότι τόσο στο 3ο όσο και στο 5ο βιβλίο του χρησιμοποιεί χρονολογία που απέχει από την εποχή της ακμής του.[53] Ο

---

323 μ.Χ. θα μπορούσε να είναι το έτος γεννήσεως του Θέωνα. Επειδή όμως θεωρεί ότι η υπόθεση αυτή «θα ήταν καθαρή φαντασία», διατυπώνει, ως απλούστερη, την υπόθεση ότι το παράδειγμά του ο Θέων μπορεί να το άντλησε από τον Πάππο (ό.π.). Αυτό που πρέπει να κρατήσουμε είναι ότι ο Rome, αμέσως μετά τη διατύπωση της δεύτερης υπόθεσης, επισημαίνει ότι «και αυτή δεν είναι παρά μία υπόθεση» [«Mais cela aussi n'est pas qu'une hypothèse» (ό.π.)]. Και αυτό πρέπει να το κρατήσουμε για να δούμε, λίγο αργότερα, πώς ορισμένες υποθέσεις που ο Rome θεωρούσε ότι είναι εύλογες, διατυπώνονται, έστω και υπόρρητα, ως θέσεις.

Το ερώτημα για τη χρονολογία που χρησιμοποιεί ο Θέων φαίνεται ότι έχει απασχολήσει και την Tihon. Η ίδια (1987) δεν διατυπώνει καμία υπόθεση για το θέμα αυτό. Αρκείται να δηλώσει ότι «Μέχρι τώρα δεν έχει δοθεί ικανοποιητική εξήγηση για την επιλογή της χρονολογίας 5 Ιανουαρίου 323 στο 3ο βιβλίο» [«On n'a pas donné jusqu' ici d'explication satisfaisante au choix de la date du 5 janvier 323 dans le livre III» (ό.π., 217)]. Αμέσως μετά τη δήλωσή της η Tihon παραπέμπει στη συζήτηση του Rome που εξετάσαμε αμέσως πριν. Όμως, πρέπει να σημειώσουμε ότι η Tihon, σε μία παλαιότερη μελέτη της, αφού πρώτα αναφέρει ότι οι δάσκαλοι της Ύστερης Αρχαιότητας έπαιρναν συχνά παραδείγματα από προγενέστερους συγγραφείς, είχε αναφέρει ότι το ίδιο έκανε και ο Θέων στο 3ο βιβλίο [βλ. Tihon 1973, 107, υποσημ. (1)]. Δεν λέει βέβαια ότι το παράδειγμα ο Θέων το πήρε συγκεκριμένα από τον Πάππο, αλλά δεν παύει να θεωρεί ότι το πήρε από κάποιο άλλο έργο. Την άποψή της αυτή φαίνεται να την αναθεώρησε αργότερα αν κρίνουμε από τη δήλωση που κάνει το 1987. Από όσα γράφουν ο Rome και η Tihon (1987) για το θέμα της χρονολογίας που χρησιμοποιεί ο Θέων, είναι φανερό ότι κανείς από τους δύο δεν είχε διατυπώσει κάποια συγκεκριμένη θέση για το ζήτημα αυτό. Θα ήθελα επίσης να προσθέσω ότι το ερώτημα για τη χρονολογία που χρησιμοποιεί ο Θέων θα παραμείνει ανοικτό μέχρι να βρεθούν βάσιμες μαρτυρίες για να στηρίξουν οποιαδήποτε υπόθεση διατυπωθεί.

[52] Εκτός αν ο Cameron θεωρεί ότι υπάρχει παράδειγμα σεληνιακής ψηφοφορίας σε κάποιο από τα χαμένα βιβλία των *Σχολίων* του Πάππου στη *Μεγίστη*, κάτι που, κατά την άποψή μου, είναι εντελώς αβάσιμο.

[53] Στο σημείο αυτό ο Jones φαίνεται να έχει διαφορετική άποψη από την Tihon, η οποία, όπως είδαμε θεωρούσε συνήθη την περίπτωση του Θέωνα.

Jones δεν μένει όμως σε αυτή τη δήλωση, αλλά συνεχίζει λέγοντας ότι τα δύο αποσπάσματα του 3ου και του 5ου βιβλίου «φαίνεται ότι ο Θέων τα έχει πάρει» από μια ανεξάρτητη μικρή πραγματεία που έγραψε μάλλον ο Πάππος. Συγχρόνως όμως, ο ίδιος, διατυπώνει και το ερώτημα μήπως πρόκειται για το ωροσκόπιο του Θέωνα (ό.π., υποσημ. 7). Στη δήλωσή του ο Jones αναπαράγει τις δύο δυνατές, κατά τον Rome, υποθέσεις, τις οποίες όμως και αυτός τις διατυπώνει υπόρρητα ως θέσεις και τις καταθέτει ως την άποψη που έχει ο ίδιος για τα δύο παραδείγματα του Θέωνα. Αυτό φαίνεται και από τη μεταγενέστερη μελέτη του (Jones 1999a), όπου υποστηρίζει και πάλι την ίδια άποψη, την οποία αυτή τη φορά καταθέτει με ιδιαίτερα προκλητικό, κατά την άποψή μου, τρόπο. Αναφερόμενος και πάλι στα δύο παραδείγματα του 3ου και του 5ου βιβλίου του Θέωνα, ενώ θα μπορούσε απλώς να πει ότι φαίνεται σαν να έχουν αποσπαστεί από κάποιο άλλο έργο, τα χαρακτηρίζει ως προϊόντα «κανιβαλισμού»![54] Και αναρωτιέται και πάλι αν προήλθαν από τον Πάππο ή από το ωροσκόπιο του ίδιου του Θέωνα (ό.π., 164). Δηλαδή, κατά τον Jones, το ερώτημα είναι αν ο Θέων τα δύο παραδείγματα τα πήρε από τον Πάππο ή από το ωροσκόπιό του.

Πραγματικά δεν μπόρεσα να καταλάβω γιατί η χρησιμοποίηση της συγκεκριμένης χρονολογίας από τον Θέωνα θα έπρεπε να μας οδηγήσει να σκεφθούμε ότι τα παραδείγματα που κάνει τα πήρε από κάποια άλλη πηγή. Άλλωστε, θα ήταν τουλάχιστον αστείο να θεωρήσουμε ότι ο Θέων δεν ήταν σε θέση να διατυπώσει παράδειγμα με οποιαδήποτε άλλη χρονολογία. Μπορεί η συγκεκριμένη χρονολογία να είχε κάτι ιδιαίτερα χαρακτηριστικό, το οποίο εμείς δεν γνωρίζουμε και γι' αυτό να την επέλεξε ο Θέων. Επίσης, το γεγονός ότι και στα δύο παραδείγματα χρησιμοποιεί την ίδια χρονολογία μπορεί να οφείλεται σε διδακτικούς σκοπούς.[55] Το γιατί χρησιμοποίησε τη συγκεκριμένη χρονολογία ο Θέων παραμένει ένα ανοικτό ερώτημα, όπως ανοικτό παραμένει, κατά την άποψή μου, και το ερώτημα αν ο Θέων άντλησε τα δύο παραδείγματα από κάπου αλλού. Μέχρι να βρεθούν βάσιμα στοιχεία, μόνο αυθαίρετες υποθέσεις μπορούμε να κάνουμε.

Αυτό που επίσης δεν μπόρεσα να καταλάβω είναι για ποιο λόγο οι ιστορικοί των επιστημών, πλην ελαχίστων εξαιρέσεων, όπως φαίνεται, δεν τόνισαν τη σπουδαιότητα της ανακάλυψης του χαμένου μέρους από το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Διότι θεωρώ ότι το να βρεθεί έστω και ένα κομμάτι από ένα επιστημονικό έργο της Ύστερης Αρχαιότητας, από την οποία διασώζονται ελάχιστα επιστημονικά έργα, είναι ένα γεγονός πολύ σημαντικό για την ιστορία της επιστήμης. Επιπλέον, τα *Σχόλια* του Θέωνα στη *Μεγίστη* είναι το μοναδικό επιστημονικό έργο της Ύστερης Αρχαιότητας που δεν έχει μελετηθεί στο σύνολό του, αλλά εντελώς αποσπασματικά από τους σύγχρονους ιστορικούς της επιστήμης. Ιδιαίτερα δε, τα βιβλία μετά το 4ο δεν έχουν, με ελάχιστες εξαιρέσεις, μελετηθεί ούτε καν αποσπασματικά. Καί ακόμα πιο ιδιαίτερα, για το 5ο βιβλίο του Θέωνα, οι σύγχρονες μελέτες που έχουν γίνει περιορίζονται στα δύο άρθρα (Rome 1953) και (Tihon 1987). Από την έρευνα του Rome και της Tihon προέκυψε ότι τώρα έχουμε στη διάθεσή

[54] «Theon has inserted examples [...] which look as if they have been 'cannibalized' from an independent opuscule» (Jones 1999a, 164).

[55] Εκτός από τα παραδείγματα της ηλιακής και σεληνιακής ψηφοφορίας, ο Θέων χρησιμοποιεί την ίδια χρονολογία και στο παράδειγμα που κάνει για να δείξει πώς γίνεται η μετατροπή του χρόνου ο οποίος εκφράζεται βάσει των ανώμαλων νυχθημέρων στο χρόνο βάσει των ομαλών νυχθημέρων (βλ. RIII.941.24-942.14).

μας σχεδόν ολόκληρο το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Στο τέλος του άρθρου της η Tihon εκφράζει την ελπίδα ότι το 5ο βιβλίο του Θέωνα θα μελετηθεί (ό.π., 218). Από τότε έχουν περάσει περίπου τριάντα χρόνια και ακόμα το 5ο βιβλίο του Θέωνα 'περιμένει' να μελετηθεί. Βέβαια, δεν υπάρχει η κριτική έκδοση αυτού του βιβλίου. Υπάρχει όμως ένα μέρος του στην έκδοση της Βασιλείας και το υπόλοιπο στην έκδοση που παρουσιάζω στην παρούσα διδακτορική διατριβή. Έστω και στην παρούσα κατάσταση θεωρώ ότι μπορεί να αρχίσει η μελέτη αυτού του βιβλίου, το οποίο συνδέεται με ένα από τα σημαντικότερα και, κατά γενική ομολογία των ιστορικών της επιστήμης, δυσκολότερα βιβλία της *Μεγίστης*.

Κεφάλαιο 4

Η παράδοση του 5ου βιβλίου του Θέωνα από τον κώδικα *Vaticanus gr*. 198

4.1 Εισαγωγή

Όπως έχουμε αναφέρει, το 5ο βιβλίο του Θέωνα μας παραδίδεται «τεμαχισμένο» σε δύο μέρη. Το Μέρος Ι περιλαμβάνει τα σχόλια στα κεφάλαια 2-5 της *Μεγίστης* και το μεγαλύτερο τμήμα του έχει εκδοθεί (εκδόθηκε στη Βασιλεία το 1538). Το Μέρος ΙΙ περιλαμβάνει τα σχόλια στα υπόλοιπα κεφάλαια της *Μεγίστης* και δεν είχε μέχρι σήμερα εκδοθεί.[1]

Η έκδοση που παρουσιάζω περιλαμβάνει μόνο το μέρος του 5ου βιβλίου του Θέωνα που δεν έχει εκδοθεί. Συγκεκριμένα, περιλαμβάνει ολόκληρο το Μέρος ΙΙ και δύο αποσπάσματα από το Μέρος Ι (το αρχικό τμήμα του δεύτερου κεφαλαίου και το τελευταίο τμήμα του πέμπτου κεφαλαίου). Τα αποσπάσματα του Μέρους Ι που δεν υπάρχουν στην έκδοση της Βασιλείας μας παραδίδονται από ένα και μοναδικό χειρόγραφο, τον κώδικα *Vaticanus gr*. 198, από τον οποίο προέρχεται τόσο το κείμενο που εκδίδω όσο και τα διαγράμματα που το συνοδεύουν. Τα δύο Μέρη μας παραδίδονται από τον κώδικα με εντελώς διαφορετικό τρόπο. Γι' αυτό θεώρησα χρήσιμο πριν από την έκδοση του κειμένου να εξετάσω τον τρόπο με τον οποίο παραδίδεται από τον κώδικα του Βατικανού το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Βασικός σκοπός αυτής της εξέτασης είναι να βοηθήσει τον αναγνώστη να σχηματίσει μια σαφή εικόνα για το πώς παρουσιάζεται στο χειρόγραφο το βιβλίο αυτό του Θέωνα, αφενός, και να αποτελέσει ένα χρήσιμο βοήθημα στον μελλοντικό ερευνητή, ο οποίος θα θελήσει και αυτός να μελετήσει τα συγκεκριμένα σχόλια του Θέωνα από το ίδιο το χειρόγραφο που μας τα παραδίδει, αφετέρου. Στόχος μου είναι, επίσης, να δείξω τις δυσκολίες που αντιμετωπίζει κάποιος που μελετά ή επιχειρεί να εκδώσει ένα κείμενο που είναι γραμμένο στα περιθώρια ενός βυζαντινού χειρογράφου και, συγχρόνως, να αναδείξω ορισμένα θέματα που θα μπορούσαν να αποτελέσουν αντικείμενο ιστοριογραφικής έρευνας – θέματα που σχετίζονται όχι μόνο με το 5ο βιβλίο του Θέωνα αλλά γενικότερα με τον τρόπο που παρουσιάζονται τα αρχαία κείμενα στα βυζαντινά χειρόγραφα.

Μελετώντας ένα αρχαίο κείμενο σε κάποιο βυζαντινό χειρόγραφο μπορεί κανείς να θέσει αρκετά ερωτήματα παλαιογραφικής και κωδικολογικής φύσεως. Εκτός από ερωτήματα που αφορούν στην ταυτότητα του γραφέα και στις ιδιαιτερότητες της γραφής, μπορεί να εξετάσει ζητήματα αναφορικά με τη μορφή υπό την οποία παρουσιάζεται ένα έργο στο χειρόγραφο, όπως, για παράδειγμα, ποιοι είναι οι παράγοντες που καθορίζουν τη συγκεκριμένη μορφή με την οποία παρουσιάζεται ένα έργο. Μπορεί

[1] Ας επαναλάβουμε ότι το 5ο βιβλίο της *Μεγίστης* αποτελείται από δεκαεννέα κεφάλαια, δύο από τα οποία (κεφ. 8 και 18) είναι εκθέσεις κανονίων. Τα κεφάλαια αυτά δεν υπάρχουν στα σχόλια του Θέωνα. Επομένως, το Μέρος ΙΙ περιλαμβάνει τα σχόλια στα κεφάλαια 1, 6, 7, 9-17 και 19. Ας επαναλάβουμε, επίσης, ότι στην έκδοση της Βασιλείας δεν υπάρχει το αρχικό τμήμα του δεύτερου κεφαλαίου, καθώς και το τελευταίο τμήμα του πέμπτου κεφαλαίου, ενώ και το κείμενο που έχει εκδοθεί παρουσιάζει σε αρκετά σημεία του μικρά κενά. Δεν υπάρχουν επίσης πέντε από τα επτά συνολικά διαγράμματα που συνδέονται με το κείμενο που έχει εκδοθεί.

επίσης να θέσει το ερώτημα αν στα βυζαντινά χειρόγραφα διακρίνονται σημάδια διαμόρφωσης μιας κουλτούρας «μορφοποιημένου κειμένου». Ειδικότερα, για ένα «επιστημονικό» έργο της αρχαιότητας που μας παραδίδεται από κάποιο βυζαντινό χειρόγραφο, θα μπορούσε κανείς να θέσει και μια σειρά ερωτημάτων σχετικά με τα διαγράμματα που το συνοδεύουν. Όπως, για παράδειγμα, ποιος και πότε σχεδίασε τα διαγράμματα, σε ποια θέση βρίσκονται στο χειρόγραφο ή ποια είναι η μορφή τους, για να μην αναφερθούμε σε θέματα που σχετίζονται με τον συσχετισμό διαγράμματος και κειμένου.

Η εξέταση που θα ακολουθήσει αφορά κυρίως στη θέση στην οποία βρίσκονται στο χειρόγραφο, και στη διαδρομή που ακολουθούν, τα κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα, καθώς και στη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το κείμενο των σχολίων. Η εξέταση αυτών των θεμάτων γίνεται σε δύο Ενότητες. Στην πρώτη Ενότητα εξετάζεται ο τρόπος με τον οποίο μας παραδίδεται το Μέρος Ι. Ο αναγνώστης μπορεί να σχηματίσει μία εικόνα για τον τρόπο αυτό από τη Φωτογραφία που παρατίθεται στο τέλος της πρώτης Ενότητας. Στη δεύτερη Ενότητα εξετάζεται, ομοίως, ο τρόπος με τον οποίο παραδίδεται το Μέρος ΙΙ, συζητώντας, σε δύο ξεχωριστές υποενότητες, πρώτα το κεφάλαιο 1 και μετά τα κεφάλαια 6-19. Στη δεύτερη Ενότητα παρουσιάζονται επίσης ορισμένες Φωτογραφίες από τον κώδικα.[2]

4.2 Η παράδοση του Μέρους Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα

Το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα είναι γραμμένο ως ένα αυτόνομο, συνεχές κείμενο στα ff. 421v-424v του κώδικα *Vaticanus gr.* 198, αμέσως μετά από τα σχόλια του Πάππου στο 5ο βιβλίο της *Μεγίστης*.[3] Τα κεφάλαια ακολουθούν διαδρομή συνεχόμενη, χωρίς δηλαδή να μεσολαβεί κενό ανάμεσά τους. Αυτό που βοηθά τον αναγνώστη να ξεχωρίσει τα κεφάλαια μεταξύ τους είναι οι τίτλοι και η αρίθμησή τους.[4] Ο τίτλος κάθε κεφαλαίου γράφεται αμέσως μετά το τέλος του προηγούμενου κεφαλαίου, χωρίς τη μεσολάβηση κάποιου κενού. Έτσι, ο τίτλος του τρίτου κεφαλαίου αρχίζει να

[2] Με τη λέξη «Φωτογραφία» αναφέρομαι στη μια πλευρά (recto ή verso) ενός φύλλου (folio) του χειρογράφου.

[3] Θα ήθελα όμως να επισημάνω ότι ένα μεγάλο τμήμα του Μέρους Ι μας το παραδίδει ο κώδικας και έμμεσα. Αρκετά δηλαδή αποσπάσματα από το Μέρος Ι τα βλέπουμε γραμμένα στα περιθώρια των αντίστοιχων κεφαλαίων της *Μεγίστης*. Το γεγονός αυτό το επισημαίνει η Tihon (1987, 206) μόνο για το κεφάλαιο 5, αναφέροντας ότι από το κεφάλαιο αυτό δύο αποσπάσματα βρίσκονται γραμμένα στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Θα ήθελα όμως να προσθέσω ότι πέραν των δύο αποσπασμάτων από το κεφάλαιο 5 που αναφέρει η Tihon, αρκετά ακόμη αποσπάσματα, τόσο από το κεφάλαιο 5 όσο και από τα κεφάλαια 2 και 3 του Μέρους Ι, γράφονται στον ίδιο κώδικα στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Συγκεκριμένα, από το κεφάλαιο 2 του Θέωνα γράφονται εννέα αποσπάσματα (ff. 201r-202r), από το κεφάλαιο 3 επτά αποσπάσματα (f. 202v) και από το κεφάλαιο 5 γράφονται τρία ακόμη αποσπάσματα (f. 203v). Θα ήθελα επίσης να προσθέσω ότι πέραν των αποσπασμάτων που γράφονται ως παρασελίδια σχόλια, υπάρχουν και αρκετά αποσπάσματα από τα κεφάλαια 2, 3 και 5 του Θέωνα τα οποία γράφονται στα διάστιχα του πτολεμαϊκού κειμένου. Συγκεκριμένα υπάρχουν πέντε αποσπάσματα (f. 201r-v) από το κεφάλαιο 2, εννέα αποσπάσματα (f. 202v) από το κεφάλαιο 3 και έντεκα αποσπάσματα (ff. 203v-204v) από το κεφάλαιο 5.

[4] Ο γραφέας φροντίζει να σηματοδοτεί το τέλος κάθε κεφαλαίου θέτοντας άνω και κάτω στιγμή. Όμως, η σηματοδότηση αυτή από μόνη της δεν αρκεί για το διαχωρισμό των κεφαλαίων. Διότι ο γραφέας χρησιμοποιεί, ενίοτε, την άνω και κάτω στιγμή και εντός του κειμένου που ανήκει σε κάποιο κεφάλαιο, προκειμένου αυτή τη φορά να σηματοδοτήσει την έναρξη μιας νέας θεματικής ενότητας του συγκεκριμένου κεφαλαίου.

γράφεται αμέσως μετά το τέλος του δεύτερου κεφαλαίου και μάλιστα στον ίδιο στίχο στον οποία τελειώνει το δεύτερο κεφάλαιο, χωρίς να έχει αφεθεί κάποιο κενό (f. 423r, 16η γραμμή). Η ιδιομορφία αυτή δεν χαρακτηρίζει τον τίτλο του πέμπτου κεφαλαίου, ο οποίος γράφεται βέβαια και αυτός αμέσως μετά το τέλος του τέταρτου κεφαλαίου, αλλά στην πλευρά verso του ίδιου folio, αφού στην πλευρά recto το τέλος του τέταρτου κεφαλαίου φτάνει μέχρι το τέλος του τελευταίου στίχου.[5] Στην αρχή κάθε τίτλου υπάρχει ένας σταυρός και στο τέλος του υπάρχει άνω και κάτω στιγμή. Στο περιθώριο, κοντά στην αρχή κάθε κεφαλαίου, γράφεται το γράμμα με το οποίο αριθμείται το εκάστοτε κεφάλαιο.

Το κείμενο των σχολίων του Θέωνα είναι πυκνογραμμένο, με αρκετά μικρό μέγεθος γραμμάτων, σε μία ευρεία στήλη και δεν παρουσιάζει κενά.[6] Καλύπτει όλο το μέρος των folios στα οποία γράφεται, αφήνοντας τα συνήθη περιθώρια επάνω, κάτω και αριστερά ή δεξιά (ανάλογα με την πλευρά, verso ή recto, του folio).[7] Σε ορισμένα σημεία το κείμενο φέρει εμφανή σημάδια «επεξεργασίας»: υπάρχουν διορθώσεις, καθώς και λέξεις ή φράσεις που φαίνεται να έχουν προστεθεί στο κείμενο εκ των υστέρων.[8] Επίσης, σε ορισμένες περιπτώσεις, πάνω από κάποια λέξη του κειμένου υπάρχει ένα διακριτικό σημείο με το οποίο ο γραφέας παραπέμπει σε κάποια φράση που είναι γραμμένη στο περιθώριο. Στο περιθώριο βλέπουμε τα ίδια διακριτικά σημεία και δίπλα στο καθένα είναι γραμμένη η αντίστοιχη φράση στην οποία παραπέμπει ο γραφέας. Ορισμένες από αυτές τις φράσεις φαίνεται να αποτελούν «αποκατάσταση» των αντίστοιχων φράσεων που είναι γραμμένες εντός του κειμένου.[9] Υπάρχει όμως και μία περίπτωση στην οποία ο γραφέας χρησιμοποιεί διακριτικό σημείο όχι για να παραπέμψει σε κάποια φράση στο περιθώριο, αλλά για να συνδέσει ένα διάγραμμα με ένα συγκεκριμένο μέρος του κειμένου. Πρόκειται για το διακριτικό σημείο #, το οποίο βλέπουμε δύο φορές στο περιθώριο, στο f. 422v. Την πρώτη φορά το βλέπουμε τοποθετημένο δίπλα σε ένα από τα διαγράμματα και λίγο μετά το βλέπουμε δίπλα στο κείμενο, στο σημείο στο οποίο αρχίζει η έκθεση του συγκεκριμένου αυτού διαγράμματος.

Εκτός από το κείμενο, το Μέρος Ι των σχολίων του Θέωνα περιλαμβάνει και οκτώ διαγράμματα. Το ένα διάγραμμα βρίσκεται εξ ολοκλήρου στο περιθώριο (f. 422v), ενώ τα υπόλοιπα επτά παρεμβάλλονται στο κείμενο, κατά έναν ιδιαίτερο όμως τρόπο. Δηλαδή, μόνο ένα μέρος τους πλαισιώνεται από το κείμενο. Στο μέρος του χειρογράφου στο οποίο βρίσκεται το κάθε διάγραμμα, ορισμένοι στίχοι του κειμένου παρουσιάζουν, όπως θα λέγαμε σήμερα, «εσοχή», αφήνουν δηλαδή ένα κενό προς την πλευρά του περιθωρίου. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται από τους στίχους του κειμένου ένας κενός χώρος, για τον οποίο στο εξής θα χρησιμοποιώ τη λέξη «πλαίσιο», ο οποίος

---

[5] Ας σημειώσουμε ότι το τέταρτο κεφάλαιο δεν φέρει τίτλο. Για το διαχωρισμό του από το τρίτο κεφάλαιο μας βοηθά η αρίθμηση ($\bar{\delta}$) που υπάρχει στο περιθώριο (f. 423r, κάτω δεξιά).

[6] Ο αριθμός των στίχων της στήλης δεν είναι παντού ο ίδιος. Για τα ff. 421v-424r, κυμαίνεται από 46 έως 56.

[7] Εξαίρεση αποτελεί το f. 424v, του οποίου δεν καλύπτεται όλο το μέρος. Εκεί είναι γραμμένο το τέλος του κεφαλαίου 5 και το κάτω περιθώριο που αφήνει η στήλη του κειμένου, η οποία έχει αρκετά λιγότερους στίχους, είναι μεγάλο.

[8] Τα σημάδια «επεξεργασίας» για τα αποσπάσματα του Μέρους Ι που περιλαμβάνω στην έκδοση, τα συζητώ, το καθένα ξεχωριστά, στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου κάθε κεφαλαίου.

[9] Υπάρχουν συνολικά οκτώ περιπτώσεις, στις οποίες ο γραφέας χρησιμοποιεί κάποιο διακριτικό σημείο για να παραπέμψει στην αντίστοιχη φράση που είναι γραμμένη στο περιθώριο. Ως διακριτικά σημεία χρησιμοποιεί έναν, δύο ή τρεις σταυρούς, καθώς επίσης και το σημείο #. Τα διακριτικά σημεία τα βλέπουμε στα ff. 422, 423v και 424v.

υποδέχεται το εκάστοτε διάγραμμα. Τα επτά διαγράμματα που παρεμβάλλονται στο κείμενο, ανάλογα με τη θέση τους ως προς τα υπάρχοντα πλαίσια, χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα διαγράμματα τα οποία βρίσκονται εξ ολοκλήρου εντός του πλασίου. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν εκείνα των οποίων ένα μέρος βρίσκεται εντός του πλαισίου, ενώ το υπόλοιπο μέρος βρίσκεται στο περιθώριο.[10] Επιπλέον, τα διαγράμματα κάθε κατηγορίας, ανάλογα με τον ελεύθερο χώρο του πλαισίου που καλύπτουν, χωρίζονται σε δύο υποκατηγορίες. Στην πρώτη υποκατηγορία ανήκουν τα διαγράμματα τα οποία –είτε ολόκληρα είτε κατά το μέρος τους που βρίσκεται εντός του πλαισίου, ανάλογα, δηλαδή, με την κατηγορία στην οποία ανήκουν– καταλαμβάνουν όλο τον ελεύθερο χώρο που υπάρχει στο πλαίσιο, ερχόμενα σχεδόν σε επαφή με το κείμενο. Στη δεύτερη υποκατηγορία ανήκουν εκείνα τα οποία αφήνουν ακάλυπτο ένα μέρος του ελεύθερου χώρου που υπάρχει στο πλαίσιο.[11] Από την εξέταση της θέσης όλων των διαγραμμάτων προκύπτει ότι μόνο ένα διάγραμμα είναι τοποθετημένο εξ ολοκλήρου εντός του πλαισίου, καλύπτοντας συγχρόνως όλο τον ελεύθερο χώρο που υπάρχει εκεί. Η θέση των υπολοίπων διαφοροποιείται είτε ως προς το υπάρχον πλαίσιο είτε ως προς τον ελεύθερο χώρο του πλαισίου που καλύπτουν.

Η διαφοροποίηση που παρατηρείται στη θέση των διαγραμμάτων γεννά ορισμένα ερωτήματα αναφορικά με το πού οφείλεται η διαφοροποίηση αυτή. Γιατί ένα από τα διαγράμματα βρίσκεται εξ ολοκλήρου στο περιθώριο, ενώ για όλα τα υπόλοιπα υπάρχει κάποιο πλαίσιο; Γιατί επίσης η θέση των διαγραμμάτων διαφοροποιείται είτε ως προς το υπάρχον πλαίσιο είτε ως προς τον ελεύθερο χώρο του πλαισίου που καλύπτουν; Τα ερωτήματα αυτά δεν θα τα συζητήσω εδώ. Απλώς ήθελα να τα αναδείξω διότι συνδέονται με ένα γενικότερο θέμα, το οποίο θα μπορούσε να αποτελέσει αντικείμενο ιστοριογραφικής έρευνας. Πρόκειται για τον τρόπο με τον οποίο παρουσιάζονται στα βυζαντινά χειρόγραφα τα διαγράμματα που συνοδεύουν κάποιο «επιστημονικό» έργο. Συναφές με το θέμα αυτό είναι το ερώτημα για το πότε σχεδιάστηκαν τα διαγράμματα. Αν δηλαδή σχεδιάστηκαν πριν ή μετά τη γραφή του κειμένου. Προσεγγίζοντας αυτό το ερώτημα ακροθιγώς για τα διαγράμματα που ανήκουν στο Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα, θα μπορούσαμε να πούμε για ορισμένα διαγράμματα ότι σχεδιάστηκαν ενδεχομένως μετά τη γραφή του κειμένου. Πρόκειται τόσο για το διάγραμμα που βρίσκεται εξ ολοκλήρου στο περιθώριο, όσο και για τα διαγράμματα που δεν καλύπτουν όλο τον ελεύθερο χώρο του πλαισίου που υπάρχει. Για τα τελευταία, μπορεί ο γραφέας, όταν έγραφε το κείμενο, να είχε διαμορφώσει το πλαίσιο στο οποίο μετά ο ίδιος ή κάποιος άλλος θα σχεδίαζε το διάγραμμα και όταν το σχεδίασε επέλεξε να μην καλύψει όλο τον ελεύθερο χώρο του πλαισίου. Επίσης, για ένα διάγραμμα (f. 422v, το πρώτο διάγραμμα) θα μπορούσαμε να πούμε ότι μάλλον σχεδιάστηκε πριν γραφεί το κείμενο, διότι οι στίχοι του κειμένου είναι διαμορφωμένοι αναλόγως με το συγκεκριμένο κυκλικό διάγραμμα. Οι στίχοι, δηλαδή, δημιουργούν ένα κυκλικό πλαίσιο, σε

[10] Στην πρώτη κατηγορία υπάγονται τρία διαγράμματα που βρίσκονται, αντίστοιχα, στα ff. 422r, 423r και 423v. Στη δεύτερη κατηγορία υπάγονται τέσσερα διαγράμματα, από τα οποία τα δύο βρίσκονται στο f. 422v και τα άλλα δύο στο f. 424r.

[11] Στην πρώτη υποκατηγορία υπάγονται δύο διαγράμματα. Το πρώτο βρίσκεται στο f. 422v και το δεύτερο στο f. 423v. Ένα μέρος του δεύτερου διαγράμματος βρίσκεται κυριολεκτικά σε επαφή με το κείμενο. Στη δεύτερη υποκατηγορία υπάγονται τα υπόλοιπα πέντε διαγράμματα.

αντίθεση με τα υπόλοιπα πλαίσια που είναι ορθογώνια, παρά το γεγονός ότι όλα υποδέχονται κυκλικά διαγράμματα.

Μία επισήμανση που οφείλω να κάνω, αφορά στα διαγράμματα του κεφαλαίου 5. Ενώ το κεφάλαιο 5 περιέχει τέσσερα διαγράμματα, στο χειρόγραφο, στα ff. 423v-424r, στα οποία γράφεται αυτό το κεφάλαιο, βλέπουμε να υπάρχουν μόνο τρία διαγράμματα. Το τέταρτο διάγραμμα που ανήκει στο κεφάλαιο 5 το βλέπουμε σε «λάθος» θέση και συγκεκριμένα στο προηγούμενο folio (423r), στο σημείο στο οποίο βρίσκεται η αρχή του τρίτου κεφαλαίου. Διαπιστώνουμε επομένως και μία επιπλέον ιδιαιτερότητα αναφορικά με τη θέση των διαγραμμάτων στο χειρόγραφο. Συγκεκριμένα, διαπιστώνουμε ότι ένα από τα διαγράμματα βρίσκεται πολύ μακριά από τη θέση στην οποία γράφεται το κείμενο με το οποίο σχετίζεται. Η συζήτηση για μια τέτοιου είδους ιδιαιτερότητα θα μπορούσε να συμπεριληφθεί στη συζήτηση για το γενικότερο θέμα που ανέφερα παραπάνω. Θα μπορούσε δηλαδή να εξεταστεί γενικότερα η θέση των διαγραμμάτων στα «επιστημονικά» έργα όπως μας τα παραδίδουν τα βυζαντινά χειρόγραφα, σε σχέση με τη θέση στην οποία είναι γραμμένο το κείμενο που σχετίζεται με αυτά.

Τα αποσπάσματα του Μέρους Ι από τα οποία προέκυψε το κείμενο που συμπεριέλαβα στην έκδοση, δηλαδή το αρχικό τμήμα του δεύτερου κεφαλαίου και το τελευταίο τμήμα του πέμπτου κεφαλαίου, είναι γραμμένα στο f. 421v και στο f. 424, αντίστοιχα. Το απόσπασμα του δεύτερου κεφαλαίου αρχίζει από την πρώτη γραμμή του f. 421v και καταλαμβάνει τα τρία τέταρτα αυτού του μέρους του χειρογράφου. Στην αρχή του πρώτου στίχου βρίσκεται ο τίτλος του κεφαλαίου και αμέσως, μετά από ένα πολύ μικρό κενό που έχει αφεθεί, αρχίζει να γράφεται το κείμενο του κεφαλαίου. Επίσης, στο επάνω περιθώριο είναι γραμμένη η αρίθμηση του κεφαλαίου ($\overline{\beta}$), ενώ στο αριστερό περιθώριο, λίγο πριν τον τίτλο, είναι γραμμένη η σημείωση «εἰς τὸ β΄ κεφάλαιον».[12] Το απόσπασμα του πέμπτου κεφαλαίου, το οποίο είναι αρκετά εκτενέστερο από αυτό του δεύτερου κεφαλαίου, αρχίζει λίγο πριν από τη μέση του f. 424r (συγκεκριμένα, από τη γραμμή 28) και τελειώνει στο f. 424v. Στο απόσπασμα αυτό ανήκει επίσης και ένα από τα οκτώ διαγράμματα του Μέρους Ι, το οποίο και παρουσιάζω στην έκδοση.[13]

Μετά την περιγραφή του τρόπου με το οποίο μας παραδίδεται από τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα, θεώρησα χρήσιμο να παρουσιάσω και μια Φωτογραφία από το χειρόγραφο, πιστεύοντας ότι αυτό θα βοηθούσε τον αναγνώστη να σχηματίσει σαφέστερη εικόνα για τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το Μέρος Ι. Επιπλέον, ο αναγνώστης, συγκρίνοντας μια Φωτογραφία από το Μέρος Ι με ορισμένες Φωτογραφίες από το Μέρος ΙΙ, τις οποίες θα παρουσιάσω αργότερα, μπορεί να σχηματίσει σαφέστερη εικόνα και για τη διαφορετική μορφή με την οποία μας παραδίδονται από τον κώδικα τα δύο Μέρη του 5ου βιβλίου του Θέωνα.

---

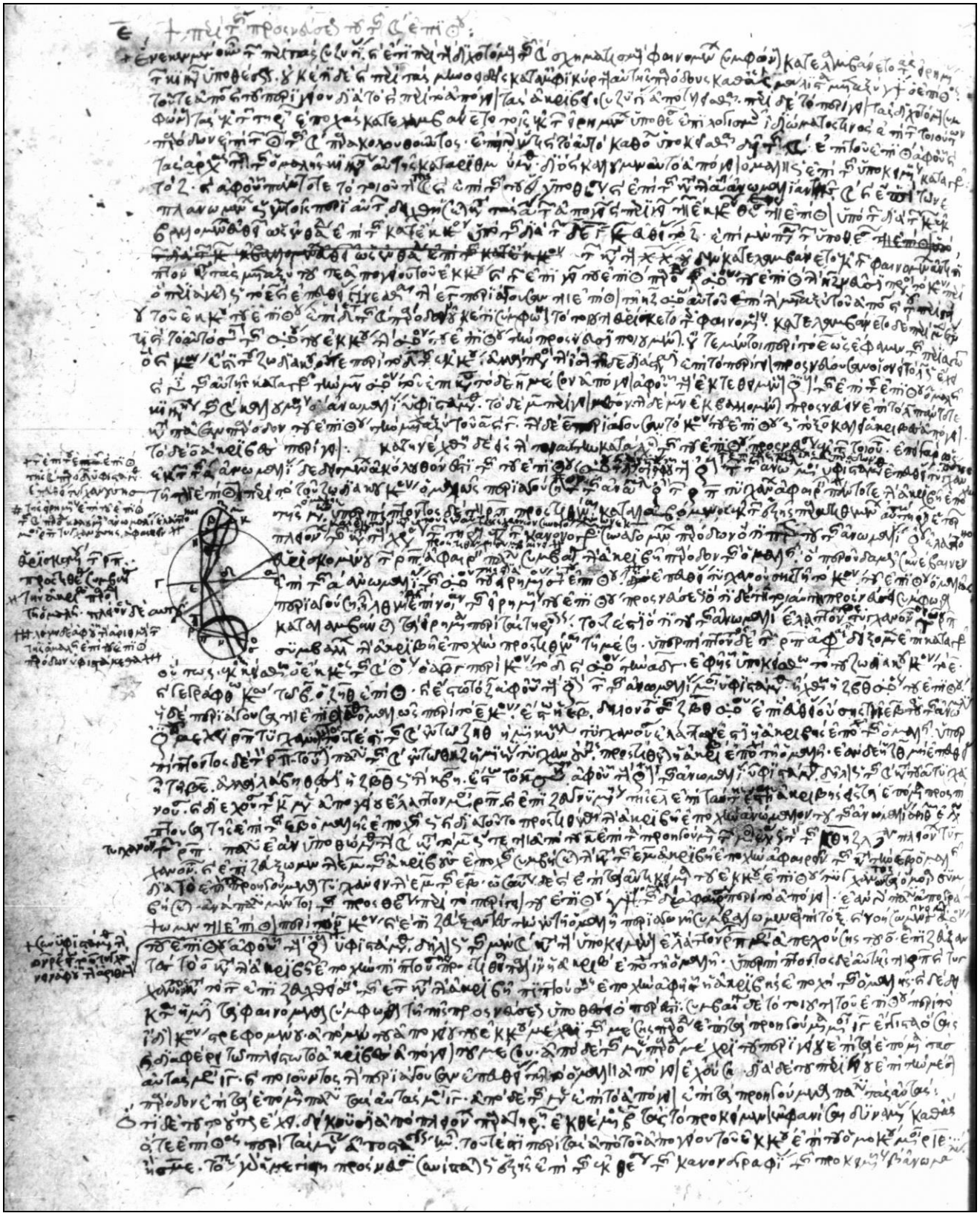
[12] Στο επάνω περιθώριο του f. 421v, όπου και αρχίζει να γράφεται το Μέρος Ι, υπάρχει η φράση «ταῦτα τὰ σχόλια εἰσὶν οἶμαι τοῦ θέωνος», περί της οποίας έχουμε ήδη συζητήσει. Βλ. Κεφ. 3, υποενότητα 3.2.2.

[13] Ωστόσο, θεώρησα σκόπιμο να παρουσιάσω και τα υπόλοιπα επτά διαγράμματα του κώδικα *Vat. gr.* 198 που ανήκουν στο Μέρος Ι και σχετίζονται με το κείμενο του Μέρους Ι που έχει εκδοθεί στη Βασιλεία. Η παρουσίαση αυτών των διαγραμμάτων γίνεται στο Παράρτημα Α. Επίσης θεώρησα σκόπιμο να παρουσιάσω στο Παράρτημα Β κάποια στοιχεία για το σύνολο των διαγραμμάτων του ανέκδοτου τμήματος των σχολίων του Θέωνα στο 5ο βιβλίο της *Μεγίστης*.

Στη Φωτογραφία απεικονίζεται το πρώτο κομμάτι από το κεφάλαιο 5 του Θέωνα. Στο επάνω μέρος βλέπουμε την αρίθμηση (ε̄) και τον τίτλο (+ περὶ τῆς προσνεύσεως τοῦ τῆς σελήνης ἐπικύκλου:) του κεφαλαίου 5. Στο κείμενο διακρίνουμε διάφορα σημάδια επεξεργασίας, όπως τη διαγραφή μιας φράσης, τη διόρθωση λέξεων, καθώς και την προσθήκη λέξεων ή φράσεων στα διάστιχα. Στο αριστερό περιθώριο βλέπουμε γραμμένες πέντε φράσεις οι οποίες συνοδεύονται από διακριτικά σημεία. Τα ίδια διακριτικά σημεία υπάρχουν, αντίστοιχα, κοντά σε κάποια λέξη του κειμένου, τα οποία όμως είναι εκεί δυσδιάκριτα.[14]

Το τελευταίο σχόλιο που θα ήθελα να κάνω αφορά στη θέση του διαγράμματος που βλέπουμε στην Φωτογραφία. Στο μέρος στο οποίο βρίσκεται το διάγραμμα, παρατηρούμε ότι ορισμένοι στίχοι του κειμένου παρουσιάζουν προς την πλευρά του περιθωρίου «εσοχή», αφήνουν δηλαδή κενό χώρο. Με τον τρόπο αυτό το κείμενο δημιουργεί ένα ορθογώνιο πλαίσιο, το οποίο υποδέχεται το διάγραμμα. Βέβαια, το κείμενο που δημιουργεί το πλαίσιο δεν ανταποκρίνεται στο διάγραμμα. Το κείμενο που σχετίζεται με το συγκεκριμένο διάγραμμα αρχίζει στον πρώτο στίχο που βρίσκεται κάτω από το πλαίσιο. Πάλι αναφορικά με τη θέση του, το συγκεκριμένο διάγραμμα είναι το μοναδικό από τα διαγράμματα του Μέρους Ι το οποίο βρίσκεται εξ ολοκλήρου μέσα στο πλαίσιο που δημιουργούν οι στίχοι του κειμένου και επιπλέον καταλαμβάνει όλο τον κενό χώρο που υπάρχει εκεί. Φαίνεται επίσης ότι το διάγραμμα αυτό σχεδιάστηκε αφού είχε δημιουργηθεί το πλαίσιο που το υποδέχεται, διότι, όπως βλέπουμε, σε ορισμένα σημεία έρχεται εντελώς σε επαφή με το κείμενο.

[14] Βέβαια ο αναγνώστης μπορεί να διακρίνει εύκολα πού βρίσκεται στο κείμενο ο σταυρός που χρησιμοποιείται ως διακριτικό σημείο στην τελευταία φράση που είναι γραμμένη στο περιθώριο. Αρκεί να ακολουθήσει τη γραμμή με την οποία ο γραφέας συνδέει αυτή τη φράση με το κείμενο. Τα άλλα τέσσερα διακριτικά σημεία βρίσκονται το καθένα, με την ίδια σειρά που τα βλέπουμε στο περιθώριο, κοντά σε μία λέξη του κειμένου στους στίχους 20, 21, 24 και 25, αντίστοιχα. Το πρώτο από αυτά, το οποίο είναι ένας σταυρός, είναι ιδιαίτερα δυσδιάκριτο διότι βρίσκεται κυριολεκτικά εντός κειμένου. Τα άλλα τρία βρίσκονται στο διάστιχο, επάνω από την αντίστοιχη λέξη. Προκειμένου να βοηθήσω τον επίμονο αναγνώστη, ο οποίος θα ήθελε να δει πού βρίσκοναι τα τέσσερα διακριτικά σημεία στο κείμενο, μεγέθυνα, στο βαθμό του δυνατού, την εικόνα. Ο εντοπισμός των διακριτικών σημείων προϋποθέτει βέβαια τη διάθεση του αναγνώστη να εξασκήσει την όρασή του.



Εικ. 1 Φωτογραφία από το Μέρος Ι του 5ου βιβλίου του Θέωνα (*Vat. gr*. 198, f. 423v)

4.3 Η παράδοση του Μέρους ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα

Το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα μας παραδίδεται από τον κώδικα *Vaticanus gr*. 198 με έναν ιδιαίτερο τρόπο. Βρίσκεται ολόκληρο στα περιθώρια της *Μεγίστης* που περιέχει ο κώδικας και μας παραδίδεται και αυτό «τεμαχισμένο» σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι περιλαμβάνει το πρώτο κεφάλαιο και βρίσκεται στα ff. 220v-221r του κώδικα, ενώ το άλλο κομμάτι περιλαμβάνει τα υπόλοιπα κεφάλαια και βρίσκεται στα ff. 205r-216r. Βέβαια, τα περιθώρια της *Μεγίστης* στα συγκεκριμένα folios δεν φιλοξενούν μόνον τα σχόλια του Θέωνα. Μαζί με αυτά υπάρχουν και άλλα σχόλια και επιπλέον, εκτός από τα γράμματα με τα οποία αριθμούνται τα κεφάλαια της *Μεγίστης*, υπάρχουν και τα διαγράμματα της *Μεγίστης*, καθώς επίσης και ορισμένα ακόμη διαγράμματα. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί το f. 209r, τα περιθώρια του οποίου φιλοξενούν αποκλειστικά σχόλια του Θέωνα.

Στα περιθώρια της *Μεγίστης*, στα οποία γράφονται τα σχόλια του Θέωνα, υπάρχουν συνολικά τριάντα οκτώ (38) διαγράμματα. Τα είκοσι τρία (23) από αυτά ανήκουν στα σχόλια του Θέωνα, τα δέκα (10) ανήκουν στη *Μεγίστη* και τα πέντε (5) είναι διαγράμματα ανώνυμου σχολιαστή.[15] Πρέπει όμως να σημειώσουμε ότι στο f. 214v, στο περιθώριο των σχολίων του Θέωνα αυτή τη φορά, υπάρχει ένα επιπλέον διάγραμμα της *Μεγίστης*, το οποίο, όπως μαρτυρείται από τη θέση του, πρέπει να έχει προστεθεί αργότερα, αφού δηλαδή είχαν γραφεί τα σχόλια του Θέωνα.[16] Πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι ο διαχωρισμός των τριάντα οκτώ διαγραμμάτων που υπάρχουν στα περιθώρια δεν είναι εύκολη υπόθεση ούτε για κάποιον που μελετά στο χειρόγραφο αποκλειστικά τη *Μεγίστη* ούτε για κάποιον που μελετά αποκλειστικά τα σχόλια του Θέωνα, διότι, όπως αναφέραμε, όλα αυτά τα διαγράμματα συνυπάρχουν στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Όταν λοιπόν ένας μελετητής βλέπει όλα αυτά τα διαγράμματα στο περιθώριο, το πρώτο που αναρωτιέται είναι ποια από αυτά ανήκουν στα σχόλια του Θέωνα και ποια ανήκουν στη *Μεγίστη*. Σε κάθε περίπτωση, πρέπει να διαπιστώνει ποιο από τα διαγράμματα που βρίσκονται στο περιθώριο ανταποκρίνεται στην έκθεση του διαγράμματος που γίνεται στο κείμενο. Βέβαια, όσον αφορά αποκλειστικά στη *Μεγίστη*, ένας σύγχρονος αναγνώστης του χειρογράφου μπορεί εύκολα να βρει ποια από τα διαγράμματα ανήκουν στη *Μεγίστη*. Αρκεί να συμβουλευθεί, για παράδειγμα, την έκδοση του Heiberg. Ο βυζαντινός όμως αναγνώστης του χειρογράφου δεν έχει άλλη επιλογή ούτε για τη *Μεγίστη* ούτε για τα σχόλια του Θέωνα. Το μόνο που

---

[15] Στον κώδικα *Vat. gr*. 198 τα διαγράμματα του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης* είναι τοποθετημένα εξ ολοκλήρου στα περιθώρια, με εξαίρεση ορισμένα διαγράμματα, των οποίων το μεγαλύτερο μέρος βρίσκεται στο περιθώριο και το μικρότερο παρεμβάλλεται στο κείμενο. Το ίδιο ισχύει και για τα υπόλοιπα βιβλία της *Μεγίστης* με εξαίρεση αυτή τη φορά ελάχιστα διαγράμματα που παρεμβάλλονται εξ ολοκλήρου στο κείμενο, καθώς και πάλι ορισμένα των οποίων μόνο ένα μέρος παρεμβάλλεται στο κείμενο. Αντίθετα, σε ορισμένα από τα άλλα χειρόγραφα που μας παραδίδουν τη *Μεγίστη*, τα διαγράμματα παρεμβάλλονται εξ ολοκλήρου στο κείμενο, όπως για παράδειγμα στους δύο αρχαιότερους κώδικες που μας παραδίδουν τη *Μεγίστη*, τον *Vaticanus gr*. 1594 και τον *Parisinus gr*. 2389, καθώς και στον μεταγενέστερο κώδικα *Marcianus gr*. 310. Η θέση των διαγραμμάτων της *Μεγίστης* στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198 δεν επηρεάζει παρά στο ελάχιστο τη μορφή του πτολεμαϊκού κειμένου. Παίζει όμως, όπως θα δούμε, καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του κειμένου του Θέωνα.

[16] Πρόκειται για ένα από τα διαγράμματα του κεφαλαίου 17 το οποίο όμως είναι ίδιο με το διάγραμμα που βρίσκεται στο f. 214r, στο περιθώριο του κεφαλαίου 17 της *Μεγίστης*. Φαίνεται ότι το συγκεκριμένο διάγραμμα σχεδιάστηκε και δεύτερη φορά προκειμένου να διευκολύνει τον αναγνώστη να παρακολουθήσει τη συνέχεια του επιλογισμού που κάνει ο Πτολεμαίος στο συγκεκριμένο κεφάλαιο βάσει αυτού του διαγράμματος.

μπορεί να τον βοηθήσει να ξεχωρίσει τα διαγράμματα είναι το αντίστοιχο κείμενο. Όπως βέβαια άλλη επιλογή δεν έχει και ο σύγχρονος αναγνώστης του χειρογράφου όταν μελετά τα σχόλια του Θέωνα.

Εκτός από τα δέκα διαγράμματα της *Μεγίστης* και την αρίθμηση των κεφαλαίων της, τα οποία είναι αναμενόμενο να υπήρχαν ήδη στον κώδικα όταν άρχισαν να γράφονται τα σχόλια του Θέωνα, προϋπήρχαν επίσης, τόσο τα άλλα σχόλια, με ορισμένες εξαιρέσεις, όσο και τα πέντε διαγράμματα του ανώνυμου σχολιαστή.[17] Το γεγονός ότι το υλικό αυτό προϋπήρχε στον κώδικα μαρτυρείται τόσο από τη διαδρομή που ακολουθούν στα περιθώρια τα σχόλια του Θέωνα όσο και από τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το κείμενο των σχολίων του. Το προϋπάρχον υλικό συνιστά τα 'εμπόδια' που συναντά το κείμενο όταν γράφεται και τα οποία το κείμενο πλαισιώνει, προσαρμόζοντας κάθε φορά αναλόγως τη μορφή του. Βέβαια, η αρίθμηση των κεφαλαίων της *Μεγίστης*, η οποία αποτελεί ένα ελαχιστότατο μέρος του υλικού που προϋπήρχε στον κώδικα, επηρεάζει σε λίγες περιπτώσεις και σε ελάχιστο βαθμό τη μορφή του κειμένου του Θέωνα.[18] Ωστόσο, στο γεγονός ότι η αρίθμηση των κεφαλαίων πλαισιώνεται από το κείμενο υπάρχει μια διάσταση την οποία δεν πρέπει να αγνοήσουμε. Αν η αρίθμηση δεν ήταν πλαισιωμένη από το κείμενο, αλλά υπήρχε μόνη της στο περιθώριο, θα διευκόλυνε πολύ τον αναγνώστη του χειρογράφου να εντοπίσει πού βρίσκεται το κάθε κεφάλαιο της *Μεγίστης*, κάτι στο οποίο δεν βοηθούν εν γένει οι τίτλοι των κεφαλαίων της. Αυτό γίνεται αμέσως αντιληπτό στο f. 213r, όπου στο περιθώριο δεξιά, είναι γραμμένη μόνη της η αρίθμηση του κεφαλαίου 16, χωρίς δηλαδή να την πλαισιώνει κάποιο κείμενο. Όταν όμως η αρίθμηση πλαισιώνεται από το κείμενο, η διευκόλυνση που παρέχει για τον εντοπισμό των κεφαλαίων της *Μεγίστης* μειώνεται σε μεγάλο βαθμό, διότι η αρίθμηση είναι πλέον δυσδιάκριτη. Σε ορισμένες μάλιστα περιπτώσεις γίνεται πολύ δυσδιάκριτη.[19] Η πλέον χαρακτηριστική περίπτωση είναι αυτή του κεφαλαίου 15 της *Μεγίστης*, την αρίθμηση του οποίου, στο f. 212v, την πλαισιώνει το κείμενο του Θέωνα, καθιστώντας την ιδιαίτερα δυσδιάκριτη. Βλέπουμε λοιπόν ότι η προσθήκη τόσο των σχολίων του Θέωνα όσο και των άλλων σχολίων στα περιθώρια που είχε αφήσει η *Μεγίστη*, έχει, σε πρακτικό βέβαια επίπεδο, μια αρνητική επίπτωση. Η προσθήκη των σχολίων, καθιστώντας την αρίθμηση των κεφαλαίων

[17] Αναφορικά με το γεγονός ότι τα σχόλια του Θέωνα προστέθηκαν μετά από άλλα σχόλια που υπήρχαν στον κώδικα βλ. (Tihon 1987, 204). Στην πλειονότητά τους τα άλλα σχόλια που υπάρχουν στον κώδικα στα περιθώρια της *Μεγίστης*, στα folios που φιλοξενούν το Μέρος ΙΙ των σχολίων του Θέωνα, είτε προέρχονται από το 5ο βιβλίο των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη* είτε είναι σχόλια ανώνυμου σχολιαστή. Υπάρχουν όμως και σχόλια τα οποία είναι αποσπάσματα από το ίδιο το Μέρος ΙΙ των σχολίων του Θέωνα. Ορισμένα από τα αποσπάσματα αυτά του Θέωνα, φαίνεται να ήταν ήδη γραμμένα, πριν δηλαδή γραφεί στα περιθώρια το Μέρος ΙΙ των σχολίων του, διότι το κείμενο του Μέρους ΙΙ τα παρακάμπτει. Ορισμένα όμως αποσπάσματα είναι ξεκάθαρο ότι γράφηκαν εκ των υστέρων. Αυτό μαρτυρείται από το γεγονός ότι τα αποσπάσματα αυτά είναι γραμμένα στο περιθώριο των σχολίων του Θέωνα (στο f. 208r, στο επάνω και στο δεξιό περιθώριο των σχολίων του Θέωνα, καθώς και στο f. 213v, στο αριστερό περιθώριο των σχολίων του Θέωνα). Επίσης εκ των υστέρων, όπως φαίνεται, έχει γραφεί και ένα σχόλιο που βρίσκεται στο κάτω περιθώριο του f. 205r. Πρόκειται για ένα σχόλιο του Πάππου από το κεφάλαιο 6 του 5ου βιβλίου (πρβλ. RI.38.4-9).

[18] Το κείμενο του Θέωνα πλαισιώνει την αρίθμηση εννέα κεφαλαίων της *Μεγίστης*. Η αρίθμηση των υπόλοιπων κεφαλαίων πλαισιώνεται από άλλα σχόλια που είναι γραμμένα στο περιθώριο.

[19] Όπως, για παράδειγμα, στα ff. 210r και 211v, όπου η αρίθμηση των κεφαλαίων πλαισιώνεται από το κείμενο του Θέωνα. Πολύ δυσδιάκριτη είναι επίσης, για παράδειγμα, η αρίθμηση στα ff. 207v και 208v, η οποία πλαισιώνεται από κείμενο άλλων σχολίων.

δυσδιάκριτη, δυσχεραίνει πραγματικά τον μελετητή που θέλει να βρει πού αρχίζει κάθε κεφάλαιο της *Μεγίστης*.[20]

Στην αρχή της συζήτησής μας αναφέραμε ότι το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα μας παραδίδεται από τον κώδικα *Vat. gr.* 198 με ιδιαίτερο τρόπο. Η ιδιαιτερότητα που χαρακτηρίζει την παράδοση του Μέρους ΙΙ των σχολίων του Θέωνα δεν έχει να κάνει μόνο με τη θέση που αυτό κατέχει στο σύνολό του στον κώδικα, με το ότι, δηλαδή, βρίσκεται όλο στα περιθώρια της *Μεγίστης*.[21] Κυρίως, έχει να κάνει με τη διαδρομή και τη θέση των κεφαλαίων στον κώδικα, αλλά και με τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το κείμενο των σχολίων, καθώς και με τις ιδιαιτερότητες της γραφής που χρησιμοποιεί ο γραφέας του κειμένου.

Η διαδρομή που ακολουθούν τα σχόλια του Θέωνα στον κώδικα μπορεί να χαρακτηριστεί ιδιαίτερη και, ενίοτε, δαιδαλώδης, υπό την έννοια ότι είναι δύσκολο να την παρακολουθήσουμε, όπως επισημαίνει και η Tihon, αναφερόμενη στο Μέρος ΙΙ των σχολίων του Θέωνα: «δεν είναι πράγματι πάντοτε εύκολο να ακολουθήσουμε την περίπλοκη πορεία των σχολίων στα περιθώρια και να διακρίνουμε τα διάφορα κεφάλαια».[22] Ο τρόπος λοιπόν με τον οποίο μας παραδίδεται το μέρος αυτό των σχολίων του Θέωνα δημιουργεί δυσκολίες σε κάποιον που θα ήθελε να μελετήσει τα συγκεκριμένα σχόλια. Αυτό που μας κάνει να χαρακτηρίσουμε τη διαδρομή τους ιδιαίτερη, είναι κυρίως το γεγονός ότι, για τα περισσότερα κεφάλαια της *Μεγίστης*, τα σχόλια του Θέωνα που είναι γραμμένα στα περιθώρια του πτολεμαϊκού κειμένου δεν αναφέρονται στο συγκεκριμένο κεφάλαιο αλλά σε κάποιο άλλο κεφάλαιο. Παράλληλα, όμως, τα σχόλια ακολουθούν ενίοτε δαιδαλώδη πορεία διότι πρέπει αφενός μεν να παρακάμψουν διάφορα 'εμπόδια' που υπάρχουν στο χειρόγραφο και αφετέρου να υπακούσουν στις αποφάσεις του γραφέα ο οποίος καθορίζει τη διαδρομή τους.

Οι κυριότεροι παράγοντες που συντελούν ώστε τα σχόλια του Θέωνα να ακολουθούν αυτή τη δαιδαλώδη πορεία, αφενός, και να επηρεάζουν ακόμα και τη μορφή του κειμένου, αφετέρου, είναι τα προϋπάρχοντα στα περιθώρια της *Μεγίστης* σχόλια και διαγράμματα. Προκειμένου λοιπόν να δούμε σαφέστερα τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του Μέρους ΙΙ των σχολίων του Θέωνα, θα ιχνηλατήσουμε την περίπλοκη διαδρομή του συνόλου των σχολίων που περιέχονται στο χειρόγραφο. Τα χαρακτηριστικά αυτά είναι μεν έντονα στο δεύτερο τμήμα του Μέρους ΙΙ, ωστόσο, διακρίνονται, ως ένα βαθμό, και στο πρώτο τμήμα από το οποίο και αρχίζει η διαδρομή των σχολίων στον κώδικα. Παράλληλα θα εξετάσουμε και ορισμένα από τα ερωτήματα που γεννά ο ιδιαίτερος τρόπος παράδοσης του Μέρους ΙΙ. Συγκεκριμένα, θα εξετάσουμε: (α) με ποιο τρόπο επιλέγει ο γραφέας να βοηθήσει τον αναγνώστη να βρει τη θέση και να ακολουθήσει τη διαδρομή των σχολίων του Θέωνα, (β) πώς θα μπορούσαν να εξηγηθούν ορισμένες από τις επιλογές του γραφέα, οι οποίες έχουν σχέση τόσο με το μέρος του χειρογράφου στο οποίο γράφει τα σχόλια του Θέωνα όσο και με τον τρόπο που βοηθά τον

[20] Αυτό δεν ισχύει μόνο για το 5ο βιβλίο αλλά για όλα τα βιβλία της *Μεγίστης*. Τα κεφάλαια των οποίων η αρίθμηση πλαισιώνεται από το κείμενο κάπου σχολίου που γράφεται στο περιθώριο, εντοπίζονται δύσκολα.

[21] Εξάλλου, το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα δεν αποτελεί, από την άποψη αυτή, τη μοναδική περίπτωση. Για παράδειγμα, το 4ο βιβλίο των σχολίων του Θέωνα στη *Μεγίστη*, σε ένα από τα χειρόγραφα τα οποία μας το παραδίδουν (*Marcianus gr.* 303), είναι γραμμένο εξ ολοκλήρου στα περιθώρια του 4ου βιβλίου της *Μεγίστης*. Η μοναδικότητα του Μέρους ΙΙ, σε ό,τι αφορά την παράδοσή του, έγκειται στο γεγονός ότι μας παραδίδεται από ένα και μόνο χειρόγραφο.

[22] «Il n'est pas toujours aisé, en effet, de suivre le cheminement compliqué des scolies dans les marges et de distinguer clairement les différents chapitres» (Tihon 1987, 208).

αναγνώστη να τα παρακολουθήσει και (γ) τους παράγοντες που επηρεάζουν τη μορφή με την οποία παρουσιάζονται τα σχόλια του Θέωνα.

4.3.1 *Η παράδοση του κεφαλαίου 1*

Το κεφάλαιο 1 των σχολίων του Θέωνα, είναι ολόκληρο γραμμένο στα ίδια folios στα οποία γράφεται και το πρώτο κεφάλαιο της *Μεγίστης* και συγκεκριμένα στα ff. 200v-201r.[23] Το κεφάλαιο αυτό του Θέωνα δεν φέρει στο χειρόγραφο ούτε τίτλο ούτε αρίθμηση. Το σημείο στο οποίο αρχίζει, το δηλώνει η φράση «τοῦ θέωνος:» που είναι γραμμένη στο αριστερό περιθώριο του f. 220v.

Το κείμενο είναι ιδιαίτερα πυκνογραμμένο και το μέγεθος των γραμμάτων είναι πολύ μικρό. Συγκρινόμενο δε με το μέγεθος των γραμμάτων του πτολεμαϊκού κειμένου είναι πολύ μικρότερο.[24]Πολύ μικρά επίσης είναι και τα διάστιχα του κειμένου, το οποίο δεν παρουσιάζει ούτε κενά, με εξαίρεση ένα και μοναδικό μικρό κενό, το οποίο όμως αποτελεί ιδιαίτερη περίπτωση. Το κενό αυτό, δηλαδή, δεν υποδηλώνει ότι λείπουν κάποιες λέξεις από το κείμενο του Θέωνα, αλλά, όπως φαίνεται, έχει αφεθεί για άλλο σκοπό. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι στο μέσον αυτού του κενού υπάρχει ένα διακριτικό σημείο, το οποίο, στην προκειμένη περίπτωση, είναι το σημείο ⁜. Το κενό και το διακριτικό σημείο το οποίο βρίσκεται στο μέσον του, τα συναντάμε αμέσως μετά την άνω και κάτω στιγμή με την οποία ο γραφέας επισημαίνει την έναρξη μιας νέας θεματικής ενότητας του πρώτου κεφαλαίου.[25] Διαβάζοντας τα σχόλια του Θέωνα, όταν συναντήσουμε το διακριτικό αυτό σημείο γεννάται εύλογα το ερώτημα: τι ρόλο παίζει η ύπαρξη αυτού του διακριτικού σημείου; Την απάντηση μπορούμε να τη βρούμε αμέσως, αρκεί να διαβάσουμε το πρώτο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Θα δούμε λοιπόν ότι το ίδιο διακριτικό σημείο υπάρχει και επάνω από μία φράση του πτολεμαϊκού κειμένου.[26] Φαίνεται επομένως ότι με το διακριτικό αυτό σημείο ο γραφέας συνδέει το συγκεκριμένο μέρος του πρώτου κεφαλαίου της *Μεγίστης* με τα σχόλια του Θέωνα που αναφέρονται σε αυτό το μέρος.[27]

---

[23] Ας σημειώσουμε ότι, όπως το ίδιο το χειρόγραφο μας δείχνει, δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένο ότι ένα κεφάλαιο των σχολίων του Θέωνα γράφεται στα ίδια folios με το αντίστοιχο κεφάλαιο του Πτολεμαίου στο οποίο αναφέρονται τα σχόλια.

[24] Τα χαρακτηριστικά αυτά του κειμένου δεν εντοπίζονται μόνο στο κεφάλαιο 1 αλλά σε όλο το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Επιπλέον, δεν εντοπίζονται μόνο στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198. Γενικότερα στους κώδικες, όταν ένα σχολιαστικό έργο γράφεται στα περιθώρια του σχολιαζόμενου έργου, το κείμενο των σχολίων σε σχέση με αυτό του σχολιαζόμενου έργου είναι ιδιαίτερα πυκνογραμμένο και με μικρότερο μέγεθος γραμμάτων. Τα χαρακτηριστικά αυτά τα εντοπίζουμε, για παράδειγμα, στον κώδικα *Marcianus gr.* 303, στο τέταρτο βιβλίο των *Σχολίων* του Θέωνα που είναι γραμμένο στα περιθώρια του τέταρτου βιβλίου της *Μεγίστης* (ff. 77v-86v). Για τη συγκεκριμένη τακτική που ακολουθούν οι γραφείς των βυζαντινών χειρογράφων σε ανάλογες περιπτώσεις βλ. (Cavallo 2000) και (Maniaci 2000). Πρβλ. και (Maehler 2000, 32).

[25] Η άνω και κάτω στιγμή, το κενό και το διακριτικό σημείο βρίσκονται στο f. 201r, επάνω περιθώριο, 5ος στίχος.

[26] Πρόκειται για τη φράση «τοῦτον δὴ τὸν τρόπον καθιστάντες τὸ ὄργανον», η οποία βρίσκεται στο f. 201r, στον 8ο στίχο του πτολεμαϊκού κειμένου. Πρβλ. Η1.353.11.

[27] Η συγκεκριμένη περίπτωση χρήσης διακριτικού σημείου δεν είναι μοναδική. Υπάρχουν και άλλες ανάλογες περιπτώσεις στο Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα, τις οποίες θα εξετάσουμε αργότερα. Πρέπει όμως να

Το κείμενο του πρώτου κεφαλαίου των σχολίων, από το σημείο στο οποίο αρχίζει να γράφεται και μετά, διατρέχει όλα τα περιθώρια που υπάρχουν γύρω από το πτολεμαϊκό κείμενο, δημιουργώντας ένα είδος πλαισίου, το οποίο περιβάλλει τόσο το κείμενο της *Μεγίστης* όσο και τα λιγοστά 'εμπόδια' που υπάρχουν στα περιθώρια. Το πλαίσιο αυτό εξωτερικά μεν αφήνει κάποιο περιθώριο, ενώ εσωτερικά βρίσκεται σχεδόν σε επαφή με το πτολεμαϊκό κείμενο και με τα υπάρχοντα 'εμπόδια'. Παρατηρούμε επίσης ότι προς το τέλος του κεφαλαίου το πλαίσιο περιβάλλει και ένα μέρος του κεφαλαίου 2 της *Μεγίστης*. Στην αρχή του κεφαλαίου, οι στίχοι του κειμένου δημιουργούν στο αριστερό περιθώριο του f. 200v μία στήλη σταθερού εύρους.[28] Στο κάτω περιθώριο η στήλη διευρύνεται και στη δεξιά πλευρά της αφήνει ελεύθερο χώρο στον οποίο είναι σχεδιασμένο το ένα και μοναδικό διάγραμμα που υπάρχει στο κεφάλαιο 1 του Θέωνα. Το κείμενο συνεχίζεται στο επόμενο folio (201r) και αφού πρώτα καλύψει το επάνω περιθώριο, στο οποίο οι γραμμές του κειμένου δημιουργούν και πάλι μια στήλη σταθερού εύρους, συνεχίζεται στο δεξιό περιθώριο, για να καταλήξει στο κάτω περιθώριο. Η διαδρομή που ακολουθεί το πρώτο κεφάλαιο του Θέωνα είναι κατά το μεγαλύτερο μέρος της ομαλή, υπό την έννοια ότι δεν παρεμβάλλονται παρά μόνον τρία μικρά 'εμπόδια' που πρέπει να παρακαμφθούν και τα οποία βρίσκονται προς το τέλος, στο δεξιό περιθώριο του f. 201r, όπου αρχίζει να γράφεται το δεύτερο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Πρόκειται, με τη σειρά, για την αρίθμηση του δευτέρου κεφαλαίου της *Μεγίστης* και για δύο μικρά σχόλια τα οποία προέρχονται από τα σχόλια του Πάππου στο δεύτερο κεφάλαιο.[29] Η παράκαμψη αυτών των 'εμποδίων' επιφέρει ορισμένες αλλαγές στη μορφή του κειμένου του Θέωνα. Συγκεκριμένα, επηρεάζει το εύρος της στήλης του κειμένου. Στο δεξιό περιθώριο του f. 201r, το κείμενο του Θέωνα δημιουργεί στο μεγαλύτερο μέρος του περιθωρίου μία ευρεία στήλη.[30] Προς το τέλος όμως, προκειμένου να παρακάμψει το πρώτο 'εμπόδιο', το εύρος της στήλης του κειμένου μειώνεται, σε ένα μικρό βέβαια βαθμό, ενώ, προκειμένου να παρακαμφθούν τα επόμενα 'εμπόδια', το κείμενο του Θέωνα δημιουργεί στο περιθώριο μια δεύτερη στήλη με πολύ μικρό εύρος, για να επανέλθει μετά από λίγο στην μία και ευρύτερη στήλη. Στο σύνολό του το κεφάλαιο 1 θα λέγαμε ότι παρουσιάζεται στον κώδικα με 'εύτακτο' τρόπο, σε αντίθεση με άλλα μέρη του Μέρους ΙΙ τα οποία έχουν 'άτακτη' μορφή. Προκειμένου ο αναγνώστης να έχει μια πλήρη εικόνα της μορφής του κεφαλαίου 1, παρουσιάζω τις Φωτογραφίες από τα μέρη του χειρογράφου στα οποία είναι γραμμένο.

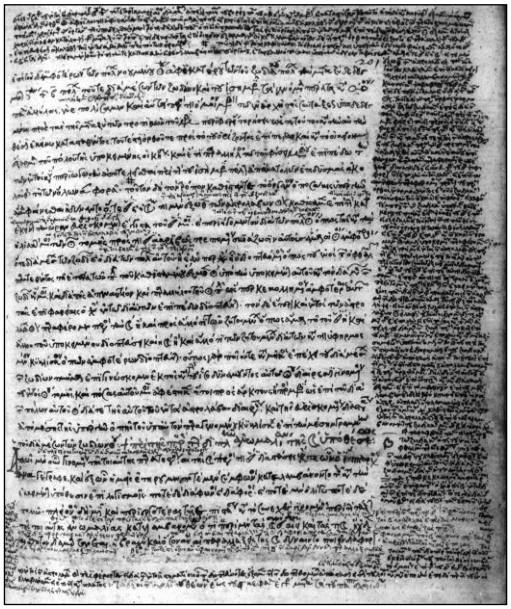
επισημάνουμε ότι η χρήση διακριτικών σημείων για τη σύνδεση ενός μέρους της *Μεγίστης* με τα σχόλια που αναφέρονται σε αυτό το μέρος γίνεται για όλο το 5ο βιβλίο, καθώς επίσης και για τα υπόλοιπα βιβλία της *Μεγίστης*. Επιπλέον, στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198 η χρήση διακριτικών σημείων που παίζουν τον ίδιο ρόλο δεν γίνεται μόνο για τη *Μεγίστη* αλλά για όλα τα έργα που περιέχει ο κώδικας και στων οποίων τα περιθώρια είναι γραμμένα σχόλια. Πρέπει επίσης να προσθέσουμε ότι η χρήση διακριτικών σημείων για τη σύνδεση ενός συγκεκριμένου μέρους του σχολιαζόμενου έργου με τα αντίστοιχα σχόλια που γράφονται στα περιθώρια αποτελεί συνήθη πρακτική σε όλους τους κώδικες. Για τον τρόπο με τον οποίο γίνεται στα βυζαντινά χειρόγραφα η σύνδεση του σχολιαζόμενου με το σχολιαστικό έργο που γράφεται στα περιθώρια βλ. (Vianès 2000) και (Sautel 2000).

[28] Όπως θα λέγαμε με σύγχρονους όρους, το κείμενο παρουσιάζεται σε πλήρη στοίχιση και χωρίς εσοχές.

[29] Τα δύο αυτά σχόλια του Πάππου αρχίζουν να γράφονται σε διάστιχα του πτολεμαϊκού κειμένου και συνεχίζονται στο περιθώριο. Πρόκειται για τα χωρία RI.17.11-14 και RI.17.15-17.

[30] Σε αντίθεση με τη στήλη κειμένου η οποία βρίσκεται στο αριστερό περιθώριο του f. 200v, στη συγκεκριμένη στήλη το κείμενο, όπως πάλι θα λέγαμε με σύγχρονους όρους, δεν παρουσιάζει σταθερή στοίχιση και επιπλέον παρουσιάζει εσοχές.

Εικ. 2 *Vat. gr*. 198, f. 200v



Εικ. 3 *Vat. gr*. 198, f. 201r

Μία τελευταία παρατήρηση για το κείμενο του πρώτου κεφαλαίου του Θέωνα είναι ότι φέρει ελάχιστα σημάδια ‘επεξεργασίας’. Συγκεκριμένα, η ‘επεξεργασία’ περιορίζεται στη διαγραφή μιας λέξης και στην αντικατάστασή της από άλλη, στη διαγραφή μιας φράσης και στη γραφή ενός μέρους μιας λέξης μπροστά από μια βραχυγραφία.[31]

Εκτός από τη μικρή αλλαγή που παρατηρούμε στη μορφή του κειμένου, αυτό που επίσης συμβαίνει στο πρώτο κεφάλαιο του Θέωνα είναι, όπως ήδη επισημάναμε παραπάνω, ότι το τελευταίο κομμάτι του γράφεται σε περιθώρια που αντιστοιχούν στο δεύτερο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Επομένως, ήδη από το πρώτο κεφάλαιο αρχίζουν να διαφαίνονται, ως ένα βαθμό, τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του Μέρους ΙΙ των σχολίων του Θέωνα. Τα χαρακτηριστικά αυτά, όπως αναφέραμε, φαίνονται εντονότερα στα υπόλοιπα κεφάλαια του Θέωνα τα οποία θα εξετάσουμε στη συνέχεια.

4.3.2 *Η παράδοση των κεφαλαίων 6-19*

Ένα εύλογο ερώτημα που θα μπορούσε να διατυπώσει ένας αναγνώστης του χειρογράφου φθάνοντας στο τέλος του πρώτου κεφαλαίου, είναι σε ποια θέση του χειρογράφου βρίσκονται τα υπόλοιπα κεφάλαια των σχολίων του Θέωνα. Ας δούμε ποια είναι τα στοιχεία που μας παρέχει το ίδιο το χειρόγραφο για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό. Στο f. 201r, στο κάτω περιθώριο, αμέσως μετά το τέλος του πρώτου κεφαλαίου, είναι γραμμένη η σημείωση «τὰ ἑξῆς τῶν σχολίων τοῦ θέωνος ἕως τοῦ ς΄ κεφαλαίου ἐγράφησαν μετὰ τὰ τοῦ πάππου σχόλια ἰδίῳ:». Η σημείωση αυτή βέβαια δεν αναφέρεται στα κεφάλαια του Μέρους ΙΙ, αλλά στα κεφάλαια 2-5 του Μέρους Ι, για τα οποία μας πληροφορεί ότι είναι γραμμένα μετά από τα σχόλια του Πάππου. Δεν υπάρχει όμως κάποια ανάλογη

[31] Για τις δύο διαγραφές που υπάρχουν στο κείμενο βλέπε την έκδοση του κειμένου, στ. 30 και 58, αντίστοιχα. Για το τρίτο σημάδι επεξεργασίας βλέπε τη σημείωση για τον στίχο 54 του πρώτου κεφαλαίου.

σημείωση για τα υπόλοιπα κεφάλαια του Μέρους ΙΙ. Θα μπορούσε λοιπόν ο αναγνώστης ή να σκεφθεί ότι δεν υπάρχουν στο χειρόγραφο άλλα κεφάλαια των σχολίων του Θέωνα, ή να σκεφθεί ότι τα υπόλοιπα κεφάλαια είναι γραμμένα και αυτά στα περιθώρια της *Μεγίστης* και επομένως θα πρέπει να τα αναζητήσει εκεί. Φθάνοντας λοιπόν στο f. 205r, όπου αρχίζει να γράφεται το έκτο κεφάλαιο της *Μεγίστης*, ο αναγνώστης βλέπει στο δεξιό περιθώριο γραμμένη και πάλι τη φράση «τοῦ θέωνος:». Στο σημείο αυτό αρχίζουν να γράφονται, με τη σειρά, όλα τα υπόλοιπα κεφάλαια του Μέρους ΙΙ των σχολίων του Θέωνα, τα οποία φέρουν τίτλους και, στην πλειονότητά τους, είναι αριθμημένα.[32] Τα κεφάλαια 6-14 είναι γραμμένα το ένα αμέσως μετά το άλλο, χωρίς να υπάρχει κάποιο κενό ανάμεσά τους. Τα κεφάλαια 15 και 16 κατέχουν μια ιδιαίτερη θέση στο χειρόγραφο, ενώ υπάρχει κενό ανάμεσα στα κεφάλαια 16 και 17. Το κεφάλαιο 19 γράφεται αμέσως μετά το κεφάλαιο 17. Τη θέση και τη διαδρομή θα την εξετάσουμε χωρίζοντας τα κεφάλαια σε τρεις ομάδες (κεφ. 6-14, κεφ. 15-16 και κεφ. 17-19) προκειμένου να δούμε σαφέστερα τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε ομάδας. Αυτό με τη σειρά του θα μας βοηθήσει να σχηματίσουμε και την εικόνα της διαδρομής των σχολίων του Θέωνα στο σύνολό τους. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη μορφή του κειμένου των κεφαλαίων 6-19 και θα παρουσιάσουμε ορισμένες Φωτογραφίες από τον κώδικα.[33]

- *Η θέση και η διαδρομή των κεφαλαίων 6-14*

Τα κεφάλαια 6-14 του Θέωνα γράφονται, όπως αναφέραμε, το ένα αμέσως μετά το άλλο, χωρίς κενό ανάμεσά τους. Στο διαχωρισμό αυτών των κεφαλαίων μας βοηθούν οι τίτλοι και η αρίθμηση (για όσα κεφάλαια φέρουν αρίθμηση).[34] Τα συγκεκριμένα σχόλια του Θέωνα αρχίζουν στο δεξιό περιθώριο του

[32] Από όλα αυτά τα κεφάλαια του Θέωνα δεν υπάρχει αρίθμηση στα κεφάλαια 10, 11, 12, 16 και 19. Η αρίθμηση είναι γραμμένη πολύ κοντά στον τίτλο του εκάστοτε κεφαλαίου, με εξαίρεση τα κεφάλαια 13 και 17, η αρίθμηση των οποίων βρίσκεται, αντίστοιχα, στο περιθώριο που υπάρχει μετά την πρώτη σειρά του κειμένου. Παρατηρούμε επίσης ότι, πέρα από την αρίθμηση, κοντά στον τίτλο ορισμένων κεφαλαίων του Θέωνα υπάρχει και ένα διακριτικό σημείο. Αυτό συμβαίνει συγκεκριμένα στα κεφάλαια 9, 10, 11, 16 και 17. Βλέποντας αυτά τα σημεία αναρωτιόμαστε για το ρόλο τους. Όπως φαίνεται, ο ρόλος κάθε σημείου είναι να συνδέσει το εκάστοτε κεφάλαιο του Θέωνα με το αντίστοιχο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι το διακριτικό σημείο που βλέπουμε στο κεφάλαιο του Θέωνα, το βλέπουμε και στην αρχή του αντίστοιχου κεφαλαίου της *Μεγίστης*. Φαίνεται λοιπόν ότι ο γραφέας, όταν έγραφε τα σχόλια του Θέωνα, έβαλε τα ίδια διακριτικά σημεία στην αρχή των κεφαλαίων προκειμένου να τα συνδέσει μεταξύ τους. Τα διακριτικά σημεία που χρησιμοποιεί ο γραφέας για τα πέντε παραπάνω κεφάλαια θα τα δούμε όταν εξετάζουμε τα συγκεκριμένα κεφάλαια. Ας σημειώσουμε, επίσης, ότι διακριτικό σημείο με τον ίδιο ρόλο υπάρχει και στο κεφάλαιο 15. Για την περίπτωση αυτή θα συζητήσουμε όταν εξετάσουμε το κεφάλαιο 15 του Θέωνα.

[33] Στο σημείο αυτό οφείλω να κάνω μια διευκρίνηση. Την εξέταση της μορφής του κειμένου για το κεφάλαιο 1 την συμπεριέλαβα στην υποενότητα στην οποία εξέτασα τον τρόπο με τον οποίο μας παραδίδεται το συγκεκριμένο κεφάλαιο. Η επιλογή μου αυτή βασίστηκε στο γεγονός ότι το κεφάλαιο 1 είναι γραμμένο στον κώδικα εντελώς ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα κεφάλαια.

[34] Βέβαια, ο εντοπισμός των τίτλων δεν είναι εύκολος για όλα τα κεφάλαια. Η δυσχέρεια οφείλεται στο γεγονός ότι οι τίτλοι τους βρίσκονται μέσα στο κυρίως σώμα του κειμένου. Δηλαδή, στο σημείο που τελειώνει το ένα κεφάλαιο, γράφεται αμέσως μετά, χωρίς να αφεθεί κενό, ο τίτλος του επόμενου κεφαλαίου και, πάλι αμέσως μετά, αρχίζει να γράφεται το επόμενο κεφάλαιο. Ας σημειώσουμε ότι οι τίτλοι των κεφαλαίων του Μέρους ΙΙ συνοδεύονται γενικά και αυτοί (όπως συμβαίνει και με τους τίτλους των κεφαλαίων του Μέρους Ι) από έναν σταυρό στην αρχή και από άνω και κάτω στιγμή στο τέλος. Εξαίρεση αποτελούν το κεφάλαιο 10, ο τίτλος του οποίου δεν συνοδεύεται από τίποτα, το κεφάλαιο 11, στον τίτλο του οποίου δεν υπάρχει ο σταυρός και τα

f. 205r και τελειώνουν στο αριστερό περιθώριο του f. 212v. Μέχρι και το f. 210v γεμίζουν όλα τα κενά που έχουν απομείνει στα περιθώρια του πτολεμαϊκού κειμένου, παρακάμπτοντας τα υπάρχοντα 'εμπόδια'. Όμως, στα ff. 211r και 212r, στα οποία γράφεται ένα μέρος του κεφαλαίου 14, έχουν αφεθεί στα περιθώρια δύο μεγάλα κενά. Αναφορικά με τη διαδρομή που ακολουθούν τα κεφάλαια 6-14, παρατηρούμε ότι διατηρείται σταθερή σε όλη την έκταση των κεφαλαίων 6-13 και είναι, συγκεκριμένα, η διαδρομή: επάνω περιθώριο → δεξιό ή αριστερό περιθώριο (για την πλευρά recto ή verso του folio, αντίστοιχα) → κάτω περιθώριο. Όμως, το κεφάλαιο 14, το οποίο είναι γραμμένο στα ff. 210v-212v, παρουσιάζει δύο παρεκκλίσεις από την 'προδιαγεγραμμένη' πορεία. Αφού αρχικά (f. 210v) ακολουθήσει τη συνήθη διαδρομή, βλέπουμε ότι στο f. 211r, αντί να γεμίσει, όπως θα περιμέναμε, και το κάτω περιθώριο, το οποίο είναι εντελώς κενό, το προσπερνά. Στη συνέχεια, αφού πρώτα το δούμε να επανέρχεται στην αρχική πορεία (f. 211v), το βλέπουμε και πάλι να παρεκκλίνει και στο f. 212r να γράφεται μόνο στο κάτω περιθώριο, παρά το γεγονός ότι το επάνω περιθώριο είναι εντελώς κενό, ενώ και το δεξιό περιθώριο έχει αρκετό κενό χώρο.[35] Πέρα από αυτές τις δύο παρεκκλίσεις, το κεφάλαιο 14 παρουσιάζει και μια επιπλέον ιδιαιτερότητα στο τέλος της διαδρομής του. Στο f. 212v, ακολουθεί μεν την 'προδιαγεγραμμένη' πορεία, δηλαδή, αφού διατρέξει το επάνω και το αριστερό περιθώριο συνεχίζεται στο κάτω περιθώριο, αλλά στο κάτω περιθώριο γράφεται κατά ασυνήθη τρόπο: ένα κομμάτι του καταλαμβάνει το αριστερό μέρος του κάτω περιθωρίου και το τελευταίο κομμάτι του γράφεται στις τελευταίες γραμμές. Ο λόγος βέβαια που αναγκάζει το κεφάλαιο 14 να γραφεί με ασυνήθη τρόπο στο κάτω περιθώριο είναι ότι εκεί υπάρχει ένα 'εμπόδιο' το οποίο παρακάμπτει. Πρόκειται για το κεφάλαιο 15 του Θέωνα, από το οποίο το μεγαλύτερο κομμάτι είναι γραμμένο στο υπόλοιπο μέρος του κάτω περιθωρίου. Η ιδιαιτερότητα αυτή που διακρίνουμε στο τέλος της διαδρομής του κεφαλαίου 14, μας κάνει να αναρωτηθούμε αν το κεφάλαιο 15 του Θέωνα ήταν ήδη από πριν γραμμένο στον κώδικα ή αν ο γραφέας που έγραψε τα σχόλια του Θέωνα προτίμησε, για κάποιο λόγο, να το γράψει στο συγκεκριμένο σημείο, στη θέση δηλαδή που θα περιμέναμε να είναι γραμμένη η συνέχεια του κεφαλαίου 14, του οποίου και άλλαξε τη διαδρομή.[36]

Για να παρακολουθήσουμε τη διαδρομή των κεφαλαίων 6-14 πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι ο γραφέας, εκτός από την αρχική σημείωση «τοῦ θέωνος:» με την οποία δηλώνει την αρχή αυτής της ομάδας κεφαλαίων, μετά το τέλος του κεφαλαίου 7 έχει γράψει μία σημείωση (στο f. 206r), με την οποία αφενός μας ενημερώνει ότι τα σχόλια του Θέωνα συνεχίζονται και αφετέρου μας πληροφορεί πού βρίσκεται το επόμενο κεφάλαιο: «τὸ ἑξῆς περὶ τῆς καθόλου σεληνιακῆς ψηφοφορίας ζήτει ἐν τῷ ἄλλῳ μέρει τοῦ φύλλου». Επίσης, στο f. 206v, στο σημείο όπου αρχίζει να γράφεται το κεφάλαιο 7, υπάρχει η σημείωση «θέωνος:». Επιπλέον, ο γραφέας, μας βοηθά να παρακολουθήσουμε και τη διαδρομή του κεφαλαίου 14, όταν το κεφάλαιο αυτό κάνει τη δεύτερη παρέκκλιση από την 'προδιαγεγραμμένη' πορεία. Αυτή τη φορά όμως δεν υπάρχει κάποια σημείωση. Απλώς, στο κάτω

κεφάλαια 11 και 19, οι τίτλοι των οποίων έχουν στο τέλος και μια επιπλέον στιγμή. Ας σημειώσουμε επίσης ότι και στο Μέρος ΙΙ, όπως συμβαίνει στο Μέρος Ι, το τέλος κάθε κεφαλαίου (με εξαίρεση τα κεφάλαια 6 και 19) το σηματοδοτεί ο γραφέας με άνω και κάτω στιγμή (με εξαίρεση τα κεφάλαια 1, 11 και 17 στα οποία υπάρχει και μια επιπλέον στιγμή). Και πάλι όμως η σηματοδότηση αυτή από μόνη της δεν αρκεί για το διαχωρισμό των κεφαλαίων, διότι ο γραφέας χρησιμοποιεί την άνω και κάτω στιγμή και στις περιπτώσεις που θέλει απλώς να σηματοδοτήσει την έναρξη μιας νέας θεματικής ενότητας ενός συγκεκριμένου κεφαλαίου.

[35] Η ύπαρξη των κενών στα περιθώρια των ff. 211r και 212r δεν σημαίνει ότι λείπει κάποιο μέρος από τα σχόλια του Θέωνα. Το ίδιο ισχύει και για ένα ακόμη κενό που θα συναντήσουμε αργότερα, στο f. 213r.

[36] Το ερώτημα αυτό θα το προσεγγίσουμε αργότερα, όταν θα εξετάσουμε το κεφάλαιο 15 του Θέωνα.

περιθώριο του f. 211v, στο σημείο στο οποίο τελειώνει το κείμενο του Θέωνα, ο γραφέας βάζει μια μικρή πλάγια γραμμή και την ίδια γραμμή τη βάζει και στο κάτω περιθώριο του f. 212r, στο σημείο στο οποίο αρχίζει το επόμενο κομμάτι του κειμένου του Θέωνα.[37]

Από την εξέταση της διαδρομής που ακολουθούν στον κώδικα τα κεφάλαια 6-14 των σχολίων του Θέωνα προέκυψαν μέχρι τώρα δύο στοιχεία: 1) υπάρχει γενικότερα μια συγκεκριμένη διαδρομή την οποία ακολουθεί ο γραφέας όταν γράφει τα σχόλια και 2) ορισμένες φορές τα σχόλια παρεκκλίνουν από τη συγκεκριμένη διαδρομή. Υπάρχει όμως και ένα επιπλέον στοιχείο, το οποίο είναι, κατά την άποψή μου, το κυριότερο στοιχείο που προσδίδει ιδιαιτερότητα στη διαδρομή των σχολίων του Θέωνα. Πρόκειται για την αναντιστοιχία που υπάρχει ανάμεσα στα κεφάλαια του Θέωνα και σε αυτά της *Μεγίστης*, ως προς τη θέση που κατέχουν στον κώδικα. Δηλαδή, τα σχόλια του Θέωνα που είναι γραμμένα στα περιθώρια κάποιου κεφαλαίου της *Μεγίστης* δεν ανήκουν πάντοτε καθ' ολοκληρίαν στο αντίστοιχο κεφάλαιο του Θέωνα, ενώ υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες τα σχόλια ανήκουν σε άλλο κεφάλαιο. Την ιδιαιτερότητα αυτή τη διαπιστώνουμε από την πρώτη κιόλας στιγμή, όταν βλέπουμε ότι το κεφάλαιο 6 του Θέωνα είναι εξ ολοκλήρου γραμμένο σε περιθώριο που αντιστοιχεί στο κεφάλαιο 5 της *Μεγίστης* (f. 205r). Στη συνέχεια βλέπουμε ένα μέρος από το κεφάλαιο 7 του Θέωνα να είναι γραμμένο στα περιθώρια του κεφαλαίου 6 της *Μεγίστης*, ενώ το υπόλοιπο το βλέπουμε μεν γραμμένο στα περιθώρια του κεφαλαίου 7 της *Μεγίστης*, αλλά καταλαμβάνει περίπου τα μισά από αυτά τα περιθώρια, αφήνοντας τα υπόλοιπα (f. 206v) να φιλοξενήσουν ένα μέρος από το κεφάλαιο 9 του Θέωνα. Η αναντιστοιχία βέβαια κεφαλαίων Θέωνα προς κεφάλαια *Μεγίστης* δεν σταματά εδώ αλλά συνεχίζεται μέχρι το τέλος. Προκειμένου να σχηματίσουμε τη συνολική εικόνα της αναντιστοιχίας για τα κεφάλαια 6-14, θα καταγράψουμε σε μια γραμμή τους αριθμούς των κεφαλαίων του Θέωνα και σε δεύτερη γραμμή τους αριθμούς των κεφαλαίων της *Μεγίστης*, στα περιθώρια των οποίων γράφεται αντίστοιχα το κάθε κεφάλαιο του Θέωνα[38]:

Κεφ. Θέωνα	6	7	9	10	11	12	13	14
Κεφ. *Μεγίστης*	5	6, 7	7-9	10-12	12	12, 13	13	13, 14

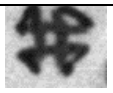
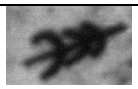
Όπως βλέπουμε, μόνο το κεφάλαιο 13 του Θέωνα γράφεται ολόκληρο σε περιθώρια που αντιστοιχούν στο ίδιο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Ας προσέξουμε όμως ότι το αντίστροφο δεν ισχύει. Δηλαδή, στα περιθώρια του κεφαλαίου 13 της *Μεγίστης* δεν είναι γραμμένο μόνο το κεφαλαίο 13 του Θέωνα, αλλά είναι επιπλέον γραμμένο και ένα μέρος από τα κεφάλαια 12 και 14 του Θέωνα. Βλέπουμε επίσης ότι αυτή η αναντιστοιχία δεν υπάρχει μόνο στο κεφάλαιο 13.

Το γεγονός ότι δεν υπάρχει αντιστοιχία ανάμεσα στα κεφάλαια των σχολίων του Θέωνα και στα κεφάλαια της *Μεγίστης* μπορεί να θεωρηθεί ως μία απλή και άνευ σημασίας διαπίστωση. Πράγματι, η αναντιστοιχία που παρατηρούμε δεν έχει σημασία στην περίπτωση που κάποιος ενδιαφέρεται να μελετήσει μόνο τα σχόλια του Θέωνα που υπάρχουν στο χειρόγραφο. Αρκεί, αφού πρώτα βρει σε ποιο σημείο του χειρογράφου αρχίζουν, να ακολουθήσει τη σωστή τους διαδρομή. Για να βρει την αρχή

[37] Ο γραφέας δεν θεωρεί αναγκαίο να επισημάνει και την πρώτη παρέκκλιση της διαδρομής (f. 211r) του κεφαλαίου 14, αφού αυτή δεν δημιουργεί πρόβλημα στην παρακολούθηση του κειμένου του Θέωνα.

[38] Την αντίστοιχη αποτύπωση για τα κεφάλαια 15-19 θα την κάνουμε αργότερα για όλα μαζί τα κεφάλαια αυτά και αφού πρώτα εξετάσουμε τη θέση και τη διαδρομή τους στο χειρόγραφο.

κάθε κεφαλαίου του Θέωνα μπορεί να τον βοηθήσουν οι τίτλοι και η αρίθμηση των κεφαλαίων, καθώς και οι περιστασιακές επισημάνσεις του γραφέα. Για κάθε κεφάλαιο χωριστά, προκειμένου να ακολουθήσει τη σωστή διαδρομή του περιεχομένου του, μπορεί να τον βοηθήσει, ως ένα βαθμό, το γεγονός ότι τα σχόλια του Θέωνα είναι γραμμένα, κατά τη μεγαλύτερη έκτασή τους, με πιο σκούρο μελάνι από αυτό με το οποίο έχουν γραφεί τα άλλα σχόλια. Υπάρχουν όμως και αρκετά σημεία όπου επαφίεται στην αντιληπτική ικανότητα του αναγνώστη να συνεχίσει στη σωστή πορεία. Ας δούμε όμως τι συμβαίνει στην περίπτωση που κάποιος αναγνώστης θέλει να μελετήσει τα κεφάλαια της *Μεγίστης* και παράλληλα να συμβουλεύεται τα σχόλια του Θέωνα. Για το εκάστοτε κεφάλαιο που μελετά, δεν αρκεί να ψάξει στα περιθώρια αυτού του κεφαλαίου προκειμένου να βρει πού αρχίζουν τα αντίστοιχα σχόλια του Θέωνα, αλλά πρέπει να ψάξει σε άλλο μέρος του χειρογράφου.[39] Βέβαια, και στην περίπτωση αυτή, ο γραφέας προσφέρει, αν και όχι ιδιαίτερα γενναιόδωρα, τη βοήθειά του. Όπως αναφέραμε (υποσημ. 32), ο γραφέας, σε ορισμένες περιπτώσεις, βάζει στην αρχή του κεφαλαίου της *Μεγίστης* ένα διακριτικό σημείο και παράλληλα βάζει το ίδιο διακριτικό σημείο στην αρχή του αντίστοιχου κεφαλαίου του Θέωνα, προκειμένου να συνδέσει τα δύο κεφάλαια μεταξύ τους. Τέτοια διακριτικά σημεία ο αναγνώστης θα δει να υπάρχουν στα κεφάλαια 9, 10 και 11 της *Μεγίστης*.[40] Ας δούμε τα διακριτικά σημεία που υπάρχουν στο χειρόγραφο στην αρχή των κεφαλαίων της *Μεγίστης* και του Θέωνα, καθώς και πού βρίσκεται το καθένα.

