



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ – ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Διερευνητική Μάθηση και Διδασκαλία των Μαθηματικών: Τα Κίνητρα
και η Μαθηματική Εμπλοκή των Μαθητών

Κούρτη Στυλιανή-Κυριακή
Α.Μ.: Δ201532

Επιβλέπουσα Συμβουλευτικής Επιτροπής

Πόταρη Δέσποινα

Αθήνα
Ιούνιος 2017

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
που απονέμει το
Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη
«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 2^α Ιουνίου 2017 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Δ. Πόταρη (Επιβλέπουσα)	Καθηγήτρια
▪ Ε. Ράπτη	Καθηγητή
▪ Γ. Ψυχάρη	Επικ. Καθηγητή

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτικής Επιτροπής** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Δ. Πόταρη (Επιβλέπουσα)	Καθηγήτρια
▪ Θ. Ζαχαριάδη	Καθηγητή
▪ Γ. Ψυχάρη	Επικ. Καθηγητή

Ευχαριστίες

Με το πέρας των σπουδών μου θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά:

- ♦ Την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου, την κυρία Πόταρη Δέσποινα, για τις εύστοχες παρατηρήσεις και συμβουλές της, τόσο για την εκπόνηση της διπλωματικής μου εργασίας, όσο και για την πορεία των μεταπτυχιακών σπουδών μου.
- ♦ Τον καθηγητή Θεοδόσιο Ζαχαριάδη, και τον επίκουρο καθηγητή Γεώργιο Ψυχάρη, ως μέλη της συμβουλευτικής μου επιτροπής.
- ♦ Όλους τους καθηγητές και καθηγήτριες του μεταπτυχιακού προγράμματος για τις γνώσεις που μου προσέφεραν στη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου.
- ♦ Τη γραμματεία του μεταπτυχιακού προγράμματος, και ιδιαίτερα την κυρία Ελένη Κλη, για την άμεση βοήθεια που προσφέρει σε όλους μας.
- ♦ Όλους τους συμφοιτητές μου, και ιδιαίτερα την Σταυρούλα, τον Ανδρέα και τη Βάσω, για τις υπέροχες στιγμές που ζήσαμε σε όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών σπουδών μας.
- ♦ Τους μοναδικούς φίλους μου, και ιδιαίτερα τη Ναζίρα, τη Χριστίνα και την Ευαγγελία, που πάντα βρίσκονται δίπλα μου, με αγαπούν και με στηρίζουν.
- ♦ Τους υπέροχους γονείς μου, Παναγιώτα και Δημήτρη, για όλη την αγάπη και υποστήριξη που μου προσφέρουν όλα αυτά τα χρόνια.
- ♦ Την γιαγιά μου, Μαγδαληνή, που είναι ο στυλοβάτης μου.
- ♦ Τον ξεχωριστό Ανδρέα, που βρίσκεται δίπλα μου και με παρακινεί να κυνηγάω τα όνειρά μου.

Πίνακας περιεχομένων

Περίληψη	10
Abstract.....	11
1.Εισαγωγή.....	12
2. Θεωρητικό Πλαίσιο	17
2.1. Διερευνητική Μάθηση και Διδασκαλία.....	17
2.2. Μαθηματικά και Χώρος Εργασίας- Το πρόγραμμα Mascil	30
2.3. Θυμικό και Κίνητρα	38
2.4. Εμπλοκή των Μαθητών Στη Μαθηματική Τάξη.....	49
3. Μεθοδολογία.....	60
3.1. Μέθοδος	60
3.2. Δείγμα	60
3.3. Πλαίσιο	61
3.3.1. Δραστηριότητα.....	61
3.3.2. Ενορχήστρωση σχολικής τάξης και διεξαγωγή διδασκαλίας	65
3.3.2.1. Τμήμα Α΄ Λυκείου	65
3.3.2.2. Τμήμα Β΄ Λυκείου	66
3.4. Ανάλυση	66
3.4.1. Διαστάσεις της Διερευνητικής Μάθησης στην Σχολική Τάξη των Μαθηματικών.....	67
3.4.2. Η Διαμόρφωση των Κινήτρων των Μαθητών και το πλαίσιο του Χώρου Εργασίας	68
3.4.3. Η Μαθηματική Εμπλοκή των Μαθητών	70
4. Αποτελέσματα.....	72
4.1. Τμήμα Α΄ Λυκείου	72
4.1.a. Αποτελέσματα από τη συνέντευξη με τον εκπαιδευτικό της Α΄ Λυκείου	72
4.1.b. Τα χαρακτηριστικά των μαθητών της Α΄ Λυκείου	73
4.1.1. Διερεύνηση στο Τμήμα της Α΄ Λυκείου	74
4.1.2. Κίνητρα Μαθητών Α΄ Λυκείου	75
4.1.3. Μαθηματική Εμπλοκή Μαθητών Α΄ Λυκείου	78
4.2. Τμήμα Β΄ Λυκείου	83
4.2.a. Αποτελέσματα από τη συνέντευξη με τον εκπαιδευτικό της Β΄ Λυκείου	83
4.2.b. Τα χαρακτηριστικά των μαθητών της Β΄ Λυκείου	84
4.2.1 Διερεύνηση τμήματος Β΄ Λυκείου.....	84

4.2.2. Κίνητρα Μαθητών Β' Λυκείου	87
4.2.3. Μαθηματική Εμπλοκή Μαθητών Β' Λυκείου	88
4.3. Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα	91
4.3.a. Οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής στα στάδια της διερεύνησης: Τρεις περιπτώσεις μαθητών	92
4.3.a.i Η περίπτωση του μαθητή Β0101Η - Υψηλή Εμπλοκή	93
4.3.a.ii Η περίπτωση της μαθήτριας Α0701L – Υψηλή Εμπλοκή.....	94
4.3.a.iii Η περίπτωση του μαθητή Β0405L – Χαμηλή Εμπλοκή	95
5. Συμπεράσματα – Συζήτηση	97
6. Βιβλιογραφία	104
Παράρτημα 1: Αυθεντική Δραστηριότητα Mascil	109
Παράρτημα 2: Φύλλο εργασίας Α' Λυκείου	111
Παράρτημα 3: Φύλλο εργασίας Β' Λυκείου.....	115

Περίληψη

Στην παρούσα έρευνα επιχειρήθηκε ο προσδιορισμός των διαστάσεων της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας, η αναγνώριση των κινήτρων (στόχοι και ανάγκες) που διαμορφώθηκαν από τους μαθητές κατά τη διερευνητική μάθηση, καθώς και ο εντοπισμός της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών. Για τα παραπάνω στηριχθήκαμε στην ανάλυση βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν σε ένα τμήμα της Α' Λυκείου, και σε ένα τμήμα της Β' Λυκείου, καθώς και σε συνεντεύξεις με τους καθηγητές μαθηματικών του κάθε τμήματος. Σε αυτές τις δύο διδασκαλίες, που βασίστηκαν στη διερευνητική μάθηση και διδασκαλία, χρησιμοποιήθηκε μια δραστηριότητα που προέρχεται από τον χώρο εργασίας, αφορούσε τη συγκέντρωση ενός φαρμάκου στον οργανισμό του ανθρώπου, και αντλήθηκε από το αρχείο του Mascil. Για την καλύτερη επεξεργασία των δεδομένων, αντλώντας στοιχεία από τις συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς, οι μαθητές χωρίστηκαν σε δύο ομάδες, την Η και τη Λ, με βάση την στάση τους για τα μαθηματικά. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, η διδασκαλία του τμήματος της Α' Λυκείου αποτέλεσε καθοδηγούμενη διερεύνηση, αυτή του τμήματος της Β' Λυκείου αποτέλεσε δομημένη διερεύνηση, ενώ και στις δύο διδασκαλίες εμφανίσθηκαν όλες οι φάσεις της διερεύνησης. Οι δομές στόχων που αναγνωρίσθηκαν ήταν η δομή των άρτιων αποτελεσμάτων, αυτή της ομαδικότητας, και εκείνη της επίλυσης της δραστηριότητας. Κάθε μια από τις δομές αυτές πήγαζε από τις ανάγκες των μαθητών για επέκταση γνώσης, αναγνώριση του εκπαιδευτικού, ομαδικότητα, ενώ προστίθεται στις δύο τελευταίες δομές στόχων (ομαδικότητα και επίλυση δραστηριότητας) η ανάγκη της αναγνώρισης της αξίας από την ομάδα. Αναφορικά με την επίδραση του εργασιακού χώρου στη διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών, είκοσι από τους σαράντα επτά μαθητές επηρεάσθηκαν από το εργασιακό περιβάλλον της δραστηριότητας. Δώδεκα από τους είκοσι τέσσερεις μαθητές της ομάδας Λ, που μελετήθηκαν, παρουσίασαν υψηλή μαθηματική εμπλοκή, ενώ όλοι οι μαθητές της ομάδας Η παρουσίασαν υψηλή εμπλοκή. Οι μαθητές της ομάδας Λ που εμφάνισαν υψηλή εμπλοκή, παρουσίασαν αυξημένη συμπεριφορική εμπλοκή και εμπλοκή θυμικού, ενώ η γνωστική τους εμπλοκή ήταν περιορισμένη. Από την άλλη, όλοι οι μαθητές της ομάδας Η, παρουσίασαν αυξημένες και τις τρεις πτυχές της εμπλοκής τους, και ιδιαίτερα τη γνωστική τους εμπλοκή. Συνολικά τριάντα τέσσερεις μαθητές, από αυτούς που μελετήθηκαν, παρουσίασαν υψηλή εμπλοκή. Τέλος, μελετήθηκαν οι πτυχές της εμπλοκής των μαθητών σε σχέση με τα στάδια διερεύνησης που ακολουθήθηκαν, σε τρεις περιπτώσεις μαθητών.

Λέξεις κλειδιά: διερευνητική μάθηση, κίνητρο, εμπλοκή, χώρος εργασίας

Abstract

In the present study, the delineation of the dimensions of inquiry based learning, the identification of the motivation (goals and needs) that students have developed during inquiry based learning, as well as the identification of their mathematical engagement, were attempted. For the above, we relied on the analysis of videotaped instructions of two school classes, one in the first grade of high school, and the other in the second, as well as in interviews with the mathematics professors of each class. In each of these two instructions, which were based on inquiry based learning, a task that comes from the world of work and that involved the concentration of a drug in the human body was used. This task was drawn from Mascil's record. For better data processing, drawing on interviews with teachers, students were divided into two groups, H and L, based on their attitudes towards mathematics. According to the results of the present study, the instruction of the first grade is about guided inquiry, and the one of the second grade is about structured inquiry. All the phases of inquiry were developed in both teachings. The goal structures that were identified were the structure of the good results, that of the teamwork, and that of the solution of the task. Each of these structures came from students' needs for knowledge expansion, teacher recognition, teamwork, and the need for value recognition by the team is added to the last two goal structures (teamwork and task solving). Regarding the impact of the world of work on student motivation, twenty out of the forty-seven students were influenced by the working context of the task. Twelve of the twenty-four students in group L showed high levels of engagement, while all students in group H were highly engaged. Highly engaged L-group students showed increased behavioral and affect engagement while their cognitive engagement was limited. On the other hand, all H-group students showed increased all of the three aspects of their engagement, especially their cognitive engagement. A total of thirty-four students, of those studied, were highly engaged. Finally, aspects of student engagement were studied in relation to the phases of inquiry, in three cases of students.

Keywords: inquiry based learning, motivation, engagement, world of work

1. Εισαγωγή

Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, σοβαρές ανησυχίες έχουν εκφραστεί σχετικά με την κατάσταση και τις επιπτώσεις της μαθηματικής και επιστημονικής εκπαίδευσης σε πολλές ανεπτυγμένες χώρες. Σε αυτό το πλαίσιο, η ποιότητα της διδασκαλίας και της μάθησης στα μαθηματικά και την επιστήμη θεωρείται ζωτικής σημασίας και απαιτεί σημαντικές βελτιώσεις, προκειμένου να συμμορφωθεί με τις αυξανόμενες ανάγκες της κοινωνίας (Artigue & Blomhøj, 2013). Στο Ευρωπαϊκό εκπαιδευτικό πλαίσιο, αναφορές από ομάδες ειδικών αναγνώρισαν την αναγκαιότητα μιας ανανεωμένης παιδαγωγικής στα σχολεία για να ξεπεραστούν ελλείμματα στη διδασκαλία της επιστήμης και των μαθηματικών και για την ανύψωση του επιπέδου της επιστημονικής και μαθηματικής παιδείας (Engeln, Euler & Maass, 2013). Η διερευνητική μάθηση κερδίζει δημοτικότητα στα προγράμματα σπουδών της επιστήμης, στα διεθνή ερευνητικά και αναπτυξιακά προγράμματα καθώς και στη διδασκαλία (Pedaste, Mäeots, Siiman, De Jong, Van Riesen, Kamp, & Tsourlidaki, 2015), ενώ από πολλούς θεωρείται η μέθοδος προς επιλογή. Κατά τη διερευνητική μάθηση οι μαθητές αναλαμβάνουν την ευθύνη για τη μάθησή τους, καθώς μαθαίνουν να λειτουργούν τόσο ατομικά, όσο και σε ομάδες. Τα θέματα που καλύπτονται έχουν σχέση με τους μαθητές και η προηγούμενη εμπειρία τους λαμβάνεται επαρκώς υπόψη. Έτσι, με την ενεργή συμμετοχή των μαθητών στην κατασκευή, την αξιολόγηση και τον αναστοχασμό της γνώσης, η διερευνητική εκπαίδευση προωθεί ικανότητες που έχουν σημασία για τη δια βίου μάθηση και για έναν επιτυχή προσανατολισμό σε έναν περίπλοκο κόσμο. Από την πλευρά των εκπαιδευτικών, η ενορχήστρωση και η διευκόλυνση των διαδικασιών μάθησης, για παράδειγμα μέσω μοντελοποίησης και καθοδήγησης, είναι μια λεπτή δεξιότητα/ικανότητα που είναι ιδιαίτερα σημαντική για τη σωστή λειτουργία της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας (Barrow, 2006· Colburn, 2006· Hmelo-Silver, 2004· Prince & Felder, 2007, αναφορά στο Engeln κ.ά., 2013). Όταν η μελέτη εστιάζεται στη διερευνητική μάθηση, τα αποτελέσματα είναι αισιόδοξα (Laurson, Hassi, Kogan, Hunter, & Weston, 2011). Προηγούμενη έρευνα μελέτησε την επίδραση της διερευνητικής μάθησης στους μαθητές στα μαθηματικά εντός ενός μόνο μαθήματος ή προγράμματος, και βρέθηκαν θετικά αποτελέσματα (Kwon, Rasmussen, & Allen, 2005· Springer, Stanne, & Donovan, 1999, αναφορά στο Capaldi, 2015).

Σύμφωνα με τον Dewey (1938), όπως αναφέρεται στους Artigue και Blomhøj (2013), δεν είναι όλες οι εμπειρίες «αυθεντικές ή εξίσου εκπαιδευτικές», καθώς αυτές μπορεί «να έχουν ως συνέπεια την αναχαίτιση ή την παραμόρφωση της ανάπτυξης της περαιτέρω εμπειρίας» ή « να είναι ασύνδετες η μια με την άλλη: ενώ η καθεμία μπορεί να είναι

ευχάριστη, ακόμα και συναρπαστική από μόνης της, οι δύο δεν συνδέονται συσσωρευτικά μεταξύ τους». Για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητο για τον δάσκαλο να επιλέγει κατάλληλες εμπειρίες, ώστε να καθοδηγήσει τους συλλογισμούς των μαθητών σε αυτές τις εμπειρίες, έτσι ώστε η εκπαιδευτική τους προοπτική πραγματικά να αναδυθεί, καθώς και να οργανώσει διερευνητικές δραστηριότητες έτσι ώστε η γνώση, ιδίως η γνώση αντικειμένου, να συσσωρεύεται σταδιακά. Ο Dewey δίνει έμφαση στην ανάγκη οργάνωσης σχολικών δραστηριοτήτων γύρω από τις καταστάσεις της καθημερινής ζωής και μέσω αυτών να γίνει η σύνδεση ενδοσχολικών και εξωσχολικών δραστηριοτήτων. Τέτοιες συνδέσεις αναμένονται να αυξήσουν το κίνητρο των μαθητών και να τους επιτρέψουν να χρησιμοποιήσουν την εξωσχολική εμπειρία και γνώση τους στην υπηρεσία των σχολικών εμπειριών και διερευνήσεων.

Ένα κοινό παράπονο μεταξύ των εκπαιδευτικών, ειδικά των εκπαιδευτικών των μαθηματικών, είναι η πλήρης και απόλυτη έλλειψη ενδιαφέροντος από τους μαθητές στο θέμα που μαθαίνουν (Turner, Warzon, & Christensen, 2011). Οι μαθητές απολαμβάνουν μια πρόκληση όταν είναι εμπνευσμένοι για να είναι δημιουργικοί. Οι Middleton και Jansen (2011) συμφωνούν στο ότι επιτρέποντας στους μαθητές να ανακαλύψουν το δικό τους πλαίσιο για ένα μαθηματικό πρόβλημα μπορεί να ενισχύσει τα κίνητρα και υπογραμμίζουν τη σημασία αυτής της ιδέας στο βιβλίο τους «Motivation Matters and Interest Counts: Fostering Engagement in Mathematics».

Παρόλα αυτά, υπάρχουν δυσκολίες με τα λεκτικά προβλήματα που ανταποκρίνονται στην πραγματική ζωή, όπως εξηγεί η Meyer (2004). Προειδοποιεί κατά της δημιουργίας ενός μαθηματικού προβλήματος και στη συνέχεια στην προσπάθεια να ταιριάζει σε αυτό ένα πραγματικό πλαίσιο. Οι Middleton και Jansen (2011) συμφωνούν με την Meyer (2011), δηλώνοντας:

Σε αυτές τις περιπτώσεις, το να βάζεις τα μαθηματικά σε ένα πλαίσιο έξω από τον εαυτό τους θα συνεπαγόταν εξίσου, αν όχι και περισσότερο, μάθηση σχετική με το πώς το πλαίσιο ταιριάζει με τα μαθηματικά, παρά για τη σχέση που αρχικά θέλαμε να διδάξουμε (σελ. 113).

Στην ουσία, μερικά μαθηματικά είναι τόσο δύσκολο να χαρτογραφηθούν σε ένα πραγματικό περιβάλλον, και έτσι είναι καλύτερο να τα διατηρήσουμε «στο δικό τους πλαίσιο». Οι εκπαιδευτικοί διατρέχουν τον κίνδυνο να έχουν μαθητές που αγωνίζονται με το πρόβλημα όχι επειδή τα μαθηματικά είναι δύσκολα, αλλά επειδή η σχέση μεταξύ του πλαισίου και των μαθηματικών είναι υπερβολικά αφηρημένη (Middleton & Jansen, 2011). Αν και οι Middleton και Jansen (2011) συμφωνούν ότι ένα πλαίσιο μπορεί πράγματι να παρακινήσει τους μαθητές να εργαστούν σκληρότερα, υπογραμμίζουν ότι πρέπει να εφαρμοστεί μετά από σημαντικό προγραμματισμό και προετοιμασία. Σύμφωνα με τους

ίδιους, τα πλαίσια μπορούν να προωθήσουν την προσωπική επένδυση στα μαθηματικά μόνο εάν είναι προσωπικά σχετικά και ουσιαστικά για τους μαθητές. Για το λόγο αυτό, λοιπόν, υποστηρίζεται πως ένας συνδυασμός των διερευνητικών δραστηριοτήτων μάθησης και του αυθεντικού εργασιακού χώρου διευκολύνει τα προβλήματα που ανατίθενται στους μαθητές. Ο λόγος για τον οποίο το αυθεντικό περιβάλλον είναι σημαντικό και ο λόγος για τον οποίο η αυθεντικότητα λαμβάνει τόση προσοχή, προκύπτει από την αναγνώριση ότι οι γνώσεις και οι δεξιότητες που παράγουν οι μαθησιακές δραστηριότητες συνδέονται στενά με την κατάσταση στην οποία μαθαίνουν (Edelson, 2003, αναφορά στο Ariza, Quesada, & Evagorou, 2014).

Μεγάλος όγκος της έρευνας για τη μάθηση των μαθηματικών και την επίλυση προβλήματος έχει επικεντρωθεί στο γνωσιακό παράγοντα, παραγκωνίζοντας την αλληλεπίδραση γνώσης και θυμικού, εξ αιτίας της συσχέτισης των μαθηματικών με την καθαρή λογική και των μεθοδολογικών δυσκολιών που συνεπάγεται η ενασχόληση με το θυμικό (DeBellis & Goldin, 2006). Ο κύριος όγκος της έρευνας για το θυμικό επικεντρώθηκε σε παραμέτρους όπως οι πεποιθήσεις και οι στάσεις και λιγότερο στο συναίσθημα (McLeod, 1992). Ωστόσο, σύμφωνα με τους Walshaw και Brown (2012):

«η εκπαίδευση των μαθηματικών έχει να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην παρουσίαση των τρόπων σκέψης και ύπαρξης στη ζωή. Έχει να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην περιγραφή και την εξήγηση της οργάνωσης της τάξης που διευκολύνει την παραγωγή γνώσης. Είναι σημαντικό, επίσης, το ότι έχει μια ηθική υποχρέωση να επιδιώκει να μετασχηματίσει την οργάνωση της τάξης που εμποδίζει την παραγωγή της γνώσης. Μια έρευνα των καταστάσεων του θυμικού στα πλαίσια της τάξης προσφέρει μια μελλοντική πορεία. Επιτρέπει την ανάπτυξη και κατανόηση του έργου που κάνει η παιδαγωγική για να διευκολύνει και να περιορίσει τη μαθηματική σκέψη».

Όπως αναφέρεται στον Hannula (2006), το κίνητρο είναι μια από τις έννοιες που περιλαμβάνεται στον τομέα του θυμικού. Στην εκπαίδευση των μαθηματικών, το κίνητρο δεν υπήρξε πρόσφατα δημοφιλές θέμα μελέτης. Έχει συζητηθεί με τους όρους *παρακινητικός προσανατολισμός* (Yates, 2000), *ενδιαφέρον* (Bikner-Ahsbahs, 2003), και *παρακινητικές πεποιθήσεις* (Kloosterman, 2002). Επίσης, οι Op 't Eynde, De Corte και Verschaffel (2002) έχουν ενσωματώσει τα ζητήματα των κινήτρων σε αυτό που ονόμασαν «κοινωνικο-κατασκευαστική» προοπτική τους. Το κίνητρο είναι μια σημαντική ιδέα, αλλά εκπληκτικά λίγη έρευνα έχει γίνει ρητά σχετικά με τα κίνητρα στα μαθηματικά (Hannula, 2002b, αναφορά στο Hannula, Evans, Philiprou & Zan, 2004), ενώ οι περισσότερες από τις έρευνες που αφορούν το κίνητρο, αποτελούν ποσοτικές έρευνες. Ωστόσο, οι πρακτικές στην τάξη που παρήγαγαν τις έννοιες της γνώσης και του θυμικού προωθούν το κίνητρο των

μαθητών και παρέχουν ουσιαστική πρόσβαση στη μαθηματική μάθηση μέσα στην τάξη της συλλογικότητας. Η εκπαίδευση των μαθηματικών είναι μια πολύπλοκη και πολυεπίπεδη πρακτική (Anthony & Walshaw, 2007, αναφορά στο Walshaw & Brown, 2012), και για να καταλάβουμε τη συμπεριφορά των μαθητών θα πρέπει να ξέρουμε τα κίνητρά τους (Hannula, 2006).

Μερικοί μαθητές αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως ένα σύνολο δεξιοτήτων που πρέπει να απομνημονεύονται χωρίς κανένα πλαίσιο, ενώ στην πραγματικότητα δεν συμβαίνει τίποτα τέτοιο. Οι Turner κ.ά. (2011) υπογραμμίζουν την ανάγκη συμμετοχής των μαθητών, αναγνωρίζοντας ότι οι μαθητές συμμετέχουν περισσότερο στην τάξη όταν ενθαρρύνονται να μάθουν, όχι μόνο να απομνημονεύουν έννοιες. Η κατοχή των μαθηματικών είναι πολύ ισχυρό κίνητρο για τους μαθητές, αλλά το να βρίσκονται οι μαθητές στη θέση της απλής απομνημόνευσης δεν είναι κάτι ούτε απαιτητικό, ούτε τους ωθεί στο να εμπλακούν με αυτό (Smith & Stein, 2011).

Σύμφωνα με τους Kong, Wong και Lam (2003), η μαθητική εμπλοκή έχει γίνει ένας σημαντικός παράγοντας εφαρμογής του προγράμματος σπουδών (Huebner, 1996) και αποτελεί έναν στόχο της σχολικής μόρφωσης από μόνη της (Guthrie & McCann, 1997). Παρά το γεγονός ότι έχουν αναπτυχθεί αρκετά εργαλεία στον τομέα, δεν έχει γίνει μεγάλη δουλειά για την εννοιοποίηση και την οργάνωση της εμπλοκής σε τομείς όπως τα μαθηματικά. Η μη-εμπλοκή στα μαθηματικά μπορεί να είναι ιδιαίτερα σοβαρή δεδομένου ότι, από τη μια πλευρά, γενικά γίνεται αντιληπτό ότι τα μαθηματικά αποτελούν θέμα για όλους, και ο ρόλος τους στη μαζική εκπαίδευση γίνεται ακόμη πιο εμφανής. Από την άλλη πλευρά, είναι κοινή πεποίθηση ότι η απόκτηση των μαθηματικών εννοιών απαιτεί ιδιαίτερο ταλέντο, μια πίστη που δημιουργεί μια φαινομενικά αντιφατική εικόνα ενός «θέματος για όλους», ενώ αν οι μαθητές δεν βλέπουν τη συνάφεια του θέματος και δεν μπορούν να ανταπεξέλθουν στο επίπεδο της πολυπλοκότητας, θα γίνουν γρήγορα αδιάφοροι ή ανήσυχοι για το θέμα και πολύ πιθανό να εγκαταλείψουν το σχολείο με ένα δυσάρεστο αποτύπωμα αυτού του εφιάλτη που ονομάζεται μαθηματικά (Siu, Siu & Wong, 1993, σελ. 223-224, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Η μειωμένη εμπλοκή με τα μαθηματικά έχει τη δυνατότητα να επηρεάσει τις κοινότητές μας πέρα από την ανάγκη πλήρωσης επαγγελματιών που απαιτούν τη χρήση μαθηματικών υψηλού επιπέδου. Μπορεί επίσης να περιορίσει την ικανότητά κάποιου να κατανοεί τις εμπειρίες ζωής μέσα από μια μαθηματική προοπτική (Sullivan, Mousley & Zevenbergen, 2005, αναφορά στο Attard, 2012).

Στο εκπαιδευτικό πλαίσιο, τα κίνητρα και η εμπλοκή των μαθητών διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επιτυχία τους, το ενδιαφέρον τους για το σχολείο και την απόλαυση της μελέτης (Schunk, Pintrich, & Meece, 2008, αναφορά στο Liem & Martin, 2012). Η

διερευνητική μάθηση και διδασκαλία μπορεί να συμβάλλει στην προώθηση ικανοτήτων που είναι απαραίτητες για τη δια βίου μάθηση, ενώ σε συνδυασμό με διερευνητικές δραστηριότητες που προέρχονται από τον χώρο εργασίας, μπορούν να ενισχύσουν τόσο τα κίνητρα, όσο και τη μαθηματική εμπλοκή των μαθητών. Σε αυτή την εργασία, λοιπόν, διερευνούμε μέσω θεωρητικής συζήτησης και θεωρητικά τεκμηριωμένου σχεδιασμού τα κίνητρα και τη μαθηματική εμπλοκή των μαθητών, υπό το πρίσμα της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας, που στηρίζεται σε μια δραστηριότητα, η οποία προέρχεται από τον εργασιακό χώρο.

Υπό αυτό το πλαίσιο, η παρούσα εργασία εστιάζει στα εξής τρία ερευνητικά ερωτήματα:

- Ποιες είναι οι διαστάσεις της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας που εμφανίζονται στην τάξη;
- Ποια είναι τα κίνητρα που διαμορφώνουν οι μαθητές στο πλαίσιο της διερευνητικής δραστηριότητας που προέρχεται από τον χώρο εργασίας;
- Ποιες είναι οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής που εμφανίζουν οι μαθητές στο πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας;

2. Θεωρητικό Πλαίσιο

2.1. Διερευνητική Μάθηση και Διδασκαλία

Στο Ευρωπαϊκό εκπαιδευτικό πλαίσιο, αναφορές από ομάδες ειδικών αναγνώρισαν την αναγκαιότητα μια ανανεωμένης παιδαγωγικής στα σχολεία για να ξεπεραστούν ελλείμματα στη διδασκαλία της επιστήμης και των μαθηματικών και για την ανύψωση του επιπέδου της επιστημονικής και μαθηματικής παιδείας (Engeln, κ.ά., 2013). Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, σοβαρές ανησυχίες έχουν εκφραστεί σχετικά με την κατάσταση και τις επιπτώσεις της μαθηματικής και επιστημονικής εκπαίδευσης σε πολλές ανεπτυγμένες χώρες. Σε αυτό το πλαίσιο, η ποιότητα της διδασκαλίας και της μάθησης στα μαθηματικά και την επιστήμη θεωρείται ζωτικής σημασίας και απαιτεί σημαντικές βελτιώσεις, προκειμένου να συμμορφωθεί με τις αυξανόμενες ανάγκες της κοινωνίας (Artigue & Blomhøj, 2013). Η πρόκληση είναι οι μαθητές να δουν τα μαθηματικά με τον ίδιο τρόπο όπως οι εκπαιδευτικοί τους. Η διερεύνηση μπορεί να βοηθήσει στην επίλυση αυτού του προβλήματος. Η Jaworski (2006) αναγνώρισε τρεις τύπους διερευνητικής πρακτικής:

- Διερεύνηση στα μαθηματικά: Οι μαθητές στα σχολεία που μαθαίνουν τα μαθηματικά μέσω της εξερεύνησης σε δραστηριότητες και προβλήματα στις τάξεις· οι εκπαιδευτικοί που χρησιμοποιούν την διερεύνηση ως εργαλείο για την προώθηση της μαθηματικής μάθησης των μαθητών·
- Διερεύνηση στη διδασκαλία των μαθηματικών: Οι εκπαιδευτικοί που χρησιμοποιούν διερεύνηση για να εξερευνήσουν το σχεδιασμό και την εφαρμογή των δραστηριοτήτων, των προβλημάτων και των ασκήσεων στις τάξεις. Οι εκπαιδευτικοί που χρησιμοποιούν την διερεύνηση ως εργαλείο που τους επιτρέπει να αναπτύξουν τη διδασκαλία·
- Διερεύνηση στην έρευνα που έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη της διδασκαλίας των μαθηματικών: οι καθηγητές και οι εκπαιδευτές ερευνούν τις διαδικασίες χρήσης της διερεύνησης στα μαθηματικά και στη διδασκαλία τους.

Στον τομέα της διερεύνησης στην εκπαίδευση, γίνεται χρήση των εννοιών διερευνητική παιδαγωγική, διερευνητική εκπαίδευση και διερευνητική μάθηση. Οι έννοιες αυτές, όπως αναφέρεται και στη βιβλιογραφία, είναι αρκετά αφηρημένες, και για αυτό το λόγο είναι δύσκολο να οριστούν αυστηρά. Η διερευνητική παιδαγωγική μπορεί ελεύθερα να οριστεί ως ένας τρόπος διδασκαλίας στον οποίο οι μαθητές προσκαλούνται να

δουλέψουν με τρόπους παρόμοιους με εκείνους που οι μαθηματικοί και οι επιστήμονες δουλεύουν. Ο όρος διερευνητική εκπαίδευση σημαίνει ότι είναι εφικτό και ουσιαστικό να υπάρχει ως ένα κυρίαρχο χαρακτηριστικό ενός εκπαιδευτικού προγράμματος και πως η συσχετισμένη μορφή μάθησης έχει συγκεκριμένα προτερήματα (Artigue & Blomhøj, 2013). Τα τελευταία χρόνια, αυτή η θέση έχει λάβει μεγάλη υποστήριξη σε πολιτικό και κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο, ιδιαίτερα στην Ευρώπη, όπως επιβεβαιώνεται στην αναφορά των Rocard κ.ά. (2007) (αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013). Το σύστημα της Ευρωπαϊκής Ένωσης ξεκίνησε να λανσάρει διάφορα, σημαντικά projects, ώστε να υποστηρίξει την περαιτέρω ανάπτυξη και εφαρμογή της διερευνητικής εκπαίδευσης στα μαθηματικά (IBME) και στην επιστήμη (IBSE). Κατά την άποψη των Artigue και Blomhøj (2013), η προώθηση της διερευνητικής εκπαίδευσης φαίνεται να είναι συνδεδεμένη με την κοινωνική ανάγκη της Ευρώπης για επαρκή προσόντα, για την περαιτέρω ανάπτυξη των κοινωνιών υψηλής τεχνολογίας, και επιπλέον για την αντιμετώπιση του ανταγωνισμού με άλλες περιοχές του κόσμου (Artigue & Blomhøj, 2013), καθώς τα πολιτικά, εκπαιδευτικά όργανα σε παγκόσμιο επίπεδο θεωρούν ότι η διερευνητική μάθηση αποτελεί ζωτικό συστατικό στοιχείο για την οικοδόμηση μιας επιστημονικής γραμματειακής κοινότητας (Ευρωπαϊκή Επιτροπή, 2007, Εθνικό Συμβούλιο Έρευνας, 2000, αναφορά στο Pedaste, κ.ά., 2015).

Ο όρος που χρησιμοποιείται, επί το πλείστον, στη βιβλιογραφία για τη διερεύνηση στην εκπαίδευση, είναι η διερευνητική μάθηση. Η διερευνητική μάθηση είναι μια εκπαιδευτική στρατηγική στην οποία οι μαθητές ακολουθούν μεθόδους και πρακτικές παρόμοιες με εκείνες των επαγγελματιών επιστημόνων για την κατασκευή γνώσης (Keselman, 2003, αναφορά στο Pedaste, κ.ά., 2015). Μπορεί να οριστεί ως μια διαδικασία ανακαλύψεως νέων αιτιατών σχέσεων, με τον μαθητή να διαμορφώνει υποθέσεις και να τις ελέγχει διενεργώντας πειράματα και / ή κάνοντας παρατηρήσεις (Pedaste, κ.ά., 2015). Συχνά αντιμετωπίζεται ως προσέγγιση επίλυσης προβλημάτων και περιλαμβάνει την εφαρμογή αρκετών δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων. Η διερευνητική μάθηση δίνει έμφαση στην ενεργό συμμετοχή και στην ευθύνη του εκπαιδευόμενου για την ανακάλυψη γνώσεων που είναι νέες για τον εκπαιδευόμενο (De Jong & Van Joolingen, 1998). Σε αυτή τη διαδικασία, οι μαθητές εκτελούν συχνά μια αυτοκατευθυνόμενη, εν μέρει επαγωγική και εν μέρει αφαιρετική διαδικασία μάθησης, διεξάγοντας πειράματα για να ερευνήσουν τις σχέσεις για τουλάχιστον μία σειρά εξαρτημένων και ανεξάρτητων μεταβλητών (Wilhelm & Beishuizen, 2003, αναφορά στο Pedaste, κ.ά., 2015). Ο Collins (1988) μιλάει για τη διερευνητική μάθηση ως την εμπλοκή του μαθητή στη «χρήση της γνώσης, έτσι ώστε να μην γίνει αδρανής γνώση, όπως ένα μεγάλο μέρος της σοφίας που λαμβάνεται από βιβλία

και διαλέξεις» (Jaworski, 2006). Ο Dewey (1938) έγραψε ότι «δεν είναι δυνατόν να επιβληθεί η αλήθεια από έξω. Όλα εξαρτώνται από τη δραστηριότητα που το ίδιο το μυαλό υφίσταται απαντώντας σε αυτό που παρουσιάζεται» (αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013). Η έννοια της διερεύνησης σχετίζεται ιδιαίτερα με τις προοπτικές στην εκπαίδευση των μαθηματικών που ασχολούνται με τη γνώση, από την άποψη της ενεργούς κατασκευής της μαθηματικής γνώσης, όπου η ενεργητική συνεπάγεται την προσωπική εμπλοκή. Με άλλα λόγια, μέσω της διερεύνησης, οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν πέρα από τη χρήση και την εφαρμογή αλγορίθμων και κανόνων, να αναπτύξουν κατανόηση γενικών σχέσεων στα μαθηματικά και να ασχοληθούν με τις προβληματικές πτυχές της αφαίρεσης και του φορμαλισμού που είναι κεντρικά για τα μαθηματικά (Nardi, 1996, αναφορά στο Jaworski, 2006).

Όπως αναφέρεται στο έργο των Artigue και Blomhøj (2013), η ανάδυση της διερευνητικής μάθησης γενικά αποδίδεται στον αμερικανό φιλόσοφο και εκπαιδευτή John Dewey (1859-1952). Ωστόσο πηγές της εκπαιδευτικής φιλοσοφίας, που υπογραμμίζει την διερευνητική μάθηση, μπορεί να βρεθούν και σε προηγούμενα κείμενα. Μερικοί από τους φιλοσόφους στους οποίους κάνει αναφορά ο Dewey, και οι οποίοι συνέβαλλαν σε μια επιστημολογική αλλαγή για την αντιμετώπιση της παρεχόμενης γνώσης ως γνώση που βασίζεται στην σκέψη, τον αναστοχασμό, τον πειραματισμό και την επιστήμη, είναι: von Humboldt (1767–1835) και Pestalozzi (1746–1827), ο οποίος εμπνεύστηκε από τον Rousseau (1712–1778) και τους ακόλουθους του Frobel (1782–1852) και Herbart (1776–1841). Αυτή η επιστημολογία έκανε εφικτή την τοποθέτηση του υποκειμένου στο κέντρο της διαδικασίας μάθησης, και έθεσε ερωτήσεις σχετικά με τον τύπο των δραστηριοτήτων με τις οποίες ο μαθητής πρέπει να ασχοληθεί, ώστε να αποκτήσει και να αναπτύξει χρήσιμη γνώση για την επίλυση προβλημάτων της καθημερινής ζωής, καθώς και για την κατανόηση του κόσμου. Για τον Dewey (1938), η διερεύνηση είναι η βάση τόσο για την ανακάλυψη, όσο και για τη μάθηση. Ο ίδιος την ορίζει ως «τον ελεγχόμενο και κατευθυνόμενο μετασχηματισμό μιας απροσδιόριστης κατάστασης σε μια άλλη, που τόσο οι συστατικές διαφορές της έχουν προσδιοριστεί, όσο και τα στοιχεία της αρχικής κατάστασης έχουν μετατραπεί σε ένα ενιαίο σύνολο» (σελ. 108)(αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013). Εδώ η κατάσταση γίνεται αντιληπτή ως το σύνολο των αλληλεπιδράσεων μεταξύ ενός οργανισμού, ενός ατόμου και του περιβάλλοντός του, και η διερεύνηση ως μια γενική διαδικασία, ανοιχτή στην επιστημονική δραστηριότητα. Η διερευνητική διαδικασία αναπτύσσεται ως αλληλεπίδραση του γνωστού και του άγνωστου σε καταστάσεις όπου κάποιο άτομο ή ομάδα ατόμων είναι αντιμέτωπη με μια δοκιμασία. Όμως η διερεύνηση μπορεί να αναπτυχθεί, επειδή το

υπάρχον άγνωστο τμήμα της κατάστασης, έχει αναγνωριστεί και μπορεί να προσεγγισθεί με την ήδη υπάρχουσα γνώση, αφού οι πηγές και τα δεδομένα μπορούν να προσφέρουν υποθέσεις και συμπεράσματα. Ήδη, αυτές οι βασικές ιδέες σχετικά με τη διερεύνηση αποτελούν μια κύρια διδακτική πρόκληση όταν εφαρμόζονται στην εκπαιδευτική πρακτική. Ο Dewey βλέπει τη μάθηση ως μια προσαρμοστική διαδικασία στην οποία η εμπειρία είναι ο καθοδηγητής για τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ αισθήσεων και ιδεών, μέσω μιας ελεγχόμενης και αναστοχαστικής διαδικασίας, που χαρακτηρίζεται ως αναστοχαστική διερεύνηση (reflective inquiry). Η οργάνωση της εμπειρία των μαθητών και η ανάπτυξη των γενικών διανοητικών συνηθειών για την εκμάθηση μέσω της αναστοχαστικής διερεύνησης, αποτελεί, έτσι, μια απαραίτητη λειτουργία της εκπαίδευσης (Dewey, 1938, αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013).

