

**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ**

**ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ
ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΒΑΣΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΜΕ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ :
ΦΥΣΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΥΤΟΟΡΓΑΝΩΣΗ
ΣΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΣΕΙΣΜΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ OLAMI -FEDER -CHRISTENSEN (OFC)
ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ ΧΡΟΝΟΥ**

Μιντζέλας Απόστολος
Α. Μ : 201104

Υπό την επίβλεψη : Ν . Β . Σαρλή
Αναπληρωτή Καθηγητή ,
Τομέας Φυσικής Στερεάς Κατάστασης

ΑΘΗΝΑ 2013

**ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΤΗΣΗ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ
ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΒΑΣΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΜΕ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ :
ΦΥΣΙΚΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ**

Μελέτη της μετάβασης στην αυτοοργάνωση στο μοντέλο σεισμικότητας των Olami - Feder -
Chtistensen (OFC) με τη βοήθεια του φυσικού χρόνου

Μιντζέλας Απόστολος

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ : Νικόλαος Σαρλής , Αναπληρωτής καθηγητής ΕΚΠΑ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ :

Παναγιώτης Βαρότσος, Καθηγητής ΕΚΠΑ

Νικόλαος Σαρλής, Αναπληρωτής καθηγητής ΕΚΠΑ

Ευθύμιος Σκορδάς, Επίκουρος καθηγητής ΕΚΠΑ

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία μελετάται η μετάβαση στην αυτοοργάνωση του Μοντέλου των Olami – feder – Christensen (OFC). Η μελέτη αυτή πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του φυσικού χρόνου χ [Varotsos, 2001; Varotsos et al., 2011]. Ένα νέο πεδίο του χρόνου που μπορεί να αναδείξει κρυμμένα δυναμικά χαρακτηριστικά που υπάρχουν σε μία χρονοσειρά. Για τους σκοπούς της εργασίας χρησιμοποιήθηκε ένα δισδιάστατο κυψελωτό αυτόματο.

Αρχικά μελετήθηκε η συμπεριφορά της διασποράς κ_1 του φυσικού χρόνου συναρτήσει του συμβατικού χρόνου και δείξαμε ότι μπορεί να αποτελέσει ένδειξη για το πότε το σύστημα μεταβαίνει από το μεταβατικό του στάδιο στην στάσιμη κατάσταση. Το σύστημα φτάνει στην στάσιμη κατάσταση όταν η διασπορά κ_1 προσεγγίζει την τιμή $\kappa_u = 0.083$.

Εν συνεχεία συγκρίθηκαν δύο εκδοχές του μοντέλου OFC, διατηρητική και η μη διατηρητική. Δείξαμε ότι και στις δύο εκδοχές το σύστημα φτάνει σε στάσιμη κατάσταση. Αντίθετα η μη διατηρητική εκδοχή χαρακτηρίζεται από την απουσία θερμοδυναμικού ορίου και ως εκ τούτου το μη διατηρητικό μοντέλο OFC δεν εμφανίζει κρισιμότητα.

Μάλιστα στην μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC παρατηρήθηκε η δημιουργία συνεκτικών δομών (συσσωματωμάτων). Αυτές οι δομές ποσοτικοποιήθηκαν και μελετήθηκαν. Διαπιστώθηκε ότι όταν το σύστημα εισέρχεται στην στάσιμη κατάσταση οι παράμετροι αυτών των δομών, όπως το πλήθος τους καθώς και το πλήθος στον σωμάτων που τα απαρτίζουν σταθεροποιούνται γύρω από μία τιμή. Επιπλέον στην στάσιμη κατάσταση οι εν λόγω παράμετροι εμφανίζουν χρονικές συσχετίσεις μακράς εμβέλειας. Τέλος δείξαμε ότι τα πρώτα ευδιάκριτα συσσωματώματα (επαρκές μέγεθος) εμφανίζονται στο σύστημα όταν η διασπορά κ_1 προσεγγίζει για τελευταία φορά την τιμή $\kappa_u = 0.07$ και αρχίζει να “οδεύει” προ την τιμή $\kappa_u = 0.083$.

Abstract

In the present assignment, the transition to the self-organization of Olami - Feder - Christensen (OFC) Model is studied. This study took place with the help of natural time χ [Varotsos, 2001; Varotsos et al., 2011]. A new time field that can reveal hidden dynamic characteristics that exist in a time series. For assignment purposes, a two dimensional cellular automaton was used.

At first place, the dispersion behavior in function with the conventional time was studied, demonstrating that it can constitute the evidence regarding when the system goes over the transient regime to the steady state. The system adjusts to the steady state when the quantity κ_1 reaches approximately the value $\kappa_u = 0.083$.

After that, two OFC model versions were compared, the conservative and the non-conservative. We demonstrated that in both versions, the system reaches the steady state. In the contrary, the non-maintained version is characterised by the absence of the thermodynamic limit and, presumably, the non-conservative OFC model does not seem to be critical.

More specifically, in the non-conservative OFC model, the development of cohesive structures (clusters) was observed. These structures were quantified and studied. It was shown that when the system enters the steady state, the parameters of these structures, like its population as well as the population of the blocks that compose them, are stabilized to a specific value. In addition, in the steady state, aforementioned parameters are characterized by temporal long range correlations.

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επίκουρο καθηγητή Νικόλαο Σαρλή για τη στενή συνεργασία και τη συστηματική παρακολούθηση της διπλωματικής εργασίας καθ ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησής της. Η παρουσία του συνιστούσε μόνιμη πηγή αξιόπιστης πληροφόρησης και έμπνευσης. Η ακεραιότητά του θα αποτελεί παράδειγμα στη μελλοντική μου πορεία.

Επίσης, ευχαριστώ τον Καθηγητή Παναγιώτη Βαρώτσο και το λέκτορα Ευθύμιο Σκορδά για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην τριμελή εξεταστική επιτροπή.

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το ακαδημαϊκό έτος 2012 – 2013 στον τομέα Φυσικής Στερεάς Κατάστασης του τμήματος Φυσικής της Σχολής Θετικών Επιστημών του Ε.Κ.Π.Α.

Περιεχόμενα

1	Φυσικός Χρόνος	7
1.1	Εισαγωγή	7
1.2	Ορισμός του Φυσικού χρόνου	8
1.3	Χαρακτηριστική Συνάρτηση	9
1.4	Το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος $\Pi(\omega)$	9
1.5	Ομοιόμορφη κατανομή στο φυσικό χρόνο	11
2	Μοντέλο Olami-Feder-Christensen	13
2.1	Εισαγωγή	13
2.2	Η περιγραφή του μοντέλου	15
2.3	Υλοποίηση του μοντέλου OFC	19
2.4	Προσομοίωση του μοντέλου	20
3	Ανάλυση του μοντέλου OFC στο φυσικό χρόνο χ	25
3.1	Εισαγωγή	25
3.2	Υλοποίηση του μοντέλου OFC για τη μελέτη του στο φυσικό χρόνο	26
3.3	Μελέτη της συμπεριφοράς της διασποράς κ_1 του φυσικού χρόνου.	27
3.3.1	Διατηρητική εκδοχή μοντέλου OFC	28
3.3.2	Μη διατηρητική εκδοχή μοντέλου OFC	29
3.3.3	Σύγκριση των δύο εκδοχών	30
4	Μελέτη συνεκτικών δομών που αναπτύσσονται στο μοντέλο OFC	43
4.1	Εισαγωγή	43
4.2	Ορισμός συνεκτικών δομών (συσσωματωμάτων).	44
4.3	Υλοποίηση αλγορίθμου για τον υπολογισμό των συσσωματωμάτων και της εξέλιξης αυτών.	45
4.4	Μελέτη εξέλιξης συσσωματωμάτων σε αντιστοιχία με την διασπορά κ_1	47
4.5	Στατιστική μελέτη συσσωματωμάτων	58
4.5.1	Detrended Fluctuation Analysis (DFA)	58
4.5.2	Χρονική εξέλιξη συσσωματωμάτων	59
4.5.3	Χρονικές συσχετίσεις συσσωματωμάτων.	66
5	Συμπεράσματα	69

A □ Program ofc	71
B □ ektheths.b	75
Γ □ natural.time.ofc	77
Δ □ cluster.ofc	83
Ε □ dfa.c	91
□ □ Γραφικές παραστάσεις που προέκυψαν από την μέθοδο DFA.	101

Κεφάλαιο 1

Φυσικός Χρόνος

1.1 Εισαγωγή

Στη σύγχρονη επιστημονική κοινότητα υπάρχει μία συνεχώς αυξανόμενη πεποίθηση ότι είναι ο χρόνος και όχι ο χώρος το στοιχείο που αποτελεί την μεγαλύτερη πρόκληση στην επιστήμη [Varotsos, 2006]. Η πρόκληση αυτή αναδύεται από το γεγονός ότι η θεωρία της Ειδικής σχετικότητας και της κβαντικής μηχανικής, δύο πολύ επιτυχημένες θεωρίες του 20ου αιώνα, στηρίζονται σε πολύ διαφορετικές αρχές, που είναι δύσκολο να συγκεραστούν.

Πιο συγκεκριμένα στην ειδική θεωρία της σχετικότητας ο χρόνος και ο χώρος αποτελούν ισοδύναμες διαστάσεις ενός τετραδιάστατου χώρου. Αντίθετα, η κβαντική μηχανική συμπεριφέρεται πολύ διαφορετικά στις χωρικές συνιστώσες και στον χρόνο [Wilczek, 2005a], ενώ στην θεωρία της κβαντικής βαρύτητας είναι δύσκολο ακόμη και ο ορισμός του μεγέθους του χρόνου [Wilczek, 2005b].

Ο συμβατικός χρόνος παρουσιάζεται σαν μια μονοδιάστατη συνέχεια πραγματικών αριθμών. Η συνέχεια αυτή όμως δεν αποτελεί απόρροια κάποιας θεμελιώδους αρχής. Το 2001 προτάθηκε ένα νέο πεδίο χρόνου [Varotsos et al., 2001], ο φυσικός χρόνος χ (ο συμβολισμός χ οφείλεται στην λέξη χρόνος). Ο φυσικός χρόνος, από τον ορισμό του, δεν είναι συνεχής αλλά παίρνει ως τιμές λογικούς αριθμούς¹ που ανήκουν στο διάστημα $(0, 1]$.

Η ανάλυση χρονοσειρών πολύπλοκων συστημάτων υπό το πρίσμα αυτού του νέου πεδίου του χρόνου μπορεί να αναδείξει κρυμμένα δυναμικά χαρακτηριστικά. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της αβεβαιότητας ως προς την μελλοντική εξέλιξη του συστήματος και την εξαγωγή περισσότερης πληροφορίας από την συγκεκριμένη χρονοσειρά. Επιπλέον η ανάλυση στο φυσικό χρόνο της δυναμικής εξέλιξης των πολύπλοκων συστημάτων μας δίνει την δυνατότητα να αναγνωρίσουμε πότε ένα σύστημα μεταπίπτει στην κρίσιμη φάση. Ένα ακόμα σημαντικό πλεονέκτημα της ανάλυσης στον φυσικό χρόνο είναι ότι μπορεί να διακρίνει την προέλευση της αυτοομοιότητας [Varotsos et al., 2001].

¹Λογικοί αριθμοί: Αναλογία ή πηλίκο δύο ακεραίων αριθμών.

1.2 Ορισμός του Φυσικού χρόνου

Σε μια χρονοσειρά αποτελούμενη από N γεγονότα, ο φυσικός χρόνος ορίζεται ως

$$\chi_k = \frac{k}{N} \quad (1.1)$$

συνιστά ένδειξη για την ύπαρξη του k -οστού γεγονότος [Varotsos et al., 2001, 2002a] στο σύνολο N γεγονότων και είναι μικρότερος ή ίσος την μονάδας.

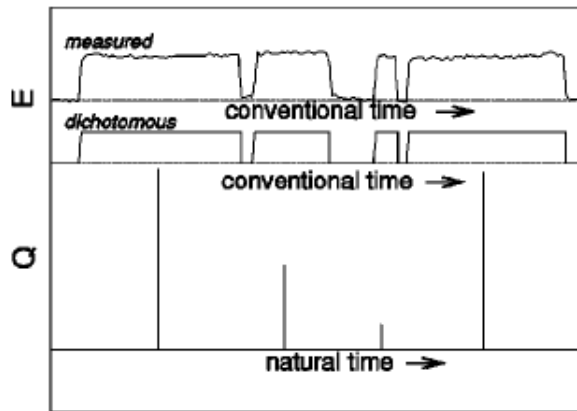
Στην ανάλυση στο φυσικό χρόνο μελετάται η εξέλιξη του ζεύγους των ποσοτήτων (χ_k, Q_k) όπου χ_k είναι ο φυσικός χρόνος και Q_k μία ποσότητα ανάλογη της ποσότητας του k -οστού συμβάντος [Varotsos et al., 2001, 2002a]. Ισοδύναμα με το Q_k είναι δυνατόν να οριστεί η ποσότητα

$$p_k = \frac{Q_k}{\sum_{n=1}^N Q_n} \quad (1.2)$$

$$\sum_{k=1}^N p_k = 1 \quad (1.3)$$

όπου p_k η κανονικοποιημένη ενέργεια που εκλύθηκε κατά k -οστό συμβάν.

Ως παράδειγμα μπορούμε να παραθέσουμε την ανάλυση στον φυσικό χρόνο μια δίτιμης χρονοσειράς ηλεκτρικών παλμών (σχήμα 2.1), όπως η περίπτωση της δραστηριότητας των SES² [Varotsos et al., 2001, 2002a,b, 2003a]. Σε αυτό ο φυσικός χρόνος χρησιμοποιείται ως δείκτης της εμφάνισης κάθε γεγονότος ενώ το πλάτος (Q_k) είναι ανάλογο της διάρκειας του κάθε ηλεκτρικού παλμού.



Σχήμα 1.1: Χρονοσειρά ηλεκτρικών παλμών αναλυμένη σε φυσικό (κάτω) και συμβατικό χρόνο (πάνω). [Varotsos et al., 2001]

²SES (Seismic Electric Signals): Προσεισμικά Ηλεκτρικά Σήματα

1.3 Χαρακτηριστική Συνάρτηση

Αν τώρα θεωρήσουμε την εξέλιξη του ζεύγους (χ_k, Q_k) μπορούμε να ορίσουμε μια συνάρτηση $F(\omega)$ ως εξής:

$$F(\omega) = \sum_{k=1}^N Q_k \exp(i\omega \frac{k}{N}) \quad (1.4)$$

όπου $\omega = 2\pi\phi$ με ϕ την φυσική συχνότητα. Κανονικοποιούμε την $F(\omega)$ διαιρώντας την με την $F(0)$ έτσι ώστε $\Phi(0) = 1$ και καταλήγουμε στην σχέση 1.6

$$\Phi(\omega) = \frac{\sum_{k=1}^N Q_k \exp(i\omega \frac{k}{N})}{\sum_{n=1}^N Q_n} \Rightarrow \quad (1.5)$$

$$\Phi(\omega) = \sum_{k=1}^N p_k \exp(i\omega \frac{k}{N}) \quad (1.6)$$

όπου $p_k = \frac{Q_k}{\sum_{n=1}^N Q_n}$. Η ποσότητα αυτή είναι θετική και μπορεί να θεωρηθεί ότι εκφράζει την πιθανότητα να παρατηρηθεί αιφνίδια μεταβολή της τάσης στο φυσικό χρόνο. Η συνάρτηση $\Phi(\omega)$ ³ αποτελεί την χαρακτηριστική συνάρτηση του p_k για όλα τα $\omega \in \mathbb{R}$.

1.4 Το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος $\Pi(\omega)$

Με την βοήθεια της σχέσης 1.6 υπολογίζουμε το κανονικοποιημένο φάσμα ισχύος ως

$$\Pi(\omega) = |\Phi(\omega)|^2 = \left| \sum_{k=1}^N p_k e^{i\omega \frac{k}{N}} \right|^2 \quad (1.7)$$

Για φυσικές συχνότητες ω μικρότερες του 0.5 το $\Pi(\omega)$ μεταπίπτει σε μια χαρακτηριστική συνάρτηση για την πιθανότητα p_k στο πλαίσιο της θεωρίας των πιθανοτήτων [Varotsos et al., 2011]. Αναπτύσσοντας τη σχέση 1.7 κατά Taylor γύρω από το 0 ($\omega \rightarrow 0$), με τη βοήθεια της σχέσης 1.6 προκύπτει :

$$\Pi(\omega) = 1 - \kappa_1 \omega^2 + \kappa_2 \omega^4 + \kappa_3 \omega^6 + \kappa_4 \omega^8 + \dots \quad (1.8)$$

όπου

$$\kappa_1 = -\frac{1}{2} \left. \frac{d^2 \Pi(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=0} \quad (1.9)$$

³Η συνάρτηση $\Phi(\omega)$ δεν θα πρέπει να συγχέεται με το διακριτό μετασχηματισμό Fourier καθώς το ω αντιπροσωπεύει συνεχή μεταβλητή.

Το κ_1 αποτελεί την διακύμανση του φυσικού χρόνου χ . Από τη σχέση 1.9 με τη βοήθεια της σχέσης 1.6 καταλήγουμε :

$$\kappa_1 = \sum_{k=1}^N p_k \left(\frac{k}{N} \right)^2 - \left(\sum_{k=1}^N p_k \frac{k}{N} \right)^2 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2 \quad (1.10)$$

όπου

$$\langle \chi^n \rangle = \sum_{k=1}^N p_k \left(\frac{k}{N} \right)^n \quad (1.11)$$

αποτελούν τις ροπές του φυσικού χρόνου χ , με βαρύτητα p_k για κάθε χ_k .

Οι υπόλοιποι όροι της σχέσης 1.8 αποδεικνύονται :

$$\kappa_2 = \frac{\langle \chi^2 \rangle^2}{4} + \frac{\langle \chi^4 \rangle}{12} - \frac{\langle \chi \rangle \langle \chi^3 \rangle}{3} \quad (1.12)$$

$$\kappa_3 = \frac{\langle \chi^3 \rangle^2}{36} + \frac{\langle \chi \rangle \langle \chi^5 \rangle}{60} - \frac{\langle \chi^6 \rangle}{360} - \frac{\langle \chi^2 \rangle \langle \chi^4 \rangle}{24} \quad (1.13)$$

$$\kappa_4 = \frac{\langle \chi^8 \rangle}{20160} + \frac{\langle \chi^2 \rangle \langle \chi^6 \rangle}{720} + \frac{\langle \chi^4 \rangle^2}{576} - \frac{\langle \chi^3 \rangle \langle \chi^5 \rangle}{360} - \frac{\langle \chi \rangle \langle \chi^7 \rangle}{2520} \quad (1.14)$$

Η πιο χρήσιμη ποσότητα γύρω από το $\omega = 0$ είναι η διασπορά κ_1 της κατανομής του φυσικού χρόνου, και αυτό γιατί τα διάφορα κανονικοποιημένα φάσματα ομαδοποιούνται [Varotsos, 2001], όταν το ω ή το ϕ τείνουν στο 0 ανάλογα της αντίστοιχης τιμής του κ_1 . Η τιμή του κ_1 για τους θορύβους είναι μεγαλύτερη του 0.084 ενώ για τα SES κοντά στο 0.07.

Στο όριο όπου το N τείνει στο άπειρο, οι τιμές των πιθανοτήτων p_k θα αντικατασταθούν από μια συνεχή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας⁴ (PDF) στην περιοχή $(0,1]$, $p(\chi)$. Σε αυτή την περιοχή, η $p(\chi)$ μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier :

$$p(\chi) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cos(n\pi\chi) \quad (1.15)$$

όπου οι συντελεστές Fourier δίνονται από την ακόλουθη σχέση.

$$p_n = 2 \int_0^1 p(\chi) \cos(n\pi\chi) d\chi \quad (1.16)$$

⁴PDF : Probability Density Function

Συνδυάζοντας τις σχέσεις 1.6, 1.9, 1.15, 1.16, καταλήγουμε στη σχέση 1.17 που υποδεικνύει τη διασύνδεση του κ_1 με τους συντελεστές Fourier του $p(\chi)$.

$$\kappa_1 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_2 n}{n^2} - \left[\frac{1}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_2 n + 1}{(n + 1/2)^2} \right]^2 \quad (1.17)$$

1.5 Ομοιόμορφη κατανομή στο φυσικό χρόνο

Σε αυτή τη ενότητα παρατίθεται ένα θεμελιώδες παράδειγμα εφαρμογής του φυσικού χρόνου στην ομοιόμορφη κατανομή⁵. Το εν λόγω παράδειγμα καταδεικνύει την περίπτωση ενός συστήματος που βρίσκεται σε στάσιμη κατάσταση και εκπέμπει ασυσχέτιστα ποσά ενέργειας Q_k . Σε αυτή την περίπτωση η αναμενόμενη τιμή του p_k είναι $E(p_k) = 1/N$.

Ορίζω την ομοιόμορφη κατανομή

$$p(\chi) = \sum_{k=1}^N p_k \delta(\chi - \chi_k) = \sum_{k=1}^N p_k \delta(\chi - \frac{k}{N}) \quad (1.18)$$

Όταν $N \rightarrow \infty$, το $p(\chi)$ για την ομοιόμορφη κατανομή τείνει στη μονάδα

$$p(\chi) = 1 \quad (1.19)$$

με αποτέλεσμα η μέση τιμή του φυσικού χρόνου δίνεται από τη σχέση :

$$\langle \chi \rangle = \int_0^1 \chi p(\chi) d\chi = \frac{1}{2} \quad (1.20)$$

Στο όριο του $N \rightarrow \infty$, $p(\chi) = 1$ και $p_n = 0$. Τότε η διακύμανση του κ_1 στην περίπτωση της ομοιόμορφης κατανομής είναι :

$$\kappa_u = \frac{1}{12} = 0.0833... \quad (1.21)$$

⁵Με τον όρο ομοιόμορφη κατανομή, αναφερόμαστε στην περίπτωση όπου τα Q_k είναι θετικές και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές

Κεφάλαιο 2

Μοντέλο Olami-Feder-Christensen

2.1 Εισαγωγή

Ένα από τα προβλήματα της Φυσικής είναι η κατανόηση και η εξήγηση της συμπεριφοράς των πολύπλοκων συστημάτων¹. Σε πληθώρα τέτοιων συστημάτων έχει παρατηρηθεί η ύπαρξη του ευρέως διαδεδομένου θορύβου $1/f$ όπως για παράδειγμα οι διακυμάνσεις της ηλεκτρικής αντίστασης, η κλεψύδρα, η στάθμη του ποταμού Νείλου και η φωτεινότητα των αστερών [Press, 1978].

Επίσης έχει παρατηρηθεί ότι εκτεταμένα χωρικά τμήματα, όπως οι κοσμικές χορδές, οι ακτογραμμές και οι κορυφογραμμές των βουνών, παρουσιάζουν κλασματική δομή αυτοομοιότητας² [Mandelbrot, 1983]. Κοινό χαρακτηριστικό όλων των προαναφερθέντων αποτελεί το γεγονός ότι διέπονται από χωρικές ή χρονικές συσχετίσεις νόμου δύναμης.

Για να εξηγήσουν τα παραπάνω, οι BTW³ πρότειναν ότι ο $1/f$ θόρυβος και οι κλασματικές δομές αυτοομοιότητας είναι χωρικά και χρονικά χαρακτηριστικά μίας δυναμικής κρίσιμης κατάστασης στην οποία δυναμικά συστήματα, με πολλούς βαθμούς ελευθερίας, μεταβαίνουν ελεύθερα. Δηλαδή πρόκειται για μία κατάσταση, στην οποία οδηγείται ένα σύστημα, που αρχικά βρίσκεται μακριά από την ισορροπία, χωρίς συντονισμό κάποιας παραμέτρου του. Αυτή η κατάσταση ονομάζεται αυτοοργανωμένη και το φαινόμενο αυτοοργανωμένη κρισιμότητα (SOC) [Bak et al., 1987].

Η φιλοσοφία της μελέτης των μοντέλων SOC⁴ είναι αντίστοιχη με αυτή των μοντέλων της

¹Με τον όρο πολύπλοκο σύστημα περιγράφουμε ένα σύστημα που αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό διασυνδεδεμένων υποσυστημάτων και εμφανίζει ιδιότητες που δεν αποτελούν κατ'ανάγκη τις μεμονωμένες ιδιότητες των υποσυστημάτων του.

²Κλασματική δομή αυτοομοιότητας : Δομή fractal

³Per Bak, Chao Tang and Kurt Wiesenfeld

⁴Μοντέλο SOC : Το μοντέλο που εμφανίζει αυτοοργανωμένη κρισιμότητα

στατιστικής φυσικής που βρίσκονται σε ισορροπία, όπου τα αποτελέσματα βασίζονται στις προσομοιώσεις του μοντέλου Ising. Το ανάλογο του μοντέλου Ising σε αυτή την περίπτωση είναι το διακριτό κυψελωτό αυτόματο, που αποτελεί πιο απλή μέθοδο σε σύγκριση με τις μερικές διαφορικές εξισώσεις [Bak et al., 1988].

Οι BTW κάνοντας χρήση του κυψελωτού αυτόματου στο μοντέλο του αμμόλοφου [Bak et al., 1988] απέδειξαν ότι το σύστημα οδηγείται αυθόρμητα σε μία στατιστικά στάσιμη κατάσταση στην οποία η κατανομή των μεγεθών των χιονοστιβάδων ακολουθεί νόμο δύναμης που φράσσεται μόνο από το μέγεθος του συστήματος. Αφού το σύστημα βρίσκεται σε στάσιμη κατάσταση χωρίς χαρακτηριστική κλίμακα χώρου και χρόνου, μπορεί να θεωρηθεί ότι βρίσκεται σε κρισιμότητα, κάτι που υποδεικνύει ύπαρξη συνεκτικών δομών σε όλες τις χρονικές κλίμακες. Η καθολικότητα του μοντέλου αναδύεται καθώς το σύστημα φτάνει στην κρισιμότητα χωρίς τον συντονισμό κάποιας παραμέτρου.

Η μελέτη των μοντέλων SOC αναπτύχθηκε γρήγορα και βασίστηκε σε προσομοιώσεις που χρησιμοποίησαν τα κυψελωτά αυτόματα. Η πλειοψηφία αυτών περιοριζόταν σε διατηρητικά μοντέλα⁵. Αυτό συνέβαινε καθώς είχε προταθεί ως ικανή και αναγκαία συνθήκη η ύπαρξη ενός νόμου διατήρησης ώστε να θεωρηθεί ένα μοντέλο ως SOC [Socolar et al., 1993].

Σύντομα οι P.Bak και C.Tang καθώς και άλλοι αναγνώρισαν την πιθανή σχέση μεταξύ της σεισμικής δραστηριότητας και των μοντέλων SOC [Bak and Tang, 1989; Carlson and Langer, 1989b,a; Ito and Matsuzaki, 1990]. Τα διατηρητικά μοντέλα SOC χρησιμοποιήθηκαν ως βάση για να εξηγηθεί το γεγονός ότι τα ποσά ενέργειας που εκλύονταν κατά την διάρκεια των σεισμών ακολουθούσαν συμπεριφορά νόμου δύναμης. Ωστόσο καμία προσπάθεια δεν κατάφερε να εξάγει τον ακριβή νόμο δύναμης καθώς επίσης να εξηγήσει το μεγάλο εύρος αυτών των νόμων. Τέλος, τα διατηρητικά μοντέλα δεν κατάφεραν να εμφανίσουν βασικά χαρακτηριστικά των σεισμών, όπως οι συσχετίσεις κατά την διάρκεια του σεισμικού γεγονότος.

Αυτά τα χαρακτηριστικά κατάφεραν να αποτυπωθούν σε μία κατηγορία μοντέλων, τα οποία όμως είναι μη διατηρητικά. Αυτή η κατηγορία μοντέλων εμφανίζει μεγάλη ποικιλία στην συμπεριφορά τους, που μοιάζει να συνδέεται άμεσα με την χαοτική συμπεριφορά των σεισμών. Επιπλέον εμφανίζουν το φαινόμενο της αυτοοργανωμένης κρισιμότητας και η πιθανότητα έκλυσης ενός ποσού ενέργειας κατά την διάρκεια ενός σεισμού ακολουθεί νόμο δύναμης.

Η μελέτη αυτών των μη διατηρητικών μοντέλων SOC έδειξε ότι δεν είναι καθολικά, καθώς ο εκθέτης του νόμου δύναμης μεταβάλλεται συναρτήσει των παραμέτρων του μοντέλου. Αυτοί οι παράμετροι καθορίζουν και το επίπεδο της διατηρητικότητας του. Μάλιστα από κάποια τιμή και κάτω το μοντέλο εμφανίζει τοπική συμπεριφορά καταστρέφοντας έτσι τις οποιεσδήποτε συσχετίσεις. Αυτά τα μοντέλα, τα οποία μπορούν να προκύψουν από απλά μοντέλα σεισμικών συστημάτων, είναι μια πολύ καλή τεχνική παρατήρησης των χωροχρονικών συσχετίσεων των σεισμών και μας δίνουν την δυνατότητα να αυξήσουμε τη γνώση μας για το εν λόγω πρόβλημα.

Το μοντέλο OFC⁶ είναι ένα τυπικό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας. Αποτελεί μία απλοποίηση του μοντέλου του 'τρένου' των Burridge-Knopoff [Burridge and Knopoff, 1967], που υλοποιείται με τη βοήθεια ενός μη διατηρητικού κυψελωτού αυτόματου και προσομοιάζει

⁵Μοντέλα που διατηρούσαν σταθερή κάποια μεταβλητή

⁶OFC : Olami-Feder-Christensen

την συμπεριφορά των σεισμικών γεγονότων. Παράλληλα εισάγει την έννοια της απαγωγής της ενέργειας στην οικογένεια των συστημάτων SOC.

Το μοντέλο OFC αποτελεί κυρίαρχο παράδειγμα υποθετικού συστήματος SOC που χρησιμοποιείται για τη μελέτη των σεισμών [Bach et al., 2008]. Οι κυριότεροι λόγοι αυτής της θεώρησης είναι ότι μοιάζει να εμφανίζει πολλά χαρακτηριστικά που εντοπίζουμε στους πραγματικούς σεισμούς. Για παράδειγμα όσον αφορά την πρόβλεψη ενός σεισμού [Perke and Carlson, 1994] και τον νόμο του Omori [Helmstetter et al., 2004; Hergarten and Neugebauer, 2002] το μοντέλο μοιάζει να είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα σε σχέση με άλλα. Επιπλέον, για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων του, η κατανομή των μεγεθών των χιονοστιβάδων έρχεται σε συμφωνία με το νόμο των Gutenberg-Richter [Lise and Paczuski, 2001].

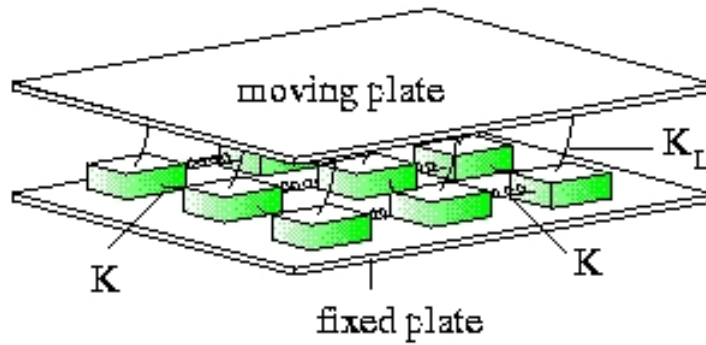
Το μοντέλο OFC έχει αμφισβητηθεί έντονα για την εμφάνιση της κρίσιμης κατάστασης [de Carvalho and Prado, 2000; Miller and Boulter, 2002]. Είναι γνωστό ότι η κατάσταση αυτοοργανωμένης κρισιμότητας καταστρέφεται υπό την επίδραση μικρών αλλαγών στους κανόνες αυτού. Χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων αλλαγών αποτελούν η υιοθέτηση κυκλικών περιοδικών συνθηκών στην θέση των ανοικτών συνόρων [Pérez et al., 1996], η εισαγωγή τοπικού σταθερού θορύβου στη τιμή κατωφλίου [Pérez et al., 1996] καθώς και με την εισαγωγή πλεγματικών ατελειών [Jánosia and Kertész, 1993]. Το βασικό όμως ερώτημα που ακόμα δεν έχει απαντηθεί είναι το αν η σεισμική δραστηριότητα περιγράφεται από μοντέλα SOC τέτοιου τύπου ή είναι αναγκαία η θεώρηση και άλλου είδους μηχανισμού [Bonachela and Muñoz, 2009; Hergarten and Neugebauer, 2002; Helmstetter et al., 2004; Ramos et al., 2006; Yang et al., 2004].

2.2 Η περιγραφή του μοντέλου

Όπως προαναφέρθηκε το μοντέλο OFC είναι ένα μη διατηρητικό μοντέλο που εμφανίζει το φαινόμενο της αυτοοργανωμένης κρισιμότητας. Αποτελεί δισδιάστατη εκδοχή του μοντέλου Burridge-Knopoff και απεικονίζεται με την βοήθεια ενός κυψελωτού αυτόματου.

Πιο συγκεκριμένα πρόκειται για ένα δισδιάστατο δυναμικό σύστημα που απαρτίζεται από σώματα (blocks). Το κάθε σώμα συνδέεται με τους άμεσους γείτονες του, καθώς και με υπερκείμενη συμπαγή πλάκα με ελαστικά νήματα. Επιπροσθέτως, τα σώματα επικάθονται στην επιφάνεια μιας δεύτερης συμπαγούς και ακλόνητης πλάκας, μεταξύ της οποίας και αυτών αναπτύσσεται τριβή όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1.

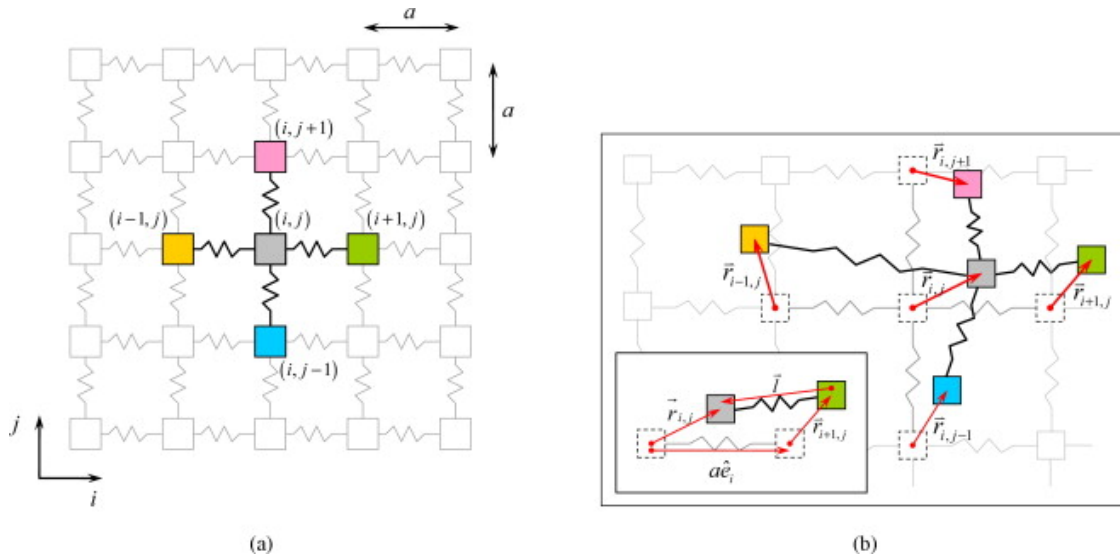
Η υπερκείμενη πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Λόγω της σχετικής κίνησης των δύο πλακών σε κάθε σώμα ασκούνται δυνάμεις χρονικά μεταβαλλόμενες. Όταν η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων υπερβεί το κατώφλι της μέγιστης στατικής τριβής (οριακή τριβή) το σώμα παύει να ηρεμεί, ολισθαίνει και θεωρούμε ότι καταλήγει σε μία θέση στην οποία η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι μηδέν. Αυτή η ολίσθηση έχει ως αποτέλεσμα την ανακατανομή των τάσεων στους άμεσους γείτονες του εν λόγω σώματος. Αν



Σχήμα 2.1: Το μοντέλο OFC

κάποιο από τα γειτονικά, δεχόμενο την επιπλέον δύναμη, ξεπεράσει το κατώφλι ολισθαίνει σε μία θέση μηδενικής συνισταμένης δύναμης και διαμοιράζει την δύναμη – ενέργεια που του αναλογούσε αντίστοιχα στους δικούς του πρώτους γείτονες. Διαδοχικές τέτοιες ολισθήσεις μπορούν να δημιουργήσουν μία αλυσιδωτή αντίδραση, την οποία θα καλούμε χιονοστιβάδα.

Για την μελέτη αυτών θεωρούμε ένα πλέγμα $L \times L$ που αποτελείται από σώματα (i, j) , όπου i, j είναι δύο ακέραιοι που παίρνουν τιμές από 1 έως L και δεικτοδοτούν μοναδικά το κάθε σώμα σύμφωνα με το σχήμα 2.2(a).



