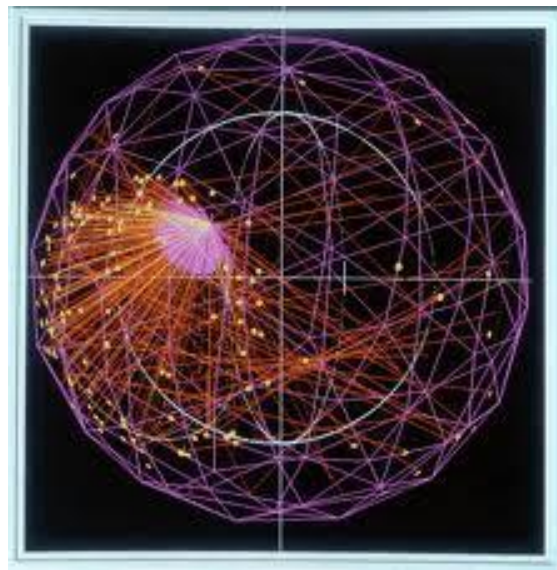




ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ & ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ Μ.Δ.Ε.

‘ Παραγωγή και Ανίχνευση Ηλιακών Νετρίνων’



Δημήτριος Ναπ. Ιωαννίδης-Βαμβακάς

A.M. 200661

Τριμελής Επιτροπή:

*Ελένη Μαυρομιχαλάκη, Καθ. Τμήματος Φυσικής ΕΚΠΑ
Ξενοφών Μουσάς, Καθ. Τμήματος Φυσικής ΕΚΠΑ
Ειρήνη Μαυρομμάτη, Αν. Καθ. Τμήματος Φυσικής ΕΚΠΑ*

ΑΘΗΝΑ 2012

**ΣΤΗΝ ΜΝΗΜΗ ΤΟΥ ΠΑΤΕΡΑ ΜΟΥ
ΝΑΠΟΛΕΟΝΤΟΣ ΙΩΑΝΝΙΔΗ-BAMBAKA**

ΣΤΗΝ ΜΗΤΕΡΑ ΜΟΥ ΜΑΡΙΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η εργασία αυτή έγινε στα πλαίσια των μεταπτυχιακών σπουδών μου στο Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών για την απόκτηση του ΜΔΕ με ειδικότητα στην Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων.

Ευχαριστώ για την συνεργασία και την βοήθεια τους τις καθηγήτριες του Τμήματος Φυσικής Ελένη Μαυρομιχαλάκη και Ειρήνη Μαυρομμάτη καθώς επίσης και τον καθηγητή Ξενοφώντα Μουσά.

Περιεχόμενα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΟΣΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ	7
ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΝΕΤΡΙΝΩΝ.....	8
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ.....	8
ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ.....	8
ΠΗΓΕΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ.....	9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΤΟΝ ΠΥΡΗΝΑ ΤΟΥ ΗΛΙΟΥ

1.1 Ο Ήλιος.....	11
1.2 Θερμοπυρηνική σύντηξη.....	12
1.3 Μελέτη της βασικής Ηλιακής αντίδρασης ελαστικής σκέδασης pp σε χαμηλές ενέργειες.....	14
1.4 Ενεργές διατομές για την αντίδραση σύντηξης Υδρογόνου.....	18
1.5 Ρυθμοί πυρηνικών αντιδράσεων στο Ηλιακό πλάσμα.....	19
1.6	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΡΜΟΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΣΥΜΒΑΙΝΟΥΝ ΣΤΟΝ ΗΛΙΟ

1.1 Αλυσίδα ppI.....	24
1.2 Αλυσίδα ppII.....	25
1.3 Αλυσίδα ppIII.....	26
1.4 Κύκλος CNO.....	27

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΤΟΥ ΗΛΙΟΥ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΙΣ ΡΟΕΣ ΤΩΝ ΗΛΙΑΚΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

3.1 Διαγράμματα ροών νετρίνων από διάφορες πηγές.....	28
3.2 Ενεργειακά φάσματα Ηλιακών νετρίνων.....	37
3.3 Οι θεωρητικές γνώσεις για τις ροές των νετρίνων.....	39
3.4 Το καθιερωμένο Ηλιακό μοντέλο.....	40
3.5 Η εξέλιξη του καθιερωμένου Ηλιακού μοντέλου.....	41
3.6 Η ροή των pp νετρίνων και η Ηλιακή ισχύς(φωτεινότητα-λαμπρότητα)..	42

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ ΔΥΟ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΑ ΤΑ ΝΕΤΡΙΝΑ

- 4.1 Αναζήτηση σχετικιστικής εξίσωσης με λύσεις δύο συνιστωσών
που περιγράφουν σωμάτια και αντισωμάτια.....44

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

- 5.1 Γενικές ιδιότητες.....49
5.2 Ασθενές βαθμωτό δυναμικό.....50
5.3 Ηκαθιερωμένη θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων.....51
5.4 Η θεωρία V-A.....52
5.5 Στοιχεία πίνακα του ασθενούς αδρονικού ρεύματος ενός νουκλεονίου..53

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

- 6.1 β-διάσπαση.....55
6.2 Θεωρία του Fermi για την β-διάσπαση.....58
6.3 Ενέργεια του νετρίνου στην β-διάσπαση.....60
6.4 Η μάζα του νετρίνου.....65
6.5 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενούς αδρονικού ρεύματος.....67
6.6 Ασθενείς διαδικασίες λεπτονίου-πυρήνα.....68
6.7 Ενεργές διατομές αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα
Μέθοδος Donnelly-Walecka.....69

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΚΕΔΑΣΗ ΝΕΤΡΙΝΟΥ ΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΑ-ΝΟΥΚΛΕΟΝΙΑ

- 7.1 Σκέδαση νετρίνου με ηλεκτρόνιο.....75
7.2 Σκέδαση νετρίνου με κουάρκ.....77
7.3 Σκέδαση νετρίνου-νουκλεονίου.....78

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΚΕΔΑΣΗ ΝΕΤΡΙΝΩΝ ΜΕ ΠΥΡΗΝΕΣ

- 8.1 Κατηγορίες αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα.....81
8.2 Ελαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα.....82
8.3 Ημιαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα.....83
8.4 Χαμιλτονιανή αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα.....84
8.5 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα
φορτισμένων ρευμάτων.....85
8.6 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα
ουδετέρων ρευμάτων.....88
8.7 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα-κανάλια σκέδασης νετρίνου-πυρήνα.....89
8.8 Κινηματικές εξισώσεις σκέδασης νετρίνου-πυρήνα.....91
8.9 Σύμφωνη σκέδαση (coherent) νετρίνου-πυρήνα.....92

8.10 Σκέδαση Ηλιακών νετρίνων με πυρήνες.....	93
8.11 Συμπεριφορά πυρήνων στα φάσματα των Ηλιακών νετρίνων 8_5B και He^+	95
8.12 Απόκριση των πυρήνων πυριτίου ${}^{28}_{14}Si$ και θείου ${}^{32}_{16}S$ στα φάσματα Ηλιακών νετρίνων που παράγονται μέσω των πυρηνικών αντιδράσεων εκ των 8_5B και He^+	96

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

9.1 Βαθμονόμηση ανιχνευτών.....	98
9.2 Πειράματα ανίχνευσης Ηλιακών νετρίνων	
A) Πειράματα με ραδιοχημικές μεθόδους	
1) Πείραμα με χλώριο Homestake experiment.....	98
2) Πείραμα με γάλλιο	
α) GALLEX.....	100
β) SAGE.....	100
B) Πειράματα με ανιχνευτές Cherenkov	
1) Kamiokande.....	100
2) Super Kamiokande.....	100
3) SNO.....	101
Γ) Πειράματα με υγρούς σπινθηριστές	
Borexino.....	104
Kamland.....	106
Πείραμα LUNA.....	106

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

10.1 Ηλιακά δεδομένα	107
10.2 Ταλαντώσεις νετρίνων.....	108

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	112
-------------------	-----

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	114
-------------------	-----

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΟΣΜΙΚΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ

Η κοσμική ακτινοβολία ανάλογα με την τάξη μεγέθους των ενεργειών των σωματιδίων που την αποτελούν διακρίνεται σε δύο συνιστώσες.

• 1. Την **Γαλαξιακή συνιστώσα** η οποία χαρακτηρίζεται από σωματίδια πολύ υψηλών ενεργειών με τάξη μεγέθους ($10^9 - 10^{21}$) eV.

Η κοσμική ακτινοβολία είναι σωματίδια μεγάλης ενέργειας γαλαξιακής και εξωγαλαξιακής προέλευσης.

• 2. Την **Ηλιακή συνιστώσα** η οποία χαρακτηρίζεται από σωματίδια χαμηλών σχετικά ενεργειών με τάξη μεγέθους $< 10^9$ eV. Πρόκειται για σωματίδια ηλιακής κυρίως προέλευσης. Σε αντίθεση με τη σταθερότητα της Γαλαξιακής συνιστώσας η Ηλιακή συνιστώσα χαρακτηρίζεται από διακυμάνσεις τόσο στην ένταση όσο και στις ενέργειες οι οποίες σχετίζονται με τις αντίστοιχες διακυμάνσεις της ηλιακής δραστηριότητας, οι σημαντικότερες των οποίων είναι οι εξής:

2.1 Ενδεκαετής ηλιακός κύκλος: Αναφέρεται στην γνωστή περιοδικότητα της ηλιακής δραστηριότητας .

2.2 Μαγνητικές καταιγίδες ξαφνικής έξαρσης, οι οποίες προκαλούν απότομη μείωση της έντασης της κοσμικής ακτινοβολίας γνωστή ως μείωση Forbush.

2.3 27-ήμερη μεταβολή: Σχετίζεται με τη συνοδική περίοδο του Ηλίου σε σχέση με τη Γη.

2.4 Ημερήσια μεταβολή: Πρόκειται για την παρουσία μεγίστου της έντασης της κοσμικής ακτινοβολίας κατά τις πρώτες απογευματινές ώρες και σχετίζεται με την ανισοτροπία της κίνησης των Ηλιακών σωματιδίων που συμπεριστρέφονται με τις δυναμικές γραμμές του ηλιακού μαγνητικού πεδίου που έχουν την μορφή των ελίκων του Αρχιμήδη.

2.5 Απότομες αυξήσεις της έντασης των κοσμικών σωματιδίων λόγω ηλιακών εκλάμψεων.

◦ Η κοσμική ακτινοβολία (πρωτογενής) κατά κανόνα συνίσταται από πρωτόνια (85%), σωματία α (5%), ελαφρά σωματία (0.1%), μεσαία σωματία (0.42%), Fe και υπερουράνια σωματία (0.04%) καθώς και ηλεκτρόνια, ακτινοβολία γ, και νετρίνα (1-2%)

Η Ηλιακή συνιστώσα αποτελείται κυρίως από ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρίνα και διάφορα άλλα σωματίδια έως τον Fe.

Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στην μελέτη της δημιουργίας νετρίνων στον Ηλιο μέσω θερμοπυρηνικών αντιδράσεων σύντηξης και την ανίχνευσή

τους στην Γή μέσω διαφόρων πειραμάτων. Μέσω αυτής συζητείται η πληροφορία για τη δομή του Ήλιου καθώς και για τις ιδιότητες των νετρίνων που έδωσαν λύση στο γνωστό πρόβλημα των Ηλιακών νετρίνων.

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

Τα νετρίνα είναι στοιχειώδη σωματίδια που εμφανίζονται στις ασθενείς πυρηνικές αλληλεπιδράσεις, με πολύ μικρή μάζα χωρίς ηλεκτρικό φορτίο.

Ο αριθμός τους στο Σύμπαν είναι τεράστιος είναι ίσως τα περισσότερα από όλα τα σωματίδια.

Κατατάσσονται στην κατηγορία των λεπτονίων όπως και τα ηλεκτρόνια και έχουν πολύ ασθενή αλληλεπίδραση με την ύλη, γι' αυτό ανιχνεύονται δύσκολα. Όπως όλα τα λεπτόνια δεν συμμετέχουν στις ισχυρές πυρηνικές αλληλεπιδράσεις.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

- Τά νετρίνα και τα αντισωματίά τους αντineτρίνα έχουν σπιν $\frac{1}{2}$, είναι

δηλαδή φερμιόνια και υπακούουν στην στατιστική Fermi-Dirac.

- Δεν έχουν ηλεκτρικό φορτίο.
- Εμφανίζονται σε τρεις γεύσεις ν_e, ν_μ, ν_τ .
- Έχουν μάζα πολύ μικρή. Τα άνω όρια στις μάζες τους σήμερα είναι:

$$m(\nu_e) \leq 2,5 \frac{eV}{c^2}$$

$$m(\nu_\mu) \leq 0,16 \frac{MeV}{c^2}$$

$$m(\nu_\tau) \leq 18 \frac{MeV}{c^2}$$

- Έχουν ταχύτητες πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός.
- Συμμετέχουν μόνον στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.
- Στην Φύση υπάρχουν μόνον αριστερόστροφα νετρίνα και δεξιόστροφα αντineτρίνα.

Ταλαντώσεις και μάζες των νετρίνων

- Ταλάντωση νετρίνου είναι η μετάβασή του από έναν τύπο σε άλλον, ήτοι:

$$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$$

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

- Στα τέλη του 18^{ου} και αρχές του 19^{ου} αιώνα ο Rutherford ανακαλύπτει την ακτινοβολία α (πυρήνες ${}^4_2\text{He}$) και την ακτινοβολία β (ηλεκτρόνια).

- Το 1914 ο Chadwick ανακαλύπτει την β- διάσπαση που έχει συνεχές ενεργειακό φάσμα.
- Το 1920 ο Rutherford εισηγείται την ύπαρξη του νετρονίου.
- Το 1927 ο Dirac προβλέπει θεωρητικά την ύπαρξη του νετρίνου.
- Το 1930 ο Pauli προτείνει την ύπαρξη σωματιδίου μηδενικής μάζας, σπιν $\frac{1}{2}$, και ταχύτητας ίσης με αυτήν του φωτός στο κενό, με την ονομασία <<μικρό νετρόνιο>>.
- Το 1932 ο Chadwick ανακαλύπτει πειραματικά το νετρόνιο (ουδετερόνιο). Το 1933 ο Fermi εξηγεί την β-διάσπαση και ονομάζει το σωματίδιο νεutrίνο.
- Το 1933 οι Reines και Cowan ανιχνεύουν για πρώτη φορά το νεutrίνο(το οποίο σήμερα δεχόμαστε ως αντineutrίνο).
- Το 1957 ο Pontecorvo πρότεινε μέθοδο μέτρησης της μάζας του νεutrίνου.
- Το 1962 ανακαλύπτεται πειραματικά το μόνιο.
- Στα τέλη της δεκαετίας του 1960 διαπιστώνεται το πρόβλημα των Ηλιακών νεutrίνων.
- Το 1987 ανιχνεύονται Ηλιακά νεutrίνα και νεutrίνα του υπερκαινοφανούς SN1987A και αρχίζει η αστρονομία των νεutrίνων.
- Το 1998 δίδεται η εξήγησις του προβλήματος των Ηλιακών νεutrίνων.
- Το 2000 ανακοινώνεται από το Fermilab για πρώτη φορά πειραματικά η ανίχνευση του τ νεutrίνου.

ΠΗΓΕΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΤΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

Μεγάλη έκρηξη και σκοτεινή ύλη

<<Παράλληλα>> με την ακτινοβολία μικροκυμάτων υποβάθρου πιθανόν να υπάρχουν νεutrίνα χαμηλών ενεργειών που ταξιδεύουν από την εποχή της Μεγάλης έκρηξης.

Εκρήξεις υπερκαινοφανών

Στις 23/2/1987 οι ανιχνευτές Cerenkov κατέγραψαν για πρώτη φορά νεutrίνα από υπερκαινοφανή, τον SN1987A. Από τον χρόνο που απαιτείται για να φθάσουν στην Γή μπορούμε να υπολογίσουμε τις ταχύτητες, και από τις ενέργειές τους τις μάζες τους.

Ηλιακά νεutrίνα

Στον Ήλιο κυρίως στον πυρήνα του γίνονται θερμοπυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης και δημιουργείται τεράστιος αριθμός νεutrίνων. Κυριότερες διαδικασίες είναι οι αλυσίδες ppI , $ppII$, $ppIII$ και ο κύκλος CNO .

Πρόβλημα Ηλιακών νεutrίνων

Η ροή των νεutrίνων από τον Ήλιο που ανιχνεύεται στην Γή είναι μεταξύ του $\frac{1}{3}$ και του $\frac{1}{2}$ από την αναμενομένη. Η κυριότερα εκδοχή είναι οι ταλαντώσεις

των νετρίνων, για την πραγματοποίηση των οποίων απαιτείται τα νετρίνα να έχουν μάζα.

Γήινες πηγές

- Η αλληλεπίδραση της πρωτογενούς κοσμικής ακτινοβολίας κατά την είσοδό της στην ατμόσφαιρα με τους ατμοσφαιρικούς πυρήνες παράγει <<ατμοσφαιρικά νετρίνα>>.

- Επίσης και στον οργανισμό των ανθρώπων από β-διασπάσεις παράγονται νετρίνα .

- Από τους διαφόρους πυρηνικούς αντιδραστήρες και από τους επιταχυντές παράγονται μεγάλες ποσότητες νετρίνων.

Τα ν_μ αναμένεται να είναι διπλάσια από τα ν_e . Οι ενέργειές τους είναι $100\text{MeV} \leq E_\nu \leq 100\text{GeV}$ Εάν $E_\nu > 1\text{GeV}$ τότε η ροή τους συναρτήσει της ενέργειάς τους είναι ανάλογος του $E^{-2,7}$.

Υπάρχουν και οι ακτινοβολίες συμβατικών δεσμών και υπερδεσμών (conventional beams και superbeams) που συνίστανται κατά 99⁺% από ν_μ και 1⁻% από άλλα νετρίνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΤΟΝ ΠΥΡΗΝΑ ΤΟΥ ΗΛΙΟΥ

Θα περιγράψουμε τις πυρηνικές αντιδράσεις που συμβαίνουν στον Ήλιο από τις οποίες δημιουργούνται τα διάφορα ενεργητικά σωματίδια συμπεριλαμβανομένων των νετρίνων. Η ακτινοβολία του Ηλίου προέρχεται κυρίως από την σύντηξη του ελαφρύτερου στοιχείου του Υδρογόνου σε Ήλιο.

1.1 Ο Ήλιος

Στα άστρα όλες οι αλληλεπιδράσεις, η βαρυτική η ασθενής η ηλεκτρομαγνητική και η ισχυρή πυρηνική διαδραματίζουν σημαντικό και ενεργό ρόλο. Ο Ήλιος μας και οι πλανήτες του δημιουργήθηκαν πριν από $4 \cdot 10^9$ χρόνια με την συμπύκνωση της διάχυτης ύλης κυρίως από άτομα H και H_e . Οι δέκα σημαντικότεροι πυρήνες και τα αντίστοιχα ποσοστά τους στην διάχυτη αυτή ύλη είναι σε σχέση με τον άνθρακα.

H	He	C	N	O	Ne	Mg	Si	S	Fe
2400	162	1.0	0.21	1.66	0.23	0.10	0.09	0.05	0.08

Τα κυριότερα χαρακτηριστικά του Ήλιου είναι

Μάζα	$M = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$
Ακτίνα	$R = 6.96 \cdot 10^8 \text{ m}$
Λαμπρότητα	$L = 3.86 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Εξ αιτίας της μεγάλης εμβέλειας και της ελκτικής φύσης της βαρύτητας μία ομογενής μάζα αερίου σε αρκετά χαμηλή θερμοκρασία είναι ασταθής και συστέλλεται σε μικρότερο όγκο δημιουργώντας συμπαγή σώματα όπως τα αστέρια. Κατά την διάρκεια της συστολής της μάζας του αερίου, η βαρυτική δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική και ενέργεια ακτινοβολίας, με αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας του αερίου. Ο ρυθμός της κατάρρευσης καθορίζεται από τον βαθμό εξισορρόπησης της πίεσης στο θερμό και πυκνό εσωτερικό και της πίεσης της βαρυτικής συστολής. Στον Ήλιο καθώς η θερμοκρασία και η πυκνότητα αυξάνονταν, ο ρυθμός συστολής σταμάτησε όταν το εσωτερικό έγινε αρκετά θερμό και άρχισε η αντίδραση καύσης του Υδρογόνου. Σε αυτή την φάση της εξέλιξης του Ηλίου, η παραγόμενη πυρηνική ισχύς συντηρεί το εσωτερικό αρκετά.

Η περίπτωση στατική αυτή συνθήκη υφίσταται και σήμερα. Δεν υπάρχει θερμοδυναμική ισορροπία, εφ' όσον το εσωτερικό είναι θερμότερο από το εξωτερικό και η πυρηνική ενέργεια που απελευθερώνεται από τον Ηλιακό πυρήνα διαδίδεται με ακτινοβολία, αγωγή και μεταφορά στην επιφάνεια από όπου ακτινοβολείται στο διάστημα.

1.2 Θερμοπυρηνική σύντηξη

Όπως αναφέρθηκε ο Ήλιος βρίσκεται στην φάση της θερμοπυρηνικής καύσης του υδρογόνου Η (φάση κυρίας ακολουθίας), εξελίσσεται σε μεγάλες χρονικές κλίμακες και η θερμοκρασία του είναι τέτοια ώστε η μέση θερμική ενέργεια ενός ατομικού πυρήνα να είναι μικρή συγκριτικά με την αντίστοιχη άπωση Coulomb που ασκείται σε ένα ιόν.

Η ηλεκτρική άπωση Coulomb καθυστερεί τους ρυθμούς πυρηνικών αντιδράσεων σε αστρονομικά μεγάλες χρονικές κλίμακες. Λόγω των σχετικά χαμηλών ενεργειών οι ρυθμοί των πυρηνικών αντιδράσεων είναι δύσκολο να καθορισθούν. Μετά από θεωρητικές και εργαστηριακές έρευνες δεκαετιών, σήμερα οι ενεργές διατομές σύντηξης στον Ήλιο είναι γνωστές με ικανοποιητική ακρίβεια. Οι ενεργές διατομές αυτές είναι καθοριστικές για την όλη δραστηριότητα του Ηλίου, και για την εκπομπή και το πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων.

Στους αστέρες της κυρίας ακολουθίας η σημαντικότερη διαδικασία για παραγωγή ενέργειας είναι οι αντιδράσεις p-p και ο κύκλος του άνθρακα (CNO), από τις πυρηνικές αυτές αντιδράσεις παράγονται νετρίνα, διαφόρων ενεργειών από τον αριθμό των οποίων και την ενέργειά τους μπορούμε να πάρουμε σημαντικές πληροφορίες για το Ηλιακό εσωτερικό.

Η ηλικία του ηλίου εκτιμάται σε $4,5 \cdot 10^9$ έτη περίπου. Ενδείξεις για αυτή την ηλικία έχουμε από την ηλικία του Ηλιακού μας συστήματος για την οποία πληροφορία έχουμε από γήινα απολιθώματα πρωτόγονων οργανισμών (περίπου 10^9 έτη), από βράχους στην Γροιλανδία (περίπου $3,8 \cdot 10^9$ έτη) και από τις ηλικίες μετεωριτών (περίπου $4,5 \cdot 10^9$ έτη).

Η ενέργεια που απαιτείται για να διατηρηθεί η Ηλιακή φωτεινότητα για $4,5 \times 10^9$ έτη είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από την διαθέσιμη βαρυτική ή χημική ενέργεια. Η βαρυτική ενέργεια μπορεί να υποστηρίξει την Ηλιακή φωτεινότητα για περίπου 10^6 έτη και η διαθέσιμη χημική ενέργεια για περίπου 10^4 έτη.

Η σύντηξη πυρήνων Υδρογόνου προς σχηματισμό πυρήνα Ηλίου ${}^4\text{He}$ είναι η μόνη γνωστή διαδικασία που είναι επαρκής για να παράγεται η ενέργεια του Ηλίου για μεγάλα χρονικά διαστήματα.

Η ανάπτυξη της θεωρίας σύντηξης και παραγωγής θερμοπυρηνικής ενέργειας αναφέρεται στις εργασίες των Russell(1919), Eddington(1920,1926), Gamow(1938), Chandrasekhar(1939), Bethe(1939) και Fowler(1984).

Η φωτεινότητα του Ηλίου καθορίζεται από την Ηλιακή αδιαφάνεια, την χημική του σύσταση και την ψευδοστατική ισορροπία των βαρυτικών, δυνάμεων και των δυνάμεων πίεσεων.

Η χαρακτηριστική φωτεινότητα L_{ch} για τον Ήλιο είναι:

$$L_{ch} \approx \frac{\varepsilon N \Delta E}{\tau_{ch}} \quad (1)$$

όπου $\varepsilon = \frac{N_{\text{EN}}}{N_{\text{ΟΛ}}}$ είναι το κλάσμα του συνολικού αριθμού των ατομικών πυρήνων ($N \approx 10^{57}$) που λαμβάνουν μέρος στην σύντηξη και $\Delta E \approx 25 \text{ MeV}$, τ_{CH} είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος ζωής της αντιδράσεως $\tau_{\text{ch}} \approx \frac{1}{n\sigma}$ όπου n είναι η κεντρική αριθμητική πυκνότητα των πυρήνων $n \approx 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ και v είναι οι ταχύτητες των ιόντων $v \approx 10^9 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Μία τυπική ενεργός διατομή για ενέργειες μεγαλύτερες από το φράγμα Coulomb, είναι $\sigma \approx 1 \text{ mb}$ (millibarn) δηλ. $\sigma \approx 10^{-27} \text{ cm}^2$. Βάσει αυτών ο χαρακτηριστικός χρόνος ζωής είναι περίπου $\tau_{\text{ch}} \approx 10^{-8} \text{ sec}$ πολύ μικρότερο από την αστρονομική χρονική κλίμακα των περίπου 10^{10} ετών. Εάν θέσουμε για το ε τυπική τιμή $\varepsilon \approx \frac{1}{100}$, βρίσκουμε ότι η χαρακτηριστική ηλιακή

φωτεινότητα είναι $L \approx 10^{20} L_{\odot}$, η οποία είναι πολύ μεγάλη για αστρικές φωτεινότητες. Για να επιτευχθεί η παρατηρούμενη αστρική φωτεινότητα σε έναν αστέρα θα πρέπει η θερμοπυρηνική σύντηξη να πραγματοποιείται σε ενέργειες πολύ μικρότερες από το φράγμα Coulomb, ώστε οι ενεργές διατομές συντήξεως να μειωθούν κατά πολλές τάξεις μεγέθους, κάτω από τις χαρακτηριστικές τιμές των μέσων τιμών των ενεργειών των πυρηνικών αντιδράσεων που συντελούνται.

Για να διατηρηθεί ο «αργός» ρυθμός της παραγωγής πυρηνικής ενέργειας, ο αστέρας ρυθμίζει την θερμοκρασία του ώστε η μέση θερμική ενέργεια ενός ατομικού πυρήνα να είναι μικρότερα αυτής που αντιστοιχεί στο φράγμα Coulomb δηλαδή την ηλεκτρικήν απωθητικήν δύναμη μεταξύ των δύο πυρηνικών φορτίων που πρόκειται να αντιδράσουν.

Όταν ο λόγος της ενέργειας αυτής προς την του φράγματος Coulomb, είναι μικρός (για τον Ήλιο είναι τυπικά μικρότερος του 10^3), τότε οι ρυθμοί των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων είναι αρκούντως μικροί και ικανοί για μεγάλες χρονικές αστρονομικές κλίμακες.

Η κυριότερη βασική πυρηνική αντίδραση στον Ήλιο είναι αυτή της σκέδασης πρωτονίου –πρωτονίου ($p \rightarrow p$), η οποία είναι η συνδετική αντίδραση για τις κύριες πυρηνικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώραν.

Η αντίδραση αυτή πραγματοποιείται σε χαμηλές ενέργειες $E < 10 \text{ MeV}$, και είναι η πρώτη φάση της καύσης του Υδρογόνου. Έχει πολύ μικρή ενεργό διατομή επειδή την καθορίζει η ασθενής αλληλεπίδραση, και δεν έχει μετρηθεί άμεσα σε καμία ενέργεια.

Υπάρχει ακριβής θεωρία για την ασθενή αλληλεπίδραση, ώστε μπορούμε με σιγουριά να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή η οποία είναι εξαιρετικά χαμηλή. Ο αστροφυσικός παράγοντας $S_{pp}(0) \approx 3.88 \cdot 10^{-25} \text{ MeV} \cdot \text{b}$, και η ενεργός διατομή είναι:

$$\sigma(E) = \frac{1}{E} S(E) e^{G(E)} \quad (2)$$

$$\text{όπου } e^{-G(E)} = \left| \frac{f(r_c)}{f(r_s)} \right|^2 \quad (3)$$

η πιθανότητα διεισδύσεως από το φράγμα Coulomb σε απόσταση $r \approx r_s$, r_s είναι η ακτίνα που χαρακτηρίζει το πυρηνικό δυναμικό.

Από το πυρηνικό δυναμικό μπορούμε να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή σκέδασης πρωτονίου-πρωτονίου σε χαμηλές ενέργειες.

Αν και δεν υπάρχει συντονισμός, η ενεργός διατομή εξαιτίας της πυρηνικής έλξης είναι αρκετά μεγάλη 36 barns για ενέργειες ≥ 1 MeV που είναι χαμηλές αλλά πάνω από το φράγμα Coulomb.

Τα πρωτόνια που συμμετέχουν στην αντίδραση

$p + p \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e + 0.42\text{MeV}$ (διαδικασία β^+ διάσπασης $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$), πλησιάζουν μεταξύ τους σε αποστάσεις μέσα στην εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων ($\sim 2\text{fm}$) και ενώ γειτνιάζουν πραγματοποιείται β διάσπαση.

Επειδή η ενέργεια που εκλύεται είναι συγκρίσιμη με την ενέργεια που εκλύεται στη β^- διάσπαση ενός ελευθέρου n (νετρονίου), είναι λογικό να θεωρήσουμε ως χρονικό διάστημα για την β διάσπαση τον χρόνο ζωής του νετρονίου 887 sec, ενώ ο τυπικός πυρηνικός χρόνος για ισχυρή αλληλεπίδραση είναι περίπου 10^{-23} sec.

Η ενεργός διατομή για την αντίδραση πρωτονίου – πρωτονίου προς δευτέριο 2_1H σε ενέργεια 1 MeV, πρέπει να είναι της τάξης των

$$\sigma \sim (36b) \cdot \left(\frac{10^{-23}s}{887s} \right) \approx 4 \cdot 10^{-25} b \quad (4)$$

όπου $\left(\frac{10^{-23}s}{887s} \right)$ η πιθανότητα να συμβεί η β-διάσπαση.

Επειδή η ενέργεια 1 MeV είναι πάνω από το φράγμα Coulomb, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι $S_{pp} \sim 4 \cdot 10^{-25}$ MeV b.

1.3 Μελέτη της βασικής Ηλιακής αντίδρασης ελαστικής σκέδασης pp σε χαμηλές ενέργειες

Στην σκέδαση $p \rightarrow p$ πρέπει να θεωρήσουμε εκτός από το ελκτικό πυρηνικό δυναμικό και το δυναμικό Coulomb που λόγω της άπειρης εμβέλειας του σκεδάζει ακόμα και σε ενέργειες (στο σύστημα κέντρου μάζας) $E < 10$ MeV τα πρωτόνια με οποιοδήποτε κβαντικό αριθμό τροχιακής στροφορμής l , δηλαδή όλα τα πρωτόνια που βρίσκονται σε απλή (singlet) είτε σε τριπλή (triplet) κατάσταση. Οι ενέργειες των πρωτονίων στον Ηλιακό πυρήνα είναι της τάξεως μερικών keV πολύ μικρότερες των 20 MeV (στο K.M. μικρότερες των 10 MeV). Σε τέτοιες ενέργειες η σκέδαση από το πυρηνικό δυναμικό γίνεται κυρίως σε κατάσταση $l = 0$

Για το εκάστοτε υπάρχον πυρηνικό δυναμικό στην αντίδραση $p \rightarrow p$ ο υπολογισμός του πλάτους σκέδασης (και συνεπώς και της διαφορικής ενεργού

διατομής) για ελαστική σκέδαση γίνεται με επίλυση της αντίστοιχης εξίσωσης Schrodinger, θεωρώντας ότι οι ταχύτητες των πρωτονίων είναι αρκετά μικρότερες του φωτός.

• Εάν υποθέσουμε ότι τα αλληλεπιδρώντα πρωτόνια αισθάνονται κυρίως ολικό κεντρικό δυναμικό μικρής εμβέλειας

$$V(r) = V_{\text{ΠΥΡΗΝ}}(r) + V_{\text{HAEK}}(r) \quad (5)$$

τότε το πλάτος σκέδασής τους $f(\theta, \phi)$ (σε σφαιρικές συντεταγμένες) μπορούμε να το εκφράσουμε ως ανάπτυγμα ως προς τις σχετικές στροφορμές (ανάπτυξη σε σφαιρικά κύματα). Στην πράξη λόγω πεπερασμένης εμβέλειας μόνο ορισμένοι πρώτοι όροι επιζούν.

Κατ' αρχάς η κυματοσυνάρτηση του p επαληθεύει την εξίσωση Schrodinger από την οποία προκύπτει

$$\nabla^2 \psi + (\kappa^2 - U(r)) \cdot \psi = 0 \quad (6)$$

$$\text{όπου } U(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \cdot V(r), \quad \kappa^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} \cdot E \quad \psi \quad \mu \text{ η ανηγμένη μάζα των δύο}$$

πρωτονίων και κ ο κυματαριθμός.

Εάν θεωρήσουμε το $V(r)$ κεντρικό τότε η κυματοσυνάρτηση ψ του πρωτονίου (p) μπορεί να γραφεί χρησιμοποιώντας σφαιρικές συντεταγμένες σαν άθροισμα:

$$\psi(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_l \cdot R_l(r) \cdot P_l(\cos \nu \theta) \quad (7)$$

Όπου α_l σταθερές, $P_l(\cos \nu \theta)$ πολυώνυμα Legendre τάξης l και $R_l(r)$ είναι η λύση της εξίσωσης

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_l}{dr} \right) + \left[\kappa^2 - U(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] \cdot R_l(r) = 0 \quad (8)$$

$$R_l(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0 \text{ για } r > r_0$$

όπου r_0 είναι η εμβέλεια του πυρηνικού δυναμικού.

Επειδή το δυναμικό είναι βραχείας εμβέλειας τότε κατά προσέγγιση η ακτινική συνιστώσα $R(r)$ είναι η λύση της εξίσωσης

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR_l}{dr} \right) + \left(\kappa^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \cdot R_l(r) = 0 \quad (9)$$

Η διαφορική αυτή εξίσωση είναι σφαιρική Bessel και έχει ως λύσεις τις $R_l(r) = A_l \cdot J_l(kr) + B_l \cdot N_l(kr)$, όπου $J_l(kr)$ και $N_l(kr)$ είναι οι σφαιρικές συναρτήσεις Bessel και Neumann αντίστοιχα.

Ασυμπτωτικά για $r \rightarrow \infty$ ($kr \gg 1$) λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι

$$J_l(kr) \xrightarrow{kr \gg 1} \frac{1}{kr} \eta \mu \left(kr - \frac{1}{2} l \pi \right)$$

$$N_l(kr) \xrightarrow{kr \gg 1} \frac{1}{kr} \cdot \sigma \nu \left(kr - \frac{1}{2} l \pi \right)$$

βρίσκουμε την ακτινική εξάρτηση μετά από την σκέδαση σε δυναμικό $V(r)$, ότι

$$R_l \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{N_l}{kr} \cdot \eta \mu \left(kr - \frac{1}{2} l \pi + \delta_l \right) \quad (10)$$

$$\text{όπου } N(l) = \sqrt{A_l^2 + B_l^2} \quad \text{και } A_l, B_l \text{ σταθερές}$$

Η μετατόπιση φάσης δ_l ορίζεται σαν $\delta_l = \text{τοξ}\phi \frac{B_l}{A_l}$ και για το ελκτικό

πυρηνικό δυναμικό των πρωτονίων η δ_l είναι θετική και επιφέρει προπορεία στην ακτινική κυματοσυνάρτηση του πρωτονίου.

Η κυματοσυνάρτηση του ελευθέρου πρωτονίου ύστερα από κανονικοποίηση μπορεί να γραφεί ως

$$\Psi(\vec{r}) = e^{ikz} = \sum_l C_l^* \cdot R_l^*(r) \cdot P_l(\sigma \nu \vartheta) = \sum_l C_l^* J_{l(kr)} \cdot P_l \sigma \nu \vartheta \quad (11)$$

όπου P_l τα πολώνυμα Legendre τάξεως l

Η ακτινική εξάρτηση θα είναι

$$R^*(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{kr} \cdot \eta \mu \left(kr - \frac{1}{2} l \pi \right) \quad (12)$$

Το ανάπτυγμα του πλάτους σκέδασης $f(\vartheta)$ τελικά είναι ίσο με

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot (e^{2i\delta_l} - 1) \cdot P_l(\sigma \nu \theta) = \frac{1}{k} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot e^{i\delta_l} \cdot P_l(\sigma \nu \theta) \quad (13)$$

Επειδή η διαφορική ενεργός διατομή σε σκέδαση είναι

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\vartheta, \phi)|^2 \quad (14)$$

τα αναπτύγματα της διαφορικής ενεργού διατομής $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ και της

ολικής ενεργού διατομής σ_0 δίνονται από τις σχέσεις

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot e^{i\delta_l} \eta \mu \delta_l \cdot P_l(\sigma \nu \vartheta) \right|^2 \quad (15)$$

$$(\text{για } l=0 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2})$$

και

$$\sigma_0 = \frac{4\pi}{k^2} \cdot \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot \eta \mu^2 \delta_l \quad (16)$$

Εάν r_0 η εμβέλεια του πυρηνικού δυναμικού $\sim 2fm$ και b η παράμετρος κρούσης του σκεδαζόμενου πρωτονίου, αλληλεπίδραση υπάρχει εάν ισχύει

$b \leq r_0$ ή όταν $l \cdot (l+1) \leq \frac{M}{\hbar^2} \cdot r_0^2 \cdot E$ τότε για $l=0$ η ενεργός διατομή της $p \rightarrow p$ αντίδρασης είναι

$$\sigma_0 = 4\pi \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi}{k^2} \cdot \eta\mu^2 \delta_0 \quad (17)$$

Η σκέδαση είναι ισότροπη.

Το πυρηνικό δυναμικό σε ενέργειες $E(CM) \leq 10 MeV$ σκεδάζει μόνο τα πρωτόνια με $l = 0$, δηλαδή μόνο ορισμένα απ αυτά που βρίσκονται σε απλή κατάσταση. Η ταυτοτικότητα των σωματιδίων (πρωτονίων) οδηγεί στο να συνεισφέρουν στην διαφορική ενεργό διατομή $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ στο σύστημα CM, όχι μόνο τα πρωτόνια –βλήματα που σκεδάζονται, αλλά και τα πρωτόνια στόχοι που ανακρούονται τα οποία αντιστοιχούν σε πρωτόνια-βλήματα που σκεδάζονται σε γωνία $\pi - \theta$.

Επομένως τα πλάτη σκέδασης στην απλή και τριπλή κατάσταση είναι

$$f_s(\theta_{CM}) = f^c(\theta_{CM}) + f^c(\pi - \theta_{CM}) + \frac{2}{k} \eta\mu\delta_0 \cdot e^{i\delta_0 + 2i\delta_0^c} \quad (18)$$

$$f_t(\theta_{CM}) = f^c(\theta_{CM}) - f^c(\pi - \theta_{CM}) \quad (19)$$

(ο δείκτης c αναφέρεται στο δυναμικό Coulomb).

Η διαφορική ενεργός διατομή είναι για όλες τις ενέργειες, επομένως το l θα παίρνει και τιμές διάφορες του 0 θα είναι:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3}{4} |f_t(\theta_{CM})|^2 + \frac{1}{4} |f_s(\theta_{CM})|^2 =$$

$$\left(\frac{e^2}{Mv^2} \right)^2 \left\{ \frac{1}{\eta\mu^4 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right)} + \frac{1}{\sigma v^4 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right)} - \frac{\sigma \phi \left[\xi \cdot \text{en} \varepsilon \phi^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right) \right]}{\eta\mu^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right) \cdot \sigma v^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right)} - \frac{2}{\xi} \eta\mu\delta_0 \left[\frac{\sigma v \left[\delta_0 + \xi \cdot \text{en} \eta\mu^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right) \right]}{\eta\mu^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right)} \right] + \right.$$

$$\left. \frac{\sigma v \left[\delta_0 + \xi \cdot \text{en} \sigma v^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right) \right]}{\sigma v^2 \left(\frac{\theta_{CM}}{2} \right)} + \frac{4}{\xi^2} \eta\mu^2 \delta_0 \right\}$$

(σχέση 20)

όπου $\xi = \frac{e^2}{\hbar v}$ η παράμετρος Coulomb.

Η διαφορική ενεργός διατομή είναι συμμετρική περί την γωνία $\theta_{CM} = 90^\circ$.

Στις μικρές γωνίες η σκέδαση οφείλεται κυρίως στο δυναμικό Coulomb, και στις μεγάλες γωνίες στο πυρηνικό δυναμικό και επειδή το ένα είναι απωστικό και το άλλο ελκτικό, στην μεταβατική περιοχή $\theta \approx 16^\circ$ δηλαδή στην περιοχή των γωνιών που αρχίζει να επιδρά στην σκέδαση το πυρηνικό δυναμικό η $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ γίνεται ελάχιστη.

1.4 Ενεργές διατομές για την αντίδραση σύντηξης του Υδρογόνου

Η ολική ενεργός διατομή για αντιδράσεις φορτισμένων σωματιδίων σε χαμηλές ενέργειες δίδεται από την σχέση:

$$\sigma(E) = \frac{1}{E} S(E) \cdot e^{-\sqrt{\frac{E_G}{E}}} \quad (21)$$

$$\text{όπου } E_G = 2\mu c^2 \left(\frac{\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar c (4\pi\epsilon_0)} \right)^2$$

μ είναι η ανηγμένη μάζα.

Για ενέργειες της τάξεως των keV είναι:

$$\sigma(E) = \frac{1}{E} S(0) \cdot e^{-\sqrt{\frac{E_G}{E}}} \quad (22)$$

όπου $S(E)$ ο αστροφυσικός παράγοντας για πολύ μικρές ενέργειες έχει σχεδόν σταθερά τιμή χαρακτηριστική της κάθε αντίδρασης τιμή που κυμαίνεται στην περιοχή των $0,3 \cdot barn \cdot MeV$.

Οι ενέργειες των αντιδράσεων της ppI αλυσίδας που θα δούμε στην συνέχεια είναι της τάξεως του $1keV$. Είναι πολύ μικρές και δεν έχουν γίνει άμεσες μετρήσεις, αλλά η τιμή του $S(0)$ υπολογίζεται έμμεσα δια της προεκτάσεως των καμπυλών που αντιστοιχούν σε μετρήσεις σε υψηλότερες ενέργειες.

Η μικρότερη ενέργεια για την οποία έγιναν μετρήσεις για την αντίδραση $p + {}^2_1H \rightarrow {}^3_2He + \gamma + 5.49MeV$ εργαστηριακά είναι τα $15keV$ και υπολογίστηκε ότι $S_{pd}(0) \approx 2,5 \times 10^{-7} MeV \cdot b$ είναι τόσο μικρή επειδή γίνεται γ μετάπτωση

Για την αντίδραση ${}_2^3He + {}_2^3He \rightarrow {}_2^4He + p + p + 12.86MeV$ η μικρότερη ενέργεια στην οποία έχουν γίνει μετρήσεις είναι $33keV$ και υπολογίστηκε ότι $S_{HeHe}(0) \approx 4,7 \cdot MeV \cdot b$

Η πρώτη αντίδραση σύντηξης σε υδρογόνο $p + p \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e + 0.42MeV$ έχει ενεργό διατομή μικρότερη κατά πολλές τάξεις μεγέθους επειδή πραγματοποιείται μέσω ασθενούς αλληλεπίδρασης.

