



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ – ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ & ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
“ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ”

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

*«Εμπειρική μελέτη της δυνατότητας ανάπτυξης
εννοιών στατιστικής από τους μαθητές της Α' και Β'
Λυκείου μέσα από τη χρήση κατάλληλου
εκπαιδευτικού λογισμικού»*

Σοφία Χατζηστεφάνου
ΑΜ Δ200721

Επιβλέπων Καθηγητής: Χ. Κυνηγός

ΑΘΗΝΑ 2011

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο

Βαθμίδα

Υπογραφή

1) Χρόνης Κυνηγός (Επιβλέπων)

Καθηγητής

.....

2) Δέσποινα Πόταρη

Αναπλ. Καθηγήτρια

.....

3) Χαράλαμπος Δαμιανού

Αναπλ. Καθηγητής

.....

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά:

- Τον επιβλέποντα καθηγητή κύριο Χ. Κυνηγό για την καθοδήγηση και την επιστημονική βοήθεια που μου παρείχε σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της Διπλωματικής μου Εργασίας.
- Την κύρια Δ. Πόταρη και τον κύριο Χ. Δαμιανού οι οποίοι με τίμησαν με τη συμμετοχή τους στη τριμελή εξεταστική επιτροπή.
- Τους διδάσκοντες του Μεταπτυχιακού Προγράμματος «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών» για την εποικοδομητική συνεργασία και τις πολύτιμες γνώσεις που μου μετέδωσαν, αλλά και επίσης για τη διδακτική τους παρουσία που, κατ' ελάχιστον, μένει ως μέτρο σύγκρισης στο μυαλό μου για την αποτίμηση του κάθε δικού μου βήματος στη διδασκαλία.
- Την Διονυσία Μπακογιάννη που με σπάνια ευγένεια και προθυμία, πάντα, φρόντιζε έγκαιρα για την διεκπεραίωση των γραφειοκρατικών θεμάτων.
- Την Ειρήνη Κουλέτση που με την παρότρυνση και βοήθειά της συντρόφευσε τα δύο έτη της φοίτησής μου στο Πρόγραμμα.
- Τη Χριστίνα Καλαθά, τη Μαρία Μπεμπένη, καθώς και την Ελένη Σκλάβου που στάθηκαν ενεργά δίπλα μου στο χρόνο εκπόνησης της παρούσας εργασίας και συντέλεσαν στην ολοκλήρωσή της με τις φιλικές τους συμβουλές.
- Τον Κώστα Σταματόπουλο για τις καίριες, χρήσιμες και πολύτιμες εξηγήσεις, διευκρινήσεις και συμβουλές του σε σχέση με τα μαθήματα που με οδήγησαν σε αυτή τη διπλωματική εργασία.
- Τους συμφοιτητές και καλούς φίλους που απέκτησα κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου για τη στήριξη, τη βοήθεια, τη συνεργασία και τις πολύ όμορφες στιγμές που περάσαμε μαζί τα τελευταία χρόνια.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	6
ABSTRACT	7
1. Εισαγωγή.....	8
2. Θεωρητικό Πλαίσιο.....	9
2.1 Η διδασκαλία της Στατιστικής στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση....	9
2.2 Η διδασκαλία της Στατιστικής στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση, σύμφωνα με την πρόταση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για το «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ».....	14
2.3 Ο δρόμος προς τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση.....	17
2.4 Ο ρόλος του Ηλεκτρονικού Υπολογιστή στην Τάξη των Μαθηματικών	19
2.5 Η διδασκαλία της Στατιστικής μέσω Λογισμικών.....	28
2.6 Το εκπαιδευτικό λογισμικό TinkerPlots.....	31
3. Μεθοδολογία.....	34
3.1 Ερευνητικό πρόβλημα και ερωτήματα	34
3.2 Συμμετέχοντες – Διαδικασία της έρευνας	35
3.3 Η διδακτική παρέμβαση.....	36
3.3.1 Εισαγωγή στη Στατιστική	36
3.3.2 Εισαγωγή στο λογισμικό TinkerPlots	36
3.3.3 Σύγκριση μέτρων θέσης: Μέση Τιμή – Διάμεσος	38
4. Αποτελέσματα	44

4.1	Δημογραφικά του Δείγματος των Μαθητών	44
4.2	Αποτελέσματα που σχετίζονται με την κατανόηση των εννοιών της Στατιστικής	46
4.3	Αποτελέσματα που σχετίζονται με τη στάση των μαθητών απέναντι στη διδασκαλία με χρήση Ηλεκτρονικών Υπολογιστών.....	50
4.4	Συνάφειες εκτιμήσεων των μαθητών	57
4.5	Μη αναμενόμενα ευρήματα	62
4.6	Αποτίμηση γενικότερης εντύπωσης μαθητών.....	64
5.	Συζήτηση	67
6.	Επίλογος	71
7.	Βιβλιογραφία	73
8.	Παράρτημα	76
8.1	Φύλλο εργασίας.....	76
8.2	Ερωτηματολόγιο μαθητών που είχαν διδαχθεί την αντίστοιχη ύλη...	81
8.3	Ερωτηματολόγιο μαθητών που δεν είχαν διδαχθεί την αντίστοιχη ύλη.....	83

Περίληψη

Η σημαντική πρόοδος στην ανάπτυξη τεχνολογικών εργαλείων χρήσιμων στην εκπαιδευτική διαδικασία από τη μια και η εκτεταμένη στις μέρες μας χρήση στατιστικών δεδομένων για την υποστήριξη κάθε είδους παρεχόμενης προς τον πολίτη πληροφορίας από την άλλη ωθεί την εκπαίδευση να στοχεύει σε αποφοίτους ικανούς να εκτιμούν και να αξιολογούν όλο το φάσμα της στατιστικής πληροφορίας. Για αυτό το λόγο, στην παρούσα εργασία, επιχειρήθηκε ο σχεδιασμός και η υλοποίηση μιας διδακτικής παρέμβασης σε μαθητές του Γενικού Λυκείου με τη χρήση του λογισμικού TinkerPlots. Με οδηγό τη σχετική βιβλιογραφία που αναφέρει την ανάγκη αλλά και τη χρησιμότητα τέτοιων παρεμβάσεων και υπό το πρίσμα της κοσντροκτιβιστικής άποψης για την κατασκευή της γνώσης, θέσαμε ως στόχο τη διερεύνηση της δυνατότητας ανάπτυξης εννοιών στατιστικής από τους μαθητές μέσα από τη διδασκαλία αυτού του είδους. Στη διδασκαλία συμμετείχαν μαθητές Λυκείου οι οποίοι χειρίστηκαν κατά τη διάρκεια του μαθήματος ένα φύλλο δεδομένων του προγράμματος TinkerPlots, ο καθένας σε ατομικό ηλεκτρονικό υπολογιστή. Οι μαθητές απάντησαν στις ερωτήσεις ενός φύλλου εργασίας που αφορούσαν τις έννοιες της στατιστικής που χειρίστηκαν και μετά το τέλος του μαθήματος στις ερωτήσεις ενός ερωτηματολογίου που αφορούσαν τη στάση τους απέναντι στο είδος του μαθήματος και στον τομέα της στατιστικής. Οι απαντήσεις τους έδειξαν ότι οι μαθητές ανέπτυξαν στατιστικές έννοιες και τις χειρίστηκαν με επάρκεια καθώς και ότι στο μεγαλύτερο ποσοστό οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον για την περαιτέρω διερεύνηση των στατιστικών εννοιών.

Λέξεις κλειδιά: έννοιες στατιστικής, μέση τιμή, διάμεσος, διδασκαλία μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Abstract

(the) Important progress in development of technological tools useful in teaching process on one hand and (the) extensive use nowadays of statistical data to support every kind of supplied information to the public on the other, drive education to aim in graduates capable of estimating and evaluating all range of statistical information. Due to this reason, in present dissertation, planning and implementing a teaching approach for high school students using the software TinkerPlots was attempted. Guided by the relevant literature that mentions the need and the usefulness of similar interventions and under the viewpoint of constructivist theory of knowledge construction we set our goal at exploring the capability of developing statistical concepts by students who participated in this kind of teaching approach. The participants were high school students who handled a worksheet of data formed on TinkerPlots, each one at a single laptop. The students answered questions concerning statistical concepts and at the end of the teaching period they also answered questions about their beliefs over the teaching method and the field of statistics. These answers showed that the students were able to develop statistical concepts and to handle them adequately, and in addition that they were interested in looking further into these concepts.

Key words: statistical concepts, mean, median, computer assisted teaching.

1. Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος στην ανάπτυξη τεχνολογικών εργαλείων που έχουν σκοπό την ενσωμάτωση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Επίσης η χρήση στατιστικών δεδομένων υποστηρίζει κάθε είδος πληροφόρησης που παρέχεται στον πολίτη καθημερινά. Αυτό το δεδομένο απαιτεί από την σχολική εκπαίδευση να στοχεύει σε απόφοιτους της που να είναι σε θέση να εκτιμούν και να αξιολογούν όλο αυτό τον πλούτο της στατιστικής πληροφορίας.

Για αυτό το λόγο, στην παρούσα εργασία θα πραγματοποιηθεί ο σχεδιασμός και η υλοποίηση μιας διδακτικής παρέμβασης σε μαθητές του Γενικού Λυκείου με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού (TinkerPlots) για την εισαγωγή στις έννοιες της Στατιστικής. Λαμβάνοντας υπόψη τη βιβλιογραφία που αναφέρει την ανάγκη αλλά και τη χρησιμότητα τέτοιων παρεμβάσεων, και υπό την οπτική της κονστрукτιβιστικής άποψης για την κατασκευή της γνώσης, έχουμε ως στόχο την διερεύνηση των εννοιών που σχηματίζουν οι μαθητές μέσα από διδασκαλία αυτού του είδους.

Μέσα από την ανάλυση της διδασκαλίας θα εξεταστεί κατά πόσο οι μαθητές που εκτίθενται στη διδασκαλία αυτή είναι σε θέση να σχηματίζουν στατιστικές έννοιες και να τις χειρίζονται για την εξαγωγή συμπερασμάτων και κατά πόσο αυτό μπορεί να διαφοροποιήσει τον τρόπο διδασκαλίας της Στατιστικής στο σημερινό σχολείο της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

2. Θεωρητικό Πλαίσιο

2.1. Η διδασκαλία της Στατιστικής στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση

Η στατιστική είναι ένας από τους ελάχιστους τομείς της επιστήμης με τους οποίους έρχεται σε καθημερινή επαφή ο σύγχρονος άνθρωπος. Σχεδόν όλες οι πληροφορίες που παρέχονται από τα Μέσα Μαζικής Ενημέρωσης, πάρα πολλά από τα «πρέπει» που ο καθημερινός άνθρωπος έχει μάθει να τηρεί στη διαβίωσή του και αμέτρητες άλλες εφαρμογές βασίζονται σε στατιστικές μελέτες. Από το 1962 που εισήχθη η διδασκαλία της Στατιστικής στα βιβλία της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, που το Υπουργείο Παιδείας ορίζει, δεν έχει τύχει της σημασίας που της αναλογεί λόγω της χρησιμότητάς της.

Αναλυτικότερα η στατιστική είναι εισηγμένη στα διδακτικά βιβλία των μαθηματικών με τα εξής κεφάλαια:

- Στο βιβλίο της Γ' Λυκείου του 1980 η Στατιστική αποτελούσε ένα ξεχωριστό Κεφάλαιο που δε διδασκόταν.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

Ένότητα 1: Τι είναι η Στατιστική. Προκαταρκτικά.

1 - 1 Γενικά	157
1 - 2 Διάρθρωση της Στατιστικής	158
1 - 3 Μέθοδοι έρευνας	159

Ένότητα 2: Ταξινόμηση δεδομένων. Συχνότητες και κατανομή συχνοτήτων. Πίνακες.

2 - 1 Ταξινόμηση παρατηρήσεων	159
2 - 2 Συχνότητες μιάς άσυνεχους μεταβλητής. Κατανομή	160
2 - 3 Πίνακες συχνοτήτων	162
2 - 4 Όμαδοποίηση δεδομένων όταν η μεταβλητή είναι συνεχής	164

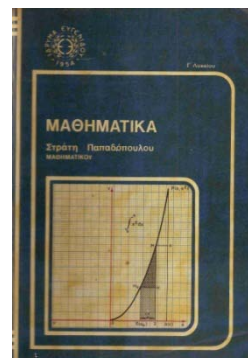
Ένότητα 3: Γραφικές παραστάσεις συχνοτήτων.

3 - 1 Τό πολύγωνο συχνοτήτων	166
3 - 2 Τό ισόγραμμα συχνοτήτων	167
3 - 3 Τό πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τό πολύγωνο των άθροιστικών συχνοτήτων	169
3 - 4 Τό ραβδόγραμμα και τό κυκλικό διάγραμμα	170

Ένότητα 4: Χαρακτηριστικές τιμές μιάς κατανομής.

4 - 1 Γενικά	173
4 - 2 Άριθμητικός μέσος (ή μέση τιμή)	173
4 - 3 Διάμεσος τιμή έπικρατούσα τιμή	175
4 - 4 Διακύμανση κατανομής — Τυπική απόκλιση	176
Άσκήσεις	180

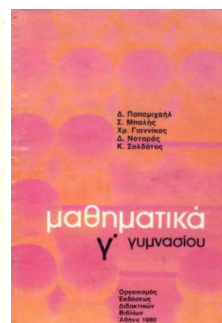
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ	
1 - 1 Γενικά	157
1 - 2 Διάρθρωση της Στατιστικής	158
1 - 3 Μέθοδοι έρευνας	159
2 - 1 Ταξινόμηση παρατηρήσεων	159
2 - 2 Συχνότητες μιάς άσυνεχους μεταβλητής. Κατανομή	160
2 - 3 Πίνακες συχνοτήτων	162
2 - 4 Όμαδοποίηση δεδομένων όταν η μεταβλητή είναι συνεχής	164
3 - 1 Τό πολύγωνο συχνοτήτων	166
3 - 2 Τό ισόγραμμα συχνοτήτων	167
3 - 3 Τό πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τό πολύγωνο των άθροιστικών συχνοτήτων	169
3 - 4 Τό ραβδόγραμμα και τό κυκλικό διάγραμμα	170
4 - 1 Γενικά	173
4 - 2 Άριθμητικός μέσος (ή μέση τιμή)	173
4 - 3 Διάμεσος τιμή έπικρατούσα τιμή	175
4 - 4 Διακύμανση κατανομής — Τυπική απόκλιση	176
Άσκήσεις	180



- Στο βιβλίο της Γ' Γυμνασίου του 1980 το 11^ο Κεφάλαιο ήταν η Στατιστική που δε διδασκόταν.

11. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	σελ. 217
Εισαγωγή. Βασικές έννοιες. 'Απογραφή και δειγματοληψία. Διαλογή παρατηρήσεων. Συχνότητες μιᾶς παρατήρησης. Πίνακες συχνότητων. Πίνακες σχετικῶν συχνότητων. 'Ομαδοποίηση παρατηρήσεων. 'Η μέση τιμή. 'Η τυπικὴ ἀπόκλιση. 'Επανάληψη κεφαλαίου 11.	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	σελ.
1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	179
2. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	183
3. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΘΕΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	198
4. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	206
5. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	211



- Στο αντίστοιχο βιβλίο της Γ' Λυκείου του 1983 για την Α' Δέσμη και ειδικότερα ενταγμένο στο βιβλίο της Άλγεβρας, το 5^ο Κεφάλαιο ήταν η Στατιστική που δε διδασκόταν.

5. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	179
Γενικά. Βασικές έννοιες. Συλλογή παρατηρήσεων.	
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	183
Κατανομή συχνότητων. Σχετική συχνότητα. Αθροιστική συχνότητα. Σχετική αθροιστική συχνότητα. Γραφική παράσταση κατανομής συχνότητων. Κυκλικό και ημικυκλικό διάγραμμα. Ομαδοποίηση παρατηρήσεων. Γραφική παράσταση κατανομής ομαδοποιημένων παρατηρήσεων. Άλλες γραφικές παραστάσεις.	
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΘΕΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	198
Γενικά. Μέση τιμή. Αλλαγή μεταβλητής. Διάμεσος. Πρακτικός υπολογισμός του διαμέσου.	
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	206
Γενικά. Μέση απόλυτη απόκλιση. Διακύμανση. Τυπική απόκλιση. Αλλαγή μεταβλητής.	
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	211

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	σελ.
1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	179
2. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	183
3. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΘΕΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	198
4. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	206
5. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	211



- Στο αντίστοιχο βιβλίο της Γ' Λυκείου της ίδιας εποχής για την Δ' Δέσμη και ειδικότερα ενταγμένο στο βιβλίο της Άλγεβρας, το 2^ο Κεφάλαιο ήταν η Στατιστική που δε διδασκόταν.

2. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	59
Γενικά. Βασικές έννοιες. Συλλογή παρατηρήσεων.	
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	63
Κατανομή συχνότητων. Σχετική συχνότητα. Αθροιστική συχνότητα. Σχετική αθροιστική συχνότητα. Γραφική παράσταση κατανομής συχνότητων. Κυκλικό και ημικυκλικό διάγραμμα. Ομαδοποίηση παρατηρήσεων. Γραφική παράσταση κατανομής ομαδοποιημένων παρατηρήσεων. Άλλες γραφικές παραστάσεις.	
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΘΕΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	78
Γενικά. Μέση τιμή. Αλλαγή μεταβλητής. Διάμεσος. Πρακτικός υπολογισμός του διαμέσου.	
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	86
Γενικά. Μέση απόλυτη απόκλιση. Διακύμανση. Τυπική απόκλιση. Αλλαγή μεταβλητής.	
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	91

ΚΕΦΑΛΑΙΟ	σελ.
1. ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	179
2. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	183
3. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΘΕΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	198
4. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	206
5. ΑΣΚΗΣΕΙΣ	211



- Τα βιβλία του Γυμνασίου άλλαξαν στο τέλος της δεκαετίας του 1980 και σε αυτή τη σειρά των βιβλίων, η Στατιστική ήταν μοιρασμένη στο 6^ο Κεφάλαιο της Β' Γυμνασίου που σπάνια διδασκόταν και στο 5^ο Κεφάλαιο της Γ' Γυμνασίου που επίσης σπάνια διδασκόταν. Τα βιβλία αυτά διδάσκονταν μέχρι και το 2006.

		<table><tr><td>4. Στατιστική</td><td>151</td></tr><tr><td>4.1. Εισαγωγή</td><td>151</td></tr><tr><td>4.2. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>151</td></tr><tr><td>4.3. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>151</td></tr><tr><td>4.4. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>151</td></tr></table>	4. Στατιστική	151	4.1. Εισαγωγή	151	4.2. Εισαγωγή στην Στατιστική	151	4.3. Εισαγωγή στην Στατιστική	151	4.4. Εισαγωγή στην Στατιστική	151	
4. Στατιστική	151												
4.1. Εισαγωγή	151												
4.2. Εισαγωγή στην Στατιστική	151												
4.3. Εισαγωγή στην Στατιστική	151												
4.4. Εισαγωγή στην Στατιστική	151												
		<table><tr><td>5. Στατιστική</td><td>151</td></tr><tr><td>5.1. Εισαγωγή</td><td>151</td></tr><tr><td>5.2. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>151</td></tr><tr><td>5.3. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>151</td></tr><tr><td>5.4. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>151</td></tr></table>	5. Στατιστική	151	5.1. Εισαγωγή	151	5.2. Εισαγωγή στην Στατιστική	151	5.3. Εισαγωγή στην Στατιστική	151	5.4. Εισαγωγή στην Στατιστική	151	
5. Στατιστική	151												
5.1. Εισαγωγή	151												
5.2. Εισαγωγή στην Στατιστική	151												
5.3. Εισαγωγή στην Στατιστική	151												
5.4. Εισαγωγή στην Στατιστική	151												
6. Στατιστική													
6.1	Εικονογράμματα-ραβδογράμματα	179											
6.2	Κυκλικά διαγράμματα-χρονογράμματα	185											
6.3	Η έννοια του δείγματος	189											
6.4	Κατανομή συχνοτήτων — Κατανομή σχετικών συχνοτήτων	191											
6.5	Ομαδοποίηση των παρατηρήσεων	198											
6.6	Μέση τιμή	204											
6.7	Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής	210											
		<table><tr><td>5. Στατιστική</td><td>129</td></tr><tr><td>5.1. Επαναλήψεις - Συμπληρώσεις</td><td>129</td></tr><tr><td>5.2. Αθροιστική συχνότητα</td><td>136</td></tr><tr><td>5.3. Μέτρα διασποράς</td><td>142</td></tr><tr><td>5.4. Η έννοια της πιθανότητας</td><td>149</td></tr></table>	5. Στατιστική	129	5.1. Επαναλήψεις - Συμπληρώσεις	129	5.2. Αθροιστική συχνότητα	136	5.3. Μέτρα διασποράς	142	5.4. Η έννοια της πιθανότητας	149	
5. Στατιστική	129												
5.1. Επαναλήψεις - Συμπληρώσεις	129												
5.2. Αθροιστική συχνότητα	136												
5.3. Μέτρα διασποράς	142												
5.4. Η έννοια της πιθανότητας	149												
		<table><tr><td>6. Στατιστική</td><td>147</td></tr><tr><td>6.1. Εισαγωγή</td><td>147</td></tr><tr><td>6.2. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>147</td></tr><tr><td>6.3. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>147</td></tr><tr><td>6.4. Εισαγωγή στην Στατιστική</td><td>147</td></tr></table>	6. Στατιστική	147	6.1. Εισαγωγή	147	6.2. Εισαγωγή στην Στατιστική	147	6.3. Εισαγωγή στην Στατιστική	147	6.4. Εισαγωγή στην Στατιστική	147	
6. Στατιστική	147												
6.1. Εισαγωγή	147												
6.2. Εισαγωγή στην Στατιστική	147												
6.3. Εισαγωγή στην Στατιστική	147												
6.4. Εισαγωγή στην Στατιστική	147												

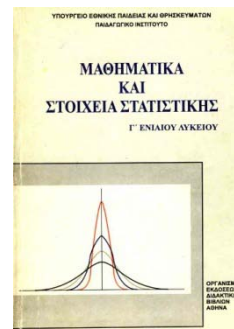
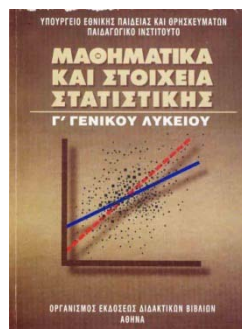
- Την ίδια εποχή και σε μία αναμορφωμένη έκδοση του βιβλίου Άλγεβρας της Β' Λυκείου εισήχθη η Στατιστική στο 5^ο Κεφάλαιο. Και αυτό το Κεφάλαιο είχε την τύχη των υπολοίπων και δε διδάχθηκε.

6. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		
ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	147	
Γενικά. Βασικές έννοιες. Συλλογή παρατηρήσεων.		
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	151	
Κατανομή συχνοτήτων. Σχετική συχνότητα. Αθροιστική συχνότητα. Σχετική αθροιστική συχνότητα. Ομαδοποίηση παρατηρήσεων. Γραφική παράσταση κατανομής συχνοτήτων. Πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων. Κυκλικό και ημικυκλικό διάγραμμα. Άλλες γραφικές παραστάσεις.		
ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΜΙΑΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	160	
Γενικά. Μέση τιμή. Αλλαγή μεταβλητής. Μέση απόλυτη απόκλιση. Διακύμανση. Τυπική απόκλιση. Αλλαγή μεταβλητής.		
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	176	

- Από το 1999 και μετά η Στατιστική εντάχθηκε στην ύλη της Γ' Λυκείου Γενικής Παιδείας στο 2^ο Κεφάλαιό της. Η ύλη αυτή εξεταζόταν πανελλαδικά από όλους τους μαθητές που αποφοιτούσαν από το Λύκειο μέχρι και το 2005. Από τη χρονιά 2006 και μέχρι και σήμερα εξετάζεται πανελλαδικά μόνο από τους μαθητές που επιλέγουν ως μάθημα Γενικής Παιδείας τα Μαθηματικά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο : Στατιστική

- 2.1 Βασικές Έννοιες
- 2.2 Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων
- 2.3 Μέτρα Θέσης και Διασποράς
- 2.4 Γραμμική Παλινδρόμηση
- 2.5 Γραμμική Συνσχέτιση



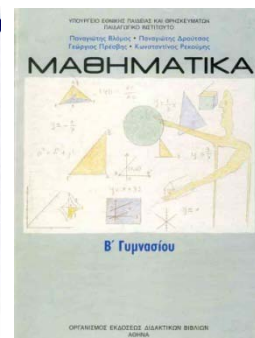
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελίδα
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Γ' : Διακριτές Απειροστικές	
1.1 Συνεχισμός	9
1.2 Η Έννοια της Παράγωγου	19
1.3 Παράγωγος Συνάρτησης	27
1.4 Εφαρμογές και Διαφορές	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Δ' : Συνεχισμός	
2.1 Βασικές Έννοιες	58
2.2 Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων	62
2.3 Μέτρα Θέσης και Διασποράς	83
2.4 Γραμμική Παλινδρόμηση	104
2.5 Γραμμική Συνσχέτιση	117
ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ε' : Πιθανότητες	
3.1 Διακριτές Πιθανότητες - Ενδεχόμενα	128
3.2 Έννοια της Υπόθεσης	140
3.3 Συνδυασμοί	157
3.4 Διακριτές Πιθανότητες - Αντίστροφο Εξήγημα	165
ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ	179

58
62
83
104
117

- Στην τελευταία έκδοση των βιβλίων του Γυμνασίου που ξεκίνησαν να διδάσκονται το 2007, η Στατιστική αποτελούσε το 4^ο Κεφάλαιο της Άλγεβρας της Β' Γυμνασίου, αλλά και σε αυτά τα βιβλία η Στατιστική δε διδάχθηκε.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ
ΜΕΡΟΣ Α'
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο - ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ
1.1 Η έννοια της μεταβλητής - Διακριτές μεταβλητές
1.2 Εξισώσεις 1 ^{ης} βαθμού
1.3 Εξισώσεις 2 ^{ης} βαθμού
1.4 Εξισώσεις μετρήσιμες με τη μέθοδο των παραγώνων
1.5 Αλγεβρικές 1 ^{ης} βαθμού
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο - ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ
2.1 Το παραγόμενο από την έννοια της προβλέψης
2.2 Αλγεβρικές 1 ^{ης} βαθμού - Παραγόμενα προβλήματα
2.3 Προβλέψεις
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο - ΣΥΝΕΧΙΣΤΕΣ
3.1 Η έννοια της συνέχειας
3.2 Η έννοια της συνέχειας - Γραμμική παραγωγή συνέχειας
3.3 Η έννοια της συνέχειας - Γραμμική παραγωγή συνέχειας
3.4 Η έννοια της συνέχειας - Γραμμική παραγωγή συνέχειας
3.5 Η έννοια της συνέχειας - Γραμμική παραγωγή συνέχειας
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ
4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής - Πιθανότητες - Δείγμα
4.2 Γραμμική Παλινδρόμηση
4.3 Αλγεβρικές 1 ^{ης} βαθμού και 2 ^{ης} βαθμού
4.4 Ομαδοποίηση παρατηρήσεων
4.5 Μέση τιμή - Διάμεσος
ΜΕΡΟΣ Β'
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο - ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑ
1.1 Εξισώσεις 1 ^{ης} βαθμού
1.2 Εξισώσεις 2 ^{ης} βαθμού
1.3 Εξισώσεις μετρήσιμες με τη μέθοδο των παραγώνων
1.4 Αλγεβρικές 1 ^{ης} βαθμού



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο - ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

4.1 - Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός - Δείγμα	85
4.2 - Γραφικές Παραστάσεις	89
4.3 - Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων	95
4.4 - Ομαδοποίηση παρατηρήσεων	100
4.5 - Μέση τιμή - Διάμεσος	104

Είναι φανερό λοιπόν ότι τα τελευταία 30 χρόνια, η Στατιστική ουσιαστικά απουσίαζε από τη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση (με εξαίρεση το διάστημα 1999 – 2005 που εξεταζόταν στις Πανελλαδικές εξετάσεις για την εισαγωγή στην Τριτοβάθμια εκπαίδευση). Ο λόγος που την απέκλεισε για τόσο μεγάλο χρονικό διάστημα από τη μέση εκπαίδευση είναι κυρίως η έλλειψη χρόνου για την κάλυψη της διδακτέας ύλης και η προτίμηση της κάλυψης του μέρους της ύλης που είναι προαπαιτούμενη για τις επόμενες τάξεις. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το «Στατιστικό Αναλφαβητισμό» των τελευταίων γενιών των Ελλήνων, που είναι σημαντικό μειονέκτημα για κάθε πολίτη που έτσι δεν είναι σε θέση να ελέγχει στο ελάχιστο τις προσλαμβανόμενες πληροφορίες.

Από την άλλη, στις χώρες του εξωτερικού η Στατιστική διδάσκεται με μεγαλύτερη συνέπεια και μάλιστα είναι ενταγμένη και σε μικρότερες τάξεις του Γυμνασίου και κάποτε και σε τάξεις του Δημοτικού. Τον τελευταίο καιρό, γίνεται πολύς λόγος στην εκπαιδευτική κοινότητα για μία νέα αναμόρφωση του προγράμματος σπουδών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση που θα ισχύσει από τα επόμενα σχολικά έτη και που είναι φυσικό ότι θα περιλαμβάνει και το μάθημα των Μαθηματικών. Σε αυτό το πλαίσιο, η Ελληνική Μαθηματική Εταιρία προτείνει για τα Αναλυτικά Προγράμματα των Μαθηματικών Γυμνασίου και Λυκείου ενασχόληση με τη Στατιστική στις 5 από τις 6 τάξεις της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης:

- **Α΄ Γυμνασίου** : Ποσοστά – στατιστικοί πίνακες – συχνότητες.
Ραβδογράμματα – Κυκλικά διαγράμματα
- **Β΄ Γυμνασίου** : Βασικές έννοιες Στατιστικής (συλλογή δεδομένων, διεξαγωγή εκτιμήσεων, ταξινόμηση δεδομένων, ανάγνωση αποτελεσμάτων). Πίνακες κατανομής συχνοτήτων και σχετικών

συχνοτήτων – Ραβδογράμματα – Κυκλικά διαγράμματα – Ιστογράμματα.

- **Γ΄ Γυμνασίου** : Μέση τιμή – Διάμεσος
- **Α΄ Λυκείου** : – – – –
- **Β΄ Λυκείου** : Βασικές έννοιες Στατιστικής – Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων – Μέτρα Θέσης – Μέτρα Διασποράς
- **Γ΄ Λυκείου** (Κατεύθυνση) : Μέτρα θέσης και διασποράς – Γραμμική Παλινδρόμηση – Γραμμική Συσχέτιση.

2.2. Η διδασκαλία της Στατιστικής στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση, σύμφωνα με την πρόταση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για το «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ»

Τους τελευταίους μήνες το Υπουργείο Παιδείας, Δια Βίου Μάθησης και Θρησκευμάτων μετά από πρόταση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου ανακοίνωσε την εκπόνηση προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης για όλα τα επιστημονικά πεδία και κατά συνέπεια και για το μάθημα των Μαθηματικών. Σε αυτή την πρόταση που αναμένεται να υλοποιηθεί στα σχολεία της χώρας τις επόμενες σχολικές χρονιές υπό το πρίσμα του «ΝΕΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ (Σχολείο του 21^{ου} αιώνα)», η ύλη των μαθηματικών επαναπροσδιορίζεται και ως προς την έκταση και ως προς την κατάταξή της στις αντίστοιχες σχολικές βαθμίδες και τάξεις.

Ειδικότερα για τον τομέα των Στοχαστικών Μαθηματικών (Στατιστική – Πιθανότητες) δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη διδασκαλία τους σε όλες τις ηλικίες μαθητών. Από την Α΄ τάξη του Δημοτικού εισάγονται έννοιες στατιστικής που αφορούν τη συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση

κατηγορικών δεδομένων. Προτείνεται δε στους διδάσκοντες να χρησιμοποιήσουν ψηφιακά και υπολογιστικά περιβάλλοντα όπως το «BarChart» ή το «PieChart» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: <http://nlvm.usu.edu> . Στη Β΄ τάξη του Δημοτικού ο στόχος είναι η εκπαίδευση των μαθητών στη συλλογή, οργάνωση και αναπαράσταση διακριτών ποσοτικών δεδομένων, καθώς και η εισαγωγή εννοιών συνδυαστικής μέσω συνδυασμών και διατάξεων μικρού αριθμού αντικειμένων. Η χρήση των ψηφιακών και υπολογιστικών περιβαλλόντων όπως το «BarChart» ή το «PieChart» του Πανεπιστημίου Utah των ΗΠΑ που διατίθεται στο δικτυακό τόπο: <http://nlvm.usu.edu> είναι επίσης προτεινόμενη. Η συλλογή, οργάνωση, αναπαράσταση και ερμηνεία δεδομένων καθώς και ο προσδιορισμός και η περιγραφή χαρακτηριστικών των δεδομένων είναι ο επιδιωκόμενος σκοπός για την ύλη της Γ΄ τάξης του Δημοτικού. Σε αυτόν προστίθεται και η διερεύνηση αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης, καθώς και η εκτίμηση της πιθανότητας ενός ενδεχομένου του. Παρόμοιοι στόχοι θεσπίζονται και για την Δ΄ τάξη του Δημοτικού με την καινοτομία της εισαγωγής της επικρατούσας τιμής για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Στην Ε΄ τάξη του Δημοτικού στόχος είναι ο προσδιορισμός χαρακτηριστικών τιμών των δεδομένων (επικρατούσα τιμή, διάμεσος, μέση τιμή) και η διερεύνηση τους. Ακόμα για τον τομέα των Πιθανοτήτων, στόχοι θέτονται σε σχέση με την εκτίμηση του βέβαιου και του αδύνατου ενδεχομένου καθώς και στον υπολογισμό πιθανοτήτων με τη χρήση κλασμάτων. Στους στόχους για την Στ΄ τάξη του Δημοτικού προστίθενται και οι μετατροπές από μία μορφή αναπαράστασης δεδομένων σε άλλη, η επιχειρηματολογία βασιζόμενη στα δεδομένα καθώς και η σύγκριση της πιθανότητας ενός ενδεχομένου με τη σχετική συχνότητα των αποτελεσμάτων του κατά την πραγματοποίηση του αντίστοιχου πειράματος τύχης.

Συνοψίζοντας, αναφορικά με τη διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια εκπαίδευση, είναι καινοτόμος η εισαγωγή της από τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού και η ζητούμενη υποστήριξή της από κατάλληλα λογισμικά διδασκαλίας της Στατιστικής. Η έμφαση δίδεται περισσότερο στη χρήση των στατιστικών διαδικασιών για την εξαγωγή συμπερασμάτων και λιγότερο στην υπολογιστική εμμονή για τον προσδιορισμό μέτρων, όπως γινόταν μέχρι σήμερα ακόμα και σε μεγαλύτερες ηλικίες, όπου ήταν εισηγμένοι αυτοί οι τομείς των μαθηματικών.

Για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση και ειδικότερα για την ύλη του Γυμνασίου, ήδη από την Α' τάξη εκτός από τις δεξιότητες που έχουν ήδη αποκτήσει οι μαθητές στην προηγούμενη εκπαιδευτική βαθμίδα, αναμένεται να μπορούν να επιλέγουν κατάλληλες μορφές αναπαράστασης των εκάστοτε δεδομένων και να επιχειρηματολογούν για τις επιλογές τους, να ερμηνεύουν πίνακες και στατιστικά διαγράμματα, να καταλήγουν σε συμπεράσματα και να κάνουν προβλέψεις. Επίσης εισάγεται ο Νόμος των Μεγάλων Αριθμών για την εκτίμηση της συχνότητας εμφάνισης ενός ενδεχομένου σε μεγάλο αριθμό εκτελέσεων του ίδιου πειράματος. Οι παραπάνω δεξιότητες ενθαρρύνεται να υποστηριχθούν από ιστότοπους που φιλοξενούν κατάλληλες διαδραστικές εφαρμογές, όπως : <http://illuminations.nctm.org/activitydetail.aspx?ID=160> και <http://www.shodor.org/interactivate/activities/AdjustableSpinner>. Στην ύλη της Β' τάξης του Γυμνασίου, προστίθενται οι στόχοι της αναγνώρισης ότι η συσχέτιση ανάμεσα σε δύο χαρακτηριστικά δεν είναι κατ' ανάγκη σχέση αιτίου αποτελέσματος, της αναγνώρισης εσφαλμένων ή παραπλανητικών τρόπων κατασκευής και παρουσίασης στατιστικών διαγραμμάτων καθώς και η διερεύνηση των ιδιοτήτων της μέσης τιμής και της έννοιας της μεταβλητότητας των δεδομένων. Και για αυτή την τάξη συστήνεται η βοηθητική χρήση λογισμικών. Στην ύλη της Γ' τάξης του Γυμνασίου που

εστιάζει περισσότερο στις Πιθανότητες, προστίθενται οι στόχοι της κατασκευής ιστογραμμάτων, της αξιολόγησης ενός δείγματος ως προς την αντιπροσωπευτικότητα, της σχεδίασης και υλοποίησης μικρών στατιστικών ερευνών, της διάκρισης των ασυμβίβαστων καθώς και των ανεξάρτητων ενδεχομένων, όπως επίσης και της απαρίθμησης του πλήθους των στοιχείων ενός ενδεχομένου με χρήση της Βασικής Αρχής Απαρίθμησης.

Είναι επομένως σαφές ότι δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών στην υποχρεωτική εκπαίδευση (Νηπιαγωγείο, Δημοτικό και Γυμνάσιο) στα επόμενα χρόνια, ειδικά αν αναλογιστεί κανείς ότι η ζητούμενη διδασκόμενη ύλη για αυτές τις τάξεις είναι περισσότερο εκτεταμένη από την ύλη που διδάσκεται μέχρι σήμερα σε όλες τις τάξεις της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που περιλαμβάνει και το Λύκειο. Επίσης είναι φανερό ότι η χρήση των λογισμικών που υποβοηθούν τη διδασκαλία των Στοχαστικών Μαθηματικών είναι αναγκαία και υποστηρίζει την υλοποίηση αυτού του νέου προγράμματος σπουδών που εισάγεται για το «Νέο Σχολείο».

2.3. Ο δρόμος προς τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση

Η διδασκαλία των Μαθηματικών σήμερα στη Δευτεροβάθμια και Τριτοβάθμια εκπαίδευση είναι προσκολλημένη στον τυπικό τρόπο παρουσίασής τους που συνίσταται σε αναπαραγωγή αλγοριθμικών και αποδεικτικών διαδικασιών. Είναι γνωστός σε όλους ο προβληματισμός για την αποτυχία των μαθητών στο μάθημα αυτό, καθώς και για τη θεώρηση του μαθήματος ως αποκομμένου από την καθημερινή πρακτική, και ως εκ τούτου για τη δυσκολία να αναδειχθεί η χρησιμότητα της διδασκαλίας του. Άλλωστε η διδασκαλία των μαθηματικών εντελώς θεωρητικά, χωρίς αναφορά και

συσχέτιση με τις εφαρμογές τους αλλά με την “κρυφή ελπίδα” ότι οι μαθητές θα είναι ικανοί να τα χρησιμοποιήσουν όποτε χρειαστεί, αποδείχτηκε μάταιος κόπος.

Πολλοί αναζητούν επομένως τρόπους να ξεπεραστούν αυτές οι δυσκολίες στην διδασκαλία των μαθηματικών. Η παρουσία των Νέων Τεχνολογιών (Αριθμομηχανές, Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές κ.α.) και η ραγδαία εξέλιξή τους τις τελευταίες δεκαετίες δημιούργησε μια τάση εισαγωγής τους στη Διδασκαλία. Εκτός της διδασκαλίας της χρήσης αυτών των μέσων στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (αφού έγινε γρήγορα φανερό ότι αυτή είναι μια απαραίτητη δεξιότητα με την οποία θα έπρεπε να είναι εξοπλισμένοι οι πολίτες της σύγχρονης κοινωνίας), προτάθηκε και η χρησιμοποίηση των Νέων Τεχνολογιών για τη διευκόλυνση της διδασκαλίας πολλών διδακτικών αντικειμένων, μεταξύ αυτών και των Μαθηματικών. Ήδη από τις αρχές της δεκαετίας του 1980 έχει προταθεί η αντικατάσταση μέρους της διδακτέας ύλης των Μαθηματικών από τη διδασκαλία στοιχειώδους προγραμματισμού σε κατάλληλο περιβάλλον (LOGO).

2.4. Ο ρόλος του Ηλεκτρονικού Υπολογιστή στην Τάξη των Μαθηματικών

“Ο υπολογιστής είναι ο Πρωτέας¹ των μηχανών. Η ουσία του είναι η παγκοσμιότητά του, η δύναμή του να προσομοιώνει. Επειδή μπορεί να πάρει χίλιες μορφές, να εξυπηρετήσει χίλιες λειτουργίες, μπορεί να ικανοποιήσει χίλιες προτιμήσεις”

(Seymour Papert, 1991)



Ο Πρωτέας,
ξυλογραφία του Jörg Breu

Από την κονστρουκτιβιστική και την διαδραστική σκοπιά, δεν μπαίνει θέμα μεταβίβασης της γνώσης, διότι η γνώση δεν βρίσκεται στο κεφάλι του δασκάλου αλλά είναι κάτι που αναδύεται από την διαπραγμάτευση και αναπτύσσεται μέσα στα πολιτισμικά πλαίσια της αίθουσας διδασκαλίας, στο θεσμό του σχολείου και στην κοινωνία γενικότερα.

Ο Papert Seymour θεωρεί, ότι οι επιστημολογικές απόψεις των σκέψεων του J.Piaget αποσιωπήθηκαν, επειδή μέχρι τώρα δεν έδιναν δυνατότητες δράσης στον κόσμο της παραδοσιακής εκπαίδευσης και θεωρεί, ότι σε ένα πλούσιο σε υπολογιστές περιβάλλον δε θα ισχύει αυτό (Papert Seymour, 1991). Αλλά ένα πλούσιο σε υπολογιστές περιβάλλον έχει ως συνέπεια την παροχή ουσιαστικής βοήθειας στη μάθηση κάτι που θα έχει

¹ Τον **Πρωτέα** τον συναντάμε σε διάφορους αρχαίους Ελληνικούς μύθους. Ήταν θαλάσσιος δαίμονας, ήρωας, ακόμα και βασιλιάς. Το όνομα «Πρωτέας» είναι μια αρχαία λέξη, που σημαίνει «πρώτος», «πρωτόγονος» και «πρωτογέννητος». Σύμφωνα με το μύθο είχε την ικανότητα να παίρνει όποια μορφή θέλει. Είναι επομένως μία πρώτη μορφή ύλης που διαδοχικά μεταμορφώνεται και δημιουργεί όλες τις άλλες μορφές που αποτελούν τον κόσμο. Είναι η αρχική ουσία, που οι διαφορετικές εκδοχές της έφτιαξαν τα μέρη του σύμπαντος, ο «πρώτος» δαίμονας.

σαν αποτέλεσμα να φέρει τα παιδιά μέσα σε μια πιο ανθρωπιστική και πιο ανθρώπινη σχέση με τα μαθηματικά.

Ένα λογισμικό πολλαπλών ταυτόχρονα αναπαραστάσεων, π.χ. μέσα από το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα στη μαθηματική του περιγραφή (αλγεβρική, γράφημα) και αντίστροφα, διευκολύνει την κατανόηση των εννοιών μέσα από μια διαδικασία διερεύνησης, ανάγνωσης και ερμηνείας τους. Είναι σημαντικό, από τη σκοπιά της εποικοδομητικής προσέγγισης, ότι ο μαθητής έχει μέσα από το περιβάλλον αυτό, τον έλεγχο των μεταβολών που επιχειρούνται στο σύστημα. Ο μαθητής αντιλαμβάνεται έτσι ότι η μαθηματική περιγραφή αποτελεί αναπόσπαστο στοιχείο του φυσικού συστήματος. Η συνάρθρωση γεωμετρικών και αλγεβρικών εννοιών επιλύει το πρόβλημα της φαινόμενης σημασιολογικής ασυμφωνίας ανάμεσα στις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες (αναλογική σχέση, περίμετρος, εμβαδόν, μεταβλητή, κατανομή) και των αντίστοιχων συγκεκριμένων γεωμετρικών αποτυπώσεων (τετράγωνο, ομάδες κουκίδων). Η δυναμική διαχείριση του γεωμετρικού σχήματος επιτρέπει τη μετάβαση από τη διαίσθηση σε συγκεκριμένη μαθηματική σχέση ανάμεσα στα μεγέθη που αναπαρίστανται.

Η διδασκαλία της γεωμετρίας πραγματοποιείται πάνω σε δύο κύριους άξονες: τον άξονα της εποπτείας των σχημάτων/διαγραμμαμάτων και τον άξονα της γλώσσας. Η γλώσσα είναι το μέσο με το οποίο περιγράφονται τα γεωμετρικά σχήματα και οι σχέσεις που τα συνδέουν ενώ στον άξονα της εποπτείας αναδεικνύονται αυτές οι σχέσεις και δημιουργούνται οι αντιλήψεις των θεωρητικών ιδιοτήτων που διέπουν τα σχήματα (Laborde et al., 2006). Άλλωστε «υπάρχουν πολλά στοιχεία που δείχνουν ότι τα μαθηματικά χρησιμοποιούν μάλλον και τα δύο ημισφαίρια του εγκεφάλου, και ότι δεν περιορίζονται μόνο στις αναλυτικές εξειδικεύσεις του αριστερού ημισφαιρίου. Όπως ισχυρίζονται πολλοί μαθηματικοί οι μη λεκτικές, χωρικές και ολιστικές όψεις της σκέψης δεσπόζουν σ' αυτό που κάνουν. Στα

μαθηματικά επομένως δεν πρέπει να υποβιβάζεται η ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης» (Κυνηγός, 2007, σελ 49).

Από τη διδασκαλία της γεωμετρίας συνήθως απαιτείται (Laborde et al., 2006) :

- ⊕ η διάκριση ανάμεσα στις σχέσεις που έχουν τα απτά γεωμετρικά σχήματα που σχεδιάζονται και τις σχέσεις που έχουν τα θεωρητικά μοντέλα των σχημάτων αυτών,

- ⊕ ευχέρεια στην μετάβαση από τα θεωρητικά μοντέλα στα απτά γεωμετρικά σχήματα,

- ⊕ η αναγνώριση γεωμετρικών σχέσεων σε ένα σχήμα,

- ⊕ η ικανότητα να φαντάζεται ο μαθητής όλα τα πιθανά γεωμετρικά σχήματα που εμπίπτουν σε μία γεωμετρική έννοια.

Η κατάκτηση της γεωμετρίας μπορεί να υποστηριχθεί από τη χρήση διαφορετικών τύπων αναπαραστάσεων γιατί με αυτό τον τρόπο γίνεται πιο εύκολη η διάκριση μεταξύ χωρικών σχηματικών σχέσεων και θεωρητικών γεωμετρικών σχέσεων. Η ευκολία με την οποία οι μαθητές μπορούν να εξασκηθούν στην παλινδρόμηση αυτή στο δυναμικό λογισμικό δίνει ερείσματα στην αναγνώριση και διάκριση γεωμετρικών σχέσεων σε ένα σχήμα και στην ικανότητα να φανταστούν όλα τα δυνατά σχήματα που μπορεί να συνδέονται με ένα γεωμετρικό αντικείμενο (Κυνηγός, 2007).

Ένα σενάριο το οποίο εμπλέκει τους μαθητές σε προβληματισμό για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο παράγεται ένας γεωμετρικός τόπος μπορεί να εκληφθεί από εκείνους ως γρίφος που έχει ενδιαφέρον η επίλυσή του. Στη διαδικασία αυτή χρειάζεται να λειτουργήσουν ως επιστήμονες: να κάνουν εικασίες, να διατυπώσουν υποθέσεις, να επαληθεύσουν ή να διαψεύσουν τις υποθέσεις τους (Κυνηγός, 2006· Κυνηγός, 2007).

Μολονότι τα μαθηματικά βασίζονται σε παραγωγικές διαδικασίες, στην πράξη πολλές φορές είναι ωφελιμότερη η επαγωγική πορεία διδασκαλίας, από το απλό στο σύνθετο, από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο (Κυνηγός, 2007; Σπύρου, 2006) και σε αυτό το πλαίσιο, το σενάριο αυτό βοηθάει τους μαθητές να μεταβούν από την έννοια του συγκεκριμένου σχήματος με τις συγκεκριμένες διαστάσεις στην έννοια του γεωμετρικού τύπου ως σχήμα που ορίζεται από τις ιδιότητες αυτές ανεξαρτήτως διαστάσεων.