Σχήμα 2.2: (a) Γεωμετρική απεικόνιση των σωμάτων στο πλέγμα στη θέση ισορροπίας. (b) Οι μετατοπίσεις των σωμάτων υπό την επίδραση δυνάμεων.

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα συγκεκριμένο σώμα (i, j) , εξαιτίας των ελαστικών νημάτων δίνεται από την σχέση 2.1 :

$$F_{i,j} = K_1[2r_{i,j} - r_{i-1,j} - r_{i+1,j}] + K_L[2r_{i,j} - r_{i,j-1} - r_{i,j+1}] + K_L r_{i,j} \quad (2.1)$$

όπου $r_{i,j}$ είναι η μετατόπιση του σώματος (i, j) από την θέση ισορροπίας όπως απεικονίζεται στο σχήμα 2.2(b) και K_1, K_2, K_L ελαστικές σταθερές (σχήμα 2.1).

Όπως προαναφέρθηκε, όταν η συνισταμένη δύναμη σε ένα σώμα ξεπεράσει κάποιο όριο, τότε αυτό ολισθαίνει, με άμεσο αποτέλεσμα την ανακατανομή των τάσεων σε εκείνη την περιοχή του πλέγματος. Αποδεικνύεται ότι η ανακατανομή των τάσεων μετά από μία ολίσθηση του σώματος (i, j) δίνεται από τις σχέσεις 2.2-2.6.

$$F_{i+1,j} \rightarrow F_{i+1,j} + \delta F_{i+1,j} \quad (2.2)$$

$$F_{i-1,j} \rightarrow F_{i-1,j} + \delta F_{i-1,j} \quad (2.3)$$

$$F_{i,j+1} \rightarrow F_{i,j+1} + \delta F_{i,j+1} \quad (2.4)$$

$$F_{i,j-1} \rightarrow F_{i,j-1} + \delta F_{i,j-1} \quad (2.5)$$

$$F_{i,j} \rightarrow 0 \quad (2.6)$$

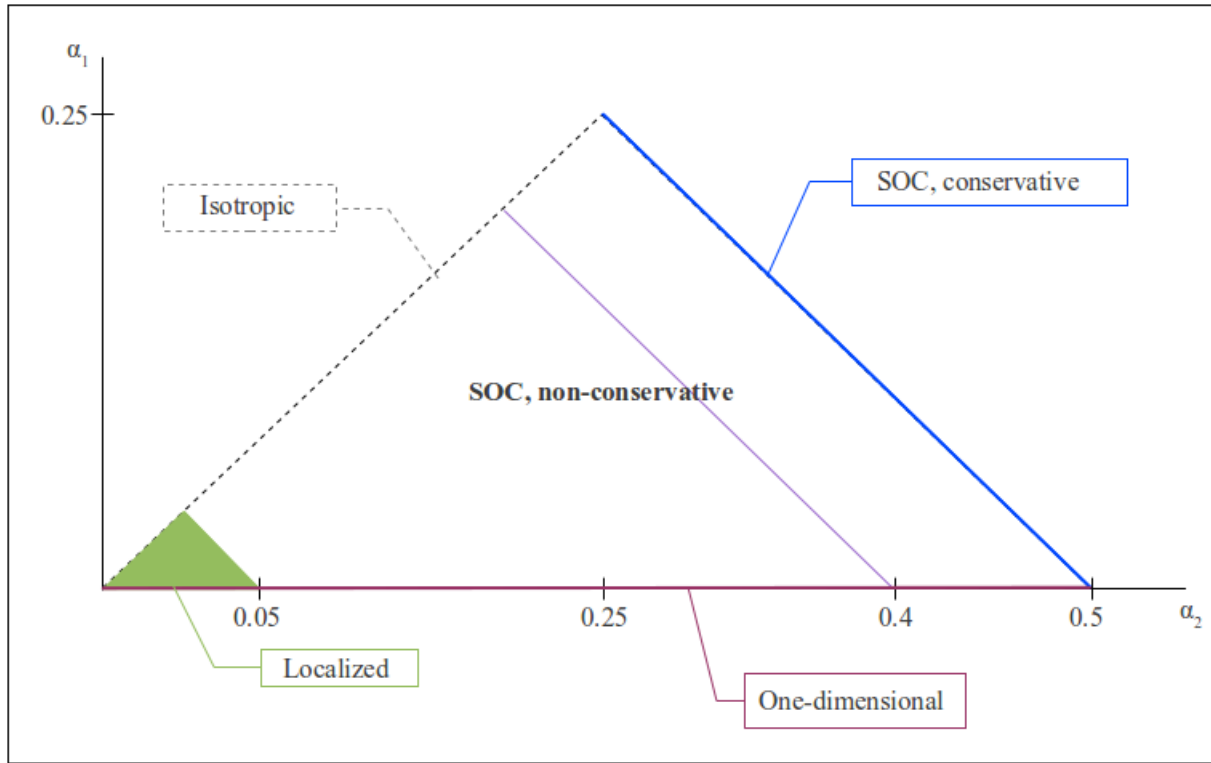
όπου οι μεταβολές των δυνάμεων $(\delta F_{i\pm 1,j}, \delta F_{i,j\pm 1})$ στους πρώτους γείτονες δίνονται από τις σχέσεις 2.7, 2.8.

$$\delta F_{i\pm 1,j} = \frac{K_1}{2K_1 + 2K_2 + K_L} F_{i,j} = \alpha_1 F_{i,j} \quad (2.7)$$

$$\delta F_{i,j\pm 1} = \frac{K_2}{2K_1 + 2K_2 + K_L} F_{i,j} = \alpha_2 F_{i,j} \quad (2.8)$$

Για απλότητα θα ονομάσουμε τους λόγους των ελαστικών σταθερών, που εμφανίζονται στις δύο παραπάνω σχέσεις, α_1 και α_2 αντίστοιχα και με αυτές θα περιγράψουμε το μοντέλο από εδώ και στο εξής [Olami et al., 1992]. Επίσης πρέπει να αναφέρουμε ότι ο κανόνας που διέπει την ολίσθηση ενός σώματος μοιάζει σε μεγάλο βαθμό με εκείνον του μοντέλου των BTW [Bak et al., 1987]. Με βάση το πως ορίζονται αυτές, το μοντέλο παρουσιάζει και διαφορετική συμπεριφορά.

Πρώτα από όλα, η μη διατηρηρικότητα του μοντέλου εξασφαλίζεται από την συνθήκη $K_L > 0$. Τότε η ανακατανομή των τάσεων μετά από μία ολίσθηση μεταπίπτει σε μία μη διατηρητική διαδικασία. Δηλαδή όταν ένα σώμα επιστρέφει στην θέση μηδενικής συνισταμένης μεταβιβάζει στους πρώτους γείτονες ένα ποσό της ενέργειας που χάνει κατά την ολίσθηση.



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα φάσεων του μοντέλου OFC. Όταν ισχύει η συνθήκη $2\alpha_1 + 2\alpha_2 < 1$ τότε το μοντέλο είναι μη διατηρητικό. Όταν ισχύει η συνθήκη $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ το μοντέλο είναι ισότροπο και όταν $\alpha_1 \neq 0, \alpha_2 = 0$ έχουμε την μονοδιάστατη εκδοχή του.

Η υπόλοιπη θεωρούμε ότι απορροφάται από την υπερκείμενη πλάκα ή διαφεύγει έξω από το σύστημα μας.

Επίσης, αν οι εγκάρσιες με τις διαμήκεις συνδέσεις των σωμάτων του πλέγματος είναι διαφορετικής ισχύος ($K_1 \neq K_2 \Rightarrow \alpha_1 \neq \alpha_2$) τότε το μοντέλο γίνεται ανισότροπο. Επιπλέον αν $\alpha_2 = 0$ έχουμε την μονοδιάστατη εκδοχή του μοντέλου, η οποία δεν εμφανίζει το φαινόμενο της αυτοοργανωμένης κρισιμότητας, σύμφωνα με την μελέτη του Nakanishi [Nakanishi, 1991]

Όλες οι πιθανές εκδοχές του συγκεκριμένου μοντέλου, ανάλογα με την εκάστοτε θεώρηση των ελαστικών σταθερών, παρουσιάζονται παραστατικά στο σχήμα 2.3.

Στην παρούσα εργασία θα περιοριστούμε στην μελέτη του μοντέλου για την ισοτροπική εκδοχή του ($K_1 = K_2 = K \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$). Οπότε προκύπτει η σχέση 2.9 για την ελαστική σταθερά.

$$\alpha = \frac{K}{4K + K_L} \quad (2.9)$$

Επίσης θα θεωρήσουμε σαν συνοριακές συνθήκες ότι τα άκρα του πλέγματος του μοντέλου είναι ακλόνητα. Δηλαδή θεωρούμε ότι τα ακραία σώματα θα είναι πάντα σε ισορροπία (μηδενική συνισταμένη δυνάμεων).

2.3 Υλοποίηση του μοντέλου OFC

Για την αριθμητική προσομοίωση του μοντέλου OFC αρχικά κατασκευάσαμε ένα πρόγραμμα που θα το περιγράφει χρησιμοποιώντας την γλώσσα προγραμματισμού Fortran. Στο πρόγραμμα αυτό αναπαριστούμε το τετραγωνικό πλέγμα ($L \times L$) του μοντέλου με ένα πίνακα L ίδιων διαστάσεων και ακολουθούμε τα εξής βήματα :

1. Γεμίζουμε τον πίνακα L με τυχαίους αριθμούς μεταξύ του 0 και 1. Οι αριθμοί $L(i, j)$ συμβολίζουν την δύναμη που ασκείται στο σώμα που βρίσκεται στο αντίστοιχο σημείο (i, j) του πλέγματος. Η μονάδα αποτελεί το κατώφλι της δύναμης (F_{th}), πάνω από την οποία το σώμα ολισθαίνει.
2. Αν σε κάποιο από τα σώματα η δύναμη έχει περάσει το κατώφλι ($F_{i,j} \geq F_{th}$), τότε αυτό ολισθαίνει και οι δυνάμεις στον γύρω χώρο ανακατανέμονται σύμφωνα με τον κανόνα, όπως φαίνεται στις σχέσεις 2.10, 2.11.

$$F_{NN} \rightarrow F_{NN} + \alpha F_{i,j} \quad (2.10)$$

$$F_{i,j} \rightarrow 0 \quad (2.11)$$

όπου F_{NN} είναι οι δυνάμεις που ασκούνται στους 4 πρώτους γείτονες αυτού. Μία χιονοστιβάδα αρχίζει να δημιουργείται.

3. Επαναλαμβάνουμε το δεύτερο βήμα μέχρι όλα τα στοιχεία του πίνακα να έχουν τιμές μικρότερες της μονάδας. Η χιονοστιβάδα⁷ τελειώνει και το πλήθος των ολισθήσεων θεωρείται ανάλογο της ενέργειας της. Μάλιστα αριθμός αυτών αποτελεί το μέγεθος (s) της χιονοστοιβάδας.
4. Εντοπίζουμε το σώμα με την μεγαλύτερη δύναμη (F_{max}). Εν συνεχεία προθέτουμε σε κάθε σώμα (στοιχείο του πίνακα L) πόσοτητα ίση με $\delta F = F_{th} - F_{max}$ και επιστρέφουμε στο δεύτερο βήμα.

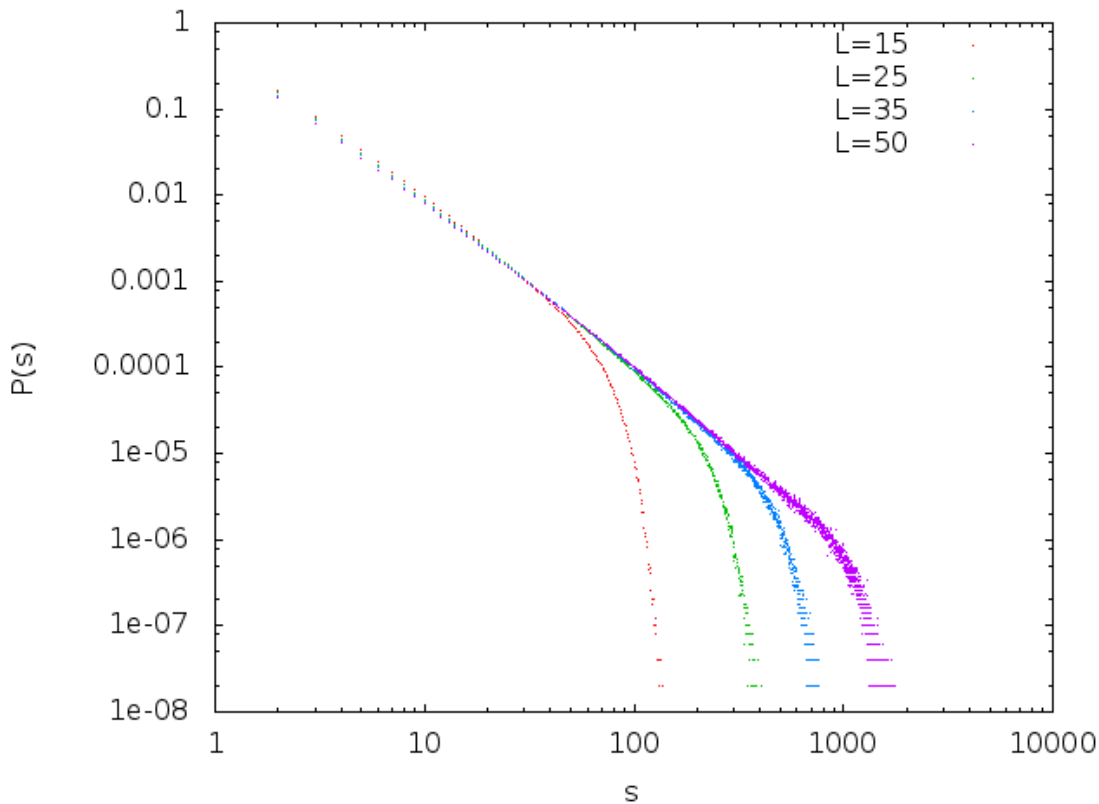
Ο αλγόριθμος, που χρησιμοποιήθηκε για αυτή την προσομοίωση, παρατίθεται αναλυτικά στο παράρτημα Α με όνομα προγράμματος 'ofc'.

⁷ Αντί του όρου χιονοστιβάδα μπορούμε να χρησιμοποιούμε τον όρο σεισμό και αντίστροφα.

2.4 Προσομοίωση του μοντέλου

Με αυτή την προσομοίωση έχουμε ως στόχο να αποκτήσουμε τα δεδομένα που απαιτούνται για να απεικονίσουμε τη θροιστική συνάρτηση κατανομής της πιθανότητας $P(s)$ συναρτήσει του μεγέθους της χιονοστιβάδας – σεισμού s για διάφορα μεγέθη πλεγμάτων καθώς και για διαφορετικές τιμές τις ελαστικής σταθεράς α . Σε αυτό το σημείο επαναλαμβάνουμε την ευθεία αντιστοιχία μεγέθους και ενέργειας χιονοστιβάδας – σεισμού.

Με βάση τα δεδομένα αυτά που προέκυψαν, σχεδιάζουμε την αθροιστική κατανομή πιθανότητας $P(s)$ συναρτήσει του μεγέθους της χιονοστιβάδας – σεισμού s , σε διπλή λογαριθμική κλίμακα, για διαφορετικά μεγέθη πλεγμάτων όπως φαίνεται στο σχήμα 2.4.



Σχήμα 2.4: Διπλό λογαριθμικό διάγραμμα αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας $P(s)$ συναρτήσει του μεγέθους χιονοστιβάδας s με τις καμπύλες ξεκινώντας από αριστερά προς δεξιά να αντιστοιχούν σε ελαστική σταθερά $\alpha=0.20$ και διάσταση πλέγματος $L = 15, 25, 35, 50$.

Παρατηρούμε ότι σε όλες τις καμπύλες υπάρχει μία ευρεία περιοχή, η οποία προσαρμόζεται σε μία ευθεία γραμμή. Το μεγαλύτερο τμήμα ευθείας αντιστοιχεί στην καμπύλη του μεγαλύτερου πλέγματος. Τα 'γόνατα' που εμφανίζουν οι καμπύλες οφείλονται στο ότι τα πλέγματα που χρησιμοποιήθηκαν είναι πεπερασμένων διαστάσεων. Γνωρίζουμε ότι η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας δίνεται από την σχέση 2.12.

$$P(s) = s^{-B} \quad (2.12)$$

Λογαριθμίζοντας και τα δύο μέλη καταλήγω στην σχέση 2.13.

$$\log[P(s)] = -B \log[s] \quad (2.13)$$

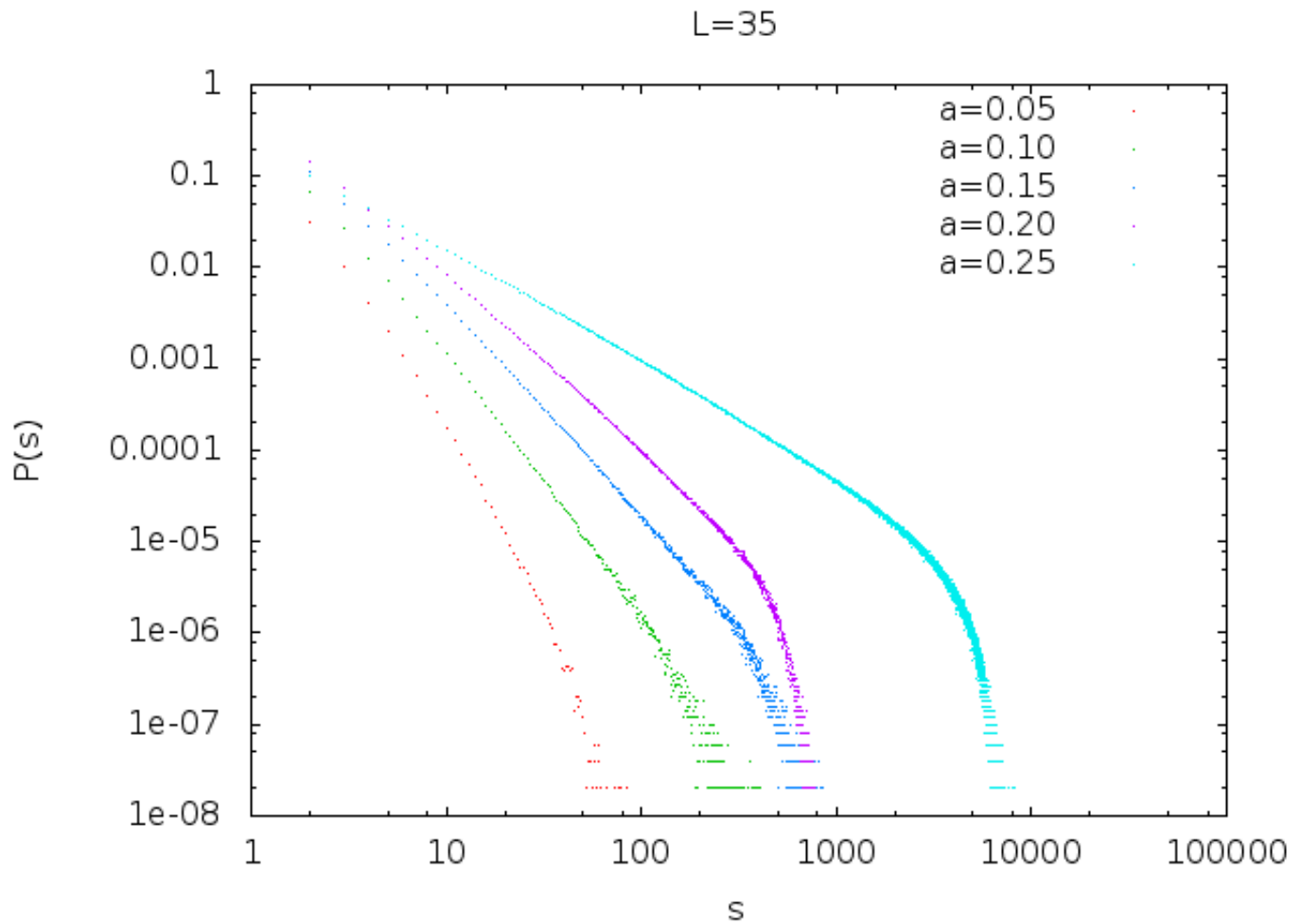
Επομένως από την κλίση της ευθείας (σχήμα 2.4), με τη βοήθεια της σχέσης 2.13, υπολογίζουμε τον εκθέτη B , ο οποίος υπολογίστηκε $B=1.96$. Παρατηρούμε ότι η αθροιστική συνάρτηση πιθανότητας ακολουθεί νόμο δύναμης. Ο εκθέτης B αποτελεί τον εκθέτη αυτού του νόμου και διαπιστώνουμε ότι δεν εξαρτάται από το μέγεθος του πλέγματος. Αυτό επαληθεύει την απουσία χαρακτηριστικής κλίμακας μήκους που να συνδέεται με την μη διατηρητικότητα του μοντέλου [Oiami et al., 1992].

Εν συνεχεία σχεδιάζουμε την αθροιστική κατανομή πιθανότητας $P(s)$ συναρτήσει του μεγέθους της χιονοστιβάδας – σεισμού s , σε διπλή λογαριθμική κλίμακα, για διαφορετικές ελαστικές σταθερές όπως φαίνεται στο σχήμα 2.5.

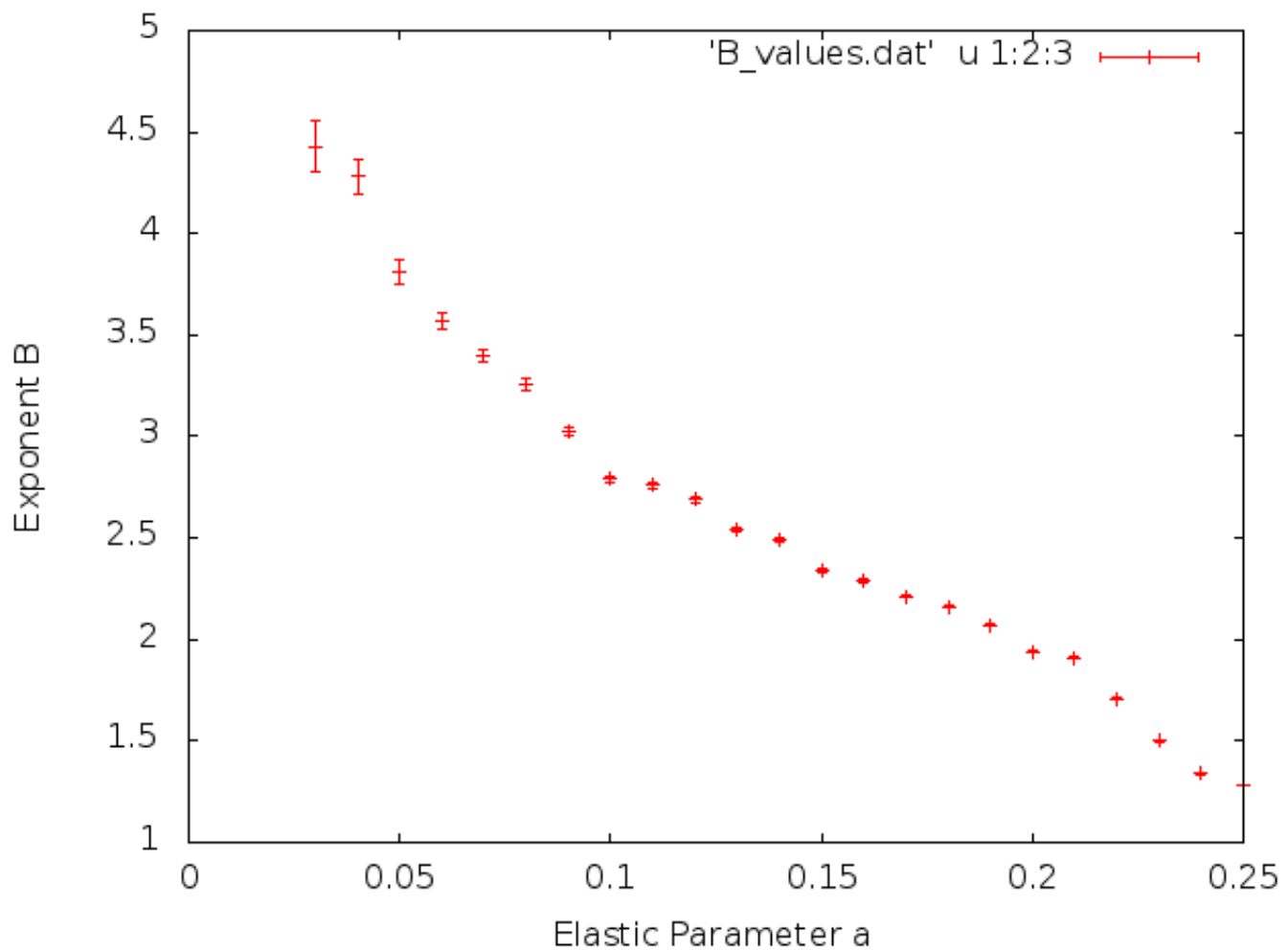
Στο σχήμα 2.5 παρατηρούμε ότι για κάθε τιμή της ελαστικής σταθεράς α αλλάζει και η κλίση του ευθύγραμμου τμήματος της αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας, και επομένως και του εκθέτη B . Το μοντέλο OFC λοιπόν δεν παρουσιάζει καθολικότητα (universality) καθώς όταν αλλάζει η ελαστική σταθερά αλλάζει και ο εκθέτης του νόμου δύναμης, που διέπει την διαδικασία. Στο σχήμα 2.6 απεικονίζονται οι τιμές που παίρνει ο εκθέτης B για διάφορες τιμές της ελαστικής σταθεράς α (οι τιμές του εκθέτη B συνασστήσει της σταθεράς α υπολογίστηκαν με την βοήθεια του προγράμματος `ektheths.b` που παρατίθεται στο παράρτημα Β).

Στο σχήμα 2.6 βλέπουμε ότι ο εκθέτης B αυξάνεται με τη μείωση της ελαστικής σταθεράς, δηλαδή με τη μείωση του επιπέδου διατηρητικότητας του μοντέλου. Επιπλέον, όταν η ελαστική σταθερά μειωθεί πέραν του $\alpha=0.05$, η αύξηση του B γίνεται εκθετική. Αυτό σηματοδοτεί την μετάβαση του μοντέλου σε συμπεριφορά τοπικής κλίμακας. Πιο συγκεκριμένα, όταν για παράδειγμα το $\alpha=0.05$ μόνο το 20% της δύναμης που είχε το σώμα που ολίσθησε μεταφέρεται στους πρώτους γείτονες (5% στον καθένα). Έτσι η διαταραχή δεν εξαπλώνεται σε μεγάλη έκταση γύρω από το σώμα που ολίσθησε και το μοντέλο εμφανίζει τοπικό χαρακτήρα. Για μικρότερες τιμές του α η συμπεριφορά αυτή γίνεται όλο και πιο έντονη. Στην ακραία περίπτωση που η ελαστική σταθερά γίνει ίση με το μηδέν τα σώματα γίνονται ανεξάρτητα λόγω της απουσίας διασύνδεσης.

Ολοκληρώνοντας αυτό το κεφάλαιο θα πρέπει να επισημανθεί ότι το μη διατηρητικό μοντέλο OFC διακρίνεται από μεγάλη ευστάθεια στην εμφάνιση αυτοοργανωμένης κρισιμότητας. Τέλος, παρόλο την απλότητα του, εμφανίζει ομοιότητες με την πραγματική δυναμική διαδικασία που συνδέεται με του σεισμούς.



Σχήμα 2.5: Διπλό λογαριθμικό διάγραμμα αθροιστικής συνάρτησης πιθανότητας $P(s)$ συναρτήσει του μεγέθους χιονοστιβάδας s με τις καμπύλες ξεκινώντας από αριστερά προς δεξιά να αντιστοιχούν σε ελαστική σταθερά $\alpha = 0,05, 0,10, 0,15, 0,25$.



Σχήμα 2.6: Διάγραμμα του εκθέτη B του νόμου δύναμης συναρτήσει της ελαστικής σταθεράς α . Όταν το επίπεδο διατηρητικότητας μειωθεί κάτω από το $\alpha=0.05$ τότε παρατηρείται εκθετική αύξηση του εκθέτη που σηματοδοτεί τη μετάβαση του συστήματος σε τοπική συμπεριφορά.

Κεφάλαιο 3

Ανάλυση του μοντέλου OFC στο φυσικό χρόνο χ

3.1 Εισαγωγή

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει στην ανάλυση μίας χρονοσειράς ενός φαινομένου στο φυσικό χρόνο μελετάται η εξέλιξη των ποσοτήτων (χ_k, Q_k) . Το χ_k αποτελεί το φυσικό χρόνο (Κεφ. 1) και ως Q_k θα θεωρήσουμε το μέγεθος s της χιονοστιβάδας.

Η ανάλυση του μοντέλου OFC στο φυσικό χρόνο έχει ως σκοπό την εξαγωγή της περισσότερης δυνατής πληροφορίας για την συμπεριφορά καθώς και την δυναμική εξέλιξη του συστήματος στην διατηρητική και μη διατηρητική εκδοχή του αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα θα εξεταστεί η συμπεριφορά της διασποράς κ_1 κατά το μεταβατικό στάδιο εξέλιξης του συστήματος καθώς και αν αυτό μπορεί να αποτελέσει ένδειξη για την αποκατάσταση της αυτοοργανωμένης κρισιμότητας στο σύστημα.

3.2 Υλοποίηση του μοντέλου OFC για τη μελέτη του στο φυσικό χρόνο

Για την αριθμητική προσομοίωση του μοντέλου OFC αρχικά κατασκευάσαμε ένα πρόγραμμα που θα το περιγράφει χρησιμοποιώντας την γλώσσα προγραμματισμού Fortran. Στο πρόγραμμα αυτό αναπαριστούμε το τετραγωνικό πλέγμα ($L \times L$) του μοντέλου με ένα πίνακα Z ίδιων διαστάσεων και ακολουθούμε τα εξής βήματα :

1. Γεμίζουμε τον πίνακα Z με τυχαίους αριθμούς μεταξύ του 0 και 1. Οι αριθμοί $Z(i, j)$ αυτοί συμβολίζουν την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο σώμα, λόγω των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό, που βρίσκεται στο αντίστοιχο σημείο του πλέγματος. Η μονάδα αποτελεί το κατώφλι της ενέργειας (z_{th}), πάνω από την οποία το σώμα ολισθαίνει.
2. Αν σε κάποιο από τα σώματα η ενέργεια έχει περάσει το κατώφλι ($z_{i,j} \geq z_{th} = 1$), τότε αυτό ολισθαίνει. Η ενέργεια του μηδενίζεται και ποσό ενέργειας ίσο με $\alpha z_{i,j}$ μεταβιβάζεται σε καθέναν από τους πρώτους γείτονες, όπως φαίνεται στις σχέσεις 3.1, 3.2.

$$z_{NN} \rightarrow z_{NN} + \alpha z_{i,j} \quad (3.1)$$

$$z_{i,j} \rightarrow 0 \quad (3.2)$$

όπου z_{NN} είναι οι ενέργειες των τεσσάρων πρώτων γειτών. Μία χιονοστιβάδα αρχίζει να δημιουργείται.

3. Επαναλαμβάνουμε το δεύτερο βήμα μέχρι όλα τα στοιχεία του πίνακα να έχουν τιμές μικρότερες της μονάδας. Η χιονοστιβάδα¹ τελειώσει και το πλήθος των ολισθήσεων θεωρείται ανάλογο της ενέργειας της. Μάλιστα αριθμός αυτών αποτελεί το μέγεθος (s) της χιονοστοιβάδας και θεωρείται η μεταβλητή Q_k .
4. Υπολογίζουμε την παράμετρο κ_1 μετά το πέρας κάθε χιονοστιβάδας με βάση τις σχέσεις 3.3, 3.4.

$$p_k = \frac{Q_k}{\sum_{n=1}^N Q_n} \quad (3.3)$$

$$\kappa_1 = \sum_{k=1}^N p_k \left(\frac{k}{N} \right)^2 - \left(\sum_{k=1}^N p_k \frac{k}{N} \right)^2 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2 \quad (3.4)$$

¹ Αντί του όρου χιονοστιβάδα μπορούμε να χρησιμοποιούμε τον όρο σεισμό και αντίστροφα.

5. Υπολογίζουμε την μέση ενέργεια ανά σώμα $\bar{z}$ μετά το πέρας κάθε χιονοστιβάδας με βάση τη σχέση 3.5

$$\bar{z} = \frac{\sum_{n=1}^{L*L} z_n}{L * L} \quad (3.5)$$

6. Εντοπίζουμε τα σώματα τα οποία έχουν ολισθήσει, έστω και μία φορά, και εν συνεχεία υπολογίζουμε το ποσοστό τους σε σχέση με το σύνολο των σωμάτων του πλέγματος με βάση την σχέση 3.6:

$$P_{vis} = \frac{\text{number of slipped blocks}}{\text{total number of blocks}} \quad (3.6)$$

7. Εντοπίζουμε το σώμα με την μεγαλύτερη ενέργεια (z_{max}). Εν συνεχεία προθέτουμε σε κάθε σώμα (στοιχείο του πίνακα z) πόσότητα ίση με $\delta z = z_{th} - z_{max}$. Σε αυτό σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι στο δz έχουμε προσδώσει την έννοια του συμβατικού χρόνου (T). Έτσι ορίζουμε την ποσότητα $f = \sum \delta z$ και θεωρούμε $T \equiv f$. Επιστρέφουμε στο δεύτερο βήμα.

Ο αλγόριθμος, που χρησιμοποιήθηκε για αυτή την προσομοίωση, παρατίθεται αναλυτικά στο παράρτημα Γ με όνομα προγράμματος 'natural.time.ofc'.

3.3 Μελέτη της συμπεριφοράς της διασποράς κ_1 του φυσικού χρόνου.

Στην παρούσα ενότητα, ο βασικός μας στόχος είναι να μελετήσουμε το μοντέλο OFC στο μεταβατικό του στάδιο για να διαπιστώσουμε πως εισέρχεται στην στάσιμη κατάσταση καθώς και την ύπαρξη ή όχι κρισιμότητας για το εν λόγω μοντέλο. Επίσης διαπιστώσαμε ότι η διατηρητική και η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου εμφανίζουν διαφορετική ποιοτική συμπεριφορά την οποία και θα αναλύσουμε στις επόμενες υποενότητες.

Είναι χρήσιμο να επαναλάβουμε ότι με τον όρο διατηρητικό μοντέλο OFC εννοούμε ότι κατά την ολίσθηση ενός σώματος η ενέργεια του μεταβιβάζεται εξ' ολοκλήρου στους πρώτους γείτονες. Αυτό επιτυγχάνεται καθώς προσδίδουμε στην ελαστική σταθερά την τιμή $\alpha = 0.25$ (βλέπε σχέσεις 2.9, 3.1, 3.2). Έτσι σε αυτή την εκδοχή η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα απάγεται μόνο από τα σύνορα του.

Αντίθετα στην μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου όταν ένα σώμα ολισθαίνει ένα ποσό της ενέργειας που κατείχε μεταβιβάζεται στους πρώτους γείτονες, ενώ το υπόλοιπο απάγεται θεωρώντας ότι αποθηκεύεται στην κινούμενη άνω πλάκα. Και σε αυτή την εκδοχή ποσά ενέργειας ελευθερώνονται στα σύνορα του συστήματος. Το ποσοστό της της ενέργεια που

απάγεται εξαρτάται από την ελαστική σταθερά. Όσο μικρότερο είναι το α τόσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό της ενέργειας που χάνεται κατά την ολίσθηση.

3.3.1 Διατηρητική εκδοχή μοντέλου OFC

Αρχικά θα υπολογίσουμε την διασπορά κ_1 για κάθε μέγεθος του πλέγματος ($L=50, 100, 200$) συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T όπως τον ορίσαμε στην ενότητα 3.2. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί ότι τόσο ο συμβατικός χρόνος καθώς επίσης ο αριθμός των χιονοστιβάδων και η διασπορά κ_1 αποτελούν εντατικές ποσότητες.

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε στο σχήμα 3.1 η διασπορά κ_1 έχει πανομοιότυπη συμπεριφορά και για τα τρία συστήματα διαφορετικού μεγέθους συναρτήσει του συμβατικού χρόνου. Μετά τις αρχικές διακυμάνσεις παρουσιάζεται μια απότομη μείωση από μια τιμή κ_u σε $\kappa_1 \approx 0$ και στη συνέχεια βαθμιαία αύξηση στην τιμή $\kappa_u = \frac{1}{12} = 0.083$. Η τελευταία τιμή μας πληροφορεί ότι το σύστημα έχει φτάσει σε στάσιμη κατάσταση. Δηλαδή ότι η ακολουθία των χιονοστιβάδων ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή [Varotsos et al., 2003b].

Επίσης αξίζει να σημειωθεί ότι καθώς αυξάνεται ο αριθμός των χιονοστιβάδων, που υπεισέρχονται στον υπολογισμό του κ_1 , μειώνεται η επίδραση της μεταβατικής κατάστασης στην τιμή του κ_1 .

