



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

**Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ»**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Υπολογισμός της αξίας σε κίνδυνο σε
χαρτοφυλάκια(Value at Risk)**

ΟΝΟΜ/ΜΟ: Σινόπουλος Άγγελος

Αριθμός Μητρώου :163002

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Γεώργιος Δότσης

ΑΘΗΝΑ

Νοέμβριος, 2018

Περίληψη

Οι ανάγκες του οικονομικού συστήματος , οι φιλελεύθερες αρχές του καπιταλισμού σε συνδυασμό με το συνεχές άνοιγμα των αγορών, δημιουργούν μια σωρεία αναγκών στους επενδυτές οι οποίοι πριν επενδύσουν οφείλουν να αναζητήσουν τα προσδοκώμενα κόστη των κινήσεών τους. Μια από τις πιο σημαντικές γνωστοποιήσεις που οι επενδυτές επιδιώκουν να αποκομίσουν είναι το μέγεθος της ζημιάς που θα έχουν σ' έναν συγκεκριμένο χρόνο για μια συγκεκριμένη πιθανότητα. Με άλλα λόγια, είναι *επιβεβλημένος ο υπολογισμός της αξίας σε κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου που πρόκειται να δημιουργήσουν (VaR, Value at Risk)* .

Η μέθοδος VaR , δίνει ένα αποτέλεσμα στον επενδυτή το οποίο μετράει το μέγεθος του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου μέσα σ' ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα για ένα συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης . Μέχρι στιγμής, η μέθοδος αυτή είναι η πιο αξιόπιστη για το αντικείμενο που εξετάζουμε. Θα αναλύσουμε τρεις τρόπους υπολογισμού. Την Παραμετρική μέθοδο(ή μέθοδο διακύμανσης – συνδιακύμανσης) , τη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης και τη μέθοδο Monte Carlo.

Για την πρακτική εφαρμογή θα γίνει η χρήση του λογισμικού Eviews για την αποκόμιση των στατιστικών στοιχείων για κάθε εταιρία. Ύστερα, θα παρουσιαστεί η παραμετρική μέθοδος με τη βοήθεια του προγράμματος Excel αλλά και η μέθοδος ιστορικής προσομοίωσης .Επίσης, αξίζει να παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα που εξάγουμε καθώς και συμπεράσματα από τις διαδικασίες Backtesting

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 Κατηγορίες Κινδύνων.....	6
1.1 Κίνδυνος αγοράς (Market Risk).....	6
1.2 Πιστωτικός κίνδυνος (Credit Risk)	6
1.3 Λειτουργικός κίνδυνος (Operational Risk)	7
1.4 Κίνδυνος ρευστότητας (Liquidity Risk).....	8
Κεφάλαιο 2 : Σύμφωνο Βασιλείας I, II	10
2.1 Η Επιτροπή της Βασιλείας	10
2.2 Βασιλεία II	10
Πυλώνας I : Ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις για την κάλυψη των αναλαμβανομένων κινδύνων.....	11
Πυλώνας II: Εποπτικές διαδικασίες ανασκόπησης και αξιολόγησης κεφαλαιακής επάρκειας.....	11
Πυλώνας III: Πειθαρχία της αγοράς	14
Κεφάλαιο 3 : Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)	16
3.1. Πλεονεκτήματα VaR.....	17
3.2 Μειονεκτήματα	17
3.3 Μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης (Variance –Covariance method).....	19
3.4 Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation Method)	21
3.5 Προσομοίωση Monte Carlo (Monte Carlo simulation)	22
Κεφάλαιο 4 : Εμπειρικές εφαρμογές	27
4.1 Περιγραφικά στατιστικά αποτελέσματα (Eviews).....	27
4.2 Εμπειρική εφαρμογή με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης	42
4.3 Εμπειρική εφαρμογή με τη παραμετρική μέθοδο(μέθοδος διακύμανσης- συνδιακύμανσης).....	48
4.4 Backtesting	57
4.5 Συμπεράσματα	70
Βιβλιογραφία	72

Η διαχείριση κινδύνου είναι κεντρικός πυρήνας της στρατηγικής διαχείρισης κάθε οργανισμού. Είναι η διεργασία με την οποία οι οργανισμοί προσεγγίζουν μεθοδικά τους κινδύνους που σχετίζονται με τις δραστηριότητές τους, με σκοπό την επίτευξη κέρδους σε κάθε δραστηριότητα. Το επίκεντρο της καλής διαχείρισης κινδύνου είναι η αναγνώριση και ο χειρισμός αυτών των κινδύνων. Αυξάνει την πιθανότητα επιτυχίας των συνολικών στόχων του οργανισμού.

Σχεδόν κανένα έργο δεν αναπτύσσεται σε ιδανικό περιβάλλον. Η διαχείριση κινδύνου πρέπει να ενσωματώνει μέσα τα οποία όχι μόνο θα εντοπίζουν τους πιθανούς κινδύνους αλλά και θα αναλύουν τις δυνατότητες του καθενός έτσι ώστε να είναι δυνατή η διαχείριση των πιο σημαντικών σε συνεχή βάση. Η διαχείριση κινδύνων χωρίζεται σε τρεις βασικούς τομείς: την αναγνώριση κινδύνων, τον ποσοτικό προσδιορισμό τους και τον έλεγχο ή μετριασμό των επιπτώσεων τους.

Η αναγνώριση του κινδύνου όπου στη συγκεκριμένη φάση η ανάλυση ασχολείται με τις επιπτώσεις και όχι τόσο με τα αίτια όπου επέφεραν τη ζημιά διότι στην επόμενη φάση γίνεται ποσοτικός προσδιορισμός. Η διαχείριση κινδύνων χωρίζεται σε τρεις βασικούς τομείς: την αναγνώριση κινδύνων, τον ποσοτικό προσδιορισμό τους και τον έλεγχο ή μετριασμό των επιπτώσεων τους. Συγκεκριμένα, Βασικό χαρακτηριστικό του κινδύνου είναι εκείνα τα στοιχεία του έργου που είναι πιθανό να δείξουν ότι κάτι δεν πάει καλά στο έργο. Τα προβλήματα δημιουργούνται κυρίως από μια ομάδα έργου (πχ μπορεί να παραληφθεί μια ενδιάμεση έκθεση από κάποια μέλη). Στην συγκεκριμένη φάση η ανάλυση ασχολείται με τις επιπτώσεις και όχι τόσο με τα αίτια διότι στην επόμενη φάση γίνεται ποσοτικός προσδιορισμός. Έστερα, στόχος είναι να απαντηθεί το ερώτημα «πόσο επικίνδυνη είναι μια δραστηριότητα;». Περιλαμβάνει ένα μεγάλο αριθμό από τεχνικές για την αξιολόγηση του επιπέδου του κινδύνου. Τέλος, Αφού αναγνωριστούν οι κίνδυνοι που χρήζουν διαχείρισης, χρειάζονται κάποιες διαδικασίες για να διασφαλιστεί ότι θα μειωθεί η πιθανότητα εμφάνισης του κινδύνου ή ότι θα γίνει μετριασμός των επιπτώσεων. Για παράδειγμα, ο κίνδυνος να καθυστερήσει μια δραστηριότητα μπορεί να μειωθεί μέσω της μείωσης της κλίμακας της δραστηριότητας. Πρέπει να γίνει αναλυτικός έλεγχος και καταγραφή των διαφόρων επιπτώσεων που θα προκληθούν από τους συγκεκριμένους κινδύνους που έχουν αναγνωριστεί. Έτσι θα είναι δυνατή η εφαρμογή των διαφόρων διαδικασιών προκειμένου είτε να εξαλειφθεί ο κίνδυνος είτε να μετριαστούν οι επιπτώσεις από αυτόν.

(https://el.wikipedia.org/wiki/Διαχείριση_Κινδύνου)

Σε γενική βάση, στη διαχείριση κινδύνου υπάρχει μια σχετική διαμάχη ανάμεσα στους μελετητές/ακαδημαϊκούς. Συγκεκριμένα, μια μεγάλη μάζα μελετητών θεωρεί πως η διαχείριση κινδύνου αναπτύχθηκε από τους ακαδημαϊκούς με σκοπό την ανάδειξη κάποιων περαιτέρω γνώσεων ενώ αντιστρόφως, οι ακαδημαϊκοί υποστηρίζουν ότι οι πραγματικές ανάγκες του ταχύτατα μεταβαλλόμενου οικονομικού περιβάλλοντος ήταν εκείνες που οδήγησαν στην επιτάχυνση και στη διεύρυνση της παραπάνω ειδικότητας. Η διαχείριση κινδύνου ασχολείται με το πώς οι επιχειρήσεις επιλέγουν το είδος και το επίπεδο του κινδύνου που είναι κατάλληλα για να αναλάβουν.

Αν θέλουμε να συνοψίσουμε τα παραπάνω, θα μπορούσαμε να πούμε πως, για τη διαδικασία διαχείρισης κινδύνου είναι απαραίτητες τρεις μεταβατικές καταστάσεις. Πιο συγκεκριμένα, σε πρώτο βαθμό είναι αναγκαία η ταυτοποίηση μέσω της οποίας γίνεται η πραγματική αναγνώριση αλλά και ταξινόμηση των κινδύνων που παρουσιάζονται, ύστερα ακολουθεί η μέτρηση των ταυτοποιημένων κινδύνων και φυσικά ακολουθεί ως τελευταίο βήμα η διαχείριση μέσω της οποίας καταστρώνεται το απαιτούμενο σχέδιο. (Πηγή : **Συριόπουλος, Κ.** (2008). Διαχείριση Τραπεζικού Κινδύνου (Τόμος Α). Πάτρα: Ε.Α.Π)

Κεφάλαιο 1: Κατηγορίες Κινδύνων

Προκειμένου να μπούμε στη διαδικασία συνεννόησης για την επίλυση των κινδύνων χωρίζουμε τους κινδύνους σε τέσσερεις βασικές κατηγορίες. Οι κίνδυνοι μπορούν σε γενικές γραμμές να συνοψιστούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

1.1 Κίνδυνος αγοράς (Market Risk)

Ο κίνδυνος αγοράς είναι η πιθανότητα ένας επενδυτής να αντιμετωπίσει ζημιές λόγω παραγόντων που επηρεάζουν τη συνολική απόδοση των χρηματοπιστωτικών αγορών στις οποίες ασχολείται. Ο κίνδυνος αγοράς, που ονομάζεται επίσης " συστημικός κίνδυνος ", δεν μπορεί να εξαλειφθεί μέσω της διαφοροποίησης, αν και μπορεί να αντισταθμιστεί. Πηγές κινδύνου αγοράς περιλαμβάνουν τις ύφεση , την πολιτική αναταραχή, τις μεταβολές των επιτοκίων, τις φυσικές καταστροφές και τις τρομοκρατικές επιθέσεις.

Σύμφωνα με αυτές τις κατηγορίες υπάρχουν διαφορετικές ταξινομήσεις που περιλαμβάνουν μοναδικές πτυχές των χρηματοπιστωτικών αγορών. Οι πιο συνήθεις τύποι κινδύνων αγοράς περιλαμβάνουν τον κίνδυνο θέσης, τον κίνδυνο επιτοκίου, τον κίνδυνο μετοχικού κεφαλαίου, τον συναλλαγματικό κίνδυνο και τον κίνδυνο βασικών εμπορευμάτων.

- Για τον κίνδυνο θέσης έχουμε:
 1. Ειδικός κίνδυνος θέσης (specific position risk), ο οποίος προέρχεται από τη μεταβολή της αξίας ενός χρηματοπιστωτικού μέσου, λόγω της μεταβολής του κινδύνου που φέρει ο εκδότης του.
 2. Γενικός κίνδυνος θέσης (general position risk), ο οποίος προέρχεται από τη μεταβολή της αξίας ενός χρηματοπιστωτικού μέσου, λόγω της μεταβολής της αγοραίας τιμής του.
 - Επιτοκιακός κίνδυνος είναι ο κίνδυνος να αλλάξει η αξία μιας επένδυσης εξαιτίας μεταβολών στο επίπεδο των επιτοκίων.
 - Κίνδυνος μετοχών, είναι ο κίνδυνος να μεταβληθούν οι τιμές των μετοχών συνεπεία διαφόρων παραγόντων
 - Συναλλαγματικός κίνδυνος είναι ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει μια θέση αγοράς (short position) ή μια θέση πώλησης (long position) σε ξένο νόμισμα όταν πρέπει να κλείσει με απώλειες λόγω δυσμενής κίνησης στη συναλλαγματική ισοτιμία.
 - Ο κίνδυνος της τιμής των βασικών εμπορευμάτων είναι η αβεβαιότητα που προκύπτει από τις μεταβαλλόμενες τιμές που επηρεάζουν δυσμενώς τα οικονομικά αποτελέσματα εκείνων που χρησιμοποιούν και παράγουν το εν λόγω εμπόρευμα. Ο κίνδυνος των τιμών των εμπορευμάτων μπορεί να επηρεάσει εξίσου τους παραγωγούς ενός εμπορεύματος, όχι μόνο των χρηστών
- (Πηγή : Φαίδων Καλφάογλου 2017)

1.2 Πιστωτικός κίνδυνος (Credit Risk)

Ο πιστωτικός κίνδυνος μπορεί να θεωρηθεί ως η συνισταμένη τριών επιμέρους κινδύνων, του κινδύνου αθέτησης υποχρεώσεων (default risk), του κινδύνου ανοίγματος (exposure risk) και του κινδύνου ανάκτησης (recovery risk).

- Ο κίνδυνος αθέτησης υποχρεώσεων αναφέρεται στην πιθανότητα οι πιστούχοι της τράπεζας να αθετήσουν τις αναγραφόμενες στο συμβόλαιο υποχρεώσεις τους, γεγονός που συνήθως προκαλεί επαναδιαπραγμάτευση των όρων του συμβολαίου.
- Ο κίνδυνος ανοίγματος αναφέρεται στο συνολικό ποσό που υπόκειται σε πιστωτικό κίνδυνο. Στην περίπτωση του χαρτοφυλακίου πιστοδοτήσεων, το συνολικό ποσό ταυτίζεται με την ονομαστική αξία των πιστοδοτήσεων. Η μέτρηση περιπλέκεται στις περιπτώσεις των εκτός ισολογισμού στοιχείων όπου η συνήθης τακτική συνίσταται στον υπολογισμό του πιστωτικού ισοδύναμου.
- Ο κίνδυνος ανάκτησης αναφέρεται στο ποσοστό ικανοποίησης της τράπεζας από το συνολικό ποσό που είναι εκτεθειμένο σε κίνδυνο σε περίπτωση αθέτησης υποχρεώσεων του πιστούχου (Πηγή : Φαίδων Καλφάογλου 2017)

1.3 Λειτουργικός κίνδυνος (Operational Risk)

Ο λειτουργικός κίνδυνος (ή επιχειρησιακός) συνοψίζει τους κινδύνους που αναλαμβάνει μια επιχείρηση όταν επιχειρεί να λειτουργήσει εντός ενός συγκεκριμένου τομέα ή κλάδου. Ο επιχειρησιακός κίνδυνος είναι ο κίνδυνος που δεν είναι εγγενής σε χρηματοοικονομικό, συστηματικό ή σε επίπεδο αγοράς κίνδυνο. Είναι ο κίνδυνος που απομένει μετά τον προσδιορισμό της χρηματοδότησης και του συστηματικού κινδύνου και περιλαμβάνει τους κινδύνους που προκύπτουν από τις αναλύσεις των εσωτερικών διαδικασιών, των ανθρώπων και των συστημάτων. Ο επιχειρησιακός κίνδυνος μπορεί να συνοψιστεί ως ανθρώπινος κίνδυνος. Είναι ο κίνδυνος αποτυχίας των επιχειρήσεων λόγω ανθρώπινου λάθους. Μεταβάλλεται από τη βιομηχανία στη βιομηχανία και αποτελεί σημαντικό στοιχείο που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά την εξέταση πιθανών επενδυτικών αποφάσεων. Οι βιομηχανίες με χαμηλότερη ανθρώπινη αλληλεπίδραση είναι πιθανό να έχουν χαμηλότερο λειτουργικό κίνδυνο.

Στον Πίνακα που ακολουθεί παραθέτουμε μια κατάταξη με τους κινδύνους που προσδιορίζονται από την Επιτροπή της Βασιλείας ως λειτουργικοί.

Πίνακας 1.1.3 λειτουργικοί κίνδυνοι

Αντικείμενο	Κατηγορίες Λειτουργικών Κινδύνων (Λ.Κ.)
-------------	---

Διαδικασίες	Παραβιάσεις στις εξουσιοδοτήσεις των λογαριασμών. Η εκτέλεση λανθασμένων συναλλαγών και η τακτοποίησή τους. Απώλεια και μετακινήσεις πελατών σε περισσότερα ανταγωνιστικά Π.Ι. Λανθασμένη τιμολόγηση υπηρεσιών. Λανθασμένη κατανομή πόρων. Ζητήματα συμμόρφωσης. Εταιρικά λάθη τακτικής. Λάθη λογιστικής και φορολογικής φύσης. Ανεπαρκής αρχειοθέτηση. Λάθη ανανεώσεων συνδρομής υπηρεσιών από τρίτους. Αναρμόδιες συναλλαγές από προσωπικό μη εξουσιοδοτημένο για αυτές. Εξυπηρέτηση πελατών με ανταλλάγματα.
	Απάτη-Οικονομικό Έγκλημα. Ασθένειες και τραυματισμοί υπαλλήλων. Παράπονα για εργασιακές διακρίσεις. Αποζημιώσεις, προνόμια εργασιακών θέσεων. Προβλήματα: πολιτικής προσλήψεων, εργασιακής ανέλιξης, διατηρησιμότητας υπαλλήλων σε συγκεκριμένες θέσεις εργασίας, έλλειψης σωστής οργάνωσης των αρμοδιοτήτων κάθε θέσης εργασίας. Νομικά ζητήματα.
	Απώλεια συστημάτων Hardware ή/και λογισμικού. Δυσκολία πρόσβασης και αμφισβητήσιμη ακεραιότητα των στοιχείων. Αναρμόδια πρόσβαση σε διαβαθμισμένες πληροφορίες και συστήματα. Ασφάλεια συστημάτων-εφαρμογών.

(Πηγή : Καλφάογλου Φ.(Oct.2017) : **Micro-prudential _supervision ΕΚΠΑ)**

1.4 Κίνδυνος ρευστότητας (Liquidity Risk)

Ο κίνδυνος ρευστότητας είναι ο κίνδυνος που απορρέει από την έλλειψη εμπορευσιμότητας μιας επένδυσης που δεν μπορεί να αγοραστεί ή να πωληθεί αρκετά γρήγορα ώστε να αποφευχθεί ή να ελαχιστοποιηθεί η απώλεια. Με τον κίνδυνο ρευστότητας, ο οποίος συνήθως αντανάκλαται στα ασυνήθιστα ευρύτατα περιθώρια προσφοράς και ζήτησης ή στις μεγάλες μεταβολές των τιμών, ο βασικός κανόνας είναι ότι όσο μικρότερος είναι το μέγεθος της ασφάλειας ή ο εκδότης της, τόσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος ρευστότητας.

