ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
UNIVERSITY OF CYPRUS

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

Δ Ι Π Λ Ω Μ Α Τ Ι Κ Η Ε Ρ Γ Α Σ Ι Α

Παράγοντες που συσχετίζονται με την επίδοση των πρωτοετών φοιτητών του τμήματος Μαθηματικών του ΕΚΠΑ – Σύνδεση με τις Πανελλαδικές Εξετάσεις.

Πέσχος Βασίλειος
Δ201403

Επιβλέπων Συμβουλευτικής Επιτροπής
Ζαχαριάδης Θεοδόσιος **Καθηγητής**

Αθήνα
Σεπτέμβριος 2018

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 27ηΣεπτεμβρίου 2018από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Θ. Ζαχαριάδη(Επιβλέπων)	Καθηγητή
▪ Λ. Κυριακίδη	Καθηγητή
▪ Β. Φαρμάκη	Καθηγήτρια

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Θ. Ζαχαριάδη (Επιβλέπων)	Καθηγητή
▪ Λ. Κυριακίδη	Καθηγητή
▪ Ε. Ράπτη	Καθηγητή

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά:

Τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Θεοδόσιο Ζαχαριάδη για την άψογη συνεργασία μας, την υπομονή που επέδειξε, τον πολύτιμο χρόνο που μου αφιέρωσε και κυρίως για το προσωπικό ενδιαφέρον και τη στήριξη που μου παρείχε.

Τον κ. Λεωνίδα Κυριακίδη για την πολύτιμη βοήθεια του και γιατί ήταν πάντα παρών, διαθέσιμος και πρόθυμος να με καθοδηγήσει.

Τον κ. Ευάγγελο Ράπτη γιατί κοντά του έμαθα όσα δε κατάφερα να μάθω για την Άλγεβρα σε ολόκληρη τη διάρκεια των προπτυχιακών μου σπουδών.

Την Ελενίτσα μας τόσο για την πρακτική της βοήθεια στα διαδικαστικά ζητήματα του μεταπτυχιακού όσο και για το πρωινό της χαμόγελο.

Τους γονείς μου που με στήριξαν σε αυτή μου την προσπάθεια.

Το φίλο μου Λυκούργο Ψαρούλη για τη συνολική βοήθεια του.

Τους συμφοιτητές μου για τη συνεργασία και το υπέροχο κλίμα του μεταπτυχιακού.

Το γιο μου που με στερήθηκε τα πρώτα χρόνια της ζωής του.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ – ABSTRACT.....7
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ.....11
1.1 Ακαδημαϊκή επιτυχία.....11
1.2 Παράγοντες που επηρεάζουν την ακαδημαϊκή επιτυχία.....12
1.3 Η μετάβαση από το Λύκειο στο Πανεπιστήμιο 16
1.4 Πρόβλεψη της ακαδημαϊκής επιτυχίας.....26

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο
ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι, ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ. 30
2.1 Η εξεταστέα-διδακτέα ύλη των Μαθηματικών Κατεύθυνσης.....30
2.2 Αναλυτικό πρόγραμμα και οδηγίες διδασκαλίας των Μαθηματικών Κατεύθυνσης.....31
2.3 Η ύλη του Απειροστικού Λογισμού Ι. 35
2.4 Η ύλη της Γραμμικής Άλγεβρας Ι..... 37
2.5 Τα θέματα των Πανελλαδικών Εξετάσεων στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης.....38

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ. 40
3.1 Ερευνητικά ερωτήματα. 40
3.2 Δείγμα. 41
3.3 Δεδομένα. 42

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ. 45

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5ο
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΣΥΖΗΤΗΣΗ. 73

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....77

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 80

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία μελετά τις επιδόσεις των πρωτοετών φοιτητών του Τμήματος Μαθηματικών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών κατά τα έτη 2015, 2016 σε δύο υποχρεωτικά μαθήματα του πρώτου έτους και συγκεκριμένα τον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι. Αρχικά, διερευνήθηκε η ύπαρξη συσχέτισης ανάμεσα στις επιδόσεις των φοιτητών στα δύο αυτά μαθήματα, ενώ στη συνέχεια εξετάστηκε μια σειρά από παράγοντες οι οποίοι ενδεχομένως να επηρεάζουν τις επιδόσεις των φοιτητών στα συγκεκριμένα μαθήματα. Συγκεκριμένα, εξετάστηκε το φύλο, η εντοπιότητα, η θέση στην οποία κατέταξαν οι φοιτητές το συγκεκριμένο τμήμα στις προτιμήσεις τους για την εισαγωγή στη τριτοβάθμια εκπαίδευση, τα μαθήματα στα οποία εξετάστηκαν για την εισαγωγή τους στο Πανεπιστήμιο και η βαθμολογία τους στο πανελλαδικά εξεταζόμενο μάθημα των Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης. Ακόμα, με τη χρήση Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης εξετάστηκε ο βαθμός κατά τον οποίον η επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης μπορεί να προβλέψει την επίδοση στα δύο αυτά μαθήματα. Τα αποτελέσματα ανέδειξαν ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στις επιδόσεις των φοιτητών στα δύο εξεταζόμενα μαθήματα, ενώ οι βαθμολογίες των ανδρών ήταν κατά μέσο όρο υψηλότερες από αυτές των γυναικών με σημαντικά μεγαλύτερες διακυμάνσεις. Η εντοπιότητα δε φάνηκε να παίζει ιδιαίτερο ρόλο στις επιδόσεις των φοιτητών, αν και οι φοιτητές με εντοπιότητα στην Αττική παρουσίασαν σταθερά ελαφρώς μεγαλύτερες βαθμολογίες. Αντίστοιχα, δεν παρατηρήθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις βαθμολογίες των φοιτητών που ακολούθησαν διαφορετικές κατευθύνσεις για την εισαγωγή τους στο Πανεπιστήμιο. Τέλος, αν και ο βαθμός στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης παρουσίασε σημαντική συσχέτιση με τους βαθμούς στα δύο εξεταζόμενα μαθήματα και παρόλο που τα αποτελέσματα της παλινδρόμησης τον κατέταξαν ως πρώτο παράγοντα πρόβλεψης της ακαδημαϊκής επιτυχίας, το ποσοστό πρόβλεψης βρέθηκε ελάχιστο και αρκετά χαμηλότερο από αντίστοιχες έρευνες.

Λέξεις κλειδιά: *Απειροστικός Λογισμός, Γραμμική Άλγεβρα, Πανελλαδικές, Ακαδημαϊκή επιτυχία.*

ABSTRACT

The present paper examines the academic performance of the first year students of the Mathematical department of National and Kapodistrian University of Athens during the years 2015, 2016 in two mandatory first year courses, namely Calculus I and Linear Algebra I. Initially, we explored the correlation between the students' performance in those two courses and examined factors that may have affected the students' performance in these specific courses. In particular, we examined Gender, students' order of preference for the specific department in the university application form, subjects in which they were examined for University admission and the grades in the subject of mathematics in these exams and finally whether their high school was situated in Athens. Finally, using Simple Linear Regression we investigated the value of the grade in mathematics examination for University entrance, in predicting students' performance in the above-mentioned courses. The results suggest a strong correlation between the student's performance in Calculus I and Linear Algebra I. The mean grades for men appeared to be higher than those of women, but their grades had significantly greater variance. Students from Athens region did not appear to have a significant advantage, although their grades were consistently slightly higher. Similarly, students that were examined in different subjects during the University admission process did not appear to have a significant difference in performance in the two first-year courses. Finally, although there was significant correlation between the grade in mathematics examination for University entrance and the grades in both courses and Simple Linear Regression ranked the grade as the most significant prediction variable, the prediction value was considerably lower than that found on similar studies.

Key words: Calculus*, Linear Algebra, University admission criteria, academic success*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κάθε χρόνο μαθητές από όλα τα Λύκεια της Ελλάδας συμμετέχουν στις Πανελλαδικές εξετάσεις στοχεύοντας στην εισαγωγή τους στις σχολές τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Αρχικός μας στόχος ήταν να μελετήσουμε αν υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση των φοιτητών στις Πανελλαδικές Εξετάσεις και στην επίδοσή τους στο Πανεπιστήμιο. Μελετώντας την παγκόσμια βιβλιογραφία παρατηρήσαμε πως υπάρχει εκτεταμένη έρευνα στο ζήτημα της ακαδημαϊκής επιτυχίας και των παραγόντων που την προβλέπουν, καθώς το ζήτημα απασχολεί τα πανεπιστημιακά ιδρύματα αλλά ταυτόχρονα αποτελεί σημείο μελέτης για τη χάραξη της εκάστοτε κρατικής, εκπαιδευτικής πολιτικής (Bacon και Bean, 2006. Dennis, Phinney και Chuateco, 2005. Duguet, Le Mener και Morlaix, 2016. Richardson, Abraham και Bond, 2012. Smith και Naylor, 2001).

Αν και υπάρχουν πολλοί, γνωστικοί και μη, παράγοντες που επηρεάζουν την ακαδημαϊκή επιτυχία (Duguet, Le Mener και Morlaix, 2016) τα δεδομένα τα οποία κατέστη δυνατό να συλλέξουμε για την έρευνά μας αναφέρονται ως παράγοντες πρόβλεψης σε όλες τις παραπάνω έρευνες. Ως κυριότερος παράγοντας πρόβλεψης αναφέρεται ο βαθμός αντίστοιχων με τις Πανελλαδικές εξετάσεων (ACT , SAT, A-levels) που σαν μοναδικό σκοπό έχουν την αξιολόγηση των μαθητών για την κατάταξή τους στις πανεπιστημιακές σχολές. Οι εξετάσεις αυτές, όπως και οι αντίστοιχες Πανελλαδικές, εξετάζουν ένα ευρύ φάσμα γνώσεων και ικανοτήτων. Η έρευνά μας, αν και πολύ μικρότερου μεγέθους, έχει την ιδιαιτερότητα ότι εξετάζει μόνο την επίδοση στο μαθηματικό κομμάτι των Πανελλαδικών. Για αυτό το λόγο αναμένουμε να υπάρξει μεγαλύτερη συσχέτιση με την επίδοση στα δύο μαθήματα τα οποία εξετάζουμε, δηλαδή τον Απειροστικό λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι. Επιπροσθέτως, η εξεταστέα ύλη των Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης, παρουσιάζει μεγάλη συνάφεια με την αντίστοιχη του Απειροστικού λογισμού Ι.

Στο πρώτο κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να ορίσουμε μέσα από τη μελέτη της πρόσφατης βιβλιογραφίας τον όρο «ακαδημαϊκή επιτυχία» και να προσδιορίσουμε

ορισμένους από τους παράγοντες που, σύμφωνα πάντα με τη βιβλιογραφία, την επηρεάζουν αλλά και θα δούμε αναλυτικότερα κάποιες από τις μελέτες που έχουν γίνει με σκοπό την πρόβλεψή της. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εξεταστέα-διδακτέα ύλη και οι οδηγίες διδασκαλίας των Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης, καθώς και η εξεταστέα-διδακτέα ύλη των εξεταζόμενων μαθημάτων. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με ένα σχολιασμό των θεμάτων των Πανελλαδικών. Στο τρίτο κεφάλαιο αναφέρονται τα ερευνητικά μας ερωτήματα, παρουσιάζεται το δείγμα μας, τα δεδομένα μας και ο τρόπος με τον οποίον τα επεξεργαστήκαμε πριν προχωρήσουμε στην ανάλυσή τους. Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται λεπτομερώς η ανάλυση των δεδομένων μας. Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο πραγματοποιείται μια σύνοψη των ευρημάτων της έρευνάς μας και σχολιάζονται τα αποτελέσματα αλλά και οι περιορισμοί της. Κλείνουμε με μια συζήτηση σχετικά με το πώς θα μπορούσαν να επηρεάσουν τα αποτελέσματα της έρευνάς μας τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Λύκειο και το Πανεπιστήμιο, την εθνική εκπαιδευτική πολιτική, αλλά και με προτάσεις για διεύρυνση της έρευνάς μας και επέκτασή της σε άλλους τομείς.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^{ο}
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε μέσα από την υπάρχουσα βιβλιογραφία τον όρο ακαδημαϊκή επιτυχία, τους τρόπους με τους οποίους επιχειρείται η μέτρησή της, κάποιους από τους παράγοντες οι οποίοι την επηρεάζουν και χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψή της. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στις δυσκολίες τις οποίες αντιμετωπίζουν οι φοιτητές κατά τη μετάβασή τους από τη δευτεροβάθμια στη τριτοβάθμια εκπαίδευση γενικότερα αλλά και ειδικότερα όσον αφορά τα μαθηματικά. Τέλος, θα μελετήσουμε τα αποτελέσματα μιας σειράς ερευνών οι οποίες μελέτησαν τους παράγοντες που επηρεάζουν την ακαδημαϊκή επιτυχία και προσπάθησαν να δημιουργήσουν μοντέλα για την πρόβλεψή της.

1.1 Ακαδημαϊκή επιτυχία

Ο όρος ακαδημαϊκή επιτυχία χρησιμοποιείται ευρέως και ποικιλοτρόπως στην πανεπιστημιακή έρευνα και αξιολόγηση. Οι York, Gibson και Rankin (2015) μελετώντας την υπάρχουσα βιβλιογραφία κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ο όρος ακαδημαϊκή επιτυχία είναι πολύπλοκος και συχνά χρησιμοποιείται λανθασμένα. Προτείνουν έναν ορισμό ο οποίος αποτελείται από έξι παράγοντες:

- Ακαδημαϊκή πρόοδος: Μετρήσιμη από τους βαθμούς των μαθημάτων και το γενικό μέσο όρο.
- Επαγγελματική επιτυχία: Υπάρχουν δύο τύποι επαγγελματικής επιτυχίας. Η εξωτερική, η οποία σχετίζεται με το ποσοστό εύρεσης εργασίας, το μισθό και την επαγγελματική εξέλιξη και η εσωτερική, η οποία περιλαμβάνει τη συνειδητοποίηση των δυνατοτήτων του φοιτητή, την ανάπτυξη φιλοδοξιών, τη διεύρυνση του φάσματος επαγγελματικής δραστηριοποίησης και την ικανοποίηση του φοιτητή για την ολοκλήρωση των σπουδών του.

- Ικανοποίηση: Πάλι υπάρχουν δύο κατηγορίες. Η ικανοποίηση την οποία προσέφερε η συνολική εμπειρία του πανεπιστημίου στο φοιτητή και η ικανοποίηση που προήλθε κατά την παρακολούθηση των επί μέρους μαθημάτων.
- Επιμονή: Εδώ αποτυπώνεται η διαρροή των φοιτητών και το ποσοστό των φοιτητών που ολοκληρώνουν τις σπουδές τους στο προβλεπόμενο χρονικό διάστημα.
- Ανάπτυξη ικανοτήτων και δεξιοτήτων: Η ανάγκη ύπαρξης αυτού του παράγοντα έγκειται στο ότι η απόκτηση ικανοτήτων και δεξιοτήτων δε συνάδει απαραίτητα με τους δείκτες ακαδημαϊκής προόδου.
- Επίτευξη εκπαιδευτικών στόχων: Εδώ εμπεριέχεται η εμπλοκή του φοιτητή στη διδακτική διαδικασία και οι στόχοι τους οποίους θέτει το εκάστοτε εκπαιδευτικό ίδρυμα.

Όπως τονίζεται στους York, Gibson, και Rankin (2015) οι δείκτες οι οποίοι χρησιμοποιούνται περισσότερο για τη μέτρηση της ακαδημαϊκής επιτυχίας στη βιβλιογραφία είναι ο γενικός μέσος όρος και η φοιτητική διαρροή, η οποία επικεντρώνεται στα δύο πρώτα έτη φοίτησης. Οι δείκτες αυτοί αν και δε καλύπτουν το φάσμα της ακαδημαϊκής επιτυχίας είναι οι ευκολότερα μετρήσιμοι και αποτελούν τα συνηθέστερα κριτήρια για την αποδοχή σε μεταπτυχιακά προγράμματα. Επιπροσθέτως, ο μέσος όρος αποτελεί σημαντικό παράγοντα πρόβλεψης της επαγγελματικής επιτυχίας (Strenze, 2007) και αποτελεί ένα αντικειμενικό και αξιόπιστο μέτρο (Bacon, και Bean, 2006).

1.2 Παράγοντες που επηρεάζουν την Ακαδημαϊκή επιτυχία.

Από τα παραπάνω γίνεται προφανές ότι η ακαδημαϊκή επιτυχία είναι ένα εξαιρετικά πολυπαραγοντικό φαινόμενο. Σε μια προσπάθεια να μελετήσουν τους βασικούς παράγοντες που σχετίζονται με τα χαρακτηριστικά των φοιτητών στη Γαλλία, τα οποία μπορούν να επηρεάσουν την ακαδημαϊκή τους επιτυχία, οι Duguet, Le Mener και Morlaix (2016) τους διαχωρίζουν σε τέσσερις βασικές κατηγορίες:

- Κοινωνικοδημογραφικά χαρακτηριστικά και κατάσταση διαβίωσης των φοιτητών.
- Γνωστικές ικανότητες, κίνητρα και επαγγελματικά σχέδια των φοιτητών
- Ακαδημαϊκή ιστορία και το φοιτητικό επάγγελμα
- Εθνική πολιτική και τοπικοί παράγοντες

Αναλυτικότερα οι κατηγορίες αυτές περιέχουν:

Κοινωνικοδημογραφικά χαρακτηριστικά και κατάσταση διαβίωσης των φοιτητών

Σύμφωνα με τους Duguet, Le Mener και Morlaix (2016) πλήθος ερευνών έχει δείξει ότι χαρακτηριστικά όπως η οικονομική κατάσταση, το είδος του επαγγέλματος και το μορφωτικό επίπεδο των γονέων επηρεάζουν στατιστικά ελάχιστα την ακαδημαϊκή επιτυχία των φοιτητών. Αυτό οφείλεται είτε στο γεγονός ότι οι φοιτητές έχοντας περάσει από τις αυστηρές διαδικασίες επιλογής των πανεπιστημίων έχουν επιδείξει ήδη μια συνέπεια στις σπουδές τους, είτε στο ότι τα ποσοστά των φοιτητών από χαμηλά κοινωνικά στρώματα είναι τόσο μικρά που η στατιστική επιρροή τους δεν είναι σημαντική.

Αντίθετα, το φύλο αποτελεί παράγοντα που επηρεάζει την ακαδημαϊκή επιτυχία. Στην Πολωνία, οι Panczyk, Rebandel & Gotlib (2015) μελετώντας φοιτητές φαρμακευτικής αναφέρουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στους μέσους όρους, μετά την ολοκλήρωση του πρώτου έτους σπουδών, με τις γυναίκες να έχουν σαφές προβάδισμα. Αντίστοιχα στη Γαλλία (Duguet, κ.α., 2016), έρευνες έχουν δείξει ότι οι άνδρες παρουσιάζουν μεγαλύτερα ποσοστά παραίτησης από τις γυναίκες και έχουν χαμηλότερα ποσοστά αποφοίτησης στον προβλεπόμενο χρόνο.

Η ηλικία φαίνεται να έχει αρνητική συσχέτιση με την ακαδημαϊκή επιτυχία αλλά αυτό, σύμφωνα με τους Duguet, κ.α., (2016), μάλλον οφείλεται στο γεγονός ότι αυτή συνδέεται με προγενέστερη ακαδημαϊκή αποτυχία.

Οι συνθήκες διαβίωσης, ωστόσο, παίζουν σημαντικό ρόλο στην ακαδημαϊκή επιτυχία. Οι φοιτητές που δε μένουν στο σπίτι των γονιών τους, αλλά μένουν μόνοι τους ή

συγκατοικούν, έχουν καλύτερες ακαδημαϊκές επιδόσεις (Grignon & Gruel, όπως αναφέρεται στους Duguet, κ.α., 2016).

Εξαιρετικά σημαντική είναι και η επίδραση της εργασίας. Οι φοιτητές που εργάζονται έχουν αρκετά χαμηλότερες πιθανότητες να ολοκληρώσουν εμπρόθεσμα τις σπουδές τους, αν και αυτό εξαρτάται από τις ώρες αλλά και το είδος της εργασίας. Συγκεκριμένα οι φοιτητές που εργάζονται 15 με 20 ώρες εβδομαδιαίως είναι 42% πιθανότερο να μην ολοκληρώσουν επιτυχημένα τον πρώτο χρόνο φοίτησης. Το ποσοστό αυτό, όμως, μειώνεται ή ακόμα και μηδενίζεται, αν το αντικείμενο της εργασίας σχετίζεται με το αντικείμενο σπουδών (Duguet, κ.α., 2016).