Για να μελετήσουμε πιο εκτενώς την συμπεριφορά της διασποράς κ_1 γύρω από το μηδέν ($\kappa_1 \approx 0$) υπολογίζουμε τις τιμές του κ_1 συναρτήσει του συμβατικού χρόνου για τρία μεγάλα πλέγματα διάστασης ($L=500, 800, 1000$). Επίσης απεικονίζουμε στο σχήμα 3.2 την ακολουθία των χιονοστιβάδων² των δύο πλεγμάτων ($L=500, 1000$) βάση των οποίων υπολογίσαμε τις τιμές των κ_1 .

Παρατηρούμε λοιπόν στο σχήμα 3.2 ότι και οι τρεις καμπύλες του κ_1 μεταπίπτουν σε μία καμπύλη καθώς η τιμή του κ_1 πλησιάζει την τιμή 0. Αυτή η απότομη μείωση της διασποράς οφείλεται στην δραστική αύξηση, κατά αρκετές τάξεις μεγέθους, του μεγέθους των χιονοστιβάδων καθώς οδεύουμε προς την στάσιμη κατάσταση. Πιο συγκεκριμένα στο σχήμα 3.2 μπορούμε να διακρίνουμε τρεις περιοχές :

1. $T \in (0.08 - 0.11)$: Σε αυτή την χρονική περίοδο παρατηρείται αύξηση του μεγέθους των χιονοστιβάδων κατά μία τάξη μεγέθους.
2. $T \in (0.12 - 0.131)$: Σε αυτή την χρονική περίοδο παρατηρείται αύξηση του μεγέθους των χιονοστιβάδων κατά 4-5 τάξεις μεγέθους.

²Με σκοπό το σχήμα 3.2 να είναι ευδιάκριτο, αντί της ακριβούς ακολουθίας των χιονοστιβάδων απεικονίσαμε τις μέγιστες αυτών από κάθε 30(100) διαδοχικές χιονοστιβάδες που πραγματοποιήθηκαν στο πλέγμα διάστασης $L=500(1000)$

3. T0.131 : Από αυτή την χρονική στιγμή και έπειτα το μέγεθος των χιονοστιβάδων δεν εμφανίζει κάποια συγκεκριμένη εμφανή τάση. Το κ_1 σχεδόν μηδενίζεται φτάνοντας την ελάχιστη τιμή του. Αυτά μας προειδοάζουν ότι είμαστε κοντά στην μετάβαση σε στάσιμη κατάσταση.

Αξίζει σε αυτό το σημείο να αναφέρουμε ότι ανάμεσα στις δύο πρώτες φάσεις του συστήματος, δηλαδή μεταξύ μια ήπιας αύξησης του μεγέθους των χιονοστιβάδων (1_η φάση) και μίας δραστηκής αντίστοιχα αύξησης (2_η φάση), η διασπορά κ_1 πέρνει την κρίσιμη της τιμή $\kappa_1 = 0.07$.

Στο σχήμα 3.3 έχουμε απεικονίσει την ακολουθία των χιονοστιβάδων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου καθώς και την μέση ενέργεια ανά σώμα συναρτήσει του χρόνου αυτού για τα τρία πλέγματα διάστασης $L(=50, 100, 200)$. Διαπιστώνουμε ότι η μέση ενέργεια αυξάνεται από μία αρχική τιμή (γύρω στο 0.5^3) όσο αυξάνεται και το μέγεθος των χιονοστιβάδων και φτάνει σε μία στάσιμη τιμή (γύρω στο 0.63) ανεξαρτήτως διάστασης πλέγματος γύρω από τη οποία ταλαντώνεται. Αυτό συμβαίνει όταν και η ακολουθία των χιονοστιβάδων παύει να εμφανίζει κάποια τάση.

Επομένως μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η μέση ενέργεια ανά σώμα αποτελεί ενδεικτικό για το πότε το σύστημα εισέρχεται στην στάσιμη κατάσταση. Τέλος θα θέλαμε να σημειώσουμε ότι και η μέση ενέργεια ανά σώμα αποτελεί εντατικό μέγεθος, μαζί με αυτά που προαναφέραμε.

3.3.2 Μη διατηρητική εκδοχή μοντέλου OFC

Σε αυτήν την υποενότητα θα ασχοληθούμε με το μη διατηρητικό μοντέλο OFC. Πιο συγκεκριμένα θα εργαστούμε για τρία πλέγματα διάστασης $L(= 50, 100, 200)$ όπως και πριν, με τη διαφορά ότι η ελαστική σταθερά θα είναι ίση με $\alpha = 0.24$. Δηλαδή κατά την ολίσθηση ενός σώματος του πλέγματος, το 96% της ενέργειας του μεταβιβάζεται στους πρώτους γείτονες ενώ το 4% απάγεται.

Στα σχήματα 3.4, 3.5, 3.6 απεικονίζεται η εξέλιξη της διασποράς κ_1 συναρτήσει του συμβατικού χρόνου σε διάφορες μεγεθύνσεις για καλύτερη κατανόηση του μεταβατικού σταδίου του συστήματος.

Σε αυτή την εκδοχή τα χαρακτηριστικά του μεταβατικού σταδίου γίνονται πιο πολύπλοκα. Η εξέλιξη του κ_1 δεν χαρακτηρίζεται από ένα ακρότατο όπως στο διατηρητικό μοντέλο αλλά από τρία. Πιο συγκεκριμένα μετά τις πρώτες διακυμάνσεις παρουσιάζεται μία απότομη μείωση που καταλήγει σε ένα ελάχιστο, κοινό και για τα τρία πλέγματα, την χρονική στιγμή ($T \approx 0.3$, σχήμα 3.6). Εν συνεχεία παρατηρούμε μία εξίσου απότομη αύξηση της διασποράς κ_1 που καταλήγει σε ένα τοπικό μέγιστο. Αυτό το μέγιστο επιτυγχάνεται σε διαφορετικούς χρόνους για τα πλέγματα διαφορετικής διάστασης. Το ίδιο συμβαίνει και με το ελάχιστο που

³Μία τέτοια τιμή για την μέση ενέργεια είναι αναμενόμενη αρχικά, καθώς η ενέργεια είναι ένας αριθμός που μεταξύ του 0 και 1 που δόθηκε τυχαία σε κάθε σώμα κατά την δόμηση του συστήματος

εμφανίζεται από μία βαθμιαία μείωση του κ_1 που ακολουθεί μετά το μέγιστο. Αναλυτικότερα το τελευταίο ελάχιστο εμφανίζεται :

1. Για το πλέγμα διάστασης $L = 50$ την χρονική στιγμή $T \approx 1$ (σχήμα 3.6)
2. Για το πλέγμα διάστασης $L = 100$ την χρονική στιγμή $T \approx 5$ (σχήμα 3.5)
3. Για το πλέγμα διάστασης $L = 50$ την χρονική στιγμή $T \approx 25$ (σχήμα 3.4)

Στην τελευταία φάση του μεταβατικού σταδίου (μετά το τρίτο ακρότατο) το κ_1 παρουσιάζει μία αργή αύξηση και τείνει καταλήξει στην τιμή $\kappa_u = \frac{1}{12} = 0.083$, που όπως έχουμε προαναφέρει και στη περίπτωση του διατηρητικού μοντέλου, μας πληροφορεί ότι το σύστημα μας έχει εισέλθει σε μία στάσιμη κατάσταση.

Παρατηρούμε ότι όσο πιο μεγάλο είναι το πλέγμα που μελετάμε τόσο μεταγενέστερα λαμβάνουν χώρα τα τελευταία δύο ακρότατα (μέγιστο-ελάχιστο). Αυτό γίνεται ακόμη πιο εμφανές αν διερευνήσουμε το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ του τελευταίου ελαχίστου και τη στιγμή που το κ_1 προσεγγίζει την κ_u (σχήμα 3.4). Όλα τα παραπάνω καταδεικνύουν την απουσία θερμοδυναμικού ορίου και κατά συνέπεια την μη ύπαρξη κρισιμότητας στο μη διατηρητικό μοντέλο OFC.

Στο σχήμα 3.7 έχουμε απεικονίσει την ακολουθία των χιονοστιβάδων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου καθώς και την μέση ενέργεια ανά σώμα συναρτήσει του χρόνου αυτού για τα τρία πλέγματα διάστασης $L(=50, 100, 200)$.

Διαπιστώνουμε ότι η μέση ενέργεια ανά σώμα αυξάνεται από μία αρχική τιμή (γύρω στο 0.5), συνοδευόμενη από μία αύξηση του μεγέθους των χιονοστιβάδων κατά δύο τάξεις μεγέθους, φτάνοντας σε ένα τοπικό μέγιστο. Στη συνέχεια ακολουθεί μία μείωση μέχρι το σχηματισμό ενός ελαχίστου που οφείλεται στη αλλαγή τάσης της ακολουθίας των χιονοστιβάδων (μείωση μεγέθους). Όταν η ακολουθία των χιονοστιβάδων παύει να εμφανίζει κάποια τάση τότε η μέση ενέργεια ανά σώμα τείνει να σταθεροποιηθεί σε μία τιμή, διαφορετική για κάθε πλέγμα διαφορετικής διάστασης, και με έντονες διακυμάνσεις.

3.3.3 Σύγκριση των δύο εκδοχών

Στις δύο παραπάνω υποενότητες παρατηρήσαμε ότι οι δύο εκδοχές του μοντέλου παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά στο μεταβατικό τους στάδιο. Αυτό έγινε εμφανές τόσο στην χρονοσειρά των χιονοστιβάδων (σχήματα 3.3, 3.7) όσο και στην συμπεριφορά της διασποράς κ_1 κατά το στάδιο αυτό (σχήματα 3.1, 3.4, 3.5, 3.6). Σε αυτή την παράγραφο θα γίνει προσπάθεια να εξηγηθούν τα ποιοτικά οι αιτίες αυτών των διαφορών.

Πιο συγκεκριμένα παρατηρούμε ότι το πρώτο τμήμα του μεταβατικού σταδίου είναι κοινό και για τις δύο εκδοχές του μοντέλου και αποτελείται από μία αύξηση του μεγέθους των χιονοστιβάδων κατά μία τάξη μεγέθους. Αυτό το τμήμα του μεταβατικού σταδίου πραγματοποιείται, σύμφωνα με τα σχήματα 3.9 και 3.10 στα εξής χρονικά διαστήματα :

1. $T \in (0.08, 0.11)$ για την διατηρητική εκδοχή του μοντέλου ($\alpha = 0.25$)
2. $T \in (0.10, 0.20)$ για την μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου ($\alpha = 0.24$)

Ένα ενδιαφέρον χαρακτηριστικό που αναδύεται ακόμη από αυτή την ανάλυση είναι το ότι το διατηρητικό μοντέλο οργανώνεται σε μικρότερους χρόνους σε σύγκριση με το μη διατηρητικό. Το δεύτερο τμήμα του μεταβατικού σταδίου είναι τελείως διαφορετικό στις δύο εκδοχές με βασική αιτία την απαγωγή ενέργειας που πραγματοποιείται, στο μη διατηρητικό μοντέλο, σε όλη την επιφάνεια του και όχι μόνο στα σύνορα αυτού.

Για να εξηγήσουμε αυτή τη διαφορετική τους συμπεριφορά θα εισάγουμε τον όρο του κατώφλιου διήθησης θέσης⁴. Ως κατώφλι διήθησης θέσης p_c ορίζουμε την πιθανότητα κατάληψης στην οποία εμφανίζεται ένα συσσωμάτωμα⁵ συγκρίσιμων διαστάσεων με αυτές του πλέγματος μας. Με άλλα λόγια είναι εκείνη η πιθανότητα κατάληψης στην οποία μπορεί να δημιουργηθεί ένα μονοπάτι από την μία άκρη του πλέγματος στην άλλη διαμέσου ενός συσσωματώματος όπως φαίνεται στο σχήμα 3.8. Στην περίπτωση μας θα ορίσουμε ως τιμή διήθησης θέσης P_{vis} το ποσοστό των σωμάτων που έχουν ολισθήσει (έστω και μία φορά) καθώς έχουν ξεπεράσει το κατώφλι της ενέργειας z_{th} .

Στα σχήματα 3.9, 3.10 παρατηρούμε ότι όταν η τιμή διήθησης θέσης είναι παραπλήσια τιμή με την κρίσιμη τιμή διήθησης για το δισδιάστατο τετραγωνικό πλέγμα [Lee, 2008] οι δύο εκδοχές του μοντέλου έχουν παρόμοια συμπεριφορά. Συνεπώς βρισκόμαστε στο πρώτο τμήμα του μεταβατικού σταδίου που αναλύθηκε παραπάνω. Σε αυτή τη φάση τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πλέγματος επικρατούν έναντι των αυξημένων απωλειών της ενέργειας που χαρακτηρίζουν τη μη διατηρητική εκδοχή.

Στη δεύτερη φάση του μεταβατικού σταδίου το διατηρητικό μοντέλο εμφανίζει δραστική αύξηση του μεγέθους των χιονοστιβάδων κατά αρκετές τάξεις μεγέθους. Η εικόνα αυτή καταστρέφεται στη δεύτερη φάση του μη διατηρητικού. Όταν το πλέγμα ξεπεράσει το κατώφλι διήθησης θέσης αρχίζουν να εμφανίζονται εκτενή συσσωμάτωμα που επί της ουσίας καθορίζουν τα μεγέθη των χιονοστιβάδων. Στο διατηρητικό μοντέλο αυτά τα συσσωμάτωμα έχουν απώλειες ενέργειας από το σύνορο τους ενώ στο μη διατηρητικό απάγεται ενέργεια από όλο το συσσωμάτωμα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα στο διατηρητικό μοντέλο η ενέργεια που αποθηκεύεται σε κάθε συσσωμάτωμα να είναι πολύ περισσότερη από την αντίστοιχη του μη διατηρητικού. Σε αυτή λοιπόν την φάση οι αυξημένες απώλειες ενέργειας που παρουσιάζει το μη διατηρητικό μοντέλο επικρατούν έναντι των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του πλέγματος, επιβάλλοντας έτσι χιονοστιβάδες μικρότερου μεγέθους από αυτές του διατηρητικού.

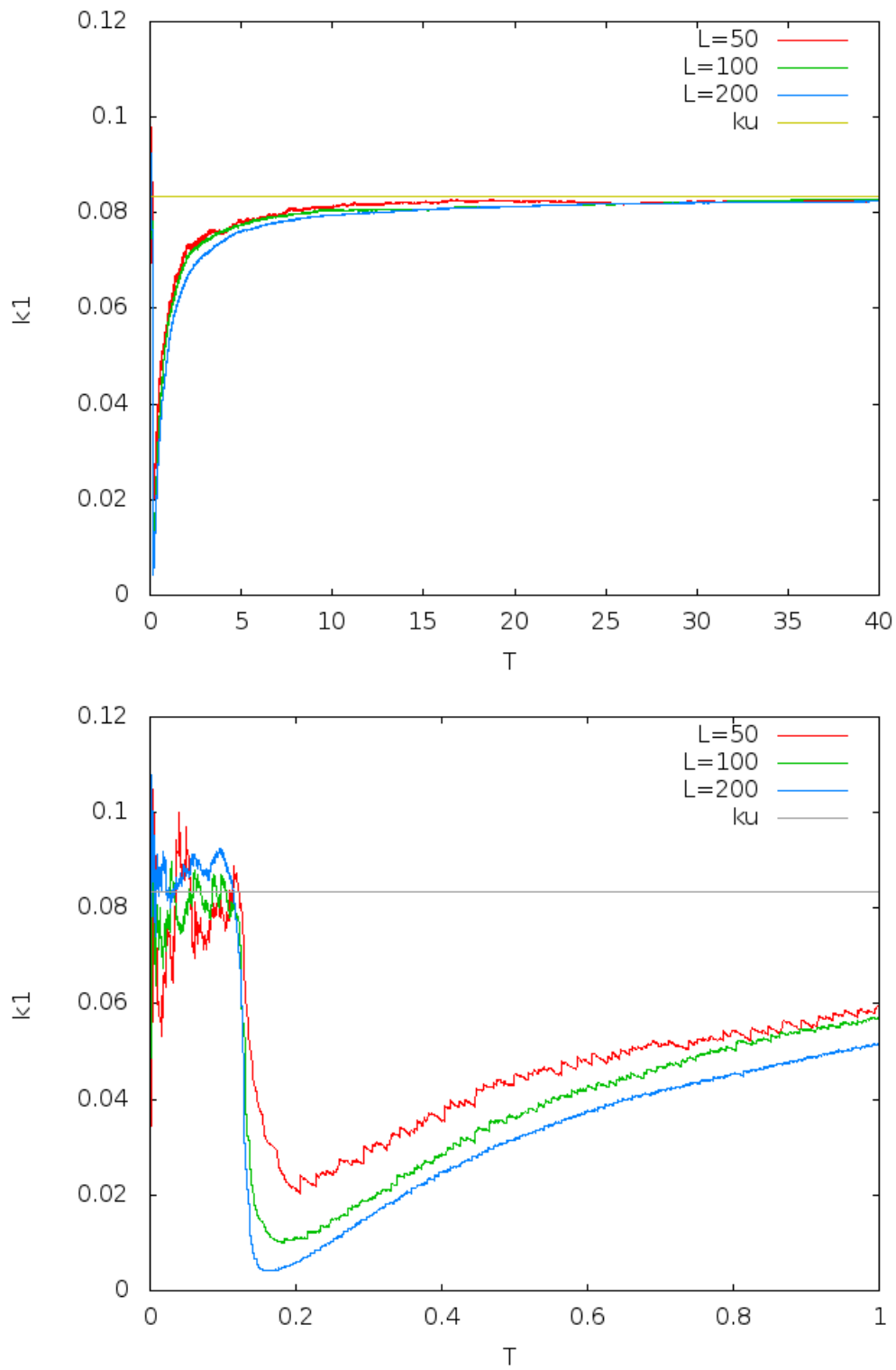
Τέλος ανακεφαλαιώνουμε τα όσα παρατηρήσαμε σχετικά με την συμπεριφορά του μοντέλου OFC κατά το μεταβατικό στάδιο, μελετώντας τη συμπεριφορά που εμφανίζουν η διασπορά κ_1 καθώς και η μέση ενέργεια ανά σωματίδιο. Στο διατηρητικό μοντέλο παρατηρήσαμε ότι τόσο οι καμπύλες του κ_1 όσο και αυτές της μέσης ενέργειας ανά σωματίδιο, που αναφέρονται σε πλέγματα διαφορετικής διάστασης, μεταπίπτουν σε μία καμπύλη. Αυτό υποδηλώνει

⁴Κατώφλι διήθησης θέσης: Percolation threshold

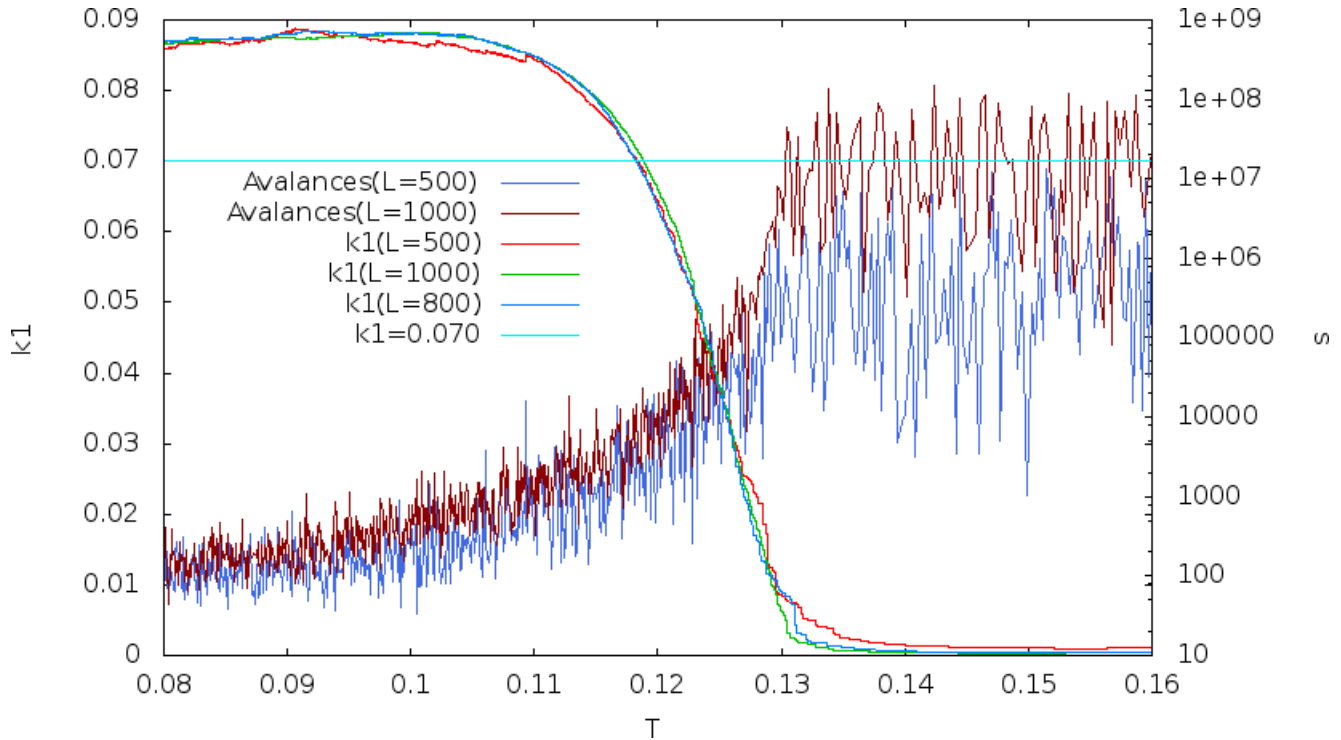
⁵Ο ακριβής ορισμός των συσσωματωμάτων παρατίθεται στο κεφάλαιο 4. Ως εκ τούτου δεν θεωρήθηκε σκόπιμο να αναλυθεί και σε αυτό το σημείο της εργασίας.

και την ύπαρξη κρισιμότητας στο διατηρητικό μοντέλο. Αντίθετα, στο μη διατηρητικό μοντέλο δεν παρατηρείται τέτοια συμπεριφορά και επομένως υπό αυτό το πρίσμα η εν λόγω εκδοχή δεν παρουσιάζει το φαινόμενο της κρισιμότητας.

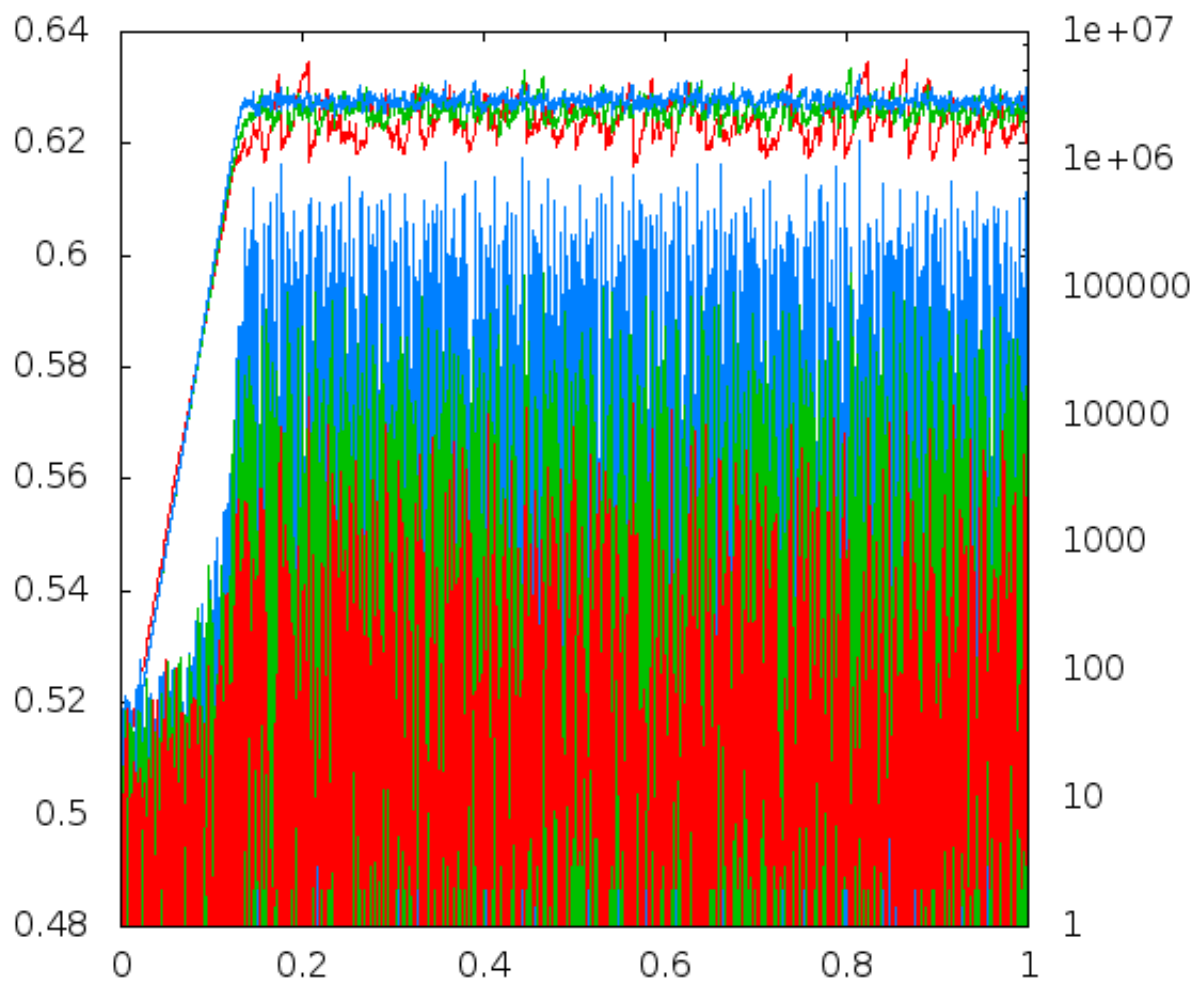
Όσον αφορά το μεταβατικό στάδιο του μοντέλου, και στις δύο εκδοχές του μοντέλου η διασπορά κ_1 σταθεροποιείται γύρω από την τιμή $\kappa_u = 1/12$ (σχήματα 3.1, 3.4), κάτι που υποδηλώνει ότι το σύστημα έχει εισέλθει σε στάσιμη κατάσταση.



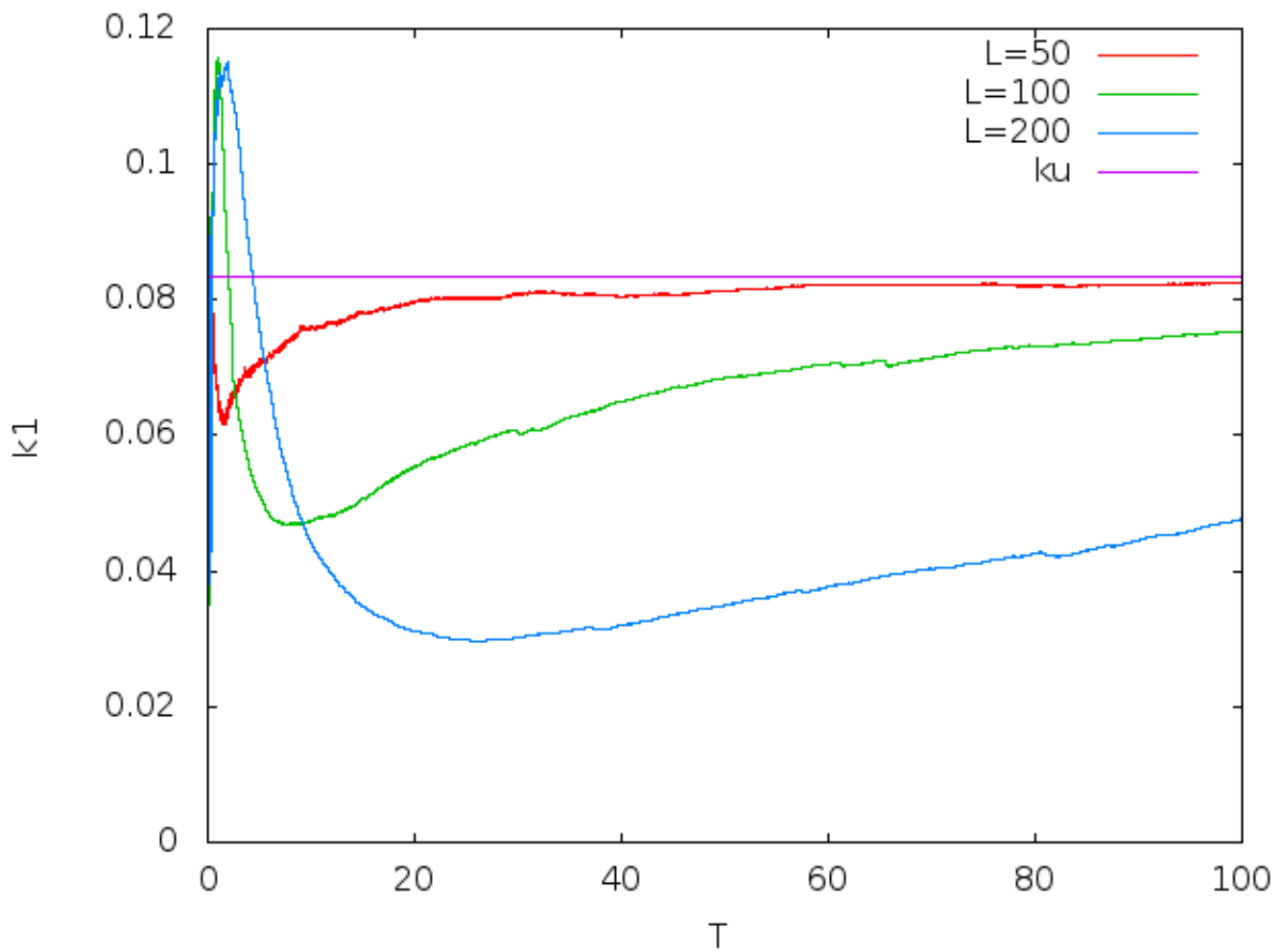
Σχήμα 3.1: Η διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.25$) για πλέγματα διάστασης $L=(50, 100, 200)$. Διάγραμμα της διασποράς κ_1 συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T .



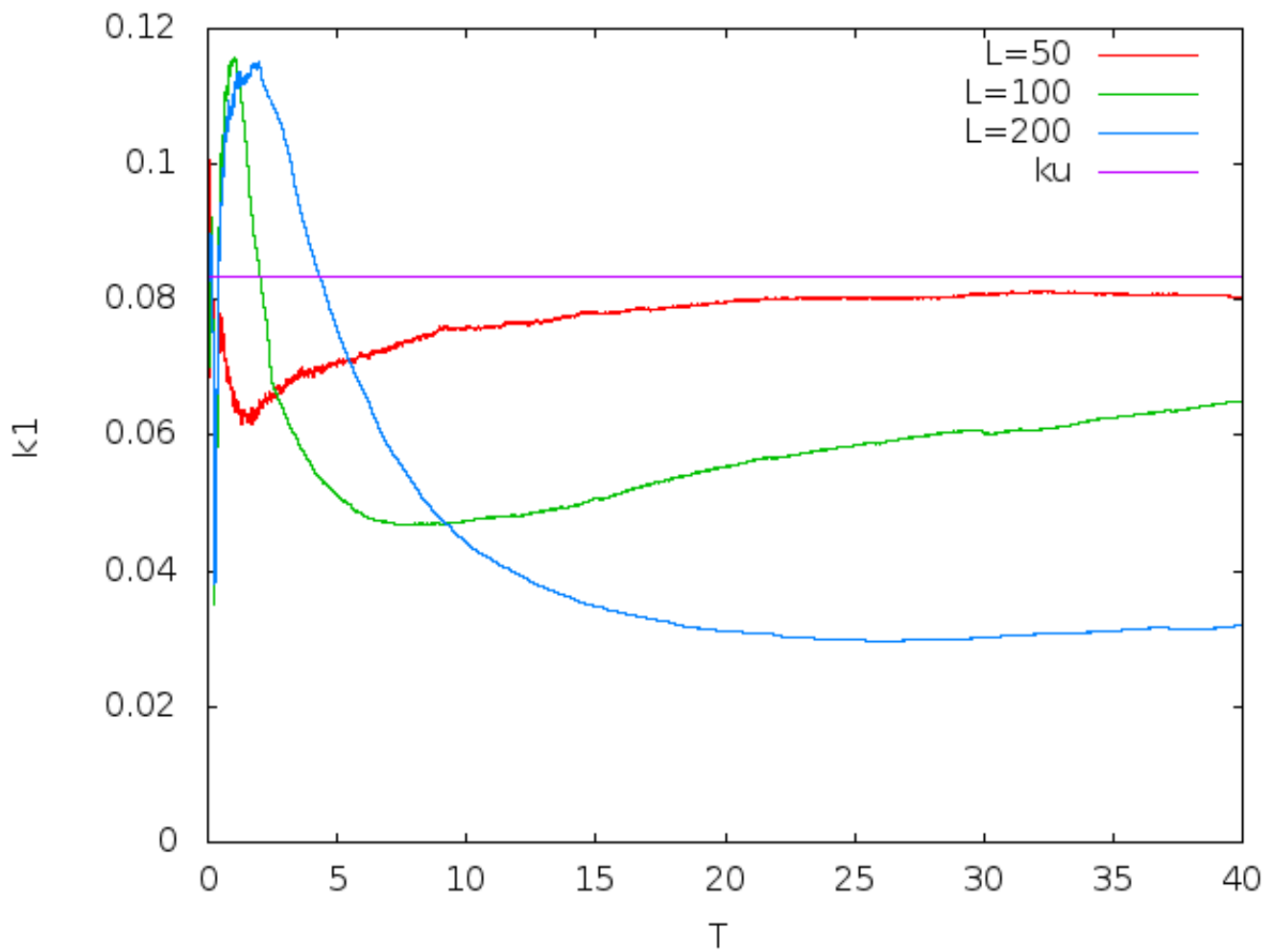
Σχήμα 3.2: Η διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.25$) για πλέγματα διάστασης $L=(500, 800, 1000)$. Διάγραμμα της διασποράς κ_1 και για τα τρία πλέγματα συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T . Διάγραμμα του μεγέθους των μέγιστων χιονοστιβάδων κάθε 30(100) διαδοχικές χιονοστιβάδες που δημιουργήθηκαν στο πλέγμα διάστασης $L=500(1000)$ συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T . Το διπλό αυτό διάγραμμα είναι εστιασμένο στην χρονική περίοδο που λαμβάνει χώρα ο μηδενισμός των τιμών της διασποράς κ_1 .



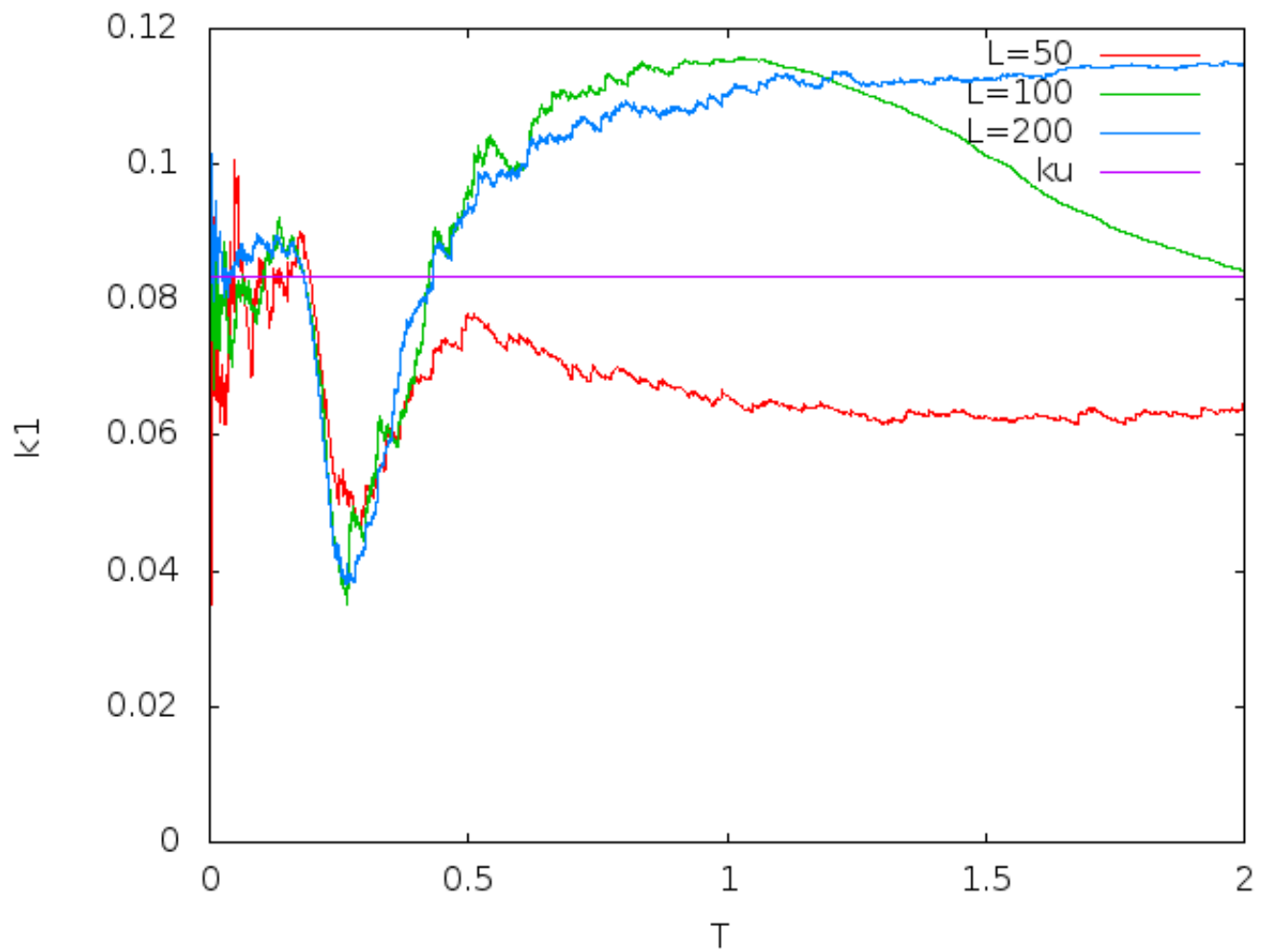
Σχήμα 3.3: Η διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.25$) για πλέγματα διάστασης $L=(50, 100, 200)$. Διάγραμμα μέσης ενέργειας ανά σώμα και για τα τρία πλέγματα συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T . Διάγραμμα του μεγέθους των χιονοστιβάδων των πλεγμάτων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T .