«Η έρευνα έχει δείξει ότι με την τεχνολογία του «χαρτιού και του μολυβιού» οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί φαίνεται να εστιάζουν πολύ περισσότερο στα ζητήματα σχεδίου και ακρίβειας της κατασκευής των γραφικών αναπαραστάσεων παρά στις μαθηματικές έννοιες που περικλείονται» (Κυνηγός, 2006). Το σενάριο ακόμα προσφέρει δυνατότητα κίνησης των σχημάτων και ευκολία στο μετασχηματισμό τους σε άλλα με διαφορετικές διαστάσεις και διαφορετικό προσανατολισμό με ταυτόχρονη διατήρηση όλων των ιδιοτήτων τους. Έτσι αποφεύγεται η στατική προσέγγιση στην ανάπτυξη του περιεχομένου που χαρακτηρίζει την παραδοσιακή διδασκαλία και που έχει επικριθεί πολλές φορές στο παρελθόν (Τουμάσης, 2002).

Η διδακτέα ύλη των μαθηματικών στα σημερινά σχολεία είναι κατά μεγάλο ποσοστό παρόμοια με αυτή που διδασκόταν αρκετές δεκαετίες παλαιότερα. Οι λόγοι όμως που επέβαλαν τη συγκεκριμένη επιλογή της διδακτέας ύλης δεν είναι άσχετοι με τις ιστορικές συνθήκες και τα κοινωνικά δεδομένα της εποχής εκείνης. Η πρακτική κοινωνική αναγκαιότητα να μπορούν οι άνθρωποι να εκτελέσουν γρήγορα και σωστά αριθμητικές πράξεις έχει πλέον εκλείψει με την τόσο ευρεία εξάπλωση των υπολογιστικών μηχανών. Ακόμα κι αν είναι χρήσιμο να έχει κάποιος αυτή τη δεξιότητα, δεν είναι σίγουρο ότι ο χρόνος που καταναλώνεται στη

διδασκαλία αυτών των δεξιοτήτων είναι ο απαιτούμενος από τις σημερινές συνθήκες. Κατά ανάλογο τρόπο μπορεί να κριθεί και ο περιορισμός που ίσχυε σε σχέση με το τι μπορεί να διδαχθεί με τα πενιχρά μέσα που διέθετε παλιότερα μία σχολική τάξη (χαρτί, μολύβι, πίνακας, κιμωλία). Είναι πλέον γνωστό σε όλους ότι τα διδακτικά εργαλεία είναι περισσότερα και έχουν δυνατότητες πολύ περισσότερες από αυτές που μπορεί να χρησιμοποιηθούν στο χρόνο διδασκαλίας των μαθηματικών. Το σημαντικό της χρήσης λογισμικών στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι ότι προσφέρουν αποτελέσματα πολύ γρήγορα, και έτσι δίνεται ο χρόνος για αναστοχασμό των προηγούμενων υπολογισμών καθώς και η βοήθεια στους υπολογισμούς για μαθητές που έχουν περιορισμένο τεχνικό υπόβαθρο (Artigue, 2002). Ακόμα και η τεχνολογία της βαθμολογίας που ήταν ένας βασικός παράγοντας στην κοινωνική κατασκευή των σχολικών μαθηματικών έχει τροποποιηθεί. Μπορεί οι μικρές επαναληπτικές ασκήσεις που βαθμολογούνται εύκολα να είναι αυτές που επιλέγονται από το εκπαιδευτικό σύστημα αλλά οι απαιτήσεις της αξιολόγησης είναι περισσότερο περίπλοκες σήμερα.

Στον τομέα της αξιολόγησης είναι σημαντική η βοήθεια που παρέχεται από τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών στη διδασκαλία. Η εισήγηση της διδασκαλίας στοιχειώδους προγραμματισμού αλλάζει την σημασία του λάθους και ενισχύει, στην πράξη, την παραδοχή ότι το λάθος είναι μια ένδειξη ανάγκης τροποποίησης της σκέψης. Ο μαθητής με αυτό τον τρόπο διδάσκεται από τα λάθη του και αντιλαμβάνεται με πιο στέρεο και δομημένο τρόπο τη γνώση που χτίζεται στο μυαλό του. Η διαδικασία μέσα από την οποία ξεπερνάει τα εμπόδια αυτά βασίζεται σε στρατηγικές επίλυσης προβλήματος του Polya (1991), όπως ο διαχωρισμός του προβλήματος σε επιμέρους άλλα και η εξέταση καθενός από αυτά ως προς την ορθότητα. Αυτή άλλωστε είναι και η στρατηγική του «δομημένου προγραμματισμού»

στον οποίο εξασκούνται τα παιδιά με τη χρήση του περιβάλλοντος λογισμικών όπως το TinkerPlots.

Η χρήση του περιβάλλοντος αυτού για εκπαιδευτικούς σκοπούς διευκολύνει και στον τομέα του πειραματισμού στον οποίο η παραδοσιακή διδασκαλία παρουσιάζει μεγάλη δυσκολία. Είναι πολύ εύκολο για το μαθητή να ελέγξει κάθε ιδέα που μπορεί να έχει για την επίλυση του προβλήματος που αντιμετωπίζει, μια και ο ηλεκτρονικός υπολογιστής ανταποκρίνεται άμεσα στις εντολές του μαθητή. Η διαδικασία της δοκιμής και πλάνης βρίσκει λαμπρό πεδίο εξάσκησης κατά αυτόν τον τρόπο και έτσι εξαλείφεται το αίσθημα αποτυχίας μπροστά στο αδιέξοδο που έχουν συχνά οι αδύνατοι μαθητές που παρουσιάζουν αδυναμία να κάνουν ένα πρώτο βήμα προς την επίλυση.

Η δυνατότητα της κίνησης και της ταυτόχρονης παρακολούθησης της αλλαγής των διαφόρων στοιχείων και μεγεθών του σχήματος, “ζωντανεύει” το σχήμα και δίνει τη δυνατότητα της εικασίας, της διαπίστωσης, του πειραματισμού στη διδακτική πράξη, μέσα από πολλαπλές αναπαραστάσεις.

Η χρήση δυναμικών, σε αντίθεση με τα στατικά μέσων αναπαράστασης αντιπροσωπεύει μια μεταστροφή (paradigm shift κατά Kuhn, 1962) και ανοίγει νέες ευκαιρίες για τους εκπαιδευτικούς να ζωντανεύουν ιδέες και έννοιες (Nicholson et al, 2002). Όταν κάποιος πεισθεί για κάποια πρόταση ότι πράγματι ισχύει, περνάει με άλλη διάθεση στη φάση της απόδειξης. Ο George Polya υποστηρίζει: "... έχοντας πιστοποιήσει το θεώρημα σε αρκετές ειδικές περιπτώσεις, συγκεντρώσαμε αρκετές επαγωγικές μαρτυρίες, ενδείξεις για αυτό. Η επαγωγική φάση ξεπέρασε την αρχική μας υποψία και μας γέμισε αυτοπεποίθηση για το θεώρημα. Χωρίς αυτή την αυτοπεποίθηση μόλις και μετά βίας θα είχαμε βρει το κουράγιο να αναλάβουμε την απόδειξη για κάτι που δεν φαίνεται καθόλου μια

συνηθισμένη εργασία. Όταν έχει βεβαιωθεί, ότι το θεώρημα αληθεύει, τότε αρχίζεις την απόδειξή του”.

Η εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαίδευση δίνει την ευκαιρία για καλύτερα αποτελέσματα ενεργητικής μάθησης, ενώ διαφοροποιεί το ρόλο του δασκάλου στην τάξη και τον οποίο ο ίδιος θα πρέπει να έχει κατανοήσει και αποδεχτεί. Ο ρόλος του δασκάλου αλλάζει. Ο εκπαιδευτικός, παραγωγός, σκηνοθέτης και πρωταγωνιστής ο ίδιος σε μια προσωπική κριτική ενεργό έρευνα δράσης, καλείται να υιοθετήσει το ρόλο του διευκολυντή, σύμβουλου παιδαγωγού και συνερευνητή μέσα στη διδακτική – μαθησιακή διαδικασία και πράξη. Περιορίζει την καθοδηγητική του τάση, επικουρεί και ενθαρρύνει τις προσπάθειες των μαθητών, τους παροτρύνει σε αυτενέργεια και πειραματισμό, καλλιεργώντας δεξιότητες ανακαλυπτικής – διερευνητικής και συνεργατικής μάθησης. Εξελίσσεται σταδιακά από διαμεσολαβητή σε συνδιαμορφωτή καινοτομικών παρεμβάσεων και αναδεικνύεται ως ο καταλύτης που δίνει κύρος ή ακυρώνει την προστιθέμενη διδακτική – μαθησιακή αξία των τεχνολογιών. Οι κοινωνικές σχέσεις που αναπτύσσονται στην σχολική τάξη τροποποιούνται. Μέσα από αυτή τη διαδικασία και με τη βοήθεια του δασκάλου του, ο μαθητής ανακαλύπτει και το δικό του τρόπο σκέψης.

Ο σχεδιασμός της διδακτικής παρέμβασης βασίστηκε στην Κονστρουκτιβιστική άποψη για τη μάθηση της οποίας «κεντρική ιδέα είναι ότι το παιδί κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση κατανοώντας την σύμφωνα με τα δικά του γνωστικά αποθέματα και δεν την απορροφά παθητικά αποδεχόμενος τις απόψεις των άλλων» (Τουμάσης, 2002, σελ 156). Επομένως αφού τα Μαθηματικά «δεν κατοικούν σε έναν κόσμο εξωτερικό ως προς το γνώστη, αλλά κατασκευάζονται, δημιουργούνται, από τον ίδιο, διαμέσου μιας συνεχούς διαδικασίας αφομοίωσης και προσαρμογής των γνωστικών του σχημάτων», (Κλαουδάτος, 1996, σελ 15) το επιδιωκόμενο είναι να

δοθούν στο μαθητή κατάλληλα ερεθίσματα για να προκαλέσουν τον προβληματισμό του. Η κατασκευή της νέας γνώσης στηρίζεται σε εικασίες που προκύπτουν από αυτόν τον προβληματισμό και οι οποίες διαπραγματεύονται και ελέγχονται μέσα στο περιβάλλον της μαθητικής κοινότητας η οποία κατά τη διάρκεια του μαθήματος λειτουργεί ως επιστημονική κοινότητα (Κλαουδάτος, 1996). Μέσα σε αυτό το πλαίσιο είναι «ορθότερο να αντιμετωπίζουμε τις έννοιες ως κατασκευάσματα των μαθητών μέσα από τη δράση τους σε κοινωνικές ομάδες στο πλαίσιο της μαθησιακής κατάστασης» (Κυνηγός, 2006, σελ 131).

Κυρίαρχη διδακτική προσέγγιση σε αυτή την παρέμβαση είναι η στρατηγική της κατευθυνόμενης διερεύνησης. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση οι μαθητές οδηγούνται «στο επίπεδο της λειτουργικής κατανόησης των γνώσεων που διδάσκονται» (Ματσαγγούρας, 2003, σελ 494), δηλαδή «καθίστανται ικανοί να χρησιμοποιήσουν τις πληροφορίες, τις έννοιες και τις αρχές της νέας γνώσης, για να κατανοούν και να επιλύουν σχετικές προβληματικές καταστάσεις» (Ματσαγγούρας, 2003, σελ 494).

Στη διερευνητική διδασκαλία ο σκοπός του εκπαιδευτικού είναι να βοηθήσει τους μαθητές να εξασκηθούν στην διερευνητική μάθηση και παράλληλα να αποκτήσουν συγκεκριμένη γνώση για το αντικείμενο που εξετάζουν. Για αυτό, ο εκπαιδευτικός εισάγει την κατάσταση προβληματισμού, παρέχει τις απαραίτητες πληροφορίες για την πλήρη κατανόηση της κατάστασης αυτής, κάνει ερωτήσεις και επισημάνσεις ώστε να παρέχει κατεύθυνση στις διερευνητικές διαδικασίες των μαθητών (Κυνηγός, 2006 · Ματσαγγούρας, 2003).

Στη διερευνητική διδασκαλία οι μαθητές έχουν αναβαθμισμένο ρόλο στο τρίγωνο: «εκπαιδευτικός – μαθητής – αντικείμενο» αφού είναι οι περισσότερο «ενεργοί» παράγοντες: συλλέγουν δεδομένα και πληροφορίες,

τα επεξεργάζονται, διατυπώνουν και επαληθεύουν υποθέσεις, διατυπώνουν και επαληθεύουν τα συμπεράσματά τους, κάνουν γενικεύσεις και εφαρμογές της γνώσης (Ματσαγγούρας, 2003).

Η διαθέσιμη τεχνολογία ανοίγει για τους μαθητές ευκαιρίες διερεύνησης πολυπληθών δεδομένων και κατάκτησης εμπειρίας από χειρισμό των συνεπειών λόγω των τυχαίων διακυμάνσεών τους. Με αυτό τον τρόπο μπορεί να υποστηρίξει την κατασκευή ακριβούς εννοιολογικής κατανόησης βασικών στατιστικών εννοιών.

Ο χειρισμός των λογισμικών για τη διδασκαλία των μαθηματικών απαιτεί ένα είδος αυστηρής σκέψης με απόλυτα συγκεκριμένη μορφή. Δεν υπάρχουν υπονοούμενα ή αοριστίες όταν δίνουμε εντολές στο πρόγραμμα για τη μεταβολή των στοιχείων κατά τον ένα ή τον άλλο τρόπο. Αν υπάρξουν, εμφανίζονται μηνύματα λάθους ή οι απαντήσεις που δίνει το πρόγραμμα δεν είναι οι προσδοκώμενες. Αυτό οδηγεί αναπόφευκτα σε αναστοχασμό, σε αναζήτηση του λάθους και σε λεπτομερή έλεγχο της εντολής που οδήγησε στο «αδιέξοδο». Επομένως, μέσα από τη διαδικασία αυτή ο μαθητής μαθαίνει να μιλάει με ακρίβεια και σαφήνεια· αναπτύσσει δεξιότητες επικοινωνίας.

Όταν ζητάμε από τους μαθητές να φτιάξουν ένα πολύπλοκο σχήμα, π.χ. ένα σπίτι, τα παιδιά «τεμαχίζουν» το πρόβλημα σε κατασκευή ενός τετραγώνου (κυρίως σπίτι), ενός τριγώνου (σκεπή) και μερικών ορθογωνίων (παράθυρα, πόρτα, καμινάδα). Μαθαίνουν γενικότερα ότι ένα πρόβλημα του οποίου η λύση αρχικά φαίνεται δύσκολη, μπορεί να γίνει εύκολη αν το σπάσουν σε κομμάτια.

Το γεγονός ότι για το φτιάξιμο ενός σχήματος ή για τη μελέτη μίας κατανομής ή μιας συνάρτησης δεν υπάρχει μόνο ένας τρόπος, μαθαίνει στους μαθητές ότι και για τα υπόλοιπα προβλήματα, είτε στα μαθητικά είτε

στην καθημερινή ζωή, δεν υπάρχει μόνο μία λύση κι ότι δεν είναι η μία λύση σωστή ή πιο σωστή και οι υπόλοιπες λάθος. Οι μαθητές αποκτούν έτσι ευελιξία στη σκέψη. Μαθαίνουν επίσης να αποδέχονται τη διαφορετικότητα του τρόπου με τον οποίο σκέπτονται οι άλλοι και να αποδέχονται τη διαφορετικότητα εν γένει.

Το γεγονός ότι οι μαθητές κάνουν λάθη, τα οποία στη συνέχεια εκμεταλλεύονται (διατρέχουν τις εντολές που έδωσαν για να βρουν πού είναι το λάθος), τους δίνει την ευκαιρία αφενός να εκτιμήσουν την αξία του λάθους και αφετέρου να είναι επιεικείς με τους άλλους.

Η ορολογία του προγραμματισμού και η ανοιχτή συζήτηση που χρειάζεται να γίνεται κατά τη διάρκειά του, δίνουν την ευκαιρία ανάπτυξης αναστοχαστικών δεξιοτήτων, της λεγόμενης μεταγνώσης. Οι μαθητές δεν επικεντρώνονται μόνο στο πρόβλημα αλλά και στη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος. Αναπτύσσεται έτσι η αυτογνωσία τους σχετικά με τις προσωπικές γνωστικές τους διεργασίες. Δηλαδή μαθαίνουν πώς μαθαίνουν.

2.5. Η διδασκαλία της Στατιστικής μέσω Λογισμικών

Ενώ η Στατιστική χρησιμοποιείται σε όλα τα επιστημονικά πεδία και σε όλα τα επίπεδα, δεν απολαμβάνει της υποστήριξης και της αναγνώρισης που της αξίζει. Για πολλούς, είναι απλά ένας κλάδος των Μαθηματικών μικρής σημασίας σε σχέση με το αντικείμενο του ενδιαφέροντός του και αυτό είναι αληθινό για αρκετά επιστημονικά πεδία, ακόμα και αυτά που είναι από τη φύση τους περισσότερο εφαρμοσμένα. Παρόλο που θεωρείται δύσκολη η στατιστική ανάλυση δεδομένων, δεδομένης της εφαρμογής και της χρησιμότητάς της διά μέσου αρκετών επιστημονικών πεδίων, είναι ζωτικής σημασίας να δοθεί αρμόζουσα εστίαση σε αυτό τον τομέα των Μαθηματικών

και να υποστηριχτεί η διδασκαλία της σε όλα τα επίπεδα της εκπαίδευσης. (Andrews, 2010).

Ήδη από τη δεκαετία του 1980, η έλευση των προηγμένων τότε υπολογιστών τσέπης (οι οποίοι ήταν εφοδιασμένοι με δυνατότητες παρουσίασης αποτελεσμάτων περιγραφικής στατιστικής με την εισαγωγή ομάδων δεδομένων) επηρέασε στις χώρες του εξωτερικού τη διδασκαλία της στατιστικής. (Collins & Mittag, 2006). Η χρήση όμως αυτών των εργαλείων περιοριζόταν στην υπολογιστική τους δύναμη για συγκεκριμένες ομάδες δεδομένων και δεν ήταν δυνατός ο δυναμικός χειρισμός διαφορετικών ομάδων δεδομένων, κάτι ιδιαίτερα χρήσιμο για να αναπτυχθούν οι έννοιες των στατιστικών μέτρων και της επαγωγικής συμπερασματολογίας (Lock, 2002). Ο περιορισμός αυτός, εμπόδισε την εξάπλωση της χρήσης τους στη διδασκαλία της Στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Εμπειρικές έρευνες επιβεβαιώνουν ότι η χρήση τους δε συνεισέφερε σημαντικά στη βελτίωση των επιδόσεων των μαθητών στο μάθημα της Στατιστικής (Collins & Mittag, 2006). Η διαπίστωση ότι η χρήση αυτών των μέσων μπορεί να μην είναι η ιδανικά αναμενόμενη σύμφωνα με την Hawkins (1997) οφείλεται σε τρεις παράγοντες : 1) είτε το υλικό (hardware) είτε το λογισμικό είτε και τα δύο μπορεί να είναι ανεπαρκή, 2) η χρήση της τεχνολογίας μπορεί να είναι ακατάλληλη, ή 3) οι μαθητές μπορεί να μην βιώνουν αυτό που εμείς αναμένουμε ότι βιώνουν μέσα από αυτή τη χρήση.

Επιπλέον οι τεχνικές που εφαρμόζονται από τέτοια δυνατά υπολογιστικά μέσα καθώς και τα στατιστικά αποτελέσματα που παράγονται μπορεί να εφαρμόζονται με εσφαλμένο τρόπο ή να ερμηνεύονται λανθασμένα από τους αδαείς και άπειρους χρήστες (Pratt & Karadia, 2009). Παρά ταύτα όμως, η πεποίθηση και διαπίστωση ότι η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών μετατοπίζει το γνωστικό φορτίο από τη υπολογιστική εφαρμογή τύπων και τη σχεδίαση γραφημάτων σε

δραστηριότητες που απαιτούν υψηλότερου επιπέδου γνωστικές δεξιότητες (Ben-Zvi & Friedlander, 1997), οδήγησε στην ανάπτυξη λογισμικών κατάλληλων για την διδασκαλία της στατιστικής, ώστε οι μαθητές να επωφελοούνται από αυτή τη μετατόπιση.

Σήμερα όμως και εδώ και μία δεκαετία περίπου από την πρώτη εμφάνισή τους, τα εκπαιδευτικά λογισμικά που είναι ειδικά σχεδιασμένα για τη διδασκαλία της Στατιστικής, χρησιμοποιούν ως μοχλό τη δύναμη των υπολογιστών για να βοηθήσουν τους μαθητές να μάθουν σημαντικές αρχές πιο αποτελεσματικά (Lock, 2002).

Τα προγράμματα που διατίθενται στην παρούσα φάση στην αγορά (Fathom, TinkerPlots κλπ) έχουν ξεπεράσει τα αντίστοιχα πακέτα στατιστικής επεξεργασίας δεδομένων (Excel, SPSS, STATA κλπ) όχι στον τομέα των υπολογιστικών δυνατοτήτων και της εφαρμογής στατιστικών ελέγχων, αλλά κυρίως στη δυνατότητα μεταβολής των δεδομένων και στην άμεση επίπτωση αυτής της μεταβολής στα γραφήματα και στις τιμές των μέτρων κεντρικής τάσης και διασποράς. Ο χειρισμός δε των δεδομένων από τον απλό χρήστη είναι κάτι στο οποίο συναγωνίζονται μεταξύ τους και είναι κυρίαρχο στοιχείο κάθε προγράμματος για τον αυτονόητο λόγο ότι απευθύνονται σε χρήστες μικρής ηλικίας που ακόμα και αν είναι εξοικειωμένοι με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών, είναι απροετοίμαστοι συνήθως για τη χρήση προγραμμάτων στατιστικής.

Ωστόσο, ο έλεγχος προσωπικών εικασιών μέσα από ένα καλά σχεδιασμένο περιβάλλον μπορεί να οδηγήσει σε γνωστική σύγκρουση. Ο Piaget (1985) εξηγεί πώς όλη η ανάπτυξη αναδύεται μέσα από τις προσπάθειες να επιλυθούν γνωστικές συγκρούσεις στη διαδικασία της εξισορρόπησης. Ενώ η αφομοίωση απαιτεί προσαρμογή μέσα από την απλή ένωση των συγκρουόμενων ιδεών στα πλαίσια μίας ήδη υπάρχουσας

νοητικής δομής, η καινοτόμος ανάπτυξη συμπεριλαμβάνει μία αναδόμηση της υπάρχουσας γνώσης. Στα πλαίσια αυτής της παραδοχής οι σχεδιαστές λογισμικών προσπαθούν να παρέχουν μονοπάτια που να προκαλούν αλλά και να προβλέπουν τέτοιες γνωστικές συγκρούσεις και ταυτόχρονα να προσφέρουν λύσεις σε αυτή την αστάθεια και ανισορροπία (Pratt, 2000).

