

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης στην Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επίδραση τος Μαγνητικός Πεδιός στην Ποζιτρονική Εξαγλώση

Ελευθερίου Αφροδίτη

Αθήνα Οκτώβριος 2015

Ημερομηνία Εξέτασης: 30 Οκτωβρίου 2015 Εξεταστική Επιτροπή

Γεώργιος Καστής - Ερευνητής Β' Κέντρο Ερευνών Θεωρητικών και Εφηρμοσμένων Μαθηματικών, Ακαδημία Αθηνών

Ευστάθιος Στυλιάρης - Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήμα Φυσικής ΕΚΠΑ (Κύριος Επιβλέπων)

Δημήτριος Φασουλιώτης - Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήμα Φυσικής ΕΚΠΑ

Ευχαριστίες

Θερμές ευχαριστίες θέλω να εκφράσω στον επιβλέποντα καθηγητή της παρούσας Διπλωματικής εργασίας Αναπληρωτή Καθηγητή Ευστάθιο Στυλιάρη, που χωρίς τη δική του καθοδήγηση και τις σημαντικές παρατηρήσεις η παρούσα εργασία δεν θα ήταν δυνατή. Τις ευχαριστίες μου θέλω να εκφράσω και στους Λέκτορα Χάρη Τσούμπα και Επίκουρο Καθηγητή Γεώργιο Λούντο για την ευκαιρία που μου έδωσαν να λάβω μέλος στο Ευρωπαϊκό Ερευνητικό Πρόγραμμα COST Action TD1007. Θέλω να ευχαριστήσω και τους φίλους μου υποψήφιους διδάκτορες Ottavia Bertolli, Νικόλαο Ραψομανίκη, Μαρία Ζιώγα και Μαρία Μικέλη για τις εποικοδομητικές μας συζητήσεις, που βοήθησαν στην επιτυχή περάτωση της διπλωματικής μου. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τις αδερφές μου, Ναυσικά και Κατερίνα, για την ενθουσιώδη υποστήριξή τους όλα αυτά τα χρόνια. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο μου Νίκο Λιακόπουλο για την πολύτιμη βοήθειά του κατά τη συγγραφή της παρούσας διπλωματικής.

Περίληψη

Η εμβέλεια του ποζιτρονίου είναι ένας από τους χυριότερους παράγοντες περιορισμού της ανάλυσης της ειχόνας στην Ποζιτρονική Τομογραφία (PET). Στην παρούσα ερευνητική εργασία μελετήθηκε η επίδραση του μαγνητικού πεδίου στην εμβέλεια του ποζιτρονίου σε διπλό σύστημα Ποζιτρονικής Τομογραφίας Εκπομπής και Μαγνητικού Τομογράφου (PET-MR) μέσω προσομοίωσης. Το ισχυρό μαγνητικό πεδίο του Μαγνητικού Τομογράφου δημιουργεί συστηματικά επηρεασμένα αποτελέσματα τα οποία διαφοροποιούνται από τα αντίστοιχα εκτός μαγνητικού πεδίου. Λόγω εμφάνισης δυνάμεων Λορεντζ στο εκπεμπόμενο ποζιτρόνιο αναμένεται μείωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου στο κάθετο στο μαγνητικό πεδίο επίπεδο.

Για τον έλεγχο της υπόθεσης αυτής αλλά και την ποσοτικοποίηση του αποτελέσματος, πραγματοποιήθηκαν Monte Carlo προσομοιώσεις βασισμένες στο λογισμικό GEANT4/GATE σημειακής β+ ραδιενεργού πηγής εντός απλού συστήματος PET, με εισαγωγή στατικού και ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Για την ανακατασκευή της εικόνας χρησιμοποιήθηκαν αναλυτικοί αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί στο εργαστήριό μας (REC3D), οι οποίοι πραγματοποιούν τρισδιάστατη ανακατασκευή της εικόνας με γεωμετρική προσέγγιση στον διακριτοποιημένο (voxelized) χώρο. Η μοντελοποίηση της επίδρασης του μαγνητικού πεδίου στα εκπεμπόμενα ποζιτρόνια στοχεύει στη βελτίωση της ανάλυσης της Ποζιτρονικής Τομογραφίας και, μεταξύ άλλων, στο σχεδιασμό εξειδικευμένων πειραμάτων και μεθόδων βαθμονόμησης των συστημάτων PET.

Effect of the Magnetic Field on Positron Annihilation

A. Eleftheriou National and Kapodistrian University of Athens

Positron range is an important spatial-resolution limiting factor in Positron Emission Tomography (PET). The effect of the magnetic field on the positron range on the PET-MRI dual modality was studied. When imaging inside a magnetic field the positron range is non-uniformly affected. Due to Lorentz Force, a decrease of the positron range is expected in the directions perpendicular to the direction of the magnetic field, whereas no variation is expected in the direction of the magnetic field. Monte Carlo simulations were performed to validate these expectations and quantify the results.

GATE simulation package (version 5.0.0) was used to calculate the annihilation distribution of positrons in water, lung and rib bone. Six common positron emitters were used. The simulations were performed without and with static magnetic field set in the axial direction for various field strengths. The simulations of the positron annihilation process indicated a general reduction of the mean positron range inside the phantom volume. The evaluation of the positron annihilation distance across the directions perpendicular to the magnetic field showed a reduction of the mean positron range, whereas no increase in the positron range along the direction of the magnetic field was detected, as theoretically expected.

An anaytical algorithm developed in our lab that uses a geometrical approach on the voxelized volume, allowed for the 3D reconstruction of the images derived from the GATE simulations for magnetic field strengths: 0T, 3T and 11T. The reduction of the positron range along the directions perpendicular to the magnetic field is observed only for the high energy emitters: ^{82}Rb and ^{68}Ga .

The kernels obtained from this study can be used to improve positron range correction algorithms for simultaneous PET-MRI acquisitions.

Key words: PET, PET-MRI, Positron Range, Monte Carlo Simulation, GATE, GEANT4, 3D Image Reconstruction

Περιεχόμενα

1	Εισ	αγωγή	ń	1				
2	Τομογραφική Απεικόνιση							
	2.1	Ποζιτρ	ρονική Τομογραφία Εκπομπής	5				
		2.1.1	Αρχή Λειτουργίας	6				
		2.1.2	β+ διάσπαση	7				
		2.1.3	Περιορισμοί Ανάλυσης Ειχόνας	7				
		2.1.4	Ποζιτρονικοί Εκπομποί	10				
	2.2	Μαγνη	ητική Τομογραφία	10				
		2.2.1	Αρχή Λειτουργίας	12				
		2.2.2	Αντίθεση στη Μαγνητική Απεικόνιση	12				
	2.3	Ποζιτρ	ονική - Μαγνητική Τομογραφία	13				
		2.3.1	Ποζιτρόνιο εντός Μαγνητικού Πεδίου	14				
3	Πρά	όγραμι	μα Προσομοίωσης Geant4/Gate	17				
	3.1	Γενική	Αργιτεκτονική Προσομοίωσης	17				
		3.1.1	User Interface: Γλώσσα Μαχροεντολών	18				
		3.1.2	1ο βήμα: Ορισμός Γεωμετρίας	19				
		3.1.3	20 βήμα: Γεωμετρία Ομοιώματος	23				
		3.1.4	30 βήμα: Φυσικές Διαδικασίες	23				
		3.1.5	4ο βήμα: Initialization	24				
		3.1.6	50 βήμα: Προσομοίωση Ψηφιοποιητή	24				
		3.1.7	60 βήμα: Ορισμός Πηγής	26				
		3.1.8	7ο βήμα: Μορφή Δεδομένων Εξόδου	27				
		3.1.9	8ο βήμα: Εκκίνηση Συλλογή Δεδομένων	28				
	3.2	Προσο	ομοίωση Εκπομπής Ποζιτρονίου	29				
4	Aνα	ιχατασ	σχευή Τομογραφιχής Ειχόνας	41				
	4.1	Μέθοδ	δοι Αναχατασχευής	41				
		4.1.1	Αναλυτικές Μέθοδοι Ανακατασκευής	41				
		4.1.2	Επαναληπτικές Μέθοδοι Ανακατασκευής	42				

	4.2	Rec3D 4.2.1 4.2.2	 Βασική Αρ	 γχή		•	· ·					 •					 		•		•	•	•	•	•		42 42 44
	4.3	Ανακα	τασκευή Re	c3D	•	•	• •		•	•	•	 •	•	•	•	•	· ·	•	•	•	•	•	•	•	•		45
5	δ Συμπεράσματα										53																
Παράρτημα												55															
Παράρτημα										57																	

ii

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

Ο συνδιασμός απεικονιστικών συστημάτων γίνεται ολοένα και πιο σημαντικός στην κλινική άσκηση και στην προκλινική έρευνα. Το διπλό σύστημα Ποζιτρονικής Τομογραφίας και Μαγνητικής Τομογραφίας (Positron Emission Tomography - Magnetic Resonance Imaging, PET-MRI) αποτελεί μια νέα προσέγγιση στη λειτουργική και μορφολογική απεικόνιση. Τα μηχανήματα τελευταίας τεχνολογίας παρέχουν την δυνατότητα ταυτόχρονης απεικόνισης.

Το σύστημα PET-MR παρουσιάζει πλεονεχτήματα όπως η χαμηλή δόση αχτινοβολίας και η αντίθεση μαλαχού ιστού. Σε αντίθεση με το διπλό σύστημα Ποζιτρονιχής Τομογραφίας και Αξονιχής Τομογραφίας (Positron Emission Tomography - Computed Tomography), PET-CT, το οποίο παρέχει δύο ειχόνες, μια από χάθε σύστημα, το σύστημα PET-MR έχει τη δυνατότητα αναχατασχευής ειχόνας χάνοντας χρήση των δεδομένων και απο τα δύο απειχονιστικά συστήματα με ενδεχόμενη βελτίωση του τελικού αποτελέσματος. Η υψηλή χωρική ανάλυση των MRI ειχόνων έχει ως αποτέλεσμα λεπτομερή ανατομικά δεδομένα (ανατομικός χάρτης ασθενή) βοηθώντας στην καλύτερη ερμηνεία της κλινικής ειχόνας. Όμως το ισχυρό μαγνητικό πεδίο του Μαγνητικού Τομογράφου δημιουργεί συστηματικά επηρεασμένα αποτελέσματα τα οποία είναι τυχαία όταν η απειχόνιση γίνεται εχτός μαγνητικού πεδίου.

Η μελέτη και μοντελοποίηση της επίδρασης τον μαγνητικού πεδίου στα εκπεμπόμενα ποζιτρόνια και τα εξαϋλώμενα ζεύγη φωτονίων είναι μια πολύ σημαντική και προκλητική έρευνα που στοχεύει στη βελτίωση της ανάλυσης της ποζιτρονικής τομογραφίας και, μεταξύ άλλων, στο σχεδιασμό εξειδικευμέων πειραμάτων και μεθόδων βαθμονόμησης των συστημάτων PET.

Αρχικά, γίνεται μια εισαγωγή στην Τομογραφική Απεικόνιση και στα δύο βασικά συστήματα που θα μας ενδιαφέρουν, τα οποία είναι η Ποζιτρονική Τομογραφία Εκπομπής και η Μαγνητική Τομογραφία (ή Τομογραφία Πυρηνικού Μαγνητικού Συντονισμού).

Η Ποζιτρονική Τομογραφία Εκπομπής υπόκειται στην κατηγορία της Τομογραφίας Εκπομπής (Emission Tomography - ET), ένα είδος απεικονιστικής τεχνικής με χρήση ραδιενεργών υλικών. Το αντικείμενο προς απεικόνιση είναι η χωροχρονική κατανομή in vivo ραδιενεργών υλικών που έχουν χορηγηθεί στον ασθενή και μπορεί να περιγραφεί από την τοπική συγκέντρωση του υλικού προς τον χρόνο παρατήρησης. Η αρχή στην οποία βασίζονται τα συστήματα PET είναι η ανίχνευση των δύο αντιδιαμετρικών φωτονίων εξαύλωσης που προκύπτουν έπειτα από τη β+ διάσπαση του ραδιενεργού ισοτόπου. Τα δύο αντιδιαμετρικά φωτόνια ανιχνεύονται ταυτόχρονα από ανιχνευτές που περιβάλλουν τον ασθενή (σχήμα 2.1). Χρησιμοποιώντας στατιστικά στοιχεία που συλλέγονται από δεκάδες χιλιάδες γεγονότα σύμπτωσης, δημιουργήσουμε ένα χάρτη έντασης ακτινοβολίας ως συνάρτηση της θέσης και άρα να έχουμε την κατανομή της πηγής.

Η Απεικόνιση Μαγνητικού Συντονισμού (Magnetic Resonance Imaging - MRI) είναι μια ιατρική τεχνική απεικόνισης που χρησιμοποιείται στην ακτινολογία για τη μελέτη της ανατομίας και της φυσιολογίας του σώματος. Τα μηχανήματα MRI χρησιμοποιούν μαγνητικά πεδία και ραδιοκύματα για να την απεικόνιση του σώματος. Ενα σύστημα απεικόνισης πρέπει να διαθέτει, εκτός από τον βασικό μαγνήτη, τέσσερα ακόμα είδη πηνίων: πηνία βαθμίδας (gradient coils), πηνία εξομάλυνσης (shim coils), πηνία ραδιοσυχνότητας (RF coils)και πηνία επιφανείας (surface coils). Η λειτουργία του Μαγνητικού Τομογράφου βασίζεται στην μετάπτωση Larmor των σπιν των πυρήνων υδρογόνου του σώματος του ασθενή και την αναλογική σχέση της συχνότητας Larmor με το μαγνητικό πεδίο.

Στην PET απεικόνιση, η τροχιά του ποζιτρονίου, πριν την δημιουργία του ποζιτρόνιουμ, θεωρείται ευθεία γραμμή. Αντιθέτως, στην PET-MR απεικόνιση, η τροχιά των εκπεμπόμενων ποζιτρονίων επηρεάζεται από το μαγνητικό πεδίο. Το ποζιτρόνιο είναι ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο και όπως γνωρίζουμε από τον ηλεκτρομαγνητισμό ότι η επίδραση του μαγνητικού πεδίου σε ένα φορτισμένο σωμάτιο έχει ως αποτέλεσμα η τροχιά του να γίνει ελικοειδής.

Στην παρούσα εργασία γίνεται αναφορά των χυριότερων παραγόντων που επηρεάζουν την ανάλυση της αναχατασχευασμένης εικόνας της Ποζιτρονιχής Τομογραφίας. Μελετάται ένας από τους σημαντικότερους φυσιχούς παράγοντες που χειροτερεύουν την ανάλυση της εικόνας, η εμβέλεια του ποζιτρονίου. Η κατανομή των σημείων εξαύλωσης είναι ομοιόμορφη για απεικόνιση εκτός μαγνητικού πεδίου. Η εμβέλεια του ποζιτρονίου στο σύστημα PET-MR επηρεάζεται από το ομογενές και στατικό μαγνητικό πεδίο με αποτέλεσμα τη μη ομοιόμορφη κατανομή των σημείων εξαύλωσης εντός ισχυρού μαγνητικού πεδίου. Θεωρητικά αναμένεται μια συρρίκνωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου στο επίπεδο που είναι κάθετο στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.

Για τη μελέτη της επίδρασης του μαγνητικού πεδίου στην ποζιτρονική εξαύλωση, χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα προσομοίωσης Gate version 5.0.0. Το Geant4 Application for Tomographic Emission (GATE) είναι ένα πρόγραμμα προσομοιώσεων εξειδικευμένο στην Τομογραφική Εκπομπή ΡΕΤ και SPECT. Μέσω του προγράμματος αυτού, έγινε υπολογισμός της κατανομής των σημείων εξαύλωσης των ποζιτρονίων διαφορετικών β- ραδιενεργών πηγών εντός υλικών με διαφορετική πυκνότητα.

Προσομοιώθηκε ένα απλό κυλινδρικό PET σύστημα αποτελούμενο από 4 δαχτυλίδια, καθένα από τα οποία έχει 32 κουτιά αποτελούμενα από 6 × 6 κρυστάλλους LSO. Το συνολικό μήκος του ανιχνευτή είναι 50 cm, η εξωτερική του ακτίνα είναι 100 cm και η εσωτερική του ακτίνα είναι 80 cm.

Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν για τις περιπτώσεις εξαύλωσης εντός και εκτός ομογενούς στατικού μαγνητικού πεδίου, τοποθετημένου στην z κατεύθυνση για τρεις διαφορετικές εντάσεις μαγνητικού πεδίου 3T, 9.5T και 11T. Προσομοιώθηκαν έξι από τους πιο συνηθισμένους ποζιτρονικούς εκπομπούς: ¹¹C, ¹³N, ¹⁵O, ¹⁸F, ⁶⁸Ga, ⁸²Rb. Σε κάθε περίπτωση η πηγή ήταν προσεγγιστικά σημειακή (ακτίνας r=0.01mm), τοποθετημένη στο κέντρο του 'κόσμου', εντός σφαιρικού phantom ακτίνας R=5cm αποτελούμενο από νερό ή ιστό πνεύμονα ή κόκκαλο.

Παρατηρήθηκε η θεωρητικά αναμενόμενη συρρίκνωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου στις κάθετες στο μαγνητικό πεδίο διευθύνσεις (x και y). Το φαινόμενο αυτό είναι πιο έντονο για τις υψηλόενεργειακές πηγές ποζιτρονίων καθώς η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου και άρα από την αρχική ενέργεια εκπομπής. Επιπλέον, παρατηρήθηκε ένας κορεσμός του φαινομένου μείωσης της εμβέλειας του ποζιτρονίου καθώς αυξάνει το μαγνητικό πεδίο.