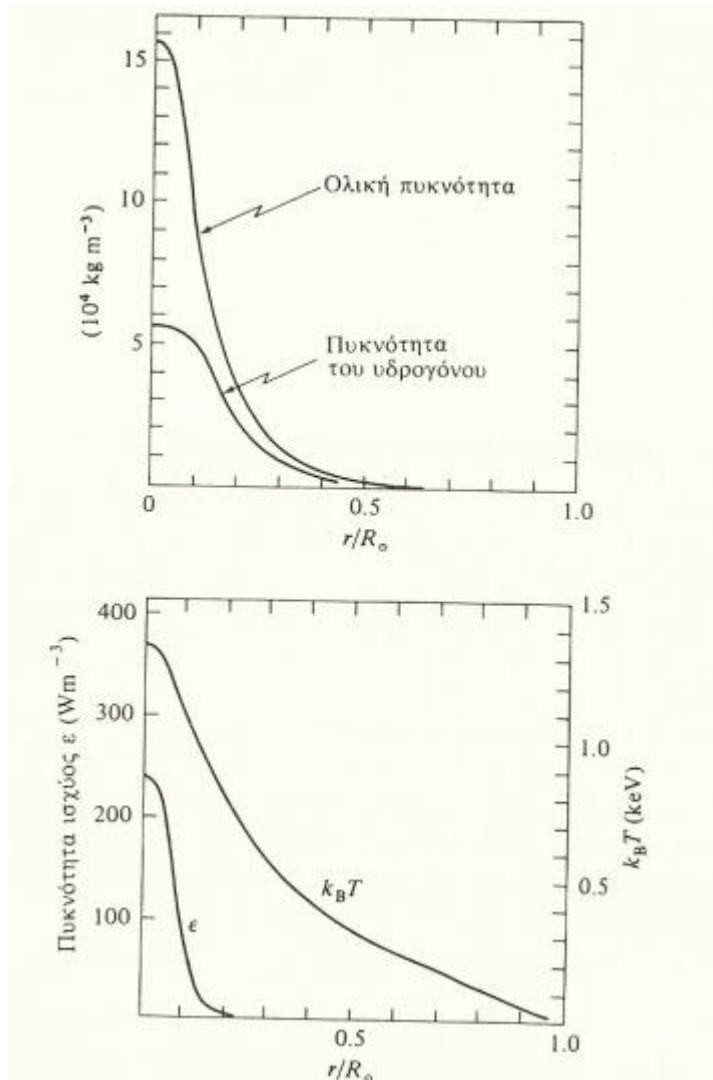
Η ενεργός διατομή δεν έχει μετρηθεί άμεσα σε καμία ενέργεια.

Θεωρητικώς μπορούμε να υπολογίσουμε με μεγάλη ακρίβεια την ενεργό διατομή της αντίδρασης αυτής η οποία αντιστοιχεί σε

$$S_{pp}(0) \approx 3,88 \times 10^{-25} \cdot MeV \cdot b$$

Η ενεργός διατομή σκέδασης πρωτονίου-πρωτονίου σε χαμηλές ενέργειες μπορεί να υπολογισθεί από το πυρηνικό δυναμικό που έχει καθορισθεί σε πειράματα σκέδασης. Λόγω της πυρηνικής έλξης η ενεργός διατομή της αντίδρασης $p + p \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e + 0.42MeV$ για χαμηλές ενέργειες $E_p \approx 1MeV$ μεγαλύτερες όμως από το φράγμα Coulomb, είναι αρκετά μεγάλη $\sigma_{pp}(E) = 36barns$.

Η προηγούμενη αντίδραση πραγματοποιείται όταν τα δύο πρωτόνια πλησιάζουν μεταξύ τους σε αποστάσεις μέσα στην εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων έως ότου οι ελκτικές πυρηνικές δυνάμεις <<ισορροπήσουν>> με τις απωστικές ηλεκτρικές.



Σχήμα 1.1

α) Πυκνότητες μάζας συναρτήσει της αποστάσεως από το κέντρο.
 β) Πυκνότητα θερμοπυρηνικής ισχύος ϵ και θερμοκρασία T στον Ήλιο συναρτήσει της αποστάσεως από το κέντρο.

1.5 Ρυθμοί πυρηνικών αντιδράσεων στο Ηλιακό πλάσμα

Εφ' όσον οι πυρήνες βρίσκονται συγκεντρωμένοι σε πολύ μικρό όγκο πλάσματος η θερμοκρασία και οι πυκνότητες των σωματιδίων θα είναι περίπου ίσες.

Θεωρούμε ότι οι ταχύτητες των πυρήνων είναι περίπου κατά την κατανομή Maxwell-Boltzmann, επομένως η πιθανότητα να έχουν δύο πυρήνες σχετική ταχύτητα στην περιοχή $[v, v + dv]$ είναι:

$$P(v)dv = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\mu}{k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\mu v^2 / 2k_B T} v^2 dv \quad (23)$$

όπου μ είναι η ανηγμένη μάζα των δύο πυρήνων.

Ο ρυθμός αντίδρασης ανά μονάδα όγκου είναι

$$K\rho_a\rho_b\langle v\sigma_{ab}\rangle = K\rho_a\rho_b\lambda \quad (24)$$

σ_{ab} είναι η ενεργός διατομή της αντίδρασης και $\langle v\sigma_{ab}\rangle = \lambda$ είναι η μέση τιμή του γινομένου στην κατανομή ταχυτήτων,

ρ_a, ρ_b είναι οι πυκνότητες στον χώρο των πυρήνων α και β και $K\rho_a\rho_b$ είναι η χωρική πυκνότητα των αλληλεπιδρώντων ζευγών πυρήνων, $K=1$ για διαφορετικούς πυρήνες και $K=\frac{1}{2}$ για ίδιους πυρήνες.

Η μέση ταχύτητα είναι

$$\langle v\sigma_{ab}\rangle = \int v\sigma_{ab}P(v)dv \quad (25)$$

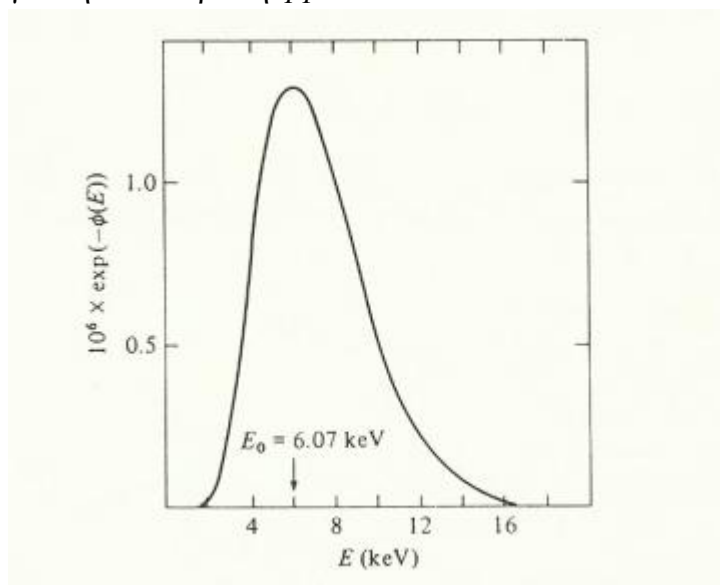
Τελικά θα είναι:

$$\langle v\sigma_{ab}\rangle = \left(\frac{8}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} S_{ab}(0) \int_0^\infty e^{-\phi(E)} dE \quad (26)$$

όπου

$$\phi(E) = \frac{E}{k_B T} + \sqrt{\frac{E_G}{E}} \quad \text{με} \quad E_G = 2\mu c^2 \left(\frac{\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar c (4\pi\epsilon_0)} \right)^2$$

στο επόμενο σχήμα 1.2 φαίνεται η γραφική παράσταση του παράγοντα $e^{-\phi(E)}$ για την αντίδραση ppI



Σχήμα 1.2

Η συνάρτηση $e^{-\phi(E)}$ της αντιδράσεως $p + p \rightarrow {}^2_1\text{H} + e^+ + \nu_e + 0,42\text{MeV}$ της ppI αλυσίδας.

Το ολοκλήρωμα της προηγούμενης σχέσης δεν μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά αλλά η κύρια συνεισφορά του είναι σε μία στενή περιοχή ενεργειών περί την μέγιστη τιμή E_0 . Εάν αναπτύξουμε την συνάρτηση κατά Taylor περί την τιμή E_0 θα είναι:

$\phi(E) \approx \phi(E_0) + (E - E_0) \left. \frac{d\phi}{dE} \right|_{E=E_0} + \frac{1}{2} (E - E_0)^2 \left. \frac{d^2\phi}{dE^2} \right|_{E=E_0}$ και επειδή στο μέγιστο η πρώτη παράγωγος μηδενίζεται θα είναι:

$$\phi(E) \approx \phi(E_0) + \frac{1}{2} (E - E_0)^2 \left. \frac{d^2\phi}{dE^2} \right|_{E=E_0}$$

$$\text{όπου } \phi(E_0) = 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_G}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{και } \left. \frac{d^2\phi}{dE^2} \right|_{E=E_0} = 3 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{3}} E_G^{-\frac{1}{3}} (k_B T)^{-\frac{5}{3}}$$

Επομένως θα είναι:

$$\langle \nu \sigma_{a\beta} \rangle = \left(\frac{8}{\pi \cdot m} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} S_{a\beta}(0) \int_0^\infty e^{-\phi(E)} dE$$

$$\frac{8}{9} S_{a\beta}(0) \left(\frac{2}{3mE_G} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 9 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{E_G}{k_B T} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot e^{-3 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_G}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}}} \quad (27)$$

και εάν θέσουμε

$$3 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{E_G}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}} = 3 \left(\frac{mc^2}{2k_B T} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\pi Z_a Z_\beta e^2}{\hbar c (4\pi\epsilon_0)} \right)^{\frac{2}{3}} = \tau \quad (28)$$

θα είναι:

$$\langle \nu \sigma_{a\beta} \rangle = \frac{8}{9} S_{a\beta}(0) \left(\frac{2}{3mE_G} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \tau^2 e^{-\tau} \quad (29)$$

Θεωρώντας την μάζα των πυρήνων ως το γινόμενο του μαζικού τους αριθμού A επί την ατομική μονάδα μάζας θα είναι:

$$\langle \nu \sigma_{a\beta} \rangle = \frac{7,21 \times 10^{-22}}{Z_a Z_\beta} \frac{A_a + A_\beta}{A_a A_\beta} \left(\frac{S_{a\beta}(0)}{1\text{MeV} \cdot b} \right) \tau^2 e^{-\tau} m^3 \text{ sec}^{-1} \quad (30)$$

$$\text{Όπου } \tau = 1,88 \left(\frac{Z_a^2 Z_\beta^2 A_a A_\beta}{A_a + A_\beta} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1\text{keV}}{k_B T} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (31)$$

Υπάρχει πολύ ισχυρή εξάρτηση από την θερμοκρασία και από τον μαζικό αριθμό των πυρήνων.

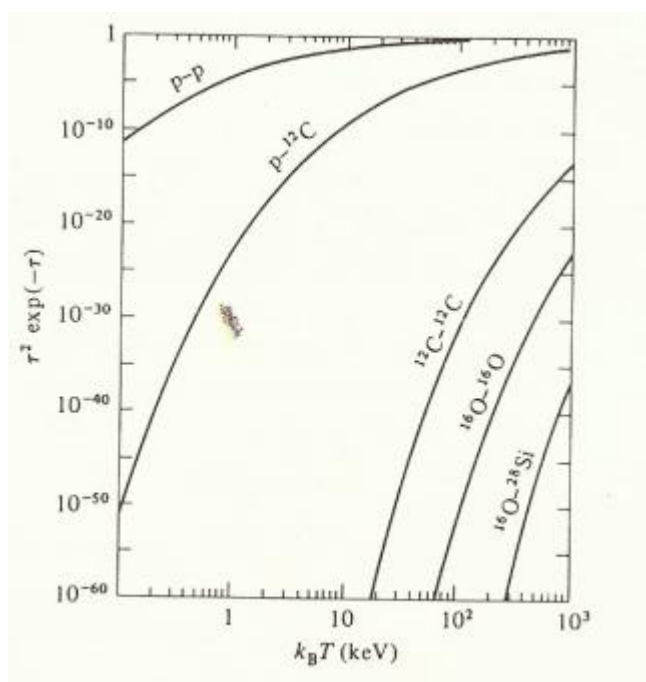
Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε τον παράγοντα του δευτέρου μέλους της προηγούμενης σχέσεως που έχει πολύ ισχυρή εξάρτηση από την θερμοκρασία $\tau^2 e^{-\tau}$ συναρτήσει της θερμοκρασίας (συγκεκριμένα του $k_B T$) για μερικές πυρηνικές αντιδράσεις.

Σχήμα 1.3

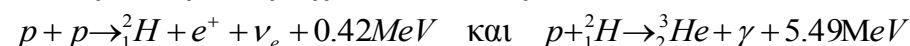
Η συνάρτηση $\tau^2 \cdot e^{-\tau}$ που εμφανίζεται στην εξίσωση

$$3\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{E_G}{k_B T}\right)^{\frac{1}{3}} = 3\left(\frac{mc^2}{2k_B T}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\pi Z_a Z_b e^2}{\hbar c(4\pi\epsilon_0)}\right)^{\frac{2}{3}} = \tau \quad \text{για μερικές πυρηνικές}$$

αντιδράσεις.



Για τις αντιδράσεις της *ppI* αλυσίδας



οι πυκνότητες ρ_p (πρωτονίου) και ρ_d (δευτερίου) όπως των πυρήνων που συμμετέχουν επαληθεύουν την εξίσωση:

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} = \frac{1}{2} \lambda_{pp} \rho_p^2 - \lambda_{pd} \rho_p \rho_d$$

Η πυκνότητα ρ_p των πρωτονίων, εξ' αιτίας της τεράστιας χρονικής κλίμακας καύσεως του υδρογόνου είναι για πολύ μεγάλα χρονικά διαστήματα σχεδόν σταθερά $\rho_p = \text{σταθερά}$, επομένως η λύση της διαφορικής εξισώσεως δίδει:

$$\rho_d(t) = \left(\frac{1}{2} \frac{\lambda_{pp}}{\lambda_{pd}} \right) \rho_p \left(1 + \mu \cdot e^{-\lambda_{pd} \rho_p t} \right) \quad (32)$$

όπου $\mu = \text{αδιάστατος σταθερά}$

Χρησιμοποιώντας τις τιμές

$S_{pp} \approx 3,88 \times 10^{-25} \cdot \text{Mev} \cdot b$ $S_{pd}(0) \approx 2,5 \times 10^{-7} \text{ MeV} \cdot b$ και θερμοκρασία και πυκνότητα που επικρατούν στον πυρήνα του Ηλίου (από το σχήμα Α .1)
βρίσκουμε ότι η σταθερά χρόνου στον εκθέτη της λύσεως είναι ίση με

$$\frac{1}{\lambda_{pd} \rho_p} = 3,3 \text{ sec}$$

Σε αυτή την κατάσταση της <<ισορροπίας>> ισχύει ότι

$$\frac{\rho_d}{\rho_p} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_{pp}}{\lambda_{pd}} = 1,5 \times 10^{-18}$$

Λόγω λοιπόν της μικρής σχετικά πυκνότητας των ατόμων δευτερίου οι dd αντιδράσεις συμβαίνουν σπάνια και δεν συνεισφέρουν σημαντικά στις πυρηνικές αντιδράσεις στον Ήλιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΡΜΟΠΥΡΗΝΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΣΥΜΒΑΙΝΟΥΝ ΣΤΟΝ ΗΛΙΟ

Οι κύριες αντιδράσεις που ενεργειακά τροφοδοτούν τον Ήλιο ξεκινούν με την μετατροπή του υδρογόνου σε άτομο δευτερίου που αναφέρθηκε παραπάνω.

2.1 Αλυσίδα ppI

$$\bullet p + p \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e + 0.42MeV. \quad \text{Ασθενής} \quad (pp) \quad (1)$$

Η ροή νετρίνων της αντιδράσεως είναι:

$$\Phi_{\nu_e} = 6 \times 10^{10} cm^{-2} sec^{-1}$$

Εναλλακτικά έχουμε ηλεκτρονική σύλληψη

$$\bullet p + e^- + p \rightarrow {}^2_1H + \nu_e + 1.442MeV \quad (pep) \quad (2)$$

Η ροή νετρίνων της αντιδράσεως είναι:

$$\Phi_{\nu_e} = 1.5 \times 10^8 cm^{-2} sec^{-1}$$

Το ενεργειακό φάσμα της αντιδράσεως αυτής είναι γραμμικό και μας δίδει πληροφορίες για το Ηλιακό εσωτερικό.

Η πρώτη αντίδραση περιλαμβάνει την ασθενή αλληλεπίδραση (ένα πρωτόνιο γίνεται νετρόνιο), οπότε συμβαίνει σχετικά σε περιορισμένο αριθμό γιατί ως ασθενής έχει μεγάλο σχετικά χρόνο ζωής $10^{-8} \dots 10^{-9} sec$.

Η ασθενής αλληλεπίδραση είναι λοιπόν αυτή που καθορίζει τη μεγάλη χρονική κλίμακα στην ψευδο-στατιστική κατάσταση στον Ήλιο.

Το ποζιτρόνιο που παράγεται στην παραπάνω αντίδραση εξαϋλώνεται γρήγορα με ένα ηλεκτρόνιο και απελευθερώνει άλλα 1.02 MeV ενέργειας. Το άτομο του δευτερίου μετατρέπεται σε ιόν 3He :

$$\bullet p + {}^2_1H \rightarrow {}^3He + \gamma + 5.49MeV, \quad (3)$$

Η αντίδραση αυτή είναι ισχυρή και περιλαμβάνει και H/M μετάπτωση.

Συμβαίνει επίσης η αντίδραση

$$\bullet {}^3He + p \rightarrow {}^4He + \nu_e + 18.773MeV \quad (Hep) \quad (4)$$

στη συνέχεια έχουμε σύντηξη δύο πυρήνων 3He προς παραγωγή ενός πυρήνα 4He :

$$\bullet {}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + p + p + 12.86MeV, \quad (5)$$

Η αλληλεπίδραση αυτή όπως αναφέρθηκε είναι ισχυρή με χρόνο ζωής της τάξης $10^{-23} sec$.

Στις ανωτέρω αντιδράσεις η πρόσθετη ενέργεια είναι η μέγιστη δυνατή και την λαμβάνει σχεδόν εξ ολοκλήρου το νεutrino.

Οι ενεργές διατομές των αντιδράσεων 3 και 5 σε ενέργειες γύρω στο 1 keV είναι πολύ μικρές και δεν έχουν γίνει άμεσες μετρήσεις, τις τιμές του αστροφυσικού παράγοντα $S(0)$ θεωρούνται ότι αντιστοιχούν στις προεκτάσεις των μετρήσεων σε υψηλότερες ενέργειες. Για την p-d αντίδραση (3) το κάτω

όριο ενεργειών που έγιναν μετρήσεις είναι τα 15 keV και βρέθηκε $S_{pd}(0) \approx 2.5 \cdot 10^{-7} \text{ MeV} \cdot b$ όπως αναφέρθηκε.

Για την αντίδραση $HeHe$ (5) το κάτω όριο ενεργειών που έγιναν μετρήσεις είναι 33 keV και $S(0)_{HeHe} \approx 4,7 \text{ MeV} \cdot b$. Η ενεργός διατομή της p-d αντίδρασης είναι μικρή επειδή περιλαμβάνει και γ- μετάπτωση. Η p-p αντίδραση (1) έχει ενεργό διατομή μικρότερη κατά πολλές τάξεις μεγέθους επειδή κυριαρχεί η ασθενής αλληλεπίδραση.

Οι αντιδράσεις $p + p$ και $p + e^- + p$ παράγουν νετρίνα με συγκεκριμένες ενέργειες. Τα νετρίνα της πρώτης αντιδράσεως είναι τα πιο θεμελιώδη εφ' όσον αυτή είναι η εναρκτήρια πυρηνική αντίδραση που ξεκινάει την αλυσίδα των αντιδράσεων που παράγει σχεδόν όλη την Ηλιακή ενέργεια (τό 99%).

Τα νετρίνα της αντιδράσεως αυτής είναι και τα περισσότερα, έχουν όμως χαμηλές ενέργειες και γι' αυτό είναι δύσκολο να ανιχνευτούν.

Τα νετρίνα της ${}^3\text{He} + p$ αντιδράσεως είναι υψηλής ενέργειας και είναι ευκολότερο να ανιχνευτούν αλλά είναι σπάνια γιατί και η αντίστοιχη αντίδραση έχει μικρή ενεργό διατομή και συμβαίνει σε σχετικά μικρούς αριθμούς.

Η παραπάνω διαδικασία είναι η PPI αλυσίδα και έχουμε την μετατροπή του υδρογόνου σε ήλιο με έκλυση ενέργειας 26,73 MeV για κάθε σχηματιζόμενο πυρήνα ηλίου. Τά νετρίνα που εκπέμπονται στις pp αντιδράσεις λαμβάνουν κατά μέσον όρο έκαστον ενέργεια 0,26 MeV. Η ενέργεια αυτή χάνεται στο διάστημα και δεν συνεισφέρει στην παρατηρούμενη λαμπρότητα του Ηλίου. Στην PPI αλυσίδα για κάθε άτομο υδρογόνου που συμμετέχει στην μετατροπή σε ήλιο, εκπέμπεται ηλεκτρομαγνητική ενέργεια 6,55 MeV από τον Ήλιο.

Η παρατηρούμενη ηλιακή λαμπρότητα $L_{\odot} = 3.86 \times 10^{23} \text{ kW}$ αντιστοιχεί σε

$$\frac{3,86 \times 10^{26} \text{ W}}{6,55 \text{ MeV}} = 3,7 \times 10^{38} \frac{\text{ατομαH}}{\text{sec}}$$

μετατροπής για τον χρόνο ζωής του ηλίου αντιστοιχεί σε $5,4 \times 10^{55}$ μετατροπές

Η μάζα και η σύσταση του Ήλιου δείχνουν ότι κατά την δημιουργία του είχε $8,9 \times 10^{56}$ άτομα υδρογόνου. Επομένως έως σήμερα έχουν «καεί» λιγότερα από 10% των ατόμων υδρογόνου στον Ήλιο.

2.2 Αλυσίδα ppII

Από την αντίδραση $p + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + \gamma + 5.49 \text{ MeV}$ της ppI αλυσίδας το ${}^3\text{He}$ μπορεί εναλλακτικά να αντιδράσει με ${}^4\text{He}$ προς σχηματισμό ${}^7\text{Be}$.

$$\bullet \quad {}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + \gamma + 1.59 \text{ MeV} \quad (6)$$

εδώ έχουμε ισχυρή αντίδραση με σύντηξη σε ένα πυρήνα και H/M μετάπτωση.

Η συχνότητά της είναι το $\frac{1}{6}$ της ${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + p + p + 12.86 \text{ MeV}$ της ppI αλυσίδας.

Το ${}^7_4\text{Be}$ συλλαμβάνει ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο από το πλάσμα του ηλιακού πυρήνα και μετατρέπεται σε ${}^7_3\text{Li}$

$$\bullet {}^4_7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e + [0,862\text{MeV}(89,7\%) \text{ηεναλλακτικά} 0,384\text{MeV}(10,3\%)] \quad (7)$$

(Ασθενής)

Η ροή νετρίνων της αντιδράσεως αυτής είναι:

$$\Phi_{\nu_e} = 2,7 \times 10^9 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \quad (E_\nu = 0,862\text{MeV}) \quad \text{ή} \quad \text{εναλλακτικά}$$

$$\Phi_{\nu_e} = 3 \times 10^8 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$$

Το ενεργειακό φάσμα των παραγομένων νετρίνων της αντιδράσεως αυτής είναι γραμμικό και μας δίνει πληροφορίες για την θερμική δομή του Ηλιακού εσωτερικού.

Το ${}^7_3\text{Li}$ συντήκεται γρήγορα από ένα p (ισχυρή αλληλεπίδραση) και στη συνέχεια διασπάται σε δύο πυρήνες ηλίου.

$${}^7_3\text{Li} + p \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + 17.35\text{MeV}. \quad (8)$$

Αυτή είναι η PPII αλυσίδα.

2.3 Αλυσίδα ppIII

Επίσης από την αντίδραση ${}^3_2\text{He} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + \gamma + 1.59\text{MeV}$ της ppII αλυσίδας, μπορεί εναλλακτικά το ${}^7_4\text{Be}$ να αλληλεπιδράσει με ένα πρωτόνιο και να σχηματίσει ${}^8_5\text{B}$:

$$\bullet {}^7_4\text{Be} + p \rightarrow {}^8_5\text{B} + \gamma + 0.14\text{MeV} \quad (9)$$

(Ισχυρή αντίδραση με σύντηξη σε ένα πυρήνα και H/M μετάπτωση)

Το ${}^8_5\text{B}$ είναι ασταθές σε β-διάσπαση:

$$\bullet {}^8_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be}^* + e^+ + \nu_e + 14.02\text{MeV} \quad \text{Ασθενής} \quad (10)$$

Η ροή νετρίνων της αντιδράσεως αυτής είναι:

$$\Phi_{\nu_e} = 3 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$$

Η αντίδραση αυτή δίνει συγκεκριμένες τιμές υψηλής ενέργειας στα παραγόμενα νετρίνα, αλλά έχει μικρή ενεργό διατομή και συμβαίνει σε μικρούς σχετικά αριθμούς, λίγο μεγαλύτερο από την περίπτωση των σπάνιων νετρίνων της αντίδρασης $\text{He} + p$.

Λόγω των υψηλών όμως ενεργειών τους είναι εύκολα ανιχνεύσιμα.

Τα περισσότερα αρχικά πειράματα ερευνούσαν κυρίως την ανίχνευση των νετρίνων $\text{He} + p$ και ${}^8_5\text{B}$ αντιδράσεων λόγω ακριβώς της υψηλής τους ενέργειας.

Το διηγεμένο ${}^8_4\text{Be}^*$ διασπάται σε δυο πυρήνες ηλίου:

$$\bullet {}^8_4\text{Be}^* \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + 3.03\text{MeV} \quad \text{Ισχυρή} \quad (11)$$

Αυτή είναι η PPIII αλυσίδα. Το ποζιτρόνιο εξαυλώνεται με ένα ηλεκτρόνιο εκλύοντας άλλα 1.02MeV

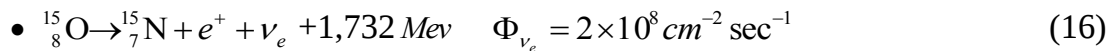
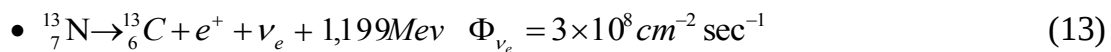
Η ασθενής δεύτερη αντίδραση απελευθερώνει αρκετά μεγάλη ενέργεια 14.02MeV μεγάλο μέρος της οποίας δύναται να προσλάβει κυρίως το νεutrino.

Στον Ήλιο κυριαρχεί η pp1 αλυσίδα και έπονται οι αλυσίδες ppII και ppIII.

2.4 Κύκλος CNO

Επίσης είναι δυνατόν να έχουμε την καύση του υδρογόνου με τον κύκλο CNO .

Οι πυρήνες $^{12}_6\text{C}$, $^{13}_6\text{C}$, $^{14}_7\text{N}$, $^{15}_7\text{N}$, είναι δυνατόν να αντιδράσουν με πρωτόνια:



Οι πρόσθετες ενέργειες είναι οι μέγιστες δυνατές και τις λαμβάνουν σχεδόν εξ' ολοκλήρου τα νετρίνα.

Οι αντιδράσεις από την διάσπαση των ^{13}N και ^{15}O μας δίνουν σημαντικές πληροφορίες για τον κύκλο CNO. Τα νετρίνα ^{17}F είναι εξαιρετικού ενδιαφέροντος διότι η ροή τους που μετράμε αντιστοιχεί σε μέτρηση της αρχικής αφθονίας οξυγόνου στο εσωτερικό του Ηλίου. Σε τελική ανάλυση όμως και οι τρεις πηγές CNO νετρίνων είναι δύσκολα ανιχνεύσιμες εφ' όσον είναι σχετικά μικρών ενεργειών και οι ροές τους είναι επίσης μικρές.

Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις του κύκλου αυτού πραγματοποιούνται σε χρόνους της τάξης του 10^{-8} sec .

Οι πυρήνες άνθρακα και αζώτου παρατηρούνται στον Ήλιο ,αλλά στις θερμοκρασίες πού επικρατούν οι ρυθμοί των αντιδράσεων μειώνονται σημαντικά εξ αιτίας του φράγματος Coulomb και ο κύκλος CNO πιθανώς συνεισφέρει κατά 3% στην καύση του υδρογόνου στον Ήλιο.

Εκτιμάται ότι ο κύκλος CNO παράγει συνολικά το 1,5% της Ηλιακής λαμπρότητας.

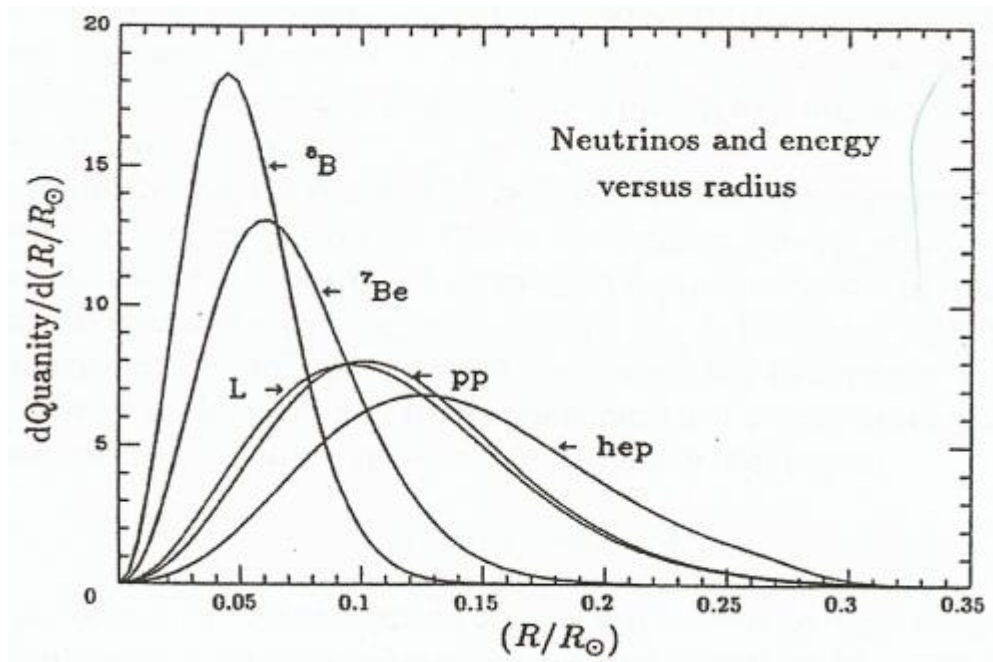
Αν και τα νετρίνα αλληλεπιδρούν ασθενώς με την ύλη, λόγω του τεραστίου ρυθμού παραγωγής των Ηλιακών νετρίνων, ένα σημαντικό ποσό της Ηλιακής ενέργειας μεταφέρεται μέσω αυτών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΤΟΥ ΗΛΙΟΥ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΙΣ ΡΟΕΣ ΤΩΝ ΗΛΙΑΚΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

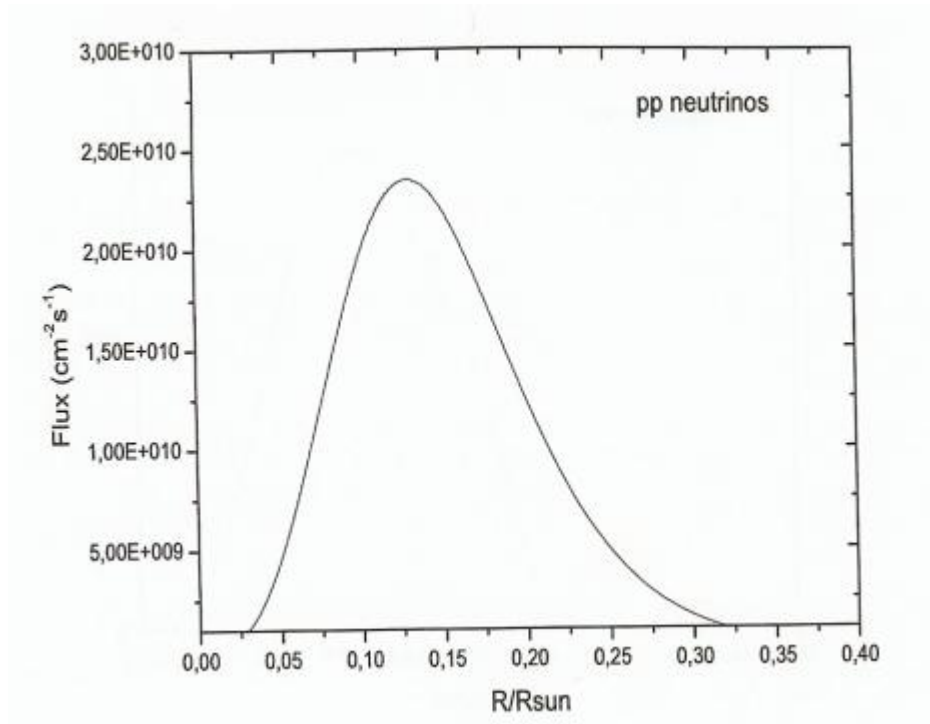
3.1 Διαγράμματα ροών νετρίνων από διάφορες πηγές

Στο σχήμα 3.1 παρίστανται οι ροές των Ηλιακών νετρίνων όλων των πηγών συναρτήσει της ακτινικής τους θέσεως.



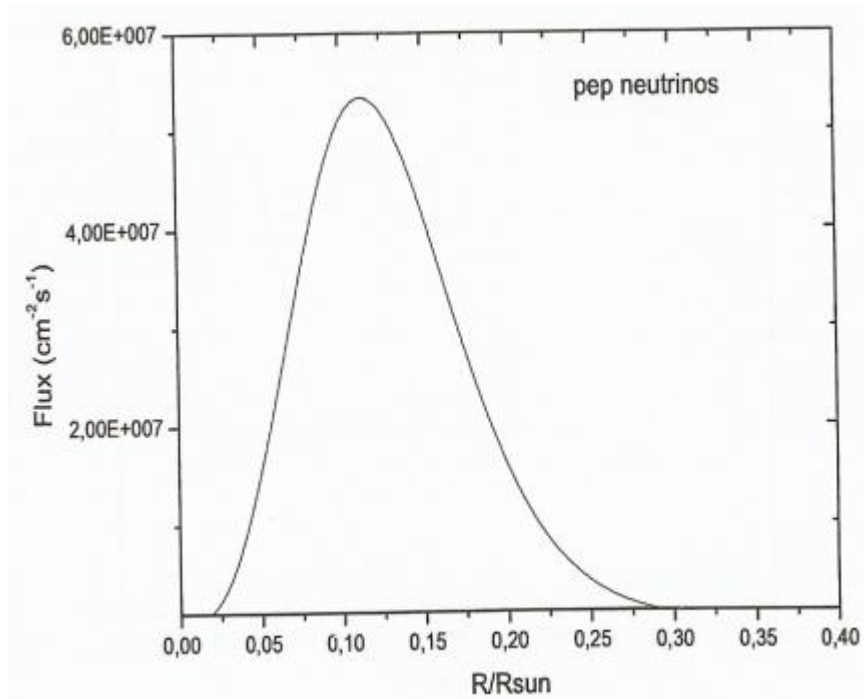
Σχήμα 3.1

- Η περιοχή παραγωγής των pp νετρίνων σχεδόν ταυτίζεται με την περιοχή παραγωγής του μεγαλύτερου μέρους της Ηλιακής λαμπρότητας L και τα μέγιστα των δύο κατανομών είναι σχεδόν στην ίδια θέση, $r = 0,09R_{\odot}$ και θερμοκρασία $T = 14 \times 10^6 \text{ K}$



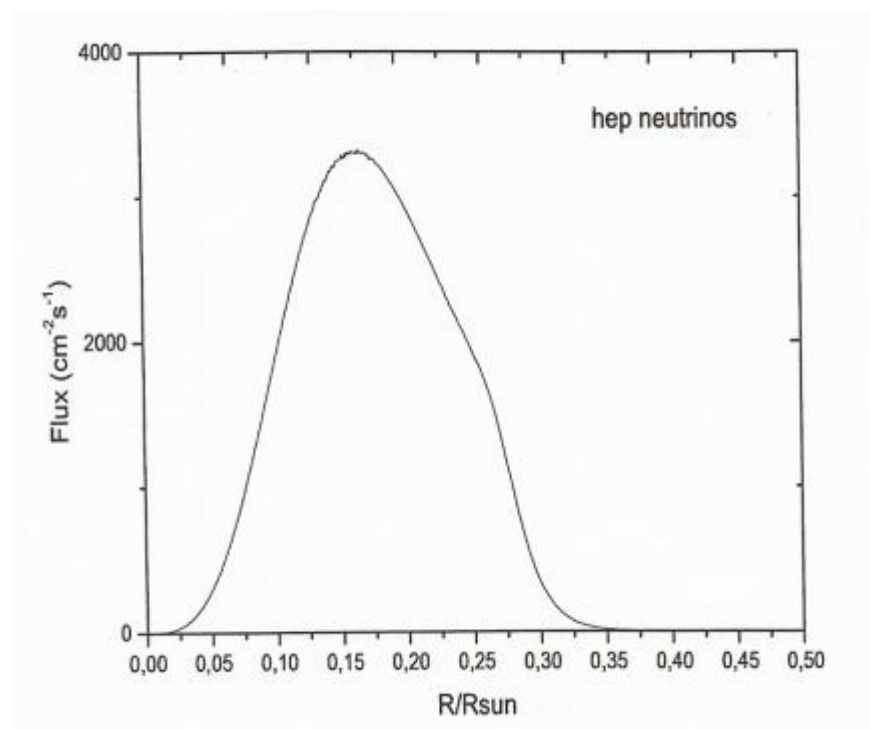
Σχήμα 3.2

Ροή των προβλεπομένων pp νετρίνων συναρτήσει της αποστάσεως από το κέντρο του Ηλίου $R/R_{\oplus}$



Σχήμα 3.3 Ροή των προβλεπομένων pep νετρίνων συναρτήσει της αποστάσεως από το κέντρο του Ηλίου $\frac{R}{R_{\oplus}}$

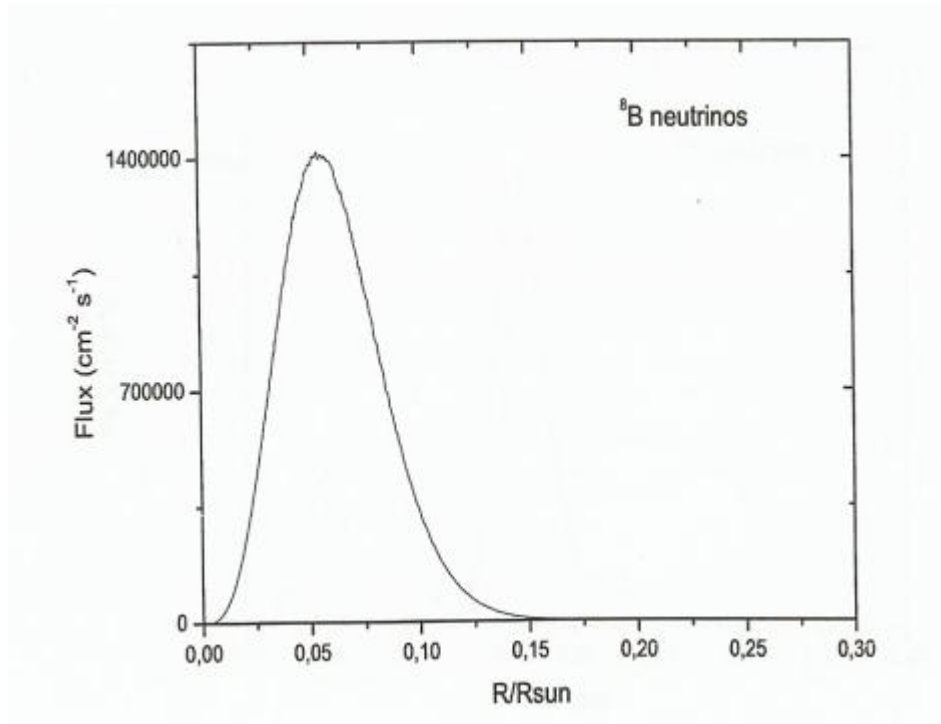
- Τα $\text{He}\nu$ νετρίνα παράγονται στην περιοχή $0,06R_{\odot} \leq r \leq 0,21R_{\odot}$ με μέγιστο σε ακτίνα $r = 0,13R_{\odot}$ και θερμοκρασία $T = 12 \times 10^6 \text{ K}$. Τα $\text{He}\nu$ νετρίνα παράγονται σε σχετικά μεγάλες Ηλιακές ακτίνες στον Ηλιακό πυρήνα επειδή η αφθονία του ${}^3\text{He}$ αυξάνει καθώς απομακρυνόμαστε από το κέντρο και μεγιστοποιείται σε ακτίνα $R = 0,27R_{\odot}$. Στον εξωτερικό Ηλιακό πυρήνα επικρατούν χαμηλότερες θερμοκρασίες από τον κεντρικό και η αλυσίδα pp παράγει ${}^3\text{He}$ αλλά ο ρυθμός καύσης του ${}^3\text{He}$ είναι μικρότερος από τον ρυθμό παραγωγής του σ' αυτή την περιοχή. Η πυρηνική αντίδραση που μεταστοιχειώνει το ${}^3\text{He}$ (καύση του στοιχείου ήλιου), είναι αργή εξ αιτίας του σχετικά υψηλού φράγματος Coulomb. Η διαφορά μεταξύ του ρυθμού παραγωγής του ${}^3\text{He}$ και του ρυθμού καύσεως του δημιουργεί μία μεγάλη μη ισορροπημένη αφθονία ${}^3\text{He}$ στον εξωτερικό Ηλιακό πυρήνα.



Σχήμα 3.4

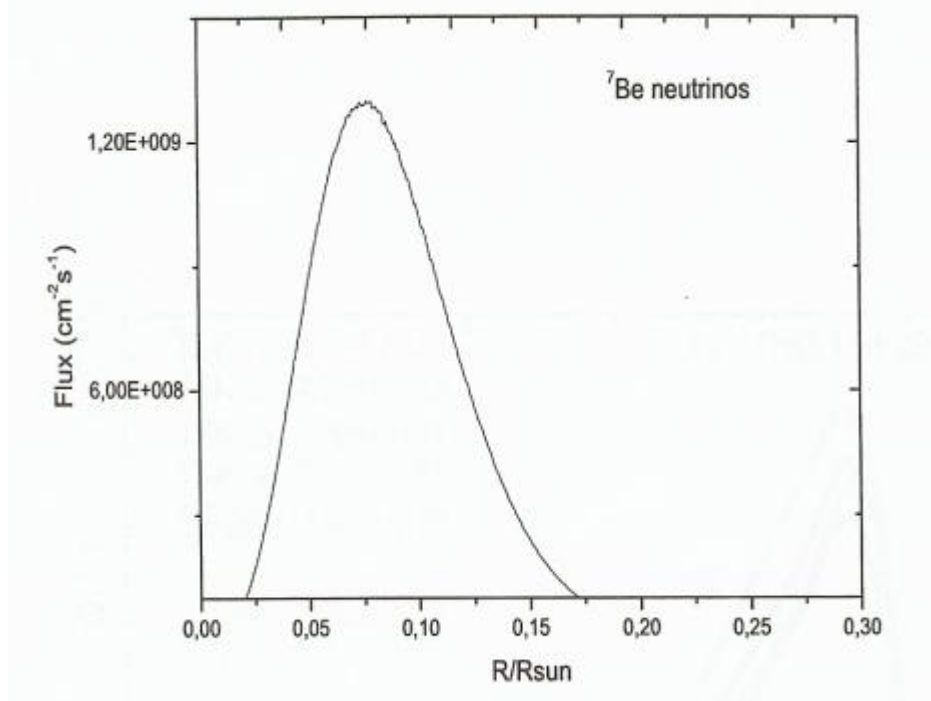
Ροή των προβλεπομένων $\text{He}\nu$ νετρίνων συναρτήσει της αποστάσεως $R/R_{\odot}$ από το κέντρο του Ηλίου.