Τα διακριτικά σημεία που υπάρχουν στην αρχή των κεφαλαίων 9, 10 και 11 στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198			
	Κεφάλαιο 9	Κεφάλαιο 10	Κεφάλαιο 11
Μεγίστη	f. 207r	 f. 207v	f. 208v
Σχόλια Θέωνα	 f. 206v	f. 208r	f. 209r

[39] Από τα συγκεκριμένα κεφάλαια που εξετάζουμε μόνο τα κεφάλαια 6 και 13 του Θέωνα αρχίζουν στην ίδια πλευρά του folio στην οποία αρχίζει και το αντίστοιχο κεφάλαιο της *Μεγίστης* (f. 205r και f. 210r, αντίστοιχα). Από τα υπόλοιπα κεφάλαια, ορισμένα αρχίζουν σε προηγούμενο folio (κεφ. 9 και 14), ορισμένα σε επόμενο (κεφ. 10 και 11), ενώ τα κεφάλαια 7 και 12 αρχίζουν μεν στο ίδιο folio, αλλά σε διαφορετική πλευρά από αυτήν στην οποία αρχίζει το αντίστοιχο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Ακόμα όμως και τα κεφάλαια που αρχίζουν στην ίδια πλευρά του folio στην οποία αρχίζει το αντίστοιχο κεφάλαιο της *Μεγίστης*, δεν αρχίζουν στο περιθώριο που βρίσκεται στην αρχή του αντίστοιχου κεφαλαίου της *Μεγίστης*.

[40] Πρέπει να επισημάνουμε ότι για κάποιον ο οποίος μελετώντας ένα συγκεκριμένο κεφάλαιο της *Μεγίστης* βλέπει το διακριτικό σημείο που υπάρχει στην αρχή του, δεν είναι πάντα εύκολο να εντοπίσει στα περιθώρια της *Μεγίστης* το ίδιο διακριτικό σημείο. Τα διακριτικά σημεία των κεφαλαίων 9 και 11 του Θέωνα εντοπίζονται σχετικά εύκολα, διότι βρίσκονται μόνα τους σε κάπως ξεχωριστή θέση στο περιθώριο. Το διακριτικό σημείο όμως του κεφαλαίου 10 εντοπίζεται πολύ δύσκολα, καθώς βρίσκεται μέσα στο πυκνογραμμένο κείμενο του περιθωρίου όπου βρίσκεται και ο τίτλος αυτού του κεφαλαίου του Θέωνα (f. 208r, κάτω περιθώριο). Αν λοιπόν κάποιος μελετά αποκλειστικά το κεφάλαιο 10 της *Μεγίστης* και θέλει παράλληλα να συμβουλεύεται τα σχόλια του Θέωνα, θα δυσκολευτεί αρκετά να βρει το διακριτικό σημείο και τον τίτλο του κεφαλαίου 10 του Θέωνα. Βέβαια, η δυσκολία στον εντοπισμό των διακριτικών σημείων μπορεί να φαίνεται μεγαλύτερη για τον σύγχρονο μελετητή. Ο βυζαντινός όμως μελετητής, σε σύγκριση με τον σύγχρονο, είναι λογικό να έχει πολύ μεγαλύτερη εξοικείωση με την ανάγνωση χειρογράφων. Είναι λοιπόν αναμενόμενο να έχει πολύ μεγαλύτερη εξοικείωση και με την ανάγνωση του κώδικα *Vat. gr.* 198, ο οποίος αποτελεί, όπως πολύ εύστοχα χαρακτηρίζει η Tihon (2015, 17) «πραγματική σπαζοκεφαλιά» για τον σύγχρονο μελετητή.

Δεν θα περίμενε βέβαια κανείς, για ευνόητους λόγους, τα διακριτικά σημεία που χρησιμοποιεί ο γραφέας για ένα κεφάλαιο της *Μεγίστης* και για το αντίστοιχο κεφάλαιο του Θέωνα, να είναι πανομοιότυπα.

Η δυσχέρεια για κάποιον που μελετά τη *Μεγίστη* και θέλει να συμβουλεύεται παράλληλα και τα σχόλια του Θέωνα, δεν έγκειται μόνο στον εντοπισμό της αρχής κάθε κεφαλαίου των σχολίων. Έγκειται κυρίως στο γεγονός ότι όταν θέλει γενικά να διαβάζει τα σχόλια του Θέωνα παράλληλα με τη *Μεγίστη* θα πρέπει κάθε φορά να τα αναζητεί σε άλλα περιθώρια και όχι στα περιθώρια που είναι πλησιέστερα στο κομμάτι της *Μεγίστης* που μελετά. Και αυτό διότι, όπως αναφέραμε, τα περισσότερα κεφάλαια της *Μεγίστης* δεν φιλοξενούν στα περιθώριά τους σχόλια που ανήκουν αποκλειστικά στο αντίστοιχο κεφάλαιο του Θέωνα. Προκειμένου να πάρουμε και πάλι τη συνολική εικόνα για τα κεφάλαια της *Μεγίστης*, θα καταγράψουμε αυτή τη φορά στην πρώτη γραμμή τους αριθμούς των κεφαλαίων της *Μεγίστης* και στη δεύτερη τους αριθμούς των κεφαλαίων του Θέωνα τα οποία γράφονται στα περιθώρια κάθε κεφαλαίου της *Μεγίστης*, αντίστοιχα[41]:

Κεφ. *Μεγίστης*	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Κεφ. Θέωνα	7	7, 9	9	9	10	10	10-12	12-14	14

Φαίνεται ξεκάθαρα ότι (α) ορισμένα κεφάλαια της *Μεγίστης* δεν φιλοξενούν στα περιθώριά τους καθόλου σχόλια από το αντίστοιχο κεφάλαιο του Θέωνα (κεφ. 6, 8 και 11), (β) ορισμένα κεφάλαια της *Μεγίστης* φιλοξενούν μόνο ένα μέρος από το αντίστοιχο κεφάλαιο των σχολίων του Θέωνα και συγχρόνως φιλοξενούν και ένα μέρος από ένα άλλο κεφάλαιο (κεφ. 7) ή από άλλα δύο κεφάλαια (κεφ. 12 και 13) και (γ) μόνο τρία κεφάλαια της *Μεγίστης* (κεφ. 9, 10 και 14) φιλοξενούν στα περιθώριά τους σχόλια που ανήκουν αποκλειστικά στο αντίστοιχο κεφάλαιο του Θέωνα. Ορισμένες φορές βέβαια ο γραφέας διευκολύνει τον αναγνώστη στην αναζήτηση των αντίστοιχων σχολίων του Θέωνα, χρησιμοποιώντας και πάλι διακριτικά σημεία. Αυτή τη φορά θέτει ένα διακριτικό σημείο πάνω από μία φράση του πτολεμαϊκού κειμένου και με αυτό παραπέμπει στα σχόλια του Θέωνα που αναφέρονται στο συγκεκριμένο μέρος ενός κεφαλαίου της *Μεγίστης*.[42] Όταν, για παράδειγμα, κάποιος μελετά το κεφάλαιο 7 της *Μεγίστης*, βλέπει στο f. 206r, το διακριτικό σημείο πάνω από μια φράση του Πτολεμαίου.[43] Με αυτό το σημείο ο γραφέας συνδέει το συγκεκριμένο μέρος του κεφαλαίου της *Μεγίστης* με τα σχόλια του Θέωνα που αναφέρονται σε αυτό. Πράγματι, αν ψάξουμε στα περιθώρια του κεφαλαίου 7, θα δούμε ότι υπάρχει και εκεί το ίδιο διακριτικό σημείο . Δεν θα

[41] Και πάλι, την αντίστοιχη αποτύπωση για τα κεφάλαια 15-19 θα την κάνουμε αργότερα για όλα μαζί τα κεφάλαια.

[42] Τη χρήση διακριτικού σημείου του οποίου ο ρόλος είναι να συνδέσει ένα συγκεκριμένο μέρος κάποιου κεφαλαίου της *Μεγίστης* με τα σχόλια του Θέωνα στο μέρος αυτό, την είδαμε να γίνεται για πρώτη φορά στο κεφάλαιο 1 του 5ου βιβλίου του Θέωνα (βλ. υποενότητα 4.3.1).

[43] Πρόκειται για τη φράση «τῶν δ' ἐφεξῆς σελιδίων» (H1.384.16-17) η οποία βρίσκεται στη 12η γραμμή του f. 206r.

το βρούμε όμως στα περιθώρια του f. 206r, αλλά στο f. 205v (κάτω αριστερά, στο περιθώριο των σχολίων του Θέωνα), στο σημείο όπου αρχίζουν τα συγκεκριμένα σχόλια του Θέωνα.[44]

Αφού εξετάσαμε τη θέση και τη διαδρομή των κεφαλαίων 6-14 του Θέωνα στο χειρόγραφο, θα εξετάσουμε στη συνέχεια τα υπόλοιπα κεφάλαια. Θα ξεκινήσουμε από την ομάδα των κεφαλαίων 15 - 16, για τα οποία είχαμε πει αρχικά ότι κατέχουν μια ιδιαίτερη θέση στο χειρόγραφο. Ας δούμε τι ακριβώς σημαίνει αυτό, εξετάζοντας τι συμβαίνει με κάθε κεφάλαιο χωριστά.

- *Η ιδιαίτερη θέση των κεφαλαίων 15 και 16*

Το κεφάλαιο 15 του Θέωνα είναι γραμμένο εξ ολοκλήρου στα περιθώρια του ίδιου κεφαλαίου της *Μεγίστης*, στο f. 212v. Αυτό που μας κάνει να χαρακτηρίσουμε ιδιαίτερη τη θέση αυτού του κεφαλαίου είναι ότι δεν βρίσκεται εκεί που θα το περιμέναμε. Λαμβάνοντας υπόψη ότι μέχρι τώρα κάθε κεφάλαιο του Θέωνα άρχιζε στο σημείο του χειρογράφου στο οποίο τελείωνε το προηγούμενο κεφάλαιο, θα περιμέναμε και για το κεφάλαιο 15 να το βρούμε γραμμένο μετά το τέλος του κεφαλαίου 14. Δεν συμβαίνει όμως κάτι τέτοιο. Αντίθετα, όπως είδαμε όταν εξετάζαμε τη διαδρομή του κεφαλαίου 14, το μεγαλύτερο μέρος του κεφαλαίου 15 καταλαμβάνει στο χειρόγραφο τη θέση στην οποία θα περιμέναμε λογικά να είναι γραμμένο το τελευταίο κομμάτι του κεφαλαίου 14. Είναι δηλαδή γραμμένο στο κάτω περιθώριο του f. 212v, με το τελευταίο κομμάτι του κεφαλαίου 14 να βρίσκεται από κάτω, στις τελευταίες γραμμές του ίδιου περιθωρίου. Ένας αναγνώστης των σχολίων του Θέωνα φθάνοντας προς το τέλος του κεφαλαίου 14 θα αντιμετωπίσει μια δυσχέρεια στο να παρακολουθήσει τη συνέχεια των σχολίων. Την κατάσταση την περιπλέκει αρχικά το γεγονός ότι αμέσως μετά την τελευταία φράση του κεφαλαίου 14 βλέπουμε γραμμένες τις φράσεις «ἐν τῷ ιβ̄ θεωρήματι φησί. ἀλλὰ συναμφότεραι ἥ τε πρ̄.» Το μόνο που μεσολαβεί ανάμεσα σε αυτές τις φράσεις και στην τελευταία φράση του κεφαλαίου 14 είναι η άνω και κάτω στιγμή που βάζει ο γραφέας. Αρχικά μπορεί κανείς να θεωρήσει ότι οι δύο φράσεις που ακολουθούν είναι οι τελευταίες φράσεις του κεφαλαίου 14. Όμως, οι φράσεις αυτές αποτελούν την αρχή του κεφαλαίου 15.[45] Αυτό βέβαια το καταλαβαίνει κανείς όταν βρει την αρχή του κεφαλαίου 15. Και στο σημείο αυτό μας βοηθά ο γραφέας, ο οποίος, αμέσως μετά τις δύο φράσεις, βάζει πάλι άνω και κάτω στιγμή και μετά γράφει τη σημείωση «ἐγράφη ἐν ση τῷδε #», τον τίτλο και την αρίθμηση (ιε΄) του κεφαλαίου 15. Η σημείωση του γραφέα μας πληροφορεί ότι (το κεφάλαιο 15) είναι γραμμένο στο μέρος του χειρογράφου όπου υπάρχει το συγκεκριμένο διακριτικό σημείο. Αν ψάξουμε λοιπόν στα περιθώρια του f. 212v θα βρούμε το διακριτικό σημείο # και δίπλα του θα δούμε την αρίθμηση (ιε) του κεφαλαίου. Στο σημείο αυτό αρχίζει να γράφεται, στο κενό που υπάρχει στο αριστερό περιθώριο ανάμεσα στο διάγραμμα και στο

[44] Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και στο κεφάλαιο 14, όπου χρησιμοποιείται το διακριτικό σημείο , το οποίο βλέπουμε στο f. 211v, επάνω από μια φράση του πτολεμαϊκού κειμένου και το βρίσκουμε στο περιθώριο των αντίστοιχων σχολίων του Θέωνα, στο προηγούμενο folio (f. 210v). Και όπως θα δούμε, αργότερα, το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με το κεφάλαιο 19.

[45] Η Tihon (1987, 207), στη λίστα που παρουσιάζει για τα κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα, γράφει ότι το κεφάλαιο 14 τελειώνει με τη φράση *ἀλλὰ συναμφότεραι ἥτε πρ̄*. Γράφει όμως μετά ότι το κεφάλαιο 15 αρχίζει με τη φράση «*Ἐν τῷ ιβ΄ θεωρήματί φησιν ἀλλὰ....* ».

κείμενο του κεφαλαίου 15 της *Μεγίστης*, το κεφάλαιο 15 του Θέωνα, το οποίο συνεχίζεται στο κάτω περιθώριο. Επιπλέον ο γραφέας, στο κάτω περιθώριο, προκειμένου να διαχωρίσει το κείμενο του κεφαλαίου 15 από αυτό του κεφαλαίου 14, το πλαισιώνει με μια γραμμή.[46]

Η ιδιαίτερη θέση που κατέχει το κεφάλαιο 15 του Θέωνα στο χειρόγραφο γεννά το ερώτημα που διατυπώσαμε ήδη, όταν εξετάσαμε τη διαδρομή του κεφαλαίου 14. Αναρωτηθήκαμε αν το κεφάλαιο 15 ήταν ήδη γραμμένο στον κώδικα πριν γραφεί το κεφάλαιο 14 ή αν ο γραφέας που έγραψε τα σχόλια του Θέωνα επέλεξε, για κάποιο λόγο, να το γράψει στο συγκεκριμένο σημείο. Χωρίς να μπορεί να αποκλειστεί η πρώτη εκδοχή, θεωρώ πιθανότερη τη δεύτερη εκδοχή.[47] Θεωρώ δηλαδή ότι πρόκειται μάλλον για επιλογή του γραφέα. Γιατί λοιπόν ο γραφέας επέλεξε να γράψει το κεφάλαιο 15 σε αυτή την ιδιαίτερη θέση; Υπάρχουν ορισμένα στοιχεία που θα μπορούσαν να στηρίξουν τη συγκεκριμένη επιλογή του. Κατ' αρχάς, ο γραφέας γνωρίζει εκ των προτέρων ότι το κεφάλαιο 15 του Θέωνα είναι πολύ μικρό και, επομένως, για να γραφεί στα περιθώρια της *Μεγίστης*, απαιτεί λίγο χώρο.[48] Παράλληλα, βλέπει ότι στον κώδικα, στα περιθώρια του κεφαλαίου 15 της *Μεγίστης*, υπάρχει ο απαιτούμενος χώρος. Ενδέχεται λοιπόν να αποφάσισε να γράψει τα αντίστοιχα σχόλια του Θέωνα στη συγκεκριμένη θέση για να τα φέρει όσο το δυνατόν πλησιέστερα στην πρόταση στην οποία αυτά αναφέρονται. Επίσης ο γραφέας, με τον τρόπο του, συνδέει τα σχόλια του Θέωνα με το συγκεκριμένο μέρος του πτολεμαϊκού κειμένου στο οποίο αυτά αναφέρονται. Δηλαδή, επάνω από τη φράση «ἀλλὰ συναμφότεραι ἥ τε πρ̄» του πτολεμαϊκού κειμένου βάζει και πάλι το ίδιο διακριτικό σημείο #, για να παραπέμψει στα σχόλια του Θέωνα που βρίσκονται στο περιθώριο κάπου εκεί κοντά. Ένα άλλο στοιχείο που θα μπορούσε να στηρίξει, ως ένα βαθμό, την επιλογή του γραφέα έχει σχέση με την αναντιστοιχία των κεφαλαίων του Θέωνα προς τα κεφάλαια της *Μεγίστης*. Δηλαδή, ο γραφέας, έχοντας επίγνωση αυτού του γεγονότος και βλέποντας ότι επαρκεί ο ελεύθερος χώρος που υπάρχει στα περιθώρια του κεφαλαίου 15 της *Μεγίστης*, εκμεταλλεύτηκε αυτή την ευκαιρία προκειμένου να υπάρξει αυτή τη φορά αντιστοιχία των κεφαλαίων. Ο γραφέας, επίσης, μάλλον προτίμησε να γράψει πρώτα το κεφάλαιο 15 στη συγκεκριμένη θέση και μετά να γράψει το τέλος του κεφαλαίου 14, προσαρμόζοντας αναλόγως τη διαδρομή που αυτό ακολουθεί.

Η θέση του κεφαλαίου 15 του Θέωνα στο χειρόγραφο επηρεάζει και τη θέση του κεφαλαίου 16, η οποία χαρακτηρίζεται και αυτή ιδιαίτερη, υπό την έννοια ότι δεν γράφεται αμέσως μετά το κεφάλαιο 15, αλλά μετά το κεφάλαιο 14. Αυτή τη φορά στο χειρόγραφο, για το κεφάλαιο 16, υπάρχει η σημείωση: «ζήτει τὸ ἑξῆς περὶ μεγεθῶν ἡλίου καὶ σελήνης καὶ γῆς». Η σημείωση αυτή, η οποία

[46] Βλ. Εικόνα 8 στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου της διατριβής.

[47] Η πρώτη εκδοχή γεννά επιπλέον ερωτήματα. Αν υποθέσουμε ότι το κεφάλαιο 15 του Θέωνα ήταν ήδη γραμμένο στον κώδικα πριν γραφεί το κεφάλαιο 14, τότε, πέρα από τα ερωτήματα αναφορικά με το πότε και από ποιον έχει γραφεί, γεννάται το ερώτημα: γιατί ο συγκεκριμένος γραφέας επέλεξε από όλα τα κεφάλαια του Μέρους ΙΙ των σχολίων του Θέωνα να γράψει μόνο το κεφάλαιο 15; Βέβαια, το ερώτημα αυτό προϋποθέτει ότι ο γραφέας διέθετε κάποιο χειρόγραφο το οποίο περιείχε και τα υπόλοιπα κεφάλαια του Θέωνα. Θα μπορούσε επομένως κάποιος να ισχυριστεί ότι το συγκεκριμένο κεφάλαιο μπορεί να ήταν γραμμένο, ανεξάρτητα, σε κάποιον κώδικα ως παρασελίδιο σχόλιο της *Μεγίστης* και να αντιγράφηκε από εκεί. Από όσα γνωρίζω, με τα μέχρι τώρα στοιχεία που διαθέτουμε, μόνο αβάσιμες εικασίες μπορούμε να κάνουμε για τα ερωτήματα που γεννά η πρώτη εκδοχή.

[48] Ας σημειώσουμε ότι το περιεχόμενο του κεφαλαίου 15 είναι μόνο η απόδειξη (η οποία μάλιστα είναι πολύ μικρή) μιας γεωμετρικής πρότασης την οποία αναφέρει ο Πτολεμαίος χωρίς να αποδείξει. Η πρόταση αυτή αρχίζει με τη φράση «ἀλλὰ συναμφότεραι ἥ τε πρ̄» την οποία και παραθέτει ο Θέων στην αρχή του κεφ. 15.

είναι γραμμένη στο f. 212v, μετά το τέλος του κεφαλαίου 15, μας πληροφορεί ότι στο χειρόγραφο υπάρχει και το επόμενο κεφάλαιο (κεφ. 16) του Θέωνα και μας προτρέπει να το αναζητήσουμε. Θεωρεί βέβαια περιττό να αναφέρει πού ακριβώς θα το βρούμε, αφού είναι ολόκληρο γραμμένο στο αμέσως επόμενο περιθώριο που υπάρχει στη *Μεγίστη*, δηλαδή στο επάνω περιθώριο του f. 213r. Εκεί βλέπουμε γραμμένο τον τίτλο του κεφαλαίου 16 του Θέωνα και αμέσως μετά τον τίτλο αρχίζει να γράφεται το κεφάλαιο 16. Βέβαια, το περιθώριο στο οποίο γράφεται το κεφάλαιο 16, αντιστοιχεί στο κεφάλαιο 15 της *Μεγίστης*. Η αναντιστοιχία αυτή έχει σημασία και πάλι για την περίπτωση κατά την οποία κάποιος μελετά το κεφάλαιο 16 της *Μεγίστης* και θέλει παράλληλα να συμβουλευθεί και τα σχόλια του Θέωνα. Παρατηρούμε λοιπόν ότι στο χειρόγραφο γίνεται και στην περίπτωση αυτή η σύνδεση ανάμεσα στα αντίστοιχα κεφάλαια *Μεγίστης* και Θέωνα. Αν κάποιος μελετά το κεφάλαιο 16 της *Μεγίστης*, θα δει αρχικά ότι στο f. 213r, δίπλα στον τίτλο του κεφαλαίου, υπάρχει το διακριτικό σημείο . Για να συμβουλευθεί τα σχόλια του Θέωνα θα ψάξει στα περιθώρια και θα βρει στο επάνω περιθώριο του f. 213r το ίδιο διακριτικό σημείο και δίπλα του το κεφ. 16 του Θέωνα.

Αφού είδαμε την ιδιαίτερη θέση που κατέχουν στο χειρόγραφο τα κεφάλαια 15 και 16 του Θέωνα, ας δούμε τη θέση και τη διαδρομή των δύο κεφαλαίων που απομένουν.

- *Η θέση και η διαδρομή των κεφαλαίων 17 και 19*

Το κεφάλαιο 17 των σχολίων του Θέωνα αρχίζει μεν να γράφεται μετά το κεφάλαιο 16 αλλά, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, στο χειρόγραφο μεσολαβεί ανάμεσά τους ένα κενό. Στο f. 213r, στο επάνω περιθώριο, αμέσως μετά το τέλος του κεφαλαίου 16, υπάρχει η σημείωση «ζήτει περὶ τῶν κατὰ μέρος παραλλάξεων ἡλίου καὶ σελήνης». Και πάλι, όπως συνέβη και με τη σημείωση που ήταν γραμμένη στο τέλος του κεφαλαίου 15, η σημείωση αυτή μας πληροφορεί ότι στο χειρόγραφο υπάρχει και το επόμενο κεφάλαιο (κεφ. 17) του Θέωνα και μας προτρέπει να το αναζητήσουμε, θεωρώντας και αυτή τη φορά περιττό να αναφέρει πού ακριβώς θα το βρούμε. Αμέσως μετά τη σημείωση υπάρχει στο δεξιό περιθώριο πρώτα ένας εντελώς κενός χώρος και ακολουθούν δύο σχόλια που και αυτά αφήνουν λίγο κενό χώρο. Το κεφάλαιο 17 του Θέωνα αρχίζει να γράφεται στο κάτω περιθώριο του f. 213r. Αυτό που μας βοηθά να βρούμε την αρχή του είναι ο τίτλος του, ο οποίος είναι γραμμένος στο κάτω περιθώριο, καθώς και η αρίθμησή του (ιζ̄).[49] Το κεφάλαιο τελειώνει στο δεξιό περιθώριο του f. 214r και είναι εξ ολοκλήρου γραμμένο σε περιθώρια που αντιστοιχούν στο ίδιο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Από το σημείο στο οποίο αρχίζει να γράφεται, ακολουθεί την 'προδιαγεγραμμένη' διαδρομή και γεμίζει όλα τα κενά που υπάρχουν στα περιθώρια της *Μεγίστης* παρακάμπτοντας τα 'εμπόδια' που συναντά. Ωστόσο, και στο κεφάλαιο αυτό παρατηρείται μια παρέκκλιση, αυτή τη φορά από τη

[49]Ας σημειώσουμε ότι και στην περίπτωση του κεφαλαίου 17 γίνεται στο χειρόγραφο η σύνδεση των κεφαλαίων *Μεγίστης* και σχολίων του Θέωνα. Επάνω από τον τίτλο του κεφαλαίου 17 του Θέωνα (f. 213r, κάτω περιθώριο) υπάρχει το διακριτικό σημείο , το οποίο βλέπουμε και πάνω από την πρώτη λέξη του κεφαλαίου 17 της *Μεγίστης*. Ας σημειώσουμε, επίσης, ότι το κεφάλαιο 17 του Θέωνα, σε αντίθεση με τα άλλα κεφάλαια στην αρχή των οποίων υπάρχουν διακριτικά σημεία, αρχίζει να γράφεται στην ίδια πλευρά του folio στην οποία αρχίζει και το ίδιο κεφάλαιο της *Μεγίστης* και, επιπλέον, το αρχικό τμήμα του γράφεται σε περιθώριο που αντιστοιχεί στο ίδιο κεφάλαιο. Ωστόσο, και στην περίπτωση αυτή, ο γραφέας συνδέει τα δύο κεφάλαια, θέτοντας και πάλι το ίδιο διακριτικό σημείο στην αρχή και των δύο κεφαλαίων.

συνέχεια η οποία χαρακτηρίζει όλα τα κεφάλαια από το 6 μέχρι και το 16 (με εξαίρεση το κεφάλαιο 15 που αποτελεί ιδιαίτερη περίπτωση), υπό την έννοια ότι όταν τελειώνει ένα κεφάλαιο του Θέωνα αρχίζει αμέσως, χωρίς δηλαδή να μεσολαβεί κάποιο κενό, άλλο κεφάλαιο. Αφού λοιπόν μετά το κεφάλαιο 16 υπάρχουν κενά στο δεξιό περιθώριο του f. 213r, θα περιμέναμε το κεφάλαιο 17 να αρχίσει να γράφεται σε αυτά τα κενά και αφού συνεχίσει στο ίδιο περιθώριο, παρακάμπτοντας τα 'εμπόδια', να περάσει μετά στο κάτω περιθώριο. Βλέπουμε, όμως, ότι αρχίζει να γράφεται στο κάτω περιθώριο αφήνοντας ελεύθερο τον κενό χώρο που υπάρχει στο δεξιό περιθώριο.

Αφού ακολουθήσαμε την μέχρι τώρα περίπλοκη διαδρομή των κεφαλαίων του Θέωνα, φθάσαμε επιτέλους στο τελευταίο κεφάλαιο (κεφ. 19). Αυτό το κεφάλαιο δεν θα μας κουράσει. Αρχίζει να γράφεται στο f. 214r, αμέσως μετά το τέλος του κεφαλαίου 17, όπου είναι γραμμένος πρώτα ο τίτλος του. Ακολουθώντας απαρέγκλιτα την 'προδιαγεγραμμένη' διαδρομή, φθάνει μέχρι το επάνω περιθώριο του f. 216, αφού πρώτα γεμίσει όλα τα κενά που βρίσκει στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Η μοναδική του ιδιαιτερότητα είναι ότι το μεγαλύτερο μέρος του είναι γραμμένο σε περιθώρια που ανήκουν στο κεφάλαιο 17 της *Μεγίστης* και το υπόλοιπο είναι κατανεμημένο στα περιθώρια του κεφαλαίου 18 και σε ορισμένα περιθώρια του κεφαλαίου 19 της *Μεγίστης*. Επίσης, και στην περίπτωση του κεφαλαίου 19, παρατηρούμε ότι γίνεται η χρήση διακριτικού σημείου προκειμένου να συνδεθεί ένα συγκεκριμένο μέρος του κεφαλαίου της *Μεγίστης* με τα σχόλια του Θέωνα που αναφέρονται στο μέρος αυτό. Αυτή τη φορά ο γραφέας θέτει πάνω από μια φράση του πτολεμαϊκού κειμένου το διακριτικό σημείο (f. 215v, στίχος 20), με το οποίο και παραπέμπει στα σχόλια του Θέωνα που αναφέρονται στο συγκεκριμένο μέρος του κεφαλαίου. Όταν λοιπόν κάποιος μελετά το συγκεκριμένο μέρος της *Μεγίστης* και θέλει να συμβουλευθεί τα αντίστοιχα σχόλια του Θέωνα, ξέρει πού ακριβώς θα τα βρει, καθοδηγούμενος από το διακριτικό σημείο που υπάρχει στη φράση του Πτολεμαίου. Αρκεί να εντοπίσει το ίδιο διακριτικό σημείο στα περιθώρια της *Μεγίστης*. Βέβαια, και στην περίπτωση αυτή, συμβαίνει ακριβώς το ίδιο που είδαμε να συμβαίνει και στα κεφάλαια 7 και 14. Δηλαδή, τα αντίστοιχα σχόλια του Θέωνα βρίσκονται αρκετά μακριά. Συγκεκριμένα, αρχίζουν στο f. 214v στο τέλος του κάτω περιθωρίου, όπου και βλέπουμε το ίδιο διακριτικό σημείο .

Η αναντιστοιχία των κεφαλαίων των σχολίων του Θέωνα προς τα κεφάλαια της *Μεγίστης* την οποία είχαμε διακρίνει και στα προηγούμενα κεφάλαια 6-14, ισχύει και στην περίπτωση των κεφαλαίων 15-19. Προκειμένου να πάρουμε και πάλι τη συνολική εικόνα για τα κεφάλαια αυτά ας καταγράψουμε με τον ίδιο τρόπο (όπως κάναμε δηλαδή και για τα κεφάλαια 6-14) τους αριθμούς των κεφαλαίων. Έτσι θα δούμε για κάθε κεφάλαιο του Θέωνα σε ποια περιθώρια της *Μεγίστης* είναι, αντίστοιχα, γραμμένο:

Κεφ. Θέωνα	15	16	17	19
Κεφ. *Μεγίστης*	15	15	17	17-19

Όπως βλέπουμε, μόνο το κεφάλαιο 15 του Θέωνα γράφεται εξ ολοκλήρου σε περιθώριο που ανήκει στο ίδιο κεφάλαιο της *Μεγίστης*. Βλέπουμε όμως ότι το αντίστροφο δεν ισχύει. Δηλαδή, στα περιθώρια του κεφαλαίου 15 της *Μεγίστης* δεν είναι γραμμένο μόνο το κεφαλαίο 15 του Θέωνα, αλλά και το κεφάλαιο 16.

Ας καταγράψουμε και πάλι, αλλά αυτή τη φορά αντίστροφα, τους αριθμούς των κεφαλαίων για να δούμε για κάθε κεφάλαιο της *Μεγίστης* ποια κεφάλαια του Θέωνα φιλοξενεί στα περιθώριά του:

Κεφ. *Μεγίστης*	15	16	17	18	19
Κεφ. Θέωνα	15, 16		17, 19	19	19

Βλέπουμε λοιπόν για τα κεφάλαια της *Μεγίστης* ότι (α) ένα κεφάλαιο (κεφ.15) φιλοξενεί στα περιθώριά του δύο κεφάλαια του Θέωνα, (β) ένα κεφάλαιο (κεφ. 16) δεν φιλοξενεί στα περιθώριά του καθόλου σχόλια από το ίδιο κεφάλαιο του Θέωνα και (γ) μόνο ένα κεφάλαιο (κεφ. 19) φιλοξενεί στα περιθώριά του αποκλειστικά σχόλια που ανήκουν στο ίδιο κεφάλαιο του Θέωνα.[50]

Συζητήσαμε για τις ιδιαιτερότητες που χαρακτηρίζουν τη θέση και τη διαδρομή των κεφαλαίων 6-19 του Θέωνα, καθώς και για τον τρόπο με τον οποίο το ίδιο το χειρόγραφο μας βοηθά να βρούμε τη θέση και να παρακολουθήσουμε την περίπλοκη διαδρομή των κεφαλαίων. Παράλληλα προσεγγίσαμε και ορισμένα από τα ερωτήματα που γεννούν τα θέματα για τα οποία συζητήσαμε. Στη συνέχεια θα δούμε τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται στο χειρόγραφο το κείμενο των κεφαλαίων 6-19.

- *Η μορφή του κειμένου των κεφαλαίων 6-19*

Εκτός από τις ιδιαιτερότητες που χαρακτηρίζουν τη θέση και τη διαδρομή των κεφαλαίων 6-19 στο χειρόγραφο, υπάρχουν και ορισμένες ιδιαιτερότητες που χαρακτηρίζουν τη μορφή του κειμένου αυτών των κεφαλαίων. Ας δούμε λοιπόν τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται στον κώδικα το κείμενο, εξετάζοντας παράλληλα και πού οφείλονται τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της.

Όπως συμβαίνει με το κεφάλαιο 1, το κείμενο των κεφαλαίων 6-19 είναι ιδιαίτερα πυκνογραμμένο, με πολύ μικρό μέγεθος γραμμάτων, έχει πολύ μικρά διάστιχα και δεν παρουσιάζει κενά, με εξαίρεση ορισμένους στίχους του, στους οποίους έχει αφεθεί από ένα μικρό κενό. [51] Επίσης, το κείμενο φέρει, σε αρκετές περιπτώσεις, σημάδια 'επεξεργασίας'. Η 'επεξεργασία' συνίσταται κυρίως σε διορθώσεις και προσθήκες λέξεων στα διάστιχα.[52] Αναφορικά με το μικρό κενό που υπάρχει σε ορισμένους στίχους του κειμένου, συμβαίνει το εξής: εκτός από τα κεφάλαια 6, 15 και 16, τα οποία είναι πολύ μικρά, στα υπόλοιπα κεφάλαια, τα οποία είναι εκτενέστερα, ο γραφέας, ορισμένες φορές, προκειμένου

[50] Πρέπει να επισημάνω ότι στο f. 213r, στο δεξιό περιθώριο, κοντά στο τέλος του κεφαλαίου 16 της *Μεγίστης*, αρχίζει ένα παρασελίδιο σχόλιο που το μεγαλύτερο μέρος του περιέχεται στο κεφάλαιο 16 του Θέωνα. Για τη συζήτηση αναφορικά με αυτό το σχόλιο βλ. το Κεφάλαιο 5 της παρούσας διατριβής, Ενότητα 5.2, υποσημ. 24.

[51] Υπάρχουν συνολικά δέκα επτά τέτοια κενά, τα οποία τα συναντάμε σε στίχους όλων των κεφαλαίων εκτός από τα κεφάλαια 6, 15 και 16. Τα τέσσερα από αυτά τα κενά είναι βέβαια πάρα πολύ μικρά, αλλά δεν παύει να θεωρούνται ως τέτοια, αν λάβουμε υπόψη μας το γεγονός ότι το διάστημα που υπάρχει ανάμεσα στις λέξεις του κειμένου είναι μηδαμινό.

[52] Όλα τα σημάδια 'επεξεργασίας' τα συζητώ, το καθένα ξεχωριστά, στις σημειώσεις μετά την έκδοση του κειμένου.

να επισημάνει την έναρξη μιας νέας θεματικής ενότητας, θέτει άνω και κάτω στιγμή στο τέλος της προηγούμενης ενότητας και αμέσως μετά αφήνει ένα μικρό κενό στον στίχο του κειμένου. Τέτοιου είδους κενό συναντήσαμε για πρώτη φορά στο κεφάλαιο 1 του Θέωνα. Βέβαια, στο κεφάλαιο 1, στο μέσον του κενού είχε τοποθετηθεί ένα διακριτικό σημείο, με το οποίο είχε γίνει η σύνδεση του κειμένου της *Μεγίστης* με αυτό των σχολίων του Θέωνα.[53] Κάτι τέτοιο όμως δεν συμβαίνει και με τα κενά που βλέπουμε στους στίχους των υπόλοιπων κεφαλαίων. Δεν υπάρχει, δηλαδή, κανένα διακριτικό σημείο που να βρίσκεται μέσα σε αυτά τα κενά. Διαβάζοντας επομένως τα σχόλια του Θέωνα στο χειρόγραφο, όταν συναντάμε αυτά τα κενά αναρωτιόμαστε για ποιο σκοπό έχουν αφεθεί. Μήπως ο γραφέας θέλει με αυτόν τον τρόπο να επισημάνει εντονότερα την έναρξη μιας νέας θεματικής ενότητας του εκάστοτε κεφαλαίου; Θα μπορούσε βέβαια ο γραφέας να άφησε τα συγκεκριμένα κενά με σκοπό να τοποθετήσει σε αυτά αργότερα κάποιο διακριτικό σημείο, πράγμα το οποίο όμως δεν έκανε. Ωστόσο, υπάρχουν τρεις περιπτώσεις στις οποίες φαίνεται ότι ο γραφέας αποφάσισε μεν να χρησιμοποιήσει διακριτικό σημείο, αλλά επέλεξε να το τοποθετήσει όχι μέσα στο κενό που έχει αφεθεί, αλλά πολύ κοντά σε αυτό. Συγκεκριμένα, καθένα από τα τρία αυτά διακριτικά σημεία είναι τοποθετημένο εκτός κειμένου, στο περιθώριο που αφήνει το κείμενο του Θέωνα, πολύ κοντά όμως στον στίχο στον οποίο βρίσκεται το αντίστοιχο κενό.[54]

Το κείμενο των κεφαλαίων 6-19, από το σημείο στο οποίο αρχίζει να γράφεται και μετά, διατρέχει, με ιδιαίτερο όπως είδαμε τρόπο, τα περιθώρια που υπάρχουν στα κεφάλαια της *Μεγίστης*, δημιουργώντας και αυτό, όπως συνέβη και με το κεφάλαιο 1, ένα είδος πλαισίου, το οποίο όπως θα δούμε, τις περισσότερες φορές, είναι εντελώς ακανόνιστο. Το πλαίσιο που δημιουργεί το κείμενο του Θέωνα περιβάλλει τόσο το κείμενο της *Μεγίστης*, όσο και τα 'εμπόδια' που υπάρχουν στα περιθώρια, αφήνοντας εξωτερικά κάποιο περιθώριο, ενώ εσωτερικά βρίσκεται σχεδόν σε επαφή είτε με το πτολεμαϊκό κείμενο είτε με τα 'εμπόδια' που υπάρχουν.[55]

Σε γενικό επίπεδο, η μορφή με την οποία παρουσιάζεται το κείμενο των κεφαλαίων 6-19 είναι εντελώς ακανόνιστη. Δηλαδή, το κείμενο, σε οποιαδήποτε πλευρά οποιουδήποτε folio γράφεται, παρουσιάζεται με διαφορετική μορφή. Αν κάθε φορά χαρτογραφούσαμε τα μονοπάτια που ακολουθεί το κείμενο σε μια συγκεκριμένη πλευρά ενός συγκεκριμένου folio, θα προέκυπταν 23 διαφορετικές εικόνες. Η ακανόνιστη μορφή του κειμένου δεν παρατηρείται μόνο σε γενικό επίπεδο αλλά και σε ειδικό, δηλαδή σε μία και την αυτή εικόνα. Όπως είναι αυτονόητο, ο κατ' εξοχήν παράγοντας που ευθύνεται για τη διαφορετική κάθε φορά εικόνα του κειμένου είναι τα κενά που υπήρχαν στα περιθώρια της *Μεγίστης* όταν άρχισαν να γράφονται στον κώδικα τα σχόλια του Θέωνα. Ωστόσο, ευθύνονται σε μεγάλο βαθμό και οι επιλογές του γραφέα για τον τρόπο με τον οποίο αξιοποιεί τα υπάρχοντα κενά.

---

[53] Βλ υποενότητα 4.3.1.

[54] Πρόκειται για τρία διακριτικά σημεία για τα οποία ήδη συζητήσαμε. Ας επαναλάβουμε συνοπτικά ότι τα σημεία αυτά βρίσκονται στα περιθώρια των κεφαλαίων 7, 14 και 19 του Θέωνα, στα ff. 205v, 210v και 214v, αντίστοιχα. Με καθένα από αυτά τα διακριτικά σημεία ο γραφέας συνδέει, αντίστοιχα, ένα συγκεκριμένο μέρος του κεφαλαίου της *Μεγίστης* με τα σχόλια του Θέωνα που αναφέρονται σε αυτό.

[55] Εξαίρεση αποτελεί μία περίπτωση στην οποία ένα μέρος του πλαισίου περιβάλλει κείμενο του Θέωνα. Αυτό συμβαίνει στο f. 212v, όπου ένα μέρος από την αριστερή πλευρά, καθώς και η κάτω πλευρά του πλαισίου περιβάλλουν το κεφάλαιο 15 του Θέωνα.

Η συνήθης τάση του γραφέα είναι να αξιοποιεί, τόσο σε γενικό όσο και σε ειδικό επίπεδο, ακόμη και το παραμικρό κενό που συναντά στα περιθώρια της *Μεγίστης* και να το γεμίζει με τα σχόλια του Θέωνα.[56] Αποτέλεσμα αυτής της τακτικής του γραφέα είναι η ακανόνιστη μορφή με την οποία παρουσιάζεται τις περισσότερες φορές το κείμενο. Η έλλειψη κανονικότητας συνίσταται κυρίως στο γεγονός ότι το εύρος της στήλης του κειμένου παρουσιάζει πολλές διακυμάνσεις. Σε μία και την αυτή εικόνα, βλέπουμε το εύρος της στήλης σε ορισμένα μέρη να μειώνεται και σε άλλα να αυξάνει. Σε ορισμένα μάλιστα σημεία η στήλη γίνεται τόσο λεπτή που σε ορισμένους στίχους της βλέπουμε να έχει γραφεί μόνο μια συλλαβή από κάποια λέξη.[57] Για τις διακυμάνσεις που παρατηρούνται στο εύρος της στήλης ευθύνονται τα διάφορα 'εμπόδια' που παρεμβάλλονται στο κείμενο.[58] Τα 'εμπόδια' δεν επιτρέπουν στη στήλη του κειμένου να διατηρήσει σταθερό εύρος αλλά την αναγκάζουν να το προσαρμόσει σύμφωνα με τους περιορισμούς που επιβάλλουν. Η προσαρμογή αυτή, πέρα από τις διακυμάνσεις του εύρους της στήλης, επιφέρει αλλαγή και στον τρόπο με τον οποίο εμφανίζεται η στήλη κειμένου του Θέωνα στο περιθώριο. Εμφανίζεται, δηλαδή, στις περισσότερες περιπτώσεις, ως η δεύτερη και ενίοτε ως η τρίτη στήλη και όχι ως η μία και μοναδική στήλη κειμένου που υπάρχει στο περιθώριο.[59]

Το γεγονός ότι τα διάφορα 'εμπόδια' επηρεάζουν τη μορφή του κειμένου οφείλεται καθαρά στην επιλογή του γραφέα σχετικά με το πώς θα τα αντιμετωπίσει. Τα ήδη υπάρχοντα 'εμπόδια' δεν επιλέγει να τα προσπεράσει εντελώς, αφήνοντας δηλαδή ελεύθερο τον κενό χώρο που υπάρχει κοντά τους. Αντίθετα, επιλέγει να τα πλαισιώσει με το κείμενο του Θέωνα και για το λόγο αυτό κάθε φορά το διαμορφώνει αναλόγως.[60] Το αποτέλεσμα σε αρκετές περιπτώσεις, στις οποίες το κενό που υπήρχε κοντά στα 'εμπόδια' ήταν μικρό, είναι ότι η στήλη του κειμένου γίνεται πολύ λεπτή. Βέβαια, όπως

---

[56] Παρατηρούμε όμως και στα δύο επίπεδα ορισμένες αποκλίσεις. Αποκλίσεις από τη συνήθη τακτική του γραφέα, σε ειδικό επίπεδο, παρατηρούνται στα ff. 208v, 210v, 211v και 211r, στα οποία ο γραφέας αφήνει αναξιοποίητα ορισμένα μικρά κενά. Σε γενικό επίπεδο, αποκλίσεις παρατηρούνται στα ff. 211r, 212r και 213r, στα οποία ο γραφέας αφήνει αρκετά μεγάλα κενά.

[57] Από τα πλέον χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι οι δύο λεπτές στήλες κειμένου που βρίσκονται στο αριστερό περιθώριο του f. 211v. Στην πρώτη λεπτή στήλη βλέπουμε, για παράδειγμα, τη λέξη «ἀναβιβάζοντος» να διαμοιράζεται σε πέντε στίχους, ενώ στη δεύτερη στήλη τη λέξη «ἐκλείψεων» να διαμοιράζεται και αυτή σε 4 στίχους. Βλ. εικόνα 12.

[58] Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνω ότι στη διαμόρφωση του κειμένου δεν συντελούν μόνο τα 'εμπόδια' που προϋπήρχαν στον κώδικα όταν άρχισαν να γράφονται τα σχόλια του Θέωνα. Συντελούν επίσης τα διαγράμματα και οι δύο πίνακες που περιέχονται στα κεφάλαια 6-19 των σχολίων του Θέωνα. Το θέμα αυτό θα το συζητήσω λίγο αργότερα.

[59] Όπως είναι αυτονόητο, η στήλη κειμένου του Θέωνα εμφανίζεται ως η μία και μοναδική μόνο στις περιπτώσεις στις οποίες δεν υπήρχαν ήδη γραμμένα άλλα σχόλια στο περιθώριο στο οποίο γράφεται. Εξετάζοντας τις είκοσι τρεις Εικόνες που προκύπτουν από τα κεφάλαια 6-19 του Θέωνα, θα δούμε ότι αυτό συμβαίνει μόνο σε τέσσερεις Εικόνες (ff. 205r, 206v, 209v και 213r). Στις υπόλοιπες, η στήλη κειμένου του Θέωνα εμφανίζεται είτε ως η δεύτερη στήλη που υπάρχει στο περιθώριο (σε 17 Εικόνες) είτε ως η τρίτη (σε 2 Εικόνες και συγκεκριμένα στα ff. 207v και 211v).

[60] Μία ιδιαίτερα χαρακτηριστική περίπτωση, στην οποία βλέπουμε το κείμενο του Θέωνα να διαμορφώνεται αναλόγως με το 'εμπόδιο' που συναντά, συναντάμε στο f. 206v. Αν παρατηρήσουμε το κείμενο που πλαισιώνει το δεύτερο διάγραμμα (που είναι αυτό που προϋπήρχε στον κώδικα), θα διαπιστώσουμε ότι το κείμενο είναι κυριολεκτικά διαμορφωμένο σύμφωνα με αυτό το διάγραμμα. Βλέπουμε δηλαδή ότι το περίγραμμα του πλαισίου που σχηματίζει το κείμενο γύρω από το διάγραμμα είναι σχεδόν ίδιο με το περίγραμμα του διαγράμματος.

φαίνεται, η επιλογή αυτή του γραφέα δεν είναι τυχαία. Ούτε σημαίνει ότι γενικά ο γραφέας δεν ενδιαφέρεται να παρουσιάσει ένα εύτακτο κείμενο. Αντίθετα, όταν του δίδεται η δυνατότητα το προσπαθεί. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις, επιλέγει, για κάποιο λόγο, να θυσιάσει την ευταξία του κειμένου. Αναζητώντας συγκεκριμένα το λόγο στον οποίο οφείλεται το λεπτό εύρος της στήλης του κειμένου, παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις, η λεπτή στήλη που υπάρχει αποτελεί στην κυριολεξία το συνδετικό νήμα των δύο κομματιών του κειμένου που βρίσκονται πριν και μετά από αυτήν.[61] Φαίνεται δηλαδή, ότι για τον γραφέα, η διευκόλυνση του αναγνώστη προκειμένου να παρακολουθήσει τη συνέχεια του κειμένου, αποτελεί πρωταρχικής σημασίας ζήτημα, οπότε, αναγκαστικά, σε ορισμένες περιπτώσεις η ευταξία του κειμένου έρχεται σε δεύτερη μοίρα.[62] Ένα πολύ χαρακτηριστικό δείγμα αυτής του της επιλογής είναι το κομμάτι των σχολίων του Θέωνα που βρίσκεται στο κάτω περιθώριο του f. 207v.[63] Εκεί ο γραφέας, προκειμένου αφενός μεν να αξιοποιήσει τον κενό χώρο που υπάρχει στο συγκεκριμένο σημείο του χειρογράφου, αφετέρου δε να κρατήσει συνεχή τη ροή του κειμένου του Θέωνα, επιλέγει να δώσει σε ορισμένους στίχους του κειμένου καμπύλη μορφή.[64]

Τα 'εμπόδια' που προϋπήρχαν στον κώδικα όταν άρχισαν να γράφονται τα σχόλια του Θέωνα δεν είναι, όπως αναφέραμε (υποσημ. 58), ο μοναδικός παράγοντας που συντελεί στη διαμόρφωση του κειμένου των κεφαλαίων 6-19. Συντελούν επίσης τα είκοσι δύο διαγράμματα και οι δύο πίνακες που ανήκουν στα κεφάλαια αυτά. Ας δούμε τι ακριβώς συμβαίνει σε αυτές τις περιπτώσεις και πώς επηρεάζεται η μορφή του κειμένου.

Ξεκινάμε με τα εξής δεδομένα: ο γραφέας έχει μπροστά του από τη μια μεριά τον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 και από την άλλη τον κώδικα από τον οποίο πρόκειται να αντιγράψει τα σχόλια του Θέωνα. Βλέπει επίσης ότι τα περιθώρια της *Μεγίστης*, στα οποία και θα γράψει τα σχόλια του Θέωνα, δεν είναι κενά αλλά υπάρχει ήδη εκεί γραμμένο αρκετό υλικό. Προκειμένου επομένως να παρουσιάσει όλο το υλικό των κεφαλαίων 6-19 του Θέωνα, στο συγκεκριμένο χώρο που διατίθεται, πρέπει να κάνει –πέρα από τις επιλογές για την παρουσίαση του κειμένου, τις οποίες και εξετάσαμε– και ορισμένες επιλογές για τον τρόπο με τον οποίο θα παρουσιάσει το επιπλέον υλικό, δηλαδή τα είκοσι δύο διαγράμματα και τους δύο πίνακες που ανήκουν στα σχόλια του Θέωνα. Αν εξετάσουμε τη θέση στην οποία βρίσκεται το κάθε διάγραμμα θα δούμε ότι, με εξαίρεση ένα, όλα τα διαγράμματα βρίσκονται πολύ κοντά στο περιθώριο που αφήνουν τα σχόλια του Θέωνα.[65] Το ίδιο ισχύει και για τους δύο

---

[61] Αυτό το διαπιστώνουμε εύκολα, διαβάζοντας το κείμενο του Θέωνα που βρίσκεται, για παράδειγμα, στα ff. 210r, 210v και 211v που είναι ορισμένα από αυτά στα οποία υπάρχει λεπτή στήλη κειμένου του Θέωνα.

[62] Θα μπορούσε βέβαια ο γραφέας, αν ήθελε να αποφύγει την τόσο λεπτή στήλη κειμένου, να είχε χρησιμοποιήσει και στην περίπτωση αυτή διακριτικά σημεία για να συνδέει τα διαδοχικά κομμάτια του κειμένου του Θέωνα. Ίσως όμως θεώρησε ότι κάτι τέτοιο, πέρα από το γεγονός ότι για να γίνει θα απαιτούσε τη χρήση πολλών διακριτικών σημείων, μάλλον θα δυσκόλευε παρά θα διευκόλυνε τον αναγνώστη και επιπλέον θα άφηνε αναξιοποίητα πολλά κενά που υπήρχαν στο χειρόγραφο. Επέλεξε λοιπόν, και πολύ σωστά κατά την άποψή μου, να αξιοποιήσει τα κενά που υπήρχαν και να συνδέσει τα κομμάτια του κειμένου χρησιμοποιώντας ως συνδετικό κρίκο τη λεπτή στήλη του ίδιου του κειμένου. Η λεπτή στήλη πραγματικά διευκολύνει τον αναγνώστη να ακολουθήσει τη ροή του κειμένου.

[63] Βλ. εικόνα 9.

[64] Ας σημειώσουμε ότι σε κάθε άλλη περίπτωση, σε όλη δηλαδή την έκταση του κειμένου, οι στίχοι είναι ευθύγραμμοι.

[65] Το διάγραμμα που δεν βρίσκεται κοντά στο περιθώριο, το βλέπουμε στο f. 211v. Βλ. εικόνα 12.

πίνακες. Βλέπουμε λοιπόν μία πρώτη επιλογή του γραφέα ως προς τη θέση στην οποία τοποθετεί το επιπλέον υλικό. Η επιλογή του αυτή δεν είναι, όπως φαίνεται, τυχαία. Η συγκεκριμένη θέση που επιλέγει του δίνει τη δυνατότητα να αξιοποιήσει και ένα μέρος από το περιθώριο των σχολίων του Θέωνα. Και πράγματι, βλέπουμε ότι αυτό γίνεται στις περισσότερες περιπτώσεις. Διότι μόνο τα επτά από τα είκοσι δύο διαγράμματα και ο ένας από τους δύο πίνακες παρεμβάλλονται εξ ολοκλήρου στο κείμενο του Θέωνα. Από όλα τα υπόλοιπα διαγράμματα και από τον άλλο πίνακα, ένα μέρος τους παρεμβάλλεται στο κείμενο, ενώ το υπόλοιπο βρίσκεται στο περιθώριο.[66] Ο τρόπος με τον οποίο το επιπλέον υλικό που υπάρχει στα σχόλια του Θέωνα παρεμβάλλεται στο κείμενο, παρουσιάζει αρκετό ενδιαφέρον. Στις περισσότερες περιπτώσεις ο γραφέας προσαρμόζει κυριολεκτικά τη μορφή του κειμένου στη μορφή του διαγράμματος. Το ίδιο ισχύει και για τον ένα από τους δύο πίνακες. Σε κάθε περίπτωση, στο μέρος στο οποίο βρίσκεται ένα διάγραμμα ή ένας πίνακας, οι στίχοι του κειμένου αφήνουν προς την πλευρά του περιθωρίου ένα κενό. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται ένας κενός χώρος, ο οποίος υποδέχεται το εκάστοτε διάγραμμα ή τον εκάστοτε πίνακα.[67] Κατά μεγάλη πλειονότητα, τα πλαίσια που δημιουργούν οι στίχοι του κειμένου είναι διαμορφωμένα βάσει των διαγραμμάτων που περιβάλλουν. Το περίγραμμα δηλαδή του πλαισίου είναι σχεδόν πανομοιότυπο με το περίγραμμα του συγκεκριμένου διαγράμματος που περιβάλλει.[68] Το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία ενός διαφορετικού κάθε φορά πλαισίου, το οποίο έχει τη μορφή ορθογωνίου μόνο στις ελάχιστες περιπτώσεις στις οποίες δεν είναι διαμορφωμένο βάσει του διαγράμματος που περιβάλλει. Επίσης, πέρα από το γεγονός ότι το πλαίσιο του κειμένου διαμορφώνεται βάσει του διαγράμματος που περιβάλλει, παρατηρούμε ότι σε ορισμένες περιπτώσεις το κείμενο έρχεται σε επαφή με το διάγραμμα, ενώ υπάρχει και μια περίπτωση στην οποία το κείμενο, κατά τη διαδρομή του, περνά κυριολεκτικά μέσα από το διάγραμμα.[69]

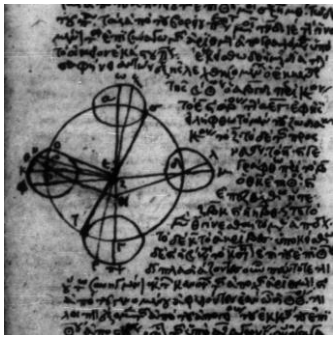
[66] Μάλιστα, στις περισσότερες περιπτώσεις, το μέρος του διαγράμματος που βρίσκεται στο περιθώριο καλύπτει όλο το περιθώριο. Το ίδιο συμβαίνει και με τον πίνακα του οποίου ένα μέρος βρίσκεται στο περιθώριο (f. 208r). Στις περισσότερες επίσης περιπτώσεις, στο περιθώριο βρίσκεται το μικρότερο τμήμα του διαγράμματος. Υπάρχουν όμως τρεις περιπτώσεις στις οποίες στο περιθώριο βρίσκεται το μισό διάγραμμα, ενώ υπάρχει μία περίπτωση στην οποία, πάλι στο περιθώριο, βρίσκεται το μεγαλύτερο τμήμα του διαγράμματος. Το τελευταίο αυτό διάγραμμα βρίσκεται στο f. 212v (βλ. εικόνα 8).

[67] Στο εξής για τον κενό αυτό χώρο θα χρησιμοποιώ και πάλι τη λέξη «πλαίσιο», όπως έκανα και όταν εξέτασα τα διαγράμματα του Μέρους Ι.

[68] Το ίδιο ισχύει και για τον ένα από τους 2 πίνακες (f. 207r).

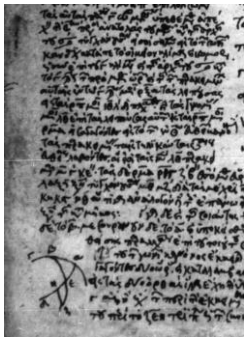
[69] Βλ. εικόνα 9.

Ας δούμε, για λόγους περισσότερης σαφήνειας, ορισμένες Εικόνες από το χειρόγραφο.



Εικ. 4 *Vat. gr*. 198, f. 206v

Εικ. 5 *Vat. gr*. 198, f. 209v



Εικ. 6 *Vat. gr*. 198, f. 215v

Στις Εικόνες 4 και 5 βλέπουμε πως το κείμενο διαμορφώνεται σύμφωνα με το διάγραμμα που περιβάλλει, ενώ στην Εικόνα 6 το πλαίσιο του κειμένου έχει τη μορφή ορθογωνίου.[70]

Ο τρόπος με τον οποίο τα διαγράμματα και οι πίνακες παρεμβάλλονται στο κείμενο μας κάνει να αναρωτηθούμε για την τακτική που ακολουθεί ο γραφέας σε σχέση με το σχεδιασμό τους. Πότε δηλαδή σχεδιάζεται το κάθε διάγραμμα και ο κάθε πίνακας; Για τα περισσότερα διαγράμματα μας δημιουργείται η εντύπωση ότι σχεδιάστηκαν πριν γραφεί το κείμενο που τα πλαισιώνει. Φαίνεται δηλαδή ότι ο γραφέας, όταν έφθανε στο συγκεκριμένο σημείο του κώδικα από τον οποίο αντέγραφε τα σχόλια του Θέωνα, αποφάσιζε να αντιγράψει (ο ίδιος ή κάποιος άλλος) στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 πρώτα το διάγραμμα και μετά να αντιγράψει το αντίστοιχο κείμενο με το οποίο και πλαισίωνε το διάγραμμα. Αυτό τουλάχιστον δείχνει το γεγονός ότι το πλαίσιο του κειμένου έχει σχεδόν πανομοιότυπο περίγραμμα με το περίγραμμα του διαγράμματος που περιβάλλει.[71] Για τα υπόλοιπα διαγράμματα και τον ένα από τους πίνακες που βρίσκονται σε ορθογώνια πλαίσια, μπορεί ο γραφέας να ακολούθησε άλλη τακτική. Να δημιούργησε δηλαδή πρώτα τα πλαίσια και μετά να τοποθέτησε σε καθένα από αυτά το αντίστοιχο διάγραμμα και τον πίνακα.

Ένα ερώτημα γεννά επίσης και το μέγεθος που έχει ένα από τα διαγράμματα.[72] Εξετάζοντας όλα τα διαγράμματα του Θέωνα βλέπουμε ότι το συγκεκριμένο διάγραμμα, συγκρινόμενο με όλα τα υπόλοιπα, έχει ιδιαίτερα μικρό μέγεθος. Είναι εύλογο λοιπόν να αναρωτηθούμε για ποιο λόγο συμβαίνει αυτό. Όπως προκύπτει, αυτό οφείλεται στη γενικότερη προσπάθεια του γραφέα να τοποθετεί κάθε διάγραμμα όσο το δυνατόν πλησιέστερα στο μέρος του κειμένου στο οποίο γίνεται η έκθεση του διαγράμματος. Διότι αν και πάλι εξετάσουμε όλα τα διαγράμματα, αυτή τη φορά ως προς τη θέση την οποία έχουν σε σχέση με το μέρος του κειμένου στο οποίο γίνεται η έκθεσή τους, θα

[70] Ορισμένες ακόμα περιπτώσεις για τον τρόπο με τον οποίο τα διαγράμματα παρεμβάλλονται στο κείμενο του Θέωνα, μπορεί ο αναγνώστης να δει στις Εικόνες 8, 9, 11 και 12.

[71] Ένα δείγμα αυτής της τακτικής φαίνεται να αποτελούν οι δύο από τις παραπάνω Εικόνες. Γενικότερα θα μπορούσαμε να πούμε ότι, εκτός από τα διαγράμματα και τον ένα πίνακα που περιβάλλονται από ορθογώνιο πλαίσιο, ο γραφέας ακολουθεί την ίδια τακτική για όλα τα υπόλοιπα διαγράμματα, καθώς και για τον πίνακα που βρίσκεται στο f. 208r.

[72] Πρόκειται για το διάγραμμα του οποίου το μεγαλύτερο κομμάτι βρίσκεται στο περιθώριο των σχολίων του Θέωνα, στο f. 212v. Πρβλ. υποσημ. 66.

δούμε ότι, με εξαίρεση δύο διαγράμματα, όλα τα υπόλοιπα βρίσκονται πολύ κοντά σε αυτό το μέρος του κειμένου. Το ένα από τα διαγράμματα που εξαιρούνται είναι το μικρό σε μέγεθος διάγραμμα που εξετάζουμε και το οποίο δεν βρίσκεται πολύ κοντά στο μέρος του κειμένου στο οποίο γίνεται η έκθεσή του. Ωστόσο, ο γραφέας προσπάθησε και κατάφερε, όσο βέβαια του επέτρεπαν τα περιθώρια, να φέρει και αυτό το διάγραμμα αρκετά κοντά στο μέρος του κειμένου που επιθυμούσε, επιλέγοντας να το σμικρύνει. Πρέπει όμως να σημειώσουμε ότι ο γραφέας δεν έκανε την ίδια επιλογή και για το άλλο διάγραμμα που εξαιρείται και το οποίο βρίσκεται αρκετά μακριά από το μέρος του κειμένου στο οποίο γίνεται η έκθεσή του. Πρόκειται για ένα διάγραμμα, η έκθεση του οποίου αρχίζει πριν από το μέσον του περιθωρίου δεξιά, ενώ το ίδιο βρίσκεται αρκετά μακριά, στο τέλος του περιθωρίου (f. 215r). Στο συγκεκριμένο περιθώριο του χειρογράφου υπήρχε ήδη γραμμένο ένα εκτενές σχόλιο το οποίο καταλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος, αφήνοντας χώρο μόνο για να γραφεί ως μια δεύτερη λεπτή στήλη το κείμενο του Θέωνα. Θα έπρεπε λοιπόν το διάγραμμα, προκειμένου να βρεθεί κοντά στο κείμενο, να γίνει πολύ μικρό, κάτι που απέφυγε ο γραφέας να κάνει.

Εξετάσαμε το κείμενο των κεφαλαίων 6-19 ως προς τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται στον κώδικα και είδαμε ότι τόσο σε γενικό όσο και σε ειδικό επίπεδο το κείμενο παρουσιάζεται με ακανόνιστη μορφή. Παράλληλα εξετάσαμε και πού μπορεί να οφείλονται οι ιδιομορφίες του κειμένου. Θεωρώντας ότι η περιγραφή που έκανα δεν μπορεί, παρά τις προσπάθειες, να αποδώσει από μόνη της την πλήρη εικόνα του κειμένου, θεώρησα χρήσιμο να παρουσιάσω και ορισμένες Φωτογραφίες από το χειρόγραφο. Ο αναγνώστης, βλέποντας αποτυπωμένα ορισμένα τμήματα από τα σχόλια του Θέωνα μπορεί να διακρίνει και μόνος του τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της μορφής με την οποία παρουσιάζονται στον κώδικα.

- *Εικόνες από τον κώδικα* Vaticanus gr. 198

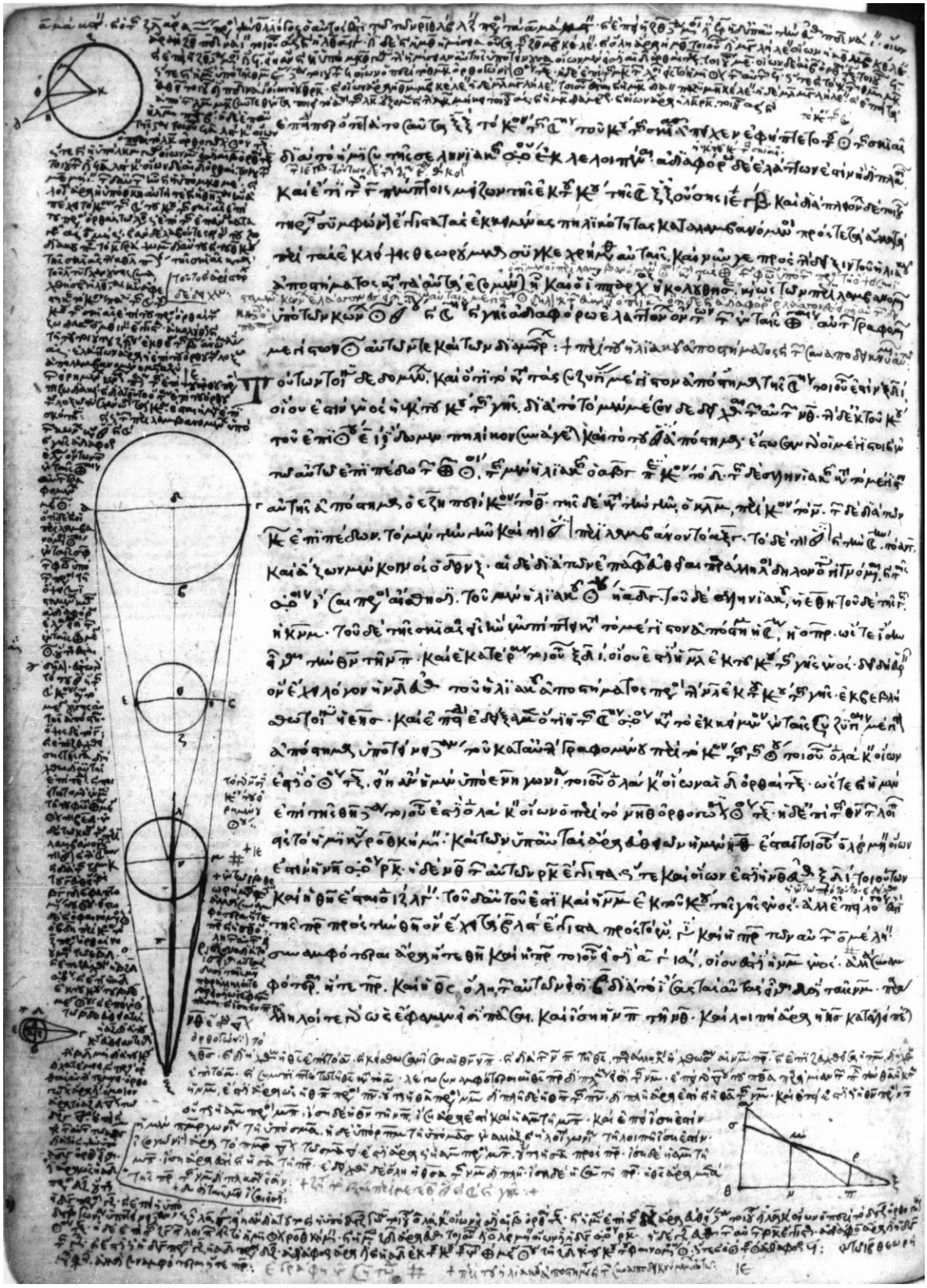
Α. Η ακανόνιστη μορφή του κειμένου σε γενικό επίπεδο

Παρουσιάζω δύο από τις είκοσι τρεις Φωτογραφίες που προκύπτουν από τα κεφάλαια 6-19 του Θέωνα, ως παράδειγμα για να δείξω ότι η μορφή του κειμένου διαφέρει από τη μία στην άλλη.

Στην Εικόνα 7, όπου είναι γραμμένο ένα μέρος του κεφαλαίου 10 του Θέωνα, διαπιστώνουμε ότι ο γραφέας εκμεταλλεύεται τη δυνατότητα που του δίδεται και παρουσιάζει στα περιθώρια της *Μεγίστης* ένα εύτακτο κείμενο. Τη δυνατότητα αυτή του την παρέχει το γεγονός ότι στο συγκεκριμένο μέρος του χειρογράφου υπήρχαν στα περιθώρια ελάχιστα και μικρά ‘εμπόδια’ (η αρίθμηση του κεφαλαίου 12 της *Μεγίστης*, ένα μικρό παρασελίδιο σχόλιο και ένα μέρος από δύο σχόλια τα οποία ξεκινούν από ένα διάστιχο το καθένα και συνεχίζονται στο περιθώριο).

Στην Εικόνα 8 το κείμενο παρουσιάζεται με διαφορετική μορφή και βέβαια δεν χαρακτηρίζεται από ευταξία. Η διαμόρφωσή του καθορίζεται τόσο από τα προϋπάρχοντα ‘εμπόδια’ (ένα διάγραμμα της *Μεγίστης*, την αρίθμηση του κεφαλαίου 15 της *Μεγίστης* και δύο μικρά σχόλια) όσο και από τρία διαγράμματα που ανήκουν στα σχόλια του Θέωνα. Το κείμενο που απεικονίζεται στην Εικόνα αυτή είναι ένα τμήμα από το κεφάλαιο 14 και όλο το κεφάλαιο 15 του Θέωνα. Το μεγάλο διάγραμμα που υπάρχει ανήκει στη *Μεγίστη*, ενώ τα άλλα τρία διαγράμματα ανήκουν στα σχόλια του Θέωνα.

Εικ. 7 *Vat. gr*. 198, f. 209r



Εικ. 8 *Vat. gr*. 198, f. 212v

Β. Η ακανόνιστη μορφή του κειμένου σε ειδικό επίπεδο

Παρουσιάζω στη συνέχεια δύο Εικόνες που δείχνουν πώς αλλάζει η μορφή του κειμένου σε μία και την αυτή Εικόνα. Και στις δύο Εικόνες φαίνονται οι αλλαγές που επιφέρει στη μορφή του κειμένου η επιλογή του γραφέα να αξιοποιήσει και το παραμικρό κενό που υπήρχε στο χειρόγραφο, τόσο για λόγους οικονομίας αλλά κυρίως για να μη διακόψει τη συνεχή ροή του κειμένου του Θέωνα.

Στην Εικόνα 9, τα σχόλια του Θέωνα καταλαμβάνουν τους δύο πρώτους στίχους του επάνω περιθωρίου, συνεχίζουν στο αριστερό περιθώριο ως η δεύτερη στήλη, ακανόνιστου εύρους, και μετά καταλαμβάνουν το κάτω περιθώριο. Το μεγαλύτερο από τα δύο διαγράμματα ανήκει στη *Μεγίστη*. Ο διπλός σκοπός του γραφέα γίνεται ιδιαίτερα εμφανής από την καμπύλη μορφή που δίνει, στο κάτω περιθώριο, σε ορισμένους στίχους του κειμένου. Με τον τρόπο αυτό αφενός μεν αξιοποιεί το κενό που υπήρχε στο συγκεκριμένο μέρος του χειρογράφου, αφετέρου δε εξυπηρετεί τον κυριότερο σκοπό του, ο οποίος είναι να μη διακόψει τη ροή του κειμένου του Θέωνα.

Εικ. 9 *Vat. gr*. 198, f. 207v

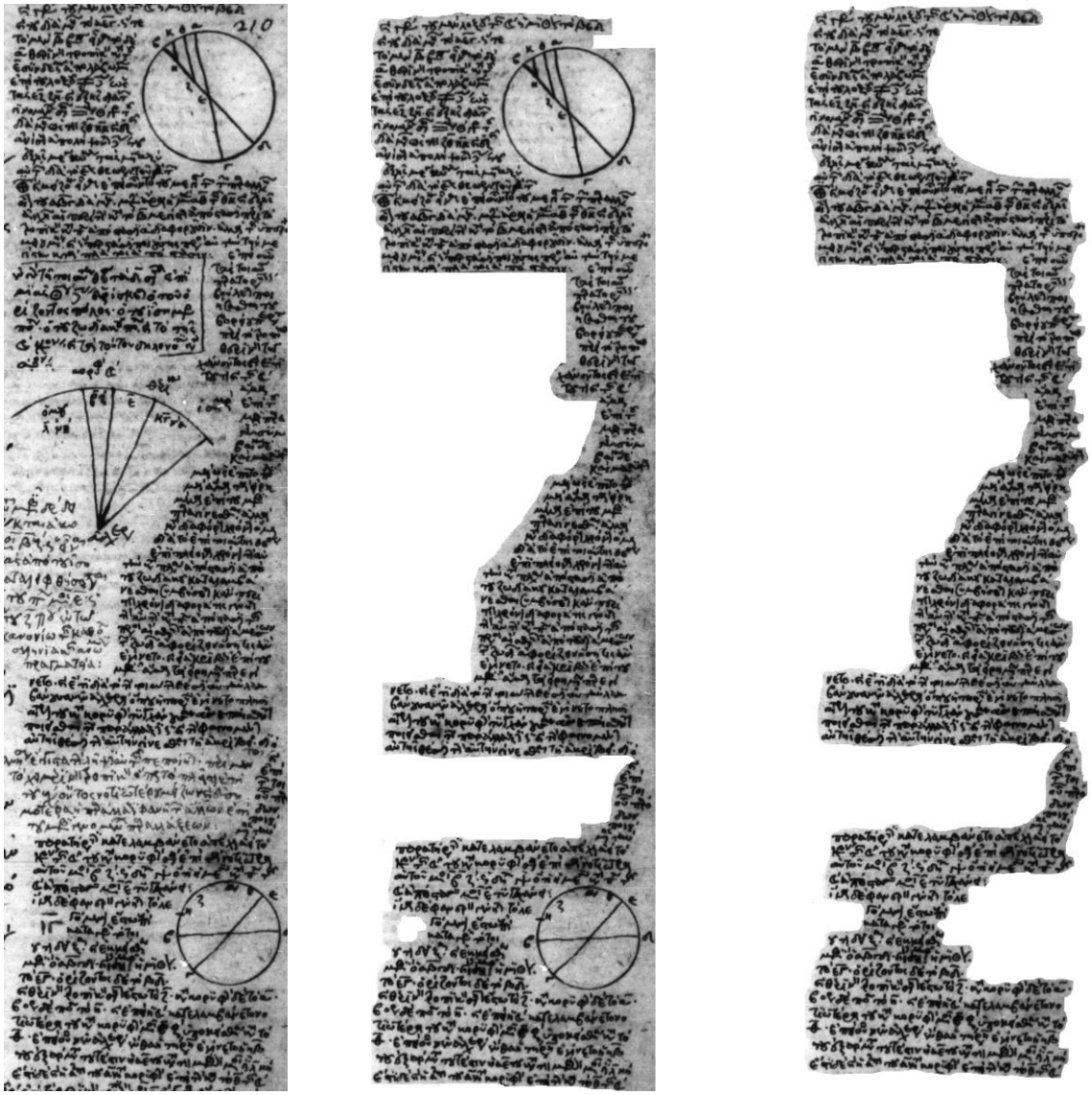
Στην Εικόνα 10, το κείμενο από τα σχόλια του Θέωνα καταλαμβάνει όλα τα κενά που υπήρχαν στα περιθώρια, πλαισιώνοντας και τα τρία προϋπάρχοντα ‘εμπόδια’ (το διάγραμμα της *Μεγίστης* και δύο σχόλια). Στο αριστερό περιθώριο η στήλη του κειμένου, στο μέρος όπου βρίσκονται τα ‘εμπόδια’, γίνεται πολύ λεπτή. Με αυτό τον τρόπο κατάφερε και πάλι ο γραφέας τόσο να αξιοποιήσει τον λίγο ελεύθερο χώρο που υπήρχε κοντά στα ‘εμπόδια’ αλλά κυρίως κατάφερε να εξυπηρετήσει τον κύριο σκοπό του, να μη διακόψει δηλαδή τη ροή του κειμένου του Θέωνα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η λεπτή στήλη αποτελεί κυριολεκτικά τον συνδετικό ιστό ανάμεσα στο κομμάτι του κειμένου που έχει προηγηθεί και σε αυτό που έπεται.

Εικ. 10 *Vat. gr*. 198, f. 210v

Γ. Η ακανόνιστη μορφή του κειμένου σε ειδικότερο επίπεδο

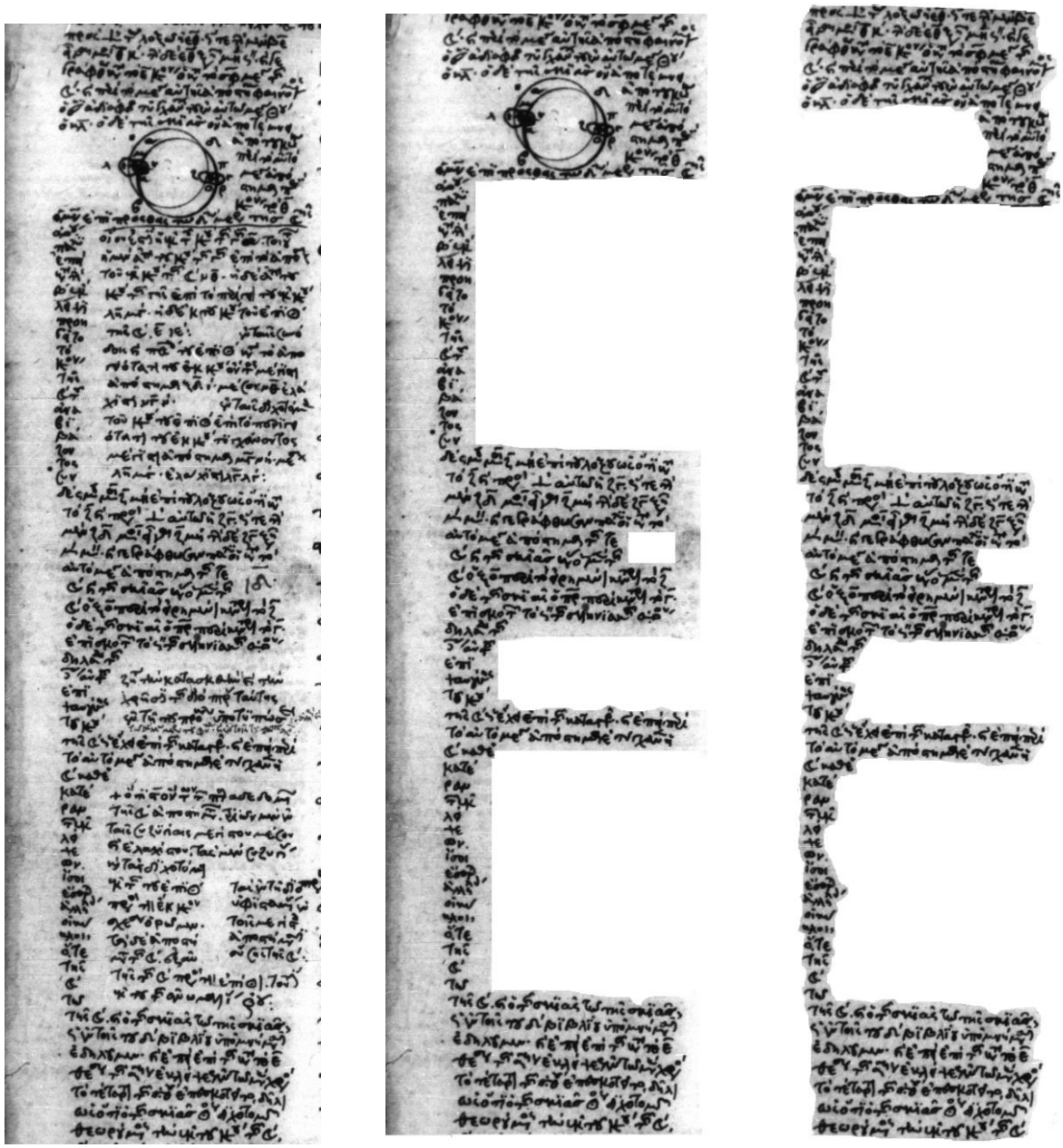
Παρουσιάζω, ως παραδείγματα, δύο αποσπάσματα από τα σχόλια του Θέωνα με σκοπό να δείξω την ακανόνιστη μορφή του κειμένου σε ειδικότερο επίπεδο, όταν δηλαδή το κείμενο είναι γραμμένο στο

αριστερό ή στο δεξιό περιθώριο της πλευράς ενός folio. Και αυτό διότι στις περιπτώσεις αυτές η ακανόνιστη μορφή του κειμένου είναι ιδιαίτερα έντονη. Κάθε απόσπασμα το παρουσιάζω σε τρεις διαφορετικές Εικόνες. Στην πρώτη Εικόνα βλέπουμε τόσο το απόσπασμα του Θέωνα όσο και όλο το υλικό με το οποίο αυτό συνυπάρχει στο συγκεκριμένο περιθώριο της *Μεγίστης*. Αφαιρώντας από την πρώτη Εικόνα όλο το 'ξένο' υλικό, προκύπτει η δεύτερη Εικόνα, στην οποία βλέπουμε πλέον μόνο το απόσπασμα του Θέωνα, στο οποίο υπάρχει τόσο το κείμενο όσο και τα εκάστοτε διαγράμματα. Αφαιρώντας και τα διαγράμματα του Θέωνα προκύπτει η τρίτη Εικόνα στην οποία βλέπουμε την τελική μορφή που έχει πάρει η στήλη του κειμένου. Η προσαρμογή του κειμένου τόσο στο 'ξένο' υλικό όσο και στα διαγράμματα του Θέωνα, επιφέρει διακυμάνσεις στο εύρος της στήλης του, με αποτέλεσμα το κείμενο να παρουσιάζεται ενίοτε με ιδιαίτερα ακανόνιστη μορφή.



Εικ. 11 Απόσπασμα από το κεφ. 12 των σχολίων του Θέωνα (*Vat. gr.* 198, f. 210r, δεξιό περιθώριο)

Το ‘ξένο’ υλικό που υπάρχει στην πρώτη Εικόνα είναι: η αρίθμηση του folio του χειρογράφου (δηλαδή, ο αριθμός 210 επάνω δεξιά, ο οποίος, όμως, δεν παίζει κανένα ρόλο στη διαμόρφωση του κειμένου), το δεύτερο διάγραμμα, τρία άλλα σχόλια και η αρίθμηση του κεφαλαίου 13 της *Μεγίστης*. Στην πρώτη Εικόνα παρατηρούμε ότι το κείμενο, κατά την πορεία του στο περιθώριο, άλλοτε εμφανίζεται ως η μοναδική στήλη και άλλοτε ως η δεύτερη στήλη που υπάρχει στο περιθώριο. Στη δεύτερη Εικόνα, παρατηρούμε ότι και τα διαγράμματα του Θέωνα επηρεάζουν τη διαμόρφωση του κειμένου. Στην τρίτη Εικόνα βλέπουμε μόνο το κείμενο, διαμορφωμένο τελικά όπως επιτάσσει η προσαρμογή του είτε στο ‘ξένο’ υλικό που προϋπήρχε στον κώδικα είτε στα ίδια τα διαγράμματα του Θέωνα.



Εικ. 12 Απόσπασμα από το κεφ. 14 των σχολίων του Θέωνα (*Vat. gr.* 198, f. 211v, αριστερό περιθώριο)

Το ‘ξένο’ υλικό που υπάρχει στην πρώτη Εικόνα είναι έξι άλλα σχόλια και η αρίθμηση του κεφαλαίου 14 της *Μεγίστης*. Το κείμενο, κατά την πορεία του στο περιθώριο, άλλοτε εμφανίζεται ως η μοναδική στήλη, άλλοτε ως η δεύτερη και άλλοτε ως η τρίτη στήλη που υπάρχει στο περιθώριο. Παρατηρούμε επίσης ότι ο γραφέας χρησιμοποιεί μία γραμμή για να διαχωρίσει το κείμενο του Θέωνα από το ήδη υπάρχον κείμενο των άλλων σχολίων. Στη μεσαία Εικόνα παρατηρούμε ότι το κείμενο προσαρμόζεται ανάλογα με το διάγραμμα του Θέωνα. Στην τρίτη Εικόνα βλέπουμε μόνο το κείμενο, όπως έχει τελικά διαμορφωθεί.

Συγκρίνοντας την τελική μορφή του κειμένου με την τελική μορφή του κειμένου του προηγούμενου αποσπάσματος που εξετάσαμε, παρατηρούμε ότι τώρα το κείμενο παρουσιάζεται με πιο εύτακτο τρόπο.

Κεφάλαιο 5

Το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*

5.1 Εισαγωγή

Το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου του Θέωνα αντιστοιχεί *grosso modo* στο περιεχόμενο του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης*. Και αυτό διότι α) υπάρχουν κομμάτια του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης* τα οποία ο Θέων είτε δεν σχολιάζει είτε απλώς τα περιγράφει πολύ συνοπτικά και β) ο Θέων κάνει ορισμένες παρεκβάσεις στις οποίες εξετάζει θέματα που σχετίζονται με το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης*, αλλά δεν τα εξετάζει ο Πτολεμαίος. Έχοντας πλήρη επίγνωση των πρακτικών δυσκολιών με τις οποίες έρχεται αντιμέτωπος ο μελετητής ενός σχολιαστικού έργου για το οποίο δεν υπάρχει κριτική έκδοση, θεώρησα σκόπιμο να παρουσιάσω ορισμένα στοιχεία για το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου του Θέωνα, πιστεύοντας ότι θα μπορούσαν να φανούν χρήσιμα στον αναγνώστη που θα ήθελε να μελετήσει το συγκεκριμένο βιβλίο.[1]

Η παρουσίαση των στοιχείων για το 5ο βιβλίο του Θέωνα γίνεται σε συνδυασμό με τα αντίστοιχα στοιχεία του 5ου βιβλίου της *Μεγίστης* και για κάθε κεφάλαιο χωριστά. Τα στοιχεία των κεφαλαίων αποτυπώνονται σει σάριθμους Πίνακες, ενώ οι παρατηρήσεις για ορισμένα στοιχεία που παρουσιάζονται στους Πίνακες γίνονται σε υποσημειώσεις. Σε ορισμένους Πίνακες, στην τρίτη γραμμή γράφεται ο τίτλος του κεφαλαίου της *Μεγίστης* και στην τέταρτη ο τίτλος του κεφαλαίου του Θέωνα. Αυτό γίνεται μόνο στις περιπτώσεις που οι τίτλοι διαφέρουν. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις γράφεται στην τρίτη γραμμή ο κοινός τίτλος του κεφαλαίου. Η απουσία ενός τίτλου δηλώνεται με παύλα (—). Στο δεύτερο μέρος κάθε Πίνακα παρουσιάζεται η αντιστοιχία ανάμεσα στις κειμενικές ενότητες της *Μεγίστης* και σε αυτές των *Σχολίων* του Θέωνα. Σε όλους τους Πίνακες, στην πρώτη στήλη γράφεται η αρίθμηση της ενότητας, στη δεύτερη η ενότητα της *Μεγίστης* (από την έκδοση του Heiberg) και στην τρίτη η ενότητα που περιέχει τα αντίστοιχα σχόλια του Θέωνα. Οι κειμενικές ενότητες του Θέωνα προέρχονται είτε από την έκδοση που παρουσιάζω στη διατριβή μου (Παρούσα έκδοση) είτε από την έκδοση της Βασιλείας. Στις στήλες που ακολουθούν γράφεται το μέρος στο οποίο βρίσκεται η αντίστοιχη κειμενική ενότητα του Θέωνα στους κώδικες *Vaticanus gr*. 198 και *Norimb. Cent*. V, app. 8. Η απουσία μιας κειμενικής ενότητας δηλώνεται επίσης με παύλα (—). Με τον τρόπο αυτό

[1] Όπως συμβαίνει με όλα τα βιβλία των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη*, για τα οποία δεν έχει γίνει κριτική έκδοση, έτσι και για το 5ο βιβλίο ο μελετητής αντιμετωπίζει ορισμένες πρακτικές δυσκολίες, μία από τις οποίες είναι να βρεθεί η αντιστοιχία ανάμεσα στις κειμενικές ενότητες της *Μεγίστης* και σε αυτές των σχολίων του Θέωνα.

μπορεί ο αναγνώστης να διακρίνει α) ποιες ενότητες της *Μεγίστης* δεν σχολιάζει ο Θέων και β) ποιες ενότητες αντιπροσωπεύουν τις παρεκβάσεις του Θέωνα.[2]

Ως προς το περιεχόμενο, τα κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα μπορούμε να τα κατατάξουμε σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν τα κεφάλαια στα οποία ο Θέων σχολιάζει όλο το περιεχόμενο των αντίστοιχων κεφαλαίων της *Μεγίστης* και στη δεύτερη τα κεφάλαια στα οποία ο Θέων σχολιάζει μόνο ένα στοιχείο από το περιεχόμενο των αντίστοιχων κεφαλαίων της *Μεγίστης*. Έτσι, στην πρώτη κατηγορία ανήκουν όλα τα κεφάλαια πλην των κεφαλαίων 15 και 16, τα οποία ανήκουν στη δεύτερη κατηγορία. Τα κεφάλαια που ανήκουν στην πρώτη κατηγορία μπορούμε να τα κατατάξουμε σε δύο υποκατηγορίες, ανάλογα με την έκταση των σχολίων του Θέωνα. Στην πρώτη υποκατηγορία ανήκουν τα κεφάλαια στα οποία ο Θέων σχολιάζει εκτενώς τα αντίστοιχα κεφάλαια της *Μεγίστης* και στη δεύτερη τα κεφάλαια στα οποία απλώς συνοψίζει το αντίστοιχο περιεχόμενο. Έτσι, στην πρώτη υποκατηγορία ανήκουν όλα τα κεφάλαια πλην των κεφαλαίων 4 και 6, τα οποία ανήκουν στη δεύτερη υποκατηγορία. Για τα κεφάλαια στα οποία ο Θέων σχολιάζει εκτενώς τα αντίστοιχα κεφάλαια της *Μεγίστης* παρατηρούμε ότι ο Θέων α) σε ορισμένα από αυτά σχολιάζει αναλυτικά όλες τις ενότητες της *Μεγίστης*, ενώ σε άλλα κάποιες ενότητες απλώς τις περιγράφει συνοπτικά[3] και β) σε ορισμένα κάνει επιπλέον και κάποιες παρεκβάσεις.

Μετά από κάθε Πίνακα περιγράφω το γενικό περιεχόμενο του αντίστοιχου κεφαλαίου. Στις περιπτώσεις που υπάρχουν παρεκβάσεις του Θέωνα περιγράφω και το περιεχόμενο των αντίστοιχων ενοτήτων. Σε κάθε περίπτωση η περιγραφή μου είναι πολύ συνοπτική. Θεωρώ ότι αυτή η περιγραφή αρκεί προκειμένου ο αναγνώστης να πάρει μια ιδέα για όλο το περιεχόμενο του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Άλλωστε, κύριος σκοπός μου είναι να παρουσιάσω ορισμένα στοιχεία που θα μπορούσαν να χρησιμεύσουν ως οδηγός για τη μελέτη του 5ου βιβλίου του Θέωνα είτε από την έκδοση της Βασιλείας και από την έκδοση που παρουσιάζω είτε από τους κώδικες *Vaticanus gr.* 198 και *Norimb. Cent.* V, app. 8.[4] Η εξέταση του 5ου βιβλίου του Θέωνα ως προς το περιεχόμενο γίνεται σε δύο Ενότητες. Στην πρώτη Ενότητα θα παρουσιάσουμε με τη βοήθεια των Πινάκων το περιεχόμενο κάθε κεφαλαίου και θα συζητήσουμε ορισμένα στοιχεία του αντίστοιχου κεφαλαίου. Στη δεύτερη Ενότητα θα κάνουμε ορισμένα σχόλια για τα κεφάλαια 1, 4 και 19 με αφορμή τις δηλώσεις που έκανε η Tihon (1987) για τα κεφάλαια αυτά.

---

[2] Μπορεί επίσης ο αναγνώστης να διακρίνει ποιες ενότητες του Θέωνα λείπουν από την εκάστοτε πηγή.

[3] Τις ενότητες του Θέωνα που αποτελούν σύνοψη των αντίστοιχων ενοτήτων της *Μεγίστης* τις επισημαίνω όταν περιγράφω το περιεχόμενο του κεφαλαίου στο οποίο ανήκουν οι εν λόγω ενότητες.

[4] Η έκδοση της Βασιλείας είναι προσβάσιμη στο διαδίκτυο στη διεύθυνση http://fondosdigitales.us.es/fondos/libros/1307/10/kl-ptolemaioy-megales-syntaxeos-bibl-i-g-theonos-alexandreos-eis-ta-auta-ypomnematon-bibl-i-a-claudii-ptolemaei-magnae-constructionis-lib-xiii-theonis-alexandrini-in-eosdem-commentariorum-lib-xi/

5.2 Η παρουσίαση του περιεχομένου του 5ου βιβλίου του Θέωνα

Κεφάλαιο 1			
Τίτλος κεφαλαίου			
Μεγίστη	Περὶ κατασκευῆς ἀστρολάβου ὀργάνου		
Σχόλια Θέωνα	—		
Ενότητες κεφαλαίου[5]			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vat. gr.* 198
1	H1.351.12-353.10	στίχοι 2-45	f. 200v
2	H1.353.11-354.17	στίχοι 46-95	f. 201r

Στο πρώτο κεφάλαιο εξετάζεται η κατασκευή και η χρήση του αστρολάβου οργάνου. Πρόκειται για ένα αστρονομικό όργανο το οποίο κατασκεύασε ο Πτολεμαίος με σκοπό την άμεση μέτρηση των εκλειπτικών συντεταγμένων ενός ουράνιου σώματος.[6]

Κεφάλαιο 2					
Τίτλος κεφαλαίου					
Μεγίστη	Περὶ τῆς πρὸς τὴν διπλῆν ἀνωμαλίαν τῆς σελήνης ὑποθέσεως				
Σχόλια Θέωνα	περὶ τῆς ὑποθέσεως τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma\prime}$ ἀνωμαλίας τῆς σελήνης[7]				
Ενότητες κεφαλαίου					
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα			
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	Έκδοση Βασιλείας	*Vat. gr.* 198	*Norimb. Cent.* V, app. 8
1	H1.354.20-356.2	στίχοι 2-68	—	f. 421v	—
2	H1.356.2-357.20	—	B.237.2-49	f. 422r	f. 115v-116r
3	H1.357.21-359.18	—	B.237.49-238.35	f. 422r	f. 116r
4	H1.359.19-360.10	—	B.238.35-44	f. 422r-v	f. 116v
5	—	—	B.238.44-239.28	f. 422v	f. 116v
6	—	—	B.239.28-240.11	f. 422v	f. 116v
7	H1.360.11-361.8	—	B.240.11-49	f.422v-423r	f. 116v- 117r

[5] Στο κεφάλαιο 1 της *Μεγίστης* υπάρχει και μία αρχική ενότητα (H1.350.14-351.11) για την οποία όμως δεν διασώζονται τα σχόλια του Θέωνα. Η συγκεκριμένη ενότητα της *Μεγίστης* περιλαμβάνει την εισαγωγή του Πτολεμαίου.

