



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

"Θεωρία και Εφαρμογές Αναλογικών Κυκλωμάτων"

Επιβλέπων: **Αγγελική Αραπογιάννη, Καθηγήτρια ΕΚΠΑ**

ΑΘΗΝΑ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2015

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεωρία και Εφαρμογές Αναλογικών Κυκλωμάτων

Βασίλειος Γ. Μπότσης
A.M.: 1115 2007 00069

Δημήτριος Π. Τάρταρης
A.M.: 1115 200500234

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ: Αγγελική Αραπογιάννη, Καθηγήτρια ΕΚΠΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο ηλεκτρισμός και ορισμένα φαινόμενα που προκύπτουν από αυτόν αποτελούν αντικείμενα μελέτης της συγκεκριμένης εργασίας. Η μελέτη της συμπεριφοράς των ηλεκτρικών κυκλωμάτων απαιτεί τη γνώση των βασικών εννοιών και φαινομένων του ηλεκτρικού. Στην εργασία αυτή περιγράφονται συνοπτικά, η αλληλεπίδραση των ηλεκτρικών φορτίων, η ερμηνεία της φόρτισης και εκφόρτισης των σωμάτων, τα χαρακτηριστικά του ηλεκτρικού ρεύματος, η ενέργεια και η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος. Επίσης, περιγράφονται βασικά στοιχεία κυκλωμάτων συνεχούς ρεύματος καθώς και τα εξαρτήματα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων, και στη συνέχεια αναφέρονται οι βασικές αρχές και μέθοδοι υπολογισμού και μέτρησης ηλεκτρικών μεγεθών, όπως της τάσης, ρεύματος, αντίστασης, ισχύος κ.λπ.

Συνακόλουθα, η εργασία αναφέρεται στις βασικές τοπολογικές έννοιες των ηλεκτρικών κυκλωμάτων και στη συνέχεια στους νόμους του Kirchhoff και σε μερικές βασικές εφαρμογές αυτών, όπως τα ισοδύναμα κυκλώματα, το Θεώρημα του Thevenin και του Norton. Επίσης, επισημαίνονται τα χαρακτηριστικά και ο ρόλος των ενισχυτών και πιο συγκεκριμένα του αντίστροφου ενισχυτή, του αθροιστικού ενισχυτή και του ενισχυτή διαφοράς, ενώ ακολουθεί αντίστοιχη περιγραφή των πυκνωτών, αναφέροντας τη χωρητικότητα του αγωγού και του πυκνωτή. Όλες οι παραπάνω ενότητες εμπεριέχουν λυμένα παραδείγματα εφαρμογής τους, ώστε ο αναγνώστης να κατανοήσει πλήρως τον τρόπο λειτουργίας τους.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Θεωρία και Εφαρμογές Αναλογικών Κυκλωμάτων.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: νόμος του Ohm, ενισχυτής, πυκνωτής, ρεύμα, αντίσταση, τάση, αναλογικά κυκλώματα.

ABSTRACT

Electricity and certain phenomena that occur from it are subjects of this thesis. The study of the behavior of electrical circuits requires knowledge of basic concepts and phenomena of electricity. In this paper, the following are outlined: the interaction of electrical charges, the interpretation of charging and discharging of the objects, the characteristics of electricity and the energy and power of the current. Also basic elements of electrical circuits are described especially of DC current, and the basic principles and methods of calculation and measurement of electrical quantities such as voltage, current, resistance, power etc.

Afterwards, the paper refers to the basic topological concepts of electrical circuits and to the laws of Kirchhoff and to some basic applications such as the equivalent circuits, and the theorem of Thevenin and Norton. Furthermore, the concept of amplifiers is also highlighted and particularly their characteristics and role. Another important point of special interest is the section of the inverse amplifier, the sum amplifier and the differential amplifier, followed by a description of the respective capacitors, indicating the capacity of the conductor and the capacitor. All these sections contain solved examples of their implementation in order for the reader to fully understand how they work.

SUBJECT AREA: Theory and implementation of Analog Circuits.

KEYWORDS: Ohm's law, amplifier, capacitor, current, resistance, voltage, analog circuits.

Αυτή η προσπάθεια αφιερώνεται στους γονείς μας.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του τμήματος Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών της Σχολής Θετικών Επιστημών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών. Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε θερμά την επιβλέπουσα Καθηγήτρια κ. Αγγελική Αραπογιάννη, για την εμπιστοσύνη που μας έδειξε καθώς και για την πολύτιμη βοήθειά του, στηρίζοντάς μας σε όλη μας την προσπάθεια.

Αθήνα, Ιούνιος 2015

Βασίλης Μπότσης
Δημήτριος Τάρταρης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	9
1.1 Δομή της ύλης	10
1.2 Φόρτιση ενός σώματος.....	11
2. ΣΥΝΕΧΕΣ ΡΕΥΜΑ.....	13
2.1 Νόμος του Ohm	13
2.2 Νόμοι του Kirchhoff	14
3. ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ	22
3.1 Συνδεσμολογία αντιστάσεων και ισοδύναμη αντίσταση.....	22
3.1.1 Συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά	22
3.1.2 Παράλληλη συνδεσμολογία αντιστάσεων	22
3.1.3 Μικτή συνδεσμολογία αντιστάσεων	23
3.2 Ισοδύναμο κύκλωμα	23
3.3 Θεώρημα Thevenin και Θεώρημα Norton.....	24
4. ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ	35
4.1 Αντίστροφος ενισχυτής	35
4.2 Αθροιστικός ενισχυτής.....	36
4.3 Ενισχυτής διαφοράς	37
5. ΠΥΚΝΩΤΕΣ	40
5.1 Χωρητικότητα αγωγού	40
5.2 Χωρητικότητα πυκνωτή	40
5.2.1 Διαδικασία φόρτισης πυκνωτή.....	41
ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ	49
ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ	50
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι.....	51
ΑΝΑΦΟΡΕΣ	53

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: α) Οι κύβοι είναι ηλεκτρικά φορτισμένα σώματα. β) Οι κύβοι θεωρούνται ως σημειακά φορτία	9
Εικόνα 2: Αλληλεπίδραση σημειακών φορτίων.....	10
Εικόνα 3: Φόρτιση σώματος με επαφή	11
Εικόνα 4: Φόρτιση σώματος με επαφή	12
Εικόνα 5: Κύκλωμα έκφρασης του νόμου του Ohm	13
Εικόνα 6: Νόμος του Ohm για σταθερή αντίσταση	13
Εικόνα 7: Σύμβολο και χαρακτηριστική του ανοικτού κυκλώματος	14
Εικόνα 8: Σύμβολο και χαρακτηριστική βραχυκυκλώματος	14
Εικόνα 9: Εφαρμογή του Ν.Ρ.Κ.	15
Εικόνα 10: Εφαρμογή του Ν.Τ.Κ.....	15
Εικόνα 11: Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά	22
Εικόνα 12: Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων.....	23
Εικόνα 13: Μικτή σύνδεση αντιστάσεων	23
Εικόνα 14: Ισοδυναμία των κατά Thevenin και Norton ισοδυνάμων.	24
Εικόνα 15: Τελεστικός ενισχυτής συνδεσμολογίας ως αναστρέφων ενισχυτής.....	35
Εικόνα 16: Αθροιστής με αναστροφή.....	36
Εικόνα 17: Κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς.	38
Εικόνα 18: Ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς.....	38
Εικόνα 19: Μετατροπή προηγούμενου κυκλώματος.....	38
Εικόνα 20: Κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή	41
Εικόνα 21: Κύκλωμα εκφόρτισης πυκνωτή.....	41
Εικόνα 22: Σχήμα φόρτισης πυκνωτή.....	42
Εικόνα 23: Ψηφιακό Κύκλωμα εξομοίωσης ολοκληρωτή.....	52
Εικόνα 24: Ενδεικτικό Αποτέλεσμα ψηφιακής απόκρισης ολοκληρωτή.	52

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

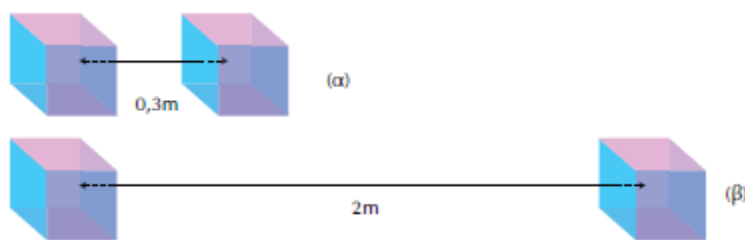
Πρώτος ο Θαλής ο Μιλήσιος διαπίστωσε πως το κεχριμπάρι όταν τρίβεται σε μάλλινο ύφασμα αποκτά την ιδιότητα να έλκει τρίχες, μικρά τεμάχια δέρματος κλπ. Τα φαινόμενα αυτά ονομάστηκαν ηλεκτρικά φαινόμενα από την αρχαία ονομασία του κεχριμπαραριού «ήλεκτρο». Για να ερμηνευτούν τα ηλεκτρικά φαινόμενα, έγινε αποδεκτή η ύπαρξη ενός φυσικού μεγέθους που ονομάστηκε ηλεκτρικό φορτίο. Διαπιστώθηκε πως ο εβονίτης, όταν τρίβεται σε μάλλινο ύφασμα, αποκτά ηλεκτρικό φορτίο. Παρατηρήθηκε πως όταν πλησιάσουν δύο ράβδοι εβονίτη που είναι ηλεκτρισμένες απωθούνται. Ομοίως το γυαλί ηλεκτρίζεται όταν τρίβεται σε μεταξένιο ύφασμα. Όταν πλησιάσουν μια ηλεκτρισμένη ράβδος από εβονίτη και μια ηλεκτρισμένη ράβδος από γυαλί έλκονται. Από τις παραπάνω παρατηρήσεις βγήκε το συμπέρασμα πως υπάρχουν δύο ειδών φορτία αυτό του εβονίτη όταν τρίβεται σε μάλλινο ύφασμα και αυτό του γυαλιού όταν τρίβεται σε μεταξένιο ύφασμα. Το πρώτο ονομάστηκε αρνητικό και το δεύτερο θετικό. Επίσης έγινε φανερό πως τα ομώνυμα φορτία απωθούνται ενώ τα ετερόνυμα έλκονται. Η μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου στο σύστημα S.I. είναι το Coulomb του οποίου ο ορισμός θα δοθεί σε επόμενη παράγραφο.

Όπως έχει αναφερθεί μεταξύ δύο φορτίων ασκούνται δυνάμεις ελκτικές ή απωστικές. Ο πρώτος που μελέτησε αυτές τις δυνάμεις ήταν ο Coulomb, και διατύπωσε το γνωστό νόμο, που φέρει το όνομα του. Παρότι μεταξύ δύο ηλεκτρικών φορτίων υπάρχει πάντα αλληλεπίδραση, ο νόμος του Coulomb δεν ισχύει γενικά για κάθε φορτίο, αλλά για σημειακά φορτία ή για φορτισμένα σώματα που έχουν σχήμα σφαίρας.

Σημειακό φορτίο ονομάζεται κάθε φορτίο που οι διαστάσεις του είναι ασήμαντες σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις που υπάρχουν στο πρόβλημα.

Για παράδειγμα δύο φορτισμένοι κύβοι που έχουν ακμή 0,1m, όταν βρίσκονται σε απόσταση 0,3m θεωρούνται φορτισμένα σώματα, ενώ όταν απέχουν 2m θεωρούνται σημειακά φορτία.

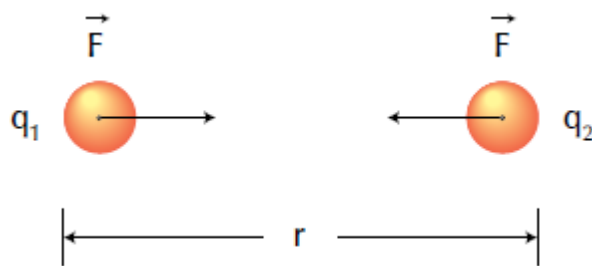
Σύμφωνα με το νόμο του Coulomb:



Εικόνα 1: α) Οι κύβοι είναι ηλεκτρικά φορτισμένα σώματα. β) Οι κύβοι θεωρούνται ως σημειακά φορτία

Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ δυο σημειακών ηλεκτρικών φορτίων έχουν διεύθυνση την ευθεία που ορίζεται από τα δυο φορτία, φορά ελκτική η απωστική αντίστοιχα αν τα φορτία είναι ετερόνυμα η ομώνυμα. Το μέτρο της δύναμης είναι ανάλογο του γινομένου των φορτίων και αντιστρόφως ανάλογο προς το τετράγωνο της απόστασης τους.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.1)$$



Εικόνα 2: Αλληλεπίδραση σημειακών φορτίων

Ο συντελεστής ϵ_0 ονομάζεται διηλεκτρική σταθερά του κενού και η τιμή της εξαρτάται από το σύστημα μονάδων. Ειδικά στο S.I. έχει τη τιμή:

$$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-9} \frac{Nm^2}{Cb^2} \quad (1.2)$$

Ο συντελεστής ϵ ονομάζεται διηλεκτρική σταθερά του μέσου και εξαρτάται από τη φύση του υλικού μέσα στο οποίο βρίσκονται τα δυο φορτία, είναι δε «καθαρός αριθμός», δηλαδή αδιάστατο μέγεθος.

Πολλές φορές αντί της σταθεράς ϵ_0 χρησιμοποιείται η ηλεκτρική σταθερά $K_{\eta\lambda}$, που δίνεται από τη σχέση $K_{\eta\lambda} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ και επομένως έχει τιμή $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$.

1.1 Δομή της ύλης

Τα υλικά σώματα που υπάρχουν στη φύση, χωρίζονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες: τις χημικές ουσίες και τα μίγματα.

Χημικές ουσίες ονομάζονται τα σώματα των οποίων η σύσταση είναι πάντοτε σταθερή και ανεξάρτητη από τον τρόπο παρασκευής τους. Για παράδειγμα το νερό είναι χημική ουσία. Δεν υπάρχουν πολλά είδη (καθαρού) νερού. Όπως και να έχουν παραχθεί η σύσταση του είναι πάντοτε η ίδια. Αποτελείται, δηλαδή από υδρογόνο και οξυγόνο σε αναλογία μαζών 1:8. Μίγματα ονομάζονται τα σώματα των οποίων η σύσταση δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από τον τρόπο παρασκευής τους. Για παράδειγμα το αλατόνερο είναι μίγμα. Αλατόνερο μπορεί να παρασκευασθεί αν σε 1Kgr νερό προστεθούν 10gr ή 12gr ή 20gr αλάτι.

Οι χημικές ουσίες χωρίζονται στα χημικά στοιχεία και στις χημικές ενώσεις. Χημικά στοιχεία ονομάζονται οι χημικές ουσίες οι οποίες δεν μπορούν να διασπαστούν σε άλλες απλούστερες. Για παράδειγμα το άζωτο είναι χημικό στοιχείο. Το άζωτο δεν μπορεί να διασπαστεί σε απλούστερες ουσίες.

Χημικές ενώσεις ονομάζονται οι χημικές ουσίες που μπορούν να διασπαστούν σε άλλες απλούστερες. Για παράδειγμα το διοξείδιο του άνθρακα μπορεί να διασπαστεί σε οξυγόνο και άνθρακα.

Τα μικρότερα σωματίδια από τα οποία αποτελείται ένα χημικό στοιχείο ονομάζονται άτομα, δηλ. το μικρότερο σωματίδιο υδρογόνου που μπορεί να υπάρξει είναι το άτομο του υδρογόνου, ομοίως το μικρότερο σωματίδιο χρυσού που μπορεί να υπάρξει είναι το άτομο του χρυσού. Τα μικρότερα σωματίδια από τα οποία αποτελείται μια χημική ουσία και που διατηρούν τις ιδιότητες της ουσίας ονομάζονται μόρια.

Τα άτομα αποτελούνται τον πυρήνα, ο οποίος βρίσκεται στο κέντρο του ατόμου και τα ηλεκτρόνια, τα οποία περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα.

Ο πυρήνας αποτελείται από τα πρωτόνια και τα νετρόνια. Τα πρωτόνια έχουν περίπου την ίδια μάζα με τα νετρόνια (ελάχιστα μεγαλύτερη μάζα έχουν τα νετρόνια), ενώ τα ηλεκτρόνια έχουν μάζα περίπου 2000 φορές μικρότερη από τη μάζα του πρωτονίου.

Έχει διαπιστωθεί πως τα πρωτόνια φέρουν θετικό φορτίο, ενώ τα ηλεκτρόνια αρνητικό, επομένως μεταξύ του πυρήνα και των ηλεκτρονίων ασκούνται ελκτικές δυνάμεις Coulomb. Το φορτίο που φέρουν τα πρωτόνια είναι ίσο κατ' απόλυτη τιμή με το φορτίο που φέρουν τα ηλεκτρόνια ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$). Τα νετρόνια δεν φέρουν ηλεκτρικό φορτίο.

Σε κάθε άτομο ο αριθμός των πρωτονίων είναι ίσος με τον αριθμό των ηλεκτρονίων και έτσι τα άτομα είναι ηλεκτρικά ουδέτερα.

Τα ηλεκτρόνια κινούνται σε διαφορετικές περιοχές γύρω από τον πυρήνα, που ονομάζονται στοιβάδες. Ο μέγιστος αριθμός ηλεκτρονίων που υπάρχουν σε κάθε στοιβάδα είναι διαφορετικός, έτσι στην πρώτη στοιβάδα (πλησιέστερη προς τον πυρήνα) υπάρχουν το πολύ 2 ηλεκτρόνια, στη δεύτερη 8, στη τρίτη 18, στην τέταρτη 32 κλπ. Γενικά ο μέγιστος αριθμός των ηλεκτρονίων, τα οποία μπορούν να υπάρχουν σε μια στοιβάδα δίνεται από τη σχέση $N = 2n^2$, όπου $n = 1, 2, 3, \dots$. Η τελευταία όμως στοιβάδα δεν μπορεί να έχει περισσότερα από 8 ηλεκτρόνια, ενώ η προτελευταία περισσότερα από 18. Τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στην τελευταία (εξωτερική) στοιβάδα ονομάζονται ηλεκτρόνια σθένους. Τα ηλεκτρόνια σθένους είναι αυτά που συμμετέχουν στο σχηματισμό χημικών ενώσεων και στα οποία οφείλονται οι χημικές ιδιότητες των στοιχείων.

Όταν ένα ηλεκτρόνιο σθένους αποσπαστεί από ένα άτομο προκύπτει ένα θετικό ιόν. Η ενέργεια που πρέπει να δοθεί σ' ένα ηλεκτρόνιο σθένους για να αποσπαστεί από το άτομο ονομάζεται ενέργεια ιονισμού. Η ενέργεια ιονισμού για να αποσπαστεί από ένα θετικό ιόν δεύτερο ηλεκτρόνιο είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια ιονισμού που χρειάστηκε για να αποσπαστεί το πρώτο ηλεκτρόνιο. Η απόσπαση και τρίτου ηλεκτρονίου είναι πολύ δυσκολότερη.