Γενικά, ο κίνδυνος ρευστότητας συνίσταται σε: αδυναμία κάλυψης των ληξιπρόθεσμων υποχρεώσεων του τραπεζικού οργανισμού, αδυναμία άντλησης κεφαλαίων από τον τραπεζικό οργανισμό που μπορεί να οφείλεται στην έλλειψη

ρευστότητας στην αγορά ή στην αδυναμία του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος να έχει πρόσβαση στις αγορές κεφαλαίων και αδυναμία ρευστοποίησης των περιουσιακών στοιχείων της τράπεζας εντός συγκεκριμένου χρονικού διαστήματος

Κεφάλαιο 2 : Σύμφωνο Βασιλείας I, II

2.1 Η Επιτροπή της Βασιλείας

Η Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία (Basel Committee on Banking Supervision – BCBS) συστάθηκε το 1974 από τους Διοικητές των κεντρικών τραπεζών των κρατών-μελών της «ομάδας των 10» (Group of ten ή G-10) και συνεδριάζει τακτικά 4 φορές το χρόνο. Αποτελεί μια οργάνωση χωρίς νομική προσωπικότητα η οποία λειτουργεί υπό την αιγίδα της Τράπεζας Διεθνών Διακανονισμών (Bank of International Settlements). Δεν είναι διεθνής διακυβερνητικός οργανισμός ή εποπτική αρχή, καθώς δεν έχει εξουσία άσκησης εποπτείας στις τράπεζες των κρατών μελών της. Τα συμπεράσματά της δεν έχουν νομική ισχύ αλλά αποσκοπούν στη διαμόρφωση γενικών εποπτικών προτύπων, κατευθυντήριων αρχών και βέλτιστων πρακτικών, οι οποίες δεν έχουν νομική δεσμευτικότητα για τις αρχές που συμμετέχουν στη σύνθεση της. (Πηγή : Φαίδων Καλφάογλου 2017)

2.2 Βασιλεία II

Η εισαγωγή της Βασιλείας I επηρέασε άμεσα τη συμπεριφορά των πιστωτικών ιδρυμάτων. Συγκεκριμένα, η εφαρμογή συντελεστών στάθμισης κινδύνου σε διαφορετικές κατηγορίες στοιχείων του ενεργητικού οδήγησε τα πιστωτικά ιδρύματα να αναζητούν αφενός περιουσιακά στοιχεία υψηλότερου ή χαμηλότερου κινδύνου και αφετέρου μεθόδους αποφυγής κεφαλαιακών απαιτήσεων (regulatory capital arbitrage). Τον Ιούνιο του 1999, η Επιτροπή της Βασιλείας εξέδωσε ένα συμβουλευτικό κείμενο με τίτλο: «Ένα νέο πλαίσιο για την κεφαλαιακή επάρκεια» (“A New Capital Adequacy Framework”), αναγνωρίζοντας ότι η «Βασιλεία I» ήταν πλέον ανεπαρκής για την αντιμετώπιση των νέων προκλήσεων του χρηματοπιστωτικού συστήματος. Το νέο κείμενο οδήγησε σε συνεχείς διαβουλεύσεις μεταξύ των κεντρικών φορέων, και είχε ως αποτέλεσμα την οριστικοποίηση των νέων κανόνων εποπτείας το 2004, με έναρξη υλοποίησης το 2008. Οι νέες προτάσεις ενσωματώθηκαν στο ελληνικό δίκαιο με Πράξεις Διοικητή της Τράπεζας της Ελλάδος.

Το νέο πλαίσιο κεφαλαιακών απαιτήσεων δομείται γύρω από τρεις πυλώνες:

- Πυλώνας I (pillar I): επιβολή ελάχιστων κεφαλαιακών απαιτήσεων για την κάλυψη των αναλαμβανόμενων κινδύνων (Minimum Capital Requirements).
- Πυλώνας II (pillar II): εποπτικές διαδικασίες ανασκόπησης και αξιολόγησης της κεφαλαιακής επάρκειας των πιστωτικών ιδρυμάτων (Supervisory Review Process).
- Πυλώνας III (pillar III): πειθαρχία της αγοράς (Market Discipline)

Σε αντίθεση με τη Βασιλεία I που είχε ως βασικό στόχο τη δημιουργία συνθηκών ίσου ανταγωνισμού μεταξύ των πιστωτικών ιδρυμάτων και επέβαλε σε μεγάλο βαθμό

ομοιόμορφους κανόνες κεφαλαιακής επάρκειας για όλα τα πιστωτικά ιδρύματα, η Βασιλεία II απομακρύνεται από την ιδέα ότι οι εποπτικοί κανόνες πρέπει να είναι οι ίδιοι για όλα τα πιστωτικά ιδρύματα («one size fits all»). (Πηγή : Φαίδων Καλφάογλου 2017)

Πυλώνας I : Ελάχιστες κεφαλαιακές απαιτήσεις για την κάλυψη των αναλαμβανομένων κινδύνων.

Η Βασιλεία II διατήρησε το ελάχιστο όριο απαιτούμενων εποπτικών κεφαλαίων ίσο με το 8% αλλά έναντι του πιστωτικού κινδύνου, του κινδύνου αγοράς και του λειτουργικού κινδύνου. Ο Δείκτης Κεφαλαιακής Επάρκειας (Capital Adequacy Ratio) υπολογίζεται ως:

$$CAR = \frac{RC}{Credit_{Risk} + Market_{Risk} + Operational_{Risk}} \geq 8$$

όπου:

- *CAR*: συντελεστής (ή δείκτης) κεφαλαιακής επάρκειας.
- *RC*: το σύνολο των Εποπτικών Ιδίων Κεφαλαίων
- *Credit_risk*: προσέγγιση πιστωτικού κινδύνου
- *Market_risk*: προσέγγιση κινδύνου αγοράς
- *Operational_risk*: προσέγγιση λειτουργικού κινδύνου
- Ο Πυλώνας I αναλύει, κατ'ουσίαν, τον τρόπο υπολογισμού του παρονομαστή του κλάσματος.

A. Πιστωτικός κίνδυνος.

Τα απαιτούμενα κεφάλαια για τον πιστωτικό κίνδυνο υπολογίζονται ως:

- $K \times A = RW \times 8\%$
- $Credit_risk = K \times 12.5$

όπου:

- *K*: απαιτούμενα κεφάλαια.
- *A*: Πιστωτικό άνοιγμα
- *RW*: συντελεστής στάθμισης
- *Credit_risk*: προσέγγιση πιστωτικού κινδύνου (Σταθμισμένο Ενεργητικό)

Πυλώνας II: Εποπτικές διαδικασίες ανασκόπησης και αξιολόγησης κεφαλαιακής επάρκειας

Οι κεφαλαιακές απαιτήσεις που υπολογίζονται σύμφωνα με τον Πυλώνα I αποτελούν τα ελάχιστα κεφάλαια που πρέπει να έχει κάθε τράπεζα. Σκοπός του Πυλώνα II είναι να εξασφαλίσει ότι κάθε τράπεζα έχει επαρκείς εσωτερικές διαδικασίες και επαρκή εσωτερικά κεφάλαια με βάση μία αποτελεσματική αξιολόγηση των κινδύνων της. Ως εσωτερικά κεφάλαια νοείται το σύνολο των κεφαλαίων που η ίδια η τράπεζα εκτιμά ως επαρκή, ώστε με την συνδρομή αποτελεσματικών διαδικασιών διαχείρισης

κινδύνων, να είναι δυνατή η σε διαρκή βάση κάλυψη του συνόλου των κινδύνων που έχει αναλάβει ή πρόκειται να αναλάβει. Υπό το πρίσμα αυτό ο Πυλώνας II μπορεί να αναλυθεί σε τέσσερα επίπεδα :

- Επίπεδο 1 : Ο Πυλώνας II συμπληρώνει τον Πυλώνα I

Η διαδικασία αξιολόγησης επάρκειας του εσωτερικού κεφαλαίου σκοπό έχει να συμπεριλάβει κινδύνους που δεν καλύπτονται πλήρως από την διαδικασία του Πυλώνα I. Παραδείγματα αποτελούν ο κίνδυνος συγκέντρωσης (concentration risk), ο κίνδυνος χώρας (country risk), ο υπολειπόμενος κίνδυνος (residual risk) και ο κίνδυνος τιτλοποίησης (securitization risk).

- Επίπεδο 2 : Ο Πυλώνας II ενδυναμώνει τον Πυλώνα I

Η διαδικασία αξιολόγησης επάρκειας του εσωτερικού κεφαλαίου σκοπό έχει να συμπεριλάβει κινδύνους που δεν καλύπτονται καθόλου από τη διαδικασία του Πυλώνα I. Παραδείγματα αποτελούν ο κίνδυνος επιτοκίων στο τραπεζικό χαρτοφυλάκιο (interest rate risk on banking book), ο κίνδυνος ρευστότητας (liquidity risk), ο επιχειρηματικός κίνδυνος (business risk) και ο κίνδυνος στρατηγικής (strategic risk).

- Επίπεδο 3 : Επιδράσεις του εξωτερικού περιβάλλοντος

Η διαδικασία αξιολόγησης επάρκειας του εσωτερικού κεφαλαίου σκοπό έχει να συμπεριλάβει κινδύνους που προέρχονται από εξωγενείς παράγοντες. Παράδειγμα αποτελούν οι επιδράσεις του οικονομικού κύκλου και ο συστημικός κίνδυνος (systemic risk).

- Επίπεδο 4 : Προγραμματισμός κεφαλαιακών αναγκών

Στοιχείο του Πυλώνα II αποτελεί ο προγραμματισμός των κεφαλαιακών αναγκών σε ατομικό επίπεδο και σε επίπεδο ομίλου. Ως προγραμματισμός κεφαλαιακών αναγκών νοείται η διαχείριση της διαφοράς μεταξύ του διαθέσιμου και του απαιτούμενου κεφαλαίου. Τα διαθέσιμα κεφάλαια είναι τα κεφάλαια που έχουν επενδυθεί από τους μετόχους. Τα απαιτούμενα κεφάλαια είναι τα κεφάλαια που απαιτούνται για την κάλυψη των κινδύνων και την υλοποίηση του επιχειρηματικού σχεδίου.

Ο Πυλώνας II εισάγει την έννοια της Διαδικασίας Εποπτικής Αξιολόγησης (SRP), όπου η εποπτική αρχή αξιολογεί σε συνεχή βάση την επάρκεια των κεφαλαίων και των εσωτερικών διαδικασιών των πιστωτικών ιδρυμάτων. Η διαδικασία εποπτικής αξιολόγησης έχει δύο συνιστώσες.

Διαδικασία Αξιολόγησης Επάρκειας Εσωτερικού Κεφαλαίου (Δ.Α.Ε.Ε.Κ) – Internal Capital Adequacy Assessment Process (I.C.A.A.P)

Διαδικασίες Εποπτικής Επισκόπησης και Αξιολόγησης (Δ.Ε.Ε.Α.) –Supervisory Review and Evaluation Process (S.R.E.P)

Το σημαντικότερο μέρος της εποπτικής αξιολόγησης είναι ο διάλογος. Στόχο του διαλόγου αποτελεί η αμοιβαία κατανόηση των εφαρμοζόμενων μεθόδων και διαδικασιών που παρήγαγαν το σχετικό αποτέλεσμα καθώς και η ανάγκη τυχόν προσαρμογής τους και ιδίως τα ειδικά χαρακτηριστικά κινδύνου και τη συστηματική σημασία της τράπεζας.

Οι βασικές αρχές που διέπουν Πυλώνα II είναι:

- Εσωτερική διαδικασία εκτίμησης συνολικής κεφαλαιακής επάρκειας.
- Οι τράπεζες θα πρέπει να έχουν διαδικασία εκτίμησης της συνολικής κεφαλαιακής τους επάρκειας σε σχέση με τους κινδύνους που αναλαμβάνουν ανάλογα με τη στρατηγική τους και το προφίλ κινδύνου στον οποίο είναι εκτεθειμένες.
- Εποπτική αξιολόγηση εσωτερικών εκτιμήσεων κεφαλαιακής επάρκειας και συμμόρφωσης με ελάχιστα επίπεδα.
- Οι εποπτικές αρχές πρέπει να αξιολογούν τις εσωτερικές εκτιμήσεις και στρατηγικές των τραπεζών αναφορικά με την κεφαλαιακή επάρκεια καθώς επίσης και την ικανότητά τους να παρακολουθούν και να συμμορφώνονται με τις διατάξεις που αφορούν το δείκτη κεφαλαιακής επάρκειας.
- Επιβολή διακράτησης υψηλότερων από τα ελάχιστα όρια κεφαλαίων
- Οι εποπτικές αρχές θα πρέπει να έχουν τη δυνατότητα να απαιτούν από τις τράπεζες να διατηρούν δείκτες κεφαλαιακής επάρκειας υψηλότερους από τα ελάχιστα προβλεπόμενα όρια.
- Διενέργεια εποπτικών ελέγχων
- Οι εποπτικές αρχές θα πρέπει να παρεμβαίνουν σε πρώιμο στάδιο για να εμποδίσουν ενδεχόμενη μείωση των εποπτικών κεφαλαίων πέραν του κατώτατου ορίου και να προβαίνουν σε διορθωτικές ενέργειες εφόσον μια τράπεζα δεν συγκεντρώνει το υποχρεωτικό μέγεθος κεφαλαίων.

(Πηγή : Φαίδων Καλφάογλου 2017)

Συνοπτικά, παρουσιάζουμε τη Συμφωνία της Βασιλείας II στον πίνακα 2.1.2

Πίνακας 2.1.2

Η Νέα Συμφωνία της Βασιλείας II

Πυλώνας 1 “Ποσοτικός”	Πυλώνας 2 “Ποιοτικός”	Πυλώνας 3 “Δυνάμεις της Αγοράς”
<u>Ελάχιστες Κεφαλαιακές Απαιτήσεις</u>	<u>Διαδικασία της Εποπτικής Αξιολόγησης</u>	<u>Πειθαρχία της Αγοράς</u>
Υπολογισμός των κεφαλαιακών απαιτήσεων.	1) Διαδικασία αξιολόγησης της κεφαλαιακής επάρκειας.	Απαιτήσεις γνωστοποίησης.
1) Πιστωτικός Κίνδυνος	2) Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα αναμένεται να λειτουργούν πάνω από τα ελάχιστα ποσοστά κεφαλαίου.	1) Δομή Κεφαλαίου
2) Λειτουργικός Κίνδυνος		2) Εκθέσεις Κινδύνου
3) Κίνδυνος Αγοράς	3) Πρόωμη ανάμιξη των εποπτικών αρχών.	3) Κεφαλαιακή Επάρκεια

Πυλώνας III: Πειθαρχία της αγοράς

Ο τρίτος πυλώνας αναφέρεται στην ενδυνάμωση της πειθαρχίας που επιβάλλει η αγορά στις τράπεζες αναφορικά με την κεφαλαιακή τους επάρκεια, μέσω κανόνων δημοσίευσης αναλυτικότερων οικονομικών στοιχείων και κανόνων που αφορούν στις δομές εταιρικής διακυβέρνησης και διοικητικού ελέγχου. Οι τράπεζες είναι υποχρεωμένες να δημοσιοποιούν μεγαλύτερο εύρος πληροφοριών έτσι ώστε οι επενδυτές και οι συμμετέχοντες στην αγορά να μπορούν να κατανοούν και να αξιολογούν καλύτερα τους κινδύνους που αναλαμβάνουν και τις μεθόδους διαχείρισής τους. Η πειθαρχία της αγοράς θα συμβάλει στην αποτελεσματική εποπτεία του χρηματοπιστωτικού συστήματος, καθώς το κόστος κεφαλαίων που θα απαιτεί από κάθε τράπεζα θα είναι ανάλογο με τους αναλαμβανόμενους κινδύνους, τις διαδικασίες και τις μεθοδολογίες διαχείρισής τους.

Οι τράπεζες πρέπει να σχεδιάσουν και να γνωστοποιήσουν την πολιτική δημοσιοποίησης στοιχείων τους, η οποία πρέπει να είναι σύμφωνη με τη στρατηγική και τους στόχους τους και να καλύπτει τους ακόλουθους τομείς:

- Γενικές αρχές πολιτικής δημοσιοποίησης στοιχείων,
- Πεδίο εφαρμογής του εποπτικού πλαισίου,
- Κεφαλαιακή διάρθρωση και επάρκεια,

- Ύψος των ανοιγμάτων και αξιολόγηση των αναλαμβανομένων κινδύνων.

Σκοπός του πυλώνα ΙΙΙ είναι να παρέχονται στους συμμετέχοντες στην αγορά οι αναγκαίες πληροφορίες για τους κινδύνους στους οποίους εκτίθενται οι τράπεζες, τα αναγκαία κεφάλαια και για τις διαδικασίες διαχείρισής τους.

(Πηγή : Φαίδων Καλφάογλου 2017)

Κεφάλαιο 3 : Αξία σε κίνδυνο (Value at Risk)

Η αξία σε κίνδυνο (VaR) χαρακτηρίζεται και ως "νέα επιστήμη διαχείρισης κινδύνου", αλλά δεν απαιτούνται δυσνόητες γνώσεις προκειμένου να επιτευχθεί η υλοποίησή της.

Η αξία σε κίνδυνο (VaR) είναι ένα μέτρο του κινδύνου απώλειας για επενδύσεις. Υπολογίζει πόσο μια σειρά επενδύσεων μπορεί να χάσει (με δεδομένη πιθανότητα), υπό κανονικές συνθήκες αγοράς, σε μια καθορισμένη χρονική περίοδο, όπως μια ημέρα. Το VaR χρησιμοποιείται συνήθως από εταιρείες και ρυθμιστικές αρχές του χρηματοπιστωτικού κλάδου για να μετρήσει το ποσό των περιουσιακών στοιχείων που απαιτούνται για την κάλυψη πιθανών ζημιών.

Για ένα δεδομένο χαρτοφυλάκιο, ο χρονικός ορίζοντας και η πιθανότητα p , το p VaR μπορεί να οριστεί ανεπίσημα ως η μέγιστη δυνατή απώλεια κατά τη διάρκεια του χρόνου αν εξαιρέσουμε χειρότερα αποτελέσματα των οποίων η πιθανότητα είναι μικρότερη από p . Αυτό προϋποθέτει τιμολόγηση με βάση την αγορά και καμία διαπραγμάτευση στο χαρτοφυλάκιο.

Πιο απλά, το p VaR ορίζεται ώστε η πιθανότητα απώλειας μεγαλύτερης από το υπολογισμένο VaR να είναι μικρότερη ή ίση με το p , ενώ η πιθανότητα απώλειας μικρότερης από VaR είναι μικρότερη ή ίση προς $1-p$. Κάνοντας μια γενικότερη ανάλυση, Οι κοινές παράμετροι για το VaR είναι πιθανότητες 1% και 5% και χρονικοί ορίζοντες (τις περισσότερες φορές) μιας ημέρας

Στόχος είναι να γίνει η ζημιά υπολογίσιμη. Βέβαια, σε μερικές ακραίες περιπτώσεις ενδέχεται να είναι αδύνατος ο υπολογισμός των ζημιών είτε γιατί οι τιμές της αγοράς ενδέχεται να μην είναι διαθέσιμες είτε επειδή ο οργανισμός/ίδρυμα είναι ζημιογόνος και βρίσκεται στα πρόθυρα της διάλυσης. Το VaR σηματοδοτεί το όριο μεταξύ κανονικών ημερών και ακραίων γεγονότων. Τα θεσμικά όργανα μπορούν να χάσουν πολύ περισσότερο από το ποσό VaR, συνεπώς το μόνο που μπορεί να λεχθεί είναι ότι δεν θα το κάνουν πολύ συχνά.

Παρόλο που ουσιαστικά αντιπροσωπεύει πάντα μια απώλεια, το VaR αναφέρεται τις περισσότερες φορές ως θετικός αριθμός. Ένα αρνητικό VaR θα σήμαινε ότι το χαρτοφυλάκιο έχει μεγάλη πιθανότητα κέρδους, όπως για παράδειγμα ένα 5% αρνητικό VaR 1 εκατομμυρίου δολαρίων, υποδηλώνει ότι το χαρτοφυλάκιο έχει πιθανότητα 95% να κάνει πάνω από 1 εκατομμύριο δολάρια τον επόμενο χρονικό ορίζοντα (<http://financetrain.com>)

3.1. Πλεονεκτήματα VaR

- Η αξία σε κίνδυνο είναι εύκολη στην κατανόηση

Το VaR είναι ένας αριθμός που μας δίνει μια γενική ιδέα για την έκταση του κινδύνου στο χαρτοφυλάκιο. Η αξία σε κίνδυνο μετριέται σε μονάδες τιμών (δολάρια, ευρώ) ή ως ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου. Αυτό καθιστά την VaR πολύ εύκολη στην ερμηνεία και περαιτέρω χρήση στις αναλύσεις, γεγονός που αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα της Value At Risk.