Πρόδρομος της διερευνητικής μάθησης στα μαθηματικά υπήρξε η διερευνητική μάθηση στις επιστήμες. Ένα σημαντικό βήμα στη νομιμοποίηση της διερευνητικής μάθησης ήταν η δημοσίευση των National Science Education Standards (NSES· NRC, 1996) το 1996 στις ΗΠΑ, που ζήτησε στους μαθητές να κάνουν και να μάθουν σχετικά με την επιστημονική έρευνα. Σύμφωνα με την NSES:

Η διερεύνηση είναι μια πολύπλευρη δραστηριότητα που εμπλέκει το να κάνεις παρατηρήσεις· να θέτεις ερωτήσεις· να εξετάζεις βιβλία και άλλες πηγές πληροφόρησης ώστε να δεις τι είναι ήδη γνωστό· να σχεδιάζεις εξερευνήσεις· να αναθεωρείς το ήδη γνωστό ενόψει των πειραματικών αποδεικτικών στοιχείων· να χρησιμοποιείς εργαλεία συγκέντρωσης, ανάλυσης και ερμηνείας δεδομένων· να προτείνεις απαντήσεις, εξηγήσεις και προβλέψεις· και να επικοινωνείς τα αποτελέσματα. Η διερεύνηση απαιτεί την αναγνώριση των υποθέσεων, τη χρήση κριτικής και λογικής σκέψης, και την εξέταση εναλλακτικών εξηγήσεων και η επιστημονική διερεύνηση αναφέρεται σε ποικίλους τρόπους με τους οποίους οι επιστήμονες μελετούν τον φυσικό κόσμο και προτείνουν εξηγήσεις που βασίζονται σε αποδεικτικά στοιχεία που προέρχονται από το έργο τους (NRC, 1996, σελ. 23).

Η αναθεωρημένη έκδοση της NSES διαχωρίζει τη διερεύνηση σε ολικές και τμηματικές διερευνήσεις που βασίζονται στη συμπερίληψη των επόμενων πέντε απαραίτητων στοιχείων:

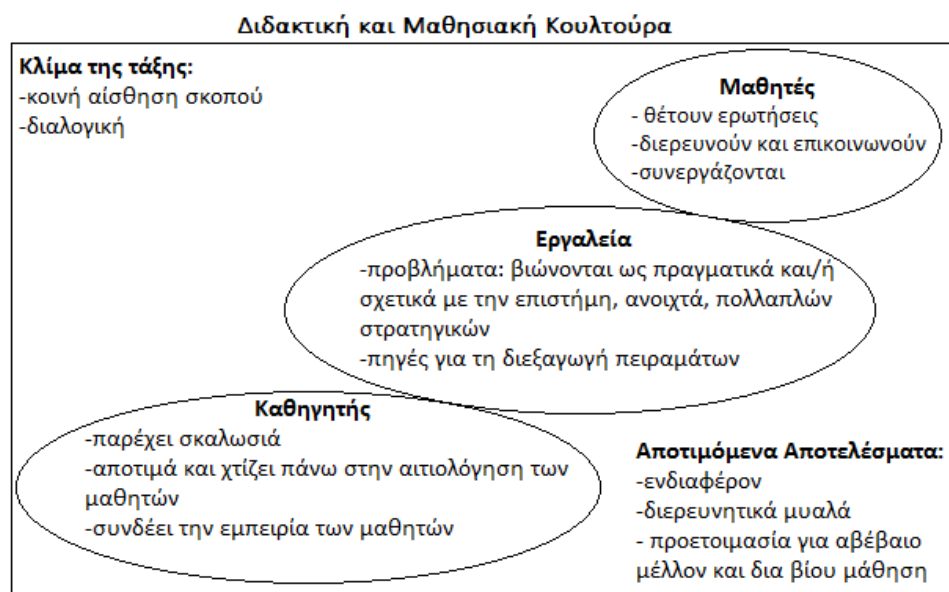
- Οι μαθητές δημιουργούν τις δικές τους επιστημονικά κατευθυνόμενες ερωτήσεις
- Οι μαθητές δίνουν προτεραιότητα στα αποδεικτικά στοιχεία ώστε να απαντήσουν τις ερωτήσεις
- Οι μαθητές σχηματίζουν εξηγήσεις από τα αποδεικτικά στοιχεία

- Οι μαθητές συνδέουν τις εξηγήσεις με την επιστημονική γνώση
- Οι μαθητές επικοινωνούν και αιτιολογούν τις εξηγήσεις

Αυτά τα πέντε βασικά στοιχεία είναι επίσης μέρος για αρκετά από τα εν εξελίξει ευρωπαϊκά προγράμματα για την επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών. Η διερευνητική μάθηση δεν χρησιμοποιείται κυρίως στην μαθηματική εκπαίδευση, ενώ η πρόσφατη εμφάνισή της φαίνεται να έχει ενισχυθεί από τον πολλαπλασιασμό των projects που αφορούν τόσο τη μαθηματική όσο και την επιστημονική εκπαίδευση.

Στο PRIMAS project (<http://www.primas-project.eu> , 2011) ενσωματώνονται σε μια ευρύτερη εικόνα συλλαμβάνοντας ό,τι θα μπορούσε να σημαίνει στην επιστήμη και τα μαθηματικά μια πρακτική διερευνητικής διδασκαλίας (βλ. Σχήμα 1), (αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013). Λόγω των διαφορετικών κατανοήσεων της διερευνητικής μάθησης, όπως συζητήθηκε παραπάνω, και λόγω των διαφορετικών προοπτικών των χωρών που συμμετέχουν στο Primas, το project χρησιμοποίησε έναν πολύ ευρύτερο ορισμό της (βλ. Σχήμα 2), (αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013). Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό, η διερευνητική μάθηση θεωρείται ως μια πολύπλευρη κουλτούρα διδασκαλίας και εκμάθησης, που βλέπει τη διαδικασία της έρευνας κεντρική για τη μάθηση, αλλά τονίζει επίσης ότι:

- Οι μαθητές κατασκευάζουν νοήματα,
- Η ουσιαστική μάθηση λαμβάνει χώρο σε ένα κοινωνικό πλαίσιο,
- Η μάθηση υποστηρίζεται από ουσιαστικά πλαίσια (όπου βρίσκεται νόηση) και
- Η μάθηση είναι μια διαλογική διαδικασία (βλ. Cunningham & Helms, 1998· Duit & Treagust, 1998· Mortimer & Scott, 2003, αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013).



Σχήμα 1: Πολύπλευρο μοντέλο διερευνητικής μάθησης (Engeln, Euler & Maass, 2013)

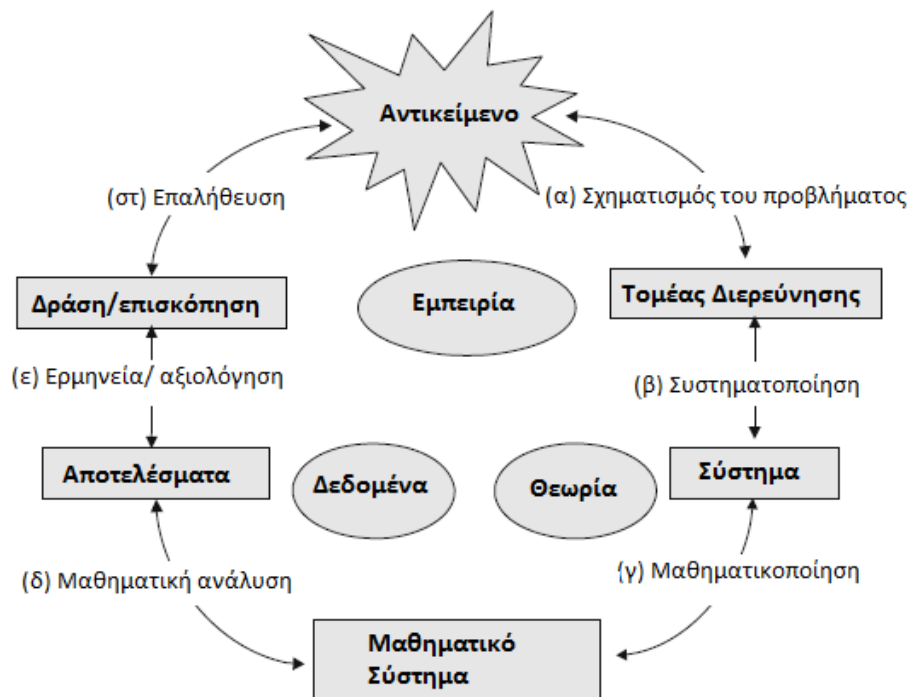
Για αρκετές δεκαετίες, ερευνητικές προσεγγίσεις και διδακτικές πρακτικές αναπτύχθηκαν για τη θεωρητικοποίηση και την προώθηση της μαθηματικής μάθησης μέσω της κατανόησης. Αυτές οι θεωρίες έχουν αναγκαστικά επηρεάσει τον τρόπο με τον οποίο η μαθηματική εκπαίδευση υποστηρίζει σήμερα την διερευνητική μάθηση (Artigue & Blomhøj, 2013). Στην προσπάθεια της εννοιοποίησης της διερευνητικής μαθηματικής μάθησης, συχνά γίνονται αναφορές:

- Στην επίλυση προβλήματος (Problem Solving)
- Στην TDS (Theory of Didactical Situations) που ξεκίνησε από τον Brousseau.
- Στην RME (Realistic Mathematics Education) που ξεκίνησε από τον Freudenthal (1905-1990)
- Στη μοντελοποίηση (βλ. Σχήμα 3)
- Στην ATD (Anthropological Theory of Didactics)

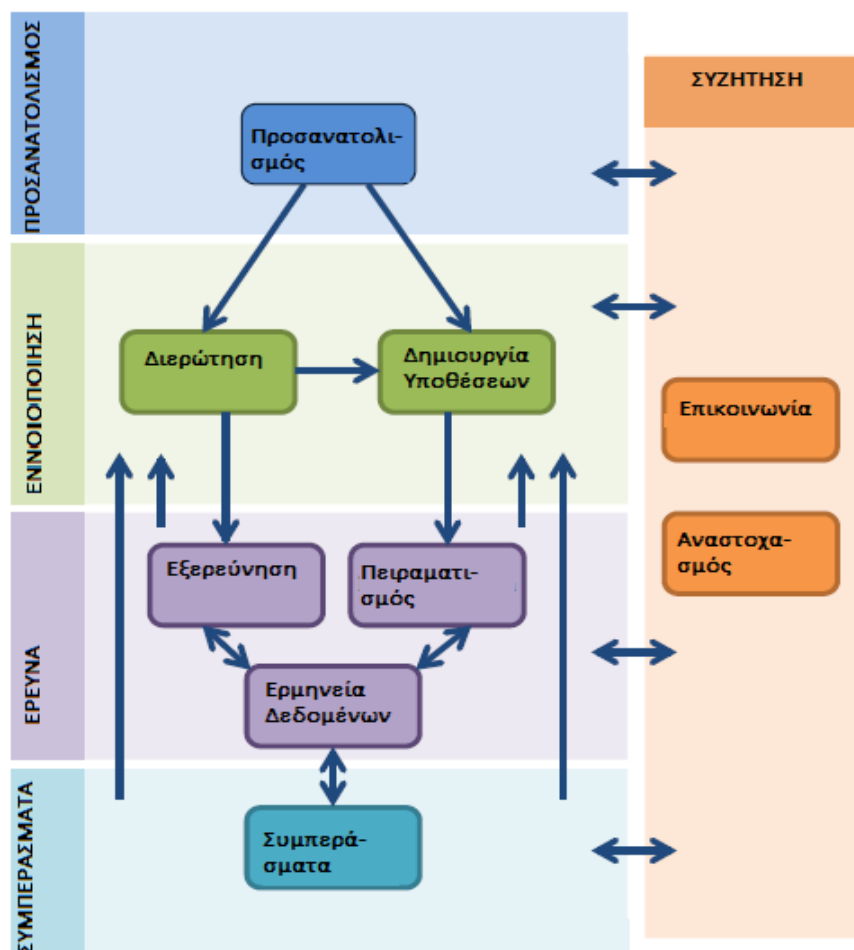


Σχήμα 2: Ο λειτουργικός ορισμός της διερευνητικής μάθησης σύμφωνα με το PRIMAS project (αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013)

Οι ορισμοί του διερευνητικού κύκλου στην ως τώρα βιβλιογραφία ποικίλουν. Στο έργο τους οι Pedaste, κ.ά. (2015), για αυτό το λόγο, κάνοντας μια βιβλιογραφική ανασκόπηση και σύνθεση (60 άρθρα), κατέληξαν στον διερευνητικό κύκλο (βλ. Σχήμα 4), και στάδια διερεύνησης (βλ. Πίνακας 1), που παρουσιάζονται παρακάτω.



Σχήμα 3: Μια διαδικασία μαθηματικής μοντελοποίησης με έξι υπο-διαδικασίες και ένδειξη της γνωσιακής βάσης που αποτελούνται από στοιχεία διαφορετικής επιστημολογικής φύσης (Blomhøj, 2004, αναφορά στο Artigue & Blomhøj, 2013)



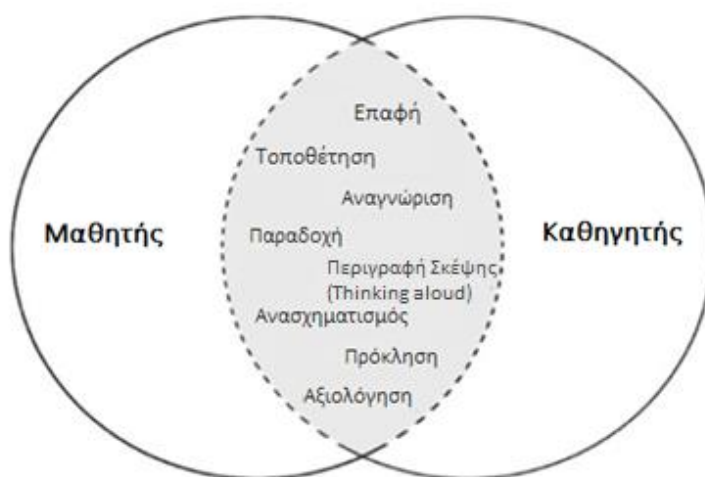
Σχήμα 4: Πλαίσιο διερευνητικής μάθησης (γενικές φάσεις, επιμέρους φάσεις και οι σχέσεις τους (Pedaste κ.ά., 2015)

Γενικές Φάσεις	Ορισμός	Επιμέρους Φάσεις	Ορισμός
Προσανατολισμός	Η διαδικασία τόνωσης της περιέργειας για ένα θέμα και η αντιμετώπιση μιας μαθησιακής πρόκλησης μέσω μιας δήλωσης προβλήματος		
Εννοιοποίηση	Η διαδικασία της δήλωσης θεωρητικών ερωτήσεων και / ή υποθέσεων.	Διερώτηση	Η διαδικασία δημιουργίας ερευνητικών ερωτημάτων με βάση το προαναφερθέν πρόβλημα.
		Δημιουργία υποθέσεων	Η διαδικασία δημιουργίας υποθέσεων σχετικά με το δηλωμένο πρόβλημα.
Έρευνα	Η διαδικασία σχεδιασμού εξερεύνησης ή πειραματισμού, συλλογής και ανάλυσης δεδομένων βάσει πειραματικού σχεδιασμού ή εξερεύνησης.	Εξερεύνηση	Η διαδικασία της συστηματικής και προγραμματισμένης παραγωγής δεδομένων με βάση ένα ερευνητικό ερώτημα.
		Πειραματισμός	Η διαδικασία σχεδιασμού και διεξαγωγής ενός πειράματος προκειμένου να δοκιμαστεί μια υπόθεση.
		Ερμηνεία δεδομένων	Η διαδικασία νοηματοδότησης των συλλεχθέντων δεδομένων και η σύνταξη νέων γνώσεων.
Συμπεράσματα	Η διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων από τα δεδομένα. Συγκρίνοντας συμπεράσματα με βάση δεδομένα με υποθέσεις ή ερευνητικά ερωτήματα.		
Συζήτηση	Η διαδικασία παρουσίασης πορισμάτων συγκεκριμένων φάσεων ή ολόκληρου του κύκλου της έρευνας μέσω της επικοινωνίας με άλλους ή / και του ελέγχου της όλης της διαδικασίας μάθησης ή των φάσεων της, συμμετέχοντας σε αναστοχαστικές δραστηριότητες.	Επικοινωνία	Η διαδικασία παρουσίασης των αποτελεσμάτων μιας φάσης έρευνας ή ολόκληρου του κύκλου έρευνας σε άλλους (συνομηλίκους, δάσκαλοι) και συλλογή ανατροφοδοτήσεων από αυτούς. Συζήτηση με άλλους.
		Αναστοχασμός	Η διαδικασία της περιγραφής, της κριτικής, της αξιολόγησης και της συζήτησης ολόκληρου του κύκλου της έρευνας ή μιας συγκεκριμένης φάσης. Εσωτερική συζήτηση.

Πίνακας 1: Φάσεις και επιμέρους φάσεις του συνθετικού πλαισίου διερευνητικής μάθησης (Pedaste κ.α., 2015).

Εκ πρώτης όψεως, η επίλυση προβλήματος στα μαθηματικά και η διερεύνηση στην επιστήμη, είναι λίγο πολύ το ίδιο φαινόμενο. Ωστόσο, σε ένα βαθύτερο επίπεδο, όπως οι Artigue και Blomhøj (2013) επισημαίνουν, υπάρχει μια σημαντική διαφορά μεταξύ της μαθηματικής διερεύνησης και της μαθησιακής διερεύνησης στην επιστήμη: « Το πεδίο για διερεύνηση στην IBME είναι ευρύτερο από εκείνο της IBSE». Πηγές ερωτήσεων για την IBME προέρχονται τόσο από μαθηματικές εφαρμογές σχεδόν σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας, όσο και από τα ίδια τα μαθηματικά αντικείμενα. Στην σχολική πρακτική, ωστόσο, η επιστημονική διερεύνηση και η μαθηματική επίλυση προβλήματος, μοιάζουν πολύ. Και στα δύο ο μαθητής είναι ένας ενεργός πράκτορας που εξερευνεί τις πτυχές του μαθήματος, χρησιμοποιώντας τες ώστε να απευθύνει καταστάσεις, όπως θα έκανε ένας επιστήμονας ή μαθηματικός. Ο καθηγητής οδηγεί το βίωμα του μαθητή έτσι ώστε πιθανά αυτό να ενσωματωθεί στο σχολικό πρόγραμμα σπουδών. Και στις δύο περιπτώσεις, ο σκοπός είναι να προσελκύσουν περισσότερους μαθητές στο υποκείμενο και τη μελέτη του (Schoenfeld & Kilpatrick, 2013).

Στη μελέτη των Alrø και Skovsmose (2002), οι διαλογικές αλληλεπιδράσεις είναι στον πυρήνα της θεωρίας τους. Από την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων της σχολικής τάξης και από θεωρητικές αναλύσεις, αυτοί οι ερευνητές έχουν αναγνωρίσει διαλογικά στοιχεία που είναι απαραίτητα για την επικοινωνία και τη διαπραγμάτευση των προθέσεων, για την προαγωγή και το διαμοιρασμό αναστοχασμών καθώς και για την ενθάρρυνση και την εκτίμηση της κριτικής (βλ. Σχήμα 5). Αυτό το μοντέλο ενισχύει την κατανόησή μας για τη σημασία και τη δομή των διαλογικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ του καθηγητή και των μαθητών στην μαθηματική διδασκαλία, και παρέχει ένα μοντέλο που μπορεί να θεωρηθεί ως εργαλείο για την υποστήριξη των αλληλεπιδράσεων των καθηγητών και των μαθητών, στα πλαίσια της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης.



Σχήμα 5: Το μοντέλο διερευνητικής συνεργασίας (Alrø & Skovsmose, 2002).

Όπως αναφέρουν οι Bruder και Prescott (2013), σε γενικές γραμμές, υπάρχουν δύο βασικές έννοιες διδασκαλίας: δασκαλο-κεντρική (όπου η νέα γνώση μαθαίνεται χρησιμοποιώντας μαθηματικούς ορισμούς, κανόνες, πλαίσια και μεθόδους που δίνονται από το δάσκαλο) ή μαθητο-κεντρική (όπου η νέα γνώση ανακαλύπτεται από τους μαθητές με περισσότερη ή λιγότερη βοήθεια ή άμεση καθοδήγηση από το δάσκαλο). Το ερώτημα για το ποιο είδος μεθόδου εκμάθησης έχει τα καλύτερα (ατομικά) μαθησιακά αποτελέσματα ήταν πάντα στο επίκεντρο της εμπειρικής έρευνας σχετικά με τη διδασκαλία στην τάξη. Οι στόχοι, τα ερωτήματα και τα αποτελέσματα τέτοιου είδους έρευνας (βλ. Anderson, 2002· Barron & Darling-Hammond, 2008· Ergul κ.α., 2011· Thomas, 2000, αναφορά στο Bruder & Prescott, 2013) είναι κεντρικά σε πιο πρόσφατες έρευνες σχετικές με τη διερευνητική μάθηση. Ωστόσο, ακόμη δεν υπάρχει κοινή κατανόησή της (Maaß & Doorman, 2013). Η διερευνητική μάθηση εντάσσεται στη γενικότερη κατηγορία της ενεργητικής μάθησης στα μαθηματικά, η οποία περιλαμβάνει και άλλες μεθόδους διδασκαλίας, οι οποίες δεν βασίζονται στη διάλεξη. Η ενεργητική μάθηση δεν έχει, απλώς, αποκτήσει δημοτικότητα, αλλά και η έρευνα έχει δείξει ότι είναι αποτελεσματική. Τα στοιχεία δείχνουν ότι η ενεργητική μάθηση, κατά μέσο όρο, αυξάνει τους βαθμούς των μαθητών και την εννοιολογική κατανόηση στα μαθήματα επιστήμης, των μαθηματικών, της μηχανικής και της τεχνολογίας (STEM) (Freeman κ.α., 2014, αναφορά στο Capaldi, 2015). Έρευνα, ειδικά σε μαθήματα λογισμού/ανάλυσης, έχει δείξει ότι η παραδοσιακή διδασκαλία μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλά επίπεδα εννοιολογικής κατανόησης (Erstein, 2013, αναφορά στο Capaldi, 2015). Η διαδραστική συμμετοχή στην ανάλυση, όταν χρησιμοποιείται σωστά με γρήγορη εκτίμηση και ανατροφοδότηση στους μαθητές, έχει τουλάχιστον εξίσου καλό αποτέλεσμα στην υπολογιστική ικανότητα όπως συμβαίνει σε μια τάξη που βασίζεται στη διάλεξη, ενώ βελτιώνει την εννοιολογική μάθηση. Τα αποτελέσματα αυτά παραμένουν ακόμα και όταν υπάρχουν διαφοροποιήσεις στο μέγεθος της τάξης, την εμπειρία εκπαιδευτή, το βιβλίο, καθώς και άλλες μεταβλητές (Erstein, 2013, αναφορά στο Capaldi, 2015).

Είναι λογικό να υποτεθεί ότι όλες αυτές οι παραλλαγές της διερευνητικής μάθησης δεν είναι εξίσου αποτελεσματικές στην ίδια τη διδακτική και μαθησιακή κατάσταση. Για παράδειγμα, η διερευνητική μάθηση μπορεί να διαφοροποιείται ανάλογα με το είδος και την πολυπλοκότητα των προβλημάτων, το βαθμός της μαθητο-κεντρικής μάθησης, αλλά και τη σειρά του προβλήματος και την παρουσίαση πληροφοριών (Walker & Leary, 2009, αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013). Όπως αναφέρεται στους Bruder και Prescott (2013), οι Kremer και Schluter (2006) ανέλυσαν τη διερευνητική μάθηση και τη διέκριναν σε:

- Δομημένη Διερεύνηση: Ο εκπαιδευτικός δίνει στους μαθητές ένα πρόβλημα ή ένα ερώτημα που πρέπει να επιλυθεί, καθώς και την κατάλληλη μέθοδο και τα υλικά για την επίλυσή του.
- Καθοδηγούμενη διερεύνηση: Ο δάσκαλος παρέχει στους μαθητές τα προβλήματα ή τις ερωτήσεις και τα απαραίτητα υλικά. Οι μαθητές πρέπει να βρουν τις κατάλληλες στρατηγικές και μεθόδους επίλυσης προβλημάτων.
- Ανοιχτή διερεύνηση: Οι μαθητές πρέπει να βρουν προβλήματα ή ερωτήσεις που θα ήθελαν να λύσουν και να απαντήσουν. Αποφασίζουν επίσης τις μεθόδους και τα υλικά που θα ήθελαν να χρησιμοποιήσουν.

Τα περισσότερα projects διερευνητικής μάθησης έδειξαν κάποια θετικά οφέλη για τους μαθητές, μερικές φορές τα κέρδη ήταν στα μαθηματικά επιστημονικά περιεχόμενα, αλλά τις περισσότερες φορές τα κέρδη αφορούσαν στις διαδικασίες. Τα projects Καθοδηγούμενης διερεύνησης έδειξαν τα μεγαλύτερα κέρδη τόσο στο περιεχόμενο όσο και στη διαδικασία, αλλά είναι δύσκολη η γενίκευση των αποτελεσμάτων λόγω των διαφορετικών μεθοδολογιών, των συμμετεχόντων και της διάρκειας των σπουδών (Bruder & Prescott, 2013).

Ακόμα κι αν υπάρχει μια ισχυρή πεποίθηση ότι η εκπαίδευση της επιστήμης και των μαθηματικών μπορεί να βελτιωθεί μέσω της εφαρμογής της διερευνητικής μάθησης, η αποτελεσματικότητά της δεν έχει ακόμη εδραιωθεί (Bruder & Prescott, 2013). Είναι δύσκολο να αποκτηθούν αξιόπιστα στοιχεία από εμπειρικές μελέτες, διότι το φάσμα της διερευνητικής μάθησης είναι τεράστιο και τα ευρήματα της έρευνας εξαρτώνται, ιδιαίτερα, από το πλαίσιο (βλ. Alfieri κ.α., 2011· Anderson, 2002· Trundle κ.α., 2010, αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013). Επιπλέον, μια άμεση σύγκριση με πιο δομημένες διδακτικές προσεγγίσεις είναι περίπλοκη, γιατί αυτές οι προσεγγίσεις συχνά δίνουν έμφαση σε διαφορετικά διδακτικά αντικείμενα. Παρά τους περιορισμούς αυτούς, τα αποτελέσματα πρόσφατων μετα-αναλύσεων επιβεβαιώνουν τα οφέλη της διερευνητικής εκπαίδευσης από την εμπειρική έρευνα (Maass & Artigue, 2013, αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013). Οι Seidel και Shavelson (2007) καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι οι δραστηριότητες σε συγκεκριμένους τομείς όπως η μαθηματική επίλυση προβλημάτων και η επιστημονική έρευνα είχε τη μεγαλύτερη επίδραση στο μαθησιακό αποτέλεσμα. Στην μετα-ανάλυση τους, οι Minner, κ.ά. (2010) βρίσκουν ότι η «διδασκαλία στο πλαίσιο του διερευνητικού κύκλου» έχει θετική επίδραση στη γνώση περιεχομένου (content learning) των μαθητών. Στη μετα-ανάλυση του Hattie (2009, σελ 209-210) καταλήγει στο ότι

συνολικά, η διερευνητική διδασκαλία φάνηκε να παράγει μεταβιβάσιμες δεξιότητες κριτικής σκέψης καθώς και σημαντικά οφέλη, τη βελτίωση της επιτυχίας και βελτιωμένη στάση απέναντι στο μάθημα (αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013) .

Από την άλλη μεριά, υπάρχουν αρκετοί παράγοντες που αναχαιτίζουν την εφαρμογή της διερευνητικής μάθησης στα σχολικά πλαίσια. Ένα από τα κύρια εμπόδια για την εφαρμογή της διερευνητικής μάθησης στην τάξη είναι οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία και τη μάθηση. Πολλοί εκπαιδευτικοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι οποιαδήποτε προσπάθεια εφαρμογής καινοτόμων παιδαγωγικών πρακτικών πρέπει να εξετάσει τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών από την αρχή (Harwood κ.α., 2006· Simmons κ.α., 1999· Wideen κ.α., 1998, αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013). Επιπλέον, η σχέση μεταξύ των πρακτικών στην τάξη, τα μαθησιακά αποτελέσματα των μαθητών καθώς οι πεποιθήσεις και οι συμπεριφορές των εκπαιδευτικών, είναι εξαιρετικά πολύπλοκες, και αλληλοεπηρεάζονται αμφίδρομα (Guskey 2000, 2002, αναφορά στο Engeln, κ.ά., 2013). Όταν, για παράδειγμα, ένας δάσκαλος πιστεύει ακράδαντα ότι η διδασκαλία είναι καλή και αποτελεσματική, όταν ένας κανόνας πρώτα εξηγείται στους μαθητές και οι μαθητές μετά κάνουν ασκήσεις, τότε μια τέτοια πεποίθηση είναι αντίθετη με την εφαρμογή της διερευνητικής μάθησης (βλ. Engeln, κ.ά., 2013, βασική μελέτη πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών σε 12 διαφορετικές χώρες).

Επιπλέον, μια κοινή ανησυχία για τη διερευνητική μάθηση είναι το ζήτημα της κάλυψης (της σχολικής ύλης), όπως ορίστηκε από τους Yoshinobu και Jones (2012) ως η ομάδα δυσκολιών που αναδύεται στην προσπάθεια κάλυψης μιας μακροσκελούς λίστας θεμάτων. Τα μαθήματα μαθηματικών, ιδιαίτερα εκείνα που πληρούν μια βασική προϋπόθεση, συχνά πρέπει να καλύπτουν έναν συγκεκριμένο κατάλογο θεμάτων που προετοιμάζουν τους μαθητές για τη μελλοντική πορεία(ες) ή τα σταθμισμένα τεστ. Οι διαλέξεις επιτρέπουν τον ελεγχόμενο προγραμματισμό και μπορούν να διασφαλίσουν ότι οι μαθητές εκτίθενται σε όλη την απαραίτητη ύλη. Ωστόσο, το να διατρέχεται η ύλη τόσο γρήγορα μπορεί να έχει αρνητικές επιπτώσεις (Yoshinobu & Jones, 2012). Μια άλλη συνέπεια της εστίασης στο «τι υλικό καλύπτεται» από το «πως αυτό καλύπτεται» είναι ότι πολύ μαθητές αποφεύγουν τις κατευθύνσεις που περιέχουν μαθηματικά μαθήματα, και γενικότερα μαθήματα STEM (Εκπαιδευτική Ρομποτική, Επιστήμη, Τεχνολογία & Μαθηματικά). Μια κοινωνιολογική μελέτη βρήκε τέσσερις κύριους παράγοντες που επηρεάζουν τις αποφάσεις των μαθητών να εγκαταλείψουν μαθήματα επιστήμης, μαθηματικών και μηχανικής (SME). Είναι η έλλειψη / απώλεια ενδιαφέροντος για αυτά τα μαθήματα, η καλύτερη εκπαίδευση / περισσότερο ενδιαφέρον σε μη SME μαθήματα, η

φτωχή διδασκαλία του διδακτικού προσωπικού των μαθημάτων SME, και η υπερφόρτωση του προγράμματος σπουδών ή οι γρήγοροι ρυθμοί στις τάξεις των SME (Seymour & Hewitt, 1997, αναφορά στο Yoshinobu & Jones, 2012). Αντί η κάλυψη της ύλης να αποτελεί πρώτη προτεραιότητα οι Yoshinobu και Jones (2012) υποστηρίζουν ότι έμφαση θα πρέπει να δοθεί στη «μαθηματική επιδεξιότητα», η οποία έχει πέντε συστατικά:

1. Εννοιολογική κατανόηση
2. Διαδικαστική ευχέρεια
3. Στρατηγική ικανότητα
4. Προσαρμοστική συλλογιστική (προσαρμογή ιδεών για άλλα προβλήματα)
5. Παραγωγική διάθεση (το να έχεις τη σωστή στάση)

Οι παραδοσιακές μέθοδοι διδασκαλίας παράγουν θετικά αποτελέσματα στη διαδικαστική ευχέρεια, αλλά αρνητική επίδραση στους υπόλοιπους τέσσερεις παράγοντες (Yoshinobu & Jones, 2012). Η διερευνητική μάθηση μπορεί να επωφεληθεί τους μαθητές και στις πέντε κατηγορίες, και δεν εμποδίζει κατ' ανάγκη την κάλυψη της ύλης.

Η παραπάνω ανάλυση οδήγησε σε μια ευρεία εννοιοποίηση της διερεύνησης στη μάθηση των μαθηματικών ως μια εκπαιδευτική προοπτική, που στοχεύει στο να προσφέρει στους μαθητές την ευκαιρία να βιώσουν την εποικοδομητική ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης. Έτσι η διερεύνηση στη μάθηση των μαθηματικών γίνεται ένα ισχυρό εργαλείο δράσης, στις προσωπικές και συλλογικές προσπάθειες απάντησης ενός σημαντικού ερωτήματος, κάνοντας αυτές τις εμπειρίες όχι απλώς ανέκδοτες αλλά εμπνευσμένες και δομικές για ολόκληρο το εκπαιδευτικό εγχείρημα. Όπως και στη διερεύνηση στη μάθηση της επιστήμης, οι διερευνητικές πρακτικές στα μαθηματικά εμπλέκουν διάφορους τύπους δραστηριοτήτων που συνδυάζονται στις διερευνητικές διαδικασίες: επεξηγηματικές ερωτήσεις· επίλυση προβλήματος· μοντελοποίηση και μαθηματοποίηση· ψάξιμο για πηγές και ιδέες· εξερεύνηση· ανάλυση δεδομένων· πειραματισμός· εικασία· έλεγχος, επεξήγηση, αιτιολόγηση, επιχειρηματολογία και απόδειξη· ορισμός και δομή· σύνδεση, αναπαράσταση και επικοινωνία. Αυτές οι δράσεις συνεισφέρουν στη γνώση και στις ικανότητες των μαθητών, αλλά και στον σχηματισμό των διανοητικών, διερευνητικών συνηθειών τους. Για την εννοιοποίηση αυτή πρέπει να ληφθεί υπόψη η ιδιαίτερη φύση της μαθηματικής διερεύνησης και η απαραίτητη συνεισφορά της εσωτερικής διερεύνησης για την ανάπτυξη και δόμηση των μαθηματικών, ο συσσωρευτικός χαρακτήρας των οποίων δεν θα πρέπει να υποτιμάται (Artigue & Blomhøj, 2013).

2.2. Μαθηματικά και Χώρος Εργασίας- Το πρόγραμμα Mascil

Υπήρξε μεγάλη ανησυχία εδώ και πολλά χρόνια για το πώς να ταιριάζει καλύτερα η επιστήμη με τα κίνητρα, τα μυαλά και τους τρόπους γνώσης των μικρών παιδιών. Στο πλαίσιο της διεθνούς κοινότητας εκπαιδευτικών της επιστήμης, υπάρχει επίσης μια ανησυχία για το μειούμενο ενδιαφέρον για την επιστήμη (Επιτροπή, EACEA, Eurymdice 2012), γεγονός που μπορεί ασφαλώς να επηρεάσει όχι μόνο τις επιδόσεις και τα επιτεύγματα των μαθητών σε αυτόν τον τομέα, αλλά και τις δυνατότητες της εκπαίδευσης των μελλοντικών επιστημόνων, που μπορούν να οδηγήσουν την έρευνα και την καινοτομία στις γνωσιο-κεντρικές κοινωνίες μας. Μαζί με αυτές τις ανησυχίες δίνεται επίσης έμφαση όχι μόνο στην απόκτηση γνώσης, αλλά και στην ανάπτυξη δεξιοτήτων, ικανοτήτων και επιστημονικών πρακτικών (NRC, 2012, αναφορά στο Ariza, κ.ά., 2014). Τέτοιες πρακτικές μπορούν να επιτρέψουν στα άτομα να χρησιμοποιούν και να μεταφέρουν γνώση για να προσαρμοστούν σε νέες καταστάσεις, να λύσουν προβλήματα, να κατανοήσουν και να αξιολογήσουν τις πληροφορίες που τους παρουσιάζονται μέσω των μέσων ενημέρωσης και να αναπτύξουν δεξιότητες δια βίου μάθησης (Ariza, κ.ά., 2014).

Οι περισσότεροι ερευνητές συμφωνούν ότι μία από τις βασικές δυσκολίες της διδασκαλίας των μαθηματικών είναι η αδύναμη σύνδεση με την πραγματική ζωή. Σύμφωνα με τους Gravemeijer, Cobb, Bowers και Whitenack (2000), οι γνωστικές δυσκολίες των μαθητών οφείλονται στο κενό που υπάρχει μεταξύ της καθημερινής ζωής και των φορμαλιστικών μαθηματικών. Πιστεύουν ότι το κενό μπορεί να γεφυρωθεί, επειδή η καθημερινή εμπειρία και τα αφηρημένα μαθηματικά δεν είναι εντελώς διαφορετικές οντότητες. Προτείνεται, έτσι, μια προοδευτική διαδικασία μαθηματοποίησης, στην οποία τα φορμαλιστικά μαθηματικά χτίζονται ως μια φυσική επέκταση της εμπειρικής πραγματικότητας των μαθητών (Gravemeijer, κ.ά., 2000, αναφορά στο Kosynas, 2016).

Ο χώρος εργασίας μπορεί να λειτουργήσει ως πηγή πολύτιμων καταστάσεων, σημαντικών συνθηκών για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία των επιστημών, καθώς μπορούν να υποστηρίξουν τη μάθηση μέσω της αλληλεπίδρασης στον κοινωνικό και υλικό κόσμο (Derry & Steinkuehler, 2006, αναφορά στο Potari, Psycharis, Spiliotopoulou, Triantafyllou, Zachariades, 2014). Η κατάσταση γίνεται πιο σύνθετη όταν οι δραστηριότητες

αναφέρονται σε ρεαλιστικά περιβάλλοντα και εργασιακά περιβάλλοντα που θέτουν στους εκπαιδευτικούς και τους μελλοντικούς εκπαιδευτικούς νέες προκλήσεις που σχετίζονται με την προσαρμογή αυτών των δραστηριοτήτων στο σχολικό πλαίσιο, στη διαχείριση της τάξης και στη διαδικασία δημιουργίας δεσμών μεταξύ του πλαισίου και των μαθηματικών και επιστημονικών εννοιών και διαδικασιών (Ainley, 2011· Roth, Mc Ginn & Bowen, 1998, αναφορά στο Potari, κ.ά., 2014). Προς αυτή την κατεύθυνση, η έρευνα στον τομέα της επιστήμης και της μαθηματικής εκπαίδευσης υποδεικνύει την ανάγκη μιας προοπτικής στην ενσωμάτωση της διερεύνησης στη διδασκαλία (Crawford, 2007· Friedrichsen & Dana, 2005· Hogan & Morony, 2000· Nicol, 2002· Windschitl, 2004, αναφορά στο Potari, κ.ά., 2014).

