



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ
ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΤΩΝ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεωρία Παιγνίων και Χρηματιστηριακή Αγορά

Διονύσιος Δ. Βασιλόπουλος

Επιβλέπων: Νικόλαος Λιωνής, Οικονομολόγος, Συνεργάτης Καθηγητής

ΑΘΗΝΑ

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2018

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Θεωρία Παιγνίων και Χρηματιστηριακή Αγορά

Διονύσιος Δ. Βασιλόπουλος

A.M.: ΜΟΠ419

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: **Νικόλαος Λιωνής**, Οικονομολόγος, Συνεργάτης Καθηγητής

Δεκέμβριος 2018

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία επιχειρεί μια ενδεικτική παρουσίαση των εφαρμογών της Θεωρίας Παιγνίων στο χώρο των επενδύσεων και ειδικότερα στις χρηματιστηριακές αγορές. Η εργασία αποτελείται από πέντε κεφάλαιο. Στο πρώτο, εισαγωγικό, κεφάλαιο παρουσιάζεται συνοπτικά τόσο η Θεωρία των Παιγνίων (βασικές έννοιες, ορισμοί, κατηγοριοποίηση, ...) όσο και οι βασικές αρχές που διέπουν μια Χρηματιστηριακή Αγορά. (οντότητες που συμμετέχουν, στόχοι συμμετεχόντων στην αγορά, ...).

Στα επόμενα δύο κεφάλαια παρουσιάζονται δύο παραδείγματα λήψης επενδυτικών αποφάσεων ανάλογα με το μοντέλο που επιλέγεται για να περιγράψει τη χρηματιστηριακή αγορά. Στην πρώτη περίπτωση η αγορά και οι κανόνες που τη διέπουν περιγράφεται ως παίγνιο ενάντια στη φύση, όπου αγορά θεωρείται ως μία οντότητα που ως στόχο έχει να προκαλέσει στους επενδυτές (ως σύνολο) τις μέγιστες δυνατές απώλειες μέσω των διακυμάνσεων των μετοχών. Στην δεύτερη περίπτωση η αγορά θεωρείται ως ένα σύνολο επενδυτών οι οποίοι ανταγωνίζονται μεταξύ τους για το ποιος θα επιτύχει τα μεγαλύτερα κέρδη, θεωρώντας ότι για κάθε κερδοφόρα απόφαση ενός επενδυτή υπάρχει αντίστοιχη ζημιογόνα ενός άλλου, οπότε και το παίγνιο θεωρείται μηδενικού αθροίσματος.

Κατόπιν στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μία εφαρμογή της θεωρίας παιγνίων (παίγνιο μηδενικού αθροίσματος, μικτής στρατηγικής) όπου οι εποπτικές αρχές του χρηματιστηρίου ελέγχουν την αγορά για πιθανή χειραγώγηση εκ μέρους κάποιου επενδυτή (ή μιας ομάδας επενδυτών). Τέλος, στο τελευταίο κεφάλαιο καταγράφονται κάποια συμπεράσματα και αναφέρονται άλλες εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Θεωρία Παιγνίων

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Θεωρία παιγνίων, χρηματιστηριακή αγορά, επενδύσεις

ABSTRACT

This master thesis, presents some indicative applications of Game Theory in the field of investments and more precisely in the field of Stock Markets. The essay consists of five chapters. The first one (introduction), briefly presents both the main aspects of Game Theory (basic concepts, definitions, categories, ...) and the main principles that rule a Stock Market (entities involved, objectives of the main participants, ..).

In the following two chapters (2nd and 3rd), I present two examples of investing decision taking, depending on the model that best describes the stock market. In the first case, both the market and the rules that define it are described as a special kind of game, namely game against nature. In this example, one entity (the market) aims to cause to all other entities of the market (all investors) the maximum possible losses, through the stock market fluctuations. In the second case, the market is considered as a set of investors that compete each other for maximizing their profits. As this game is a zero-sum game, the profit of one investor is the loss of another.

Then, in the next chapter, a zero-sum, mixed strategy game is presented where the stock market regulators investigate the cases of possible market abuse (manipulation of a stock price) by an investor (or a group of investors). Finally, in the last chapter some conclusions are made and other applications of gaming theory are briefly mentioned.

SUBJECT AREA: Game Theory

KEYWORDS: Game Theory, Stock Market, Investments

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θερμές ευχαριστίες στον κ.Λιωνή για την ατέλειωτη υπομονή του.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	11
1.1 Ορισμοί και Βασικές Έννοιες της Θεωρίας Παιγνίων	11
1.1.1 Λήψη απόφασης	12
1.1.2 Τι είναι παίγνιο	12
1.1.3 Κατηγορίες παιγνίων και στρατηγικών	13
1.2 Ορισμοί και Βασικές Έννοιες των Χρηματοπιστωτικών Αγορών	14
1.3 Συσχέτιση μεταβολής τιμών και ανάληψης ρίσκου	16
1.4 Εφαρμογές της Θεωρίας Παιγνίων στο Χρηματιστήριο.....	17
1.4.1 Παίγνια ενάντια στη φύση	17
1.4.2 Παίγνια μηδενικού αθρίσματος.....	19
2. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ Ι: ΠΑΙΓΝΙΟ ΕΝΑΝΤΙΑ ΣΤΗ ΦΥΣΗ.....	20
2.1 Βασικές έννοιες του Μοντέλου.....	20
2.2 Επιλογή Στρατηγικής.....	21
2.2.1 Επιλογή Less Risk	22
2.2.2 Επιλογή More Risk.....	22
2.2.3 Το ολοκληρωμένο μοντέλο	23
2.3 Υπολογίζοντας τις πιθανότητες.....	26
2.3.1 Πιθανότητες Minor-Major Adversity.....	29
2.4 Σύνοψη	31
3. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΙΙ: ΠΑΙΓΝΙΟ ΑΣΑΦΩΝ ΚΑΝΟΝΩΝ.....	33
3.1 Τυποποίηση του προβλήματος.....	33
3.2 Σχεδιασμός Fuzzy Συστήματος.....	35
3.2.1 Συναρτήσεις συμμετοχής (Membership functions)	35
3.2.2 Οι κανόνες του συστήματος (Fuzzy Rule-Base)	37
4. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΙΙΙ: ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΑΙΓΝΙΟ, ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ, ΜΙΚΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ	39
4.1 Περιγραφή του παιγνίου.....	39
4.2 Ανάλυση του μοντέλου	40
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ	43
ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ	44
ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ	45
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι – ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΔΕΙΚΤΗ ΤΙΜΩΝ FTSE/ATHEX LCI	46

ΑΝΑΦΟΡΕΣ	52
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	53

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 2-1 Probability Triangle	21
Σχήμα 2-2 Probability Triangle (Less Risk).....	22
Σχήμα 2-3 Probability Triangle (More Risk – Minor Adversity)	23
Σχήμα 2-4 Probability Triangle (Less/More Risk overlap).....	24
Σχήμα 2-5 Probability Triangle: Less Risk vs More Risk	24
Σχήμα 2-6 Probability Triangle: Combined Results	25
Σχήμα 2-7 Probability Triangle: The Complete Model	25
Σχήμα 3-1 Συναρτήσεις συμμετοχής για τα χαρακτηριστικά	36
Σχήμα 3-2 DOJl συνάρτηση συμμετοχής για $p=0,1$	36
Σχήμα 3-3 Hook Day συνάρτηση συμμετοχής.....	37

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1-1 Sequential Move game σε Extensive Form	14
Εικόνα 1-3 Πορεία Γενικού Δείκτη ΧΑΑ από το 1990 έως και το 2000.....	16
Εικόνα 1-4 Ορισμός τιμών Less Risk, More Risk, Profit target	17
Εικόνα 2-1 Probability Triangle: FTSE/ATHEX LCI	30

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1-1 Normal-Form Game.....	11
Πίνακας 1-2 Βασικές κατηγορίες Επενδυτών - Επενδύσεων	15
Πίνακας 1-3 Game table για Financial Market (payoffs)	19
Πίνακας 2-1 Market Adversity and Probabilities	20
Πίνακας 2-2 Investor Risk and Probabilities	20
Πίνακας 2-3 Game table για Financial Market (payoffs)	20
Πίνακας 2-4 Κατανομή Ποσοστιαίων μεταβολών του δείκτη FTSE/ATHEX LCI σε εύρη του 3% (απόλυτες τιμές).....	27
Πίνακας 2-5 Κατανομή Ποσοστιαίων μεταβολών του δείκτη FTSE/ATHEX LCI σε εύρη του 3% (ποσοστό)	28
Πίνακας 2-6 Μεταβολές δείκτη FYSE/ATHEX LCI	29
Πίνακας 2-7 Μεταβλητές για υπολογισμό του Probability Triangle	30
Πίνακας 2-8 Κατανομή πιθανοτήτων για τον 1ο μήνα της επένδυσης	31
Πίνακας 3-1 Παράμετροι για χαρακτηριστικά narrow range days	35
Πίνακας 3-2 Ενδεικτικός Fuzzy Rule-base Matrix M	38
Πίνακας 4-1 Game table για Επενδυτή (payoffs).....	40
Πίνακας 4-2 Game table για Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς (payoffs)	40
Πίνακας 4-3 Payoff Investor.....	41
Πίνακας 4-4 Payoff ΕΚ.....	41

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το παρόν κεφάλαιο αρχικά παρουσιάζει συνοπτικά έννοιες από τη θεωρία παιγνίων με έμφαση στους βασικούς ορισμούς που θα χρησιμοποιηθούν στην εργασία. Ακολούθως παραθέτονται βασικά στοιχεία για τις χρηματοπιστωτικές αγορές, εστιάζοντας σε όσα είναι απαραίτητα για την κατανόηση της παρούσας μελέτης¹.

1.1 Ορισμοί και Βασικές Έννοιες της Θεωρίας Παιγνίων

Η θεωρία παιγνίων (**game theory**)² είναι η επιστήμη που ασχολείται με τη μελέτη των αντικρουόμενων συμφερόντων ανάμεσα σε πρόσωπα, επιχειρήσεις ή άλλες οντότητες. Αυτά τα αντικρουόμενα συμφέροντα αναφέρονται ως παίγνια. Κάθε συμμετέχων (**player**) μπορεί να ακολουθήσει ορισμένες από τις διαθέσιμες πορείες δράσεων (**strategies**) και το αποτέλεσμα/ανταμοιβή (**payoff**) του παιγνίου (**game**) εξαρτάται από τις αλληλεπίδραση των στρατηγικών που εφαρμόζονται από όλους τους παίκτες. Η αναπαράσταση ενός παιγνίου σε κανονική μορφή (**normal-form**) παρουσιάζει όλους τους παίκτες, τις δυνατές στρατηγικές τους, και τα πιθανά payoff από τις εναλλακτικές στρατηγικές τους. Ενδεικτικό είναι το ακόλουθο σχήμα:

Πίνακας 1-1 Normal-Form Game³

		Player B	
		Strategy	
		Left	Right
		Up	10, 20
Player A	Down	-10, 7	
		10, 10	

Κανένας από τους παίκτες δεν μπορεί να καθορίσει το αποτέλεσμα του παιγνίου μόνο από τις δικές του ενέργειες, το οποίο τελικά εξαρτάται από τη συνισταμένη των στρατηγικών όλων των παικτών. Για να υπάρχει σύγκρουση συμφερόντων θα πρέπει οι παίκτες να επιθυμούν διαφορετικές εκβάσεις του παιγνίου. Ανάλογα με τις στρατηγικές που εφαρμόζουν οι παίκτες, το παίγνιο οδηγεί σε διαφορετικά αποτελέσματα/εκβάσεις και επομένως ανταμοιβές (payoff) των παικτών. Αυτές οι ανταμοιβές μπορεί να είναι ακόμα και αρνητικές («ζημίες»). Κάθε παίκτης ταξινομεί τις πιθανές ανταμοιβές του με σειρά προτίμησης. Στα παίγνια οι ανταμοιβές ορίζονται ως χρησιμότητα (**utility**). Οπότε, εάν ένας παίκτης προτιμάει το αποτέλεσμα A από το B, τότε και η χρησιμότητα του A είναι μεγαλύτερη από το B. Όταν σε ένα παίγνιο υπάρχουν πολλοί παίκτες, τότε κάθε αποτέλεσμα μπορεί να έχει διαφορετική χρησιμότητα για κάθε παίκτη, η οποία δίνεται από τη συνάρτηση χρησιμότητας (**utility function**). Οι παίκτες που προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν τη χρησιμότητά τους ονομάζονται ορθολογικοί (**rational**) παίκτες και η στρατηγική που θα οδηγήσει στην υψηλότερη αναμενόμενη χρησιμότητα είναι η βέλτιστη (**optimal**). Η θεωρία παιγνίων περιορίζεται σε παίγνια όπου υπάρχουν

¹ Το παρόν κεφάλαιο βασίζεται στις βιβλιογραφικές αναφορές [3] και [4].

² Πατέρας της θεωρίας παιγνίων θεωρείται ο John Von Neumann (Theory of Games and Economic Behavior, 1944, J. Neumann, O. Morgenstern).

³ [9], σελ. 353, όπου γίνεται και ανάλυση του παιγνίου.

ορθολογικοί παίκτες οι οποίοι γνωρίζουν τη συνάρτηση χρησιμότητας των αντιπάλων τους.

1.1.1 Λήψη απόφασης

Στη γενική περίπτωση η λήψη κάποιας απόφασης (**decision making**) λαμβάνεται κάτω από τέσσερις δυνατές συνθήκες:

- **Υπό βεβαιότητα** (under certainty). Συμβαίνει όταν κάθε επιλογή οδηγεί σε ένα γνωστό συγκεκριμένο αποτέλεσμα.
- **Υπό ρίσκο** (under risk). Συμβαίνει όταν κάθε επιλογή οδηγεί σε ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα, το οποίο όμως συμβαίνει με κάποια γνωστή και συγκεκριμένη πιθανότητα.
- **Υπό αβεβαιότητα** (under uncertainty). Συμβαίνει όταν κάθε επιλογή οδηγεί σε ένα γνωστό συγκεκριμένο αποτέλεσμα το οποίο όμως συμβαίνει με άγνωστη πιθανότητα.
- **Υπό συνδυασμό ρίσκου και αβεβαιότητας**. Συμβαίνει όταν υπάρχει σύγκρουση συμφερόντων ανάμεσα στους διάφορους λήπτες αποφάσεων (**decision makers**), και κανείς δεν είναι βέβαιος για το τι θα κάνει ο άλλος..

1.1.2 Τι είναι παίγνιο

Κάθε παίγνιο χαρακτηρίζεται από μια σειρά κινήσεων (μία ή και περισσότερες) κάθε παίκτη όταν έρθει η σειρά του. Οι έγκυρες κινήσεις καθορίζονται από τους κανόνες του παιχνιδιού. Όλες οι κινήσεις κάθε παίκτη από την αρχή έως και το τέλος του παιχνιδιού λέγονται στρατηγική (**strategy**).

Ο γράφος που αναπαριστά όλες τις δυνατές κινήσεις των παικτών από την αρχή έως το τέλος του ονομάζεται δένδρο του παίγνιου (**game tree**). Κάθε κόμβος του γράφου αποτελεί ένα σημείο λήψης μιας απόφασης από ένα παίκτη (**decision point**) ενώ κάθε κλαδί είναι μια κίνησή του (με βάση την απόφαση που έλαβε στον κόμβο) στο παιχνίδι. Όταν οι παίκτες σε κάθε χρονική στιγμή γνωρίζουν την ακριβή θέση τους στο δένδρο του παιχνιδιού τότε το παίγνιο είναι τέλει πληροφόρησης (**perfect information game**). Για κάθε παίγνιο, δύο παικτών με τέλεια πληροφόρηση, το πλήθος των κινήσεων των παικτών είναι πεπερασμένο, ενώ πλέον αναφερόμαστε σε πίνακα παίγνιου (**game table**). Το αποτέλεσμα ενός τέτοιου παιχνιδιού δεν εξαρτάται μόνο από τις κινήσεις ενός παίκτη, αλλά από τον συνδυασμό των κινήσεων και των δύο.

Σε παίγνια 2 κινήσεων οι τακτικές με τις οποίες κάνουν τις επιλογές τους οι ορθολογικοί παίκτες είναι:

- **Maxmin**: Ο παίκτης βρίσκει την επιλογή με την οποία μεγιστοποιεί τη δική του ελάχιστη δυνατή ανταμοιβή (maxmin) ανεξάρτητα της επιλογής του άλλου παίκτη.
- **Minmax**: Ο παίκτης βρίσκει την επιλογή με την οποία ελαχιστοποιεί τη μέγιστη δυνατή ανταμοιβή (minmax) του άλλου παίκτη

Όταν το maxmin είναι ίσο με το minmax τότε το αποτέλεσμα είναι γνωστό ως σημείο ισορροπίας (**saddle point**) και επιλέγεται από τους ορθολογικούς παίκτες όταν αυτοί εφαρμόζουν τη βέλτιστη τακτική. Όταν υπάρχει μια τέτοια λύση, τότε το παίγνιο βρίσκεται σε ισορροπία (**equilibrium** - δεν έχουν όλα τα παίγνια σημείο ισορροπίας). Όμως ενώ δεν έχουν όλα τα παίγνια θετικές ανταμοιβές για τους παίκτες, υπάρχουν στρατηγικές που μπορούν να εξασφαλίσουν μία ελάχιστη ανταμοιβή (θετική ή αρνητική).

