



**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Θεωρία Παιγνίων – Το Δίλημμα του Φυλακισμένου**

**Στυλιανός Σ. Σურταγγιάς**

**Επιβλέποντες: Δ. Βαρουτάς, Αναπληρωτής Καθηγητής  
Δ. Κατσιάνης, ΕΔΙΠ**

**ΑΘΗΝΑ**

**ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2020**

## **ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Θεωρία Παιγνίων – Το Δίλημμα του Φυλακισμένου

**Στυλιανός Σ. Σურταγγιάς**

**A.M.:** 1115201400196

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ:** **Δ. Βαρουτάς**, Αναπληρωτής Καθηγητής  
**Δ. Κατσιάνης**, ΕΔΙΠ

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της εργασίας η εκπόνηση υπολογιστικού υποδείγματος με σκοπό την προσομοίωση της αλλαγής ποιότητας συναλλακτικών σχέσεων κατά την διάρκεια του οικονομικού κύκλου. Ειδικότερα, η πιθανότητα συνεύρεσης με μεταβαλλόμενη πιθανότητα φερεγγυότητας, η οποία εξαρτάται από την μεταβαλλόμενη οικονομική συγκυρία.

**ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ:** Θεωρία Παιγνίων

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** δίλημμα φυλακισμένου, παίγνιο, συνεργασία, προδοσία, ποινή, κέρδος, πιθανότητες, στρατηγική, ισορροπία Nash, ορθολογική σκέψη, οικονομικός κύκλος

## **ABSTRACT**

The purpose of this thesis is the development of a computational model to simulate the change in the quality of trading relationships during the financial cycle. In particular, the likelihood of co-existence with a changing probability of solvency, which depends on the changing economic context.

**SUBJECT AREA:** Game Theory

**KEYWORDS:** prisoner's dilemma, game, cooperation, defection, penalty, profit, probabilities, strategy, Nash equilibrium, rational thinking, financial cycle

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Για τη διεκπεραίωση της παρούσας Πτυχιακής Εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους επιβλέποντες, αν. Καθ. Δημήτριο Βαρουτά, Δημήτριο Κατσιάνη και ιδιαίτερος τον Μανόλη Αθανασίου, για τη συνεργασία και την πολύτιμη συμβολή του στην ολοκλήρωση της

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	9
2. ΥΠΟΘΕΣΗ ΔΙΛΗΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΟΥ .....	10
3. ΛΥΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΙΛΗΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΟΥ .....	12
4. ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ .....	14
5. ΜΙΚΤΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ.....	15
6. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ .....	17
7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	25
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	26
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....	27

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Οι δυο φυλακισμένοι.....σελ. 10

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Πίνακας 1: Διατύπωση ποινών παιγνίου για όλες τις περιπτώσεις.....σελ.	14
Πίνακας 2: Παράδειγμα παιγνίου μικτής στρατηγικής.....σελ.	15
Πίνακας 3: Αποδόσεις περιπτώσεων.....σελ.	16
Διάγραμμα 1: Στατιστικά εκτέλεσης για $N=100000$ , $G=10$ .....σελ.	18
Διάγραμμα 2: Ποσοστά εμφανίσεων για $N=100000$ , $G=10$ .....σελ.	18
Διάγραμμα 3: Στατιστικά εκτέλεσης για $N=100000$ , $G=15$ .....σελ.	19
Διάγραμμα 4: Ποσοστά εμφανίσεων για $N=100000$ , $G=15$ .....σελ.	19
Διάγραμμα 5: Στατιστικά εκτέλεσης για $N=500000$ , $G=10$ .....σελ.	20
Διάγραμμα 6: Ποσοστά εμφανίσεων για $N=500000$ , $G=10$ .....σελ.	20
Διάγραμμα 7: Στατιστικά εκτέλεσης για $N=500000$ , $G=15$ .....σελ.	21
Διάγραμμα 8: Ποσοστά εμφανίσεων για $N=500000$ , $G=15$ .....σελ.	21
Διάγραμμα 9: Στατιστικά εκτέλεσης για $N=1000000$ , $G=10$ .....σελ.	22
Διάγραμμα 10: Ποσοστά εμφανίσεων για $N=1000000$ , $G=10$ .....σελ.	22
Διάγραμμα 11: Στατιστικά εκτέλεσης για $N=1000000$ , $G=15$ .....σελ.	23
Διάγραμμα 12: Ποσοστά εμφανίσεων για $N=1000000$ , $G=15$ .....σελ.	23
Πίνακας 4: Chi-squared test.....σελ.	24



## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εργασία παρουσιάζει το γνωστό πρόβλημα που πραγματεύεται η Θεωρία Παιγνίων, το Δίλημμα του Φυλακισμένου. Αρχικά, διατυπώνεται το τι πραγματεύεται το παίγνιο στο σύνολό του και παρουσιάζονται διάφορες στρατηγικές που ακολουθούνται σαν λύσεις του προβλήματος. Έπειτα θα οριστεί η έννοια της στρατηγικής, δίνοντας ιδιαίτερο ενδιαφέρον στις μικτές στρατηγικές, οι οποίες αποτελούν και το αντικείμενο του υπολογιστικού υποδείγματος που υλοποιήθηκε στα πλαίσια της εργασίας. Η παρούσα πειραματική προσέγγιση παρουσιάζεται εκτενώς στην επόμενη ενότητα και παρουσιάζονται στη συνέχεια τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από την εκτέλεσή του. Τέλος, δίνονται κάποια συμπεράσματα από το σύνολο της εργασίας.

## 2. ΥΠΟΘΕΣΗ ΔΙΛΗΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΟΥ

Το δίλημμα του φυλακισμένου αποτελεί ένα κλασσικό παράδειγμα της θεωρίας παιγνίων. Αποτελεί σημείο αναφοράς και μπορεί να χρησιμοποιηθεί πολλές φορές σαν πρότυπο σε πραγματικές καταστάσεις που εξετάζουν τις συνθήκες που ευνοούν συμπεριφορές συνεργασίας ως εναλλακτικό της δυστροπίας. Χαρακτηριστικό γνώρισμα της είναι ότι δυο ορθολογικά άτομα μπορεί να μην συνεργαστούν, παρότι φαίνεται να τους συμφέρει να το κάνουν. Για παράδειγμα, σε μια κατάσταση όπου τα οφέλη από τη συνεργασία των δύο εμπλεκομένων μπορεί να είναι σημαντικά και για τους δυο ή να έχουν τις ίδιες επιπτώσεις από την αποτυχία, το κόστος είναι αρκετά δαπανηρό ώστε να συντονίσουν τις ενέργειες τους, οδηγώντας έτσι τον καθένα να κοιτάξει το προσωπικό του συμφέρον και να μη συνεργαστεί με τον άλλο.

Σε αυτό το σημείο επισημαίνουμε ότι ένα άτομο είναι ορθολογικό όταν κοιτάει το ατομικό του συμφέρον, δηλαδή την μεγιστοποίηση του οφέλους του ή την ελαχιστοποίηση της ζημίας του, έχοντας υπόψιν του ότι και ο απέναντί του θα πράξει και αυτός αντίστοιχα. Έτσι επιλέγει τη στρατηγική του με αποκλειστικό στόχο τη δική του ευημερία και δεν αντιδρά συναισθηματικά.