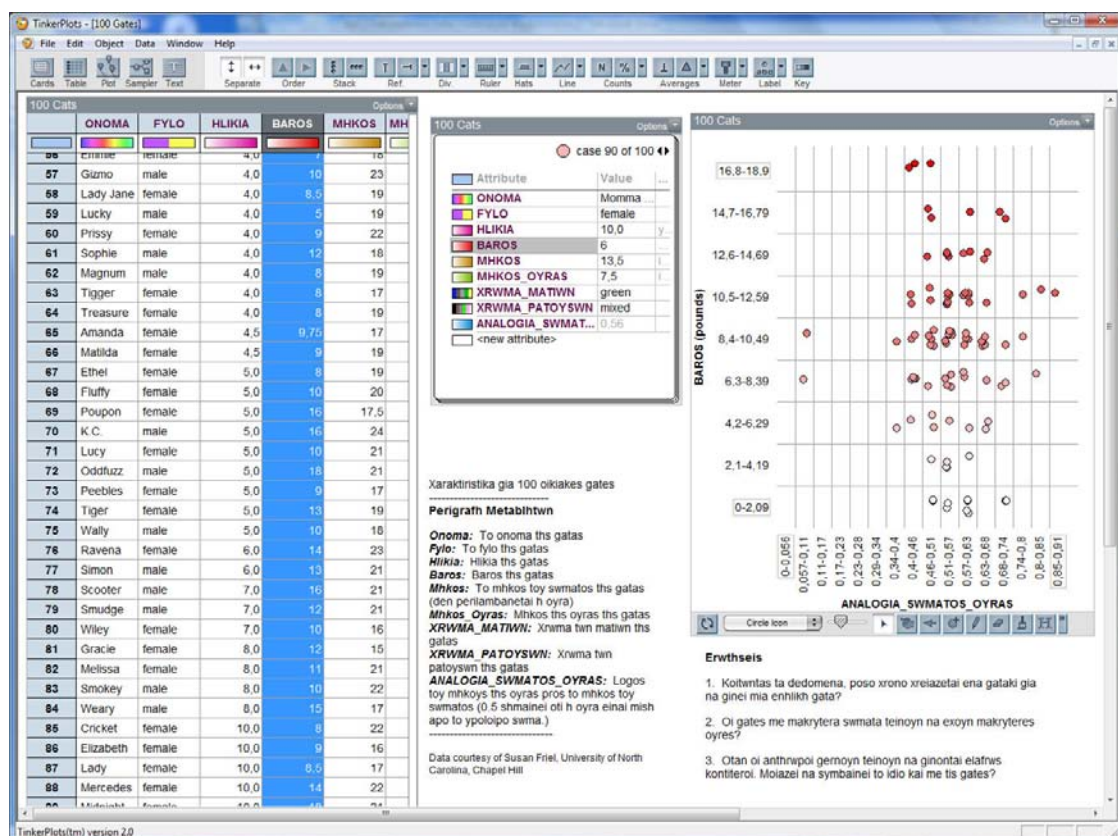
Κατά τη διδασκαλία των στοχαστικών μαθηματικών (Στατιστική – Πιθανότητες) όπου οι μαθητές πρέπει να δημιουργήσουν νέα διαισθητικά σχήματα, η καθοδήγηση μπορεί να οδηγήσει διαδραστικά τους μαθητές σε βιώματα που θα αναδεικνύουν τις συγκρούσεις ανάμεσα αρχικά διαισθητικά σχήματα και σε συγκεκριμένους τρόπους επιχειρηματολογίας που εφαρμόζονται σε στοχαστικές καταστάσεις (Fischbein, 1997). Το κέρδος για τους μαθητές θα είναι να μάθουν να αναλύουν τις αιτίες αυτών των συγκρούσεων και λαθών, κάτι που θα τους ωθήσει να τα υπερβούν (Makar & Confrey, 2006). Σε αυτό βοηθούν τα κατάλληλα λογισμικά για τη διδασκαλία των στοχαστικών μαθηματικών που κατά την εξερεύνησή τους, παρέχουν εργαλεία για τη σφυρηλάτηση των νέων πρότυπων πόρων γνώσης που θα μπορέσουν να εφαρμοστούν στις νέες καταστάσεις και να επιλύσουν τις γνωσιακές συγκρούσεις (Pratt, 2000).

2.6. Το εκπαιδευτικό λογισμικό TinkerPlots

Το εκπαιδευτικό λογισμικό TinkerPlots (Key Curriculum Press) είναι ένα πρόγραμμα στατιστικής εφοδιασμένο με εργαλεία δυναμικής νοερής απεικόνισης που σχεδιάστηκε για να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν στατιστικούς συλλογισμούς, να μάθουν νέους τρόπους αναπαράστασης δεδομένων και να συνάγουν συμπεράσματα από αυτούς.

Υπερτερεί έναντι άλλων αντίστοιχων προγραμμάτων σε χαρακτηριστικά σημαντικά για την διδασκαλία της στατιστικής στην τάξη:

- Είναι ιδιαίτερα φιλικό κατά τη χρήση και κατά τη μεταβολή, μετατροπή των δεδομένων,
- Παρουσιάζει ευκολία στη δημιουργία πακέτων δεδομένων με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (κάτι που είναι πολύ χρήσιμο στην εκπαιδευτική διαδικασία όπου συμβαίνει συχνά να απαιτείται εστίαση σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και τιμές για την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων)
- Είναι εξοπλισμένο με γραφικά ευανάγνωστα, ζωηρόχρωμα και μοιάζουν οικεία στο βλέμμα του νεαρού χρήστη.
- Απαιτεί ελάχιστη εκπαίδευση στο χειρισμό του πριν την χρησιμοποίησή του στην εκπαιδευτική διαδικασία.



Οι παραπάνω λόγοι ήταν αυτοί που προέκριναν την αγορά και χρησιμοποίηση αυτού του προγράμματος στην παρούσα διδακτική

παρέμβαση. Άλλωστε, έρευνες (Ben-Zvi, 2006) έχουν δείξει ότι οι μαθητές εμπλέκονται στη χρήση του TinkerPlots με ενθουσιασμό και το χρησιμοποιούν εύκολα όχι μόνο για την παρουσίαση των ιδεών τους αλλά και για την παραγωγή επιχειρημάτων για την υποστήριξή τους. Σημειώνεται όμως από την άλλη και ο κίνδυνος εστίασης των μαθητών σε μέρος του συνόλου των δεδομένων που, με το λογισμικό αυτό, εύκολα αποκόβεται και παρουσιάζεται μεμονωμένο και όχι στο σύνολο των δεδομένων που ενδεχομένως είναι σημαντικότερο στο εκάστοτε ερώτημα που ζητείται να απαντηθεί.

3. Μεθοδολογία

3.1. Ερευνητικό πρόβλημα και ερωτήματα

Όπως αναφέραμε μέχρι τώρα, η Στατιστική είναι ο κλάδος των Μαθηματικών που βρίσκει καθημερινά εφαρμογή στη ζωή όλων των πολιτών, αλλά είναι και συνάμα ο κλάδος που έχει παρακαμφθεί περισσότερο από όλους τους άλλους από τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Σε αυτή την εργασία θα επιχειρήσουμε μία διδακτική παρέμβαση που θα εισάγει σε μαθητές που δεν έχουν προηγουμένως ασχοληθεί με τη Στατιστική, τις βασικές έννοιες του κλάδου αυτού με τη χρήση λογισμικού κατάλληλα σχεδιασμένου και διαμορφωμένου.

Τα ερευνητικά ερωτήματα που θέτουμε είναι:

- Είναι η διδασκαλία με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών των βασικών εννοιών της Στατιστικής επωφελής;
- Αναδεικνύονται οι βασικές στατιστικές έννοιες και οι διαφορές τους κατά τη διδασκαλία με τη χρήση κατάλληλων λογισμικών στατιστικής;
- Υπάρχουν δυσκολίες σε σχέση με την κατανόηση των εννοιών που παρουσιάζονται σε αυτού του είδους τη διδασκαλία;

3.2. Συμμετέχοντες – Διαδικασία της έρευνας

Η παρούσα διδακτική παρέμβαση πραγματοποιήθηκε σε Γενικό Λύκειο των Βορείων Προαστίων της Αθήνας. Οι περισσότεροι μαθητές ήταν μαθητές της διδάσκουσας την προηγούμενη σχολική χρονιά. Όλοι συμμετείχαν οικειοθελώς στη διδασκαλία αυτή, σε χρόνο έξω από τον προβλεπόμενο από το σχολικό πρόγραμμα, κάτι που άλλωστε δεν ήταν απαραίτητο μια και το μέρος της ύλης που διδάχθηκαν δεν ήταν άμεσα συνδεδεμένο με την ύλη που διδάσκονταν στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα στο σχολικό πρόγραμμα.

Οι μαθητές χωρίστηκαν σε 3 ομάδες. Οι δύο ομάδες απαρτίστηκαν από 25 μαθητές Α' Λυκείου, Β' Λυκείου και Γυμνασίου ενώ η τρίτη ομάδα απαρτίστηκε από 6 μαθητές της Γ' Λυκείου. Η ομάδα των μαθητών της Γ' Λυκείου είχαν ήδη διδαχθεί στο σχολικό πρόγραμμα την ύλη που διδάχθηκαν με την παρέμβαση που εισάγει αυτή η εργασία. Επομένως για την ομάδα αυτή, η διδασκαλία αποτέλεσε μια επαναληπτική διαδικασία. Οι άλλες ομάδες δεν είχαν προηγούμενη εμπειρία με τον κλάδο της Στατιστικής, εκτός από την εμπειρία που έχει ο κάθε πολίτης στην καθημερινότητά του.

Κάθε ομάδα απασχολήθηκε στη διδακτική αυτή παρέμβαση επί 2 διδακτικές ώρες. Η πρώτη ήταν εισαγωγική στις έννοιες της στατιστικής που θα χρησιμοποιούνταν σε αυτή καθαυτή την παρέμβαση καθώς επίσης και περίοδος γνωριμίας με το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στη συνέχεια. Η δεύτερη ώρα χρησιμοποιήθηκε για την σύγκριση των δύο μέτρων θέσης, της μέσης τιμής και της διαμέσου και την ανάδειξη των διαφορών τους.

Τα αποτελέσματα και η ανάλυση των δεδομένων βασίστηκαν στα παρακάτω :

- Στις απαντήσεις των μαθητών πάνω στα φύλλα εργασίας
- Στα ερωτηματολόγια που συμπλήρωσαν οι μαθητές μετά το πέρας της διδασκαλίας
- Στις βιντεοσκοπήσεις των διδασκαλιών.

3.3. Η διδακτική παρέμβαση

Η διδακτική παρέμβαση χωρίστηκε ουσιαστικά σε 3 φάσεις. Παρακάτω αναλύουμε τα στάδια που ακολουθήθηκαν σε κάθε φάση και τους λόγους για τους οποίους επιλέχθηκαν τα στάδια αυτά.

3.3.1. Εισαγωγή στη Στατιστική

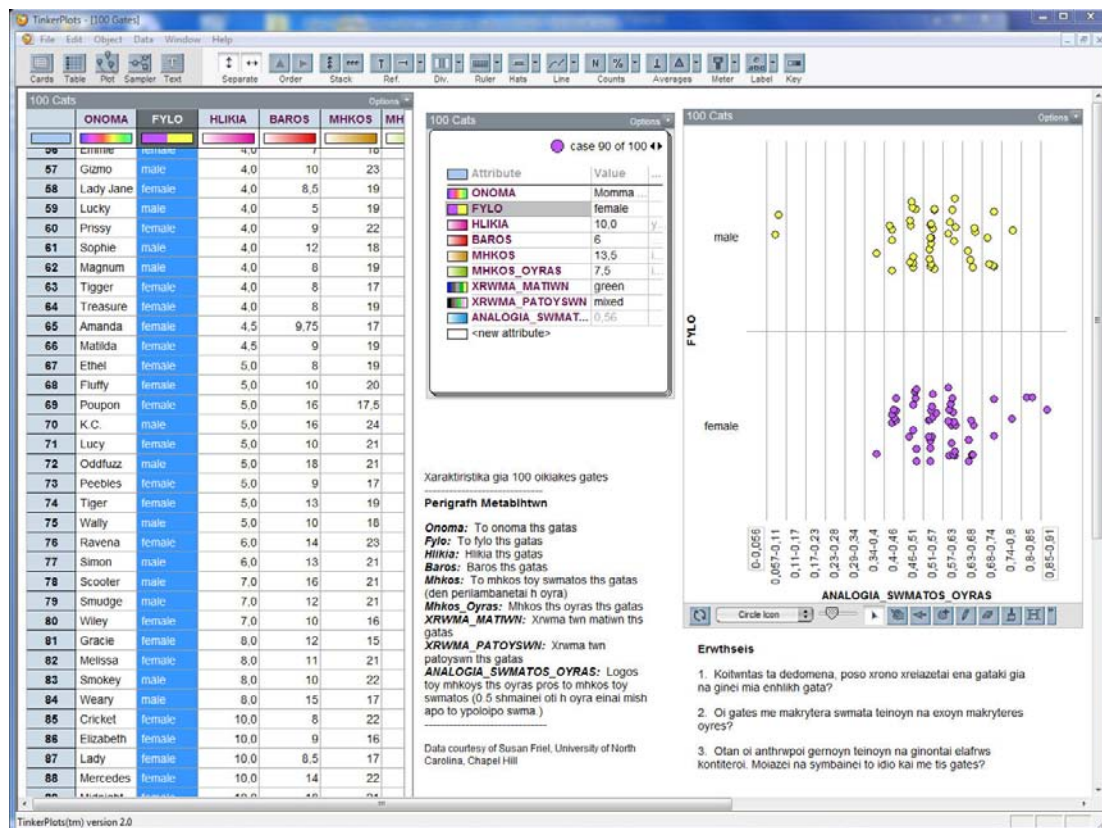
Στην ενότητα αυτή έγινε προσπάθεια να παρουσιαστούν εν συντομία το αντικείμενο μελέτης της Στατιστικής καθώς και ο σκοπός που υπηρετεί. Έγιναν σύντομες αναφορές σε εφαρμογές της που συναντούν οι μαθητές σε καθημερινή βάση και επισημάνθηκε ο ρόλος της στην κοινωνία. Έγινε μνεία από τους μαθητές της εμπειρίας τους με τη χρήση του μέσου όρου στη βαθμολογία της επίδοσής τους στα σχολικά μαθήματα. Με αφορμή αυτό, ενημερώθηκαν οι μαθητές για το σκοπό του συγκεκριμένου μαθήματος, δηλαδή την ανάδειξη των ομοιοτήτων και κυρίως των διαφορών μεταξύ της μέσης τιμής και του δεύτερου μέτρου θέσης, της διαμέσου, της οποίας και δόθηκε ο ορισμός. Δόθηκαν και 1 – 2 σχετικά αριθμητικά εύκολα παραδείγματα για να εξοικειωθούν οι μαθητές με τον υπολογισμό των μέτρων αυτών.

3.3.2. Εισαγωγή στο λογισμικό TinkerPlots

Η εισαγωγή των μαθητών στη χρήση του λογισμικού TinkerPlots έγινε με τη χρήση ενός βιντεοπροβολέα που προέβαλε σε μεγάλη οθόνη στη θέση του πίνακα όσα η διδάσκουσα χειριζόταν στον δικό της υπολογιστή. Κάθε μαθητής, στον ηλεκτρονικό υπολογιστή που είχε μπροστά του, εκτελούσε κι

εκείνος τα ίδια ή παρόμοια βήματα με τη διδάσκουσα. Πολλοί μαθητές που εξοικειώθηκαν πολύ γρήγορα με το λογισμικό, πειραματίζονταν και με άλλα εργαλεία που έβλεπαν στις οθόνες τους ή εκτελούσαν τις εντολές και με διαφορετικό τρόπο από αυτόν που τους είχε προταθεί. Άλλοι μαθητές, λιγότεροι εξοικειωμένοι είτε με τους υπολογιστές εν γένει είτε με προγράμματα όπως το TinkerPlots, ζήτησαν τη βοήθεια της διδάσκουσας στις περιπτώσεις που οι εντολές που είχαν δώσει τους οδήγησαν σε οθόνες εντελώς διαφορετικές από αυτήν που κοιτούσαν στην οθόνη προβολής.

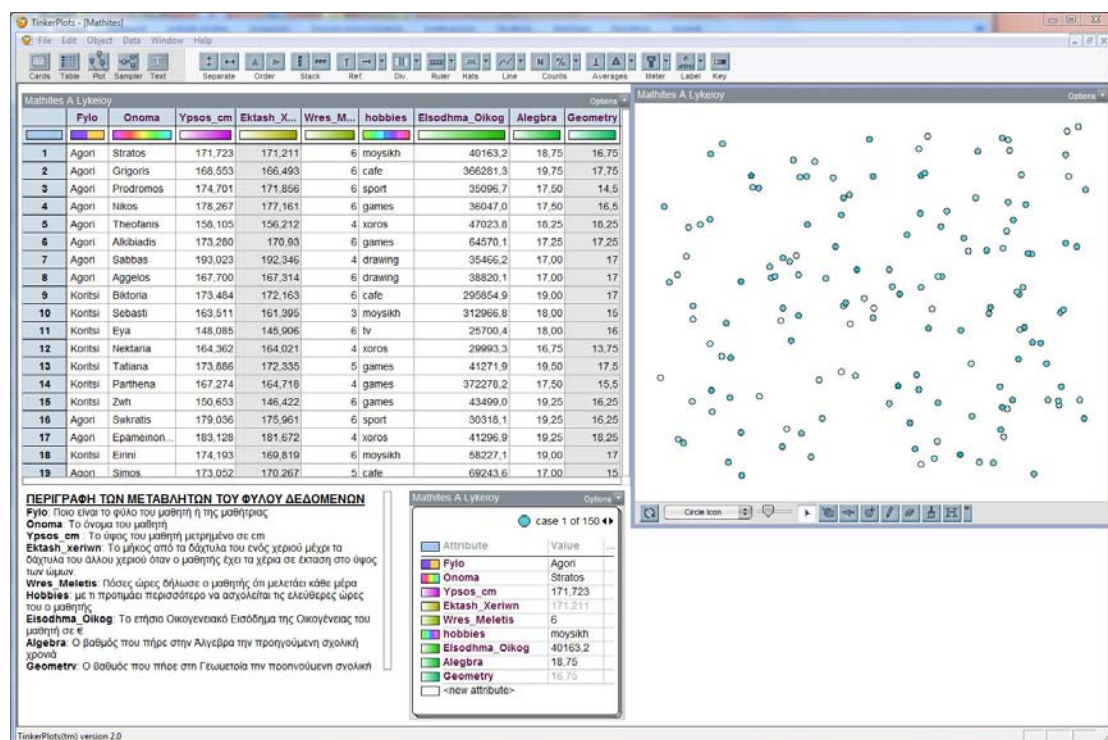
Για τη διαδικασία της εξοικείωσης χρησιμοποιήθηκε ένα παράδειγμα με δεδομένα που αφορούσαν 100 γάτες. Τα δεδομένα περιείχαν πληροφορίες για κάθε μία από τις γάτες: όνομα, φύλο, χρώμα τριχώματος, χρώμα οφθαλμών, ηλικία, μήκος σώματος, μήκος ουράς, βάρος και αναλογία σώματος ουράς).



Ζητήθηκε από τους μαθητές να πειραματιστούν στο παράθυρο με τις κουκίδες ταξινομώντας τες, μελετώντας τες κατά διαφορετική μεταβλητή και τους ζητήθηκε αφού τοποθετήσουν δύο μεταβλητές στο παράθυρο (οριζόντια και κατακόρυφα αντίστοιχα) να εξηγήσουν τι παρουσιάζει η νέα ταξινόμηση. Οι μαθητές γρήγορα αντιλήφθηκαν τον τρόπο χειρισμού του προγράμματος και έτσι ο χρόνος που χρειάστηκε για αυτό και το προηγούμενο στάδιο δεν ξεπέρασε τη μία ώρα.

3.3.3. Σύγκριση μέτρων θέσης: Μέση Τιμή – Διάμεσος

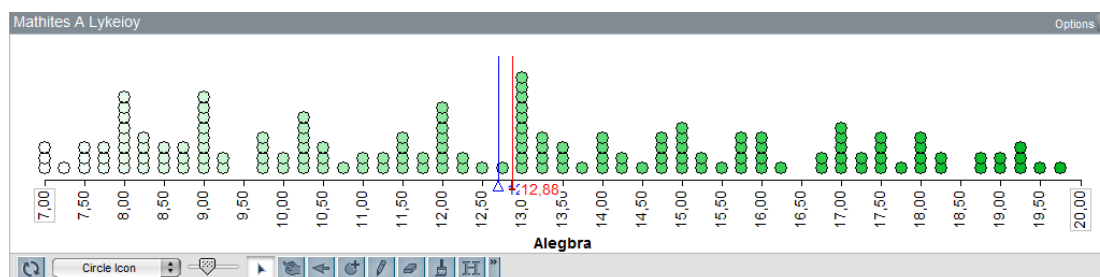
Στην επόμενη διδακτική ώρα, δόθηκε στους μαθητές ένα φύλλο εργασίας (παρατίθεται στο Παράρτημα της παρούσας εργασίας) και τους ζητήθηκε να ανοίξουν ένα ειδικά διαμορφωμένο από τη διδάσκουσα αρχείο στον υπολογιστή, φτιαγμένο με το πρόγραμμα TinkerPlots.



Το αρχείο περιελάμβανε δεδομένα για 150 μαθητές : όνομα, φύλο, ύψος, έκταση χεριών, ώρες μελέτης, hobby, οικογενειακό εισόδημα, βαθμός στο μάθημα της άλγεβρας, βαθμός στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα δεδομένα ήταν καταχωρημένα από τη διδάσκουσα στο πρόγραμμα TinkerPlots, ακολουθώντας τις εξής αρχές:

1. Να προσομοιάζουν σε πραγματικά δεδομένα
2. Να είναι κοντά στην πραγματικότητα που βιώνουν οι μαθητές
3. Να λαμβάνουν τέτοιες τιμές ώστε να είναι δυνατή η ζητούμενη σύγκριση της μέσης τιμής και της διαμέσου

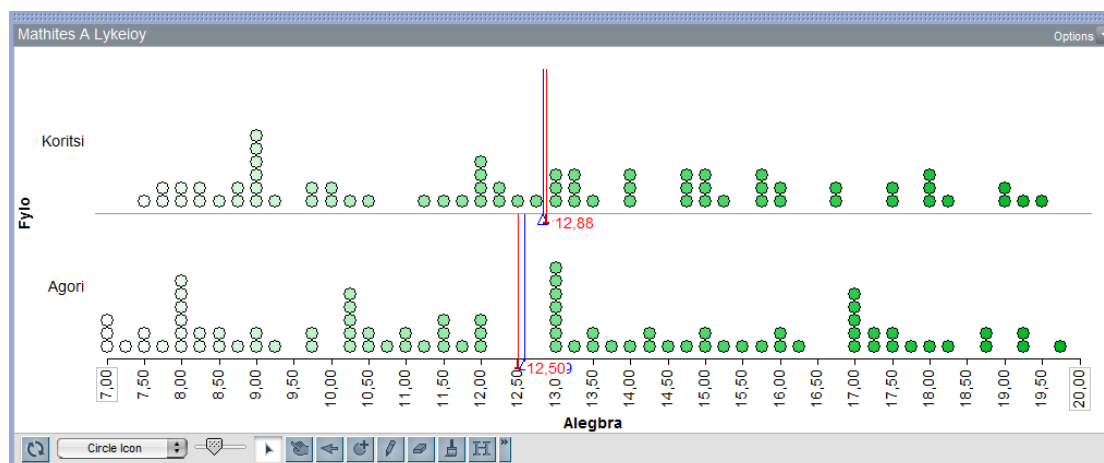
Στην 1^η εργασία, ζητήθηκε από τους μαθητές να διαλέξουν τη μεταβλητή «Βαθμός άλγεβρας» και να χρησιμοποιήσουν κατάλληλα το λογισμικό ώστε να βρουν τη μέση τιμή και τη διάμεσο των βαθμών της άλγεβρας των μαθητών και να συγκρίνουν τα δύο αυτά αριθμητικά δεδομένα. Ο σκοπός του ερωτήματος ήταν να συμπεράνουν οι μαθητές ότι τα δύο αυτά μέτρα θέσης αποδίδουν παρόμοιες τιμές.



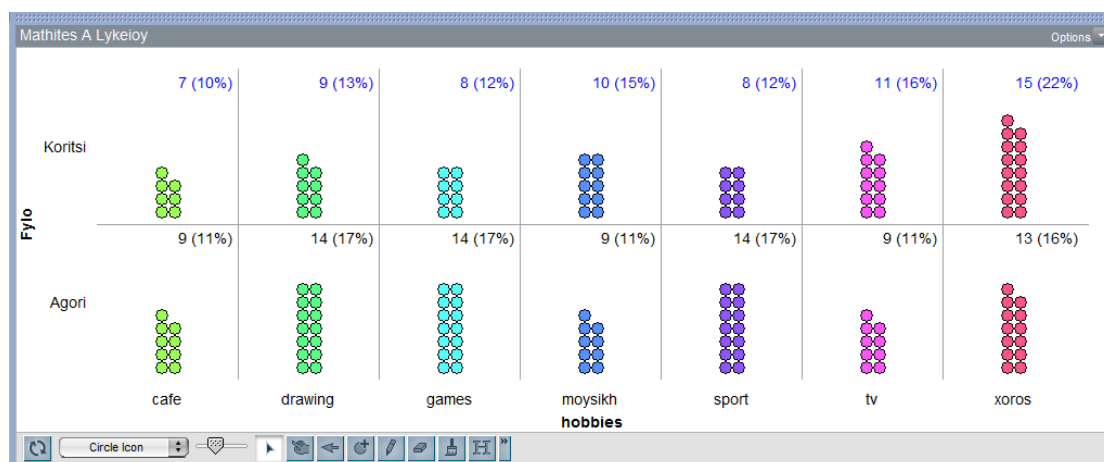
Στη συνέχεια ζητήθηκε από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τα εργαλεία υπολογισμού και απεικόνισης αποκλίσεων που διαθέτει το πρόγραμμα TinkerPlots με σκοπό την εξοικείωση των μαθητών και με άλλα μέτρα εκτός από τα μέτρα θέσης ώστε να έχουν τη δυνατότητα να ελέγχουν και με άλλους τρόπους τα δεδομένα που χειρίζονται.