[6] Το αστρολάβον όργανο δεν έχει καμία σχέση με τον επίπεδο αστρολάβο. Είναι ένα είδος κρικωτής σφαίρας και αποτελείται από επτά αλληλοσυνδεόμενους βαθμολογημένους κρίκους, οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τους βασικούς κύκλους της ουράνιας σφαίρας. Την περιγραφή του αστρολάβου οργάνου μπορεί ο αναγνώστης να την βρει και στα σχόλια του Πάππου στο κεφάλαιο 1 της *Μεγίστης* (RI.4.4-16.19), καθώς και στο σχετικό άρθρο του Rome (1927, 77-90). Επίσης ο Πρόκλος, στο έργο του *Ὑποτύπωσις τῶν ἀστρονομικῶν ὑποθέσεων* (έκδ. Manitius 1909, 6.1.1-6.25.6) περιγράφει λεπτομερώς την κατασκευή και τη χρήση του αστρολάβου οργάνου. Σύμφωνα όμως με τον Rome (ό.π., 84), ο Πρόκλος ή κάνει κάποιο λάθος ή, αν δεν κάνει λάθος, παρουσιάζει ένα αστρολάβον όργανο που φαίνεται πολύ διαφορετικό από αυτό που περιγράφει ο Πάππος.

Στο δεύτερο κεφάλαιο ο Πτολεμαίος παρουσιάζει το μοντέλο με το οποίο εξηγείται η δεύτερη ανωμαλία της σελήνης και δείχνει ότι κατά τις συζυγίες το νέο μοντέλο είναι ισοδύναμο με το μοντέλο για την πρώτη ανωμαλία της σελήνης. Ο Θέων εξετάζει διεξοδικά όλες τις ενότητες της *Μεγίστης* κάνοντας πολλές επεξηγήσεις προκειμένου να παρουσιάσει με περισσότερη σαφήνεια το νέο μοντέλο της σελήνης και παράλληλα να στηρίξει τις επιλογές του Πτολεμαίου και να καταλήξει ότι με το νέο μοντέλο της σελήνης επιτυγχάνεται η *συμφωνία με τα φαινόμενα* (καί ἔστιν ἡ τοιαύτη ὑπόθεσις σύμφωνος τοῖς ἐκ τῶν τηρήσεων κατειλημμένοις[8]). Στις ενότητες 5 και 6 ο Θέων αποδεικνύει δύο ισχυρισμούς που διατυπώνει ο Πτολεμαίος στην ενότητα 4. Πρόκειται, αντίστοιχα, για τον ισχυρισμό ότι όσο ο επίκυκλος της σελήνης πλησιάζει προς το περίγειο του εκκέντρου τόσο αυξάνει η προσθαφαίρεση (H1.360.5-7) και ότι τα τόξα ΔΒ και ΔΗ (διάγραμμα H1.358) είναι ανόμοια (H1.359.20-21).

Κεφάλαιο 3				
Τίτλος κεφαλαίου				
Μεγίστη	Περὶ τῆς πηλικότητος τῆς παρὰ τὸν ἥλιον ἀνωμαλίας τῆς σελήνης			
Σχόλια Θέωνα	περὶ τῆς πηλικότητος τῆς παρὰ τὸν ἥλιον $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma'}$ ἀνωμαλίας τῆς σελήνης[9]			
Ενότητες κεφαλαίου				
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα		
	Έκδοση Heiberg	Έκδοση Βασιλείας	*Vat. gr.* 198	*Norimb. Cent.* V, app. 8
1	H1. 361.11-362.6	B.241.3-25	f. 423r	f. 117r
2	H1. 362.7-19	B.241.25-31	f. 423r	f.117v
3	—	B.241.31-37	f. 423r	f.117v
4	H1.362.19-363.12	B.241.37-49	f. 423r	f.117v
5	H1.363.13-365.9	B.241.49-242.3	f. 423r	f.117v

Στο τρίτο κεφάλαιο ο Πτολεμαίος αποδεικνύει ότι σύμφωνα με το μοντέλο για τη διπλή ανωμαλία της σελήνης η μεγαλύτερη προσθαφαίρεση, δηλαδή η διαφορά ανάμεσα στην ακριβή και την ομαλή θέση της σελήνης (τὸ πλεῖστον παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διάφορον) είναι περίπου 7 ⅔^{o} και αυτό συμβαίνει όταν ο επίκυκλος της σελήνης βρίσκεται στο περίγειο του εκκέντρου. Τις ενότητες 1-4 ο Θέων τις εξετάζει αναλυτικά. Στην ενότητα 3 αποδεικνύει πώς προκύπτει η τιμή 1½$^{\omega\rho}$ που αναφέρει ο Πτολεμαίος στην ενότητα 2 (H1.362.17). Την εκτενή ενότητα 5 της *Μεγίστης* ο Θέων την συνοψίζει σε ελάχιστες γραμμές επισημαίνοντας ότι με την εξέταση που κάνει ο Πτολεμαίος επιβεβαιώνει ακόμα περισσότερο την ορθότητα των τιμών που βρήκε για

[7] Ο τίτλος του κεφαλαίου 2 δεν υπάρχει ούτε στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 ούτε στην έκδοση της Βασιλείας.

[8] Αυτή είναι η τελευταία φράση του κεφαλαίου 2 του Θέωνα. Στην έκδοση της Βασιλείας (B.240.48-49) και στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 (f. 117r) δεν υπάρχει το ρήμα ἔστιν. Στη θέση του υπάρχει ένα μικρό κενό.

[9] Στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 (f. 117r) και στην έκδοση της Βασιλείας (B.241), ο τίτλος του κεφαλαίου 3 του Θέωνα είναι ίδιος με τον τίτλο του κεφαλαίου της *Μεγίστης*.

την προσθαφαίρεση της σελήνης (ἔτι μᾶλλον πιστοῦται βεβαιοτέραν ὑπάρχειν τὴν κατάληψιν...) (B.242.1-3).

Κεφάλαιο 4				
Τίτλος κεφαλαίου[10]				
Μεγίστη	Περὶ τοῦ λόγου τῆς ἐκκεντρότητος τοῦ σεληνιακοῦ κύκλου			
Σχόλια Θέωνα	—			
Ενότητες κεφαλαίου				
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα		
	Έκδοση Heiberg	Έκδοση Βασιλείας	*Vat. gr.* 198	*Norimb. Cent.* V, app. 8
1	H1. 365.12-19	B.242.3-6	f. 423r	f. 117v
2	H1.365.20-366.25			

Στο τέταρτο κεφάλαιο ο Πτολεμαίος αποδεικνύει ότι ο λόγος της ακτίνας του εκκέντρου της σελήνης προς τη διάκεντρο εκλειπτικής-εκκέντρου είναι 49^{τ} 41΄/ 10^{τ} 19΄. Στην ενότητα 1 ο Πτολεμαίος εκθέτει το διάγραμμα που χρησιμοποιεί στην απόδειξη που κάνει στην ενότητα 2. Ο Θέων απλώς συνοψίζει σε ελάχιστες γραμμές τα αποτελέσματα που βρίσκει ο Πτολεμαίος.

Κεφάλαιο 5					
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ τῆς προσνεύσεως τοῦ τῆς σελήνης ἐπικύκλου					
Ενότητες κεφαλαίου					
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα			
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	Έκδοση Βασιλείας	*Vat. gr.* 198	*Norimb.Cent.* V, app. 8
1	H1.367.3-11	—	B.242.9-16	f. 423v	f. 117v
2	H1.367.12-368.13	—	B.242.16-29	f. 423v	f. 117v-118r
3	H1.368.13-19	—	B.242.29-50[11]	f. 423v	f. 118r

[10] Τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο 4 της *Μεγίστης* δεν αποτελούν ξεχωριστό κεφάλαιο. Γράφονται αμέσως μετά το τέλος του κεφαλαίου 3 και κάτω από τον τίτλο του κεφαλαίου 3.

[11] Από την ενότητα αυτή του Θέωνα το χωρίο B.242.38-50 παρουσιάζει από ιστορική σκοπιά ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Διότι στο χωρίο αυτό ο Θέων εξηγεί τι οδήγησε τον Πτολεμαίο στην επινόηση της *προσνεύσεως* του επικύκλου και αυτό, όπως φαίνεται, ενδιέφερε ιδιαίτερα τους μελετητές της *Μεγίστης* ήδη από την Ύστερη Αρχαιότητα. Το χωρίο αρχίζει με τη φράση «κατηνέχθη δὲ εἰς τὴν τοιαύτην κατάληψιν τῆς τοῦ ἐπικύκλου προσνεύσεως ἐκ τῶν τοιούτων» και τελειώνει με τη φράση «ἦλθεν εἰς ἐπίνοιαν τῆς εἰρημένης τοῦ ἐπικύκλου προσνεύσεως». Το ενδιαφέρον των μελετητών της *Μεγίστης* για το συγκεκριμένο θέμα προκύπτει από το γεγονός ότι το χωρίο αυτό το συναντάμε ως παρασελίδιο σχόλιο στο κεφάλαιο 5 της *Μεγίστης* σε αρκετούς κώδικες, όπως, για παράδειγμα, στους κώδικες *Vaticanus gr.* 1594 (f. 101v, αριστερό περιθώριο), *Vaticanus gr.* 180 (f. 105v, επάνω περιθώριο), *Marcianus gr.* 313 (f. 147v, κάτω περιθώριο) και *Marcianus gr.* 310 (f. 62v, αριστερό περιθώριο). Περιλαμβάνεται επίσης και στη συλλογή των σχολίων που αντιγράφει ο κώδικας *Vaticanus gr.* 184 (f. 56v) από τον κώδικα *Vaticanus gr.* 1594. Αξίζει επίσης να σημειώσουμε ότι το συγκεκριμένο χωρίο, παρά το γεγονός ότι είναι γραμμένο ήδη στο f. 423v του κώδικα *Vaticanus gr.* 198, γράφεται επιπλέον και ως παρασελίδιο σχόλιο στο κεφάλαιο 5 της *Μεγίστης* (f. 203v).

4	—	—	B.242.50-243.40	f. 423v	f. 118r
5	H1.368.19-369.3	—	B.243.40-244.4	f. 423v-424r	f. 118r
6	—	—	B.244.5-47	f. 424r	f. 118r
7	H1.369.3-371.19	στίχοι 2-51	—	f. 424r	—
8	H1.371.19-374.13	στίχοι 52-106	—	f. 424r-v	—
9	H1.374.14-380.5	στίχοι 107-110	—	f. 424v	—

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος τροποποιεί το μοντέλο που είχε παρουσιάσει (στο κεφάλαιο 2) για τη δεύτερη ανωμαλία της σελήνης και το οποίο, για ορισμένες θέσεις της σελήνης, δεν εξηγεί τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στην παρατηρούμενη θέση και σε αυτήν που υπολογίζεται θεωρητικά βάσει αυτού του μοντέλου. Το νέο στοιχείο που εισάγει στο μοντέλο ο Πτολεμαίος είναι η *πρόσνευσις* του επικύκλου. Θεωρεί δηλαδή ότι η διάμετρος του επικύκλου που περνά από το μέσο απόγειό του *προσνεύει* όχι προς το κέντρο της εκλειπτικής, αλλά προς ένα άλλο σημείο. Το σημείο αυτό απέχει από το κέντρο της εκλειπτικής περίπου όσο απέχει και το κέντρο του εκκέντρου, αλλά βρίσκεται στην αντίθετη κατεύθυνση. Ο Θέων με τη σειρά του σχολιάζει πολύ αναλυτικά τις περισσότερες ενότητες της *Μεγίστης*, με ιδιαίτερη εξαίρεση την τελευταία αρκετά εκτενή ενότητα (9), την οποία συνοψίζει σε τέσσερεις στίχους.[12] Αυτό το οποίο τονίζει ιδιαίτερα ο Θέων είναι το γεγονός ότι με το νέο στοιχείο (*πρόσνευσις* του επικύκλου) που εισάγει ο Πτολεμαίος στο μοντέλο της σελήνης, επιτυγχάνεται η *συμφωνία με τα φαινόμενα* για όλες τις θέσεις της σελήνης. Αφιερώνει μάλιστα για το θέμα αυτό και μια ξεχωριστή ενότητα (την ενότητα 4). Στην ενότητα 6 ο Θέων αποδεικνύει την ορθότητα ενός ισχυρισμού που απλώς διατυπώνει ο Πτολεμαίος στην ενότητα 5 (H1.369.1-3).

Κεφάλαιο 6	
Τίτλος κεφαλαίου	
Μεγίστη	Πῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἀπὸ τῶν περιοδικῶν κινήσεων ἡ ἀκριβὴς τῆς σελήνης πάροδος λαμβάνεται
Σχόλια Θέωνα	πῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἀπὸ τῶν ὁμαλῶν κινήσεων ἡ ἀκριβὴς τῆς σελήνης πάροδος καταλαμβάνεται[13]
Ενότητες κεφαλαίου	

[12] Στην ενότητα 9 ο Πτολεμαίος εξετάζει το ίδιο θέμα που είχε εξετάσει στις ενότητες 7 και 8 με τη μόνη διαφορά ότι εκεί η κίνηση του επικύκλου γινόταν εἰς τὰ ἑπόμενα, ενώ τώρα γίνεται ἐπὶ τὰ προηγούμενα. Ο τρόπος εξέτασης είναι ακριβώς ο ίδιος και η λογική της απόδειξης που κάνει ο Πτολεμαίος είναι από μαθηματική σκοπιά ακριβώς η ίδια. Τον πανομοιότυπο τρόπο της εξέτασης του Πτολεμαίου τον διαπιστώνουμε αμέσως αν συγκρίνουμε το εδάφιο H1.375.22-379.17 με το εδάφιο 370.3-374.13. Για το λόγο αυτό ο Θέων θεωρεί, όπως φαίνεται, περιττό να σχολιάσει αναλυτικά τη συγκεκριμένη ενότητα της *Μεγίστης*.

[13] Ο τίτλος, όπως παρουσιάζεται στο χειρόγραφο, είναι: πῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἀπὸ τῶν ὁμαλῶν κινήσεων ~~τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας~~ ἡ ἀκριβὴς τῆς σελήνης πάροδος καταλαμβάνεται. Ο γραφέας, εκτός του ότι έχει διαγράψει μία φράση, έχει γράψει πάνω από τη λέξη ὁμαλῶν τη λέξη περιοδικῶν.

	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.380.9-17	στίχοι 3-7	f. 205r
2	H1.380.17-383.11	στίχοι 7-21	f. 205r

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος δείχνει, μέσω ενός παραδείγματος, τη γεωμετρική μέθοδο με την οποία μπορούμε, όταν δίδονται η μέση αποχή και η μέση ανωμαλία της σελήνης, να βρούμε την ακριβή της θέση. Ο Θέων σχολιάζει πολύ συνοπτικά και τις δύο ενότητες της *Μεγίστης*.

Κεφάλαιο 7			
Τίτλος κεφαλαίου: Κανόνος πραγματεία τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.383.14-384.16	στίχοι 2- 42	f. 205r-v
2	—	στίχοι 42-82	f. 205v
3	H1.384.16-385.7	στίχοι 83-107	f. 205v-206r
4	H1.385.8-388.10	στίχοι 108-138	f. 206r
5	H1.388.11-389.8	στίχοι 139-150	f. 206r

Στο έβδομο κεφάλαιο ο Πτολεμαίος εξηγεί πώς κατασκευάζει το κανόνιο της καθόλου σεληνιακής ανωμαλίας. Παρουσιάζει, δηλαδή, μέσω ενός παραδείγματος, τη μέθοδο με την οποία υπολογίζονται οι τιμές που περιέχονται στο κανόνιο. Ο Θέων, αφού πρώτα σχολιάσει αναλυτικά την ενότητα 1, αφιερώνει μια ξεχωριστή ενότητα (2) στην οποία εξηγεί με τη βοήθεια διαγράμματος πότε η προσθαφαίρεση ανωμαλίας της σελήνης πρέπει να προστίθεται στον αριθμό της ανωμαλίας και πότε πρέπει να αφαιρείται από αυτόν. Τις ενότητες 4 και 5 τις εξετάζει συνοπτικά.

Κεφάλαιο 9			
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ τῆς καθόλου σεληνιακῆς ψηφοφορίας			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.392.2-7	στίχοι 2-19	f. 206v
1	H1.392.7-14	στίχοι 20-48	f. 206v
3	H1.392.14-18	στίχοι 48-57	f. 206v
4	H1.392.18-393.2	στίχοι 57-72	f. 206v
5	H1.393.2-9	στίχοι 72-92	f. 206v
6	H1.393.9-20	στίχοι 93-117	f. 207r
7	—	στίχοι 118-186	f. 207r
8	—	στίχοι 187-227	f. 207r-v
9	—	στίχοι 231-305[14]	f. 207v-208r
10	—	στίχοι 306-345	f. 208r

[14] Η ενότητα 9 του Θέωνα φέρει ξεχωριστό τίτλο: πῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἡ κατὰ τὸν ἐκτεθειμένον χρόνον τῆς σελήνης ἐποχὴ σύμφωνος τῇ διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως καταλαμβάνεται.

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος περιγράφει τη διαδικασία με την οποία βρίσκουμε για δεδομένο τόπο και χρόνο την ακριβή θέση της σελήνης, χρησιμοποιώντας το κανόνιο της καθόλου σεληνιακής ανωμαλίας (H1.390-391). Δεν παρουσιάζει όμως συγκεκριμένο παράδειγμα σεληνιακής ψηφοφορίας, όπως ονομάζεται η διαδικασία που περιγράφει. Αυτό το κάνει ο Θέων, ο οποίος, αφού πρώτα σχολιάσει αναλυτικά τις ενότητες 1-6 της *Μεγίστης*, παρουσιάζει παράδειγμα σεληνιακής ψηφοφορίας για συγκεκριμένο τόπο (Αλεξάνδρεια) και χρόνο (5 Ιανουαρίου του 323 μ.Χ., 2½ ώρες προ μεσημβρίας). Στην ενότητα 7 ο Θέων εκθέτει το παράδειγμα της σεληνιακής ψηφοφορίας (χρησιμοποιώντας τα κανόνια της *Μεγίστης*) και απεικονίζει σε πίνακα τις τιμές που εμπλέκονται στο παράδειγμα. Στην ενότητα 8 δείχνει πώς προκύπτουν γεωμετρικά οι τιμές μήκους, ανωμαλίας, αποχής και πλάτους της σελήνης, τις οποίες χρησιμοποίησε στο παράδειγμα της σεληνιακής ψηφοφορίας. Στην ενότητα 9 ο Θέων βρίσκει με τη μέθοδο του *ἐπιλογισμοῦ διὰ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων* την ακριβή θέση της σελήνης προκειμένου να αποδείξει ότι η τιμή που βρίσκεται με τη μέθοδο αυτή δεν διαφέρει αισθητά από την τιμή που βρίσκεται με χρήση των κανονίων.[15] Στην ενότητα 10 κάνει τη *συμφωνία* με τους *Πρόχειρους Κανόνες*. Δηλαδή, επαναλαμβάνει τη διαδικασία της σεληνιακής ψηφοφορίας χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά τα κανόνια των *Πρόχειρων Κανόνων* του Πτολεμαίου, προκειμένου να δείξει ότι οι τιμές που προκύπτουν δεν διαφέρουν αισθητά από αυτές που προέκυψαν με χρήση των κανονίων της *Μεγίστης*. Και στην περίπτωση αυτή απεικονίζει σε πίνακα τις τιμές που εμπλέκονται στο παράδειγμα.

Κεφάλαιο 10			
Τίτλος κεφαλαίου			
Μεγίστη	ὅτι μηδὲν ἀξιόλογον γίνεται διάφορον ἐν ταῖς συζυγίαις παρὰ τὸν ἔκκεντρον τῆς σελήνης κύκλον		
Σχόλια Θέωνα	ὅτι μηδὲν ἀξιόλογον γίνεται διάφορον ἐν ταῖς συζυγίαις παρὰ τὸν ἔκκεντρον		
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.394.4-395.8	στίχοι 3-62	f. 208r-v
2	H1.395.9-398.4	στίχοι 63-147	f. 208v-209r
3	H1.398.5-400.23	στίχοι 147-209	f. 209r
4	—	στίχοι 209-222	f. 209r

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος αποδεικνύει ότι κατά τις συζυγίες δεν υπάρχει αισθητή διαφορά ανάμεσα στις τιμές που προκύπτουν από παρατηρήσεις και σε αυτές που προκύπτουν θεωρητικά από το νέο μοντέλο της σελήνης. Ο Θέων σχολιάζει

[15] Στην ενότητα 6 (στ. 112-117) ο Θέων είχε υποσχεθεί πως θα αποδείξει αργότερα ότι οι τιμές που προκύπτουν με τη χρήση του κανονίου (διά τῶν ἀριθμῶν τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως) δεν διαφέρουν αισθητά από αυτές που προκύπτουν γεωμετρικά (διὰ τῶν γραμμῶν ἐπιλογιζομένων).

αρκετά διεξοδικά την εξέταση του Πτολεμαίου για να καταλήξει και αυτός ότι πράγματι επιτυγχάνεται η *συμφωνία με τα φαινόμενα* (στ. 208-209). Στην τελευταία ενότητα (4) ο Θέων δείχνει πώς προκύπτει μία τιμή που είχε χρησιμοποιήσει ο ίδιος στην ενότητα 3 και για την οποία είχε δηλώσει (στ. 199-200) ότι θα έδειχνε αργότερα πώς προκύπτει.

Κεφάλαιο 11			
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ τῶν τῆς σελήνης παραλλάξεων			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.401.2-402.8	στίχοι 2-35	f. 209r
2	H1.402.8-24	στίχοι 36-56	f. 209r-v
3	—	στίχοι 56-82	f. 209v

Το κεφάλαιο 11 περιλαμβάνει την εισαγωγική συζήτηση που κάνει ο Πτολεμαίος για το θέμα των παραλλάξεων της σελήνης. Ο Θέων, ο οποίος σε όλο το έργο του δίνει ιδιαίτερη έμφαση στο θέμα των παραλλάξεων, αφού σχολιάσει τις ενότητες 1 και 2 της *Μεγίστης*, στην ενότητα 3 δείχνει με τη βοήθεια ενός διαγράμματος τι ακριβώς συμβαίνει με την παράλλαξη της σελήνης.

Κεφάλαιο 12			
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ κατασκευῆς ὀργάνου παραλλακτικοῦ			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.403.2-404.22	στίχοι 2-47	f. 209v
2	H1.404.22-405.9	στίχοι 48-56	f. 209v
3	H1.405.9-17	στίχοι 56-63	f. 209v
4	H1.405.18-406.4	στίχοι 63-76	f. 209v
5	H1.406.4-23	στίχοι 76-91	f. 209v-210r
6	H1.406.24-407.20	στίχοι 92-99	f. 210r
7	—	στίχοι 100-142	f. 210r
8	—	στίχοι 143-161	f. 210r
9	H1.407.21-408.9[16]	—	—

Στο κεφάλαιο 12 ο Πτολεμαίος περιγράφει την κατασκευή και τη χρήση του παραλλακτικού οργάνου. Πρόκειται για ένα παρατηρησιακό όργανο το οποίο κατασκεύασε ο Πτολεμαίος προκειμένου να μετρά με ακρίβεια την απόσταση της σελήνης από το κατά κορυφήν σημείο (ζενίθ).[17] Αφού ο Θέων σχολιάσει τις ενότητες

[16] Την ενότητα αυτή της *Μεγίστης* ο Θέων την σχολιάζει στην αρχή του κεφαλαίου 13.

[17] Για την περιγραφή του παραλλακτικού οργάνου μπορεί ο αναγνώστης να ανατρέξει και στα σχόλια του Πάππου στο κεφάλαιο 12 της *Μεγίστης* (RI.70.3-75.17). Ο Πρόκλος, στο έργο του *Ὑποτύπωσις τῶν ἀστρονομικῶν ὑποθέσεων*, θεωρεί περιττό να συζητήσει για το παραλλακτικό όργανο, αφού, όπως ο ίδιος δηλώνει, ο Πτολεμαίος εκθέτει με σαφήνεια την κατασκευή και τη χρήση αυτού του οργάνου και επομένως δεν χρειάζονται περαιτέρω εξηγήσεις (έκδ. Manitius 1909, 4.49.3-5). Για την περιγραφή του παραλλακτικού οργάνου

1-6 της *Μεγίστης*, στην ενότητα 7 αποδεικνύει ότι ήταν πρέπουσα η επιλογή του Πτολεμαίου να κάνει την παρατήρηση όταν η σελήνη βρισκόταν στη συγκεκριμένη θέση. Στην ενότητα 8 ο Θέων αποδεικνύει πώς βρίσκεται η τιμή 5° που ανέφερε ο Πτολεμαίος στην ενότητα 6 (H1.407.13) και η οποία εκφράζει το μέγιστο πλάτος της σελήνης.

Κεφάλαιο 13			
Τίτλος κεφαλαίου: Ἀπόδειξις τῶν τῆς σελήνης ἀποστημάτων			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	—	στίχοι 2-14	f. 210r
2	H1.408.11-410.5	στίχοι 14-19	f. 210r
3	—	στίχοι 20-44	f. 210r-v
4	H1.410.6-412.20	στίχοι 45-48	f. 210v
5	H1.412.21-416.8	στίχοι 49-55	f. 210v
6	H1.416.9-16[18]	—	—

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος υπολογίζει τις αποστάσεις της σελήνης από τη γη (κατά τις συζυγίες και τις διχοτόμους), καθώς και την ακτίνα του επικύκλου της σελήνης. Η ενότητα 1 του Θέωνα είναι αυτή που περιλαμβάνει τα σχόλια στην τελευταία ενότητα της *Μεγίστης* του προηγούμενου κεφαλαίου (12) και αποτελεί την εισαγωγή του Θέωνα στο παρόν κεφάλαιο. Αφού συνοψίσει την ενότητα 2 της *Μεγίστης*, ο Θέων (ενότητα 3) αποδεικνύει πώς προκύπτει η τιμή 49° 48΄ που ανέφερε ο Πτολεμαίος στην ενότητα 2 (H1.409.22) και η οποία εκφράζει την απόσταση της σελήνης από το ζενίθ. Τις ενότητες 4 και 5 ο Θέων επίσης τις συνοψίζει σε τέσσερεις και επτά στίχους, αντίστοιχα.

Κεφάλαιο 14	
Τίτλος κεφαλαίου	
Μεγίστη	Περὶ τῆς πηλικότητος τῶν ἐν ταῖς συζυγίαις φαινομένων διαμέτρων ἡλίου καὶ σελήνης καὶ σκιᾶς
Σχόλια Θέωνα	περὶ τῆς πηλικότητος τῶν ἐν ταῖς συζυγίαις φαινομένων ἡλίου καὶ σελήνης σκιᾶς[19]

από μελετητές της σύγχρονης εποχής βλ. ενδεικτικά (Dicks 1954, 80 κ.ε.) και (Price 1957, 589-90).

[18] Την ενότητα αυτή της *Μεγίστης* ο Θέων την σχολιάζει στην αρχή του κεφαλαίου 14. Συμβαίνει δηλαδή και στην περίπτωση αυτή το ίδιο ακριβώς που συνέβη και με την τελευταία ενότητα της *Μεγίστης* στο κεφάλαιο 12. Ο Toomer την ενότητα 6 του κεφαλαίου 13 της *Μεγίστης* την τοποθετεί στην αρχή του κεφαλαίου 14, σύμφωνα, όπως ο ίδιος λέει, με τα αραβικά χειρόγραφα της *Μεγίστης* (Toomer 1998, 251, υποσημ. 50).

[19] Ο τίτλος έτσι όπως παρουσιάζεται στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 δεν βγάζει νόημα. Επομένως, ή ο γραφέας του χειρογράφου παρέλειψε να γράψει τις δύο λέξεις (διαμέτρων, καὶ) ή μπορεί αυτός να ήταν ο τίτλος στο χειρόγραφο από το οποίο αντέγραψε τα σχόλια του Θέωνα και δεν θέλησε να διορθώσει τον τίτλο. Θεωρώ πιθανότερη την πρώτη εκδοχή,

Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	—	στίχοι 3-12[20]	f. 210v
2	H1.416.20-417.1	στίχοι 12-31	f. 210v
3	H1.417.1-3	στίχοι 32-33	f. 210v
4	—	στίχοι 34-50	f. 210v-211r
5	H1.417.3-418.7	στίχοι 50-83	f. 211r
6	H1.418.8-419.12	στίχοι 83-89	f. 211r
7	H1.419.13-421.5	στίχοι 89-97	f. 211r-v
8	—	στίχοι 98-135	f. 211v
9	H1.421.6-14	στίχοι 135-150	f. 211v
10	—	στίχοι 150-221	f. 211v-212v
11	H1.421.14-422.2	στίχοι 222-224	212v
12	—	στίχοι 224-252	212v

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος υπολογίζει τη φαινομένη διάμετρο του ηλίου, της σελήνης και της σκιάς κατά τις συζυγίες. Προκειμένου ο Πτολεμαίος να βρει ακριβέστερες τιμές των διαμέτρων κατασκεύασε τη διόπτρα που είχε επινοήσει ο Ίππαρχος. Ο ίδιος ο Πτολεμαίος δεν περιγράφει πώς κατασκευάζεται η διόπτρα του Ιππάρχου.[21] Αυτό το κάνει ο Θέων στην ενότητα 4.[22] Στην ενότητα 8 ο Θέων αποδεικνύει πώς προκύπτει η τιμή 31⅓΄, η οποία εκφράζει τη διάμετρο της σελήνης και για την οποία ο Πτολεμαίος είχε δηλώσει πως είναι φανερό πώς προκύπτει (H1.421.3-5). Στην ενότητα 10 ο Θέων εξετάζει μία συγκεκριμένη επιλογή που κάνει ο Πτολεμαίος για την απόσταση της σελήνης από την εκλειπτική (H1.420.14-16).

αφού ο γραφέας έχει διορθώσει τον τίτλο του κεφαλαίου 6 (αν βέβαια θεωρήσουμε ότι ο γραφέας διορθώνει τον αρχικό τίτλο και όχι κάποιο δικό του λάθος).

[20] Η ενότητα 1 του Θέωνα περιλαμβάνει τα σχόλια στην τελευταία ενότητα του προηγούμενου κεφαλαίου (13) της *Μεγίστης* και αποτελεί την εισαγωγή του Θέωνα στο παρόν κεφάλαιο (14).

[21] Αρκείται μόνο στη δήλωση «κατασκευάσαντες δὲ καὶ αὐτοὶ τὴν ὑποδεδειγμένην ὑπὸ τοῦ Ἱππάρχου διὰ τοῦ τετραπήχους κανόνος διόπτραν καὶ διὰ ταύτης ποιούμενοι τὰς παρατηρήσεις» (H1.417.1-3).

[22] Για την περιγραφή της διόπτρας μπορεί ο αναγνώστης να ανατρέξει επίσης στα σχόλια του Πάππου στο κεφάλαιο 14 της *Μεγίστης* (RI.90.3-93.10), καθώς και στο έργο του Πρόκλου *Ὑποτύπωσις τῶν ἀστρονομικῶν ὑποθέσεων* (έκδ. Manitius 1909, 4.87-96). Αξίζει στο σημείο αυτό να σημειώσουμε ότι στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, στο αριστερό περιθώριο του f. 211v, κοντά στο σημείο που υπάρχει η δήλωση του Πτολεμαίου «κατασκευάσαντες ...» υπάρχει η σημείωση «ζήτει τὴν κατασκευὴν καὶ τὴν χρῆσιν τῆς διόπτρας ταύτης ἐν τῇ τοῦ πρόκλου ὑποτυπώσει». Η σημείωση αυτή φαίνεται να ήταν γραμμένη στον κώδικα πριν γραφούν τα σχόλια του Θέωνα, διότι το κείμενο του Θέωνα την πλαισιώνει. Σε ένα μικρό κενό που υπάρχει μετά την παραπάνω σημείωση, έχει προστεθεί αργότερα η σημείωση «ἀλλὰ καὶ ἐν τοῖς σχολίοις τοῦ θέωνος ἐν τῷ ἄλλῳ μέρει τοῦ φύλλου· καὶ ἐν τοῖς τοῦ πάππου σχολίοις». Ο γραφέας, έχοντας, όπως φαίνεται, επίγνωση του γεγονότος ότι ο Πτολεμαίος δεν συζητά για την κατασκευή της διόπτρας, παραπέμπει στους σχολιαστές της *Μεγίστης*. Για μεν τα σχόλια του Θέωνα παραπέμπει στο συγκεκριμένο μέρος του κώδικα (f. 211r) όπου είναι γραμμένο το αντίστοιχο κείμενο του Θέωνα. Για τα αντίστοιχα σχόλια του Πάππου δεν προσδιορίζει ακριβώς πού βρίσκονται, θεωρώντας ίσως ότι ο αναγνώστης μπορεί να τα βρει ο ίδιος.

Εξετάζει, δηλαδή, γιατί ο Πτολεμαίος την απόσταση της σελήνης από την εκλειπτική δεν τη θεωρεί επί του μέγιστου κύκλου που είναι κάθετος στην εκλειπτική αλλά επί του μέγιστου κύκλου που είναι κάθετος στον λοξό κύκλο της σελήνης. Αφού πρώτα εξηγήσει για ποιο λόγο ο Πτολεμαίος έκανε τη συγκεκριμένη επιλογή, ο Θέων αποδεικνύει την ορθότητα της εξήγησης που δίνει. Στην ενότητα 10 ο Θέων αποδεικνύει την ορθότητα του ισχυρισμού που διατυπώνει ο Πτολεμαίος στην ενότητα 9 (H1.421.21-422.2).

Κεφάλαιο 15			
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ τοῦ ἡλιακοῦ ἀποστήματος καὶ τῶν συναποδεικνυμένων αὐτῷ			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.422.5-10	—	—
2	H1.422.11-425.8	στίχοι 2-22	212v
3	H1.425.9-16	—	—
4	H1.425.21	—	—

Στο κεφάλαιο 15 ο Πτολεμαίος βρίσκει με γεωμετρικό τρόπο την κατά τις συζυγίες μέση απόσταση του ηλίου και της σελήνης από τη γη, καθώς και τη μέση απόσταση του κέντρου της γης από την κορυφή του κώνου της σκιάς της. Τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο αυτό της *Μεγίστης* περιλαμβάνουν μόνο την απόδειξη μιας γεωμετρικής πρότασης, την οποία χρησιμοποιεί ο Πτολεμαίος και απλώς τη διατυπώνει (H1.424.17).[23]

Κεφάλαιο 16			
Τίτλος κεφαλαίου: περὶ μεγεθῶν ἡλίου καὶ σελήνης καὶ γῆς			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.426.2-4	—	—
2	H1.426.5-427.1	—	—
3	H1.427.2-9	στίχοι 2-14	213r

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος αφού πρώτα βρει τον όγκο του ηλίου και της γης συναρτήσει, όπως θα λέγαμε σήμερα, του όγκου της σελήνης, συμπεραίνει ότι ο όγκος του ηλίου είναι περίπου εκατόν εβδομήντα φορές μεγαλύτερος από τον όγκο της γης. Στη διαδικασία που ακολουθεί ο Πτολεμαίος για την εύρεση των όγκων του ηλίου και της γης, απλώς υπαινίσσεται πώς από το λόγο των διαμέτρων γης-σελήνης και γης-ηλίου προκύπτει η σχέση του όγκου της γης και του ηλίου με τον όγκο της

[23] Ο Θέων αποδεικνύει την πρόταση ότι, με σύγχρονους όρους, «το άθροισμα των βάσεων ενός τραπεζίου είναι διπλάσιο της διαμέσου του». Στα σύγχρονα εγχειρίδια η ίδια πρόταση διατυπώνεται κάπως διαφορετικά: «η διάμεσος ενός τραπεζίου ισούται με το ημιάθροισμα των βάσεων».

σελήνης. Τον Θέωνα, το μόνο που τον ενδιαφέρει να εξετάσει από αυτό το κεφάλαιο είναι πώς ακριβώς προκύπτει η σχέση των όγκων από τη σχέση των διαμέτρων. Αυτό λοιπόν που κάνει είναι να εξηγήσει όλα τα βήματα της αποδεικτικής διαδικασίας τα οποία ο Πτολεμαίος απλώς υπαινίσσεται.[24]

Κεφάλαιο 17			
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ τῶν κατὰ μέρος παραλλάξεων ἡλίου καὶ σελήνης			
Ενότητες κεφαλαίου			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.427.12-18	στίχοι 2-11	f. 213r
2	H1.427.19-429.19	στίχοι 11-48	f. 213r-v
3	H1.429.20-431.14	στίχοι 48- 59	f. 213v
4	H1.431.15-432.14	στίχοι 59-78	f. 213v
5	H1.432.14-435.2	στίχοι 78-94	f. 213v
6	H1.435.3-12	στίχοι 94-98	f. 213v
7	H1.435.13-436.15	στίχοι 98-115	f. 213v
8	H1.436.16-438.20	στίχοι 115-133	f. 213v-214r

[24] Ο Θέων, για να αποδείξει πώς προκύπτει η σχέση των όγκων από τη σχέση των διαμέτρων, χρησιμοποιεί τις προτάσεις XI.33 και XII.18 των *Στοιχείων* του Ευκλείδη, τις οποίες και διατυπώνει (στ. 4-6). Ας σημειώσουμε ότι η απόδειξη για το πώς προκύπτει η σχέση των όγκων ηλίου-γης-σελήνης φαίνεται να ενδιέφερε πολύ τους μελετητές της *Μεγίστης* τόσο κατά την Ύστερη Αρχαιότητα όσο και κατά την Ύστερη Βυζαντινή Περίοδο. Ανάλογη απόδειξη συναντάμε, για παράδειγμα, στον Πρόκλο (*Ὑποτύπωσις τῶν ἀστρονομικῶν ὑποθέσεων* (έκδ. Manitius 1909, 4.102.1-104.5)). Παρατηρούμε δε ότι στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198, στο f. 508r στο οποίο γράφεται η απόδειξη που κάνει ο Πρόκλος, συναντάμε στο κείμενο ένα διακριτικό σημείο (σταυρό) με το οποίο ο γραφέας παραπέμπει σε ένα εκτενές παρασελίδιο σχόλιο που είναι γραμμένο στο περιθώριο του f. 507v. Στο σχόλιο αυτό γίνεται ακόμα λεπτομερέστερα η απόδειξη. Παρατηρούμε επίσης (και πάλι στον κώδικα *Vaticanus gr*. 198) ότι στο ίδιο μέρος στο οποίο γράφεται το κεφάλαιο 16 του Θέωνα (f.213r) είναι γραμμένα στο περιθώριο δεξιά δύο παρασελίδια σχόλια στα οποία παρουσιάζεται το μεγαλύτερο μέρος της απόδειξης για το πώς προκύπτει η σχέση των όγκων ηλίου-γης-σελήνης. Το πρώτο σχόλιο προέρχεται από το 5ο βιβλίο των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη* (πρόκειται για το χωρίο RI.109.5-14). Το δεύτερο σχόλιο είναι (με ορισμένες όμως διαφορές) το χωρίο από τα σχόλια του Θέωνα που περιέχεται στους στίχους 4-11 της παρούσας έκδοσης. Τέλος, παρατηρούμε ότι το δεύτερο αυτό σχόλιο είναι γραμμένο στα περιθώρια του κεφαλαίου 16 της *Μεγίστης* και σε άλλους κώδικες, όπως για παράδειγμα στους *Vaticanus gr*. 1594 (f. 114v, περιθώριο κάτω δεξιά), *Vaticanus gr*.180 (f. 125v, αριστερό περιθώριο), *Marcianus gr*. 313 (f. 165v, επάνω περιθώριο) και *Marcianus gr*. 310 (f. 69v, αριστερό περιθώριο). Περιλαμβάνεται επίσης και στη συλλογή των σχολίων που αντιγράφει ο κώδικας *Vaticanus gr*. 184 (f. 57r) από τον κώδικα *Vaticanus gr*. 1594. Το ίδιο θέμα (πώς δηλαδή προκύπτει η σχέση των όγκων ηλίου-γης-σελήνης) το εξετάζει και ο Μετοχίτης στην *Αστρονομική Στοιχείωση* (δεύτερο βιβλίο), ο οποίος, αναφερόμενος στην εξέταση του ίδιου θέματος από τον Πτολεμαίο, επισημαίνει: «αὐτὸς μὲν οὐ προσέθηκε καὶ διεσάφησε» (*Vaticanus gr*. 1087, f. 259v/ *Vaticanus gr*.1365, f. 331r). Ανάλογη επισήμανση κάνει και ο γραφέας στον κώδικα *Vaticanus gr*. 184, στο περιθώριο του κεφαλαίου 16 της *Μεγίστης* (f.144r), πριν αρχίσει να εξηγεί λεπτομερέστατα πώς προκύπτει η σχέση των όγκων ηλίου-γης-σελήνης: «δεῖ δὲ ἐπεξεργάσασθαι τὸ προτεθὲν παρὰ τοῦ πτολεμαίου».

9	H1.439.1-15	στίχοι 133-145	f. 214r

Στο κεφάλαιο αυτό ο Πτολεμαίος κατασκευάζει τον παραλλακτικό κανόνα. Παρουσιάζει, δηλαδή, μέσω συγκεκριμένων παραδειγμάτων, τη μέθοδο με την οποία βρίσκονται οι τιμές που εκτίθενται σε κάθε σελίδιο του παραλλακτικού κανόνα. Ο Θέων σχολιάζει αναλυτικά όλες τις ενότητες της *Μεγίστης* με εξαίρεση την ενότητα 3 την οποία απλώς περιγράφει συνοπτικά.[25]

Κεφάλαιο 19			
Τίτλος κεφαλαίου: Περὶ τῆς τῶν παραλλάξεων διακρίσεως			
Ενότητες κεφαλαίου[26]			
	Μεγίστη	*Σχόλια* Θέωνα	
	Έκδοση Heiberg	Παρούσα έκδοση	*Vaticanus gr.* 198
1	H1.444.2-445.22	στίχοι 2-52	f. 214r
2	—	στίχοι 53-129	f.214r-v
3	—	στίχοι 130-181	f. 214v
4	H1.445.23-446.4	στίχοι 182-189	f. 214v-215r
5	—	στίχοι 190-261	f. 215r-v
6	H1.446.5-447.7	στίχοι 262-283	f. 215v
7	—	στίχοι 284-313	f. 215v-216r
8	—	στίχοι 314-321	f. 216r

Στις δύο πρώτες ενότητες της *Μεγίστης*, ο Πτολεμαίος περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο βρίσκονται, με τη βοήθεια του κανονίου των γωνιών και του παραλλακτικού κανόνα, για δεδομένο τόπο και χρόνο, οι παραλλάξεις της σελήνης (ενότητα 1) και του ηλίου (ενότητα 4), που μετρούνται επί του μέγιστου κύκλου που περνά από το κέντρο τους και το ζενίθ. Η εύρεση της παράλλαξης του ηλίου με τη χρήση του παραλλακτικού κανόνα είναι πολύ εύκολη.[27] Για την παράλλαξη όμως της σελήνης απαιτείται μια ολόκληρη διαδικασία, την οποία ο Πτολεμαίος περιγράφει με γενικούς όρους, χωρίς δηλαδή να χρησιμοποιήσει κάποια συγκεκριμένα δεδομένα. Την εφαρμογή της διαδικασίας επί συγκεκριμένων δεδομένων την παρουσιάζει ο Θέων,

[25] Η επιλογή του Θέωνα να συνοψίσει την ενότητα 3 της *Μεγίστης* δεν είναι τυχαία. Στην ενότητα αυτή ο Πτολεμαίος παρουσιάζει τη μέθοδο με την οποία βρίσκουμε γεωμετρικά την παράλλαξη της σελήνης για δεδομένη απόσταση από το ζενίθ. Ο Θέων θα χρησιμοποιήσει ως *μοντέλο* την ενότητα αυτή της *Μεγίστης* στο κεφάλαιο 19, σε μια απόδειξη που θα κάνει.

[26] Στον Πίνακα παρουσιάζονται μόνο οι τρεις πρώτες ενότητες του κεφαλαίου 19 της *Μεγίστης* που είναι και οι μοναδικές για τις οποίες διασώζονται σχόλια του Θέωνα. Το γεγονός ότι το σωζόμενο μέρος από το κεφάλαιο 19 του Θέωνα είναι ιδιαίτερα εκτενές (παρά το ότι περιέχει τα σχόλια σε ένα πολύ μικρό κομμάτι της *Μεγίστης*), σε συνδυασμό με το γεγονός ότι λείπουν τα σχόλια του Θέωνα στις υπόλοιπες ενότητες της *Μεγίστης*, μας επιτρέπει να θεωρήσουμε ότι το κεφάλαιο 19 είναι το εκτενέστερο κεφάλαιο του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Για τα σχόλια που λείπουν βλ. υποενότητα 5.3.3.

[27] Εισάγουμε στο πρώτο σελίδιο του παραλλακτικού κανόνα την απόσταση του ηλίου από το ζενίθ. Αν η τιμή της απόστασης είναι καταχωρημένη στον κανόνα, παίρνουμε έτοιμη την τιμή της παράλλαξης από το δεύτερο σελίδιο. Διαφορετικά, βρίσκουμε την τιμή της παράλλαξης με γραμμική παρεμβολή.

αρχίζοντας (ενότητα 1) από την εύρεση της παράλλαξης της σελήνης.[28] Δεν αρκείται όμως μόνο στην εφαρμογή της διαδικασίας. Στην ενότητα 2 δείχνει με τη βοήθεια διαγράμματος ποιες είναι οι αιτίες, όπως ο ίδιος λέει (στ. 53-55), της μεθόδου με την οποία βρίσκεται η παράλλαξη. Στην ενότητα 3 εξηγεί, πάλι με τη βοήθεια διαγράμματος, γιατί ισχύει ένας συγκεκριμένος περιορισμός για τον αριθμό της ανωμαλίας της σελήνης τον οποίο πρέπει να εισαγάγουμε στον παραλλακτικό κανόνα. Ο Πτολεμαίος τον περιορισμό αυτό απλώς τον διατυπώνει (Η1.444.21-445.2). Ο Θέων, αφού περιγράψει πώς βρίσκουμε την παράλλαξη του ηλίου (ενότητα 4), επανέρχεται στο θέμα της παράλλαξης της σελήνης, για να αποδείξει αυτή τη φορά (ενότητα 5) ότι οι τιμές που προκύπτουν με τη χρήση του παραλλακτικού κανόνα δεν διαφέρουν αισθητά από αυτές που προκύπτουν γεωμετρικά.[29] Πρώτα βρίσκει με τη μέθοδο του *ἐπιλογισμοῦ διὰ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων* πόσο απείχε η σελήνη κατά τον συγκεκριμένο χρόνο από το κέντρο της εκλειπτικής (στ. 195- 225). Στη συνέχεια βρίσκει, με την ίδια μέθοδο, την παράλλαξη της σελήνης για δεδομένη απόσταση της σελήνης από το ζενίθ (στ. 226- 256).[30]

Το επόμενο θέμα που εξετάζεται (ενότητα 6) είναι πώς βρίσκονται με τη χρήση του κανονίου των γωνιών και του παραλλακτικού κανόνα οι κατά μήκος και κατά πλάτος παραλλάξεις ως προς την εκλειπτική. Ο Πτολεμαίος και πάλι περιγράφει με γενικούς όρους την αντίστοιχη διαδικασία, ενώ ο Θέων παρουσιάζει την εφαρμογή της επί συγκεκριμένων δεδομένων. Παρουσιάζει δηλαδή και στην περίπτωση αυτή παράδειγμα ψηφοφορίας. Δεν αρκείται όμως και πάλι μόνο στην εφαρμογή της διαδικασίας. Επιπλέον εξηγεί (ενότητα 7) με τη βοήθεια διαγράμματος ποιος είναι, όπως ο ίδιος δηλώνει, ο αἰτιώδης λόγος τῆς ψηφοφορίας (στ. 284-285).[31] Στην

---

[28] Ο Θέων βρίσκει την παράλλαξη της σελήνης παίρνοντας ως δεδομένα ότι α) το ακριβές κέντρο της σελήνης βρίσκεται στην αρχή του Καρκίνου, β) απέχει τρεις ώρες ισημερινές προς ανατολάς του μεσημβρινού που περνά από την Αλεξάνδρεια, γ) απέχει 60° από το ακριβές απόγειο του επικύκλου της και δ) απέχει 120° από τον ήλιο. Βλ. στ. 10-12 του αρχαίου κειμένου.

[29] Αυτό που κάνει κατ' ουσίαν εδώ ο Θέων είναι ότι δείχνει πώς νομιμοποιείται η μεθοδολογική επιλογή του Πτολεμαίου να υπολογίσει με γραμμική παρεμβολή ορισμένες από τις τιμές που περιέχονται στον παραλλακτικό κανόνα.

[30] Την τιμή της απόστασης της σελήνης από το ζενίθ (40° 19΄) την είχε βρει ο Θέων στην ενότητα 1 (στ. 15-20). Η διαδικασία που ακολουθεί για να βρει την παράλλαξη της σελήνης είναι ακριβώς ίδια με αυτήν που ακολούθησε ο Πτολεμαίος στο κεφάλαιο 17, στην ενότητα 3, την οποία ο Θέων είχε απλώς συνοψίσει. Η μόνη διαφορά είναι ότι ο Πτολεμαίος, ως τιμή της απόστασης της σελήνης από το ζενίθ είχε χρησιμοποιήσει τις 30°. Ο Θέων, χρησιμοποιώντας το ίδιο διάγραμμα που είχε χρησιμοποιήσει ο Πτολεμαίος (Η1.428), ακολουθεί κατά βήμα τη διαδικασία του Πτολεμαίου.

[31] Την ίδια εξέταση είχε κάνει ο Θέων και για την παράλλαξη της σελήνης επί του μέγιστου κύκλου που περνά από το κέντρο της και το ζενίθ (ενότητα 2). Εκεί ο Θέων είχε δηλώσει: «ἵνα δὲ καὶ τὰς αἰτίας τῶν τοιούτων ἐφόδων διὰ γραμμῶν παραστήσωμεν τότε γὰρ ἐσόμεθα εἰδότες τὴν ἀπόδειξιν ὅταν καὶ τὴν αἰτίαν τοῦ πράγματος γνωρίζωμεν» (στ. 53-55). Ας σημειώσουμε ότι το συγκεκριμένο ζήτημα που πραγματεύεται ο Θέων (ὁ αἰτιώδης λόγος τῆς ψηφοφορίας) φαίνεται να ενδιέφερε και αυτό πολύ τους μελετητές της *Μεγίστης*, τόσο κατά την Ύστερη Αρχαιότητα όσο και κατά την Ύστερη Βυζαντινή Περίοδο. Αυτό προκύπτει και

τελευταία ενότητα που διασώζεται από το κεφάλαιο 19, ο Θέων αρχίζει να εξετάζει πώς βρίσκονται οι παραλλάξεις όταν η σελήνη δεν βρίσκεται στην αρχή ενός ζωδίου.[32] Το χωρίο του Θέωνα διακόπτεται και στο τέλος υπάρχει μόνο η πρώτη συλλαβή μιας λέξης.[33]

5.3 Σχόλια για τα κεφάλαια 1, 4 και 19 του 5ου βιβλίου του Θέωνα

Όπως αναφέραμε (Κεφάλαιο 3, υποενότητα 3.3.1, υποσημ. 46), η Tihon (1987) κάνει ορισμένες δηλώσεις για μερικά κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Στα κεφάλαια αυτά συγκαταλέγονται και τα κεφάλαια 1, 4 και 19 τα οποία και θα εξετάσουμε με αφορμή τις δηλώσεις της Tihon. Η πρώτη δήλωση αφορά στην αρχή του κεφαλαίου 1, η δεύτερη στην εύρεση του κεφαλαίου 4 και η τρίτη στο τέλος του κεφαλαίου 19.

5.3.1 *Σχόλια για την αρχή του κεφαλαίου 1*

Για το κεφάλαιο 1 η Anne Tihon δηλώνει ότι είναι πιθανόν ελλιπές και συγκεκριμένα ότι φαίνεται να λείπει η αρχή του.[34] Ωστόσο, θα ήθελα να επισημάνω ότι μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα πως λείπει ένα κομμάτι από την αρχή του κεφαλαίου 1 του Θέωνα. Η βεβαιότητα αυτή μπορεί να στηριχθεί κυρίως σε ένα συγκεκριμένο στοιχείο που προκύπτει από το ίδιο το κείμενο. Διαβάζοντας, δηλαδή, την πρώτη φράση του κειμένου, διαπιστώνουμε ότι η φράση αυτή από μόνη της δεν βγάζει κανένα νόημα. Φαίνεται επομένως ξεκάθαρα ότι η συγκεκριμένη φράση συνδέεται με κάποιο κείμενο που προηγείτο, και το οποίο προφανώς έλειπε από το χειρόγραφο από

πάλι από το γεγονός ότι το χωρίο από τα σχόλια του Θέωνα που περιέχεται στους στίχους 286-313 της παρούσας έκδοσης, καθώς και το διάγραμμα που συνοδεύει το χωρίο τα συναντάμε (με ορισμένες διαφορές και προσθήκες) ως παρασελίδιο σχόλιο στο κεφάλαιο 19 της *Μεγίστης* σε αρκετούς κώδικες, όπως, για παράδειγμα, στους κώδικες *Vaticanus gr*. 1594 (f. 119r, επάνω περιθώριο), *Vaticanus gr*. 180 (f. 131r), *Marcianus gr*. 313 (f. 170v, επάνω περιθώριο) και *Marcianus gr*. 310 (f. 71v, επάνω και αριστερό περιθώριο). Περιλαμβάνεται επίσης και αυτό (χωρίς όμως το διάγραμμα) στη συλλογή των σχολίων που αντιγράφει ο κώδικας *Vaticanus gr*. 184 (f. 57r) από τον κώδικα *Vaticanus gr*. 1594. Στους κώδικες *Vaticanus gr*. 180 και *Marcianus gr*. 313, δίπλα στο διάγραμμα που συνοδεύει το χωρίο υπάρχει υπό μορφή τίτλου η σημείωση: «πῶς δεῖ λαμβάνειν τὰς πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων γινομένας κατὰ μῆκος καὶ πλάτος παραλλάξεις ἡλίου καὶ σελήνης».

[32] Ο ίδιος, όταν παρουσίασε την εφαρμογή της διαδικασίας για την εύρεση της παράλλαξης, είχε θεωρήσει ότι η σελήνη βρισκόταν στην αρχή του Καρκίνου (στ. 267). Τώρα θέλει να εξετάσει την περίπτωση στην οποία η σελήνη βρίσκεται σε άλλη θέση.

[33] Για σχόλια στο υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου 19 της *Μεγίστης*, μπορεί ο αναγνώστης να ανατρέξει στα αντίστοιχα σχόλια του Πάππου (RI.127.13-169.10). Για το θέμα του υπόλοιπου μέρους αυτού του κεφαλαίου του Θέωνα βλ. υποενότητα 5.3.3.

[34] «probablement incomplet: le début semble manquer» (Tihon 1987, 205).

το οποίο αντιγράφηκαν τα σχόλια του Θέωνα στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198. Αν στο χειρόγραφο εκείνο υπήρχε αυτό το επιπλέον κείμενο, ο γραφέας δεν είχε κανένα λόγο να μην το αντιγράψει. Ένα ακόμη στοιχείο που μπορεί να στηρίξει τη βεβαιότητά μας για την ύπαρξη επιπλέον κειμένου είναι το γεγονός ότι στη χειρόγραφη παράδοση δεν είναι σπάνιο το φαινόμενο να λείπει η αρχή ενός βιβλίου.

Σε σχέση με το κείμενο που προηγείτο, θα μπορούσε κανείς να αναρωτηθεί τόσο για την έκταση όσο και για το περιεχόμενό του. Αναφορικά με την έκτασή του δεν μπορούμε να κάνουμε καμία βάσιμη εικασία. Ωστόσο, υπάρχουν ορισμένα στοιχεία που θα μπορούσαν να στηρίξουν μια εικασία για το περιεχόμενο αυτού του κειμένου. Τα στοιχεία αυτά προκύπτουν από τα σχόλια του Θέωνα στα άλλα βιβλία της *Μεγίστης*, καθώς και από τα ίδια τα σωζόμενα σχόλια στο κεφάλαιο 1. Σε κάθε βιβλίο του ο Θέων προτάσσει μία εισαγωγή, στην οποία συνήθως πρώτα συνοψίζει τα θέματα τα οποία εξέτασε ο Πτολεμαίος στο προηγούμενο βιβλίο και στη συνέχεια περιγράφει τι πρόκειται να εξετάσει ο Πτολεμαίος στο συγκεκριμένο βιβλίο. Θα μπορούσαμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι ένα μέρος του κειμένου που λείπει από την αρχή του 5ου βιβλίου είναι η εισαγωγή του Θέωνα. Δεν βρίσκω κανένα λόγο για τον οποίο ο Θέων, για κάθε βιβλίο του οποίου η εισαγωγή αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι, να μην είχε συμπεριλάβει και στο 5ο βιβλίο μια εισαγωγή. Εξάλλου, ο ίδιος, δίνει ιδιαίτερη βαρύτητα στην ύπαρξη εισαγωγής όχι μόνο στην αρχή κάθε βιβλίου, αλλά, με ελάχιστες εξαιρέσεις, και στην αρχή κάθε κεφαλαίου του εκάστοτε βιβλίου. Αυτό το διαπιστώνουμε και στα κεφάλαια του ίδιου του 5ου βιβλίου, στα οποία, με εξαίρεση τα κεφάλαια 15 και 16, υπάρχει εισαγωγή. Η εισαγωγή του 5ου βιβλίου, η οποία, όπως προκύπτει, πρέπει αρχικά να υπήρχε, φαίνεται να έλειπε από το χειρόγραφο από το οποίο αντιγράφηκε το Μέρος ΙΙ των σχολίων του Θέωνα. Αν στο χειρόγραφο υπήρχε η εισαγωγή ο γραφέας θα την είχε αντιγράψει και στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, στον οποίο βλέπουμε σε άλλα βιβλία της *Μεγίστης* να γράφεται στα περιθώρια η αντίστοιχη εισαγωγή του Θέωνα ή να γράφονται κομμάτια της τόσο στα περιθώρια όσο και στα διάστιχα του πτολεμαϊκού κειμένου. Και αυτό παρά το γεγονός ότι όλα αυτά τα αποσπάσματα από τα σχόλια του Θέωνα ήταν ήδη γραμμένα στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, στο μέρος που περιέχει το ρέον κείμενο του Θέωνα. Το γεγονός ότι έχουν επιλεγεί τα συγκεκριμένα αποσπάσματα για να συνοδεύσουν το κείμενο της *Μεγίστης* φανερώνει τη σημασία που αποδίδεται στις εισαγωγές του Θέωνα. Βέβαια, συγκεκριμένα για το 5ο βιβλίο, στα περιθώρια της *Μεγίστης* είναι γραμμένη η εισαγωγή του Πάππου.[35] Ενώ, αντίθετα, στον ίδιο κώδικα, στο f. 218r, όπου αρχίζει το 6ο βιβλίο της *Μεγίστης*, είναι γραμμένο στα περιθώρια ένα μεγάλο κομμάτι από την εισαγωγή του Θέωνα και όχι από την εισαγωγή του Πάππου. Επομένως, αν υπήρχε η εισαγωγή του Θέωνα στο 5ο βιβλίο, ο γραφέας δεν θα είχε κανένα λόγο να μην την αντιγράψει στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, αρκούμενος στο ότι υπάρχει η εισαγωγή του Πάππου. Πέρα από την εισαγωγή του Θέωνα στο 5ο βιβλίο, το κείμενο που λείπει από την αρχή του κεφαλαίου 1 θα

[35]Στο f. 200v, στο οποίο αρχίζει το 5ο βιβλίο της *Μεγίστης*, είναι γραμμένη στο αριστερό περιθώριο η σημείωση «πάππου ἀλεξανδρέως:» και κάτω από τη σημείωση γράφεται το χωρίο RI.3.10-4.5 της εισαγωγής των σχολίων του Πάππου.

μπορούσε να περιλαμβάνει τα σχόλια στην αρχή του κεφαλαίου 1 της *Μεγίστης* (H1.350.14-351.11), όπου ο Πτολεμαίος εξηγεί για ποιο λόγο κατασκεύασε το αστρολάβον όργανο. Αυτό μπορούμε να το εικάσουμε βασιζόμενοι στο γεγονός ότι από το υπάρχον κείμενο του κεφαλαίου 1 λείπουν τα σχόλια του Θέωνα στο συγκεκριμένο χωρίο της *Μεγίστης*. Θα μπορούσαμε επίσης να εικάσουμε ότι στη συνέχεια ο Θέων άρχισε να κάνει τη λεπτομερή περιγραφή του αστρολάβου οργάνου, με την οποία και συνδέεται η αρχή του κειμένου που υπάρχει στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198.

5.3.2 *Σχόλια για την εύρεση του κεφαλαίου 4*

Για το κεφάλαιο 4 του 5ου βιβλίου του Θέωνα η Tihon δηλώνει ότι δεν βρέθηκε.[36] Ωστόσο, θα ήθελα και στην περίπτωση αυτή να επισημάνω ότι μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα πως το κεφάλαιο 4 του Θέωνα υπάρχει στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198. Απλώς είναι ενοποιημένο με το κεφάλαιο 3. Η βεβαιότητα για το γεγονός αυτό μπορεί να στηριχθεί σε συγκεκριμένα στοιχεία που προκύπτουν από όλα τα βιβλία του Θέωνα. Πού μπορεί λοιπόν να στηρίχθηκε η Tihon για να βγάλει το συμπέρασμα ότι το κεφάλαιο 4 του Θέωνα δεν υπάρχει; Ας επαναλάβουμε κατ' αρχάς ότι τα χαρακτηριστικά του κεφαλαίου 4 του Θέωνα είναι ότι α) δεν φέρει τίτλο και β) το περιεχόμενό του περιορίζεται σε μια πολύ μικρή σύνοψη του κεφαλαίου 4 της *Μεγίστης*. Κανένα όμως από αυτά τα χαρακτηριστικά δεν θα μπορούσε από μόνο του να μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι το κεφάλαιο 4 του Θέωνα δεν υπάρχει. Διότι κάτι τέτοιο θα σήμαινε ότι θεωρούμε ως δεδομένο α) ότι τα σχόλια του Θέωνα σε κάθε κεφάλαιο της *Μεγίστης* αποτελούν και στο δικό του έργο ξεχωριστό κεφάλαιο με τον δικό του τίτλο και β) ότι για κάθε κεφάλαιο της *Μεγίστης* ο Θέων κάνει εκτενή σχόλια. Όμως, τίποτε από τα δύο παραπάνω δεν ισχύει, όπως μαρτυρείται από όλο το έργο του Θέωνα. Δηλαδή, το κεφάλαιο 4 του 5ου βιβλίου δεν είναι το μοναδικό που διακρίνεται από τα παραπάνω χαρακτηριστικά. Πρώτον, δεν αποτελεί τη μοναδική περίπτωση κεφαλαίου που δεν φέρει ξεχωριστό τίτλο, αλλά είναι ενοποιημένο με κάποιο άλλο κεφάλαιο και κατά συνέπεια γράφεται κάτω από τον τίτλο του άλλου κεφαλαίου.[37] Δεύτερον, δεν αποτελεί τη μοναδική περίπτωση στην οποία ο Θέων απλώς συνοψίζει το αντίστοιχο κεφάλαιο της *Μεγίστης*.[38] Όπως διαπιστώνουμε, σε όλα τα βιβλία του Θέωνα υπάρχουν ανάλογες περιπτώσεις. Υπάρχουν μάλιστα περιπτώσεις που είναι ιδιαίτερα χαρακτηριστικές. Όπως, για παράδειγμα, σε σχέση με την ενοποίηση κεφαλαίων, ιδιαίτερα χαρακτηριστική είναι η περίπτωση του δεύτερου βιβλίου του Θέωνα, στο οποίο τα πέντε πρώτα κεφάλαια είναι ενοποιημένα σε ένα

[36] «*Alm.* V, 4 : non retrouvé» (Tihon 1987, 205).

[37] Υπάρχουν μάλιστα και περιπτώσεις στις οποίες ενοποιούνται και γράφονται κάτω από έναν τίτλο περισσότερα από δύο κεφάλαια.

[38] Αυτό το διαπιστώσαμε και στο ίδιο το 5ο βιβλίο, στο κεφάλαιο 6, το οποίο ο Θέων απλώς συνοψίζει.

κεφάλαιο και γράφονται όλα κάτω από τον τίτλο του δεύτερου βιβλίου, ο οποίος έτσι αποτελεί τον τίτλο όλων αυτών των κεφαλαίων.[39] Επίσης, σε σχέση με την έκταση των σχολίων του Θέωνα σε κάποιο κεφάλαιο της *Μεγίστης*, ιδιαίτερα χαρακτηριστική είναι, για παράδειγμα, η περίπτωση του κεφαλαίου 7 του τέταρτου βιβλίου. Τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο αυτό συνοψίζονται σε ορισμένες λέξεις που περιλαμβάνονται στην εισαγωγή του κεφαλαίου 8 του ίδιου βιβλίου.[40]

---

[39] Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημανθεί ότι ο τίτλος που υπάρχει στο κεφάλαιο 3 του δεύτερου βιβλίου είναι, σύμφωνα με τον Rome, ένα παρασελίδιο σχόλιο το οποίο παρεισέφρησε στο κείμενο. Βλ. RII.620, υποσημ. (1). Άλλες περιπτώσεις ενοποίησης κεφαλαίων στο έργο του Θέωνα συναντάμε στο πρώτο βιβλίο, όπου ενοποιούνται τα κεφάλαια 9 και 10, καθώς και στο τέταρτο βιβλίο, όπου ενοποιούνται τόσο τα κεφάλαια 2 και 3, όσο και τα κεφάλαια 5 και 6. Επιπλέον, περίπτωση ενοποίησης κεφαλαίων συναντάμε και στο όγδοο βιβλίο. Στην έκδοση της Βασιλείας, τα κεφάλαια 2 και 3 του όγδοου βιβλίου παρουσιάζονται ενοποιημένα σε ένα κεφάλαιο και γράφονται κάτω από τον τίτλο του κεφαλαίου 3. Το ίδιο ισχύει για το όγδοο βιβλίο όπως μας παραδίδεται από τους κώδικες *Norimb. Cent.* V, app. 8, *Vaticanus gr.* 198 και *Marcianus gr.* 310. Στον κώδικα *Vaticanus gr.* 1087, όμως, παρουσιάζονται ενοποιημένα τα κεφάλαια 2, 3, 4 και 5, τα οποία γράφονται κάτω από τον τίτλο του όγδοου βιβλίου. Στον κώδικα αυτό, το μοναδικό κεφάλαιο του όγδοου βιβλίου που φέρει τίτλο είναι το κεφάλαιο 6 (f. 125v). Δίπλα στον τίτλο υπάρχει στο περιθώριο η σημείωση «κεφάλαιον ς΄», ενώ στα σημεία στα οποία αρχίζουν τα κεφάλαια 4 και 5 υπάρχει στο περιθώριο, αντίστοιχα, η σημείωση «κεφάλαιον δ΄κείμενον:·» (f.124r) και «κεφάλαιον ε΄ κείμενον:» (f. 124v).

Θα ήθελα επίσης να επισημάνω ότι η ενοποίηση ορισμένων κεφαλαίων στα βιβλία του Θέωνα γεννά έναν προβληματισμό σε σχέση τόσο με το χειρόγραφο της *Μεγίστης* που διέθετε ο Θέων, όσο και γενικότερα για τον χωρισμό των βιβλίων σε κεφάλαια που συναντάμε στα αρχαία έργα. Τον προβληματισμό αυτό τον εκθέτει ο Rome και τον συζητά σε αρκετά σημεία του έργου του, με ευκαιρία την ενοποίηση ορισμένων κεφαλαίων που παρουσιάζονται τόσο στα σχόλια του Θέωνα όσο και στα σχόλια του Πάππου στη *Μεγίστη*. Βλ. ενδεικτικά RI.106, υποσημ. (1), RII.448, υποσημ. (1) και RII.611, υποσημ. (2). Επίσης, συγκεκριμένα για τον χωρισμό των βιβλίων της *Μεγίστης* σε κεφάλαια, συζητά ο Toomer (1998, 5), ο οποίος θεωρεί ότι οι τίτλοι των κεφαλαίων είναι μεταγενέστερες παρεμβολές και ότι ο χωρισμός των βιβλίων της *Μεγίστης* σε κεφάλαια υπήρχε ήδη την εποχή του Πάππου. Την άποψη του Toomer την επαναδιατυπώνει, για παράδειγμα, ο Netz (1998, 273), ο οποίος, αναφερόμενος στη συζήτηση του Toomer, αποδίδει την εισαγωγή τίτλων στα κεφάλαια της *Μεγίστης* στην προσπάθεια *συστηματοποίησης* (systematization), όπως ο ίδιος την ονομάζει (ό.π., 271), των σχολιαστών της Ύστερης Αρχαιότητας να παρουσιάσουν το έργο του Πτολεμαίου δομημένο σε διακριτές ενότητες, με αποτέλεσμα να μετασχηματίσουν τον τρόπο παρουσίασής του (ό.π., 273). Θα ήθελα όμως να επισημάνω ότι ο ισχυρισμός του Toomer ότι ο χωρισμός των βιβλίων της *Μεγίστης* υπήρχε ήδη την εποχή του Πάππου, θα έπρεπε να εξεταστεί εκ νέου, διότι από τη μελέτη των σχολίων του Πάππου στη *Μεγίστη* δεν προκύπτει ξεκάθαρα κάτι τέτοιο. Τον παραπάνω ισχυρισμό του Toomer τον βρίσκουμε να επαναδιατυπώνεται, για παράδειγμα, από τον Mansfeld (1998, 128), του οποίου, παρεμπιπτόντως, η συζήτηση για τις εισαγωγές του Πάππου στα βιβλία της *Μεγίστης* (ό.π., 76-77) θα έπρεπε να εξεταστεί και αυτή εκ νέου, διότι παρουσιάζει ορισμένα ατοπήματα σχετικά με το θέμα της διαίρεσης της *Μεγίστης* σε κεφάλαια. Σε μια νέα συζήτηση θα έπρεπε, κατά την άποψή μου, να συμπεριληφθεί και η εξέταση του ερωτήματος με ποιον τρόπο αντιλαμβάνονται οι σχολιαστές του Πτολεμαίου τη λέξη «κεφάλαιον».

[40] Βλ. RIII.1063.8. Επίσης, ιδιαίτερα χαρακτηριστικές περιπτώσεις, στις οποίες τα σχόλια του Θέωνα σε κάποιο κεφάλαιο της *Μεγίστης* περιορίζονται σε μια μικρή σύνοψη, συναντάμε στα βιβλία 7 και 8. Για να σχηματίσουμε σαφέστερη εικόνα της έκτασης των σχολίων του Θέωνα σε σύγκριση με την έκταση του αντίστοιχου κεφαλαίου της *Μεγίστης*, θα αναφερθούμε στην

Όπως προκύπτει, τόσο το γεγονός ότι το κεφάλαιο 4 στο 5ο βιβλίο του Θέωνα δεν φέρει ξεχωριστό τίτλο, όσο και το γεγονός ότι το περιεχόμενό του περιορίζεται σε μια πολύ μικρή σύνοψη του κεφαλαίου 4 της *Μεγίστης*, δεν πρέπει να μας δημιουργεί κανέναν προβληματισμό για το αν υπάρχουν τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο αυτό.[41] Ωστόσο, το γεγονός ότι τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο 4 της *Μεγίστης* περιορίζονται σε μια πολύ μικρή σύνοψη, δημιουργεί άλλου είδους προβληματισμό και συγκεκριμένα γεννά το ερώτημα με ποιο κριτήριο ο Θέων επέλεξε απλώς να συνοψίσει το συγκεκριμένο κεφάλαιο της *Μεγίστης*.

5.3.3 *Σχόλια για το τέλος του κεφαλαίου 19*

Η Tihon, στη λίστα που παρουσιάζει για τα κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα, αφού πρώτα παραθέσει από το κεφάλαιο αυτό την τελευταία φράση, η οποία βρίσκεται στο επάνω περιθώριο του f. 216r, εκφράζει την αβεβαιότητά της για το αν αυτό είναι όντως το τέλος του κεφαλαίου 19, επισημαίνοντας παράλληλα ότι στο χειρόγραφο ακολουθούν και άλλα σχόλια.[42] Θα ήθελα λοιπόν να παρουσιάσω ορισμένα στοιχεία με τα οποία α) επιβεβαιώνεται ότι το κεφάλαιο 19 του Θέωνα πρέπει όντως να συνεχιζόταν και β) μπορούμε να προσεγγίσουμε το ερώτημα, το οποίο διατυπώνεται υπόρρητα από την Tihon, αν η συνέχεια του κεφαλαίου αυτού βρίσκεται στα σχόλια που ακολουθούν. Θα ξεκινήσουμε από τα στοιχεία που μας επιτρέπουν να θεωρήσουμε ότι το κεφάλαιο 19 συνεχιζόταν και θα παρουσιάσουμε μια υπόθεση που μπορούμε να κάνουμε για το περιεχόμενο του κειμένου που πρέπει να ακολουθούσε αμέσως μετά.

έκδοση της Βασιλείας, στην οποία συνυπάρχουν σε έντυπη μορφή τα σχόλια του Θέωνα και η *Μεγίστη*. Στο έβδομο βιβλίο, τα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο 1 καταλαμβάνουν συνολικά έξι γραμμές (B.353.17-22), ενώ το κεφάλαιο 1 της *Μεγίστης* καταλαμβάνει εκατόν είκοσι εννέα γραμμές (B.164.3-166.33). Κάτι ανάλογο συμβαίνει και στο κεφάλαιο 2 του όγδοου βιβλίου, όπου τα σχόλια του Θέωνα καταλαμβάνουν συνολικά τέσσερεις γραμμές (B.359.11- 14), ενώ το κεφάλαιο της *Μεγίστης* καταλαμβάνει εκατόν είκοσι τρεις γραμμές (B.202.2-204.21). Αν τώρα κάνουμε την ίδια σύγκριση για το κεφάλαιο 4 του 5ου βιβλίου, θα δούμε ότι στην έκδοση της Βασιλείας τα σχόλια του Θέωνα καταλαμβάνουν τρεισήμισι γραμμές (B.242.3-6), ενώ το κείμενο που υπάρχει στο κεφάλαιο 4 της *Μεγίστης* καταλαμβάνει δεκατρείς γραμμές (B.111.48-112.14). Ας σημειώσουμε επίσης ότι η περίπτωση του κεφαλαίου 2 του όγδοου βιβλίου είναι εντελώς ανάλογη με την περίπτωση του κεφαλαίου 4 του 5ου βιβλίου. Δηλαδή, ούτε αυτό το κεφάλαιο φέρει ξεχωριστό τίτλο, ενώ παράλληλα το περιεχόμενό του περιορίζεται σε μια πολύ μικρή σύνοψη του αντίστοιχου κεφαλαίου της *Μεγίστης*.

[41] Την ύπαρξη των σχολίων στο συγκεκριμένο κεφάλαιο την επισημαίνει, ας επαναλάβουμε, στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 και ο γραφέας, ο οποίος γράφει στο περιθώριο (f. 423r) την αρίθμηση με την οποία δηλώνει ότι τα σχόλια που γράφονται στο σημείο αυτό αναφέρονται στο κεφάλαιο 4.

[42] «il n'est pas certain que ceci soit bien la fin du ch. 19 : d'autres scolies suivent f. 217r-v» (Tihon 1987, 208).

Όταν εξετάσαμε το περιεχόμενο του κεφαλαίου 19, είδαμε ότι το τελευταίο χωρίο του κειμένου διακόπτεται και στο τέλος υπάρχει μόνο η συλλαβή «πα» (f. 216r, επάνω περιθώριο). Βέβαια, το γεγονός ότι το κεφάλαιο 19 του Θέωνα συνεχιζόταν, δεν προκύπτει από το ότι η τελευταία λέξη του κειμένου είναι ελλιπής. Όμως, η τελευταία αυτή συλλαβή του κειμένου παίζει καθοριστικό ρόλο στην εξέτασή μας. Ας δούμε την τελευταία φράση του κειμένου: «καὶ λαβόντες τὰς ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου καὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ λέοντος οἰκείως τῶν πα». Πώς θα μπορούσε να συμπληρωθεί η συλλαβή «πα» ώστε να προκύψει μια λέξη που θα έδινε νόημα στη συγκεκριμένη φράση; Όπως είναι εύλογο, αυτό που θα μπορούσε να μας βοηθήσει είναι η εξέταση ολόκληρου του χωρίου (στ. 314-321) το οποίο τελειώνει με την παραπάνω φράση. Το χωρίο βέβαια αυτό δεν πρέπει να εξεταστεί μόνο του, αλλά σε σχέση με ένα προηγούμενο χωρίο του ίδιου κεφαλαίου, και συγκεκριμένα με το χωρίο που περιέχεται στους στίχους 262-283. Όπως είδαμε όταν εξετάσαμε το περιεχόμενο του κεφαλαίου 19, στο χωρίο αυτό (ενότητα 6 του αντίστοιχου Πίνακα), ο Θέων έδειξε μέσω ενός συγκεκριμένου παραδείγματος πώς βρίσκεται η κατά μήκος και κατά πλάτος παράλλαξη της σελήνης με τη χρήση των κανονίων. Στη συνέχεια (στ. 284-313) εξήγησε με τη βοήθεια διαγράμματος ποιος είναι ο αἰτιώδης λόγος τῆς ψηφοφορίας. Αμέσως μετά, στο τελευταίο χωρίο (στ. 314-321), ο Θέων άρχισε να εξετάζει ένα θέμα που σχετίζεται και πάλι με την εύρεση της κατά μήκος και κατά πλάτος παράλλαξης της σελήνης. Ας δούμε πώς ακριβώς συνδέονται τα δύο χωρία.

Για να βρεθούν οι παραλλάξεις της σελήνης για έναν συγκεκριμένο τόπο και χρόνο πρέπει να γνωρίζουμε την απόσταση της σελήνης από το ζενίθ του τόπου κατά τον συγκεκριμένο χρόνο. Οι τιμές της απόστασης αυτής είναι καταχωρημένες στο κανόνιο των γωνιών, στο δεύτερο σελίδιο. Στο παράδειγμα που παρουσίασε ο Θέων, η σελήνη βρισκόταν στην αρχή του Καρκίνου και την απόστασή της από το ζενίθ της Αλεξάνδρειας, δηλαδή την τιμή 40° 19΄, την πήρε έτοιμη από το κανόνιο των γωνιών και τη χρησιμοποίησε για να βρει τις παραλλάξεις για τη συγκεκριμένη θέση της σελήνης.[43] Βέβαια, όπως επισημαίνει και ο Θέων (στ. 314-316), όλες οι τιμές που είναι καταχωρημένες στο κανόνιο των γωνιών ισχύουν μόνο για την περίπτωση στην οποία η σελήνη βρίσκεται στην αρχή ενός ζωδίου. Επομένως, μόνο στην περίπτωση που θέλουμε να βρούμε τις παραλλάξεις της σελήνης στην αρχή ενός ζωδίου μπορούμε να πάρουμε έτοιμη από το κανόνιο των γωνιών την τιμή της απόστασης που μας χρειάζεται. Γεννάται λοιπόν το ερώτημα πώς βρίσκουμε τις παραλλάξεις της σελήνης για ενδιάμεσες θέσεις. Ερώτημα εύλογο αν λάβουμε υπόψη μας ότι οι τιμές των παραλλάξεων που χρησιμοποιούνται τόσο στη *Μεγίστη* όσο και στα σχόλια του Θέωνα αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες θέσεις της σελήνης.[44] Σε αυτό το ερώτημα

[43] Η τιμή 40° 19΄ (μ ιθ) είναι καταχωρημένη στο κανόνιο των γωνιών στο δεύτερο σελίδιο (βλ. H1.178.8).

[44] Όπως, για παράδειγμα, στα βιβλία 6 και 7 της *Μεγίστης* οι τιμές των παραλλάξεων που αναφέρονται αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες θέσεις της σελήνης και συγκεκριμένα στις 20° της

φαίνεται ότι αρχίζει να απαντά ο Θέων στο τελευταίο χωρίο του κεφαλαίου 19.[45] Ας δούμε πώς αρχίζει να απαντά.

Ως παράδειγμα για ενδιάμεση θέση της σελήνης ο Θέων αναφέρει τις 15° του Καρκίνου. Για να βρούμε στην περίπτωση αυτή τις παραλλάξεις της σελήνης, πρέπει, όπως ο ίδιος λέει (στ. 317-20), να βρούμε με τα ίδια δεδομένα τις παραλλάξεις της σελήνης και για την αρχή του Λέοντος. Ποια είναι όμως η διαδικασία που ακολουθούμε για να βρούμε τις παραλλάξεις της σελήνης για την ενδιάμεση θέση της (στις 15° του Καρκίνου), χρησιμοποιώντας τις τιμές των παραλλάξεων για τη θέση της στην αρχή του Καρκίνου και στην αρχή του Λέοντος; Αυτή λοιπόν τη διαδικασία φαίνεται ότι αρχίζει να εξηγεί ο Θέων με την τελευταία φράση του κειμένου, δηλαδή με τη φράση «καὶ λαβόντες τὰς ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου καὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ λέοντος οἰκείως τῶν πα». Προκειμένου επομένως να βγει νόημα, στο συγκεκριμένο πλαίσιο, από τη φράση αυτή, το μόνο που θα μπορούσαμε να υποθέσουμε είναι ότι η συλλαβή «πα» είναι η πρώτη συλλαβή της λέξης «παραλλάξεων» και ότι μετά ακολουθεί η λέξη «μοίρας». Η υπόθεσή μας, βέβαια, δεν είναι αυθαίρετη. Κατ' αρχάς, βασίζεται στο γεγονός ότι την έκφραση «τὰς τῶν παραλλάξεων μοίρας» τη χρησιμοποιεί ο Θέων και σε άλλες περιπτώσεις όταν πραγματεύεται θέματα στα οποία εμπλέκονται τιμές παραλλάξεων.[46] Επίσης, μόνο με την υπόθεση που κάναμε η συγκεκριμένη φράση αποκτά νόημα στο πλαίσιο της διαδικασίας για την εύρεση των παραλλάξεων που αντιστοιχούν σε κάποια ενδιάμεση θέση της σελήνης. Διότι με τη φράση αυτή περιγράφεται το πρώτο βήμα της συγκεκριμένης διαδικασίας το οποίο είναι να πάρουμε τις τιμές των παραλλάξεων που αντιστοιχούν στη θέση της σελήνης στην αρχή του Καρκίνου και στην αρχή του Λέοντος: «καὶ λαβόντες τὰς ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου καὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ

Παρθένου και του Υδροχόου (βιβλίο 6, κεφ. 6, H1.491.21-492.6) και στις 5⅙ ^{o} των Διδύμων (Βιβλίο 7, κεφ. 1, H2.14.19-20).

[45] Όπως έχουμε δει (Κεφάλαιο 2), ο Θέων δίνει ιδιαίτερη βαρύτητα στο θέμα της εύρεσης ενδιάμεσων τιμών. Δεν θα άφηνε επομένως αναπάντητο το ερώτημα πώς βρίσκονται ενδιάμεσες τιμές στην περίπτωση των παραλλάξεων. Εξάλλου, η εύρεση ενδιάμεσων τιμών είναι και στην περίπτωση των παραλλάξεων προαπαιτούμενο κατά την πραγμάτευση θεμάτων στα οποία εμπλέκονται οι παραλλάξεις. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των ηλιακών εκλείψεων, όπου η παράλλαξη της σελήνης παίζει ιδιαίτερο ρόλο, είναι απίθανο η σελήνη να βρίσκεται στην αρχή ενός ζωδίου.

[46] Πρέπει όμως να επισημάνουμε ότι την έκφραση «τὰς τῶν παραλλάξεων μοίρας» δεν την συναντάμε στα σχόλια του Θέωνα στη *Μεγίστη*, αλλά στα σχόλια στους *Πρόχειρους Κανόνες* του Πτολεμαίου και συγκεκριμένα 3 φορές στο *Μικρό Σχόλιο* (*PC*: 283.10, 295.16 και 296.5-6) και 3 φορές στο *Μεγάλο Σχόλιο* (*GC*, III: 220.17-18, 225.9 και 228.3). Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, όπως, εξάλλου, και στην περίπτωση που εξετάζουμε, ο Θέων αναφέρεται σε περισσότερες από μία τιμές παραλλάξεων. Ωστόσο, και στα σχόλια στη *Μεγίστη*, συναντάμε την ανάλογη έκφραση «τὰς τῆς παραλλάξεως μοίρας», την οποία ο Θέων χρησιμοποιεί αναφερόμενος αυτή τη φορά σε μία τιμή παράλλαξης. Τη συναντάμε, για παράδειγμα, στα σχόλια στο κεφάλαιο 7 (B.310.19) και στο κεφάλαιο 10 (B.328.31) του έκτου βιβλίου της *Μεγίστης*.

λέοντος οἰκείως τῶν παραλλάξεων μοίρας».[47] Το κείμενο διακόπτεται στο σημείο αυτό, αλλά είναι εύλογο να υποθέσουμε ότι αυτό που έκανε αμέσως μετά ο Θέων ήταν να δείξει πώς από τις δύο τιμές των παραλλάξεων της σελήνης (για τη θέση της στην αρχή τοῦ Καρκίνου καὶ στην αρχή τοῦ Λέοντος) βρίσκεται *ἐξ ἀναλόγου* (δηλαδή με τη μέθοδο της *γραμμικής παρεμβολής*) η παράλλαξη της σελήνης για τη θέση της στις 15° του Καρκίνου. Εξάλλου και αργότερα, ο ίδιος, όταν εξετάζει στο έβδομο βιβλίο μία ανάλογη περίπτωση για την εύρεση παράλλαξης (όταν η σελήνη βρίσκεται στις 5½° των Διδύμων), θα πει: «καὶ τῇ μὲν ἀρχῇ τῶν διδύμων παράκεινται τῇ αὐτῇ ᾱ ὥρᾳ ἑξηκοστὰ θ′· τῇ δὲ τοῦ καρκίνου, ἑξηκοστὰ ια′. καὶ διὰ τοῦτο ὡς πολλαχῇ ἐδιδάξαμεν ἐπιβάλλει ταῖς τῶν διδύμων μοίραις ε̄ ε′ τὰ ἑξηκοστὰ θ′ κ′′» (B.354.44-46). Επίσης, όπως φαίνεται από τη φράση «ὡς πολλαχῇ ἐδιδάξαμεν», ο Θέων θα πρέπει όχι μόνο να εξήγησε τη διαδικασία, αλλά και να την επανέλαβε, και μάλιστα περισσότερες από μία φορές.[48]

Όπως προκύπτει από την εξέταση του τελευταίου χωρίου από το κεφάλαιο 19 του Θέωνα, μπορούμε να πούμε ότι το κεφάλαιο αυτό συνεχιζόταν και ότι το κείμενο που ακολουθούσε αμέσως μετά περιελάμβανε τη συζήτηση του Θέωνα για το συγκεκριμένο θέμα που αναφέραμε. Επιβεβαιώνεται επομένως η άποψη της Tihon ότι το κείμενο του κεφαλαίου αυτού δεν πρέπει να τελείωνε με το χωρίο που υπάρχει στο επάνω περιθώριο του f. 216r. Βέβαια, η Tihon, η οποία είναι πολύ προσεκτική και αποφεύγει γενικά τη διατύπωση αστήρικτων υποθέσεων, δεν διατυπώνει καμία υπόθεση ούτε για το περιεχόμενο ούτε για την έκταση του κειμένου που ακολουθούσε.[49] Υποδεικνύει όμως ότι η συνέχεια του κεφαλαίου 19 του Θέωνα μπορεί να βρίσκεται στα σχόλια που υπάρχουν στο f. 217r-v. Με βάση αυτή την υπόδειξη της Tihon εξέτασα όλα τα σχόλια που βρίσκονται τόσο στο f. 217r-v όσο και στο f. 216r.[50] Στο μέρος αυτό του κώδικα *Vaticanus gr.* 198 (δηλαδή, στα ff.

---

[47] Πρβλ. τα αντίστοιχα σχόλια του Πάππου, ο οποίος περιγράφει (RI.127.2-128.3) τη διαδικασία με την οποία βρίσκονται ενδιάμεσες τιμές της κατά μήκος και κατά πλάτος παράλλαξης της σελήνης.

[48] Ας σημειώσουμε ότι η συγκεκριμένη φράση του Θέωνα δεν έχει ρητορική διάσταση. Σε κάθε περίπτωση που ο Θέων χρησιμοποιεί ανάλογες εκφράσεις, κυριολεκτεί.

[49] Εξάλλου, όσον αφορά στο περιεχόμενο, δεν υπάρχουν μέχρι τώρα επαρκή στοιχεία που θα μπορούσαν να στηρίξουν οποιαδήποτε υπόθεση πέρα από την υπόθεση που κάναμε για το περιεχόμενο του κειμένου που ακολουθούσε αμέσως μετά το τελευταίο χωρίο του κεφαλαίου 19 του Θέωνα και την οποία πιστεύω ότι θα θεωρούσε βάσιμη και η Tihon. Δεν υπάρχουν επίσης μέχρι τώρα επαρκή στοιχεία για να στηρίξουν οποιαδήποτε υπόθεση τόσο για την ακριβή έκταση του κειμένου που υποθέσαμε ότι ακολουθούσε αμέσως μετά, όσο και για το περιεχόμενο και την ακριβή έκταση του υπόλοιπου μέρους του συγκεκριμένου κεφαλαίου. Μελλοντικές έρευνες ίσως φέρουν στο φως νέα στοιχεία τα οποία θα μπορούσαν να μας βοηθήσουν.

[50] Ο λόγος για τον οποίο, πέρα από το f. 217r-v που αναφέρει η Tihon, εξέτασα και το f. 216r, είναι ότι εκτός από το τελευταίο χωρίο (του κεφαλαίου 19 του Θέωνα), το οποίο είναι γραμμένο στο επάνω περιθώριο, υπάρχουν και σε αυτό το μέρος του χειρογράφου άλλα σχόλια. Ας σημειώσουμε ότι τα μέχρι τώρα σχόλια του Θέωνα αντιστοιχούν στο μέρος του κεφαλαίου 19 της *Μεγίστης* που φθάνει μέχρι τον τρίτο στίχο του f. 216r. Επομένως, εκτός

216r- 217v) υπάρχουν συνολικά σαράντα δύο σχόλια, τα οποία συνοδεύουν το υπόλοιπο κείμενο του κεφαλαίου 19 της *Μεγίστης*. Τα σαράντα δύο αυτά σχόλια κατατάσσονται στις τρεις κατηγορίες σχολίων που γενικά συνοδεύουν το πτολεμαϊκό κείμενο στον κώδικα αυτό. Υπάρχουν δηλαδή ανάμεσά τους διάστιχα σχόλια, παρασελίδια σχόλια και σχόλια των οποίων ένα μέρος γράφεται ως διάστιχο σχόλιο και το άλλο μέρος ως παρασελίδιο σχόλιο. Η κατάταξη των σαράντα δύο σχολίων στις τρεις κατηγορίες αποτυπώνεται στον παρακάτω Πίνακα.

Σχόλια που συνοδεύουν το πτολεμαϊκό κείμενο του κεφαλαίου 19 στα ff. 216r-217v του κώδικα *Vaticanus gr*. 198			
Μέρος του κώδικα	Αριθμός σχολίων		
	Διάστιχα	Παρασελίδια	Διάστιχα ↔ Παρασελίδια
f. 216r	2	6	2
f. 216v	6	6	1
f. 217r	9	8	
f. 217v	1	1	
Σύνολο	18	21	3

Από τα σαράντα δύο συνολικά σχόλια που συνοδεύουν το κείμενο του Πτολεμαίου στα ff. 216r-217v, τα διάστιχα σχόλια (με εξαίρεση ένα από αυτά) και οκτώ από τα παρασελίδια σχόλια είναι πολύ μικρά. Δηλαδή το περιεχόμενό τους περιορίζεται σε μία ή δύο επεξηγηματικές φράσεις. Τα υπόλοιπα δέκα επτά σχόλια είναι εκτενέστερα και ορισμένα μάλιστα είναι αρκετά εκτενή. Μετά την εξέταση όλων των παραπάνω σχολίων, μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα τα εξής:

1) Από τα σαράντα δύο σχόλια που βρίσκονται στα ff. 216r- 217v του κώδικα *Vaticanus gr*. 198, τα τρία προέρχονται από τα σχόλια του Πάππου στο κεφάλαιο 19.[51]

2) Ένα από τα παρασελίδια σχόλια αποτελεί παράφραση ενός χωρίου από το *Μεγάλο Σχόλιο* του Θέωνα στους *Πρόχειρους Κανόνες* του Πτολεμαίου.[52]

από το f. 217r και το 217v (στο οποίο, λίγο μετά το μέσον του, τελειώνει το κεφάλαιο 19 της *Μεγίστης*), υπάρχει και στο υπόλοιπο μέρος του f. 216r πτολεμαϊκό κείμενο το οποίο συνοδεύεται από σχόλια. Θεώρησα επομένως χρήσιμο να εξετάσω και το f. 216r.

[51] Πρόκειται για τα σχόλια των οποίων ένα μέρος γράφεται ως διάστιχο σχόλιο και ένα μέρος ως παρασελίδιο σχόλιο (βλ. τελευταία στήλη του παραπάνω Πίνακα). Στο f. 216r, το πρώτο από αυτά τα σχόλια είναι το χωρίο RI.133.1-15 και το δεύτερο είναι το χωρίο RI.136.12-18 από τα σχόλια του Πάππου. Στο f. 216v είναι γραμμένο το χωρίο RI.155.24-27. Πρέπει όμως να επισημάνω ότι τα συγκεκριμένα χωρία από τα σχόλια του Πάππου που γράφονται στο μέρος αυτό του χειρογράφου παρουσιάζουν ορισμένες διαφορές από τα αντίστοιχα χωρία της κριτικής έκδοσης του Rome.

[52] Πρόκειται για το δεύτερο παρασελίδιο σχόλιο που βρίσκεται στο κάτω περιθώριο του f. 216r. Πρβλ. (Θέων, *GC*, III: 22.23-26).

3) Κανένα από τα διάστιχα ή παρασελίδια σχόλια που βρίσκονται στα ff. 216r-217v του κώδικα *Vaticanus gr.* 198 δεν αποτελεί τη συνέχεια του τελευταίου χωρίου (στ. 314-320) από το κεφάλαιο 19 του Θέωνα. Επομένως, η συνέχεια του κεφαλαίου 19 του Θέωνα δεν βρίσκεται στα σχόλια που υπάρχουν στα ff. 216r- 217v. Εξάλλου, τα σχόλια που βρίσκονται στο μέρος αυτό του κώδικα δεν συγκροτούν μια κειμενική ενότητα, η οποία, από άποψη νοήματος, θα μπορούσε να αποτελεί τη συνέχεια του κειμένου του κεφαλαίου 19. Πρόκειται για 'ασύνδετα μεταξύ τους' σχόλια, υπό την έννοια ότι αναφέρονται σε σημεία της *Μεγίστης* που βρίσκονται σε διαφορετικές νοηματικές ενότητες του κειμένου. Μπορεί σε ορισμένες περιπτώσεις, για λόγους οικονομίας, τα σχόλια αυτά να είναι γραμμένα το ένα αμέσως μετά το άλλο, αλλά το γεγονός αυτό δεν τα καθιστά μέρη της ίδιας νοηματικής ενότητας.[53] Όπως φαίνεται, το κείμενο που ακολουθούσε μετά το τελευταίο χωρίο που διασώζει ο κώδικας *Vaticanus gr.* 198 από το κεφάλαιο 19 του Θέωνα, είχε την ίδια τύχη με το κείμενο που βρισκόταν στην αρχή του κεφαλαίου 1. Έλειπε δηλαδή και αυτό από τον κώδικα από τον οποίο αντιγράφηκε το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα.[54]

[53] Θα ήθελα όμως να επισημάνω ότι δεν μπορούμε να αποκλείσουμε το ενδεχόμενο ορισμένα από τα σχόλια αυτά να προέρχονται από τα υπόλοιπα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο 19. Όπως, για παράδειγμα, ένα εκτενές σχόλιο που υπάρχει στο f. 217r και το οποίο έχει αρκετά στοιχεία που προσιδιάζουν τόσο στο ύφος όσο και στο λεξιλόγιο του Θέωνα. Το σχόλιο αυτό αρχίζει στο επάνω περιθώριο και φθάνει μέχρι λίγο μετά το μέσον του περιθωρίου δεξιά.