Το δίλημμα του φυλακισμένου είναι το εξής:

Δυο μέλη μιας συμμορίας συλλαμβάνονται από την αστυνομία ως ύποπτοι ενός εγκλήματος και οδηγούνται στη φυλακή. Η αστυνομία δεν έχει αρκετά στοιχεία για να τους ενοχοποιήσει, οπότε βάζει τον καθένα σε ξεχωριστό κελί απομόνωσης, χωρίς να υπάρχει τρόπος επικοινωνίας μεταξύ των δυο φυλακισμένων. Ο ανακριτής επισκέπτεται τον καθένα ξεχωριστά, προσφέροντας στον κάθε κρατούμενο μια συμφωνία και δίνει την ευκαιρία στον κάθε κρατούμενο ή να προδώσει τον άλλον ομολογώντας ότι διέπραξε το έγκλημα ή να συνεργαστεί με τον άλλον μένοντας σιωπηλός. Η συμφωνία περιλαμβάνει:

- Αν ο A και ο B προδώσουν και οι δυο ο ένας τον άλλον, ο καθένας θα εκτίσει ποινή φυλάκισης 2 ετών(K).
- Αν ο A προδώσει τον B και ο B μείνει σιωπηλός, ο A θα αφεθεί ελεύθερος(L) και ο B θα εκτίσει ποινή φυλάκισης 4 ετών(M).
- Αν ο B προδώσει τον A και ο A μείνει σιωπηλός, ο B θα αφεθεί ελεύθερος(L) και ο A θα εκτίσει ποινή φυλάκισης 4 ετών(M).
- Αν ο A και ο B μείνουν και οι δυο σιωπηλοί, θα εκτίσουν και οι δυο φυλάκισης 1 έτους(N).



Εικόνα 1: Οι δυο φυλακισμένοι

Θεωρείται δεδομένο ότι οι κρατούμενοι δεν θα εκδικηθούν ή θα ανταμείψουν ο ένας τον

άλλον, δεν υπάρχει υποχρέωση ή αφοσίωση σε κανέναν και δεν θα επηρεαστεί η φήμη τους.

Υπάρχουν πολλές εκδόσεις του συγκεκριμένου διλήμματος και οι ποινές μπορεί να είναι διαφορετικές σε καθεμία από αυτές, όμως αυτό που παραμένει σταθερό είναι ότι οι ποινές  $(K, L, M, N)$  έχουν την διάταξη  $L < N < K < M$ , όπου  $L$  η μικρότερη ποινή και  $M$  η μεγαλύτερη ποινή. Επιπλέον, υπάρχουν και παραλλαγές του παραπάνω διλήμματος, όπως το επαναληπτικό δίλημμα του φυλακισμένου, όπου το παίγνιο παίζεται επαναληπτικά και ο κάθε κρατούμενος λαμβάνει υπόψιν του για την τελική απόφασή του και τις προηγούμενες επιλογές του άλλου κρατουμένου.

### 3. ΛΥΣΕΙΣ ΤΟΥ ΔΙΛΗΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ ΦΥΛΑΚΙΣΜΕΝΟΥ

Η λύση στο παραπάνω δίλημμα έγκειται στο να επιλέξουμε τη βέλτιστη στρατηγική που θα επιφέρει το βέλτιστο αποτέλεσμα. Η στρατηγική αυτή αποτελείται από δυο κινήσεις, συνεργασία ή προδοσία, που φανερώνουν την πρόθεση του ατόμου να συνεργαστεί ή όχι. Το μόνο που χρειάζεται να λάβουμε υπόψιν είναι οι προηγούμενες αλληλεπιδράσεις με τον αντίπαλο παίκτη.

Μερικές από τις πιο δημοφιλείς στρατηγικές είναι:

- Η συνεργασία σε κάθε κίνηση
- Η προδοσία σε κάθε κίνηση
- Η συνεργασία μέχρι κάποιος να προδώσει και αμέσως μετά η κίνηση εκδίκησης (Tit For Tat)

Ας μελετήσουμε τις παραπάνω στρατηγικές καθεμία ξεχωριστά και να δούμε τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά τους.

#### Η συνεργασία σε κάθε κίνηση

Αυτή είναι η στρατηγική της αγάπης για τον πλησίον, του ανιδιοτελούς ατόμου όπου η κάθε κίνηση του είναι η συνεργασία ανεξαρτήτως του πως συμπεριφέρεται ο αντίπαλος.

##### Πλεονεκτήματα

Είναι η πιο αλtruιστική στρατηγική και είναι βιώσιμη σε περιβάλλοντα, που χαρακτηρίζονται από δεσμούς μεγάλης εμπιστοσύνης μεταξύ των ατόμων.

##### Μειονεκτήματα

Η συνεργασία άνευ όρων μπορεί να γίνει αντικείμενο εκμετάλλευσης από άλλες πιο επιθετικές στρατηγικές που αποσκοπούν στην ικανοποίηση των συμφερόντων κερδοσκόπων ατόμων.

#### Η προδοσία σε κάθε κίνηση

Αυτή είναι η στρατηγική του ατόμου που έχει χάσει την πίστη του στη συνεργασία ή ενδιαφέρεται αποκλειστικά για τη μεγιστοποίηση του δικού του οφέλους και συμφέροντος. Είναι η απόλυτη αμυντική στρατηγική, διότι κανείς δεν μπορεί να εκμεταλλευτεί ή να κοροιδέψει το άτομο, που τείνει να έχει πάντα κέρδος, ανεξάρτητα αν είναι το μέγιστο ή όχι.

##### Πλεονεκτήματα

Είναι η στρατηγική στην οποία το άτομο πάντα νικά ή έρχεται ισοπαλία ενάντια σε οποιοδήποτε αντίπαλο καθώς δεν έχει την δυνατότητα να αποσπάσει αλλιώς βαθμούς εναντίον σου.

### Μειονεκτήματα

Αν και με αυτή τη στρατηγική το άτομο έχει πάντα κέρδος, καθώς νικά ή έρχεται ισοπαλία, το κέρδος αυτό είναι μικρότερο σε σχέση με το κέρδος που θα είχε το άτομο αν πραγματοποιούνταν αμοιβαία συνεργασία.

## **Tit For Tat**

Είναι η στρατηγική όπου το άτομο ξεκινάει με κίνηση συνεργασίας και στη συνέχεια αντιγράφει την κίνηση του αντιπάλου στον προηγούμενο γύρο. Αν το αντίπαλο άτομο κάνει κίνηση εναντίον σου, τότε στον επόμενο γύρο θα προδώσεις και εσύ το συγκεκριμένο άτομο. Αν το αντίπαλο άτομο αρχίσει να συνεργάζεται πάλι, τότε στον επόμενο γύρο θα συνεργαστείς και εσύ.

Μια πιο βελτιωμένη στρατηγική, βασισμένη στην Tit For Tat, είναι η Tit For Tat με συγχώρεση. Δηλαδή αν ο αντίπαλος προδώσει ένα άτομο, τότε στον επόμενο γύρο το άτομο μπορεί να κάποιες φορές να συνεργαστεί με μια μικρή πιθανότητα της τάξης του 1-5%. Αυτή αποσκοπεί στην ανάκαμψη από ένα κύκλο προδοσιών.

