



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής»

«Advanced Control Systems and Robotics»

«Σχεδιασμός παρατηρητών βηματικής ασφαλούς
μεταγωγής για το μη γραμμικό μοντέλο συστήματος
χημειοστάτη με ρυθμό ανάπτυξης Monod»

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών με τίτλο «Προηγμένα Συστήματα
Ελέγχου και Ρομποτικής» του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών ως
μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στα
Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής

από την

Αικατερίνη Φειδοπιάστη

Νοέμβριος 2022



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής»
«Advanced Control Systems and Robotics»

«Σχεδιασμός παρατηρητών θεματικής ασφαλούς
μεταγωγής για το μη γραμμικό μοντέλο συστήματος
χημειοστάτη με ρυθμό ανάπτυξης Monod»

Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών με τίτλο «Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής» του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών ως μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στα Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής

από την

Αικατερίνη Φειδοπιάστη

Δήλωση Αυθεντικότητας, ζητήματα Copyright

«Ο μεταπτυχιακός φοιτητής που εκπόνησε την παρούσα διπλωματική εργασία φέρει ολόκληρη την ευθύνη προσδιορισμού της δίκαιης χρήσης του υλικού, η οποία ορίζεται στη βάση των εξής παραγόντων: του σκοπού και χαρακτήρα της χρήσης (μη-εμπορικός, μη-κερδοσκοπικός, αλλά εκπαιδευτικός-ερευνητικός), της φύσης του υλικού που χρησιμοποιεί (τμήμα του κειμένου, πίνακες, σχήματα, εικόνες κ.λπ.), του ποσοστού και της σημαντικότητας του τμήματος που χρησιμοποιεί σε σχέση με το όλο κείμενο υπό copyright, και των πιθανών συνεπειών της χρήσης αυτής στην αγορά ή την γενικότερη αξία του υπό copyright κειμένου».

Νοέμβριος 2022

«Η παρούσα μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την τριμελή εξεταστική επιτροπή η οποία ορίστηκε από την Συνέλευση του Γενικού Τμήματος του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, σύμφωνα με το νόμο και τον εγκεκριμένο Οδηγό Σπουδών του ΠΜΣ «Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής». Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

1. Φώτιος Ν. Κουμπουλής, Καθηγητής(Επιβλέπων)
2. Νικόλαος Δ. Κούβακας, Αναπληρωτής Καθηγητής.....(Μέλος)
3. Δημήτριος Γ. Φραγκούλης, Επίκουρος Καθηγητής.....(Μέλος)

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Γενικό Τμήμα του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα.

Σύμφωνα με τον Ν. 4589/2019 (ΦΕΚ 13/29-1-2019 τ. Α) το Π.Μ.Σ. «Προηγμένα Συστήματα Ελέγχου και Ρομποτικής» εντάχθηκε στο Γενικό Τμήμα του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών.»

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα παρουσιαστεί το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος ενός χημειοστάτη με ρυθμό ανάπτυξης Monod. Θα παρουσιαστεί η γραμμική προσέγγιση του συστήματος σε συνάρτηση των σημείων ισορροπίας του συστήματος και των παραμέτρων του μη γραμμικού μοντέλου. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η σχέση των παραμέτρων του συστήματος και των συντελεστών της ταυτοποίησης του γραμμικού μοντέλου. Θα παρουσιαστεί το γραμμικό μοντέλο του συστήματος σε συνάρτηση των σημείων ισορροπίας του συστήματος και των συντελεστών της ταυτοποίησης. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του γραμμικού συστήματος ανοικτού βρόχου. Θα παρουσιαστεί ένας παρατηρητής κατάστασης πλήρους τάξης βασισμένος στο γραμμικό μοντέλο του συστήματος με τους συντελεστές της ταυτοποίησης. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου και του παρατηρητή. Θα σχεδιαστεί ένας αλγόριθμος βηματικής ασφαλούς μεταγωγής μεταξύ των σημείων ισορροπίας του συστήματος. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου για την μετάβαση σε διάφορα σημεία ισορροπίας του μη γραμμικού συστήματος.

Λέξεις κλειδιά: Χημειοστάτης, Γραμμικοί παρατηρητές, Ταυτοποίηση παραμέτρων

Abstract

In this diploma thesis, the nonlinear model of the system of a chemostat with a Monod growth rate will be presented. The linear approximation of the system as a function of the equilibrium points of the system and the parameters of the nonlinear model will be presented. The simulation of the open loop system will be implemented. Next, the relationship between the system parameters and the identification coefficients of the linear model will be presented. The linear model of the system as a function of the equilibrium points of the system and the coefficients of identification will be presented. The open loop linear system simulation will be implemented. A full-order state observer based on the linear model of the system with the coefficients of identification will be presented. The simulation of the open loop system and the observer will be implemented. A stepwise safe switching algorithm between the equilibrium points of the system will be designed. The simulation of the open-loop system will be implemented to transition to various equilibrium points of the nonlinear system.

Keywords: Chemostat, Linear observer, Identification data

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	3
2.1 ΤΟ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ	3
2.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ.....	8
3.1 ΤΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ.....	8
3.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	13
4.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΤΑΞΗΣ	13
4.2 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΤΑΞΗΣ.....	15
4.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	19
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	20

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1: Απόκριση της πρώτη μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων	5
Σχήμα 2: Απόκριση της δεύτερης μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων	5
Σχήμα 3: Απόκριση της πρώτη μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων	6
Σχήμα 4: Απόκριση της δεύτερης μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων	7
Σχήμα 5: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων	10
Σχήμα 6: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων	10
Σχήμα 7: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων	11
Σχήμα 8: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων	12
Σχήμα 9: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το πρώτο σετ εισόδων	16
Σχήμα 10: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το πρώτο σετ εισόδων	16
Σχήμα 7: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το δεύτερο σετ εισόδων	17