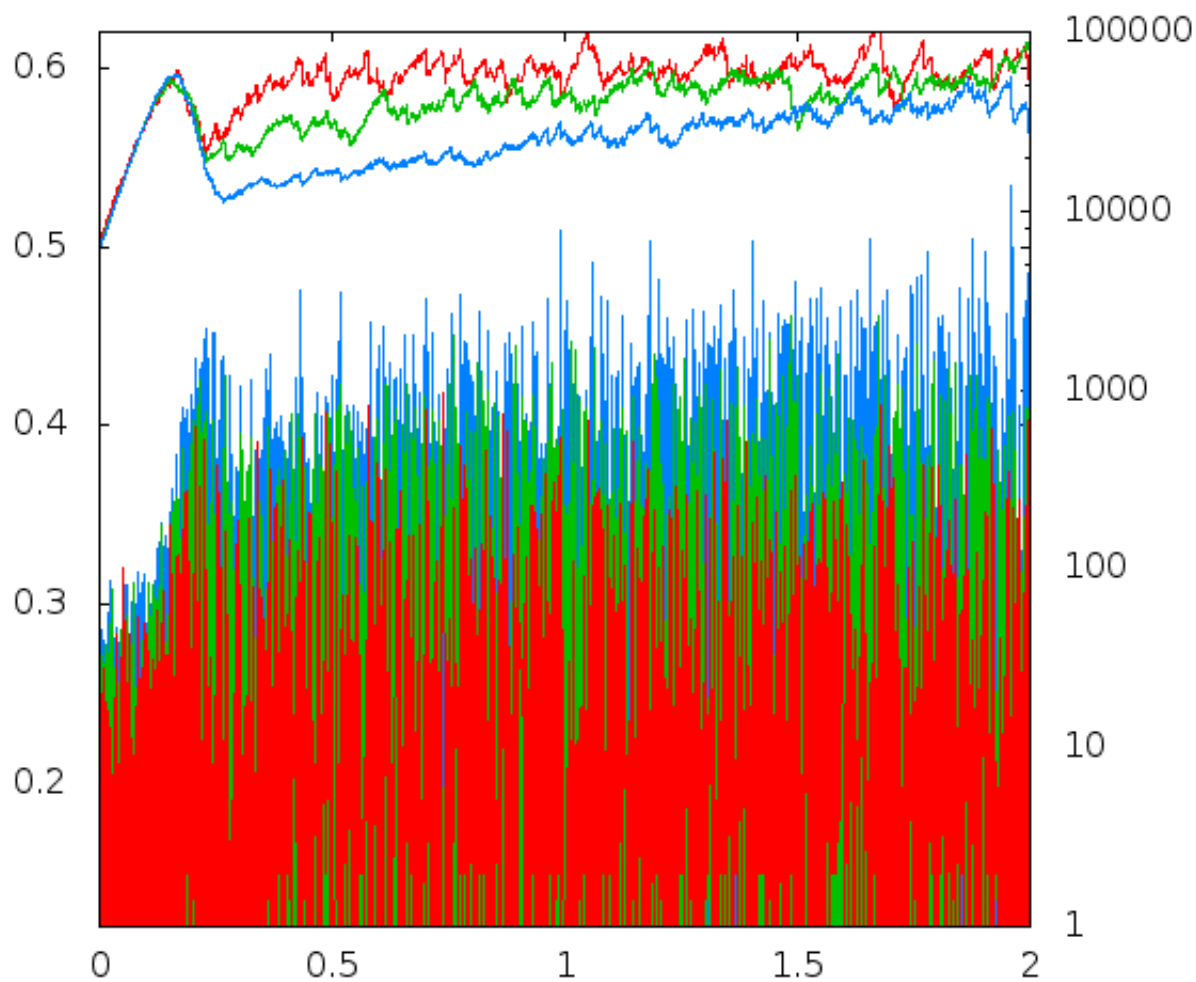
Σχήμα 3.4: Η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.24$) για πλέγματα διάστασης $L=(50, 100, 200)$. Διάγραμμα της διασποράς κ_1 συναρτήσει του συμβατικού χρόνου $T \in (0, 100)$.



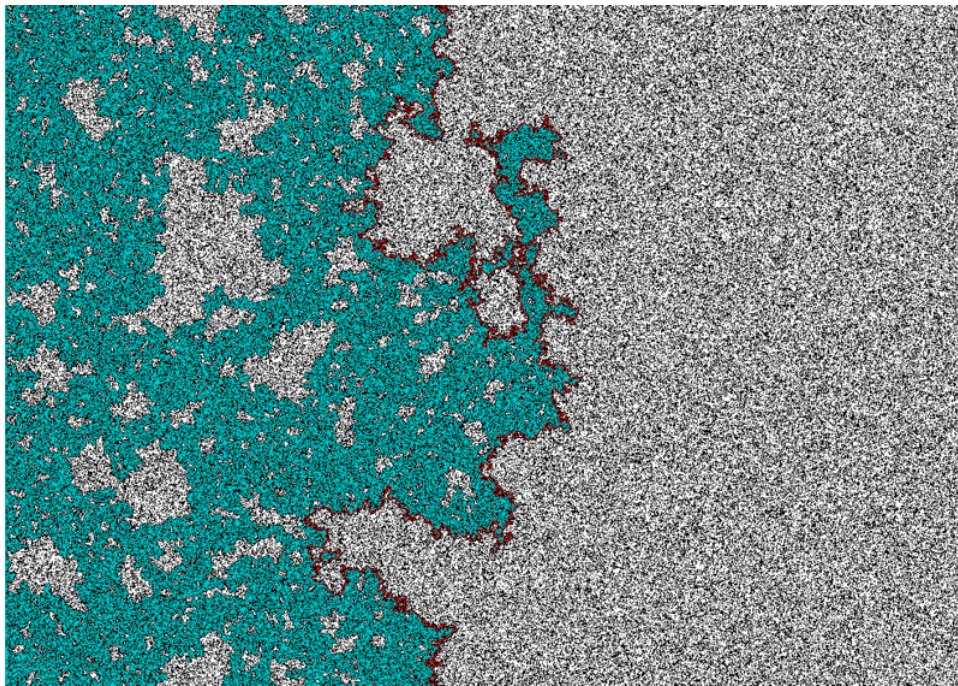
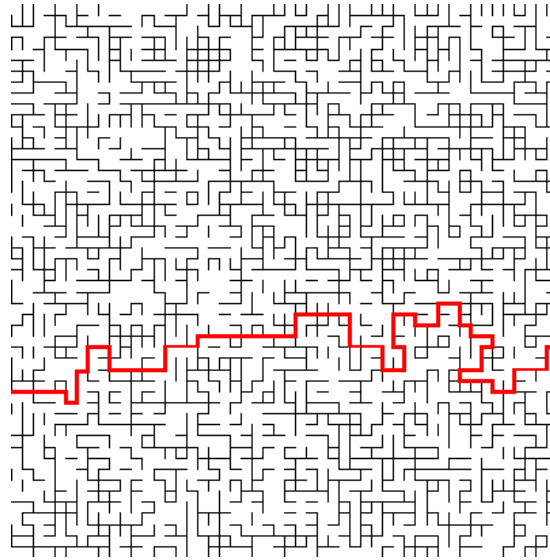
Σχήμα 3.5: Η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.24$) για πλέγματα διάστασης $L=(50, 100, 200)$. Διάγραμμα της διασποράς κ_1 συναρτήσει του συμβατικού χρόνου $T \in (0, 40)$.



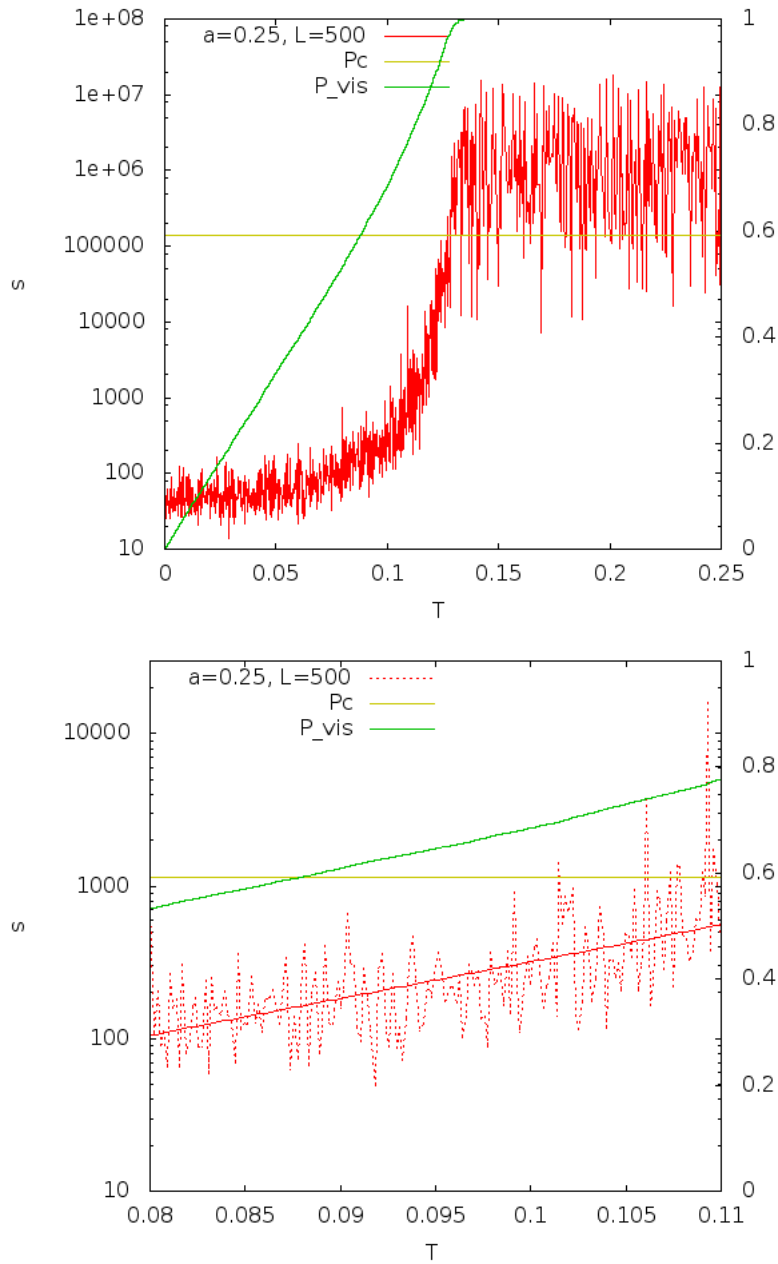
Σχήμα 3.6: Η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.24$) για πλέγματα διάστασης $L=(50, 100, 200)$. Διάγραμμα της διασποράς κ_1 συναρτήσει του συμβατικού χρόνου $T \in (0, 2)$.



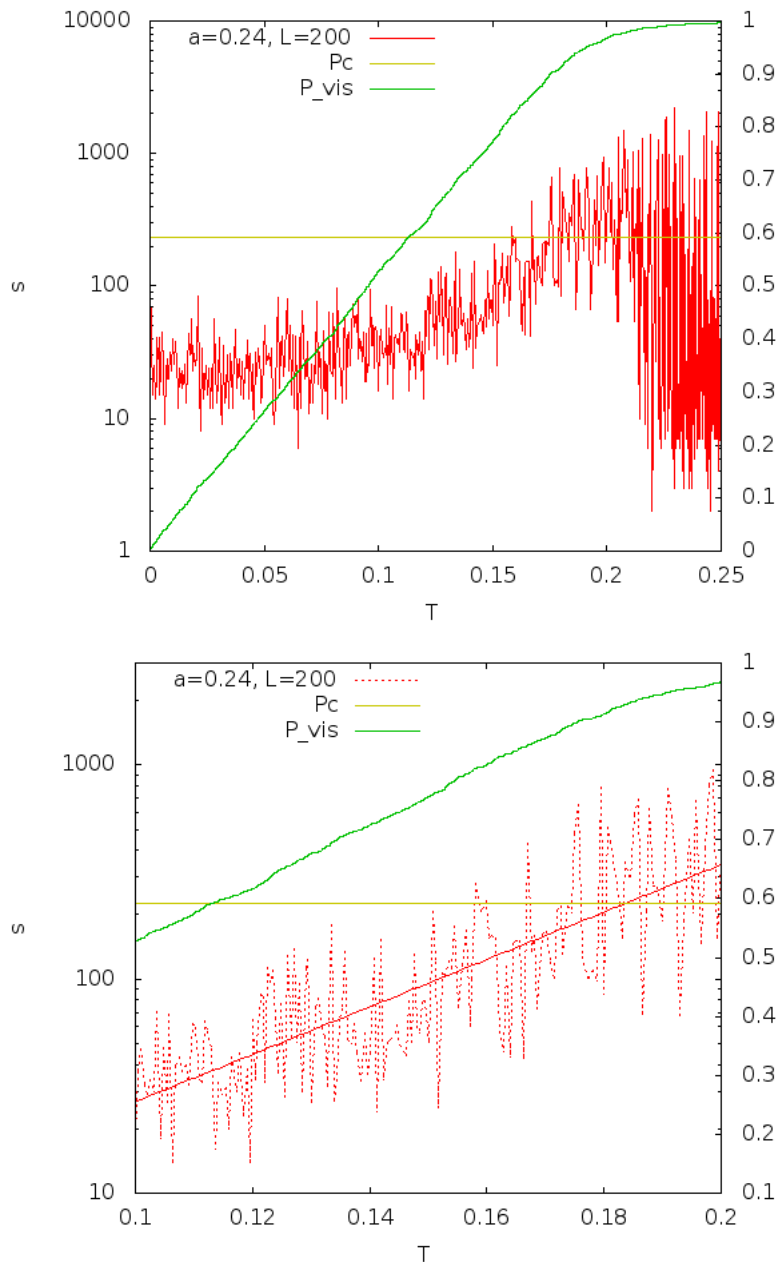
Σχήμα 3.7: Η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.24$) για πλέγματα διάστασης $L=(50, 100, 200)$. Διάγραμμα μέσης ενέργειας ανά σώμα και για τα τρία πλέγματα συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T . Διάγραμμα του μεγέθους των χιονοστιβάδων των πλεγμάτων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T .



Σχήμα 3.8: Παραδείγματα πλεγμάτων που έχουν ξεπεράσει το κατώφλι διήθησης θέσης και έχει σχηματιστεί ένα μονοπάτι από τη μία έως την άλλη άκρη του συστήματος.



Σχήμα 3.9: Η διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.25$) για πλέγμα διάστασης $L=500$. Διάγραμμα του μεγέθους των χιονοστιβάδων των πλεγμάτων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T . Η κόκκινη γραμμή απεικονίζει την γραμμική συμπεριφορά την ακολουθίας των χιονοστιβάδων. Η ανοιχτόχρωμη πράσινη γραμμή απεικονίζει το κατώφλι διήθησης θέσης για το δισδιάστατο τετραγωνικό πλέγμα. Η σκουρόχρωμη πράσινη γραμμή απεικονίζει το ποσοστό των σωμάτων που έχουν ολισθήσει (έστω και μία φορά) καθώς έχουν ξεπεράσει το κατώφλι της ενέργειας z_{th} .



Σχήμα 3.10: Η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC ($\alpha = 0.24$) για πλέγμα διάστασης $L=200$. Διάγραμμα του μεγέθους των χιονοστιβάδων των πλεγμάτων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου T . Η κόκκινη γραμμή απεικονίζει την γραμμική συμπεριφορά την ακολουθίας των χιονοστιβάδων. Η ανοιχτόχρωμη πράσινη γραμμή απεικονίζει το κατώφλι διήθησης θέσης για το δισδιάστατο τετραγωνικό πλέγμα. Η σκουρόχρωμη πράσινη γραμμή απεικονίζει το ποσοστό των σωμάτων που έχουν ολισθήσει (έστω και μία φορά) καθώς έχουν ξεπεράσει το κατώφλι της ενέργειας z_{th} .

Κεφάλαιο 4

Μελέτη συνεκτικών δομών που αναπτύσσονται στο μοντέλο OFC

4.1 Εισαγωγή

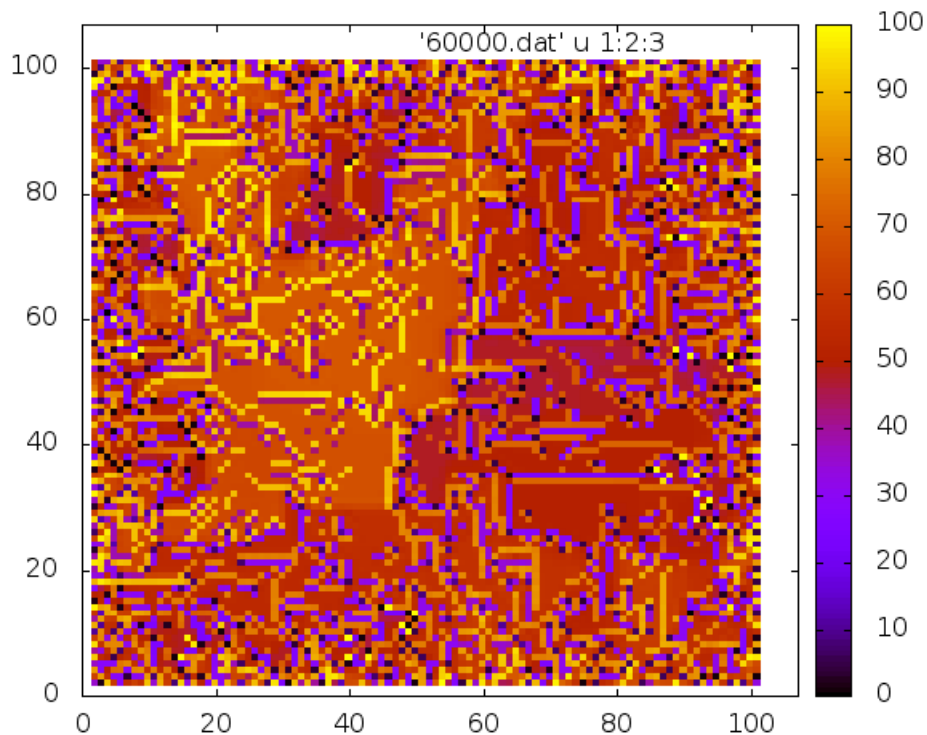
Στο μη διατηρητικό μοντέλο, κατά την εξέλιξη του συστήματος παρατηρήθηκε η δημιουργία συνεκτικών δομών που αναπτύσσονται μεταξύ των σωμάτων του πλέγματος. Πρόκειται για το φαινόμενο κατά το οποίο γειτνιάζοντα σώματα αποκτούν παραπλήσιες τιμές της συνισταμένης δύναμης – ενέργειας δημιουργώντας αθροίσματα, που θα τα αποκαλούμε συσσωματώματα.

Μάλιστα έχει αποδειχτεί ότι χιονοστιβάδες διαφορετικής κλίμακας προέρχονται από διαφορετικό μηχανισμό γένεσης, που και στις δύο περιπτώσεις έχει να κάνει με τα συσσωματώματα που υπάρχουν στο πλέγμα [Drossel, 2002]. Πιο συγκεκριμένα οι μεγάλες χιονοστιβάδες οφείλονται κατά κύριο λόγο σε ολισθήσεις ολόκληρων συσσωματωμάτων, ενώ οι μικρότερες σε ολισθήσεις που λαμβάνουν χώρα στα σύνορα μεταξύ των συσσωματωμάτων και συνιστούν τις προσεισμικές και τις μετασεισμικές ακολουθίες [Hergarten and Neugebauer, 2002].

Αρχικά σε αυτό το κεφάλαιο, θα ποσοτικοποιηθούν αυτές οι συνεκτικές δομές και εν συνεχεία θα μελετηθούν σε αντιστοιχία με την διασπορά κ_1 . Επιπλέον θα διερευνηθούν στατιστικά οι χρονικές συσχετίσεις των δομών και θα εξεταστεί αν μπορούμε από αυτό να εξάγουμε πληροφορία για το μεταβατικό στάδιο καθώς και την είσοδο του συστήματος στη στάσιμη κατάσταση.

4.2 Ορισμός συνεκτικών δομών (συσσωματωμάτων).

Όπως προαναφέρθηκε ως συσσωμάτωμα θεωρούμε το πλήθος των γειτνιαζόντων σωμάτων που την δεδομένη χρονική στιγμή έχουν παραπλήσιες τιμές της ενέργειας. Για παράδειγμα ας θεωρήσουμε ότι έχουμε ένα σώμα κάπου στο πλέγμα με ενέργεια z_1 . Αν ένας ή περισσότεροι από τους πρώτους γείτονες του έχουν ενέργεια $z_1 \pm \delta z$, τότε μαζί με το πρώτο σώμα αποτελούν ένα αρχικό συσσωμάτωμα. Εν συνεχεία ελέγχονται με την ίδια λογική οι πρώτοι γείτονες του αρχικού συσσωματώματος και επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία ταυτοποιούμε ολόκληρα συσσωματώματα, όπως αυτά που φαίνονται στο σχήμα 4.1.



Σχήμα 4.1: Στιγμιότυπο του πλέγματος διάστασης $L=100$, όπου τα χρώματα αναπαριστούν τη ενέργεια του κάθε σώματος. Όσο πιο ανοιχτόχρωμο είναι ένα σώμα τόσο πιο μεγάλο ποσό ενέργειας είναι αποθηκευμένο σε αυτό. Περιοχές με παρόμοιες αποχρώσεις αποτελούν τα συσσωματώματα αυτού του στιγμιότυπου.

Το ερώτημα που δημιουργείται σε αυτό το σημείο είναι η ακριβής τιμή του δz με βάση την οποία θα κρίνουμε αν το σώμα ανήκει ή όχι σε ένα συσσωμάτωμα. Για να λύσουμε αυτό το ζήτημα θα εισάγουμε την έννοια του κρίσιμου συσσωματώματος και με βάση αυτό θα ορίσουμε και τα υπόλοιπα συσσωματώματα σε ένα πλέγμα κάποια δεδομένη στιγμή.

Ως κρίσιμο συσσωμάτωμα ορίζουμε των πλήθος των σωμάτων που αν ένα από αυτά ξεπεράσει το κατώφλι ενέργειας και ολισθήσει, τότε θα ολισθήσουν διαδοχικά και τα υπόλοιπα χωρίς να τους προσφερθεί ενέργεια εξωτερικά. Έτσι τα σώματα με ενέργεια από $z_{th} - \alpha z_{th}$

4.3. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΩΝ ΣΥΣΣΩΜΑΤΩΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΕΞΕΛΙΞΗΣ

μέχρι z_{th} , όπου α αποτελεί τη ελαστική σταθερά, που συνδέονται μεταξύ τους με την ιδιότητα των πρώτων γειτόνων αποτελούν το κρίσιμο συσσωμάτωμα. Με αντίστοιχο συλλογισμό, τα σώματα με ενέργεια από $z_{th} - 2\alpha z_{th}$ μέχρι $z_{th} - \alpha z_{th}$ που συνδέονται μεταξύ τους με την ιδιότητα των πρώτων γειτόνων θα αποτελούν και αυτά ένα συσσωμάτωμα και ούτω καθ'εξής.

Συμπερασματικά χωρίζουμε το ενεργειακό φάσμα των σωμάτων του πλέγματος σε μικρότερα υποσύνολα ενέργειας :

1. 1ο υποσύνολο ενέργειας (κρίσιμο) : Από $z_{th} - \alpha z_{th}$ μέχρι z_{th} .
2. 2ο υποσύνολο ενέργειας : Από $z_{th} - 2\alpha z_{th}$ μέχρι $z_{th} - \alpha z_{th}$.
3. 3ο υποσύνολο ενέργειας : Από $z_{th} - 3\alpha z_{th}$ μέχρι $z_{th} - 2\alpha z_{th}$.
4.
5.
6.
7.
8. $\nu - 1$ ο υποσύνολο ενέργειας : Από 0 μέχρι $z_{th} - (\nu - 1)\alpha z_{th}$.

Τα σώματα που ανήκουν στο ίδιο υποσύνολο ενέργειας και παράλληλα έχουν την ιδιότητα των πρώτων γειτόνων κατατάσσονται στο ίδιο συσσωμάτωμα.

4.3 Υλοποίηση αλγορίθμου για τον υπολογισμό των συσσωματωμάτων και της εξέλιξης αυτών.

Για την αριθμητική προσομοίωση του μοντέλου OFC και την εύρεση των συσσωματωμάτων αρχικά κατασκευάσαμε ένα πρόγραμμα χρησιμοποιώντας την γλώσσα προγραμματισμού Fortran. Στο πρόγραμμα αυτό αναπαριστούμε το τετραγωνικό πλέγμα ($L \times L$) του μοντέλου με ένα πίνακα Z ίδιων διαστάσεων και ακολουθούμε τα εξής βήματα :

1. Γεμίζουμε τον πίνακα Z με τυχαίους αριθμούς μεταξύ του 0 και 1. Οι αριθμοί $Z(i, j)$ αυτοί συμβολίζουν την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο σώμα, λόγω των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό, που βρίσκεται στο αντίστοιχο σημείο του πλέγματος. Η μονάδα αποτελεί το κατώφλι της ενέργειας (z_{th}), πάνω από την οποία το σώμα ολισθαίνει.
2. Αν σε κάποιο από τα σώματα η ενέργεια έχει περάσει το κατώφλι ($z_{i,j} \geq z_{th} = 1$), τότε αυτό ολισθαίνει. Η ενέργεια του μηδενίζεται και ποσό ενέργειας ίσο με $\alpha z_{i,j}$ μεταβιβάζεται σε καθέναν από τους πρώτους γείτονες, όπως φαίνεται στις σχέσεις 4.1, 4.2.

$$z_{NN} \rightarrow z_{NN} + \alpha z_{i,j} \quad (4.1)$$

$$z_{i,j} \rightarrow 0 \quad (4.2)$$

όπου z_{NN} είναι οι ενέργειες των τεσσάρων πρώτων γειτώνων. Μία χιονοστιβάδα αρχίζει να δημιουργείται.

3. Επαναλαμβάνουμε το δεύτερο βήμα μέχρι όλα τα στοιχεία του πίνακα να έχουν τιμές μικρότερες της μονάδας. Η χιονοστιβάδα¹ τελειώνει και το πλήθος των ολισθήσεων θεωρείται ανάλογο της ενέργειας της. Μάλιστα αριθμός αυτών αποτελεί το μέγεθος (s) της χιονοστοιβάδας και θεωρείται η μεταβλητή Q_k . Σε αντίθεση με τους προηγούμενους αλγορίθμους, αν το μέγεθος της χιονοστιβάδας είναι κάτω από $L/10$ ($s < \frac{L}{10}$) τότε αυτή αγνοείται στην ανάλυση μας.
4. Χωρίζουμε το πλέγμα στα ενεργειακά του υποσύνολα, όπως αυτά ορίστηκαν στην ενότητα 4.1. Υπολογίζουμε τα συσσωματώματα που υπάρχουν σε καθένα από αυτά με την προϋπόθεση ότι ο αριθμός των σωμάτων που συμμετέχουν σε αυτά είναι μεγαλύτερος από $(\frac{L}{10})^2$. Καταγράφουμε το πλήθος των συσσωματωμάτων, το πλήθος των σωμάτων που συμμετέχουν σε αυτά, καθώς και το πλήθος των σωμάτων που συμμετέχουν στο μεγαλύτερο συσσωμάτωμα που υφίσταται την εν λόγω χρονική στιγμή.
5. Υπολογίζουμε την παράμετρο κ_1 μετά το πέρας κάθε χιονοστιβάδας με βάση τις σχέσεις 4.3, 4.4.

$$p_k = \frac{Q_k}{\sum_{n=1}^N Q_n} \quad (4.3)$$

$$\kappa_1 = \sum_{k=1}^N p_k \left(\frac{k}{N} \right)^2 - \left(\sum_{k=1}^N p_k \frac{k}{N} \right)^2 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2 \quad (4.4)$$

6. Υπολογίζουμε την μέση ενέργεια ανά σώμα $\bar{z}$ μετά το πέρας κάθε χιονοστιβάδας με βάση τη σχέση 4.5

$$\bar{z} = \frac{\sum_{n=1}^{L*L} z_n}{L * L} \quad (4.5)$$

7. Εντοπίζουμε τα σώματα τα οποία έχουν ολισθήσει, έστω και μία φορά, και εν συνεχεία υπολογίζουμε το ποσοστό τους σε σχέση με το σύνολο των σωμάτων του πλέγματος με βάση την σχέση 4.6:

$$P_{vis} = \frac{\text{number of slipped blocks}}{\text{total number of blocks}} \quad (4.6)$$

8. Εντοπίζουμε το σώμα με την μεγαλύτερη ενέργεια (z_{max}). Εν συνεχεία προθέτουμε σε κάθε σώμα (στοιχείο του πίνακα z) πόσοτητα ίση με $\delta z = z_{th} - z_{max}$. Σε αυτό σημείο πρέπει να αναφέρουμε ότι στο δz έχουμε προσδώσει την έννοια του συμβατικού χρόνου (T). Έτσι ορίζουμε την ποσότητα $f = \sum \delta z$ και θεωρούμε $T \equiv f$. Επιστρέφουμε στο δεύτερο βήμα.

¹ Αντί του όρου χιονοστιβάδα μπορούμε να χρησιμοποιούμε τον όρο σεισμό και αντίστροφα.

Ο αλγόριθμος, που χρησιμοποιήθηκε για αυτή την προσομοίωση, παρατίθεται αναλυτικά στο παράρτημα Δ με όνομα προγράμματος 'cluster.ofc'.

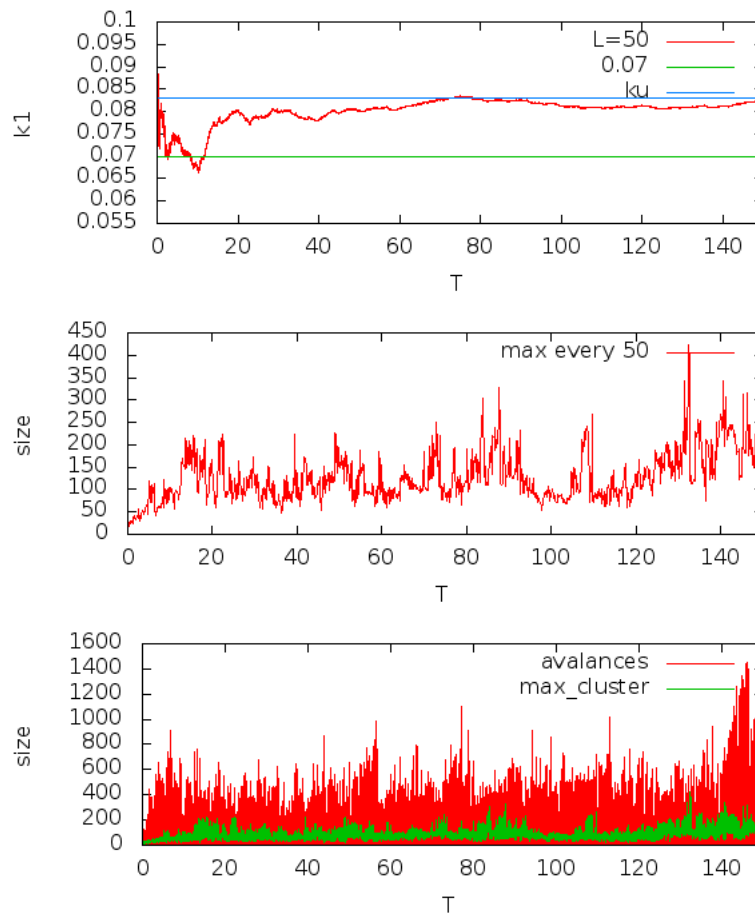
4.4 Μελέτη εξέλιξης συσσωματωμάτων σε αντιστοιχία με την διασπορά κ_1 .

Καθημερινά λαμβάνουν χώρα σεισμοί, οι οποίοι λόγω του μικρού τους μεγέθους δεν καταγράφονται από τους σεισμογράφους και δεν γίνονται αισθητοί από τον άνθρωπο. Έτσι και στο μοντέλο OFC που μελετάμε, δεν θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν όλες τις χιονοστιβάδες, οσοδήποτε μικρές, στην ανάλυση μας στο φυσικό χρόνο.

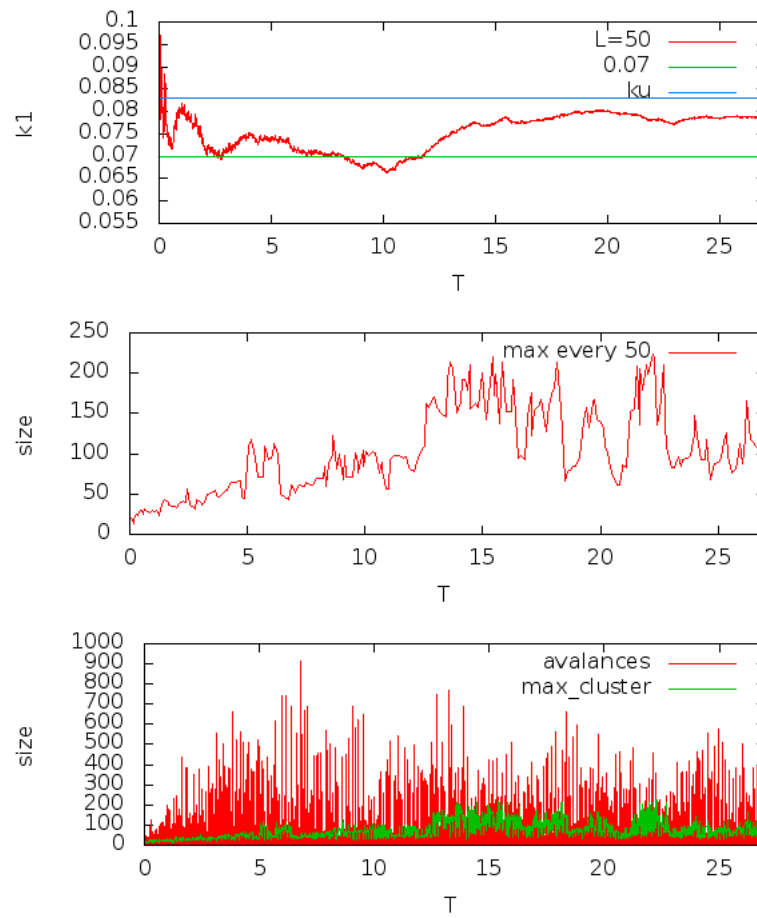
Με βάση τη παραπάνω θεώρηση, θα αγνοήσουμε όλες τις χιονοστιβάδες που το μέγεθος τους θα είναι κάτω από το ένα δέκατο της γραμμικής διάστασης του πλέγματος που μελετάμε ($s < \frac{L}{10}$). Κατά συνέπεια τα συσσωματώματα, των οποίων ο αριθμός σωμάτων, από τα οποία απαρτίζονται, είναι μικρότερος από $(\frac{L}{10})^2$ θα παραληφθούν από την μελέτη μας. Εν συνεχεία με την βοήθεια του προγράμματος cluster.ofc για πλέγματα γραμμικής διάστασης $L (= 50, 100, 200, 300)$ και θέτοντας την ελαστική να ισούται με $\alpha = 0.22$ υπολογίζουμε :

1. Τον αριθμό των συσσωματωμάτων συναρτήσει του συμβατικού χρόνου.
2. Τον συνολικό αριθμό των σωμάτων που συμμετέχουν σε συσσωματώματα συναρτήσει του συμβατικού χρόνου.
3. Τον αριθμό σωμάτων που απαρτίζουν, σε κάθε χρονικό βήμα, το μεγαλύτερο συσσωματώμα συναρτήσει του συμβατικού χρόνου.