### Πλεονεκτήματα

Επειδή η στρατηγική Tit For Tat ξεκινάει με συνεργασία και στη συνέχεια αντιγράφει την τελευταία κίνηση του αντιπάλου, συμπεριφέρεται σαν τη στρατηγική της «συνεργασίας σε κάθε κίνηση» ενάντιον σε αντιπάλους που συνεργάζονται συνέχεια, και σαν τη στρατηγική της «προδοσίας σε κάθε κίνηση» εκτός της πρώτης εναντίον σε άτομα που τείνουν να προδίδουν. Αυτή η ιδιότητα της προσαρμοστικότητας της Tit For Tat είναι πολύ δυνατή στρατηγική για άτομα που τους αρέσει η ιδέα της «συνεργασίας σε κάθε κίνηση» αλλά ταυτόχρονα δεν θέλουν να είναι τα κορόιδα και να πέφτουν θύματα εκμετάλλευσης των αντιπάλων.

### Μειονεκτήματα

Αυτή η στρατηγική παίζει για να ισοφαρίσει τον αντίπαλο και όχι για να νικήσει, αφού πραγματοποιείται ένας κύκλος αντιγραφών της τελευταίας κίνησης και από τους δυο συμμετέχοντες στο παιχνίδι. Επίσης, αν και η Tit For Tat θεωρείται η καλύτερη στρατηγική τις τελευταίες δεκαετίες, τεχνικά πάντα χάνει ενάντιον της «προδοσίας σε κάθε κίνηση».

## 4. ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Στρατηγική σε ένα παίγνιο ορίζεται ως το σύνολο των κανόνων που ορίζουν τις εφικτές επιλογές τις οποίες δύναται να ακολουθεί σε κάθε κίνησή του ο παίκτης μέχρι το τέλος του παιγνίου. Αναζητούμε τις στρατηγικές που βελτιστοποιεί το στόχο του κάθε παίκτη.

Συγκεντρωτικά το παίγνιο του διλήμματος του φυλακισμένου αποτυπώνεται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 1: Διατύπωση ποινών παιγνίου για όλες τις περιπτώσεις

A \ B	ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ	ΠΡΟΔΟΣΙΑ
ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ	1 έτος έκαστος	A: 4 έτη B: ελεύθερος
ΠΡΟΔΟΣΙΑ	A: ελεύθερος B: 4 έτη	2 έτη έκαστος

Από τον παραπάνω πίνακα συμπεραίνουμε ότι ένα ορθολογικό άτομο, το οποίο δεν έχει κάποια υποχρέωση ή αφοσίωση στο άλλο, δεν έχει υπάρξει συνεννόηση ή επικοινωνία μεταξύ τους και δεν υπάρχουν σενάρια εκδίκησης ή ανταμοιβής, θα επιλέξει να προδώσει τον άλλον γιατί σε κάθε περίπτωση θα εκτίσει μικρότερη ποινή, ανεξάρτητα του τι θα κάνει ο «απέναντι». Ο Β έχει δυο επιλογές ή θα συνεργαστεί ή θα προδώσει τον απέναντί του. Αν ο Β συνεργαστεί, ο Α θα πρέπει να προδώσει, γιατί το να αφεθεί ελεύθερος είναι προτιμότερο από το να εκτίσει 1 χρόνο φυλάκισης. Αν ο Β προδώσει, τότε ο Α πρέπει να προδώσει και αυτός, γιατί το να εκτίσει 2 χρόνια φυλάκισης είναι προτιμότερο από το να εκτίσει 4 χρόνια φυλάκισης. Έτσι εν κοινή γνώση και σκεπτόμενοι ορθολογικά, ο Α και ο Β αντίστοιχα θα πρέπει να προδώσουν ο ένας τον άλλο.

Το δίλημμα προκύπτει από το γεγονός ότι η αμοιβαία συνεργασία δίνει καλύτερο αποτέλεσμα από την αμοιβαία προδοσία, που από την σκοπιά ενός ατόμου που σκέφτεται το ατομικό συμφέρον του είναι παράλογο.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, πράγμα που συγκεντρώνει και το ενδιαφέρον του διλήμματος, βλέπουμε ότι ένα ιδιοτελές ορθολογικό άτομο που σκέφτεται πως θα μεγιστοποιήσει το προσωπικό του όφελος, καταλήγει να προδίδει πάντα τον «αντίπαλό» του, ενώ θα είχε ακόμα μεγαλύτερο όφελος αν συνεργαζόταν και οι δυο μεταξύ τους συντονίζοντας τις ενέργειές τους.

Στα παίγνια διακρίνουμε δυο είδη στρατηγικών:

**Αμιγής Στρατηγική:** Κάθε παίκτης επιλέγει μια από τις δυνατές στρατηγικές του με πιθανότητα ίση με τη μονάδα

**Μικτή Στρατηγική:** Κάθε παίκτης επιλέγει τη στρατηγική του από ένα συνδυασμό στρατηγικών, οι οποίες επιλέγονται με πιθανότητα μικρότερη της μονάδας.

Στο υπόδειγμά μας θα ασχοληθούμε με τις μικτές στρατηγικές.

## 5. ΜΙΚΤΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Στις μικτές στρατηγικές κάθε παίκτης ακολουθεί με βάση κάποια κατανομή πιθανοτήτων τις στρατηγικές του, ώστε να μεγιστοποιεί το ελάχιστο προσδοκώμενο κέρδος του (να ελαχιστοποιεί τη μέγιστη προσδοκώμενη ζημιά του), ανεξάρτητα από τις επιλογές του αντιπάλου του. Η κατανομή πιθανοτήτων με βάση την οποία επιλέγει τις στρατηγικές του, ονομάζεται μικτή στρατηγική.

Για να καταλάβουμε καλύτερα τις μικτές στρατηγικές, έστω ότι έχουμε το εξής παίγνιο

**Πίνακας 2: Παράδειγμα παιγνίου μικτής στρατηγικής**

	ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ	ΠΡΟΔΟΣΙΑ
ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ	(1, 2)	(0, 4)
ΠΡΟΔΟΣΙΑ	(0, 5)	(3, 2)

Το παραπάνω παίγνιο δεν παρουσιάζει ισορροπία σε αμιγείς στρατηγικές, αλλά μιας και είναι ένα παίγνιο με πεπερασμένο αριθμό συμμετεχόντων και στρατηγικών, θα έχει σίγουρα τουλάχιστον μια ισορροπία. Αυτή είναι η ισορροπία σε μικτές στρατηγικές.

Ο παίκτης 1 επιλέγει από μια κατανομή πιθανοτήτων  $(x, 1-x)$ , δηλαδή με πιθανότητα  $x$  ο παίκτης 1 θα συνεργαστεί και με  $1-x$  θα προδώσει, οπότε και αναμιγνύει τις αμιγείς στρατηγικές Συνεργασία και Προδοσία. Άρα και η μικτή στρατηγική του παίκτη 1 είναι η  $(x, 1-x)$ . Παρομοίως, για τον παίκτη 2 η μικτή στρατηγική του είναι η  $(y, 1-y)$ , όπου  $y$  η πιθανότητα του ατόμου να συνεργαστεί και  $1-y$  η πιθανότητα να προδώσει.

Για να βρούμε την ισορροπία του παιγνίου σε μικτές στρατηγικές εργαζόμαστε ως εξής.

Αν ο παίκτης 2 συνεργαστεί η απόδοση είναι  $2x+5(1-x)$ .

Αν ο παίκτης 2 προδώσει η απόδοση είναι  $4x+2(1-x)$ .

Για να υπάρξει ισορροπία πρέπει  $2x+5(1-x) = 4x+2(1-x) \Rightarrow x=3/5$ , δηλαδή να συνεργάζεται με πιθανότητα  $3/5$  και να προδίδει με πιθανότητα  $2/5$ .