- Στον Ηλιακό πυρήνα παράγονται πολλά ${}^8\text{B}$ νετρίνα εξ αιτίας της ισχυρής εξάρτησης από την θερμοκρασία σε στενή περιοχή $0,02R_{\odot} \leq r \leq 0,07R_{\odot}$ με μέγιστη τιμή σε ακτίνα $r = 0,05R_{\odot}$ και θερμοκρασία $T = 15 \times 10^6 \text{ K}$



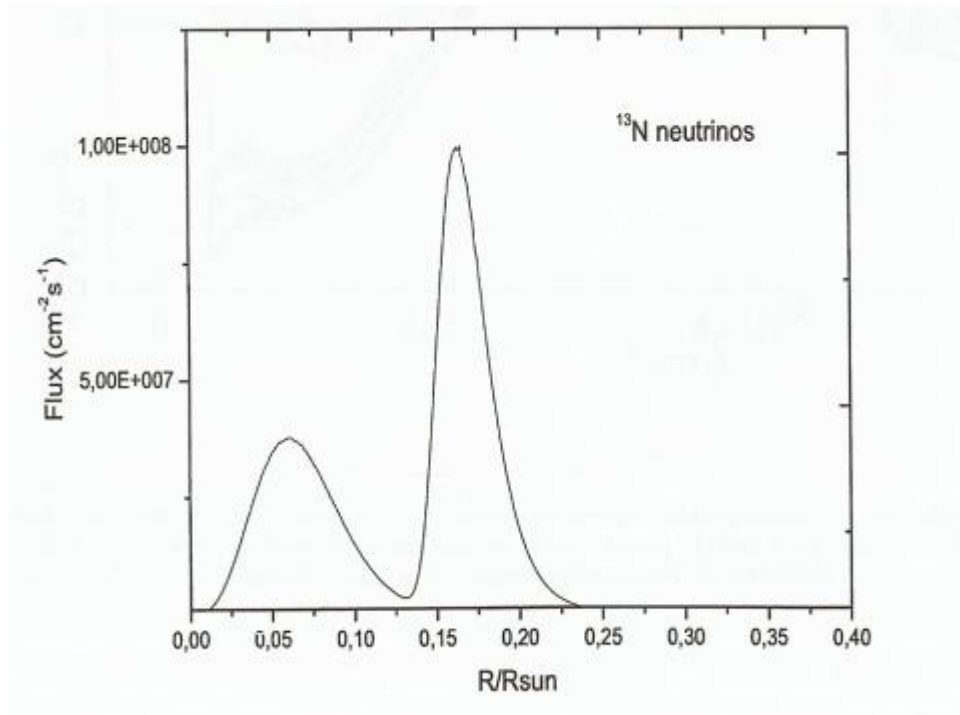
Σχήμα 3.5 Η ροή των προβλεπομένων ^8B νετρίνων συναρτήσει της απόστασως $\frac{R}{R_{\oplus}}$ από το κέντρο του Ηλίου.

- Τα ^7Be νετρίνα παράγονται σε ενδιάμεση περιοχή μεταξύ των περιοχών pp και ^8B , $0,03R_{\oplus} \leq r \leq 0,10R_{\oplus}$ με μέγιστο σε ακτίνα $r = 0,06R_{\oplus}$



Σχήμα 3.6

Η ροή των προβλεπομένων ^7Be νετρίνων συναρτήσει της απόστασώς τους $R/R_{\oplus}$ από το κέντρο του Ηλίου.



Σχήμα 3.7

Η ροή των προβλεπομένων $^{13}_7\text{N}$ συναρτήσει της αποστάσεώς τους $R/R_\oplus$ από το κέντρο του Ηλίου.

Η μάζα εντός της ακτίνας r , $M(\leq r) = \int_0^r dM(r')$ καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την τοπική θερμοκρασία και πυκνότητα.

Ο Πίνακας 3.1 αντιστοιχίζει διάφορα ποσοστά μάζας $\frac{M(\leq r)}{M_\oplus} = (0,25, 0,50, 0,75)$ (25%, 50%, 75%) που αντιστοιχούν σε ομόκεντρες σφαίρες μέσα στον Ήλιο στις οποίες παράγονται τα νετρίνα κάθε πηγής.

Πίνακας 3.1

Ροές νετρίνων συναρτήσει του λόγου μαζών $M(\leq r)/M_{\odot}$. Οι τρεις τελευταίες στήλες δείχνουν τις ροές νετρίνων που παράγονται στα αντίστοιχα τμήματα μαζών εντός του Ηλίου.

Source	25%	50%	75%
pp	0.058	0.135	0.216
pep	0.036	0.104	0.180
hep	0.104	0.186	0.276
${}^7\text{Be}$	0.011	0.026	0.065
${}^8\text{B}$	0.005	0.011	0.021
${}^{13}\text{N}$	0.006	0.021	0.150
${}^{15}\text{O}$	0.005	0.014	0.031
${}^{17}\text{F}$	0.005	0.011	0.026

0,965

Βλέπουμε ότι η παραγωγή των ${}^8\text{B}$ νετρίνων περιορίζεται στο εσωτερικό 2% της Ηλιακής μάζας ενώ τα νετρίνα pp και Hep παράγονται πιο έξω στο 22% και 28% της Ηλιακής μάζας αντίστοιχα.

Ο ρυθμός παραγωγής των νετρίνων εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την θερμοκρασία $\phi_{\nu} \propto T^{\alpha}$ όπου $\alpha \approx 24$ στο κέντρο του Ηλίου.

Ο συνολικός ρυθμός παραγωγής ${}^8\text{B}$ νετρίνων έχει την μορφή

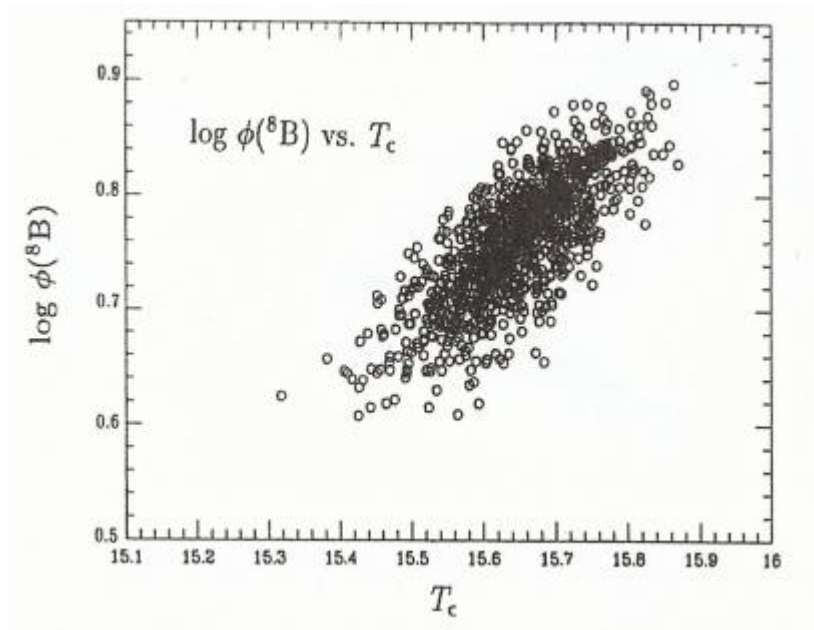
$$\phi_{\nu}({}^8\text{B}) \approx \text{σταθ.} \times T^{\beta}$$

$\beta \approx 18$ για τα διάφορα καθιερωμένα Ηλιακά μοντέλα που έχουν υπολογισθεί.

Η ακριβής τιμή του β εξαρτάται από τις υποθέσεις που γίνονται σε διαφορετικά μοντέλα.

Θεωρώντας ότι τα ${}^8\text{B}$ νετρίνα από την δημιουργία τους στον Ηλιακό πυρήνα έως την παρατήρησή τους στην Γή δεν αλληλεπιδρούν και εφ' όσον γνωρίζουμε τις ενεργές διατομές των αντιδράσεων, τότε βάσει του πολύ απλού αυτού τύπου, εάν γνωρίζουμε την ροή των ${}^8\text{B}$ στην Γή μπορούμε να βρούμε την κεντρική θερμοκρασία του Ηλίου με ακρίβεια 1% ή καλύτερη.

Το σχήμα 3.8 δείχνει την ροή των νετρίνων ${}^8\text{B}$ συναρτήσει της θερμοκρασίας του Ηλιακού κεντρικού πυρήνα για 1000 Ηλιακά μοντέλα που υπολογίστηκαν από τους Bahcall και Ulrich το 1988.



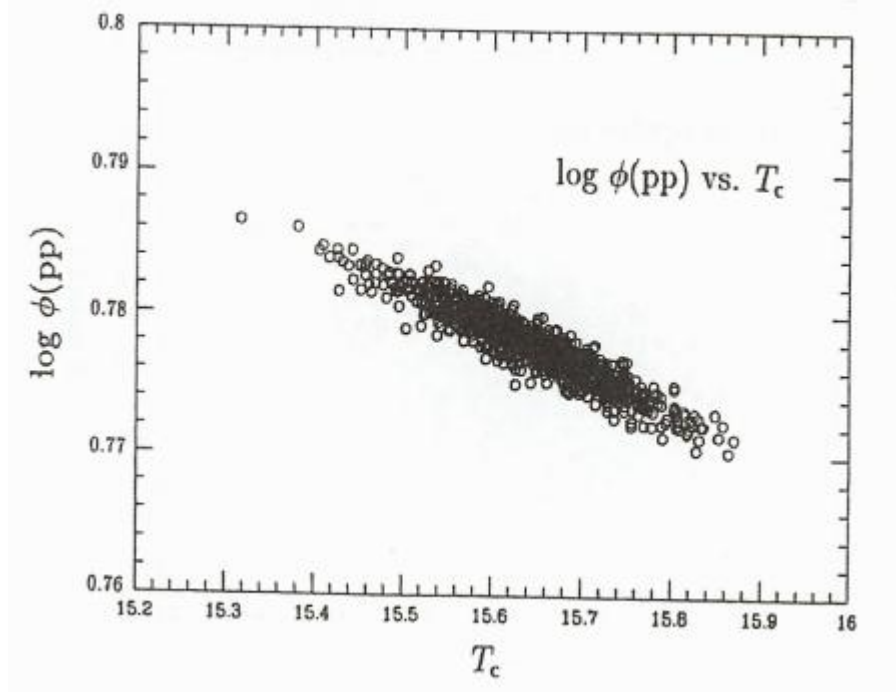
Σχήμα 3.8

Η ροή των παραγομένων ${}^8_5\text{B}$ νετρίνων συναρτήσει της θερμοκρασίας T_c στο εσωτερικό του Ηλίου.

Η ροή των pp νετρίνων έχει πολύ ασθενέστερη εξάρτηση από την θερμοκρασία.

$$\phi_\nu(pp) \approx \text{σταθ.} \times T^{-1.2}$$

Το επόμενο σχήμα 3.9 δείχνει την ροή των Ηλιακών νετρίνων pp συναρτήσει της κεντρικής θερμοκρασίας του Ηλίου για τα ίδια 1000 Ηλιακά μοντέλα.



Σχήμα 3.9

Η ροή των παραγομένων pp νετρίνων συναρτήσει της θερμοκρασίας T_c στο εσωτερικό του Ηλίου.

Βλέπουμε ότι έχουμε μία φθίνουσα συνάρτηση. Αυτή η συμπεριφορά εξηγείται από το γεγονός ότι ο συνολικός αριθμός νετρίνων χαμηλής ενέργειας από την

αντίδραση pp μέσω των πυρηνικών αντιδράσεων της $ppII$ αλυσίδας
 ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma + 1,59\text{MeV}$ (Παραγωγή ${}^7\text{Be}$)

${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e + 0,86\text{MeV}$ (Ηλεκτρονική σύλληψη από τό ${}^7\text{Be}$)

ελαττώνεται λόγω μερικού τερματισμού της αλυσίδας $ppII$ αυξανόμενης της θερμοκρασίας.

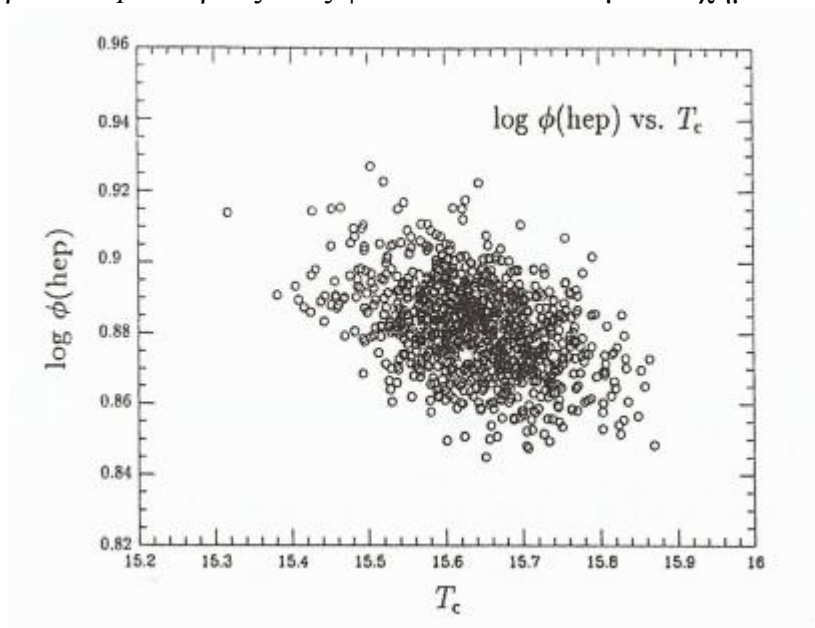
Ένα μικρότερο ποσοστό παράγεται μέσω της ppI αλυσίδας

${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p + p + 12,86\text{MeV}$ (Ισχυρή) και

$p + p \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e + 0,42\text{MeV}$ (Ασθενής)

από την οποία παράγονται νετρίνα χαμηλής σχετικά ενέργειας.

Για τα νετρίνα Hep οι ροές τους φαίνονται στο επόμενο σχήμα 3.10



Σχήμα 3.10

Η ροή των παραγομένων hep νετρίνων συναρτήσει της θερμοκρασίας T_c στο εσωτερικό του Ηλίου.

Όπως βλέπουμε ο λογάριθμος των ροών αυτών συναρτήσει της θερμοκρασίας

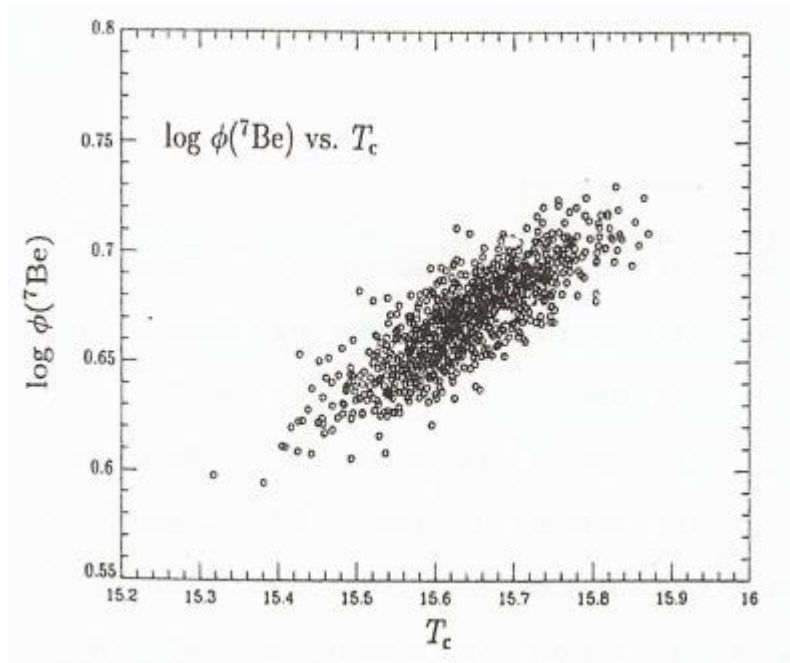
$\phi_\nu(Hep) \approx \text{σταθ.} \times T^{-\gamma}$ όπου $\gamma = (3 \text{ έως } 6)$

παρουσιάζει μεγάλη διασπορά.

Η μείωση της ροής των Hep και ${}^7\text{Be}$ νετρίνων αυξανόμενης της θερμοκρασίας οφείλεται στο γεγονός ότι η αφθονία του ${}^3\text{He}$ μειώνεται απότομα όταν αυξάνεται η θερμοκρασία.

• Η ροή των ${}^7\text{Be}$ νετρίνων αυξάνει με τη θερμοκρασία.

$\phi_\nu({}^7\text{Be}) \approx \text{σταθ.} \times T^8$ και φαίνεται στο επόμενο σχήμα 3.11



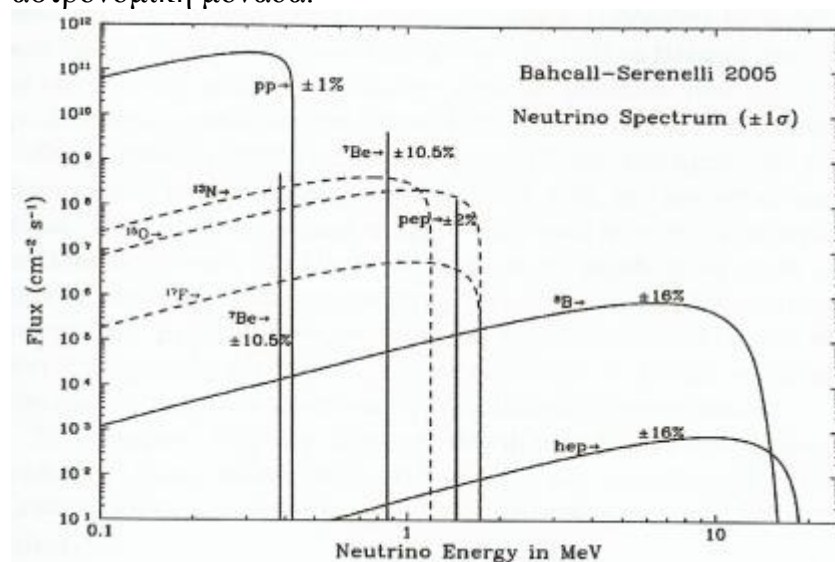
Σχήμα 3.11

Η ροή των παραγομένων ${}^7_4\text{Be}$ νετρίνων συναρτήσει της θερμοκρασίας T_c στο εσωτερικό του Ηλίου. Υπάρχει ισχυρή εξάρτηση από την θερμοκρασία, μικρότερη όμως από αυτή των ${}^8\text{B}$ νετρίνων.

3.2 Ενεργειακά φάσματα Ηλιακών νετρίνων

Δεδομένου ότι δεν έχουμε σαφή γνώση του Ηλιακού εσωτερικού παρά τις διάφορες θεωρίες με βάση τα Ηλιακά μοντέλα και τις νέες θεωρίες της σωματιδιακής Φυσικής, η μελέτη των ενεργειακών φασμάτων των Ηλιακών νετρίνων μας δίνει σημαντικές πληροφορίες για το πρόβλημα των Ηλιακών νετρίνων.

Το επόμενο σχήμα 12 δείχνει το φάσμα των Ηλιακών νετρίνων όπως προβλέπεται από το καθιερωμένο Ηλιακό μοντέλο των Bahcall και Serenelli 2005. Τό φάσμα αυτό περιλαμβάνει όλες τις σημαντικές πηγές νετρίνων που αναφέραμε προηγουμένως. Οι ροές νετρίνων που αντιστοιχούν σε συνεχείς καμπύλες δίδονται σε αριθμό νετρίνων ανά cm^2 ανά sec ανά MeV σε μία αστρονομική μονάδα και οι ροές νετρίνων που αντιστοιχούν σε διακεκομμένες καμπύλες δίδονται σε αριθμό νετρίνων ανά cm^2 ανά sec σε μία αστρονομική μονάδα.



Σχήμα 3.12

Ροές των Ηλιακών νετρίνων συναρτήσει της ενέργειας των νετρίνων.

Τά Ηλιακά νετρίνα από κάθε πηγή παρουσιάζουν ένα ενεργειακό φάσμα που έχει ένα χαρακτηριστικό σχήμα.

-Τό φάσμα των pp νετρίνων δημιουργείται αργά και κορυφώνεται περίπου στα $0,31MeV$ σε τιμή κατά τι λιγότερο από την τιμή των $0,42MeV$ που είναι η μέγιστη ενέργεια των pp νετρίνων, και μετά από αυτό το σημείο η ροή διακόπτεται.

-Τό φάσμα των 8B νετρίνων είναι περισσότερο συμμετρικό με μέγιστο στα $6,4MeV$ και πιο εκτεταμένη ουρά.

-Τό φάσμα των Hep νετρίνων είναι αρκετά συμμετρικό και κορυφώνεται στα $9,6MeV$.

-Τό φάσμα ^{13}N δημιουργείται αργά με κορύφωση στα $0,76MeV$ και στή συνέχεια διακόπτεται απότομα.

• Οι υπολογισμοί των ενεργειακών φασμάτων των pp και 8B νετρίνων οι οποίοι είναι χρήσιμοι στους λεπτομερείς υπολογισμούς των επιπτώσεων της επίδρασης της ύλης στα νετρίνα. Το ενεργειακό φάσμα για τα νετρίνα 8B είναι από τους Bahcall και Ulrich (1988). Παρουσιάζονται στους επόμενους πίνακες.

Πίνακας 3.2

Το ενεργειακό φάσμα των pp νετρίνων. Η <<κανονικοποιημένη>> πιθανότητα $P = P(q)$ συναρτήσει της ενέργειας των νετρίνων q . Η ενέργεια των νετρίνων q μετράται σε MeV και η $P(q)$ έχει κανονικοποιηθεί ανά MeV .

q	P(q)	q	P(q)	q	P(q)	q	P(q)
0.01	0.0139	0.12	1.45	0.23	3.49	0.34	3.93
0.02	0.0542	0.13	1.64	0.24	3.63	0.35	3.80
0.03	0.119	0.14	1.84	0.25	3.75	0.36	3.63
0.04	0.205	0.15	2.04	0.26	3.86	0.37	3.41
0.05	0.312	0.16	2.24	0.27	3.95	0.38	3.13
0.06	0.436	0.17	2.44	0.28	4.02	0.39	2.76
0.07	0.576	0.18	2.63	0.29	4.07	0.40	2.28
0.08	0.731	0.19	2.82	0.30	4.10	0.41	1.60
0.09	0.897	0.20	3.00	0.31	4.10	0.42	0.00
0.10	1.07	0.21	3.17	0.32	4.08		
0.11	1.26	0.22	3.34	0.33	4.02		

Πίνακας 3.3

Το ενεργειακό φάσμα των 8B νετρίνων $P = P(q)$ συναρτήσει της ενέργειας των νετρίνων q . Η πιθανότητα $p(q)$ αντιστοιχεί σε ενέργεια νετρίνου $q \pm 0,5MeV$

q	P(q)	q	P(q)	q	P(q)	q	P(q)
0.1	0.00022	3.5	0.08808	7.0	0.13075	10.5	0.06342
0.5	0.000386	4.0	0.10144	7.5	0.12638	11.0	0.05061
1.0	0.01328	4.5	0.11277	8.0	0.11969	11.5	0.03841
1.5	0.02630	5.0	0.12173	8.5	0.11097	12.0	0.02731
2.0	0.04140	5.5	0.12809	9.0	0.10057	13.0	0.01015
2.5	0.05735	6.0	0.13171	9.5	0.08888	14.0	0.00166
3.0	0.07317	6.5	0.13258	10.0	0.07634	15.0	0.00008

Για τις γραμμές νετρίνων pep ή 7Be το σχήμα του φάσματος έχει αυτή την μορφή λόγω της θερμικής κίνησης των ηλεκτρονίων. Η πιθανότητα να

παραχθεί ένα νεutrίνο με ενέργεια q , σε μία περιοχή που έχει θερμοκρασία T είναι:

$$P(q) = \sigma \tau \alpha \theta \cdot T^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{m_i c^2}{2kT} \left(\frac{q}{q_0} - 1 \right)^2}$$

m_i είναι η μάζα του ιόντος στην πυρηνική αντίδραση παραγωγής νεutrίνων.

Για ολόκληρο τον Ήλιο θα πρέπει να υπολογίσουμε τον μέσο όρο της προηγούμενης εξίσωσης σε όλη την κατανομή μάζας του Ηλίου.

$$\langle P(q) \rangle = M_{\odot}^{-1} \int dM [\rho \theta \mu \sigma' \text{παραγωγής}(T)] P(q, T)$$

3.3 Οι θεωρητικές γνώσεις για τις ροές των νεutrίνων

Στον επόμενο Πίνακα 3.4 βλέπουμε τους υπολογισμούς για τις ροές των Ηλιακών νεutrίνων μαζί με τις συνολικές θεωρητικές αβεβαιότητες. Από όλες τις πηγές παραγωγής ηλιακών νεutrίνων η αντίδραση πρωτονίου-πρωτονίου είναι περισσότερο γνωστή με μεγαλύτερη ακρίβεια. Η αβεβαιότητα της ροής αυτής είναι μόνο 2%.

Υπάρχει η θεωρία ότι η ροή των pp νεutrίνων καθορίζεται από την παρατηρούμενη Ηλιακή φωτεινότητα, ανεξάρτητα από τα Ηλιακά μοντέλα.

◦ Στο καθιερωμένο Ηλιακό μοντέλο κυριαρχεί η αντίδραση ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p + p + 12,86\text{MeV}$ (ισχυρή) και παράγει δύο πρωτόνια και εν συνεχεία τα πρωτόνια αλληλεπιδρούν ασθενώς παράγοντας δευτέριο $p + p \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e + 0,42\text{MeV}$ (Ασθενής)

Πίνακας 3.4

Οι ροές Ηλιακών νεutrίνων από όλες τις προελεύσεις

Source	Flux ($10^{10} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
pp	$6.0(1 \pm 0.02)$
pep	$0.014(1 \pm 0.05)$
hep	8×10^{-7}
${}^7\text{Be}$	$0.47(1 \pm 0.15)$
${}^8\text{B}$	$5.8 \times 10^{-4}(1 \pm 0.37)$
${}^{13}\text{N}$	$0.06(1 \pm 0.50)$
${}^{15}\text{O}$	$0.05(1 \pm 0.58)$
${}^{17}\text{F}$	$5.2 \times 10^{-4}(1 \pm 0.46)$

Απαιτούνται δηλαδή δύο ανεξάρτητες αντιδράσεις.

◦ Για τα νετρίνα $He\nu$ της αντιδράσεως ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \nu_e + (q \leq 18.773\text{MeV})$ της ppI αλυσίδας η ενεργός διατομή δεν έχει ακόμη καθορισθεί σε ικανοποιητικό βαθμό και ένεκα τούτου ο υπολογισμός της συνολικής αβεβαιότητας δεν μπορεί να υπολογισθεί επαρκώς.

◦ Η αντίδραση της $ppII$ αλυσίδας ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma + 1,59\text{MeV}$ (Σύντηξη σε ένα πυρήνα και H/M μετάπτωση). Από την στιγμή που παράγεται Βηρύλιο είναι σίγουρο λόγω της μεγάλης αφθονίας ηλεκτρονίων να συλλάβει ένα e^- και να παράγει λίθιο ${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e + 0,86\text{MeV}$

Η αντίδραση ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$ έχει μεγαλύτερη ενεργό διατομή από την ${}^3\text{He} + {}^4\text{He}$ και συμβαίνει περίπου 6 (έξι) φορές συχνότερα από αυτήν.

Η ροή των νετρίνων pp από την πρώτη αντίδραση είναι διπλάσια από την ροή νετρίνων pp από την δεύτερα αντίδραση.

Η αβεβαιότητα στην ροή των νετρίνων ${}^7\text{Be}$ είναι περίπου 15%.

Η αβεβαιότητα στα νετρίνα ${}^8\text{B}$ είναι 37%. Η μεγάλη αυτή τιμή οφείλεται στο ότι υπάρχει μεγάλη διασπορά στην τιμή της ενεργούς διατομής χαμηλής ενέργειας για την παραγωγή πυρήνων ${}^8\text{B}$ και από την μεγάλη αφθονία του μετάλλου αυτού στο Ηλιακό εσωτερικό.

Για τα νετρίνα του κύκλου CNO οι αβεβαιότητες είναι της τάξεως του 50%.

Αυτό οφείλεται κυρίως στην αφθονία βαρέων μετάλλων και ο ρυθμός καύσεως του αζώτου ${}^{14}\text{N}$.

3.4 Καθιερωμένο Ηλιακό πρότυπο (SSM)

Ένα καθιερωμένο Ηλιακό πρότυπο είναι αυτό που κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας την καλύτερη διαθέσιμη φυσική (καταστατική) εξίσωση και διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα (π.χ.ενεργές διατομές Ηλιακών πυρηνικών αντιδράσεων, με στόχο να δώσει την παρατηρούμενη φωτεινότητα και ακτίνα του Ηλίου και τον λόγο βαριών στοιχείων προς υδρογόνο στην επιφάνεια του Ηλίου δεδομένη χρονική περίοδο.

Υπολογίζονται πολλά μεγέθη που αφορούν την δομή του Ηλίου.

Ο πυρήνας του Ηλίου έχει θερμοκρασία $1,5 \times 10^7 \text{ K}$ κατά την οποία λαμβάνει χώραν η θερμοπυρηνική σύντηξη μετατρέποντας 4 πρωτόνια σε έναν πυρήνα ηλίου, η μάζα του οποίου είναι κατά τι μικρότερη (0,7%) από την μάζα των 4 πρωτονίων. Η μάζα του αθροίσματος των 4 πρωτονίων ισούται με $6,6943 \times 10^{-27} \text{ kg}$ και η μάζα του πυρήνα ηλίου ισούται με $6,6466 \times 10^{-27} \text{ kg}$ Το έλλειμμα μάζης $\Delta m = (6,6943 - 6,6466) \times 10^{-27} \text{ kg} = 4,77 \times 10^{-29} \text{ kg}$ μετατρέπεται σε ενέργεια $E = mc^2 = 4,293 \times 10^{-12} \text{ J} = 26,794546 \text{ MeV}$ η οποία αθροιστικά δημιουργεί τα τεράστια ποσά ενέργειας στον Ήλιο.

Η σημερινή λαμπρότητα του Ηλίου είναι

$$L_{\odot} = 3,86 \times 10^{26} \text{ W} = 2,41 \times 10 \text{ MeV} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

Στον Ήλιο περίπου $6 \times 10^{11} \text{ kg}$ υδρογόνου Η μετατρέπονται σε $5,96 \times 10^{11} \text{ kg}$

Ηλίου He. Τό έλλειμμα μάζης $4 \times 10^9 \text{ kg}$ μετατρέπονται σε ενέργεια υπό μορφήν ακτινοβολίας και κινητική ενέργεια των παραγομένων σωματιδίων.

3.5 Η εξέλιξη του καθιερωμένου Ηλιακού μοντέλου για τις προβλεπόμενες ροές των νετρίνων

Έως το 1962 δεν υπήρχαν θεωρητικοί υπολογισμοί Ηλιακού μοντέλου για τις ροές των Ηλιακών νετρίνων. Ο Davis πρότεινε την διεξαγωγή πειράματος Ηλιακών νετρίνων και ο Bahcall ξεκίνησε τον υπολογισμό του ρυθμού παραγωγής νετρίνων από την αντίδραση της $ppII$ αλυσίδας της σύλληψης ηλεκτρονίου από το βηρύλλιο ${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu_e + 0,86\text{MeV}$

Ήταν όμως απαραίτητο ένα λεπτομερές μοντέλο του Ηλίου με παραμέτρους την χημική του σύσταση, την θερμοκρασία την πυκνότητα κ.λ.π.

Έως το 1968 τα Ηλιακά μοντέλα είχαν βελτιωθεί σημαντικά. Σημαντική βελτίωση στα μοντέλα έγινε στην ροή νετρίνων

μέσω της αντίδρασης της ppI

αλυσίδας ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + p + p + 12,86\text{MeV}$ και οι νέες τιμές της ροής των νετρίνων άλλαξαν κατά έναν παράγοντα $\frac{1}{3,9} = 0,256$ στον θεωρητικά

υπολογιζόμενο ρυθμό.

Για την αντίδραση $p + p \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e + 0,42\text{MeV}$ της ppI αλυσίδας ο παράγων άλλαξε κατά 0,93.

Η παρατηρούμενη τιμή του λόγου της αφθονίας των βαρέων στοιχείων προς την αφθονία του υδρογόνου $\frac{Z}{X}$ άλλαξε κατά παράγοντα $\frac{1}{2,5} = 0,4$

Σε όλες τις περιπτώσεις υπήρξε μείωση της προβλεπόμενης ροής των Ηλιακών νετρίνων από το πείραμα.

Η ασυμφωνία μεταξύ της εργαστηριακής μέτρησης της ενεργού διατομής της αντίδρασης ${}^7\text{Be} + p \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma + 0,14\text{MeV}$ της $ppIII$ αλυσίδας και της πρόβλεψης του 1962 παραμένει ακόμη και σήμερα μία από τις δύο μεγαλύτερες αβεβαιότητες στις προβλέψεις ηλιακών νετρίνων.

Το 1995 ο Steve Tomczyk και οι συνεργάτες του παρουσίασαν τις πρώτες παρατηρήσεις των p Ηλιακών ταλαντώσεων του ενδιαμέσου εσωτερικού και του βαθύτερου εσωτερικού του Ηλίου. Αυτές οι παρατηρήσεις καθόρισαν με ακρίβεια την ταχύτητα του ήχου όλου σχεδόν του ηλιακού εσωτερικού.

Το 1995 ο Bahcall και ο Pinsonneault μελέτησαν βελτιωμένα Ηλιακά μοντέλα που περιελάμβαναν νέες τιμές για την αδιαφάνεια καθώς και την διάχυση του Ηλίου (${}^4_2\text{He}$) και των βαρέων στοιχείων.

Το 1997 οι Bahcall κ.α. έδειξαν ότι οι ταχύτητες του ήχου που ελήφθησαν από τις Ηλιοσεισμολογικές μετρήσεις, συμφωνούσαν με τις θεωρητικές τιμές που υπολογίσθηκαν από το καθιερωμένο Ηλιακό μοντέλο, με τελικό συμπέρασμα ότι τα καθιερωμένα Ηλιακά μοντέλα προβλέπουν την δομή του Ηλίου με μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτή των παρατηρήσεων των Ηλιακών νετρίνων.

Με βάση την Ηλιοσεισμολογία τα προβλήματα των Ηλιακών νετρίνων δεν οφείλονται σε λάθη της θερμοκρασιακής δομής του Ηλίου.

Τά προβλήματα των Ηλιακών νετρίνων θα πρέπει να αναζητηθούν στους νέους νόμους της Φυσικής, ώστε να καλυφθεί το χάσμα μεταξύ του καθιερωμένου Ηλιακού μοντέλου και της ηλεκτρασθενούς θεωρίας.

Το 2000 τα πειράματα SNO και Super-Kamiokande επιβεβαίωσαν άμεσα την ροή των νετρίνων ${}^8_5B \rightarrow {}^8_4Be^* + e^+ + \nu_e + 14,02 MeV$ της $ppIII$ αλυσίδας που υπολογίζεται από το καθιερωμένο Ηλιακό πρότυπο, και που προβλέπει για την ροή των σπάνιων υψηλής ενέργειας νετρίνων 8_5B ροή

$$\Phi(\nu_{\tau} {}^8_5B) = (5,05^{+1,0}_{-0,8}) \times 10^6 cm^{-2} sec^{-1}$$

• Το 2001 τα πειράματα SNO CC (charge current) και Super Kamiokande έδειξαν ότι η ροή των νετρίνων 8_5B είναι:

$$\Phi(\nu_{\tau} {}^8_5B) = (5,44 + 0,99) cm^{-2} sec^{-1}$$

• Η μέτρηση SNO NC (neutral current) δείχνει μία καλύτερη συμφωνία

$$\Phi(\nu_{\tau} {}^8_5B) = (5,09 + 0,64) cm^{-2} sec^{-1}.$$

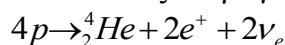
3.6 Η ροή των pp νετρίνων και η Ηλιακή ισχύς (λαμπρότητα – φωτεινότητα)

Η Ηλιακή λαμπρότητα καθορίζει την συνολική ροή των Ηλιακών νετρίνων, όχι όμως την ροή των pp νετρίνων.

Η προβλεπόμενη ροή Ηλιακών pp νετρίνων στην βασική αντίδραση $p + p \rightarrow {}^2_1H + e^+ + \nu_e + 0,42 MeV$ στην ppI αλυσίδα καθορίζεται από την θερμοκρασία, την πυκνότητα και την χημική σύνθεση στο εσωτερικό του Ηλίου και όχι από την παρατηρούμενη Ηλιακή φωτεινότητα.

Οι αντιδράσεις CNO δημιουργούν το 1,5% της Ηλιακής φωτεινότητας ενώ σε αστέρες λίγο μαζικότερους του Ηλίου παράγεται ενέργεια κυρίως από αυτές τις αντιδράσεις.

Η βασική αντίδραση με την οποία ο Ήλιος και άλλοι αστέρες της κυρίας ακολουθίας παράγουν ενέργεια είναι:



Η Ηλιακή φωτεινότητα καθορίζει την μέγιστη πιθανή ροή των pp νετρίνων

$$\Phi_{\mu\gamma}(p-p) = \frac{2L_{\oplus}}{4\pi(AU.)^2 E_{p-p}} = 6,51 \times 10^{10} cm^{-2} sec^{-1}$$

όπου $L_{\oplus}$ είναι η Ηλιακή φωτεινότητα, $1 AU. = 1,5 \times 10^8 Km$ η μέση απόσταση Γης – Ηλίου και $E_{p-p} = 26,197 MeV$ είναι η ενέργεια που απελευθερώνεται στον Ήλιο όταν η αλυσίδα $p-p$ τερματίζεται από την αντίδραση ${}^3_2He + {}^3_2He \rightarrow {}^4_2He + p + p + 12,86 MeV$ κατά την οποία παράγονται μόνο pp νετρίνα.

Στο καθιερωμένο Ηλιακό μοντέλο η ροή των Ηλιακών νετρίνων είναι $\Phi(pp\nu_{\tau}) = 0,91 \Phi_{\mu\gamma}(p-p)$.

Για να εξερευνήσουμε το εσωτερικό του Ηλίου πρέπει να καθορίσουμε πειραματικά τον λόγο R του αριθμού των αντιδράσεων σε συνάρτηση με τον χρόνο $({}^3_2\text{He}+{}^4_2\text{He})$ και $({}^3_2\text{He}+{}^3_2\text{He})$ που αντιστοιχεί στον αντίστροφο λόγο των χρόνων διεξαγωγής των.

$$R \equiv \frac{\left\langle {}^3_2\text{He}+{}^4_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + p + p + 12,86\text{MeV} \right\rangle_{pp\text{αλυσίδα}}}{\left\langle {}^3_2\text{He}+{}^3_2\text{He} \rightarrow {}^7_4\text{Be} + \gamma + 1,59\text{MeV} \right\rangle_{pp\text{IIαλυσίδα}}} = \frac{2\Phi_{\text{ν}e\tau}({}^7_4\text{Be})}{\Phi_{\text{ν}e\tau}(pp) - \Phi_{\text{ν}e\tau}({}^7_4\text{Be})}$$

Το καθιερωμένο Ηλιακό μοντέλο προβλέπει $R = \frac{1}{5,747} = 0,174$

Η τιμή του R δείχνει την διαφορά μεταξύ αυτών των δύο βασικών τρόπων τερματισμού της αλυσίδας $p-p$ και είναι γι' αυτό σημαντική στην έρευνα της Ηλιακής θερμοπυρηνικής σύντηξης.

Από τις προβλεπομένες ροές Ηλιακών νετρίνων, οι ενέργειες των νετρίνων κατά 99,99% είναι μικρότερες της $E_\nu \leq 5,5\text{MeV}$.

Το σφάλμα στην προβλέψιμη τιμή της ροής των pp νετρίνων είναι μόνο 1%.

Τα υπάρχοντα πειράματα με εξαίρεση τα ραδιοχημικά πειράματα του χλωρίου και του γαλλίου ανιχνεύουν μόνο Ηλιακά νετρίνα με ενέργειες $E_\nu \geq 5\text{MeV}$, και αδυνατούν να ανιχνεύσουν τα περισσότερα Ηλιακά νετρίνα που είναι χαμηλών ενεργειών αλλά λόγω του τεραστίου αριθμού των είναι και τα σημαντικότερα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ ΔΥΟ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΑ ΤΑ ΝΕΤΡΙΝΑ

4.1 Αναζήτηση σχετικιστικής εξίσωσης με λύσεις δύο συνιστωσών με κυματοσυναρτήσεις που περιγράφουν σωματίδια και αντισωματίδια.

Ο Dirac ανακάλυψε μία εξίσωση η οποία αντίθετα από την εξίσωση Klein-Gordon ήταν γραμμική στην πρώτη παράγωγο ως προς τον χρόνο $\frac{\partial}{\partial t}$.

Αυτή για να είναι συναλλοίωτη θα πρέπει να είναι γραμμική στη χωρική παράγωγο $\vec{\nabla}$ και θα έχει τη μορφή

$$\hat{H}\psi = \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m \right) \psi \quad (1)$$

Οι συντελεστές β και οι συνιστώσες του $\vec{\alpha}$ ($\alpha_i = 1, 2, 3$) θα πρέπει να είναι τέτοιοι ώστε για ένα ελεύθερο σωματίδιο να ισχύει η σχετικιστική σχέση ενέργειας –ορμής $E^2 = m^2 + p^2$, επομένως θα πρέπει να ισχύει:

$$\hat{H}^2 \psi = (p^2 + m^2) \psi \quad (2)$$

Από τις δύο αυτές εξισώσεις θα είναι

$$\begin{aligned} \hat{H}^2 \psi &= (a_i p_i + \beta m)(\alpha_j p_j + \beta m) \psi \Rightarrow \\ \hat{H}^2 \psi &= [\alpha_i^2 p_i^2 + (\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) p_i p_j + (\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) p_i m + \beta^2 m^2] \psi \end{aligned} \quad (3)$$

Επομένως για να ικανοποιείται η εξίσωσης αυτή θα πρέπει οι συντελεστές να ικανοποιούν τις:

$$\alpha_i^2 = 1 \quad i = 1, 2, 3$$

$$\beta^2 = 1$$

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 0$$

$$\alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0$$

Δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα για τους συντελεστές α_i, β οι οποίοι δεν είναι μηδενικοί αριθμοί, επομένως είναι πίνακες που δρούν στην κυματοσυνάρτηση ψ η οποία βεβαίως θα είναι ένα διάνυσμα με περισσότερες από μία συνιστώσες.

Αποδεικνύεται ότι οι πίνακες αυτοί α_i, β έχουν τις εξής ιδιότητες:

α) Έχουν αρτία διάσταση

β) Είναι ερμιτιανοί

γ) Έχουν μηδενικό ίχνος

δ) Έχουν ιδιοτιμές ± 1

Οι ελάχιστες διαστάσεις πινάκων με αυτές τις ιδιότητες είναι 4×4

Χρησιμοποιούμε κυρίως την απεικόνιση Dirac-Pauli

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \text{όπου } I \text{ είναι ο μοναδιαίος πίνακας}$$

και

$$\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \text{ οι πίνακες Pauli}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Άλλη απεικόνιση είναι του Weyl όπου:

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

Εάν θέσουμε $\hat{H} \rightarrow i \frac{\partial}{\partial t}$ και $\vec{p} \rightarrow -i \vec{\nabla}$ θεωρώντας πάντα $\hbar = c = 1$ και πολλαπλασιάσουμε την εξίσωση

$$\hat{H}\psi = \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m \right) \psi \quad \text{επί τον πίνακα}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{από αριστερά τότε θα είναι:}$$

$$\hat{H}\psi = \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m \right) \psi \Rightarrow i\beta \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\beta \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \psi + m\psi \Rightarrow$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (4)$$

$$\text{όπου ο διαφορικός τελεστής } \partial_\mu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x^\kappa} \right) \quad \hat{H}\psi = \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m \right) \psi$$

Οι πίνακες γ του Dirac είναι:

$$\gamma^\mu \equiv \left(\beta, \beta \vec{\alpha} \right)$$

αναλυτικά είναι:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Τους τέσσερις πίνακες 4×4 $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$ χρησιμοποιούμε ως ένα τετραδιάνυσμα

Η εξίσωση (4) $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$

είναι η συναλλοίωτη εξίσωση του Dirac η οποία βεβαίως είναι το άθροισμα

$$\sum_{\text{ΠΙΝΑΚΕΣ } \gamma^\mu} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (5)$$

και ποιο συγκεκριμένα

$$\sum_{\kappa=1}^4 \left(\sum_{\mu} i(\gamma^\mu)_{jk} \partial_\mu - m \delta_{jk} \right) \psi_\kappa \quad (6)$$

όπου $\mu = 0, 1, 2, 3$ και $j, k = 1, 2, 3, 4$

Η εξίσωση αυτή βεβαίως αντιστοιχεί σε τέσσερις διαφορικές εξισώσεις:

Για κάθε j $j = (1, 2, 3, 4)$ που αντιστοιχεί σε κάθε μία από τις τέσσερις γραμμές των πινάκων γ^μ ($\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$) θα έχουμε μια εξίσωση η οποία θα είναι κάποιο άθροισμα όρων, δράσης τελεστών στις συνιστώσες του σπίνορα $\psi(\chi)$ δηλαδή στις $\psi_1(\chi), \psi_2(\chi), \psi_3(\chi), \psi_4(\chi)$.