Ένας συνδυασμός των διερευνητικών δραστηριοτήτων μάθησης και του αυθεντικού εργασιακού χώρου διευκολύνει τα προβλήματα που ανατίθενται στους μαθητές. Η χρήση των δραστηριοτήτων που σχετίζονται με την αυθεντική εργασία επιτρέπει την ανάπτυξη παιδαγωγικών στρατηγικών που θα φέρουν τον μαθητή πιο κοντά στα αφηρημένα μαθηματικά. Οι μαθητές, που προσποιούνται ότι είναι επαγγελματίες, καλούνται να συνδυάσουν τις γνώσεις τους για να αντιμετωπίσουν τις διερευνητικές δραστηριότητες. Επιπλέον, οι μαθητές μπορούν να αναγνωρίσουν τους περιορισμούς και τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν πολλοί εργαζόμενοι σε αυθεντικές καταστάσεις εργασίας χρησιμοποιώντας μαθηματικά (Wake, 2014). Οι μαθητές καλούνται να διερευνήσουν και να μοντελοποιήσουν πραγματικά προβλήματα, τα οποία προέρχονται από τον αυθεντικό κόσμο της εργασίας. Τα αυθεντικά προβλήματα στο χώρο εργασίας προκύπτουν από κοινές πραγματικές καταστάσεις ζωής και η λύση χρησιμοποιείται σε χώρους εργασίας πραγματικής ζωής. Στο πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης, οι μαθητές συμμετέχουν σε δραστηριότητες που τους ενθαρρύνουν να διερευνήσουν προβληματικές καταστάσεις. Ο χώρος εργασίας αυτής της έρευνας ήταν το βασικό πλαίσιο στο οποίο εργάστηκαν οι μαθητές. Στο μέλλον, οι μαθητές θα αντιμετωπίσουν αυθεντικά προβλήματα και ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους για την επίλυσή τους, παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Επομένως, η έρευνα της καινοτομίας εξαρτάται από την αυθεντικότητα της δραστηριότητας και τον διαφορετικό προσανατολισμό στην υπάρχουσα εμπειρία των μαθητών στο σχολείο (Triantafillou & Potari, 2014). Συνάγεται, έτσι, το συμπέρασμα ότι οι μαθησιακές εργασίες που έχουν τεθεί στον κόσμο της εργασίας προσφέρουν ισχυρές ευκαιρίες για την ανάπτυξη ουσιαστικής και τοποθετημένης μάθησης αυξάνοντας τα κίνητρα των μαθητών. Τα ευρήματα της έρευνας δείχνουν ότι οι μαθητές βιώνουν και κατανοούν τη λειτουργικότητα, το σκοπό και τη χρησιμότητα της γνώσης στον χώρο εργασίας (Ainley κ.α., 2006· Dierdorp, 2010· Mazereeuw, 2013, αναφορά στο Ariza, κ.ά., 2014). Ο Gilbert (2006) θεωρεί ότι με αυτό τον

τρόπο δημιουργείται ένα πολύ ελπιδοφόρο μοντέλο στη διδακτική των φυσικών επιστημών (Prins, 2010· Dierdorp, κ.ά., 2010). Άλλα ερευνητικά ευρήματα δείχνουν ότι οι μαθητές είναι σε θέση να κατανοήσουν τη λειτουργία, το σκοπό και τη χρησιμότητα της επιστημονικής γνώσης στον χώρο εργασίας (Ainley, Pratt & Hansen, 2006· Dierdorp, 2010· Mazereeuw, 2013). Για να συμβεί αυτό, ωστόσο, είναι σημαντικό οι αντίστοιχες δραστηριότητες να είναι συμβατές με τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος και να αξιοποιούν το χώρο εργασίας για την ανάδειξη αυθεντικών πρακτικών που συνδέονται με τα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες (Hoyles & Noss, 2010, αναφορά στον οδηγό Mascil, 2014).

Οι Choutou, Kotteakos, Vonta, και Zisimopoulou (2014) σχεδίασαν μια διδακτική παρέμβαση στο μαθηματικό πεδίο της γεωμετρίας, με πλαίσιο τον εργασιακό κόσμο. Η ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών έδειξε ότι η πλειοψηφία των μαθητών βρήκε τη δραστηριότητα πραγματικά ευχάριστη και σημαντική. Μερικά από τα χαρακτηριστικά που θεωρούσαν ως οφέλη της διερευνητικής δραστηριότητας ήταν η χρήση πρακτικών υλικών, η ομαδική συνεργασία, οι στρατηγικές που αναπτύσσονταν για την επίλυση του προβλήματος, η αυτοαξιολόγηση και η σύνδεση με τον πραγματικό κόσμο. Συγκεκριμένα, στην ερώτηση: «Τι θα αλλάζετε στον τρόπο με τον οποίο διδάχθηκε το μάθημα;» η απάντηση του μαθητή ήταν: «Δεν θα άλλαζα τίποτα, γιατί ήταν ένα πρωτότυπο και δημιουργικό μάθημα που συνδυάζονταν με την μάθηση και τη σκέψη [...] Με ένα περιστασιακό τρόπο και επιτρέποντας σε εμάς να αισθανόμαστε ελεύθεροι να λύσουμε το πρόβλημα μέσω της συνεργασίας». Μια άλλη τυπική απάντηση στην ερώτηση: «Τι σας άρεσε και τι όχι;» ήταν: « Η τεχνική υποστήριξη (δηλαδή χειροκίνητα υλικά, , κομμάτια χαρτιών, δείκτες) έκανε το μάθημα πιο ζωντανό και διασκεδαστικό. Ήταν πολύ ενδιαφέρον το γεγονός ότι μας καθοδήγησαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να καταλήξουμε στα συμπεράσματά μας και να βρούμε τις απαντήσεις». Επιπλέον, στο ερώτημα: «Μάθατε τίποτα από αυτή την εμπειρία;» μια απάντηση ήταν: «Προσωπικά, έμαθα ότι η γεωμετρία είναι μέρος της ζωής μας και έτσι πρέπει να γνωρίζουμε τα βασικά. Επίσης, έμαθα όλα τα βήματα που απαιτούνται για την επίλυση ενός προβλήματος». Επίσης, επεσήμαναν ότι αυτή η δραστηριότητα επιτρέπει τον συνδυασμό της προϋπάρχουσας γνώσης με τη νέα: «Έμαθα με ποιο τρόπο έπρεπε να βρω προηγούμενη γνώση και πώς να συνδυάσω όλα αυτά στο μυαλό μου για να πετύχω τον σκοπό μου. Επιπλέον, έμαθα την έννοια της συνεργασίας και της ανταλλαγής ιδεών με τους συμμαθητές μου». Σύμφωνα με αυτό το πλαίσιο, ανέφεραν ότι ήταν πολύ ενδιαφέρον το γεγονός ότι η διαδικασία μάθησης ήταν βιωματική και ότι είχαν την ευκαιρία να πειραματιστούν και να εξερευνήσουν. Τέλος, επεσήμαναν την αφοσίωση των αδύναμων μαθητών κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Συγκεκριμένα, στην

ερώτηση: «Μάθατε τίποτα από όλη αυτή την εμπειρία;», η απάντηση του μαθητή ήταν: «Έμαθα ότι ενώ κάποιοι από εμάς δεν έχουν μεγάλο ενδιαφέρον για το θέμα, ούτε είναι καλοί σε αυτό, μπορούν ακόμα να χρησιμοποιήσουν γενικές γνώσεις και να βοηθήσουν πολύ τους άλλους». Αυτή η εφαρμογή, λοιπόν, ήταν μια πειστική εμπειρία για όλους, θεωρώντας ότι η εργασία ως επαγγελματίες μπορεί να είναι πολύ ενδιαφέρουσα για τους μαθητές που ενδιαφέρονται, αλλά και για εκείνους που δεν ενδιαφέρονται τόσο για τα μαθηματικά.

Ο Kosynas (2016) στην εργασία του εξέτασε τις δυνατότητες και τις δυσκολίες συμμετοχής των 15χρονων μαθητών σε ένα αυθεντικό πρόβλημα του κόσμου της εργασίας, θέτοντας τα εξής ερευνητικά ερωτήματα: (α) Το πρόβλημα του ηλιακού πάνελ προωθούσε την διερεύνηση των μαθητών; (β) Μήπως ο χώρος εργασίας βοήθησε τη συμμετοχή των φοιτητών στην επίλυση του προβλήματος; Ο ίδιος κατέληξε στο συμπέρασμα ότι το πρόβλημα του ηλιακού πάνελ ήταν μια εξαιρετική ευκαιρία για την ενεργή συμμετοχή των μαθητών σε μια αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα. Οι παρατηρήσεις έδειξαν ότι αρχικά η σύνδεση με τις καταστάσεις εργασίας εξέπληξε τους μαθητές και τους καθηγητές. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας, το περιβάλλον του αυθεντικού χώρου εργασίας ευνόησε τη συμμετοχή ολόκληρης της τάξης για να διερευνήσει τη προβληματική κατάσταση και βοήθησε τους μαθητές να εκφράσουν δημιουργικά και συνεργατικά τις έννοιες που σχετίζονται με την επίλυση του προβλήματος. Επιπλέον, οι παρατηρήσεις έδειξαν ότι η σύνδεση με το χώρο εργασίας ήταν συνεπής. Καταληκτικά, συνάχθηκε το συμπέρασμα ότι η συσχέτιση της μάθησης με την αυθεντική κατάσταση στο χώρο εργασίας είναι μια πρόκληση για τη βελτίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών στο λύκειο.

Για όλα τα παραπάνω, απαραίτητη είναι η διάθεση, στους μαθητές, του κατάλληλου διδακτικού υλικού. Αυτό αποτελεί μια πρόκληση για τον εκπαιδευτικό, καθώς είναι αρκετά δύσκολη η εύρεση αυθεντικών δραστηριοτήτων, και κατ' επέκταση δραστηριοτήτων του χώρου εργασίας. Μια πιθανή λύση θα μπορούσε να είναι ο μετασχηματισμός δραστηριοτήτων, με στόχο αυτή την κατεύθυνση. Προκειμένου να είναι ικανοί να σχεδιάσουν και να υποστηρίξουν την διερευνητική μάθηση για τους μαθητές, οι καθηγητές χρειάζεται να βιώσουν και να εξασκήσουν τη διερεύνηση στα μαθηματικά από μόνοι τους (Artigue & Blomhøj, 2013). Έχουν αναπτυχθεί, εντός της ΕΕ, πολλές πρωτοβουλίες προκειμένου να υποστηριχθούν οι εκπαιδευτικοί στην απομάκρυνση από τις παραδοσιακές προσεγγίσεις που βασίζονται στη απλή μετάδοση γνώσης, προς τις διερευνητικές, μαθητοκεντρικές, συνεργατικές παιδαγωγικές. Οι Swan, Pead, Doorman, και Mooldijk (2013) κάνουν λόγο για το πρόγραμμα Επαγγελματικής Ανάπτυξης, το οποίο στηρίζεται στις

κοινότητες εκπαιδευτικών, και σχεδιάστηκε ώστε να βοηθηθούν οι καθηγητές για τη μελέτη και τη σύνθεση αποτελεσματικών συστατικών στρατηγικών διδασκαλίας, οι οποίες περιλαμβάνουν: την επιλογή ουσιαστικών δραστηριοτήτων που μπορούν να επεκταθούν, να ενθαρρύνουν τη λήψη αποφάσεων, τη δημιουργικότητα και την αμφισβήτηση υψηλότερης τάξης (Ahmed, 1987· Watson & Mason, 1998)· τη συνεργατική εργασία και την ανάπτυξη διαλόγου (Alexander, 2008· Mercer, 1995)· να έχουν ως βάση την προηγούμενη γνώση των μαθητών (Black & Wiliam, 1998)· την ενθάρρυνση των μαθητών να εξετάσουν κριτικά τις εναλλακτικές προσεγγίσεις και να επιτύχουν συναίνεση (Inoue, 2011). Οι στόχοι του προγράμματος ήταν να υποστηριχθεί η διερεύνηση των καθηγητών για αποτελεσματικές διερευνητικές παιδαγωγικές. Το Πρόγραμμα Επαγγελματικής Ανάπτυξης έδειξε πολλά χαρακτηριστικά γνωστά ως «αποτελεσματικά»: ήταν συνεπές, και σχετικό με τα τοπικά πλαίσια (Cobb, κ.ά., 2003b), έκανε τους εκπαιδευτικούς να εμπλακούν με την ενεργό και συλλογική συμμετοχή (Garet κ.ά., 1999), εστίασε στη γνώση περιεχομένου των καθηγητών, την παιδαγωγική και τις αρχές τους (Hammerness, κ.ά., 2005), και πρόσφερε υποστήριξη για τη μετάφραση νέων ιδεών στην καθημερινή πρακτική (Lee & Wiliam, 2005). Οι εκπαιδευτικοί εμπλέκονται στο σχεδιασμό, ιδίως στην παροχή παραδειγμάτων της πρακτικής τους, για άλλους εκπαιδευτικούς να εξετάσουν λεπτομερώς (Swan, κ.ά., 2013).

Το Mascil αντιπροσωπεύει τα Μαθηματικά και την Επιστήμη για τη Ζωή και είναι το ακρωνύμιο του Έβδομου Ενπλαισιωμένου Ευρωπαϊκού Project που προτίθεται να βελτιώσει τη μάθηση των Επιστημών και των Μαθηματικών μέσω της δημιουργίας συνδέσεων με τους επαγγελματικούς χώρους. Το Mascil επιδιώκει τη διάχυση της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Η κύρια καινοτομία του Mascil είναι η σύνδεση της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας με τον χώρο εργασίας ώστε να αποκτήσουν νόημα τα μαθηματικά και οι φυσικές επιστήμες για τους μαθητές. Για την πραγματοποίηση των παραπάνω στόχων, έχουν συλλεχθεί και δημοσιοποιηθεί παραδείγματα δραστηριοτήτων και υλικών που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο του έργου σε στενή συνεργασία με τις ερευνητικές ομάδες των χωρών που συμμετέχουν σε αυτό (www.mascil-project.eu). Στην επίσημη ιστοσελίδα του Mascil, υπάρχει ο οδηγός του προγράμματος, όπου παρουσιάζεται το διάγραμμα στο πλαίσιο του Mascil για τον (επανα)σχεδιασμό δραστηριοτήτων μέσα από τα κύρια πεδία του προγράμματος που σχετίζονται με την διερευνητική μάθηση και τις συνδέσεις με το χώρο εργασίας (βλ. Σχήμα 6).

Όπως αναφέρεται στον οδηγό (επανα)σχεδιασμού της επίσημης ιστοσελίδας του Mascil,

στον άξονα 'Διερευνητικές Δραστηριότητες' διακρίνονται τέσσερις παράμετροι των δραστηριοτήτων που υποστηρίζουν τη διερευνητική μάθηση. Στο πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης, οι μαθητές θέτουν ερωτήματα, πειραματίζονται, ερμηνεύουν, αξιολογούν, συνεργάζονται και επικοινωνούν με βάση τα ευρήματά τους. Οι διαδικασίες αυτές υποστηρίζονται από κατάλληλα σχεδιασμένες δραστηριότητες για τους μαθητές που βασίζονται σε καταστάσεις με νόημα. Πρέπει να σημειωθεί ότι κάποιες από αυτές τις καταστάσεις μπορεί να παρουσιάζονται στους μαθητές χωρίς να γίνεται αναφορά στο πρόβλημα που πρέπει να λυθεί. Αυτό το χαρακτηριστικό επιτρέπει στους μαθητές να θέτουν ερωτήματα και να επιλύουν αντίστοιχα (πιθανά) προβλήματα χωρίς να ακολουθούν προκαθορισμένους τρόπους επίλυσης. Η διερευνητική δράση των μαθητών περιορίζεται όταν ασχολούνται με μια δραστηριότητα που βασίζεται σε ένα πρόβλημα που μπορεί να επιλυθεί με ένα συγκεκριμένο τρόπο. Μια δραστηριότητα προτείνεται να ενθαρρύνει την ανάπτυξη πολλαπλών στρατηγικών, παρότι η πορεία επίλυσης που ανακύπτει κατά την εφαρμογή εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το μαθησιακό προφίλ των μαθητών που εργάζονται με αυτή. ως το 'περίβλημα της δραστηριότητας' ('superficial wrapping'), χωρίς να επηρεάζει την δράση των μαθητών και την εξέλιξή της. Οι δραστηριότητες των μαθητών σχετίζονται με αυθεντικές πρακτικές από το χώρο εργασίας. Οι δραστηριότητες αυτές μπορεί να είναι συχνά παρόμοιες με τις δραστηριότητες των εργαζομένων στον αντίστοιχο χώρο εργασίας. Επίσης, ο τρόπος εργασίας των μαθητών μπορεί να περιλαμβάνει χαρακτηριστικά της καθημερινής εργασίας των εργαζομένων, όπως για παράδειγμα μοίρασμα εργασιών/αρμοδιοτήτων κ.λπ. Οι δραστηριότητες πρέπει να έχουν ένα ξεκάθαρο στόχο και να βασίζονται σε αυθεντικά προβλήματα, η επίλυση των οποίων να αποκαλύπτει τη χρησιμότητα των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών.



Σχήμα 6: Το πλαίσιο του Mascil

Το κύριο σημείο εστίασης των δραστηριοτήτων αφορά στη χρήση των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών από τους μαθητές όταν διερευνούν προβλήματα που σχετίζονται με το χώρο εργασίας. Αν η δράση των μαθητών είναι παρόμοια με αυτή που αναπτύσσουν όταν εργάζονται με τυπικά προβλήματα των σχολικών εγχειριδίων για τα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες, τότε η σύνδεση μεταξύ των δραστηριοτήτων και του χώρου εργασίας είναι χαλαρή. Κατά τη διάρκεια της εργασίας τους οι μαθητές αναμένεται να αναλάβουν επαγγελματικό ρόλο ανάλογα με το πλαίσιο του προβλήματος το οποίο θα κληθούν να διερευνήσουν. Το

αποτέλεσμα της δραστηριότητας είναι ένα προϊόν που δημιουργούν οι μαθητές και το οποίο ενδιαφέρει μια ομάδα ανθρώπων και προέρχεται από τον ρόλο που ανέλαβαν ως επαγγελματίες στο πλαίσιο της δραστηριότητας. Το προϊόν αυτό προτείνεται να είναι παρόμοιο με αντίστοιχα παραγόμενα στον αυθεντικό χώρο εργασίας. Μια δραστηριότητα μπορεί να θεωρηθεί στενά συνδεδεμένη με το χώρο εργασίας, όταν η σχέση της με καθεμιά από τις παραμέτρους του άξονα 'Χώρος Εργασίας' (δηλ. το πλαίσιο, ο ρόλος των μαθητών, οι δράσεις των μαθητών και τα προϊόντα της δράσης τους) είναι εμφανής και ξεκάθαρη για τους μαθητές. Αυτό δεν σημαίνει ότι σε κάθε δραστηριότητα θα δίνεται η ίδια βαρύτητα σε καθεμιά από τις παραμέτρους αυτές, αλλά ότι η εξασφάλιση της στενής σχέσης μεταξύ δραστηριότητας και χώρου εργασίας προϋποθέτει ότι οι συγκεκριμένες παράμετροι έχουν ληφθεί υπόψη στον (επανα)σχεδιασμό της δραστηριότητας για τους μαθητές. Οι δραστηριότητες που ικανοποιούν τους στόχους του Mascil (i) συνδέονται με τους στόχους του αναλυτικού προγράμματος, (ii) ενισχύουν τη διερευνητική μάθηση και (iii) αξιοποιούν πλούσια επαγγελματικά πλαίσια. Η σύνδεση με το χώρο εργασίας εμφανίζεται μέσα από την ανάθεση στους μαθητές του ρόλου ενός επαγγελματία ('εργαζόμενου' στον χώρο εργασίας) και την εμπλοκή τους σε δραστηριότητες παρόμοιες με αυτές των πραγματικών εργαζομένων. Κάθε δραστηριότητα έχει ως στόχο την παραγωγή ενός συγκεκριμένου προϊόντος (π.χ. μια αναφορά, μια έκθεση). Οι δραστηριότητες που σχετίζονται με το χώρο εργασίας έχουν σαφή στόχο και αποκαλύπτουν πώς τα μαθηματικά και οι φυσικές επιστήμες χρησιμοποιούνται στο αντίστοιχο επαγγελματικό πλαίσιο.

Στον ίδιο οδηγό του Mascil, προτείνεται το εξής:

Επιδιώξτε να αναθέσετε στους μαθητές σας ένα ρόλο επαγγελματία που σχετίζεται με το πλαίσιο της δραστηριότητας. Ο στόχος της συγκεκριμένης επιλογής είναι διττός: από τη μια να διευκολυνθεί η εμπλοκή των μαθητών στη διερεύνηση και από την άλλη να κατανοήσουν αμεσότερα οι ίδιοι οι μαθητές τους στόχους των δράσεών τους.

Προτείνεται, έτσι ο (επανα)σχεδιασμός δραστηριοτήτων του χώρου εργασίας. Δίνονται συμβουλές προς τους εκπαιδευτικούς, και αναλυτικές προτάσεις, την επιλογή των κατάλληλων δραστηριοτήτων, για τον τρόπο διαχείρισης των δραστηριοτήτων στην τάξη, , ακόμα και τον σχεδιασμό ή επανασχεδιασμό κλειστών δραστηριοτήτων του σχολικού βιβλίου, προς τη δημιουργία αυθεντικών δραστηριοτήτων του εργασιακού χώρου, ενώ

παρουσιάζονται και αντίστοιχα παραδείγματα (βλ. οδηγός Mascil, σελ. 7-21). Τέλος, το κεντρικό μήνυμα του Mascil προς τους εκπαιδευτικούς είναι:

Δεν χρειάζεται να αλλάξετε τα πάντα. Η διερευνητική μάθηση δεν συνιστά μια εντελώς διαφορετική εκπαιδευτική πρακτική, αλλά αποτελεί συστατικό στοιχείο της ποιοτικής εκπαίδευσης.

2.3. Θυμικό και Κίνητρα

Η προσέγγιση του Goldin (2000) εκλαμβάνει το θυμικό ως ένα εκ των διαφόρων εσωτερικών, αμοιβαία αλληλεπιδρώντων συστημάτων αναπαράστασης που συναντώνται σε κάθε άνθρωπο. Αυτό σημαίνει πως το σύστημα που αφορά το θυμικό δρα συμβολικά προκειμένου να κωδικοποιήσει σημαντικές πληροφορίες για την επίλυση προβλήματος. Οι συναισθηματικές καταστάσεις που βιώνουμε και οι σύνθετες δομές που τις περιλαμβάνουν έχουν δικό τους νόημα, ανεξάρτητα από το αν εμείς γνωρίζουμε συνειδητά το νόημα αυτό ή βρισκόμαστε σε θέση να το εκφράσουμε.

Ο Goldin (2000) κάνει τη διάκριση του Τοπικού και Ολικού θυμικού (Local & Global affect) ως:

- Τοπικό Θυμικό (Local Affect): αναφέρεται στις μεταβαλλόμενες συναισθηματικές καταστάσεις που βιώνονται από τα άτομα καθώς αυτά εμπλέκονται σε μαθηματικές ή άλλου είδους δραστηριότητες. Επαναλαμβανόμενες ακολουθίες τέτοιων καταστάσεων, όπου η μία οδηγεί στην άλλη αναλόγως του πλαισίου, μπορούν να ορισθούν ως συναισθηματικές οδοί.
- Καθώς επανεμφανίζονται, αυτές οι οδοί οδηγούν στη κατασκευή του Ολικού Θυμικού (Global Affect), το οποίο συνιστούν μακροχρόνιες δομές σχετιζόμενες με το θυμικό οι οποίες είτε διευκολύνουν τον μελλοντικό ενθουσιασμό, την εμπλοκή, τις προσδοκίες για επιτυχία και μια θετική μαθηματική αντίληψη του εαυτού, είτε οδηγούν σε μελλοντική απέχθεια, αποφυγή, προσδοκίες αποτυχίας και μια αρνητική αντίληψη του εαυτού σε σχέση με τα μαθηματικά.

Ο McLeod (1992) αναγνώρισε τρεις έννοιες που χρησιμοποιούνται στην έρευνα σχετικά με το θυμικό στη μαθηματική εκπαίδευση: τις πεποιθήσεις, τις συμπεριφορές και τα συναισθήματα. Έκανε διακρίσεις μεταξύ αυτών και περιέγραψε τα συναισθήματα ως τα πιο έντονα και λιγότερο σταθερά, τις πεποιθήσεις ως τις πιο σταθερές και λιγότερο έντονες,

και τις στάσεις να βρίσκονται κάπου ανάμεσα και στις δύο διαστάσεις. Οι πεποιθήσεις θεωρήθηκαν ως οι πιο «γνωστικές», και τα συναισθήματα ως τα λιγότερο. Η σύλληψη του θυμικού ως συστήματος αναπαράστασης συνεπάγεται πολλές αντιστοιχίες με τον γνωσιακό παράγοντα. Λόγου χάριν, κατά αναλογία με τις γνωστικές δομές, οι Goldin και DeBellis (2006) ορίζουν τις δομές που σχετίζονται με το θυμικό, οι οποίες περιλαμβάνουν αξίες, πεποιθήσεις, στάσεις και συναφείς συναισθηματικές οδούς. Το θυμικό ως αναπαράσταση συνιστά και ένα σύστημα επικοινωνίας, μέσω επιτονισμού, κινήσεων των ματιών, εκφράσεων του προσώπου, γλώσσας του σώματος, γέλιου ή δακρύων, θορύβων και επιφωνημάτων- ένα σύστημα αρκετές φορές αμφίσημο, που παρόλα αυτά υπεισέρχεται σε προσωπικές και κοινωνικές αλληλεπιδράσεις.

Οι Goldin και DeBellis (2006), εμπλουτίζοντας το θεωρητικό πλαίσιο του McLeod (1992) διακρίνουν 4 στοιχεία που συνιστούν το θυμικό, τα οποία με σειρά αυξανόμενης σταθερότητας στο άτομο σε βάθος χρόνου και βαθμού γνωσιακής εμπλοκής, ιεραρχούνται ως εξής :

- **Συναισθήματα:** ραγδαία μεταβαλλόμενες συναισθηματικές καταστάσεις που βιώνονται κατά τη διάρκεια μιας (μαθηματικής) δραστηριότητας. Τα συναισθήματα κυμαίνονται από ήπια έως πολύ έντονα, ενώ γίνονται αντιληπτά ως τοπικά και ενσωματωμένα στο εκάστοτε πλαίσιο.
- **Στάσεις:** προσανατολισμοί ή προδιαθέσεις ενός ατόμου αναφορικά με τα συναισθήματα που εμφανίζει εντός συγκεκριμένων (μαθηματικών ή μη) πλαισίων. Οι στάσεις εμφανίζουν μια σχετική σταθερότητα, διατηρώντας μια ισορροπία ανάμεσα στο θυμικό και τη γνώση.
- **Πεποιθήσεις:** περιλαμβάνουν την απόδοση κάποιας αλήθειας σε συστήματα προτάσεων ή άλλες γνωσιακές διατάξεις. Οι πεποιθήσεις διαθέτουν υψηλό βαθμό σταθερότητας, σχετίζονται σε μεγάλο βαθμό με το γνωσιακό παράγοντα και είναι αρκετά δομημένες, παρόλο που συνυφαίνονται με το θυμικό.
- **Αξίες:** περιλαμβάνουν ηθικές αρχές και βαθιές, προσωπικές αλήθειες του κάθε ατόμου, βάσει των οποίων ιεραρχεί της προτεραιότητές του. Οι αξίες έχουν υψηλό βαθμό σταθερότητας, σχετίζονται με γνωσιακούς και θυμικούς παράγοντες, ενώ ενδέχεται να είναι και δομημένες.

Οι ίδιοι ανέπτυξαν ένα τετραεδρικό μοντέλο (βλ. Σχήμα 7), βασιζόμενοι στα προηγούμενα, κάθε κορυφή του οποίου αλληλεπιδρά δυναμικά με τις υπόλοιπες. Αυτό σημαίνει πως οι συναισθηματικές καταστάσεις ενός ατόμου επηρεάζουν και επηρεάζονται από τις στάσεις , τις πεποιθήσεις και τις αξίες του. Επιπρόσθετα, το θυμικό του κάθε

ατόμου επηρεάζεται σημαντικά από τα συστήματα (μαθηματικής/ εκπαιδευτικής) κουλτούρας από τα οποία εμπλαισιώνεται. Επομένως τα συναισθήματα, οι στάσεις οι πεποιθήσεις και οι αξίες ενός μαθητή δεν αλληλεπιδρούν μόνο με τις αντίστοιχες δομές των δασκάλων και των συμμαθητών τους, αλλά και με επικρατούσες συναισθηματικές προσδοκίες, στάσεις, πεποιθήσεις και αξίες που φέρουν συνομήλικοί τους, σχολικές αρχές και λοιποί παράγοντες πλαισίου.

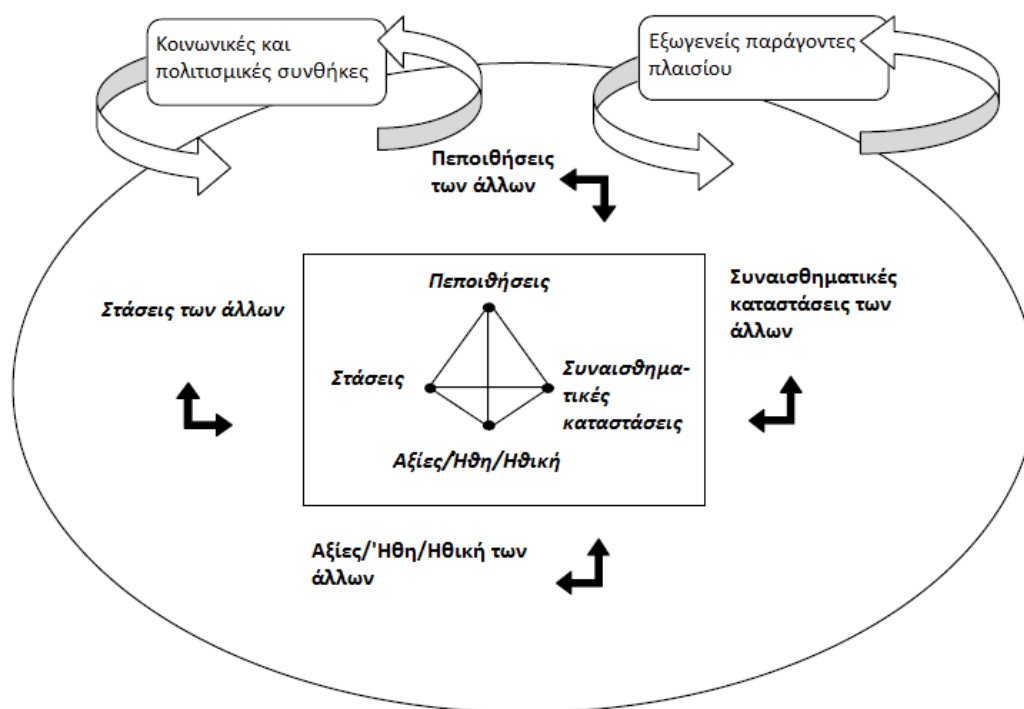
Όπως αναφέρεται στους Hannula, κ.ά. (2004), ο Goldin (2002) περιγράφει τις δομές και τις ικανότητες που σχετίζονται με το θυμικό ως εξής:

- *Affective competence*: η ικανότητα ενός ατόμου να χειρίζεται αποτελεσματικά το θυμικό του κατά τη διάρκεια μιας μαθηματικής δραστηριότητας, λόγου χάριν να αξιοποιεί τη περιέργειά του, ή να εκλαμβάνει την απογοήτευση ως ένδειξη για αλλαγή στρατηγικής.
- *Affective structure*: mathematical intimacy: δομές συναισθημάτων, στάσεις πεποιθήσεις και αξίες που συνδέονται με εγγενή και αδιάσπαστη εμπλοκή σε μια μαθηματική δραστηριότητα.
- *Mathematical integrity*: δομές θυμικού που συνδέονται με ανάγκη για κατάκτηση της αλήθειας και της κατανόησης κατά τη διάρκεια εμπλοκής σε μια μαθηματική δραστηριότητα
- *Mathematical self-identity*: δομές θυμικού που σχετίζονται με την έννοια του εαυτού, «ποιος είμαι σε σχέση με τα μαθηματικά» (βλ. Lesh & Doerr, 2003; Goldin, in press).
- *Meta-affect*: η ικανότητα των ατόμων να αναστοχάζονται σε σχέση με το θυμικό τους, να το ελέγχουν και να το καθορίζουν χρησιμοποιώντας γνωσιακούς παράγοντες αλλά και το ίδιο τους το θυμικό.

Αυτές οι τέσσερις έννοιες- πεποιθήσεις, στάσεις, αξίες, συναισθήματα- δεν καλύπτουν ολόκληρο το πεδίο του θυμικού. Όροι όπως το κίνητρο, το αίσθημα, η διάθεση, η αντίληψη, το ενδιαφέρον, το άγχος και η άποψη έχουν επίσης χρησιμοποιηθεί σε αυτόν τον τομέα. Το κίνητρο είναι μια σημαντική ιδέα, αλλά εκπληκτικά λίγη έρευνα έχει γίνει ρητά σχετικά με τα κίνητρα στα μαθηματικά (Hannula, 2002b, αναφορά στο Hannula, κ.ά., 2004).

Σύμφωνα με τον Hannula (2006) για να καταλάβουμε τη συμπεριφορά των μαθητών θα πρέπει να ξέρουμε τα κίνητρά τους. Η παρούσα άποψη δεν βλέπει το κίνητρο ως ένα ακόμη στοιχείο του θυμικού. Αντίθετα, το κίνητρο προσφέρει μια διαφορετική προοπτική που φωτίζει νέες πτυχές του θυμικού. Ως δυναμική, τα κίνητρα δεν μπορούν να

παρατηρηθούν άμεσα. Είναι παρατηρήσιμα μόνο καθώς εκδηλώνονται στο θυμικό, στη γνώση και στη συμπεριφορά.



Σχήμα 7: Τετραεδρικό μοντέλο που περιγράφει τους τομείς του θυμικού (Goldin & DeBellis, 2006)

Ο Freud θεώρησε το κίνητρο ως αποτέλεσμα κυρίως επιθετικών και σεξουαλικών κινήσεων και κινητήριας συμπεριφοράς, καθώς και την αλληλεπίδραση αυτών των κινήσεων και του εγώ (Urdan & Schoenfelder, 2006). Στη βιβλιογραφία (βλ. Ryan & Deci, 2000, αναφορά στο Hannula, 2006), μια σημαντική προσέγγιση ήταν η διάκριση μεταξύ ενδογενών και εξωγενών κινήτρων. Μια άλλη προσέγγιση για το κίνητρο ήταν η διάκριση (συνήθως τρεις) των παρακινητικών προσανατολισμών σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα: τον μαθησιακό προσανατολισμό (ή επιδεξιότητα-mastery), τον προσανατολισμό επίδοσης (ή αυτό-ενίσχυση), και τον αυτό-αμυντικό (αποφυγή) προσανατολισμό (Lemos, 1999· Linnenbrink & Pintrich, 2000). Οι Murphy και Alexander (2000) βλέπουν επίσης το ενδιαφέρον (situational vs. individual) και το self-schema (αυτενέργεια, απόδοση, αυτοπεποίθηση και αυτο-αποτελεσματικότητα) ως σημαντικές εννοιοποιήσεις του κινήτρου (αναφορά στο Hannula, 2006). Οι Urdan και Schoenfelder (2006) υποστηρίζουν ότι το κίνητρο είναι ένα σύνθετο κομμάτι της ανθρώπινης ψυχολογίας και συμπεριφοράς που επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο τα άτομα επιλέγουν να επενδύσουν το χρόνο τους, την

ποσότητα ενέργειας που ασκούν σε ένα συγκεκριμένο έργο, το πώς σκέφτονται και νιώθουν για το έργο και πόσο καιρό επιμένουν σ' αυτό. Στον Hannula (2006) το κίνητρο θεωρείται ως η τάση να κάνουμε ορισμένα πράγματα και να αποφύγουμε να κάνουμε κάποια άλλα.

Το κίνητρο, όπως και ένα μεγάλο μέρος του νου μας, είναι μόνο μερικώς προσβάσιμο στην ενδοσκόπηση. Βασιζόμενοι σε έργα των Nuttin (1984) και Buck (1999), το κίνητρο ορίζεται ως «η δυνατότητα άμεσης συμπεριφοράς που ενσωματώνεται στο σύστημα που ελέγχει το συναίσθημα». Αυτό το δυναμικό μπορεί να εκδηλωθεί στη γνώση, το συναίσθημα και/ή τη συμπεριφορά (Hannula, 2004b, αναφορά στο Hannula, 2006). Για παράδειγμα, το κίνητρο για την επίλυση μιας μαθηματικής δραστηριότητας μπορεί να εκδηλωθεί σε πεποιθήσεις σχετικά με τη σημασία της δραστηριότητας (γνώση), αλλά και σε επιμονή (συμπεριφορά) ή σε θλίψη ή θυμό εάν αποτύχει (συναίσθημα). Στη γνώση, η πιο καθαρή εκδήλωση των κινήτρων είναι η συνειδητή επιθυμία για κάτι, αλλά η εκδήλωση μπορεί επίσης να πάρει πιο λεπτές μορφές, όπως η άποψη του εαυτού του ως καλός λύτης προβλημάτων (Hannula, 2006). Τα συναισθήματα είναι ο πιο άμεσος σύνδεσμος με τα κίνητρα, και εκδηλώνονται είτε σε θετικά (χαρά, ανακούφιση, ενδιαφέρον) είτε αρνητικά (θυμό, θλίψη, απογοήτευση) συναισθήματα ανάλογα με το αν η κατάσταση συμβαδίζει με το κίνητρο ή όχι. Τα συναισθήματα είναι μερικώς παρατηρήσιμα ως εκφράσεις του προσώπου και της γλώσσα του σώματος, αλλά μέρος της φύσης τους αποτελεί μια αόρατη υποκειμενική εμπειρία (Buck, 1999, Hannula, 2004a, αναφορά στο Hannula, 2006). Αμφισβητώντας την ιδέα ότι οι συναισθηματικές καταστάσεις είναι μια βαθιά εσωτερική εμπειρία που μπορεί συχνά να καταγραφεί ως μια εξωτερική παρατηρήσιμη συμπεριφορά, ο Σπινόζα κινεί τη σκέψη και είναι προς την κατανόηση ενός συλλογικού εγχειρήματος που πάντα λειτουργεί πάνω μας και εντός μας (Walshaw & Brown, 2012). Τα συναισθήματα είναι μια επίδραση, παρά μια αναπαράσταση, της εμπειρίας της αλληλεπίδρασης με κοινωνικές ομάδες, πολιτισμούς και θεσμούς, σε συγκεκριμένους χώρους και σε συγκεκριμένες περιόδους. Είναι επηρεασμένα σε μεγάλο βαθμό από τις πολιτιστικές εμπειρίες που χρησιμεύουν για τη ρύθμιση του τρόπου με τον οποίο αισθανόμαστε, καθώς και την έναρξη και την εμφάνιση συγκεκριμένων συναισθημάτων. Αν και η συγκίνηση και η γνώση είναι μόνο εν μέρει παρατηρήσιμες και ακόμη και εν μέρει απρόσιτες για το άτομο, η συμπεριφορά είναι πάντα μια αξιόπιστη εκδήλωση κινήτρων. Ακόμη και όταν το άτομο δεν είναι σε θέση να εξηγήσει τα κίνητρα για τη δική του συμπεριφορά, συμπεράσματα του ασυνείδητου και του υποσυνείδητου μπορούν να συναχθούν από τη συμπεριφορά (Hannula, 2006).

Σύμφωνα με τον McLeod (1992) υπάρχουν πάρα πολλοί τρόποι να μελετηθεί το κίνητρο, και έχουν γραφτεί αρκετά στο γενικό πλαίσιο (Ames & Ames, 1984· Bates, 1979· Boekaerts, 1988· Brophy, 1983· Corno & Rohrkemper, 1985· Covington, 1983· Convingto & Omelich, 1985· Morgan, 1984· Nicholls, 1984· Paris, Olson & Stevenson, 1983· Pekrun, 1988· Stipek, 1984· Weinert, 1987). Παρόλο που οι περισσότεροι από αυτούς τους συγγραφείς δεν ασχολούνται άμεσα με τη μαθηματική εκπαίδευση, το έργο τους ως σύνολο είναι σίγουρα εφαρμόσιμο στις μαθηματικές τάξεις. Μια από τις δυσκολίες στο έργο του κινήτρου είναι η διάχυτη και ασύνδετη φύση του τομέα. Ο Norman (1981) στη έκθεσή του στη γνωστική επιστήμη, πρότεινε ότι το κίνητρο θα μπορούσε να αντιμετωπιστεί ως παραγόμενο ζήτημα της γνωστικής επιστήμης, όπου οι παράγοντες του κινήτρου (motivational factors) θα μπορούσαν να εξηγηθούν μέσω έρευνας στις πεποιθήσεις και τα συναισθήματα (McLeod, 1992).