Γνωστικές ικανότητες, κίνητρα και επαγγελματικοί στόχοι των φοιτητών

Με τον όρο γνωστικές ικανότητες αναφερόμαστε κυρίως, αλλά όχι αποκλειστικά, στην ικανότητα απομνημόνευσης, την ταχύτητα επεξεργασίας δεδομένων και την λογική σκέψη. Η μοναδική έρευνα που έγινε στη Γαλλία, με σκοπό να μελετήσει την επιρροή των γνωστικών ικανοτήτων στην ακαδημαϊκή επιτυχία, ανέδειξε ότι οι ικανότητες αυτές δεν έχουν άμεση αλλά έμμεση επιρροή, αφού σχετίζονται με το εκπαιδευτικό ιστορικό των φοιτητών (Duguet, κ.α., 2016).

Αντιθέτα, τα κίνητρα διαδραματίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην ακαδημαϊκή επιτυχία. Οι φοιτητές οι οποίοι ωθούνται από εσωτερικά ή εξωτερικά κίνητρα αποδίδον πολύ καλύτερα, ενώ οι έρευνες δείχνουν ότι ειδικά σε φοιτητές υψηλής απόδοσης μπορούν να προβλέψουν έως και δύο μονάδες αυξημένο μέσο όρο (Duguet, κ.α., 2016).

Οι λόγοι για τους οποίους παρακολουθεί ο φοιτητής ένα μάθημα έχουν άμεσο αντίκτυπο στην ακαδημαϊκή επιτυχία. Οι φοιτητές που παρακολουθούν ένα μάθημα επειδή προτείνεται από τον οδηγό σπουδών έχουν σημαντικά χαμηλότερα ποσοστά επιτυχίας από αυτούς οι οποίοι επέλεξαν το μάθημα από προσωπικό ενδιαφέρον ή επειδή θεωρούν ότι τους είναι απαραίτητο στη μετέπειτα επαγγελματική τους πορεία (Duguet, κ.α., 2016).

Ακαδημαϊκή ιστορία και το φοιτητικό επάγγελμα

Οι Duguet, κ.α. (2016) αναφέρουν ένα πλήθος ερευνών που αναδεικνύουν ότι το ακαδημαϊκό ιστορικό ενός φοιτητή, όπως αυτό αποτυπώνεται από τους βαθμούς του και το πλήθος των ετών που χρειάστηκε ο μαθητής για να επαναλάβει την τάξη διαδραματίζει πολύ σημαντικό ρόλο στην πορεία του φοιτητή στο πανεπιστήμιο. Μια έρευνα από τον Gury (2007) αναφέρει ότι η επανάληψη ενός έτους στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση τριπλασιάζει την πιθανότητα ο φοιτητής να παρατήσει τις πανεπιστημιακές του σπουδές.

Οι Duguet, κ.α. (2016) χρησιμοποιούν τον όρο φοιτητικό επάγγελμα για να περιγράψουν την ικανότητα του φοιτητή να προσαρμοστεί στο πανεπιστημιακό περιβάλλον και να αναπτύξει νέους τρόπους αφομοίωσης της γνώσης. Το κατά πόσο ο μαθητής θα μπορέσει να μεταμορφωθεί σε φοιτητή και να τροποποιήσει τον τρόπο μελέτης του ώστε να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις του πανεπιστημίου παίζει σημαντικό ρόλο στην επίτευξη της ακαδημαϊκής του επιτυχίας.

Εθνική πολιτική και τοπικοί παράγοντες

Εδώ συγκαταλέγονται παράγοντες όπως η θέση και η προσβασιμότητα του πανεπιστημίου, η ύπαρξη και οι συνθήκες διαβίωσης της φοιτητικής εστίας, αλλά και γενικότερα οι παροχές του κράτους προς τους φοιτητές. Εδώ συγκαταλέγεται, επίσης, η διδαχθείσα ύλη, ο τρόπος διδασκαλίας και το πανεπιστημιακό προσωπικό, το επίπεδο δυσκολίας των εξετάσεων αλλά και γενικότερα η πολιτική του πανεπιστημίου και η μέριμνα του κράτους για την αντιμετώπιση της φοιτητικής διαρροής. Στη Γαλλία ένα πρόγραμμα που στοίχισε 730 εκατομμύρια ευρώ και είχε μοναδικό σκοπό τη μείωση της ακαδημαϊκής αποτυχίας έφερε ανάμικτα αποτελέσματα (Duguet, κ.α., 2016). Παρατηρήθηκε ότι οι επιπλέον ώρες φροντιστηριακής διδασκαλίας δεν κατάφεραν να αποδώσουν το αναμενόμενο καθώς ωφέλησαν κυρίως τους φοιτητές με υψηλή επίδοση. Αντίθετα, η μετατροπή της χρονικής διάρκειας των μαθημάτων από ένα σε δύο εξάμηνα αποδείχτηκε εξαιρετικά αποδοτική. Παρατηρήθηκε επίσης διαφορά της τάξης του 16% στις επιδόσεις των φοιτητών που σπουδάζουν σε κεντρικά πανεπιστήμια

σε σχέση με αυτούς που φοιτούν σε πανεπιστήμια της επαρχίας. Αυτή η διαφορά αποδόθηκε στην πιθανότητα κάποιοι από τους φοιτητές να επέλεξαν το τμήμα που φοιτούν με κριτήριο την εγγύτητα στην κατοικία τους χωρίς να έχουν ενδιαφέρον για το αντικείμενο των σπουδών τους.

Δυστυχώς, σύμφωνα με τους Duguet, κ.α. (2016) δεν υπάρχουν μετρήσιμα αξιόπιστα στοιχεία για το αντίκτυπο της αξιοποίησης παιδαγωγικών μεθόδων στο πανεπιστήμιο. Αναφέρεται όμως ότι οι συγκεντρώσεις του πανεπιστημιακού προσωπικού με σκοπό την συζήτηση παιδαγωγικών θεμάτων και την αξιοποίηση νέων παιδαγωγικών πρακτικών δεν είχαν σχεδόν κανένα αντίκτυπο στις επιδόσεις των φοιτητών.

1.3 Η μετάβαση από το λύκειο στο πανεπιστήμιο

Ένας πολύ σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει την απόδοση των φοιτητών είναι ο τρόπος με τον οποίο θα ανταπεξέλθουν στις δυσκολίες που παρουσιάζονται κατά τη μετάβασή τους από το λυκειακό στο πανεπιστημιακό περιβάλλον. Οι Culpepper, Basilie, Ferguson, Lanning και Perkins (2010) αναφέρουν, στηριζόμενοι σε στοιχεία από έρευνα στα πανεπιστήμια της Αϊόβα, ότι η δυσκολία στην προσαρμογή των φοιτητών στο πανεπιστημιακό περιβάλλον οδηγεί σχεδόν το 50% των πρωτοετών φοιτητών σε αποτυχία ή σε καθεστώς ακαδημαϊκής επιτήρησης. Οι Clark και Lovric (2008) αναφέρουν ότι η μετάβαση από τη δευτεροβάθμια στη τριτοβάθμια εκπαίδευση συχνά σημαδεύεται και από την φυσική απομάκρυνση του φοιτητή από το σπίτι, τους γονείς, τους συγγενείς και τους φίλους. Ο φοιτητής χρειάζεται, τότε, να παραιτηθεί από το ρόλο του στην οικογένεια και να υιοθετήσει ένα νέο ρόλο που θα του επιτρέψει να λειτουργήσει στο πανεπιστημιακό περιβάλλον.

Εκτός όμως από τις κοινωνικές αλλαγές, η μετάβαση από το Λύκειο στο Πανεπιστήμιο σημαδεύεται και από αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας, το πλήθος των διδασκόντων και τη σχέση τους με τους μαθητές, το είδος των μαθηματικών που διδάσκεται και το επίπεδο της εννοιολογικής κατανόησης που απαιτείται, το μέγεθος της αίθουσας διδασκαλίας και το βαθμό ανταγωνιστικότητας (Clark και Lovric, 2008).

Η διδασκαλία των μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο διαφοροποιείται σε σχέση με το Λύκειο στον τρόπο με τον οποίο χειρίζεται τις μαθηματικές έννοιες, τα θεωρήματα, τις αποδείξεις και τα προβλήματα αλλά και στη γλώσσα η οποία χρησιμοποιείται.

Τα σχολικά εγχειρίδια χρησιμοποιούν μια απλούστερη, μη τυπική γλώσσα, με σκοπό να γίνουν κατανοητά στους μαθητές. Τα παραδείγματα που παρουσιάζονται είναι συχνά ασαφή και συνδέονται με πραγματικές καταστάσεις που διαφοροποιούνται από το πραγματικό μαθηματικό αντικείμενο. Αντίθετα, τα πανεπιστημιακά συγγράμματα χρησιμοποιούν μια τυπική γλώσσα. Αυτό το πέρασμα, από την άτυπη στη τυπική γλώσσα και από την άτυπη στην τυπική, αυστηρή, απαιτητική επιχειρηματολογία αποτελεί πηγή σοβαρών δυσκολιών για τους φοιτητές (Clark και Lovric, 2008, επίσης Selden, A., 2010).

Οι Tall, D., και Vinner, S. (1981) χρησιμοποίησαν τον όρο «εικόνα της έννοιας» (concept image) για να περιγράψουν το σύνολο των νοητικών δομών οι οποίες σχετίζονται με την έννοια. Η εικόνα μιας έννοιας μπορεί να περιλαμβάνει μια οπτική αναπαράστασή της, έναν ορισμό, μια χρήση της έννοιας σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο. Ως παράδειγμα, αναφέρουν την εικόνα που σχηματίζει ο μαθητής για την αφαίρεση, όταν αυτή διδάσκεται για πρώτη φορά με τη χρήση φυσικών αριθμών. Συχνά, η εικόνα που έχουμε για μια έννοια είναι διαφορετική από την πραγματικότητα. Στο παραπάνω παράδειγμα, η έννοια της αφαίρεσης συσχετίζεται λανθασμένα με μείωση. Καθώς η εικόνα μιας έννοιας σχηματίζεται από διάφορα κομμάτια, διαφορετικές εμπειρίες και πλαίσια, συχνά δεν έχει συνοχή. Αντίστοιχα, με τον όρο «ορισμός έννοιας» (concept definition) οι Tall και Vinner περιγράφουν το σύνολο των λέξεων με το οποίο περιγράφεται μια έννοια. Ο ορισμός μπορεί να έχει δοθεί στο υποκείμενο, να έχει κατασκευαστεί από αυτό ή να αποτελεί μια τροποποιημένη εκδοχή ενός υπάρχοντος ορισμού, με την αξιοποίηση της εικόνας της έννοιας που έχει το υποκείμενο, ενώ μπορεί να μεταλλαχθεί με τον καιρό. Συνεπώς, ένας προσωπικός ορισμός μιας έννοιας μπορεί να διαφοροποιείται από τον τυπικό ορισμό, αυτόν δηλαδή που είναι αποδεκτός από το σύνολο της μαθηματικής κοινότητας. Σε αυτή τη διαφορά έγκειται και η διαφορετική αντιμετώπιση των εννοιών από τη δευτεροβάθμια στην τριτοβάθμια

εκπαίδευση. Στο Λύκειο γίνεται μια προσπάθεια οι μαθητές να αποκτήσουν μια σφαιρική εικόνα της έννοιας, με τη χρήση μεγάλου αριθμού παραδειγμάτων και την αξιοποίηση της έννοιας σε προβλήματα που αναφέρονται πραγματικές καταστάσεις, καταλήγοντας σε περιγραφικούς, μη τυπικούς ορισμούς. Αντίθετα, στο Πανεπιστήμιο οι έννοιες προσδιορίζονται από τυπικούς ορισμούς, οι οποίοι, στη συνέχεια, αξιοποιούνται κατά το σχηματισμό προτάσεων και θεωρημάτων. Κλασσικό παράδειγμα αποτελεί η έννοια του ορίου, η οποία στο Λύκειο προσεγγίζεται με τη χρήση παραδειγμάτων από τη Φυσική και με την παρουσίαση μεγάλου αριθμού γραφικών παραστάσεων συναρτήσεων, με σκοπό οι μαθητές να αποκτήσουν μια όσο το δυνατόν πληρέστερη εικόνα για την έννοια, αποφεύγοντας όμως τη διδασκαλία του τυπικού ορισμού. Αντίθετα στο Πανεπιστήμιο, η διδασκαλία της έννοιας του ορίου περιλαμβάνει τον τυπικό ορισμό, τον οποίον οι φοιτητές πρέπει να αξιοποιήσουν για τον υπολογισμό ορίων αλλά και για να αποδείξουν συναφείς προτάσεις. Μια άλλη μεγάλη διαφορά είναι το είδος των εννοιών που διδάσκονται σε κάθε βαθμίδα. Στο Πανεπιστήμιο, για κάποιες από τις έννοιες που διδάσκονται δεν υπάρχουν ή δε δίνονται οπτικές αναπαραστάσεις, ώστε ο φοιτητής να αποκτήσει μια πληρέστερη εικόνα της έννοιας. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η εικόνα της έννοιας ταυτίζεται με τον τυπικό ορισμό της. Αυτό αποτελεί εμπόδιο για την κατανόηση της έννοιας από τους φοιτητές, οι οποίοι έχουν συνηθίσει να βασίζονται στη διαίσθησή τους για τον προσδιορισμό των εννοιών.

Η κατανόηση των θεωρημάτων, η κατανόηση των συνεπειών ή των ισοδύναμων προτάσεων ενός θεωρήματος και η σωστή αξιοποίησή του για την απόδειξη προτάσεων αποτελεί ίσως το μεγαλύτερο εμπόδιο που έχουν να αντιμετωπίσουν οι φοιτητές για να επιτύχουν το πέρασμα από την επιφανειακή στην ουσιαστική μάθηση (Tall, 1992). Η δυσκολία αυτή είναι εμφανής ήδη από την τρίτη τάξη του Λυκείου, οπού οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι, για πρώτη φορά στο πλαίσιο της ανάλυσης, με υπαρξιακά και μη υπολογιστικά θεωρήματα, όπως το Θεώρημα Bolzano. Στο Πανεπιστήμιο, το πρόβλημα γίνεται περισσότερο εμφανές, καθώς οι φοιτητές έρχονται

αντιμέτωποι με μια σημαντική αλλαγή, από την υπολογιστική προσέγγιση των μαθηματικών στην προσέγγιση που βασίζεται στην απόδειξη (Selden, 2010).

Ο Moore (1994), αναφερόμενος στη διδασκαλία των μαθηματικών στις Η.Π.Α., αναφέρει ότι το πρόγραμμα σπουδών του Λυκείου αποτυγχάνει στο να φέρει τους μαθητές σε επαφή με την έννοια της απόδειξης και ότι η όποια προσπάθεια γίνεται επιτυγχάνεται μέσα από τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, δεδομένο που δε διαφέρει πολύ και στη χώρα μας. Η εισαγωγή της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση γίνεται με έναν εξαιρετικά σύνθετο τρόπο. Στους μαθητές δίνονται μια σειρά από πρωταρχικές (σημείο, ευθεία κλπ) και δευτερεύουσες (καμπύλη, τόξο κλπ) έννοιες και μια σειρά από σχέσεις ή ιδιότητες που τις συνοδεύουν (διάταξη, παραλληλία κλπ). Τόσο οι ορισμοί των εννοιών, όσο και οι ιδιότητες που τις συνοδεύουν, βασίζονται στη διαίσθηση των μαθητών και θεωρούνται αυτονόητες (Fischbein, 1987). Οι πρώτες ασκήσεις περιλαμβάνουν κατασκευές χωρίς περιορισμό στη χρήση γεωμετρικών οργάνων και στη συνέχεια εισάγονται κάποια βασικά θεωρήματα, ώστε οι μαθητές να εξοικειωθούν με το χειρισμό και τον υπολογισμό ευθυγράμμων τμημάτων, γωνιών, εμβαδών και όγκων. Η μετάβαση στο Λύκειο συνοδεύεται από αρκετές αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας της Γεωμετρίας. Εισάγεται η κατασκευή και η σύγκριση σχημάτων με κανόνα και διαβήτη, που αποτελεί βασική αρχή της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, διατυπώνονται κάποια θεωρήματα με αμφίβολες (πειστικές, αλλά όχι τυπικές) αποδείξεις και οι ασκήσεις από υπολογιστικές μετατρέπονται σε αποδεικτικές. Οι αποδείξεις που απαιτούνται είναι στην πλειονότητά τους παραγωγικές, γεγονός που έρχεται σε σύγκρουση με την εμπειρία των μαθητών, οι όποιοι πρέπει να αναδιοργανώσουν τον τρόπο προσέγγισής τους για τις αποδείξεις και δυσκολεύονται να κατανοήσουν γιατί προτάσεις, που μέχρι χθες θεωρούσαν αυτονόητες, ξαφνικά, χρειάζονται απόδειξη αλλά και γιατί αυτή η απόδειξη δε μπορεί να δοθεί από τον καθηγητή, ο οποίος έχει και παραδοσιακά την υποχρέωση να παρέχει εξηγήσεις (Mariotti, 2000). Αυτά τα νοητικά και επιστημολογικής φύσης προβλήματα της μη κατανόησης της αναγκαιότητας της απόδειξης αλλά και της δυσκολίας διαχείρισης μη υπολογιστικών προτάσεων παραμένουν και στο Πανεπιστήμιο, όπου οι

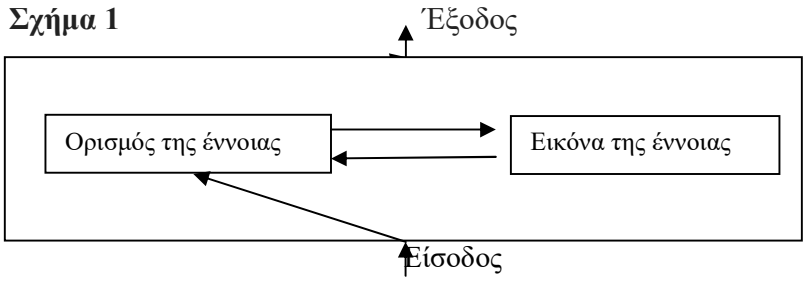
φοιτητές δυσκολεύονται ιδιαίτερα στην απόδειξη υπαρξιακών προτάσεων (Selden, 2010), ενώ ο Tall (2002) αναφέρει ότι αρκετοί φοιτητές δυσκολεύονται να κατανοήσουν και να κατασκευάσουν αποδείξεις με τη μέθοδο της «εις άτοπον απαγωγής» και προτιμούν παραγωγικές μεθόδους. Στο Πανεπιστήμιο, η απόδειξη συνδέεται έντονα με την πρόταση την οποία αποδεικνύει και με το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο η πρόταση αυτή εμπεριέχεται. Μια πρόταση παραμένει αληθής μόνο μέσα στη μαθηματική θεωρία στην οποία ανήκει και της οποίας τα αξιώματα χρησιμοποιήθηκαν για να ελεγχθεί η εγκυρότητά της. Αυτή η διάκριση ανάμεσα σε απόλυτη αλήθεια και σε αλήθεια τοποθετημένη σε συγκεκριμένο, θεωρητικό, μαθηματικό πλαίσιο είναι εξαιρετικά δύσκολη για τους μαθητές. Ο Balacheff, (1999) αναφέρει πως οι φοιτητές, συχνά, δε μπορούν καν να αναγνωρίσουν τη διαφορά ανάμεσα στην επιχειρηματολογία και στην απόδειξη. Συχνά, οι αποδείξεις βασίζονται σε αισθητικά κριτήρια, όπως το να γίνονται εύκολα κατανοητές, να παρουσιάζουν ευρηματικότητα, κομψότητα ή διορατικότητα, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η λογική ορθότητά τους (Hanna, 2014)