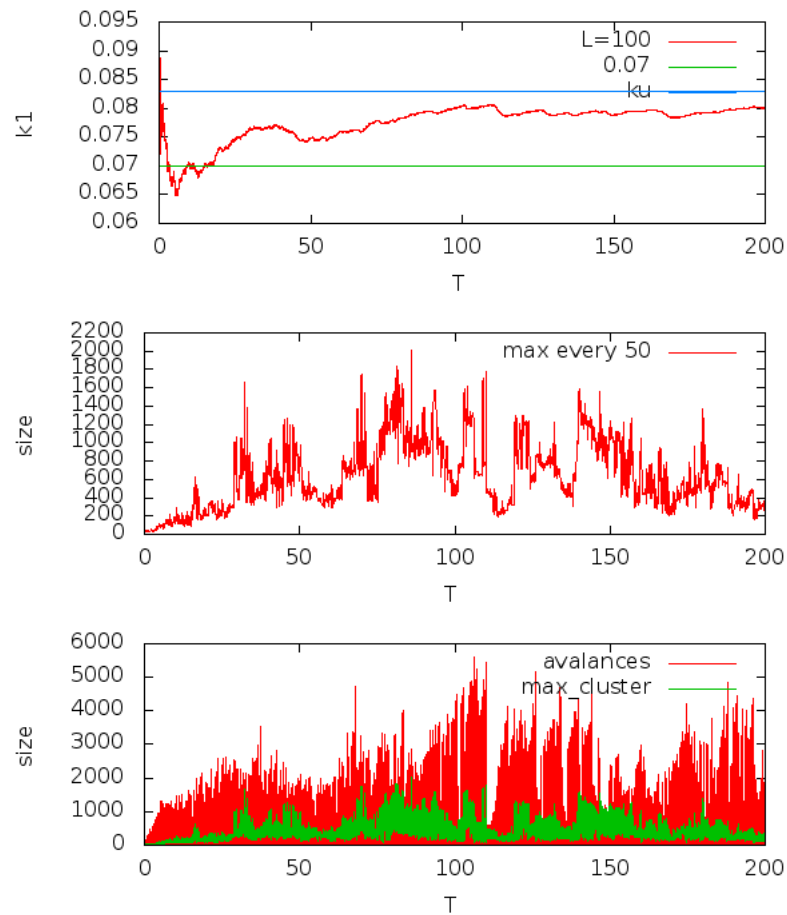
και κατόπιν χαράζουμε τα σχήματα 4.2-4.9.



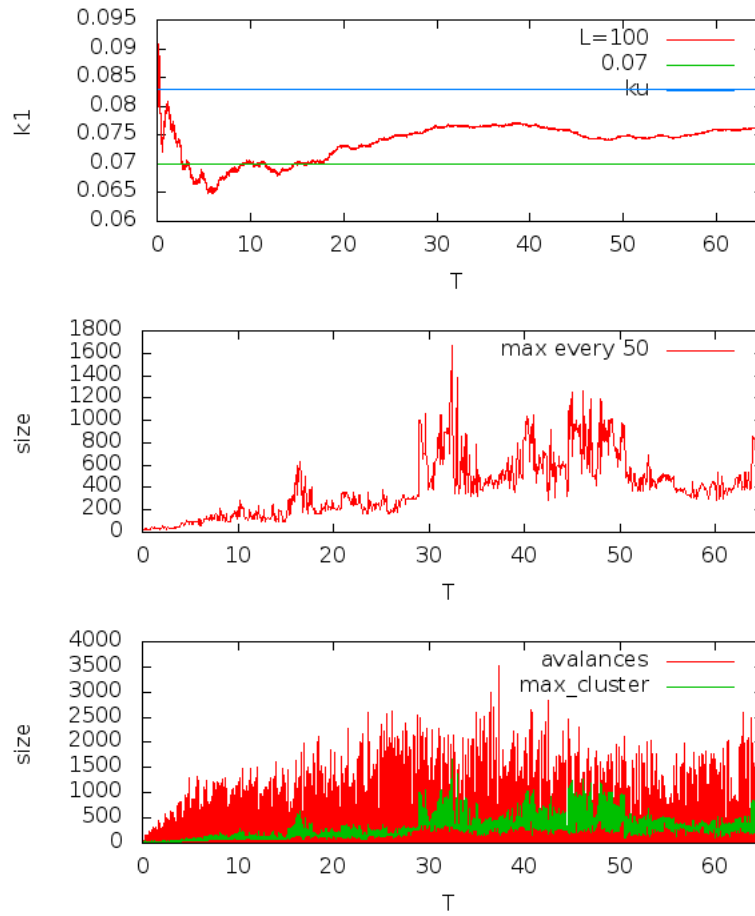
Σχήμα 4.2: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 50$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 150)$.



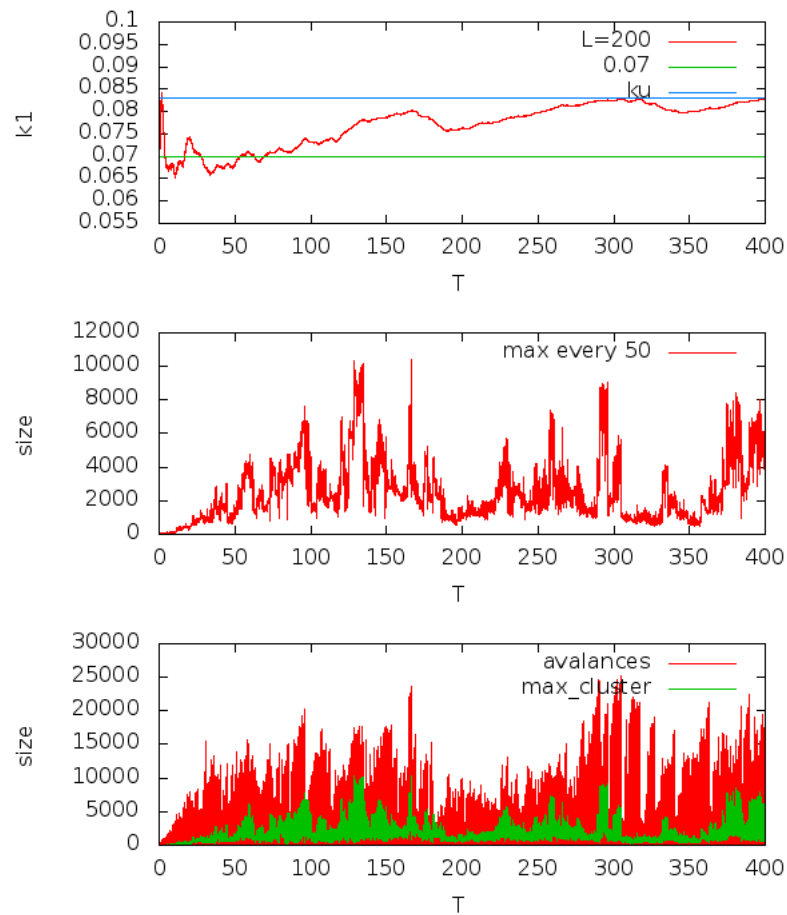
Σχήμα 4.3: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 50$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 30)$.



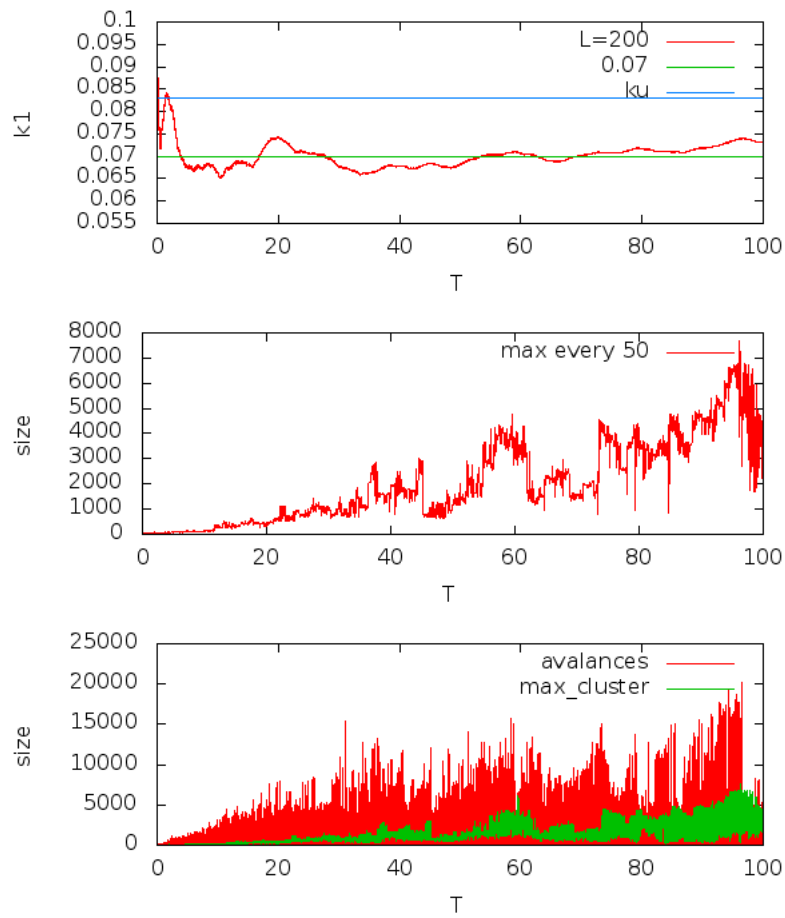
Σχήμα 4.4: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 100$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 200)$.



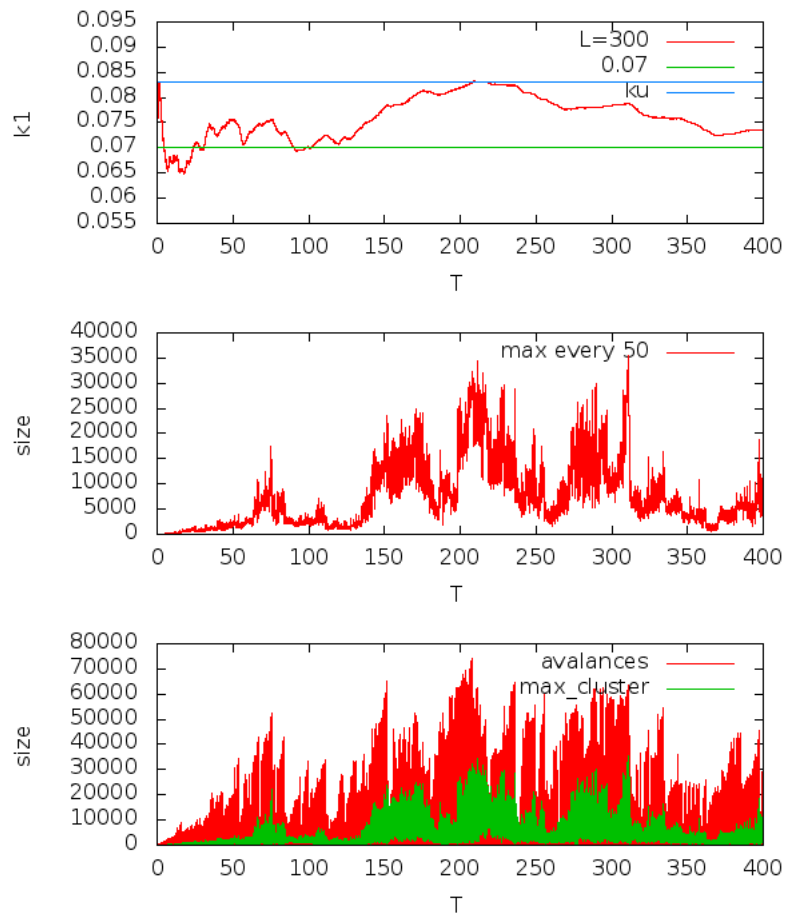
Σχήμα 4.5: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 100$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 70)$.



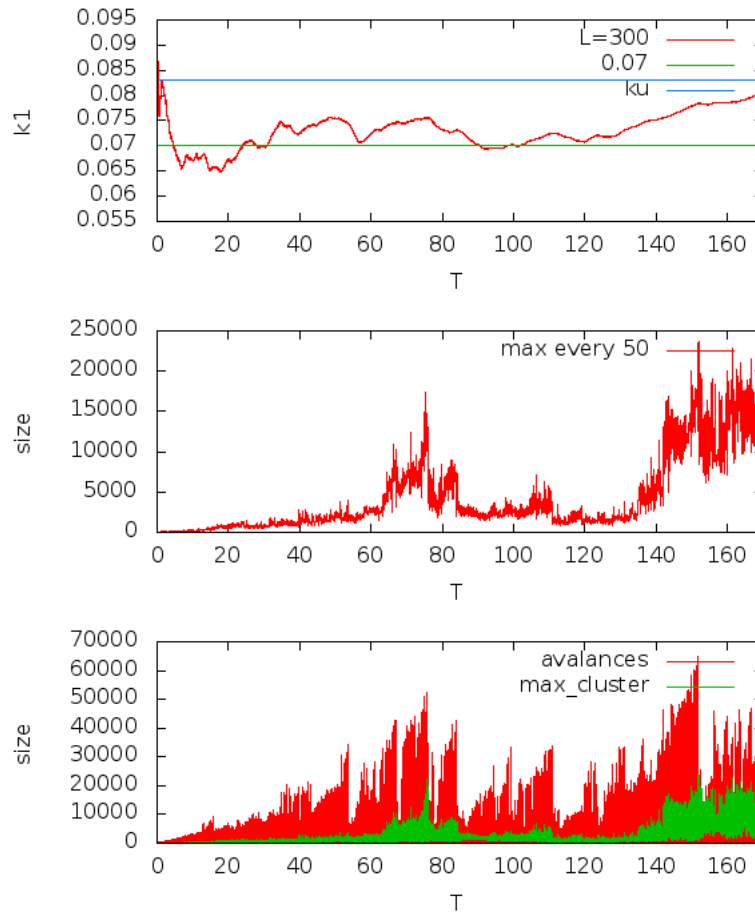
Σχήμα 4.6: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 200$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 400)$.



Σχήμα 4.7: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 200$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 100)$.



Σχήμα 4.8: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 300$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 400)$.

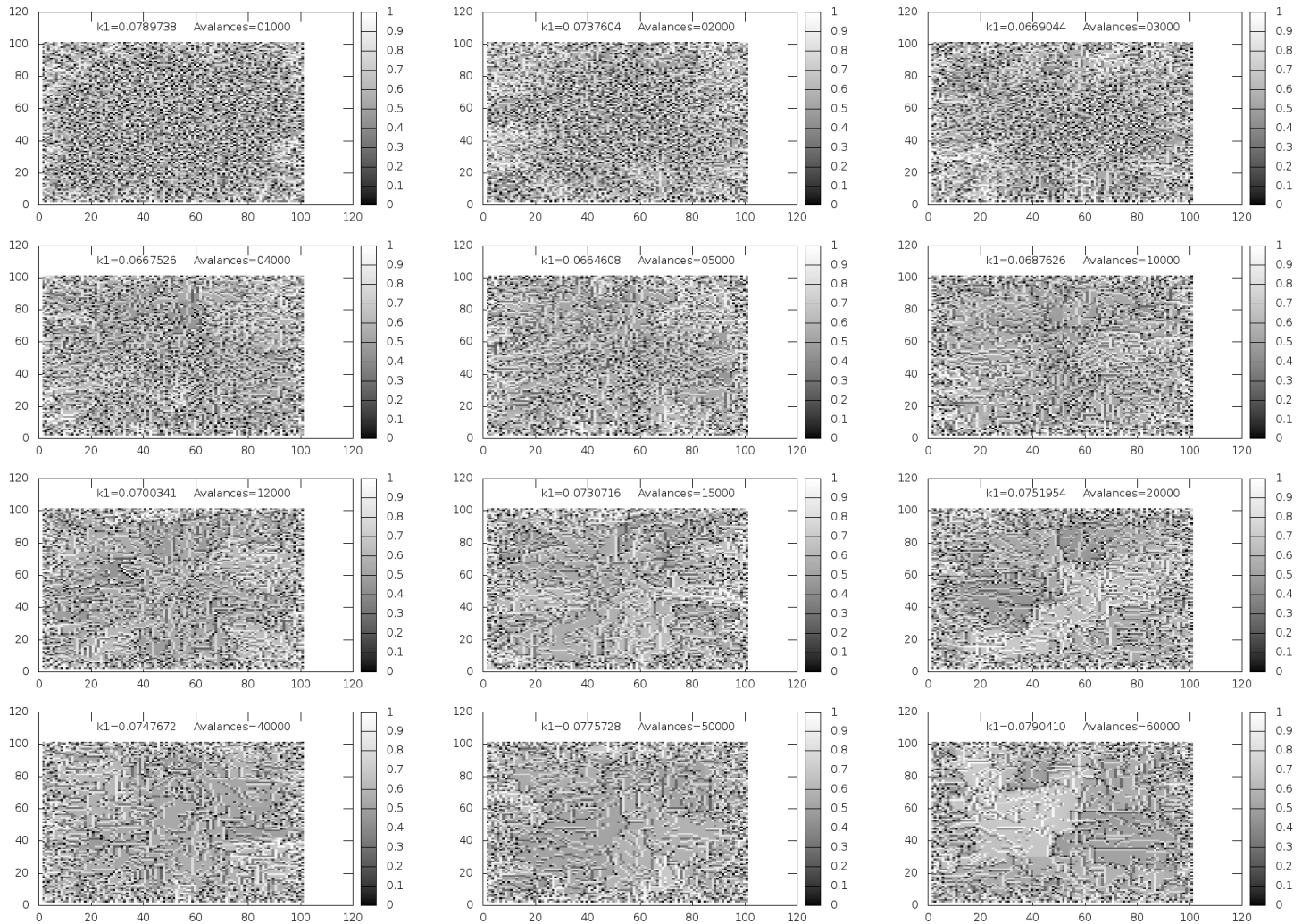


Σχήμα 4.9: Το μοντέλο OFC για πλέγμα γραμμικής διάστασης $L = 300$ και πλεγματικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του μέγιστου από 50 διαδοχικά μεγαλύτερα συσσωματώματα. Το τρίτο απεικονίζει ταυτόχρονα την χρονική εξέλιξη την ακολουθίας των χιονοστιβάδων και των μέγιστων συσσωματωμάτων. Η χρονική εξέλιξη αναφέρεται στον συμβατικό χρόνο $T \in (0, 170)$.

Στο σχήμα 4.2 παρατηρούμε ότι το μέγεθος του μεγαλύτερου συσσωματώματος αυξάνεται με το πέρασμα του συμβατικού χρόνου. Αυτή όμως η αύξηση δεν είναι ούτε συνεχής ούτε μονότονη. Μια πιο επισταμένη παρατήρηση του σχήματος 4.3, το οποίο αποτελεί μεγέθυνση του σχήματος του 4.2, μας δείχνει ότι τα πρώτα σημαντικά συσσωματώματα εμφανίζονται όταν η διαφορά κ_1 προσεγγίζει για τελευταία φορά την τιμή 0.07 και αρχίσει να “οδεύει” προς

την τιμή $\kappa_u = 0.083$. Την ίδια ακριβώς συμπεριφορά των μεγίστων συσσωματωμάτων παρατηρούμε και στα πλέγματα μεγαλύτερης διάστασης ($L = 100, 200, 300$) στα σχήματα 4.4-4.9.

Άμεση συνέπεια των παραπάνω αποτελεί το γεγονός ότι η οπτική αναγνώριση των πρώτων εκτεταμένων συνεκτικών δομών πραγματοποιείται όταν η διασπορά κ_1 προσεγγίζει την τιμή 0.07 για τελευταία φορά όπως φαίνεται στο σχήμα 4.10, όπου απεικονίζονται διαφορετικά στιγμιότυπα² ενός πλέγματος γραμμικής διάστασης $L = 100$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.

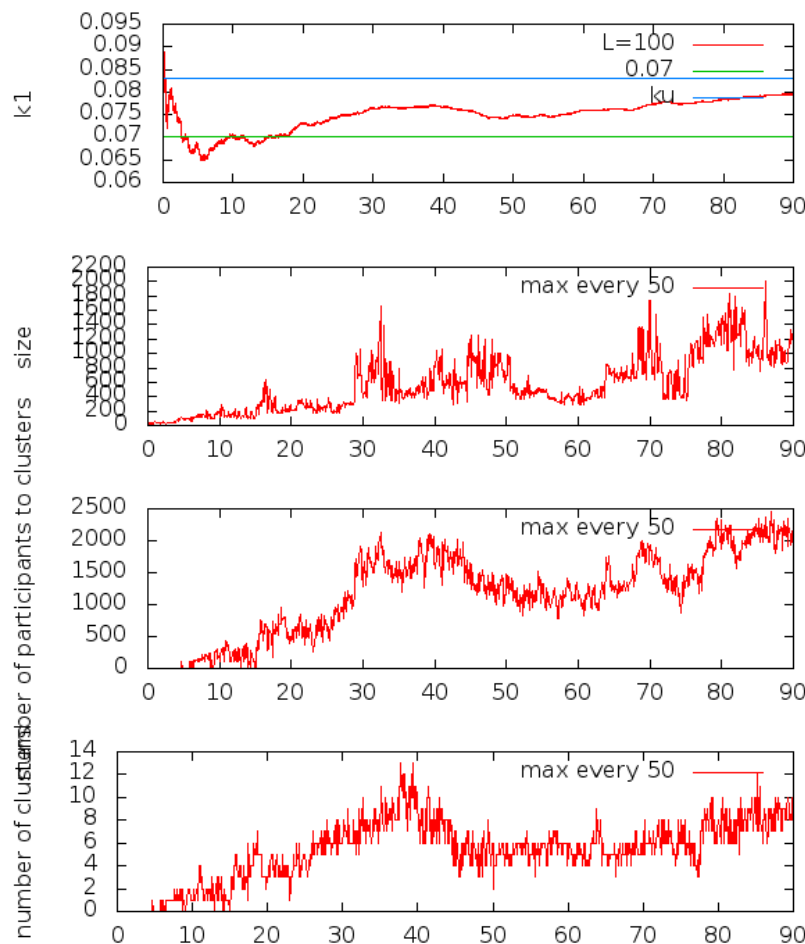


Σχήμα 4.10: Στιγμιότυπα του πεδίου τάσεων του μοντέλου OFC ($L = 100, \alpha = 0.22$). Οι πρώτες συνεκτικές δομές παρατηρούνται όταν η διασπορά κ_1 προσεγγίζει για τελευταία φορά την τιμή 0.07. Όσο πιο ανοιχτόχρωμο είναι ένα σώμα τόσο πιο πολύ συσσωρευμένη ενέργεια έχει.

²Τα διαφορετικά στιγμιότυπα αναφέρονται σε διαφορετικές χρονικές στιγμές και άρα διαφορετικές τιμές του κ_1 .

Επιπλέον καθώς το σύστημα πλησιάζει στην τιμή κ_u δημιουργούνται τα μεγαλύτερα συσσωματώματα που παρατηρούνται στο πλέγμα κατά το μεταβατικό στάδιο του μοντέλου.

Επιστρέφοντας στο σχήμα 4.2, στο τρίτο κατά σειρά διάγραμμα παρατηρούμε ότι οι εμφάνιση των μεγαλύτερων συσσωματωμάτων συνεπάγεται και την δημιουργία των μεγαλύτερων χιονοστιβάδων. Μία εικόνα που “εμμένει” και στα σχήματα 4.4, 4.6, 4.8 (αντίστοιχα τρίτα διαγράμματα) για τα πλέγματα μεγαλύτερων διαστάσεων και αποτελεί ισχυρή ένδειξη αυτού που αναφέραμε στη εισαγωγή του κεφαλαίου. Δηλαδή ότι οι μεγάλοι σεισμοί (χιονοστιβάδες) οφείλονται στην ολίσθηση ολόκληρων μεγάλων συσσωματωμάτων ενώ οι μικρότεροι, σε ολίσθησεις που λαμβάνουν χώρα στα σύνορα μεταξύ των συσσωματωμάτων και συνιστούν τις προσεισμικές και τις μετασεισμικές ακολουθίες.



Σχήμα 4.11: Το μοντέλο OFC ($L = 100, \alpha = 0.22$). Το πρώτο διάγραμμα δείχνει την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 . Το δεύτερο την χρονική εξέλιξη του αριθμού των σωμάτων που απαρτίζουν το μέγιστο συσσωμάτωμα. Το τρίτο τον αριθμό των σωμάτων που απαρτίζουν τα συσσωματώματα και το τέταρτο το πλήθος συσσωματωμάτων συναρτηθεί του συμβατικού χρόνου.

Ολοκληρώνοντας την παρούσα ενότητα, στο σχήμα 4.11 απεικονίζουμε την χρονική εξέλιξη της διασποράς κ_1 , του αριθμού των σωμάτων που απαρτίζουν τα συσσωματώματα, του αριθμού των σωμάτων που απαρτίζουν το μέγιστο συσσωμάτωμα καθώς και πλήθους των συσσωματωμάτων σε τέσσερα παράλληλα διαγράμματα για το πλέγμα διάστασης $L = 100$. Για να είναι πιο καθαρή οι απεικόνιση των ποσοτήτων στα τρία τελευταία διαγράμματα έχουμε κρατήσει την μέγιστη τιμή κάθε 50 διαδοχικών τιμών. Σε αυτά διαφαίνεται ότι καθώς η τιμή του κ_1 τείνει προς την τιμή $\kappa_u = 0.083$, οι τελευταίες τρεις ποσότητες τείνουν να σταθεροποιηθούν (με μικρή διακύμανση) γύρω από κάποια τιμή. μια συμπεριφορά πιθανόν να σηματοδοτεί το “πέρασμα” του μοντέλου από το μεταβατικό στάδιο σε στάσιμη κατάσταση. Η περαιτέρω εξέταση αυτού χρήζει στατιστικής μελέτης και θα γίνει στην επόμενη ενότητα.

4.5 Στατιστική μελέτη συσσωματωμάτων

4.5.1 Detrended Fluctuation Analysis (DFA)

Η Detrended Fluctuation Analysis [Peng et al., 1994, 1995] αποτελεί μια καθιερωμένη μέθοδος, η οποία έχει αναπτυχθεί προκειμένου να ποσοτικοποιηθούν οι συσχετίσεις μεγάλης εμβέλειας, που ακολουθούν νόμο δύναμης, σε χρονοσειρές που δεν είναι στάσιμες.

Έχει εφαρμοστεί σε διάφορα επιστημονικά πεδία όπως η μελέτη του DNA [Peng et al., 1993; Stanley et al., 1999], η μετεωρολογία [Ivanova and Ausloos, 1999; Talkner and Weber, 2000] και η οικονομική επιστήμη [Ivanov et al., 2004; Vandewalle and Ausloos, 1998; Ausloos et al., 1999; Liu et al., 1997]. Το μεγάλο πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η συστηματική απαλοιφή των πολυωνυμικών τάσεων που υπάρχουν σε μία χρονοσειρά.

Η DFA βασίζεται στην θεώρηση του τυχαίου περιπατητή και υλοποιείται ως εξής [Varotsos et al., 2011]:

Αρχικά υπολογίζουμε, από την σχέση 4.7, το προφίλ της χρονοσειράς $(x_i), i = 1, 2, \dots, N$ με μέση τιμή το $\bar{x}$

$$y(n) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \quad (4.7)$$

όπου η μέση τιμή $\bar{x}$ μίας χρονοσειράς μεγέθους N δίνεται από την σχέση 4.8

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4.8)$$

Στην συνέχεια χωρίζουμε το προφίλ $y(n)$ σε μη επικαλυπτόμενα τμήματα μήκους s . Σε κάθε τμήμα υπολογίζουμε την πολυωνυμική τάση $y_s^{(l)}(n)$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων και εν συνεχεία την αφαιρούμε από το αρχικό προφίλ σύμφωνα με τη σχέση 4.9.

$$\tilde{y}_s(n) = y(n) - y_s^{(l)}(n) \quad (4.9)$$

Στην πραγματικότητα το $\tilde{y}_s(n)$ αποτελεί το καινούργιο μας προφίλ από το οποίο έχουμε απαλείψει την πολυωνυμική τάση. Η διακύμανση του $\tilde{y}_s(n)$ δίνεται από τη σχέση 4.10.

$$F(s) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\tilde{y}_s(n)]^2} \quad (4.10)$$

Επαναλαμβάνοντας τους παραπάνω υπολογισμούς (σχέσεις 4.7-4.10) για διάφορα μεγέθη τμημάτων n με σκοπό να εξάγουμε μία σχέση μεταξύ της διακύμανσης $F(s)$ και του s . Αν προκύψει μία σχέση νόμου δύναμης όπως η 4.11

$$F(s) \sim s^\alpha \quad (4.11)$$

είναι ενδεικτική της ύπαρξης αναλοιώτητας κλίμακας (συμπεριφορά fractal) ως προς τις διακυμάνσεις που υπάρχουν στην χρονοσειρά μας. Αυτές οι διακυμάνσεις μπορούν να χαρακτηριστούν από τον εκθέτη κλιμάκωσης α . Λογαριθμίζοντας την 4.11 παίρνουμε:

$$\log(F(s)) \sim \alpha \log(s) \quad (4.12)$$

Από την σχέση 4.12 προκύπτει άμεσα ότι από την κλίση της ευθείας $\log F(s)$ συναρτήσει του $\log(s)$ παίρνουμε τον εκθέτη κλιμάκωσης α . Αν $\alpha=0.5$, δεν υπάρχουν συσχετίσεις μεταξύ των δεδομένων της χρονοσειράς μας και το σήμα θεωρείται ασυσχέτιστο (λευκός θόρυβος). Αν $\alpha>0.5$ τότε στην χρονοσειρά μας υπάρχουν συσχετίσεις μεγάλης εμβέλειας, μάλιστα όσο μεγαλύτερο είναι ο εκθέτης κλιμάκωσης α τόσο πιο ισχυρές γίνονται οι συσχετίσεις. Τέλος αν $\alpha<0.5$ το σήμα μας εμφανίζει αντισυσχετίσεις, δηλαδή ακραίες τιμές είναι πιο πιθανές από τις πλησιέστερες.

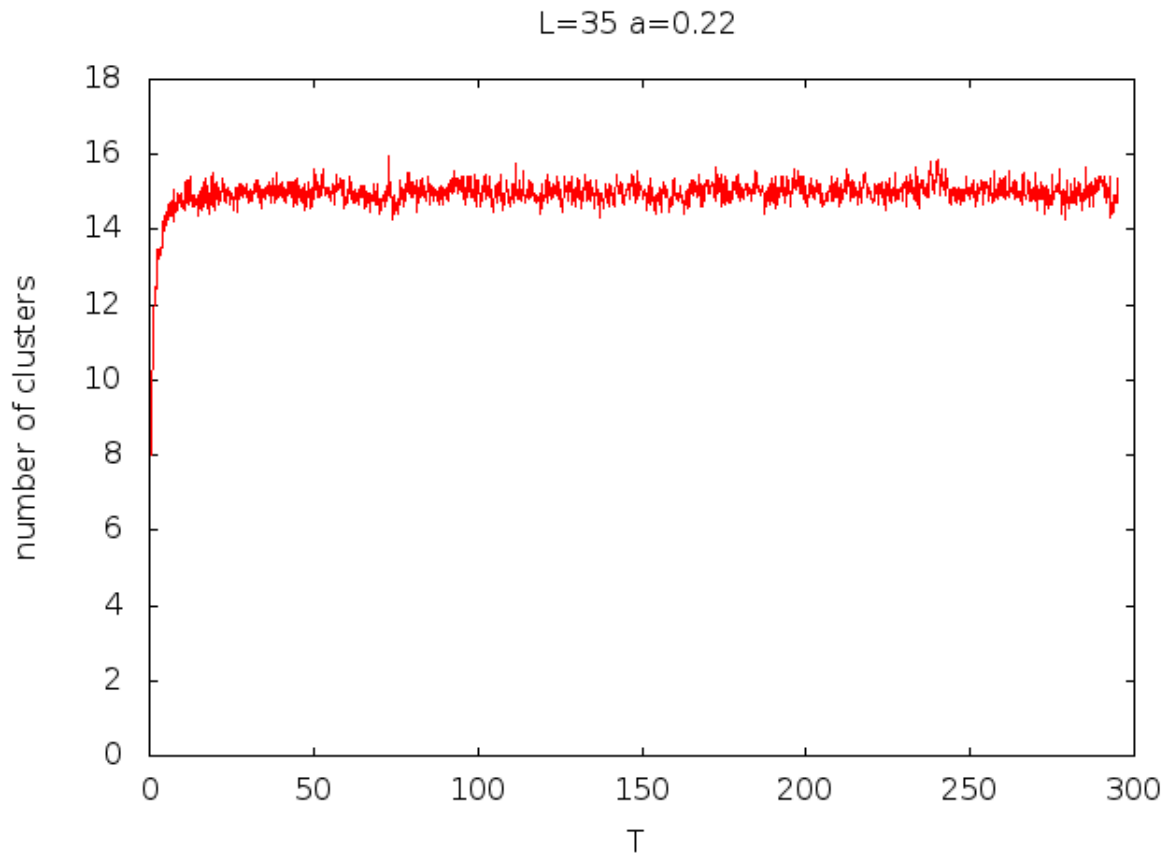
Για την μέθοδο DFA χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα `dfa.c`, το οποίο είναι υλοποιημένο στη γλώσσα προγραμματισμού `C++`, όπως αυτό παρέχεται δωρεάν από την ιστοσελίδα www.physionet.org. Ο πλήρης κώδικας του προγράμματος παρατίθεται στο παράρτημα Ε.

4.5.2 Χρονική εξέλιξη συσσωματωμάτων

Για την στατιστική μελέτη των συσσωματωμάτων χρησιμοποιήθηκαν τρία πλέγματα γραμμικής διάστασης $L (= 35, 50, 100)$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$. Για κάθε πλέγμα εκτελέστηκε το πρόγραμμα `cluster.ofc` 100 φορές³ και κατόπιν εξήχθησαν οι μέσες τιμές των

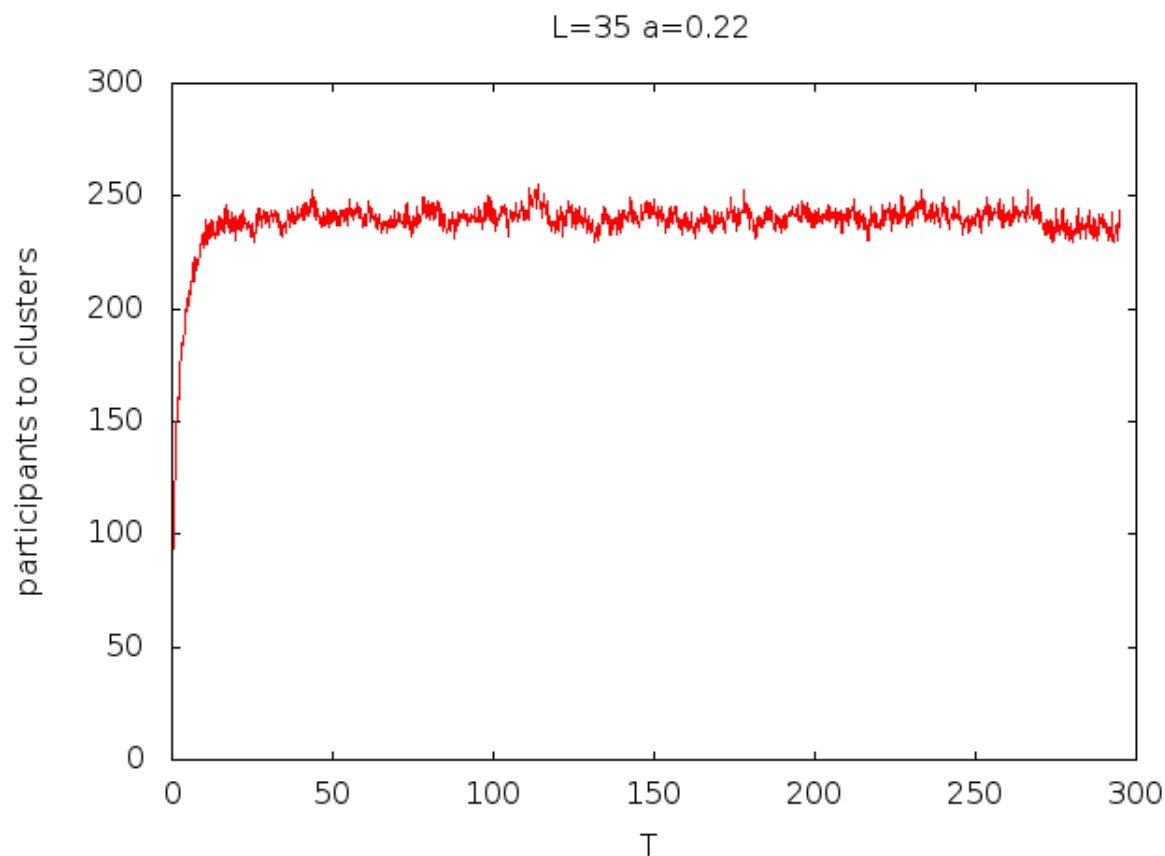
³Κάθε φορά που εκτελούνταν το πρόγραμμα `cluster.ofc` για ένα συγκεκριμένο πλέγμα, πληρούσε διαφορετικές αρχικές συνθήκες. Αυτό εξασφαλιζόταν στην αρχή του αλγορίθμου καθώς δημιουργείτο τυχαία κατανομή των δυνάμεων στα σώματα του πλέγματος.