Οι ψυχολόγοι και οι εκπαιδευτικοί έχουν συχνά αντιληφθεί το κίνητρο ως μια μεμονωμένη μεταβλητή διαφοράς, κάτι που μερικοί μαθητές έχουν απλώς περισσότερο από άλλους. Αυτή η άποψη του κινήτρου μπορεί να υποτιμήσει τις συγκυριακές επιρροές. Ένα ευρύ φάσμα συγκυριακών παραγόντων, συμπεριλαμβανομένων των μηνυμάτων σχετικά με τους σκοπούς του ακαδημαϊκού έργου και επίτευξης, των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μαθητών και μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών, των ευκαιριών για τους μαθητές να αναλάβουν την ιδιοκτησία της μαθησιακής τους διαδικασίας και τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές ενθαρρύνονται να σκέφτονται για τις ακαδημαϊκές τους ικανότητες, επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές βλέπουν, προσεγγίζουν και επιμένουν στο σχολικό τους έργο (Urdan & Schoenfelder, 2006). Πιο πρόσφατη έρευνα και θεωρία του κινήτρου έχουν δώσει έμφαση σε μια κοινωνικο-γνωστική προοπτική (Bandura, 1986· Dweck & Leggett, 1988· Weiner, 1986, αναφορά στο Urdan & Schoenfelder, 2006). Σύμφωνα με αυτή την άποψη, οι γνωστικές γνώσεις των ατόμων σχετικά με το ακαδημαϊκό έργο (π.χ. πεποιθήσεις σχετικά με την ακαδημαϊκή τους ικανότητα, προσδοκίες για τα αποτελέσματα της ανάληψης του έργου, στόχοι για το έργο) επηρεάζονται από κοινωνικο-πλαισιακούς παράγοντες, όπως μηνύματα από τον δάσκαλο για τη δυσκολία του έργου, τις αντιληπτές ικανότητες των συμμαθητών, πληροφορίες για τη σπουδαιότητα της εκμάθησης του υλικού και ούτω καθεξής. Από αυτή την άποψη, τα κίνητρα δεν διαμένουν εξ ολοκλήρου μέσα στο άτομο ή εντελώς μέσα στο πλαίσιο. Αντίθετα, τα κίνητρα προκύπτουν από την αλληλεπίδραση μεταξύ ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της τάξης και του σχολείου (Urdan & Schoenfelder, 2006).

Σύμφωνα με τους Urdan και Schoenfelder (2006) τα κοινωνικά πλαίσια θεωρούνται ως οι πολλές καταστάσεις στις οποίες τα άτομα πρέπει να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και διαμορφώνονται από τις στάσεις και συμπεριφορές των άλλων. Όταν συνδυάζονται με τα χαρακτηριστικά της προσωπικότητας, τα περιβαλλοντικά χαρακτηριστικά αντιπροσωπεύουν ένα σημαντικό ποσοστό της διακύμανσης στον προσδιορισμό των αντιλήψεων των μαθητών της τάξης (Trickett & Moos, 1973, αναφορά στο Urdan & Schoenfelder, 2006). Οι σχέσεις μεταξύ των μαθητών και των εκπαιδευτικών επηρεάζουν το κλίμα της τάξης, το οποίο ορίζουν, οι ίδιοι, ως γενική ατμόσφαιρα της τάξης, συμπεριλαμβάνοντας τις στάσεις απέναντι στη μάθηση, τους κανόνες κοινωνικής αλληλεπίδρασης, την αποδοχή των ιδεών και των λαθών και τις εκπαιδευτικές δομές που ορίζει ο καθηγητής. Ο Bandura (1986) υποστήριξε ότι η συμπεριφορά επηρεάζεται από ένα συνδυασμό περιβαλλοντικών παραγόντων και προσωπικών χαρακτηριστικών, όπως οι πεποιθήσεις για πιθανά αποτελέσματα της συμπεριφοράς και τις ικανότητές τους να εκτελούν ένα δεδομένο έργο με ικανοποίηση. Ένα στοιχείο αυτής της θεωρίας που έχει λάβει μεγάλη προσοχή είναι η αυτο-αποτελεσματικότητα (Pajares, 1996· Schunk & Miller, 2002, αναφορά στο Urdan & Schoenfelder, 2006). Οι Gomez-Chacon, Op't Eynde και De Corte (2006) έχουν δώσει έμφαση στην κοινωνική οργάνωση μιας συναισθηματικής και γνωστικής εμπειρίας. Για αυτούς, μια συναισθηματική εμπειρία αποτελείται από γνωστικές, φυσιολογικές και κινητήριες διαδικασίες, οι οποίες αλληλεπιδρούν δυναμικά (αναφορά στο Walshaw & Brown, 2012).

Στη μελέτη του, ο Hannula (2006) πρότεινε έναν νέο ορισμό για το κίνητρο (ο οποίος υιοθετείται και στα πλαίσια της παρούσας εργασίας): μια δυνατότητα άμεσης συμπεριφοράς μέσω των μηχανισμών που ελέγχουν τα συναισθήματα. Αυτή η δυναμική διαρθρώνεται μέσω των αναγκών και των στόχων. Το πλαίσιο των Goldin και DeBellis (2006) θεωρεί το θυμικό ως αναπαραστασιακό σύστημα. Κατά μία έννοια, μπορούμε να πούμε ότι τα συναισθήματα, οι συμπεριφορές και οι αξίες είναι παραστάσεις στόχων και αναγκών ή τουλάχιστον κωδικοποιούν σημαντικές πληροφορίες γι' αυτά. Οι ανάγκες καθορίζονται σε περιπτώσεις γενικών «δυνατοτήτων άμεσης συμπεριφοράς», ενώ τα κίνητρα βασίζονται στις κατηγορίες των ατομικών περιβαλλοντικών σχέσεων (ανάγκες).

Στην υπάρχουσα βιβλιογραφία, οι ψυχολογικές ανάγκες που συχνά τονίζονται στο εκπαιδευτικό περιβάλλον είναι η αυτονομία, η ικανότητα και η κοινωνική ένταξη (π.χ., Boekaerts, 1999· Covington & Dray, 2002, αναφορά στο Hannula, 2006). Οι Urdan και Schoenfelder (2006) στο έργο τους εξέτασαν το μαθητικό κίνητρο, σε σχέση με τα κοινωνικά πλαίσια της τάξης, από τρεις διαφορετικές προοπτικές: τη θεωρία επίτευξης στόχων

(achievement goal theory), τη θεωρία αυτοπροσδιορισμού [self-determination theory (SDT)], και την κοινωνικο-γνωστική θεωρία (social-cognitive theory). Από τη σκοπιά της SDT, οι μηχανισμοί μέσω των οποίων οι διαδικασίες της τάξης επηρεάζουν τα κίνητρα των μαθητών είναι σαφείς. Οι εκπαιδευτικές πρακτικές και οι πολιτικές που βοηθούν τους μαθητές να εκπληρώσουν τις ανάγκες τους για ικανότητα, αυτονομία και σχετικότητα (relatedness), ενισχύουν το εσωτερικό κίνητρο, ενώ εκείνες που εμποδίζουν την εκπλήρωση αυτών των αναγκών υπονομεύουν το εσωτερικό κίνητρο. Ως εκ τούτου, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να ανταποκριθούν στις ανάγκες τους και να κινητοποιηθούν εσκεμμένα για να μάθουν πότε παρέχουν σημαντικό και απαιτητικό έργο, να επιτρέπουν στους μαθητές να αναλάβουν την ευθύνη για το έργο τους και να παρέχουν μια φροντίδα και υποστηρικτική δομή για μάθηση. Επιπλέον, οι στάσεις των συνομηλίκων είναι σημαντικές στη διαμόρφωση του περιβάλλοντος της τάξης και στον επηρεασμό των συναισθημάτων προς την ακαδημαϊκή πορεία. Στη γλώσσα του SDT, επιτρέποντας στους μαθητές να εκπληρώσουν τόσο τις ανάγκες σχετικότητας όσο και τις ικανότητες στην τάξη μπορεί να ενισχύσει τα κίνητρα και τα επιτεύγματα. Ένας τρόπος με τον οποίο οι δάσκαλοι μπορούν να το κάνουν είναι να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά τις ομαδικές δομές στην τάξη. Η έρευνα αυτή υποδεικνύει ότι όταν οι μαθητές ενθαρρύνονται και επιτρέπονται να αναλάβουν την ευθύνη για τη μάθησή τους σε ένα περιβάλλον στο οποίο αισθάνονται φροντισμένοι, υποστηριγμένοι και κοινωνικά συνδεδεμένοι με τους δασκάλους και τους συνομηλίκους τους και όταν τους δοθεί σημαντική και κατάλληλα ενδιαφέρουσα εργασία, αυτοί, πιθανόν, να βιώσουν ενισχυμένο κίνητρο.

Η θεωρία επίτευξης στόχων (achievement goal theory) υποδεικνύει την αυτονομία και την επιλογή ως βασικά συστατικά για τη δημιουργία κύριων δομών στόχου στα σχολεία και τις τάξεις (Ames, 1992, αναφορά στο Urdan & Schoenfelder, 2006). Συνοπτικά, οι έρευνες, σε αυτόν τον τομέα, υποδηλώνουν ότι υπάρχουν οφέλη για κίνητρα και συμπεριφορά όταν οι μαθητές αντιλαμβάνονται μια ισχυρή δομή του στόχου στο σχολείο ή στην τάξη. Επιπλέον, υποδεικνύει δυνητικά εξουθενωτικές επιπτώσεις από την έμφαση που δίνεται στους στόχους απόδοσης στο μαθησιακό περιβάλλον. Με αυτά τα ευρήματα, είναι σημαντικό να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί μπορούν να προωθήσουν μια κύρια δομή στόχου και, ενδεχομένως, να υπογραμμίσουν τους στόχους επιδόσεων στην τάξη ή το σχολείο. Οι συγκεκριμένες διεργασίες μέσω των οποίων οι δομές στόχων στα σχολεία και τις τάξεις επηρεάζουν τα κίνητρα των μαθητών είναι θεωρητικά απλές. Με την προώθηση της ανάπτυξης, της βελτίωσης και της μάθησης για κατανόηση, οι εκπαιδευτικοί μεταδίδουν στους μαθητές ότι όλοι μπορούν να μάθουν και ότι η διαδικασία

μάθησης και ανάπτυξης δεξιοτήτων είναι πιο σημαντική από τη βαθμοθηρία στις εξετάσεις. Αυτά τα μηνύματα ενθαρρύνουν τους μαθητές να υιοθετήσουν προσωπικούς στόχους και αυτοί οι στόχοι οδηγούν στον καταιγισμό συμπεριφοριστικών (behavioral) οφελών και οφελών θυμικού (Urdan & Schoenfelder, 2006). Οι πεποιθήσεις των μαθητών σχετικά με την προσβασιμότητα διαφορετικών στόχων αποτελούν μια άλλη πτυχή της ρύθμισης των κινήτρων. Αυτό συνήθως συζητείται με τον όρο «πεποιθήσεις αυτό-αποτελεσματικότητας» (βλ. Philipprou & Christou, 2002· βλ. επίσης «αυτοαξιολόγηση», Malmivuori, 2006, αναφορά στο Hannula, 2006). Οι δομές στόχων αναφέρονται σε μηνύματα στο μαθησιακό περιβάλλον (π.χ. στην τάξη ή το σχολείο) που κάνουν συγκεκριμένους στόχους εφάλας (Ames, 1992). Οι περισσότεροι ερευνητές που έχουν συζητήσει τις δομές στόχων έχουν αναφερθεί ειδικά στις δομές στόχων σε επίπεδο τάξης ή σχολείου (βλ., Ames, 1992· Anderman & Midgley, 1997· Maehr & Midgley, 1991· Urdan, Kneisel & Mason, 1999, αναφορά στο Urdan & Schoenfelder, 2006).

Η διαφορά μεταξύ των αναγκών και των στόχων είναι στα διαφορετικά επίπεδα ειδικότητάς τους (Nuttin, 1984, αναφορά στο Hannula, 2006). Για παράδειγμα, στο πλαίσιο της εκπαίδευσης των μαθηματικών, ένας μαθητής μπορεί να συνειδητοποιήσει την ανάγκη για ικανότητα ως στόχο για την επίλυση δραστηριοτήτων με ευχέρεια ή, εναλλακτικά, ως στόχο να κατανοήσει το διδακτικό αντικείμενο. Μια κοινωνική ανάγκη θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί ως ένας στόχος να συμβάλει σημαντικά στη συνεργατική εργασία και στην ανάγκη αυτονομίας ως στόχος να αμφισβητηθεί η εξουσία του εκπαιδευτικού. Αυτή η υλοποίηση των αναγκών ως στόχων στην τάξη των μαθηματικών επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από τις πεποιθήσεις των μαθητών, τα μαθηματικά και διαδικασία μάθησης καθώς και το σχολικό πλαίσιο, τις κοινωνικές και κοινωνικομαθηματικές νόρμες της τάξης (Hannula, 2006). Οι Evans, Morgan και Tsatsaroni (2006) γράφουν ουσιαστικά για το ίδιο πράγμα όταν συζητούν τις «θέσεις» που είναι διαθέσιμες για τον μαθητή στην συγκεκριμένη τάξη. Για παράδειγμα, σε μια τάξη μαθηματικών με επίκεντρο τον δάσκαλο, η οποία δίνει έμφαση σε κανόνες και ρουτίνες και μεμονωμένες εκπαιδευτικές διαδικασίες, δεν υπάρχει αρκετός χώρος για να ικανοποιηθούν οι ανάγκες των μαθητών για αυτονομία ή κοινωνική ένταξη στο πλαίσιο της μάθησης των μαθηματικών. Περισσότερες μαθητο-κεντρικές τάξεις με πολύ ομαδική εργασία και όπου η έμφαση δίνεται στη δημιουργία νοημάτων, μπορεί να υπάρχουν πολλές ευκαιρίες για την κάλυψη διαφορετικών αναγκών. Τέτοιες προσεγγίσεις, εξ ορισμού, ως έχουν, εξαρτώνται από τους μαθητές που εκδηλώνουν την αυτονομία και τις κοινωνικές τους αλληλεπιδράσεις. Μερικές μελέτες περίπτωσης υποδεικνύουν ότι οι διαφορετικές επικρατούσες ανάγκες οδηγούν στην υιοθέτηση

διαφορετικών πρωταρχικών στόχων και σε διαφορετικές συμπεριφορές στις μαθηματικές καταστάσεις (Hannula, 2006). Στην συγκριτική μελέτη περιπτώσεων της Eva και της Anna (βλ. Hannula, 1998, 2003a, αναφορά στο Hannula, 2006), οι κοινωνικές ανάγκες κυριαρχούσαν στους στόχους της Eva, ενώ η ικανότητα ήταν μια πιο σημαντική ανάγκη για την Anna.

Οι Meyer και Turner (2002) υποστηρίζουν πως οι ανάγκες και οι στόχοι των μαθητών επηρεάζουν τη συμμετοχή τους στην μαθηματική τάξη. Όρισαν την συμμετοχή ως μια ψυχολογική κατάσταση που ασχολείται με την ποιότητα της εμπειρίας (δηλαδή την αντίληψη ότι οι προκλήσεις που προέκυψαν από την εκπαίδευση και τις δεξιότητες των μαθητών ήταν τόσο υψηλές όσο και ισορροπημένες) κατά τη διάρκεια της μάθησης (Turner & Meyer, 1999). Τα συναισθήματα ήταν κεντρικά για τα ευρήματά της έρευνάς τους και αποτέλεσαν σημαντικά χαρακτηριστικά τόσο των αυτο-αναφορών των μαθητών όσο και των διδακτικών αλληλεπιδράσεων. Οι ίδιοι κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η συμμετοχή είναι κοινωνικά κατασκευασμένη «με κίνητρο και συναισθηματικό τρόπο, παρέχοντας εγγενείς υποστηρίξεις, όπως την ενίσχυση των μαθητών με αίσθημα αυτοπεποίθησης, επιμονής, ανάπτυξης ενδιαφέροντος και περιέργειας και εκτίμησης των μαθηματικών ως εργαλείου και γλώσσας» (Turner & Meyer, 1999). Αυτά τα ευρήματα υπογράμμισαν τη σημασία των συναισθημάτων για την κατανόηση της συμμετοχής των μαθητών στη μάθηση από την εκπαιδευτική προοπτική. Τα ευρήματα αποκάλυψαν επίσης πώς οι νόρμες και οι ρόλοι της τάξης, οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες και οι κοινωνικές δομές των τάξεων αντικατοπτρίζονται στα συναισθήματα των μαθητών, τις πεποιθήσεις και τις ενέργειές τους. Στην εξέλιξη της έρευνάς τους, οι Meyer και Turner (2002), στην τάξη ενσωμάτωσαν τα συναισθήματα και τα κίνητρα ταυτόχρονα στο ερευνητικό τους πλαίσιο, αντιμετωπίζοντας τους ως ίσους εταίρους, και συμπέραναν ότι έντονες αλληλεπιδράσεις στην τάξη, όπως κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας με «καλή σκαλωσιά (well-scaffolded)», περιλαμβάνουν θετική συναισθηματική υποστήριξη (Goldstein, 1999· Wood κ.α., 1976, αναφορά στο Meyer & Turner, 2002). Σε αυτές τις μελέτες στην τάξη βρήκαν μορφές αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μαθητών και των εκπαιδευτικών για την οικοδόμηση και υποστήριξη πλαισίων της τάξης που συνδέονται με το θετικό θυμικό, τους στόχους μάθησης και την υποστήριξη των εκπαιδευτικών για την αυτορρύθμιση των μαθητών. Επειδή ο φακός τους έρχεται να στηριχτεί στις εκπαιδευτικές αλληλεπιδράσεις, η έρευνά τους επιβεβαίωσε το γενικό συμπέρασμα ότι οι δράσεις των εκπαιδευτικών μπορούν να χρησιμεύσουν ως ένα «βαρόμετρο» ή δείκτης αξιών στην τάξη, πεποιθήσεων και πρακτικών που βοηθούν στη ρύθμιση των συναισθημάτων, των κινήτρων και της γνώσης (βλ., Stipek κ.α., 1998· Urdan,

Kneisel, & Mason, 1999· Vermunt & Verloop, 1999, αναφορά στο Meyer & Turner, 2002). Ωστόσο, καθώς η παρουσία θετικού ή αρνητικού θυμικού μπορεί να σχετίζεται με το κίνητρο των μαθητών να μάθουν στις αναμενόμενες κατευθύνσεις, η απουσία θυμικού μπορεί να έχει σημαντικές αρνητικές επιπτώσεις. Έτσι, ένα εκπαιδευτικό πλαίσιο με χαμηλό θυμικό ως χαρακτηριστικό των αλληλεπιδράσεων μαθητών-καθηγητών φαίνεται να είναι παρόμοιο στις αντιλήψεις των μαθητών σε περιβάλλοντα που χαρακτηρίζονται από πιο αρνητικό θυμικό. Αυτό το εύρημα υποδηλώνει ότι η γνωστική υποστήριξη είναι απαραίτητη αλλά όχι αρκετή για τη μάθηση εμπειριών ώστε να προκληθεί η συμμετοχή των σπουδαστών. Από την άλλη, οι σαφείς απαντήσεις των εκπαιδευτικών και οι επιδείξεις των προσωπικών τους θετικών συναισθημάτων και των κινήτρων τους ως μαθητευομένων είναι εμφανείς τόσο ως χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού πλαισίου όσο και ως συσχετισμοί των αναφορών των μαθητών για θετικό θυμικό και κίνητρο για μάθηση (Meyer & Turner, 2002).

Οι Brown, Brown και Bibby (2008), μελέτησαν πάνω από 1.500 μαθητές σε 17 σχολεία για να διερευνήσουν γιατί οι μαθητές επέλεξαν να μην συμμετάσχουν στα μαθήματα μαθηματικών αφού η συμμετοχή σε αυτά δεν ήταν πλέον υποχρεωτική. Οι αντιληπτές δυσκολίες και η έλλειψη εμπιστοσύνης καθώς και η αντιληπτή δυσαρέσκεια, η πλήξη και η έλλειψη συνάφειας ήταν όλοι παράγοντες που αποθάρρυναν τη συμμετοχή. Η ευχαρίστηση αναφέρθηκε ως ο βασικός παράγοντας που διαφοροποιούσε τα υψηλά και χαμηλά ποσοστά συμμετοχής. Αντί να υποδηλώνουν ότι η επιτυχία στα μαθηματικά είναι έμφυτη, οι Brown, κ.ά. (2008) υποστηρίζουν το επιχείρημα ότι η γνώση είναι συνυφασμένη με ένα ευρύ φάσμα συναισθηματικών διαστάσεων, το οποίο, όπως μελετήθηκε και παραπάνω, έχει άμεση σχέση με τις ανάγκες και τους στόχους των μαθητών, δηλαδή το κίνητρό τους.

Το κίνητρο των μαθητών για τη μαθηματική μάθηση επηρεάζεται και από την «παροχή σκαλωσιάς», όπως προαναφέρθηκε. Η Meyer (1993) σκιαγράφησε τρεις βασικούς τρόπους για τη δημιουργία «εκπαίδευσης με σκαλωσιά (scaffolded instruction)»: το να νοηματοδοτούνται οι θεματικοί τομείς για τους μαθητές προσαρμόζοντάς τους σε κατάλληλα επίπεδα προσοχής και υπογραμμίζοντας τις πρακτικές εφαρμογές των θεμάτων, δίνοντας στους μαθητές την ευθύνη για τη μάθησή τους ώστε να προωθήσουν την αυτορρύθμισή τους, και να παρέχεται η εγγενής υποστήριξη για τη μάθηση δίνοντάς της αξία και ενισχύοντας την εμπιστοσύνη. Η παροχή σκαλωσιάς έχει σκοπό να παράσχει δομές για μαθησιακούς στόχους που οι μαθητές στη συνέχεια εσωτερικεύουν και ελέγχουν (Turner & Meyer, 1999). Οι μαθητές πρέπει να συμμετάσχουν ενεργά σε αυτή τη διαδικασία, συμπεριλαμβανομένης της ανάληψης της απαραίτητης προσπάθειας και της προθυμίας να αναλάβουν την ευθύνη για τη δική τους μάθηση, ώστε οι εκπαιδευτικοί να

μπορούν να μειώσουν την υποστήριξή τους και να ξεκινήσουν την παροχή σκαλωσιάς για πιο προηγμένες έννοιες και δεξιότητες. Επομένως, η παροχή σκαλωσιάς πρέπει να είναι προσαρμοσμένη στο επίπεδο δεξιοτήτων της τάξης, τις ικανότητες μάθησης και την προθυμία συμμετοχής, καθώς πάρα πολύ ή ανάρμοστη παροχή σκαλωσιάς, μπορεί να είναι επιζήμια για τη μάθηση και τα κίνητρα των μαθητών (Turner & Meyer, 1999).

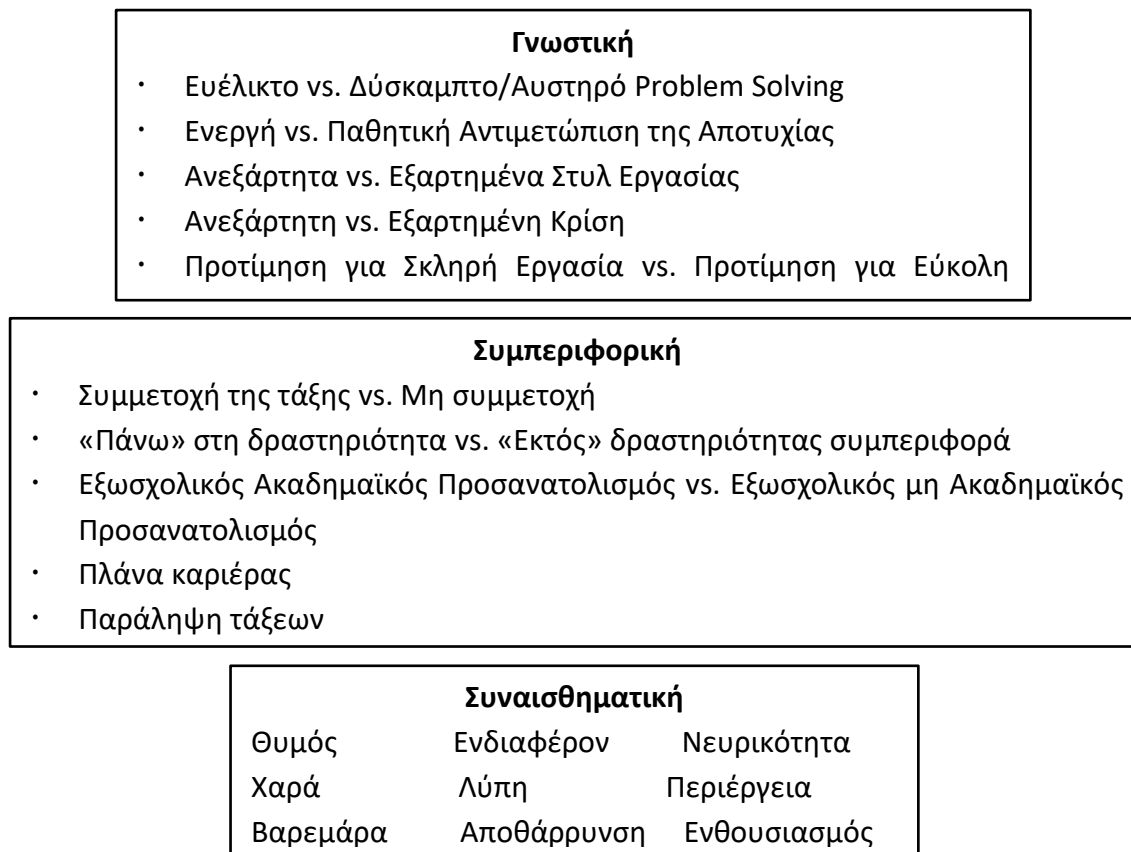
2.4. Εμπλοκή των Μαθητών Στη Μαθηματική Τάξη

Η μαθητική εμπλοκή έχει γίνει ένας σημαντικός παράγοντας εφαρμογής του προγράμματος σπουδών (Huebner, 1996) και αποτελεί έναν στόχο της σχολικής μόρφωσης από μόνη της (Guthrie & McCann, 1997, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Ωστόσο η εννοιοποίηση της εμπλοκής των μαθητών εξελίχθηκε αργά στη βιβλιογραφία.

Η εμπλοκή ορίστηκε ως «η ψυχολογική επένδυση και προσπάθεια των μαθητών στην εκμάθηση, κατανόηση ή τελειοποίηση των γνώσεων, των δεξιοτήτων ή των τεχνών που προωθεί το ακαδημαϊκό έργο» (Newmann, Wehlage, & Lamborn, 1992, σελ. 12, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Ο Newmann (1991) πρόσθεσε επίσης ότι η εμπλοκή δεν είναι απλώς δέσμευση για την ολοκλήρωση συγκεκριμένων καθηκόντων ή για την απόκτηση συμβόλων υψηλής απόδοσης, όπως βαθμοί ή κοινωνική έγκριση, καθώς επίσης δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμη και είναι κάτι περισσότερο από κίνητρο (Newmann, 1991, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Σύμφωνα με τους Brophy και Good (1986) η εμπλοκή έχει θεωρηθεί ως χρόνος εμπλοκής με μια δραστηριότητα, όπου στην πραγματικότητα είναι μόνο μία σημαντική πτυχή της διδασκαλίας στην τάξη (Parsons, Nuland & Parsons, 2014). Οι ερευνητές αναγνωρίζουν ότι η εμπλοκή των μαθητών είναι πιο πολύπλοκη απ' ό,τι οι παρατηρούμενες συμπεριφορές. Κατά την Ainley (2001), ο όρος εμπλοκή συνήθως αναφέρεται στο βαθμό στον οποίο ο μαθητής συμμετέχει ενεργά στο περιεχόμενο μιας μαθησιακής δραστηριότητας, όπου η ενεργός συμμετοχή υποδηλώνει ότι το άτομο ενεργεί για να διατηρήσει ή να επεκτείνει την επαφή του με το αντικείμενο για να αυξήσει τις γνώσεις του. Η ποιότητα ή το επίπεδο αυτής της συμμετοχής πιστεύεται γενικά ότι επηρεάζει βαθιά τα μαθησιακά αποτελέσματα, καθώς οι μαθητές που «έχουν πραγματικά το μυαλό τους σε αυτό» είναι πολύ πιο πιθανό να μάθουν με επιτυχία από τους μαθητές των οποίων η εμπλοκή με το θέμα είναι χαμηλή (Helme & Clarke, 2001).

Ο όρος εμπλοκή χρησιμοποιήθηκε από τους ερευνητές για να συμπεριλάβει τόσο τις κινητήριες όσο και τις γνωστικές πτυχές του οικοδομήματος, που συμπεριλαμβάνουν την εκκίνηση των μαθητών για δράση, την προσπάθεια και την επιμονή στα ακαδημαϊκά καθήκοντα καθώς και τις συναισθηματικές τους καταστάσεις κατά τη διάρκεια μαθησιακών δραστηριοτήτων (Skinner, Wellborn & Connell, 1990· Skinner & Belmont, 1993, αναφορά στο Helme & Clarke, 2001). Η εμπλοκή έχει οριστεί ως μια πολύπλευρη κατασκευή που λειτουργεί σε τρία επίπεδα: γνωστική, και συμπεριφορική και εμπλοκή του θυμικού (Fredricks, Blumenfeld & Paris, 2004, αναφορά στο Attard, 2012· Finn, 1989, 1993, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Σύμφωνα με τον Finn (1989,1993) η εμπλοκή του θυμικού συνεπάγεται την αίσθηση του ανήκειν και της αποδοχής των στόχων της σχολικής εκπαίδευσης. Η συμπεριφορική εμπλοκή αποτελεί συνέχεια της ανάπτυξης της συμμετοχής (δηλαδή συμμόρφωση με τις διαδικασίες του σχολείου και της τάξης, ανάληψη πρωτοβουλίας στην τάξη, συμμετοχή σε σχολικές δραστηριότητες και τελικά συμμετοχή στη σχολική διακυβέρνηση). Συμπληρωματικά, η Attard (2012) αναφέρει πως η γνωστική εμπλοκή περιλαμβάνει την ιδέα της επένδυσης, την αναγνώριση της αξίας της μάθησης και την προθυμία να υπερβούμε τις ελάχιστες απαιτήσεις. Η εμπλοκή του θυμικού περιλαμβάνει τις αντιδράσεις των μαθητών στο σχολείο, των εκπαιδευτικών, των συνομηλίκων και των ακαδημαϊκών, επηρεάζοντας την προθυμία τους να συμμετάσχουν στη σχολική εργασία. Τέλος, η συμπεριφορική εμπλοκή συμπεριλαμβάνει την ιδέα της ενεργούς συμμετοχής και συμμετοχής σε ακαδημαϊκές και κοινωνικές δραστηριότητες και θεωρείται κρίσιμη για την επίτευξη θετικών ακαδημαϊκών αποτελεσμάτων.

Όπως αναφέρεται στους Kong, κ.ά., (2003), οι Connell (1990), Connell και Wellborn (1991) πρότειναν ένα κατανοητό μοντέλο της μαθητικής εμπλοκής, το οποίο περιλαμβάνει γνωστικές, συμπεριφορικές πτυχές, και πτυχές θυμικού, σχετικά με την εμπλοκή (βλ. Σχήμα 8).



Σχήμα 8: Γνωστική, συμπεριφορική και εμπλοκή του θυμικού (μετά τον Connell, 1990, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003)

Πολλές άλλες μελέτες έχουν επικεντρωθεί σε αυτές τις έννοιες. Για παράδειγμα, η αυτο-αποτελεσματικότητα, η προσδοκία, το ενδιαφέρον, η εμπλοκή, ο αντιληπτός έλεγχος και η αυτονομία βρέθηκαν να σχετίζονται με την εμπλοκή του θυμικού (βλ. Ainley 1993· Guthrie & Wigfield 1997· Miserandino 1996· Skinner & 1993, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Όσον αφορά την γνωστική εμπλοκή, εντοπίστηκαν παράγοντες της μάθησης, της σκέψης και της επίλυσης προβλήματος (Ainley, 1993· Connell, 1990· Connell & Wellborn, 1991· Guthrie & Wigfield, 1997· Meece, Blumenfeld, & Hoyle, 1988· Pintrich & Schrauben, 1992· Skinner & Belmont, 1993, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003). Όσον αφορά τη συμπεριφορική εμπλοκή, τη συμμετοχή στην τάξη, την αντιμετώπιση της δραστηριότητας και τις ακαδημαϊκά προσανατολισμένες εξωσχολικές δραστηριότητες, αποτέλεσαν το επίκεντρο της έρευνας που βρέθηκε στην τρέχουσα βιβλιογραφία (Connell, 1990· Connell & Wellborn, 1991· Finn, 1989, 1993· Miserandino, 1996, αναφορά στο Kong, κ.ά., 2003).

Παρά το γεγονός ότι έχουν αναπτυχθεί αρκετά εργαλεία στον τομέα, δεν έχει γίνει μεγάλη δουλειά για την εννοιοποίηση και την οργάνωση της εμπλοκής σε τομείς όπως τα

μαθηματικά. Οι Kong, κ.ά. (2003) ανέπτυξαν ένα όργανο για τον εντοπισμό της εμπλοκής στην τάξη των μαθηματικών. Ταυτοποίησαν τις πιθανές κατασκευές με ποιοτικές μεθόδους παρατήρησης της τάξης και συνεντεύξεις σπουδαστών και το αποτέλεσμα της επικύρωσης του οργάνου με παραγοντική ανάλυση. Από την εξαγωγή των περιγραφών από την απομαγνητοφώνηση των συνεντεύξεων, οι ακόλουθες διαστάσεις εμπλοκής αναγνωρίστηκαν (βλ. Πίνακας 2):

Γνωστική Εμπλοκή	Εμπλοκή του Θυμικού
Επιφανειακή Στρατηγική	Ενδιαφέρον
Βαθιά Στρατηγική	Προσανατολισμός επίτευξης στόχου
Εξάρτηση	Άγχος
	Απογοήτευση/ αναστάτωση
Συμπεριφορική Εμπλοκή	
Προσοχή	
Επιμέλεια/ Συνέπεια	
Διάθεση χρόνου	

Πίνακας 2: Μοντέλο Διαστάσεων Εμπλοκής (Kong, Wom & Lam, 2003)

Από τη μία πλευρά, οι τρεις κατασκευές εμπλοκής των μαθητών, δηλαδή η γνωστική, η συμπεριφορική, και η εμπλοκή του θυμικού επικυρώθηκαν περαιτέρω με την ανάπτυξη του οργάνου. Από την άλλη πλευρά, τα περιεχόμενα αυτών των δομών εντοπίστηκαν στο πλαίσιο των μαθηματικών. Δεύτερον, τα αποτελέσματα αποκάλυψαν επίσης ότι το ενδιαφέρον είναι μια σημαντική πτυχή της εμπλοκής του θυμικού. Ο προσανατολισμός επίτευξης και η προηγούμενη εμπειρία της επιτυχίας συνδέονται στενά με την έννοια της εμπλοκής του θυμικού ενώ το άγχος και η απογοήτευση είναι άλλοι παράγοντες που εμπλέκονται. Αυτοί οι παράγοντες θυμικού και οι γνωστικοί παράγοντες, πιθανόν, ανακλώνται στην συμπεριφορά. Στην έρευνα των Kong, κ.ά. (2003) βρέθηκε πως οι μαθητές που εμπλέκονται δείχνουν να δίνουν προσοχή, να είναι επιμελείς και πρόθυμοι να αφιερώνουν χρόνο τόσο στην ενδοσχολική, όσο και στην εξωσχολική μαθηματική μάθηση.

Διάφορες μελέτες έχουν διαπιστώσει ότι οι κινητήριες και γνωστικές συνιστώσες της εμπλοκής των μαθητών δεν λειτουργούν μεμονωμένα μεταξύ τους, αλλά υποστηρίζουν και αλληλοσυμπληρώνονται με έναν συνεργατικό τρόπο. Ένα από τα ευρήματα της μελέτης των Kong, Wong & Lam (2003) ήταν οι διαστάσεις της γνωστικής εμπλοκής των μαθητών στα μαθηματικά (βλ. Πίνακας 3):

Διαστάσεις της Γνωστικής Εμπλοκής		
Επιφανειακή Στρατηγική	Βαθιά Στρατηγική	Εξάρτηση
Απομνημόνευση	Κατανόηση της ερώτησης	Εξάρτηση από γονείς
Εξάσκηση	Επανάληψη της υπάρχουσας γνώσης	Εξάρτηση από καθηγητές
Δοκιμές χειρισμού	Σύνδεση της νέας γνώσης με παλιές μεθόδους μάθησης	

Πίνακας 3: Διαστάσεις γνωστικής εμπλοκής (Kong, Wom & Lam, 2003)

Οι Helme και Clarke (2001) στην ανάλυσή τους είχαν ως σκοπό την εξακρίβωση των περιπτώσεων γνωστικής εμπλοκής χρησιμοποιώντας δεδομένα βιντεοσκοπήσης από την τάξη ως πρωταρχική πηγή. Οι ίδιοι εστίασαν κυρίως σε γλωσσικούς δείκτες γνωστικής και μεταγνωστικής δραστηριότητας, όπως λόγια, ερωτήσεις, εξηγήσεις και άλλες μορφές επικοινωνίας, και κατέληξαν στους παρακάτω δείκτες γνωστικής εμπλοκής (βλ. Πίνακας 4).