Το επόμενο βήμα είναι η ανακατασκευή της σημειακής πηγής με μια μέθοδο ανακατασκευής. Για την ανακατασκευή της εικόνας χρησιμοποιήθηκε με το πρόγραμμα Rec3D, το οποίο χρησιμοποιεί ως δεδομένα τις χωρικές συντεταγμένες των φωτονίων που ανιχνεύονται ταυτόχρονα και στη συνέχεια ανακατασκευάζει την τρισδιάστατη εικόνα. Η βασική τεχνική απαιτεί την δημιουργία ενός προκαθορισμένου διακριτοποιημένου κύβου. Έπειτα, γίνεται καταγραφή των ιχνών των ακτίνων που περνούν μέσα από τα voxels του, η πυκνότητα των οποίων συσσωρεύεται προφανώς κοντά στην περιοχή που βρίσκεται το αντικείμενο προς ανακατασκευή.

Ανακατασκευάστηκαν εικόνες της σημειακής πηγής, από τα δεδομένα που προκύπτουν από προσομοιώσεις των έξι ποζιτρονικών εκπομπών σε νερό, για εντάσεις μαγνητικού πεδίου: 0T, 3T και 11T. Παρατηρήθηκε η παραμόρφωση της κατανομής των σημείων εξαύλωσης μόνο για τις υψηλοενεργειακές πηγές ^{15}O , ^{68}Ga και ^{82}Rb και εμφανώς μόνο για μαγνητικό πεδίο έντασης 11T.

Συμπεραίνουμε ότι, ενώ σε επίπεδο προσομοίωσης φαίνεται η επίδραση του μαγνητιχού πεδίου στην ποζιτρονιχή εξαύλωση (μέσω της συρρίχνωσης του εύρους των σημείων εξαύλωσης στο επίπεδο xy), σε επίπεδο αναχατασχευής η επίδραση του μαγνητιχού πεδίου είναι εμφανής μόνο για τους υψηλοενεργειαχούς ποζιτρονιχούς εχπομπούς.

Κεφάλαιο 2

Τομογραφική Απεικόνιση

Η τομογραφία είναι μια αναίμαχτη μέθοδος που μας επιτρέπει να χαρτογραφήσουμε το εσωτερικό του ανθρώπινου σώματος - απεικονίζοντας επάλληλες τομές του εσωτεριχού του. Οι αναπαραστάσεις αυτές δημιουργούνται χαι μπορούν να προβληθούν σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η τομογραφία χωρίζεται σε δυο μεγάλες κατηγορίες: την Τομογραφία Απορρόφησης και την Τομογραφία Εκπομπής. Ο βασικός στόχος της επιστήμης της απειχόνισης συστημάτων χαι διαδιχασιών είναι η χαρτογράφηση. Πιο συγκεκριμένα, κάθε ιδιότητα του ως προς εξέταση αντικειμένου, το οποίο μπορεί να ανιγνευτεί και να εντοπιστεί στον χώρο και τον χρόνο, μπορεί να απεικονιστεί και να χαρτογραφηθεί, ώστε να παρατηρηθεί και να αναλυθεί. Οι απεικονιστικές μέθοδοι, για βιοϊατρικές μελέτες και κλινικές εφαρμογές , περιλαμβάνουν, μεταξύ άλλων, την Τομογραφία Εκπομπής Ποζιτρονίων (Positron Emission Tomography - PET), την Τομογραφία Μονοφωτονικής Εκπομπής (Single Photon Emission tomography -SPECT), την Αξονική Τομογραφία (Computed Tomography - CT), τη Μαγνητική Τομογραφία (Magnetic Resonance Imaging - MRI), τη λειτουργική Μαγνητική Τομογραφία (functional Magnetic Resonance Imaging - fMRI) και την Τομογραφία με Υπερήχους (Ultrasound Tomography).

2.1 Ποζιτρονική Τομογραφία Εκπομπής

Η Ποζιτρονική Τομογραφία Εκπομπής υπόκειται στην κατηγορία της Τομογραφίας Εκπομπής (Emission Tomography - ET), ένα είδος απεικονιστικής τεχνικής με χρήση ραδιενεργών υλικών και κύρια εφαρμογή στην ιατρική.

Στην περίπτωση της απεικόνισης διαδικασιών με ραδιονουκλίδια (Τομογραφία Εκπομπής), το αντικείμενο προς απεικόνιση είναι η χωροχρονική κατανομή in vivo ραδιενεργών υλικών που έχουν χορηγηθεί στον ασθενή και μπορεί να περιγραφεί από την τοπική συγκέντρωση του υλικού προς τον χρόνο παρατήρησης. Τα ραδιοϊσότοπα 'φορτώνονται' σε βιολογικά ενεργά μόρια, όπως πχ. η γλυκόζη, τα οποία χορηγούνται στον ασθενή και μέσω των μεταβολικών λειτουργιών του σώματος μεταφέρονται στην περιοχή που θέλουμε να μελετήσουμε. Αν το βιολογικά ενεργό μόριο είναι η φλουοροδεοξυγλυκόζη (fluorodeoxyglucose - FDG), ένα ανάλογο της γλυκόζης, τότε η συγκέντρωση του ραδιοφαρμάκου υποδεικνύει τη μεταβολική δραστηριότητα του ιστού, καθώς αντιστοιχεί στην τοπική πρόσληψη γλυκόζης. Το συγκεκριμένο ραδιοφάρμακο χρησιμοποιείται ευραίως στην ποζιτρονική τομογραφία (90% των περιπτώσεων).

2.1.1 Αρχή Λειτουργίας

Η αρχή στην οποία βασίζονται τα συστήματα PET είναι η ανίχνευση των δύο αντιδιαμετρικών φωτονίων εξαύλωσης που προκύπτουν έπειτα από τη β+ διάσπαση του ραδιενεργού ισοτόπου. Τα δύο φωτόνια ανιχνεύονται ταυτόχρονα από ανιχνευτές που περιβάλλουν τον ασθενή (σχήμα 2.1).



Σχ. 2.1: Ανίχνευση ταυτόχρονων φωτονίων

Τα δύο σημεία των κρυστάλλων στα οποία γίνεται η απορρόφηση των δύο φωτονίων ορίζουν ένα ευθύγραμμο τμήμα, την γραμμή απόκρισης (Line of Response - LOR. Κατά την ανακατασκευή της εικόνας, θεωρούμε ότι η εξαύλωση συνέβη σε κάποιο σημείο του ευθύγραμμου αυτού τμήματος. Χρησιμοποιώντας στατιστικά στοιχεία που συλλέγονται από δεκάδες χιλιάδες γεγονότα σύμπτωσης, είναι δυνατό να λυθεί ένα σύνολο ταυτόχρονων εξισώσεων για τη συνολική ενεργότητα κάθε στοιχειώδους όγκου ιστού του ασθενούς με πληθώρα μεθόδων. Διακριτοποιώντας τον χώρο σε στοιχειώδη όγκους (τα λεγόμενα voxels) και έχοντας πολλές LOR μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα χάρτη έντασης ακτινοβολίας ως συνάρτηση της θέσης και άρα να έχουμε την κατανομή της πηγής. Ο προκύπτον χάρτης δείχνει τους ιστούς στους οποίους έχει συγκεντρωθεί μεγαλύτερη ποσότητα του ραδιοϊχνηθέτη και μπορεί να ερμηνευθεί από έναν ιατρό ή έναν ακτινολόγο στο πλαίσιο της διάγνωσης και του σχεδιασμού θεραπείας του ασθενούς.

2.1. ΠΟΖΙΤΡΟΝΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ ΕΚΠΟΜΠΗΣ

Μόνο ένα μικρό ποσοστό των γεγονότων που επεξεργάζονται οι ανιχνευτές βρίσκονται σε σύμπτωση. Ο ρυθμός των επεξεργαζόμενων γεγονότων από κάθε ανιχνευτή ονομάζεται ρυθμός απλού γεγονότος (single event rate). Ο ρυθμός ταυτόχρονου γεγονότος (coincidence event rate) περιλαμβάνει πραγματικά γεγονότα, γεγονότα που προέκυψαν λόγω σκέδασης και τυχαία γεγονότα.

2.1.2 β+διάσπαση

Η β διάσπαση είναι η διαδικασία κατά την οποία ένα νετρόνιο γίνεται πρωτόνιο ή ένα πρωτόνιο γίνεται νετρόνιο.

$$p \to n + e^+ + \nu_e \tag{2.1}$$

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e \tag{2.2}$$

Κατά τη β διάσπαση ενός πυρήνα, το φορτίο του αλλάζει ενώ ο μαζικός αριθμός του, Α, παραμένει σταθερός. Αυτό συμβαίνει με ταυτόχρονη εκπομπή ηλεκτρονίου και αντινετρίνου (β- διάσπαση) ή ποζιτρονίου και νετρίνου (β+ διάσπαση).

Στη β+ διάσπαση, το ποζιτρόνιο μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή ενέργειας μεταξύ του μηδενός και της μέγιστης τιμής που επιτρέπει η διατήρηση της ενέργειας. Την υπόλοιπη ενέργεια την παίρνει το νετρίνο ως κινητική ενέργεια. Το φάσμα της ενέργειας του ποζιτρονίου είναι της μορφής που φαίνεται στο σχήμα 2.2.



Σχ. 2.2: Ενεργειαχό Φάσμα Ποζιτρονίου

2.1.3 Περιορισμοί Ανάλυσης Εικόνας

Η χωρική ανάλυση της PET απεικόνισης περιορίζεται από την θεμελιώδη φύση της ποζιτρονικής εξαύλωσης. Καθώς το ποζιτρόνιο ταξιδεύει μέσα στον ανθρώπινο ιστό,

χάνει κινητική ενέργεια μέσω -κυρίως- αλληλεπιδράσεων Coulomb με τους πυρήνες και τα ηλεκτρόνια του μέσου. Καθώς η μάζα ηρεμίας του ποζιτρονίου είναι ίδια με τη μάζα ηρεμίας του ηλεχτρονίου, τα ποζιτρόνια μπορούν να υποστούν μεγάλες αποκλίσεις στη διεύθυνση κίνησης από κάθε αλληλεπίδραση Coulomb και πραγματοποιούν μια τυχαία καμπύλη τροχιά καθώς χάνουν την κινητική τους ενέργεια. Όταν το ποζιτρόνιο φτάσει σε θερμικές ενέργειες, αλληλεπιδρά με ένα ηλεκτρόνιο και δημιουργείται ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου, το ποζιτρόνιουμ (Positronium-Ps). Το ποζιτρόνιουμ είναι ασταθές και εν τέλει διασπάται, μέσω εξαύλωσης, σε ένα ζευγάρι αντί-παράλληλων φωτονίων ενέργειας 511 keV έχαστο (εκπέμπονται κατά 180 μοίρες το ένα σε σχέση με το άλλο). Ένα μιχρό ποσοστό, λιγότερο του 2%, εξαύλώνεται χωρίς τη δημιουργία του ποζιτρόνιουμ. Παρόλο που η ακτινική κατανομή των γεγονότων εξαύλωσης έχει αιχμηρή χορυφή στο σημείο δημιουργίας του ποζιτρονίου, ο υπολογισμός μιας ακτίνας που περιέχει το 75% των γεγονότων εξαύλωσης δίνει μια ρεαλιστική σύγκριση του αντίκτυπου της μέγιστης ενέργειας του ποζιτρονίου στη χωρική ανάλυση του ΡΕΤ συστήματος. Αυτός ο φυσικός περιορισμός συχνά καλείται εμβέλεια ποζιτρονίου και εν ολίγης είναι η απόσταση του σημείου εκπομπής του ποζιτρονίου από την πηγή ως το σημείο εξαύλωσης του ποζιτρόνιουμ.

Πέραν της εμβέλειας του ποζιτρονίου, η εναπομείνουσα ορμή του ποζιτρονίου οδηγεί σε έναν αχόμα φυσιχό περιορισμό της χωριχής ανάλυσης της PET απειχόνισης. Θα περιμέναμε τα φωτόνια να είναι αντι-παράλληλα. Όμως, λόγω της μιχρής εναπομένουσας ορμής του ποζιτρονίου, δημιουργείται μια γωνιαχή αβεβαιότητα στην χατεύθυνση των 511 keV φωτονίων, η οποία είναι περίπου 4 mrad (0.23 μοίρες). Αυτό το φαινόμενο αναφέρεται ως μη συγγραμιχότητα (Non Colinearity –NC).

Ένας τρίτος σημαντικός παράγοντας που μειώνει την ανάλυση της ανακατασκευασμένης ειχόνας είναι η εγγενής χωρική διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή. Ένας τρόπος να μετρήσουμε τη διαχριτική ικανότητα ενός ανιχνευτή είναι μέσω του πλήρους εύρους στο μισό του μεγίστου (full width at half maximum -FWHM) του φάσματος του ποζιτρονιου που προκύπτει από σημειακή πηγή ευθυγραμμισμένη (με χρήση κατευθυντήρα) και τοποθετημένη μπροστά στον ανιχνευτή σε μια συγκεκριμένη απόσταση. Η διακριτική ικανότητα του ζεύγους ανιχνευτών των ταυτόχρονων φωτονίων συνήθως καθορίζεται ως το FWHM της point-spread function (PSF) που λαμβάνεται από τη συνελιξη των PSF δύο ξεχωριστών ανιχνευτών. Για έναν ανιγνευτή που αποτελείται από μικρούς διακριτούς κρυστάλλους, όλες οι αλληλεπιδράσεις θεωρούνται ότι συμβαίνουν στο κέντρο του κάθε κρυστάλλου. Αυτή η θεώρηση διευκολύνει την οπισθοπροβολή και την τελική ανακατασκευή της ειχόνας. Ως αποτέλεσμα, η PSF για αυτούς τους ανιχνευτές είναι παρόμοια με τη συνάρτηση βήματος με ολικό εύρος ίσο με το μέγεθος του κρυστάλλου. Η PSF σύμπτωσης είναι λοιπόν μια τριγωνική συνάρτηση της οποίας η βάση έχει εύρος ίσο με το μέγεθος του χρυστάλλου. Έτσι το FWHM της PSF σύμπτωσης είναι το μισό του μεγέθους του χρυστάλλου.



Σχ. 2.3: Σφάλμα Παράλλαξης

Ένας τελικός παράγοντας που επηρεάζει την ανάλυση της εικόνας αναφέρεται ως σφάλμα παράλλαξης (parallax error), το οποίο προκύπτει απο την αβεβαιότητα του βάθους αλληλεπίδρασης (depth of interaction - DOI) των ακτινών γάμμα μέσα στον κρύσταλλο. Οι ακτίνες γάμμα ταξιδεύουν κάποια (άγνωστη) απόσταση εντός του κρυστάλλου (ή των παρακείμενων κρυστάλλων) πριν απορροφηθούν πλήρως. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, αν η αχτίνα γάμμα εισέλθει στον χρύσταλλο υπό λοξή γωνία, το σημείο της αλληλεπίδρασης να μην είναι το ίδιο με το σημείο εισαγωγής στον κρύσταλλο, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.3. Ο κρύσταλλος αλληλεπίδρασης μπορεί να μην είναι καν ο ίδιος με τον κρύσταλλο στον οποίο η ακτίνα αρχικά εισήλθε. Επομένως, εκτός αν το βάθος αλληλεπίδρασης εκτός του κρυστάλλου μπορεί να καθοριστεί αχριβώς, στην αλληλεπίδραση θα ανατεθεί μια λάθος γραμμή απόχρισης (line of response - LOR) γιατί η LOR συνήθως ανατείθεται στο μπροστινό σημείο του κρυστάλλου αλληλεπίδρασης. Το φαινόμενο αυτό χειροτερεύει καθώς η πηγή ποζιτρονίου απομαχρύνεται αχτινιχά από το χέντρο του συστήματος των ανιχνευτών (scanner) λόγω του μεγάλου ποσοστού των ακτινών γάμμα που εισέρχονται στους κρυστάλλους υπό λοξή γωνία.

Το σχήμα 2.4 απειχονίζει τα τριών ειδών ταυτόχρονα γεγονότα που δέχεται ένας τομογράφος: (1) σχεδασμένο γεγονός χατά το οποίο ένα ή χαι τα δύο φωτόνια σχεδάζονται εντός του ασθενή, (2) τυχαία ταυτόχρονο γεγονός χατά το οποίο δύο ξεχωριστές διασπάσεις έχουν ως αποτέλεσμα την ανίχνευσή μόνο ενός από τα δυο φωτόνια από το χάθε γεγονός χαι συμβαίνουν τόσο χοντά χρονιχά που θεωρούνται ταυτόχρονα χαι τέλος (3) πραγματιχά ταυτόχρονο γεγονός χατά το οποίο και τα δύο φωτόνια μιας διάσπασης ανιχνεύονται χωρίς να έχουν σχεδαστεί εντός του ασθενή.

Ο σκοπός της PET απεικόνισης είναι να μετράει και να κάνει ανακατασκευή της κατανομής των πραγματικών ταυτόχρονων γεγονότων, ενώ παράλληλα να ελαχιστοποιεί τα σκεδοσμένα και τα τυχαία γεγονότα και να διορθώνει για τα βεβιασμένα (bias) αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτά. Τα πραγματικά και τα σκεδασμένα γεγονότα ονομάζονται και ¨έγκαιρα' (prompt) καθώς προέρχονται διάσπαση ενός μο-



Σχ. 2.4: Περιπτώσεις Ανίχνευσης Ταυτόχρονων Φωτονίων

ναδικού πυρήνα και έτσι τα φωτόνια ανιχνεύονται σχεδόν ταυτόχρονα. Ο ρυθμός των έγκαιρων γεγονότων συνδέεται γραμμικά με την ενεργότητα του ασθενή. Αντιθέτως, ο ρυθμός των τυχαίων γεγονόταν αυξάνεται τετραγωγικά με την ενεργότητα του ασθενή και κυριαρχεί σε υψηλά επίπεδα ενεργότητας.