ποσοτήτων που αφορούσαν τον αριθμό των συσσωματωμάτων και το πλήθος των σωμάτων που συμμετείχαν σε αυτά. Τα αποτελέσματα αυτών των προσομοιώσεων φαίνονται στα σχήματα 4.12 – 4.17.



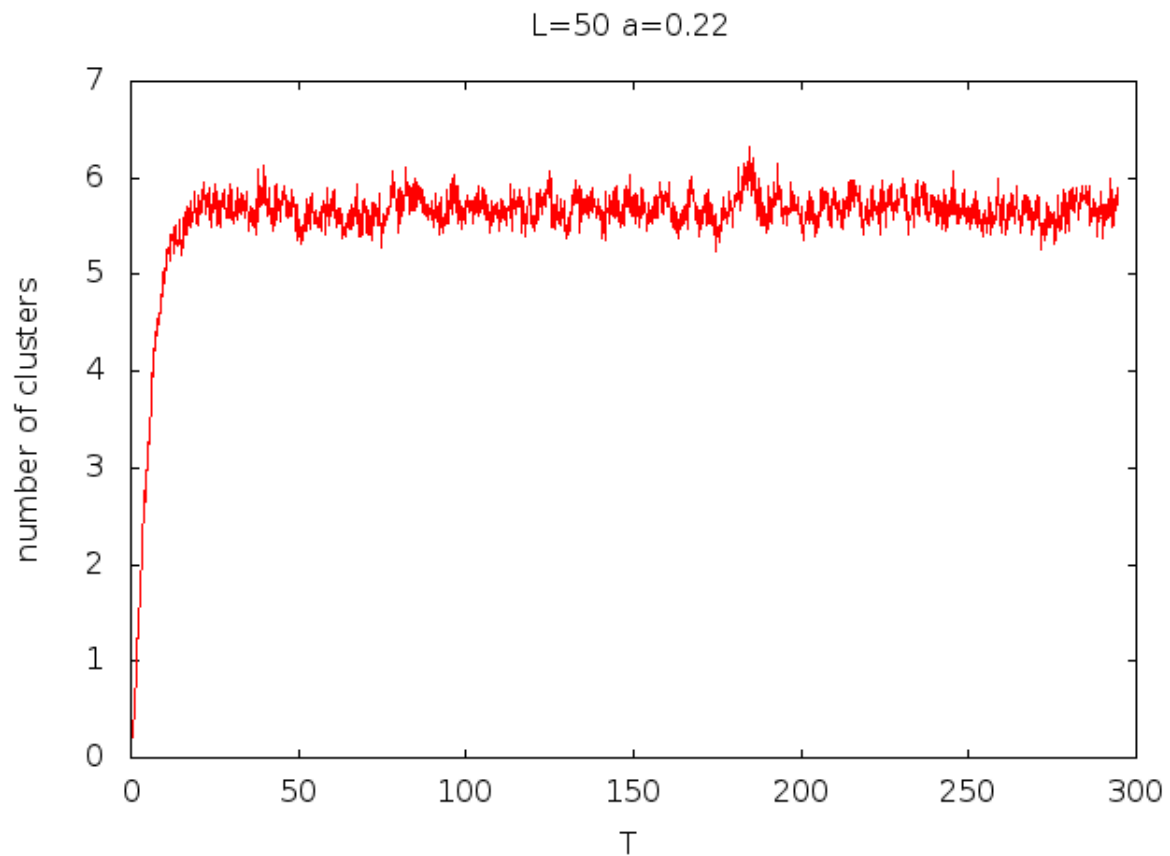
Σχήμα 4.12: Χρονική εξέλιξη της μέσης τιμής του πλήθους των συσσωματωμάτων που προέκυψε από την προσομοίωση 100 διαφορετικών πλεγμάτων γραμμικής διάστασης $L = 35$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.

Στο σχήμα 4.12 βλέπουμε μία έντονη αύξηση του αριθμού των συσσωματωμάτων κατά την χρονική περίοδο $T \in (0, 15)$, μια αύξηση που συνεχίζεται και σε μεταγενέστερους χρόνους αλλά με συνεχώς μειούμενο ρυθμό μέχρι το σύστημα να καταλήξει να ταλαντώνεται με μικρή διακύμανση γύρω από μία συγκεκριμένη τιμή. Μία συμπεριφορά που υποδηλώνει ότι μετά το μεταβατικό στάδιο το σύστημα εισέρχεται σε μία στάσιμη κατάσταση.

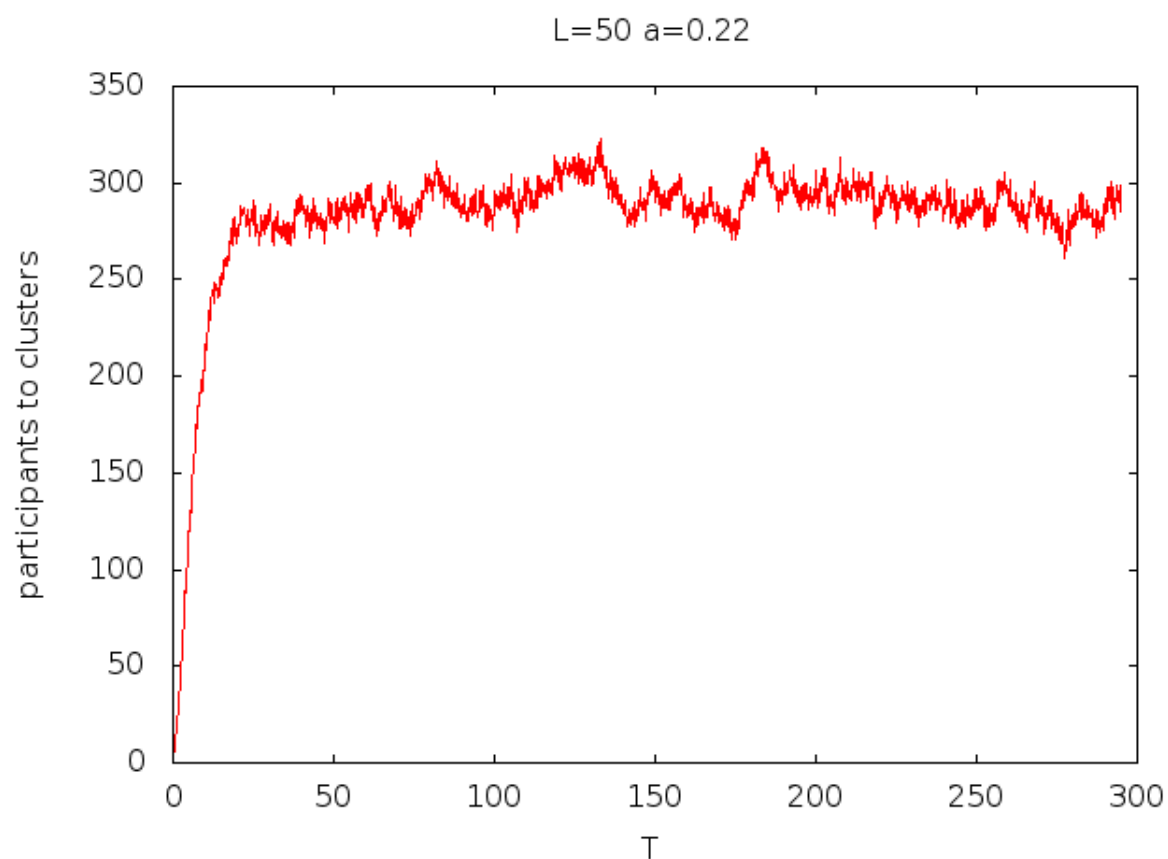


Σχήμα 4.13: Χρονική εξέλιξη της μέσης τιμής του πλήθους των σωμάτων που συμμετέχουν σε συσσωματώματα, η οποία προέκυψε από την προσομοίωση 100 διαφορετικών πλεγμάτων γραμμικής διάστασης $L = 35$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.

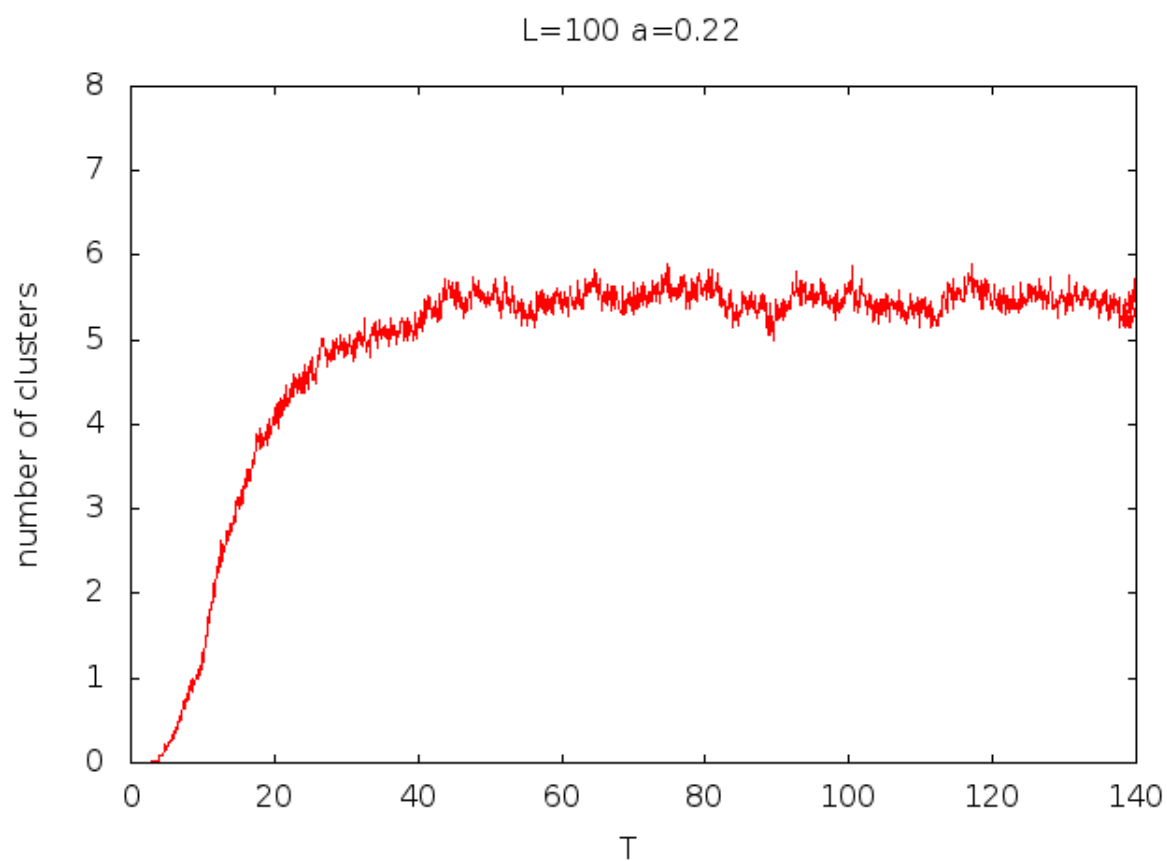
Στο σχήμα 4.13 απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη του αριθμού των σωμάτων που συμμετέχουν στα συσσωματώματα για το πλέγμα γραμμικής διάστασης $L=35$ όπως και στο σχήμα 4.12. Η ομοιότητα είναι εντυπωσιακή. Βλέπουμε την ακολουθία του πλήθους των σωμάτων να εμφανίζει πανομοιότυπη συμπεριφορά με αυτή της ακολουθίας των συσσωματωμάτων του σχήματος 4.12 με πολύ μικρή χρονική υστέρηση. Αυτή η παρατήρηση ενισχύει περαιτέρω την πεποίθησή μας ότι το σύστημα οδεύει προς την στάσιμη κατάσταση.



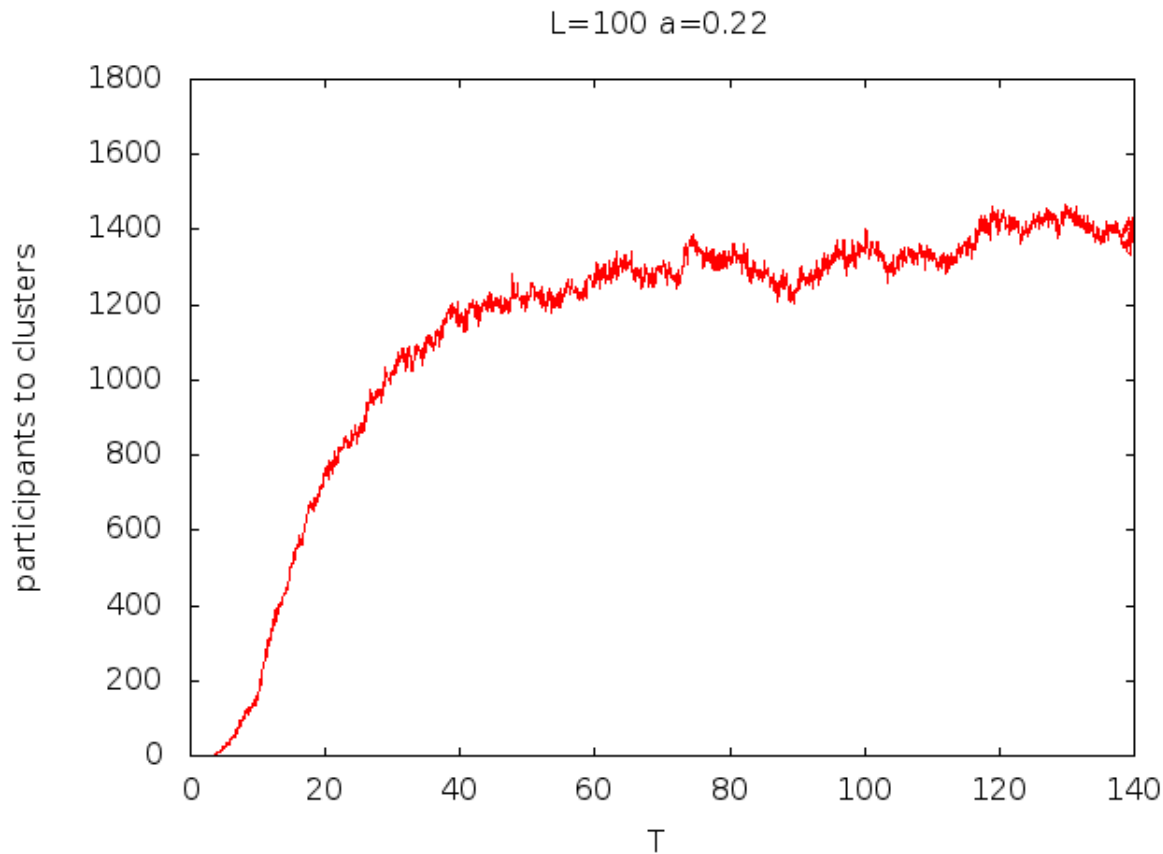
Σχήμα 4.14: Χρονική εξέλιξη της μέσης τιμής του πλήθους των συσσωματωμάτων που προέκυψε από την προσομοίωση 100 διαφορετικών πλεγμάτων γραμμικής διάστασης $L = 50$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.



Σχήμα 4.15: ρονική εξέλιξη της μέσης τιμής του πλήθους των σωμάτων που συμμετέχουν σε συσσωματώματα, η οποία προέκυψε από την προσομοίωση 100 διαφορετικών πλεγμάτων γραμμικής διάστασης $L = 50$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.



Σχήμα 4.16: Χρονική εξέλιξη της μέσης τιμής του πλήθους των συσσωματωμάτων που προέκυψε από την προσομοίωση 100 διαφορετικών πλεγμάτων γραμμικής διάστασης $L = 100$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.



Σχήμα 4.17: ρονική εξέλιξη της μέσης τιμής του πλήθους των σωμάτων που συμμετέχουν σε συσσωματώματα, η οποία προέκυψε από την προσομοίωση 100 διαφορετικών πλεγμάτων γραμμικής διάστασης $L = 100$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$.

Στα σχήματα 4.14 – 4.17 παρατηρούμε την εξέλιξη των δύο ποσοτήτων, που προαναφέραμε, για τα δύο μεγαλύτερα πλέγματα γραμμικής διάστασης $L = (50, 100)$. Η συμπεριφορά τόσο του πλήθους των συσσωματωμάτων, όσο και του αριθμού των σωμάτων που τα απαρτίζουν είναι παρόμοια με αυτή που αναλύσαμε στην περίπτωση του μικρότερου πλέγματος.

Παρατηρούμε επίσης ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διάσταση του πλέγματος τόσο περισσότερος χρόνος απαιτείται για τις ποσότητες που μελετάμε για να σταθεροποιηθούν γύρω από κάποια τιμή. Αυτό υποδηλώνει ότι η χρονική διάρκεια του μεταβατικού σταδίου, του μη διατηρητικού μοντέλου OFC, μέχρι να εισέλθει στη στάσιμη κατάσταση, μεγαλώνει καθώς μεγαλώνει η διάσταση του πλέγματος που το περιγράφει. Ένα γεγονός που έρχεται σε πλήρη συμφωνία με τα συμπεράσματα του τρίτου κεφαλαίου. Δηλαδή την ανυπαρξία θερμοδυναμικού ορίου και κατά συνέπεια τη μη εμφάνιση κρισιμότητας στη μη διατηρητική εκδοχή του.

4.5.3 Χρονικές συσχετίσεις συσσωματωμάτων.

Στην τελευταία ενότητα της εν λόγω εργασίας θα εξετάσουμε την ύπαρξη χρονικών συσχετίσεων μεγάλης εμβέλειας στις ακολουθίες του πλήθους των συσσωματωμάτων καθώς και στις ακολουθίες του πλήθους των σωμάτων που απαρτίζουν τα συσσωματώματα. Η μελέτη αυτή θα γίνει στο χρονικό διάστημα κατά το οποίο οι ποσότητες αυτές έχουν σταθεροποιηθεί γύρω από μία τιμή. Σύμφωνα λοιπόν με τα σχήματα 4.12-4.17, η αναζήτηση των συσχετίσεων για τα τρία, διαφορετικού μεγέθους, πλέγματα θα γίνει στις αντίστοιχες χρονικές περιόδους.

1. Για το πλέγμα γραμμικής διάστασης $L=35$: $T\epsilon(20 - 280)$.
2. Για το πλέγμα γραμμικής διάστασης $L=50$: $T\epsilon(40 - 280)$.
3. Για το πλέγμα γραμμικής διάστασης $L=35$: $T\epsilon(50 - 140)$.

Πιο συγκεκριμένα με την μέθοδο DFA, που αναλύθηκε στην υποενότητα 4.5.1, θα εξάγουμε τους εκθέτες κλιμάκωσης a για το πρώτο μισό, το δεύτερο μισό και για το συνολικό χρονικό διάστημα αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα 4.1. Τα αντίστοιχα διαγράμματα που προέκυψαν από την DFA και βάσει αυτών υπολογίσθηκαν οι εκθέτες κλιμάκωσης παρατίθενται στο παράρτημα Ζ.

$\alpha = 0.22$	a(DFA)		
$L = 35$	$T\epsilon(20, 150)$	$T\epsilon(150, 280)$	$T\epsilon(20, 280)$
number of clusters	0.82	0.85	0.83
participants to clusters	1.00	0.92	0.97

$\alpha = 0.22$	a(DFA)		
$L = 50$	$T\epsilon(40, 160)$	$T\epsilon(160, 280)$	$T\epsilon(40, 280)$
number of clusters	0.96	0.98	0.94
participants to clusters	1.06	1.05	1.07

$\alpha = 0.22$	a(DFA)		
$L = 100$	$T\epsilon(50, 95)$	$T\epsilon(95, 140)$	$T\epsilon(50, 140)$
number of clusters	1.00	0.98	1.03
participants to clusters	1.07	1.05	1.08

Πίνακας 4.1: Οι τιμές του εκθέτη κλιμάκωσης a για τρία πλέγματα γραμμικής διάστασης $L = (35, 50, 100)$ και ελαστικής σταθεράς $\alpha = 0.22$ για διάφορες χρονικές περιόδους από τα δεδομένα που απεικονίζονται στα σχήματα 4.12-4.17.

Από τον πίνακα 4.1 παρατηρούμε ότι όλες οι τιμές του εκθέτη κλιμάκωσης είναι πάνω από το 0.5 ($a > 0.5$). Αυτό αποδεικνύει τη ύπαρξη χρονικών συσχετίσεων μεγάλης εμβέλειας. Επίσης παρατηρούμε ότι οι τιμές είναι κάτω ή κοντά στη μονάδα, συμπεραίνοντας έτσι ότι το σύστημα μας έχει εισέλθει σε στάσιμη κατάσταση.

Κεφάλαιο 5

Συμπεράσματα

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτέλεσε η μελέτη της μετάβασης στην αυτοοργάνωση του μοντέλου σεισμικότητας των Olami – Feder – Christensen (OFC) με τη βοήθεια του φυσικού χρόνου [Varotsos, 2001; Varotsos et al., 2011]. Για το σκοπό αυτό αρχικά αναπαράχθηκαν τα αποτελέσματα των δημιουργιών του μοντέλου. Εν συνεχεία το μοντέλο OFC αναλύθηκε στο πεδίο του φυσικού χρόνου και τέλος ποσοτικοποιήθηκαν καθώς και αναλύθηκαν οι συνεκτικές δομές που δημιουργούνται στην μη διατηρητική εκδοχή του. Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε παρατίθενται παρακάτω και είναι τα εξής :

1. Το μοντέλο OFC παρουσιάζει κλιμάκωση πεπερασμένου μεγέθους (finite size scaling).
2. Κατά το μεταβατικό στάδιο του συστήματος η διασπορά κ_1 ελαχιστοποιείται σε μία τιμή πολύ κοντά στο μηδέν και αποτελεί προπομπό της μετάβασης του συστήματος στην στάσιμη κατάσταση.
3. Το μοντέλο, τόσο στη διατηρητική όσο και στη μη διατηρητική εκδοχή του, μετά το μεταβατικό του στάδιο εισέρχεται σε στάσιμη κατάσταση. Σε αυτή την κατάσταση,
 - (α□) η διασπορά κ_1 του φυσικού χρόνου σταθεροποιείται γύρω από την τιμή $\kappa_u = 0.083$.
 - (β□) η μέση τιμή ενέργειας ανά σώμα $\bar{z}$ “ταλαντώνεται” γύρω από μία τιμή με μικρή διακύμανση.
 - (γ□) το πλήθος των συσσωματωμάτων και ο αριθμός των σωμάτων που τα απαρτίζουν σταθεροποιούνται γύρω από μία τιμή.
4. Η μη διατηρητική εκδοχή του μοντέλου OFC χαρακτηρίζεται από μη ύπαρξη θερμοδυναμικού ορίου και κατά συνέπεια μη εμφάνιση κρισιμότητας.
Αντίθετα η διατηρητική εκδοχή του μοντέλου εμφανίζει κρισιμότητα.
5. Στο μη διατηρητικό μοντέλο OFC εμφανίζονται συνεκτικές δομές (συσσωματώματα) κατά την χρονική του εξέλιξη σε αντίθεση με την διατηρητική εκδοχή.

6. Η εμφάνιση των πρώτων ευδιάκριτων (επαρκές μέγεθος) συσσωματωμάτων εμφανίζονται όταν η διασπορά κ_1 προσεγγίζει για τελευταία φορά την τιμή $\kappa_1 = 0.07$ και εν συνεχεία “οδεύει” προς την τιμή $\kappa_u = 0.083$.
7. Οι μεγάλοι σεισμοί (χιονοστιβάδες) οφείλονται σε ολισθήσεις μεγάλων συσσωματωμάτων ενώ οι μικρότεροι σε ολισθήσεις που λαμβάνουν χώρα στα σύνορα μεταξύ των συσσωματωμάτων και συνιστούν τις προσεισμικές και τις μετασεισμικές ακολουθίες.
8. Το πλήθος των συσσωματωμάτων καθώς και ο αριθμός των σωμάτων που τα απαρτίζουν εμφανίζουν χρονικές συσχετίσεις μεγάλης εμβέλειας με εκθέτες κλιμάκωσης που κυμαίνονται από $a = 0.82-1.08$. Τιμές που υποδεικνύουν την ύπαρξη στάσιμης κατάστασης.

Παράρτημα Α □

Program ofc

```
Program ofc
Implicit none
Integer Iran,i,j,k,aval,lim,sm,zero,d,n,m,ll
Parameter(Iran=-25648,n=37,ll=2,lim=60000000)
Real*8 L(n,n),thres,maxx,quantity,a,Ran1
Parameter(thres=1,a=0.03,zero=0)
Real prob(3*(n-2)*(n-2),ll),aprob(3*(n-2)*(n-2),ll)
Real plithos(3*(n-2)*(n-2),ll),aplithos(3*(n-2)*(n-2),ll)
Real logaplithos(3*(n-2)*(n-2),ll)
aval=0
c*****main program*****
c*****
Do 100 i=1,n
Do 110 j=1,n
L(i,j)=ran1(Iran)
110 Continue
100 Continue
OPEN(1,File='35dstart0.03.dat')
Do 826 i=2,n-1
Do 827 j=2,n-1
827 Continue
826 Continue
Close(1)
Do 990 k=1,3*(n-2)*(n-2)
Plithos(k,1)=k
990 Continue
970 Continue
sm=0
If ((aval).GT.(lim)) then
Go to 333
```

```
End if
980 Continue
m=0
Do 120 i=2,(n-1)
Do 130 j=2,(n-1)
If (L(i,j).GE.thres) then
L(i-1,j)=L(i-1,j)+a*L(i,j)
L(i+1,j)=L(i+1,j)+a*L(i,j)
L(i,j-1)=L(i,j-1)+a*L(i,j)
L(i,j+1)=L(i,j+1)+a*L(i,j)
L(i,j)=0
sm=sm+1
m=m+1
End if
130 Continue
120 Continue
Do 960 d=1,n
L(n,d)=0
L(d,n)=0
L(d,1)=0
L(1,d)=0
960 Continue
If ((m).EQ.(zero)) then
plithos(sm,2)=plithos(sm,2)+1
if (MOD(aval,10000).EQ.0) then
Write(*,*)'No.Av.',aval,' Isl:',m,' Av.size:',sm
end if
aval=aval+1
maxx=L(1,1)
Do 140 i=2,n-1
Do 150 j=2,n-1
If (maxx.LE.L(i,j)) then
maxx=L(i,j)
End if
150 Continue
140 Continue
quantity=thres-maxx
Do 160 i=2,n-1
Do 170 j=2,n-1
L(i,j)=L(i,j)+quantity
170 Continue
160 Continue
Go to 970
```

```

Else
Go to 980
End if
333 Continue
OPEN(2,File='35dfinal0.03.dat')
Do 816 i=2,n-1
Do 817 j=2,n-1
Write(2,*) i, j, L(i,j)
817 Continue
816 Continue
Close(2)
c Statistikh epexergasia
Do 190 i=1,3*(n-2)*(n-2)
prob(i,1)=i
prob(i,2)=plithos(i,2)/lim
190 Continue
Do 510 i=1,3*(n-2)*(n-2)
aplithos(i,1)=i
Do 520 j=i,3*(n-2)*(n-2)
aplithos(i,2)=aplithos(i,2)+plithos(j,2)
520 Continue
510 Continue
Do 530 i=1,3*(n-2)*(n-2)
aprob(i,1)=i
Do 540 j=i,3*(n-2)*(n-2)
aprob(i,2)=aprob(i,2)+aprob(j,2)
540 Continue
530 Continue
Do 199 i=1,3*(n-2)*(n-2)
logaplithos(i,1)=log(aplithos(i,1))
if (aplithos(i,2).NE.zero) then
logaplithos(i,2)=log(aplithos(i,2))
else
logaplithos(i,2)=0
End if
199 Continue
OPEN(10,FILE='plithos.dat')
Do 200 i=1,3*(n-2)*(n-2)
Write(10,*)(plithos(i,j),j=1,2)
200 Continue
Close(10)
OPEN(11,FILE='prob.dat')
Do 210 i=1,3*(n-2)*(n-2)

```

```

Write(11,*)(prob(i,j),j=1,2)
210 Continue
Close(11)
OPEN(12,FILE='aplithos.dat')
Do 212 i=1,3*(n-2)*(n-2)
Write(12,*)(aplithos(i,j),j=1,2)
212 Continue
Close(12)
OPEN(13,FILE='logaplithos.dat')
Do 621 i=1,3*(n-2)*(n-2)
Write(13,*)(logaplithos(i,j),j=1,2)
621 Continue
Close(13)
End
c***** Generator random numbers *****
FUNCTION Ran1(idum)
INTEGER idum,IA,IM,IQ,IR,NTAB,NDIV
REAL ran1,AM,EPS,RNMX
PARAMETER (IA=16807,IM=2147483647,AM=1./IM,IQ=127773,IR=2836,
+NTAB=32,NDIV=1+(IM-1)/NTAB,EPS=1.2e-7,RNMX=1.-EPS)
INTEGER j,k,iv(NTAB),iy
SAVE iv,iy
DATA iv /NTAB*0/, iy /0/
if (idum.le.0.or.iy.eq.0) then
idum=max(-idum,1)
do 11 j=NTAB+8,1,-1
k=idum/IQ
idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
if (idum.lt.0) idum=idum+IM
if (j.le.NTAB) iv(j)=idum
11 Continue
iy=iv(1)
endif
k=idum/IQ
idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
if (idum.lt.0) idum=idum+IM
j=1+iy/NDIV
iy=iv(j)
iv(j)=idum
ran1=min(AM*iy,RNMX)
return
End

```

Παράρτημα Β □

ektheths.b

```
Program ektheths.b
Implicit none
integer i,j,m15,m25,m35,m50
Parameter (m15=30,m25=50,m35=2000,m50=200)
Real A15(m15,2),A25(m25,2),A35(m35,2)
Real A50(m50,2),L50(m50,2),L35(m35,2)
Real L15(m15,2),L25(m25,2)
OPEN (10,FILE='prob350.03.dat')
Do 100 i=1,m15
Read(10,*) (A15(i,j), j=1,2)
100 Continue
Close (10)
OPEN (11,FILE='prob350.04.dat')
Do 101 i=1,m25
Read(11,*) (A25(i,j), j=1,2)
101 Continue
Close (11)
OPEN (12,FILE='prob350.25.dat')
Do 102 i=1,m35
Read(12,*) (A35(i,j), j=1,2)
102 Continue
Close (12)
OPEN (13,FILE='prob35.dat')
Do 103 i=1,m50
Read(13,*) (A50(i,j), j=1,2)
103 Continue
Close (13)
C*****
C*****Rescale arxeiwn*****
C*****
```

```
Do 104 i=1,m15
L15(i,2)=log(A15(i,2))
L15(i,1)=log(A15(i,1))
104 Continue
Do 105 i=1,m25
L25(i,2)=log(A25(i,2))
L25(i,1)=log(A25(i,1))
105 Continue
Do 106 i=1,m35
L35(i,2)=log(A35(i,2))
L35(i,1)=log(A35(i,1))
106 Continue
Do 107 i=1,m50
L50(i,2)=log(A50(i,2))
L50(i,1)=log(A50(i,1))
107 Continue
OPEN (14,FILE='logcf350.03.dat')
Do 108 i=1,m15
Write(14,*) (L15(i,j), j=1,2)
108 Continue
Close (14)
OPEN (15,FILE='logcf350.04.dat')
Do 109 i=1,m25
Write(15,*) (L25(i,j), j=1,2)
109 Continue
Close (15)
OPEN (16,FILE='logcf350.25.dat')
Do 110 i=1,m35
Write(16,*) (L35(i,j), j=1,2)
110 Continue
Close (16)
OPEN (17,FILE='logcf350.20.dat')
Do 111 i=1,m50
Write(17,*) (L50(i,j), j=1,2)
111 Continue
Close (17)
End
```

Παράρτημα Γ □

natural.time.ofc

```
Program natural.time.ofc
Implicit none
Real*8 T,Zmean,z,c,b,das,lsm
Real Ran1
Integer Iran,i,j,lim,sm,zero,d,n,m,ll,p,pl,omada
Parameter(Iran=-25648,n=202,ll=2,lim=2000000,omada=100)
Real*8 L(n,n)
Real*8 thres,maxx,quantity,a,aval,Ssm
Parameter(thres=1,a=0.24,zero=0)
Real G(lim,ll+1),Seismoi(lim,ll+2),max.Seismoi(lim/omada,ll+1)
Real k1(lim,ll+2)
aval=0
T=0
z=0
Zmean=0
p=1
pl=0
lsm=0
c*****
c*****main program*****
c*****
Do 100 i=1,n
Do 110 j=1,n
L(i,j)=ran1(Iran)
110 Continue
100 Continue
970 Continue
sm=0
If (T.GE.101) then
Go to 333
```

```

End if If ((aval).GT.(lim)) then
Go to 333
End if
980 Continue
m=0
Do 120 i=2,(n-1)
Do 130 j=2,(n-1)
If (L(i,j).GE.thres) then
L(i-1,j)=L(i-1,j)+a*L(i,j)
L(i+1,j)=L(i+1,j)+a*L(i,j)
L(i,j-1)=L(i,j-1)+a*L(i,j)
L(i,j+1)=L(i,j+1)+a*L(i,j)
L(i,j)=0
sm=sm+1
m=m+1
lsm=lsm+1
End if
130 Continue
120 Continue
Do 960 d=1,n
L(n,d)=0
L(d,n)=0
L(d,1)=0
L(1,d)=0
960 Continue
Ssm=abs(lsm)
If ((m).EQ.(zero)) then
c=0
b=0
c*****
c*****katagrafh seismwn*****
c*****
aval=aval+1
Write(*,*)'No.Av.',aval,' lss:',m,' Av.size:',sm
Seismoi(aval,1)=aval
Seismoi(aval,2)=sm
Seismoi(aval,3)=T
Seismoi(aval,4)=Ssm/((n-2)*(n-2))
c*****
c*****eyresh megistoy seismou ana omada*****
c*****
if (MOD(aval,omada).EQ.0) then
pl=pl+1

```

```

maxx=0
Do 141 i=p,p+omada-1
If (maxx.LE.Seismoi(i,2)) then
maxx=Seismoi(i,2)
End if
141 Continue
max.Seismoi(pl,1)=T
max.Seismoi(pl,2)=maxx
max.Seismoi(pl,3)=Ssm/((n-2)*(n-2))
p=p+omada
end if
c*****
c*****Ypologismos k1*****
c*****
Do 177 i=1,aval
c=c+((Seismoi(i,2)/Ssm)*((i/aval)**2))
b=b+((Seismoi(i,2)/Ssm)*(i/aval))
177 Continue
write(*,*) c,b,T
das=c-(b**2)
k1(aval,1)=T
k1(aval,2)=das
k1(aval,3)=aval
k1(aval,4)=sm
das=0
c*****
c*eyresh megistoy kai ypologismos toy prostithemenou stess**
c*****
maxx=L(1,1)
Do 140 i=2,n-1
Do 150 j=2,n-1
If (maxx.LE.L(i,j)) then
maxx=L(i,j)
End if
150 Continue
140 Continue
quantity=thres-maxx
T=T+quantity
c*****
c*****eyresh mesou ζ kai katagrafh xronoy*****
c*****
z=0
Zmean=0

```

```

Do 561 i=2,n-1
Do 571 j=2,n-1
z=z+L(i,j)
571 Continue
561 Continue
Do 160 i=2,n-1
Do 170 j=2,n-1
L(i,j)=L(i,j)+quantity
170 Continue
160 Continue
Zmean=z/((n-2)*(n-2))
G(aval,1)=T
G(aval,2)=Zmean
G(aval,3)=z
Go to 970
Else
Go to 980
End if
333 Continue
c:.....
OPEN(10,FILE='transient.200.24.dat')
Do 200 i=2,aval
Write(10,*)(G(i,j),j=1,3)
200 Continue
Close(10)
OPEN(11,FILE='Seismoi.200.24.dat')
Do 201 i=2,aval
Write(11,*)(Seismoi(i,j),j=1,4)
201 Continue
Close(11)
OPEN(12,FILE='maxSeismoi.200.24.dat')
Do 202 i=1,(aval/omada)
Write(12,*)(max.Seismoi(i,j),j=1,3)
202 Continue
Close(12)
OPEN(13,FILE='k1.200.24.dat')
Do 203 i=2,aval
Write(13,*)(k1(i,j),j=1,4)
203 Continue
Close(13)
End