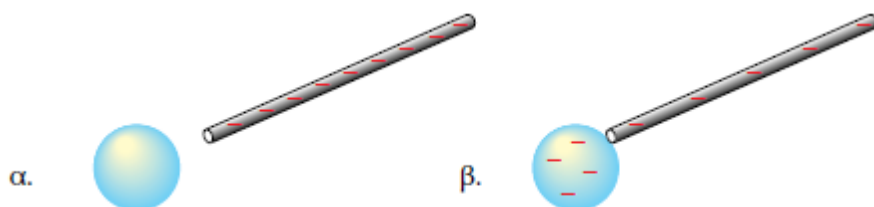
Εκτός από τα θετικά ιόντα υπάρχουν και τα αρνητικά ιόντα, που σχηματίζονται όταν ένα άτομο προσλάβει ένα επί πλέον ηλεκτρόνιο.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την ερμηνεία των ηλεκτρικών φαινομένων παρουσιάζει η δομή των μετάλλων. Τα μέταλλα αποτελούνται από θετικά ιόντα που ισαπέχουν. Τα ηλεκτρόνια που έχουν διαφύγει από τα άτομα των μετάλλων κινούνται με τυχαίο τρόπο μέσα στη μάζα του μετάλλου και ονομάζονται ελεύθερα ηλεκτρόνια.

1.2 Φόρτιση ενός σώματος

Ένα σώμα που δεν φέρει φορτίο μπορεί να φορτιστεί με τρεις τρόπους.

α) Με τριβή. Όπως είδη έχει αναφερθεί προηγουμένως, όταν π.χ. ο εβονίτης τρίβεται σε μάλλινο ύφασμα αποκτά φορτίο.

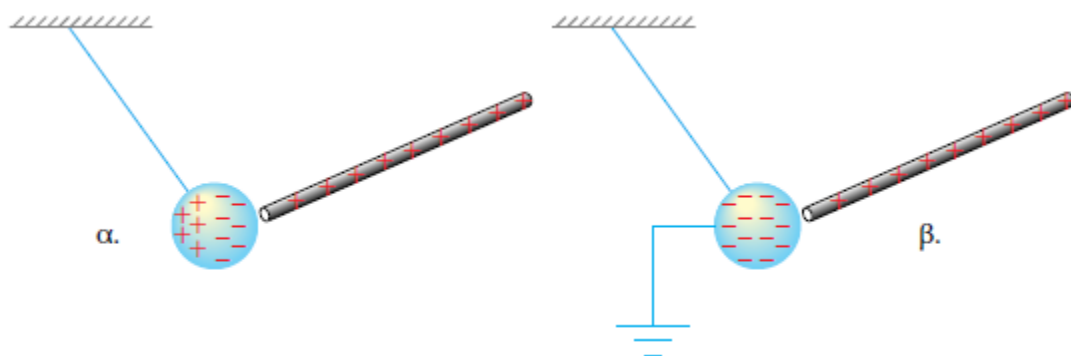


Εικόνα 3: Φόρτιση σώματος με επαφή

β) Με επαφή με ήδη φορτισμένο σώμα, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3, όταν η αφορτιστη σφαίρα έλθει σ' επαφή με τη φορτισμένη ράβδο αποκτά φορτίο ομόσημο με αυτό που φέρει η ράβδος.

γ) Με επαγωγή. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4(α), στην κρεμασμένη αφόρτιστη σφαίρα επάγεται φορτίο όταν πλησιάσει τη φορτισμένη ράβδο. Το συνολικό φορτίο που φέρει η σφαίρα παραμένει μηδέν, αλλά έχουν διαχωριστεί τα θετικά από τα αρνητικά φορτία, δηλαδή τα ελεύθερα ηλεκτρόνια πλησιάζουν τη θετικά φορτισμένη ράβδο, έτσι στην αντιδιαμετρική περιοχή της σφαίρας εμφανίζεται περίσσεια θετικού φορτίου.

Επίσης επειδή το αρνητικό φορτίο βρίσκεται πλησιέστερα στη ράβδο, η σφαίρα έλκεται από τη ράβδο. Αν η σφαίρα συνδεθεί με τη γη μέσω ενός σύρματος (γειωθεί), τότε ηλεκτρόνια έρχονται προς αυτήν από τη γη, με αποτέλεσμα να αποκτά αρνητικό φορτίο, [8].



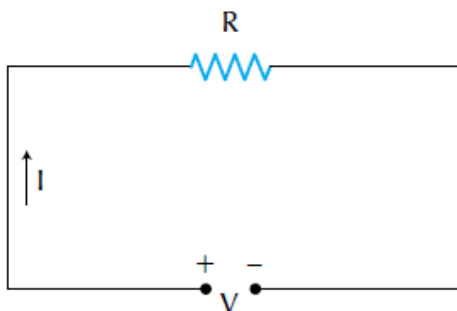
Εικόνα 4: Φόρτιση σώματος με επαφή

2. ΣΥΝΕΧΕΣ ΡΕΥΜΑ

2.1 Νόμος του Ohm

Η σχέση μεταξύ του ρεύματος (I), της τάσης (V) και της αντίστασης (R) μελετήθηκε από τον Γερμανό επιστήμονα Georg Ohm και προς τιμή του ονομάστηκε νόμος του Ohm.

Ο Ohm ανακάλυψε ότι το ρεύμα σε ένα κύκλωμα μεταβάλλεται ευθέως ανάλογα με την τάση, όταν η αντίσταση μένει σταθερή. Έτσι, σε κάθε περίπτωση όταν διαιρούσε την τάση με το ρεύμα, το αποτέλεσμα ήταν το ίδιο. Ο νόμος του Ohm διατυπώνεται ως εξής:



Εικόνα 5: Κύκλωμα έκφρασης του νόμου του Ohm

Το ρεύμα που διαρρέει μία αντίσταση, είναι ευθέως ανάλογο της τάσης που επικρατεί στα άκρα της αντίστασης και αντιστρόφως ανάλογο της αντίστασης.

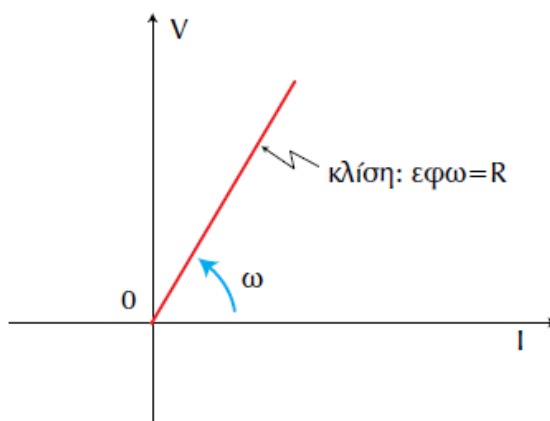
Δηλαδή:

$$I = \frac{V}{R} \quad (2.1)$$

Η σχέση αυτή ισχύει προφανώς για σταθερούς αντιστάτες (ή ιδανικούς) οι οποίοι χαρακτηρίζονται από πολλές σημαντικές ιδιότητες, κυριότερες από τις οποίες είναι:

- η αντίστασή τους είναι σταθερή.
- είναι αμφίπλευροι· δηλαδή, αν η πολικότητα αντιστραφεί, αντιστρέφεται και η φορά του ρεύματος και αντίστροφα.
- είναι συγκεντρωμένα στοιχεία (μη κατανεμημένα), πράγμα που σημαίνει ότι δεν περιέχουν πληροφορίες για τις διαστάσεις τους.

Η χαρακτηριστική ενός ιδανικού αντιστάτη (< απλά αντίσταση) που αποτελεί ταυτόχρονα και τη γραφική παράσταση του νόμου του Ohm, είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, όπως φαίνεται στην Εικόνα 6.

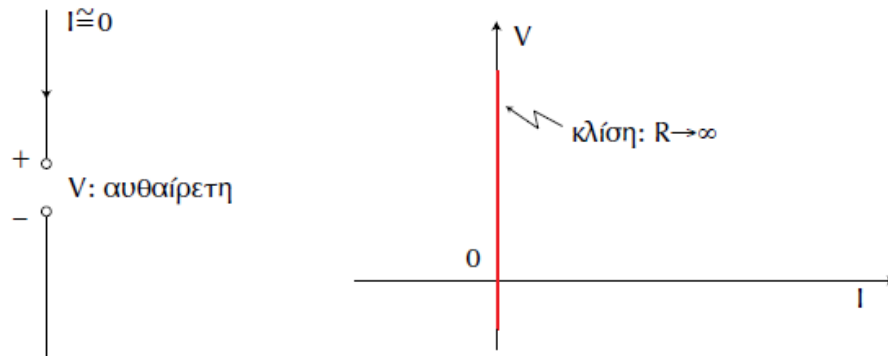


Εικόνα 6: Νόμος του Ohm για σταθερή αντίσταση

Ειδικές περιπτώσεις: Δυο ειδικοί τύποι ιδανικών αντιστάσεων που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι το ανοικτό κύκλωμα και το βραχυκύκλωμα.

Ανοικτό κύκλωμα: είναι ένα στοιχείο δυο ακροδεκτών του οποίου το ρεύμα είναι εκ ταυτότητας μηδέν ανεξάρτητα από την εφαρμοζόμενη κάθε φορά τάση.

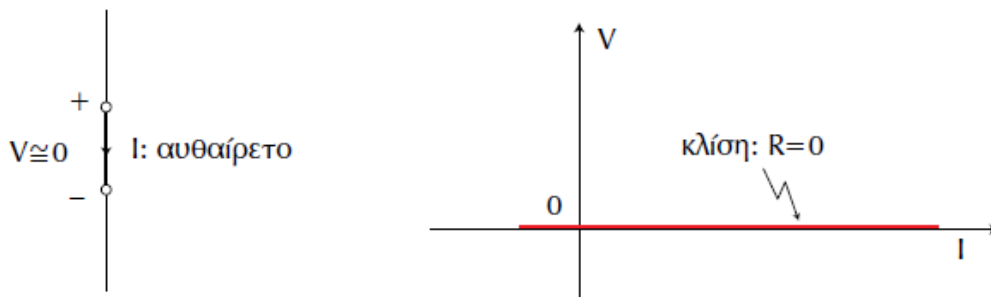
Η χαρακτηριστική ενός ανοικτού κυκλώματος και το κυκλωματικό σύμβολο αυτού φαίνονται στην Εικόνα 7.



Εικόνα 7: Σύμβολο και χαρακτηριστική του ανοικτού κυκλώματος

Βραχυκύκλωμα: είναι ένα στοιχείο δυο ακροδεκτών του οποίου είναι εκ ταυτότητας μηδέν ανεξάρτητα από το διερχόμενο κάθε φορά ρεύμα.

Η χαρακτηριστική ενός βραχυκυκλώματος και το κυκλωματικό σύμβολο αυτού φαίνονται στην Εικόνα 8.



Εικόνα 8: Σύμβολο και χαρακτηριστική βραχυκυκλώματος

2.2 Νόμοι του Kirchhoff

Η σύνδεση των ηλεκτρικών στοιχείων (αντιστάσεων, πυκνωτών, πηνίων, πηγών) στα κυκλώματα θέτει ορισμένες συνθήκες στις σχέσεις τάσεων και ρευμάτων. Οι συνθήκες αυτές είναι γνωστοί ως νόμοι του Kirchhoff από το όνομα του Gustav Kirchhoff, ο οποίος πρώτος τους διατύπωσε σε μια εργασία του η οποία δημοσιεύτηκε το 1848. Τους νόμους αυτούς δεχόμαστε ως βασικά αξιώματα των ηλεκτρικών κυκλωμάτων.

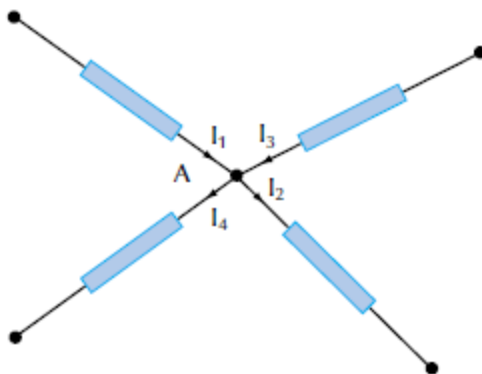
Νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff (Ν.Ρ.Κ.): Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε κάθε κόμβο του κυκλώματος ισούται με μηδέν, δηλαδή,

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

- Το ρεύμα I_k που εισρέει (εισέρχεται σε έναν κόμβο) θεωρείται ως θετικό και λαμβάνεται με πρόσημο (+).

- Το ρεύμα που εκρέει (αποχωρεί) από έναν κόμβο θεωρείται ως αρνητικό και λαμβάνεται με πρόσημο (-).

Συνεπώς η εφαρμογή του Ν.Ρ.Κ. για τον κόμβο Α στην Εικόνα 9 δίνει:



Εικόνα 9: Εφαρμογή του Ν.Ρ.Κ.

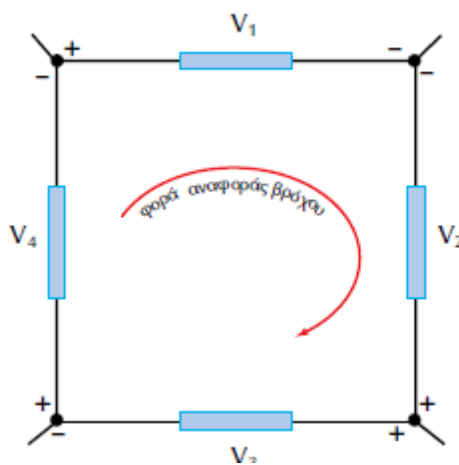
$$\sum_{k=1}^4 I_k = I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$$

Νόμος τάσεων του Kirchhoff (Ν.Τ.Κ.): Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων σε κάθε βρόχο ενός κυκλώματος ισούται με μηδέν, δηλαδή,

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0$$

- Η τάση V_k λαμβάνεται με πρόσημο (+), εάν η φορά αναφοράς στον κλάδο (+ $\rightarrow$ -) συμπίπτει με τη φορά αναφοράς του βρόχου (φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού), διαφορετικά λαμβάνεται με πρόσημο (-). Έτσι, ο Ν.Τ.Κ. για το βρόχο στην Εικόνα 10 παίρνει τη μορφή, [1], [3], [10]:

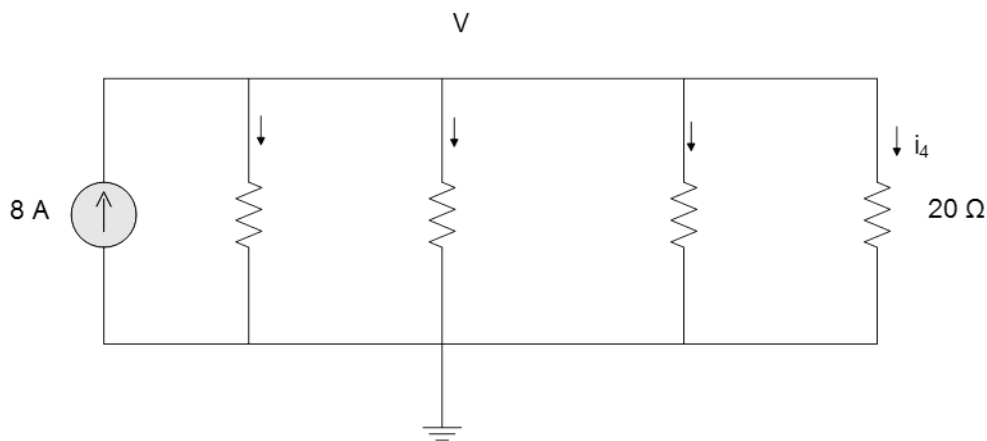
$$\sum_{k=1}^4 V_k = 0 \Rightarrow V_1 - V_2 + V_3 + V_4 = 0$$



Εικόνα 10: Εφαρμογή του Ν.Τ.Κ.

Παραδείγματα:

1. Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε τις εντάσεις των ρευμάτων και τις τάσεις.



Λύση

1^{ος} Κανόνας Kirchhoff

$$8 = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

Νόμος του Ohm

$$V = 20 i_1 = 10 i_2 = 5 i_3 = 20 i_4$$

$$i_1 = V/20, i_2 = V/10, i_3 = V/5, i_4 = V/20$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των ρευμάτων στην αρχική μας εξίσωση και λύνοντας ως προς V έχουμε:

$$8 = V/20 + V/10 + V/5 + V/20$$

$$160 = 8 V$$

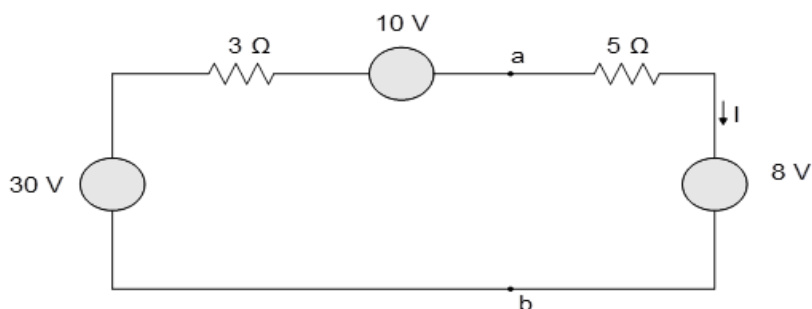
$$V = 20 \text{ Volts}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε τις αντίστοιχες τιμές των i :

$$i_1 = 1 \text{ amp}, i_2 = 2 \text{ amp}, i_3 = 4 \text{ amp}, i_4 = 1 \text{ amp}$$

Παρατηρούμε ότι οι παραπάνω τιμές των ρευμάτων επαληθεύουν τον πρώτο κανόνα Kirchhoff

2. Βρείτε το ρεύμα I και την τάση V_{ab} στο παρακάτω κύκλωμα.



Λύση

Εφαρμόζουμε 2^{ος} Κανόνας Kirchhoff στο βρόχο:

$$-30 + 3I - 10 + 5I + 8 = 0$$

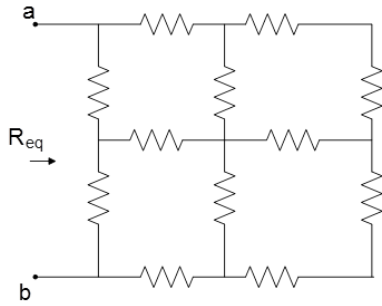
$$8I = 32$$

$$I = 4 \text{ amp}$$

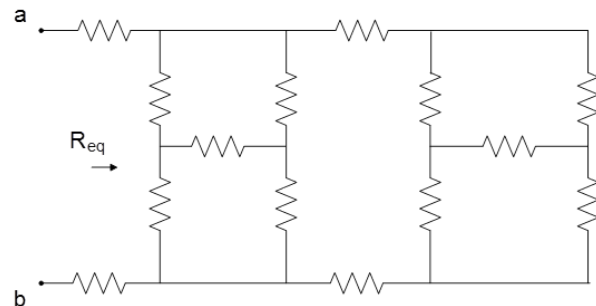
$$-V_{ab} + 5I + 8 = 0$$

$$V_{ab} = 28 \text{ Volts}$$

3. Υπολογίστε την ολική αντίσταση R_{eq} των κυκλωμάτων. Κάθε αντίσταση είναι 100Ω .