- Συγκρίνοντας το VaR διαφόρων περιουσιακών στοιχείων και χαρτοφυλακίων

Μπορούμε να μετρήσουμε και να συγκρίνουμε τα VaR μεταξύ διαφόρων τύπων περιουσιακών στοιχείων και διαφόρων χαρτοφυλακίων. Η αξία σε κίνδυνο ισχύει για μετοχές, ομόλογα, νομίσματα, παράγωγα ή άλλα στοιχεία ενεργητικού με τιμή. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο οι τράπεζες και τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα το χρησιμοποιούν συνεχώς μιας και μπορούν να συγκρίνουν την αποδοτικότητα και τον κίνδυνο διαφορετικών μονάδων και να καταναείμουν τον κίνδυνο με βάση το VaR (η προσέγγιση αυτή ονομάζεται δημοσιονομική διαχείριση κινδύνων).

- Το VaR είναι συχνά διαθέσιμο σε χρηματοοικονομικό λογισμικό

Η αξία σε κίνδυνο αποτελεί συχνό μέρος διαφόρων τύπων χρηματοοικονομικού λογισμικού. Για παράδειγμα, μπορούμε να υπολογίσουμε γρήγορα την αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου μας στο Bloomberg. Δεν χρειάζονται στατιστικά μέτρα, καθώς το λογισμικό λαμβάνει ιστορικά δεδομένα των χρηματοοικονομικών στοιχείων που επιλέγουμε στο χαρτοφυλάκιο και εκτελεί όλους τους υπολογισμούς. Η διαθεσιμότητα/αμεσότητα είναι ένα μεγάλο πλεονέκτημα του VaR.

- Εδραίωση της VaR

Αν και υπάρχουν διαφορετικές απόψεις σχετικά με το αν η δημοτικότητά της είναι δικαιολογημένη μιας και υπάρχουν αρκετοί σημαντικοί περιορισμοί και μειονεκτήματα, η Value At Risk θεωρείται μια πολύ σοβαρή μέθοδος μιας και την χρησιμοποιούν πάνω από 101 χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Και μιας και είναι τόσο πασίγνωστη την αξιοποιεί μεγάλο πλήθος τεχνοκρατών (www.financetrain.com)

3.2 Μειονεκτήματα

- Η αξία σε κίνδυνο μπορεί να είναι παραπλανητική: ψευδή αίσθηση ασφάλειας

Η εξέταση της έκθεσης σε κίνδυνο όσον αφορά την αξία σε κίνδυνο μπορεί να είναι πολύ παραπλανητική. Πολλοί άνθρωποι σκέφτονται το VaR με το σκεπτικό "το περισσότερο που μπορώ να χάσω", ειδικά όταν υπολογίζεται με την παράμετρο εμπιστοσύνης που έχει οριστεί στο 99%. Ακόμη και όταν κατανοηθεί η πραγματική σημασία του VaR σε συνειδητό επίπεδο, υποσυνείδητα, η εμπιστοσύνη 99% μπορεί να προκαλέσει ψευδή αίσθηση ασφάλειας. Δυστυχώς, στην πραγματικότητα 99% είναι πολύ μακριά από το 100% και εδώ οι περιορισμοί του VaR και η ελλιπής κατανόησή τους μπορεί να είναι έως και καταστροφικοί.

- Το VaR δεν μετρά τη χειρότερη απώλεια

Το 99% του ποσοστού VaR σημαίνει ότι σε 1% των περιπτώσεων (που θα ήταν 2-3 ημέρες διαπραγμάτευσης σε ένα χρόνο με ημερήσια VAR) η ζημία αναμένεται να είναι μεγαλύτερη από το ποσό VaR. Η αξία σε κίνδυνο δεν λέει τίποτα για το μέγεθος των ζημιών μέσα σε αυτό το 1% των ημερών διαπραγμάτευσης και σε καμία περίπτωση δεν λέει τίποτα για τη μέγιστη πιθανή απώλεια. Η χειρότερη περίπτωση απώλειας μπορεί να είναι μόνο μερικές φορές υψηλότερη από την VaR, αλλά θα μπορούσε επίσης να είναι αρκετά υψηλή για να δημιουργήσει τεράστιες ζημιές σε μια εταιρεία. Συμπέρασμα : Δεν γίνεται σαφή η μέγιστη πιθανή απώλειά κοιτάζοντας μόνο το VaR. Είναι ο πιο σημαντικός και πιο συχνά αγνοούμενος περιορισμός της αξίας σε κίνδυνο.

- Η αξία σε κίνδυνο είναι δύσκολο να υπολογιστεί με μεγάλα χαρτοφυλάκια

Όταν υπολογίζουμε την αξία σε κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου, πρέπει να μετρήσουμε ή να υπολογίσουμε όχι μόνο την απόδοση και τη μεταβλητότητα των μεμονωμένων στοιχείων, αλλά και των συσχετίσεων μεταξύ τους. Με τον αυξανόμενο αριθμό και τη διαφορετικότητα των θέσεων στο χαρτοφυλάκιο, η δυσκολία (και το κόστος) αυτού του έργου γίνεται πολύ περίπλοκο.

- Η αξία σε κίνδυνο δεν είναι προσθετική

Το VaR ενός χαρτοφυλακίου για ένα χαρτοφυλάκιο A και άλλο ένα B δεν ισούται με το άθροισμα του VaR των περιουσιακών στοιχείων του A και του VaR των περιουσιακών στοιχείων του B, συνεπώς η τιμή σε κίνδυνο δεν υπολογίζεται απλώς με μια πρόσθεση

- Το αποτέλεσμα VaR εξαρτάται μόνο από τις υποθέσεις και τα δεδομένα μας

Ένα συνηθισμένο λάθος με τη χρήση της μεθόδου διακύμανσης-συνδιακύμανσης είναι η κανονική κατανομή των αποδόσεων για περιουσιακά στοιχεία του χαρτοφυλακίου που μπορεί να οδηγήσει σε υποτίμηση του πραγματικού κινδύνου με VaR.

- Διαφορετικές μέθοδοι Value at At Risk οδηγούν σε διαφορετικά

αποτελέσματα

Υπάρχουν διάφορες εναλλακτικές και πολύ διαφορετικές προσεγγίσεις που τελικά οδηγούν σε έναν αριθμό που ονομάζεται Αξία σε Κίνδυνο: υπάρχει η κλασική παραμετρική μέθοδος VaR, αλλά και η μέθοδος ιστορικής προσομοίωσης αλλά και η προσέγγιση Monte Carlo (οι δύο τελευταίες είναι πιο ευέλικτες αλλά έχουν και άλλους περιορισμούς). Έχοντας ένα ευρύ φάσμα επιλογών είναι χρήσιμο, καθώς διαφορετικές προσεγγίσεις είναι κατάλληλες για διαφορετικούς τύπους καταστάσεων. Ωστόσο, διαφορετικές προσεγγίσεις μπορούν επίσης να οδηγήσουν σε πολύ διαφορετικά αποτελέσματα με το ίδιο χαρτοφυλάκιο, επομένως η αντιπροσωπευτικότητα του VaR μπορεί να αμφισβητηθεί. (www.financetrain.com)

3.3 Μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης (Variance –Covariance method)

Η παραμετρική μέθοδος, γνωστή και ως μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης, είναι μια τεχνική διαχείρισης κινδύνου για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου περιουσιακών στοιχείων. Η αξία σε κίνδυνο είναι μια τεχνική στατιστικής διαχείρισης κινδύνου που μετρά τη μέγιστη ζημία που ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο είναι πιθανό να αντιμετωπίσει μέσα σε ένα συγκεκριμένο χρονικό πλαίσιο με ένα ορισμένο διάστημα εμπιστοσύνης. Η μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης για τον υπολογισμό της αξίας σε κίνδυνο υπολογίζει τη μέση ή αναμενόμενη τιμή και την τυπική απόκλιση ενός επενδυτικού χαρτοφυλακίου.

Η μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης εξετάζει τις μεταβολές των τιμών των επενδύσεων κατά τη διάρκεια μιας περιόδου ανασκόπησης και χρησιμοποιεί τη θεωρία πιθανοτήτων για τον υπολογισμό της μέγιστης ζημίας ενός χαρτοφυλακίου. Η μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης για την αξία σε κίνδυνο υπολογίζει την τυπική απόκλιση μιας επένδυσης. Υποθέτοντας ότι οι αποδόσεις των τιμών μετοχών και η μεταβλητότητα ακολουθούν μια **κανονική κατανομή**, υπολογίζεται η μέγιστη ζημία στο καθορισμένο επίπεδο εμπιστοσύνης.

Ακολουθούμε με τα εξής απλά βήματα την παρακάτω μεθοδολογία υπολογισμού :

- Συγκεντρώνουμε τις τιμές των αποδόσεων των μετοχών για το χρονικό διάστημα που μας ενδιαφέρει. Βρίσκουμε τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις και με τη βοήθεια της μέσης απόδοσης βρίσκουμε και τις υπερβάλλουσες αποδόσεις(excess returns) για κάθε στοιχείο
- Δημιουργούμε τον πίνακα διακύμανσης - συνδιακύμανσης βασισμένοι στις υπερβάλλουσες αποδόσεις.
- Υπολογίζουμε τη μέση επιστροφή και την τυπική απόκλιση με βάση τα καθορισμένα βάρη σε κάθε στοιχείο και ποσό που επενδύεται στο

χαρτοφυλάκιο.

- Υπολογισμός της ελάχιστης αναμενόμενης απόδοσης κάτω από ένα συγκεκριμένο διάστημα εμπιστοσύνης και μετά υπολογισμός ολόκληρης της αξίας του χαρτοφυλακίου
- Εκτιμούμε την αξία σε κίνδυνο για το χαρτοφυλάκιο αφαιρώντας την αρχική επένδυση από τον υπολογισμό στο βήμα 4.

(Ως βάση χρησιμοποιήθηκαν τα παραπάνω βήματα στην εμπειρική εφαρμογή που θα παρουσιάσουμε παρακάτω)

Αν και η παραπάνω μέθοδος είναι αρκετά γρήγορη στην υλοποίησή της, η μεγάλη της αδυναμία έγκειται στο γεγονός της υπόθεσής μας στην κανονική κατανομή που με απλά λόγια σημαίνει πως ενώ οι κίνδυνοι έχουν αρκετά μεγάλη κύρτωση, στην κανονική κατανομή «αποκρύπτονται» γεγονός που κάνει τη μέθοδο αρκετά ελλειπτική

Γενικά, το VaR δεν θα υπολογιστεί για μία θέση, αλλά για ένα χαρτοφυλάκιο θέσεων. Σε μια τέτοια περίπτωση θα απαιτηθεί η αστάθεια του χαρτοφυλακίου..

Η μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου ενός χαρτοφυλακίου δύο περιουσιακών στοιχείων δίνεται από:

$$\text{Volp} = \sqrt{W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 + 2W_1 W_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}}$$

- Όπου :
- w_1 είναι η στάθμιση του πρώτου περιουσιακού στοιχείου
- w_2 είναι η στάθμιση του δεύτερου περιουσιακού στοιχείου
- σ_1 είναι η τυπική απόκλιση ή μεταβλητότητα του πρώτου περιουσιακού στοιχείου
- σ_2 είναι η τυπική απόκλιση ή μεταβλητότητα του δεύτερου περιουσιακού στοιχείου
- ρ είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των δύο περιουσιακών στοιχείων

Αν το χαρτοφυλάκιο περισσότερα από 2 περιουσιακά στοιχεία, η μεταβλητότητα του χαρτοφυλακίου εκφράζεται με τη χρήση του παρακάτω πίνακα:

$$\sigma_p^2 = (w_1 \quad \dots \quad w_n) \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \dots & \sigma_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ \dots \\ w_n \end{pmatrix} = w' \Sigma w$$

όπου:

- w είναι ο φορέας των σταθμίσεων των περιουσιακών στοιχείων n.
- w' είναι ο φορέας αντιστροφής του πίνακα w
- Σ είναι ο πίνακας συνδιακύμανσης των περιουσιακών στοιχείων

3.4 Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation Method)

Εν μέρει ως απάντηση σε αυτές τις επικρίσεις ως προς το βασικό ελάττωμα της παραμετρικής μεθόδου όπου αναφέραμε, οι αναλυτές ανέπτυξαν την ιστορική μέτρηση προσομοίωσης του VaR. Η θεμελιώδης παραδοχή της μεθοδολογίας Ιστορικών Προσομοιώσεων είναι ότι στηρίζεται στις αποδόσεις των προηγούμενων αποδόσεων του μετοχών του χαρτοφυλακίου και γίνεται η υπόθεση ότι το παρελθόν είναι ένας καλός δείκτης για το εγγύς μέλλον.

Η βάση της ιστορικής μεθόδου προσομοίωσης ξεκινάει από τα στοιχεία το χαρτοφυλάκιο που έχουμε στην κατοχή μας. Συγκεκριμένα, Για να υπολογιστεί το VaR, δημιουργείται προσομοίωση του τρόπου με τον οποίο η αξία αυτού του τρέχοντος χαρτοφυλακίου θα κυμαίνεται σε συγκεκριμένο αριθμό προηγούμενων χρονικών περιόδων (ημέρες ή εβδομάδες). Αυτή η προσομοίωση προϋποθέτει ότι το τρέχον χαρτοφυλάκιο περιουσιακών στοιχείων διατηρήθηκε σε αυτές τις προηγούμενες χρονικές περιόδους και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις παρατηρούμενες διακυμάνσεις των μεμονωμένων περιουσιακών στοιχείων εντός του χαρτοφυλακίου κατά τις συγκεκριμένες χρονικές περιόδους. Όπου υπάρχουν ανεπαρκείς πραγματικές παρατηρήσεις μια τεχνητή παρατήρηση προσομοιώνεται όσο το δυνατόν πιο «μαζεμένα» γίνεται

Αυτές οι παρατηρήσεις μπορούν στη συνέχεια να γραφτούν σε γράφημα (γνωστό ως ιστόγραμμα) από το οποίο μπορεί να προσδιοριστεί το VaR. Αυτό γίνεται με την ενσωμάτωση αποτιμήσεων μέχρι το 95%^ο ή το 99% (ανάλογα με το βαθμό πιθανότητας που αναζητούμε).

Στην περίπτωση που όντως έχουμε επαρκή ,εμπεριστατωμένα και μακροχρόνια στοιχεία, η μέθοδος ιστορικής προσομοίωσης δίδει αρκετά καλά και σαφή αποτελέσματα. Επίσης, αυτή η μέθοδος δεν απαιτεί ούτε την υπόθεση της κανονικής κατανομής (η οποία απαιτείται στην παραμετρική μέθοδο) και γενικότερα τα «μαθηματικά» που απαιτούνται ως προς την υλοποίησή της δεν είναι δύσκολα

Το βασικότερο όμως πρόβλημα της ιστορικής μεθόδου προσομοίωσης συσχετίζονται με τον αριθμό των δεδομένων που θα χρησιμοποιήσουμε. Ειδικότερα, αν χρησιμοποιήσουμε την παραπάνω μέθοδο για ένα μεν σεβαστό χρονικό διάστημα στο οποίο υπήρχε «οικονομική ευμάρεια και ηρεμία», στην περίπτωση μιας οικονομικής τρικυμίας στο άμεσο διάστημα, το αποτέλεσμα θα είναι παντελώς λανθασμένο(Ισχύει φυσικά και το αντίθετο).Επίσης, αν οι χρονικές σειρές που εξετάσουμε είναι μικρές στο μήκος τους , εννοείται πως και η εκτίμηση πιθανότατα να είναι εσφαλμένη

Ας αναλύσουμε τώρα τα βήματα ένα προς ένα :

- Υπολογίζουμε τις αποδόσεις (ή τις μεταβολές των τιμών) όλων των στοιχείων του χαρτοφυλακίου μεταξύ κάθε χρονικού διαστήματος.

Το πρώτο βήμα είναι ο καθορισμός του χρονικού διαστήματος και, στη συνέχεια, ο υπολογισμός των αποδόσεων κάθε περιουσιακού στοιχείου μεταξύ δύο διαδοχικών περιόδων.

- Εφαρμόζουμε τις μεταβολές των τιμών που υπολογίζονται με βάση την τρέχουσα αξία αγοράς των περιουσιακών στοιχείων και επαναξιολογούμε το χαρτοφυλάκιό μας.

Μόλις υπολογίσουμε τις αποδόσεις όλων των περιουσιακών στοιχείων από σήμερα μέχρι την πρώτη ημέρα της χρονικής περιόδου που εξετάζεται, θεωρούμε τώρα ότι αυτές οι επιστροφές μπορεί να συμβούν αύριο με την ίδια πιθανότητα. Λαμβάνουμε τις αποδόσεις που έχουν υπολογιστεί για κάθε στοιχείο εκείνης της ημέρας και υποθέτουμε ότι αυτές οι επιστροφές μπορεί να συμβούν αύριο με την ίδια πιθανότητα όπως οι αποδόσεις που συνέβησαν χθες.

Εφαρμόζουμε τις αλλαγές στις τιμές που έχουν υπολογιστεί σε όλα τα περιουσιακά στοιχεία του τρέχοντος χαρτοφυλακίου εφαρμόζοντας τον παρακάτω τύπο :

$$\text{Simul.P\&L} = \text{Investment Amount} \times \text{Returns}$$

- Ταξινόμηση της σειράς P & L προσομοίωσης χαρτοφυλακίου κατά αύξουσα σειρά
- Επιλέγουμε την τιμή στο διάστημα εμπιστοσύνης που θέσαμε

Το τελευταίο βήμα είναι να καθορίσουμε το επίπεδο εμπιστοσύνης που μας ενδιαφέρει - ως επιλέξουμε το 99% για αυτό το παράδειγμα.

Το VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% είναι η μέση τιμή των προσομοιωμένων P & L μείον τη χαμηλότερη τιμή 1% στη σειρά των προσομοιωμένων τιμών.

Αυτό μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

- $\text{VaR}_{1-\alpha} = \mu(R) - R_\alpha$
- Το $\text{VaR}_{1-\alpha}$ είναι το εκτιμώμενο VaR στο επίπεδο εμπιστοσύνης $100 \times (1 - \alpha)\%$.
- $\mu(R)$ είναι ο μέσος όρος της σειράς προσομοιωμένων αποδόσεων ή P & L του χαρτοφυλακίου
- R_α είναι η χειρότερη επιστροφή της σειράς προσομοιωμένων P & L του χαρτοφυλακίου ή, με άλλα λόγια, η επιστροφή της σειράς προσομοιωμένων P & L που αντιστοιχεί στο επίπεδο σπουδαιότητας α

3.5 Προσομοίωση Monte Carlo (Monte Carlo simulation)

Όπως γνωρίζουμε, οι προσομοιώσεις Monte Carlo αντιστοιχούν σε έναν αλγόριθμο που παράγει τυχαίους αριθμούς που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό ενός τύπου που δεν έχει αναλυτική μορφή - αυτό σημαίνει ότι πρέπει να προχωρήσουμε σε

κάποια δοκιμή και λάθος κατά την παραλαβή τυχαίων αριθμών και αξιολογεί τι αποδίδει ο τύπος για να προσεγγίσει τη λύση. Ο σχεδιασμός τυχαίων αριθμών σε πολλές περιπτώσεις (μερικές εκατοντάδες έως μερικά εκατομμύρια, ανάλογα με το πρόβλημα που διακυβεύεται) θα δώσει μια καλή ένδειξη για το ποια θα είναι η παραγωγή του τύπου.

Ο υπολογισμός του VaR με τις προσομοιώσεις Monte Carlo προσομοιάζει πολύ με τις ιστορικές προσομοιώσεις. Η κύρια διαφορά έγκειται στο πρώτο βήμα του αλγόριθμου - αντί να χρησιμοποιούμε τα ιστορικά δεδομένα για την τιμή (ή τις αποδόσεις) του περιουσιακού στοιχείου και υποθέτοντας ότι αυτή η απόδοση (ή τιμή) μπορεί να επαναληφθεί στο επόμενο χρονικό διάστημα, δημιουργούμε ένα τυχαίο αριθμό που θα χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της απόδοσης (ή της τιμής) του περιουσιακού στοιχείου στο τέλος του ορίζοντα ανάλυσης.