Η αύξηση του αριθμού των πραγματικών γεγονότων οδηγεί σε εικόνες με λιγότερο θόρυβο. Υπάρχουν τέσσερεις τρόποι να πραγματοποιηθεί αυτή η αύξηση των πραγματικών γεγονότων: αύξηση της δόσης στον ασθενή, χρήση πιο αποδοτικών σπινθηριστών και ανιχνευτών, χρήση μεγαλύτερου εύρους στο φάσμα ενέργειας και αύξηση της στερεάς γωνίας αποδοχής ταυτόχρονων γεγονότων.

2.1.4 Ποζιτρονικοί Εκπομποί

Είναι αρχετά τα ραδιενεργά στοιχεία που διασπώνται με β+ διάσπαση, δηλαδή εκπέποντας ένα ποζιτρόνιο και ένα νετρίνο, που χρησιμοποιούνται στην κλινική άσκηση και στις προκλινικές μελέτες της ποζιτρονικής τομογραφίας. Το πιο διαδεδομένο, κυρίως λόγω του κατάλληλου χρόνου ημιζωής του, είναι το φθόριο-18 ^{18}F . Στον πίνακα 2.1 συνοψίζονται τα κύρια ραδιοϊσότοπα που χρησιμοποιούνται, η μέγιστη ενέργεια εκπομπής ποζιτρονίου και ο χρόνος ημιζωής των πυρήνων αυτών. Τα ραδιοϊσότοπα που χρησιμοποιούνται διασπώνται κάνοντας β^+ κατά 100% και έτσι είναι εφικτή η επεξεργασία των φωτονίων εξαύλωσης καθώς δεν υπάρχει υπόβαθρο από άλλα κανάλια διάσπασης, σχήμα 2.5.

2.2 Μαγνητική Τομογραφία

Η Απεικόνιση Μαγνητικού Συντονισμού (Magnetic Resonance Imaging - MRI), ή αλλιώς Πυρηνικός Μαγνητικός Συντονισμός ή απλά Μαγνητική Τομογραφία, είναι μια ιατρική τεχνική απεικόνισης που χρησιμοποιείται στην ακτινολογία για τη μελέτη

2.2. ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΑ

Ισότοπο	Μέγιστη Ενέργεια (MeV)	Χρόνος Ημιζωής (min)
^{11}C	0.96	20.40
^{13}N	1.20	9.96
^{15}O	1.74	2.04
^{18}F	0.64	109.80
^{62}Cu	2.92	9.73
^{68}Ga	1.89	68.10
^{82}Rb	3.15	1.30

Πίνακας 2.1: Συνήθεις Ποζιτρονικοί Εκπομποί



Σχ. 2.5: Διαγράμματα Διάσπασης β+ ραδιενεργών πυρήνων

της ανατομίας και της φυσιολογίας του σώματος. Τα μηχανήματα MRI χρησιμοποιούν μαγνητικά πεδία και ραδιοκύματα για να την απεικόνιση του σώματος. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται ευραίως στα νοσοκομεία για ιατρική διάγνωση, επίβλεψη του σταδίου μιας ασθένειας και για παρακολούθηση χωρίς έκθεση σε ιονίζουσα ακτινοβολία.

Ένα σύστημα απεικόνισης πρέπει να διαθέτει, εκτός από τον βασικό μαγνήτη, τέσσερα ακόμα είδη πηνίων:

- πηνία βαθμίδας (gradient coils), για την παραγωγή της βαθμίδας πεδίου και το χωρικό προσδιορισμό της απεικονιζόμενης περιοχής
- 2. πηνία εξομάλυνσης (shim coils), για την εξομάλυνση των ανομοιογενειών του στατικού μαγνητικού πεδίου
- πηνία ραδιοσυχνότητας (RF coils), για παραγωγή μαγνητικών παλμών και ανίχνευση σημάτων ελεύθερης επαγωγικής απόσβεσης (Free Induction Decay -FID)

4. πηνία επιφανείας (surface coils), για την διέγερση της επιλεγμένης περιοχής του σώματος.

2.2.1 Αρχή Λειτουργίας

Η λειτουργία του Μαγνητικού Τομογράφου βασίζεται στην μετάπτωση Larmor των σπιν των πυρήνων υδρογόνου του σώματος του ασθενή και την αναλογική σχέση της συχνότητας Larmor με το μαγνητικό πεδίο:

$$\omega = -\vec{\gamma} \times \vec{B} \tag{2.3}$$

Αρχικά, ο ασθενής τοποθετείται εντός ισχυρού ομογενούς μαγνητικού πεδίου (συνήθως 1.5 Tesla). Υπό αυτές τις συνθήχες οι πυρήνες υδρογόνου του σώματος (που βρίσκονται σχεδόν σε όλες τις ενώσεις: νερό, λίπος και άλλες οργανικές ενώσεις) προσανατολίζονται παράλληλα στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου. Έπειτα, τα πηνία ραδιοσυγνότητας του μαγνητικού τομογράφου εκπέμπουν ένα RF ταλαντούμενο και χωρικά ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο με συχνότητα ίση με αυτή της περιστροφής των πυρήνων (συχνότητα Larmor). Οι πυρήνες απορροφούν την ηλεκτρομαγνητική ενέργεια και αλλάζει η κατάσταση περιστροφής τους. Μετά από την διέγερση με παλμούς RF, καθώς οι τροχιές μεταπίπτουν στην αρχική τους κατάσταση, εκπέμπουν ένα αδύναμο σήμα ραδιοσυχνότητας στην συχνότητα Larmor (με μικρές αποκλίσεις). Το αδύναμο εχπεμπόμενο RF σήμα, το οποίο λαμβάνουν τα πηνία λήψης, είναι το σήμα μαγνητικού συντονισμού. Το σήμα αυτό φθίνει με την πάροδο του χρόνου και ονομάζεται σήμα ελεύθερης επαγωγικής απόσβεσης (Free Induction Decay - FID). Έπειτα, με την εφαρμογή μετασχηματισμού Fourier στο FID (σήμα στο πεδίο του χρόνου) λαμβάνουμε το σήμα στην τελική του μορφή, δηλαδή στο πεδίο των συχνοτήτων. Το ραδιοσήμα δίνει πληροφορίες θέσης, λόγω του χωρικά ανομοιογενούς μαγνητιχού πεδίου, χαθώς χάθε πυρήνας σε μετάπτωση εχπέμπει ραδιοχύματα στη συχνότητα Larmor η οποία είναι ανάλογη του πλάτους του μαγνητικού πεδίου που εφαρμόζεται στο συγκεκριμένο σημείο. Για δεδομένο εξωτερικό πεδίο κάθε τύπος ατομικού πυρήνα εκτελεί μεταπτωτική κίνηση με ορισμένη συχνότητα (ιδιοσυχνότητα), που είναι διαφορετική για κάθε άτομο. Συνεπώς η μεταπτωτική αυτή κίνηση αποτελεί ένα μέσο διερεύνησης των διαφόρων τύπων πυρήνων που εμπεριέχονται σε ένα σώμα, είτε αυτό είναι δείγμα χάποιας βιολογιχής ή χημιχής ουσίας είτε είναι ιστός χάποιου εξεταζόμενου ανθρώπου.

2.2.2 Αντίθεση στη Μαγνητική Απεικόνιση

Η αντίθεση (contrast) μεταξύ των διαφορετικών ιστών δημιουργείται από διαφορές στην ένταση του NMR σήματος που προέρχεται από διαφορετικά σημεία εντός του ασθενή. Αυτό εξαρτάται από τη σχετική πυκνότητα των διεγερμένων πυρήνων (συνήθως πρωτόνια νερού), από διαφορές στους χρόνους αποδιέγερσης (T1, T2 και

T*) αυτών των πυρήνων έπειτα την ακολουθία παλμών και συχνά και από άλλες παραμέτρους σε εξειδικευμένες περιπτώσεις σαρώσεων. Προσεκτικός σχεδιασμός της ακολουθίας παλμών ενισχύει τον μηχανισμό αντίθεσης και μειώνει τους άλλους. Η δυνατότητα επιλογής διαφορετικών μηχανισμών αντίθεσης πρσφέρει τρομερή ευελιξία στη μαγνητική τομογραφία. Στον εγκέφαλο, η ακολουθία T1 κάνει τις νευρικές συνδέσεις της λευκής ουσίας να εμφανίζονται άσπρες, τις συναθροίσεις νευρώνων της φαιάς ουσίας να εμφανίζονται γκρί και το εγκαφαλονωτιαίο υγρό να εμφανίζεται μαύρο. Η αντίθεση της λευκής ουσίας, της φαιάς ουσίας και του εγκεφαλονωτιαίου υγρού αντιστρέθεται σε χρήση της ακολουθίας T2 ή T*.

Σε κάποιες περιπτώσεις η δημιουργούμενη αντίθεση δεν είναι επαρκής για την απεικόνιση της ανατομίας και παθολογίας, οπότε χρειάζεται η χορήγηση σκιαγραφικού υλικού (contrast agent). Κυρίως χρησιμοποιούνται σκιαγραφικά με παραμαγνητικές ή υπερπαραμαγνητικές (σιδηρομαγνητικές) ιδιότητες για ενίσχυση της αντίθεσης μεταξύ δυο ιστών.

2.3 Ποζιτρονική - Μαγνητική Τομογραφία

Ο συνδιασμός απειχονιστιχών συστημάτων γίνεται ολοένα και πιο σημαντιχός στην κλινική άσκηση και στην προκλινική έρευνα. Το διπλό σύστημα Ποζιτρονικής Τομογραφίας και Μαγνητικής Τομογραφίας (Positron Emission Tomography - Magnetic Resonance Imaging, PET-MRI) αποτελεί μια νέα προσέγγιση στη λειτουργική και μορφολογική απεικόνιση. Τα μηχανήματα τελευταίας τεχνολογίας παρέχουν την δυνατότητα ταυτόχρονης απεικόνισης. Το σύστημα PET-MR παρουσιάζει πλεονεκτήματα όπως η χαμηλή δόση ακτινοβολίας και η αντίθεση μαλακού ιστού. Σε αντίθεση με το διπλό σύστημα Ποζιτρονικής Τομογραφίας και Αξονικής Τομογραφίας (Positron Emission Tomography - Computed Tomography), PET-CT, το οποίο παρέχει δύο εικόνες, μια από κάθε σύστημα, το σύστημα PET-MR έχει τη δυνατότητα αναχατασχευής ειχόνας χάνοντας χρήση των δεδομένων χαι απο τα δύο απειχονιστιχά συστήματα με ενδεχόμενη βελτίωση του τελιχού αποτελέσματος. Η υψηλή χωριχή ανάλυση των MRI εικόνων έχει ως αποτέλεσμα λεπτομερή ανατομικά δεδομένα (ανατομικός χάρτης ασθενή) βοηθώντας στην καλύτερη ερμηνεία της κλινικής εικόνας. Όμως το ισχυρό μαγνητικό πεδίο του Μαγνητικού Τομογράφου δημιουργεί συστηματικά επηρεασμένα αποτελέσματα τα οποία είναι τυχαία όταν η απεικόνιση γίνεται εκτός μαγνητικού πεδίου.

Η μελέτη και μοντελοποίηση της επίδρασης τον μαγνητικού πεδίου στα εκπεμπόμενα ποζιτρόνια και τα εξαϋλώμενα ζεύγη φωτονίων είναι μια πολύ σημαντική και προκλητική έρευνα που στοχεύει στη βελτίωση της ανάλυσης της ποζιτρονικής τομογραφίας και, μεταξύ άλλων, στο σχεδιασμό εξειδικευμέων πειραμάτων και μεθόδων βαθμονόμησης των συστημάτων PET.

2.3.1 Ποζιτρόνιο εντός Μαγνητικού Πεδίου

Στην PET απεικόνιση, η τροχιά του ποζιτρονίου, πριν την δημιουργία του ποζιτρόνιουμ, θεωρείται ευθεία γραμμή. Αντιθέτως, στην PET-MR απεικόνιση, η τροχιά των εκπεμπόμενων ποζιτρονίων επηρεάζεται από το μαγνητικό πεδίο. Το ποζιτρόνιο είναι ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο και γνωρίζουμε από τον ηλεκτρομαγνητισμό ότι η επίδραση του μαγνητικού πεδίου σε ένα φορτισμένο σωμάτιο περιγράφεται από την εξίσωση Lorentz:

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{V} \times \vec{B} \tag{2.4}$$

όπου q είναι το φορτίο του σωματιδίου, \vec{B} είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου και \vec{V} η ταχύτητα του σωματιδίου.

Στην περίπτωση που η ταχύτητα είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο, το σώμα θα εκτελέσει κυκλική κίνηση στο επίπεδο που είναι κάθετο στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.



Σχ. 2.6: Φορτισμένο σωματίδιο εντός μαγνητιχού πεδίου

Αν η ταχύτητα του ποζιτρονίου έχει μια συνιστώσα παράλληλη στο (ομογενές) μαγνητικό πεδίο, τότε η τροχιά του θα είναι ελικοειδής, γύρω απο άξονα παράλληλο στην κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου (Σχ. 2.6). Η παράλληλη συνιστώσα της ταχύτητας καθορίζει το βήμα της έλικας:

$$p = V_{\parallel}T = \frac{2\pi m V_{\parallel}}{qB} \tag{2.5}$$

Η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας καθορίζει την ακτίνα της έλικας μέσω των τύπων:

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{V} \times \vec{B} \tag{2.6}$$

$$\vec{F}_C = \frac{mV^2}{r} \tag{2.7}$$

η οποία προκύπτει:

$$qV_{\perp}B = \frac{mV_{\parallel}^2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{mV_{\perp}}{qB}$$
(2.8)

Η ταχύτητα του ποζιτρονίου μπορεί να είναι παράλληλη, κάθετη ή υπό τυχαία γωνία σε σχέση με την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Οι δύο ακραίες περιπτώσεις είναι:

$$\vec{V} \perp \vec{B} : r_{max} = \frac{mV}{qB} \tag{2.9}$$

$$\vec{V} \| \vec{B} : l_{max} = V \cdot \tau \tag{2.10}$$

Συνεπώς, η εμβέλεια του ποζιτρονίου δεν είναι απλά διαφορετική στο σύστημα PET-MR έναντι του συστήματος PET, αλλά είναι και ανομοιόμορφα κατανεμημένη στον χώρο. Η εμβέλεια του ποζιτρονίου αναμένεται να μένει σταθερή στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και να μειώνεται στις διευθύνσεις που είναι κάθετες του μαγνητικού πεδίου.

Κεφάλαιο 3

Πρόγραμμα Προσομοίωσης Geant4/Gate

To Geant4 (GEometry ANd Tracking) είναι ένα εργαλείο προσομοιώσεων που χρησιμοποιείται για πληθώρα εφαρμογών στα πλαίσια της Φυσικής Υψηλών Ενεργειών στο CERN.

Το Geant4 Application for Tomographic Emission (GATE) είναι ένα πρόγραμμα προσομοιώσεων εξειδικευμένο στην Τομογραφική Εκπομπή ΡΕΤ και SPECT. Αποτελείται από πολλές κλάσεις C++. Μηχανισμοί που διαχειρίζονται το χρόνο, τη γεωμετρία, τις ραδιενεργές πηγές διαμορφώνουν ένα πυρήνα κλάσεων C++ (core layer) κοντά στον πυρήνα του Geant4. Το στρώμα εφαρμογών (application layer) επιτρέπει την εκτέλεση κλάσεων που ορίζονται από τον χρήστη στο στρώμα του χρήστη (user layer). Σε επίπεδο χρήστη, η εφαρμογή γίνεται με μακροεντολές, έναν εξειδικευμένο μηχανισμό γραφής που επεκτείνει των διερμηνέα εντολών του Geant4 και καθιστά εφικτό τον έλεγχο Monte Carlo προσομοιώσεων ρεαλιστικών διατάξεων.

Το Gate χρησιμοποιεί τα μοντέλα των φυσικών διεργασιών του Geant4. Χρησιμοποιεί το πακέτο χαμηλών ενεργειών, το οποίο περιλαμβάνει όλες τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις και τους μηχανισμούς απώλειας ενέργειας (π.χ. μέσω ιονισμού, Compton κ.τ.λ.). Στο επίπεδο των χαμηλών ενεργειών δεν παράγονται δευτερογενή σωματίδια, με εξαίρεση την εξαύλωση του ποζιτρονίου-ηλεκτρονίου σε φωτόνια, επομένως το stack περιέχει μόνο πρωτογενή σωματίδια.

3.1 Γενική Αρχιτεκτονική Προσομοίωσης

Τα βήματα που πρέπει να κάνει ένας χρήστης ώστε να εκτελέσει μια προσομοίωση με το Gate είναι:

1. να καθορίσει τη γεωμετρία της ανιχνευτικής διάταξης

- 2. να καθορίσει τη γεωμετρία των ομοιωμάτων (phantoms)
- 3. να ρυθμίσει τις παραμέτρους των φυσικών διεργασιών
- 4. να αρχικοποιήσει την προσομοίωση
- 5. να καθορίσει το σύστημα ανίχνευσης
- 6. να καθορίσει τις ραδιενεργές πηγές
- 7. να καθορίσει τη μορφή εξόδου των δεδομένων
- 8. να ξεκινήσει τη συλλογή δεδομένων

3.1.1 User Interface: Γλώσσα Μακροεντολών

To Gate όπως και το Geant4 είναι ένα πρόγραμμα στο οποίο η διεπαφή με τον χρήστη γίνεται με έγγραφα (scripts). Για την εκτέλεση εντολών, ο χρήστης πρέπει να εισάγει τις εντολές είτε σε 'interactive mode' είτε να γράψει ένα αρχείο μακροεντολών (.mac) που να περιέχει μια ορθά διεταγμένη ακολουθία εντολών.