[54] Επομένως, αν μπορέσουμε να αποδείξουμε ότι κάποια από τα σχόλια που υπάρχουν στα ff. 216-217v του κώδικα *Vaticanus gr.* 198 προέρχονται από τα υπόλοιπα σχόλια του Θέωνα στο κεφάλαιο 19, είναι εύλογο να αναρωτηθούμε από πού αντιγράφηκαν αυτά τα σχόλια. Θα πρέπει στην περίπτωση αυτή να υποθέσουμε ή ότι ο κώδικας από τον οποίο αντιγράφηκε το 5ο βιβλίο του Θέωνα είχε διασώσει μόνο ορισμένα κομμάτια από το μέρος αυτό του 5ου βιβλίου ή ότι τα σχόλια αυτά τα είχε διασώσει κάποιος άλλος κώδικας.

Κεφάλαιο 6

Η έκδοση του κειμένου του Θέωνα

Η έκδοση του κειμένου που παρουσιάζω για το μέχρι σήμερα ανέκδοτο τμήμα του 5ου βιβλίου των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* στηρίζεται σε φωτογραφίες του κώδικα *Vaticanus gr*. 198, ο οποίος είναι και ο μόνος που διασώζει το εν λόγω κείμενο. Οφείλω να διευκρινίσω εξ αρχής ότι η παρούσα έκδοση δεν είναι κριτική. Πρόκειται για έκδοση στην οποία το κείμενο παρουσιάζεται, στο βαθμό του δυνατού, όπως μας το παραδίδει ο κώδικας. Τα διαγράμματα επίσης που συνοδεύουν το κείμενο προέρχονται από φωτογραφίες του κώδικα.

Η παρούσα έκδοση είναι ο καρπός της επίπονης προσπάθειας που έπρεπε να καταβάλω προκειμένου από τη μια μεριά να μείνω όσο το δυνατόν πιστή στο χειρόγραφο και από την άλλη να παρουσιάσω στον αναγνώστη ένα ευανάγνωστο κείμενο. Για την επίτευξη του διπλού αυτού στόχου ήταν απαραίτητο να υιοθετήσω ορισμένες συμβάσεις και να τις εφαρμόσω στη μεταγραφή του κειμένου, η οποία και παρουσίασε αρκετές δυσκολίες. Πέρα από τις δυσκολίες που οφείλονται στο γεγονός ότι το κείμενο είναι σε αρκετά σημεία δυσανάγνωστο, αντιμετώπισα και δυσκολίες που οφείλονται σε ορισμένες από τις ιδιαιτερότητες που χαρακτηρίζουν τη γραφή του κειμένου στο χειρόγραφο. Διότι σε αρκετές περιπτώσεις οι ιδιαιτερότητες της γραφής όχι μόνο δυσχεραίνουν τη λήψη αποφάσεων για τη μεταγραφή του κειμένου, αλλά εγκυμονούν τον κίνδυνο να οδηγηθούμε σε λανθασμένες αποφάσεις μεταγραφής.[1]

Θεώρησα λοιπόν απαραίτητο να παρουσιάσω τόσο τις ιδιαιτερότητες της γραφής του κειμένου στο χειρόγραφο όσο και τις συμβάσεις που υιοθέτησα για τη μεταγραφή του. Με τον τρόπο αυτό ο αναγνώστης θα διευκολυνθεί στην αποσαφήνιση ορισμένων σημείων του κειμένου της παρούσας έκδοσης και, επιπλέον, θα μπορέσει να διακρίνει λάθη που ενδεχομένως να έγιναν στη μεταγραφή. Ο σκοπός μου βεβαίως δεν είναι να κάνω αναλυτική παλαιογραφική εξέταση του κειμένου που μας παραδίδει ο κώδικας, αλλά να παρουσιάσω σε γενικές γραμμές τα χαρακτηριστικά της γραφής του, δίνοντας όμως παράλληλα έμφαση στις ιδιαιτερότητες που πρέπει να έχει κατά νου ο αναγνώστης.

Τα γενικά χαρακτηριστικά και οι ιδιαιτερότητες της γραφής

Το κείμενο στο χειρόγραφο είναι γραμμένο με μικρογράμματη γραφή η οποία όμως παρουσιάζει κάποια ιδιομορφία ως προς τους χαρακτήρες των γραμμάτων. Η γραφή, δηλαδή, δεν είναι αμιγώς μικρογράμματη αλλά χαρακτηρίζεται από τη συνύπαρξη μικρογράμματων και κεφαλαιογράμματων χαρακτήρων. Αναμφίβολα κυριαρχούν οι μικρογράμματοι χαρακτήρες, αλλά ο γραφέας για ορισμένα γράμματα χρησιμοποιεί ενίοτε και μεγαλογράμματους χαρακτήρες. Ιδιαίτερη περίπτωση αποτελούν τα γράμματα η και γ, τα οποία στην συντριπτική πλειονότητα των περιπτώσεων γράφονται με μεγαλογράμματους χαρακτήρες (Η, Γ), χωρίς βέβαια αυτό να δυσχεραίνει την ανάγνωση και τη μεταγραφή του κειμένου. Αυτό όμως που δημιουργεί πρόβλημα στη

[1] Θα ήθελα επίσης να προσθέσω ότι το γεγονός της μη ύπαρξης αντιγράφων του κειμένου σε άλλους κώδικες δυσχεραίνει τη μεταγραφή του, αφού δεν μπορεί να γίνει σύγκριση των γραφών, η οποία θα έδινε ενδεχομένως τη δυνατότητα να διαφωτιστούν ορισμένα προβληματικά σημεία της γραφής του κειμένου.

μεταγραφή του κειμένου είναι η οπτική ομοιότητα που υπάρχει σε ορισμένες περιπτώσεις ανάμεσα σε δύο μικρογράμματους χαρακτήρες, με αποτέλεσμα να συγχέονται αυτοί μεταξύ τους. Οι συνηθέστερες περιπτώσεις στις οποίες δεν μπορεί να γίνει πάντοτε σαφής διάκριση μεταξύ δύο γραμμάτων είναι αυτές των γραμμάτων «μ» - «ν» και «ζ» - «ξ», τα οποία όταν είναι κακογραμμένα μπορεί να διαβαστούν λανθασμένα.

Αν τώρα θέλαμε να χαρακτηρίσουμε το κείμενο γενικότερα ως προς τον τρόπο γραφής του, θα το χαρακτηρίζαμε ως ένα πολύ συντομογραφημένο κείμενο.[2] Πέρα από τη χρήση συμπλεγμάτων (όπως ευ, ει, ου) και συνενώσεων (όπως εκ, ερ, σπ, στ, ελ) γραμμάτων, ο γραφέας κάνει εκτεταμένη χρήση μίας σειράς από συντομογραφίες. Κατ' αρχάς χρησιμοποιεί σχεδόν πάντοτε συντομογραφία για τις καταλήξεις των πτωτικών και των ρημάτων (-ον, -ην, -εν, -ων, -ῶν, -ας, -ῆς, -έως, -ως, -ους, -οις, -ειν, -εις και -ται), καθώς επίσης και για τις προθέσεις (ἐπὶ/ κατὰ/ μετὰ/ περὶ/ ἀπὸ) και τους συνδέσμους (καὶ/ γὰρ/μὲν/ ἐπεὶ). Ο τρόπος συντομογράφησης των συγκεκριμένων καταλήξεων, προθέσεων και συνδέσμων παρουσιάζεται ομοιόμορφος σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις. Πέραν αυτών των περιπτώσεων, κατά κανόνα συντομογράφονται επίσης τριάντα και πλέον λέξεις (και πάλι σχεδόν πάντοτε με ομοιόμορφο τρόπο) ενώ πολύ συχνά ο γραφέας χρησιμοποιεί επιτμήσεις λέξεων.[3] Αρκετές λέξεις επίσης ο γραφέας τις αποδίδει με τη χρήση «συμβόλων». Το «σύμβολο» χρησιμοποιείται συνήθως ως συντομογραφία για το κύριο μέρος της λέξης και συνοδεύεται από την κατάληξη που δηλώνει τον εκάστοτε γραμματικό τύπο.[4]

Η ύπαρξη των ποικίλων συντομογραφιών, επιτμήσεων και «συμβόλων» που υπάρχουν στο κείμενο του χειρογράφου απετέλεσε την πηγή των δυσκολιών που αντιμετώπισα τόσο αρχικά, κατά την ανάγνωση δηλαδή του κειμένου στο χειρόγραφο, όσο και αργότερα, όταν επιχείρησα να μεταγράψω το κείμενο του χειρογράφου. Έχοντας σκοπό να παρουσιάσω στον αναγνώστη της διατριβής μου ένα ευανάγνωστο κείμενο, θεώρησα απαραίτητο να αναλύσω όλες τις συντομογραφίες που υπάρχουν στο κείμενο του χειρογράφου και να αποδώσω ολογράφως τις επιτμήσεις των λέξεων, καθώς επίσης και να αποδώσω με λέξεις τα «σύμβολα» που χρησιμοποιεί ο γραφέας. Κατά τη μεταγραφή λοιπόν του κειμένου αντιμετώπισα εξ αρχής αρκετές δυσκολίες σχετικά με την «αποκωδικοποίηση» αυτών των στοιχείων της γραφής. Οι περισσότερες δυσκολίες ξεπεράστηκαν σύντομα, από τη στιγμή που μπόρεσα να καταλάβω το 'πνεύμα' του γραφέα σχετικά με τον τρόπο που συντομογράφει ή κάνει επιτμήσεις λέξεων. Βέβαια, σε κάθε περίπτωση, προκειμένου να αποδώσω με συγκεκριμένο τρόπο τις συντομογραφίες και τις επιτμήσεις των λέξεων έπρεπε να πάρω υπόψη μου τα συμφραζόμενα του κειμένου. Η μεταγραφή, επίσης, των «συμβόλων» σε λέξεις δεν παρουσίασε γενικά δυσκολίες. Υπάρχουν όμως στο κείμενο του χειρογράφου αρκετές συντομογραφίες οι οποίες δεν ήταν και τόσο εύκολο να αναλυθούν. Επιπλέον, ο ιδιότυπος τρόπος με τον οποίο συντομογράφει σε ορισμένες περιπτώσεις ο γραφέας δυσχεραίνει τη λήψη αποφάσεων μεταγραφής και, κυρίως, εμπεριέχει τον κίνδυνο να

---

[2] Στο σημείο αυτό πρέπει να επισημάνω ότι το κείμενο του Μέρους ΙΙ, το οποίο είναι γραμμένο στα περιθώρια της *Μεγίστης*, διαφοροποιείται από το κείμενο του Μέρους Ι ως προς τη συχνότητα χρήσης συντομογραφιών. Στο Μέρος ΙΙ, πρωτίστως για λόγους οικονομίας, η χρήση συντομογραφιών είναι πολύ συχνότερη, αφού ο γραφέας έπρεπε να διαμορφώνει το κείμενο σύμφωνα με τις δεσμεύσεις που του επέβαλλε ο διαθέσιμος αντιγραφικός χώρος. Σχετικά με τις μεθόδους που χρησιμοποιούσαν οι αντιγραφείς των χειρογράφων για να εξοικονομήσουν χώρο αλλά και χρόνο βλ. ενδεικτικά (Mioni 2004, 115-116).

[3] Δηλαδή, οι λεκτικοί τύποι δεν ολογράφονται. Γράφεται μόνο ένα αρχικό τμήμα των λέξεων, ενώ το υπόλοιπο τμήμα πρέπει να το συμπεράνουμε από τα συμφραζόμενα.

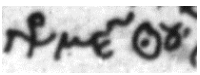
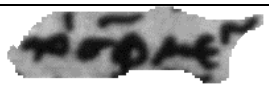
[4] Με χρήση «συμβόλων» ο γραφέας αποδίδει συστηματικά τα ονόματα των ζωδίων, καθώς και τις λέξεις ἀστὴρ-ἥλιος-σελήνη-ἀναβιβάζων-ἡμέρα-σφαῖρα-κύκλος-ἡμικύκλιον-περιφέρεια-διάμετρος-παράλληλος-ὀρθὸς-τρίγωνον-τετράγωνον. Σε ορισμένες περιπτώσεις αποδίδει με χρήση «συμβόλων» και τις λέξεις εὐθεῖα και ἴσος.

γίνει λάθος μεταγραφής. Η ιδιοτυπία συνίσταται πρωτίστως στο ότι ο γραφέας χρησιμοποιεί την ίδια συντομογραφία για να αποδώσει όλους τους γραμματικούς τύπους της ίδιας λέξης. Με αποτέλεσμα η συντομογραφία να μπορεί να αναλυθεί με περισσότερους από έναν τρόπους. Ας δούμε ορισμένα ενδεικτικά παραδείγματα.

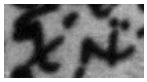
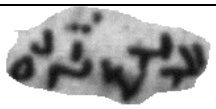
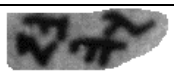
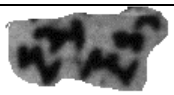
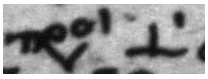
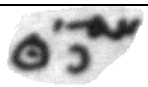
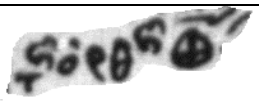
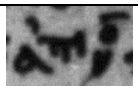
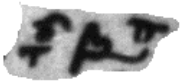
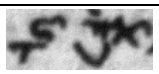
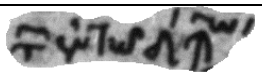
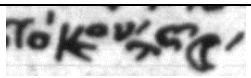
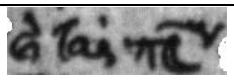
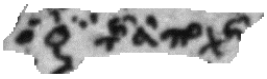
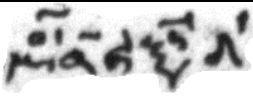
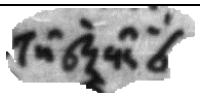
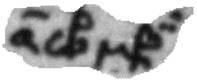
Ένα από τα πλέον χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελεί η συντομογραφία $\mu^{\overline{\text{οι}}}$ που χρησιμοποιεί απαρέγκλιτα ο γραφέας για να αποδώσει όλους τους γραμματικούς τύπους της λέξης μοῖρα.[5] Επίσης χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι δύο συντομογραφίες που χρησιμοποιεί, και πάλι απαρέγκλιτα, ο γραφέας για να αποδώσει όλους τους τύπους των ρημάτων «γίνομαι» και «γράφω». Οι τύποι του ρήματος «γίνομαι» αποδίδονται με τη μορφή ενός συμπλέγματος των γραμμάτων Γ και ϊ, ενώ αυτοί του ρήματος «γράφω» με τη μορφή ενός συμπλέγματος των γραμμάτων Γ και ρ. Εκτός από τις περιπτώσεις στις οποίες ο γραφέας συντομογράφει με τον ίδιο τρόπο όλους τους γραμματικούς τύπους μιας λέξης, υπάρχουν και περιπτώσεις στις οποίες χρησιμοποιεί την ίδια συντομογραφία για να αποδώσει όλους τους τύπους δύο διαφορετικών λέξεων. Έτσι, όλοι οι τύποι των λέξεων «πλάτος» και «πλευρὰ» αποδίδονται με την ίδια μορφή, που είναι ένας συνδυασμός των γραμμάτων π και λ (π^{λ}). Το ίδιο συμβαίνει και με τους τύπους των λέξεων «μέγεθος» και «μέγιστος», οι οποίοι αποδίδονται με τη μορφή $\mu\varepsilon^{\Gamma}$. Σε όλες τις περιπτώσεις που αναφέραμε, καθώς και στις άλλες ανάλογες περιπτώσεις που υπάρχουν στο χειρόγραφο, το μόνο που μπορεί να βοηθήσει, ως ένα βαθμό, στην ανάλυση της εκάστοτε συντομογραφίας είναι τα συμφραζόμενα του κειμένου.

Παράλληλα με τις περιπτώσεις στις οποίες συντομογράφονται με τον ίδιο τρόπο όλοι οι γραμματικοί τύποι της ίδιας λέξης, υπάρχουν και περιπτώσεις στις οποίες ο γραφέας χρησιμοποιεί την ίδια συντομογραφία μόνο για το κύριο μέρος της λέξης. Συγχρόνως όμως κάνει με τον τρόπο του σαφή τον εκάστοτε τύπο της λέξης. Συγκεκριμένα, προσθέτει μετά τη συντομογραφία την αντίστοιχη κατάληξη, όπως, για παράδειγμα, συμβαίνει στην περίπτωση της λέξης «ἀριθμὸς» η οποία απαντά σχεδόν πάντοτε με την προσθήκη της κατάληξης. Ο γραφέας, δηλαδή, ακολουθεί και σε αυτές τις περιπτώσεις την ίδια τακτική που ακολουθεί όταν συντομογράφει μια λέξη χρησιμοποιώντας «σύμβολο» μόνο για να αποδώσει το κύριο μέρος της λέξης.

Ας δούμε μερικά ενδεικτικά παραδείγματα από το κείμενο του χειρογράφου στα οποία φαίνεται η χρήση ορισμένων συντομογραφιών, επιτμήσεων λέξεων και «συμβόλων».

Παραδείγματα συντομογράφησης φράσεων στο κείμενο του κώδικα *Vaticanus gr*. 198			
	γραφομένου μεγίστου κύκλου		τὸ σφαιρικὸν μέγεθος

[5] Θα ήθελα να επισημάνω ότι ο κώδικας *Vaticanus gr*. 198 δεν είναι ο μόνος στον οποίο χρησιμοποιείται η ίδια συντομογραφία για την απόδοση όλων των γραμματικών τύπων της λέξης μοῖρα. Το ίδιο συμβαίνει σε όλα τα χειρόγραφα που έχω εξετάσει και το ίδιο θα πρέπει μάλλον να συμβαίνει, αν όχι σε όλα, στα περισσότερα χειρόγραφα. Βέβαια, η συντομογραφία για τους τύπους της λέξης μοῖρα δεν είναι ίδια με αυτή που χρησιμοποιείται στον κώδικα *Vat. gr*. 198. Σε παλαιότερους κώδικες, όπως για παράδειγμα, στους κώδικες *Laur. Plut.* 28.18 και *Vat. gr*. 1594, χρησιμοποιείται η συντομογραφία $\dot{M}$. Για περισσότερα σχετικά με το θέμα της ανάλυσης της συντομογραφίας που χρησιμοποιείται στα χειρόγραφα για τους τύπους της λέξης μοῖρα βλ. (Rome 1931, xxiv).

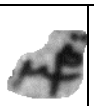
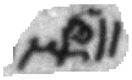
	ἐλάττονας γίνεσθαι		ὃ γίνεται κατὰ τὸν
	κατὰ πλάτος		παραλλήλου πλευρᾶς
	κατὰ μῆκος		πρὸς ὀρθὰς
	κατὰ διάμετρον		κύκλου περιφέρειαν
	ἐν τετραγώνοις		τῆς ὀρθῆς σφαίρας
	ἀπὸ νότου		τοῦ βορείου πέρατος
	τῆς ὑπεροχῆς		τῶν ἐν τῷ δ΄ σελιδίῳ
	τὸ κέντρον τῆς σελήνης		καὶ τὰς πανσελήνους
	ὁ ἀριθμὸς τῆς ἀποχῆς		μοῖρα ᾱ καὶ ἑξηκοστὰ δ΄
	τῇ ἑξῆς ἡμέρα		ᾱ ὥρας ἰσημερινῆς

Ανάμεσα σε όλες τις περιπτώσεις στις οποίες συντομογράφονται διάφορες λέξεις υπάρχει μία περίπτωση για την οποία πρέπει να γίνει ιδιαίτερη μνεία, λόγω του ότι είναι χαρακτηριστική για τον κίνδυνο λανθασμένης ανάγνωσης που εμπεριέχει. Πρόκειται συγκεκριμένα για τον τρόπο με τον οποίο συντομογράφονται οι λέξεις «ἰσημερινὸς», «ἰσημερινὴ», «μεσημβρινὸς», «μεσημβρινὴ» και «μεσημβρία», οι οποίες δεν αποδίδονται ποτέ ολογράφως. Ο γραφέας αποδίδει το τμήμα «ἰσημεριν», «μεσημβριν» και «μεσημβρί» των παραπάνω λέξεων χρησιμοποιώντας μία και την αυτή συντομογραφία, η οποία έχει τη μορφή ενός συμλέγματος (μ^{β}) των γραμμάτων μ και β, ενώ ο γραμματικός τύπος κάθε λέξης δηλώνεται με την κατάληξη, η οποία συνοδεύει το εν λόγω σύμπλεγμα.[6] Στο κείμενο της παρούσας έκδοσης υπάρχουν συνολικά εβδομήντα επτά περιπτώσεις στις οποίες οι παραπάνω λέξεις συντομογράφονται στο χειρόγραφο με τον τρόπο που περιγράψαμε.[7] Όπως

[6] Αρκετές φορές στο σύμπλεγμα μ^{β} βλέπουμε να γράφεται και το τρήμα που θέτει ο γραφέας στο γράμμα ι, το οποίο υπάρχει στις παραπάνω λέξεις. Το τρήμα είναι η διπλή στιγμή (τα διαλυτικά, όπως λέμε σήμερα) που γενικά θέτει ο γραφέας πάνω από τα γράμματα ι και υ.

[7] Ας σημειώσουμε ότι υπάρχουν και τρεις επιπλέον περιπτώσεις στις οποίες χρησιμοποιείται η συγκεκριμένη συντομογραφία αλλά ατόπως, όπως φαίνεται, για τη λέξη «μείζονα». Βλ. τις σημειώσεις για το κεφάλαιο ιδ (στίχοι 149, 150 και 155) που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου.

φαίνεται, και ο ίδιος ο γραφέας έχει επίγνωση του κινδύνου λανθασμένης ανάγνωσης, αν λάβουμε υπόψη μας το γεγονός ότι όταν πρόκειται για τη λέξη «ἰσημερινὸς» συμπληρώνει, σε λίγες όμως μόνο περιπτώσεις, το πρώτο τμήμα (ἰση) της λέξης «ἰσημερινὸς» το οποίο και γράφει είτε πριν είτε πάνω, είτε κάτω από τη συντομογραφία.[8] Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις η σωστή ανάγνωση των παραπάνω γραφών επαφίεται στον αναγνώστη του χειρογράφου. Για τη σωστή ανάγνωση των λέξεων τις οποίες ο γραφέας αποδίδει με τον τρόπο που μόλις περιγράψαμε, το μόνο που μπορεί να βοηθήσει, ως ένα βαθμό, είναι και πάλι τα συμφραζόμενα του κειμένου. Όπως φαίνεται, πρέπει ο αναγνώστης του χειρογράφου να έχει τις απαιτούμενες γνώσεις προκειμένου να είναι σε θέση να κατανοεί κάθε φορά για ποια λέξη πρόκειται. Ας δούμε και πάλι ορισμένα ενδεικτικά παραδείγματα, παρουσιάζοντας σε μία πρώτη γραμμή τις συντομογραφίες και στη δεύτερη γραμμή την ανάλυσή τους :

						
ἰσημεριν- μεσημβριν- μεσημβρί-	μεσημβρινὸς ἰσημερινὸς	μεσημβρινοῦ ἰσημερινοῦ	ἰσημερινὸν μεσημβρινὸν	ἰσημερινῶν μεσημβρινῶν	μεσημβρίας	μεσημβρινὴν

Όπως παρατηρούμε, το πρώτο μέρος των λέξεων συντομογράφεται πάντοτε με τη μορφή του συμπλέγματος των γραμμάτων μ και β ενώ ακολουθεί η συντομογραφία της εκάστοτε κατάληξης. Βλέπουμε επίσης ορισμένες περιπτώσεις στις οποίες η ίδια συντομογραφία μπορεί να αναλυθεί κατά δύο τρόπους.

Πέραν των όσων αναφέρθηκαν για την τακτική που ακολουθεί ο γραφέας όταν αποδίδει «κοινόχρηστες» λέξεις, πρέπει να κάνουμε και ορισμένες παρατηρήσεις για τον τρόπο με τον οποίο αποδίδει τα γεωμετρικά και αριθμητικά στοιχεία που υπάρχουν στο κείμενο. Αυτό είναι απαραίτητο διότι και στην περίπτωση αυτή υπάρχουν ορισμένες ιδιαιτερότητες που πρέπει να έχει κατά νου ο αναγνώστης του κειμένου που παρουσιάζω. Μία πρώτη παρατήρηση που οφείλουμε να κάνουμε είναι ότι όλα τα γράμματα που εμπλέκονται σε μαθηματικό λόγο συνοδεύονται, ανάλογα με την περίπτωση, με συγκεκριμένα σημεία, τα οποία είναι η μακρά (ένα είδος παύλας) και η οξεία. Η μακρά τίθεται α) πάνω από τα γράμματα με τα οποία «ονομάζεται» ένα γεωμετρικό σχήμα (π.χ. τὸ αζδ τρίγωνον, κύκλος ὁ αβγδ) ή ένα στοιχείο ενός γεωμετρικού διαγράμματος (π.χ. τὸ ᾱ σημεῖον, εὐθεῖα ἡ γδ, μεγίστου κύκλου τμῆμα τὸ βεζ)[9] και β) πάνω από τα γράμματα που δηλώνουν ακέραιο αριθμό μονάδων (π.χ. αἱ β ὀρθαὶ, τὰς κθ μοίρας).[10] Όπως φαίνεται και από τα παραδείγματα που

[8] Τη συμπλήρωση του τμήματος ἰση της λέξης ἰσημερινὸς ο γραφέας την κάνει σε εννέα συνολικά περιπτώσεις. Σε τρεις περιπτώσεις το ἰση γράφεται πριν από τη συντομογραφία, σε τέσσερεις πάνω από τη συντομογραφία, ενώ σε δύο περιπτώσεις η συντομογραφία βρίσκεται πάνω από το ἰση. Όλες αυτές τις περιπτώσεις τις επισημαίνω στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου.

[9] Η μακρά τίθεται στα γράμματα μόνο εντός του κειμένου. Δεν τίθεται στα γράμματα που υπάρχουν στα διαγράμματα.

[10] Για το θέμα της χρήσης της μακράς πάνω στα γράμματα που εμπλέκονται σε μαθηματικό λόγο βλ. τη σχετική συζήτηση του Acerbi (2013, 148-150).

παρέθεσα, ο γραφέας δεν ακολουθεί απαρέγκλιτα την ίδια τακτική στην τοποθέτηση της μακράς, η οποία, όταν υπάρχουν περισσότερα του ενός γράμματα, άλλοτε καλύπτει ένα μόνο γράμμα και άλλοτε περισσότερα.[11] Η οξεία με τη σειρά της τίθεται, κατά κανόνα, μετά τα γράμματα που δηλώνουν α) τα μόρια της μονάδος β) τα τακτικά αριθμητικά και γ) τα πρώτα εξηκοστά της μονάδος. Για τα δεύτερα, τρίτα και τέταρτα εξηκοστά της μονάδος τίθενται δύο, τρεις και τέσσερεις οξείες, αντιστοίχως.[12] Είναι όμως απαραίτητο να σημειωθεί ότι ο γραφέας δεν είναι πάντοτε συνεπής ως προς τη χρήση της μακράς και της οξείας. Έτσι, πέρα από το γεγονός ότι σε ορισμένες περιπτώσεις παραλείπει τη μακρά ή την οξεία, ορισμένες φορές θέτει στα μόρια της μονάδος μακρά αντί οξείας ή θέτει συγχρόνως και οξεία και μακρά. Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση των τακτικών αριθμητικών (στα οποία επιπλέον ο γραφέας προσθέτει πολύ συχνά και την εκάστοτε κατάληξη), καθώς επίσης και στην περίπτωση των εξηκονταδικών κλασμάτων.[13]

Υπάρχουν ακόμη μερικές παρατηρήσεις που οφείλουμε να κάνουμε για τον τρόπο με τον οποίο ο γραφέας αποδίδει ορισμένα στοιχεία στο πλαίσιο του μαθηματικού λόγου και τις οποίες πρέπει να έχει και πάλι κατά νου ο αναγνώστης του κειμένου της παρούσας έκδοσης:

---

[11] Αυτό θα το διαπιστώνει συνεχώς ο αναγνώστης του κειμένου της παρούσας έκδοσης στο οποίο προσπάθησα να αποδώσω τον τρόπο με τον οποίο ο γραφέας θέτει τη μακρά πάνω από τα γράμματα.

[12] Στους παπύρους και στα παλαιότερα χειρόγραφα, η συνήθης τακτική που ακολουθείται κατά τη γραφή εξηκονταδικών αριθμών είναι να τίθεται η μακρά τόσο στα γράμματα που δηλώνουν το ακέραιο μέρος όσο και σε αυτά που δηλώνουν τα εξηκονταδικά κλάσματα. Βλέπε, για παράδειγμα, τους παπύρους που εξέδωσε ο Jones (1999b, I, 2-42). Για την τακτική που ακολουθείται στα χειρόγραφα βλ. (Acerbi 2013, 156). Την ίδια τακτική που ακολουθείται στους παπύρους και στα παλαιότερα χειρόγραφα ακολουθεί και ο Heiberg στην έκδοση της *Μεγίστης*. Θέτει δηλαδή παύλα σε όλα τα μέρη των εξηκονταδικών αριθμών σε αντίθεση με τον Halma, ο οποίος, τόσο στην έκδοση της *Μεγίστης* (Halma 1813-1816) όσο και στην έκδοση των δύο πρώτων βιβλίων των *Σχολίων* του Θέωνα στη *Μεγίστη* (Halma 1821), χρησιμοποιεί την παύλα μόνο για το ακέραιο μέρος των εξηκονταδικών αριθμών, ενώ στα εξηκονταδικά κλάσματα θέτει τις οξείες που απαιτούνται κάθε φορά. Ο Rome, στην έκδοση των *Σχολίων* του Πάππου και του Θέωνα στη *Μεγίστη*, δεν χρησιμοποιεί ούτε την παύλα για το ακέραιο μέρος των εξηκονταδικών αριθμών ούτε τις οξείες με τις οποίες δηλώνονται τα διαφόρων τάξεων εξηκοστά.

Δεν είναι γνωστό πότε καθιερώθηκε η διαφοροποίηση ως προς τον τρόπο με τον οποίο δηλώνεται από τη μία μεριά το ακέραιο μέρος ενός εξηκονταδικού αριθμού και από την άλλη τα εξηκονταδικά κλάσματα. Σύμφωνα με τον Acerbi (ό.π., 156-157) η διαφοροποίηση αυτή φαίνεται να έγινε ανάμεσα στον 4ο και 6ο μ.Χ. αι. Εξ όσων γνωρίζω, σε καμία από τις σωζόμενες αρχαίες πηγές δεν απαντά ρητή περιγραφή του τρόπου με τον οποίο δηλώνονται τα διάφορα μέρη των εξηκονταδικών αριθμών. Την ρητή περιγραφή τη συναντάμε σε πολύ μεταγενέστερες πηγές. Πρώτη φορά τη συναντάμε τον 13ο αιώνα στο *Quadrivium* του Παχυμέρη (Tannery 1940, 334.35-335.2), όπου αναφέρεται ρητά ότι η μοίρα πρέπει να δηλώνεται με τη χρήση της μακράς, ενώ τα λεπτά με τη χρήση της οξείας. Τη συναντάμε επίσης και λίγο αργότερα στην *Αστρονομική Στοιχείωση* του Μετοχίτη (στο δεύτερο κεφάλαιο του δεύτερου βιβλίου), όπου ο Μετοχίτης όχι μόνο περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο δηλώνονται τα διάφορα μέρη των εξηκονταδικών αριθμών (τα είδη) αλλά εξηγεί και την αναγκαιότητα που οδήγησε στην υιοθέτηση της συγκεκριμένης τακτικής που περιγράφει. Αξίζει νομίζω να παραθέσουμε το αντίστοιχο χωρίο από το έργο του Μετοχίτη: «διὰ δὲ τὸ ταχὺ καὶ ῥάδιον πρὸς δήλωσιν ἐμεθοδεύσαντο οἱ μαθηματικοὶ ἐν ταῖς καταγραφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς στοιχείοις τοῖς τοὺς ἀριθμοὺς κατὰ συνθήκην δηλοῦσιν· οἷον, τῷ $\overline{\eta}$ ὃ δηλοῖ ὀκτώ· τῷ $\overline{\iota}$ ὃ δηλοῖ δέκα· τῷ $\overline{\kappa}$ ὃ δηλοῖ εἴκοσιν, ἢ ὁτωοῦν ἄλλῳ διὰ σημείων τινῶν ὑποσημήνασθαι καὶ χαρακτηρίσαι, τὶ βούλεται δηλοῦν ἑκάστοτε ἐν ταῖς προκειμέναις χρήσεσιν ὁτιοῦν στοιχεῖον ἀριθμοῦ δηλωτικὸν· μοίρας ἢ πρῶτα λεπτὰ· ἢ δεύτερα· ἢ τρίτα· ἢ ἄλλα ἄττα· τὸ γὰρ αὐτὸ στοιχεῖον τὸν αὐτὸν μὲν ἀριθμὸν δηλοῖ. **διὰ δὲ τῶν ἀποτεταγμένων σημείων ἐμφαίνει τὰ διάφορα εἴδη τῶν ἀριθμουμένων**. τιθέντες γὰρ ἐπάνω τοῦ στοιχείου τοῦ δηλωτικοῦ ἀριθμοῦ ἣν φασὶ **μακρὰν**, δηλοῦμεν τὸν ἀριθμὸν εἶναι μοιρῶν· τιθέντες δὲ **ὀξεῖαν** ἐπάνω τοῦ αὐτοῦ στοιχείου, δηλοῦμεν τὸν ἀριθμὸν εἶναι πρώτων λεπτῶν· εἴτουν ἑξηκοστῶν· τιθέντες δὲ δύο ὀξείας, δηλοῦμεν τὸν ἀριθμὸν εἶναι δευτέρων λεπτῶν· τιθέντες δὲ τρεῖς, δηλοῦμεν τὸν ἀριθμὸν εἶναι τρίτων λεπτῶν· καὶ ἑξῆς παραπλησίως μέχρι τῶν ἕκτων ἢ δωδεκάτων ὡς ἔφημεν λεπτῶν» (*Vaticanus gr.* 1087, f. 192v-193r/ *Vaticanus gr.* 1365, f. 245r)

[13] Και πάλι αυτές τις ιδιαιτερότητες θα τις διαπιστώνει συχνά ο αναγνώστης του κειμένου της παρούσας έκδοσης. Αρκετές περιπτώσεις τις επισημαίνω στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου.

1. Ο γραφέας αποδίδει με το γράμμα β όχι μόνο τον αριθμό «δύο» και το τακτικό αριθμητικό «δεύτερος» αλλά και τη λέξη « διπλῆ» και ενίοτε ορισμένους τύπους της λέξης «διπλάσιος».

2. Παρατηρείται μία ασυνέπεια του γραφέα ως προς τον τρόπο με τον οποίο αποδίδει το «μηδέν». Για το «μηδέν» χρησιμοποιεί το γράμμα «ο» το οποίο χρησιμοποιείται και για τον αριθμό «εβδομήντα». Όταν πρόκειται για τον αριθμό «εβδομήντα» θέτει πάνω από το γράμμα «ο» τη μακρά (ō), ενώ όταν πρόκειται για το «μηδέν» χρησιμοποιεί ένα συγκεκριμένο διακριτικό σημείο.[14] Δεν είναι όμως πάντα συνεπής ως προς τη χρήση αυτού του σημείου για να δηλώσει ότι πρόκειται για το «μηδέν». Σε αρκετές περιπτώσεις αντ' αυτού θέτει πάνω από το «ο» τη μακρά.[15]

3. Ο γραφέας χρησιμοποιεί το ίδιο «σύμβολο» για να αποδώσει τόσο το μόριο ½ όσο και όλους τους γραμματικούς τύπους της λέξης «ἥμισυς».[16] Τα συμφραζόμενα του κειμένου μας βοηθούν και στην περίπτωση αυτή να καταλάβουμε περί τίνος ακριβώς πρόκειται.

Η μέθοδος της έκδοσης

Το κείμενο του χειρογράφου έχει μεταγραφεί με κύριο στόχο να αποτελέσει, όσο το δυνατόν πιο ικανοποιητικά, ένα βοήθημα για τη μελέτη του μέχρι σήμερα ανέκδοτου τμήματος από το 5ο βιβλίο του Θέωνα. Η ανάγκη για την επίτευξη αυτού του στόχου με οδήγησε στην απόφαση να ακολουθήσω μία μέση οδό κατά τη μεταγραφή του κειμένου. Να καταβάλω δηλαδή κάθε δυνατή προσπάθεια για να σεβαστώ το κείμενο όπως μας το παραδίδει το χειρόγραφο αλλά παράλληλα να κάνω και ορισμένες παρεκκλίσεις τις οποίες θεώρησα χρήσιμες προκειμένου το κείμενο να καταστεί όσο το δυνατόν ευανάγνωστο.

Οι πρώτες διευκρινίσεις που οφείλω να κάνω έχουν σχέση με τη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το κείμενο στην παρούσα έκδοση.[17] Ακολουθώντας την τακτική του γραφέα του χειρογράφου, το κείμενο κάθε κεφαλαίου γράφεται και στην παρούσα έκδοση σε συνεχή μορφή, χωρίς δηλαδή την ύπαρξη παραγράφων, με ορισμένες όμως εξαιρέσεις. Συγκεκριμένα, αλλαγή παραγράφου γίνεται σε όλες τις περιπτώσεις στις οποίες ο ίδιος ο γραφέας επισημαίνει με την άνω και κάτω στιγμή την έναρξη μιας νέας ενότητας, καθώς και στις

---

[14] Στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 το μηδέν απαντά με τη μορφή . Σε άλλους κώδικες απαντά με άλλη μορφή. Για τον συμβολισμό του μηδενός στα αστρονομικά κείμενα πολύ χρήσιμη είναι η μελέτη του Raymond Mercier (2004), Consideration of the Greek symbol 'zero'.

[15] Αυτό με τη σειρά του μπορεί, ανάλογα με την περίπτωση, να δημιουργήσει σύγχυση στον αναγνώστη. Όταν βέβαια σε έναν εξηκονταδικό αριθμό το ō βρίσκεται στη θέση κάποιας τάξης εξηκοστών, δεν δημιουργείται σύγχυση. Δεν μπορεί δηλαδή στην περίπτωση αυτή το ō να εκληφθεί ως εβδομήντα. Όταν όμως βρίσκεται στη θέση των μονάδων η ύπαρξη της μακράς μπορεί να δημιουργήσει σύγχυση στον αναγνώστη, ο οποίος ενδέχεται να εκλάβει το ō ως εβδομήντα, ενώ πρόκειται για το μηδέν. Πρέπει και πάλι ο αναγνώστης του χειρογράφου να έχει τις απαιτούμενες γνώσεις για να καταλάβει αν πρόκειται για το μηδέν ή για το εβδομήντα. Τις περιπτώσεις στις οποίες παρατηρείται η συγκεκριμένη παρέκκλιση του γραφέα τις επισημαίνω στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου.

[16] Πρόκειται για το «σύμβολο» . Όπως σε άλλες περιπτώσεις έτσι και στη συγκεκριμένη ο γραφέας δεν χαρακτηρίζεται από συνέπεια ως προς τη χρήση της οξείας που θέτει μετά το «σύμβολο». Ανεξάρτητα από το τι αποδίδει με τη χρήση αυτού του «συμβόλου», άλλοτε θέτει μία οξεία, όπως στη φωτογραφία που βλέπουμε, άλλοτε θέτει δύο οξείες, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις δεν θέτει καμία οξεία.

[17] Την αρίθμηση των στίχων του κειμένου την έκανα για πρακτικούς λόγους. Πιο συγκεκριμένα, τη χρησιμοποιώ όταν κάνω αναφορές στο κείμενο.

περιπτώσεις στις οποίες παραθέτει ένα χωρίο της *Μεγίστης*. Επιπλέον, αλλαγή παραγράφου γίνεται για λόγους σαφηνείας και σε ορισμένες περιπτώσεις στις οποίες αρχίζει μία νέα ενότητα χωρίς να το επισημαίνει ο γραφέας. Με το εισαγωγικό (») που υπάρχει στην αρχή ορισμένων στίχων του κειμένου στην παρούσα έκδοση αποδίδω τα «βέλη» εισαγωγής στίχων που χρησιμοποιεί ο γραφέας για να επισημάνει ότι το χωρίο που παρατίθεται προέρχεται από τη *Μεγίστη*.[18]

Με τελείες μέσα σε αγκύλες [...] επισημαίνω όσα σημεία του κειμένου δεν έχω μεταγράψει. Στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά το κείμενο εξηγώ τι συμβαίνει σε όλες αυτές τις περιπτώσεις. Στο κείμενο της παρούσας έκδοσης φαίνονται επίσης και οι φράσεις τις οποίες διαγράφει ο γραφέας στο χειρόγραφο.[19]

Ορισμένες διευκρινίσεις που απαιτούνται για τη γραφή του κειμένου της παρούσας έκδοσης είναι οι ακόλουθες:

1. Σε όλο το κείμενο χρησιμοποιούνται μόνο μικρογράμματοι χαρακτήρες. Μία και μοναδική εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση της μορφής Γ$^{\beta'}$ με την οποία ο γραφέας αποδίδει το ⅔. Διατηρείται επίσης μέσα στο κείμενο και η ακόλουθη ιδιοτυπία της γραφής του χειρογράφου: τόσο το αρχικό γράμμα των κύριων ονομάτων όσο και το πρώτο γράμμα που ακολουθεί μετά την τελεία δεν είναι κεφαλαίο.

2. Το γράμμα «σ» που χρησιμοποιεί ο γραφέας σε πολλές περιπτώσεις στο τέλος των λέξεων αντικαθίσταται πάντοτε με τελικό σίγμα.

3. Δεν διατηρείται η χρήση του τρήματος (διαλυτικών) που κάνει ο γραφέας στα γράμματα ι και υ.

4. Χρησιμοποιείται η υπογεγραμμένη στη δοτική πτώση, ενώ στο χειρόγραφο δεν χρησιμοποιείται.

5. Η ορθογραφία, ο τονισμός και η στίξη του κειμένου διατηρούνται ως έχουν στο χειρόγραφο. Διατηρούνται δηλαδή στην παρούσα έκδοση όλα τα λάθη που υπάρχουν στο κείμενο του χειρογράφου. Πρέπει όμως σε σχέση με τη στίξη να επισημάνω ότι α) σε λίγες μόνο περιπτώσεις η χρήση των σημείων στίξης από τον γραφέα συμπίπτει με αυτή ενός σύγχρονου φιλολόγου, ενώ συχνότατα εμφανίζεται πολύ διαφορετική, προφανώς διότι ο γραφέας δεν έκανε τη στίξη του κειμένου με τα σημερινά κριτήρια και β) δεν είναι πάντοτε ξεκάθαρο στο χειρόγραφο αν πρόκειται για τελεία ή άνω τελεία.

6. Αναλύονται οι συντομογραφίες και ολογράφονται οι επιτμήσεις των λέξεων που υπάρχουν στο κείμενο.[20]

---

[18] Πρέπει όμως να διευκρινίσω ότι σε αρκετές περιπτώσεις ο γραφέας δεν κάνει αυτή την επισήμανση. Παρατίθενται δηλαδή στο κείμενο αρκετά ακόμη χωρία της *Μεγίστης* χωρίς αυτό να επισημαίνεται.

[19] Κατά τα άλλα, οι περιπτώσεις στις οποίες παρατηρείται κάποια ιδιοτυπία στη μορφή με την οποία παρουσιάζεται το κείμενο στο χειρόγραφο επισημαίνονται στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου.

[20] Πρέπει όμως να διευκρινίσω ότι ορισμένες συντομογραφίες και επιτμήσεις λέξεων δεν τις έχω αναλύσει. Όλες αυτές τις περιπτώσεις τις συζητώ στις αντίστοιχες σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου. Θα ήθελα επίσης να προσθέσω ότι σε ορισμένες περιπτώσεις η απόφασή μου να αναλύσω τις συντομογραφίες είναι ενδεχόμενο να με έχει οδηγήσει σε λάθος μεταγραφής. Αυτό αφορά κυρίως στην ανάλυση των συντομογραφιών με τις οποίες αποδίδονται οι λέξεις «ἰσημερινὸς» και «μεσημβρινὸς». Πέραν των εννέα περιπτώσεων στις οποίες ο γραφέας συμπληρώνει το «ἰση» για να δείξει ότι πρόκειται για τη λέξη «ἰσημερινὸς», για όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις στις οποίες απαντούν τύποι των λέξεων «ἰσημερινὸς» και «μεσημβρινὸς», ο αναγνώστης του κειμένου της παρούσας έκδοσης θα πρέπει να έχει κατά νου ότι οποιοδήποτε λάθος ανάλυσης της συντομογραφίας βαρύνει αποκλειστικά εμένα, αφού είναι αδύνατον να γνωρίζουμε ποια λέξη ήθελε να αποδώσει κάθε φορά ο γραφέας. Η εύκολη λύση βέβαια για την αποφυγή ενδεχόμενων λαθών θα ήταν να μην αναλύσω τις συντομογραφίες. Επειδή όμως κάτι τέτοιο θα σήμαινε ότι αφήνω τον αναγνώστη να βρει μόνος του την άκρη, προτίμησα τη διακινδύνευση του λάθους.

Μία επιπλέον διευκρίνιση που οφείλω να κάνω έχει σχέση με τον τρόπο με τον οποίο παρουσιάζονται στο κείμενο της παρούσας έκδοσης οι λέξεις που προέρχονται από ανάλυση συντομογραφιών, καθώς και οι λέξεις που αποδίδουν

7. Διατηρείται ο τρόπος με τον οποίο γράφονται στο χειρόγραφο τα τακτικά αριθμητικά, τα οποία αποδίδονται με τη χρήση του αντίστοιχου γράμματος.

8. Το μηδέν αποδίδεται με τη μορφή ὃ· το ½, καθώς και οι γραμματικοί τύποι της λέξης «ἥμισυς» αποδίδονται με τη μορφή ἡ· το γράμμα κόππα αποδίδεται με τη μορφή Ϛ.

Μετά την έκδοση του κειμένου ακολουθούν για κάθε κεφάλαιο ενδεικτικές διευκρινιστικές σημειώσεις για το κείμενο όπως αυτό μας παραδίδεται από τον κώδικα. Μαζί με τις σημειώσεις υπάρχουν επίσης και μερικά εκτενέστερα σχόλια τα οποία θεώρησα σκόπιμο να παρουσιάσω. Για ορισμένες ιδιοτυπίες που χαρακτηρίζουν τη γραφή και τη μορφή του κειμένου έχουμε ήδη αναφέρει ότι εξετάζονται στις σημειώσεις που ακολουθούν μετά την έκδοση του κειμένου.[21] Πέραν αυτών των θεμάτων στις σημειώσεις εξετάζονται κυρίως:

1. Ορισμένες από τις περιπτώσεις λανθασμένης γραφής που υπάρχουν στο χειρόγραφο. Παράλληλα προτείνεται άλλη γραφή και δικαιολογείται πού βασίζεται η συγκεκριμένη επιλογή.[22]

2. Όλες οι περιπτώσεις στις οποίες δεν έχει γίνει μεταγραφή του κειμένου.

3. Όλες οι διορθώσεις και οι προσθήκες λέξεων που κάνει ο γραφέας.

Πριν από την παρουσίαση του κειμένου θεώρησα απαραίτητο να παρουσιάσω ορισμένα παραδείγματα μεταγραφής του. Το πρώτο παράδειγμα παρουσιάζεται προκειμένου ο αναγνώστης να σχηματίσει σαφέστερη εικόνα για ορισμένες ιδιοτυπίες που χαρακτηρίζουν τη γραφή του κειμένου στο χειρόγραφο. Το δεύτερο παράδειγμα παρουσιάζεται προκειμένου ο αναγνώστης να διαπιστώσει πώς συγκροτήθηκε το κείμενο της παρούσας έκδοσης με βάση τον μοναδικό διαθέσιμο μάρτυρα και σύμφωνα με τη μέθοδο που έχει επιλεγεί.

Παραδείγματα μεταγραφής του κειμένου

Πρώτο παράδειγμα

Παρουσιάζονται δύο χωρία που περιέχουν περίπου τον ίδιο αριθμό λέξεων (γύρω στις εκατόν δέκα λέξεις). Το πρώτο χωρίο προέρχεται από το Μέρος Ι και το δεύτερο από το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα. Η επιλογή αυτή έγινε με σκοπό να μπορέσει ο αναγνώστης να διαπιστώσει ότι το κείμενο του Μέρους ΙΙ είναι σε μεγαλύτερο βαθμό συντομογραφημένο από αυτό του Μέρους Ι, και συγχρόνως να σχηματίσει μια γενικότερη

ολογράφως τις επιτμήσεις. Στις μη κριτικές εκδόσεις είθισται να τίθενται εντός παρενθέσεων τα τμήματα των λέξεων τα οποία προκύπτουν από ανάλυση συντομογραφιών, καθώς και τα τμήματα με τα οποία συμπληρώνονται οι επιτμήσεις λέξεων, ενώ τα γράμματα που λείπουν από το χειρόγραφο τίθενται σε γωνιώδεις αγκύλες. Αυτή την πρακτική, για ευνόητους λόγους δεν την εφήρμοσα. Η εφαρμογή της θα είχε ως αποτέλεσμα την παραγωγή ενός ιδιαίτερα δυσανάγνωστου κειμένου. Αυτό μπορεί ο αναγνώστης της παρούσας διατριβής να το διαπιστώσει εξετάζοντας τα δείγματα μεταγραφής του κειμένου που παρουσιάζω στο τέλος αυτής της ενότητας.

[21] Βλ. υποσημ. 7, 8, 13, 15 και 19.

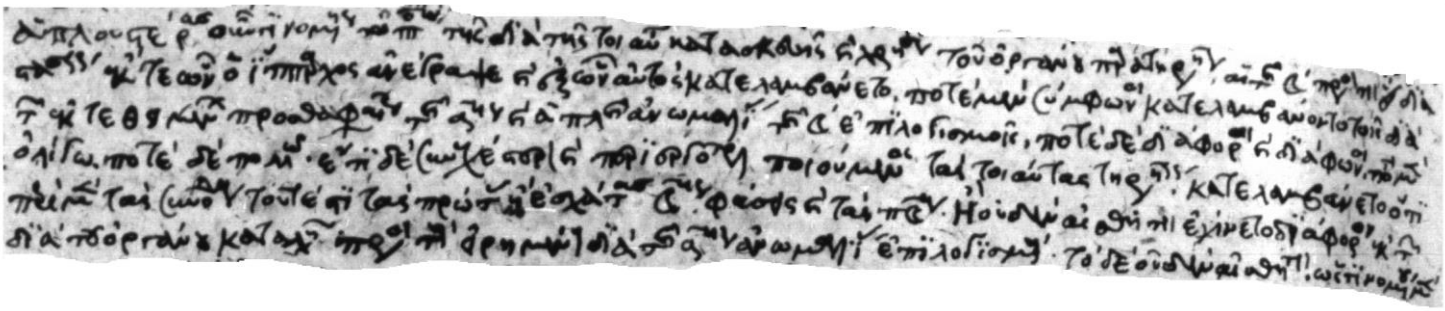
[22] Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσω ότι οι περιπτώσεις λανθασμένων τιμών που εξετάζω στις σημειώσεις είναι ενδεικτικές. Η εξέταση όλων των περιπτώσεων θα γίνει μαζί με την κριτική έκδοση του κειμένου που έχω κατά νου να κάνω. Πρέπει επίσης να προσθέσω ότι στις σημειώσεις δεν εξετάζω τα προφανή ορθογραφικά λάθη που υπάρχουν στο κείμενο αφού μπορεί ο αναγνώστης να τα επισημάνει εύκολα ο ίδιος.

εικόνα για τον τρόπο με τον οποίο ο γραφέας του κώδικα συντομογράφει σε κάθε περίπτωση το κείμενο. Για το δεύτερο χωρίο, προκειμένου ο αναγνώστης να διευκολυνθεί στην αντιπαραβολή του κειμένου που υπάρχει στο χειρόγραφο με τη μεταγραφή του, παρέθεσα τη μεταγραφή του κειμένου δίπλα στην εικόνα από το χειρόγραφο. Για πρακτικούς λόγους αυτό δεν ήταν εφικτό να γίνει και για το πρώτο χωρίο.

Στη μεταγραφή του κειμένου επισημαίνονται οι ιδιοτυπίες της γραφής. Συγκεκριμένα:

- Σε παρενθέσεις γράφεται η ανάλυση της συντομογραφίας που χρησιμοποιεί ο γραφέας για την εκάστοτε κατάληξη.
- Σε γωνιώδεις αγκύλες γράφονται τα γράμματα που δεν υπάρχουν στο χειρόγραφο.
- Με υπογράμμιση επισημαίνονται οι λέξεις που αποδίδονται στο χειρόγραφο με συντομογραφίες.
- Με διακεκομμένη υπογράμμιση επισημαίνονται οι λέξεις που αποδίδονται στο χειρόγραφο με τη χρήση «συμβόλων».

Χωρίο από το Μέρος I, κεφ. 2 (*Vaticanus gr*. 198, f. 421v)

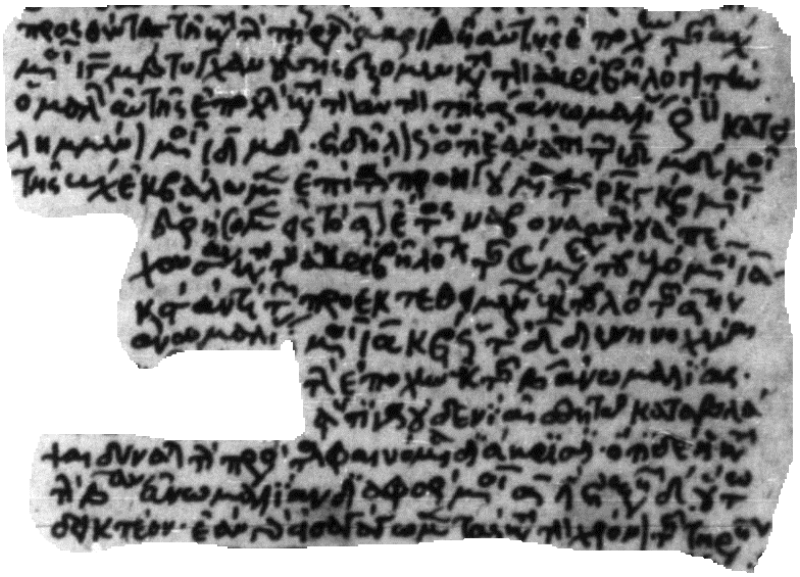


ἁπλουστέρας οὖν γινομ<έν>ης τῷ πτολεμαίῳ τῆς διὰ τῆς τοιαύτ<ης> κατασκευῆς καὶ χρήσ(εως) τοῦ ὀργάνου παρατηρή<σ>(εως), αἱ τ(ῆς) σελήνης πρὸ<ς> τ(ὸν) ἥλιον διαστάσ(εις) ἔκ τε ὧν ὁ ἵππαρχος ἀνέγραψε καὶ ἐξ ὧν αὐτὸς κατελαμβάνετο, ποτὲ μὲν σύμφωνοι κατελαμβάνοντο τοῖς διὰ τ(ῶν) ἐκτεθειμέν(ων) προσθαφαι<ρέσ>εων τ(ῆς) ᾱ^ης^ καὶ ἁπλ(ῆς) ἀνωμαλί(ας) τ(ῆς) σελήνης ἐπιλογισμοῖς, ποτὲ δὲ διάφοροι καὶ διάφωνοι, ποτ<ὲ> μ(ὲν) ὀλίγῳ, ποτὲ δὲ πολλῷ· ἔτι δὲ συνεχέστερ(ον) καὶ περιεργότ<ε>ρ(ον) ποιούμενος τὰς τοιαύτας τηρή(σεις), κατελαμβάνετο ὅτι περὶ μ(ὲν) τὰς συνόδ(ους) τουτέστι τὰς πρώτ(ας) ἢ ἐσχάτας σελήνης φάσεις καὶ τὰς πανσελήνους· ἢ οὐδὲν αἰσθητ(ὸν) ἐγίνετο διάφορον ἐκ τ(ῶν) διὰ τοῦ ὀργάνου καταλή<ψε>(ων) πρὸ<ς> τ(οὺς) εἰρημέν(ους) διὰ τ(ῆς) ᾱ^ης′^ ἀνωμαλί(ας) ἐπιλογισμ(ούς). τὸ δὲ οὐδὲν αἰσθητ(ὸν), ὡς γινομ(έν)ου μ(ὲν)

Για το τελικό κείμενο, όπως παρουσιάζεται στην παρούσα έκδοση, βλ. τους στίχους 5-15.

Χωρίο από το Μέρος ΙΙ, κεφ. 10

Vaticanus gr. 198, f.209r



Μεταγραφή του κειμένου

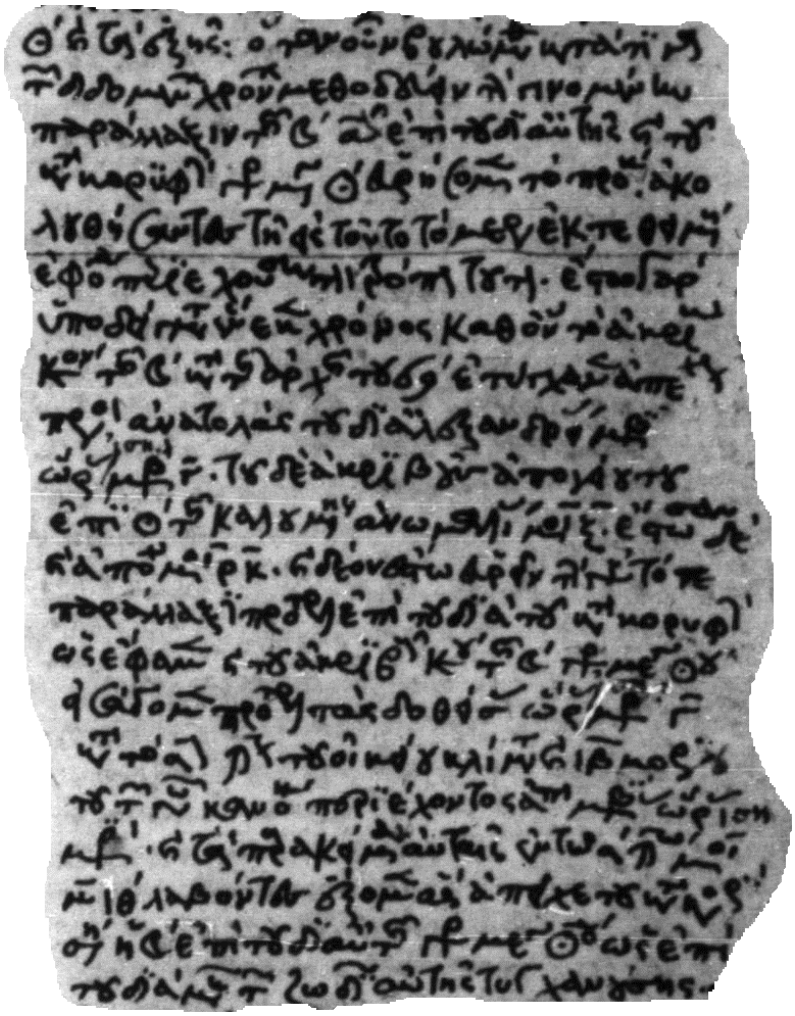
προσθέντες τῇ κατὰ τ(ὴν) τήρη(σιν) ἀκριβῆ αὐτῆς ἐποχὴν τ(ῆς) παρθένου μοιρῶν ιγ̄ μβ′ τυγχανούσης ἕξομεν κατὰ τ(ὸν) ἀκριβῆ λόγ(ον) τὴν ὁμαλ(ὴν) αὐτῆς ἐποχ(ὴν) κατὰ τ(ὸν) αὐτ(ὸν) τῆς α′ ἀνωμαλί(ας) ἀριθμὸν κατειλημμέν(ον) μοιρῶν ιδ̄ μδ′. καὶ δῆλ(ον) ὡς ὅτι ἐὰν ἀπ<ὸ> τ(ῶν) ιδ̄ μδ′ μοιρῶν τῆς παρθένου ἐκβάλωμ(εν) ἐπὶ τὰ προηγούμ<εν>α τὰς ρκ̄γ κβ′ μοίρας εὑρήσομ(εν) εἰς τὸ ᾱ(ον) ἔτος ναβοναασσάρου ἀπέχουσαν κατὰ τ(ὸν) ἀκριβῆ λόγ(ον) τ(ῆς) σελήνης μέ<σ>(ως) τοῦ ταύρου μοίρας ιᾱ κς′ ἀντὶ τ(ῶν) προεκτεθειμέν(ων) ἐκ τοῦ λόγ<ου> τ(ῆς) ᾱης ἀνωμαλί(ας) μοιρῶν ιᾱ κβ′ ὡς τ(οῖς) δ̄ διενηνοχέναι τ(ὴν) ἐποχὴν ἐκ τ(ῆς) β′ ἀνωμαλίας· ἅπινα οὐδενὶ αἰσθητῷ καταβλάψαι δύνα(ται) τ(ὴν) πρὸς τὰ φαινόμενα διάκρισιν. ὅπι δὲ ἡ κατὰ τ(ὴν) β̄αν′ ἀνωμαλίαν διαφορ<ὰ> μοίρας ᾱ ἐστὶ καὶ ἑξηκοστῶν δ′, οὕπω δεικτέον· ἐὰν γὰρ εἰσαγάγωμ(εν) τὰς κατὰ τ(ὸν) χρόν(ον) τ(ῆς) τηρή<σ>(εως)

Για το τελικό κείμενο, όπως παρουσιάζεται στην παρούσα έκδοση, βλ. τους στίχους 200-211.

Δεύτερο παράδειγμα

Παρουσιάζονται επίσης δύο χωρία που προέρχονται από το Μέρος ΙΙ του 5ου βιβλίου του Θέωνα και συγκεκριμένα από το κεφάλαιο 19. Η επιλογή να παρουσιάσω και στο δεύτερο παράδειγμα δύο χωρία έγινε με το κριτήριο να προσφέρω στον αναγνώστη περισσότερα στοιχεία προκειμένου να διαπιστώσει την εφαρμογή της μεθόδου που εφήρμοσα κατά τη μεταγραφή του κειμένου. Προκειμένου και πάλι να διευκολυνθεί ο αναγνώστης στην αντιπαραβολή του χωρίου που υπάρχει στο χειρόγραφο με τη μεταγραφή του, παρέθεσα τη μεταγραφή δίπλα σε κάθε χωρίο. Προσπάθησα επίσης να υπάρξει αντιστοιχία ανάμεσα στους στίχους του χειρογράφου και στους στίχους της μεταγραφής του κειμένου. Το κείμενο που παρατίθεται δίπλα σε κάθε εικόνα είναι το τελικό κείμενο όπως παρουσιάζεται στην παρούσα έκδοση. Το πρώτο χωρίο περιέχεται στους στίχους 4-20 και το δεύτερο στους στίχους 96-104.

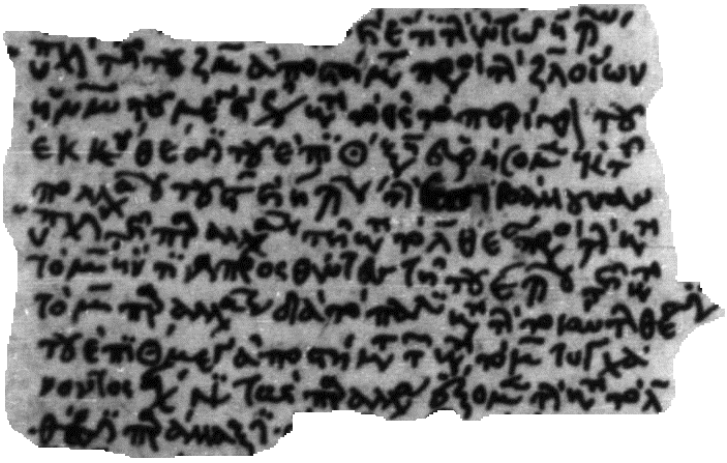
Vat. gr. 198, f. 214r, περιθώριο δεξιά



Μεταγραφή του κειμένου

κύκλου καὶ τὰ ἑξῆς: ὅταν οὖν βουλώμεθα κατά τινα
τῶν διδομένων χρόνων μεθοδεύειν τὴν γινομένην
παράλλαξιν τῆς σελήνης ᾱ^{ον} ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς καὶ τοῦ
κατὰ κορυφὴν γραφομένου μεγίστου κύκλου εὑρήσομεν τὸ
προκείμενον, ἀκολουθήσαντες τῇ εἰς τοῦτο τὸ μέρος
ἐκτεθειμένῃ ἐφόδῳ περιεχούσῃ τὸν τρόπον τοῦτον. ἔστω
γὰρ ὑποδείγματος ἕνεκεν χρόνος καθ᾽ ὃν τὸ ἀκριβὲς κέντρον
τῆς σελήνης κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου ἐτύγχανεν
ἀπέχον πρὸς ἀνατολὰς τοῦ δι᾽ ἀλεξανδρείας μεσημβρινοῦ
ὥρας ἰσημερινὰς γ̄· τοῦ δὲ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ
ἐπικύκλου τῆς καλουμένης ἀνωμαλίας μοίρας ξ̄. ἔστωσαν
δὲ καὶ ἀποχῆς μοῖραι ρκ̄. καὶ δέον ἔστω εὑρεῖν τὴν γινομένην
τότε παράλλαξιν πρότερον ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν
ὡς ἔφαμεν καὶ τοῦ ἀκριβοῦς κέντρου τῆς σελήνης
γραφομένου μεγίστου κύκλου εἰσάγομεν πρότερον τὰς
δοθείσας ὥρας ἰσημερινὰς γ̄ κατὰ τὸ ᾱ^{ον} σελίδιον τοῦ
οἰκείου κλίματος καὶ ιβ̄μορίου τοῦ τῶν γωνιῶν κανόνος
περιέχοντος ἀπὸ μεσημβρίας ὥρας ισημερινὰς· καὶ τὰ
παρακείμενα αὐταῖς ἐν τῷ α′σελιδίῳ μοίρας μ̄ ιθ′ λαβόντες
ἕξομεν ἃς ἀπεῖχε τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἡ σελήνη ἐπὶ
τοῦ δι᾽ αὐτῆς γραφομένου μεγίστου κύκλου ὡς ἐπὶ
τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων αὐτῆς τυγχανούσης.

Vat. gr. 198, f. 214v, περιθώριο αριστερά



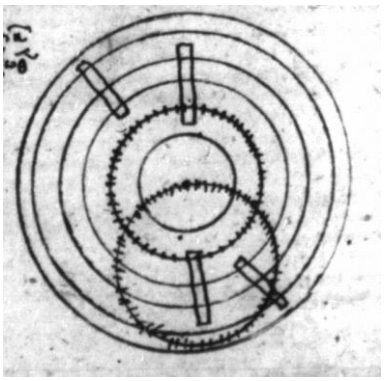
Μεταγραφή του κειμένου

καὶ ἔτι τὴν ἐν τῷ η′ σελιδίῳ
ὑπεροχὴν τῆς τοῦ ζμ̄ ἀποστήματος πρὸς τὴν ζλ̄ οἵων
ἡ νμ̄ τοῦ μεγίστου καὶ ἐλαχίστου κατὰ τὴν εἰς τὸ περίγειον τοῦ
ἐκκέντρου θέσιν τοῦ ἐπικύκλου ἑξηκοστῶν εὑρήσομεν ἐκ τοῦ
πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ς′ καὶ η′ σελιδίου τὴν ἐπιβάλλουσαν
ὑπεροχὴν τῆς παραλλάξεως τῇ κατὰ τὸ λ̄ θέσει πρὸς τὴν κατὰ
τὸ μ̄ ἥντινα προσθέντες τῇ τοῦ ε′ σελιδίου τῆς κατὰ
τὸ μ̄ παραλλάξεως διὰ τὸ πάλιν κατὰ τὴν τοιαύτην θέσιν
τοῦ ἐπικύκλου μεγίστου ἀποστήματος τῶν κατὰ τὸ μ̄ τυγχά
νοντος ἐλάττονας γίνεσθαι τὰς παραλλάξεις ἕξομεν τὴν κατὰ τὸ λ̄
θέσιν παράλλαξιν·

Ακολουθεί η έκδοση του κειμένου

α. **π**ερὶ κατασκευῆς ἀστρ**ο**λάβ**ο**υ **ὀ**ργάν**ο**υ

ὅταν δ̄ μοιρῶν αὐτοῦ ἡ κλίσις τὸν κύκλον ἀπολαμβάνωμεν· δεήσει δὲ καὶ κολλᾶν τὰς κατὰ τὰς ἐντομὰς ἁρμογὰς τῶν κύκλων κασσιτέρῳ τηκτῷ· μετὰ δὲ ταῦτα καὶ ἐκτὸς τῶν ἀστρολάβων κρίκον ἐμπολίζουσι τοῖς ἐκτὸς ἐξέχουσι κυλίνδριοις εἰσάγομεν ἰσοστάσιον τεμνόμενοι τὸν κύκλον ὡσὰν ἡ χρεία ἀπαιτεῖ. ἔπειτα ἀποστήσαντες ἐπὶ τοῦ δι᾽ ἀμφοτέρων τῶν πόλων κύκλου τουτέστι τοῦ πρὸς ὀρθὰς τῷ ζωδιακῷ ἀφ᾽ ἑκατέρου τῶν κατὰ μέσον τῶν κινήσεων, λέγω δὴ τῶν τοῦ ζωδιακοῦ πόλων τὴν μεταξὺ δεδειγμένην περιφέρειαν τῶν β̄ πόλων τοῦ τε ζωδιακοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ μοιρῶν οὖσαν κγ̄ να′ κ′′ ἐπὶ τῆς κυρτῆς αὐτοῦ περιφερείας τὰ γενόμενα σημεῖα κατὰ διάμετρον πάλιν ἀλλήλων ἐμπολίζομεν κύκλον ὁμοίως πρὸς τὸν ὅμοιον μεσημβρινὸν τὸν ἐν τῷ α′ βιβλίῳ τῆς συντάξεως ἐκτεθειμένον· δι᾽οὗ τὴν μεταξὺ τῶν τροπικῶν κατελαμβανόμεθα· ἐμπολίζεται δὲ τὸν τρόπον τοῦτον·



κατασκευάσαντες γὰρ δύο κύκλους κατὰ τὸ ὅμοιον τετορνευμένους πάχος ἔχοντας ἴσον τῷ ἔξωθεν τοῦ ἀστρολάβου κύκλῳ ἐνεπολίσαμεν αὐτὰ κατὰ τῶν εἰρημένων σημείων ἐν τετραγώνοις τρήμασιν. ἔπειτα τὰς ἑτέρας βάσεις τῶν κύκλων τρήσαντες κατὰ τῶν κέντρων αὐτῶν ἐφόσον ἡ χρεία ἀπαιτεῖ, καὶ ἐμπολίσαντες ὁμοίως κυλίνδρια μικρὰ δυνάμενα εὐλύτως εἰσάγεσθαι ἐν τοῖς τῶν εἰρημένων κύκλων τρήμασιν, ἐνεπολίσαμεν πάλιν τὰ λεπτὰ κυλίνδρια ἐπί τινος τούτων κατὰ διάμετρον σημείων τοῦ ἐντὸς μεσημβρινοῦ καὶ φερομένου κατὰ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἔξωθεν πρὸς ἄρκτους καὶ μεσημβρίαν ἐν τετραγώνοις πάλιν τρήμασι μένον τὰ ἐξέχοντα πρὸς τὴν κοίλην ἐπιφάνειαν ὅσον πάλιν ἡ χρεία ἀπαιτεῖ· ἅτινα εἰσάγοντες τὰς εἰς τὰ τρημάτια τῶν ἑτέρων κυλινδρίων ἕξομεν φερόμενον τὸ ὄργανον περὶ τοὺς τοῦ ἰσημερινοῦ πόλους. ἔτι δὲ ἐνδιελόντες καὶ τὸν ἐκτὸς μεσημβρινὸν ~~κύκλον~~ κρίκον· καὶ τὸν ἐν τῷ α′ βιβλίῳ ἐκτεθειμένον εἰς δμόρια δι᾽ ὅλου τοῦ βάθους ἐνεπολίσαμεν ἄρτημα ἐπὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων ἐπὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας. ᾧ χρησόμεθα ἀντὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν. ἔπειτα πάλιν διαγαγόντες δι᾽ ὅλου τοῦ βάθους τοῦ ἐντὸς καὶ διηρημένου κύκλου πάλιν τὸ τεταρτημοριαίαν διάστασιν ἀπέχον τμῆμα τοῦ βορείου πόλου τοῦ ἰσημερινοῦ ὃ γίνεται κατὰ τὸν μεσημβρινὸν, καὶ καταστήσαντες αὐτὸ ἐπὶ τὸ κατὰ κορυφὴν ἕξομεν τὸ ὄργανον τὴν θέσιν ἔχον τῆς ὀρθῆς σφαίρας· ἀφ᾽ ἧς λοιπὸν ἀφιστάντες τὸ κατὰ τὸν μεσημβρινὸν τμῆμα ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ὡς ἐπὶ τὰ νότια αὐτοῦ ἀκολούθως τῷ ἐξάρματι τῆς

οἰκήσεως ἐφ᾽ ἧς τὴν παρατήρησιν μέλλομεν ποιεῖσθαι χρησόμεθα τῷ ὀργάνῳ τὸν ὑποδειχθησόμενον τρόπον. δῆλον δὲ πάλιν ὅτι καὶ ἀποσπῶντες τὰς εἰς τὸ ὄργανον ἀπὸ τῶν ἐν τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ τὴν θέσιν ἐχόντων κύκλων ἕξομεν καὶ τούτους χωρὶς τὴν οἰκείαν κατάληψιν τῆς μεταξὺ τῶν τροπῶν ἐπιδεικνύοντα καὶ τὸ οἰκεῖον ἔξαρμα τῆς οἰκήσεως· λαμβάνοντες δὲ τὴν πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι καὶ παράλληλον τῷ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ θέσιν ἀκολούθως τοῖς ἐν τῷ α′ βιβλίῳ περὶ τούτων εἰρημένοις:

»τοῦτον δὴ τὸν τρόπον καθιστάντες τὸ ὄργανον ὁποσάκις ὑπὲρ γῆν »ἠδύναντο φαίνεσθαι ἅμα ὅ τε ἥλιος καὶ σελήνη καὶ τὰ ἑξῆς:

τὸν εἰρημένον οὖν τρόπον τήν τε κατασκευὴν καὶ θέσιν λαμβάνοντος τοῦ ὀργάνου, ἐτηροῦμεν ὁποσάκις ὑπὲρ γῆν ἠδύναντο φαίνεσθαι ἅμα ὅτε ἥλιος καὶ ἡ σελήνη· καὶ τὸν μὲν ἔξωθεν τῶν ἀστρολάβων κύκλον πάλιν ἀγαγόντες καθιστάμεν ἐπὶ τὴν κατ᾽ ἐκεῖνον τὸν χρόνον καταλαμβανομένην ἐκ τῆς κανονικῆς ψηφηφορίας τοῦ ἡλίου μοῖραν. ἔτι δὲ περιήγομεν καὶ τὸν διὰ τῶν πόλων κύκλον. τουτέστι τὸν πρὸς ὀρθὰς ἐναρμοσθέντα τῷ ζωδιακῷ· ἐπεὶ καὶ διὰ τῶν πόλων ἀμφοτέρων τυγχάνων, περὶ τοὺς τοῦ ἰσημερινοῦ φέρεται πόλους περὶ οὓς ἡ τῶν ὅλων ᾱ^{η}′ φορὰ ἀποτελεῖται ὅπως τῆς κατὰ τὴν ἡλιακὴν μοῖραν τῶν κύκλων τομῆς τοῦ τε ἐκτὸς τῶν ἀστρολάβων καὶ τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς τὸν ἥλιον τρεπομένης σκιᾶς ἡ ἅμα ἐκτὸς αὐτῶν τὴν κοίλην ἑαυτοῦ ἐπιφάνειαν· ~~εἶτα πάλιν παραφερομένου καὶ~~ τοῦ ἔξωθεν δυνατὸν δέ ἐστι καὶ ἄνευ τῆς τοῦ ἡλίου ψηφηφορίας τὴν ἐποχὴν αὐτοῦ λαβεῖν. καὶ ἔτι τὴν τοιαύτην θέσιν παραφερομένου πρότερον τοῦ πρὸς ὀρθὰς ἐναρμοσθέντος ἕως οὗ ὁ ζωδιακὸς σκιάσει αὐτοῦ τὴν κοίλην ἐπιφάνειαν. καὶ καθ᾽ ὃ τέμνει οὗτος τὸν ζωδιακὸν ὑπὲρ γῆς, κατ᾽ ἐκείνου τοῦ τμήματος ἔσται ἡ ἀκριβὴς τοῦ ἡλίου ἐποχή· καὶ ἕξει δηλαδὴ καὶ τὸ ὄργανον τὴν τοῦ παντὸς θέσιν. τοῦ οὖν ὀργάνου τὴν τοιαύτην θέσιν λαβόντος καὶ ἔτι τῆς τοῦ ἡλίου ἐποχῆς κατὰ τὴν κοινὴν τῶν εἰρημένων κύκλων τομὴν ὑποκειμένης παραφέρομεν τὸν ἔχοντα τὰ τρήματα καὶ ἐντὸς τῶν ἀστρολάβων κύκλον πρὸς τὴν σελήνην· πρῶτον μὲν ἐπὶ τὸ κατὰ μῆκος αὐτὸν περιάγοντες σὺν τῷ ἔξωθεν αὐτῷ διηρημένῳ ἕως ἐν τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ αὐτὸν διοπτεύσομεν, ἔπειτα αὐτὸν τὸν τὰ τρημάτια ἔχοντα περιήγομεν ὡς πρὸς ἑκάτερα τῶν ἐκκειμένων πόλων ἕως πάλιν διὰ τῶν ἐν τοῖς τρηματίοις ὀπῶν ἀκριβῶς αὐτὴν διοπτεύσωμεν ἅμα τῇ τοῦ ἡλίου ἐποχῆς καταλήψει. καὶ ἣν ἂν θέσιν τύχῃ καὶ ὁ ἐντὸς τῶν ἀστρολάβων κύκλος εἰληφὼς ἐκ ταύτης εἴχομεν τήν τε κατὰ μῆκος τῆς σελήνης ἐποχὴν καὶ ἔτι πόσας κατὰ πλάτος μοίρας ἀπεῖχε τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων πρὸς ἄρκτους ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. τὴν μὲν οὖν τοῦ μήκους ἐποχὴν κατὰ τῆς μεταξὺ σημειώσεως ὑπὲρ γῆς τομὴν τῶν β κύκλων τοῦ τε ἐκτὸς τῶν στηματίων καὶ διηρημένου καὶ τοῦ ζωδιακοῦ· τὴν δὲ τοῦ πλάτους ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ τοιούτου σημείου ἐπὶ

τὴν μέσην ὀπὴν τοῦ στηματίου ἀπολαμβανομένην εἴτε πρὸς ἄρκτους ἢ μεσημβρίαν. δῆλον δὲ ὅτι αὐτόθεν καὶ τὴν ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἐπὶ τὴν πανσέληνον κατὰ μῆκος διάστασιν ἕξομεν. καὶ ἔτι τὸ μεσουρανοῦν ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ. λαμβάνεται δὲ καὶ νύκτωρ ἡ ἐποχὴ τινὸς ἀστέρος ἀπλανοῦς ἢ πλανωμένου ἢ καὶ τῆς σελήνης ἐχόντων ἡμῶν τινὰ ἀστέρα. καθιστάντων ἡμῶν πάλιν τὸν ἐντὸς τῶν ἀστρολάβων κύκλον ἐπὶ τὴν καταλαμβανομένην τοῦ ζωδιακοῦ μοῖραν τῆς σελήνης καὶ τινὸς ἀστέρος καὶ παραφερόντων πάλιν τὸν πρὸς ὀρθὰς τῷ ζωδιακῷ ὅπως τοῦ ἑνὸς τῶν ὀφθαλμῶν παρατεθέντος τῇ ἑτέρᾳ τῶν πλευρῶν τοῦ καθισταμένου ἔξωθεν κύκλου ἐπὶ τὴν ὑπερκειμένην αὐτοῦ κατὰ τὴν διὰ μέσων τῶν ζωδίων μοῖραν διὰ τῆς ἀπεναντίον τοῦ κύκλου παραλλήλου πλευρᾶς ὥσπερ κεκολλημένος ἀμφοτέραις αὐτῶν ταῖς ἐπιφανείαις ὁ ἀστὴρ ἢ καὶ ἡ σελήνη ἐν τῷ δι᾽ αὐτῶν ἐπιπέδῳ διοπτεύηται. τότε γὰρ ἡ διὰ τοῦ ὄμματος εὐθεῖα καὶ διὰ τοῦ κύκλου πάλιν ἔσται τῶν ἐν τῷ ὀργάνῳ κρίκων· καὶ ἐκ τῆς τοιαύτης πάλιν διοπτείας τὸ ὄργανον τὴν κατ᾽ ἐκείνην τὴν ὥραν τοῦ παντὸς θέσιν λαμβάνει. καὶ ὁμοίως ἐπὶ τοῖς τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης εἰρημένοις τὸν ἐντὸς τῶν ἀστρολάβων κύκλον περιφέροντες καὶ διὰ τῶν ἐν τοῖς στηματίοις ὀπῶν διοπτεύοντες, ἕξομεν τὴν τῶν διοπτευομένων ἀπόστασιν καὶ τὴν τοῦ λοιποῦ κατὰ μῆκος ἐποχὴν ἐπειδήπερ τὴν τοῦ ἑνὸς ἐλαμβάνομεν καὶ ἔτι τὴν κατὰ πλάτος:·

β. **π**ερὶ τῆς ὑ**πο**θέσεως τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ ἀνω**μ**αλίας τῆς σελήνης

»ἁπλῶς μὲν οὖν γινομένης τῆς τοιαύτης παρατηρήσεως καὶ τῆς σελήνης πρὸς »τὸν ἥλιον διαστάσεις, ἔκ τε ὧν ὁ ἵππαρχος ἀνέγραψε καὶ ἐξ ὧν ἡμεῖς »ἐτηροῦμεν ἀσύμφωνοι κατελαμβάνοντο, καὶ τὰ ἑξῆς:

ἁπλουστέρας οὖν γινομένης τῷ πτολεμαίῳ τῆς διὰ τῆς τοιαύτης κατασκευῆς καὶ χρήσεως τοῦ ὀργάνου παρατηρήσεως, αἱ τῆς σελήνης πρὸς τὸν ἥλιον διαστάσεις ἔκ τε ὧν ὁ ἵππαρχος ἀνέγραψε καὶ ἐξ ὧν αὐτὸς κατελαμβάνετο, ποτὲ μὲν σύμφωνοι κατελαμβάνοντο τοῖς διὰ τῶν ἐκτεθειμένων προσθαφαιρέσεων τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}$ καὶ ἁπλῆς ἀνωμαλίας τῆς σελήνης ἐπιλογισμοῖς, ποτὲ δὲ διάφοροι καὶ διάφωνοι, ποτὲ μὲν ὀλίγῳ, ποτὲ δὲ πολλῷ· ἔτι δὲ συνεχέστερον καὶ περιεργότερον ποιούμενος τὰς τοιαύτας τηρήσεις, κατελαμβάνετο ὅτι περὶ μὲν τὰς συνόδους τουτέστι τὰς πρώτας ἢ ἐσχάτας σελήνης φάσεις καὶ τὰς πανσελήνους· ἢ οὐδὲν αἰσθητὸν ἐγίνετο διάφορον ἐκ τῶν διὰ τοῦ ὀργάνου καταλήψεων πρὸς τοὺς εἰρημένους διὰ τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}{}'$ ἀνωμαλίας ἐπιλογισμούς. τὸ δὲ οὐδὲν αἰσθητὸν, ὡς γινομένου μὲν μὴ αἰσθητοῦ δὲ ὃ ἐλέγομεν ἐκ τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ ανωμαλίας ἀποτελεῖσθαι. ἢ μὴ γινομένου μὴ ἐκ τούτου. ἐκ δὲ τῆς παραλλάξεως γιγνομένου· διὸ φησὶ ἢ βραχὺ καὶ ὅσον ἂν αἱ παραλλάξεις τῆς σελήνης δύναιντο ποιεῖν διάφορον· τουτέστιν ὅσον ἂν ἡ φαινομένη τῆς σελήνης πάροδος παρὰ τὴν ἀκριβῆ δύναται παραλλάξαι διὰ τὸ ὡς ἔφαμεν ἐν τοῖς ἔμπροσθεν μηκέτι σημείου λόγον ἔχειν τὴν γῆν καὶ πρὸς τὸ τῆς σελήνης ἀπόστημα· περὶ δὲ τὰς διχοτόμους ἀμφοτέρας. τουτέστι τὰς τεταρτημοριαίας ἀπὸ τοῦ ἡλίου τῶν ὁμαλῶν κινήσεων διαστάσεις ἑώους τὲ καὶ ἑσπερίας. ἐλάχιστον μὲν ἢ οὐδὲν διαμαρτάνεται τῆς σελήνης περὶ τὸ ἀπόγειον ἢ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου τυγχανούσης· τουτέστιν ὅταν ὁ ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸς ἤτοι περὶ ὃ ὃ ἤτοι περὶ περὶ $\overline{\tau\xi}$ ἢ $\overline{\rho\pi}$ τυγχάνῃ· πλεῖστον δὲ ὅταν περὶ τοὺς μέσους δρόμους οὖσα τουτέστι περὶ τὰς $\overline{\varsigma\epsilon}$ μοίρας. ἢ περὶ τὰς $\overline{\sigma\xi\epsilon}$·

»ἔνθα πλεῖστον καὶ τὸ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διάφορον ποιεῖται. καὶ ὅτι »ἀφαιρετικῆς μὲν οὔσης τῆς πρώτης ἀνωμαλίας ἐν ὁποτέρᾳ τῶν διχοτόμων. ἔτι »ἐλάσσων ὁ τόπος αὐτῆς εὑρίσκεται τοῦ ἐκ τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}$ ἀφαιρέσεως »ἐπιλογιζομένου· προσθετικῆς δὲ ἔτι πλείων ὡσαύτως καὶ ἀναλόγως τῷ »μεγέθει τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}$ προσθαφαιρέσεως. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ἐν τῷ $\bar{\delta}^{\varphi}{}'$ βιβλίῳ διὰ τῶν ἐκλείψεων ὅτι κατὰ τὰς συνόδους ἡ μεγίστη παρὰ τὴν πρώτην ἀνωμαλίαν προσθαφαίρεσις μοιρῶν $\bar{\epsilon}$ τυγχάνει, εὑρίσκεται δὲ ἐκ τῶν τηρήσεων καὶ ἐκ τῆς μίξεως ἀμφοτέρων τῶν παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφόρων ἡ μεγίστη αὐτῆς προσθαφαίρεσις περὶ τὰς διχοτόμους γινομένη μοιρῶν $\overline{\zeta}$ μ', τουτέστιν ὅταν ἡ μὲν ὁμαλὴ αὐτῆς πάροδος ἀπέχῃ τοῦ μέσου ἡλίου εἰς τὰ ἑπόμενα μοίρας $\overline{\varsigma}$, ἢ

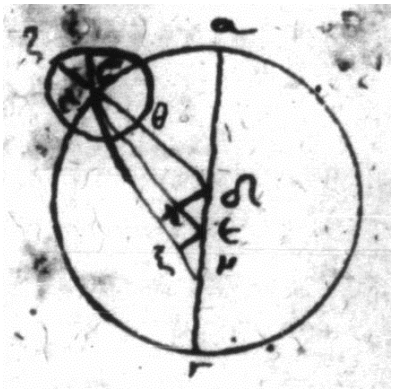
σο̅, καὶ ἔτι αὐτὴ ἡ σελήνη περὶ τὰς μέσας ᾗ παρόδους τοῦ ἐπικύκλου, τουτέστι περὶ τὰς ϛε̅ και σξ̅ε ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου ὡς τὴν ἐκ τῆς β̅ᵃˢ′ ἀνωμαλίας καὶ παρὰ τὰς πρὸς τὸν ἥλιον ἀποστάσεις μεγίστας διαφορὰς τῶν τῆς ὑπεροχῆς μοιρῶν β̅ μ′ τυγχάνειν. κατελαμβάνετο δὲ ὅταν μὲν περὶ τὰς ϛε̅ μοίρας ὡς ἔφαμεν ἀπέχῃ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου, ἀφαιροῦσα τῆς μέσης ἐποχῆς μοίρας ζ̅ μ′. ὅταν δὲ περὶ τὰς σξ̅ε προστιθεῖσα τὰς αὐτὰς μοίρας ζ̅ μ′. ὥστε τὰς αὐτὰς μοίρας [...] προστιθέναι καὶ ἀφαιρεῖν τὴν τῆς β̅ᵃˢ′ ἀνωμαλίας μεγίστην διαφορὰν παρὰ τὴν ᾱᵑᵛ′, ὁμοίως δὲ καὶ ἡ ἴσον ἀπέχουσα τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου, ἢ τοῦ περιγείου ἐποίει λόγου ἕνεκεν ἐκ τῆς ᾱᵑˢ′ καὶ κατὰ τὸ δ′ βιβλίον ἐκτεθειμένης παρὰ τὴν ὁμαλὴν κίνησιν διαφορᾶς ἀφαίρεσιν μοιρῶν γ̄. ἐκ δὲ τῆς β̅ᵃˢ′ καὶ παρὰ τὰς πρὸς τὸν ἥλιον ἀποστάσεις ἐκ τῶν τηρήσεων κατελαμβάνετο ἀφαιροῦσα μοίρας δ̅. ὁμοίως πάλιν καὶ κατὰ πρόσθεσιν προστιθεῖσα ἐκ τῆς α′ ἀνωμαλίας μοίρας γ̄, ἐκ τῆς βᵃˢ′ κατελαμβάνετο προστιθεῖσα μοίρας δ̅. ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν κατὰ μέρος ἐπὶ τοῦ ἡλίου κύκλου τῆς σελήνης παρόδων. ὡς διὰ ταύτην τὴν τάξιν ἤδη συνορᾶν ἡμᾶς ὅτι καὶ τὸν ἐπίκυκλον τῆς σελήνης ἐπὶ ἐκκέντρου κύκλου φέρεσθαι ὑποληπτέον. ἀπογειοτάτην μὲν γινομένην περὶ τὰς συνόδους καὶ τὰς πανσελήνους, περιγειοτάτην δὲ κατ᾽ ἀμφοτέρας τὰς διχοτόμους. ἐπεὶ γὰρ ἐκ τῶν εἰρημένων διὰ τοῦ ὀργάνου παρατηρήσεων, ἐπὶ μὲν τῶν συνόδων καὶ τῶν πανσελήνων σύμφωνος κατελαμβάνετο ἡ ἐκ τῆς ᾱᵑˢ′ ὑποθέσεως ἐκτεθειμένη ἀνωμαλίας διαφορὰ, οὐκέτι δὲ καὶ περὶ τὰς κατὰ μέρος τῶν πρὸς τὸν ἥλιον ἀποστάσεων ἤτοι σχηματισμῶν, ἀλλὰ μείζων ἀποτελουμένη. καὶ τῷ πλείστῳ μείζων ἦν τῆς ᾱᵑˢ′ ἡ β̅ᵃ′ καὶ κατὰ τὴν μίξιν αὕτησι περὶ ἀμφοτέρας τὰς διχοτόμους, ἀκόλουθον ἡγήσατο διὰ ταῦτα ἐπὶ ἐκκέντρου φέρεσθαι τὸν ἐπίκυκλον τῆς ᾱᵑˢ′ κατὰ τὸν τῶν ξ̅ πρὸς τὰ ε̅ ιε′ λόγον πρὸς τὰς συζυγίας ἀποτελουμένης παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορᾶς κατ᾽αὐτὸ τὸ ἀπόγειον ὑποτιθεμένης. ἐπειδήπερ καὶ ὅσῳ περιγειότερος ὁ ἐπίκυκλος τῆς τοιαύτης θέσεως γίνεται, μείζονας ποιεῖ τὰς παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορὰς ἐπὶ τῶν αὐτοῦ τοῦ ἐπικύκλου τμημάτων ὡς ἑξῆς δειχθήσεται· ὅταν δὲ κατ᾽ αὐτοῦ τοῦ περιγείου τὰς μεγίστας δηλονότι καθ᾽ ἃς καὶ αἱ διχότομοι κατελαμβάνοντο ἐκ τῆς τοιαύτης τηρήσεως ἀποτελούμεναι:

ε. **π**ερὶ τῆς **προ**σνεύσεως **το**ῦ τῆς σελήνης ἐ**πι**κύκλ**ο**υ

ἐκτίθεται οὖν πρώτην τήρησιν ἱππάρχου, ἐν ᾗ φησιν ὁ ἵππαρχος ὅτι τοῦ ἡλίου διοπτευομένου κατὰ τῶν ταύρου μοιρῶν $\overline{\zeta}$ νε′ τὸ τῆς σελήνης κέντρον ἐφαίνετο ἐπέχον ἰχθύων μοίρας κᾱ $\Gamma^{\beta'}$· ἐπεῖχε δὲ καὶ ἀκριβῶς κᾱ γ′ η′′· ὡς ἐπιλογισάμενος ἐν τοῖς ἰδίοις συντάγμασι τῶν παραλλάξεων, ὥστε καὶ τὴν τῆς ἀκριβοῦς σελήνης διάστασιν συνάγεσθαι μοιρῶν $\overline{\text{τιγ}}$ μβ′. εὑρίσκομεν δὲ ἐκ τῶν ἐπιλογισμῶν τῶν ἐκτεθειμένων τῷ πτολεμαίῳ κανόνων, τὸν μὲν ἥλιον ὁμαλῶς ἐπέχοντα τοῦ ταύρου μοίρας $\overline{\varsigma}$ να′· ἀκριβῶς δὲ $\overline{\zeta}$ με′· ἀκολούθως τῇ τοῦ ἱππάρχου ἐκτεθειμένῃ τηρήσει, τὴν μὲν σελήνην ὁμαλῶς μὲν ἐπέχουσαν κατὰ μῆκος τῶν ἰχθύων μοίρας κ$\overline{\beta}$ ιγ′· ἀνωμάλως δὲ ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας $\overline{\rho\pi}$ε λ′. ὡς εἶναι αὐτῶν περὶ τὸ περίγειον καὶ τὴν τῆς ὁμαλῆς σελήνης ἐποχὴν, τουτέστι τὴν κατὰ τὰς κ$\overline{\beta}$ ιγ′ μοίρας τῶν ἰχθύων διεστάναι τὴν κατὰ τὰς $\overline{\zeta}$ με′ μοίρας τοῦ ταύρου ἀκριβοῦς τοῦ ἡλίου ἐποχῆς μοίρας $\overline{\text{τιδ}}$ κη′. εὕρητο δὲ ἐκ τῆς τηρήσεως τῆς ἀκριβοῦς ~~τοῦ ἡλίου~~ τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἀκριβοῦς ἡλίου διάστασις μοιρῶν $\overline{\text{τιγ}}$ μβ′. ὡς ἀφαιρεῖν τὸ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν τῆς σελήνης διάφορον ō μς′ τῆς ἀπὸ τοῦ ἐπικύκλου ἀπὸ τοῦ ἀπογείου κινήσεως τῆς σελήνης μοιρῶν κατειλημμένης $\overline{\rho\pi\varepsilon}$ λ′· ὅπερ ἄτοπον· ἀεὶ γὰρ ἐν τῇ τοῦ ἡλίου ὑποθέσει καὶ τῆς α′ ἀνωμαλίας τῆς σελήνης μοῖραι $\overline{\rho\pi}$ προσετέθησαν τῇ ὁμαλῇ ἐποχῇ αἱ ἀπὸ τοῦ ἀπογείου ἐπικύκλου τῆς ἀνωμαλίας· ὅθεν καὶ ἐνενόησεν ὡς φαμὲν τὴν πρόσνευσιν ἵνα μεταπίπτοντος τοῦ μέσου ἀπογείου ἀφ᾽ οὗ τοὺς ἀριθμοὺς τῆς κινήσεως αὐτῆς ὑφιστάμεθα δύνηται ἡ ὑπόθεσις ἀκολούθως τῷ φαινομένῳ καὶ μετὰ τὰς τοῦ μέσου ἀπογείου μοίρας $\overline{\rho\pi}$ ἀφαιρεῖν. καὶ ἔτι πάλιν ἐν ἐλάττοσι τῶν $\overline{\rho\pi}$ προστιθέναι.