Ο τελεστής κάθε τέτοιου όρου είναι άθροισμα στους πίνακες $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$ αντιστοίχων στοιχείων των πινάκων επί αντίστοιχους διαφορικούς τελεστές

$$\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3$$

Το νετρίνο και το αντισωματίδιό του ως φερμιόνιο δύο συνιστωσών θα πρέπει να υπακούει γενικά στην γενικευμένη εξίσωση του Dirac.

Για τα νετρίνα επειδή είναι φερμιόνια (αν θεωρήσουμε μηδενικής μάζας) οι εξισώσεις γίνονται αρκετά πιο απλές, εφ' όσον για $m_\nu = 0$ ο πίνακας β δεν εμφανίζεται και θα είναι

$$\hat{H}\psi = \left(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} \right) \psi \text{ και κατά Pauli για τους πίνακες}$$

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) \text{ ισχύει:}$$

$$\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2\delta_{ij} \quad \text{και} \quad \alpha_i = \alpha_i^+$$

Αν θεωρήσουμε την κατάσταση του νετρίνου ως μία συνολική κατάσταση αποτελούμενη από δύο σπίνορες δύο συνιστωσών, ήτοι:

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi(\vec{p}) \\ \phi(\vec{p}) \end{pmatrix} \quad (7)$$

όπου $\chi(\vec{p})$ και $\phi(\vec{p})$ είναι σπίνορες δύο συνιστωσών και χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \right) \text{θα}$$

έχουμε:

$$\begin{pmatrix} -\vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix} \cdot \vec{p} \cdot \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = E \cdot \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} \quad (8)$$

οπότε θα είναι:

$$-\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi = E \chi \quad (9)$$

και

$$+\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi = E \phi$$

Αυτές οι εξισώσεις περιγράφουν τα νετρίνα εάν θεωρήσουμε μηδενική την μάζα τους. Η σχετικιστική εξίσωση ενέργειας-ορμής γίνεται

$$E^2 = \left| \vec{p} \right|^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (c = \hbar = 1) \quad \text{και για μάζα νετρίνου } m_\nu = 0$$

γίνεται: $E^2 = \left| \vec{p} \right|^2$ Η εξίσωση αυτή έχει δύο λύσεις μία θετικής ενεργείας και μία αρνητικής.

Η πρώτη διαζευγμένη εξίσωση δίνει:

$$-\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \cdot \chi = E \cdot \chi \Rightarrow -\vec{\sigma} \cdot \hat{p} \cdot \chi = \chi \quad (10)$$

η οποία παρέχει δύο λύσεις:

$$\bullet -\frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \cdot \chi(\vec{p}) = \frac{1}{2} \chi(\vec{p}) \rightarrow \nu_L \left(-\frac{1}{2}, \vec{p}, E \right) \quad (11)$$

Δηλαδή ένα αριστερόστροφο νεutrino ν_L αρνητικής ελικοτήτος $\lambda = -\frac{1}{2}$ ορμής $\vec{p}$ και ενέργειας E και

$$\bullet \frac{1}{2} \vec{\sigma} \cdot (-\vec{p}) \cdot \chi(-\vec{p}) = \frac{1}{2} \chi(-\vec{p}) \rightarrow \rightarrow \bar{\nu}_R \left(\frac{1}{2}, -\vec{p}, -E \right) \quad (12)$$

Δηλαδή ένα δεξιόστροφο αντineutrino θετικής ελικοτήτος $\lambda = \frac{1}{2}$ ορμής $-\vec{p}$ και αρνητικής ενέργειας $-E$.

Αντίστοιχα η σχέση

$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \phi = E \phi \Rightarrow \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \phi = \phi$ περιγράφει δεξιόστροφα νεutrina ν_R και αριστερόστροφα αντineutrina $\bar{\nu}_L$, τα οποία δέν παρατηρούνται στή φύση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

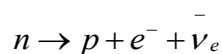
ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

5.1 Γενικές ιδιότητες

Τα νετρίνα έχουν την μοναδική ιδιότητα να αντιδρούν μόνο μέσω της ασθενούς αλληλεπίδρασης.

Γνωρίζουμε ότι για την ραδιενέργεια α υπεύθυνη είναι η ισχυρή αλληλεπίδραση, για την ραδιενέργεια β υπεύθυνη είναι οι ασθενής (weak) αλληλεπίδραση και για την ραδιενέργεια γ υπεύθυνη είναι η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση.

Συγκεκριμένα στην εκπομπή σωματιδίων β (ραδιενέργεια β) έχουμε την μετατροπή ενός νετρονίου σε πρωτόνιο και αντίστροφα.



Η αντίδραση αυτή είναι ενεργειακά επιτρεπτή και γι αυτό τον λόγο το νετρόνιο είναι ασταθές με μέσο χρόνο ζωής 900 sec περίπου.

Στην διάσπαση



ένα από τα πρωτόνια του πυρήνα μετατρέπεται σε νετρόνιο, $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$

Για ελεύθερα πρωτόνια η αντίδραση αυτή είναι αδύνατη διότι η μάζα του πρωτονίου είναι λίγο μικρότερη από την μάζα του νετρονίου. Εντός όμως του πυρήνα η ενέργεια σύνδεσης του νετρονίου μπορεί να είναι αρκετά μεγαλύτερη από εκείνη του μητρικού πρωτονίου ώστε στην αντίδραση να έχουμε έκλυση ενέργειας και να είναι ενεργειακά δυνατή.

Εάν δεν υπήρχαν ασθενείς αλληλεπιδράσεις, το νετρόνιο θα ήταν σταθερό όπως το πρωτόνιο, το οποίο έχει χρόνο ζωής τουλάχιστον 10^{31} έτη.

Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις συμμετέχουν και τα κουάρκ και τα λεπτόνια. Τα νετρίνα είναι χαρακτηριστικά λεπτόνια και αντιδρούν μόνω μέσω ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Τα σωματίδια που διασπώνται υπό την επίδραση ασθενών αλληλεπιδράσεων έχουν πολύ μεγαλύτερο χρόνο ζωής από τα σωματίδια που διασπώνται με ισχυρές ή ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, και είναι της τάξεως μεγέθους (10^{-6} έως 10^{-8}) sec. Ο χρόνος ζωής είναι αντιστρόφως ανάλογος της σταθεράς ζεύξης της αντίστοιχης αλληλεπίδρασης.

Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις είναι πολύ μικρής εμβέλειας, επειδή τα κβάντα των ασθενών πεδίων έχουν πολύ μεγάλη μάζα. Υπάρχουν τρία πεδία ασθενούς αλληλεπίδρασης που σχετίζονται με τα σωματίδια W^+ , W^- , και Z .

Μία χαρακτηριστική και ουσιώδης ιδιότητα των ασθενών αλληλεπιδράσεων είναι ότι δεν διατηρούν την ομοτιμία (parity).

Τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις τις χωρίζουμε σε δύο κατηγορίες :

1. Αλληλεπιδράσεις κατά τις οποίες τού ηλεκτρικού φορτίο μεταβιβάζεται από τα αδρόνια και τα λεπτόνια που συμμετέχουν σε αυτές, π.χ. $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

Οι διαδικασίες αυτές ονομάζονται αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων (charged-current reactions).

2.Αλληλεπιδράσεις στις οποίες δεν συμβαίνει οποιαδήποτε μετάβαση ηλεκτρικού φορτίου, π.χ. $\nu_e + p \rightarrow \nu_e + p$

Οι διαδικασίες αυτές ονομάζονται αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων.

Υπάρχει επίσης και η ταξινόμηση σε τρεις κατηγορίες:

- Λεπτονικές αντιδράσεις όπου συμμετέχουν μόνο λεπτόνια.
- Ημιλεπτονικές αντιδράσεις όπου συμμετέχουν λεπτόνια και αδρόνια και
- Αδρονικές αντιδράσεις όπου συμμετέχουν μόνο αδρόνια.

Τα πεδία των μποζονίων W^+, W^- , και Z περιγράφεται όπως και το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, από ένα βαθμωτό και ένα διανυσματικό δυναμικό. Σε αντίθεση όμως με το μποζόνιο των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων δηλαδή το φωτόνιο που έχει μάζα μηδενική (μάζα φωτονίου $\leq 10^{-27} \text{ eV}$) τα μποζονια που σχετίζονται με τα ασθενή πεδία έχουν όλα μάζα, και πρόσθετα τα μποζόνια W^+ και W^- έχουν και ηλεκτρικό φορτίο. Τό μποζόνιο Z είναι ουδέτερο όπως και τό φωτόνιο αλλά έχει μάζα.

Οι μάζες των μποζονίων αυτών είναι:

$$M_{W^+} = M_{W^-} = (80,22 \pm 0,26) \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

$$M_Z = (91,187 \pm 0,007) \frac{\text{GeV}}{c^2} \quad \text{περίπου μάζα } 100 \text{ πρωτονίων}$$

Τα κβάντα αυτά είναι δηλαδή βαρύτερα και από ένα άτομο σιδήρου $\text{Fe} \quad \alpha.\beta.=55,847 \rightarrow 52,73 \frac{\text{GeV}}{c^2}$, ή χαλκού $\text{Cu} \quad \alpha.\beta.=63,546 \rightarrow 60,02 \frac{\text{GeV}}{c^2}$.

Οι μάζες αυτές ως φορείς των ασθενών αλληλεπιδράσεων είναι πολύ μεγάλες για την συνήθη κλίμακα της πυρηνικής φυσικής.

Τα κβάντα αυτά (όπως και τα φωτόνια των ηλεκτρομαγνητικών και τα γκλουόνια των ισχυρών αλληλεπιδράσεων) έχουν σπίν $1\hbar$ είναι δηλαδή διανυσματικά μποζόνια.

Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ λεπτονίων και ηλεκτρομαγνητικών και ασθενών πεδίων, με την βοήθεια των θεωριών βαθμίδος συνδυάστηκαν στην ενοποιημένη "ηλεκτροασθενή" θεωρία των Weinberg και Salam. Η ύπαρξη των Z και $W^\pm$ μποζονίων είχε προταθεί από την θεωρία με συγκεκριμένες τιμές για τις μάζες τους. Οι προβλέψεις αυτές επιβεβαιώθηκαν πειραματικά στο CERN το 1983.

5.2 Ασθενές βαθμωτό δυναμικό

Η κυματική εξίσωση που αντιστοιχεί στο βαθμωτό δυναμικό $\phi(\vec{r}, t)$ του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου είναι

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = - \frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Η αντίστοιχη κυματική εξίσωση που ισχύει για το βαθμωτό δυναμικό ϕ_z , το οποίο δημιουργείται από το μποζόνιο Z προέρχεται από την κυματική εξίσωση για το H/M πεδίο και περιέχει έναν πρόσθετο όρο μάζας M_z .

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\frac{M_z c}{\hbar} \right)^2 \right] \phi_z(\vec{r}, t) = - \frac{\rho_z(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} \quad (2)$$

όπου ρ_z είναι η ουδέτερη πυκνότητα του ασθενούς φορτίου.

Στον κενό είναι $\rho_z = 0$ και οι λύσεις της εξίσωσης αυτής είναι επίπεδα κύματα:

$$\phi_z(\vec{r}, t) = (\text{σταθερά}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

Εάν $\rho_z \neq 0$ τότε θα έχουμε τη λύση αυτή αλλά για να ικανοποιείται η κυματική εξίσωση θα πρέπει να είναι:

$\omega^2 = c^2 k^2 + c^2 \left(\frac{M_z c}{\hbar} \right)^2$ και επειδή $E = \hbar \omega$ και $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ τότε θα ισχύει η σχέση ενέργειας-ορμής για τα Z μποζόνια.

$$\text{και } E = \left(p^2 c^2 + M_z^2 c^4 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Η λύση της (2) για μια κατανομή ασθενούς φορτίου θα είναι:

$$\phi_z(\vec{r}, t) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_z(\vec{r}', t) e^{-\vec{\kappa}|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3 r' \Rightarrow \quad (3)$$

$$\text{όπου } \kappa = \frac{M_z c}{\hbar}$$

επειδή το ρ_z μεταβάλλεται αργά συγκριτικά με την μεταβολή του εκθετικού όρου, μπορεί χωρίς μεγάλο σφάλμα να βγεί από το ολοκλήρωμα.

$$\phi_z(\vec{r}, t) \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho_z(\vec{r}, t) \int \frac{e^{-\vec{\kappa}|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3 r' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho_z(\vec{r}, t) \int_0^\infty \frac{e^{-\kappa R}}{R} 4\pi R^2 dR \Rightarrow$$

$$\phi(\vec{r}, t) \approx \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\hbar}{M_z c} \right)^2 \rho_z(\vec{r}, t) \quad (4)$$

5.3 Η καθιερωμένη θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων

Κατά την καθιερωμένη θεωρίαν των Glasgow-Weinberg-Salam (G-W-S) η συμμετρία που περιγράφει τις ενοποιημένες ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς αλληλεπιδράσεις είναι η $SU(2)_L \otimes U(1)_W$

Ο δείκτης L υποδηλώνει ότι στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις τα σωματίδια συζεύγγονται μόνο με την αριστερόστροφη συνιστώσα του πεδίου του σωματίου κυματοσυναρτήσεως $\psi_l(x)$, ενώ ο δείκτης W προέρχεται από τον αγγλικό όρο ((weak)) (ασθενείς) αλληλεπιδράσεις.

Τα μεγέθη που αντιστοιχούν στην παραπάνω δομή είναι το ασθενές ισοσπιν (I, I_3) και το ασθενές υπερφορτίο Y_W .

Ισχύει η γνωστή σχέσις (Gell-Mann-Nishijima εξίσωσης)

$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y_w$ η οποία δίδει το ηλεκτρικόν φορτίον του προς εξέτασιν σωματίου.

5.4 Θεωρία V-A

Από μακρόχρονες έρευνες σε πειράματα έχει διαπιστωθεί ότι τα λεπτόνια εμφανίζονται στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων (charged-current reactions) διά των διανυσματικών μποζονίων W^+ και W^- ως ένας ειδικός συνδυασμός από δύο διγραμμικές συναλλοίωτες ποσότητες, από την δράση του γραμμικού συνδυασμού των τελεστών γ^μ και $\gamma^\mu\gamma^5$ δηλαδή τον τελεστή

$$\frac{1}{2}\gamma^\mu - \frac{1}{2}\gamma^\mu\gamma^5 = \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

που δρά στις κυματοσυναρτήσεις των λεπτονίων.

Για το ηλεκτρόνιο e^- και το νεutrino του ηλεκτρονίου ν_e η πυκνότητα φορτισμένου ρεύματος θα είναι:

$$J^\mu = \bar{\psi}_e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi_\nu \quad \text{όπου} \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{στην}$$

αναπαράσταση Dirac-Pauli Είναι τώρα:

$$J^\mu = \bar{\psi}_e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi_\nu = \bar{\psi}_e \left(\frac{1}{2}\gamma^\mu - \frac{1}{2}\gamma^\mu\gamma^5 \right) \psi_\nu \quad (5)$$

- Ο τελεστής γ^μ είναι καθαρά διανυσματικός V (Vector) και εμφανίζεται και στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις (V), και στις ασθενείς,
- Ο τελεστής $\gamma^\mu\gamma^5$ είναι ψευδοδιανυσματικός V-A (Axial Vector). και εμφανίζεται μόνον στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις (A)
- Ο συνδυασμός γ^μ και $\gamma^\mu\gamma^5$ εμφανίζεται μόνον στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις (V - A) και επιτρέπει λόγω της παρουσίας του παράγοντος $\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ στον συνδυασμό $\gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ την παραβίαση της ομοτιμίας στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις καθώς επίσης και την διατήρηση των συμμετριών CP και CPT.

$$\Delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} \quad \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

προβάλλεται δηλαδή μόνο ένα μέρος της ψ , η συνιστώσα χ που είναι ή αριστερόστροφο νεutrino ν_L ή δεξιόστροφο αντινεutrino $\bar{\nu}_R$ και πειραματικά είναι αυτά που μπορούν να συζευχθούν σε ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

Ο όρος $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ αυτομάτως διαλέγει ένα αριστερόστροφο νεutrino ν_L και ένα δεξιόστροφο αντινεutrino $\bar{\nu}_R$.

Τα νεutrino υφίστανται μόνον ασθενείς αλληλεπιδράσεις και μόνο δι' αυτών μπορούμε να τα ανιχνεύσουμε:

Τα λεπτόνια εμφανίζονται στην φύση ως διπλέτες ασθενούς ισοσπίν (weak isospin doublets)

Λεπτόνια

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

$$L_e = 1 \quad L_\mu = 1 \quad L_\tau = 1$$

Αντιλεπτόνια

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_e \\ e^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \bar{\nu}_\mu \\ \mu^+ \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \bar{\nu}_\tau \\ \tau^+ \end{pmatrix}$$

$$L_e = -1 \quad L_\mu = -1 \quad L_\tau = -1$$

Όλες τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις προσπαθούμε να τις περιγράψουμε από μία αλληλεπίδραση ρευμάτων V-A με την παγκόσμια σταθερά σύζευξης G.

• Η βασική δομή V-A του ασθενούς ρεύματος μπορεί να εξερευνηθεί με σκέδαση νεutrino ν_e επι ηλεκτρονίου e^- όπου φαίνεται η δράση του όρου $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$ δια μετρήσεως της γωνιακής κατανομής στις ελαστικές σκεδάσεις:

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \quad \bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^-$$

Αυτά θα τα αναφέρω στο κεφάλαιο 7.

5.5 Στοιχεία πίνακα του ασθενούς αδρονικού ρεύματος ενός νουκλεονίου

Αν θεωρήσουμε ως

πολικό-διανυσματικό ρεύμα (V) $J_\lambda^{(\pm)}(x)$

και αξονικό διανυσματικό ρεύμα (V-A) $J_{\lambda 5}^{(\pm)}(x)$

και τα αντίστοιχα ουδέτερα ρεύματα $J_\lambda^0(x)$ και $J_{\lambda 5}^0(x)$

μεταξύ δύο καταστάσεων ενός νουκλεονίου αρχικής τετραορμής p (p_p) και τελικής τετραορμής p' (p'_n) θα είναι:

$$J_\lambda^\pm(x) = e^{-iPx} J_\lambda^\pm(0) e^{iPx} \quad \text{όπου } P \text{ ο τελεστής ενεργείας -ορμής.}$$

- Το στοιχείο πίνακα για την πολική διανυσματική συνιστώσα (V) του αδρονικού ρεύματος είναι:

$$\langle p' | J_{\lambda}^{\pm}(x) | p \rangle = \langle p' | e^{-iPx} J_{\lambda}^{\pm}(0) e^{iPx} | p \rangle = e^{i(P-P')x} \langle p' | J_{\lambda}^{\pm}(0) | p \rangle \quad (7)$$

- Για την αξονική διανυσματική (V-A) συνιστώσαν του αδρονικού ρεύματος $J_{\lambda}^{\pm}(x)$ το στοιχείο πίνακα θα είναι:

$$\langle p' | J_{\lambda 5}^{\pm}(x) | p \rangle = \langle p' | e^{-iPx} J_{\lambda 5}^{\pm}(0) e^{iPx} | p \rangle = e^{i(P-P')x} \langle p' | J_{\lambda 5}^{\pm}(0) | p \rangle \quad (8)$$

Τα μονονουκλεονικά στοιχεία πίνακα των δευτέρων μελών των δύο τελευταίων εξισώσεων στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων (x=0), λόγω της συμμετρίας μεταφοράς παίρνουν την γενική μορφή:

$$\langle p' | J_{\mu}^{\pm} | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1 \gamma_{\mu} + F_2 \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} + i F_3 q_{\mu}] \tau \pm u(p) \quad (9)$$

$$\langle p' | J_{\mu 5}^{\pm} | p \rangle = \bar{u}(p') [F_A \gamma_5 \gamma_{\mu} - i F_p \gamma_5 q_{\mu} - F_T \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} q_{\nu}] \tau \pm u(p) \quad (10)$$

όπου η μεταφορά τετραορμής είναι $q = p - p'$ με $p^2 = p'^2 = M^2$ όπου M είναι η μάζα του νουκλεονίου, τ είναι ο τελεστής του ισοτοπικού σπιν $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3) = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$

Οι παράγοντες $F_1, F_2, F_A, F_p, F_s, F_T$ δηλαδή $F_i = F_i(q^2)$ $i=1,2,..A,P,S,T$ είναι συναρτήσεις του q^2 και αποκαλούνται παράγοντες δομής του νουκλεονίου.

Για τον υπολογισμό του στοιχείου πίνακα των εξισώσεων α και β γνωρίζουμε ότι:

1) Το αδρονικόν ρεύμα για τις συνθήκες που ισχύουν είναι αναλλοίωτο σε μετασχηματισμούς αντιστροφής χρόνου ($\hat{T}$), ομοτιμίας ($\hat{P}$), συζυγίας φορτίου ($\hat{C}$), και ισχυρού ισοτοπικού σπιν ($\hat{T}$), ήτοι οι παράγοντες δομής F_s και F_T μηδενίζονται κατά πρώτη τάξη $F_s = F_T = 0$ ενώ οι εμφανιζόμενοι όροι στις σχέσεις α,β,γ καλούνται ρεύματα δευτέρας τάξεως.

2) Από την θεώρηση της πολικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος θα είναι: $F_i = F_i^{\nu}$ όπου F_i^{ν} είναι οι ισοδιανυσματικοί παράγοντες δομής της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης οι οποίοι μετρούνται σε πειράματα ηλεκτρονίων.

Στο όριο $q \rightarrow 0$ οι παράγοντες F_i^{ν} λαμβάνουν τις γνωστες στατικές τιμές :

$$F_1^{\nu}(q=0)=1 \text{ και } F_2^{\nu}(q=0)=\frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M} \quad (11)$$

όπου $\kappa_p = \mu_p - 1$ και $\kappa_n = -\mu_n$ είναι αι ανώμαλες μαγνητικές ροπές του πρωτονίου και νετρονίου αντίστοιχα:

$$\mu_p = 2,793\mu_B \text{ και } \mu_n = -1,913\mu_B$$

Τελικά θα είναι επομένως για τα στοιχεία πίνακα :

Γιά τό πολικό διανυσματικό ρεύμα

$$\langle p' | \hat{J}_{\mu}^{\pm}(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1^{\nu} \gamma_{\mu} + F_2^{\nu} \sigma_{\mu\nu} q_{\nu}] \tau \pm u(p) \quad (12)$$

Γιά τό αξονικό διανυσματικό ρεύμα

$$\langle p' | \hat{J}_{\mu 5}^{\pm}(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_A \gamma_5 \gamma_{\mu} - i F_p \gamma_5 q_{\mu}] \tau \pm u(p) \quad (13)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

6.1 β-διάσπαση

Στην β - διάσπαση συμβαίνει ταυτόχρονα εκπομπή ηλεκτρονίου και αντνετρίνιου ή ποζιτρονίου και νετρίνιου ή σύλληψη ενός ατομικού ηλεκτρονίου με εκπομπή νετρίνιου. Συντελείται έτσι αλλαγή του φορτίου του πυρήνα με ταυτόχρονη διατήρηση του μαζικού αριθμού Α. Το ηλεκτρόνιο ή ποζιτρόνιο μπορεί να πάρη ενέργειες μεταξύ του μηδενός και της μέγιστης τιμής που επιτρέπει η διατήρηση της ενέργειας.

• Στην εντός του πεδίου του πυρήνα διάσπαση του πρωτονίου το αναλλοίωτο πλάτος σκέδασης είναι:

$$M(p \rightarrow n + e^+ + \nu_e) = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{u}_n \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_p] \cdot [\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_e] \quad (1)$$

• Στην σύλληψη ηλεκτρονίου η ενέργεια του νετρίνιου και η ενέργεια του ανακρουομένου πυρήνα είναι καθορισμένες.

Για την αντίδραση σύλληψης του ηλεκτρονίου από πρωτόνιο

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (2)$$

ο Fermi κατ αναλογία με την H/M αλληλεπίδραση, ορίζει για την ασθενή αλληλεπίδραση ως αναλλοίωτο πλάτος σκέδασης:

$$M = G \left(\bar{u}_n \gamma^\mu u_p \right) \left(\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu u_e \right) \quad (3)$$

όπου $G = 1,166 \times 10^{-11} \frac{(\hbar c)^3}{(MeV)^2}$ είναι η σταθερά του Fermi

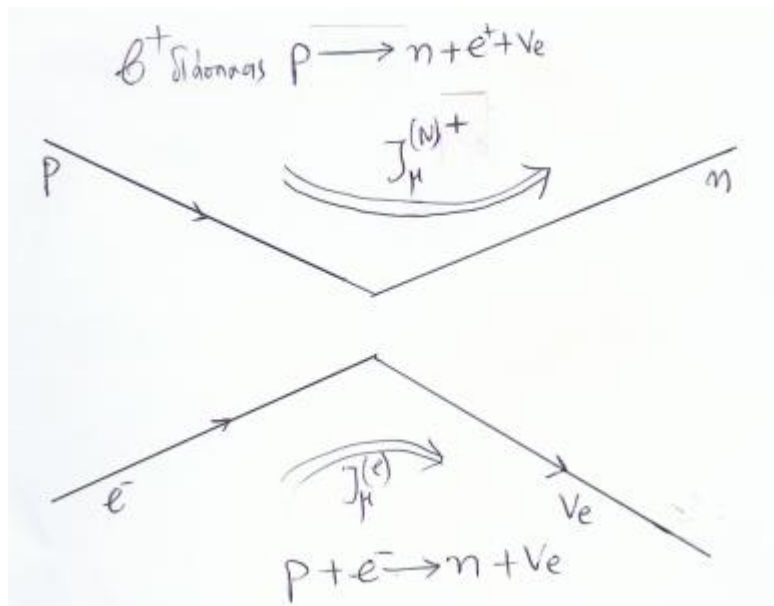
Στην ανωτέρω σχέση (3) τα ρεύματα $\bar{u}_n \gamma^\mu u_p$ και $\bar{u}_{\nu_e} \gamma^\mu u_e$ έχουν ασθενές φορτίο διάφορο του μηδενός ($q \neq 0$). Δεν υπάρχει ο διαδότης $-\frac{1}{q^2}$ όπως στις

H/M αλληλεπιδράσεις.

Η μορφή της σχέσεως (3) εξήγησε μερικές ιδιότητες της διάσπασης β, εκτός ορισμένων άλλων.

Έγιναν πολλές προσπάθειες για να εξηγήσουν τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις και έγιναν πολλά πειράματα, έως το 1956 που παρατηρήθηκε η παραβίαση της διατήρησης της ομοτιμίας στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

Όλες τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις προσπαθούμε να τις περιγράψουμε από μία αλληλεπίδραση ρευμάτων V-A με την παγκόσμια σταθερά σύζευξης G.



Σχήμα 6.1 β^+ σύλληψη ηλεκτρονίου από πρωτόνιο

Παράδειγμα στην εντός του πεδίου του πυρήνα διάσπαση του πρωτονίου το αναλλοίωτο πλάτος σκέδασης είναι:

$$M(p \rightarrow n + e^+ + \nu_e) = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{u}_n \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_p] \cdot [\bar{u}_{\nu_e} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_e] \quad (4)$$

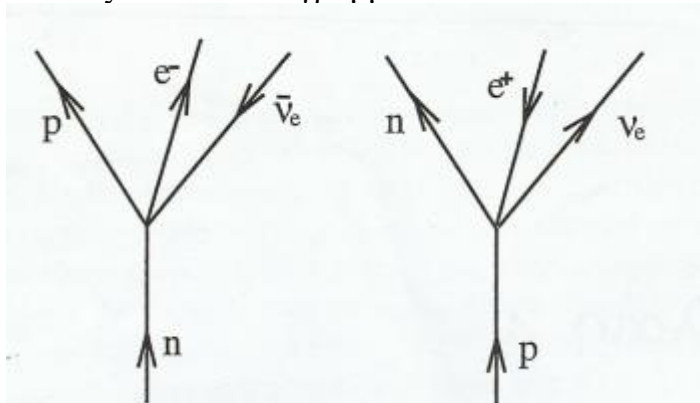
όπου u_n, u_p, u_e, u_{ν_e} οι κυματοσυναρτήσεις των σωματιδίων

Οι βασικότερες ασθενείς αλληλεπιδράσεις ($\beta^\pm$ διάσπασεις)

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ Διάσπαση νετρονίου

$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ Διάσπαση πρωτονίου (εντός πυρήνος)

εικονίζονται στα διαγράμματα:



Σχημα 6.2

Διαγράμματα των $\beta^\pm$ διασπάσεων του νετρονίου και πρωτονίου(εντός πυρήνα) αντίστοιχα.

Κατά τον Fermi η β^- διάσπασις (αποδιέγερσις) $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ εάν $\psi_p, \psi_n, \psi_e, \psi_{\nu_e}$ οι κυματοσυναρτήσεις των σωματιδίων, τότε η χαμιλτονιανή πυκνότητα της διασπάσεως είναι:

$$h_w = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_n] \cdot [\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}] + h' \quad (5)$$

Στην παραπάνω εξίσωση

- ο παράγοντας $J^{\mu+} = \bar{\psi}_p \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_n$ (6)

αντιστοιχεί στο αδρονικό ρεύμα (το πρόσημο + στο $J^{\mu+}$ σημαίνει αύξηση του ηλεκτρικού φορτίου κατά την μετατροπή του νετρονίου σε πρωτόνιο $n \rightarrow p$

- ο παράγοντας $j_\mu^- = \bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}$ (7)

αντιστοιχεί στο λεπτονικό ρεύμα (το πρόσημον - στο j_μ^- σημαίνει την μείωση του ηλεκτρικού φορτίου κατά την μετατροπή του $\nu_e \rightarrow e^-$.

Τα ρεύματα $J^{\mu+}$ και j_μ^- έχουν την μορφήν της $V - A$ συζευξης ήτοι:

(Πολικών διανυσματικών V ρεύμα)-(Αξονικών διανυσματικών A ρεύμα)

Και τα λεπτόνια και τα αδρόνια συμμετέχουν με την ίδια σταθερά συζεύξεως G στίς ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

Τα ολικά λεπτονικά τα ρεύματα γιά τα διάφορα λεπτόνια (e, μ, τ) είναι:

- $j^{\lambda+} = \sum_l \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_e$ (8)

για αντιδράσεις αύξησης του ηλεκτρικού φορτίου και

- $j_\lambda^- = \sum_l \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}$ (9)

για αντιδράσεις μείωσης του ηλεκτρικού φορτίου

$$l = (e, \mu, \tau)$$

Για την αντίδραση (εντός του πεδίου πυρήνα) κατά την οποία το πρωτόνιο μετατρέπεται σε πρωτόνιο (Σχήμα 6.2)

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (10)$$

θα είναι :

$$J^{\lambda-} = \bar{\psi}_n \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_p \quad (11)$$

$$\text{όπου } J^{\lambda-} = (J^{\lambda+})^*$$

Στίς ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεταβολής του ηλεκτρικού φορτίου όπως η προηγούμενη αντίδραση το ολικό ρεύμα περιλαμβάνει και λεπτονικό και αδρονικό μέρος .

Εμπειρικά έχει δειχθεί ότι όλες οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις περιγράφονται κατά καλή προσέγγιση με το άθροισμα του αδρονικού και του λεπτονικού μέρους των. Ητοι:

$$J_\lambda^- (\text{ολικό}) = J_\lambda^- (\text{αδρονικό}) + j_\lambda^- (\text{λεπτονικό}) \quad (12)$$

$$\text{και } J_\lambda^+ (\text{ολικό}) = J_\lambda^+ (\text{αδρονικό}) + j_\lambda^+ (\text{λεπτονικό}) \quad (13)$$

Έτσι η χαμιλτονιανή πυκνότητα της αντιδράσεως θα γραφεί

$$h_w = \frac{G}{\sqrt{2}} J^{\lambda+} (\text{ολικό}) \cdot J_\lambda^- (\text{ολικό}) \quad (14)$$

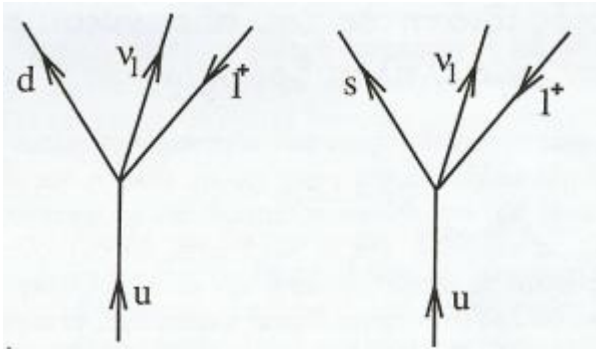
Τελικά οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις στην περιοχή του πυρήνα περιγράφονται από την:

$$h_{w\alpha l} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left[\bar{\psi}_p \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_n + \sum_l \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \psi_l \right] \times \left[\bar{\psi}_n \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_p + \sum_l \bar{\psi}_e \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_l} \right] \quad (\text{σχέση 15})$$

Μετά την ανακάλυψη της δομής των νουκλεονίων εκ των κουάρκς οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις στις οποίες συντελείται μεταβολή (μετατόπιση) του ηλεκτρικού φορτίου παριστάνονται μέσω των στοιχειωδών αντιδράσεων:

$$u \rightarrow d + e^+ + \nu_e \quad (16)$$

$$\text{και} \quad u \rightarrow s + e^+ + \nu_e \quad (17)$$



Σχήμα 6.3

Διαγράμματα των στοιχειωδών αλληλεπιδράσεων $u \rightarrow d + l^+ + \nu_e$ και $u \rightarrow s + l^+ + \nu_e$

Η εμπειρική μορφή του ρεύματος των κουάρκς που περιγράφει την β^+ διάσπαση είναι:

$$J_\lambda^- = [\sin\theta_c \bar{\psi}_d \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_u + \eta \mu \theta_c \bar{\psi}_s \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_u] \quad (18)$$

όπου $\theta_c \approx 13^\circ$ παριστά την γωνία Cabbibo και $\sin\theta_c \approx 0,974$.

Η εξίσωση αυτή δείχνει ότι στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεταβολής φορτίου, ένα πεδίο κουάρκ έχει περιστραφεί κατά γωνία θ_c , δηλαδή το πεδίο $\psi_d \cdot \sin\theta_c + \psi_s \cdot \eta \mu \theta_c$, συζεύγνυται με το αντίστοιχο λεπτονικό ρεύμα.

Για ασθενείς αντιδράσεις αυξήσεως του ηλεκτρικού φορτίου το αντίστοιχο ρεύμα είναι το συζυγές αυτού $J_\lambda^+ \equiv (J_\lambda^-)^*$

6.2 Η θεωρία του Fermi για την β -διάσπαση

Το 1934 ο Fermi παρουσίασε την θεωρία αυτή η οποία αν και ατελής παρουσιάζει σωστά τα ενεργειακά φάσματα και εξηγεί ικανοποιητικά τους μέσους χρόνους ζωής στην β -διάσπαση.

Κατά το πρότυπο των φλοιών μπορούμε να έχουμε μία β^+ διάσπαση στην οποία ένα πρωτόνιο που βρίσκεται έξω από διπλά συμπληρωμένο φλοιό μετατρέπεται (εντός του πυρήνα) σε νετρόνιο. π.χ. $^{17}_9F \rightarrow ^{17}_8O + e^+ + \nu_e$

Όταν ο φλοιός των νετρονίων είναι συμπληρωμένος, τότε δεν δύναται ένα πρωτόνιο που ανήκει σε συμπληρωμένο φλοιό να μετατραπεί σε νετρόνιο. δεν επιτρέπει την παραβίαση της ομοτιμίας).

Εάν δεν λάβουμε υπ' όψιν τα σπιν των σωματιδίων και την ανάκρουση του πυρήνα, τότε :

- Θεωρούμε ότι η αρχική κυματοσυνάρτηση του πρωτονίου είναι

$$\Psi_i = \Psi_p(r_p) \quad (19)$$

όπου Ψ_p είναι η κατάσταση ενός πρωτονίου π.χ. στον φλοιό $d_{\frac{5}{2}}$

για τον πυρήνα $^{19}_9F$.

- Η τελική κυματοσυνάρτηση του συστήματος που προκύπτει μετά την αλληλεπίδραση, και λόγω της εμφανίσεως ενός νετρονίου στον ίδιο φλοιό, ενός ποζιτρονίου e^+ και ενός νετρίνου ν_e , θα είναι:

$$\Psi_f = \Psi(r_n) \Psi_e(r_e) \Psi_\nu(r_\nu) \quad (20)$$

Κατά την θεωρία διαταραχών ο ρυθμός μεταπτώσεων από την Ψ_i στην Ψ_f κατάσταση είναι:

$$\text{Ρυθμός μεταπτώσεων } W = \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{fi}|^2 n_f(E_0) \quad (21)$$

(Χρυσός κανόνας του Fermi)

όπου H_{fi} είναι το στοιχείο πίνακα μεταξύ των καταστάσεων ψ_f και ψ_i και $n_f(E_0)$ είναι η πυκνότητα καταστάσεων Ψ_f που αντιστοιχεί στην ενέργεια E_0 που δημιουργείται από την αντίδραση.

Η β διάσπαση πραγματοποιείται διά μέσου των πεδίων των ηλεκτρικά φορτισμένων μποζονίων $W^\pm$ τα οποία έχουν μάζα

$M_{W^\pm} = M_{W^\pm} = (80,22 \pm 0,26) \text{ GeV}/c^2$ όπως αναφέρθηκε και η εμβέλειά τους είναι

εξαιρετικά μικρή $\cong 2 \times 10^{-3} \text{ fm}$ και πρακτικά η θέση όλων των παραγομένων σωματίων θα χαρακτηρίζεται από το ίδιο διάνυσμα $\mathbf{r}$, οπότε το στοιχείο του πίνακα της διασπάσεως θα είναι

$$\text{Στοιχείο πίνακα } H_{fi} = \int \Psi_f^* H \Psi_i d^3 r_n d^3 r_e d^3 r_\nu \Rightarrow \quad (22)$$

και λόγω της εξαιρετικά μικρής εμβέλειας

$$\Rightarrow H_{fi} = G_F \int \Psi_n^*(\mathbf{r}) \Psi_e^*(\mathbf{r}) \Psi_\nu^*(\mathbf{r}) \Psi_p(\mathbf{r}) d^3(\mathbf{r}) \quad (23)$$

Οι καταστάσεις του νετρίνου και του ποζιτρονίου χαρακτηρίζονται από κυματοσυναρτήσεις που αντιστοιχούν σε επίπεδα κύματα:

$$\bullet \text{ Για το νεutrino } \Psi_\nu(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_\nu \cdot \vec{r}_\nu} \quad (24)$$

• Για το ποζιτρόνιο $\Psi_e(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}}$ (25)

Οι κυματοσυναρτήσεις αυτές είναι κανονικοποιημένες σε έναν όγκο V . Λόγω του ηλεκτρικού φορτίου του ποζιτρονίου και εξ αιτίας του ηλεκτρικού πεδίου του θυγατρικού πυρήνα, η κυματοσυνάρτησή του τροποποιείται και το στοιχείο πίνακα θα γίνει:

$$H_{fi} = \frac{G_F}{V} \int \Psi_n^*(\mathbf{r}) \Psi_p(\mathbf{r}) e^{-i(\vec{k}_e + \vec{k}_\nu) \cdot \mathbf{r}} d^3(\mathbf{r}) \quad (26)$$

Οι ενέργειες που αποδεδεσμεύονται στην β -διάσπαση είναι της τάξεως μερικών MeV και οι ορμές $\hbar\vec{k}_e$ και $\hbar\vec{k}_\nu$ είναι μερικά $\frac{MeV}{c}$, επομένως

$$|\vec{k}_e| \approx |\vec{k}_\nu| \approx \frac{MeV}{\hbar c} \cong 10^{-2} fm^{-1} \rightarrow 0 \Rightarrow e^{-i(k_e + k_\nu)r} \approx 1 - i(k_e + k_\nu)r - \frac{1}{2}(k_e + k_\nu)^2 r^2 \text{ άρα}$$

$$H_{fi} = \frac{G_F}{V} \int \Psi_n^*(\mathbf{r}) \Psi_p(\mathbf{r}) d^3(\mathbf{r}) - \frac{iG_F}{V} (\mathbf{k}_e + \mathbf{k}_\nu) \int \Psi_n^*(\mathbf{r}) \Psi_p(\mathbf{r}) \mathbf{r} d^3(\mathbf{r}) - \frac{G_F}{V} \frac{(k_e + k_\nu)^2}{2} \int \Psi_n^*(\mathbf{r}) \Psi_p(\mathbf{r}) r^2 d^3(\mathbf{r}) \quad (27)$$

Συνήθως παίρνουμε προσεγγιστικά τον πρώτο μη μηδενικό όρο.

• Εάν ο πρώτος όρος είναι διάφορος του μηδενός τότε η διάσπαση είναι επιτρεπτή.

• Εάν ο πρώτος όρος είναι μηδενικός που συμβαίνει όταν η αρχική και τελική κατάσταση έχουν αντίθετες ομοτιμίες, και ο δεύτερος όρος είναι διάφορος του μηδενός τότε έχουμε διάσπαση δεύτερης τάξεως (ή απαγορευμένης πρώτης).

• Εάν ο τρίτος όρος είναι ο πρώτος μη μηδενικός η διάσπαση θα είναι τρίτης τάξεως ή απαγορευμένης δευτέρας κ.λ.π.

Υπάρχει μεγάλο εύρος των ρυθμών της β διάσπασης που εξαρτάται από την τάξη απαγόρευσης της μετάπτωσης, η οποία εξαρτάται από την μεταβολή του πυρηνικού σπιν.

6.3 Ενέργεια του νετρίνου στην β -διάσπαση

Στή β - διάσπαση το ηλεκτρόνιο ενεργειακά μπορεί να εκπεμφθεί με σχετικιστική ενέργεια E_e . Εάν αγνοήσουμε την ανάκρουση του πυρήνα η οποία απορροφά μικρή ενέργεια, η σχετικιστική ενέργεια του νετρίνου μπορεί να υπολογισθεί εκ της

$$E_0 = E_e + E_\nu \quad (28)$$

όπου $\frac{E_0}{c^2}$ είναι η διαφορά μάζας του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα. Ο

ολικός ρυθμός των διασπαστικών μεταπτώσεων dW που χαρακτηρίζονται από καταστάσεις ηλεκτρονίων με ενέργειες μεταξύ E_e και $E_e + dE_e$ θα είναι:

$$dW = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{fi}|^2 n_\nu(E_0 - E_e) n_e(E_e) dE_e \quad (29)$$

όπου $n_e(E_e)$ είναι η πυκνότητα καταστάσεων των ηλεκτρονίων με ενέργεια E_e

και $n_e(E_e)dE_e$ είναι ο αριθμός των καταστάσεων ηλεκτρονίων με ενέργειες μεταξύ E_e και $E_e + dE_e$

και $n_\nu(E_\nu) = n_\nu(E_0 - E_e)$ είναι η πυκνότητα καταστάσεων των νετρίνων με ενέργεια $E_0 - E_e$

Εάν αγνοήσουμε τα σπιν, τότε για επίπεδα κύματα κυματαριθμού $\vec{k}$ στην περιοχή k και $k + dk$ θα υπάρχουν $\frac{V}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 dk$ καταστάσεις επιπέδων κυμάτων.

Και για τα ηλεκτρόνια και για τα νετρίνα θα είναι:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 = (\hbar k)^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (30)$$

$$\Rightarrow E dE = \hbar^2 c^2 k dk \quad (31)$$

$$\text{όπου } k = \frac{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}}{\hbar c} \text{ και} \quad (32)$$

$$n(E)dE = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{\hbar^3 c^3} (E^2 - m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} E dE \quad (33)$$

Για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις το στοιχείο πίνακα είναι $H_{fi} = \frac{G_F}{V} M_F$ όπου

$$M_F = \int \psi_n^*(\vec{r}) \psi_p(\vec{r}) d^3 r \approx 1$$

Στην σχέση (29) εάν θέσουμε το στοιχείο πίνακα $H_{fi} = \frac{G_F}{V} M_F$ λαμβάνουμε τελικά ότι ο ολικός ρυθμός μεταπτώσεων για ηλεκτρόνια στην περιοχή ενεργειών μεταξύ E_e και $E_e + dE_e$ θα είναι:

$$dW = \frac{G_F^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} (E_0 - E_e) E_e \sqrt{[(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4]} \cdot (E_e^2 - m_e^2 c^4) dE_e \quad (34)$$

Αυτή η σχέση είναι ευαίσθητη στην μάζα του νετρίνου. Η β-διάσπαση κατάλληλων πυρήνων μας δίνει μία απ' ευθείας μέτρηση της μάζας του ηλεκτρονικού νετρίνου.