Το τελευταίο που ζητήθηκε από τους μαθητές στην 1^η εργασία ήταν να τοποθετήσουν στον κατακόρυφο άξονα το «φύλο» των μαθητών και να

συγκρίνουν, με βάση τα αποτελέσματα του διαχωρισμού που έκανε αυτόματα το πρόγραμμα, τις επιδόσεις των μαθητών σε σχέση με το φύλο. Επίσης κλήθηκαν οι μαθητές να εντοπίσουν διαφορές ανάμεσα στα δύο μέτρα θέσης.

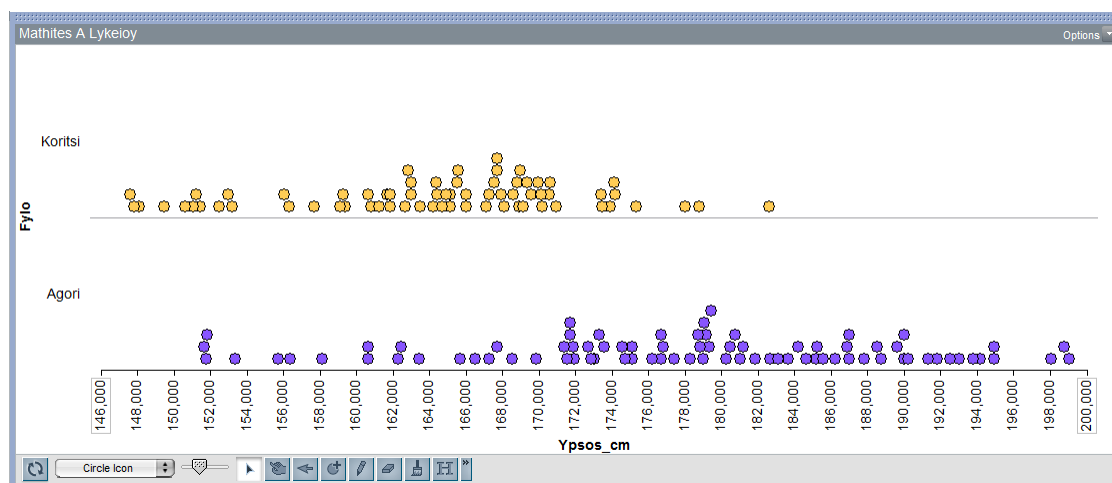


Στη 2^η εργασία οι μαθητές έπρεπε να χειριστούν με τον ίδιο τρόπο όπως παραπάνω, τη μεταβλητή «hobby». Ο σκοπός της εργασίας αυτής ήταν να προβληματιστούν οι μαθητές σε σχέση με τη διαφορετική φύση των δύο αυτών μεταβλητών και να οδηγηθούν σε συμπεράσματα σε σχέση με τη χρησιμότητα των μέτρων θέσης για διαφορετικά είδη δεδομένων.



Με τα ερωτήματα του φύλλου εργασίας που κλήθηκαν να απαντήσουν αναμενόταν οι μαθητές να εντοπίσουν ποια εργαλεία ήταν δυνατό να χρησιμοποιηθούν για τη συγκεκριμένη μεταβλητή και κατ' επέκταση να διαπιστώσουν τους περιορισμούς των διαφόρων στατιστικών μέτρων.

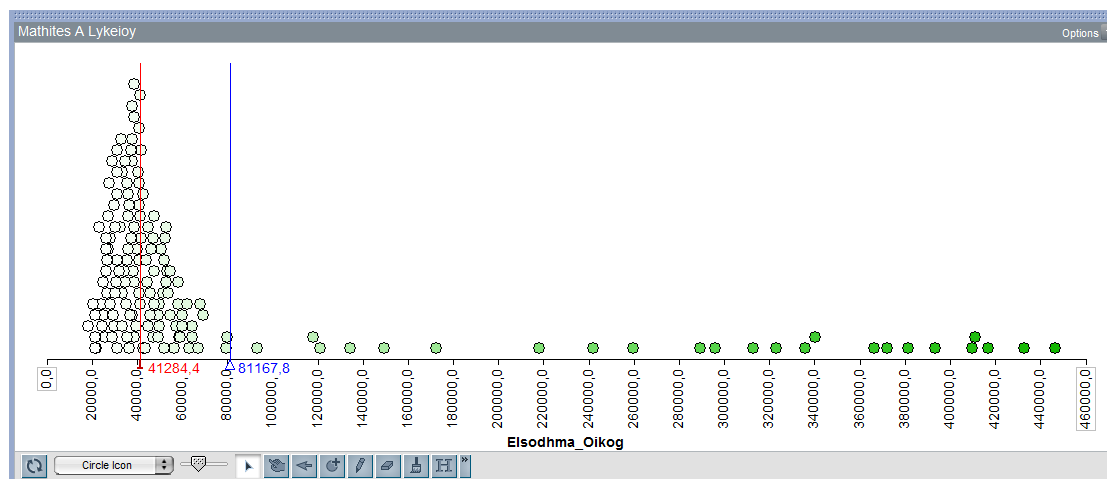
Με την 3^η εργασία του φύλλου εργασίας οι μαθητές κλήθηκαν να εργαστούν με μία συνεχή ποσοτική μεταβλητή και να παρατηρήσουν το διαφορετικό τρόπο απεικόνισής της στο παράθυρο Σχεδίασης του προγράμματος TinkerPlots. Αναμενόταν από τους μαθητές να προβληματιστούν για τη διαφορά στη φύση της μεταβλητής «Ύψος» από την προηγούμενη ποσοτική μεταβλητή «Βαθμός Άλγεβρας». Οι ίδιες ερωτήσεις που τους ζητήθηκε να απαντήσουν στο φύλλο εργασίας αναμενόταν να τους οδηγήσουν σε συμπεράσματα σε σχέση με τη χρήση των μέτρων σε διάφορα είδη μεταβλητών.



Σε περίπτωση που οι μαθητές το ήθελαν, ή θεωρούσε η διδάσκουσα ότι χρειαζόταν για να ξεκαθαρίσουν και να εμπεδώσουν αντίστοιχες παρατηρήσεις και συμπεράσματα, οι μαθητές θα μπορούσαν να επαναλάβουν αντίστοιχη εργασία με τις μεταβλητές «βαθμός γεωμετρίας»

και «ώρες μελέτης». Η 4^η αυτή εργασία θα μπορούσε να παραληφθεί στην περίπτωση που οι μαθητές έδειχναν σίγουροι για τα συμπεράσματά τους και για τον τρόπο εργασίας στο μάθημα, κάτι που επιλέχτηκε στις διδασκαλίες με όλες τις ομάδες των μαθητών.

Αντιθέτως η 5^η εργασία σχεδιάστηκε για να αναδείξει τη βασική διαφορά μεταξύ της μέσης τιμής και της διαμέσου, και επομένως κλήθηκαν όλοι οι μαθητές να εργαστούν σε αυτή. Κλήθηκαν να χειριστούν τα δεδομένα για το «Οικογενειακό Εισόδημα» των μαθητών του δείγματος. Τα δεδομένα αυτά ήταν με τέτοιο τρόπο δοσμένα ώστε να υπάρχουν κάποιες λίγες παρατηρήσεις ιδιαίτερα μεγάλες και εξαιτίας αυτών να παρασύρεται η μέση τιμή προς αυτές. Το φαινόμενο αυτό αναμενόταν να παρατηρήσουν οι μαθητές και να ερμηνεύσουν με βάση τα δεδομένα που έβλεπαν. Οι ερωτήσεις στο φύλλο εργασίας τους οδηγούσαν για να διατυπώσουν τα συμπεράσματά τους και να τα δικαιολογήσουν .



Αμέσως μετά, ζητήθηκε από τους μαθητές να οργανώσουν τις σκέψεις τους και τα συμπεράσματά τους συμπληρώνοντας πίνακα πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων για τα δύο αυτά μέτρα θέσης.

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα

Σε αυτό το σημείο για όσους από τους μαθητές θα μπορούσαν να αισθάνονται αβέβαιοι για τις απαντήσεις τους, υπήρχε η δυνατότητα να ανατρέξουν στις προηγούμενες εργασίες και να συγκρίνουν τα αποτελέσματα που έλαβαν από το πρόγραμμα καθώς και τα συμπεράσματα τα οποία είχαν καταγράψει στο φύλλο εργασίας και προς αυτή την κατεύθυνση θα μπορούσε η διδάσκουσα να τους κατευθύνει.

Μετά το πέρας και αυτής της δραστηριότητας, ζητήθηκε από τους μαθητές να συμπληρώσουν το ερωτηματολόγιο (αντίγραφο του οποίου παρατίθεται στο παράρτημα της παρούσας εργασίας) που τους δόθηκε και να καταγράψουν σε αυτό τις εντυπώσεις τους για το μάθημα που παρακολούθησαν, τον τρόπο εισαγωγής των εννοιών και την εντύπωση που σχημάτισαν για τον Κλάδο της Στατιστικής.

4. Αποτελέσματα

Το μάθημα διδάχτηκε σε τρεις διαφορετικές μέρες λόγω έλλειψης χρόνου της διδάσκουσας αλλά και των εθελοντών μαθητών και πρωτίστως λόγω μη διαθεσιμότητας του εργαστηρίου πληροφορικής στο οποίο θα έπρεπε να εργαστούν οι μαθητές. Τις δύο πρώτες μέρες διδάχθηκαν οι μαθητές της Α' Λυκείου, της Β' Λυκείου και της Γ' Γυμνασίου και την τελευταία μέρα διδάχθηκαν οι μαθητές της Γ' Λυκείου. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν περιγράφονται παρακάτω.

4.1. Δημογραφικά του Δείγματος των Μαθητών

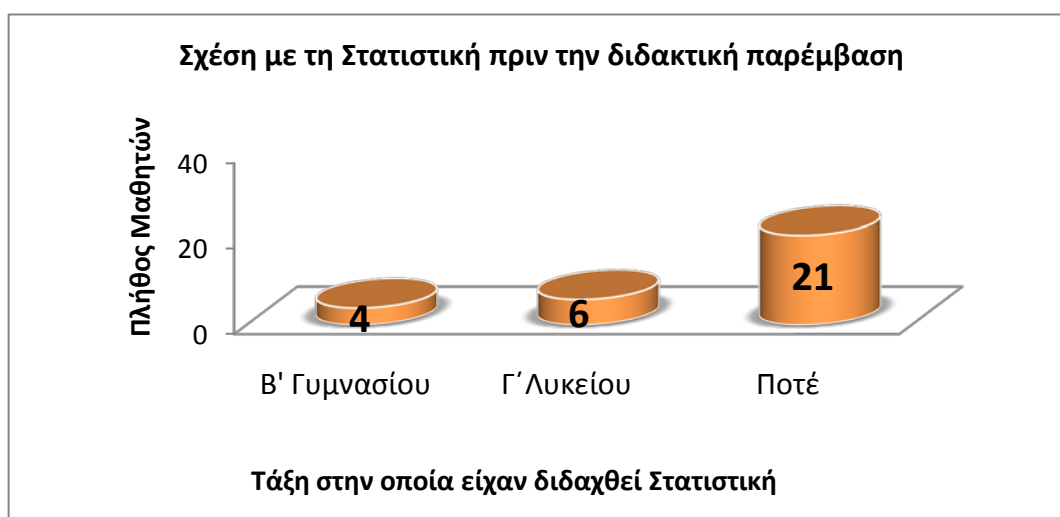
Οι μαθητές που διδάχθηκαν ήταν συνολικά 31. Αναλυτικά φαίνονται στον παρακάτω πίνακα και διάγραμμα.

Τάξη	Πλήθος μαθητών	Ποσοστό μαθητών
Γ' Γυμνασίου	2	6,45%
Α' Λυκείου	14	45,16%
Β' Λυκείου	9	29,03%
Γ' Λυκείου	6	19,35%
Σύνολο	31	100%



Οι 4 από τους μαθητές δήλωσαν ότι είχαν διδαχθεί Στατιστική όταν βρίσκονταν στη Β΄ Γυμνασίου, 6 από τους μαθητές ότι είχαν διδαχθεί Στατιστική ως μάθημα Γενικής Παιδείας στη Γ΄ Λυκείου και εξετάστηκαν σε αυτό Πανελλαδικά και οι υπόλοιποι 21 ότι δεν είχαν ασχοληθεί ξανά με το μάθημα της Στατιστικής.

Τάξη στην οποία διδάχθηκαν Στατιστική	Πλήθος μαθητών	Ποσοστό μαθητών
Β' Γυμνασίου	4	12,90%
Γ΄ Λυκείου	6	19,35%
Ποτέ	21	67,74%
Σύνολο	31	100%



Νε σημειώσουμε επιπλέον ότι μόλις έξι από τους μαθητές δήλωσαν ότι είχαν διδαχθεί στο παρελθόν άλλο μέρος των Μαθηματικών με τη χρήση Ηλεκτρονικών Υπολογιστών. Οι υπόλοιποι συμμετείχαν σε τέτοιου τύπου διδασκαλία για πρώτη φορά.

4.2. Αποτελέσματα που σχετίζονται με την κατανόηση των εννοιών της Στατιστικής

Οι μαθητές συμπλήρωσαν τα φύλλα εργασίας κατά τη διάρκεια του μαθήματος και από τις απαντήσεις που έδωσαν είναι φανερό ότι δεν αντιμετώπισαν πρόβλημα με την κατανόηση των εννοιών. Ακόμα και όσοι απαντώντας χρησιμοποίησαν εντελώς λανθασμένη ορολογία και διατύπωση, εντούτοις στη σκέψη τους αποτυπώνεται η έννοια και οι αιτίες που διαφοροποιούν κάποια από τα παραγόμενα αποτελέσματα από άλλα.

Στα τρία καίρια ερωτήματα που τέθηκαν κατά τη διάρκεια του μαθήματος έδωσαν απαντήσεις όπως αυτές που αναφέρονται παρακάτω.

- Στην πρώτη σύγκριση της μέσης τιμής με τη διάμεσο για τη μεταβλητή «Βαθμός άλγεβρας» στο ερώτημα αν διαφέρουν σημαντικά οι τιμές τους δίνουν απαντήσεις όπως οι παρακάτω:

Δεν είναι μεγάλη, ~~κατά~~ σε αυτή τους περίεργοι ~~και~~ σχεδόν αμελητέα.

Όχι γιατί η μέση τιμή είναι 11,97 και η διάμεσος 11,75
και η διαφορά τους είναι μόνο 0,2.



Δεν είναι μεγάλη η απόσταση των τιμών του γιατί είναι πολύ κοντά.

ΟΧΙ γιατί εξαρτάται πάντα συνθήκη.

- Στην ερώτηση που τους ζητούσε να εξηγήσουν για ποιο λόγο το πρόγραμμα δεν μπορεί να υπολογίσει μέση τιμή ή διάμεσο για τη μεταβλητή "hobby" οι απαντήσεις τους ήταν όπως οι παρακάτω:

Όχι, γιατί η μεταβλητή "hobby" δεν είναι αριθμητικό δεδομένο.

Όχι γιατί δεν γίνεται να βρεθεί μέση τιμή ή διάμεσος διαφορετικών παραγμάτων (δεν έχουν κοινή παύση και δεν είναι αριθμοί).

ΟΧΙ γιατί ~~θα~~ ενώ έχουμε θέσεις στις οποίες δεν μπορούμε να βρούμε την μέση τιμή και την διάμεσο ενώ πριν είχαμε ασκήσεις

Δεν υπάρχει κοινό σκαρίδι μεταξύ των μεταβλητών άρα δεν υπάρχει μέση και μέσος δεν έχουν μέτρο σύγκρισης όπως οι αριθμοί

Όχι διότι συγκρίνουμε ανόμοια πράγματα όπως αλ ή tv με τα sport και δεν έχουμε αξιωματικές τιμές

Δεν έχει μέση τιμή καθώς δε συμπεριλαμβάνει αριθμούς δεν υπάρχει μέτρο σύγκρισης

- Στο τελευταίο ερώτημα που αφορούσε και το στόχο του μαθήματος, η καταγραφή των πλεονεκτημάτων και μειονεκτημάτων για τα δύο μέτρα θέσης οι απαντήσεις φανέρωσαν ότι οι μαθητές κατανόησαν το λόγο που απέδωσε τόσο διαφορετικά αποτελέσματα για τα δύο μέτρα θέσης που στις προηγούμενες περιπτώσεις παρείχαν περίπου το ίδιο αποτέλεσμα. Ενδεικτικά αναφέρονται κάποιες από αυτές:

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Λαμβάνει υπόψη της όλες τις παρατηρήσεις για το εύρος που υπολογίζεται	Δεν είναι πάντα αντιπροσωπευτική διότι επηρεάζεται έντονα από τις ακραίες τιμές
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Δεν επηρεάζεται από ακραίες τιμές αλλά από τις τιμές που αντιστοιχούν στους πολλούς	Υπολογίζεται μόνο από τις δύο μεσαίες παρατηρήσεις και όχι από το εύρος τους

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Λαμβάνει υπόψη όλα τα δεδομένα εξίσου, ανεξαρτήτως ηλικίας τους, κι συγκρίνει με αυτά τις άλλες τιμές.	Αποκλίνει σημαντικά όταν υπάρχουν ακραίες περιπτώσεις.
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Δεν επηρεάζεται από τα ακραία.	Δε λαμβάνει υπόψη πολλά δεδομένα.

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Βάσει Παίρνουμε μια εύκολη αμφισβήτηση με όλα τα δεδομένα ανεξαρτήτως από το πλήθος	Υπάρχει κάποια δεδομένα να αλλάξουν τη μέση τιμή και να μην μπορούμε να ερμηνεύσουμε σωστά αυτήν.
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Παίρνουμε μια εύκολη με τα ποσοστά βάση του πλήθους χωρίς να επηρεάζεται από τα αυθαίρετα αποτε.	Δεν λαμβάνονται υπόψη όλα τα ποσά

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Βρίσκει μια ακριβέστερη μέση τιμή που επηρεάζεται από όλες τις τιμές	Σε κάποια περίπτωση που υπάρχουν πολλοί πωλείς χαμηλές και μία υψηλή όπως στο παράδειγμα με το εισόδημα, το μέση αποκλίνει από το πραγματικό
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Βρίσκει τα αυτά Βρίσκει με βάση τη συγκέντρωση πολλών τιμών κοντινών σε αλγεβρική ερμ.	Αν υπάρχουν πολλοί μικροί πωλείς και μία μεγάλη τιμή πιθανότητες είναι να είναι σε μία από τις υψηλότες τιμές.

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Εμπνέει απ' όλα τα μεγέθη και δείχνει με ακρίβεια τον Μ.Ο	Δεν βγάζω ασφαλείς συμπεράσματα για το που κυμαίνεται ο τιμές που έχω

Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Αποκλείει τις εξαιρέσεις και τις κρύβες τιμές κάθε φορά μέχρι να φτάσει σε μια κανονική τιμή ή θε δύο	

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Βρίσκουμε τον μέσο όρο των παρατηρήσεων με ακρίβεια.	Εμπνέεται από δηλωτικά από τις παρατηρήσεις που αποτελείται πολύ απόφα κ' αν αυτές είναι ελάχιστες.

Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Βασιζεται στο ηλίθος κ' μας δείχνει που κυμαίνονται οι περισσότερες παρατηρήσεις.	Βασιζεται μόνο στο ηλίθος των παρατηρήσεων κ' όχι στην τιμή τους, είναι <u>για</u>

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Είναι πιο αντικειμενική καθώς εφάρμοζαι όμοια από το πλῆθος των τιμών	Εμπνέεται από ακραίες παρατηρήσεις

Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Δεν εμπνέεται από ακραίες παρατηρήσεις	Μπορεί να μη βάλει υπόψη σημαντικές τιμές που κρίνουν το αποτέλεσμα.

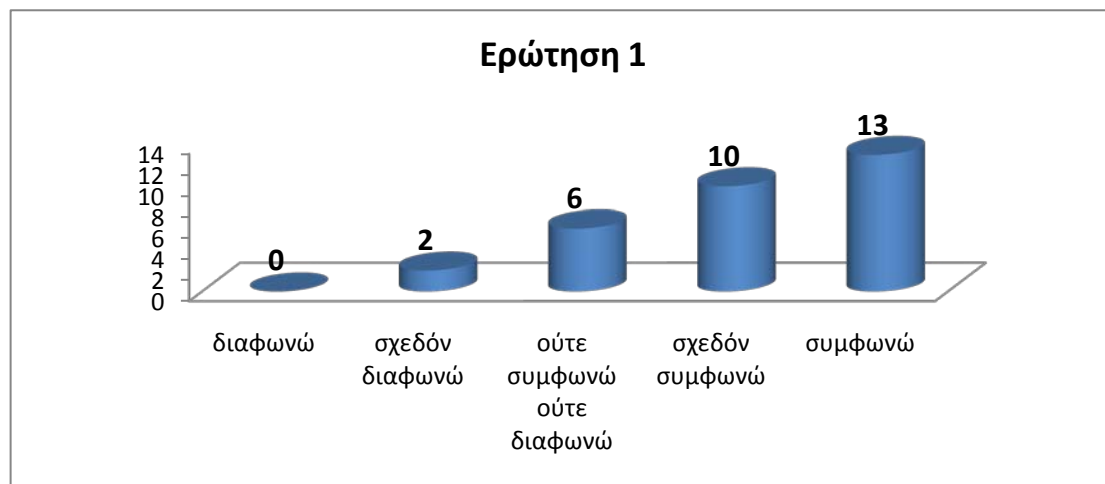
Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
παράγει Οπτας δίνει υποψη τις Επιρράζεται από όλες τις αυραίες τιμές παρατηρήσεις.	Επιρράζεται από τις αυραίες τιμές
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Δεν επιρράζεται από αυραίες τιμές.	Δεν λαμβάνει ότι υπολογίζεται από τις μεσαίες τιμές θέσεις

4.3. Αποτελέσματα που σχετίζονται με τη στάση των μαθητών απέναντι στη διδασκαλία με χρήση Ηλεκτρονικών Υπολογιστών

Ακολούθως φαίνονται τα αποτελέσματα στις απαντήσεις που έδωσαν οι μαθητές στα Ερωτηματολόγια για να αποτυπώσουν την εντύπωση που σχημάτισαν για τη διδασκαλία με τη χρήση υπολογιστών, για το μάθημα της Στατιστικής και για το συνδυασμό τους.