Αντίστοιχα,

Αν ο παίκτης 1 συνεργαστεί η απόδοση είναι  $1y+0(1-y)$ .

Αν ο παίκτης 1 προδώσει η απόδοση είναι  $0y+3(1-y)$ .

Για να υπάρξει ισορροπία πρέπει  $1y+0(1-y) = 0y+3(1-y) \Rightarrow y=3/4$ , δηλαδή να συνεργάζεται με πιθανότητα  $3/4$  και να προδίδει με πιθανότητα  $1/4$ .

**Πίνακας 3: Αποδόσεις περιπτώσεων**

	<b>ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ</b> 3/4	<b>ΠΡΟΔΟΣΙΑ</b> 1/4
<b>ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ</b> 3/5	(1,2) 9/20	(0,4) 3/20
<b>ΠΡΟΔΟΣΙΑ</b> 2/5	(0,5) 6/20	(3,2) 2/20

Οπότε συμπεραίνουμε ότι η αναμενόμενη απόδοση του παίκτη 1 είναι

$$1 \times 9/20 + 0 \times 6/20 + 0 \times 3/20 + 3 \times 2/20 = 15/20$$

Και του παίκτη 2 αντίστοιχα

$$2 \times 9/20 + 5 \times 6/20 + 4 \times 3/20 + 2 \times 2/20 = 64/20$$

Ένα παίγνιο με πεπερασμένο αριθμό συμμετεχόντων και πεπερασμένο αριθμό στρατηγικών, έχει τουλάχιστον μια ισορροπία. Έτσι, αν το παίγνιο δεν έχει ισορροπία σε αμιγείς στρατηγικές τότε θα πρέπει να έχει τουλάχιστον μια ισορροπία σε μικτές στρατηγικές.

Το υπόδειγμα των μικτών στρατηγικών έχει μια ακόμη ερμηνεία, την οποία χρησιμοποιούμε στην εργασία αυτή. Αν οι παίκτες δεν γνωρίζουν ακριβώς τον τύπο του αντιπάλου, στην συγκεκριμένη περίπτωση συνεργάσιμος ή μη συνεργάσιμος, αλλά μόνο τις πιθανότητες εμφάνισης των δύο τύπων στον πληθυσμό, τότε οι ιδιότητες του υποδείγματος είναι ίδιες με αυτό των μικτών στρατηγικών.



## 6. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, το δίλημμα του φυλακισμένου αποτελεί πρότυπο για καταστάσεις του πραγματικού κόσμου όπου παρατηρούνται συμπεριφορές συνεργασίας. Μια τέτοια κατάσταση είναι και οι οικονομικές σχέσεις μεταξύ των επιχειρήσεων και εταιρειών, περίπτωση στην οποία η καθεμιά πρέπει να πάρει την απόφαση αν θα συνεργαστεί ή όχι με μια άλλη επιχείρηση, με στόχο η απόφαση αυτή να μεγιστοποιήσει το όφελος και τα κέρδη της ή να ελαχιστοποιήσει τη ζημία που θα της επιφέρει αυτή η απόφαση.

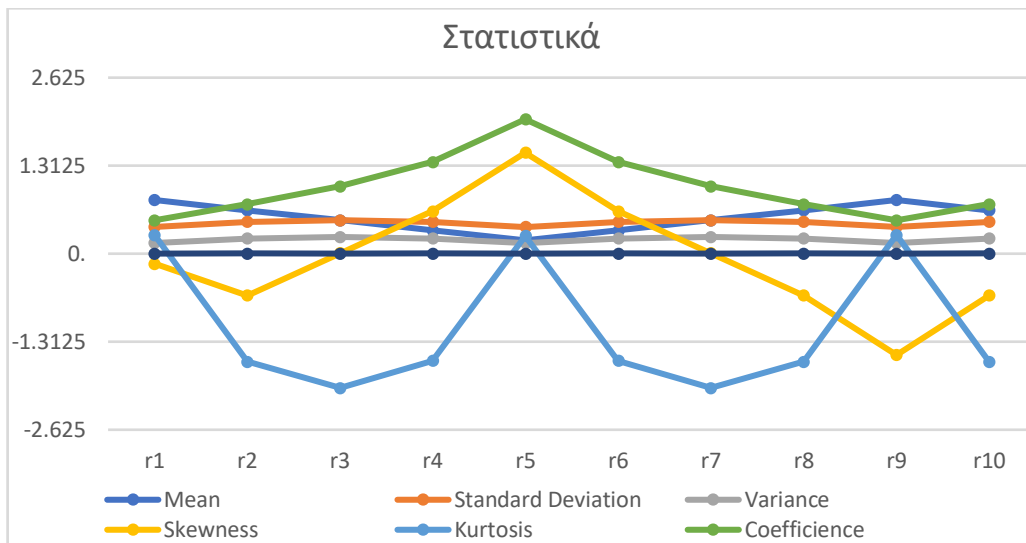
Η δική μας πειραματική προσέγγιση, για να παρατηρήσουμε πιο δημιουργικά πώς λειτουργεί το συγκεκριμένο παίγνιο και να αντλήσουμε περισσότερες πληροφορίες για να βγάλουμε συμπεράσματα, είναι η δημιουργία ενός υποδείγματος που προσομοιώνει την αλλαγή των σχέσεων μεταξύ των επιχειρήσεων κατά τη διάρκεια του οικονομικού κύκλου με μεταβλητή την πιθανότητα συνεργασίας, που εξαρτάται από την εκάστοτε οικονομική κατάσταση.

Όσον αφορά την υλοποίηση του υποδείγματος, αρχικά δημιουργούμε έναν πληθυσμό από  $N$  αντικείμενα -στην προκειμένη περίπτωση θεωρούμε ότι είναι επιχειρήσεις ή εταιρείες- όπου ο αριθμός  $N$  δίνεται σαν παράμετρος του προγράμματος κατά την εκτέλεση από τον χρήστη. Επιπλέον μαζί με το  $N$  δίνεται από το χρήστη σαν παράμετρος και ο αριθμός  $G$  των γενεών. Χαρακτηριστικό γνώρισμα κάθε γενεάς είναι η ύπαρξη μιας συγκεκριμένης πιθανότητα συνεργασίας που την χαρακτηρίζει συνολικά σε σχέση με τις υπόλοιπες γενιές. Κατά τη δημιουργία των  $N$  αντικειμένων, το κάθε ένα παίρνει και έναν αριθμό, σύμφωνα με τον οποίο θα γίνει η κατηγοριοποίηση του σε κάθε γενεά σε αντικείμενο που συνεργάζεται ή σε αντικείμενο που προδίδει. Σε κάθε γενεά συγκρίνουμε τον συγκεκριμένο αριθμό με την πιθανότητα συνεργασίας που χαρακτηρίζει την κάθε γενεά και βάσει αυτού δίνουμε την ιδιότητα στο αντικείμενο (συνεργασία - προδοσία). Η πιθανότητα συνεργασίας που χαρακτηρίζει την κάθε γενεά αλλάζει από γενεά σε γενεά σύμφωνα με τον τριγωνομετρικό κύκλο, στο επάνω ημικύκλιο αυξάνονται αυτά που συνεργάζονται ενώ στο κάτω ημικύκλιο αυξάνονται αυτά που προδίδουν.