Τα βήματα υλοποίησης αυτής της μεθόδου είναι τα ακόλουθα :

1. Προσδιορίζουμε τον χρονικό ορίζοντα t για την ανάλυσή μας και διαιρούμε σε ίσες μικρές χρονικές περιόδους, δηλαδή $dt = t / n$).

Για παράδειγμα, θα υπολογίσουμε ένα μηνιαίο δείκτη VaR που αποτελείται από είκοσι δύο ημέρες διαπραγμάτευσης. Συνεπώς, $n = 22$ ημέρες και $\delta t = 1$ ημέρα. Για να υπολογίσουμε την ημερήσια εκτίμηση VaR, μπορούμε να διαιρέσουμε κάθε μέρα ανά τον αριθμό των λεπτών ή των δευτερολέπτων που περιλαμβάνονται σε μια ημέρα - τόσο περισσότερο, τόσο πιο εύχρηστο.

Η βασική ιδέα είναι να διασφαλίσουμε ότι ο όρος dt είναι αρκετά μεγάλος ώστε να προσεγγίσει τη συνεχή τιμολόγηση που συναντάμε στις χρηματοπιστωτικές αγορές.

2. Σχεδιάζουμε έναν τυχαίο αριθμό από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών και ενημερώνουμε την τιμή του περιουσιακού στοιχείου στο τέλος της πρώτης αύξησης του χρόνου.

Είναι δυνατό να δημιουργηθούν τυχαίες αποδόσεις ή τιμές. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η γεννήτρια τυχαίων αριθμών θα ακολουθήσει μια συγκεκριμένη θεωρητική κατανομή. Αυτό μπορεί να είναι μια αδυναμία των προσομοιώσεων Monte Carlo σε σύγκριση με τις ιστορικές προσομοιώσεις, που χρησιμοποιεί την εμπειρική διανομή. Όταν προσομοιώνουμε τυχαίους αριθμούς, χρησιμοποιούμε γενικά την κανονική κατανομή.

Ισχύει ο παρακάτω τύπος :

- $R_i = \frac{(S_{i+1} - S_i)}{S_i} = \mu \Delta T + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta T}$
- ο R_i είναι η επιστροφή της μετοχής την i ημέρα
- Το S_i είναι η τιμή της μετοχής την i ημέρα
- Το S_{i+1} είναι η τιμή της μετοχής στην $i + 1$ ημέρα
- μ είναι το μέσο δείγμα της τιμής της μετοχής
- ΔT είναι το χρονικό διάστημα

- σ είναι η μεταβλητότητα του δείγματος (τυπική απόκλιση) της τιμής της μετοχής
- ε είναι ένας τυχαίος αριθμός που παράγεται από μια κανονική κατανομή

Στο τέλος αυτού του βήματος / ημέρας ($\Delta t = 1$ ημέρα), έχουμε σχεδιάσει έναν τυχαίο αριθμό και καθορίσαμε το S_{i+1} αφού όλες οι άλλες παράμετροι μπορούν να προσδιοριστούν ή να εκτιμηθούν.

3. Επαναλαμβάνουμε το βήμα 2 μέχρι να φτάσει στο τέλος του χρονικού ορίζοντα ανάλυσης T περπατώντας κατά μήκος των χρονικών διαστημάτων N .

Στο επόμενο βήμα / ημέρα ($\Delta t = 2$), σχεδιάζουμε έναν άλλο τυχαίο αριθμό και καθορίζουμε το S_{i+2} από το S_{i+1} χρησιμοποιώντας την ίδια εξίσωση. Επαναλαμβάνουμε αυτή τη διαδικασία μέχρι να φτάσουμε T και μπορεί να καθορίσει S_{i+T} . Στο παράδειγμά μας, το S_{i+22} αντιπροσωπεύει την εκτιμώμενη (τερματική) χρηματιστηριακή τιμή σε ένα μήνα του δείγματος.

4. Επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 και 3 έναν μεγάλο αριθμό M φορές για να δημιουργούμε M διαφορετικές διαδρομές για το απόθεμα πάνω από το T .

Μέχρι στιγμής έχουμε δημιουργήσει μία διαδρομή για γι' αυτή τη μετοχή (από i έως $i+22$). Οι τρέχουσες προσομοιώσεις Monte Carlo σημαίνουν ότι χτίζουμε έναν μεγάλο αριθμό μονοπατιών για να λάβουμε υπόψη ένα ευρύτερο σύμπαν των πιθανών τρόπων με τους οποίους η τιμή της μετοχής μπορεί να διαρκέσει ένα μήνα από την τρέχουσα αξία της (S_i) σε μια εκτιμώμενη τερματική τιμή $i+T$. Πράγματι, δεν υπάρχει μοναδικός τρόπος για τη μετοχή για να πάει από την S_i στο S_{i+T} . Επιπλέον, το S_{i+T} είναι μόνο μία πιθανή τερματική τιμή για τη μετοχή ανάμεσα σε ένα άπειρο. Πράγματι, για μια τιμή της μετοχής ορίζεται σε (ένα σύνολο των θετικών αριθμών), υπάρχουν άπειρες πιθανές διαδρομές από S_i στο S_{i+T} .

5. Βαθμολογούμε τις τιμές τερματικών M των μετοχών από την μικρότερη στη μεγαλύτερη, διαβάζουμε την προσομοιωμένη τιμή σε αυτή τη σειρά που αντιστοιχεί στο επιθυμητό $(1-\alpha\%)$ επίπεδο εμπιστοσύνης (95% ή 99% γενικά) και εξάγουμε το VaR το οποίο είναι η διαφορά μεταξύ S_i και της χαμηλότερης τιμής τερματικών μετοχών

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε το VaR με ένα διάστημα εμπιστοσύνης 99%. Για να το αποκτήσουμε, θα πρέπει πρώτα να κατατάξουμε τις τιμές των μετοχών M από την χαμηλότερη στην υψηλότερη.

Στη συνέχεια, διαβάσαμε το χαμηλότερο εκατοστημόριο 1% αυτής της σειράς. Αυτή η εκτιμώμενη τερματική τιμή, $S_{i+T}^{1\%}$, σημαίνει ότι υπάρχει πιθανότητα 1% ότι η τρέχουσα τιμή μετοχής S_i θα μπορούσε να μειωθεί στο $S_{i+T}^{1\%}$ ή λιγότερο κατά την εξεταζόμενη περίοδο και υπό κανονικές συνθήκες αγοράς.

Εάν το $S_{i+T}^{1\%}$ είναι μικρότερο από το S_i (το οποίο είναι το μεγαλύτερο μέρος του χρόνου), τότε το $S_i - S_{i+T}^{1\%}$ θα αντιστοιχεί σε μια απώλεια. Αυτή η απώλεια αντιπροσωπεύει το VaR με ένα διάστημα εμπιστοσύνης 99%. (<https://financetrain.com/calculating-var-using-monte-carlo-simulation/>)

Κεφάλαιο 4 : Εμπειρικές εφαρμογές

4.1 Περιγραφικά στατιστικά αποτελέσματα (Eviews)

Σε πρώτη φάση, θα χρησιμοποιήσουμε την εφαρμογή e-views προκειμένου να αποκομίσουμε τα περιγραφικά στατιστικά μέτρα για την πορεία των μετοχών της Apple, της Nike και της Microsoft. Οι παρατηρήσεις μας αφορούν την χρονική περίοδο 9/9/2016 έως 4/9/2018 με πλήθος παρατηρήσεων 500

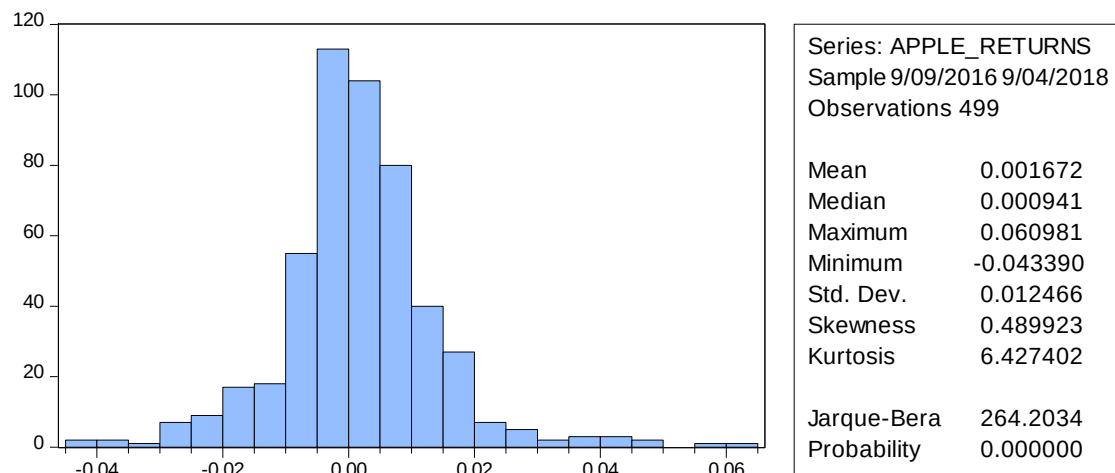
Τα περιγραφικά στατιστικά μέτρα για κάθε σειρά θα προκύψουν από την επεξεργασία των δεδομένων μας στο λογισμικό EViews. Το EViews μας αποδίδει :

- τον μέσο (mean),
- τη διάμεσο (median),
- την ελάχιστη (minimum) και την μέγιστη (maximum) τιμή των παρατηρήσεων,
- την τυπική απόκλιση (Std. Dev.),
- τους συντελεστές ασυμμετρίας (Skewness) και κύρτωσης (Kurtosis),
- τον έλεγχο Jarque-Bera και την αντίστοιχη πιθανότητα ελέγχου (probability),
- το άθροισμα (sum) των τιμών των παρατηρήσεων κάθε μεταβλητής,
- το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων (sum Sq. Dev.),
- τον αριθμό του συνόλου των παρατηρήσεων (observations).

Επίσης, μέσω του EViews μπορούμε να ελέγξουμε αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών μας και να πραγματοποιήσουμε έλεγχο στασιμότητας.

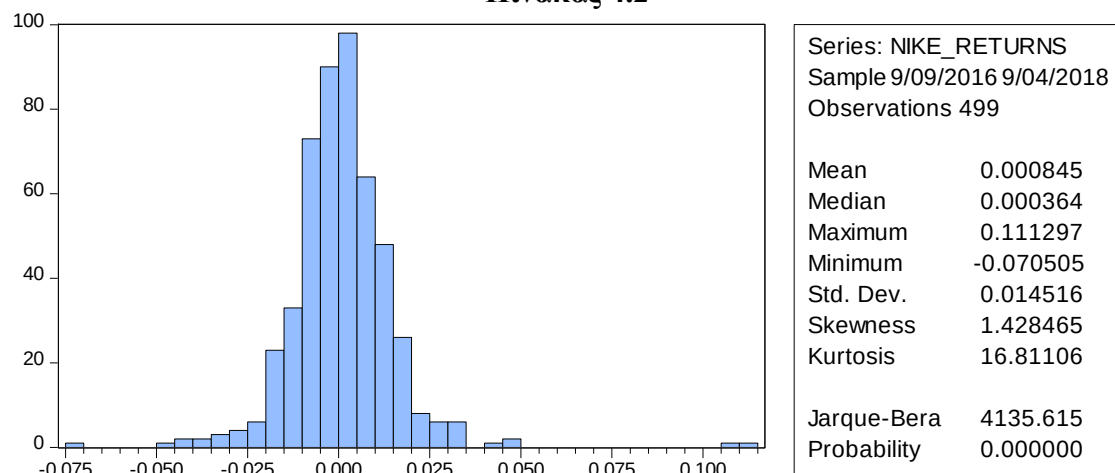
Για την χρονοσειρά της Apple παρατηρούμε τα εξής στατιστικά χαρακτηριστικά . Ο μέσος (0,001672) αποκλίνει από την διάμεσο (0,000941). Το εύρος των παρατηρήσεων είναι από -0,043390 έως 0,060981. Η τυπική απόκλιση είναι 0,012466 Ο συντελεστής ασυμμετρίας αποκλίνει από την τιμή 0 και ο συντελεστής κύρτωσης αποκλίνει από την τιμή 3 (Skewness=0,489923, Kurtosis=6,427402). Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι η κανονική κατανομή χαρακτηρίζεται από μηδενική ασυμμετρία και κύρτωση ίση με 3. Από τα παραπάνω χαρακτηριστικά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η σειρά Apple δεν ακολουθεί τη κανονική κατανομή. Απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ότι η κατανομή είναι κανονική, σύμφωνα με την τιμή του ελέγχου Jarque-Bera (264.2034) και την τιμή της pvalue (0,000000).. Απορρίπτεται δηλαδή η υπόθεση ότι τα δεδομένα μας έχουν προέλθει από την κανονική κατανομή. Η παραπάνω

Πίνακας 4.1



Την ίδια διαδικασία ακολουθούμε και για την χρονοσειρά της Nike (Πίνακας 4.2). Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούμε παρόμοια στατιστικά χαρακτηριστικά. Παρατηρούμε ότι ο μέσος (0,000845) αποκλίνει από την διάμεσο (0,000364). Το εύρος των παρατηρήσεων είναι από -0,070505 έως 0,111297. Η τυπική απόκλιση είναι 0,014516. Ο συντελεστής ασυμμετρίας αποκλίνει από την τιμή 0 και ο συντελεστής κύρτωσης αποκλίνει από την τιμή 3 (Skewness=1,428465, Kurtosis=16,81106). Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι η κανονική κατανομή χαρακτηρίζεται από μηδενική ασυμμετρία και κύρτωση ίση με 3. Από τα παραπάνω χαρακτηριστικά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η σειρά Nike δεν ακολουθεί τη κανονική κατανομή. Και εδώ απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ότι η κατανομή είναι κανονική, σύμφωνα με την τιμή του ελέγχου Jarque-Bera (264.2034) και την τιμή της pvalue (0,000000).

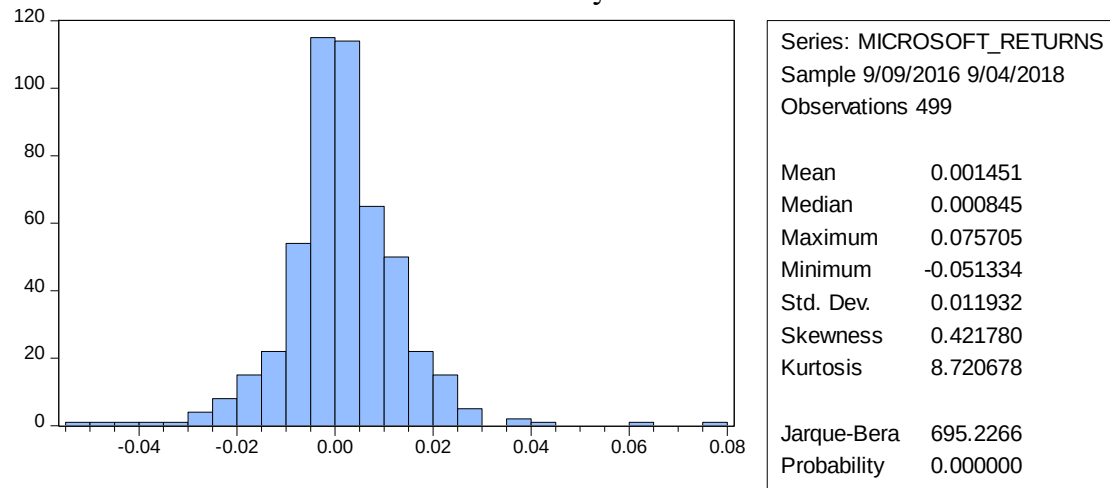
Πίνακας 4.2



Τέλος, παρουσιάζονται το ιστόγραμμα και τα βασικά περιγραφικά μέτρα των αποδόσεων της μετοχής Microsoft (Πίνακας 4.3). Παρατηρούμε ότι ο μέσος και η διάμεσος διαφέρουν [$\text{mean}(0,001451) \neq \text{median}(0,000845)$]. Η ελάχιστη τιμή των παρατηρήσεων είναι -0,051334 και η μέγιστη τιμή είναι 0,075705. Η τυπική απόκλιση είναι 0,011932. Ο συντελεστής ασυμμετρίας αποκλίνει από την τιμή 0 και ο συντελεστής κύρτωσης αποκλίνει από την τιμή 3 (Skewness=0,421780,

Kurtosis=8,720678). Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι η κανονική κατανομή χαρακτηρίζεται από μηδενική ασυμμετρία και κύρτωση ίση με 3. Από τα παραπάνω χαρακτηριστικά οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η σειρά Microsoft δεν ακολουθεί τη κανονική κατανομή. Και εδώ απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ότι η κατανομή είναι κανονική, σύμφωνα με την τιμή του ελέγχου Jarque-Bera (695,2266) και την τιμή της pvalue (0,000000).

Πίνακας 4.3



Συνοπτικά, τα παραπάνω αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 4.4

Πίνακας 4.4

	Apple	Nike	Microsoft
Mean	0,001	0,001	0,001
Median	0,0001	0,0003	0,0001
Maximum	0,0609	0,111	0,076
Minimum	-0,043	-0,0705	-0,513
Std.Dev	0,013	0,0145	0,011
Skewness	0,489	1,4284	0,421
Kurtosis	6,427	16,811	8,721
Jaque-Bera	264,203	4135,615	695,227
Probability	0	0	0
Observations	499	499	499

Μέσω Eviews σχηματίζουμε και τον πίνακα συσχετίσεων όπως φαίνεται παρακάτω (Πίνακας 4.5)

Πίνακας 4.5

	NIKE	APPLE	MICROSOFT
NIKE	1	0.195	0.286
APPLE	0.195	1	0.529
MICROSOFT	0.286	0.529	1

Όσον αφορά τις συσχετίσεις των αποδόσεων των 3 μετοχών, εξετάζοντας τον πίνακα συσχετίσεων (πίνακας 4.5) συμπεραίνουμε ότι μεταξύ της Nike και της Apple έχουμε συντελεστή συσχέτισης 0,195, δηλαδή δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων της μετοχής της Apple και της μετοχής της Nike. Όσον αφορά την συσχέτιση μεταξύ της Nike και της Microsoft, παρατηρούμε ότι και σε αυτήν την περίπτωση δεν έχουμε γραμμική συσχέτιση γιατί ο συντελεστής συσχέτισης ισούται με 0,286. Τέλος, ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ της Apple και της Microsoft είναι 0,529, γεγονός που αποδεικνύει ότι έχουμε θετική γραμμική συσχέτιση.

Στις αναλύσεις χρονολογικών σειρών είναι απαραίτητο να ελέγξουμε αν οι υπό εξέταση μεταβλητές είναι στάσιμες. Ο έλεγχος στασιμότητας θα πραγματοποιηθεί με το επαυξημένο κριτήριο των Dickey-Fuller.