Η επίλυση προβλημάτων στο Λύκειο αντιμετωπίζεται με υπολογιστικό και επιφανειακό τρόπο, απαιτώντας από τους μαθητές να λύνουν προβλήματα τα οποία έχουν συνήθως συγκεκριμένο και προτεινόμενο τρόπο λύσης. Τα προβλήματα έχουν πάντα μοναδική λύση και στόχος των μαθητών είναι, συνήθως, η εύρεση μιας μοναδικής λύσης και σε ελάχιστες περιπτώσεις η διερεύνησή της. Αντίθετα στο Πανεπιστήμιο, οι φοιτητές καλούνται να κατανοήσουν και να αξιοποιήσουν, με σωστό τρόπο, θεωρήματα για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων, ενώ ταυτόχρονα κάθε νέα έννοια ή πρόταση πρέπει να συνδέεται με τις προηγούμενες (Selden. A, 2010). Τα περισσότερα προβλήματα δεν είναι υπολογιστικού αλλά αποδεικτικού ή υπαρξιακού χαρακτήρα και συχνά οι φοιτητές καλούνται να αποδείξουν λήμματα, να απορρίψουν εικασίες και να πειραματιστούν με διαφορετικούς τρόπους επίλυσης. Ο Tall αναφέρει ότι για πολλούς φοιτητές η έννοια της επίλυσης προβλημάτων είναι συνυφασμένη με την απομνημόνευση των σημειώσεων από μια σειρά διαλέξεων και την αξιοποίηση των γνώσεων για την επίλυση μιας σειράς προβλημάτων, ξεκάθαρα συσχετισμένων με το

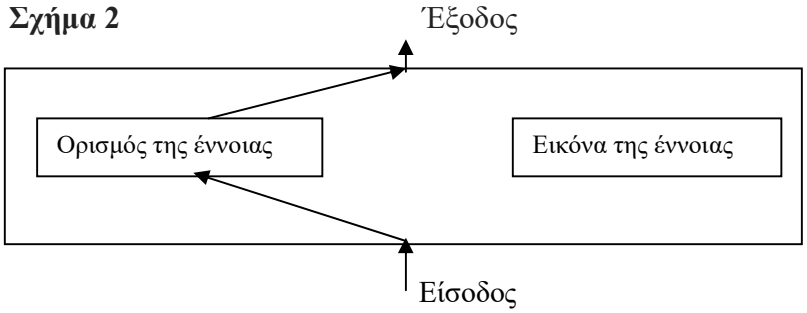
συγκεκριμένο υλικό. Η ικανότητα σωστού χειρισμού των εννοιών παίζει κρίσιμο ρόλο στην επίλυση προβλημάτων. Ο Vinner (2002) περιέγραψε τον τρόπο με τον οποίον η εικόνα και ο ορισμός μιας έννοιας μπορούν να αλληλεπιδράσουν για την επίλυση ενός προβλήματος. Για να το περιγράψει με τη μορφή διαγραμμάτων, πρώτα υπέθεσε ότι η εικόνα μιας έννοιας και ο (τυπικός) ορισμός της αποτελούν δύο κελιά στη γνωστική μας δομή. Το ένα ή και τα δύο κελιά μπορούν να είναι κενά. Το κελί της εικόνας της έννοιας παραμένει κενό αν δεν αποδίδεται νόημα στο όνομα της έννοιας, ενώ το κελί του ορισμού της έννοιας μπορεί να παραμείνει κενό αν η απομνημόνευση του ορισμού της έννοιας έχει γίνει με άνευ νοήματος τρόπο. Γενικά, υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο κελιών.

Κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων, η εικόνα της έννοιας και ο ορισμός της έννοιας ενδέχεται να ενεργοποιηθούν με τρόπο που αναπαρίσταται με τα παρακάτω σχήματα:

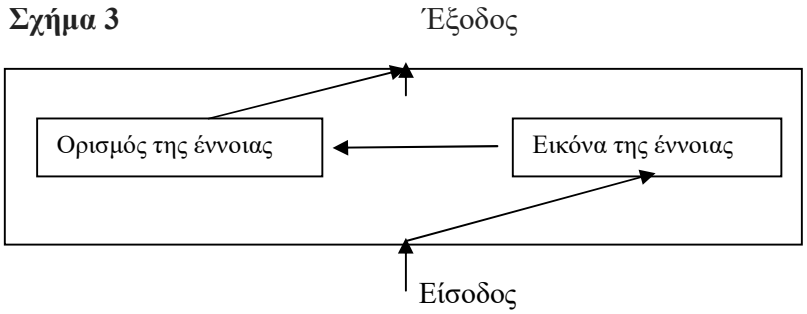
Σχήμα 1



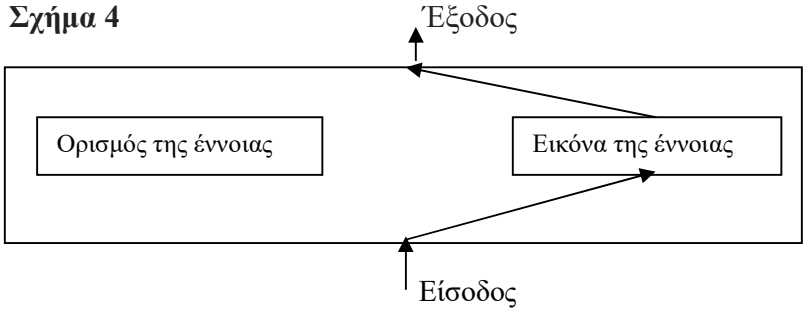
Σχήμα 2



Σχήμα 3



Σχήμα 4



Παρατηρούμε ότι στις νοητικές διαδικασίες που αντιστοιχούν στα τρία πρώτα σχήματα περιλαμβάνεται ο ορισμός της έννοιας. Αντίθετα, στο τέταρτο σχήμα η διαδικασία επίλυσης παρακάμπτει τελείως τον ορισμό της έννοιας και αξιοποιεί μόνο την εικόνα της. Δυστυχώς, ο τρόπος σκέψης που έχει συνηθίσει ο μαθητής στη καθημερινή ζωή, η έλλειψη αυστηρών ορισμών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και ο περιγραφικός, μη τυπικός τρόπος λύσης που ακολουθείται κατά την επίλυση ασκήσεων οδηγούν τους φοιτητές στο να αγνοούν τον ορισμό. Στο Πανεπιστήμιο, όμως, ο φορμαλισμός που απαιτείται κατά την επίλυσή ασκήσεων και την απόδειξη θεωρημάτων κάνει απαραίτητη τη χρήση του (τυπικού) ορισμού των εννοιών.

Ένας άλλος παράγοντας, που μπορεί να επηρεάσει την απόδοση των φοιτητών στα μαθηματικά στο Πανεπιστήμιο, είναι οι λανθασμένες ή περιορισμένες εικόνες που έχουν δημιουργήσει για έννοιες, κατά τη μετάβασή τους από τις προηγούμενες βαθμίδες εκπαίδευσης. Τέτοιο παράδειγμα αποτελεί η εικόνα που σχηματίζουν οι μαθητές για την έννοια της εφαπτομένης καμπύλης, στην οποία προσδίδουν ιδιότητες από την εικόνα που έχουν σχηματίσει νωρίτερα, κατά τη διδασκαλία της εφαπτομένης

κύκλου στα πλαίσια της Γεωμετρίας. Σε έρευνα των Biza, Souyoul και Zachariades (2005), μόνο 7 από τους 19 πρωτοετείς φοιτητές που εξετάστηκαν είχαν εικόνα της έννοιας της εφαπτομένης καμπύλης η οποία δεν ήταν λανθασμένα επηρεασμένη από την εικόνα της εφαπτομένης κύκλου. Αντίστοιχο πρόβλημα αντιμετωπίζεται και στη μεθοδολογία, οπού η περιορισμένη μεθοδολογία που χρησιμοποιείται για την επίλυση των ασκήσεων στο Λύκειο περιορίζει τις δυνατότητες των φοιτητών, που δυσκολεύονται να κατανοήσουν ή να αναπτύξουν διαφορετικές τεχνικές επίλυσης. Για παράδειγμα στο Λύκειο, η απόδειξη ισοτήτων πραγματοποιείται με τη χρήση μετασχηματισμών και την αξιοποίηση ιδιοτήτων των εξισώσεων. Ο περιορισμένος αυτός (ίσως και αλγοριθμικός) τρόπος σκέψης αποτελεί γνωστικό εμπόδιο για τους φοιτητές, καθώς στην Ανάλυση, για παράδειγμα, μπορούμε να αποδείξουμε ότι δύο αριθμοί a, b είναι ίσοι, αν δείξουμε ότι για κάθε ε>0 ισχύει $|a-b|<\varepsilon$ (Selden, 2010). Άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τη μετάβαση είναι το μη αμελητέο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στο Λύκειο και το Πανεπιστήμιο, κατά το οποίο οι φοιτητές δεν έχουν συνήθως καμία επαφή με τα μαθηματικά, η ελλιπής επανάληψη που γίνεται στο Πανεπιστήμιο και η δυσκολία προσαρμογής σε έναν περισσότερο ανεξάρτητο τρόπο ζωής (Clark και Lovric, 2008).

Συγκεκριμένα για την Ανάλυση, ο Tall (1993) αναφέρει ότι οι μαθητές αντιμετωπίζουν τις παρακάτω δυσκολίες στην κατανόηση της έννοιας του ορίου:

- Δυσκολίες που οφείλονται στη γλώσσα. Λέξεις όπως «τείνει», «πλησιάζει όσο θέλουμε» και ο τρόπος με τον οποίον τις αξιοποιούμε και στην καθομιλούμενη, συχνά, έρχονται σε αντίθεση με τις τυπικές έννοιες.
- Οι διαδικασίες των ορίων δεν εκτελούνται με απλή αριθμητική ή Άλγεβρα και εμφανίζονται άπειρες διαδικασίες οι οποίες περιπλέκουν πολύ τους μαθητές.
- Η διαδικασία κατά την οποία μια μεταβλητή γίνεται αυθαίρετα μικρή, συχνά παρερμηνεύεται ως μια αυθαίρετα μικρή μεταβλητή ποσότητα, υπονοώντας σιωπηρά μια απειροελάχιστη ποσότητα.

- Αντίστοιχα, το να γίνεται το ν αυθαίρετα μεγάλο, συχνά συγχέεται με την έννοια του απείρου πλήθους αριθμών.
- Οι μαθητές, συχνά, έχουν πρόβλημα να κατανοήσουν το αν η συνάρτηση ή η ακολουθία παίρνει την τιμή του ορίου.
- Η μελέτη του απείρου με πεπερασμένους όρους δημιουργεί σύγχυση στους μαθητές.

Ενώ γενικότερα στην Ανάλυση, οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές περιλαμβάνουν:

- Δυσκολίες με το συμβολισμό του Leibniz.
- Δυσκολίες στη μετατροπή πραγματικών καταστάσεων σε προβλήματα με μαθηματικού όρους.
- Περιορισμένες νοητικές εικόνες συναρτήσεων.
- Δυσκολίες στην επιλογή κατάλληλων αναπαραστάσεων.
- Δυσκολίες με αλγεβρικούς χειρισμούς.
- Δυσκολίες στην αφομοίωση πολύπλοκων, νέων ιδεών σε περιορισμένο χρόνο.
- Δυσκολίες με τον ταυτόχρονο χειρισμό πολλών ποσοδεικτών.
- Η προτίμηση των μαθητών σε διαδικαστικές μεθόδους αντί για προσπάθεια εννοιολογικής κατανόησης.

Οι δυσκολίες αυτές αποτυπώνονται και στα σχόλια του Αναλυτικού προγράμματος διδασκαλίας στο οποίο αναφέρεται ότι:

> *Η Ανάλυση απαιτεί την ανάπτυξη ενός τρόπου σκέψης ποιοτικά διαφορετικού από αυτόν που γνώρισαν οι μαθητές στην Άλγεβρα και στη Γεωμετρία. Ο πυρήνας αυτού του διαφορετικού τρόπου σκέψης είναι οι άπειρες διαδικασίες και ο προσδιορισμός αγνώστων ποσοτήτων μέσα από την προσέγγιση τους οσοδήποτε κοντά από γνωστές ποσότητες.*

Μια πρώτη επαφή με τέτοιου τύπου διαδικασίες είχαν οι μαθητές στην Ευκλείδεια Γεωμετρία με τον υπολογισμό του εμβαδού κύκλου. Σε αντίθεση με τον υπολογισμό του εμβαδού πολυγώνων, ο οποίος γίνεται με πεπερασμένες διαδικασίες (χωρισμός του πολυγώνου σε πεπερασμένα το πλήθος πολύγωνα γνωστού εμβαδού), στην περίπτωση του κύκλου, επειδή τέτοιου τύπου διαδικασία δεν είναι αποτελεσματική, προσεγγίζουμε τον κύκλο οσοδήποτε κοντά από κανονικά πολύγωνα και έτσι υπολογίζουμε το εμβαδόν του. Αυτή η διαδικασία υπολογισμού έχει ως βάση την έννοια του ορίου, η οποία αποτελεί την θεμελιώδη έννοια της Ανάλυσης. Ωστόσο, επειδή είναι μια ιδιαίτερα λεπτή έννοια και ο τυπικός «ε-δ» ορισμός αντικειμενικά είναι δύσκολο να κατανοηθεί από μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, η διδασκαλία της Ανάλυσης στο Λύκειο συνήθως περιορίζεται σε απλή εφαρμογή τύπων με αξιοποίηση κυρίως αλγεβρικών δεξιοτήτων και δεν περιλαμβάνει μια ουσιαστική εισαγωγή στον τρόπο σκέψης αυτής της μαθηματικής περιοχής. Αποτέλεσμα μιας τέτοιας διδασκαλίας, όπως έχει προκύψει από έρευνες στην Ελλάδα και στο εξωτερικό, είναι ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών να δημιουργεί παρανοήσεις και να σχηματίζει λανθασμένες αντιλήψεις και εικόνες για τις έννοιες και τα θεωρήματα της Ανάλυσης, με συνέπεια να αντιμετωπίζουν σοβαρά εμπόδια στη μετέπειτα πορεία τους στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. (ΦΕΚ 162, 2015 σελ 2099)

Αντίστοιχα στη Γραμμική Άλγεβρα, τα περισσότερα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι φοιτητές έχουν να κάνουν με τον τυπικό χαρακτήρα του μαθήματος και τη φορμαλιστική του φύση (Aydin, 2009). Ο Dorier (2003) αναφέρει ότι στη διδασκαλία της Γραμμικής Άλγεβρας χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικές γλώσσες (η αφηρημένη γλώσσα, η αλγεβρική γλωσσά του $\mathbb{R}^n$ και η γεωμετρική γλώσσα των διδιάστατων και

τρισδιάστατων χώρων). Αυτός ο διαχωρισμός και η δυσκολία που παρουσιάζει για τους φοιτητές, συχνά δε λαμβάνεται υπόψη από τους καθηγητές, οι οποίοι κατά τη διάρκεια των διαλέξεών τους αλλάζουν συνεχώς συμβολισμούς. Συγκεκριμένα για τα διανύσματα, ο Dorier αναφέρει ότι υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους τα αντιλαμβάνονται οι φοιτητές:

- Ο συμβολικός, που σχετίζεται με την αξιωματική θεωρία.
- Ο γραφικός, που σχετίζεται με την αναπαράσταση με διανύσματα.
- Ως πίνακες συντεταγμένων.

Η μετατροπή από τη μια μορφή στην άλλη και ιδιαίτερα ανάμεσα στο αντικείμενο και τη γεωμετρική του αναπαράσταση αποτελεί συχνό εμπόδιο για τους φοιτητές και συχνά τους οδηγεί σε λάθη.

1.4 Πρόβλεψη της Ακαδημαϊκής επιτυχίας

Οι Smith και Naylor (2001) χρησιμοποίησαν στοιχεία από το ηλεκτρονικό σύστημα του υπουργείου παιδείας της Μεγάλης Βρετανίας με δείγμα 94.485 φοιτητές που αποφοίτησαν ή παραιτήθηκαν από τις σπουδές τους από τα βρετανικά πανεπιστήμια το 1993. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μελέτη τους δεν περιλάμβανε τους φοιτητές που διέκοψαν τις σπουδές τους για μη ακαδημαϊκούς λόγους, όπως προβλήματα υγείας. Τα δεδομένα που αξιοποιήθηκαν ήταν:

- Η βαθμίδα του πτυχίου (Στη Μεγάλη Βρετανία υπάρχουν 4 διαφορετικές βαθμίδες πτυχίων).
- Το είδος του πτυχίου (Τα πτυχία χωρίστηκαν σε 21 κατηγορίες, π.χ. αγροτικά, μηχανικής, ιατρικής φύσης κλπ).
- Το είδος του Πανεπιστημίου (Τα πανεπιστήμια στη Μεγάλη Βρετανία χωρίζονται ανάλογα με την παράδοση την οποία ακολουθούν σε κατηγορίες παραδοσιακών Πανεπιστημίων όπως το Cambridge και το Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης, σε παλαιού τύπου τεχνικές σχολές, σε νέου τύπου τεχνικές σχολές και σε πανεπιστήμια που ακολουθούν τη Σκωτσέζικη ή την Ουαλική

παράδοση. Υπάρχουν σημαντικές διαφοροποιήσεις μεταξύ των κατηγοριών όπως για παράδειγμα η αναλογία προσωπικού-σπουδαστών) .

- Κοινωνική τάξη (Οι φοιτητές χωρίστηκαν σε 6 κατηγορίες, ανάλογα με το είδος του επαγγέλματος των γονέων (άνεργος – ανειδίκευτος - μερικώς ανειδίκευτος - ειδικευμένος χειρονακτικής φύσης - ειδικευμένος μη χειρονακτικής φύσης - εξειδικευμένος επαγγελματίας).
- Ηλικία.
- Οικογενειακή κατάσταση.
- Είδος σχολείου που παρακολούθησαν οι φοιτητές
- Μέσος όρος των βαθμών που έγραψαν οι μαθητές του σχολείου στις εξετάσεις A-level.

Ανάμεσα στα πολυάριθμα αποτελέσματα της έρευνας διακρίνουμε τα εξής:

- Το είδος του επαγγέλματος των γονέων παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, καθώς κάθε κατηγορία φοιτητών είχε τουλάχιστον 2% μεγαλύτερη πιθανότητα για απόκτηση πτυχίου με χαρακτηρισμό «καλώς» από την προηγούμενη.
- Η οικογενειακή κατάσταση επηρεάζει την επίδοση, με τους παντρεμένους φοιτητές, ανεξαρτήτως φύλου, να αποδίδουν καλύτερα.
- Οι φοιτητές που εξετάστηκαν στα μαθηματικά στα A-level αποδίδουν καλύτερα στο πανεπιστήμιο.
- Οι γυναίκες είχαν 51% πιθανότητα να αποκτήσουν πτυχίο με χαρακτηρισμό «καλώς» ενώ οι άντρες 44%. Αν και η διαφορά των ποσοστών είναι αρκετά σημαντική, σε αυτή αποτυπώνονται και άλλες διαφορές ανάμεσα στα δύο φυλά, όπως το γεγονός ότι το ποσοστό των γυναικών που σπουδάζουν και ανήκουν σε χαμηλή κοινωνική τάξη είναι εμφανώς μικρότερο από των ανδρών. Οι ερευνητές εκτιμούν ότι τουλάχιστον το μισό της διαφοράς ανάμεσα στα δύο φύλα εξηγείται από άλλους παράγοντες.
- Οι φοιτητές που μένουν με τους γονείς τους αποδίδουν καλύτερα από αυτούς που μένουν μόνοι τους.

