



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ – ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΡΑΔΙΟΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ

Διπλωματική Εργασία
με θέμα

**Μελέτη επίδρασης ανακλάσεων
στην απόδοση των συστημάτων ασύρματων
οπτικών επικοινωνιών ορατού φωτός εσωτερικού
χώρου με χωρική διαμόρφωση**

Παναγιώτης Ι. Γρυπαίος

A.M.: 2015103

Επιβλέποντες:

Εμμανουήλ Χ. Τσίλης, Επίκουρος Καθηγητής

Άννα Ν. Τζανακάκη, Επίκουρη Καθηγήτρια

Έκτορας Ε. Νισταζάκης, Αναπληρωτής Καθηγητής

Αθήνα, 2018



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ – ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΡΑΔΙΟΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ

Διπλωματική Εργασία
με θέμα

Μελέτη επίδρασης ανακλάσεων
στην απόδοση των συστημάτων ασύρματων
οπτικών επικοινωνιών ορατού φωτός εσωτερικού
χώρου με χωρική διαμόρφωση

Παναγιώτης Ι. Γρυπαίος

A.M.: 2015103

Επιβλέποντες:

Εμμανουήλ Χ. Τσίλης, Επίκουρος Καθηγητής

Άννα Ν. Τζανακάκη, Επίκουρη Καθηγήτρια

Έκτορας Ε. Νισταζάκης, Αναπληρωτής Καθηγητής

Αθήνα, 2018

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία καλύπτει τη μελέτη των επιδράσεων των ανακλάσεων στην απόδοση τηλεπικοινωνιακών συστημάτων ορατού φωτός (VLC) με χωρική διαμόρφωση eSSK παρουσία τεσσάρων προβολέων LED, που φωτίζουν το εσωτερικό ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου δωματίου δεδομένων διαστάσεων.

Αρχικά, αναπτύσσεται ένα γεωμετρικό μοντέλο υπολογισμού όλων των δυνατών ανακλάσεων με επέκταση της θεωρίας του μοντέλου των δύο ακτίνων. Θεωρώντας εικονικές, ευθύγραμμες δέσμες, που εκτείνονται εκτός του μελετώμενου δωματίου και έχουν ίσο μήκος με τις πραγματικές, τεθλασμένες δέσμες ανάκλασης, υπολογίζονται τα μήκη και οι γωνίες διάδοσης για κάθε δυνατή περίπτωση ανάκλασης, καθεμιά από τις οποίες χαρακτηρίζεται μοναδικά με τρεις ακέραιους δείκτες l, m, n . Εξάγονται τύποι υπολογισμού του πληθαισμού των δυνατών ανακλάσεων συναρτήσει της τάξης της ανάκλασης, θεωρώντας ως μηδενική τάξη την περίπτωση, όπου η δέσμη από τον πομπό καταλήγει στο δέκτη χωρίς να παρεμβάλλεται ανάκλαση (απευθείας δέσμη). Επίσης, προσδιορίζονται τα ακριβή σημεία ανάκλασης στα τοιχώματα του δωματίου, καθώς και οι αντίστοιχες γωνίες πρόσπτωσης/ανάκλασης.

Εν συνεχεία, εφαρμόζεται το μοντέλο Lambert, για τον υπολογισμό των ισχύων λήψης κάθε μελετώμενης, ανακλώμενης δέσμης και παράγονται ημιαναλυτικοί τύποι, που δίνουν επαγωγικά τα ζητούμενα αποτελέσματα, συνολικά. Αναφέρονται, επίσης, μερικές συνιστώσες θορύβου, που επιδεινώνουν περαιτέρω τις επιδόσεις του τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Ακόμη, παρουσιάζεται η δομή του αλγορίθμου υπολογισμού των ισχύων λήψης για κάθε σημείο ενός οριζόντιου επιπέδου του μελετώμενου χώρου σε ένα αντιπροσωπευτικό ύψος λήψης πάνω από το δάπεδο.

Τέλος, αξιολογούνται οι επιδόσεις του υπό μελέτη τηλεπικοινωνιακού συστήματος, παρουσιάζοντας τριδιάστατα διαγράμματα, από τα οποία εξάγονται τα χρήσιμα συμπεράσματα.

Θεματική περιοχή: Ασύρματη επικοινωνία εσωτερικού χώρου ορατής ακτινοβολίας, παρουσία ανακλάσεων.

Λέξεις κλειδιά: Επικοινωνίες εσωτερικού χώρου, Επικοινωνίες ορατού φωτός (VLC), Προβολείς LED, Φωτοдиодος, Σχήματα χωρικής διαμόρφωσης, Ενισχυμένη μεταλλαγή ολίσθησης χώρου (eSSK), Ανακλάσεις, Τάξη ανάκλασης, Απευθείας δέσμη (LOS). Μοντέλο δύο ακτίνων, Μοντέλο Lambert, Ισχύς λήψης, Σηματοθορυβικός λόγος (SNR), Ρυθμός εσφαλμένων bit (BER), Ρυθμός εσφαλμένων συμβόλων (SER), Αλγόριθμος υπολογισμού, κώδικας MATLAB, τριδιάστατα διαγράμματα.

Abstract

This master's thesis is about the study of the reflections effects on the performance of Visible Light Communication (VLC) systems with spatial modulation (eSSK) and four LED lamps illuminating the interior of a rectangular parallelepiped room with given dimensions.

Firstly, a geometrical computation model is developed for any possible reflection case, expanding the two-ray ground reflection model. By assuming virtual, straight rays going off the room instead of the real, indoor, crooked reflection rays with equal lengths, propagation distances and angles are calculated for any possible reflection case, each of which is uniquely identified by three integer indices l, m, n . Possible reflection cases cardinality formulas as a function of the reflection order are produced, assuming line-of-sight (LOS) rays case as a zero-order reflection. Moreover, the reflection spots on the room wall are determined precisely as well as the corresponding incidence/reflection angles.

Thereinafter, the Lambertian model is applied in order to compute the received power of any studied reflection ray and, after that, semi-analytic formulas are generated, in order to inductively compute the desired results. Some noise components, that further deteriorate the telecommunication system's performance, are also referred. Furthermore, a received power computation algorithm structure is presented for any point of a horizontal plane of the studied room at a typical height above the floor.

Finally, the studied telecommunication system's performance is evaluated by presenting 3-D plots, from which useful conclusions are drawn.

Subject Area: Wireless, Indoor, Visible Light Communications with reflections' presence.

Keywords: Indoor Communications; Visible Light Communications (VLC); LED lamps; Photodiode; Spatial modulation schemes; Enhanced Space Shift Keying (eSSK); Reflections; Reflection order; Line-of-Sight (LOS); Two-Ray ground reflected model; Lambertian model; Received power; Signal-to-Noise Ratio (SNR); Bit Error Rate (BER); Symbol Error Rate (SER); Computation algorithm; MATLAB code; 3-D plots.

Πρόλογος

Η παρούσα εργασία με θέμα «Μελέτη επίδρασης ανακλάσεων στην απόδοση των συστημάτων ασύρματων οπτικών επικοινωνιών ορατού φωτός εσωτερικού χώρου με χωρική διαμόρφωση» εκπονήθηκε για τη λήψη του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης Ραδιοηλεκτρολογίας και Ηλεκτρονικής (P/H) του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών.

Το υλικό του παρόντος, διαμορφώνεται ως εξής. Στο πρώτο κεφάλαιο επιχειρείται μια εισαγωγή στο θέμα. Παρουσιάζεται το βασικό πρόβλημα, και σκιαγραφείται ο τρόπος με τον οποίο αυτό μπορεί να θεραπευτεί, θέτοντας ορισμένες παραδοχές και κάποιους περιορισμούς, για τους οποίους ισχύει η λύση, που προτείνεται στη συνέχεια.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, αναλύεται το γεωμετρικό μοντέλο του συστήματος και διακρίνονται όλες οι περιπτώσεις των ανακλάσεων, που ενδιαφέρουν. Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται εφαρμογή του μοντέλου, υπολογίζοντας χρήσιμες ποσότητες, όπως τα μήκη διάδοσης, οι γωνίες εκπομπής και λήψης, τα σημεία των ανακλάσεων, οι οποίες υπεισέρχονται στους υπολογισμούς της ισχύος των ανακλάσεων, που περιγράφονται στο τέταρτο κεφάλαιο. Εκεί, βάσει του μοντέλου διάδοσης Lambert, εξάγονται ημιαναλυτικές εξισώσεις για την πλήρη εφαρμογή του μελετώμενου μοντέλου. Επίσης, περιγράφονται οι βασικές συνιστώσες θορύβου, που εμφανίζονται σε ένα VLC τηλεπικοινωνιακό σύστημα, και μαθηματικές σχέσεις εκτίμησης των επιδόσεών του.

Ο αλγόριθμος του αναλυτικού υπολογισμού των ανακλάσεων παρουσιάζεται συνοπτικά στο πέμπτο κεφάλαιο, ενώ το έκτο κεφάλαιο αφιερώνεται στη διαμόρφωση, που επελέγη να χρησιμοποιηθεί στο εν λόγω σύστημα. Χρήσιμα διαγράμματα και αριθμητικά δεδομένα φιλοξενούνται στο έβδομο κεφάλαιο, ενώ στο όγδοο συνοψίζονται τα κυριότερα συμπεράσματα αυτής της εργασίας, η οποία κλείνει με την παράθεση ολόκληρου του κώδικα, που παρουσιάστηκε στο πέμπτο κεφάλαιο, σε περιβάλλον MATLAB και των παραγόμενων από αυτόν διαγραμμάτων για τις δέκα πρώτες τάξεις ανάκλασης στο Παράρτημα.

Κλείνοντας αυτόν τον πρόλογο, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τον κύριο επιβλέποντα καθηγητή μου Δρ. Έκτορα Νισταζάκη, για τις πολύτιμες συμβουλές του και τη σοφή καθοδήγηση, που μου προσέφερε. Ευχαριστώ πολύ επίσης τους δύο συνεπιβλέποντες καθηγητές κύριο Εμμανουήλ Τσίλη και κυρία Άννα Τζανακάκη. Πολλές ευχαριστίες οφείλω στο Δρ. Αργύρη Στασινάκη, για την πολύτιμη βοήθειά του και την όλη υποστήριξη στην εκπόνηση αυτής της εργασίας. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω πολύ τους γονείς μου και την αδελφή μου για την αμέριστη συμπαράστασή τους.

Πίνακας Περιεχομένων

<u>Περίληψη</u>	ii
<u>Abstract</u>	iv
<u>Πρόλογος</u>	vi
<u>Πίνακας Περιεχομένων</u>	viii
1. <u>Εισαγωγή</u>	1
2. <u>Ανάλυση του γεωμετρικού μοντέλου ανακλάσεων με τη βοήθεια του μοντέλου των δύο ακτίνων</u>	4
2.1. Γενίκευση μοντέλου ανακλάσεων για προβολείς εκτός κορυφών οροφής	8
2.2. Σύνδεση της τάξης ανάκλασης και του πληθάριθμου δυνατών ανακλάσεων	9

3. Εφαρμόζοντας το μοντέλο	13
3.1. Υπολογισμός της θέσης του εικονικού σημείου παρατήρησης	13
3.1.1. Υπολογισμός της θέσης του εικονικού σημείου παρατήρησης (γενικευμένη περίπτωση)	14
3.2. Υπολογισμός των μηκών διάδοσης	16
3.2.1. Υπολογισμός των μηκών διάδοσης (γενικευμένη περίπτωση)	21
3.2.2. Υπολογισμός των χρόνων διάδοσης	23
3.3. Υπολογισμός των γωνιών εκπομπής και άφιξης μιας τυχαίας δέσμης	24
3.3.1. Υπολογισμός των γωνιών εκπομπής μιας τυχαίας δέσμης	24
3.3.2. Υπολογισμός των γωνιών άφιξης μιας τυχαίας δέσμης	29
3.4. Υπολογισμός των εικονικών και των πραγματικών σημείων ανάκλασης μιας δέσμης	41
3.4.1. Υπολογισμός των εικονικών σημείων ανάκλασης μιας δέσμης	41
3.4.2. Υπολογισμός των πραγματικών σημείων ανάκλασης μιας δέσμης	47
3.5. Υπολογισμός των διαδοχικών γωνιών πρόσπτωσης/ανάκλασης μιας ανακλώμενης δέσμης	59
 4. Υπολογισμός της ισχύος λήψης με τη βοήθεια του μοντέλου Lambert	62
4.1. Υπολογισμός των γωνιών ακτινοβολίας και πρόσπτωσης στο δέκτη	68
4.1.1. Υπολογισμός των γωνιών ακτινοβολίας στο δέκτη	68
4.1.2. Υπολογισμός των γωνιών πρόσπτωσης στο δέκτη	71
4.2. Επαγωγικός υπολογισμός της ισχύος των ανακλάσεων	72
4.3. Συνολικός θόρυβος στο δέκτη και επιδόσεις του συστήματος	75
4.3.1. Υπολογισμός του συνολικού θορύβου στο δέκτη του συστήματος	75
4.3.2. Υπολογισμός του σηματοθορυβικού λόγου του συστήματος	76
4.3.3. Υπολογισμός του ρυθμού σφαλμάτων του συστήματος	77

5. Παραγωγή ενός αλγοριθμικού κώδικα σε περιβάλλον MATLAB	78
5.1. Δομή του αλγορίθμου (απλουστευμένη περίπτωση)	80
5.2. Δομή του αλγορίθμου ταξινόμησης κατά αύξουσα σειρά των επιμέρους αποστάσεων διάδοσης	84
5.3. Δομή του αλγορίθμου εύρεσης της ομοτιμίας των δεικτών i, j, k	86
6. Η διαμόρφωση eSSK	87
7. Αριθμητικά αποτελέσματα	88
7.1. Απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού των δεδομένων	89
7.2. Μέτρηση λήψης ανακλάσεων	91
7.3. Εκτίμηση των επιδόσεων του συστήματος	100
7.3.1. Εκτίμηση σηματοθορυβικού λόγου (SNR)	102
7.3.2. Εκτίμηση ρυθμού εσφαλμένων bit (BER)	108
8. Συμπεράσματα	118
Βιβλιογραφία	121
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	125
Π.1. Πλήρης κώδικας σε περιβάλλον MATLAB	125
Π.1.1. Καθορισμός του χώρου	125
Π.1.2. Υπολογισμός ανακλάσεων	127
Π.1.3. Πίνακες στοιχείων ανακλάσεων για τέσσερα σημεία του χώρου	161
Π.1.4. Διαγράμματα ισχύος λήψης	167
Π.1.5. Διαγράμματα χρονικής καθυστέρησης και χρονικής διασποράς	170
Π.1.6. Αλγόριθμος υπολογισμού θορύβων, SNR και BER	171
Π.2. Διαγράμματα δέκα πρώτων τάξεων ανάκλασης	174

1. Εισαγωγή

Οι Οπτικές Επικοινωνίες περιλαμβάνουν όλους τους τρόπους επικοινωνίας, που χρησιμοποιούν φως (υπέρυθρη, ορατή και υπεριώδη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία), για να μεταφέρουν πληροφορίες σε μεγάλες αποστάσεις. Ένας πολύ διαδεδομένος τύπος οπτικών επικοινωνιών είναι οι Ασύρματες Οπτικές Επικοινωνίες (Optical Wireless Communications – OWC), στις οποίες το φωτεινό σήμα πληροφορίας δε μεταφέρεται μέσω κάποιου κυματοδηγού (όπως οι οπτικές ίνες), αλλά στον ελεύθερο χώρο [1]-[5]. Ένα ενδιαφέρον υποσύνολο των ασύρματων οπτικών επικοινωνιών είναι οι Επικοινωνίες Ορατού Φωτός (Visible Light Communications – VLC), όπου οι μεταδόσεις γίνονται σε ορατά μήκη κύματος λειτουργίας [6],[7]. Το θέμα της παρούσας εργασίας επικεντρώνεται σε VLC εσωτερικού χώρου (indoor), όπου ο χώρος διάδοσης του φωτός είναι κάποιος διαμορφωμένος χώρος πεπερασμένων διαστάσεων, ένα δωμάτιο, που περιορίζεται από ανακλαστικές και διαχυτικές επιφάνειες, όπως τοίχοι, δάπεδα, οροφές και έπιπλα [3],[8]-[13].

Τα τελευταία χρόνια, τα ασύρματα οπτικά συστήματα επικοινωνιών ορατού φωτός (VLC) έχουν προκαλέσει μεγάλο ενδιαφέρον τόσο ερευνητικό όσο και εμπορικό, καθώς αυτή η τεχνολογία παρουσιάζει σπουδαία πλεονεκτήματα, όπως η αρκετά υψηλή ρυθμαπόδοση, γεγονός που καθιστά τα συστήματα αυτά παρόντα σε αρχιτεκτονικές δικτύων υψηλής χωρητικότητας [3],[6]-[13]. Επιπλέον, η τεχνολογία VLC είναι αρκετά προσιτή, καθώς έχει σχετικά χαμηλό κόστος εγκατάστασης και λειτουργίας, εξ αιτίας των φθηνών και ταυτόχρονα αποδοτικών εξαρτημάτων LED και LASER. Άλλα πλεονεκτήματα της VLC τεχνολογίας απορρέουν από τη ζώνη του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, που χρησιμοποιεί. Το ορατό φάσμα είναι ακίνδυνο για την ανθρώπινη υγεία, φιλικό προς το περιβάλλον, ενώ παράλληλα, δεν απαιτείται αδειοδότηση για τη χρήση του [1],[2],[6]-[10],[14]. Εξαιτίας αυτών των πλεονεκτημάτων, τα VLC συστήματα αναμένεται να ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις της επόμενης γενιάς δικτύων (5G), ενώ κρίνονται ζωτικής σημασίας για την εφαρμογή μεγάλων project τηλεπικοινωνιακής διασύνδεσης και διακίνησης πληροφοριών, όπως τα έξυπνα σπίτια (smart homes), οι έξυπνες πόλεις (smart cities) κ.ά. [14]-[16].

Μια επίσης ενδιαφέρουσα ερευνητική και εμπορική VLC εφαρμογή εσωτερικού χώρου έχει προταθεί εδώ και επτά χρόνια και ακούει στο όνομα LiFi (Light Fidelity), κατά το πρότυπο του WiFi (Wireless Fidelity¹), αλλά οι μεταδόσεις γίνονται στη ζώνη του ορατού φάσματος (αλλά και σε αυτές του υπέρυθρου και του υπεριώδους φάσματος) χρησιμοποιώντας προβολείς LED φωτισμού [4],[5],[21]-[25]. Σε ότι αφορά τη χρήση προβολέων LED στο ορατό φάσμα, το LiFi εκμεταλλεύεται το γεγονός, ότι οι ρυθμοί μεταλλαγής της φωτεινότητας των προβολέων είναι αρκετά μεγαλύτεροι από αυτούς, που αντιλαμβάνεται το ανθρώπινο μάτι. Επομένως, είναι δυνατό το VLC σύστημα να μεταδίδει δεδομένα χωρίς να γίνεται αντιληπτό/ενοχλητικό από τα άτομα, που είναι παρόντα στο χώρο. Επιπλέον, με κατάλληλη ρύθμιση της φωτεινότητας των προβολέων, μπορεί να εξασφαλιστεί ταυτόχρονα επαρκής φωτισμός του χώρου και ασύρματη, οπτική μετάδοση υψηλών ρυθμών, κάτι που είναι ένας ελκυστικά οικονομικός και αποδοτικός συνδυασμός, ιδίως για χώρους εργασίας [15],[16],[26],[27].

Ωστόσο, τέτοιου είδους τηλεπικοινωνιακά συστήματα έχουν ορισμένα μειονεκτήματα, που υποβαθμίζουν τις επιδόσεις και την απόδοσή τους. Ο κυριότερος αρνητικός παράγοντας είναι ο πανταχού παρών θόρυβος, ο οποίος επιδεινώνει το λόγο σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio – SNR) στην είσοδο του δέκτη. Πολύ σημαντική επίδραση θορύβου για ένα VLC σύστημα εσωτερικού χώρου προέρχεται από το φωτισμό του περιβάλλοντος (ambient lighting), που δημιουργείται από εξωτερικές πηγές, όπως για παράδειγμα το ηλιακό φως, που εισέρχεται από τα παράθυρα του χώρου. Έτσι, κατά τη διάρκεια έντονου ηλιακού φωτισμού, ο δέκτης είναι πιο επιρρεπής στην ανίχνευση εσφαλμένων δεδομένων, κάτι το οποίο θα διορθωνόταν, εάν χρησιμοποιούνταν πιο ισχυροί ή πιο αποδοτικοί προβολείς [28]-[27]. Ένα ακόμη αρνητικό σημείο είναι οι πολλαπλές ανακλάσεις του σήματος, που προκαλούν το φαινόμενο της πολυδιόδευσης (multipath effect), κατά το οποίο ο δέκτης λαμβάνει πολλαπλά, πανομοιότυπα αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η ισχύς, που λαμβάνει ο δέκτης στις διαφορετικές χρονοθυρίδες (time slots) λόγω των πολλαπλών ανακλάσεων, είναι δύσκολο να υπολογιστεί ακριβώς και για αυτό, έχουν προταθεί αρκετές προσεγγιστικές μέθοδοι [6],[30].

¹ Ιστορικά, ο όρος “WiFi” αντιστοιχεί στην εμπορική ονομασία του καθόλου εύχρηστο πρότυπου “IEEE 802.11b Direct Sequence” και επιλέχθηκε από την κοινοπραξία Wireless Ethernet Compatibility Alliance (WECA) [17]. Ο όρος αυτός χρησιμοποιήθηκε τουλάχιστον από τον Αύγουστο του 1999 χωρίς ερμηνεία [18],[19]. Η ερμηνεία “Wireless Fidelity” είναι ανεπίσημη και αποδόθηκε υστερόχρονα σε μια προσπάθεια εξήγησης των δυνατοτήτων του προτύπου κατά τον προυπάρχοντα όρο Hi-Fi (High Fidelity) [17],[20].

Σε αυτήν την εργασία, αναλύεται ένα γεωμετρικό μοντέλο ανακλάσεων, το οποίο μπορεί να δώσει ακριβή αποτελέσματα, εφόσον έχουν γίνει ορισμένες παραδοχές για το χώρο. Καταρχάς, το μοντέλο ισχύει για ένα αυστηρά ορθογώνιο δωμάτιο, κενό επίπλων/αντικειμένων ή διαχωριστικών επιφανειών. Η φασματική διάχυση, λόγω των βραχέων αποστάσεων διάδοσης εντός του δωματίου, θεωρείται αμελητέα και δε λαμβάνεται υπόψη, ενώ και οι έξι οριακές επιφάνειες του δωματίου θεωρούνται στιλπνές, χωρίς εσοχές ή εξοχές, όμως με χωρικά μεταβλητή ανακλαστικότητα. Τέλος, οι προβολείς, που φωτίζουν το χώρο, θεωρούνται σημειακές πηγές, αν και, στην πραγματικότητα, οι προβολείς LED απαρτίζονται από ένα πλήθος πηγών LED διατεταγμένων σε πλέγμα μικρών, αλλά, πεπερασμένων διαστάσεων. Για ευκολία, οι διαστάσεις του δωματίου θα μπορούσαν να θεωρηθούν πολύ μεγαλύτερες από εκείνες του πλέγματος των LED.

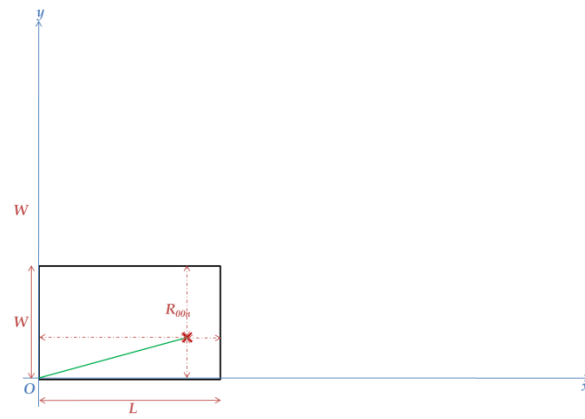
Μια σημαντική παράμετρος, που επηρεάζει τις επιδόσεις των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων είναι το σχήμα διαμόρφωσης, που χρησιμοποιούν. Στα VLC συστήματα χρησιμοποιούνται ποικίλες τεχνικές οπτικής διαμόρφωσης, με πιο κοινή την τεχνική μεταγωγής On/Off (On/Off Keying – OOK) εξ αιτίας της χαμηλής πολυπλοκότητάς της [6],[7]. Με την τεχνική OOK, ο πομπός εκπέμπει το λογικό, δυαδικό ψηφίο «1» όταν ο προβολέας φωτοβολεί και το λογικό, δυαδικό «0» όταν ο προβολέας είναι σβηστός. Ωστόσο, για να βελτιωθούν οι επιδόσεις του συστήματος, έχουν προταθεί, εξετασθεί και χρησιμοποιηθεί πιο σύνθετες τεχνικές διαμόρφωσης. Μια αποτελεσματική τεχνική διαμόρφωσης, που χρησιμοποιείται ευρέως στα VLC συστήματα, είναι η μεταγωγή μετατόπισης χώρου (Space Shift Keying – SSK), η οποία είναι ένα είδος τεχνικής χωρικής διαμόρφωσης, στην οποία κάθε πομπός είναι ενεργός σε μια καθορισμένη χρονοθυρίδα μεταδίδοντας έτσι ένα μοναδικό σύμβολο [11],[31]-[35]. Στο συμβατικό SSK, η διάρκεια και το πλάτος (amplitude) των μεταδιδόμενων παλμών είναι τα ίδια για όλους τους πομπούς. Για να βελτιωθούν περαιτέρω οι επιδόσεις, χρησιμοποιείται μια τεχνική ενισχυμένου SSK (enhanced SSK – eSSK), στην οποία το πλάτος (width) του μεταδιδόμενου παλμού είναι διαφορετικό και μοναδικό για κάθε πομπό [12],[36]. Σε αυτήν την εργασία, μελετάται η επίδραση των ανακλάσεων στην αξιοπιστία και τις επιδόσεις ενός VLC τηλεπικοινωνιακού συστήματος με τεχνική eSSK δια μέσου της εκτίμησης του ρυθμού εσφαλμένων bit (Bit Error Rate – BER).

2. Ανάλυση του γεωμετρικού μοντέλου ανακλάσεων με τη βοήθεια του μοντέλου των δύο ακτίνων

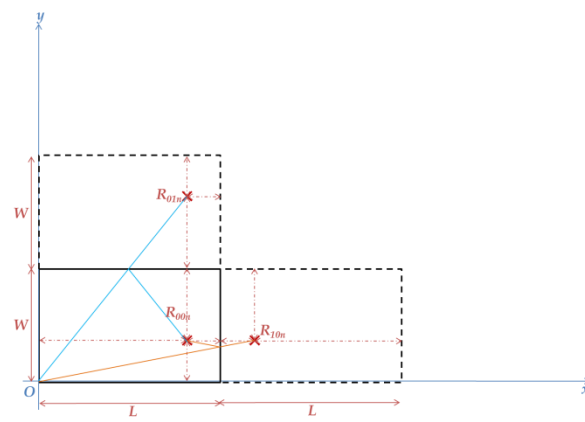
Ξεκινώντας από το μηδέν, είναι αντιληπτό ότι μια δέσμη φωτός, που ξεκινά από μια κορυφή του δωματίου και διευθύνεται προς το εσωτερικό του, μπορεί να προσπέσει σε μια εκ των τριών καθέτων επιφανειών, που βλέπει απέναντι της. Επομένως, αν θεωρηθεί η περίπτωση μιας μόνο ανάκλασης, σε ένα εσωτερικό σημείο του δωματίου θα αφιχθούν μόνο τέσσερις δέσμες: μια από την απευθείας διάδοση και τρεις προερχόμενες από ανάκλαση στα τρία τοιχώματα, που αναφέρθηκαν παραπάνω. Το μήκος διάδοσης της απευθείας δέσμης είναι απλά η ευκλείδεια απόσταση μεταξύ πομπού και δέκτη. Οι εξ ανακλάσεως δέσμες διανύουν σαφώς μεγαλύτερο μήκος διάδοσης από την απευθείας δέσμη και εν γένει έχουν μεταξύ τους διαφορετικό μήκος διάδοσης, που εξαρτάται από τις διαστάσεις του δωματίου και τις συντεταγμένες του πομπού και του δέκτη. Με απλή γεωμετρία, μπορεί να υπολογιστούν τα τρία μήκη διάδοσης λαμβάνοντας υπόψη το μοντέλο των δύο ακτίνων (two rays model) [37] για τα τρία επίπεδα ως εξής. Έστω ένα σημείο παρατήρησης εντός του δωματίου με συντεταγμένες (x_r, y_r, z_r) με $0 < x_r < L$, $0 < y_r < W$, $0 < z_r < H$, όπου L το μήκος, W το πλάτος και H το ύψος του δωματίου.

Εν συνεχεία, μπορούν να οριστούν τρία εικονικά σημεία εκτός του δωματίου, καθένα από το οποίο να είναι το κατοπτρικό είδωλο του αρχικού σημείου παρατήρησης ως προς τα τρία κάθετα (εγκάρσια) επίπεδα (βλ. Σχήμα 1(b)). Κάποιος θα μπορούσε να φανταστεί, ότι τα τρία εικονικά σημεία παρατήρησης περικλείονται αντίστοιχα σε τρία εικονικά δωμάτια ίσων διαστάσεων προς το πραγματικό, που εφάπτονται των τριών εδρών-τοιχωμάτων, που συμβαίνουν οι ανακλάσεις. Τότε, βάσει του μοντέλου των δύο ακτίνων, οι τρεις ανακλώμενες δέσμες, απουσία των τοιχωμάτων του δωματίου, θα διαδίδονταν ευθύγραμμα προς τα τρία εικονικά σημεία. Επομένως, τα μήκη διάδοσης των τριών ανακλώμενων δεσμών θα είναι ισοδύναμα με τις ευκλείδειες αποστάσεις των τριών εικονικών σημείων από την εκπεμπόμενη κορυφή του δωματίου. Κατά συνέπεια, το πρόβλημα υπολογισμού των αποστάσεων διάδοσης ανάγεται σε πρόβλημα καθορισμού των τριών εικονικών σημείων.

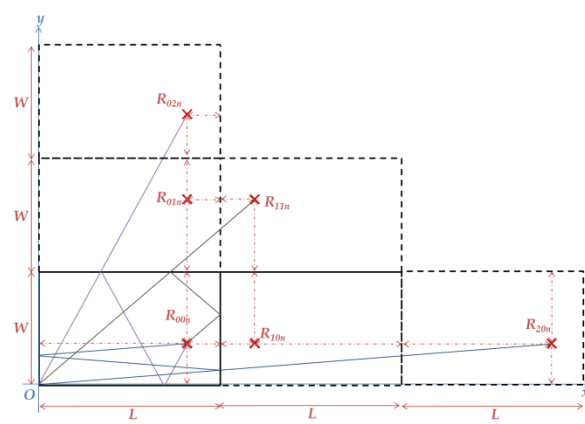
Το μοντέλο αυτό θα μπορούσε να γενικευθεί, για να περιγράψει και να υπολογίσει το μήκος διάδοσης ακτίνων, που υφίστανται περισσότερες από μια ανακλάσεις. Σε κάθε περίπτωση ανάκλασης, θα πρέπει να προσδιοριστεί ένα ισοδύναμο εικονικό σημείο και κατόπιν να υπολογιστεί η ευκλείδεια απόσταση αυτού από την εκπεμπόμενη κορυφή. Αυτό γίνεται προσθέτοντας περισσότερα εφάπτομενα, εικονικά δωμάτια στα ήδη υπάρχοντα, που θα περιέχουν τα κατοπτρικά είδωλα των τριών υφιστάμενων εικονικών σημείων παρατήρησης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Αξίζει να σημειωθεί, ότι κάθε περίπτωση ανάκλασης μπορεί να χαρακτηριστεί μοναδικά από τρεις φυσικούς αριθμούς, που δηλώνουν πόσες φορές η εικονική, ευθύγραμμη δέσμη τέμνει καθένα από τα τρία εγκάρσια επίπεδα ή, ισοδύναμα, πόσες φορές η πραγματική, τεθλασμένη δέσμη ανακλάται σε καθένα από αυτά. Θεωρώντας ως σημείο εκπομπής την αρχή των αξόνων O , την διάσταση L να κείται στον άξονα x , την διάσταση W να κείται στον άξονα y και την διάσταση H να κείται στον άξονα z , μια πραγματική δέσμη μπορεί να ανακλάται l φορές στο εγκάρσιο επίπεδο του άξονα x , m φορές στο εγκάρσιο επίπεδο του άξονα y και n φορές στο εγκάρσιο επίπεδο του άξονα z . Στο εξής, για σαφήνεια και συντομία, κάθε περίπτωση ανάκλασης θα ταυτοποιείται με μοναδικό τρόπο ως R_{lmn} (Reflection l,m,n).



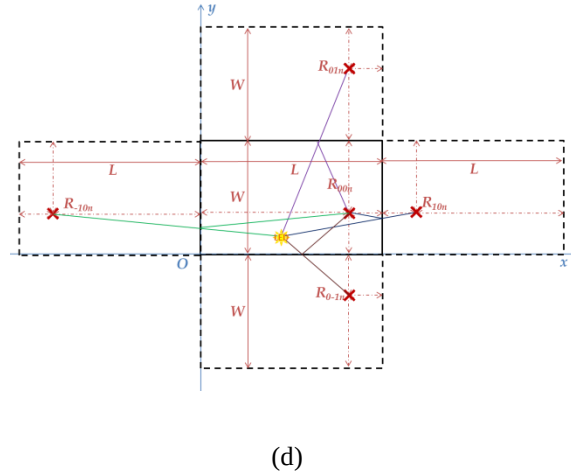
(a)



(b)



(c)



Σχήμα 1. Διδιάστατη απεικόνιση ανάπτυξης των εικονικών δωματίων, για τον προσδιορισμό των εικονικών σημείων παρατήρησης ανώτερων τάξεων ανάκλασης. Οι δέσμες εκπέμπονται από το σημείο O διασχίζοντας αρχικά το πραγματικό δωμάτιο. Στη συνέχεια οι πραγματικές ακτίνες ανακλώνται στο εσωτερικό του πραγματικού δωματίου, ενώ οι εικονικές συνεχίζουν ευθύγραμμα προς τα αντίστοιχα εικονικά σημεία παρατήρησης (b) των πρώτων ανακλάσεων και (c) των δεύτερων ανακλάσεων. Η απευθείας δέσμη (a) μπορεί να θεωρηθεί ανάκλαση μηδενικής τάξης. Κάθε εικονικό σημείο παρατήρησης χαρακτηρίζεται από τους τρεις δείκτες l, m, n . (d) Οι δέσμες εκπέμπονται από ένα αυθαίρετο σημείο του πραγματικού δωματίου. Δύο διαφορετικές δέσμες ανακλώνται σε κάθε κάθετο επίπεδο. Ο αντίστοιχος δείκτης ανάκλασης λαμβάνει ακέραιες τιμές, θετικές για ακτίνες που αρχικά οδεύουν προς τα θετικά του άξονα, αρνητικές για ακτίνες που αρχικά οδεύουν προς τα αρνητικά του άξονα και τη μηδενική τιμή μόνο για την περίπτωση LOS.

2.1. Γενίκευση μοντέλου ανακλάσεων για προβολείς εκτός κορυφών οροφής

Το πρόβλημα μπορεί να γενικευθεί περαιτέρω, θεωρώντας προβολέα LED, που δε βρίσκεται πακτωμένος σε μια από τις κορυφές της οροφής, αλλά είναι εν γένει τοποθετημένος (offset) σε ένα σημείο του χώρου $E_o (x_o, y_o, z_o)$. Η γενίκευση αυτή γίνεται εύκολα θεωρώντας εικονικά δωμάτια γύρω από όλες τις έδρες του πραγματικού δωματίου, όπως στο διδιάστατο Σχήμα 4(d). Στη γενική αυτή περίπτωση, οι φωτεινές δέσμες δύνανται να προσπέσουν και στις έξι επιφάνειες του δωματίου, ανά δύο αντικρινές.

Εδώ, προστίθεται ένας ακόμη βαθμός ελευθερίας, καθώς σε καθέναν από τους τρεις άξονες, η εκπεμπόμενη δέσμη μπορεί να διευθύνεται αρχικά είτε προς τα θετικά του άξονα (forward), είτε προς τα αρνητικά του άξονα (backward). Επομένως, θα μπορούσαν να οριστούν δύο διαφορετικοί δείκτες για κάθε άξονα, που θα περιγράφουν πόσες φορές πραγματοποιείται ανάκλαση κατά μήκος του αντίστοιχου άξονα ξεκινώντας από εμπρός ή από πίσω, αντίστοιχα. Στην ειδική μόνο περίπτωση, που μελετήθηκε προηγουμένως, όταν οι προβολείς είναι τοποθετημένοι ακριβώς στις κορυφές, κάθε ζευγάρι δεικτών εκφυλίζεται σε έναν από τους προαναφερθέντες τρεις l , m και n . Άρα, στη γενική περίπτωση, απαιτούνται τρία ζεύγη δεικτών, ένα ζεύγος για κάθε άξονα.

Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν απαιτείται, καθώς το πρόβλημα καλύπτεται πλήρως επεκτείνοντας τους γνωστούς δείκτες l , m , n από το υποσύνολο των φυσικών στο σύνολο των ακεραίων αριθμών. Το πρόσημο των δεικτών δεν έχει φυσικό νόημα, καθώς η τάξη της ανάκλασης καθορίζεται από την απόλυτη τιμή του δείκτη, ενώ το πρόσημο εκφράζει συμβολικά μόνο την αρχική φορά των εκπεμπόμενων δεσμών. Έτσι, για θετικές τιμές δεικτών, περιγράφονται οι forward ανακλάσεις, για αρνητικές τιμές δεικτών περιγράφονται οι backward ανακλάσεις και για μηδενική τιμή των δεικτών περιγράφεται η μοναδική (το $+0$ και -0 εκφυλίζονται στο μοναδικό 0) περίπτωση της μη ανάκλασης, που αποτελούν συνιστώσες της απευθείας δέσμης (LOS).

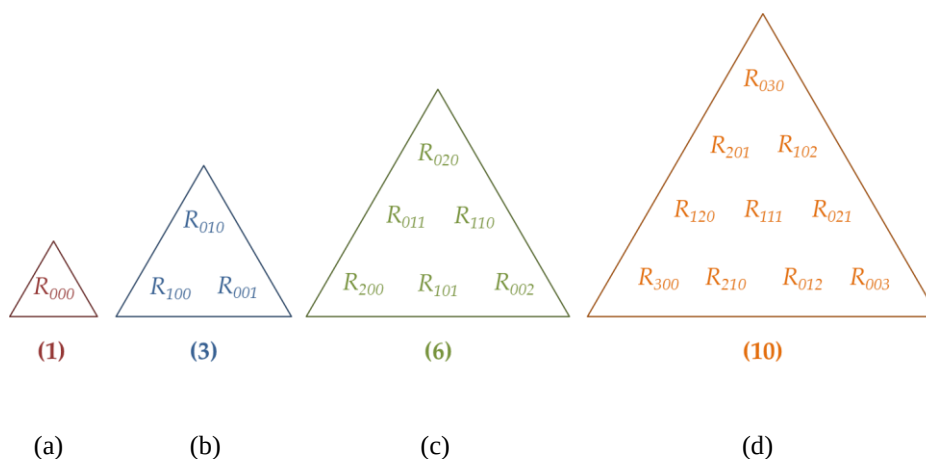
2.2. Σύνδεση της τάξης ανάκλασης και του πληθάριθμου δυνατών ανακλάσεων

Εξ ορισμού, η τάξη της ανάκλασης θα είναι το άθροισμα των τριών δεικτών, που χαρακτηρίζουν αυτήν την ανάκλαση, ώστε $n_r = l + m + n \quad \forall l, m, n \in \mathbb{N}$. Έτσι, για παράδειγμα, μια μηδενικής τάξης ανάκλαση ($l+m+n=0$) θα χαρακτηρίζεται υποχρεωτικά μόνο από την τριάδα $l=0, m=0, n=0$ (R_{000}), που αντιστοιχεί στην απευθείας (LOS) δέσμη, μια πρώτης τάξης ανάκλαση μπορεί να είναι μια από τις τρεις: R_{100} , R_{010} και R_{001} , ενώ μια δεύτερης τάξης ανάκλαση μπορεί να είναι μια από τις εξής έξι: R_{200} , R_{020} , R_{002} , R_{011} , R_{101} και R_{110} . Ο πληθάριθμος των δυνατών ανακλάσεων, που ανήκουν σε κάθε τάξη ανάκλασης, είναι ένας τριγωνικός αριθμός [38], επειδή τα στοιχεία-ανακλάσεις του κάθε συνόλου μπορούν να διαταχθούν σε ένα ισόπλευρο τρίγωνο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2α. Ο τύπος που συνδέει την τάξη n_r της ανάκλασης με τον πληθάριθμο N_r των δυνατών περιπτώσεων ανάκλασης είναι:

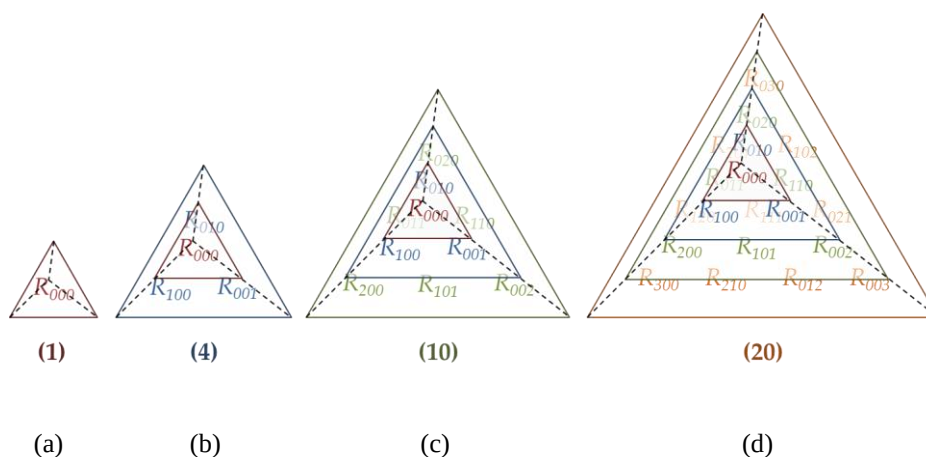
$$N_r = \frac{(n_r + 1)(n_r + 2)}{2} \quad (1.1)$$

Αντίστοιχα, ο πληθάριθμος των δυνατών ανακλάσεων μέχρι μια καθορισμένη μέγιστη τάξη είναι ένας τετραεδρικός αριθμός [39], επειδή τα στοιχεία-ανακλάσεις του κάθε συνόλου μπορούν να διαταχθούν σε μια τετράεδρη πυραμίδα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2β. Ο τύπος που συνδέει τη μέγιστη τάξη $n_{r,max}$ της ανάκλασης με τον πληθάριθμο $N_{r,max}$ των μέγιστων δυνατών περιπτώσεων ανάκλασης είναι:

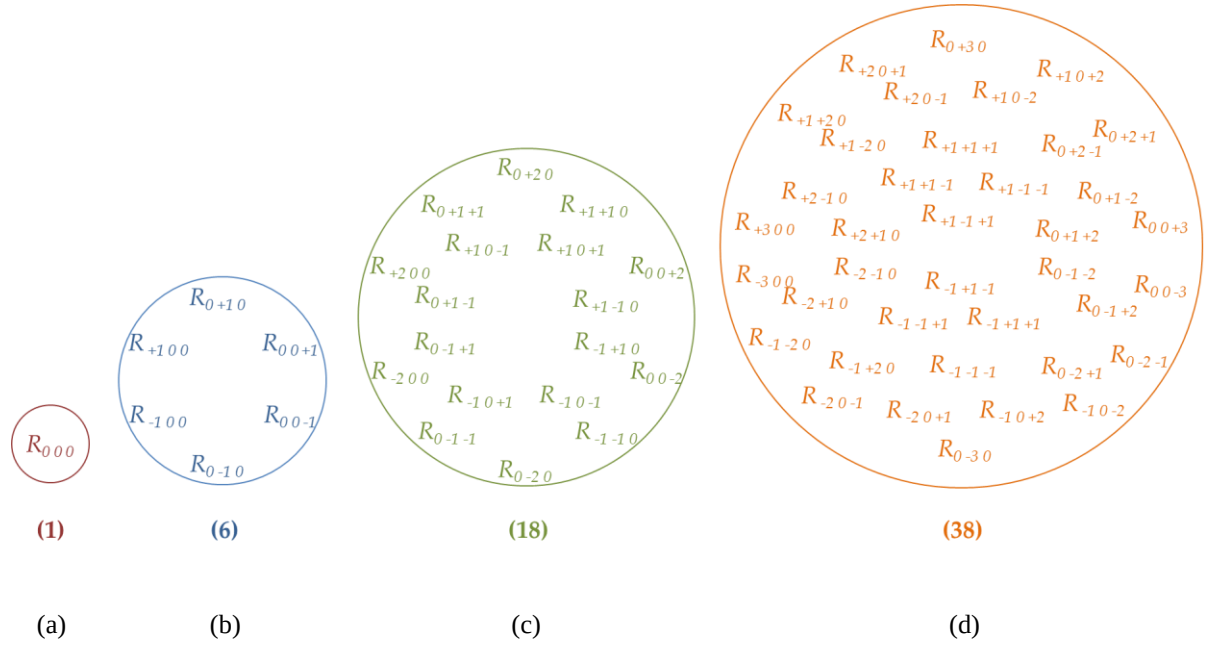
$$N_{r,max} = \frac{(n_{r,max} + 1)(n_{r,max} + 2)(n_{r,max} + 3)}{6} \quad (1.2)$$



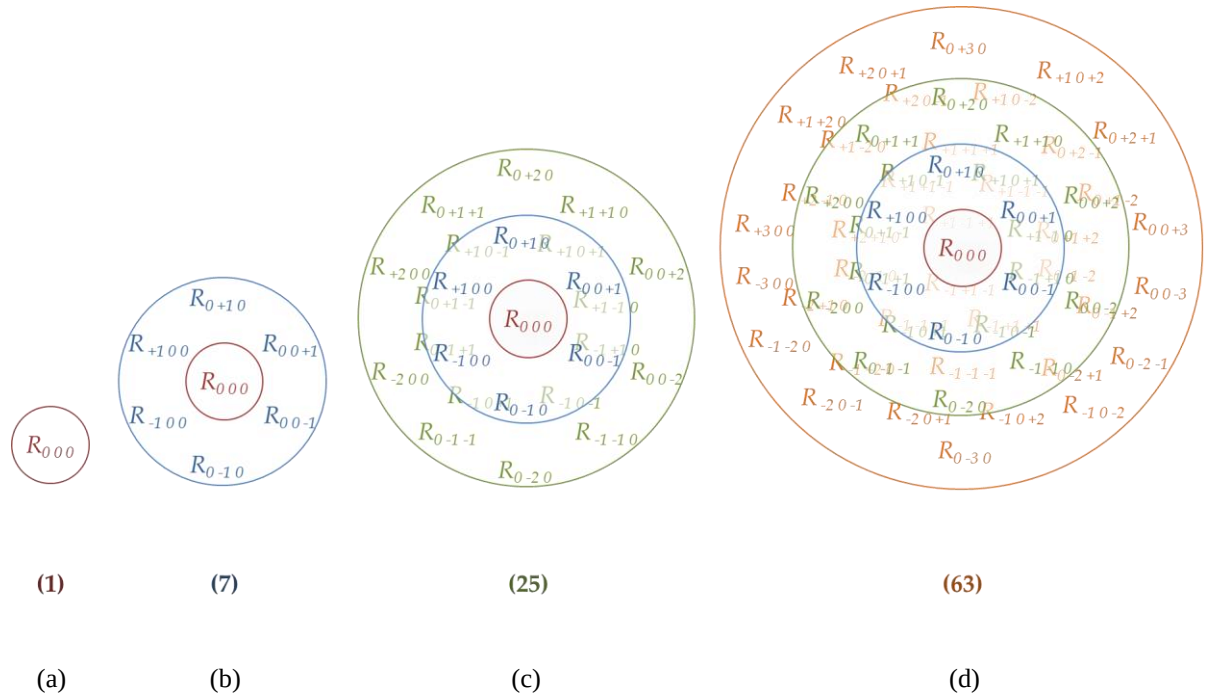
Σχήμα 2α. Ο πληθάρημος των δυνατών ανακλάσεων, που ανήκουν στην ίδια τάξη ανάκλασης είναι τριγωνικός αριθμός, που είναι ίσος με το άθροισμα των n φυσικών αριθμών από το 1 έως το n_r . Τα στοιχεία-ανακλάσεις κάθε συνόλου μπορούν να διαταχθούν σε ισόπλευρα τρίγωνα. Στο σχήμα απεικονίζονται οι τέσσερις πρώτοι μη μηδενικοί όροι της ακολουθίας τριγωνικών αριθμών: (a) η μηδενικής τάξης ανάκλαση, (b) οι πρώτης τάξης ανακλάσεις, (c) οι δεύτερης τάξης ανακλάσεις και (d) οι τρίτης τάξης ανακλάσεις.



Σχήμα 2β. Ο πληθάρημος των δυνατών ανακλάσεων, που περιλαμβάνονται μέχρι μια ανώτερη τάξη ανάκλασης είναι τετραεδρικός αριθμός, που είναι ίσος με το άθροισμα των n τριγωνικών αριθμών από το 1 έως το $n_{r,max}$. Τα στοιχεία-ανακλάσεις κάθε συνόλου μπορούν να διαταχθούν σε τετράεδρες πυραμίδες. Στο σχήμα απεικονίζονται οι τέσσερις πρώτοι μη μηδενικοί όροι της ακολουθίας τετραεδρικών αριθμών: (a) μόνο η μηδενικής τάξης ανάκλαση, (b) οι μέχρι πρώτης τάξης ανακλάσεις, (c) οι μέχρι δεύτερης τάξης ανακλάσεις και (d) οι μέχρι τρίτης τάξης ανακλάσεις.



Σχήμα 3α. Οι τέσσερις πρώτοι όροι της ακολουθίας του πληθαρίσμου των γενικευμένων περιπτώσεων ανακλάσεων: (a) μηδενικής τάξης, (b) πρώτης τάξης, (c) δεύτερης τάξης και (d) τρίτης τάξης.



Σχήμα 3β. Οι τέσσερις πρώτοι όροι της ακολουθίας του σωρευτικού πληθαρίσμου των γενικευμένων περιπτώσεων ανακλάσεων: (a) μηδενικής τάξης, (b) μέχρι πρώτης τάξης, (c) μέχρι δεύτερης τάξης και (d) μέχρι τρίτης τάξης.

Στη γενικευμένη περίπτωση (offset), ο πληθάριθμος των δυνατών ανακλάσεων, που ανήκουν σε κάθε τάξη ανάκλασης, και ο πληθάριθμος των δυνατών ανακλάσεων, που περιλαμβάνονται μέχρι μια ανώτερη τάξη ανάκλασης είναι προφανώς διαφορετικοί από τους πληθάριθμους, που δίνονται από τις εξισώσεις (1.1) και (1.2), αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα, ο γενικευμένος τύπος που συνδέει την τάξη n_r της ανάκλασης (εν γένει $n_r = |l| + |m| + |n| \quad \forall l, m, n \in \mathbb{Z}$) με τον πληθάριθμο $\tilde{N}_r$ των δυνατών γενικευμένων περιπτώσεων ανάκλασης δίνεται μέσω μιας τετραγωνικής συνάρτησης [40], ενώ για να συμπεριληφθεί και η μοναδική περίπτωση LOS, η συνάρτηση γίνεται δίκλαδη:

$$\tilde{N}_r = \begin{cases} 1 & n_r = 0 \\ 4n_r^2 + 2 & n_r > 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Αντίστοιχα, ο γενικευμένος τύπος που συνδέει τη μέγιστη τάξη $n_{r,max}$ της ανάκλασης με τον πληθάριθμο $\tilde{N}_{r,max}$ των μέγιστων δυνατών γενικευμένων περιπτώσεων ανάκλασης δίνεται από την ακόλουθη τριτοβάθμια εξίσωση:

$$\tilde{N}_{r,max} = \frac{4}{3}n_{r,max}^3 + 2n_{r,max}^2 + \frac{8}{3}n_{r,max} + 1 \quad (1.4)$$

όπου ο σταθερός όρος αθροίζει την περίπτωση LOS. Οι πρώτοι όροι των ακολουθιών (1.3) και (1.4) απεικονίζονται σχηματικά στα Σχήματα 3α και 3β, αντίστοιχα.

3. Εφαρμόζοντας το μοντέλο

3.1. Υπολογισμός της θέσης του εικονικού σημείου παρατήρησης

Αν και το πρόβλημα είναι τριδιάστατο, εντούτοις η λύση για κάθε άξονα είναι κοινή και γι' αυτό μπορεί να θεωρηθεί ένα μονοδιάστατο πρόβλημα σε έναν αόριστο άξονα τ , με δύο προβολείς LED στις θέσεις $\tau=0$ και $\tau=T$, όπου T η διάσταση του δωματίου κατά τον άξονα τ . Έστω, ότι το πραγματικό σημείο παρατήρησης είναι $\tau=\tau_r$. Ερευνώντας χειρωνακτικά τους πρώτους όρους της ακολουθίας της συντεταγμένης του εικονικού σημείου t -οστής ανάκλασης κατά μήκος του άξονα τ (τ_t) ως προς την αρχή του άξονα ($\tau=0$), όπως φαίνεται στο Σχήμα 4(a), προκύπτει ο παρακάτω γενικός τύπος:

$$\tau_t = \left\lceil \frac{t}{2} \right\rceil 2T + (-1)^t \tau_r \quad (2)$$

Ο παραπάνω τύπος περιγράφει με ακρίβεια την περιοδικότητα, που εμφανίζεται στο Σχήμα 4(a) και, επομένως, ισχύει $\forall t \in \mathbb{N}$ (δηλαδή για οποιαδήποτε τάξη ανάκλασης). Να σημειωθεί, ότι ο παραπάνω τύπος ισχύει για κάθε προβολέα μόνο στο σύστημα αναφοράς του, σε εκείνο που ο προβολέας είναι στη θέση $\tau=0$ και φωτοβολεί προς τα θετικά του άξονα τ . Ωστόσο, ως προς την αρχή ενός κοινού συστήματος αναφοράς και των τεσσάρων προβολέων, η οποία είναι τοποθετημένη λ.χ. σε μια εκ των τεσσάρων κορυφών του δαπέδου του δωματίου, παρατηρούνται αντιστροφές σε ορισμένες περιπτώσεις, δηλαδή η θέση του προβολέα να βρίσκεται στη θέση T και να φωτοβολεί προς τα αρνητικά του απόλυτου άξονα τ . Έτσι, για αυτές μόνο τις περιπτώσεις, εφαρμόζεται στην εξίσωση (2) ένας γραμμικός μετασχηματισμός της μορφής $\tilde{\tau} \rightarrow T - \tau$, ο οποίος αλλάζει τη φορά του άξονα τ και μεταθέτει κατά T την αρχή του. Εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό για τη θέση του πραγματικού σημείου παρατήρησης ($\tilde{\tau}_r \rightarrow T - \tau_r$) και με δεδομένο ότι η πηγή LED βρίσκεται στην αρχή του άξονα ($\tilde{\tau}=0$), θα προκύψει μια τροποποιημένη ακολουθία συντεταγμένων του εικονικού σημείου t -οστής ανάκλασης στον άξονα $\tilde{\tau}$, οι πρώτοι όροι της οποίας εμφανίζονται στο Σχήμα 4(b). Η ακολουθία αυτή περιγράφεται από την εξίσωση:

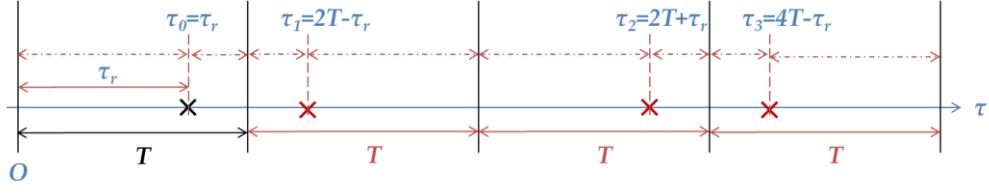
$$\begin{aligned}
\tilde{\tau}_t &= \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2T + (-1)^t \tilde{\tau}_r = \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2T + (-1)^t (T - \tau_r) \Rightarrow \\
\Rightarrow \tilde{\tau}_t &= \left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) T - (-1)^t \tau_r
\end{aligned} \tag{3}$$

Να σημειωθεί επίσης, για την πληρότητα, ότι εάν κάποιος ήθελε να εκφράσει τη μετασχηματισμένη συντεταγμένη $\tilde{\tau}_t$ ως προς τον αρχικό άξονα τ , θα πρέπει να επαναλάβει το μετασχηματισμό $\tau_t'' \rightarrow T - \tilde{\tau}_t$, ο οποίος απεικονίζεται βηματικά στα Σχήματα 4(c) και (d). Τότε, θα κατέληγε στην εξίσωση:

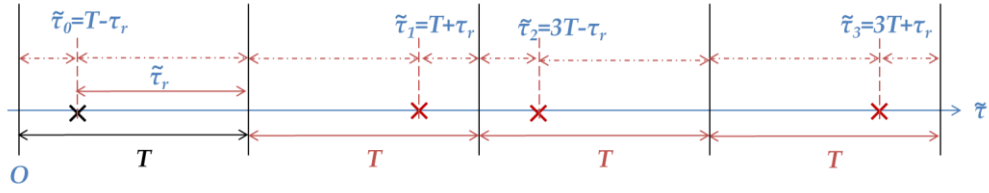
$$\begin{aligned}
\tau_t'' &= T - \tilde{\tau}_t = T - \left[\left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) T - (-1)^t \tau_r \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \tau_t'' &= - \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2T + (-1)^t \tau_r
\end{aligned} \tag{4}$$

3.1.1. Υπολογισμός της θέσης του εικονικού σημείου παρατήρησης (γενικευμένη περίπτωση)

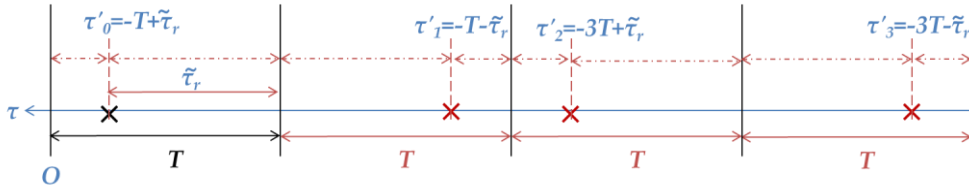
Επιστρέφοντας πάλι στο γενικευμένο πρόβλημα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η εκπεμπόμενη δέσμη σε κάθε άξονα μπορεί να διευθύνεται αρχικά προς τα εμπρός (forward), δηλαδή προς θετικές τιμές του άξονα τ ή προς τα πίσω (backward), δηλαδή προς αρνητικές τιμές του άξονα τ . Με παρόμοιο σκεπτικό, μπορούν να υπολογιστούν οι θέσεις των εικονικών σημείων ανάκλασης, καταλήγοντας πάλι στις αντίστοιχες εξισώσεις. Είναι χαρακτηριστικό, ότι οι εξισώσεις (2) και (3) ισχύουν επίσης $\forall t \in \mathbb{Z}$, ερμηνεύοντας ακριβώς όλα τα εικονικά σημεία παρατήρησης και προς τις δύο κατευθύνσεις του άξονα, ανεξαρτήτως της θέσης του προβολέα, αφού τα εικονικά σημεία παρατήρησης εξαρτώνται μόνο από τη θέση του πραγματικού σημείου παρατήρησης και από τις διαστάσεις του δωματίου.