Πίνακας 4.6: Επαυξημένος έλεγχος Dickey-Fuller για την μετοχή της Apple

Null Hypothesis: APPLE has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-20.33158	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443254	
5% level	-2.867124	
10% level	-2.569806	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(APPLE)

Method: Least Squares

Date: 09/06/18 Time: 12:42

Sample (adjusted): 9/13/2016 9/04/2018

Included observations: 498 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
APPLE(-1)	-0.906372	0.044580	-20.33158	0.0000
C	0.001474	0.000561	2.629516	0.0088
R-squared	0.454569	Mean dependent var		-3.78E-05
Adjusted R-squared	0.453470	S.D. dependent var		0.016775
S.E. of regression	0.012402	Akaike info criterion		-5.937958
Sum squared resid	0.076286	Schwarz criterion		-5.921048
Log likelihood	1480.551	Hannan-Quinn criter.		-5.931321
F-statistic	413.3733	Durbin-Watson stat		2.004854
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 4.7: Επανξιημένος έλεγχος Dickey-Fuller για την μετοχή της Nike

Null Hypothesis: NIKE has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-23.63322	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443254	
5% level	-2.867124	
10% level	-2.569806	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(NIKE)

Method: Least Squares

Date: 09/06/18 Time: 12:44

Sample (adjusted): 9/13/2016 9/04/2018

Included observations: 498 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
NIKE(-1)	-1.062069	0.044940	-23.63322	0.0000
C	0.000878	0.000651	1.347526	0.1784
R-squared	0.529648	Mean dependent var		-7.65E-05
Adjusted R-squared	0.528700	S.D. dependent var		0.021133
S.E. of regression	0.014508	Akaike info criterion		-5.624241
Sum squared resid	0.104397	Schwarz criterion		-5.607331
Log likelihood	1402.436	Hannan-Quinn criter.		-5.617605
F-statistic	558.5292	Durbin-Watson stat		2.001488
Prob(F-statistic)	0.000000			

Πίνακας 4.8: Επαυξημένος έλεγχος Dickey-Fuller για την μετοχή της Microsoft

Null Hypothesis: MICROSOFT has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-19.35832	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.443281	
5% level	-2.867136	
10% level	-2.569812	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(MICROSOFT)

Method: Least Squares

Date: 09/06/18 Time: 12:45

Sample (adjusted): 9/14/2016 9/04/2018

Included observations: 497 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
MICROSOFT(-1)	-1.310040	0.067673	-19.35832	0.0000
D(MICROSOFT(-1))	0.135928	0.044503	3.054350	0.0024
C	0.001893	0.000534	3.544273	0.0004
R-squared	0.584653	Mean dependent var		9.92E-06
Adjusted R-squared	0.582972	S.D. dependent var		0.018125
S.E. of regression	0.011705	Akaike info criterion		-6.051619
Sum squared resid	0.067679	Schwarz criterion		-6.026215
Log likelihood	1506.827	Hannan-Quinn criter.		-6.041648
F-statistic	347.6839	Durbin-Watson stat		1.990085
Prob(F-statistic)	0.000000			

Απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση της ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας (μη-στάσιμη χρονολογική σειρά) και για τις 3 μεταβλητές, διότι η τιμή t-statistic από την ADF είναι μικρότερη από τις κριτικές τιμές και στα 3 επίπεδα σημαντικότητας. Συνεπώς, οι σειρές είναι στάσιμες (δεν έχουν μοναδιαία ρίζα).

Ας εξετάσουμε τώρα μια χρονοσειρά με τις πραγματοποιηθείσες αποδόσεις για ολόκληρο το χαρτοφυλάκιο

Από το correlogram που βλέπουμε στον πίνακα 4.9. για τις πρώτες 12 περιόδους , βλέπουμε αν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στη σειρά

Πίνακας 4.9: Correlogram

Date: 10/05/18 Time: 21:01
Sample: 9/09/2016 9/04/2018
Included observations: 499

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
. .		. .		1	-0.051	-0.051	1.3077	0.253
* .		* .		2	-0.122	-0.124	8.7371	0.013
. .		. .		3	0.058	0.046	10.451	0.015
. .		. .		4	0.037	0.028	11.146	0.025
* .		* .		5	-0.105	-0.091	16.697	0.005
. .		. .		6	-0.002	-0.007	16.699	0.010
. .		. .		7	0.060	0.035	18.528	0.010
* .		* .		8	-0.117	-0.108	25.489	0.001
. .		. .		9	0.004	0.010	25.495	0.002
. .		. .		10	0.023	-0.015	25.758	0.004
. .		. .		11	-0.057	-0.052	27.423	0.004
. .		. .		12	-0.059	-0.051	29.234	0.004

Παρατηρούμε πως υπάρχει ,αυτοσυσχετιση στη δεύτερη υστέρηση

Δοκιμάζουμε ένα μοντέλο AR(2) (Πίνακας 4.10)

Πίνακας 4.10: Μοντέλο AR(2)

Dependent Variable: APODOSEIS

Method: Least Squares

Date: 10/05/18 Time: 21:08

Sample (adjusted): 9/14/2016 9/04/2018

Included observations: 497 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001453	0.000433	3.357192	0.0008
APODOSEIS(-2)	-0.121926	0.044571	-2.735528	0.0065
R-squared	0.014892	Mean dependent var		0.001291
Adjusted R-squared	0.012902	S.D. dependent var		0.009621
S.E. of regression	0.009558	Akaike info criterion		-6.458761
Sum squared resid	0.045225	Schwarz criterion		-6.441825
Log likelihood	1607.002	Hannan-Quinn criter.		-6.452113
F-statistic	7.483116	Durbin-Watson stat		2.098812
Prob(F-statistic)	0.006452			

Όπως φαίνεται στον πίνακα 4.10, έχουμε δεύτερη υστέρηση στατιστικά σημαντική αφού $p\text{-value} < \alpha$

Ξαναφτιάχνουμε το corellogram και παρατηρούμε ότι τα κατάλοιπα είναι όχι στατιστικά σημαντικά αφού $p\text{-value} > \alpha$ (πινάκας 4.11)

Πίνακας 4.11 corellogram

Date: 10/05/18 Time: 21:11

Sample: 9/09/2016 9/04/2018

Included observations: 497

Q-statistic probabilities adjusted for 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. .	. .	1 -0.052	-0.052	1.3315	0.249
. .	. .	2 -0.000	-0.003	1.3315	0.514
. .	. .	3 0.035	0.035	1.9588	0.581
. .	. .	4 0.024	0.028	2.2472	0.690
* .	* .	5 -0.091	-0.089	6.4594	0.264
. .	. .	6 -0.011	-0.022	6.5209	0.367
. .	. .	7 0.048	0.045	7.6703	0.363
* .	* .	8 -0.119	-0.110	14.895	0.061
. .	. .	9 0.007	0.001	14.923	0.093
. .	. .	10 0.004	-0.005	14.932	0.135
. .	. .	11 -0.061	-0.060	16.803	0.114
. .	. .	12 -0.057	-0.051	18.466	0.102

Κατάλοιπα όχι στατιστικά σημαντικά αφού $p\text{-value} > \alpha$

Ας δοκιμάσουμε τώρα ένα μοντέλο MA(1) το οποίο βλέπουμε στον πίνακα 4.12

Πίνακας 4.12 μοντέλο MA(1)

Dependent Variable: APODOSEIS

Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 10/05/18 Time: 21:21
Sample: 9/12/2016 9/04/2018
Included observations: 499
Convergence achieved after 29 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.001321	0.000413	3.194011	0.0015
MA(1)	-0.067091	0.030309	-2.213549	0.0273
R-squared	0.003452	Mean dependent var		0.001321
Adjusted R-squared	-0.000566	S.D. dependent var		0.009626
S.E. of regression	0.009628	Akaike info criterion		-6.442211
Sum squared resid	0.045982	Schwarz criterion		-6.416885
Log likelihood	1610.332	Hannan-Quinn criter.		-6.432272
F-statistic	0.859133	Durbin-Watson stat		1.977305
Prob(F-statistic)	0.424158			

Η μεταβλητή είναι στατιστικά σημαντική για επίπεδο $\alpha=5\%$, όχι όμως για $\alpha=1\%$.

Ελέγχουμε τα κατάλοιπα στον πίνακα 4.13 και παρατηρούμε $p\text{-value}<\alpha$, οπότε το μοντέλο δεν είναι επαρκές

Πίνακας 4.13 Corellogram

Sample: 9/09/2016 9/04/2018
Included observations: 499
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term

Autocorrelation		Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
↓.		↓.		1	0.008	0.008	0.0308	
*↓.		*↓.		2	-0.117	-0.117	6.9493	0.008
↓.		↓.		3	0.053	0.055	8.3441	0.015
↓.		↓.		4	0.034	0.019	8.9237	0.030
*↓.		*↓.		5	-0.103	-0.092	14.258	0.007
↓.		↓.		6	-0.005	0.001	14.272	0.014
↓.		↓.		7	0.052	0.028	15.646	0.016
*↓.		*↓.		8	-0.113	-0.109	22.203	0.002
↓.		↓.		9	-0.003	0.016	22.207	0.005
↓.		↓.		10	0.018	-0.019	22.381	0.008
↓.		↓.		11	-0.060	-0.055	24.217	0.007
↓.		↓.		12	-0.063	-0.049	26.242	0.006

Δοκιμάζουμε ένα μοντέλο ARMA(1,1) το οποίο βλέπουμε στον πίνακα 4.14

Πίνακας 4.14 Μοντέλο ARMA(1,1)

Dependent Variable: APODOSEIS
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 10/05/18 Time: 21:29
Sample: 9/13/2016 9/04/2018
Included observations: 498
Convergence achieved after 25 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
----------	-------------	------------	-------------	-------

C	0.000499	0.000308	1.618678	0.1062
APODOSEIS(-1)	0.603477	0.184985	3.262309	0.0012
MA(1)	-0.685922	0.171902	-3.990197	0.0001
R-squared	0.011105	Mean dependent var		0.001291
Adjusted R-squared	0.005099	S.D. dependent var		0.009611
S.E. of regression	0.009587	Akaike info criterion		-6.447640
Sum squared resid	0.045399	Schwarz criterion		-6.413820
Log likelihood	1609.462	Hannan-Quinn criter.		-6.434366
F-statistic	1.849100	Durbin-Watson stat		1.957408
Prob(F-statistic)	0.137331			
Inverted MA Roots	.69			

Παρατηρούμε ότι οι υστερήσεις είναι στατιστικά σημαντικές.

Ελέγχουμε τα κατάλοιπα μέσω του Correlogram και βλέπουμε ότι υπάρχουν κατάλοιπα με $p\text{-value} < \alpha$ (πίνακας 4.15)

Πίνακας 4.15 Correlogram

Date: 10/05/18 Time: 21:34

Sample: 9/09/2016 9/04/2018

Included observations: 498

Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term and 1 dynamic regressor

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob*
. .	. .	1	0.020	0.020	0.1950
* .	* .	2	-0.074	-0.075	2.9544 0.086
. *	. *	3	0.077	0.080	5.9051 0.052
. .	. .	4	0.052	0.044	7.2892 0.063
* .	* .	5	-0.088	-0.080	11.181 0.025
. .	. .	6	-0.001	0.005	11.181 0.048
. .	. .	7	0.051	0.032	12.493 0.052
* .	* .	8	-0.113	-0.107	18.997 0.008
. .	. .	9	-0.000	0.020	18.997 0.015
. .	. .	10	0.015	-0.013	19.106 0.024
. .	. .	11	-0.064	-0.053	21.171 0.020
. .	. .	12	-0.059	-0.040	22.960 0.018

Βλέπουμε ότι υπάρχουν κατάλοιπα με $p\text{-value} < \alpha$ συνεπώς το μοντέλο αυτό δεν είναι επαρκές.

Από τα παραπάνω μοντέλα επιλέγουμε το AR(2) προκειμένου να μοντελοποιήσουμε την χρονοσειρά μας

Ας υλοποιήσουμε και το μοντέλο GARCH για την αποδόσεις του χαρτοφυλακίου μας

Πρωτού ξεκινήσουμε , ας γίνει μια μικρή αναφορά συνολικά για τις μεθόδους GARCH, EGARCH και IGARCH που θα χρησιμοποιήσουμε ως βάσεις για να αναπαραστήσουμε την αξία σε κίνδυνο.

Γενικευμένα Υποδείγματα GARCH

Μια ακόμη πιο γενική περίπτωση υποδειγμάτων ARCH αποτελεί το γενικευμένο υπόδειγμα ARCH ή αλλιώς GARCH(q,p) του οποίου η εξίσωση για την πρόβλεψη της διακύμανσης δίνεται από την σχέση

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p b_j h_{t-j}$$

Για την αναμενόμενη τιμή του τυχαίου σφάλματος στο εν λόγω υπόδειγμα ισχύει :

$$E(\varepsilon_t) = E[u_t(\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p b_j h_{t-j})^{0.5}]$$

Δεδομένου ότι οι μεταβλητές u και ε είναι ανεξάρτητες, προκύπτει ότι και οι μεταβλητές u και h είναι ανεξάρτητες άρα η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφτεί

$$E(\varepsilon_t) = E(u_t)E[(\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p b_j h_{t-j})^{0.5}]$$

Για την διακύμανση του τυχαίου σφάλματος ισχύει ότι

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E[u_t(\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p b_j h_{t-j})]$$

Έπειτα από πράξεις καταλήγουμε στην σχέση

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \text{Var}(\varepsilon_{t-i}) + \sum_{j=1}^p b_j E(h_{t-j})$$

Για την υπό συνθήκη αναμενόμενη τιμή του τυχαίου σφάλματος στο υπό μελέτη υπόδειγμα θα ισχύει ότι

$$E(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = E[u_t(\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p b_j h_{t-j})^{0.5} | \Psi_{t-1}]$$

Επίσης για την υπό συνθήκη διακύμανση του τυχαίου σφάλματος θα ισχύει

$$\text{Var}(\varepsilon_t | \Psi_{t-1}) = h_t$$

Αποδεικνύεται λοιπόν ότι και στο υπόδειγμα GARCH(p,q) η υπό συνθήκη διακύμανση του τυχαίου σφάλματος της επόμενης χρονικής στιγμής είναι πλήρως ορισμένη τόσο από τις τιμές των καταλοίπων όσο και από τις τιμές της υπο συνθήκη διακύμανσης της τρέχουσας και των παρελθουσών περιόδων.

Το εκθετικό υπόδειγμα GARCH- EGARCH

Το συγκεκριμένο υπόδειγμα δημιουργήθηκε από τον Nelson το 1991 και εκφράζεται από την σχέση

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^q \beta_k g(Z_{t-k}) + \sum_{k=1}^p \alpha_k \log \sigma_{t-k}^2$$

σε αυτό το υπόδειγμα δεν χρειάζεται να τεθούν περιορισμοί στις τιμές των παραμέτρων ώστε να αποφευχθεί η αρνητική διακύμανση.

Το υπόδειγμα IGARCH

Στην ουσία πρόκειται για ένα απλό μοντέλο GARCH με την μόνη διαφορά ότι τώρα θα πρέπει να ισχύει και η σχέση

$$\sum_{i=1}^p b_i + \sum_{i=1}^q a_i = 1$$

Αποδεικνύεται ότι για την πρόβλεψη της υπό συνθήκη διακύμανσης του τυχαίου σφάλματος του παραπάνω υποδείγματος σε χρονικό ορίζοντα πρόβλεψης K ισχύει ότι

$$E(\varepsilon_{\tau+K}^2 | \Psi_{\tau-1}) = K\alpha_0 + E(\varepsilon_{\tau}^2 | \Psi_{\tau-1})$$

Ας υλοποιήσουμε τώρα τώρα το μοντέλο GARCH(1,1) με μαθηματική αναπαράσταση μέσω Excel. Αρχικά ισχύουν οι εξής τύποι

1. $\sigma_{\pi}^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$
2. $\sum_{i=1}^m \{(-\ln(v_i) - \frac{u_i^2}{v_i})\}$

- Φτιάχνουμε μια στήλη με την επιστροφές του χαρτοφυλακίου μας και ουσιαστικά αυτή η στήλη είναι η στήλη u βάσει των παραπάνω εξισώσεων
- Στη συνέχεια χρειαζόμαστε μια στήλη με τις διακυμάνσεις για κάθε ήμερα. Βάσει των παραπάνω εξισώσεων, η στήλη αυτή ονομάζεται V
- Θα χρειαστούμε ακόμα μια στήλη όπου θα αποτελέσει τη συνάρτηση πιθανότητας (Likelihood function) , η οποία χτίζεται βάσει της δεύτερης προαναφερθείσας εξίσωσης
- Υλοποιώντας το παραπάνω μοντέλο έχουμε τα εξής αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 4.16

Πίνακας 4.16 GARCH (1,1)

Dates	Nike	Apple	Microsoft	Portfolio Returns u	Variance V	Likelihood
9/9/2016	Returns	Returns	Returns			
12/9/2016						
13/9/2016	0,01229	0,022399	0,014944	0,016544257		
14/9/2016	-0,01143	0,023805	-0,00911	0,001087888	0,000273712	8,199108603
15/9/2016	-0,00433	0,035387	-0,00478	0,008758684	0,000235411	8,028303974
16/9/2016	0,006167	0,033998	0,01653	0,018898675	0,000205346	6,751506643
19/9/2016	-0,00523	-0,00562	0,001049	-0,003267738	0,000182853	8,548429478
20/9/2016	-0,00417	-0,01166	-0,00559	-0,007139327	0,000163244	8,408034061
21/9/2016	-0,00146	-8,8E-05	-0,00211	-0,001217255	0,00014786	8,809226962
22/9/2016	0,008566	-0,00018	0,016722	0,008370669	0,000135385	8,389841642
23/9/2016	0,001265	0,009423	0,001039	0,00390895	0,000125813	8,859264933
26/9/2016	-0,00469	-0,01666	-0,00675	-0,009367041	0,000117931	8,301403357

27/9/2016	-0,0136	0,001508	-0,00923	-0,007106535	0,000112029	8,645949361
28/9/2016	0,017279	0,00186	0,018453	0,012531074	0,000107152	7,675795883
29/9/2016	-0,03777	0,007605	0,001381	-0,009593824	0,000103809	8,286315844
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
21/8/2018	0,00937	-0,00195	-0,00833	-0,000302505	0,000056	9,336156564
22/8/2018	-0,00374	4,65E-05	0,010191	0,002166638	0,000049	9,286225066
23/8/2018	0,003267	0,002046	0,00467	0,003327832	0,000045	9,215094501
24/8/2018	-0,00555	0,003109	0,00781	0,001790201	0,000045	9,305752336
27/8/2018	0,002426	0,008235	0,01107	0,007243488	0,000043	8,744108467
28/8/2018	-0,00085	0,008076	0,006022	0,004416857	0,000055	9,119243122
29/8/2018	0,002543	0,014929	0,015962	0,011144903	0,000053	7,925065092
30/8/2018	-0,01679	0,009194	-0,00062	-0,002740235	0,000079	9,251335314
31/8/2018	0,009828	0,011554	0,003394	0,008258799	0,000063	8,563201691
4/9/2018	-0,02579	0,003558	-0,00418	-0,008805483	0,000070	8,456932639

Αφού υλοποιηθεί η παραπάνω διαδικασία, βρίσκουμε το άθροισμα της συνάρτησης Likelihood, χρησιμοποιώντας την εντολή “Solver Parameters” , χρησιμοποιούμε το άθροισμα που βρίσκουμε από τη συνάρτηση πιθανότητας, επιλέγουμε “max” και χρησιμοποιούμε τις μεταβλητές ω, β, α . Έτσι θα πάρουμε

$\omega = 0,00001700$

$\beta = 0,56057800$

$\alpha = 0,25886400$

Η παραπάνω μέθοδος επιλύθη με τη βοήθεια του excel. Κάνοντας την ίδια διαδικασία σε λογισμικό EViews , έχουμε ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα όπως φαίνεται στον πίνακα 4.17

Πίνακας 4.17 Garch(1,1)

Dependent Variable: AP
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 10/06/18 Time: 16:54
Sample (adjusted): 9/12/2016 9/04/2018
Included observations: 499 after adjustments
Convergence achieved after 17 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				

C	1.70E-05	5.33E-06	3.194526	0.0014
RESID(-1)^2	0.258864	0.055176	4.691627	0.0000
GARCH(-1)	0.560578	0.099002	5.662278	0.0000
R-squared	-0.018881	Mean dependent var	0.001321	
Adjusted R-squared	-0.016839	S.D. dependent var	0.009626	
S.E. of regression	0.009706	Akaike info criterion	-6.596058	
Sum squared resid	0.047012	Schwarz criterion	-6.570732	
Log likelihood	1648.716	Hannan-Quinn criter.	-6.586119	
Durbin-Watson stat	2.056029			