Την σχέση αυτή μπορούμε να διορθώσουμε εάν λάβουμε υπ όψιν την αλληλεπίδραση μεταξύ του ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου και του πεδίου Coulomb του θυγατρικού πυρήνα φορτίου Z_d .

Ο διορθωτικός παράγοντας Fermi F είναι ο λόγος της πυκνότητας των ηλεκτρονίων στην περιοχή του πυρήνα και μακριά (στο άπειρο) από τον πυρήνα όπου το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα πρακτικά μηδενίζεται. Δηλαδή $F = (\text{πυκνότητα ηλεκτρονίων στην περιοχή του πυρήνα}) / (\text{πυκνότητα ηλεκτρονίων μακριά από τον πυρήνα})$

Επομένως ο παράγοντας F θα ισούται με τον λόγο των τετραγώνων των κυματοσυναρτήσεων των ηλεκτρονίων στις δύο αυτές περιπτώσεις.

$$F(Z_d, E_e) = \frac{|\psi_e(Z_d, 0)|^2}{|\psi_e(0, 0)|^2} = \frac{|\psi_e(Z_d, 0)|^2}{|\psi_e(0, 0)|^2} \quad (35)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι προφανώς αδιάστατη, μια απλη προσέγγιση είναι η μη σχετικιστική σχέση

$$F(Z, E_e) = \frac{2\pi n}{1 - e^{-2\pi n}} \quad (36)$$

$$n = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\hbar v} \quad (37)$$

όπου v είναι η τελική ταχύτητα του εκπεμπομένου ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Το πρόσημο (+) ισχύει για ηλεκτρόνια για τα οποία το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα είναι ελκτικό και αντιστοιχεί σε (β^-) διάσπαση, ενώ πρόσημο (-) ισχύει για ποζιτρόνια για τα οποία το πεδίο Coulomb είναι απωστικό και αντιστοιχεί σε (β^+) διάσπαση.

• Για ηλεκτρόνια στις χαμηλές ενέργειες ($v \rightarrow 0$) είναι

$$F_Z(Z, E_e) \rightarrow 2\pi n = 2\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\hbar v} = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\hbar v} \quad (38)$$

και είναι

$$F(Z, E_e) \geq 1 \quad (39)$$

και ο ρυθμός των διασπάσεων για e^- αυξάνεται.

• Για ποζιτρόνια σε χαμηλές ενέργειες ($v \rightarrow 0$) είναι

$$F(Z, E_e) \xrightarrow{v \rightarrow 0} 2\pi |n| e^{-2\pi |n|} \quad (40)$$

$$\text{και είναι } F(Z, E_{e^+}) \leq 1 \quad (41)$$

Ο παράγοντας $e^{-2\pi |n|}$ είναι ο συντελεστής του φαινομένου σήραγγας του φράγματος Coulomb και στις χαμηλές ενέργειες ($v \rightarrow 0 \Rightarrow |n| \uparrow \Rightarrow e^{-2\pi |n|} \downarrow$), ελαττώνεται και η εκπομπή ποζιτρονίων περιορίζεται.

Επομένως ο διορθωμένος ρυθμός μεταπτώσεων για ηλεκτρόνια στην περιοχή E και $E + dE$ γίνεται:

$$dW = \frac{G_F^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} F(Z, E_e) (E_0 - E_e) E_e \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4} \sqrt{(E_e^2 - m_e^2 c^4)} dE_e \quad (42)$$

Εάν θεωρήσουμε μηδενική την μάζα του νετρίνου και ολοκληρώσουμε σε όλες τις ενέργειες του ηλεκτρονίου έχουμε:

$$W = \frac{G_F^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} \int_{m_e c^2}^{E_0} F(Z, E_e) (E_0 - E_e)^2 E_e \sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4} dE_e \Rightarrow$$

Ολικός ρυθμός μεταπτώσεων

$$W = \frac{G_F^2 |M_F|^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \left(\frac{1}{m_e c^2} \right)^5 \int_{m_e c^2}^{E_0} F(Z, E_e) (E_0 - E_e)^2 (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{\frac{1}{2}} E_e dE_e \quad (43)$$

$$\frac{G_F^2 |M_F|^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z_d, E_0) = \lambda = \frac{1}{\tau} \quad (44)$$

όπου λ είναι η σταθερά διασπάσεως και

τ ο μέσος χρόνος ζωής του διασπώμενου πυρήνα.

Η συνάρτηση (ολοκλήρωμα Fermi)

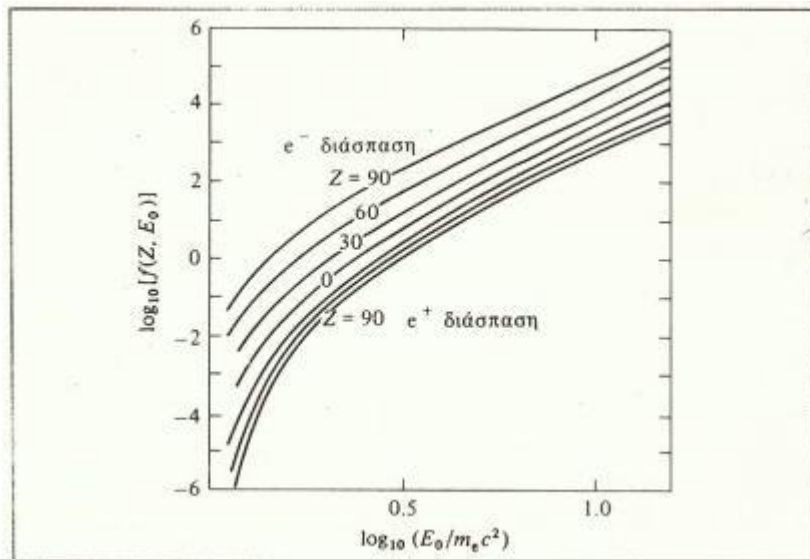
$$f(Z, E) = \left(\frac{1}{m_e c^2} \right)^5 \int_{m_e c^2}^{E_0} F(Z, E_e) (E_0 - E_e)^2 (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{\frac{1}{2}} E_e dE_e \quad (45)$$

είναι αδιάστατη και γι' αυτήν υπάρχουν αρκετοί πίνακες.

Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε μερικές χαρακτηριστικές καμπύλες για την $f(Z, E)$

ΣΧΗΜΑ 6.4

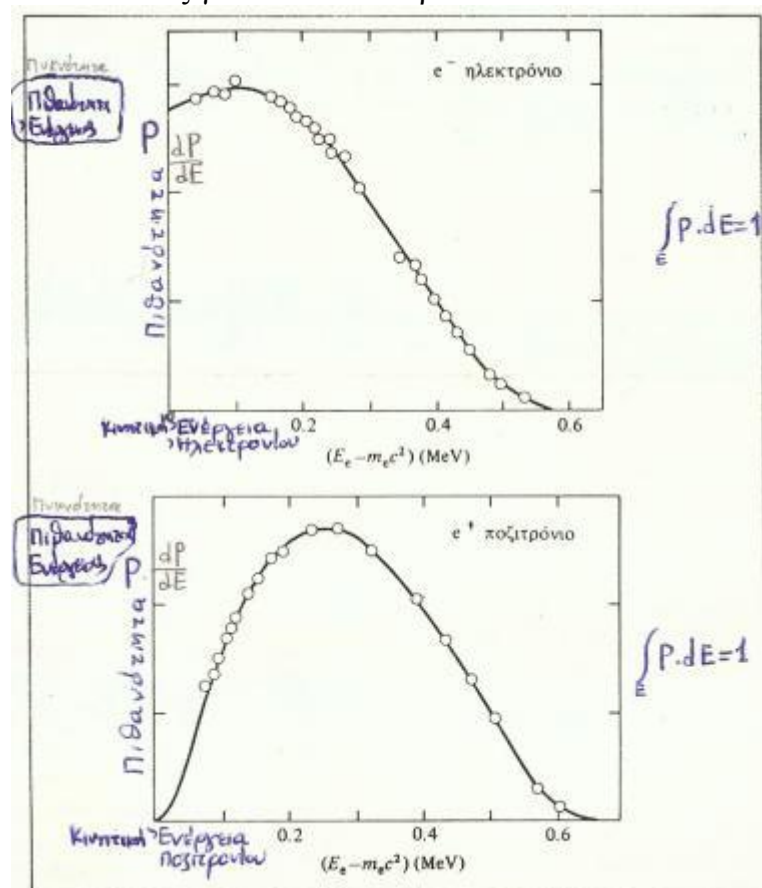
Η συνάρτηση $f(Z, E_0)$. Οι τέσσερις άνω καμπύλες αντιστοιχούν σε $Z = 90, 60, 30, 0$ της β^- διασπάσεως και οι επόμενες κάτω καμπύλες αντιστοιχούν σε $Z = 30, 60, 90$ της β^+ διασπάσεως.



Σχήμα 6.5

Τα ενεργειακά φάσματα

- Του εκπεμπομένου ηλεκτρονίου της β^- διασπάσεως ${}^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow {}^{64}_{30}\text{Zn} + e^- + \bar{\nu}_e$ όπου παράγεται το πιο διαδεδομένο στην Φύση ισότοπο του ψευδαργύρου και
 - Του εκπεμπομένου ποζιτρονίου στην β^+ διάσπαση ${}^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow {}^{64}_{28}\text{Ni} + e^+ + \nu_e$ όπου παράγεται το σύννηθες ισότοπο του νικελίου.
- Οι ενεργειακές κατανομές πιθανότητας (κανονικοποιημένες στην μονάδα) είναι τυπικές για ένα σύνολο β -διασπάσεων.



Η συνεχής ενεργειακή κατανομή προκειμένου να υπάρχει διατήρηση της ενέργειας οδήγησε τον Pauli το 1933 να υποθέσει την ύπαρξη ενός σωματιδίου με ορισμένη ενέργεια του νετρίνου.

Εφ' όσον οι ενεργειακές στάθμες των πυρήνων είναι κβαντισμένες (διακριτές), λόγω διατήρηση της ενέργειας και της ορμής και οι ενέργειες του ηλεκτρονίου και του ανακρουομένου πυρήνα στο σύστημα κέντρου μάζας είναι και αυτές κβαντισμένες, εκτός εάν κάποιο άλλο άγνωστο σωματίδιο (το νεutrino) λαμβάνει ένα μέρος της ορμής και της ενέργειας.

Στην μέγιστη τιμή της ενέργειας του ηλεκτρονίου η ορμή του νετρίνου είναι ελάχιστη και τείνει στο μηδέν άρα η συνολική ενέργεια του νετρίνου θα είναι $\sqrt{m c^2 + p^2 c^2} \rightarrow m_\nu c^2$ δηλαδή η μάζα ηρεμίας του.

Τα νεutrino ανιχνεύτηκαν για πρώτη φορά το 1959 σε πυρηνικό αντιδραστήρα από δέσμες μεγάλου αριθμού νετρίνων και αντινετρίνων που παράγονται από

τις β διασπάσεις των ραδιενεργών πυρήνων μέσω της ισοδύναμης β^+ διάσπασης $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$

6.4 Η μάζα του νετρίνου

Στις βασικότερες θεωρίες ενοποίησης η μάζα του νετρίνου λαμβάνεται μηδενική. Εάν η μάζα του νετρίνου είναι μη μηδενική έστω και μερικά $\frac{eV}{c^2}$, αυτό θα είχε σημαντικές επιπτώσεις κυρίως στην κοσμολογία.

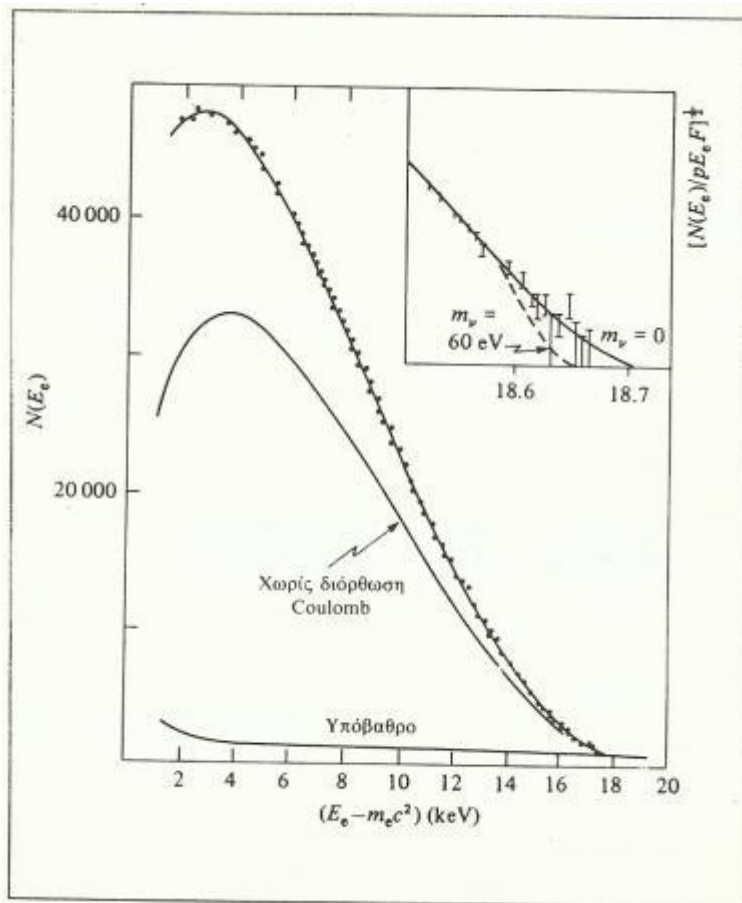
Στο ενεργειακό φάσμα του ηλεκτρονίου κατά την β -διάσπαση, η μεγίστη ενεργειακή τιμή του ηλεκτρονίου αντιστοιχεί σε μηδενική ορμή του νετρίνου, επομένως η ολική ενέργεια του νετρίνου δεν θα περιέχει κινητική συνιστώσα, θα είναι δηλαδή η μάζα ηρεμίας του.

Από την σχέση

$$\begin{aligned} dW &= \frac{G_F^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} F(Z_d, E_e) (E_0 - E_e) E_e \sqrt{[(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4] [E_e^2 - m_e^2 c^4]} dE_e \Rightarrow \\ \frac{dW}{dE_e} &= \frac{G_F^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} F(Z_d, E_e) (E_0 - E_e) E_e (E_0 - E_e) [(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\frac{\frac{dW}{dE_e}}{F(Z_d, E_e) E_e (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{G_F^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} (E_0 - E_e)^{\frac{1}{2}} [(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4]^{\frac{1}{4}} \quad (46) \end{aligned}$$

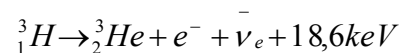
Σε ένα διάγραμμα του πρώτου μέλους σαν συνάρτηση της ενέργειας του ηλεκτρονίου E_e (διάγραμμα Kurie) διαχωρίζουμε δύο περιπτώσεις:

- Εάν λάβουμε σαν μηδενική την μάζα του νετρίνου $m_\nu = 0$ η ανωτέρω σχέσις αντιστοιχεί σε γραμμική συνάρτηση της διαφοράς $(E_0 - E_e)$ και για $E_e = 0$ διέρχεται από το (σταθ.) E_0 .
- Εάν λάβουμε την μάζα του νετρίνου διάφορη του μηδενός $m_\nu \neq 0$, τότε το πρώτο μέλος σαν συνάρτηση της διαφοράς $(E_0 - E_e)$ παραμένει αύξουσα συνάρτηση αλλά στην ελάχιστη τιμή της διαφοράς αυτής όπου η ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι μεγίστη και η καμπύλη στην αρχική της φάση γίνεται σχεδόν κατακόρυφη με την πρώτη παράγωγο να τείνει στο άπειρο. Άρα από το διάγραμμα παίρνουμε τιμή για τη μάζα του ν_e , χρησιμοποιώντας κατάλληλο πυρήνα.



Σχήμα 6.6

Το ενεργειακό φάσμα των ηλεκτρονίων από β- διασπάσεις τριτίου $T = {}^3_1H$, όπου σχηματίζεται ισότοπο του ηλίου ${}_1^3H \rightarrow {}_2^3He + e^- + \bar{\nu}_e$. Στο ένθετο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα Kurie του φάσματος στο δεξί του τμήμα. Έχει διερευνηθεί σε πολύ μεγάλο βαθμό η διάσπαση του τριτίου:



Στο σχήμα 6.6 έχουμε πειραματικά δεδομένα και θεωρητική προσαρμογή όπου βλέπουμε την σημαντική συμφωνία που υπάρχει. Επίσης εμφανίζεται το διάγραμμα Kurie στην περιοχή $E_e = E_0$.

6.5 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενούς αδρονικού ρεύματος

Για μίαν τυπική ημιλεπτονική αλληλεπίδραση η ολική χαμιλτονιανή είναι

$$\hat{H}_{eff} = \int d^3x \hat{h}_{eff}(x) \quad \text{όπου η χαμιλτονιανή πυκνότητα ρεύματος } \hat{h}_{eff}$$

δίνεται εκ των εξισώσεων

$$h_{eff} = g_w (J_\mu^- W_\mu^+ + J_\mu^+ W_\mu^-) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (j_\mu^+ W^{+\mu} + j_\mu^- W^{-\mu}) \quad (47)$$

η οποία για τις ασθενεις διαδικασίες

$$p + \nu \rightarrow p' + \nu' \quad (48)$$

$$\text{και} \quad n + \nu \rightarrow n' + \nu' \quad (49)$$

όπου ν δύναται να είναι ν_e ή ν_μ ή ν_τ γίνεται:

$$h_{eff} = \frac{g^2}{4M_z^2} j_\lambda^0 J_\lambda^0 \quad (50)$$

Για λεπτονικό ρεύμα μεταξύ της αρχικής $|i, l_i\rangle$ και της τελικής $|f, l_f\rangle$ καταστάσεως του συστήματος που λαμβάνει χώραν η ημιλεπτονική αντίδραση (στον χώρο των θέσεων), τότε το στοιχείο πίνακα θα είναι:

$$\langle l_f | j_\mu^{\lambda \varepsilon \pi \nu} | l_i \rangle = l_\mu e^{-i\vec{q}\vec{x}} \quad (51)$$

και το στοιχείο πίνακα της χαμιλτονιανής θα είναι:

$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d^3x \cdot e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle f | \hat{J}_\mu(x) | i \rangle \quad (52)$$

όπου l^μ αντιστοιχεί σε λεπτόνιο.

Η πυρηνική πυκνότητα ρεύματος $\hat{J}_\mu(x)$ είναι καθορισμένη στην περιοχή του πυρήνα-στόχου και ο στόχος θα πρέπει να είναι καλά εντοπισμένος στον χώρο ώστε η ποσότητα $\langle f | \hat{J}_\mu(x) | i \rangle \equiv J_\mu(x)_{fi}$ να είναι γνωστή και ορισμένη και το προηγούμενο ολοκλήρωμα να υπάρχει.

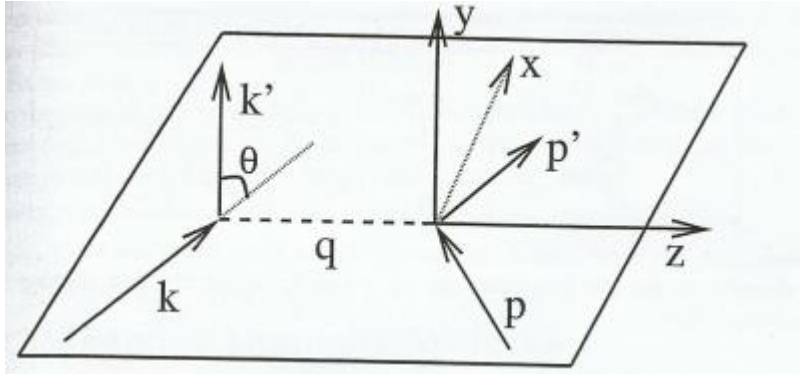
Η αρχική και η τελική κατάστασις του πυρήνα-στόχου έχουν καθορισμένη στροφορμή J και ομοτιμία π .

Η μεταφορά τετραορμής q θα είναι:

$$q = \kappa' - \kappa = p - p' \quad (53)$$

Σχήμα 6.7

Εδώ φαίνεται η κινηματική μίας τυπικής ημιλεπτονικής αντίδρασης στο σύστημα αξόνων του εργαστηρίου. Προφανώς $k' - k = p - p'$



Πρέπει να υπολογίσουμε το στοιχείο πίνακα της εξισώσεως

$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d^3x \cdot e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle f | \hat{J}_\mu(x) | i \rangle \quad (54)$$

γι' αυτό χρειαζόμαστε την έκφραση του τελεστή της πυκνότητας του ρεύματος του πυρήνα-στόχου στην θέση X την $\hat{J}_\mu(X)$ με χρήση των παραμέτρων του πυρήνος (A, Z) λ.χ. των συντεταγμένων θέσεως των A νουκλεονίων του πυρήνα-στόχου.

6.6 Ασθενείς διαδικασίες λεπτονίου-πυρήνα

Όταν η $\beta^\pm$ διάσπαση πραγματοποιείται εντός του πυρήνα (A, Z) ισχύουν οι αντιδράσεις:

$$\beta^- \text{ διάσπασις } (A, Z) \rightarrow (A, Z+1)^* + e^- + \bar{\nu}_e \quad (55)$$

$$\beta^+ \text{ διάσπασις } (A, Z) \rightarrow (A, Z-1)^* + e^+ + \nu_e \quad (56)$$

Ο ρυθμός διασπάσεως κατά τον χρυσό κανόνα του Fermi είναι:

$$\omega = 2\pi \sum_{\text{λεπτονspins}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} \left| \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle \right|^2 \delta(W_f - W_i) \frac{\Omega d^3\kappa}{(2\pi)^3} \frac{\Omega d^3\nu}{(2\pi)^3} \quad (57)$$

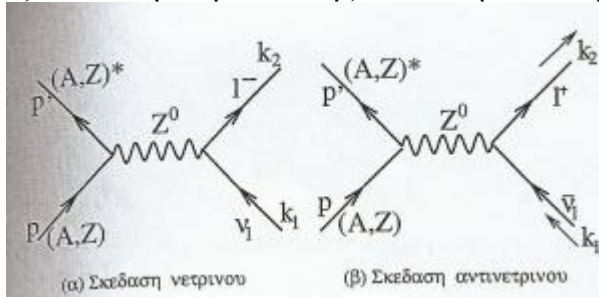
όπου W_f και W_i είναι οι ολικές ενέργειες της τελικής και αρχικής καταστάσεως του συστήματος.

Στις αντιδράσεις νετρίνων ή αντινετρίνων με πυρηνικούς στόχους ή θα συντελείται μεταβολή του φορτίου του πυρήνα ή θα λαμβάνει χώραν (ελαστική ή ανελαστική) σκέδαση των νετρίνων όπως εμφανίζεται στα επόμενα σχήματα 6.5 και 6.6.

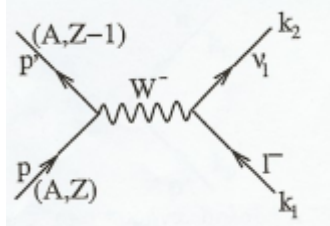
Σχήμα 6.8

Διαγράμματα Feynman για εντός του πυρήνα ημιλεπτονικές αντιδράσεις.

α) Σκέδαση νετρίνου β) Σκέδαση αντινετρίνου



Σχήμα 6.9 β^+ διάσπαση με την μεσολάβηση του μποζονίου W^-



Οι αντιδράσεις αυτές είναι θεμελιώδεις και στά εργαστήρια και στην αστροφυσική καθ' ότι οι ρυθμοί εκπομπής των νετρίνων μέσω των πυρηνικών $\beta^\pm$ διασπάσεων καθορίζουν τον βαθμό ψύξεως και συνεπώς την θερμοκρασία πολλών ουρανίων σωμάτων. Στον Ήλιο η β^+ διάσπαση είναι η κυρίαρχη αντίδραση για την παραγωγή των νετρίνων.

Η ανίχνευση των νετρίνων μέσω των μηχανισμών που φαίνονται στα σχήματα αυτά μας δίνει την δυνατότητα να μελετήσουμε διαδικασίες που συμβαίνουν στο εσωτερικό των αστερών όπως ο Ήλιος και στις εκρήξεις υπερκαινοφανών αστερών.

6.7 Ενεργές διατομές αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα Μέθοδος Donnelly-Walecka

Γιά πυρήνες μαζικού αριθμού $A \geq 12$ χρειαζόμαστε τά στοιχεία πίνακα των ταυσιακών τελεστών που προκύπτουν από την εφαρμογή της πολυπολικής αναπτύξεως στα στοιχεία πίνακα της πυρηνικής πυκνότητας ρεύματος.

Αυτή η μέθοδος ανεπτύχθη από τους Donnelly και Walecka.

Γιά μίαν πυρηνικήν αντίδραση εκ της αρχικής καταστάσεως $|i\rangle$ εις στην τελική $|f\rangle$ η διαφορική και η ολική ενεργός διατομή είναι ανάλογη του στοιχείου πίνακα της χαμιλτονιανής $\hat{H}_{eff}$ όπου

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x \hat{J}_\mu(x) j_{lep}^\mu(x) \quad (58)$$

$$\text{δηλαδή } \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) \propto \left| \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle \right|^2$$

Το στοιχείο πίνακα

$$\left| \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle \right| = \frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d^3 x \cdot e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle f | \hat{J}_\mu(x) | i \rangle \quad (59)$$

παριστάνει τον μετασχηματισμό Fourier των πυρηνικών στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος $J_\mu(x)$.

Τα λεπτονικά στοιχεία πίνακα l^μ σε μερικές ημιλεπτονικές αντιδράσεις εμφανίζονται στον επόμενο πίνακα:

Πίνακας 6.1

ΑΝΤΙΔΡΑΣΙΣ	q	l^μ
$\nu_l + e^-$	$\kappa - \nu$	$\bar{u}(\vec{\kappa}) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u(\nu)$
$\bar{\nu}_e + e^+$		
$\bar{\nu}_l + \bar{\nu}_l'$	$\kappa - \nu$	$\bar{v}(-\nu) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) v(-\vec{\kappa})$
Λεπτονική σύλληψις		
$\bar{e} + \nu_l \quad (\vec{\kappa} \rightarrow 0)$	$\nu - \kappa$	$\bar{u}(\nu) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) u(\vec{\kappa})$
β^- διάσπασις		
$e^- + \bar{\nu}_e$	$\kappa + \nu$	$\bar{u}(\vec{\kappa}) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) u(-\nu)$
β^+ διάσπασις	$\kappa - \nu$	$\bar{u}(\nu) \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) v(-\vec{\kappa})$

Είναι τώρα

$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d^3 x \cdot e^{-i\vec{q}\vec{x}} \langle f | \hat{J}_\mu(x) | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3 x \cdot e^{-i\vec{q}\vec{x}} \left[\vec{l}_0 \cdot \vec{J}_0(\vec{\chi})_{fi} - \vec{l} \cdot \vec{J}(\vec{\chi})_{fi} \right] \quad (\text{σχέση 60})$$

Κατά την μέθοδο Donnelly-Walecka στην εξίσωσιν αυτή έχουμε προς πολυπολική ανάπτυξη τις εξής τέσσερις εκφράσεις:

$$l_0 e^{-i\vec{q}\vec{x}}, \quad l_+ e^{-i\vec{q}\vec{x}}, \quad l_- e^{-i\vec{q}\vec{x}}, \quad l_3 e^{-i\vec{q}\vec{x}} \quad (\text{εκφράσεις Α})$$

Επιλέγοντας την μεταφερομένη 3/ορμή κατά την κατεύθυνση του άξονα z , οι ανωτέρω εξισώσεις θα είναι τα αναπτύγματα:

$$e^{-i\vec{q}\vec{x}} = \sum_{J=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J j_J(\kappa\chi) Y_{J0}(\vec{\chi})$$

$$\hat{e}_{q3} e^{-i\vec{q}\vec{x}} = \sum_{J \geq 0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J \vec{\nabla} (j_J(\kappa\chi)) Y_{J0}$$

$$\hat{e}_{q\lambda} e^{-i\vec{q}\vec{x}} = - \sum_{J \geq 1}^{\infty} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J \left[\lambda \cdot j_J(\kappa\chi) Y_{JJ1}^{-\lambda} + \frac{1}{\kappa} \vec{\nabla} \times (j_J(\kappa\chi) \vec{Y}_{JJ1}^{-\lambda}) \right] \quad \lambda = \pm$$

(σχέσεις 61 α,β,γ)

όπου $Y_{J0}(\hat{\chi})$, οι σφαιρικές αρμονικές τάξεως $J, l=0$,

$\vec{Y}_{JM}^{\lambda}$ οι διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές τάξεως J και M ,

$j_J(\chi)$ οι σφαιρικές συναρτήσεις Bessel.

Εκ των εκφράσεων Α η $l_3 \equiv l_z$ είναι στην κατεύθυνση της μεταφερόμενης ορμής $\vec{q}$ και οι $l_{\pm}$ είναι εγκάρσιες σε αυτή.

Μείζονος σημασίας είναι οι πυρηνικές μεταβάσεις $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ μεταξύ καταστάσεων $|J^{\pi}, T\rangle$ με καθορισμένους κβαντικούς αριθμούς του σπιν (J), της ομοτιμίας (π) και του ισοσπίν (T).

Βάσει των προηγούμενων αναπτυγμάτων η εξίσωση

$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x \cdot e^{-i\vec{q}\vec{x}} \left[l_0 \hat{J}_0(\vec{\chi}) \hat{f} - \vec{l} \cdot \vec{J}(\vec{\chi})_{fi} \right] \quad (62)$$

εάν το ολοκλήρωμα το αντικαταστήσουμε με άθροισμα γίνεται:

$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = - \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot \left\langle f \left| \sum_{J \geq 0} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J (l_3 \hat{L}_{J0}(\kappa) - l_0 \hat{M}_{J0}(\kappa)) + \sum_{\lambda=\pm 1} \sum_{J \geq 1} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J l_{\lambda} (\lambda \hat{T}_{J-\lambda}^{\mu\alpha\gamma\nu}(\kappa) + \hat{T}_{J-\lambda}^{\eta\lambda\epsilon\kappa}(\kappa)) \right| i \right\rangle$$

(σχέση 63)

Οι πολυπολικοί τελεστές δεδομένου ότι τα ασθενή αδρονικά ρεύματα βάσει της θεωρίας V-A αποτελούνται από μία διανυσματική και μία ψευδοδιανυσματική συνιστώσαν και ορίζονται ως κάτωθι:

$$\hat{M}_{JM}(\kappa) \equiv \hat{M}_{JM}^{coul} + \hat{M}_{JM}^{coul5} = \int d^3x j_J(\kappa x) Y_{JM}(\Omega_x) \hat{J}_0(\vec{\chi})$$

$$\hat{L}_{JM}(\kappa) \equiv \hat{L}_{JM} + \hat{L}_{JM}^5 = \frac{i}{\kappa} \int d^3x [\vec{\nabla} (j_J(\kappa x) Y_{JM}(\Omega_x))] \cdot \vec{J}(\vec{\chi})$$

$$\hat{T}_{JM}^{\eta\lambda\epsilon\kappa}(\kappa) \equiv \hat{T}_{JM}^{\eta\lambda\epsilon\kappa} + \hat{T}_{JM}^{\eta\lambda\epsilon\kappa5} = \frac{1}{\kappa} \int d^3x [\vec{\nabla} \times (j_J(\kappa x) \cdot \vec{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x))] \cdot \vec{J}(\vec{\chi})$$

$$\hat{T}_{JM}^{\mu\alpha\gamma\nu}(\kappa) \equiv \hat{T}_{JM}^{\mu\alpha\gamma\nu} + \hat{T}_{JM}^{\mu\alpha\gamma\nu5} = \frac{1}{\kappa} \int d^3x (j_J(\kappa x) \vec{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x)) \cdot \vec{J}(\vec{\chi})$$

(σχέσεις 64 α,β,γ,δ)

Αυτοί οι τανυστικοί τελεστές δρουν στον πυρηνικό χώρο Hilbert.

$\hat{M}_{JM}^{coul} \rightarrow$ Coulomb κανονικής ομοτιμίας $(-1)^J$

$\hat{L}_{JM} \rightarrow$ Διαμήκης κανονικής ομοτιμίας $(-1)^J$

$\hat{T}_{JM}^{\eta\lambda\epsilon\kappa} \rightarrow$ Εγκάρσιος ηλεκτρικός κανονικής ομοτιμίας $(-1)^J$

$\hat{T}_{JM}^{\mu\alpha\gamma\nu} \rightarrow$ Εγκάρσιος μαγνητικός μη κανονικής ομοτιμίας $(-1)^{J+1}$

Το ψευδοανυσματικό ρεύμα $\hat{J}_\lambda^5$ εάν το αναπτύξουμε πολυπολικώς

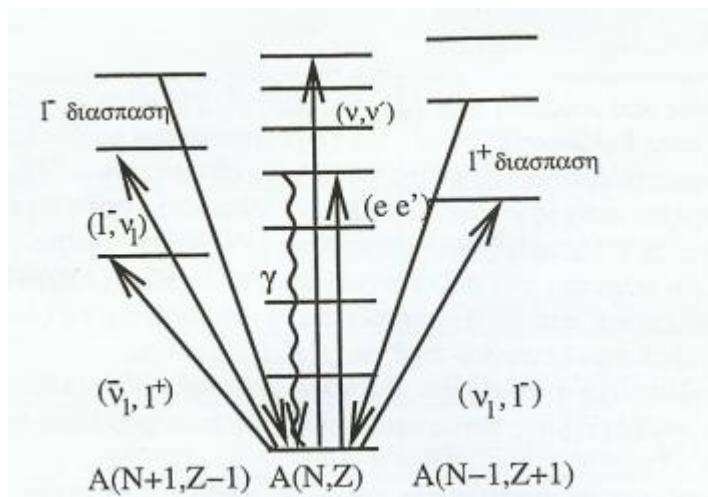
θα αναλυθεί στους τελεστές:

$\hat{M}_{JM}^{coul5} \rightarrow$ Ψευδοδιανυσματικός Coulomb μη κανονικής ομοτιμίας $(-1)^{J+1}$

$\hat{L}_{JM}^5 \rightarrow$ Ψευδοδιανυσματικός Coulomb μη κανονικής ομοτιμίας $(-1)^{J+1}$

$\hat{T}_{JM}^{\eta\lambda\epsilon\kappa5} \rightarrow$ Ψευδοδιανυσματικός εγκάρσιος ηλεκτρικός μη κανονικής ομοτιμίας $(-1)^{J+1}$

$\hat{T}_{JM}^{\mu\alpha\gamma\nu5} \rightarrow$ Ψευδοδιανυσματικός εγκάρσιος μαγνητικός κανονικής ομοτιμίας $(-1)^J$



Σχήμα 6.10

Ημιλεπτονικές ασθενείς αλληλεπιδράσεις λεπτονίου-πυρήνα

Σε στόχους σφαιρικούς και μη προσανατολισμένους αθροίζουμε στις τελικές καταστάσεις του στόχου και ευρίσκουμε τον μέσο όρο ως προς τις αρχικές. Επομένως θα είναι:

$$\Gamma_{i \rightarrow f} \propto \left| \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle \right|^2$$

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle &= \frac{G}{\sqrt{2}} \times \\ &\cdot \left\langle f \left| \left[\sum_{J \geq 0} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J (l_3 \hat{L}_{J0}(\kappa) - l_0 \hat{M}_{J0}(\kappa)) + \sum_{\lambda=\pm 1} \sum_{J \geq 1} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J l_\lambda (\lambda \hat{T}_{J-\lambda}^{\mu\alpha\gamma\nu}(\kappa) + \hat{T}_{J-\lambda}^{\eta\lambda\epsilon\kappa}(\kappa)) \right] \right| i \right\rangle \end{aligned} \quad (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta \ 65)$$

Εκ των δύο αυτών εξισώσεων λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i \rightarrow f} &\propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum \sum \left| \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle \right|^2 = \\ &\frac{G^2}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{\lambda=\pm 1} l_\lambda l_\lambda^* \sum_{J \geq 1} 2\pi \left| \left\langle J_f \left\| \lambda \hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu} + \hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa} \right\| J_i \right\rangle \right|^2 + \right. \\ &\quad \left. \sum_{J \geq 0} 4\pi \left[l_3 l_3^* \left| \left\langle J_f \left\| \hat{L}_J \right\| J_i \right\rangle \right|^2 + l_0 l_0^* \left| \left\langle J_f \left\| \hat{M}_J \right\| J_i \right\rangle \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left(l_3 l_0^* \left\langle J_f \left\| \hat{L}_J \right\| J_i \right\rangle \left\langle J_f \left\| \hat{M}_J \right\| J_i \right\rangle \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta \ 66)$$

η οποία τελικά γίνεται:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i \rightarrow f} &\propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum \sum \left| \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle \right|^2 = \\ &\frac{G^2}{2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \times \\ &\left\{ \sum_{J \geq 0} \left[l_3 l_3^* \left| \left\langle J_f \left\| \hat{L}_J \right\| J_i \right\rangle \right|^2 + l_0 l_0^* \left| \left\langle J_f \left\| \hat{M}_J \right\| J_i \right\rangle \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left(l_3 l_0^* \left\langle J_f \left\| \hat{L}_J \right\| J_i \right\rangle \left\langle J_f \left\| \hat{M}_J \right\| J_i \right\rangle \right) \right] + \Delta \right\} \end{aligned} \quad (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta \ 67)$$

$$\Delta = \sum_{J \geq 1} \left[\frac{1}{2} (\vec{l} \cdot \vec{l} \cdot - l_3 l_3^*) \left(\left| \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu} \right\| J_i \right\rangle \right|^2 + \left| \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa} \right\| J_i \right\rangle \right|^2 \right) \right. \\ \left. - \frac{i}{2} (\vec{l} \cdot \vec{l} \cdot)_3 \left(2 \operatorname{Re} \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu} \right\| J_i \right\rangle \cdot \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa} \right\| J_i \right\rangle \cdot \right) \right]$$

Επομένως γιά να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή και γιά την ακρίβεια τον μερικό ρυθμό μεταβάσεως εκ της καταστάσεως $|i\rangle$ στην κατάσταση $|f\rangle$ πρέπει να αθροίσουμε ως προς τις τελικές καταστάσεις των λεπτονικών σπίν

και εν συνεχεία ευρίσκουμε τον μέσο όρον ως προς τις αρχικές καταστάσεις σπίν του εισερχομένου λεπτονίου, ήτοι :

$$\Gamma_{i \rightarrow f} \propto \frac{1}{2} \sum_{\text{λεπτονσπινς}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} \left| \langle f | \hat{H}_{\text{eff}} | i \rangle \right|^2 \quad (68)$$

Οι ποσότητες τις οποίες χρειαζόμαστε στους υπολογισμούς $\vec{l} \cdot \vec{l}^*$, $l_0 l_0^*$, $l_3 l_3^*$ και $(\vec{l} \times \vec{l}^*)_3$ για ημιλεπτονικές αντιδράσεις νετρίνου ή αντινετρίνου και πυρήνα , φαίνονται στον επόμενο πίνακα.

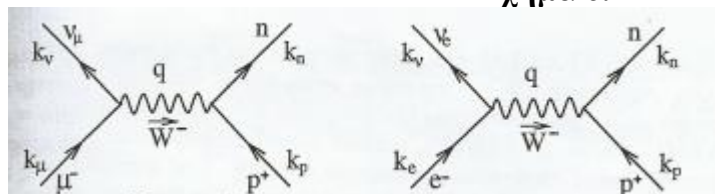
Λεπτονικός παράγοντας	Γενικό αποτέλεσμα	Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα
$\frac{i}{2}(\vec{l} \cdot \vec{l}^* - l_3 l_3^*)$	$1 - (\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\beta \cdot \hat{q})$	$1 - a \cos \Phi + b \sin^2 \Phi$
$l_0 l_0^*$	$1 + \hat{\nu} \cdot \beta$	$1 + a \cos \Phi$
$l_3 l_3^*$	$1 - \hat{\nu} \cdot \beta + 2(\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\beta \cdot \hat{q})$	$1 + a \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi$
$-l_3 l_0^*$	$-\hat{q} \cdot (\hat{\nu} + \beta)$	$(\omega/q)(1 + a \cos \Phi) + d$
$-\frac{i}{2}(\vec{l} \times \vec{l}^*)_3$ (νετρίνο)	$\hat{q} \cdot (\hat{\nu} - \beta)$	$-\frac{1}{q}(\varepsilon_i + \varepsilon_f)(1 - a \cos \Phi) - d$
$-\frac{i}{2}(\vec{l} \times \vec{l}^*)_3$ (αντινετρίνο)	$-\hat{q} \cdot (\hat{\nu} - \beta)$	$\frac{1}{q}(\varepsilon_i + \varepsilon_f)(1 - a \cos \Phi) - d$

Πίνακας 6.2

Οι ποσότητες $\vec{l} \cdot \vec{l}^*$, $l_0 \cdot l_0^*$, $l_3 \cdot l_3$, $l_3 \cdot l_0^*$, και $(\vec{l} \times \vec{l}^*)_3$ που εμφανίζονται στην έκφραση της ενεργού διατομής (του πλάτους σκέδασης $\Gamma_{i \rightarrow f}$ για αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα.

Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε τις αντιδράσεις σύλληψης μιονίου μ^- ($\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$) και ηλεκτρονίου e^- ($e^- + p \rightarrow n + \nu_e$) από πυρήνα.

Σχήμα 6.11



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

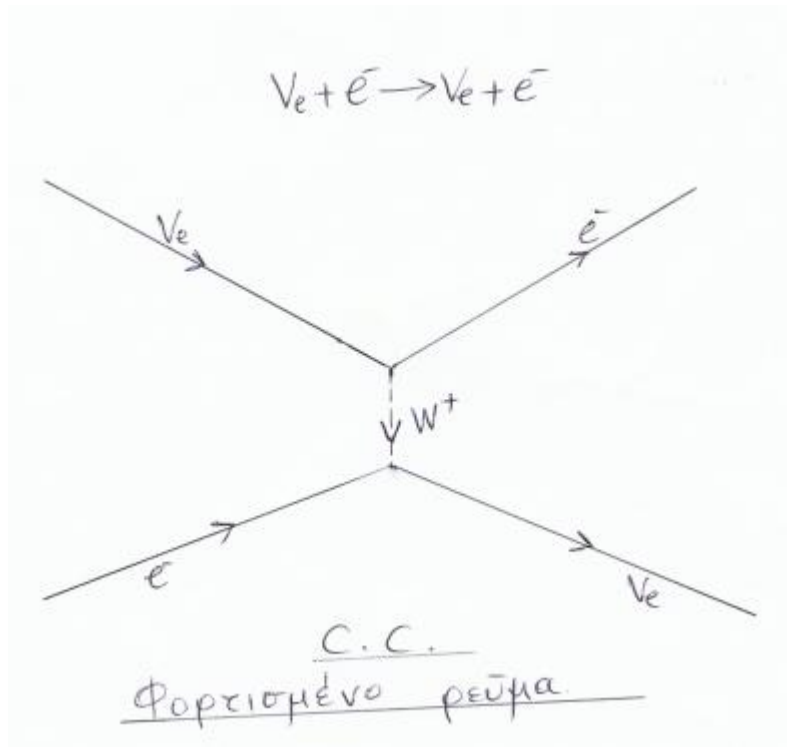
ΣΚΕΔΑΣΗ ΝΕΤΡΙΝΩΝ ΣΕ ΣΤΟΙ ΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ

7.1 Σκέδαση νετρίνου με ηλεκτρόνιο

• Η βασική δομή V-A του ασθενούς ρεύματος μπορεί να εξερευνηθεί με σκέδαση νετρίνου ν_e επι ηλεκτρονίου e^- όπου φαίνεται η δράση του όρου $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$ δια μετρήσεως της γωνιακής κατανομής στις ελαστικές σκεδάσεις:

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \quad (1)$$

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^- \quad (2)$$



Σχήμα 7.1

Σκέδαση νετρίνου-ηλεκτρονίου φορτισμένου ρεύματος

Για την πρώτη αντίδραση το αναλλοίωτο πλάτος σκέδασης είναι:

$$M(\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-) = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{u}(\kappa') \gamma^\mu (1-\gamma^5) u(p)] \cdot [\bar{u}(p') \gamma_\mu (1-\gamma^5) u(\kappa)] \quad (3)$$

όπου p και p'

είναι οι τετραορμές πριν και μετά την σκέδαση του ηλεκτρονίου και κ και κ' οι τετραορμές πριν και μετά την σκέδαση του νετρίνου.