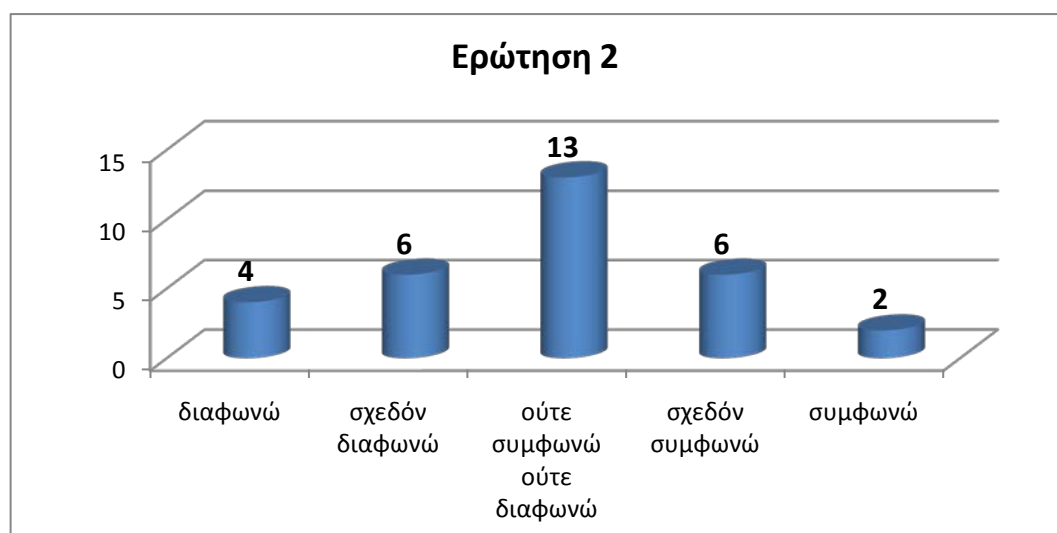
Ερώτηση 1^η: «Η Στατιστική είναι ένας ενδιαφέρον τομέας των Μαθηματικών.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν διαφωνώ	2	6,45%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	6	19,35%
σχεδόν συμφωνώ	10	32,26%
συμφωνώ	13	41,94%
Σύνολο	31	100,00%



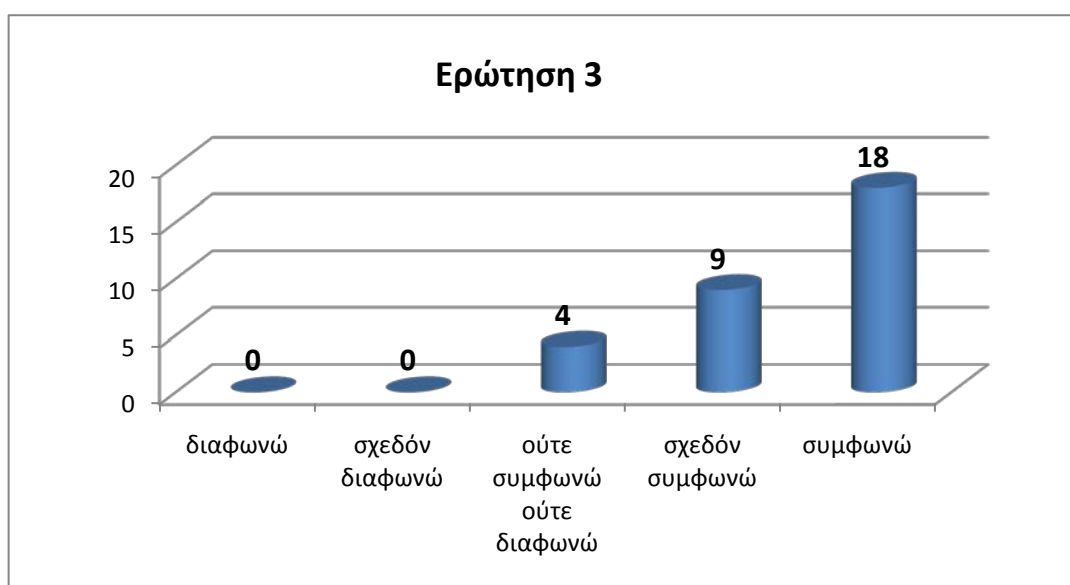
Ερώτηση 2^η: «Θα ήθελα να ασχοληθώ περισσότερο με τη Στατιστική από ότι με τους υπόλοιπους Τομείς των Μαθηματικών.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	4	12,90%
σχεδόν διαφωνώ	6	19,35%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	13	41,94%
σχεδόν συμφωνώ	6	19,35%
συμφωνώ	2	6,45%
Σύνολο	31	100,00%



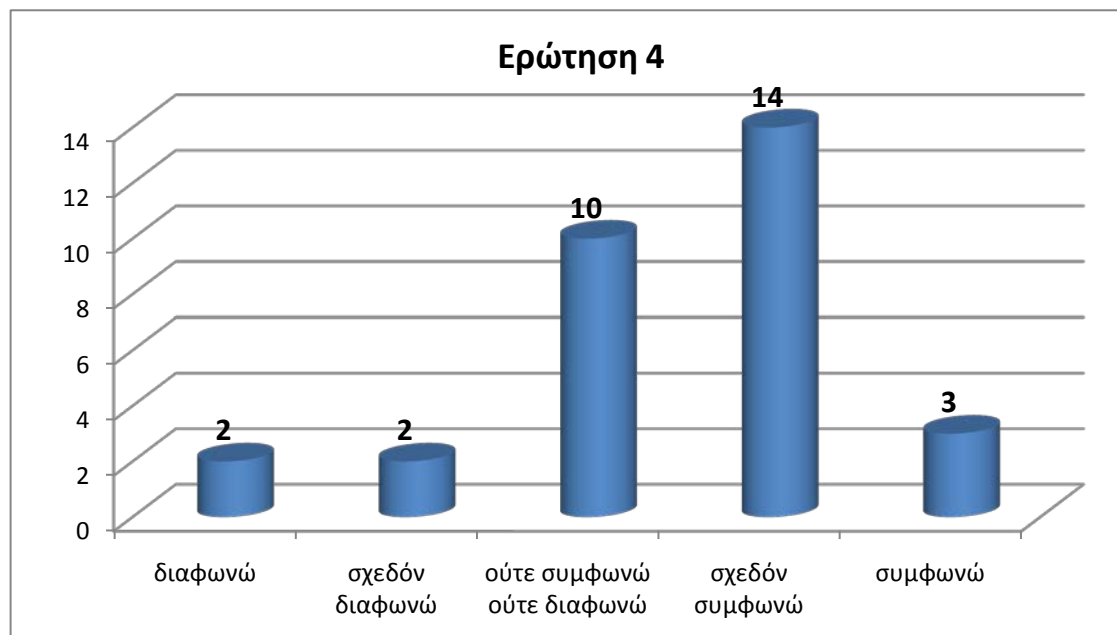
Ερώτηση 3^η: «Ο τρόπος διδασκαλίας ήταν περισσότερο κατανοητός από αυτόν που συνηθίζεται στο σχολείο.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν διαφωνώ	0	0,00%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	4	12,90%
σχεδόν συμφωνώ	9	29,03%
συμφωνώ	18	58,06%
Σύνολο	31	100,00%



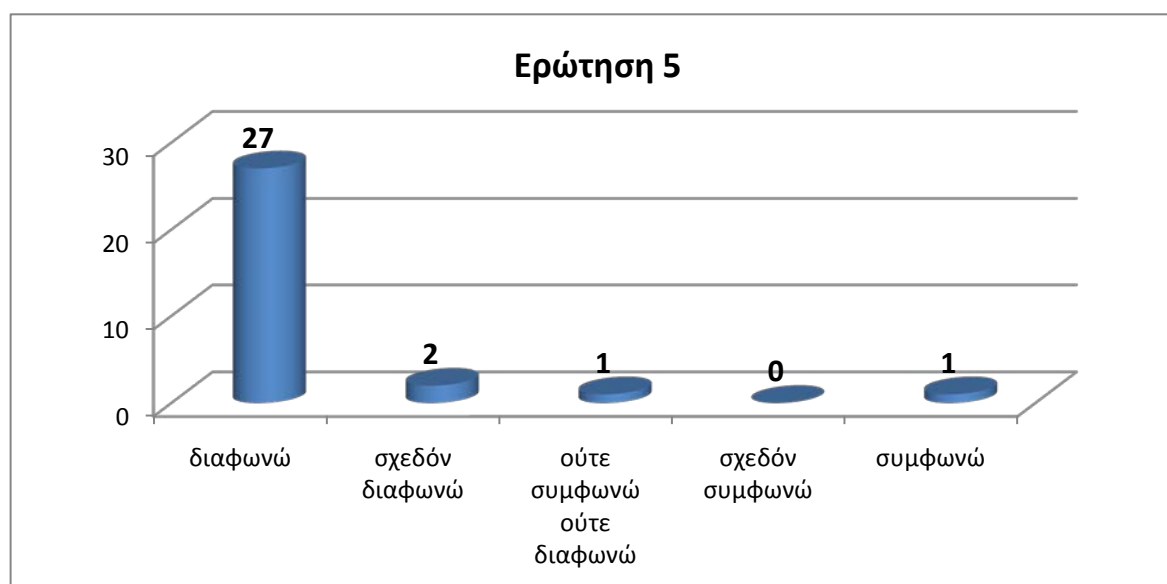
Ερώτηση 4^η: «Θα ήθελα να ασχοληθώ για περισσότερο χρόνο με το πρόγραμμα TinkerPlots.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	2	6,45%
σχεδόν διαφωνώ	2	6,45%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	10	32,26%
σχεδόν συμφωνώ	14	45,16%
συμφωνώ	3	9,68%
Σύνολο	31	100,00%



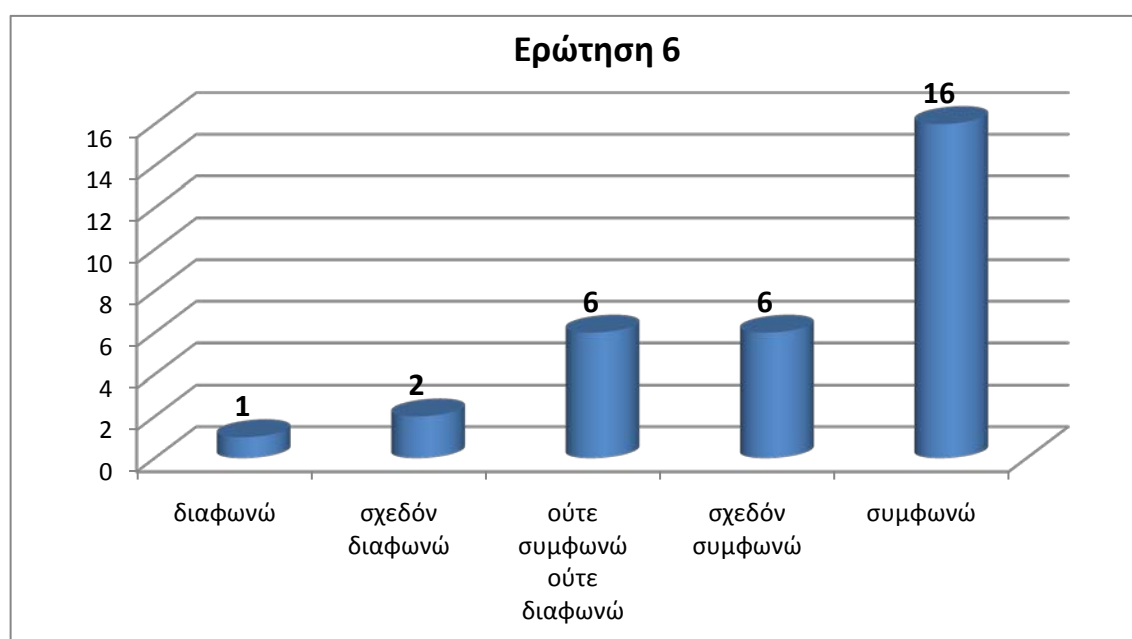
Ερώτηση 5^η: «Δεν έχω κατανοήσει αυτά με τα οποία ασχολήθηκα στο μάθημα αυτό. »

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	27	87,10%
σχεδόν διαφωνώ	2	6,45%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	1	3,23%
σχεδόν συμφωνώ	0	0,00%
συμφωνώ	1	3,23%
Σύνολο	31	100,00%



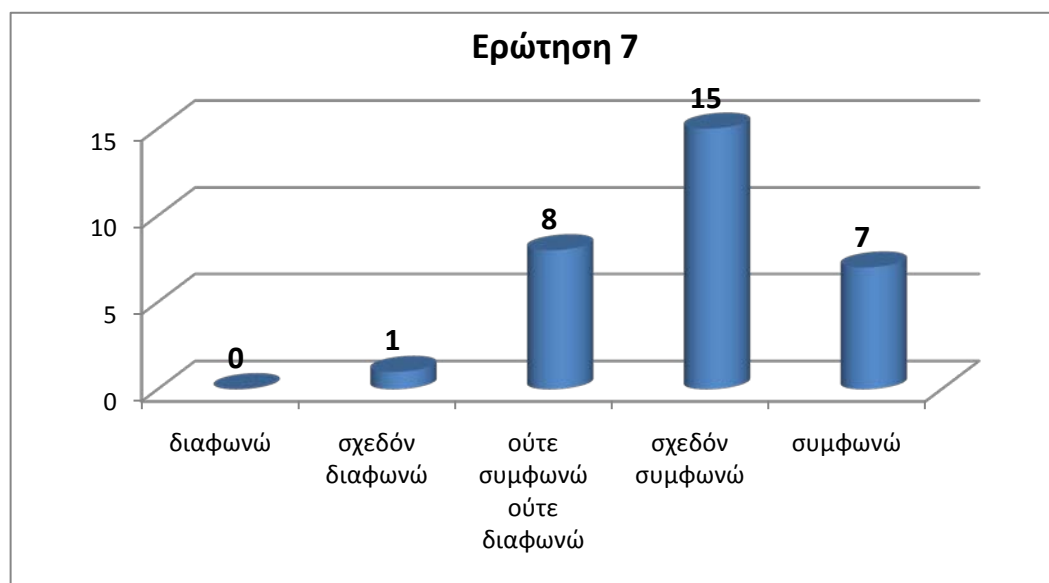
Ερώτηση 6^η: «Θα ήθελα να διδάσκομαι τα Μαθηματικά με χρήση των Η/Υ.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	1	3,23%
σχεδόν διαφωνώ	2	6,45%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	6	19,35%
σχεδόν συμφωνώ	6	19,35%
συμφωνώ	16	51,61%
Σύνολο	31	100,00%



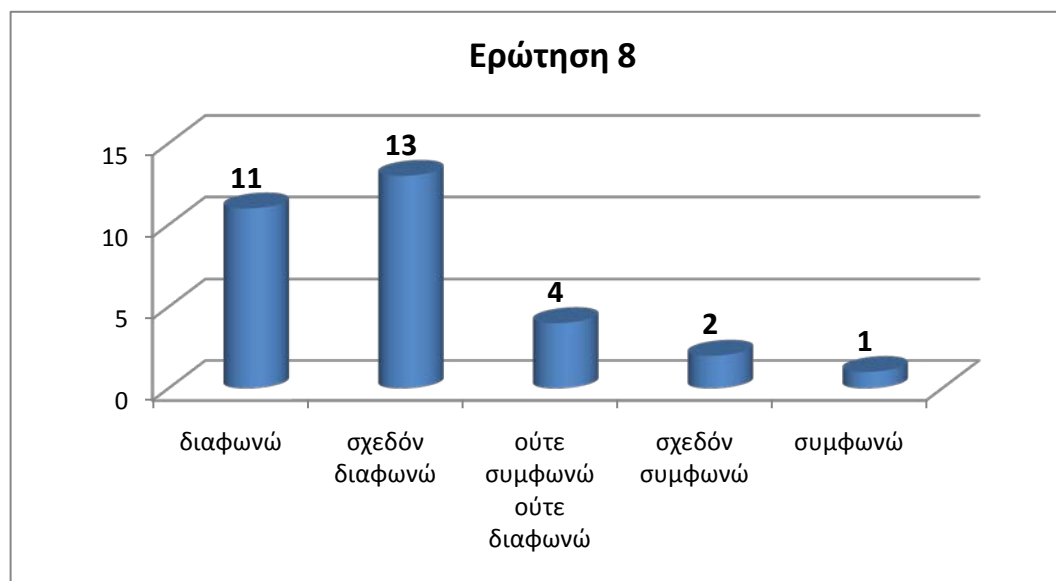
Ερώτηση 7^η: «Θα ήθελα να πειραματιστώ και με τις υπόλοιπες δυνατότητες του προγράμματος TinkerPlots.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν διαφωνώ	1	3,23%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	8	25,81%
σχεδόν συμφωνώ	15	48,39%
συμφωνώ	7	22,58%
Σύνολο	31	100,00%



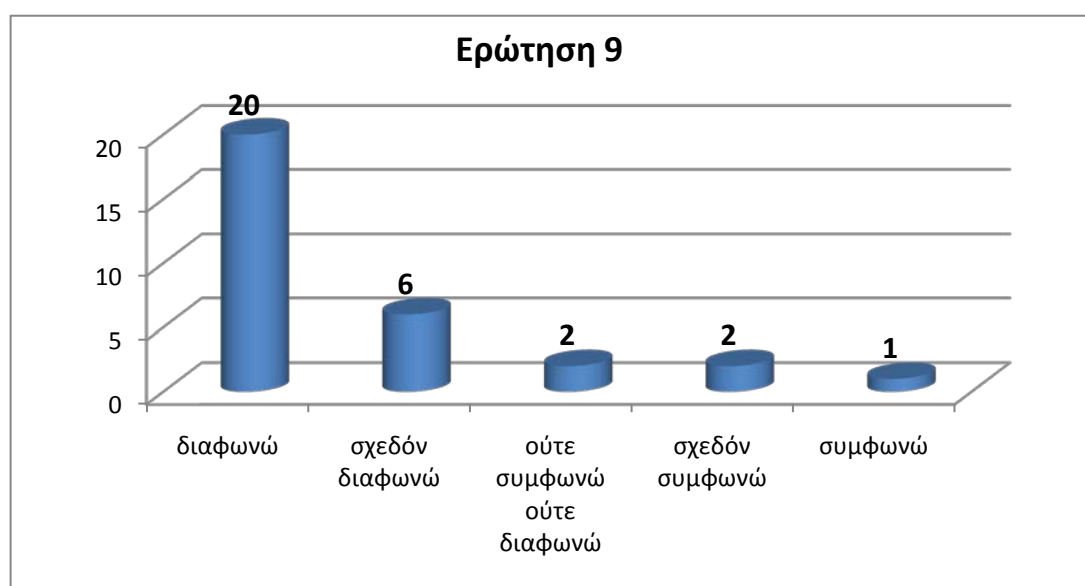
Ερώτηση 8^η: «Τα Μαθηματικά είναι ένα δύσκολο μάθημα όπως και αν διδαχθούν.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	11	35,48%
σχεδόν διαφωνώ	13	41,94%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	4	12,90%
σχεδόν συμφωνώ	2	6,45%
συμφωνώ	1	3,23%
Σύνολο	31	100,00%



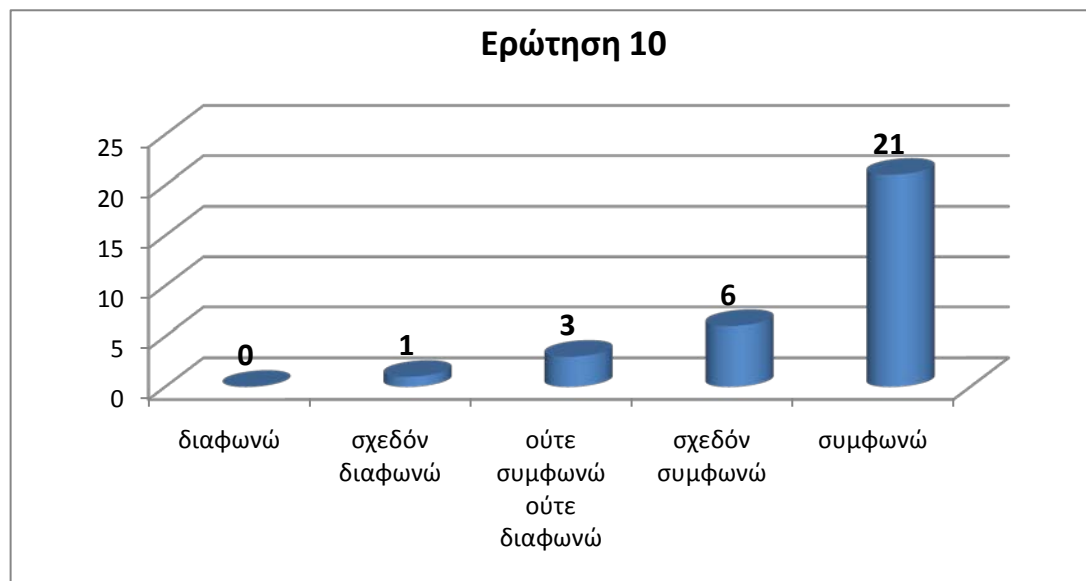
Ερώτηση 9^η: «Νιώθω ότι δεν έχω κερδίσει κάτι παραπάνω από το σημερινό μάθημα.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	20	64,52%
σχεδόν διαφωνώ	6	19,35%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	2	6,45%
σχεδόν συμφωνώ	2	6,45%
συμφωνώ	1	3,23%
Σύνολο	31	100,00%



Ερώτηση 10^η: «Τα Η Στατιστική είναι ένας Τομέας των Μαθηματικών που βρίσκει εφαρμογή στην καθημερινή ζωή.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν διαφωνώ	1	3,23%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	3	9,68%
σχεδόν συμφωνώ	6	19,35%
συμφωνώ	21	67,74%
Σύνολο	31	100,00%



4.4. Συνάψεις εκτιμήσεων των μαθητών

Τα αποτελέσματα που συγκεντρώθηκαν από τα ερωτηματολόγια που συμπληρώθηκαν από τους μαθητές και αφορούσαν τη στάση τους απέναντι στη Στατιστική, στο συγκεκριμένο τρόπο διδασκαλίας, αλλά και τη θέση τους εν γένει απέναντι στο μάθημα των Μαθηματικών, μελετήθηκαν και ελέγχθηκαν για τυχούσες συσχετίσεις μεταξύ των δηλώσεων. Οι έλεγχοι αυτοί παρήγαγαν τις εξής συσχετίσεις:

Συνάψια μεταξύ των εκτιμήσεων που προέκυψαν από τις ερωτήσεις 3 & 6.

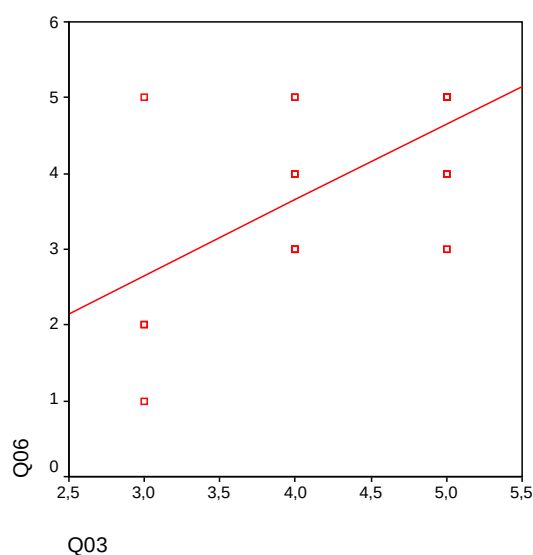
Μέσω του Στατιστικού προγράμματος SPSS (ver. 11.5.0) υπολογίστηκε ο συντελεστής συσχέτισης Pearson για τις ερωτήσεις 3 και 6 και τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα:

Correlations

		Q03	Q06
Q03	Pearson Correlation	1	,635**
	Sig. (1-tailed)	.	,000
	N	31	31
Q06	Pearson Correlation	,635**	1
	Sig. (1-tailed)	,000	.
	N	31	31

** . Correlation is significant at the 0.01 level

Το γράφημα διασποράς για τις δύο αυτές ερωτήσεις είναι το παρακάτω:



Το διάγραμμα διασποράς δείχνει θετική συνάφεια μεταξύ των εκτιμήσεων των μαθητών έτσι όπως αυτές εκφράζονται μέσω των απαντήσεών τους. Επιπλέον η τιμή του δείκτη συνάφειας δείχνει ότι ο μαθητής που επιλέγει τη διδασκαλία των Μαθηματικών με τη χρήση Η/Υ έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να κατανοήσει το περιεχόμενο του μαθήματος.

Συνάφεια μεταξύ των εκτιμήσεων που προέκυψαν από τις ερωτήσεις 2 & 4.

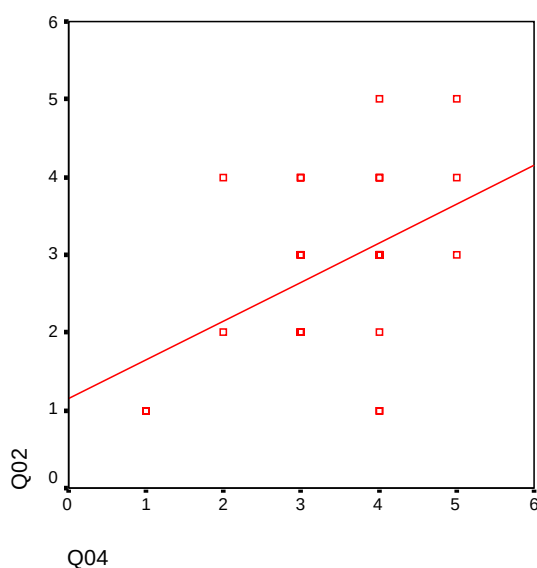
Ανάλογη επεξεργασία έγινε και για τις εκτιμήσεις που προέκυψαν από τις απαντήσεις στα ερωτήματα 2 και 4. Τα αποτελέσματα για τον συντελεστή συνάφειας Pearson είναι:

Correlations

		Q02	Q04
Q02	Pearson Correlation	1	,456**
	Sig. (1-tailed)	.	,005
	N	31	31
Q04	Pearson Correlation	,456**	1
	Sig. (1-tailed)	,005	.
	N	31	31

**. Correlation is significant at the 0.01 level

Το γράφημα διασποράς για τις δύο αυτές ερωτήσεις είναι το παρακάτω:



Το διάγραμμα διασποράς δείχνει θετική συνάφεια μεταξύ των απαντήσεων των μαθητών στις αντίστοιχες ερωτήσεις. Επιπλέον η τιμή του δείκτη υποδηλώνει ότι υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα να ασχοληθεί με τον κλάδο της Στατιστικής ένας μαθητής, ο οποίος έχει γνωρίσει και εργαστεί στο μάθημα αυτό με το πρόγραμμα TinkerPlots.