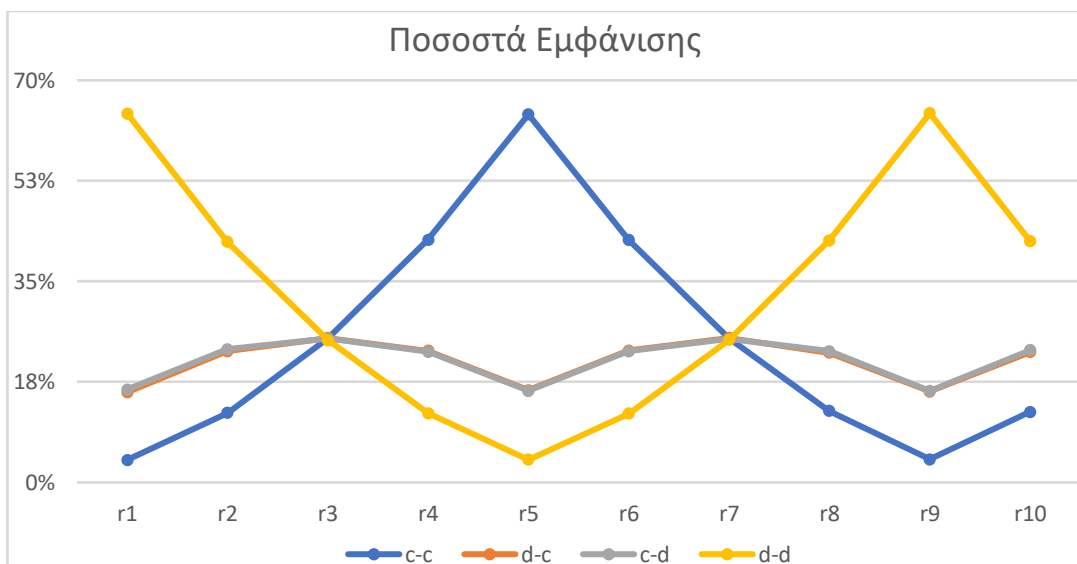
Στη συνέχεια σε κάθε γενεά, δημιουργούμε τυχαία ζεύγη αντικειμένων, προσομοιάζοντας έτσι την σχέση που αναπτύσσεται μεταξύ δυο επιχειρήσεων. Από αυτό το πλήθος των ζευγών αντικειμένων που δημιουργήσαμε, καταγράφουμε κάποια στατιστικά που αφορούν την εκάστοτε γενεά που περιλαμβάνουν τη μέση τιμή, διασπορά, τυπική απόκλιση, ασυμμετρία, κυρτότητα, συντελεστή μεταβλητότητας και τυπικό σφάλμα καθώς επίσης και τα ποσοστά εμφανίσεων των τεσσάρων περιπτώσεων που μπορεί να πέσει ένα ζεύγος αντικειμένων: *i)* συνεργασία-συνεργασία(c-c) *ii)* προδοσία-συνεργασία(d-c) *iii)* συνεργασία-προδοσία(c-d) *iv)* προδοσία-προδοσία(d-d). Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται για όλες τις γενεές και τα στατιστικά αποτελέσματα που αφορούν την κάθε γενεά καταγράφονται σε ένα αρχείο κειμένου που δημιουργεί το πρόγραμμα.

Παρακάτω βλέπουμε τα διαγράμματα που δημιουργήθηκαν από τα στατιστικά που εκμαιεύσαμε από την εκτέλεση του προγράμματος για διάφορα πλήθη αντικειμένων  $N$  και γενεών  $G$ .