πάλιν δὲ ἐπεὶ ἡ τῆς σελήνης ὁμαλὴ ἐποχὴ κατὰ τὰς κ$\overline{\beta}$ ιγ′ μοίρας τῶν ἰχθύων τυγχάνουσα, διέστηκε τῆς ὁμαλῆς τοῦ ἡλίου ἐποχῆς κατὰ τὰς μοίρας $\overline{\varsigma}$ μα′ μοίρας τοῦ ταύρου τυγχανούσης, μοίρας $\overline{\text{τιε}}$ λβ′· καὶ ἐπεὶ ἐδείκνυμεν κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma'}$ ἀνωμαλίας ὅτι διπλασίονας ἀφίσταται τὸ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τῆς ὁμαλῆς διαστάσεως τῶν φώτων ἐὰν διπλασιάσαντες τὰς $\overline{\text{τιε}}$ λβ′ μοίρας τῆς ὁμαλῆς τῶν φώτων διαστάσεως καὶ ἀπὸ τῶν γινομένων $\overline{\chi\lambda\alpha}$ δ′ ἀφέλωμεν ā κύκλου μοίρας $\overline{\tau\xi}$ ἕξομεν τὸν ἐπίκυκλον ἀπέχοντα τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τὰς λοιπὰς μοίρας $\overline{\sigma\alpha}$ δ′· καὶ δηλαδὴ ἔσται καὶ ὁ ἐπίκυκλος περὶ τὰς μέσας ἀποστάσεις· ὥστε καὶ λοιπὴν τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου ὡς ἐπὶ τοῦ ὁμοκέντρου τῶν λειπουσῶν γίνεσθαι εἰς τὸν ὅλον κύκλον μοιρῶν $\overline{\pi\eta}$ νς′· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\epsilon\beta}$ γωνία ἐπὶ τῆς ἑξῆς καταγραφῆς τοιούτων ἐστιν $\overline{\pi\eta}$ νς′ οἵων εἰσὶν αἱ $\overline{\delta}$ ὀρθαὶ $\overline{\tau\xi}$ διὰ τὸ πρὸς τῷ κέντρῳ τοῦ ζωδιακοῦ εἶναι τὴν

γωνίαν περὶ ἣν ἡ ὁμαλὴ περιαγωγὴ τοῦ ἐπικύκλου ἀποτελεῖται. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεβ· ἤχθω δὴ κάθετος ἀπὸ τοῦ δ, ἐπὶ τὴν εβ ἡ δκ · ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ δεκ γωνία δέδοται οἵων αἱ δ ὀρθαὶ, δέδοται ἄρα καὶ οἵων αἱ β ὀρθαὶ· ~~δέδοται ἄρα~~ καὶ ἔτι ἡ μὲν ἐπὶ τῆς δκ εὐθείας περιφέρεια οἵων ὁ περὶ τὸ δκε ὀρθογώνιον κύκλος τξ ἡ δὲ ἐπὶ τῆς εκ τῶν λοιπῶν εἰς τὸ τρίγωνον. ὥστε καὶ αἱ ὑπ᾽ αὐτὰς εὐθεῖαι δκ κε οἵων ἡ δε διάμετρος ρκ τοῦ περιγραφομένου κύκλου καὶ οἵων ἄρα ἡ μὲν δε μεταξὺ τῶν κέντρων ι ιθ′, ἡ δὲ δβ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ μα′ δέδοται καὶ ἐκ τῶν δκ κε· καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀπὸ τοῦ τῆς δβ δεδομένον ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ τῆς δκ δεδομένον δίδοται καὶ τὸ ἀπὸ τῆς κβ ~~καὶ τὸ ἀπὸ τῆς κβ δεδομένον~~. ὥστε καὶ αὐτὴ ἡ κβ μήκει δοθήσεται καὶ ἡ εκ· καὶ λοιπὸν ἄρα ἡ εβ δέδοται μοιρῶν μῃ μη′. ἥτις ἐστὶ τοῦ ἀποστήματος τοῦ ἐπικύκλου.



»πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν τῆς ὁμαλῆς σελήνης ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἡλίου διάστασις »μοιρῶν ἦν τιδ κη′· ἡ δὲ τῆς ἀκριβοῦς τῶν ἐκ τῆς τηρήσεως μοιρῶν τιγ μβ′ ἀφήρει ἄρα τὸ παρὰ τὴν ἀνώμαλον αὐτῆς διάφορον ō μς′ οἷς ὑπερέχουσιν αἱ τιδ κη′ μοῖραι τὰς τιγ μβ′· θεωρεῖται δὲ ὅτι ἡ ὁμαλὴ πάροδος τῆς σελήνης, τουτέστι ἡ περιάγουσα τὸ τοῦ ζῳδιακοῦ κέντρον περὶ τὸ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου [...] τῆς εβ εὐθείας ὑποκείσθω ἡ σελήνη ἐπὶ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ η· ἵνα ἐπιζευχθείσης τῆς εη καὶ ἐκβληθείσης ἡ κατὰ τὴν ἀκριβῆ ἐποχὴν πίπτουσα ἀπέχει τῆς εβ κατὰ τὴν ὁμαλὴν ἐποχὴν πιπτούσης τὴν ὑπὸ βεη γωνίαν ἑξηκοστῶν μς′ ἀκολούθως ταῖς ἐκ τῶν ἐπιλογισμῶν καταλήψεσι καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς τε εη καὶ τῆς βη κάθετος ἀπὸ τοῦ β ἤχθω ἐπὶ τὴν εη ἐκβληθεῖσαν ἡ βδ, διὰ τὸ τὴν ὑπὸ εηβ γωνίαν ἀμβλεῖαν εἶναι. ἐὰν γὰρ ἀπὸ τοῦ ε ἐφαπτομένην τοῦ ἐπικύκλου ἀγάγωμεν ὡς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸ β ἐπιζεύξωμεν εὐθεῖαν, ὀρθὴ δηλονότι ἔσται ἡ ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν περιεχομένη καὶ ὀρθογώνιον τρίγωνον γεγονὸς ἐπὶ τῆς εβ εὐθείας καὶ ἐντὸς αὐτοῦ ἀπὸ τῶν περάτων ἄλλαι β εἰσὶ σταθεῖσαι αἱ εη ηβ, μλ ἄρα γωνίαι τὴν ὀρθὴν [...] γωνίας περιέξουσιν ὥστε ἀμβλεῖα ἔσται ὑπὸ εηβ· ἐκβληθείσης τῆς εηλ.

»ἤχθω ἀπὸ τοῦ β κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἡ βλ κάθετος· ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ βελ »γωνία περιέχουσα τὸ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διάφορον, εἴη ἂν οἵων μέν εἰσιν »αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τοιούτων τῶν κατειλημμένων μοιρῶν ὃ μς′· οἵων δὲ αἱ β, ᾱ

λβ′. ὥστε καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς βλ̄ εὐθείας περιφέρεια δεδομένη οἵων ὁ περὶ τὸ εβλ̄
»ὀρθογώνιον κύκλος τξ̄· καὶ αὐτὴ ἡ βλ̄ εὐθεῖα οἵων ἡ βε̄ διάμετρος ρκ̄. καὶ
»οἵων ἄρα ἡ βε̄ εὐθεῖα ἐδείχθη μῃ μη′, ἡ δὲ βη̄ ἐκ τοῦ κύκλου τοῦ ἐπικύκλου ε̄
»ιε′. τοιούτων πάλιν ἔσται καὶ ἡ ἐπ᾽αὐτῆς περιφέρεια τοῦ γραφομένου
»κύκλου περὶ τὸ βηλ̄ ὀρθογώνιον οἵων αἱ β̄ ὀρθαὶ καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ εβη̄ τῶν
»αὐτῶν· τουτέστιν οἵων αἱ δ̄ ὀρθαί. ὥστε καὶ οἵων αἱ δ̄ ὀρθαὶ τξ̄, τοιούτων ς̄
»κα′. τοσούτων ἄρα ἔσται μοιρῶν ἡ ηθ̄ τοῦ ἐπικύκλου περιφέρεια ἀπὸ τῆς
»κατὰ τὸ η̄ τῆς σελήνης παρόδου ἐπὶ τὸ ἀκριβὲς περίγειον τοῦ ἐπικύκλου τὸ θ̄
»περιέχουσα διάστασιν· ἀλλ᾽ἐπεὶ τοῦ μέσου ἀπογείου ἀφ᾽ οὗ τοὺς ἀριθμοὺς
»τῆς κατὰ τὸν ἐπίκυκλον τῆς σελήνης ὑφιστάμεθα ἀφῆκεν ἡ σελήνη κατὰ τὸν
»χρόνον τῆς τηρήσεως μοίρας ρ̄ πε′ λ′, τοσαύτας γὰρ ἐκ τῶν κανόνων τῆς
»ὁμαλῆς αὐτῆς κινήσεως κατελαμβανόμεθα δηλονότι παρελθεῖν τὸ περίγειον
»τὸ μέσον ἡ σελήνη μοίρας ε̄ λ′, τουτέστι προηγεῖτο αὐτῆς τὸ περίγειον. ἔστω
»δὴ τὸ μ̄· καὶ διήχθω ἡ βμ̄ν̄· καὶ ἀπὸ τοῦ ε̄ κάθετος αὐτῇ ἤχθω. ὀξεῖα γάρ
»ἐστιν ἡ ὑπὸ ενξ̄· ἐπεὶ καὶ ἡ ὑπὸ δεζ̄ μείζων αὐτῆς οὖσα, ἐπεὶ τοίνυν τὴν θη̄
»ἐδείξαμεν διδομένην καὶ ἔτι τὴν η̄μ̄· καὶ ὅλη ἄρα ἡ θμ̄ δέδοται. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ
»εβξ̄ γωνία δέδοται οἵων αἱ δ̄ ὀρθαί· καὶ οἵων αἱ δύο ὥστε καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς εξ̄
»περιφέρεια δέδοται οἵων ὁ περὶ τὸ βεξ̄ ὀρθογώνιον κύκλος· καὶ αὐτὴ ἡ εξ̄
»εὐθεῖα οἵων ἡ βε̄ διάμετρος τοῦ εἰρημένου κύκλου ρ̄κ̄. καὶ οἵων ἄρα ἡ βε̄
»εὐθεῖα τῆς ἀπὸ τῆς ὄψεως ἀποστάσεως τοῦ ἐπικύκλου μῃ μη′ καὶ ἡ εξ̄ εὐθεῖα
»ἔσται δεδομένη. πάλιν ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ αεβ̄ γωνία ἐξαρχῆς εὑρεθεῖσα τοιούτων
»ἦν πῃ νς′ οἵων αἱ δ̄ ὀρθαὶ τξ̄· οἵων δὲ αἱ β̄ ὀρθαὶ, ροζ̄ νβ′ ἡ δὲ ὑπὸ εβν̄ τῶν
»αὐτῶν κγ̄ μβ′. εἴη ἂν καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ενβ̄ τῶν αὐτῶν ὁμοίως ρνδ̄ ι′. ὥστε ἡ
»μὲν ἐπὶ τῆς εξ̄ περιφέρεια δεδομένη οἵων ὁ περὶ τὸ εζη̄ ὀρθογώνιον κύκλος
»τξ̄ καὶ αὐτὴ ἡ εξ̄ εὐθεῖα οἵων ἡ ε̄ν̄ ὑποτείνουσα ρ̄κ̄· καὶ οἵων ἄρα ἡ εξ̄ εὐθεῖα
»δέδοται, ἡ δὲ δε̄ μεταξὺ τῶν κέντρων ιθ̄. τῷ γὰρ λόγῳ τῆς ἐκκεντρότητος ἦν
εὑρεθεῖσα ἡ σξ̄, τοιούτων καὶ ἡ εν̄ ἔσται πη̄. ἴση ἄρα ἐγίνετο τῇ δε̄ μεταξὺ τῶν
κέντρων τὴν ε̄ν̄ ὧν ἀπείληφεν ἡ διὰ τοῦ μέσου ἀπογείου καὶ περιγείου.
τουτέστι τῆς βμ̄ ἐπὶ τὸ ν̄ γενομένη πρόσνευσις:

ἀποδείξας ἐν τῷ δ′ θεωρήματι τὴν διάμετρον τοῦ μέσου ἀπογείου καὶ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου πρόσνευσιν πρὸς τὸ τοῦ διὰ μέσων κέντρον καὶ τοῦ ἀπογείου καὶ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου προσνενευκυῖαν ἴσην ἀπέχον ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ζωδιακοῦ ὡς ἐπὶ τὸ περίγειον τῇ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτοῦ τὲ καὶ τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου εἰς τὰ ἑπόμενα τυγχάνειν καὶ ἔτι τῆς σελήνης περὶ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου φερομένην τὴν ὁμαλὴν ἑαυτῆς ἐποχὴν, δείκνυσι καὶ ἑξῆς ἐν τῷ ε̄ϙ′ θεωρήματι τὸ αὐτὸ συμβαῖνον ἐπὶ τῶν

ἀντικειμένων μερῶν. τουτέστι τοῦ τε ἐπικύκλου ἐπὶ τὰ προηγούμενα τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος· καὶ ἔτι τῆς σελήνης περὶ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου
110 προστιθείσης τῆς μέσης αὐτῆς ἐποχῆς:+

ς. πῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἀπὸ τῶν ὁμαλῶν κινήσεων ἡ ἀκριβὴς τῆς σελήνης πάροδος καταλαμβάνεται

τούτων δεδειγμένων ἑξῆς ἐκτίθεται ζ̄ον′ θεώρημα δι᾽ οὗ ἀποδείκνυσι πῶς ἂν δοθέντος τινὸς χρόνου καὶ ἐκ τούτου δηλαδὴ διδομένης τῆς ὁμαλῆς ἐποχῆς ἡλίου καὶ σελήνης ἀπὸ τῶν ἐν τῷ δ′ βιβλίῳ ἐκτεθειμένων ὁμαλῶν κινήσεων, καὶ ἔτι ἐκ τοῦ τῆς ἀνωμαλίας τῆς σελήνης διαφόρου καὶ ἡ ἀκριβὴς αὐτῆς ἐποχὴ· ὑποδείγματος ἕνεκεν ὑποθέμενος τὰς κατὰ τὸ ε̄ον′ θεώρημα τῆς τοῦ ἱππάρχου τηρήσεως ἐκτεθειμένας ἀπὸ τῶν ἀπογείων ὁμαλὰς ἐποχὰς τῶν μὲν ἐπικύκλων τὰς ἐκ τοῦ τοῦ διπλασιασμοῦ τῆς ἀποχῆς μοίρας ϛ̄ λ′· ἀνωμαλίας δὲ ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας τλγ̄ ιβ′. καὶ ἐκ τούτων πάλιν εὑρὼν τὴν βε̄ τοῦ ἀποστήματος τοῦ ἐπικύκλου μη̄ λα′ οἵων ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ̄ μα′· ἡ δὲ μεταξὺ τῶν κέντρων ῑ ιθ′ δείκνυσι τὴν μζ′ παρακειμένου τοῦ ἐπικύκλου μοιρῶν ιβ̄ α′ ἣν προηγήσατο τὸ ἀκριβὲς ἀπόγειον τοῦ μέσου ἐκ τῆς ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου ἀποστάσεως τῶν τῶν ἐπικύκλων μοιρῶν ϛ̄ λ′. δι᾽ οὗ καὶ ἐν τῷ ἑξῆς κανονίῳ τῆς β̄ας′ ἀνωμαλίας παρέθετο ταῖς ϛ̄ μοίραις τὰς ιβ̄ κατὰ τὸ γ′ σελίδιον· ἐπεὶ καὶ ἐν τούτῳ τὰς τοιαύτας διαφορὰς τῶν ἀπογείων παρατίθεται. καὶ ὅλον δὲ τοῦτο τὸ γ̄ον′ σελίδιον τῷ αὐτῷ τούτῳ θεωρήματι προσχρησάμενος παρέθηκεν· ἔτι δὲ συναγαγὼν καὶ τῶν τῆς ὁμαλῆς διαφορᾶς μοῑ ᾱ κς′ ἀκολούθως ταῖς ἐκ τῶν τηρήσεων καταλήψεσιν. ἔχων δὲ καὶ τὴν ὁμαλὴν ἐκ τῆς ἐποχῆς, ἔχει ἄρα καὶ τὴν ἀκριβῆ περιφέρειαν.

ζ. κανόνος πραγματεία τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας

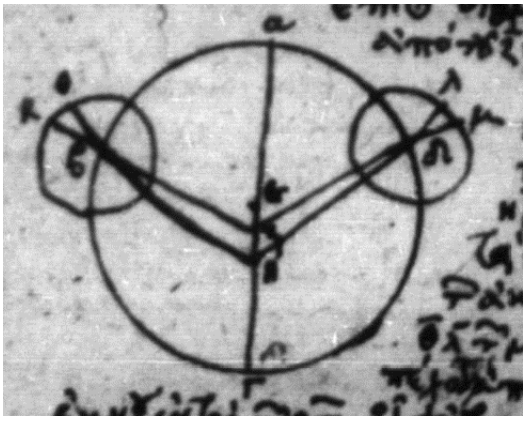
διδάξας οὖν ἡμᾶς πῶς ἂν δοθέντος τινὸς χρόνου διὰ τῶν γραμμῶν τὴν ἀκριβῆ τῆς σελήνης πάροδον μεθοδεύωμεν ἑξῆς βούλεται ἡμᾶς διδάξαι πῶς ἂν καὶ διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως ἐκ προχείρου τὸ τοιοῦτον πάλιν μεθοδεύωμεν. ἵνα οὖν ὡς ἔφην ἐξ ἑτοίμου δυνώμεθα καταλαμβάνειν τὴν διάκρισιν τῶν κατὰ μέρος περὶ τὰς μηνοειδεῖς καὶ διχοτόμους καὶ ἀμφικύρτους παρόδων προσθαφαιρέσεις προσανεπλήρωσεν τὸ κατὰ τὴν ἁπλῆν ὑπόθεσιν περὶ τὰς συνόδους ἐκτεθειμένον αὐτῷ τῆς προσθαφαιρέσεως κανόνιον τοῖς δυναμένοις αὐτὸ διορθοῦσθαι σελιδίοις ἐκ τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma'}$ ἀνωμαλίας κατειλημμένοις πρὸς τὸ καὶ ἐν ταῖς εἰρημέναις κατὰ μέρος παρόδοις δύνασθαι τὴν ἐπιβάλλουσαν οἰκείως προσθαφαίρεσιν μεθοδεύειν ἀκολούθως τῇ πρὸς τὰ φαινόμενα συμφωνίᾳ. πεποίηται δὲ τὴν ἔκθεσιν τοῦ κανόνος ἐπὶ στίχων μὲν πάλιν διὰ τὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰρημένα $\overline{\mu\varepsilon}$ σελίδια δὲ $\overline{\zeta}$:

καὶ ἐν μὲν τοῖς $\overline{\alpha}^{\text{οις}}$ δύο σελιδίοις τοὺς κοινοὺς ἀριθμοὺς παρέθηκε τῆς τε τοῦ ἐπικύκλου ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου κινήσεως καὶ αὐτῆς τῆς σελήνης ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου. καὶ ἔτι τῆς ἐπὶ τοῦ λοξοῦ αὐτῆς πρὸς τὸν ζωδιακὸν κύκλου. ἐν δὲ τῷ γ′ τὰς γινομένας προσθαφαιρέσεις τῶν τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμῶν πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τοῦ $\overline{\mu}$ συναγόμενον ἐκ τῶν μέσων παρόδων ἀριθμὸν μεταφέρειν πρὸς τὸ ἀκριβὲς ἀπόγειον τουτέστι τὸ $\overline{\zeta}$· ἵνα πρὸς τοὺς ἀπὸ τούτου τοῦ ἀπογείου συναγομένους ἀριθμοὺς τὴν προσθαφαίρεσιν τῆς ἀνωμαλίας λαμβάνωμεν.

»περὶ γὰρ τῆς εἰρημένης ἀποχῆς τοῦ ἐπικύκλου τῶν $\overline{\varsigma}$ μοιρῶν ἀπέδειξε τὴν »ζμ̄ περιφέρειαν μοιρῶν οὖσαν $\overline{\iota\beta}$ α′· ἵνα ἐπειδήπερ τοῦ $\overline{\mu}$ μέσου ἀπογείου »ἀπεῖχεν ἡ σελήνη μοίρας $\overline{\tau\lambda\gamma}$ ιβ′, τὴν ἀπὸ τοῦ $\overline{\zeta}$ ἀκριβοῦς ἀπογείου ἐποχῆς »διάστασιν αὐτῆς λάβῃ συναγομένην μοιρῶν δηλονότι $\overline{\tau\mu\varepsilon}$ ιγ′ πρὸς ἃ ὡς »ἔφαμεν ἡ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορὰ ὀφείλει λαμβάνεσθαι.

συνεστήσατο δὲ τὸ τοιοῦτον σελίδιον δι’ ὅσων σύμμετρον ἦν τμημάτων· τουτέστι πάλιν τὰ μὲν πρὸς τῷ ἀπογείῳ διὰ μοιρῶν $\overline{\beta}$· τὰ δὲ πρὸς τῷ περιγείῳ διὰ μοιρῶν $\overline{\gamma}$ διὰ τοῦ ς′ θεωρήματος ἀκολούθως τοῖς ἐκεῖσε ἐπιλογισμοῖς. διὸ καὶ τὸ τῶν $\overline{\varsigma}$ λ′ μοιρῶν ἀριθμῷ τῆς αὐτῆς τοῦ ἀπογείου ἀποστάσεως τοῦ ἐπικύκλου εὗρεν ἐπιβαλλούσας τὰς τῆς τοιαύτης διαφορᾶς μοίρας $\overline{\iota\beta}$ α′. καὶ ἐπὶ μὲν τὴν ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου μέχρι τοῦ περιγείου μοιρῶν $\overline{\rho\pi}$ τοῦ ἐπικύκλου πάροδον προστίθεται ἡ ἐν τῷ γ′σελιδίῳ τοιαύτη διαφορὰ τῷ ἐκ τῶν κανόνων ὁμαλῶν παρόδων συναγομένῳ ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου ἀριθμῷ· ἵνα ὡς ἔφαμεν ἔχωμεν τὸν διὰ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου ἀπὸ $\overline{\rho\pi}$ μοιρῶν ἕως $\overline{\tau\xi}$ τοῦ ἐπικύκλου

παρόδων ἀφαιρεῖται ἀπὸ τοῦ συναχθέντος ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμοῦ ἐν τῷ γ′ σελιδίῳ εἰρημένης διαφορᾶς ἵνα πάλιν ἔχωμεν τὸν ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου ἀριθμόν. ἵνα δὲ ὑπόψιν ἡμῖν γένηται τὸ λεγόμενον, ἔστω ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁ αβγδ περὶ κέντρον τὸ ε̅ καὶ διάμετρον τὴν αε̅γ· ἐφ᾽ ἧς εἰλήφθω τὸ μὲν κέντρον τοῦ



ζωδιακοῦ, τὸ ζ̅· περὶ ὃ δ᾽ ἦν ἡ πρόσνευσις τὸ η̅· καὶ γεγράφθωσαν περὶ τὰ β̅ δ̅ κέντρα ἐπίκυκλοι οἱ θ̅κ̅ λ̅μ̅. καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἀπὸ τοῦ ζ̅ κέντρου τοῦ ζωδιακοῦ αἱ ζβ̅κ ζδ̅μ· ἀπὸ δὲ τοῦ η̅ τῆς προσνεύσεως ἥ τε η̅β̅θ̅ καὶ ἡ η̅δ̅λ̅. ὥστε τὰ κ̅ καὶ μ̅ σημεῖα εἶναι τῶν ἀκριβῶν ἀπογείων· τὰ δὲ θ̅ λ̅ τῶν μέσων. τοῦ οὖν ἐπικύκλου ἀπέχοντος ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου ἐντὸς τῶν ρ̅π̅ μοιρῶν καὶ ἐντὸς ὡς κατὰ τὸ β̅ καὶ τῶν ἐκ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμῶν ἀπὸ τοῦ θ̅ μέσου ἀπογείου τυγχανόντων ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ κ̅ βουλώμεθα ἔχειν αυτούς, δῆλον ὡς ὅτι δεήσει προσθεῖναι τὴν κθ̅ περιφέρειαν. ἧς τὸ μέγεθος ἐν τῷ γ′ σελιδίῳ ἔγκειται. ἐὰν δὲ πλείῳ τῶν ρ̅π̅ μοιρῶν ἀπέχῃ ὁ ἐπίκυκλος τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου καὶ ᾖ ὡς κατὰ τὸ δ̅ ἐπεὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ λ̅ μέσου ἀπογείου ἔχομεν τοὺς τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμοὺς δέον ἐνταῦθα ἀφελεῖν τὴν λ̅μ̅ περιφέρειαν ἐκκειμένην ὡς ἔφαμεν ἐν τῷ γ′ σελιδίῳ ἵνα τὴν ἀπὸ τοῦ μ̅

ἀπογείου ἀκριβῆ ἔχωμεν ἐπιλελογισμένην. καὶ ἐπὶ μὲν κατὰ τὴν τοῦ ἀπογείου τοῦ ᾱ ὄντος τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου αἱ ζβ̅κ̅ η̅β̅θ̅ συμπίπτουσι τῇ αγ̅ διαμέτρῳ καὶ οὐκ ἔσται διαφορὰ παρὰ τὴν πρόσνευσιν ἀφισταμένου δὲ αὐτοῦ ἐν μὲν τοῖς ἀπογειοτέροις ἐλάττονές εἰσι αἱ παρακείμεναι τῆς τῶν ἀπογείων διαφορᾶς· περὶ δὲ τὰς μέσας παρόδους μείζονες. καὶ πάλιν πρὸς τοῖς περιγειοτέροις ἐλάττονες, ὡς καὶ ἐκ τῆς θέσεως τοῦ κανόνος δῆλόν ἐστι συμβαίνει τῆς μὲν η̅β̅θ̅ ἤτοι τοῦ θ̅ σημείου κατὰ τοῦ τμήματος τυγχάνοντος, διὰ τοῦτο καὶ τοὺς ἀπὸ τῶν κινήσεων ἀριθμοὺς οὕτω λαμβανόμεθα τῆς μεταξὺ τῶν ἀπογείων περιφερείας τῆς θ̅κ̅ τοῦ ἐπικύκλου ἀπὸ μὲν τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου μέχρι τῆς μέσης παρόδου μείζονος γινομένης ἐπὶ τὰ προηγούμενα στρέφεσθαι τὸν ἐπίκυκλον· ἀπὸ δὲ τῶν περὶ τὰς μέσας παρόδους τῆς ὁμοίας περιφερείας πάλιν ἐλαττουμένης εἰς τὰ ἑπόμενα· κατὰ δὲ τὸ περίγειον αὐτοῦ γινομένου συμπιπτούσας πάλιν τὰς ἐν τῇ διὰ τῶν κέντρων ἀμφοτέρων, μηδεμίαν τοιαύτην ποιεῖσθαι διαφορὰν παρὰ τὴν πρόσνευσιν· ὅταν δὲ πάλιν ἀποστῇ τοῦ περιγείου ἐπὶ μεγίστῳ γινόμενον ἐπὶ τὰ ἕτερα τῆς περιφερείας

μέχρι τῶν περὶ τὰς μέσας παρόδους εἰς τὰ ἑπόμενα στρέφεσθαι τὸν ἐπίκυκλον καὶ ἑξῆς μέχρι τοῦ ἀπογείου ἐλάσσονος γινομένης τῆς περιφερείας εἰς τὰ προηγούμενα:

κατείληπται δὲ ἡ μεγίστη τῆς τοιαύτης περιφερείας προσθαφαίρεσις διὰ τῶν κατὰ τὰς γραμμὰς ἐπιλογισμῶν τοῦ ϛ΄ θεωρήματος περὶ τὰς μικρῷ περιγειοτέρας τῶν μέσων παρόδων μοίρας, τουτέστι περὶ τὰς ρ$\overline{\iota\epsilon}$ καὶ σ$\overline{\mu\epsilon}$ ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου μοιρῶν γινομένη ι$\bar{\gamma}$ ιθ΄ ἀκολούθως τῇ ἐκθέσει τοῦ τοιούτου $\bar{\gamma}$ σελιδίου:

»τῶν δὲ ἐφεξῆς σελιδίων, τὸ μὲν $\overline{\delta}^{ον΄}$, περιέχει τὴν ἐκτεθειμένην ἐν τῷ δ΄ βιβλίῳ τῆς ἀνωμαλίας διαφορὰν μέχρι $\bar{\epsilon}$ μοιρῶν τὴν μεγίστην κατειλημμένην τῷ διὰ τῶν $\bar{\gamma}$ ἐκλείψεων κατειλημμένῳ λόγῳ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ὁμοκέντρου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου τῶν $\overline{\xi}$ πρὸς τὰ $\bar{\epsilon}$ ιε΄· δηλαδή· ὡς τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου περὶ τὰς συζυγίας μένοντος· τῆς δὲ σελήνης διερχομένης τὸν ἐπίκυκλον κατὰ τοῦ $\bar{\gamma}$ μόνην τὴν τοιαύτην θέσιν τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τῆς ὑποθέσεως τῆς τοιαύτης ἀνωμαλίας ὁ λόγος τῶν $\overline{\xi}$ πρὸς τὰ $\bar{\epsilon}$ ιε΄συνίσταται διὰ τὸ τὸν ἔκκεντρον τοῦ ὁμοκέντρου πρὸς τῷ ἀπογείῳ ἐφάπτεσθαι:

τὸ δὲ $\bar{\epsilon}^{ον΄}$ σελίδιον περιέχει τῶν εὑρισκομένων κατὰ μέρος ἀνωμαλιῶν τῷ τῶν $\overline{\xi}$ πρὸς τὰ $\bar{\eta}$ λόγον ὡς τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου περὶ τὰς διχοτόμους μένοντος· τῆς δὲ σελήνης περιοδευούσης τὸν ἐπίκυκλον τὰς ὑπεροχὰς τῶν ἐν τῷ δ΄ σελιδίῳ ἐκτεθειμένων τῆς $\bar{\alpha}^{ης}$ ἀνωμαλίας καὶ κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου θέσεως τῶν ἐπὶ τῶν ὁμοταγῶν σημείων· οἷον καθάπερ ἐπὶ τῆς εἰρημένης $\bar{\alpha}$ ἀνωμαλίας τῆς διαφορᾶς κατειλημμένης μοιρῶν $\bar{\epsilon}$ α΄· τῆς δὲ $\overline{\beta}^{ας΄}$ καὶ κατὰ τὸ περίγειον μοιρῶν $\overline{\zeta}$ κατὰ τῶν ἐφαπτομένων δηλονότι τοῦ ἐπικύκλου εὐθειῶν τῆς σελήνης τυγχανούσης τῆς $\beta\overline{\lambda}$ $\overline{\theta}$ $\mu^{\overline{\iota\alpha}}$ τῆς ὑπεροχῆς ἐξέθετο τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἐπὶ τῆς ἑξαμοιριαίας ἐν μὲν τῷ δ΄ σελιδίῳ τῆς α΄ ἀνωμαλίας κατελήφθησαν ὃ μγ΄ τὰ τῆς ὑπεροχῆς ὃ ιδ΄ ἐξέθετο· καὶ ὁμοίως ἐπὶ τῶν ἑξῆς αὐτῷ τὸ $\bar{\epsilon}^{ον΄}$ σελίδιον πεπραγμάτευται τὰς ὑπεροχὰς ἔχουσιν αἱ διαφοραὶ κατὰ τὰς τοιαύτας θέσεις τῶν ἐπικύκλων ἐπὶ τῶν ὁμοταγῶν σημείων τῆς σελήνης τυγχανούσης. παρειλήφαμεν δὲ ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ περίγειον θέσεως τοῦ ἐπικύκλου τὸν τῶν $\overline{\xi}$ πρὸς πρὸς τὰ $\bar{\eta}$ λόγον τὸν αὐτὸν ὄντα τῷ κατὰ τὴν τοιαύτην θέσιν κατειλημμένῳ τῷ ἀπὸ τῶν $\lambda\overline{\theta}$ κβ΄ πρὸς τὰ $\bar{\epsilon}$ ιε΄ διὰ τὸ πρόχειρον:

ἐκθέμενος οὖν τὸ $\overline{\delta}^{ον΄}$ σελίδιον καὶ τὸ $\bar{\epsilon}^{ον΄}$ τὸν εἰρημένον τρόπον, ἑξῆς ἕνεκεν τοῦ καὶ τὰς ἄλλας παρόδους λέγω δὴ τῶν κατὰ τὰς μηνοειδεῖς καὶ ἀμφικύρτους παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν γινομένων διαφόρων ἐκτίθεται καὶ $\bar{\zeta}^{ον΄}$ σελίδιον ὡς κατὰ τὰς μεταξὺ τῶν ἀπογείων καὶ περιγείων τοῦ ἐκκέντρου παρόδους περὶ τὸ τοῦ

ζῳδιακοῦ κέντρον. τῆς δὲ σελήνης μενούσης κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τοῦ ἐπικύκλου περιέχουσαν τῶν κατὰ πᾶσαν πάροδον ὑπεροχῶν τῶν μεγίστων διαφόρων κατὰ τὴν περὶ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου θέσιν πρὸς τὸ ἐκ προχείρου δύνασθαι μεθοδεύειν ἐκ τῶν κατὰ τὸ ε̄ σελίδιον ὑπεροχῶν ~~τῶν μεγίστων διαφόρων κατὰ τὴν περὶ τὸ ἀπόγειον~~ τῆς β̄ας′ ἀνωμαλίας παρὰ τὴν ᾱ ἐπιβάλλουσαν πρόσθεσιν τῇ κατὰ τὸ δ̄ον′ σελίδιον. ὥστε ὁ ἐπίκυκλος τοῦ ἐκκέντρου καὶ ἡ σελήνη τοῦ ἐπικύκλου. καὶ τοῦτο δὲ αὐτῷ συνίσταται τὸν τρόπον τοῦτον· ὑποθέμενος γὰρ ᾱον ἀποχῆς μοίρας ξ̄ ἵνα δηλονότι ὁ ἐπίκυκλος τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τὰς διπλασίονας ἀπέχῃ μοίρας ρκ̄· τὴν δὲ σελήνην ὡς ἔφαμεν κατὰ τῆς ἐφαπτομένης τοῦ ἐπικύκλου εὑρίσκειν τὴν μεγίστην διαφορὰν διὰ τῶν γραμμῶν γινομένην μοιρῶν ς̄ νδ′· ὧν ἡ ἐκ τῆς α′ ἀνωμαλίας μεγίστη κατὰ τὸ ἀπόγειον τὸ τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου τυγχάνοντος μοιρῶν ἔγγιστα ε̄ α′. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ παρὰ τὴν τῶν ρκ̄ μοιρῶν ἀπόστασιν τοῦ ἐπικύκλου ὑπεροχὴ τῆς β̄ας′ ἀνωμαλίας διαφορὰ παρὰ τὴν ᾱ κατελαμβάνετο μοιρῶν ᾱ νγ′. καὶ ἐπεὶ εὗρε τὴν κατὰ τῆς τοιαύτης θέσεως τοῦ ἐπικύκλου ὑπεροχὴν τῆς μεγίστης διαφορᾶς παρὰ τὴν κατὰ τὸ ἀπόγειον θέσιν μοιρῶν ᾱ νγ′, ἔχει δὲ καὶ τὴν τοῦ ὅλου διαφορὰν ὑπεροχὴν τῷ μεγίστῳ κατὰ τὸ περίγειον διαφόρῳ πρὸς τὴν κατὰ τὸ ἀπόγειον μοιρῶν β̄ λθ′ ποιεῖ καὶ οἵων αἱ β̄ λθ′ τοῦ ὅλου διαφόρου ξ̄ τοιούτων ᾱ νγ′ διάφορον μ̄β λη′· ἅτινα παρέθετο τῶ διπλασίονι τῆς τῶν ξ̄ μοιρῶν ἀποχῆς· τουτέστι τῷ τῶν ρκ̄ καὶ ἐν τῷ εἰρημένῳ ς′ σελιδίῳ. ἀκολούθως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀπὸ τοῦ ἀπογείου εἰρημένων κατὰ μέρος ἀποστάσεων τοῦ ἐπικύκλου τὰς ἐπιβαλλούσας τῶν μεγίστων διαφόρων ὑπεροχὰς εἰς ἑξηκοστὰ μεταλαμβάνων προσανεπλήρωσε τὸ ς′ σελίδιον. τὸ δὲ χρήσιμον τοῦ εἰς ἑξηκοστὰ μετειληφέναι τὰ μέγιστα τῶν ὑπεροχῶν ἐν τῇ ψηφηφορία δείξομεν· καὶ ἔτι ὅτι οὐχὶ τὸ ἐπιβάλλον μέρος τῆς ὁμαλῆς διαφορᾶς τῶν β̄ ὡς ἑξηκοστὰ ὄντα προστιθεμένη κατὰ τὸ δ̄ον′ σελίδιον ἐκτεθειμένη τῆς α′ ἀνωμαλίας διαφορὰ ἀλλ᾽ αὐτῶν τῶν β̄ λθ′:

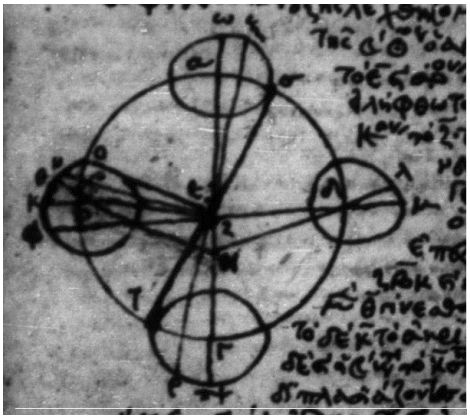
ἔτι δὲ καὶ ζ̄ον′ σελίδιον ἐν τῷ αὐτῷ κανόνι ἐκτίθεται περιέχον τὰς κατὰ πλάτος ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἀποστάσεις τοῦ λοξοῦ κύκλου τῆς σελήνης· τουτέστι τὰς ἀπολαμβανομένας περιφερείας ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τῶν τοῦ λοξοῦ κύκλου τμημάτων μεταξὺ αὐτῶν. γέγονε δὲ αὐτῷ διὰ τοῦ ἐν τῷ α′ βιβλίῳ θεωρήματος δι᾽ οὗ καὶ τὰς τοῦ ἡλίου λοξώσεις ἐπραγματεύσατο· ἐκεῖ μὲν ποιούμενος τὰς καταλήψεις ὡς τῆς μεγίστης ἐγκλίσεως τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ μοιρῶν τυγχανούσης τῶν κατειλημμένων διὰ τοῦ ἐν τῷ α′ βιβλίῳ ἐκτεθειμένου ὀργάνου παρατηρήσεως κγ̄ να′ κ′′. ἐνταῦθα δὲ ὡς τῆς μεγίστης ἐγκλίσεως τοῦ σεληνιακοῦ λοξοῦ κύκλου πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων μοιρῶν ε̄ γίνεσθαι ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς

ἀποδειχθησομένοις ἔσται δῆλον. καὶ ἔστι τὸ τῆς σεληνιακῆς ἀνωμαλίας
150 κανόνιον τοιοῦτον:

θ. περὶ τῆς καθ**όλο**υ σεληνιακῆς ψηφ**οφο**ρίας

ὁσάκις οὖν ἐὰν προαιρώμεθα τὴν διὰ τῆς ἐκθέσεως τοῦ κανονίου ψηφοφορίαν τῆς σεληνιακῆς ἀνωμαλίας ποιήσασθαι, καὶ τὰ ἑξῆς:

ὁσάκις οὖν ἐὰν προαιρώμεθα ἐν τῷ δοθέντι χρόνῳ καὶ κλίματι τὴν ἀκριβῆ ἐποχὴν τῆς σελήνης διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως ἐφοδεύειν μετάγομεν πρότερον τὸν διδόμενον καιρικὸν χρόνον τὸν κατ᾽ αἰγυπτίους εἰς ὥρας ἰσημερινὰς ὡς ἐν τῷ β′ βιβλίῳ μεμαθήκαμεν καὶ πρὸς τὸν ἐν ἀλεξανδρείᾳ μεσημβρινὸν ἐὰν ἕτερος ᾖ ὁ τοῦ ὑποκειμένου κλίματος καὶ ἔτι πρὸς τὰ ὁμαλὰ νυχθήμερα ὡς ἐν τῷ γ′ βιβλίῳ κατὰ τὸν οὕτω συναγόμενον χρόνον ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ναβονασσάρου βασιλείας θὼθ $\bar{α}^{η}$′ ὥρᾳ ς′ καταγαγόντες ἐν τῷ δ′ βιβλίῳ τῶν κανόνων τῆς ὁμαλῆς κινήσεως τοὺς παρακειμένους οἰκείως ἑκάστῳ σελιδίῳ τῶν μοιρῶν ἀριθμοὺς μήκους τὲ καὶ ἀποχῆς καὶ ἀνωμαλίας καὶ πλάτους κατὰ τὸν ὑποδεδειγμένον ἡμῖν τρόπον καὶ προστιθέντες αὐτοῖς τοὺς οἰκείους τῶν κατὰ τὴν ἐποχὴν τῶν προσθέσεων τῶν μοιρῶν ἀριθμοὺς. τουτέστι τῷ μὲν τοῦ μήκους τὰς τοῦ ταύρου μοίρας ιᾱ κβ′· τῷ δὲ τῆς ἀποχῆς μοίρας ō λζ′· τῷ δὲ τῆς ἀνωμαλίας τὰς ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας σξῑ μθ′. τῷ δὲ τοῦ πλάτους τὰς ἀπὸ τοῦ βορείου πέρατος μοίρας τνδ ιε′ τοὺς γινομένους τῆς ἐπισυναγωγῆς ἀριθμοὺς ἀπογραψόμεθα ὑπὸ τὸ οἰκεῖον ἑκάστου σελίδιον:



ἐκκείσθω δὲ ἡμῖν διὰ τὴν σαφήνειαν τῶν ἑξῆς λεχθησομένων ὁ ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁ αβγδ περὶ κέντρον τὸ ε̄ καὶ διάμετρον τὴν αε̄γ̄· ἐφ᾽ ἧς εἰλήφθω τὸ μὲν τοῦ ζωδιακοῦ κέντρον τὸ ζ̄· τὸ δὲ τῆς προσνεύσεως, τὸ η̄· καὶ γεγράφθω περὶ τὸ β̄ ὁ θκ̄ ἐπίκυκλος. καὶ ἐπεζεύχθω ἥ τε ζβ̄κ καὶ ἡ ηβ̄θ. ὥστε τὸ μὲν θ̄ γίνεσθαι τὸ μέσον ἀπόγειον· τὸ δὲ κ̄ τὸ ἀκριβὲς· ὑποκείσθω δὲ καὶ ἡ σελήνη κατὰ τὸ κ̄ σημεῖον ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου. διπλασιάζοντες οὖν πάντοτε τὸν οὕτω συνηγμένον ἐκ τῶν κανόνων τῆς ἀποχῆς ἀριθμὸν. καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου ἀφελόντες ἐὰν ὦσι κύκλοι. τὸν λοιπὸν ἕξομεν τῆς ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἀποστάσεως, οἷον τῆς ὑπὸ αζ̄β γωνίας. ὃν εἰσαγαγόντες κατὰ τὰ $ᾱ^{α}$ δύο σελίδια τῶν κοινῶν ἀριθμῶν τοῦ νῦν ἐκτεθειμένου ἡμῖν κανόνος τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας, τὰς παρακειμένας τῷ εἰσενεχθέντι ἀριθμῷ μοίρας ἐν τῷ γ′ σελιδίῳ τῆς διαφορᾶς τοῦ μέσου ἀπογείου πρὸς τὸ ἀκριβὲς λαβόντες, οἱονεὶ τὴν κθ̄ περιφέρειαν ἐὰν

μὲν ὁ διπλασιασθεὶς τῆς ἀποχῆς ἀριθμὸς μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ κύκλου ἕως ρ̅π̅ μοιρῶν τυγχάνῃ ὡς ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ β̅ τοῦ ἐπικύκλου θέσεως προσθήσομεν αὐτὰς ταῖς τῆς ἀνωμαλίας συναχθείσαις μοίραις ἐκ τῶν τῆς ὁμαλῆς τῆς κινήσεως κανόνων τὸν εἰρημένον τρόπον ἀπὸ τοῦ θ̅ μέσου ἀπογείου τυγχανούσης ἵνα ἔχωμεν τὸν ἀπὸ τοῦ κ̅ ἀκριβοῦς ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας τῶν μοιρῶν ἀριθμὸν τουτέστι τῆς κθ̅ν περιφερείας πρὸς ἣν ἡ παρὰ τὴν ὁμαλὴν πάροδον προσθαφαίρεσις ὀφείλει λαμβάνεσθαι. ἐὰν δὲ ὑπερπίπτῃ τὰς ρ̅π̅ μοίρας ὡς ὁ ἄλλος κατὰ τὸ δ̅ ἐπίκυκλος, ἀφελοῦμεν ἀπὸ τοῦ συναχθέντος πάλιν ἐκ τῶν ὁμαλῶν κινήσεων ἀριθμοῦ, ὡς ἀπὸ τοῦ λ̅ μέσου ἀπογείου τυγχάνοντος ἵνα πάλιν τὸν ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς τοῦ μ̅ ἔχωμεν ἐπιλελογισμένον διὰ τοῦ εἰς τὰ προηγούμενα τοῦ ἐπικύκλου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμοῦ. ὃν εἰσαγαγόντες εἰς τὸ αὐτὸ κανόνιον τὴν παρακειμένην αὐτῷ προσθαφαίρεσιν ἐν τῷ δ′σελιδίῳ οἱονεὶ ὡς τοῦ ἐπικύκλου ὄντος κατὰ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου, τῆς δὲ σελήνης κατὰ τοῦ ξ̅ ὅσον ἀπέχει τοῦ ω̅ ἀκριβοῦς ἀπογείου, τόσον καὶ τὸ ν̅ τοῦ κ̅. τουτέστι τὴν ὑπὸ αζ̅ξ γωνίαν λαβόντες· καὶ ἔτι πάλιν τὸ παρακείμενον ἐν τῷ ε′ σελιδίῳ διάφορον· τουτέστιν ὡς τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τοῦ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος τῆς δὲ σελήνης κατὰ τοῦ π̅ τόσων ἀπέχει τοῦ ψ̅ ἀκριβοῦς ἀπογείου ὅσων καὶ ἐκ μὲν τοῦ κ̅ τὸ ν̅, ἐκ δὲ τοῦ ω̅ τὸ ξ̅ σημεῖον ἐστὶν ὑπεροχὴ τῶν ὑπὸ πζ̅γ αζ̅ξ γωνιῶν· τουτέστι λόγου ἕνεκεν τὴν ὑπὸ πζ̅σ ἀπογραφόμεθα χωρίς. μετὰ δὲ ταῦτα καὶ τὸν δεδιπλασιασμένον τῆς ἀποχῆς ἀριθμὸν εἰσενεγκόντες εἰς τὰ αὐτὰ σελίδια τῶν κοινῶν ἀριθμῶν ὃ μέρος ἔστι τῶν ξ̅ πρὸς τὰ παρακείμενα αὐτῷ ἑξηκοστὰ τοῦ ζ^ου′^ σελιδίου τῆς ὑπεροχῆς τυγχανούσης τῆς μὲν προσθαφαιρέσεως τῆς κατὰ τὸ β̅ θέσεως τοῦ ἐπικύκλου πρὸς τὸν κατὰ τὸ ᾱ ἀπόγειον. τουτέστι τῆς ὑπὸ κζ̅ο γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ αζ̅σ ἐκτεθειμένης οἵων ἡ ὑπεροχὴ τῆς ὑπὸ τζ̅ψ πρὸς τὴν ὑπὸ αζ̅β ἑξῆς τοσοῦτον μέρος λαβόντες τῆς ὑπὸ αζ̅ξ γίνεται ὡς ἡ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ὑπὸ τζ̅ψ αζ̅σ ὑποκειμένης ἑξηκοστῶν ξ′ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῶν ὑπὸ βζ̅ο αξ̅σ ἐν τῷ ς′ παρακειμένην ὡς μέρος τῶν ἑξηκοστῶν ξ̅, οὕτως ἡ ὑπεροχὴ τῶν ὑπὸ πζ̅ψ αζ̅ξ τουτέστιν ἡ ὑπὸ πζ̅ρ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῆς ὑπὸ βζ̅ν πρὸς τὴν ὑπὸ αζ̅ξ πολλαπλασιάσομεν [...] τὰ τοῦ ε′ σελιδίου ἐπὶ τὰ τοῦ ς′ καὶ τὰ γενόμενα μερίσομεν παρὰ τὸν ξ̅· καὶ τὸν οὕτω δ̅^ον′^ ἀνάλογον εὑρισκόμενον ὑπεροχὴν λαμβάνοντες ἥ ἐστι τῆς ὑπὸ βζ̅ν γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ αζ̅ξ ἐκ τοῦ δ′ σελιδίου ἀπογεγραμμένη ἕξομεν ὡς νῦν τὴν ὑπὸ εζ̅ν γωνίαν τῆς ἐπιζητουμένης παρὰ τὴν ὁμαλὴν κίνησιν διαφορᾶς γεγενημένης ἐκ τῆς συμπλοκῆς τῶν δύο ἀνωμαλιῶν. καὶ ὅταν μὲν ὁ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸς ἐλάσσων τυγχάνῃ μοιρῶν ρπ̅ καθάπερ ἐπὶ τοῦ ν̅ αὐτῆς τυγχανούσης ἀφελοῦμεν λόγου ἕνεκεν ὡς τῆς ἀρχῆς τοῦ ταύρου κατὰ τοῦ ᾱ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχανούσης ~~ἀφελοῦμεν λόγου ἕνεκεν~~ ἀπὸ τῆς ὑπὸ αζ̅β συναχθείσης ὁμαλῆς τοῦ μήκους παρόδου τὴν κατειλημμένην γωνίαν τῆς

διαφορᾶς ὡς τὴν ὑπὸ βζ̅ν. καὶ οὕτως ἕξομεν τὴν τῆς αζ̅ν γωνίας τῆς ἀκριβοῦς παρόδου. ὅταν δὲ ὁ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸς πλείων τῶν ρ̅π̅ ᾖ οἱονεὶ ὡς κατὰ τὸ φ̄ τῆς σελήνης τυγχανούσης, προσθήσομεν τὴν καταλαμβανομένην γωνίαν ἐκ τῆς παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορᾶς, τουτέστι τὴν ὑπὸ βζ̅φ τῇ ὑπὸ αζ̅β τῆς ὁμαλῆς κατὰ μῆκος παρόδου. καὶ οὕτω πάλιν ἕξομεν τὴν ὑπὸ αζ̅φ τῆς ἀκριβοῦς κατὰ μῆκος τῆς σελήνης παρόδου. ἀλλ᾽ ἐπεὶ αἱ τοῦ ταύρου μοῖραι ιᾱ κβ′, ἀφ᾽ ὧν καὶ τὴν κατὰ μῆκος ὁμαλὴν πάροδον ἀπὸ τῆς ναβονασσάρου ἀρχῆς ἔχομεν καὶ τοῦ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος καὶ ἀπὸ τῶν τῆς τοιαύτης ἐποχῆς καταχθεισῶν τῆς ὁμαλῆς τοῦ μήκους μοιρῶν ἀφελόντες ἢ προσθέντες τὸν εἰρημένον τρόπον τὴν παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορὰν τὰς γενομένας ἐκβάλλοντες ἀπὸ τῆς αὐτῆς μοιροθεσίας τῶν τοῦ ταύρου μοιρῶν ιᾱ κβ′· ὅπου δ᾽ ἂν καταλήξῃ ὁ ἀριθμὸς ἐκεῖ τὴν ἀκριβῆ τῆς σελήνης ἐποχὴν φήσομεν. ὡς ἐκ μὲν τοῦ διπλασίονος τῆς μέσης ἀποχῆς ἀριθμοῦ καὶ τοῦ τῆς ἀνωμαλίας εὑρῆσθαι τὴν παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφοράν. ταῦτα δὲ προστίθεσθαι ἢ ἀφαιρεῖσθαι ἀπὸ τοῦ ταύρου μοιρῶν ιᾱ κβ′ συναγομένου τοῦ ὁμαλοῦ μήκους ἀριθμοῦ:

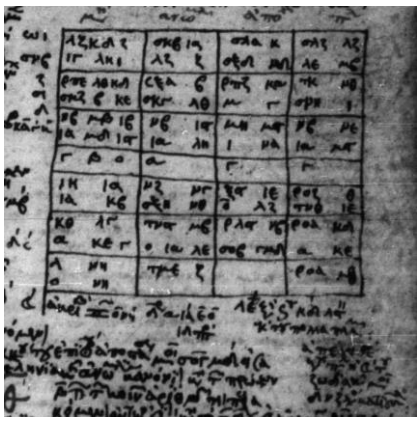
ἀκολούθως δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ πλάτους τοῦ ἀριθμοῦ τὴν αὐτὴν διαφορὰν προσθήσομεν ἢ ἀφελοῦμεν διὰ τὸ καὶ ἐν τῷ δ′ βιβλίῳ αὐτὸν εἰρηκέναι ὅτι ἡ ἐπὶ τοσοῦτον ἔγκλισις τῶν ε̄ μοιρῶν οὐδὲν αἰσθητὸν τῇ κατὰ μῆκος παρόδῳ διάφορον ἐμποιεῖ. καὶ τὸν γενόμενον ἀπὸ τοῦ βορείου πέρατος τοῦ πλάτους τῶν μοιρῶν ἀριθμὸν ἀγαγόντες εἰς τὸ αὐτὸ κανόνιον τῆς β̅ᵃˢ′ καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας κατὰ τὰ ᾱᵃ δύο σελίδια τῶν κοινῶν ἀριθμῶν ὅσαι ἐὰν ὦσιν αἱ παρακείμεναι αὐτῷ κατὰ τὸ ζ̅ᵒᵛ′ σελίδιον μοῖραι τοσαύτας φήσομεν αὐτὴν ἀφέξειν τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ μεγίστου κύκλου· καὶ ἐὰν μὲν ὁ ἀκριβὴς ἀπὸ τοῦ βορείου πέρατος τοῦ πλάτους ἀριθμὸς ἐν τοῖς ἐπάνω ιε̄ στίχοις ἐκκείμενοι κοινοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἄρκτους αὐτὴν φήσομεν εἶναι τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων· ἐὰν δὲ ἐν τοῖς ὑπὸ τοὺς ιε̄ στίχους οἳ περιέχουσι τοὺς ἀπὸ ϛ̄ ἕως σ̅ο̅ κοινοὺς ἀριθμοὺς πρὸς μεσημβρίαν τῶν μὲν ἐν τῷ ᾱᵠ′ σελιδίῳ ἀριθμῶν ἀπὸ ᾱ ἕως ρ̅π̅ μοιρῶν τυγχανόντων τουτέστιν ἀπὸ τοῦ βορειοτάτου ἐπὶ τὸ νοτιώτατον. τοῦ δὲ β′ ἀπὸ ρ̅π̅ ἕως τξ̅· τουτέστιν ἀπὸ νοτιωτάτων:

γέγονε δὲ αὐτῷ τὸ χρήσιμον τῆς ἀναλογίας τῷ μὴ καὶ καθεκάστην τῶν ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου κατὰ ἑξαμοιρίαν παρόδων τῆς σελήνης τοῦ ἐπικύκλου γινομένου καθεκάστην ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου ὁμοίαν ἀπόστασιν σελίδιον ἐκτίθεσθαι εἰς τὸν κανόνα καθάπερ τὸ ϛ′ ἐπὶ τῆς ἐφαπτομένης τοῦ ἐπικύκλου αὐτῆς ὑποτεθείσης· τοῦ δὲ ἐπικύκλου κινουμένου. ὅτι δὲ καὶ τὸ ἐκ τῆς ἀναλογίας λαμβανόμενον μέγεθος οὐδενὶ ἀξιολόγῳ διαφέρει τῷ διὰ τῆς γραμμικῆς δείξεως καταλαμβανομένῳ ὡσὰν τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τοῦ β̅

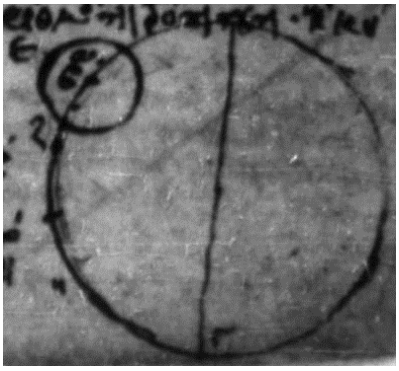
τυγχάνοντος τῆς δὲ σελήνης κατὰ τὸ ν̄, φανερὸν ἡμῖν γενήσεται ἐκ τῶν ἑξῆς διά τε τῶν ἀριθμῶν τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως καὶ διὰ τῶν γραμμῶν ἐπιλογιζομένοις κατὰ τὸν δοθέντα χρόνον τὴν ἀκριβῆ τῆς σελήνης ἐποχήν:

ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ὑποδείγματος τὴν τοιαύτην ψηφοφορίαν ἔχωμεν ἐκτεθειμένην, ὑποκείσθω τὸ ιθ̄ον′ ἔτος διοκλητιανοῦ κατ᾽ αἰγυπτίους φαρμουθὶ ιε̄ πρὸ β̄ ϟ′ ὡρῶν ἰσημερινῶν τῆς μεσημβρίας ἐν ἀλεξανδρείᾳ, ἐφ᾽ οὗ χρόνου καὶ τὴν τοῦ ἡλίου ψηφοφορίαν ἐν τῷ γ′ βιβλίῳ ἐξεθέμεθα. καὶ δέον ἔστω πρότερον τὸν τοιοῦτον χρόνον μεταγαγεῖν πρὸς τὰ ὁμαλὰ νυχθήμερα καθάπερ ἤδη καὶ ἐν τῷ γ′ βιβλίῳ αὐτὸν ἐπελογισάμεθα. συνάγεται δὲ ὁ εἰρημένος χρόνος ἀπὸ τοῦ α′ ἔτους ναβονασσάρου θὼθ ᾱη′ τῆς μεσημβρίας, ἐτῶν αἰγυπτιακῶν ,αξ̄θ καὶ ἡμερῶν σῑδ· καὶ ὡρῶν ἰσημερινῶν κᾱ ϟ′· πρὸς ὃν χρόνον ἐπελογισάμεθα κατὰ τὸ γ̄ον′ βιβλίον τὸν μὲν ὁμαλὸν ἥλιον ἐπέχοντα τοῦ αἰγόκερω μοίρας ιβ̄ λη′· τὸν δὲ ἀκριβῆ ιδ̄ γ′· ἐπεῖχε δὲ καὶ κατὰ τὴν ἀρχὴν ἀπὸ ναβονασσάρου ὁ μὲν ὁμαλὸς ἥλιος τῶν ἰχθύων ὃ με′· ὁ δὲ ἀκριβὴς μοίρας γ̄ η′. καὶ συνάγεται ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ ὁμαλοῦ ἡλίου ἐπὶ τὸν ὁμαλὸν διάστασις μοιρῶν τῑᾱ νγ′· ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἐπὶ τὸν ἀκριβῆ μοιρῶν τῑ νε′· αἱ συμμεσουρανοῦσι ἐπ᾽ ὀρθῆς τῆς σφαίρας τοῦ ἰσημερινοῦ μ̄ῑ τῑ ι′· ἐλάσσονες τῶν τῆς ὁμαλῆς διαστάσεως μοιρῶν τιᾱ νγ′ μοίραις ᾱ μγ′· τουτέστιν ᾱ ὥρας θ̄ον′ ἔγγιστα· διὸ τὸ οὕτως εἰλημμένον θ̄ον′ μέρος τῆς ὥρας ἀφελόντες ἀπὸ τῶν κατὰ τὸν προκείμενον χρόνον ἀπὸ μεσημβρίας ὡρῶν ἰσημερινῶν κα ϟ′ ἀκολούθως τοῖς ἐν τῷ γ′ βιβλίῳ αὐτῷ εἰρημένοις περὶ τῶν πρὸς τὰ ὁμαλὰ νυχθήμερα διακεκριμένων χρόνον ἐτῶν αἰγυπτιακῶν ,ᾱξθ′ καὶ ἡμερῶν σῑδ· καὶ ὡρῶν ἰσημερινῶν κᾱ γ′ ἔγγιστα· πρὸς ὃν εὑρίσκεται τὰ ὑποτεταγμένα κατὰ ιῆδας μὲν ἔτη ωῑ καὶ σνβ̄· ἁπλᾶ δὲ ζ̄. ὡς συνάγεσθαι τὰ ,αξ̄θ ἡμέραι δὲ σῑ καὶ λοιπὸν δ′· ὧραι δὲ ὡς ἔφαμεν ἀπὸ μεσημβρίας ἰσημεριναὶ καὶ πρὸς τὰ ὁμαλὰ νυχθήμερα κᾱ γ′ κ′′. οἷς εὑρίσκομεν παρακείμενα ὁμαλὰ κινήματα ἐκ τῶν ἐν τῷ δ′ βιβλίῳ ἐκτεθειμένων καθὼς πάλιν ὑποτέτακται μήκους μὲν μετὰ τῶν ἀπὸ ἀρχῆς τοῦ ταύρου μέχρι τῶν κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτῆς μοιροθεσίαν μοιρῶν ιᾱ κβ′ μοιρῶν κθ̄ λγ′. ὡς καὶ τὴν ὁμαλὴν ἐποχὴν τῆς σελήνης ἀπέχειν τοῦ ταύρου τὰς κθ̄ λγ′ μοίρας ἀνωμαλίας δὲ μετὰ τῶν ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοιρῶν σξ̄η μθ′· ὧν πάλιν ἐπεῖχεν ἐν τῇ ἀποχῇ τοῦ ἀπογείου μετὰ κύκλον μοιρῶν τν̄ς μβ′ ἀποχῆς δὲ μετὰ τῶν ο̄ λζ′ ὧν ὁμοίως ἀπεῖχε κατὰ τὴν ἐποχὴν μέσως ἡ σελήνη τοῦ ἡλίου μετὰ κύκλους μοιρῶν ρλ̄ς νβ′· πλάτους δὲ μετὰ τῶν ὁμοίως ἀπὸ τοῦ βορείου πέρατος ὧν ἀπεῖχεν ἡ ὁμαλὴ πάροδος τῆς σελήνης κατὰ τὸν τῆς ἐποχῆς χρόνον μοιρῶν τν̄ δ′ ιε′′ μετὰ κύκλον μοιρῶν ρο̄ᾱ κδ′. ἔπειτα διπλασιάσαντες τὸν ρλ̄ς νβ′ τῆς ἀποχῆς ἀριθμὸν· καὶ τὸν γενόμενον τῆς ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἀποστάσεως μοιρῶν σο̄γ μδ′ εἰσαγαγόντες εἰς τὸ τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας κανόνιον κατὰ τῶν

πρώτων β̅ σελιδίων τῶν κοινῶν ἀριθμῶν τὸν παρακείμενον αὐτῷ ἀριθμὸν κατὰ τὸ γ′ σελίδιον ἐξ ἀναλόγου μοιρῶν ια̅ λε′ ἔγγιστα τυγχάνοντα ἀφείλαμεν ἀπὸ τοῦ τῶν τν̅ζ̅ μβ′ μοιρῶν τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμοῦ διὰ τὸ τὸν διπλασίονα τῆς ἀποχῆς ἀριθμὸν μείζονα εἶναι μοιρῶν ρ̅π̅· καὶ τὸν γενόμενον ἀκριβῆ τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸν μοιρῶν τμ̅ε̅ ζ′ εἰσήξαμεν πάλιν κατὰ τῶν πρώτων β̅ σελιδίων τοῦ αὐτοῦ κανονίου καὶ τὰ παρακείμενα αὐτῷ ἐξ ἀναλόγου πάλιν ἐν τῷ δ′ σελιδίῳ. καὶ ἔτι ἐν τῷ ε′ διάφορον ἀπεγραψάμεθα· χωρὶς τοῦ δ^ου′^ μὲν α̅ ια′. τοῦ δὲ ε^ου′^ ὃ λε′. μετὰ δὲ ταῦτα καὶ τὸν δεδιπλασιασμένον τῆς ἀποχῆς ἀριθμὸν τῶν σο̅γ̅ μδ′ μοιρῶν εἰσενεγκόντες πάλιν κατὰ τῶν πρώτων β̅ σελιδίων τοῦ αὐτοῦ κανόνος τὰ παρακείμενα αὐτῷ κατὰ τὸ ς′ σελίδιον ἑξηκοστὰ κδ′ λς′′ λαβόντες καὶ πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὰ τοῦ ε′ σελιδίου ὃ λε′ τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ ιδ′ ἅτινα εἰσὶν ἐκ τοῦ δ̅ ἀνάλογον εἰλημμένα τῆς ὑπεροχῆς τῆς β̅^ας′^ ἀνωμαλίας παρὰ τὴν α′ προσθέντες τῇ ἐκ τοῦ δ′ σελιδίου ἀπογεγραμμένῃ μοίρᾳ α̅ καὶ ἑξηκοστοῖς ια′ τὴν γενομένην μοῖραν α̅ κε′ τῆς ἀκριβοῦς προσθαφαιρέσεως τῆς ἀνωμαλίας προσθέντες ταῖς τοῦ μέσου μήκους μοίραις κθ̅ λγ′ διὰ τὸ τὸν τῆς ἀνωμαλίας ἀκριβῆ ἀριθμὸν μείζονα εἶναι τῶν ρ̅π̅ ἔσχομεν καὶ τὸν ἀκριβῆ τοῦ μήκους ἀριθμὸν μοιρῶν λ̅ νη′· ὃν ἐκβαλόντες ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοῦ ταύρου εὕρομεν τὴν ἀκριβῆ τῆς σελήνης κατὰ μῆκος ἐποχὴν ἐπέχουσαν τῶν διδύμων μοίρας ὃ νη′. ἔτι δὲ τὸν διακεκριμένον τῆς προσθαφαιρέσεως τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸν, τουτέστι τῶν μοιρῶν α̅ κε′ προσθέντες διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν καὶ τῷ τοῦ πλάτους ἀριθμῷ μοιρῶν τυγχάνοντι ρο̅δ̅ κδ′, ἔσχομεν καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ βορείου πέρατος ἀκριβῆ ἐπὶ τοῦ λοξοῦ τῆς σελήνης ἀριθμὸν μοιρῶν ρο̅β̅ μβ′· ὃν εἰσενεγκόντες ὁμοίως κατὰ τῶν α′ β′ σελιδίων τοῦ αὐτοῦ κανονίου τὸν παρακείμενον αὐτῷ ἀριθμὸν κατὰ τὸ τελευταῖον καὶ ζ̅^ον′^ σελίδιον λαβόντες μοιρῶν καταλαμβανόμεθα ἐξαναλόγου δ̅ νζ′ ἔγγιστα φήσομεν αὐτὴν ἀφεστάναι ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς καὶ διὰ τῶν πόλων τοῦ ζωδιακοῦ γραφομένου κύκλου. καὶ ἐπεὶ ὁ εἰσενεχθεὶς ἀριθμὸς μείζων ἐστὶ τῶν ζ̅, ἐλάττων δὲ τῶν ρ̅π̅, φήσομεν αὐτὴν νότον κατιέναι:



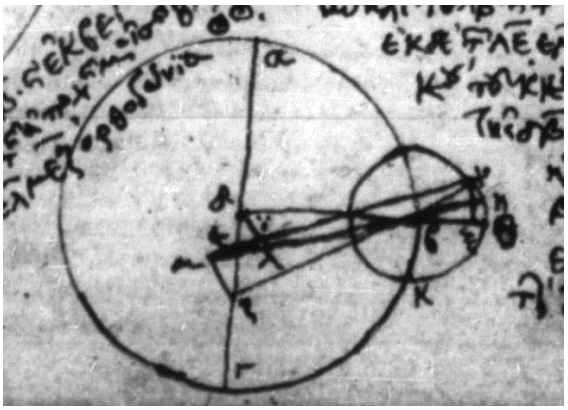
παρακολουθεῖ δὲ τὸν εἰρημένον τρόπον γίνεσθαι τὰς προσθέσεις τοῖς ἐκ τῶν κεφαλαίων ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ναβονασσάρου συναγομένοις ἀριθμοῖς τὸν τρόπον τοῦτον·



ἐκκείσθω γὰρ ὑποδείγματος ἕνεκεν ζῳδιακὸς κύκλος ὁ αβγδ· καὶ ὑποκείσθω τὸ ᾱ κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ ταύρου· καὶ ἐπεὶ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς ναβονασσάρου βασιλείας ἐπεῖχεν ἡ σελήνη μέσως τοῦ ταύρου μοίρας ιᾱ κβ′, ἔστω τὸ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ β̄ ἀπέχον τῆς κατὰ τὸ ᾱ ἀρχῆς τοῦ ταύρου μοίρας ιᾱ κβ′. ἐπεὶ οὖν κατὰ τὸν τῆς ἐποχῆς χρόνον ἡ ἀρχὴ τῆς κατὰ μῆκος μέσης κινήσεως ἀπὸ τοῦ β̄ σημείου ἐγένετο ἀκολούθως τὰς ιᾱ κβ′ μοίρας τῇ γενομένῃ κατὰ μῆκος κινήσει προσθέντες καὶ τὰς συναγομένας ἐκβαλόντες ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ ᾱ ἀρχῆς τοῦ ταύρου· ὅπου δ’ ἂν καταλήξῃ ὁ ἀριθμὸς, ἐκεῖ φαμὲν εἶναι καὶ τὴν μέσην ἐποχὴν τῆς σελήνης. πάλιν ὑποκείσθω τὸ μέσον ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου τῆς σελήνης κατὰ τὸ ε̄· καὶ ἐπεὶ ἡ σελήνη κατὰ τὸν τῆς ἐποχῆς χρόνον ἐδείχθη ἀπέχουσα τοῦ τοιούτου ἀπογείου μοίρας σξ̄η μθ′, ὑποκείσθω κατὰ τὸ ζ̄· ἐπεὶ οὖν πάλιν ἀπὸ τοῦ τοιούτου σημείου κατὰ τὸν εἰρημένον χρόνον ἤρξατο ἡ σελήνη κινεῖσθαι ἀκολούθως πάλιν πρὸς τὸ ἀπὸ οἰκειοτέρας ἀρχῆς ἔχειν τὴν τοιαύτην κίνησιν, προστίθεμεν τῇ τοιαύτῃ ὁμαλῇ κινήσει αὐτῆς τὰς σξ̄η μθ′ μοίρας ἵνα ἔχωμεν ἀπὸ τοῦ ε̄ μέσου ἀπογείου τὴν ὁμαλὴν ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου τῆς σελήνης κίνησιν ἥντινα καὶ καλεῖ ἀνωμαλίας. πάλιν ἐπεὶ ἡ ὁμαλὴ πάροδος τῆς σελήνης τουτέστι τὸ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου ἀπεῖχε τῆς ὁμαλῆς παρόδου τοῦ ἡλίου κατὰ τὸν αὐτὸν τῆς ἐποχῆς χρόνον μοίρας ο̄ λζ′· ἔστω ἡ ὁμαλὴ πάροδος τοῦ ἡλίου κατὰ τὸ δ̄· ἵνα ἡ δβ̄ ῇ μοιρῶν ο̄ λζ′. καὶ ἐπεὶ ἡ τοσαύτη διάστασις ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ χρόνου εἴληφε προσθήκην λαμβάνειν, ἀκολούθως τῇ τοῦ τοιούτου κανόνος ἐκθέσει προστίθεμεν τῇ ἐκ τῶν κατὰ μέρος κινήσεων ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ χρόνου συναγομένῃ διαστάσει καὶ τὴν ἐξαρχῆς τῶν ο̄ λζ′ διάστασιν ἵνα τὴν πᾶσαν διάστασιν αὐτῶν λάβωμεν. καὶ ἐπεὶ οὕτως εὑρισκομένης τῆς διαστάσεως ἣν διπλάσιον ἀπέχει τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τὸ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου, ἔστω τὸ ἀπόγειον κατὰ τὸ γ̄, ἵνα πρὸς τὴν γβ̄ διάστασιν ἥ τε τοῦ ἐπικύκλου πρόσνευσις λαμβάνηται κατὰ τοῦ ς′ σελιδίου ἐλάττονα πάλιν ὑποκείσθω ὁ αβγδ κύκλος ἀντὶ τοῦ λοξοῦ τῆς σελήνης· καὶ ἐπεὶ κατὰ τὸν αὐτὸν τῆς ἐποχῆς χρόνον ἀπεῖχε τοῦ βορείου πέρατος ἡ ὁμαλὴ πάροδος τῆς σελήνης εἰς τὰ ἑπόμενα μοίρας τνδ ιε′, ἔστω τὸ βόρειον πέρας κατὰ τὸ η̄· καὶ ἐπεὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ κατὰ τὸ β̄ σημεῖον ἤρξατο κινεῖσθαι ἐπὶ τοῦ λοξοῦ κύκλου, προστίθεμεν πάλιν τῇ κινήσει αὐτῆς τὰς τνδ ιε′ μοίρας τῆς ηγβ περιφερείας ἵνα τὰς ἀπὸ τοῦ η̄ βορείου πέρατος ἔχωμεν συναγομένας πρὸς ἃς καὶ ἡ κατὰ πλάτος ἀπόστασις αὐτῆς ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζῳδίων λαμβάνεται:

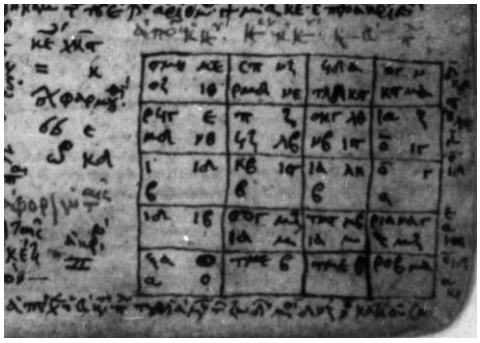
πῶς διὰ τῶν γραμμῶν ἡ κατὰ τὸν ἐκτεθειμένον χρόνον τῆς σελήνης ἐποχὴ σύμφωνος τῇ διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως καταλαμβάνεται:

ἵνα δὲ καὶ διὰ τῶν γραμμῶν τὴν αὐτὴν πρόσθεσιν τῆς ᾱ μοίρας καὶ ἑξηκοστῶν ιθ′ τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας δείξωμεν συναγομένην δηλαδὴ καὶ τὴν τῆς σελήνης ἐποχὴν ὑποθέμενοι τὰς κατειλημμένας ἡμῖν ὁμαλὰς κινήσεις ἀποχῆς μὲν τὰς ἐκ τοῦ διπλασιασμοῦ συνηγμένας μοίρας σο̄γ̄ ς′ με′′, ἐκκείσθω ὁ ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁαβ̄γ̄ περὶ κέντρον τὸ δ̄ καὶ διάμετρον τὴν αδ̄γ̄· ἐφ᾽ ἧς εἰλήφθω



τὸ μὲν τοῦ διὰ μέσων κέντρον τὸ ε̄. τὸ δὲ τῆς προσνεύσεως τὸ ζ̄· καὶ γραφέντος περὶ τὸ β̄ τοῦ ηθ̄κ̄ ἐπικύκλου, ἐπεζεύχθωσαν αἱ δβ̄ εβ̄ ζβ̄· καὶ ἐκβεβλήθωσαν ἐπὶ τὰ η̄ θ̄ σημεῖα· καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ δ̄ ἐπὶ τὴν [...] κάθετος ἤχθω ἡ διλ̄· ἀπὸ δὲ τοῦ ζ̄ ἐπὶ τὴν εβ̄ ἐκβληθεῖσαν ἡ ζμ̄. ἐπεὶ ἡ περὶ τὸ ε̄ κέντρον τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων τοῦ ἐπικύκλου περιαγωγὴ τῆς λ̄ι τῆς ἀποχῆς μοιρῶν σοθ̄ μδ′, εἴη ἂν καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ αεβ̄ καὶ ἡ ὑπὸ ζεμ̄ οἵων μέν εἰσιν αἱ δ̄ ὀρθαὶ τξ̄ τοιούτων π̄ ις′· οἵων δὲ αἱ β̄ ὀρθαὶ τοιούτων ρ̄ξ λβ′· καὶ τῶν περιγραφομένων ἄρα περὶ τὰ δελ̄ μεζ̄ ὀρθογώνια κύκλων, αἱ μὲν ἐπὶ τῶν δλ̄ μζ̄ εὐθειῶν περιφέρειαι τοιούτων ρξ̄ κη′ οἵων αὐτοὶ οἱ κύκλοι τξ̄· αἱ δὲ ἐπὶ τῶν λε̄ εμ̄ τῶν λειπουσῶν εἰς τὰ ἡμικύκλια ιθ̄ λβ′. καὶ τῶν ὑπ᾽ αὐτὰς εὐθειῶν ἑκατέρα μὲν τῶν δλ̄ μζ̄ τοιούτων ριη̄ ις′ οἵων αἱ ἐκ τῶν δε̄ εζ̄ ρκ̄· ἐκ δὲ τῶν λε̄ εμ̄ τῶν αὐτῶν κ̄ κα′ ιθ′′. καὶ οἵων αἱ ἐκ τῶν δε̄ εζ̄ μεταξὺ τῶν κέντρων ε̄ ιθ′ καὶ ἡ δβ̄ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ̄ μα′, τοιούτων καὶ ἡ ἐκ τῶν δλ̄ ζμ̄ ιᾱ ιδ′· ἐκ δὲ τῶν εκ̄ λε̄ ᾱ με′. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς δβ̄ λεῖψαν τὸ ἀπὸ τῆς δλ̄ ποιεῖ τὸ ἀπὸ τῆς λβ̄ ἔσται καὶ ἡ λβ̄ μήκει τῶν αὐτῶν μη̄ λζ′ νζ′′ οἵων ἡ μὲν δβ̄ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ̄ μ′· ἡ δὲ δε̄ μεταξὺ τῶν κέντρων ῑ ιθ′· καὶ ὅλη ἄρα ἡ βλε̄ τῶν αὐτῶν ἔσται ν̄ κβ′ μζ′′· ὅλη δὲ ἡ βλεμ̄ νβ̄ ζ′ νζ′′ οἵων ἡ μζ̄ η̄ δ′. καὶ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ τῶν βμ̄ μζ̄ συντεθέντα ποιεῖ τὸ ἀπὸ τῆς [...] τετράγωνον, ἕξομεν καὶ τὴν ζβ̄ μήκει τοιούτων νγ̄ ς′ νγ′′ οἵων ἡ μζ̄ ῑ ιδ′· καὶ οἵων ἄρα ἡ βζ̄ ρκ̄, τοιούτων καὶ ἡ μζ̄ κβ̄ νη′ ἔγγιστα· ἡ δὲ ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρεια τοιούτων κβ̄ δ′ οἵων ὁ περὶ τὸ βμζ̄ ὀρθογώνιον κύκλος τξ̄. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ μβζ̄ γωνία τοιούτων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ηβθ̄ οἵων μέν εἰσιν αἱ β̄ ὀρθαὶ τξ̄ τοιούτων κβ̄ δ′· οἵων δὲ αἱ δ̄ ιᾱ β′· καὶ ἐπεὶ πρὸς τῷ κέντρῳ ἐστὶ τοῦ ἐπικύκλου. τοσούτων ἄρα ἐστὶ μοιρῶν καὶ ἡ ηθ̄ ἀπὸ

τοῦ μέσου ἀπογείου τοῦ η̅ ἐπὶ τὸ ἀκριβὲς ἀπόγειον τὸ θ̅ διάστασις ὅση τις σχεδὸν καὶ διὰ τῆς κανονικῆς ψηφοφορίας κατελαμβάνετο. καὶ ἐπεὶ τὸν ἐκτεθειμένον χρόνον ἀπεῖχεν ἡ σελήνη τοῦ η̅ μέσου ἀπογείου ἐπὶ τὰ προηγούμενα κινουμένου μοίρας τνζ̅ μβ′, ὑποκείσθω κατὰ τὸ ν̅· καὶ ἐπεζεύχθω ἥ τε νε̅ καὶ ἡ νβ̅. καὶ ἔσται ἄρα καὶ ἡ νη̅ τῶν λοιπῶν εἰς τὰς τξ̅ μοίρας. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ηθ̅ ια̅ β′. καὶ ὅλη ἄρα ἡ νθ̅ ἔσται ιδ̅ ιθ′. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ νβ̅θ γωνία. ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ ν̅ ἐπὶ τὴν βθ̅ ἡ νξ̅. καὶ ἐπεὶ ἡ νθ̅ μοιρῶν ἐστι ιδ̅ ιθ′, εἴη ἂν καὶ ἡ ὑπὸ νβθ̅ γωνία οἵων μέν εἰσιν αἱ δ̅ ὀρθαὶ τξ̅ τοιούτων ιδ̅ ιθ′· οἵων δὲ αἱ β̅, κη̅ λη′. ὥστε καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς νξ̅ εὐθείας περιφέρεια τοιούτων ἐστὶ κη̅ λη′ οἵων ὁ περὶ τὸ νβ̅ξ ὀρθογώνιον κύκλος τξ̅· ὁ δὲ ἐπὶ τῆς ξβ̅ τῶν λοιπῶν εἰς τὸ ἡμικύκλιον ρνα̅ λβ′. καὶ τῶν ὑπ᾽ αὐτὰς ἄρα εὐθειῶν ἡ μὲν νξ̅ ἔσται κθ̅ κς′ οἵων ἡ νβ̅ ρκ̅· ἡ δὲ βξ̅ τῶν αὐτῶν ριζ̅ ιη′ νη′′. καὶ οἵων ἄρα ἡ νβ̅ εὐθεῖα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ε̅ ιε′, ἡ δὲ δβ′ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ̅ μα′, τοιούτων καὶ ἡ μὲν νξ̅ α̅ ιη′· ἡ δὲ ξβ̅ ε̅ ι′· ἔστι δὲ καὶ ἡ βε̅ ν̅ κβ′ νζ′. καὶ ἡ εξ̅ ἄρα ἔσται νε̅ λβ′ νζ′′. καὶ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ τῶν βξ̅ νξ̅ συντεθέντα ποιεῖ τὸ ἀπὸ τῆς νε̅ τετράγωνον, ἔσται καὶ αὐτὴ ἡ νε̅ μήκει νε̅ λη′ μ′′οἵων ἡ νξ̅ α̅ ιη′. καὶ οἵων ἄρα ἡ νε̅ ρκ̅, τοιούτων ἡ νξ̅ ἔσται κ̅ μδ′ νε′′. ἡ δὲ ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρεια τοῦ γραφομένου περὶ τὸ νε̅ξ ὀρθογώνιον κύκλου μοιρῶν β̅ λη′ οἵων ὁ κύκλος τξ̅. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ νε̅ξ γωνία οἵων μέν εἰσιν αἱ δύο ὀρθαὶ τξ̅ τοιούτων β̅ λη′. καὶ ἐπεὶ πρὸς τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ ζωδιακοῦ καὶ οἵων αἱ δ̅ ὀρθαὶ τξ̅ τοιούτων α̅ ιθ′ ἔγγιστα ἀκολούθως τοῖς διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως ἐπιλογισμοῖς καταλειφθεῖσιν. ὥστε αἱ τμ̅ε μβ′μοῖραι τῆς θκ̅ν περιφερείας ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου πεποιήκασιν ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ β̅ θέσεως τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὴν μίξιν ἀμφοτέρων τῶν παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορῶν μοίρας α̅ ιθ′ ἔγγιστα· ποιοῦσι δὲ καὶ ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου θέσεως τοῦ ἐπικύκλου ἐκ τοῦ δ′ σελιδίου τῆς α̅ης′ ἀνωμαλίας μοίρας α̅ ζ′. καὶ λοιπὸν ἄρα ἡ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν ἐκ τῆς β′ ὑπεροχὴ ἑξηκοστῶν ἔσται ὃ β′· ἀνθ᾽ ὧν ἐκ τοῦ δ′ ἀναλόγου τῆς διαφορᾶς κατελαμβανόμεθα ἐκ τῆς ψηφοφορίας τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως ἑξηκοστὰ ιδ′. καὶ γέγονεν ἡμῖν φανερὸν ὅτι τὸ ἐκ τοῦ δ′ ἀνάλογον καταλαμβανόμενον τῆς μεγίστης ὑπεροχῆς τῆς β′ ἀνωμαλίας παρὰ τὴν α̅ οὐδενὶ αἰσθητῷ δύναται διαφέρειν τοῦ διὰ τῶν γραμμικῶν δείξεων καταλαμβανομένου. καὶ σύμφωνος ἡμῖν κατείληπται διὰ τῶν γραμμῶν τῆς καθόλου σεληνιακῆς ἐκθέσεως δηλαδὴ καὶ ἡ ἀκριβὴς ἐποχή. τῇ γὰρ αὐτῇ ὁμαλῇ κινήσει τῇ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ναβονασσάρου κατὰ τὸν ἐκτεθειμένον χρόνον



τυγχανούσῃ ὡς ἔφαμεν κατὰ τὰς τοῦ ταύρου μοίρας κθ̄ λγ′ ἔγγιστα προστίθεται:

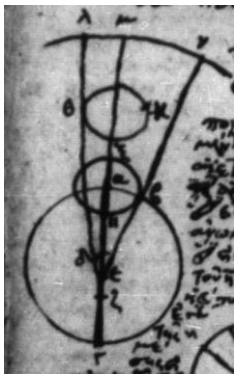
ἵνα δὲ πάλιν καὶ διὰ τῆς ἐκθέσεως τῶν προχείρων κανόνων ψηφοφορίας σύμφωνον τῇ καταληφθείσῃ ἐκ τῶν ἐπὶ τῆς συντάξεως ἐπιλογισμῶν δείξωμεν γίνεσθαι, ἐξεθέμεθα πρότερον ὡς ὑποτέτακται οἰκείως τὰ ἐπιβάλλοντα κεφάλαια τῷ αὐτῷ χρόνῳ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς φιλίππου τοῦ μετὰ ἀλέξανδρον τὸν κτίστην. καὶ τὰ τούτοις ἐπιβάλλοντα ὁμαλὰ κινήματα ἀκολούθως τῇ καὶ ἐνταῦθα πρὸς τὰ ὁμαλὰ νυχθήμερα τῶν ὡρῶν διακρίσει· τοῦ μὲν ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου μοιρῶν σιδ̄ ιβ′· τοῦ δὲ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου σο̄γ̄ μζ′· τοῦ δὲ κέντρου τῆς σελήνης τνζ̄ μβ′· τοῦ δὲ πλάτους μοιρῶν ριᾱ νγ′. ἔπειτα ἀκολούθως τῇ καὶ ἐνταῦθα διδασκαλίᾳ τὰς μὲν σο̄γ̄ μζ′ τοῦ ἐπικύκλου εἰσαγαγόντες εἰς τὸ τῆς ἀνωμαλίας τῆς σελήνης κανόνιον κατὰ τὰ πρῶτα β̄ σελίδια τῶν κοινῶν ἀριθμῶν τὰς παρακειμένας αὐταῖς μοίρας ἐξ ἀναλόγου ἔν τε τῷ γ′ σελιδίῳ καὶ ἔτι ἐν τῷ δ′ ἑξηκοστὰ λαβόντες τὰς μὲν ἐν τῷ γ′ μοίρας ιᾱ μ′ ἀφελόντες τῶν τνζ̄ μβ′ τοῦ καταχθέντος κέντρου τῆς σελήνης ἀριθμοῦ ἔσχομεν τὸν ἀκριβῆ μοιρῶν τμε̄ β′. τὰ δὲ κατὰ δ′ σελιδίῳ ἑξηκοστὰ κδ′ χωρὶς ἀπεγραψάμεθα. ἔπειτα τὸν τῶν τμε̄ β′ ἀκριβῆ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἀριθμὸν εἰσενεγκόντες κατὰ τοὺς κοινοὺς ἀριθμοὺς τοῦ αὐτοῦ κανόνος τὴν παρακειμένην αὐτῷ ἐν τῷ ε′ σελιδίῳ μοῖραν ᾱ ια′· καὶ ἔτι τὰ ἐν τῷ ς′ ὃ λς′πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὰ τοῦ δ′ ἑξηκοστὰ κδ′, τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ ιδ′ προσεθήκαμεν τῷ τοῦ ε′ σελιδίου ἀριθμῷ· γίνεται μοῖρα ᾱ κε′· ἐπεὶ ὁ ἀκριβὴς τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἀριθμὸς μείζων ἐστὶ τῶν ρπ̄, προσεθήκαμεν τῷ καταχθέντι ἐκ τῶν κεφαλαίων τοῦ ἐπικύκλου ἀριθμῷ τυγχάνοντι σο̄γ̄ μζ′. καὶ ἀπὸ τοῦ ἐκ τῆς τοιαύτης διακρίσεως γενομένου τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ἀριθμοῦ μοιρῶν σο̄ε̄ ιβ′ ἀφελόντες τὸν καταχθέντα ὁμοίως ἐκ τοῦ κεφαλαίου τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος μοιρῶν σιδ̄ ιβ′ τὸν ὑπολιπέντα ἀριθμὸν μοιρῶν ξᾱ ο̄ ἐκβαλόντες ἀπὸ κριοῦ, εὕρομεν τὴν ἀκριβῆ κατὰ μῆκος ἐποχὴν τῆς σελήνης ἐπέχουσαν τῶν διδύμων μοῖραν ᾱ ὃ ἀκολούθως τοῖς διὰ τῆς συντάξεως ἐπιλογισμοῖς κατειλημμένοις μόνοις δυσὶ ἑξηκοστοῖς διαφωνήσαντες. ἵνα δὲ καὶ τὴν κατὰ πλάτος ἀπόστασιν τῆς σελήνης ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων σύμφωνον πάλιν δείξωμεν τοῖς διὰ τῆς συντάξεως ἐπιλογισμοῖς καταλαμβανομένην, προσεθήκαμεν τὰς ἀπὸ ἀρχῆς κριοῦ μέχρι τῆς ἀκριβοῦς αὐτῆς ἐποχῆς μοίρας ξ̄ μζ′ταῖς καταχθείσαις ἐκ τῶν κεφαλαίων τοῦ πλάτους αὐτῆς μοίραις ρῑᾱ μα′. καὶ τὰς συναχθείσας μοίρας ροβ̄ μα′ εἰσενεγκόντες εἰς τὰ ᾱ^{α} δύο σελίδια τοῦ ἐν τῷ προχείρῳ κανόνος τοῦ πλάτους τῆς σελήνης τὰς παρακειμένας αὐταῖς τῆς προσθαφαιρέσεως μοίρας κατὰ τὸ δ′ σελίδιον ἐπιγράφοντι πλάτους σελήνης μοίρας δ̄ νζ′ ἔσχομεν ἃς ἀπεῖχε τότε ἡ σελήνη ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων αὐτοῦ καὶ τοῦ

κέντρου αὐτῆς γραφομένου κύκλου ὅσα πάλιν ἡμῖν κατειλημμένα εἰσὶ καὶ ἐπὶ τῶν ἐπὶ τῆς συντάξεως ἐπιλογισμῶν. ἔτι δὲ πάλιν ἐπεὶ ὁ αὐτὸς ἔγγιστα κατείληπται ἡμῖν ἀριθμὸς ἀπὸ τοῦ βορείου πέρατος καὶ ἐνταῦθα κἀκεῖ μοιρῶν
345 ρ̅ο̅β μγ′, δῆλον ὡς ὅτι καὶ ἐπὶ τῶν ἐνταῦθα ἐπιλογισμῶν νότον κάτεισιν:

ι. ὅτι μηδὲν ἀξιόλογον γίνεται διάφορον ἐν ταῖς συζυγίαις παρὰ τὸν ἔκκεντρον

ἐπεὶ δ᾽ ἀκόλουθόν ἐστι καὶ τὰ ἑξῆς:

ἐπεὶ κατὰ τὰς συνόδους καὶ τὰς πανσελήνους καὶ τὰς ἐν αὐταῖς ἐκλείψεις συμφώνους ταῖς ἐκ τῶν φαινομένων ἀκριβέσι καταλήψεσι τὰς ἐποχὰς τῆς σελήνης κατελαμβάνετο ταῖς διὰ τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}{}'$καὶ ἁπλῆς ἀνωμαλίας ἐπιλογιζομέναις, οὐκέτι δὲ καὶ τὰς ἄλλας παρόδους πρὸς ἃς τὴν τῆς $\bar{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ ἀνωμαλίας διαφορὰν ἐξέθετο ἐν ᾗ συμφώνως τοῖς φαινομένοις κατελαμβάνετο ἐπὶ ἐκκέντρου φέρεσθαι τὸν ἐπίκυκλον τὴν εἰρημένην πρόσνευσιν ποιούμενον. καὶ ἔτι τὰς μέσας συνόδους καὶ πανσελήνους κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου τυγχάνοντος ἀποτελεῖσθαι. καὶ παρακολουθεῖ τῆς ἀκριβοῦς συζυγίας μὴ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον γίνεσθαι τῇ ὁμαλῇ διὰ τὸ μὴ πάντως τὸ αὐτὸ ἢ μηδὲν ποιεῖσθαι διάφορον τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἐν ταῖς ἀκριβέσι συζυγίαις περιγειότερον γινόμενον τὸν ἐπίκυκλον εἰς τὴν $\bar{\beta}^{\alpha\nu}{}'$ ἀνωμαλίαν ἐκπίπτειν· καὶ μηκέτι ὡς ἔλεγεν ἀρκεῖσθαι τὴν προεκτεθειμένην τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}{}'$ ἀνωμαλίας διαφορὰν τοῖς φαινομένοις περὶ τὰς συζυγίας, βούλεται ἐν τούτῳ τῷ κεφαλαίῳ δεῖξαι ὅτι οὐδενὶ ἀξιολόγῳ γίνεται τὸ γινόμενον διάφορον ἐκ τῆς $\bar{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ ἀνωμαλίας παρὰ τὴν $\bar{\alpha}^{\eta\nu}{}'$ τὴν ἐκ τῆς ἐπιτοσοῦτον ἀπὸ τοῦ ἀπογείου ἀποστάσεως τοῦ ἐπικύκλου· ἥτις καταλαμβάνεται ἐν τῷ ἀπὸ τῆς μέσης συζυγίας ἐπὶ τὴν ἀκριβῆ· καὶ ἐὰν τῷ πλείστῳ ἀπέχωσιν ἀλλήλων τὰ φῶτα ἵνα καὶ τῷ πλείστῳ περιγειότεροι κατὰ τὸν εἰρημένον χρόνον οἱ κύκλοι γίνωνται. ἵνα δὲ φανερὰ ἡμῖν γένηται τὰ εἰρημένα, ἐκκείσθω ὁ ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁ $\alpha\bar{\beta}\gamma$ περὶ κέντρον τὸ $\bar{\delta}$ καὶ διάμετρον τὴν $\alpha\bar{\delta}\bar{\epsilon}\gamma$· ἐφ᾽ ἧς τὸ τοῦ ζωδιακοῦ κέντρον ἔστω τὸ $\bar{\epsilon}$· τὸ δὲ διὰ τῆς προσνεύσεως, τὸ $\bar{\zeta}$· καὶ ὁ τῆς σελήνης ἐπίκυκλος ὁ $\xi\bar{\eta}\beta$ περὶ κέντρον τὸ $\bar{\alpha}$· ὁ δὲ τοῦ ἡλίου ὁ $\theta\bar{\kappa}$· ἔστω δὲ καὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων τμῆμα τὸ $\lambda\bar{\mu}\bar{\nu}$. καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ κέντρου τοῦ $\theta\bar{\kappa}$ ἐπικύκλου ἐπὶ τοῦ ζωδιακοῦ εὐθεῖα ἡ $\gamma\bar{\delta}\bar{\alpha}\mu$· ἔστω κατὰ τὸ $\bar{\mu}$ τυγχάνειν τὴν ἐποχὴν τῆς μέσης συζυγίας. τότε γὰρ λέγομεν εἶναι τὴν μέσην συζυγίαν ὅταν ὡς ἐπὶ τῆς κατ᾽ ἐπίκυκλον τοῦ ἡλίου ὑποθέσεως τὰ κέντρα τῶν ἐπικύκλων τὴν αὐτὴν μοῖραν τοῦ διὰ μέσων ἐπέχωσι. καὶ ἤχθω ἡ $\epsilon\bar{\beta}$ ἐφαπτομένη τοῦ ἐπικύκλου τῆς σελήνης· καὶ ἔστω ἡ σελήνη κατὰ τὸ $\bar{\beta}$ ἵνα τὴν ὑπὸ $\alpha\epsilon\bar{\beta}$ μεγίστην ἀφαίρεσιν ᾗ ποιουμένη τὴν $\bar{\epsilon}$ α' μοιρῶν τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}{}'$ ἀνωμαλίας πρὸς τῷ ἀπογείῳ τοῦ ἐπικύκλου τυγχάνοντος. ἤχθω δὲ πάλιν καὶ ἡ $\epsilon\bar{\theta}$ ἐφαπτομένη τοῦ ἡλιακοῦ



ἐπικύκλου· καὶ ἔστω ὁ ἥλιος κατὰ τὸ θ̅ ἵνα καὶ αὐτὸς τὴν ὑπὸ αε̅θ̅ μεγίστην ποιῆται πρόσθεσιν τὴν ὑπ᾽ αὐτοῦ δεδειγμένην μοιρῶν β̅ κγ′. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εβ̅ εθ̅ ἐπὶ τὸν ζωδιακὸν κατὰ τὰ ν̅ λ̅ σημεῖα· [...] ἄρα ἀκριβῶς ἡ μὲν σελήνη ἐπὶ τοῦ ν̅ ὁ δὲ ἥλιος ἐπὶ τοῦ λ̅· ἡ δὲ νλ̅ τῶν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ἀνωμαλιῶν συναγομένων μοιρῶν ζ̅ κδ′. καὶ εἰ μὲν ὁ ἥλιος καὶ ἡ σελήνη κατὰ τῶν ἀπογείων ἢ περιγείων τοῦ ἐπικύκλου τοῦ η̅ ἢ ξ̅ παρώδευον καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἡ σελήνη τῷ ἡλίῳ ἐτύγχανε, δῆλον ὡς ὁ αὐτὸς χρόνος ἐγίνετο τῆς μέσης καὶ ἀκριβοῦς συζυγίας. ἀλλὰ ἡ μὲν σελήνη κατὰ τοῦ ν̅ τυγχάνει· ὁ δὲ ἥλιος κατὰ τοῦ λ̅· ὅταν ἄρα ἡ σελήνη κινηθεῖσα καταλάβῃ τὸν ἥλιον. τότε δηλαδὴ ἄρα ἡ ακριβὴς σύνοδος. ἀλλ᾽ ἐν ᾧ ἡ τῆς νλ̅ ἀποχῆς κατάληψις γίνεται ἐν τοσούτῳ τοῦ ἐπικύκλου τὴν ταύτης διπλασίονα ἀφισταμένου τῆς κατὰ τὸ ᾱ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου θέσεως καὶ ἐλάττονα ποιοῦντος τὴν ε̅ α′ τοῦ ἐπικύκλου ἀπόστασιν. καὶ ἀμείβοντος τὸν λόγον τῆς ἐκκεντρότητος τοῦ ξ̅ πρὸς τὰ ε̅ ιε′ τῆς ᾱ^{ης}′ ἀνωμαλίας καὶ προσνεύοντος πρὸς τὸ εἰρημένον περιγειότερον τοῦ κέντρου τοῦ ζωδιακοῦ σημεῖον εἰς τὴν β̅^{αν}′ ἀνωμαλίαν ἐμπίπτει ἡ ἀκριβὴς τῆς σελήνης σύνοδος· ἥτις ἀνωμαλία σύμφωνος κατελαμβάνετο τοῖς φαινομένοις ἐπὶ τῶν ἄλλων παρόδων τοῦ ἐπικύκλου· οὐκέτι δὲ καὶ ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου θέσεως καθ᾽ ἧς αἱ μέσαι σύνοδοι ἀποτελοῦνται τῆς ᾱ^{ης}′καὶ ἐκ τῶν ἐκλείψεων ἀποδειχθείσης ἀνωμαλίας, ἐξαρκούσης ὡς ἔφαμεν κατὰ τὰς τοιαύτας παρόδους. δείκνυσιν οὖν τὸ οὕτως ἐκ τῆς β̅^{ας}′ ἀνωμαλίας περὶ τὰς συνόδους γινόμενον διάφορον παρὰ τὴν ᾱ^{ην}′ τοσοῦτον γινόμενον ὅσον καὶ παρὰ τὰς τηρήσεις ἐνδέχεται διαλαθεῖν καὶ διὰ τοῦτο μηδὲ περὶ τὰς ἐκλείψεις γίνεταί τι διάφορον ταῖς διὰ τῶν τηρήσεων καταλήψεσι κἂν μὴ συνεπιλογιζώμεθα ἐν ταῖς τῶν συζυγιῶν ψηφοφορίαις τὸ οὕτω παρὰ τὴν β̅^{αν}′ ἀνωμαλίαν οὐδὲν γινόμενον διάφορον:

καὶ ἀρχόμενος τῆς τοιαύτης ἀποδείξεως ἐρεῖ πρότερον κατὰ πόσους τρόπους δύναται διαφέρειν ἡ τῆς β̅^{ας}′ ἀνωμαλίας διαφορὰ τῆς ᾱ^{ης}′ καὶ κατὰ τὸ ἀπόγειον θέσεως τοῦ ἐπικύκλου· καὶ φησὶ κατὰ δύο κατά τε τὸ περιγειότερον γίνεσθαι τὸν ἐπίκυκλον μεγίστην ποιοῦντα πρὸς τῇ ὄψει γωνίαν καὶ παρὰ τὸν τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸν μηκέτι ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τὸν ἀριθμὸν ἐκβάλλεσθαι, ἀλλ᾽ ἀπὸ ἑτέρου σημείου ὃ φαμὲν ἀκριβές. εἶτα βουλόμενος διδάξαι πόσον ἐκ τῶν εἰρημένων τρόπων τὸ μέγιστον διάφορον ποιεῖται δείκνυσι πρότερον ὅτι οὐκ ἔστι συμπλοκὴ τῶν δύο μεγίστων διαφόρων. ἀλλὰ τῆς καθ᾽ ὁπότερον τῶν εἰρημένων τρόπων γινομένης μεγίστης διαφορᾶς παρὰ τὸν ἕτερον τρόπον οὐκ ἔσται. καὶ φησί· πλείστη μὲν συνίσταται τὸ παρὰ τὴν ᾱ^{ην}′ αἰτίαν διάφορον τουτέστι τὸ παρὰ τὸ περιγειότερον γίνεσθαι τὸν ἐπίκυκλον μείζονα ποιεῖν τὴν γωνίαν ὅταν καὶ τὸ παρὰ τὴν πρόσνευσιν γένηται διάφορον παρὰ τὸ ἐν τῇ ᾱ^{η}′ ἀνωμαλίᾳ τὴν ἐπιβάλλουσαν

προσθαφαίρεσιν τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου ἀριθμὸν παραλαμβάνειν· ἐν δὲ τῇ $\overline{\beta}^{\alpha}{}'$ τῷ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς, τότε πλεῖστον συνίσταται ὅταν περὶ τὸ μέσον ἀπόγειον ἢ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου τυγχάνῃ ἡ σελήνη διὰ τὸ περὶ τὰς τοιαύτας παρόδους μείζονας γίνεσθαι τὰς κατὰ μέρος παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφοράς· τοῦτο γὰρ ἡμῖν καὶ ἐν τοῖς εἰς τὸ $\overline{\gamma}^{ον}{}'$ σχολίοις ἀπεδείχθη· δῆλον οὖν ὅτι ὅταν τὴν ἐκ τῆς γωνίας μεγίστην διαφορὰν ποιῆται ἐπὶ τῶν ἐφαπτομένων τοῦ ἐπικύκλου τυγχάνουσα ἀνεπαίσθητος ἄρα ἡ ἐκ τῆς προσνεύσεως γινομένη διαφορὰ διὰ τὸ τὴν σελήνην ἐπὶ τῶν ἐφαπτομένων εὐθειῶν οὖσαν ἐπιπολὺ τὴν προσθαφαίρεσιν ἀδιάφορον ποιεῖν καὶ τὴν αὐτὴν τῷ τῆς διαφορᾶς ἐπιβάλλειν καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου ἐλάττῳ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς. ὅταν δὲ τὸ ἐκ τῆς προσνεύσεως πλεῖστον συμβαίνῃ, τότε παρὰ τὴν γωνίαν ἢ οὐδὲν ἢ βραχὺ· παντάπασιν ἄρα διὰ τὸ τὴν σελήνην περὶ τὸ ἀπόγειον ἢ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου τυγχάνουσαν, ἢ μηδὲν ἢ βραχεῖαν παντάπασιν ποιεῖν τὴν παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφοράν. ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ τῆς ἐκθέσεως τοῦ κανόνος φανερὰ γένηται τὰ λεγόμενα ὑποκείσθω ἡ σελήνη ἀπέχουσα τοῦ μέσου ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας $\overline{\varsigma}$ ἵνα περὶ τὴν μέσην ᾗ πάροδον αὐτοῦ τυγχάνουσα· ὁ δὲ ἐπίκυκλος ἀφεστάτω τὰς τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ τῆς μεγάλης ἀποχῆς μοίρας $\overline{\iota\delta}$ $\overline{\mu\eta}'$· ἐπεὶ οὖν χρὴ ὡς ἐμάθομεν τὰς τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ ἀποχῆς διὸ εἰσάγονται εἰς τὸ τῆς ἀνωμαλίας κανόνιον λαμβάνειν τὰ παρακείμενα αὐταῖς κατὰ τὸ γ' σελίδιον καὶ ταῦτα προστιθέναι τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου ἀριθμῷ ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῆς ἀποχῆς ἐλάττων τυγχάνῃ τῶν $\overline{\rho\pi}$, ἐὰν τὰς ταῖς $\overline{\iota\delta}$ $\overline{\mu\eta}'$ παρακειμένας κατὰ τὸ γ' σελίδιον μοίρας $\overline{\alpha}$ $\overline{\iota\beta}'$ προσθῶμεν ταῖς ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας μοίραις $\varsigma\overline{\epsilon}$ καὶ τὰς γινομένας μοίρας $\varsigma\overline{\zeta}$ $\overline{\iota\beta}'$ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου εἰσαγαγόντες εἰς τὸ αὐτὸ τῆς ἀνωμαλίας κανόνιον τὰς παρακειμένας αὐταῖς κατὰ τὸ $\overline{\delta}^{ον}{}'$ καὶ $\overline{\epsilon}^{ον}{}'$ σελίδιον λάβωμεν $\overline{\delta}^{ον}{}'$ μὲν μοίρας $\overline{\epsilon}$ ὃ· $\overline{\epsilon}^{ον}{}'$ δὲ μοίρας $\overline{\beta}$ $\overline{\lambda\eta}'$, αἱ αὐταὶ ἔσονται παρακείμεναι καὶ ταῖς ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας μοίραις $\varsigma\overline{\epsilon}$ καὶ $\overline{\sigma\epsilon}$ ταῖς τοιαύταις παρόδοις γεγένηται διάφορον παρὰ τὴν πρόσνευσιν. εἶτα πάλιν ἐπεὶ χρὴ τὰ παρακείμενα τῷ διπλασίονι τῆς ἀποχῆς κατὰ τὸ $\overline{\varsigma}^{ον}{}'$σελίδιον λαμβάνειν καὶ αὐτὰ πολλαπλασιάζειν ἐπὶ τὰ τοῦ ϵ' καὶ τὰ γενόμενα $\lambda\epsilon'$ γ'' εἶναι τῆς ὑπεροχῆς τῆς κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου θέσεως γωνίας, τουτέστι τῆς παρὰ τὴν $\overline{\alpha}^{\eta\nu}{}'$ ἀνωμαλίαν διαφορᾶς ἐὰν πάλιν τὰ παρακείμενα ταῖς $\overline{\iota\delta}$ $\overline{\mu\eta}'$ διπλασίους τῆς ἀποχῆς κατὰ τὸ $\overline{\varsigma}^{ον}{}'$σελίδιον ἑξηκοστὰ β' $\lambda\epsilon''$πολλαπλασιάσομεν ἐπὶ τὰ τοῦ ϵ' σελιδίου μοίρας $\overline{\beta}$ $\overline{\lambda\eta}'$ τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ β' ἔγγιστα, ἕξομεν ὅσοις παρηύξηται ἡ γωνία τῆς κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου θέσεως ἐκ τῆς πλείστης κατὰ τὰς συζυγίας περιγειοτέρας τοῦ ἐπικύκλου θέσεως τουτέστι τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}{}'$ ἀνωμαλίας μὴ δὲ $\overline{\iota\varsigma}'^{ον}$ $\overline{\alpha}$ ὥρας ἰσημερινῆς τυγχάνοντος διὰ τὸ τὴν σελήνην ἐν τῇ $\overline{\alpha}$ ὥρᾳ $\lambda\gamma'$ ἔγγιστα κινεῖσθαι ἑξηκοστά.