1.1.3 Κατηγορίες παιγνίων και στρατηγικών

Τα παίγνια μπορούν να χωριστούν σε πολλές κατηγορίες, ανάλογα την θεώρηση και την οπτική που τα εξετάζουμε, ενώ ένα παίγνιο μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μία. Κάποιες από τις κατηγορίες μπορεί να είναι⁴:

1. Παίγνια όπου κάθε παίκτης μπορεί να παίξει μόνο μία φορά (**one shot games**), όπου το γνωστότερο εξ αυτών είναι το Δίλλημα του Φυλακισμένου (**The Prisoner's Dilemma**)⁵ ενώ σε άλλα υπάρχουν επαναλήψεις (**iterated/repeated games**). Ενώ στην πρώτη περίπτωση συνήθως κάθε παίκτης θα πρέπει να διαλέξει μία στρατηγική (**pure strategy**) όπου μπορεί να υπάρχει και επιθυμητό σημείο ισορροπίας, στη δεύτερη ο παίκτης σε κάθε επανάληψη μπορεί/πρέπει να αλλάξει τη στρατηγική του ανάλογα και με τις επιλογές των υπολοίπων παικτών (**mixed strategy**). Τα παίγνια που αφορούν τις χρηματοοικονομικές αγορές (financial markets) ανήκουν στη δεύτερη περίπτωση.
2. Παίγνια όπου έχει σημασία η σειρά με την οποία λαμβάνουν αποφάσεις οι παίκτες. Υπάρχουν τα παίγνια ταυτόχρονης κίνησης (**simultaneous-move game**) όπου κάθε παίκτης αποφασίζει χωρίς γνώση των αποφάσεων των άλλων παικτών (**The Prisoner's Dilemma**) ενώ σε άλλα ο παίκτης αποφασίζει αφού έχει παρατηρήσει τις κινήσεις των υπολοίπων παικτών (**sequential-move game**, π.χ. σκάκι).

Σε simultaneous-move, one-shot games, υπάρχει μία περίπτωση στην οποία στρατηγική που θα ακολουθήσει ένας παίκτης μπορεί να οδηγήσει στο υψηλότερο payoff ανεξάρτητα από τη στρατηγική του αντίπαλου. Αυτή η στρατηγική ονομάζεται dominant-strategy⁶. Μία άλλη στρατηγική είναι αυτή που ο παίκτης επιλέγει τη στρατηγική που οδηγεί στο υψηλότερο payoff δοθέντος ότι εξελίσσεται το χειρότερο δυνατό σενάριο για αυτόν (secure scenario)⁷. Ένα σύνολο στρατηγικών αποτελεί Ισορροπία κατά Nash (**Nash equilibrium**) εάν, *δοθέντος των στρατηγικών των υπολοίπων παικτών, κανένας παίκτης δεν μπορεί να βελτιώσει το δικό του payoff, αλλάζοντας μονομερώς τη δική του στρατηγική, και αναπαριστά την κατάσταση όπου κάθε παίκτης κάνει το καλύτερο δυνατό δοθέντος του τι κάνουν οι υπόλοιποι παίκτες*⁸.

3. Παίγνια όπου οι παίκτες συνεργάζονται, λαμβάνοντας αποφάσεις από κοινού, ώστε να οδηγηθούν σε Nash equilibrium (**coordination games**)⁹.
4. Παίγνια όπου οι παίκτες εφαρμόζουν μεικτές ή τυχαίες στρατηγικές (**mixed/randomized strategy games**), όπου ο παίκτης επιλέγει ανάμεσα στις διαθέσιμες επιλογές του, με τέτοιο τρόπο ώστε να μην επιτρέψει στους άλλους παίκτες να προβλέψουν τις κινήσεις του.
5. Παίγνια όπου οι παίκτες παίζουν συνεχώς επαναλαμβανόμενα (**Infinitely repeated games**) κατά την πορεία του χρόνου (σχεδόν για πάντα). Σε κάθε επανάληψη του παιγνίου οι παίκτες λαμβάνουν τα αντίστοιχα payoff. Υποκατηγορία αυτών των παιγνίων είναι τα Trigger Strategy Games. Στην συγκεκριμένη στρατηγική ο παίκτης εξαρτά την επόμενη κίνησή του από τις προηγούμενές του (εκτελεί την ίδια ενέργεια), και κατά την οποία όμως μία απόφαση στο παρελθόν δίνει το έναυσμα

⁴ [9], σελ. 352-353

⁵ [1], σελ. 17-19.

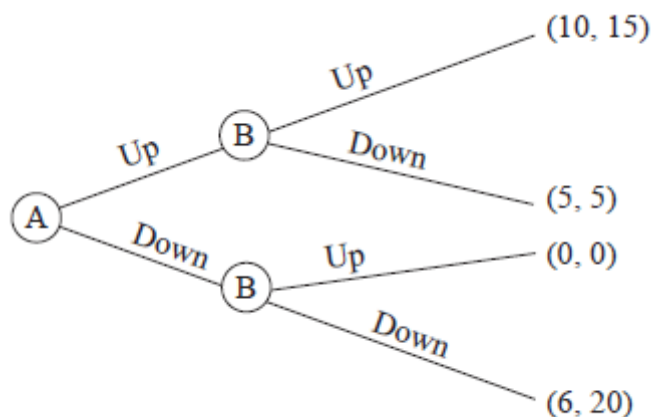
⁶ Στο Πίνακα 1-1, ο παίκτης A έχει ως dominant strategy την στρατηγική Up.

⁷ Στο Πίνακα 1-1, ο παίκτης B έχει ως secure strategy την στρατηγική Right.

⁸ Στο Πίνακα 1-1, οι στρατηγικές που οδηγούν σε Nash equilibrium είναι Up για τον παίκτη A, και Left για τον παίκτη B. Πολλές φορές μπορεί να υπάρχουν πολλά τέτοια σημεία ισορροπίας.

⁹ [9], σελ. 359

- (triggering) για να πάρει ο παίκτης μία διαφορετική απόφαση και να αλλάξει την ενέργεια που εκτελεί¹⁰.
6. Παίγνια τα οποία περιλαμβάνουν ένα συγκεκριμένο αριθμό (πεπερασμένο) επαναλήψεων (**finitely repeated games**), δηλαδή παίγνια που φτάνουν σε ένα τέλος. Περιλαμβάνουν:
 - a. Παίγνια στα οποία είναι αβέβαιο το πότε ολοκληρώνονται (uncertain final period).
 - b. Παίγνια στα οποία είναι γνωστό το πότε ολοκληρώνονται (known final period). Σε αυτή την περίπτωση οι παίκτες αντιμετωπίζουν το πρόβλημα του «Τέλος της περιόδου», όπου ανεξάρτητα του τι έχει γίνει μέχρι την προτελευταία κίνηση στο παίγνιο, η τελευταία τους κίνηση αντιμετωπίζεται ως one-shot game.
 7. Παίγνια πολλαπλών σταδίων (Multistage games), όπου οι παίκτες λαμβάνουν αποφάσεις σε ακολουθία και όχι ταυτόχρονα και οι χρονισμός είναι πολύ σημαντικός. Αυτά τα παίγνια περιγράφονται από ένα γράφο επεκταμένης μορφής (**extensive-form**) που αναπαριστά συνοπτικά τους παίκτες, τις πληροφορίες που τους είναι διαθέσιμες σε κάθε στάδιο, τις στρατηγικές που είναι διαθέσιμες, η ακολουθία των κινήσεων και τα payoff που προκύπτουν από τις εναλλακτικές στρατηγικές. Ενδεικτικά παρουσιάζεται ο ακόλουθος γράφος.



Εικόνα 1-1 Sequential Move game σε Extensive Form¹¹

1.2 Ορισμοί και Βασικές Έννοιες των Χρηματοπιστωτικών Αγορών

Ο χώρος των επενδύσεων σε **Χρηματοπιστωτικές Αγορές (Financial Markets)** είναι ένα πεδίο που προσφέρεται για ανάλυση μέσω της Θεωρίας Παιγνίων. Ο βασικός λόγος για την οποίο κάποιος επενδύει είναι για να αποκομίσει κάποιο οικονομικό/χρηματικό όφελος¹², και ανάλογα με τον επενδυτικό κίνδυνο (**risk**) που είναι διατεθειμένος να αναλάβει συνήθως υιοθετεί αντίστοιχη στρατηγική και αγοράζει αντίστοιχα προϊόντα. Ενδεικτικά:

¹⁰ [9], σελ. 363

¹¹ [9], σελ. 376 για μια αναλυτική περιγραφή.

¹² Υπάρχουν και οι εξαιρέσεις όπου οι επενδύσεις γίνονται ως μέρος στρατηγικής για φορο-αποφυγή μέσω εικονικών απωλειών ("paper" losses) ([1], σελ. 30).

Πίνακας 1-2 Βασικές κατηγορίες Επενδυτών - Επενδύσεων

Είδος Επενδυτή	Είδος Επένδυσης	Στόχος Κέρδους (profit)	Χρονικός Ορίζοντας	Είδος Ρίσκου
Ανάληψης Χαμηλού Κινδύνου	Κυβερνητικά Ομόλογα Λήξης. Προθεσμιακές Καταθέσεις	Κουπόνι Ομολόγου Επιτόκιο Κατάθεσης	Μακροπρόθεσμος	Κρατική/Τραπεζική Χρεωκοπία
Ανάληψης Μεσαίου Κινδύνου	Μετοχές υψηλής κεφαλαιοποίησης (Blue Chips ¹³)	Μερίσματα σε μακροχρόνια βάση. Η θετική πορείας της μετοχής είναι μια επιθυμητή αλλά όχι βασική παράμετρος επιλογής.	Μακροπρόθεσμος	Αρνητική Πορεία Μετοχής, Εταιρική Χρεωκοπία
	Αμοιβαία Κεφάλαια ^{14,15}	Μέσο επιτόκιο της αγοράς (average rate of return)	Μακροπρόθεσμος / Μεσοπρόθεσμος	Μέσος κίνδυνος αγοράς/αγορών που επενδύουν.
Ανάληψης Υψηλού Κινδύνου	Μετοχές, Παράγωγα Χρηματιστηριακών προϊόντων	Μεταβολή τιμής του προϊόντος	Βραχυπρόθεσμος (ώρες, μέρες, εβδομάδες)	Αρνητική μεταβολή τιμής του προϊόντος

Ανάλογα με το επιθυμητό κίνδυνο που αναλαμβάνεται, οι συμμετέχοντες χωρίζονται σε **Επενδυτές (Investors)** που στοχεύουν σε ένα προκαθορισμένο και προβλεπόμενο ποσοστό απόδοσης (**rate of return**) που έχει σχέση με τις συνθήκες της αγοράς (π.χ. πληθωρισμό) και σε **Κερδοσκόπους (Speculators)** που το κέρδος τους προέρχεται από τη μεταβολή των τιμών των προϊόντων.

Η επένδυση και η κερδοσκοπία αποτελούν τα δύο άκρα, ανάμεσα στα οποία βρίσκονται οι συμμετέχοντες. Για όλους (ειδικά όμως για τους speculators) είναι σημαντικό πριν από οποιαδήποτε επιλογή τους να καθορίσουν ποσοτικά (απόλυτα ή ποσοστιαία) το ποσό χρημάτων που είναι διατεθειμένοι να χάσουν (**loss**) από την εξέλιξη της επιλογής τους, σε περίπτωση που αυτή κινηθεί αντίθετα με την προσδοκία/πρόβλεψή τους¹⁶. Συνήθως αυτό το ποσό δεν έχει σχέση με το απόλυτο ποσό αλλά σχετίζεται από το ποσοστό του σε σχέση είτε με τη συνολική οικονομική εικόνα του παίκτη είτε με το συνολικό ποσό που είναι διατεθειμένος να επενδύσει. Ομοίως υπάρχει και η άποψη ότι για κάθε επιλογή θα πρέπει να τίθεται συγκεκριμένος στόχος κέρδους, τον οποίο όταν τον επιτύχουμε θα πρέπει να ρευστοποιούμε την επένδυση.

Ως γενική αρχή μπορεί θεωρηθεί ότι η γενική πορεία της αγοράς καθορίζεται από τα θεμελιώδη δεδομένα της αγοράς (πληθωρισμός, ανάπτυξη μιας χώρας, πολιτική

¹³ [https://en.wikipedia.org/wiki/Blue_chip_\(stock_market\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Blue_chip_(stock_market))

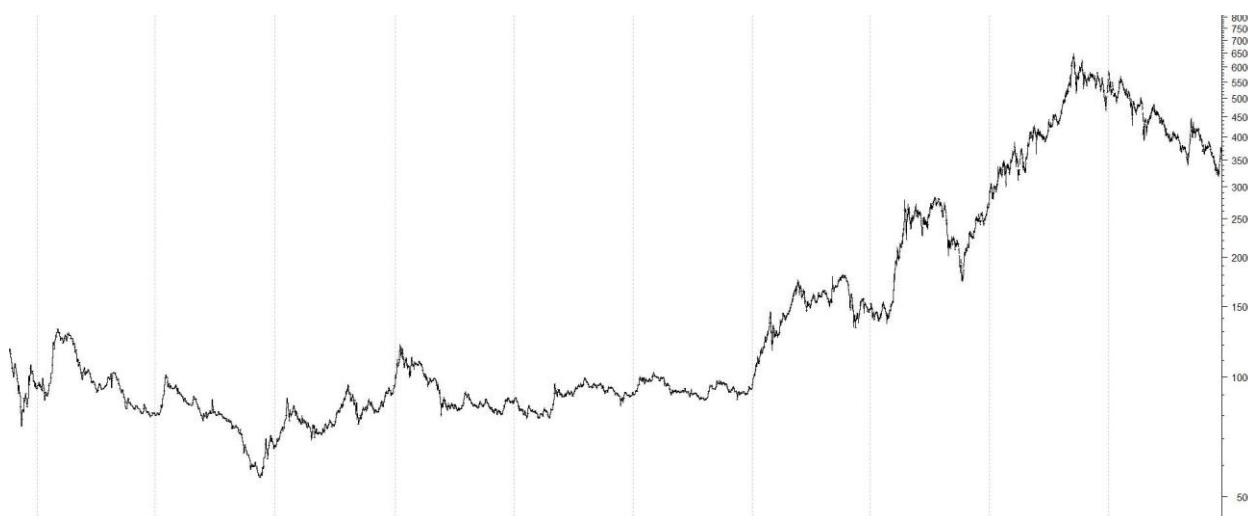
¹⁴ <http://www.investopedia.com/terms/m/mutualfund.asp?lgl=rira-baseline-vertical>

¹⁵ Υπάρχουν πολλά είδη αμοιβαίων κεφαλαίων, ανάλογα στο που επενδύουν (καταθέσεις, ομόλογα, μετοχές) και στο ρίσκο που αναλαμβάνουν (αναλογία επενδύσεων, επιλογή μετοχών με αμυντικά ή επιθετικά χαρακτηριστικά, επιλογή κρατικών ομολόγων με χαμηλή ή υψηλή πιστοληπτική ικανότητα, κλπ).

¹⁶ Συνήθως αυτή είναι η βασική διαφορά ανάμεσα στους ερασιτέχνες και επαγγελματίες παίκτες ("παίκτες" με την έννοια της συμμετοχής στο παίγνιο των financial markets).

σταθερότητα, ψυχολογία της αγοράς...) η ακριβής όμως διακύμανση των τιμών είναι αβέβαιη. Φυσικά υπάρχουν και απρόβλεπτα γεγονότα (**Black Swans**¹⁷) τα οποία είναι έξω από κάθε δυνατότητα πρόβλεψης, τουλάχιστον σε επίπεδα που θα μπορούσαν να είναι αξιοποιήσιμα από ένα επενδυτή (1987 Crash¹⁸, 2008 Lehman Brothers¹⁹).

Για την πρόβλεψη της αγοράς έχουν προταθεί και εφαρμόζονται διάφορες μεθοδολογίες (ενδεικτικά Dow Theory²⁰, Technical Analysis tools²¹, Elliott wave theory²², Gann theory²³, ...) χωρίς προφανώς καμία να μπορεί να κάνει τις απόλυτα σωστές προβλέψεις. Αντιθέτως ενώ μπορεί να παρουσιάζουν ικανοποιητική απόδοση για συγκεκριμένες αγορές σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, υπάρχουν αντίστοιχα διαστήματα στα οποία οδηγούν σε μεγάλες απώλειες. Γενικά το παρελθόν (που οδήγησε στη λήψη της απόφασης) δεν έχει σημασία από τη στιγμή που ελήφθη η απόφαση, και το μόνο που ενδιαφέρει είναι η μελλοντική κίνηση της αγοράς.



Εικόνα 1-2 Πορεία Γενικού Δείκτη ΧΑΑ από το 1990 έως και το 2000

Όπως βλέπουμε και στην παραπάνω εικόνα (Εικόνα 1-2) η πορεία του ΓΔ του ΧΑΑ από το 1990 έως και το 2000 ενώ ήταν έντονα ανοδική εντούτοις είχε πολλά και βαθιά βυθίσματα. Ανάλογα λοιπόν με το χρονικό σημείο εισόδου, το αναλαμβανόμενο ρίσκο και το επιθυμητό κέρδος ήταν πιθανό πολλοί συμμετέχοντες παρότι αγόρασαν μετοχές σε μια ανοδική αγορά να είχαν ζημιές στην επένδυσή τους (απώλειες κεφαλαίου).