- Για EGARCH (1,1) , με τη βοήθεια του Eviews έχουμε τα εξής αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 4.18 :

Πίνακας 4.18 EGarch(1,1)

Dependent Variable: PORT				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 11/22/18 Time: 21:03				
Sample (adjusted): 9/12/2016 9/04/2018				
Included observations: 499 after adjustments				
Convergence achieved after 32 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
LOG(GARCH) = C(1) + C(2)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(3)*RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1)) + C(4)*LOG(GARCH(-1))				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C(1)	-1.782171	0.435848	-4.088971	0.0000
C(2)	0.336857	0.068637	4.907795	0.0000
C(3)	-0.210507	0.046735	-4.504217	0.0000
C(4)	0.836699	0.043348	19.30197	0.0000
R-squared	-0.018881	Mean dependent var	0.001321	
Adjusted R-squared	-0.016839	S.D. dependent var	0.009626	
S.E. of regression	0.009706	Akaike info criterion	-6.640327	
Sum squared resid	0.047012	Schwarz criterion	-6.606558	
Log likelihood	1660.761	Hannan-Quinn criter.	-6.627075	
Durbin-Watson stat	2.056029			

- Για IGARCH (1,1) , με τη βοήθεια του Eviews έχουμε τα εξής αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 4.19 :

Πίνακας 4.19 IGARCH(1,1)

Dependent Variable: PORT
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)

Date: 11/22/18 Time: 21:08
Sample (adjusted): 9/12/2016 9/04/2018
Included observations: 499 after adjustments
Convergence achieved after 21 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = $C(1)*RESID(-1)^2 + (1 - C(1))*GARCH(-1)$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
RESID(-1)^2	0.076561	0.010508	7.286046	0.0000
GARCH(-1)	0.923439	0.010508	87.87996	0.0000
R-squared	-0.018881	Mean dependent var		0.001321
Adjusted R-squared	-0.016839	S.D. dependent var		0.009626
S.E. of regression	0.009706	Akaike info criterion		-6.514655
Sum squared resid	0.047012	Schwarz criterion		-6.506213
Log likelihood	1626.407	Hannan-Quinn criter.		-6.511342
Durbin-Watson stat	2.056029			

- Για GARCH (1,1) (Variance Target) , με τη βοήθεια του Eviews έχουμε τα εξής αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στον πίνακα 4.21 :

Πίνακας 4.21 GARCH (1,1) (Variance Target)

Dependent Variable: PORT
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 11/22/18 Time: 21:10
Sample (adjusted): 9/12/2016 9/04/2018
Included observations: 499 after adjustments
Convergence achieved after 31 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = $9.42124784093E-05*(1 - C(1) - C(2)) + C(1)*RESID(-1)^2 + C(2)*GARCH(-1)$

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.70E-05	--	--	--
RESID(-1)^2	0.258531	0.050172	5.152904	0.0000
GARCH(-1)	0.560660	0.098472	5.693605	0.0000
R-squared	-0.018881	Mean dependent var		0.001321
Adjusted R-squared	-0.016839	S.D. dependent var		0.009626
S.E. of regression	0.009706	Akaike info criterion		-6.600066
Sum squared resid	0.047012	Schwarz criterion		-6.583182
Log likelihood	1648.716	Hannan-Quinn criter.		-6.593440
Durbin-Watson stat	2.056029			

4.2 Εμπειρική εφαρμογή με τη μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης

Εφαρμόζουμε την μέθοδο της ιστορικής προσομοίωσης προκειμένου να υπολογίσουμε την VaR για το χαρτοφυλάκιό μας, το οποίο αποτελείται από τις μετοχές της Nike, της Apple και της Microsoft, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Έχουμε επενδύσει \$1.000.000 σε κάθε μετοχή.

- Α) Υπολογίζουμε τις ημερήσιες αποδόσεις όλων των στοιχείων του Χαρτοφυλακίου όπως παρουσιάζονται στον πίνακα 4.2.1

Πίνακας 4.2.1

Dates	Apple		NIKE		Microsoft	
	Prices	Returns	Prices	Returns	Prices	Returns
9/9/2016	103,13		55,33		56,21	
12/9/2016	105,44	0,022	56,01	0,012	57,05	0,015
13/9/2016	107,95	0,024	55,37	-0,011	56,53	-0,009
14/9/2016	111,77	0,035	55,13	-0,004	56,26	-0,005
15/9/2016	115,57	0,034	55,47	0,006	57,19	0,017
16/9/2016	114,92	-0,006	55,18	-0,005	57,25	0,001
19/9/2016	113,58	-0,012	54,95	-0,004	56,93	-0,006
20/9/2016	113,57	0,000	54,87	-0,001	56,81	-0,002
21/9/2016	113,55	0,000	55,34	0,009	57,76	0,017
22/9/2016	114,62	0,009	55,41	0,001	57,82	0,001
23/9/2016	112,71	-0,017	55,15	-0,005	57,43	-0,007
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
23/8/2018	82,91	0,003	107,56	0,005	215,49	0,002
24/8/2018	82,45	-0,006	108,4	0,008	216,16	0,003
27/8/2018	82,65	0,002	109,6	0,011	217,94	0,008
28/8/2018	82,58	-0,001	110,26	0,006	219,7	0,008
29/8/2018	82,79	0,003	112,02	0,016	222,98	0,015
30/8/2018	81,4	-0,017	111,95	-0,001	225,03	0,009

31/8/2018	82,2	0,010	112,33	0,003	227,63	0,012
4/9/2018	80,08	-0,026	111,86	-0,004	228,44	0,004

- Β) Εφαρμόζουμε τις αλλαγές στις τιμές που έχουν υπολογιστεί σε όλα τα περιουσιακά στοιχεία του τρέχοντος χαρτοφυλακίου εφαρμόζοντας τον παρακάτω τύπο :

$$\text{Simul.P\&L} = \text{Investment Amount} \times \text{Returns}$$

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 4.2.2

Πίνακας 4.2.2

Simul. P&L			
Dates	Apple	Nike	Microsoft
9/9/2016			
12/9/2016	22398,913	12289,9	14943,96
13/9/2016	23805,009	-11426,5	-9114,81
14/9/2016	35386,753	-4334,48	-4776,23
15/9/2016	33998,389	6167,241	16530,39
16/9/2016	-5624,296	-5228,05	1049,134
19/9/2016	-11660,28	-4168,18	-5589,52
20/9/2016	-88,04366	-1455,87	-2107,85
21/9/2016	-176,1028	8565,701	16722,41
22/9/2016	9423,1616	1264,908	1038,781
23/9/2016	-16663,75	-4692,29	-6745,07
26/9/2016	1508,2956	-13599,3	-9228,63
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

.	.	.	.
.	.	.	.
17/8/2018	19969,998	-3747,66	-557,414
20/8/2018	-9743,542	30470,22	-6599,74
21/8/2018	-1949,313	9369,676	-8327,87
22/8/2018	46,502	-3737,19	10190,6
23/8/2018	2046,035	3267,183	4670,278
24/8/2018	3109,1930	-5548,18	7809,595
27/8/2018	8234,641	2425,713	11070,11
28/8/2018	8075,617	-846,945	6021,898
29/8/2018	14929,449	2542,989	15962,27
30/8/2018	9193,6496	-16789,5	-624,888
31/8/2018	11554,015	9828,01	3394,372
4/9/2018	3558,4061	-25790,8	-4184,1

- Υπολογισμός της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου για κάθε ημέρα με την παρακάτω εξίσωση :

$$\text{Portfolio Value} = \text{Simul. P\&L Nike} + \text{Simul. P\&L Apple} + \text{Simul. P\&L Microsoft}$$

Τα αποτελέσματα βρίσκονται στον πίνακα 4.2.3

Πίνακας 4.2.3

Dates	Portofilo Value
9/9/2016	-
12/9/2016	49632,77112
13/9/2016	3263,665042
14/9/2016	26276,05096
15/9/2016	56696,02521
16/9/2016	-9803,2136
19/9/2016	-21417,9819
20/9/2016	-3651,76438
21/9/2016	25112,0059
22/9/2016	11726,8506

.	.
.	.
.	.
.	.
23/8/2018	9983,49711
24/8/2018	5370,60286
27/8/2018	21730,4642
28/8/2018	13250,57
29/8/2018	33434,7088
30/8/2018	-8220,70608
31/8/2018	24776,3973
4/9/2018	-26416,4484

- Ταξινόμηση της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου κατά αύξουσα σειρά (Πίνακας 4.2.4)

Πίνακας 4.2.4

Θέση	
1	-12669
2	-10827
3	-79949
4	-78167
5	-76057
6	-72305
7	-71605
8	-67503
9	-66579
10	-64122
11	.
12	.
13	.
14	.
15	.
489	63764,1
490	63939,5

491	68757,8
492	68986,8
493	74114,6
494	84986,7
495	92522,9
496	93418,6
497	108992
498	118439
499	142828

- Υπολογισμός της αθροιστικής στάθμησης όπως βλέπουμε στον πίνακα 4.2.5

Πίνακας 4.2.5

Θέση	Sorted Portfolio Value	Cumul. Weight
1	-126694,1406	100,00%
2	-108270,4324	99,80%
3	-79949,04037	99,60%
4	-78166,6962	99,40%
5	-76056,60497	99,20%
6	-72305,27572	99,00%
7	-71605,3106	98,80%
8	-67502,53537	98,60%
9	-66578,87002	98,40%
10	-64122,06182	98,20%
11	-56544,09849	98,00%
12	-54619,59831	97,80%
13	-53435,34139	97,60%
14	-51364,51251	97,39%
15	-50451,82253	97,19%
16	-49696,69893	96,99%
17	-48964,61565	96,79%
18	-47044,53752	96,59%
19	-46859,06569	96,39%

20	-46595,43403	96,19%
21	-46435,86185	95,99%
22	-44719,96957	95,79%
23	-43745,55024	95,59%
24	-43457,84014	95,39%
25	-41374,1176	95,19%
26	-39285,49906	94,99%
27	-39241,87293	94,79%
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
479	56091,26446	4,21%
480	56696,02521	4,01%
481	57802,32158	3,81%
482	58135,30026	3,61%
483	58534,23089	3,41%
484	58806,30281	3,21%
485	59040,06246	3,01%
486	60455,42827	2,81%
487	61076,04513	2,61%
488	62566,26957	2,40%
489	63764,14395	2,20%
490	63939,52444	2,00%
491	68757,75761	1,80%
492	68986,84668	1,60%
493	74114,59893	1,40%
494	84986,6856	1,20%
495	92522,91722	1,00%
496	93418,58491	0,80%
497	108991,8672	0,60%
498	118438,9631	0,40%

499	142827,5621	0,20%
-----	-------------	-------

Από την αθροιστική στάθμιση καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η VaR βρίσκεται μεταξύ των τιμών 39.285,49 και 41.374,12 για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Επίσης, το VaR για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% έχει τιμή 72.305,28

Παρουσιάσαμε τη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης με πλήρη και αναλυτικό τρόπο. Όπως γίνεται κατανοητό, τα βήματα είναι πολύ απλά, η μαθηματικές πράξεις που απαιτούνται πολύ λιτές και δεν χρησιμοποιούμε δύσκολες υποθέσεις προκειμένου να προχωρήσουμε στην εξαγωγή των αποτελεσμάτων μας. Χρησιμοποιούμε ως στοιχεία μόνο τις αποδόσεις των εταιρειών και το διαθέσιμο κεφάλαιό μας και με λίγα βήματα αποκομίζουμε το αποτέλεσμα που αναζητούμε. Πιο κάτω, παρουσιάζεται η μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης ή διαφορετικά παραμετρική μέθοδος η οποία έχει περισσότερα βήματα ως προς την επίλυση της, δυσκολότερους αλγεβρικούς υπολογισμούς (χρειάζεται στοιχειωδώς και γνώσεις πολλαπλασιασμού πινάκων) και φυσικά ισχυρότατη προαπαίτηση την κανονική κατανομή

4.3 Εμπειρική εφαρμογή με τη παραμετρική μέθοδο(μέθοδος διακύμανσης-συνδιακύμανσης)

Παίρνουμε της ημερήσιες αποδόσεις για κάθε στοιχείο του χαρτοφυλακίου όπως και παρουσιάζονται στον πίνακα 4.3.1 :

Πίνακας 4.3.1

Dates	Apple		NIKE		Microsoft	
	Prices	Returns	Prices	Returns	Prices	Returns
9/9/2016	103,13		55,33		56,21	
12/9/2016	105,44	0,022	56,01	0,012	57,05	0,015
13/9/2016	107,95	0,024	55,37	-0,011	56,53	-0,009
14/9/2016	111,77	0,035	55,13	-0,004	56,26	-0,005
15/9/2016	115,57	0,034	55,47	0,006	57,19	0,017
16/9/2016	114,92	-0,006	55,18	-0,005	57,25	0,001
19/9/2016	113,58	-0,012	54,95	-0,004	56,93	-0,006
20/9/2016	113,57	0,000	54,87	-0,001	56,81	-0,002
21/9/2016	113,55	0,000	55,34	0,009	57,76	0,017

22/9/2016	114,62	0,009	55,41	0,001	57,82	0,001
23/9/2016	112,71	-0,017	55,15	-0,005	57,43	-0,007
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
23/8/2018	82,91	0,003	107,56	0,005	215,49	0,002
24/8/2018	82,45	-0,006	108,4	0,008	216,16	0,003
27/8/2018	82,65	0,002	109,6	0,011	217,94	0,008
28/8/2018	82,58	-0,001	110,26	0,006	219,7	0,008
29/8/2018	82,79	0,003	112,02	0,016	222,98	0,015
30/8/2018	81,4	-0,017	111,95	-0,001	225,03	0,009
31/8/2018	82,2	0,010	112,33	0,003	227,63	0,012
4/9/2018	80,08	-0,026	111,86	-0,004	228,44	0,004

Από τα παραπάνω, εξάγουμε το μέσο όρο, την τυπική απόκλιση και τη διακύμανση(Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματά μας είναι ίδια μ' αυτά της ανάλυσης που έγινε παραπάνω μέσω e-views) (Πίνακας 4.3.2)

Πίνακας 4.3.2

Average	0,002	0,001	0,001
Standard.Deviation	0,012466	0,01452	0,01193
Variance	0,000155	0,00021	0,00014

Χρησιμοποιώντας τον μέσο όρο για κάθε χρηματιστηριακή ημέρα, υπολογίζουμε τα excess returns για κάθε χρηματιστηριακή ημέρα με σκοπό να σχηματίσουμε τον πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης. Αναλυτικότερα, χρησιμοποιούμε τον παρακάτω τύπο :

$$\Sigma_{k \times k} = \left(\frac{1}{n} \right) X^T X$$

Όπου:

- k = αριθμός μετοχών στο χαρτοφυλάκιο
- n = αριθμός παρατηρήσεων
- X = αυτός είναι ο πίνακας n x k από τα excess returns(υπερβάλλουσα απόδοση)

- X^T = αντίστροφος του X

Υπολογίζουμε τα Excess Returns για κάθε μετοχή του χαρτοφυλακίου. Τα αποτελέσματα βρίσκονται στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 4.3.3)

EXCESS RETURNS

Πίνακας 4.3.3

Excess Returns			
Dates	Apple	Nike	Microsoft
9/9/2016			
12/9/2016	2,073%	1,144%	1,349%
13/9/2016	2,213%	-1,227%	-1,057%
14/9/2016	3,371%	-0,51%	-0,623%
15/9/2016	3,233%	0,532%	1,508%
16/9/2016	-0,730%	-0,607%	-0,040%
19/9/2016	-1,333%	-0,501%	-0,704%
20/9/2016	-0,176%	-0,230%	-0,356%
21/9/2016	-0,185%	0,772%	1,527%
22/9/2016	0,775%	0,042%	-0,041%
23/9/2016	-1,834%	-0,554%	-0,820%
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
22/8/2018	-0,163%	-0,458%	0,874%
23/8/2018	0,037%	0,242%	0,322%
24/8/2018	0,144%	-0,63%	0,636%
27/8/2018	0,656%	0,15%	0,962%
28/8/2018	0,640%	-0,16%	0,457%
29/8/2018	1,326%	0,170%	1,451%
30/8/2018	0,752%	-1,76%	-0,208%
31/8/2018	0,988%	0,898%	0,194%
4/9/2018	0,189%	-2,66%	-0,563%

Σχηματίζουμε τον πίνακα διακύμανσης - συνδιακύμανσης από τα παραπάνω δεδομένα και σχηματίζουμε τον παρακάτω πίνακα (πίνακας 4.3.4) χρησιμοποιώντας την εντολή MMULT(TRANSPOSE) για τα παραπάνω :

Πίνακας 4.3.4

*VARIANCE-
COVARIANCE Matrix*

	Apple	Nike	Microsoft
Apple	0,000155411	0,000035244	0,000078748
Nike	0,000035244	0,000210703	0,000049530
Microsoft	0,000078748	0,000049530	0,000142383

Δίνουμε 33,3% για κάθε μια μετοχή . Έτσι, έχω συνοπτικά τον παρακάτω πίνακα ο οποίος εμπεριέχει τον πίνακα διακύμανσης-συνδιακύμανσης, τα ποσοστά για την κάθε εταιρεία στο χαρτοφυλάκιο που εξετάζουμε και τη μέση απόδοση κάθε εταιρείας. (Πίνακας 4.3.5)

Πίνακας 4.3.5

Variance – Covariance matrix

	Apple	Nike	Microsoft	PortofiloPortions	MeanReturns
Apple	0,000155411	0,000035244	0,000078748	33,33%	0,002
Nike	0,000035244	0,000210703	0,000049530	33,33%	0,001
Microsoft	0,000078748	0,000049530	0,000142383	33,33%	0,001

Υποθέτουμε ότι επενδύουμε 3.000.000 \$ στο παραπάνω χαρτοφυλάκιο.(1.000.000\$ για κάθε μετοχή)

Πολλαπλασιάζοντας τους πίνακες Portofilo Portions και Mean Returns , θα πάρουμε το μέσο όρο επιστροφών όλου του χαρτοφυλακίου. Έτσι έχουμε

Mean Return = 0,132%

Θα χρειαστούμε όμως και την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Γενικά, για ένα χαρτοφυλάκιο με πολλές μετοχές ισχύει ο παρακάτω τύπος :

$$\sigma_{\text{port}} = \sqrt{\sum_{i=1}^m w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}_{ij}}$$

- Σ_{port} = Τυπική απόκλιση χαρτοφυλακίου
- W_i = Στάθμιση κάθε στοιχείου του χαρτοφυλακίου
- σ_i^2 = τυπική απόκλιση στοιχείου του χαρτοφυλακίου i
- Cov_{ij} = συνδιακύμανση μεταξύ στοιχείων ij χαρτοφυλακίου

Με βάση τον παραπάνω τύπο , υπολογίζουμε την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Το αποτέλεσμά μας χρησιμοποιώντας την εντολή SQRT(MMULT(MMULT(TRANSPPOSE) θα πάρουμε την απαιτούμενη τυπική απόκλιση

Τυπική απόκλισης χαρτοφυλακίου (Portfolio Sigma) = 0,9634%

Παρομοίως, υπολογίζουμε την μέση επένδυση αλλά και τον κίνδυνο επένδυσης

Μέση επένδυσης(Mean Investement) = 3.003.967,48\$

Κίνδυνος επένδυσης (Sigma of investment) = 28.902,84\$

Χρησιμοποιώντας την εντολή Norminv με ορίσματα την πιθανότητα (5%), τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παραπάνω στοιχείων, έχουμε

Cutoff = 2.956.426,55\$

Και αναλόγως , με την εντολή Normdist θα πάρουμε :

Cumulative PDF = 0,05

Έχοντας όλα τα παραπάνω, έχουμε τα εξής αποτελέσματα

1 day var at 95% level = 43.573,45\$

Όπου : 1 day VaR = Investment – Cutoff

Παρομοίως για επίπεδο εμπιστοσύνης 99% έχουμε :

Cutoff = 2.936.729,43%

Cumulative PDF = 0,01

1 day var at 99% level = 63.270,57\$

Συγκεντρώνουμε τα παραπάνω αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα 4.3.6 :

Πίνακας 4.3.6 Υπολογισμός VaR

Investment	3,000,000.00\$	Investment	\$3,000,000.00
Mean Return	0.131%	Mean Return	0.131%
Portofilo Sigma	0,9634%	Portofilo Sigma	0,9634%
Mean Investment	3.003.967,48\$	Mean Investment	3.003.967,48\$
Sigma of investment	28.902,84\$	Sigma of investment	28.902,84\$
Cutoff	2.956.388,64\$	Cutoff	2.936.692,10\$
Cumulative PDF	0,05	Cumulative PDF	0,01
1 day var at 95% level	43.611,36\$	1 day var at 99% level	63.307,90\$

Όπως είναι φυσικό για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, τα αποτελέσματα από την εμπειρική εφαρμογή μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης έχουμε υψηλότερη VaR σε σχέση με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης. Συγκεκριμένα, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 5% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 43.611,36 \$ ή και μεγαλύτερη. Αν ακολουθήσουμε ακριβώς της ίδια διαδικασία σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, η VaR ισούται με 63.307,90\$

Δηλαδή, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 1% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 63.307,90 \$ ή και μεγαλύτερη.