ἐσόμεθα δὲ καὶ τοῦτο εἰδότες ὡς ἐν τοῖς ἐπάνω δεδιδαγμένοις ὅτι ὁ ἐπίκυκλος τὰς διπλασίονας τῆς ὁμαλῆς ἀποχῆς τῶν φώτων μοίρας ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου πάντοτε ἀφίσταται· ἐνταῦθα δὲ τῶν ζ κ̅δ̅ τῆς ἀκριβοῦς ἀποχῆς τῆς β̅ᵃᶜ′ παρείληφε διὰ τὸ περὶ τὰς μέσας παρόδους τῶν φώτων τυγχανόντων τῆς προσθαφαιρέσεως ὡς ἔφαμεν ἐπιπολὺ τῆς αὐτῆς ἔγγιστα γίνεσθαι τὴν αὐτὴν γίνεσθαι τὴν ἀνώμαλον κίνησιν τῇ ὁμαλῇ. καὶ τὸ μὲν τοιοῦτον διάφορον κατὰ τὸν εἰρημένον ἕνα τρόπον ἐν τῷ η′ θεωρήματι ἀπεδείξαμεν γίνεσθαι ἐκ τῶν διὰ τῶν γραμμικῶν δείξεων ἐπιλογισμῶν. ὅταν δὲ τὸ κατὰ τὸν β̅ᵒᵛ′ τρόπον ἐκ τῆς προσνεύσεως διάφορον πλεῖστον συμβαίνῃ, τότε ὡς ἔφαμεν τῆς σελήνης περὶ τὸ ἀπόγειον ἢ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου τυγχανούσης, καὶ ἀκριβῶς τὴν κατὰ τοῦ μ̄ θέσιν ἐχούσης ὡς ἐπὶ τῆς ἐπάνω καταγραφῆς, καὶ ἀπεχούσης ἀπὸ τῆς τοῦ ἡλίου μόνας τὰς ἐκ τῆς ἡλιακῆς ἀνωμαλίας τῆς μλ̅ μοίρας β̅ κγ′ ὁ ἐπίκυκλος τῆς ἀκριβοῦς συζυγίας τὰς διπλασίονας ἀποστήσεται μοίρας δ̅ μς′ ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου· ἃς πάλιν διὰ τὰ προειρημένα εἰσαγαγόντες κατὰ τῶν ᾱ β̅ σελιδίων τοῦ αὐτοῦ κανόνος τὰ παρακείμενα αὐτῷ κατὰ τὸ τρίτον σελίδιον ὃ μβ′ διὰ τὸ πρὸς τῷ μέσῳ ἀπογείῳ ἢ περιγείῳ τυγχάνειν τὴν σελήνην· εἴτε αὐτὰ τὰ ὃ μβ′ εἴτε μοίρας ρ̅π̅ μβ′ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου εἰσαγαγόντες πάλιν εἰς τὸ αὐτὸ κανόνιον τὰ παρακείμενα αὐτῷ ἐν τῷ δ′ σελιδίῳ ὃ δ′ ἀπογραφόμεθα· ἐπεὶ καὶ ἐκ τῆς ᾱ ἀνωμαλίας τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου ἢ ἀκριβοῦς ἀπογείου ἀριθμῷ ἤτοι ὃ ὃ τυγχάνει ἢ ρπ̄ μέχρι τοῦ περιγείου ō ō παράκειται διάφορον κατὰ δ̅′ σελίδιον δῆλον ὡς ὅτι αὐτὰ τὰ δ̅ ἑξηκοστὰ γεγένηται διάφορον παρὰ τὴν πρόσνευσιν ἐκ τῆς β̅ᵃᶜ′ ἀνωμαλίας μὴ δὲ η′ ὄντα ᾱ μοίρας διὰ τὴν εἰρημένην αἰτίαν ὅσον καὶ παρ᾽ αὐτὰς τὰς τηρήσεις οὐ παράδοξον ἔσται πλεονάκις διαπεσεῖν. οὐκέτι δὲ καὶ ἐκ τῆς περιγειοτέρας τοῦ ἐπικύκλου θέσεως παρὰ τὴν γωνίαν ὡς ἔφαμεν ἔσται αἰσθητὴ διαφορὰ ἥτις διὰ τοῦ ε′ καὶ ς′ σελιδίου κατελαμβάνετο. ἐπεὶ καὶ κατὰ τὸ ε̄ᵒᵛ′ σελίδιον ἤτοι τοῖς ὃ μβ′ ἢ τοῖς ρ̅π̅ μβ′ παράκειται β̅ ἢ καὶ δ̅ ἑξηκοστὰ πολλαπλασιαζόμενα ἐπὶ τὰ παρακείμενα ταῖς β̅ τῆς ἀποχῆς μοίραις δ̅ μς′ κατὰ τὸ ς′ σελίδιον ἑξηκοστὰ β′ τὰ γινόμενα οὐδενὶ αἰσθητῷ διοίσει τῶν ἄνευ τῆς τοιαύτης διακρίσεως κατειλημμένων· διὸ καὶ τὸν χωρὶς τῆς προσνεύσεως καὶ τὸν μετὰ τῆς προσνεύσεως τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸν εἰς τὸ δ̅ᵒᵛ′ σελίδιον εἰσήξαμεν ὡς ἐπὶ ὁμοκέντρου τοῦ ἐπικύκλου προσνεύοντος. εἴπερ παρὰ τὴν γωνίαν ἐκ τῆς β̅ᵃᶜ′ ἀνωμαλίας οὐκ ἔστι διαφορὰ ἥτις γίνεται ἐπὶ τοῦ ὁμοκέντρου φέρεσθαι τὸν ἐπίκυκλον. καὶ τὸ τοσοῦτον δὲ πάλιν διάφορον ἀπεδείξαμεν. ἐν γὰρ τῷ θ′ ἐστὶ θεωρήματι ἐκ τῶν διὰ τῶν γραμμικῶν δείξεων ἐπιλογισμῶν παρειληφὼς καὶ ἐν αὐτῷ ἀντὶ τῆς ὁμαλῆς ἀποχῆς τὴν ἀκριβῆ διὰ τὸ ἐν τῷ τοσούτῳ χρόνῳ ἐν ᾧ ἡ σελήνη τὰς β̅ κγ′ ἔγγιστα μοίρας κινεῖσθαι μηδὲν ἀξιόλογον γινόμενον παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν αὐτῆς διάφορον. λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐὰν ἐπί τινος ἑτέρου τόπου τυγχάνουσα ποιῆται παρὰ τὴν ᾱ

ἀνωμαλίαν ἐκ τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma\prime}$ διάφορον ὡς ὅταν μεταξὺ ᾗ τοῦ μέσου ἀπογείου ἢ περιγείου καὶ τῆς ἐφαπτομένης τοῦ ἐπικύκλου πλεῖον ποιοῦσιν ἑξηκοστῶν ε′ ἐπειδήπερ ταῖς μὲν ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου ἢ περιγείου ~~καὶ τῆς ἐφαπτομένης τοῦ ἐπικύκλου~~ μοίραις με̄ παράκεινται κατὰ τὸ $\overline{\delta}^{ον\prime}$ σελίδιον τῆς α′ ἀνωμαλίας διαφορᾶς μοῖραι γ̄· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ τοῦ ἡλίου ἐπὶ τῆς εἰς τὰ ἑπόμενα ἐπαφῆς τοῦ ἐπικύκλου αὐτοῦ τυγχάνοντος μοῖραι $\overline{\beta}$ κγ′ ὡς ἀφίστασθαι τὰ φῶτα ἀλλήλων ἀκριβῶς μοίρας ε̄ μγ′· ὧν τὰς $\overline{\beta}$ διὰ τὸ διάφορον ἀφίσταται ὁ ἐπίκυκλος τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου μοίρας ιᾱ κς′ αἷς παράκεινται κατὰ μὲν τὸ $\overline{\beta}^{ον\prime}$ σελίδιον μοῖραι ᾱ μβ′· κατὰ δὲ τὸ ς′, ὃ κβ′. ὡς γίνεσθαι καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου μοίρας μς̄ μβ′· αἷς παράκεινται πάλιν κατὰ τὸ $\overline{\delta}^{ον\prime}$ σελίδιον τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}$ ἀνωμαλίας μοῖραι κε̄· παράκεινται δὲ καὶ ταῖς με̄ γ′. ὡς γίνεσθαι τὴν ὑπεροχὴν τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma\prime}$ ἀνωμαλίας παρὰ τὴν $\bar{\alpha}^{\eta\nu\prime}$ ὡς ἔφαμεν ἑξηκοστῶν ε′. ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἐπιβάλλοντα ταῖς ιᾱ κς′ τοῦ ε′ σελιδίου ἑξηκοστὰ κζ′ ἐπὶ τὰ τοῦ ς′ πολλαπλασιάσας τὰ ὃ ō κβ′ ἀνεπαίσθητον ποιεῖται τὴν διαφοράν· ἅπερ πάλιν οὐδὲ ς′ ἐστὶ ᾱ ὥρας. ἔτι δὲ καὶ ἐὰν μεταξὺ τοῦ περιγείου καὶ τῆς ἐφαπτομένης ἡ σελήνη ἀπέχουσα τοῦ μέσου ἀπογείου μοίρας ρλ̄ε. ἐπεὶ ταύταις παράκεινται κατὰ τὸ $\overline{\delta}^{ον\prime}$ σελίδιον μοῖραι γ̄ μς′. εἰσὶ δὲ καὶ διὰ τοῦ ἡλίου μοῖραι $\overline{\beta}$ κγ′. ἀποστήσονται ἄρα ἀλλήλων τὰ φῶτα μοίρας ς̄ θ′· ὧν ταῖς διπλασίοσι μοίραις ιβ̄ ιη′ παράκεινται κατὰ τὸ $\bar{\gamma}^{ον\prime}$ σελίδιον ᾱ μθ′· κατὰ δὲ τὸ $\bar{\varsigma}^{ον\prime}$ ὃ ὃ κς′. ὡς γίνεσθαι τὸν ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου ρλ̄ς με′· αἷς παράκεινται κατὰ τὸ $\overline{\delta}^{ον\prime}$ σελίδιον γ̄ μ′. καὶ ὑπερέχουσιν αἱ γ̄ μς′ τῶν γ̄ μ′, ὃ ς′. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι κατ᾽ οὐδεμίαν θέσιν συμβαίνει τὴν σελήνην κατὰ τὰς συζυγίας αἰσθητῷ τινι περὶ τὰ φαινόμενα διενεγκεῖν τῆς $\bar{\alpha}^{\eta\varsigma}$ ἀνωμαλίας. καὶ ἐπεὶ παρακολουθεῖ τὴν ἐκτεθειμένην αὐτῷ ἐποχὴν τοῦ μήκους κατὰ τὸ $\bar{\alpha}^{ον\prime}$ ἔτος ναβονασσάρου ἐκ τῆς ᾱ ὑποθέσεως μὴ τὴν αὐτὴν καταλαμβάνεσθαι καὶ κατὰ τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma\prime}$ ἀνωμαλίας ὑπόθεσιν τῷ μὴ κατὰ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τότε τυγχάνειν τὸ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου, δείξομεν τὴν παρὰ τοῦτο γινομένην διαφορὰν μὴ πλείονα γίνεσθαι ἑξηκοστῶν ἔγγιστα συναγομένη. ἀπὸ γὰρ τῶν ἐν τῷ πρὸ τούτου βιβλίῳ κατελαμβάνετο ἐν τῷ μέσῳ χρόνῳ τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma\prime}$ τῶν παρατεθεισῶν αὐτῷ παλαιῶν γ̄ ἐκλείψεων γεγενημένην τῷ β′ ἔτει μαρδοκεμπάδου ἐπέχοντα τὸν ἥλιον ἀκριβῶς τῶν ἰχθύων μοίρας ιγ̄ ιδ′· τὴν δὲ σελήνην δηλονότι τῆς παρθένου μοίρας ιγ̄ με′. καὶ συνήγαγεν ἐκ τοῦ λόγου τῆς ᾱ ἀνωμαλίας ἐποχὴν ὃ νθ′ ἀπέχουσα τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας ιβ̄ κδ′. καὶ διὰ τοῦτο ἐπεῖχεν ὁμαλῶς τῆς παρθένου ιδ̄ μδ′ ἔγγιστα τὰ πρὸς τὴν κατάληψιν τῷ α′ ἔτει ναβονασσάρου ὁμαλῆς αὐτῆς ἐποχῆς. λαμβάνων ἐκ τῶν ὁμαλῶν κινήσεων ἃς ἐκινεῖτο ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ναβονασσάρου μέχρι τῆς εἰρημένης τηρήσεως συναγόμενος μοίρας ρκ̄γ κβ′· καὶ ἐκβαλὼν ἐπὶ τὰ προηγούμενα [...]

κατὰ τὴν παρθένον μ$^{\overline{οι}}$ ιδ̄ μδ′, κατελαμβάνετο τὴν κατὰ τὸ ᾱ^{ον} ἔτος ναβονασσάρου ὁμαλὴν τῆς σελήνης ἐποχὴν κατὰ τὰς τοῦ ταύρου μοίρας ιᾱ κβ′. ἐπεὶ οὖν κατὰ τὸν εἰρημένον τῆς τηρήσεως χρόνον τοῦ ἡλίου ἀκριβῶς ἐπέχοντος τῶν ἰχθύων μοίρας ιγ̄ ϟ δ′ ἡ ὁμαλὴ αὐτοῦ πάροδος καταλαμβάνεται ἐπέχουσα τοῦ αὐτοῦ ιβ̄μορίου μοίρας ιᾱ κγ′. καὶ ἡ κατὰ διάμετρον δηλονότι μέση ἀποχὴ μοιρῶν ϛ̄ κα′. καὶ διὰ τοῦτο τοῦ κέντρου τὰς διπλασίονας τῆς μέσης ἀποχῆς μοίρας ϛ̄ μβ′ ἀπέχοντος τοῦ ἀπογείου μὴ ἐξαρκεῖν τὰ ἐκ τῆς α′ ἀνωμαλίας ἑξηκοστὰ νθ′ πρὸς τὴν κατάληψιν τῆς ὁμαλῆς αὐτῆς ἐποχῆς διὰ τὸ ἐκ τῆς β̄^{ας}′ ἀνωμαλίας συνάγεσθαι μοίρας ᾱ καὶ ἑξηκοστῶν γ′ ἔγγιστα ὡς ἑξῆς δείξομεν. ἅπερ προσθέντες τῇ κατὰ τὴν τήρησιν ἀκριβῆ αὐτῆς ἐποχὴν τῆς παρθένου μοιρῶν ιγ̄ μβ′ τυγχανούσης ἕξομεν κατὰ τὸν ἀκριβῆ λόγον τὴν ὁμαλὴν αὐτῆς ἐποχὴν κατὰ τὸν αὐτὸν τῆς α′ ἀνωμαλίας ἀριθμὸν κατειλημμένον μοιρῶν ιδ̄ μδ′. καὶ δῆλον ὡς ὅτι ἐὰν ἀπὸ τῶν ιδ̄ μδ′ μοιρῶν τῆς παρθένου ἐκβάλωμεν ἐπὶ τὰ προηγούμενα τὰς ρκ̄γ κβ′ μοίρας εὑρήσομεν εἰς τὸ ᾱ^{ον} ἔτος ναβονασσάρου ἀπέχουσαν κατὰ τὸν ἀκριβῆ λόγον τῆς σελήνης μέσως τοῦ ταύρου μοίρας ιᾱ κϛ′ ἀντὶ τῶν προεκτεθειμένων ἐκ τοῦ λόγου τῆς ᾱ^{ης} ἀνωμαλίας μοιρῶν ιᾱ κβ′ ὡς τοῖς δ̄ διενηνοχέναι τὴν ἐποχὴν ἐκ τῆς β′ ἀνωμαλίας· ἅτινα οὐδενὶ αἰσθητῷ καταβλάψαι δύναται τὴν πρὸς τὰ φαινόμενα διάκρισιν. ὅτι δὲ ἡ κατὰ τὴν β̄^{αν}′ ἀνωμαλίαν διαφορὰ μοίρας ᾱ ἐστὶ καὶ ἑξηκοστῶν δ′, οὕτω δεικτέον· ἐὰν γὰρ εἰσαγάγωμεν τὰς κατὰ τὸν χρόνον τῆς τηρήσεως κατειλημμένας ἡμῖν μοίρας ϛ̄ μβ′ εἰς τὸ τῆς ἀνωμαλίας κανόνιον, καὶ τὰ παρακείμενα αὐταῖς κατὰ τὸ γ′ σελίδιον ὁ̄ νθ′ προσθῶμεν διὰ τὰ ἐπὶ τῆς ψηφοφορίας εἰρημένα ταῖς κατειλημμέναις κατὰ τὸν αὐτὸν τῆς τηρήσεως χρόνον ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίραις ιβ̄ κδ′ ἕξομεν τὸν ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸν μοιρῶν ιγ̄ κγ′· ὃν εἰσαγαγόντες πάλιν κατὰ τὸ αὐτὸ τῆς ἀνωμαλίας δ̄^{ον}′σελίδιον τὴν παρακειμένην αὐτῷ μοῖραν ᾱ καὶ ἑξηκοστὰ δ′ ἔγγιστα ἕξομεν ἐκ τῆς β̄^{ας}′ ἀνωμαλίας ἐπιλελογισμένην διὰ τὸ τῷ μὲν τῶν ϛ̄ μβ′ τῆς ἀποχῆς ἀριθμῷ ἐν τῷ ϛ′ σελιδίῳ ō ō θ′′ ἔγγιστα παρακεῖσθαι. τῷ δὲ τῶν ιγ̄ κγ′ μοιρῶν τῆς ἀνωμαλίας κατὰ τὸ ε̄^{ον}′ σελίδιον ὁ̄ λα′· καὶ τὰ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν γινόμενα μηδὲν ἀξιόλογον ἐμποιεῖν διάφορον τῇ ἐκ τοῦ δ′ σελιδίου εἰρημένῃ μοίρᾳ ᾱ καὶ ἑξηκοστοῖς δ′:

ια. **π**ερὶ τῶν τῆς σελήνης **π**αραλλάξεων

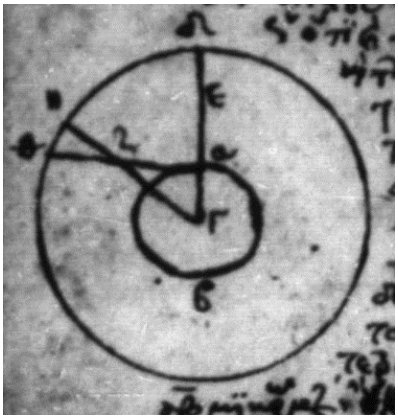
τὰ μὲν οὖν πρὸς τὰς καταλήψεις τῶν ἀκριβῶν τῆς σελήνης παρόδων παραλαμβανόμενα, σχεδὸν ταῦτα εἴη:

εἴρηται μὲν αὐτῷ, τὸ σχεδὸν διὰ τὸ τὰς ὑπολειπομένας αὐτῆς περὶ τὰς παραλλάξεις καὶ τὰς συζυγίας καὶ τὰς ἐκλείψεις καὶ ἔτι τὰς ἐν αὐταῖς τῶν προσνεύσεων ἀποδείξεις μηδὲν διάφορον ἐμποιεῖν περὶ τὴν διόρθωσιν τῶν ἀκριβῶν αὐτῆς ἐποχῶν τουτέστι περὶ τὴν ἐκτεθειμένην καθόλου τῆς σελήνης ἀνωμαλίαν. παρακολουθεῖ δὲ ἐπὶ τῆς σελήνης μὴ τὴν αὐτὴν καταλαμβάνεσθαι τὴν φαινομένην αὐτῆς πάροδον τῇ ἀκριβεῖ ἀλλὰ καὶ αἰσθητῷ τινι παραλλάσσειν διὰ τὸ τὴν γῆν μηκέτι σημείου λόγον ἔχειν πρὸς τὸ μέχρι ταύτης ἀπόστημα καθὼς ἐν τοῖς ἔμπροσθεν ἐδηλοῦμεν ἀναγκαῖον ἂν εἴη τῶν τε ἄλλων φαινομένων ἕνεκεν λέγω δὴ τῶν πρὸς τὰς καταλήψεις τῶν ἐποχῶν τῶν χρόνων· ἀπὸ γὰρ τῆς τοῦ ὀργάνου παρατηρήσεως λαμβάνοντες τὴν φαινομένην αὐτῆς ἐποχὴν καὶ τὴν πρὸς ταύτην τοῦ χρόνου διάστασιν καὶ ἐκ τοῦ κατὰ τὴν τήρησιν χρόνου ἐφοδεύοντες τὴν ἀκριβῆ αὐτῆς ἐποχὴν τὸν ὑποδεδειγμένον τρόπον εὑρήσομεν καὶ τὴν τῇ ἀκριβῇ ἐποχὴν τοῦ χρόνου διάστασιν δηλαδὴ καὶ τὴν ἐποχὴ τοῦ χρόνου. ἔτι δέ φησι μάλιστα ἀναγκαῖον ἂν εἴη ἕνεκεν τῶν περὶ τὰς τοῦ ἡλίου ἐκλείψεις θεωρουμένων ὡς ἑξῆς δείξομεν τὸν περὶ τῶν παραλλάξεων αὐτῆς ποιήσασθαι λόγον· τουτέστι τῶν κατὰ μέρος ἀκριβῶν πρὸς τὰς φαινομένας παρόδους διαφορὰν· τὰς γὰρ τοιαύτας διαφορὰς παραλλάξεις καλεῖ ἐξ ὧν δυνατόν ἐστι ἀπὸ τῶν πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς γῆς καταλαμβανομένων ἐκ τῶν προεκτεθειμένων ἐπιλογισμῶν ἀκριβῶν παρόδων καὶ τὰς ἀπὸ τῆς ὄψεως τῶν ὁρώντων, τουτέστιν ἀπό τινος τόπου τῆς ἐπαφῆς τῆς γῆς θεωρουμένας διακρίνειν τῶν φαινομένων τὰς ἀκριβεῖς. συμβαίνοντος οὖν μὴ δύνασθαι τὰς γινομένας παραλλάξεις καταλαμβάνεσθαι ἄνευ τοῦ δοθῆναι τὸν τοῦ ἀποστήματος λόγον· τουτέστι τίνα λόγον ἔχει ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῆς πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν σελήνην· μὴ δὲ μὴν τὸν τοιοῦτον λόγον ἄνευ τοῦ δοθῆναί τινα παράλλαξιν. ἐπὶ μὲν οὖν τῶν μηδὲν αἰσθητὸν παραλλασσόντων τουτέστι πρὸς ἃ ἡ γῆ σημείου λόγον ἔχει, οὐδὲ τὸν τοῦ ἀποστήματος λόγον οἷόν τε καταλαμβάνεσθαι διὰ τὸ μὴ δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐν μεγέθει ὑποπίπτειν. ἐπὶ δὲ τῶν παραλλασσόντων ὥσπερ ἐπὶ τῆς σελήνης δυνατόν ἐστι καθ’ ἑαυτὴν καταλαμβάνεσθαι δι’ ὀργανικῆς κατασκευῆς ὡς ἑξῆς δηλώσομεν παράλλαξιν τινὰ ἁρμόζοι ἂν καὶ τὸν τοῦ ἀποστήματος λόγον καταλαμβάνεσθαι:

ὁ μὲν οὖν ἵππαρχος ἀπὸ τοῦ ἡλίου μάλιστα τὴν τοιαύτην ἐπίσκεψιν ἐπεχείρει ποιεῖσθαι. ἐπειδὴ γὰρ ἐκ τῆς ἐν τοῖς ἑξῆς λεχθησομένης αὐτοῦ διόπτρας

καταλαμβάνων ὅτι ὅταν περὶ τὸ μέγιστον ἀπόστημα τυγχάνῃ κατὰ τὰς συζυγίας ἡ σελήνη δηλονότι τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος ὑπὸ τῆς αὐτῆς τῷ ἡλίῳ πρὸς τῇ ὄψει γωνίας θεωρεῖται. καὶ ἐκ ταύτης ἀπὸ τοῦ τὰ μεγέθη τῶν διαμέτρων ἡλίου καὶ σελήνης δίδοσθαι ὑπὲρ ὧν ἐν τοῖς ἑξῆς πάλιν ποιεῖται τὸν λόγον παρακολουθεῖ τοῦ ἑτέρου τῶν φώτων ἀπὸ τοῦ ἀπογείου ἀποστήματος δοθέντος καὶ τὸ κατὰ τὸ ἕτερον δίδοσθαι πειρᾶται τὸ τοῦ ἡλίου καταστοχαζόμενος οὕτω καὶ τὸ τῆς σελήνης ἀποδεικνύειν. καὶ πρῶτον ὑποτιθέμενος αὐτὸν παραλλάσσοντα ἵνα καὶ τὸν λόγον τοῦ ἀποστήματος ἐπιλογίσηται πῇ μὲν ὡς μηδὲν αἰσθητόν αὐτὸν ὑποτίθεται παραλλάσσοντα· πῇ δὲ ὡς ἱκανόν· ὅθεν καὶ οἱ λόγοι αὐτῶν τῶν ἀποστημάτων διάφοροι κατελαμβάνοντο δισταζομένου παντάπασιν οὕτως· ἀλλὰ καὶ εἰ ὅλως τὶ παραλλάσσει. αὐτὸς δὲ ἵνα μηδὲν στοχαστικὸν εἰς τὴν τοιαύτην ἐπίσκεψιν παραλαμβάνῃ, κατεσκεύασεν ὄργανον δι᾽ οὗ δυνατὸν καὶ ἀκριβῶς καταλαμβάνεσθαι ἤτοι τὸ μέγεθος, ἢ καὶ κατὰ μέρος δύνασθαι παραλλάσσειν ἡ σελήνη ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς καὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν γραφομένου μεγίστου κύκλου ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τυγχάνουσα καὶ ἀπὸ πηλίκης τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀποστάσεως ἄρχεται αἰσθητὴν ποιεῖσθαι τὴν παράλλαξιν διὰ τὸ πρὸς αὐτῷ μένον τῷ κατὰ κορυφὴν αὐτῷ τυγχάνουσαν ἀπαράλλακτον εἶναι· ἀπωτέρῳ δὲ ἀνάλογον παραλλάττειν. ἔστω δὲ καὶ ἐνταῦθα ὑπομνήσεως ἕνεκεν δηλῶσαι ἡμᾶς ὃν τρόπον γίνονται αἱ παραλλάξεις.

καὶ γεγράφθω ἐν τῇ τῆς γῆς σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $\overline{\alpha\beta}$· κέντρον δὲ αὐτοῦ καὶ τῆς γῆς ἔστω τὸ $\overline{\gamma}$· πρὸς ὃ αἱ ἀκριβεῖς τῶν χρόνων ἐποχαὶ λαμβάνονται· καὶ ὑποκείσθω οἴκησις κατὰ τὸ $\overline{\alpha}$ ἀφ᾽ οὗ ἡ ὄψις θεωρεῖ τὴν σελήνην· ἡ δὲ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν εὐθεῖα ἡ $\overline{\gamma\delta}$· ὅταν ἄρα ἡ σελήνη ἐπ᾽ αὐτῆς τυγχάνῃ ὡς κατὰ τὸ $\overline{\epsilon}$ ἐπὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν τυγχάνουσα οὐδεμίαν ποιήσεται διαφορὰν τῆς ἀκριβοῦς ἐποχῆς πρὸς τὴν φαινομένην διὰ τὸ ἐπὶ μιᾶς εἶναι εὐθείας τήν τε $\overline{\gamma\epsilon}$ ἀκριβῆ καὶ τὴν $\overline{\alpha\epsilon}$ φαινομένην. ὅταν δὲ ἀνανευκυίας αὐτῆς τοῦ κατὰ κορυφὴν λόγου ἕνεκεν ὡς κατὰ τὸ $\overline{\zeta}$ νοήσωμεν ἐπιζευγνυμένας τὰς $\overline{\gamma\zeta}$ $\overline{\alpha\zeta}$ καὶ ταύτας ἐκβάλωμεν ὡς κατὰ τὰ $\overline{\eta}$ $\overline{\theta}$ καὶ νοήσωμεν πάλιν διεκβαλλόμενον διὰ τοῦ $\overline{\delta}$ κατὰ κορυφὴν καὶ τῶν εὐθειῶν ἐπίπεδον ποιοῦν μεγίστου κύκλου τοῦ $\overline{\delta\eta\theta}$ πρὸς ὃν ἡ γῆ σημείου λόγον ἔχει ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ $\overline{\gamma}$ κέντρου ἀκριβὴς τῆς σελήνης ἐποχὴ ἔσται κατὰ τὸ $\overline{\eta}$· ἡ δὲ φαινομένη ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ $\overline{\alpha}$ ὄψεως κατὰ τὸ $\overline{\theta}$· παράλλαξις δὲ δηλονότι ἡ $\overline{\eta\theta}$. καὶ δῆλον ὡς ὅτι καὶ τῆς φαινομένης ἐποχὴ τῆς σελήνης κατὰ

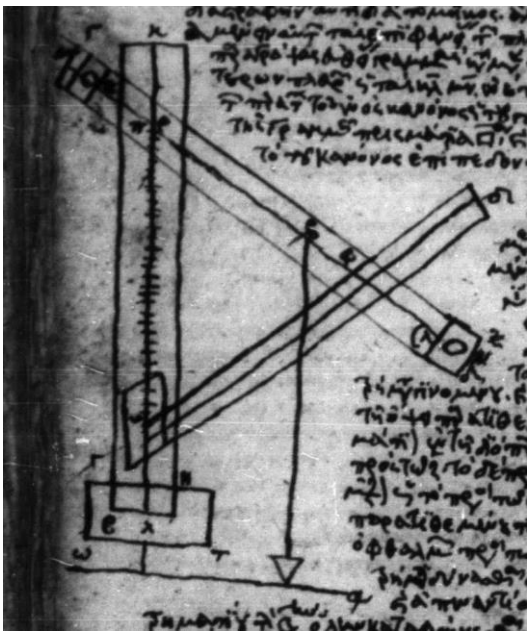


τὸ θ̅ πιπτούσης ὅταν καὶ ὁ ἥλιος κατὰ τὸ θ̅ γένηται, τότε καὶ ἐπισκοτισθήσεται ὑπὸ τῆς σελήνης διὰ τὸ ἐπὶ μιᾶς εὐθείας τῆς α̅ζ̅θ τυγχανούσης τήν τε ὄψιν καὶ τὴν σελήνην καὶ ἔτι τὸν ἥλιον εἶναι. διὸ ἀναγκαῖον ἂν εἴη ὡς ἔφαμεν ἔμπροσθεν ἕνεκεν τῶν ἡλιακῶν ἐκλείψεων
80 προσλαβεῖν τὸν περὶ τῶν παραλλάξεων λόγον· ἵνα ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ η̅ ἀκριβοῦς τῆς σελήνης ἐποχῆς μεθοδεύωμεν τὴν κατὰ τὸ θ̅ φαινομένην καθ᾽ ἣν ὡς ἔφαμεν γινομένης ἐπισκοτεῖ τῷ ἡλίῳ:·

ιβ. **π**ερὶ κατασκευῆς **ὀ**ργάν**ο**υ **π**αραλλακτικ**ο**ῦ

γέγονε δὲ αὐτῷ ἡ τοῦ ὀργάνου κατασκευὴ τοιαύτη·

πεποίηκε δύο κανόνας τετραπλεύρους ὡς τοὺς $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$, τὸν $\overline{\alpha\beta}$ μικρῷ μείζονα ἢ οὐκ ἔλαττον πηχῶν $\overline{\delta}$ τὸ δὲ πλάτος ἔλαττον πρὸς τὸ εἰς ἑξήκοντα τὰς ἑξῆς δηλουμένας διαιρέσεις δύνασθαι ἐπιδιαιρεῖσθαι, τὴν δὲ περιοχὴν σύμμετρον, τουτέστι τὰς κατὰ τὰ πλάτη καὶ τὰ βάθη διαστάσεις συμμέτρους ἔχειν ὥστε μὴ δὲ διαστραφῆναι αὐτοὺς διὰ τὸ μῆκος, ἀλλ᾽ ἐπ᾽εὐθείας μένειν αὐτῶν τὰς ἐπιφανείας τῶν πλευρῶν. ἔπειτα παραγράψας εὐθείας γραμμὰς κατὰ μὲν τῶν πλατυτέρων πλευρῶν ὡς τὰς $\overline{\kappa\lambda}$ $\overline{\mu\nu}$, ἐνέπηξεν ἐπὶ τῶν περάτων τοῦ ἑνὸς κανόνος ὡς τοῦ $\overline{\gamma\delta}$ κατὰ μέσης τῆς γραμμῆς πρισμάτια τετράγωνα, καὶ ὀρθὰ πρὸς τὸ τοῦ κανόνος ἐπίπεδον καὶ ἴσα διπλῆν ὀπὴν ἔχον ἑκάτερον κατὰ μέσον ἠκριβωμένην· τοῦτο δὲ γίνεται διὰ γωνιῶν ἐπιζευγνυμένων. καὶ κατὰ ταύτην τοῦ τρήματος γινομένου. καὶ τὸ μὲν πρὸς τῇ ὄψει παρατιθέμενον τρημάτιον ἐν τῇ διόπτρᾳ ὡς τὸ πρὸς τῷ $\overline{\zeta}$· τὸ δὲ πρὸς τῇ σελήνῃ μεῖζον ὡς τὸ πρὸς τῷ $\overline{\epsilon}$· ὥστε παρατιθεμένου τοῦ ἑνὸς τῶν ὀφθαλμῶν πρὸς τῷ ἐλάσσονι τρήματι δύνασθαι διὰ τοῦ ἑτέρου καὶ ἀπεναντίον μείζονος τρηματίου τὴν σελήνην ὅλην καταφαίνεσθαι. καὶ ἀπολαβὼν δύο ἴσα βραχέα διαστήματα κατὰ τὴν μέσην γραμμὴν ὡς τὰ $\overline{\kappa\pi}$ $\overline{\mu\rho}$ καὶ κατὰ τῶν $\overline{\pi\rho}$ τρήματα ποιήσας συνέδησε τοὺς κανόνας ἀξόνιον διαβαλὼν ἧλον ἔχον καὶ ἀντὶ περόνης. ὥστε τὰς πρὸς ταῖς μέσαις γραμμαῖς τῶν πλατυτέρων πλευρῶν τῶν κανόνων καθάπερ ἐπὶ τῶν πόλων τῶν διαβητῶν συμβαλεῖν ἀλλήλαις. καὶ διασφηνώσας τὸν $\overline{\alpha\beta}$ κανόνα ἐπὶ βάσεως ὥστε τὴν ὑπεροχὴν τῶν $\overline{\beta}$ κανόνων τὴν $\overline{\eta\beta}$ ἀπολαμβάνειν τὴν βάσιν. καὶ δύνασθαι τὸν ἕτερον περιάγεσθαι συμμέτρῳ τῇ ἐφέξει· καὶ δηλαδὴ τούτου ᾱ περιαγομένου γωνία γίνεται πρὸς τῷ ἀξονίῳ ὑπὸ τῶν $\overline{\pi\lambda}$ $\overline{\rho\nu}$ εὐθειῶν περιεχομένη· ἐπ᾽ αὐτοῦ γὰρ ἐστὶ τὸ ἀξόνιον, τοῦ $\overline{\rho}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\pi}$ ἐφαρμοζομένου ὡς τὴν ὑπὸ $\overline{\lambda\pi\nu}$· ἔπειτα ἀπολαβὼν ἀπὸ τοῦ $\overline{\pi}$ σημείου δύο ἴσας εὐθείας τὰς $\overline{\pi\upsilon}$ $\overline{\pi\varphi}$ πλεῖστον ὡς ὅτι μάλιστα ἀπεχούσας ἀπὸ τοῦ $\overline{\pi}$ κατὰ τὸ ἀξόνιον διεῖλε τὴν $\overline{\pi\upsilon}$ εἰς ἴσα $\overline{\xi}$ διὰ τὸ ἐκ κέντρου αὐτὴν γίνεσθαι τοῦ ὑπὸ τῆς περιαγωγῆς τοῦ τὰ πρισμάτια ἔχοντος



κανόνος γινομένου κύκλου κέντρῳ τῷ π̄ καὶ διαστήματι τῷ π̄ῡ̄. καὶ ἔτι τούτων ἕκαστον ᾱ εἰς ὅσα ἐνεδέχετο. ἐνήρμοσε καὶ ἐπὶ τῶν περάτων τοῦ β̄λ̄ κανόνος ἐπὶ τῆς ὄπισθεν πλατυτέρας πλευρᾶς πρισμάτια πάλιν ἕτερα β̄ γραμμὰς ἔχοντα κατὰ [...] ἀκριβῶς. τὸ μὲν ἀνωτέρω τοῦ π̄· τὸ δὲ πρὸς τῇ βάσει καὶ κατωτέρω τοῦ ῡ ὥστε τὰς μέσας γραμμὰς τῶν πρισματίων κατὰ τῆς ἐπ᾽ ἐκεῖνα μέσης γραμμῆς εἶναι τοῦ κανόνος. ὅπως σπάρτου βάρος ἐχούσης διὰ τοῦ πέρατος τῆς ἐν τῷ ἐπάνω πρισματίῳ μέσης γραμμῆς ἀφιεμένῳ δύνασθαι αὐτὴν καὶ τοῦ πρὸς τῷ κάτω πέρατος μέσης γραμμῆς τοῦ πρισματίου ἐφάπτεσθαι. οὕτω γὰρ ὁ κανὼν καθέτως ἵσταται πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος κύκλου ἐπίπεδον· καὶ ἡ λ̄κ̄ εὐθεῖα ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὸ κατὰ κορυφὴν ἔπιπτε. διαβαλὼν οὖν καὶ μεσημβρινὴν γραμμὴν ὡς τὴν ω̄ᾱ, καθίστα τὸ ὄργανον ὥστε τὴν τοῦ μεσημβρινοῦ θέσιν λαμβάνειν τὰς πλατυτέρας πλευρὰς καθ᾽ ἃς ἥνωνται οἱ κανόνες λαμβάνων ἐπὶ τῆς εφ̄ τυχὸν τὶ σημεῖον τὸ β̄ πλησιαίτερον μᾶλλον τοῦ φ̄· καὶ ἀπὸ τούτου σπαρτίον καθιὸν κανονικὸν βάρος ἔχουσαν ἀπηρτημένον· καὶ παραφυλλάτων ὅπως τοῦ κανόνος παραγομένου ἡ τοῦ κωνικοῦ βάρους κορυφὴ κατὰ τῆς μεσημβρινῆς εὐθείας πάντοτε ποιῆται τὴν πρόσνευσιν. οὕτω γὰρ τὴν τοῦ μεσημβρινοῦ θέσιν ἐλάμβανον αἱ εἰρημέναι πλευραὶ τῶν κανόνων καὶ ὁ γραφόμενος κύκλος ὑπὸ τῆς περιαγωγῆς τῆς πφ̄ εὐθείας ἐν τῷ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδῳ ἐγίνετο. πεποίηκε δὲ καὶ ἕτερον λεπτὸν κανόνιον τὸ γδ̄ τεταμένον· στερέωμα ἔχον πρὸς τῷ ἑτέρῳ ἄκρῳ· ἐν ᾧ τρημάτιον ποιήσας οὗ τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς γδ̄ ἐστὶ τῆς μέσης αὐτοῦ γραμμῆς. καὶ ἕτερον πάλιν ὁμοίως κατὰ τοῦ ῡ πέρατος τῆς ἀπειλημμένης πῡ γραμμῆς. καὶ ἀξόνιον δι᾽ αὐτῶν διαβαλὼν ὥστε δύνασθαι περιαγόμενον περὶ τὸ ῡ τὸ γδ̄ κανόνιον τὸ μεταξὺ τῶν ῡ φ̄ ἐπευθείας διάστημα δεικνύναι ἐκκοπέντος τοῦ ζθδ̄ σχήματος ἐπὶ ἴσον βάθος τῷ λεπτῷ κανονίῳ ὥστε ἐν ἐπιπέδῳ γίνεσθαι τοῦ τῶν υπ̄ πφ̄ καὶ τῆς γδ̄ περιεχομένου τριγώνου. τοῦτον δὴ τὸν τρόπον τῆς κατασκευῆς τοῦ ὀργάνου αὐτῷ γεγενημένης, ἐποιεῖτο τὰς τῆς σελήνης τηρήσεις στήσας τὸ ὄργανον τὸν εἰρημένον τρόπον ἐπί τινος ἀνεπισκοτήτου χωρίου ἀκλινῶς πρὸς τὸ τοῦ ὁρίζοντος ἐπίπεδον κατὰ τὰς ἐπ᾽ αὐτοῦ τοῦ μεσημβρινοῦ καὶ περὶ τὰ τροπικὰ σημεῖα· καὶ ἔτι περὶ τὸ βόρειον πέρας αὐτῆς παρόδους. ἐπειδὴ κατὰ τὰς τοιαύτας θέσεις καὶ ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων τοῦ ζωδιακοῦ αὐτῆς τυγχανούσης, πρὸς οὓς αἱ κατὰ πλάτος ἀποστάσεις αὐτῆς λαμβάνονται· καὶ ἔτι πλησίον τοῦ κατὰ κορυφὴν δηλαδὴ καὶ ἀπαραλλάκτους καὶ τὰς μεγίστας κατὰ πλάτος ἀκριβεῖς αὐτῆς ἀποστάσεις συναποδείκνυσθαι διὰ τὸ ἔχειν ἐκ τοῦ ἐξάρματος τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν μέγιστον καὶ λαμβάνεσθαι ἐκ τῆς τηρήσεως τὴν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὴν σελήνην καὶ λοιπὸν καταλείπεσθαι τὴν ἀπὸ τῆς σελήνης ἐπὶ τὸν ἰσημερινόν· ἔχει δὲ καὶ τὴν ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν καὶ λοιπὸν πάλιν καταλείπεσθαι τὴν ἀπὸ τῆς σελήνης ἐπὶ τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων.γίνεται δὲ ἡ τοιαύτη

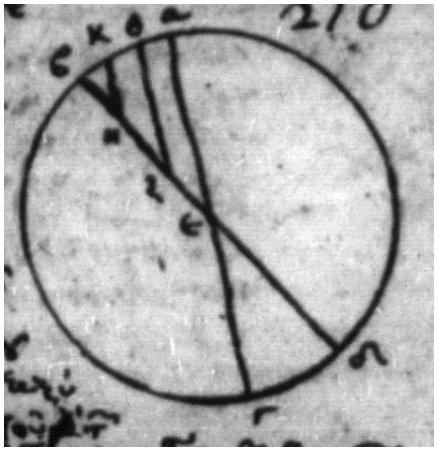
κατάληψις παραφερομένου τοῦ γδ̄ κανόνος ἐὰν δι᾽ ἀμφοτέρων τῶν ὀπῶν διοπτευομένη ὅλη δύνηται καταφαίνεσθαι πρὸς τῇ μείζονι ὀπῇ. οὕτω γὰρ τῆς διὰ τῆς ὄψεως εὐθείας ἐπὶ τοῦ κέντρου αὐτῆς πιπτούσης παραφέρων ἅμα τὸ λεπτὸν κανόνιον ἐσημειοῦτο τὸ ἐπ᾽ αὐτοῦ τὸ κατὰ τὸ φ̄ γινόμενον σημεῖον. καὶ τὴν οὕτως ἀπὸ τοῦ ν̄ ἐπὶ τὸ φ̄ τοῦ κανονίου ἀπειλημμένην διάστασιν προσέβαλλεν ἐπὶ τὰ τῆς πῡ εὐθείας τμήματα. καὶ ὅσων δ᾽ ἂν ἦν εὑρεθεῖσα τμημάτων οἵων δηλονότι ἡ πῡ ἐκ τοῦ κύκλου οὖσα τοῦ ὑπὸ τῆς περιαγωγῆς γραφομένου [...] ξ̄, ἡ δὲ διάμετρος ρκ̄, ταύτην εἰσάγων εἰς τὰς ἐγκυκλίους εὐθείας, καὶ λαμβάνων τὴν ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρειαν εἶχε πόσον ἀφέστηκεν ἡ φαινομένη τῆς σελήνης ἐποχὴ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ὡς περὶ τὸν διὰ τῶν πόλων τοῦ ζῳδιακοῦ καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ γραφόμενον μέγιστον κύκλον. ἐγίνετο δὲ ὡς ἔφαμεν ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ καὶ τοῦ τροπικοῦ τυγχάνειν καὶ διὰ τοῦ τῶν ζωδίων πόλου. διὰ τὸ ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων τόν τε ζωδιακὸν καὶ τὸν τροπικὸν καὶ διὰ τῶν τοῦ τροπικοῦ πόλων καὶ τῆς ἀφῆς γινόμενον τὸν μεσημβρινόν:

»ἕνεκεν μὲν οὖν τοῦ τὴν γινομένην κατὰ πλάτος πλείστην πάροδον τῆς »σελήνης ἀκριβῶς ἐπιγινώσκειν, συνεχρώμεθα τῇ διοπτεύσει περί τε τὸ »θερινὸν τροπικὸν σημεῖον μάλιστα αὐτῆς ὑπαρχούσης. καὶ ἔτι περὶ τὸ αὐτὸ »τὸ τοῦ λοξοῦ κύκλου βόρειον πέρας διὰ τὸ περὶ ταῦτα τὰ σημεῖα ἐφ᾽ ἱκανὸν »διάστημα τὴν αὐτὴν πρὸς αἴσθησιν κατὰ πλάτος πάροδον ἀφορίζειν καὶ »διὰ τὸ πρὸς αὐτῷ τῷ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τοῦ σημείου τοῦ τῆς σελήνης »γινομένης ἐν τῷ δι᾽ ἀλεξανδρείας παραλλήλῳ καθ᾽ὃν ἐποιούμεθα τὰς »τηρήσεις ταύτην ἔγγιστα ποιεῖν τὴν φαινομένην θέσιν τῇ ἀκριβεῖ:

ἐπεὶ αἱ διὰ τοῦ εἰρημένου ὀργάνου τῶν τηρήσεων καταλήψεις τὰς φαινομένας ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὴν σελήνην ἀποστάσεις ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ καταλαμβάνονται, βουλόμενος καὶ τὰς ἀκριβεῖς ἐπ᾽ αὐτοῦ διὰ τοῦ ὀργάνου μεταχειρίσασθαι πρὸς τὴν κατάληψιν τῆς μεγίστης κατὰ πλάτος ἀποστάσεως δεόντως ἐποιεῖτο τὴν παρατήρησιν κατὰ τῶν εἰρημένων αὐτῷ τόπων τῆς σελήνης τυγχανούσης διὰ τὸ καὶ περὶ ταῦτα τὰ σημεῖα ἐφ᾽ ἱκανὸν διάστημα τὴν αὐτὴν κατὰ πλάτος πάροδον ἀφορίζεσθαι περιφέρειαν δῆλον διὰ τῶν γραφομένων ἐκ τῆς τοιαύτης καταγραφῆς.

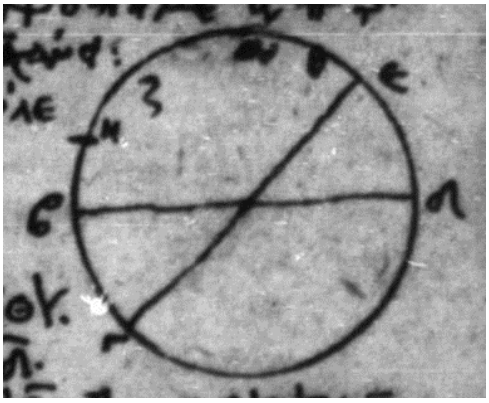
ἐὰν γὰρ ἐκθέμενοι τὸν δι᾽ ἀμφοτέρων τῶν πόλων τοῦ τε λοξοῦ τῆς σελήνης καὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων μέγιστον κύκλον γινόμενον μεσημβρινόν. καὶ διὰ τῶν τροπικῶν δηλονότι τὸν $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ καὶ γράψωμεν τοῦ μὲν λοξοῦ τῆς σελήνης ἡμικύκλιον τὸ $\overline{\beta\epsilon\delta}$ καὶ τοῦ διὰ μέσων τὸ $\overline{\alpha\epsilon\gamma}$. ὥστε τὸ μὲν $\overline{\beta}$ βόρειον πέρας εἶναι τὸ δὲ ᾱ θερινὸν τροπικὸν κατὰ τοῦ ε̄ συνδέσμου ἀπολάβωμεν ἐπὶ τοῦ λοξοῦ ἴσας περιφερείας ὡς τὰς $\overline{\epsilon\zeta}$ ζῃ̄· καὶ ἑξῆς διὰ τῶν γινομένων σημείων

ἴσους κύκλους γράψωμεν τοῦ διὰ μέσων ὡς τὸν ζθ̄ ηκ̄ καὶ ἑξῆς ἀνίσους ἀπολήψονται περιφερείας τοῦ ἑξῆς μεγίστου κύκλου τὰς μεταξὺ αὐτῶν διὰ τὸ ε̄ον′ θεώρημα τοῦ γ′ τῶν σφαιρικῶν καὶ μείζονας εἶναι. ἐπεὶ οὖν τὸ τοῦ μεγίστου τῶν τῶν παραλλήλων οἷον τοῦ αβγ διὰ μέσων. μείζων ἄρα ἡ μὲν αθ̄ τῆς θκ̄ καὶ ἑξῆς ἀλλήλων αἱ περὶ τὴν κατὰ τὸ β̄ μεγίστην ἀπόστασιν περὶ τὸ τροπικὸν κατὰ πλάτος ἀπόστασιν ἀδιαφοροῦσιν. ἀλλὰ τῆς ὑπεροχῆς μειουμένης καὶ ὥσπερ στάσιν ποιούσης πρὸς αὐτὴν τὴν μεγίστην κατὰ πλάτος ἀπόστασιν:



ἐπεὶ οὖν τὰς τοιαύτας παρατηρήσεις βούλεται ποιήσασθαι τοῦ βορείου πέρατος περὶ τὸ τροπικὸν θερινὸν τυγχάνοντος καὶ ἔτι τοῦτον καὶ τῆς σελήνης ἅμα ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ παραγίνεσθαι συμβαίνει δὲ καὶ μάλιστα μὴ ὡς ἐπιτοπολὺ μὴ ἅμα τὰ εἰρημένα ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ παραγίνεσθαι, ἀλλὰ κατὰ διαφόρους χρόνους ὅμως διὰ τὸ ἐπὶ τοιαύτης θέσεως ἐπὶ πλείονα χρόνον τὴν αὐτὴν κατὰ πλάτος ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ζωδιακοῦ καταλαμβάνεσθαι συμβήσεται κἂν περὶ τὸν χρόνον διαφορά τις γένηται τὴν αὐτὴν κατὰ πλάτος ἀπόστασιν τῆς πρὸς αἴσθησιν ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἀφορίζειν ὅση τις ἂν ἐγίνετο. καὶ εἰ ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ἅμα τὰ εἰρημένα παρεγίνετο. καὶ ἔτι διὰ τὸ τὴν τοιαύτην θέσιν αὐτὴν λαμβάνουσαν ἐν ἀλεξανδρείᾳ ὅπου ἡ τήρησις ἐγίνετο πλησιαίτερον τοῦ κατὰ κορυφὴν τυγχάνουσαν ἀνεπαίσθητον ποιεῖσθαι τὴν παράλλαξιν ὡς καὶ τὴν φαινομένην αὐτῆς θέσιν τὴν αὐτὴν γίνεσθαι τῇ ἀκριβεῖ. διὸ καὶ ἐπὶ τῶν τοιούτων παρόδων ποιούμενος τὴν παρατήρησιν κατελαμβάνετο ἀπέχον ἀεὶ τὸ κέντρον τῆς σελήνης τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἐπὶ τὰ νοτιώτερα αὐτοῦ μοίρας β̄ ζ′. ὡς δῆλον γίνεσθαι ὅτι ἡ μεγίστη κατὰ πλάτος τῆς σελήνης ἀπόστασις μοιρῶν ε̄ τυγχάνει:

ἵνα δὲ φανερὸν γένηται τὸ λεγόμενον, ἔστω ἐπὶ καταγραφῆς τὸ τοιοῦτον δεῖξαι.



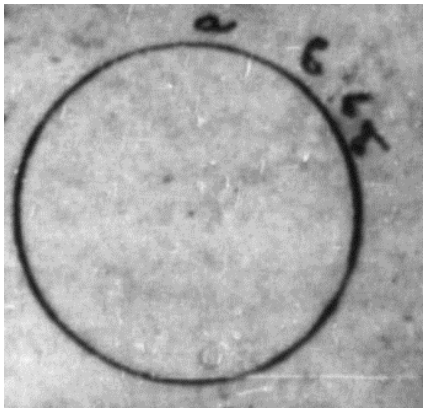
καὶ ἐκκείσθω μεσημβρινὸς ὁ αβ̄γδ καὶ ἰσημερινοῦ ἡμικύκλιον τὸ ε̄γ̄· ὁρίζοντος δὲ τὸ βδ̄· καὶ θερινὸν τροπικὸν σημεῖον ἔστω τὸ ζ̄· κατὰ κορυφὴν δὲ τὸ ᾱ· βόρειος δὲ πόλος τὸ η̄· καὶ ἐπεὶ ἡ σελήνη κατελαμβάνετο νοτιωτέρα τοῦ κατὰ

κορυφὴν μοίρας $\overline{\beta}$ ζʹ ὑποκείσθω κατὰ τὸ $\overline{\theta}$. ἐπεὶ οὖν ἐν ἀλεξανδρείᾳ ἔνθα ἡ τήρησις ἐγίνετο ἡ η$\overline{\beta}$ τοῦ ἐξάρματος τουτέστιν ἡ α$\overline{\epsilon}$ τοῦ κατὰ τὸν μεσημβρινὸν μοιρῶν ἐστι $\overline{\lambda}$ νηʹ ἔστι δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ᾱ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὴν κατὰ τὸ $\overline{\theta}$ τῆς σελήνης ἐποχὴν μοιρῶν $\overline{\beta}$ ζʹ. λοιπὸν ἄρα ἡ θ$\overline{\epsilon}$ μοιρῶν κῆ ναʹ· αἵτινες ὑπερέχουσι τῶν τῆς ε$\overline{\zeta}$ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τὸ θερινὸν τροπικὸν τὸ $\overline{\zeta}$ δεδειγμένον μ$^{\overline{\text{οι}}}$ κ$\overline{\gamma}$ ναʹ ταῖς λοιπαῖς τῆς ζ$\overline{\theta}$ τῆς σελήνης ἐπὶ τὸ θερινὸν τροπικὸν μοίραις $\overline{\epsilon}$ ἔγγιστα. ὥστε τὴν μεγίστην πάλιν τῆς σελήνης ἀπόστασιν συνάγεσθαι μοιρῶν ε̄ ἔγγιστα· διό φησι αἷς σχεδὸν ὑπερέχουσιν αἱ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν ἀποστάσεις μ$^{\overline{\text{οι}}}$ $\overline{\beta}$· ἢ ἵνα ᾖ λέγων αἷς ὑπερέχουσιν αἱ εἰρημέναι μοῖραι κῆ ναʹ τῶν ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τὸν θερινὸν τροπικὸν μοιρῶν κ$\overline{\gamma}$ ναʹ μοίραις δηλονότι ε̄ ἔγγιστα:

ιγ. ἀπόδειξις τῶν τῆς σελήνης ἀποστημάτων

ὃν τρόπον ἐπὶ τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}$′ ἀνωμαλίας καθ᾽ ἑκάστην ἀπόστασιν τοῦ ἐπικύκλου τὸν λόγον τῆς ἐκκεντρότητος ἀποδεικνύων τὴν διαφορὰν τῆς ἀνωμαλίας ἐπελογίζετο καθάπερ καὶ ἐπὶ τοῦ ς′ θεωρήματος τούτου τοῦ βιβλίου τὴν ἀκριβῆ ἀποχὴν διὰ τῶν γραμμῶν βουλόμενος ἀποδεῖξαι τὸν κατὰ τοῦ τότε ἀποστήματος τοῦ ἐπικύκλου λόγον τῆς ἐκκεντρότητος παρελάμβανεν, οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν παραλλάξεων διὰ τῶν λόγων τῶν ἀποστημάτων τὰς κατὰ μέρος παραλλάξεις μέλλων ἀποδεικνύναι, ζητεῖ $\bar{\alpha}^{\text{ον}}$ τὸν τοιοῦτον λόγον οἷος ἐστί· καὶ ὃν ἂν ἔχῃ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν αὐτῆς πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς μέχρις αὐτῆς τῆς σελήνης· τουτέστιν οἵου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς $\bar{\alpha}$ ἵνα εἰς τὸν τοιοῦτον λόγον μεταβῇ ἐκ τοῦ τῆς ἐκκεντρότητος λόγου· καὶ φησὶ πρὸς τοῦτο· τετήρηκεν ὁμοίαν τῇ ἐπάνω τηρήσει ἐπὶ τὸ χειμερινὸν μέντοι τροπικὸν ἵνα πλεῖον τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀπέχουσα, καταδηλοτέραν τὴν παράλλαξιν ποιῆται. γέγονε δὲ αὐτῷ ἡ τήρησις τῷ $\bar{\kappa\epsilon}$ ἔτει ἀδριανοῦ· κατ᾽ αἰγυπτίους ἀθὺρ ιγ′ μετὰ $\bar{\epsilon}$ ϟ′ γ′ ὡρῶν ἰσημερινῶν τῆς μεσημβρίας καὶ ἑξῆς. κατειλήφθωσαν ἐκ τῆς τοιαύτης θέσεως τῶν κανόνων ἀκριβῶς αὐτὴν ἐπέχουσαν κατὰ μῆκος αἰγόκερω μοίρας $\bar{\gamma}$ ι′· ἀφεστῶσαν δὲ τοῦ τοιούτου τμήματος τοῦ ζωδιακοῦ μοίρας $\overline{\delta}$ νθ′, φησὶν ὅτι τὸ ἄρα κέντρον τῆς σελήνης ἀπεῖχε τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου μοίρας $\overline{\mu\theta}$ μη′.

ἔστω γὰρ μεσημβρινὸς κύκλος ὁ $\overline{\alpha\beta\gamma}$· καὶ τὸ μὲν $\bar{\alpha}$ ὑποκείσθω κατὰ κορυφὴν σημεῖον· τὸ δὲ $\overline{\beta}$ τοῦ ἰσημερινοῦ· τὸ δὲ $\bar{\gamma}$, το χειμερινὸν τροπικὸν· τὸ δὲ $\overline{\delta}$, τὸ κατὰ τὰς $\bar{\gamma}$ ι′ μοίρας τοῦ αἰγόκερω. καὶ ἐπεὶ τούτου τοῦ σημείου ἀπεῖχεν ἡ σελήνη πρὸς ἄρκτους ἀκριβῶς μοίρας $\overline{\delta}$ νθ′, ὑποκείσθω κατὰ τὸ $\bar{\epsilon}$. διὸ τὸν $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ τὸν αὐτὸν εἶναι ἔγγιστα καὶ τῷ διὰ τῶν τοῦ ζωδιακοῦ πόλων· πρὸς ὃν αἱ κατὰ πλάτος ἀποστάσεις τῆς σελήνης λαμβάνονται.



ἐπεὶ οὖν ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης δι᾽ ἀλεξανδρείας οἰκήσεως ἡ $\overline{\beta\delta}$ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν μοιρῶν εἶναι $\overline{\lambda}$ νη′. εὑρίσκεται δὲ ἐκ τοῦ τῆς λοξώσεως κανονίου καὶ ἡ $\overline{\beta\delta}$ μοιρῶν $\overline{\kappa\gamma}$ μθ′. τοσαῦται γὰρ ὀφείλουσι παρακεῖσθαι ταῖς $\overline{\pi\xi}$ ν′ ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπὶ τὰς $\bar{\gamma}$ ι′ μοίρας τοῦ αἰγόκερω. ὥστε καὶ ὅλη ἡ $\overline{\alpha\delta}$ συναχθήσεται μοιρῶν $\overline{\nu\delta}$ νζ′· ἦν δὲ καὶ ἡ $\overline{\delta\epsilon}$ μοιρῶν $\overline{\delta}$ νθ′· καὶ λοιπὸν ἄρα πάλιν ἔσται ἡ $\overline{\alpha\epsilon}$ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὴν σελήνην ἀπόστασις μοιρῶν $\overline{\mu\theta}$ μη· ἐφαίνετο δὲ ἐκ τῆς τηρήσεως ἀπέχουσα τοῦ αὐτοῦ

κατὰ κορυφὴν μοίρας $\bar{\nu}$ νε′. παρήλλαξεν ἄρα ἡ σελήνη κατὰ τὸν χρόνον τῆς προκειμένης τηρήσεως ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς καὶ τοῦ πόλου τοῦ ὁρίζοντος τουτέστι τοῦ κατὰ κορυφὴν γινομένου μεγίστου κύκλου μοίρας $\bar{\alpha}$ ζ′ ἀπέχουσα μὲν τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου μοίρας $\overline{\mu\theta}$ νη′ ἐπέχουσα δὲ μέσως τοῦ τοξότου μοίρας $\kappa\bar{\epsilon}$ μδ′· ἀπέχει δὲ πάλιν τοῦ μὲν μέσου ἡλίου μοίρας $\overline{\sigma\eta}$ ιγ′. ἀπὸ δὲ μέσου ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας $\sigma\bar{\xi}\beta$ κ′· ἀπὸ δὲ τοῦ βορείου πέρατος μοίρας $\overline{\tau\nu\delta}$ μδ′:

δοθείσης οὖν τῆς τοιαύτης παραλλάξεως καθὼς ἐπάνω ἔλεγε· καταλαμβάνεται δὲ τοῦ $\bar{\iota}$′ θεωρήματος κατὰ τὴν εἰρημένην τήρησιν τῆς σελήνης ἀπόστημα· τουτέστιν ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τὴν σελήνην τοιούτων ἐστὶ $\overline{\lambda\theta}$ με′ οἵων ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς μέχρι τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς $\bar{\alpha}$.

εἶτα πάλιν ἐν τῷ ἑξῆς ια′ θεωρήματι λαβὼν τὰς αὐτὰς κινήσεις, τουτέστι τάς τε τῆς ἀποχῆς μοίρας $\overline{\sigma\eta}$ ιγ′καὶ τὰς ἀπὸ τοῦ μέσου ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας μοίρας $\sigma\bar{\xi}\beta$ κ′ συνάγει οἵων ἐστὶ τὸ κατὰ τὴν τήρησιν τῆς σελήνης ἀπόστημα μοιρῶν $\overline{\lambda\theta}$ ὃ· τὸ δὲ κατὰ τὰς διχοτόμους καὶ περίγειον λῆ μγ′· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου $\bar{\epsilon}$ ι′. ὡς συνάγεσθαι τὸ μὲν κατὰ τὰς συζυγίας μέγιστον ἀπόστημα μοιρῶν $\overline{\xi\delta}$ ι′· τὸ δὲ ἐλάχιστον μοιρῶν $\nu\bar{\gamma}$ ν′· τὸ δὲ κατὰ τὰς διχοτόμους μέγιστον $\mu\bar{\gamma}$ νγ′· τὸ ἐλάχιστον $\lambda\bar{\gamma}$ λγ′:

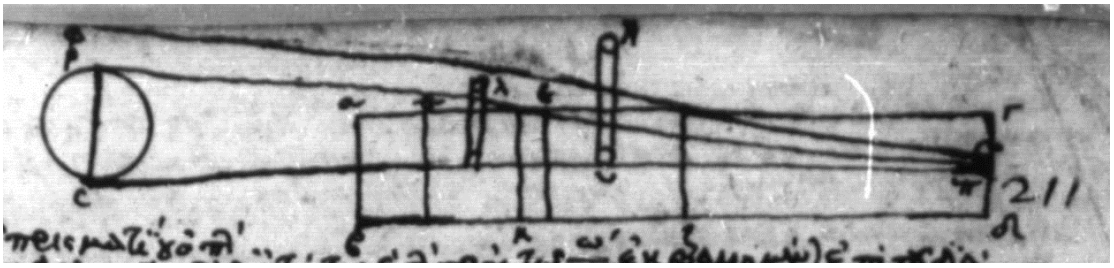
ιδ. **π**ερὶ τῆς **π**ηλικ**ό**τητ**ο**ς τῶν ἐν ταῖς συζυγίαις φαιν**ομ**ένων ἡλί**ο**υ καὶ σελήνης σκιᾶς

ἀποδείξας κατὰ δ̄ ὅρους τὸν λόγον τῶν ἀποστημάτων δύο μὲν τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος, τῆς δὲ σελήνης κατά τε τὸ ἀπόγειον καὶ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου, ἑτέρων δὲ δύο ὁμοίως τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος ἑξῆς βουλόμενος καὶ τὸν τοῦ ἡλιακοῦ ἀποστήματος λόγον συναποδεῖξαι διὰ τὸ καὶ αὐτοῦ ἐλαχίστας τινὰς αἰσθητὰς παραλλάξεις καταλαμβάνεσθαι, ἐρεῖ πρότερον γίνεσθαι τὴν τοιαύτην ἀπόδειξιν μεγίστων τῶν ἐκτεθειμένων κατὰ τὰς συζυγίας τῆς σελήνης ἀποστημάτων, ἔχοιμεν ἂν καὶ τὰ μεγέθη τῶν ἐν αὐταῖς ὑποτεινομένων πρὸς τῇ ὄψει γωνιῶν ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἡλίου καὶ σελήνης καὶ σκιᾶς. τῶν δὴ πρὸς τὴν τοιαύτην ἐπίσκεψιν ἐφόδων τὰς μὲν ἄλλας ὅσαι δι᾽ ὑδρομετρίων ἢ κατὰ τοὺς μεσημβρινοὺς ἀναδοθέντας χρόνους δοκοῦσι τὴν τῶν φώτων ποιεῖσθαι καταμέτρησιν παρητησάμεθα διὰ τὸ μὴ ὑγιῶς δύνασθαι διὰ τῶν τοιούτων τὸ προκείμενον λαμβάνεσθαι. ἐπειρῶντο οἱ παλαιότεροι τῶν μαθηματικῶν τὰς εἰρημένας γωνίας καταλαμβάνεσθαι, κατασκευάσαντες ἀγγεῖον τρῆμα ἔχον πρὸς τῷ πυθμένι ἐκρέον ὁμαλὴν ῥύσιν ἀκολούθως τοῖς περὶ τῆς τοιαύτης ῥύσεως εἰρημένοις ἥρωνι ἐν τῷ ᾱ^φ′ τῶν ὑδρείων. καὶ σκοποῦντες πότε ὁ ἥλιος ἀρχὴν ποιεῖται τοῦ ἀνατεῖλαι ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τυγχάνων ἅμα τῷ ἄρχεσθαι αὐτὸν, εἴων τὸ ἀγγεῖον εἰς μικρὸν ἕτερον ἀγγεῖον ὡς ὅλον αὐτοῦ τὸ μέγεθος ἀναμετρεῖν· καὶ ἐλάμβανον τὸ ἐκρεῦσαν ὕδωρ. εἶτα πάλιν παρατιθέντες ἕτερον ἀγγεῖον ἀπολαμβάνον τὸ ἑξῆς ῥέον ὕδωρ ἕως οὗ πάλιν τοῦ ἡλίου μετὰ τῇ ἑξῆς ἡμέρᾳ ἀνατείλαντος· καὶ πάλιν ἀφήρουν τὸ ἀγγεῖον εἰς ὃ ἡ μέτρησις ἐγένετο. καὶ ἐμέτρουν ποσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὕδωρ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης ἀναμετρήσεως τοῦ ἡλίου μέχρι τῆς ἑξῆς ὅλης ἀναμετρήσεως. καὶ ὁσαπλάσιον κατελαμβάνετο, τοῦτον ἔλεγον ἔχειν τὸν λόγον καὶ τὸν χρόνον καὶ τὴν τοῦ ἡλίου φαινομένην διάμετρον πρὸς τὸν ὑφ᾽ αὑτοῦ γραφόμενον κύκλον, δηλαδὴ λαμβάνοντες τὴν εὐθεῖαν ὡς ἀδιάφορον περιφέρειαν. ψευδὴς δέ ἐστιν ἡ τοιαύτη κατάληψις διὰ τὸ μήποτε τὸ τοῦ ἡλίου οἰκεῖον μέγεθος φαίνεσθαι διὰ τὴν πρὸς τῇ γῇ ἀναθυμίασιν· ἀλλὰ καὶ παραλλάττειν αὐτὸν ἑαυτοῦ παρὰ τὴν διάφορον τῶν ἀέρων κράσιν:

»κατασκευάσαντες δὲ καὶ αὐτοὶ τὴν ὑποδεδειγμένην ὑπὸ τοῦ ἱππάρχου διὰ »τοῦ τετραπήχους κανόνος διόπτραν καὶ τὰ ἑξῆς:

ἐγένετο δὲ τῷ ἱππάρχῳ κατασκευὴ τῆς διόπτρας τοιαύτη· πεποίηκε κανόνα μῆκος μὲν ἔχοντα πηχῶν δ̄^ων· πλάτος δὲ καὶ βάθος σύμμετρον ὥστε ἀδιάστροφον δύνασθαι αὐτὸν μένειν. καὶ τοῦτον κοιλάνας καὶ ποιήσας εἰς τὰς παρ᾽ ἑκάτερα αὐτοῦ πλευρὰς ἐπὶ τὸ ἐντὸς μέρος ἐπὶ τοῦ μήκους σωλῆνας

καθάπερ ἐπὶ τῶν καλουμένων γλωσσοκόμων εἰσῆξε δι᾽ αὐτῶν παράλληλον πλινθίον δυνάμενον δι᾽ ὅλου τοῦ κανόνος εὐλύτως ἕλκεσθαι. καὶ ἐπὶ τούτου ἐνέπηξε πρισμάτιον ὀρθὸν πρὸς τὸ παράλληλον ἔχον ἐπὶ κατ᾽ αὐτοῦ ληφθείσης εὐθείας γραμμῆς τρημάτια δύο· ὧν τὸ μὲν πρὸς αὐτῷ τῷ παραλλήλῳ· τὸ δὲ ἕτερον πρὸς τὸ ἄνω πέρας τοῦ πρισματίου· ἐνήρμοσε δὲ καὶ ἕτερον μικρὸν πρισμάτιον εἰς τὸ πέρας τοῦ κάτω πρὸς αὐτῷ πρισματίου ὀπὴν ἔχον πρὸς τῷ κανόνι λεπτὴν κατὰ μέσην πάλιν γραμμὴν. ὥστε κατὰ τῆς τοῦ

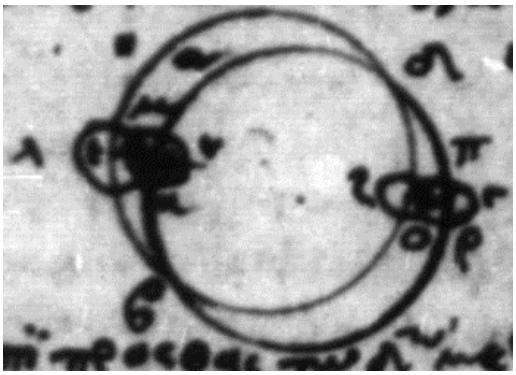


παραλλήλου ἐπαφῆς καὶ τοῦτο τυγχάνειν καὶ ἐπιγίνεσθαι· τὴν δ᾽ ἐν τούτῳ καὶ τὴν πρὸς τῷ παραλλήλῳ ἐκβαλλομένην ἐπὶ τοῦ διὰ τῆς τοῦ παραλλήλου ἐπιφανείας νοουμένου ἐπιπέδου· ἔστω οὖν ὁ μὲν κανών, ὁ αβγδ· τὸ δὲ παράλληλον, τὸ εζ· τὸ δὲ ὀρθὸν αὐτῷ πρισμάτιον, τὸ ηυ· τρήματα ἔχον ὡς ὑπογέγραπται τὰ υ η· τὰ δὲ πρὸς τῷ πέρατι τοῦ κανόνος καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ τὸ οπ, τρῆμα πάλιν ἔχον τὸ τ. ἐποιεῖτο οὖν διὰ τῆς τοιαύτης κατασκευῆς τοῦ ὀργάνου καὶ αὐτὸς τὰς παρατηρήσεις ἀκολούθως τῷ ἱππάρχῳ τὸν τρόπον τοῦτον· τοῦ γὰρ ἡλίου μετὰ τὴν ἀνατολὴν ἐν καθαρῷ ἀέρι τυγχάνοντος ὡς τοῦ ρσ, καὶ διαμέτρου αὐτοῦ οὔσης τῆς ρ, παρετίθετο τὸ ὄμμα ἐπὶ τὸ πρὸς τῷ τ τρημάτιον ἕως οὗ δι᾽ αὐτοῦ καὶ κατὰ τοῦ υ τρήματος θεάσηται τὸ πρὸς τῷ σ πέρας τοῦ ἡλίου. εἶτα πάλιν διώπτευεν ἕως οὗ διὰ τοῦ τ καὶ τοῦ κατὰ τὸ η τρήματος θεάσηται τὸ πρὸς τῷ ρ πέρας τοῦ ἡλίου παραφέρων δηλαδὴ τὸ εζ παράλληλον ἕως τὸ τοιοῦτον πέρας θεωρηθῇ. τῆς γὰρ κατὰ τὸ ζ θέσεως τοῦ παραλλήλου τὰς ἀπὸ τῆς ὄψεως εὐθείας ἀποστελλούσης ὡς τὴν τφ παραφέρων τὸ εζ παράλληλον ὡς ἐπὶ τὰ πρὸς τὸν ἥλιον μέρη ἕως οὗ ἐλαττουμένης τῆς γωνίας διὰ τοῦ τ καὶ τοῦ κατὰ τὸ η τρηματίου ὄψις κατὰ τοῦ ρ γένηται:

καὶ γεγονέτω χάριν λόγου κατὰ τῆς πρὸς τὸ θη θέσεως τοῦ παραλλήλου ἔσται ἄρα ἡ γωνία δι᾽ ἧς ἐθεωρήθη ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος ἡ ὑπὸ ρπσ· ἔτι δὲ καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης τὴν ὁμοίαν παρατήρησιν ποιούμενος κατελαμβάνετο ὑπὸ τῆς αὐτῆς γωνίας τῷ ἡλίῳ καὶ τὴν σελήνην θεωρουμένην ὅταν κατὰ τοῦ ἐν ταῖς συζυγίαις μεγίστου ἀποστήματος τυγχάνῃ καὶ οὐχὶ ὅπερ κατὰ τοῦ μέσου καθὼς οἱ πρὸ αὐτοῦ. τὸ μὲν γὰρ ποτὲ ἴσην ὑποτείνειν γωνίαν ἐκ τῶν διαμέτρων ἡλίου καὶ σελήνης᾽ ράδιον ἐκ τῆς τοῦ κανόνος κατασκευῆς ἠδύνατο

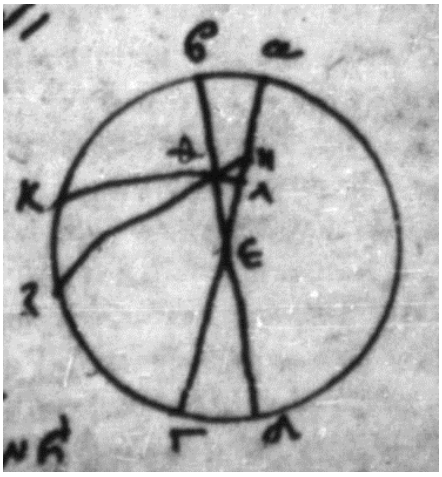
λαμβάνεσθαι διὰ τοῦ αὐτοῦ τόπου τοῦ [...] παραλλήλου τυγχάνοντος· τὸ δὲ κατὰ πηλίκην πάνυ αὐτῷ ἀμφίβολον κατεφαίνετο ἡ ἐν ταῖς ἐπιβολαῖς τῶν τηρήσεων ἐπιπρόσθησις πάλιν ὡς τοῦ νλ̅ ἀσύμμετρον κατελαμβάνετο γινόμενον μὴ κατὰ τῆς ὄψεως ἐπὶ τὸ πρισμάτιον ὡς τὸ τν̅. καὶ διὰ τοῦτο μὴ ἀκριβῶς μετρηθῆναι δυνάμενον πόσων ἐστὶν οἵων ἡ λν̅ εἰς ἴσα διαιρεθεῖσα διὰ τὸ καὶ μέχρι β̅ ἑξηκοστῶν δέον εἶναι ἀκριβολογεῖσθαι, ἐπεὶ καὶ αἱ διάμετροι α̅ καὶ β′ ἑξηκοστῶν καταλαμβάνονται. εἰ γὰρ εἶχε ταύτην ἀκριβῆ οἵων ἡ νλ̅ διαιρεθεῖσα, εἶχεν ἄρα καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν καὶ τὸ ἀπὸ τῆς λτ̅ καὶ αὐτὴν τὴν λτ̅ καὶ τὴν ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρειαν καὶ τὴν ὑπὸ λτ̅ν γωνίαν οἵων αἱ δύο ὀρθαὶ καὶ οἵων αἱ δ̅· ἐπεὶ οὖν πάντοτε ἡ σελήνη τὴν ἴσην τῷ ἡλίῳ γωνίαν ἐφαίνετο ποιουμένη κατὰ τὸ ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόστημα ἐκ τῶν περὶ τοῦτο τὸ ἀπόστημα ἐκλειπτικῶν τηρήσεων τῆς ὑποτεινούσης αὐτὴν γωνίας τὸ μέγιστον ἐπελογίζετο, αὐτόθεν καὶ τὴν αὐτὴν τοῦ ἡλίου εἶχεν κατειλημμένην· πρὸς οὖν τὴν τοιαύτην κατάληψιν ἐκτίθεται β̅ τηρήσεις σεληνιακῶν ἐκλείψεων παλαιοτέρας καὶ ἀκριβέστερον ἐξητασμένας. καὶ α̅ μέν, ἣ ἀπέχει ἀπὸ μὲν τοῦ καταβιβάζοντοςσυνδέσμου εἰς τὰ προηγούμενα μοίρας θ̅ κ′· ἀπὸ δὲ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἐπὶ τοῦ πρὸς ὀρθὰς τῷ λοξῷ ἑξηκοστὰ ς′ ἔλειπεν ἀπὸ νότου τὸ δ̅ τῆς διαμέτρου. τὸ δὲ ἐξέλειπεν ἀπὸ νότου, οὐχ ὅτι νοτία οὖσα τοῦ διὰ μέσων. φανερὸν γίνεται ὅτι προηγουμένη τοῦ καταβιβάζοντος βορειοτέρα τοῦ διὰ μέσων ἐτύγχανεν ἀλλ᾽ ὅτι τοῦ σώματος αὐτῆς τὸ νοτιώτερον μέρος ἐπεσκοτεῖτο. β̅^{αν}′ δέ, ἐν ᾗ πάλιν ἀπεῖχεν εἰς τὰ προηγούμενα τοῦ μὲν ἀναβιβάζοντος συνδέσμου μοίρας ζ̅ μη′· τοῦ δὲ διὰ μέσων ἐπὶ τοῦ ὀρθοῦ τῷ λοξῷ ἑξηκοστὰ μ′ μ′′ ἐξέλειπεν αὐτῆς τοῦ ἀρκτώου μέρους νοτιωτέρας τυγχανούσης τὸ ϟ′ τῆς διαμέτρου. καὶ διὰ ταῦτά φησιν ἐπεὶ οὖν ἡ τῶν δύο ἐκλείψεων ὑπεροχὴ τὸ δ̅^{ον}′ περιέχει τῆς σεληνιακῆς διαμέτρου, ἡ δὲ τῶν ἐκκειμένων τοῦ κέντρου αὐτῆς β̅ διαστάσεων ἀπὸ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων τοῦ κέντρου τῆς σκιᾶς ἑξηκοστὰ α̅ μοίρας κζ̅ ϟ γ′. φανερὸν ὅτι καὶ ὅλη ἡ διάμετρος τῆς σελήνης ὑποτείνει μεγίστου κύκλου περιφέρειαν ἑξηκοστῶν α̅ μοίρας λα′ γ̅′:

ἵνα δὲ κατάδηλον γένηται τὸ τοιοῦτον ὡς ἐν τῷ τῆς σελήνης ἔστω ὁμόκεντρός τε τῷ διὰ μέσων τῶν ζωδίων καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτοῦ κείμενος ὁ αβγδ· ὁ δὲ λοξὸς τῆς σελήνης ὁ εζη· καὶ τὸ μὲν βόρειον αὐτοῦ πέρας κατὰ τὸ η̅· ὁ δὲ καταβιβάζων μὲν σύνδεσμος κατὰ τὸ β̅· ὁ δὲ ἀναβιβάζων κατὰ τὸ δ̅. καὶ επεὶ κατὰ τὴν α′ ἔκλειψιν ἀπεῖχεν ἡ σελήνη τοῦ καταβιβαζομένου συνδέσμου εἰς τὰ