1.3 Συσχέτιση μεταβολής τιμών και ανάληψης ρίσκου

Από την στιγμή που έχει ληφθεί η επενδυτική απόφαση το εάν αυτή θα οδηγήσει σε κέρδος ή ζημιά εξαρτάται α) από την συσχέτιση της μεταβολής της τιμής του προϊόντος και β) του επιθυμητού αναλαμβανόμενου ρίσκου από τον επενδυτή. Οι έννοιες “less risk”, “more risk”, “profit” αντιστοιχούν σε συγκεκριμένες τιμές του προϊόντος. Ο επενδυτής διατηρεί το προϊόν στην κατοχή έως ότου η διακύμανση της τιμής την

¹⁷ Taleb, Nassim Nicholas. “Ο μαύρος κύκνος: Ο αντίκτυπος του εξαιρετικά απρόβλεπτου”, 2010, ISBN 978-960-9513-00-5

¹⁸ <http://www.thebubblebubble.com/1987-crash/>

¹⁹ <http://www.investopedia.com/articles/economics/09/lehman-brothers-collapse.asp?lgl=rira-baseline-vertical>

²⁰ <http://www.investopedia.com/university/dowtheory/?lgl=rira-baseline-vertical>

²¹ https://en.wikipedia.org/wiki/Technical_analysis

²² <http://www.elliottwave.com/Free-Reports/Introduction-to-the-Wave-Principle>

²³ <http://www.investopedia.com/articles/trading/08/gann-indicator.asp?lgl=rira-baseline-vertical>

οδηγήσει σε ένα από αυτούς τους τρεις στόχους (**price target**²⁴). Οπότε είναι εξαιρετικά σημαντικό οι τρεις αυτές τιμές να καθοριστούν με βάση ρεαλιστικούς στόχους. Ενδεικτικά οι τιμές θα μπορούσαν να οριστούν όπως στην ακόλουθη εικόνα, δοθέντος φυσικά και του σημείου εισόδου του επενδυτή στην αγορά (entry point):



Εικόνα 1-3 Ορισμός τιμών Less Risk, More Risk, Profit target

1.4 Εφαρμογές της Θεωρίας Παιγνίων στο Χρηματιστήριο

Η θεωρία παιγνίων προσφέρει πολλές επιλογές για τον τρόπο προσέγγισης της χρηματιστηριακής αγοράς. Ανάλογα με την προσέγγιση που θα επιλεγεί και θα θεωρηθεί κατάλληλη για την απεικόνιση της σχέσης επενδυτή-αγοράς, προκύπτει και διαφορετική μοντελοποίηση αυτής της σχέσης. Ακολουθώντας παρουσιάζονται κάποιες εκ των προσεγγίσεων οι οποίες και θα αναλυθούν στα επόμενα κεφάλαια.

1.4.1 Παίγνια ενάντια στη φύση

Οι οντότητες που συμμετέχουν σε ένα παίγνιο δεν είναι αναγκαστικά άνθρωποι. Μπορεί να είναι μόνο επιχειρήσεις ή κάποιος άνθρωπος απέναντι σε κάποια επιχείρηση. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις όπου κάποιος (ή και όλοι) οι παίκτες δεν είναι σκεπτόμενες οντότητες. Αυτά τα παίγνια είναι γνωστά ως **παίγνια ενάντια στη φύση (games against nature**²⁵) ή στα **φυσικά φαινόμενα (natural phenomena or state of nature)**. Ο ένας παίκτης καλείται να επιλέξει κάποια από τις διαθέσιμες επιλογές, ενώ το αποτέλεσμα εξαρτάται από το state of nature που θα επικρατήσει μετά την επιλογή του. Συνήθως ο παίκτης ξέρει όλες τις δυνατές καταστάσεις της φύσης αλλά δεν έχει καθόλου γνώση για την πιθανότητα να συμβεί κάποια από αυτές.

²⁴ Για τον υπολογισμό του πιθανού κέρδους/απώλειας θα πρέπει να συνυπολογιστούν και οι προμήθειες, φόροι κλπ που χρεώνονται στις κινήσεις (αγορές/πωλήσεις) των επενδυτών.

²⁵ Στην περίπτωση των financial markets: nature=market.

Από τη στιγμή που ο συμμετέχων κάνει την τοποθέτησή του στην αγορά²⁶, μπορεί απλά να περιμένει την κίνηση της αγοράς. Το ποια θα είναι αυτή, δεν εξαρτάται καθόλου πλέον από τον επενδυτή. Ουσιαστικά «αντίπαλός» του επενδυτή είναι η αγορά, και το παίγνιο είναι παίγνιο ενάντια στη φύση.

Ως **Εναντίωση της Αγοράς (Market Adversity)** ορίζουμε την αντίθεση που έχει η κίνηση της αγοράς ως προς την επιδίωξη του κέρδους από τον επενδυτή. Με βάση αυτό τον ορισμό έχουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις²⁷:

- Η αγορά μετά την είσοδο του επενδυτή οδηγείται πρώτα στο Profit target χωρίς να φτάσει στο επίπεδο Less Risk ή More Risk. Σε αυτή την περίπτωση η κίνηση της αγοράς ορίζεται ως **Zero Adversity**.
- Η αγορά μετά την είσοδο του επενδυτή οδηγείται πρώτα στο επίπεδο τιμών Less Risk, χωρίς να φτάσει στο επίπεδο More Risk, και κατόπιν οδηγείται στο επίπεδο Profit target. Αν ο επενδυτής έχει αποδεχτεί λίγο ρίσκο (Less Risk) τότε θα έχει μικρές απώλειες. Αν όμως ο επενδυτής έχει αποδεχτεί μεγαλύτερο ρίσκο (More Risk) τότε τελικά θα έχει κέρδος! Σε αυτή την περίπτωση η κίνηση της αγοράς ορίζεται ως **Moderate Adversity**.
- Η αγορά μετά την είσοδο του επενδυτή οδηγείται στο επίπεδο τιμών More Risk (δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον η μετέπειτα πορεία της). Αν ο επενδυτής έχει αποδεχτεί λίγο ρίσκο (Less Risk) τότε θα έχει μικρές απώλειες. Αν όμως ο επενδυτής έχει αποδεχτεί μεγαλύτερο ρίσκο (More Risk) τότε θα έχει μεγάλες απώλειες. Σε αυτή την περίπτωση η κίνηση της αγοράς ορίζεται ως **Major Adversity**.

Συμπεραίνουμε ότι στη σχέση επενδυτή-αγοράς (που είναι οι δύο παίκτες στο χρηματιστηριακό παίγνιο), υπάρχουν τρία δυνατά αποτελέσματα (profit, small loss, big loss), ο επενδυτής έχει δύο επιλογές (Less Risk, More Risk) και η αγορά έχει τρεις δυνατές επιλογές (states of nature²⁸): Zero - Moderate – Major Adversity. Η αγορά παίζει ταυτόχρονα το παίγνιο απέναντι σε όλους τους επενδυτές που έχουν τοποθετηθεί σε αυτή. Ο κάθε παίκτης δεν έχει αντίπαλο κάποιον άλλο επενδυτή, αλλά την αγορά. Ο στόχος της αγοράς στο παίγνιο είναι να υπάρχει τέτοια διακύμανση τιμών ώστε να είναι αδύνατον για τον επενδυτή να μπορέσει να καταλήξει σε ένα κερδοφόρο συνδυασμό αποδεκτού επιπέδου ρίσκου και προσδοκώμενου κέρδους. Το game table για το παίγνιο σε financial markets είναι το ακόλουθο:

²⁶ Αγορά ή πώληση κάποιου επενδυτικού προϊόντος

²⁷ Υποθέτουμε πάντα ότι ο επενδυτής θα κρατήσει τη θέση στην αγορά, έως ότου αυτή κινηθεί και φτάσει σε κάποια από τις τρεις τιμές στόχους.

²⁸ Μια σημαντική παράμετρος για να θεωρηθεί η αγορά ως nature είναι ότι κανένας επενδυτής μεμονωμένα (ή έστω μια ολιγομελής ομάδα επενδυτών) δεν μπορεί να επηρεάσει την πορεία της αγοράς με την ενέργειές του. Αυτό δεν ισχύει πάντα σε όλες τις περιόδους για μικρές αγορές (π.χ. η Ελληνική αγορά ΧΑΑ) ή για μεμονωμένα προϊόντα (π.χ. μετοχή συγκεκριμένης εταιρείας). Αντίθετα μεγάλες αγορές (π.χ. νομίσματα, χρηματιστήριο Νέας Υόρκης (Dow Jones)) που συγκεντρώνουν το ενδιαφέρον της παγκόσμιας επενδυτικής κοινότητας θεωρούμε ότι κινούνται με τη συνισταμένη των αποφάσεων όλων των επενδυτών και κανένας μεμονωμένα ή ως μικρή ομάδα δεν μπορεί να επηρεάσει την πορεία των τιμών.

Πίνακας 1-3 Game table για Financial Market (payoffs)

		Επενδυτής (Speculator)	
		More Risk	Less Risk
Αγορά (Market)	Zero Adversity	Profit	Profit
	Minor Adversity	Profit	Small Loss
	Major Adversity	Large Loss	Small Loss

1.4.2 Παίγνια μηδενικού αθροίσματος

Πολλές φορές στα παίγνια, το κέρδος ενός παίκτη είναι ακριβώς η ζημιά του άλλου. Αυτά είναι τα Παίγνια Μηδενικού Αθροίσματος (**Zero Sum Games** ή **strictly competitive**) και τέτοια είναι τα περισσότερα παιχνίδια αναψυχής (σκάκι, παιχνίδια τράπουλας, ποδόσφαιρο, κλπ). Επίσης πολλές χρηματοοικονομικές αγορές είναι παίγνια Μηδενικού Αθροίσματος, με την έννοια ότι το κέρδος ενός παίκτη είναι η ζημιά του άλλου (π.χ. futures market). Στην πραγματικότητα βέβαια όταν ένας επενδυτής τοποθετείται στην αγορά, το εάν θα έχει κέρδος ή ζημιά δεν εξαρτάται από τι κάνει ο επενδυτής που έχει αντίθετη θέση, αλλά από το τι θα κάνει η αγορά (market) ως σύνολο. Με αυτή την οπτική κάθε επενδυτής δεν ανταγωνίζεται έναν άλλο επενδυτή αλλά την αγορά (market).

2. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ Ι: ΠΑΙΓΝΙΟ ΕΝΑΝΤΙΑ ΣΤΗ ΦΥΣΗ

Σε παίγνια δύο κινήσεων οι ορθολογικοί παίκτες επιλέγουν την τακτική $\max\min$ και $\min\max$. Οπότε ο επενδυτής, που κάνει την πρώτη κίνηση, επιλέγει ($\max\min$) την στρατηγική Less Risk γιατί τότε το ελάχιστο είναι Small Loss²⁹, ενώ η αγορά θα επιλέξει ($\min\max$) την στρατηγική Major Adversity γιατί τότε το μέγιστο είναι Small Loss³⁰. Οπότε υπάρχει σημείο ισορροπίας, το οποίο οδηγεί τον επενδυτή σε Small Loss.³¹

Αυτό θα ήταν αληθές εάν η αγορά έπαιζε μόνο ενάντια σε έναν παίκτη (pure strategy game). Επειδή όμως η αγορά είναι απέναντι σε όλους τους επενδυτές, θα πρέπει οι τιμές να έχουν τέτοιες διακυμάνσεις ώστε όσο το δυνατόν περισσότεροι παίκτες να χάσουν όσο το δυνατόν περισσότερα χρήματα. Αυτό από την πλευρά του μεμονωμένου επενδυτή λαμβάνεται ως διαφοροποίηση της στρατηγικής της αγοράς κάθε φορά που ξεκινάει ένα παίγνιο. Οπότε η αγορά ακολουθεί μικτή στρατηγική (mixed strategy), όπως και οι επενδυτές οι οποίοι διαφοροποιούν τόσο το αναλαμβανόμενο ρίσκο όσο και το ποσό που επενδύουν σε κάθε επενδυτική τους επιλογή (παίγνιο).

2.1 Βασικές έννοιες του Μοντέλου

Οι πιθανότητες η αγορά να ακολουθήσει κάποια από τις τρεις δυνατές στρατηγικές ορίζονται ως ακολούθως:

Πίνακας 2-1 Market Adversity and Probabilities

<u>Probability</u>	<u>Market Adversity</u>
p_1	Minor Adversity
p_2	Major Adversity
$1-p_1-p_2$	Zero Adversity

Οι αντίστοιχες πιθανότητες για τις δύο δυνατές στρατηγικές του επενδυτή είναι:

Πίνακας 2-2 Investor Risk and Probabilities

<u>Probability</u>	<u>Investor Risk</u>
$q_1=q$	More Risk
$q_2=1-q$	Less Risk

Ο πίνακας του παιγνίου που αναπαριστά τις ανταμοιβές των παικτών, και σε αντιστοιχία με τον Πίνακα 1-3 είναι:

Πίνακας 2-3 Game table για Financial Market (payoffs)³²

		Επενδυτής (Speculator)	
		More Risk (q)	Less Risk (1-q)
Αγορά (Market)	Zero Adversity ($1-p_1-p_2$)	w	W
	Minor Adversity (p_1)	w	-x
	Major Adversity (p_2)	-y	-x

²⁹ Η επιλογή More Risk έχει ελάχιστο ίσο με Large Loss < Small Loss (οι τιμές είναι αρνητικές)

³⁰ Οι επιλογές Zero Adversity και Minor Adversity έχουν μέγιστο ίσο με Profit > Small Loss

³¹ Το παρών κεφάλαιο βασίζεται στη βιβλιογραφική αναφορά [1]: R.B. Shelton, "Gaming the Market", Wiley Trading Advantage, 1997, ISBN: 0-47-16813-0.

³² Είναι $w > -x > -y$

Από τον ανωτέρω πίνακα προκύπτει ότι η ανταμοιβή για τον επενδυτή είναι:

$$\begin{aligned} \text{payoff} &= q * ((1 - p_1 - p_2) * w + p_1 * w - p_2 * y) + (1 - q) * ((1 - p_1 - p_2) * w - p_1 * x - p_2 * y) \Rightarrow \\ \text{payoff} &= q * (p_1 * (w + x) + p_2 * (x - y)) + (w - p_1 * (w + x) - p_2 * (w + x)) \end{aligned} \quad (\text{Eq. 1})$$

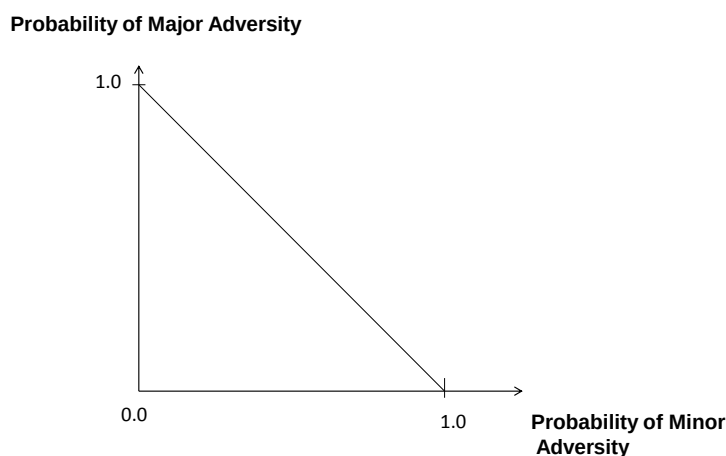
Από την εξίσωση Eq. 1 παρατηρούμε ότι υπάρχουν δύο όροι:

$$\text{MoreRiskStrategy} \Rightarrow (p_1 * (w + x) + p_2 * (x - y)) \quad \text{TERM 1}^{33}$$

$$\text{LessRiskStrategy} \Rightarrow (w - p_1 * (w + x) - p_2 * (w + x)) \quad \text{TERM 2}$$

2.2 Επιλογή Στρατηγικής

Ο βασικός στόχος της ανάλυσης είναι να καθορίσουμε το πότε ο επενδυτής πρέπει να επιλέξει More Risk ή Less Risk ως στρατηγική, ουσιαστικά δηλαδή θα πρέπει να ποσοτικοποιηθεί η πιθανή απώλεια του επενδυτή. Οπότε το μοντέλο θα μελετήσει τις πιθανότητες που θα αφορούν τις πιθανές μεγάλες ή μικρές απώλειες του επενδυτή και οι οποίες συμβαίνουν κατά τα Major και Minor Adversity της αγοράς. Όπως φαίνεται και στο ακόλουθο σχήμα αθροιστικά οι πιθανότητες³⁴ p_1 και p_2 , δεν είναι δυνατόν να ξεπεράσουν αθροιστικά το 100%. Η γραμμή που συνδέει τα δύο ακρότατα των πιθανοτήτων σχηματίζει ένα τρίγωνο πιθανοτήτων (**probability triangle**) το οποίο περικλείει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς στρατηγικών της αγοράς σε Major και Minor Adversity.



Σχήμα 2-1 Probability Triangle

Η μέχρι τώρα ανάλυση έχει επικεντρωθεί σε αυτές τις περιπτώσεις όπου ο επενδυτής τοποθετείται στην αγορά. Εάν είναι γνωστό το πότε θα πρέπει να τοποθετηθεί στην αγορά ("Play") είναι γνωστό και το πότε να μην τοποθετηθεί ("Don't Play").