Για την αντίδραση αυτή εάν θεωρήσουμε ότι το τετράγωνο της τετραορμής του ηλεκτρονίου $p_e^2 = -m_e c^2 \rightarrow 0$ είναι πολύ κοντά στο 0, για το νεutrino είναι $\kappa_\nu^2 = -m_\nu c^2 = 0$,θα είναι:

$$s = (\kappa + p)^2 = \kappa^2 + p^2 + 2\kappa \cdot p = 2\kappa \cdot p = 2\kappa \cdot p' \Rightarrow \kappa \cdot p = \kappa' \cdot p' = \frac{1}{2}s$$

Επομένως θα είναι:

$$\frac{1}{2} \sum_{spins} |M|^2 = 64G^2 (\kappa \cdot p) \cdot (\kappa' \cdot p') = \frac{1}{2} \sum_{spins} |M|^2 = 64G^2 (\kappa \cdot p) \cdot (\kappa' \cdot p') \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \sum_{spins} |M|^2 = 64 \cdot G^2 \cdot \frac{1}{2} s \cdot \frac{1}{2} s = 16 \cdot G^2 \cdot s \quad (4)$$

Η γωνιακή κατανομή στο σύστημα κέντρου μάζας είναι:

$$\left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Κ.Μ.}} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} (|M|^2) \quad (5)$$

Στο όριο $m_e \rightarrow 0 \Rightarrow p_i = p_f$ άρα:

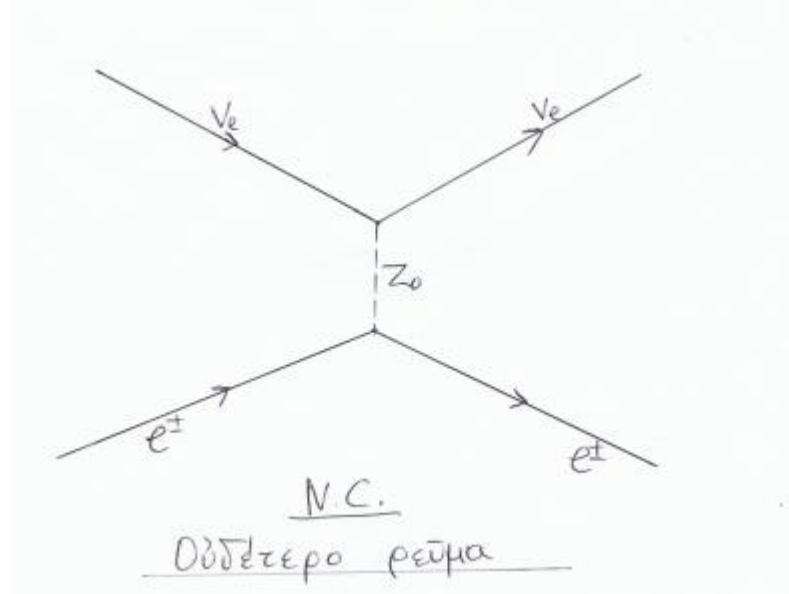
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi^2 s} 16 \cdot G^2 s^2 = \frac{G^2}{4\pi^2} \cdot s \Rightarrow \sigma = \int_{\text{γωνίες}} \frac{G^2}{4\pi^2} s \cdot d\Omega = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} \Rightarrow$$

$$\sigma(\nu_e, e^-) = \frac{G^2}{\pi} s \quad (6)$$

Στο σύστημα του εργαστηρίου η ολική ενεργός διατομή είναι περίπου

$$\sigma(\nu_e, e^-) \approx (E_\nu \text{ σε } GeV) \times 10^{-41} \text{ cm}^2 \quad (7)$$

Η βασική αυτή αντίδραση (1) $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$ δύναται να πραγματοποιηθεί και ως ουδετέρου ρεύματος όπως φαίνεται στο επόμενο διάγραμμα.



Σχήμα 7.2

Σκέδαση νετρίνου-ηλεκτρονίου (ποζιτρονίου ουδετέρου ρεύματος)

Η σκέδαση νετρίνου-ηλεκτρονίου $\nu + e^- \rightarrow \nu' + e'^-$ είναι αντίδραση πολύ ευαίσθητη σε όλα τα είδη των νετρίνων και είναι εξαιρετικά κατευθυντική.

Το μεγαλύτερο πρόβλημα είναι ότι για μιονικά νετρίνα ν_μ και νετρίνα του τ οι ενεργές διατομές των αντιδράσεων μειώνονται κατά παράγοντα περίπου $(6 \div 7)$, για τις ενέργειες που μας επεξεργαζόμαστε περισσότερο.

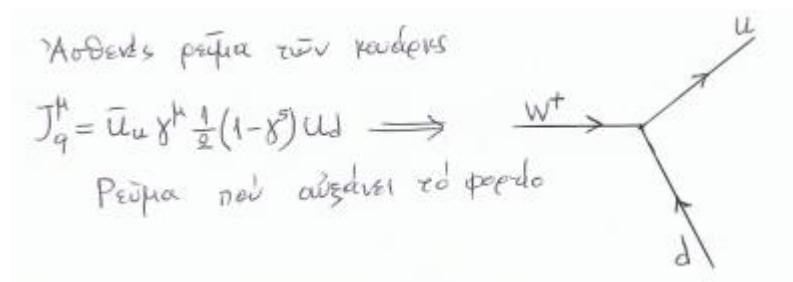
7.2 Σκέδαση νετρίνου με κουάρκ

Τα στοιχειώδη σωματίδια κουαρκς ως συστατικά των νουκλεονίων αντιδρούν ηλεκτρομαγνητικά μέσω του κλασματικού ηλεκτρικού τους φορτίου και ασθενώς δια των μποζονίων W^+ , W^- και Z .

Το ασθενές ρεύμα των quarks στο οποίο συμμετέχει το μποζόνιο W^+ και αυξάνεται το φορτίο είναι:

$$J_q^\mu = \bar{u}_u \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) u_d \quad (8)$$

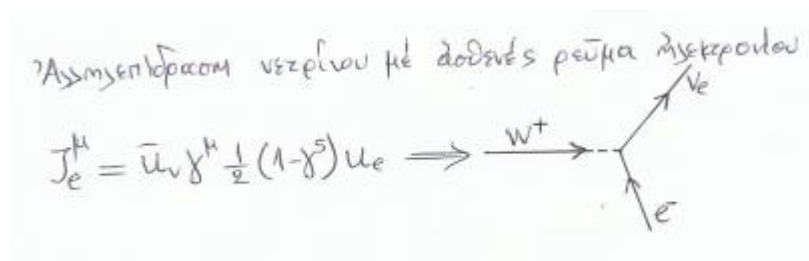
Σχήμα 7.3



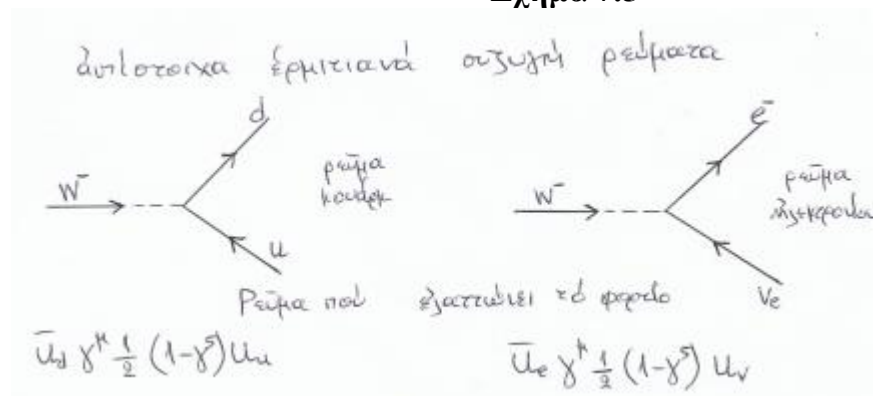
Το νεutrino αλληλεπιδρά με το ασθενές ρεύμα του ηλεκτρονίου

$$J_e^\mu = \bar{u}_\nu \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) u_e \quad (9)$$

Σχήμα 7.4



Σχήμα 7.5



Το ασθενές ρεύμα των quarks στο οποίο συμμετέχει το μποζόνιο W^- και ελαττώνεται το φορτίο είναι:

$$J_q^\mu = \bar{u}_d \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) u_u \quad (10)$$

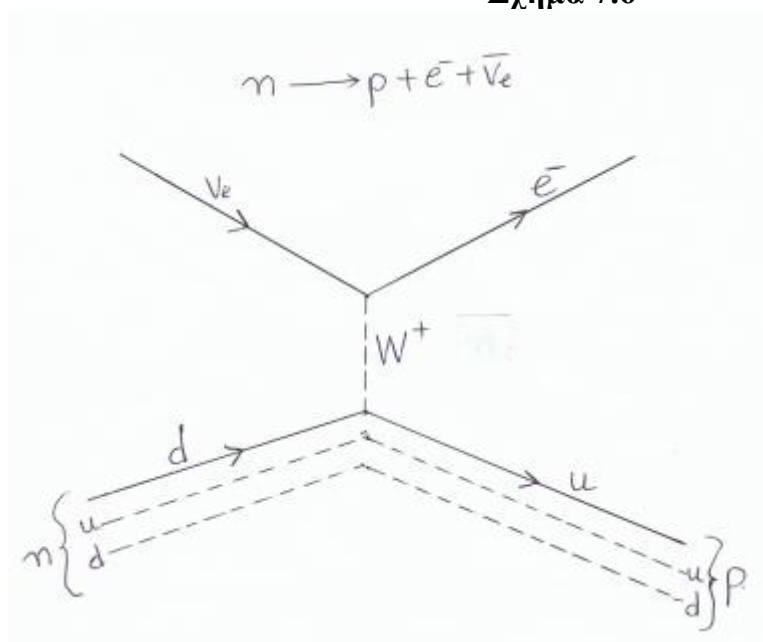
και το ρεύμα αλληλεπίδρασης με το ηλεκτρόνιο είναι

$$\bar{u}_e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \nu_e \quad (11)$$

Η δομή V-A συνεπάγεται ότι το ασθενές ρεύμα συνδέει αριστερόστροφα u και d quarks ή δεξιόστροφα $\bar{u}$ και $\bar{d}$ αντικουάρκς και επομένως στις υψηλές ενέργειες μόνον u και d κουάρκς αρνητικής ελικότητας και $\bar{u}$ και $\bar{d}$ αντικουάρκς θετικής ελικότητας συνδέονται. Στην βασική ασθενή αλληλεπίδραση ακτινοβολίας β^- της διάσπασης του νετρονίου $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (Σχήμα 7.6)

ένα d κουάρκ μετασχηματίζεται σε u κουάρκ $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$

Σχήμα 7.6



7.3 Σκέδαση νετρίνιο -νουκλεονίου

Για νετρίνιο τετραορμής κ και εξερχόμενο λεπτόνιο τετραορμής κ' , εάν χρησιμοποιήσουμε αντί των ανεξάρτητων κινηματικών παραμέτρων q^2 και

$V \equiv \frac{p \cdot q}{M}$, όπου $q = \kappa - \kappa'$ η μεταφερόμενη τετραορμή, p, M η τετραορμή και η μάζα του νουκλεονίου- στόχου αντιστοίχως, τις μεταβλητές

$$\chi = \frac{-q^2}{2p \cdot q} = \frac{-q^2}{2MV} \quad \text{και} \quad \psi = \frac{p \cdot q}{p \cdot \kappa}, \quad (12)$$

τότε θα είναι:

$$\frac{d\sigma}{d\psi}(\nu_\mu d \rightarrow \mu^- u) = \frac{G^2 \chi \cdot s}{\pi} \quad \text{και} \quad (13)$$

$$\frac{d\sigma}{d\psi}(\bar{\nu}_\mu u \rightarrow \mu^+ d) = \frac{G^2 \chi \cdot s}{\pi} (1 - \psi^2) \quad (14)$$

όπου η ενέργεια της αντίδρασης $\nu + q \rightarrow \mu + q'$ είναι χs , όπου s η ενέργεια στο CM της $\nu + N \rightarrow \mu + X$

Για στόχο isoscalar δηλαδή στόχο στον οποίο ο αριθμός των πρωτονίων και νετρονίων είναι ίσος, η ενεργός διατομή για την αντίδραση

$$\nu + N \rightarrow \mu + X \quad (15)$$

(βαθεία ανελαστική σκέδαση) είναι ευκολο να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή.

Επειδή τα νετρίνα αντιδρούν μόνο με d κουάρκ ή $\bar{u}$ αντικουάρκ Μπορούμε να ορίσουμε τις συναρτήσεις

$$Q(\chi) \equiv d^p(\chi) + d^n(\chi) = d(\chi) + u(\chi) \quad (16)$$

και

$$\bar{Q}(\chi) \equiv \bar{u}^p(\chi) + \bar{d}^n(\chi) = \bar{u}(\chi) + \bar{d}(\chi) \quad (17)$$

και η ενεργός διατομή ανά νουκλεόνιο θα είναι:

$$\frac{d\sigma}{d\chi d\psi}(\nu_\mu N \rightarrow \mu^- X) = \frac{G^2 \chi \cdot s}{2\pi} \left[Q(\chi) + (1 - \psi)^2 \bar{Q}(\chi) \right] \quad (18)$$

Επίσης τα αντινετρίνα αντιδρούν με $\bar{d}$ αντικουάρκ ή u κουάρκ άρα:

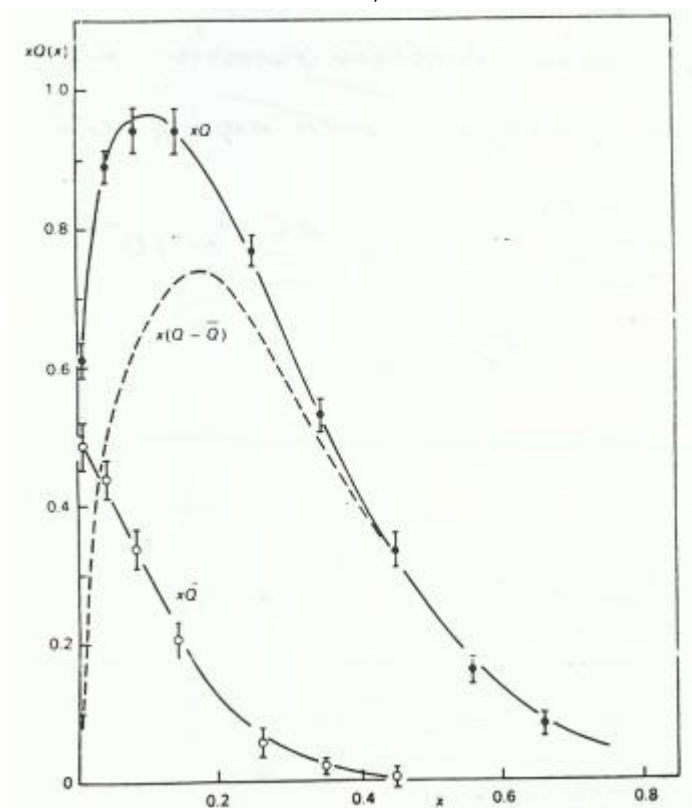
$$\frac{d\sigma}{d\chi d\psi}(\bar{\nu}_\mu N \rightarrow \mu^+ X) = \frac{G^2 \chi \cdot s}{2\pi} \left[\bar{Q}(\chi) + (1 - \psi)^2 Q(\chi) \right] \quad (19)$$

Σχήμα 7.7

Οι συναρτήσεις δομής $\chi \cdot Q(\chi)$ και $\chi \cdot \bar{Q}(\chi)$ από μετρήσεις στο CERN και FERMILAB των αντιδράσεων

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu^{-} + X \quad (\chi \cdot Q(\chi))$$

$$\bar{\nu}_{\mu} + N \rightarrow \mu^{+} + X \quad (\chi \cdot \bar{Q}(\chi))$$



Η επιφάνεια που ορίζεται από την καμπύλη και τον άξονα των τετμημένων μεταξύ χ και $\chi+d\chi$, δηλ. το ολοκλήρωμα $\int_{\chi}^{\chi+d\chi} \chi \cdot Q(\chi) d\chi$ είναι το κλάσμα της

διαμήκους ορμής του νουκλεονίου που μεταφέρεται από τα κουάρκς (ή αντικουάρκς) με το χ να παίρνει τιμές μεταξύ χ και $\chi+d\chi$. Ο αριθμός των κουάρκς (ή αντικουάρκς) στην ίδια περιοχή του χ είναι ο λόγος της επιφανείας αυτής διά χ . Όταν το χ τείνει στο 0 ο αριθμός των κουάρκς (και αντικουάρκς) αυξάνει απεριόριστα, επομένως υπάρχει μεγάλος αριθμός κουάρκς και αντικουάρκς με μικρές τιμές του χ και σίγουρα τα τρία κουάρκς σθένους.

Η διαφορά των δύο καμπυλών $\chi(Q - \bar{Q})$ είναι η κατανομή της ορμής των κουάρκς στο αντίστοιχο νουκλεόνιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΣΚΕΛΑΣΗ ΝΕΤΡΙΝΩΝ ΜΕ ΠΥΡΗΝΕΣ

8.1 Κατηγορίες αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα

Από όλες τις αντιδράσεις που υπάρχουν νετρίνα την σημαντικότερη ίσως θέση κατέχουν οι αντιδράσεις νετρίνων που προσπίπτουν σε πυρήνες, και είναι κατάλληλες για να ανιχνεύσουμε νετρίνα όλων των ειδών και να ερευνήσουμε την βασική δομή των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Επίσης σε συγκεκριμένες πυρηνικές μεταπτώσεις μεταξύ διακριτών πυρηνικών καταστάσεων (με ορισμένους κβαντικούς αριθμούς σπίν, ισοσπίν και ομοτιμίας) πού επάγονται από νετρίνα μας δίνουν την δυνατότητα να μελετήσουμε την δομή των ασθενών αδρονικών ρευμάτων. Γήινα πειράματα που ασχολούνται κυρίως με Ηλιακά και ατμοσφαιρικά νετρίνα καθώς επίσης και νετρίνα που μετέχουν στην πυρηνοσύνθεση μας βοηθούν στο να κατανοήσουμε τις ιδιότητες των νετρίνων.

⊕ Υπάρχουν τέσσερις κατηγορίες αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα.

α) Δύο κατηγορίες αντιδράσεων νετρίνων και αντινετρίνων φορτισμένων ρευμάτων(charget current)

β) Δύο κατηγορίες ουδετέρων ρευμάτων(neutral-current).

Στις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων όταν το νετρίνο ν_κ ή αντινετρίνο $\bar{\nu}_\kappa$ (όπου $\kappa = e, \mu, \tau$) σκεδάζεται με πυρήνα (A, Z) και μετασχηματίζεται στον πυρήνα ένα πρωτόνιο σε νετρόνιο ή νετρόνιο σε πρωτόνιο, με ταυτόχρονη εκπομπή ενός φορτισμένου λεπτονίου κ^- , ή αντिलепτονίου κ^+ . Στην διαδικασία αυτή συμμετέχουν φορτισμένα μποζόνια W^+ και W^- .

$$\nu_\kappa + (A, Z) \rightarrow (A, Z+1)^* + \kappa^- \quad (1)$$

$$\bar{\nu}_\kappa + (A, Z) \rightarrow (A, Z-1)^* + \kappa^+ \quad (2)$$

Στις αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος ένα νετρίνο ή αντινετρίνο σκεδάζεται με έναν πυρήνα με την διαδικασία ανταλλαγής ουδετέρων μποζονίων Z .

$$\nu + (A, Z) \rightarrow (A, Z)^* + \nu' \quad (3)$$

$$\bar{\nu} + (A, Z) \rightarrow (A, Z)^* + \bar{\nu}' \quad (4)$$

όπου υπάρχει η δυνατότητα αλλαγής γεύσης των νετρίνων.

Υπάρχει η δυνατότητα ο θυγατρικός πυρήνας να βρεθεί σε κατάσταση χαμηλότερης ενέργειας από το ενεργειακό κατώφλι εκπομπής νουκλεονίου. Αυτές οι διαδικασίες λέγονται ημι-ολικές διαδικασίες (semi-inclusive processes).

Όταν συντελούνται μεταβάσεις σε ενέργειες υψηλότερες από τις καταστάσεις δεσμίων σωματιδίων, τότε οι πυρήνες διασπώνται συνήθως εκπέμποντας πρωτόνια ή νετρόνια.

Πρόσφατες έρευνες έχουν δείξει ότι η έντονη ροή των νετρίνων κατά την διάρκεια της πυρηνοσύνθεσης δημιουργεί μία αλυσίδα πυρηνικών αντιδράσεων νετρίνου-πρωτονίου (αντιδράσεις ν-p).

Επίσης μέσω των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα δυνάμεθα να διερευνήσουμε την δομή των πυρήνων και των νουκλεονίων.

Εξαιρετικά σημαντικό γεγονός είναι ότι τα νετρίνα με ενέργειες που κυμαίνονται από λίγα MeV έως μερικές εκατοντάδες TeV, μπορούν και διεγείρουν πυρηνικές καταστάσεις που δεν είναι εφικτές μέσω των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων (λόγω της απουσίας αξονικού ρεύματος). Το γεγονός αυτό επιτρέπει την μελέτη χαρακτηριστικών του πυρήνα και της (ισχυρής και ασθενούς) πυρηνικής αλληλεπίδρασης.

8.2 Ελαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα

Η ελαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα εκφράζεται μέσω της αντίδρασης:

$\nu + A \rightarrow \nu + A$ όπου A είναι ο μαζικός αριθμός του πυρήνα με ατομικό αριθμό Z και νετρονικό αριθμό N .

Για τα Ηλιακά νετρίνα επειδή είναι χαμηλών ενεργειών ο πυρήνας-στόχος δύναται να θεωρηθεί ως σημειακός σκεδαστής του οποία όλα τα νουκλεόνια αντιδρούν συναφώς.

Η διαφορική ενεργός διατομή κατά προσέγγιση είναι: (Freedman 1974)

$$\frac{d\sigma}{d\cos\nu\phi} = \frac{\eta\mu^2\phi}{2\pi} G_F^2 (N+Z)^2 E_\nu^2 (1 + \cos\nu\phi) \quad (5)$$

όπου ϕ η γωνία σκεδάσεως, E_ν είναι η ενέργεια του νετρίνου.

Ολοκληρώνοντας ως προς όλες τις γωνίες (τα συνημίτονα των γωνιών) σε όλες τις κατευθύνσεις έχουμε:

$$\sigma \approx 4 \times 10^{-47} N^2 E_\nu^2 \text{ cm}^2 \text{ MeV}^{-2} \quad (6)$$

$$A = N + Z$$

Θεωρούμε επίσης ότι οι πυρήνες αυτοί έχουν $N = Z$ και μηδενική στροφορμή. Κατά τους Freedman (1974), Tubbs και Schramm (1975) και Drukier και Stodolsky (1984).

Ο παράγων συνάφειας $\propto N^2$ στην προηγούμενη εξίσωση είναι ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά που καθιστά την ελαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα πολύ σημαντικό εργαλείο για σκέδαση Ηλιακών νετρίνων σε πυρήνες-στόχους μεγάλου μαζικού αριθμού. Στην πράξη η ενεργός διατομή είναι αυξημένη κατά παράγοντα περίπου 10^3 σε σχέση με την αντίστοιχη νετρίνου-ηλεκτρονίου.

Η μεγαλύτερη δυσκολία στην μελέτη ελαστικής σκέδασης νετρίνου-πυρήνα είναι ότι το μόνο αναγνωριστικό συμβάν είναι η ανάκρουση του εν λόγω πυρήνα που είναι ελάχιστη και ως εκ τούτου είναι πολύ δύσκολα ανιχνεύσιμη.

Η μέση ενέργεια της πυρηνικής ανάκρουσης είναι:

$$\langle E_A \rangle = \frac{2}{3A} \left(\frac{E_\nu}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \text{ keV} \quad (7)$$

Η ενέργεια ανάκρουσης είναι μικρή όταν ο μαζικός αριθμός είναι μεγάλος ειδικά όταν ενέργεια του νετρίνου είναι μικρή. Σε μεγάλες σχετικά ενέργειες του νετρίνου αυξάνει λόγω του τετραγωνικού όρου.

Επειδή η ολική ενεργός διατομή σε αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα αυξάνει με τον όρο N^2 , σε πειράματα με θερμικό βολόμετρο μεγάλης μάζας, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί υλικό με πυρήνα τέτοιο ώστε και η ενεργός διατομή να είναι μεγάλη και η ανάκρουση του πυρήνα επίσης (η οποία είναι αντιστρόφως ανάλογη του μαζικού αριθμού A).

Το πυρίτιο $^{28}_{14}\text{Si}$ είναι ένας τέτοιος πυρήνας και χρησιμοποιήθηκε από τους Drukier και Stodonsky (1984), Vabrera, Krauss και Wilczek (1985), Martoff (1987).

8.3 Ημιαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα

Οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα είναι δυνατόν να μεταβάλλουν τον πυρήνα ώστε να ανιχνεύσουμε προϊόντα αποσύνθεσης του διεγερμένου πυρήνα όπως ακτίνες γ , πρωτόνια p , νετρόνια n , σωματίδια α , εάν ο διεγερμένος πυρήνας είναι ασταθής στην εκπομπή ισχυρά αλληλεπιδρώντων σωματίων.

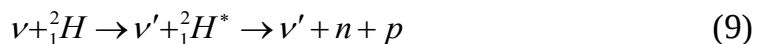
Η αντίδραση που αναπαριστά την μετάβαση είναι:

$\nu + A \rightarrow \nu' + A' + (\text{προϊόντα αποσύνθεσης}).$

Η ενεργός διατομή είναι όπως και στην ελαστική σκέδαση περίπου

$$\frac{d\sigma}{d\sigma \nu \phi} = \frac{\eta \mu^2 \phi}{2\pi} G_F^2 (N+Z)^2 E_\nu^2 (1 + \sigma \nu \phi) \quad (8)$$

Η ομάδα του Sudbury πρότεινε την παρατήρηση της αποσύνθεσης του δευτερίου με αποτέλεσμα εκπομπή και παρατήρηση ακτίνων γ με χρήση της γενικής αντίδρασης:



Επίσης καλό υλικό για αντιδράσεις ουδετέρου και φορτισμένου ρεύματος είναι το βόριο.

Στον ανιχνευτή βορίου έχουμε τις αντιδράσεις:



Σε τέτοιου είδους αντιδράσεις είναι χρήσιμος ο λόγος

$$\rho = \frac{\sigma_{NC}}{\sigma_{CC}}$$

Οι ενεργές διατομές για αντιδράσεις αποσυνθέσεως μπορούν να υπολογισθούν με ικανοποιητική ακρίβεια. (Bahcall κ.α. 1988).

$$\langle \sigma({}^8_5\text{B}) \rangle = (0,41 \pm 0,1) \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{ και} \quad (12)$$

$$\langle \sigma(\text{Hep}) \rangle = (1,15 \pm 0,1) \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \quad (13)$$

Ο λόγος των ενεργών διατομών των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδετέρου ρεύματος και φορτισμένου ρεύματος υπολογίζεται με ακρίβεια $\pm 0,5\%$ (Bahcall κ.α.1988).

8.4 Χαμιλτονιανή αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα

Για ασθενείς αλληλεπιδράσεις νετρίνων με πυρήνες σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες η μεταφερομένη τετραορμή είναι αρκετά μικρότερη από την μάζα του ενδιαμεσου ανταλασσομένου μποζονίου $W^\pm$ ή Z^0 .

Η γενική χαμιλτονιανή περιέχει συνεισφορές από ουδέτερα και φορτισμένα ρεύματα και δύναται να γραφεί ως:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} (j_\lambda^{(-)} J^{\lambda(+)} + j_\lambda^{(0)} J^{\lambda(0)} + h.c.) \quad (14)$$

Όπου G η σταθερά σύζευξης των ασθενων αλληλεπιδράσεων.

Τα $j_\lambda^{(c)}$ και $J^{\lambda(c)}$ με $c = -, +, 0$ δηλώνουν το λεπτονικό και αδρονικό ρεύμα αντίστοιχα.

Τα ρεύματα αυτά γράφονται συναρτήσει των νουκλεονικών παραγόντων δομής του πολικού g_i^V και του αξονικού (ψευδοδιανυσματικού) ρεύματος g_i^A $i=1,2,3$ ως:

$$J_\lambda^{(c)} = \bar{\psi}_N \left[g_1^V \gamma_\lambda + \frac{i}{2M} g_2^V \sigma_{\lambda\nu} q^\nu + g_3^V q_\lambda + g_1^A \gamma_\lambda \gamma_5 + \frac{i}{2M} g_2^A \sigma_{\lambda\nu} q^\nu \gamma_5 + g_3^A q_\lambda \gamma_5 \right] \tau_c \psi_N \quad (\sigma\chi\acute{\epsilon}\sigma\eta \ 15)$$

όπου ψ_N παριστάνει την νουκλεονική ισοσπίν δυάδα

$$\psi_N \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} \quad (16)$$

Οι ασθενείς νουκλεονικοί παράγοντες δομής είναι πολύπλοκες βαθμωτές συναρτήσεις της μεταφερομένης ορμής q^2

Χρησιμοποιώντας τους ηλεκτρομαγνητικούς παράγοντες δομής και φορτίου του πρωτονίου $F_{1,2}^p$ και μάζας του νετρονίου $F_{1,2}^n$ καταλήγουμε:

$$J_\lambda^{(+)} = \bar{\psi}_N \left\{ \frac{1}{2} (F_1^p - F_1^n) \gamma_\lambda + \frac{i}{4M} (F_2^p - F_2^n) \sigma_{\lambda\nu} q^\nu + G_A \gamma_\lambda \gamma_5 \right\} \tau + \psi_N \quad (17)$$

$$J_\lambda^{(-)} = \bar{\psi}_N \left\{ \frac{1}{2} (F_1^p - F_1^n) \gamma_\lambda - \frac{i}{4M} (F_2^p - F_2^n) \sigma_{\lambda\nu} q^\nu + G_A \gamma_\lambda \gamma_5 \right\} \tau + \psi_N \quad (18)$$

και για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων

$$J_\lambda^0 = \bar{\psi}_N \left\{ F_1^Z \gamma_\lambda + F_2^Z \frac{i \sigma_{\lambda\nu} q^\nu}{2M} + G_A \gamma_\lambda \gamma_5 \right\} \tau_0 \psi_N \quad (19)$$

όπου $\tau_0 = +1$ για πρωτόνια και $\tau_0 = -1$ για νετρόνια

Οι F_1^Z και F_2^Z είναι οι νουκλεονικοί ασθενείς παράγοντες δομής που εξαρτώνται έκαστος εξ αυτών και από τους δύο παράγοντες $F_{1,2}^p$ και $F_{1,2}^n$ ως εξής:

$$F_{1,2}^Z = \left(\frac{1}{2} - \eta\mu^2\theta_w \right) \left[\frac{F_{1,2}^p - F_{1,2}^n}{2} \tau_0 \right] - \eta\mu^2\theta_w \left[\frac{F_{1,2}^p + F_{1,2}^n}{2} \right] \quad (20)$$

Σε πυρηνικό επίπεδο η χαμιλτονιανή $\hat{H}_{eff}$ για αντιδράσεις ενός λεπτονικού $j_\mu^{\lambda\pi\pi}$ και ενός αδρονικού $\hat{J}_\mu(\vec{x})$ ρεύματος είναι:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} j_\mu^0(\vec{x}) \hat{J}_0^\mu(\vec{x}) \quad (21)$$

για αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος

και

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G \sin\theta_c}{\sqrt{2}} j_\mu^{\lambda\pi\pi}(\vec{x}) \hat{J}^\mu(\vec{x}) \quad (22)$$

για αντιδράσεις φορτισμένου ρεύματος

όπου G είναι η σταθερά Fermi και θ_c η γωνία Cabbibo.

Το λεπτονικό ρεύμα $j_\mu^{\lambda\pi\pi}$ είναι καλά γνωστό, αλλά το αδρονικό ρεύμα $\hat{J}^\mu$ σε πυρηνικό επίπεδο είναι πολύπλοκο να περιγραφεί.

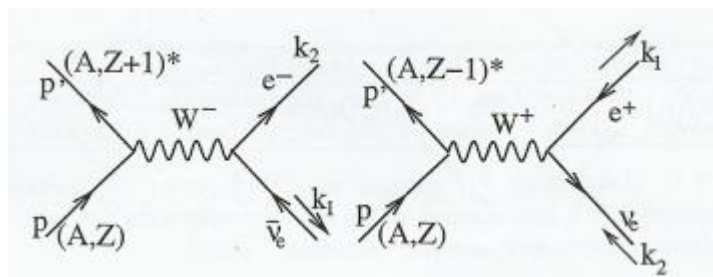
8.5 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα φορτισμένων ρευμάτων

Για ασθενείς αντιδράσεις μεταβολής του φορτίου η τετραγωνική ενεργός διατομή σκέδασης νετρίνου-πυρήνα ως προς την ενέργεια διέγερσης ω και την στερεά γωνία Ω του εξερχομένου λεπτονίου που φαίνεται στο επόμενο σχήμα 8.1 είναι:

$$\frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{|\vec{k}_f| \varepsilon_f}{(2J_i + 1)} F(Z, \varepsilon_f) \left(\sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right) \quad (23)$$

Σχήμα 8. 1

Αντιδράσεις μεταβολής του ηλεκτρικού φορτίου αντineτρίνου-πρωτονίου και νετρίνου-πρωτονίου.



Η συνάρτηση $F(Z, \varepsilon_f)$ στο δεξιό μέλος της ανωτέρω εξισώσεως είναι η γνωστή συνάρτηση Fermi, λαμβάνει υπ' όψιν την H/M αλληλεπίδραση μεταξύ του θυγατρικού τελικού πυρήνα και του εξερχομένου λεπτονίου.

Η σταθερά $G = G_F \sin \nu \theta$ για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων και $G = G_F$ για αντιδράσεις ουδέτερων ρευμάτων.

όπου

$$\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f$$

είναι η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα και τα ε_i είναι η ενέργεια εισερχομένου νετρίνιου, ε_f και κ_f είναι η ενέργεια και η ορμή του εξερχομένου λεπτονίου.

Η εξίσωση αυτή συσχετίζει την διπλή (τετραγωνική) ενεργό διατομή $\frac{d^2 \sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega}$ με τις ενεργές διατομές ως προς την ενέργεια του εξερχομένου λεπτονίου $\frac{d\sigma}{d\varepsilon_f}$

και ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα $\frac{d\sigma}{d\omega}$.

Τα αθροίσματα της εξισώσεως προέκυψαν από την πολυπολική ανάπτυξη του ασθενούς αδρονικού ρεύματος και περιέχουν τις συνεισφορές των τελεστών Coulomb ($\hat{M}_J$) και διαμήκους ($\hat{L}_J$) που δηλώνεται με το σύμβολο σ_{CL}^J , και του εγκάρσιου ηλεκτρικού ($\hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa}$) και εγκάρσιου μαγνητικού ($\hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu}$) με σύμβολο σ_T^J .

Οι ποσότητες αυτές για την περίπτωση των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων γίνονται:

$$\begin{aligned} \sigma_{CL}^J = & (1 + \alpha \cdot \sin \nu \phi) \left\langle J_f \left\| \hat{M}_J(q) \right\| J_i \right\rangle^2 + (1 + \alpha \cdot \sin \nu \phi - 2b \cdot \eta \mu^2 \phi) \left\langle J_f \left\| \hat{L}_J(q) \right\| J_i \right\rangle^2 \\ & + \left[\frac{\omega}{q} (1 + \alpha \cdot \sin \nu \phi) + d \right] \cdot 2 \operatorname{Re} \left\langle J_f \left\| \hat{L}_J(q) \right\| J_i \right\rangle \cdot \left\langle J_f \left\| \hat{M}_J(q) \right\| J_i \right\rangle^* \end{aligned} \quad (\text{σχέση 24})$$

και

$$\begin{aligned} \sigma_T^J = & (1 - \alpha \cdot \sin \nu \phi + b \cdot \eta \mu^2 \phi) \left[\left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu}(q) \right\| J_i \right\rangle^2 + \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa}(q) \right\| J_i \right\rangle^2 \right] \\ & \mp \left[\frac{\varepsilon_i + \varepsilon_f}{q} (1 - \alpha \cdot \sin \nu \phi) - d \right] \cdot 2 \operatorname{Re} \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu}(q) \right\| J_i \right\rangle \cdot \left\langle J_f \left\| \hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa}(q) \right\| J_i \right\rangle^* \end{aligned} \quad (\text{σχέση 25})$$

Ο όρος του γινομένου μεταξύ των στοιχείων πίνακα της εγκάρσιας ηλεκτρικής και της εγκάρσια μαγνητικής συνιστώσας του ρεύματος έχει αρνητικό πρόσημο για σκέδαση νετρίνιου και θετικό πρόσημο για σκέδαση αντineτρίνιου.

ϕ είναι η γωνία σκέδασης του εξερχομένου λεπτονίου και οι παράμετροι a, b, d δίδονται από τις κάτωθι εξισώσεις:

$$\alpha = \frac{|\vec{k}_f|}{\varepsilon_f} = \left[1 - \left(\frac{m_f c^2}{\varepsilon_f} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad b = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_f \alpha^2}{q^2} \quad \text{και} \quad d = \frac{(m_f c^2)^2}{q \varepsilon_f}$$

(σχέσεις 26)

όπου m_f είναι η μάζα του εξερχόμενου λεπτονίου.

Το μέτρο της μεταφερομένης 3/ορμής q συναρτήσει της γωνίας σκέδασης Φ είναι:

$$q = |\vec{q}| = \left[\omega^2 + 2\varepsilon_i \varepsilon_f (1 - \alpha \cdot \sin \phi) - (m_f c^2)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

Οι τελεστές $\hat{M}_J$, $\hat{L}_J$, $\hat{T}_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa}$, $\hat{T}_J^{\mu\alpha\gamma\nu}$ αποτελούνται από πολικό διανυσματικό και ψευδοδιανυσματικό (αξονικό) μέρος όπως έχουμε ήδη αναφέρει στο κεφάλαιο για τις ενεργές διατομές των αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα.

Ο επόμενος πίνακας δείχνει την ομοτιμία των τανυστικών πολυπολικών τελεστών.

Για κάθε πολυπολική μετάπτωση $|i\rangle \rightarrow |J^\pi\rangle$ που περιέχεται στο τελευταίο άθροισμα του γινομένου στην εξίσωση που αναφέραμε ενωρίτερα,

Πίνακας 8.1

Ομοτιμία/Πολυπολική μετάπτωση	M_J	L_J	$T_J^{\eta\lambda\epsilon\kappa}$	$T_J^{\mu\alpha\gamma\nu}$
Κανονική $l_f + l_i + J = \text{άρτιος}$	Διαν/κός	Διαν/κός	Δι/κός	Δι/κός
Μή κανονική $l_f + l_i + J = \text{περιττός}$	Αξονικός	Αξονικός	Αξ/κός	Αξ/κός

Για κάθε πολυπολική μετάπτωση $|i\rangle \rightarrow |J^\pi\rangle$ που περιέχεται στο άθροισμα των αθροισμάτων στο γινόμενο του δευτέρου μέλους της εξισώσεως που αναφέραμε προηγουμένως

$$\frac{d^2 \sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{|\vec{k}_f| \varepsilon_f}{(2J_i + 1)} F(Z, \varepsilon_f) \left(\sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right)$$

για μία δεδομένη αντίδραση νετρίνου-πυρήνα θα συνεισφέρει είτε η διανυσματική είτε η αξονική συνιστώσα του τελεστή.

8.6 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδετέρων ρευμάτων

Για μία αρχική πυρηνική κατάσταση $|i\rangle$ και τελική $|f\rangle$ εάν γνωρίζουμε σπίν και ομοτιμία, μπορούμε να εφαρμόσουμε πολυπολική ανάπτυξη του ασθενούς αδρονικού ρεύματος στην περιοχή των πυρήνων που εξετάζουμε.

Η τετραγωνική διαφορική ενεργός διατομή ως προς την ενέργεια και κατεύθυνση του εξερχομένου λεπτονίου της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα θα είναι:

$$\frac{d^2\sigma_{i\rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{\varepsilon_f^2}{(2J_i+1)} \left(\sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right) \quad (28)$$

όπου

ε_i είναι οι ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου, ε_f η ενέργεια του εξερχομένου λεπτονίου κ_f είναι ο κυματαριθμός του εξερχομένου

λεπτονίου η οποία είναι $\vec{p} = \hbar \vec{k}_f$

και $\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f$ είναι η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα στόχου.

• Στην περίπτωση των ουδετέρων ρευμάτων οι προηγούμενες παράμετροι a, b, d είναι:

$$a = 1 \quad b = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_f}{q^2} \quad d = 0 \quad (29)$$

Το μέτρο της μεταφερομένης 3/ορμής q συναρτήσει της γωνίας σκέδασης ϕ τώρα θα είναι:

$$q = |\vec{q}| = [\omega^2 + 2\varepsilon_i \varepsilon_f (1 - \sigma \nu \phi)]^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

Τα αθροίσματα της ανωτέρω σχέσεως είναι η πολυπολική ανάπτυξη του ασθενούς αδρονικού ρεύματος, όπου αθροίζονται οι ποσότητες σ_{CL}^J που είναι η συνεισφορά των τελεστών Coulomb ($\hat{M}_J$) και διαμήκους ($\hat{L}_J$) και οι ποσότητες σ_T^J που είναι η συνεισφορά του εγκάρσιου ηλεκτρικού τελεστή $\hat{T}_{Jel}$ και εγκάρσιου μαγνητικού τελεστή $\hat{T}_{Jmag}$

Για την περίπτωση των ουδετέρων ρευμάτων Ηλιακού νετρίνου-πυρήνα οι ποσότητες αυτές είναι:

$$\sigma_{CL}^J = (1 + \sigma \nu \phi) \left| J_f \left| \hat{M}_J(q) \right| J_i \right|^2 + (1 + \sigma \nu \phi - 2b\eta\mu^2\phi) \left| J_f \left| \hat{L}_J(q) \right| J_i \right|^2 +$$

$$[\omega q (1 + \sigma \nu \phi)] 2 \operatorname{Re} J_f \left| \hat{L}_J(q) J_i J_f \right| \hat{M}_J(q) \left| J_i^* \right| \quad (31)$$

και

$$\sigma_T^J = (1 - \sigma \nu \Phi + b \cdot \eta\mu^2\Phi) \cdot \left[\left| \left\langle J_f \left| \hat{T}_J^{\mu\alpha\nu}(q) \right| J_i \right\rangle \right|^2 + \left| \left\langle J_f \left| \hat{T}_J^{\eta\lambda}(q) \right| J_i \right\rangle \right|^2 \right] \mp$$

$$\mp \left[\frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - \sigma \nu \Phi) \right] \cdot 2 \operatorname{Re} \left\langle J_f \left| \hat{T}_J^{\mu\alpha\nu}(q) \right| J_i \right\rangle \left\langle J_f \left| \hat{T}_J^{\eta\lambda}(q) \right| J_i \right\rangle^* \quad (32)$$

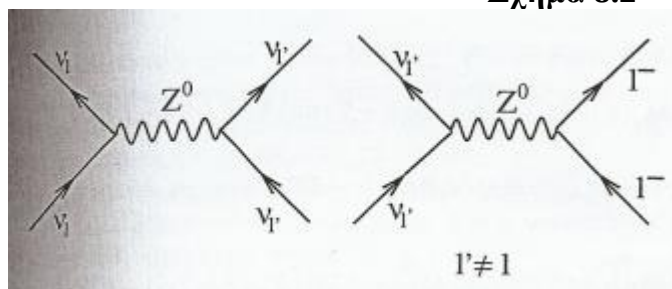
όπου ϕ είναι η γωνία σκεδάσεως του εξερχομένου λεπτονίου.

Η μεταφερόμενη ορμή θα είναι: $q = \sqrt{\omega^2 + 2\varepsilon_i \varepsilon_f (1 - \cos \phi)}$

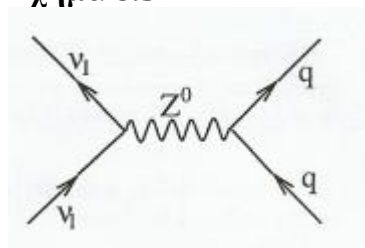
Οι πολυπολικές μεταπτώσεις με μηδενική στροφορμή και θετική ομοτιμία $J^\pi = 0^+$ είναι μόνο διανυσματικού τύπου επειδή για $J=0$ δεν υπάρχει συνεισφορά από τις εγκάρσιες συνιστώσες $\hat{T}_{J_{el}}$ και $\hat{T}_{J_{mag}}$ του ολικού τελεστή.