Συνάφεια μεταξύ των εκτιμήσεων που προέκυψαν από τις ερωτήσεις 1 & 10.

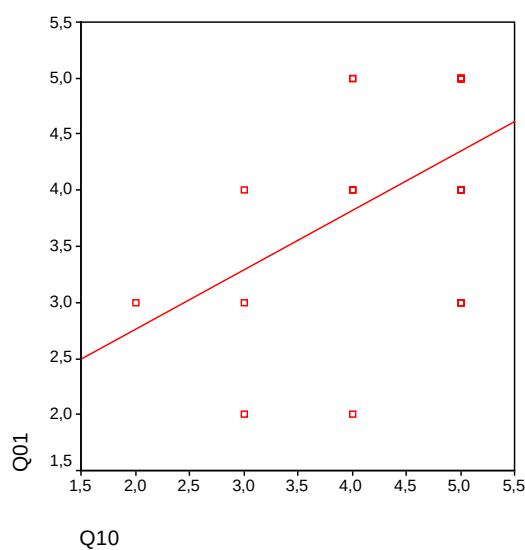
Συνεχίζοντας την ίδια επεξεργασία και για τα δεδομένα των απαντήσεων στις ερωτήσεις 1 και 10 έχουμε για το συντελεστή Pearson

Correlations

		Q01	Q10
Q01	Pearson Correlation	1	,455**
	Sig. (1-tailed)	.	,005
	N	31	31
Q10	Pearson Correlation	,455**	1
	Sig. (1-tailed)	,005	.
	N	31	31

**. Correlation is significant at the 0.01 level

και το αντίστοιχο διάγραμμα διασποράς:



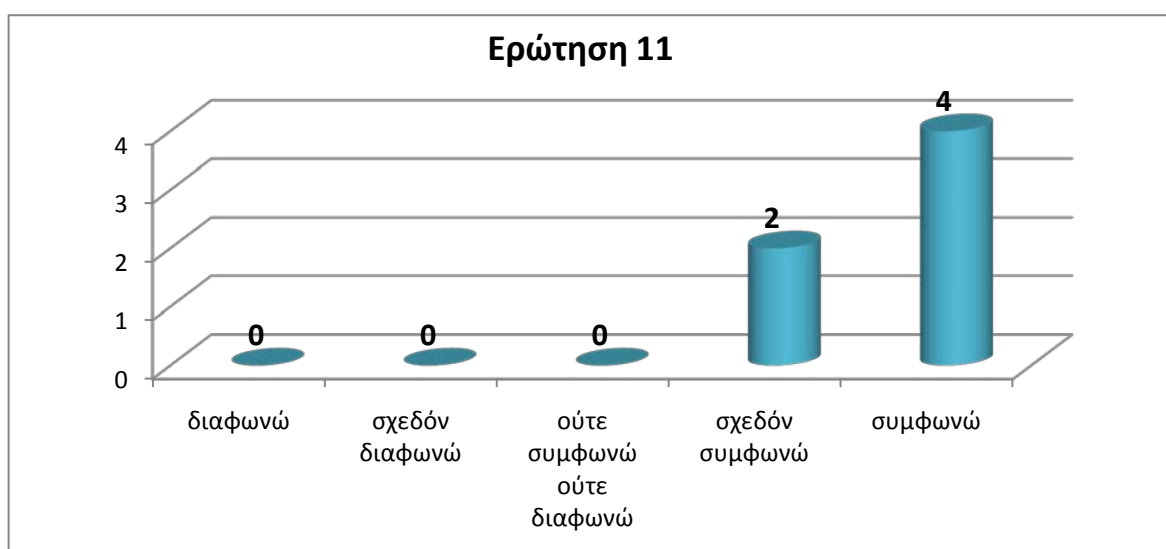
Από το διάγραμμα φαίνεται η θετική συνάφεια μεταξύ των εκτιμήσεων των μαθητών για το ενδιαφέρον του κλάδου της Στατιστικής και προκύπτει ότι ο συγκεκριμένος κλάδος έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνει ελκυστικός εφόσον βρίσκει εφαρμογή στην καθημερινή ζωή.

Οι έλεγχοι που έγιναν για να εντοπίσουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των δύο ομάδων, δηλαδή των μαθητών που είχαν διδαχθεί τη Στατιστική για να εξεταστούν σε Πανελλαδικό επίπεδο και των μαθητών που δεν το είχαν κάνει, δεν απέδωσαν κάποια στατιστικά ευρήματα. Μολαταύτα, είναι προφανής η ομοφωνία των μαθητών της πρώτης ομάδας σε ότι αφορά το κέρδος που αισθάνονται ότι είχαν από τη συγκεκριμένη παρέμβαση. Αυτό

είναι εμφανές στις απαντήσεις τους στις δύο επιπλέον ερωτήσεις (No 11 και No 12) που περιείχε το ερωτηματολόγιο που απευθυνόταν σε αυτή την ομάδα μαθητών.

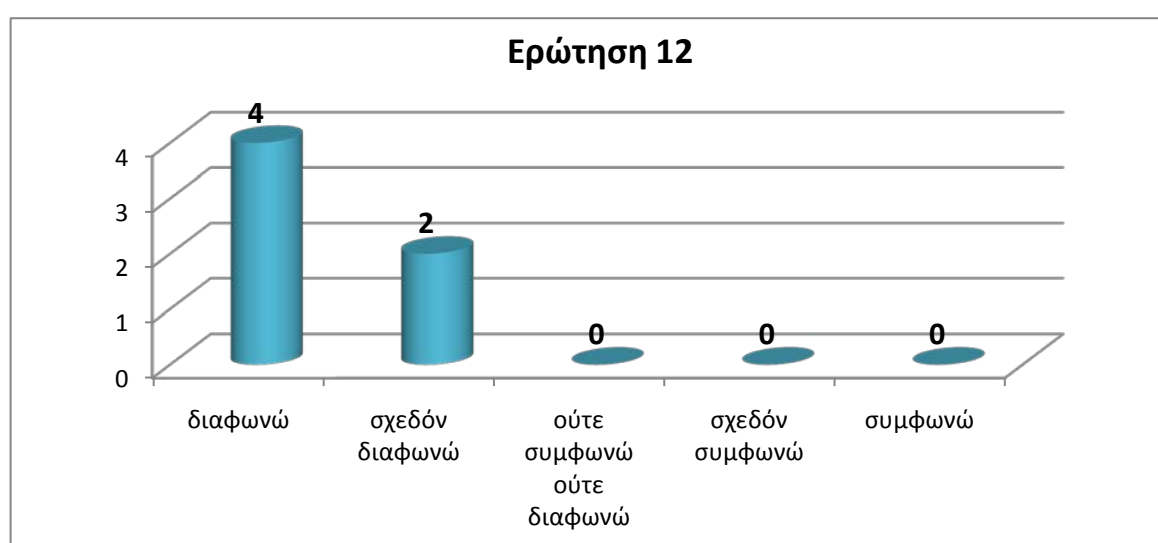
Ερώτηση 11^η: «Με το σημερινό μάθημα διευκρίνισα κάποια σημεία που δεν είχα καταλάβει την προηγούμενη σχολική χρονιά.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν διαφωνώ	0	0,00%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν συμφωνώ	2	33,33%
συμφωνώ	4	66,67%
Σύνολο	6	100,00%



Ερώτηση 12^η: «Το πρόγραμμα TinkerPlots περισσότερο με μπέρδεψε παρά με βοήθησε.»

	πλήθος μαθητών	ποσοστό μαθητών
διαφωνώ	4	66,67%
σχεδόν διαφωνώ	2	33,33%
ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	0	0,00%
σχεδόν συμφωνώ	0	0,00%
συμφωνώ	0	0,00%
Σύνολο	6	100,00%



4.5. Μη αναμενόμενα ευρήματα

Κατά τη διδασκαλία της πρώτης ομάδας των μαθητών έγινε φανερό ότι οι μαθητές δε χρειάστηκαν πολύ χρόνο ή ιδιαίτερη προσπάθεια για να εξοικειωθούν με το αντικείμενο διδασκαλίας. Επίσης η χρήση του λογισμικού, ακόμα και για όσους συνάντησαν κάποια προβλήματα στην αρχή και χρειάστηκαν την παρέμβαση της διδάσκουσας, γρήγορα αποδείχτηκε κατάλληλη για τους σκοπούς του εγχειρήματος.

Πέραν όμως αυτών, κάποιοι μαθητές προχώρησαν και σε περαιτέρω διερεύνηση του προγράμματος, προσπαθώντας να απαντήσουν σε ερωτήσεις

που δεν είχαν τεθεί από τη διδάσκουσα (λεκτικά ή γραπτά μέσω των φύλλων εργασίας), αλλά που διατύπωσαν μόνοι τους.

Κάποιοι αναρωτήθηκαν για την αληθοφάνεια των δεδομένων ρωτώντας αν αφορούν δεδομένα από υπαρκτά πρόσωπα. Από το διάλογο που προέκυψε έγινε φανερό ότι προσπάθησαν να επεκτείνουν τα ευρήματα που καταλάβαιναν ότι χαρακτηρίζουν το δείγμα των μαθητών που χειρίζονταν και σε άλλο ευρύτερο σύνολο μαθητών ίσως και στους ίδιους. Χωρίς να έχουν επίγνωση της σημασίας της σκέψης τους αυτής, έκαναν ένα πρώτο βήμα για την επαγωγική συμπερασματολογία. Επίσης αυτού του είδους ο προβληματισμός φανερώνει τη σωστή εικασία των μαθητών σε σχέση με τα χαρακτηριστικά που, εάν πληρούνται, καθιστούν ένα δείγμα αντιπροσωπευτικό σε σύγκριση με τον πληθυσμό, όπως το να είναι το δείγμα ένα υποσύνολο του πληθυσμού για τον οποίο προκύπτουν τα συμπεράσματα.

Με τη βοήθεια του λογισμικού και τη χρήση των δυναμικών αναπαραστάσεων άλλοι μαθητές προσπάθησαν να βρουν αν υπάρχει κάποιου είδους σχέση ανάμεσα στη βαθμολογία των μαθητών στο μάθημα της Άλγεβρας και στην αντίστοιχη για το μάθημα της Γεωμετρίας. Προσπάθησαν, δηλαδή, να βρουν τρόπους συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών, σκέψη που είναι το πρώτο βήμα για την εξαγωγή συμπερασμάτων στην Επαγωγική Στατιστική.

Το ίδιο ερώτημα προέκυψε για τους μαθητές και για τα δεδομένα που αφορούσαν την επίδοση των μαθητών και τις ώρες μελέτης όπως αναφέρονταν στους πίνακες δεδομένων του παραδείγματος που χειρίζονταν στο πρόγραμμα TinkerPlots. Στην έλλειψη εμφανών συσχετίσεων, έκαναν εικασίες που αφορούσαν περιορισμούς που μπορεί να καταστήσουν οποιαδήποτε στατιστική έρευνα ανεπαρκή, όπως για παράδειγμα την ειλικρίνεια των ερωτούμενων.

Έχει μείνει χωρίς απάντηση το ερώτημα : «αν τα δεδομένα αφορούσαν υπαρκτά πρόσωπα, ήταν δηλαδή πραγματικές απαντήσεις μαθητών, μήπως τα αποτελέσματα των χειρισμών των μαθητών θα μπορούσαν να γίνουν πηγή για την διατύπωση περισσότερων ερωτημάτων και την ανάπτυξη περισσότερων στατιστικών εννοιών από τους μαθητές;». Η δυνατότητα της αντικατάστασης των δεδομένων από άλλα, υπαρκτά και πραγματικά, ήταν σε μηδενικά επίπεδα τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή της υλοποίησης του εγχειρήματος. Κατά συνέπεια, και οι επόμενες ομάδες που ήταν προγραμματισμένες για αντίστοιχη διδασκαλία χειρίστηκαν τα ίδια δεδομένα. Η μόνη διαφορά ήταν ότι η διδάσκουσα, έχοντας την προηγούμενη εμπειρία, ήταν σε ετοιμότητα να χειριστεί προς όφελος των προβληματισμένων μαθητών τις τυχούσες παρόμοιες ερωτήσεις όταν αυτές προέκυψαν.

4.6. Αποτίμηση γενικότερης εντύπωσης μαθητών

Η διδακτική παρέμβαση υλοποιήθηκε τον Ιούνιο του 2011 με την εθελοντική συμμετοχή των 31 μαθητών. Ο χρόνος υλοποίησης δεν ήταν μέρος του χρόνου από το σχολικό πρόγραμμα. Οι μαθητές προσήλθαν στο σχολείο μία μέρα μετά τη λήξη των μαθημάτων του σχολικού έτους και μετά το πέρας της εξεταστικής περιόδου του Ιουνίου. Αυτός ο παράγοντας είναι σημαντικός γιατί δείχνει :

- Την προθυμία των μαθητών να θυσιάσουν τον ελεύθερο καλοκαιρινό χρόνο τους αμέσως μετά από 4 εβδομάδες εξεταστικής περιόδου
- Την αίσθηση ηρεμίας που επικρατούσε αφού ήταν ολοφάνερο ότι το συγκεκριμένο μάθημα δεν είχε σκοπό την αξιολόγησή τους ή θα επηρέαζε με κάποιο τρόπο τη βαθμολογία τους

- Τον περιορισμό του δείγματος σε σχέση με τη στάση που είχαν τα μέλη τους απέναντι στο μάθημα των Μαθηματικών. Οι μαθητές οι οποίοι κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς πείστηκαν και ταλαιπωρήθηκαν από αυτό το μάθημα δεν ήταν σημαντικό μέρος των μαθητών που θέλησαν να συμμετάσχουν.

Ένας ακόμα σημαντικός παράγοντας είναι ότι οι περισσότεροι από τους μαθητές υπήρξαν στο παρελθόν μαθητές της διδάσκουσας στο σχολικό πρόγραμμα, γεγονός που μπορεί να θεωρηθεί θετικό λαμβάνοντας κατά νου ότι οι δίαυλοι επικοινωνίας μεταξύ μαθητών και διδάσκουσας είχαν ήδη δημιουργηθεί.

Πολλοί από τους παραπάνω λόγους συνετέλεσαν στη διεξαγωγή του μαθήματος σε πνεύμα συνεργασίας και εμπιστοσύνης. Οι μαθητές έδειξαν πρόθυμοι να συμμετέχουν και απελευθερωμένοι να διατυπώνουν τις απόψεις τους, ακόμα και σε περιπτώσεις που ήταν εντελώς αβέβαιοι για την ακρίβεια των διατυπώσεών τους.

Ήταν εντυπωσιακή η γρήγορη προσαρμογή όλων των μαθητών στο χειρισμό του προγράμματος TinkerPlots και στην ευκολία με την οποία εκτέλεσαν τα βήματα που τους οδηγούσε το ερωτηματολόγιο. Ελάχιστες ήταν οι φορές που κάποιος μαθητής ζήτησε βοήθεια από τη διδάσκουσα για θέματα που αφορούσαν το χειρισμό των εντολών του προγράμματος και αυτό συνέβη μόνο στην αρχή του μαθήματος.

Τόσο κατά τη διάρκεια του μαθήματος, αλλά και από τις απαντήσεις των μαθητών στα φύλλα εργασίας που συλλέχθηκαν μετά το πέρας του μαθήματος, έγινε φανερό ότι οι μαθητές εύκολα κατανόησαν το αντικείμενο του μαθήματος, τα δεδομένα που τους δόθηκαν, τα εργαλεία που χειρίστηκαν όπως και τις έννοιες της Στατιστικής που χρησιμοποίησαν. Μολονότι δεν είχαν την ευκαιρία να συνηθίσουν την ορολογία και οι

διατυπώσεις τους δεν ήταν ακριβείς, χρησιμοποιούσαν σωστά τις έννοιες και ήταν οι περισσότεροι σε θέση να τις συνδυάσουν για να παράγουν τα συμπεράσματα που τους ζητήθηκαν.

Στη συγκεκριμένη διδακτική παρέμβαση οι μαθητές δε χρειάστηκε να χρησιμοποιήσουν υπολογισμούς με το χέρι και κατά συνέπεια δεν ήρθαν σε επαφή με τους συμβολισμούς. Ο περιορισμένος χρόνος για το συγκεκριμένο μάθημα, ενώ ήταν επαρκής για την εισαγωγή και για τη διαπραγμάτευση του φύλλου εργασίας, δεν ήταν επαρκής για να διδαχθεί το συγκεκριμένο μέρος της ύλης με την αλληλουχία των εννοιών που συνηθίζεται στο αντίστοιχο αναλυτικό πρόγραμμα της Γενικής Παιδείας της Γ' Λυκείου. Για αυτό το λόγο δεν έγινε καμία μνεία στο συγκεκριμένο μάθημα για έννοιες όπως συχνότητες, σχετικές συχνότητες ή αθροιστικές συχνότητες των τιμών των διαφόρων μεταβλητών. Αυτή η αλλαγή, θα μπορούσε να δημιουργήσει ανυπέρβλητα εμπόδια στην κατανόηση και διαπραγμάτευση των εννοιών της Στατιστικής που κλήθηκαν να χειριστούν οι μαθητές. Εντούτοις κάτι τέτοιο δε συνέβη, απεναντίας οι μαθητές ανακάλεσαν στη μνήμη τους γνώσεις από προηγούμενες τάξεις για τον υπολογισμό των ποσοστών, κάτι που ήταν τελικά αρκετό για να επιτύχουν τα απαιτούμενα επίπεδα κατανόησης.

5. Συζήτηση

Η διδακτική παρέμβαση που αναλύθηκε στην παρούσα εργασία είχε σκοπό να ερευνήσει τη συμβολή της χρήσης ηλεκτρονικών υπολογιστών στη διδασκαλία της Στατιστικής στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Μέσα από τα αποτελέσματα που αναλύθηκαν προέκυψε το συμπέρασμα ότι είναι θετική η αποτίμηση του εγχειρήματος και αναδείχθηκε η χρησιμότητα περαιτέρω διερεύνησης του θέματος από άλλους ερευνητές και εκπαιδευτικούς.

Τα συμπεράσματα όμως της έρευνας αυτής θα έπρεπε να αξιολογηθούν υπό το πρίσμα των περιορισμών και των ελλείψεων που χαρακτήρισαν την παρούσα προσπάθεια.

Το δείγμα των μαθητών που συμμετείχαν ήταν 31. Η κάθε ομάδα που διδάχθηκε είχε περίπου 4 – 8 άτομα και αυτός ο περιορισμός υπήρξε εξαιτίας έλλειψης ηλεκτρονικών υπολογιστών ώστε κάθε μαθητής να αντιστοιχεί σε ένα μηχάνημα. Ο χωρισμός σε τόσες ομάδες επιβλήθηκε επίσης λόγω έλλειψης κοινού χρόνου που μπορούσαν να διαθέσουν οι μαθητές για τη συμμετοχή τους. Συνεπώς δεν είναι ασφαλής ο ισχυρισμός ότι τα ίδια συμπεράσματα θα μπορούσαν να εξαχθούν αν οι ομάδες αποτελούνταν από 10 ή 15 ή και περισσότερους μαθητές.

Τα συμπεράσματα της έρευνας έχουν προκύψει από τις απαντήσεις στα φύλλα εργασίας, και στα ερωτηματολόγια καθώς και από τη βιντεοσκόπηση της διδακτικής παρέμβασης. Επιπλέον οι απαντήσεις στα φύλλα εργασίας κρίθηκαν με επιείκεια και κατανόηση σε σχέση με την ακρίβεια στην ορολογία και στο χειρισμό των συμβόλων. Ασφαλέστερα θα μπορούσαν να προκύψουν από τα αποτελέσματα ενός τεστ στο οποίο θα

απαντούσαν οι μαθητές μετά το τέλος της διδασκαλίας και η σύγκριση τους με τα αποτελέσματα ενός αντίστοιχου τεστ πριν τη διδασκαλία.

Το μέρος της ύλης που καλύφθηκε στο συγκεκριμένο μάθημα ήταν ένα κομμάτι που δεν απαιτούσε προηγούμενες γνώσεις δύσκολες στην κατανόηση ή στο χειρισμό. Υπάρχουν άλλοι τομείς της Στατιστικής συνυφασμένοι με την ακριβολογία και την αυστηρότητα (επαγωγική Στατιστική) και οι οποίοι πιθανόν να μην μπορούν να προσεγγιστούν με αντίστοιχες προσπάθειες. Επόμενες έρευνες θα ήταν χρήσιμο να απαντούσαν στο ερώτημα της χρησιμότητας και καταλληλότητας της χρήσης ηλεκτρονικών υπολογιστών για τη διδασκαλία τμημάτων της Στατιστικής που απαιτούν μεγαλύτερη ακρίβεια.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό TinkerPlots προορίζεται από τους κατασκευαστές του (Konold & Miller, 2005) για χρήση στις τάξεις 4 έως 8 (Δ' Δημοτικού έως Β' Γυμνασίου στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα), ενώ η συγκεκριμένη διδασκαλία απευθύνθηκε σε μαθητές αρκετά μεγαλύτερης ηλικίας. Ενδεχομένως λοιπόν, σε μικρότερης ηλικίας ακροατήριο, τα αποτελέσματα να είναι εντελώς διαφορετικά. Εάν υιοθετηθεί από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο η πρόταση τη Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας για τη διδασκαλία της Στατιστικής από την Α' Γυμνασίου, θα ήταν χρήσιμο να διερευνηθεί η αποτελεσματικότητα της μεθόδου αυτής και σε μικρότερες ηλικιακές ομάδες.

Ακόμα, το μάθημα των Μαθηματικών, άρα και η Στατιστική, θεωρείται δύσκολο και αντιμετωπίζεται με δέος από πολλούς μαθητές και εξαιτίας της αναπόφευκτης αξιολόγησης που υφίστανται οι μαθητές και που συνήθως δεν είναι η επιθυμητή.

Επιπλέον, σύμφωνα με την έρευνα των Even και Schwartz (2003) οι μαθητές με μέτρια ή χαμηλή επίδοση που δεν αντιλαμβάνονται εύκολα το

σκοπό της δραστηριότητας, προσπαθούν να βρουν τις σωστές απαντήσεις και δεν επικεντρώνονται στη διαδικασία συγκρότησης νοήματος. Έτσι ακόμα κι αν το κίνητρο του καθηγητή μπορεί να είναι να εξοικειωθούν οι μαθητές με τις προς διερεύνηση έννοιες μαθηματικών με τη χρήση των δυναμικών λογισμικών, αυτό μπορεί να μην επιτευχθεί αν οι μαθητές δεν αντιληφθούν το στόχο του σεναρίου και απλά απαντήσουν μηχανικά στις ερωτήσεις χωρίς να ερευνήσουν τις το νόημά τους.

Σημαντικό ρόλο παίζουν οι πεποιθήσεις που έχουν για τις ικανότητές τους στα μαθηματικά οι μαθητές μέτριας ή χαμηλής επίδοσης, γιατί επιδρούν αρνητικά στην τάση τους για εμπλοκή με δραστηριότητες μάθησης (Even & Schwartz, 2003). Σύμφωνα λοιπόν με αυτό, αυτοί οι μαθητές αποδίδουν μεγάλη σημασία στη σωστή απάντηση και δυσκολεύονται να επικεντρωθούν στη διερεύνηση, ειδικά αν δεν καταφέρουν να λύσουν την προβληματική κατάσταση σε σχετικά εύλογο χρόνο, με αποτέλεσμα να εγκαταλείπουν την προσπάθεια, περιμένουν από τον καθηγητή να τους δώσει τη σωστή απάντηση και δεν εμπιστεύονται ούτε τη γνώμη των συμμαθητών τους (Even & Schwartz, 2003). Επομένως συναισθήματα λύπης και απογοήτευσης ακολουθούν αυτή την αποτυχία και αυτά λειτουργούν ανασταλτικά στην επίτευξη του στόχου του σεναρίου (Βοσνιάδου, 2001). Συμπερασματικά κάθε τέτοιου είδους παρέμβαση μπορεί να παρουσιάσει δυσκολίες κατά την εφαρμογή του, οι οποίες συναρτώνται από τις πεποιθήσεις των μαθητών, το διδακτικό συμβόλαιο και το ψυχολογικό κλίμα της τάξης (Βοσνιάδου, 1995).