³³ Από την εξίσωση Eq. 1 προκύπτει ότι η στρατηγική More Risk, που αντιστοιχεί στην πιθανότητα q , σχετίζεται με το TERM1, ενώ η στρατηγική Less Risk στο TERM 2 (για $q=0$)

³⁴ Βλέπε Πίνακας 2-1

2.2.1 Επιλογή Less Risk

Η επιλογή Less Risk αφορά τη στρατηγική όπου ο επενδυτής έχει ένα μικρό Stop Loss. Ο επενδυτής καθορίζει τις τιμές των w και x σύμφωνα με τη προσωπική του θεώρηση για τον επιθυμητό λόγο ρίσκου/ανταμοιβής (**risk/reward**), ενώ η αγορά καθορίζει τις πιθανότητες p_1 και p_2 , ορίζοντας έτσι τους παράγοντες του όρου *TERM 2*. Εάν ο όρος *TERM 2* είναι θετικός τότε ο επενδυτής θα έχει κέρδος, αλλιώς θα έχει ζημιά. Οπότε:

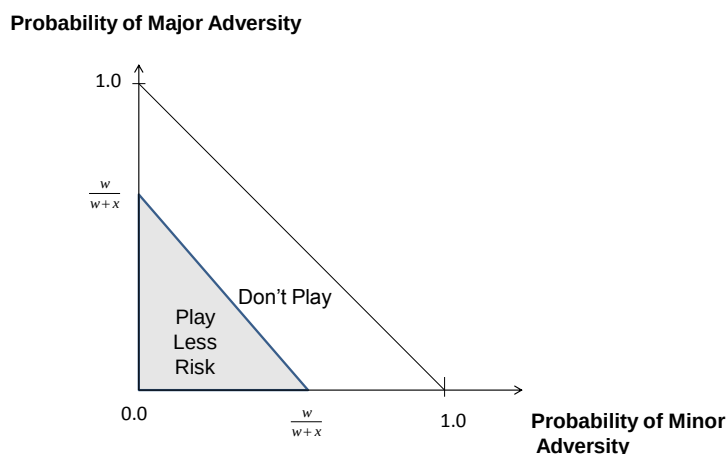
$LessRiskStrategy > ZERO \Rightarrow$

$$(w - p_1 * (w + x) - p_2 * (w + x)) > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{w}{w + x} > p_1 + p_2 \quad (\text{Eq. 2})$$

Παρατηρούμε ότι εάν $p_1=0$ τότε $\frac{w}{w + x} > p_2$ και αντίστοιχα εάν $p_2=0$ τότε $\frac{w}{w + x} > p_1$.

Από την εξίσωση Eq. 2 προκύπτει το ακόλουθο τρίγωνο πιθανοτήτων (**Probability Triangle**).



Σχήμα 2-2 Probability Triangle (Less Risk)

Στο ανωτέρω σχήμα η σκιασμένη περιοχή είναι η λύση της εξίσωσης Eq. 2 ως προς τα p_1 και p_2 . Σε αυτή την περιοχή οι στρατηγικές που ακολουθεί η αγορά θα οδηγήσουν τον επενδυτή σε κέρδος³⁵.

2.2.2 Επιλογή More Risk

Από Πίνακα 2-3 προκύπτει ότι η επιλογή More Risk είναι επιθυμητή μόνο όταν η αγορά επιλέγει ως στρατηγική την Minor Adversity³⁶. Στη στρατηγική Zero Adversity τόσο η More όσο και η Less Risk στρατηγική του επενδυτή οδηγεί στο ίδιο ακριβώς κέρδος (w),

³⁵ Για συγκεκριμένα w και x , τα οποία εξαρτώνται από τον επενδυτή. Επίσης δεν σημαίνει ότι κάθε επενδυτική κίνηση θα είναι κερδοφόρα, αλλά ότι σε βάθος χρόνου τα κέρδη θα είναι περισσότερα από τις απώλειες. Επειδή το παίγνιο είναι iterated οι λύσεις που επιζητούμε είναι πιθανοθεωρητικές.

³⁶ Επειδή ισχύει $w > -x$.

ενώ στην περίπτωση του Major Adversity είναι επιθυμητό να επιλέξει ο επενδυτής την επιλογή Less Risk γιατί οδηγεί σε μικρότερες απώλειες.

2.2.2.1 Minor Adversity

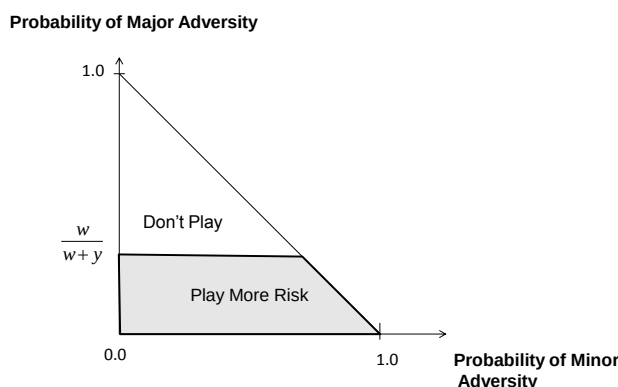
Σε περίπτωση που η αγορά έχει επιλέξει τη στρατηγική Minor Adversity ο επενδυτής θα πρέπει να κάνει κίνηση όταν $TERM1 > |TERM2|$, δοθέντος ότι $TERM2 < 0$, ενώ σε περίπτωση που $TERM1 < |TERM2|$ δεν θα πρέπει να προβεί σε κάποια κίνηση. Η διαχωριστική γραμμή που ορίζει την επενδυτική επιλογή δίνεται από την

$$TERM1 > |TERM2| \Rightarrow^{37}$$

$$(w+x) * p_1 - (y-x) * p_2 > -w + (w+x) * p_1 + (w+x) * p_2 \Rightarrow$$

$$p_2 < \frac{w}{w+y} \quad (\text{Eq. 3})$$

Οπότε σε αυτή την περίπτωση ο επενδυτής μπορεί να επιλέξει τη στρατηγική More Risk, ενώ σε άλλη περίπτωση θα πρέπει να απέχει από την αγορά. Επίσης σε αυτή τη στρατηγική δεν λαμβάνεται υπόψη καθόλου η πιθανότητα p_1 . Το αντίστοιχο Probability Triangle παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα:



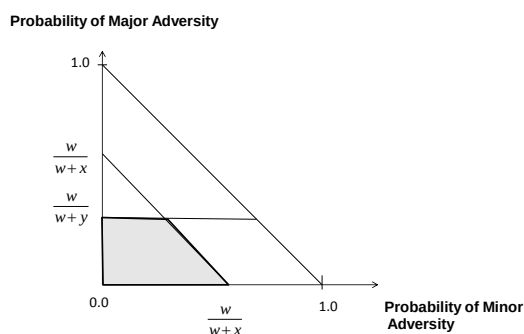
Σχήμα 2-3 Probability Triangle (More Risk – Minor Adversity)

2.2.3 Το ολοκληρωμένο μοντέλο

Από το Σχήμα 2-2 και το Σχήμα 2-3 παρατηρούμε ότι υπάρχει μία τομή/επικάλυψη ανάμεσα στις δύο στρατηγικές, η οποία δεν επιτρέπει να καταλήξουμε για το πότε πρέπει να επιλέξουμε Less ή More Risk³⁸.

³⁷ Στην περιπτώσή μας $TERM 1 > - TERM 2$

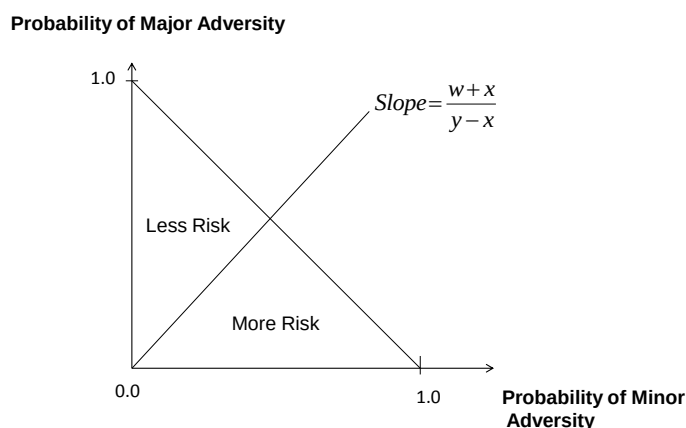
³⁸ Η αμφιβολία έγκειται στην επιλογή τακτικής όταν είμαστε στην τομή των στρατηγικών.



Σχήμα 2-4 Probability Triangle (Less/More Risk overlap)

Για να έχουμε $TERM1 \geq 0 \Rightarrow (w+x) * p_1 - (y-x) * p_2 \geq 0 \Rightarrow p_2 \leq \frac{w+x}{y-x} * p_1$ ³⁹ (Eq. 4)

Ο παράγοντας $\frac{w+x}{y-x}$ είναι η κλίση (slope⁴⁰) της γραμμής της Eq. 4 και έχει φορά προς τα πάνω, από τα αριστερά προς τα δεξιά, γιατί έχει πάντα θετική τιμή⁴¹. Οπότε για όσα σημεία είναι κάτω από τη γραμμή κλίσης ο επενδυτής επιλέγει More Risk και Less Risk στην αντίθετη.



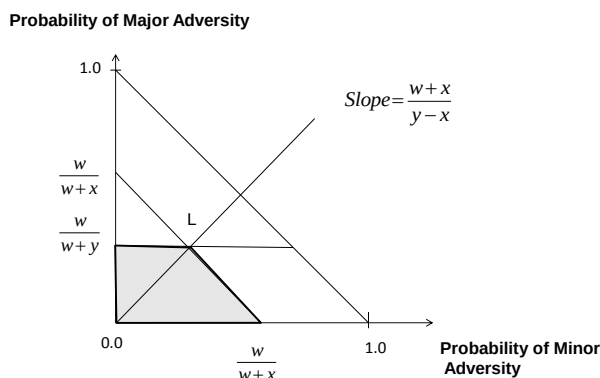
Σχήμα 2-5 Probability Triangle: Less Risk vs More Risk

Κατόπιν οφείλουμε να τοποθετήσουμε όλα τα δεδομένα μαζί, οπότε οδηγούμαστε στο ακόλουθο σχήμα.

³⁹ Εάν δεν υπήρχε και το σημείο της ισότητας, τότε για $p_1=0$ θα έπρεπε $p_2 < 0$, κάτι που είναι αδύνατον, οπότε θα πρέπει να θεωρήσουμε, αξιωματικά, ότι τότε και $p_2=0$ (σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ότι η πιθανότητα Zero Adversity είναι 1). Σε περίπτωση που θεωρήσουμε ότι πάντα $p_1 > 0$ τότε μπορεί να αφαιρεθεί το σημείο της ισότητας, με $p_2 > 0$.

⁴⁰ <https://en.wikipedia.org/wiki/Slope>

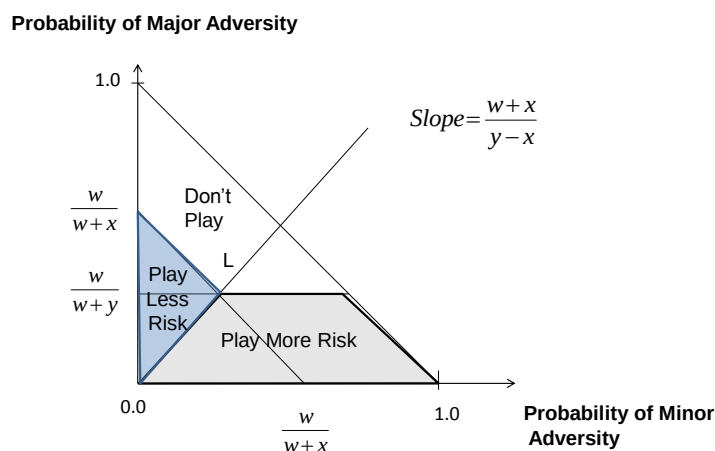
⁴¹ Είναι $y > x$, εξ ορισμού των y, x . Οπότε ο παρονομαστής είναι πάντα θετικός. Το ίδιο και ο αριθμητής ως άθροισμα δύο θετικών.



Σχήμα 2-6 Probability Triangle: Combined Results

Το επόμενο που πρέπει να ορίσουμε είναι οι συντεταγμένες του σημείου L . Η οριζόντια συντεταγμένη είναι η $p_2 = \frac{w}{w+y}$, ενώ η κάθετη θα προκύψει από το γεγονός ότι στο σημείο L θα πρέπει $p_2 + p_1 = \frac{w}{w+x}$ και λύνοντας ως προς p_1 έχουμε:

$$p_1 = \frac{w^*(y-x)}{(w+x)^*(w+y)} \quad (\text{Eq. 5})$$



Σχήμα 2-7 Probability Triangle: The Complete Model

Από το ανωτέρω σχήμα, φαίνονται με διαφορετική σκίαση οι τακτικές τις οποίες πρέπει να ακολουθήσει ο επενδυτής ανάλογα με τις αντίστοιχες επιλογές της αγοράς. Το λευκό τμήμα του τριγώνου είναι η περιοχή στην οποία ο επενδυτής δεν πρέπει να προχωρήσει σε κάποια κίνηση.

Συνοψίζοντας το σημείο L έχει συντεταγμένες $(p_2, p_1) = (\frac{w}{w+y}, \frac{w^*(y-x)}{(w+x)^*(w+y)})$. Για να επιβεβαιώσουμε ότι και η ευθεία $Slope$ περνάει από το σημείο L , θα πρέπει να βρούμε

το σημείο από το οποίο περνάει για $p_1 = \frac{w^*(y-x)}{(w+x)*(w+y)}$. Από **Eq. 4** που καθορίζει την *Slope* έχουμε:

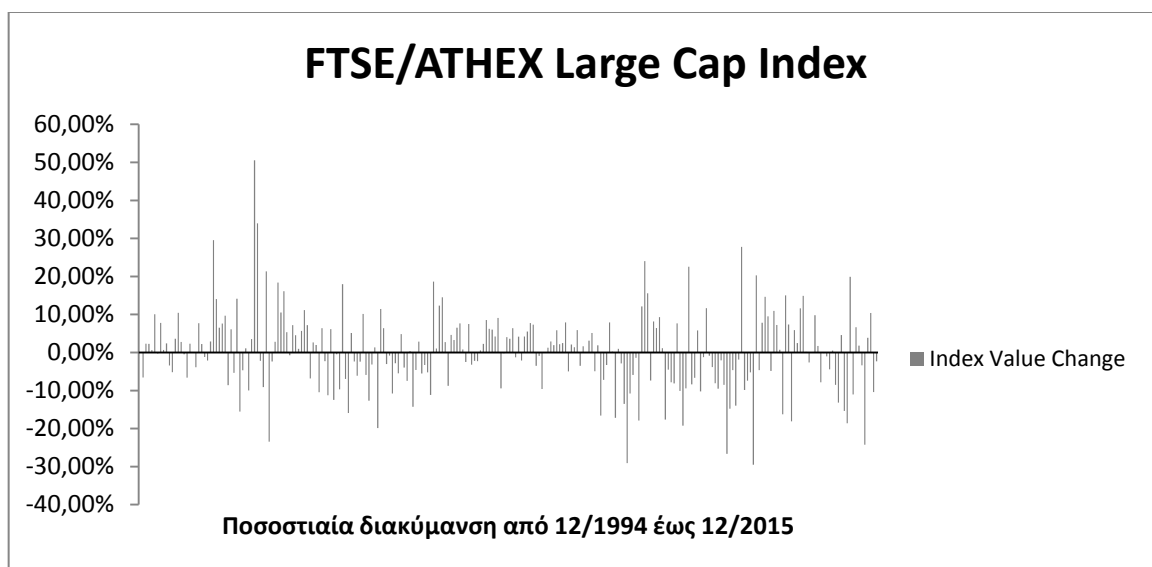
$$p_2 = \frac{w+x}{y-x} * p_1 \Rightarrow p_2 = \frac{w+x}{y-x} * \frac{w^*(y-x)}{(w+x)*(w+y)} \Rightarrow p_2 = \frac{w}{w+y}.$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι το σημείο *L* είναι μέρος της *Slope*.

2.3 Υπολογίζοντας τις πιθανότητες⁴²

Στην μέχρι τώρα ανάλυση δεν έχει γίνει κάποια αναφορά στον υπολογισμό των πιθανοτήτων (p_1, p_2), παρότι οι κινήσεις του επενδυτή οφείλουν να γίνονται με βάση τις τιμές που αυτές έχουν⁴³. Οι μεταβολές των τιμών των επενδυτικών προϊόντων, και ειδικότερα τα ποσοστά των μεταβολών, τους ακολουθούν την κανονική κατανομή. Θα επικεντρωθούμε στη μελέτη ενός δείκτη του ΧΑΑ και συγκεκριμένα του FTSE/ATHEX Large Cap Index⁴⁴.

Στο Παράρτημα Ι, παρουσιάζονται τα μηνιαία κλεισίματα του δείκτη για το διάστημα 12/1994 – 12/2015, τα οποία περιλαμβάνουν εκτός της τιμής του δείκτη στο τέλος του μήνα και την μεταβολή του σε σχέση με τον αμέσως προηγούμενο. Στο ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζονται μόνο τα ποσοστά μεταβολής του.



Διάγραμμα 2-1 Ποσοστιαία μεταβολή του δείκτη FTSE/ATHEX LCI 1994-2015

Ακολουθώντας θα πρέπει να επιβεβαιώσουμε ότι τα δεδομένα όντως ακολουθούν την κανονική κατανομή (όπως είναι και η υπόθεση). Αρχικά δημιουργούμε ένα πίνακα με την κατανομή των μεταβολών του δείκτη σε διάφορα διαστήματα. Στο παράδειγμα μας, τα διαστήματα έχουν εύρος 3%⁴⁵ (με κέντρο την τιμή 0).

⁴² [1], κεφ. 5., σελ. 76-99.

⁴³ Τονίζεται ότι το μοντέλο δεν «εξασφαλίζει» επιτυχία σε κάθε παίγνιο (trade), αλλά ότι μετά από μια σειρά όμοιων παιγνίων (class of trades) το τελικό αποτέλεσμα, με βάση τις πιθανότητες, θα είναι θετικό. Ως class of trades ορίζουμε τα παίγνια που έχουν ίδια w, y, x, p_1, p_2 .