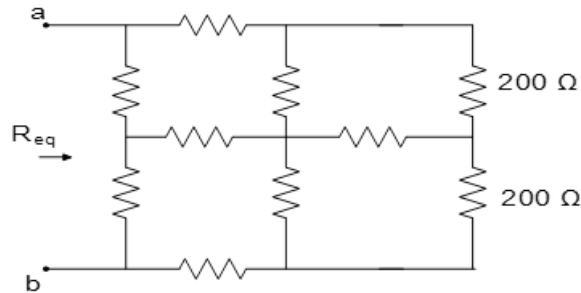
(a)



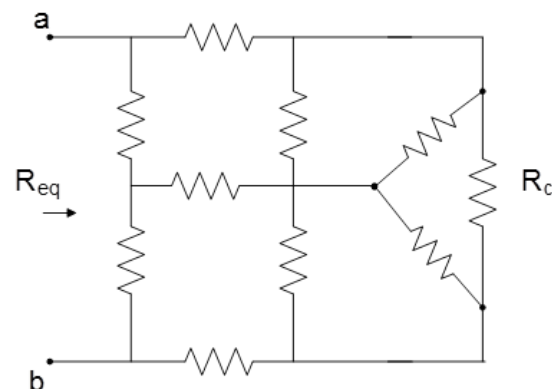
(b)

Λύση

α) Ξεκινάμε συνδυάζοντας τους 2 αντιστάτες σε σειρά που βρίσκονται στο δεξί άκρο του κυκλώματος



Μετατρέπουμε την T συνδεσμολογία σε Y

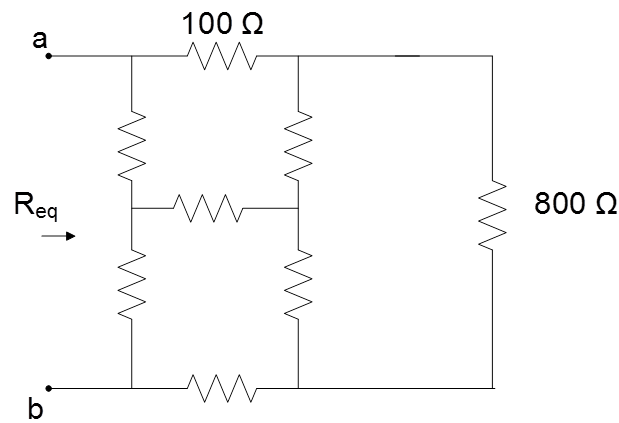


$$R_a = \frac{(200)(200) + (200)(100) + (100)(200)}{200} = \frac{80000}{200} = 400 \text{ ohms}$$

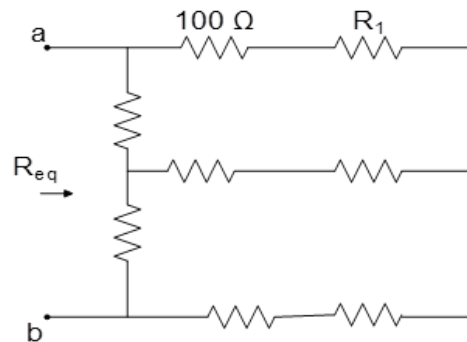
$$R_b = \frac{80000}{200} = 400 \text{ ohms}$$

$$R_c = \frac{80000}{100} = 800 \text{ ohms}$$

Παρατηρούμε ότι $R_a \parallel 100$ και $R_b \parallel 100$ και όπου $400 \parallel 100 = 80 \text{ ohms}$



Μετατρέποντας την Δ συνδεσμολογία σε Υ έχουμε:

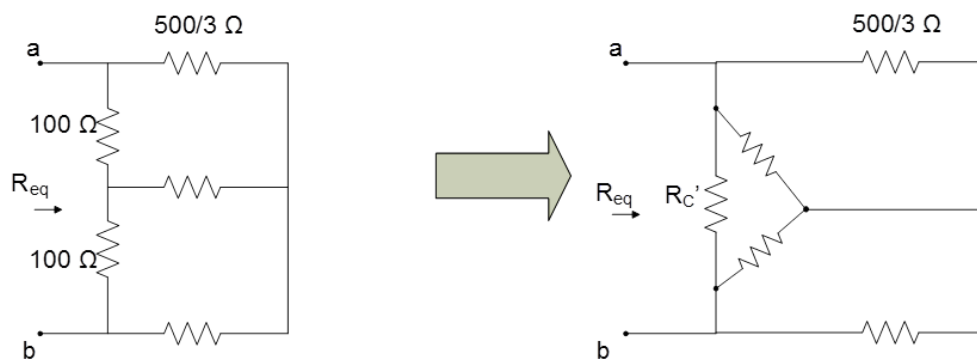


$$R_1 = \frac{(80)(800)}{80+80+800} = \frac{64000}{960} = \frac{200}{3} \text{ ohms}$$

$$R_2 = \frac{(80)(800)}{80+80+800} = \frac{64000}{960} = \frac{200}{3} \text{ ohms}$$

$$R_3 = \frac{(80)(80)}{80+80+800} = \frac{6400}{960} = \frac{20}{3} \text{ ohms}$$

Συνδυάζουμε τους αντιστάτες σε σειρά και μετατρέπουμε την T συνδεσμολογία σε Δ



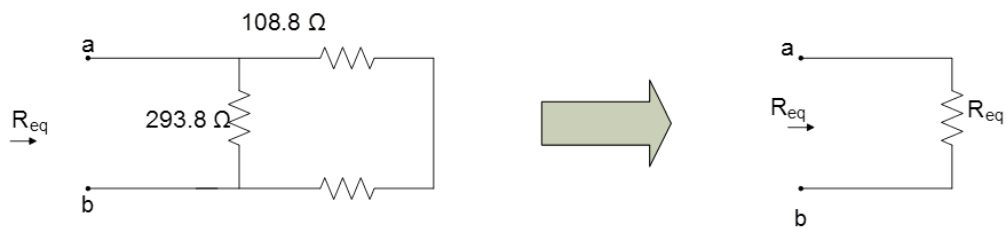
$$(100)(100) + (100)(320/3) + (320/3)(100) = 94000/3$$

$$R_{a'} = \frac{94000/3}{100} = \frac{940}{3} = 313.3 \text{ ohms}$$

$$R_{b'} = \frac{94000/3}{100} = \frac{940}{3} = 313.3 \text{ ohms}$$

$$R_{c'} = \frac{94000/3}{320/3} = \frac{94000}{320} = 293.8 \text{ ohms}$$

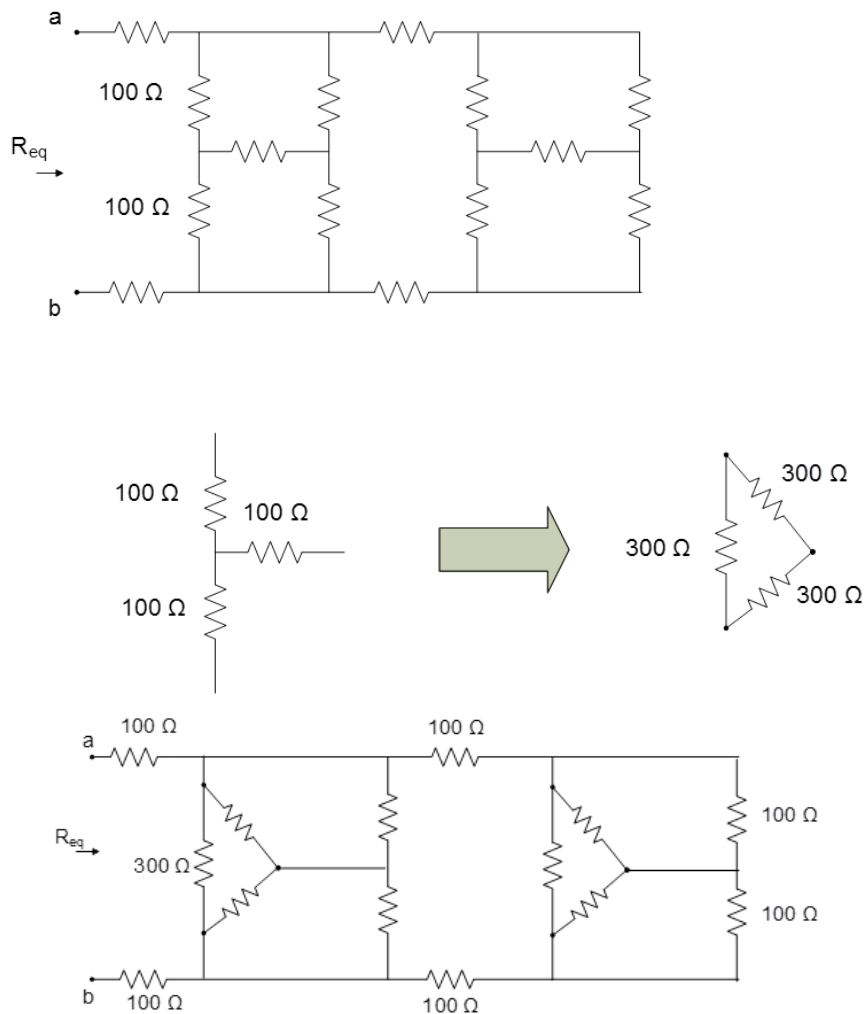
Παρατηρούμε ότι η $R_{a'} \parallel 500/3$ και $R_{b'} \parallel 500/3$ όπου $\frac{(940/3)(500/3)}{(940/3)+(500/3)} = 108.8 \text{ ohms}$



$$R_{eq} = 293.8 \parallel (108.8 + 108.8) = 293.8 \parallel 217.6 = \frac{63930}{511.4}$$

$$R_{eq} = 125.08 \text{ ohms}$$

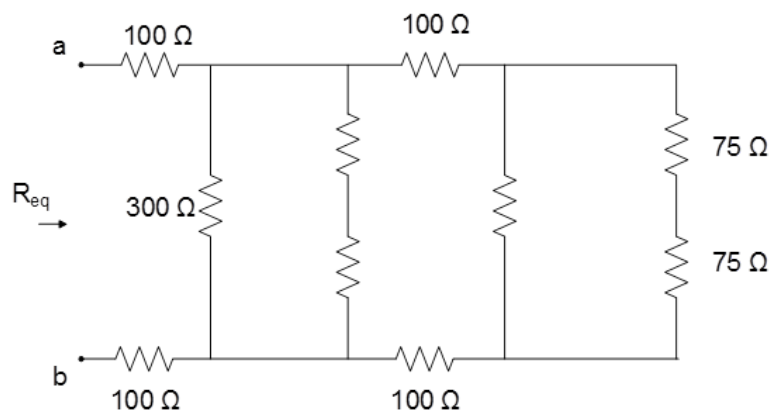
b) Μετατρέπουμε τις T συνδεσμολογίες σε Δ



Κάθε κλάδος της Δ συνδεσμολογίας είναι παράλληλος σε έναν αντιστάτη 100 Ω

$$300 \parallel 100 = \frac{(300)(100)}{(300)+(100)} = 75 \text{ ohms}$$

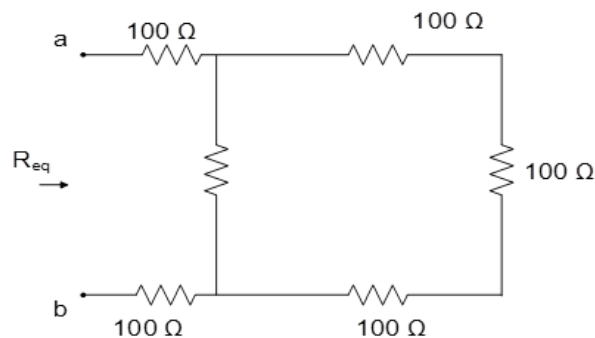
Έτσι οδηγούμαστε στο παρακάτω κύκλωμα:



Στο προηγούμενο κύκλωμα σε 2 σημεία ένας αντιστάτης $300\ \Omega$ είναι παράλληλος με 2 αντιστάτες σε σειρά των $75\ \Omega$.

$$300 \parallel (75+75) = 300 \parallel 150 = \frac{(300)(150)}{(300)+(150)} = \frac{45000}{450} = 100\ \text{ohms}$$

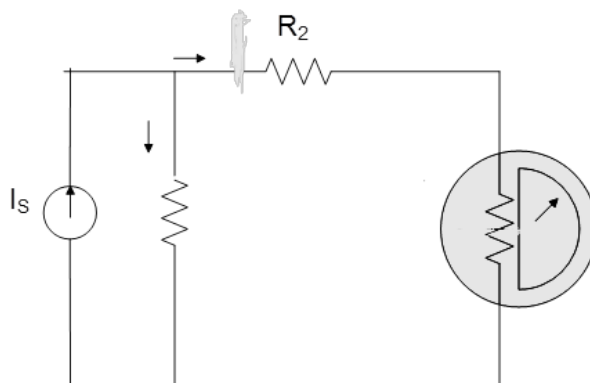
Το κύκλωμά μας απλοποιείται στο παρακάτω:



$$R_{eq} = 100 + 100 \parallel ((100 + 100 + 100) + 100) = 100 + 100 \parallel (300 + 100)$$

$$R_{eq} = 275\ \text{ohms}$$

3.



Βρείτε το I_{R2} όταν $I_S = 10\text{mA}$, $R_{sh} = 5\ \Omega$ και :

- a) $R_1 = 10\ \text{k}\Omega$ και $R_2 = 10\ \text{k}\Omega$
- b) $R_1 = 1000\ \Omega$ και $R_2 = 1000\ \Omega$
- c) $R_1 = 50\ \Omega$ και $R_2 = 50\ \Omega$
- d) $R_1 = 5\ \Omega$ και $R_2 = 5\ \Omega$

Λύση

$$I_{R2} = \left(\frac{R1}{R1 + (R2 + R_{sh})} \right) I_S$$

- a) $I_{R2} = 4.998 \text{ mA}$
- b) $I_{R2} = 4.987 \text{ mA}$
- c) $I_{R2} = 4.762 \text{ mA}$
- d) $I_{R2} = 3.333 \text{ mA}$

Οι παραπάνω απαντήσεις μπορούν να συγκριθούν με τη περίπτωση που $R_{sh} = 0$ για να δούμε πόσο επηρεάζεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την R_2 από την εσωτερική αντίσταση του αμπερόμετρου. Σε κάθε περίπτωση ισχύει:

$$I_{R2} = \left(\frac{R1}{R1 + R2} \right) I_S = 5 \text{ mA}$$

3. ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

3.1 Συνδεσμολογία αντιστάσεων και ισοδύναμη αντίσταση

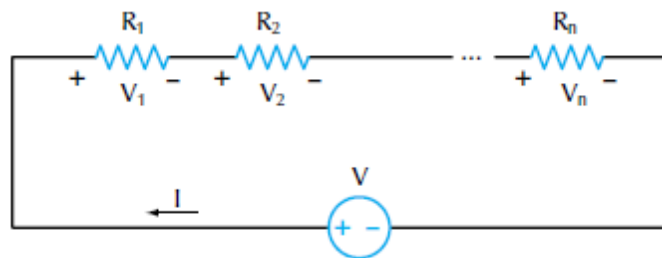
Οι αντιστάσεις ως βασικά στοιχεία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων μπορούν να συνδεθούν με διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με το τι επιδιώκεται κάθε φορά από αυτόν που συνθέτει ένα ηλεκτρικό κύκλωμα.

Για την καλύτερη όμως και ευκολότερη αντιμετώπιση σύνθετων κυκλωμάτων, παρουσιάζεται πολλές φορές η ανάγκη αντικατάστασης ενός συστήματος αντιστάσεων με μια ισοδύναμη αντίσταση, στα άκρα της οποίας θα επικρατεί η ίδια τάση με την τάση των ακροδεκτών του συστήματος των αντιστάσεων και θα διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα που διαρρέει το σύστημα των αντιστάσεων αυτών.

Στη συνέχεια εξετάζονται αναλυτικά οι διάφοροι τρόποι συνδεσμολογίας αντιστάσεων που συναντώνται στην πράξη.

3.1.1 Συνδεσμολογία αντιστάσεων σε σειρά

Δύο ή περισσότερες αντιστάσεις είναι συνδεσμολογημένες σε σειρά, όταν το τέλος της μιας αντίστασης συνδέεται με την αρχή της άλλης κ.ο.κ. και δεν υπάρχει πουθενά σημείο λήψης (διακλάδωση) ανάμεσά τους, ώστε όλες να διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.



Εικόνα 11: Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά

Για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης $R_{O\Lambda}$ εφαρμόζουμε τον Ν.Τ.Κ.

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n - V = 0$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm στην παραπάνω σχέση, θα έχουμε:

$$IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n = V \Rightarrow IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n = IR_{O\Lambda} \Rightarrow$$

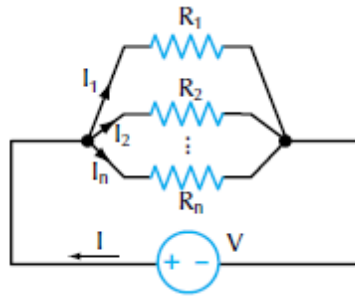
$$\boxed{R_{O\Lambda} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n}$$

Μερικές παρατηρήσεις:

- Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{O\Lambda}$ είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση.
- Αν όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες (με τιμή R) τότε $R_{O\Lambda} = n \cdot R$.

3.1.2 Παράλληλη συνδεσμολογία αντιστάσεων

Δύο ή περισσότερες αντιστάσεις είναι συνδεσμολογημένες παράλληλα, όταν έχουν κοινά άκρα με αποτέλεσμα να βρίσκονται όλες στην ίδια τάση.



Εικόνα 12: Παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων

Για την εύρεση ισοδύναμη αντίστασης R_{OA} εφαρμόζουμε το Ν.Ρ.Κ.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \Rightarrow I - I_1 - I_2 - I_3 - \dots - I_n = 0$$

Αν στην παραπάνω σχέση εφαρμόσουμε το νόμο του Ohm, θα έχουμε:

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_n} \Rightarrow$$

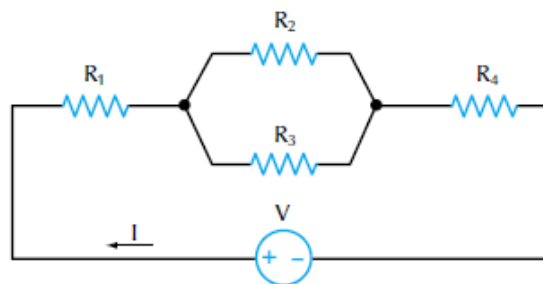
$$\boxed{\frac{1}{R_{OA}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

Παρατηρήσεις:

- Η ισοδύναμη αντίσταση R_{OA} είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση.
- Αν όλες οι αντιστάσεις είναι ίσες (με τιμή R), τότε $R_{OA} = R/n$.
- Αν $R_1 // R_2$ τότε $R_{OA} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

3.1.3 Μικτή συνδεσμολογία αντιστάσεων

Είναι η συνδεσμολογία στην οποία συνυπάρχουν οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις και για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης R_{OA} εφαρμόζονται οι κανόνες που προέκυψαν στις περιπτώσεις αυτές, με τη σειρά που επιβάλλει το εκάστοτε ηλεκτρικό κύκλωμα.



Εικόνα 13: Μικτή σύνδεση αντιστάσεων

Στην Εικόνα 13, η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_{OA} = R_1 + R_2 // R_3 + R_4 = \frac{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4) + R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

3.2 Ισοδύναμο κύκλωμα

3.3 Θεώρημα Thevenin και Θεώρημα Norton

Δύο θεωρήματα, χρησιμότερα στην ανάλυση κυκλωμάτων, που βασίζονται στην αρχή της υπερθέσεως είναι το θεώρημα Thevenin και το θεώρημα Norton. Παραθέτουμε εδώ τα δύο αυτά θεωρήματα χωρίς απόδειξη, αλλά τα επεξηγούμε με τη βοήθεια παραδειγμάτων. Για εύκολη κατανόηση, θεωρούμε ότι τα γραμμικά κυκλώματα περιλαμβάνουν αντιστάσεις και πραγματικές πηγές τάσεως ή ρεύματος, ΠΠΤ ή ΠΠΡ.