**N=100000, G=10**

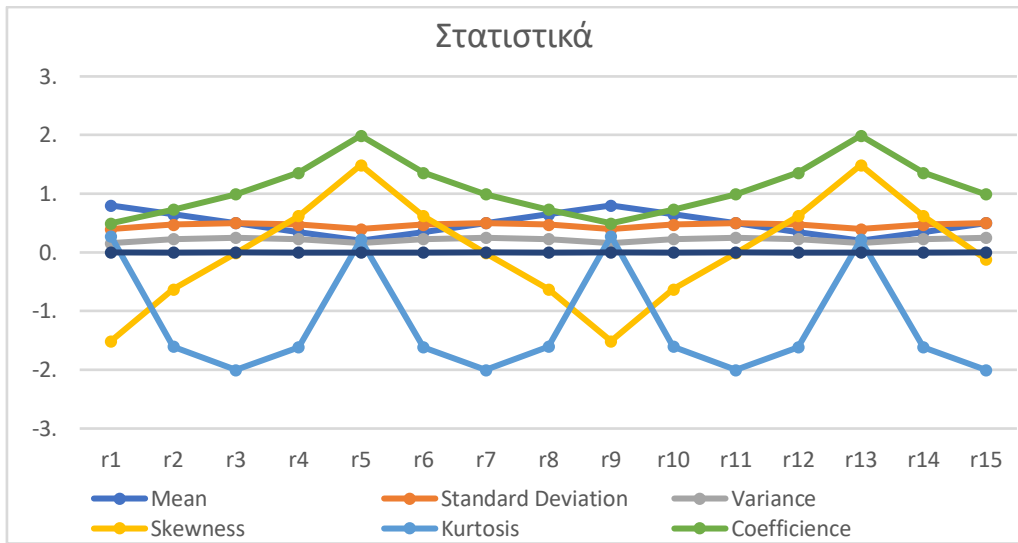


**Διάγραμμα 1: Στατιστικά εκτέλεσης για N=100000, G=10**

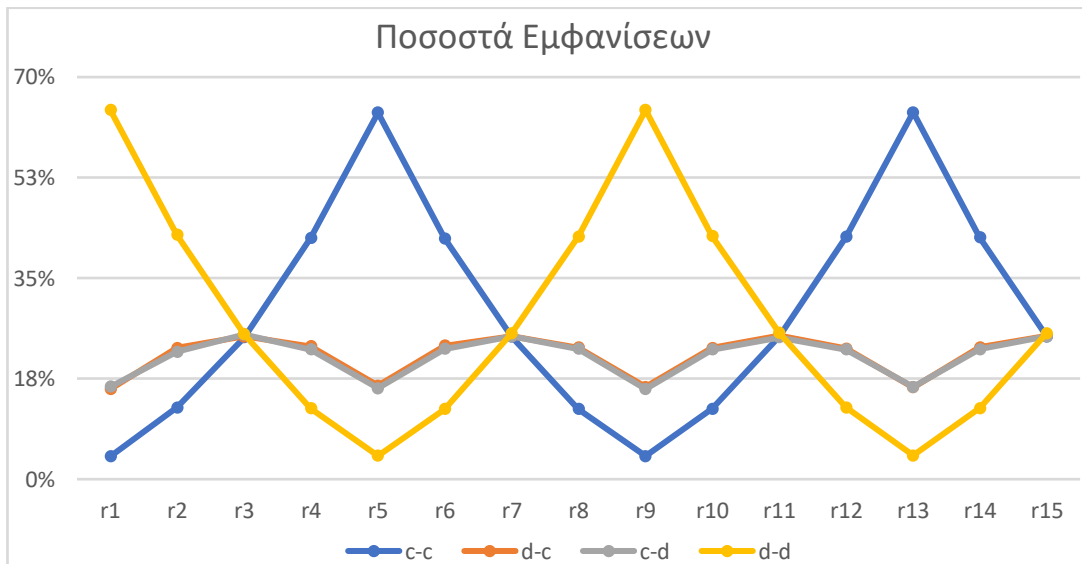


**Διάγραμμα 2: Ποσοστά εμφανίσεων για N=100000, G=10**

**N=100000, G=15**

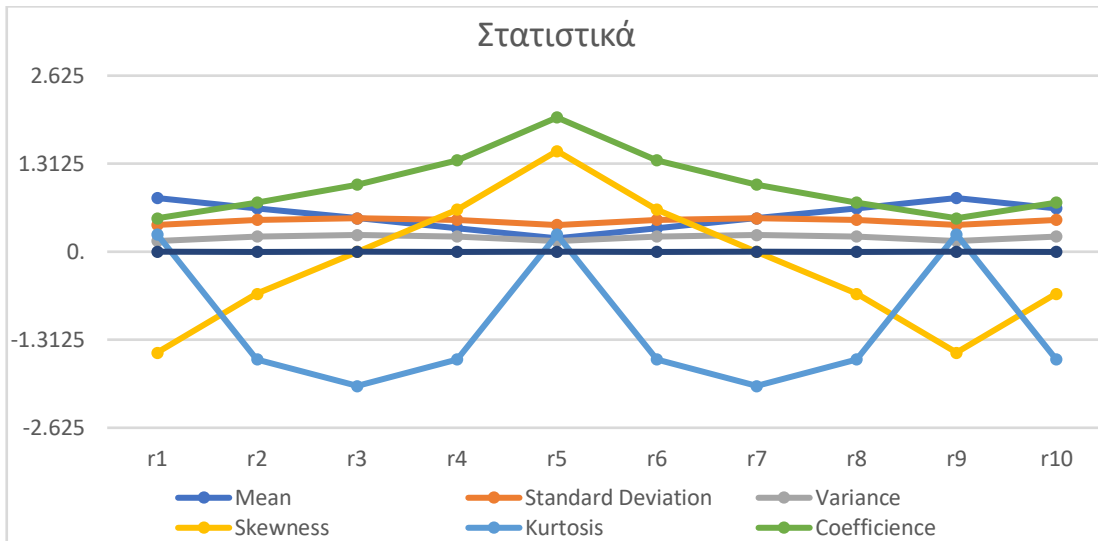


**Διάγραμμα 3: Στατιστικά εκτέλεσης για N=100000, G=15**

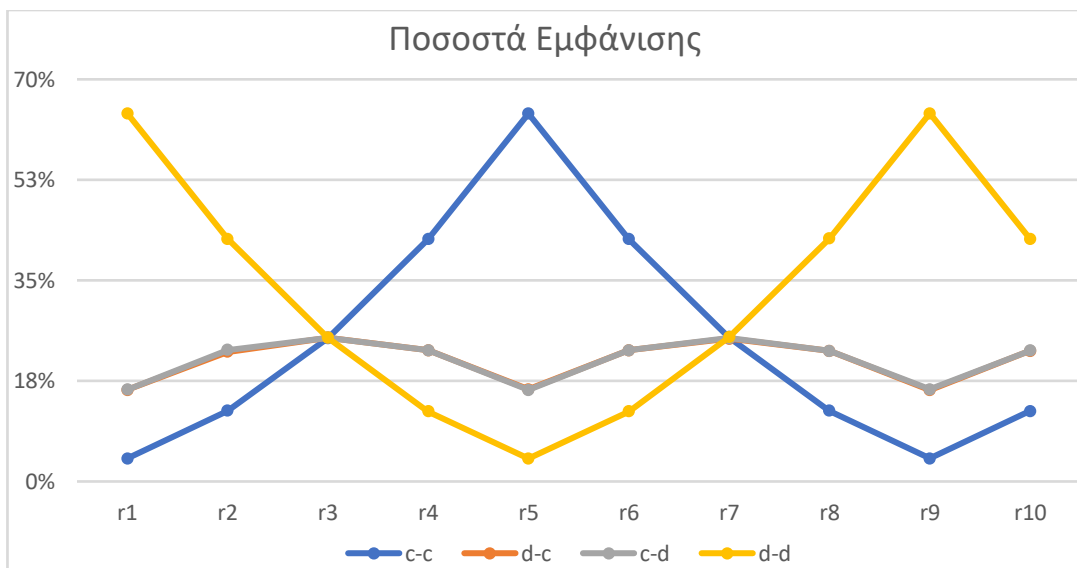


**Διάγραμμα 4: Ποσοστά εμφανίσεων για N=100000, G=15**

**N=500000, G=10**

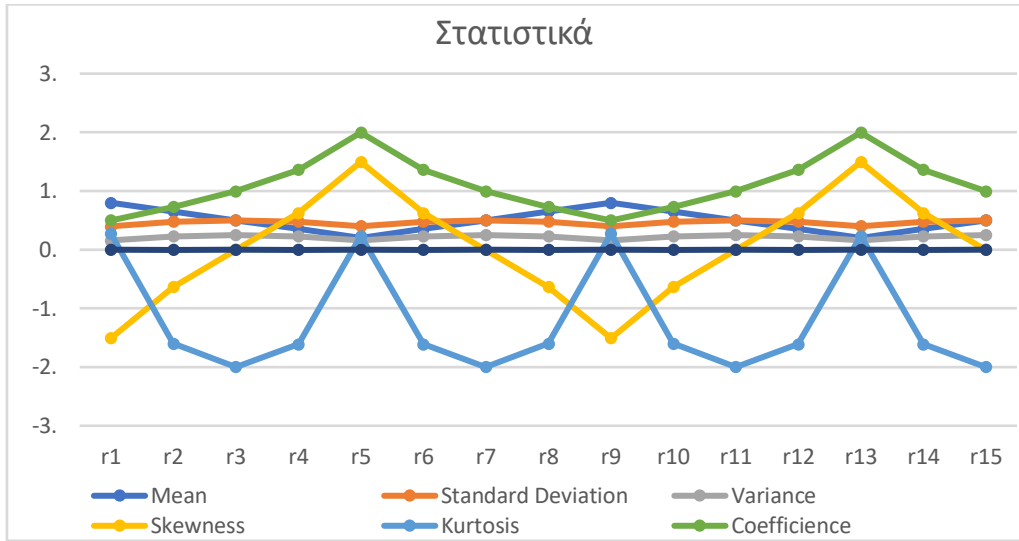


**Διάγραμμα 5: Στατιστικά εκτέλεσης για N=500000, G=10**

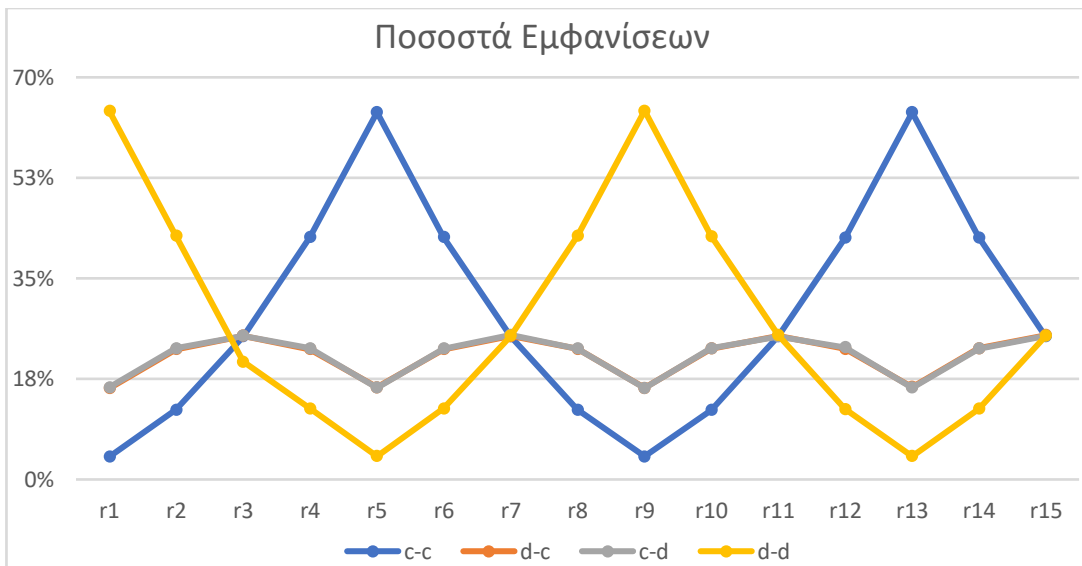


**Διάγραμμα 6: Ποσοστά εμφανίσεων για N=500000, G=10**

**N=500000, G=15**

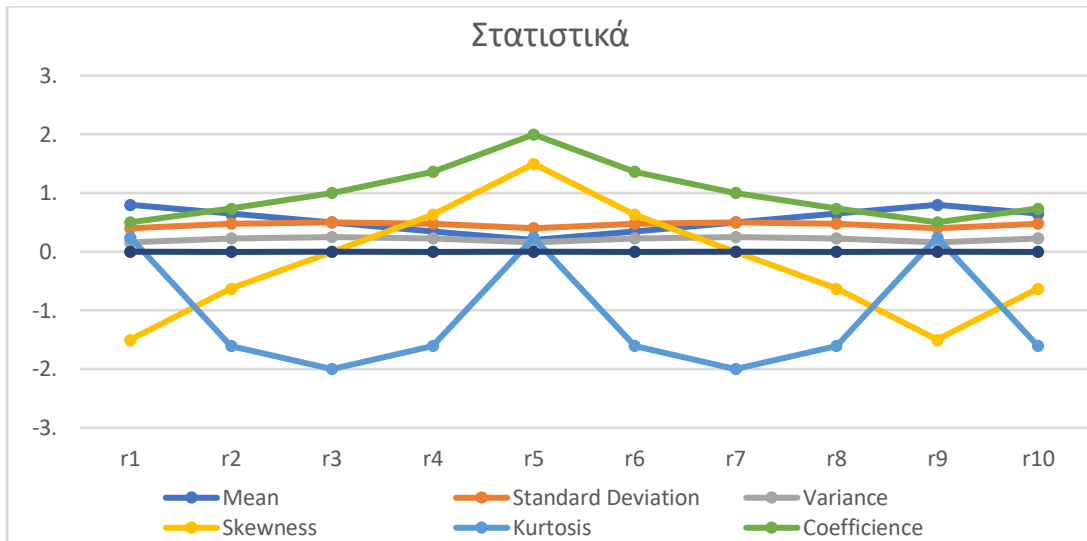


**Διάγραμμα 7: Στατιστικά εκτέλεσης για N=500000, G=15**

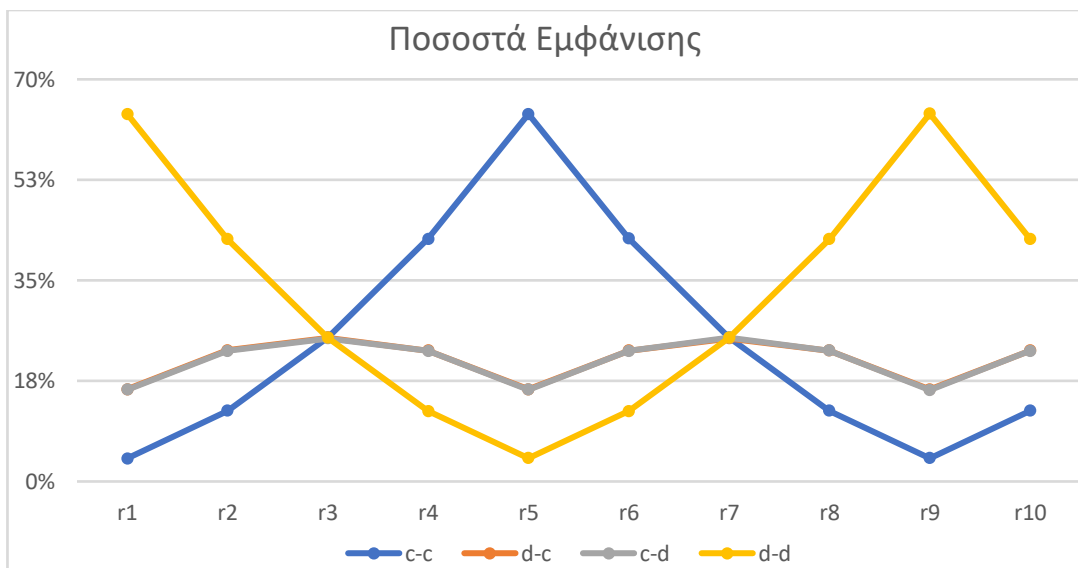


**Διάγραμμα 8: Ποσοστά εμφανίσεων για N=500000, G=15**

**N=1000000, G=10**

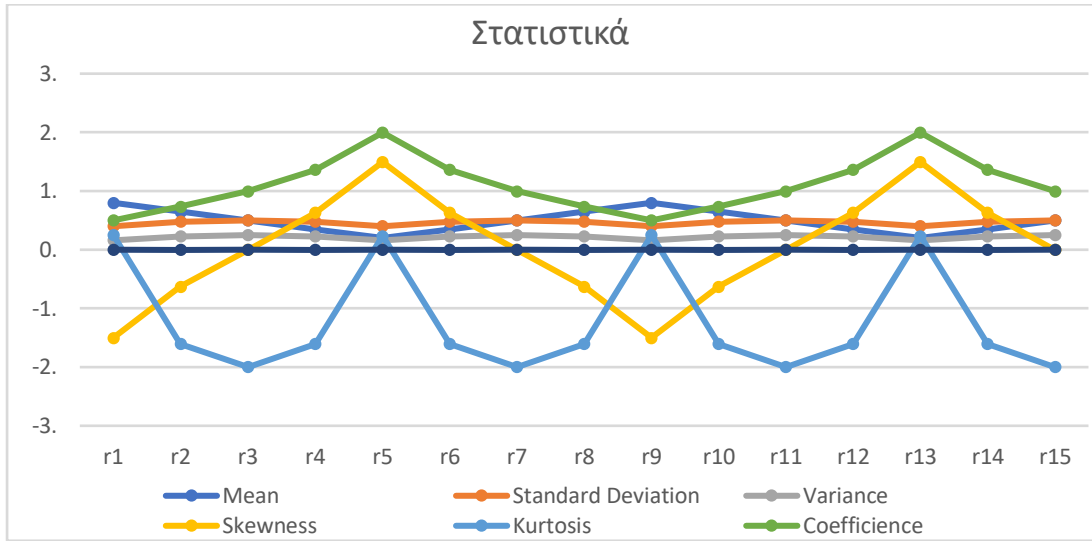


**Διάγραμμα 9: Στατιστικά εκτέλεσης για N=1000000, G=10**

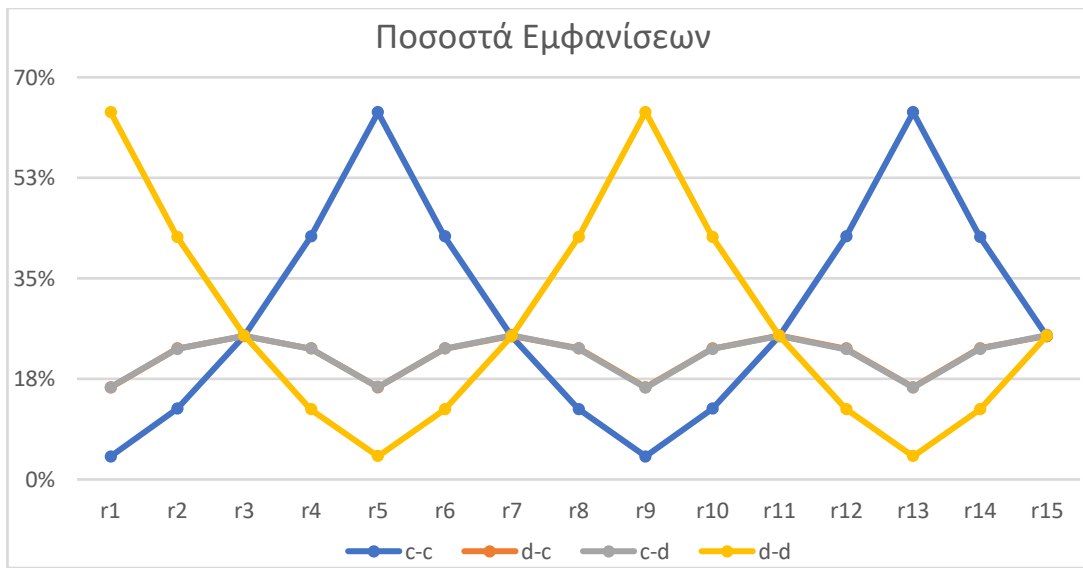


**Διάγραμμα 10: Ποσοστά εμφάνισεων για N=1000000, G=10**

**N=1000000, G=15**



**Διάγραμμα 11: Στατιστικά εκτέλεσης για N=1000000, G=15**



**Διάγραμμα 12: Ποσοστά εμφανίσεων για N=1000000, G=15**

Ένας από τους πολλαπλούς στατιστικούς ελέγχους που υπάρχουν για να κρίνουμε αν τα αποτελέσματα είναι σημαντικά είναι το Chi Squared( $\chi^2$ ) Test. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αποτελούν τις παρατηρήσεις που συγκρίνονται με τα αντίστοιχα μέσα μεγέθη. Όσο πιο μικρή η απόκλιση των παρατηρήσεων από τα μέσα μεγέθη, τόσο καλύτερη η εφαρμογή του υποδείγματος στην πραγματικότητα. Παρακάτω παρατίθενται και τα αποτελέσματα του Chi Squared( $\chi^2$ ) Test που λήφθηκαν από τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του προγράμματος για το υπόδειγμα μαζί με τα παραπάνω αποτελέσματα, για το εκάστοτε δείγμα πληθυσμού και το πλήθος γενεών.