⁴⁴ <http://www.ftse.com/products/indices/ATHEX>

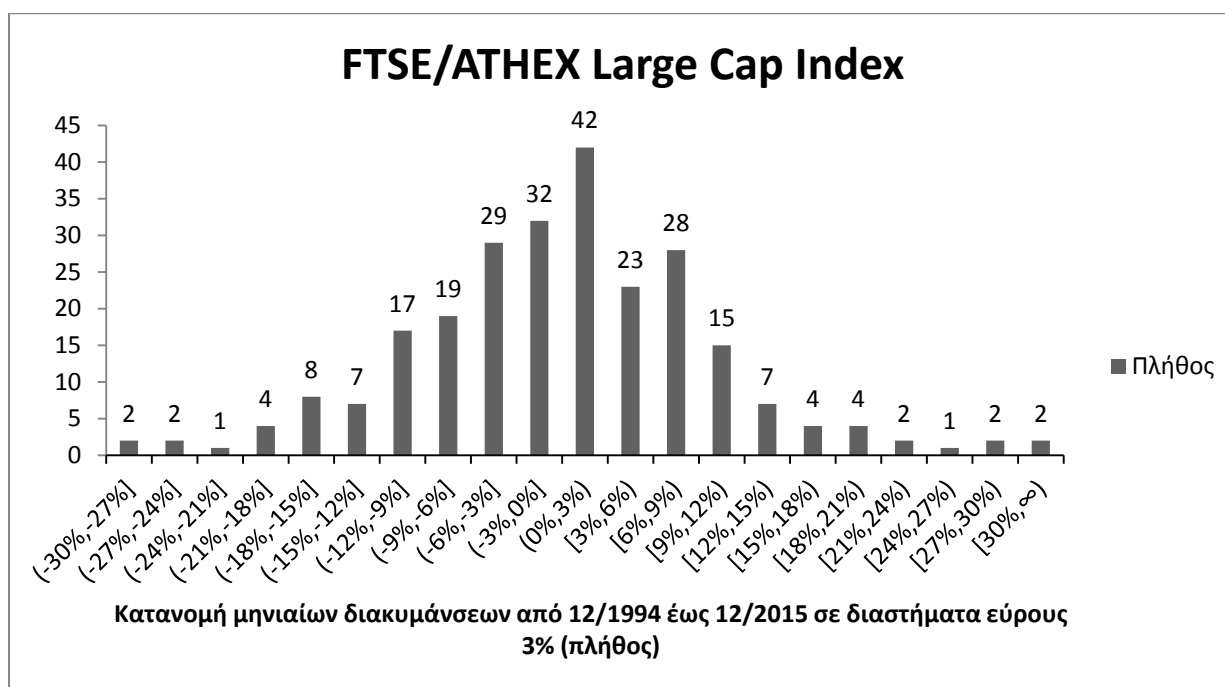
⁴⁵ Θα ήταν ίσως επιθυμητό ανάλογα με την αναγκαία λεπτομέρεια της ανάλυσης, το εύρος να ήταν μεγαλύτερο ή μικρότερο του 3%. Επίσης ίσως να είναι πιο ορθολογικό να μην υπάρχει η κατηγορία 0% που υπάρχει στο [1], κεφ. 5, σελ. 83, καθώς δεν προκύπτει ότι είναι εύρος αλλά απόλυτη τιμή (!).

Πίνακας 2-4 Κατανομή Ποσοστιαίων μεταβολών του δείκτη FTSE/ATHEX LCI σε εύρη του 3% (απόλυτες τιμές)

% Μεταβολή τιμής δείκτη	Συχνότητα (πλήθος μηνών στο εύρος)
[30%, ∞)	2
[27%,30%)	2
[24%,27%)	1
[21%,24%)	2
[18%,21%)	4
[15%,18%)	4
[12%,15%)	7
[9%,12%)	15
[6%,9%)	28
[3%,6%)	23
(0%,3%)	42
(-3%,0%]	32
(-6%, -3%]	29
(-9%, -6%]	19
(-12%, -9%]	17
(-15%, -12%]	7
(-18%, -15%]	8
(-21%, -18%]	4
(-24%, -21%]	1
(-27%, -24%]	2
(-30%, -27%]	2
(- ∞ , -30%]	0

Κατόπιν βλέπουμε το διάγραμμα με την κατανομή των μηνιαίων μεταβολών στα διάφορα διαστήματα, όπου όπως βλέπουμε ακολουθεί την κανονική κατανομή⁴⁶.

⁴⁶ Πολλές φορές τα αντίστοιχα διαγράμματα έχουν κλίση προς τις θετικές τιμές. Αυτό εξηγείται τόσο γιατί μακροχρόνια οι τιμές έχουν ανοδική κλίση λόγω πληθωρισμού, αύξηση παραγωγικότητας κλπ, όσο και στο γεγονός ότι οι πτώσεις έχουν έμφυτα πιο «γρήγορα» χαρακτηριστικά από τις ανόδους (π.χ. μια άνοδος 100% σε ένα δείκτη, αντισταθμίζεται με πτώση μόλις 50%, ή αντίστοιχα μια άνοδος 900% με μια πτώση της τάξης του 90%). Σε περίπτωση που το διάγραμμα ΔΕΝ ακολουθεί την κανονική κατανομή, τότε θεωρούμε ότι η συγκεκριμένη επένδυση δεν μπορεί να αναλυθεί με τη μέθοδο που περιγράφεται.

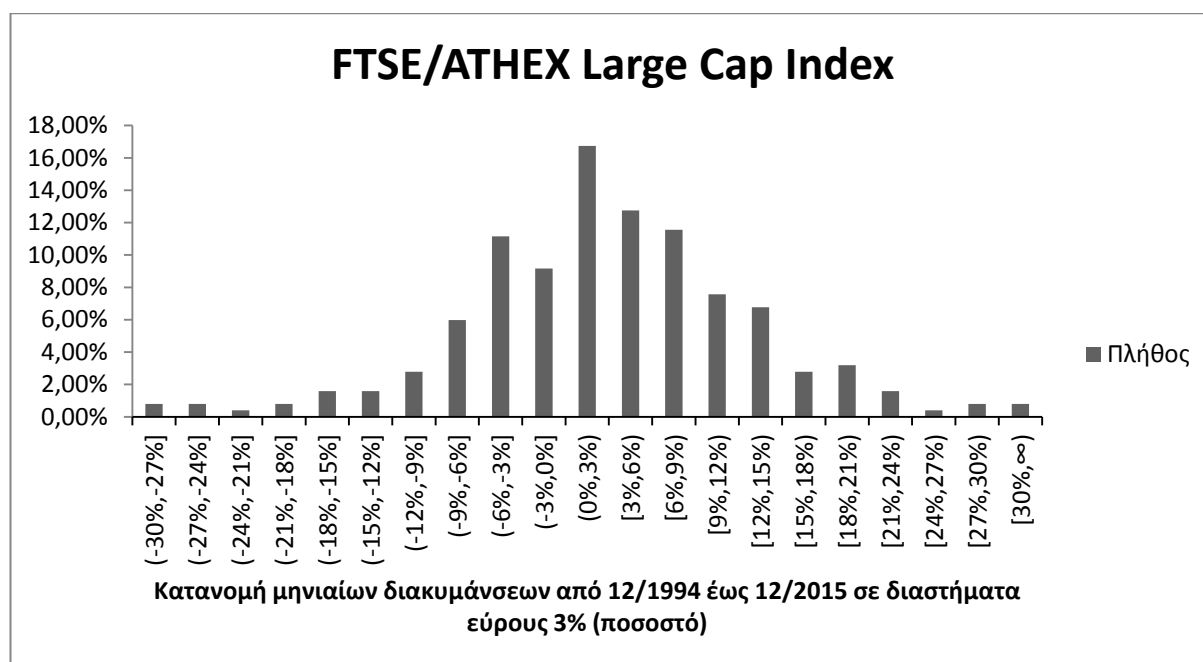


Διάγραμμα 2-2 Κατανομή μηνιαίων διακυμάνσεων του FTSE/ATHEX LCI (πλήθος)

Το επόμενο βήμα είναι να μετατρέψουμε την κατανομή μεταβολών του δείκτη σε πιθανότητες (ή πιο συγκεκριμένα σε σχετικές συχνότητες). Ο πίνακας και το διάγραμμα που προκύπτουν είναι ακριβώς τα ίδια με τα προηγούμενα αλλά έχουν διαφορετικές τιμές. Ακολουθούν ο αντίστοιχος πίνακας και το αντίστοιχο διάγραμμα.

Πίνακας 2-5 Κατανομή Ποσοστιαίων μεταβολών του δείκτη FTSE/ATHEX LCI σε εύρη του 3% (ποσοστό)

% Μεταβολή τιμής δείκτη	Συχνότητα (ποσοστό)
[30%, ∞)	0,80%
[27%, 30%)	0,80%
[24%, 27%)	0,40%
[21%, 24%)	0,80%
[18%, 21%)	1,59%
[15%, 18%)	1,59%
[12%, 15%)	2,79%
[9%, 12%)	5,98%
[6%, 9%)	11,16%
[3%, 6%)	9,16%
(0%, 3%)	16,73%
(-3%, 0%]	12,75%
(-6%, -3%]	11,55%
(-9%, -6%]	7,57%
(-12%, -9%]	6,77%
(-15%, -12%]	2,79%
(-18%, -15%]	3,19%
(-21%, -18%]	1,59%
(-24%, -21%]	0,40%
(-27%, -24%]	0,80%
(-30%, -27%]	0,80%
(-∞, -30%]	0%



Διάγραμμα 2-3 Κατανομή μηνιαίων διακυμάνσεων του FTSE/ATHEX LCI (ποσοστό)

2.3.1 Πιθανότητες Minor-Major Adversity

Με βάση τα προηγούμενα διαγράμματα είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τις πιθανότητες των Minor και Major Adversity. Η παραδοχή που κάνουμε είναι ότι ο επενδυτής επιλέγει ως επενδυτική κίνηση την αγορά ενός προϊόντος που ακολουθεί την κίνηση του δείκτη FTSE/ATHEX LCI⁴⁷. Έστω ότι ο επενδυτής ορίζει ως στόχο του κέρδους ένα 6%, ενώ ως Less και More Risk ορίζονται τα όρια -6% και -9%. Η πιθανότητα του να επιτευχθεί το επιθυμητό το κέρδος (τουλάχιστον 3%) είναι το άθροισμα όλων των πιθανοτήτων για κέρδος $\geq 3\%$, που σύμφωνα με τον Πίνακα 2-5, είναι 25,11%⁴⁸. Ομοίως, οι πιθανότητες για την περίπτωση Less Risk (-6%) είναι 23,91%, ενώ για More Risk (-9%) είναι 16,34%.

Πίνακας 2-6 Μεταβολές δείκτη FYSE/ATHEX LCI

	Τιμή	Διαφορά	Μεταβολή Δείκτη
	166,84	16,5	-9%
	172,34	11	-6%
	177,84	5,5	-3%
Αρχική Τιμή Δείκτη (τιμή αναφοράς)	183,34		0%
	188,84	5,5	3%
	194,34	11	6%
	199,84	16,5	9%

⁴⁷ Επίσης για λόγους απλότητας υποθέτουμε ότι η τιμή του δείκτη σε απόλυτες τιμές αντιστοιχεί σε ανάλογο χρηματικό ποσό (\$ ή ευρώ ή όποιο άλλο νόμισμα).

⁴⁸ Θα πρέπει να αθροιστούν όλες οι πιθανότητες που αντιστοιχούν σε κέρδη μεγαλύτερα ή ίσα του 3%. Προφανώς η επιδίωξη για κέρδη 3% δεν κάνει αδιάφορο τον επενδυτή για μεγαλύτερα. Αντίστοιχα υπολογίζονται οι πιθανότητες και για τις απώλειες.

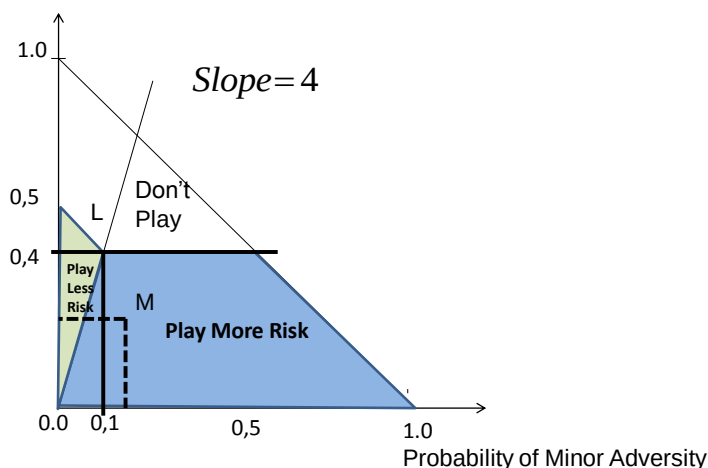
Το επιθυμητό κέρδος σε απόλυτες τιμές είναι 11 μονάδες ενώ οι απώλειες για το Less Risk είναι 11 μονάδες και 16,5 μονάδες για το More Risk. Κατόπιν υπολογίζουμε όλες τις μεταβλητές για τον υπολογισμό του Probability Triangle.

Πίνακας 2-7 Μεταβλητές για υπολογισμό του Probability Triangle

Μεταβλητή	Τιμή
w (Profit)	11
$-x$ (Less Risk Loss)	-11
$-y$ (More Risk Loss)	-16,5
$\frac{w}{w+x}$	0,5
$Slope = \frac{w+x}{y-x}$	4
$\frac{w}{w+y}$ (οριζόντια συντεταγμένη του σημείου L)	0,4
$p_1 = \frac{w^*(y-x)}{(w+x)^*(w+y)}$ (κάθετη συντεταγμένη του σημείου L)	0,1

Βάση του ανωτέρω πίνακα σχεδιάζουμε το αντίστοιχο Probability Triangle.

Probability of Major Adversity



Εικόνα 2-1 Probability Triangle: FTSE/ATHEX LCI

Από τον υπολογισμό των πιθανοτήτων προκύπτει ότι οι πιθανότητες των Less (25,11%) και More (16,34%) Risk (Minor και Major Adversity αντίστοιχα) αντιστοιχούν στο τμήμα του τριγώνου που αφορά το **Play More Risk** (σημεία **M** στο ανωτέρω σχήμα).

Πίνακας 2-8 Κατανομή πιθανοτήτων για τον 1ο μήνα της επένδυσης

Πιθανότητα	Τιμή
Major Adversity	16,34%
Minor Adversity	23,91%
Profit	25,11%
Hold (διακράτηση πέραν του μήνα)	50,98% (Minor Adversity) 58,55% (Major Adversity)

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 2-8 υπάρχει μεγάλη πιθανότητα η τιμή του δείκτη να μην φτάσει τα όρια που έχουμε στην υπόθεσή μας (περίπτωση Hold). Δηλαδή να μην κινηθεί πέρα από το εύρος του +/-6% στην περίπτωση του Minor Adversity και του (+6%,-9%) στην περίπτωση του Major Adversity⁴⁹.

2.4 Σύνοψη

Στο παρόν κεφάλαιο έγινε μια συνοπτική παρουσίαση μιας μεθόδου λήψης επενδυτικών αποφάσεων με τη χρήση της θεωρίας παιγνίων. Ο δείκτης για την παρουσίαση της μεθόδου ήταν ο FTSE/ATHEX LCI. Η παρουσίαση ήταν ενδεικτική της μοντελοποίησης μιας αγοράς κυρίως πιθανοθεωρητικά χωρίς να ληφθούν υπόψη πολλά άλλα δεδομένα. Συγκεκριμένα στην ανωτέρω ανάλυση:

- Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν αυτά του κλεισίματος του δείκτη αναφοράς την τελευταία μέρα του μήνα. Αυτό δεν αποτυπώνει την κίνηση του δείκτη μέσα στο μήνα που μπορεί να είχε ξεπεράσει κάποια από τα όρια που είχαμε θέσει, και το οποίο αν θέλαμε να το λάβουμε υπόψη στην ανάλυση ίσως μας θα μπορούσε να μας οδηγήσει σε διαφορετικές προσεγγίσεις.
- Το εύρος διακύμανσης του δείκτη για τον καθορισμό των ζωνών για τις οποίες υπολογίστηκαν οι πιθανότητες, θα μπορούσε να είναι πιο μικρό (π.χ. 1% - 1,5% παρέχοντας μεγαλύτερη λεπτομέρεια στην ανάλυση) ή να αφορούσε μεταβολή σε απόλυτες τιμές.
- Πολλά επενδυτικά προϊόντα δεν μπορούν να διακρατηθούν επ' άπειρο (futures⁵⁰, options⁵¹) ενώ η ανάλυση του παραδείγματος υποθέτει το αντίθετο.
- Στην ανάλυση δεν έχει ενσωματωθεί η γνώση των θεμελιωδών δεδομένων της αγοράς (οικονομική κατάσταση της χώρας, θέση του οικονομικού κλάδου που αφορά ο δείκτης στην αγορά, λογιστικά στοιχεία της εταιρείας εάν ο δείκτης αφορά μία εταιρεία, κλπ).
- Στην ανάλυση δεν έχει ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι οι τιμές των επενδυτικών προϊόντων μπορούν να παρουσιάσουν ασυνέχειες (gap⁵²). Δηλαδή μπορεί να βρεθούν απευθείας είτε πολύ πάνω από το στόχο κέρδους είτε όμως και πολύ πιο χαμηλά από τα όρια Less/More Risk. Προφανώς αυτό μπορεί να συμβεί στη διάρκεια της ημέρας μόνο κατά το άνοιγμα μιας αγοράς[6].

⁴⁹ Σε περίπτωση που μετά το πέρας του 1^{ου} μήνα η τιμή του δείκτη δεν έχει φτάσει στα όρια που έχουμε θέσει μπορούμε να υπολογίσουμε τις νέες πιθανότητες για το τέλος του 2^{ου} μήνα ([1], σελ. 91-97).