Δείκτες Γνωστικής Εμπλοκής	
<i>Κατάσταση Τάξης</i>	<i>Συμπεριφορά</i>
Παράλληλη εργασία ατόμων	Λεκτική διατύπωση σκέψης Αυτό-παρακολούθηση Συγκέντρωση (επιμένουσες αποσπάσει ή διακοπές) Χειρονομίες (ερμηνευμένες καθώς εξωτερικεύονται μέσω των διαδικασιών) Ψάξιμο για πληροφορίες και ανατροφοδότηση
Συνεργατική δραστηριότητα μικρών ομάδων	Ερωτήσεις Ολοκλήρωση εκφράσεων των συνομηλίκων Ανταλλαγή ιδεών Να δίνουν κατευθύνσεις, εξηγήσεις, πληροφορίες Αιτιολόγηση ενός επιχειρήματος Χειρονομίες
Αλληλεπιδράσεις μικρών ομάδων με τον εκπαιδευτικό	Απάντηση στις ερωτήσεις του καθηγητή Παροχή πληροφοριών Εξήγηση διαδικασιών και να αιτιολόγηση

	Να θέτουν ερωτήσεις στον καθηγητή Να αναρωτιούνται αναστοχαστικά
Αλληλεπιδράσεις ολόκληρης της τάξης με τον εκπαιδευτικό	Να θέτονται και να απατώνται ερωτήσεις Να γίνονται σχόλια αξιολόγησης Να συνεισφέρουν ιδέες Ολοκλήρωση εκφράσεων του καθηγητή

Πίνακας 4: Δείκτες Γνωστικής Εμπλοκής (Helme & Clarke, 2001)

Σύμφωνα με την Attard (2012) οι δομές της εμπλοκής και του κινήτρου χρησιμοποιούνται συχνά μαζί και είναι πολύ στενά συνδεδεμένες (βλ. Σχήμα 9). Ωστόσο, είναι διαφορετικές. Τα κίνητρα ενός μαθητή καθορίζουν το αν αυτός θα εμπλακεί ή όχι με κάποια συγκεκριμένη επιδίωξη και εάν τα κίνητρα αυτά υπάρχουν ή όχι ως μέρος των πεποιθήσεών του για το τι είναι σημαντικό (Eccles & Wigfield, 2002· Martin, 2006· Middleton & Spanias· 1999, αναφορά στο Attard, 2012). Από τη σκοπιά του Martin (2007, 2010a) τα κίνητρα ορίζονται ως η ενέργεια των ατόμων και η ώθηση στην μάθηση, στην αποτελεσματική εργασία και στην επίτευξη των δυνατοτήτων τους, ενώ η εμπλοκή ορίζεται ως οι συμπεριφορές που ευθυγραμμίζονται με αυτή την ενέργεια και οδηγούν (Liem & Martin, 2012). Το Σχήμα 9 είναι μια σύνθεση της παραπάνω βιβλιογραφίας από την Attard (2012), και υπογραμμίζει τον τρόπο με τον οποίο ένα κίνητρο ενός μαθητή μπορεί να επηρεάσει την εμπλοκή του στα μαθηματικά. Όταν ένα άτομο εμπλέκεται με τα μαθηματικά, έχει επηρεαστεί από τα κίνητρα, όμως αυτό δεν αρκεί συχνά για να διατηρήσει υψηλά επίπεδα εμπλοκής. Εάν υπάρχουν άλλες επιρροές, όπως η φτωχή παιδαγωγική, η έλλειψη εμπιστοσύνης, η μερικές φορές αρνητική επίδραση των συνομηλίκων ή ίσως η ανησυχία μιας επικείμενης μετάβασης σε άλλη σχολική βαθμίδα, τότε τα κίνητρα μπορούν να μειωθούν, και με τη σειρά τους να επηρεάσουν τα επίπεδα εμπλοκής. Στην τριετή διαχρονική της μελέτη, μια ομάδα 20 μαθητών του 6ου σχολικού έτους κλήθηκαν να συζητήσουν πτυχές του τι θεωρούσαν ως «καλά» μαθήματα μαθηματικών. Ένα άμεσο αποτέλεσμα της παραπάνω έρευνας είναι το πλαίσιο για την εμπλοκή με τα μαθηματικά, το οποίο συνδυάζει τις τρέχουσες αντιλήψεις της εμπλοκής, τη βιβλιογραφία για την «καλή» διδασκαλία των μαθηματικών και τις φωνές των μαθητών. Το πλαίσιο χωρίζεται σε τρία τμήματα. Κατ' αρχάς, οι πτυχές μιας εμπλεκόμενης τάξης παρατίθενται σύμφωνα με συμπεριφορικά, θυμικά και γνωστικά στοιχεία της εμπλοκής. Τα επόμενα δύο τμήματα βλέπουν τις παιδαγωγικές σχέσεις και τα ρεπερτόρια ως δύο

ξεχωριστές, αλλά αλληλοεξαρτώμενες πτυχές μιας εμπλεκόμενης τάξης. Κάθε τμήμα περιλαμβάνει ένα σύνολο συστάσεων που θα βοηθούσαν στην επίτευξη σταθερής εμπλοκής με τα μαθηματικά (Attard, 2012). Συνάγει, έτσι, ένα πλαίσιο εμπλοκής στα μαθηματικά, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 10.



Σχήμα 9: Λειτουργίες κινήτρου και εμπλοκής (Attard, 2012)

Στη μαθηματική τάξη οι μαθητές που εμπλέκονται:

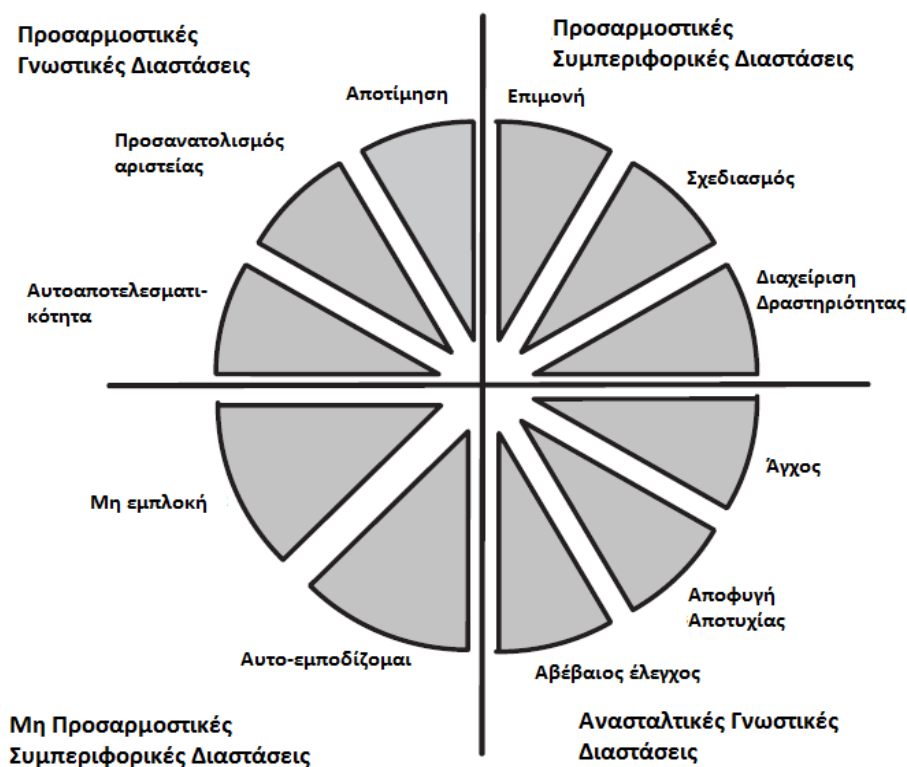
- Συμμετέχουν ενεργά – ομαδικές συζητήσεις, πρακτικές, σχετικές δραστηριότητες και δραστηριότητες εργασιών για το σπίτι (υψηλή συμπεριφορά)
- Πραγματική αποτίμηση- «αυτή η γνώση θα είναι χρήσιμη και στη ζωή μου εκτός της σχολικής τάξης» (υψηλό θυμικό)
- Αναστοχαστική εμπλοκή με τη βαθιά κατανόηση μαθηματικών εννοιών και εφαρμογών, και εξειδίκευση (υψηλή γνώση)

Σε μια εμπλεκόμενη τάξη μαθηματικών, θετικές παιδαγωγικές σχέσεις υπάρχουν:

- Το υπόβαθρο των μαθητών και η προϋπάρχουσα γνώση αναγνωρίζονται και συνεισφέρουν στη μάθηση των υπολοίπων
- Η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών και μεταξύ των μαθητών και των εκπαιδευτικών είναι συνεχής
- Ο εκπαιδευτικός προβάλλει ενθουσιασμό και χαρά για τα μαθηματικά και έχει ισχυρή παιδαγωγική γνώση και γνώση περιεχομένου
- Ο καθηγητής έχει επίγνωση των δυνατοτήτων και των μαθησιακών αναγκών καθενός από τους μαθητές του

Σχήμα 10: Πλαίσιο εμπλοκής με τα μαθηματικά (Attard, 2012)

Οι Liem και Martin (2012) ανέπτυξαν τον Τροχό Κινήτρων και Εμπλοκής, ο οποίος είναι ένα πολυδιάστατο εννοιολογικό πλαίσιο που αντιπροσωπεύει σημαντικές γνωστικές και συμπεριφορικές διαστάσεις που σχετίζονται με το κίνητρο και την εμπλοκή. Ο τροχός και το συνοδευτικό εργαλείο αξιολόγησής του-η κλίμακα κινήτρων και εμπλοκής (MES)-αναπτύσσουν έντεκα παράγοντες πρώτης τάξης (κάτω από τέσσερις παράγοντες υψηλότερης τάξης): αυτοεκτίμηση, αποτίμηση, και προσανατολισμό υψηλής μάθησης (προσαρμοστική γνώση)· τον σχεδιασμό, τη διαχείριση εργασιών και την επιμονή (προσαρμοστική συμπεριφορά)· το άγχος, την αποφυγή αποτυχίας και την αβέβαιη αντιμετώπιση (δυσκολία/μη προσαρμοστική γνώση)· καθώς τον αυτό-εμποδισμό και τη μη εμπλοκή (μη προσαρμοστική συμπεριφορά). Στο πιο βασικό επίπεδό του, όπως δείχνει το Σχήμα 11, ο τροχός περιλαμβάνει τέσσερις παράγοντες υψηλότερης τάξης, δηλαδή την προσαρμοστική γνώση, που αντανακλά έναν θετικό κινητήριο προσανατολισμό προς τη μάθηση/δραστηριότητα· την προσαρμοστική συμπεριφορά, που αντιπροσωπεύει θετικές στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα άτομα για να συμμετάσχουν στη μάθηση/δραστηριότητά τους· η παρεμπόδιση της γνώσης, αντικατοπτρίζοντας έναν προσανατολισμό που εμποδίζει την κινητοποίηση της εμπλοκής στη μάθηση/δραστηριότητα· την μη προσαρμοστική συμπεριφορά, που αντιπροσωπεύει επιβλαβείς στρατηγικές με τις οποίες τα άτομα εμπλέκονται κατά την προσέγγιση της μάθησης/εργασίας τους.



Σχήμα 11: Ο Τροχός Κινήτρων και Εμπλοκής (Liem & Martin, 2012)

Παράλληλα με τον τροχό είναι το συνοδευτικό όργανό του, το MES (Martin, 2010c). Το MES αποτελείται από έντεκα υποκλίμακες κινήτρων και εμπλοκής ανάλογα με τους έντεκα παράγοντες πρώτης τάξης στον τροχό, οι ορισμοί των οποίων παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακας 5).

Κλίμακα/Υποκλίμακα	Λειτουργικός ορισμός
Προσαρμοστική Γνώση	Στάσεις και προσανατολισμοί που διευκολύνουν τη μάθηση
1. Αυτοαποτελεσματικότητα	Η πεποίθηση των μαθητών και η εμπιστοσύνη τους στη ικανότητά τους στην καλή μάθηση.
2. Αποτίμηση	Η πεποίθηση των μαθητών για τη χρησιμότητα, τη σπουδαιότητα και τη συνάφεια του ακαδημαϊκού έργου με το οποίο ασχολούνται.
3. Προσανατολισμός αριστείας	Ο προσανατολισμός των μαθητών στην ανάπτυξη ικανοτήτων και γνώσεων στη μάθησή τους.
Προσαρμοστική Συμπεριφορά	Συμπεριφορές και εμπλοκή που διευκολύνουν τη μάθηση
1. Σχεδιασμός	Ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές σχεδιάζουν το ακαδημαϊκό έργο και τα καθήκοντά τους.
2. Διαχείριση δραστηριότητας	Οι τρόποι με τους οποίους οι μαθητές χρησιμοποιούν το χρόνο τους, οργανώνουν το χρονοδιάγραμμά τους και επιλέγουν και διευθετούν το πού εργάζονται.
3. Επιμονή	Ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές διατηρούν την εμπλοκή τους.
Παρεμπόδιση Γνώσης	Στάσεις και προσανατολισμοί που παρεμποδίζουν τη μάθηση.
1. Άγχος	Ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές αισθάνονται

	ανήσυχοι όταν σκέφτονται ή κάνουν το ακαδημαϊκό τους έργο.
2. Αποφυγή αποτυχίας	Ο βαθμός στον οποίο τα κίνητρα των μαθητών να κάνουν την εργασία τους είναι ώστε να αποφύγουν την αποτυχία, την χαμηλή απόδοση ή την απογοήτευση των άλλων.
3. Αβέβαιος έλεγχος	Ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές είναι αβέβαιοι για το πώς να αποδώσουν καλά ή πώς να αποφύγουν την χαμηλή απόδοση.
Μη Προσαρμοστική Συμπεριφορά	Συμπεριφορές και εμπλοκή μη προσαρμοστικές για τη μάθηση.
1. Αυτό-εμποδίζομαι	Ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές θέτουν σε κίνδυνο τις πιθανότητες της ακαδημαϊκής τους επιτυχίας, ώστε να έχουν δικαιολογίες αν δεν αποδώσουν καλά.
2. Μη εμπλοκή	Η τάση των μαθητών να εγκαταλείψουν το ακαδημαϊκό τους έργο ή την επίτευξη γενικότερα.

Πίνακας 5: Συνοδευτικό όργανο του Τροχού Κινήτρων και Εμπλοκής (Liem & Martin, 2012)

Οι εκπαιδευτικοί και οι ερευνητές εργάστηκαν για να αναπτύξουν διαφορετικούς τρόπους αξιολόγησης της συμπεριφορικής, της γνωστικής εμπλοκής και της εμπλοκής του θυμικού, μέσω των αναφορών των μαθητών, των αναφορών των εκπαιδευτικών και των πρωτοκόλλων παρατήρησης. Ωστόσο οι μαθητές δεν είναι εγγενώς εμπλεκόμενοι ή μη-εμπλεκόμενοι, αλλά η εμπλοκή τους είναι εύπλαστη και δυναμική (Malloy, Parsons, & Parsons, 2013, αναφορά στο Parsons, κ.ά., 2014). Όταν η εμπλοκή των μαθητών είναι υψηλή, συμμετέχουν ενεργά στις συζητήσεις της τάξης, είναι ενθουσιασμένοι και έχουν μια θετική στάση απέναντι στη σχολική εργασία. Όταν οι μαθητές δεν εμπλέκονται, βαριούνται και αδιαφορούν για τα ακαδημαϊκά καθήκοντα (βλ. Πίνακας 6).

Το Φάσμα της Εμπλοκής

Υψηλή Εμπλοκή

Εκδηλώνει συμπεριφορική εμπλοκή στη μάθηση (συμμετοχή στην ομαδική εργασία, ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων που ανατέθηκαν).

Επιμένει όταν παρουσιάζεται πρόκληση, θέτει ερωτήσεις όταν κάτι δεν έχει κατανοηθεί.

Υπέρβαση προσδοκιών σε μια δοσμένη δραστηριότητα

Χαμηλή Εμπλοκή

Δεν ολοκληρώνει της δραστηριότητες που ανατέθηκαν.

Εκδηλώνει βαρεμάρα.

Τα παρατάει εύκολα.

Πίνακας 6: Φάσμα Μαθητικής Εμπλοκής (Parsons, Nuland & Parsons, 2014)

Με την κατανόηση των επιπέδων εμπλοκής των μαθητών, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αλλάξουν τις δραστηριότητες που αναθέτουν, γεγονός που θα αυξήσει ή θα μειώσει την εμπλοκή των μαθητών (Malloy κ.α., 2013, αναφορά στο Parsons, κ.ά., 2014).

3. Μεθοδολογία

3.1. Μέθοδος

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτέλεσε μελέτη περίπτωσης δυο σχολικών διδασκαλιών στο μάθημα των μαθηματικών. Η συγκεκριμένη μέθοδος επιλέχθηκε αφού επιτρέπει τη λεπτομερή μελέτη των διαστάσεων της διερευνητικής μάθησης που προκύπτουν στην σχολική τάξη των μαθηματικών, των κινήτρων που διαμορφώνουν οι μαθητές, καθώς και της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών. Τα ερευνητικά εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν ήταν η παρατήρηση βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών στο μάθημα των μαθηματικών, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο του προγράμματος Mascil, καθώς και ατομικές συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς, που διεξήγαγαν την κάθε διδασκαλία. Αναφορικά με τα χαρακτηριστικά αυτών, η παρατήρηση των βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών ήταν ημιδομημένη και τα μέσα καταγραφής των δεδομένων ήταν χειρόγραφες σημειώσεις πεδίου. Το ερευνητικό εργαλείο της βιντεοσκόπησης επιτρέπει την παραγωγή δεδομένων στον τόπο και τον χρόνο που αυτά προκύπτουν, καθώς και την παρατήρηση του τι κάνουν τα υποκείμενα της έρευνας και όχι του τι λένε ότι κάνουν. Οι συνεντεύξεις ήταν επίσης ημιδομημένες, ενώ τα μέσα καταγραφής που χρησιμοποιήθηκαν για αυτές ήταν χειρόγραφες σημειώσεις πεδίου, καθώς και μαγνητοφώνηση. Το ερευνητικό εργαλείο της συνέντευξης επιλέχθηκε καθώς επιτρέπει τη παραγωγή εξατομικευμένων δεδομένων για τα υποκείμενα της έρευνας, τα οποία κρίνονται χρήσιμα για την ερμηνεία των διαφορετικών χαρακτηριστικών τους, ενώ παράλληλα μας δίνει τη δυνατότητα για τη λήψη πληροφοριών σχετικά με τα χαρακτηριστικά της σχολικής τάξης, συνολικά.

3.2. Δείγμα

Δείγμα της παρούσας έρευνας αποτέλεσαν δύο σχολικές τάξεις μαθηματικών, μια στην σχολική βαθμίδα της Α' Λυκείου, ενώ η δεύτερη στην σχολική βαθμίδα της Β' Λυκείου. Η επιλογή των σχολείων έγινε από την ομάδα έργου του Προγράμματος Mascil. Η επιλογή του κάθε σχολικού τμήματος πραγματοποιήθηκε από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς με βάση τις προσωπικές τους εκτιμήσεις. Και στις δύο περιπτώσεις επιλέχθηκε η διατήρηση της ανωνυμίας των μαθητών και των εκπαιδευτικών για λόγους ηθικής δεοντολογίας.

Το τμήμα της Α' Λυκείου υπάγεται στο 2ο Πρότυπο Πειραματικό Λύκειο Αθηνών. Το συγκεκριμένο τμήμα αποτελούταν από 27 μαθητές, αγόρια και κορίτσια, μεικτών σχολικών κατευθύνσεων προσανατολισμού. Το τμήμα ήταν μεικτής γνωστικής δυναμικής, δηλαδή αποτελούταν από μαθητές όλων των γνωστικών επιπέδων, όσον αφορά στη μαθηματική τους επίδοση. Η Α' Λυκείου επιλέχθηκε από τον διδάσκοντα επειδή στην τάξη αυτή οι μαθητές διδάχθηκαν για πρώτη φορά τη μαθηματική έννοια της ακολουθίας και αυτή της προόδου (αριθμητική και γεωμετρική), ενώ το συγκεκριμένο τμήμα επιλέχθηκε, πάλι από τον ίδιο, εξαιτίας του καλού επικοινωνιακού κλίματος που είχαν αναπτύξει μεταξύ τους. Το τμήμα χωρίστηκε σε επτά ομάδες, οι έξι από τις οποίες αποτελούταν από τέσσερις μαθητές, ενώ η μια ομάδα αποτελούταν από τρεις μαθητές. Κάθε ομάδα αποτελούταν από, περίπου, δύο καλούς μαθητές μαθηματικών, και δύο μέτριους, μετά από επιλογή του καθηγητή.

Το τμήμα της Β' Λυκείου υπάγεται στο 1^ο Γενικό Λύκειο Γλυφάδας. Το συγκεκριμένο τμήμα αποτελούταν από 21 μαθητές, αγόρια και κορίτσια, μεικτών σχολικών κατευθύνσεων προσανατολισμού. Το τμήμα ήταν μεικτής γνωστικής δυναμικής, δηλαδή αποτελούταν από μαθητές όλων των γνωστικών επιπέδων, όσον αφορά τη μαθηματική τους επίδοση. Η Β' Λυκείου επιλέχθηκε από τον διδάσκοντα επειδή στην τάξη αυτή οι μαθητές μαθαίνουν την έννοια της εκθετικής συνάρτησης, ενώ το συγκεκριμένο τμήμα επιλέχθηκε πάλι από τον ίδιο, επειδή αποτελείται από μαθητές διαφόρων επιπέδων επιδόσεων στα μαθηματικά. Το τμήμα χωρίστηκε σε πέντε ομάδες, οι τέσσερις από τις οποίες αποτελούταν από τέσσερις μαθητές, ενώ η μια ομάδα αποτελούταν από πέντε μαθητές. Κάθε ομάδα αποτελούταν από, περίπου, δύο καλούς μαθητές μαθηματικών, και δύο μέτριους, μετά από επιλογή του καθηγητή.

3.3. Πλαίσιο

3.3.1. Δραστηριότητα

Η δραστηριότητα που επέλεξαν οι καθηγητές για τη διδασκαλία τους ήταν η «Συγκέντρωση Φαρμάκου», από το αρχείο δραστηριοτήτων του προγράμματος Mascil (<http://www.mascil-project.eu/classroom-material/classroom-material-2>). Σύμφωνα με την περιγραφή της δραστηριότητας που παρέχεται στο επίσημο site,

Οι περισσότερες φαρμακευτικές αγωγές απαιτούν ένα ορισμένο επίπεδο φαρμάκων στην κυκλοφορία του αίματος για να είναι αποτελεσματικές. Από την άλλη πλευρά, εάν το επίπεδο ανεβαίνει πολύ υψηλά, κάποια φάρμακα μπορεί να είναι επιβλαβή. Η φαρμακολογική μελέτη εξετάζει ποια δόση φαρμάκων είναι αποτελεσματική. Σε αυτό το έργο οι μαθητές χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να διερευνήσουν πώς αλλάζει το επίπεδο της φαρμακευτικής αγωγής στο αίμα με την πάροδο του χρόνου και τι συμβαίνει εάν η ημερήσια δόση αλλάξει, παραλειφθεί ή ληφθεί διπλή δόση. Γράφουν μια αναφορά, που μπορεί να είναι ένα φυλλάδιο για τους ασθενείς.

Οι μαθητές εν μέρει υιοθετούν το ρόλο του φαρμακολόγου για να διαπιστώσουν πώς λειτουργούν τα φάρμακα στον οργανισμό. Το κάνουν με τη χρήση μαθηματικών μοντέλων αντί να πειραματίζονται σε εργαστήριο. Χρησιμοποιούν ένα μαθηματικό μοντέλο για να διερευνήσουν τις αλλαγές στο επίπεδο φαρμάκου της κυκλοφορίας του αίματος υπό διαφορετικές συνθήκες. Παρουσιάζουν τα ευρήματά τους ως οδηγίες χρήσης ασθενών, καθώς γράφουν ένα φυλλάδιο με πληροφορίες για τον ασθενή και οδηγίες σχετικά με τη χρήση και τις επιδράσεις του φαρμάκου. Οι δραστηριότητες δείχνουν πώς ένας φαρμακολόγος μπορεί να χρησιμοποιήσει τα μαθηματικά.

Η δραστηριότητα αφορά τον γνωστικό τομέα των μαθηματικών, αναφέρεται σε μαθητές Λυκείου (από 15 έως 16 ετών), ενώ ο προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας της είναι περίπου τα 100 λεπτά (<http://www.mascil-project.eu>).

Και οι δύο καθηγητές επέλεξαν την συγκεκριμένη δραστηριότητα, λόγω του πλούσιου μαθηματικού περιεχομένου της, καθώς επίσης και επειδή αυτή συνδέει με απλό τρόπο μαθηματικά εργαλεία (διάγραμμα) και μαθηματικές έννοιες (πρόοδοι, εκθετική συνάρτηση) με την πραγματικότητα, και τα αναδεικνύει ως χρήσιμα εργαλεία και για την επίλυση προβλημάτων καθημερινότητας. Οι Kosynas και Triantafyllos (2016) έχουν αναλύσει εκτενώς το μαθηματικό υπόβαθρο της συγκεκριμένης δραστηριότητας, όπως παρουσιάζεται παρακάτω:

«Το μαθηματικό περιεχόμενο του προβλήματος αναφέρεται στις μαθηματικές έννοιες που ενυπάρχουν στη δραστηριότητα και απαντούν στα ερωτήματά της. Στη συνέχεια εκτίθεται μία προσέγγιση του προβλήματος και παρουσιάζονται οι απαντήσεις στα επιμέρους ερωτήματα των εννοιών που εμφανίζονται κατά την επίλυση του προβλήματος.

Κατ' αρχάς, το πρόβλημα περιέχει την έννοια της ακολουθίας. Η ποσότητα του φαρμάκου Q_n στο τέλος της τυχούσας ημέρας n θα είναι ίση με την ποσότητα του φαρμάκου η οποία υπήρχε στον οργανισμό την προηγούμενη ημέρα $n-1$, μειωμένη κατά ποσοστό 25% που αποβλήθηκε και αυξημένη κατά 1500 mgr, που είναι η ημερήσια δόση.

$$Q_1 = 1500, Q_2 = 0,75 \cdot Q_1 + 1500, Q_3 = 0,75 \cdot Q_2 + 1500, Q_4 = 0,75 \cdot Q_3 + 1500$$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει ότι η ακολουθία Q_n ορίζεται με αναδρομή από τις ισότητες:

$$Q_1 = 1500 \text{ και } Q_n = 0,75 \cdot Q_{n-1} + 1500 \quad (1)$$

Από τον αναδρομικό τύπο για $n=2, 3, 4$, με τη μέθοδο της μαθηματικής επαγωγής οδηγούμαστε στην ακόλουθη εικασία για την ποσότητα του φαρμάκου που θα υπάρχει στον οργανισμό στο τέλος της νιοστής ημέρας:

$$Q_n = 0,75^{n-1} \cdot 1500 + 0,75^{n-2} \cdot 1500 + \dots + 1500 \quad (2)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει εύκολα η σχέση

$$Q_n = Q_{n-1} + 0,75^{n-1} \cdot 1500, n \geq 2.$$

Από τη σχέση (2) συμπαιρνουμε ότι η ακολουθία Q_n είναι η ακολουθία των αθροισμάτων των n -πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου (a_n) με $a_1=1500$ και λόγο $\lambda=0,75$. Επομένως,

$$Q_n = 1500 \cdot \frac{0,75^n - 1}{0,75 - 1} = 6000 \cdot (1 - 0,75^n), \quad n \geq 1 \quad (3)$$

$$\text{Για } n \rightarrow \infty \text{ το } \lim_{n \rightarrow \infty} 0,75^n = 0, \text{ και άρα το } \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n = 6000$$

Εύκολα συμπεραίνουμε ότι η ακολουθία Q_n είναι γνησίως αύξουσα. Επειδή ακόμη $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n = 6000$, όπως βρήκαμε παραπάνω, συμπεραίνουμε ότι η συγκέντρωση του φαρμάκου στον οργανισμό συνεχώς αυξάνεται και τείνει προς το 6000mg. Η αύξηση της συγκέντρωσης μειώνεται με την πάροδο του χρόνου, αφού $Q_n - Q_{n-1} = 0,75^{n-1} \cdot 1500$. Άρα, η παράλειψη μιας δόσης είναι σημαντική μόνο κατά τις πρώτες μέρες από την έναρξη της λήψης του φαρμάκου, ενώ μετά είναι ασήμαντη.

Γενικεύοντας τη σχέση (3) είναι λογικό να δεχθούμε ότι η ποσότητα $Q(t)$ (σε mg) του φαρμάκου στον οργανισμό του ασθενούς, t ημέρες μετά την έναρξη της ημερήσιας λήψης του, ακολουθεί το νόμο της εκθετικής μεταβολής και συγκεκριμένα ισχύει:

$$Q(t) = 6000 \cdot (1 - 0,75^t)$$

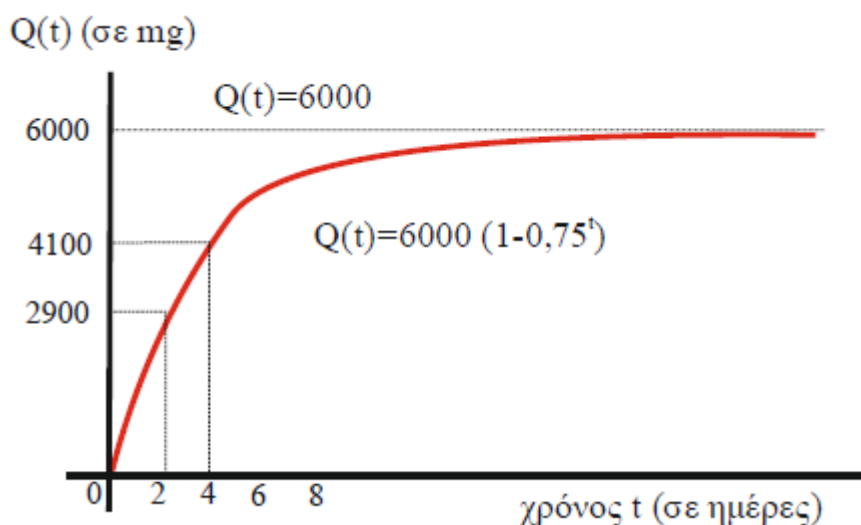
Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση $Q(t)$ είναι γνησίως αύξουσα, κοίλη, όπως προκύπτει από την μελέτη του πρόσημου των $Q'(t)$ και $Q''(t)$, και έχει οριζόντια

ασύμπτωτη την ευθεία $y=6000$. Αυτό σημαίνει ότι η συγκέντρωση του φαρμάκου στον οργανισμό του ασθενούς μεταβάλλεται, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, και ότι η ποσότητά του στον οργανισμό κυμαίνεται από 0 mg έως 6000 mg.

Παρατηρούμε επίσης ότι η δραστηριότητα προσφέρεται (περιορίζοντας τα ερωτήματα) για εισαγωγή της έννοιας και των ιδιοτήτων του λογαρίθμου. Πράγματι, η απάντηση στο ερώτημα: μετά από πόσες περίπου ημέρες η συγκέντρωση του φαρμάκου στον οργανισμό θα είναι π.χ. 4100 mgr δίνεται από την ισοδυναμία:

$$Q(t) = 4100 \Leftrightarrow t = \log_{0,75} \frac{19}{60}$$

οπότε έχουμε την έννοια του λογαρίθμου. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $Q(t)$ δίνεται στο παρακάτω σχήμα (βλ. Σχήμα 12) . Το γράφημα της $Q(t)$ προκύπτει από το γράφημα της εκθετικής συνάρτησης με βάση 0,75, αν εφαρμόσουμε διαδοχικά τους μετασχηματισμούς: α) συμμετρία ως προς τον άξονα $,x'x$ β) παράλληλη μεταφορά ως προς τον άξονα $y'y$ και γ) πολλαπλασιασμός επί σταθερό αριθμό. Επομένως θα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη δραστηριότητα για να διδάξουμε αυτούς τους μετασχηματισμούς», (Kosynas & Triantafyllos, 2016, σελ. 11-15).



Σχήμα 12: Γραφική παράσταση συνάρτησης $Q(t)$ (Kosynas & Triantafyllos, 2016, σελ. 14)

Οι δύο καθηγητές επέλεξαν να δώσουν μια ανασχηματισμένη έκδοση της συγκεκριμένης δραστηριότητας στους μαθητές τους (για την αυθεντική δραστηριότητα του Mascil βλ. Παράρτημα 1, για τη δραστηριότητα που δόθηκε στο τμήμα της Α' Λυκείου βλ.

Παράρτημα 2, για τη δραστηριότητα που δόθηκε στο τμήμα της Β' Λυκείου βλ. Παράρτημα 3).

3.3.2. Ενορχήστρωση σχολικής τάξης και διεξαγωγή διδασκαλίας

3.3.2.1. Τμήμα Α' Λυκείου

Η παρούσα διδασκαλία αποτέλεσε συνδιδασκαλία δύο καθηγητών, του καθηγητή μαθηματικών, και της καθηγήτριας Χημείας. Στην τάξη, εκτός από τους δύο διδάσκοντες έλαβαν μέρος άλλοι δύο παρατηρητές (μια καθηγήτρια του Τμήματος Μαθηματικών του ΕΚΠΑ και μια φοιτήτρια), καθώς και ο υπεύθυνος της βιντεοσκόπησης της διδασκαλίας. Σε αλληλεπίδραση με τους μαθητές ήρθαν όλοι οι συμμετέχοντες. Στην αρχή μοιράστηκε το φύλλο εργασίας στις ομάδες των μαθητών από τους διδάσκοντες. Έπειτα, ξεκίνησε μια επεξηγηματική συζήτηση σχετικά με τις έννοιες της Χημείας που ενυπήρχαν στο πρόβλημα, τις αρμοδιότητες ενός φαρμακολόγου, και το ρόλο (φαρμακολόγοι, γιατροί, μαθηματικοί, κ.α.) που καλούνται να πάρουν οι μαθητές, με οδηγό την καθηγήτρια Χημείας. Ο καθηγητής Μαθηματικών, στη συνέχεια, εξήγησε στα παιδιά τη μαθηματική φύση του προβλήματος, και ανέλυσε το τι αναμένονταν οι ίδιοι να κάνουν, αναθέτοντας τους το ρόλο του επαγγελματία φαρμακολόγου, επιλύοντας παράλληλα κάποιες αρχικές απορίες των μαθητών. Μετά από προτροπή των διδασκόντων, οι μαθητές ξεκίνησαν να διερευνούν το πρόβλημα σε ομαδικό επίπεδο. Κατά τη διάρκεια της διερεύνησης του προβλήματος από τους μαθητές, οι διδάσκοντες πήγαιναν από τη μια ομάδα στην άλλη, ώστε να επιλύσουν τις απορίες των μαθητών και να συζητήσουν την πορεία της λύσης της κάθε ομάδας, καθοδηγώντας τους μαθητές, όπου κρινόταν απαραίτητο. Πριν το τέλος της διδασκαλίας, οι διδάσκοντες κάλεσαν τους μαθητές σε συζήτηση των προτεινόμενων, ανά ομάδα, λύσεων στο επίπεδο της τάξης, ενώ εθελοντές από κάποιες ομάδες παρουσίασαν στην τάξη τη λύση τους. Στο τέλος, ακολούθησε η σύνοψη των αποτελεσμάτων από τον καθηγητή των μαθηματικών, και η επέκταση αυτών στην εκθετική συνάρτηση, αλλά και στην έννοια του ορίου, μέσω της γραφικής παράστασης. Η διδασκαλία είχε διάρκεια δύο διδακτικές ώρες.

3.3.2.2. Τμήμα Β' Λυκείου

Στην τάξη εκτός από τον διδάσκοντα έλαβε μέρος ένας παρατηρητής/ερευνητής, ένας συνεργάτης υπεύθυνος για τη βιντεοσκόπηση και την μαγνητοφώνηση, και ένας ακόμα εκπαιδευτικός παρατηρητής. Σε αλληλεπίδραση με τους μαθητές ήρθε μόνο ο διδάσκοντας. Μετά από μια μικρή εισαγωγή στο πρόβλημα εκ μέρους του διδάσκοντα, μοιράστηκε στις ομάδες το φύλλο εργασίας με την εκφώνηση του προβλήματος. Οι μαθητές αφού διάβασαν τα ερωτήματα, μετείχαν σε μια πρώτη μαθηματική συζήτηση στην ολομέλεια για την εργασία που θα παρέδιδαν. Στη συνέχεια, οι μαθητές είχαν στη διάθεσή τους χρόνο για τη διερεύνηση της δραστηριότητας σε ομαδικό επίπεδο. Κατά τη διάρκεια της διερεύνησης αυτής, ο καθηγητής πήγαινε από ομάδα σε ομάδα, ώστε να συζητήσει με τους μαθητές την πορεία της επίλυσής τους, να τους καθοδηγήσει και να επιλύσει τυχούσες απορίες. Έπειτα, μετά από επέμβαση του διδάσκοντα, έληξε η περίοδος της διερεύνησης, και κλήθηκε κάθε μια από τις ομάδες να παρουσιάσει την λύση της στην υπόλοιπη τάξη. Σε αυτή τη φάση η αλληλεπίδραση μεταξύ των ομάδων ήταν μικρή. Τέλος, ο καθηγητής έκανε τη σύνοψη των αποτελεσμάτων, και έδωσε τη λύση του προβλήματος, σε συνεργασία με τους μαθητές, επεκτείνοντάς την στην έννοια του ορίου μέσα από τη γραφική παράσταση. Η διδασκαλία είχε διάρκεια δύο διδακτικές ώρες.

3.4. Ανάλυση

Η ανάλυση των δεδομένων είναι ποιοτική και αφορά κυρίως την παρατήρηση των αλληλεπιδράσεων εκπαιδευτικού-μαθητών και μαθητών-μαθητών κατά τη μελέτη περίπτωσης του διδακτικού πειράματος, τόσο σε γνωστικό επίπεδο, όσο και σε συμπεριφορικό. Το ερευνητικό υλικό τέθηκε σε επεξεργασία με σκοπό την απάντηση των τριών ερευνητικών ερωτημάτων που έχουν τεθεί. Για το λόγο αυτό, τα δεδομένα από τις βιντεοσκοπήσεις, οι σημειώσεις πεδίου, καθώς και οι απομαγνητοφωνήσεις των συνεντεύξεων με τους διδάσκοντες επεξεργάστηκαν με τη μέθοδο της μικροανάλυσης. Η μικροανάλυση αποτελεί την περιγραφική ανάλυση γραμμής προς γραμμή (λέξη προς λέξη, παράγραφο προς παράγραφο) που είναι απαραίτητη στο ξεκίνημα μιας μελέτης ώστε να παραχθούν οι αρχικές κατηγορίες (με τις ιδιότητες και τις διαστάσεις τους) και να οριστούν οι δεσμοί μεταξύ των κατηγοριών, ένας συνδυασμός ανοιχτού και αξιακού τρόπου κωδικοποίησης. Η συγκεκριμένη μέθοδος επιλέχθηκε, εξαιτίας των υψηλών επιπέδων

αναλυτικότητας που μπορεί να προσφέρει, αφού επιτρέπεται η εξέταση των λεπτομερειών των δεδομένων, κάνοντας συγκρίσεις μεταξύ των επιπέδων των ιδιοτήτων και των διαστάσεων, και με τρόπο τέτοιο ώστε να επιτρέπεται στον αναλυτή να «σπάσει» τα δεδομένα και να τα ανακατασκευάσει ώστε να σχηματιστεί κάποιο επεξηγηματικό σχήμα (Corbin & Strauss, 2008).

Για τη διευκόλυνση αυτής της διαδικασίας, με βάση εξατομικευμένα στοιχεία των μαθητών που αντλήθηκαν από τις συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς, έγινε ομαδοποίηση των μαθητών σε δυο ομάδες. Η ομάδα Η περιλαμβάνει μαθητές με μεγάλο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, υψηλό γνωστικό μαθηματικό επίπεδο, αυξημένη συμμετοχή στο μάθημα των μαθηματικών γενικά. Η ομάδα Λ περιλαμβάνει μαθητές με μέτριο, χαμηλό ή και καθόλου ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, μέτριο ή χαμηλό γνωστικό μαθηματικό επίπεδο, χαμηλή ή και καθόλου συμμετοχή στο μάθημα των μαθηματικών γενικά. Για τον κάθε μαθητή διαμορφώθηκε ένας εξατομικευμένος κωδικός, ο οποίος περιλαμβάνει τις εξής πληροφορίες: τμήμα μαθητή (Α' ή Β' Λυκείου), σχολική ομάδα μαθητή, ομάδα μαθητή σχετικά με τη στάση του απέναντι στα μαθηματικά. Για παράδειγμα ο μαθητής με κωδικό Α0103L ανήκει στο τμήμα της Α' Λυκείου (Α0103L), στην πρώτη ομάδα συνεργασίας (Α0103L), είναι το τρίτο μέλος αυτής (Α0103L), και όσον αφορά τη στάση του απέναντι στα μαθηματικά, ανήκει στην ομάδα Λ (Α0103L).

3.4.1. Διαστάσεις της Διερευνητικής Μάθησης στην Σχολική Τάξη των Μαθηματικών

Για τον εντοπισμό των διαστάσεων της διερευνητικής μάθησης που προέκυψαν κατά τη διδασκαλία, χρησιμοποιήθηκαν, κυρίως, οι βιντεοσκοπήσεις των διδασκαλιών, και οι παρατηρήσεις πάνω σε αυτές.

Για την αναγνώριση του είδους της διερευνητικής μάθησης υιοθετήθηκε η διάκριση των Kremer και Schluter (2006), όπως αυτή αναφέρεται στους Bruder και Prescott (2013), σύμφωνα με την οποία η διερευνητική μάθηση διακρίνεται σε Ανοιχτή διερεύνηση, Καθοδηγούμενη διερεύνηση, και Δομημένη Διερεύνηση, τα χαρακτηριστικά των οποίων αναλύονται σε προηγούμενη ενότητα της παρούσας εργασίας (βλ. σελ. 27, παρόν έγγραφο). Η αναγνώριση έγινε μέσω της παρατήρησης, κυρίως της συμπεριφοράς του καθηγητή, σε όλες τις φάσεις της διερευνητικής διδασκαλίας, ώστε να καθοριστεί το επίπεδο καθοδήγησής του προς τους μαθητές.