Πίνακας 4: Chi-squared test

	<b>N=100000</b>	<b>N=500000</b>	<b>N=1000000</b>
<b>NG=10</b>	5.18366e+08	9.74795e+10	2.77537e+11
<b>NG=15</b>	1.04295e+08	8.4767e+10	1.63769e+11

Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, βλέπουμε ότι όσο μεταβάλλονται οι οικονομικές καταστάσεις επάνω στον οικονομικό κύκλο μέσω της πιθανότητας συνεργασίας αντίστοιχα μεταβάλεται και το πλήθος των αντικειμένων που συνεργάζονται και προδίδουν. Δηλαδή στις γενεές στις οποίες η χαρακτηριστική πιθανότητα συνεργασίας είναι υψηλή, τα αντικείμενα τείνουν να συνεργάζονται για να πάρουν το μέγιστο κέρδος, ενώ όταν η πιθανότητα συνεργασίας είναι χαμηλή τα αντικείμενα τείνουν να προδίδουν για να ελαχιστοποιήσουν τη ζημία τους και να λάβουν το μικρότερο κέρδος. Αυτό συμβαίνει κατά κύριο λόγο, γιατί τα αντικείμενα ακολουθούν μικτή στρατηγική, επομένως και διαλέγουν τη στρατηγική τους σύμφωνα με την πιθανότητα συνεργασίας που χαρακτηρίζει την κάθε γενεά χωρίς να γνωρίζουν τι θα πράξει ο αντίπαλος, αλλά γνωρίζοντας τι κυριαρχεί στην κάθε γενεά που υποδεικνύεται από την χαρακτηριστική πιθανότητα συνεργασίας της εκάστοτε γενεάς, ώστε να μεγιστοποιούν το κέρδος τους ή να ελαχιστοποιούν τη ζημία τους ανεξάρτητα από τις επιλογές του αντιπάλου του.



## 7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Γενικά, για το δίλημμα του Φυλακισμένου με μικτές στρατηγικές είδαμε ότι τα εμπλεκόμενα άτομα επηρεάζονται από το κλίμα που κυριαρχεί στο σύνολο, δηλαδή σε γενιές που η πιθανότητα συνεργασίας είναι υψηλή έτσι και τα άτομα αποφασίζουν να συνεργαστούν σε μεγαλύτερο βαθμό από το να προδώσουν, ενώ στην αντίθετη περίπτωση όταν η πιθανότητα συνεργασίας είναι χαμηλή, τα άτομα αντιστοίχως προδίδουν σε μεγαλύτερο βαθμό από το να επιλέξουν να συνεργαστούν.