⁵⁰ https://en.wikipedia.org/wiki/Futures_contract

⁵¹ [https://en.wikipedia.org/wiki/Option_\(finance\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Option_(finance))

⁵² <http://www.investopedia.com/terms/g/gap.asp>

Μία βελτίωση της μεθόδου θα μπορούσε να προκύψει εάν είμασταν σε θέση να προσδιορίσουμε το εάν η αγορά (στην οποία αναφέρεται ο δείκτης) έχει ανοδική ή καθοδική κλίση. Στο [1] (σελ. 126 – 133) παρουσιάζεται μια τεχνική για ανεύρεση της τάσης της αγοράς με τη χρήση πιθανοτήτων και ταλαντωτών⁵³. Μια εκτεταμένη παρουσίαση των εργαλείων τεχνικής ανάλυσης (η οποία αφορά στην εύρεση της τάσης της αγοράς) υπάρχει στο [2], ενώ μια ανάλυση της πρώτης, χρονικά, θεωρίας τεχνικής ανάλυσης (Dow Theory) μπορεί να μελετηθεί στο [3]. Ο επενδυτής θα μπορούσε δυνητικά να εφαρμόσει άλλο δείκτη (ταλαντωτή) για εύρεση της τάσης. Φυσικά υπάρχουν πολλές αντιρρήσεις για το εάν τα εργαλεία της τεχνικής ανάλυσης βασιζόμενα σε κινήσεις μιας αγοράς στο παρελθόν μπορούν να αποτελέσουν βάση για την μελλοντική της κίνηση, σίγουρα όμως χρησιμοποιούνται λιγότερο ή περισσότερο, ανάλογα με την αγορά που παρακολουθείται και ανάλογα το επίπεδο του επενδυτή (έμπειρος ή αρχάριος) [4][5].

Η ανάλυση όλης της μεθόδου βασίζεται πλήρως στην τιμή που θέτει ο επενδυτής για το επιθυμητό κέρδος και το αντίστοιχο stop loss (Less/More Risk). Όλες οι υπόλοιπες παράμετροι υπολογίζονται από αυτές τις τρεις συγκεκριμένες μεταβλητές. Οι τιμές που καθορίζουν τα όρια κέρδους/ζημίας, και που στο παράδειγμά μας είναι αυθαίρετα στα όρια των 6%, -6% και -9%, οφείλουν να επιλέγονται με εξαιρετική προσοχή. Υπάρχει πληθώρα τεχνικών και μεθοδολογιών οι οποίες προσφέρονται για τον καθορισμό επιπέδων στήριξης και αντίστασης (support/resistance levels⁵⁴) των τιμών ενός επενδυτικού προϊόντος και οι οποίες θα μας επιτρέψουν μια πιο ορθολογική προσέγγιση των τιμών των μεταβλητών του παιγνίου.

⁵³ <http://www.investopedia.com/terms/o/oscillator.asp>

⁵⁴ https://en.wikipedia.org/wiki/Support_and_resistance

3. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ II: ΠΑΙΓΝΙΟ ΑΣΑΦΩΝ ΚΑΝΟΝΩΝ

Σε αντίθεση με τη θεώρηση του κεφαλαίου 2, σε αυτό το κεφάλαιο, η παραδοχή που υπάρχει είναι ότι στην χρηματιστηριακή αγορά υπάρχουν επενδυτικές εταιρείες που ανταγωνίζονται η μία την άλλη, όχι απλώς για να βγάλουν κέρδη (από τις χρηματιστηριακές πράξεις) αλλά και να παρουσιάσουν περισσότερα κέρδη η μία από την άλλη⁵⁵, υιοθετώντας καλύτερες πρακτικές/στρατηγικές. Με αυτό τον τρόπο και περισσότερους πελάτες προσελκύουν και δυνητικά θα μπορούσαν να χρεώσουν μεγαλύτερες προμήθειες. Όσο πιο πετυχημένη είναι μια στρατηγική τόσο περισσότερες επενδύσεις (κεφάλαια) συγκεντρώνει ενώ αντίθετα υπάρχει εκροή από τις λιγότερο πετυχημένες ή τις αποτυχημένες.

Η ανάλυση που ακολουθεί⁵⁶ βασίζεται στην επεξεργασία ιστορικών δεδομένων από τις χρηματιστηριακές συναλλαγές, μέσω της οποίας προσπαθεί να ανιχνεύσει τις συνθήκες οι οποίες προβλέπουν ανοδικές κινήσεις (**up-trend days**) στην τιμή ενός προϊόντος και έτσι να αναπτύξει ένα σύστημα πρόβλεψης βασισμένο σε ασαφείς κανόνες (**Fuzzy rules**⁵⁷). Το παίγνιο είναι παίγνιο μηδενικού αθροίσματος (**zero-sum game**) και οι στρατηγικές αναπτύσσονται μέσω ανταγωνιστικής συνεξέλιξης (**competitive coevolution**). Μια κατηγορία παιγνίων στην οποία οι συμμετέχοντες λαμβάνουν αποφάσεις μέσω ιστορικών δεδομένων, που είναι διαθέσιμα σε όλους, ονομάζονται **minority games**⁵⁸, και σε αυτή την κατηγορία εμπίπτει και η παρούσα ανάλυση.

3.1 Τυποποίηση του προβλήματος

Ο στόχος είναι να σχεδιαστεί μια στρατηγική για αγοραπωλησίες μετοχών, μιας εταιρείας. Οι θέσεις λαμβάνονται στο άνοιγμα της μέρας που προβλέπει το σύστημα, και κλείνουν στο τέλος της ίδιας μέρας. Για κάθε μέρα καταγράφονται τέσσερα δεδομένα: Η τιμή ανοίγματος της μετοχής (O), η υψηλότερη (H) και χαμηλότερη (L) τιμή της ημέρας, καθώς και η τιμή κλεισίματος (C) της μετοχής. Οι μέρες που παρουσιάζουν επενδυτικό ενδιαφέρον (trend – days) εμπίπτουν στις ακόλουθες δύο κατηγορίες :

$$\begin{aligned} \text{Up Trend} \quad & O \leq L + 0,1 * (H - L) \quad (A) \\ & C \geq H - 0,2 * (H - L) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Down Trend} \quad & O \geq H - 0,1 * (H - L) \quad (B) \\ & C \leq L + 0,2 * (H - L) \end{aligned}$$

⁵⁵ Δεν αναφερόμαστε σε απόλυτα κέρδη, αλλά σε σχετικά. Π.χ. ένας επενδυτής παρακολουθεί την απόδοση αμοιβαίων κεφαλαίων της ίδιας κατηγορίας (επένδυση σε όμοιο προϊόν, παρόμοια ανάληψη ρίσκου, ...) και επιλέγει το προϊόν της εταιρείας με τη μεγαλύτερη απόδοση διαχρονικά.

⁵⁶ Το κεφάλαιο 3 βασίζεται στο άρθρο G.W.Greenwood and R.Tymerski, "A Game-Theoretical Approach for Designing Market Trading Strategies", 2008 IEEE Symposium on Computational Intelligence and Games (CIG'08) (βιβλιογραφική αναφορά [2])

⁵⁷ <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165011496000668>

⁵⁸ Προέρχεται από το El Farol bar problem (https://en.wikipedia.org/wiki/El_Farol_Bar_problem). Σε αυτό το μοντέλο οι παίκτες συνεργάζονται μεταξύ τους χωρίς να υπάρχει όμως επικοινωνία. Ένας περιττός αριθμός παικτών πρέπει να επιλέξει μεταξύ δύο επιλογών, ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο και ο καθένας με τη σειρά του. Οι παίκτες που καταλήγουν στην πλευρά που περιλαμβάνει το μικρότερο αριθμό παικτών είναι αυτή που κερδίζει. Ταιριάζει με τη γενικότερη φιλοσοφία του χρηματιστηρίου με την έννοια ότι η μεγάλη μάζα των επενδυτών τελικά είναι ζημιωμένη από την ενασχόλησή της με τη συγκεκριμένη αγορά σε αντίθεση με τους σχετικά λίγους επαγγελματίες ή «πληροφορημένους» επενδυτές.

Από (Α) προκύπτει ότι ημέρες με ανοδική τάση έχουμε όταν η τιμή της μετοχής στο ξεκίνημα της μέρας είναι χαμηλά ενώ στο τέλος της ημέρας είναι υψηλά⁵⁹. Αντίστροφα καθοδική τάση (Β) έχουμε όταν η τιμή της μετοχής στο ξεκίνημα της μέρας είναι σε υψηλή τιμή ενώ στο τέλος της ημέρας είναι χαμηλά⁶⁰. Ακολουθώντας ορίζονται ορισμένα χαρακτηριστικά των δεδομένων των συναλλαγών (trading data features) που συνήθως προηγούνται των ημερών τάσης (trend days). Αυτά ορίζονται βάση των O , C , H , L που έχουν ήδη αναφερθεί. Επίσης η παρούσα μέρα ορίζεται ως η $i=0$, ενώ οι προηγούμενες ημέρες ως $I = 1, 2, \dots$. Η επόμενη μέρα ορίζεται ως $I = -1$ ⁶¹.

- **NRk**

Έστω $R[I] = H[I] - L[I]$ το εύρος διακύμανσης της τιμής της μετοχής. (Eq. 6)

Το NRk ισχύει εάν το εύρος διακύμανσης της σημερινής ημέρας είναι μικρότερο από το εύρος διακύμανσης των προηγούμενων $k - 1$ ημερών.

Δηλαδή εάν ισχύει $R[0] < \min(R[1], \dots, R[k - 1])$.

Οι NRk ημέρες αναφέρονται σε ημέρες μειωμένης μεταβλητότητας (volatility contraction) οι οποίες όμως συχνά καταλήγουν σε έκρηξη μεταβλητότητας (volatility expansion), που έχει τη μορφή ημερών μεγάλης διακύμανσης⁶². Όσο περισσότερες οι μέρες σε στενή διακύμανση⁶³, τόσο μεγαλύτερη η αντίστροφη αντίδραση σε ευρεία διακύμανση.

- **DOJI**

Ορίζεται ως $DOJI(x) = \begin{cases} 1 & |O - C| \leq x \cdot (H - L) \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$ (Eq. 7)

Δηλαδή ο δείκτης DOJI υποδεικνύει ότι η τιμή ανοίγματος της μετοχής και η τιμή κλεισίματος, βρίσκονται κοντά η μία στην άλλη. Η διαφορά τους μπορεί να είναι ένα μικρό ποσοστό της ημερήσιας διακύμανσης. Αυτό είναι μια ένδειξη ότι η αγορά δεν έχει σαφή τάση και πολλές φορές είναι δείκτης αντιστροφής της τάσης.

- **Hook day**

Σε μία Hook day, η τιμή ανοίγματος της μετοχής είναι έξω από το εύρος διακύμανσης της προηγούμενης μέρας, αλλά ακολουθώντας η τιμή της κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση, υποδεικνύοντας μία αντίδραση σε προσωρινές υπερπωλημένες (oversold) ή υπεραγορασμένες (overbought) συνθήκες της αγοράς.

⁵⁹ Το «υψηλά» και «χαμηλά», αναφέρεται στο ημερήσιο εύρος διακύμανσης της μετοχής.

⁶⁰ Θεωρείται δεδομένο ότι στην περίπτωση (Α) έχουμε $O < C$, ενώ στην περίπτωση (Β) έχουμε $O > C$. Επίσης έχει παρατηρηθεί ότι το εύρος $|H - L|$ σε ημέρες που υπάρχει τάση, είναι σχετικά μεγάλο, αναλογικά με τις άλλες μέρες.

⁶¹ Με βάση αυτόν τον ορισμό για το i , $O(1)$ είναι η τιμή της μετοχής κατά το άνοιγμα της προηγούμενης μέρας (χθες), ενώ $O(-1)$ είναι η τιμή της μετοχής κατά το άνοιγμα της επόμενης ημέρας (αύριο), ενώ $O(0)$ είναι η τιμή στο άνοιγμα της σημερινής ημέρας..

⁶² Δηλαδή μεγάλες τιμές για τα $R[I]$.

⁶³ Όσο μεγαλύτερο δηλαδή είναι το k .

Για τις ανοδικές Hook day ισχύει $O[-1] < L[0] - \delta$ ενώ για τις καθοδικές ισχύει $O[-1] > H[0] + \delta$. Και στις δύο περιπτώσεις είναι $0 \leq \delta \leq 10^{64}$, όπου το δ το επιλέγει ο χρήστης. (Eq. 8)

3.2 Σχεδιασμός Fuzzy Συστήματος

Η διαφορά ενός fuzzy συστήματος από ένα συμβατικό/τυπικό σύστημα είναι ότι τα δεύτερα βασίζονται σε συγκεκριμένους/αυστηρούς κανόνες οι οποίοι οδηγούν σε απαντήσεις του τύπου ναι/όχι. Αντίθετα τα fuzzy συστήματα αντιμετωπίζουν αποτελεσματικά ζητήματα αβεβαιότητας όπως είναι και οι επενδυτικές αποφάσεις. Στην περίπτωση των χρηματιστηριακών αποφάσεων, τα δεδομένα αναλύονται ώστε να καθοριστεί η ακρίβεια με την οποία ταιριάζουν στους ορισμούς που δόθηκαν στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Με τη χρήση συναρτήσεων συμμετοχής (**membership functions**) επιστρέφεται μία τιμή ανάμεσα στο εύρος $[0,1]$, η οποία υποδεικνύει το βαθμό συνάφειας των χρηματιστηριακών δεδομένων με τα χαρακτηριστικά/ορισμούς. Οι fuzzy μεταβλητές που προκύπτουν συλλέγονται σε fuzzy if-then κανόνες, οι οποίοι και αποτελούν τη βάση κανόνων για τις συναλλαγές (trading rulebase). Τα αποτελέσματα/έξοδοι των ενεργών κανόνων (εκείνων δηλαδή των οποίων ικανοποιούνται τα προαπαιτούμενα) συνδυάζονται σε μία τελική fuzzy μεταβλητή. Η μεταβλητή αυτή αποδίδεται μια διακριτή τιμή (**defuzzification**) στο εύρος $[0,1]$, η οποία εκφράζει το βαθμό επιθυμίας/βεβαιότητας για να γίνει αγορά της μετοχής την επόμενη μέρα συναλλαγών.

3.2.1 Συναρτήσεις συμμετοχής (Membership functions)

Ασαφοποίηση (**fuzzification**) είναι η διαδικασία κατά την οποία μέσω μίας συνάρτησης συμμετοχής (membership function) ($\mu(D)$) γίνεται αντιστοίχιση ορισμένων ημερών (D^{65}) στο εύρος διαστήματος $[0,1]$. Για παράδειγμα για το χαρακτηριστικό $NR7$ όπου $D \in \{0, 1, \dots, 6\}$, $\mu(0) = 1$ σημαίνει ότι ο ορισμός του $NR7$ δεν ικανοποιήθηκε για καμιά από τις προηγούμενες 6 ημέρες, $\mu(6) = 1$ σημαίνει ότι ο ορισμός του $NR7$ ικανοποιήθηκε και στις προηγούμενες 6 ημέρες και $0 < \mu(D) < 1$ σημαίνει ότι το $NR7$ ικανοποιήθηκε για ορισμένες $D < 6$ από τις προηγούμενες ημέρες. Ακολουθούν οι συναρτήσεις για κάθε χαρακτηριστικό:

- NRk

Η συνάρτηση συμμετοχής για το χαρακτηριστικό NRk ορίζεται ως

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0 & x < v_{\min} \\ c(x - v_{\min}) & v_{\min} \leq x < v_{\max} \\ 1 & x \geq v_{\max} \end{cases} \quad (\text{Eq. 9})$$

όπου οι παράμετροι ορίζονται από τον ακόλουθο πίνακα.

Πίνακας 3-1 Παράμετροι για χαρακτηριστικά narrow range days

k	c	$v_{\min}$	$v_{\max}$
4	1/2	2	3
6	1/3	3	6
7	1/3	4	7

⁶⁴ Η απόλυτη/πραγματική τιμή για το threshold προφανώς εξαρτάται από τις πραγματικές τιμές των χρηματιστηριακών προϊόντων. Καμία επεξήγηση δεν υπάρχει στο άρθρο.

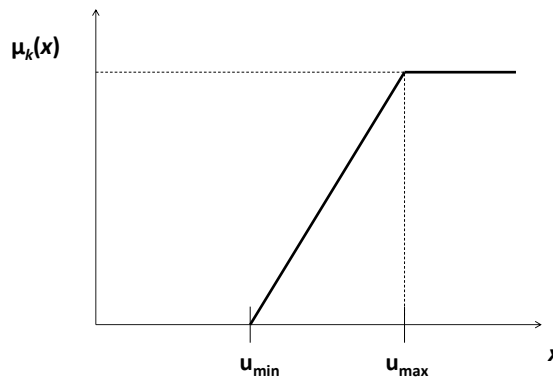
⁶⁵ D είναι το πλήθος των προηγούμενων ημερών στο οποίο ικανοποιείται κάποιο συγκεκριμένο χαρακτηριστικό (βλ. υποκεφάλαιο 3.1).

Στην εξίσωση Eq.9 ισχύει:

$x = D + \eta$, όπου $D \leq k$ είναι το πλήθος των ημερών για τις οποίες ισχύει η εξίσωση Eq.6, και $R = \max_{1 \leq j \leq k} R[j]$, είναι

$$\eta = \frac{\tilde{R} - R[0]}{\tilde{R}} \quad (\text{Eq. 10})^{66}$$

Η τιμή του η αυξάνει την τιμή συμμετοχής (membership value) για μικρές διακυμάνσεις τις προηγούμενες ημέρες.



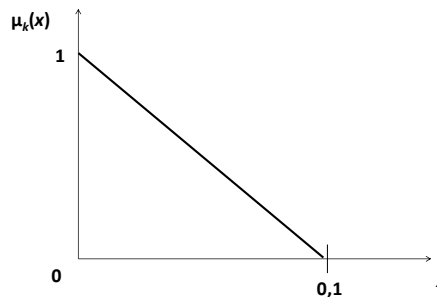
Σχήμα 3-1 Συναρτήσεις συμμετοχής για τα χαρακτηριστικά

- *DOJI*

Η συνάρτηση συμμετοχής για το χαρακτηριστικό *DOJI* ορίζεται ως

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 1 - x/\rho & 0 \leq x \leq \rho \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (\text{Eq. 11})^{67}$$

όπου το x αναπαριστά την ποσοστία διαφορά ανάμεσα σε O και C , το και το ρ αναπαριστά το κατώφλι με τιμές $[0.05, 0.30]$ ⁶⁸.