Σχήμα 8: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το δεύτερο σετ εισόδων	18
--	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα παρουσιαστεί το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος ενός χημειοστάτη με ρυθμό ανάπτυξης Monod. Θα παρουσιαστεί η γραμμική προσέγγιση του συστήματος σε συνάρτηση των σημείων ισορροπίας του συστήματος και των παραμέτρων του μη γραμμικού μοντέλου. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η σχέση των παραμέτρων του συστήματος και των συντελεστών της ταυτοποίησης του γραμμικού μοντέλου. Θα παρουσιαστεί το γραμμικό μοντέλο του συστήματος σε συνάρτηση των σημείων ισορροπίας του συστήματος και των συντελεστών της ταυτοποίησης. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του γραμμικού συστήματος ανοικτού βρόχου. Θα παρουσιαστεί ένας παρατηρητής κατάστασης πλήρους τάξης βασισμένος στο γραμμικό μοντέλο του συστήματος με τους συντελεστές της ταυτοποίησης. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου και του παρατηρητή. Θα σχεδιαστεί ένας αλγόριθμος βηματικής ασφαλούς μεταγωγής μεταξύ των σημείων ισορροπίας του συστήματος. Θα υλοποιηθεί η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου για την μετάβαση σε διάφορα σημεία ισορροπίας του μη γραμμικού συστήματος.

Η αναλυτική περιγραφή της δομής της διπλωματικής εργασίας παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Στο Κεφάλαιο 2 θα παρουσιαστεί το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος καθώς και τα σημεία ισορροπίας και η προσομοίωση του συστήματος.

Στο Κεφάλαιο 3 θα παρουσιαστεί το γραμμικό μοντέλο του συστήματος και η σχέση των παραμέτρων του συστήματος και των παραμέτρων της περιγραφής εισόδου εξόδου.

Στο Κεφάλαιο 4 θα παρουσιαστεί ο γραμμικός παρατηρητής βασισμένος στο γραμμικό μοντέλο, ο μη γραμμικός παρατηρητής, ένας αλγόριθμος μετάβασης και η προσομοίωση των παρατηρητών.

Η διπλωματική εργασία ολοκληρώνεται με τα συμπεράσματα της εργασίας αυτής.

-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος. Θα προσομοιωθεί το μη γραμμικό μοντέλο και θα παρουσιαστούν οι χρονικές αποκρίσεις των μεταβλητών του συστήματος. ([1]-[3])

2.1 ΤΟ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ

Το γενικό μαθηματικό μοντέλο ενός χημειοστάτη με ρυθμό ανάπτυξης Monod σύμφωνα με τις ([1] και [2]) είναι της μορφής:

$$\begin{aligned}\frac{ds(t)}{dt} &= q(t)(S_{in} - s(t)) - \frac{1}{\delta} f(s(t))x(t) \\ \frac{dx(t)}{dt} &= f(s(t))x(t) - q(t)x(t)\end{aligned}$$

όπου $s(t)$ είναι η συγκέντρωση του υποστρώματος, $x(t)$ είναι η συγκέντρωση των μικροοργανισμών στον χημειοστάτη και $q(t)$ είναι ο ρυθμός αραίωσης στον χημειοστάτη. S_{in} είναι η συγκέντρωση του εισερχόμενου υποστρώματος η οποία θεωρείται σταθερή και γνωστή και δ είναι η σταθερά απόδοσης. Η συνάρτηση $f(s(t))$ είναι η συνάρτηση απορρόφησης για την οποία ισχύει ότι $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, είναι συνεχής και παραγωγίσιμη, $f(0) = 0$ και είναι μονοτονικά αύξουσα.

Θεωρώντας ότι η συνάρτησης απορρόφησης ακολουθεί ένα ρυθμός ανάπτυξης κατά Monod ισχύει ότι

$$f(s(t)) = \frac{\mu_m s(t)}{(s(t) + k_m)}$$

Συνεπώς ισχύει ότι

$$\frac{ds(t)}{dt} = q(t)(S_{in} - s(t)) - \frac{\mu_m s(t)x(t)}{\delta(s(t) + k_m)}$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{\mu_m s(t)x(t)}{(s(t) + k_m)} - q(t)x(t)$$

όπου μ_m είναι ο μέγιστος ρυθμός ανάπτυξης των μικροοργανισμών και k_m είναι η σταθερά κορεσμού.

Το μη γραμμικό μοντέλο στον χώρο κατάσταση του χημειοστάτη είναι της μορφής

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = u(t)(s_{in} - x_1(t)) - \frac{\mu_m x_1(t)x_2(t)}{\delta(x_1(t) + K)}$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = \frac{\mu_m x_1(t)x_2(t)}{(x_1(t) + K)} - u(t)x_2(t)$$

όπου $x_1(t) = s(t)$ και $x_2(t) = x(t)$. Το διάνυσμα κατάσταση είναι της μορφής $\tilde{x}^T(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]$. Η μεταβλητή εξόδου είναι $y(t) = x_1(t) = s(t)$. Η μεταβλητή εισόδου ελέγχου είναι $u(t) = q(t)$. Η αρχική κατάσταση του συστήματος είναι $\tilde{x}(0-) = \tilde{x}_0$.

Έστω $Y, \tilde{X}$ και U είναι τα σημεία λειτουργίας της μεταβλητής εξόδου μέτρησης, του διανύσματος κατάστασης και της μεταβλητής εισόδου ελέγχου, αντίστοιχα. Ισχύει ότι

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KU / (\mu_m - U) \\ \delta(\mu_m s_{in} - (K + s_{in})U) / (\mu_m - U) \end{bmatrix}$$