Αυτό σαν γενικό συμπέρασμα που προκύπτει από το συγκεκριμένο παίγνιο, γενικεύεται και παρατηρείται και στην καθημερινή ζωή στις σχέσεις μεταξύ των ανθρώπων, είτε αυτές είναι οικονομικές ή διαπροσωπικές. Παρατηρείται στις οικονομικές σχέσεις μεταξύ επιχειρήσεων, σχέσεων κρατών, διαπραγματεύσεων. Γενικά, μπορούμε να πούμε ότι αυτού του είδους η συμπεριφορά που αναφέρεται στο δίλημμα του Φυλακισμένου παρατηρείται σε οποιεσδήποτε σχέσεις μεταξύ ατόμων, οργανισμών και συνόλων που διακυβεύεται κάποιο κέρδος.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στην παρούσα εργασία περιλαμβάνεται και το πρόγραμμα με το οποίο υλοποιήθηκε το υπόδειγμα, που αποτελείται από τα εξής αρχεία:

- Main.cpp
- Classes.cpp
- Calc.cpp
- Classes.h
- Calc.h
- Makefile

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ**

- [1] SuperCooperators: Altruism, Evolution, and Why We Need Each Other to Succeed, Martin Nowak, Roger Highfield
- [2] Microeconomic Analysis, Hal R. Varian
- [3] Why are we yelling? The art of productive disagreement, Buster Benson
- [4] The nature of human altruism, Ernsnt Fehr, Urs Fischbacher
- [5] The evolution of cooperation, Robert Axelrod
- [6] Prisoner's dilemma, William Poundstone
- [7] The prisoner's dilemma, Sean Stuart O'Connor
- [8] The joy of game theory: An introduction to strategic thinking, Presh Talwalkar
- [9] Cooperation in prisoner's dilemma: the basic case of one-shot prisoners' dilemmas, Ronald A. Heiner
- [10] The complexity of cooperation, Robert Axelrod
- [11] Iterated prisoner's dilemma the: 20 years on, Graham Kendall, Xin Yao
- [12] Bayesian Nash equilibrium; a statistical test of the hypothesis, Tel Aviv University