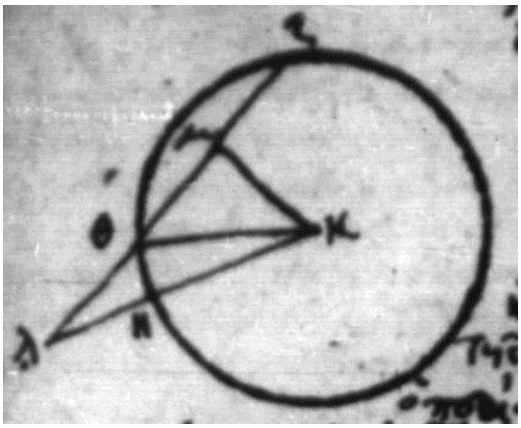
προηγούμενα ἐπὶ τοῦ λοξοῦ κύκλου μοίρας θ̅ κ′, ἔστω τὸ κέντρον τῆς σελήνης κατὰ τοῦ ε̅· καὶ γεγράφθω πρὸς ὀρθὰς τῷ λοξῷ ἡ εθ̅. ὥστε τὴν μὲν βε̅ εἶναι μοιρῶν θ̅ κ′· τὴν δὲ εθ̅ ἑξηκοστῶν μη′ ϟ′. καὶ γεγράφθω κατὰ τὸ ε̅ κέντρον ὁ κατὰ τὸ σφαιρικὸν μέγεθος τῆς σελήνης· καὶ περὶ τὸ μέγιστον αὐτῆς ἀπόστημα φαινόμενος ὁ ἥλιος ἀδιάφορος τυγχάνων τοῦ ἐν αὐτῷ μεγίστου κύκλου ὁ κλ̅· ὁ δὲ τῆς σκιᾶς ὃν ἀποτέμνει ἀπὸ τοῦ κώνου περὶ τὸ αὐτὸ μέγιστον ἀπόστημα περὶ κέντρον τὸ θ̅ ὁ μ̅ν̅ ἐπιπροσθεὶς τῷ δ̅ῳ′ μέρει τῆς σεληνιακῆς διαμέτρου. πάλιν ἐπεὶ κατὰ τὴν β′ ἔκλειψιν προηγεῖτο τὸ κέντρον τῆς σελήνης τοῦ ἀναβιβάζοντος συνδέσμου μοίρας ζ̅ μη′ ἐπὶ τοῦ λοξοῦ ὡς ὅτι κατὰ τὸ ζ̅ καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ ἡ ζγ̅. ὥστε τὴν μὲν ζδ̅ μοιρῶν εἶναι ζ̅ μη′ τὴν δὲ ζγ̅ ἑξηκοστῶν μ′ μ′′. καὶ γεγράφθωσαν πάλιν οἱ κατὰ τὸ αὐτὸ μέγιστον ἀπόστημα τῆς τε σελήνης καὶ τῆς σκιᾶς κύκλοι ὁ μὲν τῆς σελήνης ὁ ξ̅ο̅ περὶ τὸ εἰρημένον κέντρον τὸ ζ̅ ὁ δὲ τῆς σκιᾶς ὁ π̅ρ̅ περὶ κέντρον τὸ γ̅· ἐπισκοτῶν τὸ ϟ′ τῆς σεληνιακῆς διαμέτρου δηλαδὴ τῆς περιφερείας αὐτοῦ ἐπιψαυούσης τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς καταγραφῆς. καὶ ἐπεὶ περὶ τὸ αὐτὸ μέγιστον ἀπόστημα ἐτύγχανεν ἡ σελήνη καθἑκατέραν τῶν ἐκλείψεων, ἴσοι ἔσονται ἀλλήλοις οἱ κύκλοι, ὅ τε τῆς σελήνης τῷ τῆς σελήνης. καὶ ὁ τῆς σκιᾶς τῷ τῆς σκιᾶς, ὡς ἐν τοῖς τοῦ δ′ βιβλίου ὑπομνήμασιν ἐδηλοῦμεν· καὶ ἐπεὶ ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ ε̅ θέσεως τῆς ᾱ̅ης̅ ἐκλείψεως ἐν τῷ μέσῳ χρόνῳ τὸ τέταρτον τῆς διαμέτρου ἐπεσκοτεῖτο, δῆλον ὡς ὅτι ὁ τῆς σκιᾶς κύκλος διχοτομῶν θεωρούμενος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης, ἴσην ἐποίει ἀδιάφορον τὴν εμ̄ περιφέρειαν τῇ μκ̄ περιφερείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν εθ̅ ἑξηκοστῶν ἐστὶ μη′ ι′′, ἡ δὲ γξ̅ μ̄′ μ′′, ἔσται ἄρα ἡ ὑπεροχὴ τῶν εθ̅ ζγ̅ περιφερειῶν ἑξηκοστῶν θ′ ι′′· καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν πρ̄ τῷ μν̄ κύκλῳ τῆς σκιᾶς ἴσαι εἰσὶν καὶ αἱ θμ̄ μζ̅ περιφέρειαι. ὥστε ἡ ὑπεροχὴ τῆς εθ̅ περιφερείας πρὸς τὴν ζγ̅ τουτέστιν ἡ εμ̄ ἀδιάφορον δ̅ον̅ οὖσα μέρος τῆς ὑποτεινούσης ὑπὸ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἔσται ἑξηκοστῶν ζ̅ ν′. καὶ ὅλη ἄρα ἡ ὑποτεινομένη ὑπὸ εἰρημένης διαμέτρου ἔσται ἑξηκοστῶν λα′ κ′′. ὥστε φανερὸν ὅτι καὶ ὅλη ἡ διάμετρος τῆς σελήνης ὑποτείνει μεγίστου κύκλου περιφέρειαν ἑξηκοστῶν ᾱ μοίρας λα′ γ′ον̅. φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σκιᾶς κατὰ τὸ αὐτὸ μέγιστον ἀπόστημα ὑποτείνει περιφέρειαν μεγίστου κύκλου ἑξηκοστῶν μ′ μ′′. ἐπειδήπερ τὸ ζ̅ κέντρον τῆς σελήνης τοσαῦτα ἑξηκοστὰ ἀπέχει τοῦ γ̅ κέντρου τῆς σκιᾶς διὰ τὸ τὸ ϟ′ ἐκλελοιπέναι τῆς σεληνιακῆς διαμέτρου ἀδιαφόρῳ δὲ ἐλάττονα εἶναι ἢ διπλασίων· καὶ ἔτι τρισὶ ε̅οις̅ [...] τὰ μ′ μ′′ ἑξηκοστὰ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης. διὰ τοῦτο μὲν καὶ τὰ ιε̅ μ′ γίνονται λᾱ κ′ τὰ δὲ γ ε̅α θ̅ κδ · τὸ γὰρ ᾱ ε̅ον′ γ̅ η̅ ἐστίν. ὡς συνάγεσθαι τὰ διπλάσια μετὰ τῶν γ̅ μὲν μ′ μδ· καὶ ὑπερβάλλειν τὰ μ̄ μ̄ ἑξηκοστὰ τοῖς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σκιᾶς β′ δ′′ ἑξηκοστοῖς· μηδενὶ αἰσθητῷ καταβλάπτουσι τὴν τοῦ λόγου λῆψιν. εἴρηται οὖν

τὸ διάφορον μεῖζον ὡς πρὸς τὸν λόγον. κέχρηται δὲ τῷ λόγῳ τῶν περιφερειῶν ἀντὶ τοῦ ὑπ᾽ αὐτὰς εὐθειῶν διὰ τὸ ἀδιάφορον πάλιν τὸν λόγον καταλαμβάνεσθαι ἐκ τῶν ἡλιακῶν τηλικοῦτον [...]· καὶ ἐὰν [...] τὰς εὐθείας ἐκθώμεθα ἔσται ἡ μὲν ὑπὸ τὰ μ′ μ′′ ἑξηκοστὰ περιφέρειαν ὑποτείνουσα ὃ μβ′ μδ′· ἡ δέ ὑπὸ τὰ ιε μ ὃ ις κδ. καὶ ἔστι πάλιν τὰ ō μβ′ λδ′ τῶν ō ις′ κδ′′ [...] καὶ ἔτι τρισὶ $\bar{\varepsilon}^{\text{οις}}$ [...]. παρείληφε δὲ τὰς πρὸς τὸν διὰ μέσων τῆς σελήνης ἀποστάσεις ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῶν πόλου τοῦ λοξοῦ κύκλου ἐπὶ τῶν μεγίστων ἐπισκοτήσεων διὰ τὸ τὴν τοῦ οὕτω γραφομένου μεγίστου κύκλου μεταξὺ τῶν κέντρων περιφέρειαν τῆς τε σελήνης καὶ τῆς σκιᾶς ἐλάτττονα γινομένην τῆς ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν πόλων τοῦ ζωδιακοῦ μεταξὺ τῶν αὐτῶν κέντρων ἀπολαμβανομένης διαμέτρου [...] τὴν ἐπισκότησιν ἀποτελεῖν. ἔστω



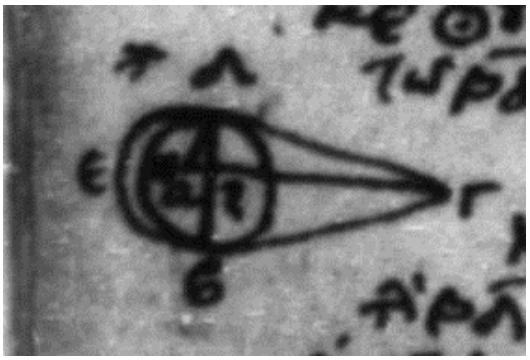
γὰρ ὁ δι᾽ ἀμφοτέρων τῶν πόλων τοῦ τε ζωδιακοῦ καὶ τοῦ λοξοῦ τοῦ τῆς σελήνης κύκλος ὁ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$· καὶ τοῦ μὲν διὰ μέσων τῶν ζωδίων ἡμικύκλιον ἔστω τὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$· τοῦ δὲ λοξοῦ τῆς σελήνης, τὸ $\overline{\beta\varepsilon\delta}$· κοινὴ δὲ αὐτῶν τομὴ ἥτις ἐστὶ σύνδεσμος τὸ ε̄. καὶ ἀπεχέτω τοῦ ε̄ συνδέσμου ἡ σελήνη ὡς κατὰ τὴν προτέραν ἔκλειψιν μοίρας θ̄ κ′· καὶ ἔστω τ~~ὸ θ κέντρον~~ κατὰ τὸ θ̄· καὶ διὰ τοῦ ζ̄ πόλου τοῦ λοξοῦ γεγράφθω μεγίστου κύκλου περιφέρεια ἡ ζθη̄· καὶ ἔστω τὸ κέντρον τῆς σκιᾶς κατὰ τὸ η̄· ἐπεὶ οὖν εἰς β̄ μεγίστων κύκλων περιφερείας τὰς αε̄ καὶ αζ̄ δύο διηγμέναι ἴσαι αἱ εθ̄β ζθ̄η τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ θ̄ καὶ ἐπεὶ ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ζα̅ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς αβ̄ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ζη̄ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ηθ̄· καὶ τοῦ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς θε̄ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς εβ̄, ἀλλ᾽ ἡ μὲν διπλῆ τῆς ζα̅ μοιρῶν ἐστι ρζ̄· καὶ ἡ ὑπ᾽ αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων $\overline{\rho\iota\theta}$ λβ′ λζ′′· ἡ δὲ διπλῆ τῆς αβ̄ μοιρῶν ῑ· καὶ ἡ ὑπ᾽αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ῑ κζ′· ἡ δὲ $\bar{\beta}^{\bar{\eta}}$ τῆς εθ̄ περιφερείας μοιρῶν ιη̄, καὶ ἡ ὑπ᾽αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ιθ̄ κζ′ μα′′· ἡ δὲ $\bar{\beta}^{\bar{\eta}}$ τῆς εβ̄ μοιρῶν ρπ̄· καὶ ἡ ὑπ᾽ αὐτὴν εὐθεῖα τμημάτων ρκ̄· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ τῶν $\overline{\rho\iota\theta}$ λβ′ λζ′′ πρὸς τὰ ῑ κζ′ λβ′′ λόγου ἀφέλωμεν τὸν τῶν ιθ̄ κζ′ μα′′ πρὸς τὰ ρκ̄ καταλειφθήσεται ὁ λόγος τῆς ὑπὸ τὴν $\bar{\beta}^{\bar{\eta}\nu}$ τῆς ζη̄ πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ηθ̄ ὁ τῶν $\overline{\rho\iota\theta}$ λβ′ λζ′′ πρὸς τὰ ᾱ μα′ μς′′:

καὶ διὰ τὸ ιγ′ θεώρημα τοῦ α′ βιβλίου, δοθείσης τῆς ζθ περιφερείας τῶν τοῦ δμορίου μοιρῶν ϛ, δοθήσεται καὶ ἡ ηθ. γεγράφθω ὁ ηθζ κύκλος περὶ κέντρον τὸ κ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κατὰ τὰ η ζ θ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ λ· καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ κ ἐπὶ τὴν ζθ κάθετος ἡ κμ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κθ. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ζη περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ζθ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ζλ εὐθείας πρὸς τὴν λθ, τοῦτο γὰρ δέδεικται καὶ ἐν τῷ ιβ′ θεωρήματι τοῦ αὐτοῦ α′ βιβλίου, καὶ ἐστὶν ὁ τῆς ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ζη περιφερείας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν διπλῆν τῆς ηθ λόγος ὁ τῶν ριθ λβ′ λζ′′ πρὸς τὰ ᾱ μα′ μς′′. καὶ ὁ τῆς ζλ ἄρα εὐθείας πρὸς τὴν θλ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῶν ριθ λβ′ λζ′′ πρὸς τὰ ᾱ μα′ μς′′· καὶ ἐπεὶ ἡ ζθ περιφέρεια μοιρῶν ἐστι ϛ, ἡ δ’ ὑπ’ αὐτὴν εὐθεῖα πδ να′ ι′′, οἵων ἄρα ἡ ζθ πδ να′ ι′′ τοιούτων ἔσται καὶ ἡ λθ ᾱ ιγ′. ἔστι δὲ καὶ ἡ μθ ἡμίσεια οὖσα τῆς ζθ μβ κε′ λε′′. καὶ ὅλη ἄρα ἡ μθ τοιούτων ἐστὶ μγ λη′ λε′′ οἵων ἡ ηθ μβ κε′ λε′′. καὶ ἐπεὶ ἡ ζθ περιφέρεια μοιρῶν ἐστιν ϛ, εἴη ἂν καὶ ἡ ὑπὸ μκθ γωνία τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ὑποτείνουσα οἵων μέν εἰσιν αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τοιούτων με· οἵων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ, τοιούτων ϛ. ὥστε καὶ ἡ μὲν ὑπὸ τῆς θμ εὐθείας περιφέρεια τοιούτων ϛ οἵων ὁ περὶ τὸ θμκ ὀρθογώνιον κύκλος τξ· ἡ δὲ ἐπὶ τῆς μκ τῶν λοιπῶν εἰς τὸ ἡμικύκλιον τῶν αὐτῶν ϛ. ὥστε καὶ τὸ ἐκ τῶν θμ μκ εὐθειῶν τοιούτων ἐστὶ πδ να′ ι′′ οἵων ἡ κθ ρκ. καὶ οἵων ἄρα ἡ θμ μβ κε′ λε′′, ἡ δὲ μλ μγ λη′ λε′′, τοιούτων ἔσται καὶ ἡ μκ [...] πάλιν μη κε′ λε′′· ἡ δὲ μλ μγ λη′ λε′′. καὶ ἐπεὶ τὰ ἀπὸ τῶν λμ μκ συντεθέντα ποιεῖ τὸ ἀπὸ τῆς λκ, ἕξομεν καὶ τὴν λκ μήκει τοιούτων ἔσται. καὶ ἡ μκ διάμετρος. καὶ οἵων ἄρα ἡ λκ ρκ, τοιούτων ἔσται καὶ ἡ λμ πζ β′· ἡ δὲ ἐπ’ αὐτῆς περιφέρεια τοιούτων ϛα λς′ κ′′ οἵων ὁ περὶ τὸ λκ ὀρθογώνιον κύκλος τξ. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ λκμ γωνία οἵων μέν εἰσιν αἱ β ὀρθαὶ τξ τοιούτων ἐστὶ ϛα λς′ κ′′· οἵων δὲ αἱ δ ὀρθαὶ, τοιούτων με μη′ ι′′. τῶν δ’αὐτῶν ἦν καὶ ἡ ὑπὸ μκθ με′· καὶ λοιπὸν ἄρα ἡ ὑπὸ θκη αὐτὴ τὲ καὶ ἡ θη περιφέρεια ἣν ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης τοῦ κέντρου τῆς σκιᾶς ἐπὶ τοῦ πρὸς ὀρθὰς τῷ λοξῷ ὡς ἐπὶ τῆς ἐπάνω καταγραφῆς ἔσται ὁ μη′ ϟ. ἐὰν δὲ λαβόντες καὶ τὸν τοῦ ζωδιακοῦ πόλον τὸ κ γράψωμεν δι’ αὐτοῦ καὶ τοῦ θ κέντρου τῆς σκιᾶς τὴν κθλ περιφέρειαν τῆς σκιᾶς κατὰ τοῦ λ τυγχανούσης, συναχθήσεται ἡ λθ



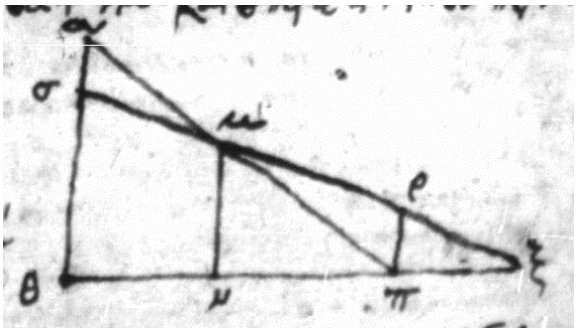
περιφέρεια ἣν ἀφέστηκε τὸ κέντρον πάλιν τῆς σελήνης τοῦ κέντρου τῆς σκιᾶς ἐπὶ τοῦ πρὸς ὀρθὰς τῷ ζωδιακῷ, ὃ μθ′ ιγ′′ ἔγγιστα· ἀκολούθως καὶ τῇ τοῦ τοιούτου ζ′ σελιδίου ἐκθέσει τῆς $\overline{\beta}^{\alpha\varsigma}$′ ἀνωμαλίας ἔσται· ἐλάττων ἄρα ἡ ἐπὶ τοῦ ὀρθοῦ τῷ λοξῷ ἀπολαμβανομένη μεταξὺ τῶν εἰρημένων κέντρων περιφέρεια τῆς ἐπὶ τοῦ ὀρθοῦ πρὸς τὸν ζωδιακόν. καὶ διὰ τοῦτο ὅταν ἐπὶ τοῦ ὀρθοῦ τῷ λοξῷ τυγχάνωσι τὰ κέντρα, ἔσται ἡ μεγίστη ἐπισκότησις:

καὶ ὡς τῶν περιλαμβανομένων ὑπὸ τῶν κώνων κύκλων ἡλίου καὶ σελήνης καὶ γῆς ἀδιαφόρῳ ἐλασσόνων ὄντων τῶν ἐν ταῖς σφαίραις αὐτῶν γραφομένων μεγίστων κύκλων· ὅτι δὲ καὶ οἱ περιλαμβανόμενοι κύκλοι ἐν ταῖς σφαίραις τῶν φώτων ὑπὸ τῶν πρὸς τῇ ὄψει συνισταμένων κώνων ἀδιαφόρῳ ἐλάσσονές εἰσι τῶν ἐν ταῖς σφαίραις μεγίστων κύκλων, οὕτως ἔσται δῆλον. ἔστω γὰρ τὸ τοῦ ἡλίου ἢ τῆς σελήνης κέντρον κατὰ τὸ μέγιστον οὔσης αὐτῆς ἀπόστημα, ὄψις δὲ τὸ $\overline{\gamma}$. καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς $\overline{\gamma\alpha}$ διήχθω δι᾽ αὐτῆς ἐπίπεδον. καὶ ποιείτω τομὴν ἐν μὲν τῇ τοῦ φωτὸς σφαίρᾳ μέγιστον κύκλον τὸν $\overline{\beta\epsilon\delta}$· ἐν δὲ τῷ κώνῳ τῷ περιλαμβάνοντι τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ διὰ τῆς τομῆς τοῦ $\overline{\gamma}$ εὐθείας τὰς $\beta\overline{\gamma}$ $\gamma\overline{\delta}$ ἐφαπτομένας τοῦ κύκλου· ἔστω δὲ καὶ ὁ φαινόμενος κύκλος ὁ $\overline{\beta\delta\eta}$ περὶ κέντρον τὸ $\overline{\zeta}$ πρὸς ὀρθὰς νοούμενος τῷ $\epsilon\overline{\beta\delta}$· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\beta\overline{\zeta}\delta$ διάμετρος. καὶ ἔτι ἡ $\alpha\overline{\delta}$ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $\beta\delta\overline{\epsilon}$ μεγίστου κύκλου. καὶ ἐπεὶ ἐν κύκλῳ τῷ $\overline{\beta\delta\epsilon}$ εὐθεῖα τὶς ἡ $\alpha\overline{\zeta}$ διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖαν τινὰ τὴν $\beta\overline{\delta}$ μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνει, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. ὀρθογώνιον ἄρα ἐστίν. ὅμοιον ἄρα τὸ $\alpha\overline{\zeta}\delta$ τρίγωνον τῷ $\delta\overline{\zeta}\gamma$ τριγώνῳ. ἐπεὶ καὶ ἐκ τῶν αὐτῶν τῷ $\alpha\overline{\delta\gamma}$ διὰ τὸ καὶ τὴν ὑπὸ $\alpha\overline{\delta}\gamma$ ὀρθὴν εἶναι· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $\alpha\overline{\delta}$ πρὸς $\delta\overline{\zeta}$ οὕτως ἡ $\delta\overline{\gamma}$ πρὸς $\gamma\overline{\zeta}$· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ $\delta\gamma\overline{\beta}$ γωνία ὑποτείνει περιφέρειαν ἑξηκοστῶν $\lambda\bar{\alpha}$ γ′, εἴη ἂν διὰ τοῦτο καὶ ἡ ὑπὸ $\delta\overline{\gamma\zeta}$ γωνία τοιούτων ὃ λα′ κ′′οἵων εἰσὶν αἱ $\overline{\beta}$ ὀρθαὶ $\tau\overline{\xi}$. καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς $\delta\overline{\zeta}$ ἄρα εὐθείας περιφέρεια τοιούτων ἐστὶ $\lambda\bar{\alpha}$ κ′ οἵων ὁ περὶ τὸ $\delta\overline{\gamma\zeta}$ ὀρθογώνιον κύκλος $\tau\overline{\xi}$· ἡ δὲ ἐπὶ τῆς $\zeta\overline{\gamma}$ τῶν λοιπῶν εἰς τὸ ἡμικύκλιον $\rho\overline{\theta}$ κη′ μ′′. καὶ ἡ μὲν $\zeta\overline{\delta}$ ἄρα εὐθεῖα τοιούτων ἐστὶν ὃ λβ′ μη′′ οἵων ἐστὶν ἡ $\delta\overline{\gamma}$ διάμετρος $\rho\bar{\kappa}$. ἡ δὲ $\gamma\overline{\zeta}$ εὐθεῖα τῶν αὐτῶν $\rho\bar{\kappa}$ ἔγγιστα. ἀδιάφορος ἄρα ἐστὶν ἡ $\delta\overline{\gamma}$ τῆς $\gamma\overline{\zeta}$· καὶ ἔστιν ὡς ἡ $\delta\overline{\gamma}$ πρὸς $\gamma\overline{\zeta}$, ἡ $\alpha\overline{\delta}$ πρὸς $\delta\overline{\zeta}$· ἀδιάφορος ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ $\alpha\overline{\delta}$ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου τῇ $\zeta\overline{\delta}$ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ φαινομένου κύκλου. ὥστε καὶ ὁ κύκλος τοῦ κύκλου ἀδιάφορος ἐστί:



ιε. **π**ερὶ τ**ο**ῦ ἡλιακ**ο**ῦ ἀ**πο**στήματ**ο**ς καὶ τῶν συνα**πο**δεικνυ**μ**ένων αὐτῷ

ἐν τῷ ιβʹ θεωρήματι φησὶ ἀλλὰ συναμφότεραι ἥ τε πρ̄ καὶ ἡ σθ̄ ὅλη τῶν αὐτῶν εἰσὶ δύο διὰ τὸ ἴσας εἶναι αὐτὰς δυσὶ ταῖς μν̄ παράλληλοί τε γάρ εἰσιν ὡς ἔφαμεν πᾶσαι· καὶ ἴση ἡ νπ̄ τῇ $\overline{\text{νθ}}$.



ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ξ$\overline{\text{θσ}}$· καὶ διήχθω ἡ θσ̄ ἐπὶ τὸ ᾱ· καὶ κείσθωσαν ἴσαι αἱ θν̄ $\overline{\text{νπ}}$· καὶ διὰ τῶν ν̄ π̄ τῇ θσ̄, παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ $\overline{\text{νμ}}$ $\overline{\text{πρ}}$· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ πμ̄, διήχθω ἐπὶ τὸ ᾱ· καὶ συμπιπέπτω τῇ θσ̄ κατὰ τὸ ᾱ· λέγω συναμφότεραι αἱ θσ̄ $\overline{\text{πρ}}$ διπλασίους εἰσὶ τῆς νμ̄. ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ πθ̄α παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν θᾱ ἦκται ἡ νμ̄, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ θπ̄ πρὸς πν̄, οὕτως ἡ θᾱ πρὸς νμ̄· διπλῆ δὲ ἡ θπ̄ τῆς πν̄· διπλῆ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ θᾱ τῆς νμ̄. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ θν̄ πρὸς νπ̄ οὕτως ἡ αμ̄ πρὸς μπ̄, ἴση δὲ ἡ θν̄ τῇ νπ̄, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ αμ̄ τῇ μπ̄. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν πμ̄ρ̄ γωνία τῇ ὑπὸ σμ̄ᾱ, ἡ δὲ ὑπὸ ρπ̄μ̄ τῇ ὑπὸ μᾱσ̄ ἐναλλὰξ, καὶ ἡ λοιπὴ γωνία τῇ λοιπῇ ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα τὸ πμ̄ρ̄ τρίγωνον τῷ σμ̄ᾱ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ αμ̄ πρὸς μπ̄, οὕτως ἡ σᾱ πρὸς πρ̄· ἴση δὲ ἡ αμ̄ τῇ μπ̄. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ σᾱ τῇ πρ̄. ἐδείχθη δὲ ὅλη ἡ $\overline{\text{θσα}}$ τῆς νμ̄ διπλῆ· ἴση δὲ ἡ σᾱ τῇ πρ̄. ἡ θσ̄ ἄρα μετὰ τῆς πρ̄ τῆς νμ̄ διπλασίους εἰσίν:

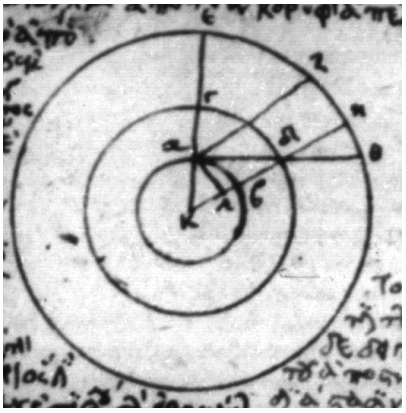
ις. **π**ερὶ **μ**εγεθῶν ἡλί**ο**υ καὶ σελήνης καὶ γῆς

κυβίσας τὰ ὡς ἐν λόγῳ ληφθέντα αὐτῷ μεγέθη τῶν διαμέτρων, φησὶ καὶ τῶν σφαιρικῶν αὐτῶν σωμάτων τὸν αὐτὸν εἶναι λόγον τῷ τῶν κύκλων. δείκνυται δὲ καὶ τὸ τοιοῦτον οὕτως· ἐπεὶ τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα ἐν τριπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ σφαῖραι ἐν τριπλασίονι λόγῳ τῶν διαμέτρων ὡς εὐκλείδης ἐν τῷ ιβ′ἀπέδειξεν, ἐὰν ἀπὸ τῶν εἰρημένων διαμέτρων τῆς τε γῆς καὶ τῶν φώτων κύκλον καὶ σφαῖραν ἐπινοήσωμεν, ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον τριπλασίονα λόγον ἕξει ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευρὰν τουτέστιν ἡ εἰρημένη διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον. καὶ ὡς ἄρα ὁ κύκλος πρὸς τὸν κύκλον, ἡ σφαῖρα πρὸς τὴν σφαῖραν. καὶ ἔστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ᾱ κύκλος τοῦ αὐτοῦ ᾱ· ὁ δὲ ἀπὸ τῶν γ̄ καὶ β̅ ε̅ λθ δ̅ον′. ὁ δὲ ἀπὸ τῶν ιῃ καὶ δ̅ ε̅ον′,ϛχμδ ϟ ἔγγιστα. καὶ οἵου ἄρα ᾱ τὸ τῆς σελήνης σφαιρικὸν μέγεθος τοιούτων καὶ τὸ μὲν τῆς γῆς λθ̅ δον′· τὸ δὲ τοῦ ἡλίου ,ϛχμδ ϟ′ ἔγγιστα ρ̅ο̅ ἄρα τὸ τοῦ ἡλίου μέγεθος τῆς γῆς:

ιζ. **π**ερὶ τῶν κατὰ **μ**έρ**ος π**αραλλάξεων ἡλί**ο**υ καὶ σελήνης

»τούτων τοίνυν οὕτως ὑποκειμένων ἀκόλουθον ἂν εἴη συναποδεῖξαι διὰ βραχέων, τίνα ἄν τις τρόπον ἐκ τῆς τῶν ἀποστημάτων πηλικότητος ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τὰς κατὰ μέρος αὐτῶν παραλλάξεις ἐπιλογίζοιτο καὶ τὰ ἑξῆς ἕως τοῦ τέλους τοῦ θεωρήματος:

ἐπεὶ ἐν τοῖς ἐπάνω ἔλεγε μὴ δύνασθαι πραγματευθῆναι τὰς κατὰ μέρος παραλλάξεις ἄνευ τοῦ τὸν τοῦ ἀποστήματος λόγον δοθῆναι, μεταχειρισάμενος τὸν τοιοῦτον λόγον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῶν φώτων, ἑξῆς ἀκολούθως ἐπὶ τὰς τῶν κατὰ μέρος παραλλάξεων ἐπισκέψεις μεταβαίνει. καὶ πρῶτον τὰς ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν καὶ τοῦ κέντρου ἐκ τῶν φώτων γραφομένου μεγίστου κύκλου γινομένην. ποιεῖται δὲ τὴν ἐπίσκεψιν τὸν τρόπον τοῦτον·



ἔστω γὰρ ἐν τῷ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν τινὸς οἰκήσεως καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἐπιπέδῳ γ̄ μέγιστοι κύκλοι· ὁ μὲν κατὰ τὴν γῆν ὁ αβ̄· ὁ δὲ κατὰ τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην οἱονεὶ ὡς κατὰ τὸ οἰκεῖον ἕκαστος ἀπόστημα ὁ γδ̄· πρὸς ὃν δὲ ἡ γῆ σημείου λόγον ἔχει ὁ εζ̄ηθ. καὶ κέντρον μὲν κοινὸν πάντων τὸ κ̄· ἡ δὲ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου διάμετρος ἡ κᾱγε· καὶ ἀποληφθείσης ἀπὸ τοῦ γ̄ κατὰ κορυφὴν τυχούσης περιφερείας τῆς γδ̄, ἐπεζεύχθω ἡ κδ̄· καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ η̄· καὶ ἔτι ἡ αδ̄θ· καὶ ἀπὸ τοῦ ᾱ παράλληλος ἤχθω τῇ κδ̄ ἡ αζ̄· κάθετος δὲ ἐπὶ τὴν κδ̄ ἡ αλ̄. ἐπεὶ τοίνυν μὴ μένοντος ἀεὶ τοῦ αὐτοῦ ἀποστήματος περὶ ἑκάτερον τῶν φώτων διὰ τὸ τὸν ἥλιον ἤτοι ἐπὶ ἐκκέντρου φερόμενον ἐλάττονα ποιεῖν τὰ ἀποστήματα ἐν ταῖς περιγειοτέραις θέσεσιν, ἢ καὶ ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου πάλιν τοῦ ἡλίου ἢ τῆς σελήνης κινουμένης ὁμοίως τὸ τοιοῦτον ἀποτελεῖσθαι· ὅθεν καὶ τὴν τοιαύτην κίνησιν καὶ βάθος ἐκάλεσεν, ἡ μὲν περὶ τὸν ἥλιον γινομένη διὰ [...] τῶν παραλλάξεων παρὰ τὸ μέσον ἀπόστημα διαφορὰ βραχεῖα καὶ ἀνεπαίσθητος καταλαμβάνεται, τὸ μὲν ἀπόστημα αὐτοῦ μέγα ἐστί· τό τε βάθος βραχύ· τουτέστι τὴν δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου βραχεῖαν· τοῦτο γάρ ἐστι τὸ βάθος ὡς πρὸς τὸ μέσον ἀπόστημα. καὶ ἔτι τῷ καὶ ἐὰν κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόστημα τὴν ὅλην παράλλαξιν ἐπιλογισώμεθα ἵνα ἡ μεγίστη καταλαμβάνηται μὴ δὲ γ′ ἑξηκοστῶν αὐτὴν συνάγεσθαι· ἡ δὲ περὶ τὴν σελήνην, παρὰ τὰ ἀποστήματα γινομένη τῶν παραλλάξεων διαφορὰ καὶ πάνυ ἂν γένοιτο αἰσθητὴ καὶ ἐκ τῆς ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου αὐτῆς κινήσεως καὶ αὐτοῦ τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸν

ἔκκεντρον μὴ μικρὰν πάνυ ποιοῦντος ἐν ταῖς περιγειοτέραις θέσεσι παρὰ τὸ ἀπόστημα διαφοράν. διὰ τοῦτο τὰς μὲν τοῦ ἡλίου παραλλάξεις ἐπὶ ᾱ λόγου τῶν ἀποστημάτων ποιεῖται· τὰς δὲ τῆς σελήνης ἐπὶ δ̄ τῶν μάλιστα εἰς τὰς ἑξῆς ἐφόδους εὐοδωτέρων. ὧν δύο μὲν τοῦ ἐπικύκλου τοῦ κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος· καὶ τούτων ᾱ μὲν τὸν μέχρι τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου ὅ ἐστι καὶ μέγιστον ἀπόστημα ἀποδεδειγμένον ἐν τοῖς ἐπάνω τοιούτων ξδ̄ ι′ οἵου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ᾱ· β^ον′ δὲ τὸ μέχρι τοῦ περιγείου τοῦ ἐπικύκλου ἀποδεδειγμένον καὶ αὐτὸ τῶν νγ̄ ν′. τὰ δὲ λοιπὰ β̄ τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος· ὧν τὸ μὲν κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου τῶν αὐτῶν πάλιν μγ̄ νγ′· τὸ δὲ κατὰ τὸ περίγειον λγ̄ λγ′· εἶτα ἀπὸ τῶν τοιούτων λόγων τῶν ἀποστημάτων συνάγει ἐκ τῶν ἐπιλογισμῶν τοῦ ιγ′ θεωρήματος τῶν φώτων λ̄ μοίρας ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀπέχοντος τοῦ ἐπὶ τοῦ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν καὶ αὐτοῦ τοῦ καταγραφομένου κύκλου παράλλαξιν τοῦ μὲν ἡλίου ὃ α′κε′′· τῆς δὲ σελήνης κατὰ μὲν τὸν α′ ὅρον ὅς ἐστι τοῦ μὲν ἐπικύκλου κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος τῆς δὲ σελήνης κατὰ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου, ὃ κζ′θ′′· κατὰ δὲ τὸν β̄^ον′ ὅρον ὅς ἐστι πάλιν τοῦ ἐπικύκλου τὴν εἰρημένην θέσιν ἔχοντος· τῆς δὲ σελήνης κατὰ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου τυγχανούσης ὃ λβ′ κζ′′· κατὰ δὲ τὸν γ′ ὅρον ὅς ἐστι πάλιν τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος· τῆς δὲ σελήνης κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου ὃ μ′ ὃ · κατὰ δὲ τὸν δ̄^ον′ ὅρον ὅς ἐστι τοῦ ἐπικύκλου τὴν εἰρημένην θέσιν ἔχοντος· τῆς δὲ σελήνης κατὰ τὸ περίγειον τοῦ ἐπικύκλου ὃ νβ′ λ′′. ἀκολούθως οὖν καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἀποστάσεων ἐπιλογισάμενος τὰς καθέκαστον τῶν εἰρημένων ὅρων παραλλάξεις μέχρι τῶν ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα μοιρῶν ϛ̄, ἤτοι διὰ τὸ ἐν ταῖς ὑπὲρ γῆν αὐτῆς θέσεσι κατ᾽ αὐτὰς τὰς ἐκλείψεις τοὺς τῶν παραλλάξεων ἐπιλογισμοὺς παραλαμβάνεσθαι καὶ τὰς αὐτὰς ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ μεσημβρινοῦ εἶναι. πάλιν εἴ τις βούλοιτο ἁπλῶς καὶ ὑπὸ γῆν αὐτῆς τυγχανούσης τοιοῦτον ἐπιλογίζεσθαι τὰς αὐτὰς πάλιν [...] τοῖς [...] καὶ ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῖς ὑπὸ γῆν [...] ἀπὸ τοῦ ἐκεῖσε κατὰ κορυφὴν. ἐξέθετο αὐτὰς ἐν κανονίῳ στίχων μὲν μ̄ε̄ σελιδίων δὲ θ̄· τοὺς μὲν ἐπιλογισμοὺς τῶν καταλήψεων κατὰ ἑξαμοιρίαν ποιησάμενος· τὴν δὲ τοῦ κανονίου ἔκθεσιν δηλονότι διὰ μοιρῶν β̄ καθ᾽ ὁμαλὴν παραύξησιν τὰς μεταξὺ τῶν κατὰ ἑξαμοιρίαν παραλλάξεων καταλήψεις παρέμενος. καὶ ἐν μὲν τῷ α′ σελιδίῳ τὰς τοῦ δ̄μορίου μοίρας ϛ̄ παρέθηκε τὸν εἰρημένον τρόπον παρηυξημένας· ἐν δὲ τῷ β′ τὰς τοῦ ἡλίου παραλλάξεις· ἐν δὲ τῷ γ′, τὰς κατὰ τὸν εἰρημένον ᾱ^ον ὅρον τῆς σελήνης παραλλάξεις· ἐν δὲ τῷ δ′ τὰς ὑπεροχὰς ᾗ ὑπερέχει τὰ ἐκ τῶν ἐπιλογισμῶν τοῦ β̄ ὅρου καταληφθέντα ὡς ἐπὶ τῆς λ μοίρας ἑξηκοστὰ λβ′κζ′′ τῶν τοῦ ᾱ^ου ὅρου ἑξηκοστῶν κζ′ θ′′ ε′′′ ιη′′′′· ἐν δὲ τῷ ε̄′ αὐτὰ πάλιν τὰ κατὰ τὸν γ̄^ον ὅρον κατειλημμένα ὃ μ′ ὃ · ἐν δὲ τῷ ς′ τὴν

ὑπεροχὴν τὴν τοῦ δʹ ὅρου κατειλημμένην ἑξηκοστῶν νβʹ λʹʹ πρὸς τὰ τοῦ γʹ ὅρου ὃ μʹ ὃ ἑξηκοστὰ ιβʹ λʹʹ. ἕνεκεν δὲ τοῦ καὶ τὰς μεταξὺ τῶν ἀπογείων καὶ περιγείων τοῦ τε ἐπικύκλου καὶ τοῦ ἐκκέντρου προχειρότερον ἐξαναλόγου λαμβάνεσθαι ἀπὸ τῶν κατὰ τοὺς ἐκκειμένους $\overline{\delta}$ ὅρους διὰ τῆς τῶν ἑξηκοστῶν παραθέσεως τὰ λοιπὰ $\overline{\gamma}$ σελίδια αὐτῷ συντέτακται περιέχοντα τὰ ἑξηκοστὰ τῆς τῶν ἀποστημάτων ὑπεροχῆς ὑποδεικνὺς τρόπον πρὸς τὰς ἑξῆς ἐν τῷ δʹ θεωρήματι τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου μένοντος τῆς δὲ σελήνης περιοδευούσης τὸν ἐπίκυκλον ἀφεστώσης ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μέγιστον ἀπόστημα ἑξηκοστῶν $\bar{\text{ε}}$ ιε · ἡ δὲ διάμετρος τοῦ ἐπικύκλου ἐστὶν ἡ ὅλη διαφορὰ τοῦ τοῦ μεγίστου καὶ ἐλαχίστου ἀποστήματος $\bar{\text{ι}}$ λʹ. καὶ εὑρὼν τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μεγίστου ἀποστήματος πρὸς τὴν κατὰ τὴν τοιαύτην θέσιν τῆς σελήνης $\overline{\beta}$ʹ κζʹʹ οἷς ὑπερέχει τὰ ξ$\bar{\text{ε}}$ʹ ιεʹʹ τοῦ μεγίστου ἀποστήματος τῶν ξβʹ μηʹʹτοῦ προκειμένου οἵων τὸ ὅλον διάφορον $\overline{\xi}$ʹ ποιήσας δηλαδὴ καὶ οἵων τὰ $\bar{\text{ι}}$ʹ λʹʹ τοῦ ὅλου διαφόρου $\overline{\xi}$ʹ τοιούτων τὰ $\bar{\text{α}}$ʹ βʹʹ κζʹʹ τῆς ὑπεροχῆς τῶν $\overline{\beta}$ ἀποστημάτων ἑξηκοστὰ ι$\overline{\delta}$ ὃ, παρέθηκεν ἐν τῷ αὐτῷ κανόνος κατὰ τὸ ζʹ σελίδιον τῷ ϟʹτῶν ἑξηκοστῶν ξ· τουτέστι τῷ λʹ ἀριθμῷ διὰ τὸ καὶ τοὺς ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μέχρι τοῦ περιγείου ἀριθμοὺς μέχρι ρ$\bar{\text{π}}$ τυγχάνειν· τοὺς δὲ ἐν τῇ ἐκθέσει τοῦ κανόνος μέχρι μοιρῶν $\overline{\text{ϛ}}$. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῆς σελήνης ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου παρόδων τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου κειμένου ἐπιλογισάμενος τὰ οὕτω τῆς ὑπεροχῆς τῶν ἀποστημάτων γινόμενα ἑξηκοστὰ προσανεπλήρωσε τὸ εἰρημένον ζʹ σελίδιον. εἶτα πάλιν λαβὼν καὶ τὸν ἐπίκυκλον ὡς κατὰ τοῦ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου μένοντος καθ᾽ ἣν θέσιν λόγος ἐστὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ὁ τῶν $\overline{\xi}$ πρὸς τὰ $\bar{\text{η}}$ διὰ τὸ τοῦτον τὸν λόγον τὸν αὐτὸν εἶναι τῷ ἀποδεδειγμένῳ κατὰ τὴν τοιαύτην τοῦ ἐπικύκλου θέσιν τῷ τῶν λ$\overline{\theta}$ κβʹ πρὸς τὰ $\bar{\text{ε}}$ ιεʹ· τὴν δὲ σελήνην περιοδεύουσαν αὐτὸν δείκνυσι πάλιν τὰς ὁμοίας τῶν ἀποστημάτων διαφορὰς οὕτως· ὑποθέμενος γὰρ πάλιν τὴν σελήνην ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου ἀπέχουσαν μοίρας $\overline{\xi}$. εὑρίσκει τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ζωδιακοῦ ἐπ᾽ αὐτὴν ἀπόστασιν μοιρῶν ξ$\overline{\delta}$ κγʹ· ἅτινα ἀφελὼν ἀπὸ τῶν $\overline{\xi}$η τοῦ κατὰ τὴν τοιαύτην τοῦ ἐπικύκλου θέσιν μεγίστου ἀποστήματος ἔσχε τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀποστημάτων $\bar{\gamma}$ λζʹ οἵων ἡ τοῦ ἐπικύκλου διάμετρος τοῦ ὅλου διαφόρου τῶν ἀποστημάτων τυγχάνουσα ις. καὶ οἵων ἄρα ἡ τοῦ κύκλου διάμετρος $\overline{\xi}$, τοιούτων καὶ τὸ κατὰ τὴν τοιαύτην θέσιν τοῦ ἐπικύκλου καὶ τῆς σελήνης τοῦ ἀποστήματος διάφορον ἑξηκοστὰ ι$\bar{\gamma}$ λγʹ. ὁμοίως δὲ πάλιν κατὰ τῆς τοιαύτης τοῦ ἐπικύκλου θέσεως καὶ τὰς ἐπὶ τῶν ἄλλων τοῦ ἐπικύκλου παρόδων τῆς σελήνης τῶν ἀποστημάτων ὑπεροχὰς ἐπιλογισάμενος παρέθετο ἐν τῷ $\bar{\text{η}}$ σελιδίῳ τοῦ αὐτοῦ κανόνος τοῖς ἡμίσεσιν πάλιν ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου ἀριθμοῖς καθάπερ καὶ τὰ ι$\bar{\gamma}$ λγʹ

ἑξηκοστὰ τῷ ἡμίσει τῶν $\overline{\xi}$, τουτέστι τῷ τῶν $\overline{\lambda}$. τὰ μὲν οὖν διὰ τὴν ἐπὶ τοῦ ἐπικύκλου τῆς σελήνης μετάβασιν γινομένην διαφορὰν τῶν ἀποστημάτων, τοῦτον αὐτῷ τὸν τρόπον πεπραγμάτευται:

ἵνα δὲ καὶ τὰς διὰ τὴν αὐτοῦ τοῦ ἐπικύκλου ἐπὶ τοῦ ἐκκέντρου μετάβασιν γινομένας διαφορὰς μεθοδεύσηται πρὸς τὸ ἐκ προχείρου λαμβάνειν καὶ τὰς κατὰ τὰς ἄλλας παρόδους τοῦ ἐπικύκλου ἐξαναλόγου ἐπιβαλλούσας παραλλάξεις καθάπερ καὶ ἐπὶ τῶν ἀνωμαλιῶν ἐκ τοῦ δʹ ἀναλόγου τὰς ἐπὶ τοῦ μεταξὺ τοῦ τε ἀπογείου καὶ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου παρόδους τοῦ ἐπικύκλου κατὰ μέρος γινομένας παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διαφορὰς κατελαμβάνετο, ἐξέθετο τὸ ιε^{ον}ʹ θεώρημα, ἐν ᾧ ὑποθέμενος ἀποχῆς μοίρας $\overline{\lambda}$ καὶ τὸν ἐπίκυκλον τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου διὰ τὰ ἐπάνω εἰρημένα ἀπέχοντα ἐπὶ τοῦ ὁμοκέντρου μοίρας $\overline{\xi}$ εὑρίσκων τὸ ἀπόστημα μοιρῶν $\overline{\nu\delta}$ γʹ οἵων τὸ μὲν μέχρι τοῦ ἀπογείου $\overline{\xi}$· τὸ δὲ μέχρι τοῦ περιγείου $\overline{\lambda\theta}$ κβʹ· ἡ δὲ μεγίστη ὑπεροχὴ τῶν δύο τούτων ὅρων $\overline{\kappa}$ ληʹ οἵων ἡ τῶν $\overline{\xi}$ πρὸς τὰ $\overline{\nu\delta}$ γʹ εʹʹ νζʹʹʹ ποιεῖ. καὶ οἵων ἄρα τὰ $\overline{\kappa}$ $\overline{\lambda\eta}$ τῆς μεγίστης ὑπεροχῆς τῶν ἀποστημάτων $\overline{\xi}$, τοιούτων καὶ τὰ $\overline{\varepsilon}$ νζʹ ἑξηκοστὰ $\overline{\iota\zeta}$ ιηʹ· ἅτινα παρέθετο ἐν τῷ θʹ σελιδίῳ τῷ τῶν $\overline{\varsigma}$ ἀριθμῷ τῶν τῆς ἀποχῆς ἡμίσει τυγχάνοντι τῆς ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τῶν ἐκκέντρων μέχρι τοῦ περιγείου τυγχανούσης $\overline{\rho\pi}$ τοὺς ἐν τῷ κανόνι κοινοὺς ἀριθμοὺς μέχρι $\overline{\varsigma}$ μοιρῶν παρακειμένους. ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τοῦ ἐπικύκλου παρόδων τὰ κατειλημμένα ἑξηκοστὰ τῷ ἡμίσει παρέθετο. καθόλου δὲ τὰ οὕτως ἐπιβάλλοντα ἑξηκοστὰ τῶν ὑπεροχῶν ἐπιλογισάμενος διὰ μοιρῶν $\overline{\iota\beta}$, καὶ τὰ γενόμενα παραθεὶς ταῖς κατὰ ἑξαμοιρίαν ὑπεροχαῖς τῶν κοινῶν ἀριθμῶν· καὶ ἔτι ταῦτα καθ᾽ ὁμαλὴν παραύξησιν τῆς κατὰ διμοιρίαν μηδεμιᾶς ἀξιολόγου γινομένης διαφορᾶς παρὰ τὰ γραμμικά, τὴν ἔκθεσιν τοῦ κανόνος ἀνεπλήρωσε· πεποίηται δὲ τὴν μετὰ τῶν παραλλάξεων δηλαδὴ καὶ τῆς τούτων ὑπεροχῆς κατάληψιν τῷ λόγῳ οἵου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς $\overline{\alpha}$· ἐπεὶ καὶ ἐκ τοῦ ἐν μεγίστῳ τούτου καταλαμβάνεσθαι αἱ παραλλάξεις ἀποτελοῦνται τῆς τοῦ $\overline{\delta}$ʹ τῶν ἀποστημάτων ὑπεροχῆς τῷ τῆς ἐκκεντρότητος λόγῳ. ἐπεὶ καὶ ἡ μὲν σελήνη ἐκ τῆς τοῦ ἐπικύκλου κινήσεως ἀπογειοτέρα καὶ περιγειοτέρα γινομένη· ὁ δὲ ἐπίκυκλος ἐκ τῆς ἐπὶ τοῦ ἐκκέντρου. πρὸς ἃς κινήσεις καὶ ὁ λόγος τῆς ἐκκεντρότητος ἐλαμβάνετο:·

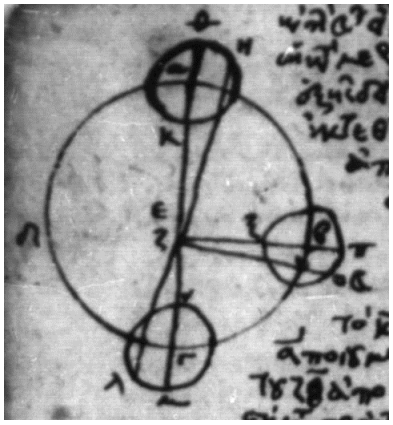
ιθ. **π**ερὶ τῆς τῶν **π**αραλλάξεων διακρίσεως

» ὅταν οὖν προαιρώμεθα λαμβάνειν πόσον ἡ σελήνη καθ᾽ ἑκάστην τῶν
» παρόδων παραλλάσσει, πρῶτον ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς καὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν
» σημείου μεγίστου κύκλου καὶ τὰ ἑξῆς:

ὅταν οὖν βουλώμεθα κατά τινα τῶν διδομένων χρόνων μεθοδεύειν τὴν γινομένην παράλλαξιν τῆς σελήνης ᾱ^ον ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς καὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν γραφομένου μεγίστου κύκλου εὑρήσομεν τὸ προκείμενον, ἀκολουθήσαντες τῇ εἰς τοῦτο τὸ μέρος ἐκτεθειμένῃ ἐφόδῳ περιεχούσῃ τὸν τρόπον τοῦτον. ἔστω γὰρ ὑποδείγματος ἕνεκεν χρόνος καθ᾽ ὃν τὸ ἀκριβὲς κέντρον τῆς σελήνης κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου ἐτύγχανεν ἀπέχον πρὸς ἀνατολὰς τοῦ δι᾽ ἀλεξανδρείας μεσημβρινοῦ ὥρας ἰσημερινὰς γ̄· τοῦ δὲ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου τῆς καλουμένης ἀνωμαλίας μοίρας ξ̄. ἔστωσαν δὲ καὶ ἀποχῆς μοῖραι ρκ̄. καὶ δέον ἔστω εὑρεῖν τὴν γινομένην τότε παράλλαξιν πρότερον ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν ὡς ἔφαμεν καὶ τοῦ ἀκριβοῦς κέντρου τῆς σελήνης γραφομένου μεγίστου κύκλου εἰσάγομεν πρότερον τὰς δοθείσας ὥρας ἰσημερινὰς γ̄ κατὰ τὸ ᾱ^ον σελίδιον τοῦ οἰκείου κλίματος καὶ ιβ̄μορίου τοῦ τῶν γωνιῶν κανόνος περιέχοντος ἀπὸ μεσημβρίας ὥρας ἰσημερινὰς· καὶ τὰ παρακείμενα αὐταῖς ἐν τῷ α′σελιδίῳ μοίρας μ̄ ιθ′ λαβόντες ἕξομεν ἃς ἀπεῖχε τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἡ σελήνη ἐπὶ τοῦ δι᾽ αὐτῆς γραφομένου μεγίστου κύκλου ὡς ἐπὶ τοῦ διὰ μέσων τῶν ζωδίων αὐτῆς τυγχανούσης. ἃς εἰσενεγκόντες εἰς τὸ τῶν παραλλάξεων κανόνιον κατὰ τοῦ ᾱ′ σελιδίου τῶν κοινῶν ἀριθμῶν τὰ ἐπιβάλλοντα αὐταῖς ἐξ ἀναλόγου παρακεῖσθαι κατά τε τὸ γ̄^ον′ καὶ δ̄^ον′ καὶ ε̄^ον′ καὶ ζ̄^ον′ σελίδιον λαμβάνοντες ἅτινα ἐστὶ γ̄^ου′ μὲν ἑξηκοστὰ λε′ δ′′· δ̄^ου′ δὲ ζ′ ν′′· ε̄^ου′ δὲ να′ ιθ′′· ζ̄^ου′ δὲ ις′ κζ′′, ἀπεγραψάμεθα. ἔπειτα τοῦ αὐτοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμοῦ μοιρῶν ὑποκειμένου ξ̄ τὰ ϟ′ λαβόντες μοιρῶν λ̄ διὰ τὸ ἐλάττονα αὐτὸν εἶναι μοιρῶν ρ̄π̄· εἰ δὲ μείζων ἦν τοῦ λείποντος εἰς τὰς τξ̄ τὸ ϟ ἐλαμβάνομεν, τὰ παρακείμενα ταῖς λ̄ μοίραις· ἐν τῷ ζ′ καὶ η′ σελιδίῳ ἑξηκοστὰ τυγχάνοντα ἑβδόμου μὲν ιδ̄′· ὀγδόου δὲ ιγ̄′ λγ′′ λαβόντες. καὶ τὰ μὲν τοῦ ζ̄′ ἑξηκοστὰ ιδ̄′ πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὰ τοῦ δ^ου′ ς′ ν′′ τὸ γενόμενον ἑξηκοστὸν ᾱ′ λς′′προσεθήκαμεν τοῖς τοῦ γ′ σελιδίου ἑξηκοστοῖς λε̄′ δ′′. καὶ τὰ συναχθέντα ἑξηκοστὰ λς′ μ′′ ἔσχομεν ἃ παραλλάσσει ἡ σελήνη, τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος, τῆς δὲ σελήνης ἀπεχούσης ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου τὰς ὑποκειμένας μοίρας ξ̄. εἶτα πάλιν τὰ τοῦ η̄ σελιδίου ἑξηκοστὰ ιγ̄′ λγ′′ πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὰ τοῦ ς′ σελιδίου ἑξηκοστὰ γ̄′ μγ′′ προσθέντες τοῖς τοῦ ς′ σελιδίου ἑξηκοστοῖς να′ ιβ′′, τὰ συναχθέντα ἑξηκοστὰ νε′ β′′ ἔσχομεν ἃ παραλλάσσει ἡ σελήνη τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τοῦ

περιγείου τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνοντος· αὐτῆς δὲ τῆς σελήνης ἀπεχούσης πάλιν ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου τὰς αὐτὰς μοίρας ξ̄. καὶ τῶν γενομένων β̄ παραλλάξεων τῆς τε κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου ἑξηκοστῶν οὔσης λζ̄′ μ′′· καὶ τῆς κατὰ τὸ περίγειον ἑξηκοστῶν νε′ β′′. λαβόντες τὴν ὑπεροχὴν ἑξηκοστὰ γινόμενα η′ κβ′′ ἀπεγραψάμεθα. ἔπειτα πάλιν τὰς λειπούσας τῶν τῆς ἀποχῆς μοιρῶν ρκ̄ εἰς τὴν κατὰ διάμετρον τοῦ ἡλίου στάσιν μοίρας ξ̄ διὰ τὸ ταύτην ἐγγυτέρῳ εἶναι τῆς μέσης σελήνης εἰσαγαγόντες πάλιν εἰς τοὺς ἐν τῷ α′ σελιδίῳ κοινοὺς ἀριθμοὺς τὰ παρακείμενα αὐτῷ ἐν τῷ θ′ καὶ τελευταίῳ σελιδίῳ ἑξηκοστὰ μζ′ κα′′· καὶ πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὰ η̄′ κβ′′ ἑξηκοστὰ τῆς ὑπεροχῆς τῶν β̄ παραλλάξεων, τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ ιδ′ λ′′ προσεθήκαμεν τῇ ἐκ τοῦ γ′ σελιδίου κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου διακριθείσῃ παραλλάξει ἑξηκοστῶν τυγχανούσῃ λς′ μ′′. καὶ τὰ γενόμενα ἑξηκοστὰ να′ μζ′′ ἔσχομεν ἃ παραλλάσσει τότε ἡ σελήνη ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης γραφομένου μεγίστου κύκλου:

ἵνα δὲ καὶ τὰς αἰτίας τῶν τοιούτων ἐφόδων διὰ γραμμῶν παραστήσωμεν, τότε γὰρ ἐσόμεθα εἰδότες τὴν ἀπόδειξιν ὅταν καὶ τὴν αἰτίαν τοῦ πράγματος γνωρίζωμεν, ἔστω ὁ ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁ αβγδ περὶ κέντρον τὸ ε̄ καὶ διάμετρον τὴν αε̄γ̄· ἐφ᾽ ἧς εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ ζωδιακοῦ τὸ ζ̄· καὶ γεγράφθω περὶ μὲν τὸ ᾱ ἀπόγειον, ὁ θη̄κ̄ ἐπίκυκλος· περὶ δὲ τὸ γ̄ περίγειον, ὁ μλ̄ν̄· ὁ δὲ κατὰ τὴν τήρησιν ἀπέχων τοῦ ἀπογείου τὰς διπλασίονας τῆς μέσης τῶν φώτων ἀποχῆς μοίρας ō μ′ περὶ κέντρον τὸ β̄ ὁ πξ̄ο. ἔστω καὶ τὴν σελήνην εἶναι κατὰ τὸ ō, ἀπέχουσαν τοῦ π̄ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου τὰς ὑποκειμένας

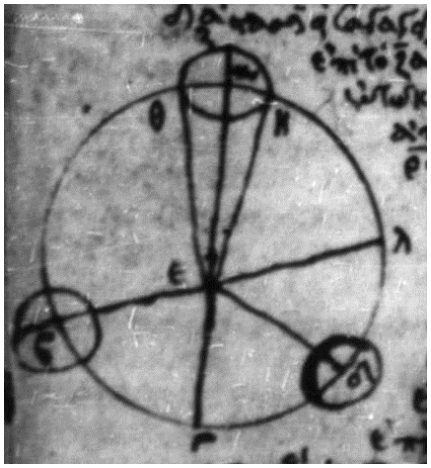


μοίρας ξ̄, ἔστωσαν δὲ τὰ η̄ λ̄ σημεῖα τὰς αὐτὰς ξ̄ μοίρας ἀπέχοντα τῶν θ̄ μ̄ ἀκριβῶν ἀπογείων. ἐπεὶ οὖν ἐκ τῶν κατὰ μέρος ἀποστημάτων αἱ κατὰ μέρος παραλλάξεις καταλαμβάνονται, χρῆται πρὸς τὰς τῶν κατὰ μέρος παραλλάξεων καταλήψεις ἀναλόγως ἐχουσῶν αὐτῶν πρὸς τὰ ἀποστήματα ἐξ ὧν αὗται καταλαμβάνονται ὡς καὶ αὐτοὶ ἑξῆς δείξομεν μηδεμίαν γίνεσθαι αἰσθητὴν διαφορὰν περὶ τὰς παραλλάξεις ἐκ τῆς τοιαύτης ἀναλογίας περὶ τὰ γραμμικά. ἐπεὶ οὖν αἱ μὲν κατὰ τὸ γ̄ᵒᵛ′ σελίδιον τὸ τοῦ α′ ὅρου παραλλάξεις ἐκτεθειμέναι ὡς τῆς σελήνης κατὰ τὸ θ̄ τυγχανούσης· αἱ δὲ κατὰ τὸ δ̄ σελίδιον τοῦ β′ ὅρου ἐκτεθειμέναι ὡς τῆς σελήνης κατὰ τοῦ κ̄ περιγείου τυγχανούσης ὑπεροχὴ εἰσὶ τῶν κατὰ τὴν τοιαύτην θέσιν παραλλάξεων πρὸς τὴν κατὰ τὸ θ̄

ἀπόγειον καθεκάστην τῶν ἀπὸ τῶν κατὰ κορυφὴν ἀποστάσεων· ἔκκειται δὲ καὶ ἐν τῷ ζʹ σελιδίῳ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ ζθ̄ ἀποστήματος πρὸς τὰς κατὰ μέρος ἐπὶ τῆς τοιαύτης τοῦ ἐπικύκλου θέσεως οἱονεὶ ὡς νῦν πρὸς τὸ ζν̄ οἷον ἡ ὅλη ὑπεροχὴ τοῦ ζθ̄ ἀποστήματος πρὸς ~~τὰς κατὰ μέρος~~ τὸ ζκ̄· τουτέστιν ἡ ζθ̄κ πρὸς τὴν ζκ̄· διὰ τοῦτο ὡς ἔφαμεν ἔχοντες ἐκ τῶν κανόνων ἐν τῷ γʹ σελιδίῳ κατὰ τοῦ θ̄ ᾱʹ ὅρου παράλλαξιν· καὶ ἔτι ἐν τῷ δʹ τὴν ὑπεροχὴν τῆς παραλλάξεως ἣν πεποίηται ἡ σελήνη κατὰ τὴν πρὸς τὸ κ̄ β̄ᵒᵛʹ ὅρον πρὸς τὴν κατὰ τὸ θ̄ ᾱʹ ποιοῦμεν ὡς ἡ μεγίστη διαφορὰ τοῦ ζθ̄ ἀποστήματος πρὸς τὸ ζκ̄ [...] πρὸς τὴν ἐν τῷ ζʹ σελιδίῳ παρακειμένην διαφορὰν τοῦ ζθ̄ αποστήματος πρὸς τὸ [...] οὕτως ἡ ἐν τῷ δʹ σελιδίῳ τῆς κατὰ τὸ η̄ παραλλάξεως ὑπεροχὴ πρὸς τὴν κατὰ τὸ θ̄ παράλλαξιν πρὸς ἄλλην τινά. τουτέστι πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῆς κατὰ τὸ η̄ γινομένης παραλλάξεως πρὸς τὴν κατὰ τὸ θ̄. καὶ τὴν ἐκ τῆς τοιαύτης ἀναλογίας γινομένην διαφορὰν προστιθέντες τῇ κατὰ τὸ θ̄ ἐκ τοῦ γʹ σελιδίου [...] παραλλάξει, διὰ τὸ πρὸς τῷ μεγίστῳ ἀποστήματι αὐτὴν τυγχάνειν ἐλάττονα εἶναι τῶν κατὰ τὰς περιγειοτέρας θέσεις ἕξομεν ἐξαναλόγου τὴν ἐπὶ τῆς κατὰ τὸ η̄ θέσεως τοῦ ἐπικύκλου γινομένην παράλλαξιν ἀπεχούσης αὐτῆς τοῦ κατὰ κορυφὴν τὰς καταλαμβανομένας μοίρας ἐν τῷ βʹ σελιδίῳ τοῦ τῶν γωνιῶν κανόνος ἐκ τῶν ἀναδιδομένων ἀπὸ μεσημβρίας ὡρῶν ἰσημερινῶν. λαμβάνεται δὲ ἡ δ̄ʹ ἀνάλογον ὑπεροχὴ πολλαπλασιαζόντων ἡμῶν τὰ τοῦ δʹ σελιδίου ἐπὶ τὰ τοῦ ζʹ. καὶ τὴν κατὰ τοῦ ν̄ ἐν τῷ ϛʹ σελιδίῳ τοῦ δʹ ὅρου ὑπεροχὴν τῆς πρὸς τὸ νμ̄ γʹ ὅρου. καὶ ἔτι τὴν ἐν τῷ ηʹ σελιδίῳ ὑπεροχὴν τῆς τοῦ ζμ̄ ἀποστήματος πρὸς τὴν ζλ̄ οἵων ἡ νμ̄ τοῦ μεγίστου καὶ ἐλαχίστου κατὰ τὴν εἰς τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου θέσιν τοῦ ἐπικύκλου ἑξηκοστῶν εὑρήσομεν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ϛʹ καὶ ηʹ σελιδίου τὴν ἐπιβάλλουσαν ὑπεροχὴν τῆς παραλλάξεως τῇ κατὰ τὸ λ̄ θέσει πρὸς τὴν κατὰ τὸ μ̄ ἥντινα προσθέντες τῇ τοῦ εʹ σελιδίου τῆς κατὰ τὸ μ̄ παραλλάξεως διὰ τὸ πάλιν κατὰ τὴν τοιαύτην θέσιν τοῦ ἐπικύκλου μεγίστου ἀποστήματος τῶν κατὰ τὸ μ̄ τυγχάνοντος ἐλάττονας γίνεσθαι τὰς παραλλάξεις ἕξομεν τὴν κατὰ τὸ λ̄ θέσιν παράλλαξιν· ἔχοντες οὖν τὰς οὕτως εἰρημένας β̄ παραλλάξεις κατὰ τῶν η̄ λ̄ σημείων τοσοῦτον ἀπεχόντων τοῦ θμ̄ ἀκριβῶν ἀπογείων ὅσον καὶ ἡ κατὰ τὸ ο̄ τῆς σελήνης θέσις τοῦ π̄ ἀκριβοῦς ἀπογείου κατελαμβανόμεθα καὶ τὴν κατὰ τὸ ο̄ γινομένην παράλλαξιν τοῦ ἐπικύκλου κατὰ τοῦ β̄ τὴν προκειμένην ἀποχὴν ἀπέχοντος τὸν τρόπον τοῦτον· λαβόντες γὰρ ᾱᵉᵛ τὴν ὑπεροχὴν τῶν εἰρημένων δύο παραλλάξεων, εἴχομεν πόση τις γίνεται παρὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ἀπογείου ἐπὶ τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου κίνησιν· τουτέστι παρὰ τὸ μέγιστον καὶ ἐλάχιστον τοῦ ἐκκέντρου ἀπόστημα· τουτέστι πάλιν παρὰ τὴν ὑπεροχὴν τῆς ζᾱ πρὸς τὴν ζγ̄. ἔχοντες δὲ καὶ ἐν τῷ θʹ σελιδίῳ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μεγίστου ἀποστήματος τοῦ

κέντρου τοῦ ἐπικύκλου πρὸς τὰ κατὰ μέρος αὐτοῦ ἀποστήματα, οἷον ὡς νῦν πρὸς τὸ ζβ̄ οἵων ἡ ὅλη ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου πρὸς τὸ ἐλάχιστον τουτέστι τῆς αζ̄ πρὸς ζγ̄ [...] ποιοῦμεν πάλιν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς ὑπεροχῆς τῶν β παραλλάξεων καὶ τὸν ἐν τῷ ο̄ παρακείμενον ἑξηκοστῶν ὡς ξ̄ πρὸς τὰ τοῦ θʹ σελιδίου τουτέστιν ὡς ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ ἐλαχίστου ἀποστήματος πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ ζᾱ μεγίστου πρὸς τὸ ζβ̄, οὕτως ἡ ὑπεροχὴ τῶν κατὰ τὸ η̄ καὶ λ̄ δύο παραλλάξεων τῶν κατὰ τὰ α̅ καὶ γ̅ θέσεων τοῦ ἐπικύκλου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῶν κατὰ τὸ ο̄ καὶ η̄ παραλλάξεων καὶ τῶν κατὰ τὰ α̅ καὶ β̅ θέσεων τῶν ἐπικύκλων. καὶ τὴν οὕτως εὑρισκομένην τῆς κατὰ τὸ ο̄ παραλλάξεως πρὸς τὴν κατὰ τὸ η̄ ὑπεροχὴν προστιθέντες τῇ κατὰ τὸ η̄ κατειλημμένην διὰ τὸ ὡς ἔφαμεν ἐν ταῖς περιγειοτέραις θέσεσι μείζονας γίνεσθαι τὰς παραλλάξεις κατελαμβανόμεθα τὴν γινομένην παράλλαξιν ἐκ τῆς κατὰ τοῦ β̅ θέσεως τοῦ ἐπικύκλου τὰς διπλασίονας τῶν ρκ̄ μοιρῶν τῆς ἀποχῆς μοίρας σμ̄ ἀπέχοντος εἰς τὰ ἑπόμενα τοῦ α̅ ἀπογείου· τῆς δὲ σελήνης κατὰ τὸ ο̄ τυγχανούσης καὶ ἀπεχούσης τοῦ π̄ ἀκριβοῦς ἀπογείου μοίρας ξ̅· τοῦ δὲ κατὰ κορυφὴν μ̄ ιθʹ:

ἵνα δὲ φανερὰ ἡμῖν γένηται τὰ εἰρημένα ἐπὶ τῶν κοινῶν ἀριθμῶν ὅτι ὅταν μὲν ὁ ἀπὸ τοῦ ἀκριβοῦς ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου τῆς ἀνωμαλίας ἀριθμὸς μέχρι ρπ̄ μοιρῶν τυγχάνῃ, τὸν ϟʹ αὐτοῦ χρὴ τυγχάνειν εἰς τὸ α̅ᵒᵛ σελίδιον τοῦ κανόνος· ὅταν δὲ ὑπὲρ τὰς ρπ̄ τὸν ϟʹτῶν λειπουσῶν εἰς τὸν τῶν τξ̅· καὶ ἔτι ἐπὶ τῆς ἀποχῆς αὐτῶν ἃς ἀπέχει μέσως ἡ σελήνη ἤτοι τῆς ἡλιακῆς ἢ τῆς ταύτην διαμετρούσης κατὰ τὴν ἐγγυτέραν ὁποτέρας αὐτῶν διάστασιν εἰσαγαγεῖν χρὴ εἰς τοὺς αὐτοὺς κοινοὺς ἀριθμούς.

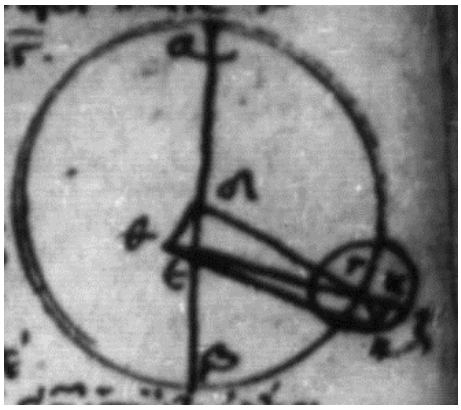


ἐκκείσθω ὁ ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁ αβ̅γδ περὶ διάμετρον την αγ̅· ἐφ' ἧς εἰλήφθω τὸ τοῦ ζωδιακοῦ κέντρον τὸ ε̅· καὶ γεγράφθω ὁ ἐπίκυκλος περὶ τὸ α̅ κέντρον. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ γα̅ ἐπὶ τὸ ζ̅ ἀκριβὲς ἀπόγειον τοῦ ἐπικύκλου· καὶ ὑποκείσθω ἡ σελήνη ποτὲ μὲν τὴν ζη̄ ἀπὸ τοῦ ζ̅ ἀκριβοῦς ἀπογείου ἐπὶ τὰ προηγούμενα ἀπέχουσα μοίρας ρκ̄· ποτὲ δὲ τὴν ζηθ̅ σμ̄· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εη̄, ηθ̅. καὶ ἐπεὶ οἱ ἐν τῷ κανόνι κοινοὶ ἀριθμοὶ μέχρι C̅ τυγχάνουσι δηλονότι ὅταν ἡ σελήνη ἐπὶ τοῦ η̄ τυγχάνῃ ἀπέχουσα τοῦ ζ̅ μοίρας ρκ̅, οὐχ οἷόν τέ ἐστι τῷ ρκ̅ ἀριθμῷ παραθεῖναι τὴν ἐπιβάλλουσαν τῇ τοιαύτῃ θέσει τοῦ μεγίστου ἀποστήματος ὑπεροχὴν διὰ τὸ μηδὲν παρακεῖσθαι τὸν ρκ̄. διὰ τοῦτο τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς παρέθηκεν ἵνα καὶ τὴν πρὸς τῷ κέντρῳ [...] τοῦ μεγίστου

πρὸς τὸ ἐλάχιστον ὑπεροχὴν παρακεῖσθαι ὀφείλουσαν ταῖς ἀπὸ τοῦ ἀπογείου ἐπὶ τὸ περίγειον μοίραις $\overline{\rho\pi}$ ταῖς πρὸς τῷ τέλει τοῦ κανόνος μοίραις $\overline{\varsigma}$ παράθηται. πάλιν ἐπεὶ ὅταν κατὰ τοῦ $\overline{\theta}$ τυγχάνῃ ἡ σελήνη ἀπέχουσα τοῦ $\overline{\zeta}$ μοίρας $\sigma\bar{\iota}$ αἱ ταύταις ἡμίσειαι μοῖραι $\overline{\rho\kappa}$ οὐ παράκεινται ἐν τῷ κανόνι τὰς λοιπὰς εἰς τὰς $\overline{\sigma\mu}$ μοίρας εἰληφὼς ταῖς ἡμισείαις αὐτῶν ταῖς $\overline{\xi}$ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀποστημάτων παρέθηκεν ἐπεὶ καὶ ἡ τοῦ μεγίστου πρὸς τὴν κατὰ τὸ $\bar{\eta}$ θέσιν ὑπεροχὴ ταῖς $\overline{\xi}$ μοίραις παράκειται καὶ ἰσοδυναμεῖ τὸ κατὰ τὸ $\overline{\theta}$ ἀπόστημα τῷ κατὰ τὸ $\bar{\eta}$· δηλονότι καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῇ ὑπεροχῇ. πάλιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀποχῆς ὑποκείσθω τὸ $\overline{\delta}$ κέντρον τοῦ ἐπικύκλου ἀπέχον τοῦ $\bar{\alpha}$ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου μοίρας $\overline{\sigma\mu}$ ἵνα ὁ μέσος ἥλιος ἀπέχῃ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου μοίρας $\overline{\rho\kappa}$· καὶ ὑποκείσθω ὁ μέσος ἥλιος ὡς ἐπὶ τῆς $\epsilon\overline{\beta}$· καὶ διήχθω διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ζῳδιακοῦ ἡ $\overline{\beta\epsilon\lambda}$· ἔστω κατὰ διάμετρον πίπτειν τὸ $\overline{\lambda}$ τῇ μέσῃ τοῦ ἡλίου. ἐπεὶ οὖν ἡ ἐπὶ τῆς $\epsilon\overline{\beta}$ ὁμαλὴ τοῦ ἡλίου ἐποχὴ $\overline{\varsigma}$ ἀφέστηκε τοῦ τε $\bar{\alpha}$ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου, καὶ τοῦ $\overline{\delta}$ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου, δηλονότι ἡ κατὰ τὸ $\overline{\lambda}$ διαμετροῦσα τοῦ ἡλίου ἐποχὴ $\overline{\varsigma}$ ἀπέχει τὸν αὐτόν. ἐπεὶ οὖν ταῖς ἡμισείαις τῶν ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τοῦ ἐπικύκλου [...] τὸν ἐπίκυκλον [...] ἐν τῷ θ′ σελιδίῳ ἐβούλετο παρατιθέναι, τούτων δὲ ἡμίσειαί εἰσιν αἱ τῶν μέσων ἀποχῶν τῶν φώτων διαμετροῦσαι ταῖς ταύταις αὐτὰς παρέθηκεν οἱονεὶ καὶ ὡς ἐπὶ τοῦ $\overline{\beta}$ τυγχάνοντος τοῦ ἐπικύκλου τῆς σελήνης καὶ ἀπέχοντος τοῦ $\bar{\alpha}$ ἀπογείου μοίρας $\rho\bar{\kappa}$ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ $\epsilon\bar{\alpha}$ ἀποστήματος πρὸς τὸ $\epsilon\overline{\beta}$ εἰς $\overline{\xi}$ μεταλαβόντες τῆς μέσης ἀποχῆς μοίρας $\overline{\xi}$ παρέθηκεν· ἐπεὶ οὖν πάλιν τὴν μὲν ἀπὸ τοῦ $\overline{\beta}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\delta}$ ὡς ἐπὶ τοῦ ὁμοκέντρου τουτέστι τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\epsilon\delta}$ γωνίας τῆς ἀποχῆς μοιρῶν $\overline{\theta}$ κ′ τυγχανούσης, τῶν δὲ ἐν τῷ κανονίῳ κοινῶν ἀριθμῶν μέχρι $\overline{\varsigma}$, οὐχ οἷόν τε ἐστι τῷ τῆς ἀποχῆς ἀριθμῷ τῶν ὑπεροχῶν τοῦ $\theta\bar{\alpha}$ ἀποστήματος πρὸς τὸ $\epsilon\overline{\delta}$ παραθέσθαι τῇ πρὸς τὴν διαμετροῦσαν τοῦ ἡλίου ἀποχὴν οἱονεὶ τῆς ἀπὸ τοῦ $\overline{\lambda}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\delta}$ ὡς ἐπὶ ὁμοκέντρου μοιρῶν πάλιν $\overline{\xi}$ τυγχανούσῃ τῇ ὑπὸ $\delta\epsilon\overline{\lambda}$ γωνίᾳ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ $\alpha\bar{\epsilon}$ πρὸς τὸ $\epsilon\overline{\delta}$ ἀποστήματος παρέθηκεν. ἐπεὶ καὶ ταῖς αὐταῖς $\overline{\xi}$ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ $\overline{\epsilon\alpha}$ πρὸς τὸ $\epsilon\overline{\beta}$παρέθετο· ἐπεὶ καὶ ἴσον ἐστὶ τὸ $\epsilon\overline{\beta}$ ἀπόστημα τῷ $\epsilon\overline{\delta}$ διὰ τὸ ἐφάπτεσθαι τοῦ ἀπογείου περὶ τὴν $\alpha\overline{\beta}$ καὶ τοῦ $\overline{\delta}$ ἐπικύκλου τὰς ἴσας $\rho\bar{\kappa}$ μοίρας ἀπέχειν:

θεωρουμένης αὐτόθεν ἁπλῶς καὶ τῆς ἡλιακῆς παραλλάξεως κατὰ τὴν ὁμοίαν θέσιν· λαμβάνοντες γὰρ ἃς ἀπέχει τῆς μεσημβρίας ὁ ἥλιος ὥρας ἰσημερινὰς καὶ ταύτας εἰσαγαγόντες εἰς τὸ τῶν γωνιῶν κανόνιον κατὰ τὸ οἰκεῖον κλῖμα καὶ $\iota\overline{\beta}$μόριον τὰς παρακειμένας αὐταῖς ἐν τῷ β′ σελιδίῳ μοίρας αἵτινες εἰσὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν ἐπὶ τὸν ἥλιον παρακειμένας εἰσαγαγόντες ἐν τῷ β′σελιδίῳ τῶν παραλλάξεων τὰ παρακείμενα αὐταῖς ἑξηκοστὰ ἐν τῷ β′ σελιδίῳ ἕξομεν ἃ παραλλάσσει τότε ὁ ἥλιος ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ γραφομένου μεγίστου κύκλου:

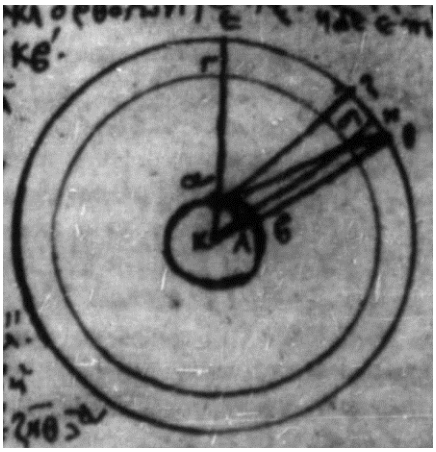
ἵνα δὲ καὶ διὰ τῶν γραμμικῶν ἐφόδων ἀποδείξωμεν μηδὲν αἰσθητὸν γινόμενον διάφορον παρὰ τὰ γραμμικὰ παρὰ τὸ ἐξ ἀναλόγου τοῖς ἀποστήμασι λαμβάνεσθαι τὰς παραλλάξεις διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως, ἔστω ὁ μὲν ἔκκεντρος τῆς σελήνης κύκλος ὁ αβγ περὶ κέντρον τὸ δ καὶ διάμετρον τὴν αβ· ἐφ᾽ ἧς εἰλήφθω τὸ τοῦ ζωδιακοῦ κέντρον τὸ ε· καὶ γεγράφθω ὁ ζη ἐπίκυκλος περὶ κέντρον



τὸ γ ἀπέχων εἰς τὰ ἑπόμενα τοῦ α ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου τὰς διπλασίους τῶν κ μοιρῶν τῆς ἀποχῆς μοίρας μ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ἀκριβὲς ἀπόγειον τὸ ζ· ὑποκείσθω δὲ ἡ σελήνη κατὰ τὸ η ἀπέχουσα τοῦ ζ ακριβοῦς ἀπογείου εἰς τὰ προηγούμενα τὰς προκειμένας μοίρας ξ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εη εγ δγ γη. κάθετοι δὲ ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τὴν εη ἐκβληθεῖσαν ἡ δθ· ἐπὶ δὲ τὴν γζ ἡ ηκ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ βεγ γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ θεδ τοιούτων ἐστὶ ξ οἵων αἱ δ ὀρθαὶ τξ οἵων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ κ, εἴη ἂν καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς θδ εὐθείας περιφέρεια τοιούτων κ οἵων ὁ περὶ τὸ δεθ ὀρθογώνιον κύκλος τξ· ἡ δὲ ἐπὶ τῆς θε τῶν λοιπῶν εἰς τὸ ἡμικύκλιον καὶ τῶν ὑπ᾽ αὐτὰς ἄρα εὐθειῶν ἡ μὲν δθ τοιούτων ἐστι ργ νε′ κγ′′ οἵων ἡ δε κ· ἡ δὲ θε τῶν αὐτῶν ξ· καὶ οἵων ἄρα ἡ μὲν δε μεταξὺ τῶν κέντρων ι ιθ′, ἡ δὲ δγ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ μα′ τοιούτων ἔσται καὶ ἡ μὲν δθ η μς′ δ′′· ἡ δὲ θε ε ιε′ ἔγγιστα. καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῆς δγ λεῖψαν τὸ ἀπὸ τῆς δθ ποιεῖ τὸ ἀπὸ τῆς θγ, ἔσται καὶ ἡ θγ μήκει τῶν αὐτῶν μγ μβ′ κε′′ οἵων ἡ μὲν δγ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐκκέντρου μθ μα′· ἡ δὲ γη ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ε ιε′· πάλιν ἐπεὶ ἡ ηζ τοῦ ἐπικύκλου περιφέρεια ὑπόκειται μοιρῶν ξ, εἴη ἂν καὶ ἡ μὲν ὑπὸ κγη γωνία οἵων μέν εἰσιν αἱ δ ὀρθαὶ τξ, τοιούτων ξ· οἵων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ, τοιούτων κ. καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς κη ἄρα εὐθείας περιφέρεια τοιούτων ἐστὶ κ οἵων ὁ περὶ τὸ γκη ὀρθογώνιον κύκλος τξ· ἡ δὲ ἐπὶ τῆς γκ τῶν λοιπῶν εἰς τὸ ἡμικύκλιον ξ. καὶ τῶν ὑπ᾽ αὐτὰς ἄρα εὐθειῶν ἡ μὲν ηκ τοιούτων ἐστὶ ργ νε′ κγ′′ οἵων ἡ γη ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου κ ἡ δὲ γκ τῶν αὐτῶν ξ. ἔσται καὶ οἵων ἡ γη ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐπικύκλου ε ιε′ ἡ δὲ εα ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ζωδιακοῦ ἐπὶ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου ξ· ἡ δὲ εβ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κέντρου ἐπὶ τὸ περίγειον τοῦ ἐκκέντρου λθ κβ′ καὶ οἵων ἄρα ἡ εα ἐδείχθη νθ ὃ, ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς α τοιούτων ἔσται καὶ ἡ εη τοῦ κατὰ τὸν προκείμενον χρόνον τῆς σελήνης ἀποστήματος με μζ′ ιε′′:

τούτου δεδομένου γεγράφθωσαν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης γ μέγιστοι κύκλοι περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῆς γῆς.

καὶ ἔστω ὁ μὲν τῆς γῆς μέγιστος κύκλος ὁ αβ̄· ὁ δὲ διὰ τοῦ κατειλημμένου τῆς σελήνης ἀποστήματος ὁ γδ̄· πρὸς ὃν δὲ ἡ γῆ σημείου λόγον ἔχει, ὁ εζ̄ηθ̄· καὶ κέντρον μὲν κοινὸν ἔστω πάντων τὸ κ̄· ἡ δὲ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἡ κ̄ᾱγε· ὑποκείσθω δὲ ἡ σελήνη κατὰ τὸ δ̄ ἀπέχουσα ἀκριβῶς τοῦ γ̄ κατὰ κορυφὴν τὰς προκειμένας μοίρας μ̄ ιθ′· καὶ ἐπεζεύχθω ἥ τε κδ̄η καὶ ἡ αδ̄θ. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ ᾱ ὃ γίνεται ὄψις τῶν ὁρώντων κάθετος μὲν ἤχθη ἐπὶ τὴν κβ̄ ἢ ἐπὶ τὴν αλ, παράλληλος δὲ τῇ κῆ ἡ αζ̄, ἐπεὶ τοίνυν ἡ γδ̄ περιφέρεια ὑπόκειται μοιρῶν μ̄ ιθ′, εἴη ἂν καὶ ἡ μὲν ὑπὸ γκ̄δ γωνία οἵων μὲν εἰσὶν αἱ δ̄ ὀρθαὶ τξ̄ τοιούτων μ̄ ιθ′· οἵων δὲ αἱ β̄ ὀρθαὶ π̄ λη′. ὥστε καὶ ἡ μὲν ἐπὶ τῆς ᾱλ̄ εὐθείας περιφέρεια τοιούτων ἐστὶ π̄ λη′ οἵων ὁ περὶ τὸ ᾱκ̄λ ὀρθογώνιον κύκλος τξ̄· ἡ δὲ ἐπὶ τῆς κλ̄ τῶν λοιπῶν εἰς τὸ ἡμικύκλιον ϛθ̄ κβ′. καὶ τῶν ὑπ᾽αὐτὰς ἄρα εὐθειῶν ἡ μὲν αλ̄ τοιούτων ἐστὶ οζ̄ λη′ κη′′ οἵων ἡ ακ̄ ρ̄κ̄· ἡ δὲ λκ̄ τῶν αὐτῶν ϛᾱ λ′ κ′′ καὶ οἵου ἄρα ἡ ακ̄ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ᾱ, ἡ δὲ κδ̄ τοῦ κατὰ τὸν ὑποκείμενον χρόνον κατειλημμένου ἀποστήματος μθ̄ μζ′ ιε′′, τοιούτων ἔσται καὶ ἡ μὲν αλ̄ ὃ λθ′ν′′ ἔγγιστα· ἡ δὲ κλ̄ ὃ μθ′με′′. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ λδ̄. τουτέστιν ἡ αδ̄ ἐπεὶ ἀδιάφοροί εἰσι ἄνισοι τῶν αὐτῶν ἄρα μθ̄ α′ λ′′. ὥστε καὶ οἵων ἡ αδ̄ ὑποτείνουσα ρ̄κ̄, τοιούτων ἔσται καὶ ἡ αλ̄ εὐθεῖα μζ̄ θ′ ἔγγιστα· ἡ δὲ ἐπ᾽ αὐτῆς περιφέρεια τοιούτων ᾱ μθ′ κβ′′ ἔγγιστα οἵων ὁ περὶ τὸ αδ̄λ̄ ὀρθογώνιον κύκλος τξ̄· ἔστω καὶ ἡ ὑπὸ ζᾱθ̄ οἵων μὲν εἰσὶν αἱ δύο ὀρθαὶ τξ̄ τοιούτων ἔσται μβ κβ· οἵων δὲ αἱ δ̄ ὀρθαὶ τξ̄ τοιούτων ὃ ν′μα′′. ἔστω ἐπεὶ καὶ τὸ μὲν ᾱ σημεῖον ἀδιαφορεῖ τοῦ τοῦ κ κέντρου. ἡ δὲ ζ̄ηθ̄ περιφέρεια ἀδιαφόρῳ μείζων ἐστὶ τῆς ηθ̄ διὰ τὸ τὴν γῆν ὅλην σημείου λόγον ἔχειν πρὸς τὸν εζ̄ηθ̄ κύκλον τξ̄ τοιούτων ὃ ν′ ἔσται καὶ ἡ η̄θ̄ τῆς παραλλάξεως περιφέρεια οἵων ἐστὶ ὁ εζ̄ηθ̄ κύκλος ὃ ν′ μα′′. ἴση ἄρα ἔγγιστα ἡμῖν κατείληπται διὰ τῶν γραμμῶν ἡ κατὰ τὸν ἐκκείμενον χρόνον παράλλαξις τῇ διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως ἐξ ἀναλόγου τοῖς ἀποστήμασι καταληφθείσης ὃ μθ′ νζ′′ μὴ δὲ ἑνὶ ἑξηκοστῷ διαφέρουσα. καὶ φανερὸν ἡμῖν γέγονεν ὅτι οὐδεμία γεγένηται αἰσθητὴ διαφορὰ τῆς παραλλάξεως παρὰ τὰ γραμμικὰ τῷ διὰ τῆς κανονικῆς ψηφοφορίας ἐξ ἀναλόγου αὐτὰς παραλαμβανομένας περιφερείας:



ἵνα οὖν ἀπὸ τῆς κατὰ τὰς τοιαύτας παρόδους κατειλημμένης ἐπὶ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης γραφομένου κύκλου διὰ τῆς κανονικῆς ἐκθέσεως παραλλάξεως ἑξηκοστῶν μθ′ μζ′′ καὶ τὴν πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων τότε γινομένην κατὰ μῆκος καὶ πλάτος ἐπιλογισώμεθα τὰς

αὐτὰς πάλιν γ̄ ὥρας ἰσημερινὰς ὑπεθέμεθα ἀπέχειν τὴν σελήνην πρὸς ἀνατολὰς τοῦ μεσημβρινοῦ κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου τυγχάνουσαν εἰσοίσομεν εἰς τὸ τῶν γωνιῶν κανόνιον κατά τε τὸ οἰκεῖον κλίμα καὶ ιβμόριον ὡς νῦν ἐπὶ τοῦ γʹ κλίματος καὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου κατὰ τὸ γʹ σελίδιον τῶν πρὸ μεσημβρίας ὡρῶν καὶ τῆς τῶν παρακειμένων αὐταῖς ἐν τῷ γʹ σελιδίῳ μοιρῶν ρξ̄α τὰς λειπούσας εἰς τὰς ρ̅π̅ μοίρας ιθ̄ λʹ διπλασιάσαντες· καὶ τὰς γενομένας μοίρας λθ̄ ἐπὶ τὰς λειπούσας αὐτῶν εἰς τὰς ρ̅π̅ μοίρας ρμ̄α εἰσαγαγόντες εἰς τὸ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν κανόνιον τὰς παρακειμένας ταῖς τηλικαύταις περιφερείαις εὐθείας λαβόντες, αἵ εἰσι ταῖς μὲν λθ̄ παρακείμεναι μ̄ γʹ κεʹʹ· ταῖς δὲ ρμ̄α ρ̅ιγ ζʹ βʹʹ ἐσόμεθα εὑρηκότες τὸν λόγον ὃν ἔχει ἡ κατὰ πλάτος παράλλαξις τοῦ πρὸς τὴν κατὰ μῆκος· ἔπειτα πολλαπλασιάσαντες χωρὶς τὰ ἐκ τῶν εὐθειῶν ἐπὶ τὴν διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν εὑρεθεῖσαν παράλλαξιν ἑξηκοστῶν τυγχάνουσαν μθ̄ μζʹ διὰ τὰς μέχρι τῶν τηλικούτων περιφερειῶν εὐθείας ἀνάλογον ἔχειν πρὸς τὰς περιφερείας καὶ τῶν γενομένων ἑξηκοστῶν ,ατζ̄δ ιε· χ̅λ̅α κ̄α τὸ ρ̅κ̅ὸν λαβόντες ἃ γίνεται ἑξηκοστὰ ις λη κη κς′ νθ′ ἅτινα ἀνάλογόν ἐστι τοῖς ἐπάνω εἰρημένοις, ἔχοντα τὸν λόγον τῆς κατὰ πλάτος παραλλάξεως πρὸς τὴν κατὰ μῆκος. τὰ μὲν ιξ̄ μη′ μα′ ἑξηκοστὰ ἕξομεν τῆς κατὰ πλάτος παραλλάξεως· τὰ δὲ μς νε ἑξηκοστὰ τῆς κατὰ μῆκος:

ἵνα δὲ καὶ τῆς τοιαύτης ψηφοφορίας αἰτιώδης λόγος ὑπ᾽ ὄψιν διὰ τῶν γραμμῶν ἡμῖν γένηται, ἐκκείσθω μεσημβρινοῦ μὲν τμῆμα τὸ αβ̄γ· ζωδιακὸν δὲ τὸ αεδ̄· κατὰ κορυφὴν δὲ τὸ β̄, μεσουρανοῦν δὲ τὸ ᾱ. καὶ ὑποκείσθω ἡ σελήνη ὡς ἐπὶ τοῦ ζῳδιακοῦ τυγχάνουσα κατὰ τὸ ε̄· καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β̄ κατὰ κορυφὴν καὶ αὐτῆς μεγίστου κύκλου τμῆμα τὸ βεζ̄. καὶ ἔστω ἡ εζ̄ τῆς εὑρεθείσης παραλλάξεως ἐπὶ τοῦ τοιούτου κύκλου ἑξηκοστῶν μθ̄ μζʹ. ὑποκείσθω βορειότερα τοῦ διὰ μέσων τὰ πρὸς τοῖς γ̄ δ̄ σημείοις μέρη· καὶ ἑπόμενα ὡς ἀπὸ τοῦ ᾱ ἐπὶ τὸ ε̄ καὶ τὸ δ̄. ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ βʹῳ σελιδίῳ τοῦ τῶν γωνιῶν κανόνος ἔκκεινται αἱ πρὸς τῷ ἑπομένῳ τμήματι τοῦ ζωδιακοῦ ὑπὸ τοῦ διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν γινόμεναι βόρειαι γωνίαι, τουτέστιν αἱ ὅμοιαι τῆς ὑπὸ τῆς βεδ̄, καὶ εἰσαγαγόντες δύο ὥρας, καὶ καταλαμβανόμενοι ταύτην μείζονα οὖσαν μοιρῶν ζ̄, τουτέστι μείζονα οὖσαν ὀρθῆς, καὶ ἐλαμβάνομεν τὰς λειπούσας αὐτῶν εἰς τὰς ρ̅π̅, τουτέστιν εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἵνα ἔχῃ τὴν ὑπὸ ζεδ̄ ὀξεῖαν γωνίαν ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ ζ̄ φαινομένης σελήνης πρὸς τὰς ὀρθὰς γράφει κύκλον τῷ ζωδιακῷ ὡς τὸν ζῃ. διὸ καὶ ἔλεγε τοσούτων [...] ἔσται ἢ ἐλάσσων τῶν περὶ τὴν ἐκκειμένην τομὴν γωνιῶν· οἵων ἡ ᾱ ὀρθὴ ζ̄. διὰ τοῦτο καὶ

διπλασιάζοντες αὐτὴν τουτέστι τὴν ὑπὸ ζεῃ γωνίαν ὡς πρὸς περιφέρειαν ὦμεν ἔχοντες αὐτὴν τοῦ περὶ τὸ ζεῃ τρίπλευρον ὡς τῶν συνηγμένων αὐτῷ περιφερειῶν ἀδιαφορεῖν κατὰ τὴν ἀνάλογον ὡς ἔφαμεν εὐθεῖαν λαμβάνοντες ἐκ τῶν ὑπὸ ζεη γωνιῶν τὴν ἐπὶ τὴν ζῃ περιφέρειαν, καὶ ἔτι τὴν ἐπὶ τῆς ηε λείπουσαν εἰς τὰς τοῦ ἡμικυκλίου μοίρας ρπ. καὶ τὰς ὑπ᾽ αὐτὰς εὐθείας τήν τε ζῃ καὶ ηε ὡς ἔφαμεν διὰ τὸ ἀδιάφορον οἵων ἡ εζ ὑποτείνουσα ρκ. καὶ μεταγαγόντες τὸν πολλαπλασιασμὸν καὶ οἵων ἡ εζ τῶν κατειλημμένων ἑξηκοστῶν τῆς διὰ τοῦ κατὰ κορυφὴν παραλλάξεως εὑρίσκομεν καὶ ἑκατέραν τῶν ζῃ ηε. τουτέστι τήν τε κατὰ πλάτος καὶ κατὰ μῆκος παράλλαξιν. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τοῦ ἡλίου παραλλάξεων:

καὶ ἐπεὶ ὡς κατὰ τὰς ἀρχὰς τῶν ιβμορίων τῆς σελήνης τυγχανούσης αἱ παραλλάξεις ἡμῖν καταλαμβάνονται διὰ τὸ καὶ τὰς περιφερείας καὶ τὰς γωνίας οὕτως αὐτῷ ἐκτεθεῖσθαι ὡς νῦν ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου ἐὰν λόγου ἕνεκεν ἡ σελήνη ἐπὶ τῆς ιε μοίρας ὑποκέηται πραγματευσόμεθα ὁμοίως ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς σελήνης ὡρῶν καὶ ἐκ τῶν αὐτῶν διαστάσεων τῆς τε ἀποχῆς καὶ τῆς ἀνωμαλίας καὶ τὰς κατὰ τῆς ἀρχῆς τοῦ λέοντος γινομένας παραλλάξεις τοῦ τε μήκους καὶ τοῦ πλάτους. καὶ λαβόντες τὰς ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ καρκίνου καὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ λέοντος οἰκείως τῶν πα

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΟ ΚΕΙΜΕΝΟ[1]

Κεφάλαιο **α** (f. 200v - f. 201r)

9. ἰσημερινοῦ: στο χειρόγραφο είναι γραμμένο το πρώτο τμήμα (ἰση) της λέξης και πάνω από αυτό είναι γραμμένη η συντομογραφία $μ^{β}$, χωρίς όμως να διακρίνεται καθαρά.