Το θεώρημα Thevenin διατυπώνεται κατά τον ακόλουθο τρόπο:

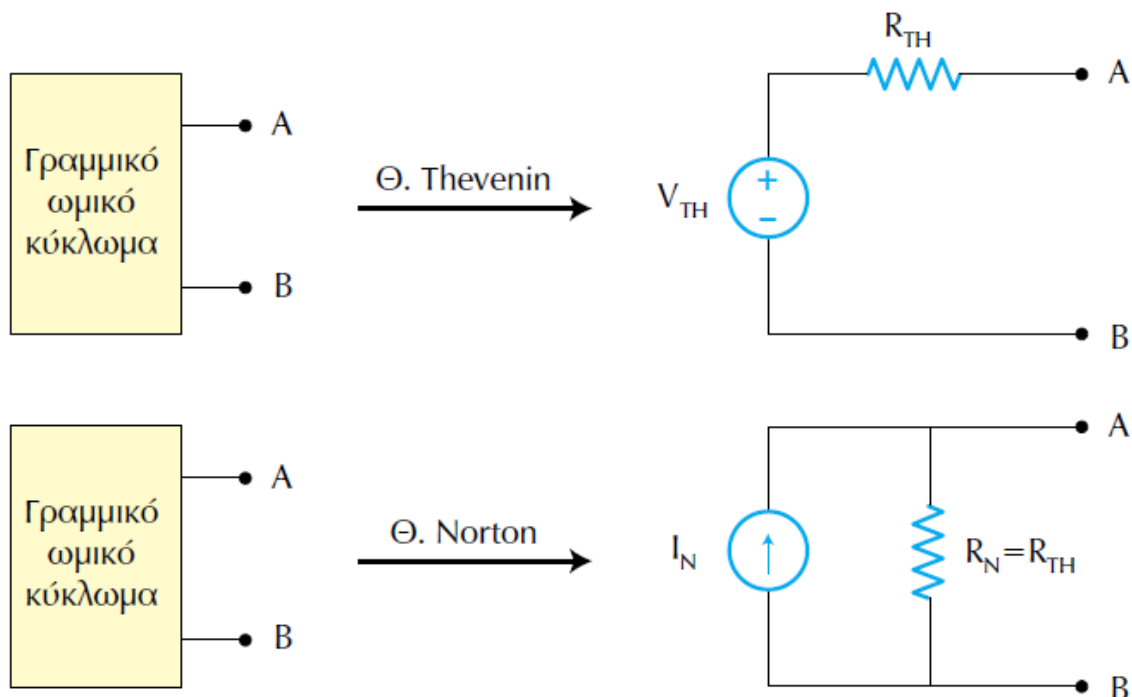
«Οποιοδήποτε γραμμικό δίπολο που αποτελείται από αντιστάσεις και πραγματικές πηγές μπορεί να αντικατασταθεί από ιδανική πηγή τάσεως σε σειρά προς αντίσταση. Η τάση της πηγής είναι η τάση στους ακροδέκτες του διπόλου σε ανοικτό κύκλωμα, η δε σε σειρά αντίσταση είναι η αντίσταση του διπόλου, όταν όλες οι πηγές σε αυτό αντικατασταθούν από τις εσωτερικές τους αντιστάσεις».

Παρόλο ότι η πιο πάνω διατύπωση του θεωρήματος αναφέρεται σε ωμικά κυκλώματα, η ισχύς του είναι γενική.

Το θεώρημα Norton μπορεί να θεωρηθεί απόρροια του θεωρήματος Thevenin, το οποίο και διατυπώνεται κατά τον ακόλουθο τρόπο:

«Οποιοδήποτε γραμμικό διπολικό κύκλωμα που αποτελείται από πραγματικές πηγές και αντιστάσεις μπορεί να αντικατασταθεί από ιδανική πηγή ρεύματος παράλληλα προς αντίσταση R . Το ρεύμα της ιδανικής πηγής ρεύματος ισούται προς το ρεύμα βραχυκυκλώσεως των ακροδεκτών του διπόλου. η δε αντίσταση R είναι η αντίσταση μεταξύ των ακροδεκτών, όταν οι ανεξάρτητες πηγές του δικτύου αντικατασταθούν από τις εσωτερικές τους αντιστάσεις».

Σχηματικά το θεώρημα Thevenin και Norton έχει ως εξής:



Εικόνα 14: Ισοδυναμία των κατά Thevenin και Norton ισοδυνάμων.

Η φυσική σημασία των παραμέτρων που εμφανίζονται στα ισοδύναμα κυκλώματα κατά Thevenin και Norton είναι:

$V_{TH} = V_{OC}$: Είναι η τάση ανοικτοκυκλώσεως του γραμμικού ωμικού κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A και B.

$I_N = I_{SC}$: Είναι το ρεύμα βραχυκυκλώσεως του γραμμικού ωμικού κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A και B.

$R_{TH} = R_N$: Είναι η αντίσταση του γραμμικού ωμικού κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A και B όταν αυτό είναι "ανενεργό", δηλαδή όταν έχουν μηδενισθεί οι πηγές του.

Οι τρεις αυτές παράμετροι συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση:

$$R_{TH} = R_N = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}}$$

Η ανάλυση και η πορεία της τεχνικής που ακολουθείται για τον υπολογισμό των παραμέτρων των ισοδυνάμων κυκλωμάτων κατά Thevenin και Norton, εξαρτάται από το είδος των πηγών που περιέχει το γραμμικό ωμικό κύκλωμα. Διακρίνονται λοιπόν οι εξής περιπτώσεις:

α) Εάν το κύκλωμα περιέχει μόνο ανεξάρτητες πηγές

i) Για την εύρεση της V_{TH} υπολογίζεται η τάση ανοικτοκυκλώσεως μεταξύ των ακροδεκτών A και B, εφαρμόζοντας όλες τις τεχνικές που αναλύθηκαν μέχρι τώρα (μέθοδος απλών βρόγχων, διαιρέτης τάσης, διαιρέτης ρεύματος, κ.λ.π.).

ii) Για την εύρεση της R_{TH} μηδενίζονται όλες οι πηγές (πηγές τάσης βραχυκυκλώνονται, πηγές ρεύματος ανοικτοκυκλώνονται) και υπολογίζεται η ολική αντίσταση του κυκλώματος "κοιτώντας" από τους ακροδέκτες A και B.

iii) Για την εύρεση του I_N βραχυκυκλώνονται οι ακροδέκτες A και B και υπολογίζεται το ρεύμα που περνάει από το βραχυκύκλωμα αυτό, εφαρμόζοντας όλες τις τεχνικές (μέθοδος απλών βρόγχων, διαιρέτης τάσης, διαιρέτης ρεύματος, κ.λ.π.).

iv) Για την εύρεση της R_N ισχύουν ότι και για την R_{TH} , καθώς $R_N = R_{TH}$.

β) Εάν το κύκλωμα περιέχει ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές

Στην περίπτωση αυτή, εκτελούνται τα εξής βήματα:

i) Υπολογίζεται η V_{TH} όπως και στην περίπτωση (α)

ii) Υπολογίζεται το I_N όπως και στην περίπτωση (α) και

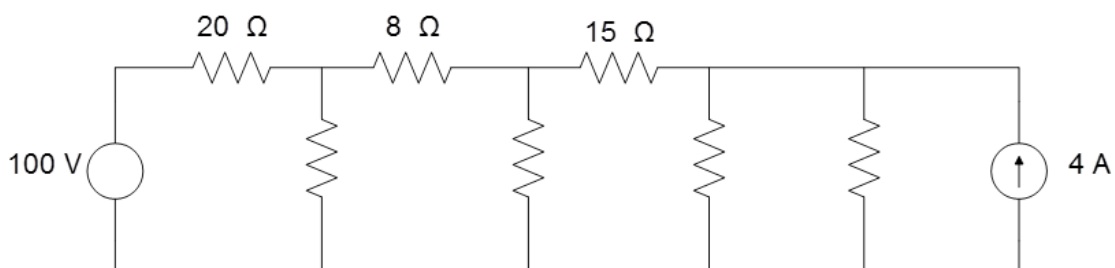
iii) Υπολογίζεται η αντίσταση R_{TH} (ή R_N) από τη σχέση $R_{TH} = R_N$

γ) Εάν το κύκλωμα περιέχει μόνο εξαρτημένες πηγές

Στην περίπτωση αυτή επειδή δεν υπάρχουν ανεξάρτητες πηγές, προφανώς $V_{TH} = 0$, $I_N = I_{SC} = 0$. Επομένως, η εύρεση του ισοδυνάμου κυκλώματος κατά Thevenin και Norton, αποσκοπεί στον υπολογισμό της αντίστασης $R_{TH} = R_N$, έτσι ώστε να γνωρίζει κανείς την ωμική συμπεριφορά του όταν αυτό συνδεθεί σε άλλο κύκλωμα, [1], [3], [10].

Παραδείγματα:

1. Βρείτε το ισοδύναμο κατά Thevenin κύκλωμα όταν το ρεύμα I_0 διαρρέει αντιστάτη 10Ω .



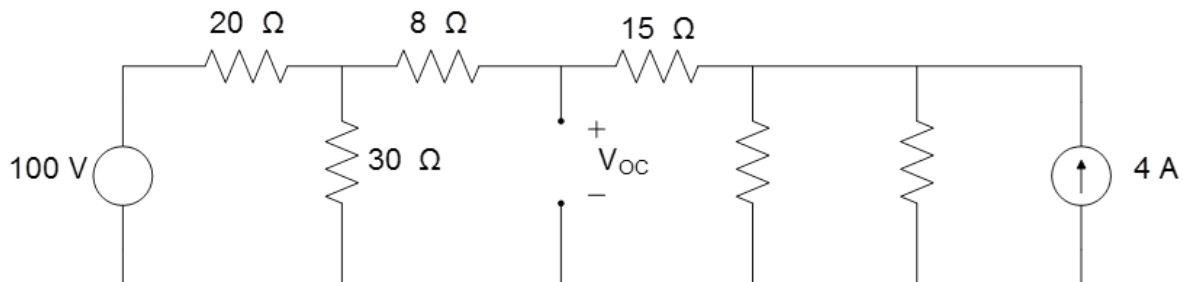
Μεθοδολογία για την επίλυση της άσκησης

Για να βρείτε το ισοδύναμο κύκλωμα πρώτα πρέπει να βρούμε τη τάση (V_{OC}) του ανοικτού κυκλώματος στα άκρα του αντιστάτη $10\ \Omega$. Επίσης το ρεύμα βραχυκυκλώματος (I_{SC})

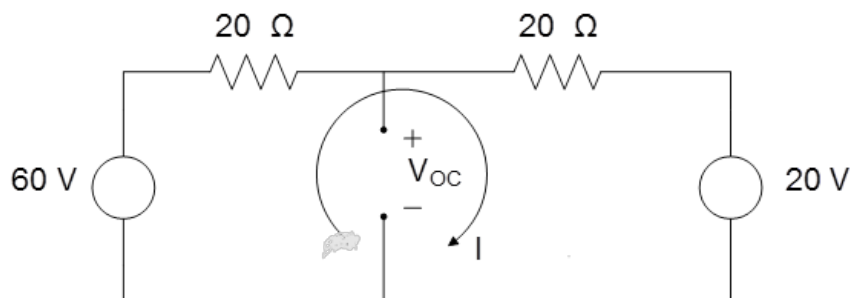
$$V_{TH} = V_{OC} \quad R_{TH} = V_{OC} / I_{SC}$$

Λύση

Ξεκινάμε βρίσκοντας τη τάση του ανοικτού κυκλώματος:



Μετά από μερικούς μετασχηματισμούς όπως είδαμε στην άσκηση 4.8 καταλήγουμε στο παρακάτω κύκλωμα:

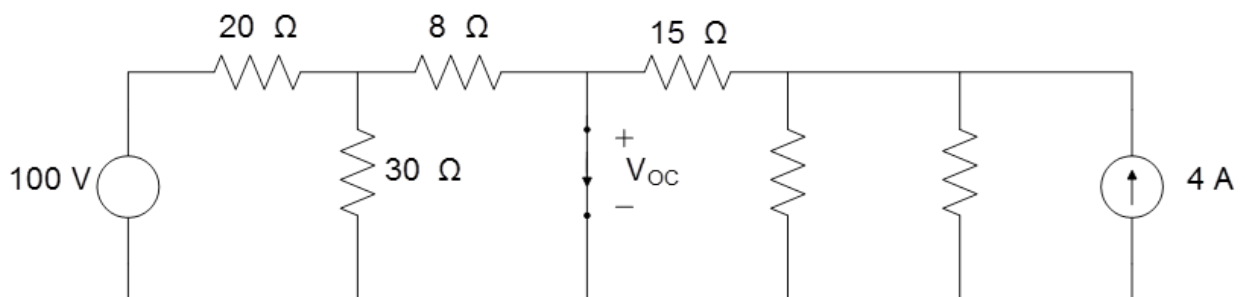


Χρησιμοποιούμε 2ο κανόνα Kirchhoff για να βρούμε το V_{OC}

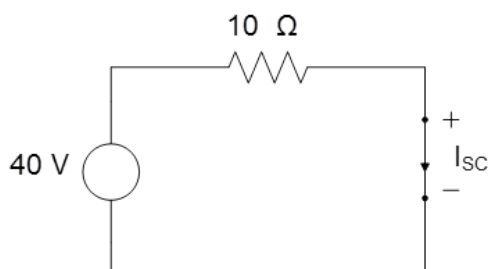
$$-60 + 20I + 20I + 20 = 0$$

$$40I = 40 \rightarrow I = 1\text{ A}$$

$$\text{Όπου } I = \frac{60 - V_{OC}}{20} = \frac{V_{OC} - 20}{20} = 1 \rightarrow V_{OC} = 40\text{ Volts}$$



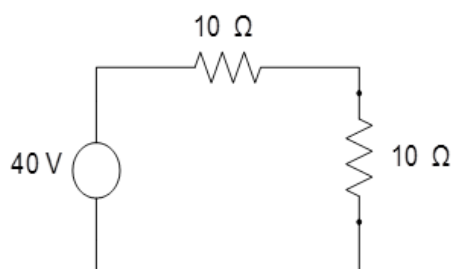
Μετά από μετασχηματισμούς



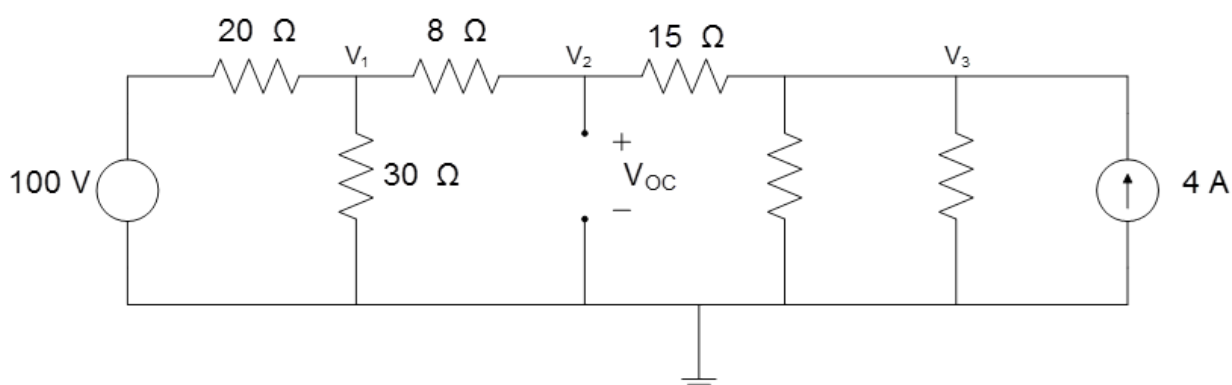
$$I_{SC} = 40/10 = 4 \text{ A}$$

$$R_{TH} = 40/10 = 4 \Omega$$

Συνεπώς το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin είναι:



Για την επαλήθευση του αποτελέσματος θα λύσουμε εναλλακτικά την άσκηση χρησιμοποιώντας το παρακάτω κύκλωμα:



Για το κόμβο 1: $\frac{V_1 - 100}{20} + \frac{V_1}{30} + \frac{V_1 - V_2}{8} = 0$

50	-30	0	V_1	1200
-15	23	-8	V_2	0
0	-2	8	V_3	120

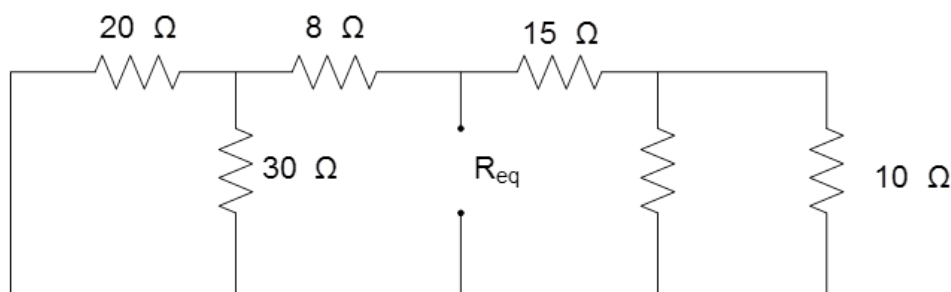
Για το κόμβο 2: $\frac{V_2 - V_1}{8} + \frac{V_2 - V_3}{15} = 0$

Για το κόμβο 3: $\frac{V_3 - V_2}{15} + \frac{V_3}{10} - 4 = 0$

$$V_1 = 48 \text{ V} \quad V_2 = 40 \text{ V} \quad V_3 = 25 \text{ V}$$

$$\text{Άρα } V_{TH} = V_{OC} = V_2 = 40 \text{ V}$$

Αφού υπάρχουν μόνο ανεξάρτητες πηγές ένας εναλλακτικός τρόπος να υπολογίσουμε R_{TH} είναι να θέσουμε τις πηγές ίσες με 0 και να βρούμε την αντίσταση του ισοδύναμου κυκλώματος. Αντικαθιστούμε τη πηγή τάσης με βραχυκύκλωμα και τη πηγή ρεύματος με ανοικτό κύκλωμα και έχουμε το παρακάτω κύκλωμα:

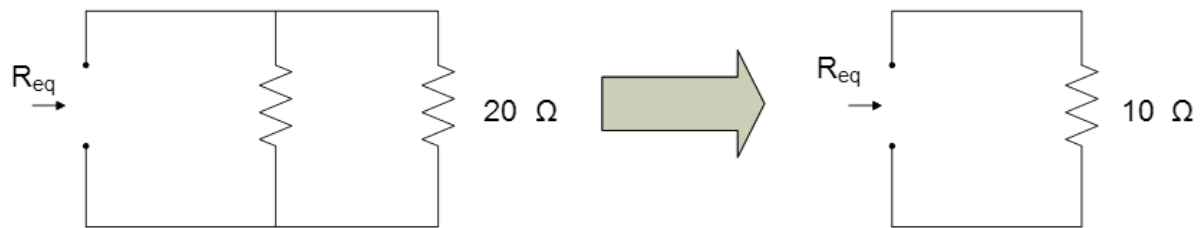


Συνδυάζουμε τους αντιστάτες στο αριστερό άκρο του ανοικτού κυκλώματος

$$(20 \Omega || 30 \Omega) + 8 \Omega = 20 \Omega$$

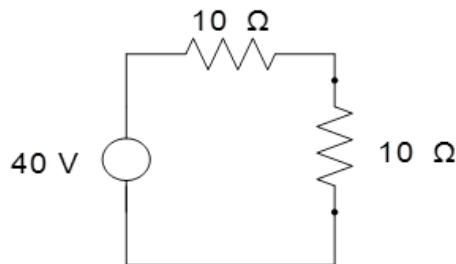
Συνδυάζουμε τους αντιστάτες στο δεξί άκρο του ανοικτού κυκλώματος

$$(10 \Omega || 10 \Omega) + 15 \Omega = 20 \Omega$$

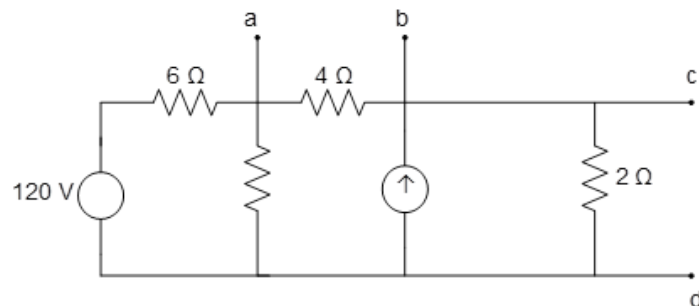


Η ισοδύναμη αντίσταση των $10\ \Omega$ είναι η ίδια με αυτήν που βρήκαμε χρησιμοποιώντας V_{oc} , I_{sc} .