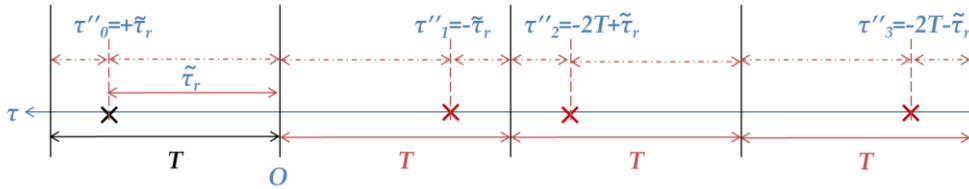
(a)



(b)



(c)



(d)

Σχήμα 4. (a): Τα τέσσερα πρώτα σημεία της ακολουθίας της συντεταγμένης του εικονικού σημείου παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης στον άξονα τ , στον οποίο το δωμάτιο είναι διάστασης T (εάν το πραγματικό σημείο παρατήρησης είναι στη θέση $\tau = \tau_r$). (b): Τα τέσσερα πρώτα σημεία της ακολουθίας της συντεταγμένης του εικονικού σημείου παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης στον άξονα $\tilde{\tau}$ (εάν το πραγματικό σημείο παρατήρησης είναι στη θέση $\tilde{\tau} = T - \tau_r$). (c): Η προηγούμενη ακολουθία μετά από ανάκλαση του άξονα και (d): μετά από ολίσθηση του άξονα τ κατά μήκος T , ώστε να εμφανιστεί η ακολουθία της συντεταγμένης του εικονικού σημείου παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης, ως προς το σημείο O του αρχικού άξονα τ .

3.2. Υπολογισμός των μηκών διάδοσης

Έστω, ότι το πραγματικό σημείο παρατήρησης είναι $\tau=\tau_r$. Θεωρώντας αρχικά την παρουσία μόνο του προβολέα στο σημείο $\tau=0$, το πραγματικό σημείο παρατήρησης απέχει από αυτόν διάστημα $\Delta\tau_0=\tau_r-0$. Είναι άμεσο, ότι το μήκος διάδοσης στον άξονα τ είναι η απόσταση, που απέχει το εικονικό σημείο παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης στον άξονα τ από την εκπέμπουσα αρχή του άξονα:

$$\Delta\tau_t = \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2T + (-1)^t \tau_r \quad (5.1)$$

Γενικεύοντας πάλι, εάν ο προβολέας βρίσκεται στο σημείο $\tau=\tau_o \neq 0$, το πραγματικό σημείο παρατήρησης απέχει από αυτόν διάστημα $\Delta\tau_0=\tau_r-\tau_o$ στον άξονα τ . Τότε, δεικνύεται, ότι το μήκος διάδοσης κατά τον άξονα τ από την εκπέμπουσα πηγή έως το εικονικό σημείο παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης στον άξονα τ , είναι:

$$\Delta\tau_t = \tau_t(T) - \tau_o = \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2T + (-1)^t \tau_r - \tau_o \quad (5.2)$$

Για το δεύτερο προβολέα, που βρίσκεται στη θέση $\tau=T$ και φωτοβολεί προς την κατεύθυνση $-\tau$, το πραγματικό σημείο παρατήρησης θα απέχει από αυτόν διάστημα $\Delta\tilde{\tau}_0 = T - \tau_r$. Και πάλι, είναι άμεσο, ότι το εικονικό σημείο παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης στον άξονα $\tilde{\tau}$ απέχει από την εκπέμπουσα αρχή του άξονα απόσταση ίση με το μήκος διάδοσης κατά τον άξονα $\tilde{\tau}$:

$$\Delta\tilde{\tau}_t = \left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) T - (-1)^t \tau_r \quad (6.1)$$

Ενώ, εάν ο προβολέας βρίσκεται εν γένει στο σημείο $\tau=T-\tau_o \neq T$, το πραγματικό σημείο παρατήρησης απέχει από αυτόν διάστημα $\Delta\tau_0=T-\tau_o-\tau_r$ στον άξονα τ . Έτσι, στη γενική περίπτωση, το εικονικό σημείο παρατήρησης της t -οστής ανάκλασης στον άξονα τ θα απέχει από την εκπέμπουσα πηγή:

$$\Delta\tilde{\tau}_t = T - \tau_o - \tau_t(T) = \left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) T - (-1)^t \tau_r - \tau_o \quad (6.2)$$

Στην επόμενη παράγραφο, θα παρουσιαστούν οι αποστάσεις διάδοσης, που δίνονται μόνο από τις εξισώσεις (5.1) και (6.1), ανάλογα αν η συντεταγμένη τ της φωτεινής πηγής είναι 0 ή T , αντίστοιχα. Σε αυτό το σημείο, πρέπει να οριστούν οι ακριβείς θέσεις των προβολέων LED (βλ. Σχήμα 5a), ώστε να φανεί ξεκάθαρα ποιες χωρικές συντεταγμένες θα δίνονται από την εξίσωση (5.1) και ποιες από την εξίσωση (6.1). Από εδώ και στο εξής, ξεχωριστοί υπολογισμοί θα αναφέρονται για καθέναν προβολέα.

Έστω, λοιπόν, ότι ο προβολέας “LED A” βρίσκεται σε ύψος H πάνω από την αρχή των αξόνων, δηλαδή έχει διάνυσμα θέσης $(0,0,H)$. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μήκος διάδοσης κατά τους άξονες x και y υπακούει στην εξίσωση (5.1), ενώ το μήκος διάδοσης κατά τον άξονα z υπακούει στην εξίσωση (6.1). Έτσι, για τον προβολέα “LED A” θα ισχύει:

$$\begin{aligned} \Delta x_{A,l} &= \left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor 2L + (-1)^l x_r, \\ \Delta y_{A,m} &= \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor 2W + (-1)^m y_r, \\ \Delta z_{A,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) H - (-1)^n z_r. \end{aligned} \quad (7.1a)$$

Τότε, το συνολικό μήκος διάδοσης για οποιαδήποτε περίπτωση ανάκλασης R_{lmn} θα δίνεται από την ευκλείδεια απόσταση:

$$d_{A,lmn} = \sqrt{(\Delta x_{A,l})^2 + (\Delta y_{A,m})^2 + (\Delta z_{A,n})^2}. \quad (7.2)$$

Με παρόμοια λογική, εάν τα διανύσματα θέσης των προβολέων “LED B”, “LED C” και “LED D” είναι $(0, W, H)$, (L, W, H) και $(L, 0, H)$ αντίστοιχα, εξάγονται ανάλογα σύνολα εξισώσεων των μηκών διάδοσης.

Για τον προβολέα “LED B” τα μήκη διάδοσης κατά τους τρεις άξονες θα είναι:

$$\begin{aligned} \Delta x_{B,l} &= \left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor 2L + (-1)^l x_r, \\ \Delta y_{B,m} &= \left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) W - (-1)^t \tau_r, \\ \Delta z_{B,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) H - (-1)^n z_r \end{aligned} \quad (8.1a)$$

Το αντίστοιχο συνολικό μήκος διάδοσης θα δίνεται από την ευκλείδεια απόσταση:

$$d_{B,lmn} = \sqrt{(\Delta x_{B,l})^2 + (\Delta y_{B,m})^2 + (\Delta z_{B,n})^2}. \quad (8.2)$$

Για τον προβολέα “LED C” τα μήκη διάδοσης κατά τους τρεις άξονες θα είναι:

$$\begin{aligned}
\Delta x_{C,l} &= \left(\left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor + 1 \right) L - (-1)^l x_r, \\
\Delta y_{C,m} &= \left(\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor + 1 \right) W - (-1)^t \tau_r, \\
\Delta z_{C,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1 \right) H - (-1)^n z_r
\end{aligned} \tag{9.1a}$$

Το αντίστοιχο συνολικό μήκος διάδοσης θα δίνεται από την ευκλείδεια απόσταση:

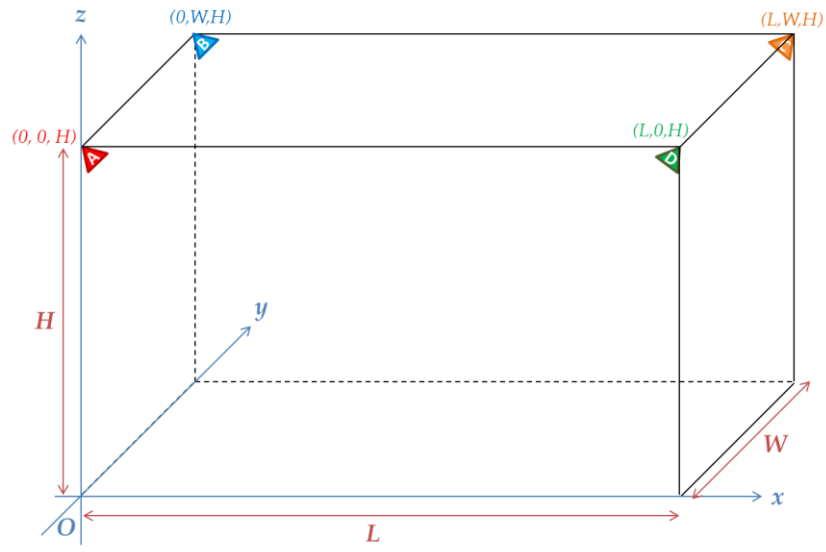
$$d_{C,lmn} = \sqrt{(\Delta x_{C,l})^2 + (\Delta y_{C,m})^2 + (\Delta z_{C,n})^2}. \tag{9.2}$$

Για τον προβολέα “LED D” τα μήκη διάδοσης κατά τους τρεις άξονες θα είναι:

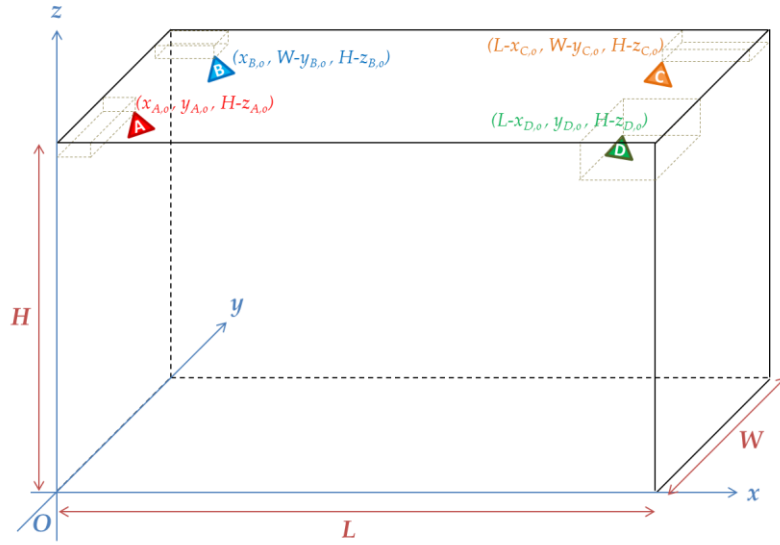
$$\begin{aligned}
\Delta x_{D,l} &= \left(\left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor + 1 \right) L - (-1)^l x_r, \\
\Delta y_{D,m} &= \left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil 2W + (-1)^m y_r, \\
\Delta z_{D,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1 \right) H - (-1)^n z_r
\end{aligned} \tag{10.1a}$$

Το αντίστοιχο συνολικό μήκος διάδοσης θα δίνεται από την ευκλείδεια απόσταση:

$$d_{D,lmn} = \sqrt{(\Delta x_{D,l})^2 + (\Delta y_{D,m})^2 + (\Delta z_{D,n})^2}. \tag{10.2}$$



(a)



(b)

Σχήμα 5. Σχηματική απεικόνιση της διάταξης των τεσσάρων προβολέων εντός ενός δωματίου διαστάσεων $L \times W \times H$ (a) πακτωμένων στις επάνω κορυφές, (b) τοποθετημένων εκτός των επάνω κορυφών (offset).

3.2.1. Υπολογισμός των μηκών διάδοσης (γενικευμένη περίπτωση)

Για τη γενικευμένη περίπτωση, θα χρησιμοποιηθούν οι αποστάσεις διάδοσης, που δίνονται από τις εξισώσεις (5.2) και (6.2), ανάλογα αν η συντεταγμένη τ της φωτεινής πηγής είναι τ_o ή $T-\tau_o$, αντίστοιχα. Παρόμοια με την απλουστευμένη περίπτωση, ορίζονται οι ακριβείς θέσεις των προβολέων LED (βλ. Σχήμα 5b), ώστε να φανεί πάλι ξεκάθαρα ποιες χωρικές συντεταγμένες θα δίνονται από την εξίσωση (5.2) και ποιες από την εξίσωση (6.2). Και πάλι, ξεχωριστοί υπολογισμοί θα αναφέρονται για καθέναν προβολέα.

Έστω, λοιπόν, ότι ο προβολέας “LED A” βρίσκεται σε ύψος $H-z_{A,o}$ πάνω από το δάπεδο (επίπεδο αναφοράς) και μετατοπισμένος κατά $x_{A,o}$ και $y_{A,o}$ στους οριζόντιους άξονες, δηλαδή έχει διάνυσμα θέσης $(x_{A,o}, y_{A,o}, H-z_{A,o})$. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το μήκος διάδοσης κατά τους άξονες x και y υπακούει στην εξίσωση (5.2), ενώ το μήκος διάδοσης κατά τον άξονα z υπακούει στην εξίσωση (6.2).

Έτσι, για τον προβολέα “LED A” θα ισχύει:

$$\begin{aligned}\Delta x_{A,l} &= \left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor 2L + (-1)^l x_r - x_{A,o}, \\ \Delta y_{A,m} &= \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor 2W + (-1)^m y_r - y_{A,o}, \\ \Delta z_{A,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) H - (-1)^n z_r - z_{A,o},\end{aligned}\tag{7.1b}$$

Με παρόμοια λογική πάλι, εάν τα διανύσματα θέσης των προβολέων “LED B”, “LED C” και “LED D” είναι $(x_{B,o}, W-y_{B,o}, H-z_{B,o})$, $(L-x_{C,o}, W-y_{C,o}, H-z_{C,o})$ και $(L-x_{D,o}, y_{D,o}, H-z_{D,o})$ αντίστοιχα, εξάγονται ανάλογα σύνολα εξισώσεων των μηκών διάδοσης.

Για τον προβολέα “LED B” τα μήκη διάδοσης κατά τους τρεις άξονες θα είναι:

$$\begin{aligned}
\Delta x_{B,l} &= \left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor 2L + (-1)^l x_r - x_{B,o}, \\
\Delta y_{B,m} &= \left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) W - (-1)^m y_r - y_{B,o}, \\
\Delta z_{B,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) H - (-1)^n z_r - z_{B,o},
\end{aligned} \tag{8.1b}$$

Για τον προβολέα “LED C” τα μήκη διάδοσης κατά τους τρεις άξονες θα είναι:

$$\begin{aligned}
\Delta x_{C,l} &= \left(\left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) L - (-1)^l x_r - x_{C,o}, \\
\Delta y_{C,m} &= \left(\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) W - (-1)^m y_r - y_{C,o}, \\
\Delta z_{C,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) H - (-1)^n z_r - z_{C,o},
\end{aligned} \tag{9.1b}$$

Για τον προβολέα “LED D” τα μήκη διάδοσης κατά τους τρεις άξονες θα είναι:

$$\begin{aligned}
\Delta x_{D,l} &= \left(\left\lfloor \frac{l}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) L - (-1)^l x_r - x_{D,o}, \\
\Delta y_{D,m} &= \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor 2W + (-1)^m y_r - y_{D,o}, \\
\Delta z_{D,n} &= \left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor 2 + 1 \right) H - (-1)^n z_r - z_{D,o},
\end{aligned} \tag{10.1b}$$

Να σημειωθεί, ότι τα συνολικά μήκη διάδοσης για οποιαδήποτε περίπτωση ανάκλασης R_{lmn} θα δίνονται και πάλι από τις εξισώσεις (7.2), (8.2), (9.2) και (10.2). Αν και τα μήκη διάδοσης μπορεί να είναι είτε μη αρνητικά (για forward περιπτώσεις ανάκλασης) είτε παραδόξως αρνητικά (για backward περιπτώσεις ανάκλασης), εντούτοις το συνολικό μήκος διάδοσης είναι πάντα μη αρνητικό και έχει πάντα φυσικό νόημα.

3.2.2. Υπολογισμός των χρόνων διάδοσης

Είναι προφανές, ότι ο χρόνος διάδοσης κάθε R_{lmn} περίπτωσης ανάκλασης, t_{lmn} , είναι ευθέως ανάλογος του συνολικού μήκους διάδοσης της αντίστοιχης περίπτωσης, d_{lmn} :

$$t_{lmn} = \frac{d_{lmn}}{c} \quad (7.3)$$

όπου c η σταθερά της ταχύτητας του φωτός στο μέσο διάδοσης. Με δεδομένο ότι η R_{000} είναι η βραχύτερη και, άρα, η συντομότερη διαδρομή, η χρονική διαφορά οποιασδήποτε άλλης περίπτωσης από αυτήν δίνει την αντίστοιχη χρονική διασπορά:

$$\Delta t_{lmn} = t_{lmn} - t_{000} = \frac{1}{c} (d_{lmn} - d_{000}) \quad (7.4)$$

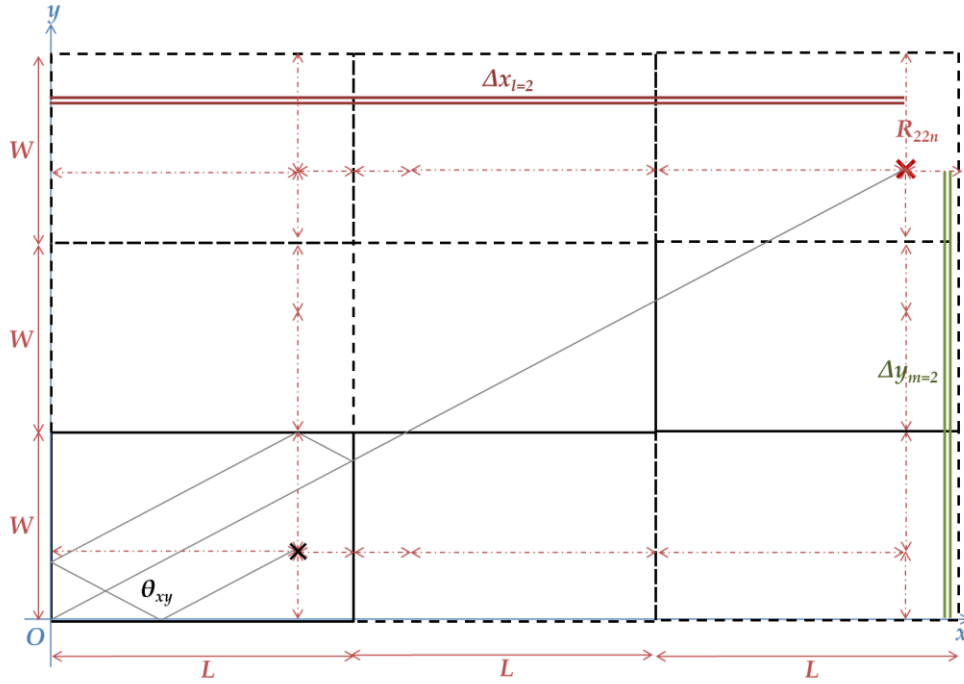
3.3. Υπολογισμός των γωνιών εκπομπής και άφιξης μιας τυχαίας δέσμης

3.3.1 Υπολογισμός των γωνιών εκπομπής μιας τυχαίας δέσμης

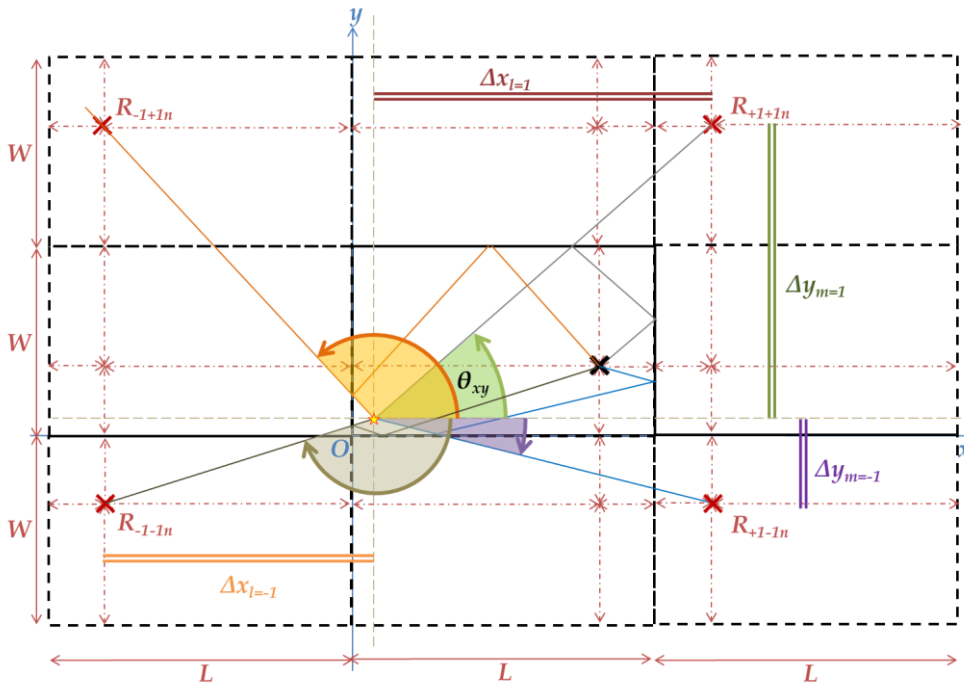
Με βάση τα παραπάνω μήκη διάδοσης, μπορούν να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών εκπομπής για κάθε περίπτωση ανακλώμενης δέσμης (R_{lmn}). Κάθε εικονική δέσμη προβάλλεται στα τρία εγκάρσια επίπεδα σχηματίζοντας ορθογώνια τρίγωνα, οι κάθετες πλευρές των οποίων είναι τα μήκη διάδοσης σε καθέναν από τους τρεις άξονες, όπως φαίνεται για την απλουστευμένη περίπτωση στο Σχήμα 6α για το επίπεδο xy . Έτσι, η διεύθυνση κάθε δέσμης στο χώρο χαρακτηρίζεται από τις τρεις προσκείμενες (στο σημείο εκπομπής) γωνίες (θ_{xy} , θ_{xz} , θ_{yz}), που σχηματίστηκαν από τα ορθογώνια τρίγωνα στα επίπεδα xy , xz και yz , αντίστοιχα (βλ. Σχήμα 7).

Με τη βοήθεια της συνάρτησης τόξου εφαπτομένης, οι γωνίες εκπομπής κάθε δέσμης σε κάθε επίπεδο συνδέονται με τους λόγους των μηκών Δx_l , Δy_m και Δz_n , με τις παρακάτω εκφράσεις:

$$\begin{aligned}\theta_{xy}(l, m) &= \arctan\left(\frac{\Delta y_m}{\Delta x_l}\right), \\ \theta_{xz}(l, n) &= \arctan\left(\frac{\Delta z_n}{\Delta x_l}\right), \\ \theta_{yz}(m, n) &= \arctan\left(\frac{\Delta z_n}{\Delta y_m}\right).\end{aligned}\tag{11.1}$$



(a)



(b)

Σχήμα 6. Σχηματική παράσταση της γεωμετρίας της γωνίας εκτομής θ_{xy} . (a) Περίπτωση προβολέα επάνω στην κορυφή, (b) περίπτωση προβολέα τοποθετημένου εκτός κορυφής (offset).

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 7, η γωνία θ_{xy} μετράται από τα πλευρικά τοιχώματα (στη διεύθυνση του άξονα x) προς το εσωτερικό του δωματίου, ενώ οι γωνίες θ_{xz} και θ_{yz} μετρώνται από το επίπεδο της οροφής προς το δάπεδο. Για την απλουστευμένη περίπτωση, όπου ο προβολέας βρίσκεται ακριβώς στην κορυφή, όλες οι γωνίες θ έχουν εύρος από 0 (που αντιστοιχεί σε δέσμη, που οδεύει πάνω στο επίπεδο της οροφής) έως $\pi/2$ (που αντιστοιχεί σε δέσμη, που οδεύει κατακόρυφα προς το πάτωμα).

Για την γενικευμένη περίπτωση, όπου οι προβολείς βρίσκονται εκτός των κορυφών, που εικονίζεται στο Σχήμα 6.b για το επίπεδο xy , οι γωνίες εκπομπής κάθε δέσμης σε κάθε επίπεδο μπορούν να είναι και αμβλείες και αρνητικές, δηλαδή να βρίσκονται σε ένα από τα τέσσερα τεταρτημόρια, ανάλογα με τα πρόσημα του αντίστοιχου ζεύγους δεικτών. Έτσι, οι γωνίες θ στη γενικευμένη περίπτωση έχουν εύρος από $-\pi$ έως π και επομένως, το σύνολο εξισώσεων (11.1) πρέπει να τροποποιηθεί κατάλληλα σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα.

Όταν το ζεύγος δεικτών (l,m) είναι ομόσημο-θετικό, τότε το τόξο της εφαπτομένης του λόγου τους είναι θετικό και η (πράσινη) γωνία αντιστοιχεί στο πρώτο τεταρτημόριο $[0, \pi/2]$, το οποίο είναι σωστό και σύμφωνο με την απλουστευμένη περίπτωση για θετικούς ακέραιους δείκτες.

Όταν το ζεύγος δεικτών (l,m) είναι ετερόσημο, τότε το τόξο της εφαπτομένης του λόγου τους είναι αρνητικό και η (μωβ) γωνία αντιστοιχεί στο τέταρτο τεταρτημόριο $[-\pi/2, 0]$, το οποίο είναι σωστό μόνο αν $l>0$ και $m<0$. Σε αντίθετη περίπτωση, πρέπει να προστεθεί μισός κύκλος, ώστε η (πορτοκαλί) γωνία να αντιστοιχεί στο δεύτερο τεταρτημόριο $[\pi/2, \pi]$.

Όταν το ζεύγος δεικτών (l,m) είναι ομόσημο-αρνητικό, τότε το τόξο της εφαπτομένης του λόγου τους είναι θετικό και η γωνία αντιστοιχεί πάλι στο πρώτο τεταρτημόριο $[0, \pi/2]$, το οποίο είναι λάθος. Για να συνάδει με το σχήμα, πρέπει να αφαιρεθεί μισός κύκλος ώστε η (μπεζ) γωνία να αντιστοιχεί στο τρίτο τεταρτημόριο $[-\pi, -\pi/2]$.

Τέλος, πρέπει να εξεταστούν οι περιπτώσεις όπου ένας ή και οι δύο δείκτες είναι μηδέν (αν και δεν απεικονίζονται στο Σχήμα 6.b, μπορεί να γίνει η εκτίμησή τους). Έστω $l=0$, τότε η γωνία αντιστοιχεί στο πρώτο τεταρτημόριο $[0, \pi/2]$ αν $m \geq 0$ ή στο τέταρτο τεταρτημόριο $[-\pi/2, 0]$ εάν $m < 0$. Αντίστοιχα, εάν $m=0$, τότε η γωνία αντιστοιχεί στο πρώτο τεταρτημόριο $[0, \pi/2]$ αν $l \geq 0$ ή στο δεύτερο τεταρτημόριο $[\pi/2, \pi]$ εάν $l < 0$.

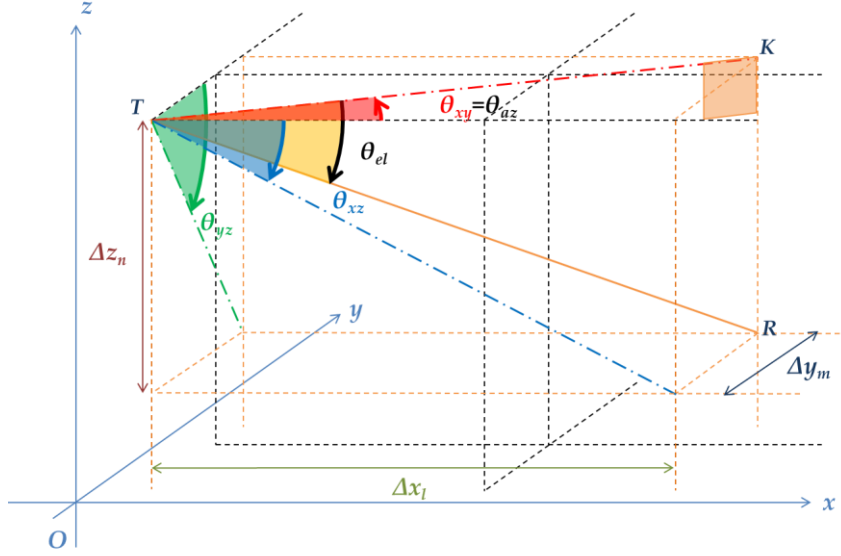
Λαμβάνοντας υπόψη τις παραπάνω παρατηρήσεις και γενικεύοντας για τα ζεύγη δεικτών και τις γωνίες των άλλων επιπέδων, το σύνολο εξισώσεων (11.1) αλλάζει ως εξής:

$$\begin{aligned}\theta_{xy}(l, m) &= s_m \left(\frac{\pi}{2} - s_l \frac{\pi}{2} \right) + \arctan \left(\frac{\Delta y_m}{\Delta x_l} \right), \\ \theta_{xz}(l, n) &= s_n \left(\frac{\pi}{2} - s_l \frac{\pi}{2} \right) + \arctan \left(\frac{\Delta z_n}{\Delta x_l} \right), \\ \theta_{yz}(m, n) &= s_n \left(\frac{\pi}{2} - s_m \frac{\pi}{2} \right) + \arctan \left(\frac{\Delta z_n}{\Delta y_m} \right).\end{aligned}\tag{11.2}$$

όπου οι ποσότητες s_l , s_m και s_n δίνουν απλώς το πρόσημο των δεικτών l , m και n αντίστοιχα, όταν $l, m, n \neq 0$ και δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}s_l &= \begin{cases} \frac{l}{|l|} & l \neq 0 \\ 1 & l = 0 \end{cases}, \\ s_m &= \begin{cases} \frac{m}{|m|} & m \neq 0 \\ 1 & m = 0 \end{cases}, \\ s_n &= \begin{cases} \frac{n}{|n|} & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases},\end{aligned}\tag{11.3}$$

Οι παραπάνω γωνίες είναι εξαιρετικά χρήσιμες για τον υπολογισμό των αντίστοιχων γωνιών άφιξης, που αναλύονται παρακάτω.



Σχήμα 7. Τριδιάστατη σχηματική παράσταση της γεωμετρίας των γωνιών εκπομπής.

Θεωρώντας σφαιρικές συντεταγμένες, η θ_{xy} αντιστοιχεί σε αζιμουθιακή γωνία (θ_{az}), ενώ η γωνία ανύψωσης (θ_{el}) μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια του πυθαγορείου θεωρήματος και του ορθογωνίου τριγώνου KRT του Σχήματος 7. Επομένως, η διεύθυνση μιας συγκεκριμένης δέσμης στο χώρο μπορεί να περιγραφεί ισοδύναμα με δύο μόνο γωνίες, οι οποίες δίνονται από τις σχέσεις:

$$\theta_{az}(l, m, n) = \theta_{xy}(l, m) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\Delta y_m}{\Delta x_l}\right) & , \quad l, m \in \mathbb{N} \\ s_m\left(\frac{\pi}{2} - s_l \frac{\pi}{2}\right) + \arctan\left(\frac{\Delta y_m}{\Delta x_l}\right) & , \quad l, m \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (12)$$

$$\theta_{el}(l, m, n) = \arctan\left(\frac{\Delta z_n}{\sqrt{\Delta x_l^2 + \Delta y_m^2}}\right)$$

3.3.2 Υπολογισμός των γωνιών άφιξης μιας τυχαίας δέσμης

Αντίστοιχα, μπορούν να βρεθούν οι γωνίες άφιξης ζ μιας δέσμης στο πραγματικό σημείο παρατήρησης σαν συνάρτηση της αντίστοιχης γωνίας εκπομπής θ , που υπολογίστηκε παραπάνω, για κάθε επίπεδο. Στα Σχήματα 8 (a-h), παρουσιάζονται αναλυτικά οι τροχιές και οι σχηματιζόμενες γωνίες των ανακλώμενων δεσμών για τις είκοσι περιπτώσεις ανακλάσεων (από μηδενικής μέχρι τρίτης τάξης), από τέσσερις προβολείς, που είναι τοποθετημένοι στις αντίστοιχες τέσσερις κορυφές της οροφής.

Από παρατήρηση αυτών των γεωμετρικών διαγραμμάτων, προέκυψαν οι ακόλουθες παραμετρικές εξισώσεις, που εκφράζουν τις γωνίες άφιξης ζ από τους τέσσερις προβολείς στα τρία κάθετα επίπεδα (xy, yz, xz), για κάθε συνδυασμό δεικτών l, m, n , σε ένα απόλυτο σύστημα συντεταγμένων με κέντρο τη φωτοδίοδο του δέκτη και κοινή αναφορά, που υποδεικνύεται σε κάθε σχήμα.

Να σημειωθεί, ότι τα σύνολα εξισώσεων (13), (14), (15) και (16), που ακολουθούν, ισχύουν και στη γενικευμένη περίπτωση όπου οι δείκτες l, m, n μπορούν να είναι και αρνητικοί, καθώς τότε δεν αλλοιώνεται η ομοτιμία και κατά συνέπεια το πρόσημο των δυνάμεων, στις οποίες υπεισέρχονται οι δείκτες ως εκθέτες.

Έτσι, κάθε δέσμη από τον προβολέα “LED A” ανάλογα με τις τιμές των l, m, n θα αφικνείται υπό τις κάτωθι γωνίες:

$$\begin{aligned}\zeta_{A,xy}(l, m) &= -(-1)^{l+m} \left[\frac{\pi}{2} + (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{A,xy}(l, m) \right] \\ \zeta_{A,xz}(l, n) &= (-1)^{l+n} \left[\frac{\pi}{2} + (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{A,xz}(l, n) \right] \\ \zeta_{A,yz}(m, n) &= (-1)^{m+n} \left[\frac{\pi}{2} + (-1)^m \frac{\pi}{2} - \theta_{A,yz}(m, n) \right]\end{aligned}\tag{13}$$

Οι αντίστοιχες γωνίες άφιξης για δέσμη από τον προβολέα “LED B” θα είναι:

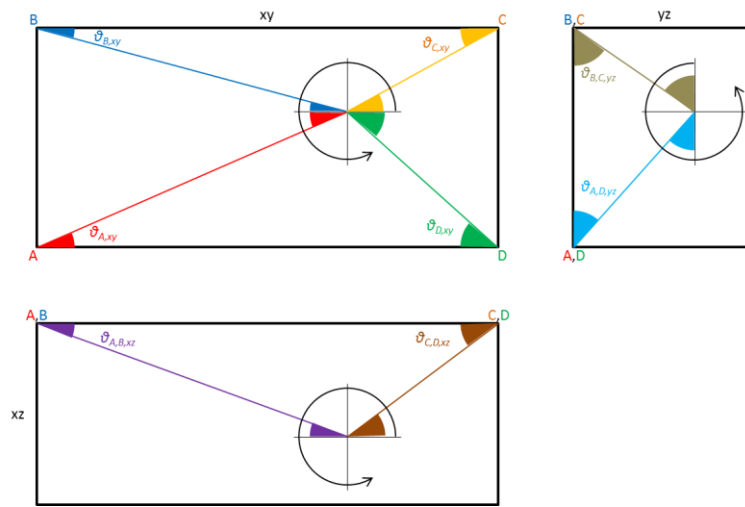
$$\begin{aligned}
 \zeta_{B,xy}(l, m) &= (-1)^{l+m} \left[\frac{\pi}{2} + (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{B,xy}(l, m) \right] \\
 \zeta_{B,xz}(l, n) &= (-1)^{l+n} \left[\frac{\pi}{2} + (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{B,xz}(l, n) \right] \\
 \zeta_{B,yz}(m, n) &= -(-1)^{m+n} \left[\frac{\pi}{2} - (-1)^m \frac{\pi}{2} - \theta_{B,yz}(m, n) \right]
 \end{aligned} \tag{14}$$

Οι αντίστοιχες γωνίες άφιξης για δέσμη από τον προβολέα “LED C” θα είναι:

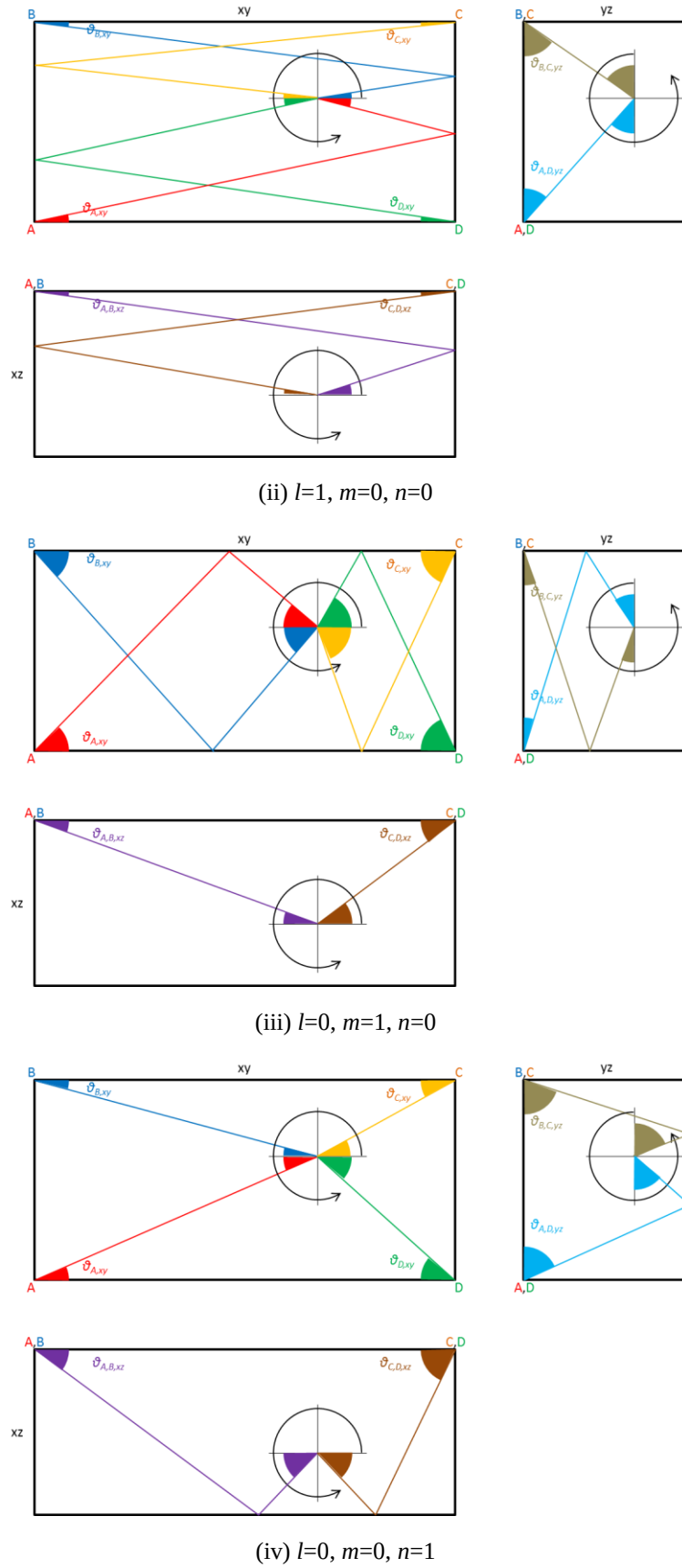
$$\begin{aligned}
 \zeta_{C,xy}(l, m) &= -(-1)^{l+m} \left[\frac{\pi}{2} - (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{C,xy}(l, m) \right] \\
 \zeta_{C,xz}(l, n) &= -(-1)^{l+n} \left[\frac{\pi}{2} - (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{C,xz}(l, n) \right] \\
 \zeta_{C,yz}(m, n) &= -(-1)^{m+n} \left[\frac{\pi}{2} - (-1)^m \frac{\pi}{2} - \theta_{C,yz}(m, n) \right]
 \end{aligned} \tag{15}$$

Και οι αντίστοιχες γωνίες άφιξης για δέσμη από τον προβολέα “LED D” θα είναι:

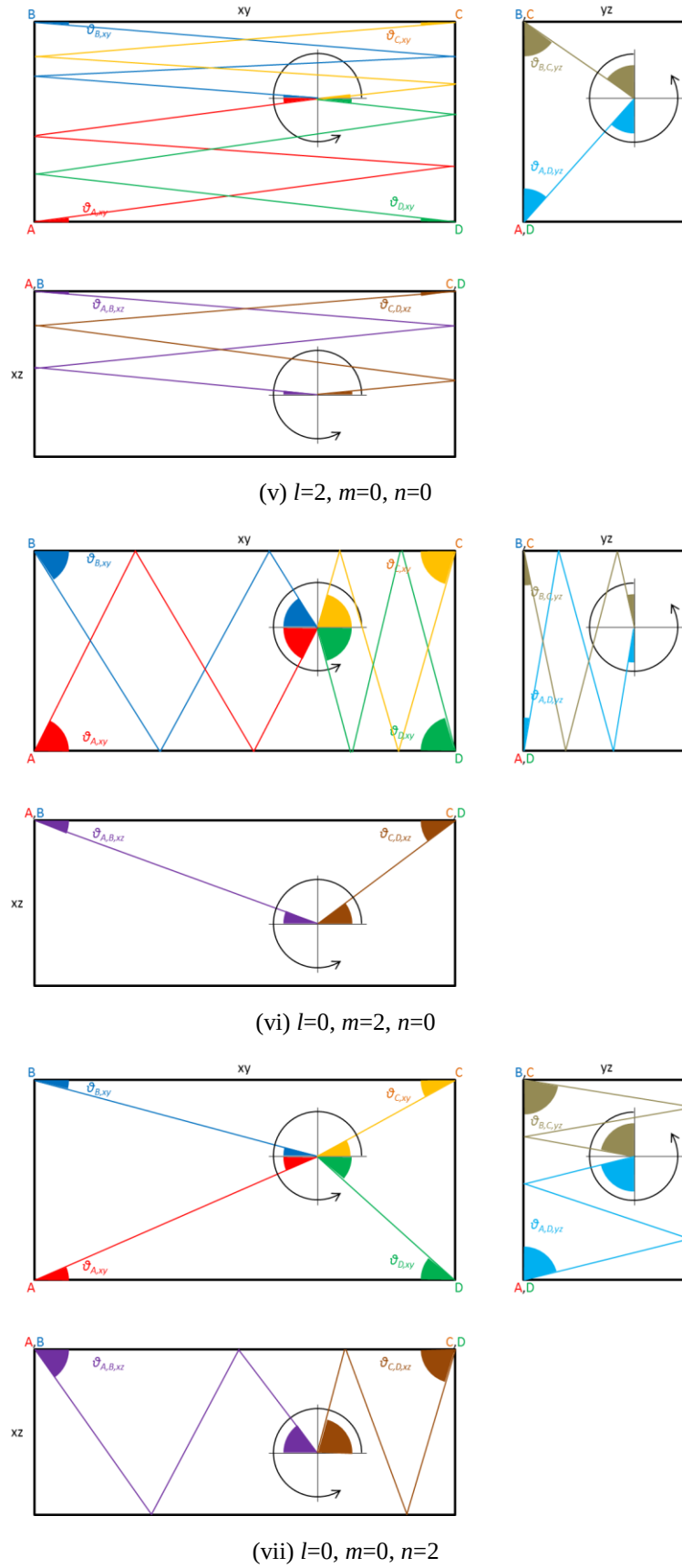
$$\begin{aligned}
 \zeta_{D,xy}(l, m) &= (-1)^{l+m} \left[\frac{\pi}{2} - (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{D,xy}(l, m) \right] \\
 \zeta_{D,xz}(l, n) &= -(-1)^{l+n} \left[\frac{\pi}{2} - (-1)^l \frac{\pi}{2} - \theta_{D,xz}(l, n) \right] \\
 \zeta_{D,yz}(m, n) &= (-1)^{m+n} \left[\frac{\pi}{2} + (-1)^m \frac{\pi}{2} - \theta_{D,yz}(m, n) \right]
 \end{aligned} \tag{16}$$

(i) $l=0, m=0, n=0$ (LOS)

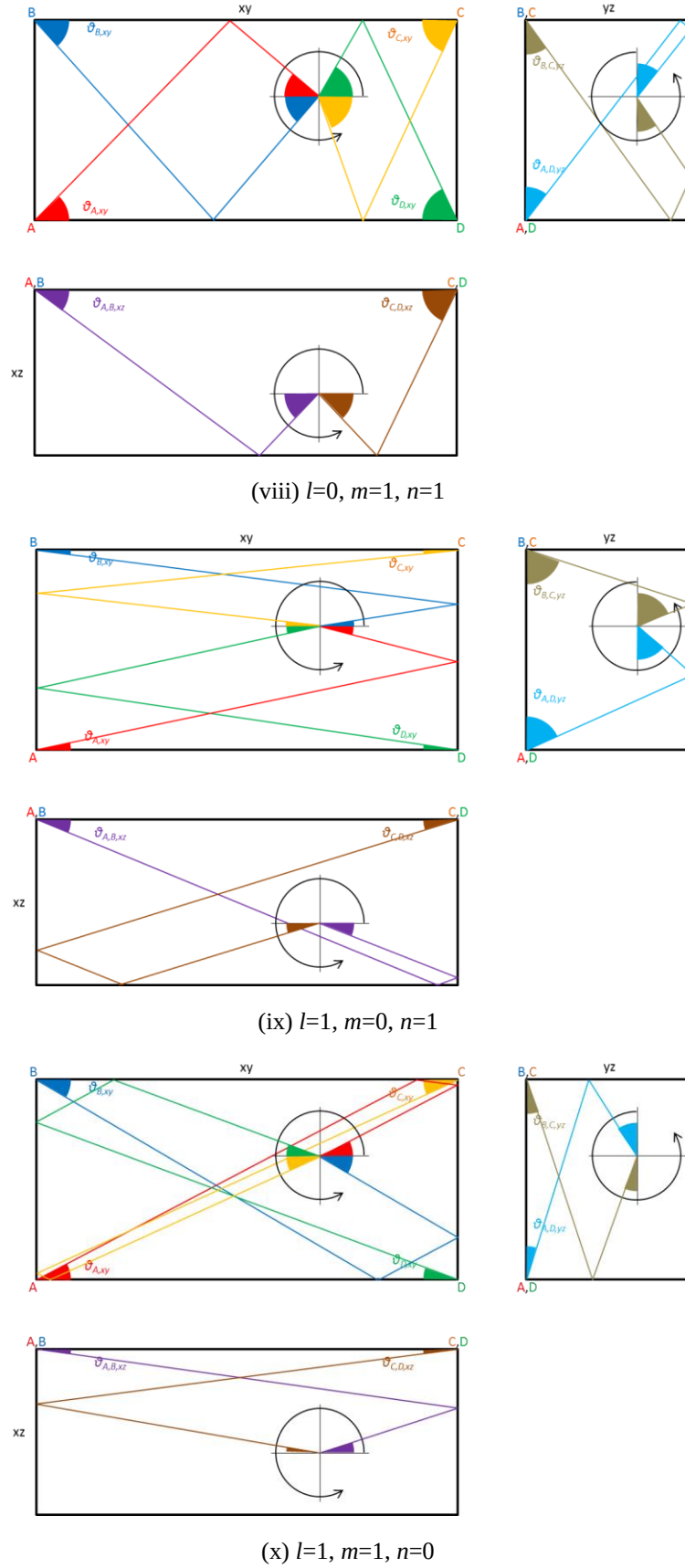
Σχήμα 8 (α). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για την περίπτωση ανάκλασης μηδενικής τάξης.



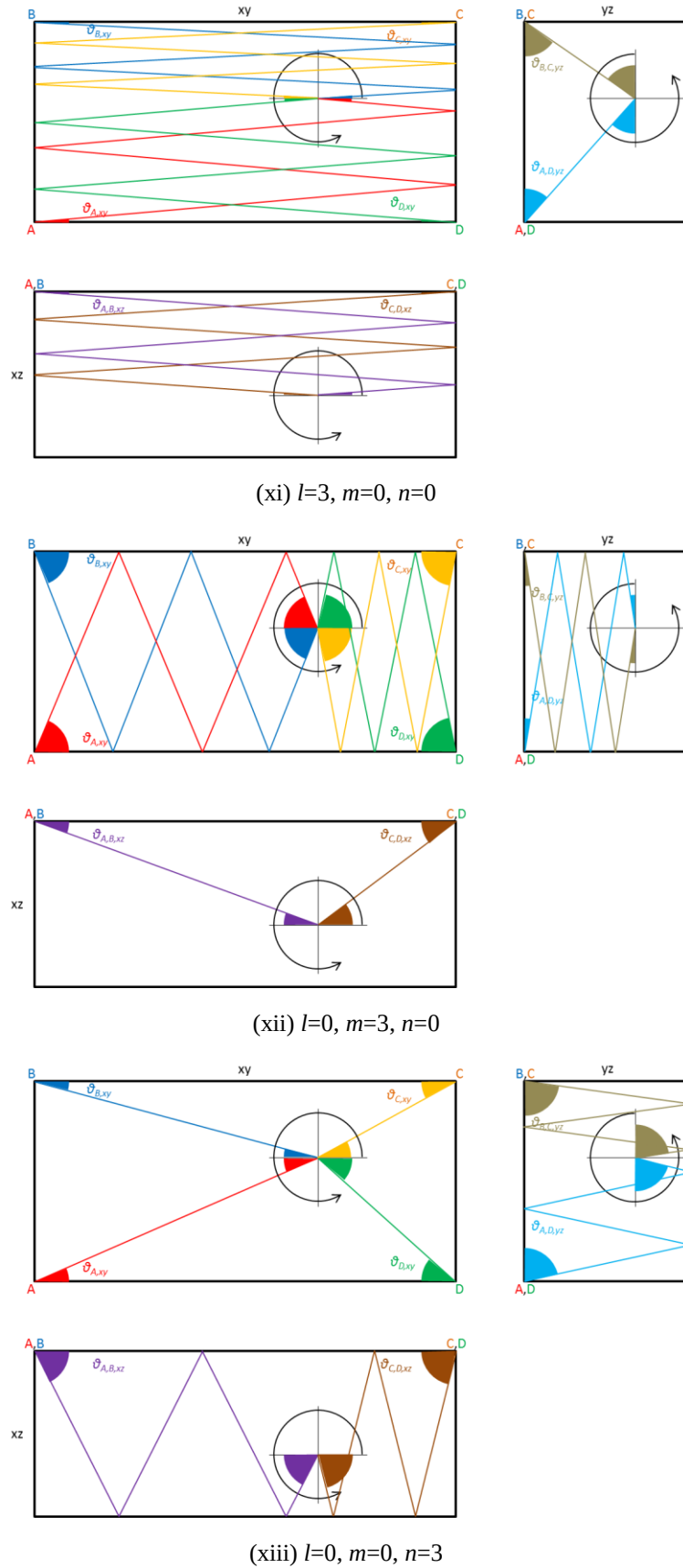
Σχήμα 8 (b). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις τρεις περιπτώσεις ανάκλασης πρώτης τάξης.



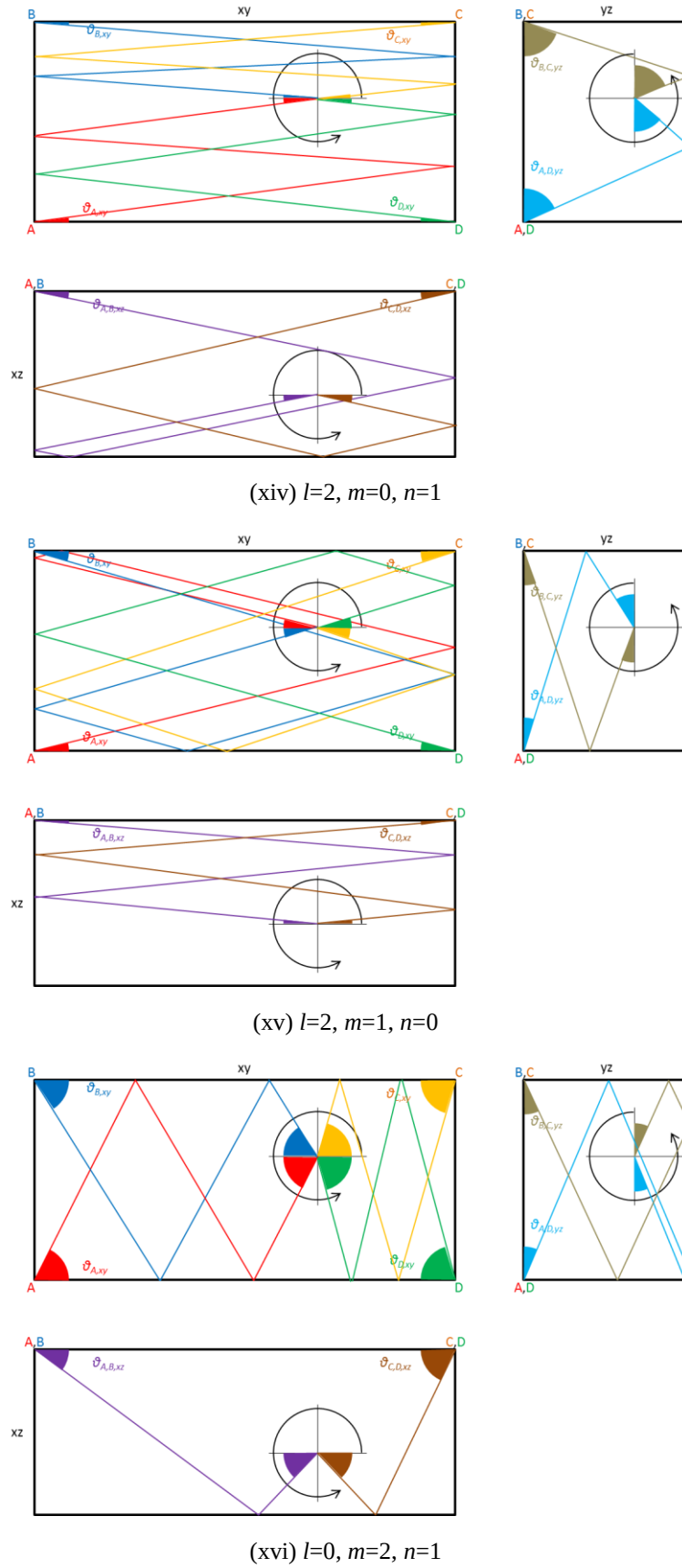
Σχήμα 8 (c). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις έξι περιπτώσεις ανάκλασης δεύτερης τάξης (I).



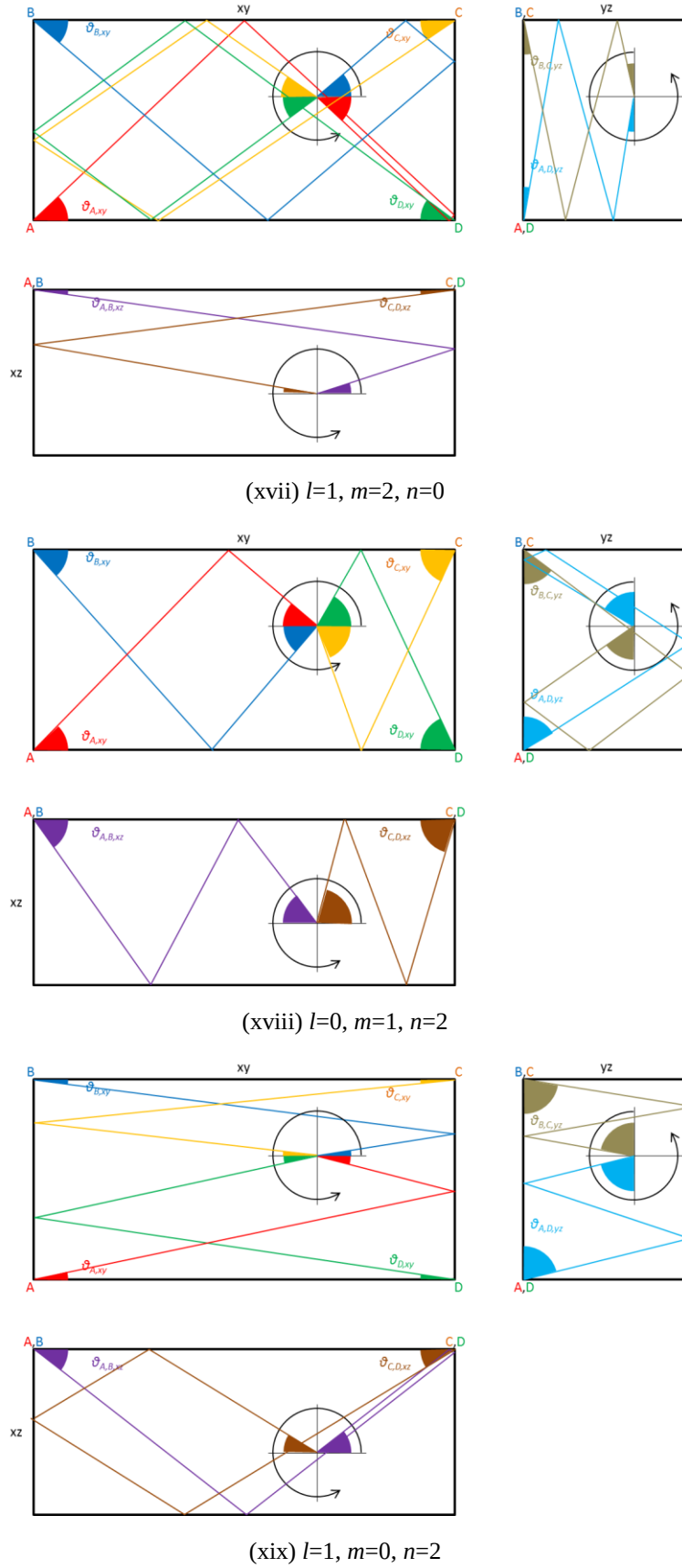
Σχήμα 8 (d). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις έξι περιπτώσεις ανάκλασης δεύτερης τάξης (II).



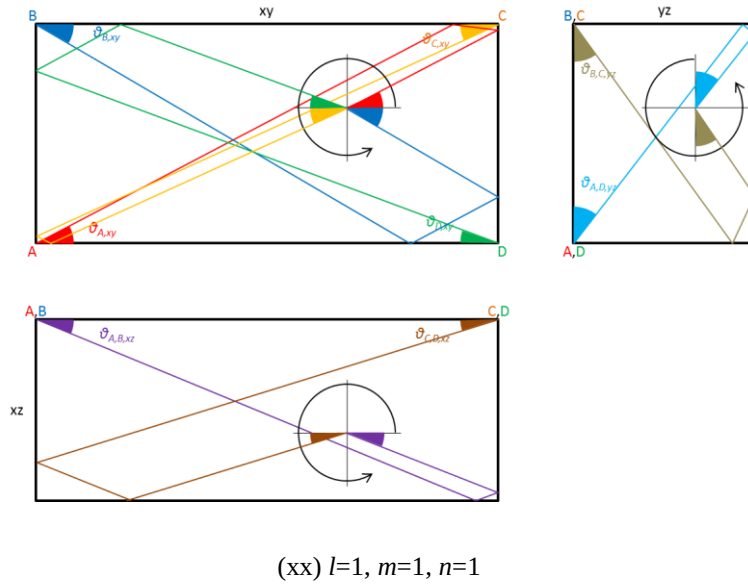
Σχήμα 8 (ε). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις δέκα περιπτώσεις ανάκλασης τρίτης τάξης (I).