Κάθε εντολή εκτελεί μια συγκεκριμένη λειτουργία και μπορεί να απαιτεί μία ή περισσότερες παραμέτρους. Οι εντολές του Gate είναι οργανωμένες σε δομή δέντρου, σε σχέση με τη λειτουργία που αντιπροσωπεύουν. Για παράδειγμα, όλες οι εντολές ελέγχου της γεωμετρίας βρίσκονται κάτω από το κλαδί '/geometry/' της δεντροειδούς δομής.

Όταν ανοίγει το πρόγραμμα Gate, εμφανίζεται στο τερματικό η λέξη 'PreInit>". Σε αυτό το στάδιο, ο διερμηνέας εντολών είναι ενεργός, δηλαδή όλες οι εντολές Gate που εισάγονται θα ερμηνεύονται και θα εκτελούνται on-line. Όλες οι λειτουργίες στο Gate μπορούν να προσεγγιστούν χρησιμοποιώντας γραμμές εντολών. Η γεωμετρία του συστήματος, η περιγραφή της ραδιενεργούς πηγής (ή πηγών), οι φυσικές αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν χώρα, κλπ, μπορούν να είναι παραμετροποιημένες χρησιμοποιώντας γραμμές εντολών, οι οποίες μεταφράζονται στον πυρήνα του Gate μέσω του διερμηνέα εντολών. Με τον τρόπο αυτό, η προσομοίωση ορίζεται ένα βήμα κάθε φορά, και η κατασκευή της γεωμετρίας και ο ορισμός της προσομοίωσης φαίνονται on-line. Παρόλο που η εισαγωγή εντολών βήμα προς βήμα μπορεί να είναι χρήσιμη όταν ο χρήστης πειραματίζεται με το λογισμικό ή όταν δεν είναι σίγουρος για το πώς να κατασκευάσει τη γεωμετρία, η ανάγκη για την αποθήκευση του συνόλου των εντολών που οδήγησε σε μια επιτυχημένη προσομοίωση οδηγεί στη χρήση αρχείων μαχροεντολών.

Τα αρχεία μακροεντολών (ή 'μάκρο αρχεία', με προέκταση .mac) είναι ASCII αρχεία στα οποία η κάθε γραμμή περιέχει μια εντολή ή ένα σχόλιο. Οι εντολές είναι Geant4 ή Gate scripted. Τα σχόλια ξεκινούν με τον χαρακτήρα '#'. Ένα μάκρο αρχείο πρέπει να περιέχει όλες τις εντολές που περιγράφουν τα διαφορετικά

3.1. ΓΕΝΙΚΗ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

τμήματα της προσομοίωσης με τη σωστή σειρά. Συνήθως τα τμήματα αυτά είναι η οπτιχοποίηση, ο ορισμός των όγχων (γεωμετρία), τα συστήματα, ο ψηφιοποιητής, η φυσιχή, η προετοιμασία, ο ορισμός των πηγών, ορισμός των αρχείων εξόδου και την έναρξη της προσομοίωσης. Τα βήματα αυτά περιγράφονται παραχάτω.

Για να εκτελεστεί ένα μάκρο αρχείο από το τερματικό των Linux ο χρήστης πρέπει να γράψει: Gate mymacro.mac >log & Με αυτόν τον τρόπο εκτελείται το αρχείο μακροεντολών στο προσκήνιο και ότι θα εμφανιζόταν στην οθόνη αποθηκεύεται στο αρχείο 'log'.

Στις επόμενες παραγράφους επεξηγούνται τα βασικά βήματα για να εκτελεστεί μια προσομοίωση μέσω Gate, με ανάλυση του αρχείου μακροεντολών που χρησιμοποιήθηκε για τις προσομοιώσεις της παρούσας εργασίας.

3.1.2 1ο βήμα: Ορισμός Γεωμετρίας

Οι πρώτες εντολές του αρχείου αφορούν συνήθως το γραφιστικό περιβάλλον (graphical interface). Για να εμφανίζεται η γεωμετρία του συστήματος on-line, πρέπει να εγκατασταθεί ένα εργαλείο οπτικοποίησης, χρησιμοποιώντας τις παρακάτω εντολές.

VISUALISATION /vis/open OGLSX /vis/viewer/reset /vis/viewer/set/style surface /vis/drawVolume /vis/scene/endOfEventAction accumulate /vis/viewer/set/viewpointThetaPhi 30 60 /vis/viewer/zoom 2 /tracking/storeTrajectory 1 /gate/geometry/enableAutoUpdate



 Σ χ. 3.1: Όγχος 'world'

Εφόσον έχει οριστεί η οπτιχοποίηση, ο χρήστης πρέπει να ορίσει τη γεωμετρία της προσομοίωσης βασιζόμενη σε όγχους. Όλοι οι όγχοι συνδέονται μεταξύ τους αχολουθώντας δεντροειδή δομή, όπου χάθε χλαδί αντιπροσωπεύει έναν όγχο. Ο χάθε όγχος χαραχτηρίζεται από το σχήμα, το μέγεθος, τη θέση χαι το υλιχό από το οποίο είναι φτιαγμένο. Η βάση της δεντροειδής δομής είναι ο όγχος 'χόσμος' ("world"), που ορίζει το πειραματιχό πλαίσιο της προσομοίωσης. Ο όγχος world είναι ένα χουτί με χέντρο την αρχή των αξόνων (0,0,0). Μπορεί να είναι ότι μέγεθος επιθυμεί ο χρήστης χαι πρέπει να είναι αρχετά μεγάλο ώστε να συμπεριλαμβάνει ολόχληρη τη γεωμετρία της προσομοίωσης. Η παραχολούθηση ενός σωματιδίου σταματάει όταν αυτό βγει από τον 'χόσμο'. Στη προσομοίωση μας έχουμε ορίσει:

W O R L D /gate/world/geometry/setXLength 250 cm /gate/world/geometry/setYLength 250 cm /gate/world/geometry/setZLength 250 cm

Ο 'κόσμος' περιέχει έναν ή παραπάνω όγκους, που αναφέρονται ως 'κόρες' (daughter volumes).

/gate/world/daughters/name volume_name

Το όνομα **volume_name** της πρώτης κόρης του κόσμου έχει συγκεκριμένο νόημα και όνομα. Καθορίζει τον τύπο που ανιχνευτή που θα προσομοιωθεί. Στη συγκεκριμένη περίπτωση το σύστημα είναι ένα 'CylindricalPET' σύστημα. Οι παρακάτω εντολές περιγράφουν τη γεωμετρία του ανιχνευτή. Το σχήμα του είναι κυλινδρικό, με εσωτερική ακτίνα 80*cm* και εξωτερική ακτίνα 100*cm*, μήκος 50*cm* και περιέχει αέρα. Η τελευταία εντολή κάνει να φαίνονται μόνο οι ακμές του όγκου.

CYLINDRICAL SYSTEM /gate/world/daughters/name cylindricalPET /gate/world/daughters/insert cylinder /gate/cylindricalPET/setMaterial Air /gate/cylindricalPET/geometry/setRmax 100 cm /gate/cylindricalPET/geometry/setRmin 80 cm /gate/cylindricalPET/geometry/setHeight 50 cm /gate/cylindricalPET/vis/forceWireframe



 $\Sigma \chi$. 3.2: Cylindrical-PET

Ο ανιχνευτής που χρησιμοποιούμε για την προσομοίωση αποτελείται από 32 κουτιά (blocks) και το κάθε ένα περιέχει 6 × 6 κρυστάλλους LSO. Οι επόμενες εντολές καθορίζουν τον ανιχνευτή:

RSECTOR

/gate/cylindricalPET/daughters/name rsector /gate/cylindricalPET/daughters/insert box /gate/rsector/placement/setTranslation 90 0 0 cm /gate/rsector/geometry/setXLength 19. cm /gate/rsector/geometry/setYLength 17. cm /gate/rsector/geometry/setZLength 49. cm /gate/rsector/setMaterial Air /gate/rsector/vis/setColor yellow

20

/gate/rsector/vis/forceWireframe

Εφόσον έχει δημιουργηθεί το κουτί, ο κρύσταλλος μπορεί να οριστεί ως 'κόρη' του κουτιού.

MODULE

/gate/rsector/daughters/name module /gate/rsector/daughters/insert box /gate/module/geometry/setXLength 19. cm /gate/module/geometry/setYLength 17. cm /gate/module/geometry/setZLength 12. cm /gate/module/setMaterial Air /gate/module/vis/setColor red /gate/module/vis/forceWireframe

CRYSTAL

/gate/module/daughters/name crystal /gate/module/daughters/insert box /gate/crystal/geometry/setXLength 19. cm /gate/crystal/geometry/setYLength 2.5 cm /gate/crystal/geometry/setZLength 2. cm /gate/crystal/setMaterial Air /gate/crystal/vis/setColor blue /gate/crystal/vis/forceWireframe

LAYER LSO

/gate/crystal/daughters/name LSO /gate/crystal/daughters/insert box /gate/LSO/geometry/setXLength 19. cm /gate/LSO/geometry/setYLength 2.5 cm /gate/LSO/geometry/setZLength 2. cm /gate/LSO/placement/setTranslation 0 0 0 cm /gate/LSO/setMaterial LSO /gate/LSO/vis/setColor green

Για να έχουμε όλον τον ανιχνευτή με κρυστάλλους πρέπει να επαναλάβουμε τον όγκο crystal 6 × 6 φορές στις διευθύνσεις Y και Z, τον όκγο module 4 φορές στη διεύθυνση Z (για να έχουμε 4 δαχτυλίδια) και τον όγκο rsector 32 φορές για να γεμίσει το κάθε δαχτυλίδι.



Σχ. 3.3: Κρύσταλλος



Σχ. 3.4: Επανάληψη



Σχ. 3.5: Πλήρης Επανάληψη

REPEAT CRYSTAL /gate/crystal/repeaters/insert cubicArray /gate/crystal/cubicArray/setRepeatNumberX 1 /gate/crystal/cubicArray/setRepeatNumberY 6 /gate/crystal/cubicArray/setRepeatNumberZ 6 /gate/crystal/cubicArray/setRepeatVector 0. 2.5 2. cm

REPEAT MODULE /gate/module/repeaters/insert cubicArray /gate/module/cubicArray/setRepeatNumberZ 4 /gate/module/cubicArray/setRepeatVector 0. 0. 12.1 cm

REPEAT RSECTOR /gate/rsector/repeaters/insert ring /gate/rsector/ring/setRepeatNumber 32

Η γεωμετρία ενός απλού συστήματος ανιχνευτή PET έχει καθοριστεί. Το επόμενο βήμα είναι να συνδεθεί η γεωμετρία αυτή με το σύστημα, έτσι ώστε να αποθηκεύονται δεδομένα από τις αλληλεπιδράσεις σωματιδίων (τα λεγόμενα hits) εντός των όγκων που αντιπροσωπεύουν τους ευαίσθητους ανιχνευτές (sensitive detector). Το Gate αποθηκεύει hits μόνο όταν συμβαίνουν στους όγκους που έχουν συνδεθεί με τους ευαίσθητους ανιχνευτές. Ένας όγκος πρέπει πρώτα να ανήκει σε ένα σύστημα πριν να μπορεί να συνδεθεί με τον ευαίσθητο ανιχνευτή. Οι επόμενες εντολές συνδέουν έναν όγκο στο σύστημα.

ATTACHMENT

/gate/systems/cylindricalPET/rsector/attach rsector /gate/systems/cylindricalPET/module/attach module /gate/systems/cylindricalPET/crystal/attach crystal /gate/systems/cylindricalPET/layer0/attach LSO

Τα ονόματα rsector και module είναι καθορισμένα ονόματα και αντιστοιχούν στο πρώτο και το δεύτερο επίπεδο του συστήματος CylindricalPET.

Για να αποθηκευτούν τα hits που συμβαίνουν στους όγκους που αντιστοιχούν στους κρυστάλλους, η εντολή είναι:

ATTACH CRYSTAL SD /gate/LSO/attachCrystalSD

3.1.3 20 βήμα: Γεωμετρία Ομοιώματος

Ο όγκος προς απεικόνιση δημιουργείται με βάση τις ίδιες αρχές με τις οποίες δημιουργείται ένας ανιχνευτής. Το εξωτερικό κέλυφος του ομοιώματος είναι ένας όγκος 'κόρη' του 'κόσμου'. Οι επόμενες εντολές περιγράφουν ένα σφαιρικό ομοίωμα ακτίνας 5cm τοποθετημένου στο κέντρο του 'κόσμου'. Η σφαίρα είναι γεμάτη νερό και θα εμφανίζεται με άσπρο χρώμα.

PHANTOM

/gate/world/daughters/name Phantom /gate/world/daughters/insert sphere /gate/Phantom/geometry/setRmin 0.00 cm /gate/Phantom/geometry/setRmax 5.00 cm /gate/Phantom/placement/setTranslation 0.00 0.00 0.00 cm /gate/Phantom/setMaterial Water /gate/Phantom/vis/setColor white /gate/Phantom/vis/forceSolid



Σχ. 3.6: Ομοίωμα

3.1.4 30 βήμα: Φυσικές Διαδικασίες

Έπειτα από την περιγραφή των όγκων και των αντίστοιχων ευαίσθητων ανιχνευτών, ο χρήστης χρειάζεται να προσδιορίσει ποιες διαδικασίες αλληλεπίδρασης θα συμπεριληφθούν στην προσομοίωση. Τρία βήματα πρέπει να καθοριστούν από τον χρήστη:

- 1. Ο τύπος (ή οι τύποι) σωματιδίων που θα λαμβάνονται υπόψη στην προσομοίωση
- 2. Οι φυσικές διαδικασίες που θα λαμβάνονται υπόψη
- 3. Προσδιορισμός του χατωφλίου παραγωγής σωματιδίων

Το Gate χρησιμοποιεί τα μοντέλα φυσικών διαδικασιών του Geant4. Ο χρήστης πρέπει να επιλέξει ανάμεσα από αυτές τις διαδικασίες για κάθε σωματίδιο. Για φωτόνια, οι ακόλουθες διαδικασίες μπορούν να μοντελοποιηθούν: φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, σκέδαση Compton, σκέδαση Rayleigh και δίδυμη γένεση. Για ηλεκτρόνια, οι ακόλουθες διαδικασίες μπορούν να μοντελοποιηθούν: ιονισμός, σκέδαση Moller και Bremsstrahlung. Για την εξαύλωση ηλεκτρονίου ποζιτρονίου, η μη συγγραμικότητα του ζεύγους φωτονίων μοντελοποιείται.

Για κάθε είδος αλληλεπίδρασης, ο χρήστης μπορεί να επιλέξει ανάμεσα σε δύο μοντέλα ή να αγνοήσει την αλληλεπίδραση εντελώς.

#EM P R O C E S S /gate/physics/gamma/selectRayleigh lowenergy /gate/physics/gamma/selectPhotoelectric lowenergy /gate/physics/gamma/selectCompton lowenergy

To Gate έχει τη δυνατότητα ορισμού κατωφλίων cuts:

- 1. κατώφλι στην εμβέλεια του ηλεκτρονίου
- 2. ενεργειακό κατώφλι για ακτίνες Χ
- 3. ενεργειακό κατώφλι για ακτίνες δ

Για πιο ακριβή αποτελέσματα, πρέπει να χρησιμοποιούνται χαμηλά cuts ή ακόμα και καθόλου ώστε να δευτερεύοντα σωματίδια να δημιουργούνται και να καταγράφονται. Σε αυτή την περίπτωση η φυσική είναι πολύ ακριβής αλλά η προσομοίωση πολύ αργή. Για γρήγορη προσομοίωση, πρέπει να χρησιμοποιούνται ψηλά cuts για να μην ξοδεύεται χρόνος για παρακολούθηση των δευτερευόντων σωματιδίων.

3.1.5 4ο βήμα: Initialization

Η προσομοίωση αρχίζει με την εντολή:

/run/initialize

24

Το βασικό αποτέλεσμα αυτής της εντολής είναι ο υπολογισμός των πινάκων ενεργών διατομών. Μετά από αυτό το βήμα, η λίστα φυσικής δεν μπορεί να τροποποιηθεί και δεν μπορούν να εισαχθούν καινούριοι όγκοι στη γεωμετρία.

3.1.6 50 βήμα: Προσομοίωση Ψηφιοποιητή

Το βασιχό δεδομένο εξόδου (output) του Gate είναι μια hit συλλογή, στην οποία είναι αποθηχευμένα δεδομένα θέσης, χρόνου και ενέργειας κάθε hit. Το ιστοριχό κάθε σωματιδίου είναι αποθηχευμένο ως η διαδοχή των hits που δημιουργούνται κατά τη διαδρομή του. Ο στόχος του ψηφιοποιητή είναι να δημιουργήσει τα παρατηρήσιμα φαινόμενα και να μοντελοποιήσει τα συστήματα ανάγνωσης και τη λογική του trigger. Διάφορες λειτουργίες είναι ομαδοποιημένες κάτω από το αντικείμενο 'digitizer' που αποτελείται από διάφορες ενότητες που μπορούν να εισαχθούν σε μια γραμμική αλυσίδα επεξεργασίας σήματος. Στην παρακάτω εντολή εισάγεται ένας 'adder' για να προσθέτει τα hits που παράγονται ανά στοιχειώδη όγκο (ο κάθε ξεχωριστός κρύσταλλος, όπως ορίστηκε παραπάνω).

/gate/output/digi/enable # A D D E R /gate/digitizer/convertor/verbose 0 /gate/digitizer/Singles/insert adder /gate/digitizer/Singles/adder/verbose 0

Για να ληφθεί υπόψην η ενεργειαχή διαχριτιχή ιχανότητα του ανιχνευτή χαι για τη συλλογή 'singles' με ένα προχαθορισμένο παράθυρο ενεργειών εισάγεται ο μηχανισμός 'θολώματος' της ενέργειας (energy blurring). Εδώ έχουμε θέσει διαχύμανση 10%-15% γύρω από την ενέργεια 511keV.

