ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΠΙΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΛΟΓΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΕΝΟΠΟΙΗΜΕΝΩΝ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΩΝ ΤΟΥ ΚΑΘΙΕΡΩΜΕΝΟΥ ΠΡΟΤΥΠΟΥ

Διδακτορική Διατριβή

Αικατερίνη Κατσικάτσου

Αθήνα 2014

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΠΙΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Θεωρητική και Φαινομενολογική Μελέτη Ενοποιημένων Υποδειγμάτων του Καθιερωμένου Προτύπου
Theoretical and Phenomenological Study of Grand Unified Models

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

Αικατερίνη Κατσικάτσου

Α.Μ. 2001521

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Αθανάσιος Λαχανάς, Καθηγητής

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ

Αθανάσιος Λαχανάς, Καθηγητής

Γεώργιος Διαμάντης, Αναπληρωτής Καθηγητής

Ξάνθος Μαϊντάς, Επίκουρος Καθηγητής

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Σφέτσος Κωνσταντίνος, Καθηγητής

Τράκας Νικόλαος, Καθηγητής

Φασουλιώτης Δημήτριος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Χριστοδουλάκης Θεοδόσιος, Αναπληρωτής Καθηγητής

Ημερομηνία Υποστήριξης: 4 Δεκεμβρίου 2014

Αθήνα 2015

Στους γονείς μου,

στον Αντώνη και στη Χαρά

Περίληψη

Οι υπερσυμμετρικές θεωρίες μεγαλειώδους ενοποίησης (SUSY GUTs) είναι η πιο φυσική προέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου. Το σημαντικότερό τους χαρακτηριστικό είναι η ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας σε μια μεγάλη ενεργειακή κλίμακα, την M_{GUT}. Παρά τις ενδιαφέρουσες προβλέψεις των θεωριών αυτών, μεταξύ των οποίων είναι η νουκλεονική διάσπαση και η κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου, έχουν και κάποια μειονεκτήματα, το κυριότερο από τα όποια είναι ο μεγάλος αριθμός παραμέτρων που απαιτούνται για να προσδιοριστούν τα κατώφλια υψηλών ενεργειών (HET). Έχοντας ως στόχο την ευκολότερη διαχείριση των παραμέτρων αυτών, εισάγουμε μια νέα μέθοδο, σύμφωνα με την οποία η επίδραση των κατωφλίων υψηλών ενεργειών μπορεί να συμπεριληφθεί σε λιγότερες ελεύθερες παραμέτρους, οι οποίες παράγονται με το αρχικό σύνολο των υπέρβαρων παραμέτρων. Έτσι, γίνεται ευκολότερη η σάρωση του παραμετρικού χώρου για περιοχές που ευνοούνται από τα πειραματικά δεδομένα, διαδικασία που χωρίς τη νέα παραμετροποίηση θα ήταν δύσκολη και χρονοβόρα, εξαιτίας των μεγάλων διαστάσεων του αρχικού παραμετρικού χώρου. Η μέθοδος αυτή, όπως είναι οριοθετημένη, μπορεί να υλοποιηθεί στα πλαίσια κάθε μοντέλου GUT. Προκειμένου να ελέγξουμε την αποτελεσματικότητα της μεθόδου που επινοήσαμε, την εφαρμόζουμε σε ένα υπερσυμμετρικό GUT μοντέλο με ομάδα συμμετρίας βαθμίδας την $SO(10)$, στο οποίο ο διαχωρισμός $2/3$ πραγματοποιείται μέσω του μηχανισμού των Dimopoulos-Wilczek. Το μοντέλο αυτό εμφανίζει πολλά πλεονεκτήματα, μεταξύ αυτών είναι η ένταξη όλων των φερμιονίων μιας γενιάς σε μια μη - αναγωγίσιμη αναπαράσταση της $SO(10)$ και η φυσική ενσωμάτωση του μηχανισμού ¨τραμπάλας¨ (see - saw) των νετρίνων. Δείχνουμε ότι η απαίτηση της ενοποίησης των τριών σταθερών βαθμίδας, καθώς και οι ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας και κυρίως η πειραματική τιμή της ισχυρής σταθεράς σύζευξης α_{strong}, σε συνδυασμό με τα πειραματικά κάτω όρια από το χρόνο ζωής του πρωτονίου, οδηγούν σε προτιμητέες περιοχές στον παραμετρικό χώρο. Οι περιοχές αυτές ελέγχονται και με βάση τα αποτελέσματα του πειράματος LHC για τη μάζα του σωματιδίου Higgs και για

τα όρια αποκλεισμού της ύπαρξης των υπερσυμμετρικών σωματιδίων.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Θεωρητική Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ : Υπερσυμμετρία, μεγαλειώδης ενοποιημένη θεωρία : $SO(10)$, διάσπαση πρωτονίου, επίδραση κατωφλίων, σωματίδιο Higgs

Abstract

Supersymmetric Grand Unified Theories (SUSY GUTs) are the most natural extension of the Standard model unifying electroweak and strong forces. Despite their indubitable virtues, one of their shortcomings is the large number of parameters used to describe the high energy thresholds (HET), which are hard to handle. We present a new method according to which the effects of the HETs, in any GUT model, can be described by fewer parameters that are randomly produced from the original set of the parameters of the model. In this way, regions favoured by the experimental data are easier to locate, avoiding a detailed and time consuming exploration of the multidimensional parameter space. To check the efficiency of this method, we directly apply it to a SUSY SO(10) GUT model which uses the Dimopoulos-Wilczek mechanism. We show that the demand of gauge coupling unification, in conjunction with precision data, locates regions of the parameter space in which the strong coupling $\alpha_{strong}$is within the experimental limits, along with a proton lifetime, above the current experimental bounds. We cross-check these preferred regions by applying constraints based on the results of the LHC for the mass of the Higgs particle and the supersymmetry exclusion limits.

SUBJECT AREA: Theoretical Particle Physics

KEYWORDS: supersymmetry, grand unified theory: SO(10), nucleon decay, threshold effect, Higgs particle

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθ. κ. Α. Λαχανά ο οποίος υπήρξε ο κύριος επιβλέπων της διατριβής αυτής και του οποίου η συμβολή και η καθοδήγηση υπήρξε πολύτιμη και ουσιαστική για την ολοκλήρωσή της, τόσο σε ερευνητικό, όσο και σε προσωπικό επίπεδο.

Ευχαριστώ επίσης τον Επικ. Καθ, κ. Ξ. Μαϊντά, με την επίβλεψη του οποίου είχα εκπονήσει τη μεταπτυχιακή μου διατριβή, για τις γνώσεις και τη συνεχή βοήθεια που μου παρείχε.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τον Αν. Καθ. κ. Γ. Διαμάντη για τις χρήσιμες συμβουλές και την υποστήριξή καθ' όλη την διάρκεια της προσπάθειας αυτής.

Ευχαριστώ τα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής, τον Καθ. κ. Κ. Σφέτσο, τον Καθ. κ. Ν. Τράκα, τον Αν. Καθ. κ. Δ. Φασουλιώτη και τον Αν. Καθ. κ. Θ. Χριστοδουλάκης Θεοδόσιος για τις διαφωτιστικές συζητήσεις που είχα μαζί τους και τα σχόλια τους.

Ευχαριστώ τον Αν. Καθ. Β. Σπανό για τη συνεργασία και την πολύτιμη βοήθειά του και τη φίλη, συνεργάτη και συνοδοιπόρο όλα αυτά τα χρόνια κ. Μ. Αργυρού. Ευχαριστώ όλους τους καθηγητές μου και τους συναδέλφους που με υποστήριξαν σε όλη την διάρκεια της προετοιμασίας.

Τέλος ευχαριστώ ιδιαιτέρως τον σύζυγό μου, τους γονείς μου και την αδελφή μου, που στάθηκαν δίπλα μου και με ενθάρρυναν σε κάθε βήμα της πορείας αυτής. Ιδιαίτερα ευχαριστώ τον πατέρα μου που ανέλαβε το δύσκολο και άχαρο ρόλο της διόρθωσης του κειμένου αυτού.

Η εκπόνηση της διατριβής συγχρηματοδοτήθηκε από το Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών.

Εισαγωγή

Οι θεωρίες μεγαλειώδους ενοποίησης (GUTs) παρέχουν ένα απλό και πρόσφορο πλαίσιο για την πραγματοποίηση της ενοποίησης των ισχυρών, ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων. Επιπλέον, προσφέρουν μια αβίαστη εξήγηση για τις τιμές του ηλεκτρικού φορτίου και του υπερφορτίου που έχουν τα λεπτόνια και τα quarks του Καθιερωμένου Προτύπου και συνδυάζουν τις φαινομενικά αταίριαστες αριστερόστροφες και δεξιόστροφες πολλαπλότητες των σωματιδίων σε ενιαίες αναπαραστάσεις της ευρύτερης ομάδας ενοποίησης. Επίσης, οι υπερσυμμετρικές εκδόσεις των θεωριών μεγαλειώδους ενοποίησης, που προβλέπουν το ελάχιστο σωματιδιακό περιεχόμενο, οδηγούν επιτυχώς σε ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας σε μια μεγάλη ενεργειακή κλίμακα $M_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV, αποτέλεσμα που είναι αδύνατο να επιτευχθεί χωρίς την υπερσυμμετρία. Μάλιστα, ορισμένες υπερσυμμετρικές GUTs αποσαφηνίζουν τη μικρή μάζα των νετρίνων και παράλληλα παρέχουν έναν μηχανισμό βαρυογένεσης, μέσω θερμικής λεπτογένεσης, ως εναλλακτική στη βαρυογένεση μέσω ηλεκτρασθενών αλλαγών φάσεων, η οποία απαιτεί μεγάλες τιμές των φάσεων που παραβιάζουν τη συμμετρία CP. Τέλος, ανάμεσα στις σημαντικές προβλέψεις των GUT θεωριών είναι μη παρατηρήσιμα ακόμα φαινόμενα όπως η νουκλεονική αστάθεια και η ύπαρξη μαγνητικών μονόπολων.

Αντικείμενο της διατριβής είναι ο έλεγχος της εφαρμοσιμότητας των υπερσυμμετρικών GUT θεωριών, έχοντας ως γνώμονα τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας, τα πειραματικά όρια που έχουν τεθεί στον χρόνο ζωής του πρωτονίου και τα πρόσφατα αποτελέσματα από το πείραμα LHC που αφορούν τη μάζα του Higgs και τα όρια αποκλεισμού των μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων. Το κυριότερο όμως κριτήριο που πρέπει να επαληθεύεται απαραίτητα είναι η ενοποίηση των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας στην ενεργειακή κλίμακα $M_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV.

Τα κατώφλια υψηλών ενεργειών παράγονται από το φάσμα των υπέρβαρων πεδίων που προβλέπονται σε κάθε GUT μοντέλο και που έχουν μάζες της τάξης της κλίμακας

ενοποίησης M_{GUT}. Οι μεγάλες μάζες των πεδίων αυτών είναι αποτέλεσμα της αυθόρμητης ρήξης της συμμετρίας βαθμίδας της GUT θεωρίας. Τα κατώφλια υψηλών ενεργειών επηρεάζουν σημαντικά την εξέλιξη των διαφορικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης (RGEs) των σταθερών σύζευξης βαθμίδας και Yukawa και επομένως η συνεισφορά τους είναι ουσιώδης για την πιθανότητα ενοποίησης των σταθερών αυτών και την ποιότητα των προβλέψεων κάθε GUT μοντέλου. Στην κατεύθυνση αυτή αναπτύξαμε ένα εύχρηστο σχήμα για τη συνολική μεταχείριση των κατωφλίων υψηλών ενεργειών. Μάλιστα, το σχήμα αυτό είναι κατάλληλο να εφαρμοστεί θεωρητικά σε κάθε μοντέλο GUT. Η κύρια ιδέα είναι ότι τα κατώφλια υψηλών ενεργειών, τα οποία είναι πολλά σε αριθμό, ιδιαίτερα για μεγάλες ομάδες όπως η $SO(10)$, παραμετροποιούνται συλλογικά σε έναν μικρό αριθμό προσεκτικά επιλεγμένων παραμέτρων, οι οποίες ορίζονται συναρτήσει των πολυπληθών παραμέτρων που εμπλέκονται στα κατώφλια υψηλών ενεργειών. Τις νέες αυτές παραμέτρους είναι ευκολότερο να τις χειριστούμε, λόγω του μικρού τους αριθμού και έτσι η φαινομενολογική ανάλυση απλοποιείται και διευκολύνεται σημαντικά.