Σχήμα 3-2 DOJI συνάρτηση συμμετοχής για $\rho=0,1$

⁶⁶ Η εξίσωση Eq.10 δεν αυξάνει το membership value για μικρές διακυμάνσεις, και πιθανόν να είναι λάθος στο άρθρο. Κατά την κρίση μου ίσως ο πιο απλός τύπος $\eta = \frac{R[0]}{\tilde{R}}$ να είναι πιο ενδεδειγμένος.

⁶⁷ Παρατηρούμε ότι δεν λαμβάνεται υπόψη καθόλου η διαφορά $H-$, που πιθανώς να είναι αστοχία του άρθρου.

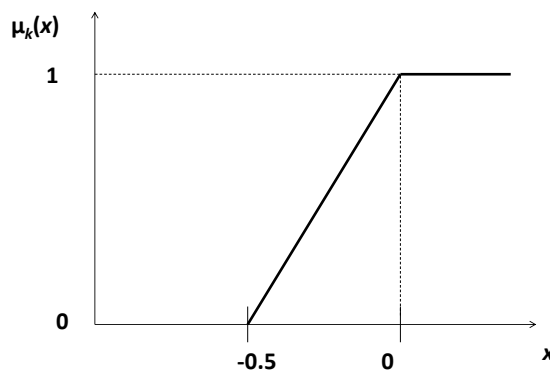
⁶⁸ Οι τιμές αναφέρονται σε ποσοστά.

- *Hook Day*

Η συνάρτηση συμμετοχής για το χαρακτηριστικό *Hook Day* ορίζεται ως

$$\mu_k(x) = \begin{cases} 0 & x < -\frac{1}{2} \\ 2(x+0.5) & -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{Eq. 12})$$

όπου $x = L[0] - \delta - O[-1]$ για ανοδική μέρα και $x = O[-1] - \delta - H[0]$ για καθοδική μέρα.



Σχήμα 3-3 Hook Day συνάρτηση συμμετοχής

3.2.2 Οι κανόνες του συστήματος (Fuzzy Rule-Base)

Για την υλοποίηση του συστήματος θα πρέπει να καθοριστεί ένα σύνολο κανόνων (fuzzy rule-base), συνδυασμών χαρακτηριστικών, που θα επιτρέψουν μια επιτυχή πρόβλεψη. Εάν υπάρχουν N χαρακτηριστικά, τότε θα πρέπει αντίστοιχα να υπάρχουν N κανόνες στο σύστημα. Ανάλογα με το βαθμό ικανοποίησης ενός κανόνα, υπάρχει αντίστοιχη πιθανότητα, που εκφράζεται από το membership function, για έναν επενδυτή να προβεί σε κάποια επενδυτική κίνηση.

Το σύνολο των κανόνων κωδικοποιείται σε έναν πίνακα M^{69} , όπου κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε έναν κανόνα/χαρακτηριστικό. Έστω $\Lambda = \{0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0\}$ το διατεταγμένο σύνολο που αντιστοιχεί στις πιθανότητες ο επενδυτής να προχωρήσει σε μια επένδυση ανάλογα με το βαθμό ικανοποίησης ενός κανόνα. Με βάση την

⁶⁹ Ο πίνακας M έχει διάσταση $N \times N$, όπου N το πλήθος των κανόνων. Η ανάλυση του άρθρου [2] της βιβλιογραφίας μάλλον έχει λάθος, καθώς το σύνολο Λ έχει λιγότερα στοιχεία από τα απαιτούμενα (N), όπως και ο πίνακας M έχει λιγότερες στήλες από N .

προηγούμενη παράγραφο έχουμε 5 χαρακτηριστικά NR4, NR6, NR7, DOJI, Up Hook Day (με $\delta=0.5$), και έστω ο κάτωθι πίνακας:

Πίνακας 3-2 Ενδεικτικός Fuzzy Rule-base Matrix M

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.6 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 & 0.33 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0.1 & 1 & 0.9 \\ 0 & 0 & 0.44 & 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Η σημασία της 1ης γραμμής του πίνακα είναι: Εάν η σημερινή μέρα είναι NR4, τότε η πιθανότητα να υπάρχει άνοδος την επόμενη μέρα είναι 0.5 ή 0.7 με συντελεστή βαρύτητας 0.6 και 0.5⁷⁰ αντίστοιχα. Αντίστοιχα και οι άλλες γραμμές.

Η διαδικασία με την οποία εφαρμόζουμε τους κανόνες είναι η ακόλουθη:

- Δοθέντος του πίνακα M δημιουργούμε το άνυσμα A

$$A = (\mu_{NR4}, \mu_{NR6}, \mu_{NR7}, \mu_{DOJI}, \mu_{hook})$$

για κάθε μέρα, υπολογίζοντας τις τιμές των function του A.

- Κατόπιν υπολογίζεται ο πίνακας $B = A \circ M$ όπου $b_j = \max_{1 \leq i \leq 5} \min\{a_i, m_{ij}\}$
- Το άνυσμα B, κατόπιν γίνεται defuzzified για να υπολογιστεί μια συγκεκριμένη τιμή που θα είναι η τελική τιμή εξόδου του συστήματος και η οποία θα καθορίσει το κατά πόσο είναι επιθυμητό να γίνει η επένδυση. Υπολογίζεται το:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^N b_i * \lambda_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} \quad (\text{Eq. 13})$$

όπου λ_i είναι η i τιμή του συνόλου Λ και N είναι το σύνολο των κανόνων του συστήματος. Η τελική τιμή $U \in [0,1]$ δείχνει την πιθανότητα να κινηθεί η αγορά προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση⁷¹. Η επένδυση υλοποιείται μόνο όταν η τιμή ξεπερνά ένα συγκεκριμένο threshold, που έχει καθοριστεί από τον χρήστη (επενδυτή). Όσο πιο κοντά στην τιμή 1 είναι το U τόσο μεγαλύτερη σε αξία μπορεί να είναι η επένδυση.

Η μέθοδος με την οποία προκύπτει ο πίνακας M βασίζεται σε (40+40) evolution strategy⁷², ενώ για πιο αναλυτική περιγραφή όλη της μεθόδου μπορεί κάποιος να ανατρέξει στο [7].

⁷⁰ Κάθε στοιχείο m_{ij} του πίνακα M, είναι ένα βάρος με τιμή ανάμεσα στο 0 και στο 1. Τα βάρη ανά γραμμή δεν χρειάζεται να αθροίζουν 1.

⁷¹ Η τιμή U πρέπει να υπολογιστεί χωριστά για την πιθανότητα ανοδικής και καθοδικής κίνησης της αγοράς.

⁷² http://www.scholarpedia.org/article/Evolution_strategies

4. ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΙΙΙ: ΣΤΑΤΙΚΟ ΠΑΙΓΝΙΟ, ΠΛΗΡΟΥΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ, ΜΙΚΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ

Η θεωρία παιγνίων εκτός από το να παρέχει προτάσεις για την επιλογή επενδυτικών και τη στρατηγική αγοραπωλησίας τους, βρίσκει και άλλες εφαρμογές όπως είναι η αναζήτηση εκ μέρους των εποπτικών αρχών των επενδυτικών που επιχειρούν να χειραγωγήσουν μια αγορά⁷³. Το παίγνιο που περιγράφεται⁷⁴ είναι στατικό (static game), πλήρους πληροφόρησης (complete information) και οι παίκτες είναι α) Οι επενδυτές που επιλέγουν ανάμεσα σε δύο στρατηγικές: να χειραγωγήσουν ή όχι την αγορά και β) οι Χρηματιστηριακές Αρχές (Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς-ΕΚ) που επιλέγει να κάνει έρευνα για χειραγωγήση της αγοράς ή όχι.

4.1 Περιγραφή του παιγνίου

Η χειραγωγήση της αγοράς (ή μετοχής ή κάποιου σχετικού επενδυτικού προϊόντος) μπορεί να γίνει:

- A. από τις ενέργειες αυτών που έχουν εσωτερική πληροφόρηση (**Insiders**) και μπορούν να επηρεάσουν την τιμή της μετοχής (είτε χειραγωγώντας τις λογιστικές καταστάσεις και τα εμφανιζόμενα κέρδη της εταιρείας είτε κοινοποιώντας ψευδής πληροφορίες για την εταιρεία).
- B. από τους παίκτες της αγοράς που διαθέτουν μεγάλα κεφάλαια, και μπορούν να ωθήσουν την τιμή της μετοχής προς την κατεύθυνση που επιθυμούν.

Συνήθως, υπάρχει συνδυασμός των A και B, ενώ οι μετοχές στόχοι είναι αυτές με χαμηλή διασπορά⁷⁵.

Το παίγνιο που περιγράφεται είναι στατικό (static game), πλήρους πληροφόρησης (complete information) και οι παίκτες είναι α) Οι επενδυτές που επιλέγουν ανάμεσα σε δύο στρατηγικές: να χειραγωγήσουν ή όχι την αγορά και β) οι Χρηματιστηριακές Αρχές (Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς) που επιλέγουν να κάνουν (ή να μην κάνουν) έρευνα για χειραγωγήση της αγοράς.

Η στρατηγική ενός insider θεωρείτε «χειραγωγήση» όταν περιλαμβάνει μια κίνηση που να μην ίσως τον οδηγεί ακόμα και σε βραχυπρόθεσμες απώλειες, ώστε να χειραγωγήσει την αγορά σε σχέση με τις πραγματικές πληροφορίες που κατέχει, ώστε να μπορέσει στην πορεία του χρόνου όχι μόνο να αντισταθμίσει τις όποιες απώλειες αλλά και να αποκομίσει κέρδη. Για να μπορεί να γίνει με επιτυχία η χειραγωγήση θα πρέπει να ισχύουν και τα:

1. Πρόσβαση σε ένα μεγάλο πλήθος επενδυτών με χαμηλό κόστος.
2. Εξασφάλιση ανωνυμίας του insider.
3. Κλιμάκωση (scalability), δηλαδή ικανότητα του Insider να μεταδώσει τις πληροφορίες που τον ενδιαφέρουν σε μεγάλο εύρος επενδυτών
4. Δυνατότητα γρήγορης εκτέλεσης των κινήσεών του, γιατί διατρέχει να αποκαλυφθεί σε περίπτωση που οι ενέργειές του έχουν μακρά χρονική διάρκεια.
5. Επιρροή, οπότε οι επενδυτές που θα μάθουν την πληροφορία θα κινητοποιηθούν ώστε να δράσουν με βάση αυτή την παραπλανητική πληροφορία.

⁷³ Εννοείται είτε μεμονωμένο προϊόν είτε μέρος της αγοράς, είτε και όλη η αγορά.

⁷⁴ Το κεφάλαιο 4 βασίζεται στο Diana Marica (Dezsi), "A GAME THEORY MODEL OF STOCK EXCHANGE MARKET MANIPULATION", 2011 International Conference of Scientific Paper AFASES 2011.(βιβλιογραφική αναφορά [3])

⁷⁵ Σε αυτή την περίπτωση οι μετοχές υπό χειραγωγήση εμφανίζουν μεγάλη διακύμανση/μεταβλητότητα (volatility).

4.2 Ανάλυση του μοντέλου

Στο μοντέλο που θα αναπτυχθεί τα κέρδη που θα αποκομίσει ο επενδυτής αν δεν χειραγωγήσει την αγορά θα είναι $\pi \in R$, ενώ σε περίπτωση που τη χειραγωγήσει θα είναι $r^{76} \in R, r > 0^{77}$. Το κέρδος της ΕΚ προέρχεται από τις προμήθειες που πληρώνουν οι επενδυτές για τις συναλλαγές τους⁷⁸ $com \in R, com > 0$, καθώς και από τα πρόστιμα για τη χειραγωγή των μετοχών $\alpha \in R$. Σε περίπτωση που κάποιος επενδυτής χειραγωγήσει την αγορά αλλά η ΕΚ δεν το ερευνήσει, τότε το κέρδος της μειώνεται κατά ένα συντελεστή $w \in (0,1)$, εξαιτίας της έλλειψης εμπιστοσύνης εκ μέρους των υπολοίπων επενδυτών της αγοράς⁷⁹. Ο έλεγχος έχει από μόνος του ένα κόστος $c > 0$. Το παίγνιο αναπαρίσταται από τους ακόλουθους πίνακες:

Πίνακας 4-1 Game table για Επενδυτή (payoffs)

		Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς	
		Ερευνά (p)	Δεν ερευνά(1-p)
Επενδυτής	Χειραγωγεί (q)	$\pi + r - \alpha$	$\pi + r$
	Δεν χειραγωγεί (1-q)	π	π

Πίνακας 4-2 Game table για Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς (payoffs)

		Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς	
		Ερευνά (p)	Δεν ερευνά(1-p)
Επενδυτής	Χειραγωγεί (q)	$com + \alpha - c$	$w * com$
	Δεν χειραγωγεί (1-q)	$com - c$	com

Για να εξακριβωθεί εάν στο παίγνιο μπορεί να επικρατήσει η στρατηγική (**dominant strategy**⁸⁰) της Μη Χειραγώγησης, θα πρέπει σε αυτή την περίπτωση η απόδοση να είναι μεγαλύτερη από αυτή της Χειραγώγησης. Θα πρέπει να ισχύει:

$$\begin{cases} \pi > \pi + r - \alpha \\ \pi > \pi + r \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha > r \\ r < 0 \end{cases} \quad (\text{Eq. 14})$$

Επειδή όμως εξ' ορισμού το $r > 0$, προκύπτει ότι δεν υπάρχει dominant strategy για την περίπτωση της Μη Χειραγώγησης της αγοράς από τον επενδυτή στο μοντέλο. Η επόμενη επιλογή είναι να εξετάσουμε τη μικτή στρατηγική, όπου θεωρούμε ότι για κάθε παίκτη υπάρχει αβεβαιότητα ως προς την επιλογή που θα κάνει. Οπότε ο επενδυτής με πιθανότητα q θα προσπαθήσει να Χειραγωγήσει την αγορά, και με πιθανότητα 1-q δεν θα την χειραγωγήσει. Αντίστοιχα η ΕΚ με πιθανότητα p θα ερευνήσει τις συναλλαγές για πιθανή χειραγωγή και με πιθανότητα 1-p δεν θα κάνει έρευνα. Πλέον οι αποδόσεις (payoff) υπολογίζονται ως ακολούθως:

⁷⁶ Informational rent

⁷⁷ Το κέρδος επηρεάζεται και από πιθανό πρόστιμο της Επιτροπής Κεφαλαιαγοράς.

⁷⁸ Το οποίο είναι συνδυασμός του χρηματικού ύψους αλλά και/ή του πλήθους των συναλλαγών.

⁷⁹ Λόγω της έλλειψης ελέγχου και επίβλεψης εκ μέρους της ΕΚ.

⁸⁰ <http://www.gametheory.net/dictionary/DominantStrategy.html>

Πίνακας 4-3 Payoff Investor

Στρατηγική	Payoff
Payoff Επενδυτή εάν Χειραγωγεί ($U_{INV}(M)$)	$p*(\pi + r - \alpha) + (1-p)*(\pi + r) = -p*\alpha + \pi + r$
Payoff Επενδυτή εάν ΔΕΝ Χειραγωγεί ($U_{INV}(NM)$)	$p*\pi + (1-p)*\pi = \pi$

Για να βρούμε τις τιμές της πιθανότητας p για την οποία ο επενδυτής είναι αδιάφορος ανάμεσα στις δύο στρατηγικές θα πρέπει πρώτα να λύσουμε την εξίσωση:

$$U_{INV}(M) = U_{INV}(NM) \Leftrightarrow -p*\alpha + \pi + r = \pi \Rightarrow p = \frac{r}{\alpha} \quad (\text{Eq. 15})$$

Οπότε, σε περίπτωση όπου $p < \frac{r}{\alpha}$ τότε ο επενδυτής έχει κίνητρο να χειραγωγήσει την αγορά, ενώ όταν $p > \frac{r}{\alpha}$ δεν έχει, όπου τελικά η πιθανότητα p ουσιαστικά αναπαριστά την πίστη του επενδυτή ότι η ΕΚ θα κάνει έρευνα για χειραγωγήση⁸¹.

Πίνακας 4-4 Payoff ΕΚ

Στρατηγική	Payoff
Payoff ΕΚ εάν γίνει έρευνα για χειραγωγήση ($U_{EK}(I)$)	$q*(com + \alpha - c) + (1 - q)*(w*com - c) = q*\alpha + com - c$
Payoff ΕΚ εάν ΔΕΝ γίνει έρευνα για χειραγωγήση ($U_{EK}(NI)$)	$q*w*com + (1-q)*com = com*(q*w + 1 - q)$

Αντίστοιχη θεώρηση υπάρχει και από την πλευρά της ΕΚ (Πίνακας 4-4 Payoff ΕΚ). Για να βρούμε τις τιμές της πιθανότητας q για την οποία η ΕΚ είναι αδιάφορη ανάμεσα στις δύο στρατηγικές θα πρέπει πρώτα να λύσουμε την εξίσωση:

$$U_{EK}(INV) = U_{EK}(NINV) \Leftrightarrow q*\alpha + com - c = com*(q*w + 1 - q) \Rightarrow q = \frac{c}{\alpha + com*(1 - w)} \quad (\text{Eq. 16})$$

Οπότε, σε περίπτωση που $q < \frac{c}{\alpha + com*(1 - w)}$ η ΕΚ δεν θα προχωρήσει σε έρευνα, ενώ σε περίπτωση που $q > \frac{c}{\alpha + com*(1 - w)}$ θα προχωρήσει σε έρευνα της αγοράς, όπου η πιθανότητα q αναπαριστά την πεποίθηση της ΕΚ ότι ο επενδυτής θα επιχειρήσει να χειραγωγήσει την αγορά. Οπότε η μεικτή στρατηγική περιγράφεται από την:

$$\left(\left(\frac{c}{\alpha + com*(1 - w)}, \frac{\alpha + com*(1 - w) - c}{\alpha + com*(1 - w)} \right), \left(\frac{r}{\alpha}, \frac{\alpha - r}{\alpha} \right) \right) \quad (\text{Eq. 17})$$

Αναλύοντας την ευαισθησία του μοντέλου στις μεταβλητές, μπορούμε να συμπεράνουμε ως προς την ΕΚ ότι:

⁸¹ Στη βιβλιογραφική αναφορά [3], σελ 37, το συμπέρασμα είναι αντίθετο.