Σχήμα 8 (f). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις δέκα περιπτώσεις ανάκλασης τρίτης τάξης (II).

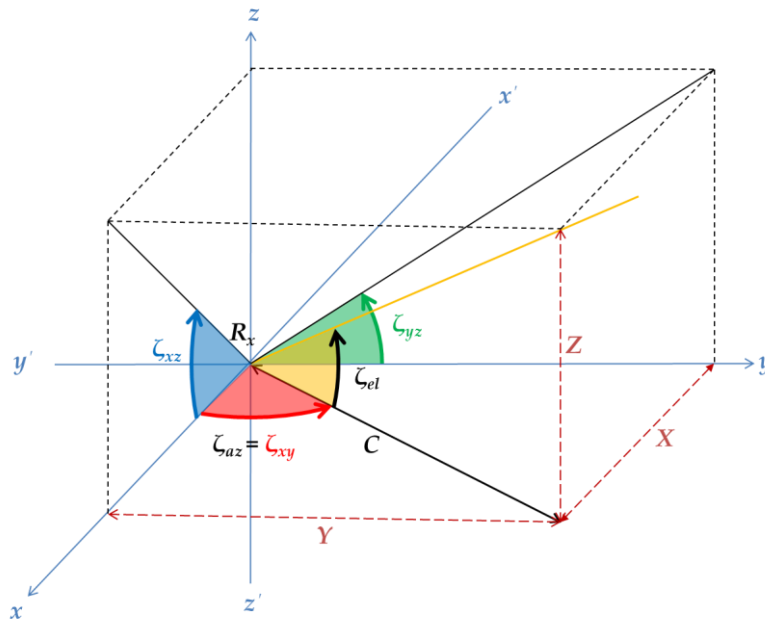


Σχήμα 8 (g). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις δέκα περιπτώσεις ανάκλασης τρίτης τάξης (III).



Σχήμα 8 (h). Σχηματικές παραστάσεις της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης για τις δέκα περιπτώσεις ανάκλασης τρίτης τάξης (IV).

Όλες οι γωνίες ζ έχουν πεδίο τιμών το $(-\pi, \pi]$, με κοινή κορυφή και φορά μέτρησης ανεξαρτήτως του προβολέα-πηγής. Συγκεκριμένα, η γωνία ζ_{xy} μετράται από τον άξονα x με φορά προς τον άξονα y , η ζ_{xz} ξεκινά από τον άξονα x με φορά προς τον άξονα z , ενώ η γωνία ζ_{yz} μετράται από τον άξονα y με φορά προς τον άξονα z .



Σχήμα 9. Τριδιάστατη σχηματική παράσταση της γεωμετρίας των γωνιών άφιξης.

Όπως και πριν, έτσι και τώρα, οι γωνίες άφιξης μπορούν να εκφραστούν σε σφαιρικές συντεταγμένες με τη γωνία ζ_{xy} να αντιστοιχεί σε αξιμουθιακή γωνία (ζ_{az}), ενώ η γωνία ανύψωσης (ζ_{el}) μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια του Σχήματος 9 και του πυθαγορείου θεωρήματος.

Για τη γωνία ζ_{xz} ισχύει:

$$\tan[\zeta_{xz}(l, n)] = \frac{Z}{X} \Leftrightarrow X = \frac{Z}{\tan[\zeta_{xz}(l, n)]} \quad (17.1)$$

Για τη γωνία ζ_{yz} ισχύει:

$$\tan[\zeta_{yz}(m, n)] = \frac{Z}{Y} \Leftrightarrow Y = \frac{Z}{\tan[\zeta_{yz}(m, n)]} \quad (17.2)$$

Για τη γωνία ανύψωσης ζ_{el} επί του καθέτου επιπέδου στο επίπεδο xy ισχύει:

$$\tan[\zeta_{el}(l, m, n)] = \frac{Z}{C} \Leftrightarrow C = \frac{Z}{\tan[\zeta_{el}(l, m, n)]} \quad (17.3)$$

Από το πυθαγόρειο θεώρημα του τριγώνου με βάση την πλευρά μήκους Y , κάθετη την πλευρά μήκους X και υποτείνουσα μήκους C :

$$\begin{aligned}
 C^2 &= X^2 + Y^2 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \frac{Z^2}{\tan^2[\zeta_{el}(l, m, n)]} &= \frac{Z^2}{\tan^2[\zeta_{xz}(l, n)]} + \frac{Z^2}{\tan^2[\zeta_{yz}(m, n)]} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{\tan^2[\zeta_{el}(l, m, n)]} &= \frac{1}{\tan^2[\zeta_{xz}(l, n)]} + \frac{1}{\tan^2[\zeta_{yz}(m, n)]} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \cot^2[\zeta_{el}(l, m, n)] &= \cot^2[\zeta_{xz}(l, n)] + \cot^2[\zeta_{yz}(m, n)] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \cot[\zeta_{el}(l, m, n)] &= \pm [\cot^2 \zeta_{xz}(l, n) + \cot^2 \zeta_{yz}(m, n)]^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

Επομένως, η διεύθυνση άφιξης μιας συγκεκριμένης δέσμης στο χώρο μπορεί να περιγραφεί ισοδύναμα από τις γωνίες:

$$\zeta_{az}(l, m, n) = \zeta_{xy}(l, m) \quad (17.4)$$

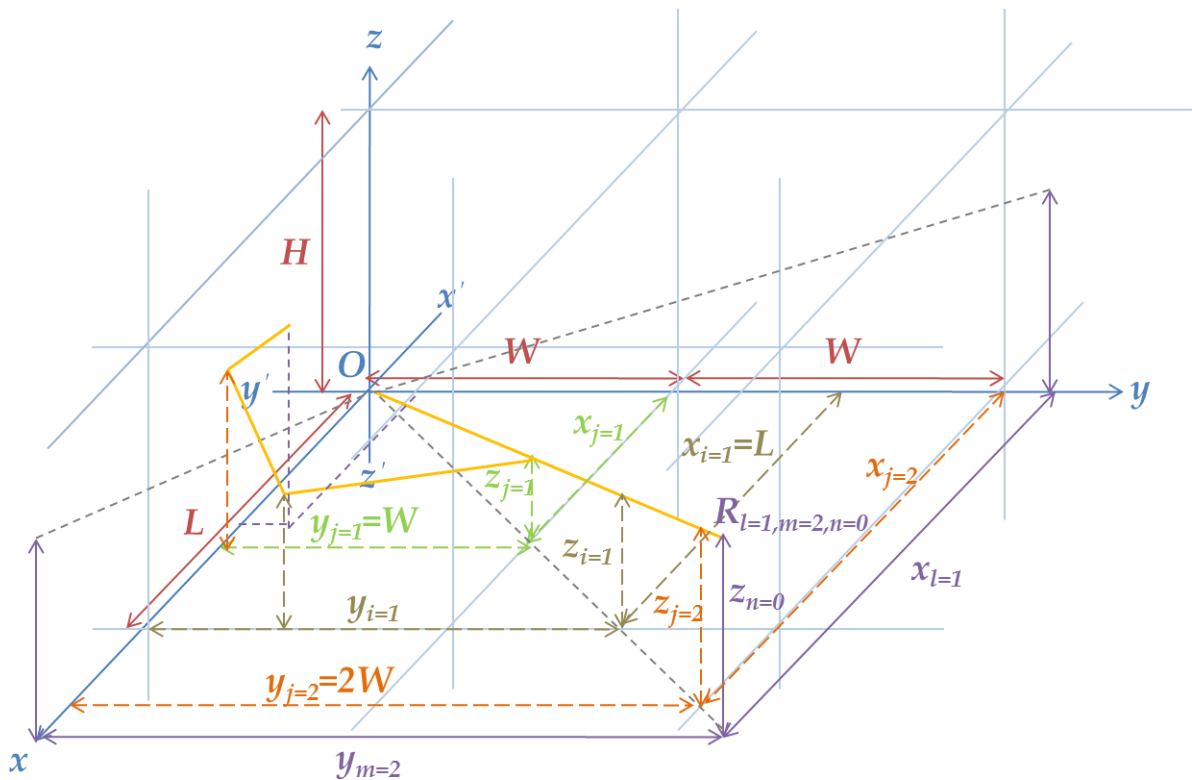
$$\zeta_{el}(l, m, n) = \pm \cot^{-1} [\cot^2 \zeta_{xz}(l, n) + \cot^2 \zeta_{yz}(m, n)]^{\frac{1}{2}}$$

όπου η γωνία ανύψωσης ζ_{el} έχει εύρος από $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ και είναι ομόσημη με τις ζ_{xz} και ζ_{yz} . Οι παραπάνω τύποι ισχύουν τόσο για την απλουστευμένη όσο και για τη γενικευμένη περίπτωση.

3.4. Υπολογισμός των εικονικών και των πραγματικών σημείων ανάκλασης μιας δέσμης

3.4.1. Υπολογισμός των εικονικών σημείων ανάκλασης μιας δέσμης

Μέχρι τώρα, έχει υπολογιστεί το μήκος διάδοσης μιας δέσμης (R_{lmn}) στο σύνολό της. Ωστόσο, ανάλογα με την τάξη της ανάκλασης, η δέσμη αυτή διανύει διαφορετικά μήκη, καθώς προσπίπτει διαδοχικά στα τοιχώματα του δωματίου. Θεωρώντας την εικονική, ευθύγραμμη δέσμη, παρατηρείται, ότι τα σημεία τομής της με τα τοιχώματα (πραγματικά και εικονικά) είναι όσα τα σημεία ανάκλασης της πραγματικής, τεθλασμένης δέσμης στα πραγματικά τοιχώματα. Γι' αυτήν την μελέτη, απαιτείται η χρήση τριών ακόμη δεικτών, έστω οι $i \leq l$, $j \leq m$, $k \leq n$, που αριθμούν τα εγκάρσια τοιχώματα, που τέμνει η δέσμη, κατά μήκος κάθε άξονα.

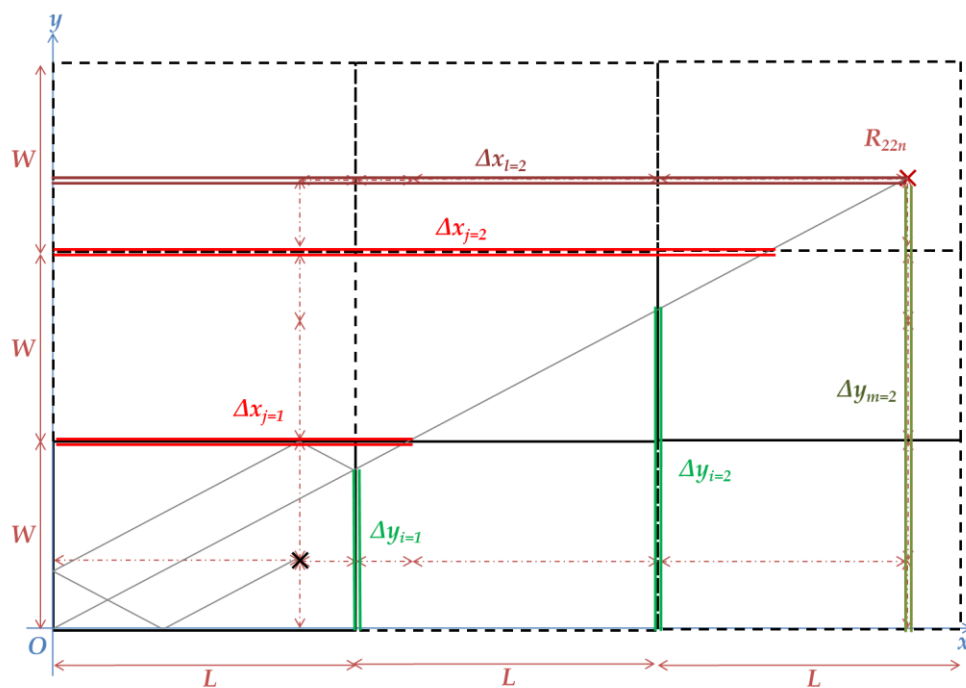


Σχήμα 10. Τριδιάστατη απεικόνιση της γεωμετρίας για τον υπολογισμό των ενδιάμεσων σημείων της ανάκλασης R_{l20} . Για ευκολία των υπολογισμών, η πηγή τοποθετείται στην αρχή των αξόνων O και στρέφεται προς θετικά z . Ωστόσο, τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται και όταν η πηγή τοποθετείται σε διαφορετικό ύψος και στρέφεται είτε προς την οροφή είτε προς το δάπεδο.

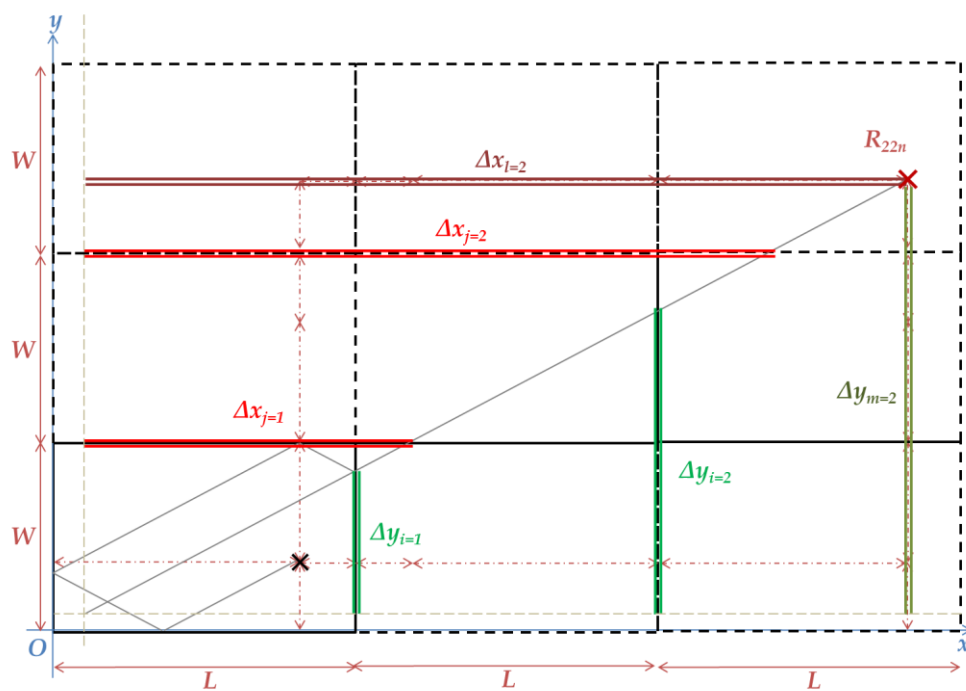
Στο Σχήμα 10, εικονίζεται μια τριδιάστατη παράσταση μιας δέσμης για την περίπτωση R_{120} ανάκλασης. Κατά τον άξονα x , η θεωρούμενη δέσμη τέμνει ένα (αφού $l=1$) εγκάρσιο τοίχωμα σε απόσταση L . Επομένως, ο δείκτης $i=1$ αναφέρεται στο πρώτο (και μοναδικό) τεμνόμενο τοίχωμα. Τότε, το σημείο τομής της δέσμης με το εγκάρσιο τοίχωμα έχει συντεταγμένες $(x_{i=1}=L, y_{i=1}, z_{i=1})$. Κατ' αντιστοιχία, στον άξονα y , η δέσμη τέμνει δύο (αφού $m=2$) εγκάρσια τοιχώματα (ένα πραγματικό και ένα εικονικό) σε απόσταση W και $2W$, αντίστοιχα. Επομένως, ο δείκτης $j=1$ αναφέρεται στο πρώτο τεμνόμενο τοίχωμα, ενώ ο δείκτης $j=2$ αναφέρεται στο δεύτερο τοίχωμα. Τότε, το πρώτο σημείο τομής έχει συντεταγμένες $(x_{j=1}, y_{j=1}=W, z_{j=1})$, ενώ το δεύτερο σημείο τομής έχει συντεταγμένες $(x_{j=2}, y_{j=2}=2W, z_{j=2})$. Στον άξονα z , η δέσμη δεν τέμνει κάποιο τοίχωμα, άρα εδώ ο δείκτης $k=0$.

Από τα όμοια τρίγωνα, που δημιουργούνται στη γεωμετρία του Σχήματος 11, μπορούν να προσδιοριστούν τα σημεία τομής της εικονικής δέσμης με τα εγκάρσια τοιχώματα ως προς κάθε άξονα, με τη βοήθεια των έγχρωμων (πράσινων και κόκκινων) μηκών.

Από την παρακάτω γεωμετρία προκύπτουν τα εικονικά μήκη (μετατοπίσεις ακριβέστερα), που προσδιορίζουν τη θέση κάθε εικονικού σημείου τομής σε κάθε άξονα και στη συνέχεια τη θέση των πραγματικών σημείων ανάκλασης σε κάθε τοίχωμα. Επιπλέον, μπορούν να προσδιοριστούν και τα επιμέρους ευθύγραμμα μήκη διάδοσης της δέσμης, που είναι χρήσιμα στον υπολογισμό της ισχύος λήψης στο δέκτη.



(a)



(b)

Σχήμα 11. Διδιάστατη απεικόνιση της γεωμετρίας για τον υπολογισμό των ενδιάμεσων σημείων της ανάκλασης R_{22n} . (a) Περίπτωση προβολέα επάνω στην κορυφή, (b) περίπτωση προβολέα τοποθετημένου εκτός κορυφής (offset).

Για τον άξονα x , οι θέσεις των εικονικών σημείων τομής (για την απλουστευμένη περίπτωση) καθορίζονται από τις μετατοπίσεις, που δίνονται από το σύνολο εξισώσεων (18.1a):

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{virt},i} &= iL, \\ \Delta y_{\text{virt},i} &= iL \frac{\Delta y_m}{\Delta x_l}, \\ \Delta z_{\text{virt},i} &= iL \frac{\Delta z_n}{\Delta x_l}.\end{aligned}\tag{18.1a}$$

Ενώ, οι θέσεις των εικονικών σημείων τομής (για την γενικευμένη περίπτωση) καθορίζονται από τις μετατοπίσεις, που δίνονται από το σύνολο εξισώσεων (18.1b):

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{virt},i} &= iL - x_o, \\ \Delta y_{\text{virt},i} &= iL \frac{\Delta y_m}{\Delta x_l} - y_o, \\ \Delta z_{\text{virt},i} &= iL \frac{\Delta z_n}{\Delta x_l} - z_o.\end{aligned}\tag{18.1b}$$

Με τη βοήθεια των εξισώσεων (18.1a/b) και της συνολικής απόστασης διάδοσης d_{lmn} , για κάθε προβολέα LED, η απόσταση κάθε εικονικού σημείου από τη θέση του προβολέα είναι:

$$d_i = \sqrt{\Delta x_{\text{virt},i}^2 + \Delta y_{\text{virt},i}^2 + \Delta z_{\text{virt},i}^2} = \frac{iL}{x_l} \sqrt{\Delta x_l^2 + \Delta y_m^2 + \Delta z_n^2} = \frac{iL}{\Delta x_l} d_{lmn}\tag{18.2}$$

Οι αντίστοιχες μετατοπίσεις για τον άξονα y , για την απλουστευμένη περίπτωση δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{virt},j} &= jW \frac{\Delta x_l}{\Delta y_m}, \\ \Delta y_{\text{virt},j} &= jW, \end{aligned} \tag{19.1a}$$

$$\Delta z_{\text{virt},j} = jW \frac{\Delta z_n}{\Delta y_m}.$$

Ενώ, για την γενικευμένη περίπτωση, δίνονται από το επόμενο σύνολο εξισώσεων:

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{virt},j} &= jW \frac{\Delta x_l}{\Delta y_m} - x_o, \\ \Delta y_{\text{virt},j} &= jW - y_o, \end{aligned} \tag{19.1b}$$

$$\Delta z_{\text{virt},j} = jW \frac{\Delta z_n}{\Delta y_m} - z_o.$$

Ακόμη, η απόσταση κάθε εικονικού σημείου από τη θέση του προβολέα είναι:

$$d_j = \sqrt{\Delta x_{\text{virt},j}^2 + \Delta y_{\text{virt},j}^2 + \Delta z_{\text{virt},j}^2} = \frac{jW}{y_m} \sqrt{\Delta x_l^2 + \Delta y_m^2 + \Delta z_n^2} = \frac{jW}{\Delta y_m} d_{lmn} \tag{19.2}$$

Τέλος, οι αντίστοιχες μετατοπίσεις για τον άξονα z , για την απλουστευμένη περίπτωση δίνονται από τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{virt},k} &= kH \frac{\Delta x_l}{\Delta z_n}, \\ \Delta y_{\text{virt},k} &= kH \frac{\Delta y_m}{\Delta z_n}, \\ \Delta z_{\text{virt},k} &= kH.\end{aligned}\tag{20.1a}$$

Και για τη γενικευμένη περίπτωση, κατά τον άξονα z :

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{virt},k} &= kH \frac{\Delta x_l}{\Delta z_n} - x_o, \\ \Delta y_{\text{virt},k} &= kH \frac{\Delta y_m}{\Delta z_n} - y_o, \\ \Delta z_{\text{virt},k} &= kH - z_o.\end{aligned}\tag{20.1b}$$

Επίσης, η απόσταση κάθε εικονικού σημείου από τη θέση του προβολέα είναι:

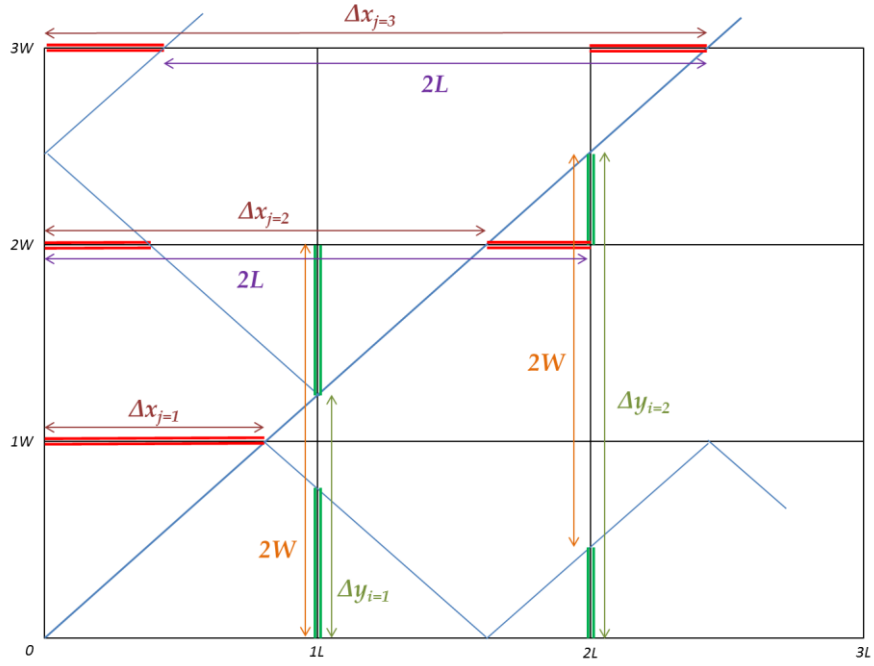
$$d_k = \sqrt{\Delta x_{\text{virt},k}^2 + \Delta y_{\text{virt},k}^2 + \Delta z_{\text{virt},k}^2} = \frac{kH}{z_k} \sqrt{\Delta x_l^2 + \Delta y_m^2 + \Delta z_n^2} = \frac{kH}{\Delta z_k} d_{lmn}\tag{20.2}$$

Συγκρίνοντας και διατάσσοντας σε αύξουσα σειρά τις αποστάσεις d_i , d_j και d_k για όλα τα i, j, k , λαμβάνεται η διαδοχή των εγκάρσιων επιπέδων πρόσπτωσης. Για παράδειγμα, έστω ότι για την περίπτωση R_{201} ισχύει: $d_{i=1} < d_{k=1} < d_{i=2}$. Τότε, κάποιος μπορεί να καταλάβει, ότι η υπό μελέτη δέσμη, θα προσπέσει πρώτα στο πρώτο επίπεδο yz , έπειτα στο πρώτο επίπεδο xy και τέλος στο δεύτερο επίπεδο yz , προτού καταλήξει στο σημείο παρατήρησης. Είναι προφανές, ότι για $i=0$, $j=0$ και $k=0$, που αντιστοιχούν στα τρία εγκάρσια επίπεδα, που διέρχονται από την αρχή των αξόνων, δηλαδή την αρχή μέτρησης των μηκών d , οι αποστάσεις διάδοσης είναι μηδενικές και γι' αυτό δεν λαμβάνονται υπ' όψιν στις παραπάνω συγκρίσεις. Στο τέλος αυτής της ενότητας, παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος ταξινόμησης των αποστάσεων d_i , d_j και d_k , βάσει της οποίας ευρίσκεται η διαδοχή των σημείων ανάκλασης και των αντίστοιχων γωνιών πρόσπτωσης.

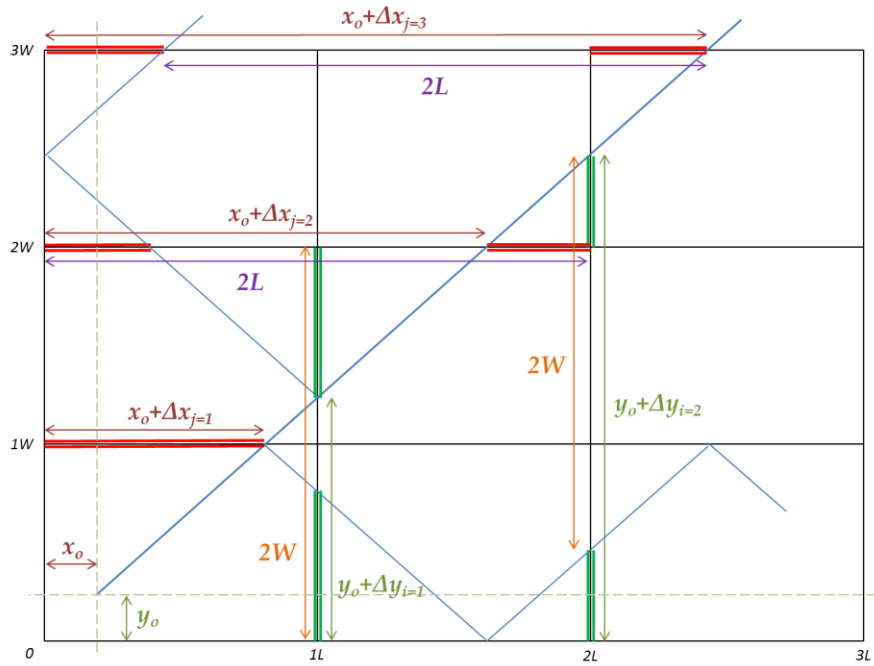
3.4.2. Υπολογισμός των πραγματικών σημείων ανάκλασης μιας δέσμης

Σε αυτό το σημείο, μπορούν να εξαχθούν σχέσεις, που συνδέουν τα παραπάνω μήκη με τις πραγματικές θέσεις των σημείων ανάκλασης στα έξι τοιχώματα του δωματίου. Στο διδιάστατο Σχήμα 12, μια θεωρούμενη δέσμη μελετάται ξεχωριστά στους δυο άξονες x και y , καθώς αυτή διαπερνά μόνο τα εγκάρσια στους αντίστοιχους άξονες τοιχώματα και ανακλάται στα υπόλοιπα.

Παρατηρώντας τη γεωμετρία των τεθλασμένων δεσμών ως προς κάθε άξονα, προκύπτει ότι η συνάρτηση, που δίνει το μέγεθος των εγκάρσιων συντεταγμένων της πραγματικής θέσης του σημείου ανάκλασης, είναι περιοδική και ειδικότερα τριγωνικής κυματομορφής, με εύρος $[0, W]$ και περίοδο $2L$ ως προς τον άξονα x ή εύρος $[0, L]$ και περίοδο $2W$ ως προς τον άξονα y , αντίστοιχα. Επίσης, η διαμήκης συντεταγμένη ως προς κάθε άξονα, λογικά, εναλλάσσεται περιοδικά από L ή W αντίστοιχα σε 0, αφήνοντας την εντύπωση της αναδίπλωσης. Έτσι, τα εικονικά, εξωτερικά σημεία τομής, μεταφέρονται πάνω στα πραγματικά τοιχώματα του δωματίου. Τα παραπάνω μπορούν να γενικευθούν και για τον άξονα z .



(a)



(b)

Σχήμα 12. Διδιάστατη απεικόνιση της γεωμετρίας για τον υπολογισμό των πραγματικών σημείων της ανάκλασης R_{22n} . (a) Περίπτωση προβολέα επάνω στην κορυφή, (b) περίπτωση προβολέα τοποθετημένου εκτός κορυφής (offset).

Μετασχηματίζοντας κατάλληλα τον τύπο του τριγωνικού κύματος, που δίνεται ως η απόλυτη τιμή του πριονωτού κύματος [41] και χρησιμοποιώντας τα σύνολα εξισώσεων (18.1a), (19.1a) και (20.1a), προκύπτουν οι εξής σχέσεις για τον άξονα x , συναρτήσει του δείκτη i :

$$\Delta x_{real,i} = \frac{L}{2} [1 - (-1)^i],$$

$$\Delta y_{real,i} = \left| \Delta y_{virt,i} - 2W \left[\frac{\Delta y_{virt,i}}{2W} + \frac{1}{2} \right] \right| = \left| iL \frac{\Delta y_m}{\Delta x_l} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(i \frac{L}{W} \frac{\Delta y_m}{\Delta x_l} + 1 \right) \right] \right|, \quad (21.1a)$$

$$\Delta z_{real,i} = \left| \Delta z_{virt,i} - 2H \left[\frac{\Delta z_{virt,i}}{2H} + \frac{1}{2} \right] \right| = \left| iL \frac{\Delta z_n}{\Delta x_l} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(i \frac{L}{H} \frac{\Delta z_n}{\Delta x_l} + 1 \right) \right] \right|.$$

Για τον άξονα y , συναρτήσει του δείκτη j :

$$\Delta x_{real,j} = \left| \Delta x_{virt,j} - 2L \left[\frac{\Delta x_{virt,j}}{2L} + \frac{1}{2} \right] \right| = \left| jW \frac{\Delta x_l}{\Delta y_m} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(j \frac{W}{L} \frac{\Delta x_l}{\Delta y_m} + 1 \right) \right] \right|,$$

$$\Delta y_{real,j} = \frac{W}{2} [1 - (-1)^j], \quad (21.2a)$$

$$\Delta z_{real,j} = \left| \Delta z_{virt,j} - 2H \left[\frac{\Delta z_{virt,j}}{2H} + \frac{1}{2} \right] \right| = \left| jW \frac{\Delta z_n}{\Delta y_m} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(j \frac{W}{H} \frac{\Delta z_n}{\Delta y_m} + 1 \right) \right] \right|.$$

Και για τον άξονα z, συναρτήσει του δείκτη k:

$$\begin{aligned}\Delta x_{real,k} &= \left| \Delta x_{virt,k} - 2L \left[\frac{\Delta x_{virt,k}}{2L} + \frac{1}{2} \right] \right| = \left| kH \frac{\Delta x_l}{\Delta z_n} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(k \frac{H}{L} \frac{\Delta x_l}{\Delta z_n} + 1 \right) \right] \right|, \\ \Delta y_{real,k} &= \left| \Delta y_{virt,k} - 2W \left[\frac{\Delta y_{virt,k}}{2W} + \frac{1}{2} \right] \right| = \left| kH \frac{\Delta y_m}{\Delta z_n} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(k \frac{H}{W} \frac{\Delta y_m}{\Delta z_n} + 1 \right) \right] \right|, \quad (21.3a) \\ \Delta z_{real,k} &= \frac{H}{2} [1 - (-1)^k].\end{aligned}$$

Αντίστοιχα, για τη γενικευμένη περίπτωση των προβολών, που βρίσκονται εκτός των κορυφών, οι παραπάνω σχέσεις τροποποιούνται ως εξής με βάση τα σύνολα εξισώσεων (18.1b), (19.1b) και (20.1b).

Για τον άξονα x, συναρτήσει του δείκτη i:

$$\begin{aligned}\Delta x_{real,i} &= \frac{L}{2} [1 - (-1)^i], \\ \Delta y_{real,i} &= \left| (y_o + \Delta y_{virt,i}) - 2W \left[\frac{(y_o + \Delta y_{virt,i})}{2W} + \frac{1}{2} \right] \right| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta y_{real,i} = \left| y_o + iL \frac{\Delta y_m}{\Delta x_l} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_o}{W} + i \frac{L}{W} \frac{\Delta y_m}{\Delta x_l} + 1 \right) \right] \right|, \quad (21.1b) \\ \Delta z_{real,i} &= \left| (z_o + \Delta z_{virt,i}) - 2H \left[\frac{(z_o + \Delta z_{virt,i})}{2H} + \frac{1}{2} \right] \right| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta z_{real,i} = \left| z_o + iL \frac{\Delta z_n}{\Delta x_l} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_o}{H} + i \frac{L}{H} \frac{\Delta z_n}{\Delta x_l} + 1 \right) \right] \right|.\end{aligned}$$

Για τον άξονα y , συναρτήσει του δείκτη j :

$$\begin{aligned}\Delta x_{real,j} &= \left| (x_o + \Delta x_{virt,j}) - 2L \left[\frac{(x_o + \Delta x_{virt,j})}{2L} + \frac{1}{2} \right] \right| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta x_{real,j} = \left| x_o + jW \frac{\Delta x_l}{\Delta y_m} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_o}{L} + j \frac{W}{L} \frac{\Delta x_l}{\Delta y_m} + 1 \right) \right] \right|, \\ \Delta y_{real,j} &= \frac{W}{2} [1 - (-1)^j],\end{aligned}\tag{21.2b}$$

$$\begin{aligned}\Delta z_{real,j} &= \left| (z_o + \Delta z_{virt,j}) - 2H \left[\frac{(z_o + \Delta z_{virt,j})}{2H} + \frac{1}{2} \right] \right| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta z_{real,j} = \left| z_o + jW \frac{\Delta z_n}{\Delta y_m} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_o}{H} + j \frac{W}{H} \frac{\Delta z_n}{\Delta y_m} + 1 \right) \right] \right|.\end{aligned}$$

Και για τον άξονα z , συναρτήσει του δείκτη k :

$$\begin{aligned}\Delta x_{real,k} &= \left| (x_o + \Delta x_{virt,k}) - 2L \left[\frac{(x_o + \Delta x_{virt,k})}{2L} + \frac{1}{2} \right] \right| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta x_{real,k} = \left| x_o + kH \frac{\Delta x_l}{\Delta z_n} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_o}{L} + k \frac{H}{L} \frac{\Delta x_l}{\Delta z_n} + 1 \right) \right] \right|, \\ \Delta y_{real,k} &= \left| (y_o + \Delta y_{virt,k}) - 2W \left[\frac{(y_o + \Delta y_{virt,k})}{2W} + \frac{1}{2} \right] \right| \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta y_{real,k} = \left| y_o + kH \frac{\Delta y_m}{\Delta z_n} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_o}{W} + k \frac{H}{W} \frac{\Delta y_m}{\Delta z_n} + 1 \right) \right] \right|,\end{aligned}\tag{21.3b}$$

$$\Delta z_{real,k} = \frac{H}{2} [1 - (-1)^k].$$

Ωστόσο, εάν κάποιος θελήσει να γράψει τις συντεταγμένες των πραγματικών σημείων ανάκλασης από κάθε προβολέα LED στο ίδιο σύστημα αναφοράς, ώστε όλοι οι περαιτέρω υπολογισμοί να γίνονται σε ένα ενιαίο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς, θα πρέπει να λάβει υπ' όψιν του, ότι ορισμένες συντεταγμένες της θέσης των προβολέων LED (στην απλουστευμένη περίπτωση) δεν είναι 0. Για παράδειγμα, στον άξονα x , μια δέσμη προερχόμενη από τον προβολέα “LED A”, που βρίσκεται στο $x=0$, θα ανακλαστεί απέναντι στο σημείο $x=L$, όπως υποδεικνύεται από την πρώτη εξίσωση του συνόλου εξισώσεων (21.1) για $i=1$. Όμως, μια δέσμη προερχόμενη από τον προβολέα “LED D”, που βρίσκεται στο $x=L$, θα ανακλαστεί, διαισθητικά, απέναντι στο σημείο $x=0$, το οποίο προβλέπεται από την ίδια εξίσωση αν το αποτέλεσμα αφαιρεθεί από την τιμή L . Δηλαδή, γι' αυτές τις περιπτώσεις το εύρος των τριγωνικών συναρτήσεων είναι από $L/(W/H)$ έως 0 και όχι από 0 έως $L/(W/H)$, όπως διατυπώθηκε παραπάνω. Γι' αυτό, οι εξισώσεις (21) ξαναγράφονται ξεχωριστά για κάθε προβολέα LED και συμπεριλαμβάνουν την περίπτωση, όπου όλοι οι προβολείς βρίσκονται εκτός των κορυφών. Τα παρακάτω σύνολα εξισώσεων επιλέγονται ανάλογα με το αντίστοιχο επίπεδο πρόσπτωσης (ή τον κάθετο σε αυτό άξονα), που καθορίζεται από τη διάταξη των μηκών d , όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο.

Ειδικότερα, για τον προβολέα “LED A”, οι συντεταγμένες $(x_{A,real,i}, y_{A,real,i}, z_{A,real,i})$ των διαδοχικών i -ανακλάσεων κατά τον άξονα x είναι:

$$x_{A,real,i} = \frac{L}{2} [1 - (-1)^i],$$

$$y_{A,real,i} = \left| y_{A,o} + iL \frac{\Delta y_{A,m}}{\Delta x_{A,l}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{A,o}}{W} + i \frac{L}{W} \frac{\Delta y_{A,m}}{\Delta x_{A,l}} + 1 \right) \right] \right|, \quad (22.1)$$

$$z_{A,real,i} = H - \left| z_{A,o} + iL \frac{\Delta z_{A,n}}{\Delta x_{A,l}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{A,o}}{H} + i \frac{L}{H} \frac{\Delta z_{A,n}}{\Delta x_{A,l}} + 1 \right) \right] \right|.$$

Οι συντεταγμένες $(x_{A,real,j}, y_{A,real,j}, z_{A,real,j})$ των διαδοχικών j -ανακλάσεων κατά τον άξονα y είναι:

$$x_{A,real,j} = \left| x_{A,o} + jW \frac{\Delta x_{A,l}}{\Delta y_{A,m}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{A,o}}{L} + j \frac{W}{L} \frac{\Delta x_{A,l}}{\Delta y_{A,m}} + 1 \right) \right] \right|,$$

$$y_{A,real,j} = \frac{W}{2} [1 - (-1)^j], \quad (22.2)$$

$$z_{A,real,j} = H - \left| z_{A,o} + jW \frac{\Delta z_{A,n}}{\Delta y_{A,m}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{A,o}}{H} + j \frac{W}{H} \frac{\Delta z_{A,n}}{\Delta y_{A,m}} + 1 \right) \right] \right|.$$

Και οι συντεταγμένες $(x_{A,real,k}, y_{A,real,k}, z_{A,real,k})$ των διαδοχικών k -ανακλάσεων κατά τον άξονα z είναι:

$$x_{A,real,k} = \left| x_{A,o} + kH \frac{\Delta x_{A,l}}{\Delta z_{A,n}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{A,o}}{L} + k \frac{H}{L} \frac{\Delta x_{A,l}}{\Delta z_{A,n}} + 1 \right) \right] \right|,$$

$$y_{A,real,k} = \left| y_{A,o} + kH \frac{\Delta y_{A,m}}{\Delta z_{A,n}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{A,o}}{W} + k \frac{H}{W} \frac{\Delta y_{A,m}}{\Delta z_{A,n}} + 1 \right) \right] \right|, \quad (22.3)$$

$$z_{A,real,k} = H - \frac{H}{2} [1 - (-1)^k] = \frac{H}{2} [1 + (-1)^k].$$

Για τον προβολέα “LED B” οι συντεταγμένες $(x_{B,real,i}, y_{B,real,i}, z_{B,real,i})$ των διαδοχικών i -ανακλάσεων κατά τον άξονα x είναι:

$$\begin{aligned}
 x_{B,real,i} &= \frac{L}{2} [1 - (-1)^i], \\
 y_{B,real,i} &= W - \left| y_{B,o} + iL \frac{\Delta y_{B,m}}{\Delta x_{B,l}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{B,o}}{W} + i \frac{L}{W} \frac{\Delta y_{B,m}}{\Delta x_{B,l}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 z_{B,real,i} &= H - \left| z_{B,o} + iL \frac{\Delta z_{B,n}}{\Delta x_{B,l}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{B,o}}{H} + i \frac{L}{H} \frac{\Delta z_{B,n}}{\Delta x_{B,l}} + 1 \right) \right] \right|.
 \end{aligned} \tag{23.1}$$

Οι συντεταγμένες $(x_{B,real,j}, y_{B,real,j}, z_{B,real,j})$ των διαδοχικών j -ανακλάσεων κατά τον άξονα y είναι:

$$\begin{aligned}
 x_{B,real,j} &= \left| x_{B,o} + jW \frac{\Delta x_{B,l}}{\Delta y_{B,m}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{B,o}}{L} + j \frac{W}{L} \frac{\Delta x_{B,l}}{\Delta y_{B,m}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 y_{B,real,j} &= W - \frac{W}{2} [1 - (-1)^j] = \frac{W}{2} [1 + (-1)^j], \\
 z_{B,real,j} &= H - \left| z_{B,o} + jW \frac{\Delta z_{B,n}}{\Delta y_{B,m}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{B,o}}{H} + j \frac{W}{H} \frac{\Delta z_{B,n}}{\Delta y_{B,m}} + 1 \right) \right] \right|.
 \end{aligned} \tag{23.2}$$

Και οι συντεταγμένες $(x_{B,real,k}, y_{B,real,k}, z_{B,real,k})$ των διαδοχικών k -ανακλάσεων κατά τον άξονα z είναι:

$$\begin{aligned}
 x_{B,real,k} &= \left| x_{B,o} + kH \frac{\Delta x_{B,l}}{\Delta z_{B,n}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{B,o}}{L} + k \frac{H}{L} \frac{\Delta x_{B,l}}{\Delta z_{B,n}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 y_{B,real,k} &= W - \left| y_{B,o} + kH \frac{\Delta y_{B,m}}{\Delta z_{B,n}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{B,o}}{W} + k \frac{H}{W} \frac{\Delta y_{B,m}}{\Delta z_{B,n}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 z_{B,real,k} &= H - \frac{H}{2} [1 - (-1)^k] = \frac{H}{2} [1 + (-1)^k].
 \end{aligned} \tag{23.3}$$

Για τον προβολέα “LED C” οι συντεταγμένες $(x_{C,real,i}, y_{C,real,i}, z_{C,real,i})$ των διαδοχικών i -ανακλάσεων κατά τον άξονα x είναι:

$$\begin{aligned}
 x_{C,real,i} &= L - \frac{L}{2} [1 - (-1)^i] = \frac{L}{2} [1 + (-1)^i], \\
 y_{C,real,i} &= W - \left| y_{C,o} + iL \frac{\Delta y_{C,m}}{\Delta x_{C,l}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{C,o}}{W} + i \frac{L}{W} \frac{\Delta y_{C,m}}{\Delta x_{C,l}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 z_{C,real,i} &= H - \left| z_{C,o} + iL \frac{\Delta z_{C,n}}{\Delta x_{C,l}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{C,o}}{H} + i \frac{L}{H} \frac{\Delta z_{C,n}}{\Delta x_{C,l}} + 1 \right) \right] \right|.
 \end{aligned} \tag{24.1}$$

Οι συντεταγμένες $(x_{C,real,j}, y_{C,real,j}, z_{C,real,j})$ των διαδοχικών j -ανακλάσεων κατά τον άξονα y είναι:

$$x_{C,real,j} = L - \left| x_{C,o} + jW \frac{\Delta x_{C,l}}{\Delta y_{C,m}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{C,o}}{L} + j \frac{W}{L} \frac{\Delta x_{C,l}}{\Delta y_{C,m}} + 1 \right) \right] \right|,$$

$$y_{C,real,j} = W - \frac{W}{2} [1 - (-1)^j] = \frac{W}{2} [1 + (-1)^j], \quad (24.2)$$

$$z_{C,real,j} = H - \left| z_{C,o} + jW \frac{\Delta z_{C,n}}{\Delta y_{C,m}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{C,o}}{H} + j \frac{W}{H} \frac{\Delta z_{C,n}}{\Delta y_{C,m}} + 1 \right) \right] \right|.$$

Και οι συντεταγμένες $(x_{C,real,k}, y_{C,real,k}, z_{C,real,k})$ των διαδοχικών k -ανακλάσεων κατά τον άξονα z είναι:

$$x_{C,real,k} = L - \left| x_{C,o} + kH \frac{\Delta x_{C,l}}{\Delta z_{C,n}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{C,o}}{L} + k \frac{H}{L} \frac{\Delta x_{C,l}}{\Delta z_{C,n}} + 1 \right) \right] \right|,$$

$$y_{C,real,k} = W - \left| y_{C,o} + kH \frac{\Delta y_{C,m}}{\Delta z_{C,n}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{C,o}}{W} + k \frac{H}{W} \frac{\Delta y_{C,m}}{\Delta z_{C,n}} + 1 \right) \right] \right|, \quad (24.3)$$

$$z_{C,real,k} = H - \frac{H}{2} [1 - (-1)^k] = \frac{H}{2} [1 + (-1)^k].$$

Τέλος, για τον προβολέα “LED D” οι συντεταγμένες $(x_{D,real,i}, y_{D,real,i}, z_{D,real,i})$ των διαδοχικών i -ανακλάσεων κατά τον άξονα x είναι:

$$\begin{aligned}
 x_{D,real,i} &= L - \frac{L}{2} [1 - (-1)^i] = \frac{L}{2} [1 + (-1)^i], \\
 y_{D,real,i} &= \left| y_{D,o} + iL \frac{\Delta y_{D,m}}{\Delta x_{D,l}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{D,o}}{W} + i \frac{L}{W} \frac{\Delta y_{D,m}}{\Delta x_{D,l}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 z_{D,real,i} &= H - \left| z_{D,o} + iL \frac{\Delta z_{D,n}}{\Delta x_{D,l}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{D,o}}{H} + i \frac{L}{H} \frac{\Delta z_{D,n}}{\Delta x_{D,l}} + 1 \right) \right] \right|.
 \end{aligned} \tag{25.1}$$

Οι συντεταγμένες $(x_{D,real,j}, y_{D,real,j}, z_{D,real,j})$ των διαδοχικών j -ανακλάσεων κατά τον άξονα y είναι:

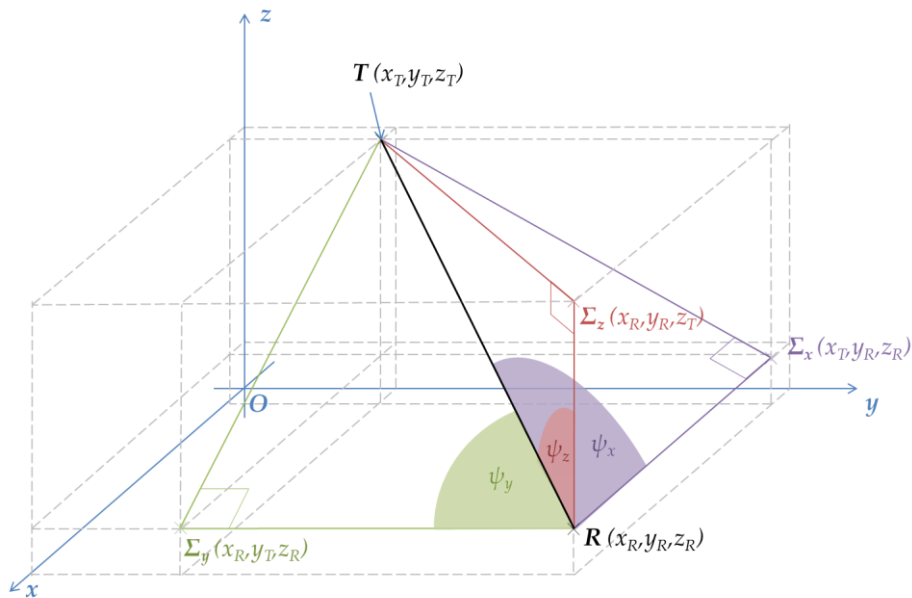
$$\begin{aligned}
 x_{D,real,j} &= L - \left| x_{D,o} + jW \frac{\Delta x_{D,l}}{\Delta y_{D,m}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{D,o}}{L} + j \frac{W}{L} \frac{\Delta x_{D,l}}{\Delta y_{D,m}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 y_{D,real,j} &= \frac{W}{2} [1 - (-1)^j], \\
 z_{D,real,j} &= H - \left| z_{D,o} + jW \frac{\Delta z_{D,n}}{\Delta y_{D,m}} - 2H \left[\frac{1}{2} \left(\frac{z_{D,o}}{H} + j \frac{W}{H} \frac{\Delta z_{D,n}}{\Delta y_{D,m}} + 1 \right) \right] \right|.
 \end{aligned} \tag{25.2}$$

Και οι συντεταγμένες $(x_{D,real,k}, y_{D,real,k}, z_{D,real,k})$ των διαδοχικών k -ανακλάσεων κατά τον άξονα z είναι:

$$\begin{aligned}
 x_{D,real,k} &= L - \left| x_{D,o} + kH \frac{\Delta x_{D,l}}{\Delta z_{D,n}} - 2L \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x_{D,o}}{L} + k \frac{H}{L} \frac{\Delta x_{D,l}}{\Delta z_{D,n}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 y_{D,real,k} &= \left| y_{D,o} + kH \frac{\Delta y_{D,m}}{\Delta z_{D,n}} - 2W \left[\frac{1}{2} \left(\frac{y_{D,o}}{W} + k \frac{H}{W} \frac{\Delta y_{D,m}}{\Delta z_{D,n}} + 1 \right) \right] \right|, \\
 z_{D,real,k} &= H - \frac{H}{2} [1 - (-1)^k] = \frac{H}{2} [1 + (-1)^k].
 \end{aligned} \tag{25.3}$$

3.5. Υπολογισμός των διαδοχικών γωνιών πρόσπτωσης/ανάκλασης μιας ανακλώμενης δέσμης

Γνωρίζοντας, πλέον, τα διαδοχικά, πραγματικά σημεία ανάκλασης, μπορούν να υπολογιστούν διαδοχικά και οι γωνίες πρόσπτωσης/ανάκλασης ψ σε αυτά. Ωστόσο, επειδή μια δέσμη δύναται να ανακλαστεί από τρία κάθετα επίπεδα, η κατάλληλη γωνία ψ θα είναι μια από τις τρεις, που υπολογίζονται παρακάτω με τη βοήθεια του Σχήματος 13, ανάλογα με το επίπεδο πρόσπτωσης (ή τον κάθετο σε αυτό άξονα), που καθορίζεται από τη διάταξη των μηκών d , όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο.



Σχήμα 13. Τριδιάστατη απεικόνιση της γεωμετρίας για τον υπολογισμό των γωνιών πρόσπτωσης/ανάκλασης ψ στα τρία εγκάρσια επίπεδα.

Έστω ένα τμήμα ανάκλασης της δέσμης, που προέρχεται από το σημείο $T(x_T, y_T, z_T)$ και προσπίπτει στο σημείο $R(x_R, y_R, z_R)$.

Εάν το σημείο R ανήκει σε ένα εγκάρσιο ως προς τον άξονα x επίπεδο (δηλ. παράλληλο του επιπέδου yz), τότε εισάγεται ένα βοηθητικό σημείο Σ_x με συντεταγμένες (x_T, y_R, z_R) , το οποίο αποτελεί κορυφή ορθής γωνίας του (μωβ) τριγώνου $TR\Sigma_x$. Επομένως, χρησιμοποιώντας την ορθογωνιότητα του τριγώνου, η γωνία ψ ως προς τον άξονα x , ψ_x , μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} \cos \psi_x &= \frac{R\Sigma_x}{RT} \Leftrightarrow \psi_x = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{(x_R - x_T)^2 + (y_R - y_R)^2 + (z_R - z_R)^2}}{\sqrt{(x_R - x_T)^2 + (y_R - y_T)^2 + (z_R - z_T)^2}} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_x &= \tan^{-1} \left(\frac{|x_R - x_T|}{\|\vec{RT}\|} \right) \end{aligned} \quad (26.1)$$

Αντίστοιχα, εάν το σημείο R ανήκει σε ένα εγκάρσιο ως προς τον άξονα y επίπεδο (δηλ. παράλληλο του επιπέδου xz), τότε εισάγεται ένα βοηθητικό σημείο Σ_y με συντεταγμένες (x_R, y_T, z_R) , το οποίο αποτελεί κορυφή ορθής γωνίας του (πράσινου) τριγώνου $TR\Sigma_y$. Επομένως, χρησιμοποιώντας την ορθογωνιότητα του τριγώνου, η γωνία ψ ως προς τον άξονα y , ψ_y , μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} \cos \psi_y &= \frac{R\Sigma_y}{RT} \Leftrightarrow \psi_y = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{(x_R - x_R)^2 + (y_R - y_T)^2 + (z_R - z_R)^2}}{\sqrt{(x_R - x_T)^2 + (y_R - y_T)^2 + (z_R - z_T)^2}} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_y &= \tan^{-1} \left(\frac{|y_R - y_T|}{\|\vec{RT}\|} \right) \end{aligned} \quad (26.2)$$

Τέλος, εάν το σημείο R ανήκει σε ένα εγκάρσιο ως προς τον άξονα z επίπεδο (δηλ. παράλληλο του επιπέδου xy), τότε εισάγεται ένα βοηθητικό σημείο Σ_z με συντεταγμένες (x_R, y_R, z_T) , το οποίο αποτελεί κορυφή ορθής γωνίας του (ροζ) τριγώνου $TR\Sigma_z$. Επομένως, χρησιμοποιώντας την ορθογωνιότητα του τριγώνου, η γωνία ψ ως προς τον άξονα z , ψ_z , μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned} \cos \psi_z = \frac{R \Sigma_z}{RT} &\Leftrightarrow \psi_y = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{(x_R - x_R)^2 + (y_R - y_R)^2 + (z_R - z_T)^2}}{\sqrt{(x_R - x_T)^2 + (y_R - y_T)^2 + (z_R - z_T)^2}} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \psi_z &= \tan^{-1} \left(\frac{|z_R - z_T|}{\|\vec{RT}\|} \right) \end{aligned} \quad (26.3)$$

όπου το $\|\vec{RT}\|$, σε καθεμιά από τις παραπάνω περιπτώσεις, είναι το μήκος του θεωρούμενου τμήματος ανάκλασης.

4. Υπολογισμός της ισχύος λήψης με τη βοήθεια του μοντέλου

Lambert

Ο κύριος στόχος του γεωμετρικού μοντέλου, που αναπτύσσεται σε αυτήν την ενότητα, είναι η εκτίμηση της λαμβανόμενης ισχύος στο δέκτη. Όλες οι παράμετροι, που υπολογίστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, υπεισέρχονται άμεσα ή έμμεσα στο μοντέλο Lambert, που προτάθηκε ως καταλληλότερο για την παρούσα εργασία. Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό, για την περίπτωση μιας απευθείας δέσμης (βλ. Σχήμα 14(a), στο οποίο τα εμπλεκόμενα μεγέθη υποδηλώνονται με το δείκτη 0), ο τύπος που δίνει την ισχύ λήψης P_R είναι ο εξής [1],[4]-[6],[23]:

$$P_R = \begin{cases} P_T(\phi) \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d^2} A \cos(\chi) T_s(\chi) g(\chi) & , \phi < \phi_c \wedge \chi < \chi_c \Rightarrow \\ 0 & , \phi > \phi_c \vee \chi > \chi_c \end{cases} \quad (27)$$

$$\Rightarrow P_R = \begin{cases} P_T(0) \cos^m(\phi) \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d^2} A \cos(\chi) T_s(\chi) g(\chi) & , \phi < \phi_c \wedge \chi < \chi_c \\ 0 & , \phi > \phi_c \vee \chi > \chi_c \end{cases}$$

όπου $P_T(\phi)$: η ισχύς του προβολέα LED προς τη διεύθυνση, που σχηματίζει γωνία ϕ ως προς τον κεντρικό άξονα του κώνου εκπομπής του προβολέα LED,

$P_T(0)$: η (μέγιστη) κεντρική ισχύς εκπομπής του προβολέα LED,

$\tilde{m} = -\frac{\ln 2}{\ln(\cos \phi_{1/2})}$: η Lambertian τάξη του προβολέα, με ημι-γωνία ημίσειας

ισχύος (semi-angle) πομπού $\phi_{1/2}$,

ϕ : η γωνία ακτινοβολίας (irradiance angle) ως προς τον κεντρικό άξονα του κώνου εκπομπής,

ϕ_c : η μέγιστη γωνία ακτινοβολίας του κώνου εκπομπής ($1/2$ FOV πομπού),

χ : η γωνία πρόσπτωσης (incidence angle) ως προς τον κεντρικό άξονα του κώνου λήψης,

χ_c : η μέγιστη γωνία πρόσπτωσης του κώνου λήψης ($1/2$ FOV δέκτη),

d : το μήκος διάδοσης μεταξύ πομπού και δέκτη,

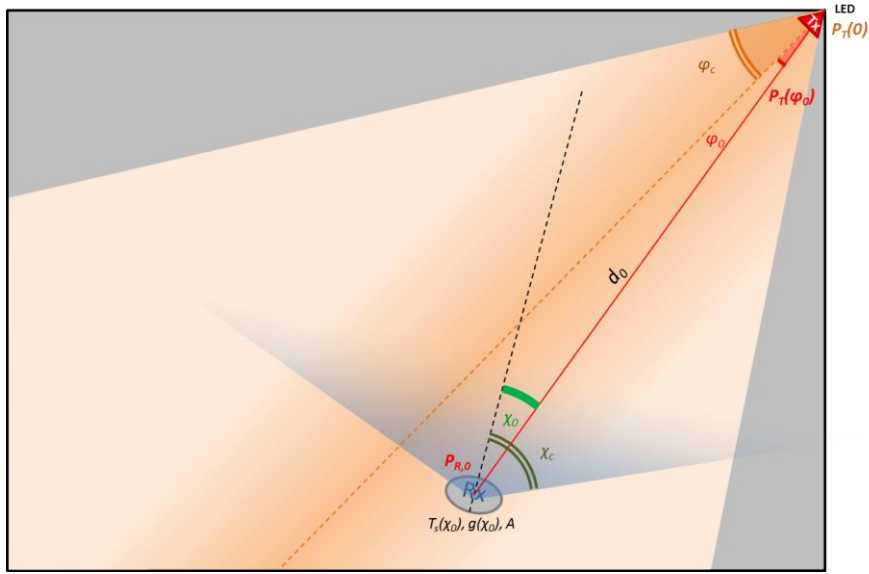
A : το εμβαδό της επιφάνειας του φωτοανιχνευτή,

$T_s(\chi)$: το κέρδος του οπτικού φίλτρου,

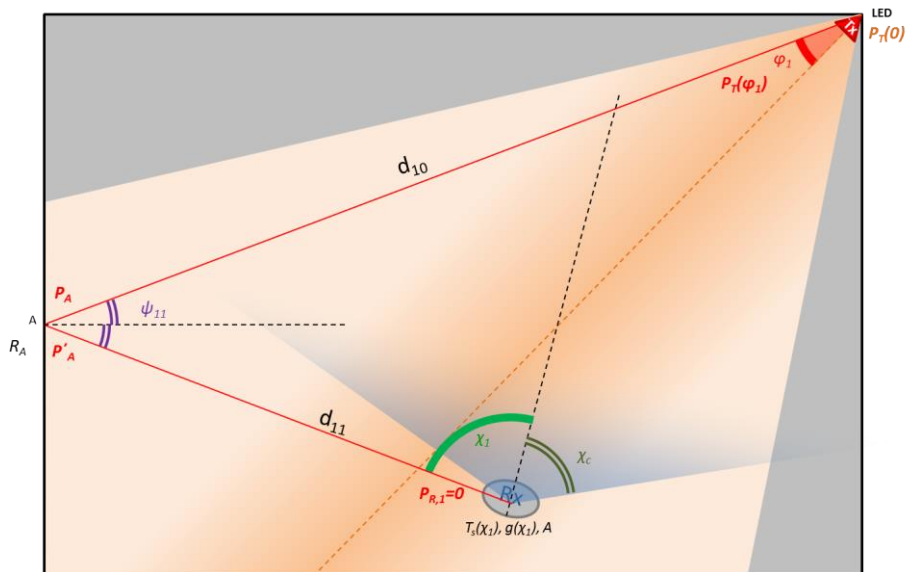
$g(\chi) = \left(\frac{n}{\sin \chi}\right)^2$: το κέρδος του οπτικού συγκεντρωτή και

n : ο δείκτης διάθλασης του υλικού του συγκεντρωτή.