Εφαρμόζουμε τη μεθοδολογία που αναπτύξαμε σε ένα υπερσυμμετρικό GUT μοντέλο, το οποίο βασίζεται στην ομάδα συμμετρίας $SO(10)$. Τέτοιου είδους μοντέλα, βασισμένα στην $SO(10)$, φαίνεται ότι αποτελούν πολλά υποσχόμενους υποψηφίους για μια περιγραφή μεγαλειώδους ενοποίησης για πολλούς λόγους: Ενοποιούν όλα τα λεπτόνια και τα quarks μιας γενιάς σε μια μη-αναγωγίσιμη σπινοριακή αναπαράσταση. Δίνουν κάτω όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου, τα οποία συνεχίζουν να είναι σύμφωνα με τα τρέχοντα πειραματικά όρια. Έχουν φυσιολογικά ενσωματωμένο τον μηχανισμό see-saw, αναπαράγουν τα σύγχρονα δεδομένα των ταλαντώσεων των νετρίνων και εξηγούν τη μικρή μάζα του αριστερόστροφου νετρίνου μέσω ενός αδρανούς νετρίνου (sterile) με μάζα της τάξης της M_{GUT}. Δίνουν έναν ικανοποιητικό μηχανισμό βαρυογένεσης βασισμένο στη θερμική λεπτογένεση. Τέλος, προβλέπουν ενοποίηση για τις σταθερές σύζευξης Yukawa, για μεγάλες τιμές της $\tan\beta$.

Στο πρώτο κεφάλαιο, αφού πρώτα ανατρέξουμε σύντομα στη θεωρία του Καθιερωμένου Προτύπου, δίνουμε τα βασικά χαρακτηριστικά των θεωριών GUT και εξετάζουμε το πρώτο μοντέλο που μελετήθηκε στα πλαίσια των θεωριών αυτών: το μη-υπερσυμμετρικό μοντέλο Georgi - Glashow, με ομάδα συμμετρίας βαθμίδας την $SU(5)$, το οποίο μας βοηθάει να κατανοήσουμε καλύτερα τα μοντέλα GUT με ομάδα συμμετρίας την $SO(10)$. Στη συνέχεια, δίνουμε τα βασικά χαρακτηριστικά της υπερσυμμετρίας και αναφερόμαστε στο ελάχιστο υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο MSSM και στις υπερσυμμετρικες

GUT θεωρίες.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, ασχολούμαστε διεξοδικά με το ελάχιστο υπερσυμμετρικό $SO(10)$ GUT μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυσή μας. Γίνεται εκτενής αναφορά στο σωματιδιακό περιεχόμενο του μοντέλου, αλλά και στον μηχανισμό με τον οποίο παραβιάζεται η $SO(10)$, καθώς και στην πραγματοποίηση του διαχωρισμού μεταξύ των ελαφρών διπλετών (doublets) και των βαρέων τριπλετών (triplets) των πεδίων Higgs, οι οποίες ανήκουν στην ίδια $SO(10)$ αναπαράσταση (doublet - triplet splitting). Τέλος, εξάγονται οι σχέσεις για τις μάζες των υπέρβαρων πεδίων που χαρακτηρίζουν τα κατώφλια των υψηλών ενεργειών. Τα κατώφλια αυτά επηρεάζουν τις συναρτήσεις βήτα τη ομάδας επανακανονικοποίησης, και κατ' επέκταση και τις σταθερές ζεύξης, όταν η ενεργειακή κλίμακα μεταβάλλεται από την κλίμακα ενοποίησης, που είναι η μεγαλύτερη μάζα των υπέρβαρων βαθμών ελευθερίας, σε κάποια ενέργεια που είναι μικρότερη από όλες τις μάζες των κατωφλίων. Η μεταβολή δεν είναι αμελητέα σε σύγκριση με τα δεδομένα ακριβείας για τις σταθερές σύζευξης.

Το τρίτο κεφάλαιο είναι αφιερωμένο στη διάσπαση του πρωτονίου, η οποία είναι βασική πρόβλεψη για όλα τα μοντέλα GUT. Στα πλαίσια της υπερσυμμετρικής θεώρησης εξετάζεται αναλυτικά η διαδικασία της νουκλεονικής διάσπασης και δίνεται το πλάτος διάσπασης του βασικού καναλιού $p \to \bar{\nu}_i K^+$. Ο αναμενόμενος χρόνος ζωής του πρωτονίου βρίσκεται να εξαρτάται, εκτός από άλλες φυσικές ποσότητες, και από μια μαζική παράμετρο, την M_{eff}, η οποία είναι συνάρτηση των κατωφλίων υψηλών ενεργειών και των συζεύξεων βαθμίδας όπως αυτές υπολογίζονται στην ενεργειακή κλίμακα M_Z. Η συσχέτιση αυτή αποτελεί τη βάση για το κριτήριο που τίθεται στο πρότυπο από τα πειραματικά κάτω όρια του χρόνου ζωής του πρωτονίου, που ως γνωστόν είναι αρκετά περιοριστικά και αποκλείουν απλές εκδοχές ενοποίησης όπως το απλό πρότυπο $SU(5)$ που δε μπορεί να ικανοποιήσει τα όρια αυτά.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, προτείνουμε μια πρωτότυπη μέθοδο που στοχεύει στη συνολική διαχείριση των κατωφλίων υψηλών ενεργειών και στην επίδραση τους στην εξέλιξη των σταθερών σύζευξης βαθμίδας ανάμεσα στην M_{GUT} και στην M_Z. Αυτή χρησιμεύει, εκτός των άλλων, και στον προσδιορισμό της M_{eff} που υπεισέρχεται στον θεωρητικό υπολογισμό του χρόνου ζωής του πρωτονίου. Η ιδέα της μεθόδου συνοψίζεται στην παραμετροποίηση του μεγάλου αριθμού ελεύθερων παραμέτρων οι οποίες προκύπτουν από το υπέρβαρο φάσμα του μοντέλου μας σε πέντε μόνο νέες ελεύθερες παραμέτρους στην εκδοχή που αναλύεται διεξοδικά στη διατριβή. Παραθέτουμε τα τεχνικά ζητήμα-

τα της μεθόδου και περιγράφουμε εκτενώς τη διαδικασία που θα ακολουθήσουμε στην ανάλυσή μας για την εξέλιξη των RGEs των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, αλλά και των υπολοίπων σταθερών σύζευξης και των παραμέτρων μαζών της ¨ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας. Επίσης, προσδιορίζουμε τις συνοριακές συνθήκες στις χαμηλές και υψηλές ενέργειες και παράλληλα εισάγουμε μια επιπλέον συνθήκη σε μια κλίμακα που ταυτίζεται με τη μάζα του ελαφρύτερου από τα υπέρβαρα πεδία του μοντέλου μας. Στις υψηλές ενέργειες, μεγαλύτερες όλων των κατωφλίων, το πρότυπο περιγράφει την ενοποιημένη θεωρία και οι σταθερές σύζευξης βαθμίδας ταυτίζονται (ενοποιούνται). Εκτός από την απαίτηση ενοποίησης των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, επιβάλλονται και οι καθολικές οριακές συνθήκες που αφορούν τις παραμέτρους ¨ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας μέσω βαρύτητας. Το μοντέλο επομένως που υιοθετείται κινείται στα πλαίσια του καθολικά περιορισμένου MSSM (CMSSM). Τροποποιήσεις από αυτήν την εκδοχή αναλύονται στο τελευταίο κεφάλαιο.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της ανάλυσής μας. Χρησιμοποιώντας τη νέα μέθοδο παραμετροποίησης των κατωφλίων υψηλών ενεργειών και ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ερευνούμε την υλοποίηση της ενοποίησης των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας στα πλαίσια του μοντέλου GUT που έχει υιοθετηθεί. Παράλληλα, ελέγχουμε το μοντέλο μας ως προς τους πειραματικούς περιορισμούς που αφορούν τα ηλεκτρασθενή δεδομένα και κυρίως την ισχυρή σταθερά σύζευξης και τον χρόνο ζωής του πρωτονίου. Επίσης, παίρνουμε υπόψη μας τα δεδομένα και τα όρια που προκύπτουν από το πείραμα LHC για τη μάζα του μποζονίου Higgs και των υπερσυμμετρικών σωματιδίων. Τέλος, εξετάζεται η συνάφεια μεταξύ των τιμών των υπερσυμμετρικών παραμέτρων που εξάγονται κατά την παραπάνω ανάλυση και αυτών που έχουν τεθεί στα πλαίσια της ενοποίησης των σταθερών σύζευξης Yukawa. Για την ανάλυση αναπτύξαμε κώδικα για την αριθμητική επίλυση του συστήματος των πεπλεγμένων μη-γραμμικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης σε επίπεδο 2 - κβαντικών βρόχων, στον οποίο ενσωματώνονται τα χαρακτηριστικά της νέας αυτής μεθοδολογίας.

Τα συμπεράσματα της παρούσας διατριβής παρουσιάζονται στο τελευταίο έκτο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 1

Θεωρίες Μεγαλειώδους Ενοποίησης και Υπερσυμμετρία

1.1 Το Καθιερωμένο Πρότυπο

Το Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model, SM) είναι μια συνεπής και πεπερασμένη θεωρία των θεμελιωδών μικροσκοπικών αλληλεπιδράσεων, η οποία εξηγεί επιτυχώς τα περισσότερα από τα γνωστά φαινόμενα της φυσικής των στοιχειωδών σωματιδίων. Περιγράφει τις ισχυρές, ασθενείς και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, στις οποίες αποδίδονται όλα τα μέχρι σήμερα παρατηρούμενα μικροσκοπικά φαινόμενα. Η δομή του Καθιερωμένου Προτύπου είναι μια γενίκευση της δομής της QED (Quantum Electrodynamics), με την έννοια ότι είναι μια επανακανονικοποιήσιμη θεωρία πεδίου βασισμένη σε μια τοπική συμμετρία, η οποία έχει άλγεβρα $G_{SM} = SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. Στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου, η αυθόρμητη ρήξη της ηλεκτρεσθενούς συμμετρίας βαθμίδας προκαλείται από τον μηχανισμό Higgs, ο οποίος προβλέπει την ύπαρξη ενός ή περισσότερων σωματιδίων με μηδενικό σπιν, των λεγόμενων μποζονίων Higgs. Μέσω του μηχανισμού αυτού, ο οποίος στο Καθιερωμένο Πρότυπο εισάγει ένα πεδίο Higgs, τα ασθενή μποζόνια βαθμίδας, καθώς και τα φερμιόνια, αποκτούν μάζα.

Παρόλο που του Καθιερωμένο Πρότυπο έχει δοκιμαστεί σε πειράματα, όπως το LEP, και εναρμονίζεται με τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας (electroweak precision measurements), αφήνει ανοιχτά αρκετά ερωτήματα. Μεταξύ αυτών είναι η κβάντωση του φορτίου και η φαινομενικά αυθαίρετη επιλογή των αναπαραστάσεων στις οποίες ανήκουν τα φερμιόνια. Μάλιστα, ακριβώς αυτή η επιλογή αναπαραστάσεων και υπερφορτίων οδηγεί στην ακύρωση των ανωμαλιών στο Καθιερωμένο Πρότυπο, η οποία εγγυάται την

επανακανονικοποίησή του. Επιπλέον, δεν εξηγείται η προέλευση της μάζας των νετρίνων, η ύπαρξη ακριβώς τριών οικογενειών για τα λεπτόνια και τα quarks, οι ιεραρχίες στις μάζες των φερμιονίων, αλλά ούτε και οι μικρές τιμές των παραμέτρων ανάμιξης γενεών (flavor-violating parameters) στον πίνακα Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Η κατανόηση αυτών των θεμάτων είναι πολύ πιθανό να μας έδινε ενδείξεις για την προέλευση της παραβίασης της συμμετρίας CP, αλλά και της κοσμολογικής ασυμμετρίας ύλης - αντιύλης, καθώς και τη λύση για το ¨ισχυρό¨ CP πρόβλημα (strong CP problem). Εκτός από αυτά τα ζητήματα, το Καθιερωμένο Πρότυπο στερείται μιας αιτιολόγησης για την παρατηρούμενη σκοτεινή ύλη και ενέργεια στο σύμπαν και έχει πολλές ανεξάρτητες παραμέτρους (19 συν άλλες 9 που προέρχονται από τον τομέα των νετρίνων), οι τιμές των οποίων προσδιορίζονται με βάση τα πειραματικά δεδομένα.

Ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα, με το οποίο το Καθιερωμένο Πρότυπο δεν εμπλέκεται, είναι αυτό της ιεραρχίας των ενεργειακών κλιμάκων, δηλαδή της μεγάλης διαφοράς, των 17 τάξεων μεγέθους, μεταξύ της ηλεκτρασθενούς κλίμακας $M_{ew} \approx 100$ GeV και της κλίμακας Planck $M_{Pl} \approx 10^{19}$ GeV. Η διαφορά αυτή κάνει πολύ πιθανή την εμφάνιση νέας Φυσικής πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο, η οποία θα χαρακτηρίζεται από μια ενδιάμεση κλίμακα ενέργειας. Μια τέτοια περίπτωση θα μπορούσε να είναι η κλίμακα μεγαλειώδους ενοποίησης $M_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV, για την οποία θα μιλήσουμε παρακάτω.

Στο Καθιερωμένο Πρότυπο, η μάζα του Higgs, σε αντίθεση με τις φερμιονικές μάζες, δεν προστατεύεται μέσω κάποιας συμμετρίας (χειραλική ή βαθμίδας) από τις μεγάλες κβαντικές διορθώσεις. Σε επίπεδο ενός βρόχου οι διορθώσεις αυτές παρουσιάζουν τετραγωνικές αποκλίσεις της μορφής [1]:

$$\Delta m^2_{H(f)} = \frac{\lambda_f^2}{8\pi^2}\left[-\Lambda^2 + 6m_f^2 \log\frac{\Lambda}{m_f} - 2m_f^2\right] + \mathcal{O}(1/\Lambda^2), \tag{1.1}$$

όπου Λ είναι κάποια μεγάλη ενεργειακή κλίμακα αποκοπής που θα μπορούσε να είναι η κλίμακα Planck M_{Pl} και λ_f είναι η σύζευξη Yukawa ενός φερμιονίου μάζας m_f που διαδίδεται μέσα στο βρόχο. Προκειμένου το πεδίο Higgs να έχει μια φυσική μάζα της τάξης της $\mathcal{O}(M_Z)$, απαιτείται να γίνουν ¨λεπτές ρυθμίσεις¨ των παραμέτρων, 34 τάξεων μεγέθους, τακτική που θεωρείται αφύσικη (naturalness problem). Το πρόβλημα της ιεραρχίας των ενεργειακών κλιμάκων, σε συνδυασμό με την παραπάνω παραδοχή για τη μάζα του Higgs, υποδεικνύει την ύπαρξη νέας Φυσικής πέρα από την κλίμακα του ενός TeV, αν θέλουμε να αποφύγουμε εντελώς τη ¨λεπτή ρύθμιση¨. Εν κατακλείδι, το Καθιερωμένο Πρότυπο περιγράφει με ιδιαίτερη επιτυχία τη Φυσική των στοιχειωδών

σωματιδίων μέχρι ενέργειες της τάξης $\mathcal{O}(100)$ GeV και, όπως θα αναλύσουμε και παρακάτω, το αναγνωρίζουμε ως ενεργό θεωρία χαμηλών ενεργειών [2,3] μιας πιο θεμελιώδους θεωρίας. Κάποια από τα προβλήματα που παραθέσαμε λύνονται με την εισαγωγή της υπερσυμμετρίας, όπως το πρόβλημα της ιεραρχίας των ενεργειακών κλιμάκων και κάποια άλλα αντιμετωπίζονται με την υιοθέτηση των θεωριών μεγαλειώδους ενοποίησης.

1.2 Θεωρίες Μεγαλειώδους Ενοποίησης

Οι θεωρίες της μεγαλειώδους ενοποίησης (Grand Unified Theories, GUTs) ενοποιούν τις τρεις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις του Καθιερωμένου Προτύπου. Η βασική ιδέα είναι να ενσωματωθεί η συμμετρία $G_{SM} = SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ σε μια απλή ομάδα βαθμίδας, έτσι ώστε να υπάρχει μόνο μια σύζευξη βαθμίδας, και όλα τα φερμιόνια κάθε γενιάς να συμπεριλαμβάνονται σε μια ή δυο διαφορετικές αναπαραστάσεις της ομάδας. Η λογική αυτή συνεπάγεται ότι η συμμετρία βαθμίδας του Καθιερωμένου Προτύπου G_{SM} θα είναι υποομάδα της συμμετρίας βαθμίδας της θεωρίας GUT, G_{GUT}. Η αναζήτηση της κατάλληλης ομάδας βαθμίδας περιορίζεται από κάποιες προϋποθέσεις: Η τάξη της ομάδας πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με 4, αφού αυτή είναι και η τάξη της G_{SM} και όχι πολύ μεγάλη, ώστε η θεωρία να είναι όσο το δυνατόν πιο περιορισμένη ως προς το σωματιδιακό της περιεχόμενο και τις αλληλεπιδράσεις της. Επίσης, η G_{GUT} πρέπει να διαθέτει μιγαδικές αναπαραστάσεις, ώστε να ενσωματωθούν σ' αυτές χωρίς προβλήματα τα γνωστά φερμιόνια του Καθιερωμένου Προτύπου και να είναι ελεύθερη από ανωμαλίες, οπότε δε θα κινδυνεύει η επανακανονικοποίηση της θεωρίας GUT. Οι περιορισμοί αυτοί μειώνουν τις απλές ομάδες βαθμίδας που μπορούμε να επιλέξουμε ως ομάδα της G_{GUT} στις: $SU(n)$ με $n \geq 5$, $SO(4n+2)$ με $n \geq 2$ και στην E_6.

Η συμμετρία G_{GUT} παραβιάζεται αυθόρμητα σε μια υψηλή κλίμακα ενέργειας, την M_{GUT}, και έτσι όλα τα σωματίδια της θεωρίας GUT που δεν ανήκουν στο σωματιδιακό φάσμα του Καθιερωμένου Προτύπου θα πρέπει να αποκτούν μάζα της τάξης της M_{GUT} και στο εξής συχνά θα αναφερόμαστε σε αυτά ως υπέρβαρα. Επιπλέον, σε χαμηλές ενέργειες $\mu \ll M_{GUT}$, τίθεται σε ισχύ η ενεργός θεωρία βαθμίδας, δηλαδή το Καθιερωμένο Πρότυπο και η γνωστή δομή των τριών συζεύξεων βαθμίδας εμφανίζεται πάλι. Στην κλίμακα M_{GUT}, η ενεργός θεωρία και η GUT θεωρία (η οποία πολύ πιθανό να είναι ενεργός θεωρία μιας πιο θεμελιώδους θεωρίας σε μεγαλύτερη ενεργειακή κλίμακα) θα πρέπει να δίνουν

πανομοιότυπα αποτελέσματα, καταλήγοντας έτσι στη συνοριακή συνθήκη στην M_{GUT}:

$$g_3 = g_2 = g_1 = g_{GUT} \tag{1.2}$$

Όσον αφορά στην κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου, αυτή προκύπτει ως άμεση συνέπεια της επιλογής μιας απλής μη-αβελιανής ομάδας ως G_{GUT}. Ο τελεστής του φορτίου ορίζεται ως ένας γραμμικός συνδυασμός των (διαγώνιων) γεννητόρων της απλής ομάδας που έχει επιλεγεί και έτσι οι ιδιοτιμές του είναι προφανώς κβαντισμένες. Άρρηκτα συνδεδεμένη με την παρεχόμενη από τις θεωρίες GUT εξήγηση της παρατηρούμενης κβάντωσης του ηλεκτρικού φορτίου είναι η πρόβλεψη που κάνουν οι θεωρίες αυτές για την ύπαρξη μαγνητικών μονοπόλων. Ο Dirac το 1931 συνέδεσε αυτές τις έννοιες διατυπώνοντας την πρόταση ότι η ύπαρξη μαγνητικού μονόπολου που θα διαθέτει μαγνητικό φορτίο θα παρείχε έναν τρόπο για να καταλάβουμε την κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου.

1.2.1 Μοντέλο Georgi - Glashow

Η πρώτη απόπειρα ενοποίησης των λεπτονίων και των quarks έγινε από τους Pati και Salam [4]. Η ενοποίηση των φορτισμένων λεπτονιών μιας γενιάς γινόταν σε δυο μη-αναγωγίσιμες αναπαραστάσεις της ομάδας βαθμίδας $SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$. Όμως η πρώτη θεωρία μεγαλειώδους ενοποίησης, η οποία βασιζόταν σε μια απλή ομάδα βαθμίδας, την $SU(5)$, προτάθηκε από τους Georgi και Glashow [5]. Η $SU(5)$ είναι η πιο απλή ομάδα που ικανοποιεί τις προϋποθέσεις που τέθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο. Όλα τα φερμιόνια κάθε γενιάς περιλαμβάνονται σε δυο μόνο πρώτες (μη-αναγωγίσιμες) αναπαραστάσεις της $SU(5)$, τις $\overline{\mathbf{5}}$ και $\mathbf{10}$, ως εξής:

$$\overline{\mathbf{5}} = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e^- \\ \nu \end{pmatrix}_L \tag{1.3}$$

$$\mathbf{10} = \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u_1 & -d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u_2 & -d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u_3 & -d_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 & -e^c \\ d_1 & d_2 & d_3 & e^c & 0 \end{pmatrix}_L \tag{1.4}$$

Οι δείκτες 1, 2, 3 είναι δείκτες χρώματος.

Η ομάδα διαθέτει 24 ερμητιανούς, με μηδενικό ίχνος γεννήτορες, το σύνολο των οποίων περιλαμβάνεται στη συζυγή αναπαράσταση της $SU(5)$, την **24**. Η ανάλυση της **24** σε αναπαραστάσεις της ομάδας G_{SM} φαίνεται στο Παράρτημα Γ.1. Είναι φανερό ότι σ' αυτήν περιλαμβάνονται τα γκλουόνια, τα ασθενή μποζόνια βαθμίδας και το B μποζόνιο του Καθιερωμένου Προτύπου. Μαζί με αυτά όμως εμφανίζονται και 12 επιπλέον νέα μποζόνια βαθμίδας, τα οποία συνήθως συμβολίζονται ως X και Y. Τα νέα αυτά μποζόνια καθίστανται υπέρβαρα, όταν υπάρξει ρήξη της $SU(5)$ GUT , και είναι υπεύθυνα για αλληλεπιδράσεις όπου ο λεπτονικός ή/και ο βαρυονικός αριθμός δε διατηρούνται, όπως η νουκλεονική διάσπαση. Τα μποζόνια βαθμίδας της $SU(5)$ σε μορφή 5×5 πινάκων δίνονται συνοπτικά από:

$$
\begin{aligned}
A &= \sum_{\alpha=1}^{24} A^\alpha \, T^\alpha \\
&= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|cc}
 & & & \overline{X}_1 & \overline{Y}_1 \\
 & G^\alpha_\beta & & \overline{X}_2 & \overline{Y}_2 \\
 & & & \overline{X}_3 & \overline{Y}_3 \\
\hline
X^1 & X^2 & X^3 & \frac{W^3}{\sqrt{2}} & W^+ \\
Y^1 & Y^2 & Y^3 & W^- & -\frac{W^3}{\sqrt{2}}
\end{array}\right) + \frac{B}{2\sqrt{15}} \left(\begin{array}{ccc|cc}
-2 & & & & \\
 & -2 & & & \\
 & & -2 & & \\
\hline
 & & & 3 & \\
 & & & & 3
\end{array}\right)
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