Στά επόμενα σχήματα βλέπουμε τυπικές αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος μεταξύ λεπτονίων (σχήμα 8.2) και μεταξύ νετρίνου και κουάρκ (8.3)

Σχήμα 8.2



Σχήμα 8.3



8.7 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα- κανάλια σκέδασης νετρίνου-πυρήνα

Οι κυριότερες διαδικασίες στην σκέδαση νετρίνων-πυρήνων είναι ασθενείς αλληλεπιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων και υποθέτοντας ότι ο πυρήνας – στόχος βρίσκεται στην βασική του κατάσταση, η οποία για τους άρτιους-άρτιους πυρήνες είναι $|J^\pi\rangle = |0^+\rangle$, τότε τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα θα είναι της μορφής:

$$M = \langle J_i^\pi | \hat{T}^J | J_f^\pi \rangle = \langle 0^+ | \hat{T}_0 | 0^+ \rangle \quad (33)$$

Επομένως στην εξίσωση (28)

$$\frac{d^2\sigma_{i\rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{\varepsilon_f^2}{(2J_i + 1)} \left(\sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right) \quad (34)$$

θα έχουμε συνεισφορές μόνο τύπου σ_{CL} στην ενεργό διατομή όπου επιζεί μόνιν ένας όρος από το άθροισμα. Ητοι:

$$\frac{d^2\sigma_{i\rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \varepsilon_f^2 \sigma_{CL}(J_i \rightarrow J_f) \quad (35)$$

και

$$\sigma_{CL}^J = (1 + \sigma \nu \phi) \left\langle J_f \left| \hat{M}_J(q) \right| J_i \right\rangle \quad (36)$$

άρα

$$\frac{d^2\sigma_{i\rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \varepsilon_f^2 (1 + \sigma \nu \phi) \left\langle 0^+ \left| \hat{M}_0(q) \right| 0^+ \right\rangle \quad (37)$$

Ο τελεστής $\hat{M}_0(q)$ περιέχει μόνο την αδρονική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος άρα θα είναι:

$$\left\langle 0^+ \left| \hat{M}_0(q) \right| 0^+ \right\rangle = \left\langle 0^+ \left| j_0(qr) \rho(r) \right| 0^+ \right\rangle \quad (38)$$

Το στοιχείο πίνακα είναι

$$\left\langle 0^+ \left| \hat{M}_0(q) \right| 0^+ \right\rangle = F^Z F_{\pi\sigma\tau}(q^2) + F^N{}_{\nu\tau\rho}(q^2) \quad (39)$$

όπου $F^Z(q^2)$ και $F^N(q^2)$ είναι οι στατικοί παράγοντες δομής για το πρωτόνιο και το νετρόνιο αντίστοιχα, οι οποίες περιέχουν την γωνία Weinberg και είναι:

$$F_{1,2}^Z = \frac{1}{4} \left[\sigma \nu (2\theta_w) (F_{1,2}^p - F_{1,2}^n) \tau_0 - (1 - \sigma \nu 2\theta_w) (F_{1,2}^p - F_{1,2}^n) \right] \quad (40)$$

όπου $\tau_0 = +1$ για πρωτόνια και $\tau_0 = -1$ για νετρόνια.

Οι πυρηνικοί παράγοντες δομής $F^p(q^2)$ του πρωτονίου και $F^n(q^2)$ του νετρονίου είναι συναρτήσεις της μεταφερομένης ορμής στον πυρήνα και μετρούνται σε πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων σε πυρήνες ταυτόχρονα με την κατανομή φορτίου του πρωτονίου και νετρονίου $\rho_{p,n}(r)$ (τά οποία αποτελούνται από κουάρκς με κλασματικά ηλεκτρικά φορτία).

Στην ελαστική σκέδαση σφαιρικά συμμετρικών πυρήνων (με μηδενική στροφορμή $J=0$) η κατανομή ηλεκτρικού φορτίου και ο παράγοντας δομής συνδέονται με την σχέση:

$$F_{n,p}(q^2) = 4\pi \int_0^\infty \rho(r) j_0(qr) r^2 dr \Leftrightarrow \rho(r) = \frac{Z}{4\pi} \int_0^\infty F(q^2) j_0(qr) q^2 dq \quad (41)$$

κατά Fourier

όπου $j_0(qr)$ οι σφαιρικές συναρτήσεις Bessel μηδενικής τάξεως.

Οι σχέσεις αυτές είναι πολύ βασικές για την ελαστική σκέδαση πυρήνων.

8.8 Κινηματικές εξισώσεις σκέδασης νετρίνου- πυρήνα

Για την αντίδραση (σκέδαση) νετρίνου ν και πυρήνα (A, Z)

$$\nu + (A, Z) \rightarrow \nu' + (A, Z)' \quad (42)$$

εάν ο πυρήνας τετραορμής $P = \left(\frac{E_{\pi p}}{c}, \vec{0} \right)$ επί του οποίου σκεδάζεται νεutrίνο

τετραορμής $p = \left(\frac{E_\nu}{c}, \vec{p} \right)$, η διατήρηση των αθροισμάτων των τετραορμών

θα δώσει:

$$p + P = p' + P' \Rightarrow (p + P)^2 = (p' + P')^2 \Rightarrow p^2 + 2pP + P^2 = p'^2 + 2p'P' + P'^2 \quad (43)$$

Εάν η σκέδαση είναι ελαστική τότε οι μάζες παραμένουν αναλλοίωτες, άρα

$$p^2 = p'^2 = m^2 c^2 \quad \text{και} \quad P^2 = P'^2 = M^2 c^2 \quad (44)$$

από τις δύο τελευταίες έχουμε

$$p \cdot P = p' \cdot P'$$

η οποία σε συνδυασμό με την $p + P = p' + P'$ δίδει:

$$p \cdot P = p' (p + P - p') = p' p + p' P - m^2 c^2$$

Οι τετραορμές μετά την σκέδαση του νετρίνου και του πυρήνα στο σύστημα του εργαστηρίου θα είναι:

$$p' = \left(\frac{E'_\nu}{c}, p' \right) \quad \text{και} \quad P' = \left(\frac{E'_{\pi p}}{c}, P' \right) \quad \text{άρα η εξίσωση (42)}$$

$$\begin{aligned} p^2 + 2pP + P^2 &= p'^2 + 2p'P' + P'^2 \Rightarrow p \cdot P = p' \cdot P' \\ \Rightarrow \left(\frac{E_\nu}{c}, \vec{p} \right) \cdot \left(\frac{E_{\pi p}}{c}, \vec{0} \right) &= \left(\frac{E'_\nu}{c}, \vec{p}' \right) \cdot \left(\frac{E'_{\pi p}}{c}, \vec{P}' \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow E_\nu \cdot M &= \frac{E'E}{c^2} - \vec{p} \cdot \vec{p}' + E'_\nu \cdot M \end{aligned} \quad (45)$$

και εάν θ είναι η γωνία σκέδασης τότε επειδή $E \approx |\vec{p}| \cdot c$ θα είναι

$$E_\nu \cdot M = E \cdot E' (1 - \sigma \nu \theta) + E'_\nu \cdot M \quad (46)$$

Επομένως στο σύστημα του εργαστηρίου η ενέργεια E' του σκεδαζομένου νετρίνου και θ_ν η γωνία σκεδάσεώς του τότε θα είναι:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{M \cdot c^2} (1 - \sigma \nu \theta_\nu)} \quad (47)$$

Η ενέργεια ανάκρουσης η οποία μεταφέρεται στον στόχο δίδεται από την διαφορά των ενεργειών $E - E'$

Οι γωνίες σκεδάσεων είναι:

$$\sigma \nu \theta_p = \frac{E_\nu + M_p c^2}{E_\nu} \sqrt{\frac{T_p}{T_p + 2M_p c^2}} \approx \sqrt{\frac{M_p c^2 T_p}{2E_\nu^2}} \quad (48)$$

$$\cos\theta_\nu = 1 - \frac{M_p c^2 T_p}{E_\nu (E_\nu - T_p)} \approx 1 - \frac{M_p c^2}{E_\nu^2} \quad (49)$$

όπου θ_p και θ_ν είναι οι γωνίες μεταξύ των ταχυτήτων μετά την σκέδαση του πυρήνα και του νετρίνου και της ταχύτητας του αρχικού νετρίνου.

8.9 Σύμφωνη σκέδαση (coherent) νετρίνου-πυρήνα

Όταν η ουδετέρου ρεύματος σκέδαση νετρίνου-πυρήνα είναι ελαστική (neutral current NC), το νεutrino αλληλεπιδρά με τον πυρήνα, μεταφέροντας μικρή ορμή Q, τότε τα πλάτη της κυματοσυνάρτησης του νουκλεονίου είναι σε φάση και προστίθενται. Η διαφορική ενεργός διατομή συναρτήσει της γωνίας σκέδασης (Φ) δεν είναι πολύ χρήσιμη καθ' ότι πολλοί ανιχνευτές νετρίνων δεν έχουν ευαισθησία στην κατεύθυνση. Για αυτό επιλέγουμε να υπολογίζουμε την διαφορική ενεργό διατομή συναρτήσει της κινητικής ενέργειας ανάκρουσης (T) του πυρήνα, η οποία κινητική ενέργεια ανάκρουσης είναι προφανώς συνάρτηση της ενέργειας (E) του εισερχομένου νετρίνου.

Πρός το παρόν δεν έχει ερευνηθεί πειραματικά η σύμφωνη σκέδαση νετρίνου-πυρήνα, υπάρχει στόχος μελλοντικά να κατασκευασθούν νέοι ανιχνευτές για χαμηλής ενέργειας νετρίνα, όπου θα υπάρξει δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί η διπλή β-διάσπαση π.χ. με σκέδαση σε πυρήνες Nd και Cd. Σήμερα

χρησιμοποιούμε κυρίως την διαφορική ενεργό διατομή στην μορφή $\frac{d\sigma}{dT}$

Η σύμφωνη σκέδαση νετρίνου με πυρήνα (A,Z)

$$\nu + (A, Z) \rightarrow \nu + (A, Z)' \quad (50)$$

είναι αντίδραση ουδετέρου ρεύματος σχετικά μικρής μεταφερομένης ορμής και είναι ευαίσθητη και στα τρία είδη νετρίνων.

Σε αυτές τις αντιδράσεις ο πυρήνας υφίσταται ανάκρουση αλλά η κυματοσυνάρτηση παραμένει ίδια πριν και μετά την σκέδαση.

Η μέγιστη κινητική ενέργεια ανάκρουσης σε αυτές τις αντιδράσεις είναι

$$T_{\max} = \frac{2E^2}{Mc^2 + 2E'} \quad (51)$$

όπου E η ενέργεια του νετρίνου και M η μάζα του πυρήνα-στόχου.

Η μεταφερόμενη χωρική ορμή q είναι προσεγγιστικά $\sqrt{2MT}$

Για ενέργειες νετρίνων μικρότερες των 20 MeV και πυρήνες-στόχοι ^{28}Si και ^{32}S η μέγιστη κινητική ενέργεια ανάκρουσης είναι περίπου 30 keV και επομένως η μέγιστη πιθανή τιμή της μεταφερομένης χωρικής ορμής είναι πολύ μικρή.

Η διαφορική ενεργός διατομή (συναρτήσει της κινητικής ενέργειας του ανακρουομένου πυρήνα) θα είναι

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{G_F^2}{2\pi} M \left[1 + \left(1 - \frac{T}{E} \right)^2 - \frac{MT}{E^2} \right] \frac{Q_w^2}{4} F^2(Q^2) \quad (52)$$

όπου G_F είναι η σταθερά Fermi $\frac{G_F^2 M}{2\pi} = 5,14 \times 10^{-41} \frac{cm^2}{MeV}$

και το ασθενές φορτίο Q_w είναι $Q_w = N - Z(1 - 4\eta\mu\theta_w)$

όπου θ_w ($\eta\mu\theta_w \approx 0,231$) η γωνία Weinberg.

Το τετράγωνο της μεταφερομένης τετραορμής Q^2 θα είναι

$$Q^2 = \frac{2E^2 TM}{(E^2 - ET)} \quad (53)$$

Ο πυρηνικός παράγοντας δομής $F(Q^2)$ είναι

$$F(Q^2) = \frac{1}{Q_w} \int [\rho_n(r) - (1 - 4\eta\mu^2\theta_w)\rho_p(r)] \frac{\eta\mu(Qr)}{Qr} r^2 dr \quad (54)$$

όπου ρ_p και ρ_n είναι οι πυκνότητες πρωτονίων και νετρονίων.

Οι παράγοντες δομής που χρησιμοποιούμε είναι

όπου $F_n(Q^2)$ και $F_p(Q^2)$ είναι οι πυρηνικοί παράγοντες δομής του νετρονίου και πρωτονίου αντιστοίχως.

8.10 Σκέδαση Ηλιακών νετρίνων με πυρήνες

Οι ενέργειες των Ηλιακών νετρίνων είναι σχετικά χαμηλές ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε τον πυρήνα –στόχο ως σημειακό σκεδαστή και η διαφορική ενεργός διατομή για αντιδράσεις ουδέτερου ρεύματος θα είναι κατά προσέγγιση

$$\frac{d\sigma}{d(\sigma\nu\Phi)} = G^2 \frac{\eta\mu^2\theta_w}{2\pi} A^2 E_\nu^2 (1 + \sigma\nu\phi) \quad (55)$$

όπου βεβαίως N, Z, A είναι ο αριθμός των νετρονίων, των πρωτονίων και ο μαζικός αριθμός του πυρήνα και $A = N + Z$ και ϕ

είναι η γωνία σκέδασης.

Εάν ολοκληρώσουμε την εξίσωση αυτή ως προς την γωνία ϕ συγκεκριμένα ως προς $\sigma\nu\phi$, τότε η ολική ενεργός διατομή για πυρήνες στην βασική κατάσταση $J^P = 0^+$ θα είναι:

$$\sigma \approx 4 \times 10^{-43} N^2 E_\nu^2 cm^2 MeV^{-2} \quad (56)$$

Όπως βλέπουμε η διαφορική ενεργός διατομή και η ολική ενεργός διατομή δεν είναι γραμμικές συναρτήσεις ως προς τον αριθμό των νουκλεονίων A και αριθμό νετρονίων N αντίστοιχα, αλλά εξαρτώνται άμεσα από τα τετράγωνα αυτών.

Για τους πυρήνες –στόχους με διαφόρους μαζικούς αριθμούς, η ολική ενεργός διατομή είναι $10^3 - 10^4$ φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη που προκύπτει από την σκέδαση νετρίνου-ηλεκτρονίου, ενώ εάν η εξάρτηση ήτο γραμμική θα ήταν πολύ μικρότερη.

Εμφανίζεται εδώ το φαινόμενο της συνάφειας (coherent effect) με την υπεραθροιστική (σύμφωνη) συνεισφορά όλων των νουκλεονίων του πυρήνα. Στην αντίδραση φορτισμένου ρεύματος

$$\nu_e + (A, Z) \rightarrow e^- + (A, Z+1)^* \quad (57)$$

δεν λειτουργεί το φαινόμενο της συνάφειας.

Στην σκέδαση Ηλιακού νετρίνου (το οποίο έχει σχετικά χαμηλή ενέργεια) με πυρήνα-στόχο, το μόνο παρατηρούμενο σήμα είναι η ανάκρουση του πυρήνα, η μέση τιμή της οποίας είναι:

$$\langle E_\nu \rangle = \frac{2}{3A} \left(\frac{E_\nu}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \text{ keV} \quad (58)$$

• Δεδομένου ότι για σκέδαση νετρίνων σε πυρήνες με μεγάλο αριθμό νουκλεονίων λειτουργεί σε σημαντικό βαθμό το φαινόμενο της συνάφειας και η ενεργός διατομή είναι ανάλογη του A^2 , ενώ η ανάκρουση του πυρήνα είναι αποτελεσματική όταν ο πυρήνας έχει μικρό μαζικό αριθμό και είναι αντιστρόφως ανάλογη του A , στην πράξη η καλύτερη επιλογή είναι οι πυρήνες-στόχοι με μεσαίο μαζικό αριθμό για να έχουμε αποτελεσματική ενεργό διατομή και ανάκρουση πυρήνα.

Οι πρώτες μελέτες πυρηνικών αντιδράσεων ουδετέρου ρεύματος Ηλιακών νετρίνων σε πυρήνες έγιναν από τους Drukier και Stodolsky.

Η ανελαστική σκέδαση νετρίνων με πυρήνα ουδετέρου ρεύματος είναι της μορφής

$$\nu + (A, Z) \rightarrow \nu' + (A, Z)^* \quad (59)$$

και σ αυτές τις αντιδράσεις παράγονται κατά την αποδιέγερση του διηγεμένου πυρήνα διάφορα σωματίδια όπως πρωτόνια p , νετρόνια n , σωματίδια α και ακτινοβολία γ .

Όλα αυτά είναι δυνατόν με τις κατάλληλες διατάξεις να ανιχνευτούν.

Η ενέργεια του αρχικού νετρίνου και η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα επηρεάζουν τον τύπο και τις ενέργειες των παραγομένων σωματιδίων.

Με τους ανιχνευτές πυρήνων $^{11}_5\text{B}$ (βόριου) μπορούμε να έχουμε πυρηνικές αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων, όπως η αντίδραση

$$\nu_e + ^{11}\text{B} \rightarrow \nu + ^{11}\text{B}^*$$

καθώς επίσης και αντιδράσεις φορτισμένου ρεύματος

$$\nu_e + ^{11}_5\text{B}^* \rightarrow e^- + ^{11}_6\text{C}^*$$

όπου το βόριο μεταστοιχείωνεται σε άνθρακα σε διηγεμένη κατάσταση.

Επίσης με τους ανιχνευτές πυρήνων δευτερίου ^2_1H (στο εργαστήριο SNO) μπορούμε επίσης να έχουμε και τους δύο τύπους αντιδράσεις:

$$\nu + ^2_1\text{H} \rightarrow \nu' + n + p$$

στην αντίδραση αυτή ουδετέρου ρεύματος (διάσπαση δευτερίου στα συστατικά του πρωτόνιο και νετρόνιο)

$$\text{ή } \nu_e + ^2_1\text{H} \rightarrow ^2_2\text{He} + e^-$$

αντίδραση φορτισμένου ρεύματος

Στις αντιδράσεις αυτές υπολογίζουμε τον λόγο λ των ολικών ενεργών διατομών

$$\lambda = \frac{\sigma_{\text{ουδετέρουρε ύματος}}}{\sigma_{\text{φορτισμέ νουρε ύματος}}} \quad (60)$$

8.11 Συμπεριφορά πυρήνων στα φάσματα των Ηλιακών νετρίνων 8B και ${}^7\text{hep}$

Η ανίχνευση των Ηλιακών νετρίνων

Η ανίχνευση των Ηλιακών νετρίνων είναι αρκετά δύσκολη διαδικασία λόγω των εξαιρετικά μικρών ενεργών διατομών, παρ'όλα αυτά τα συμπεράσματα από τις σκεδάσεις με Γήινους στόχους είναι σημαντικότερα.

Η χαρακτηριστική ενεργός διατομή των αλληλεπιδράσεων είναι περίπου $(10^{-47} \text{ έως } 10^{-46}) \text{ cm}^2$ και ένεκα τούτου πολλά Ηλιακά νετρίνα έχουν την δυνατότητα μετά την δημιουργία τους στον πυρήνα του Ηλίου, στην συνέχεια να διαπεράσουν την ζώνη ακτινοβολίας, την ζώνη μεταφοράς, την φωτόσφαιρα την χρωμόσφαιρα και τον στέμμα χωρίς να αλληλεπιδράσουν και έτσι υπάρχει η δυνατότητα να μας μεταφέρουν σημαντικές πληροφορίες για το εσωτερικό του αστέρα μας. Τα περισσότερα από αυτά τα νετρίνα μπορούν να διαπεράσουν και όλη την Γη χωρίς να υποστούν σκέδαση. Οι ενέργειες των Ηλιακών νετρίνων είναι αρκετά μικρότερες από των νετρίνων που προέρχονται από υπερκαινοφανείς, και γι αυτό η ανίχνευσή τους είναι πολύ δύσκολη. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι να έχουμε υπερευαίσθητους ανιχνευτές πολύ μεγάλων διαστάσεων. Τα Ηλιακά νετρίνα ανιχνεύθηκαν για πρώτη φορά από τον Davis στο χρυσορυχείο Homestake στην νότια Ντακότα όπου ο χρησιμοποιούμενος στόχος αποτελείτο από ${}^{37}\text{Cl}$. Το πείραμα ελάμβανε δεδομένα περισσότερο από τρεις δεκαετίες.

Από τις οκτώ κύριες πυρηνικές αντιδράσεις της αλυσίδας πρωτονίου-πρωτονίου που παράγουν Ηλιακά νετρίνα, οι έξι εξ αυτών παράγουν νετρίνα με ενέργειες μεταξύ μηδέν και 20 MeV , με διαφορετικά συνεχή φάσματα.

Τα νετρίνα που παράγονται από τις αντιδράσεις pp και ${}^7\text{Be}$ έχουν συγκεκριμένες ενέργειες που είναι γνωστές ως γραμμές νετρίνων. Τα νετρίνα pp είναι τα πιο θεμελιώδη εφ'όσον η θερμοπυρηνική αντίδραση αυτών είναι το έναυσμα της αλυσίδας πρωτονίου-πρωτονίου και συνεισφέρει κατά 99% στην Ηλιακή φωτεινότητα.

Τα pp νετρίνα είναι τα περισσότερα και η αφθονία τους ξεπερνά περισσότερο από μία τάξη μεγέθους την αφθονία εκάστης των άλλων πηγών Ηλιακών νετρίνων.

Οι ενεργές διατομές των νετρίνων συναρτήσει των ενεργειών εκπομπής τους είναι εντόνως αύξουσα συνάρτηση.

Τα Ηλιακά νετρίνα που παράγονται από τις αντιδράσεις 8B και ${}^7\text{hep}$ είναι σημαντικά λιγότερα με πολύ μικρότερες ροές από αυτές των pp νετρίνων, αλλά έχουν αρκετά υψηλότερη ενέργεια ($15 - 20 \text{ MeV}$) και γι αυτό ανιχνεύονται εύκολα. Εκ των δύο αυτών ειδών νετρίνα τα εκ του 8B νετρίνα

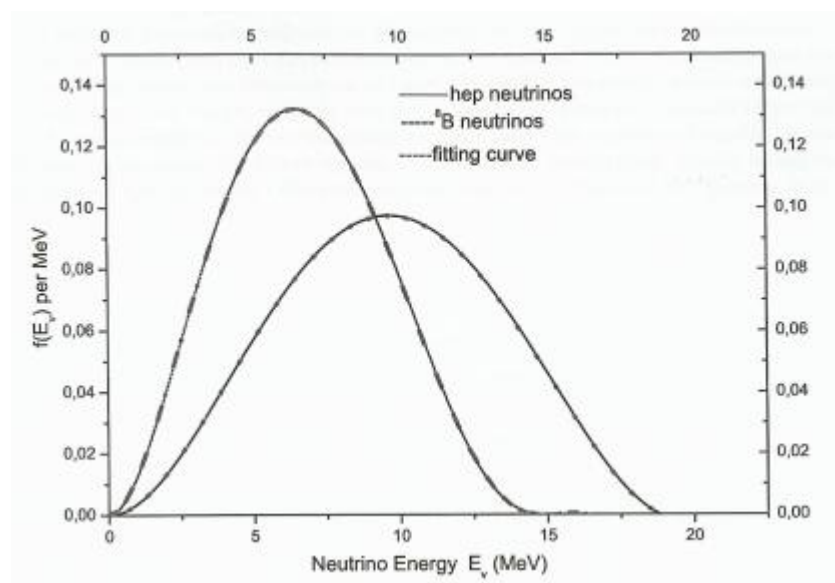
είναι περισσότερα των εκ της hep αντιδράσεως και τά περισσότερα πειράματα ανιχνεύσεως νετρίνων υψηλών ενεργειών ασχολούνται με 8B νετρίνα.

Η παραγωγή στον Ηλιο των 8B νετρίνων πραγματοποιείται κοντά στον Ηλιακό πυρήνα σε απόσταση $r = 0,05R_{\odot}$ και έχει ισχυροτάτη εξάρτηση εκ της θερμοκρασίας $\Phi({}^8B) \approx \sigma_{\alpha\theta} \times T^{18}$.

Τα περισσότερα εξ αυτών είναι δυνατόν λόγω των εξαιρετικά μικρών ((αλλά γνωστών)) ενεργών διατομών των αντιδράσεων νετρίνων με τά Ηλιακά σωματίδια που συναντούν κατά την διαδρομή τους εντός του Ηλίου να μην αλληλεπιδράσουν ή να αλληλεπιδράσουν ελάχιστα, και όσα εξ αυτών ανιχνεύονται στην Γή μας δίδουν σημαντικές πληροφορίες για τον πυρήνα του Ηλίου, συγκεκριμένα μπορεί να υπολογισθή με μεγάλη ακρίβεια η θερμοκρασία του Ηλιακού πυρήνα.

8.12 Απόκριση των πυρήνων πυριτίου ${}^{28}_{14}Si$ και θείου ${}^{32}_{16}S$ στα φάσματα Ηλιακών νετρίνων που παράγονται μέσω των πυρηνικών αντιδράσεων εκ των 8B και He, p

Οι διαφορικές και ολικές ενεργές διατομές των αντιδρώντων νετρίνων με πυρήνες είναι πολύ δύσκολο να εκτιμηθούν κοντά σε χαμηλές ενέργειες νετρίνων, όπου παρουσιάζεται μεγάλη διασπορά περί την μέση τιμή, γι αυτό χρησιμοποιούμε συχνά Ηλιακά νετρίνα προελεύσεως εκ του ${}^{11}_5B$ και πυρήνες-στόχους πυριτίου ${}^{28}_{14}Si$ και θείου ${}^{32}_{16}S$ για τα Ηλιακά φάσματα 8B και He, p . Η ενεργειακή κατανομή των νετρίνων αυτών παρουσιάζεται κατά προσέγγιση στο σχήμα :



Σχήμα 8.4

Στο διάγραμμα φαίνεται η ενεργειακή κατανομή των νετρίνων αυτών $f(E_{\nu})$ συναρτήσει της ενέργειας του νετρίνου.

Λόγω κανονικοποίησης θα είναι $\int_0^{E_{\nu, \mu\epsilon\gamma}} f(E_{\nu}) dE_{\nu} = 1$

Η διαφορική ενεργός διατομή θα είναι:

$$\frac{d\sigma}{dT} = \int_0^{E_{\nu, \mu\epsilon\gamma}} \frac{d\sigma(E_{\nu})}{dT} f(E_{\nu}) dE_{\nu} \text{ και η μέση τιμή της ολικής ενέργου διατομής θα}$$

$$\text{είναι } \langle \sigma(\nu \rightarrow \pi\nu\rho) \rangle = \int_{E_{\text{απ. τομή}}}^{E_{\mu\epsilon\gamma}} \sigma(E_{\nu}) f(E_{\nu}) dE_{\nu}$$

Η αναλυτική συνάρτηση της κατανομής της ενέργειας των νετρίνων $f(E_{\nu})$

των 8_5B και He, p νετρίνων δεν είναι γνωστ'ή αλλά μπορούμε να την προσομοιώσουμε αριθμητικά.

Η αναλυτική έκφραση προσεγγιστικά έχει την μορφή:

$$f(E_{\nu}) = \alpha_0 + \alpha_1 E_{\nu} + \alpha_2 E_{\nu}^2 + \alpha_3 E_{\nu}^3 + \alpha_4 E_{\nu}^4 + \alpha_5 E_{\nu}^5$$

Για τα He, p νετρίνα οι συντελεστές είναι:

$$\alpha_0 = 0,00001 \quad \alpha_1 = -0,00002 \quad \alpha_2 = 0,0042$$

$$\alpha_3 = -0,00044 \quad \alpha_4 = 0,00001 \quad \alpha_5 = -2,6641 \times 10^{-9}$$

Για τα ${}^{11}_5B$ νετρίνα οι συντελεστές είναι:

$$\alpha_0 = -1,2432 \times 10^{-4} \quad \alpha_1 = -0,0018 \quad \alpha_2 = 0,0154$$

$$\alpha_3 = -0,0032 \quad \alpha_4 = 1,6701 \times 10^{-4} \quad \alpha_5 = -8,630 \times 10^{-7}$$

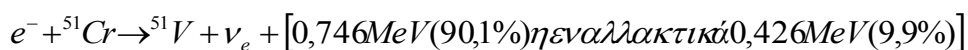
Οι κυματοσυναρτήσεις των αρχικών και τελικών πυρηνικών καταστάσεων που εμπεριέχονται στις ενεργές διατομές ,υπολογίζονται με χρήση της πυρηνικής μεθόδου προσέγγισης τυχαίας φάσεως με ημισωμάτια (QRPA) που έχει κατασκευαστεί από τους V.Chasioti, Th.Kosmas κ.α. το 2009

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

9.1 Βαθμονόμηση ανιχνευτών

Για την βαθμονόμηση των ανιχνευτών των Ηλιακών νετρίνων υπάρχουν δύο πηγές νετρίνων που χρησιμοποιούνται εργαστηριακά .

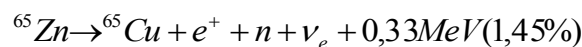
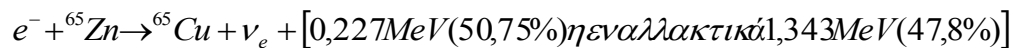
- Η πρώτη πηγή είναι το χρώμιο ^{51}Cr το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την βαθμονόμηση του πειράματος Ηλιακών νετρίνων με γάλλιο ^{71}Ga και του πειράματος με ινδίο ^{115}In (Raghavan 1978). Αυτό το ισότοπο αποσυντίθεται μέσω της σύλληψης ενός ηλεκτρονίου και εκπέμπει νετρίνα με γραμμικό ενεργειακό φάσμα.



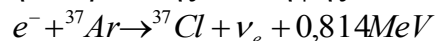
Η ενέργεια του νετρίνου που προέρχεται από το χρώμιο έχει χαμηλό ενεργειακό κατώφλι για το πείραμα με ^{37}Cl .

- Για τον ανιχνευτή χλωρίου μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ισότοπο ^{65}Zn (Alvarez 1973) το οποίο όμως παρουσιάζει δυσκολία στον χειρισμό των πειραμάτων.

Ο ^{65}Zn μεταστοιχειούται ως εξής:



Η ενεργειακή γραμμή του νετρίνου από την σύλληψη ηλεκτρονίου από ^{37}Ar (το αντίστροφο της ανίχνευσης στο πείραμα ^{37}Cl μας δίνει καλύτερη βαθμονόμηση για τις μεταβάσεις των οποίων οι ενεργές διατομές δεν μπορούν να υπολογισθούν με ακρίβεια. Τυγχάνει να είναι περίπου ίσες οι ενέργειες του νετρίνου της Ηλιακής γραμμής ^7Be (0,862 MeV) και της εργαστηριακής ενεργειακής γραμμής του ^{37}Ar . Το αργόν μεταστοιχειούται διά της ηλεκτρονικής σύλληψης



Οι πρόσθετες ενέργειες είναι οι μέγιστες τιμές που μπορεί να πάρη το νετρίνο . Η μέγιστη ενέργεια είναι η διαφορά μαζών του μητρικού πυρήνα και της ενέργειας και μάζας του ηλεκτρονίου και του θυγατρικού πυρήνα.

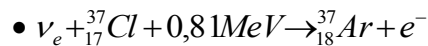
9.2 Πειράματα ανίχνευσης Ηλιακών νετρίνων

Α) Πειράματα με ραδιοχημικές μεθόδους

1) Πείραμα με χλώριο

Homestake experiment Νότια Ντακότα (Η.Π.Α.) (1970-1994)

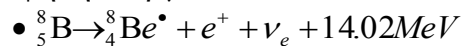
Ο Davis και οι συνεργάτες του άρχισαν ένα πείραμα μέτρησης της ροής των ενεργητικότερων ηλιακών ηλεκτρονικών νετρίνων με την πραγματοποίηση της αντίδρασης :



Το ενεργειακό κατώφλι της αντίδρασης αυτής είναι $E_{\text{κατ}} = 233\text{keV}$

Η αντίδραση αυτή, οποία είναι ενδόθερμος, και τα παραγόμενα ηλεκτρονικά νετρίνα από την PP1 αλυσίδα δεν έχουν αρκετή ενέργεια $E_{\text{κατ}}$ για την πραγματοποίηση της.

Τα νετρίνα προέρχονται κυρίως από την Ηλιακή πυρηνική αντίδραση της αλυσίδας ppIII όπου το ${}^8_5\text{B}$ υφίσταται β^+ διάσπαση και τα παραγόμενα νετρίνα έχουν σχετικά υψηλή ενέργεια.



Το παραγόμενο στοιχείο αργόν ${}^{37}_{18}\text{Ar}$ είναι ραδιενεργό και αποσυντίθεται με μέσο χρόνο ζωής 35 ημέρες μέσω της προαναφερθείσας αντιδράσεως

Επειδή οι ενεργές διατομές των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων είναι πολύ μικρές, χρειάστηκε ανιχνευτής τεραστίων διαστάσεων αποτελούμενος από 615 τόνους υγρού τετραχλωροαιθυλενίου C_2Cl_4 , ($2.18 \cdot 10^{37}$ άτομα ${}^{37}\text{Cl}$). Ο ανιχνευτής αυτός τοποθετήθηκε στον πυθμένα ενός ορυχείου βάθους ενός μιλίου στην νότια Ντακότα για να μην αλλοιωθούν οι μετρήσεις από την κοσμική ακτινοβολία. Το παραγόμενο ${}^{37}\text{Ar}$ ταυτοποιήθηκε από την χαρακτηριστική του β -διάσπαση. Ο παρατηρούμενος ρυθμός καταμέτρησης 0.4 ± 0.06 άτομα ${}^{37}\text{Ar}$ ανά ημέρα είναι

$$\Phi_\nu = (2.56 \pm 0.23)\text{SNU},$$

ενώ η θεωρητική τιμή είναι $(9.5 \pm {}^{1.2}_{-1.4})\text{SNU}$, δηλαδή μικρότερος κατά έναν παράγοντα σχεδόν τέσσερα. Μία μονάδα $1\text{SNO} = \frac{1 \cdot \sigma'_{\text{αλληψη}}}{10^{36} \cdot \alpha'_{\text{τομα}} \cdot \text{sec}}$.

Χρειάστηκαν αρκετά χρόνια μετρήσεων για να επιτευχθεί μία καλή στατιστική του πειράματος, βελτιώθηκε επίσης η απόδοση του ανιχνευτού. Η ροή των νετρίνων ήταν περίπου το $\frac{1}{3}$ της αναμενομένης.

Αυτό το γεγονός από την ασυμφωνία των μετρήσεων του πειράματος και της θεωρητικώς υπολογιζόμενης ροής ήταν η αφορμή που οι φυσικοί έθεσαν το πρόβλημα των Ηλιακών νετρίνων (SNP) εν συντομία.

Από το 1980 και μετά πιστεύεται ότι τα νετρίνα έχουν μη μηδενική υπαρκτή μάζα και δύνανται να μετατρέπονται από το ένα είδος στο άλλο, κυρίως από $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$. Εάν ένα πείραμα ανιχνεύει μόνον ν_e , λόγω της νετρινικής ταλαντώσεως θα εμφανίζεται έλλειμμα.

Σήμερα γνωρίζουμε ότι τα νετρίνα υφίστανται συνθήκες δια μέσων των οποίων λαμβάνει χώραν το φαινόμενο της ταλαντώσεως που αλλάζει την φύση τους από την στιγμή που παράγονται στον Ηλιακό πυρήνα έως την ανίχνευσή τους στην Γή.

Η ταλάντωση θα εξηγούσε το πείραμα του Davis αλλά τα πειραματικά δεδομένα για την μάζα των νετρίνων καθώς επίσης και τα ποσοστά

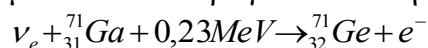
αναμειγξωστων διαφορετικών ειδών νετρίνων που καθορίζονται από τις γωνίες μείξεως, αδυνατούσαν να εξηγήσουν την διαφορά. Προτάθηκαν διάφορα

μοντέλα (Mikheyev, Smirnov, Wolfenstein), κατά το οποίο η ταλάντωση των νετρίνων είναι διαφορετική στο εσωτερικό του Ηλίου από το κενό επειδή η αλληλεπίδραση των νετρίνων με το πυκνό ηλεκτρονικό νέφος εντός του Ηλίου μεγιστοποιεί την γωνία μείξης και επομένως το ποσοστό των ηλεκτρονικών νετρίνων που μετατρέπονται σε μιονικά νετρίνα, ενώ στον κενό χώρο εκτός του Ηλίου η πολύ μικρή πυκνότητας των ηλεκτρονικών νετρίνων δεν ευνοεί αρκετά τις νετρινικές ταλαντώσεις.

2) Πείραμα με γάλλιο

α) GALLEX (Gallium experiment) Grand Sasso Ιταλία (1991-1997) και GNO (Gallium Neutrino Observatory) (1998-2003)

Στα πειράματα αυτά χρησιμοποιήθηκαν περίπου 40 τόνοι γαλλίου $^{71}_{31}\text{Ga}$ και έγινε ανίχνευση του γερμανίου που παράγεται από την αντίδραση:



Η ροή είναι $\Phi = (69.3 \pm 5.5) \text{SNU}$ το $\frac{1}{2}$ της αναμενόμενης από το SSM.

Το πείραμα αυτό είναι περισσότερο ευαίσθητο σε νετρίνα χαμηλότερης ενέργειας.

β) SAGE (Soviet-American Gallium Experiment) Baksan Καύκασος (1990-2001)

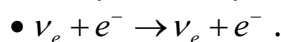
Η ροή είναι $\Phi = (70,8^{+6,5}_{-6,1}) \text{SNU}$ το $\frac{1}{2}$ της αναμενόμενης από το SSM

B) Πειράματα με ανιχνευτές Cherenkov

1) Kamiokande στην Kamioka στην Ιαπωνία 1983-1996

χρησιμοποιήθηκαν μεγάλοι ανιχνευτές Cherenkov καθαρού ύδατος αποτελείται από 3000 τόνους καθαρού ύδατος με 1000 PMT,

Η αντίδραση που ανιχνεύεται είναι η ελαστική σκέδαση



Τα ανιχνεύσιμα νετρίνα είναι εκ των ${}^8_5\text{B}$ και Hep .

Το ενεργειακό κατώφλι είναι $E_{\text{κατ}} = 6,7 \text{MeV}$

Η ροή είναι $\Phi = (2,8 \pm 0,38) \times 10^6 \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$ περίπου το $\frac{1}{2}$ της αναμενόμενης από το SSM.

για το Kamiokande και $E_{\text{κατ}} = 5,5 \text{MeV}$ για το Superkamiokande.

Η ροή ήταν το $\frac{1}{2}$ της αναμενόμενης .

2) Superkamiokande στην Kamioka στην Ιαπωνία 1996-2004

χρησιμοποιήθηκαν μεγάλοι ανιχνευτές Cherenkov καθαρού ύδατος από 50000 τόνους καθαρού ύδατος με 11200 PMT. Η αντίδραση που ανιχνεύεται είναι η ελαστική σκέδαση

$$\bullet \nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- .$$

Τα ανιχνεύσιμα νετρίνα είναι εκ των 8_5B και He^p .

Το ενεργειακό κατώφλι είναι $E_{\text{κατ}} = 4,7 \text{ MeV}$

Η ροή είναι $\Phi = (2,35 \pm 0,08) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ περίπου το $\frac{1}{2}$ της αναμενόμενης από το SSM.

3) SNO (Sudbury Neutrino Observatory) Sudbury, Ontario έως το 2008

Στο πείραμα αυτό χρησιμοποιήθηκε το παρατηρητήριο Sudbury (SNO) που βρίσκεται σε ένα μεταλλείο βάθους 2010 μέτρων.

Στο πείραμα αυτό χρησιμοποιήθηκε ως ανιχνευτικό υλικό βαρύ ύδωρ D_2O σε ποσότητα 1000 τόνων και NaCl εντός μίας ακρυλικής δεξαμενής διαμέτρου 12 m με 9500 PMTs.

Η καθαρότητα του δευτερίου ήταν 1 προς 10^{14} και του ύδατος 1 προς 10^{13} . Με μέγιστη ενέργεια ηλιακών νετρίνων 10 MeV αυτά αλληλεπιδρούν με δευτέριο, με τις αντιδράσεις :

$\bullet \nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ $E_{\text{κατ}} = 6,9 \text{ MeV}$ ασθενής αλληλεπίδραση φορτισμένου ρεύματος. Η ροή είναι $\Phi_C C = (1,68 \pm 0,06) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$

$\bullet \nu_e + d \rightarrow n + p + \nu_e$ $E_{\text{κατ}} = 2,224 \text{ MeV}$ ασθενής αλληλεπίδραση ουδετέρου ρεύματος. Η ροή είναι $\Phi_N C = (4,94 \pm 0,21) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$

$\bullet \nu_k + e^- \rightarrow \nu_k + e^-$ όπου $\nu_k = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$

$E_{\text{κατ}} = 5,7 \text{ MeV}$ ελαστική σκέδαση. Η ροή είναι

$$\Phi_E S = (2,35 \pm 0,22) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$$

Η πιθανότητα επιβίωσης του ν_e είναι

$$R = \frac{\Phi_C C}{\Phi_N C} = 0,34 \pm 0,023$$

Οι μετρήσεις από τους ανιχνευτές για τις αντιδράσεις φορτισμένου ρεύματος και την ελαστική σκέδαση δείχνουν λιγότερα νετρίνα από τα αναμενόμενα του SSM εκτός από τα αντιστοιχούντα στην ροή $\Phi_N C$ που είναι σύμφωνη με την αναμενόμενη από το SSM.

Η ανίχνευση των αντιδράσεων αυτών είναι δύσκολη εξ αιτίας του υποβάθρου της κοσμικής ακτινοβολίας και την φυσική ραδιενέργεια των υλικών. Ο ανιχνευτής τοποθετήθηκε σε ορυχείο βάθους περίπου 2000 m. Η καθαρότητα του δευτερίου ήτο 1 προς 10^{14} και του ύδατος 1 προς 10^{13} .

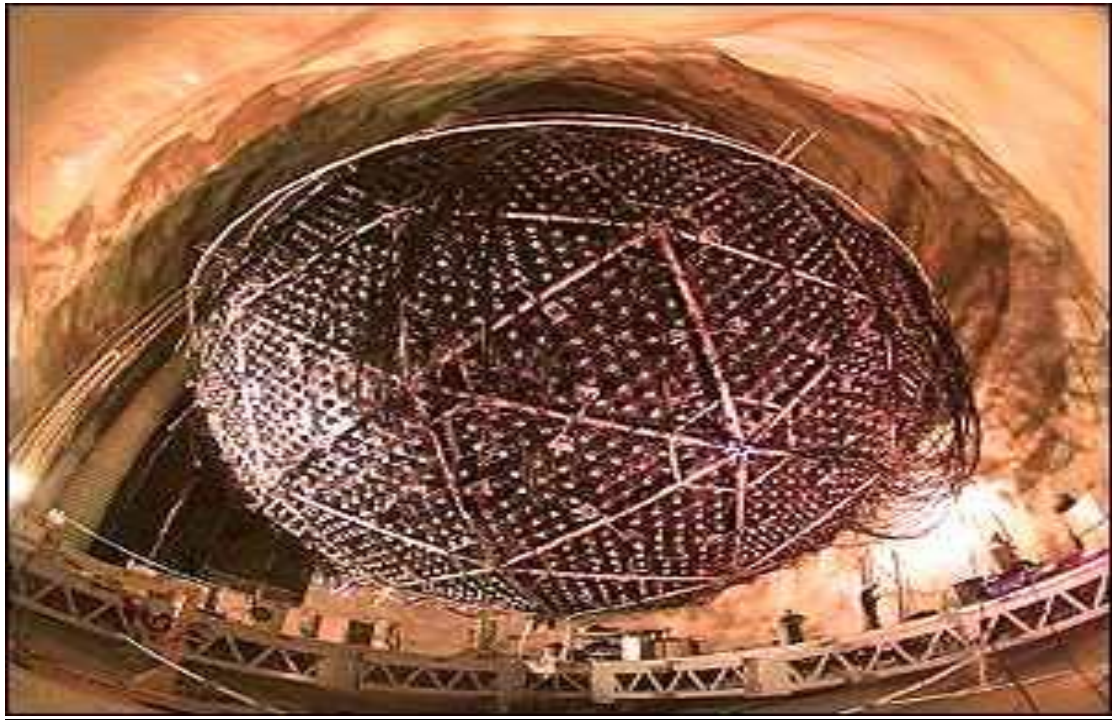
Τα νετρίνα και τα ηλεκτρόνια που παράγονται στις αντιδράσεις κινούμενα στο νερό παράγουν ακτινοβολία Cerenkov, το κυανούν φως της οποίας ανιχνεύεται από τους φωτοπολλαπλασιαστές που περιβάλλουν την δεξαμενή (9500 λυχνίες)

Είναι ένα πείραμα μεγάλης ακρίβειας με 10 χρόνια προετοιμασία .