Το μηδέν στο δεύτερο κλάδο υποδηλώνει, ότι εκτός των κώνων (Field-Of-View – FOV) εκπομπής και λήψης, η αναμενόμενη ισχύς λήψης είναι 0 [1],[6],[13].

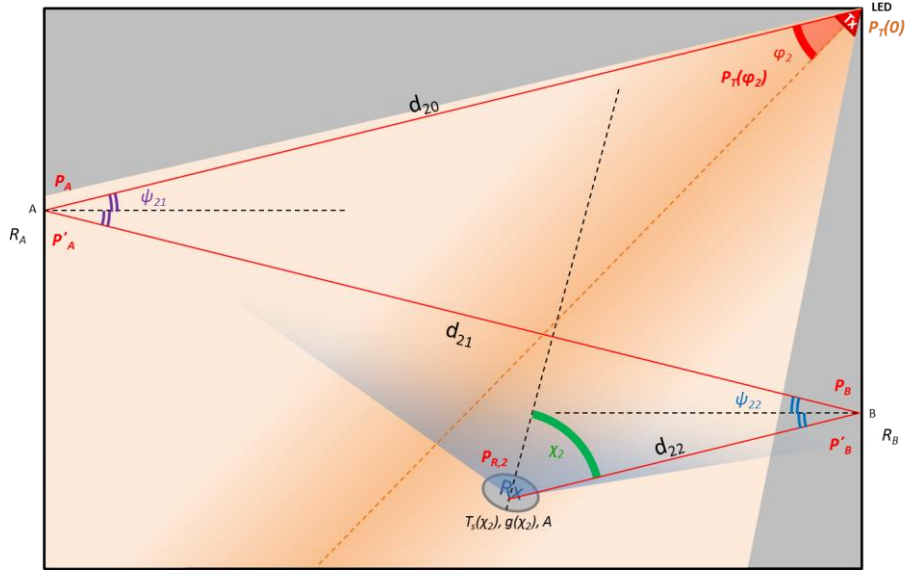


(a)

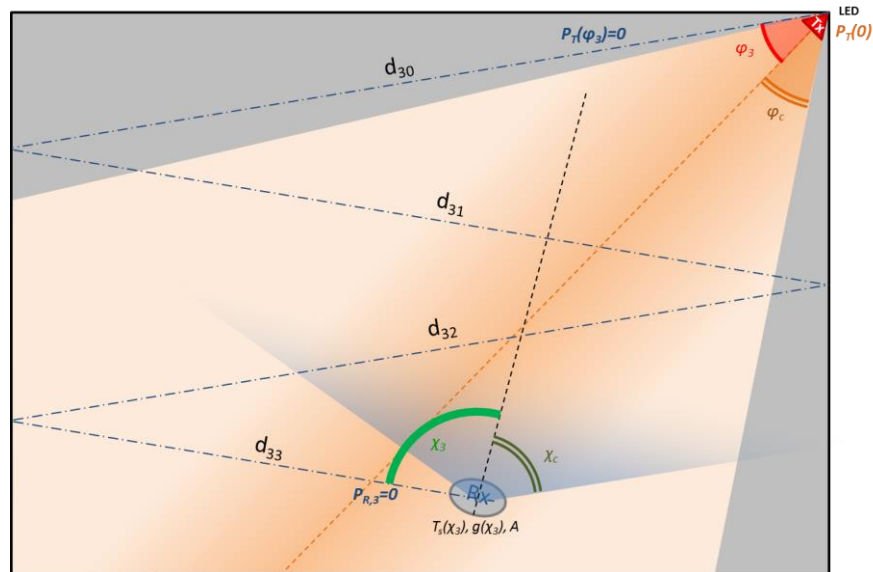


(b)

Σχήμα 14. Διδιάστατα σχήματα για την εφαρμογή του μοντέλου Lambert για τέσσερις αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις: (a) την απευθείας (LOS) δέσμη (τα μεγέθη υποδηλώνονται με το δείκτη 0), (b) μια πρώτη ανάκλαση (τα μεγέθη υποδηλώνονται με το δείκτη 1 και με τους δείκτες αρίθμησης 10 και 11), στην οποία η δέσμη καταλήγει εκτός του κώνου λήψης του δέκτη, άρα σε αυτήν την περίπτωση λαμβάνεται μηδενική ισχύς.



(c)



(d)

Σχήμα 14 (συνέχεια). Διδιάστατα σχήματα για την εφαρμογή του μοντέλου Lambert για τέσσερις αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις: (c) μια δεύτερη ανάκλαση (τα μεγέθη υποδηλώνονται με το δείκτη 2 και με τους δείκτες αρίθμησης 20, 21 και 22) και (d) μια τρίτη ανάκλαση (τα μεγέθη υποδηλώνονται με το δείκτη 3 και με τους δείκτες αρίθμησης 30, 31, 32 και 33), η οποία διέρχεται εκτός του κώνου εκπομπής του LED και, συνεπώς, αυτή η περίπτωση δεν δύναται να διαδοθεί και να καταλήξει στο δέκτη με μη μηδενική ισχύ.

Για την περιγραφή των ανακλάσεων, το μοντέλο Lambert εφαρμόζεται επαναληπτικά για κάθε τμήμα ανάκλασης, θεωρώντας δύο διαδοχικά σημεία ανάκλασης ως δευτερεύοντα πομπό και ενδιάμεσο δέκτη, αντίστοιχα. Στο χαρακτηριστικό παράδειγμα του Σχήματος 14(ς), η θεωρούμενη ανάκλαση αποτελείται από τρία τμήματα:

Στο πρώτο τμήμα, ο προβολέας LED βλέπει το σημείο A υπό γωνία φ_2 και εκπέμπει προς αυτό ισχύ $P_T(\varphi_2)$. Κατά τη διάδοση, η ισχύς εξασθενεί και μετά από απόσταση d_{20} , προσπίπτει υπό γωνία ψ_{21} στο σημείο A, το οποίο δέχεται ισχύ P_A :

$$P_A = P_T(\varphi_2) \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d_{20}^2} \cos(\psi_{21}) = [P_T(0) \cos^{\tilde{m}}(\varphi_2)] \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d_{20}^2} \cos(\psi_{21}) \quad (28)$$

Η περιοχή του σημείου A χαρακτηρίζεται από έναν συντελεστή ανάκλασης R_A , ο οποίος «διαμορφώνει» την ισχύ P'_A , που θα επανεκπεμφθεί προς το σημείο B υπό γωνία ψ_{22} (εν γένει) διανύοντας απόσταση d_{21} . Τότε, το σημείο B θα δεχθεί ισχύ P_B :

$$P_B = P'_A \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d_{21}^2} \cos(\psi_{22}) = (P_A R_A) \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d_{21}^2} \cos(\psi_{22}) \quad (29)$$

Πάλι, η περιοχή του σημείου B χαρακτηρίζεται από έναν συντελεστή ανάκλασης R_B , ο οποίος «διαμορφώνει» την ισχύ P'_B , που θα επανεκπεμφθεί προς το δέκτη διανύοντας απόσταση d_{22} . Τότε, ο δέκτης θα λάβει ισχύ P_R θεωρώντας το σημείο B ως πομπό υπό γωνία χ_2 :

$$P_R = P'_B \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d_{22}^2} A \cos(\chi_2) T_s(\chi_2) g(\chi_2) = (P_B R_B) \frac{\tilde{m}+1}{2\pi d_{22}^2} A \cos(\chi_2) T_s(\chi_2) g(\chi_2) \quad (30)$$

Εάν μελετάται η περίπτωση της πρώτης ανάκλασης, η εξίσωση 29 εξαλείφεται, ενώ στις περιπτώσεις τρίτης ή μεγαλύτερης τάξης η εξίσωση 29 επαναλαμβάνεται για όλα τα ενδιάμεσα σημεία ανάκλασης.

Από τα προηγούμενα, μπορούν να υπολογιστούν τα εξής μεγέθη:

Το μήκος διάδοσης d κάθε τμήματος ανάκλασης μπορεί πλέον να ευρεθεί από τα διατεταγμένα κατά αύξουσα σειρά μήκη d_i, d_j, d_k από την πηγή, που δίνονται από τις εξισώσεις (18.2), (19.2) και (20.2). Τότε, το μήκος διάδοσης του τρέχοντος τμήματος ανάκλασης είναι η διαφορά μήκους $d_i / d_j / d_k$ του τρέχοντος σημείου ανάκλασης, από αυτό του προηγούμενου.

Οι γωνίες πρόσπτωσης/ανάκλασης ψ δίνονται από τις εξισώσεις (26).

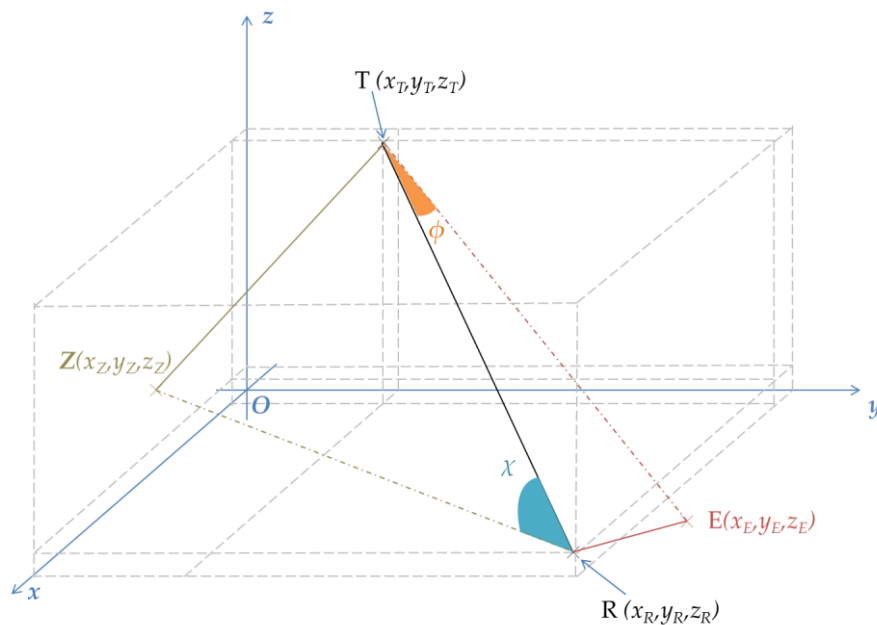
Οι συντελεστές ανάκλασης, εφόσον δεν είναι σταθεροί για όλα τα τοιχώματα του δωματίου, θα εξαρτώνται σε πρώτο βαθμό από το επίπεδο πρόσπτωσης (π.χ. συντελεστής ανάκλασης του δαπέδου ή της οροφής ή ενός τοίχου από ξύλο/σκυρόδεμα/υαλότουβλα) και σε δεύτερο βαθμό από το ιδιαίτερο σημείο πρόσπτωσης (π.χ. λεπτομερείς περιοχές διαφορετικού συντελεστή ανάκλασης, όπως τζάμι παραθύρου, ξύλο πόρτας κ.τ.λ.). **Τα ακριβή σημεία ανάκλασης** μπορούν να προσδιοριστούν από τα ήδη υπάρχοντα σύνολα εξισώσεων (22), (23), (24) και (25) για κάθε προβολέα LED.

Ωστόσο, είναι επίσης απαραίτητη η γνώση και των γωνιών φ και χ , που υπεισέρχονται σε αρκετές παραμέτρους του μοντέλου Lambert.

4.1. Υπολογισμός των γωνιών ακτινοβολίας και πρόσπτωσης στο δέκτη

4.1.1. Υπολογισμός των γωνιών ακτινοβολίας στο δέκτη

Σε κάθε περίπτωση, είναι απαραίτητη η γνώση των γωνιών φ και χ , για τις οποίες ισχύει ανάλογη γεωμετρία, η οποία απεικονίζεται στο Σχήμα 15.



Σχήμα 15. Τριδιάστατη απεικόνιση της γεωμετρίας για τον υπολογισμό των γωνιών ακτινοβολίας φ και πρόσπτωσης χ στο δέκτη.

Και στις δύο περιπτώσεις, η διεύθυνση μέγιστης ισχύος εκπομπής και λήψης θα καθορίζεται από ένα διάνυσμα με αρχή το σημείο εκπομπής ή λήψης αντίστοιχα και πέρας ένα σημείο του χώρου, το οποίο θα ανήκει στον άξονα του κώνου εκπομπής ή λήψης αντίστοιχα.

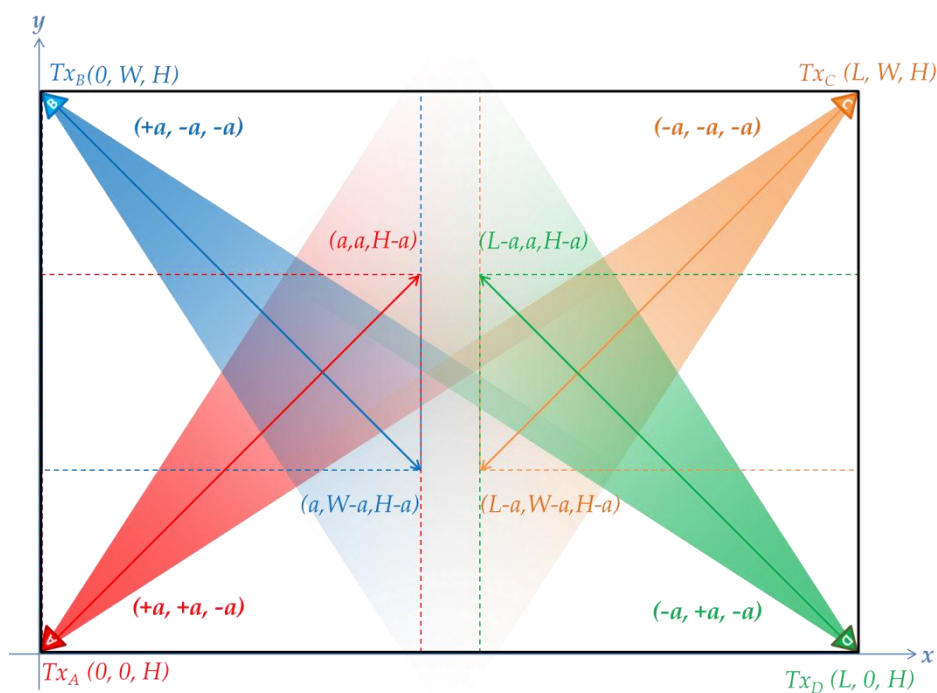
Έστω, ότι το σημείο E με συντεταγμένες (x_E, y_E, z_E) βρίσκεται στη διεύθυνση μέγιστης ισχύος εκπομπής από την πηγή T (x_T, y_T, z_T) . Τότε, από το νόμο συνημιτόνων, η γωνία ακτινοβολίας ϕ προς ένα σημείο λήψης ή πρώτης ανάκλασης R (x_R, y_R, z_R) θα δίνεται ως:

$$\begin{aligned} (RE)^2 &= (TR)^2 + (TE)^2 - 2(TR)(TE)\cos\phi \Leftrightarrow \cos\phi = \frac{(TR)^2 + (TE)^2 - (RE)^2}{2(TR)(TE)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \phi &= \cos^{-1} \left[\frac{\|\vec{TR}\|^2 + \|\vec{TE}\|^2 - \|\vec{RE}\|^2}{2\|\vec{TR}\|\|\vec{RE}\|} \right] \end{aligned} \quad (31.1)$$

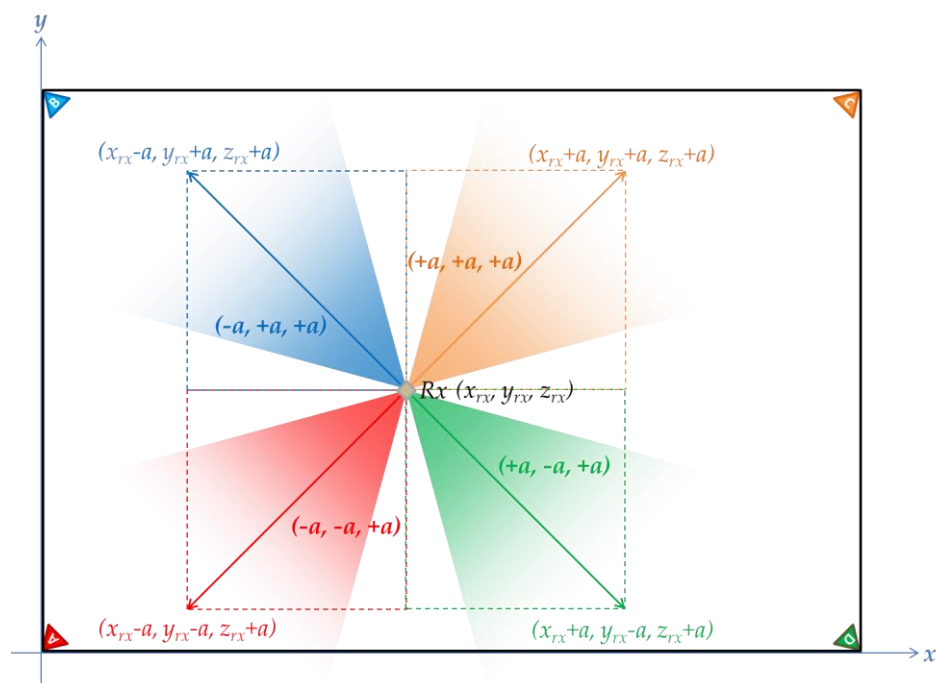
Και σε όρους συντεταγμένων:

$$\phi = \cos^{-1} \left[\frac{(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2 + (z_T - z_R)^2 + (x_T - x_E)^2 + (y_T - y_E)^2 + (z_T - z_E)^2 - (x_R - x_E)^2 - (y_R - y_E)^2 - (z_R - z_E)^2}{2\sqrt{[(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2 + (z_T - z_R)^2][(x_T - x_E)^2 + (y_T - y_E)^2 + (z_T - z_E)^2]}} \right] \quad (31.2)$$

Εάν υποθεθεί, ότι οι δέσμες μέγιστης εκπομπής των προβολέων LED σχηματίζουν γωνίες 45° ως προς τα προσκείμενα τοιχώματά τους, τότε υλοποιείται η γεωμετρία του Σχήματος 16(a), όπου a μια αυθαίρετη, κοινή σταθερά αναλογίας των τριών συνιστωσών του διανύσματος $\vec{TE}$. Για ευκολία και χωρίς βλάβη της γενικότητας, έστω $a=1$.



(a)



(b)

Σχήμα 16. Σχηματική απεικόνιση της γεωμετρίας στο επίπεδο xy των τεσσάρων διανυσμάτων διεύθυνσης: (a) μέγιστης εκπομπής των προβολέων και (b) μέγιστης λήψης των φωτοδιόδων.

4.1.2. Υπολογισμός των γωνιών πρόσπτωσης στο δέκτη

Αντίστοιχα, για τη γωνία χ , έστω το σημείο Z με συντεταγμένες (x_Z, y_Z, z_Z) , που βρίσκεται στη διεύθυνση μέγιστης ισχύος λήψης προς το δέκτη R (x_R, y_R, z_R) . Τότε, πάλι από το νόμο συνημιτόνων, η γωνία πρόσπτωσης χ από ένα σημείο εκπομπής ή τελευταίας ανάκλασης T (x_T, y_T, z_T) θα δίνεται ως:

$$(TZ)^2 = (TR)^2 + (RZ)^2 - 2(TR)(RZ)\cos\chi \Leftrightarrow \cos\chi = \frac{(TR)^2 + (RZ)^2 - (TZ)^2}{2(TR)(RZ)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \chi = \cos^{-1} \left[\frac{\|\vec{TR}\|^2 + \|\vec{RZ}\|^2 - \|\vec{TZ}\|^2}{2\|\vec{TR}\|\|\vec{RZ}\|} \right] \quad (32.1)$$

Και σε όρους συντεταγμένων:

$$\chi = \cos^{-1} \left[\frac{\begin{aligned} &(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2 + (z_T - z_R)^2 + \\ &+ (x_R - x_Z)^2 + (y_R - y_Z)^2 + (z_R - z_Z)^2 - \\ &- (x_T - x_Z)^2 - (y_T - y_Z)^2 - (z_T - z_Z)^2 \end{aligned}}{2\sqrt{[(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2 + (z_T - z_R)^2][(x_R - x_Z)^2 + (y_R - y_Z)^2 + (z_R - z_Z)^2]}} \right] \quad (32.2)$$

Εάν υποθεθεί πάλι, ότι οι άξονες μέγιστης λήψης των φωτοδιόδων σχηματίζουν γωνίες 45° ως προς τα τρία εγκάρσια επίπεδα του δωματίου, τότε υλοποιείται η γεωμετρία του Σχήματος 16(b), για κάθε σημείο του επιπέδου. Και πάλι, για ευκολία και χωρίς βλάβη της γενικότητας, έστω η αυθαίρετη, κοινή σταθερά αναλογίας των τριών συνιστωσών του διανύσματος $\vec{RZ}$, $a=1$.

4.2. Επαγωγικός υπολογισμός της ισχύος των ανακλάσεων

Με τη γνώση όλων των παραμέτρων, που υπεισέρχονται στο πρόβλημα υπολογισμού της ισχύος όλων των ανακλάσεων, που αφορούν ένα σημείο του χώρου, μπορούν πλέον να εξαχθούν μερικοί γενικοί, ημιαναλυτικοί τύποι, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε κάθε περίπτωση, όταν μελετώνται οι επιδράσεις των ανακλάσεων. Η ισχύς από κάθε δυνατή περίπτωση ανάκλασης οποιασδήποτε τάξης n_r (ακόμη και της LOS, $n_r = 0$), που καταλήγει σε κάποιο σημείο του δωματίου από ένα δεδομένο προβολέα LED με ισχύ εκπομπής P_o , δίνεται συνολικά (και για την απλουστευμένη και για τη γενικευμένη περίπτωση) από τον τύπο:

$$P_{n_r}(x, y, z) = \begin{cases} \sum_{l=0}^{n_r} \sum_{m=0}^{n_r-l} \sum_{n=0}^{n_r-l-m} P_{l,m,n} & , \quad l, m, n \in \mathbb{N} \\ \dot{\eta} & \\ \sum_{l=-|n_r|}^{|n_r|} \sum_{m=-|n_r|+|l|}^{|n_r|-|l|} \sum_{n=-|n_r|+|l|+|m|}^{|n_r|-|l|-|m|} P_{l,m,n} & , \quad l, m, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (33)$$

όπου $P_{l,m,n}$ είναι η ισχύς από μια συγκεκριμένη περίπτωση ανάκλασης R_{lmn} , η οποία βάσει του μοντέλου Lambert δίνεται από τον τύπο:

$$P_{l,m,n} = \begin{cases} \tilde{P}(l, m, n, \tilde{m}) \prod_{v=0}^{n_r} \frac{R_v \cos \psi_v(l, m, n)}{d_v^2(l, m, n)} & , \phi < \phi_c \wedge \chi < \chi_c \\ 0 & , \phi > \phi_c \vee \chi > \chi_c \end{cases} \quad (34)$$

$$\text{όπου } \tilde{P}(l, m, n, \tilde{m}) \equiv P_o \cos^{\tilde{m}} \phi(l, m, n) AT_s(\chi(l, m, n)) \left(\frac{n}{\sin \chi(l, m, n)} \right)^2 \left(\frac{\tilde{m} + 1}{2\pi} \right)^{n_r}$$

R_v οι τιμές του συντελεστή ανάκλασης των διαδοχικών σημείων ανάκλασης με $R_0 \equiv 1$, d_v οι αποστάσεις διάδοσης των διαδοχικών τμημάτων κάθε περίπτωσης ανάκλασης και ψ_v οι διαδοχικές γωνίες πρόσπτωσης, όπως αυτές προκύπτουν από το γεωμετρικό μοντέλο με $\chi(l, m, n) \equiv \psi_{n_r}(l, m, n)$ και τις λοιπές ποσότητες, που παρουσιάζονται αναλυτικά στην εξίσωση (27).

Τότε, η συνολική ισχύς, που καταλήγει σε κάποιο σημείο του δωματίου από έναν προβολέα LED, ως επαλληλία όλων των δυνατών περιπτώσεων ανάκλασης από τη μηδενική τάξη (LOS) μέχρι μια μέγιστη τάξη ανάκλασης $n_{r,\max} \rightarrow \infty$ δίνεται από τον τύπο:

$$P_{r,\text{tot}}(x, y, z) = \sum_{n_r=0}^{\infty} P_{n_r}(x, y, z) \approx \lim_{n_{r,\max} \rightarrow \infty} \sum_{n_r=0}^{n_{r,\max}} P_{n_r}(x, y, z) \quad (35)$$

Η εξίσωση (35) υποδηλώνει, ότι το ακριβές αποτέλεσμα της απειροσειράς μπορεί στην πράξη να προσεγγιστεί από μια σειρά πεπερασμένων όρων στο όριο που η μέγιστη τάξη ανακλάσεων λαμβάνει μια μεγάλη (θεωρητικά άπειρη) τιμή. Είναι αναμενόμενο ότι καθώς αυξάνεται η μελετώμενη τάξη ανάκλασης, η ισχύς της φθίνει προς το μηδέν. Επομένως, η σειρά της εξίσωσης (35) θα συγκλίνει σε μια τελική τιμή ισχύος.

Πρακτικά, κάθε ανώτερος όρος της σειράς δρα ως διόρθωση των κατώτερων όρων με σημαντικότερο το μηδενικό όρο, που, όπως έχει αναφερθεί πολλές φορές, αντιστοιχεί στην περίπτωση LOS. Επομένως, η θεώρηση πολλών τάξεων ανάκλασης στο πρόβλημα αφ' ενός εξασφαλίζει ένα ακριβέστερο αποτέλεσμα, αφ' ετέρου επιβαρύνει το υπολογιστικό σύστημα με πολυπλοκότερες και χρονοβόρες πράξεις, οι οποίες από ένα σημείο και ύστερα δεν έχουν πολύ σημαντική συνεισφορά στη λύση του προβλήματος.

Παράλληλα, μπορούν να ληφθούν διαφορικά αποτελέσματα, εάν τεθούν διαφορετικά όρια στο άθροισμα της εξίσωσης (35). Σε αυτή την περίπτωση, θα ληφθεί η ισχύς (έστω P_r^*) όλων των ανακλάσεων μεταξύ ενός εύρους τάξεων ανάκλασης $[n_{r,\min}, n_{r,\max}]$. Για $n_{r,\min} \geq 1$, το διαφορικό αποτέλεσμα θα δίνεται από τον τύπο:

$$P_r^*(x, y, z) = \sum_{n_{r,\min}}^{n_{r,\max}} P_{n_r}(x, y, z) = \sum_{n_r=0}^{n_{r,\max}} P_{n_r}(x, y, z) - \sum_{n_r=0}^{n_{r,\min}-1} P_{n_r}(x, y, z) \quad (36)$$

Οι παραπάνω τύποι αφορούν την παρουσία ενός μόνο προβολέα. Βεβαίως, εάν υπάρχουν K το πλήθος προβολείς LED διαφορετικής εν γένει ισχύος εκπομπής στον ίδιο χώρο, τότε το αποτέλεσμα είναι απλά το άθροισμα των υπολογιζόμενων ισχύων ανάκλασης $P_\kappa(x, y, z)$ από κάθε προβολέα LED προς ένα δεδομένο σημείο του χώρου:

$$P_{r,total}(x, y, z) = \sum_{\kappa=1}^K P_\kappa(x, y, z) \quad (37)$$

Όλη η μεθοδολογία εκτίμησης της επίδρασης των ανακλάσεων στηρίζεται πάνω στους τύπους, που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα. Το γεωμετρικό μοντέλο, που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, εφαρμόζεται, για να προσδιορίσει τις επιμέρους παραμέτρους, που υπεισέρχονται στο πρόβλημα υπολογισμού ισχύων των ανακλάσεων.

4.3. Συνολικός θόρυβος στο δέκτη και επιδόσεις του συστήματος

4.3.1. Υπολογισμός του συνολικού θορύβου στο δέκτη του συστήματος

Σε αυτήν την ενότητα, αναλύονται μερικές από τις σημαντικότερες συνιστώσες θορύβου, που συναντώνται σε ένα VLC σύστημα. Ο θερμικός θόρυβος είναι ο ηλεκτρονικός θόρυβος, που παράγεται από τη θερμική ανακίνηση των φορτισμένων φορέων εντός ενός αγωγού. Από την άλλη πλευρά, ο θόρυβος βολής επάγεται από το φωτισμό του περιβάλλοντος. Η διακύμανση του θερμικού θορύβου δίνεται από την εξίσωση [6],[42],[43]:

$$\sigma_{th}^2 = \frac{8\pi k T_k n A I_2 B^2}{G} + \frac{16\pi^2 k T_k \Gamma n^2 A^2 I_3 B^3}{g_m} \quad (38)$$

όπου k είναι η σταθερά του Boltzmann, G το κέρδος τάσης ανοικτού βρόχου, T_k η απόλυτη θερμοκρασία, A το εμβαδό της φυσικής επιφάνειας του δέκτη, I_2 και I_3 είναι οι παράγοντες εύρους ζώνης του θορύβου, n η χωρητικότητα του φωτοφωρατή (photodetector) ανά μονάδα επιφάνειας, g_m η διαγωγιμότητα και B το εύρος ζώνης του θορύβου.

Αντίστοιχα, η διακύμανση του θορύβου βολής δίνεται από την εξίσωση [6],[42],[43]:

$$\sigma_{sh}^2 = 2q\gamma P_t B + 2qI_{bg} I_2 B \quad (39)$$

όπου το q το φορτίο του ηλεκτρονίου, γ η αποκρισιμότητα της φωτοδιόδου, P_t η ισχύς εκπομπής και I_{bg} το ρεύμα υποβάθρου.

Λόγω της καθυστερημένης και χρονικά άτακτης λήψης (βλ. Σχήματα 21, 22, 23 και 24) της ισχύος P_r των ανακλάσεων, αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια επιπλέον

συνιστώσα θορύβου του συστήματος. Λαμβάνοντας υπόψη και τις συνιστώσες θορύβου, που αναφέρθηκαν παραπάνω, η διακύμανση της συνολικής ισχύος θορύβου, σ^2 , στο δέκτη του συστήματος θα δίνεται από την σχέση:

$$\sigma^2 = \sigma_{th}^2 + \sigma_{sh}^2 + \gamma^2 P_r \quad (40)$$

όπου, σ_{th} και σ_{sh} οι διακυμάνσεις του θερμικού θορύβου και του θορύβου βολής, αντίστοιχα και γ είναι η αποκρισιμότητα του δέκτη.

4.3.2. Υπολογισμός του σηματοθορυβικού λόγου του συστήματος

Σε επόμενο στάδιο, μπορεί να υπολογιστεί ο σηματοθορυβικός λόγος (SNR). Μιλώντας για την τεχνική eSSKv, το μέσο ηλεκτρικό SNR προσδιορίζεται από τη σχέση [12],[13],[36]:

$$\gamma_{eSSKv} = \frac{(\gamma P_t)^2}{N \sigma^2} \sum_{i=1}^N \tau_i \quad (41)$$

όπου P_t η ισχύς του σήματος και N ο αριθμός των προβολέων. Για να μην υπάρξει παρανόηση, ο δείκτης i , που εμφανίζεται στον παραπάνω τύπο καθώς και στη συνέχεια, αριθμεί τους προβολείς. Αποδεικνύεται, ότι για το συμβατικό SSK, ο SNR προκύπτει θέτοντας $\tau_i = 1$ για $i = 1, 2, \dots, N$ [13], οπότε η προηγούμενη σχέση ξαναγράφεται ως:

$$\gamma_{SSK} = \frac{(\gamma P_t)^2}{\sigma^2} \quad (42)$$

4.3.3. Υπολογισμός του ρυθμού σφαλμάτων του συστήματος

Επίσης, μπορεί να αποδειχθεί, ότι ο ρυθμός εσφαλμένων συμβόλων (Symbol Error Rate – SER) συναρτήσει του SNR, προκύπτει από την ακόλουθη εξίσωση [12],[13], [36]:

$$SER \leq \frac{4}{N(N-1)} \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=j+1}^N Q \left\{ \left[\frac{T}{4} \left(\frac{N}{S} \gamma_{eSSKv} \right) (\| \tau_i h_{ik} - \tau_j h_{jk} \|_F)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (43)$$

όπου $S = \sum_{i=1}^N \tau_i$. Ενώ, ο BER θα δίνεται από την επόμενη κλειστής μορφής μαθηματική έκφραση [13],[44]:

$$BER = \frac{SER}{\log_2(M)} \leq \frac{4}{N(N-1)\log_2(M)} \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=j+1}^N Q \left\{ \left[\frac{T}{4} \left(\frac{N}{S} \gamma_{eSSKv} \right) (\| \tau_i h_{ik} - \tau_j h_{jk} \|_F)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (44)$$

όπου M ο αριθμός των συμβόλων του συστήματος. Εφαρμόζοντας την εξίσωση (42) μέσα στην ισότητα της σχέσης (44) και αντικαθιστώντας $N=4$ προβολείς, $M=4$ σύμβολα, τότε προκύπτει ο τελικός τύπος υπολογισμού του BER για το σύστημα, που μελετάται.

$$BER = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 \sum_{i=j+1}^4 Q \left\{ \left[\frac{T}{4} \frac{(\mathcal{P}_i)^2}{\sigma^2} (\| \tau_i h_{ik} - \tau_j h_{jk} \|_F)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (45)$$

5. Παραγωγή ενός αλγοριθμικού κώδικα σε περιβάλλον MATLAB

Το πρόβλημα υπολογισμού των ανακλάσεων σε όλο το χώρο δε μπορεί να λυθεί διαφορετικά, παρά μόνο με τη χρήση υπολογιστή. Μια καλή προσομοίωση του καναλιού μπορεί να υλοποιηθεί με τη βοήθεια του προγράμματος MATLAB [1]. Σε αυτό το κεφάλαιο υλοποιείται αλγοριθμικά ο πρακτικός υπολογισμός των ποσοτήτων, που περιγράφηκαν στην ενότητα 4.2, βάσει των εξισώσεων, που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια. Αν και παράχθηκαν εξισώσεις και για τη γενική περίπτωση, όπου οι προβολείς μπορούν να τοποθετούνται οπουδήποτε στο χώρο, εντούτοις στο υπολογιστικό μέρος της παρούσας εργασίας θα αναλυθεί η ειδική περίπτωση των προβολέων στις 4 άνω κορυφές για ευκολία.

Το πρόβλημα, που τέθηκε εξ αρχής, ήταν η εύρεση της ισχύος λήψης σε κάθε σημείο ενός οριζόντιου επιπέδου σε ένα αντιπροσωπευτικό ύψος τοποθέτησης ενός φωτοδέκτη (δηλ. στο ύψος ενός γραφείου/τραπεζιού). Επομένως, από τις τρεις καρτεσιανές συντεταγμένες του σημείου παρατήρησης οι δύο (τετμημένη- x και τεταγμένη- y) γίνονται μεταβλητές του προβλήματος, ενός η τρίτη (κατηγμένη- z) είναι μια σταθερά με προεπιλεγμένη τιμή.

Είναι κατανοητό, ότι αφού οι μεταβλητές x και y είναι συνεχείς, θα απαιτούνταν άπειρες επαναλήψεις των υπολογισμών για κάθε $0 < x < L$, $0 < y < W$ (τα οριακά σημεία ($x=0$, $x=L$, $y=0$, $y=W$), πρέπει να αποκλειστούν διότι προκύπτουν ανεπιθύμητοι μηδενισμοί και απειρισμοί). Άρα, θα πρέπει να γίνει δειγματοληψία στο χώρο, έτσι ώστε τα δείγματα των διακριτών, πλέον, μεταβλητών x και y να δημιουργούν ένα πλέγμα, πυκνότερο ή αραιότερο ανάλογα με την επιθυμητή ακρίβεια και τη διαθέσιμη μνήμη του επεξεργαστή, ο οποίος θα εκτελεί αλγοριθμικά τις πράξεις. Επομένως, πρέπει να προκαθοριστεί ένα βήμα (step) για καθεμία από τις δύο διακριτές μεταβλητές, που για ευκολία επιλέγεται να είναι το ίδιο.

Ο κώδικας, που θα παρουσιαστεί στη συνέχεια, χρησιμοποιεί τις κάτωθι μεταβλητές, οι οποίες λειτουργούν ως δείκτες των αντίστοιχων διανυσμάτων και μητρών, που χειρίζεται το MATLAB, για να αποθηκεύει τις τιμές των διαφόρων εκτελούμενων πράξεων:

q : είναι η μεταβλητή αρίθμησης της διακριτής μεταβλητής x . Τρέχει από 1 έως μια μέγιστη τιμή $\left\lceil \frac{L}{step} \right\rceil$, για να σαρώσει όλες τις γραμμές ενός πίνακα του μελετώμενου, οριζόντιου επιπέδου.

p : είναι η μεταβλητή αρίθμησης της διακριτής μεταβλητής y . Τρέχει από 1 έως μια μέγιστη τιμή $\left\lceil \frac{W}{step} \right\rceil$, για να σαρώσει όλες τις στήλες ενός πίνακα του μελετώμενου, οριζόντιου επιπέδου.

t : είναι μια προσωρινή μεταβλητή της τρέχουσας μέγιστης τάξης ανάκλασης. Τρέχει από 0 (για την περίπτωση LOS) έως την προεπιλεγμένη, επιθυμητή, μέγιστη τάξη ($n_{r,max}$), ώστε τα αποτελέσματα, που αφορούν μια συγκεκριμένη τάξη ανάκλασης, να εμφανίζονται ομαδοποιημένα και όχι ανακατεμένα εντός των αντίστοιχων διανυσμάτων.

v : είναι η μεταβλητή, που αριθμεί τις περιπτώσεις ανακλάσεων R_{lmn} . Τρέχει από 1 (για την περίπτωση LOS) έως $N_{r,max}$, ο οποίος για την απλουστευμένη περίπτωση δίνεται από την εξίσωση (1.2) ή στη γενικευμένη περίπτωση έως $\tilde{N}_{r,max}$, που δίνεται από την εξίσωση (1.4).

w : είναι η μεταβλητή, που αριθμεί τα τμήματα ανάκλασης μιας συγκεκριμένης περίπτωσης R_{lmn} . Τρέχει από 1 (που αντιστοιχεί στο τμήμα από τον πομπό προς το πρώτο σημείο ανάκλασης/λήψης) έως την τρέχουσα μέγιστη τάξη ανάκλασης προσαυξημένης κατά ένα (που αντιστοιχεί στο τμήμα από το τελευταίο σημείο ανάκλασης έως το δέκτη).

l, m, n : είναι οι τρεις «τελικοί» δείκτες, που καθορίζουν την τρέχουσα τάξη ανάκλασης, η οποία δίνεται από το άθροισμα αυτών των δεικτών. Καθένας από τους δείκτες τρέχει (στην απλουστευμένη περίπτωση) από το 0 έως την προεπιλεγμένη, επιθυμητή, μέγιστη τάξη ($n_{r,max}$) ή (στη γενικευμένη περίπτωση) από $-\tilde{n}_{r,max}$ έως $\tilde{n}_{r,max}$.

i, j, k : είναι οι τρεις «ενδιάμεσοι» δείκτες, που καθορίζουν το τρέχον τμήμα ανάκλασης. Οι δείκτες τρέχουν από το 1 έως την τιμή $|l|$, $|m|$ και $|n|$, αντίστοιχα. Επειδή η γεωμετρία της ανάκλασης διαφέρει ανάλογα με το σημείο εκπομπής, διακρίνονται τέσσερα σύνολα δεικτών **i, j, k**, ένα για κάθε προβολέα LED.

5.1. Δομή του αλγορίθμου (απλουστευμένη περίπτωση)

Σε αυτήν την παράγραφο, παρουσιάζονται συνοπτικά τα βασικά μόνο μπλοκ του κώδικα, που αφορούν τη δομή του αλγορίθμου υπολογισμού της λαμβανόμενης ισχύος από ανάκλαση οποιασδήποτε τάξης, προερχόμενη από κάθε προβολέα LED, σε κάθε σημείο ενός οριζόντιου επιπέδου του μελετώμενου δωματίου. Για διευκόλυνση των αναγνωστών, ο κώδικας χωρίστηκε σε επίπεδα, ώστε να είναι πιο ευκρινής η δομή του αλγοριθμικού κώδικα σε κάθε επίπεδο.

Σε πρώτο επίπεδο, ο αλγόριθμος, που εξάγει τα χρήσιμα αποτελέσματα ισχύος λήψης σε κάθε σημείο (p,q) είναι ο εξής:

Αλγόριθμος #1	Σχόλια
q=0;	Αρχική τιμή του δείκτη q=0.
for x rx=0.0000001:Mesh:L	Τετμημένη (x) του δέκτη.
q=q+1;	Αύξηση του δείκτη q, αφού υπολογιστούν όλες οι επιθυμητές τάξεις ανάκλασης κατά μήκος μιας στήλης του πίνακα.
p=0;	Αρχική τιμή του δείκτη p=0.
for y rx=0.0000001:Mesh:W	Τεταγμένη (y) του δέκτη.
p=p+1;	Αύξηση του δείκτη p, αφού υπολογιστούν όλες οι επιθυμητές τάξεις ανάκλασης σε ένα σημείο-στοιχείο του πίνακα.
... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων, που αφορούν κάθε σημείο (p,q), ανεξαρτήτως ανακλάσεων. ... Αλγόριθμος υπολογισμού παραμέτρων, που αφορούν κάθε περίπτωση ανάκλασης με αρίθμηση ν (Αλγόριθμος #2) ...	
Pc_LOS (p, q) = Pc (p, q, 1) ;	Η ισχύς λήψης της περίπτωσης LOS από ένα LED στο σημείο (p, q) .
Pc_N_max (p, q) = Pc (p, q, N_max) ;	Το άθροισμα της ισχύος λήψης όλων των περιπτώσεων ανάκλασης έως τη μέγιστη επιθυμητή τάξη ανάκλασης, συμπεριλαμβανομένης και της περίπτωσης LOS από έναν προβολέα LED στο σημείο (p, q) .
Pc_R (p, q) = Pc (p, q, N_max) - Pc (p, q, 1) ;	Το άθροισμα της ισχύος λήψης όλων των περιπτώσεων ανάκλασης έως τη μέγιστη επιθυμητή τάξη ανάκλασης, χωρίς την περίπτωση LOS από ένα LED στο σημείο (p, q) .
SNR (p, q) = Pc_LOS (p, q) / Pc_A_R (p, q) ;	Ο σηματοθρομβικός λόγος από ένα LED στο σημείο p,q) .
end	Τερματισμός του βρόχου της τεταγμένης (y) του δέκτη.
end	Τερματισμός του βρόχου της τετμημένης (x) του δέκτη.

Στη συνέχεια, με κατάλληλες εντολές, μπορούν να δημιουργηθούν τριδιάστατα διαγράμματα της ισχύος λήψης και του SNR στο οριζόντιο επίπεδο.

Σε δεύτερο επίπεδο, ο επόμενος αλγόριθμος παράγει και διατάσσει κατάλληλα όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των δεικτών l , m και n , κατά την τάξη ανάκλασης, από την περίπτωση LOS έως τη μέγιστη επιθυμητή τάξη ανάκλασης, ως εξής:

Αλγόριθμος #2	Σχόλια
<code>v=0;</code>	Αρχική τιμή του δείκτη $v=0$.
<code>for t=0:O_max</code>	t : Προσωρινή μέγιστη τάξη υπολογισμού. Αυξάνεται αφού εξαντληθούν οι μελετώμενοι συνδυασμοί των δεικτών l , m , n .
<code>for l=0:t</code>	Ο δείκτης l μεταβάλλεται από 0 μέχρι την προσωρινή τάξη υπολογισμού ανακλάσεων, t . Αυξάνεται αφού εξαντληθούν οι μελετώμενοι συνδυασμοί των δεικτών m και n .
<code>for m=0:t-1</code>	Ο δείκτης m μεταβάλλεται από 0 μέχρι την τιμή $t-1$, ώστε να μην παραχθούν συνδυασμοί l , m , n , που έχουν άθροισμα μεγαλύτερο από t . Αυξάνεται αφού εξαντληθεί ο δείκτης n .
<code>for n=0:t-1-m</code>	Ο δείκτης n μεταβάλλεται από 0 μέχρι την τιμή $t-1-m$, ώστε να μην παραχθούν συνδυασμοί l , m , n , που έχουν άθροισμα μεγαλύτερο από t . Αυξάνεται αφού ολοκληρωθούν οι υπολογισμοί για τις ανακλάσεις ενός συγκεκριμένου συνδυασμού l , m , n .
<code>if l+m+n<t</code>	Έλεγχος αθροίσματος του τρέχοντος συνδυασμού l , m , n εν συγκρίσει με την προσωρινή τάξη υπολογισμού.
	Εάν ο τρέχων συνδυασμός είναι μικρότερης τάξης, απορρίπτεται, αφού θα έχει υπολογιστεί προηγουμένως. Καμία εντολή,
<code>else</code>	έως ότου ένας νέος συνδυασμός «σπάσει» το βρόχο ελέγχου.
<code>v=v+1;</code>	Αύξηση του δείκτη v μόνο μετά από ανίχνευση νέου συνδυασμού.
... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων, που αφορούν την τρέχουσα ανάκλαση (v), ανεξαρτήτως τάξης ανάκλασης. ... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων, που εξαρτώνται από την τρέχουσα τάξη ανάκλασης (Αλγόριθμος #3). ...	
<code>end</code>	Τερματισμός του βρόχου ελέγχου αθροίσματος του τρέχοντος συνδυασμού l , m , n .
<code>end</code>	Τερματισμός του βρόχου απαρίθμησης του δείκτη n .
<code>end</code>	Τερματισμός του βρόχου απαρίθμησης του δείκτη m .
<code>end</code>	Τερματισμός του βρόχου απαρίθμησης του δείκτη l .
<code>end</code>	Τερματισμός του βρόχου απαρίθμησης της προσωρινής μέγιστης τάξης t .

Σε τρίτο επίπεδο, για δεδομένο συνδυασμό δεικτών l , m και n , υπολογίζονται η ισχύς λήψης της τρέχουσας περίπτωσης ανάκλασης και η σωρευμένη ισχύς από όλες τις περιπτώσεις ανάκλασης, που μελετήθηκαν ήδη. Αυτό, επιτυγχάνεται με τον ακόλουθο αλγόριθμο:

Αλγόριθμος #3	Σχόλια
<code>if l+m+n==0</code>	Έλεγχος της τάξης ανάκλασης του τρέχοντος συνδυασμού. Εάν η τάξη είναι μηδενική, πρόκειται για περίπτωση LOS.
... <i>Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων μιας απευθείας δέσμης.</i> ...	
<code>if phi_lmn(p,q,v)>FOV_Tx/2</code>	Έλεγχος γωνίας ακτινοβολίας ϕ σε σχέση με τη μέγιστη γωνία του κώνου εκπομπής για κάποιο προβολέα.
<code>Pv(p,q,v)=0;</code>	Εάν η ϕ είναι μεγαλύτερη από τη ϕ_c , τότε η ισχύς εκπομπής άρα και λήψης θα είναι 0.
<code>elseif chi_lmn(p,q,v)> >FOV_Rx/2</code>	Έλεγχος γωνίας πρόσπτωσης χ σε σχέση με τη μέγιστη γωνία του κώνου λήψης από κάποιον προβολέα.
<code>Pv(p,q,v)=0;</code>	Εάν η χ είναι μεγαλύτερη από τη χ_c , τότε η ισχύς λήψης είναι 0.
<code>else</code>	Αλλιώς,
<code>Pv(p,q,v)=(...);</code>	η ισχύς λήψης P_v της πρώτης περίπτωσης ανάκλασης ($v=1$, δηλ. LOS), στο σημείο (p,q) θα έχει μη μηδενική τιμή.
<code>end</code>	Τέλος του βρόχου ελέγχου των γωνιών ϕ και χ .
<code>else</code>	Αλλιώς, εάν η τάξη ανάκλασης του τρέχοντος συνδυασμού είναι μη μηδενική, τότε πρόκειται για μια περίπτωση R lmn.
... <i>Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων μιας ανακλώμενης δέσμης, ανεξαρτήτως τμήματος ανάκλασης (w).</i> ... <i>Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων μιας ανακλώμενης δέσμης, που εξαρτώνται από το τμήμα ανάκλασης (Αλγόριθμος #4).</i> ...	
<code>Pv(p,q,v)=Pw(l+m+n+1);</code>	Η ισχύς λήψης P_v της ανάκλασης v , στο σημείο (p,q) θα έχει τη τιμή της τελικής ισχύος, που θα φτάσει στο δέκτη (δηλ. την ισχύ λήψης του τρέχοντος τελικού τμήματος).
<code>Pc(p,q,v)=Pc(p,q,v-1)+ +Pv(p,q,v);</code>	Το άθροισμα των ισχύων λήψης, P_c , όλων των υπολογισμένων περιπτώσεων ανάκλασης έως v , στο σημείο (p,q) θα έχει τη τιμή του προηγούμενου αθροίσματος ισχύων συν την τρέχουσα ισχύ λήψης (P_v).
<code>End</code>	Τερματισμός του βρόχου ελέγχου της τρέχουσας τάξης ανάκλασης.

Στο τέταρτο επίπεδο, υπολογίζεται η ισχύς λήψης σε κάθε επιμέρους τμήμα ανάκλασης, ως εξής:

Αλγόριθμος #4	Σχόλια
i=1;	Αρχική τιμή του δείκτη i=1.
j=1;	Αρχική τιμή του δείκτη j=1.
k=1;	Αρχική τιμή του δείκτη k=1.
for w=1:l+m+n+1	Ο δείκτης w αριθμεί τα τμήματα μιας περίπτωσης R_lmn και μεταβάλλεται από 1 μέχρι την τρέχουσα τάξη ανάκλασης συν 1 (για το τελευταίο τμήμα προς το σημείο του δέκτη). Αυξάνεται αφού υπολογιστούν οι παράμετροι του τρέχοντος τμήματος ανάκλασης.
... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων του τρέχοντος τμήματος ανάκλασης. ...	
if w==1	Έλεγχος τρέχοντος τμήματος (I). Εάν είναι το πρώτο, δηλ. από το LED προς το πρώτο σημείο ανάκλασης/λήψης, τότε...
... Αλγόριθμος ταξινόμηση των ενδιάμεσων μηκών διάδοσης (Αλγόριθμος #5*). ...	
if phi_lmn(p,q,v) > FOV_Tx/2	Έλεγχος γωνίας ακτινοβολίας φ σε σχέση με τη μέγιστη γωνία του κώνου εκπομπής για κάποιο προβολέα.
Pw(w)=0;	Εάν η φ είναι μεγαλύτερη από τη φ_c, τότε η ισχύς εκπομπής άρα και λήψης θα είναι 0.
else	Αλλιώς,
Pw(w)=(...);	η ισχύς λήψης Pw του τμήματος ανάκλασης w θα έχει μη μηδενική τιμή.
end	Τέλος του βρόχου ελέγχου της γωνίας φ.
elseif w<l+m+n+1	Έλεγχος τρέχοντος τμήματος (II). Εάν πρόκειται για ενδιάμεσο τμήμα, δηλ. από το σημείο ανάκλασης προς σημείο ανάκλασης, τότε...
... Αλγόριθμος ταξινόμηση των ενδιάμεσων μηκών διάδοσης (Αλγόριθμος #5**). ...	
Pw(w)=(...);	η ισχύς λήψης Pw του τμήματος ανάκλασης w θα έχει μια υπολογισμένη τιμή.
else	Αλλιώς, πρόκειται για το τελευταίο τμήμα ανάκλασης προς το δέκτη (w==l+m+n+1).
... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων του τρέχοντος τελευταίου τμήματος ανάκλασης. ...	
if chi_lmn(p,q,v) > FOV_Rx/2	Έλεγχος γωνίας πρόσπτωσης χ σε σχέση με τη μέγιστη γωνία του κώνου λήψης.
Pw(w)=0;	Εάν η χ είναι μεγαλύτερη από τη χ_c, τότε η ισχύς λήψης είναι 0.
else	Αλλιώς,
Pw(w)=(...);	η ισχύς λήψης Pw του τμήματος ανάκλασης w θα έχει μη μηδενική τιμή.
end	Τέλος του βρόχου ελέγχου της γωνίας χ.
end	Τερματισμός του βρόχου ελέγχου της τιμής του δείκτη w.
end	Τερματισμός του βρόχου απαρίθμησης του δείκτη w.

5.2. Δομή του αλγορίθμου ταξινόμησης κατά αύξουσα σειρά των επιμέρους αποστάσεων διάδοσης

Εδώ, παρουσιάζεται ο αλγόριθμος ταξινόμησης κατά αύξουσα σειρά των επιμέρους αποστάσεων διάδοσης από τον αντίστοιχο προβολέα από κάθε επίπεδο πρόσπτωσης και, κατόπιν, υπολογίζεται το μήκος των επιμέρους τμημάτων ανάκλασης:

Αλγόριθμος (#5) Αύξουσα ταξινόμηση των επιμέρους μηκών διάδοσης	Σχόλια
<code>if d_i(i)<d_j(j)</code>	Εάν η τρέχουσα απόσταση d_i , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη i , είναι μικρότερη από την τρέχουσα απόσταση d_j , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη j και...
<code>if d_i(i)<d_k(k)</code>	...εάν είναι επίσης μικρότερη και από την τρέχουσα απόσταση d_k , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη k , τότε...
<code>Dw(w)=d_i(i);</code>	...το τρέχον σημείο ανάκλασης απέχει από την αρχή των αξόνων μήκος Dw ίσο με την τρέχουσα απόσταση d_i , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη i , ενώ η δέσμη προσπίπτει στο (κάθετο στον άξονα x) επίπεδο yz (αφού το i και το l υποδεικνύουν διάδοση στον άξονα x).
... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων του τρέχοντος τμήματος, με δεδομένο ότι το τρέχον τμήμα της ανακλώμενης δέσμης προσέπεσε στο επίπεδο yz Αλγόριθμος εύρεσης της ομοτιμίας του δείκτη i (Αλγόριθμος #6*).	
<code>i=i+1;</code>	Αύξηση του δείκτη i , ώστε η επόμενη σύγκριση αποστάσεων να συμπεριλάβει νέα τιμή της απόστασης d_i .
<code>else</code>	Αλλιώς,...
<code>Dw(w)=d_k(k);</code>	...το τρέχον σημείο ανάκλασης απέχει από την αρχή των αξόνων μήκος Dw ίσο με την τρέχουσα απόσταση d_k , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη k , ενώ η δέσμη προσπίπτει στο (κάθετο στον άξονα z) επίπεδο xy (αφού το k και το n υποδεικνύουν διάδοση στον άξονα z).
... Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων του τρέχοντος τμήματος, με δεδομένο ότι το τρέχον τμήμα ανάκλασης προσέπεσε στο επίπεδο xy Αλγόριθμος εύρεσης της ομοτιμίας του δείκτη k (Αλγόριθμος #6**).	
<code>k=k+1;</code>	Αύξηση του δείκτη k , ώστε η επόμενη σύγκριση αποστάσεων να συμπεριλάβει νέα τιμή της απόστασης d_k .

<code>elseif d_j(j)<d_k(k)</code>	Αλλιώς, εάν η τρέχουσα απόσταση d , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη j , είναι μικρότερη από την τρέχουσα απόσταση d , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη k , τότε...
<code>Dw(w)=d_j(j);</code>	...το τρέχον σημείο ανάκλασης απέχει από την αρχή των αξόνων μήκος Dw ίσο με την τρέχουσα απόσταση d , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη j , ενώ η δέσμη προσπίπτει στο (κάθετο στον άξονα y) επίπεδο xz (αφού το j και το m υποδεικνύουν διάδοση στον άξονα y).
... <i>Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων του τρέχοντος τμήματος, με δεδομένο ότι το τρέχον τμήμα ανάκλασης προσέπεσε στο επίπεδο xz.</i> ... <i>Αλγόριθμος εύρεσης της ομοτιμίας του δείκτη j (Αλγόριθμος #6***).</i> ...	
<code>j=j+1;</code>	Αύξηση του δείκτη j , ώστε η επόμενη σύγκριση αποστάσεων να συμπεριλάβει νέα τιμή της απόστασης d_j .
<code>else</code>	Αλλιώς,...
<code>Dw(w)=d_k(k);</code>	...το τρέχον σημείο ανάκλασης απέχει από την αρχή των αξόνων μήκος Dw ίσο με την τρέχουσα απόσταση d , υπολογισμένη για την τρέχουσα τιμή του δείκτη k , ενώ η δέσμη προσπίπτει στο (κάθετο στον άξονα z) επίπεδο xy (αφού το k και το n υποδεικνύουν διάδοση στον άξονα z).
... <i>Εξισώσεις υπολογισμού παραμέτρων του τρέχοντος τμήματος, με δεδομένο ότι το τρέχον τμήμα ανάκλασης προσέπεσε στο επίπεδο xy.</i> ... <i>Αλγόριθμος εύρεσης της ομοτιμίας του δείκτη k (Αλγόριθμος #6**).</i> ...	
<code>k=k+1;</code>	Αύξηση του δείκτη k , ώστε η επόμενη σύγκριση αποστάσεων να συμπεριλάβει νέα τιμή της απόστασης d_k .
<code>end</code>	Τέλος του αλγορίθμου ταξινόμησης των επιμέρους μηκών διάδοσης.
<code>dw(w)=Dw(w)-Dw(w-1);</code>	Το μήκος του τρέχοντος τμήματος, dw , θα είναι απλά η διαφορά της τρέχουσας απόστασης Dw από την προηγούμενη.
<code>Pw(w)=Pw(w-1)*R_coef(w-1)*(./dw(w)^2);</code>	Η ισχύς λήψης Pw στο τρέχον σημείο ανάκλασης είναι ανάλογη της ισχύος λήψης Pw και του συντελεστή ανάκλασης, R_coef , στο προηγούμενο σημείο και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του μήκους του τρέχοντος τμήματος ανάκλασης dw .