E N E R G Y B L U R R I N G /gate/digitizer/Singles/insert crystalblurring /gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalResolutionMin 0.10 /gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalResolutionMax 0.15 /gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalQE 1. /gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalEnergyOfReference 511. keV

Μια άλλη ενότητα μπορεί να περιγράψει το σύστημα ανάγνωσης της προσομοίωσης. Η τμηματοποίηση του συστήματος ανάγνωσης μπορεί να είναι διαφορετική από τη στοιχειώδη γεωμετρική δομή του ανιχνευτή. Η γεωμετρία του συστήματος ανάγνωσης είναι μια τεχνιτή γεωμετρία η οποία είναι συνήθως σχετίζεται με μια ομάδα ευαίσθητων ανιχνευτών.

R E A D O U T /gate/digitizer/Singles/insert readout /gate/digitizer/Singles/readout/setDepth 1

Εισάγουμε επιπλέον χρονική διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή και ενεργειακό παράθυρο για πιο γρήγορη προσομοίωση.

TEMPORAL RESOLUTION /gate/digitizer/Singles/insert timeResolution /gate/digitizer/Singles/timeResolution/setTimeResolution 2. ns # E N E R G Y C U T /gate/digitizer/Singles/insert thresholder /gate/digitizer/Singles/thresholder/setThreshold 250. keV /gate/digitizer/Singles/insert upholder /gate/digitizer/Singles/upholder/setUphold 750. keV

/gate/digitizer/Singles/thresholder/verbose 0

Καθώς έχουμε προσομοίωση ανιχνευτή PET, πρέπει να εισάγουμε και ταξινόμο ταυτόχρονων γεγονότων:

COINCIDENCES SORTER /gate/digitizer/Coincidences/setWindow 10. ns /gate/digitizer/Coincidences/minSectorDifference 2

3.1.7 60 βήμα: Ορισμός Πηγής

Στο Gate η πηγή αναπαριστάται ως ένας όγχος μέσα στον οποίο τα σωματίδια (ποζιτρόνια, φωτόνια, ιόντα, πρωτόνια, χτλ) δημιουργούνται και εκπέμπονται. Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει τη γεωμετρία της πηγής καθώς και χαρακτηριστικά της όπως η διεύθυνση εκπομπής, το ενεργειακό φάσμα και η ενεργότητα. Ο μέσος χρόνος ζωής μιας ασταθούς πηγής (ραδιενεργό ιόν) συνήθως λαμβάνεται από τη βάση δεδομένων του Geant4, αλλά μπορεί και να οριστεί και από τον χρήστη.

Ένα διαχριτοποιημένο (voxelized) ομοίωμα ή σετ δεδομένων ασθενούς μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν ως πηγή, για προσομοίωση ρεαλιστικών διατάξεων.

Στη συγκεκριμένη προσομοίωση χρησιμοποιείται μια σχεδόν σημειακή πηγή, σφαιρική με ακτίνα 0.01 mm τοποθετημένη στο κέντρο του 'κόσμου'. Εδώ φαίνεται η πηγή Ρουβιδίου.

G A M M A

/gate/source/addSource Positron /gate/source/Positron/gps/type Volume /gate/source/Positron/gps/shape Sphere /gate/source/Positron/gps/radius 0.01 mm /gate/source/Positron/gps/centre 0.00 0.00 0.00 cm

#RUBIDIUM

/gate/source/Positron/gps/particle ion /gate/source/Positron/gps/ion 37 82 0 0 /gate/source/Positron/gps/monoenergy 00.0 keV /gate/source/Positron/setForcedHalfLife 76.38 s

/gate/source/Positron/setActivity 10000. Bq /gate/source/Positron/setForcedUnstableFlag true



Σχ. 3.7: Εκπομπή Ποζιτρονίων (μπλε) και Εξαύλωση (πράσινο)
/gate/source/Positron/gps/angtype iso /gate/source/Positron/gps/mintheta 0. deg /gate/source/Positron/gps/maxtheta 180. deg /gate/source/Positron/gps/minphi 0. deg /gate/source/Positron/gps/maxphi 360. deg

Συνολικά προσομοιώθηκαν 6 πηγές ποζιτρονίων. Για τις περιπτώσεις των εκπομπών ${}^{11}C$, ${}^{15}O$, ${}^{18}F$ υπάρχει δυνατότητα εισαγωγής εξειδικευμένου ενεργειακού φάσματος, αντικαθιστώντας τις εντολές:

#CARBON /gate/source/Positron/gps/particle ion /gate/source/Positron/gps/ion 6 11 0 0 /gate/source/Positron/gps/monoenergy 00.0 keV /gate/source/Positron/setForcedHalfLife 1220.04 s

με το σύνολο εντολών:

#CARBON -ENERGYTYPE /gate/source/Positron/gps/particle e+ /gate/source/Positron/gps/energytype Carbon11 /gate/source/Positron/setForcedHalfLife 1220.04 s

Αντίστοιχα με το Carbonll για τον ${}^{11}C$, υπάρχει το Oxygen15 για το ${}^{15}O$ και το Fluor18 για το ${}^{18}F$.

3.1.8 70 βήμα: Μορφή Δεδομένων Εξόδου

Εχ προεπιλογής, τα δεδομένα εξόδου για όλα τα συστήματα που χρησιμοποιούνται από το Gate είναι της μορφής ASCII και ROOT όπως περιγράφεται στις παρακάτω εντολές. Στην προσομοίωση μας δε χρειαζόμαστε το ROOT output οπότε το έχουμε κάνει comment-out.

/gate/output/analysis/enable /gate/output/ascii/enable /gate/output/root/disable

S E T U P - R O O T - FILE
#/gate/output/root/setFileName rootoutput
#/gate/output/root/setRootNtupleFlag 0



Σχ. 3.8: Τρέξιμο Προσομοίωσης

#/gate/output/root/setRootHitFlag 0
#/gate/output/root/setRootSinglesFlag 0
#/gate/output/root/setRootCoincidencesFlag 0
#/gate/output/root/setSaveRndmFlag 0
#/gate/output/Imf1/disable

S E T U P - A S C I I - FILE /gate/output/ascii/setOutFileSinglesAdderFlag 0 /gate/output/ascii/setOutFileSinglesReadoutFlag 0 /gate/output/ascii/setOutFileSinglesThresholderFlag 0 /gate/output/ascii/setOutFileSinglesUpholderFlag 0 /gate/output/ascii/setOutFileSinglesFlag 1 /gate/output/ascii/setOutFileHitsFlag 0 /gate/output/ascii/setOutFileHitsFlag 1

Για κάποιους ανιχνευτές, τα γεγονότα μπορούν να αποθηκευτούν και μορφή σινογράμματος ή σε List Mode Format -LMF.

3.1.9 80 βήμα: Εκκίνηση Συλλογή Δεδομένων

Αυτό είναι το τελικό βήμα της προσομοίωσης. Η αρχή και το τέλος του πειράματος ορίζονται όπως σε ένα πραγματικό πείραμα, με χρήση των εντολών setTimeStart και setTimeStop. Επιπλέον, το Gate χρειάζεται μια παράμετρο χρονικής τμηματοποίησης (setTimeSlice) η οποία ορίζει τη χρονική περίοδο κατά την οποία το προσομοιούμενο σύστημα θεωρείται στατικό. Στην αρχή κάθε χρονικού τμήματος, η γεωμετρία ενημερώνεται σύμφωνα με τις απαιτούμενες κινήσεις (στην περίπτωση που το σύστημα του ανιχνευτή κινείται με τον χρόνο). Κατά τη διάρκεια κάθε χρονικού τμήματος τμήματος η γεωμετρία παραμένει σταθερή και η προσομοίωση συνεχίζεται.

Για να έχουμε ένα σύνολο περίπου 100000 γεγονότων εξαύλωσης, έχοντας θέσει ενεργότητα 10000*Bq*, τρέχουμε την προσομοίωση για 10*sec*.

E X P E R I M E N T /gate/application/setTimeSlice 1.00 s /gate/application/setTimeStart 0.00 s /gate/application/setTimeStop 10.00 s /gate/application/startDAQ

Στο σχήμα 3.9α', που απεικονίζεται μια τομή του ποζιτρονικού τομογράφου κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, φαίνονται οι διαφόρων ειδών αλληλεπιδράσεις των φωτονίων στο χώρο. Είναι εμφανής η απορρόφηση κάποιων φωτονίων από τους κρυστάλλους, η σκέδασή τους καθώς και η διαφυγή μερικών φωτονίων από τον κόσμο.



(α') Επίπεδο xy



Σχ. 3.9: Η προσομοίωση υπό άλλες οπτικές γωνίες

Πιο συγκεκριμένα, μερικές φωτονικές γραμμές που, στο σχήμα 3.9α΄, φαίνεται να κόβονται πριν φτάσουν στον ανιχνευτή, υπό την οπτική γωνία του σχήματος 3.9β΄ είναι εμφανές πώς στην πραγματικότητα φεύγουν εκτός του 'κόσμου'. Στο σχήμα 3.9β΄ φαίνεται ο ανιχνευτής κατά μήκος του άξονα του. Το γεγονός οτι κάποια φωτόνια διαφεύγουν του ανιχνευτή είναι αναμενόμενο, καθώς έχουμε ομοιόμορφη εκπομπή των αντιδιαμετρικών φωτονίων προς όλες τις διευθύνσεις και η επιφάνεια του τομογράφου δεν περικλύει πλήρως την πηγή.

Αν ο χρήστης θέλει να βγει από το Gate όταν τελειώσει η προσομοίωση, τότε η τελευταία γραμμή του αρχείου μαχροεντολών πρέπει να είναι exit.

3.2 Προσομοίωση Εκπομπής Ποζιτρονίου

Το πακέτο προσομοίωσης Gate (version 5.0.0) χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό της κατανομής των σημείων εξαύλωσης των ποζιτρονίων διαφορετικών β- ραδιενεργών πηγών εντός υλικών με διαφορετική πυκνότητα (νερό, ιστό πνεύμονα, κόκκαλο). Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν για τις περιπτώσεις εξαύλωσης εντός και εκτός ομογενούς στατικού μαγνητικού πεδίου, τοποθετημένου στην z κατεύθυνση για τρεις διαφορετικές εντάσεις μαγνητικού πεδίου 3T, 9.5T και 11T. Το αρχείο μακροεντολών βρίσκεται στο παράρτημα.

Η διάταξη της προσομοίωσης έχει ως εξής: μια προσεγγιστικά σημειακή πηγή

(αχτίνας r=0.01mm) είναι τοποθετημένη στο χέντρο του 'χόσμου', εντός σφαιριχού phantom αχτίνας R=5cm. Δε χρησιμοποιήθηχε η επιλογή 'point source' στο σημείο (0, 0, 0), για να αποφευχθεί γνωστό bug του προγράμματος.

Για τη συγκεκριμένη μελέτη, χρησιμοποιήθηκαν έξι από τους πιο συνηθισμένους ποζιτρονικούς εκπομπούς: ${}^{11}C$, ${}^{13}N$, ${}^{15}O$, ${}^{18}F$, ${}^{68}Ga$, ${}^{82}Rb$.

Η ενεργότητα σε κάθε 'τρέξιμο' της προσομοίωσης έχει οριστεί στα 10kBq και ο χρόνος προσομοίωσης στα 10sec. Κατ' επέκταση, περίπου 100000 γεγονότα εξαύλωσης προσομοιώθηκαν και καταμετρήθηκαν σε κάθε περίπτωση. Οι συντεταγμένες εξαύλωσης εξήχθησαν από τα δεδομένα εξόδου του Geant4, τα οποία αποθηκεύονταν σε ένα αρχείο 'log'. Η Gate εντολή εμφάνισης των σκεδάσεων κάθε τροχιάς ποζιτρονίου ως δεδομένα εξόδου του Geant4 είναι:

/tracking/verbose 2

Η Unix εντολή ανάκτησης των συντεταγμένων εξαύλωσης από το αρχείο 'log' είναι:

grep "Phantom_P annihil" log >temp1.txt sed 's/Phantom_P annihil/0/g;s/G4/0/g;s/\[//g;s/\]//g' temp1.txt >annihil.txt

Το αρχείο annihil.txt περιέχει τα συντεταγμένες του σημείου εξαύλωσης κάθε ποζιτρονίου, την ενέργεια που είχε το ποζιτρόνιο πριν εξαύλωθεί και το συνολικό μήκος της τροχιάς του. Η ανάλυση των δεδομένων έγινε μέσω του προγράμματος Physics Analysis Workstation (PAW).

Δεδομένου οτι η σημειαχή πηγή έχει τοποθετηθεί στο χέντρο του 'χόσμου', χάθε εκπομπή ποζιτρονίου θα συμβαίνει στο σημείο (0, 0, 0), κατά συνέπεια η απόσταση του σημείου εξαύλωσης από το σημείο εκπομπής θα είναι απλά:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{3.1}$$

όπου x, y, z οι συντεταγμένες εξαύλωσης κάθε γεγονότος όπως έχουν παρθεί από τα δεδομένα εξόδου του Geant4. Η μέση εμβέλεια του ποζιτρονίου υπολογίστηκε για κάθε περίπτωση και βρέθηκε σε συμφωνία με τη βιβλιογραφία.

Το σχήμα 3.10 δείχνει τη μέση εμβέλεια του ποζιτρονίου ως συνάρτηση του μαγνητιχού πεδίου για τους έξι ποζιτρονιχούς εχπομπούς σε διαφορετιχά περιβάλλοντα υλιχά (ιστό πνεύμονα, νερό χαι χόχχαλο), όπως προέχυψαν από την προσομοίωση. Το σχήμα δείχνει οτι η μέση εμβέλεια του ποζιτρονίου μειώνεται σημαντιχά με την αύξηση του μαγνητιχού πεδίου για χαμηλές εντάσεις μαγνητιχού πεδίου (0T-3T) χαι παραμένει σχεδόν σταθερή όταν η εντάση του μαγνητιχού πεδίου είναι αρχετά υψηλή, δηλαδή για ένταση (9.5T-11T).



Σχ. 3.10: Εμβέλεια Ποζιτρονίου συναρτήσει Μαγνητικού Πεδίου

Η εμβέλεια του ποζιτρονίου εξαρτάται φυσιχά χαι από την πυχνότητα του περιβάλλοντος υλιχού. Παρατηρούμε ότι από 0T στα 11T υπάρχει μια μείωση στη μέση εμβέλεια του ποζιτρονίου 46.4% για το ^{18}F χαι 51.3% για το ^{82}Rb εντός ιστού πνεύμονα, ενώ η μείωση εντός νερού είναι 30.8% για το ^{18}F χαι 46.4% για το ^{82}Rb και εντός χόχχαλου αχόμα λιγότερη, μόνο 13.6% για το ^{18}F χαι 39.4% για το ^{82}Rb . Η σύγχριση έγινε μόνο για τους δύο ποζιτρονιχούς εχπομπούς που έχουν την χαμηλότερη χαι την υψηλότερη ενέργεια, δηλαδή το ^{18}F χαι το ^{82}Rb αντίστοιχα.

Επιπρόσθετα, η μείωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου από $0\,T$ ως $3\,T$ είναι μεταξύ0.8%για ^{18}F έως5.3%για ^{68}Ga και10.5%για το $^{82}Rb.$

Η μελέτη της ελάττωσης της μέσης εμβέλειας του ποζιτρονίου με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου υποδεικνύει ένα φαινόμενο κορεσμού για υψηλές εντάσεις μαγνητικού πεδίου (9.5*T*-11*T*). Μια πιθανή εξήγηση, που χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση, είναι πως ο κορεσμός οφείλεται στη πεπερασμένη μεν αλλά πολυ μικρή διάμετρο της



 Σ χ. 3.11: x, y, z και r προφίλ του ^{82}Rb

κυκλικής κίνησης του σωματιδίου στο επίπεδο που είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο. Καθώς συσπειρώνεται η ελικοειδής τροχιά, η διάμετρος μειώνεται τόσο ώστε να γίνεται σχεδόν αμελητέα σε σχέση με το μήκος της διαδρομής στη διεύθυνση z, με αποτέλεσμα η διαφορά τελικής και αρχικής θέσης να μην εξαρτάται τόσο από την διάμετρο της κυκλικής κίνησης στο κάθετο στο μαγνητικό πεδίο επίπεδο.

Τα προφίλ στο σχήμα 3.11 επιδειχνύουν την επίδραση διαφορετιχών εντάσεων μαγνητιχού πεδίου στην εμβάλεια του ποζιτρονίου σε χάθε άξονα, για τον ποζιτρονικό εκπομπό ⁸²Rb με την υψηλότερη μέγιστη ενέργεια εκπομπής ποζιτρονίου, 3.15 MeV μέσα σε νερό. Αρχικά παρατηρούμε ότι τα προφίλ δεν προσεγγίζονται με γκαουσιανή κατανομή, γεγονός ήδη γνωστό από τη βιβλιογραφία. Παρατηρείται σημαντική μείωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου στις χάθετες στο μαγνητικό πεδίο διευθύνσεις και



Σχ. 3.12: x, y, z και r προφίλ του ${}^{18}F$

καμία μείωση στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, όπως ήταν αναμενόμενο από την εξίσωση Lorentz:

$$\vec{F}_{Lorentz} = q\vec{V} \times \vec{B} \tag{3.2}$$

όπου q είναι το φορτίο του σωματιδίου, \vec{B} είναι η ένταση του μαγνητικού πεδίου και \vec{V} η ταχύτητα του σωματιδίου.

Επιπλέον, τα προφιλ της εμβέλειας του ποζιτρονίου στους άξονες x και y είναι σχεδόν ταυτόσημα, όπως αναμένεται θεωρητικά, λόγω της ακτινικής συμμετρίας στο κάθετο στο μαγνητικό πεδίο επίπεδο.