Για την περιγραφή των αλληλεπιδράσεων των μαθητών με τον καθηγητή, στηριχθήκαμε στο Μοντέλο Διερευνητικής Συνεργασίας των Alrø και Skovsmose (2002) (βλ. σελ. 25, παρόν έγγραφο), εντοπίζοντας και αναλύοντας γραμμή προς γραμμή τις λεκτικές και συμπεριφορικές αλληλεπιδράσεις του καθηγητή με τους μαθητές. Από την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων της σχολικής τάξης και από θεωρητικές αναλύσεις, οι Alrø και Skovsmose (2002) έχουν αναγνωρίσει διαλογικά στοιχεία που είναι απαραίτητα για την επικοινωνία και τη διαπραγμάτευση των προθέσεων, για την προαγωγή και το διαμοιρασμό αναστοχασμών καθώς και για την ενθάρρυνση και την εκτίμηση της κριτικής. Το συγκεκριμένο εργαλείο θεωρήθηκε κατάλληλο για τον εντοπισμό των αλληλεπιδράσεων των καθηγητών και των μαθητών, στα πλαίσια της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης, ένας παράγοντας που θεωρείται καθοριστικός για την πορεία και εφαρμογή της διερεύνησης στην σχολική τάξη.

Σχετικά με τον εντοπισμό των φάσεων της διερεύνησης που προέκυψαν κατά τη διδασκαλία, χρησιμοποιήθηκαν τα Στάδια Διερεύνησης των Pedaste, κ.ά. (2015) (βλ. σελ. 24, παρόν έγγραφο). Η κάθε διδασκαλία μελετήθηκε στο επίπεδο της τάξης, προσπαθώντας να εντοπιστούν τα σημεία αλλαγής των φάσεων, και ο εντοπισμός αυτών, στηριζόμενοι κυρίως στις γνωστικές διεργασίες των μαθητών. Στη συνέχεια, μετά τον καθορισμό των σχέσεων μεταξύ των φάσεων και των επιμέρους φάσεων διερεύνησης, σχηματίστηκε ο διερευνητικός κύκλος για κάθε μια από τις διδασκαλίες, σύμφωνα με το πλαίσιο διερευνητικής μάθησης των Pedaste, κ.ά. (2015) (βλ. σελ. 23, παρόν έγγραφο).

Τα παραπάνω εργαλεία ανάλυσης κρίθηκαν κατάλληλα για την απάντηση του πρώτου ερευνητικού μας ερωτήματος, καθώς εξετάζουν πολύπλευρα τη διερευνητική μάθηση, όπως αυτή προκύπτει στα σχολικά πλαίσια της τάξης.

3.4.2. Η Διαμόρφωση των Κινήτρων των Μαθητών και το πλαίσιο του Χώρου Εργασίας

Όπως προαναφέρθηκε, λίγες μελέτες έχουν γίνει σχετικά με τα κίνητρα των μαθητών, πιθανόν εξαιτίας της αφηρημένης φύσης τους, ενώ οι περισσότερες από αυτές αποτέλεσαν ποσοτικές έρευνες. Στην παρούσα εργασία, όπου το κίνητρο αντιμετωπίζεται ποιοτικά, υιοθετείται ο ορισμός του Hannula (2006), σύμφωνα με τον οποίο:

το κίνητρο αποτελεί μια δυνατότητα άμεσης συμπεριφοράς μέσω των μηχανισμών που ελέγχουν τα συναισθήματα. Αυτή η δυναμική διαρθρώνεται μέσω των αναγκών και των στόχων. Οι ανάγκες καθορίζονται σε περιπτώσεις γενικών «δυνατοτήτων άμεσης συμπεριφοράς», ενώ τα κίνητρα βασίζονται στις κατηγορίες των ατομικών περιβαλλοντικών σχέσεων (ανάγκες) (Hannula, 2006)

Το κίνητρο για την επίλυση μιας μαθηματικής δραστηριότητας μπορεί να εκδηλωθεί σε πεποιθήσεις σχετικά με τη σημασία της δραστηριότητας (γνώση), αλλά και σε επιμονή (συμπεριφορά) ή σε θλίψη ή θυμό εάν αποτύχει (συναίσθημα).

Παρά τον εξατομικευμένο χαρακτήρα που φαίνεται να έχουν τα κίνητρα, αυτά προκύπτουν από την αλληλεπίδραση μεταξύ ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της τάξης και του σχολείου (Urdan & Schoenfelder, 2006), ενώ οι Meyer και Turner (2002) υποστηρίζουν πως οι ανάγκες και οι στόχοι των μαθητών επηρεάζουν τη συμμετοχή τους στην μαθηματική τάξη.

Για τη μελέτη του κινήτρου των μαθητών, και τη διαμόρφωση αυτού υπό το πρίσμα της διερευνητικής δραστηριότητας του χώρου εργασίας, τα δεδομένα (παρατηρήσεις από βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες, απομαγνητοφωνήσεις συνεντεύξεων με τους εκπαιδευτικούς) υπέστησαν ανοιχτή κωδικοποίηση, εντοπίζοντας τις ανάγκες και τους στόχους των μαθητών, σε ατομικό επίπεδο, για τη σύνθεση των δομών στόχων της κάθε σχολικής τάξης. Η αναγνώριση αυτή έγινε με βάση την παρατήρηση των συναισθημάτων, της συμπεριφοράς, της γνώσης των μαθητών, καθώς και της στάσης τους απέναντι στο εργασιακό πλαίσιο. Τα κίνητρα των μαθητών που αναγνωρίστηκαν (ανάγκες και στόχοι), όπως αυτά διαμορφώθηκαν κατά τη διδασκαλία, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

Διαμόρφωση Κινήτρων Μαθητών	
Ανάγκες	Στόχοι
▸ Επέκταση γνώσης	▪ Επίλυση δραστηριότητας
▸ Αναγνώριση εκπαιδευτικού	▪ Ανάδειξη ομάδας
▸ Αναγνώριση αξίας από ομάδα	▪ Άρτια αποτελέσματα
▸ Εσωτερική συνείδηση	▪ Συμβολή στην ομάδα
▸ Ανάδειξη ομάδας	▪ Επίτευξη ομαδικής επίλυσης
▸ Συμβολή στην ομάδα	▪ Συλλογή απαντήσεων
▸ Αναγνώριση από ομάδα	

Πίνακας 7: Διαμόρφωση Κινήτρων των μαθητών: Ανάγκες & Στόχοι

3.4.3. Η Μαθηματική Εμπλοκή των Μαθητών

Για τον προσδιορισμό της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών, στο πλαίσιο της διερευνητικής διδασκαλίας, χρησιμοποιήθηκαν κυρίως οι βιντεοσκοπήσεις των διδασκαλιών, και οι παρατηρήσεις πάνω σε αυτές. Για την ανάλυση της εμπλοκής των μαθητών στηριχθήκαμε, κυρίως, στο Μοντέλο Διαστάσεων Εμπλοκής, των Kong, κ.ά. (2003), το οποίο περιλαμβάνει γνωστικές, συμπεριφορικές πτυχές, και πτυχές θυμικού, σχετικά με την εμπλοκή των μαθητών (βλ. σελ. 52, παρόν έγγραφο). Βάσει του προηγούμενου σχήματος κωδικοποιήθηκε το υλικό της βιντεοσκοπημένης διδασκαλίας της κάθε τάξης, σε ατομικό επίπεδο. Μέσω αυτής της διαδικασίας το σχήμα κωδικοποίησης αναμορφώθηκε βάσει των δεδομένων της παρούσας έρευνας, καθώς σε αυτό προστέθηκαν στοιχεία που αντλήθηκαν από το Μοντέλο των Διαστάσεων Γνωστικής Εμπλοκής των Kong, κ.ά. (2003), τον Τροχό Κινήτρων και Εμπλοκής των Liem και Martin (2012), και το συνοδευτικό εργαλείο του τροχού (βλ. σελ. 56, παρόν έγγραφο). Στην παρούσα έρευνα, για την ανάλυση της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών χρησιμοποιείται το μοντέλο, που προέκυψε τόσο από την σύνθεση των παραπάνω, όσο και από την ανάλυση των διαθέσιμων δεδομένων, και παρουσιάζεται παρακάτω ως εξής:

Μαθηματική Εμπλοκή		
Γνωστική	Συμπεριφορική	Θυμικού
- Εξάρτηση από τον καθηγητή - Δοκιμές χειρισμού - Κατανόηση ερώτησης - Αιτιολόγηση επιχειρημάτων - Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας - Ανεξάρτητο στυλ εργασίας - Εξαρτημένο στυλ εργασίας - Απομνημόνευση - Αφαίρεση (έννοια ορίου- διαισθητικά)	- Προσοχή - Επιμονή - Επιμέλεια - Συμμετοχή “Πάνω” από τη δραστηριότητα - Μερική συμμετοχή - Επιφανειακή συμμετοχή	- Άγχος - Αβεβαιότητα - Ενδιαφέρον - Χαρά - Αναστάτωση - Βαρεμάρα - Περιέργεια - Αβέβαιος έλεγχος - Αποφυγή αποτυχίας - Θυμός - Προσανατολισμός επίτευξης στόχου
Δείκτες		
- Ερωτήσεις - Ολοκλήρωση εκφράσεων των συνομηλίκων - Ανταλλαγή ιδεών - Να δίνουν κατευθύνσεις, εξηγήσεις, πληροφορίες - Αιτιολόγηση ενός επιχειρήματος	- Κινήσεις σώματος - Εκφράσεις προσώπου - Λεκτικές εκφράσεις - Αλληλεπίδραση - Χειρονομίες	- Εκφράσεις προσώπου - Λεκτικές εκφράσεις - Στάση σώματος - Χειρονομίες

- Απάντηση στις ερωτήσεις του καθηγητή
 - Παροχή πληροφοριών
 - Εξήγηση διαδικασιών και αιτιολόγηση
 - Να θέτουν ερωτήσεις στον καθηγητή
 - Χειρονομίες
-

Πίνακας 8: Οι πτυχές της μαθητικής εμπλοκής των μαθητών και οι δείκτες αναγνώρισης αυτών.

Στη συνέχεια αξιολογήθηκε η εμπλοκή του κάθε μαθητή, ως Υψηλή ή Χαμηλή, με βάση τις τρεις πτυχές εμπλοκής που παρουσίασε. Κάθε μια από τις τρεις πτυχές συνυπολογίστηκαν ισάξια, για την παραπάνω αξιολόγηση. Υψηλή αναγνωρίζεται ως η εμπλοκή, που παρουσιάζει ένας μαθητής, ο οποίος έχει αυξημένη εμπλοκή τουλάχιστον σε δύο από τις πτυχές της, δηλαδή τουλάχιστον δύο από τις: γνωστική εμπλοκή, συμπεριφορική εμπλοκή και εμπλοκή θυμικού.

Έπειτα μελετήθηκαν οι πτυχές της εμπλοκής των μαθητών σε σχέση με τα στάδια διερεύνησης που ακολουθήθηκαν, σε τρεις περιπτώσεις μαθητών. Οι συγκεκριμένοι μαθητές επιλέχθηκαν έτσι ώστε να μπορέσει να υπάρξει μια γενική εικόνα της εμπλοκής των μαθητών των τριών κατηγοριών στα στάδια της διερεύνησης, ενώ το συγκεκριμένο δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό των κατηγοριών αυτών, αντίστοιχα. Ο πρώτος μαθητής ανήκε στην ομάδα Η και παρουσίασε Υψηλή εμπλοκή, ο δεύτερος μαθητής ανήκε στην ομάδα Λ και παρουσίασε Υψηλή εμπλοκή, ενώ ο τρίτος ανήκε στην ομάδα Λ και παρουσίασε Χαμηλή εμπλοκή.

4. Αποτελέσματα

4.1. Τμήμα Α' Λυκείου

4.1.a. Αποτελέσματα από τη συνέντευξη με τον εκπαιδευτικό της Α' Λυκείου

Η συγκεκριμένη διδασκαλία αποτέλεσε τη δεύτερη από τις δυο φορές που ο καθηγητής μαθηματικών του τμήματος της Α' Λυκείου πήρε μέρος σε διερευνητική διδασκαλία, βασισμένη σε δραστηριότητα που προέρχεται από τον χώρο εργασίας, από το αρχείο του Mascil. Η διερευνητική διδασκαλία και μάθηση δεν εντάσσονται στις καθημερινές διδακτικές του καθηγητή, εξαιτίας των περιορισμών που υπάρχουν, ωστόσο ο ίδιος προσπαθεί να εντάσσει στις διδασκαλίες του χαρακτηριστικά αυτών.

Σε γνωστικό επίπεδο, σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, σημαντική αποτέλεσε η δυνατότητα που δόθηκε από το πλαίσιο της δραστηριότητας να δουν οι μαθητές της Α' Λυκείου, με διαισθητικό τρόπο, την εκθετική συνάρτηση, η οποία σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών διδάσκεται για πρώτη φορά στην Β' Λυκείου. Επιπλέον, αρκετοί μαθητές αναγνώρισαν την έννοια του ορίου, παρόλα αυτά ήταν αρκετά δύσκολο να συμβεί από τους περισσότερους. Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, όλοι οι μαθητές συμμετείχαν, ο καθένας με τον τρόπο και τις δυνατότητές του, στη διερεύνηση της συγκεκριμένης δραστηριότητας.

Αυτό που άρεσε περισσότερο στους μαθητές, σχετικά με το πλαίσιο της δραστηριότητας, ήταν η συνδιδασκαλία των δύο καθηγητών, του μαθηματικού και της χημικού, καθώς σύμφωνα με τα λεγόμενα των μαθητών, από την πλευρά του εκπαιδευτικού, κατάφεραν οι ίδιοι να δουν τη σύνδεση που υπάρχει ανάμεσα στις δύο αυτές επιστήμες. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός ανέφερε πως όλοι οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον τόσο για τη δραστηριότητα, όσο και για την ομαδική διερεύνηση, καθώς ο τρόπος με τον οποίο πραγματοποιήθηκε η διδασκαλία, αποτέλεσε κάτι καινούριο για την σχολική καθημερινότητα των μαθητών.

Ο εκπαιδευτικός μίλησε και για τους περιορισμούς της συγκεκριμένης διδασκαλίας. Σύμφωνα με τον ίδιο, το χρονικό διάστημα στο οποίο αυτή πραγματοποιήθηκε, δεν ήταν επαρκές. Το γεγονός αυτό, οδήγησε τον ίδιο, να γίνει περισσότερο καθοδηγητικός προς το τέλος της διδασκαλίας, ώστε οι μαθητές να προλάβουν να έρθουν σε επαφή τόσο με την εκθετική συνάρτηση, όσο και με την οριακή διαδικασία. Σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του, θα

ήταν προτιμότερο η διδασκαλία να πραγματοποιηθεί σε μεγαλύτερο χρονικό διάστημα, ώστε να έχουν οι μαθητές περισσότερο χρόνο για διερεύνηση και εξαγωγή συμπερασμάτων.

4.1.b. Τα χαρακτηριστικά των μαθητών της Α' Λυκείου

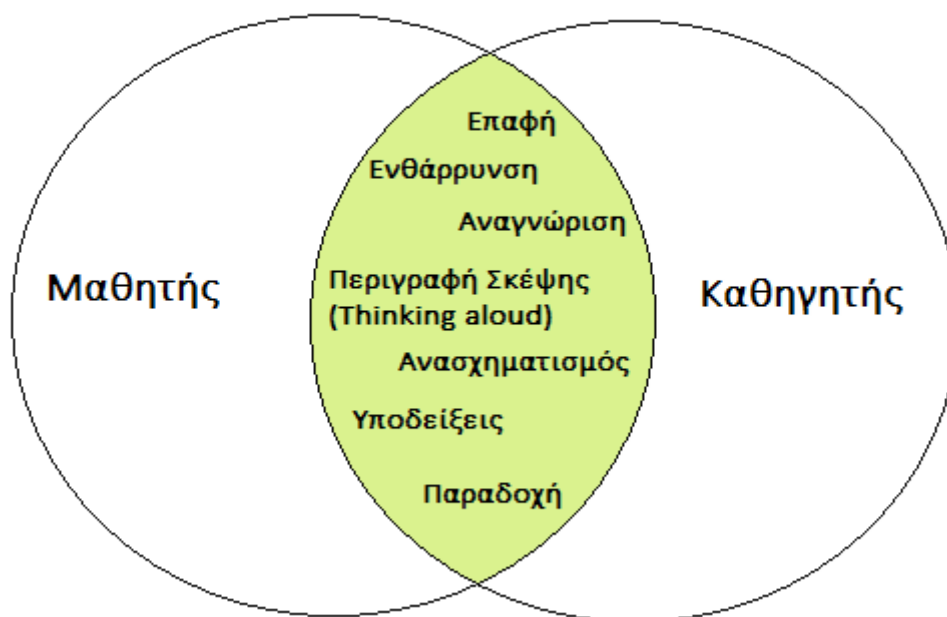
Μαθητής	Τα χαρακτηριστικά του μαθητή	Μαθητής	Τα χαρακτηριστικά του μαθητή
A0101L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή	A0403H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Ενδιαφέρον
A0102H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή	A0404H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Ενδιαφέρον
A0103L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή	A0501L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή Αδιαφορία
A0104H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή	A0502L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή
A0201H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Αυτοπεποίθηση	A0503H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή
A0202H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή	A0504H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή
A0203L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Χαμηλή συμμετοχή Προσπάθεια	A0601L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή
A0204L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Χαμηλή συμμετοχή	A0602H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Ενδιαφέρον
A0301H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή	A0603L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή
A0302H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή	A0604L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή
A0303H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Βιασύνη	A0701L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή
A0304L	Χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή	A0702L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή
A0401L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή	A0703H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή
A0402L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή		

Πίνακας 9: Τα χαρακτηριστικά του κάθε μαθητή από το τμήμα της Α' Λυκείου, στο μάθημα των μαθηματικών, όπως αυτά διαμορφώθηκαν από τις πληροφορίες που προήλθαν από τη συνέντευξη με τον εκπαιδευτικό.

4.1.1. Διερεύνηση στο Τμήμα της Α' Λυκείου

Στην αρχή της διδασκαλίας που πραγματοποιήθηκε στο τμήμα της Α' Λυκείου, δόθηκε μεγάλη έμφαση στο εργασιακό πλαίσιο της δραστηριότητας της συγκέντρωσης φαρμάκου, και από τους δύο καθηγητές, τοποθετώντας τους μαθητές στον ενεργό ρόλο του επαγγελματία. Οι περισσότεροι από τους μαθητές, σε ομαδικό επίπεδο, έθεταν ερωτήσεις, εμπλέκονταν, εξερευνούσαν, εξηγούσαν, αξιολογούσαν, και συνεργάζονταν. Ο καθηγητής, ενθάρρυνε τους μαθητές να διερευνήσουν, υποδεικνύοντάς τους τα απαραίτητα εργαλεία, σχεδόν εξ αρχής, ώστε να καταφέρουν οι μαθητές να βρουν τις κατάλληλες στρατηγικές για την μοντελοποίηση και την επίλυση του προβλήματος. Έτσι, η συγκεκριμένη διδασκαλία, αποτελεί μια διδασκαλία καθοδηγούμενης διερεύνησης, σύμφωνα με το πλαίσιο των Kremer και Schluter (2006). Η καθοδήγηση του καθηγητή μαθηματικών αυξανόταν, με το πέρασ του χρόνου. Οι ομάδες των μαθητών, στο σύνολό τους, έφτασαν στη δημιουργία του αναδρομικού τύπου για την συγκέντρωση του φαρμάκου, ορισμένες έκαναν και το διάγραμμα αυτής, ενώ άλλες, μετά την καθοδήγηση του καθηγητή, έφτασαν και στην εκθετική μορφή του τύπου αυτού. Επίσης, κάποιες από αυτές πλησίασαν την έννοια του ορίου, μέσα από τη γραφική παράσταση, όμως δυσκολεύτηκαν σχετικά με την αναγνώρισή του. Στο τέλος, επικοινωνήσαν δύο από τις ομάδες τα ευρήματά τους με την υπόλοιπη τάξη, ενώ έπειτα παρουσίασε ο καθηγητής μαθηματικών την επίλυση του προβλήματος, και έκανε αναφορά τόσο στην εκθετική συνάρτηση, όσο και στην οριακή τιμή της συγκέντρωσης.

Από τα παραπάνω, προέκυψαν, για την συγκεκριμένη διδασκαλία στο σύνολό της, το Μοντέλο Διερευνητικής Συνεργασίας των μαθητών και του καθηγητή (βλ. Σχήμα 13), αναγνωρίστηκαν τα Στάδια Διερεύνησης, με τις φάσεις και τις επιμέρους φάσεις τους (βλ. Πίνακας 10), ενώ καταληκτικά διαμορφώθηκε ο διερευνητικός κύκλος, που εντοπίστηκε σε αυτή (βλ. Σχήμα 14).

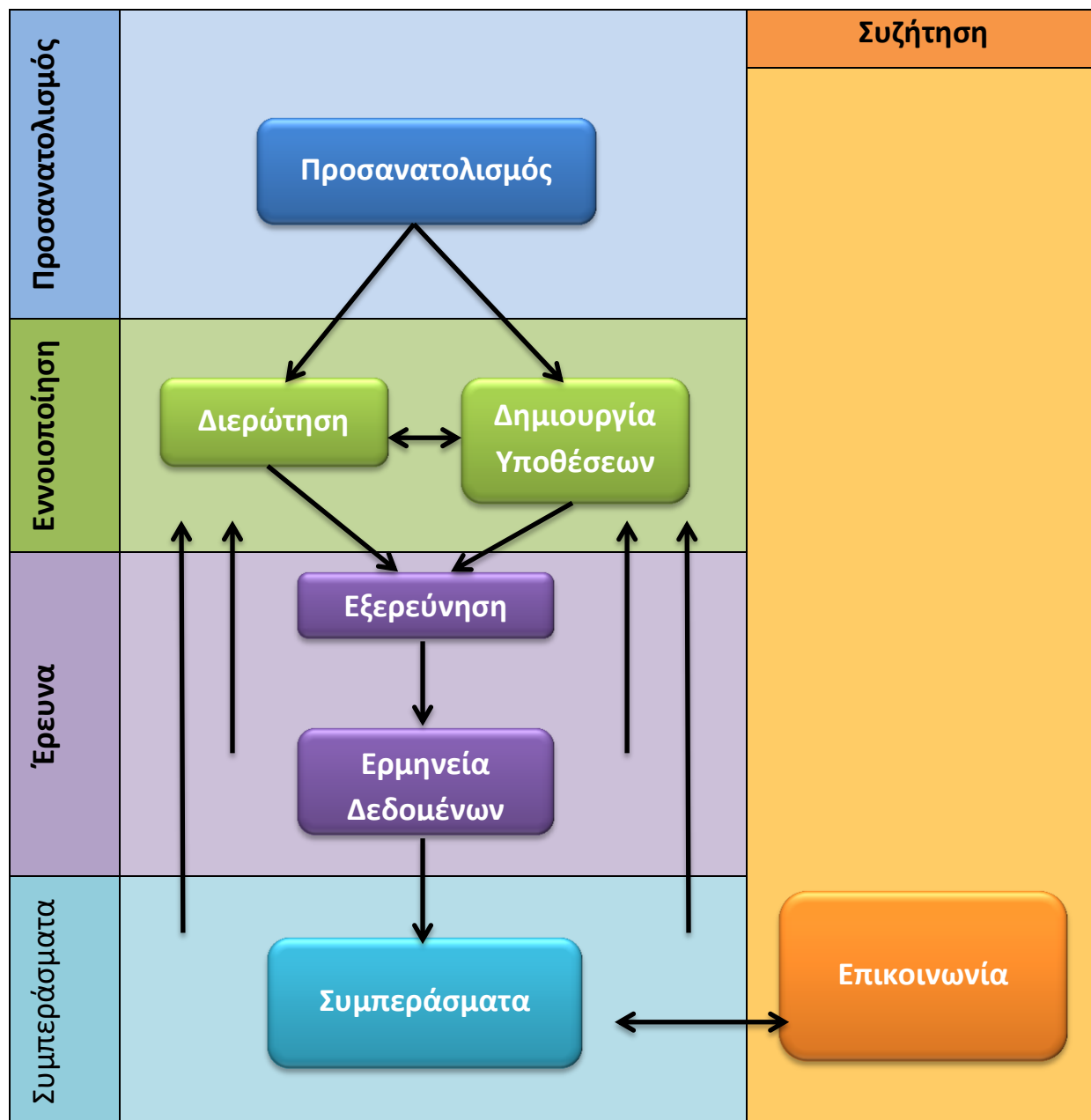


Σχήμα 13: Μοντέλο Διερευνητικής Συνεργασίας Καθηγητή και Μαθητών Α' Λυκείου

Κατά διερευνητική συνεργασία του καθηγητή και των μαθητών της Α' Λυκείου, αυτοί ήρθαν σε επαφή, ο καθηγητής ενθάρρυνε τους μαθητές να διερευνήσουν το πρόβλημα, και αναγνώριζε την προσπάθειά τους, ενώ οι μαθητές εξέφραζαν λεκτικά τις σκέψεις τους. Μερικές φορές χρειάστηκε ο ανασχηματισμός της ομάδας, από τη μεριά των μαθητών. Ο καθηγητής παρείχε υποδείξεις στους μαθητές για την καταλληλότητα των δράσεών τους, ενώ εκείνοι με τη σειρά τους παραδεχόντουσαν τα λάθη τους, τόσο στον καθηγητή, όσο και μεταξύ τους.

Γενικές Φάσεις	Επιμέρους Φάσεις
Προσανατολισμός	
Εννοιοποίηση	Διερώτηση Δημιουργία Υποθέσεων
Έρευνα	Εξερεύνηση Ερμηνεία δεδομένων
Συμπεράσματα	
Συζήτηση	Επικοινωνία

Πίνακας 10: Στάδια Διερεύνησης στη διδασκαλία του τμήματος της Α' Λυκείου



Σχήμα 14: Διερευνητικός Κύκλος διδασκαλίας στο τμήμα της Α' Λυκείου

Κατά τη διερευνητική διδασκαλία και μάθηση του τμήματος της Α' Λυκείου εμφανίσθηκαν οι φάσεις του προσανατολισμού, της εννοιοποίησης, της έρευνας, των συμπερασμάτων και της συζήτησης, καθώς και όλες οι επιμέρους φάσεις αυτών, πλην του πειραματισμού για τη φάση της έρευνας, και του αναστοχασμού για τη φάση της συζήτησης. Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται και οι σχέσεις μεταξύ των επιμέρους φάσεων.

4.1.2. Κίνητρα Μαθητών Α' Λυκείου

Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 11) παρουσιάζονται τα κίνητρα (ανάγκες και στόχοι) των μαθητών της Α' Λυκείου, όπως αυτά προέκυψαν από την αλληλεπίδραση μεταξύ των ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της ομάδας και της τάξης, υπό το πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης στον χώρο της εργασίας.

Διαμόρφωση Κινήτρου Μαθητών			
Μαθητής	Ανάγκη	Στόχος	Επιρροή του χώρου εργασίας
A0101L	☒	☒	☒
A0102H	Επέκταση γνώσης	Επίλυση δραστηριότητας	☒
A0103L	☒	☒	☒
A0104H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού		
A0201H	Αναγνώριση αξίας από ομάδα	Επίλυση δραστηριότητας	☒
A0202H	Επέκταση γνώσης	Συμβολή στην ομάδα	☒
A0203L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	☒
A0204L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	☒
A0301H	Επέκταση γνώσης	Επίλυση δραστηριότητας	
A0302H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	☒
A0303H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	
A0304L	☒	☒	☒
A0401L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	
A0402L	☒	☒	☒
A0403H	Επέκταση γνώσης	Άρτια αποτελέσματα	☒
A0404H	Αναγνώριση αξίας από ομάδα	Επίλυση δραστηριότητας	☒

A0501L	Εσωτερική συνείδηση	Συλλογή απαντήσεων	
A0502L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	
A0503H	Επέκταση γνώσης	Επίλυση δραστηριότητας	☒
A0504H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	☒
A0601L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	
A0602H	Επέκταση γνώσης	Άρτια αποτελέσματα	☒
A0603L	Ανάδειξη ομάδας	Άρτια αποτελέσματα	
A0604L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	☒
A0701L	Συμβολή στην ομάδα	Επίτευξη ομαδικής επίλυσης	☒
A0702L	Συμβολή στην ομάδα	Επίτευξη ομαδικής επίλυσης	☒
A0703H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	☒

Πίνακας 11: Διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών της Α' Λυκείου και η επιρροή αυτών από το εργασιακό πλαίσιο.

Τέσσερεις από τους μαθητές δεν κατάφεραν να μελετηθούν ως προς τη διαμόρφωση των κινήτρων τους, επειδή τα δεδομένα δεν ήταν επαρκή. Οι ανάγκες που αναγνωρίστηκαν ήταν η Αναγνώριση εκπαιδευτικού, η Συμβολή στην ομάδα, η Επέκταση γνώσης, η Ανάδειξη της ομάδας, η Εσωτερική συνείδηση και η Αναγνώριση της αξίας από την ομάδα. Οι στόχοι που αναγνωρίστηκαν ήταν η Επίλυση της δραστηριότητας, η Επίτευξη ομαδικής επίλυσης, η Συμβολή στην ομάδα, η διεξαγωγή Άρτιων συμπερασμάτων και η Συλλογή απαντήσεων. Δεκαπέντε, από τους είκοσι τρεις μαθητές που μελετήθηκαν ως προς τη διαμόρφωση κινήτρων, φάνηκε να επηρεάστηκαν από τον εργασιακό χώρο που προσφέρει η δραστηριότητα, γεγονός που επηρεάζει και τη διαμόρφωση των κινήτρων τους.

4.1.3. Μαθηματική Εμπλοκή Μαθητών Α' Λυκείου

Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 12) παρουσιάζονται οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών της Α' Λυκείου (γνωστική, συμπεριφορική, θυμικού), όπως αυτές προέκυψαν από την αλληλεπίδραση μεταξύ των ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της ομάδας και της τάξης, υπό το πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης στον χώρο της εργασίας.

Μαθηματική Εμπλοκή Μαθητών				
Μαθητής	Γνωστική	Συμπεριφορική	Θυμικού	Επίπεδο Εμπλοκής
A0101L	▪ Παθητική αντιμετώπιση	▪ Επιφανειακή συμμετοχή	▪ Βαρεμάρα	Χαμηλή
A0102H	▸ Δοκιμές χειρισμού ▸ Εξάρτηση από τον καθηγητή ▸ Κατανόηση ερώτησης ▸ Ανεξάρτητο στυλ εργασίας	▸ Επιμονή ▸ Επιμέλεια ▸ Συμμετοχή ▸ Προσοχή	▸ Ενδιαφέρον ▸ Περιέργεια	Υψηλή
A0103L	▪ Παθητική αντιμετώπιση	▪ Επιφανειακή συμμετοχή	▪ Βαρεμάρα	Χαμηλή
A0104H	▸ Δοκιμές χειρισμού ▸ Εξάρτηση από καθηγητή ▸ Εξαρτημένο στυλ εργασίας	▸ Επιμονή ▸ Συμμετοχή ▸ Πάνω από την δραστηριότητα	▸ Ενδιαφέρον ▸ Άγχος ▸ Αβέβαιος έλεγχος	Υψηλή
A0201H	▪ Δοκιμές χειρισμού ▪ Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας ▪ Αιτιολόγηση επιχειρημάτων ▪ Εξάρτηση από καθηγητή	▪ Συμμετοχή ▪ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα ▪ Επιμονή ▪ Επιμέλεια ▪ Συμμετοχή	▪ Προσανατολισμός επίτευξης στόχου ▪ Ενδιαφέρον ▪ Περιέργεια ▪ Βαρεμάρα	Υψηλή
A0202H	▸ Κατανόηση ερώτησης ▸ Εξήγηση στην ομάδα ▸ Δοκιμές χειρισμού	▸ Επιμονή ▸ Επιμέλεια ▸ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα ▸ Συμμετοχή	▸ Ενδιαφέρον ▸ Χαρά ▸ Προσανατολισμός επίτευξης στόχου ▸ Αβέβαιος έλεγχος ▸ Αποφυγή αποτυχίας	Υψηλή
A0203L	▪ Κατανόηση ερώτησης ▪ Δοκιμές χειρισμού ▪ Εξαρτημένο στυλ εργασίας	▪ Επιμονή ▪ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα ▪ Συμμετοχή	▪ Ενδιαφέρον ▪ Χαρά ▪ Θυμός ▪ Άγχος	Υψηλή
A0204L	▸ Παθητική αντιμετώπιση	▸ Προσοχή ▸ Μερική	▸ Ενδιαφέρον ▸ Νευρικότητα	Χαμηλή

	▸ Εξάρτηση από τον καθηγητή	συμμετοχή	▸ Βαρεμάρα	
A0301H	- Κατανόηση ερώτησης - Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας - Σύνδεση παλιάς γνώσης	- Επιμέλεια - Επιμονή - Συμμετοχή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Άγχος	Υψηλή
A0302H	- Δοκιμές χειρισμού - Εξαρτημένο στυλ εργασίας - Σύνδεση παλιάς γνώσης	Επιφανειακή συμμετοχή	- Ενθουσιασμός - Περιέργεια - Βαρεμάρα	Χαμηλή
A0303H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Εξάρτηση από καθηγητή	- Επιμονή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Προσανατολισμός επίτευξης στόχου - Αβέβαιος έλεγχος - Αποθάρρυνση	Υψηλή
A0304L	☒	☒	☒	☒
A0401L	- Κατανόηση ερώτησης - Παθητική αντιμετώπιση	- Προσοχή - Μερική συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Αποθάρρυνση	Χαμηλή
A0402L	Παθητική αντιμετώπιση	- Επιφανειακή συμμετοχή - Προσοχή	- Βαρεμάρα - Λύπη - Νευρικότητα	Χαμηλή
A0403H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Σχεδιασμός - Αφαίρεση	“Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα - Επιμονή - Συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Περιέργεια	Υψηλή
A0404H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Σύνδεση παλιάς γνώσης	“Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα - Επιμονή - Συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Χαρά - Ενθουσιασμός - Περιέργεια	Υψηλή
A0501L	Παθητική	Προσοχή	Ενδιαφέρον	Χαμηλή

	- αντιμετώπιση - Απομνημόνευση	Επιμέλεια	- Νευρικότητα - Λύπη	
A0502L	- Παθητική αντιμετώπιση - Σχεδιασμός - Αφαίρεση	- Προσοχή - Επιφανειακή συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Αβέβαιος έλεγχος	Υψηλή
A0503H	- Δοκιμές χειρισμού - Ανεξάρτητο στυλ εργασίας	“Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα - Επιμονή - Συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Περίεργεια	Υψηλή
A0504H	- Κατανόηση ερώτησης - Εξάρτηση από καθηγητή	- Επιμέλεια - Συμμετοχή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Χαρά	Υψηλή
A0601L	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Εξάρτηση από καθηγητή	- Επιμέλεια “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Άγχος	Υψηλή
A0602H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Σύνδεση παλιάς γνώσης	- Συνέπεια - Επιμονή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Ενθουσιασμός	Υψηλή
A0603L	- Δοκιμές χειρισμού - Σύνδεση παλιάς γνώσης	- Μερική συμμετοχή - Προσοχή - Επιμέλεια “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Λύπη - Βαρεμάρα	Υψηλή
A0604L	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Εξαρτημένο στυλ εργασίας	- Επιμονή - Συμμετοχή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενθουσιασμός - Χαρά - Ενδιαφέρον	Υψηλή
A0701L	- Δοκιμές χειρισμού - Κατανόηση ερώτησης - Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας	- Προσοχή - Επιμέλεια - Συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Περίεργεια - Βαρεμάρα	Υψηλή

	▪ Σύνδεση με παλιά γνώση			
A0702L	▸ Κατανόηση ερώτησης ▸ Δοκιμές χειρισμού ▸ Σύνδεση με παλιά γνώση	▸ Προσοχή ▸ Επιμέλεια ▸ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	▸ Ενδιαφέρον ▸ Χαρά ▸ Βαρεμάρα ▸ Αβέβαιος έλεγχος	Υψηλή
A0703H	▪ Κατανόηση ερώτησης ▪ Δοκιμές χειρισμού ▪ Εξάρτηση από καθηγητή	▪ Προσοχή ▪ Επιμονή ▪ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	▪ Περιέργεια ▪ Χαρά ▪ Αβέβαιος έλεγχος ▪ Αποθάρρυνση ▪ Ενδιαφέρον	Υψηλή

Πίνακας 12: Μαθηματική εμπλοκή των μαθητών της Α’ Λυκείου.

Ένας από τους είκοσι επτά μαθητές δεν κατάφερε να μελετηθεί ως προς τη μαθηματική του εμπλοκή του, επειδή τα δεδομένα δεν ήταν επαρκή. Επτά από τους είκοσι έξι μαθητές που μελετήθηκαν ως προς την εμπλοκή, παρουσίασαν Χαμηλή μαθηματική εμπλοκή, ενώ οι υπόλοιποι δεκαεννέα παρουσίασαν Υψηλή μαθηματική εμπλοκή. Επτά από τους μαθητές που παρουσίασαν Υψηλή μαθηματική εμπλοκή ήταν μαθητές της ομάδας L, ενώ οι υπόλοιποι δώδεκα ήταν της ομάδας H. Σχετικά με τους μαθητές της ομάδας L που παρουσίασαν Υψηλή εμπλοκή, όλοι τους είχαν αυξημένη εμπλοκή θυμικού και συμπεριφορική εμπλοκή, όμως έξι από αυτούς είχαν χαμηλή γνωστική εμπλοκή, καθώς σε γνωστικό επίπεδο ακολουθούσαν επιφανειακές στρατηγικές. Στους δώδεκα μαθητές της ομάδας H που εμφάνισαν Υψηλή εμπλοκή, αυξημένες ήταν και οι τρεις πτυχές της, και ιδιαίτερα η γνωστική.

4.2. Τμήμα Β' Λυκείου

4.2.α. Αποτελέσματα από τη συνέντευξη με τον εκπαιδευτικό της Β' Λυκείου

Η συγκεκριμένη διδασκαλία αποτέλεσε την πρώτη φορά που ο καθηγητής μαθηματικών του τμήματος της Β' Λυκείου πήρε μέρος σε διερευνητική διδασκαλία, βασισμένη σε δραστηριότητα που προέρχεται από τον χώρο εργασίας, από το αρχείο του Mascil. Η διερευνητική διδασκαλία και μάθηση δεν εντάσσονται στις καθημερινές διδακτικές του καθηγητή, καθώς ο ίδιος πιστεύει πως η καθημερινή εφαρμογή τους είναι πολύ δύσκολη, εξαιτίας της κάλυψης της σχολικής ύλης. Κατά τον ίδιο:

«το δασκαλοκεντρικό σύστημα έχει να προσφέρει στο δικό μας εκπαιδευτικό σύστημα, έτσι όπως είναι τώρα τα πράγματα. Και γενικά δεν μπορούμε να κάνουμε το μάθημα πάντα έτσι μόνο (μέσω διερεύνησης)... χρειάζονται οι μαθητές ένα υπόβαθρο ώστε να μπορούν να δουλέψουν και να ασχοληθούν με τα προβλήματα, τα οποία θα πρέπει να λύνουν μόνοι τους... να προσπαθούν να τα λύσουν με τη βοήθεια του δασκάλου [...] Χρειάζεται ένας συνδυασμός».

Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, μέσω της διερεύνησης και του εργασιακού πλαισίου που προσέφερε η δραστηριότητα, οι μαθητές κινητοποιήθηκαν να ασχοληθούν και να συμμετάσχουν σε μεγαλύτερο βαθμό, ενώ υπό άλλες συνθήκες πιθανόν να μην αντιδρούσαν με αυτόν τον τρόπο. Οι περισσότεροι από τους μαθητές ενεπλάκησαν ενεργά στη διερεύνηση της δραστηριότητας, και σε συμπεριφορικό και σε γνωστικό επίπεδο. Παρόλο που είχαν διδαχθεί στην Α' Λυκείου την έννοια της ακολουθίας και της προόδου, δεν αποτέλεσε εμπόδιο για τους μαθητές η χρήση αυτών των εννοιών στα πλαίσια της επίλυσης της δραστηριότητας. Επιπλέον, αρκετοί από τους μαθητές ήρθαν σε επαφή με την έννοια του ορίου και του ρυθμού μεταβολής, μέσω της δραστηριότητας, ωστόσο οι περισσότεροι δυσκολεύτηκαν αρκετά.

Σχετικά με τους περιορισμούς της παρούσας διδασκαλία, ο εκπαιδευτικός ανέφερε πως επιπλέον χρόνος ήταν απαραίτητος, ώστε να καταφέρουν περισσότεροι μαθητές να ολοκληρώσουν τα συμπεράσματά τους.

4.2.b. Τα χαρακτηριστικά των μαθητών της Β' Λυκείου

Μαθητής	Τα χαρακτηριστικά του μαθητή	Μαθητής	Τα χαρακτηριστικά του μαθητή
B0101H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Ενδιαφέρον	B0304H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή
B0102L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή	B0401L	Χαμηλό γνωστικό επίπεδο Χαμηλή συμμετοχή
B0103H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή	B0402H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή
B0104L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Χαμηλή συμμετοχή	B0403H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή
B0201H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Άγχος	B0404L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Χαμηλή συμμετοχή
B0202H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή	B0405L	Χαμηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή
B0203L	Χαμηλό γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή Προσπάθεια	B0501H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Άγχος
B0204L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή Αδιαφορία	B0502L	Χαμηλό γνωστικό επίπεδο Χαμηλή συμμετοχή
B0301H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Ενδιαφέρον	B0503H	Υψηλό γνωστικό επίπεδο Υψηλή συμμετοχή Βιασύνη
B0302L	Πολύ χαμηλό γνωστικό επίπεδο Καθόλου συμμετοχή Αδιαφορία	B0504L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή Προσπάθεια
B0303L	Μέτριο γνωστικό επίπεδο Μέτρια συμμετοχή		

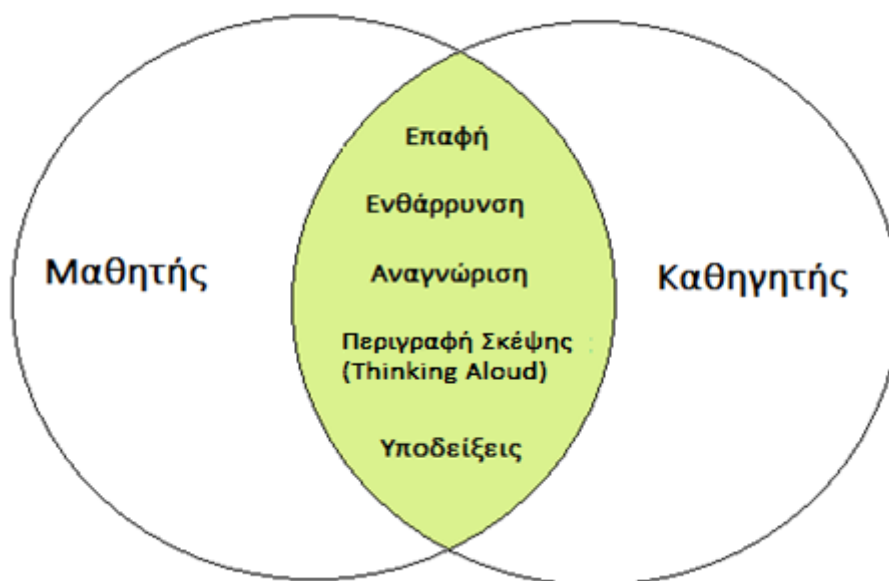
Πίνακας 13: Τα χαρακτηριστικά του κάθε μαθητή από το τμήμα της Β' Λυκείου, στο μάθημα των μαθηματικών, όπως αυτά διαμορφώθηκαν από τις πληροφορίες που προήλθαν από τη συνέντευξη με τον εκπαιδευτικό.

4.2.1 Διερεύνηση τμήματος Β' Λυκείου

Στην αρχή της διδασκαλίας που πραγματοποιήθηκε στο τμήμα της Β' Λυκείου, ο καθηγητής μαθηματικών μοίρασε στους μαθητές τα φύλλα εργασίας, έκανε μια μικρή αναφορά στο εργασιακό πλαίσιο της δραστηριότητας, και στη συνέχεια ζήτησε από τους μαθητές να ξεκινήσουν τη διερεύνησή τους, ανά ομάδες, ώστε να επιλύσουν το πρόβλημα. Οι περισσότεροι από τους μαθητές, σε ομαδικό επίπεδο, έθεταν ερωτήσεις, εμπλέκονταν, εξερευνούσαν, εξηγούσαν, αξιολογούσαν, και συνεργάζονταν. Ο καθηγητής, ενθάρρυνε τους μαθητές να διερευνήσουν, υποδεικνύοντάς τους, κάθε φορά, τα απαραίτητα εργαλεία και τις κατάλληλες στρατηγικές, ώστε να καταφέρουν οι μαθητές να επιλύσουν. Η

καθοδήγηση του καθηγητή ήταν υψηλή, καθώς οι υποδείξεις του σχετικά με την καταλληλότητα των απαραίτητων μαθηματικών εργαλείων ήταν συνεχείς, ενώ πολλές φορές έδινε στους μαθητές τις απαντήσεις, υπό μορφή ρητορικών ερωτήσεων. Έτσι, η συγκεκριμένη διδασκαλία, αποτελεί μια διδασκαλία δομημένης διερεύνησης, σύμφωνα με το πλαίσιο των Kremer και Schluter (2006). Όλες οι ομάδες των μαθητών δημιούργησαν το διάγραμμα συγκέντρωσης του φαρμάκου, και μερικές από αυτές διατύπωσαν και τον αναδρομικό τύπο αυτής. Οι περισσότερες από αυτές έφτασαν και στο στάδιο της αφαίρεσης, καθώς είχαν αντιληφθεί την έννοια του ορίου, χωρίς να κάνουν αναφορά σε αυτή. Στη συνέχεια, κάθε μια από τις ομάδες επικοινωνήσε τα ευρήματά της έρευνάς της στην υπόλοιπη τάξη, αναπτύσσοντας έτσι έναν μαθηματικό διάλογο με τους υπόλοιπους μαθητές, με καθοδηγητή τον εκπαιδευτικό. Στο τέλος της διδασκαλίας, ο καθηγητής έκανε μια σύνοψη των αποτελεσμάτων των ομάδων των μαθητών, κάνοντας αναφορά στην εκθετική συνάρτηση και εισάγοντας τους μαθητές στην έννοια του ορίου, με διαισθητικό τρόπο.

Από τα παραπάνω, προέκυψαν, για την συγκεκριμένη διδασκαλία στο σύνολό της, το Μοντέλο Διερευνητικής Συνεργασίας των μαθητών και του καθηγητή (βλ. Σχήμα 15), αναγνωρίστηκαν τα Στάδια Διερεύνησης, με τις φάσεις και τις επιμέρους φάσεις τους (βλ. Πίνακα 14), ενώ καταληκτικά διαμορφώθηκε ο διερευνητικός κύκλος, που εντοπίστηκε σε αυτή (βλ. Σχήμα 16).

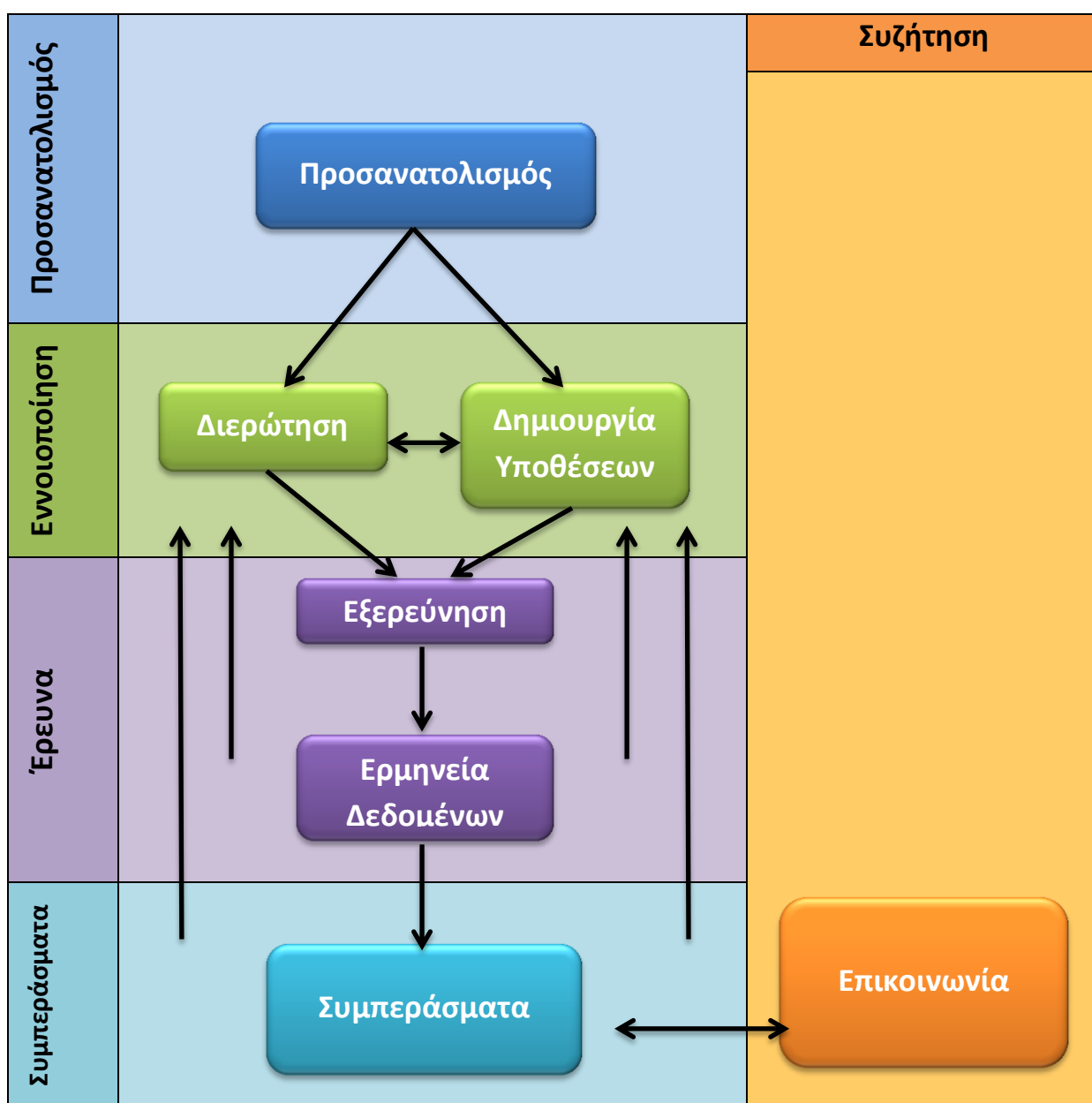


Σχήμα 15: Μοντέλο Διερευνητικής Συνεργασίας Καθηγητή και Μαθητών Β' Λυκείου

Κατά διερευνητική συνεργασία του καθηγητή και των μαθητών της Β' Λυκείου, αυτοί ήρθαν σε επαφή, ο καθηγητής ενθάρρυνε τους μαθητές να διερευνήσουν το πρόβλημα, και αναγνώριζε την προσπάθειά τους, ενώ οι μαθητές εξέφραζαν λεκτικά τις σκέψεις τους. Επιπλέον, ο καθηγητής παρείχε υποδείξεις στους μαθητές για την καταλληλότητα των δράσεών τους.

Γενικές Φάσεις	Επιμέρους Φάσεις
Προσανατολισμός	
Εννοιοποίηση	Διερώτηση Δημιουργία Υποθέσεων
Έρευνα	Εξερεύνηση Ερμηνεία δεδομένων
Συμπεράσματα	
Συζήτηση	Επικοινωνία

Πίνακας 14: Στάδια Διερεύνησης στη διδασκαλία του τμήματος της Β' Λυκείου



Σχήμα 16: Διερευνητικός Κύκλος διδασκαλίας στο τμήμα της Β' Λυκείου

Κατά τη διερευνητική διδασκαλία και μάθηση του τμήματος της Α΄ Λυκείου εμφανίσθηκαν οι φάσεις του προσανατολισμού, της εννοιοποίησης, της έρευνας, των συμπερασμάτων και της συζήτησης, καθώς και όλες οι επιμέρους φάσεις αυτών, πλην του πειραματισμού για τη φάση της έρευνας, και του αναστοχασμού για τη φάση της συζήτησης. Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται και οι σχέσεις μεταξύ των επιμέρους φάσεων.

4.2.2. Κίνητρα Μαθητών Β΄ Λυκείου

Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 15) παρουσιάζονται τα κίνητρα (ανάγκες και στόχοι) των μαθητών της Β΄ Λυκείου, όπως αυτά προέκυψαν από την αλληλεπίδραση μεταξύ των ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της ομάδας και της τάξης, υπό το πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης στον χώρο της εργασίας.

Διαμόρφωση Κινήτρου Μαθητών Β΄ Λυκείου			
Μαθητής	Ανάγκη	Στόχος	Επιρροή του χώρου εργασίας
B0102L	Αναγνώριση της αξίας από την ομάδα	Συμβολή στην ομάδα	
B0103H	Επέκταση γνώσης	Άρτια αποτελέσματα	
B0104L	Επέκταση γνώσης	Άρτια αποτελέσματα	☒
B0201H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Άρτια αποτελέσματα	☒
B0202H	Ανάδειξη ομάδας	Επίλυση δραστηριότητας	
B0203L	Συμβολή στην ομάδα	Ανάδειξη ομάδας	
B0204L	☒	☒	☒
B0301H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	
B0302L	☒	☒	☒
B0303L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	
B0304H	Ανάδειξη ομάδας	Άρτια αποτελέσματα	
B0401L	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Συμβολή στην ομάδα	
B0402H	Επέκταση γνώσης	Άρτια αποτελέσματα	☒
B0403H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	
B0404L	Αναγνώριση από ομάδα	Ανάδειξη ομάδας	

B0405L	☒	☒	☒
B0501H	Αναγνώριση εκπαιδευτικού	Επίλυση δραστηριότητας	
B0502L	☒	☒	☒
B0503H	Επέκταση γνώσης	Επίλυση δραστηριότητας	☒
B0504L	Συμβολή στην ομάδα	Ανάδειξη ομάδας	

Πίνακας 15: Διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών της Β' Λυκείου και η επιρροή αυτών από το εργασιακό πλαίσιο.

Τέσσερις από τους μαθητές δεν κατάφεραν να μελετηθούν ως προς τη διαμόρφωση των κινήτρων τους, επειδή τα δεδομένα δεν ήταν επαρκή. Οι ανάγκες που αναγνωρίστηκαν ήταν η Αναγνώριση του εκπαιδευτικού, η Συμβολή στην ομάδα, η Επέκταση γνώσης, η Ανάδειξη της ομάδας, και η Αναγνώριση της αξίας από την ομάδα. Οι στόχοι που αναγνωρίστηκαν ήταν η Επίλυση της δραστηριότητας, η Ανάδειξη ομάδας, η Συμβολή στην ομάδα, και η διεξαγωγή Άρτιων συμπερασμάτων. Πέντε, από τους δεκαεπτά μαθητές που μελετήθηκαν ως προς τη διαμόρφωση κινήτρων, φάνηκε να επηρεάστηκαν από τον εργασιακό χώρο που προσφέρει η δραστηριότητα, γεγονός που επηρεάζει και τη διαμόρφωση των κινήτρων τους.

4.2.3. Μαθηματική Εμπλοκή Μαθητών Β' Λυκείου

Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 16) παρουσιάζονται οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών της Β' Λυκείου (γνωστική, συμπεριφορική, θυμικού), όπως αυτές προέκυψαν από την αλληλεπίδραση μεταξύ των ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της ομάδας και της τάξης, υπό το πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης στον χώρο της εργασίας.

Μαθηματική Εμπλοκή Μαθητών				
Μαθητής	Γνωστική	Συμπεριφορική	Θυμικού	Επίπεδο Εμπλοκής
B0101H	- Κατανόηση ερώτησης - Σύνδεση με παλιά γνώση - Δοκιμές χειρισμού - Σχεδιασμός - Εξήγηση στα άλλα μέλη της	- Προσοχή - Συμμετοχή - Επιμονή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενθουσιασμός - Ενδιαφέρον - Χαρά	Υψηλή

	ομάδας				
	▪ Αφαίρεση				
B0102L	▸ Παθητική αντιμετώπιση	▸ Προσοχή ▸ Συμμετοχή ▸ Επιμονή	▸ Ενθουσιασμός ▸ Χαρά ▸ Βαρεμάρα	Χαμηλή	
B0103H	▪ Κατανόηση ερώτησης ▪ Σύνδεση με παλιά γνώση ▪ Δοκιμές χειρισμού ▪ Σχεδιασμός ▪ Αιτιολόγηση επιχειρημάτων	▪ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα ▪ Προσοχή ▪ Επιμονή ▪ Επιμέλεια ▪ Συμμετοχή	▪ Ενδιαφέρον ▪ Περιέργεια	Υψηλή	
B0104L	▸ Κατανόηση ερώτησης ▸ Δοκιμές χειρισμού ▸ Σχεδιασμός ▸ Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας	▸ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα ▸ Προσοχή ▸ Επιμονή	▸ Χαρά ▸ Ενθουσιασμός ▸ Ενδιαφέρον	Υψηλή	
B0201H	▪ Κατανόηση ερώτησης ▪ Αφαίρεση ▪ Αιτιολόγηση επιχειρημάτων ▪ Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας ▪ Σχεδιασμός ▪ Εξάρτηση από καθηγητή	▪ Επιμέλεια ▪ Συμμετοχή ▪ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	▪ Χαρά ▪ Ενδιαφέρον ▪ Άγχος	Υψηλή	
B0202H	▸ Κατανόηση ερώτησης ▸ Αιτιολόγηση επιχειρημάτων ▸ Δοκιμές χειρισμού	▸ Επιμέλεια ▸ Προσοχή ▸ Συμμετοχή ▸ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	▸ Ενδιαφέρον ▸ Αποφυγή αποτυχίας	Υψηλή	
B0203L	▪ Κατανόηση ερώτησης ▪ Δοκιμές χειρισμού	▪ Προσοχή ▪ Μερική συμμετοχή ▪ “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	▪ Ενδιαφέρον ▪ χαρά	Υψηλή	
B0204L	▸ Παθητική αντιμετώπιση	▸ Προσοχή	▸ Βαρεμάρα ▸ Χαρά	Χαμηλή	

B0301H	- Δοκιμές χειρισμού - Εξάρτηση από καθηγητή - Αιτιολόγηση επιχειρημάτων - Εξαρτημένο στυλ εργασίας	- Επιμονή - Συμμετοχή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα - Προσοχή - Επιμέλεια	- Ενδιαφέρον - Χαρά - Άγχος - Αποφυγή αποτυχίας	Υψηλή
B0302L	Παθητική αντιμετώπιση	Επιφανειακή συμμετοχή	Βαρεμάρα	Χαμηλή
B0303L	- Παθητική αντιμετώπιση - Απομνημόνευση	- Συμμετοχή - Προσοχή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Περιέργεια - Χαρά	Υψηλή
B0304H	- Κατανόηση ερώτησης - Αιτιολόγηση επιχειρημάτων - Σχεδιασμός - Αφαίρεση	- Συμμετοχή - Επιμονή - Επιμέλεια “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Ενδιαφέρον - Ενθουσιασμός - Χαρά	Υψηλή
B0401L	Παθητική αντιμετώπιση	- Προσοχή - Επιμονή	- Ενδιαφέρον - Άγχος	Χαμηλή
B0402H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Αιτιολόγηση επιχειρημάτων	- Επιμονή - Συμμετοχή “Πάνω” απ’ τη δραστηριότητα	- Χαρά - Ενδιαφέρον - Περιέργεια	Υψηλή
B0403H	- Κατανόηση ερώτηση - Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας - Εξάρτηση από καθηγητή	- Επιμέλεια - Συμμετοχή	- Αβέβαιος έλεγχος - Ενδιαφέρον - Άγχος - Αποφυγή αποτυχίας	Υψηλή
B0404L	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας	- Προσοχή - Συμμετοχή - Επιμονή	- Ενθουσιασμός - Ενδιαφέρον - Χαρά - Άγχος	Υψηλή
B0405L	Παθητική	Μερική	Ενδιαφέρον	Χαμηλή

	αντιμετώπιση	συμμετοχή ▪ Προσοχή	▪ Βαρεμάρα	
B0501H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Σχεδιασμός - Εξήγηση στα άλλα μέλη της ομάδας - Εξάρτηση από καθηγητή	- Συμμετοχή - Πάνω από τη δραστηριότητα - Επιμονή - Επιμέλεια	- Χαρά - Ενθουσιασμός - Ενδιαφέρον - Άγχος - Αβέβαιος έλεγχος	Υψηλή
B0502L	Παθητική αντιμετώπιση	- Προσοχή - Μερική συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Βαρεμάρα	Χαμηλή
B0503H	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Ανεξάρτητο στυλ εργασίας	- Επιμονή - Επιμέλεια - Συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Χαρά - Άγχος	Υψηλή
B0504L	- Κατανόηση ερώτησης - Δοκιμές χειρισμού - Εξαρτημένο στυλ εργασίας	- Επιμονή - Προσοχή - Συμμετοχή	- Ενδιαφέρον - Ενθουσιασμός	Υψηλή

Πίνακας 16: Μαθηματική εμπλοκή των μαθητών της Β' Λυκείου.

Δεκαπέντε από τους είκοσι έναν μαθητές που μελετήθηκαν ως προς την εμπλοκή τους, παρουσίασαν Υψηλή μαθηματική εμπλοκή, ενώ οι υπόλοιποι έξι μαθητές παρουσίασαν Χαμηλή μαθηματική εμπλοκή. Πέντε από τους μαθητές που παρουσίασαν Υψηλή εμπλοκή, ήταν μαθητές της ομάδας L, ενώ οι υπόλοιποι δέκα ήταν μαθητές της ομάδας H. Οι μαθητές της ομάδας L που παρουσίασαν Υψηλή εμπλοκή, είχαν αυξημένη την εμπλοκή θυμικού και την συμπεριφορική εμπλοκή, ενώ η γνωστική εμπλοκή τριών από αυτούς ήταν χαμηλή, αφού περιορίστηκαν σε επιφανειακές στρατηγικές. Όλοι οι μαθητές της ομάδας H παρουσίασαν Υψηλή εμπλοκή, με αυξημένες και τις τρεις πτυχές της.

4.3. Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα

Μετά τη μελέτη των αποτελεσμάτων, στο σύνολό τους, σχετικά με τα κίνητρα των μαθητών, συντέθηκε ο παρακάτω πίνακας, στον οποίο παρουσιάζονται οι δομές στόχων που διαμορφώθηκαν από τους μαθητές, κατά στη διερευνητική διαδικασία στο χώρο

εργασίας, οι ανάγκες που οδήγησαν σε αυτούς τους στόχους, καθώς και το πλήθος των μαθητών ανά στόχο/ανάγκη. Επιπλέον, παρουσιάζεται ανά δομή στόχου το πλήθος των μαθητών που επηρεάστηκε από το χώρο εργασίας, που προσέφερε η δραστηριότητα.

ΔΟΜΕΣ ΣΤΟΧΩΝ						
ΑΝΑΓΚΕΣ	Άρτια Αποτελέσματα		Ομαδικότητα		Επίλυση Δραστηριότητας	
	Επέκταση γνώσης	6	Επέκταση γνώσης	1	Επέκταση γνώσης	4
	Αναγνώριση	1	Αναγνώριση	7	Αναγνώριση	8
	Εκπαιδευτικού		Εκπαιδευτικού		Εκπαιδευτικού	
	Ομαδικότητα	2	Ομαδικότητα	4	Ομαδικότητα	1
			Αναγνώριση αξίας από ομάδα	2	Αναγνώριση αξίας από ομάδα	2
Χώρος Εργασίας	6		6		8	

Πίνακας 17: Πλήθος μαθητών Α' και Β' Λυκείου ανά δομή στόχων και αναγκών

Στον παρακάτω πίνακα (βλ. Πίνακα 18) παρουσιάζονται οι μαθητές της ομάδας L που επηρεάστηκαν από το εργασιακό πλαίσιο της δραστηριότητας της συγκέντρωσης του φαρμάκου, καθώς και η μαθηματική τους εμπλοκή. Πέντε από αυτούς τους μαθητές παρουσίασαν Υψηλή εμπλοκή, ενώ μόλις ένας από αυτούς παρουσίασε Χαμηλή εμπλοκή.

Μαθητές της ομάδας L που επηρεάστηκαν από το εργασιακό πλαίσιο	Μαθηματική Εμπλοκή
A0203L	Υψηλή
A0204L	Χαμηλή
A0604L	Υψηλή
A0701L	Υψηλή
A0702L	Υψηλή
B0104L	Υψηλή

Πίνακας 18: Μαθητές της ομάδας L που επηρεάστηκαν από το εργασιακό πλαίσιο και η μαθηματική τους εμπλοκή

4.3.a. Οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής στα στάδια της διερεύνησης: Τρεις περιπτώσεις μαθητών

Οι πτυχές της εμπλοκής τριών εκ των μαθητών σε σχέση με τα στάδια διερεύνησης που ακολουθήθηκαν, παρουσιάζονται παρακάτω, όπως αυτές προέκυψαν, κατά τη μελέτη της διερευνητικής μάθησης τριών εκ των μαθητών. Με πλάγια και υπογραμμισμένα

γράμματα παρουσιάζονται οι πτυχές της εμπλοκής που ήταν πιο έντονες σε κάθε στάδιο διερεύνησης.

4.3.a.i Η περίπτωση του μαθητή B0101H - Υψηλή Εμπλοκή

Προσανατολισμό	Γνωστική εμπλοκή: Ερωτήσεις κατανόησης Συμπεριφορική εμπλοκή: Πάνω από τη δραστηριότητα Εμπλοκή Θυμικού: Ενθουσιασμός και ενδιαφέρον
Εννοιοποίηση	Γνωστική εμπλοκή: Ερωτήσεις κατανόησης, δοκιμές χειρισμού Συμπεριφορική εμπλοκή: Πάνω από τη δραστηριότητα, προσοχή, επιμονή Εμπλοκή Θυμικού: Ενθουσιασμός και ενδιαφέρον
Έρευνα	Γνωστική εμπλοκή: Ερωτήσεις κατανόησης, δοκιμές χειρισμού, σύνδεση με παλιά γνώση, εξήγηση στα υπόλοιπα μέλη της ομάδας, αφαίρεση (αντιλήφθηκε την οριακή διαδικασία) Συμπεριφορική εμπλοκή: Πάνω από τη δραστηριότητα, προσοχή, επιμονή, συμμετοχή Εμπλοκή Θυμικού: Ενδιαφέρον και χαρά
Συμπεράσματα	Γνωστική εμπλοκή: Σύνδεση με παλιά γνώση, εξήγηση στα υπόλοιπα μέλη της ομάδας, αφαίρεση Συμπεριφορική εμπλοκή: Προσοχή, συμμετοχή Εμπλοκή Θυμικού: Ενδιαφέρον
Συζήτηση	
	Γνωστική εμπλοκή: Σύνδεση με παλιά γνώση, εξήγηση στην υπόλοιπη τάξη, αφαίρεση Συμπεριφορική εμπλοκή: Προσοχή, επιμονή, συμμετοχή Εμπλοκή Θυμικού: Ενδιαφέρον, ενθουσιασμός, χαρά

Πίνακας 19: Οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής στα στάδια της διερεύνησης του μαθητή B0101H

Ο μαθητής B0101H παρουσίασε, συνολικά, υψηλή εμπλοκή. Ο συγκεκριμένος μαθητής παρουσίασε έντονη εμπλοκή θυμικού στο στάδιο του προσανατολισμού,

επιδεικνύοντας ενδιαφέρον και ενθουσιασμό για τη δραστηριότητα. Στη φάση της εννοιοποίησης έντονη ήταν η συμπεριφορική εμπλοκή του, καθώς ήταν συνεχώς πάνω από τη δραστηριότητα, με προσοχή και επιμονή. Στη φάση της έρευνας, και οι τρεις πτυχές της εμπλοκής του ήταν σε υψηλό επίπεδο. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον είχε η εξέλιξη της γνωστικής εμπλοκής του μαθητή, καθώς ο ίδιος απεύθυνε ερωτήσεις κατανόησης τόσο στον καθηγητή όσο και στα υπόλοιπα μέλη της ομάδας του, έκανε δοκιμές χειρισμού, σύνδεσε την παλιά γνώση με την καινούρια, ενώ σχεδόν από την αρχή της φάσης της έρευνας αντιλήφθηκε, μέσω του διαγράμματος, πως η συνάρτηση τείνει οριακά σε έναν αριθμό, ενώ στη συνέχεια εξήγησε την σκέψη του τόσο στον καθηγητή, όσο και στην υπόλοιπη ομάδα. Στη φάση των συμπερασμάτων, έντονη ήταν η γνωστική εμπλοκή του μαθητή, καθώς προσπαθούσε με επιχειρήματα να εξηγήσει τις σκέψεις του στην υπόλοιπη ομάδα. Τέλος στη φάση της συζήτησης, όλες οι πτυχές της μαθηματικής του εμπλοκής ήταν σε υψηλά επίπεδα, καθώς αναβίωνε όλη την προηγούμενη διερευνητική διαδικασία, στην προσπάθειά του να μεταφέρει τα ομαδικά αποτελέσματα στην υπόλοιπη τάξη.

4.3.a.ii Η περίπτωση της μαθήτριας Α0701L – Υψηλή Εμπλοκή

Προσανατολισμό	Γνωστική εμπλοκή: Καμία Συμπεριφορική εμπλοκή: Προσοχή Εμπλοκή Θυμικού: Βαρεμάρα
Εννοιοποίηση	Γνωστική εμπλοκή: Ερωτήσεις κατανόησης Συμπεριφορική εμπλοκή: Προσοχή Εμπλοκή Θυμικού: Περιέργεια
Έρευνα	Γνωστική εμπλοκή: Ερωτήσεις κατανόησης, δοκιμές χειρισμού, σύνδεση με παλιά γνώση Συμπεριφορική εμπλοκή: Προσοχή, επιμέλεια, συμμετοχή Εμπλοκή Θυμικού: Ενδιαφέρον και περιέργεια

Συμπεράσματα	<u>Γνωστική εμπλοκή</u>: Δοκιμές χειρισμού, εξήγηση στα υπόλοιπα μέλη της ομάδας <u>Συμπεριφορική εμπλοκή</u>: Προσοχή, συμμετοχή, επιμέλεια <u>Εμπλοκή Θυμικού</u>: Ενδιαφέρον και περιέργεια
Συζήτηση	
<u>Γνωστική εμπλοκή</u>: Σύνδεση με παλιά γνώση <u>Συμπεριφορική εμπλοκή</u>: Προσοχή, επιμέλεια <u>Εμπλοκή Θυμικού</u>: Ενδιαφέρον	

Πίνακας 20: Οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής στα στάδια της διερεύνησης του μαθητή Α0701L

Η μαθήτρια Α0701L παρουσίασε, συνολικά, υψηλή εμπλοκή. Η συγκεκριμένη μαθήτρια στη φάση του προσανατολισμού δεν φαινόταν να έχει κανένα ενδιαφέρον προς τη δραστηριότητα, ενώ εκδήλωσε και σημάδια βαρεμάρας. Παρόλα αυτά, στη φάση της εννοιοποίησης πυροδοτήθηκε η περιέργειά της, με αποτέλεσμα να ξεκινήσει να κάνει ερωτήσεις κατανόησης σχετικά με τη δραστηριότητα, ενώ παράλληλα επιδείκνυε κάποια προσοχή. Από την άλλη πλευρά, στη φάση της έρευνας και στη φάση των συμπερασμάτων, και οι τρεις πτυχές της εμπλοκής της μαθήτριας ήταν σε πολύ υψηλά επίπεδα, τα οποία διατηρήθηκαν αμείωτα σε όλη τη διάρκεια των συγκεκριμένων φάσεων. Τέλος, στη φάση της συζήτησης, κατά την οποία η ομάδα παρουσίαζε τα αποτελέσματά της στην υπόλοιπη τάξη, η εμπλοκή της μαθήτριας περιορίστηκε, ενώ κυριάρχησε μόνο η συμπεριφορική εμπλοκή του, αφήνοντας κάποια άλλα μέλη της ομάδας του να παρουσιάσουν το γνωστικό κομμάτι.

4.3.a.iii Η περίπτωση του μαθητή Β0405L – Χαμηλή Εμπλοκή

Προσανατολισμό	<u>Γνωστική εμπλοκή</u>: Καμία <u>Συμπεριφορική εμπλοκή</u>: Μερική συμμετοχή <u>Εμπλοκή Θυμικού</u>: Βαρεμάρα
----------------	---

Εννοιοποίηση	Γνωστική εμπλοκή: Παθητική αντιμετώπιση Συμπεριφορική εμπλοκή: Μερική συμμετοχή, προσοχή <u>Εμπλοκή Θυμικού</u>: Ενδιαφέρον
Έρευνα	Γνωστική εμπλοκή: Παθητική αντιμετώπιση <u>Συμπεριφορική εμπλοκή</u>: Μερική συμμετοχή, προσοχή Εμπλοκή Θυμικού: Ενδιαφέρον
Συμπεράσματα	Γνωστική εμπλοκή: Παθητική αντιμετώπιση Συμπεριφορική εμπλοκή: Μερική συμμετοχή Εμπλοκή Θυμικού: Ενδιαφέρον
Συζήτηση	
	Γνωστική εμπλοκή: Παθητική αντιμετώπιση Συμπεριφορική εμπλοκή: Προσοχή Εμπλοκή Θυμικού: Βαρεμάρα

Πίνακας 21: Οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής στα στάδια της διερεύνησης του μαθητή B0405L

Ο μαθητής B0405L παρουσίασε, συνολικά, χαμηλή εμπλοκή, και ιδιαίτερα στις φάσεις του προσανατολισμού, των συμπερασμάτων και της συζήτησης. Ο συγκεκριμένος μαθητής στη φάση της εννοιοποίησης παρουσίασε ενδιαφέρον, αυξάνοντας την εμπλοκή του θυμικού του, ενώ στη φάση της έρευνας αυξημένη ήταν η συμπεριφορική του εμπλοκή, καθώς επέδειξε προσοχή και μερική συμμετοχή. Σε όλες της φάσεις, η γνωστική εμπλοκή του ήταν πολύ χαμηλή.

5. Συμπεράσματα – Συζήτηση

Στην παρούσα έρευνα επιχειρήθηκε ο προσδιορισμός των διαστάσεων της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας, η αναγνώριση των κινήτρων που διαμορφώθηκαν από τους μαθητές κατά τη διερευνητική μάθηση στον εργασιακό χώρο, καθώς και ο εντοπισμός της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών, μέσω της μελέτης βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών, και συνεντεύξεων με τους καθηγητές μαθηματικών του κάθε τμήματος. Οι διδασκαλίες αυτές πραγματοποιήθηκαν σε ένα τμήμα της Α' Λυκείου, και σε ένα τμήμα της Β' Λυκείου, ενώ ως βάση τους είχαν μια δραστηριότητα, από το αρχείο του Mascil, που αφορούσε τη συγκέντρωση ενός φαρμάκου στον οργανισμό του ανθρώπου. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα πηγάζει από τον χώρο εργασίας, και προσφέρει στους μαθητές δυνατότητες διερεύνησης.

Σχετικά με τη συνεργασία του καθηγητή και των μαθητών, το Μοντέλο Διερευνητικής Συνεργασίας Καθηγητή και Μαθητή που διαμορφώθηκε για κάθε τμήμα, ήρθε σε μερική συμφωνία με το πλαίσιο των Alrø & Skovsmose (2002), καθώς στα ευρήματα της παρούσας έρευνας εμφανίσθηκαν ορισμένες από τις πτυχές του προηγούμενου. Αυτό, πιθανόν να οφείλεται στις διαφορετικές κοινωνικομαθηματικές νόρμες που έχουν αναπτυχθεί σε καθένα από τα δύο σχολικά τμήματα. Από μια κοινωνική οπτική, τα στοιχεία της μικροκουλτούρας τη τάξης (κοινωνικές και κοινωνικομαθηματικές νόρμες) όπως περιγράφονται από τον Cobb (1999), είναι σημαντικά στην εξέταση των διαδράσεων καθηγητή και μαθητών (Martin, McCrone, Bower, & Dindyal, 2005). Καθώς το παρόν εργαλείο των Alrø & Skovsmose (2002), διαμορφώθηκε, από τους ίδιους, για την υποστήριξη των αλληλεπιδράσεων των καθηγητών και των μαθητών, στα πλαίσια της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης, η μελέτη των αποτελεσμάτων της έρευνας σχετικά με την αλληλεπίδραση καθηγητή και μαθητών, φανερώνει πως και οι δύο διδασκαλίες αποτελούν διδασκαλίες που προωθούν τη διερευνητική μάθηση, αφού πληρούν πολλά από τα στοιχεία αυτής, όπως αυτά περιγράφηκαν σε προηγούμενη ενότητα (π.χ. Engeln, κ.ά., 2013· Artigue & Blomhøj, 2013· Pedaste, κ.ά., 2015, βλ. σελ. 17-30, παρόν έγγραφο).

Σε συμφωνία με τους Pedaste, κ.ά. (2015), τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας έδειξαν πως και στα δύο τμήματα κατά τη διάρκεια της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης, παρουσιάστηκαν οι φάσεις του προσανατολισμού, της εννοιοποίησης, της έρευνας, των συμπερασμάτων και της συζήτησης. Επιπλέον, εντοπίστηκαν όλες οι επιμέρους φάσεις αυτών, πλην του πειραματισμού – για τη φάση της έρευνας- καθώς και του αναστοχασμού- για τη φάση της επικοινωνίας. Η επιμέρους φάση του πειραματισμού

δεν προέκυψε, καθώς η συγκεκριμένη δραστηριότητα δεν προϋπέθετε τη διεξαγωγή κάποιου πειράματος για τη δοκιμασία των υποθέσεων. Η επιμέρους φάση του αναστοχασμού των μαθητών δεν εμφανίστηκε σε καμία από τις δύο διδασκαλίες, πιθανόν εξαιτίας του περιορισμένου χρόνου που διατέθηκε για αυτές, γεγονός που αναγνωρίστηκε και από τους ίδιους τους διδάσκοντες (διήρκησε δύο διδακτικές ώρες η κάθε μια). Σύμφωνα με τους Pedaste, κ.ά. (2015), αναστοχασμός είναι η διαδικασία της περιγραφής, της κριτικής, της αξιολόγησης και της συζήτησης ολόκληρου του κύκλου της έρευνας ή μιας συγκεκριμένης φάσης, καθώς και η εσωτερική συζήτηση. Ως εκ τούτου, αφορά σε μια χρονοβόρα διαδικασία, παρόλα αυτά πολύ σημαντική, για τη γνωστική εξέλιξη των μαθητών. Σχετικά με τη διαμόρφωση των διερευνητικών κύκλων που εντοπίστηκαν για κάθε τμήμα, αυτοί ήρθαν σε συμφωνία με το αντίστοιχο πλαίσιο των Pedaste, κ.ά. (2015), ως προς τα στάδια, αλλά και τις αλληλεπιδράσεις αυτών.