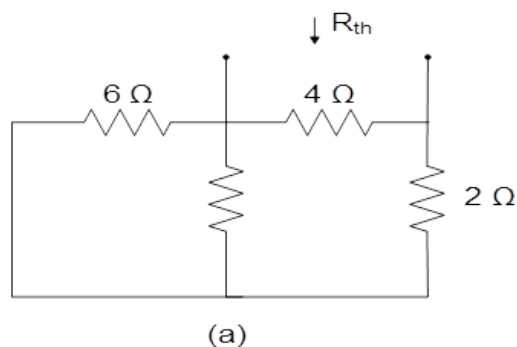
Η επαλήθευση ήταν επιτυχής. Το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin είναι:



2. Βρείτε το ισοδύναμο κατά Norton του κυκλώματος

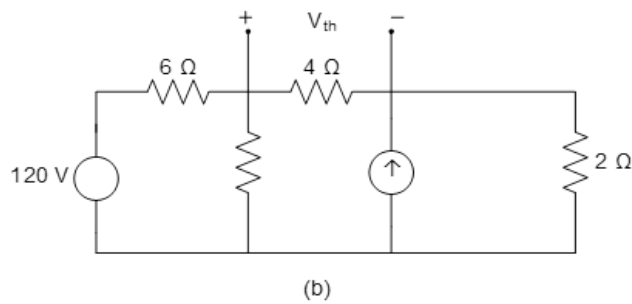


Λύση

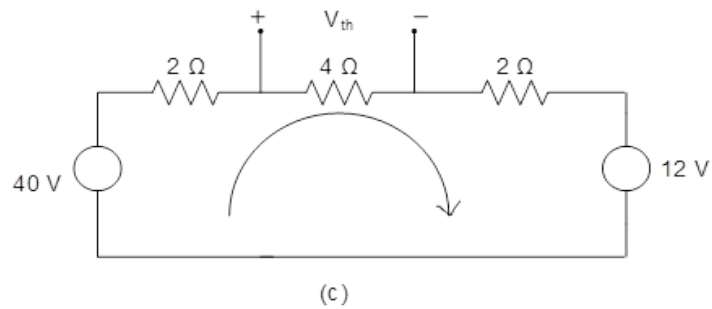


a) Από το σχήμα (a): $R_N = 4 \parallel (2 + 6 \parallel 3) = 4 \parallel 4 = 2\ \Omega$

b) Για να βρείτε τα I_N ή V_{TH} χρησιμοποιήστε το παρακάτω κύκλωμα:



Με μετασχηματισμούς καταλήγουμε:



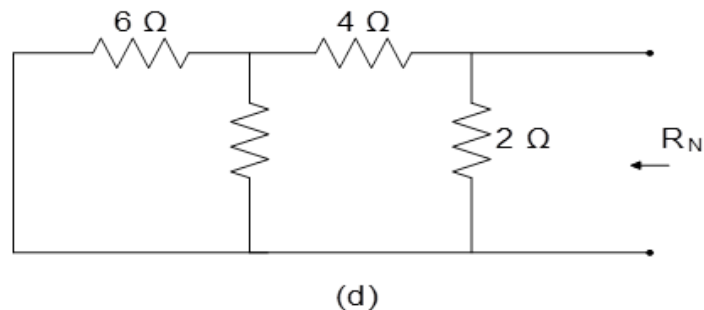
Εφαρμόζουμε 2^ο κανόνα Kirchhoff:

$$-40 + 8i + 12 = 0 \rightarrow i = 7/2$$

$$V_{TH} = 4i = 14 \text{ V}$$

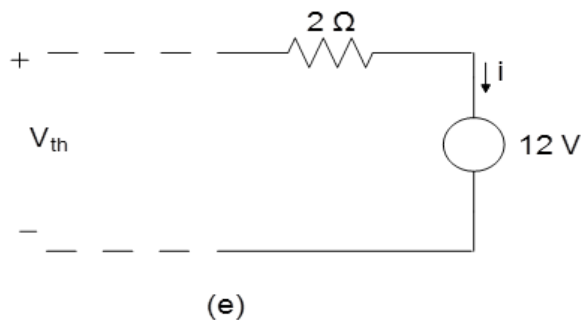
$$I_N = V_{TH}/R_N = 14/2 = 7 \text{ A}$$

b) Για να βρούμε το R_N θεωρούμε το παρακάτω σχήμα:



$$R_N = 2 \parallel (4 + (6 \parallel 3)) = 2 \parallel 6 = 1.5 \Omega$$

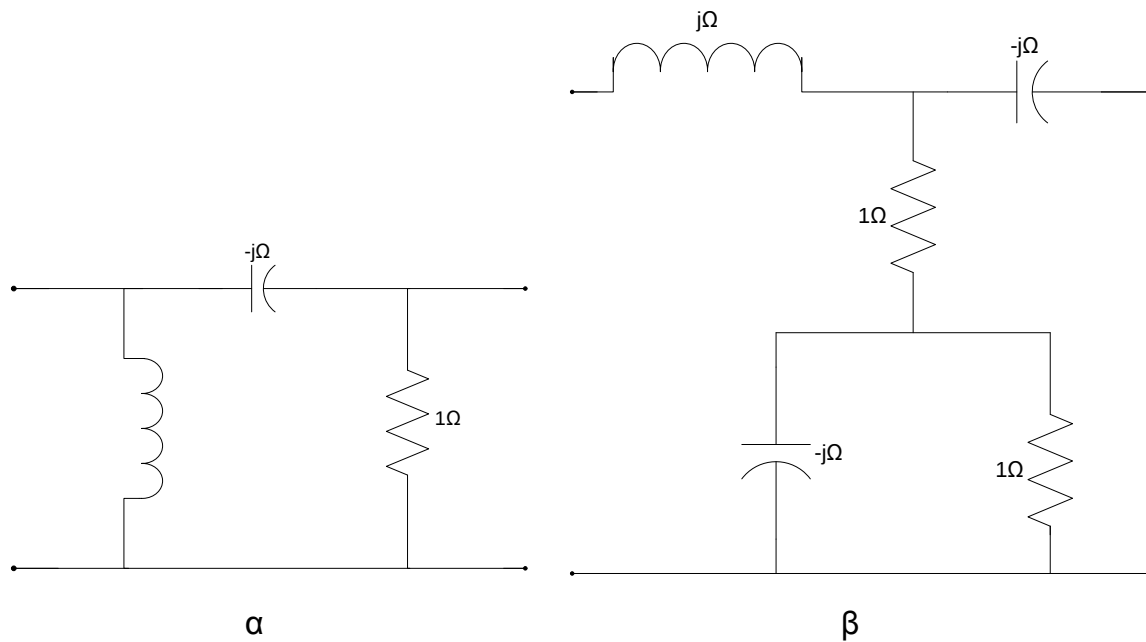
Για να βρούμε το I_N μετασχηματίζουμε ξανά το κύκλωμά μας:



$$i = (40-12) / (2+4+2) = 7/2 \quad \text{και} \quad V_{TH} = 12 + 2i$$

$$I_N = V_{TH} / R_N = 19/1.5 = 12.667 \text{ A}$$

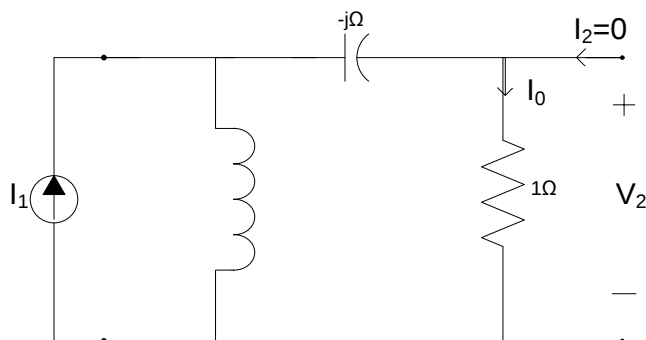
3. Καθορίστε τις παραμέτρους z στα παρακάτω κυκλώματα:



Λύση

Σχήμα (α):

Για να βρούμε τα z_{11} και z_{21} , θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας το ακόλουθο σχήμα:



$$z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = j \parallel (1 - j) = \frac{j \cdot (1 - j)}{j + 1 - j} = 1 + j$$

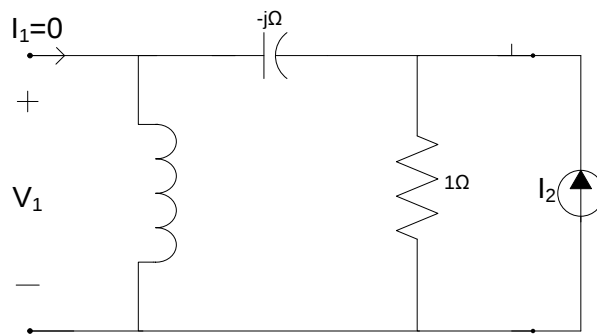
Με διαίρεση τάσης:

$$I_0 = \frac{j}{j + 1 - j} I_1 = j I_1$$

$$V_2 = I_0 = j I_1$$

$$z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = j$$

Για να βρούμε τα z_{21} και z_{22} , θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας το ακόλουθο σχήμα:

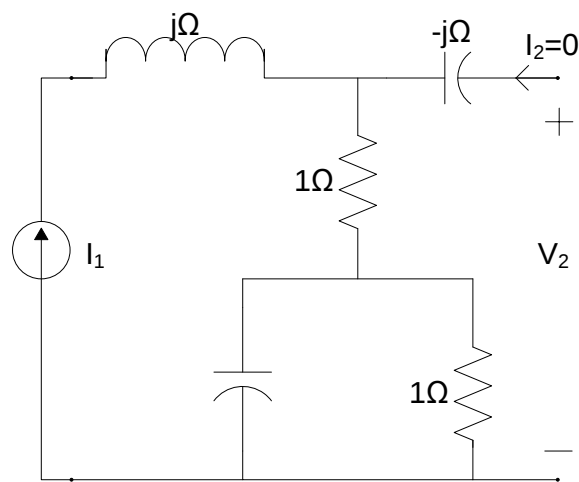


Έτσι,

$$[z] = \begin{bmatrix} 1+j & j \\ j & 0 \end{bmatrix} \Omega$$

Σχήμα (β):

Για να βρούμε τα z_{11} και z_{21} , θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας το ακόλουθο σχήμα:

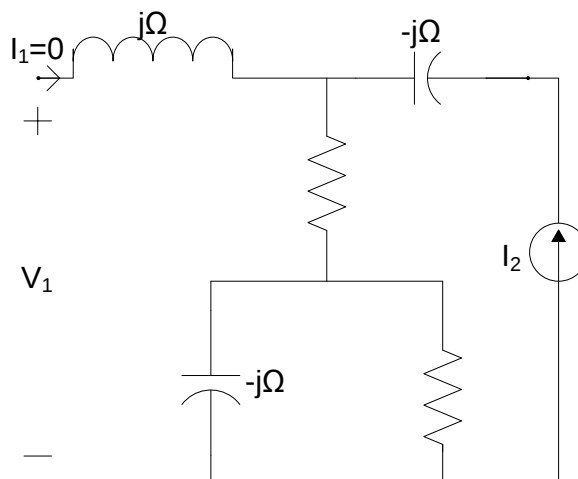


$$z_{11} = \frac{V_1}{I_1} = j + 1 + 1 || (-j) = 1 + j + \frac{-j}{1-j} = 1.5 + j \cdot 0.5$$

$$V_2 = (1.5 - j \cdot 0.5)I_1$$

$$z_{21} = \frac{V_2}{I_1} = 1.5 - j \cdot 0.5$$

Για να βρούμε τα z_{12} και z_{22} , θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας το ακόλουθο σχήμα:



$$z_{22} = \frac{V_2}{I_2} = -j + 1 + 1||(-j) = 1.5 - j \cdot 1.5$$

$$V_1 = (1.5 - j \cdot 0.5)I_2$$

$$z_{12} = \frac{V_1}{I_2} = 1.5 - j \cdot 0.5$$

Έτσι:

$$[z] = \begin{bmatrix} 1.5 + j \cdot 0.5 & 1.5 - j \cdot 0.5 \\ 1.5 - j \cdot 0.5 & 1.5 - j \cdot 1.5 \end{bmatrix}$$

4. Να αποδειχθεί ότι οι g παράμετροι μπορούν να γραφούν συναρτήσει των z παραμέτρων ως:

$$g_{11} = \frac{1}{z_{11}}, \quad g_{12} = \frac{-z_{12}}{z_{11}}$$

$$g_{21} = \frac{z_{21}}{z_{11}}, \quad g_{22} = \frac{\Delta_z}{z_{11}}$$

Λύση

Για τις z παραμέτρους:

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2, \quad (1)$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2, \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow I_1 = \frac{1}{z_{11}}V_1 - \frac{z_{12}}{z_{11}}I_2, \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (3) στη (2), έχουμε:

$$V_2 = \frac{z_{21}}{z_{11}}V_1 + \left(z_{22} - \frac{z_{21} \cdot z_{12}}{z_{11}}\right) \cdot I_2$$

ή

$$V_2 = \frac{z_{21}}{z_{11}}V_1 + \frac{\Delta_z}{z_{11}}I_2, \quad (4)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (3) και (4) με τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$

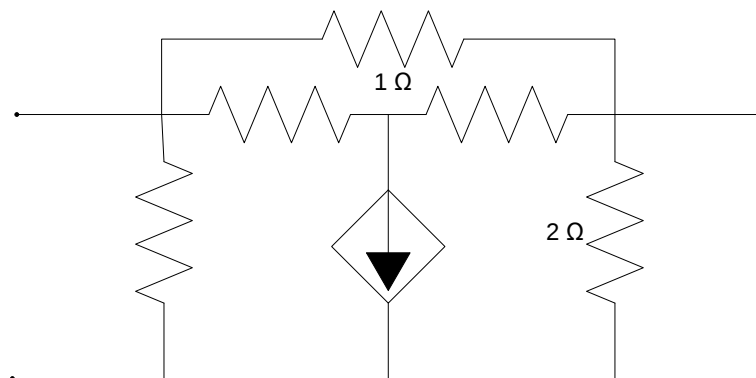
$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$

Καταλήγουμε, όπως ζητείται, ότι:

$$g_{11} = \frac{1}{z_{11}}, \quad g_{12} = \frac{-z_{12}}{z_{11}}$$

$$g_{21} = \frac{z_{21}}{z_{11}}, \quad g_{22} = \frac{\Delta_z}{z_{11}}$$

5. Χρησιμοποιώντας Pspice, να βρεθούν οι παράμετροι μετάδοσης για το δίκτυο του παρακάτω σχήματος.

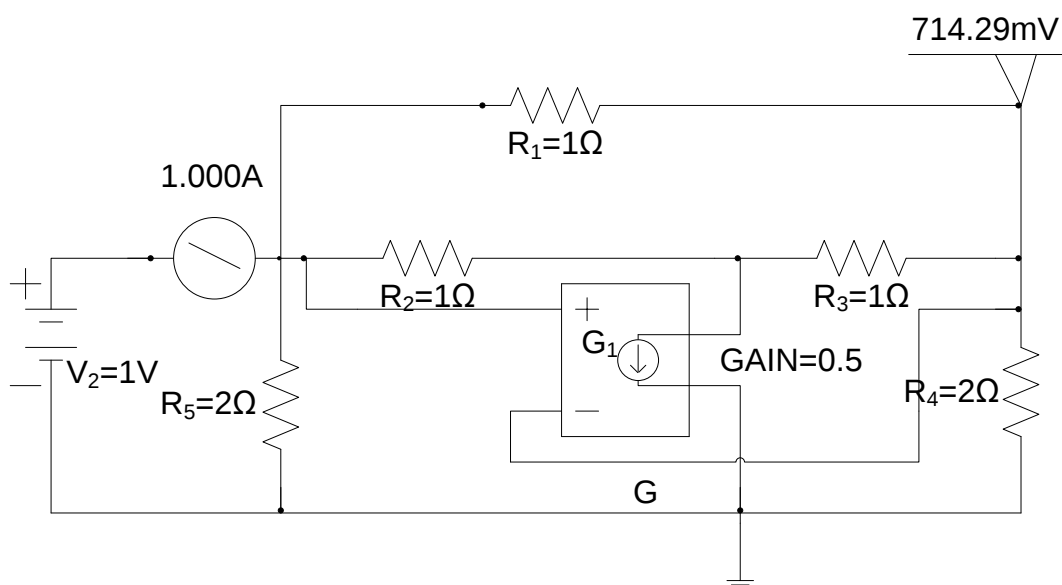


Λύση

(α) Αφού

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2 = 0} \text{ και } C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2 = 0}$$

Στο ανοιχτό κύκλωμα στη θύρα εξόδου θέτουμε ως $V_1 = 1V$. Το σχήμα φαίνεται παρακάτω.

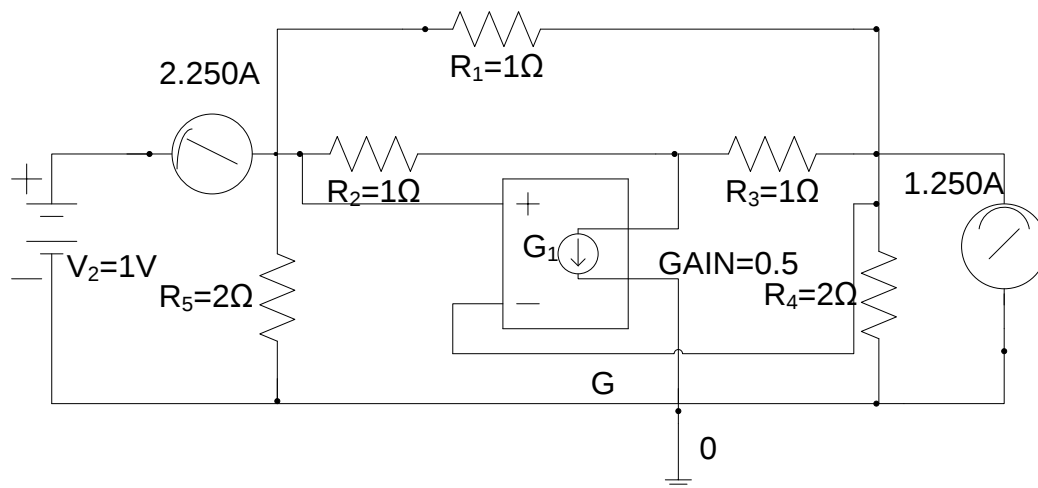


Μετά την προσομοίωση, έχουμε:

$$A = \frac{1}{V_2} = \frac{1}{0.7143} = 1.4$$

$$C = \frac{I_2}{V_2} = \frac{1}{0.7143} = 1.4$$

β) Για να βρεθούν τα B και D, στο ανοιχτό κύκλωμα στη θύρα εξόδου θέτουμε ως $V_1 = 1V$. Το σχήμα φαίνεται παρακάτω.