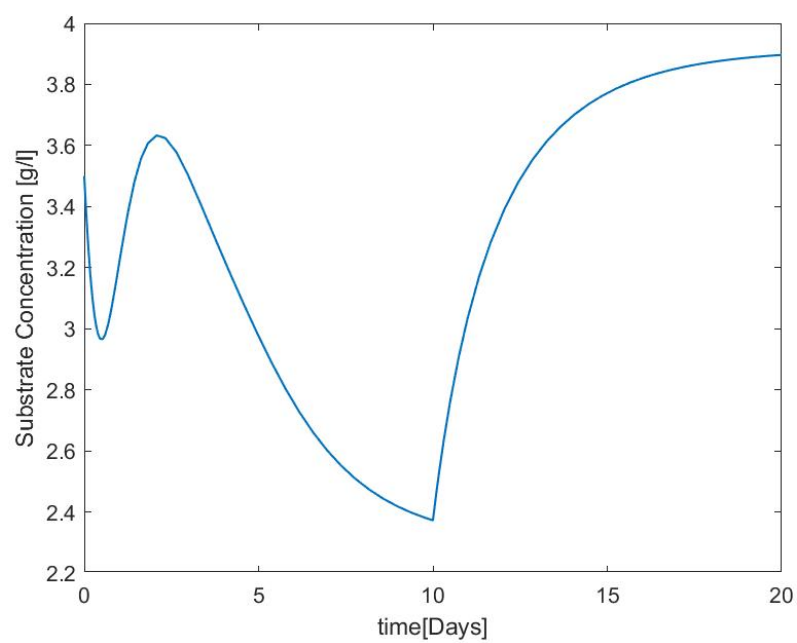
$$Y = KU / (\mu_m - U)$$

2.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ

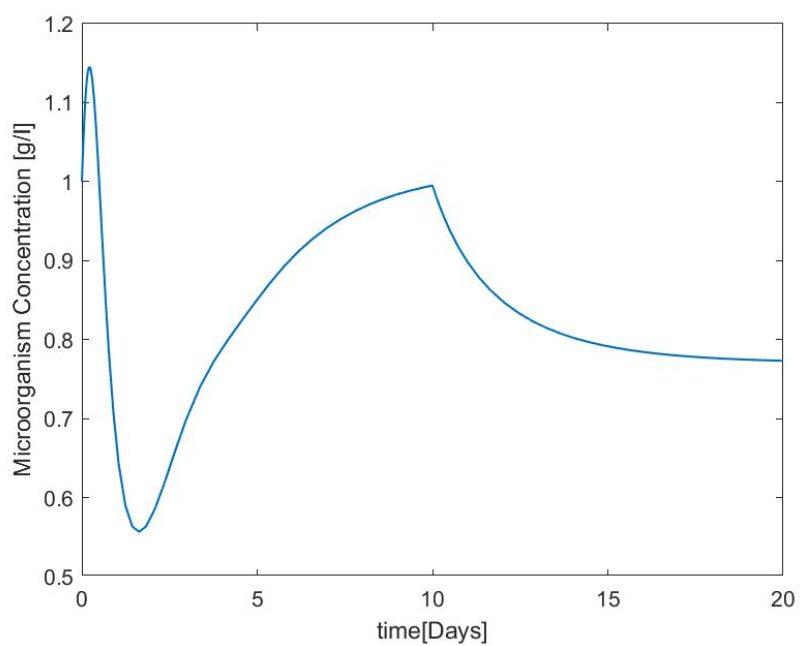
Σύμφωνα με την [1] οι τιμές των παραμέτρων είναι $\delta = 1/6.6$ [kg COD/kg x], $\mu_m = 1.2$ [day⁻¹], $K = 4.95$ [kg COD/m³] and $s_{in} = 9$ [kg/m³]. Η τιμές των μεταβλητών κατάστασης την αρχική στιγμή είναι $x_1(0-) = 3$ και $x_2(0-) = 0.5$. Το πρώτο σετ εισόδων με

μία αλλαγή στην τιμή της εισόδου είναι $u(t) = \begin{cases} 0.38 & , t < 10 \\ 0.535 & , t \geq 10 \end{cases}$. Η απόκριση των μεταβλητών

κατάσταση του μη γραμμικού συστήματος για την παραπάνω είσοδος παρουσιάζεται στα Σχήματα 1 και 2.



Σχήμα 1: Απόκριση της πρώτης μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων

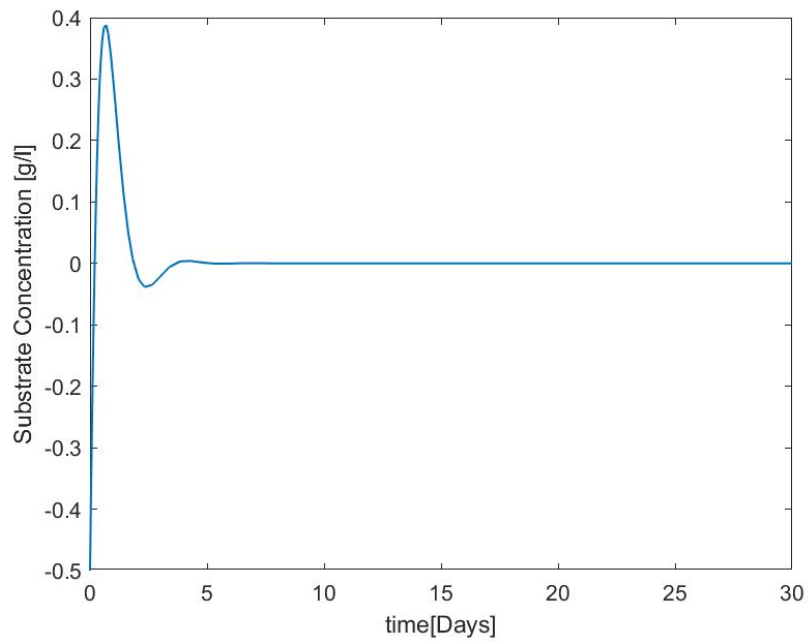


Σχήμα 2: Απόκριση της δεύτερης μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων

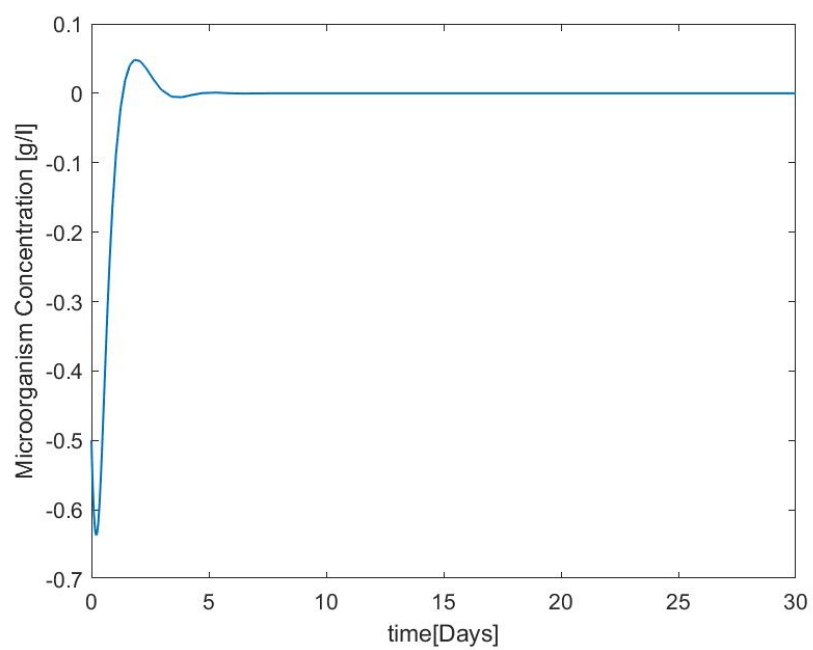
Το δεύτερο σετ εισόδων με δύο αλλαγές στην τιμή της εισόδου είναι