Μετρήθηκε η ροή των ηλιακών νετρίνων στις αντιδράσεις :

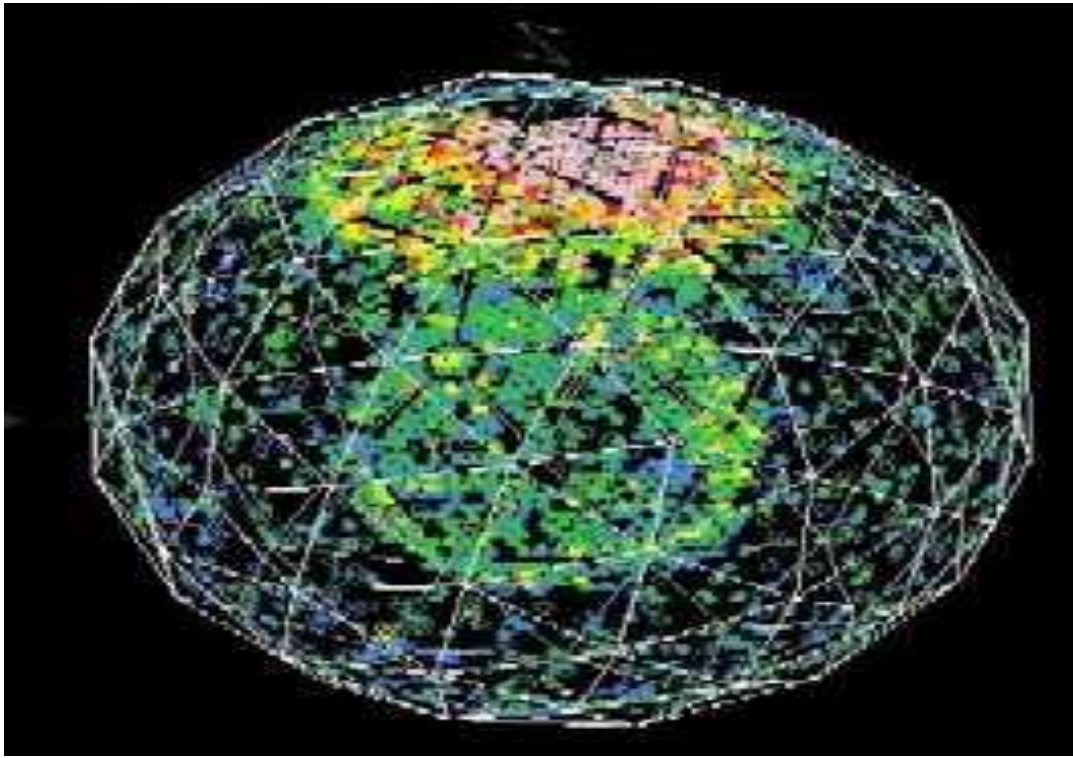
Για τις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων οι μετρήσεις είναι παρόμοιες με τα προηγούμενα πειράματα ,ενώ για τις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων η ροή ήτο περίπου τριπλάσια, άρα έχουμε ταλάντωση νετρίνων με την μέγιστη γωνία μείξης.

SNO



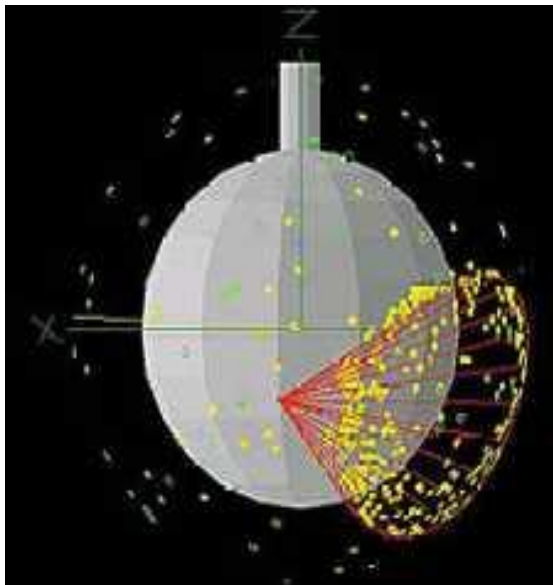
Σχήμα 9.1 Εικόνα του SNO με την συστοιχία των ανιχνευτών

SNO



Σχήμα 9.2 Εικόνα του SNO με τις περιοχές αλληλεπιδράσεων
Σχήμα 9.3

Sudbury



Εικόνα από το Παρατηρητήριο Νετρίνο του Sudbury. Όταν ένα νετρίνο χτυπάει κάποιο μόριο βαρέως ύδατος μέσα στο σφαιρικό δοχείο του ανιχνευτή, ένας κώνος φωτός, εν προκειμένω οι κόκκινες γραμμές, διαχέεται προς τους ανιχνευτές που περιβάλλουν τη συσκευή. Τα νετρίνο που ανιχνεύτηκαν στο συγκεκριμένο γεγονός είναι πιθανά μιονικά παράγονται κοσμικές

μιονικά που παράγονται όταν τα σωματίδια της κοσμικής ακτινοβολίας αλληλεπιδρούν με τους ατμοσφαιρικούς πυρήνες στην γήινη ατμόσφαιρα.

Όλα τα προηγούμενα πειράματα μπορούσαν να ανιχνεύσουν σε πραγματικό χρόνο μόνο τα νετρίνα που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από μερικά MeV
Οι ραδιοχημικοί ανιχνευτές (Homestake, Gallex/GNO και SAGE) ολοκληρώνουν ως προς τον χρόνο και την ενέργεια.

Γ) Πειράματα με Υγρούς σπινθηριστές

Ανιχνευτές υγρών σπινθηριστών χρησιμοποίησαν στα πειράματα **Borexino** και **Kamland**.

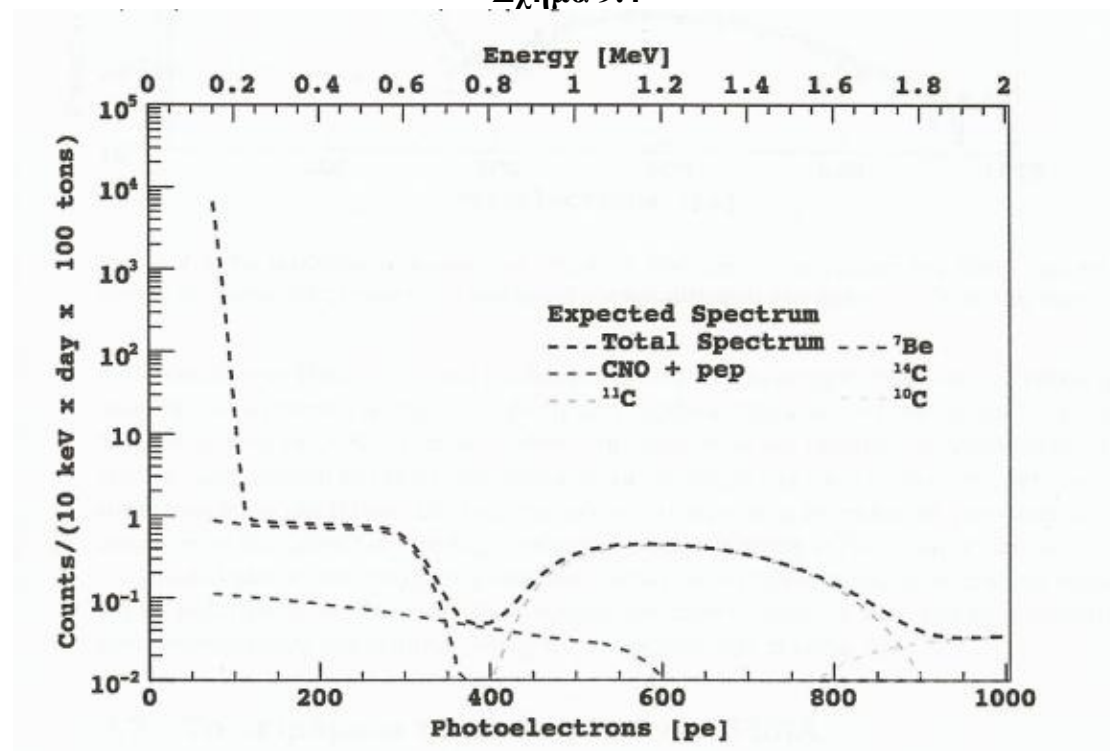
Ο ανιχνευτής **Borexino** ξεκίνησε το πείραμα το 2007 στο υπόγειο εργαστήριο του Gran Saso στην κεντρική Ιταλία και μέτρησε για πρώτη φορά Ηλιακά νετρίνα χαμηλών ενεργειών ($E_\nu \approx 200 keV$) σε πραγματικό χρόνο ανιχνεύοντας αντιδράσεις ελαστικής σκέδασης (ES) με ηλεκτρόνια.

Το πείραμα αποσκοπεί κυρίως στην ανίχνευση Ηλιακών νετρίνων εκ του βηρυλλίου 7_4Be ώστε να δοκιμασθή το Ηλιακό μοντέλο και η θεμελιώδης πρόβλεψη της θεωρίας MSW-LMA στην μετάβαση του συστήματος που υπολογίζεται θεωρητικώς σε ενέργειες Ηλιακών νετρίνων $E_\nu = (1 \div 2) MeV$, ανάμεσα στις ταλαντώσεις οι οποίες λαμβάνουν χώραν στο κενό και στις ταλαντώσεις επίδρασης της ύλης.

Για να υπάρξει κάποια «ισορροπία» μεταξύ των ενεργειών των φωτονίων και των νετρίνων εις τον Ήλιον, πιθανόν να υπάρξη ένα άνω όριο των νετρίνων βηρυλλίου 7_4Be .

Το επόμενο σχήμα 9.4 δείχνει το θεωρητικώς αναμενόμενο φάσμα.

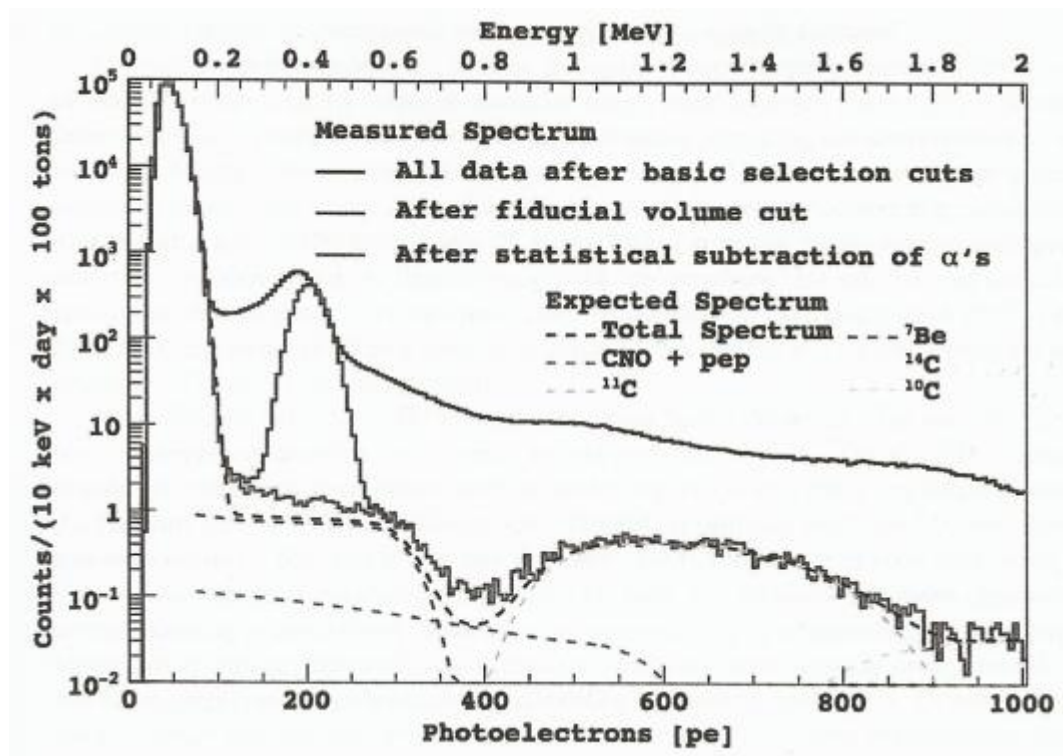
Σχήμα 9.4



Στο επόμενο σχήμα 9.5 βλέπουμε τα αποτελέσματα μετρήσεων του πειράματος.

Σχήμα 9.5

Η άνω καμπύλη αντιστοιχεί στα αρχικά δεδομένα πριν την απόρριψη των υποπροϊόντων, η επόμενη καμπύλη αντιστοιχεί στα γεγονότα σε περιορισμένο όγκο και η κάτω καμπύλη αντιστοιχεί στα γεγονότα μετά την απομάκρυνση των σωματίων α με τον διαχωρισμό του σχήματος του παλμού.



2) Πείραμα Kamland (Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector)

είναι πείραμα που εξετάζει τις ταλαντώσεις των νετρίνων με τον ανιχνευτή του τοποθετημένο στην θέση του πειράματος Kamiokande. Στόχος του πειράματος είναι να διερευνήσει τις ροές και τα ενεργειακά φάσματα των αντineτρίνων χαμηλών ενεργειών από τους Ιαπωνικούς πυρηνικούς αντιδραστήρες καθώς επίσης και των Ηλιακών νετρίνων, των νετρίνων-αντineτρίνων από την Γήινη ατμόσφαιρα και την Γή και των νετρίνων από υπερκαινοφανείς αστέρες. Το πείραμα είναι ευαίσθητο σε διαφορές $\Delta m^2 \approx 7 \times 10^{-6} eV^2 / c^4$ και είναι η πρώτη εργαστηριακή μελέτη για το πρόβλημα των Ηλιακών νετρίνων με μεγάλη γωνία μείξης.

Με την χρησιμοποίηση υγρού σπινθηριστή παράγεται περισσότερο φως από έναν ανιχνευτή Cerenkov επομένως έχουμε μείωση της ενέργειας κατωφλίου ανίχνευσης και λόγω αυτού είναι κατάλληλος για την ανίχνευση νετρίνων χαμηλών ενεργειών, όπως είναι τα Ηλιακά νετρίνα.

Πείραμα Ηλιακών νετρίνων Luna

Το 1990 εγκαταστάθηκε στο Gran Saso σε υπόγειο εργαστήριο ο επιταχυντής LUNA από τον Fiorentini και ξεκίνησε τις μετρήσεις από το 1994.

Το αποκορύφωμα του πειράματος LUNA ήταν η μελέτη της ισχυρής αντίδρασης ${}^3_2\text{He} + {}^3_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + p + p + 12,86 \text{ MeV}$

Η Ηλιακή κορυφή Gamow αυτής της αντίδρασης σε ενέργεια $E_0 = 21 \text{ keV}$ δημιουργήθηκε με έναν ανιχνεύσιμο ρυθμό αντίδρασης 2 γεγονότων/ανά μήνα Στην χαμηλότερη ενέργεια. Έτσι μετρήθηκε για πρώτη φορά η ενεργός διατομή της πολύ σημαντικής αυτής αντίδρασης της αλυσίδας ppI στις ενέργειες που συμβαίνουν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις στον Ήλιο.

Ο αστροφυσικός παράγοντας S είναι συνάρτηση της ενεργού διατομής (σ), και η μεταβολή του συναρτήσει της ενέργειας που είναι αργή μπορεί να μετρηθεί με επίγεια πειράματα.

Οι αστροφυσικοί παράγοντες επηρεάζουν τις πειραματικά υπολογιζόμενες ροές νετρίνων.

Ο νέος αστροφυσικός παράγοντας S_{34} έχει τιμή κατά 7% μεγαλύτερη από την προηγούμενη ένεκα των μεγαλύτερων ροών νετρίνων εκ των ${}^7_4\text{Be}$ και ${}^8_5\text{B}$ που χρησιμοποιήθηκαν στους υπολογισμούς. Επίσης η μικρότερη κατά (7,6%) τιμή του αστροφυσικού παράγοντα S_{14} που εκδόθηκε από το πείραμα LUNA (Marta κ.α. 2008), συνεπάγεται μείωση των ροών των νετρίνων ${}^{15}_8\text{O}$ και ${}^{17}_9\text{F}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΗΛΙΑΚΩΝ ΝΕΤΡΙΝΩΝ

10.1 Ηλιακά δεδομένα

Στις αντιδράσεις που αναφέραμε προηγουμένως παράγονται πάρα πολλά ηλιακά νετρίνα στον ηλιακό πυρήνα και αφού διασχίζουν την ζώνη ακτινοβολίας, την ζώνη μεταφοράς, την φωτόσφαιρα, την χρωμόσφαιρα, το στέμμα και τον διαπλανητικό χώρο, φθάνουν στην Γη όπου και καταγράφονται από διάφορα πειράματα. Επειδή ο ρυθμός αντίδρασης με την ύλη είναι εξαιρετικά αργός, έχει ορισθεί ως μονάδα μέτρησης των ηλιακών νετρίνων η SNU (solar neutrino unit) που αντιστοιχεί σε 1 ανίχνευση ανά 10^{36} πυρήνες ανά δευτερόλεπτο, ενώ η θεωρητική τιμή για τον ρυθμό ανίχνευσης είναι $9.5 \pm_{1.4}^{1.2}$ SNU. Πειραματικά όμως μετρούνται μόνο 2.55 ± 0.25 SNU. Η ασυμφωνία αυτή μεταξύ θεωρίας και πειράματος κατά έναν παράγοντα 3 έως 4 είναι γνωστή ως πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων. Το έλλειμμα θα μπορούσε να αποδοθεί σε χαμηλότερη θερμοκρασία του εσωτερικού του Ηλίου και κατά συνέπεια μειωμένη ροή νετρίνων. Οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις που αναφέραμε δίδουν την ακριβή ισορροπία μεταξύ της βαρυτικής και της θερμικής πίεσως στον Ηλιο ενισχύοντας το ηλιακό πρότυπο. Εάν δεν υπήρχε εξίσωση των πιέσεων ο Ηλιος θα είχε καταρρεύσει ή εκραγεί.

Σήμερα γνωρίζουμε ότι τα νετρίνα υφίστανται συνθήκες δια μέσω των οποίων λαμβάνει χώραν το φαινόμενο της ταλαντώσεως που αλλάζει την φύση τους από την στιγμή που παράγονται στον Ηλιακό πυρήνα έως την ανίχνευσή τους στην Γη.

Ο πυρήνας του Ηλίου έχει θερμοκρασία $1,5 \times 10^7 K$ κατά την οποία λαμβάνει χώραν η θερμοπυρηνική σύντηξη μετατρέποντας 4 πρωτόνια σε έναν πυρήνα ηλίου, η μάζα του οποίου είναι κατά τι μικρότερη (0,7%) από την μάζα των 4 πρωτονίων. Η μάζα του αθροίσματος των 4 πρωτονίων ισούται με $6,6943 \times 10^{-27} kg$ και η μάζα του πυρήνα ηλίου ισούται με $6,6466 \times 10^{-27} kg$. Το έλλειμμα μάζης $\Delta m = (6,6943 - 6,6466) \times 10^{-27} kg = 4,77 \times 10^{-29} kg$ μετατρέπεται σε ενέργεια $E = mc^2 = 4,293 \times 10^{-12} J = 26,794546 MeV$ η οποία αθροιστικά δημιουργεί τα τεράστια ποσά ενέργειας στον Ήλιο.

Η σημερινή λαμπρότητα του Ηλίου είναι $L_{\odot} = 3,86 \times 10^{26} W = 2,41 \times 10 MeV \cdot sec^{-1}$.

Στον Ήλιο περίπου $6 \times 10^{11} kg$ υδρογόνου μετατρέπονται σε $5,96 \times 10^{11} kg$ Ηλίου. Τό έλλειμμα μάζης $4 \times 10^9 kg$ μετατρέπονται σε ενέργεια υπό μορφήν ακτινοβολίας και κινητική ενέργεια των παραγομένων σωματιδίων.

10.2 Ταλαντώσεις νετρίνων

Η πιθανότερη φυσική λύσις του προβλήματος των Ηλιακών νετρίνων είναι αυτή των ταλαντώσεων των νετρίνων.

Για το ασθενές φορτισμένο λεπτονικό ρεύμα θα είναι:

$$J^\mu_{\text{φορτ}} = (e, \mu, \tau) \cdot \gamma^\mu \cdot \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = (e, \mu, \tau) \cdot \gamma^\mu \cdot U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

(όπου γ^μ είναι οι γνωστοί πίνακες 4 X 4)

Εάν η μάζα των νετρίνων είναι διάφορος του μηδενός, θα έχουμε διαφορετικές ασθενείς ιδιοκαταστάσεις ν_e, ν_μ , συναρτήσεως των ιδιοκαταστάσεων μάζας ν_1 και ν_2 , για μείξη δύο ειδών νετρίνων θα είναι:

$$|\nu_e\rangle = |\nu_1\rangle \cdot \sigma \nu \theta + |\nu_2\rangle \cdot \eta \mu \theta \quad (2)$$

$$|\nu_\mu\rangle = -|\nu_1\rangle \cdot \eta \mu \theta + |\nu_2\rangle \cdot \sigma \nu \theta \quad (3)$$

τότε οι ιδιοκαταστάσεις αυτές εξελίσσονται με τον χρόνο:

$$|\nu_i(t)\rangle = |\nu_i(0)\rangle \cdot e^{-iE_i \cdot t} \quad (4)$$

όπου οι ενέργειες E_i είναι για ορμές $P \gg m_i$ $E_i = (P^2 + m_i^2)^{\frac{1}{2}} \approx P + \frac{m_i^2}{2P}$

Μετά από χρόνο t η αμιγής κατάσταση του ν_e γίνεται:

$$\begin{aligned} |\nu(t)\rangle &= |\nu_1(0)\rangle \cdot \sigma \nu \theta e^{-iE_1 \cdot t} + |\nu_2(0)\rangle \cdot \eta \mu \theta e^{-iE_2 \cdot t} = |\nu_e\rangle \cdot (\sigma \nu^2 \theta e^{-iE_1 \cdot t} + \eta \mu^2 \theta e^{-iE_2 \cdot t}) \\ &+ |\nu_\mu\rangle \cdot \eta \mu \theta \cdot \sigma \nu \theta \cdot (-e^{-iE_1 \cdot t} + e^{-iE_2 \cdot t}) \end{aligned} \quad (5)$$

ένα μείγμα από ηλεκτρονικά και μιονικά νετρίνα.

Οι πιθανότητες να παρατηρήσουμε ένα ν_e ή ένα ν_μ είναι:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e, t) = |\langle \nu_e | \nu(t) \rangle|^2 = 1 - \eta \mu^2 (2\theta) \eta \mu^2 \frac{(E_1 - E_2)t}{2} \approx 1 - \eta \mu^2 (2\theta) \eta \mu^2 \left(\frac{\pi \cdot r}{L} \right) \quad (6)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, t) = |\langle \nu_\mu | \nu(t) \rangle|^2 = \eta \mu^2 (2\theta) \eta \mu^2 \frac{(E_1 - E_2)t}{2} \approx \eta \mu^2 (2\theta) \eta \mu^2 \left(\frac{\pi \cdot r}{L} \right) \quad (7)$$

συναρτήσεως της απόστασης r που διανύουν τα νετρίνα L είναι το μήκος ταλάντωσης

$$L = \frac{4\pi E}{|m_1^2 - m_2^2|} \equiv \frac{4\pi E}{\Delta m^2} \quad (8)$$

$$\text{με } P(\nu_e \rightarrow \nu_e, t) + P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, t) = 1 \quad (9)$$

Χρησιμοποιούμε το φυσικό σύστημα μονάδων όπου $\hbar = 1$ και $c = 1$

Οι πιθανότητες κυμαίνονται συναρτήσεως της αποστάσεως r από την πηγή των νετρίνων με το χαρακτηριστικό μήκος L , αρκεί να είναι $\theta \neq 0$ και $m_1 \neq m_2$.

Το πλάτος των ταλαντώσεων εξαρτάται από την γωνία μείξεως θ και είναι μέγιστο για $\theta = 45^\circ$ (γωνία μεγίστης μείξεως). Τότε το ν_e στα σημεία όπου το r γίνεται

$$r = L \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

γιά ακέραιο n , μετατρέπεται πλήρως σε ν_μ .

Για ενέργειες ηλιακών νετρίνων 1MeV, 10MeV, 1GeV, το μήκος της ταλάντωσης είναι 2,5m, 25m, 2.5Km αντίστοιχα για $\Delta m^2 = 1(eV^2)/c^2$

Για τα ηλιακά νετρίνα ο λόγος,

$$\frac{r}{E} \approx 10^{10} \frac{m}{MeV}$$

η διαφορά μαζών των νετρίνων είναι $\Delta m^2 \geq 10^{-10} (eV)^2 / c^2$

και ο συντελεστής μείξεως (πιθανότητας) το ηλεκτρονικό νετρίνο να παραμείνει ως έχει είναι

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \approx \frac{1}{3} \quad (11)$$

Οι ταλαντώσεις νετρίνων μπορούν να εξηγήσουν το έλλειμμα των ηλιακών νετρίνων εάν οι διαφορές μαζών των νετρίνων είναι ο ανωτέρω, μόνο εάν υπήρχε μεγίστη μείξις, είναι δε οι ταλαντώσεις το αποτέλεσμα ύπαρξης μη μηδενικής νετρονικής μάζας, οι περισσότερες θεωρίες πέρα από το καθιερωμένο πρότυπο προβλέπουν $m_\nu \neq 0$, σ αυτό συμφωνούν και οι αστροφυσικές ενδείξεις. Το έλλειμμα των ηλιακών νετρίνων εάν όντως η αστροφυσική θεωρία είναι σωστή, θα πρέπει να οφείλεται σε νέες ιδιότητες των νετρίνων κυρίως στις μη μηδενικές μάζες αυτών.

Οι προηγούμενες εξισώσεις ισχύουν μόνο για ταλαντώσεις νετρίνων στο κενό, όπως είναι ο χώρος ανάμεσα στον ήλιο και τη Γη. Τα νετρίνα που παράγονται στο εσωτερικό του ηλίου διέρχονται μέσα από πυκνή ύλη του Ηλιακού εσωτερικού και ισχύουν διαφοροποιημένες οι εξισώσεις. Τις ταλαντώσεις νετρίνων σε πυκνή ύλη μελέτησαν πρώτα οι Mikheyev, Smirnov και Wolfenstein. Η λύση MSW είναι η απλούστερη εξήγηση στο πρόβλημα των Ηλιακών νετρίνων και επιτρέπει μέγιστη ενεργό μείξη ακόμα και σε πολύ μικρές γωνίες μείξης.

Στο κενό ισχύουν οι μορφές (1) και (2)

$$|\nu_e\rangle = |\nu_1\rangle \cos\theta + |\nu_2\rangle \sin\theta$$

$$|\nu_\mu\rangle = -|\nu_1\rangle \sin\theta + |\nu_2\rangle \cos\theta$$

για τις ασθενείς ιδιοκαταστάσεις ν_e, ν_μ συναρτήσει των ιδιοκαταστάσεων μάζας ν_1, ν_2 (όπου θ είναι η γωνία μείξης στο κενό. Τα νετρίνα αυτά ταξιδεύουν στο εσωτερικό του Ηλίου και θα αλληλεπιδράσουν με τα ηλεκτρόνια.

Οι Ηλιακές ιδιοκαταστάσεις των νετρίνων διαφέρουν από αυτές που διαδίδονται χωρίς μείξη στο κενό (Ιδιοκαταστάσεις μάζας). Η γωνία μείξης θ_m στην Ηλιακή μάζα, δηλαδή η γωνία μείξης μεταξύ $\nu_e - \nu_\mu$ σχετίζεται γωνία μείξης θ στο κενό χώρο αυτών των νετρίνων με τη σχέση

$$\eta\mu^2 2\theta_m = \frac{\eta\mu^2 2\theta}{\left(\sigma\nu 2\theta - \frac{L}{I_m}\right)^2 + \eta\mu^2 2\theta} \quad (12)$$

(εμφανίζεται συντονισμός), όπου L είναι το μήκος ταλάντωσης στο κενό και I_m είναι χαρακτηριστικό μήκος στην κίνηση των νετρίνων μέσα στον Ήλιο

$$\text{και είναι } I_m = \frac{2\pi}{\sqrt{2}.G_F.n_e} \quad (13)$$

όπου n_e είναι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων στον Ήλιο.

Οι πιθανότητες μετατροπής των νετρίνων P δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e, r) \approx 1 - \eta\mu^2(2\theta)\eta\mu^2\left(\frac{\pi.r}{L}\right) \Rightarrow P(\nu_e \rightarrow \nu_e, r) = 1 - \eta\mu^2\left(\frac{\pi.r}{L_m}\right) \quad (14)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, r) = \eta\mu^2(2\theta)\eta\mu^2\left(\frac{\pi.r}{L}\right) \Rightarrow P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, r) = \eta\mu^2\left(\frac{\pi.r}{L_m}\right) \quad (15)$$

$$\text{όπου } L_m = \frac{L}{\eta\mu 2\theta} \equiv L_R \quad (16)$$

είναι το μήκος ταλάντωσης στην ύλη και η πυκνότητα ηλεκτρονίων

$$n_e^R \equiv \frac{L.\Delta m^2}{2\sqrt{2}.G_F.I_m.E} \quad (17)$$

εξαρτάται από την περιοχή του Ηλίου απ όπου διέρχονται τα νετρίνα .
τότε η γωνία μείξης μεγιστοποιείται όταν $\eta\mu^2 2\theta_m = 1 \Rightarrow \theta_m = 45^\circ$.

Επομένως ακόμη και για μικρές γωνίες μείξης θ θα έχουμε μέγιστη μείξη, καθ
ότι το $\eta\mu^2 2\theta$ παίρνει μεγάλες τιμές και για $\theta < 45^\circ$ ενώ το μήκος ταλάντωσης

$$L_m = \frac{L}{\eta\mu 2\theta} \equiv L_R \text{ αυξάνει.}$$

Έτσι η μετατροπή των ηλεκτρονικών νετρίνων σε μιονικά νετρίνα μπορεί να συμβεί στον Ήλιο ακόμη και σε μικρές γωνίες θ .

Η ταλάντωση θα εξηγούσε το πείραμα του Davis αλλά τα πειραματικά δεδομένα για την μάζα των νετρίνων καθώς επίσης και τα ποσοστά αναμείξεως των διαφορετικών ειδών νετρίνων που καθορίζονται από τις γωνίες μείξεως, αδυνατούσαν να εξηγήσουν την διαφορά. Προτάθηκαν διάφορα μοντέλα (Mikheyev, Smirnov, Wolfenstein), κατά το οποίο η ταλάντωση των νετρίνων είναι διαφορετική στο εσωτερικό του Ηλίου από το κενό επειδή η αλληλεπίδραση των νετρίνων με το πυκνό ηλεκτρονικό νέφος εντός του Ηλίου μεγιστοποιεί την γωνία μείξης και επομένως και το ποσοστό των ηλεκτρονικών νετρίνων που μετατρέπονται σε μιονικά νετρίνα, ενώ στον κενό χώρο εκτός του Ηλίου η πολύ μικρή πυκνότητα των ηλεκτρονικών νετρίνων δεν ευνοεί αρκετά τις νετρινικές ταλαντώσεις.

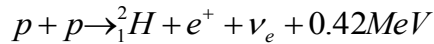
Η επίλυση του προβλήματος των Ηλιακών νετρίνων έγκειται εις το ότι τα ηλεκτρονικά νετρίνα ν_e που παράγονται στον πυρήνα του Ηλίου ταλαντώνονται σε μη ηλεκτρονικά νετρίνα με παραμέτρους:
 $\Delta m_{12}^2 = 7,6 \times 10^{-5} eV^2$ και $\eta \mu^2 2\theta_{12} = 0,87$ οι οποίες παράμετροι αντιστοιχούν στην περιοχή της Μεγάλης Γωνίας Μείξης (Large Mixing Angle LMA).
 Ταλάντωση συμβαίνει όταν έχουμε σημαντική ροή νετρίνων από την δεύτερη αντίδραση ουδετέρου ρεύματος ,συγκριτικά με την πρώτη φορτισμένου ρεύματος.

Συμπεράσματα

Οι ροές των Ηλιακών νετρίνων εξαρτώνται από αστροφυσικά μεγέθη του Ηλίου όπως η θερμοκρασία, η λαμπρότητα, η αδιαφάνεια, ο μηχανισμός διάχυσης, η χημική σύσταση που συντελούν στους ρυθμούς των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων των αλυσίδων ppI , $ppII$, $ppIII$, CNO .

Τα σημαντικότερα Ηλιακά νετρίνα που ανιχνεύονται στα πειράματα είναι:

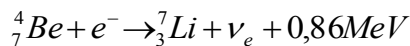
- Τα νετρίνα χαμηλών ενεργειών $E_\nu \leq 0,42MeV$ της αντιδράσεως πρωτονίου-πρωτονίου της αλυσίδας ppI



των οποίων ο αριθμός είναι τεράστιος ($\Phi_{\nu_e} = 6 \times 10^{10} cm^{-2} sec^{-1}$),

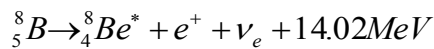
Τα pp νετρίνα είναι τα αφθονότερα Ηλιακά νετρίνα και παρά την μικρή ενεργό διατομή στις αντιδράσεις επί των πυρήνων-στόχων ανιχνεύονται σε μεγαλύτερους αριθμούς από όλα τα άλλα.

- τα νετρίνα ενεργειών $E_\nu \leq 0,86MeV$ που προέρχονται από την αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίου από το βηρύλιο της αλυσίδας $ppII$.



$$\Phi_{\nu_e} = 2,7 \times 10^9 cm^{-2} sec^{-1}$$

- Τα σχετικά σπάνια νετρίνα σχετικά υψηλών ενεργειών $E_\nu \leq 14,02MeV$ που προέρχονται από την β^+ διάσπαση του βορίου στην $ppIII$ αλυσίδα.



$$\Phi_{\nu_e} = 3 \times 10^6 cm^{-2} sec^{-1}$$

Τα νετρίνα αυτά όμως είναι εύκολα ανιχνεύσιμα λόγω των σχετικά μεγάλων ενεργών διατομών όταν αντιδράσουν με τους πυρήνες-στόχους.

Όλα τα ανωτέρω είναι σε συμφωνία με τις προβλέψεις του καθιερωμένου Ηλιακού μοντέλου (SSM).

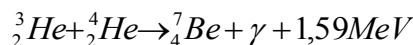
Από τις ροές των Ηλιακών νετρίνων ουδετέρου ρεύματος N και φορτισμένου ρεύματος C , και από τον λόγο των ενεργών διατομών

$$\lambda = \frac{\sigma_{\text{ουδετέρου ρεύματος}}}{\sigma_{\text{φορτισμένου ρεύματος}}}$$

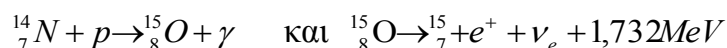
μπορεί να υπολογισθεί η μεταλλικότητα Z (περιεκτικότητα σε στοιχεία βαρύτερα του 4_2He) του Ηλιακού εσωτερικού.

Στο μέλλον ίσως είναι εφικτή μία τέτοια μέτρηση των ροών των CP νετρίνων.

Λόγω της καλής ακρίβειας στις μετρήσεις των ενεργών διατομών και των ρυθμών των αντιδράσεων

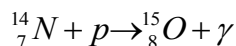


καί



και στις επίσης καλής ακρίβειας των ροών των νετρίνων ${}^7_4\text{Be}$ και ${}^8_5\text{B}$ θα είναι δυνατός ο καθορισμός των αφθονιών του άνθρακα ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{13}_6\text{C}$, του αζώτου ${}^{13}_7\text{N}$, ${}^{14}_7\text{N}$, ${}^{15}_7\text{N}$ και οξυγόνου ${}^{15}_8\text{O}$ στον Ηλιακό πυρήνα.

Ο ρυθμός των αντιδράσεων που συνβαίνουν στον κύκλο CNO καθορίζεται κυρίως από τον ρυθμό της αντίδρασης



της οποίας η ενεργός διατομή έχει μελετηθεί στο παρελθόν.

Τα Ηλιακά νετρίνα που παράγονται στον κύκλο CNO αναμένεται να είναι 1000 γεγονότα/έτος.

◦ Για τις ταλαντώσεις των Ηλιακών νετρίνων σήμερα για τις διαφορές μάζας έχουμε τιμές

$$\Delta m^2 = (8,0^{+0,6}_{-0,4}) \times 10^{-5} \text{ eV}^2 / c^4$$

και μέγιστη γωνία μείξης $\sin^2 \theta = 0,45^{+0,09}_{-0,07}$ δηλαδή $\theta \approx 42,13^\circ$

• " Τα ηλιακά νετρίνα είναι ένα εξαιρετικό εργαλείο για μελέτη των ιδιοτήτων των νετρίνων και του εσωτερικού του Ηλιου.

Η πρώτη γενιά πειραμάτων έχει ολοκληρωθεί. Χρειάζονται όμως επί πλέον μετρήσεις και μετρήσεις μεγαλύτερης ακρίβειας ιδιαίτερα στη περιοχή < 1 MeV και στη περιοχή 2-3 MeV. Όσον αφορά τη φυσική νετρίνων μπορεί να μετρηθούν ανώμαλες μαγνητικές ροπές νετρίνων, μη καθιερωμένες αλληλεπιδράσεις, η γωνία μείξης θ_{13} κ.α. Όσον αφορά την ηλιακή φυσική στόχος είναι να προσδιοριστεί το περιεχόμενο σε μέταλλα του "πυρήνα" του Ήλιου καθώς και ο ρόλος του κύκλου CNO σε αυτόν. Τα τρέχοντα πειράματα Kamland, KamioKande και Borexino και τα μελλοντικά πειράματα SNO+LENS αναμένεται μεταξύ άλλων να διαφωτίσουν και τα παραπάνω".

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- J. N. Abdurashitov et al., *Astropart. Phys.*, 25, 349-354 2006 nucl – ex /0509031
- Abe, K. et al., *Astropart. Phys.*, 2009, 31290.
- Abhijit Bandyopadhyay, Sandhya Choubey, Srubabati Goswami, and S. T. Petcov, *Solar model parameters and direct measurements of solar neutrino fluxes*, *Phys. Rev. D* 75, 093007, 2007
- B. Aharmin et.al., *Phys. Rev. Lett.*, C72, 055502, 2005, nucl-ex/0502021
- Q.R. Ahmad et.al., *Phys. Rev. Lett.*, 89, 011301 2002, nucl-ex/0204008
- P. Anselmann et. al, *Phys. Lett.*, B357, 237-247 1995
- Aschwanden, Markus J. *Outstanding problems in solar physics*, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, vol. 29, issue 1-2, pp. 3-16, 2008
- Βαγιονάκης Κωνσταντίνος Σωματιδιακή και Κοσμολογική Φυσική Ιωάννινα 2003
- Basu. S., &Antia, H.M. ,*ApJ*, 2004, 606, L85
- J. N. Bachall M.H. Pinsonneault and Sarbani Basu, *Solar Models: Current epoch and time dependencies, neutrinos, and helioseismological properties*, *The Astrophysical Journal* 2001
- J. N. Bachall, A.M. Serenelli, and S.basu, *Astrophys. J.*, 621, L85-L88, 2005, astro-ph/0412440
- Bandyopadhyay, Abhijit; Choubey, Sandhya; Goswami, Srubabati; Petcov, S. T., *Solar model parameters and direct measurements of solar neutrino fluxes* *Physical Review D*, vol. 75, Issue 9, 2007
- Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Howe, R., Schou, J., Thompson, M.J., Hill, F., and Komm, R., *A comparison of solar p-Mode Parameters from MDI and GONG: mode frequencies and structure inversions* *Astrophys. J.*, 591, 432 – 445, 2003
- Beall, J. H., *Neutrinos from Supernovae: a Review*, *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, Supplement, Volume 6, Issue S1, pp. 174-182 (2006).
- Bellerive, A., *Review of Solar Neutrino Experiments* *International Journal of Modern Physics A*, Volume 19, Issue 08, pp. 1167-1179, 2004

Cattaneo, Paolo Walter *Critical review of the results of the Homestake solar neutrino experiment*, eprint arXiv:astro-ph/0211534, 2002

B.T. Cleveland et al. *Astrophys. J.* 496, 505-526, 1998

Chen, M.C., *Nucl. Phys. B (Proc.Suppl.)*, 2005, 145, 65

Cottingham W. - Greenwood D. *An Introduction to Nuclear Physics*
1986, 1987, 1988, 1990, 1992

Y. Fukuda et al., *Phys.Rev.Lett.*, 77 1683-1686, 1996

Halzen, Francis; Klein, Spencer R., *Astronomy and astrophysics with neutrinos*,
Physics Today, vol. 61, issue 5, p. 29, 2008

Davis, R., Nobel Prize Lecture, 2002

Grevesse, N., & Sauval, A.J., *Space Sci. Rev.*, 1998, 85, 161

Halzen, Francis; Klein, Spencer R., *Invited Review Article: IceCube: An instrument for neutrino astronomy*, *Review of Scientific Instruments*, Volume 81, Issue 8, pp. 081101-081101-24 (2010).

Haxton, arXiv: 0710, 2295, 2007

W. Hampel et al, *Phys. Lett., B* 420, 114-126 1998

J. Hosaka et al., *Phys.Rev.*, D73 112001, 2006, hep-ex/0508053

Kappes, Alexander, *Status of Neutrino Astronomy - a mini-review on neutrino telescopes*, eprint arXiv:1110.6840, 10/2011

Καραθάνου Γεωργία Ηλιακά νετρίνα Επεξεργασία ,ανάλυση και
προσομοιώσεις διαστημικών και επίγειων παρατηρήσεων Διδακτορική
διατριβή Ιωάννινα-Νοέμβριος 2010

Μαυρομάτη-Φούντου Ειρήνη Σημειώσεις Πυρηνικής Φυσικής II
Φυσικού τμήματος Πανεπιστημίου Αθηνών Αθήνα 2000

Montaruli, T., *Review on Neutrino Telescopes*, *Nuclear Physics B Proceedings Supplements*, Volume 190, p. 101-108, 2009

Μουσάς Ξενοφών Φυσική Διαστήματος Φυσικού τμήματος Πανεπιστημίου
Αθηνών Αθήνα 2000

Moustakidis, Ch., Kosmas, T., Simkovic, F., Amand faessler, 2005
nucl/0511013v1

Παπαηλίας Φίλιππος Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών Φυσικού τμήματος
Πανεπιστημίου Αθηνών Αθήνα 1998

Perkins Donald Introduction to High Energy Physics 1987 Ελληνική έκδοσις
Εισαγωγή στη Φυσική Υψηλών Ενεργειών Αθήνα 1998

Poon, Alan W. P., *Review of Solar and Reactor Neutrinos* International Journal
of Modern Physics A, Volume 21, Issue 08-09, pp. 1855-1868 (2006).

Sereneli, A. M., Basu, S., Ferguson, J. W., and Asplund, M., *Astrophys. J.Lett.*,
2009, 705, L123, 0909, 2668

Τζανάκος Γεώργιος Σημειώσεις Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων Φυσικού
τμήματος Πανεπιστημίου Αθηνών Αθήνα 2000

Τσιλιμίσκρας Παναγιώτης Φυσική Στοιχειωδών Σωματίων
Αθήνα 1998

Χασιώτη Βασιλική “Ημιλεπτονικές αντιδράσεις στο πεδίο του πυρήνα”
Διδακτορική διατριβή Ιωάννινα 2007

Χριστοπούλου-Μαυρομιχαλάκη Ελένη Φυσική Κοσμικής Ακτινοβολίας
Φυσικού τμήματος Πανεπιστημίου Αθηνών Εκδόσεις Συμμετρία Αθήνα
2005