5.3. Δομή του αλγορίθμου εύρεσης της ομοτιμίας των δεικτών i, j, k

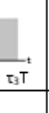
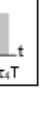
Τέλος, παρουσιάζεται ο αλγόριθμος εύρεσης της ομοτιμίας των δεικτών i, j και k , ώστε να διαπιστωθεί εάν η τρέχουσα ανάκλαση πραγματοποιείται στο απέναντι ή στο προσκείμενο τοίχωμα του εκπεμπόμενου προβολέα. Έτσι, μπορεί να εξαχθεί ο σωστός συντελεστής ανάκλασης, καθώς, εν γένει, μπορεί να έχει διαφορετική τιμή τόσο από τοίχωμα σε τοίχωμα, όσο και από σημείο σε σημείο του ίδιου τοιχώματος. Ο εν λόγω αλγόριθμος είναι απλά:

Αλγόριθμος (#6) Εύρεση ομοτιμίας του δείκτη i (όμοια και για τους j και k)	Σχόλια
<code>if mod(i,2)==1</code>	Εάν ο δείκτης είναι περιττός αριθμός, τότε...
<code>R_coef(w)=(...)</code>	... η δέσμη προσπίπτει σε συγκεκριμένο σημείο του απέναντι τοιχώματος ως προς τον εκπεμπόμενο προβολέα, με τον αντίστοιχο συντελεστή ανάκλασης.
<code>else</code>	Αλλιώς, εάν ο δείκτης είναι άρτιος αριθμός, τότε...
<code>R_coef(w)=(***)</code>	... η δέσμη προσπίπτει σε συγκεκριμένο σημείο του προσκείμενου τοιχώματος ως προς τον εκπεμπόμενο προβολέα, με τον αντίστοιχο συντελεστή ανάκλασης.
<code>end</code>	Τέλος του ελέγχου ομοτιμίας του δείκτη i .

Κλείνοντας αυτή την ενότητα, ο πλήρης κώδικας σε περιβάλλον MATLAB παρουσιάζεται αναλυτικά στο Παράρτημα Π.1 της παρούσας εργασίας.

6. Η διαμόρφωση eSSK

Μια παραλλαγή του SSK, η ενισχυμένη μεταλλαγή ολίσθησης χώρου με μεταβλητό πλάτος παλμού (Enhanced Space Shift Keying with variable pulse width – eSSKv) είναι ένα είδος χωρικής διαμόρφωσης για VLC συστήματα με N το πλήθος πομπών, καθένας εκ των οποίων είναι τοποθετημένος σε συγκεκριμένο σημείο του χώρου και μπορεί να εκπέμπει μόνο ένα σύμβολο. Επομένως, η επικοινωνία στηρίζεται σε N διαφορετικά σύμβολα και συνεπώς κάθε σύμβολο απαρτίζεται από $\log_2(N)$ το πλήθος bit. Για την περίπτωση, που μελετάται, η τιμή του N είναι 4, άρα κάθε σύμβολο περιέχει 2 bit πληροφορίας. Με αυτήν τη μέθοδο, το πλάτος (width) του μεταδιδόμενου παλμού είναι διαφορετικό και συγκεκριμένο για κάθε πομπό, ενώ το πλάτος (amplitude) του παλμού είναι το ίδιο για όλους τους πομπούς, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 17 [12],[13],[34]-[36].

	symbols			
	1 (00)	2 (01)	3 (10)	4 (11)
LED 1		OFF	OFF	OFF
LED 2	OFF		OFF	OFF
LED 3	OFF	OFF		OFF
LED 4	OFF	OFF	OFF	

Σχήμα 17. Κυματομορφές eSSKv με 4 πομπούς LED.

Έτσι, για ένα σύστημα τεσσάρων πομπών, ενός δέκτη και συνολικής διάρκειας συμβόλου T , η διάρκεια του παλμού ενός μεταδιδόμενου συμβόλου είναι $\tau_i T$, όπου ο ακέραιος i υποδεικνύει τον πομπό, που εξέπεμψε το σύμβολο, με $\tau_i \neq \tau_j$ και $0 \leq \tau_i \leq 1$ για $i \neq j$ με $i, j = 1, \dots, 4$.

7. Αριθμητικά αποτελέσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, που αφορούν την ισχύ λήψης, ο SNR και ο BER ενός VLC συστήματος, εγκατεστημένου σε ένα δωμάτιο τυπικών διαστάσεων $6\text{ m} \times 3\text{ m} \times 3\text{ m}$, με τη διάταξη του Σχήματος 5a, στην οποία οι προβολείς (θεωρούμενοι ως σημειακές πηγές) είναι τοποθετημένοι στις κορυφές της οροφής και πιο συγκεκριμένα στα σημεία A(0,0,3), B(0,3,3), C(6,0,3) και D(6,3,3), όπου οι συντεταγμένες είναι εκπεφρασμένες σε μέτρα. Όλοι οι προβολείς είναι στραμμένοι, ώστε να σκοπεύουν προς το εσωτερικό του δωματίου με τέτοιον τρόπο, ώστε η κεντρική δέσμη τους να σχηματίζει γωνίες 45° ως προς κάθε προσκείμενο τοίχωμα, όπως στο Σχήμα 16 (a). Με αυτόν τον τρόπο, αν και προκαλούνται αρκετές ανακλάσεις, επιτυγχάνεται μια ικανοποιητική κάλυψη τόσο για τη λειτουργία του VLC συστήματος, όσο και για τον επαρκή φωτισμό του χώρου. Επίσης, καθένας από τους χρησιμοποιούμενους προβολείς LED φωτοβολούν με μέγιστη ισχύ $P_t=20\text{ W}$ με την ημι-γωνία ημίσειας ισχύος $\phi_{1/2}=35^\circ$, ενώ οι κώνοι εκπομπής θεωρούνται ρυθμισμένοι σε άνοιγμα FOV ίσο με 70° (35° εκατέρωθεν της κεντρικής ακτίνας).

Από την άλλη πλευρά, το οπτικό πεδίο (FOV) του φωτοφωρατή ορίζεται στις 150° (75° εκατέρωθεν της κεντρικής ακτίνας) με καθέναν από τους άξονες των τεσσάρων φωτοδιόδων να σχηματίζουν στο χώρο γωνίες 45° προς τα άνω, όπως στο Σχήμα 16 (b). Η φυσική επιφάνεια του δέκτη θεωρείται ίση με 1 cm^2 , το κέρδος του οπτικού συγκεντρωτή g τίθεται ίσο με 1, όπως επίσης το κέρδος του οπτικού φίλτρου $T_s=1$. Ο συντελεστής ανάκλασης όλων των τοιχωμάτων θεωρείται σταθερός παντού και ίσος με την τιμή 0,5.

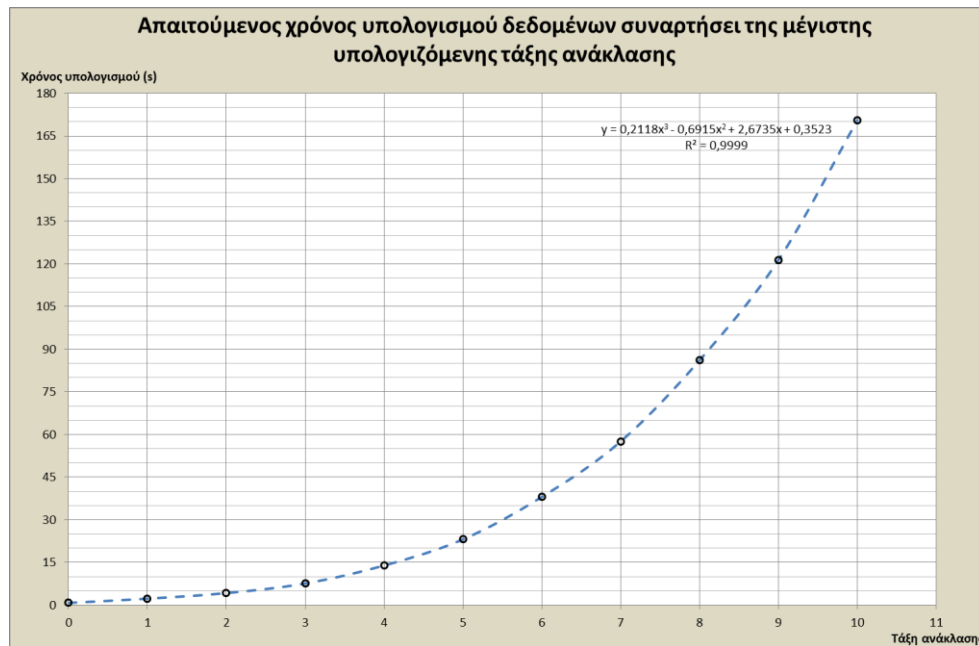
Στο Παράρτημα Π.2, παρουσιάζονται αναλυτικά τα διδιάστατα και τριδιάστατα διαγράμματα κατανομών ισχύος λήψης για τις δέκα πρώτες τάξεις ανάκλασης, ως επαλληλία των τεσσάρων μεμονωμένων κατανομών από κάθε προβολέα, για κάθε σημείο μιας οριζόντιας επιφάνειας σε ένα τυπικό ύψος 1 m από το δάπεδο. Επίσης, αναγράφονται η τάξη μεγέθους της μέγιστης ισχύος λήψης για κάθε τάξη ανάκλασης καθώς και ο απαιτούμενος χρόνος, για τον υπολογισμό των δεδομένων (βλ. επόμενη ενότητα).

7.1. Απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού των δεδομένων

Είναι αυτονόητο, ότι όσο μεγαλύτερη είναι η μέγιστη υπολογιζόμενη τάξη ανάκλασης, τόσο περισσότερα βήματα υπολογισμού απαιτούνται και αυτό μεταφράζεται σε ένα χρόνο, αυτόν που απαιτείται μέχρι να εκτελεστεί ολόκληρος ο κώδικας υπολογισμού των ανακλάσεων. Μετά από κάθε εκτέλεση του κώδικα, λαμβάνεται ο αντίστοιχος χρόνος υπολογισμού, μέσω των εντολών `tic - toc`, που περικλείουν ολόκληρο τον κώδικα υπολογισμού των ανακλάσεων. Οι μετρήσεις έγιναν σε υπολογιστή με ταχύτητα επεξεργαστή 3,20 GHz και διαθέσιμη μνήμη RAM 4 GB. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 1 και γραφικά στο Σχήμα 18.

Πίνακας 1: Απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού σαν συνάρτηση της μέγιστης, υπολογιζόμενης τάξης ανακλάσεων.	
Μέγιστη τάξη ανάκλασης	Απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού (s)
0η	0,757997
1η	2,23397
2η	4,197285
3η	7,584059
4η	13,89503
5η	23,09178
6η	38,02045
7η	57,5577
8η	86,1492
9η	121,4056
10η	170,6132

Πράγματι, ο απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού αυξάνει με εκθετικό τρόπο, αν και στη συνέχεια θα δειχθεί, ότι η καμπύλη περιγράφεται με πολυώνυμο τρίτης τάξης. Οι υπολογισμοί ανακλάσεων πέραν της έβδομης τάξης διαρκούν περισσότερο από ένα λεπτό, ενώ οι υπολογισμοί ανακλάσεων πέραν της όγδοης τάξης διαρκούν περισσότερο από δύο λεπτά κ.ο.κ.



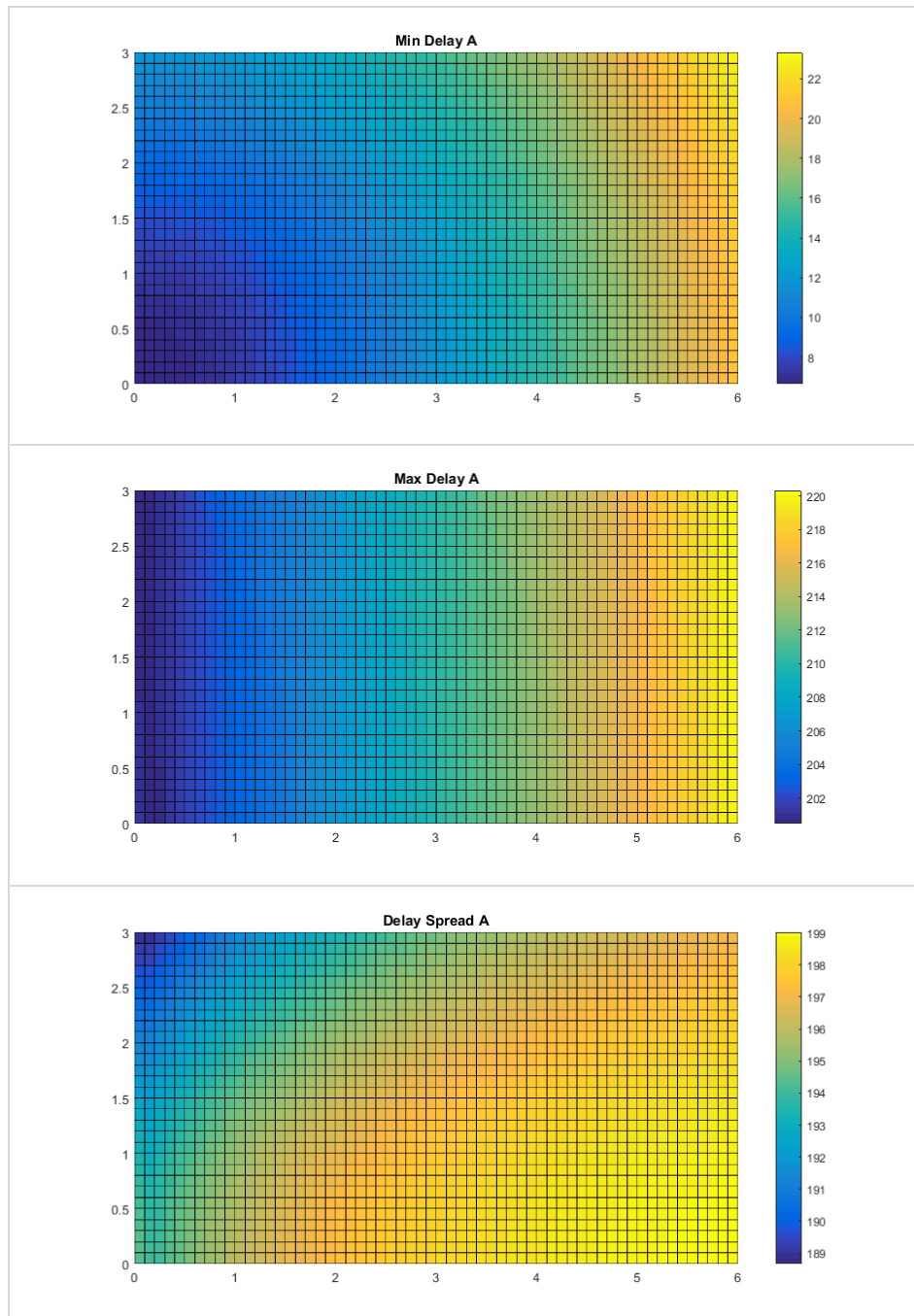
Σχήμα 18. Γραφική παράσταση του απαιτούμενου χρόνου υπολογισμού συναρτήσει της μέγιστης τάξης ανάκλασης, που ζητήθηκε να υπολογιστεί.

Βάσει των πειραματικών σημείων του διαγράμματος του Σχήματος 18, παράχθηκε μια εμπειρική πολυωνυμική συνάρτηση του απαιτούμενου χρόνου υπολογισμού (y) συναρτήσει της μέγιστης ζητούμενης τάξης ανακλάσεων (x), που περιγράφει με αρκετή ακρίβεια την πειραματική καμπύλη:

$$y(x) = 0,2118 x^3 - 0,6915 x^2 + 2,6735 x + 0,3523 \quad (46)$$

7.2. Μέτρηση λήψης ανακλάσεων

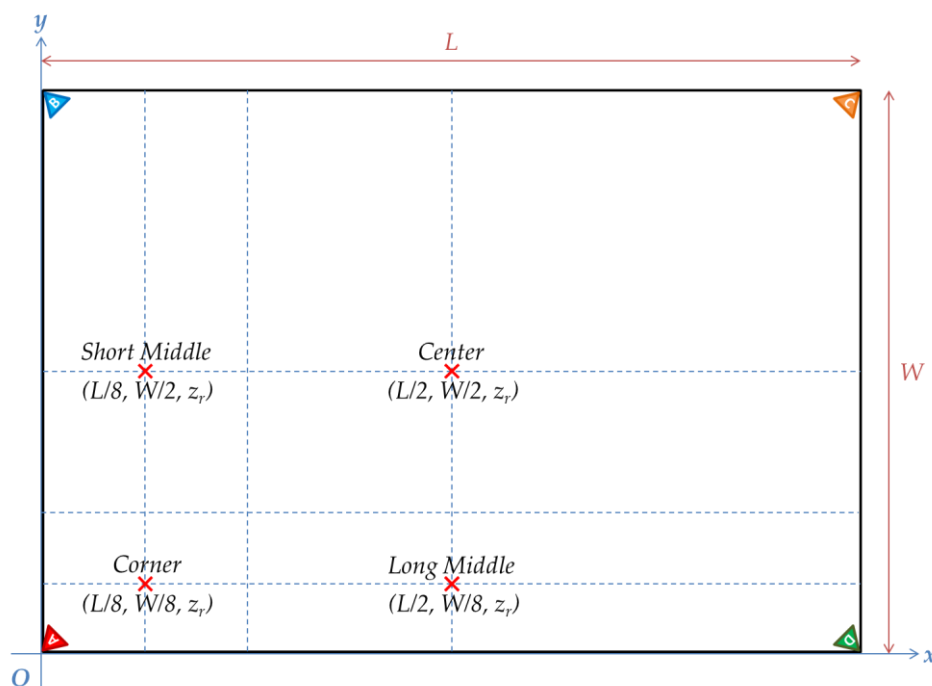
Ο κώδικας, που παράχθηκε για τον υπολογισμό των ανακλάσεων, υπολογίζει και αποθηκεύει τις τιμές των ισχύων λήψης και των χρόνων διάδοσης των ανακλώμενων δεσμών, που καταλήγουν σε κάθε σημείο του επιπέδου $z=z_r=1$ m.



Σχήμα 19. Κατανομές ελάχιστης και μέγιστης καθυστέρησης ανακλάσεων έως τέταρτης τάξης. Οι τιμές είναι σε ns.

Τα δύο πρώτα διαγράμματα του Σχήματος 19 δίνουν τις κατανομές των ελαχίστων και των μεγίστων χρόνων διάδοσης των ανακλώμενων δεσμών μέχρι και τέταρτης τάξης, αντίστοιχα. Το κατώτερο διάγραμμα απεικονίζει τη διαφορά των δύο πρώτων, δηλαδή τη χρονική διασπορά όλων των μελετώμενων συνιστωσών. Λόγω συμμετρίας, λαμβάνονται οι κατανομές μόνο από τον προβολέα Α. Είναι αναμενόμενο, ότι οι κατανομές των υπόλοιπων προβολέων είναι συμμετρικές ως προς τους αντίστοιχους άξονες συμμετρίας.

Με κατάλληλες εντολές, μπορούν να εξαχθούν τα αριθμητικά αποτελέσματα για κάποιο συγκεκριμένο σημείο του χώρου. Τα σημεία, που παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: τα κεντρικά και τα ακραία (δηλ. κοντά στους τοίχους). Για την πρώτη κατηγορία, το πιο αντιπροσωπευτικό σημείο είναι το κεντρικό. Για τη δεύτερη κατηγορία, μπορούν να διακριθούν τρία αξιοσημείωτα, ακραία σημεία: ένα κοντά σε μια γωνία του δωματίου και δύο (λόγω ασυμμετρίας των οριζόντιων διαστάσεων του δωματίου) στο μέσον των τοίχων και κοντά σε αυτούς, όπως φαίνονται στο Σχήμα 20. Θεωρώντας συμμετρικές κατανομές ισχύος ως προς το κέντρο του δωματίου, δεν χρειάζεται να ληφθούν υπόψη τα συμμετρικά σημεία των τριών ακραίων σημείων στο υπόλοιπο επίπεδο.



Σχήμα 20. Τα τέσσερα «κομβικά» σημεία του επιπέδου $z=z_r$, στα οποία εκτελούνται οι υπολογισμοί.

Τα αποτελέσματα των χρόνων διάδοσης/άφιξης και των αντίστοιχων ισχύων λήψης για καθένα από τα τέσσερα σημεία παρουσιάζονται αναλυτικά στους Πίνακες 2, 3, 4 και 5 αντίστοιχα, ενώ γραφικά στα Σχήματα 21, 22, 23 και 24, αντίστοιχα.

Από τον Πίνακα 2, προκύπτει ότι οι χρόνοι διάδοσης και οι ισχύες λήψης στο κεντρικό σημείο για κάθε περίπτωση ανάκλασης είναι πρακτικά ίδιοι, γεγονός που εξηγείται από τη συμμετρία του χώρου ως προς το κεντρικό σημείο. Για το λόγο αυτό, στο Σχήμα 21, εμφανίζονται οι είκοσι πρώτες περιπτώσεις ανακλάσεων (δηλ. όλες οι ανακλάσεις μέχρι τέταρτης τάξης) χωρίς αναφορά του προβολέα προέλευσης.

Από τον Πίνακα 3, προκύπτει ότι οι χρόνοι διάδοσης και οι ισχύες λήψης στο γωνιακό σημείο για κάθε περίπτωση ανάκλασης είναι αναμενόμενα διαφορετικοί, αφού κάθε προβολέας απέχει διαφορετική απόσταση από το σημείο αυτό. Έτσι, στο Σχήμα 22, εμφανίζονται οι δέκα πρώτες περιπτώσεις ανακλάσεων (δηλ. όλες οι ανακλάσεις μέχρι τρίτης τάξης) με ένδειξη του αντίστοιχου προβολέα προέλευσης.

Από τον Πίνακα 4, προκύπτει ότι οι χρόνοι διάδοσης και οι ισχύες λήψης στο μέσον της μεγάλης πλευράς του δωματίου μεταξύ των προβολέων A και D για κάθε περίπτωση ανάκλασης είναι ίσοι ανά ζεύγη (A-D, B-C), λόγω της κατοπτρικής συμμετρίας των αντίστοιχων ζευγών προβολέων ως προς το σημείο αυτό. Έτσι, στο Σχήμα 23, εμφανίζονται οι είκοσι πρώτες περιπτώσεις ανακλάσεων (δηλ. όλες οι ανακλάσεις μέχρι τέταρτης τάξης) με ένδειξη του αντίστοιχου ζεύγους προβολέων προέλευσης.

Από τον Πίνακα 5, προκύπτει ότι οι χρόνοι διάδοσης και οι ισχύες λήψης στο μέσον της μικρής πλευράς του δωματίου μεταξύ των προβολέων A και B για κάθε περίπτωση ανάκλασης είναι ίσοι ανά ζεύγη (A-B, C-D), λόγω της κατοπτρικής συμμετρίας των αντίστοιχων ζευγών προβολέων ως προς το σημείο αυτό. Έτσι, στο Σχήμα 24, εμφανίζονται οι είκοσι πρώτες περιπτώσεις ανακλάσεων (δηλ. όλες οι ανακλάσεις μέχρι τέταρτης τάξης) με ένδειξη του αντίστοιχου ζεύγους προβολέων προέλευσης.

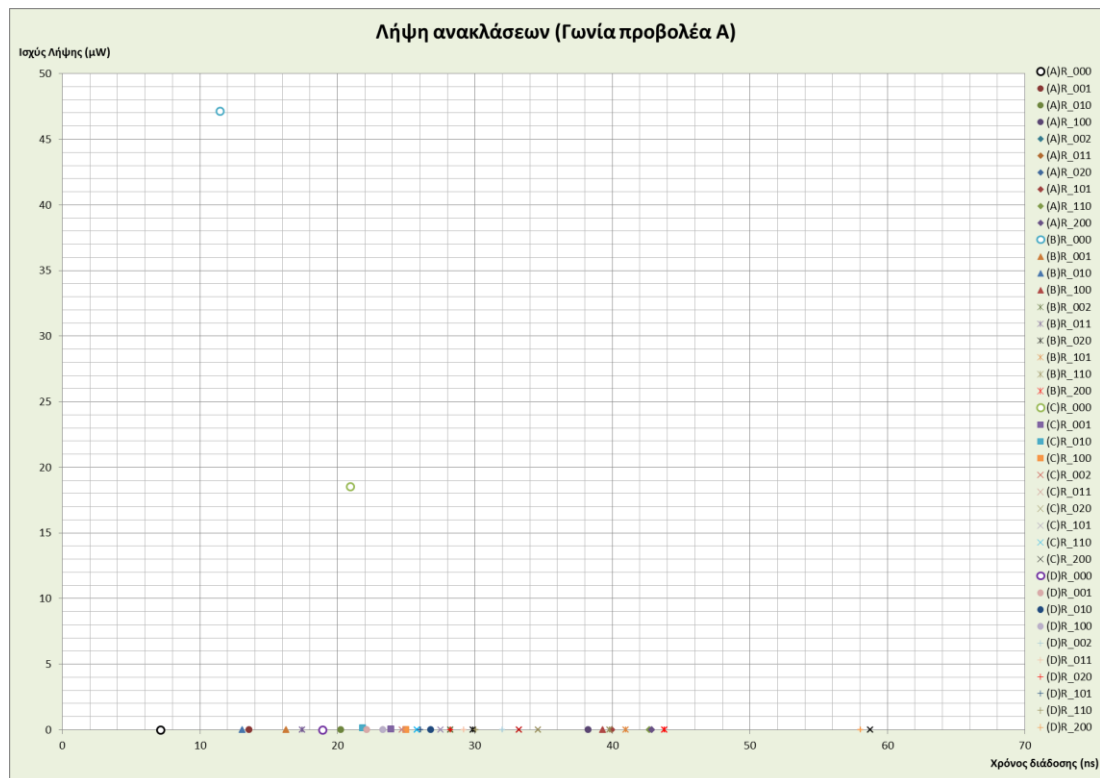
Σε κάθε περίπτωση, δικαιολογείται η θεώρηση των καθυστερημένων και χρονικά άτακτα ληφθεισών συνιστωσών-ανακλάσεων, ως επιπλέον θόρυβος στο σύστημα.

Πίνακας 2: Χρόνοι διάδοσης και ισχύες λήψης των ανακλώμενων δεσμών στο κέντρο του δωματίου από κάθε προβολέα.

Περίπτωση ανάκλασης <i>R_{lmn}</i>	<i>Προβολέας Α</i>		<i>Προβολέας Β</i>		<i>Προβολέας C</i>		<i>Προβολέας D</i>	
	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)
<i>R_000</i>	13,01699	49,54332	13,01703	49,54346	13,01718	49,54196	13,01714	49,54183
<i>R_001</i>	17,40044	0	17,40047	0	17,40058	0	17,40055	0
<i>R_010</i>	19,22092	0	19,22085	0	19,22095	0	19,22103	0
<i>R_100</i>	31,13599	0	31,13601	0	31,13581	0	31,1358	0
<i>R_002</i>	28,91554	0,001025	28,91556	0,001025	28,91563	0,001025	28,91561	0,001025
<i>R_011</i>	22,4227	0	22,42263	0	22,42272	0	22,42278	0
<i>R_020</i>	27,73878	0,001554	27,73887	0,001554	27,73894	0,001554	27,73885	0,001554
<i>R_101</i>	33,20818	0	33,2082	0	33,20802	0	33,208	0
<i>R_110</i>	34,19725	0	34,19721	0	34,19703	0	34,19708	0
<i>R_200</i>	50,68958	0	50,68959	0	50,68979	0	50,68978	0
<i>R_003</i>	35,15834	0	35,15835	0	35,15841	0	35,15839	0
<i>R_012</i>	32,18867	5,80E-06	32,18863	5,80E-06	32,18869	5,80E-06	32,18873	5,80E-06
<i>R_021</i>	30,04619	1,17E-05	30,04627	1,17E-05	30,04634	1,17E-05	30,04625	1,17E-05
<i>R_030</i>	37,00603	0	37,00593	0	37,00599	0	37,00608	0
<i>R_102</i>	40,44894	0	40,44895	0	40,4488	0	40,44879	0
<i>R_111</i>	36,09412	0	36,09408	0	36,09391	0	36,09395	0
<i>R_120</i>	39,61626	0	39,61632	0	39,61617	0	39,61611	0
<i>R_201</i>	51,98815	0	51,98816	0	51,98835	0	51,98834	0
<i>R_210</i>	52,62543	0	52,6254	0	52,62559	0	52,62562	0
<i>R_300</i>	70,49438	0	70,49439	0	70,49419	0	70,49418	0
<i>R_004</i>	47,98724	0	47,98725	0	47,98729	0	47,98728	0
<i>R_013</i>	37,89605	0	37,89601	0	37,89606	0	37,8961	0
<i>R_022</i>	37,896	3,12E-07	37,89606	3,12E-07	37,89612	3,12E-07	37,89605	3,12E-07
<i>R_031</i>	38,7657	0	38,76561	0	38,76566	0	38,76575	0
<i>R_040</i>	46,57723	0	46,57732	0	46,57736	0	46,57727	0
<i>R_103</i>	45,12335	0	45,12336	0	45,12323	0	45,12322	0
<i>R_112</i>	42,84995	0	42,84992	0	42,84978	0	42,84981	0
<i>R_121</i>	41,26477	0	41,26483	0	41,26469	0	41,26463	0
<i>R_130</i>	46,5774	0	46,57732	0	46,57719	0	46,57727	0
<i>R_202</i>	56,88674	1,15E-08	56,88674	1,15E-08	56,88692	1,15E-08	56,88691	1,15E-08
<i>R_211</i>	53,87735	0	53,87733	0	53,87751	0	53,87754	0
<i>R_220</i>	56,29771	5,79E-08	56,29775	5,79E-08	56,29793	5,79E-08	56,29789	5,79E-08
<i>R_301</i>	71,43382	0	71,43383	0	71,43364	0	71,43363	0
<i>R_310</i>	71,89896	0	71,89894	0	71,89874	0	71,89876	0
<i>R_400</i>	90,38488	0	90,38488	0	90,38508	0	90,38508	0



Σχήμα 21. Διάγραμμα ισχύων λήψης ανακλώμενων δεσμών συναρτήσει του χρόνου διάδοσης, για το κεντρικό σημείο του δωματίου.



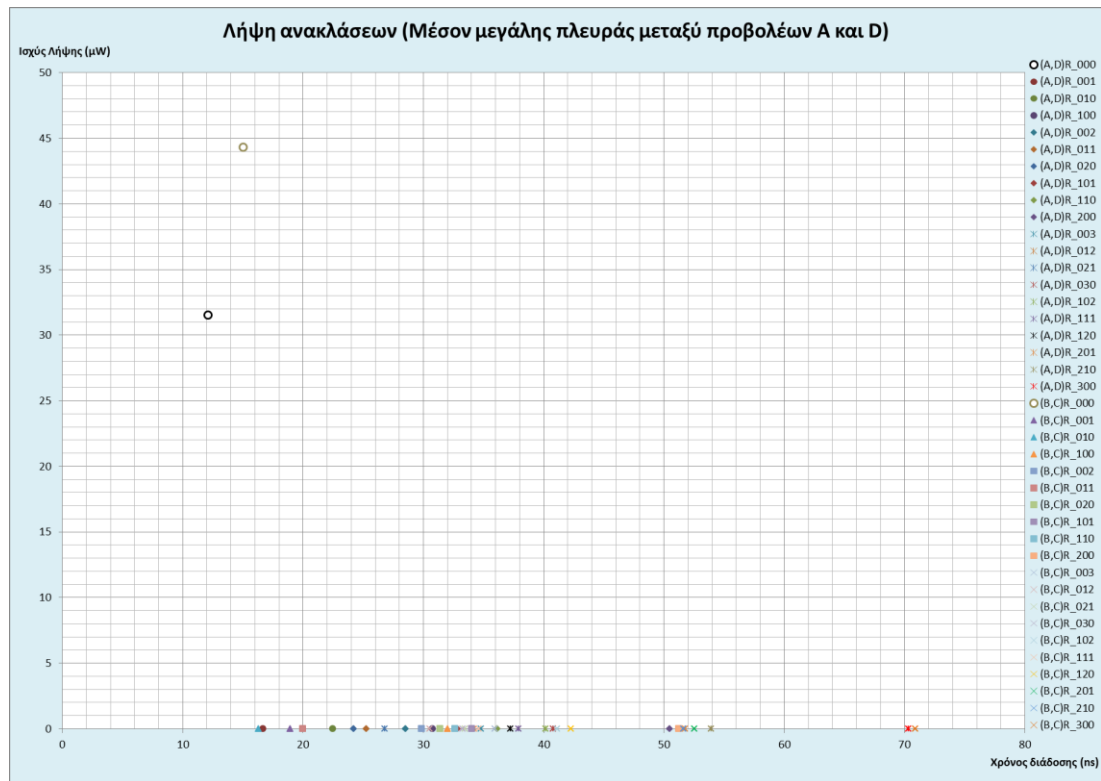
Σχήμα 22. Διάγραμμα ισχύων λήψης ανακλώμενων δεσμών συναρτήσει του χρόνου διάδοσης, για το γωνιακό σημείο προς τον προβολέα A.

Πίνακας 3: Χρόνοι διάδοσης και ισχύες λήψης των ανακλώμενων δεσμών κοντά στη γωνία του προβολέα Α από κάθε προβολέα.

Περίπτωση ανάκλασης <i>R_{lmn}</i>	Προβολέας Α		Προβολέας Β		Προβολέας C		Προβολέας D	
	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)
<i>R_000</i>	7,133636	0	11,44067	47,16283	20,91785	18,53217	18,90916	0
<i>R_001</i>	13,57284	0	16,25492	0	23,8933	0,057134	22,15603	0
<i>R_010</i>	20,2704	0	13,07244	0	21,85306	0,128242	26,78725	0
<i>R_100</i>	38,26518	0	39,29662	0	24,98442	0	23,32855	0
<i>R_002</i>	26,78723	0	28,24103	0	33,22985	0,000672	32,00348	0
<i>R_011</i>	23,32858	0	17,44196	0	24,71618	0	29,17002	0
<i>R_020</i>	22,156	0	29,84777	0	34,60574	0,000479	28,24103	0,002805
<i>R_101</i>	39,96945	0	40,958	0	27,52371	0	26,02988	0
<i>R_110</i>	42,71094	0	39,80231	0	25,77248	0	30,07028	0
<i>R_200</i>	42,8667	0	43,78988	0	58,74429	0	58,05938	0
<i>R_003</i>	33,42986	0	34,60572	0	38,78432	0	37,73888	0
<i>R_012</i>	32,82615	0	28,94055	0	33,82636	5,02E-06	37,20515	2,04E-06
<i>R_021</i>	24,98443	0	32,00348	0	36,48137	3,65E-06	30,51048	1,14E-05
<i>R_030</i>	39,63445	0	31,79447	0	36,29815	0	43,33079	0
<i>R_102</i>	46,16157	0	47,02011	0	35,92893	0	34,79781	0
<i>R_111</i>	44,2443	0	41,44342	0	28,241	0	32,2111	0
<i>R_120</i>	43,63741	0	48,00234	0	37,20513	0	31,37229	0
<i>R_201</i>	44,39467	0	45,28672	8,97E-07	59,8684	0	59,19649	0
<i>R_210</i>	46,87808	1,75E-06	44,24425	0	59,08377	0	61,08103	0
<i>R_300</i>	77,9587	0	78,47012	0	63,33156	0	62,69678	0
<i>R_004</i>	46,73566	0	47,58384	0	50,70394	1,68E-08	49,90881	0
<i>R_013</i>	38,43899	0	35,1789	0	39,2966	0	42,24007	0
<i>R_022</i>	34,02286	2,23E-07	39,46588	1,38E-07	43,17666	1,06E-07	38,26516	1,31E-07
<i>R_031</i>	41,28223	0	33,82634	0	38,09054	0	44,84295	0
<i>R_040</i>	41,60394	0	49,50646	0	52,51245	0	45,13929	8,37E-08
<i>R_103</i>	50,30796	0	51,09688	0	41,12041	0	40,13587	0
<i>R_112</i>	49,90883	0	47,44355	0	36,48133	0	39,63443	0
<i>R_121</i>	45,13931	0	49,37163	0	38,95581	0	33,42984	0
<i>R_130</i>	54,62806	0	49,2364	0	38,78428	0	45,43371	0
<i>R_202</i>	50,04218	0	50,83523	1,55E-08	64,1682	3,48E-09	63,54178	0
<i>R_211</i>	48,27926	0	45,72621	0	60,20153	0	62,16289	0
<i>R_220</i>	47,72372	3,00E-07	51,74509	1,11E-08	64,89139	1,84E-08	61,73242	0
<i>R_301</i>	78,80922	0	79,31515	0	64,37561	0	63,75123	0
<i>R_310</i>	80,2344	0	78,72458	0	63,64657	0	65,50486	0
<i>R_400</i>	82,60883	0	83,09163	0	98,3068	0	97,89906	0

Πίνακας 4: Χρόνοι διάδοσης και ισχύες λήψης των ανακλώμενων δεσμών στο μέσον της μεγάλης πλευράς του δωματίου μεταξύ των προβολέων A και D από κάθε προβολέα.

Περίπτωση ανάκλασης R_{lmn}	Προβολέας A		Προβολέας B		Προβολέας C		Προβολέας D	
	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)
R_{000}	12,05995	31,56129	15,01475	44,32351	15,01488	44,32266	12,06012	31,56027
R_{001}	16,69658	0	18,94138	0	18,94149	0	16,6967	0
R_{010}	22,48206	0	16,2924	0	16,29252	0	22,48214	0
R_{100}	30,74818	0	32,02266	0	32,02247	0	30,74798	0
R_{002}	28,49753	0	29,8682	0,001084	29,86827	0,001084	28,4976	0
R_{011}	25,27402	0	19,96937	0	19,96947	0	25,2741	0
R_{020}	24,19591	0,005901	31,39177	0,000704	31,39183	0,000704	24,19599	0,005901
R_{101}	32,84484	0	34,04092	0	34,04074	0	32,84466	0
R_{110}	36,13102	0	32,64123	0	32,64105	0	36,13086	0
R_{200}	50,4523	0	51,239	0	51,23919	0	50,4525	0
R_{003}	34,81536	0	35,94592	0	35,94598	0	34,81541	0
R_{012}	34,23608	2,72E-06	30,53046	8,51E-06	30,53052	8,51E-06	34,23614	2,72E-06
R_{021}	26,80999	2,24E-05	33,44811	5,33E-06	33,44817	5,33E-06	26,81006	2,24E-05
R_{030}	40,80984	0	33,24819	0	33,24825	0	40,80989	0
R_{102}	40,15118	0	41,13535	0	41,13521	0	40,15103	0
R_{111}	37,93131	0	34,62345	0	34,62328	0	37,93115	0
R_{120}	37,22163	0	42,2546	0	42,25446	0	37,22147	0
R_{201}	51,75681	0	52,52398	0	52,52417	0	51,75701	0
R_{210}	53,90209	0	51,62784	0	51,62804	0	53,90227	0
R_{300}	70,32395	0	70,89047	0	70,89027	0	70,32375	0
R_{004}	47,73652	0	48,56723	0	48,56727	0	47,73657	0
R_{013}	39,64984	0	36,49807	0	36,49812	0	39,64989	0
R_{022}	35,38515	2,38E-07	40,64615	1,56E-07	40,6462	1,56E-07	35,3852	2,38E-07
R_{031}	42,41199	0	35,19624	0	35,19629	0	42,41203	0
R_{040}	42,72519	0	50,45239	0	50,45243	0	42,72523	0
R_{103}	44,85663	0	45,73967	0	45,73954	0	44,85649	0
R_{112}	44,40853	0	41,61871	0	41,61856	0	44,40839	0
R_{121}	38,97157	0	43,80393	0	43,80379	0	38,97142	0
R_{130}	49,65331	0	43,65146	0	43,65132	0	49,65319	0
R_{202}	56,6754	0,00E+00	57,37684	1,26E-08	57,37701	1,26E-08	56,67558	0
R_{211}	55,12502	0	52,90338	0	52,90357	0	55,1252	0
R_{220}	54,63913	6,55E-09	58,18449	4,21E-09	58,18466	4,21E-09	54,63931	6,55E-09
R_{301}	71,26564	0	71,82473	0	71,82454	0	71,26545	0
R_{310}	72,83858	0	71,17203	0	71,17184	0	72,83839	0
R_{400}	90,25202	0	90,69414	0	90,69434	0	90,25222	0



Σχήμα 23. Διάγραμμα ισχύων λήψης ανακλώμενων δεσμών συναρτήσει του χρόνου διάδοσης, για το μεσαίο σημείο της μεγάλης πλευράς μεταξύ των προβολέων A και D.



Σχήμα 24. Διάγραμμα ισχύων λήψης ανακλώμενων δεσμών συναρτήσει του χρόνου διάδοσης, για το μεσαίο σημείο της μικρής πλευράς μεταξύ των προβολέων A και B.

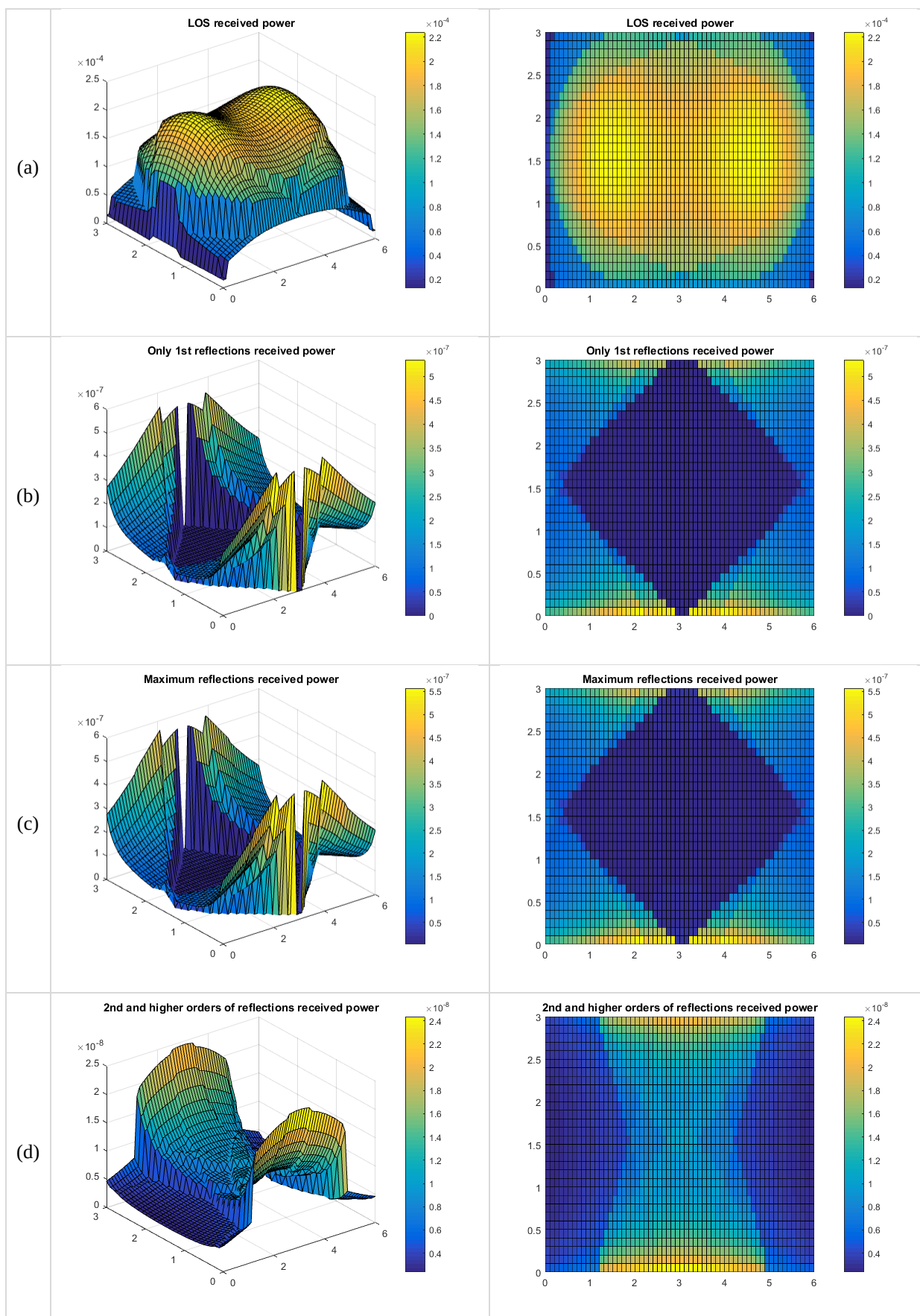
Πίνακας 5: Χρόνοι διάδοσης και ισχύες λήψης των ανακλώμενων δεσμών στο μέσον της μικρής πλευράς του δωματίου μεταξύ των προβολέων A και B από κάθε προβολέα.

Περίπτωση ανάκλασης <i>R_{lmn}</i>	Προβολέας A		Προβολέας B		Προβολέας C		Προβολέας D	
	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)	Χρόνος διάδοσης (ns)	Ισχύς Λήψης (μW)
<i>R_000</i>	8,653802	81,1523	8,653859	81,15169	19,53348	15,98186	19,53346	15,98175
<i>R_001</i>	14,42989	0	14,42992	0	22,69119	0	22,69117	0
<i>R_010</i>	16,57982	0	16,57973	0	24,11545	0	24,11551	0
<i>R_100</i>	38,5775	0	38,57751	0	23,8374	0	23,83738	0
<i>R_002</i>	27,23151	0	27,23152	0	32,37628	0,000632	32,37627	0,000632
<i>R_011</i>	20,20454	0	20,20447	0	26,73739	0	26,73745	0
<i>R_020</i>	25,97857	0	25,97867	0	31,32984	0,000881	31,32976	0,000881
<i>R_101</i>	40,26856	0	40,26857	0	26,48688	0	26,48687	0
<i>R_110</i>	41,08802	0	41,08798	0	27,71678	0	27,71683	0
<i>R_200</i>	43,14572	0	43,14573	0	58,2657	0	58,26569	0
<i>R_003</i>	33,78691	0	33,78692	0	38,05553	0	38,05552	0
<i>R_012</i>	30,6848	3,95E-06	30,68475	3,95E-06	35,33018	3,82E-06	35,33022	3,82E-06
<i>R_021</i>	28,4292	8,27E-06	28,42929	8,27E-06	33,39	7,05E-06	33,38993	7,05E-06
<i>R_030</i>	35,70563	0	35,70554	0	39,76874	0	39,76883	0
<i>R_102</i>	46,42079	0	46,4208	0	35,14098	0	35,14096	0
<i>R_111</i>	42,67972	0	42,67969	0	30,02587	0	30,02592	0
<i>R_120</i>	45,69706	0	45,69712	0	34,17929	0	34,17921	0
<i>R_201</i>	44,66415	0	44,66416	0	59,39887	0	59,39886	0
<i>R_210</i>	45,40435	0	45,40432	0	59,9574	0	59,95743	0
<i>R_300</i>	78,11247	0	78,11248	0	62,88789	0	62,88788	0
<i>R_004</i>	46,99172	0	46,99173	0	50,14868	0	50,14867	0
<i>R_013</i>	36,62727	0	36,62723	0	40,59829	0	40,59833	0
<i>R_022</i>	36,62722	2,79E-07	36,62728	2,79E-07	40,59834	1,97E-07	40,59828	1,96E-07
<i>R_031</i>	37,52633	0	37,52624	0	41,41118	0	41,41127	0
<i>R_040</i>	45,5509	0	45,551	0	48,80124	2,30E-08	48,80115	2,30E-08
<i>R_103</i>	50,54592	0	50,54593	0	40,43375	0	40,43374	0
<i>R_112</i>	48,52723	0	48,5272	0	37,87989	0	37,87993	0
<i>R_121</i>	47,13337	0	47,13343	0	36,0771	0	36,07703	0
<i>R_130</i>	51,84812	0	51,84805	0	42,05018	0	42,05026	0
<i>R_202</i>	50,28141	1,45E-08	50,28142	1,45E-08	63,73036	0	63,73035	0
<i>R_211</i>	46,84964	0	46,8496	0	61,05918	0	61,0592	0
<i>R_220</i>	49,61402	2,27E-08	49,61407	2,27E-08	63,20517	0	63,20513	0
<i>R_301</i>	78,96133	0	78,96134	0	63,93919	0	63,93918	0
<i>R_310</i>	79,38237	0	79,38235	0	64,45839	0	64,45842	0
<i>R_400</i>	82,75396	0	82,75397	0	98,02157	0	98,02156	0

7.3. Εκτίμηση των επιδόσεων του συστήματος

Εκτελώντας τον κώδικα υπολογισμού των ανακλάσεων, παράχθηκαν τέσσερις ενδιαφέρουσες (διδιάστατες και τριδιάστατες) κατανομές της ισχύος λήψης σε κάθε σημείο του μελετώμενου επιπέδου, που παρουσιάζονται στο Σχήμα 25. Στο πρώτο ζεύγος διαγραμμάτων, απεικονίζεται η κατανομή ισχύος λήψης από την LOS περίπτωση μόνο, θεωρώντας ότι δε συμβαίνουν ανακλάσεις στο χώρο. Αργότερα, αυτή η ισχύς θα θεωρηθεί ως ισχύς σήματος στον υπολογισμό του σηματοθορυβικού λόγου. Φυσικά, λόγω α) της ασυμμετρίας των οριζόντιων διαστάσεων του δωματίου, β) του μικρού πλάτους του δωματίου και γ) της επιλεγμένης κλίσης των προβολέων, η κατανομή εμφανίζει μόνο δύο μέγιστα εκατέρωθεν του κέντρου. Παρόλα αυτά, οι μεγαλύτερες ισχύες λήψης εντοπίζονται στην κεντρική περιοχή του δωματίου, καθώς προς αυτήν την περιοχή εστιάζουν οι προβολείς, ενώ κοντά στις τέσσερις γωνίες φθάνει απευθείας μόνο ένα μέρος από τις ισχύες, που προέρχονται από τους διαγωνίως απέναντι προβολείς, καθώς τα ακραία σημεία του δωματίου τείνουν να βρίσκονται εκτός του κώνου εκπομπής των προσκείμενων προβολέων, όπως φαίνεται και από την αντίστοιχη διδιάστατη κατανομή των τεσσάρων προβολέων για την περίπτωση της μηδενικής τάξης ανάκλασης του Παραρτήματος Π.2.

Στο δεύτερο ζεύγος διαγραμμάτων του Σχήματος 25, δίνεται η κατανομή ισχύος λήψης μόνο από τις πρώτες ανακλάσεις. Αρχικά, μόνο αυτή η κατανομή ισχύος (ως επικρατέστερη έναντι των ανωτέρων τάξεων) λαμβάνεται υπόψη ως μια επιπλέον συνιστώσα θορύβου, ενώ στη συνέχεια λαμβάνονται υπόψη και ανακλάσεις μέχρι και τέταρτης τάξης, όπως παρουσιάζεται στο τρίτο ζεύγος διαγραμμάτων του Σχήματος 25. Τα δύο διαγράμματα φαίνονται πανομοιότυπα, καθώς η συνεισφορά των ανακλάσεων δεύτερης, τρίτης και τέταρτης τάξης είναι πολύ μικρή εν συγκρίσει με εκείνη της πρώτης τάξης. Όπως είχε επισημανθεί και προηγούμενα, η θεώρηση της παρουσίας ανακλάσεων ανώτερων τάξεων δεν κάνει πολύ μεγάλη διαφορά, επιβεβαιώνοντας τη θεώρηση των ανακλάσεων πρώτης μόνο τάξης ως μια καλή πρώτη προσέγγιση για την επίδραση των ανακλάσεων. Όμως, όπως φαίνεται και από τα αντίστοιχα διαγράμματα των τεσσάρων πρώτων τάξεων ανάκλασης στο Παράρτημα Π.2, οι κατανομές των ανακλάσεων δεύτερης ή ανώτερης τάξης είναι μη μηδενικές στην κεντρική περιοχή, εκεί όπου η κατανομή πρώτων ανακλάσεων είναι μαθηματικά μηδενική. Αυτή η «αντίθεση» μπορεί να διαφοροποιήσει το αποτέλεσμα του σηματοθορυβικού λόγου.



Σχήμα 25. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή της ισχύος λήψης από όλους τους προβολείς για την περίπτωση: (a) μόνο LOS, (b) μόνο πρώτες ανακλάσεις, (c) ανακλάσεις πρώτης έως και τέταρτης τάξης και (d) ανακλάσεις δεύτερης έως και τέταρτης τάξης.

Στο τέταρτο και τελευταίο ζεύγος διαγραμμάτων του Σχήματος 25, απεικονίζεται η ισχύς των ανακλάσεων δεύτερης, τρίτης και τέταρτης τάξης. Αυτή η κατανομή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συνιστώσα θορύβου για την περίπτωση σκίασης/παρεμπόδισης (εν προκειμένω όλων) των προβολέων προς το δέκτη, στην οποία απουσία των απευθείας δεσμών (Non-Line-of-Sight – NLOS), ο δέκτης λαμβάνει ως σήμα την ισχύ των πρώτων μόνο ανακλάσεων.

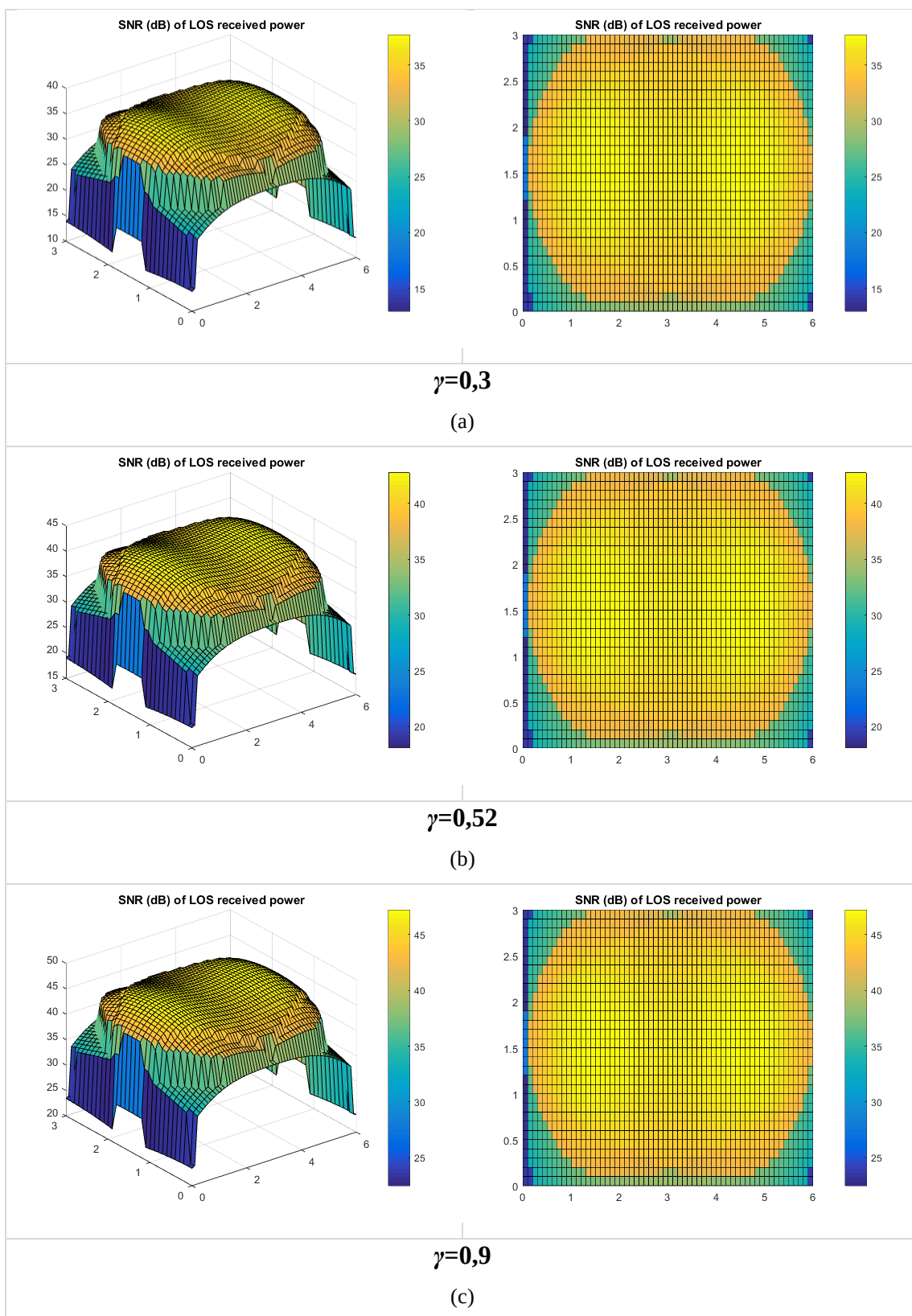
7.3.1. Εκτίμηση σηματοθορυβικού λόγου (SNR)

Σε επόμενο στάδιο, μπορούν να εκτιμηθούν οι επιδόσεις του τηλεπικοινωνιακού συστήματος, βάσει των παραπάνω εκτιμήσεων για την ισχύ λήψης και την ισχύ των ανακλάσεων/θορύβου. Για τον υπολογισμό των επιδόσεων BER συνολικά από όλους τους προβολείς, προηγείται ο υπολογισμός του αντίστοιχου SNR από την εξίσωση (42) με βάση τις εξισώσεις (38), (39) και (40).