Τα προφίλ στο σχήμα 3.12 επιδεικνύουν την επίδραση διαφορετικών εντάσεων μαγνητικού πεδίου στην εμβάλεια του ποζιτρονίου σε κάθε άξονα, για τον ποζιτρονικό



Σχ. 3.13: x, y, z και r προφίλ του ^{11}C

εκπομπό ${}^{18}F$, ο οποίος έχει τη χαμηλότερη μέγιστη ενέργεια εκπομπής ποζιτρονίου, 0.64 MeV μέσα σε νερό. Και εδώ παρατηρείται μείωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου στις κάθετες στο μαγνητικό πεδίο διευθύνσεις και καμία μείωση στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Η σχετική μείωση της εμβάλειας είναι προφανώς μικρότερη σε σχέση με την αντίστοιχη σχετική μείωση της εμβέλειας που συμβαίνει στην περίπτωση του ρουβιδίου, επειδή η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς εξαρτάται από την ταχύτητα και άρα από την ενέργεια (σχέση 2.8).

Τα σχήματα 3.13, 3.14, 3.15 και 3.16 παρουσιάζουν την επίδραση των διαφορετικών εντάσεων του μαγνητικού πεδίου για τους υπόλοιπους τέσσερεις ποζιτρονικούς εκπομπούς με μεσαίες ενέργειες μέσα σε νερό. Η μέγιστη ενέργεια εκπομπής για



Σχ. 3.14: x, y, z και r προφίλ του ^{13}N

κάθε ένα από τους τέσσερεις αυτούς εκπομπούς δίνεται στον πίνακα 3.1. Η μείωση

Ισότοπο	Μέγιστη Ενέργεια (MeV)
^{11}C	0.96
^{13}N	1.20
^{15}O	1.74
^{68}Ga	1.89

Πίναχας 3.1: Μέγιστη Ενέργεια Πηγών Ποζιτρονίου



Σχ. 3.15: x, y, z και r προφίλ του ${}^{15}O$

του εύρους της καμπύλης του προφίλ στους άξονες x και y είναι εξίσου εμφανής και σε αυτές τις περιπτώσεις.

Ένας οπτικά ωραίος τρόπος παρουσίασης των αποτελεσμάτων είναι η τρισδιάστατη αναπαράσταση των σημείων εξαύλωσης. Τα σχήματα 3.18 και 3.19 δείχνουν τα σημεία εξαύλωσης των ποζιτρονίων που εκπέμπονται από τη σχεδόν σημειακή πηγή (σφαίρα ακτίνας 0.01 mm) που βρίσκεται στο κέντρο του κόσμου, δηλαδή στο σημείο (0, 0, 0). Όταν δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο η κατανομή των σημείων εξαύλωσης είναι ομοιόμορφη στον χώρο, επειδή δεν υπάρχει κάποια προτιμητέα διεύθυνση εκπομπής (έχουμε θέσει ισότροπη γωνιακή κατανομή εκπομπής κατά την προσομοίωση της εκάστοτε πηγής). Υπό την επίδραση ισχυρού μαγνητικού πεδίου, παρατηρούμε



Σχ. 3.16: x, y, z και r προφίλ του ${}^{68}Ga$

ότι η κατανομή δεν είναι πλέον χωρικά ομοιόμορφη.

Υπενθυμίζουμε ότι το ομοίωμα έχει ακτίνα 50 mm, οπότε όλα τα γεγονότα εξαύλωσης συμβαίνουν εντός του ομοιώματος νερού. Η τιμές της μέσης εμβέλειας του ποζιτρονίου για τις έξι διαφορετικές πηγές και για τις τέσσερεις διαφορετικές εντάσεις μαγνητικού πεδίου στο νερό, δίνονται στον πίνακα 3.17. Η μέση εμβέλεια υπολογίστηκε ως η μέση τιμή της τιμής R:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} R_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}}{N}$$
(3.3)

όπου x_i, y_i, z_i οι συντεταγμένες εξαύλωσης του i-στού γεγονότος όπως έχουν

παρθεί από τα δεδομένα εξόδου του Geant4 και N ο αριθμός των σημείων εξαύλωσης, ο οποίος είναι της τάξης 10⁵, καθώς έχουμε θέσει να προσομοιώνονται περίπου 100000 γεγονότα σε κάθε περίπτωση.

¹⁸ F (0.64 MeV)					¹¹ C (0.96 N	/leV)			
	r	х	у	Z		r	х	у	Z
ОТ	0.481 ± 0.004	0.243 ± 0.003	0.241 ± 0.003	0.240 ± 0.003	ОТ	0.911 ± 0.006	0.456 ± 0.006	0.457 ± 0.006	0.454 ± 0.006
3Т	0.464 ± 0.003	0.226 ± 0.003	0.227 ± 0.003	0.244 ± 0.003	ЗТ	0.832 ± 0.006	0.395 ± 0.005	0.396 ± 0.005	0.455 ± 0.006
9.5T	0.355 ± 0.003	0.138 ± 0.002	0.139 ± 0.002	0.242 ± 0.003	9.5T	0.594 ± 0.004	0.193 ± 0.002	0.193 ± 0.002	0.457 ± 0.006
11T	0.338 ± 0.003	0.123 ± 0.002	0.123 ± 0.002	0.242 ± 0.003	11T	0.572 ± 0.004	0.172 ± 0.002	0.170 ± 0.002	0.458 ± 0.006
¹³ N (1.19 MeV)						¹⁵ O (1.70 N	ЛeV)		
	r	x	У	Z		r	x	У	Z
ОТ	1.275 ± 0.009	0.639 ± 0.009	0.637 ± 0.009	0.636 ± 0.009	ОТ	2.173 ± 0.014	1.088 ± 0.014	1.085 ± 0.014	1.088 ± 0.014
ЗТ	1.133 ± 0.008	0.526 ± 0.007	0.527 ± 0.007	0.641 ± 0.009	ЗТ	1.810 ± 0.011	0.803 ± 0.011	0.802 ± 0.011	1.092 ± 0.015
9.5T	0.792 ± 0.006	0.230 ± 0.003	0.232 ± 0.003	0.641 ± 0.009	9.5T	1.272 ± 0.010	0.318 ± 0.004	0.318 ± 0.004	1.090 ± 0.015
11T	0.763 ± 0.006	0.204 ± 0.003	0.203 ± 0.003	0.639 ± 0.009	11T	1.242 ± 0.010	0.280 ± 0.004	0.280 ± 0.004	1.094 ± 0.015
⁶⁸ Ga (1.89 MeV)						⁸² Rb (3.15	MeV)		
	r	x	у	Z		r	x	у	Z
ОТ	2.540 ± 0.016	1.273 ± 0.017	1.275 ± 0.017	1.265 ± 0.017	ОТ	5.106 ± 0.029	2.561 ± 0.034	2.538 ± 0.034	2.560 ± 0.034
ЗT	2.067 ± 0.013	0.908 ± 0.012	0.904 ± 0.012	1.265 ± 0.017	ЗT	3.857 ± 0.023	1.567 ± 0.021	1.565 ± 0.021	2.564 ± 0.034
9.5T	1.464 ± 0.011	0.351 ± 0.005	0.352 ± 0.005	1.270 ± 0.017	9.5T	2.821 ± 0.022	0.608 ± 0.008	0.608 ± 0.008	2.518 ± 0.033
11T	1.427 ± 0.011	0.312 ± 0.004	0.310 ± 0.004	1.268 ± 0.017	11T	2.736 ± 0.021	0.528 ± 0.007	0.531 ± 0.007	2.492 ± 0.033

Σχ. 3.17: Μέση Εμβέλεια Ποζιτρονίου

Η παραπάνω μελέτη της επίδρασης του μαγνητικού πεδίου στην εμβέλεια του ποζιτρονίου παρουσιάστηκε υπό μορφή poster στο διεθνές συνέδριο PSMR2014.

Επιπλέον, τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης χρησιμοποιήθηκαν επιτυχώς για την εισαγωγή φίλτρου κατά την ανακατασκευή διαφορετικών, πιο σύνθετων, ομοιωμάτων, για διόρθωση της επίδρασης του μαγνητικού πεδίου και η δεύτερη αυτή μελέτη παρουσιάστηκε και αυτή υπό μορφή poster στο διεθνές συνέδριο PSMR2014.



Σχ. 3.18: Κατανομή σημείων εξαύλωσης χαμηλοενεργειαχών πηγών εντός ομοιώματος νερού



 $\Sigma \chi.$ 3.19: Κατανομή σημείων εξαύλωσης χαμηλοε
νεργειαχών πηγών εντός ομοιώματος νερού

Κεφάλαιο 4

Ανακατασκευή Τομογραφικής Εικόνας

Ο σχοπός της αναχατασχευής της τομογραφιχής ειχόνας είναι, ξεχινώντας με δεδομένα τις προβολές που έχουν ληφθεί, να χαταλήξει σε μια πραγματιχή απειχόνιση των εσωτεριχών δομών του σώματος του ασθενή. Στην πυρηνιχή ιατριχή με την τομογραφία εχπομπής διαμορφώνουμε ειχόνες απο την χατανομή του ραδιοϊχνηθέτη εντός του σώματος του ασθενή για να αποχομίσουμε τις πληροφορίες που μας ενδιαφέρουν. Η ίδιες αρχές αναχατασχευής ισχύουν χαι για την ανατομιχή απειχόνιση, ιδιαίτερα για την αχτινογραφία με αχτίνες Χ, χαθώς επίσης χαι για απειχονίσεις σε μη ιατριχές εφαρμογές, όπως στην ραδιοαστρονομία χαι στο ηλεχτρονιχό μιχροσχόπιο.

4.1 Μέθοδοι Ανακατασκευής

Οι μέθοδοι ανακατασκευής χωρίζονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες:

- 1. Αναλυτικές Μέθοδοι
- 2. Επαναληπτικές Μέθοδοι.

4.1.1 Αναλυτικές Μέθοδοι Ανακατασκευής

Οι αναλυτικές μέθοδοι ανακατασκευής υπολογίζουν την τιμή της έντασης της ακτινοβολίας (για τομογραφία εκπομπής) ή την τιμή του συντελεστή απορρόφησης (για τομογραφία απορρόφησης) για κάθε κελί (πιξελ) με ακρίβεια, επιλύοντας τις αντίστοιχες εξισώσεις. Κάποιες από τις αναλυτικές μεθόδους σε δύο και τρείς διαστάσεις είναι η φιλτραρισμένη οπισθοπροβολή (Filtered BackProjection-FBP) και η μέθοδος Φουριερ. Η FBP επαναπροβάλλει τα δεδομένα της κάθε νοητής ευθείας για κάθε γωνία θ, και στη συνέχεια τα φιλτράρει για να μειώσει τον θόρυβο. Η επιλογή του φίλτρου και της συχνότητας αποκοπής καθορίζει την ανάλυση και το επίπεδο θορύβου στην εικόνα.

4.1.2 Επαναληπτικές Μέθοδοι Ανακατασκευής

Η ανακατασκευή μιας εικόνας από τα δεδομένα προβολών είναι ένα αντίστροφο πρόβλημα, το οποίο δεν μπορεί να λυθεί πάντα άμεσα. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμός για να προσεγγίσει τη λύση. Οι επαναληπτικές μέθοδοι προσεγγίζουν τη σωστή λύση χρησιμοποιώντας πολλαπλά επαναληπτικά βήματα με αποτέλεσμα να δίνουν καλύτερα απότελέσματα σε σχέση με τις αναλυτικές μεθόδους, αλλά 'κοστίζουν' πολύ υπολογιστικά.

Οι επαναληπτικές μέθοδοι ανακατασκευής ξεκινούν με μια αρχική υπόθεση για το αντικείμενο και στη συνέχεια με διορθωτικές κινήσεις προσεγγίζουν την πραγματική λύση. Αυτό επιτυγχάνεται με τη συνεχή σύγκριση του 'υπό κατασκευή' αντικειμένου με τις προβολές της κάθε γωνίας θ. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν οι δύο τιμές συγκλίνουν ή όταν ολοκληρωθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός επαναλήψεων. Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι η βελτίωση στα χαρακτηριστικά του θορύβου, των αλλοιώσεων και της ευκρίνειας έναντι της άλλης. Οι δύο πιο διαδεδομένοι επαναληπτικοί αλγόριθμοι είναι ο MLEM (Maximum-Likelihood Expectation-Maximization) και ο OSEM (Ordered-Subsets Expectation-Maximization).

Στα πλεονεκτήματα των επαναληπτικών μεθόδων συμπεριλαμβάνεται η αναισθησία της μεθόδου στον θόρυβο και η δυνατότητα ανακατασκευής μιας καλής εικόνας ακόμα και σε περίπτωση ελλειπων δεδομένων.

Ένα από τα βασικότερα προβλήματα που χαρακτηρίζουν τους γνωστούς μέχρι τώρα αναλυτικούς αλγορίθμους είναι η πολυπλοκότητα των μαθηματικών πράξεων. Ένα εξίσου προβληματικό κομμάτι της εφαρμογής τους είναι ότι το αποτέλεσμα της ανακατασκευής εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του ανιχνευτή, το οποίο είναι συνήθως κυλινδρικό. Όλα αυτά τα χαρακτηριστικά δημιουργούν προβλήματα στη αναπαράσταση των πραγματικών εικόνων και οδηγούν στην ανάγκη κατασκευής ενός αλγορίθμου ο οποίος βασίζεται σε απλές γεωμετρικές αρχές και μετατρέπει την ανακατασκευή, από ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα σε ένα απλό γεωμετρικό.

4.2 Rec3D

4.2.1 Βασική Αρχή

Η βασική τεχνική του κώδικα Rec3D απαιτεί την δημιουργία ενός προκαθορισμένου διακριτοποιημένου (voxelized) σε κυβικό πλέγμα όγκου (σχήμα 4.1, όπου σε κάθε στοιχειώδη όγκο (voxel) καταγράφονται τα ίχνη των ακτίνων που περνούν από μέσα του. Η πυκνότητα των ιχνών των ακτινών συσσωρεύεται προφανώς κοντά στην



Σχ. 4.1: Διακριτοποιημένος όγκος

περιοχή που βρίσκεται το αντικείμενο προς ανακατασκευή. Το voxel είναι το ανάλογο του pixel στις τρεις διαστάσεις. Μια ακτίνα φωτονίων που διαπερνά ένα voxel το τέμνει σε δύο από τις έξι έδρες του ή σε μια από τις 6 κορυφές. Η ιδέα του αλγορίθμου είναι ότι μετράει, καταγράφει το μήκος που διήνυσε το φωτόνιο εντός του voxel και να το αποθηκεύει σε έναν τρισδιάστατο πίνακα οι τιμές του οποίου αντιστοιχούν στην ένταση της ακτινοβολίας. Εχοντας ως δεδομένο από τον ανιχνευτή τα δύο σημεία που ορίζουν την ευθείας της εξαύλωσης (LOR) $P_0(x_0, y_0, z_0)$ και $P_1(x_1, y_1, z_1)$ και τις συντεταγμένες του voxel χύβου, μπορούν να υπολογιστούν εύκολα τα σημεία τομής της ευθείας αυτής με το voxel (σχήμα 4.3). Πρόκειται για ένα απλό γεωμετρικό πρόβλημα εύρεσης τομής ευθείας με επίπεδο (σχήμα 4.2).

Η εξίσωση που δίνει τις συντεταγμένες του σημείου τομή
ς $P_x(x,y,z)$ είναι:

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0}$$
(4.1)

Για κάθε σταθερή έδρα, παράλληλη στους άξονες x, y ή z, ένα από τα τρία κλάσματα έχει καθορισμένη τιμή και με αυτό τον τρόπο μπορούν να υπολογιστούν εύκολα και οι υπόλοιπες δύο συντεταγμένες. Για το επίπεδο z=Z, παράλληλο με το επίπεδο xy, η τρίτη συντεταγμένη του σημείου τομής έχει σταθερή τιμή Z και λύνοντας ως προς x και y:

$$x = \frac{Z - z_0}{z_1 - z_0} (x_1 - x_0) + x_0 \tag{4.2}$$

$$y = \frac{Z - z_0}{z_1 - z_0} (y_1 - y_0) + y_0 \tag{4.3}$$

Άρα, το σημείο όπου η γραμμή που αντιστοιχεί στην ακτίνα των αντιδιαμετρικών 511 keV φωτονίων τέμνει την έδρα z=Z είναι το:

$$P = \left[\frac{Z - z_0}{z_1 - z_0}(x_1 - x_0) + x_0, \frac{Z - z_0}{z_1 - z_0}(y_1 - y_0) + y_0, Z\right]$$
(4.4)

4.2.2 Αλγόριθμος

Αρχικά, το πρόγραμμα δίνει την επιλογή στον χρήστη να ορίσει τον χώρο που θα καλύψει ο κύβος και να επιλέξει μεταξύ δύο υποπρογραμμάτων Recon_3D και Recon_3D_All. Πρόκειται για δύο παρόμοιες εκδοχές επίλυσης του προβλήματος οι οποίες διαφέρουν κυρίως στον τρόπο ανίχνευσης της ακτινοβολίας αλλά και στον χρόνο περάτωσης της διαδικασίας.