Μετά την προσομοίωση, έχουμε:

$$B = -\frac{V_1}{I_2} = -\frac{1}{1.25} = -0.8$$

$$D = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{2.25}{1.25} = -1.8$$

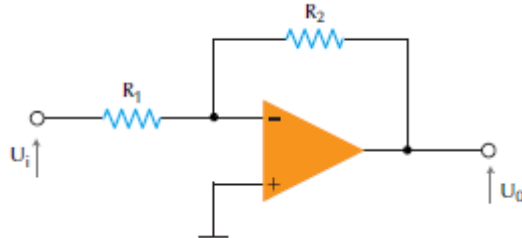
Έτσι, έχουμε:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4 & -0.8 \\ 1.4 & -1.8 \end{bmatrix}$$

4. ΕΝΙΣΧΥΤΕΣ

4.1 Αντίστροφος ενισχυτής

Το ακόλουθο σχήμα δείχνει το κύκλωμα του (κλειστού βρόχου) ΤΕ (τελεστικού ενισχυτή) συνδεσμολογημένος ως αναστρέφων ενισχυτής. Το κύκλωμα αυτό δημιουργεί διαφορά φάσης 180° μεταξύ του σήματος της εισόδου και της εξόδου, άρα αντιστρέφει την πολικότητα της τάσης εισόδου. Αποδεικνύεται, ότι ισχύουν οι εξής σχέσεις, [1], [3], [10]:



Εικόνα 15: Τελεστικός ενισχυτής συνδεσμολογίας ως αναστρέφων ενισχυτής.

$$A_f = \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$R_{if} = R_1 + \frac{R_2}{1 + A_0} // R_i \equiv R_1$$

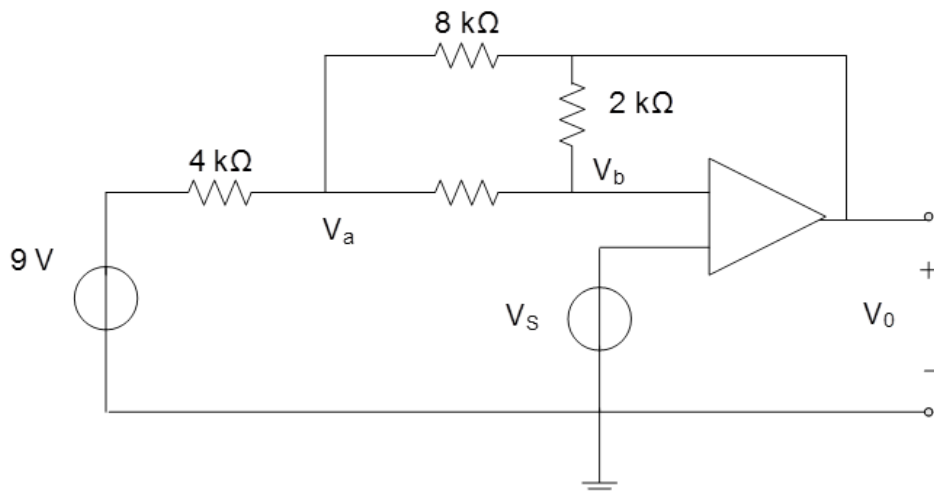
$$R_{of} = \frac{R_o}{1 + \beta A_0}$$

$$f_{1f} = (1 + \beta A_0) f_1$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Παραδείγματα:

1. Στο παρακάτω κύκλωμα υπολογίστε το V_0 αν το $V_S = 0$



Λύση

$$\text{Στο κόμβο a : } \frac{9-V_a}{4k} = \frac{V_a-V_0}{8k} + \frac{V_a-V_b}{4k} \rightarrow 18 = 5V_a - V_0 - 2V_b \quad (1)$$

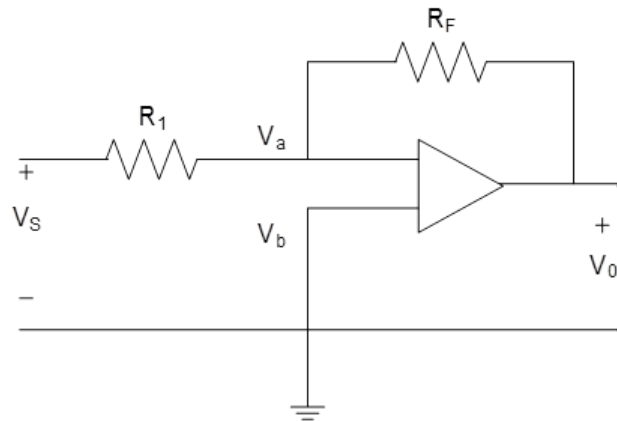
$$\text{Στο κόμβο b : } \frac{V_a-V_b}{4k} = \frac{V_b-V_0}{2k} \rightarrow V_a = 3V_b - 2V_0 \quad (2)$$

$$\text{Όμως } V_b = V_S = 0$$

$$\text{Από (2) έχουμε: } V_a = -2V_0$$

και η (1) γίνεται: $18 = -10 V_0 - V_0 = -11 V_0 \rightarrow V_0 = -1.6364 \text{ V}$

2. Υπολογίστε το V_0 συναρτήσει του V_S .



Λύση

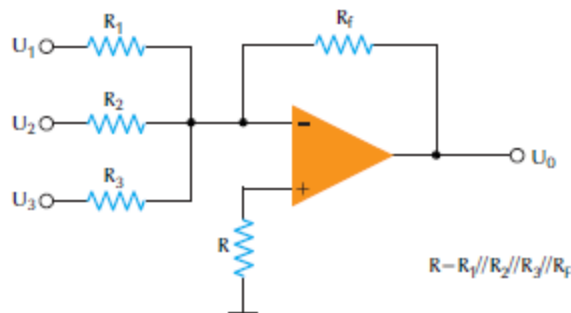
$$\frac{V_a - V_S}{R_1} + \frac{V_a - V_0}{R_F} = 0 \text{ όπου } V_a = V_b = 0$$

$$\frac{-V_S}{R_1} + \frac{-V_0}{R_F} = 0$$

$$\text{Άρα } V_0 = \frac{-R_F}{R_1} V_S$$

4.2 Αθροιστικός ενισχυτής

Η ανεξαρτησία που υπάρχει μεταξύ των δυο εισόδων, (+) και (-), ενός τελεστικού ενισχυτή επιτρέπει τη χρησιμοποίηση του σε κύκλωμα που εκτελεί άθροιση τάσεων και γι' αυτό ονομάζεται αθροιστής. Το ακόλουθο σχήμα δείχνει τον τελεστικό ενισχυτή συνδεσμολογημένο ως αθροιστή με τρεις εισόδους, u_1 , u_2 και u_3 . Αποδεικνύεται, ότι η τάση εισόδου του δίνεται από τη σχέση:



Εικόνα 16: Αθροιστής με αναστροφή.

$$u_0 = - \left(\frac{R_f}{R_1} u_1 + \frac{R_f}{R_2} u_2 + \frac{R_f}{R_3} u_3 \right)$$

Αν $R_1 = R_2 = R_3 = R$, ο τύπος αυτός γίνεται:

$$u_0 = - \frac{R_f}{R} (u_1 + u_2 + u_3)$$

Άρα, η τάση εξόδου του είναι το αρνητικό άθροισμα (το - δείχνει απλώς διαφορά φάσης 180°) των σημάτων εισόδου επί την ενίσχυση R_f/R , και γι' αυτό ο ενισχυτής ονομάζεται αθροιστής ενισχυτής. Αν δε $R_f = R$ προκύπτει:

$$u_0 = -(u_1 + u_2 + u_3)$$

Άρα, το κύκλωμα τότε είναι απλός αθροιστής, [1], [3], [10].

Παραδείγματα:

1. Ένας αθροιστικός ενισχυτής 4 εισόδων με αντιστάτες $R_1=R_2=R_3=R_4=12\text{ k}\Omega$. Τι τιμή πρέπει να έχει ο αντιστάτης ανατροφοδότησης για να φτιάξουμε ένα μέσο ενισχυτή;

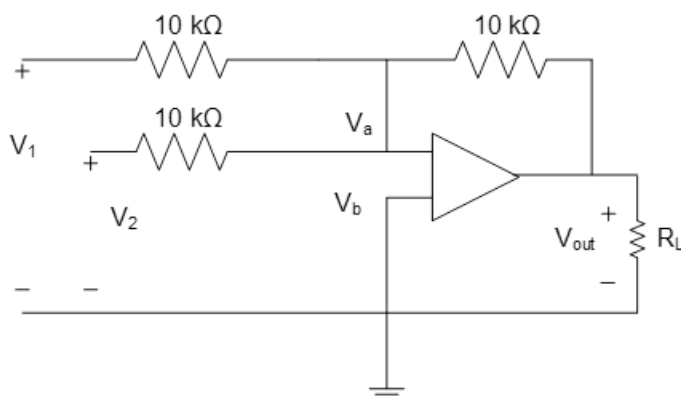
Λύση

$$\text{Πρέπει } V_0 = \frac{R_F}{R_1} V_1 + \frac{R_F}{R_2} V_2 + \frac{R_F}{R_3} V_3 + \frac{R_F}{R_4} V_4 = \frac{R_F}{12\text{k}} (V_1 + V_2 + V_3 + V_4)$$

$$\text{Να είναι ίσο με } V_0 = \frac{-1}{4} (V_1 + V_2 + V_3 + V_4) \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R_F}{12\text{k}}$$

$$R_F = \frac{12\text{k}}{4} = 3\text{ k}\Omega$$

2. Εκφράστε το V_0 συναρτήσει του V_1 και V_2 .



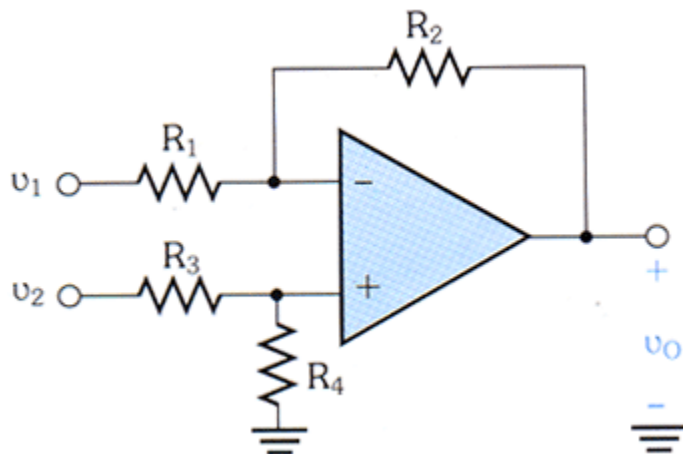
Λύση

$$\frac{V_a - V_1}{10\text{k}} + \frac{V_a - V_2}{10\text{k}} + \frac{V_a - V_{out}}{10\text{k}} = 0 \quad \text{όπου } V_a = V_b = 0$$

$$\frac{-V_1}{10\text{k}} + \frac{-V_2}{10\text{k}} + \frac{-V_{out}}{10\text{k}} = 0 \rightarrow V_{out} = -(V_1 + V_2)$$

4.3 Ενισχυτής διαφοράς

Ο ενισχυτής διαφορών ή διαφορικός ενισχυτής, χρησιμοποιείται πολύ συχνά στην κατασκευή μετρητικών οργάνων, όπου πρέπει να ενισχυθεί μια μικρή διαφορά των σημάτων εισόδου και να απορριφθεί, παράλληλα, το κοινό σήμα που παρεμβάλλεται, [1], [3], [10].



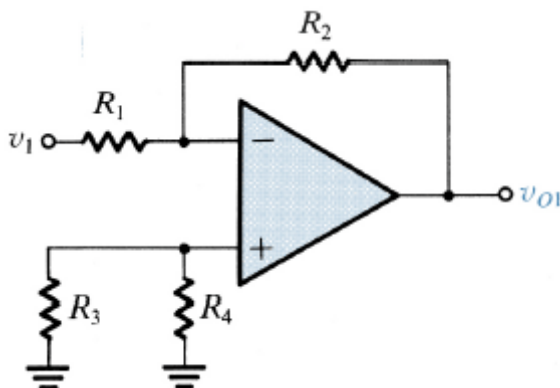
Εικόνα 17: Κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς.

Για να βρούμε τη σχέση εξόδου του, εφαρμόζουμε την αρχή της υπέρθεσης, μηδενίζοντας μία μία τις εισόδους.

Για $v_2 = 0$, έχουμε:

$$v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$

που προκύπτει από το ισοδύναμο κύκλωμα που είναι το παρακάτω:



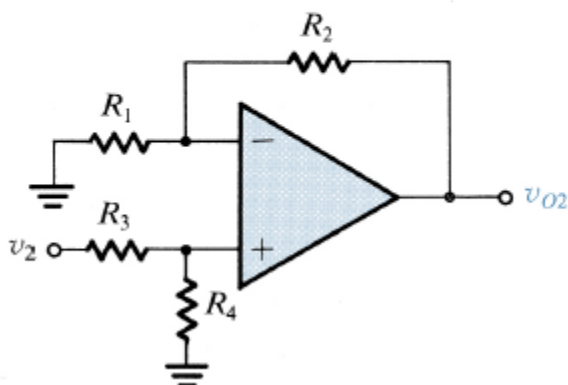
Εικόνα 18: Ισοδύναμο κύκλωμα ενισχυτή διαφοράς.

Για $v_1 = 0$, έχουμε:

$$v_{o2} = -v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

και το κύκλωμα γίνεται αυτό του επόμενου σχήματος:

$$v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1$$



Εικόνα 19: Μετατροπή προηγούμενου κυκλώματος.

Για να βρεθεί η τελική σχέση εξόδου θα εφαρμοστεί η αρχή της υπέρθεσης που αναφέρει ότι:

$$v_o = v_{o1} + v_{o2}$$

οπότε αντικαθιστώντας θα πάρουμε :

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} v_1 + \left(\frac{1+R_2/R_1}{1+R_3/R_4} \right) v_2$$

Αν στην προηγούμενη σχέση θεωρήσουμε ότι $R_2 / R_1 = R_4 / R_3$, τότε η έξοδος δίνεται την απλή μορφή της εξίσωσης που είναι:

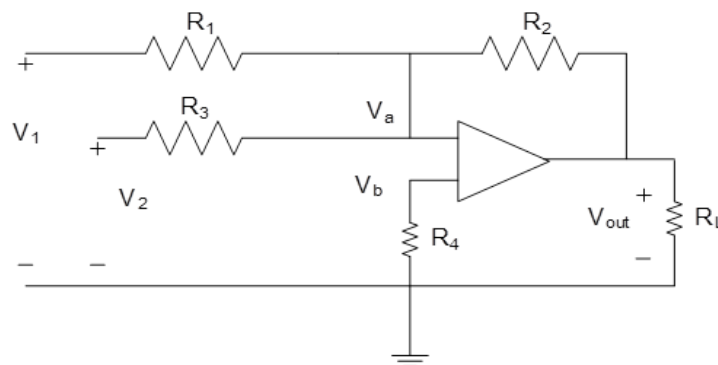
$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$

Παραδείγματα:

1. Μπορείτε να κατασκευάσετε ένα κύκλωμα όπου $V_{out} = V_2 - V_1$ χρησιμοποιώντας έναν ενισχυτή;

Λύση

Ναι μπορούμε, πρέπει αν κατασκευάσουμε ένα ενισχυτή διαφοράς όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



$$\frac{V_a - V_1}{R_1} + \frac{V_a - V_{out}}{R_2} = 0$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) V_a - \frac{R_2}{R_1} V_1 = V_{out}$$

$$V_{out} = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_2 - \frac{R_2}{R_1} V_1$$

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + R_1/R_2}{1 + R_3/R_4} \right) V_2 - \frac{R_2}{R_1} V_1$$

$$\text{Αν } R_1 = R_2 \text{ και } R_3 = R_4$$

$$\frac{V_b - V_2}{R_3} + \frac{V_b - 0}{R_4} = 0$$

$$V_b = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2$$

$$\text{όταν } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad V_{out} = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

$$V_{out} = (V_2 - V_1)$$

2. Σχεδιάστε ένα ενισχυτή διαφοράς που να έχει κέρδος τάσης 2 με αντίσταση εισόδου 10 kΩ σε κάθε είσοδο.

Λύση

Οι αντιστάτες εισόδου $R_1 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega$

$$\text{Για κέρδος ίσο με 2} \quad \frac{R_2}{R_1} = 2 \quad R_2 = 2 R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

Μια ιδιότητα των ενισχυτών διαφοράς είναι:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{έτσι } R_4 = R_2 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$V_0 = \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{1 + R_1/R_2}{1 + R_3/R_4} \right) V_2 - \frac{R_2}{R_1} V_1$$

$$V_0 = \frac{20 \text{ k}}{10 \text{ k}} \left(\frac{1 + 0.5}{1 + 0.5} \right) V_2 - \frac{20 \text{ k}}{10 \text{ k}} V_1$$

$$\text{Άρα: } R_1 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = R_2 = 20 \text{ k}\Omega$$

5. ΠΥΚΝΩΤΕΣ

Οι πυκνωτές είναι οι διατάξεις που αποθηκεύουν ηλεκτρικό φορτίο. Η δυνατότητα αποθήκευσης φορτίου από ένα πυκνωτή εξαρτάται από τη χωρητικότητα του. Βασικά ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο αγωγούς που ανάμεσα τους υπάρχει μονωτικό υλικό. Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται από το σχήμα των οπλισμών, τα γεωμετρικά του στοιχεία και το μονωτικό υλικό που υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς του.

Οι πυκνωτές χρησιμοποιούνται σε ποικίλες εφαρμογές, όπως στα συντονιζόμενα κυκλώματα, στα ηλεκτρονικά φίλτρα, στα συστήματα ανάφλεξης των αυτοκινήτων και για την αποθήκευση ηλεκτρικής ενέργειας.

5.1 Χωρητικότητα αγωγού

Τα φορτία κατανέμονται στην επιφάνεια του αγωγού με τέτοιο τρόπο ώστε όλα τα σημεία της επιφάνειας του αγωγού να έχουν το ίδιο δυναμικό. Το δυναμικό αυτό ονομάζεται δυναμικό αγωγού.

Χωρητικότητα αγωγού ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου που φέρει ο αγωγός προς το δυναμικό του αγωγού.

$$C = \frac{Q}{V}$$

Μονάδα χωρητικότητας στο S.I. είναι το 1 Farad. ($1F = 1 \frac{Cb}{V}$)

Το 1F είναι πολύ μεγάλη μονάδα χωρητικότητας. Η Γη για παράδειγμα έχει χωρητικότητα μικρότερη από 1F. Για το λόγο αυτό στη πράξη χρησιμοποιούνται υποπολλαπλάσια του 1F, όπως το 1mF ($10^{-3} F$), το μF ($10^{-6} F$), το 1nF ($10^{-9} F$) και το 1pF ($10^{-12} F$).

Η χωρητικότητα ενός αγωγού εξαρτάται από:

- Από το σχήμα και τα γεωμετρικά στοιχεία του αγωγού.
- Από τη φύση του υλικού μέσα στο οποίο βρίσκεται ο αγωγός.
- Από την παρουσία άλλων αγωγών.

Πρέπει να τονισθεί, πως η χωρητικότητα αγωγού είναι ανεξάρτητη τόσο από το φορτίο του αγωγού, όσο και από το δυναμικό του. Ο λόγος αυτών των μεγεθών είναι σταθερός, δηλαδή αν μεταβληθεί το φορτίο θα μεταβληθεί και το δυναμικό έτσι ώστε ο λόγος τους να έχει σταθερή τιμή, [4].