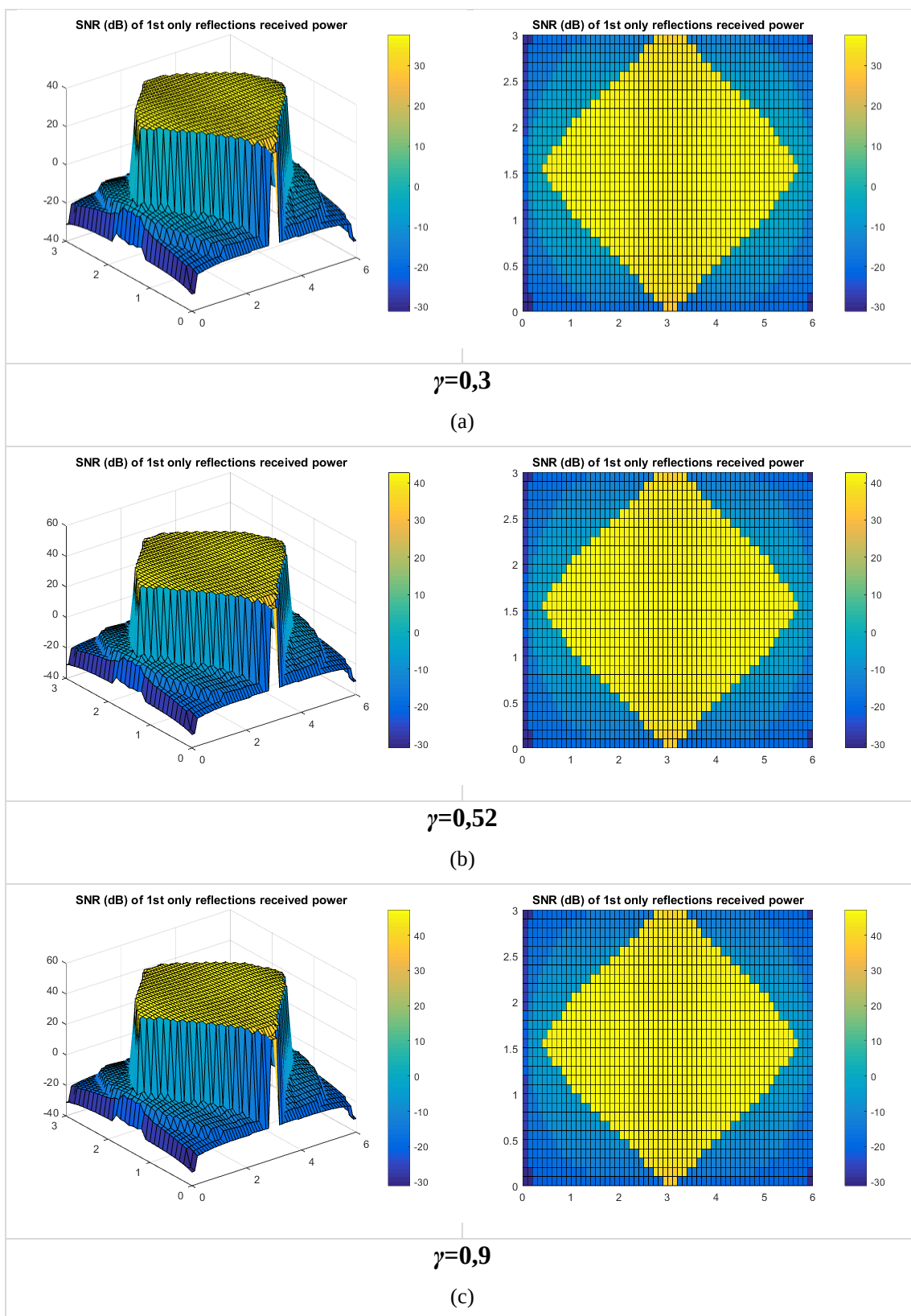
Ακόμη, για τον προσδιορισμό των διακυμάνσεων του θερμικού θορύβου και του θορύβου βολής, ελήφθησαν υπόψη οι ακόλουθες παράμετροι. Η σταθερά του Boltzmann $k = 1,3806488 \cdot 10^{-23}$ J/K, έστω η απόλυτη θερμοκρασία του δωματίου είναι $T_k = 297$ K (δηλαδή 23,85 °C), η χωρητικότητα ανά μονάδα επιφάνειας του φωτοφωρατή είναι $n = 1,12$ pF/cm⁻², οι παράγοντες του εύρους ζώνης θορύβου $I_2 = 0,562$ και $I_3 = 0,0868$, το εύρος ζώνης του θορύβου είναι $B = 175$ MHz, το κέρδος τάσης ανοικτού βρόχου είναι $G = 10$, ο παράγοντας θορύβου του καναλιού $\Gamma = 1,5$, η διαγωγιμότητα $g_m = 30$ mS, το φορτίο του ηλεκτρονίου $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C και ρεύμα υποβάθρου $I_{bg} = 5,1 \cdot 10^{-3}$ A [6],[36].

Επιπλέον, μια κρίσιμη παράμετρος για την εκτίμηση του SNR αποτελεί η τιμή της αποκρισιμότητας, η οποία κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0,3 και 0,9 με πιο αντιπροσωπευτική τιμή $\gamma = 0,54$. Γι' αυτό, στη συνέχεια θα ληφθούν τρεις παραλλαγές διαγραμμάτων για αυτές τις τρεις ενδεικτικές τιμές της παραμέτρου γ .

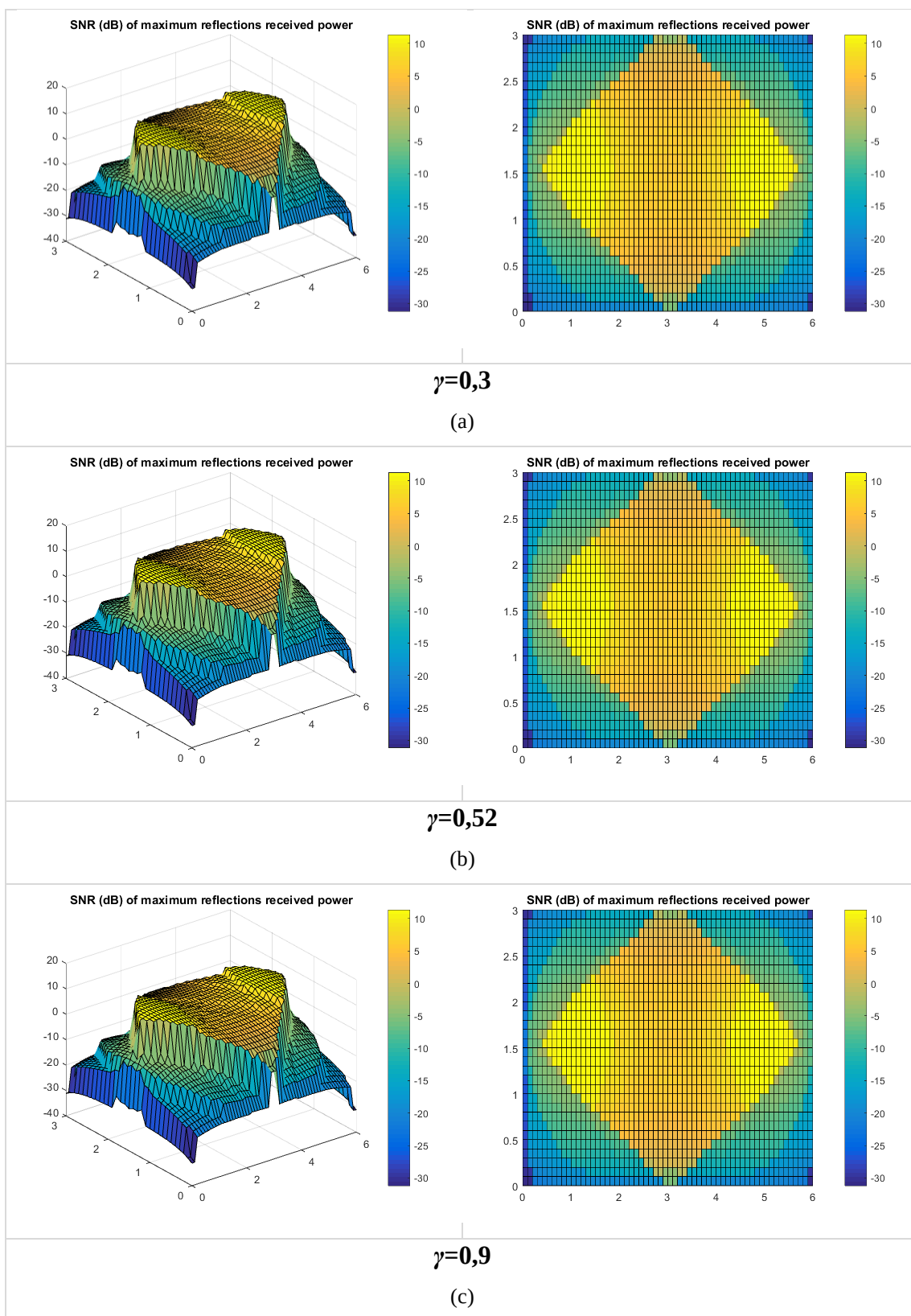
Στα επόμενα σχήματα παρουσιάζονται οι επιδόσεις SNR από όλους τους προβολείς, σε λογαριθμική κλίμακα (dB) για διάφορες περιπτώσεις. Στο Σχήμα 26 δίνεται ο SNR, θεωρώντας ότι δε συμβαίνουν ανακλάσεις στο χώρο. Αντίθετα, στα διαγράμματα του Σχήματος 27 λαμβάνεται υπόψη η συνεισφορά των πρώτων μόνο ανακλάσεων, ενώ στο Σχήμα 28 θεωρούνται επιπλέον όλες οι ανακλάσεις μέχρι τέταρτης τάξης.



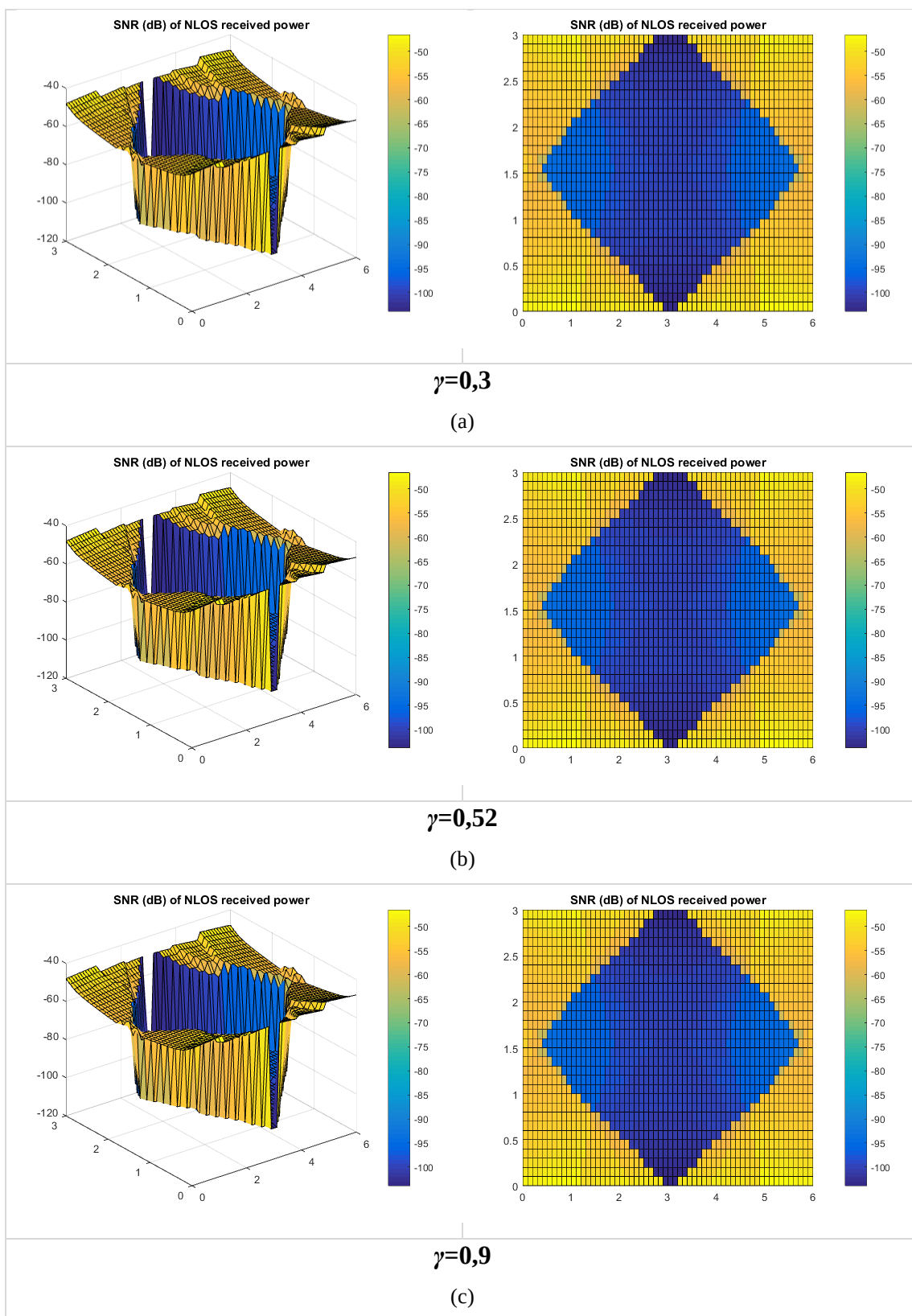
Σχήμα 26. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του SNR από όλους τους προβολείς (σε dB) απουσία ανακλάσεων, για διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



Σχήμα 27. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του SNR από όλους τους προβολείς (σε dB) παρουσία μόνο πρώτων ανακλάσεων, για διαφορετικές τιμές αποκρισμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



Σχήμα 28. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του SNR από όλους τους προβολείς (σε dB) παρουσία ανακλάσεων μέχρι και τέταρτης τάξης, για διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



Σχήμα 29. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του SNR από όλους τους προβολείς (σε dB) παρουσία ανακλάσεων δευτέρας έως τέταρτης τάξης (NLOS), για διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.

Από τα διαγράμματα του Σχήματος 26 είναι φανερό, ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της αποκρισιμότητας, τόσο υψηλότερος είναι ο SNR, που επιτυγχάνεται σε κάθε σημείο. Πιο συγκεκριμένα, ο μέγιστος SNR από τα 38 dB για $\gamma=0,3$ αυξάνει έως τα 48 dB για $\gamma=0,9$. Επίσης, να σημειωθεί, ότι το εύρος μέγιστου – ελάχιστου SNR είναι σταθερά γύρω στα 25 dB ανεξάρτητα από την τιμή του γ .

Από τα διαγράμματα του Σχήματος 27 εξάγεται πάλι το συμπέρασμα, ότι αύξηση της τιμής της αποκρισιμότητας συνεπάγεται αύξηση του SNR (ο μέγιστος SNR από τα 35 dB για $\gamma=0,3$ φθάνει στα περίπου 45 dB για $\gamma=0,9$). Ωστόσο, αντίθετα με την προηγούμενη παρατήρηση, το εύρος μέγιστου – ελάχιστου SNR εξαρτάται από την τιμή του γ με τον ελάχιστο SNR κοντά στις τέσσερις γωνίες να είναι σταθερά γύρω στα -30 dB.

Τα διαγράμματα του Σχήματος 28 είναι ουσιαστικά αμετάβλητα, επομένως φαίνεται ότι ο SNR σε αυτήν την περίπτωση δεν εξαρτάται, ισχυρά τουλάχιστον, από τη τιμή της αποκρισιμότητας και λαμβάνει τιμές σταθερά από περίπου -30 dB κοντά στις τέσσερις γωνίες έως λίγο πάνω από τα 10 dB στην κεντρική περιοχή.

Συνολικά από τα διαγράμματα των Σχημάτων 26, 27 και 28 προκύπτουν δύο αξιοσημείωτες παρατηρήσεις. Πρώτον, η επίδραση των ανακλάσεων πρώτης μόνο τάξης «καταβαθαίνει» απότομα (-50 dB περίπου) το σηματοθορυβικό λόγο κοντά στις γωνίες των προβολέων, ενώ στην κεντρική περιοχή ο λόγος παραμένει σχεδόν αμείωτος σε μια υψηλή τιμή γύρω στα 40 dB. Δεύτερον, η επίδραση των ανακλάσεων ανώτερης (κυρίως της δεύτερης) τάξης υποβαθμίζει σημαντικά (-30 dB περίπου) το σηματοθορυβικό λόγο εντός της κεντρικής περιοχής, περιορίζοντάς τον στην τιμή των σχεδόν 10 dB, μετριάζοντας επίσης το απότομο της πτώσης του στις γωνίες.

Τέλος, τα διαγράμματα του Σχήματος 29 αντιστοιχούν στην περίπτωση NLOS, όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Σε αυτήν την περίπτωση, ο γραμμικός SNR είναι μικρότερος από τη μονάδα ($\text{SNR}_{\text{dB}} < 0$), καθώς οι ισχύες των πρώτων ανακλάσεων, που θεωρήθηκαν ως σήμα, είναι πολύ ασθενείς εν συγκρίσει με τον υπολογιζόμενο, συνολικό θόρυβο. Εδώ, η επίδοση SNR κοντά στις γωνίες πέφτει σχεδόν στα -50 dB, ενώ στην κεντρική περιοχή, όπου η ισχύς των πρώτων ανακλάσεων είναι μηδενική, ο γραμμικός SNR τείνει στο μηδέν. Για να περιοριστεί αυτό το φαινόμενο, θεωρήθηκε επιπλέον μια αυθαίρετη, μικρή dc στάθμη ισχύος λήψης 1 nW σε όλο το επίπεδο. Και σε αυτήν την περίπτωση, η διαφοροποίηση της τιμής της αποκρισιμότητας δεν έχει αντίκτυπο στην κατανομή του SNR.

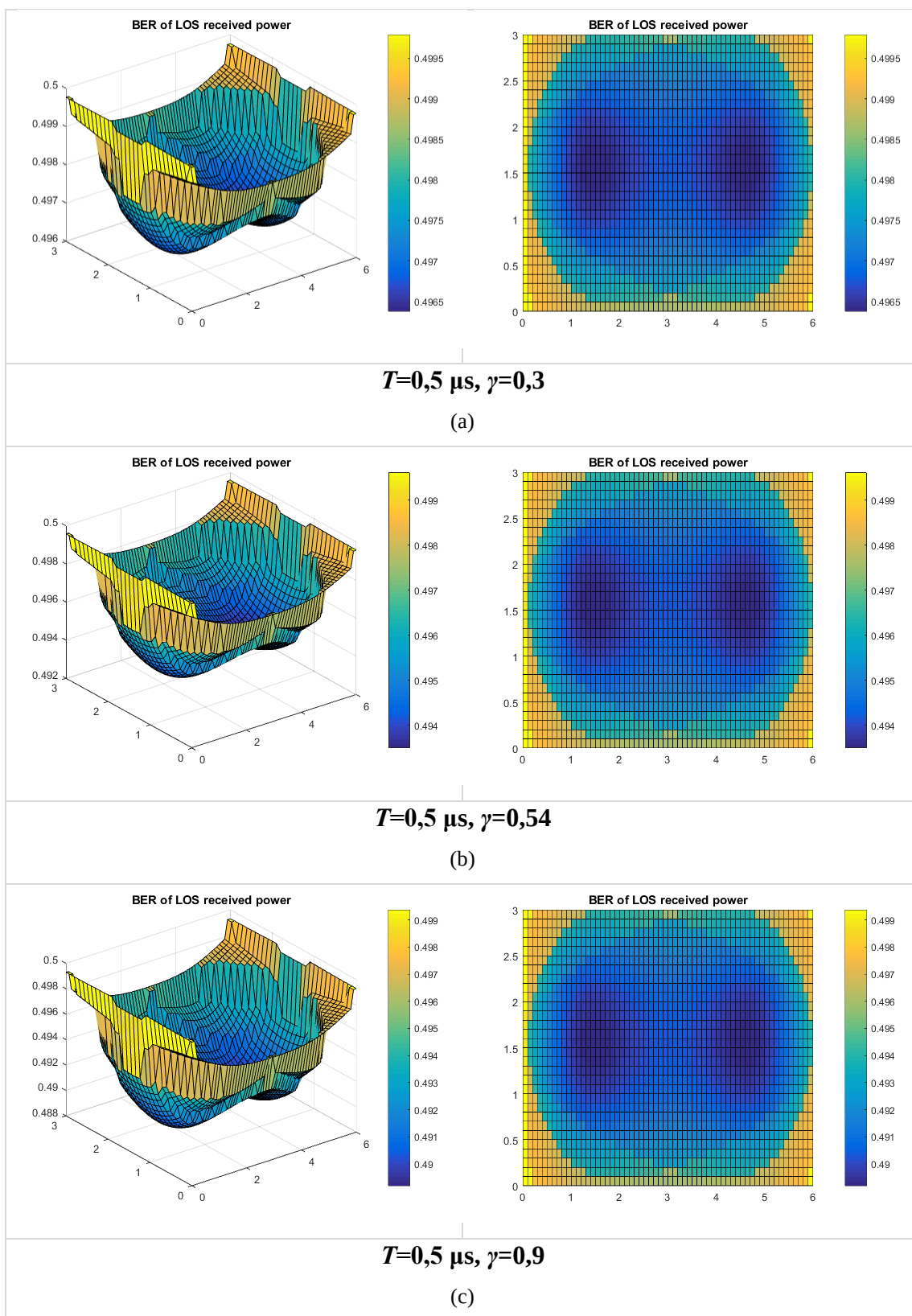
7.3.2. Εκτίμηση ρυθμού εσφαλμένων bit (BER)

Η επίδοση BER του συστήματος από όλους του προβολείς υπολογίζεται από την εξίσωση (44). Σε αυτήν υπεισέρχεται μια ακόμη κρίσιμη παράμετρος, η διάρκεια του παλμού T , η οποία καθορίζει τόσο το ρυθμό μετάδοσης (bit rate) όσο και το ρυθμό εσφαλμένων bit, που μελετάται σε αυτήν την ενότητα. Γι αυτό θα μελετηθούν τρεις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου T σε συνδυασμό με τις τρεις διαφορετικές τιμές του SNR (δηλ. διαφορετικές τιμές γ), που μελετήθηκαν στην προηγούμενη ενότητα. Επειδή, οι επιμέρους κατανομές των Σχημάτων 28 και 29 για διαφορετική τιμή γ παραμένουν πρακτικά αμετάβλητες, θα μελετηθεί μόνο μία, αντιπροσωπευτική τιμή $\gamma=0,54$.

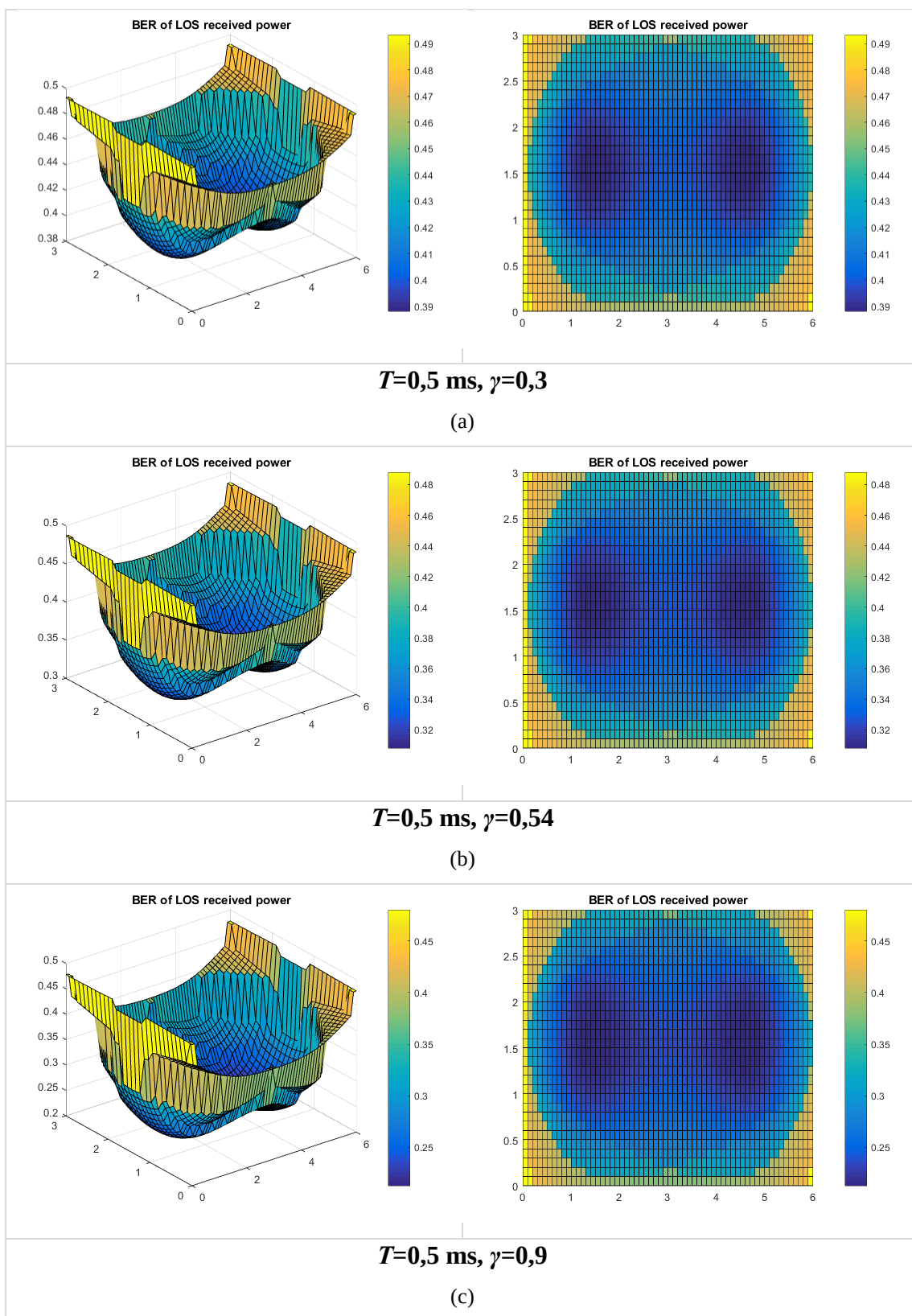
Οι τρεις τιμές της παραμέτρου T , που θα μελετηθούν, καλύπτουν μια αρκετά διευρυμένη περιοχή διάρκειας παλμών ξεκινώντας από τα 50 μs , προχωρώντας στα 50 ms και καταλήγοντας στα 0,5 ms που ισοδυναμούν με ρυθμούς μετάδοσης 2 Mbps, 2 Kbps και 20 bps, αντίστοιχα.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται γραφικά στα Σχήμα 30 έως 37. Οι κατανομές BER απουσία ανακλάσεων για διάρκεια παλμών 0,5 μs στο Σχήμα 30 φαίνονται πρακτικά παντού σταθερές λίγο κάτω από την τιμή 0,5 με ελάχιστα στα σημεία, όπου ο SNR εμφανίζει μέγιστα. Οι χωρικές διακυμάνσεις είναι της τάξης 10^{-3} για $\gamma=0,3$ και 10^{-2} για $\gamma=0,9$. Μεγαλώνοντας η διάρκεια του παλμού στα 0,5 ms (Σχήμα 31) η μορφή του σχήματος διατηρείται, αλλά διευρύνονται οι διακυμάνσεις από 0,1 για $\gamma=0,3$ μέχρι 0,3 για $\gamma=0,9$. Στο Σχήμα 32, όπου η διάρκεια παλμών είναι στα 50 ms, η εικόνα αλλάζει, καθώς για $\gamma=0,3$, 0,54 και 0,9, ο BER ελαχιστοποιείται στις τιμές $2 \cdot 10^{-2}$, $5 \cdot 10^{-4}$, $3 \cdot 10^{-8}$, αντίστοιχα, ενώ μεγιστοποιείται περίπου στα 4×10^{-1} στις τέσσερις γωνίες του επιπέδου, που μελετήθηκε.

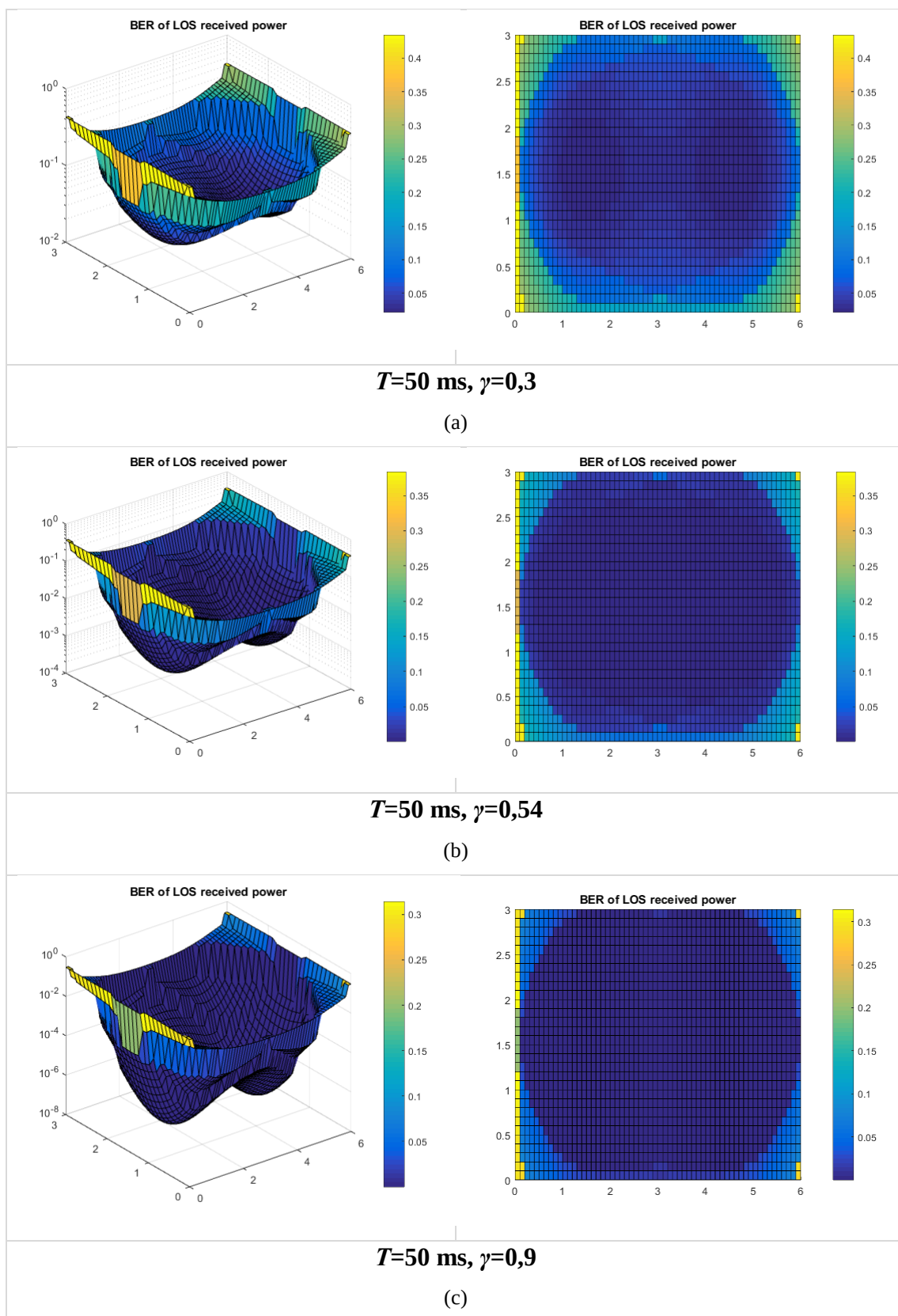
Παρόμοια είναι η εικόνα και στα διαγράμματα του Σχήματος 33, 34 και 35, όπου λαμβάνονται υπόψη οι ανακλάσεις πρώτης μόνο τάξης. Κοντά στις τέσσερις γωνίες, ο BER είναι σταθερός στην τιμή 0,5, ενώ στην κεντρική περιοχή η τιμή του πέφτει απότομα. Για $T=0,5 \mu\text{s}$ (Σχήμα 33) η πτώση είναι της τάξης 10^{-3} για $\gamma=0,3$ και 10^{-1} για $\gamma=0,9$. Για $T=0,5 \text{ ms}$ (Σχήμα 34) η πτώση είναι αισθητή και οι ελάχιστες τιμές κυμαίνονται από σχεδόν 0,4 για $\gamma=0,3$ έως 0,2 για $\gamma=0,9$. Για $T=50 \text{ ms}$ (Σχήμα 35) οι ελάχιστες τιμές είναι συγκρίσιμες με τις αντίστοιχες τιμές BER για $T=50 \text{ ms}$ απουσία ανακλάσεων.



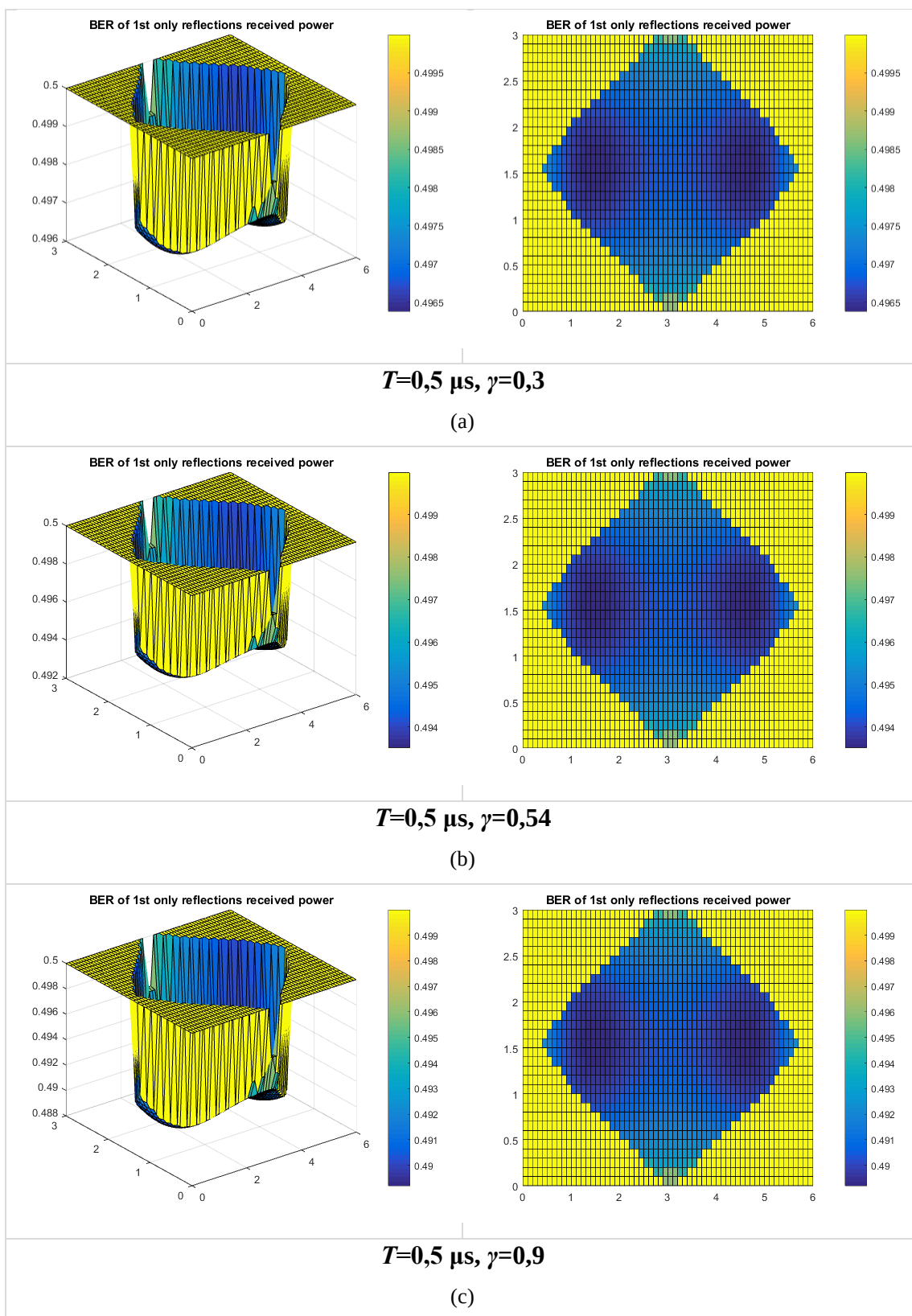
Σχήμα 30. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς απουσία ανακλάσεων, για διάρκεια παλμών $T=0,5 \mu\text{s}$ (ρυθμό μετάδοσης $R=2 \text{ Mbps}$) και διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



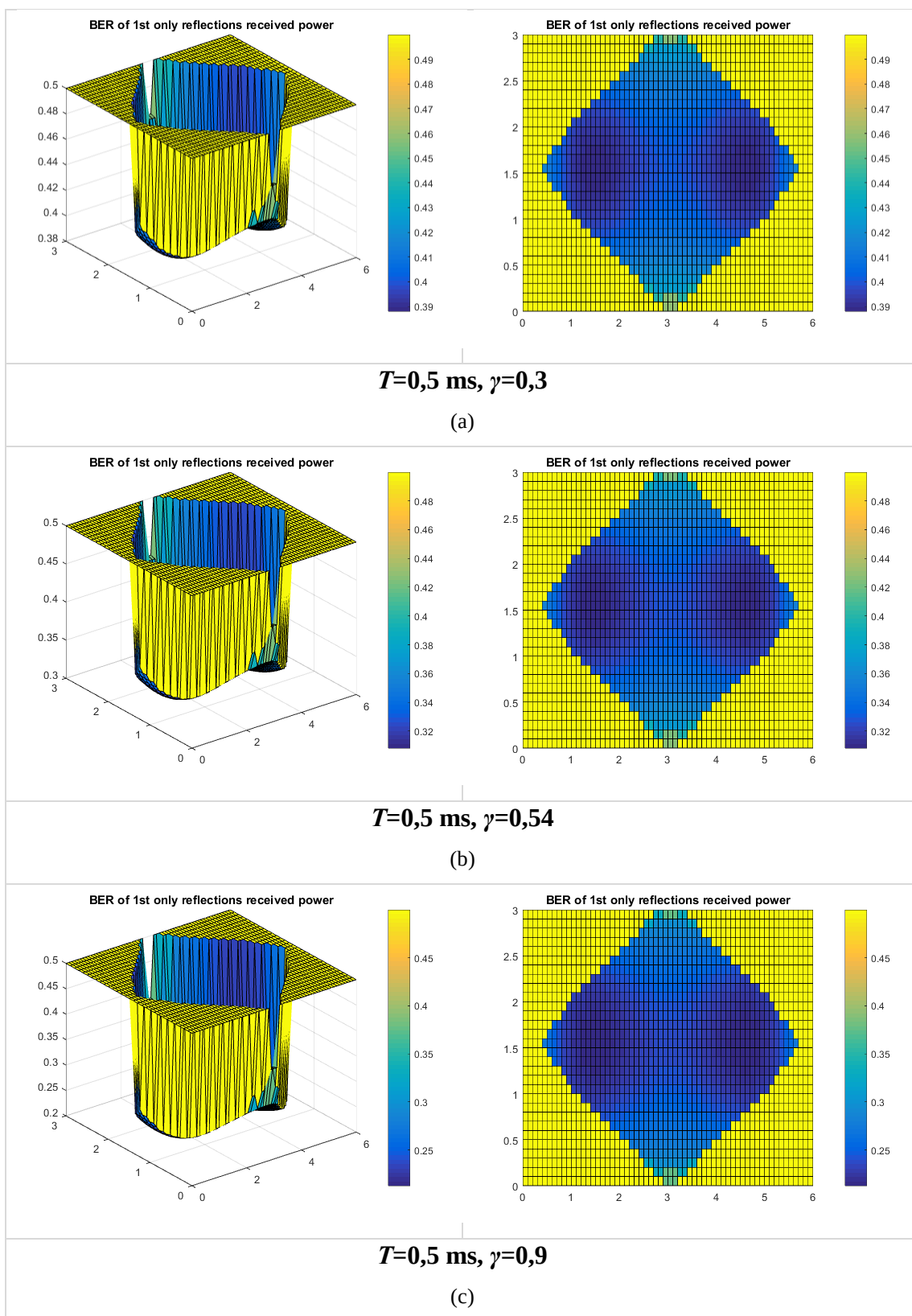
Σχήμα 31. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς απουσία ανακλάσεων, για διάρκεια παλμών $T=0,5 \text{ ms}$ (ρυθμό μετάδοσης $R=2 \text{ Kbps}$) και διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



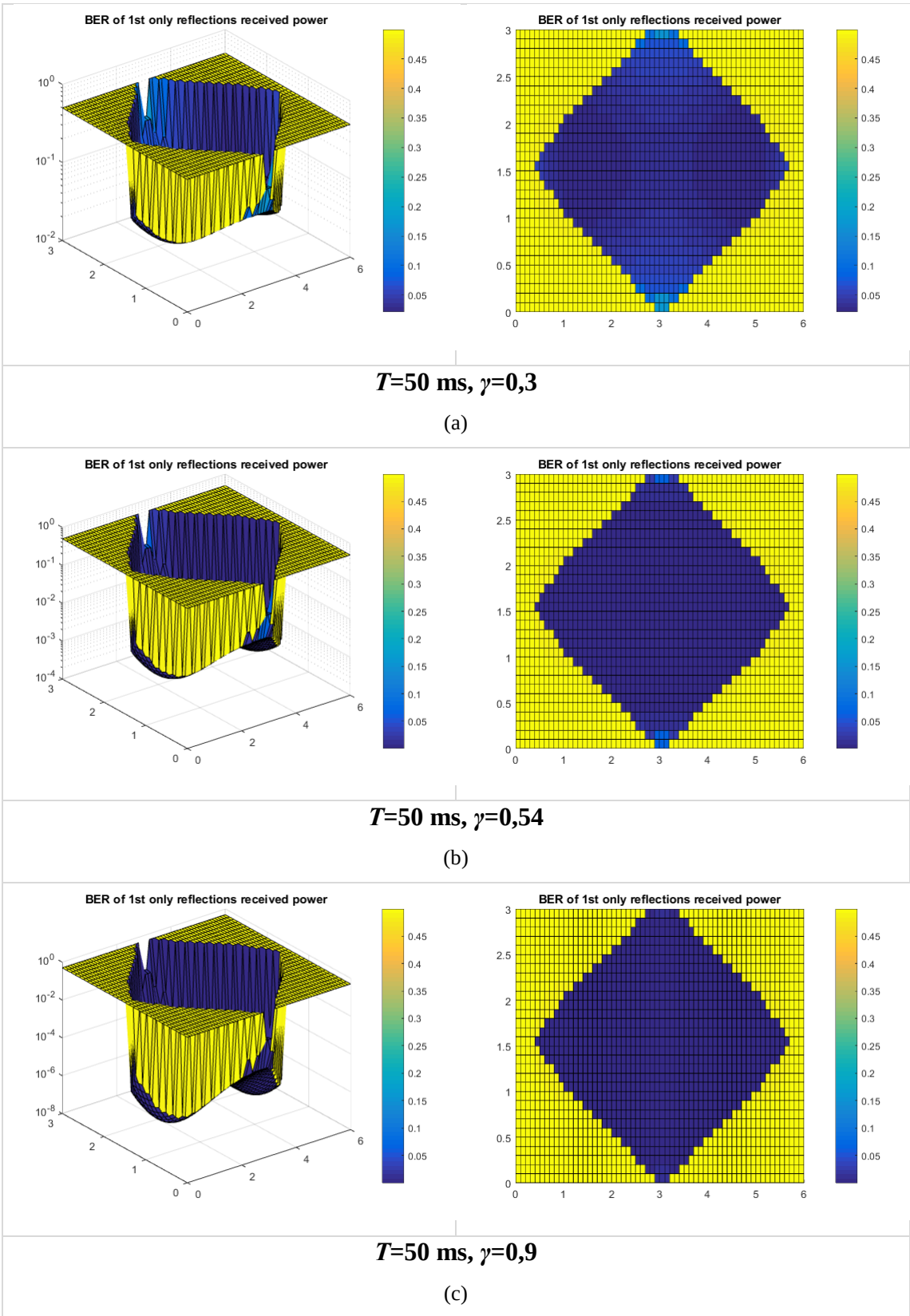
Σχήμα 32. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς απουσία ανακλάσεων, για διάρκεια παλμών $T=50 \text{ ms}$ (ρυθμό μετάδοσης $R=20 \text{ bps}$) και διαφορετικές τιμές αποκρισμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



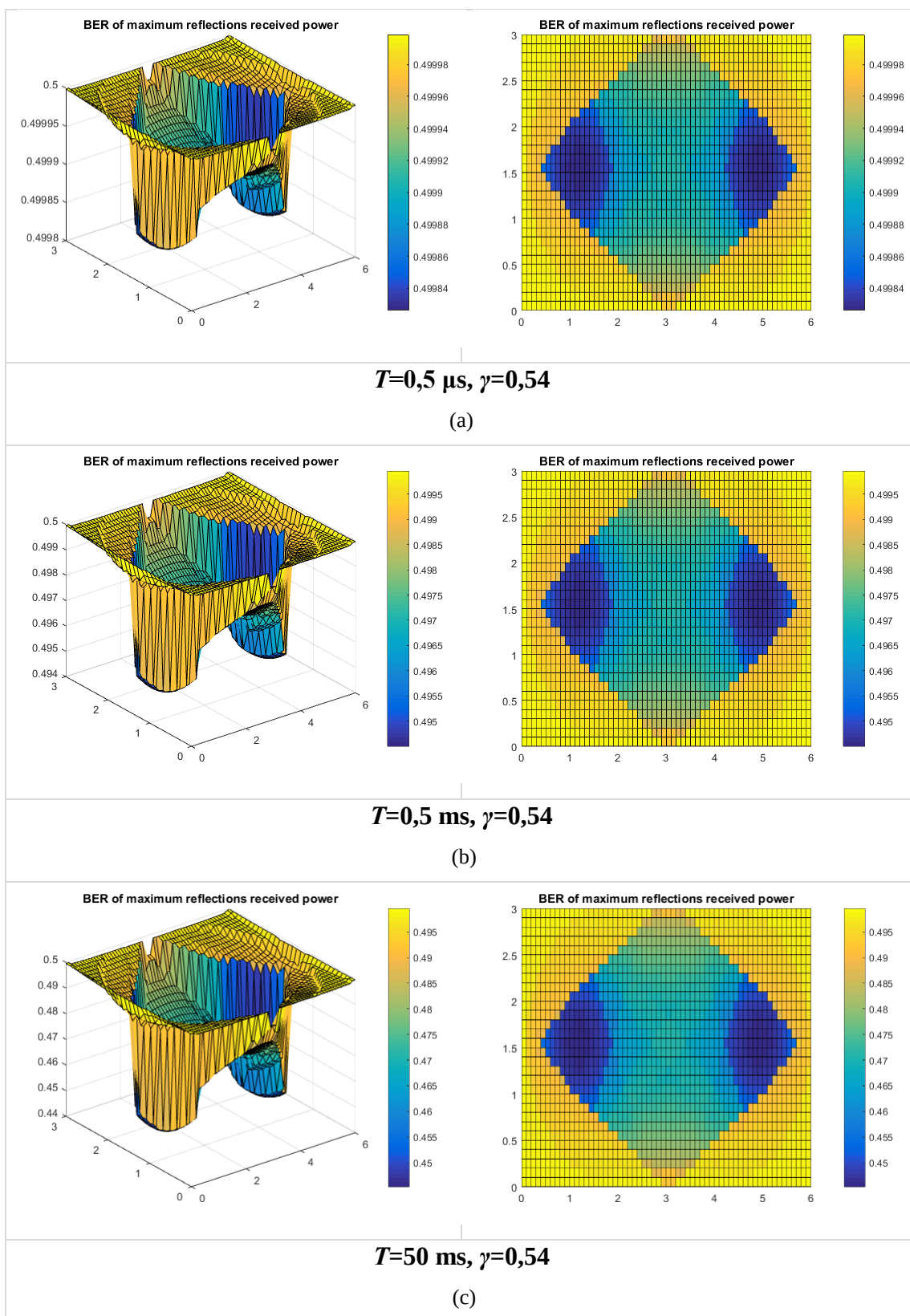
Σχήμα 33. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς παρουσία μόνο πρώτων ανακλάσεων, για διάρκεια παλμών $T=0,5 \mu\text{s}$ (ρυθμό μετάδοσης $R=2 \text{ Mbps}$) και διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



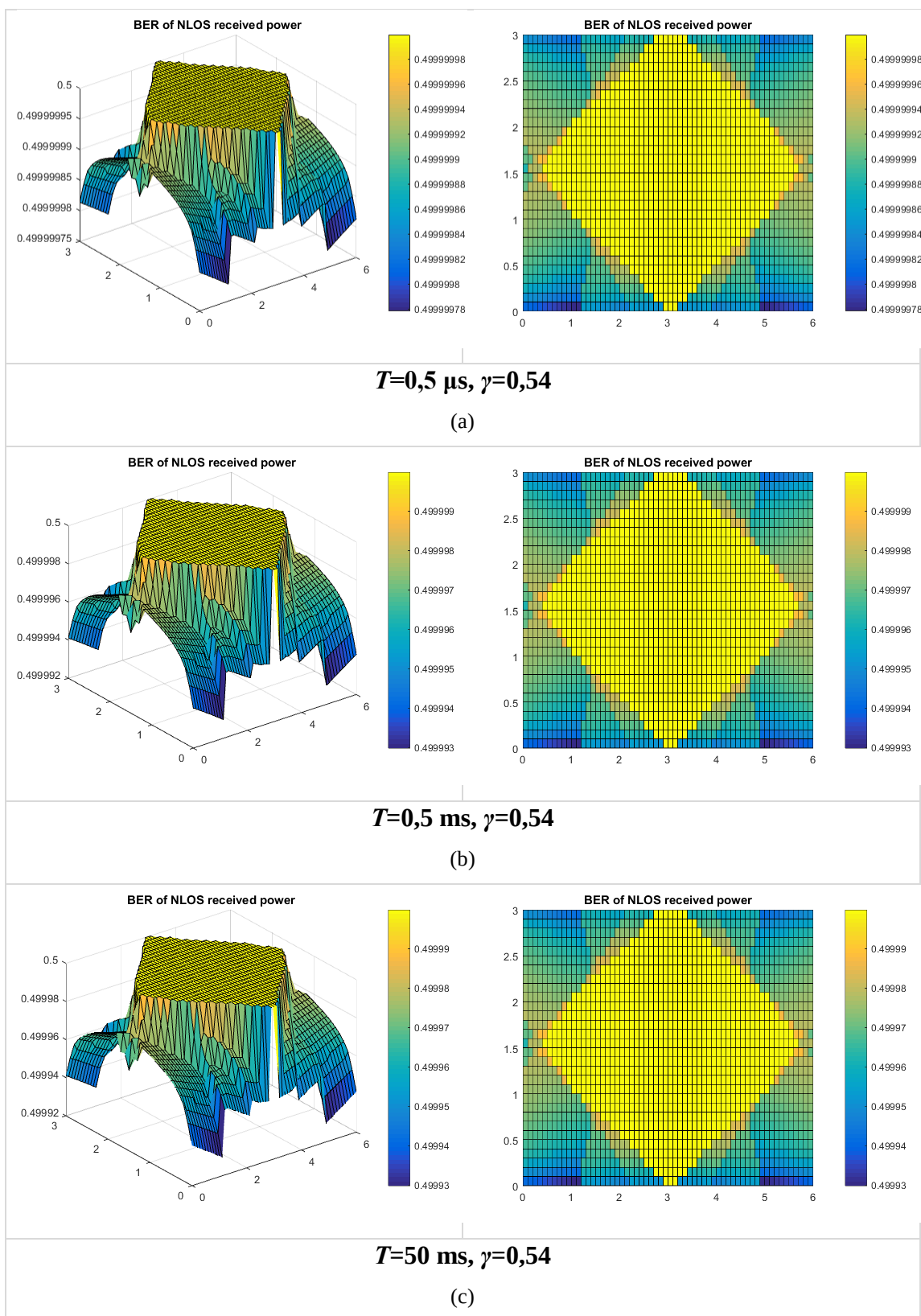
Σχήμα 34. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς παρουσία μόνο πρώτων ανακλάσεων, για διάρκεια παλμών $T=0,5 \text{ ms}$ (ρυθμό μετάδοσης $R=2 \text{ Kbps}$) και διαφορετικές τιμές αποκρισμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



Σχήμα 35. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς παρουσία μόνο πρώτων ανακλάσεων, για διάρκεια παλμών $T=50$ ms (ρυθμό μετάδοσης $R=20$ bps) και διαφορετικές τιμές αποκρισιμότητας: (a) $\gamma=0,3$, (b) $\gamma=0,54$ και (c) $\gamma=0,9$.



Σχήμα 36. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς παρουσία ανακλάσεων μέχρι και τέταρτης τάξης, για αποκρισιμότητα $\gamma=0,54$ και διαφορετικές τιμές διάρκειας παλμών: (a) $T=0,5 \mu\text{s}$, (b) $T=0,5 \text{ ms}$ και (c) $T=50 \text{ ms}$.



Σχήμα 37. Τριδιάστατη και διδιάστατη χωρική κατανομή του BER από όλους τους προβολείς παρουσία ανακλάσεων δεύτερης έως τέταρτης τάξης (NLOS), για αποκρισμότητα $\gamma=0,54$ και διαφορετικές τιμές διάρκειας παλμών: (a) $T=0,5 \mu\text{s}$, (b) $T=0,5 \text{ ms}$ και (c) $T=50 \text{ ms}$.

Τα διαγράμματα του Σχήματος 36 αφορούν την περίπτωση, όπου λαμβάνονται υπόψη περισσότερες συνιστώσες ανακλάσεων μέχρι και τέταρτης τάξης. Σε αυτήν την περίπτωση, ο BER ελάχιστα διαφοροποιείται από την τιμή 0,5. Η τάξη μεγέθους της πτώσης είναι 10^{-5} για $T=0,5$ μs και 10^{-2} για $T=50$ ms).

Στο Σχήμα 37, όπου δε λαμβάνονται οι LOS συνιστώσες, ο BER μεγιστοποιείται στην κεντρική περιοχή και ελαχιστοποιείται ανεπαίσθητα στις τέσσερις γωνίες του δωματίου. Χειρότερα από πριν, η τάξη μεγέθους της πτώσης είναι 10^{-7} για $T=0,5$ μs και 10^{-5} για $T=50$ ms.

Συνολικά, από τα Σχήματα 30 – 37, συνάγεται, ότι όσο αυξάνεται η διάρκεια των παλμών, τόσο βελτιώνεται ο ρυθμός εσφαλμένων bit. Όμως, αύξηση της διάρκειας των παλμών ισοδυναμεί με μείωση του ρυθμού μετάδοσης. Για παράδειγμα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, το σενάριο $T=50$ ms που μελετήθηκε εκτενώς, ισοδυναμεί με ένα ρυθμό μετάδοσης μόλις 20 bps, μια επίδοση απαράδεκτη για τη σύγχρονη εποχή. Ένα «αργό» σύστημα δε μπορεί να ανταποκριθεί στις ολοένα αυξανόμενες ανάγκες των χρηστών, όπως επίσης και ένα «γρήγορο» σύστημα με σοβαρά προβλήματα αξιοπιστίας. Επομένως, πρέπει να βρεθεί μια ισορροπία μεταξύ ταχύτητας και αξιοπιστίας.

Το «κλειδί» για αυτήν την ισορροπία είναι η βελτίωση των τιμών του SNR. Σύμφωνα με το Σχήμα 4 της δημοσίευσης [36], για μια αξιόπιστη επικοινωνία eSSKv με ένα BER μικρότερο από 10^{-4} , απαιτείται ένας SNR μεγαλύτερος από 35 dB. Αντίθετα, SNR μικρότερα από τα 25 dB έχουν πολύ φτωχούς BER ($<10^{-1}$), όπως φάνηκε κυρίως στις περιπτώσεις, που λαμβάνονταν υπόψη ανακλάσεις μέχρι τέταρτης τάξης, και περισσότερο σε εκείνες, που απουσίαζαν οι LOS συνιστώσες. Επομένως, είναι ξεκάθαρο, ότι η παρουσία των ανακλάσεων επιδεινώνει τις επιδόσεις του συστήματος.

8. Συμπεράσματα

Κλείνοντας, αυτή η εργασία διαπραγματεύτηκε τη μελέτη της επίδρασης των ανακλάσεων σε ένα VLC σύστημα εσωτερικού χώρου με χωρική διαμόρφωση, χρησιμοποιώντας τέσσερις πομπούς LED και ένα δέκτη.

Για να επιτευχθεί αυτό, αναπτύχθηκε μια μεθοδολογία εκτίμησης του θορύβου λόγω των (πολλαπλών) ανακλάσεων των σημάτων πληροφορίας στα τοιχώματα ενός δωματίου δεδομένων διαστάσεων με τη βοήθεια ενός γεωμετρικού μοντέλου ανακλάσεων και διερευνήθηκαν οι επιδόσεις BER του τηλεπικοινωνιακού συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, μελετήθηκε το σχήμα διαμόρφωσης eSSK με τέσσερις πηγές.

Επιπλέον, η μεθοδολογία εκτίμησης των επιδράσεων των ανακλάσεων στις επιδόσεις ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος, που παρουσιάζεται στην παρούσα εργασία, πλαισιώνεται από έναν εύχρηστο κώδικα σε περιβάλλον MATLAB, που μπορεί εύκολα να χρησιμοποιηθεί για μελέτη κλειστών χώρων οποιωνδήποτε διαστάσεων με τέσσερις προβολείς τοποθετημένους στις κορυφές της οροφής, παρέχοντας χρήσιμα συμπεράσματα για τη σχεδίαση αξιόπιστων και αποτελεσματικών VLC συστημάτων.

Μελετήθηκαν και προσομοιώθηκαν διαφορετικές περιπτώσεις, όπως λήψη με και χωρίς την επίδραση των ανακλάσεων, καθώς επίσης με και χωρίς την παρουσία άμεσης οπτικής επαφής. Η τελευταία περίπτωση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη στη μελέτη των επιδόσεων του συστήματος, όταν μεταξύ πομπών και δέκτη παρεμβάλλονται εμπόδια, που αποκόπτουν την άμεση οπτική επαφή. Επίσης, διερευνήθηκαν διαφορετικά σενάρια για τις τιμές δύο κρίσιμων παραμέτρων του τηλεπικοινωνιακού συστήματος, όπως είναι η τιμή της αποκρισιμότητας του φωτοδέκτη και η διάρκεια των παλμών. Στη συνέχεια, τα αποτελέσματα, που προέκυψαν από την προσομοίωση, παρουσιάστηκαν σε τριδιάστατα και διδιάστατα διαγράμματα απεικονίζοντας τις επιδόσεις SNR και BER του μελετώμενου τηλεπικοινωνιακού συστήματος.

Όπως διαπιστώθηκε από την προσομοίωση, η ισχύς λήψης των ανακλάσεων μπορεί όντως να θεωρηθεί ως επιπλέον θόρυβος στο σύστημα, επειδή κάθε συνιστώσα ανάκλασης λαμβάνεται καθυστερημένα και σε άτακτα χρονικά διαστήματα. Επιπλέον, κρίνοντας από την επιδείνωση του BER κοντά στους τοίχους, είναι φανερό, ότι η επίδραση των ανακλάσεων κοντά στα τοιχώματα είναι σημαντικά μεγαλύτερη από ό,τι στη κεντρική περιοχή, η οποία αφενός φωτίζεται καλύτερα και από τους τέσσερις προβολείς (με απευθείας δέσμες), αφετέρου οι ανακλώμενες δέσμες είναι ισχυρότερες κοντά στις επιφάνειες, που συμβαίνουν οι ανακλάσεις.

Μια ακόμη παρατήρηση, που προκύπτει από τα αποτελέσματα, είναι ότι η επίδραση των ανώτερων τάξεων ανάκλασης σε σχέση με εκείνη της πρώτης μόνο τάξης είναι μικρή. Και αυτό το αποτέλεσμα είναι αναμενόμενο, καθώς οι πολλαπλές προσπτώσεις εξασθενούν τις ανακλώμενες δέσμες και λόγω του μεγαλύτερου μήκους διάδοσης, αλλά και λόγω των συντελεστών ανάκλασης των τοιχωμάτων, οι οποίοι για μη τέλει ανακλαστικές επιφάνειες έχουν τιμή μικρότερη από τη μονάδα. Έτσι, η συνεισφορά των ανώτερων τάξεων ανάκλασης είναι μηδαμινή.

Στην παρούσα εργασία, μελετήθηκαν οι επιδράσεις των ανακλάσεων και ιδιαίτερα δύο συγγενείς περιπτώσεις παρουσίας ανακλάσεων πρώτης μόνο τάξης και ανακλάσεων μέχρι και τέταρτης τάξης. Τα αποτελέσματα συνοπτικά είναι τα εξής. Οι πρώτες ανακλάσεις είναι κυρίαρχες μόνο κοντά στις τέσσερις γωνίες και εκεί ο σηματοθορυβικός λόγος ελαχιστοποιείται. Αντίθετα, στην κεντρική περιοχή, κυριαρχούν οι ανακλάσεις ανώτερων τάξεων (κυρίως της δεύτερης τάξης). Αν αγνοηθούν, ο SNR κοντά στο κέντρο είναι αρκετά υψηλός (γύρω στα 40 dB). Ωστόσο, αν ληφθούν υπόψη οι ανακλάσεις ανώτερων τάξεων, τότε ο SNR στη κεντρική περιοχή υποβιβάζεται αρκετά, αλλά επειδή αυτές οι ανακλάσεις είναι ασθενέστερες από τις πρώτες, η πτώση του SNR στο κέντρο είναι πιο ήπια (σχεδόν στα 10 dB) και φθίνει πιο ομαλά στις μικρές τιμές των γωνιών.