Η Recon_3D αρχικά υπολογίζει το βήμα του κύβου, δηλαδή το μήκος, το ύψος και το πλάτος του κάθε voxel. Τα μεγέθη αυτά είναι απαραίτητα για τον μετέπειτα προσδιορισμό του αλλά και για την μετάβαση από το ένα voxel στο επόμενο. Στη συνέχεια, αφού υπολογιστούν με ακρίβεια τα δύο σημεία τομής της γραμμής με τις έδρες του ευρύτερου κύβου (C_1, C_2) , μετράται η απόστασή τους De:

$$De = |C_1 - C_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$
(4.5)

Η De χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της κλίσης της ευθείας P_0P_1 στην κατεύθυνση του x, y και z.Η κλίση αυτή καταδεικνύει την κατεύθυνση που ακολουθεί η ακτίνα και άρα τα voxels που συναντά σε αυτή τη διαδρομή. Για τον ακριβή προσδιορισμό του κάθε voxel είναι αναγκαία, πέραν του πρώτου σημείου τομής, και η διαδρομή της ευθείας. Συνήθως, το σημείο αυτό το μοιράζονται δύο ή τέσσερα voxels (ανάλογα εάν η ευθεία διέρχεται από την κοινή τους κορυφή ή όχι). Για αυτό τον λόγο, στο εκάστοτε σημείο τομής προστίθεται ένα μικρό βήμα στην διεύθυνση της κλίσης της ευθείας έτσι ώστε το νέο σημείο να βρίσκεται στο εσωτερικό του voxel και μετά να υπολογίζεται με διαίρεση το $Vox(I_x, I_y, I_z)$.



Σχ. 4.3: Τομή επιπέδου και ευθείας

Στη συνέχεια υπολογίζονται τα σημείο τομής (c_1, c_2) της ακτίνας με τις δύο έδρες του voxel και η αντίστοιχη απόσταση De, η οποία αποθηκεύεται στον κενό πίνακα

4.3. ANAKATA Σ KE Υ H REC3D

 $\operatorname{Rec}(I_x, I_y, I_z)$ και παραμένει εκεί μέχρι να προστεθεί σε αυτή μία καινούργια απόσταση από ένα διαφορετικό ζεύγος φωτονίων. Στο τελικό στάδιο επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία για το νέο voxel όπου το πρώτο σημείο τομής του, είναι το δεύτερο του προηγούμενου. Η ρουτίνα αυτή συνεχίζεται εως ότου ξεπεραστούν τα όρια του κύβου.

Η δεύτερη επιλογή του προγράμματος είναι η υπορουτίνα Recon_3D_All. Πρόκειται για μία πιο απλή μέθοδο, αλλά ταυτόχρονα περισσότερο χρονοβόρα.

Ο αλγόριθμος περνάει από όλα τα voxels ελέγχοντας σε κάθε μία από τις έδρες του εάν υπάρχει σημείο τομής. Στην περίπτωση που μετρήσει δύο σημεία, υπολογίζει την De και την αποθηκεύει αντίστοιχα στον $\operatorname{Rec}(I_x, I_y, I_z)$. Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε ζευγάρι φωτονίων ξεκινώντας από την αρχή μέχρι το τέλος του κύβου. Η λύση του προβλήματος σε αυτή την περίπτωση αποτελείται από πολύ πιο απλές πράξεις αλλά ο αριθμός των βημάτων που χρειάζονται για να ολοκληρωθεί η διαδικασία καθιστούν την επιλογή σχεδόν απαγορευτική.

Παρά τα μειονεκτήματα του ενός ή του άλλου αλγορίθμου, είναι σημαντικό το γεγονός ότι για να αποφευχθούν τυχών σφάλματα που θα μπορούσαν να προκύψουν, περιέχονται σε αυτά δικλείδες ασφαλείας που επαληθεύουν τα ευρήματα. Μία από αυτές είναι η Sum_De. Για κάθε φορά που η ακτίνα διαπερνάει κάποιο voxel, υπάρχει μία μεταβλητή που προσθέτει όλα τα επιμέρους μήκη. Στο τέλος για κάθε ζεύγος φωτονίων, ελέγχεται εάν αυτή η μεταβλητή ισούνται με την ολική απόσταση από το C_1 μέχρι το C_2 έτσι ώστε να επιβεβαιωθούν οι μετρήσεις των αποστάσεων των voxels.

4.3 Ανακατασκευή Rec3D

Το πρόγραμμα Rec3D λαμβάνει ως είσοδο τα δεδομένα του gateCoincidences.dat, δηλαδή τα δεδομένα ταυτόχρονων γεγονότων της Gate προσομοίωσης. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να ορίσει:

- Τα όρια του χώρου στις τρεις διευθύνσεις x, y, z ως (Xm,Xp),(Ym,Yp) και (Zm,Zp), όπου ο δείκτης m συμβολίζει το κάτω άκρο του διαστήματος και ο δείκτης p το άνω άκρο του διαστήματος.
- Τον αριθμό των voxels σε κάθε διεύθυνση ως Nx,Ny,Nz
- Το όνομα του output αρχείου με προέχταση .rz (για ανάλυση με το PAW)
- Τα όρια του ενεργειαχού παραθύρου (Emin,Emax) σε MeV, όπου η ενέργεια είναι το άθροισμα των ενεργειών των δύο φωτονίων
- Την επιλογή της υπορουτίνας υπολογισμού (μέσω της παραμέτρου METH)
- Την επιλογή δημιουργίας Νz αρχείων πινάχα (με προέκταση .mtx), ο καθένας περιέχει τις πυκνότητες των ακτινών του επιπέδου xy που αντιστοιχεί στο εκάστοτε διάστημα στον z.

Θέλουμε να ανακατασκευάσουμε την εικόνα μιας σημειακής πηγής στο κέντρο του χώρου. Στην πραγματικότητα, λόγω του φαινομένου της εμβέλειας του ποζιτρονίου, έχουμε να ανακατασκευάσουμε μια σφαίρα ακτίνας όση περίπου η εμβέλεια του ποζιτρονίου σε κάθε διεύθυνση, όπως προκύπτει από τη μελέτη του προηγούμενου κεφαλαίου. Επιπλέον, κατά την ανακατασκευή της εικόνας της προσομοιωμένης σημειακής πηγής, η πληροφορία των σημείων εξαύλωσης έχει φιλτραριστεί μέσω του Ποζιτρονικού Τομογράφου, των φυσικών διαδικασιών και των προσομοιωμένων ηλεκτρονικών συστημάτων (παράθυρο σύμπτωσης, ενεργειακό παράθυρο κτλ) με αποτέλεσμα από τα περίπου 100000 σημεία εξαύλωσης, μόνο τα 8000 να παρέχουν πληροφορία για την ανακατασκευή.

Για τη συγκεκριμένη μελέτη, ορίστηκε ένας κύβος διαστάσεων $40mm \times 40mm \times 40mm$ με κέντρο στο (0, 0, 0), δηλαδή τα όριά του στον άξονα x είναι [-20,20] και ομοίως στους άλλους δύο άξονες.

Θέτοντας Nx=Ny=80 και Nz=40, διακριτοποιούμε τον κυβικό χώρο μας ως $80 \times 80 \times 40$. Είναι προφανές ότι οι διαστάσεις του στοιχειώδους όγκου (voxel είναι $0.5mm \times 0.5mm \times 1mm$.

Όσον αφορά το ενεργειακό παράθυρο, τέθηκε Emin=0.9 MeV και Emin=1.1 MeV. Ο λόγος που επιλέχθηκαν οι συγκεκριμένες τιμές είναι ότι κατά την προσομοίωση με το Gate, στην υποενότητα του ψηφιοποιητή, έχουμε θέσει ένα blurring 10%-15% στην ενέργεια των φωτονίων (δηλαδή στα 511 keV).

Μελετάμε συνολικά 3×6 περιπτώσεις:

- 3 διαφορετικές εντάσεις μαγνητικού πεδίου (0T, 3T, 11T)
- 6 διαφορετικές πηγές $({}^{11}C, {}^{13}N, {}^{15}O, {}^{18}F, {}^{68}Ga, {}^{82}Rb)$.

Στις εικόνες 4.4 και 4.5 φαίνεται, για κάθε περίπτωση, μία τομή της 3D ανακατασκευασμένης εικόνας στη διεύθυνση z και πιο συγκεκριμένα παρουσιάζεται η 20η 'φέτα' στη διεύθυνση z του διακριτοποιημένου χώρου, η οποία αντιστοιχεί στο διάστημα (-1,0). Ο χώρος είναι χωρισμένος σε 40 αλλεπάλληλες 'φέτες' στην διεύθυνση z και εφόσον το (0,0,0) είναι στο κέντρο του χώρου, η 20η φέτα και η 21η φέτα είναι ισοδύναμες καθώς αντιστοιχούν στα διαστήματα εκατέρωθεν του μηδενός, (-1,0) και (0,1) αντίστοιχα.

Δεδομένου οτι αναπαριστάται ένα επίπεδο xy, αναμένουμε να δούμε μια ακτινική μείωση της προσεγγιστικά κυκλικής κατανομής πυκνότητας με την αύξυση του μαγνητικού πεδίου. Οπτικά παρατηρείται αυτή η μείωση, κυρίως από 0T στα 11T, για τους υψηλοενεργειακούς ποζιτρονικούς εκπομπούς ${}^{15}O$, ${}^{68}Ga$ και ${}^{82}Rb$ (4.4).

Η οπτική σύγκριση όμως δεν είναι επαρκής. Απαιτείται ένα ποσοτικό μέγεθος για να συγκριθούν τα αποτελέσματα. Ένα τέτοιο μέτρο ποσοτικής σύγκρισης είναι το χ². Το χ² ορίζεται ως το κανονικοποιημένο άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών 4.3. ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΉ REC3D



Σχ. 4.4: Υψηλοενεργειαχές πηγές

των στοιχείων δύο τετραγωνικών N×N πινάκων A και B:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \frac{(A_{i,j} - B_{i,j})^2}{N^2}$$
(4.6)

Το χ^2 μας επιτρέπει να αποφανθούμε πόσο διαφορετικοί είναι δύο πίνακες. Όσο μικρότερο το χ^2 , τόσο λιγότερες οι διαφορές των δύο πινάκων, δηλαδή τόσο όμοιοι

Έχοντας έναν πίναχα Α ως σημείο αναφοράς, μπορούμε να δούμε πόσο διαφέρουν δύο πίναχες Β και Γ σε σχέση με τον Α. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, ως πίνακας αναφοράς Α θεωρείται ο πίνακας της 20ης 'φέτας' της ανακατασκευασμένης 3D εικόνας της σημειαχής πηγής χωρίς μαγνητικό πεδίο. Οι πίνακες Β και Γ θεωρούνται οι πίναχες της 20ης 'φέτας' της αναχατασχευασμένης 3D ειχόνας της σημειαχής πηγής με μαγνητικό πεδίο 3Τ και 11Τ αντίστοιχα. Δηλαδή συγκρίνουμε τις ανακα-

οι δύο πίναχες. Όσο μεγαλύτερο το χ², τόσο ανόμοιοι οι δύο πίναχες.

40

20-

 $0\frac{1}{0}$

 $\dot{20}$

Σχ. 4.5: Χαμηλοενεργειακές πηγές

40

 $(\tau') {}^{18}F 3T$

60



60

40-

20-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΉ ΤΟΜΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

60

40-

20-

40-

20-

0ò

20

*4*0

 $(\vartheta') {}^{18}F 11T$

60

60

40-

20-

40-

20-

0

 $\dot{20}$

40

 $(\gamma') {}^{18}F 0T$

60

τασκευασμένες εικόνες της πηγής εντός μαγνητικού πεδίου (για 3T και 11T) με την ανακατασκευασμένη εικόνα της πηγής χωρίς μαγνητικό πεδίο. Με αυτόν τον τρόπο, η μειώση της ακτίνας της πηγής με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου μεταφράζεται ως αύξηση του χ^2 με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου.

Όσο μεγαλύτερη η τιμή του χ^2 , τόσο διαφορετικοί οι πίνακες. Όμως, επειδή το χ^2 είναι το άθροισμα όλων των διαφορών, ενδέχεται, δύο εντελώς διαφορετικοί πίνακες Β και Γ, συγκρινόμενοι με τον πίνακα Α, να έχουν την ίδια τιμή χ^2 . Οι τιμές των χ^2 που προκύπτουν, συνοψίζονται στον πίνακα 4.1. Τα ραδιενεργά στοιχεία έχουν μπει σε αύξουσα -με βάση την ενέργεια εκπομπής- σειρά. Η τελευταία γραμμή του πίνακα είναι η τιμή χ^2 για τις δύο 'φέτες' που είναι εκατέρωθεν του μηδενός, δηλαδή για την 20ή (Z_{20}) και την 21η (Z_{21}) 'φέτα', σε 0Τ. Οι δύο αυτές 'φέτες' δεν είναι προφανώς ταυτόσημες, είναι όμως ισοδύναμες, εφόσον η κατανομή είναι συμμετρική ως προς το 0 για κάθε άξονα. Επομένως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως το όριο του χ^2 μέχρι το οποίο οι εικόνες θεωρούνται ισοδύναμες, για κάθε εκπομπό.

Αντί των (Z_{20}) και (Z_{21}), θα μπορούσαμε να είχαμε πάρει τις φέτες (Z_{19}) και (Z_{22}) καθώς απέχουν εξίσου από το μηδέν του άξονα z, όμως όσο απομακρυνόμαστε από το σημείο που βρίσκεται η σημειακή πηγή, η διαφορά στις κατανομές της πυκνότητας των σημείων εξαύλωσης για ισαπεχουσες από το μηδέν αποστάσεις είναι μεγαλύτερες.

Μ. Πεδίο	^{18}F	^{11}C	^{13}N	^{15}O	^{68}Ga	^{82}Rb
3T	7.362	6.834	7.642	6.225	5.840	4.891
11T	7.532	7.305	7.589	9.437	6.843	6.597
$0T$ για $(\mathrm{Z}_{20}, \mathrm{Z}_{21})$	5.998	5.996	6.273	5.213	4.963	3.676

Πίνα
χας 4.1: χ² των 3T και των 11Tσε σχέση με τ
α0T,για ολους τους ποζιτρονικούς εκπομπούς

Παρατηρούμε ότι, κατά κύριο λόγο, το χ² αυξάνεται με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου, όπως ήταν αναμενόμενο. Καθώς η ακτίνα κατανομής μειώνεται, αυξάνεται η διαφορά των συγκρινόμενων εικόνων. Η μόνη περίπτωση στην οποία δεν παρατηρείται αύξηση στο χ² είναι για το άζωτο, όμως, η διαφορά είναι πολύ μικρή και μπορεί να θεωρηθεί ως σφάλμα. Επιπρόσθετα, η διαφορά των χ² για το φθόριο είναι πολύ μικρή και δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η αύξηση αυτή σημαίνει πραγματικά μείωση στην ακτίνα της κατανομής.

Οι ανακατασκευασμένες τρισδιάστατες εικόνες της σημειακής πηγής για τις τρεις περιπτώσεις μαγνητικού πεδίου φαίνονται στα γραφήματα 4.6 και 4.7, στα οποία φαίνεται η επιφάνεια η οποία προκύπτει απεικονίζοντας τα voxel που περιέχουν το 20% της μέγιστης πυκνότητας ιχνών των ακτινών. Παρατηρούμε ότι για 0T η εικόνα δεν είναι σφαιρική όπως αναμένεται, αλλά ελειψοειδής με τον μικρό ημιάξονα παράλληλο στον άξονα του κυλινδρικού ανιχνευτή! Το γεγονός αυτό οφείλεται στο πεπερασμένο μήκος του κυλινδρικού PET ανιχνευτή, που εξαιτίας της πεπερασμένης ενεργού στερεάς γωνίας, εμφανίζει περιορισμούς στην γεωμετρική αποδοχή (acceptance) των



Σχ. 4.6: Ανακατασκευή σημειακών υψηλοενεργειακών πηγών εντός ομοιώματος νερού

γεγονότων. Παρά τη μη σφαιρικότητα της κατανομής στα 0T, η συρρίκνωση της ακτίνας της κατανομής στους κάθετους στο μαγνητικό πεδίο άξονες είναι εμφανής για τους υψηλοενεργειακούς ποζιτρονικούς εκπομπούς ¹⁵O, ⁶⁸Ga και ⁸²Rb (σχήμα 4.6) και σχεδόν χάνεται για της χαμηλοενεργειακές πηγές (σχήμα 4.7) για μαγνητικό πεδίο 3T, ενώ είναι εμφανής στους περισσότερους από τους εξι εκπομπούς για μαγνητικό πεδίο 11T.



Σχ. 4.7: Ανακατασκευή σημειακών χαμηλοενεργειακών πηγών εντός ομοιώματος νερού

Κεφάλαιο 5 Συμπεράσματα

Στην παρούσα ερευνητική εργασία μελετήθηκε η επίδραση του μαγνητικού πεδίου στην εμβέλεια του ποζιτρονίου, δηλαδή τη διαδρομή του από την εκπομπή ως την εξαύλωση. Η εμβέλεια του ποζιτρονίου εξαρτάται από την ενέργεια εκπομπής του, την πυκνότητα του υλικού του μέσου και την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Μελετήθηκαν έξι συνολικά β⁺ ραδιενεργές πηγές με μέγιστες ενέργειες εκπομπής που καλύπτουν την ενεργειακή περιοχή 0.5MeV έως 3MeV. Αναλύοντας τα δεδομένα των σημείων όπου λαμβάνει χώρα η εξαύλωση, όπως αυτή προσομοιώνεται με τις H/M αλληλεπιδράσεις του πακέτου GEANT4 κάνοντας χρήση των δεδομένων της τροχιάς του σωματιδίου (event tracking), παρατηρούμε αύξηση της εμβέλειας του ποζιτρονίου με την αύξηση της μέγιστης εκπεμπόμενης ενέργειας (χρήση διαφορετικών πηγών).

Μελετώντας τα προφίλ της εμβέλειας του ποζιτρονίου ξεχωριστά σε κάθε μια από τις τρεις διευθύνσεις, παρατηρούμε μείωση της εμβέλειας στις διευθύνσεις x και y με την αύξηση της έντασης του στατικού και ομογενούς μαγνητικού πεδίου, έχοντας δώσει κατεύθυνση στο μαγνητικό πεδίο παράλληλη στον άξονα z. Η μείωση αυτή είναι ίδια και στις δύο κάθετες στο μαγνητικό πεδίο διευθύνσεις λόγω κυλινδρικής συμμετρίας.