Η συγκεκριμένη διδακτική παρέμβαση ήταν απαλλαγμένη από κάθε είδους αξιολόγηση και κατ' επέκταση διεκπεραιώθηκε σε ιδανικές συνθήκες ηρεμίας και ελευθερίας έκφρασης της προσωπικής γνώμης κάθε μαθητή. Κατά συνέπεια, ίσως είναι κομβικής σημασίας η ένταξή της σε ένα σχολικό πρόγραμμα που η επίδοση των μαθητών θα αξιολογείται συνεχώς και αυτό θα είναι σταθερό εμπόδιο στην ελεύθερη διατύπωση των απόψεων των

μαθητών. Σε μία τέτοια περίπτωση η αλλαγή κλίματος στην αίθουσα θα μπορούσε να ανατρέψει τα αποτελέσματα.

6. Επίλογος

Στην παρούσα έρευνα έγινε μία διδακτική παρέμβαση για τη διδασκαλία μέρους της περιγραφικής Στατιστικής με χρήση ειδικά σχεδιασμένου λογισμικού σε μαθητές Λυκείου. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας μπορούμε να ισχυριστούμε ότι με μία τέτοιου είδους διδακτική παρέμβαση είναι δυνατό να επιτύχουμε ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα ήταν κομβικής σημασίας η χρήση του λογισμικού από τους μαθητές αφού ο χειρισμός των εργαλείων τους καθοδηγούσε στην ανακάλυψη και κατανόηση των ιδιοτήτων των εννοιών της Στατιστικής. Η ενεργός συμμετοχή τους διέγειρε την περιέργειά τους, συστατικό σημαντικό για την εμπλοκή τους στην εκπαιδευτική διαδικασία. Επίσης η δημιουργία θετικού κλίματος, κυρίως λόγω της έλλειψης αγωνίας της επικείμενης αξιολόγησης, παρείχε ευκαιρίες στους μαθητές να εξερευνήσουν τις έννοιες μέσα από τον ενεργητικό χειρισμό των δεδομένων και με το ευεργέτημα της απαλλαγής από τις τετριμμένες υπολογιστικές διαδικασίες.

Στον αντίποδα θα πρέπει να αναγνωρίσουμε τους περιορισμούς του συγκεκριμένου εγχειρήματος για τη γενίκευση των συμπερασμάτων του σε διευρυμένη εφαρμογή. Το πλεονέκτημα της ενασχόλησης με το αντικείμενο χωρίς το άγχος της αξιολόγησης από τους μαθητές και χωρίς την απαίτηση ακρίβειας σε υπολογισμούς από το διδάσκοντα, θα ήταν χαμένο αν η διδασκαλία είχε θέση μέσα στο κανονικό σχολικό πρόγραμμα. Επίσης ένα μεγαλύτερο δείγμα μαθητών και αντιπροσωπευτικότερο του συνολικού πληθυσμού θα αναμέναμε να παρουσιάσει αποτελέσματα ασφαλέστερα για γενίκευση.

Άλλες, απαιτητικότερες ως προς την κατανόηση, έννοιες της Στατιστικής, όπως τα μέτρα διασποράς ή τα διαστήματα εμπιστοσύνης, θα μπορούσαν να αποτελέσουν μία επέκταση της παρούσας έρευνας. Με δηλωμένη την πρόθεση της εκπαιδευτικής και επιστημονικής κοινότητας να αναβαθμιστεί η διδασκαλία της Στατιστικής στα επόμενα αναλυτικά προγράμματα, χρήσιμο θα ήταν επίσης να ερευνηθεί η εφαρμογή μιας τέτοιας παρέμβασης σε μαθητές μικρότερης ηλικίας, κάτι που επικουρείται και από την εκτίμηση των σχεδιαστών του λογισμικού για την καταλληλότητά του σε μαθητές από τη Δ' Δημοτικού και άνω.

Συμπερασματικά, μέσα από την εργασία αυτή, ευελπιστούμε ότι θα αναδειχθεί η διδασκαλία της Στατιστικής με σκοπό την καταπολέμηση του Στατιστικού Αναλφαριθμητισμού, που είναι μόνιμη τροχοπέδη κάθε πολίτη για την ενεργό και χρήσιμη συμμετοχή του στις κοινωνικές δραστηριότητες και υποχρεώσεις του. Με την πίστη ότι η κοινωνική ανάγκη για μαθηματική εκπαίδευση που δεν απέχει από την οποιαδήποτε εφαρμογή της επιστήμης στην καθημερινότητα, θα οδηγήσει τις επόμενες αλλαγές του αναλυτικού προγράμματος, ευχόμαστε η συγκεκριμένη έρευνα να αποτελέσει ένα μικρό βοήθημα προς αυτή την κατεύθυνση.

7. Βιβλιογραφία

- [1] Andrews, S., (2010). "Statistical Software for teaching: Relevant, Appropriate and Affordable", *International Conference on Teaching Statistics 8*, Ljubljana, Slovenia 2010.
- [2] Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- [3] Ben-Zvi, D., Friedlander, A., (1997) "Statistical Thinking in a Technological Environment", *Proceedings of the 1996 IASE Round Table Conference University of Granada*, Spain, 23-27 July, 1996
[Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/8/4.Ben-Zvi.pdf>]
- [4] Ben-Zvi, D., (2006) "Using TinkerPlots to scaffold students' informal inference and argumentation." In A. Rossman & B. Chance (EDs.), *Working Cooperatively in Statistics Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, Salvador, Brazil,[CDRM]. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
[Online:
http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/publications/17/2D1_BENZ.pdf]
- [5] Collins, L., Mittag, K., (2005), "Effect of calculator technology on students achievement in an introductory statistics course", *Archives of SERJ – Statistics Education Research Journal*, Vol. 4, Num. 1, May 2005.
[Online:
http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4%281%29_Collins_Mittag.pdf]
- [6] Even R., Schwartz B. B. (2003). Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 283-313.

- [7] Fischbein, E & Schnarch, D. (1997). The Evolution With Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions, *Journal for Research in Mathematics Education* 28(1), 96-105.
- [8] Hawkins, A. (1997). "Myth-Conceptions!" In J.B.Garfield & G. Burrill (Eds). *Research on the Role of Technology in Teaching and Learning Statistics*. Voorburg: International Statistical Institute.
- [Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/8/1.Hawkins.pdf>]
- [9] Konold, C. and Miller, C. D. (2005). *TinkerPlots: Dynamic Data Explorations* [software, Version 1.0]. Emeryville, CA: Key Curriculum Press
- [10] Laborde C., Kynigos C., Hollebrands K., Straesser R. (2006) "Teaching and learning geometry with technology." In A. Guitierrez & P. Boero (Eds.) *Research Handbook of the International Group of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 275-304). Rotterdam, The Netherlands: Scene Publishers.
- [11] Lock, R., (2002), "Using Fathom to promote interactive explorations of statistical concepts", *International Conference on Teaching Statistics 6, South Africa 2002*.
[Online: http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/1/7g3_lock.pdf]
- [12] Makar, K and Confrey, J. (2006). Dynamic statistical software: How are learners using it to conduct data-based investigations?. In: C. Hoyles, J. B. Lagrange and L. H. Son et al., *Proceedings of the Seventeenth ICMI Study Conference. Digital Technologies and Mathematics Teaching and Learning: Rn*, Hanoi University of Technology, (). 3-8 December 2006.
- [13] Nicholson, J., Gerry Mulhern, G., Neville Hunt, N., (2002). "Wizardry or Pedagogy?: What is the driving force in the use of the new technology in teaching statistics", *International Conference on Teaching Statistics 6, South Africa 2002*.
- [14] Papert, S. (1991). *Νοητικές θύελλες . Παιδιά, ηλεκτρονικοί υπολογιστές και δυναμικές ιδέες*. Μετάφραση Σταματίου Ε. Αθήνα: Εκδ. Οδυσσέας.
- [15] Polya G., (1991) «Πώς να το λύσω;» (μτφ. Ψυακκή Ξ.), Εκδ. Καρδαμίτσα.
- [16] Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 602-625.

- [17] Pratt, Dave and Kapadia, Ramesh (2009) «Shaping the experience of young and naïve probabilists». *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4 (3). 323-338.
- [18] Βοσνιάδου Σ. (2001). *Εισαγωγή στην Ψυχολογία*. Τόμος Α'. Αθήνα: Εκδ. Gutenberg.
- [19] Βοσνιάδου Σ. (1995) «*Η Ψυχολογία των Μαθηματικών*», Εκδ. Gutenberg.
- [20] Κλαουδάτος Ν. (1996). *Σημειώσεις του μαθήματος Διδακτική των Μαθηματικών*. Τομέας Διδακτικής των Μαθηματικών, Μαθηματικό Τμήμα ΕΚΠΑ.
- [21] Κυνηγός Χ. (2006). *Το μάθημα της διερεύνησης: Παιδαγωγική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών για τη διδακτική των μαθηματικών, Από την έρευνα στη σχολική τάξη*. Αθήνα: Εκδ. Ελληνικά Γράμματα.
- [22] Κυνηγός Χ. (2007) *Μαθηματική Εκπαίδευση: Πρόχειρες σημειώσεις του μαθήματος ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΑ (για τους φοιτητές του Μαθηματικού τμήματος)*, Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας, Τομέας Παιδαγωγικής, ΦΠΨ, Φιλοσοφική Σχολή ΕΚΠΑ.
- [23] Κυνηγός Χ., (2002). «Νέες πρακτικές με νέα εργαλεία στην τάξη: Κατάρτιση επιμορφωτών για τη δημιουργία κοινοτήτων αξιοποίησης των νέων τεχνολογιών στο σχολείο». Στο *Νοητικά εργαλεία και πληροφοριακά μέσα*, Κυνηγός Χ., Δημαράκη Ε. (εκδ.) Αθήνα, Καστανιώτης.
- [24] Ματσαγγούρας Η. (2003) *ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ: Στρατηγικές Διδασκαλίας, η Κριτική Σκέψη στη Διδακτική Πράξη*. Τόμος Β', Αθήνα: Εκδ. Gutenberg.
- [25] Σπύρου Π. (2006). *Επιστημολογίες για τη Διδακτική των Μαθηματικών*, Τομέας Διδακτικής των Μαθηματικών, Μαθηματικό Τμήμα ΕΚΠΑ.
- [26] Τουμάσης Μ. (2002). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Εκδ. Gutenberg.

7. Παράρτημα

7.1. Φύλλο Εργασίας

Φύλλο Εργασίας

Διδασκαλία Μέτρων Κεντρικής Τάσης με τη βοήθεια του Λογισμικού TinkerPlots 2

Ανοίξτε το έγγραφο «Mathites1.tr» που βρίσκεται στο φάκελο «Έγγραφα» του υπολογιστή σας.

Δείτε για 1-2 λεπτά τα δεδομένα που αναφέρονται στο *Παράθυρο του Πίνακα Δεδομένων*.

Αφορούν 150 μαθητές Α Λυκείου. Καταγράφονται στον πίνακα «Mathites A Lykeiou» στοιχεία για τους μαθητές που αφορούν το φύλο τους (Αγόρι – Κορίτσι), το όνομά τους, το ύψος τους, την επίδοσή τους στο μάθημα της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας, τις ώρες που αφιερώνουν καθημερινά στη μελέτη, το κύριο hobby τους, καθώς και το ετήσιο Οικογενειακό τους Εισόδημα.

1^η εργασία

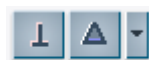
Ανακατέψτε τα δεδομένα κάνοντας mix up the plot στις κουκίδες στο *Παράθυρο Σχεδίασης*

πατώντας το πλήκτρο  κάτω αριστερά.

- 1) Στο *Παράθυρο των Καρτελών (Cards)* πατήστε πάνω στη μεταβλητή της **Άλγεβρας (Algebra)** και ταξινομήστε τις κουκίδες των περιπτώσεων στο *Παράθυρο Σχεδίασης* τραβώντας τυχαία μία από αυτές προς τα δεξιά.
- 2) Χρησιμοποιείτε από το κύριο Menu τα εργαλεία :

a) Stack κατακόρυφα από τις επιλογές  για να δημιουργήσετε την εικόνα της κατανομής,

b) Μέση τιμή (Mean)  και Διάμεσος (Median)  από τα Averages

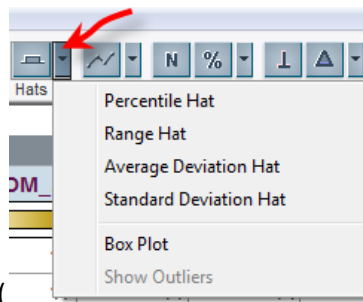


για να βρείτε τα μέτρα αυτά για τη μεταβλητή **Algebra**.

Είναι μεγάλη η απόσταση των τιμών τους ; (δικαιολογείστε την απάντησή σας)

.....

- c) «Καπέλα αποκλίσεων» Hats  και επιλέγοντας διαδοχικά τις διαφορετικές



περιπτώσεις τους () ελέγξτε πώς απλώνεται η κατανομή γύρω από τις τιμές της Διαμέσου (Median) και της Μέσης Τιμής (Mean). Υπάρχει κάποιο «καπέλο» που διαφέρει σημαντικά από τα προηγούμενα?

.....

- 3) Από το Παράθυρο των Καρτελών (Cards) επιλέξτε τη μεταβλητή του Φύλου (Fylo) και σύρετέ την μέχρι να εγκατασταθεί στον κατακόρυφο άξονα στο Παράθυρο σχεδίασης.

- a) Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στο δεδομένα που προκύπτουν για τα Αγόρια και τα Κορίτσια;

.....

.....

- b) Ποιο εργαλείο βοηθάει περισσότερο στη σύγκριση των δεδομένων για τα δύο φύλα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

.....

.....

2^η εργασία

Ανακατέψτε τα δεδομένα κάνοντας mix up the plot στις κουκίδες στο Παράθυρο Σχεδίασης

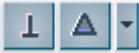
πατώντας το πλήκτρο  κάτω αριστερά.

- 1) Στο Παράθυρο των Καρτελών (Cards) πατήστε πάνω στη μεταβλητή του **hobby** (**hobbies**) και ταξινομείστε τις κουκίδες των περιπτώσεων στο Παράθυρο Σχεδίασης τραβώντας τυχαία μία από αυτές προς τα δεξιά. Επαναλάβετε το διαχωρισμό τραβώντας κι άλλη κουκίδα μέχρι να ξεχωρίσουν όλα τα hobby.

- a) Χρησιμοποιείτε από το κύριο Menu τα εργαλεία Stack κατακόρυφα από τις

επιλογές  για να δημιουργήσετε την εικόνα της κατανομής,

- b) Μπορείτε να βρείτε τη Μέση τιμή (Mean)  και Διάμεσος (Median)  από

τα Averages  για τη μεταβλητή **hobby**; (δικαιολογείστε την απάντησή σας)

-
-
- c) Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα «Καπέλα αποκλίσεων» Hats  και τις διαφορετικές περιπτώσεις τους;
-

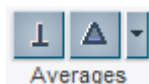
- 2) Από το Παράθυρο των Καρτελών (Cards) επιλέξτε τη μεταβλητή του Φύλου (Fylo) και σύρετέ την μέχρι να εγκατασταθεί στον κατακόρυφο άξονα στο Παράθυρο σχεδίασης. Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στο δεδομένα που προκύπτουν για τα Αγόρια και τα Κορίτσια;
-
-

3^η εργασία

- 1) Στο Παράθυρο των Καρτελών (Cards) πατήστε πάνω στη μεταβλητή του ύψους (Ypsos) και ταξινομήστε τις κουκίδες των περιπτώσεων στο Παράθυρο Σχεδίασης τραβώντας τυχαία μία από αυτές προς τα δεξιά.
- 2) Χρησιμοποιείτε από το κύριο Menu τα εργαλεία :

- a) Stack κατακόρυφα από τις επιλογές  για να δημιουργήσετε την εικόνα της κατανομής,

- b) Μέση τιμή (Mean)  και Διάμεσος (Median)  από τα Averages



Averages για να βρείτε τα μέτρα αυτά για τη μεταβλητή Ypsos.

Είναι μεγάλη η απόσταση των τιμών τους ; (δικαιολογείστε την απάντησή σας)

.....

- c) «Καπέλα αποκλίσεων» Hats  και επιλέγοντας διαδοχικά τις διαφορετικές περιπτώσεις τους ελέγξτε πώς απλώνεται η κατανομή γύρω από τις τιμές της Διαμέσου (Median) και της Μέσης Τιμής (Mean). Υπάρχει κάποιο «καπέλο» που διαφέρει σημαντικά από τα προηγούμενα?
-

- 3) Από το Παράθυρο των Καρτελών (Cards) επιλέξτε τη μεταβλητή του Φύλου (Fylo) και σύρετέ την μέχρι να εγκατασταθεί στον κατακόρυφο άξονα στο Παράθυρο σχεδίασης.
- a) Υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στο δεδομένα που προκύπτουν για τα Αγόρια και τα Κορίτσια;
-
-

- b) Ποιο εργαλείο βοηθάει περισσότερο στη σύγκριση των δεδομένων για τα δύο φύλα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

.....
.....

4^η εργασία

Ανακατέψτε τα δεδομένα κάνοντας mix up the plot στα icons στο *Παράθυρο Σχεδίασης* πατώντας το πλήκτρο  κάτω αριστερά.

Επαναλάβετε την ίδια εργασία για τις μεταβλητές Γεωμετρία (Geometry), και Ώρες Μελέτης (Wres_Meletis) και απαντήστε στις ερωτήσεις:

Διαφέρουν σημαντικά η Διάμεσος και η Μέση τιμή για τη Γεωμετρία;

.....
.....

Διαφέρουν σημαντικά η Διάμεσος και η Μέση τιμή για τις Ώρες Μελέτης;

.....
.....

5^η εργασία

Ανακατέψτε τα δεδομένα κάνοντας mix up the plot στις κουκίδες στο *Παράθυρο Σχεδίασης* πατώντας το πλήκτρο  κάτω αριστερά.

Επαναλάβετε την ίδια εργασία για τη μεταβλητή **Εισόδημα Οικογενειακό (Eisodhma_Oikog)** και απαντήστε στις ερωτήσεις:

Διαφέρουν σημαντικά η Διάμεσος και η Μέση τιμή για το **Οικογενειακό Εισόδημα**;

.....
.....

Μπορείτε να υποθέσετε ποιος είναι ο λόγος που εμφανίζεται η παραπάνω παρατήρησή σας;

.....
.....

Συμπληρώστε τον πίνακα με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των δύο αυτών μέτρων κεντρικής τάσης, τη Μέση Τιμή και τη Διάμεσο.

Μέση τιμή	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα
Διάμεσος	
Πλεονεκτήματα	Μειονεκτήματα

7.2. Ερωτηματολόγιο μαθητών που είχαν διδαχθεί την αντίστοιχη ύλη

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Ονοματεπώνυμο Μαθητή/τριας:

Email επικοινωνίας:

Για το σχολικό έτος 2010-2011 ήμουν μαθητής/τρια της Τάξης του Γενικού Λυκείου.

Είχα διδαχθεί το Κεφάλαιο της Στατιστικής όταν ήμουν στη Β Γυμνασίου. ναι ☐ όχι ☐

Είχα διδαχθεί στο παρελθόν με χρήση Η/Υ άλλο μέρος της ύλης των ναι ☐ όχι ☐
μαθηματικών.

Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, θα ήθελα να δηλώσετε **πόσο συμφωνείτε**. Αν συμφωνείτε σε πολύ μεγάλο βαθμό δηλώστε το σημειώνοντας την κουκίδα 5, ενώ αν διαφωνείτε δηλώστε το σημειώνοντας τη κουκίδα 1. Για οποιαδήποτε άλλη κατάσταση σημειώστε μία κουκίδα ανάμεσα στο 2 και στο 4. Συμπληρώστε, αν θέλετε, κάτι διευκρινιστικό σε κάθε δήλωση.

		Καθόλου					Πάρα πολύ				
		1	2	3	4	5					
1	Η Στατιστική είναι ένας ενδιαφέρον τομέας των Μαθηματικών.	☐	☐	☐	☐	☐					
2	Θα ήθελα να ασχοληθώ περισσότερο με τη Στατιστική από ότι με τους υπόλοιπους Τομείς των Μαθηματικών.	☐	☐	☐	☐	☐					
3	Ο τρόπος διδασκαλίας ήταν περισσότερο κατανοητός από αυτόν που συνηθίζεται στο σχολείο.	☐	☐	☐	☐	☐					
4	Θα ήθελα να ασχοληθώ για περισσότερο χρόνο με το πρόγραμμα TinkerPlots.	☐	☐	☐	☐	☐					
5	Δεν έχω κατανοήσει αυτά με τα οποία ασχολήθηκα στο μάθημα αυτό.	☐	☐	☐	☐	☐					
6	Θα ήθελα να διδάσκομαι τα Μαθηματικά με χρήση των Η/Υ.	☐	☐	☐	☐	☐					

						
7	Θα ήθελα να πειραματιστώ και με τις υπόλοιπες δυνατότητες του προγράμματος TinkerPlots.	☐	☐	☐	☐	☐
8	Τα Μαθηματικά είναι ένα δύσκολο μάθημα όπως και αν διδαχθούν.	☐	☐	☐	☐	☐
9	Νιώθω ότι δεν έχω κερδίσει κάτι παραπάνω από το σημερινό μάθημα.	☐	☐	☐	☐	☐
10	Η Στατιστική είναι ένας Τομέας των Μαθηματικών που βρίσκει εφαρμογή στην καθημερινή ζωή.	☐	☐	☐	☐	☐
11	Με το σημερινό μάθημα διευκρίνισα κάποια σημεία που δεν είχα καταλάβει την προηγούμενη σχολική χρονιά.	☐	☐	☐	☐	☐
12	Το πρόγραμμα TinkerPlots περισσότερο με μπέρδεψε παρά με βοήθησε.	☐	☐	☐	☐	☐

Αν θέλετε κάτι άλλο να σχολιάσετε, μπορείτε να το κάνετε παρακάτω:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7.3. Ερωτηματολόγιο μαθητών που δεν είχαν διδαχθεί την αντίστοιχη ύλη

ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Ονοματεπώνυμο Μαθητή/τριας:

Email επικοινωνίας:

Για το σχολικό έτος 2010-2011 ήμουν μαθητής/τρια της Τάξης του Γενικού Λυκείου.

Είχα διδαχθεί το Κεφάλαιο της Στατιστικής όταν ήμουν στη Β Γυμνασίου. ναι ☐ όχι ☐

Είχα διδαχθεί στο παρελθόν με χρήση Η/Υ άλλο μέρος της ύλης των ναι ☐ όχι ☐
μαθηματικών.

Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, θα ήθελα να δηλώσετε **πόσο συμφωνείτε**. Αν συμφωνείτε σε πολύ μεγάλο βαθμό δηλώστε το σημειώνοντας την κουκίδα 5, ενώ αν διαφωνείτε δηλώστε το σημειώνοντας τη κουκίδα 1. Για οποιαδήποτε άλλη κατάσταση σημειώστε μία κουκίδα ανάμεσα στο 2 και στο 4. Συμπληρώστε, αν θέλετε, κάτι διευκρινιστικό σε κάθε δήλωση.

		Καθόλου Πάρα πολύ				
		1	2	3	4	5
1	Η Στατιστική είναι ένας ενδιαφέρον τομέας των Μαθηματικών.	☐	☐	☐	☐	☐
2	Θα ήθελα να ασχοληθώ περισσότερο με τη Στατιστική από ότι με τους υπόλοιπους Τομείς των Μαθηματικών.	☐	☐	☐	☐	☐
3	Ο τρόπος διδασκαλίας ήταν περισσότερο κατανοητός από αυτόν που συνηθίζεται στο σχολείο.	☐	☐	☐	☐	☐
4	Θα ήθελα να ασχοληθώ για περισσότερο χρόνο με το πρόγραμμα TinkerPlots.	☐	☐	☐	☐	☐
5	Δεν έχω κατανοήσει αυτά με τα οποία ασχολήθηκα στο μάθημα αυτό.	☐	☐	☐	☐	☐

						
6	Θα ήθελα να διδάσκομαι τα Μαθηματικά με χρήση των Η/Υ.	☐	☐	☐	☐	☐
7	Θα ήθελα να πειραματιστώ και με τις υπόλοιπες δυνατότητες του προγράμματος TinkerPlots.	☐	☐	☐	☐	☐
8	Τα Μαθηματικά είναι ένα δύσκολο μάθημα όπως και αν διδαχθούν.	☐	☐	☐	☐	☐
9	Νιώθω ότι δεν έχω κερδίσει κάτι παραπάνω από το σημερινό μάθημα.	☐	☐	☐	☐	☐
10	Η Στατιστική είναι ένας Τομέας των Μαθηματικών που βρίσκει εφαρμογή στην καθημερινή ζωή.	☐	☐	☐	☐	☐

Αν θέλετε κάτι άλλο να σχολιάσετε, μπορείτε να το κάνετε παρακάτω:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....