όπου T^α είναι οι γεννήτορες της $SU(5)$ στη θεμελιώδη αναπαράσταση, για τους οποίους χρησιμοποιείται η κανονικοποίηση:

$$\mathrm{Tr}(T^\alpha \, T^b) \, = \, 2 \, \delta^{\alpha b}.$$

Στον παραπάνω πίνακα παρουσιάζονται τα φυσικά πεδία των μποζονίων βαθμίδας. Από αυτά τα G^α_β είναι τα πεδία των γκλουονίων, τα $W^\pm$, W^3 είναι τα ασθενή μποζόνια βαθμίδας και το B είναι ο γεννήτορας της $U(1)_Y$. Παρατηρούμε ότι, αν ονομάσουμε τον τελευταίο πίνακα της (1.5), με τον οποίο είναι πολλαπλασιασμένο το B, T^{24}, τότε είναι $T^{24} \, = \, \sqrt{\frac{3}{5}} \, Y$ και έτσι η κβάντωση του ηλεκτρικού φορτίου αποδεικνύεται ότι προκύπτει αβίαστα. Αυτό συμβαίνει γιατί ο τελεστής του ηλεκτρικού φορτίου Q είναι ένας γραμμικός συνδυασμός διαγώνιων γεννητόρων μιας απλής ομάδας:

$$Q \, = \, T_3 \, + \, \frac{Y}{2}$$

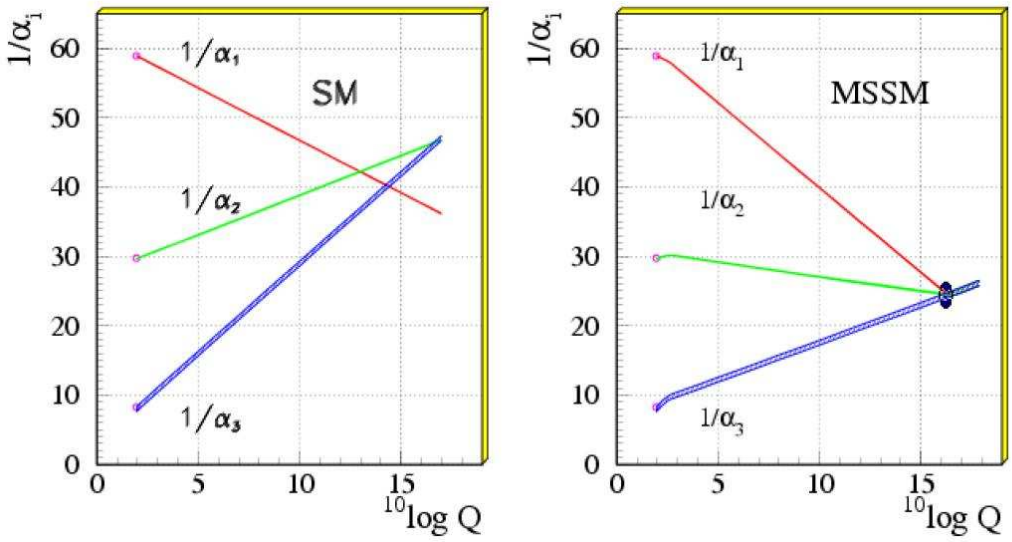
και δρώντας στις αναπαραστάσεις που περιέχουν τα φερμιόνια της θεωρίας, δίνει τις σωστές σχέσεις μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων των σωματιδίων.

Η πιο απλή λύση, προκειμένου να παραβιαστεί η $SU(5)$ GUT και να προκύψει η συμμετρία του Καθιερωμένου Προτύπου G_{SM}, είναι μέσω της εισαγωγής ενός πεδίου

Higgs $\Phi = \mathbf{24}_H$, στο οποίο αποδίδεται, μέσω κατάλληλων όρων του δυναμικού της θεωρίας, μια υπέρβαρη μέση αναμενόμενη τιμή κενού (vacuum expectation value, VEV) στη διεύθυνση της $(1,\,1)_0$ της G_{SM} αλλά και της $SU(5) : \langle\Phi\rangle = \upsilon\,\mathrm{diag}(2,\,2,\,2,\,-3,\,-3)$. Με αυτόν τον τρόπο, τα μποζόνια X και Y γίνονται υπέρβαρα, ενώ τα μποζόνια του Καθιερωμένου Προτύπου παραμένουν άμαζα. Στη συνέχεια, η αυθόρμητη ρήξη της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας υλοποιείται με μια διπλέτα πεδίων Higgs, όπως και στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Η διπλέτα είναι εγκατεστημένη μέσα σε μια πενταδιάστατη αναπαράσταση της $SU(5)$ την $H = \mathbf{5}_H$ και συγκατοικεί μαζί με μια έγχρωμη τριπλέτα πεδίων Higgs. Όμως, η διπλέτα των Higgs θα πρέπει να πάρει VEV τάξης μεγέθους της ηλεκτρασθενούς κλίμακας, ενώ τα Higgs στην τριπλέτα θα πρέπει να αποκτήσουν πολύ μεγάλη μάζα, της τάξης της M_{GUT}. Η τελευταία απαίτηση προκύπτει και γιατί καμία έγχρωμη τριπλέτα Higgs δεν προβλέπεται από το Καθιερωμένο Πρότυπο, αλλά και γιατί αυτά τα πεδία μπορούν να μεσολαβήσουν σε αλληλεπιδράσεις που καταλήγουν στη διάσπαση του πρωτονίου. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται συνήθως με εκτεταμένες ¨λεπτές ρυθμίσεις¨ στους όρους του βαθμωτού δυναμικού των Higgs και είναι γνωστό ως πρόβλημα διαχωρισμού διπλέτας - τριπλέτας (doublet - triplet splitting problem).

Η δομή της θεωρίας των Georgi και Glashow δεν προβλέπει μάζα για τα νετρίνα και αυτό είναι ένα μειονέκτημά της. Όμως, μπορούμε να την προσαρμόσουμε ώστε τα νετρίνα να αποκτούν την παρατηρούμενη πειραματικά μάζα τους προσθέτοντας δεξιόστροφα νετρίνα, σε μονήρεις αναπαραστάσεις (singlets) της $SU(5)$, όπως ακριβώς και στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Επιπλέον, η ελάχιστη, μη-υπερσυμμετρική $SU(5)$ GUT θεωρία, που περιγράψαμε παραπάνω, έχει αποκλειστεί από τη σκοπιά της διάσπασης του πρωτονίου, γιατί παρέχει μεγάλους ρυθμούς νουκλεονικής διάσπασης [6] Επίσης, παρότι δίνει μια απλή σχέση, στην κλίμακα M_{GUT}, μεταξύ των φορτισμένων λεπτονίων και των quarks με φορτίο $-\frac{1}{3}$, της ίδιας οικογένειας, όταν η σχέση αυτή εξελιχθεί με τη βοήθεια των RGEs στην ηλεκτρασθενή κλίμακα δίνει λάθος αποτελέσματα μεταξύ των μαζών, σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα, για τις δυο πρώτες οικογένειες. Το πρόβλημα αυτό λύνεται είτε κάνοντας την $SU(5)$ GUT πιο πολύπλοκη ως προς το σωματιδιακό της περιεχόμενο, προσθέτοντας επιπλέον πεδία Higgs [7], είτε προσθέτοντας όρους υψηλότερης διάστασης [8]. Τέλος, η πρωταρχική απαίτηση (1.2) κάθε GUT θεωρίας δεν ικανοποιείται. Θέτοντας $g_3 \equiv g_{strong}$, $g_2 \equiv g$, όπου g η ασθενής σταθερά σύζευξης και $g_1 \equiv \sqrt{\frac{5}{3}}g'$, όπου g' είναι η σταθερά σύζευξης του υπερφορτίου στο Καθιερωμένο Πρότυπο, προκύπτει ότι οι τρεις σταθερές σύζευξης δεν ταυτίζονται σε καμία κλίμακα (σχήμα 1.1 αριστερά).

Επιπλέον, η τιμή της $\sin^2\theta_W$ καθορίζεται πλήρως στην κλίμακα M_{GUT}, όμως η εξέλιξη των RGEs από την M_{GUT} σε χαμηλές ενέργειες ($\sim M_W$) έχει ως επακόλουθο η τιμή της $\sin^2\theta_W$ να παρουσιάζει μεγάλη ανακολουθία σε σχέση με τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας [6].



Σχήμα 1.1: Η ενοποίηση των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας στις μη-υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες (Καθιερωμένο Πρότυπο), στα αριστερά και στις υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες, στα δεξιά, με βάση τα δεδομένα του πειράματος LEP (1991 [9]), όπου $\alpha_i = \frac{g_i^2}{4\pi}$, με $g_3 \equiv g_{strong}$, $g_2 \equiv g$ και $g_1 \equiv \sqrt{\frac{5}{3}}g'$ και όπου Q είναι η ενεργειακή κλίμακα. Στην εξέλιξη των σταθερών σύζευξης στην περίπτωση των υπερσυμμετρικών θεωριών έχουν συμπεριληφθεί μόνο οι υπερσυμμετρικοί εταίροι των σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου με μάζες της τάξης του 1 TeV. Η μαύρη έλλειψη στο δεξί σχήμα υποδεικνύει τις διορθώσεις κατωφλίου υψηλών ενεργειών, οι οποίες προσμετρώνται στην εξέλιξη των σταθερών σύζευξης βαθμίδας στα σύγχρονα μοντέλα των GUT θεωριών

1.3 Υπερσυμμετρικές θεωρίες

Η πιο δημοφιλής οδός λύσης στο πρόβλημα της ιεραρχίας των ενεργειακών κλιμάκων, που αναφέραμε προηγουμένως, στην ενότητα 1.1, είναι η υπόθεση ύπαρξης μιας νέας συμμετρίας, η οποία συσχετίζει τα μποζόνια και τα φερμιόνια. Συγκεκριμένα, αν υποθέσει κανείς ότι για κάθε φερμιόνιο υπάρχει και ένα μιγαδικό βαθμωτό πεδίο με την ίδια μάζα αλλά με τιμή σπιν που διαφέρει κατά $1/2$, τότε αυτό το νέο πεδίο θα συνεισφέρει και αυτό στις κβαντικές διορθώσεις της μάζας του Higgs με πρόσθετους όρους στη σχέση

(1.1). Η διόρθωση που θα προκαλέσει συνολικά θα είναι της μορφής:

$$\Delta m^2_{H(s)} = \frac{\lambda_S}{8\pi^2}\left[-\Lambda^2 + 2m_S^2 \log\left(\frac{\Lambda}{m_S}\right)\right] - \frac{\lambda_S^2}{8\pi^2} v^2 \left[-1 + 2\log\left(\frac{\Lambda}{m_S}\right)\right] + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right), \quad (1.6)$$

αν έχει μάζα m_S και η τριγραμμική και τετραγραμμική σύζευξη του με το πεδίο Higgs είναι $v\lambda_S$ και λ_S αντίστοιχα, όπου v η μέση αναμενόμενη τιμή του κενού για το πεδίο Higgs . Στην παραπάνω σχέση έχουμε πάρει υπόψη μας ότι χρειάζονται δυο μιγαδικά μποζόνια για να αντιστοιχηθούν σε ένα Dirac φερμιόνιο. Κάνοντας την υπόθεση ότι οι σταθερές σύζευξης φερμιονίων και μποζονίων με το πεδίο Higgs σχετίζονται και μάλιστα ότι $\lambda_f^2 = 2m_f^2/v^2 = -\lambda_S$ και αθροίζοντας μαζί τις (1.1) και (1.6), οι επικίνδυνες τετραγωνικές αποκλίσεις στο τετράγωνο της μάζας του Higgs που είναι ανάλογες του Λ^2 εξαφανίζονται. Επιπλέον, αν όντως το φερμιόνιο και τα δυο βαθμωτά πεδία έχουν την ίδια μάζα, τότε συνολικά οι κβαντικές διορθώσεις στο τετράγωνο της μάζας του Higgs μηδενίζονται. Όμως, από τη στιγμή που δεν έχουν παρατηρηθεί τέτοιου είδους νέα μποζόνια, αυτό σημαίνει ότι η νέα αυτή συμμετρία έχει παραβιαστεί σε μια ενεργειακή κλίμακα μεγαλύτερη από την ηλεκτρασθενή κλίμακα και γι' αυτό τα μποζόνια έχουν διαφορετική, μεγαλύτερη μάζα από τα φερμιόνια του Καθιερωμένου Προτύπου. Προκειμένου η μάζα του πεδίου Higgs να είναι στο επίπεδο της ηλεκτρασθενούς κλίμακας, $m_H \sim 100$ GeV, θα πρέπει τα νέα σωματίδια να έχουν μάζα κοντά στην κλίμακα του 1 TeV.

Η συμμετρία που τακτοποιεί το πρόβλημα της ιεραρχίας είναι η υπερσυμμετρία (supersymetry, SUSY) [10–14]. Η υπερσυμμετρία είναι μια χωροχρονική συμμετρία, η οποία μετασχηματίζει τα φερμιόνια με σπιν $1/2$ σε μποζόνια με σπιν 0 ή 1 και το αντίθετο, με ίδια μάζα και ίδιες τις υπόλοιπες κβαντικές τους ιδιότητες, εκτός του σπιν. Αυτό σημαίνει ότι οι γεννήτορες Q των υπερσυμμετρικών μετασχηματισμών πρέπει να έχουν οι ίδιοι σπιν ίσο με $1/2$, επομένως πρέπει να είναι σπίνορες.