1. Όταν το πρόστιμο (α) της ΕΚ είναι πολύ υψηλό σε σχέση με το κέρδος (r) του επενδυτή αν χειραγωγήσει την αγορά, τότε⁸² η ΕΚ είναι πολύ πιθανό να μην ερευνήσει για χειραγωγήση⁸³.
2. Όταν το κέρδος (r) του επενδυτή αν χειραγωγήσει την αγορά είναι περίπου στο ίδιο επίπεδο με το πρόστιμο (α) της ΕΚ, τότε⁸⁴ η ΕΚ είναι πολύ πιθανό να ερευνήσει για χειραγωγήση⁸⁵.
3. Παρατηρούμε ότι θα πρέπει πάντα να είναι $r < \alpha$, ώστε να είναι δυνατό να υπάρχει μεικτή στρατηγική.

Αναλύοντας την ευαισθησία του μοντέλου στις μεταβλητές, μπορούμε να συμπεράνουμε ως προς τον επενδυτή ότι:

1. Ο επενδυτής θα έχει προδιάθεση να χειραγωγήσει την αγορά εάν $c \rightarrow \alpha + com^*(1-w)$, οπότε $q \rightarrow 1$,
2. Όταν $\alpha + com^*(1-w) \rightarrow \infty$ τότε δεν θα χειραγωγήσει την αγορά, και $q \rightarrow 0$, είτε εξαιτίας των υψηλών προστίμων είτε επειδή η αγορά λόγω έλλειψης εμπιστοσύνης από τους επενδυτές οδηγεί την ΕΚ σε χαμηλά έσοδα από προμήθειες τα οποία τα αναπληρώνει με έσοδα από πρόστιμα⁸⁶.

⁸² Από εξίσωση 15.

⁸³ Για $\alpha \rightarrow \infty$ η πιθανότητα $p \rightarrow 0$

⁸⁴ Από εξίσωση 15.

⁸⁵ Για $r \rightarrow \alpha$ η πιθανότητα $p \rightarrow 1$

⁸⁶ Φυσικά μια άλλη ερμηνεία, είναι ότι για να ανακτήσουν οι επενδυτές την εμπιστοσύνη τους στην αγορά η ΕΚ κάνει εκτεταμένους ελέγχους για πιθανές προσπάθειες χειραγωγησης, των οποίων ένα δευτερεύον αποτέλεσμα είναι τα αυξημένα έσοδα από πρόστιμα.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Η Θεωρία Παιγνίων προσφέρει στους επενδυτές άλλη μία δυνατότητα, πέρα από τις κλασικές, θεώρησης της χρηματιστηριακής αγοράς. Προσφέρει μοντέλα για την περιγραφή των κανόνων που διέπουν τις σχέσεις των οντοτήτων που συμμετέχουν στην αγορά και προτείνει λύσεις για τις στρατηγικές που πρέπει να ακολουθήσουν ανάλογα με το μοντέλο που επιλέγεται. Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκαν δύο μοντέλα που προσφέρονται στους επενδυτές για αγοροπωλησίες προϊόντων και ένα μοντέλο που επιτρέπει στις χρηματιστηριακές αρχές να αποφασίζουν αν θα κάνουν έλεγχο σε κάποιον επενδυτή για πιθανή χειραγώγηση της αγοράς.

Υπάρχουν όμως και πολλές άλλες εφαρμογές της θεωρίας παιγνίων. Στο [10] υπάρχει μια πολύ αναλυτική παρουσίαση πιθανών εφαρμογών στους τομείς του corporate finance (dividends as investing signal, capital structure, ..) και του asset pricing. Εναλλακτικές ή πιο αναλυτικές μοντελοποιήσεις της αγοράς μπορούν να βρεθούν στα [11][12].

ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ

Ξενόγλωσσος όρος	Ελληνικός Όρος
Black swans	Εντελώς απρόβλεπτα γεγονότα
Dominant Strategy	Κυρίαρχη στρατηγική
Financial Markets	Χρηματοπιστωτικές αγορές
Fuzzy rule	Ασαφής κανόνας
Game	Παίγνιο
Game Theory	Θεωρία παιγνίων
Insider	Ο έχων εσωτερική πληροφόρηση για την πραγματική κατάσταση μιας εταιρείας, αγοράς κλπ.
Investor	Επενδυτής
Market adversity	Εναντίωση της Αγοράς
Perfect Information Game	Παίγνιο τέλει πληροφόρησης
Risk	Επενδυτικός κίνδυνος
Trend days	Μέρες όπου υπάρχει σαφής (ανοδική ή καθοδική) τάση των τιμών στο χρηματιστήριο.

ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

ΕΚ	Επιτροπή Κεφαλαιαγοράς
----	------------------------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι – ΜΗΝΙΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΔΕΙΚΤΗ ΤΙΜΩΝ FTSE/ATHEX LCI

ΕΤΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΗΝΑ	ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΗΝΑ
1994	12	411,95	
1995	1	384,92	-6,56%
1995	2	393,85	2,32%
1995	3	402,81	2,27%
1995	4	405,42	0,65%
1995	5	446,22	10,06%
1995	6	445,16	-0,24%
1995	7	479,73	7,77%
1995	8	482,94	0,67%
1995	9	494,58	2,41%
1995	10	477,65	-3,42%
1995	11	452,9	-5,18%
1995	12	469,23	3,61%
1996	1	518,26	10,45%
1996	2	532,64	2,77%
1996	3	530,25	-0,45%
1996	4	495,3	-6,59%
1996	5	506,85	2,33%
1996	6	506,58	-0,05%
1996	7	487,03	-3,86%
1996	8	524,56	7,71%
1996	9	536,33	2,24%
1996	10	529,96	-1,19%
1996	11	518,72	-2,12%
1996	12	533,74	2,90%
1997	1	691,44	29,55%
1997	2	788,6	14,05%
1997	3	840,18	6,54%
1997	4	904,26	7,63%
1997	5	991,63	9,66%
1997	6	906,68	-8,57%
1997	7	962,02	6,10%
1997	8	910,73	-5,33%
1997	9	1039,31	14,12%
1997	10	877,84	-15,54%
1997	11	836,75	-4,68%
1997	12	845,88	1,09%
1998	1	761,39	-9,99%
1998	2	788,41	3,55%
1998	3	1186,81	50,53%
1998	4	1589,75	33,95%
1998	5	1554,66	-2,21%
1998	6	1413,23	-9,10%
1998	7	1714,75	21,34%

ΕΤΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΗΝΑ	ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΗΝΑ
1998	8	1312,49	-23,46%
1998	9	1281,28	-2,38%
1998	10	1317,53	2,83%
1998	11	1559,86	18,39%
1998	12	1724,24	10,54%
1999	1	2002,49	16,14%
1999	2	2109,37	5,34%
1999	3	2093,86	-0,74%
1999	4	2244,68	7,20%
1999	5	2346,48	4,54%
1999	6	2368,88	0,95%
1999	7	2503,83	5,70%
1999	8	2783,26	11,16%
1999	9	2983,7	7,20%
1999	10	2780,05	-6,83%
1999	11	2853,94	2,66%
1999	12	2910,1	1,97%
2000	1	2606,43	-10,44%
2000	2	2773,59	6,41%
2000	3	2710,4	-2,28%
2000	4	2405,91	-11,23%
2000	5	2553,78	6,15%
2000	6	2235,52	-12,46%
2000	7	2225,07	-0,47%
2000	8	2010,09	-9,66%
2000	9	2371,64	17,99%
2000	10	2206,57	-6,96%
2000	11	1855,55	-15,91%
2000	12	1950,95	5,14%
2001	1	1905,15	-2,35%
2001	2	1788,47	-6,12%
2001	3	1745,29	-2,41%
2001	4	1922,37	10,15%
2001	5	1809,25	-5,88%
2001	6	1580,24	-12,66%
2001	7	1530,53	-3,15%
2001	8	1551,31	1,36%
2001	9	1243,05	-19,87%
2001	10	1385,21	11,44%
2001	11	1473,76	6,39%
2001	12	1428,91	-3,04%
2002	1	1417,48	-0,80%
2002	2	1264,86	-10,77%
2002	3	1229,21	-2,82%
2002	4	1161,75	-5,49%
2002	5	1218,12	4,85%
2002	6	1170,13	-3,94%

ΕΤΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΗΝΑ	ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΗΝΑ
2002	7	1083,17	-7,43%
2002	8	1087,14	0,37%
2002	9	932	-14,27%
2002	10	889,13	-4,60%
2002	11	914,45	2,85%
2002	12	863,9	-5,53%
2003	1	835,43	-3,30%
2003	2	791,73	-5,23%
2003	3	703,37	-11,16%
2003	4	834,57	18,65%
2003	5	843,28	1,04%
2003	6	947,15	12,32%
2003	7	1084,64	14,52%
2003	8	1114,22	2,73%
2003	9	1016,6	-8,76%
2003	10	1063,61	4,62%
2003	11	1098,39	3,27%
2003	12	1169,95	6,51%
2004	1	1259,35	7,64%
2004	2	1269,45	0,80%
2004	3	1238,13	-2,47%
2004	4	1330,66	7,47%
2004	5	1288,23	-3,19%
2004	6	1260,12	-2,18%
2004	7	1231,31	-2,29%
2004	8	1238,01	0,54%
2004	9	1266,05	2,26%
2004	10	1374,09	8,53%
2004	11	1459,71	6,23%
2004	12	1547,47	6,01%
2005	1	1612,86	4,23%
2005	2	1759,59	9,10%
2005	3	1593,44	-9,44%
2005	4	1590	-0,22%
2005	5	1654,4	4,05%
2005	6	1714,29	3,62%
2005	7	1824,27	6,42%
2005	8	1801,25	-1,26%
2005	9	1876,33	4,17%
2005	10	1836,71	-2,11%
2005	11	1913,84	4,20%
2005	12	2019,04	5,50%
2006	1	2175,07	7,73%
2006	2	2334,44	7,33%
2006	3	2252,41	-3,51%
2006	4	2232,66	-0,88%
2006	5	2018,48	-9,59%

ΕΤΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΗΝΑ	ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΗΝΑ
2006	6	2018,15	-0,02%
2006	7	2043,7	1,27%
2006	8	2103,14	2,91%
2006	9	2143,57	1,92%
2006	10	2269,2	5,86%
2006	11	2319,24	2,21%
2006	12	2377,11	2,50%
2007	1	2564,8	7,90%
2007	2	2437,43	-4,97%
2007	3	2488,8	2,11%
2007	4	2523,13	1,38%
2007	5	2671,9	5,90%
2007	6	2578	-3,51%
2007	7	2619,92	1,63%
2007	8	2620,7	0,03%
2007	9	2702,02	3,10%
2007	10	2841,23	5,15%
2007	11	2701,46	-4,92%
2007	12	2752,48	1,89%
2008	1	2295,76	-16,59%
2008	2	2130,76	-7,19%
2008	3	2061,04	-3,27%
2008	4	2223,85	7,90%
2008	5	2228,13	0,19%
2008	6	1845,64	-17,17%
2008	7	1863,48	0,97%
2008	8	1810	-2,87%
2008	9	1565,61	-13,50%
2008	10	1110,51	-29,07%
2008	11	991,04	-10,76%
2008	12	932,5	-5,91%
2009	1	919,7	-1,37%
2009	2	755,2	-17,89%
2009	3	846,78	12,13%
2009	4	1050,28	24,03%
2009	5	1213,64	15,55%
2009	6	1124,47	-7,35%
2009	7	1216,12	8,15%
2009	8	1294,26	6,43%
2009	9	1414,6	9,30%
2009	10	1430,56	1,13%
2009	11	1178,28	-17,64%
2009	12	1125,38	-4,49%
2010	1	1037,14	-7,84%
2010	2	952,75	-8,14%
2010	3	1025,69	7,66%
2010	4	922,08	-10,10%

ΕΤΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΗΝΑ	ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΗΝΑ
2010	5	744,88	-19,22%
2010	6	674,76	-9,41%
2010	7	826,85	22,54%
2010	8	757,57	-8,38%
2010	9	707,05	-6,67%
2010	10	747,98	5,79%
2010	11	671,33	-10,25%
2010	12	663,1	-1,23%
2011	1	740,51	11,67%
2011	2	734,35	-0,83%
2011	3	706,1	-3,85%
2011	4	649,13	-8,07%
2011	5	587,26	-9,53%
2011	6	575,08	-2,07%
2011	7	526,11	-8,52%
2011	8	385,98	-26,64%
2011	9	328,98	-14,77%
2011	10	313,73	-4,64%
2011	11	269,92	-13,96%
2011	12	264,91	-1,86%
2012	1	338,5	27,78%
2012	2	305,21	-9,83%
2012	3	282,58	-7,41%
2012	4	267,81	-5,23%
2012	5	188,84	-29,49%
2012	6	227,14	20,28%
2012	7	216,66	-4,61%
2012	8	233,66	7,85%
2012	9	267,89	14,65%
2012	10	293,34	9,50%
2012	11	279,18	-4,83%
2012	12	309,68	10,92%
2013	1	332,15	7,26%
2013	2	334,47	0,70%
2013	3	280,18	-16,23%
2013	4	322,33	15,04%
2013	5	346,02	7,35%
2013	6	283,46	-18,08%
2013	7	300,17	5,90%
2013	8	307,68	2,50%
2013	9	343,39	11,61%
2013	10	394,52	14,89%
2013	11	395,2	0,17%
2013	12	384,84	-2,62%
2014	1	385,27	0,11%
2014	2	423,11	9,82%
2014	3	430,36	1,71%

ΕΤΟΣ	ΜΗΝΑΣ	ΤΙΜΗ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΜΗΝΑ	ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΗΝΑ
2014	4	396,62	-7,84%
2014	5	395,98	-0,16%
2014	6	392,05	-0,99%
2014	7	374,76	-4,41%
2014	8	376,66	0,51%
2014	9	344,64	-8,50%
2014	10	299,27	-13,16%
2014	11	312,96	4,57%
2014	12	264,86	-15,37%
2015	1	215,63	-18,59%
2015	2	258,52	19,89%
2015	3	230	-11,03%
2015	4	245,27	6,64%
2015	5	249,66	1,79%
2015	6	241,22	-3,38%
2015	8	182,72	-24,25%
2015	9	189,77	3,86%
2015	10	209,49	10,39%
2015	11	187,72	-10,39%
2015	12	183,34	-2,33%

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] R.B.Shelton, "Gaming the Market", Wiley Trading Advantage, 1997, ISBN: 0-47-16813-0
- [2] Technical Analysis Explained, Martin J. Pring, ISBN: 978-0071825177
- [3] http://stockcharts.com/school/doku.php?id=chart_school:market_analysis:dow_theory
- [4] C-H Park and S.H. Irwin, "The Profitability of Technical Analysis: A Review" AgMAS Project Research Report No. 2004-04
- [5] K.M. Lui and T.T.L Chong, "Do Technical Analysts Outperform Novice Traders: Experimental Evidence" Economics Bulletin. 33(4), 3080-3087, 2013.
- [6] Jan G. de Gooijer, Cees G.H. Diks and Lukasz T. Gatarek, "Predicting opening gaps from overnight foreign stock price patterns", Discussion Paper: 2009/02
- [7] James E. West and Bruce Linster, "The Evolution of Fuzzy Rules as Strategies in Two-Player Games", Southern Economic Journal, Vol. 69, No. 3, (Jan., 2003), pp. 705-717.
- [8] Diana Marica (Dezsi), "A GAME THEORY MODEL OF STOCK EXCHANGE MARKET MANIPULATION", 2011 International Conference of Scientific Paper AFASES 2011.
- [9] Michael R. Baye, "Managerial Economics and Business Strategy", 2010, ISBN 978-0-07-337596-0.
- [10] Allen F., Morris S. (2002) Game Theory Models in Finance. In: Chatterjee K., Samuelson W.F. (eds) Game Theory and Business Applications. International Series in Operations Research & Management Science, vol 35. Springer, Boston, MA
- [11] Wiszniewska-Matyszek, Agnieszka (2005): Stock market as a dynamic game with continuum of players. Published in: Control and Cybernetics , Vol. 37, No. 3 (2008): pp. 617-647.
- [12] Carlos Alós-Ferrer, Ana B. Ania (Jul 2003): The Stock Market Game and the Kelly-Nash Equilibrium, Department of Economics Discussion Paper, University of Vienna

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] R.B.Shelton, "Gaming the Market", Wiley Trading Advantage, 1997, ISBN: 0-47-16813-0.
- [2] G.W.Greenwood and R.Tymerski, "A Game-Theoretical Approach for Designing Market Trading Strategies", 2008 IEEE Symposium on Computational Intelligence and Games (CIG'08)
- [3] Diana Marica (Dezsi), "A GAME THEORY MODEL OF STOCK EXCHANGE MARKET MANIPULATION", 2011 International Conference of Scientific Paper AFASES 2011.
- [4] Michael R. Baye, "Managerial Economics and Business Strategy", 2010, ISBN 978-0-07-337596-0.