Σε συμφωνία με τον Hannula (2006), τα ευρήματα της παρούσας έρευνας έδειξαν πως κάποιες από τις ανάγκες των μαθητών θα μπορούσαν να υλοποιηθούν ως στόχοι, και αντίστροφα. Οι δομές στόχων που αναγνωρίστηκαν, μετά την ανοιχτή κωδικοποίηση των δεδομένων, ήταν η δομή των άρτιων αποτελεσμάτων, η δομή της ομαδικότητας, καθώς και η δομή της επίλυσης της δραστηριότητας. Κάθε μια από τις δομές αυτές πήγαζε από τις ανάγκες των μαθητών για επέκταση γνώσης, αναγνώριση του εκπαιδευτικού, ομαδικότητα, ενώ προστίθεται στις δύο τελευταίες δομές στόχων (ομαδικότητα και επίλυση δραστηριότητας) η ανάγκη της αναγνώρισης της αξίας από την ομάδα. Οι διαφορετικές επικρατούσες ανάγκες οδηγούν στην υιοθέτηση διαφορετικών πρωταρχικών στόχων και σε διαφορετικές συμπεριφορές στις μαθηματικές καταστάσεις (Hannula, 2006), ενώ ερευνητές της Θεωρίας Επίτευξης Στόχων δίνουν έμφαση στο ότι η ατομική αντίληψη του μαθητή σχετικά με τη δομή στόχου επηρεάζει τις κινητήριες αντιδράσεις του/της (Meece κ.α., 2006, αναφορά στο Skaalvik & Federici, 2016). Όπως επισημαίνουν οι Skaalvik και Federici (2016), οι προσωπικές δομές στόχων επηρεάζουν τις δομές στόχων που επικρατούν στην σχολική τάξη, και αντίστροφα. Ερευνητές της Θεωρίας Επίτευξης Στόχων τις διακρίνουν μεταξύ της δομής στόχου γνώσης και της δομής στόχου επίδοσης (Ames 1992· Meece, κ.α., 2006· Patrick, κ.α., 2011· Urdan & Midgley, 2003, αναφορά στο Skaalvik & Federici, 2016), αναφερόμενοι στο επίπεδο της τάξης. Κάνοντας έναν παραλληλισμό με τα ευρήματα της παρούσας έρευνας, θα μπορούσε να υπάρξει αντιστοιχία με τη δομή στόχου των άρτιων αποτελεσμάτων, και τη δομή στόχου επίλυσης της δραστηριότητας, αντιστοίχως, ενώ στα δεδομένα μας εμφανίστηκε, επιπλέον, και η δομή στόχου της

ομαδικότητας, που σύμφωνα με τη βιβλιογραφία υπάγεται σε κοινωνικές δομές στόχων, ενώ σχετίζεται και με τις δύο άλλες δομές.

Για να προωθηθεί η δομή στόχου γνώσης στις τάξεις, οι καθηγητές θα έπρεπε να σχεδιάζουν δραστηριότητες ποικίλες και ενδιαφέρουσες, να παρέχουν λογικές προκλήσεις στους μαθητές, να αναγνωρίζουν την πρόοδο, να αφήνουν τους μαθητές να επιλέγουν τις γνωστικές τους δραστηριότητες, να ενισχύεται το κίνητρο (Skaalvik & Federici, 2016), στοιχεία που αποτελούν κάποιες από τις δυνατότητες της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας που ακολουθήθηκε και στα δύο τμήματα. Παρόλα αυτά, η επικρατούσα δομή στόχου, σύμφωνα με τα αποτελέσματά μας, ήταν εκείνη της επίλυσης της δραστηριότητας, η οποία αντιστοιχεί στη δομή στόχου επίδοσης. Μια πιθανή εξήγηση είναι εκείνη των Federici, κ.ά. (2015), σύμφωνα με την οποία ακόμα και στις τάξεις όπου οι καθηγητές εστιάζουν στη μάθηση και τη βελτίωση, οι μαθητές μπορεί να βιώνουν μια έντονη έμφαση στην επιτυχία (Skaalvik & Federici, 2016). Το γεγονός αυτό, λοιπόν, μπορεί να οφείλεται και στο είδος της διερεύνησης που πραγματοποιήθηκε, καθώς η διδασκαλία στο τμήμα της Α' Λυκείου αφορά σε Καθοδηγούμενη Διερεύνηση, ενώ η διδασκαλία στο τμήμα της Β' Λυκείου αφορά σε Δομημένη Διερεύνηση. Σύμφωνα με τους Bruder και Prescott (2013) τα projects καθοδηγούμενης διερεύνησης έδειξαν τα μεγαλύτερα κέρδη τόσο στο περιεχόμενο όσο και στη διαδικασία, επηρεάζοντας έτσι και τη διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών.

Αναφορικά με την επίδραση του εργασιακού χώρου στη διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών, είκοσι μαθητές (6 από την ομάδα L και 14 από την ομάδα H) επηρεάστηκαν από το εργασιακό περιβάλλον της δραστηριότητας, κάποιοι από τους οποίους ήταν μαθητές της ομάδας L, ενώ άλλοι της ομάδας H. Επιβεβαιώνεται, έτσι, το συμπέρασμα των Ariza, κ.ά. (2014), ότι οι μαθησιακές εργασίες που έχουν τεθεί στον κόσμο της εργασίας προσφέρουν ισχυρές ευκαιρίες για την ανάπτυξη ουσιαστικής και τοποθετημένης μάθησης αυξάνοντας τα κίνητρα των μαθητών.

Εξετάζοντας συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα της εμπλοκής των μαθητών, παρατηρούμε πως δώδεκα από τους είκοσι τέσσερις μαθητές της ομάδας L, που μελετήθηκαν, παρουσίασαν υψηλή μαθηματική εμπλοκή, ενώ όλοι οι μαθητές της ομάδας H παρουσίασαν υψηλή εμπλοκή. Οι μαθητές της ομάδας L που εμφάνισαν υψηλή εμπλοκή, παρουσίασαν αυξημένη συμπεριφορική εμπλοκή και εμπλοκή θυμικού, ενώ η γνωστική τους εμπλοκή ήταν περιορισμένη. Από την άλλη, όλοι οι μαθητές της ομάδας H, παρουσίασαν αυξημένες και τις τρεις πτυχές της εμπλοκής τους, και ιδιαίτερα τη γνωστική τους εμπλοκή. Συνολικά τριάντα τέσσερις μαθητές, από αυτούς που μελετήθηκαν, παρουσίασαν υψηλή εμπλοκή. Αυτό μπορεί να οφείλεται στις δυνατότητες που προσφέρει

η διερευνητική μάθηση και διδασκαλία, καθώς σύμφωνα με τους Artigue και Blomhøj (2013), η διερεύνηση στη μάθηση των μαθηματικών γίνεται ένα ισχυρό εργαλείο δράσης, στις προσωπικές και συλλογικές προσπάθειες απάντησης ενός σημαντικού ερωτήματος, κάνοντας αυτές τις εμπειρίες όχι απλώς ανέκδοτες αλλά εμπνευσμένες και δομικές για ολόκληρο το εκπαιδευτικό εγχείρημα, ενώ σύμφωνα με τη Nardi (1996), όπως αναφέρεται στη Jaworski (2006), η έννοια της διερεύνησης σχετίζεται ιδιαίτερα με τις προοπτικές στην εκπαίδευση των μαθηματικών που ασχολούνται με τη γνώση από την άποψη της ενεργούς κατασκευής της μαθηματικής γνώσης, όπου η ενεργητική συνεπάγεται την προσωπική εμπλοκή.

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας έδειξαν πως το ενδιαφέρον κυριαρχεί στην εμπλοκή του θυμικού στην πλειοψηφία των μαθητών, ενώ στην συμπεριφορική εμπλοκή τους επικρατεί η επιμέλεια, η προσοχή και η επιμονή. Τα παραπάνω έρχονται να επιβεβαιώσουν τα ευρήματα της έρευνας των Kong, κ.ά. (2003), σύμφωνα με τα οποία οι μαθητές που εμπλέκονται δείχνουν να δίνουν προσοχή, να είναι επιμελής και πρόθυμοι να αφιερώνουν χρόνο τόσο στην ενδοσχολική, όσο και στην εξωσχολική μαθηματική μάθηση, ενώ το ενδιαφέρον είναι μια σημαντική πτυχή της εμπλοκής του θυμικού.

Συσχετίζοντας τη διαμόρφωση των κινήτρων τους, και την επιρροή του χώρου εργασίας με τη μαθηματική εμπλοκή των μαθητών, παρατηρούμε πως μόλις πέντε από τους μαθητές της ομάδας L με υψηλή εμπλοκή είχαν επηρεαστεί από το εργασιακό πλαίσιο της δραστηριότητας, ενώ από τους μαθητές της ομάδας H, δεκατέσσερις φάνηκαν να έχουν επηρεαστεί από τον εργασιακό χώρο. Προκύπτει, έτσι, το συμπέρασμα, πως οι διερευνητικές δραστηριότητες που προέρχονται από τον χώρο εργασίας, από τη μια επηρεάζουν τη διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών, ενώ από την άλλη μπορούν να συμβάλλουν στην ενεργή εμπλοκή τους με τα μαθηματικά. Αυτό ενισχύει την άποψη των Derry και Steinkuehler (2006) ότι ο χώρος εργασίας μπορεί να λειτουργήσει ως πηγή πολύτιμων καταστάσεων, σημαντικών συνθηκών για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία των επιστημών, καθώς μπορεί να υποστηρίξει τη μάθηση μέσω της αλληλεπίδρασης στον κοινωνικό και υλικό κόσμο (Derry & Steinkuehler, 2006, αναφορά στο Potari, κ.ά., 2014), ενώ παράλληλα μπορεί να γεφυρώσει το κενό μεταξύ των αφηρημένων μαθηματικών και της καθημερινής εμπειρίας, που υπάρχει στο νου των μαθητών (Gravemeijer κ.α., 2000, αναφορά στο Kosynas, 2016). Παρόλα αυτά, η εφαρμογή τέτοιου είδους δραστηριοτήτων στις καθημερινές, διδακτικές πρακτικές δεν αποτελεί εύκολο εγχείρημα, όπως προκύπτει και από τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, εξαιτίας των πολλών περιορισμών που υπάρχουν στη διδακτική πραγματικότητα (βλ. σελ. 26-29, παρόν έγγραφο).

Η εμφάνιση των πτυχών της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών μελετήθηκε και στις φάσεις της διερευνητικής μάθησης, όπως αυτές προέκυψαν κατά τη διδασκαλία, σε τρεις αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις μαθητών (ένας μαθητής της ομάδας Η με υψηλή εμπλοκή, ένας μαθητής της ομάδας L με υψηλή εμπλοκή, και ένας μαθητής της ομάδας L με χαμηλή εμπλοκή), κάτι που, απ' όσο γνωρίζουμε, δεν έχει μελετηθεί ξανά στην υπάρχουσα βιβλιογραφία.

Τα ευρήματα της παρούσας έρευνας έδειξαν πως οι μαθητές της ομάδας Η παρουσίασαν αυξημένες και τις τρεις πτυχές της εμπλοκής τους, ιδιαίτερα στις φάσεις της έρευνας των συμπερασμάτων και της συζήτησης, όπως προκύπτει από τη μελέτη του μαθητή B0101H . Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσίασε η γνωστική εμπλοκή του μαθητή αυτού, η οποία ήταν πολύ υψηλή, στις φάσεις που προαναφέρθηκαν, ενώ ο ίδιος, καθώς και κάποιοι άλλοι από τους μαθητές της ομάδας Η, έφτασαν ακόμα και στο επίπεδο της αφαίρεσης, στις φάσεις της έρευνας και των συμπερασμάτων, προσεγγίζοντας διαισθητικά την έννοια του ορίου, χωρίς όμως να την έχουν διδαχθεί. Αυτό, πιθανόν, να οφείλεται στο ότι η διερευνητική μάθηση, κατά μέσο όρο, αυξάνει την εννοιολογική κατανόηση στα μαθήματα επιστήμης, των μαθηματικών, της μηχανικής και της τεχνολογίας (Freeman κ.α., 2014, αναφορά στο Caraldi, 2015), ενώ έρευνα, ειδικά σε μαθήματα λογισμού/ανάλυσης, έχει δείξει ότι η παραδοσιακή διδασκαλία μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλά επίπεδα εννοιολογικής κατανόησης (Epstein, 2013, αναφορά στο Caraldi, 2015), εν αντιθέσει με τη διερευνητική.

Σχετικά με τις πτυχές εμπλοκής στα στάδια διερεύνησης των μαθητών της ομάδας L, τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας έδειξαν πως η μαθήτρια που εμφάνισε συνολικά υψηλή εμπλοκή, στις αρχικές φάσεις της διερεύνησης (φάση του προσανατολισμού και φάση της εννοιοποίησης), και οι τρεις πτυχές της εμπλοκής της ήταν σε πολύ χαμηλά επίπεδα. Ωστόσο, στις φάσεις της έρευνας και των συμπερασμάτων, αυξημένες ήταν και οι τρεις πτυχές της εμπλοκής της, και ιδιαίτερα η συμπεριφορική εμπλοκή. Το ίδιο συνέβη και σε άλλους μαθητές της ομάδας L με υψηλή εμπλοκή, παρόλα αυτά αρκετοί μαθητές αυτής της ομάδας παρουσίασαν χαμηλή γνωστική στο σύνολο της εμπλοκής τους. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο ότι οι συγκεκριμένες δύο φάσεις της διερευνητικής μάθησης, στηρίζονται περισσότερο στην ομαδο-συνεργατική μάθηση, καθώς η συνεργατική μάθηση ενθαρρύνει τους μαθητές να είναι ενεργοί συμμετέχοντες στη κατασκευή της γνώσης τους (Webb, Troper & Fall, 1995· αναφορά στο Zakaria, Solfitri, Daud & Abidin, 2013) να αλληλεπιδρούν και να επικοινωνούν μεταξύ τους (Zakaria, κ.α., 2013).

Παρόλα αυτά, υπήρχαν και μαθητές, όπως ο μαθητής της τρίτης περίπτωσης, οι οποίοι παρουσίασαν χαμηλή εμπλοκή, και στις τρεις πτυχές της. Στη φάση της εννοιοποίησης υπήρξε μια αύξηση της εμπλοκής του θυμικού, στη φάση της έρευνας αυξημένη ήταν η συμπεριφορική του εμπλοκή, ενώ η γνωστική του εμπλοκή ήταν πολύ χαμηλή σε όλες τις φάσεις της διερεύνησης. Αυτό δείχνει πως παρά τις δυνατότητες που προσφέρει η διερευνητική μάθηση, και οι δραστηριότητες που προέρχονται από τον χώρο εργασίας, σχετικά με την αύξηση της εμπλοκής των μαθητών, υπάρχουν μαθητές που δεν παρακινούνται από αυτές, χωρίς αυτό, όμως, να τις καθιστά αναποτελεσματικές, αφού το πλήθος αυτών των μαθητών είναι μικρό σε σχέση με το υπόλοιπο δείγμα μας. Αυτό πιθανόν να οφείλεται σε παράγοντες του θυμικού, όπως οι στάσεις και οι πεποιθήσεις των μαθητών αυτών, σχετικά με τα μαθηματικά, αφού σύμφωνα με τον McLeod (1992) τα συναισθήματα είναι τα πιο έντονα και λιγότερο σταθερά, οι πεποιθήσεις είναι οι πιο σταθερές και λιγότερο έντονες, και οι στάσεις να βρίσκονται κάπου ανάμεσα και στις δύο διαστάσεις. Σε αυτό το σημείο περαιτέρω έρευνα, σχετικά με το θυμικό της συγκεκριμένης κατηγορίας μαθητών, κρίνεται απαραίτητη.

Έχοντας καταλήξει στα παραπάνω πορίσματα, θεωρείται χρήσιμη η περεταίρω διερεύνηση των εξής ερωτημάτων:

- Με ποιον τρόπο η συχνότερη εφαρμογή της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας επηρεάζει τη διαμόρφωση των κινήτρων των μαθητών;
- Η συχνότερη εφαρμογή της διερευνητικής μάθησης και διδασκαλίας είναι δυνατόν να μεταβάλλει την εμπλοκή των αδύναμων μαθητών; Αν ναι, ποιες από τις πτυχές της μπορεί να επηρεάσει;
- Πως οι πτυχές της μαθηματικής εμπλοκής των μαθητών εμφανίζονται στις φάσεις της διερεύνησης, και πως αυτές επηρεάζουν την πορεία εξέλιξής της; Με ποιον τρόπο μεταβάλλεται ο κύκλος της διερεύνησης;
- Με ποιον τρόπο οι διερευνητικές δραστηριότητες που προέρχονται από τον χώρο εργασίας μεταβάλλουν τα κίνητρα των μαθητών, την εμφάνιση των πτυχών της μαθηματικής εμπλοκής τους στις φάσεις της διερεύνησης, και τις σχέσεις μεταξύ αυτών;

Αξίζει να αναφερθεί πως η παρούσα έρευνα δεν είναι απαλλαγμένη από περιοριστικούς παράγοντες, παρόλο που οι μέθοδοι και διαδικασίες που ακολουθήθηκαν κατά τον σχεδιασμό και την υλοποίησή της συνυπολόγισαν σε μεγάλο βαθμό ζητήματα εγκυρότητας και αξιοπιστίας. Αρχικά, τα εξατομικευμένα χαρακτηρίστηκαν των μαθητών προέκυψαν από τις συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς, οπότε, ουσιαστικά παρουσιάζεται η δική τους

οπτική. Θα ήταν προτιμότερο να πραγματοποιηθούν εξατομικευμένες συνεντεύξεις με τους μαθητές, για την αναγνώριση των χαρακτηριστικών τους, για μεγαλύτερη αμεσότητα. Επιπλέον, η φύση του κινήτρου των μαθητών είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη και αυτό συνεπάγεται μεθοδολογικές δυσκολίες. Στην παρούσα έρευνα για τη διαμόρφωση του κινήτρου των μαθητών, αναγνωρίστηκαν οι ανάγκες και οι στόχοι του κάθε μαθητή, μέσω της παρατήρησης των βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών, δίνοντας βάση στην παρατήρηση των συναισθημάτων, της συμπεριφοράς, της γνώσης των μαθητών, καθώς και της στάσης τους απέναντι στο εργασιακό πλαίσιο. Ωστόσο, παρόλο που τα κίνητρα προκύπτουν από την αλληλεπίδραση μεταξύ ατόμων μέσα στο κοινωνικό πλαίσιο της τάξης και του σχολείου, αυτά έχουν και εξατομικευμένο χαρακτήρα. Για το λόγο αυτό, θα συνέβαλαν στη βαθύτερη μελέτη τους, σε συνδυασμό με την παρατήρηση των διδασκαλιών, και εξατομικευμένες συνεντεύξεις με καθέναν από τους μαθητές, ώστε να απαλλαχθούν τα αποτελέσματα, όσο το δυνατόν περισσότερο, από υποκειμενικά στοιχεία ανάλυσης των ερευνητών. Αυτό θα προσέφερε μια πλουσιότερη κατανόηση των κινήτρων, επιτρέποντας μεγαλύτερο βαθμό γενίκευσης των συμπερασμάτων για τους μαθητές. Στα πλαίσια της παρούσας έρευνας, αυτό δεν ήταν εφικτό, εξαιτίας του ότι οι διδασκαλίες που αποτέλεσαν το δείγμα αυτής προήλθαν από το αρχείο του προγράμματος Mascil και ως εκ τούτου μελετήθηκαν ετεροχρονισμένα.

6. Βιβλιογραφία

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique* (Vol. 29). Springer Science & Business Media.
- Ariza, M. R., Quesada, A., Abril, A. M., & Evagorou, M. 6.3 Track 3: Disseminating and scaling-up through materials. In *Educating the educators: international approaches to scaling-up professional development in mathematics and science education. Proceedings of the conference hosted jointly by project mascil (mathematics and science for life) and the German Centre for Mathematics Education (DZLM), 15-16 December 2014 in Essen, Germany* (p. 193).
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45(6), 797-810.
- Brown, M., Brown, P., & Bibby, T. (2008). "I would rather die": Reasons given by 16-year-olds for not continuing their study of mathematics. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 3-18.
- Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM*, 45(6), 811-822.
- Capaldi, M. (2015). Inquiry-Based Learning in Mathematics. In *Inquiry-Based Learning for Science, Technology, Engineering, and Math (Stem) Programs: A Conceptual and Practical Resource for Educators* (pp. 283-299). Emerald Group Publishing Limited.
- Choutou, C., Kotteakos, C., Vonta, V., & Zisimopoulou, M. A. (2014). An IBL application from the inside. In *Educating the educators: international approaches to scaling-up professional development in mathematics and science education. Proceedings of the conference hosted jointly by project mascil (mathematics and science for life) and the German Centre for Mathematics Education (DZLM), 15-16 December 2014 in Essen, Germany* (p. 199).
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). Basics of qualitative research: techniques and procedures for developing grounded theory. 2008.

- DeBellis, V. A., & Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63, 131–147.
- Doorman, M., Fechner, S., Jonker, V., & Wijers, M. (2014). Guidelines for Teachers for Developing IBST-oriented Classroom Materials for Science and Mathematics Using Workplace Contexts. Connecting Inquiry-based Learning (IBL) in Mathematics and Science to the World of Work (WoW). *Translation to Czech version—M. Bilek. Project Mascil*.
- Engeln, K., Euler, M., & Maass, K. (2013). Inquiry-based learning in mathematics and science: a comparative baseline study of teachers' beliefs and practices across 12 European countries. *ZDM*, 45(6), 823-836.
- Evans, J., Morgan, C., & Tsatsaroni, A. (2006). Discursive positioning and emotion in school mathematics practices. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 209-226.
- Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking & Learning*, 2, 209–219.
- Hannula, M. S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational studies in mathematics*, 63(2), 165-178.
- Hannula, M., Evans, J., Philippou, G & Zan, R. (2004). Affect in mathematics education-exploring theoretical frameworks. In M. J. Hines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 107-136. Bergen: Bergen University College.
- Helme, S., & Clarke, D. (2001). Identifying cognitive engagement in the mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 13(2), 133-153.
- Jansen, A., & Middleton, J. (2011). Motivation Matters and Interest Counts: Fostering Engagement in Mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*. 1906 Association Drive, Reston, VA 20191-1502.

- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 9(2), 187-211.
- Kosyvas, G. (2016). Student involvement in a workplace inquiry activity: solution of the solar panel problem. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 36(1).
- Kosyvas, G., Triantafillos, G. (2015). An inquiry approach of exponential modelling: the problem of drug absorption by the body.
([http://noether.math.uoa.gr/mascil/gr/docs/template/\[3\]_%CE%A4%CE%95%CE%9B--%CE%9A%CE%9F%CE%A3%CE%A5%CE%92%CE%91%CE%A3-%CE%A4%CE%A1%CE%99%CE%91%CE%9D%CE%A4%CE%91%CE%A6%CE%A5%CE%9B%CE%9B%CE%9F%CE%A3%20\(%CE%A0%CE%A1%CE%9F%CE%92%CE%9B%CE%97%CE%9C%CE%91%20%CE%A4%CE%9F%CE%A5%20%CE%A6%CE%91%CE%A1%CE%9C%CE%91%CE%9A%CE%9F%CE%A5-----%2017-3-16%20\(3\).pdf](http://noether.math.uoa.gr/mascil/gr/docs/template/[3]_%CE%A4%CE%95%CE%9B--%CE%9A%CE%9F%CE%A3%CE%A5%CE%92%CE%91%CE%A3-%CE%A4%CE%A1%CE%99%CE%91%CE%9D%CE%A4%CE%91%CE%A6%CE%A5%CE%9B%CE%9B%CE%9F%CE%A3%20(%CE%A0%CE%A1%CE%9F%CE%92%CE%9B%CE%97%CE%9C%CE%91%20%CE%A4%CE%9F%CE%A5%20%CE%A6%CE%91%CE%A1%CE%9C%CE%91%CE%9A%CE%9F%CE%A5-----%2017-3-16%20(3).pdf))
- Liem, G. A. D., & Martin, A. J. (2012). The Motivation and Engagement Scale: Theoretical framework, psychometric properties, and applied yields. *Australian Psychologist*, 47(1), 3-13.
- Martin, T. S., McCrone, S. M. S., Bower, M. L. W., & Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 95-124.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching*, pp. 575-596. New York: MacMillan.
- Meyer, D. K., & Turner, J. C. (2002). Discovering emotion in classroom motivation research. *Educational psychologist*, 37(2), 107-114.
- Parsons, S. A., Nuland, L. R., & Parsons, A. W. (2014). The ABCs of student engagement. *Phi Delta Kappan*, 95(8), 23-27.

- Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., De Jong, T., Van Riesen, S. A., Kamp, E. T., ... & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational research review*, 14, 47-61.
- Potari, D., Psycharis, G., Spiliotopoulou, V., Triantafyllou, C., & Zachariades, T. Integrating inquiry-based tasks and the world of work in mathematics and science teacher education. In *Educating the educators: international approaches to scaling-up professional development in mathematics and science education. Proceedings of the conference hosted jointly by project mascil (mathematics and science for life) and the German Centre for Mathematics Education (DZLM), 15-16 December 2014 in Essen, Germany* (p. 240).
- Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2013). A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics. *ZDM*, 45(6), 901-909.
- Skaalvik, E. M., & Federici, R. A. (2016). Relations between classroom goal structures and students' goal orientations in mathematics classes: When is a mastery goal structure adaptive?. *Social Psychology of Education*, 19(1), 135-150.
- Stein, M. K., & Smith, M. (2015). Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions. *National Council of Teachers of Mathematics*, 20191-1502.
- Swan, M., Pead, D., Doorman, M., & Mooldijk, A. (2013). Designing and using professional development resources for inquiry-based learning. *ZDM*, 45(7), 945-957.
- Triantafyllou, C., & Potari, D. (2014). Revisiting the place value concept in the workplace context: the issue of transfer development. *Educational Studies in Mathematics*, 86(3), 337-358.
- Turner, J. C., & Meyer, D. K. (1999). Integrating classroom context into motivation theory and research: Rationales, methods, and implications. *Advances in motivation and achievement*, 11, 87-121.
- Turner, J. C., Warzon, K. B., & Christensen, A. (2011). Motivating Mathematics Learning Changes in Teachers' Practices and Beliefs During a Nine-Month Collaboration. *American Educational Research Journal*, 48(3), 718-762.

- Urdu, T., & Schoenfelder, E. (2006). Classroom effects on student motivation: Goal structures, social relationships, and competence beliefs. *Journal of school psychology, 44*(5), 331-349.
- Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: The interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics, 86*(2), 271-290.
- Walshaw, M., & Brown, T. (2012). Affective productions of mathematical experience. *Educational Studies in Mathematics, 80*(1-2), 185-199.
- Yoshinobu, S., & Jones, M. G. (2012). The coverage issue. *PRIMUS, 22*(4), 303-316.
- Zakaria, E., Solfitri, T., Daud, Y., & Abidin, Z. Z. (2013). Effect of cooperative learning on secondary school students' mathematics achievement. *Creative Education, 4*(02), 98.

www.mascil-project.eu

Παράρτημα 1: Αυθεντική Δραστηριότητα Mascil

Συγκέντρωση φαρμάκου

<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassing/22038>



Ένας γιατρός παρουσιάζει τα παρακάτω στοιχεία σχετικά με τη χρήση ενός συγκεκριμένου φαρμάκου:

- Περίπου 25% του φαρμάκου αποβάλλεται από τον οργανισμό μέσω εκκρίσεων σε μια μέρα.
- Το φάρμακο είναι αποτελεσματικό μόνο όταν η ποσότητα φαρμάκου στον οργανισμό φτάσει σε μια συγκεκριμένη τιμή.
- Επομένως, μόνο μετά από μερικές μέρες μετά την καθημερινή λήψη του το φάρμακο είναι αποτελεσματικό.
- Το φάρμακο πρέπει να λαμβάνεται καθημερινά χωρίς εξαίρεση έστω και για μία μέρα.
- Η παράλειψη της δόσης για μια μέρα δεν πρέπει να αναπληρωθεί με διπλή δόση την επόμενη μέρα.

Διευκρίνιση: Τα παραπάνω στοιχεία αποτελούν απλοποίηση των πραγματικών στοιχείων.

Διερεύνηση

- Χρησιμοποιείτε υπολογισμούς για να διερευνήσετε πώς αλλάζει η ποσότητα του φαρμάκου στον οργανισμό όταν κάποιος ξεκινήσει τη χρήση με καθημερινή δόση 1500mg, παίρνοντας για παράδειγμα 500mg τρεις φορές.
- Είναι στην πραγματικότητα οι συνέπειες της παράλειψης μιας ημερήσιας δόσης και/ή η λήψη διπλής δόσης τόσο σοβαρές;
- Διερευνήστε ποιες είναι οι δυνατές τιμές που μπορεί να έχει η ποσότητα του φαρμάκου στον οργανισμό. Εξηγήστε τη απάντησή σας.

Παραδοτέο

Σχεδιάστε ένα φυλλάδιο για ασθενείς που να περιέχει απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα. Χρησιμοποιείτε γραφικές παραστάσεις και/ή πίνακες για να δείξετε την αλλαγή της ποσότητας του φαρμάκου σε χρονικό διάστημα πολλών ημερών.

Πηγή



Mathematics and Science for Life

www.mascil-project.eu

Dutch project 'Profi ', 'discrete analyse' (1997). Vervolgopdracht is verwerkt in pakketje DDM (1998, 2e experimentele versie):

<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/00669/>

Also published in: Wageningse methode VWO4, deel 2 (p. 23, versie 2000)

Dutch version (medicijnspiegel):

<http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/28001/>

Παράρτημα 2: Φύλλο Εργασίας Α' Λυκείου

2^ο ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΑΘΗΝΑΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΦΑΡΜΑΚΟΥ ΣΕ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟ ΑΣΘΕΝΟΥΣ



"How does the pill know where to find the place that hurts?"

Γενικές πληροφορίες

- 1) **Φάρμακο** γενικά ονομάζεται κάθε χημική ουσία ικανή να επηρεάσει την λειτουργία του οργανισμού κάθε έμβιου όντος ή μικροοργανισμού όταν εισέλθει σε αυτόν. Απλούστερα χαρακτηρίζεται κάθε ουσία ή παρασκεύασμα που ανακουφίζει, είτε θεραπεύει, από ασθένειες ή πόνους του ανθρώπινου οργανισμού και γενικότερα αποκαθιστά την ανθρώπινη υγεία.
- 2) Τα φάρμακα **χορηγούνται** συνήθως από το πεπτικό ή ενδοφλεβίως.
- 3) **Απορρόφηση** είναι η μεταφορά ενός φαρμάκου από την θέση χορήγησης στην κυκλοφορία του αίματος. Αποβολή ενός ποσοστού του φαρμάκου γίνεται μέσω των ούρων .

- 4) Ως **συγκέντρωση**, ορίζεται η ποσότητα του φαρμάκου σε 1 L αίματος : mg ουσίας /L αίματος. Ένα φάρμακο είναι αποτελεσματικό όταν έχει συγκεκριμένη τιμή συγκέντρωσης για επιθυμητό χρονικό διάστημα.

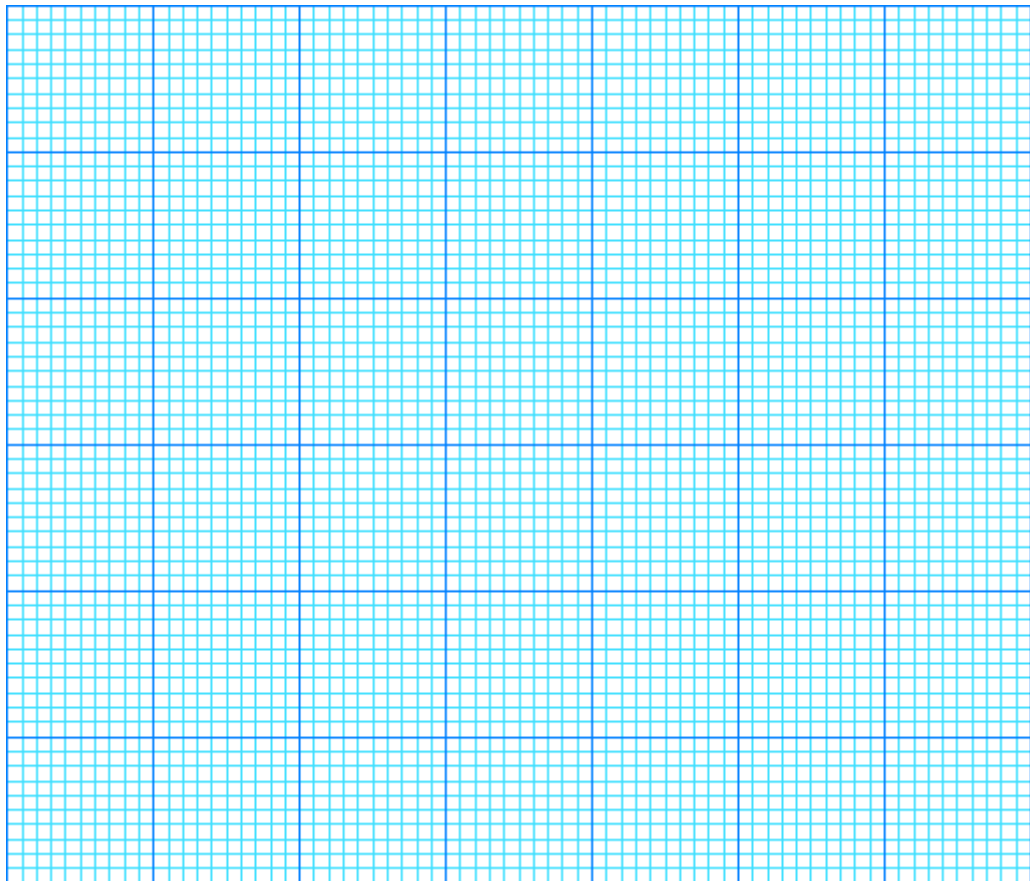
Μελέτη περίπτωσης



Για κάποιο συγκεκριμένο φάρμακο σχετικά με την χρήση του, έχουμε τα παρακάτω στοιχεία (που αποτελούν απλοποίηση των πραγματικών):

- Για ενήλικες απαιτείται καθημερινή χρήση για κάποιες μέρες με δόση **1500mg** εφάπαξ, κάθε πρωί.
- Το φάρμακο χορηγείται από το στόμα και διοχετεύεται από το πεπτικό σύστημα στο αίμα.
- **50%** του φαρμάκου αποβάλλεται από τον οργανισμό σε 24 ώρες.
- για να είναι αποτελεσματικό το φάρμακο πρέπει η συγκέντρωση του στο αίμα να φτάσει σε μια συγκεκριμένη τιμή και να διατηρηθεί σε αυτή την τιμή όσο διαρκεί η προτεινόμενη θεραπεία.
- πρέπει να λαμβάνεται καθημερινά χωρίς εξαίρεση και η παράλειψη μιας δόσης δεν επιτρέπεται να αναπληρωθεί με διπλή επόμενη δόση.

- 1) Να υπολογίσετε την ποσότητα (σε mg) του φαρμάκου στο αίμα στο τέλος κάθε 24ωρου;
- 2) Υπάρχει τρόπος να υπολογίζω την ποσότητα του φαρμάκου στο αίμα σε βάθος χρόνου; Πώς μεταβάλλεται η ποσότητα του φαρμάκου στον οργανισμό με την πάροδο των ημερών;
- 3) Να κάνετε γραφική παράσταση της ποσότητας του φαρμάκου στο αίμα στο τέλος κάθε 24ώρου ως συνάρτηση των 24ωρων (ημερών) λήψης.



- 4) Διερευνήστε εάν ο ασθενής θα επιβαρυνθεί από υπερβολική ποσότητα φαρμάκου στο αίμα, σε περίπτωση που συνεχίσει να λαμβάνει το φάρμακο για πολλές μέρες.

- 5) Από ποιό 24ωρο, κατά την γνώμη σας, θεωρείτε ότι το φάρμακο αρχίζει να λειτουργεί αποτελεσματικά στον οργανισμό;
- 6) Είναι οι συνέπειες της παράλειψης μιας ημερήσιας δόσης είναι σημαντικές; Για ποιο λόγο η παράλειψη μιας δόσης δεν επιτρέπεται να αναπληρωθεί την επόμενη μέρα με διπλή δόση (όπως αναγράφεται στο φύλλο οδηγιών).
- 7) Να υπολογίσετε τη συγκέντρωση του φαρμάκου στο αίμα του ενήλικα. Ο όγκος του αίματος ενός ενήλικα υπολογίζεται σε $0,7 \text{ L / kg}$ σωματικού βάρους. Θεωρείστε ότι ο συγκεκριμένος ασθενής έχει βάρος 80 kg.
- 8) Πόση πρέπει να είναι κατά προσέγγιση η συγκέντρωση στο αίμα του ασθενούς ώστε το φάρμακο να επιδρά ευεργετικά;
- 9) Με δεδομένα τις απαντήσεις που δώσατε στα ερωτήματα 4 και 5 έχετε να προτείνετε κάποια άλλη πιο καλή δοσολογία στον ασθενή;

Παράρτημα 3: Φύλλο εργασίας Β' Λυκείου

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΘΕΜΑ: ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗ ΦΑΡΜΑΚΟΥ



Ένας γιατρός παρουσιάζει τα παρακάτω στοιχεία σχετικά με τη χρήση ενός συγκεκριμένου φαρμάκου:

- Περίπου 25% του φαρμάκου αποβάλλεται από τον οργανισμό μέσω εκκρίσεων σε μια μέρα· δηλαδή κάθε μέρα αποβάλλεται από τον οργανισμό το 25% της ποσότητας του φαρμάκου που βρίσκεται σε αυτόν την προηγούμενη μέρα.
- Το φάρμακο είναι αποτελεσματικό μόνο όταν η ποσότητα φαρμάκου στον οργανισμό φτάσει σε μια συγκεκριμένη τιμή.
- Επομένως, μόνο μετά από μερικές μέρες μετά την καθημερινή λήψη του το φάρμακο είναι αποτελεσματικό.
- Το φάρμακο πρέπει να λαμβάνεται καθημερινά χωρίς εξαίρεση έστω και για μια μέρα.
- Η παράλειψη της δόσης για μια μέρα δεν πρέπει να αναπληρωθεί με διπλή δόση την επόμενη μέρα.

Διευκρίνιση: Τα παραπάνω στοιχεία αποτελούν απλοποίηση των πραγματικών στοιχείων

Υποθέτουμε τώρα ότι κάποιος ξεκινάει τη χρήση του φαρμάκου με καθημερινή δόση 1500 mg παίρνοντας για παράδειγμα 500 mg τρεις φορές την ημέρα.

1. Να χρησιμοποιήσετε υπολογισμούς για να διερευνήσετε πώς αλλάζει η ποσότητα του φαρμάκου στον οργανισμό. Να εκφράσετε την ποσότητα Q_n (σε mg) του φαρμάκου στον οργανισμό στο τέλος της νιοστής μέρας, συναρτήσει του n .
2. Ποια μέρα από τη λήψη του φαρμάκου η συγκέντρωση του στον οργανισμό είναι περίπου 4100 mg;
3. Αν η δράση του φαρμάκου είναι αποτελεσματική όταν η ποσότητα του στον οργανισμό είναι τουλάχιστον 2900 mg να βρείτε το διάστημα αποτελεσματικής δράσης του φαρμάκου.
4. Να διερευνήσετε ποιες είναι οι δυνατές τιμές που μπορεί να έχει η ποσότητα του φαρμάκου στον οργανισμό. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
5. Είναι πράγματι σοβαρές οι συνέπειες της παράλειψης μιας ημερήσιας δόσης του φαρμάκου στον οργανισμό;

Παραδοτέο: Να σχεδιάσετε ένα φύλλο για ασθενείς το οποίο να περιέχει απαντήσεις στα ζητήματα – ερωτήματα που τέθηκαν παραπάνω. Να χρησιμοποιήσετε γραφικές παραστάσεις και /ή πίνακες για να δείξετε την αλλαγή της ποσότητας του φαρμάκου σε χρονικό διάστημα πολλών ημερών. Να βρείτε τη συνάρτηση για την οποία η τιμή της στον μη αρνητικό αριθμό t είναι η ποσότητα (σε mg) του φαρμάκου στον οργανισμό t ημέρες μετά την έναρξη της λήψης του φαρμάκου.