Το 1967 οι Coleman και Mandula απέδειξαν ότι όλες οι πιθανές συμμετρίες του πίνακα S, δηλαδή οι χωροχρονικές μεταφορές και οι περιστροφές των μετασχηματισμών Lorentz, οι οποίες αποτελούν την Poincaré ομάδα συμμετρίας, μαζί με τις καθολικές εσωτερικές συμμετρίες, οι οποίες παράγουν άλγεβρες Lie, όπως οι συμμετρίες βαθμίδας, και τις διακριτές συμμετρίες C, P, T, μπορούν να περιγραφούν μόνο ως ένα ευθύ γινόμενο της άλγεβρας Poincaré και μιας εσωτερικής συμμετρίας, όπως μια συμμετρία βαθμίδας [15]. Αυτό σημαίνει ότι οι γεννήτορες των συμμετριών που συμμετέχουν στον πίνακα S ικανοποιούν μόνο μεταθετικές σχέσεις μεταξύ τους. Επομένως είναι άρτιοι στο πλήθος και έχουν τα χαρακτηριστικά μποζονικών γεννητόρων, δηλαδή δε μεταβάλλουν

το σπιν των καταστάσεων στις οποίες δρουν. Το θεώρημα αυτό μπορεί να παρακαμφθεί και έτσι να επεκταθεί η άλγεβρα Poincaré, αν υποθέσουμε ότι οι γεννήτορες μπορούν να ικανοποιούν και αντιμεταθετικές σχέσεις μεταξύ τους, δηλαδή οι νέοι γεννήτορες να είναι φερμιονικοί και πιο συγκεκριμένα να αλλάζουν το σπιν κατά $1/2$. Επομένως, οδηγούμαστε στην υπερσυμμετρία ως προέκταση της άλγεβρας Poincaré. Οι Haag, Lopuszański και Sohnius απέδειξαν ότι η υπερσυμμετρία είναι η μόνη πιθανή επέκταση της άλγεβρας Poincaré [16].

Εκτός από το παραπάνω πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό και από την ικανότητα εξάλειψης των τετραγωνικών αποκλίσεων στις κβαντικές διορθώσεις των βαθμωτών πεδίων, η υπερσυμμετρία έχει να επιδείξει και άλλα πλεονεκτήματα: για το υπερδυναμικό της (το ανάλογο του δυναμικού των μη υπερσυμμετρικών θεωριών) ισχύει το λεγόμενο θεώρημα μη-επανακανονικοποίησης, παρέχει έναν πολύ ισχυρό υποψήφιο για την ταυτότητα της σκοτεινής ύλης στο σύμπαν και η βαθμοποίηση της θεωρίας οδηγεί στην υπερσυμμετρική βαρύτητα, την υπερβαρύτητα (supergravity, SUGRA).

Στα πλαίσια της υπερσυμμετρίας, κάθε σπινοριακός γεννήτορας Q έχει τον ερμιτιανό συζυγή του $Q^\dagger$, ο οποίος είναι επίσης γεννήτορας της υπερσυμμετρικής άλγεβρας. Μπορούν να υπάρχουν πάνω από ένα ζεύγη τέτοιων γεννητόρων. Στα παρακάτω θα περιοριστούμε σε ένα ζεύγος των Q και $Q^\dagger$, δηλαδή στην $N = 1$ SUSY. Τώρα ο τετραδιάστατος χωροχρόνος Minkowski εμπλουτίζεται με δυο δισδιάστατες αντιμεταθετικές συντεταγμένες (σπινοριακές) $\theta, \overline{\theta}$, οπότε διαμορφώνεται ο υπερχώρος (spacetime) της θεωρίας. Επιπλέον, τα πεδία ανάγονται στα λεγόμενα υπερπεδία (superfields) που είναι οι αναπαραστάσεις της υπερσυμμετρικής άλγεβρας. Στα υπερπεδία περιλαμβάνονται τόσο φερμιονικά όσο και μποζονικά πεδία, τα οποία αποκαλούνται μεταξύ τους υπερσυμμετρικοί εταίροι (superpartners) και έχουν διαφορά σπιν ίση με $1/2$. Επιπλέον, οι μποζονικοί και οι φερμιονικοί βαθμοί ελευθερίας μέσα στα υπερπεδία είναι ίσοι. Το χειραλικό ή βαθμωτό υπερπεδίο περιλαμβάνει ένα μιγαδικό βαθμωτό πεδίο και ένα αριστερόστροφο ή δεξιόστροφο Weyl φερμιόνιο, τα οποία έχουν την ίδια μάζα, καθώς και ένα βοηθητικό μιγαδικό βαθμωτό πεδίο F. Το διανυσματικό υπερπεδίο περιέχει, στη βαθμίδα Wess - Zumino, ένα διανυσματικό μποζόνιο (σπιν = 1), ένα Weyl φερμιόνιο, τα οποία πρέπει να είναι και τα δυο άμαζα, και ένα βοηθητικό πραγματικό πεδίο D. Τα βοηθητικά πεδία δεν έχουν φυσική σημασία και απαλείφονται στη Λαγκρανζιανή της θεωρίας.

Από τη στιγμή που κανένας υπερσυμμετρικός εταίρος των γνωστών σωματιδίων του

Καθιερωμένου Προτύπου δεν έχει παρατηρηθεί πειραματικά μέχρι σήμερα, η υπερσυμμετρία, αν είναι υπαρκτή, πρέπει να είναι παραβιασμένη στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Η παραβίαση της υπερσυμμετρίας πρέπει να πραγματοποιείται με τέτοιον τρόπο ώστε να διατηρούνται τα καλά χαρακτηριστικά της, όπως το να μη δημιουργεί τις τετραγωνικές αποκλίσεις στη μάζα του Higgs κτλ. Η παραβίαση μπορεί να γίνει αυθόρμητα, οπότε ένα από τα πεδία της θεωρίας θα αποκτήσει μη-μηδενική μέση αναμενόμενη τιμή κενού. Στην υπερσυμμετρία, το πεδίο αυτό μπορεί να είναι το βοηθητικό πεδίο του χειραλικού υπερπεδίου (παραβίαση τύπου F) ή το βοηθητικό πεδίο του διανυσματικού υπερπεδίου (παραβίαση τύπου D). Εντούτοις, οι προσεγγίσεις αυτές πάσχουν φαινομενολογικά και δεν υιοθετούνται. Η υπερσυμμετρία μπορεί να παραβιαστεί και ρητά, προσθέτοντας κατάλληλους όρους στη Λαγκρανζιανή της θεωρίας. Θεωρώντας ότι η παραβίαση της υπερσυμμετρίας έχει γίνει σε ένα κρυφό τομέα της θεωρίας και με κάποιο τρόπο έχει μεταφερθεί στον φανερό τομέα των πεδίων της θεωρίας, παραμετροποιούμε την άγνοια μας για τον κρυφό τομέα προσθέτοντας όρους που παραβιάζουν ήπια την υπερσυμμετρία. Ένας τέτοιος μηχανισμός προκύπτει αβίαστα στην υπερβαρύτητα που είναι η τοπική εκδοχή της υπερσυμμετρίας. Η έννοια της ήπιας παραβίασης έχει να κάνει με την αποτροπή της αποσταθεροποίησης της ιεραρχίας μεταξύ της ηλεκτρασθενούς κλίμακας και της κλίμακας Planck ή GUT.

Η ελάχιστη υπερσυμμετρική προέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου (Minimal Supersymmetric Standard Model, MSSM) [17] κατασκευάζεται αντικαθιστώντας κάθε πεδίο ύλης του Καθιερωμένου Προτύπου με ένα χειραλικό υπερπεδίο και κάθε διανυσματικό του πεδίο με ένα διανυσματικό υπερπεδίο. Έτσι, το υπάρχον σωματιδιακό περιεχόμενο του Καθιερωμένου Προτύπου τουλάχιστον διπλασιάζεται στην υπερσυμμετρική του εκδοχή, αφού πλέον απαιτούνται δυο διπλέτες πεδίων Higgs, άρα και δυο υπερπεδία Higgs . Αυτό έχει ως τελικό αποτέλεσμα την εμφάνιση συνολικά πέντε πεδίων Higgs. Περισσότερες λεπτομέρειες για το σωματιδιακό περιεχόμενο και το υπερδυναμικό W του MSSM παρουσιάζουμε στο παράρτημα Α΄.

Στο MSSM επιβάλλουμε μια νέα διακριτή συμμετρία στη θεωρία μας. Η συμμετρία αυτή ονομάζεται ομοτιμία R (R-parity) ή ομοτιμία της ύλης (matter parity) και ορίζεται ως:

$$R = (-1)^{3B+L+2s}\,, \tag{1.7}$$

όπου s είναι το σπιν των σωματιδίων και B και L ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός αντίστοιχα. Βλέπουμε ότι όλα τα γνωστά σωματίδια του Καθιε-ρωμένου Προτύπου έχουν

$R = +1$ (αφού, πχ. το ηλεκτρόνιο έχει $B = 0$, $L = 1$, $s = 1/2$, ενώ για το φωτόνιο ισχύει $B = L = 0, s = 1$). Αυτό σημαίνει ότι όλοι οι υπερσυμμετρικοί τους συνεταίροι θα έχουν $R = -1$, αφού η διαφορά τους από τα αντίστοιχα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου είναι μόνο μισή μονάδα στο σπιν. Επομένως, κάθε κορυφή σε μια αλληλεπίδραση στο MSSM θα πρέπει να περιλαμβάνει έναν ζυγό αριθμό από υπερσυμμετρικά σωματίδια, δηλαδή τα υπερσυμμετρικά σωματίδια περιμένουμε ότι θα παράγονται ανά ζεύγη. Η πιο σημαντική συνέπεια της ομοτιμίας R είναι ότι προβλέπει τη σταθερότητα του ελαφρύτερου υπερσυμμετρικού σωματιδίου ή αλλιώς του LSP, επειδή δεν του επιτρέπει τη διάσπαση στα γνωστά σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου. Αν επιπλέον δεχτούμε ότι το LSP είναι ηλεκτρικά ουδέτερο, τότε η αλληλεπίδρασή του με την ύλη θα είναι πολύ ασθενής. Επομένως, είναι ένας πολύ καλός υποψήφιος για τη μη-βαρυονική σκοτεινή ύλη, έτσι όπως περιγράφεται στην Κοσμολογία. Άλλο αποτέλεσμα της εισαγωγής της ομοτιμίας R ως συμμετρίας του MSSM είναι η αποφυγή εμφάνισης όρων στο υπερδυναμικό που παραβιάζουν τον λεπτονικό L ή τον βαρυονικό B αριθμό, οι οποίοι θα μπορούσαν οδηγήσουν σε πολύ γρήγορη διάσπαση του πρωτονίου.

Το MSSM είναι η υπερσυμμετρική εκδοχή του Καθιερωμένου Προτύπου με το ελάχιστο δυνατό σωματιδιακό περιεχόμενο, αλλά, παρόλα αυτά, συνοδεύεται από 124 ελεύθερες παραμέτρους [18, 19], κάτι που θέτει υπό αμφισβήτηση την ικανότητα της θεωρίας να κάνει προβλέψεις ή υποθέσεις. Η τάση επομένως είναι να μειωθούν οι ελεύθερες παράμετροι σε κάποιο υποσύνολο αυτών του MSSM. Το πιο διαδεδομένο μοντέλο σε αυτήν την κατεύθυνση είναι το καθολικά περιορισμένο υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο, (Constrained MSSM ,CMSSM) ή αλλιώς η ελάχιστη υπερβαρύτητα (minimal supergravity, mSUGRA) [20]. Υιοθετούνται καθολικές συνοριακές συνθήκες για τις ¨ ήπιες¨ υπερσυμμετρικές παραμέτρους στην M_{GUT}, οι οποίες πηγάζουν από την υπερβαρύτητα, ενεργός θεωρία της οποίας θεωρείται το CMSSM. Έτσι, υποθέτουμε την ενοποίηση για όλες τις ¨ ήπιες¨ βαθμωτές μάζες, όπως επίσης και για αυτές των gauginos, τα οποία είναι οι υπερσυμμετρικοί εταίροι των μποζονίων βαθμίδας αλλά και μια καθολική τριγραμμική σύζευξη μεταξύ των πεδίων squarks και Higgs , πάντα στην M_{GUT}:

$$m_i(M_{GUT}) = m_0 \quad M_i(M_{GUT}) = M_{1/2} \quad A_i(M_{GUT}) = A_0. \tag{1.8}$$

Συνολικά οι ανεξάρτητες παράμετροι του CMSSM είναι:

$$m_0, \quad M_{1/2}, \quad A_0, \quad \tan\beta, \quad \mathrm{sign}(\mu) \tag{1.9}$$

Η τέταρτη παράμετρος ορίζεται ως $\tan\beta = \upsilon_2/\upsilon_1$, όπου $\upsilon_{1,2} = \langle H_{1,2}\rangle$ είναι οι μέσες

αναμενόμενες τιμές στο κενό που αποκτούν τα δυο πεδία Higgs. Τέλος, η παράμετρος μ είναι η μαζική παράμετρος των υπερσυμμετρικών εταίρων των πεδίων Higgs , τα οποία ονομάζονται Higgsinos.