Οι Robbins, Lauver, Le, Davis, Langley και Carlstrom, A. (2004) με αφορμή τη συζήτηση που γινόταν εκείνη την εποχή στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής σχετικά με τα κριτήρια εισαγωγής των υποψηφίων στις πανεπιστημιακές σχολές, ανέλυσαν δεδομένα από 109 άρθρα από την ψυχολογική και εκπαιδευτική βιβλιογραφία, προσπαθώντας να μελετήσουν την επίδραση ψυχοκοινωνικών και άλλων παραγόντων στην ακαδημαϊκή επίδοση. Μέσα από τη μετά-ανάλυση των άρθρων ξεχώρισαν 12 κατηγορίες παραγόντων, τις οποίες χρησιμοποίησαν για να ερμηνεύσουν το βαθμό κτήσης πτυχίου αλλά και την επιμονή των φοιτητών στις σπουδές τους, όπως αυτή αντικατοπτρίζεται από την παραμονή στο Πανεπιστήμιο. Οι 12 αυτές κατηγορίες είναι:

- Κίνητρα προόδου: Αυτά ορίζονται ως η ευχαρίστηση που αισθάνεται ο φοιτητής από την εκπλήρωση των στόχων του, την αποφυγή εμποδίων και γενικότερα την προσπάθεια για αριστεία.
- Ακαδημαϊκοί στόχοι: Η επιμονή και η αφοσίωση για την απόκτηση του πτυχίου. Η εκτίμηση για την πανεπιστημιακή παιδεία.
- Αφοσίωση στο ίδρυμα: Η εμπιστοσύνη και η ικανοποίηση των φοιτητών για την επιλογή πανεπιστημιακού ιδρύματος. Η σύνδεσή τους με το Πανεπιστήμιο.
- Αντίληψη της κοινωνικής υποστήριξης: Η αντίληψη που έχουν οι φοιτητές για τις δομές που τους υποστηρίζουν (οικογένεια, κοινωνικές δομές μέντορας κ.ά.).
- Κοινωνική εμπλοκή: Το κατά πόσο οι φοιτητές αισθάνονται συνδεδεμένοι με το πανεπιστημιακό περιβάλλον (σχέσεις με συμφοιτητές, εμπλοκή στα δρώμενα του πανεπιστημίου κ.ά.).
- Αντίληψη ακαδημαϊκής αποτελεσματικότητας: Το πώς αξιολογεί ο φοιτητής τις ικανότητές του για την ολοκλήρωση των σπουδών του.
- Γενικότερη αντίληψη του φοιτητή για τον εαυτό του.
- Ακαδημαϊκές ικανότητες (νοητικά και συναισθηματικά εργαλεία συμπεριφοράς, απαραίτητα για την ολοκλήρωση των σπουδών) .

- Επιρροές σχετικές με τις σπουδές: Το περιβάλλον, το κατά πόσο υπάρχουν υποστηρικτικοί πόροι στο φοιτητή, συμπεριλαμβανομένης της οικονομικής διαθεσιμότητας.
- Οικονομική υποστήριξη: Το κατά πόσο το Πανεπιστήμιο στηρίζει οικονομικά τους φοιτητές.
- Το μέγεθος του ιδρύματος.
- Η επιλεκτικότητα του ιδρύματος: Το κριτήρια του Πανεπιστημίου για την επιλογή των φοιτητών του.

Η έρευνα έδειξε ότι αν και οι παράγοντες αυτοί συνεισφέρουν στην πρόβλεψη του βαθμού κτήσης απολυτηρίου και της επιμονής των φοιτητών στις σπουδές τους, οι παραδοσιακοί δείκτες της επίδοσης στις εξετάσεις ACT/SAT και ο βαθμός κτήσης του απολυτηρίου Λυκείου παραμένουν οι κύριοι παράγοντες πρόβλεψης.

Οι Dennis, Phinney & Chuateco (2005) μελέτησαν φοιτητές εθνικών μειονοτήτων, με σκοπό να μελετήσουν το κατά πόσο τα εσωτερικά κίνητρα αλλά και τα κίνητρα που σχετίζονται με την οικογένεια μπορούν να προβλέψουν την ακαδημαϊκή επίδοση. Τα αποτελέσματα για άλλη μια φορά ανέδειξαν ως πρώτο παράγοντα πρόβλεψης το βαθμό του απολυτηρίου Λυκείου. Τα εσωτερικά κίνητρα, όπως το προσωπικό ενδιαφέρον, η περιέργεια, η επιθυμία για μια επιτυχημένη καριέρα, βρέθηκε ότι παίζουν σημαντικό ρόλο στην πρόβλεψη της επίδοσης, ενώ αντίθετα, τα κίνητρα που έχουν να κάνουν με την οικογένεια δε φάνηκε να σχετίζονται με τις επιδόσεις. Αν και οι φοιτητές που επιλέχθηκαν για την έρευνα ήταν κυρίως δεύτερης γενιάς μετανάστες, με ισχυρούς οικογενειακούς δεσμούς και δεσμούς με την τοπική κοινότητα, οι προσδοκίες της οικογένειας δε φάνηκε να επηρεάζουν καθόλου τις επιδόσεις τους. Ένας παράγοντας που βρέθηκε να σχετίζεται σε ικανοποιητικό βαθμό με τις επιδόσεις, είναι η υποστήριξη που είχαν οι φοιτητές από συμφοιτητές τους. Από την έρευνα φαίνεται ότι η ψυχολογική υποστήριξη της οικογένειας δε μπορεί να συγκριθεί με την πρακτική αλλά και ψυχολογική βοήθεια που μπορούν να προσφέρει η συμμετοχή σε ομάδες ατόμων με κοινούς στόχους και βιώματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{Ο}

ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι, ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε την εξεταστέα - διδακτέα ύλη των Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης, την εξεταστέα - διδακτέα ύλη του Απειροστικού Λογισμού και της Γραμμικής Άλγεβρας και θα εξετάσουμε αν υπάρχουν συνδέσεις μεταξύ τους. Για το σκοπό αυτό θα μελετήσουμε, εκτός από την εξεταστέα - διδακτέα ύλη, τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών καθώς και τις οδηγίες διδασκαλίας των Μαθηματικών Κατεύθυνσης που δόθηκαν από το Υπουργείο Παιδείας κάθε διδακτικό έτος. Τέλος, θα δούμε κάποια στοιχεία και σχόλια για τα θέματα των Πανελλαδικών στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης στα οποία εξετάστηκαν οι φοιτητές που συμμετέχουν στην έρευνά μας.

2.1 Η εξεταστέα - διδακτέα ύλη των Μαθηματικών Κατεύθυνσης

Η εξεταστέα-διδακτέα ύλη των Μαθηματικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης για το διδακτικό έτος 2014-2015, όπως αυτή αναφέρεται στο ΦΕΚ: 1938 (17 Ιουλίου 2014, τεύχος Β’) είναι η εξής:

- Μιγαδικοί αριθμοί
    - Η έννοια του Μιγαδικού αριθμού.
    - Πράξεις στο σύνολο C των Μιγαδικών.
    - Μέτρο Μιγαδικού αριθμού.
- Όριο- Συνέχεια συνάρτησης
    - Πραγματικοί Αριθμοί.
    - Συναρτήσεις.
    - Μονότονες συναρτήσεις - Αντίστροφη συνάρτηση.
    - Όριο συνάρτησης στο $x_0 \in \mathbb{R}$
    - Ιδιότητες των ορίων.
    - Μη πεπερασμένο όριο στο $x_0 \in \mathbb{R}$

- Όριο συνάρτησης στο Άπειρο.
- Συνέχεια συνάρτησης.

- Διαφορικός Λογισμός.
  - Η έννοια της παραγώγου.
  - Παραγωγίσιμες συναρτήσεις.
  - Κανόνες παραγώγισης.
  - Ρυθμός μεταβολής.
  - Θεώρημα Μέσης Τιμής Διαφορικού Λογισμού.
  - Συνέπειες του θεωρήματος Μέσης Τιμής.
  - Τοπικά ακρότατα συνάρτησης.
  - Κυρτότητα-Σημεία Καμπής.
  - Ασύμπτωτες – Κανόνες De l' Hospital.
  - Μελέτη και χάραξη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης.
- Ολοκληρωτικός Λογισμός.
  - Αρχική συνάρτηση.
  - Ορισμένο Ολοκλήρωμα.
  - Η συνάρτηση F(x)=$\int_a^x f(t)\,dt$.
  - Εμβαδό επίπεδου χωρίου.

2.2 Αναλυτικό πρόγραμμα και οδηγίες διδασκαλίας των Μαθηματικών Κατεύθυνσης

Η αντίστοιχη εξεταστέα - διδακτέα ύλη για το διδακτικό έτος 2015-2016 όπως αναφέρεται στο ΦΕΚ: 1186 (19 Ιουνίου 2015, τεύχος Β') διαφοροποιείται από αυτή του προηγούμενου διδακτικού έτους μόνο επειδή από αυτήν έχει αφαιρεθεί το κεφάλαιο των μιγαδικών αριθμών.

Το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών αναφέρει: Σκοπός της διδασκαλίας της Μαθηματικής Ανάλυσης στο Λύκειο είναι να προετοιμάσει το έδαφος για μια πιο προχωρημένη μελέτη της στο Πανεπιστήμιο. Με δεδομένο ότι ο τυπικός ορισμός του

ορίου και οι περισσότερες αποδείξεις των προτάσεων και των θεωρημάτων της Ανάλυσης είναι εκτός του πλαισίου των μαθηματικών του Λυκείου, για να αποτελέσει η διδασκαλία της μια πραγματική εισαγωγή στην περιοχή αυτή, πρέπει να συμβάλλει στην ανάπτυξη σωστών διαισθητικών αντιλήψεων από τους μαθητές για τις έννοιες, τις ιδιότητες τους και τα θεωρήματα της Ανάλυσης μέσα από την ουσιαστική χρήση οπτικών αναπαραστάσεων. Γι' αυτό, πρέπει να υπάρξει μια ισορροπία και σύνδεση των τυπικών λύσεων και των αντίστοιχων οπτικών αναπαραστάσεων με στόχο την κατανόηση των ιδιοτήτων της Ανάλυσης σε ένα πρώτο διαισθητικό επίπεδο».

Το σχολικό βιβλίο, ακολουθώντας τις οδηγίες του αναλυτικού προγράμματος, ασχολείται μόνο με συναρτήσεις ορισμένες σε διαστήματα ή ένωση διαστημάτων και επικεντρώνεται στις διαφορίσιμες συναρτήσεις. Με βάση αυτή την κατεύθυνση δε διδάσκεται ο ορισμός του σημείου συσσώρευσης, ούτε ο αυστηρός ορισμός του ορίου, ενώ γίνεται μια προσπάθεια διαισθητικής προσέγγισης. Στις ασκήσεις και τα παραδείγματα του βιβλίου, ο υπολογισμός των ορίων γίνεται με τη χρήση της ιδιότητας της συνέχειας (η οποία όμως διδάσκεται αργότερα και δεν αναφέρεται σε αυτό το σημείο) ή αντικαθιστώντας πρώτα τις συναρτήσεις με αντίστοιχες οι οποίες ταυτίζονται κοντά στο σημείο στο οποίο ζητείται το όριο.

Οι οδηγίες του ΙΕΠ για τη διαχείριση της διδακτέας – εξεταστέας ύλης για το διδακτικό έτος 2014-2015 περιγράφουν τα χρονικά πλαίσια και τον τρόπο με τον οποίο προτείνεται να γίνει η διδασκαλία του μαθήματος. Συγκεκριμένα, προτείνεται να αφιερωθούν 12 διδακτικές ώρες για τη διδασκαλία των μιγαδικών αριθμών, 33 διδακτικές ώρες για τη διδασκαλία του κεφαλαίου του ορίου και της συνέχειας, 38 διδακτικές ώρες για τη διδασκαλία του διαφορικού λογισμού και 20 διδακτικές ώρες για τη διδασκαλία του ολοκληρωτικού λογισμού. Στη συνέχεια, οι οδηγίες αναλύουν, ακριβώς, τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να καταμεριστούν οι ώρες αυτές στις επί μέρους παραγράφους. Για το διδακτικό έτος 2015-2016 οι 12 ώρες που εξοικονομούνται από την κατάργηση των μιγαδικών επιφέρουν αύξηση 4 ωρών στο κεφάλαιο του ορίου και της συνέχειας και 8 ωρών στο κεφάλαιο του διαφορικού λογισμού.

Παρακάτω θα παραθέσουμε κάποιες από τις οδηγίες του ΙΕΠ για τη διδασκαλία της Ανάλυσης επιχειρώντας να κατανοήσουμε καλύτερα τη διδακτική προσέγγιση που προτείνεται να ακολουθήσουν οι εκπαιδευτικοί. Δε θα εξετάσουμε καθόλου τις οδηγίες για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των μιγαδικών αριθμών, αφού το κεφάλαιο αυτό δε σχετίζεται άμεσα με τα εξεταζόμενα μαθήματα.

Στην παράγραφο των συναρτήσεων προτείνεται να δοθεί έμφαση στις έννοιες της ισότητας και της σύνθεσης συναρτήσεων και στη χρήση και ερμηνεία των γραφικών παραστάσεων. Για τη μονοτονία και τις αντίστροφες συναρτήσεις προτείνεται η μελέτη της μονοτονίας και της ιδιότητας 1-1 μέσα από τις γραφικές παραστάσεις. Για το όριο συνάρτησης σε σημείο τονίζεται ότι πρέπει να δοθεί βάρος στη διαισθητική προσέγγιση της έννοιας του ορίου και με τη χρήση γραφικών παραστάσεων κατάλληλα επιλεγμένων συναρτήσεων να γίνει προσπάθεια να αποφευχθούν κάποιες συχνές παρανοήσεις των μαθητών. Συγκεκριμένα προτείνει τη χρήση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = x \cdot \eta\mu\frac{1}{x}$ ώστε να αντιληφθούν οι μαθητές ότι η ύπαρξη του ορίου δε συνεπάγεται τοπική μονοτονία, όπως και της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu\frac{1}{x}$ ως παράδειγμα μη ύπαρξης ορίου χωρίς την ύπαρξη των πλευρικών ορίων. Για τη χρήση των ιδιοτήτων των ορίων για τον υπολογισμό τους τονίζεται ότι πρέπει οι μαθητές να αντιληφθούν τους λόγους για τους οποίους μπορούμε να αντικαταστήσουμε τη συνάρτηση με μια άλλη, όπως και τον λόγο χρήσης των πλευρικών ορίων για τον υπολογισμό ορίου στο σημείο που αλλάζει ο τύπος σε μια συνάρτηση. Για το μη πεπερασμένο όριο προτείνεται η μελέτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \left(\eta\mu\frac{1}{x} + 2\right)$ στο σημείο x_0=0, για να αποφευχθεί η παρανόηση που συνδέει την ύπαρξη μη πεπερασμένου ορίου με την μονοτονία. Για το όριο συνάρτησης στο άπειρο προτείνεται να δοθεί βάρος στη διαισθητική προσέγγιση της έννοιας και να δοθούν παραδείγματα γραφικών παραστάσεων που το όριο όταν το x τείνει στο $+\infty$ υπάρχει, αλλά οι συναρτήσεις αυτές δεν είναι μονότονες, όπως η $f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$, καθώς και συναρτήσεων των οποίων το όριο στο άπειρο δεν υπάρχει, όπως η $f(x) = \eta\mu x$. Στην παράγραφό της συνέχειας,

προτείνεται να μελετηθούν και συναρτήσεις με πεδίο ορισμού ένωση ξένων διαστημάτων, όπως για παράδειγμα οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1}{x}$ και $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. Τέλος, κατά τη διδασκαλία του Θεωρήματος Bolzano προτείνεται να γίνει μια συζήτηση με τους μαθητές για την αναγκαιότητα των προϋποθέσεων του θεωρήματος και να τονιστεί ότι δεν ισχύει το αντίστροφό του.

Η εισαγωγή στην έννοια της παραγώγου προτείνεται να γίνει με τη χρήση του παραδείγματος της στιγμιαίας ταχύτητας και της εφαπτομένης. Για την ανακατασκευή της εικόνας της έννοιας της εφαπτομένης προτείνεται η χρήση παραδειγμάτων όπως η εφαπτομένη της συνάρτησης $f(x) = x^3$ στο σημείο x_0=0 στο οποίο η εφαπτομένη διαπερνά την καμπύλη και της συνάρτησης $f(x) = \begin{cases} x^2, \alpha\nu \ \ x \geq 0 \\ 0, \alpha\nu \ x < 0 \end{cases}$ στο σημείο x_0=0, στην οποία η εφαπτομένη συμπίπτει με ένα τμήμα της καμπύλης. Για τον ορισμό της παραγώγου προτείνεται να δοθεί έμφαση στην κατανόηση του h και του x στην έκφραση $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ και στην κατανόηση της διαφοράς ανάμεσα σε παράγωγο σε σημείο και παραγώγου συνάρτησης. Έχοντας ως σημείο αναφοράς την εφαπτομένη κύκλου και με στόχο τη γενίκευση της γνωστής από τη Γεωμετρία έννοιας στην αντίστοιχη της Ανάλυσης, προτείνεται να μελετηθεί μια εφαρμογή που υπολογίζει την εξίσωση της εφαπτομένης κύκλου σε σημείο του και στη συνέχεια το αποτέλεσμα συγκρίνεται με αυτό από τους τύπους της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Για τη διδασκαλία της έννοιας του ρυθμού μεταβολής δε δίνονται συγκεκριμένες οδηγίες και απλά τονίζεται ότι είναι σημαντική γιατί δείχνει τη σημασία της έννοιας της παραγώγου στις εφαρμογές. Για τα θεωρήματα Rolle και Μέσης Τιμής τονίζεται ότι πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στη γεωμετρική τους ερμηνεία και στο παράδειγμα του σχολικού βιβλίου, το οποίο, αξιοποιώντας το Θεώρημα Μέσης Τιμής, αποδεικνύει ότι κατά τη κίνηση ενός σώματος υπάρχει τουλάχιστον μια χρονική στιγμή οπού η στιγμιαία του ταχύτητα συμπίπτει με τη μέση ταχύτητα που είχε το σώμα σε όλη την κίνηση. Εναλλακτικά, προτείνεται να συζητηθεί, στην αρχή του κεφαλαίου, το γεγονός ότι κατά τη διάρκεια της κίνησης ενός αυτοκινήτου κάποια στιγμή της διαδρομής η στιγμιαία ταχύτητά του θα είναι ίση με τη μέση ταχύτητά του (κάτι που εικάζεται ότι οι μαθητές

το αντιλαμβάνονται διαισθητικά). Στη συνέχεια, προτείνεται να διατυπωθεί η μαθηματική σχέση που εκφράζει το γεγονός αυτό και να τεθεί το ερώτημα αν μπορεί να γενικευθεί και για άλλες συναρτήσεις. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό θα οδηγήσει τους μαθητές στο Θεώρημα Μέσης Τιμής. Για τη μονοτονία προτείνεται να αναφερθεί η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στη μονοτονία και την κλίση των χορδών της γραφικής παράστασης. Για τη διδασκαλία των τοπικών ακρότατων, της κυρτότητας και των σημείων καμπής δε δίνονται συγκεκριμένες οδηγίες. Για την καλύτερη κατανόηση των κανόνων De l' Hospital προτείνεται μια εφαρμογή στην οποία το πηλίκο δυο συναρτήσεων αντικαθίσταται από το πηλίκο των εφαπτόμενων τους, το όριο του οποίου συμπίπτει με το λόγο των κλίσεών τους. Για να διαπιστωθεί το γεγονός ότι σε ένα σημείο οι τιμές των συναρτήσεων προσεγγίζονται από τις τιμές των εφαπτομένων τους, προτείνεται να χρησιμοποιηθεί δυναμικό λογισμικό (π.χ. Geogebra) και εργαλείο zoom.

Για τη διδασκαλία του κεφαλαίου των ολοκληρωμάτων δε δίνονται συγκεκριμένες οδηγίες. Τονίζεται, απλά, ότι πρέπει να δοθεί έμφαση στα προβλήματα που διατυπώνονται στο σχολικό βιβλίο στην αρχή της ενότητας αλλά και σε αντίστοιχα προβλήματα ώστε να τονιστεί η σημασία της αντίστροφης διαδικασίας της παραγώγισης. Γενικά, προτείνεται μια επιφανειακή διδασκαλία στα ολοκληρώματα, η οποία αποσκοπεί στον υπολογισμό τους με την χρήση ιδιοτήτων. Το ίδιο συμβαίνει και με τη χρήση του ολοκληρώματος για τον υπολογισμό εμβαδών, οπού το παράδειγμα που προτείνεται καλύπτει μόνο την περίπτωση που η συνάρτηση παίρνει μόνο θετικές τιμές.