5.2 Χωρητικότητα πυκνωτή

Η χωρητικότητα των αγωγών είναι μικρή. Η απαίτηση για μεγαλύτερες χωρητικότητες οδήγησε στο να δημιουργηθούν συστήματα δυο αγωγών που έχουν πολύ μεγαλύτερη χωρητικότητα και ονομάζονται πυκνωτές. Οι δυο αγωγοί που αποτελούν τον πυκνωτή ονομάζονται οπλισμοί και όταν ο πυκνωτής είναι φορτισμένος φέρουν ίσο κατά μέτρο φορτίο αλλά με αντίθετο πρόσημο.

Χωρητικότητα πυκνωτή ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου που φέρει ο πυκνωτής προς τη διαφορά δυναμικού των οπλισμών του.

$$C = \frac{Q}{V}$$

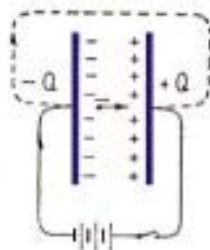
Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται:

- Από το σχήμα των οπλισμών και τα γεωμετρικά στοιχεία του πυκνωτή.
- Από τη φύση του υλικού που υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς του.

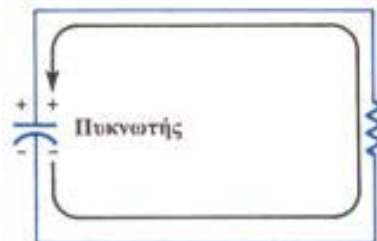
Ανάλογα με το σχήμα των οπλισμών τους, οι πυκνωτές διακρίνονται σε επίπεδους, σφαιρικούς, κυλινδρικούς κ.α.

Ανάλογα με το διηλεκτρικό, το οποίο υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς διακρίνονται σε ηλεκτρολυτικούς, χάρτου, κεραμικούς, μίκας κ.λ.π.

Σε ένα κύκλωμα οι πυκνωτές χρησιμεύουν για να αποθηκεύουν ηλεκτρική ενέργεια σε μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου, το οποίο υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς. Για να αποθηκεύσουν ηλεκτρική ενέργεια οι πυκνωτές πρέπει να τροφοδοτηθούν με τάση, ώστε να φορτιστούν. Μόλις οι οπλισμοί συνδεθούν με τους πόλους μιας πηγής συνεχούς ρεύματος, ελεύθερα ηλεκτρόνια από τον αρνητικό οπλισμό που είναι συνδεδεμένος με τον θετικό πόλο (θετικός οπλισμός) δια μέσου της ηλεκτρικής πηγής πηγαίνουν στον οπλισμό που είναι συνδεδεμένος με τον αρνητικό πόλο. Η μετατόπιση αυτή συνεχίζεται έως ότου η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή γίνει ίση με την τάση στους πόλους της πηγής. Τελικά στο θετικό οπλισμό υπάρχει έλλειμμα ηλεκτρονίων επομένως αυτός έχει θετικό φορτίο, ενώ ο αρνητικός οπλισμός, στον οποίο υπάρχει περίσσια ηλεκτρονίων, έχει αρνητικό φορτίο. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται φόρτιση του πυκνωτή.



Εικόνα 20: Κύκλωμα φόρτισης πυκνωτή

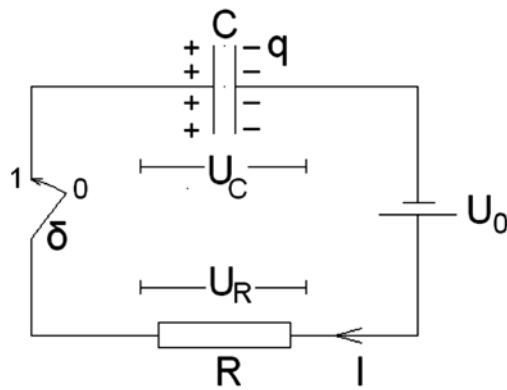


Εικόνα 21: Κύκλωμα εκφόρτισης πυκνωτή

Όταν ο πυκνωτής αποσυνδεθεί από την πηγή εξακολουθεί να είναι φορτισμένος, αν όμως οι οπλισμοί του συνδεθούν με αγωγό, τότε ηλεκτρόνια από τον αρνητικό οπλισμό δια μέσω του αγωγού μετατοπίζονται στον θετικό οπλισμό με αποτέλεσμα τη βαθμιαία μείωση του φορτίου των οπλισμών. Η μετατόπιση των ηλεκτρονίων συνεχίζεται μέχρις ότου το φορτίο των οπλισμών τελικά μηδενισθεί. Η όλη διαδικασία ονομάζεται εκφόρτιση του πυκνωτή, [1], [3], [10].

5.2.1 Διαδικασία φόρτισης πυκνωτή

Στο ακόλουθο σχήμα εικονίζεται ένα κύκλωμα με αντίσταση R και πυκνωτή C σε σειρά με την πηγή τροφοδοσίας U_0 . Ο διακόπτης δ μπορεί να διακόπτει (θέση 0), ή να αποκαθιστά (θέση 1) την τροφοδοσία. Αρχικά ($t < 0$) ο διακόπτης είναι στη θέση (0) και ο πυκνωτής αφόρτιστος. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ θέτουμε το διακόπτη στη θέση (1). Τότε το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα και να φορτίζεται ο πυκνωτής.



Εικόνα 22: Σχήμα φόρτισης πυκνωτή.

Σε κάθε κύκλωμα η τάση τροφοδοσίας είναι ίση προς το άθροισμα των πτώσεων τάσης στα στοιχεία του κυκλώματος. Αμέσως μετά τη μεταφορά του διακόπτη στη θέση (1) έχουμε λοιπόν την εξής κατάσταση:

$$\text{Φορτίο πυκνωτή } q=0$$

$$\text{Δυναμικό πυκνωτή } U_C = \frac{q}{C} = 0$$

$$\text{Τάση στην αντίσταση } U_R = U_0$$

$$\text{Ρεύμα } I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Μετά το χρονικό διάστημα t ο πυκνωτής έχει φορτίο q και διαφορά δυναμικού $U_C = \frac{U_0}{R}$. Επειδή το άθροισμα της πτώσης τάσης U_R στην αντίσταση και του δυναμικού U_C του είναι ίσο με την τάση τροφοδοσίας U_0 :

$$U_R + U_C = U_0 \rightarrow U_R = U_0 - U_C$$

Επομένως το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{U_0 - U_C}{R} = \frac{U_0}{R} - \frac{U_C}{R}$$

Με σχέση ρεύματος φορτίου: $I = I_0 - \frac{q}{RC}$

Όσο προχωράει η φόρτιση του πυκνωτή, τόσο αυξάνει και το φορτίο q στους οπλισμούς του, επομένως το ρεύμα I μειώνεται συνεχώς και μηδενίζεται, όταν το φορτίο στον πυκνωτή γίνει ίσο προς:

$$q = q_0 = I_0 RC \rightarrow q_0 = U_0 RC$$

Στην τελική κατάσταση έχουμε λοιπόν:

$$\text{Φορτίο πυκνωτή } q_0 = U_0 C$$

$$\text{Δυναμικό πυκνωτή } U_C = \frac{q_0}{C} = U_0$$

$$\text{Τάση στην αντίσταση } U_R = 0$$

$$\text{Ρεύμα } I = 0$$

Θέλουμε να βρούμε την εξίσωση, που μας δίνει το ρεύμα I για κάθε χρονική στιγμή t . Βρίσκουμε γι' αυτό το ρυθμό μεταβολής ρεύματος $\frac{dI}{dt}$. Επειδή το αρχικό ρεύμα I_0 είναι σταθερό, δηλαδή $\frac{dI_0}{dt} = 0$, ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$\text{Ρυθμός μεταβολής ρεύματος } \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC} \frac{dq}{dt}$$

Εδώ $\frac{dq}{dt}$ είναι ο ρυθμός αύξησης του φορτίου του πυκνωτή, που είναι ίσος με το ρυθμό, που διέρχεται το φορτίο από το κύκλωμα. Αυτό το ρεύμα είναι εξ' ορισμού το ρεύμα I στο κύκλωμα. Επομένως:

$$\text{Ρυθμός μεταβολής ρεύματος } \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC} I \quad \text{Σχέση 1}$$

Διαπιστώνουμε έτσι ότι σε κάθε χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος φόρτισης $\frac{dI}{dt}$ είναι ανάλογος της εκάστοτε τιμής του I . Το αρνητικό πρόσημο δεξιά μας δηλώνει ότι η μεταβολή είναι μείωση. Αφού λοιπόν το ρεύμα μειώνεται, μειώνεται επομένως ανάλογα και ο ρυθμός μείωσης του.

Αυτός ο τρόπος μεταβολής είναι αρκετά συνηθισμένος στα φυσικά φαινόμενα, που εξελίσσονται ήπια. Με τον ίδιο τρόπο μεταβάλλεται π.χ. η ένταση του φωτός συναρτήσει του πάχους ενός απορροφητικού γυαλιού μέσω του οποίου διέρχεται, ή η θερμοκρασία ενός σώματος, που ψύχεται σε περιβάλλον λίγο χαμηλότερης θερμοκρασίας.

Από τα Μαθηματικά γνωρίζουμε ότι η λύση της σχέσης (1) δηλαδή η ζητούμενη εξίσωση, που μας δίνει την τιμή του ρεύματος I σε κάθε χρονική στιγμή t είναι η:

$$\text{Ρεύμα φόρτισης πυκνωτή } I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

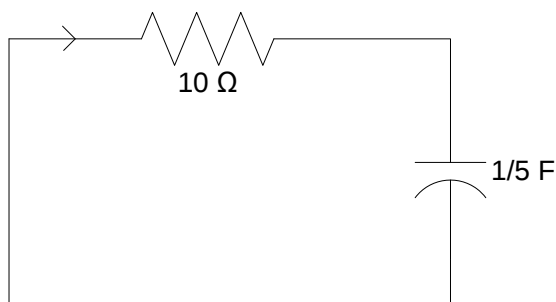
Όπου $e = 2,7182818...$ είναι η βάση των φυσικών λογαρίθμων.

Είναι γνωστό ότι το γινόμενο της αντίστασης επί τη χωρητικότητα RC έχει διαστάσεις χρόνου και έχει ως μονάδα μέτρησης το δευτερόλεπτο (s). Διαπιστώνουμε ότι τη χρονική στιγμή $t=RC$ το αρχικό μέγεθος μειώνεται κατά e φορές, δηλαδή γίνεται $2,7182818...$ περίπου φορές μικρότερο. Αυτό δεν ισχύει μόνο για την αρχική τιμή του ρεύματος I_0 , αλλά για οποιαδήποτε στιγμιαία τιμή του ρεύματος μετά κάθε χρονικό διάστημα RC . Το γινόμενο RC είναι χαρακτηριστικό ενός κυκλώματος αντίστασης και πυκνωτή και ονομάζεται σταθερά χρόνου, [5].

Σταθερά χρόνου κυκλώματος αντίστασης - πυκνωτή $\tau = RC$ σε s

Παραδείγματα

1. Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, να βρεθούν τα $V_C(t)$ και $i_C(t)$, αν $V_C(0) = 10 \text{ V}$



Λύση

Παρατηρούμε πως είναι ένα κύκλωμα Αντιστάτη-Πυκνωτή χωρίς πηγή.

Η φυσική απόκριση αυτού του κυκλώματος είναι:

$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad \text{όπου } V_0 = V_C(0) \text{ και } \tau = RC$$

Γνωρίζουμε την αρχική τάση στα άκρα του πυκνωτή. Για να βρούμε την άκρη του πυκνωτή για κάθε χρονική στιγμή μεγαλύτερης του μηδενός, πρέπει να υπολογίσουμε την σταθερά χρόνου του κυκλώματος.

Χρησιμοποιούμε τη βασική ανάλυση κυκλώματος για να επιλύσουμε το πρόβλημα.

$$V_0 = V_C(0) = 10V, \text{ και } \tau = RC = 10 \cdot \frac{1}{5} = 2s$$

$$V_C(t) = 10e^{(-\frac{t}{2})}V$$

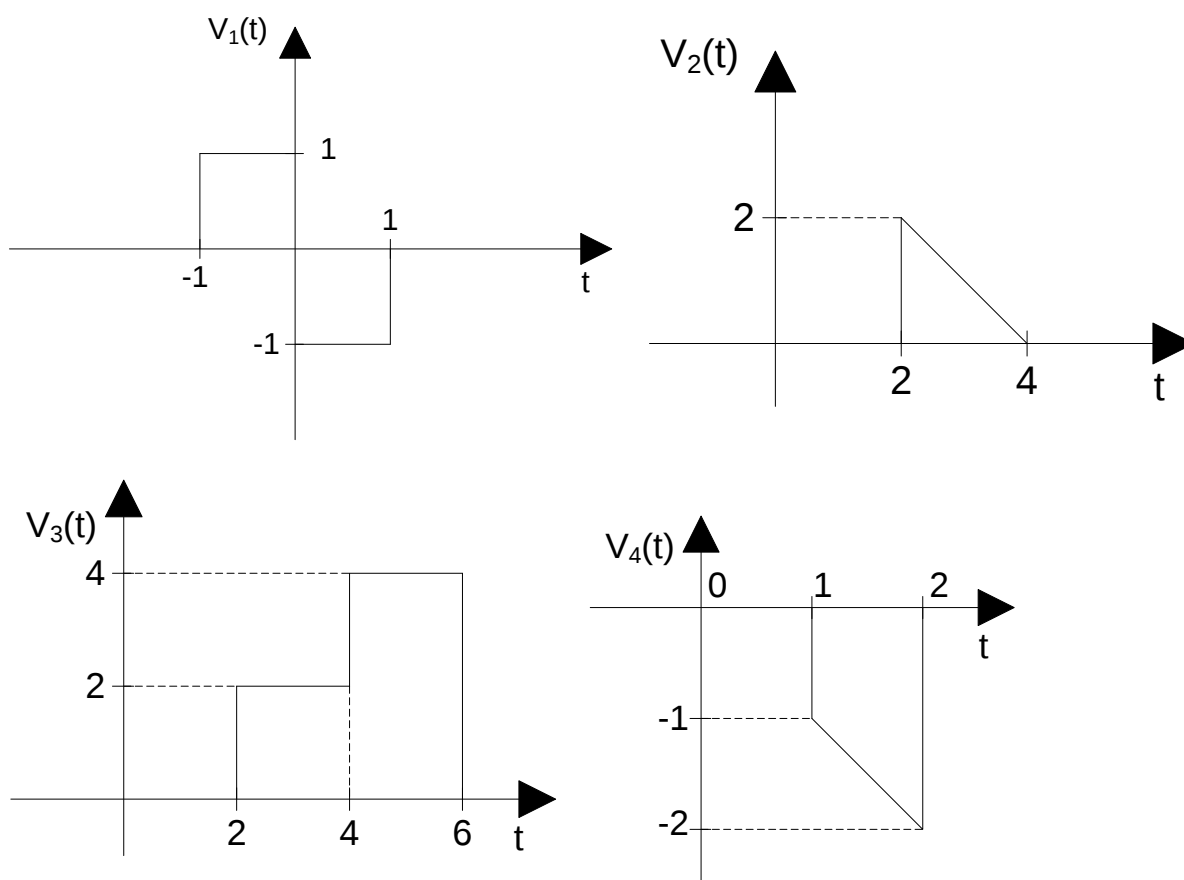
$$i_C(t) = \frac{-V_C(t)}{R} \text{ ή } i_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt}$$

Αλλιώς:

$$i_C(t) = -e^{-\frac{t}{2}}A$$

Για επαλήθευση, έχουμε: $10i_C(t) + V_C(t) = 10(-e^{-\frac{t}{2}}) + 10e^{-\frac{t}{2}} = 0$

2. Εκφράστε τα σήματα του παρακάτω σχήματος, σύμφωνα με τις λειτουργίες τους.



Λύση

$$(\alpha) V_1(t) = u(t+1) - u(t) + [u(t-1) - u(t)]$$

$$V_1(t) = u(t+1) - 2u(t) + u(t-1)$$

$$(\beta) V_2(t) = (4-t)[u(t-2) - u(t-4)]$$

$$V_2(t) = -(t-4)u(t-2) + (t-4)u(t-4)$$

$$V_2(t) = 2u(t-2) - r(t-2) + r(t-4)$$

$$(\gamma) V_3(t) = 2[u(t-2) - u(t-4)] + 4[u(t-4) - u(t-6)]$$

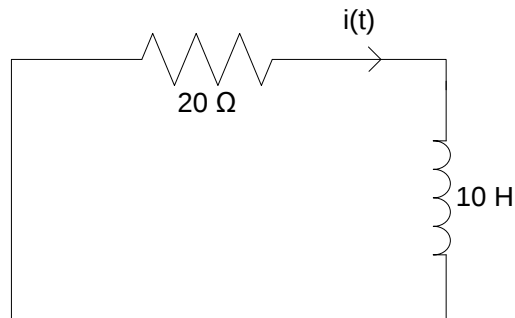
$$V_3(t) = 2u(t-2) + 2u(t-4) - 4u(t-6)$$

$$(\delta) V_4(t) = -t[u(t-1) - u(t-2)] = -tu(t-1) + tu(t-2)$$

$$V_4(t) = (-t + 1 - 1)u(t-1) + (t - 2 + 2)u(t-2)$$

$$V_4(t) = -r(t-1) - u(t-1) + r(t-2) + 2u(t-2)$$

3. Για το παρακάτω κύκλωμα να βρεθεί το $i(t)$, αν δίνεται ότι $V_L(t) = 20e^{-2t}V$.



Λύση

Έχουμε ότι:

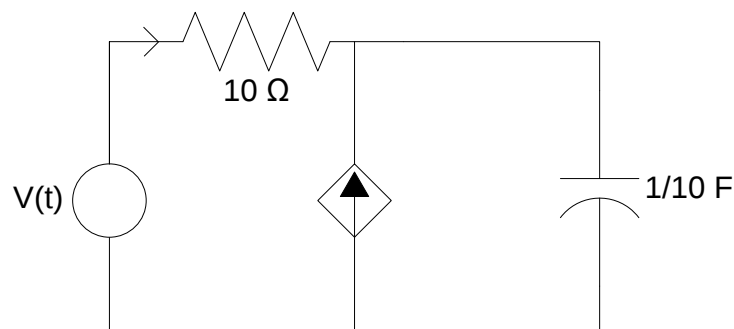
$$\frac{L}{R} = \frac{10}{20} = 0.5s$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int V_L(\tau) d\tau$$

Το οποίο γράφεται ως:

$$i(t) = \frac{-V_L(t)}{R} = -e^{-2t}u(t)A.$$

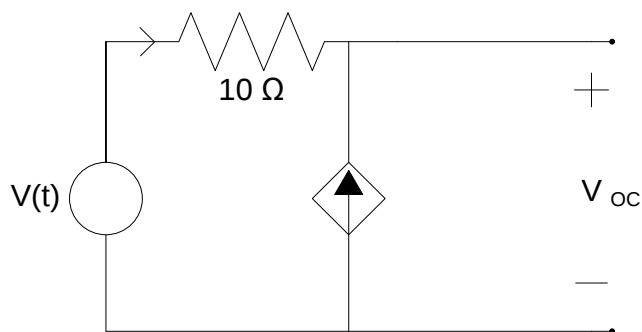
4. Να βρεθεί η $V_C(t)$, με $V_S = 5u(t) V$ για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, με $V(t) = 10[u(t) - u(t-2)]V$



Λύση

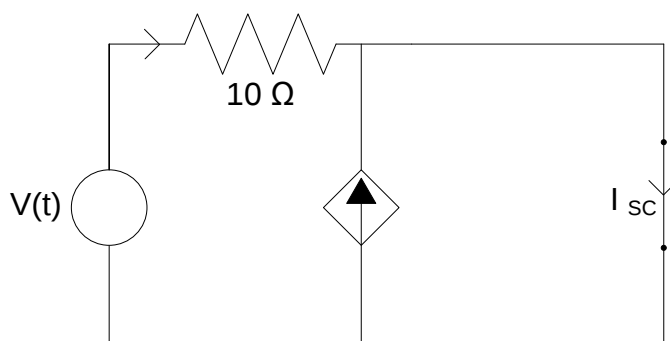
Βρίσκουμε το ισοδύναμο κατά thevenin του κυκλώματος στους ακροδέκτες του πυκνωτή. Αυτό θα απλοποιήσει το κύκλωμα, σχηματίζοντας ένα RC κύκλωμα με μια πηγή τάσης.