1.3.1 Υπερσυμμετρική μεγαλειώδης ενοποίηση

Η υπερσυμμετρία και η θεωρία της μεγαλειώδους ενοποίησης, από μόνη της η καθεμιά, φαίνονται να είναι πολύ καλές υποψήφιες για τον χαρακτηρισμό: φυσική πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο. Ο συνδυασμός αυτών των δυο θεωριών, στις λεγόμενες υπερσυμμετρικές θεωρίες μεγαλειώδους ενοποίησης (SUSY GUTs), ενισχύει αυτόν τον συλλογισμό. Άλλωστε, μια από τις πλέον σημαντικές προβλέψεις των θεωριών GUT είναι η ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας σε μια μεγάλη κλίμακα ενέργειας M_{GUT}. Όπως έχει γίνει σαφές από τα πρώιμα αποτελέσματα του πειράματος LEP, αυτή η πρόβλεψη δε μπορεί να επιβεβαιωθεί στα πλαίσια του μη-υπερσυμμετρικού Καθιερωμένου Προτύπου. Αν όμως υιοθετηθεί το MSSM η ενοποίηση των συζεύξεων βαθμίδας είναι εφικτή και σε επίπεδο ενός βρόχου [9, 21] (σχήμα 1.1 δεξιά) αλλά και σε επίπεδο δυο βρόχων [22, 23].

Το απλούστερο υπερσυμμετρικό μοντέλο GUT είναι αυτό που προκύπτει αν εισάγουμε υπερσυμμετρικούς εταίρους στα πεδία του μοντέλου Georgi - Glashow. Όπως και στο MSSM, πρέπει να έχουμε δυο υπερπολλαπλότητες Higgs, $H = \mathbf{5}_H$, $\bar{H} = \overline{\mathbf{5}}_H$. Το υπερδυναμικό του ελάχιστου υπερσυμμετρικού μοντέλου της $SU(5)$ GUT δίνεται από την:

$$\begin{aligned} W \;=\; & \frac{1}{2}M_1\mathrm{Tr}(\Phi^2) \,+\, \frac{1}{3}\lambda_1\mathrm{Tr}(\Phi^2) \,+\, M_2\bar{H}H \,+\, \lambda_2\bar{H}\Phi H \\ + \; & \sqrt{2}\,Y^{i,j}_{(d)}\,\tilde{\chi}_i\tilde{\psi}_j\bar{H} \,+\, \frac{1}{4}\,Y^{i,j}_{(u)}\,\tilde{\chi}_i\tilde{\psi}_j H \end{aligned} \tag{1.10}$$

όπου χ, ψ είναι χειραλικά πεδία στις αναπαραστάσεις $\overline{\mathbf{5}}$ και $\mathbf{10}$ αντίστοιχα της $SU(5)$, το περιεχόμενο των οποίων φαίνεται στις (1.3) και (1.4). Επίσης, $i = 1, 2, 3$ είναι δείκτες που μετράνε γενιές φερμιονίων. Το πεδίο Higgs Φ έχει εισαχθεί στην υποενότητα 1.2.1. Το παραπάνω υπερδυναμικό περιέχει τους συνηθισμένους όρους που περιέχονται και στο υπερδυναμικό του MSSM, αλλά και όρους που παραβιάζουν την ομάδα $SU(5)$. Η μετάβαση στην ομάδα $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ γίνεται αυθόρμητα και ακριβώς όπως περιγράψαμε και στη μη-υπερσυμμετρική περίπτωση. Ομοίως, είναι απαραίτητο να εφαρμοστεί ¨λεπτή ρύθμιση¨ στις παραμέτρους του υπερδυναμικού, ώστε οι διπλέτες των

H, $\bar{H}$ να μην αποκτούν μάζα κατά την παραβίαση της $SU(5)$. Η απλή εκδοχή της SUSY $SU(5)$ που περιγράφουμε εδώ έχει αποκλειστεί κυρίως λόγω των αποτελεσμάτων που δίνει ως προς την διάσπαση του πρωτονίου [24, 25].

Στο επόμενο κεφάλαιο θα ασχοληθούμε διεξοδικά με το φαινομενολογικά πιο ελπιδοφόρο υπερσυμμετρικό $SO(10)$ GUT μοντέλο.

Κεφάλαιο 2

Η Υπερσυμμετρική $SO(10)$ Θεωρία Μεγαλειώδους Ενοποίησης

Το μοντέλο που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυσή μας είναι ένα υπερσυμμετρικό GUT μοντέλο βασισμένο στην ομάδα συμμετρίας $SO(10)$ [26, 27]. Τα βασικά πλεονεκτήματα των υπερσυμμετρικών $SO(10)$ GUT μοντέλων παίζουν σημαντικό ρόλο για την εδραίωση των θεωριών GUT ως τη νέα φυσική πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο. Το μεγαλύτερο κέρδος από την εφαρμογή της $SO(10)$ είναι η πλήρης ενοποίηση, στην οποία, όχι μόνο προβλέπεται η ύπαρξη μόνο μιας σύζευξης βαθμίδας στην M_{GUT}, αλλά και ότι όλα τα λεπτόνια και τα quarks μιας γενιάς συμπεριλαμβάνονται πλέον σε μια 16-διαστάσεων μη-αναγωγίσιμη σπινοριακή αναπαράσταση. Επιπλέον, τα όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου που προβλέπουν αυτά τα μοντέλα συνεχίζουν να βρίσκονται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα πειραματικά. Τα μοντέλα αυτά προβλέπουν τη σωστή μάζα για τα νετρίνα. Παράλληλα, εξηγούν τη μικρή της τιμή, αφού διαθέτουν, από την κατασκευή τους, το μηχανισμό see-saw [28], λόγω της ενσωμάτωσης του δεξιόστροφου νετρίνου στη σπινοριακή αναπαράσταση των φερμιονίων, όπως θα δούμε παρακάτω. Εκτός από τις μάζες των νετρίνων, δίνουν αξιόπιστες τιμές και για τις ταλαντώσεις των νετρίνων [29], σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα, αλλά και ενδιαφέρουσες σχέσεις για τις φερμιονικές μάζες. Με τον μηχανισμό see-saw που διαθέτουν τα μοντέλα της $SO(10)$ σχετίζεται και ο μηχανισμός βαρυογένεσης στην $SO(10)$ που βασίζεται στη θερμική λεπτογένεση. Ο μηχανισμός αυτός προτάθηκε αρχικά στην [30] και έχει να κάνει με τη δημιουργία μιας λεπτονικής ασυμμετρίας περίπου στα 10^{11} GeV, εκεί που αποκτά μάζα το δεξιόστροφο Majorana νετρίνο και στη συνέχεια διασπάται. Αυτή η λεπτονική ασυμμετρία, παρουσία διαδικασιών sphaleron, μετατρέπεται σε βαρυόνια. Στα μοντέλα SUSY $SO(10)$ GUT η ιδέα της ενοποίησης Yukawa έρχεται ως φυσικό επακόλουθο. Για να επιτευχθεί, όμως

απαιτείται να γίνουν μια σειρά από παραδοχές για τις τιμές των παραμέτρων της ¨ ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας. Επίσης, η ομοτιμία R προκύπτει να είναι συμμετρία βαθμίδας της θεωρίας, οδηγώντας σε πολλές θετικές συνέπειες, όπως η ευστάθεια για το LSP.

Το υπερσυμμετρικό $SO(10)$ GUT μοντέλο, που θα χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση μας, χαρακτηρίζεται ως ελάχιστο λόγω του μικρού αριθμού υπέρβαρων πεδίων που προβλέπει και για πρώτη φορά προτάθηκε στη [31] και η ενεργός θεωρία του στις χαμηλές ενέργειες είναι το περιορισμένο MSSM. Το μοντέλο αυτό παρέχει αξιόπιστα αποτελέσματα για τις φερμιονικές μάζες, συμπεριλαμβανομένων των νετρίνων, καθώς και για τις ταλαντώσεις των τελευταίων, μετά την εισαγωγή κατάλληλων όρων Yukawa στο υπερδυναμικό της θεωρίας στην κλίμακα M_{GUT} [32, 33].

2.1 Σωματιδιακό περιεχόμενο

Κάθε ελαχιστοποιημένο υπερσυμμετρικό πρότυπο της ενοποιημένης θεωρίας που βασίζεται στην συμμετρία $SO(10)$ [31, 34–39] περιλαμβάνει τον ελάχιστο δυνατό αριθμό σωματιδίων, ώστε το Καθιερωμένο Πρότυπο να προκύπτει αβίαστα από το πρότυπο αυτό ως ενεργός θεωρία στις χαμηλές ενέργειες και ως προς το σωματιδιακό του φάσμα αλλά και ως προς τις προβλέψεις του.

Βασικές αναπαραστάσεις στην ομάδα συμμετρίας $SO(10)$ είναι η $\mathbf{10}$, η οποία ονομάζεται διανυσματική (vector) ή θεμελιώδης (fundamental) αναπαράσταση, η $\mathbf{16}$, η οποία ονομάζεται σπινοριακή (spinorial) αναπαράσταση και η συζυγής (adjoint) $\mathbf{45}$ αναπαράσταση. Η ανάλυση τους σε αναπαραστάσεις της $SU(5) \times U(1)$, αλλά και σε αναπαραστάσεις της ομάδας του Καθιερωμένου Προτύπου φαίνονται στο Παράρτημα Γ΄.1. Μια σύντομη εισαγωγή στην άλγεβρα της ομάδας $SO(10)$ και στις αναπαραστάσεις της δίνεται στο παράρτημα Β΄.

Κοινό γνώρισμα των μοντέλων αυτών είναι ότι τα διανυσματικά μποζόνια βαθμίδας, δηλαδή οι γεννήτορες της $SO(10)$, βρίσκονται στη συζυγή της αναπαράσταση $\mathbf{45}_V$. Ανάμεσα στις διάφορες συνιστώσες των μποζονίων βαθμίδας μπορεί κανείς να διακρίνει και αυτές που απαρτίζουν τους γεννήτορες του Καθιερωμένου Προτύπου. Κάποιος γραμμικός συνδυασμός των $(1,1)_0$ συνιστωσών της $\mathbf{45}_V$ αντιπροσωπεύει τον γεννήτορα της $U(1)$ συμμετρίας του υπερφορτίου, η $(1,3)_0$ περιέχει τους τρεις γεννήτορες της $SU(2)_L$ και η $(8,1)_0$ τα οχτώ γκλουόνια της $SU(3)$ του χρώματος. Οι υπόλοιπες συνιστώσες, όπως θα

δούμε παρακάτω, αποσυζεύγνυνται στην κλίμακα ενοποίησης, αποκτώντας πολύ μεγάλη μάζα και γι' αυτό είναι μη παρατηρήσιμες στις χαμηλές ενέργειες.

Τα φερμιόνια του Καθιερωμένου Προτύπου περιέχονται σε δεκαεξάδες της συμμετρίας $SO(10)$. Μια $\mathbf{16}_L$, η οποία αποσυντίθεται στις παρακάτω αναπαραστάσεις της $SU(5)$:

$$\mathbf{16}_L = (\mathbf{1}_{-5} + \overline{\mathbf{5}}_3 + \mathbf{10}_{-1})_{SU(5)\times U(1)},$$

περιέχει όλα τα quarks - antiquarks και λεπτόνια μιας γενιάς, συμπεριλαμβανομένου και του δεξιόστροφου νετρίνου ή ισοδύναμα του αριστερόστροφου αντι-νετρίνου, στην:

$$\mathbf{1} = \nu_L^c. \tag{2.1}$$

Το σωματιδιακό περιεχόμενο των αναπαραστάσεων $\overline{\mathbf{5}}$, $\mathbf{10}$ της $SU(5)$ είναι αυτό των σχέσεων (1.3) και (1.4) αντίστοιχα, μόνο που στην υπερσυμμετρική εκδοχή που εξετάζουμε τα στοιχεία των πινάκων είναι σπίνορες Weyl δύο συνιστωσών. Στην $\overline{\mathbf{16}} = (\mathbf{1}_5 + \mathbf{5}_{-3} + \overline{\mathbf{10}}_1)_{SU(5)}$ περιέχονται τα μιγαδικά συζυγή των φερμιονίων. Επομένως, στην πεντάδα της $SU(5)$ βρίσκουμε:

$$\mathbf{5} = \begin{pmatrix} \overline{d}_i^c \\ \overline{e} \\ \overline{\nu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_i \\ e^c \\ \nu^c \end{pmatrix}_R$$

όπου $i = 1, 2, 3$ δείκτες χρώματος.