2.3 Η ύλη του Απειροστικού Λογισμού Ι

Η εξεταστέα-διδακτέα ύλη του Απειροστικού Λογισμού Ι και η κατανομή των ωρών διδασκαλίας, όπως αναφέρονται στην ιστοσελίδα του Μαθηματικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Αθηνών είναι η εξής:

- Πραγματικοί αριθμοί. Φυσικοί αριθμοί: Αρχή του ελαχίστου, αρχή της επαγωγής. Ρητοί αριθμοί, ύπαρξη αρρήτων, αξίωμα πληρότητας. Ύπαρξη τετραγωνικής ρίζας και ακεραίου μέρους, πυκνότητα των ρητών και των αρρήτων στους πραγματικούς αριθμούς, προσέγγιση πραγματικών αριθμών από ρητούς, κλασικές ανισότητες (3 εβδομάδες).
- Ακολουθίες πραγματικών αριθμών. Συγκλίνουσες ακολουθίες, μονότονες ακολουθίες, κιβωτισμός διαστημάτων, ακολουθίες που ορίζονται αναδρομικά (2,5 εβδομάδες).
- Συναρτήσεις. Βασικοί ορισμοί. Αλγεβρικές συναρτήσεις, Τριγωνομετρικός κύκλος. Ορισμοί των τριγωνομετρικών συναρτήσεων, βασικές ιδιότητες. Εκθετική συνάρτηση (1,5 εβδομάδα).
- Συνέχεια και όριο συναρτήσεων. Συνέχεια. Αρχή της μεταφοράς. Συνέχεια βασικών συναρτήσεων. Συνέχεια και τοπική συμπεριφορά. Θεώρημα ενδιαμέσων τιμών. Ύπαρξη μέγιστης και ελάχιστης τιμής για συνεχείς συναρτήσεις ορισμένες σε κλειστά διαστήματα. Μονότονες συναρτήσεις. Ασυνέχειες μονότονης συνάρτησης. Συνεχείς και 1-1 συναρτήσεις. Αντίστροφη συνεχούς και 1-1 συνάρτησης. Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Λογαριθμική συνάρτηση. Όρια συναρτήσεων: Σημεία συσσώρευσης, μεμονωμένα σημεία συνόλων. Συνέχεια συνάρτησης σε μεμονωμένο σημείο. Η έννοια του ορίου συνάρτησης. Μοναδικότητα. Αρχή της μεταφοράς. Αλγεβρικές ιδιότητες, όριο σύνθεσης. Πλευρικά όρια. (3 εβδομάδες).
- Παράγωγος. Εισαγωγή: παραδείγματα από τη Γεωμετρία και τη Φυσική. Ορισμός της παραγώγου. Κανόνες παραγώγισης. Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων. Θεώρημα μέσης τιμής. Θεώρημα Darboux. Κριτήρια μονοτονίας συνάρτησης. Κριτήρια τοπικών ακροτάτων. Γενικευμένο θεώρημα μέσης τιμής. Κανόνες de l'Hospital. Κυρτές και κοίλες συναρτήσεις. Σημεία καμπής. Μελέτη συναρτήσεων (3 εβδομάδες).

- Συμπληρώματα. (α) Αριθμήσιμα και υπεραριθμήσιμα σύνολα: το πλήθος των πραγματικών αριθμών. (β) Κατασκευή των πραγματικών αριθμών από τους ρητούς (τομές Dedekind).

2.4 Η ύλη της Γραμμικής Άλγεβρας Ι

Η ύλη και ενδεικτικό χρονοδιάγραμμα σε εβδομάδες, όπως αυτά αναφέρονται στην ηλεκτρονική τάξη του μαθήματος:

1.Πράξεις πινάκων [1 εβδομάδα]

1.1. Πράξεις πινάκων (ορισμοί, ιδιότητες).

1.2. Αντιστρέψιμοι πίνακες (ορισμοί, ιδιότητες).

2.Γραμμοϊσοδύναμοι πίνακες[2 εβδομάδες]

2.1. Στοιχειώδεις πράξεις γραμμών (κίνητρο από συστήματα, γραμμοϊσοδύναμοι πίνακες).

2.2. Ανηγμένη κλιμακωτή μορφή (απαλοιφή Gauss).

2.3. Στοιχειώδεις πίνακες.

3.Επίλυση γραμμικών συστημάτων [1 εβδομάδα]

3.1. Επίλυση με απαλοιφή Gauss.

3.2. Τετραγωνικά συστήματα (κριτήριο αντιστρεψιμότητας, υπολογισμός αντίστροφου πίνακα).

4. Ορίζουσες [1+ εβδομάδα]

4.1. Ορισμός και πρώτες ιδιότητες.

4.2. Κριτήριο αντιστρεψιμότητας και πολλαπλασιαστική ιδιότητα.

4.3. Αναπτύγματα γραμμών και στηλών (προσαρτημένος και αντίστροφος πίνακας, κανόνας Cramer).

5. Διανυσματικοί χώροι [1 εβδομάδα]

5.1. Ορισμοί και παραδείγματα.

5.2. Υπόχωροι (παραδείγματα, γραμμική θήκη)

6. Βάση και διάσταση [2+ εβδομάδες]

6.1. Γραμμική ανεξαρτησία (ορισμός και παραδείγματα).

6.2. Βάση (ισοδύναμοι ορισμοί, παραδείγματα).

6.3. Ιδιότητες διάστασης (καλά ορισμένη, διάσταση υπόχωρου, διάσταση αθροίσματος).

7. Γραμμικές απεικονίσεις [1 εβδομάδα]

7.1. Ορισμοί και παραδείγματα.

7.2. Γραμμικές απεικονίσεις και βάσεις (διαστάσεις και ισόμορφοι χώροι)

7.3. Πυρήνας και εικόνα (σχέση των διαστάσεων).

8. Γραμμικές απεικονίσεις και πίνακες [2]

8.1. Πίνακας γραμμικής απεικόνισης (ορισμός, ιδιότητες, πίνακας σύνθεσης).

8.2. Ισοδυναμία και ομοιότητα πινάκων (πίνακας αλλαγής βάσης, τάξη πίνακα και ιδιότητες).

8.3. Εφαρμογή στα γραμμικά συστήματα (κριτήριο με τάξη επαυξημένου πίνακα).

2.5 Τα θέματα των Πανελλαδικών εξετάσεων στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης

Εξετάζοντας τα θέματα των Πανελλαδικών Εξετάσεων στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης για το διδακτικό έτος 2014-2015, παρατηρούμε ότι οι 27 από τις 100 μονάδες αφορούν θέματα τα οποία εξετάζουν το κεφάλαιο των μιγαδικών αριθμών. Τα θέματα κρίθηκαν γενικά απαιτητικά και για καλά προετοιμασμένους μαθητές, ενώ η κριτική στον τύπο από τα φροντιστήρια μέσης εκπαίδευσης εστιάστηκε στην έκταση των θεμάτων, για την επίλυση των οποίων οι συνηθισμένες τρεις ώρες του χρόνου εξέτασης θεωρήθηκαν

ανεπαρκείς. Συγκεκριμένα ο Καθηγητής Μαθηματικών του Πανεπιστήμιου Αιγαίου Αντώνιος Τσολομύτης σε άρθρο του σχολίασε τα θέματα, αναφέροντας ότι:

τα θέματα φέτος ήταν απίστευτα δύσκολα για να λυθούν από τους υποψήφιους σε 3 ώρες

Στο ίδιο άρθρο, συνεχίζει σχολιάζοντας τις προτεινόμενες λύσεις των φροντιστηρίων μέσης εκπαίδευσης και αποδεικνύοντας ότι τα συγκεκριμένα θέματα παρουσίασαν δυσκολία στην επίλυσή τους, ακόμα και για τους καθηγητές που διδάσκουν το συγκεκριμένο μάθημα.

Η Ελληνική Μαθηματική Εταιρία, σε δελτίο τύπου της, σχολίασε τα θέματα αναφέροντας ότι:

- *Καλύπτεται μεγάλο μέρος της ύλης.*
- *Ο διατιθέμενος χρόνος δεν επαρκούσε για την πλήρη και επιτυχή διαπραγμάτευση των θεμάτων.*
- *Υπάρχει κλιμάκωση ως προς τη δυσκολία. Το ποσοστό των ερωτημάτων αυξημένης δυσκολίας είναι μεταξύ των υψηλότερων συγκρινόμενο με τα θέματα των προηγουμένων ετών.*
- *Τα θέματα χαρακτηρίζονται ως τα δυσκολότερα των τελευταίων ετών.*

Τα θέματα του διδακτικού έτους 2015-2016 είχαν μεγάλη διαφοροποίηση από τα αντίστοιχα των προηγουμένων ετών. Για πρώτη φορά, η εξεταστέα ύλη περιείχε μόνο Ανάλυση και οι ασκήσεις ήταν παρόμοιες με αυτές του σχολικού βιβλίου. Συγκεκριμένα η Ελληνική Μαθηματική Εταιρία σχολίασε τα θέματα αναφέροντας ότι:

- *Καλύπτεται το σύνολο σχεδόν της ύλης.*
- *Ο διατιθέμενος χρόνος για την πλήρη και επιτυχή διαπραγμάτευση των θεμάτων ήταν οριακός.*
- *Τα ερωτήματα παρουσίαζαν κλιμάκωση ως προς τη δυσκολία.*
- *Ένας μεγάλος αριθμός ερωτημάτων έχει σαφή αναφορά στο σχολικό βιβλίο*

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^{Ο}
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Για την έρευνά μας ζητήσαμε δεδομένα για τους πρωτοετείς φοιτητές, για τα διδακτικά έτη 2015-2016 και 2016-2017, από τη γραμματεία του Μαθηματικού Τμήματος του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστήμιου Αθηνών και τα εμπλουτίσαμε με τον βαθμό των Πανελλαδικών Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης, τον οποίον μας παραχώρησε το Υπουργείο Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων. Δυστυχώς, εξαιτίας προβλημάτων με την αρχή προσωπικών δεδομένων, δεν κατέστη δυνατό να αποκτήσουμε πρόσβαση στο βαθμό που έγραψαν οι μαθητές σε κάθε υποερώτημα των Μαθηματικών Κατεύθυνσης. Για τον ίδιο λόγο, δεν ήταν εφικτό να πάρουμε τους βαθμούς των Πανελλαδικών ονομαστικά, ούτε με κωδικούς μητρώου ή υποψηφίων. Παραδώσαμε στη Διεύθυνση Εξετάσεων του Υπουργείου ένα αρχείο με τους βαθμούς στα εξεταζόμενα μαθήματα των φοιτητών με τον αριθμό υποψηφίου και στη συνέχεια το αρχείο μας επιστράφηκε εμπλουτισμένο με τους βαθμούς των Πανελλαδικών αλλά με σβησμένους τους κωδικούς υποψηφίων.

Στη συνέχεια, προσπαθήσαμε να απαντήσουμε στα ερευνητικά μας ερωτήματα με την αξιοποίηση μεθόδων ποσοτικής έρευνας και τη χρήση του στατιστικού προγράμματος ανάλυσης δεδομένων IBM SPSS Statistics ver.23.

3.1 Ερευνητικά ερωτήματα

Με βάση τα δεδομένα τα οποία συλλέξαμε, αποφασίσαμε να προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στα παρακάτω ερωτήματα:

<u>1^{ο} ερώτημα</u>: Υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση των μαθητών στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι;

<u>2^{ο} ερώτημα</u>: Επηρεάζει το φύλο και η εντοπιότητα την επίδοση των μαθητών στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι;

3^{ο} ερώτημα: Υπάρχει διαφορά στις επιδόσεις των φοιτητών ανάλογα με την κατεύθυνση στην οποία εξετάστηκαν στις Πανελλαδικές Εξετάσεις;

4^{ο} ερώτημα: Υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στην επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι και τον Απειροστικό Λογισμό Ι; Σε ποιο βαθμό μπορεί η επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης να προβλέψει την επίδοση σε αυτά τα δύο μαθήματα;

3.2 Δείγμα

Το δείγμα μας αποτελείται από 118 φοιτητές που εγγραφήκαν στο Μαθηματικό Τμήμα του Πανεπιστημίου της Αθήνας το διδακτικό έτος 2015-2016 και 167 φοιτητές που εγγραφήκαν στο ίδιο τμήμα το διδακτικό έτος 2016-2017. Οι φοιτητές αυτοί δεν αποτελούν το δυναμικό του τμήματος, για τα αντίστοιχα διδακτικά έτη. Από το σύνολο των φοιτητών έχουν αφαιρεθεί οι φοιτητές οι οποίοι δεν εξετάστηκαν κατά το πρώτο έτος φοίτησής τους και στα 2 μαθήματα που εξετάζουμε στην έρευνα και οι φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή με άλλο τύπο εξέτασης (π.χ. εξετάσεις Εσπερινών Λυκείων ή Ομογενών, με το 10 % κ.ά.).

Από τους 118 φοιτητές που εγγράφηκαν το διδακτικό έτος 2015-2016, οι 45 είναι γυναίκες (ποσοστό 38,1%) και οι 73 άνδρες (ποσοστό 61,9%). Οι 88 (ποσοστό 74,6%) παρακολούθησαν Λύκειο εντός του νομού Αττικής με τους υπόλοιπους 30 (ποσοστό 25,4%) να παρακολουθούν Λύκειο σε άλλους νομούς. Μόνο 3 φοιτητές εξετάστηκαν στα μαθήματα τής Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Ι (2,5%), 78 σε μαθήματα της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης ΙΙ (66,1%) και 37 στα μαθήματα της Θετικής Κατεύθυνσης (31,4%). Από το σύνολο των 118 φοιτητών οι 88 δηλώσαν σαν πρώτη επιλογή τους το Μαθηματικό Αθήνας. Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι 109 φοιτητές γεννηθήκαν το 1997, 7 το 1996 και μόνο 2 το 1995. Ο μικρός αριθμός φοιτητών που δε γεννήθηκαν το 1997 δε μας επιτρέπει να αξιοποιήσουμε το δεδομένο αυτό και να βγάλουμε χρήσιμα συμπεράσματα.

Αντίστοιχα από τους 167 φοιτητές που εγγράφηκαν το διδακτικό έτος 2016-2017, οι 64 είναι γυναίκες (38,3%) και οι 103 άνδρες (61,7%). Οι 136 (81,4%) παρακολούθησαν Λύκειο εντός του νομού Αττικής με τους υπόλοιπους 31 (18,6%) να παρακολουθούν Λύκειο σε άλλους νομούς. Για τους φοιτητές αυτούς δε διαθέτουμε πληροφορίες για την ημερομηνία γέννησής τους.

3.3 Δεδομένα

Για κάθε φοιτητή διαθέτουμε τον τελικό βαθμό που έγραψε στις Πανελλαδικές Εξετάσεις στα Μαθηματικά Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης, τον βαθμό που έγραψε στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι και στις 3 εξεταστικές περιόδους κατά το πρώτο έτος φοίτησής τους, το φύλο τους και το Λύκειο στο οποίο παρακολούθησαν την τελευταία τάξη. Επιπλέον για τους φοιτητές που εγγράφηκαν το διδακτικό έτος 2015 γνωρίζουμε και τη σειρά με την οποία δηλώσαν το Μαθηματικό Τμήμα στο μηχανογραφικό τους δελτίο και την κατεύθυνση στην οποία έδωσαν Πανελλαδικές Εξετάσεις. Αξιοποιώντας αυτές τις πληροφορίες δημιουργήσαμε τις παρακάτω μεταβλητές:

<u>Επεξήγηση των μεταβλητών</u>

MATHKAT = Ο τελικός βαθμός στις Πανελλαδικές Εξετάσεις για το αντίστοιχο έτος.

APLOG1 = Ο τελικός βαθμός στις εξετάσεις του Απειροστικού Λογισμού για το χειμερινό εξάμηνο.

APLOG1BIN = Το αποτέλεσμα της εξέτασης στον Απειροστικό λογισμό για το χειμερινό εξάμηνο. Η τιμή 0 έχει δοθεί για βαθμό μικρότερο του 5 και η τιμή 1 για βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 5.

AP.PASS = Το συνολικό αποτέλεσμα της εξέτασης στον Απειροστικό λογισμό για το συγκεκριμένο ακαδημαϊκό έτος. Η τιμή 0 έχει δοθεί εάν ο φοιτητής δεν πέρασε το μάθημα και η τιμή 1 εάν το πέρασε.

AP.TRIES = Ο αριθμός των προσπαθειών που χρειάστηκε ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα. Σε περίπτωση που ο φοιτητής δεν πέρασε το μάθημα το πεδίο παραμένει κενό.

AP.BEST = Ο μεγαλύτερος βαθμός που έγραψε ο φοιτητής σε όλες τις προσπάθειες που έκανε.

GRAM1 = Ο τελικός βαθμός στις εξετάσεις της Γραμμικής Άλγεβρας για το χειμερινό εξάμηνο.

GRAM1BIN = Το αποτέλεσμα της εξέτασης στη Γραμμική Άλγεβρα για το χειμερινό εξάμηνο. Η τιμή 0 έχει δοθεί για βαθμό μικρότερο του 5 και η τιμή 1 για βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 5.

GRAM.PASS = Το συνολικό αποτέλεσμα της εξέτασης στη Γραμμική Άλγεβρα για το συγκεκριμένο ακαδημαϊκό έτος. Η τιμή 0 έχει δοθεί εάν ο φοιτητής δεν πέρασε το μάθημα και η τιμή 1 εάν το πέρασε.

GRAM.TRIES = Ο αριθμός των προσπαθειών που χρειάστηκε ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα. Σε περίπτωση που ο φοιτητής δεν πέρασε το μάθημα το πεδίο παραμένει κενό.

GRAM.BEST = Ο μεγαλύτερος βαθμός που έγραψε ο φοιτητής σε όλες τις προσπάθειες που έκανε.

PASSED = Το πλήθος από τα εξεταζόμενα μαθήματα (Απειροστικός Λογισμός και Γραμμική Άλγεβρα) που πέρασε ο φοιτητής στο συγκεκριμένο ακαδημαϊκό έτος.

ΚΑΤ = Η κατεύθυνση που διαγωνίστηκε ο φοιτητής στις Πανελλαδικές Εξετάσεις. Εδώ Η τιμή 1 αντιστοιχεί στην Τεχνολογική Κατεύθυνση Ι, η τιμή 2 στην Τεχνολογική Κατεύθυνση ΙΙ και η τιμή 3 στη Θετική Κατεύθυνση.

SEIRA.PROT = Η θέση στην οποία δήλωσε ο φοιτητής το Μαθηματικό Τμήμα κατά τη συμπλήρωση του μηχανογραφικού του.

ΕΝΤΟΡ = Η εντοπιότητα του φοιτητή. Η μεταβλητή 0 ισοδυναμεί με διαμονή στην Αττική, ενώ η τιμή 1 με διαμονή εκτός Αττικής. Εδώ κάνουμε την παραδοχή ότι οι

φοιτητές που φοίτησαν σε Λύκειο εκτός Αττικής θα μετακομίσουν στην Αθήνα με σκοπό να ολοκληρώσουν τις σπουδές τους και ότι οι φοιτητές μου φοίτησαν σε σχολείο εντός Αττικής θα παραμείνουν στην οικογενειακή εστία. Ακόμα όμως κα να μην ισχύει η παραδοχή μας, οι δύο ομάδες διαφοροποιούνται σε σχέση με την εξοικείωσή τους με την πόλη και την ύπαρξη συγγενικών και φιλικών προσώπων σε καθημερινά προσβάσιμη απόσταση.

GENDER = Το φύλο του φοιτητή. Εδώ το 0 αντιπροσωπεύει τους άνδρες ενώ το 1 τις γυναίκες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Πριν ξεκινήσουμε την ανάλυση των δεδομένων μας, ελέγξαμε το κατά πόσο οι μεταβλητές μας ακολουθούν την κανονική κατανομή. Ελέγχοντας τις τιμές της λοξότητας και της κύρτωσης των μεταβλητών μας, παρατηρήσαμε ότι αυτές βρίσκονται ανάμεσα στις τιμές -4 και 4 και μπορούμε να υποθέσουμε ότι ακολουθούν την κανονική κατανομή (τα δεδομένα του ελέγχου παρατίθενται στο παράρτημα).

1^{ο} Ερώτημα

Για να απαντήσουμε στο 1^{ο} μας ερώτημα, δηλαδή στο αν υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση των μαθητών στον Απειροστικό Λογισμό Ι και την Γραμμική Άλγεβρα Ι ελέγξαμε τη συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι στο πρώτο εξάμηνο, τη συσχέτιση ανάμεσα στον καλύτερο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι στο πρώτο έτος σπουδών τους και εξετάσαμε το ποσοστό των φοιτητών που πέρασαν ή απορρίφθηκαν και στα δύο μαθήματα.

Αρχικά ελέγξαμε τη συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι στην εξεταστική του πρώτου τετράμηνου.

Πίνακας 1

2015	APLOG1
GRAM1	p=0.689 Sig(2-tailed)=0.000 N=118

Στον Πίνακα 1 βλέπουμε τα αποτελέσματα από τον έλεγχο της συγκεκριμένης συσχέτισης Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι στο πρώτο εξάμηνο ($r=0.69$ $df= 116$, $\rho < 0.001$) .