45. εἰρημένοις: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό μέσα στο οποίο βρίσκεται το διακριτικό σημείο .

54. ἰσημερινοῦ: πριν από τη συντομογραφία $μ^{β}$ έχει προστεθεί το ἰση.

78. πανσέληνον: σελήνην [Είναι γραμμένο το γράμμα π και ακολουθεί το «σύμβολο» που χρησιμοποιεί ο γραφέας για τη λέξη σελήνη. Το γράμμα π περιττεύει.]

Κεφάλαιο **β** (f. 421v)

2. καὶ: αἱ [Πρβλ. στ. 6 και H1.354.21.]

25. ὃ ὃ: στο χειρόγραφο, το διακριτικό σημείο που χρησιμοποιεί ο γραφέας για να δηλώσει το μηδέν το έχει θέσει, στη συγκεκριμένη περίπτωση, μία μόνο φορά και έτσι ώστε να καταλαμβάνει και τα δύο γράμματα ο.

26 (στην αρχή του στίχου)**.** περὶ: διττογραφία.

44. [...]: είναι γραμμένη μια αριθμητική τιμή που δεν διακρίνεται καθαρά. Πρόκειται μάλλον για την τιμή $\overline{β}$ μ′, η οποία έχει ήδη αναφερθεί (βλ. στ. 41). Επιπλέον, στο χωρίο (στ. 32-45) που είναι γραμμένο και στα περιθώρια της *Μεγίστης* (f. 201v, επάνω και αριστερό περιθώριο) είναι γραμμένη η τιμή $\overline{β}$ μ′.

---

[1] Στις σημειώσεις γράφονται στην αρχή με έντονους χαρακτήρες ο αριθμός του στίχου και μια τελεία. Ακολουθεί η γραφή που υπάρχει στο χειρόγραφο και μετά τίθεται άνω-κάτω τελεία. Μετά την άνω-κάτω τελεία, είτε ακολουθεί η προτεινόμενη γραφή και στη συνέχεια, μέσα σε αγκύλες, τα αντίστοιχα σύντομα σχόλια είτε ακολουθούν μόνο σχόλια για τη γραφή που υπάρχει στο χειρόγραφο. Σε ορισμένες περιπτώσεις, μετά τον αριθμό του στίχου και την τελεία υπάρχουν οι αγκύλες [...] και ακολουθούν ορισμένα σχόλια για το περιεχόμενο του κειμένου που δεν έχω μεταγράψει. Οι σημειώσεις που αναφέρονται σε ένα και τον αυτό στίχο του κειμένου διαχωρίζονται με μια κατακόρυφη γραμμή. Ενίοτε όμως, για πρακτικούς λόγους, τις γράφω ξεχωριστά.

52. ἡλίου κύκλου: ἐπικύκλου

Κεφάλαιο **ε** (f. 424r-v)

3. $\overline{\zeta}$ νε′: $\overline{\zeta}$ με′ [Ο γραφέας συγχέει τα γράμματα ν και μ. Πρβλ. Η1.369.8-9.]

4. $\Gamma^{\beta'}$: με τη μορφή αυτή ο γραφέας αποδίδει το ⅔.

4. κᾱ γ′ η′′: κᾱ γ′ η′ [Πρόκειται για την τιμή 21 ⅓ ⅛°. Πρβλ. Η1.369.10.]

5. ὥστε: η λέξη προέρχεται από διόρθωση που κάνει ο γραφέας σε μία άλλη λέξη που ήταν γραμμένη, η οποία όμως δεν διακρίνεται καθαρά. Πρβλ. Η1.369.11.

8. $\overline{\varsigma}$ να′: $\overline{\varsigma}$ μα′[Ο γραφέας συγχέει τα γράμματα ν και μ. Πρβλ. στ. 25, όπου αναφέρεται η τιμή $\overline{\varsigma}$ μα′. Πρβλ. επίσης Η1.369.21.]

13. τὴν: τῆς [Πρβλ. Η1.370.1-3.]

14. τῆς σελήνης: η λέξη τῆς είναι γραμμένη πάνω από το «σύμβολο» που χρησιμοποιεί ο γραφέας για τη σελήνη.

16. ō μς′: ὁ μς′ [Ο γραφέας, πάνω από το γράμμα ο έχει θέσει τη μακρά αντί του διακριτικού σημείου το οποίο χρησιμοποιεί για να δηλώσει το μηδέν. Το ō σημαίνει εβδομήντα. Στη συγκεκριμένη όμως περίπτωση πρόκειται για το μηδέν και όχι για το εβδομήντα. Πρβλ. Η1.372.4. Ας σημειώσουμε ότι η περίπτωση αυτή, όπως θα δούμε στη συνέχεια, δεν είναι η μοναδική.]

24. ἡ: το άρθρο είναι γραμμένο πάνω από το τέλος της λέξης «ἐπεὶ».

24. ὁμαλὴ: φαίνεται ότι αρχικά στη λήγουσα της λέξης υπήρχε περισπωμένη την οποία ο γραφέας διορθώνει σε βαρεία.

30. γινομένων: η λέξη είναι γραμμένη πάνω από τη συντομογραφία Γ^{ι}.

41. καὶ ἔτι ἡ μὲν: η λέξη ἔτι είναι γραμμένη στο διάστιχο πάνω από τις λέξεις ἡ μὲν και επιπλέον ο γραφέας δείχνει με μια κατακόρυφη γραμμή πού πρέπει να παρεμβληθεί.

42. δ$\overline{\kappa}$ε: το γράμμα ε είναι γραμμένο στο διάστιχο, κάτω από το πρώτο γράμμα της λέξης ὀρθογώνιον.

48. καὶ: η λέξη είναι γραμμένη στο διάστιχο πάνω από το τέλος της λέξης δίδοται.

49. καὶ αὐτὴ: μετά τη λέξη καὶ υπάρχει ένα γράμμα που δεν διακρίνεται και το οποίο ο γραφέας διαγράφει με μια πλάγια γραμμή.

54. ἀνώμαλον: ἀνωμαλίαν [Πρβλ. στ. 16 και στ. 70. Εξάλλου ο Θέων, σε όλο το έργο του, για την προσθαφαίρεση χρησιμοποιεί είτε την έκφραση «ἡ παρὰ τὴν

ἀνωμαλίαν διαφορὰ» είτε, όπως και στην προκειμένη περίπτωση, την έκφραση «τὸ παρὰ τὴν ἀνωμαλίαν διάφορον».]

54. ō μς′: ὂ μς′ [Πρβλ. σημείωση για το στίχο 16.]

57. [...]: στο σημείο αυτό είναι στο χειρόγραφο γραμμένη μία λέξη η οποία δεν φαίνεται καθαρά.

57. περίγειον: μετά τη λέξη αυτή υπάρχει στο χειρόγραφο ένα μικρό κενό.

62. βδ̄: βλ̄ [Πρβλ. στ. 69.]

63. αὐτὰ: η λέξη είναι γραμμένη στο διάστιχο, πάνω από τη λέξη μέρη.

67. [...] γωνίας: μία λέξη που δεν διακρίνεται καθαρά καθώς και η λέξη γωνίας είναι γραμμένες στο διάστιχο, πάνω από τη λέξη περιέξουσιν.

74. βη̄ ἐκ τοῦ: η πρόθεση ἐκ είναι γραμμένη στο επάνω διάστιχο (βη̄ ἐκτοῦ).

74. κύκλου: κέντρου [Ο Θέων αναφέρεται στην ακτίνα του επικύκλου.]

77. δ̄ ὀρθαὶ τξ̄: η λέξη ὀρθαὶ είναι γραμμένη στο επάνω διάστιχο (δ̄ ὀρθαὶ τξ̄).

82. ρ̄ πε′ λ′: ρπε̄ λ′ [Πρόκειται για την τιμή 185° 30′. Πρβλ. Η1.373. 9.]

95. εζη̄: ενξ̄ [Πρβλ. Η1.374.6.]

97. ιθ̄: ῑ ιθ′[Πρβλ. Η1.374.10.]

98. πη̄: ῑ ιη′[Πρβλ. Η1.374.11.]

99. τὴν: φαίνεται να έχει προκύψει από διόρθωση της λέξης τῇ | ὧν:
γραμμένο στο διάστιχο πάνω από την αρχή της λέξης ἀπείληφεν.

Κεφάλαιο ς (f. 205r)

12-13. μζ′ παρακειμένου: μζ̄ περιφέρειαν [Πρβλ. Η1.382.6-7.]

15. δι᾽ οὗ: διὸ [Εδώ ο Θέων εξηγεί για ποιο λόγο ο Πτολεμαίος στο κανόνιο της καθόλου σεληνιακῆς ἀνωμαλίας τοποθετεί στο τρίτο σελίδιο την τιμή 12° ως αντίστοιχη της τιμής 90° του πρώτου σελιδίου (βλ. Η1.390.22).]

19. τῶν τῆς ὁμαλῆς διαφορᾶς μοῑ: τὰς τῆς ὁμαλῆς διαφορᾶς μοίρας

Κεφάλαιο ζ (f. 205r- f. 206r)

7. προσθαφαιρέσεις: προσθαφαιρέσεων

13. σελίδια: σελιδίων

22. ς̄: ς̄ λ′ [Πρβλ. H1.384.5. Πρβλ επίσης στίχο 30 καθώς και στίχους 9 και 15 του κεφαλαίου ς.]

28. β̄: ς̄ [Βλ. H1.390]

30. τὸ: τῷ

65. θέσεως: ἐκθέσεως [ἔκθεσις κανόνος: αποτελεί στερεότυπη έκφραση στο πλαίσιο της αστρονομίας και αυτήν χρησιμοποιεί ο Θέων σε όλο το σωζόμενο έργο του.]

77. προηγούμενα: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

80. ρι̅ε̅ καὶ σμ̅ε̅ : ρι̅δ̅ καὶ σμ̅ς̅ [Βλ. H1.390.30]

84. ε̅: ε̅ α′ [Πρβλ. H1.384.20 καθώς και στίχους 98, 124.]

90. τὸ: γράφεται στο επάνω διάστιχο στον χώρο που αναλογεί στο διάστημα ανάμεσα στη λέξη διὰ και στη λέξη τὸν (διὰ τὸ τὸν).

92. τῷ: κατὰ τὸν [Πρβλ. H1.385.2.]

99. τῆς βλ̅ θ̅ μ$^{\overline{\sigma\iota}}$: τὰς β̅ λθ′ μοίρας [Στο κανόνιο (H1.390.25-27), στο πέμπτο σελίδιο, υπάρχει η τιμή 2° 39΄. Πρβλ. και στίχους 129, 130 και 138 του κειμένου του Θέωνα, όπου αναφέρεται η τιμή β̅ λθ′.]

121. εὑρίσκειν: εὑρίσκει

Κεφάλαιο **θ** (f. 206v - f. 208r)

19. σελίδιον: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

51. ὅσον: πάνω από την κατάληξη -ον είναι γραμμένη η κατάληξη -ων.

52. τόσον: πάνω από την κατάληξη -ον είναι γραμμένη η κατάληξη -ων.

61. τὸν: τὴν

67. [...]: φαίνεται σαν να είναι γραμμένο το διαζευκτικό «ἢ» ακολουθούμενο από μία λέξη η οποία είναι δυσανάγνωστη.

97. ἀγαγόντες: εἰσαγαγόντες [Σε όλο το σωζόμενο έργο του ο Θέων, σε ανάλογες περιπτώσεις, χρησιμοποιεί το ρήμα εἰσάγω. Αλλά και γενικότερα, στο πλαίσιο της αρχαίας αστρονομίας, το ρήμα εἰσάγω είναι αυτό που χρησιμοποιείται στις περιπτώσεις που ζητείται να βρεθεί μία τιμή από ένα κανόνιο.]

119. τὸ ιθ$^{\overline{ον}}$′ ἔτος διοκλητιανοῦ κατ᾽ αἰγυπτίους φαρμουθὶ ιε: εδώ ο Θέων αναφέρεται στον χρόνο τον οποίο χρησιμοποίησε στο παράδειγμα της ηλιακής ψηφοφορίας που έκανε στο τρίτο βιβλίο. Όμως, το παράδειγμα στο τρίτο βιβλίο το έκανε για το 39ό έτος Διοκλητιανού και τις 5 του μηνός Φαρμουθί και όχι για το 19ο έτος και τις 15 του ίδιου μηνός, όπως αναφέρει εδώ. Βλ. RIII.908.1-4 και Tihon (1987, 209).

130-131. τῑ νε′· αἳ συμμεσουρανοῦσι ἐπ᾽ ὀρθῆς τῆς σφαίρας τοῦ ἰσημερινοῦ μ$^{\overline{οι}}$ τῑ ι′· ἐλάσσονες τῶν: λαμβάνοντας υπόψη ότι η αντωνυμία (αἳ) αναφέρεται στην τιμή που προηγείται (τῑ νε′), θα έπρεπε, προκειμένου να βγει νόημα, η συντομογραφία μ$^{\overline{οι}}$ να αναλυθεί ως μοίραις. Ωστόσο, βάσει της λέξης ἐλάσσονες, η οποία αναφέρεται στην τιμή τῑ ι′, ορθότερη θα ήταν η γραφή αἷς (αντί της γραφής αἳ) καθώς και η ανάλυση της συντομογραφίας μ$^{\overline{οι}}$ ως μοῖραι.

134. ἰσημερινῶν: η συντομογραφία της λέξης γράφεται πάνω από την τιμή κα ϟ′

136. χρόνον: χρόνων

244. [...]: γράφεται ένα ευθύγραμμο τμήμα του οποίου το πρώτο γράμμα δεν διακρίνεται καθαρά. Το δεύτερο γράμμα είναι το β. Βάσει του διαγράμματος, πρόκειται μάλλον για το ευθύγραμμο τμήμα εβ̅.

259. [...]: γράφεται ένα ευθύγραμμο τμήμα του οποίου τα δύο γράμματα φαίνονται σαν διορθωμένα. Το πρώτο γράμμα δεν διακρίνεται καθαρά, ενώ το δεύτερο είναι το γράμμα μ. Όμως, βάσει και πάλι του διαγράμματος, πρόκειται μάλλον για το ευθύγραμμο τμήμα ζβ̅.

275. ρνα̅ λβ′: ρνα̅ κβ′

279. βξ̅: εξ̅

305. προστίθεται: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

330. ο̅: ὁ̅ [Πρόκειται για το μηδέν και όχι για το εβδομήντα.]

Σχόλιο

Μια τελευταία σημείωση για το κεφάλαιο θ αφορά στα δύο χωρία τα οποία έχει μεταγράψει η Tihon. Το πρώτο είναι το χωρίο που γράφεται στους στίχους 118-125: «ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ὑποδείγματος ... ὡρῶν ἰσημερινῶν κᾱ ϛ′», βλ. (Tihon 1987, 208). Το δεύτερο είναι το χωρίο που γράφεται στους στίχους 306-315: «ἵνα δὲ πάλιν ... εἰσαγαγόντες», βλ. (Tihon 1987, 213).

Θα ήθελα να επισημάνω ότι η μεταγραφή που έκανα για τα δύο αυτά χωρία, συγκρινόμενη με τη μεταγραφή της Tihon, παρουσιάζει διαφορές. Ορισμένες από τις διαφορές αυτές είναι καθαρά φιλολογικού χαρακτήρα και δεν θα τις συζητήσω εδώ. Υπάρχουν όμως και ορισμένες διαφορές οι οποίες προκύπτουν από διαφορετικές εκ μέρους μας αναγνώσεις. Έτσι, στο δεύτερο χωρίο, τη συντομογραφία που υπάρχει στο χειρόγραφο και την οποία μετέγραψα στη λέξη «κεφάλαια» (στ. 309), η Tihon την μεταγράφει στη λέξη «κατὰ», βλ. (Tihon 1987, 213, τέταρτη γραμμή του χωρίου). Θεωρώ λανθασμένη αυτή την ανάγνωση της Tihon, διότι, για την πρόθεση «κατὰ» ο γραφέας χρησιμοποιεί με συνέπεια διαφορετική συντομογραφία από αυτή που υπάρχει στο χειρόγραφο στο σημείο αυτό. Εδώ πρόκειται για τη συντομογραφία που χρησιμοποιεί ο γραφέας για τη λέξη «κεφάλαιον» και στην οποία έχει γράψει και το γράμμα «α», προκειμένου να δηλώσει τον πληθυντικό της λέξης (βλ. f. 208r, περιθώριο δεξιά). Εξάλλου, στο σημείο αυτό ο Θέων αναφέρεται σαφώς στα κεφάλαια, όπως ο ίδιος γενικότερα χαρακτηρίζει τα περιεχόμενα, όπως θα λέγαμε σήμερα, των στηλών ενός Πίνακα. Θεωρώ, βέβαια, ότι αυτή η λανθασμένη ανάγνωση της Tihon οφείλεται σε καθαρή αβλεψία, όπως εξάλλου πιστεύω και για δύο ακόμη λανθασμένες αναγνώσεις της που υπάρχουν στο ίδιο χωρίο: τη λέξη την οποία μετέγραψα στη λέξη «ἀλέξανδρον» (στ. 309) η Tihon τη μετέγραψε στη λέξη «Ἀλεξάνδρου» (ό.π., πέμπτη γραμμή του χωρίου), παρά το γεγονός ότι στο χειρόγραφο, στο τέλος της λέξης, υπάρχει η συντομογραφία που χρησιμοποιεί, και πάλι με συνέπεια, ο γραφέας για την κατάληξη «-ον». Επίσης, τις δύο λέξεις που υπάρχουν στο χειρόγραφο και τις οποίες μετέγραψα στις λέξεις «τῇ καὶ» (στ. 310), η Tihon τις μετέγραψε στη λέξη «τῆς» (ό.π., έκτη γραμμή του χωρίου), με αποτέλεσμα να μεταγράψει σε «διακρίσεως» (ό.π.) τη λέξη την οποία μετέγραψα σε «διακρίσει» (στ. 311).

Κεφάλαιο **ι** (f. 208r- f. 209r)

40. [...]: δεν διακρίνεται η γραφή. Στην περίπτωση αυτή θα άρμοζε η λέξη ἔσται.

50. ε̄ α′: ε̄α

60. περὶ: η λέξη αυτή είναι γραμμένη κάτω από τη λέξη τὰς (όχι όμως στο διάστιχο αλλά στον επόμενο στίχο του χειρογράφου, όπου και παρεμβάλλεται στη λέξη καταλήψεσι, από τα μέρη της οποίας διαχωρίζεται με μία γραμμή).

72. πλείστη: πλεῖστον [Πρβλ. H1.395.17.]

76. τὸν: στο χειρόγραφο είναι γραμμένη η λέξη τοῦ, μετά από την οποία ο γραφέας συμπληρώνει την κατάληξη -ὸν χωρίς να διαγράψει την κατάληξη -οῦ.

97. ᾱ ιβ′: β̅ ιβ′ [Η τιμή που αναφέρει εδώ ο Θέων παρεμβάλλεται στις τιμές 1° 46′ και 2° 39′ του τρίτου σελιδίου, οι οποίες αντιστοιχούν στις τιμές 12° και 18° του πρώτου σελιδίου (βλ. H1.390.9-10). Επομένως, η σωστή τιμή πρέπει να είναι η τιμή β̅ ιβ′ (2° 12′). Εξάλλου αυτό προκύπτει και από αυτό που λέει ο Θέων αμέσως μετά (στ. 97-99): η τιμή που βρέθηκε προστίθεται στις 95° και προκύπτει η τιμή 97° 12′ (95° + 2° 12′ = 97° 12′).]

116. ζ̅ κ̅δ̅: ζ̅ κδ′

134. ō ō: ὸ ὸ

156: δ̅^{ον}′: γ̅^{ον}′ [Δεν υπάρχει τέταρτο σελίδιο στο κανόνιο της πρώτης ανωμαλίας της σελήνης. Υπάρχουν τρία σελίδια και οι προσθαφαιρέσεις βρίσκονται στο τρίτο σελίδιο (βλ. H1.337).]

166. ō: ὸ

190. [...]: είναι γραμμένη μία μικρή λέξη την οποία δεν μπόρεσα να διαβάσω. Μάλλον πρόκειται για ένα άρθρο, το οποίο συνδέεται με τη συντομογραφία μ$^{\overline{οι}}$ (στ. 191), η ανάλυση της οποίας εξαρτάται από την πτώση αυτού του άρθρου.

191. μ$^{\overline{οι}}$**:** η συντομογραφία θα μπορούσε να αναλυθεί στη λέξη μοίρας ή στη λέξη μοιρῶν, αν γίνει σαφές τι γράφεται στο σημείο [...] του προηγούμενου στίχου.

219. ō ō: ὸ ὸ

Κεφάλαιο **ια** (f. 209r)

20. διαφορὰν: διαφορῶν

24. ἐπαφῆς: ἐπιφανείας [Πρβλ. H1.401.15.]

Κεφάλαιο **ιβ** (f. 209v - f. 210r)

41. [...]: δεν διακρίνεται η γραφή. Στην περίπτωση αυτή θα άρμοζε η λέξη μέσον.

51. κανονικὸν: κωνικὸν **[**Πρβλ. στ. 53. Πρβλ. επίσης και με τα αντίστοιχα σχόλια του Πάππου στο ίδιο κεφάλαιο (R1.75.12).]

51. ἔχουσαν: ἔχον

52. παραγομένου: περιαγομένου [Πρβλ. στ. 60.]

83. κύκλου: κέντρου

84. [...]: υπάρχει μια συντομογραφία η οποία μοιάζει με τη συντομογραφία $μ^{β}$, αλλά μόνο το γράμμα μ φαίνεται καθαρά.

91. μεσημβρινόν: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από τη συντομογραφία αυτής τη λέξης, υπάρχει ένα μικρό κενό.

95. βόρειον πέρας: στο χειρόγραφο υπάρχει η συντομογραφία $β^{π}$. Η συντομογραφία αυτή μπορεί να αναλυθεί και ως βορειότατον πέρας. Στο χωρίο H1.406.25-407.10 της *Μεγίστης*, το οποίο παραθέτει ο Θέων (στ. 92-99), υπάρχει η γραφή βορειότατον πέρας (βλ. H1.407.3), η οποία δεν έχει προέλθει από ανάλυση συντομογραφίας. Στα χειρόγραφα που χρησιμοποίησε ο Heiberg για την έκδοση της *Μεγίστης* και οι δύο λέξεις γράφονται ολογράφως.

99. ταύτην: τὴν αὐτὴν [Στο χωρίο που παραθέτει ο Θέων, ο Πτολεμαίος, ανάμεσα στα άλλα, αναφέρει ότι όταν η σελήνη βρίσκεται κοντά στο κατά κορυφήν σημείο στην Αλεξάνδρεια, η φαινόμενη θέση της είναι περίπου ίδια με την πραγματική. Επομένως, στη συγκεκριμένη περίπτωση, θα άρμοζε η γραφή τὴν αὐτὴν, η οποία υπάρχει στο χωρίο της *Μεγίστης* (βλ. H1.407.8-9).]

125. ἀπόστασιν: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

141. β̅ ζ′: στη *Μεγίστη*, αντί της τιμής β̅ ζ′ (2 ⅐) υπάρχει η τιμή β̅ καὶ η′ ἔγγιστα (περ. 2 ⅛) (βλ. H1.407.12).

146. ἰσημερινοῦ: στο χειρόγραφο είναι γραμμένο το πρώτο τμήμα (ἰση) της λέξης και πάνω από αυτό είναι γραμμένη η συντομογραφία $μ^{β}$.

156. δεδειγμένον $μ^{\overline{οι}}$**:** δεδειγμένων μοιρῶν [Πρβλ. H1.407.19-20.]

158- 159. διό φησι αἷς σχεδὸν ὑπερέχουσιν αἱ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν ἀποστάσεις $μ^{\overline{οι}}$ β̅: από τη φράση αυτή, ως έχει, δεν βγαίνει καθαρό νόημα. Κρίνοντας από την αρχή της φράσης (διό φησι), ο Θέων φαίνεται να παραθέτει το χωρίο «ὅσαις σχεδὸν ὑπερέχουσιν αἱ ἀπὸ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου ἐπὶ τὸν ἰσημερινὸν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ δεδειγμέναι μοῖραι λ̅ νη′ λείπουσαι τὰς τῆς φαινομένης ἀποστάσεως μοίρας β̅ καὶ η′» (H1.407.15-18). Επομένως, μπορούμε να εικάσουμε ότι στο χειρόγραφο έχει παραλειφθεί να γραφεί η φράση «ἐν Ἀλεξανδρείᾳ δεδειγμέναι μοῖραι λ̅ νη′ λείπουσαι τὰς τῆς

φαινομένης». Η παράλειψη αυτή δικαιολογεί και την ονομαστική πτώση (ἀποστάσεις), αφού υπάρχει το άρθρο αἱ.

Κεφάλαιο **ιγ** (f. 210r- f. 210v)

7. λόγων: στο χειρόγραφο είναι γραμμένη η λέξη λόγον και πάνω από αυτή είναι γραμμένη η κατάληξη -ων.

14. κε̄: κ΄ [Πρβλ. Η1.408.11.]

16. κατειλήφθωσαν: κατειληφὼς [Σε συνδυασμό με την αντωνυμία αὐτὴν στον ίδιο στίχο.]

22. ἰσημερινοῦ: είναι γραμμένη η συντομογραφία $μ^{β}$ και από πάνω είναι γραμμένο το ἰση.

27. ε̄: δεν υπάρχει το γράμμα ε στο διάγραμμα.

32. ἰσημερινὸν: είναι γραμμένη η συντομογραφία $μ^{β}$ και από πάνω είναι γραμμένο το ἰση.

37. μ̄θ μη: μ̄θ μη΄

40. γινομένου: γραφομένου [Η λέξη γινομένου προήλθε από την ανάλυση της συντομογραφίας $Γ^{ι}$, η οποία υπάρχει στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο. Ωστόσο, αρμόζει περισσότερο η λέξη γραφομένου, αν λάβουμε υπόψη μας ότι η στερεότυπη έκφραση που χρησιμοποιεί ο Θέων σε όλο το σωζόμενο έργο του είναι η έκφραση γραφομένου μεγίστου κύκλου. Στη συγκεκριμένη επομένως περίπτωση ενδέχεται ο γραφέας, από λάθος ή άγνοια, να χρησιμοποίησε τη συντομογραφία $Γ^{ι}$ αντί της συντομογραφίας $Γ^{ρ}$.]

41. μθ̄ νη΄: μθ̄ μη΄[Πρόκειται μάλλον για λάθος του γραφέα το οποίο οφείλεται στη σύγχυση των γραμμάτων μ και ν. Εξάλλου η τιμή μθ̄ μη΄(49° 48΄) έχει ήδη αναφερθεί αμέσως πριν, στον στίχο 37. Πρβλ. και Η1.410.5.]

44. τνδ̄ μδ΄: αντί αυτής της τιμής ο Πτολεμαίος αναφέρει την τιμή τνδ̄ μ΄(βλ. Η1.409.7).

44. τνδ̄ μδ΄: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή την τιμή, υπάρχει ένα μικρό κενό.

52. λθ̄ ὃ: λθ̄ με΄ [Πρόκειται για την τιμή που έχει ήδη αναφέρει ο Θέων (στ. 47) και την οποία έχει βρει ο Πτολεμαίος (βλ. Η1.412.20).]

Κεφάλαιο **ιδ** (f. 210v-f. 212v)

20. ἀγγεῖον: ὕδωρ [Η λέξη ἀγγεῖον δεν έχει νόημα στο σημείο αυτό. Πρβλ. τα αντίστοιχα σχόλια του Πάππου στο ίδιο κεφάλαιο (R1.87.11).]

33. ἑξῆς: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, στο χειρόγραφο υπάρχει ένα μικρό κενό.

54. τὸ: είναι γραμμένο πάνω από το τέλος της προηγούμενης λέξης.

69. [...]: είναι γραμμένο κάτι που μοιάζει σαν Ϟ΄ και το οποίο δεν μπόρεσα να καταλάβω τι σημαίνει.

70. κατὰ: η λέξη είναι γραμμένη πάνω από το διάστημα που υπάρχει ανάμεσα στις λέξεις δὲ και πηλίκην.

81. μέγιστον: μέγεθος [Η λέξη μέγιστον δεν έχει νόημα στο σημείο αυτό. Πρβλ. Η1.418.4. Στους στίχους 78-81, ο Θέων αναφέρεται στο χωρίο Η1.417.24-418.5 της *Μεγίστης*.]

84. καταβιβάζοντος: αρχικά στο χειρόγραφο ήταν γραμμένη η λέξη ἀναβιβάζοντος. Ο γραφέας διαγράφει το ἀνα και από πάνω γράφει κατα.

95. κζ̅ ϟ γ΄: ζ̅ ϟ γ΄ [Στους στίχους 92-97 ο Θέων παραθέτει (με ορισμένες διαφορές) το χωρίο Η1.420.20-421.5 της *Μεγίστης*, όπου και αναφέρεται η τιμή ζ̅ ϟ γ΄(7 ½ ⅓ ^{o}) (βλ. Η1.421.3).]

97. λα΄ γ̅΄: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, στο χειρόγραφο υπάρχει ένα μικρό κενό.

106. καταβιβαζομένου: καταβιβάζοντος [Σε όλο το σωζόμενο έργο του, ο Θέων χρησιμοποιεί την έκφραση καταβιβάζων σύνδεσμος. Εξάλλου αυτή είναι και η έκφραση που χρησιμοποιείται στην αρχαία ελληνική αστρονομία.]

128. μη΄ ι΄΄: το ι΄΄ γράφεται πάνω από το άρθρο «ἡ» το οποίο έπεται. Φαίνεται να έχει γραφεί εκ των υστέρων, αφού, δηλαδή, είχε γραφεί πρώτα το μη΄.

129. γξ̅: γζ̅ [Δεν υπάρχει γράμμα ξ στο διάγραμμα. Πρόκειται για λάθος του γραφέα που οφείλεται στη σύγχυση των γραμμάτων ξ και ζ.]

133. ζ̅ ν΄: ζ΄ ν΄΄

140. [...]: είναι γραμμένη η συντομογραφία που χρησιμοποιεί ο γραφέας για τη λέξη μείζων, η οποία εδώ μάλλον περιττεύει. Διότι αυτό που φαίνεται να εξηγεί ο Θέων (στ. 142-144) είναι ότι τα 40΄ 40΄΄ είναι ανεπαίσθητα λιγότερα από τα 40΄ 44΄΄.

147. [...]: είναι γραμμένη η συντομογραφία με^{Γ}.

147. [...]: είναι γραμμένο το γράμμα Γ το οποίο επικαλύπτεται με μια καμπύλη γραμμή. Δεν μπόρεσα να καταλάβω τι εννοεί ο γραφέας στο σημείο αυτό.

149. μδ′: μδ′′ | ιε μ: ιε′ μ′′| ις κδ: ις′ κδ′′| ō: ὸ | λδ′: μδ′′| ō: ὸ

149. [...]: στο σημείο αυτό, στο χειρόγραφο είναι γραμμένη η συντομογραφία $μ^{β}$, η χρήση της οποίας δεν έχει κανένα νόημα στη συγκεκριμένη περίπτωση. Προκειμένου να βγει νόημα, η αρμόζουσα λέξη θα ήταν η λέξη μείζονα. Διότι και πάλι, αυτό που φαίνεται να εξηγεί ο Θέων (στ. 149-150) είναι ότι τα 42΄ 44΄΄ είναι περισσότερα από τα 40΄ 44΄΄. Επομένως, πρόκειται μάλλον για λάθος του γραφέα.

150. [...]: είναι γραμμένη η συντομογραφία $μ^{β}$. Ωστόσο, η λέξη που θα ταίριαζε με τα συμφραζόμενα είναι η λέξη μείζονα.

155. [...]: είναι γραμμένη και πάλι η συντομογραφία $μ^{β}$ ενώ και πάλι η λέξη που θα ταίριαζε με τα συμφραζόμενα είναι η λέξη μείζονα.

168. ἴσαι: εἰσὶν

174. ῑ κζ′: ῑ κζ′ λβ′′[Πρβλ. Η1.48.22. Βλ. και στ. 176-177, όπου αναφέρεται η τιμή ῑ κζ′ λβ′′.]

174. ιῑ: ιῑ μ′ [Ο Θέων έχει ήδη αναφέρει (στ. 162-164) ότι το τόξο εθ είναι 9º 20΄(θ̄ κ′). Επομένως το διπλάσιο είναι ιῑ μ′ (18º 40΄).]

205. [...]: στο σημείο αυτό, στο χειρόγραφο γράφει δα//. Δεν μπόρεσα να καταλάβω τι εννοεί με αυτό ο γραφέας.

221. ἐπισκότησις: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει στο χειρόγραφο ένα μικρό κενό.

245. δζ̄: τα γράμματα φαίνονται σαν να έχουν διορθωθεί.

Κεφάλαιο **ις** (f. 213r)

3. κύκλων: κύβων [Σε αυτό το κεφάλαιο ο γραφέας, σε κάθε περίπτωση, χρησιμοποιεί για τη λέξη κύβος το «σύμβολο» που χρησιμοποιεί για τη λέξη κύκλος, και στο οποίο προσθέτει την αντίστοιχη κατάληξη. Έτσι, στη μεταγραφή του κειμένου, στη θέση του εκάστοτε γραμματικού τύπου της λέξης κύκλος αρμόζει να γραφεί ο αντίστοιχος γραμματικός τύπος της λέξης κύβος (στίχοι 3, 7, 8, 10 και 11).]

12. לל: το ένα ל περιττεύει. Πρβλ. στ. 14.

Κεφάλαιο **ιζ** (213r -214r)

10. ἐκ: εδώ η πρόθεση περιττεύει.

24. μὴ: στο χειρόγραφο είναι γραμμένο πάνω από τη λέξη μένοντος.

29. [...]: στο σημείο αυτό, στο χειρόγραφο, είναι γραμμένη μία μικρή λέξη. Δεν είναι σαφές για ποια λέξη πρόκειται. Αν λάβουμε υπόψη μας ότι στους στίχους 28-30 (ἡ μὲν .... ἀνεπαίσθητος) παρατίθεται, με ορισμένες βέβαια διαφορές, το χωρίο H1.428.18-20 της *Μεγίστης*, θα μπορούσε στο σημείο αυτό να γραφεί η λέξη τοῦτο η οποία υπάρχει στο συγκεκριμένο χωρίο της *Μεγίστης* (βλ. H1.428.29).

42. ᾱ: πάνω από το ᾱ είναι γραμμένη η λέξη πρότερον.

50. ἀπέχοντος τοῦ: ἀπεχόντων τὴν

51. καταγραφομένου: κατὰ κορυφὴν γραφομένου [Πρβλ. στ. 10. Πρβλ. και H1.427.16-18.]

66. [...]: στο χειρόγραφο, σε καθένα από αυτά τα σημεία υπάρχει από μια συντομογραφία ($Γ^{ι}$, $με^{Γ}$, $μ^{β}$ με τη σειρά αντίστοιχα).

73. ᾗ: αἷς

75. κζ′ θ′′ ε′′′ ιη′′′′: κζ′ θ′′ ε′ ιη′′[Στην περίπτωση αυτή πρόκειται για δύο ξεχωριστούς αριθμούς οι οποίοι βρίσκονται στον παραλλακτικό κανόνα (H1.442.20). Ο γραφέας όμως τους εκλαμβάνει ως έναν αριθμό και για το λόγο αυτό βάζει και τις επιπλέον οξείες προκειμένου να δηλώσει την τάξη των εξηκοστών. Ο αριθμός κζ′ θ′′(27′ 9′′) είναι η τιμή της παράλλαξης πρώτου όρου (η οποία βρίσκεται στο τρίτο σελίδιο) ενώ ο αριθμός ε′ ιη′′ (5′ 18′′), ο οποίος βρίσκεται στο τέταρτο σελίδιο, εκφράζει τη διαφορά των παραλλάξεων δεύτερου όρου (λβ′κζ′′) και πρώτου όρου, δηλαδή τη διαφορά 32′ 27′′-27′ 9′′= 5′ 18′′.]

82. δ′: ιδ′ [Πρβλ. στ. 49 και 124, όπου ο Θέων αναφέρει το ιγ′ και το ιε′ θεώρημα, αντιστοίχως.**]**

88. β̄′ κζ′′: β̄ κζ′ | ξ̄ε′ ιε′′: ξ̄ε ιε′ [Φαίνεται ότι αρχικά ήταν γραμμένες οι τιμές β̄ κζ′ και ξ̄ε ιε′ και ότι ο γραφέας τις διορθώνει προσθέτοντας από μία οξεία στο β̄ και στο ξ̄ε καθώς και από μία στο κζ′ και στο ιε′.]

89. ξβ′ μη′′: ξβ̄ μη′

89. ξ̄′: στο χειρόγραφο, η οξεία με την μακρά σχηματίζουν έναν σταυρό πάνω από το γράμμα ξ. Το ίδιο ακριβώς ισχύει και για τα ῑ′ , ξ̄′, ᾱ′ (στ. 90) καθώς και για το δ̄′ (στ. 142)

91. κανόνος: κανόνι

92. λ′: λ̄

93. ἀπογείου: στο σημείο αυτό ο γραφέας έχει μάλλον παραλείψει να γράψει πριν από τη λέξη ἀπογείου τις λέξεις ἀπὸ τοῦ, οι οποίες και προσδίδουν νόημα στη φράση ἀπογείου τοῦ ἐπικύκλου μέχρι τοῦ περιγείου (πρβλ. στ. 95).

Κεφάλαιο **ιθ** (f. 214r - f. 216r)

11. ἰσημερινὰς: πάνω από τη συντομογραφία μ^{β} γράφει ἰση. Το ίδιο ισχύει και για τη λέξη ἰσημερινὰς του στίχου 15.

17. ἰσημερινὰς: μπροστά από τη συντομογραφία μ^{β} γράφει ἰση.

18. α′: β′ [Στο κανόνιο των γωνιών, η τιμή μ̄ ιθ′ που αναφέρει (στον ίδιο στίχο) ο Θέων βρίσκεται στο δεύτερο σελίδιο και όχι στο πρώτο. Βλ. H1.178.8.]

24. ς̄ ν′′: ς′ν′′[Στο χειρόγραφο η οξεία με την μακρά σχηματίζουν ένα σταυρό πάνω από το γράμμα ς. Φαίνεται ότι αρχικά πάνω από το γράμμα ς είχε τεθεί η μακρά, την οποία ο γραφέας διορθώνει σε οξεία. Στο κείμενο που μεταγράφεται στους στίχους 28-47 υπάρχουν στο χειρόγραφο 9 περιπτώσεις παρόμοιας διόρθωσης. Δηλαδή, πάνω από το εκάστοτε γράμμα υπάρχουν η μακρά και η οξεία, οι οποίες διασταυρώνονται: στ. 28 (ιδ̄′, ιγ̄′), στ. 29 (ιδ̄′), στ. 30 (ᾱ′), στ. 31 (λε̄′), στ. 35 (ιγ̄′, γ̄′), στ. 41 (λξ̄′) και στ. 47 (η̄′).]

35. ς′: ε′ [Πρβλ. στ. 24.]

36. να′ ιβ′′: να′ ιθ′′ [Η τιμή να′ ιθ′′ έχει ήδη αναφερθεί (στ. 24) ως τιμή του πέμπτου σελιδίου. Εξάλλου, η τιμή νε′ β′′ (55′ 2′′) που αναφέρεται αμέσως μετά (στ. 37), προκύπτει από την πρόσθεση των τιμών γ′ μγ′′ (3′ 43′′) και να′ ιθ′′(51′ 19′′), αφού 3′ 43′′+ 51′ 19′′ = 54′ + 62′′ = 55′ 2′′.]

42. η′ κβ′′: ιη′ κβ′′ [Η διαφορά των τιμών λς′ μ′′ (36′ 40′′) και νε′ β′′(55′ 2′′), οι οποίες έχουν μόλις αναφερθεί (στ. 41), είναι : 55′ 2′′ – 36′ 40′′= 54′ 62′′ – 36′ 40′′ = 18′ 22′′, δηλ. ιη′ κβ′′. Μάλλον ο γραφέας παρέλειψε το γράμμα ι. Αν και πρέπει να σημειώσουμε ότι κάτω από το γράμμα η βλέπουμε στο χειρόγραφο να υπάρχει κάτι γραμμένο, το οποίο όμως μοιάζει περισσότερο με οξεία παρά με το γράμμα ι. Εξάλλου, την παράλειψη του γράμματος ι τη συναντάμε και λίγο αργότερα (στ. 47), όπου αναφέρεται και πάλι η τιμή η′ κβ′′.]

47. η̄′ κβ′′: ιη′ κβ′′ [Όπως εξηγήσαμε αμέσως πριν, η διαφορά των δύο παραλλάξεων είναι 18′ 22′′. Επιπλέον, στους στίχους 47-48, αναφέρεται ότι το αποτέλεσμα που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των τιμών μζ′ κα′′(47′ 21′′) και η′ κβ′′(8′ 22′) είναι ιδ′ λ′′(14′ 30′′). Όμως, ο πολλαπλασιασμός (47′ 21′′) επί (8′ 22′) δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή 6′ 36′′ 9′′′ 42′′′′. Ενώ ο πολλαπλασιασμός (47′ 21′′) επί (18′ 22′) δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή 14′ 29 ′′ 39 ′′′ 42′′′′, η οποία

στρογγυλοποιείται στην τιμή 14΄ 30΄΄, στην τιμή δηλαδή ιδ΄ λ΄΄ που αναφέρεται (στ. 48). Επομένως, μάλλον ο γραφέας παρέλειψε και στην περίπτωση αυτή το γράμμα ι.]

50. να΄ μζ΄΄: στους στίχους 48-50 ο Θέων αναφέρει ότι από την πρόσθεση των τιμών ιδ΄ λ΄΄(14΄ 30΄΄) και λς΄ μ΄΄(36΄ 40΄΄) προκύπτει η τιμή να΄ μζ΄΄(51΄ 47΄΄). Όμως, 14΄ 30΄΄ + 36΄ 40΄΄ = 50΄ 70΄΄ = 51΄ 10΄΄. Δηλαδή από την πρόσθεση αυτών των τιμών προκύπτει η τιμή να΄ ι΄΄ και όχι η τιμή να΄ μζ΄΄που είναι γραμμένη στο σημείο αυτό.

52. κύκλου: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

62. ō μ΄: σμ̄ [Ως τιμή της αποχής έχει ήδη αναφερθεί (στ. 12 και 43) η τιμή ρκ̄ (120°). Το διπλάσιο της τιμής ρκ̄ είναι η τιμή σμ̄ (240°) και όχι η τιμή ō μ΄(70° 40΄). Πρβλ. και στ. 126-127, όπου αναφέρονται οι δύο τιμές ρκ̄ και σμ̄.]

68. τὰς: στο χειρόγραφο η λέξη αυτή είναι γραμμένη πάνω από τη λέξη τῶν.

71. περὶ τὰ: παρὰ τὰ [Σε όλο το σωζόμενο έργο του ο Θέων, σε ανάλογες περιπτώσεις, χρησιμοποιεί την έκφραση παρὰ τὰ γραμμικὰ και όχι την έκφραση περὶ τὰ γραμμικά. Πρβλ. και στίχους 192, 260.]

72. τὸ: στο χειρόγραφο το δεύτερο άρθρο τὸ διαγράφεται με μια πλάγια γραμμή.

80. πρὸς τὴν ζκ̄: στο χειρόγραφο η φράση αυτή είναι γραμμένη κάτω από το ζθ̅κ̅.

84. [...]: στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο γράφει Ɔ̄ ξ. Δεν μπόρεσα να καταλάβω τι εννοεί με αυτό ο γραφέας.

85. [...]: δεν είναι σαφές τι γράφει στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο. Φαίνεται σαν να γράφει ζθ̅ς.

89. [...]: είναι γραμμένη η συντομογραφία $Γ^{ρ}$.

94. ἰσημερινῶν: μπροστά από τη συντομογραφία $μ^{β}$ γράφει ἰση.

96. νμ̄: μ̄

105. τοῦ θμ̄: τῶν θ̅ μ̄ [Πρόκειται για δύο σημεία και όχι για ευθύγραμμο τμήμα. Τα σημεία θ και μ είναι τα ακριβή απόγεια. Πρβλ. στ. 66-67.]

116. [...]: στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο γράφει ξε. Δεν κατάλαβα τι εννοεί με αυτό ο γραφέας.

146. ηθ̅: εθ̅ [Προκύπτει από το σχήμα.]

150. τὸν: τῷ

151. [...]: στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο γράφει μ̄.

167. [...]: στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο γράφει ἀπέχοντ.

167. [...]: στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο γράφει ἀποστήμτ.

181. ἀπέχειν: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

187. β′: α′ [Ο αριθμός που εκφράζει την απόσταση του ηλίου από το κατά κορυφήν σημείο εισάγεται στο πρώτο σελίδιο του παραλλακτικού κανόνα και όχι στο δεύτερο. Στο δεύτερο σελίδιο υπάρχουν οι τιμές των παραλλάξεων του ηλίου. Ας σημειώσουμε ότι η διόρθωση του β′ σε α′ ισχύει μόνο για το πρώτο β′ που βρίσκεται στον συγκεκριμένο στίχο.]

238-239. ἢ ἐπὶ τὴν: ἡ [Προκύπτει από το διάγραμμα.]

264: μθ′μζ′′: [Η τιμή της παράλλαξης που υπάρχει στον παραλλακτικό κανόνα (H1.443.39) είναι η τιμή μθ′ νζ′′ (49′ 57′′), η οποία έχει αναφερθεί και λίγο πριν (στ. 258). Πρβλ. στ. 278, όπου όμως ως τιμή της παράλλαξης αναφέρεται η τιμή μθ̅ μζ′ (49′ 47′′).]

269. γ′ σελίδιον: α′ σελίδιον [Στο κανόνιο των γωνιών ο αριθμός των ωρών εισάγεται στο πρώτο σελίδιο και όχι στο τρίτο.]

270. τῆς: η λέξη αυτή περιττεύει.

271. ρξ̅α: ρξ̅ λ′ [Στο κανόνιο των γωνιών (H1.178.8), η τιμή που υπάρχει στο τρίτο σελίδιο (ως αντίστοιχη της τιμής 3 του πρώτου σελιδίου) δεν είναι η τιμή 161° αλλά η τιμή 160° 30′. Εξάλλου, στον ίδιο στίχο αμέσως μετά αναφέρεται ότι η παραπληρωματική γωνία είναι 19° 30′. Επομένως, πρόκειται μάλλον για λάθος του γραφέα.]

280. ,ατζ̅δ ιε· χλ̅α κα̅:

Σχόλιο

Σύμφωνα με αυτά που λέει ο Θέων (στ. 276-278) οι δύο αυτές τιμές προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό των τιμών 40$^{\tau}$ 3′ 25′′και 113$^{\tau}$ 7′ 2′′ με την τιμή 49′ 47′′. Όμως, οι τιμές που προκύπτουν αν κάνουμε τον πολλαπλασιασμό είναι διαφορετικές από αυτές που γράφονται στο χειρόγραφο.

Από τον πολλαπλασιασμό (40$^{\tau}$ 3′ 25′′) × (49′ 47′′) προκύπτει η τιμή 1994′ 10′′ 5′′′ 35′′′′ η οποία, σύμφωνα με τον βυζαντινό τρόπο γραφής, γράφεται ,αϡζδ′ ι′′ ε′′′ λε′′′′. Αν συγκρίνουμε την τιμή ,αϡζδ′ ι′′ ε′′′ λε′′′′ με την τιμή ,ατζ̅δ ιε, η οποία είναι γραμμένη στο χειρόγραφο, παρατηρούμε ότι στην τιμή του χειρογράφου: 1) στον αριθμό ,ατζδ έχει τεθεί η μακρά αντί να τεθεί η οξεία με την οποία δηλώνονται τα πρώτα εξηκοστά, 2) στη θέση του γράμματος ϡ υπάρχει το γράμμα τ, 3) δεν διαχωρίζονται τα γράμματα ι και ε, 4) στα γράμματα ι και ε δεν έχουν τεθεί οι οξείες που δηλώνουν την τάξη των εξηκοστών και 5) δεν υπάρχει ο αριθμός που εκφράζει τα τέταρτα εξηκοστά (κάτι βέβαια το οποίο είναι σύνηθες στον Θέωνα).

Από τον πολλαπλασιασμό (113$^{\tau}$ 7′ 2′′) × (49′ 47′′) προκύπτει η τιμή 5631′ 21′′ 8′′′ 34′′′′, η οποία γράφεται ,εχλα′ κα′′ η′′′ λδ′′′′. Αν και πάλι συγκρίνουμε την τιμή ,εχλα′ κα′′ η′′′ λδ′′′′με την τιμή χλα κᾱ, η οποία είναι γραμμένη στο χειρόγραφο, παρατηρούμε ότι στην τιμή του χειρογράφου 1) δεν υπάρχει ο αριθμός των χιλιάδων (,ε), 2) στον αριθμό χλα έχει και πάλι τεθεί η μακρά αντί της οξείας με την οποία δηλώνονται τα πρώτα εξηκοστά, 3) στον αριθμό κα έχει τεθεί η μακρά αντί να τεθούν οι δύο οξείες με τις οποίες δηλώνονται τα δεύτερα εξηκοστά και 4) δεν υπάρχουν οι αριθμοί που εκφράζουν τα τρίτα και τα τέταρτα εξηκοστά.

Η εξέταση που κάναμε μας δείχνει επίσης ότι στους παραπάνω πολλαπλασιασμούς είναι πιθανότερο να χρησιμοποιήθηκε ως τιμή της παράλλαξης η τιμή 49′ 47′′ και όχι η τιμή 49′ 57′′, η οποία είχε αναφερθεί (στ. 258). Διότι οι πολλαπλασιασμοί των τιμών 40$^{\tau}$ 3′ 25′′και 113$^{\tau}$ 7′ 2′′ με την τιμή 49′ 57′′ δίνουν ως αποτέλεσμα, αντίστοιχα, τις τιμές 2000′ 50′′ 39′′′ 45′′′′ (,β′ ν′′ λθ′′′ με′′′′) και 5653′ 32′′ 18′′′ 54′′′′ (,εχνγ′ λβ′′ ιη′′′ νδ′′′′), οι οποίες παρουσιάζουν ακόμα περισσότερες διαφορές από τις τιμές ,ατζδ ιε και χλα κᾱ που υπάρχουν στο χειρόγραφο.

Άμεσα συνδεδεμένη με την εξέταση που κάναμε για τις τιμές ,ατζδ ιε και χλα κᾱ που είναι γραμμένες στο χειρόγραφο, είναι και η εξέταση των τιμών που αναφέρονται στους στίχους 280-281. Πρόκειται για δύο διαφορετικές τιμές, οι οποίες στο χειρόγραφο γράφονται η μία συνεχόμενα της άλλης (ις λη κη κς′ νθ′). Ο Θέων δηλώνει ότι οι τιμές αυτές προκύπτουν αν πάρουμε το 1/120 των τιμών που προέκυψαν από τους δύο προηγούμενους πολλαπλασιασμούς. Πώς μπορούν να διαχωριστούν οι δύο τιμές; Αν υποθέσουμε ότι η μία τιμή είναι η τιμή ις λη, θεωρώντας ότι υπάρχουν και οι οξείες (ις′ λη′′, δηλαδή 16′ 38′′), ο πολλαπλασιασμός της με το 120 δίνει ως αποτέλεσμα την τιμή 1996′, η οποία προσεγγίζει, ως ένα βαθμό, την τιμή 1994′ 10′′ 5′′′ 35′′′′ που βρήκαμε παραπάνω, αλλά δεν προσεγγίζει καθόλου την τιμή ,ατζδ ιε που υπάρχει στο χειρόγραφο. Επομένως, λαμβάνοντας υπόψη την παραπάνω υπόθεση, η δεύτερη τιμή είναι η τιμή κη κς′ νθ′, της οποίας όμως ο πολλαπλασιασμός με το 120 δεν προσεγγίζει ούτε στο ελάχιστο την τιμή 5653′ 32′′ 18′′′ 54′′′′που βρήκαμε, αλλά ούτε και την τιμή χλα κᾱ που υπάρχει στο χειρόγραφο.

Η περίπτωση των αριθμητικών τιμών που εξετάσαμε αποτελεί ένα παράδειγμα, το οποίο όχι μόνο μαρτυρεί την ύπαρξη λανθασμένων αριθμητικών τιμών στο χειρόγραφο, αλλά δείχνει και την προσπάθεια που πρέπει να καταβληθεί γενικότερα, προκειμένου να εντοπιστούν τα λάθη που υπάρχουν στις αριθμητικές τιμές. Και βέβαια, για τον έλεγχο της ορθότητας των αριθμητικών τιμών που γράφονται στο χειρόγραφο, δεν απαιτείται απλώς να γίνουν πολλαπλασιασμοί, όπως στην περίπτωση που εξετάσαμε. Σε πολλές περιπτώσεις, προκειμένου να ελεγχθεί η ορθότητα μιας αριθμητικής τιμής η οποία είναι γραμμένη στο χειρόγραφο και την οποία ο Θέων απλώς αναφέρει, απαιτείται να γνωρίζουμε τη διαδικασία με την οποία βρήκε τη συγκεκριμένη τιμή και στη συνέχεια να την εφαρμόσουμε. Στην δε εφαρμογή της

εκάστοτε διαδικασίας, πέρα από την εκτέλεση πολλαπλασιασμών απαιτείται, σε πολλές περιπτώσεις, η εκτέλεση και άλλων πράξεων, όπως η διαίρεση ή η εξαγωγή τετραγωνικής ρίζας στο εξηκονταδικό σύστημα. Ωστόσο, παρά το γεγονός ότι ο έλεγχος όλων των αριθμητικών τιμών που υπάρχουν στο 5ο βιβλίο του Θέωνα απαιτεί ιδιαίτερα επίπονη προσπάθεια, αποτελεί παράλληλα, κατά την άποψή μου, μια πραγματική πρόκληση για έναν ερευνητή.

282. ιζ̄ μη′ μα′: ις′ μη′′ μα′′′

283. μς νε: μς′ νε′′

283. μῆκος: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

302. [...]: στο σημείο αυτό στο χειρόγραφο είναι γραμμένο το γράμμα Γ. Αν λάβουμε υπόψη μας ότι ο Θέων παραθέτει μία φράση από τη *Μεγίστη* (H1.446.15-16), θα άρμοζε να γραφεί η λέξη γὰρ.

302. ἢ: ἡ [Πρβλ. H1.446.15.]

311. παραλλάξεως: στο χειρόγραφο, η κατάληξη -ως της λέξης παραλλάξεως είναι γραμμένη στο περιθώριο του περιθωρίου και ο γραφέας την συνδέει με την υπόλοιπη λέξη με μια γραμμή.

312. τῶν: στο χειρόγραφο η λέξη αυτή είναι γραμμένη πάνω από το ζῃ.

313. παραλλάξεων: μετά την άνω και κάτω στιγμή, η οποία υπάρχει στο κείμενο μετά από αυτή τη λέξη, υπάρχει ένα μικρό κενό.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Τα διαγράμματα του 5ου βιβλίου του Θέωνα που αναφέρονται στο μέρος του κειμένου που περιέχει η έκδοση της Βασιλείας

Στο Παράρτημα αυτό παρουσιάζω όλα τα διαγράμματα που αναφέρονται στα κεφάλαια του 5ου βιβλίου του Θέωνα τα οποία περιέχονται στην έκδοση της Βασιλείας.[1] Με τα κεφάλαια αυτά συνδέονται συνολικά επτά διαγράμματα, τέσσερα από τα οποία ανήκουν στο δεύτερο κεφάλαιο και τρία στο πέμπτο κεφάλαιο. Όμως, τόσο στην έκδοση της Βασιλείας όσο και στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 –τον οποίο αναπαράγει η έκδοση της Βασιλείας–, απαντούν συνολικά μόνο δύο διαγράμματα. Συγκεκριμένα, υπάρχουν μόνο τα δύο από τα τέσσερα διαγράμματα του δεύτερου κεφαλαίου ενώ δεν υπάρχει κανένα από τα διαγράμματα του πέμπτου κεφαλαίου. Λείπουν δηλαδή από αυτές τις δύο πηγές που μεταφέρουν το κείμενο του Θέωνα συνολικά πέντε από τα επτά διαγράμματα των δύο κεφαλαίων (2 και 5). Αντίθετα, στον κώδικα *Vat. gr.* 198, στο αντίστοιχο μέρος του 5ου βιβλίου του Θέωνα υπάρχουν και τα επτά διαγράμματα.

Τόσο στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 όσο και στην έκδοση της Βασιλείας, αντί των πέντε διαγραμμάτων που λείπουν υπάρχουν κενά πλαίσια, τα οποία φαίνεται ότι είχαν διαμορφωθεί προκειμένου να υποδεχθούν τα αντίστοιχα διαγράμματα, τα οποία όμως δεν σχεδιάστηκαν ποτέ.[2] Τα διαγράμματα που συνδέονται με το κείμενο των δύο κεφαλαίων, το οποίο έχει εκδοθεί στη Βασιλεία, τα παρουσιάζω με την εξής σειρά: πρώτα παρουσιάζω τα δύο διαγράμματα που υπάρχουν και στις τρεις πηγές (*Vaticanus gr.* 198, *Norimb. Cent.* V, app. 8 και έκδοση Βασιλείας), σημειώνοντας παράλληλα την αντιστοιχία τους. Στη συνέχεια παρουσιάζω τα πέντε διαγράμματα που υπάρχουν μόνο στη μία από τις τρεις πηγές, δηλαδή στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198, χωριστά για κάθε κεφάλαιο, επισημαίνοντας παράλληλα για κάθε διάγραμμα τη θέση στην οποία βρίσκεται το αντίστοιχο κενό πλαίσιο στις δύο άλλες πηγές.[3]

---

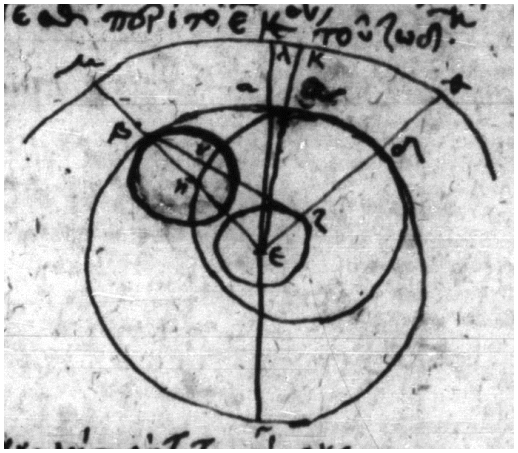
[1] Η έκδοση της Βασιλείας περιλαμβάνει ένα μέρος του κεφαλαίου 2, τα κεφάλαια 3-4 και ένα μέρος του κεφαλαίου 5 των σχολίων του Θέωνα στη *Μεγίστη*.

[2] Ας σημειώσουμε ότι τα κενά πλαίσια που υπάρχουν στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 είναι ισάριθμα με τα διαγράμματα που λείπουν. Ένα από αυτά τα πλαίσια (f. 116v) φιλοξενεί τη σφραγίδα της βιβλιοθήκης της Νυρεμβέργης στην οποία φυλάσσεται ο κώδικας. Στην έκδοση της Βασιλείας υπάρχει στο πέμπτο κεφάλαιο ένα επιπλέον κενό πλαίσιο. Η ύπαρξη αυτού του κενού πλαισίου δεν έχει νόημα, διότι κανένα μέρος του κειμένου δεν υποστηρίζει την ύπαρξη επιπλέον διαγράμματος στο πέμπτο κεφάλαιο. Δεν μπορεί να αποκλειστεί το ενδεχόμενο το κενό πλαίσιο να είχε αφεθεί για άλλο σκοπό και όχι για να φιλοξενήσει κάποιο διάγραμμα. Το πιθανότερο όμως είναι να πρόκειται για λάθος του εκδότη, διότι η έκδοση της Βασιλείας αναπαράγει, όπως αναφέραμε, τον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, στον οποίο, όμως, δεν υπάρχει στο πέμπτο κεφάλαιο επιπλέον κενό πλαίσιο.

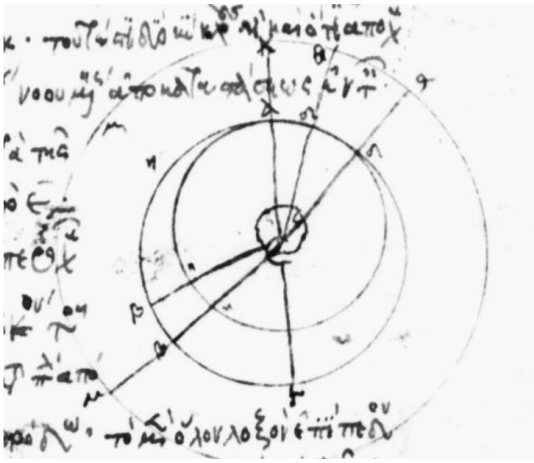
[3] Ο σκοπός της παρουσίασης των 5 διαγραμμάτων τα οποία δεν υπάρχουν στην έκδοση της Βασιλείας και στον κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8, αλλά υπάρχουν στον κώδικα *Vaticanus*

I. Τα διαγράμματα που υπάρχουν και στις τρεις πηγές

I.1 Το πρώτο διάγραμμα του κεφαλαίου 2 (*Vat. gr.* 198, f. 422r· *Norimb. Cent.* V, app. 8, f. 116r· B.237)

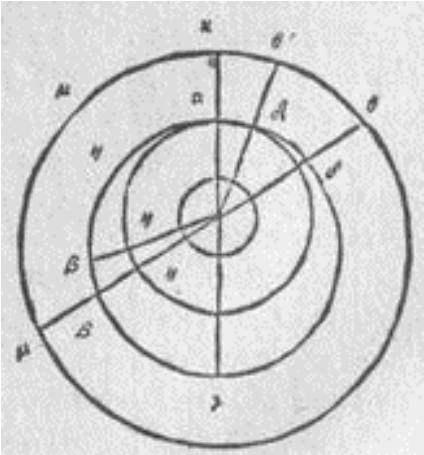


Εικ. 1 *Vat. gr.* 198, f. 422r



Εικ. 2 *Norimb. Cent.* V, app. 8, f. 116r

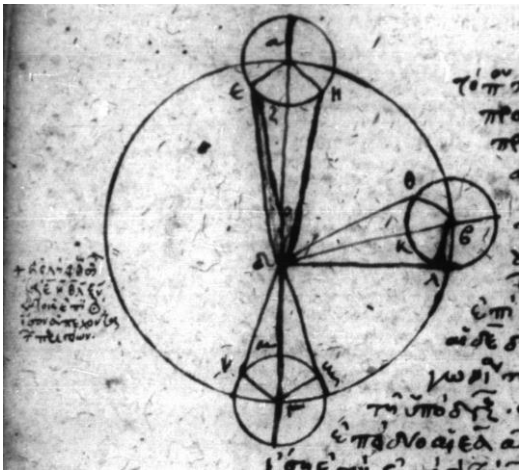
gr. 198, είναι να βοηθήσουν κάποιον που θα ήθελε να μελετήσει το κείμενο του Θέωνα σε οποιαδήποτε από αυτές τις δύο πηγές. Ωστόσο, θεώρησα σκόπιμο να παρουσιάσω όχι μόνο τα πέντε συγκεκριμένα διαγράμματα, αλλά και τα δύο διαγράμματα που υπάρχουν και στις τρεις πηγές, πιστεύοντας ότι θα μπορούσαν να χρησιμεύσουν σε κάποιον που θα ενδιαφερόταν να κάνει τη σύγκριση των αντίστοιχων διαγραμμάτων.



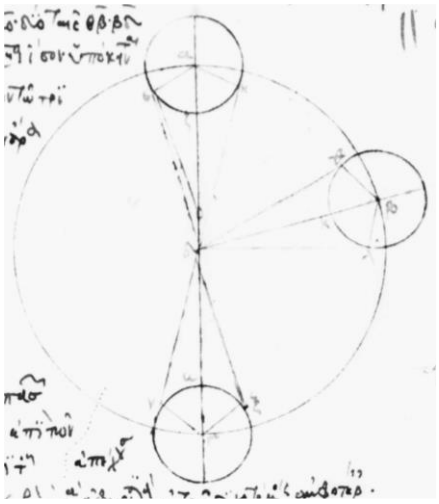
Εικ. 3 B.237

Από τις παραπάνω εικόνες φαίνεται ότι το διάγραμμα του κώδικα *Norimb. Cent.* V, app. 8 είναι σχεδόν πανομοιότυπο με το αντίστοιχο διάγραμμα της έκδοσης της Βασιλείας. Το διάγραμμα του *Vaticanus gr.* 198 παρουσιάζει αρκετές διαφορές.

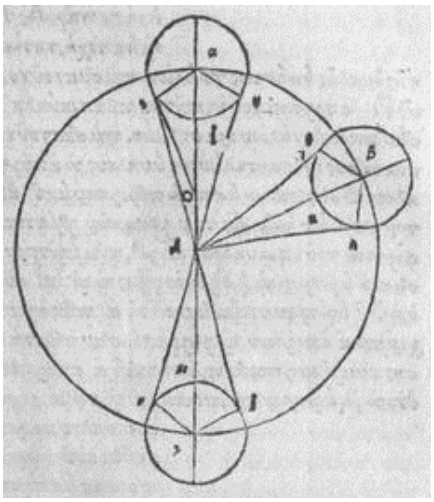
I.2 Το δεύτερο διάγραμμα του κεφαλαίου 2 (*Vat. gr.* 198, f. 422v· *Norimb. Cent.* V, app. 8, f. 116v· B.239)



Εικ. 4 *Vat. gr.* 198, f. 422v



Εικ. 5 *Norimb. Cent.* V, app. 8, f. 116v

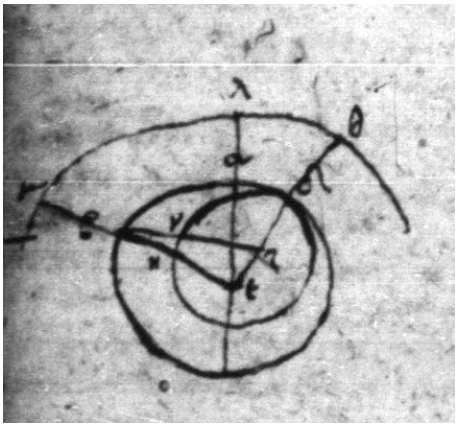


Εικ. 6 B.239

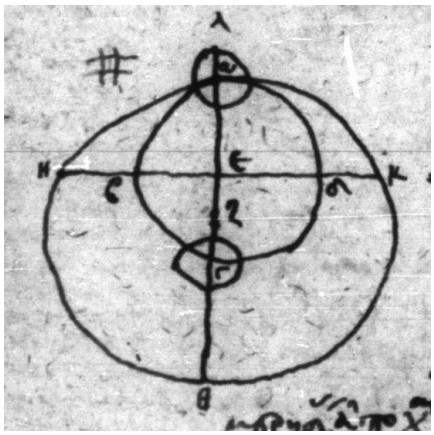
Από τις παραπάνω εικόνες φαίνεται ότι τα τρία διαγράμματα είναι σχεδόν πανομοιότυπα στις τρεις πηγές.

II. Τα διαγράμματα που υπάρχουν μόνο στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198

II.1 Τα διαγράμματα του κεφαλαίου 2

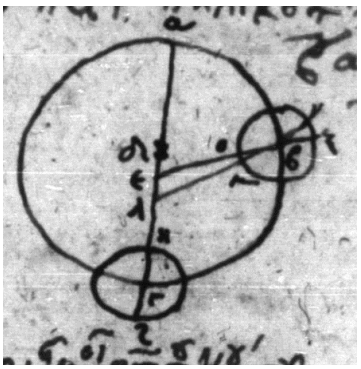


Εικ. 7 *Vat. gr*. 198, f. 422v
(Κενό πλαίσιο: *Norimb. Cent*. V, app. 8, f. 116v· B.240)



Εικ. 8 *Vat. gr*. 198, f. 422v
(Κενό πλαίσιο: *Norimb. Cent*. V, app. 8, f. 117r· B.240)

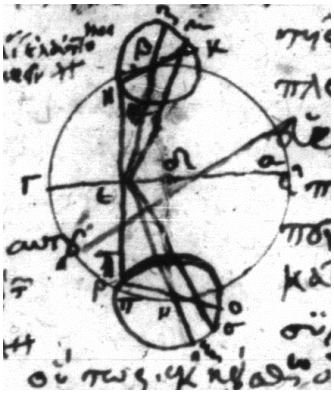
II.2 Τα διαγράμματα του κεφαλαίου 5



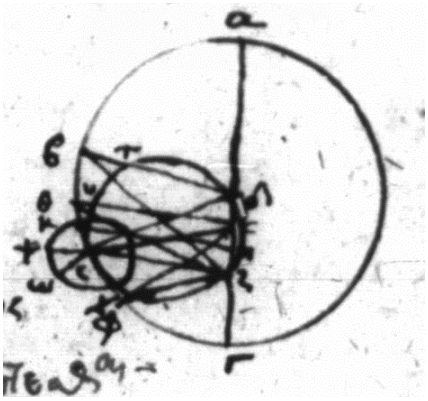
Εικ. 9 *Vaticanus gr*. 198, f. 423r.[4]

[4] Το διάγραμμα αυτό ενώ ανήκει στο κεφάλαιο 5, στον κώδικα βρίσκεται στην αρχή του κεφαλαίου 3.

(Κενό πλαίσιο: *Norimb. Cent*. V, app. 8, f. 117v· B.243)



Εικ. 10 *Vat. gr*. 198, f. 423v.
(Κενό πλαίσιο: *Norimb. Cent*. V, app. 8, f. 118r· B.243)



Εικ. 11 *Vat. gr*. 198, f. 424r.
(Κενό πλαίσιο: *Norimb. Cent*. V, app. 8, f. 118r· B.244)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Ο Πίνακας που ακολουθεί αποτυπώνει ορισμένα στοιχεία για τα διαγράμματα του 5ου βιβλίου του Θέωνα που υπάρχουν στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198 (αριθμός διαγραμμάτων ανά κεφάλαιο και θέση κάθε διαγράμματος). Για το Μέρος ΙΙ, όταν σε κάποιο folio του κώδικα υπάρχουν περισσότερα από ένα διαγράμματα, προσδιορίζεται επακριβώς η θέση στο χειρόγραφο του κάθε διαγράμματος *που ανήκει στον Θέωνα*. Για το Μέρος Ι αυτό δεν είναι απαραίτητο, διότι όλα τα διαγράμματα είναι του Θέωνα και, κατά κανόνα, στο χειρόγραφο βρίσκονται στην ίδια σειρά με την οποία σημειώνονται στην τέταρτη στήλη του πίνακα.

Τα διαγράμματα του 5ου βιβλίου του Θέωνα στον κώδικα *Vaticanus gr.* 198			
	Κεφάλαιο	Αριθμός διαγραμμάτων	Θέση διαγραμμάτων
Μέρος Ι	β	4	f. 422r
			f. 422v
			f. 422v
			f. 422v
	ε	4	f. 423r
			f. 423v
			f. 424r
			f. 424r
Μέρος ΙΙ	α	1	f. 200v
	ζ	1	f. 205v (το πρώτο, αριστερά)
	θ	3	f. 206v (το πρώτο, αριστερά)
			f. 207r
			f. 207v (το δεύτερο, στο κάτω περιθώριο)
	ι	1	f. 208v (το πρώτο, αριστερά)
	ια	1	f. 209v (το πρώτο, επάνω αριστερά)
	ιβ	3	f. 209v (το δεύτερο, αριστερά)
			f. 210r (το πρώτο δεξιά)
			f. 210r (το τρίτο, προς τα κάτω δεξιά)
	ιγ	1	f. 210r (το τελευταίο, κάτω δεξιά)
	ιδ	5	f. 211r (επάνω δεξιά)
			f. 211v
			f. 212r
			f. 212v (το πρώτο, επάνω αριστερά)
			f. 212v (το τρίτο, προς τα κάτω αριστερά)
	ιε	1	f. 212v (το τέταρτο, κάτω δεξιά)
	ιζ	1	f. 213r
	ιθ	5	f.214v (το πρώτο, επάνω αριστερά)
			f.214v (το τέταρτο, κάτω αριστερά)
			f. 215r (το πρώτο, επάνω δεξιά)
			f. 215r (το δεύτερο, κάτω δεξιά)
			f. 215v (το δεύτερο, κάτω αριστερά
Σύνολο διαγραμμάτων		**31**	

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Α. ΠΗΓΕΣ

(Ι) Χειρόγραφα

Laurentianus Plut. gr. 28.18 (αρχές του 9ου αι.)

Marcianus gr. 303 (13ος–14ος αι.)

Marcianus gr. 310 (δεύτερο μισό του 14ου αι.)

Marcianus gr. 313 (9ος/10ος αι.)

Norimbergensis Stadtbibl. Cent. V, app. 8 (14ος–15ος αι.)

Parisinus gr. 2389 (αρχές του 9ου αι.)

Parisinus gr. 2390 (13ος αι.)

Parisinus gr. 2398 (15ος αι.)

St. Petersburg IV-1-935 (περ. 1462-75)

Vaticanus grecus 180 (δεύτερο μισό του 10ου αι.)

Vaticanus gr. 184 (13ος αι.)

Vaticanus gr. 191 (τέλη 13ου αι.)

Vaticanus gr. 198 (μέσα του 14ου αι.)

Vaticanus gr. 1087 (τέλος 13ου/14ου αι. Ειδικότερα, το μέρος του κώδικα που περιέχει το κείμενο του Θέωνα χρονολογείται στα τέλη του 13ου αι.)

Vaticanus gr. 1365 (πρώτο μισό του 14ου αι.)

Vaticanus gr. 1594 (τέλος τρίτου τετάρτου του 9ου αι.)

(ΙΙ) Εκδόσεις

F. Acerbi, N. Vinel, B. Vitrac 2010, *Les Prolégomènes à l'Almageste*. Une édition à partir des manuscrits les plus anciens. Introduction générale – Parties I-III, *SCIAMVS* 11, 53–210.

A. Adler (ed.) 1928-1938, *Suidae lexicon*. Leipzig, Teubner.

J. Baillet (ed.) 1892, *Le papyrus mathématique d'Akhmîm*, Paris, Ernest Leroux. (Mémoires publiés par les membres de la mission archéologique française au Caire, IX.1).

P. Carelos (ed.) 1996, *Barlaam von Seminara, Logistike*. Kritische Edition mit Ubersetzung und Kommentar von Pantelis Carelos. Αθήνα, Ακαδημία Αθηνών. (Corpus Philosophorum Medii Aevi, Philosophi Byzantini, 8).

Έκδοση Βασιλείας = *Claudii Ptolemaei Magnae Constructionis id est Perfectae coelestium motuum pertractationis lib. XIII. Theonis Alexandrini in eosdem commentariorum lib. XI*. Basileae, Apud Joannem Uualderum, 1538.

G. Friedlein (ed.) 1873, *Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii*. Leipzig, Teubner.

Géminos 1975, *Introduction aux phénomènes*, texte établi et traduit par G. Aujac. Paris, Les Belles Lettres.

N. Halma (ed.) 1821, *Commentaire de Théon d'Alexandrie sur le premier livre de la composition mathématique de Ptolémée. Traduit pour la première fois du grec en français sur les mss de la bibliothèque du Roi*, 2 vols. Paris, Merlin.

N. Halma (ed. and tr.) 1813-16, *Composition Mathématique de Claude Ptolémée*, 2 vols. Paris, Grand.

J. L. Heiberg (ed.) 1903, *Claudii Ptolemaei Syntaxis Mathematica*, pars I & II. Leipzig, Teubner. (*Claudii Ptolemaei Opera Quae Exstant Omnia*, vol. I).

J. L. Heiberg (ed.) 1907, *Claudii Ptolemaei opera astronomica minora*. Leipzig, Teubner. (*Claudii Ptolemaei Opera Quae Exstant Omnia*, vol. II).

J. L. Heiberg (ed.) 1913, *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, vol. II. Leipzig, Teubner.

J. L. Heiberg (ed.) 1915, *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, vol. III. Leipzig, Teubner.

A. Jones 1999b, *Astronomical Papyri from Oxyrhynchus (P. Oxy. 4133-4300a)*, I-II. Philadelphia, American Philosophical Society.

J. Lempire (ed.) 2016, *Le commentaire astronomique aux «Tables Faciles»* de *Ptolémée attribué à Stéphanos d'Alexandrie,* t. 1. Leuvain, Peeters. (CAB 11).

C. Manitius (ed.) 1909, *Procli Diadochi hypotyposis astronomicarum positionum*. Leipzig, Teubner.

R. Rashed 2007, *Al-Khwārizmī: Le commencement de l'algèbre*. Paris, A. Blanchard.

A. Rome (ed.) 1931, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Tome I: Pappus d'Alexandrie, *Commentaire sur les livres 5 et 6 de l'Almageste*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 54).

A. Rome (ed.) 1936, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Tome II: Théon d'Alexandrie, *Commentaire sur les livres 1 et 2 de l'Almageste*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 72).

A. Rome (ed.) 1943, *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Tome III: Théon d'Alexandrie, *Commentaire sur les livres 3 et 4 de l'Almageste*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana (Studi e Testi 106).

H. Schöne (ed.) 1903, *Heronis Alexandrini Rationes dimetiendi et Commentario dioptrica*, Leipzig, Teubner. (*Heronis Alexandrini opera que supersunt omnia*, vol. III).

P. Tannery (ed.) 1893–95, *Diophanti Alexandrini opera omnia cum graecis commentariis*, vols I–II. Leipzig, Teubner.

P. Tannery (ed.) 1940, *Quadrivium de Georges Pachymère*, texte révisé et établi par R. P. E. Stéphanou. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi, 94).

G. J. Toomer 1998, *Ptolemy's Almagest*. Princeton, Princeton University Press.

M. Wallis (ed.) 1891, *Alexandri Aphrodisiensis in Aristoteles topicorum libros octo commentaria*. Berlin, Reimer.

A. Tihon 1978, *Le "Petit Commentaire" de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 282).

A. Tihon 1991, *Le "Grand Commentaire" de Théon d'Alexandrie aux Tables Faciles de Ptolémée, livres II et III*. Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana. (Studi e Testi 340).

B. ΜΕΛΕΤΕΣ

A. Aaboe 1964, *Episodes from the Early History of Mathematics*. Washington, The Mathematical Association of America.

F. Acerbi 2013, «Funzioni e modalità di trasmissione delle notazioni numeriche nella trattatistica matematica greca: due esempi paradigmatici», *Segno e Testo* 11, 123–165.

F. Acerbi 2008, «Hypatia». Στο N. Koertge (ed.): *New Dictionary of Scientific Biography*, vol. 3. Detroit, Charles Scribner's Sons/Thomson Gale, 435–437.

F. Acerbi 2014, «Types, function, and organization of the collections of scholia to the Greek mathematical treatises», *Trends in Classics* 6 (1), 115–169.

A. Bernard 2013, «In What Sense Did Theon's Commentary on the *Almagest* Have a Didactic Purpose?». Στο A. Bernard, C. Proust (eds.): *Scientific Sources and Teaching Contexts Throughout History: Problems and Perspectives*. Dordrecht, Springer, 95–121. (Boston Studies in the Philosophy and History of Science 301).

A. Bernard, J. Christianidis 2012, «A new analytical framework for the understanding of Diophantus' Arithmetica I–III», *Archive for History of Exact Sciences* 66, 1–69.

J. L. Berggren 1986, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*. New York/ Berlin/Heidelberg. Springer-Verlag.

V. N. Brotóns, E. R. Galdeano 1998. *Matemáticas, cosmología y humanismo en la España del siglo XVI.* Los *Comentarios al segundo libro de la Historia Natural de Plinio* de Jerónimo Muñoz. Cuadernos valencianos de historia de la medicina y de la ciencia liv serie A (monografías). Instituto de estudios documentales e históricos sobre la ciencia. Universitat de Valencia - c.s.i.c. Valencia, 1998.

A. Cameron 1990, «Isidore of Miletus and Hypatia: On the Editing of Mathematical Texts», *Greek, Roman, and Byzantine Studies* 31, 102–127.

A. Cameron, J. Long 1993, *Barbarians and Politics at the Court of Arcadius*. Berkeley and Los Angeles/Oxford, University of California Press.

G. Cavallo 2000, «Uno mano e due pratiche. Scrittura del testo e scrittura del commento nel libro greco». Στο M.-O. Goulet-Cazé (ed.), 55–64.

K. Chemla (ed.) 2012, *The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions*. Cambridge, Cambridge University Press.

J. Christianidis 2007, «The way of Diophantus: Some clarifications on Diophantus' method of solution», *Historia Mathematica* 34, 289–305.

J. Christianidis, 2015, «The meaning of *hypostasis* in Diophantus' *Arithmetica*». Στο T. Arabatzis, J. Renn, A. Simoes (eds): *Relocating the History of Science. Essays in Honor of Kostas Gavroglu*. Dordrecht, Springer, 315–327. (Boston Studies in the Philosophy and History of Science, vol. 312).

J. Christianidis, J. Oaks 2013, «Practicing algebra in late antiquity: The problem-solving of Diophantus of Alexandria», *Historia Mathematica* 40, 127–163.

J. Christianidis, I. Skoura 2013, «Solving problems by algebra in late antiquity: New evidence from an unpublished fragment of Theon's commentary on the *Almagest*», *Sciamvs* 14 (2013), 41–57.

M. T. Debarnot, 1996, «Trigonometry». Στο: R. Rashed and R. Morelon (eds), t. 2, 495–538.

J. B. J. Delambre 1817, *Histoire de l'astronomie ancienne*, 2 vols. Paris, Courcier.

E. Dickey 2007, *Ancient Greek Scholarship. A Guide to Finding, Reading, and Understanding Scholia, Commentaries, Lexica, and Grammatical Treatises, from Their Beginnings to the Byzantine Period*. Oxford/New York, Oxford University Press.

D. R. Dicks 1954, «Ancient Astronomical Instruments», *Journal of British Astronomical Association* 64, 77–85.

J. Evans 1998, *The History and Practice of Ancient Astronomy*. New York/Oxford, Oxford University Press.

E. Follieri 1977, «La minuscola libraria dei secoli IX e X». Στο J. Glénisson, J. Bompaire, J. Irigoin (eds.): *La paléographie grecque et byzantine.* Actes du Colloque Paris, 21–25 octobre 1974. Paris, Éditions du CNRS, 139–165.

M.-O. Goulet-Cazé (ed.) 2000, *Le Commentaire entre tradition et innovation*. Actes du Colloque international de l'Institut des Traditions textuelles (Paris et Villejuif, 22–25 septembre 1999), Paris, Librairie Philosophique J. Vrin.

T. L. Heath 1910, *Diophantus of Alexandria. A study in the History of Greek Algebra*. Cambridge, Cambridge University Press.

T. L. Heath 1921, *A History of Greek Mathematics*, 2 vols. Oxford, Clarendon Press.

F. Hultsch 1900, «Hipparchos über die Grösse und Entfernung der Sonne». *Berichte über die Verhandlungen der Köngl. Sächs. Gesellschaft der Wiss. Phil.-Hist.* Kl. 52, 169–200.

A. Jones 1990, «Ptolemy's First Commentator», *Transactions of the American Philosophical Society* 80, Part 7, 1–28.

A. Jones 1999a, «Uses and Users of Astronomical Commentaries in Antiquity». Στο G. W. Most (ed.) 1999: *Commentaries – Kommentare*. Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht, 147–172. (Aporemeta: Kritische Studien zur Philologiegeschichte, Band 4)

J. Klein 1968, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, tr. by Eva Brann. Cambridge, Mass., The M.I.T. Press.

W. R. Knorr 1982, *Ancient Sources of the Medieval Tradition of Mechanics. Greek, Arabic and Latin Studies of the Balance*. Firenze, Istituto e Museo di Storia della Scienza. (Monografia no 6).

W. R. Knorr 1989, *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry*. Boston/Basel/ Berlin, Birkhäuser.

W. R. Knorr 1990, «New readings in Greek mathematics: sources, problems, publications», *Impact of Science on Society* 40 (3), 207-218.

H. G. Liddell, R. Scott 1996, *A Greek-English Lexicon*, 9th edition with revised supplement. Oxford, Clarendon Press.

H. Maehler 2000, «L'évolution matérielle de l'*hypomnèma* jusqu' à la basse époque». Στο M.-O. Goulet-Cazé (ed.), 29–36.

M. Maniaci 2000, «Stratégies de juxtaposition du texte et du commentaire dans quelques manuscrits d'Homère». Στο M.-O. Goulet-Cazé (ed.), 65–78.

J. Mansfeld 1998, *Prolegomena Mathematica: From Apollonius of Perga to the Late Neoplatonists*. Leiden, Brill.

M. Menchelli 2013, «Struttura e mani del Vat. gr. 1087 (con osservazioni paleografiche sul copista C e il Marc. gr. 330)». Στο: *Antiche stelle a Bisanzio, Il codice Vaticano greco 1087*). Edizioni della Normale (Scuola Normale Superiore Pisa), 17–56.

Α. Μεγρέμη, Γ. Χριστιανίδης 2014, «Ο Γεώργιος Παχυμέρης αναγνώστης του Διοφάντου. Η αριθμητική θεωρία των λόγων ως εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων», *Νεύσις* 22, 53–86.

R. Mercier 2004, «Consideration of the Greek symbol 'zero'». Διατίθεται στο διαδίκτυο: http://std.dkuug.dk/jtc1/sc2/wg2/docs/n2708:

E. Mioni 2004, *Εισαγωγή στην Ελληνική Παλαιογραφία*, μτφρ. Ν. Μ. Παναγιωτάκης. Αθήνα, Μ.Ι.Ε.Τ.

J. Mogenet 1956, *L'Introduction à l'Almageste*. Académie Royale de Belgique, Classe des Lettres et des Sciences Morales et Politiques, Mémoires, 2e série, Tome 51, 2.

J. Mogenet 1975, «Sur quelques scolies de l'Almageste». Στο J. Bingen, G. Cambier, and G. Nachtergael (eds): *Le monde grec: pensée, littérature, histoire, documents. Hommages à Claire Préaux*. Brussels, Éditions de l'Université de Bruxelles, 302–311.

B. Mondrain 2005, «Traces et mémoires de la lecture des textes: les 'marginalia' dans les manuscrits scientifiques byzantins». Στο D. Jacquart and C. Burnett (eds): *Scientia in margine. Études sur les 'marginalia' dans les manuscrits scientifiques du Moyen Âge à la Renaissance*. Genève, Droz, 1–25.

J. Monfasani 1976, *George of Trebizond: A Biography and a Study of His Rhetoric and Logic*. Leiden, Brill.

R. Netz 1998, «Deuteronomic Texts: Late Antiquity and the History of Mathematics», *Revue d'histoire des mathématiques* 4, 261–288.

B. Mondrain 2007, «Les écritures dans les manuscrits byzantins du XIVe siècle. Quelques problématiques», *Rivista di Studi Bizantini e Neoellenici* 44, 157–196.

O. Neugebauer 1949, «The Early History of the Astrolabe», *Isis* 40 (3), 240–256.

O. Neugebauer 1990, *Οι θετικές επιστήμες στην αρχαιότητα*, μτφρ. Χ. Ζερμπίνη, Ι. Αρζόγλου. Αθήνα, Μ.Ι.Ε.Τ.

O. Neugebauer 1975, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, 3 vols. Berlin/ Heidelberg/New York, Springer-Verlag.

I. Newton 1720, *Universal Arithmetick, or a Treatise of Arithmetical Composition and Resolution*, translated from the Latin by the late Mr. Raphson, and verified and corrected by Mr. Cunn. London.

J. Oaks 2009, «Polynomials and equations in Arabic algebra», *Archive for History of Exact Sciences* 63, 169–203.

J. Oaks 2013, «Early Arabic algebra: a practical technique from an oral tradition or a science invented by al-Khwārizmī?», ανακοίνωση σε ημερίδα με θέμα «Le rôle des séries de problèmes dans la constitution de champs scientifiques» (Παρίσι, 17/6/2013).

O. Pedersen 2010, *A Survey of the Almagest*, with annotation and new commentary by Alexander Jones. New York/Dordrecht/Heidelberg/London, Springer.

D. Pingree 1994, «The Teaching of the *Almagest* in Late Antiquity». Στο T. D. Barnes (ed), *The Sciences in Greco-Roman Society*. Edmonton, Alberta, Academic Printing & Publishing, 75–98. (*Apeiron*, vol. 27 (4)).

D. J. Price 1957, « Precision Instruments to 1500 (with a section on Hero's instruments by A. G. Drachmann)». Στο: *A History of Technology*, ed. Charles Singer et al., vol. III. Oxford, 582–619.

R. Rashed 1996, «Combinatorial analysis, numerical analysis, Diophantine analysis and number theory». Στο: R. Rashed and R. Morelon (eds), t. 2, 44–84.

R. Rashed and R. Morelon (eds) 1996, *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, 3 vols. London/New York, Routledge.

A. Rome 1927, «L'Astrolabe et le Météoroscope d'après le commentaire de Pappus sur le 5e livre de l'Almageste», *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* 47, Deuxième partie, Mémoires, 77–102.

A. Rome 1938, «Un Manuscript de la Bibliothèque de Boniface VIII à la Médicéenne de Florence», *L'Antiquité Classique* 7, 261–270.

A. Rome 1948, «Notes sur le ms. astronomique *Norimbergensis gr*. cent. V app. 8», *Scriptorium* 2, 113–117.

A. Rome 1950, «The Calculation of an Eclipse of the Sun according to Theon of Alexandria», *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Cambridge, Mass., U.S.A., Aug. 30–Sept. 6, I, 209–19.

A. Rome 1953, «Sur l'authenticité du 5e livre du Commentaire de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste», *Académie royale de Belgique: Bulletin de la Classe des Lettres et des Sciences morales et politiques*, 5e série, 39, 500–521.

F. Ronconi 2013, «La collection philosophique: un fantôme historique», *Scriptorium* 67, 119–140.

J.-H. Sautel 2000, «Aspects de la mise en page des manuscrits grecs à chaînes exégétiques (Paris, BnF, Fonds Coislin)». Στο: M.-O. Goulet-Cazé (ed.), 89–98.

C. Schiano 2002, «Theone e il Museo di Alessandria», *Quaderni di Storia* 55, 129–143.

M. H. Shank 2002, «Regiomontanus on Ptolemy, Physical Orbs, and Astronomical Fictionalism: Goldsteinian Themes in Regiomontanus's 'Defense of Theon against George of Trebizond'», *Perspectives on Science* 10, 179–207.

N. Sidoli 2004, *Ptolemy's Mathematical Approach: Applied Mathematics in the Second Century*. Ph.D. thesis, University of Toronto, Institute for the History and Philosophy of Science and Technology.

N. Sidoli 2014, «Mathematical tables in Ptolemy's Almagest», *Historia Mathematica* 41, 13–37.

Ι. Σκούρα, Γ. Χριστιανίδης 2014, «Καθ' ἃ καὶ Διόφαντός φησιν: Θέων ο Αλεξανδρινός, ένας λόγιος αναγνώστης του Διοφάντου», *Νεύσις* 22, 5–52.

P. Tannery 1920, « Notice sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas». Στο: *Mémoires Scientifiques*, τ. IV: Sciences exactes chez les Byzantins, eds J. L. Heiberg, H. G. Zeithen. Toulouse/Paris, Gauthier Villars, 118–187.

T. N. Thiele 1909, *Interpolationsrechnung*. Leipzig, Teubner.

A. Tihon 1973, «Les scolies des Tables Faciles de Ptolémée», *Bulletin de l'Institut Historique Belge de Rome*, 43, 49–110.

A. Tihon 1976, «Notes sur l'astronomie grecque au Ve siècle de notre ère (Marinus de Naplouse – Un commentaire au *Petit Commentaire* de Théon)», *Janus* 63, 167–184.

A. Tihon 1976-7, «Le calcul de l'éclipse de Soleil du 16 juin 364 p.C. et le "Petit Commentaire" de Théon», *Bulletin de l'Institut Belge de Rome*, fasc. 46–7, 35–79.

A. Tihon 1981, «L'astronomie byzantine (du Ve au XVe siècle)», *Byzantion* 51, 603–624.

A. Tihon 1987, «Le livre V retrouvé du *Commentaire à l' Almageste* de Théon d'Alexandrie», *L'Antiquité Classique* 56, 201–218.

A. Tihon 2015, «Remarques sur les scolies anciennes de l'*Almageste*», *Almagest* 6 (2), 4–41.

G. J. Toomer 1976, «Theon of Alexandria». Στο C. C. Gillispie (editor-in-chief): *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 13. New York, Charles Scribner's Sons, 321–325.

G. Van Brummelen 1993, *Mathematical Tables in Ptolemy's Almagest*. Ph.D. Thesis, Simon Fraser University, Department of Mathematics and Statistics.

G. Van Brummelen 2009, *The Mathematics of the Heavens and the Earth*: *The Early History of Trigonometry*. Princeton, Princeton University Press.

G. Van Brummelen 2013, *Heavenly Mathematics. The Forgotten Art of Spherical Trigonometry*. Princeton and Oxford, Princeton University Press.

L. Vianès 2000, «Aspects de la mise en page dans les manuscrits de chaînes sur Ézéchiel». Στο: M.-O. Goulet-Cazé (ed.), 79–88.

B. Vitrac 1997, «Théon d'Alexandrie et la *Mesure du circle* d'Archimède», *Oriens-Occidens* 1, 48–81.

B. Vitrac 2015, *Quand ? Comment ? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident* ? Κείμενο 266 σελ. ανηρτημένο στο academia.edu.

K. Vogel 1936, «Beiträge zur griechischen Logistik». Στο: *Sitzungsberichte der mathematisch naturwissenschaftliche Abteilung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München*, Erster Teil, 357–472.

E. T. Whittaker and G. Robinson 1924, *The Calculus of Observations*: *A Treatise on Numerical Mathematics*. London, Blackie & Son Ltd.