$$u(t) = \begin{cases} 0.38 & , t < 10 \\ 0.535 & , 10 \leq t < 20 \\ 0.62 & t \geq 20 \end{cases}$$

Η απόκριση των μεταβλητών κατάσταση του μη γραμμικού συστήματος για την παραπάνω είσοδο παρουσιάζεται στα Σχήματα 3 και 4.



Σχήμα 3: Απόκριση της πρώτη μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων



Σχήμα 4: Απόκριση της δεύτερης μεταβλητής κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί το γραμμικό μοντέλο του συστήματος. Θα προσομοιωθεί το γραμμικό μοντέλο και θα παρουσιαστούν οι χρονικές αποκρίσεις των μεταβλητών του συστήματος.

3.1 ΤΟ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ

Το γραμμικό μαθηματικό μοντέλο του χημειοστάτη είναι της μορφής ([4] και [5])

$$\begin{aligned}\Delta \dot{x}_L(t) &= A\Delta x_L(t) + b\Delta u(t), \Delta y_L(t) = c\Delta x_L(t), \\ \Delta x_L(0-) &= \Delta x_{L,0} = \tilde{x}_0 - \tilde{X}\end{aligned}$$

για το παραπάνω γραμμικό μοντέλο ισχύει ότι

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_m^2 s_{in} - 2\mu_m s_{in} U + (K + s_{in})U^2}{K\mu_m} & -\frac{U}{\delta} \\ \frac{(\mu_m - U)(\mu_m s_{in}(K + s_{in})U)\delta}{K\mu_m} & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} K + s_{in} + \frac{K\mu_m}{U - \mu_m} \\ \frac{((K + s_{in})U - \mu_m s_{in})\delta}{\mu_m - U} \end{bmatrix},$$

και

$$c = [1 \quad 0]$$

Ισχύει ότι $\Delta x(t) = \begin{bmatrix} \Delta x_1(t) \\ \Delta x_2(t) \end{bmatrix}$ και $\Delta y_L(t)$, $\Delta x_1(t)$, $\Delta x_2(t)$ είναι οι γραμμικές προσεγγίσεις όπου $\Delta y(t) = y(t) - Y$, $\Delta x_1(t) = x_1(t) - X_1$, $\Delta x_2(t) = x_2(t) - X_2$ και $\Delta u(t) = u(t) - U$.

Σε ότι αφορά την περιγραφή εισόδου εξόδου του γραμμικού συστήματος της διεργασίας ισχύει ότι

$$\Delta y'_L(t) + h_d \Delta y_L(t) = h_n \Delta u(t)$$

Η σχέση μεταξύ των παραμέτρων της περιγραφής εισόδου εξόδου και των παραμέτρων της διεργασίας είναι

$$h_d = \frac{(\mu_m - U)(\mu_m s_{in} - (K + s_{in})U)}{K\mu_m}$$

$$h_n = \frac{\mu_m s_{in} - (K + s_{in})U}{\mu_m - U}$$

Οι παράμετροι του χώρου κατάστασης καθορίζονται μοναδικά από τις παραμέτρους του συστήματος εισόδου εξόδου, την τιμή των σημείων ισορροπίας και της τιμής της εισόδου από τις σχέσεις

$$\mu_m = \frac{h_n U^2}{h_n U - h_d Y}, \quad s_{in} = h_n + Y, \quad K = \frac{h_d Y^2}{h_n U - h_d Y}$$

Σημειώνεται ότι η σταθερά απόδοσης δ θεωρείται σταθερή και γνωστή από τον σχεδιαστή του συστήματος. Έτσι οι πίνακες του γραμμικού συστήματος είναι

$$A = \begin{bmatrix} -h_d - U & -U / \delta \\ h_d \delta & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} h_n \\ -\delta h_n \end{bmatrix}$$

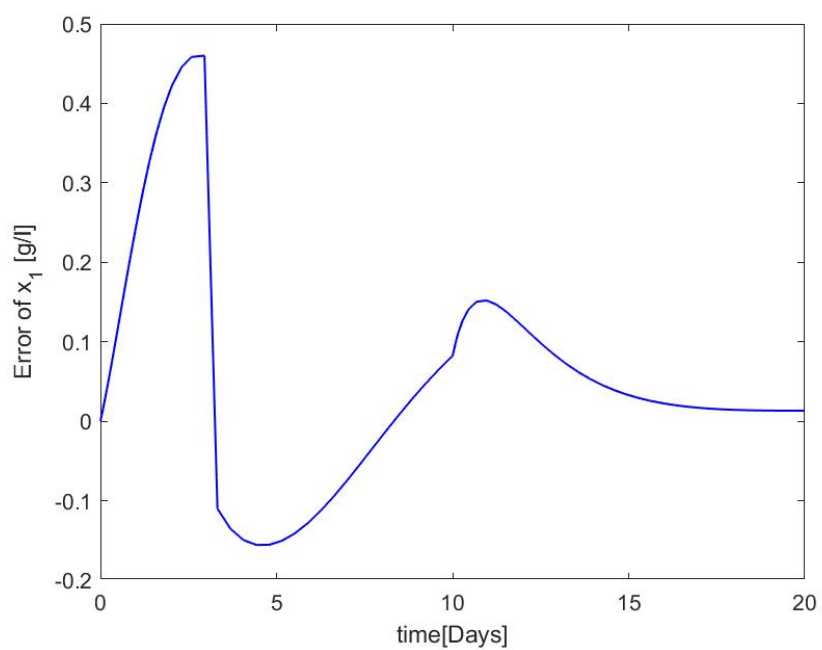
και

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U h_n / h_d \\ h_n \delta \end{bmatrix}$$