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 2

2016	APLOG1
GRAM1	p=0.726 Sig (2-tailed)=0.000 N=167

Στον Πίνακα 2 παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι στο πρώτο εξάμηνο (r=0.73 df= 165, ρ < 0.001) .

Στη συνέχεια κάνουμε έλεγχο chi square για να ελέγξουμε το ποσοστό των φοιτητών οι οποίοι πέρασαν ή απορρίφθηκαν και στα δύο μαθήματα κατά την πρώτη εξεταστική.

Για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 έχουμε:

Πίνακας 3

2015		GRAM1BIN		ΣΎΝΟΛΟ
		0	1	
APLOG1BIN	0	72	17	89
	1	5	24	29
ΣΥΝΟΛΟ		77	41	118

Πίνακας 4

2015	Τιμή	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	39,093	1	0,000
Likelihood Ratio	38,952	1	0,000
Πλήθος	118		

Στους Πίνακες 3 και 4 παρατηρούμε ότι από τους 118 φοιτητές συνολικά, οι 72 δε πέρασαν κανένα από τα δύο μαθήματα, οι 17 πέρασαν μόνο την Άλγεβρα Ι, οι 5 μόνο τον Απειροστικό Λογισμό Ι, ενώ 24 φοιτητές πέρασαν και τα 2 μαθήματα. Αυτό σημαίνει ότι από τους 118 φοιτητές, οι 96 (ποσοστό 81,4%) πέρασαν και τα δύο μαθήματα ή δε πέρασαν κανένα, γεγονός που υποδεικνύει ότι οι μεταβλητές

συσχετίζονται. Πράγματι το Chi-square test μας δείχνει ότι οι μεταβλητές αυτές είναι εξαρτημένες με σφάλμα sig2<0,001.

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 :

Πίνακας 5

2016		GRAM1BIN		ΣΎΝΟΛΟ
		0	1	
APLOGBIN1	0	53	5	58
	1	48	61	109
ΣΎΝΟΛΟ		101	66	167

Πίνακας 6

2016	Τιμή	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	35,499	1	0,000
Likelihood Ratio	40,503	1	0,000
Πλήθος	167		

Στους Πίνακες 5 και 6 παρατηρούμε ότι από τους 167 φοιτητές συνολικά, οι 53 δε πέρασαν κανένα από τα δύο μαθήματα, οι 5 πέρασαν μόνο την Άλγεβρα Ι, οι 48 μόνο τον Απειροστικό Λογισμό Ι ενώ 61 φοιτητές πέρασαν και τα 2 μαθήματα. Αυτό σημαίνει ότι από τους 167 φοιτητές, οι 114 (ποσοστό 68,3%) πέρασαν και τα δύο μαθήματα ή δε πέρασαν κανένα, γεγονός που υποδεικνύει ότι οι μεταβλητές συσχετίζονται. Πράγματι το Chi-square test μας δείχνει ότι οι μεταβλητές αυτές είναι εξαρτημένες με σφάλμα sig2=0,001.

Στη συνέχεια θα επαναλάβουμε τη διαδικασία χρησιμοποιώντας τον καλύτερο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές κατά τις τρεις εξεταστικές περιόδους και την τελική επιτυχία στο κάθε μάθημα.

Στον Πίνακα 7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τους φοιτητές του 2015.

Πίνακας 7

2015	AP.BEST
GRAM.BEST	p=0.639 Sig (2-tailed)=0.000 N=118

Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στο καλύτερο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές και στις 3 εξεταστικές περιόδους στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι (r=0.64 df= 116, ρ < 0.001)

Αντίστοιχα για τους φοιτητές του 2016 έχουμε:

Πίνακας 8

2016	AP.BEST
GRAM.BEST	p=0.679 Sig (2-tailed)=0.000 N=167

Από τον Πίνακα 8 παρατηρούμε ότι και πάλι υπάρχει σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στο καλύτερο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές και στις 3 εξεταστικές περιόδους στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι (r=0.68 df= 165, ρ < 0.001)

Ο έλεγχος chi square για τη συνολική επιτυχία των φοιτητών που εισήλθαν στη σχολή το 2015:

Πίνακας 9

2015		GRAM.PASS		ΣΎΝΟΛΟ
		0	1	
AP.PASS	0	42	17	59
	1	8	51	59
ΣΎΝΟΛΟ		50	68	118

Πίνακας 10

2015	Τιμή	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	40,120	1	0,000
Likelihood Ratio	43,138	1	0,000
Πλήθος	118		

Από τους Πίνακες 9 και 10 φαίνεται ότι από τους 118 φοιτητές συνολικά, οι 42 δε πέρασαν κανένα από τα δύο μαθήματα, οι 17 πέρασαν μόνο την Άλγεβρα Ι, οι 8 μόνο τον Απειροστικό Λογισμό Ι ενώ 51 φοιτητές πέρασαν και τα 2 μαθήματα. Αυτό σημαίνει ότι από τους 118 φοιτητές, οι 93 (ποσοστό 78,8%) πέρασαν και τα δύο μαθήματα ή δε πέρασαν κανένα, γεγονός που υποδεικνύει ότι οι μεταβλητές συσχετίζονται. Πράγματι

το Chi-square test μας δείχνει ότι οι μεταβλητές αυτές είναι εξαρτημένες με σφάλμα sig2=0,001.

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθα στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 11

2016		GRAM.PASS		ΣΎΝΟΛΟ
		0	1	
AP.PASS	0	23	19	42
	1	18	107	125
ΣΎΝΟΛΟ		41	126	167

Πίνακας 12

2016	Τιμή	df	Asymptotic Significance (2-sided)
Pearson Chi-Square	27,648[a]	1	0,000
Likelihood Ratio	25,271	1	0,000
Πλήθος	167		

Στους πίνακες 11 και 12 βλέπουμε ότι από τους 167 φοιτητές, οι 23 δε πέρασαν κανένα από τα δύο μαθήματα, οι 19 πέρασαν μόνο την Άλγεβρα Ι, οι 18 μόνο τον Απειροστικό Λογισμό Ι, ενώ 107 φοιτητές πέρασαν και τα 2 μαθήματα. Αυτό σημαίνει ότι από τους 167 φοιτητές, οι 130 (ποσοστό 77,8%) πέρασαν και τα δύο μαθήματα ή δε πέρασαν κανένα, γεγονός που υποδεικνύει ότι οι μεταβλητές συσχετίζονται. Πράγματι το Chi-square test μας δείχνει ότι οι μεταβλητές αυτές είναι εξαρτημένες με σφάλμα sig2=0,001.

Συνολικά, παρατηρούμε ότι υπάρχει μια σταθερά ισχυρή συσχέτιση στις επιδόσεις των μαθητών ανεξάρτητα από το αν χρησιμοποιούμε τα δεδομένα από την πρώτη εξέταση ή τον καλύτερο βαθμό. Θα θέλαμε βέβαια εδώ να τονίσουμε ότι εκτιμούμε ότι η σύγκριση των καλύτερων βαθμών δεν αποτελεί το πιο αξιόπιστο μέτρο της συσχέτισης της επίδοσης των φοιτητών, καθώς οι βαθμοί δεν προέρχονται από εξέταση στο ίδιο ακαδημαϊκό εξάμηνο και επηρεάζονται από διαφοροποιήσεις στο επίπεδο δυσκολίας των θεμάτων, αλλά και στο συνολικό χρόνο που αφιερώθηκε στη μελέτη του μαθήματος. Παρ' όλα αυτά, οι τελικοί βαθμοί είναι αυτοί οι οποίοι εξετάζονται από τις

αντίστοιχες έρευνες, καθώς αποτελούν και τους βαθμούς που θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του βαθμού πτυχίου του φοιτητή.

2^{ο} Ερώτημα

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε το κατά πόσο επηρεάζει το φύλο και η εντοπιότητα την επίδοση των μαθητών στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Για να μελετήσουμε την επιρροή του φύλου στην επίδοση των φοιτητών συγκρίναμε τις επιδόσεις των δύο φύλων με τη χρήση του t-test για ανεξάρτητα δείγματα.

Για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 και την επίδοση τους στον Απειροστικό Λογισμό Ι κατά την πρώτη εξεταστική περίοδο έχουμε:

Πίνακας 13

2015	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
APLOG1	ΑΝΔΡΑΣ	73	3,22	2,699	F=17,831	3,26	0,001
	ΓΥΝΑΙΚΑ	45	1,87	1,804	Sig=0,000		

Στον πίνακα 13, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,001). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=3,22 , ST.dev=2,7) είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=1,87 ,ST.dev=1,8 , p=0,001).

Αντίστοιχα, για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 14

2016	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
APLOG1	ΑΝΔΡΑΣ	103	6,19	2,853	F=5,032	3,499	0,001
	ΓΥΝΑΙΚΑ	64	4,77	2,369	Sig=0,026		

Στον πίνακα 14, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,026). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=6,19 , ST.dev=2,9) είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=4,77 ,ST.dev=2,4 , p=0,001).

Για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 και την καλύτερη τους επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι και στις τρεις εξεταστικές περιόδους έχουμε:

Πίνακας 15

2015	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
AP.BEST	ΑΝΔΡΑΣ	73	4,58	2,778	F=7,289	3,48	0,001
	ΓΥΝΑΙΚΑ	45	3,02	2,050	Sig=0,008		

Στον πίνακα 15, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,008). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=4,58 , ST.dev=2,8) είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=3,02 ,ST.dev=2,1 , p=0,001).

Αντίστοιχα, για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 και την καλύτερη τους επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι και στις τρεις εξεταστικές περιόδους έχουμε:

Πίνακας 16

2016	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
AP.BEST	ΑΝΔΡΑΣ	103	6,49	2,656	F=6,359	3,602	0,000
	ΓΥΝΑΙΚΑ	64	5,11	2,226	Sig=0,013		

Στον πίνακα 16, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι άνισες (p=0,013). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=6,49 , ST.dev=2,7) είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=5,11 ,ST.dev=2,2 , p=0,001).

Για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 και την επίδοση τους στη Γραμμική Άλγεβρα Ι κατά την πρώτη εξεταστική περίοδο έχουμε:

Πίνακας 17

2015	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM1	ΑΝΔΡΑΣ	73	3,71	2,831	F=7,715	1,242	0,217
	ΓΥΝΑΙΚΑ	45	3,13	2,201	Sig=0,006		

Στον πίνακα 17, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,006). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=3,71 , ST.dev=2,8) δεν είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=3,13 ,ST.dev=2,2 , p=0,22).

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 18

2016	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM1	ΑΝΔΡΑΣ	103	4,55	3,232	F=9,883	3,325	0,001
	ΓΥΝΑΙΚΑ	64	3,08	2,471	Sig=0,002		

Στον πίνακα 18, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,002). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=4,55 , ST.dev=3,2) είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=3,08 ,ST.dev=2,5 , p=0,01).

Για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 και την καλύτερη τους επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι και στις τρεις εξεταστικές περιόδους έχουμε:

Πίνακας 19

2015	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΑΝΔΡΑΣ	73	4,62	2,476	F=8,372	-,239	0,812
	ΓΥΝΑΙΚΑ	45	4,71	1,817	Sig=0,005		

Στον πίνακα 19, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,005). Συνολικά, ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=4,62 , ST.dev=2,5) για πρώτη φορά παρουσιάζεται χαμηλότερος από αυτόν των γυναικών, αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική (M=4,71 ,ST.dev=1,8 , p=0,81).

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 20

2016	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΑΝΔΡΑΣ	103	5,71	2,637	F=10,177	1,375	0,17
	ΓΥΝΑΙΚΑ	64	5,23	1,815	Sig=0,002		

Στον πίνακα 20, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων είναι άνισες (p=0,002). Συνολικά, ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=5,71 , ST.dev=2,6) είναι υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=5,23 ,ST.dev=1,8 , p=0,17), αλλά ούτε αυτή τη φορά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Συνολικά, σε όλα τις συγκρίσεις που πραγματοποιήσαμε, παρατηρήσαμε ότι οι βαθμολογίες των ανδρών παρουσιάζουν σημαντικά μεγαλύτερες διακυμάνσεις από αυτές των γυναικών, ενώ σε 7 από τις 8 συγκρίσεις οι άνδρες παρουσίασαν μεγαλύτερους μέσους όρους από τις γυναίκες, με τις διαφορές να γίνονται εντονότερες στους βαθμούς στον Απειροστικό Λογισμό Ι, οπού οι διαφορές ήταν πάντα στατιστικά σημαντικές.

Για να μελετήσουμε το αν οι συγκεκριμένες διαφορές που παρατηρήσαμε οφείλονται σε προγενέστερη διαφοροποίηση στην απόδοση στις πανελλαδικές, μελετήσαμε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στην επίδοση των δύο φύλων στα Μαθηματικά κατεύθυνσης.

Πίνακας 21

2015	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΑΝΔΡΑΣ	73	16.022	2.163	F=1.111	0.534	0.594
	ΓΥΝΑΙΚΑ	45	15.816	1.821	Sig=0,294		

Πίνακας 22

2016	ΦΥΛΟ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΑΝΔΡΑΣ	103	16.626	1.952	F=0,228	1,109	0,269
	ΓΥΝΑΙΚΑ	64	16.292	1.79	Sig=0,634		

Στον πίνακα 21, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων στα μαθηματικά κατεύθυνσης για το έτος 2015 είναι ίσες (p=0,294). Συνολικά, ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=16.022 , ST.dev=2,2) είναι υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=15.816 ,ST.dev=1,8 , p=0,594), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Αντίστοιχα, Στον πίνακα 22, σύμφωνα με το Levene's Test, οι διακυμάνσεις ανάμεσα στις επιδόσεις των δύο φύλων στα μαθηματικά κατεύθυνσης για το έτος 2016 είναι ίσες (p=0,634). Συνολικά, ο μέσος όρος του βαθμού των ανδρών (M=16.626 , ST.dev=2) είναι υψηλότερος από αυτόν των γυναικών (M=16.292 ,ST.dev=1,8 , p=0,269), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε αν η εντοπιότητα επηρεάζει την επίδοση των φοιτητών συγκρίνοντας τις επιδόσεις των φοιτητών που παρακολούθησαν το Λύκειο στην Αττική με αυτές των φοιτητών που παρακολούθησαν το Λύκειο σε άλλους νομούς, με τη χρήση του t-test για ανεξάρτητα δείγματα.

Πρώτα συγκρίναμε τις επιδόσεις των φοιτητών στην πρώτη εξέταση του Απειροστικού Λογισμού Ι.

Πίνακας 23

2015	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
APLOG1	ΑΤΤΙΚΗ	88	2,93	2,554	F=4,476	1,886	0,064
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	30	2,03	2,141	Sig=0,037		

Στον πίνακα 23, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι άνισες (p=0,037). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=2,93 , ST.dev=2,6) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=2,03 ,ST.dev=2,1 , p=0,064) αλλά η διαφορά, οριακά, δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 24

2016	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
APLOG1	ΑΤΤΙΚΗ	136	5.71	2.717	F=1,211	0,579	0,563
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	31	5.39	2,974	Sig=0,273		

Στον πίνακα 24, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι άνισες (p=0,027). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=5,71 , ST.dev=2,7) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=5,39 ,ST.dev=3 , p=0,563), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικάς σημαντική.

Για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2015 και την καλύτερη τους επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι και στις τρεις εξεταστικές περιόδους έχουμε:

Πίνακας 25

2015	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
AP.BEST	ΑΤΤΙΚΗ	88	4,03	2,624	F=0,000	0,36	0,719
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	30	3,83	2,679	Sig=0,984		

Στον πίνακα 25, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,984). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=4,03 , ST.dev=2,6) είναι ελάχιστα υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=3,83 ,ST.dev=2,7 , p=0,719), με τη διαφορά να μην είναι στατιστικά σημαντική.

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 έχουμε:

Πίνακας 26

2016	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
AP.BEST	ΑΤΤΙΚΗ	136	5,99	2,515	F=2,899	0,284	0,776
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	31	5,84	2,899	Sig=0,091		

Στον πίνακα 26, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,091). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=5,99 , ST.dev=2,5) είναι ελάχιστα υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών

με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=5,84 ,ST.dev=2,9 , p=0,776), με τη διαφορά να μην είναι στατιστικά σημαντική.

Συνεχίσαμε συγκρίνοντας τους βαθμούς των φοιτητών που εισήλθαν στη σχολή το 2015 στην πρώτη εξεταστική στη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Πίνακας 27

2015	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM1	ΑΤΤΙΚΗ	88	3,64	2,717	F=3.652	1,126	0,265
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	30	3,07	2,273	Sig=0,058		

Στον πίνακα 27, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,058). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=3,64 , ST.dev=2,7) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=3,07 ,ST.dev=2,3 , p=0,265), με τη διαφορά να μην είναι στατιστικά σημαντική.

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 :

Πίνακας 28

2016	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM1	ΑΤΤΙΚΗ	136	4,06	3,124	F=1,136	0,629	0,530
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	31	3,68	2,676	Sig=0,288		

Στον πίνακα 28, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,288). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=4,06 , ST.dev=3,1) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=3,68 ,ST.dev=2,7 , p=0,530) με τη διαφορά να μην είναι στατιστικά σημαντική.

Επαναλάβαμε τη διαδικασία για τους καλύτερους βαθμούς στη Γραμμική Άλγεβρα Ι των φοιτητών που εισήλθαν στη σχολή το 2015.

Πίνακας 29

2015	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΑΤΤΙΚΗ	88	4,72	2,383	F=3.069	0.525	0,601
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	30	4,47	1,776	Sig=0,082		

Στον πίνακα 29, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,082). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=4,72 , ST.dev=2,4) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=4,47 ,ST.dev=1,776 , p=0,601), με τη διαφορά όμως να μην είναι στατιστικά σημαντική.

Αντίστοιχα για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016:

Πίνακας 30

2016	ΕΝΤΟΠΙΟΤΗΤΑ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΑΤΤΙΚΗ	136	5,54	2,422	F=0,601	0.196	0,845
	ΕΚΤΟΣ ΑΤΤΙΚΗΣ	31	5,45	2,111	Sig=0,439		

Στον πίνακα 30, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,439). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών με εντοπιότητα στην Αττική (M=5,54 , ST.dev=2,4) είναι οριακά υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών με εντοπιότητα εκτός Αττικής (M=5,45 ,ST.dev=2,1 , p=0,845), με τη διαφορά να μην είναι στατιστικά σημαντική.

Αν και το μέγεθος του δείγματος, αλλά και ο ανισομερής καταμερισμός των ομάδων, ήταν κάθε άλλος παρά ιδανικός για να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα, συνολικά δεν παρατηρήσαμε στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις δύο ομάδες. Παρατηρήσαμε, όμως, ότι και στα 2 έτη και στα δύο μαθήματα, η ομάδα με τους φοιτητές με εντοπιότητα στην Αττική είχε σταθερά μεγαλύτερους μέσους όρους.

3^{ο} Ερώτημα

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε αν υπάρχει διαφορά στις επιδόσεις των φοιτητών στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι, ανάλογα με την κατεύθυνση στην οποία εξετάστηκαν στις πανελλαδικές εξετάσεις.

Δυστυχώς, εξαιτίας του μικρού αριθμού των φοιτητών που ακολούθησαν την Τεχνολογική Κατεύθυνση Ι (μόνο 3 φοιτητές) δε μπορούμε να βγάλουμε κανένα

συμπέρασμα για την κατεύθυνση αυτή. Συνεχίζοντας τη μελέτη μας μόνο για τις άλλες δύο κατευθύνσεις έχουμε:

Πρώτα με τη χρήση του t-test για ανεξάρτητα δείγματα, συγκρίναμε τις επιδόσεις των φοιτητών που εισήλθαν στη σχολή το 2015 στην πρώτη εξέταση του Απειροστικού Λογισμού Ι.

Πίνακας 31

2015	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
APLOG1	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΙΙ	78	2,81	2,569	F=5200	1,031	0,306
	ΘΕΤΙΚΗ	37	2,32	2,237	Sig=0,024		

Όπως βλέπουμε στον πίνακα 31, από το Levene's Test προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις ανάμεσα στους φοιτητές των δύο κατευθύνσεων είναι άνισες (p=0,024). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης ΙΙ (M=2,81 , ST.dev=2,6) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών της Θετικής (M=2,32 ,ST.dev=2,2 , p=0,306), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Στη συνέχεια συγκρίναμε τον καλύτερο βαθμό των φοιτητών στον Απειροστικό Λογισμό Ι.