Ας αναφέρουμε τα αποτελέσματά μας συνοπτικά στον πίνακα 4.3.7 :

Πίνακας 4.3.7

	95% VaR	99% VaR
Historical Simulation	41.374,12\$	72.305,28\$
Parametric Method	43.611,36 \$	63.307,90\$

Παρατηρούμε πως σε διάστημα εμπιστοσύνης 95% , το αποτέλεσμά μας στη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης είναι 41.374,12\$ ενώ στη παραμετρική 43.573,45\$. Για μια επένδυση 3.000.000\$ θα μπορούσαμε να πούμε πως η διαφορά στα αποτελέσματα

που υπάρχει στις μεθόδους μας είναι αμελητέα (λιγότερο από 2.000\$) . Σε διάστημα εμπιστοσύνης 99%, η διαφορά μεγαλώνει και φτάνει στις 9.000\$

Στην προηγούμενη ενότητα χρησιμοποιήσαμε την εντολή Garch και με τη βοήθεια του Eviews, εξάγαμε ουσιαστικά τις απαιτούμενες εξισώσεις για κάθε μοντέλο Garch και με τη βοήθεια της παραμετρικής μεθόδου που μόλις ολοκληρώσαμε, μπορούμε να τις εισάγουμε σαν στοιχεία για να υπολογίσουμε εκ νέου το VaR

- Για το μοντέλο Garch(1,1)

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα μέσω του οποίου υπολογίσαμε το μοντέλο GARCH μέσω excel, αντικαθιστώντας στην εξίσωση τα νούμερα του πίνακα , θα πάρουμε ότι την τελευταία μέρα του δείγματος που γίνεται η έρευνά μας η διακύμανση ισούται με 0,00070. Συνεπώς , $V=0,000070$ άρα και τυπική απόκλιση , $\sigma_p=0,837\%$

Οπότε για $\sigma_p=0,837\%$ στην παραμετρική μέθοδο και έχουμε τα αποτελέσματα που φαίνονται στον πίνακα 4.3.8 :

Πίνακας 4.3.8

Investment	3.000.000,00\$	Investment	3.000.000,00\$
Mean Return	0,131%	Mean Return	0,131%
Portofilo Sigma	0,837%	Portofilo Sigma	0,837%
Mean Investment	3.003.928,20\$	Mean Investment	3.003.928,20\$
Sigma of investment	25.110,00\$	Sigma of investment	25.110,00\$
Cutoff	2.962.625,93\$	Cutoff	2.945.513,61\$
Cumulative PDF	0,05	Cumulative PDF	0,01
1 day var at 95% level	37.374,07\$	1 day var at 99% level	54.486,39\$

Όπως είναι φυσικό για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, τα αποτελέσματα από την εμπειρική εφαρμογή μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης έχουμε υψηλότερη VaR σε σχέση με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης. Συγκεκριμένα, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 5% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 37.374,07 \$ ή και μεγαλύτερη. Αν ακολουθήσουμε ακριβώς της ίδια διαδικασία σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, η VaR ισούται με 54.486,39 \$. Δηλαδή, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 1% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 54.486,39 \$ ή και μεγαλύτερη.

Με παρόμοιο τρόπο θα βρούμε μέσω των εξισώσεων GARCH και τις υπόλοιπες διακυμάνσεις/τυπικές αποκλίσεις

- Για το μοντέλο EGARCH(1,1) έχουμε (από Eviews) :

$V=0,000051$ άρα και τυπική απόκλιση $\sigma_p=0,7071\%$

Για $\sigma_p=0,7071\%$ έχουμε :

Πίνακας 4.3.7

Investment	3.000.000,004	Investment	3.000.000,00\$
Mean Return	0,131%	Mean Return	0,131%
Portofilo Sigma	0,7071%	Portofilo Sigma	0,7071%
Mean Investment	3.003.928,20\$	Mean Investment	3.003.928,20\$
Sigma of investment	21.213,20\$	Sigma of investment	21.213,20\$
Cutoff	\$2.969.035,59	Cutoff	\$2.954.578,91
Cumulative PDF	0,05	Cumulative PDF	0,01
1 day var at 95% level	\$30.964,41	1 day var at 99% level	\$45.421,09

Όπως είναι φυσικό για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, τα αποτελέσματα από την εμπειρική εφαρμογή μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης έχουμε υψηλότερη VaR σε σχέση με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης. Συγκεκριμένα, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 5% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 30.964,41\$ ή και μεγαλύτερη. Αν ακολουθήσουμε ακριβώς της ίδια διαδικασία σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, η VaR ισούται με 45.421,09\$. Δηλαδή, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 1% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 45.421,09\$ ή και μεγαλύτερη.

- Για το μοντέλο IGARCH(1,1) έχουμε (από Eviews) :

$V=0,000055$ άρα και τυπική απόκλιση $\sigma_p=0,7549\%$

Για $\sigma_p=0,7549\%$ έχουμε

Πίνακας 4.3.8

Investment	3.000.000,004	Investment	3.000.000,00\$
Mean Return	0,131%	Mean Return	0,131%
Portofilo Sigma	0, 7549%	Portofilo Sigma	0, 7549%
Mean Investment	3.003.928,20\$	Mean Investment	3.003.928,20\$
Sigma of investment	22.647,00\$	Sigma of investment	22.647,00\$
Cutoff	\$2.966.677,20	Cutoff	\$2.951.243,40
Cumulative PDF	0,05	Cumulative PDF	0,01
1 day var at 95% level	\$33.322,80	1 day var at 99% level	\$48.756,60

Όπως είναι φυσικό για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, τα αποτελέσματα από την εμπειρική εφαρμογή μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης έχουμε υψηλότερη VaR σε σχέση με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης. Συγκεκριμένα, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 5% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 33.322,80\$ ή και μεγαλύτερη. Αν ακολουθήσουμε ακριβώς της ίδια διαδικασία σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, η VaR ισούται με 48.756,60\$. Δηλαδή, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 1% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 48.756,60\$. ή και μεγαλύτερη.

• Για το μοντέλο GARCH(1,1)Variance Targeting έχουμε (από Eviews) :

$V=0,000070$ άρα και τυπική απόκλιση $\sigma_p=0,836\%$

Για $\sigma_p=0,836\%$ έχουμε :

Πίνακας 4.3.10

Investment	3.000.000,004	Investment	3.000.000,00\$
Mean Return	0,131%	Mean Return	0,131%
Portofilo Sigma	0, 836%	Portofilo Sigma	0, 836%
Mean Investment	3.003.928,20\$	Mean Investment	3.003.928,20\$
Sigma of investment	25.099,80\$	Sigma of investment	25.099,80\$
Cutoff	\$2.962.642,70	Cutoff	\$2.945.537,33
Cumulative PDF	0,05	Cumulative PDF	0,01
1 day var at 95% level	\$37.357,30	1 day var at 99% level	\$54.462,67

Όπως είναι φυσικό για ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα, τα αποτελέσματα από την εμπειρική εφαρμογή μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης έχουμε υψηλότερη VaR σε σχέση με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης. Συγκεκριμένα, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 5% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 37.357.30\$ ή και μεγαλύτερη. Αν ακολουθήσουμε ακριβώς της ίδια διαδικασία σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, η VaR ισούται με 54.462,67\$. Δηλαδή, για ένα χρονικό διάστημα 500 ημερών υπάρχει πιθανότητα 1% να παρατηρηθεί ζημία της τάξεως των 54.462,67\$. ή και μεγαλύτερη.

Συνοπτικά , τα παραπάνω αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω πίνακα

Πίνακας 4.3.12

	Parametric	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)	GARCH(1,1)Variance Target
VaR 95%	43.611,36 \$	37.374,07\$	\$30.964,41	\$33.322,80	\$37.357,30
VaR 99%	63.307,90\$	54.486,39\$	\$45.421,09	\$48.756,60	\$54.462,67

4.4 Backtesting

Θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο Backtesting προκειμένου να συγκρίνουμε τις μεθόδους που προηγουμένως αναλύσαμε προκειμένου να ερευνήσουμε ποιες είναι πιο έμπιστες. Συγκεκριμένα, θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της παραμετρικής μεθόδου και της GARCH(1,1), IGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GARCH(1,1) (Variance targeting) για διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και 99%

Χρειαζόμαστε :

- Τις αποδόσεις του χαρτοφυλακίου για κάθε ημέρα
- Την αξία σε κίνδυνο για κάθε ημέρα
- Επίσης, θα χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω συνθήκη προκειμένου να βρούμε τα σημεία υπέρβασης

$$I^t = \begin{cases} 0 & \text{αν η απώλεια } p^{t-1} - p^t \text{ είναι μικρότερη/ίση με την VaR} \\ 1 & \text{αν η απώλεια } p^{t-1} - p^t \text{ είναι μεγαλύτερη από την VaR} \end{cases}$$

Για να εκτελέσουμε μια δοκιμή κάλυψης, συγκεντρώνουμε τα ιστορικά δεδομένα υπέρβασης - a_i , - $a + 1i$, ..., $0i$. Υποθέτουμε ότι το i χρονοσειρά είναι ανεξάρτητη και ταυτόσημα κατανομημένη, το οποίο μας επιτρέπει να επεξεργαστούμε τα δεδομένα μας ως μια υλοποίηση $i \in [0], \dots, i \in [a - 1], i \in [a]$ ενός δείγματος $I \in [0], \dots, I \in [1], I \in [a]$.

Ορίζουμε την κάλυψη q^* του μέτρου "αξία σε κίνδυνο" ως την πραγματική συχνότητα με την οποία παρατηρείται υπέρβαση. Αυτό μπορεί να εκφραστεί ως μια άνευ όρων προσδοκία:

$$q^* = E(I)$$

Οι δοκιμές κάλυψης είναι δοκιμές υποθέσεων με τη μηδενική υπόθεση ότι $q = q^*$. Έστω x ο αριθμός των υπερβάσεων που παρατηρούνται στα δεδομένα:

$$X = \sum_{t=0}^a I^t$$

Αντιμετωπίζουμε την X ως πραγματοποίηση μιας διωνυμικής τυχαίας μεταβλητής X . Η μηδενική μας υπόθεση είναι τότε ότι το $X \sim B(a + 1, 1 - q)$. Για να δοκιμάσουμε κάποιο επίπεδο σημασίας ϵ , πρέπει να καθορίσουμε τις τιμές x_1 και x_2 έτσι ώστε

$$Pr(X \notin [x_1, x_2]) \leq \epsilon$$

Τα πολλαπλά διαστήματα $[x_1, x_2]$ θα ικανοποιούν αυτό το κριτήριο, έτσι αναζητούμε μια λύση η οποία είναι γενικά συμμετρική με την έννοια ότι $\Pr(X < x_1) \approx \Pr(x_2 < X) \approx \varepsilon / 2$.

Τυπικά, ορίζουμε ως μέγιστο ακέραιο αριθμό τέτοιο ώστε $\Pr(X < a) \leq \varepsilon / 2$ και b ως τον ελάχιστο ακέραιο τέτοιο ώστε $\Pr(b < X) \leq \varepsilon / 2$. Εξετάζουμε όλα τα διαστήματα της φόρμας $[a + n, b]$ ή $[a, b - n]$ όπου το n είναι ένας μη αρνητικός ακέραιος αριθμός. Ορίζουμε $[x_1, x_2]$ ίσο με όποιο από αυτά μεγιστοποιεί $\Pr(X \notin [x_1, x_2])$ υπό τον περιορισμό ότι $\Pr(X \notin [x_1, x_2]) \leq \varepsilon$. 2. - για την απόδοση των μετρήσεων κινδύνου για $a + 1$ και καταγράφουμε τον αριθμό των υπερβάσεων X . Εάν $X \notin [x_1, x_2]$, απορρίπτουμε το μέτρο τιμής σε κίνδυνο στο επίπεδο ε .

- Ύστερα, θα χρησιμοποιήσουμε το παρακάτω πίνακα προκειμένου να ελέγξουμε τα αποτελέσματά μας

Πίνακας για τη διαδικασία *Standard Coverage Test*

$\alpha+1$	quantile of loss q			
	0.90	0.95	0.975	0.99
125	[6, 19]	[2, 11]	[0, 6]	[0, 3]
250	[17, 35]	[7, 20]	[2, 11]	[0, 5]
500	[38, 64]	[16, 35]	[7, 20]	[1, 9]
750	[59, 91]	[27, 50]	[11, 27]	[3, 13]
1000	[82, 119]	[37, 63]	[16, 35]	[5, 17]
1250	[105, 146]	[48, 78]	[21, 42]	[6, 19]

((Πηγή (Glyn A. Holton (2014) Value at risk, Second Edition))

Η δοκιμή κάλυψης "αναλογίας αποτυχιών" (PF) του Kupiec λαμβάνει μια κυκλική και κατά προσέγγιση διαδρομή προς μια απάντηση, χωρίς ιδιαίτερο πλεονέκτημα σε σχέση με τη συνιστώμενη δοκιμή πρότυπης κάλυψης. Η σύγκριση των δύο δοκιμών μπορεί να είναι κατατοπιστική και να απεικονίζει τα διάφορα σημεία στα οποία μπορεί να διαφέρουν τα σχέδια δοκιμών. Ως η πρώτη δημοσιευμένη μεθοδολογία backtesting, η δοκιμή PF έχει αναφερθεί ευρέως.

Όπως συμβαίνει με τη συνιστώμενη τυποποιημένη δοκιμή, παρατηρείται μέτρηση της τιμής σε κίνδυνο για περιόδους $\alpha+1$, οι οποίες παρουσιάζουν υπερβάσεις X . Υιοθετούμε την ίδια μηδενική υπόθεση H_0 ότι $q = q^*$. Αντί να υπολογίσει άμεσα πιθανότητες από το $B(\alpha + 1, 1 - q)$ διανομή του X κάτω H_0 , η δοκιμή PF χρησιμοποιεί ότι διανομής για να κατασκευάσει μια αναλογία πιθανότητας:

$$\Lambda = \frac{q^{a+1-X}(1-q)^x}{\left(\frac{a+1-X}{a+1}\right)^{a+1-x} \left(\frac{x}{a+1}\right)^x}$$

((Πηγή (Glyn A. Holton (2014) Value at risk, Second Edition))

μια τυπική τεχνική είναι να ληφθεί υπόψη το $-2 \log(\Lambda)$.

$$-2\log(\Lambda) = -2\log\left(\frac{q^{a+1-X}(1-q)^x}{\left(\frac{a+1-X}{a+1}\right)^{a+1-x} \left(\frac{x}{a+1}\right)^x}\right)$$

(1)

((Πηγή (Glyn A. Holton (2014) Value at risk, Second Edition))

Για ένα δεδομένο επίπεδο σημασίας ε , κατασκευάζουμε ένα διάστημα μη απόρριψης $[x_1, x_2]$ έτσι ώστε :

$$\Pr(X < x_1) \leq \varepsilon/2 \text{ και } \Pr(X < x_2) \leq \varepsilon/2$$

κάτω από H_0 . Για να γίνει αυτό, υπολογίζουμε την ε ποσοτική κατανομή της $\chi^2(1,0)$. Η ρύθμιση αυτή ισούται με την (1), να λύσει για το X . Θα υπάρξουν δύο λύσεις. Η στρογγυλοποίηση του κάτω μέρους προς τα κάτω και η υψηλότερη προς τα πάνω αποδίδουν x_1 και x_2 . (Πηγή (Glyn A. Holton (2014) Value at risk, Second Edition))

Από τα παραπάνω, μπορούμε να ελέγξουμε τα αποτελέσματά μας και την εγκυρότητα των μοντέλων επίσης με τον παρακάτω πίνακα

Πίνακας για τη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test

$\alpha+1$	quantile of loss q			
	0.90	0.95	0.975	0.99
125	[6, 20]	[2, 12]	[0, 8]	[0, 4]
250	[16, 35]	[6, 20]	[2, 12]	[0, 7]
500	[37, 64]	[16, 36]	[6, 20]	[1, 10]
750	[59, 92]	[26, 50]	[11, 28]	[2, 14]
1000	[81, 120]	[37, 65]	[15, 36]	[4, 17]
1250	[104, 147]	[47, 79]	[21, 43]	[6, 20]

Πηγή (Glyn A. Holton (2014) Value at risk, Second Edition

Ξεκινώντας με την παραμετρική μέθοδο έχουμε :

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης

Ημέρες	σ	VaR 95%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0	-	-	4.9632,77	0
1	0,773%	34.206,994	3.263,665	0
2	0,631%	27.209,342	26.276,051	0
3	0,700%	30.612,456	56.696,025	0
4	0,856%	38.306,724	-9.803,214	0
5	0,973%	44.067,478	-21.417,98	0
6	0,933%	42.135,859	-3.651,764	0
7	0,881%	39.550,982	25.112,006	0
8	0,832%	37.117,438	11.726,85	0
9	0,901%	40.515,632	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
490	0,968%	43.841,15	-907,516	0
491	0,967%	43.792,88	6.499,91	0
492	0,966%	43.746,50	9.983,50	0
493	0,965%	43.698,25	5.370,60	0
494	0,965%	43.668,28	21.730,46	0
495	0,964%	43.625,16	13.250,57	0
496	0,964%	43.626,97	33.434,71	0
497	0,963%	43.587,66	-8.220,71	0
498	0,962%	43.564,61	24.776,40	0
499	0,963%	43.569,82	-26.416,44	0

Από τα παραπάνω αποτελέσματα έχουμε στο σύνολο 30 σημεία υπέρβασης. Από τον πίνακα όπου αναφέρεται για τη διαδικασία Standard Coverage Test αλλά και τη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test ,θα γίνει σαφές αν το μοντέλο είναι αποδεκτό

Συγκεκριμένα, για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, για 500 παρατηρήσεις (499+1), έχουμε το διάστημα [16,35] για τα σημεία υπέρβασης. Εμείς έχουμε 30 σημεία υπέρβασης, οπότε η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε είναι αποδεκτή

Επίσης, από τον Πίνακα για τη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test, εξάγουμε το ίδιο συμπέρασμα , δηλαδή ότι η μέθοδός είναι αποδεκτή μιας και το διάστημα για τα σημεία υπέρβασης είναι [16,36] για διάστημα εμπιστοσύνης 95%

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο Garch(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 95%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο Garch(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 95% έχουμε

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης για Garch(1,1)