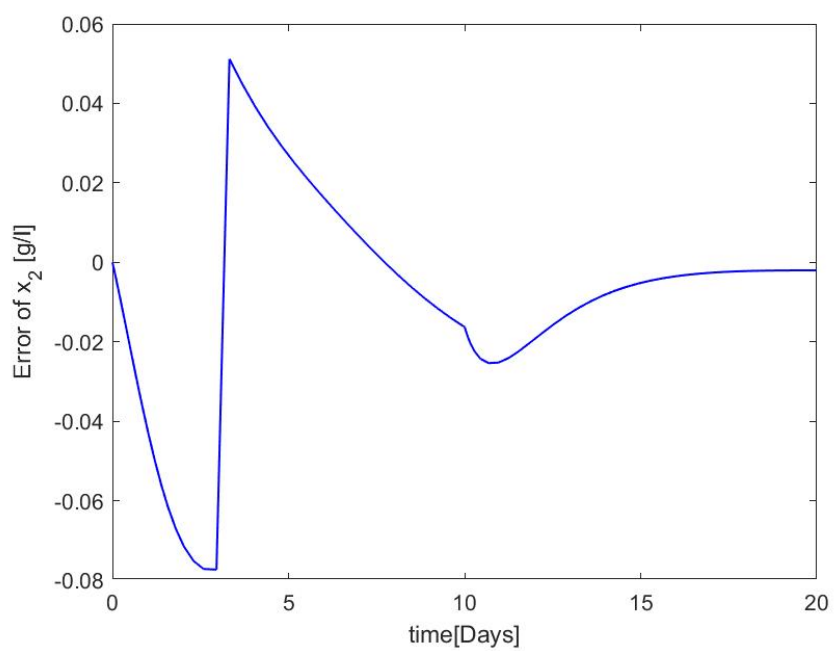
3.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΟΥ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ

Το πρώτο σετ εισόδων με μία αλλαγή στην τιμή της εισόδου είναι $u(t) = \begin{cases} 0.38 & , t < 10 \\ 0.535 & , t \geq 10 \end{cases}$.

Το σφάλμα μεταξύ της απόκρισης των μεταβλητών κατάσταση του μη γραμμικού συστήματος και του γραμμικού συστήματος για την παραπάνω είσοδος παρουσιάζεται στα Σχήματα 5 και 6.



Σχήμα 5: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων

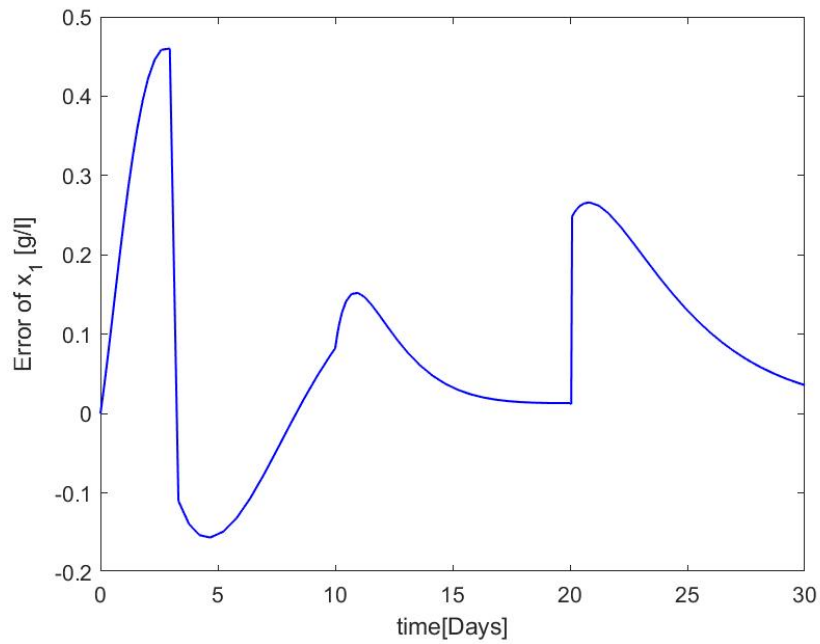


Σχήμα 6: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το πρώτο σετ εισόδων

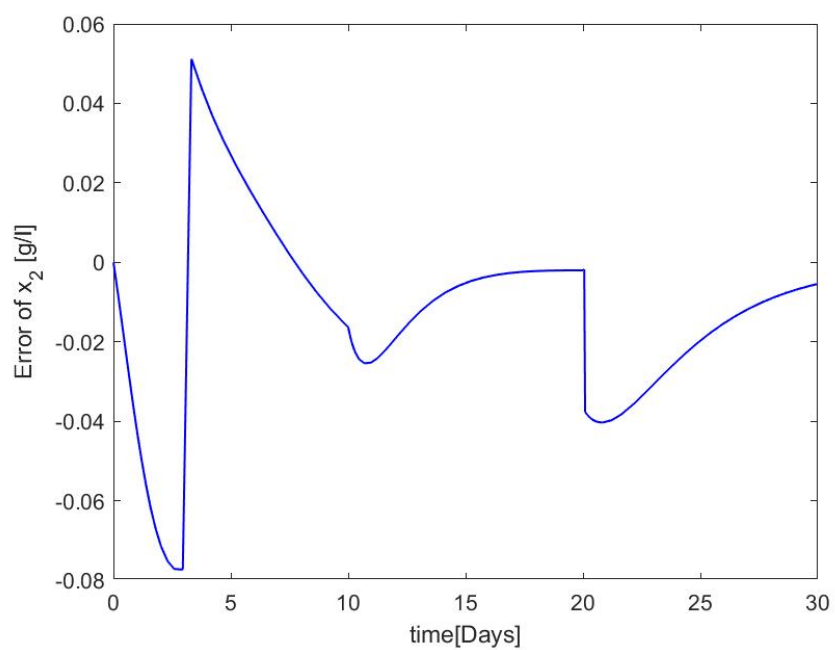
Το δεύτερο σετ εισόδων με δύο αλλαγές στην τιμή της εισόδου είναι

$$u(t) = \begin{cases} 0.38 & , t < 10 \\ 0.535 & , 10 \leq t < 20 \\ 0.62 & t \geq 20 \end{cases}$$

Το σφάλμα απόκρισης των μεταβλητών κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος για την παραπάνω είσοδο παρουσιάζεται στα Σχήματα 7 και 8.