Πίνακας 32

2015	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
AP.BEST	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΙΙ	78	4,29	2,717	F=3,550	2,128	0,036
	ΘΕΤΙΚΗ	37	3,19	2,343	Sig=0,062		

Στον πίνακα 32, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,062). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης ΙΙ (M=4,29 , ST.dev=2,7) είναι σημαντικά υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών της Θετικής (M=3,19 ,ST.dev=2,3 , p=0,036).

Για τη Γραμμική Άλγεβρα Ι στο πρώτο εξάμηνο έχουμε:

Πίνακας 33

2015	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM1	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΙΙ	78	3,36	2,663	F=0,003	-0.055	0,583
	ΘΕΤΙΚΗ	37	3,65	2,574	Sig=0,957		

Όπως βλέπουμε στον πίνακα 33, από το Levene's Test προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,957). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης ΙΙ (M=3,36 , ST.dev=2,7) είναι χαμηλότερος από αυτόν των φοιτητών της Θετικής (M=3,65 ,ST.dev=2,6 , p=0,583), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Για τον καλύτερο βαθμό στη Γραμμική Άλγεβρα Ι έχουμε:

Πίνακας 34

2015	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
GRAM.BEST	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΙΙ	78	4,69	2,337	F=0,786	0,454	0,65
	ΘΕΤΙΚΗ	37	4,49	2,116	Sig=0,377		

Στον πίνακα 34, σύμφωνα με το Levene's Test, προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,377). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του βαθμού των φοιτητών της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης ΙΙ (M=4,69 , ST.dev=2,3) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών της Θετικής (M=4,49 ,ST.dev=2,1 , p=0,65), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε αν υπάρχει διαφορά στο σύνολο των εξεταζόμενων μαθημάτων που πέρασαν οι φοιτητές των δύο κατευθύνσεων, κατά το πρώτο έτος φοίτησής τους.

Πίνακας 35

2015	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ	ΠΛΗΘΟΣ	ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	Levene's Test	t	p
PASSED	ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΙΙ	78	1,13	0,888	F=0,2	1,339	0,183
	ΘΕΤΙΚΗ	37	0.89	0,875	Sig=0,655		

Όπως βλέπουμε στον πίνακα 35, από το Levene's Test προκύπτει ότι οι διακυμάνσεις είναι ίσες (p=0,655). Παρατηρούμε ότι ο μέσος όρος του πλήθους των εξεταζόμενων μαθημάτων που πέρασαν οι φοιτητές που ακολούθησαν την Τεχνολογική Κατεύθυνση ΙΙ (M=1,13 , ST.dev=0,89) είναι υψηλότερος από αυτόν των φοιτητών της Θετικής (M=0,89 , ST.dev=0,88 , p=0,183), αλλά η διαφορά δεν είναι στατιστικά σημαντική

Γενικά, δεν καταφέραμε να βρούμε σημαντικές στατιστικές διαφορές ανάμεσα στις επιδόσεις των φοιτητών που ακολούθησαν τις δύο κατευθύνσεις. Τα αποτελέσματα

αφήνουν μια υπόνοια ότι τέτοια διαφορά ίσως να υπάρχει στον Απειροστικό Λογισμό Ι αλλά το δείγμα μας δεν έχει μεγάλο μέγεθος.

4^{ο} Ερώτημα

Για να μελετήσουμε αν υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση στα Μαθηματικά Κατευθύνσης και στην επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι και τον Απειροστικό Λογισμό Ι θα χρησιμοποιήσουμε τους βαθμούς στα μαθήματα αυτά στο πρώτο εξάμηνο φοίτησης και τον καλύτερο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές κατά τη διάρκεια του διδακτικού έτους.

Πρώτα, ελέγχουμε τη συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό των Μαθηματικών Κατεύθυνσης και το βαθμό στην πρώτη εξεταστική του Απειροστικού Λογισμού Ι.

Στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 36) βλέπουμε τα αποτελέσματα της μελέτης της συσχέτισης για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2015.

Πίνακας 36

2015	
MATHKAT	
APLOG1	r=0.335
	Sig (2-tailed)=0.000
	N=118

Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον Απειροστικό Λογισμό Ι το πρώτο εξάμηνο ($r=0.34$ $df= 116$, $\rho < 0.001$).

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2016 έχουμε :

Πίνακας 37

2016	
MATHKAT	
APLOG1	r=0.4
	Sig (2-tailed)=0.000
	N=167

Στον Πίνακα 37 παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον Απειροστικό Λογισμό Ι το πρώτο εξάμηνο (r=0.4 df= 165, ρ < 0.001).

Στη συνέχεια ελέγχουμε τη συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και τον καλύτερο βαθμό που έγραψαν στον Απειροστικό Λογισμό Ι οι φοιτητές κατά το πρώτο έτος φοίτησής τους.

Πρώτα για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2015 (Πίνακας 38):

Πίνακας 38

2015 MATHKAT	
AP.BEST	r=0.39 Sig (2-tailed)=0.000 N=118

Παρατηρούμε ότι και εδώ υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον καλύτερο βαθμό στον Απειροστικό Λογισμό Ι (r=0.39 df= 116, ρ < 0.001).

Συνεχίζοντας, ελέγχουμε τη συσχέτιση για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2016 (Πίνακας 39)

Πίνακας 39

2016 MATHKAT	
AP.BEST	r=0.425 Sig (2-tailed)=0.000 N=167

Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον καλύτερο βαθμό στον Απειροστικό Λογισμό Ι (r=0.43 df= 165, ρ < 0.001).

Στον Πίνακα 40 φαίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου της συσχέτισης ανάμεσα στο βαθμό στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στο βαθμό της πρώτης εξέτασης στη Γραμμική Άλγεβρα Ι, για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2015.

Πίνακας 40

2015 MATHKAT	
GRAM1	r=0.379 Sig (2-tailed)=0.000 N=118

Παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στους δύο βαθμούς (r=0.38 df= 116, ρ < 0.001).

Ο αντίστοιχος έλεγχος, για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2016, έδειξε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στη Γραμμική Άλγεβρα Ι, κατά το πρώτο εξάμηνο (r=0.28 df= 165, ρ < 0.001, Πίνακας 41).

Πίνακας 41

2016 MATHKAT	
GRAM1	r=0.276 Sig (2-tailed)=0.000 N=167

Ελέγχοντας τη συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν οι φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2015 στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον καλύτερο βαθμό που έγραψαν στη Γραμμική Άλγεβρα Ι, κατά τη διάρκεια του πρώτου έτους, παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση (r=0.3 df= 116, ρ < 0.001, Πίνακας 42)

Πίνακας 42

2015 MATHKAT	
GRAM.BEST	r=0.296
	Sig (2-tailed)=0.000
	N=118

Αντίστοιχα, για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2016 παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό που έγραψαν στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον καλύτερο βαθμό στη Γραμμική Άλγεβρα Ι (r=0.26 df= 165, ρ = 0.001, Πίνακας 43).

Πίνακας 43

2016 MATHKAT	
GRAM.BEST	r=0.262
	Sig (2-tailed)=0.001
	N=167

Συνολικά, παρατηρούμε σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στα δύο εξεταζόμενα μαθήματα. Είναι επίσης εμφανές ότι η επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης εμφανίζει μεγαλύτερη συσχέτιση με τις αντίστοιχες επιδόσεις στον Απειροστικό Λογισμό Ι από ότι με τη Γραμμική Ι, με τους συντελεστές συσχέτισης για τον Απειροστικό Λογισμό Ι να κυμαίνονται από 0,335 έως 0,425 ενώ για τη Γραμμική Άλγεβρα οι αντίστοιχοι συντελεστές συσχέτισης κυμαίνονται από 0,262 έως 0,379.

Στη συνέχεια, θα μελετήσουμε τη συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στον αριθμό των προσπαθειών που έκαναν οι φοιτητές για να περάσουν τα μαθήματα. Επειδή στη μεταβλητή αυτή μεγαλύτερη τιμή συνεπάγεται χειρότερη επίδοση, περιμένουμε να βρούμε αρνητικές συσχετίσεις.

Στον Πίνακα 44 φαίνονται τα αποτελέσματα του ελέγχου της συσχέτισης για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2015 και τον Απειροστικό Λογισμό Ι.

Πίνακας 44

2015 MATHKAT	
AP.TRIES	r=-0.226
	Sig (2-tailed)=0.091
	N=118

Πραγματικά, όπως περιμέναμε, υπάρχει αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και τον αριθμό των προσπαθειών που έκαναν οι φοιτητές για να περάσουν τον Απειροστικό Λογισμό Ι (r=-0.23 df= 116, ρ = 0.091), αλλά η συσχέτιση δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Τα αποτελέσματα του ελέγχου της αντίστοιχης συσχέτισης για τους φοιτητές που εισήλθαν στη σχολή το 2016 παρουσιάζονται στον Πίνακα 45.

Πίνακας 45

2016 MATHKAT	
AP.TRIES	r=-0.39
	Sig (2-tailed)=0.666
	N=167

Και εδώ η συσχέτιση είναι αρνητική, αλλά δεν είναι στατιστικά σημαντική (r=-0.39 df= 165, ρ = 0.666).

Τα αποτελέσματα του ελέγχου της συσχέτισης του βαθμού των Μαθηματικών Κατεύθυνσης με τον αριθμό των προσπαθειών για τη Γραμμική Άλγεβρα Ι, για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2015, παρουσιάζεται στον πίνακα 46.

Πίνακας 46

2015 MATHKAT	
GRAM.TRIES	r=-0.445 Sig (2-tailed)=0.000 N=118

Εδώ υπάρχει σημαντικά αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και τον αριθμό των προσπαθειών που έκαναν οι φοιτητές για να περάσουν τη Γραμμική Άλγεβρα Ι (r=-0.45 df= 116, ρ < 0.001).

Στον πίνακα 47 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του αντίστοιχου ελέγχου για τους φοιτητές που εισήχθησαν στη σχολή το 2016.

Πίνακας 47

2016 MATHKAT	
GRAM.TRIES	r=-0.254 Sig (2-tailed)=0.004 N=167

Και εδώ παρατηρούμε ότι υπάρχει σημαντικά αρνητική συσχέτιση (r=-0.25 df= 165, ρ = 0.004) ανάμεσα στο βαθμό των Πανελλαδικών στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και τον αριθμό των προσπαθειών που έκαναν οι φοιτητές για να περάσουν τη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Ολοκληρώνοντας τον έλεγχο των συσχετίσεων, παρατηρούμε ότι παρόλο που υπάρχει μεγαλύτερη, σημαντικά θετική συσχέτιση ανάμεσα στο βαθμό των Μαθηματικών Κατεύθυνσης και στους βαθμούς του Απειροστικού Λογισμού Ι, ο έλεγχος της συσχέτισης για τον αριθμό των προσπαθειών που απαιτήθηκαν για να περαστεί το κάθε μάθημα κατέδειξε ότι η επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης συσχετίζεται (αρνητικά) περισσότερο με τον αριθμό των προσπαθειών που έκαναν οι φοιτητές για να περάσουν τη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Για να μελετήσουμε το κατά πόσο η επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης μπορεί να μας βοηθήσει να προβλέψουμε την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι χρησιμοποιήσαμε απλή γραμμική παλινδρόμηση.

Αρχικά, χρησιμοποιήσαμε σαν εξαρτημένη μεταβλητή την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι κατά το πρώτο εξάμηνο. Σαν ανεξάρτητες μεταβλητές χρησιμοποιήσαμε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης, το φύλο και την εντοπιότητα. Ειδικά για το 2015, ως ανεξάρτητες μεταβλητές δηλώθηκαν η σειρά προτίμησης της σχολής αλλά και η κατεύθυνση, για την οποία δημιουργήσαμε δύο ψευδομεταβλητές .

Για το 2015, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,113 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 11,3% την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,175 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 17,5 % την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση με στον Απειροστικό Λογισμό σύμφωνα με το δεύτερο μοντέλο είναι η:

APLOG1 = 0,394 · MATHKAT – 1,27 · GENDER -3,09 +r

Το μοντέλο προβλέπει 0,394 για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και στη συνέχεια αφαιρέι 1,27 μονάδες αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού και 3,09 μονάδες ως σταθερά με στατιστικό λάθος r.

Για το 2016, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε πάλι δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,158 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 15,8% την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,206 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 20,6 % την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση σύμφωνα με το δεύτερο μοντέλο είναι η:

APLOG1 = 0,55 · MATHKAT – 1,24 · GENDER -3+r

Το μοντέλο προβλέπει 0,55 για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και στη συνέχεια αφαιρέι 1,24 μονάδες αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού και 3 μονάδες ως σταθερά με στατιστικό λάθος r .

Στη συνέχεια χρησιμοποιήσαμε σαν εξαρτημένη μεταβλητή την καλύτερη επίδοση στο Απειροστικό Λογισμό Ι.

Για το 2015, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,152 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 15,2% την καλύτερη επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,224 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 22,4 % την καλύτερη επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό σύμφωνα με το δεύτερο μοντέλο είναι η:

AP.BEST = 0,486 · MATHKAT – 1.45 · GENDER -3.2 +r

Το μοντέλο προβλέπει 0,486 μονάδες για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και στη συνέχεια αφαιρέι 1,45 μονάδες αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού και 3,2 μονάδες ως σταθερά συν το στατιστικό λάθος .

Για το 2016, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,180 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 18% την καλύτερη επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,230 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο εξηγεί κατά 23% την καλύτερη επίδοση στον Απειροστικό Λογισμό Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση σύμφωνα με το δεύτερο μοντέλο είναι η:

AP.BEST = 0,55 · MATHKAT – 1,19 · GENDER -2,7+ r

Εδώ το μοντέλο προβλέπει 0,55 μονάδες στον Απειροστικό για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και στη συνέχεια αφαιρέι 1,19 μονάδες αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού και 2,7 ως σταθερά συν το στατιστικό λάθος .

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία για την Γραμμική Άλγεβρα έχουμε:

Για το 2015 η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε ένα μοντέλα το οποίο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και για το οποίο ο συντελεστής R^2=0,143 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 14,3% την πρώτη επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα είναι η:

GRAM1 = 0,49 · MATHKAT-4,27 +r

Το μοντέλο προβλέπει 0,49 μονάδες για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και 4,27 μονάδες ως σταθερά συ το στατιστικό λάθος.

Για το 2016, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε πάλι δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,076 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 7,6% την πρώτη επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,122 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 12,2% την πρώτη επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα σύμφωνα με το δεύτερο μοντέλο είναι η:

GRAM1 = 0,41 · MATHKAT – 1,34 · GENDER -2,3 +r

Εδώ το μοντέλο προβλέπει 0,41 μονάδες στη Γραμμική Άλγεβρα για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και στη συνέχεια αφαιρέι 1,34

μονάδες αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού και 2,3 μονάδες ως σταθερά συν το στατιστικό λάθος.

Χρησιμοποιώντας σαν εξαρτημένη μεταβλητή την καλύτερη επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι έχουμε:

Για το 2015, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε ένα μοντέλα το οποίο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και για το οποίο ο συντελεστής R^2=0,088 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 8,8% την καλύτερη επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα είναι η:

GRAM.BEST = 0,33 · MATHKAT -0,54 +r

Το μοντέλο προβλέπει 0,33 μονάδες στη Γραμμική Άλγεβρα για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και αφαιρεί 0,54 μοναδες ως σταθερά συν το στατιστικό λάθος r.

Για το 2016, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε, πάλι, ένα μοντέλα το οποίο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και για το οποίο ο συντελεστής R^2=0,069 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 6,9% την καλύτερη επίδοση στη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Η εξίσωση που προβλέπει την επίδοση είναι η:

GRAM.BEST = 0,33 · MATHKAT+ 0.13 +r

Το μοντέλο προβλέπει 0,33 μονάδες στη Γραμμική Άλγεβρα για κάθε μονάδα που έγραψε ο φοιτητής στα Μαθηματικά κατεύθυνσης και προσθέτει 0,13 μονάδες συν το στατιστικό λάθος..

Συνεχίζοντας, προσπαθήσαμε να προβλέψουμε τον αριθμό των προσπαθειών που χρειάστηκε για να περάσει ένας φοιτητής τον Απειροστικό Λογισμό Ι και τη Γραμμική Άλγεβρα Ι.

Για το 2015 και για τον Απειροστικό Λογισμό Ι, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε ένα μοντέλα το οποίο περιλάμβανε όλες τις ανεξάρτητες μεταβλητές και για το οποίο ο συντελεστής R^2=0,172 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 17,2% τον αριθμό των προσπαθειών που θα χρειαστεί ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα το πρώτο έτος.

Η εξίσωση που προβλέπει τον αριθμό των προσπαθειών είναι :

AP.TRIES = - 0,58· MATHKAT+0,25 · SEIRA.PROT + 0,3 · ENTOP + 0,23 · GENDER -0.52 · TEX1 +2,39 +r

Οι προσπάθειες που χρειάζεται ο φοιτητής της θετικής κατεύθυνσης για να περάσει το μάθημα του Απειροστικού λογισμού Ι προβλέπονται πολλαπλασιάζοντας τη σειρά προτίμησης με 0,25 και προσθέτοντας 0,3 αν ο φοιτητής διέμενε εκτός Αττικής και 0,23 αν είναι γένους θηλυκού ενώ στη συνέχεια αφαιρείται 0,58 για κάθε μονάδα που έγραψε στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και προστίθεται 2,39 ως σταθερά με στατιστικό λάθος r. Οι φοιτητές της Τεχνολογικής κατεύθυνσης Ι φαίνεται να χρειάζονται 0,52 προσπάθειες λιγότερες.

Για το 2016 και για τον Απειροστικό Λογισμό Ι, η απλή γραμμική παλινδρόμηση μας πρότεινε ένα μοντέλα το οποίο περιλάμβανε μόνο το φύλο, για το οποίο ο συντελεστής R^2=0,039 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 3,9% τον αριθμό των προσπαθειών που θα χρειαστεί ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα το πρώτο έτος.

Η εξίσωση που προβλέπει τον αριθμό των προσπαθειών είναι :

AP.TRIES = 0,18 · GENDER+ 1,1 +r

Η εξίσωση προβλέπει 1,1 προσπάθειες συν 0,18 αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού.

Για το 2015 και για τη Γραμμική Άλγεβρα Ι, η απλή γραμμική παλινδρόμηση πρότεινε πάλι δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,198 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 19,8% τον αριθμό των προσπαθειών που θα χρειαστεί ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα κατά το πρώτο έτος. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα

Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,248 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 24,8% τον αριθμό των προσπαθειών που θα χρειαστεί ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα το πρώτο έτος.

Η εξίσωση που προβλέπει τον αριθμό των προσπαθειών είναι :

GRAM.TRIES = - 0,12 · MATHKAT + 0,29 · GENDER+3,3 +r

Η εξίσωση προβλέπει 3,3 προσπάθειες συν 0,29 αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού από τις οποίες αφαιρείται 0,12 μονάδες για κάθε βαθμό που έγραψε στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης,

Για το 2016 και για τη Γραμμική Άλγεβρα Ι, η απλή γραμμική παλινδρόμηση πρότεινε πάλι δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο το φύλο και ο συντελεστής R^2=0,075 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 7,5% τον αριθμό των προσπαθειών που θα χρειαστεί ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα το πρώτο έτος. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και το φύλο, με τον συντελεστή R^2=0,123 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό εξηγεί κατά 12,3% τον αριθμό των προσπαθειών που θα χρειαστεί ο φοιτητής για να περάσει το μάθημα το πρώτο έτος.

Η εξίσωση που προβλέπει τον αριθμό των προσπαθειών είναι :

GRAM.TRIES = - 0,86 · MATHKAT + 0,38 · GENDER +2,9

Η εξίσωση προβλέπει 2.9 προσπάθειες συν 0,38 αν ο φοιτητής είναι γένους θηλυκού από τις οποίες αφαιρείται 0,86 μονάδες για κάθε βαθμό που έγραψε στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης,

Τέλος θα εξετάσουμε αν μπορούμε να προβλέψουμε το πλήθος των μαθημάτων που πέρασε ο φοιτητής.