```

```

C*****
C*****Generator random numbers*****
C*****
FUNCTION Ran1(idum)
  INTEGER idum,IA,IM,IQ,IR,NTAB,NDIV
  REAL ran1,AM,EPS,RNMX
  PARAMETER (IA=16807,IM=2147483647,AM=1./IM,IQ=127773,IR=2836,
    +NTAB=32,NDIV=1+(IM-1)/NTAB,EPS=1.2e-7,RNMX=1.-EPS)
  INTEGER j,k,iv(NTAB),iy
  SAVE iv,iy
  DATA iv /NTAB*0/, iy /0/
  if (idum.le.0.or.iy.eq.0) then
    idum=max(-idum,1)
    do 11 j=NTAB+8,1,-1
      k=idum/IQ
      idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
      if (idum.lt.0) idum=idum+IM
      if (j.le.NTAB) iv(j)=idum
    11 Continue
    iy=iv(1)
  endif
  k=idum/IQ
  idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
  if (idum.lt.0) idum=idum+IM
  j=1+iy/NDIV
  iy=iv(j)
  iv(j)=idum
  ran1=min(AM*iy,RNMX)
  return
End

```


Παράρτημα Δ □

cluster.ofc

```
Program cluster.ofc
Implicit none
Real*8 T,Zmean,z,c,bb,das Real Ran1,pace,max15,CC,maxx4,maxx5,maxxT,maxT,maT Integer
Iran,i,j,lim,sm,zero,d,n,m,ll,Tmin,Tmax,s0,q,AA
Integer ppp,pl,maxx3,omas,pieces,ncl,tct !!!!!tct=threshold cluster
Parameter(Iran=-25648,ll=2,lim=5000000,n=102,omas=50)
Real*8 L(n,n),Pvis(lim,ll+1)
Integer B1(n,n),B(n,n),clu((n-2)*(n-2)),ipace,tm,lm,tm,lm,lm Real*8 thres,maxx,quantity,a,aval,ogkos
Parameter(a=0.22,Tmin=0,Tmax=250,s0=10)
Real k1(lim,ll+2),stat(lim,5),G(lim,ll+1),max.Stat(lim,6),vs
Integer la,nofs,nsm,mini,maxi,cl,up,left,row(2*n),ms,Perc(n,n)
Parameter(maxi=99999,nsm=100000,thres=100,zero=0)
Real lap(nsm),Seismoi(lim,ll+1)
tct=((n-2)*(n-2))/150
write(*,*) tct
aval=0
T=0
z=0
Zmean=0
ogkos=0
pace=0
tm=1/a
tm=tm+1
lm=tm*100*a
lm=100-lm
c*****
c***** main program *****
c*****
Do 100 i=1,n
Do 110 j=1,n
```

```

L(i,j)=100*ran1(Iran)
B(i,j)=L(i,j)
110 Continue
100 Continue
970 Continue
sm=0
If (T.GT.Tmax) then Go to 333
End if
980 Continue
m=0
Do 120 i=2,(n-1)
Do 130 j=2,(n-1)
If (L(i,j).GE.thres) then L(i-1,j)=L(i-1,j)+a*L(i,j)
L(i+1,j)=L(i+1,j)+a*L(i,j)
L(i,j-1)=L(i,j-1)+a*L(i,j)
L(i,j+1)=L(i,j+1)+a*L(i,j)
L(i,j)=0
Perc(i,j)=1
sm=sm+1
m=m+1
End if
130 Continue
120 Continue
Do 960 d=1,n
L(n,d)=0
L(d,n)=0
L(d,1)=0
L(1,d)=0
960 Continue
If ((m).EQ.(zero)) then c=0 bb=0
If (sm.GE.s0) then
aval=aval+1
ogkos=ogkos+sm
if (MOD(aval,1000).EQ.0) then
Write(*,*)'No.Av.',aval,' lss:',m,' Av.size:',sm end if
Seismoi(aval,1)=T
Seismoi(aval,2)=sm
Seismoi(aval,3)=aval
Do 177 i=1,aval
c=c+((Seismoi(i,2)/ogkos)*((i/aval)**2)) bb=bb+((Seismoi(i,2)/ogkos)*(i/aval))
177 Continue
if (MOD(aval,1000).EQ.0) then
write(*,*) c,bb,das

```

```

end if  das=c-(bb**2)
k1(aval,1)=T
k1(aval,2)=das
k1(aval,3)=aval  k1(aval,4)=sm
das=0
cl=0
Do 656 i=1,nsm  lap(i)=0
656 Continue
Do 676 j=1,2*n
row(j)=0
676 Continue
Do 365 i=2,n-1
Do 366 j=2,n-1
If (B(i,j).GE.(q).AND.B(i,j).LT.(q+(100*a))) then  B1(i,j)=0
else
B1(i,j)=1  End if
366 Continue
365 Continue
Do 600 i=1,n-1
row(i)=maxi
600 Continue
Do 605 i=2,n-1  Do 800 j=2,n-1
If (B1(i,j).EQ.0) then
GO TO 805
else
row(j)=maxi
GO TO 800
end if
805 up=row(j)
left=row(j-1)
If ((up.EQ.maxi).OR.(lap(up).GT.0)) then
GO TO 815
end if
ms=lap(up)
810 la=-ms
ms=lap(la)
If (ms.LT.0) then
GO TO 810
end if
lap(up)=-la
up=la
815 If ((left.EQ.maxi).OR.(lap(left).GT.0)) then
GO TO 825

```

```
end if
ms=lap(left)
820 la=-ms
ms=lap(la)
If (ms.LT.0) then
GO TO 820
end if
lap(left)=-la
left=la
825 mini=min0(up,left)
if (mini.NE.maxi) then
GO TO 830
End if
cl=cl+1
row(j)=cl
if (cl.GT.nsm) then
stop 2
end if
lap(cl)=1
go to 800
830 nofs=1
If (up.EQ.left) then
go to 831
end if
If (up.NE.maxi) then
nofs=nofs+lap(up)
lap(up)=-mini
end if
831 If (left.NE.maxi) then
nofs=nofs+lap(left)
lap(left)=-mini
end if
row(j)=mini
lap(mini)=nofs
800 Continue
605 Continue
do 821 i=1,nsm
if (lap(i).GT.0) then
ipace=ipace+1
AA=AA+lap(i)
clu(ipace)=lap(i)
end if
821 Continue
```

```

200 Continue
111 Continue
ipace=0
AA=0
max15=0
Do 363 i=2,(n-2)*(n-2)
If (max15.LE.clu(i)) then
max15=clu(i)
End if
363 Continue
CC=0
ncl=0
do 988 i=1,(n-2)*(n-2)
If (clu(i).GE.(tct)) then
CC=CC+clu(i)
ncl=ncl+1
end if
988 Continue
stat(aval,1)=aval
stat(aval,2)=T
stat(aval,3)=max15
stat(aval,4)=CC
stat(aval,5)=ncl
end if
end if
maxx=0
Do 140 i=2,n-1
Do 150 j=2,n-1
If (maxx.LE.L(i,j)) then
maxx=L(i,j)
End if
150 Continue
140 Continue
quantity=thres-maxx
T=T+(quantity/thres)
z=0
Zmean=0
Do 561 i=2,n-1
Do 571 j=2,n-1
z=z+(L(i,j)/thres)
571 Continue
561 Continue
Do 160 i=2,n-1

```

```

Do 170 j=2,n-1
L(i,j)=L(i,j)+quantity
170 Continue
160 Continue
Zmean=z/((n-2)*(n-2))
G(aval,1)=T
G(aval,2)=Zmean
G(aval,3)=z
vs=0
Do 458 i=2,(n-1)
Do 459 j=2,(n-1)
If (Perc(i,j).EQ.1) then
vs=vs+1
End if
459 Continue
458 Continue
Pvis(aval,2)=vs/((n-2)*(n-2))
Pvis(aval,1)=T
Pvis(aval,3)=Aval
Go to 970
Else
Go to 980
End if
333 Continue
c:.....
: OPEN(10,FILE='zmean.100.22.clustct.dat')
Do 280 i=2,aval
Write(10,*)(G(i,j),j=1,3)
280 Continue
Close(10)
OPEN(13,FILE='k1.100.22.clustct.dat')
Do 203 i=2,aval
Write(13,*)(k1(i,j),j=1,4)
203 Continue
Close(13)
OPEN(58,FILE='cluster.100.22.clustct.dat')
Do 343 i=2,aval
Write(58,*)(stat(i,j),j=1,5)
343 Continue
      Close(58)
OPEN(78,FILE='seismoi.100.22.clustct.dat')
Do 345 i=2,aval
Write(78,*)(Seismoi(i,j),j=1,3)

```

```

345 Continue
    Close(78)
OPEN(88,FILE='Pvis.100.22.clustct.dat')
Do 199 i=2,aval
Write(88,*)(Pvis(i,j),j=1,3)
199 Continue
Close(88)
    Write(*,*) 'ligo ypomonh akoma...'
ppp=1
pieces=aval/omas
Do 299 j=1,pieces
pl=pl+1
maxx3=0
maxx4=0
maxx5=0
Do 141 i=ppp,ppp+omas-1
If (maxx3.LE.Stat(i,3)) then
maxx3=Stat(i,3)
maxxT=stat(i,2)
End if
If (maxx4.LE.Stat(i,4)) then
maxx4=Stat(i,4)
maxT=stat(i,2)
End if
If (maxx5.LE.Stat(i,5)) then
maxx5=Stat(i,5)
maT=stat(i,2)
End if
141 Continue
max.Stat(pl,1)=maxxT
max.Stat(pl,2)=maxx3
max.Stat(pl,3)=maxT
max.Stat(pl,4)=maxx4
max.Stat(pl,5)=maT
max.Stat(pl,6)=maxx5
ppp=ppp+omas
299 Continue
c:.....
OPEN(78,FILE='maxcluster.100.22.clustct.dat')

Do 364 i=1,pieces
Write(78,*)(max.Stat(i,j),j=1,6)
364 Continue

```

Close(78)

```

C*****
C*****Generator random numbers*****
C*****
FUNCTION Ran1(idum)
  INTEGER idum,IA,IM,IQ,IR,NTAB,NDIV
  REAL ran1,AM,EPS,RNMX
  PARAMETER (IA=16807,IM=2147483647,AM=1./IM,IQ=127773,IR=2836,
+NTAB=32,NDIV=1+(IM-1)/NTAB,EPS=1.2e-7,RNMX=1.-EPS)
  INTEGER j,k,iv(NTAB),iy
  SAVE iv,iy
  DATA iv /NTAB*0/, iy /0/
  if (idum.le.0.or.iy.eq.0) then
    idum=max(-idum,1)
    do 11 j=NTAB+8,1,-1
      k=idum/IQ
      idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
      if (idum.lt.0) idum=idum+IM
      if (j.le.NTAB) iv(j)=idum
    11 Continue
    iy=iv(1)
  endif
  k=idum/IQ
  idum=IA*(idum-k*IQ)-IR*k
  if (idum.lt.0) idum=idum+IM
  j=1+iy/NDIV
  iy=iv(j)
  iv(j)=idum
  ran1=min(AM*iy,RNMX)
  return
End

```

Παράρτημα Ε

dfa.c

```
include <stdio.h>
include <stdlib.h>
include <math.h>
define SWAP(a,b) temp = (a); (a) = (b); (b) = temp;
/* Function prototypes. */
long input(void);
int rscale(long minbox, long maxbox, double boxratio);
void dfa(double *seq, long npts, int nfit, long *rs, int nr, int sw);
void setup(void);
void cleanup(void);
void help(void);
double polyfit(double **x, double *y, long ndat, int nfit);
void error(char error.text[]);
double *vector(long nl, long nh);
int *ivector(long nl, long nh);
long *lvector(long nl, long nh);
double **matrix(long nrl, long nrh, long ncl, long nch);
void free.vector(double *v, long nl, long nh);
void free.ivector(int *v, long nl, long nh);
void free.lvector(long *v, long nl, long nh);
void free.matrix(double **m, long nrl, long nrh, long ncl, long nch);
/* Global variables. */
char *pname; /* this program's name (for use in error messages) */
double *seq; /* input data buffer; allocated and filled by input() */
long *rs; /* box size array; allocated and filled by rscale() */
double *mse; /* fluctuation array; allocated by setup(), filled by dfa() */
int iflag = 1; /* integrate the input data if non-zero */
int nfit = 2; /* order of the regression fit, plus 1 */
int nr; /* number of box sizes */
main(int argc, char **argv)
```

```

int i, sw = 0;
long minbox = 0L, maxbox = 0L, npts, temp;
/* Read and interpret the command line. */
pname = argv[0];
for (i = 1; i < argc; i++) {
    if (argv[i][0] != '-') continue;
    switch(argv[i][1]) {
        case 'd': /* set nfit (the order of the regression fit) */
            if ((nfit = atoi(argv[++i])) < 2)
                error("order must be greater than 0");
            break;
        case 'i': /* input data are already integrated */
            iflag = 0; break;
        case 'l': /* set minbox (the minimum box size) */
            minbox = atol(argv[++i]); break;
        case 'u': /* set maxbox (the maximum box size) */
            maxbox = atol(argv[++i]); break;
        case 's': /* enable sliding window mode */
            sw = 1; break;
        case 'h': /* print usage information and quit */
            help();
            exit(1);
        default:
            help();
            exit(1);
    }
}

/* Allocate and fill the input data array seq[]. */
npts = input();
/* Set minimum and maximum box sizes. */
if (minbox < 2*nfit) minbox = 2*nfit;
if (maxbox == 0 || maxbox > npts/4) maxbox = npts/4;
if (minbox > maxbox)
    SWAP(minbox, maxbox);
if (minbox < 2*nfit) minbox = 2*nfit;

/* Allocate and fill the box size array rs[]. rscale's third argument
specifies that the ratio between successive box sizes is 2**(1/8). */
nr = rscale(minbox, maxbox, pow(2.0, 1.0/8.0));
/* Allocate memory for dfa() and the functions it calls. */
setup();
/* Measure the fluctuations of the detrended input data at each box size
using the DFA algorithm; fill mse[] with these results. */
dfa(seq, npts, nfit, rs, nr, sw);
/* Output the results. */

```

```

for (i = 1; i <= nr; i++)
printf("/* Release allocated memory. */
cleanup();
exit(0);

```

```

/* Read input data, allocating and filling seq[], integrating if iflag != 0.
Following the convention used for other arrays in this program, seq[0] is
unused, and the first point is stored in seq[1]. The return value is the
number of points read.
This function allows the input buffer to grow as large as necessary, up to
the available memory (assuming that a long int is large enough to address
any memory location). Note that the integration is done using double
precision arithmetic to avoid complete loss of precision when the integrated
data reach large amplitudes. */
long input()

```

```

int maxdat = 0L, npts = 0L;
double y, yp = 0.0;
while (scanf("if (++npts >= maxdat)
double *s;
maxdat += 50000; /* allow the input buffer to grow (the
increment is arbitrary) */
if ((s = realloc(seq, maxdat * sizeof(double))) == NULL)
fprintf(stderr,
"pname, npts);
break;

```

```

seq = s;

```

```

seq[npts] = iflag ? (yp += y) : y;

```

```

if (npts < 1) error("no data read");
return (npts);

```

```

int rslen; /* length of rs[] */
/* rscale() allocates and fills rs[], the array of box sizes used by dfa()
below. The box sizes range from (exactly) minbox to (approximately) maxbox,
and are arranged in a geometric series such that the ratio between
consecutive box sizes is (approximately) boxratio. The return value is
the number of box sizes in rs[].
```

/

```

int rscale(long minbox, long maxbox, double boxratio)

```

```

int ir, n;
long rw;
/* Determine how many scales are needed. */
rslen = log10(maxbox / (double)minbox) / log10(boxratio) + 1.5;
/* Thanks to Peter Domitrovich for pointing out that a previous version
of the above calculation undercounted the number of scales in some
situations. */
rs = lvector(1, rslen);
for (ir = 1, n = 2, rs[1] = minbox; n <= rslen rs[n-1] < maxbox; ir++)
if ((rw = minbox * pow(boxratio, ir) + 0.5) > rs[n-1])
rs[n++] = rw;
if (rs[--n] > maxbox) --n;
return (n);

```

```

double **x; /* matrix of abscissas and their powers, for polyfit(). */
/* Detrended fluctuation analysis
seq: input data array
npts: number of input points
nfit: order of detrending (2: linear, 3: quadratic, etc.)
rs: array of box sizes (uniformly distributed on log scale)
nr: number of entries in rs[] and mse[]
sw: mode (0: non-overlapping windows, 1: sliding window)
This function returns the mean squared fluctuations in mse[].
/
void dfa(double *seq, long npts, int nfit, long *rs, int nr, int sw)

```

```

long i, boxsize, inc, j;
double stat;
for (i = 1; i <= nr; i++)
boxsize = rs[i];
if (sw) inc = 1; stat = (int)(npts - boxsize + 1) * boxsize;
else inc = boxsize; stat = (int)(npts / boxsize) * boxsize;
for (mse[i] = 0.0, j = 0; j <= npts - boxsize; j += inc)
mse[i] += polyfit(x, seq + j, boxsize, nfit);
mse[i] /= stat;

```

```

/* workspace for polyfit() */
double *beta, **covar, **covar0;
int *indxc, *indxr, *ipiv;
/* This function allocates workspace for dfa() and polyfit(), and sets
x[i][j] = i**(j-1), in preparation for polyfit(). */
void setup()

```

```

long i;
int j, k;
beta = vector(1, nfit);
covar = matrix(1, nfit, 1, nfit);
covar0 = matrix(1, nfit, 1, nfit);
indxc = ivector(1, nfit);
indxr = ivector(1, nfit);
ipiv = ivector(1, nfit);
mse = vector(1, nr);
x = matrix(1, rs[nr], 1, nfit);
for (i = 1; i <= rs[nr]; i++)
x[i][1] = 1.0;
x[i][2] = i;
for (j = 3; j <= nfit; j++)
x[i][j] = x[i][j-1] * i;

```

```

/* This function frees all memory previously allocated by this program. */
void cleanup()

```

```

free.matrix(x, 1, rs[nr], 1, nfit);
free.vector(mse, 1, nr);
free.ivector(ipiv, 1, nfit);
free.ivector(indxr, 1, nfit);
free.ivector(indxc, 1, nfit);
free.matrix(covar0, 1, nfit, 1, nfit);
free.matrix(covar, 1, nfit, 1, nfit);
free.vector(beta, 1, nfit);
free.lvector(rs, 1, rslen); /* allocated by rscale() */
free(seq); /* allocated by input() */

```

```

static char *help.strings[] =
"usage: \"where OPTIONS may include:\",
\" -d K detrend using a polynomial of degree K\",
\" (default: K=1 -- linear detrending)\",
\" -h print this usage summary\",
\" -i input series is already integrated\",
\" -l MINBOX smallest box width (default: 2K+2)\",
\" -s sliding window DFA\",
\" -u MAXBOX largest box width (default: NPTS/4)\",
\"The standard input should contain one column of data in text format.\",
\"The standard output is two columns: log(n) and log(F) [base 10 logarithms],\",

```

```

"where n is the box size and F is the root mean square fluctuation.",
NULL
;
void help(void)

int i;
(void)fprintf(stderr, help.strings[0], pname);
for (i = 1; help.strings[i] != NULL; i++)
(void)fprintf(stderr, "
/* polyfit() is based on lfit() and gaussj() from Numerical Recipes in C
(Press, Teukolsky, Vetterling, and Flannery; Cambridge U. Press, 1992). It
fits a polynomial of degree (nfit-1) to a set of boxsize points given by
x[1...boxsize][2] and y[1...boxsize]. The return value is the sum of the
squared errors (chisq) between the (x,y) pairs and the fitted polynomial.
/
double polyfit(double **x, double *y, long boxsize, int nfit)

int icol, irow, j, k;
double big, chisq, pivinv, temp;
long i;
static long pboxsize = 0L;
/* This block sets up the covariance matrix. Provided that boxsize
never decreases (which is true in this case), covar0 can be calculated
incrementally from the previous value. */
if (pboxsize != boxsize) /* this will be false most of the time */
if (pboxsize > boxsize) /* this should never happen */
pboxsize = 0L;
if (pboxsize == 0L) /* this should be true the first time only */
for (j = 1; j <= nfit; j++)
for (k = 1; k <= nfit; k++)
covar0[j][k] = 0.0;
for (i = pboxsize+1; i <= boxsize; i++)
for (j = 1; j <= nfit; j++)
for (k = 1, temp = x[i][j]; k <= j; k++)
covar0[j][k] += temp * x[i][k];
for (j = 2; j <= nfit; j++)
for (k = 1; k < j; k++)
covar0[k][j] = covar0[j][k];
pboxsize = boxsize;

for (j = 1; j <= nfit; j++)
beta[j] = ipiv[j] = 0;
for (k = 1; k <= nfit; k++)

```

```

covar[j][k] = covar0[j][k];

for (i = 1; i <= boxsize; i++)
  beta[1] += (temp = y[i]);
  beta[2] += temp * i;

if (nfit > 2)
  for (i = 1; i <= boxsize; i++)
    for (j = 3, temp = y[i]; j <= nfit; j++)
      beta[j] += temp * x[i][j];
    for (i = 1; i <= nfit; i++)
      big = 0.0;
    for (j = 1; j <= nfit; j++)
      if (ipiv[j] != 1)
        for (k = 1; k <= nfit; k++)
          if (ipiv[k] == 0)
            if ((temp = covar[j][k]) >= big ||
                (temp = -temp) >= big)
              big = temp;
            irow = j;
            icol = k;

    else if (ipiv[k] > 1)
      error("singular matrix");

    ++(ipiv[icol]);
    if (irow != icol)
      for (j = 1; j <= nfit; j++) SWAP(covar[irow][j], covar[icol][j]);
      SWAP(beta[irow], beta[icol]);

    indxr[i] = irow;
    indxc[i] = icol;
    if (covar[icol][icol] == 0.0) error("singular matrix");
    pivinv = 1.0 / covar[icol][icol];
    covar[icol][icol] = 1.0;
    for (j = 1; j <= nfit; j++) covar[icol][j] *= pivinv;
    beta[icol] *= pivinv;
    for (j = 1; j <= nfit; j++)
      if (j != icol)
        temp = covar[j][icol];
        covar[j][icol] = 0.0;
        for (k = 1; k <= nfit; k++) covar[j][k] -= covar[icol][k]*temp;

```

```
beta[j] -= beta[icol] * temp;
```

```
chisq = 0.0;
if (nfit <= 2)
for (i = 1; i <= boxsize; i++)
temp = beta[1] + beta[2] * i - y[i];
chisq += temp * temp;

else
for (i = 1; i <= boxsize; i++)
temp = beta[1] + beta[2] * i - y[i];
for (j = 3; j <= nfit; j++) temp += beta[j] * x[i][j];
chisq += temp * temp;
```

```
return (chisq);
```

```
/* The functions below are based on those of the same names in Numerical
Recipes (see above). */
void error(char error.text[])
```

```
fprintf(stderr, "exit(1);
```

```
double *vector(long nl, long nh)
/* allocate a double vector with subscript range v[nl..nh] */
```

```
double *v = (double *)malloc((size.t)((nh-nl+2) * sizeof(double)));
if (v == NULL) error("allocation failure in vector()");
return (v-nl+1);
```

```
int *ivector(long nl, long nh)
/* allocate an int vector with subscript range v[nl..nh] */
```

```
int *v = (int *)malloc((size.t)((nh-nl+2) * sizeof(int)));
if (v == NULL) error("allocation failure in ivector()");
return (v-nl+1);
```

```
long *lvector(long nl, long nh)
/* allocate a long int vector with subscript range v[nl..nh] */
```

```
long *v = (long *)malloc((size.t)((nh-nl+2) * sizeof(long)));
if (v == NULL) error("allocation failure in lvector()");
return (v-nl+1);
```

```
double **matrix(long nrl, long nrh, long ncl, long nch)
/* allocate a double matrix with subscript range m[nrl..nrh][ncl..nch] */
```

```
long i, nrow = nrh-nrl+1, ncol = nch-ncl+1;
double **m;
/* allocate pointers to rows */
m = (double **) malloc((size.t)((nrow+1) * sizeof(double*)));
if (!m) error("allocation failure 1 in matrix()");
m += 1;
m -= nrl;
/* allocate rows and set pointers to them */
m[nrl] = (double *) malloc((size.t)((nrow*ncol+1) * sizeof(double)));
if (!m[nrl]) error("allocation failure 2 in matrix()");
m[nrl] += 1;
m[nrl] -= ncl;
for (i = nrl+1; i <= nrh; i++) m[i] = m[i-1]+ncol;
/* return pointer to array of pointers to rows */
return (m);
```

```
void free.vector(double *v, long nl, long nh)
/* free a double vector allocated with vector() */
```

```
free(v+nl-1);
```

```
void free.ivecator(int *v, long nl, long nh)
/* free an int vector allocated with ivecator() */
```

```
free(v+nl-1);
```

```
void free.lvector(long *v, long nl, long nh)
/* free a long int vector allocated with lvector() */
```

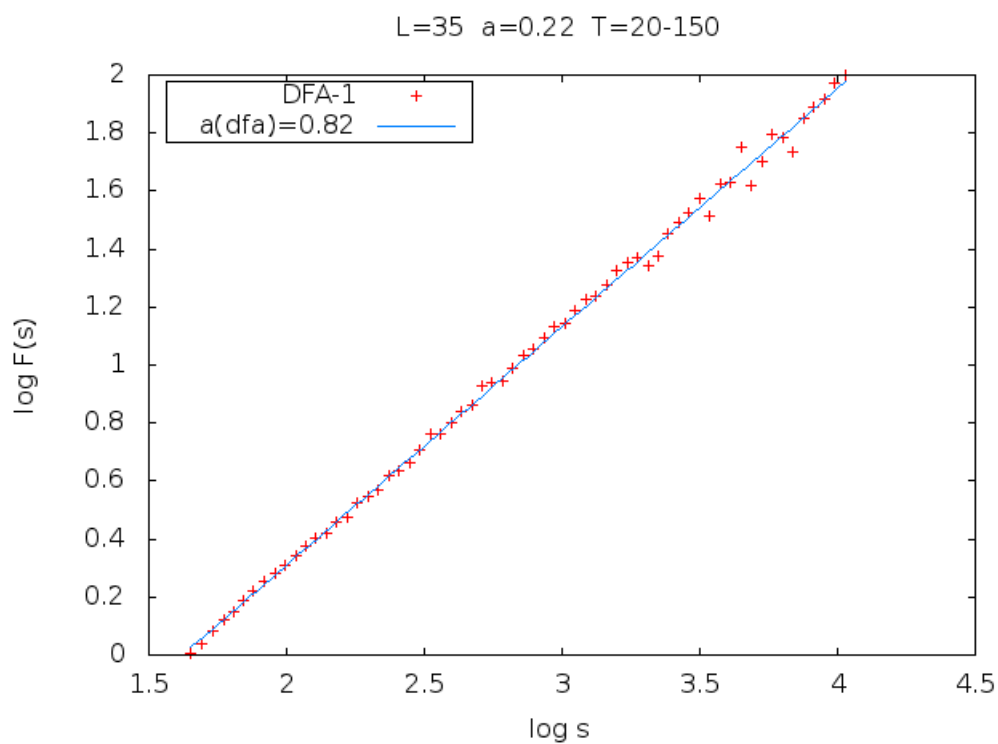
```
free(v+nl-1);
```

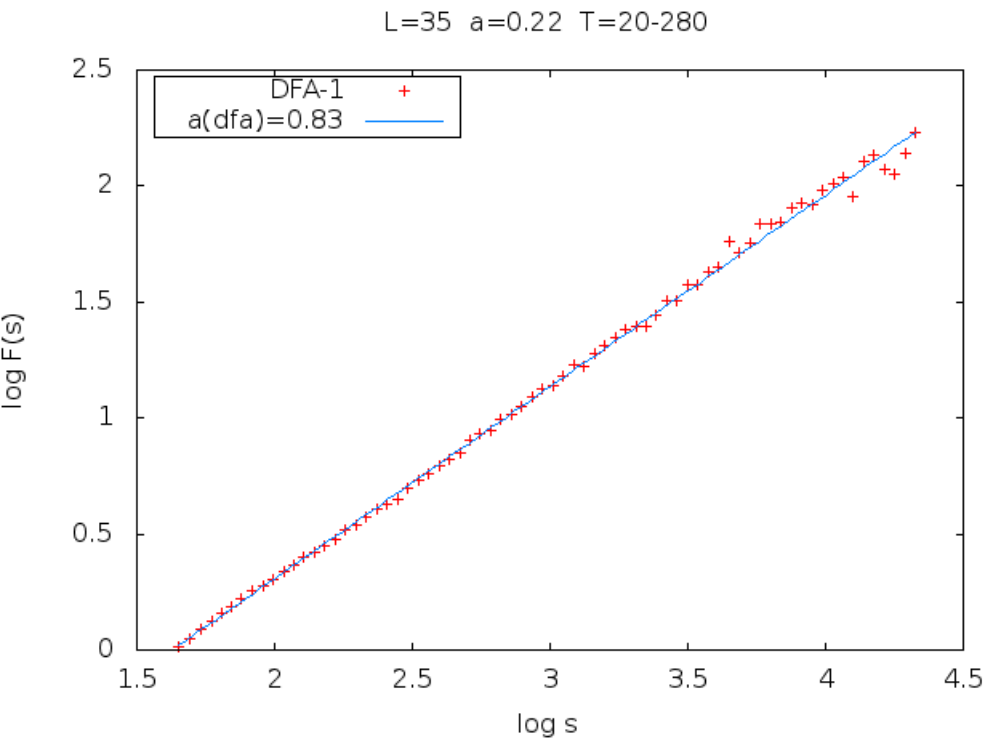
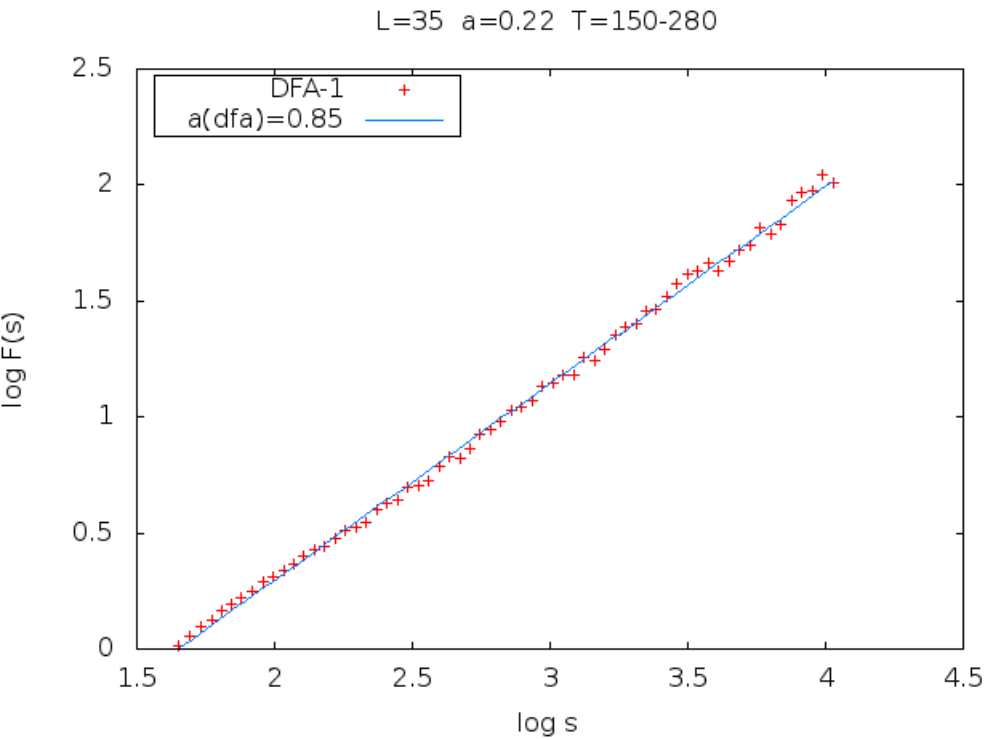
```
void free.matrix(double **m, long nrl, long nrh, long ncl, long nch)
/* free a double matrix allocated by matrix() */
```

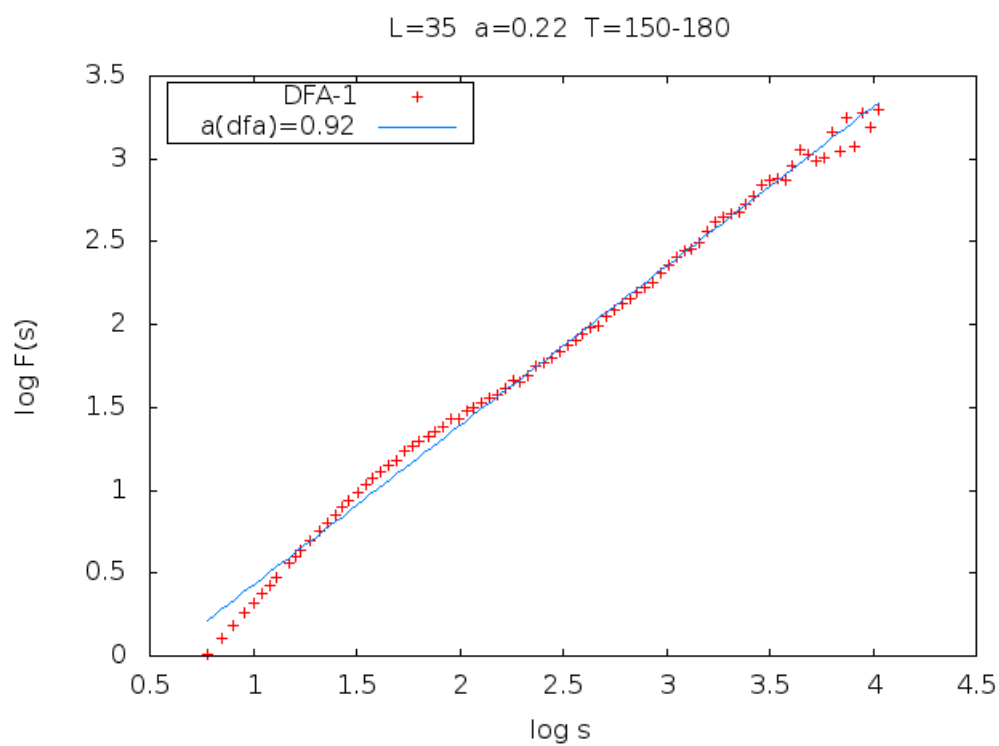
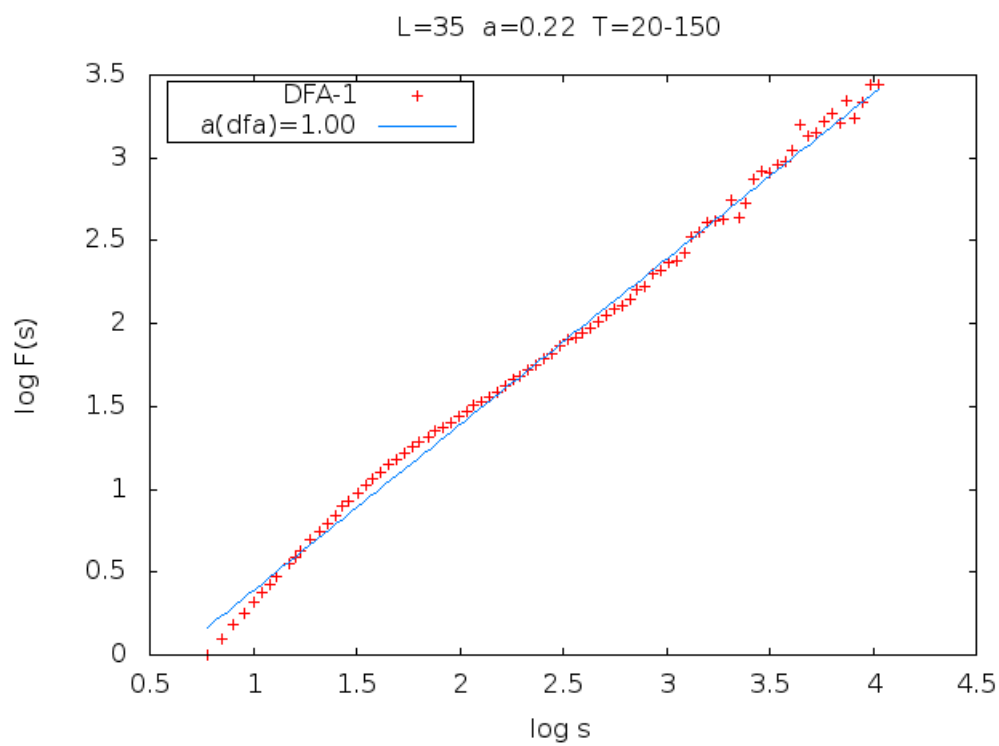
```
free(m[nrl]+ncl-1);
free(m+nrl-1);
```