Σχήμα 7: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων



Σχήμα 8: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού και του γραμμικού συστήματος για το δεύτερο σετ εισόδων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί ο σχεδιασμός των παρατηρητών του συστήματος. Θα προσομοιωθεί το μη γραμμικό μοντέλο με τους γραμμικούς και τους μη γραμμικούς παρατηρητές και θα παρουσιαστούν οι χρονικές αποκρίσεις των εκτιμήσεων των μεταβλητών του συστήματος.

4.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΤΑΞΗΣ

Πριν τον σχεδιασμό των παρατηρητών θα παρουσιαστεί ο πίνακας παρατηρησιμότητας του γραμμικού μοντέλου. Ο πίνακας παρατηρησιμότητας είναι

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\mu_m^2 s_{in} - 2\mu_m s_{in} U + (K + s_{in})U^2}{K\mu_m} & -\frac{U}{\delta} \end{bmatrix}$$

όπου $Det \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\mu_m^2 s_{in} - 2\mu_m s_{in} U + (K + s_{in})U^2}{K\mu_m} & -\frac{U}{\delta} \end{bmatrix} \right) = -\frac{U}{\delta} \neq 0$. Συνεπώς το σύστημα είναι

παρατηρήσιμο.

Οι πόλοι του γραμμικού συστήματος είναι:

$$r_1 = -U, \quad r_2 = \frac{(\mu_m - U)((K + s_{in})U - \mu_m s_{in})}{K\mu_m}.$$

Ο παρατηρητής πλήρους τάξης του γραμμικού συστήματος είναι το ακόλουθο γραμμικό σύστημα ([4] και [5])

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\hat{x}}_L(t) &= F \Delta \hat{x}_L(t) + g \Delta y_L(t) + m \Delta u(t), \\ \Delta \hat{x}_L(0-) &= \Delta \hat{x}_{L,0} \end{aligned}$$

όπου $\Delta \hat{x}_L(t)$ είναι η εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης του γραμμικού συστήματος. Το σφάλμα εκτίμησης του παρατηρητή πλήρους τάξης είναι

$$e_L(t) = \Delta x_L(t) - \Delta \hat{x}_L(t)$$

Οι πίνακες κέρδους του παρατηρητή είναι

$$g = [g_1 \quad g_2]^T, \quad m = b = \begin{bmatrix} K + s_{in} + \frac{K\mu_m}{U - \mu_m} \\ \frac{((K + s_{in})U - \mu_m s_{in})\delta}{\mu_m - U} \end{bmatrix},$$

$$F = A - gc = \begin{bmatrix} -\frac{\mu_m^2 s_{in} - 2\mu_m s_{in} U + (K + s_{in})U^2}{K\mu_m} - g_1 & -\frac{U}{\delta} \\ \frac{(\mu_m - U)(\mu_m s_{in} - (K + s_{in})U)\delta}{K\mu_m} - g_2 & 0 \end{bmatrix}$$

Αντίστοιχα οι πίνακες κέρδους με τις παραμέτρους του της περιγραφής εισόδου εξόδου είναι

$$F = \begin{bmatrix} -h_d - U - g_1 & -U / \delta \\ h_d \delta - g_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$m = \begin{bmatrix} h_n \\ -\delta h_n \end{bmatrix}$$

Το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα F είναι

$$s^2 + a_{f,1}s + a_{f,0} = 0$$

όπου

$$a_{f,1} = \frac{\mu_m^2 s_{in} - 2\mu_m s_{in} U + (K + s_{in})U^2}{K\mu_m} - g_1$$

και

$$a_{f,0} = \frac{U\delta(\mu_m - U)(\mu_m s_{in} - (K + s_{in})U) + KU\mu_m g_2}{K\delta\mu_m}$$

Για να υπάρχει αρκετό μικρό σφάλμα εκτίμησης αρκεί να επιτευχθεί τοπική ευστάθεια του πίνακα F . Ορίζοντας την a -τοπική ευστάθεια για τον πίνακα F πρέπει να ισχύει $\mathbb{C}_a^- = \{s \in \mathbb{C} : \text{Re}\{s\} < -a\}$ ([4] και [5]). Ισχύει ότι

$$g_1 > 2a - \frac{\mu_m^2 s_{in} - 2\mu_m s_{in} U + (K + s_{in})U^2}{K\mu_m}$$

$$g_2 < \frac{\delta(U - a)\{s_{in}(\mu_m - U)^2 + K[U^2 - (U + a)\mu_m]\}}{KU\mu_m} - \frac{a\delta}{U}g_1$$

Έστω ${}^i e(t) = y(t) - \Delta_i \hat{x}_L(t) - Y$ το σφάλμα της εκτίμησης εξόδου του παρατηρητή. Προκειμένου να προσδιοριστεί ο παρατηρητής με το μικρότερο σφάλμα εκτίμησης εξόδου, είναι σημαντικό να περιμένετε μέχρι να χαλαρώσει το σφάλμα μεταβλητής εξόδου (δηλαδή να φτάσει σε σταθερή κατάσταση). Έστω τ ο χρόνος σταθεροποίησης του γραμμικοποιημένου συστήματος. Μια επιλογή του χρόνου για τον προσδιορισμό του κατάλληλου παρατηρητή είναι (ένας σταθερός χρόνος) όπου $\tau \geq \max_{i=\{1, \dots, \mu\}} \left(\frac{{}^i \tau}{4} \right)$. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι οι αλλαγές της μεταβλητής εισόδου γίνονται βηματικά. Έτσι, μετά από κάθε αλλαγή μεταβλητής εισόδου και μετά από ένα χρόνο τ πρέπει να επιλέγεται ο βέλτιστος παρατηρητής. Η παραπάνω άμεση διαδικασία για την επιλογή του βέλτιστου παρατηρητή είναι ο επόπτης μεταγωγής. ([4] και [5]).