Όσον αφορά στη μελετώμενη περίπτωση σκίασης των LOS συνιστωσών, θεωρώντας ως σήμα τις ανακλάσεις πρώτης τάξης, οι επιδόσεις του συστήματος επιδεινώνονται πολύ κυρίως στη κεντρική περιοχή, όπου οι πρώτες ανακλάσεις απουσιάζουν. Επιπλέον, ο θόρυβος βολής και ο θερμικός θόρυβος υπερισχύουν της ισχύος του ασθενούς, ανακλώμενου σήματος, με αποτέλεσμα ο λογαριθμικός SNR να εμφανίζεται αρνητικός. Επομένως, σε ένα ρεαλιστικό σενάριο σκίασης (παρεμπόδισης των απευθείας δεσμών προς το φωτοδέκτη εξαιτίας ενός μόνιμου ή έκτακτου φυσικού εμποδίου), το τηλεπικοινωνιακό σύστημα δεν αναμένεται να λειτουργεί αξιόπιστα.

Επίσης, από τις προσομοιώσεις των σεναρίων διαφορετικής τιμής της αποκρισιμότητας του φωτοδέκτη προέκυψε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της αποκρισιμότητας, τόσο υψηλότερος είναι ο SNR, που επιτυγχάνεται σε κάθε σημείο. Αυτή η εξάρτηση παρατηρείται κυρίως στις περιπτώσεις απουσίας ανακλάσεων και παρουσίας μόνο πρώτων ανακλάσεων.

Ακόμη, εξετάστηκε η εξάρτηση του ρυθμού εσφαλμένων bit από τη διάρκεια των παλμών. Σε όλες τις περιπτώσεις, η αύξηση της διάρκειας των παλμών, βελτίωσε το BER. Ωστόσο, επειδή η αύξηση της διάρκειας των παλμών μειώνει το ρυθμό μετάδοσης, πρέπει να βρεθεί μια ισορροπία μεταξύ ταχύτητας και αξιοπιστίας. Το «κλειδί» για αυτήν την ισορροπία είναι η βελτίωση των τιμών του SNR, ο οποίος υποβαθμίζεται έντονα λόγω της παρουσίας των ανακλάσεων.

Τα VLC συστήματα εσωτερικού χώρου είναι μια πολλά υποσχόμενη τεχνολογία, που βρίσκεται στην αρχή της. Όπως φάνηκε από τα πορίσματα αυτής της εργασίας, πρέπει να εξευρεθούν τρόποι βελτίωσης των επιδόσεων, που μελετήθηκαν, και εντέλει της απόδοσης αυτών των συστημάτων, ελαχιστοποιώντας τις ανεπιθύμητες επιδράσεις των ανακλάσεων, που δημιουργούνται αναπόφευκτα στο εσωτερικό ενός δωματίου.

Βιβλιογραφία

- [1] Z. Ghassemlooy, W. Popoola, S. Rajbhandari. Optical Wireless Communications System and Channel Modelling with MATLAB. *CRC Press* 2012.
- [2] A. Sivabalan and J. John. Modeling and Simulation of Indoor Optical Wireless Channels: A Review. *TENCON 2003. Conference on Convergent Technologies for the Asia-Pacific Region* DOI: 10.1109/TENCON.2003.1273414, 2003 IEEE.
- [3] Z. Chassemlooy, D. Wu, M. A. Khalighi and X. Tang,. Indoor Non-Directed Optical Wireless Communications – Optimization of the Lambertian Order. *Journal of Electrical and Computer Engineering Innovations, JECEI*, Vol. 1, No 1 2013.
- [4] J. R. Barry, “Wireless Infrared Communications,” Kluwer Academic Press, Boston, MA, 1994.
- [5] F. R. Gfeller and U. Bapst, “Wireless in-house data communication via diffuse infrared radiation,” *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 11, pp. 1474-1486, 1979.
- [6] T. Komine and M. Nakagama, (2004). Fundamental Analysis for Visible-Light Communication System using LED Lights. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol. 50, No. 1.
- [7] S. Menounou, A.N. Stassinakis, H.E. Nistazakis, A. Tzanakaki, H.G. Sandalidis and G.S. Tombras. Study and simulation on performance of a VLC communication system., 7th IC-EPSMSO, 2017.
- [8] Kwonhyung Lee, Hyuncheol Park and John Barry. Indoor Channel Characteristics for Visible Light Communications”, *IEEE transactions on communications*. vol. 15, no. 2, february 2011.
- [9] D. Karunatilaka, F Zafar, V. Kalavally and R. Pathiban. LED Based Indoor Visible Light Communications: State of the Art., *IEEE Communications Survey & Tutorials*, 2015.
- [10] P. Fahamuel, J. Thompson, H. Haas. Performance analysis of indoor diffuse VLC MIMO channels using Angular Diversity Detectors. *Journal of Lightwave Technology* (Volume: 34, Issue: 4, Feb.15, 15 2016).

- [11] Y. Hong, J. Chen, Z. Wang and C. Yu. Performance of a Precoding MIMO System for Decentralized Multiuser Indoor Visible Light Communications. *IEEE Photonics Journal* 2013.
- [12] K.N. Manganaris, H.E. Nistazakis, A.N. Stassinakis, A. Tzanakaki, G. Mkrttchian and G.S. Tombras. "Eight transmitter-short range indoor VLC system using spatial modulation technique of enhanced SSK with variable pulse width and correlated channel conditions". 7th IC-EPSMSO, 2017.
- [13] A.N. Stasinakis, P.J. Gripeos, K.N. Manganaris, S. Menounou, H.E. Nistazakis, A.N. Tzanakaki and G.S. Tombras "Performance Estimation of eSSK Indoor Visible Light Communication System with Wall Reflections", submitted in 2018.
- [14] Carlos Medina, Mayteé Zambrano and Kiara Navarro. Led Based Visible Light Communication: Technology, Applications and Challenges – a Survey. *International Journal of Advances in Engineering & Technology*, Aug., 2015. ©IJAET ISSN: 22311963.
- [15] S. Jayasudha, N. Bakkiyalakshmi, M. Manju, R. Sivabarani, M. Sudasridevi. Visible light communications for 5G wireless networking systems - Lifi technology. *Advances in Natural and Applied Sciences*, pp 390-395, 2016.
- [16] M. Ishida, "InGaN based LEDs and their application," *OPTRONICS*, vol.19, no.228, pp. 120-125, 2000.
- [17] Christine Kitsati "Μία μεγάλη τεχνολογική παρερμηνεία: Κι όμως Wi-Fi δε σημαίνει Wireless Fidelity!", *Digital Life*, Retrieved 2018-03-18 from <https://www.digitallife.gr/mia-megali-technologiki-parerminia-ki-omos-wi-fi-de-simeni-wireless-fidelity-83698>.
- [18] "Statement of Use, s/n 75799629, US Patent and Trademark Office Trademark Status and Document Retrieval". August 23, 2005. Archived from the original on April 28, 2015. Retrieved 2014-09-21. "first used the Certification Mark ... as early as August 1999".
- [19] "WiFi isn't short for "Wireless Fidelity"". *BoingBoing.net*. 2005-11-08. Archived from the original on 2012-12-21. Retrieved 2018-03-18.
- [20] Wi-Fi (n.d.) Retrieved 18 March 2018 from <https://en.wikipedia.org/wiki/Wi-Fi>.
- [21] W.O. Popoola, E. Pikasis, "On visible light communication and quality of light emitted from illumination LEDs", *IEEE Photonics Society Summer topical meeting Series*, 2016.

- [22] T. Mukai and S. Nakamura, "White and UV LEDs," *OYO BUTURI*, vol.68, no. 2, pp. 152-155, 1999.
- [23] J. M. Kahn and J. R. Barry, "Wireless infrared communications," *Proceedings of IEEE*, vol. 85, pp. 265-298, 1997.
- [24] Harald Haas. "Harald Haas: Wireless data from every light bulb". ted.com. Archived from the original on 8 June 2017.
- [25] Li-Fi (n.d.) Retrieved 1 March 2018 from <https://en.wikipedia.org/wiki/Li-Fi>.
- [26] T. Tamura, T. Setomoto and T. Taguchi, "Fundamental characteristics of the illuminating light source using white LED based on InGaN semiconductors," *Trans. IEEE Japan*, vol. 120-A, no. 2, pp. 244-249, 2000.
- [27] T. Taguchi, "Technological innovation of high-brightness light emitting diodes (LEDs) and a view of white LED lighting system," *OPTRONICS*, vol. 19, no.228, pp.113-119, 2000.
- [28] C. P. Kuo, R. M. Fletcher, T. D. Owentowski, M. C. Lardizabal and M. G. Craford, "High performance ALGaInP visible light-emitting diodes," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 57, no. 27, pp. 2937-2939, 1990.
- [29] S. Nakamura, "Present performance of InGaN based blue / green /yellow LEDs," *Proc. of SPIE Conf. on Light-Emitting Diodes: Research, Manufacturing, and Applications*, vol. 3002, San Jose, CA, pp. 24-29, 1992.
- [30] De-qiang Ding, Xi-zheng Ke. A new indoor VLC channel model based on reflection. *Optoelectronics Letter*, July 2010, Volume 6, Issue 4, pp 295–298.
- [31] D. A. Bashayaka, H. Haas. MIMO Interference Channel Between Spatial Multiplexing and Spatial Modulation. *IEEE Transactions on Communications*, Volume: 64, Issue: 8, Aug. 2016.
- [32] R. Mesleh, H. Haas, S. Sinanovic, C. W. Ahn, and S. Yun, "Spatial Modulation," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 4. pp. 2228 - 2241, July 2008.
- [33] P. Yang. M. Di Renzo, Y. Xiao, S. Li. and L. Hanzo. "Design guidelines for spatial modulation," *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 17, no.!, pp. 6-26, Firstquarter 2015.

- [34] R. Mesleh, H. Haas, C. W. Ahn, and S. Yun. "Spatial Modulation - A New Low Complexity Spectral Efficiency Enhancing Technique." In *IEEE International Conference on Communication and Networking in China (CHINACOM)*. Beijing, China. Oct. 25-27. 2006, pp. 1-5.
- [35] R. Mesleh, H. Elgala, and H. Haas, "Optical Spatial Modulation," *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, vol. 3, no. 3, pp. 234-244. Mar. 2011, ISSN: 1943-0620.
- [36] W. Popoola, S. Sinanovic and H. Nistazakis. Enhancing the Error Performance of Optical SSK under Correlated Channel Condition. *IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC)*, May 2016, DOI: 10.1109/ICCW.2016.7503755.
- [37] Two-ray ground-reflection model (n.d.) Retrieved 18 March 2018 from https://en.wikipedia.org/wiki/Two-ray_ground-reflection_model.
- [38] Triangular number (n.d.) Retrieved 1 March 2018 from https://en.wikipedia.org/wiki/Triangular_number.
- [39] Tetrahedral number (n.d.) Retrieved 1 March 2018 from https://en.wikipedia.org/wiki/Tetrahedral_number.
- [40] "Find the nth term of the quadratic sequences in the form $n^2 + b$ " (n.d.) Retrieved 1 March 2018 from <https://www.enotes.com/homework-help/find-nth-term-quadratic-sequences-form-n-2-b-1-8-512421>.
- [41] Triangle wave (n.d.) Retrieved 1 March 2018 from https://en.wikipedia.org/wiki/Triangle_wave.
- [42] M. Syuhaimi, Ab-Rahman, N. I. Shuhaimi, L. Al-Hakim Azizan and M. R. Hassan. Analytical Study of Signal-to-Noise Ratio for Visible Light Communication by Using Single Source. *Journal of Computer Science* 8, ISSN 1549-3636 (2012).
- [43] A. Agarwal, G. Saini, SNR Analysis for Visible Light Communication Systems", *International Journal of Engineering & Technology (IJERT)*, ISSN: 2278-0181, Vol. 3, Issue 10 (2014).
- [44] A. Bekkali, C.B. Naila, K. Kazaura, K. Wakamori and M. Matsumoto. Transmission Analysis of OFDM-Based Wireless Services Over Turbulent Radio-on-FSO Links Modeled by Gamma-Gamma Distribution, *IEEE Photonics Journal*, Vol. 2, No. 3, pp. 509-520, 2010.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Π.1. Πλήρης κώδικας σε περιβάλλον MATLAB

Π.1.1. Καθορισμός του χώρου

Εκτελώντας τον επόμενο κώδικα στο πρόγραμμα MATLAB, καθορίζονται οι διαστάσεις του υπό μελέτη χώρου και οι συντελεστές ανάκλασης καθενός από τα έξι τοιχώματα. Ο λόγος, για τον οποίο ο παρακάτω κώδικας εκτελείται ξεχωριστά από τον κύριο κώδικα υπολογισμού των ανακλάσεων (βλ. Π.1.2), είναι ότι μετά την εκτέλεση αυτού, υπάρχει η δυνατότητα διαφοροποίησης των συντελεστών ανάκλασης ανά σημείο του δημιουργούμενου πλέγματος καθενός τοιχώματος (τροποποιώντας χειρωνακτικά τα στοιχεία των αντίστοιχων πινάκων RC_wall_####), ώστε στη συνέχεια να προσομοιωθούν λεπτομερέστερα «μικρές» περιοχές με διαφορετικό υλικό, όπως πόρτες ή παράθυρα, που ασφαλώς θα υπάρχουν σε κάποιους τοίχους του δωματίου.

Οι ετικέτες _ABwall, _CDwall, _ADwall και _BCwall των μεταβλητών των προεπιλεγμένων συντελεστών ανάκλασης αναφέρονται σε καθένα από τα τέσσερα κατακόρυφα επίπεδα ανάλογα με το ζεύγος των προβολέων, που πρόσκεινται στο καθένα από αυτά. Από την άλλη, οι ετικέτες _0yz, _Lyz, _x0z, _xWz, _xy0 και _xyH των πινάκων-πλεγμάτων των συντελεστών ανάκλασης αναφέρονται στις μεταβλητές, που χαρακτηρίζουν το κάθε επίπεδο στο χώρο (xyz).

Ο παρακάτω κώδικας οφείλει να εκτελείται πριν τον επόμενο πάντα στην αρχή και κάθε φορά, που αλλάζουν οι διαστάσεις ή οι συντελεστές ανάκλασης των τοιχωμάτων.

```
clear all;
clc

Mesh=0.099999; %Grid Mesh (in meters)

L=6.0;%Room Length (in meters)
W=3.0;%Room Width (in meters)
H=3.0;%Room Height (in meters)
```

```
RC_ABwall=0.5;%AB_wall reflection coefficient matrix
RC_CDwall=0.5;%CD_wall reflection coefficient matrix

RC_ADwall=0.5;%AD_wall reflection coefficient matrix
RC_BCwall=0.5;%BC_wall reflection coefficient matrix

RC_Floor=0.5;%Floor reflection coefficient matrix
RC_Ceiling=0.5;%Ceiling reflection coefficient matrix

RC_wall_0yz=RC_ABwall*ones(ceil(W/Mesh),ceil(H/Mesh));%AB_wall
reflection coefficient matrix
RC_wall_Lyz=RC_CDwall*ones(ceil(W/Mesh),ceil(H/Mesh));%CD_wall
reflection coefficient matrix

RC_wall_x0z=RC_ADwall*ones(ceil(L/Mesh),ceil(H/Mesh));%AD_wall
reflection coefficient matrix
RC_wall_xWz=RC_BCwall*ones(ceil(L/Mesh),ceil(H/Mesh));%BC_wall
reflection coefficient matrix

RC_wall_xy0=RC_Floor*ones(ceil(L/Mesh),ceil(W/Mesh));%Floor
reflection coefficient matrix
RC_wall_xyH=RC_Ceiling*ones(ceil(L/Mesh),ceil(W/Mesh));%Ceiling
reflection coefficient matrix
```

Π.1.2. Υπολογισμός ανακλάσεων

Εκτελώντας τον επόμενο κώδικα στο πρόγραμμα MATLAB, ρυθμίζονται όλες οι παράμετροι του προβλήματος ανακλάσεων και εκτελούνται αλγοριθμικά οι υπολογισμοί για τη λύση.

```
tic
clc;
format compact

O_min=1;% Minimum order of reflections to compare
O_max=4;% Maximum order of reflections to compute

N_min=(O_min)*(O_min+1)*(O_min+2)/6; %The number of reflections until
O_min order [Tetrahedral number of O_min]
N_last=(O_max)*(O_max+1)*(O_max+2)/6; %The number of reflections of
included in O_max only [Tetrahedral number of O_max]
N_max=(O_max+1)*(O_max+2)*(O_max+3)/6; %The number of reflections
until O_max order [Tetrahedral number of O_max+1]

z_rx=1;%Receiver applicate (z-coordinate), (in meters)

Mesh=0.099999;

LED_A=[0,0,H];%LED A position vector
LED_B=[0,W,H];%LED B position vector
LED_C=[L,W,H];%LED C position vector
LED_D=[L,0,H];%LED D position vector

P_LED_A=20;%Center radiant flux from LED A (in Watts)
P_LED_B=20;%Center radiant flux from LED B (in Watts)
P_LED_C=20;%Center radiant flux from LED C (in Watts)
P_LED_D=20;%Center radiant flux from LED D (in Watts)

CRTx_rel_A=[1,1,-1];%Tx LED A central ray trace relative position
vector
CRTx_rel_B=[1,-1,-1];%Tx LED B central ray trace relative position
vector
CRTx_rel_C=[-1,-1,-1];%Tx LED C cenrtal ray trace relative position
vector
CRTx_rel_D=[-1,1,-1];%Tx LED D central ray trace relative position
vector

CRTx_abs_A=LED_A+CRTx_rel_A;%Tx LED A central ray trace absolute
position vector
CRTx_abs_B=LED_B+CRTx_rel_B;%Tx LED B central ray trace absolute
position vector
CRTx_abs_C=LED_C+CRTx_rel_C;%Tx LED C central ray trace absolute
position vector
CRTx_abs_D=LED_D+CRTx_rel_D;%Tx LED D central ray trace absolute
position vector
```

```

CRRx_rel_A=[-1,-1,1];%Rx LED A central ray trace relative position
vector
CRRx_rel_B=[-1,1,1];%Rx LED B central ray trace relative position
vector
CRRx_rel_C=[1,1,1];%Rx LED C central ray trace relative position
vector
CRRx_rel_D=[1,-1,1];%Rx LED D central ray trace relative position
vector

FOV_Tx=35;%Half Field-of-View of all trasmitter's view in degrees
FOV_Rx=35;%Half Field-of-View of receiver's view in degrees
A_ps=0.0001;%Photodetector surface area in m^2
half_angle=35;%Half angle in degrees
m_order=-log(2)/log(cosd(half_angle));%Lambertian order m
n_lens=1.5;%Lens refractive index
c=3*10^-1;%Light speed in m/ns

q=0;
for x_rx=0.0000001:Mesh:L %Receiver abscissa (x-coordinate)
    q=q+1;
    p=0;
    for y_rx=0.0000001:Mesh:W %Receiver ordinate (y-coordinate)
        p=p+1;
        Rx=[x_rx,y_rx,z_rx];%Receiver position vector

        CRRx_abs_A=Rx+CRRx_rel_A;%Rx LED A central ray trace absolute
position vector
        CRRx_abs_B=Rx+CRRx_rel_B;%Rx LED B central ray trace absolute
position vector
        CRRx_abs_C=Rx+CRRx_rel_C;%Rx LED C central ray trace absolute
position vector
        CRRx_abs_D=Rx+CRRx_rel_D;%Rx LED D central ray trace absolute
position vector

        v=0;
        for t=0:O_max %t: Temporal computed order
            for l=0:t
                for m=0:t-l
                    for n=0:t-l-m
                        if l+m+n<t % Skip combinations already
computed

                            else % Run new combinations
                                v=v+1;

                                R_lmn(1,v)=l; %l,m,n vector
                                R_lmn(2,v)=m;
                                R_lmn(3,v)=n;

                                VRx_A_lmn=[2*ceil(l/2)*L+x_rx*(-1)^l,
2*ceil(m/2)*W+y_rx*(-1)^m, (2*floor(n/2)+1)*H-z_rx*(-1)^n];% Absolute
displacement of virtual receiver for LED A
                                VRx_B_lmn=[2*ceil(l/2)*L+x_rx*(-1)^l,
(2*floor(m/2)+1)*W-y_rx*(-1)^m, (2*floor(n/2)+1)*H-z_rx*(-1)^n];%
Absolute displacement of virtual receiver for LED A
                                VRx_C_lmn=[(2*floor(l/2)+1)*L-x_rx*(-1)^l,
(2*floor(m/2)+1)*W-y_rx*(-1)^m, (2*floor(n/2)+1)*H-z_rx*(-1)^n];%
Absolute displacement of virtual receiver for LED A

```

```

VRx_D_lmn=[ (2*floor(l/2)+1)*L-x_rx*(-1)^l,
2*ceil(m/2)*W+y_rx*(-1)^m, (2*floor(n/2)+1)*H-z_rx*(-1)^n];% Absolute
displacement of virtual receiver for LED A

d_A_lmn(p,q)=norm(VRx_A_lmn);% Rlmn distance
from LED A
d_B_lmn(p,q)=norm(VRx_B_lmn);% Rlmn distance
from LED B
d_C_lmn(p,q)=norm(VRx_C_lmn);% Rlmn distance
from LED C
d_D_lmn(p,q)=norm(VRx_D_lmn);% Rlmn distance
from LED D
d_vect_lmn=[d_A_lmn(p,q), d_B_lmn(p,q),
d_C_lmn(p,q), d_D_lmn(p,q)];% Vector:LOS distances from ALL LEDs

Delay_vector_lmn=d_vect_lmn/c;% Vector:Delay
from ALL LEDs in nanoseconds
Delay_A_lmn(p,q,v)=Delay_vector_lmn(1);
Delay_B_lmn(p,q,v)=Delay_vector_lmn(2);
Delay_C_lmn(p,q,v)=Delay_vector_lmn(3);
Delay_D_lmn(p,q,v)=Delay_vector_lmn(4);

theta_TxA_xy(p,q,v)=atan(VRx_A_lmn(2)/VRx_A_lmn(1));% xy plane
emmiting angle for LED A

theta_TxB_xy(p,q,v)=atan(VRx_B_lmn(2)/VRx_B_lmn(1));% xy plane
emmiting angle for LED B

theta_TxC_xy(p,q,v)=atan(VRx_C_lmn(2)/VRx_C_lmn(1));% xy plane
emmiting angle for LED C

theta_TxD_xy(p,q,v)=atan(VRx_D_lmn(2)/VRx_D_lmn(1));% xy plane
emmiting angle for LED D

theta_TxA_xz(p,q,v)=atan(VRx_A_lmn(3)/VRx_A_lmn(1));% xz plane
emmiting angle for LED A

theta_TxB_xz(p,q,v)=atan(VRx_B_lmn(3)/VRx_B_lmn(1));% xz plane
emmiting angle for LED B

theta_TxC_xz(p,q,v)=atan(VRx_C_lmn(3)/VRx_C_lmn(1));% xz plane
emmiting angle for LED C

theta_TxD_xz(p,q,v)=atan(VRx_D_lmn(3)/VRx_D_lmn(1));% xz plane
emmiting angle for LED D

theta_TxA_yz(p,q,v)=atan(VRx_A_lmn(3)/VRx_A_lmn(2));% yz plane
emmiting angle for LED A

theta_TxB_yz(p,q,v)=atan(VRx_B_lmn(3)/VRx_B_lmn(2));% yz plane
emmiting angle for LED B

theta_TxC_yz(p,q,v)=atan(VRx_C_lmn(3)/VRx_C_lmn(2));% yz plane
emmiting angle for LED C

theta_TxD_yz(p,q,v)=atan(VRx_D_lmn(3)/VRx_D_lmn(2));% yz plane
emmiting angle for LED D

```



```

        theta_TxA_azim(p,q,v)=theta_TxA_xy(p,q)-0;%
azimuth emmiting angle for LED A
        theta_TxB_azim(p,q,v)=0-theta_TxB_xy(p,q);%
azimuth emmiting angle for LED B
        theta_TxC_azim(p,q,v)=theta_TxC_xy(p,q)-pi;%
azimuth emmiting angle for LED C
        theta_TxD_azim(p,q,v)=pi-theta_TxD_xy(p,q);%
azimuth emmiting angle for LED D

        theta_TxA_elev(p,q,v)=-
atan(VRx_A_lmn(3)/sqrt(VRx_A_lmn(1)^2+VRx_A_lmn(2)^2));% elevation
emmiting angle for LED A
        theta_TxB_elev(p,q,v)=-
atan(VRx_B_lmn(3)/sqrt(VRx_B_lmn(1)^2+VRx_B_lmn(2)^2));% elevation
emmiting angle for LED B
        theta_TxC_elev(p,q,v)=-
atan(VRx_C_lmn(3)/sqrt(VRx_C_lmn(1)^2+VRx_C_lmn(2)^2));% elevation
emmiting angle for LED C
        theta_TxD_elev(p,q,v)=-
atan(VRx_D_lmn(3)/sqrt(VRx_D_lmn(1)^2+VRx_D_lmn(2)^2));% elevation
emmiting angle for LED D

        theta_RxA_xy(p,q,v)=-(-
1)^(l+m)*(pi/2+(pi/2)*(-1)^l-theta_TxA_xy(p,q));% xy plane (azimuth)
receiving angle from LED A
        theta_RxB_xy(p,q,v)=(-
1)^(l+m)*(pi/2+(pi/2)*(-1)^l-theta_TxB_xy(p,q));% xy plane (azimuth)
receiving angle from LED B
        theta_RxC_xy(p,q,v)=-(-1)^(l+m)*(pi/2-
(pi/2)*(-1)^l-theta_TxC_xy(p,q));% xy plane (azimuth) receiving angle
from LED C
        theta_RxD_xy(p,q,v)=(-1)^(l+m)*(pi/2-
(pi/2)*(-1)^l-theta_TxD_xy(p,q));% xy plane (azimuth) receiving angle
from LED D

        theta_RxA_xz(p,q,v)=(-
1)^(l+n)*(pi/2+(pi/2)*(-1)^l-theta_TxA_xz(p,q));% xz plane receiving
angle from LED A
        theta_RxB_xz(p,q,v)=(-
1)^(l+n)*(pi/2+(pi/2)*(-1)^l-theta_TxB_xz(p,q));% xz plane receiving
angle from LED B
        theta_RxC_xz(p,q,v)=-(-1)^(l+n)*(pi/2-
(pi/2)*(-1)^l-theta_TxC_xz(p,q));% xz plane receiving angle from LED
C
        theta_RxD_xz(p,q,v)=-(-1)^(l+n)*(pi/2-
(pi/2)*(-1)^l-theta_TxD_xz(p,q));% xz plane receiving angle from LED
D

        theta_RxA_yz(p,q,v)=(-
1)^(m+n)*(pi/2+(pi/2)*(-1)^m-theta_TxA_yz(p,q));% yz plane receiving
angle from LED A
        theta_RxB_yz(p,q,v)=-(-1)^(m+n)*(pi/2-
(pi/2)*(-1)^m-theta_TxB_yz(p,q));% yz plane receiving angle from LED
B
        theta_RxC_yz(p,q,v)=-(-1)^(m+n)*(pi/2-
(pi/2)*(-1)^m-theta_TxC_yz(p,q));% yz plane receiving angle from LED
C

```

```

theta_RxD_yz(p,q,v)=(-
1)^(m+n)*(pi/2+(pi/2)*(-1)^m-theta_TxD_yz(p,q));% yz plane receiving
angle from LED D

theta_RxA_elev(p,q,v)=sign(theta_RxA_yz(p,q))*acot(sqrt(cot(theta_RxA
_xz(p,q))^2+cot(theta_RxA_yz(p,q))^2));% elevation receiving angle
from LED A

theta_RxB_elev(p,q,v)=sign(theta_RxB_yz(p,q))*acot(sqrt(cot(theta_RxB
_xz(p,q))^2+cot(theta_RxB_yz(p,q))^2));% elevation receiving angle
from LED B

theta_RxC_elev(p,q,v)=sign(theta_RxC_yz(p,q))*acot(sqrt(cot(theta_RxC
_xz(p,q))^2+cot(theta_RxC_yz(p,q))^2));% elevation receiving angle
from LED C

theta_RxD_elev(p,q,v)=sign(theta_RxD_yz(p,q))*acot(sqrt(cot(theta_RxD
_xz(p,q))^2+cot(theta_RxD_yz(p,q))^2));% elevation receiving angle
from LED D

if l+m+n==0 % LOS case

phi_A_lmn(p,q,v)=acos((d_A_lmn(p,q)^2+norm(CRTx_rel_A)^2-norm(Rx-
CRTx_abs_A)^2)/(2*d_A_lmn(p,q)*norm(CRTx_rel_A)));%Angle of
irradiance (LOS from LED A)

phi_B_lmn(p,q,v)=acos((d_B_lmn(p,q)^2+norm(CRTx_rel_B)^2-norm(Rx-
CRTx_abs_B)^2)/(2*d_B_lmn(p,q)*norm(CRTx_rel_B)));%Angle of
irradiance (LOS from LED B)

phi_C_lmn(p,q,v)=acos((d_C_lmn(p,q)^2+norm(CRTx_rel_C)^2-norm(Rx-
CRTx_abs_C)^2)/(2*d_C_lmn(p,q)*norm(CRTx_rel_C)));%Angle of
irradiance (LOS from LED C)

phi_D_lmn(p,q,v)=acos((d_D_lmn(p,q)^2+norm(CRTx_rel_D)^2-norm(Rx-
CRTx_abs_D)^2)/(2*d_D_lmn(p,q)*norm(CRTx_rel_D)));%Angle of
irradiance (LOS from LED D)

CRRx_abs_A=Rx+CRRx_rel_A;%Rx LED A
central ray trace absolute position vector
CRRx_abs_B=Rx+CRRx_rel_B;%Rx LED B
central ray trace absolute position vector
CRRx_abs_C=Rx+CRRx_rel_C;%Rx LED C
central ray trace absolute position vector
CRRx_abs_D=Rx+CRRx_rel_D;%Rx LED D
central ray trace absolute position vector

chi_A_lmn(p,q,v)=acos((d_A_lmn(p,q)^2+norm(CRRx_rel_A)^2-
norm(CRRx_abs_A-LED_A)^2)/(2*d_A_lmn(p,q)*norm(CRRx_rel_A)));%Angle
of incidence (LOS from LED A)

chi_B_lmn(p,q,v)=acos((d_B_lmn(p,q)^2+norm(CRRx_rel_B)^2-
norm(CRRx_abs_B-LED_B)^2)/(2*d_B_lmn(p,q)*norm(CRRx_rel_B)));%Angle
of incidence (LOS from LED B)

chi_C_lmn(p,q,v)=acos((d_C_lmn(p,q)^2+norm(CRRx_rel_C)^2-

```

```

norm(CRRx_abs_C-LED_C)^2)/(2*d_C_lmn(p,q)*norm(CRRx_rel_C));%Angle
of incidence (LOS from LED C)

chi_D_lmn(p,q,v)=acos((d_D_lmn(p,q)^2+norm(CRRx_rel_D)^2-
norm(CRRx_abs_D-LED_D)^2)/(2*d_D_lmn(p,q)*norm(CRRx_rel_D));%Angle
of incidence (LOS from LED D)

filter gain vs psi angle      Ts_A(p,q,v)=chi_A_lmn(p,q,v)^0;%Optical
filter gain vs psi angle      Ts_B(p,q,v)=chi_B_lmn(p,q,v)^0;%Optical
filter gain vs psi angle      Ts_C(p,q,v)=chi_C_lmn(p,q,v)^0;%Optical
filter gain vs psi angle      Ts_D(p,q,v)=chi_D_lmn(p,q,v)^0;%Optical
filter gain vs psi angle

g_A(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_A_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

g_B(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_B_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

g_C(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_C_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

g_D(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_D_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

if phi_A_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
    Pv_A(p,q,v)=0;
elseif chi_A_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
    Pv_A(p,q,v)=0;
else

Pv_A(p,q,v)=P_LED_A*(m_order+1)*A_ps*cos(phi_A_lmn(p,q,v))^m_order*cos
(chi_A_lmn(p,q,v))*Ts_A(p,q,v)*g_A(p,q,v)/(2*pi*(d_A_lmn(p,q))^2);%P
ower received from LED A LOS
end

if phi_B_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
    Pv_B(p,q,v)=0;
elseif chi_B_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
    Pv_B(p,q,v)=0;
else

Pv_B(p,q,v)=P_LED_B*(m_order+1)*A_ps*cos(phi_B_lmn(p,q,v))^m_order*cos
(chi_B_lmn(p,q,v))*Ts_B(p,q,v)*g_B(p,q,v)/(2*pi*(d_B_lmn(p,q))^2);%P
ower received from LED B LOS
end

if phi_C_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
    Pv_C(p,q,v)=0;
elseif chi_C_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
    Pv_C(p,q,v)=0;
else

Pv_C(p,q,v)=P_LED_C*(m_order+1)*A_ps*cos(phi_C_lmn(p,q,v))^m_order*cos

```

```

s(chi_C_lmn(p,q,v))*Ts_C(p,q,v)*g_C(p,q,v)/(2*pi*(d_C_lmn(p,q))^2);%P
ower received from LED C LOS
end

if phi_D_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
    Pv_D(p,q,v)=0;
elseif chi_D_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
    Pv_D(p,q,v)=0;
else

Pv_D(p,q,v)=P_LED_D*(m_order+1)*A_ps*cos(phi_D_lmn(p,q,v))^m_order*cos
(chi_D_lmn(p,q,v))*Ts_D(p,q,v)*g_D(p,q,v)/(2*pi*(d_D_lmn(p,q))^2);%P
ower received from LED D LOS
end

Pc_A(p,q,v)=Pv_A(p,q,v);
Pc_B(p,q,v)=Pv_B(p,q,v);
Pc_C(p,q,v)=Pv_C(p,q,v);
Pc_D(p,q,v)=Pv_D(p,q,v);

else %R_lmn case
    i_A=1; % First i-index of LED A
    j_A=1; % First j-index of LED A
    k_A=1; % First k-index of LED A

    i_B=1; % First i-index of LED B
    j_B=1; % First j-index of LED B
    k_B=1; % First k-index of LED B

    i_C=1; % First i-index of LED C
    j_C=1; % First j-index of LED C
    k_C=1; % First k-index of LED C

    i_D=1; % First i-index of LED D
    j_D=1; % First j-index of LED D
    k_D=1; % First k-index of LED D

    for w=1:l+m+n+1 % Count reflection
segments plus the last segment to the Rx

        Rvirt_A_i=i_A*L*[1,
VRx_A_lmn(2)/VRx_A_lmn(1), VRx_A_lmn(3)/VRx_A_lmn(1)];% Virtual lmn-
Reflection i-point matrix from LED A

        Rvirt_A_j=j_A*W*[VRx_A_lmn(1)/VRx_A_lmn(2), 1,
VRx_A_lmn(3)/VRx_A_lmn(2)];% Virtual lmn-Reflection j-point matrix
from LED A

        Rvirt_A_k=k_A*H*[VRx_A_lmn(1)/VRx_A_lmn(3),
VRx_A_lmn(2)/VRx_A_lmn(3), 1];% Virtual lmn-Reflection k-point matrix
from LED A

        Rvirt_B_i=i_B*L*[1,
VRx_B_lmn(2)/VRx_B_lmn(1), VRx_B_lmn(3)/VRx_B_lmn(1)];% Virtual lmn-
Reflection i-point matrix from LED B

        Rvirt_B_j=j_B*W*[VRx_B_lmn(1)/VRx_B_lmn(2), 1,

```

```

VRx_B_lmn(3)/VRx_B_lmn(2)];% Virtual lmn-Reflection j-point matrix
from LED B

Rvirt_B_k=k_B*H*[VRx_B_lmn(1)/VRx_B_lmn(3),
VRx_B_lmn(2)/VRx_B_lmn(3), 1];% Virtual lmn-Reflection k-point matrix
from LED B

Rvirt_C_i=i_C*L*[1,
VRx_C_lmn(2)/VRx_C_lmn(1), VRx_C_lmn(3)/VRx_C_lmn(1)];% Virtual lmn-
Reflection i-point matrix from LED C

Rvirt_C_j=j_C*W*[VRx_C_lmn(1)/VRx_C_lmn(2), 1,
VRx_C_lmn(3)/VRx_C_lmn(2)];% Virtual lmn-Reflection j-point matrix
from LED C

Rvirt_C_k=k_C*H*[VRx_C_lmn(1)/VRx_C_lmn(3),
VRx_C_lmn(2)/VRx_C_lmn(3), 1];% Virtual lmn-Reflection k-point matrix
from LED C

Rvirt_D_i=i_D*L*[1,
VRx_D_lmn(2)/VRx_D_lmn(1), VRx_D_lmn(3)/VRx_D_lmn(1)];% Virtual lmn-
Reflection i-point matrix from LED D

Rvirt_D_j=j_D*W*[VRx_D_lmn(1)/VRx_D_lmn(2), 1,
VRx_D_lmn(3)/VRx_D_lmn(2)];% Virtual lmn-Reflection j-point matrix
from LED D

Rvirt_D_k=k_D*H*[VRx_D_lmn(1)/VRx_D_lmn(3),
VRx_D_lmn(2)/VRx_D_lmn(3), 1];% Virtual lmn-Reflection k-point matrix
from LED D

Rreal_A_i=[L*(1-(-1)^i_A)/2,
abs(Rvirt_A_i(2)-2*W*floor((Rvirt_A_i(2)/W+1)/2)), H-
abs(Rvirt_A_i(3)-2*H*floor((Rvirt_A_i(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection i-point matrix from LED A

Rreal_A_j=[abs(Rvirt_A_j(1)-
2*L*floor((Rvirt_A_j(1)/L+1)/2)), W*(1-(-1)^j_A)/2, H-
abs(Rvirt_A_j(3)-2*H*floor((Rvirt_A_j(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection j-point matrix from LED A

Rreal_A_k=[abs(Rvirt_A_k(1)-
2*L*floor((Rvirt_A_k(1)/L+1)/2)), abs(Rvirt_A_k(2)-
2*W*floor((Rvirt_A_k(2)/W+1)/2)), H*(1+(-1)^k_A)/2];% Real lmn-
Reflection k-point matrix from LED A

Rreal_B_i=[L*(1-(-1)^i_B)/2, W-
abs(Rvirt_B_i(2)-2*W*floor((Rvirt_B_i(2)/W+1)/2)), H-
abs(Rvirt_B_i(3)-2*H*floor((Rvirt_B_i(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection i-point matrix from LED B

Rreal_B_j=[abs(Rvirt_B_j(1)-
2*L*floor((Rvirt_B_j(1)/L+1)/2)), W-W*(1-(-1)^j_B)/2, H-
abs(Rvirt_B_j(3)-2*H*floor((Rvirt_B_j(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection j-point matrix from LED B

Rreal_B_k=[abs(Rvirt_B_k(1)-
2*L*floor((Rvirt_B_k(1)/L+1)/2)), W-abs(Rvirt_B_k(2)-
2*W*floor((Rvirt_B_k(2)/W+1)/2)), H*(1+(-1)^k_B)/2];% Real lmn-
Reflection k-point matrix from LED B

Rreal_C_i=[L-L*(1-(-1)^i_C)/2, W-
abs(Rvirt_C_i(2)-2*W*floor((Rvirt_C_i(2)/W+1)/2)), H-

```

```

abs(Rvirt_C_i(3)-2*H*floor((Rvirt_C_i(3)/H+1)/2));% Real lmn-
Reflection i-point matrix from LED C
Rreal_C_j=[L-abs(Rvirt_C_j(1)-
2*L*floor((Rvirt_C_j(1)/L+1)/2)), W-W*(1-(-1)^j_C)/2, H-
abs(Rvirt_C_j(3)-2*H*floor((Rvirt_C_j(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection j-point matrix from LED C
Rreal_C_k=[L-abs(Rvirt_C_k(1)-
2*L*floor((Rvirt_C_k(1)/L+1)/2)), W-abs(Rvirt_C_k(2)-
2*W*floor((Rvirt_C_k(2)/W+1)/2)), H*(1+(-1)^k_C)/2];% Real lmn-
Reflection k-point matrix from LED C

Rreal_D_i=[L-L*(1-(-1)^i_D)/2,
abs(Rvirt_D_i(2)-2*W*floor((Rvirt_D_i(2)/W+1)/2)), H-
abs(Rvirt_D_i(3)-2*H*floor((Rvirt_D_i(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection i-point matrix from LED D
Rreal_D_j=[L-abs(Rvirt_D_j(1)-
2*L*floor((Rvirt_D_j(1)/L+1)/2)), W*(1-(-1)^j_D)/2, H-
abs(Rvirt_D_j(3)-2*H*floor((Rvirt_D_j(3)/H+1)/2))];% Real lmn-
Reflection j-point matrix from LED D
Rreal_D_k=[L-abs(Rvirt_D_k(1)-
2*L*floor((Rvirt_D_k(1)/L+1)/2)), abs(Rvirt_D_k(2)-
2*W*floor((Rvirt_D_k(2)/W+1)/2)), H*(1+(-1)^k_D)/2];% Real lmn-
Reflection k-point matrix from LED D

i-point from LED A d_A_i(i_A)=norm(Rvirt_A_i);% Distance
j-point from LED A d_A_j(j_A)=norm(Rvirt_A_j);% Distance
k-point from LED A d_A_k(k_A)=norm(Rvirt_A_k);% Distance

i-point from LED B d_B_i(i_B)=norm(Rvirt_B_i);% Distance
j-point from LED B d_B_j(j_B)=norm(Rvirt_B_j);% Distance
k-point from LED B d_B_k(k_B)=norm(Rvirt_B_k);% Distance

i-point from LED C d_C_i(i_C)=norm(Rvirt_C_i);% Distance
j-point from LED C d_C_j(j_C)=norm(Rvirt_C_j);% Distance
k-point from LED C d_C_k(k_C)=norm(Rvirt_C_k);% Distance

i-point from LED D d_D_i(i_D)=norm(Rvirt_D_i);% Distance
j-point from LED D d_D_j(j_D)=norm(Rvirt_D_j);% Distance
k-point from LED D d_D_k(k_D)=norm(Rvirt_D_k);% Distance

if w==1 % First segment from LED to
the first reflection point

if d_A_i(i_A)<d_A_j(j_A) % Sort
ascendingly distances from LED A
if d_A_i(i_A)<d_A_k(k_A)

```

```

Dw_A(w)=d_A_i(i_A);
%Segment-cumulative i-distance from LED A

Rreal_A=Rreal_A_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED A

x_real_A(w)=Rreal_A_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED A

y_real_A(w)=Rreal_A_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED A

z_real_A(w)=Rreal_A_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED A

R_coef_A(w)=RC_wall_Lyz(floor(y_real_A(w)/Mesh)+1,floor(z_real_A(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else
Dw_A(w)=d_A_k(k_A);
%Segment-cumulative k-distance from LED A

Rreal_A=Rreal_A_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED A

x_real_A(w)=Rreal_A_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED A

y_real_A(w)=Rreal_A_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED A

z_real_A(w)=Rreal_A_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED A

R_coef_A(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(y_real_A(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end

elseif d_A_j(j_A)<d_A_k(k_A)
Dw_A(w)=d_A_j(j_A); %Segment-
cumulative j-distance from LED A

Rreal_A=Rreal_A_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED A
x_real_A(w)=Rreal_A_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED A
y_real_A(w)=Rreal_A_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED A
z_real_A(w)=Rreal_A_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED A

R_coef_A(w)=RC_wall_xWz(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(z_real_A(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else
Dw_A(w)=d_A_k(k_A); %Segment-
cumulative k-distance from LED A

```

```

                                Rreal_A=Rreal_A_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED A
                                x_real_A(w)=Rreal_A_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED A
                                y_real_A(w)=Rreal_A_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED A
                                z_real_A(w)=Rreal_A_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED A

R_coef_A(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(y_real_A(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end

                                if d_B_i(i_B)<d_B_j(j_B) % Sort
ascendingly distances from LED B
                                if d_B_i(i_B)<d_B_k(k_B)
                                    Dw_B(w)=d_B_i(i_B);
%Segment-cumulative i-distance from LED B

                                Rreal_B=Rreal_B_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED B

x_real_B(w)=Rreal_B_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED B

y_real_B(w)=Rreal_B_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED B

z_real_B(w)=Rreal_B_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED B

R_coef_B(w)=RC_wall_Lyz(floor(y_real_B(w)/Mesh)+1,floor(z_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else
                                    Dw_B(w)=d_B_k(k_B);
%Segment-cumulative k-distance from LED B

                                Rreal_B=Rreal_B_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED B

x_real_B(w)=Rreal_B_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED B

y_real_B(w)=Rreal_B_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED B

z_real_B(w)=Rreal_B_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED B

R_coef_B(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(y_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end

                                elseif d_B_j(j_B)<d_B_k(k_B)
                                    Dw_B(w)=d_B_j(j_B); %Segment-
cumulative j-distance from LED B

```



```

                                Rreal_B=Rreal_B_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED B
                                x_real_B(w)=Rreal_B_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED B
                                y_real_B(w)=Rreal_B_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED B
                                z_real_B(w)=Rreal_B_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED B

R_coef_B(w)=RC_wall_x0z(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(z_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else
                                Dw_B(w)=d_B_k(k_B); %Segment-
cumulative k-distance from LED B

                                Rreal_B=Rreal_B_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED B
                                x_real_B(w)=Rreal_B_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED B
                                y_real_B(w)=Rreal_B_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED B
                                z_real_B(w)=Rreal_B_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED B

R_coef_B(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(y_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end

                                if d_C_i(i_C)<d_C_j(j_C) % Sort
ascendingly distances from LED C
                                if d_C_i(i_C)<d_C_k(k_C)
                                    Dw_C(w)=d_C_i(i_C);
%Segment-cumulative i-distance from LED C

                                Rreal_C=Rreal_C_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED C

x_real_C(w)=Rreal_C_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED C

y_real_C(w)=Rreal_C_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED C

z_real_C(w)=Rreal_C_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED C

R_coef_C(w)=RC_wall_0yz(floor(y_real_C(w)/Mesh)+1,floor(z_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else
                                Dw_C(w)=d_C_k(k_C);
%Segment-cumulative k-distance from LED C

                                Rreal_C=Rreal_C_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED C

```

```

x_real_C(w)=Rreal_C_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED C

y_real_C(w)=Rreal_C_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED C

z_real_C(w)=Rreal_C_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED C

R_coef_C(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(y_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end

elseif d_C_j(j_C)<d_C_k(k_C)
Dw_C(w)=d_C_j(j_C); %Segment-
cumulative j-distance from LED C

Rreal_C=Rreal_C_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED C
x_real_C(w)=Rreal_C_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED C
y_real_C(w)=Rreal_C_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED C
z_real_C(w)=Rreal_C_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED C

R_coef_C(w)=RC_wall_x0z(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(z_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else
Dw_C(w)=d_C_k(k_C); %Segment-
cumulative k-distance from LED C

Rreal_C=Rreal_C_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED C
x_real_C(w)=Rreal_C_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED C
y_real_C(w)=Rreal_C_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED C
z_real_C(w)=Rreal_C_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED C

R_coef_C(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(y_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end

if d_D_i(i_D)<d_D_j(j_D) % Sort
ascendingly distances from LED D

if d_D_i(i_D)<d_D_k(k_D)
Dw_D(w)=d_D_i(i_D);
%Segment-cumulative i-distance from LED D

Rreal_D=Rreal_D_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED D

```

```

x_real_D(w)=Rreal_D_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED D

y_real_D(w)=Rreal_D_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED D

z_real_D(w)=Rreal_D_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED D

R_coef_D(w)=RC_wall_0yz(floor(y_real_D(w)/Mesh)+1,floor(z_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else
    Dw_D(w)=d_D_k(k_D);
%Segment-cumulative k-distance from LED D

    Rreal_D=Rreal_D_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED D

x_real_D(w)=Rreal_D_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED D

y_real_D(w)=Rreal_D_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED D

z_real_D(w)=Rreal_D_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED D

R_coef_D(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(y_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end

elseif d_D_j(j_D)<d_D_k(k_D)
    Dw_D(w)=d_D_j(j_D); %Segment-
cumulative j-distance from LED D

    Rreal_D=Rreal_D_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED D
    x_real_D(w)=Rreal_D_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED D
    y_real_D(w)=Rreal_D_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED D
    z_real_D(w)=Rreal_D_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED D

R_coef_D(w)=RC_wall_xWz(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(z_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else
    Dw_D(w)=d_D_k(k_D); %Segment-
cumulative k-distance from LED D

    Rreal_D=Rreal_D_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED D
    x_real_D(w)=Rreal_D_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED D
    y_real_D(w)=Rreal_D_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED D

```

```

z_real_D(w)=Rreal_D_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED D

```

```

R_coef_D(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(y_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end

```

```

dw_A(w)=Dw_A(w); %Distance
difference between successive reflection segments. First segments are
differed from 0.

```

```

dw_B(w)=Dw_B(w);
dw_C(w)=Dw_C(w);
dw_D(w)=Dw_D(w);

```

```

phi_A_lmn(p,q,v)=acos((Dw_A(w)^2+norm(CRTx_rel_A)^2-norm(Rreal_A-
CRTx_abs_A)^2)/(2*Dw_A(w)*norm(CRTx_rel_A)));%Angle of irradiance
(R_lmn from LED A)

```

```

phi_B_lmn(p,q,v)=acos((Dw_B(w)^2+norm(CRTx_rel_B)^2-norm(Rreal_B-
CRTx_abs_B)^2)/(2*Dw_B(w)*norm(CRTx_rel_B)));%Angle of irradiance
(R_lmn from LED B)

```

```

phi_C_lmn(p,q,v)=acos((Dw_C(w)^2+norm(CRTx_rel_C)^2-norm(Rreal_C-
CRTx_abs_C)^2)/(2*Dw_C(w)*norm(CRTx_rel_C)));%Angle of irradiance
(R_lmn from LED C)

```

```

phi_D_lmn(p,q,v)=acos((Dw_D(w)^2+norm(CRTx_rel_D)^2-norm(Rreal_D-
CRTx_abs_D)^2)/(2*Dw_D(w)*norm(CRTx_rel_D)));%Angle of irradiance
(R_lmn from LED D)

```

```

psi_Ax_lmn(w)=acos(abs(x_real_A(w)-LED_A(1))/dw_A(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED A)

```

```

psi_Bx_lmn(w)=acos(abs(x_real_B(w)-LED_B(1))/dw_B(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED B)

```

```

psi_Cx_lmn(w)=acos(abs(x_real_C(w)-LED_C(1))/dw_C(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED C)

```

```

psi_Dx_lmn(w)=acos(abs(x_real_D(w)-LED_D(1))/dw_D(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED D)

```

```

psi_Ay_lmn(w)=acos(abs(y_real_A(w)-LED_A(2))/dw_A(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED A)

```

```

psi_By_lmn(w)=acos(abs(y_real_B(w)-LED_B(2))/dw_B(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED B)

```

```

psi_Cy_lmn(w)=acos(abs(y_real_C(w)-LED_C(2))/dw_C(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED C)

```

```

psi_Dy_lmn(w)=acos(abs(y_real_D(w)-LED_D(2))/dw_D(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED D)

```

```

psi_Az_lmn(w)=acos(abs(z_real_A(w)-LED_A(3))/dw_A(w));%Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED A)

psi_Bz_lmn(w)=acos(abs(z_real_B(w)-LED_B(3))/dw_B(w));%Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED B)

psi_Cz_lmn(w)=acos(abs(z_real_C(w)-LED_C(3))/dw_C(w));%Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED C)

psi_Dz_lmn(w)=acos(abs(z_real_D(w)-LED_D(3))/dw_D(w));%Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED D)

                                if d_A_i(i_A)<d_A_j(j_A) % Find
the corresponting psi angle for LED A and move on the w value
                                if d_A_i(i_A)<d_A_k(k_A)

psi_A_lmn(w)=psi_Ax_lmn(w); %Psi reflection angle from LED A

                                i_A=i_A+1;
                                else

psi_A_lmn(w)=psi_Az_lmn(w); %Psi reflection angle from LED A

                                k_A=k_A+1;
                                end
                                elseif d_A_j(j_A)<d_A_k(k_A)
psi_A_lmn(w)=psi_Ay_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED A

                                j_A=j_A+1;
                                else
psi_A_lmn(w)=psi_Az_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED A

                                k_A=k_A+1;
                                end

                                if d_B_i(i_B)<d_B_j(j_B) % Find
the corresponting psi angle for LED B and move on the w value
                                if d_B_i(i_B)<d_B_k(k_B)

psi_B_lmn(w)=psi_Bx_lmn(w); %Psi reflection angle from LED B

                                i_B=i_B+1;
                                else

psi_B_lmn(w)=psi_Bz_lmn(w); %Psi reflection angle from LED B

                                k_B=k_B+1;
                                end
                                elseif d_B_j(j_B)<d_B_k(k_B)
psi_B_lmn(w)=psi_By_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED B

                                j_B=j_B+1;
                                else

```

```

psi_B_lmn(w)=psi_Bz_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED B

k_B=k_B+1;
end

if d_C_i(i_C)<d_C_j(j_C) % Find
the corresponing psi angle for LED C and move on the w value
    if d_C_i(i_C)<d_C_k(k_C)
psi_C_lmn(w)=psi_Cx_lmn(w); %Psi reflection angle from LED C

        i_C=i_C+1;
    else
psi_C_lmn(w)=psi_Cz_lmn(w); %Psi reflection angle from LED C

        k_C=k_C+1;
    end
elseif d_C_j(j_C)<d_C_k(k_C)
    psi_C_lmn(w)=psi_Cy_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED C

        j_C=j_C+1;
    else
psi_C_lmn(w)=psi_Cz_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED C

        k_C=k_C+1;
    end

if d_D_i(i_D)<d_D_j(j_D) % Find
the corresponing psi angle for LED D and move on the w value
    if d_D_i(i_D)<d_D_k(k_D)
psi_D_lmn(w)=psi_Dx_lmn(w); %Psi reflection angle from LED D

        i_D=i_D+1;
    else
psi_D_lmn(w)=psi_Dz_lmn(w); %Psi reflection angle from LED D

        k_D=k_D+1;
    end
elseif d_D_j(j_D)<d_D_k(k_D)
    psi_D_lmn(w)=psi_Dy_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED D

        j_D=j_D+1;
    else
psi_D_lmn(w)=psi_Dz_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED D

        k_D=k_D+1;
    end

```

```

        if phi_A_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
            Pw_A(w)=0;
        else

Pw_A(w)=P_LED_A*cos(phi_A_lmn(p,q,v))^m_order*(m_order+1)*cos(psi_A_lmn(w))/(2*pi*(dw_A(w))^2); %Power of the first segment for LED A
        end

        if phi_B_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
            Pw_B(w)=0;
        else

Pw_B(w)=P_LED_B*cos(phi_B_lmn(p,q,v))^m_order*(m_order+1)*cos(psi_B_lmn(w))/(2*pi*(dw_B(w))^2); %Power of the first segment for LED B
        end

        if phi_C_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
            Pw_C(w)=0;
        else

Pw_C(w)=P_LED_C*cos(phi_C_lmn(p,q,v))^m_order*(m_order+1)*cos(psi_C_lmn(w))/(2*pi*(dw_C(w))^2); %Power of the first segment for LED C
        end

        if phi_D_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Tx/180
            Pw_D(w)=0;
        else

Pw_D(w)=P_LED_D*cos(phi_D_lmn(p,q,v))^m_order*(m_order+1)*cos(psi_D_lmn(w))/(2*pi*(dw_D(w))^2); %Power of the first segment for LED D
        end

elseif w<l+m+n+1

        if d_A_i(i_A)<d_A_j(j_A) % Sort
ascendingly distances from LED A
            if d_A_i(i_A)<d_A_k(k_A)
                Dw_A(w)=d_A_i(i_A);
%Segment-cumulative i-distance from LED A

                Rreal_A=Rreal_A_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED A

x_real_A(w)=Rreal_A_i(1);% x-Position of successive i-reflections from LED A

y_real_A(w)=Rreal_A_i(2);% y-Position of successive i-reflections from LED A

z_real_A(w)=Rreal_A_i(3);% z-Position of successive i-reflections from LED A

            if mod(i_A,2)==1

R_coef_A(w)=RC_wall_Lyz(floor(y_real_A(w)/Mesh)+1,floor(z_real_A(w)/Mesh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
            else

```

```

R_coef_A(w)=RC_wall_0yz(floor(y_real_A(w)/Mesh)+1,floor(z_real_A(w)/Mesh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end
else
    Dw_A(w)=d_A_k(k_A);
%Segment-cumulative k-distance from LED A

    Rreal_A=Rreal_A_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED A

x_real_A(w)=Rreal_A_k(1);% x-Position of successive k-reflections from LED A

y_real_A(w)=Rreal_A_k(2);% y-Position of successive k-reflections from LED A

z_real_A(w)=Rreal_A_k(3);% z-Position of successive k-reflections from LED A

    if mod(k_A,2)==1

R_coef_A(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(y_real_A(w)/Mesh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
    else

R_coef_A(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(y_real_A(w)/Mesh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
    end
end

elseif d_A_j(j_A)<d_A_k(k_A)
    Dw_A(w)=d_A_j(j_A); %Segment-cumulative j-distance from LED A

    Rreal_A=Rreal_A_j; %Position vector of successive j-reflections from LED A
    x_real_A(w)=Rreal_A_j(1);% x-Position of successive j-reflections from LED A
    y_real_A(w)=Rreal_A_j(2);% y-Position of successive j-reflections from LED A
    z_real_A(w)=Rreal_A_j(3);% z-Position of successive j-reflections from LED A

    if mod(j_A,2)==1

R_coef_A(w)=RC_wall_xWz(floor(y_real_A(w)/Mesh)+1,floor(z_real_A(w)/Mesh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
    else

R_coef_A(w)=RC_wall_x0z(floor(y_real_A(w)/Mesh)+1,floor(z_real_A(w)/Mesh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
    end
end
Dw_A(w)=d_A_k(k_A); %Segment-cumulative k-distance from LED A

    Rreal_A=Rreal_A_k; %Position vector of successive k-reflections from LED A

```



```

x_real_A(w)=Rreal_A_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED A
y_real_A(w)=Rreal_A_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED A
z_real_A(w)=Rreal_A_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED A

if mod(k_A,2)==1

R_coef_A(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(y_real_A(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else

R_coef_A(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_A(w)/Mesh)+1,floor(y_real_A(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end
end

if d_B_i(i_B)<d_B_j(j_B) % Sort
ascendingly distances from LED B
if d_B_i(i_B)<d_B_k(k_B)
Dw_B(w)=d_B_i(i_B);
%Segment-cumulative i-distance from LED B

Rreal_B=Rreal_B_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED B

x_real_B(w)=Rreal_B_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED B

y_real_B(w)=Rreal_B_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED B

z_real_B(w)=Rreal_B_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED B

if mod(i_B,2)==1

R_coef_B(w)=RC_wall_Lyz(floor(y_real_B(w)/Mesh)+1,floor(z_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else

R_coef_B(w)=RC_wall_0yz(floor(y_real_B(w)/Mesh)+1,floor(z_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end
else
Dw_B(w)=d_B_k(k_B);
%Segment-cumulative k-distance from LED B

Rreal_B=Rreal_B_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED B

x_real_B(w)=Rreal_B_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED B

y_real_B(w)=Rreal_B_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED B