Όσον αφορά στα βαθμωτά μιγαδικά σωματίδια Higgs, υπάρχει μια σχετική ελευθερία επιλογής. Το πλήθος τους και το είδος των αναπαραστάσεων, όπου θα τοποθετηθούν, εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο θα παραβιαστεί η $SO(10)$. Ουσιαστικά στη βιβλιογραφία έχουν επικρατήσει δυο προσεγγίσεις. Στην πρώτη από αυτές χρησιμοποιούνται ζευγάρια σπινοριακών πολλαπλοτήτων Higgs στις αναπαραστάσεις $\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$, ώστε, μετά την αυθόρμητη ρήξη της $SO(10)$, να μειωθεί η τάξη της ομάδας [31, 32, 39, 40]. Στη δεύτερη προσέγγιση, επιλέγονται, για τον ίδιο λόγο, ζευγάρια στις αναπαραστάσεις $\mathbf{126}_H + \overline{\mathbf{126}}_H$ [41]. Και στις δυο περιπτώσεις, είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν και ένα ή περισσότερα πεδία Higgs στις διανυσματικές αναπαραστάσεις $\mathbf{45}_H$ ή $\mathbf{54}_H$, ώστε να ολοκληρωθεί η ρήξη της $SO(10)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Συν τοις άλλοις, προκειμένου να κατασκευάσουμε ένα βιώσιμο πρότυπο στην $SO(10)$, θα πρέπει, οπωσδήποτε, να διασφαλίζουμε οι Higgs πολλαπλότητες της $SO(10)$, τις οποίες θα επιλέξουμε, να εμπεριέχουν τις δυο διπλέτες Higgs του MSSM H_u, H_d, οι οποίες δίνουν μάζες στα τύπου up και down quarks, αντίστοιχα. Επομένως θα πρέπει σίγουρα να συμπεριλάβουμε

επιπλέον πεδία Higgs στη θεμελιώδη αναπαράσταση, η οποία περιέχει διπλέτες με τους κατάλληλους κβαντικούς αριθμούς. Μάλιστα, θα πρέπει να συμπεριλάβουμε δυο πεδία Higgs στη θεμελιώδη αναπαράσταση, για να καταλήξουμε με δυο διπλέτες Higgs, όπως προστάζει η υπερσυμμετρία. Μόνο στην περίπτωση της $SO(10)$, τα ηλεκτρασθενή πεδία Higgs ανήκουν σε διαφορετικές αναπαραστάσεις της ομάδας συμμετρίας από αυτές των φερμιονίων. Τέλος, στο φάσμα των πεδίων Higgs θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται και όλα τα επιπρόσθετα πεδία Higgs, τα οποία είναι απαραίτητα, ώστε να επιτυγχάνουμε το κατάλληλο σχήμα παραβίασης της συμμετρίας στην κλίμακα ενοποίησης.

Στο συγκεκριμένο πρότυπο [31], το οποίο θα εξετάσουμε, το περιεχόμενο του φάσματος των μποζονίων Higgs είναι το απλούστερο δυνατό και υπάγεται στην πρώτη προσέγγιση. Αποτελείται από μια πολλαπλότητα Higgs A στη συζυγή $\mathbf{45}_H$ αναπαράσταση, δυο ζεύγη που αποτελούνται από $\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$ πολλαπλότητες, τα οποία ονομάζουμε $C + \overline{C},\ C' + \overline{C'}$, καθώς και δυο πεδία Higgs T_1, T_2 στη διανυσματική $\mathbf{10}_H$ αναπαράσταση. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα πεδία Higgs που εμπλέκονται στο μοντέλο, μαζί με τα φερμιόνια και τα διανυσματικά μποζόνια βαθμίδας. Σε επόμενες παραγράφους θα εξηγηθεί πλήρως η σκοπιμότητα αυτής της επιλογής.

GAUGE BOSONS	FERMIONS	HIGGS BOSONS
$V = \mathbf{45}_V$	$\mathbf{16} \times N_g$	$A = \mathbf{45}_H$ $C + \overline{C},\ C' + \overline{C'} = \mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$ $T_1, T_2 = \mathbf{10}_H$

όπου N_g, ο αριθμός των γενεών των φερμιονίων ($N_g = 3$).

2.2 Ομοτιμία R

Η ομοτιμία R [42, 43] είναι μια διακριτή συμμετρία που σχετίζεται με την Z_2 υποομάδα της συνεχούς ομάδας των $U(1)_R$ μετασχηματισμών της συμμετρίας βαθμίδας R'. Οι μετασχηματισμοί αυτοί δεν δρουν στα σωματίδια του Καθιερωμένου προτύπου ($R' = 0$), ενώ για τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους δίνουν $R' = \pm 1$. Μια καθολική R' είναι ανεπιθύμητη, γιατί μπορεί να υποστεί μεγάλης κλίμακας παραβίαση εξαιτίας βαρυτικών επιδράσεων [44, 45]. Η συνεχής αυτή συμμετρία παραβιάζεται αναγκαστικά, όπως και η υπερσυμμετρία, προκειμένου να αποδοθεί μάζα στα gluinos και gravitinos . Υπόλειμμα αυτής της συνεχούς R' συμμετρίας μπορεί να θεωρηθεί η ομοτιμία R, την οποία έχουμε ορίσει στην στην ενότητα 1.3 με τη σχέση (1.7). Η συμμετρία $(-1)^{3B+L}$ είναι γνωστή ως

ομοτιμία μάζας, M (matter parity). Η ομοτιμία R γράφεται επίσης στη μορφή

$$R = (-1)^{2S}\,(-1)^{3(B-L)}. \tag{2.2}$$

Η γραφή αυτή δείχνει ότι η ομοτιμία R μπορεί να διατηρείται ακόμα και αν ο βαρυονικός και ο λεπτονικός αριθμός, ο καθένας ξεχωριστά, παραβιάζονται, αρκεί η διαφορά $(B-L)$ να διατηρείται ή να ισούται με 2. Επιπλέον, φαίνεται ότι η ομοτιμία R είναι λειτουργικά ισοδύναμη με την ομοτιμία μάζας, αφού ο παράγοντας φάσης που εξαρτάται από το σπιν, $(-1)^{2S}$, ισούται με τη μονάδα σε όρους της Λαγκρανζιανής με δυο φερμιονικά πεδία και μόνο βαθμωτά πεδία με $S = 0$ μπορούν να έχουν μη μηδενικές VEVs [46–48]. Η ομοτιμία R είναι έτσι ορισμένη, ώστε τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου να έχουν αντίθετη ομοτιμία από τα σωματίδια που είναι οι υπερσυμμετρικοί τους εταίροι, $R = +1$ για τα πρώτα και $R = -1$ για τα δεύτερα. Γι' αυτό η ομοτιμία R είναι ουσιαστικά η διακριτή Z_2 συμμετρία.

Σε θεωρίες με ομοτιμία R αποφεύγονται ανεπιθύμητες ανταλλαγές squarks και sleptonos μεταξύ των λεπτονίων και των quarks. Κατ' επέκταση, αποτρέπεται η διάσπαση του πρωτονίου μέσω τελεστών διάστασης D = 4, οι οποίοι υφίστανται λόγω τέτοιων ανταλλαγών και οι οποίοι χαρακτηρίζονται από ιδιαίτερα γρήγορους ρυθμούς διάσπασης. Υπενθυμίζουμε ότι η διατήρηση της ομοτιμίας R εξασφαλίζει την παραγωγή των υπερσυμμετρικών σωματιδίων από σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου μόνο κατά τα ζεύγη, καθώς και τη διάσπασή τους σε καταστάσεις που περιέχουν περιττό αριθμό υπερσυμμετρικών σωματιδίων. Άμεση συνέπεια αυτού είναι η σταθερότητα του ελαφρύτερου υπερσυμμετρικού σωματιδίου, γνωστού ως LSP. Αν το LSP προκύψει να είναι ουδέτερο (πχ. neutralino) θα είναι ο ιδανικός υποψήφιος για τη θέση του μη βαρυονικού σωματιδίου που αποτελεί τη σκοτεινή ύλη που υπάρχει στο σύμπαν. Να σημειωθεί τέλος ότι η παραβίαση της ομοτιμίας R σε μια θεωρία μπορεί να οδηγήσει σε πολύ μεγάλες μάζες για τα νετρίνα.

Όσον αφορά στο MSSM, στις χαμηλές ενέργειες είναι δυνατόν να κρατήσουμε τελεστές που παραβιάζουν την ομοτιμία R, αν δεν παραβιάζουν είτε το βαρυονικό, είτε το λεπτονικό αριθμό, αλλά όχι και τους δυο. Τέτοια σχήματα είναι εφικτά, αν σε χαμηλές ενέργειες είναι εφοδιασμένα με μια άλλη διακριτή συμμετρία, εκτός της ομοτιμίας R [50], όπως η βαρυονική ομοτιμία Z_3 [51] ή πρωτονική εξαδικότητα Z_6 [52]. Η τελευταία προκύπτει όταν η πρώτη συνδυάζεται με την ομοτιμία μάζας. Η βαρυονική ομοτιμία είναι πιο διαδεδομένη επιλογή και αντισταθμίζει την απουσία της ομοτιμίας R, αποτρέ-

ποντας τους τελεστές της νουκλεονικής διάσπασης διάστασης D = 4 και 5 και αφήνοντας ως κύρια πηγή για τη διάσπαση του πρωτονίου τους τελεστές με διάσταση D = 6 . Στα μειονεκτήματά της συγκαταλέγονται η αστάθεια του LSP και η έλλειψη υποψηφίου για τη σκοτεινή ύλη. Έτσι, συνηθίζεται η επιλογή της $Z_2 \times Z_3$, ώστε η θεωρία να επωφελείται από τα καλά στοιχεία και των δυο. Πάντως, τέτοιου είδους συμμετρίες δεν μπορούν να ενσωματωθούν σε μια υπερσυμμετρική GUT θεωρία. Έτσι, η ομοτιμία R θα πρέπει να υπάρχει στην ενεργό θεωρία χαμηλών ενεργειών κάθε υπερσυμμετρικής GUT θεωρίας.

Λόγω του ορισμού της, η ομοτιμία R διαχωρίζει τις πολλαπλότητες των πεδίων Higgs από αυτές των quarks και των λεπτονίων. Μιλάμε πάντα για τις πολλαπλότητες των πεδίων Higgs που περιέχουν τις ηλεκτρασθενείς διπλέτες. Σε GUT θεωρίες που έχουν ως ομάδα την $SU(5)$ αυτές οι δυο κατηγορίες πολλαπλοτήτων έχουν τους ίδιους κβαντικούς αριθμούς. Μόνο σε GUT θεωρίες με ομάδα την $SO(10)$ οι πολλαπλότητες των πεδίων Higgs ($\mathbf{10}_H$) διαχωρίζονται από αυτές των συνηθισμένων φερμιονικών οικογενειών ($\mathbf{16_L}$). Αυτό συμβαίνει γιατί κάτω από την ομοτιμία μάζας $M = (-1)^{3B+L}$, έχουμε τις μετατροπές: $\mathbf{16} \to -\mathbf{16}$, $\mathbf{10} \to \mathbf{10}$ και όλες οι αναπαραστάσεις που προκύπτουν από τη θεμελιώδη $\mathbf{10}$, όπως $\mathbf{45}$, $\mathbf{54}$, $\mathbf{126}$, είναι επίσης άρτιες ως προς τη M. Εξάλλου, το κέντρο της $SO(10)$ είναι μια ομάδα Z_4 [47], κάτω από την οποία: $\mathbf{16} \to i\mathbf{16}$, $\mathbf{10} \to -\mathbf{10}$, $\mathbf{210} \to \mathbf{210}$, $\mathbf{126} \to -\mathbf{126}$, $\overline{\mathbf{126}} \to -\overline{\mathbf{126}}$. Επομένως, η ομοτιμία μάζας είναι υποομάδα τόσο του κέντρου της $SO(10)$, όσο και της $B-L$, δηλαδή αυτόματη συνέπεια της άλγεβρας της ομάδας $SO(10)$.