4.2 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΠΛΗΡΟΥΣ ΤΑΞΗΣ

Σύμφωνα με την [1] ο μη γραμμικός παρατηρητής πλήρους τάξης είναι το ακόλουθο σύστημα

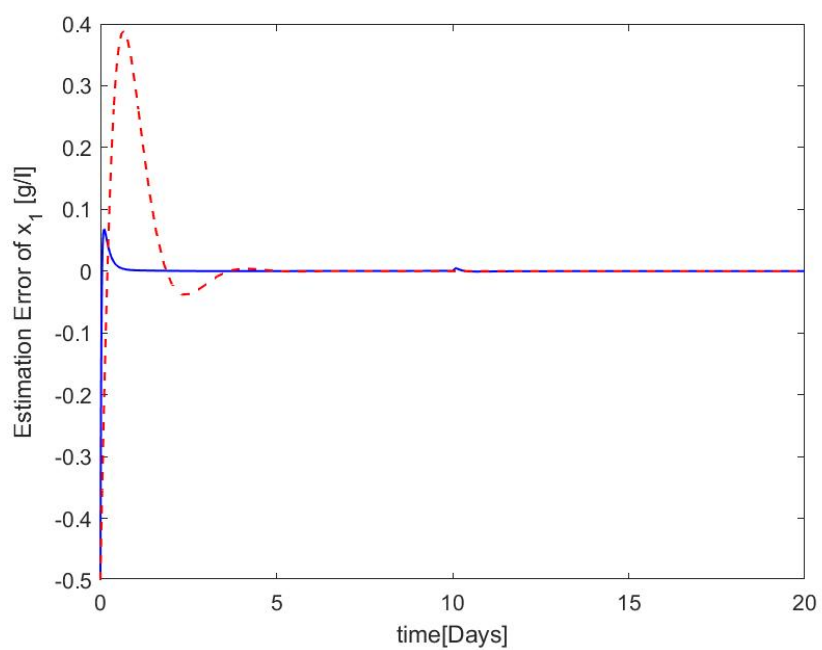
$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}_1(t)}{dt} &= u(t)(s_{in} - \hat{x}_1(t)) - \frac{\mu_m \hat{x}_1(t) \hat{x}_2(t)}{\delta(\hat{x}_1(t) + K)} + \alpha \hat{x}_1(t) [\ln(x_1(t)) - \ln(\hat{x}_1(t))] \\ \frac{d\hat{x}_2(t)}{dt} &= \frac{\mu_m \hat{x}_1(t) \hat{x}_2(t)}{(\hat{x}_1(t) + K)} - u(t) \hat{x}_2(t) + b \hat{x}_2(t) [\ln(x_1(t)) - \ln(\hat{x}_1(t))] \end{aligned}$$

όπου $\hat{x}_1(t)$ και $\hat{x}_2(t)$ είναι η εκτίμηση των μεταβλητών κατάστασης του μη γραμμικού συστήματος.

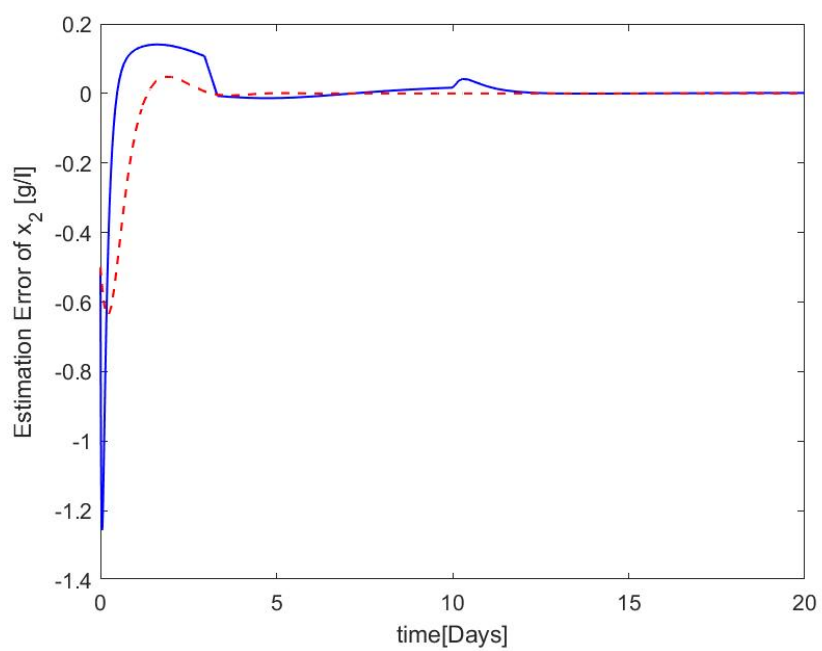
4.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΟΥ ΧΗΜΕΙΟΣΤΑΤΗ

Το πρώτο σετ εισόδων με μία αλλαγή στην τιμή της εισόδου είναι $u(t) = \begin{cases} 0.38 & , t < 10 \\ 0.535 & , t \geq 10 \end{cases}$.

Το σφάλμα μεταξύ της απόκρισης των μεταβλητών κατάσταση του μη γραμμικού συστήματος και του γραμμικού και του μη γραμμικού παρατηρητή για την παραπάνω είσοδο παρουσιάζεται στα Σχήματα 9 και 10.