```

```

z_real_B(w)=Rreal_B_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED B

                                if mod(k_B,2)==1

R_coef_B(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(y_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else

R_coef_B(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(y_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end
                                end

                                elseif d_B_j(j_B)<d_B_k(k_B)
Dw_B(w)=d_B_j(j_B); %Segment-
cumulative j-distance from LED B

                                Rreal_B=Rreal_B_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED B
                                x_real_B(w)=Rreal_B_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED B
                                y_real_B(w)=Rreal_B_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED B
                                z_real_B(w)=Rreal_B_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED B

                                if mod(j_B,2)==1

R_coef_B(w)=RC_wall_x0z(floor(y_real_B(w)/Mesh)+1,floor(z_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else

R_coef_B(w)=RC_wall_xWz(floor(y_real_B(w)/Mesh)+1,floor(z_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end
                                else
Dw_B(w)=d_B_k(k_B); %Segment-
cumulative k-distance from LED B

                                Rreal_B=Rreal_B_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED B
                                x_real_B(w)=Rreal_B_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED B
                                y_real_B(w)=Rreal_B_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED B
                                z_real_B(w)=Rreal_B_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED B

                                if mod(k_B,2)==1

R_coef_B(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(y_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else

R_coef_B(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_B(w)/Mesh)+1,floor(y_real_B(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end
                                end

```

```

                                if d_C_i(i_C)<d_C_j(j_C) % Sort
ascendingly distances from LED C
                                if d_C_i(i_C)<d_C_k(k_C)
                                    Dw_C(w)=d_C_i(i_C);
%Segment-cumulative i-distance from LED C

                                Rreal_C=Rreal_C_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED C

x_real_C(w)=Rreal_C_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED C

y_real_C(w)=Rreal_C_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED C

z_real_C(w)=Rreal_C_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED C

                                if mod(i_C,2)==1

R_coef_C(w)=RC_wall_0yz(floor(y_real_C(w)/Mesh)+1,floor(z_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else

R_coef_C(w)=RC_wall_Lyz(floor(y_real_C(w)/Mesh)+1,floor(z_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end
                                else
                                    Dw_C(w)=d_C_k(k_C);
%Segment-cumulative k-distance from LED C

                                Rreal_C=Rreal_C_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED C

x_real_C(w)=Rreal_C_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED C

y_real_C(w)=Rreal_C_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED C

z_real_C(w)=Rreal_C_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED C

                                if mod(k_C,2)==1

R_coef_C(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(y_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                else

R_coef_C(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(y_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
                                end
                                end

                                elseif d_C_j(j_C)<d_C_k(k_C)
                                    Dw_C(w)=d_C_j(j_C); %Segment-
cumulative j-distance from LED C

```

```

Rreal_C=Rreal_C_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED C
x_real_C(w)=Rreal_C_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED C
y_real_C(w)=Rreal_C_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED C
z_real_C(w)=Rreal_C_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED C

if mod(j_C,2)==1

R_coef_C(w)=RC_wall_x0z(floor(y_real_C(w)/Mesh)+1,floor(z_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else

R_coef_C(w)=RC_wall_xWz(floor(y_real_C(w)/Mesh)+1,floor(z_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end
else
Dw_C(w)=d_C_k(k_C); %Segment-
cumulative k-distance from LED C

Rreal_C=Rreal_C_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED C
x_real_C(w)=Rreal_C_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED C
y_real_C(w)=Rreal_C_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED C
z_real_C(w)=Rreal_C_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED C

if mod(k_C,2)==1

R_coef_C(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(y_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else

R_coef_C(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_C(w)/Mesh)+1,floor(y_real_C(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end
end

if d_D_i(i_D)<d_D_j(j_D) % Sort
ascendingly distances from LED D
if d_D_i(i_D)<d_D_k(k_D)
Dw_D(w)=d_D_i(i_D);
%Segment-cumulative i-distance from LED D

Rreal_D=Rreal_D_i;
%Position vector of successive i-reflections from LED D

x_real_D(w)=Rreal_D_i(1);% x-Position of successive i-reflections from
LED D

y_real_D(w)=Rreal_D_i(2);% y-Position of successive i-reflections from
LED D

z_real_D(w)=Rreal_D_i(3);% z-Position of successive i-reflections from
LED D

```

```

        if mod(i_D,2)==1
R_coef_D(w)=RC_wall_0yz(floor(y_real_D(w)/Mesh)+1,floor(z_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
        else
R_coef_D(w)=RC_wall_Lyz(floor(y_real_D(w)/Mesh)+1,floor(z_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
        end
    else
        Dw_D(w)=d_D_k(k_D);
%Segment-cumulative k-distance from LED D

        Rreal_D=Rreal_D_k;
%Position vector of successive k-reflections from LED D

x_real_D(w)=Rreal_D_k(1);% x-Position of successive k-reflections from
LED D

y_real_D(w)=Rreal_D_k(2);% y-Position of successive k-reflections from
LED D

z_real_D(w)=Rreal_D_k(3);% z-Position of successive k-reflections from
LED D

        if mod(k_D,2)==1
R_coef_D(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(y_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
        else
R_coef_D(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(y_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
        end
    end
elseif d_D_j(j_D)<d_D_k(k_D)
    Dw_D(w)=d_D_j(j_D); %Segment-
cumulative j-distance from LED D

    Rreal_D=Rreal_D_j; %Position
vector of successive j-reflections from LED D
    x_real_D(w)=Rreal_D_j(1);% x-
Position of successive j-reflections from LED D
    y_real_D(w)=Rreal_D_j(2);% y-
Position of successive j-reflections from LED D
    z_real_D(w)=Rreal_D_j(3);% z-
Position of successive j-reflections from LED D

        if mod(j_D,2)==1
R_coef_D(w)=RC_wall_xWz(floor(y_real_D(w)/Mesh)+1,floor(z_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
        else
R_coef_D(w)=RC_wall_x0z(floor(y_real_D(w)/Mesh)+1,floor(z_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
        end
    else

```

```

Dw_D(w)=d_D_k(k_D); %Segment-
cumulative k-distance from LED D

Rreal_D=Rreal_D_k; %Position
vector of successive k-reflections from LED D
x_real_D(w)=Rreal_D_k(1);% x-
Position of successive k-reflections from LED D
y_real_D(w)=Rreal_D_k(2);% y-
Position of successive k-reflections from LED D
z_real_D(w)=Rreal_D_k(3);% z-
Position of successive k-reflections from LED D

if mod(k_D,2)==1

R_coef_D(w)=RC_wall_xy0(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(y_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
else

R_coef_D(w)=RC_wall_xyH(floor(x_real_D(w)/Mesh)+1,floor(y_real_D(w)/M
esh)+1);%Reflection coefficient of given wall point
end
end

dw_A(w)=Dw_A(w)-Dw_A(w-1);
%Distance difference between successive reflection segments.
dw_B(w)=Dw_B(w)-Dw_B(w-1);
dw_C(w)=Dw_C(w)-Dw_C(w-1);
dw_D(w)=Dw_D(w)-Dw_D(w-1);

psi_Ax_lmn(w)=acos(abs(x_real_A(w)-x_real_A(w-1))/dw_A(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED A)

psi_Bx_lmn(w)=acos(abs(x_real_B(w)-x_real_B(w-1))/dw_B(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED B)

psi_Cx_lmn(w)=acos(abs(x_real_C(w)-x_real_C(w-1))/dw_C(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED C)

psi_Dx_lmn(w)=acos(abs(x_real_D(w)-x_real_D(w-1))/dw_D(w));%Angle of
incidence from x-axis (R_lmn from LED D)

psi_Ay_lmn(w)=acos(abs(y_real_A(w)-y_real_A(w-1))/dw_A(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED A)

psi_By_lmn(w)=acos(abs(y_real_B(w)-y_real_B(w-1))/dw_B(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED B)

psi_Cy_lmn(w)=acos(abs(y_real_C(w)-y_real_C(w-1))/dw_C(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED C)

psi_Dy_lmn(w)=acos(abs(y_real_D(w)-y_real_D(w-1))/dw_D(w));%Angle of
incidence from y-axis (R_lmn from LED D)

psi_Az_lmn(w)=acos(abs(z_real_A(w)-z_real_A(w-1))/dw_A(w));%Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED A)

```

```

psi_Bz_lmn(w)=acos(abs(z_real_B(w)-z_real_B(w-1))/dw_B(w)); %Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED B)

psi_Cz_lmn(w)=acos(abs(z_real_C(w)-z_real_C(w-1))/dw_C(w)); %Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED C)

psi_Dz_lmn(w)=acos(abs(z_real_D(w)-z_real_D(w-1))/dw_D(w)); %Angle of
incidence from z-axis (R_lmn from LED D)

                                if d_A_i(i_A)<d_A_j(j_A) % Find
the corresponing psi angle for LED A and move on the w value
                                if d_A_i(i_A)<d_A_k(k_A)

psi_A_lmn(w)=psi_Ax_lmn(w); %Psi reflection angle from LED A

                                i_A=i_A+1;
                                else

psi_A_lmn(w)=psi_Az_lmn(w); %Psi reflection angle from LED A

                                k_A=k_A+1;
                                end
                                elseif d_A_j(j_A)<d_A_k(k_A)
psi_A_lmn(w)=psi_Ay_lmn(w);

%Psi reflection angle from LED A

                                j_A=j_A+1;
                                else
psi_A_lmn(w)=psi_Az_lmn(w);

%Psi reflection angle from LED A

                                k_A=k_A+1;
                                end

                                if d_B_i(i_B)<d_B_j(j_B) % Find
the corresponing psi angle for LED B and move on the w value
                                if d_B_i(i_B)<d_B_k(k_B)

psi_B_lmn(w)=psi_Bx_lmn(w); %Psi reflection angle from LED B

                                i_B=i_B+1;
                                else

psi_B_lmn(w)=psi_Bz_lmn(w); %Psi reflection angle from LED B

                                k_B=k_B+1;
                                end
                                elseif d_B_j(j_B)<d_B_k(k_B)
psi_B_lmn(w)=psi_By_lmn(w);

%Psi reflection angle from LED B

                                j_B=j_B+1;
                                else
psi_B_lmn(w)=psi_Bz_lmn(w);

%Psi reflection angle from LED B

```

```

        k_B=k_B+1;
    end

    if d_C_i(i_C)<d_C_j(j_C) % Find
the corresponing psi angle for LED C and move on the w value
        if d_C_i(i_C)<d_C_k(k_C)

psi_C_lmn(w)=psi_Cx_lmn(w); %Psi reflection angle from LED C

            i_C=i_C+1;
        else

psi_C_lmn(w)=psi_Cz_lmn(w); %Psi reflection angle from LED C

            k_C=k_C+1;
        end
    elseif d_C_j(j_C)<d_C_k(k_C)
        psi_C_lmn(w)=psi_Cy_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED C

        j_C=j_C+1;
    else
        psi_C_lmn(w)=psi_Cz_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED C

        k_C=k_C+1;
    end

    if d_D_i(i_D)<d_D_j(j_D) % Find
the corresponing psi angle for LED D and move on the w value
        if d_D_i(i_D)<d_D_k(k_D)

psi_D_lmn(w)=psi_Dx_lmn(w); %Psi reflection angle from LED D

            i_D=i_D+1;
        else

psi_D_lmn(w)=psi_Dz_lmn(w); %Psi reflection angle from LED D

            k_D=k_D+1;
        end
    elseif d_D_j(j_D)<d_D_k(k_D)
        psi_D_lmn(w)=psi_Dy_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED D

        j_D=j_D+1;
    else
        psi_D_lmn(w)=psi_Dz_lmn(w);
%Psi reflection angle from LED D

        k_D=k_D+1;
    end

    Pw_A(w)=Pw_A(w-1)*R_coef_A(w-
1)*cos(psi_A_lmn(w))/(2*pi*(dw_A(w))^2); %Power of the current
segment for LED A

```



```

Pw_B(w)=Pw_B(w-1)*R_coef_B(w-
1)*cos(psi_B_lmn(w))/(2*pi*(dw_B(w))^2); %Power of the current
segment for LED B

Pw_C(w)=Pw_C(w-1)*R_coef_C(w-
1)*cos(psi_C_lmn(w))/(2*pi*(dw_C(w))^2); %Power of the current
segment for LED C

Pw_D(w)=Pw_D(w-1)*R_coef_D(w-
1)*cos(psi_D_lmn(w))/(2*pi*(dw_D(w))^2); %Power of the current
segment for LED D

else %w==l+m+n+1 % The maximum
distance from every LED should be the last element of Dw array
Dw_A(w)=d_A_lmn(p,q); %Dw_A:
Cumulative distance from LED A
Dw_B(w)=d_B_lmn(p,q); %Dw_B:
Cumulative distance from LED B
Dw_C(w)=d_C_lmn(p,q); %Dw_C:
Cumulative distance from LED C
Dw_D(w)=d_D_lmn(p,q); %Dw_D:
Cumulative distance from LED D

dw_A(w)=d_A_lmn(p,q)-Dw_A(w-1);
%Distance of current reflection segment (LED A)
dw_B(w)=d_B_lmn(p,q)-Dw_B(w-1);
%Distance of current reflection segment (LED B)
dw_C(w)=d_C_lmn(p,q)-Dw_C(w-1);
%Distance of current reflection segment (LED C)
dw_D(w)=d_D_lmn(p,q)-Dw_D(w-1);
%Distance of current reflection segment (LED D)

chi_A_lmn(p,q,v)=acos((dw_A(w)^2+norm(CRRx_rel_A)^2-norm(CRRx_abs_A-
Rreal_A)^2)/(2*dw_A(w)*norm(CRRx_rel_A))); %Angle of incidence (LED A)

chi_B_lmn(p,q,v)=acos((dw_B(w)^2+norm(CRRx_rel_B)^2-norm(CRRx_abs_B-
Rreal_B)^2)/(2*dw_B(w)*norm(CRRx_rel_B))); %Angle of incidence (LED B)

chi_C_lmn(p,q,v)=acos((dw_C(w)^2+norm(CRRx_rel_C)^2-norm(CRRx_abs_C-
Rreal_C)^2)/(2*dw_C(w)*norm(CRRx_rel_C))); %Angle of incidence (LED C)

chi_D_lmn(p,q,v)=acos((dw_D(w)^2+norm(CRRx_rel_D)^2-norm(CRRx_abs_D-
Rreal_D)^2)/(2*dw_D(w)*norm(CRRx_rel_D))); %Angle of incidence (LED D)

Ts_A(p,q,v)=chi_A_lmn(p,q,v)^0;%Optical filter gain vs psi angle
Ts_B(p,q,v)=chi_B_lmn(p,q,v)^0;%Optical filter gain vs psi angle
Ts_C(p,q,v)=chi_C_lmn(p,q,v)^0;%Optical filter gain vs psi angle
Ts_D(p,q,v)=chi_D_lmn(p,q,v)^0;%Optical filter gain vs psi angle

g_A(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_A_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

g_B(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_B_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

```

```

g_C(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_C_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

g_D(p,q,v)=(n_lens/sin(chi_D_lmn(p,q,v)))^0;%Optical concentrator
gain vs psi angle

        if chi_A_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
            Pw_A(w)=0;
        else
            Pw_A(w)=Pw_A(w-1)*R_coef_A(w-
1)*cos(chi_A_lmn(p,q,v))*Ts_A(p,q,v)*g_A(p,q,v)*A_ps/(2*pi*(dw_A(w))^
2); %Power of the current segment for LED A
        end

        if chi_B_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
            Pw_B(w)=0;
        else
            Pw_B(w)=Pw_B(w-1)*R_coef_B(w-
1)*cos(chi_B_lmn(p,q,v))*Ts_B(p,q,v)*g_B(p,q,v)*A_ps/(2*pi*(dw_B(w))^
2); %Power of the current segment for LED B
        end

        if chi_C_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
            Pw_C(w)=0;
        else
            Pw_C(w)=Pw_C(w-1)*R_coef_C(w-
1)*cos(chi_C_lmn(p,q,v))*Ts_C(p,q,v)*g_C(p,q,v)*A_ps/(2*pi*(dw_C(w))^
2); %Power of the current segment for LED C
        end

        if chi_D_lmn(p,q,v)>pi*FOV_Rx/180
            Pw_D(w)=0;
        else
            Pw_D(w)=Pw_D(w-1)*R_coef_D(w-
1)*cos(chi_D_lmn(p,q,v))*Ts_D(p,q,v)*g_D(p,q,v)*A_ps/(2*pi*(dw_D(w))^
2); %Power of the current segment for LED D
        end
    end

end %Here ends w for loop

P_MATRIX=[P_LED_A, P_LED_B, P_LED_C,
P_LED_D]; %Transmitted power array
P_MAX=max(P_MATRIX)/1; %Maximum
transmitted power

        if Pw_A(l+m+n+1)>P_MAX; %Maximum
transmitted power Criterion
            Pv_A(p,q,v)=0;
        else
            Pv_A(p,q,v)=Pw_A(l+m+n+1); %Rx
received power from LED A for certain Rlmn
        end

```

```

        if Pw_B(l+m+n+1)>P_MAX; %Maximum
transmitted power Criterion
        Pv_B(p,q,v)=0;
        else
            Pv_B(p,q,v)=Pw_B(l+m+n+1); %Rx
received power from LED A for certain Rlmn
        end

        if Pw_C(l+m+n+1)>P_MAX; %Maximum
transmitted power Criterion
        Pv_C(p,q,v)=0;
        else
            Pv_C(p,q,v)=Pw_C(l+m+n+1); %Rx
received power from LED A for certain Rlmn
        end

        if Pw_D(l+m+n+1)>P_MAX; %Maximum
transmitted power Criterion
        Pv_D(p,q,v)=0;
        else
            Pv_D(p,q,v)=Pw_D(l+m+n+1); %Rx
received power from LED A for certain Rlmn
        end

        Pc_A(p,q,v)=Pc_A(p,q,v-1)+Pv_A(p,q,v);
        %Rx cumulative received power from LED A from LOS to current Rlmn
        Pc_B(p,q,v)=Pc_B(p,q,v-1)+Pv_B(p,q,v);
        %Rx cumulative received power from LED B from LOS to current Rlmn
        Pc_C(p,q,v)=Pc_C(p,q,v-1)+Pv_C(p,q,v);
        %Rx cumulative received power from LED C from LOS to current Rlmn
        Pc_D(p,q,v)=Pc_D(p,q,v-1)+Pv_D(p,q,v);
        %Rx cumulative received power from LED D from LOS to current Rlmn

        end

        end

        end

        end

        end

        %Delay distribution

        Delay_A_min(p,q)=min(Delay_A_lmn(p,q,:)); %Minimum travel
time (LOS from LED A)
        Delay_B_min(p,q)=min(Delay_B_lmn(p,q,:)); %Minimum travel
time (LOS from LED B)
        Delay_C_min(p,q)=min(Delay_C_lmn(p,q,:)); %Minimum travel
time (LOS from LED C)
        Delay_D_min(p,q)=min(Delay_D_lmn(p,q,:)); %Minimum travel
time (LOS from LED D)

        Delay_A_max(p,q)=max(Delay_A_lmn(p,q,:)); %Maximum travel
time (longest maximum reflection order computed from LED A)
        Delay_B_max(p,q)=max(Delay_B_lmn(p,q,:)); %Maximum travel
time (longest maximum reflection order computed from LED B)
        Delay_C_max(p,q)=max(Delay_C_lmn(p,q,:)); %Maximum travel
time (longest maximum reflection order computed from LED C)

```

```

Delay_D_max(p,q)=max(Delay_D_lmn(p,q,:)); %Maximum travel
time (longest maximum reflection order computed from LED D)

%LOS and 1st order of reflection analysis

N1_k=2;% Index of k-1st Reflection
N1_j=3;% Index of j-1st Reflection
N1_i=4;% Index of i-1st Reflection

Pv_A_LOS(p,q)=Pv_A(p,q,1); %LOS from LED A
Pv_B_LOS(p,q)=Pv_B(p,q,1); %LOS from LED B
Pv_C_LOS(p,q)=Pv_C(p,q,1); %LOS from LED C
Pv_D_LOS(p,q)=Pv_D(p,q,1); %LOS from LED D

if N_max==0 %If you compute only LOS case, then first
reflections have zero power
    Pv_A_1_i(p,q)=0; %First reflection(i) from LED A
    Pv_A_1_j(p,q)=0; %First reflection(j) from LED A
    Pv_A_1_k(p,q)=0; %First reflection(k) from LED A

    Pv_B_1_i(p,q)=0; %First reflection(i) from LED B
    Pv_B_1_j(p,q)=0; %First reflection(j) from LED B
    Pv_B_1_k(p,q)=0; %First reflection(k) from LED B

    Pv_C_1_i(p,q)=0; %First reflection(i) from LED C
    Pv_C_1_j(p,q)=0; %First reflection(j) from LED C
    Pv_C_1_k(p,q)=0; %First reflection(k) from LED C

    Pv_D_1_i(p,q)=0; %First reflection(i) from LED D
    Pv_D_1_j(p,q)=0; %First reflection(j) from LED D
    Pv_D_1_k(p,q)=0; %First reflection(k) from LED D
else
    Pv_A_1_i(p,q)=Pv_A(p,q,N1_i); %First reflection(i) from
LED A
    Pv_A_1_j(p,q)=Pv_A(p,q,N1_j); %First reflection(j) from
LED A
    Pv_A_1_k(p,q)=Pv_A(p,q,N1_k); %First reflection(k) from
LED A

    Pv_B_1_i(p,q)=Pv_B(p,q,N1_i); %First reflection(i) from
LED B
    Pv_B_1_j(p,q)=Pv_B(p,q,N1_j); %First reflection(j) from
LED B
    Pv_B_1_k(p,q)=Pv_B(p,q,N1_k); %First reflection(k) from
LED B

    Pv_C_1_i(p,q)=Pv_C(p,q,N1_i); %First reflection(i) from
LED C
    Pv_C_1_j(p,q)=Pv_C(p,q,N1_j); %First reflection(j) from
LED C
    Pv_C_1_k(p,q)=Pv_C(p,q,N1_k); %First reflection(k) from
LED C

    Pv_D_1_i(p,q)=Pv_D(p,q,N1_i); %First reflection(i) from
LED D
    Pv_D_1_j(p,q)=Pv_D(p,q,N1_j); %First reflection(j) from
LED D

```

```

        Pv_D_1_k(p,q)=Pv_D(p,q,Nl_k); %First reflection(k) from
LED D
    end
    %Only LOS case

    Pc_A_LOS(p,q)=Pc_A(p,q,1);%Only LOS from LED A
    Pc_B_LOS(p,q)=Pc_B(p,q,1);%Only LOS from LED B
    Pc_C_LOS(p,q)=Pc_C(p,q,1);%Only LOS from LED C
    Pc_D_LOS(p,q)=Pc_D(p,q,1);%Only LOS from LED D

    Pc_tot_LOS(p,q)=Pc_A(p,q,1)+Pc_B(p,q,1)+Pc_C(p,q,1)+Pc_D(p,q,1);%Only
    LOS from all LEDs

    %NLOS case

    if N_max==0 %If you compute only LOS case, then reflections
    have zero power
        Pc_A_R(p,q)=0;
        Pc_B_R(p,q)=0;
        Pc_C_R(p,q)=0;
        Pc_D_R(p,q)=0;
    else
        Pc_A_R(p,q)=Pc_A(p,q,N_max)-Pc_A(p,q,1);%Cumulative
        received power including all components except LOS from LED A
        Pc_B_R(p,q)=Pc_B(p,q,N_max)-Pc_B(p,q,1);%Cumulative
        received power including all components except LOS from LED B
        Pc_C_R(p,q)=Pc_C(p,q,N_max)-Pc_C(p,q,1);%Cumulative
        received power including all components except LOS from LED C
        Pc_D_R(p,q)=Pc_D(p,q,N_max)-Pc_D(p,q,1);%Cumulative
        received power including all components except LOS from LED D
    end

    Pc_tot_R(p,q)=Pc_A_R(p,q)+Pc_B_R(p,q)+Pc_C_R(p,q)+Pc_D_R(p,q);%Cumula
    tive received power including all components except LOS from all LEDs

    %Cumulative maximum order of reflection received power

    Pc_A_N_max(p,q)=Pc_A(p,q,N_max); %All computed reflection
    components and LOS from LED A (cumulative power)
    Pc_B_N_max(p,q)=Pc_B(p,q,N_max); %All computed reflection
    components and LOS from LED B (cumulative power)
    Pc_C_N_max(p,q)=Pc_C(p,q,N_max); %All computed reflection
    components and LOS from LED C (cumulative power)
    Pc_D_N_max(p,q)=Pc_D(p,q,N_max); %All computed reflection
    components and LOS from LED D (cumulative power)

    Pc_tot_N_max(p,q)=Pc_A(p,q,N_max)+Pc_B(p,q,N_max)+Pc_C(p,q,N_max)+Pc_
    D(p,q,N_max); %All computed reflection components and LOS from all
    LEDs (cumulative power)

    %Cumulative minimum order of reflection received power

    if N_min==0 %If you want to compare with LOS case, you have
    to subtract zero power
        Pc_A_N_min(p,q)=0;

```

```

Pc_B_N_min(p,q)=0;
Pc_C_N_min(p,q)=0;
Pc_D_N_min(p,q)=0;
else
    Pc_A_N_min(p,q)=Pc_A(p,q,N_min); %Certain reflection
components and LOS from LED A (cumulative power)
    Pc_B_N_min(p,q)=Pc_B(p,q,N_min); %Certain reflection
components and LOS from LED B (cumulative power)
    Pc_C_N_min(p,q)=Pc_C(p,q,N_min); %Certain reflection
components and LOS from LED C (cumulative power)
    Pc_D_N_min(p,q)=Pc_D(p,q,N_min); %Certain reflection
components and LOS from LED D (cumulative power)
end

Pc_tot_N_min(p,q)=Pc_A_N_min(p,q)+Pc_B_N_min(p,q)+Pc_C_N_min(p,q)+Pc_
D_N_min(p,q); %Certain reflection components and LOS from all LEDs
(cumulative power)

%Differential received power

if N_max==1 %If you want only LOS
    Pc_A_N_diff(p,q)=Pc_A(p,q,1); %Received power from LED A
for LOS
    Pc_B_N_diff(p,q)=Pc_B(p,q,1); %Received power from LED A
for LOS
    Pc_C_N_diff(p,q)=Pc_C(p,q,1); %Received power from LED A
for LOS
    Pc_D_N_diff(p,q)=Pc_D(p,q,1); %Received power from LED A
for LOS

elseif N_min==0 %If you want to include LOS case, you have to
subtract zero power
    Pc_A_N_diff(p,q)=Pc_A(p,q,N_max); %Rx cumulative received
power from LED A from LOS to maximum order of reflections
    Pc_B_N_diff(p,q)=Pc_B(p,q,N_max); %Rx cumulative received
power from LED B from LOS to maximum order of reflections
    Pc_C_N_diff(p,q)=Pc_C(p,q,N_max); %Rx cumulative received
power from LED C from LOS to maximum order of reflections
    Pc_D_N_diff(p,q)=Pc_D(p,q,N_max); %Rx cumulative received
power from LED D from LOS to maximum order of reflections
else
    Pc_A_N_diff(p,q)=Pc_A(p,q,N_max)-Pc_A(p,q,N_min); %Rx
cumulative received power from LED A from minimum to maximum
reflecion order
    Pc_B_N_diff(p,q)=Pc_B(p,q,N_max)-Pc_B(p,q,N_min); %Rx
cumulative received power from LED B from minimum to maximum
reflecion order
    Pc_C_N_diff(p,q)=Pc_C(p,q,N_max)-Pc_C(p,q,N_min); %Rx
cumulative received power from LED C from minimum to maximum
reflecion order
    Pc_D_N_diff(p,q)=Pc_D(p,q,N_max)-Pc_D(p,q,N_min); %Rx
cumulative received power from LED D from minimum to maximum
reflecion order
end

Pc_tot_N_diff(p,q)=Pc_A_N_diff(p,q)+Pc_B_N_diff(p,q)+Pc_C_N_diff(p,q)

```

```

+Pc_D_N_diff(p,q); %Rx cumulative received power from ALL LEDs from
minimum to maximum order of reflections

    %Last (maximum) order of reflection
    if N_max==0 %If maximum order of reflection is zero, you have
to subtract zero power
        Pc_A_N_last(p,q)=Pc_A(p,q,N_max); %Rx current reflection
order received power from LED A
        Pc_B_N_last(p,q)=Pc_B(p,q,N_max); %Rx current reflection
order received power from LED B
        Pc_C_N_last(p,q)=Pc_C(p,q,N_max); %Rx current reflection
order received power from LED C
        Pc_D_N_last(p,q)=Pc_D(p,q,N_max); %Rx current reflection
order received power from LED D
    else
        Pc_A_N_last(p,q)=Pc_A(p,q,N_max)-Pc_A(p,q,N_last); %Rx
current reflection order received power from LED A
        Pc_B_N_last(p,q)=Pc_B(p,q,N_max)-Pc_B(p,q,N_last); %Rx
current reflection order received power from LED B
        Pc_C_N_last(p,q)=Pc_C(p,q,N_max)-Pc_C(p,q,N_last); %Rx
current reflection order received power from LED C
        Pc_D_N_last(p,q)=Pc_D(p,q,N_max)-Pc_D(p,q,N_last); %Rx
current reflection order received power from LED D
    end

Pc_tot_N_last(p,q)=Pc_A_N_last(p,q)+Pc_B_N_last(p,q)+Pc_C_N_last(p,q)
+Pc_D_N_last(p,q); %Rx cumulative received power from ALL LEDs from
minimum to maximum order of reflections

end

end

toc

```

Π.1.3. Πίνακες στοιχείων ανακλάσεων για τέσσερα σημεία του χώρου

Ο παρακάτω κώδικας δημιουργεί δεκαέξι πίνακες, που περιέχουν αναλυτικά στοιχεία όλων των υπολογιζόμενων ανακλάσεων, που φθάνουν στα τέσσερα «κομβικά» σημεία, που εικονίζονται στο Σχήμα 20, από καθέναν προβολέα.

Καθένας από τους πίνακες περιλαμβάνουν την «ταυτότητα» κάθε ανάκλασης (l , m , n), την καθυστέρηση διάδοσης από την αντίστοιχη πηγή (σε ns), την ισχύ λήψης (σε μW), το αζιμούθιο και την ανύψωση της δέσμης στον πομπό (σε μοίρες), καθώς και το αζιμούθιο και την ανύψωση στο δέκτη (σε μοίρες).

Για το κεντρικό σημείο, τα στοιχεία για κάθε προβολέα δίνονται από τους πίνακες: Center_A, Center_B, Center_C, Center_D.

Για το γωνιακό σημείο, τα στοιχεία για κάθε προβολέα δίνονται από τους πίνακες: Corner_A, Corner_B, Corner_C, Corner_D.

Για το μεσαίο σημείο στη μεγάλη πλευρά (κατά τον άξονα x), τα στοιχεία για κάθε προβολέα δίνονται από τους πίνακες: LongMiddle_A, LongMiddle_B, LongMiddle_C, LongMiddle_D.

Για το μεσαίο σημείο στη μικρή πλευρά (κατά τον άξονα y), τα στοιχεία για κάθε προβολέα δίνονται από τους πίνακες: ShortMiddle_A, ShortMiddle_B, ShortMiddle_C, ShortMiddle_D.

```
K1=ceil(W/(2*Mesh)); % Disarable p value for REFLECTION TABLES
(center of the room)
K2=ceil(L/(2*Mesh)); % Disarable q value for REFLECTION TABLES
(center of the room)
K3=ceil(W/(8*Mesh)); % Disarable p value for REFLECTION TABLES
(corner of the room)
K4=ceil(L/(8*Mesh)); % Disarable q value for REFLECTION TABLES
(corner of the room)
```



```

for b=1:N_max %Tables of reflection receptions

    % Center point
    Table_Acnt(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Acnt(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Acnt(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Acnt(4,b)=Delay_A_lmn(K1,K2,b);%Delay
    Table_Acnt(5,b)=1000000*Pv_A(K1,K2,b);%Received Power
    Table_Acnt(6,b)=radtodeg(theta_TxA_azim(K1,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Acnt(7,b)=radtodeg(theta_TxA_elev(K1,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Acnt(8,b)=radtodeg(theta_RxA_xy(K1,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Acnt(9,b)=radtodeg(theta_RxA_elev(K1,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

    Table_Bcnt(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Bcnt(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Bcnt(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Bcnt(4,b)=Delay_B_lmn(K1,K2,b);%Delay
    Table_Bcnt(5,b)=1000000*Pv_B(K1,K2,b);%Received Power
    Table_Bcnt(6,b)=radtodeg(theta_TxB_azim(K1,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Bcnt(7,b)=radtodeg(theta_TxB_elev(K1,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Bcnt(8,b)=radtodeg(theta_RxB_xy(K1,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Bcnt(9,b)=radtodeg(theta_RxB_elev(K1,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

    Table_Ccnt(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Ccnt(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Ccnt(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Ccnt(4,b)=Delay_C_lmn(K1,K2,b);%Delay
    Table_Ccnt(5,b)=1000000*Pv_C(K1,K2,b);%Received Power
    Table_Ccnt(6,b)=radtodeg(theta_TxC_azim(K1,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Ccnt(7,b)=radtodeg(theta_TxC_elev(K1,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Ccnt(8,b)=radtodeg(theta_RxC_xy(K1,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Ccnt(9,b)=radtodeg(theta_RxC_elev(K1,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

    Table_Dcnt(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Dcnt(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Dcnt(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Dcnt(4,b)=Delay_D_lmn(K1,K2,b);%Delay
    Table_Dcnt(5,b)=1000000*Pv_D(K1,K2,b);%Received Power
    Table_Dcnt(6,b)=radtodeg(theta_TxD_azim(K1,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Dcnt(7,b)=radtodeg(theta_TxD_elev(K1,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Dcnt(8,b)=radtodeg(theta_RxD_xy(K1,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Dcnt(9,b)=radtodeg(theta_RxD_elev(K1,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

```

```

% Corner point
Table_Acrn(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Acrn(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Acrn(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Acrn(4,b)=Delay_A_lmn(K3,K4,b);%Delay
Table_Acrn(5,b)=1000000*Pv_A(K3,K4,b);%Received Power
Table_Acrn(6,b)=radtodeg(theta_TxA_azim(K3,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Acrn(7,b)=radtodeg(theta_TxA_elev(K3,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Acrn(8,b)=radtodeg(theta_RxA_xy(K3,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Acrn(9,b)=radtodeg(theta_RxA_elev(K3,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

Table_Bcrn(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Bcrn(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Bcrn(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Bcrn(4,b)=Delay_B_lmn(K3,K4,b);%Delay
Table_Bcrn(5,b)=1000000*Pv_B(K3,K4,b);%Received Power
Table_Bcrn(6,b)=radtodeg(theta_TxB_azim(K3,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Bcrn(7,b)=radtodeg(theta_TxB_elev(K3,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Bcrn(8,b)=radtodeg(theta_RxB_xy(K3,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Bcrn(9,b)=radtodeg(theta_RxB_elev(K3,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

Table_Ccrn(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Ccrn(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Ccrn(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Ccrn(4,b)=Delay_C_lmn(K3,K4,b);%Delay
Table_Ccrn(5,b)=1000000*Pv_C(K3,K4,b);%Received Power
Table_Ccrn(6,b)=radtodeg(theta_TxC_azim(K3,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Ccrn(7,b)=radtodeg(theta_TxC_elev(K3,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Ccrn(8,b)=radtodeg(theta_RxC_xy(K3,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Ccrn(9,b)=radtodeg(theta_RxC_elev(K3,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

Table_Dcrn(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Dcrn(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Dcrn(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Dcrn(4,b)=Delay_D_lmn(K3,K4,b);%Delay
Table_Dcrn(5,b)=1000000*Pv_D(K3,K4,b);%Received Power
Table_Dcrn(6,b)=radtodeg(theta_TxD_azim(K3,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Dcrn(7,b)=radtodeg(theta_TxD_elev(K3,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Dcrn(8,b)=radtodeg(theta_RxD_xy(K3,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Dcrn(9,b)=radtodeg(theta_RxD_elev(K3,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

```

```

% Long-middle point
    Table_Alom(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Alom(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Alom(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Alom(4,b)=Delay_A_lmn(K3,K2,b);%Delay
    Table_Alom(5,b)=1000000*Pv_A(K3,K2,b);%Received Power
    Table_Alom(6,b)=radtodeg(theta_TxA_azim(K3,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Alom(7,b)=radtodeg(theta_TxA_elev(K3,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Alom(8,b)=radtodeg(theta_RxA_xy(K3,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Alom(9,b)=radtodeg(theta_RxA_elev(K3,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

    Table_Blom(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Blom(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Blom(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Blom(4,b)=Delay_B_lmn(K3,K2,b);%Delay
    Table_Blom(5,b)=1000000*Pv_B(K3,K2,b);%Received Power
    Table_Blom(6,b)=radtodeg(theta_TxB_azim(K3,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Blom(7,b)=radtodeg(theta_TxB_elev(K3,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Blom(8,b)=radtodeg(theta_RxB_xy(K3,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Blom(9,b)=radtodeg(theta_RxB_elev(K3,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

    Table_Clom(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Clom(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Clom(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Clom(4,b)=Delay_C_lmn(K3,K2,b);%Delay
    Table_Clom(5,b)=1000000*Pv_C(K3,K2,b);%Received Power
    Table_Clom(6,b)=radtodeg(theta_TxC_azim(K3,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Clom(7,b)=radtodeg(theta_TxC_elev(K3,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Clom(8,b)=radtodeg(theta_RxC_xy(K3,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Clom(9,b)=radtodeg(theta_RxC_elev(K3,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

    Table_Dlom(1,b)=R_lmn(1,b);%l
    Table_Dlom(2,b)=R_lmn(2,b);%m
    Table_Dlom(3,b)=R_lmn(3,b);%n
    Table_Dlom(4,b)=Delay_D_lmn(K3,K2,b);%Delay
    Table_Dlom(5,b)=1000000*Pv_D(K3,K2,b);%Received Power
    Table_Dlom(6,b)=radtodeg(theta_TxD_azim(K3,K2,b));%Tx
azimuth angle in degrees
    Table_Dlom(7,b)=radtodeg(theta_TxD_elev(K3,K2,b));%Tx
elevation angle in degrees
    Table_Dlom(8,b)=radtodeg(theta_RxD_xy(K3,K2,b));%Rx
azimuth angle in degrees
    Table_Dlom(9,b)=radtodeg(theta_RxD_elev(K3,K2,b));%Rx
elevation angle in degrees

```

```

% Short-middle point
Table_Ashm(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Ashm(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Ashm(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Ashm(4,b)=Delay_A_lmn(K1,K4,b);%Delay
Table_Ashm(5,b)=1000000*Pv_A(K1,K4,b);%Received Power
Table_Ashm(6,b)=radtodeg(theta_TxA_azim(K1,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Ashm(7,b)=radtodeg(theta_TxA_elev(K1,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Ashm(8,b)=radtodeg(theta_RxA_xy(K1,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Ashm(9,b)=radtodeg(theta_RxA_elev(K1,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

Table_Bshm(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Bshm(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Bshm(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Bshm(4,b)=Delay_B_lmn(K1,K4,b);%Delay
Table_Bshm(5,b)=1000000*Pv_B(K1,K4,b);%Received Power
Table_Bshm(6,b)=radtodeg(theta_TxB_azim(K1,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Bshm(7,b)=radtodeg(theta_TxB_elev(K1,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Bshm(8,b)=radtodeg(theta_RxB_xy(K1,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Bshm(9,b)=radtodeg(theta_RxB_elev(K1,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

Table_Cshm(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Cshm(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Cshm(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Cshm(4,b)=Delay_C_lmn(K1,K4,b);%Delay
Table_Cshm(5,b)=1000000*Pv_C(K1,K4,b);%Received Power
Table_Cshm(6,b)=radtodeg(theta_TxC_azim(K1,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Cshm(7,b)=radtodeg(theta_TxC_elev(K1,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Cshm(8,b)=radtodeg(theta_RxC_xy(K1,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Cshm(9,b)=radtodeg(theta_RxC_elev(K1,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees

Table_Dshm(1,b)=R_lmn(1,b);%l
Table_Dshm(2,b)=R_lmn(2,b);%m
Table_Dshm(3,b)=R_lmn(3,b);%n
Table_Dshm(4,b)=Delay_D_lmn(K1,K4,b);%Delay
Table_Dshm(5,b)=1000000*Pv_D(K1,K4,b);%Received Power
Table_Dshm(6,b)=radtodeg(theta_TxD_azim(K1,K4,b));%Tx
azimuth angle in degrees
Table_Dshm(7,b)=radtodeg(theta_TxD_elev(K1,K4,b));%Tx
elevation angle in degrees
Table_Dshm(8,b)=radtodeg(theta_RxD_xy(K1,K4,b));%Rx
azimuth angle in degrees
Table_Dshm(9,b)=radtodeg(theta_RxD_elev(K1,K4,b));%Rx
elevation angle in degrees
end

```

```
Center_A=transpose(Table_Acnt);  
Center_B=transpose(Table_Bcnt);  
Center_C=transpose(Table_Ccnt);  
Center_D=transpose(Table_Dcnt);
```

```
Corner_A=transpose(Table_Acrn);  
Corner_B=transpose(Table_Bcrn);  
Corner_C=transpose(Table_Ccrn);  
Corner_D=transpose(Table_Dcrn);
```

```
LongMiddle_A=transpose(Table_Alom);  
LongMiddle_B=transpose(Table_Blom);  
LongMiddle_C=transpose(Table_Clom);  
LongMiddle_D=transpose(Table_Dlom);
```

```
ShortMiddle_A=transpose(Table_Ashm);  
ShortMiddle_B=transpose(Table_Bshm);  
ShortMiddle_C=transpose(Table_Cshm);  
ShortMiddle_D=transpose(Table_Dshm);
```

Π.1.4. Διαγράμματα ισχύος λήψης

Μετά την εκτέλεση του παραπάνω κώδικα, μπορούν να εκτελεστούν μερικοί από τους κάτωθι παρατιθέμενους κώδικες για λήψη συγκεκριμένων διαγραμμάτων βάσει των δεδομένων, που έχουν αποκτηθεί από την εκτέλεση του κύριου κώδικα.

Ο παρακάτω κώδικας εξάγει ένα σύνθετο σχήμα δώδεκα (3×4) διαγραμμάτων ισχύος λήψης. Καθεμιά από τις τέσσερις γραμμές αφορά κάθε προβολέα. Η πρώτη στήλη αφορά τη συσσωρευμένη κατανομή ισχύων έως την ελάχιστη, υπολογιζόμενη τάξη ανάκλασης. Η τρίτη στήλη αφορά τη συσσωρευμένη κατανομή ισχύων έως τη μέγιστη, υπολογιζόμενη τάξη ανάκλασης. Στη δεύτερη στήλη απεικονίζονται οι διαφορές των κατανομών της τρίτης στήλης μείον την πρώτη.

```
subplot(4,3,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_A_N_min);
title('LED A N_m_i_n');%Plot 3-D Received Power from LED A including
certain lower components
subplot(4,3,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_B_N_min);
title('LED B N_m_i_n');%Plot 3-D Received Power from LED B including
certain lower components
subplot(4,3,7); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_C_N_min);
title('LED C N_m_i_n');%Plot 3-D Received Power from LED C including
certain lower components
subplot(4,3,10); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_D_N_min);
title('LED D N_m_i_n');%Plot 3-D Received Power from LED D including
certain lower components

subplot(4,3,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_A_N_diff);
title('LED A (N_m_a_x - N_m_i_n)');%Plot 3-D Received Power from LED
A including certain higher components
subplot(4,3,5); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_B_N_diff);
title('LED B (N_m_a_x - N_m_i_n)');%Plot 3-D Received Power from LED
B including certain higher components
subplot(4,3,8); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_C_N_diff);
title('LED C (N_m_a_x - N_m_i_n)');%Plot 3-D Received Power from LED
C including certain higher components
subplot(4,3,11); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_D_N_diff);
title('LED D (N_m_a_x - N_m_i_n)');%Plot 3-D Received Power from LED
D including certain higher components

subplot(4,3,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_A_N_max);
title('LED A N_m_a_x');%Plot 3-D Received Power from LED A including
all components
subplot(4,3,6); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_B_N_max);
title('LED B N_m_a_x');%Plot 3-D Received Power from LED B including
all components
subplot(4,3,9); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_C_N_max);
title('LED C N_m_a_x');%Plot 3-D Received Power from LED C including
all components
subplot(4,3,12); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_D_N_max);
title('LED D N_m_a_x');%Plot 3-D Received Power from LED D including
all components
```

Αντίστοιχα, οι συνολικές κατανομές (αθροιστικά από όλους τους προβολείς) δίνονται από τις κάτωθι εντολές:

```
figure; surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_tot_N_min);
title('Total Minimum received power');%Plot 3-D Received Power from
ALL LEDs included certain lower components
figure; surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_tot_N_diff);
title('Total Difference received power');%Plot 3-D Received Power
from ALL LEDs included certain higher components
figure; surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_tot_N_max);
title('Total Maximum received power');%Plot 3-D Received Power from
ALL LEDs included all components
```

Τα διαγράμματα του Παραρτήματος Π.2. ελήφθησαν με τη βοήθεια των παρακάτω εντολών:

```
subplot(2,2,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_A_N_last);
title('LED A');%Plot 3-D Current order only Received Power from LED A
subplot(2,2,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_B_N_last);
title('LED B');%Plot 3-D Current order only Received Power from LED B
subplot(2,2,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_C_N_last);
title('LED C');%Plot 3-D Current order only Received Power from LED C
subplot(2,2,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_D_N_last);
title('LED D');%Plot 3-D Current order only Received Power from LED D

figure; surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_tot_N_last);
title('Total Current Reflection received power');%Plot 3-D Last
(maximum) order only received Power from ALL LEDs
```

Διαγράμματα που αφορούν μόνο τις κατανομές ισχύος από τις απευθείας δέσμες (LOS):

```
subplot(2,2,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_A_LOS);
title('LED A - LOS only');%Plot 3-D Received Power from LED A LOS
subplot(2,2,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_B_LOS);
title('LED B - LOS only');%Plot 3-D Received Power from LED B LOS
subplot(2,2,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_C_LOS);
title('LED C - LOS only');%Plot 3-D Received Power from LED C LOS
subplot(2,2,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_D_LOS);
title('LED D - LOS only');%Plot 3-D Received Power from LED D LOS

figure; surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_tot_LOS);
title('LOS - Total power');%Plot 3-D Only LOS from all LEDs
```

Διαγράμματα που αφορούν μόνο τις κατανομές ισχύος από τις απευθείας δέσμες (LOS) και τις τρεις συνιστώσες των ανακλάσεων πρώτης τάξης:

```
subplot(4,4,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_A_LOS);
title('A LOS');
subplot(4,4,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_A_1_i);
title('A 1st-i');
subplot(4,4,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_A_1_j);
title('A 1st-j');
subplot(4,4,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_A_1_k);
title('A 1st-k');
subplot(4,4,5); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_B_LOS);
title('B LOS');
subplot(4,4,6); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_B_1_i);
title('B 1st-i');
subplot(4,4,7); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_B_1_j);
title('B 1st-j');
subplot(4,4,8); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_B_1_k);
title('B 1st-k');
subplot(4,4,9); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_C_LOS);
title('C LOS');
subplot(4,4,10); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_C_1_i);
title('C 1st-i');
subplot(4,4,11); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_C_1_j);
title('C 1st-j');
subplot(4,4,12); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_C_1_k);
title('C 1st-k');
subplot(4,4,13); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_D_LOS);
title('D LOS');
subplot(4,4,14); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_D_1_i);
title('D 1st-i');
subplot(4,4,15); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_D_1_j);
title('D 1st-j');
subplot(4,4,16); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pv_D_1_k);
title('D 1st-k');
```

Διαγράμματα που αφορούν συσσωρευτικά τις κατανομές ισχύος όλων των συνιστωσών εκτός από τις απευθείας δέσμες (NLOS):

```
subplot(2,2,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_A_R);
title('LED A - Reflections only');%Plot 3-D Received Power including
all components except LOS from LED A
subplot(2,2,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_B_R);
title('LED B - Reflections only');%Plot 3-D Received Power including
all components except LOS from LED B
subplot(2,2,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_C_R);
title('LED C - Reflections only');%Plot 3-D Received Power including
all components except LOS from LED C
subplot(2,2,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_D_R);
title('LED D - Reflections only');%Plot 3-D Received Power including
all components except LOS from LED D

figure; surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Pc_tot_R);
title('Reflections only - Total power');%Plot 3-D Only Reflections
power from all LEDs
```


Π.1.5. Διαγράμματα χρονικής καθυστέρησης και χρονικής διασποράς

Τα παρακάτω διαγράμματα αφορούν τους χρόνους διάδοσης των ανακλώμενων δεσμών από κάθε προβολέα, σαν αυτά του Σχήματος 19. Το πρώτο σύνθετο (2×2) διάγραμμα δίνει τις κατανομές χρονικής καθυστέρησης των συντομότερων συνιστωσών (εξ ορισμού των LOS), από κάθε προβολέα.

```
figure(1)
subplot(2,2,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_A_min);
title('Min Delay A');%Minimum Delay from LED A
subplot(2,2,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_B_min);
title('Min Delay B');%Minimum Delay from LED B
subplot(2,2,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_C_min);
title('Min Delay C');%Minimum Delay from LED C
subplot(2,2,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_D_min);
title('Min Delay D');%Minimum Delay from LED D
```

Το δεύτερο σύνθετο (2×2) διάγραμμα δίνει τις κατανομές χρονικής καθυστέρησης των βραδύτερων συνιστωσών έως τη μέγιστη, υπολογιζόμενη τάξη ανάκλασης, από κάθε προβολέα.

```
figure(2)
subplot(2,2,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_A_max);
title('Max Delay A');%Maximum Delay from LED A
subplot(2,2,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_B_max);
title('Max Delay B');%Maximum Delay from LED B
subplot(2,2,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_C_max);
title('Max Delay C');%Maximum Delay from LED C
subplot(2,2,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_D_max);
title('Max Delay D');%Maximum Delay from LED D
```

Το τρίτο σύνθετο (2×2) διάγραμμα δίνει τις χρονικές διασπορές, δηλαδή τις διαφορές των κατανομών των δεύτερων διαγραμμάτων μείον τα πρώτα, από κάθε προβολέα.

```
figure(3)
subplot(2,2,3); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_A_max-
Delay_A_min); title('Delay Spread A');%Delay spread from LED A
subplot(2,2,1); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_B_max-
Delay_B_min); title('Delay Spread B');%Delay spread from LED B
subplot(2,2,2); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_C_max-
Delay_C_min); title('Delay Spread C');%Delay spread from LED C
subplot(2,2,4); surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,Delay_D_max-
Delay_D_min); title('Delay Spread D');%Delay spread from LED D
```

Π.1.6. Αλγόριθμος υπολογισμού θορύβων, SNR και BER

Μετά την εκτέλεση του κύριου κώδικα, εκτελείται ο παρακάτω κώδικας, ώστε να υπολογιστούν οι συνιστώσες του θορύβου, ο SNR και ο BER. Επίσης, παράγονται τα αντίστοιχα διαγράμματα.

```
%OOK plots with Noise

P_LOS_all=Pv_A_LOS+Pv_B_LOS+Pv_C_LOS+Pv_D_LOS;%Only LOS

P_REFL_all_1st=Pv_A_1_i+Pv_A_1_j+Pv_A_1_k+Pv_B_1_i+Pv_B_1_j+Pv_B_1_k+
Pv_C_1_i+Pv_C_1_j+Pv_C_1_k+Pv_D_1_i+Pv_D_1_j+Pv_D_1_k; %Only 1st
Reflections

P_REFL_all_nth=Pc_tot_R; %First n-order (maximum) cumulative
Reflections

P_NLOS_all=P_REFL_all_nth-P_REFL_all_1st; %NLOS: 1st Refl. are
considered signal. The higher orders are considered as noise.

%Noise thermal and shot

k=1.3806488*(10^(-23));
Tk=297;
n=1.12;
I2=0.562;
I3=0.0868;
B=175*(10^6);
Gol=10;
gm=30*(10^(-3));
q=1.6*(10^(-19));
Ibg=5100*(10^(-6));
gamma=0.54;
Gam=1.5;
Adet=0.1;

s_thermal=6*10^(-13);
%(8*pi*k*Tk*n*Adet*I2*B^2/Gol)+(16*pi^2*k*Tk*Gam*n^2*Adet^2*I3*B^3/gm);
s_shot=2*q*gamma.*(P_LOS_all).*B+2*q*Ibg*I2*B;
s_total=s_thermal+s_shot;

%eSSK Total All LED
SNR_LOS=(gamma^2*P_LOS_all.^2)./(s_total);
SNRdB_LOS=10*log10(SNR_LOS);

SNR_1st=(gamma^2*P_LOS_all.^2)./((gamma^2*P_REFL_all_1st+s_total));
SNRdB_all_1st=10*log10(SNR_1st);

SNR_nth=(gamma^2*P_LOS_all.^2)./((gamma^2*P_REFL_all_nth+s_total));
SNRdB_all_nth=10*log10(SNR_nth);
```

```

SNR_NLOS=(gamma^2*(P_REFL_all_1st+0.000000001).^2)./((gamma^2*P_NLOS_
all+s_thermal+2*q*gamma.*(P_REFL_all_1st).*B+2*q*Ibg*I2*B));
SNRdB_NLOS=10*log10(SNR_NLOS);

%eSSK
H1=[1 0.8 0.6 0.4];
T=5*10^-7;

Q_LOS_21=qfunc((T/4.*SNR_LOS.*(H1(2)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_LOS_31=qfunc((T/4.*SNR_LOS.*(H1(3)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_LOS_32=qfunc((T/4.*SNR_LOS.*(H1(3)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_LOS_41=qfunc((T/4.*SNR_LOS.*(H1(4)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_LOS_42=qfunc((T/4.*SNR_LOS.*(H1(4)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_LOS_43=qfunc((T/4.*SNR_LOS.*(H1(4)-H1(3)).^2).^(1/2));
BER_LOS=(1/6).*(Q_LOS_21+Q_LOS_31+Q_LOS_32+Q_LOS_41+Q_LOS_42+Q_LOS_43);

Q_1st_21=qfunc((T/4.*SNR_1st.*(H1(2)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_1st_31=qfunc((T/4.*SNR_1st.*(H1(3)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_1st_32=qfunc((T/4.*SNR_1st.*(H1(3)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_1st_41=qfunc((T/4.*SNR_1st.*(H1(4)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_1st_42=qfunc((T/4.*SNR_1st.*(H1(4)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_1st_43=qfunc((T/4.*SNR_1st.*(H1(4)-H1(3)).^2).^(1/2));
BER_1st=(1/6).*(Q_1st_21+Q_1st_31+Q_1st_32+Q_1st_41+Q_1st_42+Q_1st_43);

Q_nth_21=qfunc((T/4.*SNR_nth.*(H1(2)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_nth_31=qfunc((T/4.*SNR_nth.*(H1(3)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_nth_32=qfunc((T/4.*SNR_nth.*(H1(3)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_nth_41=qfunc((T/4.*SNR_nth.*(H1(4)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_nth_42=qfunc((T/4.*SNR_nth.*(H1(4)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_nth_43=qfunc((T/4.*SNR_nth.*(H1(4)-H1(3)).^2).^(1/2));
BER_nth=(1/6).*(Q_nth_21+Q_nth_31+Q_nth_32+Q_nth_41+Q_nth_42+Q_nth_43);

Q_NLOS_21=qfunc((T/4.*SNR_NLOS.*(H1(2)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_NLOS_31=qfunc((T/4.*SNR_NLOS.*(H1(3)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_NLOS_32=qfunc((T/4.*SNR_NLOS.*(H1(3)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_NLOS_41=qfunc((T/4.*SNR_NLOS.*(H1(4)-H1(1)).^2).^(1/2));
Q_NLOS_42=qfunc((T/4.*SNR_NLOS.*(H1(4)-H1(2)).^2).^(1/2));
Q_NLOS_43=qfunc((T/4.*SNR_NLOS.*(H1(4)-H1(3)).^2).^(1/2));
BER_NLOS=(1/6).*(Q_NLOS_21+Q_NLOS_31+Q_NLOS_32+Q_NLOS_41+Q_NLOS_42+Q_NLO
S_43);

figure(1)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,P_LOS_all);title('LOS received
power');

figure(2)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,SNRdB_LOS);title('SNR (dB) of
LOS received power');

figure(3)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,BER_LOS);title('BER of LOS
received power');

```

```
figure(4)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,P_REFL_all_1st);title('Only
1st reflections received power');

figure(5)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,SNRdB_all_1st);title('SNR (dB)
of 1st only reflections received power');

figure(6)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,BER_1st);title('BER of 1st
only reflections received power');

figure(7)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,P_REFL_all_nth);title('Maximum
reflections received power');

figure(8)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,SNRdB_all_nth);title('SNR (dB)
of maximum reflections received power');

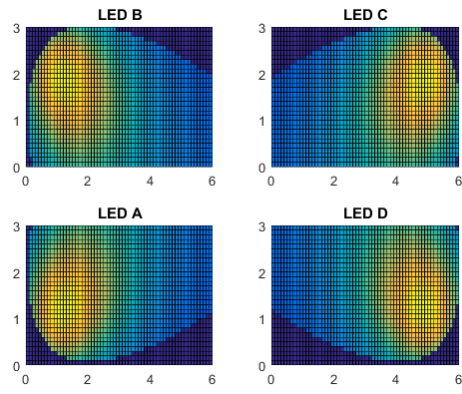
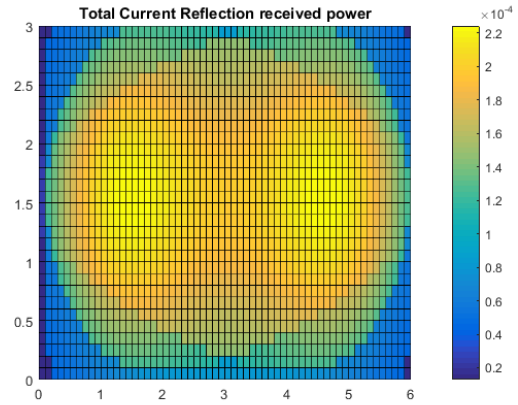
figure(9)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,BER_nth);title('BER of maximum
reflections received power');

figure(10)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,P_NLOS_all);title('2nd and
higher orders of reflections received power');

figure(11)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,SNRdB_NLOS);title('SNR (dB) of
NLOS received power');

figure(12)
surf(0.0000001:Mesh:L,0.0000001:Mesh:W,BER_NLOS);title('BER of NLOS
received power');
```

Π.2. Διαγράμματα δέκα πρώτων τάξεων ανάκλασης

Τάξη ανάκλασης	0η
Απαιτούμενος χρόνος υπολογισμού δεδομένων (s)	0,757997
Τάξη μεγέθους μέγιστης ισχύος λήψης (W)	$2 \cdot 10^{-4}$
Διδιάστατη κατανομή των τεσσάρων προβολέων	
Διδιάστατη συνολική κατανομή	
Τριδιάστατη συνολική κατανομή	