Ημέρες	stan dev	VaR 95%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0	-	-	49.632,77	
1	1,654%	77.710,44	3.263,67	0
2	1,307%	60.551,15	26.276,05	0
3	1,151%	52.888,66	56.696,03	0
4	1,356%	62.966,27	-9.803,21	0
5	1,108%	50.750,58	-2.1417,9	0
6	0,995%	45.176,04	-3.651,76	0
7	0,854%	38.202,17	25.112,01	0
8	0,872%	39.090,6	11.726,85	0
9	0,797%	35.412,33	-28.101,1	0
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
490	0,750%	33.090,69	-907,52	0
491	0,697%	30.462,79	6.499,91	0
492	0,674%	29.336,73	9.983,50	0
493	0,673%	29.299,27	5.370,60	0
494	0,658%	28.522,74	21.730,46	0
495	0,740%	32.609,39	13.250,57	0
496	0,727%	31.922,68	33.434,71	0
497	0,887%	39859,68	-8.220,71	0
498	0,794%	35.265,15	24.776,40	0
499	0,837%	37.363,41	-26.416,4	0

Έχουμε συνολικά 23 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 95% με σύνολο 500 παρατηρήσεις , το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [16,35]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [16,36]) , ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο E-GARCH(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 95%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο E-GARCH(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 95% έχουμε :

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης για E-GARCH(1,1)

Ημέρες	σ	VaR 95%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0			49.632,77	
1	1,143%	52.464,14	3.263,67	0
2	1,066%	48.689,12	26.276,05	0
3	0,924%	41.673,12	56.696,03	0
4	0,865%	38.749,33	-9.803,21	0
5	0,884%	39.708,50	-21.417,9	0
6	0,869%	38.948,56	-3.651,76	0
7	0,969%	43.863,22	25.112,01	0
8	0,877%	39.344,27	11.726,85	0
9	0,828%	36.912,56	-28.101,1	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
491	0,735%	32.333,27	6.499,91	0
492	0,680%	29.648,58	9.983,50	0
493	0,643%	27.822,16	5.370,60	0
494	0,621%	26.729,68	21.730,46	0
495	0,595%	25.431,40	13.250,57	0
496	0,608%	26.087,56	33.434,71	0
497	0,602%	25.761,29	-8.220,71	0
498	0,639%	27.591,245	-8.220,71	0
499	0,707%	30.664,410	24.776,40	0

Έχουμε συνολικά 24 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 95% με σύνολο 500 παρατηρήσεις , το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [16,35]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [16,36]) , ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο I-GARCH(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 95%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο I-GARCH(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 95% έχουμε :

Ημέρες	σ	VaR 95%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0			49.632,771	
1	1,180%	54.291,252	3.263,665	0
2	1,222%	56.386,587	26.276,051	0
3	1,175%	54.060,762	56.696,025	0
4	1,155%	53.065,442	-9.803,214	0
5	1,226%	56.588,107	-21.417,98	0
6	1,182%	54.395,719	-3.651,764	0
7	1,153%	52.958,532	25.112,006	0
8	1,109%	50.776,475	11.726,851	0
9	1,090%	49.856,248	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
491	0,883%	39.624,714	6.499,914	0
492	0,849%	37.942,936	9.983,497	0
493	0,817%	36.402,589	5.370,603	0
494	0,791%	35.114,124	21.730,464	0
495	0,762%	33.652,294	13.250,570	0
496	0,759%	33.522,482	33.434,709	0
497	0,740%	32.567,538	-8.220,706	0
498	0,775%	34.294,742	-8.220,71	0
499	0,754%	33.322,80	24.776,40	0

Έχουμε συνολικά 24 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 95% με σύνολο 500 παρατηρήσεις , το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [16,35]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [16,36]) , ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο GARCH(1,1)Variance Target για διάστημα εμπιστοσύνης 95%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο GARCH(1,1)Variance Targeting για διάστημα εμπιστοσύνης 95% έχουμε :

Ημέρες	σ	VaR 95%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0			49.632,771	
1	1,145%	52.550,429	3.263,665	0
2	1,269%	58.703,798	26.276,051	0
3	1,038%	47.281,985	56.696,025	0
4	0,986%	44.721,664	-9.803,214	0
5	1,279%	59.207,186	-21.417,98	0
6	1,056%	48.200,944	-3.651,764	0
7	0,963%	43.582,164	25.112,006	0
8	0,833%	37.179,978	11.726,851	0
9	0,860%	38.520,496	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
491	0,750%	33.097,450	6.499,914	0
492	0,697%	30.472,448	9.983,497	0
493	0,675%	29.357,231	5.370,603	0
494	0,674%	29.320,634	21.730,464	0
495	0,658%	28.542,559	13.250,570	0
496	0,741%	32.634,197	33.434,709	0
497	0,727%	31.928,098	-8.220,706	0
498	0,887%	39.847,778	24.776,397	0
499	0,836%	37.357,30	-26.416,44	0

Έχουμε συνολικά 24 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 95% με σύνολο 500 παρατηρήσεις , το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [16,35]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [16,36]) , ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Θα κάνουμε την ίδια διαδικασία Backtesting για διάστημα εμπιστοσύνης 99%

- Ξεκινώντας με την παραμετρική μέθοδο έχουμε :

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης

Ημέρες	σ	VaR 99%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0		-	49.632,77	
1	0,773%	50.007,13	3.263,67	0

2	0,631%	40.110,22	26.276,05	0
3	0,700%	44.923,31	56.696,03	0
4	0,856%	55.805,46	-9.803,21	0
5	0,973%	63.953,00	-21.417,98	0
6	0,933%	61.221,08	-3.651,76	0
7	0,881%	57.565,24	25.112,01	0
8	0,832%	54.123,43	11.726,85	0
9	0,901%	58.929,56	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
489	0,969%	63.700,07	14.126,94	0
490	0,968%	63.632,90	-907,52	0
491	0,967%	63.564,63	6.499,91	0
492	0,966%	63.499,03	9.983,50	0
493	0,965%	63.430,79	5.370,60	0
494	0,965%	63.388,41	21.730,46	0
495	0,964%	63.327,42	13.250,57	0
496	0,964%	63.329,99	33.434,71	0
497	0,963%	63.274,39	-8.220,71	0
498	0,962%	63.241,78	24.776,40	0
499	0,963%	63.249,16	-26.416,45	0

Έχουμε συνολικά 12 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 99% με σύνολο 500 παρατηρήσεις , το μοντέλο μας **ΔΕΝ** είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [1,9]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [1,10]) , ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο Garch(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 99%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο Garch(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 99% έχω

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης για Garch(1,1)

Ημέρες	σ	VaR 99%	p%l	Σημείο υπέρβασης
--------	----------	---------	-----	------------------

0		-	49.632,77	
1	1,654%	111.534,89	3.263,67	0
2	1,307%	87.266,17	26.276,05	0
3	1,151%	76.428,96	56.696,03	0
4	1,356%	90.681,93	-9.803,21	0
5	1,108%	73.405,05	-21.417,98	0
6	0,995%	65.520,87	-3.651,76	0
7	0,854%	55.657,59	25.112,01	0
8	0,872%	56.914,11	11.726,85	0
9	0,797%	51.711,86	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
489	0,773%	50.054,50	14.126,94	0
490	0,750%	48.428,32	-907,52	0
491	0,697%	44.711,63	6.499,91	0
492	0,674%	43.119,03	9.983,50	0
493	0,673%	43.066,05	5.370,60	0
494	0,658%	41.967,78	21.730,46	0
495	0,740%	47.747,60	13.250,57	0
496	0,727%	46.776,39	33.434,71	0
497	0,887%	58.001,83	-8.220,71	0
498	0,794%	51.503,71	24.776,40	0
499	0,837%	54.471,32	-26.416,45	0

Έχουμε συνολικά 8 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 99% με σύνολο 500 παρατηρήσεις, το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [1,9]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [1,10]), ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο E-GARCH(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 99%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο E-Garch(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 99% έχω

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης για E-Garch(1,1)

Ημέρες	σ	VaR 99%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0			49.632,771	
1	1,143%	75.828,558	3.263,665	0
2	1,066%	70.489,481	26.276,051	0
3	0,924%	60.566,620	56.696,025	0
4	0,865%	56.431,448	-9.803,21	0
5	0,884%	57.788,014	-21.417,98	0
6	0,869%	56.713,222	-3.651,764	0
7	0,969%	63.664,115	25.112,006	0
8	0,877%	57.272,878	11.726,851	0
9	0,828%	53.833,662	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
491	0,735%	47.357,086	6.499,914	0
492	0,680%	43.560,075	9.983,497	0
493	0,643%	40.976,941	5.370,603	0
494	0,621%	39.431,827	21.730,464	0
495	0,595%	37.595,642	13.250,570	0
496	0,608%	38.523,663	33.434,709	0
497	0,602%	38.062,216	-8.220,706	0
498	0,639%	40.650,354	-8.220,71	0
499	0,7071%	45.421,09	24.776,40	0

Έχουμε συνολικά 8 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 99% με σύνολο 500 παρατηρήσεις, το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [1,9]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [1,10]), ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο IGARCH(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 99%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο IGarch(1,1) για διάστημα εμπιστοσύνης 99% έχω

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης για IGarch(1,1)

Ημέρες	σ	VaR 99%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0			49.632,771	
1	1,180%	78.412,683	3.263,665	0
2	1,222%	81.376,155	26.276,051	0
3	1,175%	78.086,697	56.696,025	0
4	1,155%	76.678,997	-9.803,214	0
5	1,226%	81.661,168	-21.417,98	0
6	1,182%	78.560,433	-3.651,764	0
7	1,153%	76.527,792	25.112,006	0
8	1,109%	73.441,666	11.726,851	0
9	1,090%	72.140,172	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
491	0,909%	59.500,517	-907,516	0
492	0,883%	57.669,519	6.499,914	0
493	0,849%	55.290,947	9.983,497	0
494	0,817%	53.112,406	5.370,603	0
495	0,791%	51.290,104	21.730,464	0
496	0,762%	49.222,611	13.250,570	0
497	0,759%	49.039,015	33.434,709	0
498	0,775%	50.131,238	-8.220,71	0
499	0,754%	48.756,60	24.776,40	0

Έχουμε συνολικά 10 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 99% με σύνολο 500 παρατηρήσεις, το μοντέλο μας ΔΕΝ είναι αποδεκτό διότι δεν περνάει τη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [1,9]) και περνάει μόνο τη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [1,10]).

Με τον ίδιο τρόπο θα κάνουμε Backtesting για τη μέθοδο GARCH(1,1)Variance targeting για διάστημα εμπιστοσύνης 99%

- Συγκεκριμένα για τη μέθοδο Garch(1,1) Variance targeting για διάστημα εμπιστοσύνης 99% έχω

Πίνακας για την εύρεση σημείων υπέρβασης για Garch(1,1) (Variance targeting)

Ημέρες	σ	VaR 99%	p%l	Σημείο υπέρβασης
0			49.632,771	
1	1,145%	75.950,603	3.263,665	0

2	1,269%	84.653,431	26.276,051	0
3	1,038%	68.499,343	56.696,025	0
4	0,986%	64.878,231	-9.803,214	0
5	1,279%	85.365,382	-21.417,98	0
6	1,056%	69.799,044	-3.651,764	0
7	0,963%	63.266,616	25.112,006	0
8	0,833%	54.211,881	11.726,851	0
9	0,860%	56.107,801	-28.101,12	0
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
491	0,750%	48.437,884	6.499,914	0
492	0,697%	44.725,294	9.983,497	0
493	0,675%	43.148,021	5.370,603	0
494	0,674%	43.096,261	21.730,464	0
495	0,658%	41.995,814	13.250,570	0
496	0,741%	47.782,697	33.434,709	0
497	0,727%	46.784,048	-8.220,706	0
498	0,887%	57.985,002	24.776,397	0
499	0,836%	54.462,67	-26.416,44	0

Έχουμε συνολικά 6 σημεία υπέρβασης

Χρησιμοποιώντας τους προαναφερθέντες πίνακες παρατηρούμε ότι για διάστημα εμπιστοσύνης 99% με σύνολο 500 παρατηρήσεις , το μοντέλο μας είναι αποδεκτό διότι τόσο στη διαδικασία Standard Coverage Test (διάστημα [1,9]) όσο και στη διαδικασία Kupiec's PF Coverage Test (διάστημα [1,10]) , ο αριθμός των σημείων υπέρβασης βρίσκονται στο παραπάνω διάστημα

Με την παραπάνω διαδικασία εξάγουμε το συμπέρασμα πως για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, οι μεθοδολογίες που ακολουθήσαμε είναι αποδεκτές μιας και πληρούν τους προαναφερθέντες ελέγχους και υποθέσεις. Επίσης, σε διάστημα εμπιστοσύνης 99% όλες οι παραπάνω μεθοδολογίες (με εξαίρεση την παραμετρική μέθοδο και το μοντέλο IGARCH(1,1)) είναι αποδεκτές. Τέλος, αξίζει να σημειώσουμε ότι δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία Basel Committee's Traffic Light γιατί έχεις ως προαπαιτούμενο τις 250 παρατηρήσεις και όχι τις 500

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζουμε όλα τα παραπάνω αποτελέσματα συγκεντρωμένα :

Exceedances	Parametric	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)	GARCH(1,1)Variance Target
VaR 95%	30	23	24	24	24
VaR 99%	12	8	8	10	6

4.5 Συμπεράσματα

Ο Υπολογισμός Value at Risk είναι ένα πολύ σημαντικό κομμάτι στη σύγχρονη χρηματοοικονομική «κοινωνία». Παρατηρούμε όμως ότι τα εξαγόμενα αποτελέσματα βάσει των δύο εμπειρικών μεθόδων που χρησιμοποιήσαμε παρουσιάζουν αξιοσημείωτες αποκλίσεις. Σε πρώτη φάση, αποτελέσματα από την εμπειρική εφαρμογή μας οδήγησαν στο συμπέρασμα ότι με 99% επίπεδο εμπιστοσύνης έχουμε υψηλότερη VaR σε σχέση με 95% επίπεδο εμπιστοσύνης, κάτι το οποίο είναι πολύ λογικό. Στο δεύτερο εμπειρικό παράδειγμα χρησιμοποιήσαμε την παραμετρική μέθοδο κάνοντας την υπόθεση της παραδοχής της κανονικής κατανομής (πράγμα το οποίο δεν ισχύει βάσει αποτελεσμάτων Eviews). Στο πρώτο εμπειρικό παράδειγμα, χρησιμοποιώντας απλά και λιτά μαθηματικά, υπολογίσαμε την αξία σε κίνδυνο με τη μέθοδο ιστορικής προσομοίωσης χρησιμοποιώντας ουσιαστικά τις πεπραχθείσες αποδόσεις για διάστημα 500 ημερών και το κεφάλαιό μας. Στο δεύτερο παράδειγμα, χρησιμοποιήσαμε την παραμετρική μέθοδο (η οποία απαιτεί περαιτέρω γνώσεις μαθηματικών) και με τον πιο δυνατό λιτό τρόπο την παρουσιάσαμε και παρατηρήσαμε πως τα αποτελέσματα της αποκλίνουν σε σεβαστό βαθμό από αυτά της μεθόδου ιστορικής προσομοίωσης, κυρίως λόγω της παραδοχής μας για την κανονική κατανομή. Έστερα, χρησιμοποιώντας περαιτέρω τα παραμετρικά στατιστικά μέτρα που χρησιμοποιήσαμε στην αρχή του κεφαλαίου της εμπειρικής εφαρμογής, εφαρμόσαμε και επιλύσαμε τις εξισώσεις GARCH και τις εισάγαμε στο παραμετρικό μοντέλο. Τέλος, κάναμε Backtesting για το χαρτοφυλάκιό μας και παρατηρήσαμε ότι οι παραπάνω μέθοδοι για διάστημα εμπιστοσύνης 95% αλλά και 99% **(με εξαίρεση της παραμετρική μεθόδου για διάστημα εμπιστοσύνης 99% και τη IGARCH(1,1) για το ίδιο διάστημα)** είναι αποδεκτές. Βάσει των παραπάνω, θα μπορούσαμε να εξάγουμε το συμπέρασμα πως οι μέθοδοι υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνου δεν μας παρέχουν ικανοποιητική εκτίμηση των κινδύνων πολλές φορές (ειδικά σε περιόδους κρίσεων), πράγμα που σημαίνει πως είναι αναγκαία η περαιτέρω έρευνα προκειμένου να οικοδομήσει μια πιο αξιόλογη και εύστοχη φόρμουλα. Αξίζει επίσης να σημειώσουμε πως υπάρχει ιδιαίτερα μεγάλο ενδιαφέρον για το Value at Risk, σε πιο πολύπλοκα χαρτοφυλάκια όπως είναι τα options, τα swaps, τα futures

Βιβλιογραφία

- **Berg, H.-P.** (2010). Risk Management: Procedures, Methods and Experiences. RT&A, 1(2), 79- 95
- **Bollerslev T.** (2007). “Glossary to ARCH (GARCH)”, Oxford University Press.
- **Glyn A. Holton** (2014) Value at risk, Second Edition , Chapters 4,5,6
<https://www.value-at-risk.net/>
- **Hager, P. (n.Y.), Varianz-Kovarianz-Modell** (2010) :
http://www.risknet.de/fileadmin/template_risknet/images_content/Methoden/VaRVerfahren_RiskNET.pdf, accessed on July 12th, 2010 from:
- **Jorion P.**(2007) : “Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk”, The McGraw-Hill Companies, 3rd edition
- **Kiohos, A., and Dimopoulos, A.** (2004). Estimation Portfolio VaR with Three Different Methods: Financial Institution Risk Management Approach
- **Linsmeier T., Pearson N.**(1996) : “Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk”, Working paper, University of Illinois
- **Mária Bohdalová**, Faculty of Management, Comenius University, Bratislava, Slovakia comparison of Value-at-Risk methods for measurement of the financial risk¹
- **Masaryk University, Brno / FOM University of Applied Science Luxemburger Allee 121** : COMPARING VARIANCE/COVARIANCE AND HISTORICAL SIMULATION IN THE CONTEXT OF THE FINANCIAL CRISIS – DO EXTREME MOVEMENTS HAVE AN INFLUENCE ONTO PORTFOLIO SELECTION?
- **Moorad Choudhry, Carol Alexander** (2015) :_An Introduction to Value-at-Risk, Fifth Edition , 23-56
- **Olha Venchak**, National University “Kyiv-Mohyla Academy” Economics Education and Research Consortium Master’s Program in Economics

(2012) : VAR-METHODOLOGY IN RISKMANAGEMENT OF THE BANK'S INTEREST RATE AND EXCHANGE RATE: IS IT POSSIBLE, USEFUL AND VALID IN THE UKRAINIAN BANK MARKET?

- **Šime Ćorkalo ,University of Split, Faculty of Economics : COMPARISON OF VALUE AT RISK APPROACHES ON A STOCK PORTFOLIO**
- **Tsay, R. S. (2005).** Analysis of Financial Time Series (Second Edition). New Jersey: Wiley Interscience
- **Yun Hsing Cheung , Robert J. Powell , Australasian Accounting, Business and Finance Journal (2012) : Anybody can do Value at Risk: A Teaching Study using Parametric Computation and Monte Carlo Simulation**
- **Γιαννακόπουλος Α.(2003) : «Στοχαστική Ανάλυση και Εφαρμογές στη Χρηματοοικονομική», Τόμος Ι: Εισαγωγή στην Στοχαστική Ανάλυση**
- **Καλφάογλου Φ. (2017) Micro-prudential supervision_(Oct.2017)**
- **Καλφάογλου, Φ. (2012).** Το Πλαίσιο της Κεφαλαιακής Επάρκειας των Τραπεζών
- **Συριόπουλος, Κ. (2008).** Διαχείριση Τραπεζικού Κινδύνου (Τόμος Α). Πάτρα: Ε.Α.Π
- <https://financetrain.com/analytical-approach-to-calculating-var-variance-covariance-method/>
- <https://financetrain.com/calculating-var-using-monte-carlo-simulation/>
- <https://financetrain.com/calculating-var-using-historical-simulation/>

Ο Άγγελος Σινόπουλος δηλώνει ρητώς ότι η υποβληθείσα Διπλωματική Εργασία είναι προσωπική και δεν αποτελεί προϊόν αντιγραφής άλλης εργασίας ή κειμένου τρίτων