Σχήμα 9: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το πρώτο σετ εισόδων

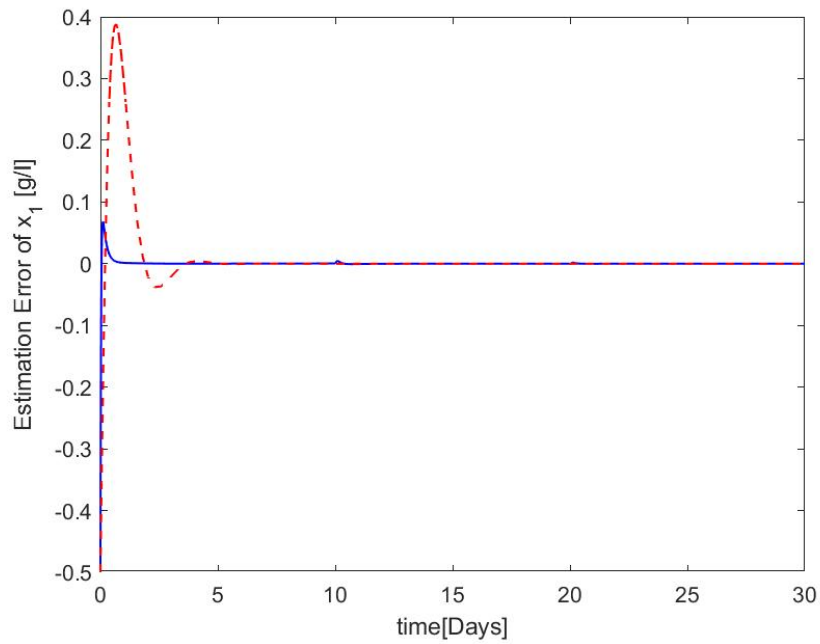


Σχήμα 10: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το πρώτο σετ εισόδων

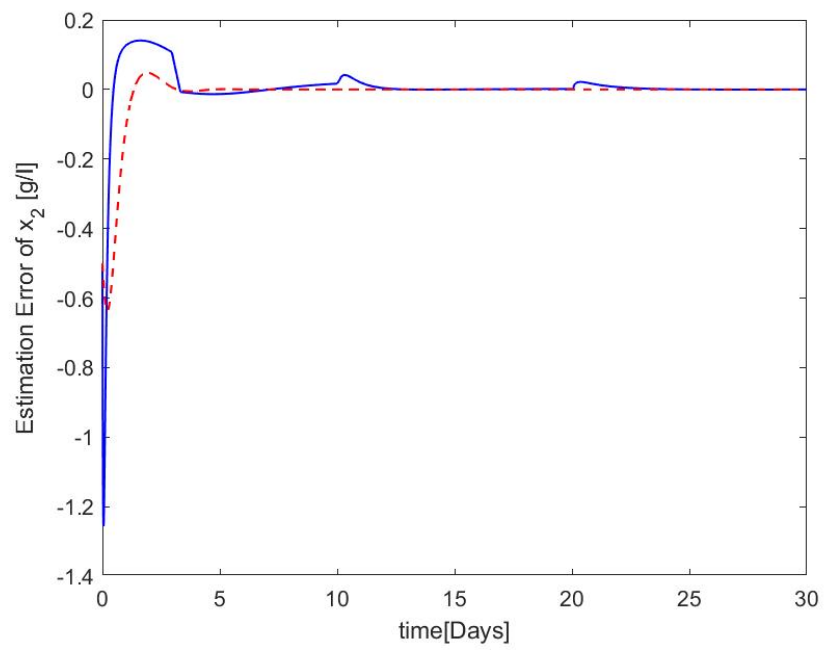
Το δεύτερο σετ εισόδων με δύο αλλαγές στην τιμή της εισόδου είναι

$$u(t) = \begin{cases} 0.38 & , t < 10 \\ 0.535 & , 10 \leq t < 20 \\ 0.62 & t \geq 20 \end{cases}$$

Το σφάλμα μεταξύ της απόκρισης των μεταβλητών κατάσταση του μη γραμμικού συστήματος και του γραμμικού και του μη γραμμικού παρατηρητή για την παραπάνω είσοδο παρουσιάζεται στα Σχήματα 11 και 12.



Σχήμα 11: Σφάλμα της πρώτης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το δεύτερο σετ εισόδων



Σχήμα 12: Σφάλμα της δεύτερης μεταβλητής μεταξύ του μη γραμμικού συστήματος και των παρατηρητών για το δεύτερο σετ εισόδων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκε το μη γραμμικό μοντέλο του συστήματος ενός χημειοστάτη με ρυθμό ανάπτυξης Monod. Παρουσιάστηκε η γραμμική προσέγγιση του συστήματος σε συνάρτηση των σημείων ισορροπίας του συστήματος και των παραμέτρων του μη γραμμικού μοντέλου. Υλοποιήθηκε η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου. Στη συνέχεια παρουσιάστηκε η σχέση των παραμέτρων του συστήματος και των συντελεστών της ταυτοποίησης του γραμμικού μοντέλου. Παρουσιάστηκε το γραμμικό μοντέλο του συστήματος σε συνάρτηση των σημείων ισορροπίας του συστήματος και των συντελεστών της ταυτοποίησης. Υλοποιήθηκε η προσομοίωση του γραμμικού συστήματος ανοικτού βρόχου. Παρουσιάστηκε ένας παρατηρητής κατάστασης πλήρους τάξης βασισμένος στο γραμμικό μοντέλο του συστήματος με τους συντελεστές της ταυτοποίησης. Υλοποιήθηκε η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου και του παρατηρητή. Σχεδιάστηκε ένας αλγόριθμος βηματικής ασφαλούς μεταγωγής μεταξύ των σημείων ισορροπίας του συστήματος. Υλοποιήθηκε η προσομοίωση του συστήματος ανοικτού βρόχου για την μετάβαση σε διάφορα σημεία ισορροπίας του μη γραμμικού συστήματος.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] I. Didi, H. Dib, and B. Cherki, “An invariant observer for a chemostat model,” *Automatica*, Vol. 50, Issue 9, pp. 2321-2326, 2014.
- [2] H. Guo and L. Chen, “Periodic solution of a chemostat model with Monod growth rate and impulsive state feedback control,” *Journal of Theoretical Biology*, 260, pp. 502–509, 2009.
- [3] P. De Leenheer and Hal Smith, “Feedback control for chemostat models,” *J. Math. Biol.*, vol. 46, pp. 48–70, 2003.
- [4] D. G. Fragkoulis, G. Roux and B. Dahhou, “Detection, isolation and identification of multiple actuator and sensor faults in nonlinear dynamic systems: application to a waste water treatment process,” *Applied Mathematical Modelling Simulation and Computation for Engineering and Environmental System*, Elsevier, vol.35, Issue 1, pp. 522-543, 2011.
- [5] D. G. Fragkoulis, Z. Li, G. Roux and B. Dahhou, “Application of a model based fault isolation method for nonlinear dynamic systems,” *14th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Mallorca, Spain, 2009.