Για το ⁸²Rb, την πηγή με την υψηλότερη μέγιστη ενέργεια εκπομπής, 3.15 MeV, η μείωση της μέσης εμβέλειας φτάνει εως 51% σε περιβάλλον ιστού πνεύμονα και για μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου 11Τ. Για τον πιο διαδεδομένο ποζιτρονικό εκπομπό, το ¹⁸F, ο οποίος παρουσιάζει και τη μικρότερη ενέργεια εκπομπής, 0.64MeV, η μείωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου φτάνει εως 46% στο ίδιο περιβάλλον και ένταση μαγνητικού πεδίου. Στο νερό η μείωση της εμβέλειας του ποζιτρονίου είναι 46.4% για το ⁸²Rb και 30.8% για το ¹⁸F στα 11Τ. Στο υλικό μεγαλύτερης πυκνότητας που προσομοιώθηκε, το κόκκαλο, παρατηρείται μικρότερη μείωση, 39.4% για το ⁸²Rb και 13.6% για το ¹⁸F, στα 11Τ.

Το φαινόμενο της μείωσης της εμβέλειας του ποζιτρονίου με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου παρουσιάζει κορεσμό για μεγάλες εντάσεις μαγνητικού πεδίου. Ένώ υπάρχει μεγάλη πτώση της εμβέλειας από 0T ως 3T, η πτώση αυτή είναι πιο

μικρή από τα 3Τ στα 9.5Τ και ακόμα μικρότερη από τα 9Τ στα 11Τ.

Πρέπει να σημειωθεί ότι η αλλαγή της ομοιομορφίας της κατανομής των σημείων εξαύλωσης, με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου, είναι αποτέλεσμα της συρρίκνωσης του εύρους των σημείων εξαύλωσης στο κάθετο στο μαγνητικό πεδίο επίπεδο, εδώ το xy επίπεδο, και όχι επιμήκυνσης στον άξονα z. Συγκεκριμένα, τα προφίλ της εμβέλειας του ποζιτρονίου στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, δηλαδή τη διεύθυνση z, παραμένουν αναλλοίωτα με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου για κάθε ποζιτρονικό εκπομπό.

Η ανακατασκευή της εικόνας της προσομοιωμένης σημειακής πηγής είναι βεβαρυμένη λόγω της απώλειας σημαντικής πληροφορίας των πραγματικών σημείων εξαύλωσης λόγω των φυσικών διαδικασιών που συμβαίνουν στα διάφορα τμήματα του Ποζιτρονικού Τομογράφου. Το αποτέλεσμα είναι από τα περίπου 100000 σημεία εξαύλωσης, μόνο τα 8000 να παρέχουν πληροφορία για την ανακατασκευή. Σε αυτό το επίπεδο, η επίδραση του μαγνητικού πεδίου είναι εμφανής για τους υψηλοενεργειακούς ποζιτρονικούς εκπομπούς ¹⁵O, ⁶⁸Ga και ⁸²Rb και δεν είναι εμφανής για της χαμηλοενεργειακές πηγές για μαγνητικό πεδίο 3T, ενώ είναι εμφανής στους περισσότερους από τους εξι εκπομπούς για μαγνητικό πεδίο 11T.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η ανακατασκευασμένη εικόνα της σημειακής πηγής εκτός μαγνητικού πεδίου, η οποία δεν είναι σφαιρική όπως αναμένεται, αλλά ελειψοειδής με τον μικρό ημιάξονα παράλληλο στον άξονα του κυλινδρικού ανιχνευτή! Το γεγονός αυτό οφείλεται στο πεπερασμένο μήκος του κυλινδρικού ανιχνευτή PET, που εξαιτίας της πεπερασμένης ενεργού στερεάς γωνίας, εμφανίζει περιορισμούς στην γεωμετρική αποδοχή (acceptance) των γεγονότων. Παρά τη μη σφαιρικότητα της κατανομής στα 0T, η συρρίκνωση της ακτίνας της κατανομής στους κάθετους στο μαγνητικό πεδίο άξονες είναι εμφανής για ανακατασκευή στα 3T και στα 11T για τις υψηλοενεργειακές πηγές, όπως προαναφέρθηκε.

Παράρτημα

```
# Simple PET
#
#
#
# VISUALISATION
#
```

```
/vis/open OGLSX
/vis/viewer/reset
/vis/viewer/set/style surface
/vis/drawVolume
/vis/scene/endOfEventAction accumulate
/vis/viewer/set/viewpointThetaPhi 0 90
/vis/viewer/zoom 250
```

```
/tracking/storeTrajectory 1
/gate/geometry/enableAutoUpdate
```

W O R L D

```
/gate/world/geometry/setXLength 250 cm
/gate/world/geometry/setYLength 250 cm
/gate/world/geometry/setZLength 250 cm
```

#/gate/world/daughters/insert 3axes

#	0000000000000000000000	#
#		#
#	SET MAGNETIC FIELD	#
#		#
#		#
#	0000000000000000000000	#

```
/gate/geometry/setMagField
```

0.0 0.0 0.0 tesla

#

```
# CYLINDRICAL SYSTEM
#
/gate/world/daughters/name cylindricalPET
/gate/world/daughters/insert cylinder
/gate/cylindricalPET/setMaterial Air
/gate/cylindricalPET/geometry/setRmax 100 cm
/gate/cylindricalPET/geometry/setRmin 80 cm
/gate/cylindricalPET/geometry/setHeight 50 cm
/gate/cylindricalPET/vis/forceWireframe
#
# RSECTOR
#
/gate/cylindricalPET/daughters/name rsector
/gate/cylindricalPET/daughters/insert box
/gate/rsector/placement/setTranslation 90 0 0 cm
/gate/rsector/geometry/setXLength 19. cm
/gate/rsector/geometry/setYLength 17. cm
/gate/rsector/geometry/setZLength 49. cm
/gate/rsector/setMaterial Air
/gate/rsector/vis/setColor yellow
/gate/rsector/vis/forceWireframe
#
# MODULE
#
/gate/rsector/daughters/name module
/gate/rsector/daughters/insert box
/gate/module/geometry/setXLength 19. cm
/gate/module/geometry/setYLength 17. cm
/gate/module/geometry/setZLength 12. cm
/gate/module/setMaterial Air
/gate/module/vis/setColor red
/gate/module/vis/forceWireframe
```

```
#
```

58

CRYSTAL

#

```
/gate/module/daughters/name crystal
/gate/module/daughters/insert box
/gate/crystal/geometry/setXLength 19. cm
/gate/crystal/geometry/setYLength 2.5 cm
/gate/crystal/geometry/setZLength 2. cm
/gate/crystal/setMaterial Air
/gate/crystal/vis/setColor blue
/gate/crystal/vis/forceWireframe
#
# LAYER LSO
#
/gate/crystal/daughters/name LSO
/gate/crystal/daughters/insert box
/gate/LSO/geometry/setXLength 19. cm
/gate/LSO/geometry/setYLength 2.5 cm
/gate/LSO/geometry/setZLength 2. cm
/gate/LSO/placement/setTranslation 0 0 0 cm
/gate/LSO/setMaterial LSO
/gate/LSO/vis/setColor blue
/gate/LSO/vis/forceWireframe
#
# REPEAT CRYSTAL
#
/gate/crystal/repeaters/insert cubicArray
/gate/crystal/cubicArray/setRepeatNumberX 1
/gate/crystal/cubicArray/setRepeatNumberY 6
/gate/crystal/cubicArray/setRepeatNumberZ 6
/gate/crystal/cubicArray/setRepeatVector 0. 2.5 2.
#
# REPEAT MODULE
#
```

/gate/module/repeaters/insert cubicArray

cm

```
60
/gate/module/cubicArray/setRepeatNumberZ 4
/gate/module/cubicArray/setRepeatVector 0. 0. 12.1 cm
#
# REPEAT RSECTOR
#
/gate/rsector/repeaters/insert ring
/gate/rsector/ring/setRepeatNumber 32
#
# ATTACHMENT
#
/gate/systems/cylindricalPET/rsector/attach rsector
/gate/systems/cylindricalPET/module/attach module
/gate/systems/cylindricalPET/crystal/attach crystal
/gate/systems/cylindricalPET/layer0/attach LSO
#
# ATTACH CRYSTAL SD
/gate/LSO/attachCrystalSD
```

```
#
# PHANTOM
```

#

/gate/world/daughters/name	Phantom
/gate/world/daughters/insert	sphere
/gate/Phantom/geometry/setRmin	0.00 cm
/gate/Phantom/geometry/setRmax	5.00 cm
/gate/Phantom/placement/setTranslation	0.00 0.00 0.00 cm
/gate/Phantom/setMaterial	Water
/gate/Phantom/vis/setColor	white
/gate/Phantom/vis/forceWireframe	

#-	 -#
#	#

DEFINITION AND DESCRITION # # # OF YOUR PHYSICS # # # -# #-# EM PROCESS /gate/physics/gamma/selectRayleigh lowenergy /gate/physics/gamma/selectPhotoelectric lowenergy /gate/physics/gamma/selectCompton lowenergy # I N A C T I V E SECONDARY ELECTRONS #gate/physics/setElectronCut 1000 m #INACTIVE X-RAYS # /gate/physics/setXRayCut 1. GeV # /gate/physics/setDeltaRayCut 1. GeV #-----# # # INITIALIZATION OF YOUR # # SIMULATION # # # # #-----# /gate/systems/cylindricalPET/verbose 0 /gate/geometry/enableAutoUpdate /run/initialize #geometry/test/xxx ----# # # # DEFINITION OF YOUR ACQUISITION #

61

/gate/output/digi/enable

A D D E R

```
/gate/digitizer/convertor/verbose 0
/gate/digitizer/Singles/insert adder
/gate/digitizer/Singles/adder/verbose 0
```

#ENERGY BLURRING

```
/gate/digitizer/Singles/insert crystalblurring
/gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalResolutionMin 0.10
/gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalResolutionMax 0.15
/gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalQE 1.
/gate/digitizer/Singles/crystalblurring/setCrystalEnergyOfReference 511. keV
```

R E A D O U T

```
/gate/digitizer/Singles/insert readout
/gate/digitizer/Singles/readout/setDepth 1
```

```
# TEMPORAL RESOLUTION
/gate/digitizer/Singles/insert timeResolution
/gate/digitizer/Singles/timeResolution/setTimeResolution 2. ns
```

ENERGY CUT

```
/gate/digitizer/Singles/insert thresholder
/gate/digitizer/Singles/thresholder/setThreshold 250. keV
/gate/digitizer/Singles/insert upholder
/gate/digitizer/Singles/upholder/setUphold 750. keV
/gate/digitizer/Singles/thresholder/verbose 0
```

62
DEAD TIME

```
#/gate/digitizer/Singles/insert deadtime
#/gate/digitizer/Singles/deadtime/setDeadTime 250 ns
#/gate/digitizer/Singles/deadtime/setMode paralysable
#/gate/digitizer/Singles/deadtime/chooseDTVolume rsector
```

#
COINCIDENCES SORTER
#

```
/gate/digitizer/Coincidences/setWindow 10. ns
/gate/digitizer/Coincidences/minSectorDifference 2
```

/gate/systems/cylindricalPET/describe

#	00000000000000000000000000000000000	00000	#
#			#
#	DEFINITION	O F	#
#	YOUR OUTPUT	FILE	#
#			#
#	00000000000000000000000000000000000	00000	#

/gate/output/analysis/enable
/gate/output/ascii/enable
/gate/output/root/disable

SETUP - ROOT - FILE

#/gate/output/root/setFileName rootoutput #/gate/output/root/setRootNtupleFlag 0 #/gate/output/root/setRootHitFlag 0 #/gate/output/root/setRootSinglesFlag 0 #/gate/output/root/setRootCoincidencesFlag 0 #/gate/output/root/setSaveRndmFlag 0

```
#/gate/output/lmf1/disable
```

SETUP - ASCII - FILE

```
/gate/output/ascii/setOutFileSinglesAdderFlag 0
/gate/output/ascii/setOutFileSinglesReadoutFlag 0
/gate/output/ascii/setOutFileSinglesThresholderFlag 0
/gate/output/ascii/setOutFileSinglesFlag 1
/gate/output/ascii/setOutFileHitsFlag 0
/gate/output/ascii/setOutFileCoincidencesFlag 1
```

ONLINE PLOTTER

#

```
"
#/gate/output/plotter/showPlotter
#/gate/output/plotter/setNColumns 2
#/gate/output/plotter/setPlotHeight 250
#/gate/output/plotter/setPlotWidth 300
#/gate/output/plotter/addPlot hist IonDecayTimes
#/gate/output/plotter/addPlot hist PositronKineticEnergyMev
#/gate/output/plotter/addPlot tree Singles comptonPhantom
#/gate/output/plotter/addPlot tree Coincidences enargy1
#/gate/output/plotter/listPlots
```

INTERFILE PROJECTION

```
#/gate/output/projection/pixelSizeX 0.904 mm
#/gate/output/projection/pixelSizeY 0.904 mm
#/gate/output/projection/pixelNumberX 128
#/gate/output/projection/pixelNumberY 128
```

```
# Specify the projection plane (XY, YZ or ZX)
```

#/gate/output/projection/projectionPlane YZ

```
#-----#
#
```

64

#	DEFINITION O	F	#											
#YOUR VERBOSITY LEVEL														
#			#											
#	0000000000000000000000000000000000	00	#											
/control/v	verbose O													
/grdm/verb	pose 0													
/run/verbo	ose O													
/event/ver	bose 0													
/tracking/	tracking/verbose 2													
/gate/appl	ication/verbose 0													
/gate/gene	erator/verbose 0													
/gate/stac	cking/verbose 0													
/gate/event/verbose 0														
/gate/sour	ce/verbose 0													
#		20	#											
#														
#	D Ε Ε Τ Ν Τ Τ Τ Ο Ν Ο	F	#											
#	YOUR SOURCES	S	#											
#		-	#											
#	0000000000000000000000000000000000	00	#											
#	G A M M A													
/gate/sour	cce/addSource	Positron												
/gate/sour	cce/Positron/gps/type	Volume												
/gate/sour	cce/Positron/gps/shape	Sphere												
/gate/sour	cce/Positron/gps/radius	0.01 mm												
/gate/sour	cce/Positron/gps/centre	0.00 0.00	0.00 cm											
#RUBIDIUM														
/gate/sour	cce/Positron/gps/particle	ion												
/gate/sour	cce/Positron/gps/ion	37 82 0 0												
/gate/sour	cce/Positron/gps/monoenergy	00.0 keV												
/gate/sour	cce/Positron/setForcedHalfLife	76.38 s												
/gate/sour	cce/Positron/setActivity	10000. Bq												

<pre>/gate/source/Positron/setForcedUnstableFlag</pre>	true
/gate/source/Positron/gps/angtype	iso
/gate/source/Positron/gps/mintheta	0. deg
/gate/source/Positron/gps/maxtheta	180. deg
/gate/source/Positron/gps/minphi	0. deg
/gate/source/Positron/gps/maxphi	360. deg

#											#								
#																			#
#		S	Т	А	R	Т	А	С	Q	U	Ι	S	Ι	Т	Ι	0	Ν		#
#			Т	Ι	М	Е	Ρ	А	R	А	М	Е	Т	Е	R	S			#
#																			#
#				-00	000	0000	000)00	000	000	000)00	Joo	000	00-				#

#										
#	Е	Х	Ρ	Е	R	Ι	М	Е	N	Т
#										

/gate/application/setTimeSlice 1.00 s
/gate/application/setTimeStart 0.00 s
/gate/application/setTimeStop 10.00 s

/gate/application/startDAQ

#-----# # E X I T # #-----#

exit

66

Βιβλιογραφία

- R. Kraus, G. Delso, S. I. Ziegler: Simulation study of tissue-specific positron range correction for the new biograph mMR whole-body PET/MR system, IEEE Trans. Nucl. Sci., vol 59, pp. 1900-1909, 2012;
- S. Jan, et al.: GATE: a simulation toolkit for PET and SPECT, Phys. Med. Biol., vol. 49, pp. 4543-4561, 2004;
- [3] W. Lehnert, M. C. Gregoire, A. Reilhac, S. R. Meikle: Analytical positron range modelling in heterogeneous media for PET Monte Carlo simulation, Phys. Med. Biol., vol. 56, pp. 3313–3335, 2011;
- [4] R. R. Raylman, B. E. Hammer and N. L. Christensen: Combined MRI-PET scanner: a Monte Carlo evaluation of the improvements in PET resolution due to the effects of a static homogeneous magnetic field, IEEE Trans. Nucl. Sci. 43, 2406-2412 1996;
- [5] Shah NJ et al: Effects of Magnetic Fields of up to 9.4 T on Resolution and Contrast of PET Images as Measured with an MR-BrainPET, PLoS ONE 9(4): e95250 2014;
- [6] D. W. Rickey, R. Gordon, W. Huda: On Lifting the Inherent Limitations of Positron Emission Tomography by using Magnetic Fields (MagPET), Automedica, vol 14, pp. 335-369, 1992;
- [7] A. Eleftheriou, Ch. Tsoumpas, Ottavia Bertolli, E. Stiliaris: Modeling the Effects of the Magnetic Field on Emitted Positrons in PET-MR, PSMR 2014 Conference, 19 - 21 May 2014, Kos Island
- [8] O. Bertolli, A. Eleftheriou, M. Cecchetti, N. Camarlinghi, Ch. Tsoumpas: PET Iterative reconstruction Incorporating An Efficient Positron Range Correction Method, accepted at: Physica Medica: European Journal of Medical Physics