Για το 2015, η απλή γραμμική παλινδρόμηση πρότεινε δύο μοντέλα. Το πρώτο περιλάμβανε μόνο το βαθμό στα μαθηματικά κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,109 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό προβλέπει κατά 10,9% τον αριθμό των εξεταζόμενων μαθημάτων που θα περάσει ο φοιτητής το πρώτο έτος. Το δεύτερο μοντέλο περιλάμβανε την επίδοση στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και τη σειρά

προτίμησης, με τον συντελεστή R^2=0,166 να υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό προβλέπει κατά 16,6% τον αριθμό των εξεταζόμενων μαθημάτων που θα περάσει ο φοιτητής το πρώτο έτος.

Η εξίσωση που προβλέπει τον αριθμό των μαθημάτων που θα περάσει ο φοιτητής για το δεύτερο μοντέλο είναι η:

PASSED = 0,13 · MATHKAT - 0,1 · SEIRA.PROT -0,78 + r

Τα μαθήματα υπολογίζονται προθέτοντας 0,13 μονάδες για κάθε βαθμό που έγραφε ο φοιτητής στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης από τον οποίο στη συνέχεια αφαιρείται 0,1 βαθμός για κάθε σχολή που δήλωσε ο φοιτητής από το μαθηματικό τμήμα και πριν. Στη συνέχεια αφαιρείται ως σταθερά το 0,78 και φυσικά το περιθώριο στατιστικού λάθους.

Για το 2016, η απλή γραμμική παλινδρόμηση πρότεινε ένα μοντέλα το οποίο περιλάμβανε μόνο το βαθμό στα μαθηματικά κατεύθυνσης και ο συντελεστής R^2=0,061 μας υποδηλώνει ότι το μοντέλο αυτό προβλέπει κατά 6,1% τον αριθμό των εξεταζόμενων μαθημάτων που θα περάσει ο φοιτητής το πρώτο έτος.

Η εξίσωση που προβλέπει τον αριθμό των μαθημάτων που θα περάσει ο φοιτητής για το δεύτερο μοντέλο είναι η:

PASSED = 0,1 · MATHKAT – 0,09 + r

Ο αριθμός των μαθημάτων σε αυτή την περίπτωση υπολογίζεται ξεκινώντας από το -0,09 και προσθέτοντας 0,1 μονάδα για κάθε βαθμό που έγραψε ο φοιτητής στα μαθηματικά Κατεύθυνσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^{ο}

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στην παρούσα εργασία προσπαθήσαμε να μελετήσουμε ορισμένους από τους παράγοντες που επηρεάζουν την επίδοση των πρωτοετών φοιτητών του τμήματος Μαθηματικών του ΕΚΠΑ και να προσδιορίσουμε το ποσοστό με το οποίο προβλέπει η επίδοση στα μαθηματικά Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης την επίδοση αυτή. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιήσαμε δύο από τα υποχρεωτικά μαθήματα του πρώτου έτους, το κάθε ένα από τα οποία αποτελεί την αρχή μιας αλυσίδας μαθημάτων και για το λόγο αυτό είναι, κατά την άποψη και την εμπειρία μας, τα κύρια μαθήματα του πρώτου εξαμήνου του τμήματος. Αν και ο αρχικός μας σχεδιασμός προέβλεπε μόνο τη μελέτη του Απειροστικού Λογισμού Ι, προσπερνώντας το εμπόδιο των περιορισμών που μας επιβλήθηκαν από την αρχή προστασίας δεδομένων, κατέστη δυνατή και η μελέτη της βαθμολογίας της Γραμμικής Άλγεβρας Ι. Κρίναμε ότι εξαιτίας της έντονης σχέσης που παρουσιάζει το μάθημα του Απειροστικού Λογισμού Ι με τα Μαθηματικά Κατεύθυνσης, η ύπαρξη ενός δεύτερου μαθήματος θα μας βοηθούσε να βγάλουμε ασφαλέστερα συμπεράσματα για τη φύση της σχέσης αυτής, αλλά και θα μας βοηθούσε να μελετήσουμε αντικειμενικότερα τη σχέση της επίδοσης των Πανελληνίων με την ακαδημαϊκή επιτυχία. Δυστυχώς, η προσθήκη ενός τρίτου ή και περισσοτέρων μαθημάτων στην έρευνα θα περιόριζε πολύ το μέγεθος του ήδη μικρού μας δείγματος. Μια άλλη ιδιαιτερότητα της έρευνας μας είναι ότι περιλαμβάνει δεδομένα από δύο διαφορετικές χρονιές κατά τις οποίες άλλαξε όχι μόνο η εξεταστέα ύλη των Πανελλαδικών αλλά και το σύστημα πρόσβασης, καθώς κατά το πρώτο έτος οι υποψήφιοι μπορούσαν να επιλέξουν να εξεταστούν στο ζεύγος Χημεία–Βιολογία (Θετική Κατεύθυνση) ή Ανάπτυξη Εφαρμογών–Αρχές Οικονομικής Θεωρίας (Τεχνολογική Κατεύθυνση ΙΙ). Δεν αναφέρουμε την Τεχνολογική Κατεύθυνση Ι, στην οποία οι μαθητές εξετάστηκαν στη Βιοχημεία και την Ηλεκτρολογία, καθώς όπως είναι εμφανές και από το δείγμα μας την επέλεξε πολύ μικρό πλήθος μαθητών. Αλλαγή

υπήρξε επίσης και στο ύφος των θεμάτων στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης, με τα θέματα της δεύτερης χρονιάς να προέρχονται από το σχολικό βιβλίο.

Το πρώτο ερώτημα το οποίο προσπαθήσαμε να διερευνήσουμε, αναφερόταν στην ύπαρξη συσχέτισης ανάμεσα στις επιδόσεις των φοιτητών στα δύο μαθήματα. Πράγματι, όπως αναμέναμε, παρατηρήθηκε υψηλή συσχέτιση με τους συντελεστές συσχέτισης να κυμαίνονται κοντά στο 0,7 και μικρό ποσοστό φοιτητών να περνάνε το ένα μόνο από τα δύο μαθήματα.

Στο δεύτερο ερώτημα, επιδιώξαμε να μελετήσουμε την επιρροή του φύλου και της εντοπιότητας στην επίδοση των φοιτητών. Δυστυχώς, το μικρό ποσοστό γυναικών στο δείγμα μας και ο μικρός αριθμός φοιτητών με εντοπιότηα εκτός Αττικής ήταν δεδομένο ότι δε θα μας επέτρεπαν να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα. Κατά την ανάλυσή μας, και σε αντίθεση με τα ευρήματα των Panczyk, Rebandel και Gotlib, (2015) αλλά και των Duguet, Le Mener, και Morlaix (2016), παρατηρήθηκε ότι οι άνδρες παρουσίαζαν μεγαλύτερους μέσους όρους από ότι οι γυναίκες, με τις διαφορές να γίνονται περισσότερο αισθητές στο Απειροστικό Λογισμό Ι. Αυτό ίσως οφείλεται στη διαφορετική φύση των μαθημάτων της έρευνάς μας. Σε κάθε περίπτωση, μπορούμε, με σχετική ασφάλεια, να σχολιάσουμε τη μεγαλύτερη διακύμανση που παρατηρήθηκε στις επιδόσεις των ανδρών. Όσον αφορά την επίδραση της εντοπιότητας στην επίδοση των φοιτητών, οι φοιτητές από την Αττική παρουσίασαν ελαφρώς καλύτερες επιδόσεις, αλλά το δείγμα μας ήταν τόσο ανισομερώς κατανεμημένο και μικρό που οποιοδήποτε συμπέρασμα θα ήταν παρακινδυνευμένο. Εξάλλου, δεν είμαστε καθόλου βέβαιοι ποιες παραμέτρους επηρεάζει η διαφορά αυτή στην εντοπιότητα, καθώς δεν υπάρχει καμία διαβεβαίωση ότι οι φοιτητές που μετακόμισαν από τη επαρχία μένουν μόνοι τους, ή ότι οι φοιτητές της Αττικής συγκατοικούν με τους γονείς τους. Παρ' όλα αυτά υποθέτουμε ότι η εξοικείωση με την πόλη και η εγγύτητα σε φιλικά πρόσωπα μπορεί να επηρεάσει τις επιδόσεις των φοιτητών.

Αντιστοίχως και για την κατεύθυνση που ακολούθησαν οι φοιτητές για την εισαγωγή τους στο Πανεπιστήμιο δεν καταφέραμε να βρούμε στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στους υποψηφίους των δύο κατευθύνσεων. Πάλι, όμως, αυτό μπορεί να

οφείλεται στο μικρό δείγμα μας. Τα αποτελέσματα μας άφησαν μια υπόνοια ότι μπορεί οι φοιτητές της Τεχνολογικής Κατεύθυνσης ΙΙ να έχουν ένα μικρό προβάδισμα στον Απειροστικό Λογισμό, αλλά κάτι τέτοιο χρήζει περαιτέρω μελέτης. Άλλωστε, από την μελέτη των Panczyk, Rebandel και Gotlib (2015), αναδείχθηκε ότι υπάρχουν συσχετίσεις ανάμεσα στις επιδόσεις σε μαθήματα στο Λύκειο και στο Πανεπιστήμιο (αρνητική συσχέτιση ανάμεσα σε Βιολογία και Μαθηματικά, ή σε Χημεία και Βιολογία) που είναι δύσκολο να ερμηνευτούν.

Κατά τον έλεγχο των συσχετίσεων της βαθμολογίας στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης και στα εξεταζόμενα μαθήματα παρατηρήθηκε ότι υπάρχει σημαντικά θετική συσχέτιση για τις βαθμολογίες και των δύο μαθημάτων. Εδώ, οφείλουμε να κάνουμε δύο παρατηρήσεις: Πρώτον, τα Μαθηματικά Κατεύθυνσης παρουσιάζουν σημαντικά μεγαλύτερη συσχέτιση με τον Απειροστικό Λογισμό Ι από ότι με τη Γραμμική Άλγεβρα Ι. Δεύτερον, σε σχέση με το 2015, το 2016 παρατηρήθηκε αύξηση της συσχέτισης με τον Απειροστικό Λογισμό Ι και μείωση της αντίστοιχης με τη Γραμμική Άλγεβρα Ι. Πιθανόν αυτό να συμβαίνει εξαιτίας της αφαίρεσης από την εξεταστέα ύλη των Πανελλαδικών αλλά και γενικότερα του Λυκείου του κεφαλαίου των μιγαδικών αριθμών, που αποτελούσε παράδειγμα δισδιάστατου διανυσματικού χώρου και την αξιοποίηση του αντιστοίχου χρόνου για βελτίωση της κατανόησης των εννοιών της ανάλυσης.

Το τελευταίο μας ερώτημα αφορούσε τη χρήση του βαθμού των Πανελλαδικών στα Μαθηματικά Κατεύθυνσης ως δείκτη πρόβλεψης της επίδοσης των φοιτητών. Η ανάλυσή μας έδειξε ότι αν και κάτι τέτοιο είναι εφικτό, το ποσοστό της βαθμολογίας των φοιτητών που εξηγείται από την επίδοση τους στις Πανελλαδικές δε ξεπέρασε σε καμία περίπτωση το 20% ενώ συγκεκριμένα στην Γραμμική Άλγεβρα κινήθηκε σε πολύ χαμηλότερα επίπεδα. Το γεγονός αυτό μας προβλημάτισε, καθώς ο δείκτης πρόβλεψης σε αντίστοιχες έρευνες (Panczyk, Rebandel και Gotlib, 2015, επίσης Trapmann, Hell, Hirn, και Schuler, 2007) κυμαίνεται από 15% έως 25%. Θα περιμέναμε, με βάση τα όσα προαναφέραμε για τη σχέση των Μαθηματικών Κατεύθυνσης με το Απειροστικό Λογισμό Ι, στην περίπτωση μας ο δείκτης πρόβλεψης να είναι αρκετά υψηλότερος.

Γενικότερα, το μικρό δείγμα, ο περιορισμός της έρευνάς μας σε μια μόνο σχολή και δύο μόνο μαθήματα, η έλλειψη προσωπικών δεδομένων όπως η οικονομική κατάσταση, το μορφωτικό επίπεδο των γονέων και η εργασιακή κατάσταση του φοιτητή, περιορίζουν την έρευνά μας. Ελπίζουμε το νέο ηλεκτρονικό σύστημα εγγραφών στη τριτοβάθμια εκπαίδευση, το οποίο συλλέγει τέτοια στοιχεία, να καταστήσει δυνατές μεγάλης κλίμακας έρευνες, ώστε να μπορέσουμε όχι μόνο να κατανοήσουμε τους παράγοντες που επηρεάζουν την ακαδημαϊκή επιτυχία αλλά και να βελτιώσουμε ορισμένους από αυτούς. Το πολύ χαμηλό ποσοστό του δείκτη πρόβλεψης, σε σχέση με τον αντίστοιχο των άλλων χωρών, θα πρέπει να μας προβληματίσει για τη μέθοδο που χρησιμοποιείται για την επιλογή των φοιτητών που εισάγονται στη τριτοβάθμια εκπαίδευση.

.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aydin, S. (2009). The factors effecting teaching linear algebra. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *1*(1), 1549-1553.

Bacon, D. R., & Bean, B. (2006). GPA in research studies: An invaluable but neglected opportunity. *Journal of Marketing Education*, *28*(1), 35-42.

Balacheff, N. (1999). Is Argumentation an Obstacle? Invitation to a Debate.

Biza, I., Souyoul, A., & Zachariades, T. (2005). Conceptual change in advanced mathematical thinking. In *Proceedings of the Fourth Conference on European Research in Mathematics Education* (pp. 1727-1736).

Clark, M. & Lovric, M. (2008). Suggestion for a Theoretical Model for Secondary-tertiary transition in mathematics. *Mathematics Education Research Journal, Volume 20, No. 2, 25-37.*

Culpepper, S.A., Basilie, C., Ferguson, C.A., Lanning, J.A., Perkins, M.A. (2010). Understanding the transition between high school and college mathematics and science. *The Journal of Mathematics and Science: Collaborative Explorations, Volume 12, 157 – 167*

Dennis, J. M., Phinney, J. S., & Chuateco, L. I. (2005). The role of motivation, parental support, and peer support in the academic success of ethnic minority first-generation college students. *Journal of college student development*, *46*(3), 223-236.

Dorier, J. L. (2003). Teaching linear algebra at university. *arXiv preprint math/0305018.*

Dormolen, J. V. (1977). Learning to understand what giving a proof really means. *Educational Studies in Mathematics*, *8*(1), 27-34.

Duguet, A., Le Mener, M., & Morlaix, S. (2016). The Key Predictors of Success in University in France: What Are the Contributing Factors and Possible New Directions in Educational Research?. *International Journal of Higher Education*, *5*(3), 222.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach* (Vol. 5). Springer.

Hanna, G. (2014). The width of a proof. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *9*(1), 29-39.

Hoffkamp, A., Schnieder, L., & Paravicini, W. (2013). *Mathematical enculturation – argumentation and proof at the transition from school to university.* Proceedings of CERME 8, Antalya, Turkey.

Hoyles, C., Newman, K., Noss, R. (2001). Changing patterns of transition from school to university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 2001, vol. 32, no. 6, 829-845*

Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational studies in mathematics*, *44*(1-2), 25-53.

Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 173-204.

Moore, R.C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics 27*: 249-266. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands

Panczyk, M., Rebandel, H., & Gotlib, J. (2015). Assessment of predictive value of admission criteria of candidates for pharmaceutical studies-an empirical investigation. *Indian Journal of Pharmaceutical Education and Research*, *49*(2), 112-120.

Richardson, M., Abraham, C., & Bond, R. (2012). Psychological correlates of university students' academic performance: A systematic review and meta-analysis. *Psychological bulletin*, *138*(2), 353.

Robbins, S. B., Lauver, K., Le, H., Davis, D., Langley, R., & Carlstrom, A. (2004). Do psychosocial and study skill factors predict college outcomes? A meta-analysis. *Psychological bulletin*, *130*(2), 261.

S.A. Nonis and G.I. Hudson, "Academic Performance of College Students: Influence of Time Spent Studying and Working," *Journal of Education for Business*, **81** (2006) 151-159.

Selden, A. (2010). *Transitions and proof and proving at tertiary level.* Technical report, Tennessee Technological University

Smith, J., & Naylor, R. (2001). Determinants of degree performance in UK universities: a statistical analysis of the 1993 student cohort. *oxford Bulletin of Economics and Statistics*, *63*(1), 29-60.

Strenze, T. (2007). Intelligence and socioeconomic success: A meta-analytic review of longitudinal research. *Intelligence*, *35*(5), 401-426.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, *12*(2), 151-169.

Tall, D. (1992). The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof. Published in Grouws D.A. (ed.) *Handbook of Research on MathematicsTeaching and Learning*, Macmillan, New York, 495–511

Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus. In *proceedings of working group* (Vol. 3, pp. 13-28).

Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 3-21). Springer, Dordrecht.

Trapmann, S., Hell, B., Hirn, J. O. W., & Schuler, H. (2007). Meta-analysis of the relationship between the Big Five and academic success at university. *Zeitschrift für Psychologie/Journal of Psychology*, *215*(2), 132-151.

Vinner, S. (2002). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Springer, Dordrecht.

York, T. T., Gibson, C., & Rankin, S. (2015). Defining and Measuring Academic Success. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, *20*.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

2015

		Math-kat	APLOG1	APLOG1BIN	APLOG2	APLOG2BIN	APLOG3	APLOG3BIN
N	Valid	118	118	118	89	89	70	70
	Missing	0	0	0	29	29	48	48
Skewness		,096	1,063	1,196	,955	1,123	,954	2,086
Std. Error of Skewness		,223	,223	,223	,255	,255	,287	,287
Kurtosis		-,722	,116	-,579	-,426	-,757	-,263	2,421
Std. Error of Kurtosis		,442	,442	,442	,506	,506	,566	,566

2015

		AP.PASS	AP.BEST	GRAM1	GRAM1BIN	GRAM2	GRAM2BIN
N	Valid	118	118	118	118	77	77
	Missing	0	0	0	0	41	41
Skewness		,000	,191	,552	,649	,795	1,283
Std. Error of Skewness		,223	,223	,223	,223	,274	,274
Kurtosis		-2,035	-1,001	-,738	-1,606	-,089	-,363
Std. Error of Kurtosis		,442	,442	,442	,442	,541	,541

2015

		GRAM3	GRAM3BIN	GRAM.PASS	GRAM.BEST	PASSED
N	Valid	59	59	118	118	118
	Missing	59	59	0	0	0
Skewness		1,102	1,984	-,313	,195	-,151
Std. Error of Skewness		,311	,311	,223	,223	,223
Kurtosis		1,674	2,001	-1,935	-,522	-1,727
Std. Error of Kurtosis		,613	,613	,442	,442	,442

2016

		Math.Kat	ApLog1	ApLog1bin	ApLog2	Aplog2bin	Aplog3	Aplog3bin
N	Valid	167	167	167	30	30	20	20
	Missing	0	0	0	137	137	147	147
Skewness		-,088	,080	-,647	-,051	,283	,270	,945
Std. Error of Skewness		,188	,188	,188	,427	,427	,512	,512
Kurtosis		-,529	-,911	-1,600	-,860	-2,062	-,466	-1,242
Std. Error of Kurtosis		,374	,374	,374	,833	,833	,992	,992

2016

		AP.PASS	AP.BEST	GRAM1	GRAM1BIN	GRAM2	GRAM2BIN
N	Valid	167	167	167	167	90	90
	Missing	0	0	0	0	77	77
Skewness		-1,156	-,034	,508	,433	-,420	,464
Std. Error of Skewness		,188	,188	,188	,188	,254	,254
Kurtosis		-,672	-,664	-,834	-1,835	-,752	-1,826
Std. Error of Kurtosis		,374	,374	,374	,374	,503	,503

2016

		GRAM3	GRAM3BIN	GRAM.PASS	GRAM.BEST	PASSED
N	Valid	50	50	167	167	167
	Missing	117	117	0	0	0
Skewness		,060	,000	-1,193	-,009	-1,094
Std. Error of Skewness		,337	,337	,188	,188	,188
Kurtosis		-,826	-2,085	-,583	-,300	-,286
Std. Error of Kurtosis		,662	,662	,374	,374	,374