Χρησιμοποιούμε το παρακάτω κύκλωμα για να βρούμε την τάση ανοικτού κυκλώματος.



Η τάση V_{OC} πρέπει να είναι ίση με την τάση $V(t)$, αφού $i(t) + 2i(t) = 0 \rightarrow i(t) = 0A$.

Για να βρούμε το ρεύμα βραχυκύκλωσης,



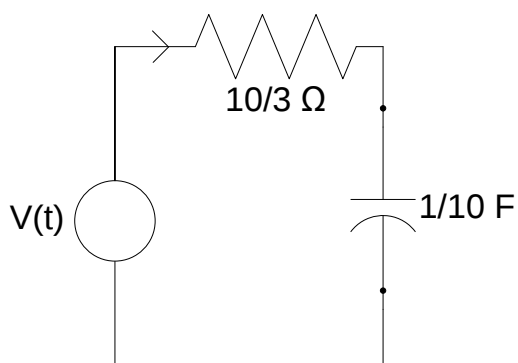
$$I_{SC} = i(t) + 2i(t) = 3i(t), \quad \text{όπου } i(t) = \frac{V(t)}{10}$$

$$I_{SC} = \frac{3}{10} V(t)$$

Έτσι, έχουμε:

$$R_{Th} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = \frac{10}{3} \Omega$$

το οποίο μας οδηγεί στο παρακάτω ισοδύναμο κατά Thevenin κύκλωμα:



Χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο κατά Thevenin κύκλωμα με τον πυκνωτή ως φορτίο, μπορούμε να δούμε ότι:

$$\tau = R_{Th}C = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{3} s$$

Για $t < 0$:

$$\begin{aligned} V(t) &= 0V, & V_C(0) &= 0V, \\ V(\infty) &= 0V, & V_C(t) &= 0V \end{aligned}$$

Για $0 < t < 2$,

$$\begin{aligned} v(t) &= 10V, & v_C(0) &= 0V \\ v(\infty) &= 10V, & v_C(t) &= 10(1 - e^{-3t})V \end{aligned}$$

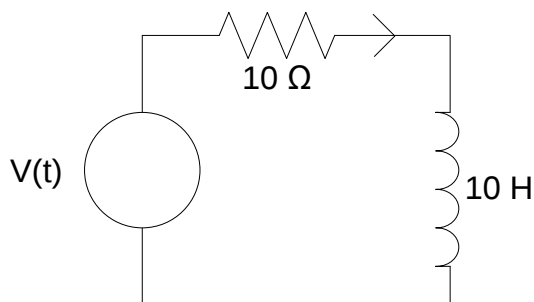
Για $t > 2$,

$$\begin{aligned} v(t) &= 0V, & v_C(2) &= 10(1 - e^{-6})V, \\ v_C(\infty) &= 0V, & v_C(t) &= 10(1 - e^{-6})e^{-3(t-2)}V \end{aligned}$$

Συνθέτοντας τις 3 περιπτώσεις, έχουμε:

$$v_C(t) = \{[10(1 - e^{-3t})][u(t) - u(t - 2)] + [9.975 \cdot e^{-3(t-2)}u(t - 2)]\}V$$

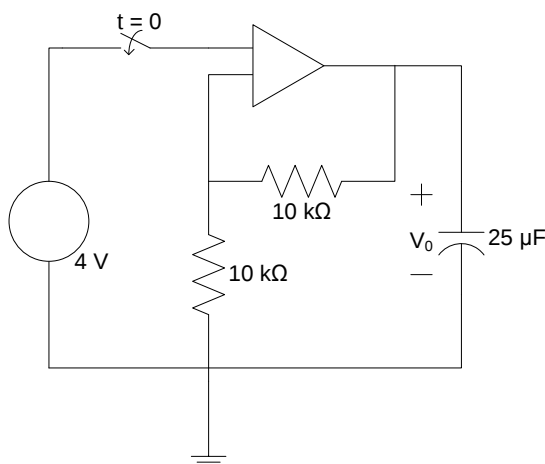
5. Να βρεθούν τα $i_L(t)$ και $v_L(t)$ για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, για $v(t) = [20u(t) - 40u(t - 1)]V$.



Λύση

$$\begin{aligned} i_L(t) &= 2(1 - e^{-t})[u(t) - u(t - 1)] + [-2 + 4 - 2e^{-1}]e^{-(t-1)}u(t - 1)A \\ v_L(t) &= 20e^{-t}u(t) - [20e^{-t} + 20(2 - e^{-1})e^{-(t-1)}]u(t - 1)V \end{aligned}$$

6. Να βρεθεί το V_0 , για $t > 0$, στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος.



Λύση

Αρχικά, ας μελετήσουμε το πρόβλημα σε ιδανικές συνθήκες.

Ακριβώς πριν κλείσει ο διακόπτης, η τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή είναι μηδέν, το οποίο σημαίνει πως η τάση και στους δύο ακροδέκτες εισόδου του ενισχυτή είναι μηδέν. Μόλις κλείσει ο διακόπτης, η έξοδος προσπαθεί να φτάσει σε μια τάση, έτσι ώστε οι εισοδοί του ενισχυτή, να φτάσουν και οι δύο στα 4 volts. Ο ιδανικός ενισχυτής παράσχει το απαραίτητο ρεύμα για την επίτευξη αυτής της κατάστασης. Μια άπειρη διοχέτευση ρεύματος είναι απαραίτητη, εάν η τάση στα άκρα του πυκνωτή πρέπει να φτάσει στα 8 volts σε μηδενικό χρόνο (8 volts στα άκρα του πυκνωτή θα έχει σαν αποτέλεσμα να εμφανίζονται 4 volts στον αρνητικό ακροδέκτη του ενισχυτή). Επομένως, η τάση V_0 θα ισούται με 8 volts για κάθε χρονική στιγμή $t > 0$.

Ας δούμε τι συμβαίνει και στις πραγματικές συνθήκες ενός κυκλώματος.

Ουσιαστικά, η έξοδος του τμήματος του ενισχυτή φτάνει στη μέγιστη τιμή, που μπορεί να φτάσει. Στη συνέχεια, αυτή η μέγιστη τάση εμφανίζεται σε όλη την αντίσταση εξόδου του ενισχυτή και του πυκνωτή που βρίσκεται σε σειρά με αυτόν. Αυτό, σε συνέχεια, οδηγεί σε εκθετική αύξηση στην τάση του πυκνωτή, μέχρι τη σταθερή κατάσταση στην τιμή των 8 volts.

Για όλες τις τιμές της τάσης $V_C(t)$ μικρότερες των 8 V,

$$v_C(t) = V_{op-amp-max} \left(1 - e^{\frac{-t}{R_{out}C}} \right) V$$

Όπου $V_{op-amp-max}$ είναι η μέγιστη τιμή του ενισχυτή και R_{out} είναι η πραγματική αντίσταση εξόδου του πραγματικού ενισχυτή.

Όταν ο χρόνος t είναι αρκετά μεγάλος, έτσι ώστε να επιτευχθεί η τάση 8 V:

$$v_C(t) = 8V$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ

Voltage	Τάση
Resistor	Αντίσταση
Amplifier	Ενισχυτής
Capacitor	Πυκνωτής
Current	Ηλεκτρικό ρεύμα
Analog circuits	Αναλογικά κυκλώματα

ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

DC	Direct current
N.P.K.	Νόμος Ρευμάτων Kirchhoff
SI	System International
N.T.K.	Νόμος Τάσεων Kirchhoff
ΠΠΡ	Πραγματική Πηγή Ρεύματος
ΠΠΤ	Πραγματική Πηγή Τάσεως
ΤΕ	Τελεστικός Ενισχυτής

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Αναλογική Εξομοίωση στον Ψηφιακό Υπολογιστή

Η ανάγκη για την όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματική, γρήγορη και φθηνή εξομοίωση φυσικών συστημάτων και ειδικότερα αναλογικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, οδήγησε στη δημιουργία ψηφιακών αλγόριθμων εξομοίωσης των μαθηματικών σχέσεων και της συμπεριφοράς αυτών των αναλογικών στοιχείων. Με τον τρόπο αυτό έγινε δυνατή η δοκιμή της λειτουργίας ενός ολοκληρωμένου κυκλώματος, πριν αυτό μπει στη διαδικασία της μαζικής παραγωγής, μειώνοντας έτσι το κόστος και αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα. Οι αλγόριθμοι αυτοί ενσωματώθηκαν σε διάφορα εμπορικά προγράμματα ψηφιακού υπολογιστή, ήδη από τα μέσα της δεκαετίας του '80. Σχεδόν από την αρχή της χρήσης τέτοιων προγραμμάτων φάνηκε η μεγάλη τους αξία στην εκπαίδευση, καθώς ήταν πλέον δυνατή η σύζευξη της αναλογικής με την ψηφιακή τεχνολογία, η εικονική μεταφορά ενός αναλογικού εργαστηρίου στον ψηφιακό υπολογιστή, η απεριόριστη επανάληψη των πειραμάτων, ακόμα και η εικονική χρήση αναλογικών στοιχείων που δεν ήταν διαθέσιμα στο εργαστήριο. Έτσι προετοιμάστηκε το έδαφος για τη σχεδίαση και την πλατιά εφαρμογή υβριδικών συστημάτων ελέγχου, για τη συνεργασία δηλαδή των νέων ψηφιακών ελεγκτών με τα αναλογικά φυσικά συστήματα, που συναντάμε στην πραγματικότητα.

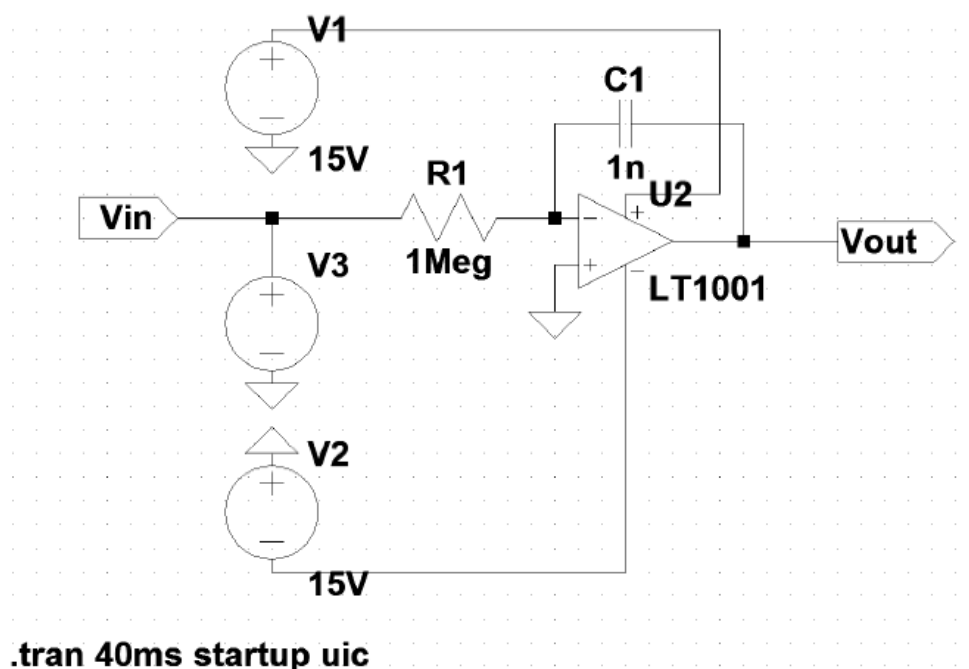
Εκτός αυτών, με τη χρήση τέτοιων προγραμμάτων μπορεί να γίνει η αποθήκευση των αποτελεσμάτων σε μορφή αρχείων, τύπου bitmap ή ASCII, και στη συνέχεια η ψηφιακή τους επεξεργασία και απεικόνιση. Σε συνδυασμό με ένα σύστημα συλλογής δεδομένων μπορεί να γίνει ακόμα σύγκριση των πραγματικών αποτελεσμάτων με αυτά της ψηφιακής εξομοίωσης. Γενικά, τα προγράμματα αυτά απελευθερώνουν τον μελετητή από οποιονδήποτε σχεδιαστικό περιορισμό και του προσφέρουν μian εύκολη, προσιτή και απεριόριστης μνήμης εξομοίωση της εξομοίωσης.

Όσο πολλά και αν είναι όμως τα πλεονεκτήματα της ψηφιακής αυτής εξομοίωσης, θα ήταν λάθος να πιστεύει κανείς, πως αυτή θα μπορούσε να αντικαταστήσει πλήρως το αναλογικό εργαστήριο. Γιατί η αναλογική εξομοίωση, με τα συνεχή αναλογικά στοιχεία, είναι πολύ πιο κοντά στα αναλογικά φυσικά συστήματα απ' ό,τι οποιαδήποτε προσεγγιστική ψηφιακή εξομοίωση. Ακόμα, οι συνθήκες ενός πραγματικού εργαστηρίου είναι πού πιο κοντά στην πραγματικότητα, και κανένας ψηφιακός αλγόριθμος δε γίνεται να τις προβλέψει και να τις προσεγγίσει απόλυτα. Σαν παράδειγμα, ο τυχαίος θόρυβος των πραγματικών διατάξεων, οι βλάβες και οι δυσλειτουργίες που μπορεί να συμβούν από λάθος συνδεσμολογία, οι υπερτάσεις του δικτύου παροχής ηλεκτρικής ενέργειας, η παλαιότητα των εξαρτημάτων, οι διακυμάνσεις των μεγεθών των στοιχείων που χρησιμοποιούνται, οι κακές κολλήσεις και άλλες τυχαίες παρενέργειες είναι πρακτικά αδύνατο να εξομοιωθούν από οποιοδήποτε ψηφιακό πρόγραμμα. Ο συνδυασμός των πλεονεκτημάτων της “καθαρής” ψηφιακής εξομοίωσης και της “πραγματικής, συνεχούς και φυσικής” αναλογικής είναι η καλύτερη λύση.

Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε, σαν παράδειγμα, την ψηφιακή εξομοίωση της λειτουργίας ενός ολοκληρωτή, κάνοντας χρήση του προγράμματος LTspice/SwitcherCAD III της εταιρείας Linear Technology (ιστοσελίδα www.linear.com). Στο μοντέλο της ψηφιακής αυτής εξομοίωσης αντιστοιχεί το ολοκληρωμένο κύκλωμα του αναλογικού τελεστικού ενισχυτή LT1001, με τάση κόρου $\pm 14\text{V}$, αντίσταση εισόδου $1\text{M}\Omega$, με ανοχή 5% και κατανάλωση 1Watt , πυκνωτή 1nF , με ανώτερη τάση φόρτισης 16V και αντίσταση σειράς 0.007Ω .

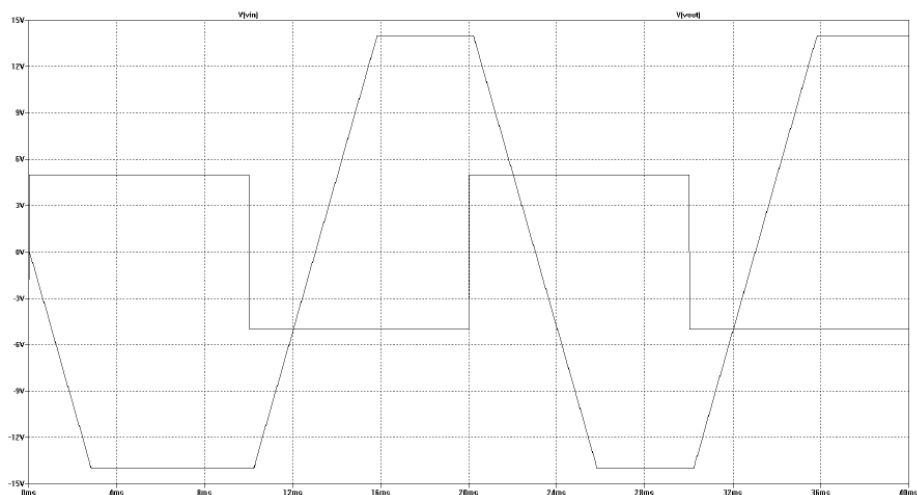
Στο κύκλωμα ολοκλήρωσης εφαρμόζουμε ως τάση εισόδου έναν τετραγωνικό παλμό $\pm 5\text{V}$, συχνότητας 50Hz , από πηγή με αντίσταση σειράς 50Ω . Στις προδιαγραφές της εξομοίωσης θα θεωρήσουμε πως δεν υπάρχουν αρχικές συνθήκες, δηλαδή πως ο

πυκνωτής είναι αφόρτιστος στη αρχή λειτουργίας του κυκλώματος, και πως η διάρκεια της εξομίσωσης είναι 40msec. Το κύκλωμα της ψηφιακής προσομοίωσης είναι το εξής:



Εικόνα 23: Ψηφιακό Κύκλωμα εξομίσωσης ολοκληρωτή.

Από το κύκλωμα αυτό προκύπτει η χρονική απόκριση στην έξοδο Vout, που παρατηρούμε στην οθόνη του ψηφιακού υπολογιστή, [2].



Εικόνα 24: Ενδεικτικό Αποτέλεσμα ψηφιακής απόκρισης ολοκληρωτή.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Anant Agarwal and Jeffrey H. Lang, "Foundations of Analog and Digital Circuits", Elsevier Inc., 2005.
- [2] Δ. Καλλιγερόπουλος, Σ. Βασιλειάδου, "Αναλογική Εξομοίωση Συστημάτων", Σύγχρονη Εκδοτική 2008.
- [3] Χ. Κανελλόπουλος, Γ. Παληός, Γ. Χατζαράκης, "Κυκλώματα συνεχούς και εναλλασσόμενου ρεύματος", Τεχνολογικά Επαγγελματικά Εκπαιδευτήρια, Α΄ Τάξη 1^{ου} Κύκλου, 2000.
- [4] Κ. Κούλα, Γ. Μουστάκα, "Ψηφιακά Ηλεκτρονικά", Τόμος Α, Εκδόσεις "ΙΩΝ", 1998.
- [5] Κ. Κουρκουτάς, "Μεταβατικές καταστάσεις – Φόρτιση πυκνωτή", Σημειώσεις Φυσικής ΤΕΙ Αθήνας, 2010.
- [6] A. Miczo, Digital Logic Testing and Simulation, second edition 2003 by J.Wiley & Sons.
- [7] N.Weste, K.Eshraghian, ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ CMOS VLSI, second edition 1993 by AT&T, ελληνική μετάφραση 1996 εκδόσεις Παπασωτηρίου.
- [8] J. Rabaey, A. Chandra kasan, B. Nicolic, DIGITAL INTEGRATED CIRCUITS, A Design Perspective, second edition 2003 by Pearson Prentice Hall.
- [9] N.Weste, D.Harris, CMOS VLSI DESIGN, third edition 2005 by Pearson Addison Wesley.
- [10] N.Weste, D.Harris, CMOS VLSI DESIGN, fourth edition 2011, ελληνική μετάφραση 2011 εκδόσεις Παπασωτηρίου.