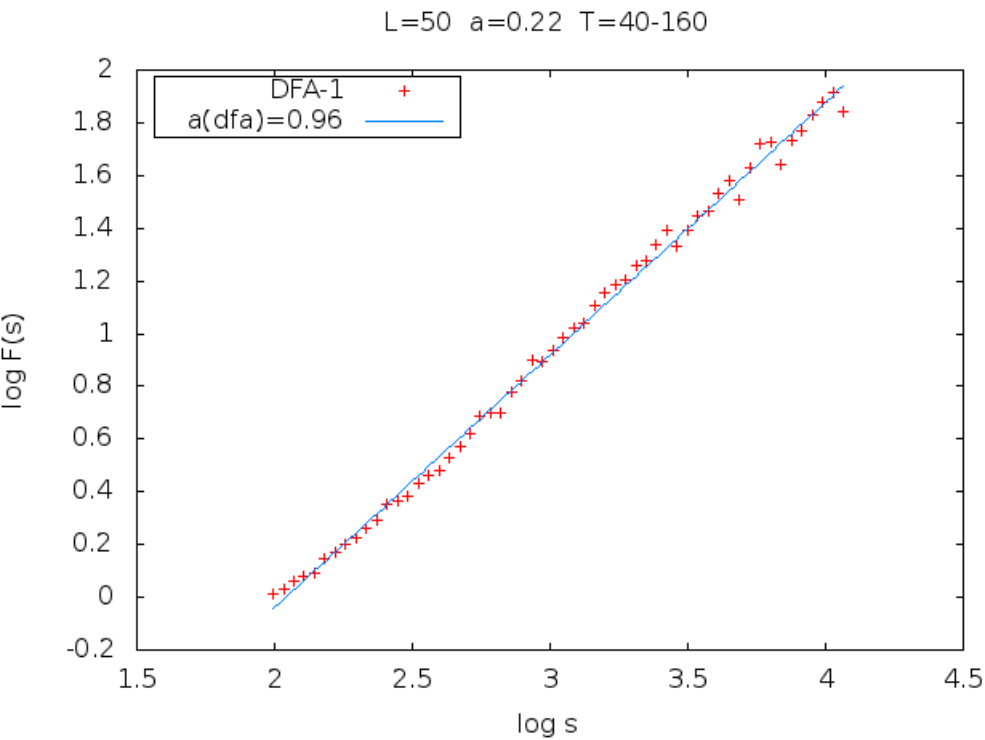
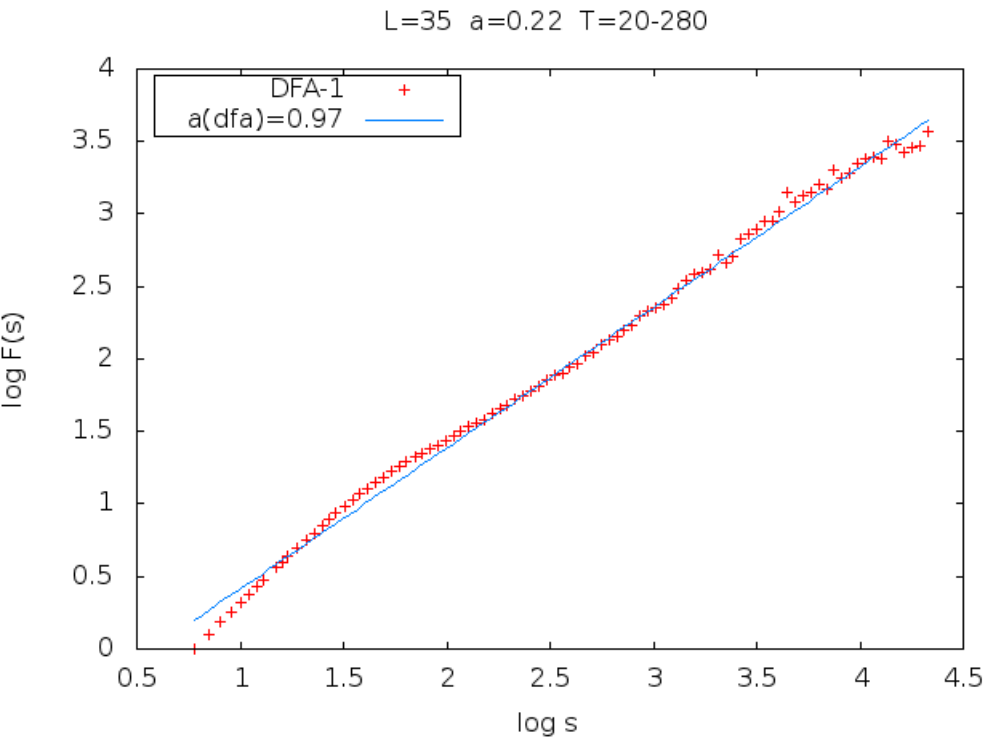

Παράρτημα □ □

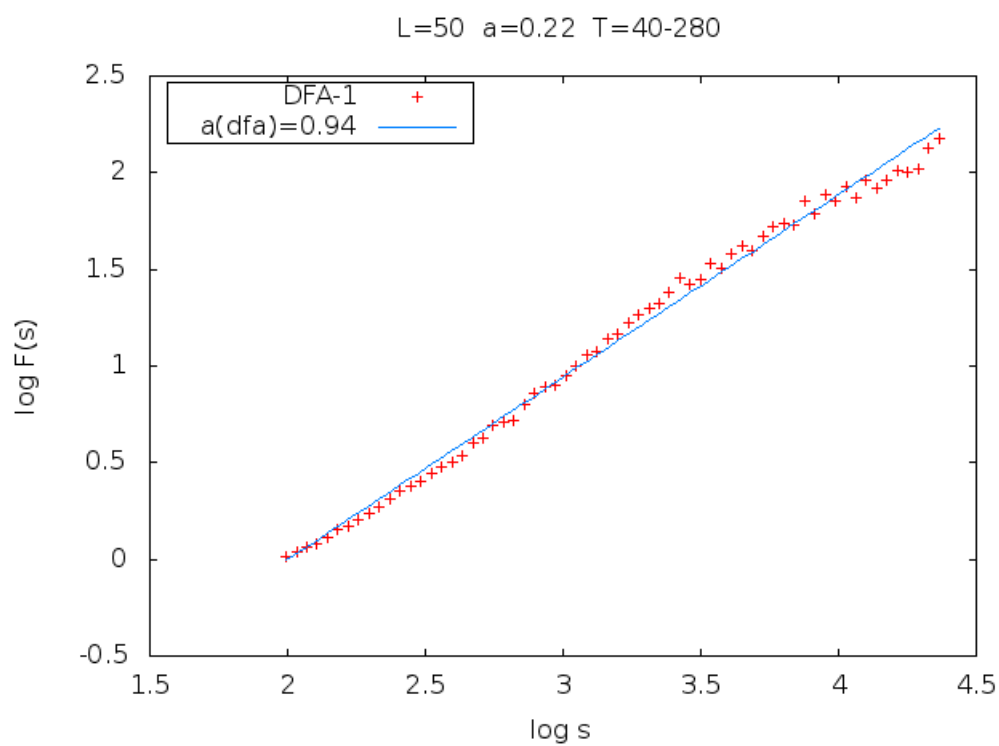
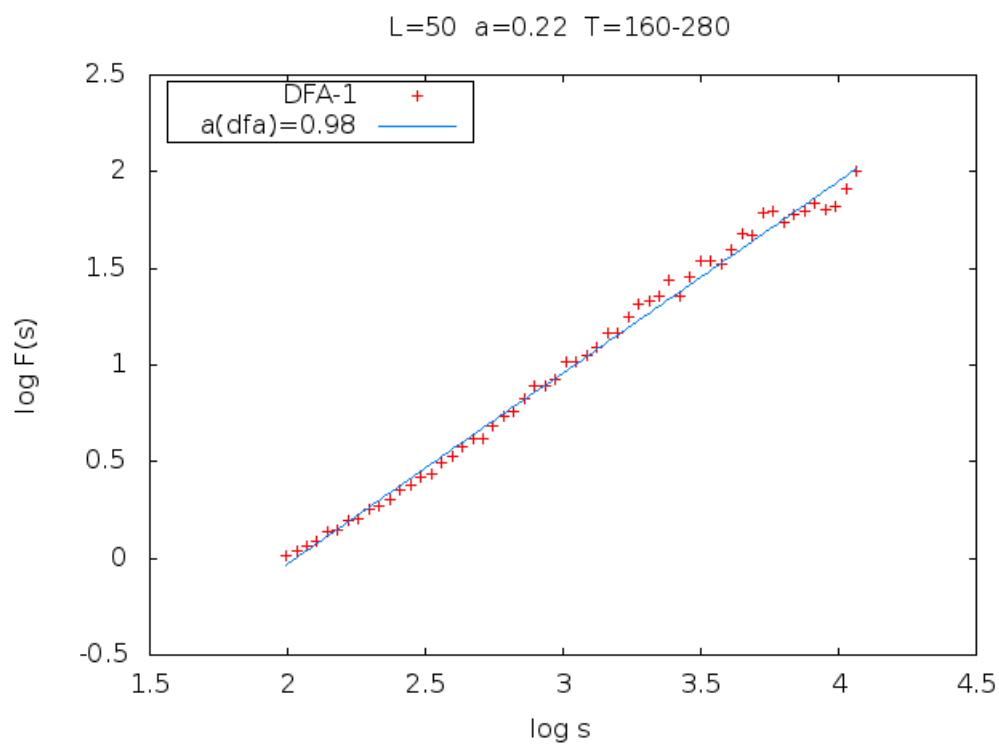
Γραφικές παραστάσεις που προέκυψαν από την μέθοδο DFA.

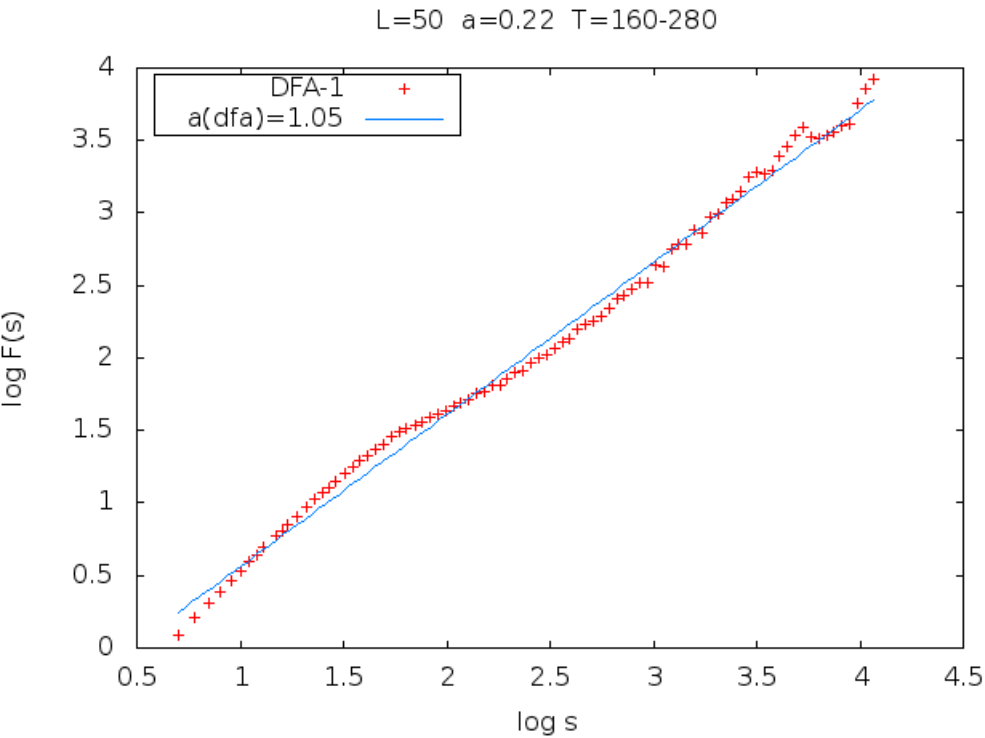
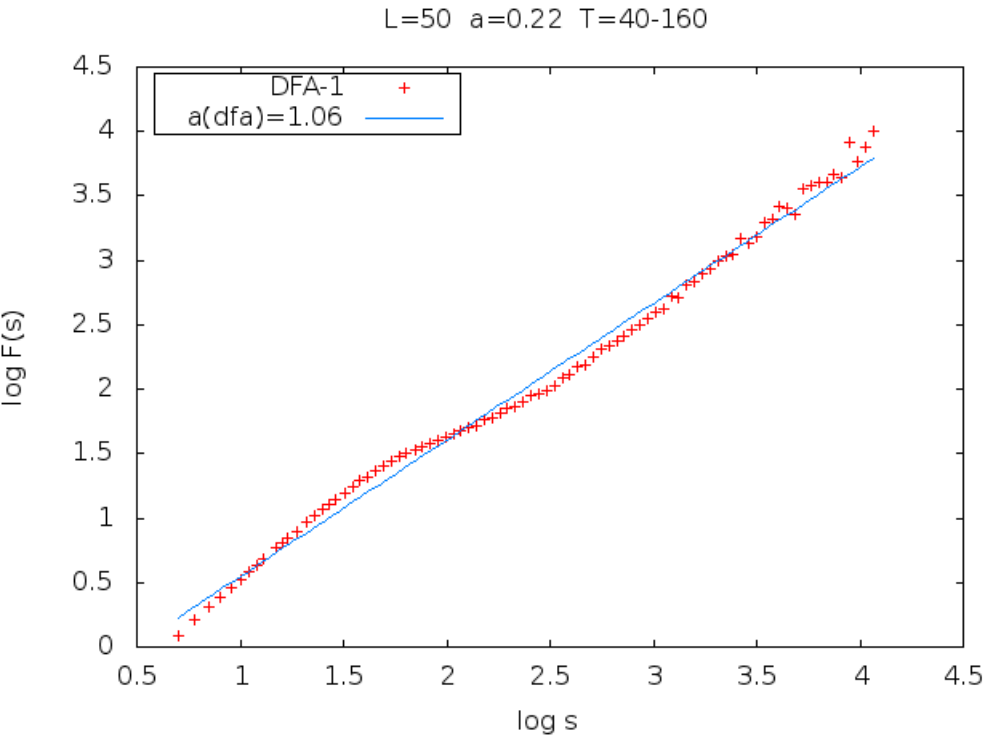


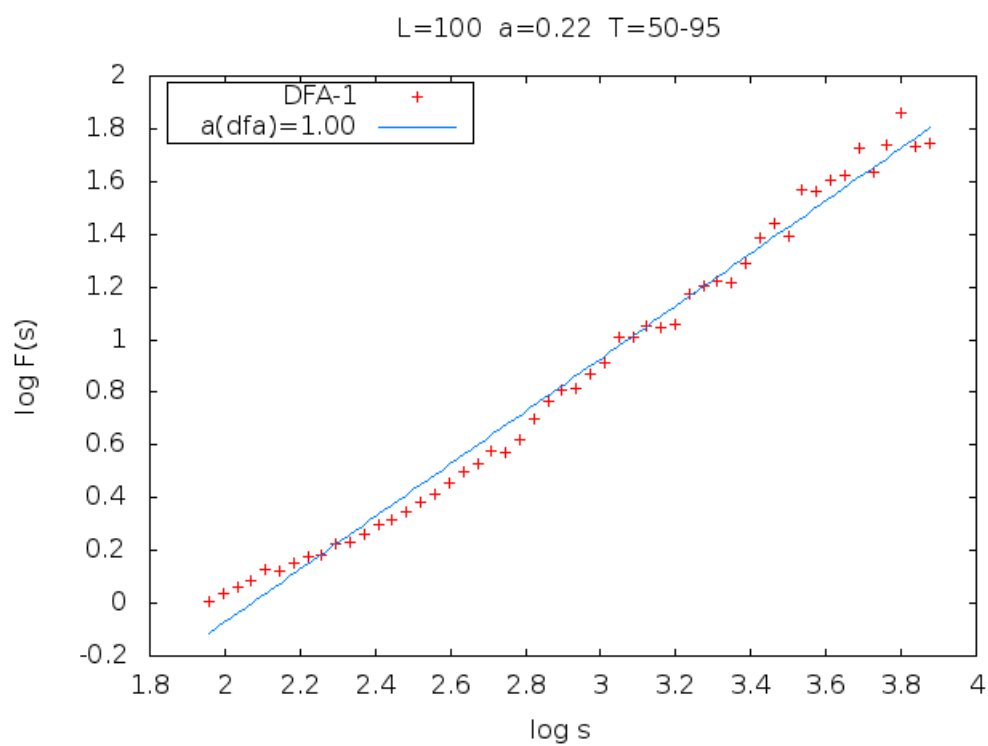
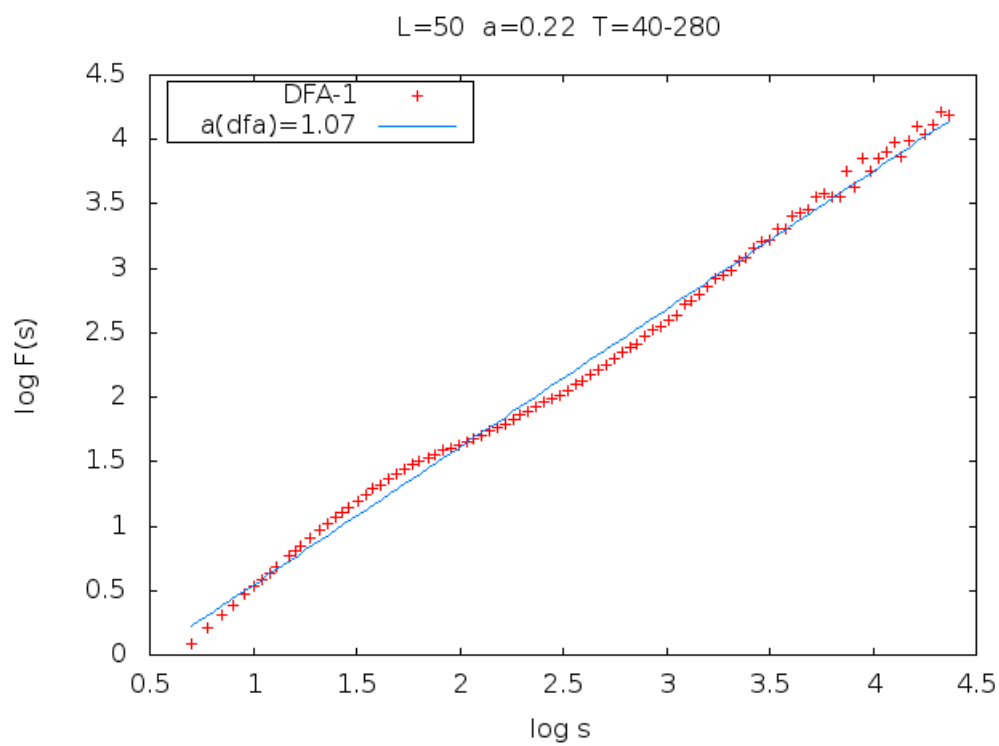


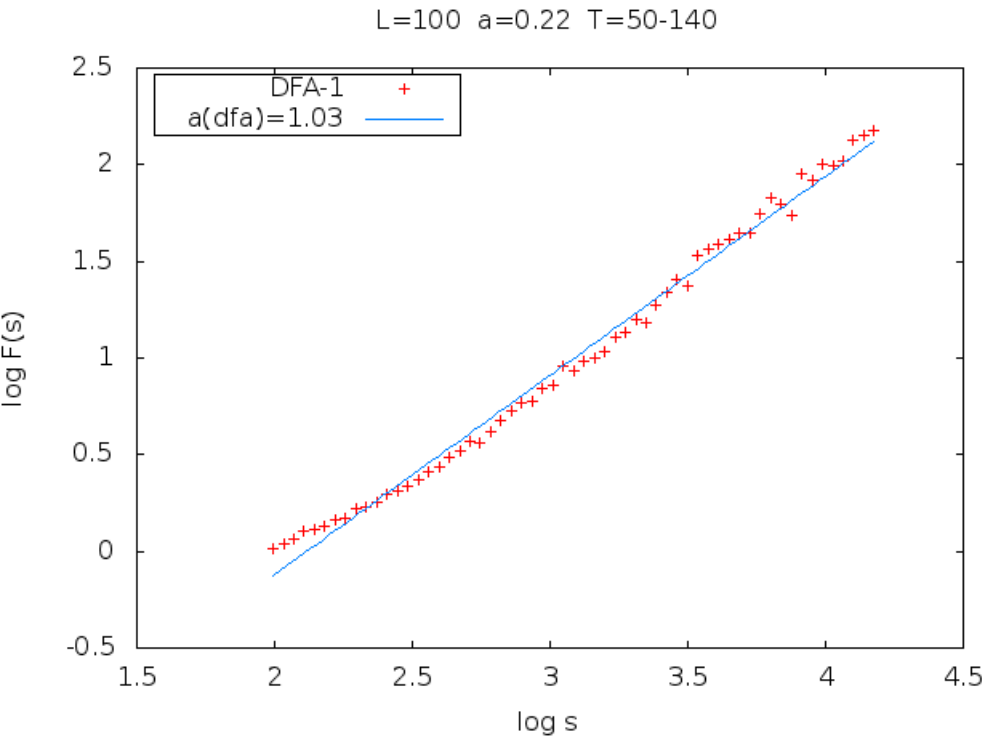
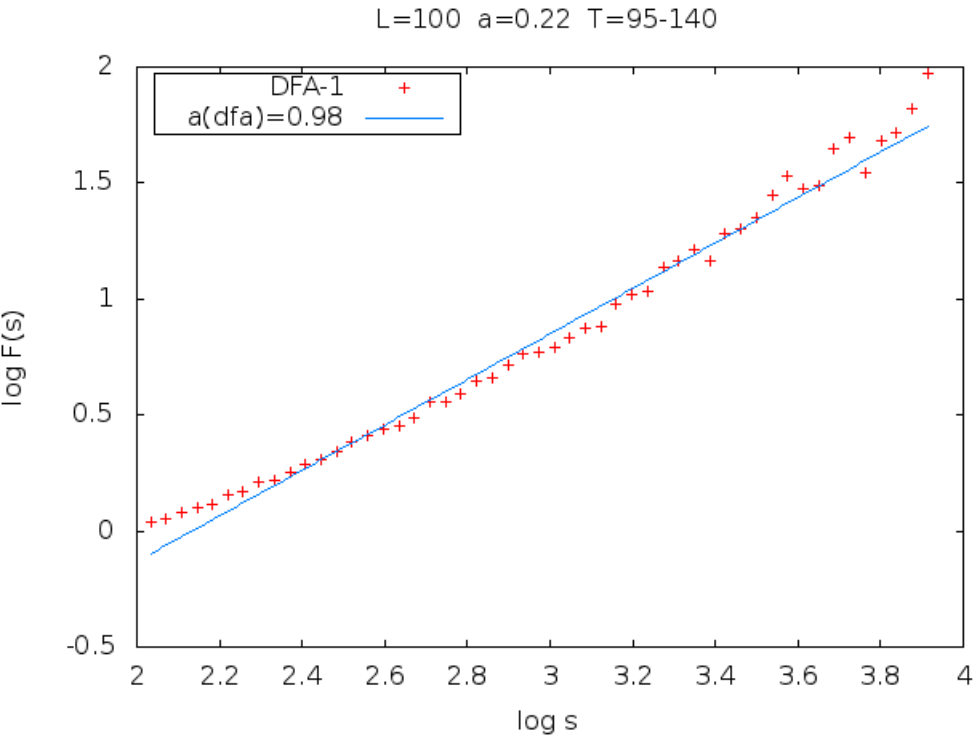


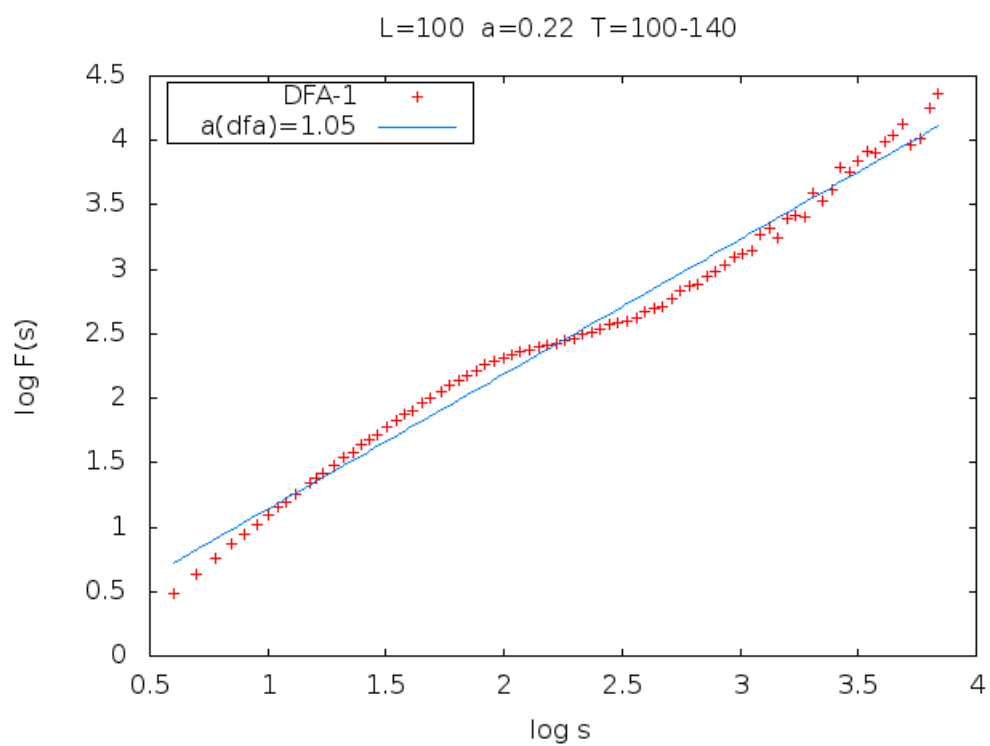
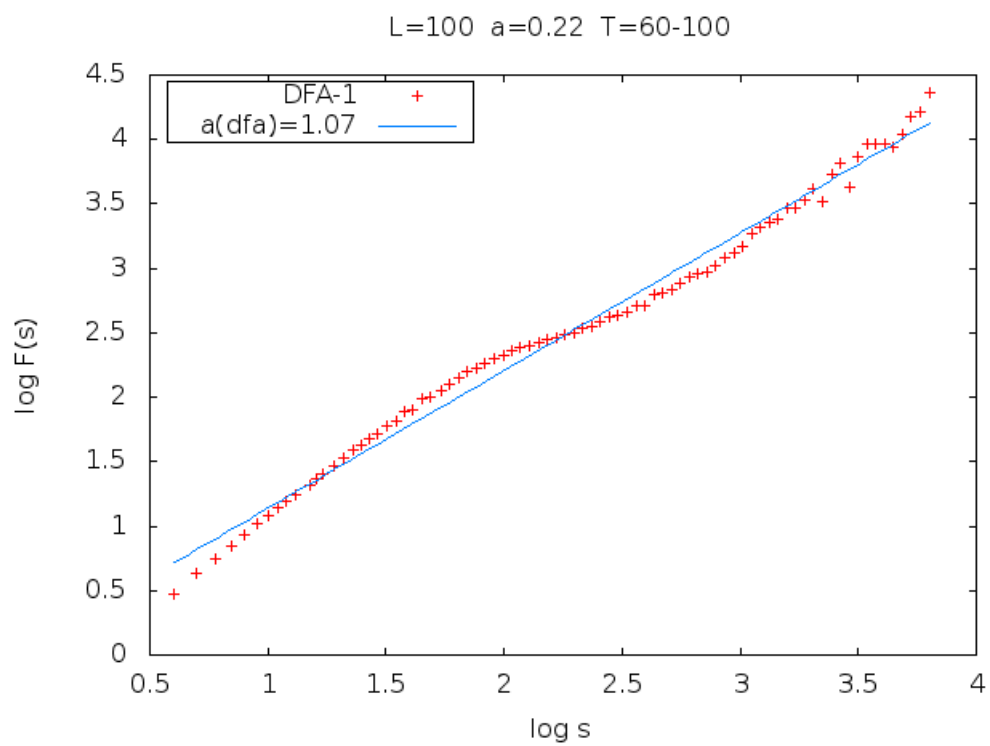


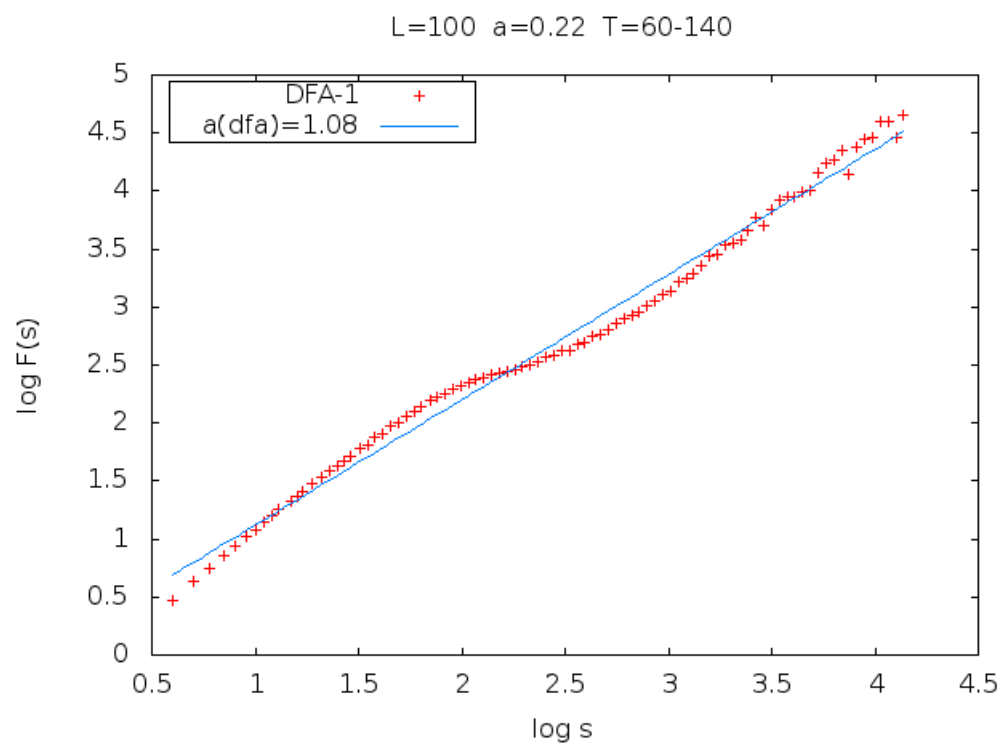












Βιβλιογραφία

- Ausloos, M., Vandewalle, N., Boveroux, P., Minguet, A., and Ivanova, K. 1999. Applications of statistical physics to economic and financial topics. *Physica A* 274:229--240.
- Bach, M., Wissel, F., and Drossel, B. 2008. Olami-feder-christensen model with quenched disorder. *Phys. Rev. E* 77:067101.
- Bak, P. and Tang, C. 1989. Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *J. Geophys. Res.* 94:15635.
- Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. 1987. Self-organized criticality: An explanation of the $1/f$ noise. *Phys. Rev. Lett.* 59:381--384.
- Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. 1988. Self-organized criticality. *Phys. Rev. A* 38:364.
- Bonachela, J. A. and Muñoz, M. A. 2009. Self-organization without conservation: true or just apparent scale-invariance? *J. Stat. Mech.: Theory and Experiment* 2009:P09009 (37pp).
- Burridge, R. and Knopoff, L. 1967. Model and theoretical seismicity. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 57:341--371.
- Carlson, J. M. and Langer, J. S. 1989a. Mechanical model of an earthquake fault. *Phys. Rev. A* 40:6470--6484.
- Carlson, J. M. and Langer, J. S. 1989b. Properties of earthquakes generated by fault dynamics. *Phys. Rev. Lett.* 62:2632--2635.
- de Carvalho, J. X. and Prado, C. P. C. 2000. Self-organized criticality in the olami-feder-christensen model. *Phys. Rev. Lett.* 84:4006--4009.
- Drossel, B. 2002. Complex scaling behavior of nonconserved self-organized critical systems. *Phys. Rev. Lett.* 89:238701.
- Helmstetter, A., Hergarten, S., and Sornette, D. 2004. Properties of foreshocks and aftershocks of the nonconservative self-organized critical olami-feder-christensen model. *Phys. Rev. E* 70:046120.
- Hergarten, S. and Neugebauer, H. J. 2002. Foreshocks and aftershocks in the olami-feder-christensen model. *Phys. Rev. Lett.* 88:238501.

- Ito, K. and Matsuzaki, M. 1990. Earthquakes as self-organized critical phenomena. *J. Geophys. Res. B* 95:6853.
- Ivanov, P. C., Yuen, A., Podobnik, B., and Lee, Y. 2004. Common scaling patterns in intertrade times of u. s. stocks. *Phys. Rev. E* 69:056107.
- Ivanova, K. and Ausloos, M. 1999. Application of the detrended fluctuation analysis (dfa) method for describing cloud breaking. *Physica A* 274:349.
- Jánosia, I. M. and Kertész, J. 1993. Self-organized criticality with and without conservation. *Physica A* 200:179 -- 188.
- Lee, M. J. 2008. Pseudo-random-number generators and the square site percolation threshold. *Phys. Rev. E* 78:031131.
- Lise, S. and Paczuski, M. 2001. Self-organized criticality and universality in a nonconservative earthquake model. *Phys. Rev. E* 63:036111.
- Liu, Y. H., Cizeau, P., Meyer, M., Peng, C. K., and Stanley, H. E. 1997. Correlations in economic time series. *Physica A* 245:437.
- Mandelbrot, B. B. 1983. The fractal geometry of nature. W. H. Freeman, New York.
- Miller, G. and Boulter, C. J. 2002. Measurements of criticality in the olami-feder-christensen model. *Phys. Rev. E* 66:016123.
- Nakanishi, H. 1991. Statistical properties of the cellular-automaton model for earthquakes. *Phys. Rev. A* 43:6613--6621.
- Olami, Z., Feder, H. J. S., and Christensen, K. 1992. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 68:1244--1247.
- Peng, C. K., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Mantegna, R. N., Simons, M., and Stanley, H. E. 1995. Statistical properties of dna sequences. *Physica A* 221:180.
- Peng, C.-K., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Simons, M., and Stanley, H. E. 1993. Finite-size effects on long-range correlations: Implications for analyzing dna sequences. *Phys. Rev. E* 47:3730--3733.
- Peng, C.-K., Buldyrev, S. V., Havlin, S., Simons, M., Stanley, H. E., and Goldberger, A. L. 1994. Mosaic organization of dna nucleotides. *Phys. Rev. E* 49:1685--1689.
- Pepke, S. L. and Carlson, J. M. 1994. Predictability of self-organizing systems. *Phys. Rev. E* 50:236--242.
- Pérez, C. J., Corral, A., Díaz-Guilera, A., Christensen, K., and Arenas, A. 1996. On self-organized criticality and synchronization in lattice models of coupled dynamical systems. *Int. J. Mod. Phys. B* 10:1111.

- Press, W. H. 1978. Flicker noises in astronomy and elsewhere. *Comments Astrophys.* 7:103.
- Ramos, O., Altshuler, E., and Måløy, K. J. 2006. Quasiperiodic events in an earthquake model. *Phys. Rev. Lett.* 96:098501.
- Socolar, J. E. S., Grinstein, G., and Jayaprakash, C. 1993. On self-organized criticality in nonconserving systems. *Phys. Rev. E* 47:2366--2376.
- Stanley, H. E., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., Peng, C. K., and Simons, M. 1999. Scaling features of noncoding dna. *Physica A* 273:1--18.
- Talkner, P. and Weber, R. O. 2000. Power spectrum and detrended fluctuation analysis: Application to daily temperatures. *Phys. Rev. E* 62:150--160.
- Vandewalle, N. and Ausloos, M. 1998. Crossing of two mobile averages: A method for measuring the roughness exponent. *Phys. Rev. E* 58:6832--6834.
- Varotsos, P. 2001. A review and analysis of electromagnetic precursory phenomena. *Acta Geophys. Pol.* 49:1--42.
- Varotsos, P. A. 18 May 2006. Is time continuous? arXiv:cond-mat/0605456v1 [cond-mat.other].
- Varotsos, P. A., Sarlis, N. V., and Skordas, E. S. 2001. Spatio-temporal complexity aspects on the interrelation between seismic electric signals and seismicity. *Practica of Athens Academy* 76:294--321.
- Varotsos, P. A., Sarlis, N. V., and Skordas, E. S. 2002a. Long-range correlations in the electric signals the precede rupture. *Phys. Rev. E* 66:011902.
- Varotsos, P. A., Sarlis, N. V., and Skordas, E. S. 2002b. Seismic electric signals and seismicity: On a tentative interrelation between their spectral content. *Acta Geophys. Pol.* 50:337--354.
- Varotsos, P. A., Sarlis, N. V., and Skordas, E. S. 2003a. Attempt to distinguish electric signals of a dichotomous nature. *Phys. Rev. E* 68:031106.
- Varotsos, P. A., Sarlis, N. V., and Skordas, E. S. 2011. Natural Time Analysis: The new view of time. Precursory Seismic Electric Signals, Earthquakes and other Complex Time-Series. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- Varotsos, P. V., Sarlis, N. V., and Skordas, E. S. 2003b. Electric fields that ``arrive" before the time derivative of the magnetic field prior to major earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* 91:148501.
- Wilczek, F. 2005a. Nobel lecture: Asymptotic freedom: From paradox to paradigm. *Rev. Mod. Phys.* 77:857--870.
- Wilczek, F. 2005b. Whence the force $f=ma$? *PHYSICS TODAY* 58:10--11.

Yang, X., Du, S., and Ma, J. 2004. Do earthquakes exhibit self-organized criticality? *Phys. Rev. Lett.* 92:228501.