Ένας από τους γεννήτορες της ομάδας $SO(10)$ ενεργεί όπως η συμμετρία $B-L$ στα πεδία και γι' αυτό οι GUT θεωρίες με $SO(10)$ συμμετρία βαθμίδας δεν επιτρέπουν την ύπαρξη τελεστών που παραβιάζουν την ομοτιμία R. Αυτά ισχύουν όσο η $B-L$ διατηρείται. Όμως, η διαδικασία της παραβίασης της συμμετρίας βαθμίδας στην $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ μπορεί να οδηγήσει σε θεωρία που να μη διατηρεί την ομοτιμία R . Αυτό μπορεί να συμβεί κατά την αυθόρμητη παραβίαση της συμμετρίας $B-L$. Λόγω της (2.2), η ομοτιμία R είναι δυνατόν να παραμείνει ως διακριτή συμμετρία της θεωρίας χαμηλών ενεργειών, όντας υπόλειμμα της $U(1)$ συμμετρίας $B-L$ [45]. Προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι οι αναπαραστάσεις των πεδίων Higgs , οι οποίες με τις μέσες αναμενόμενες τιμές του κενού που θα αποκτήσουν θα παραβιάσουν την $SO(10)$, να έχουν άρτιο φορτίο $3(B-L)$. Μια ιδιότητα των αναπαραστάσεων της $SO(10)$ είναι η τάξη συνάφειας (congruency class) [53], η οποία προσδιορίζεται [mod 4] . Αποδεικνύεται ότι η τάξη συνάφειας της $SO(10)$ μπορεί να ταυτιστεί με την $3(B-L)$ [mod 2] . Έτσι, ¨ασφαλείς¨ αναπαραστάσεις

ως προς την ομοτιμία R, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να παραβιαστεί η $SO(10)$, είναι αυτές με τάξη συνάφειας 0 ή 2 [54]. Αυτές είναι οι **10**, **45**, **54**, **120**, **126**, **210**, ... και οι συζυγείς αυτών. Ενώ οι **16**, **144**, **560**, ... και οι συζυγείς αυτών χαρακτηρίζονται ¨επισφαλείς¨, ως προς τη διατήρηση της ομοτιμίας R στη θεωρία χαμηλότερων ενεργειών.

Επομένως, η ομοτιμία R, η οποία είναι υποομάδα τόσο της $B - L$ όσο και του κέντρου Z_4 της $SO(10)$, δε διατηρείται στις χαμηλές ενέργειες, όταν η συμμετρία $B - L$ παραβιαστεί από VEV που θα πάρει πεδίο Higgs που ανήκει σε μια από τις ¨επισφαλείς¨ αναπαραστάσεις. Η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη ¨επισφαλής¨ αναπαράσταση, που χρησιμοποιείται στη ρήξη της $SO(10)$, είναι η **16**. Σε μια τέτοια περίπτωση πρέπει να απαιτήσουμε την ύπαρξη επιπλέον συμμετριών προκειμένου να αποφευχθεί η ύπαρξη επικίνδυνων όρων που παραβιάζουν την ομοτιμία R και επομένως μπορεί να προκαλέσουν γρήγορη διάσπαση του πρωτονίου. Η ύπαρξη αυτών των επιπρόσθετων (ad hoc) συμμετριών μπορεί να δικαιολογηθεί ως κατάλοιπο μεγαλύτερων θεωριών, όπως οι υπερχορδές και προκύπτουν ως αποτέλεσμα της συμπαγοποίησής των τελευταίων.

2.3 Διαχωρισμός $2/3$: Ο μηχανισμός των Dimopoulos - Wilczek

Μια εκδήλωση του προβλήματος της ιεραρχίας βαθμίδας (gauge hierarchy) στις μεγαλειώδεις ενοποιημένες θεωρίες είναι το πρόβλημα του διαχωρισμού δυάδας - τριάδας (doublet - triplet splitting ή 2/3 splitting). Όλα τα ελαχιστοποιημένα υπερσυμμετρικά πρότυπα, όπως για παράδειγμα το MSSM προβλέπουν την ύπαρξη δυο δυάδων βαθμωτών Higgs. Ο ρόλος τους είναι το αυθόρμητο σπάσιμο της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας. Τις ονομάζουμε H_u και H_d με την πρώτη να δίνει μάζα στα τύπου up φερμιόνια και τη δεύτερη στα τύπου down. Στα υπερσυμμετρικά μοντέλα των ενοποιημένων θεωριών οι δυάδες αυτές βρίσκονται ενσωματωμένες μέσα στις πολλαπλότητες των βαθμωτών Higgs του εκάστοτε μοντέλου. Στην περίπτωση της συμμετρίας $SU(5)$ η μεν H_u βρίσκεται στην πεντάδα $\mathbf{5}_H$ των Higgs και η δε H_d στην $\overline{\mathbf{5}}_H$, μαζί με τις αντίστοιχες τριπλέτες των έγχρωμων Higgs, οι οποίες ως γνωστόν δεν προβλέπονται από το MSSM .

Στην $SO(10)$, οι ηλεκτρασθενείς δυάδες βρίσκονται σε αυτές τις αναπαραστάσεις των Higgs που περιέχουν τις **5** και $\overline{\mathbf{5}}$ της $SU(5)$, δηλαδή στην $\mathbf{10}_H$ και στις $\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$. Πρέπει όμως να αναφέρουμε ότι, αρχικά, στα πρώτα πρότυπα ενοποίησης με συμμετρία $SO(10)$ που εμφανίστηκαν στη βιβλιογραφία (π.χ. [39] και [31]) και οι δυο

ηλεκτρασθενείς δυάδες περιέχονται σε μια διανυσματική αναπαράσταση του τομέα των βαθμωτών Higgs, στη $\mathbf{10}_H = T_1$, με:

$$H_u \subset \mathbf{5}(\mathbf{10}_H) \qquad H_d \subset \overline{\mathbf{5}}(\mathbf{10}_H)$$

Στις σύγχρονες εκδοχές αυτών των προτύπων (π.χ. [32]), η δυάδα H_d προκύπτει ως γραμμικός συνδυασμός των δυάδων που περιέχονται στις $\overline{\mathbf{5}}$ τόσο της T_1 όσο και της C', ενώ η H_u παραμένει ως έχει:

$$H_u \subset \mathbf{5}(\mathbf{10}_H) \qquad H_d \subset \overline{\mathbf{5}}(\mathbf{C}') \cos\theta + \overline{\mathbf{5}}(\mathbf{10}_H) \sin\theta \tag{2.3}$$

Υιοθετώντας αυτόν το γραμμικό συνδυασμό για τον προσδιορισμό της H_d, επιτυγχάνεται η ασυμμετρία up - down καθώς και η ενοποίηση των t - b - τ συζεύξεων Yukawa για $\tan\beta \ll 55$ [32] και κατά συνέπεια έχουμε πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα για τις μάζες των φερμιονίων [33].

Αυτό το ζευγάρι των δυάδων των βαθμωτών σωματιδίων Higgs, που προβλέπει το MSSM, πρέπει να παραμένει χωρίς μάζα μετά το σπάσιμο της $SO(10)$, το οποίο πραγματοποιείται στην κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}, ώστε να μπορεί με τη σειρά του να παραβιάσει τη συμμετρία $SU(2)_L \times U(1)_Y$ στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Όμως, τις δυάδες αυτές συμπληρώνουν στις πεντάδες, στις οποίες βρίσκονται, τριπλέτες έγχρωμων Higgs, οι οποίες, αν μείνουν χωρίς μάζα στην κλίμακα M_{GUT}, θα σπάσουν τη συμμετρία $SU(3)$ του χρώματος στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Γι' αυτό είναι απαραίτητο, μετά τη ρήξη της $SO(10)$, ολόκληρο το φάσμα των σωματιδίων Higgs να αποκτήσει πολύ μεγάλη μάζα $\sim M_{GUT}$, εκτός από το ζευγάρι δυάδων H_u και H_d που θα πρέπει να παραμείνει άμαζο. Ταυτόχρονα και οι έγχρωμοι εταίροι των δυάδων στις πεντάδες των Higgs δεν πρέπει να μείνουν χωρίς μάζα, αλλά πρέπει και αυτοί να αποκτήσουν μάζα $\sim M_{GUT}$. Αυτός είναι ο σκοπός τους διαχωρισμού $2/3$ και με αυτό τον τρόπο διατηρείται η εικόνα του MSSM .

Στην βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφοροι μηχανισμοί που πραγματοποιούν φυσιολογικά αυτόν τον διαχωρισμό, δίνοντας μια ικανοποιητική εξήγηση για το πρόβλημα της ιεραρχίας βαθμίδας. Επίσης, δεν κάνουν χρήση της λεπτής ρύθμισης (fine tuning) των παραμέτρων του υπερδυναμικού του κάθε προτύπου, λύση μη προτιμητέα. Αυτοί είναι: ο μηχανισμός της sliding singlet [56] και αυτός του χαμένου εταίρου (missing partner mechanism) [57], ο μηχανισμός των Dimopoulos - Wilczek (D - W mechanism) ή αλλιώς missing VEV mechanism [58] και ο μηχανισμός GIFT [59]. Τέλος, η πιο σύγχρονη πρόταση λύσης του προβλήματος του διαχωρισμού DT έρχεται από τη θεωρία

των επιπλέον διαστάσεων (extra dimensions). Συγκεκριμένα, σε μοντέλα υπερσυμμετρίας σε πέντε διαστάσεις (5D SUSY), που βασίζονται στην ομάδα $SU(5)$ [60–62] ή στην $SO(10)$ [63–66], το MSSM προκύπτει σε μια μεμβράνη (brane) τεσσάρων διαστάσεων, μέσω της συμπαγοποίησης (compactification) της πέμπτης διάστασης σε μια $S_1/(Z_2 \times Z_2')$ τροχιά (orbifold), επιφορτίζοντας με κατάλληλες τιμές της ομοτιμίας $Z_2 \times Z_2'$ τα πεδία της θεωρίας. Πριν την παραβίαση της υπερσυμμετρίας, οι μόνες άμαζες καταστάσεις αντιστοιχούν σε πεδία του MSSM και ο διαχωρισμός δυάδας - τριάδας πραγματοποιείται μέσω της $Z_2 \times Z_2'$ προβολής.

Επιστρέφοντας στις τέσσερις διαστάσεις, ο μηχανισμός missing partner λειτουργεί καλά σε μοντέλα βασισμένα στην συμμετρία $SU(5)$, αλλά μπορεί να εφαρμοστεί κατ' επέκταση και στην $SO(10)$ [67]. Επίσης, δουλεύει καλά στη $SU(5) \times U(1)$ [68]. Στην $SU(5)$ γίνεται χρήση ενός ζεύγους πεδίων Higgs $\psi + \bar{\psi}$ στις αναπαραστάσεις $\mathbf{50} + \overline{\mathbf{50}}$ και ενός ακόμα ϕ στην $\mathbf{75}$. Τα πεδία Higgs του ζεύγους έχουν την ιδιότητα να περιλαμβάνουν καταστάσεις που υπό την $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ έχουν κβαντικούς αριθμούς που αντιστοιχούν σε έγχρωμες τριπλέτες, ενώ απουσιάζουν εντελώς καταστάσεις ασθενών διπλετών, H_u και H_d. Επιτυγχάνοντας την κατάλληλη σύζευξη των πεδίων Higgs $h, \bar{h}$ στις $\mathbf{5}_h$ και $\overline{\mathbf{5}}_h$ αντίστοιχα με τα Higgs στις $\mathbf{50} + \overline{\mathbf{50}}$, οι ασθενείς διπλέτες H_u και H_d μένουν άμαζες μετά την παραβίαση της $SU(5)$ και όλες οι έγχρωμες τριπλέτες αποκτούν μάζες της τάξης της M_{GUT}. Για τη σύζευξη αυτή είναι απαραίτητο το βαθμωτό πεδίο ϕ στην $\mathbf{75}$, το οποίο πρέπει να έχει μη μηδενική VEV κατά την παραβίαση της $SU(5)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Προκειμένου να υλοποιηθούν τα παραπάνω πρέπει να ενσωματωθούν στο υπερδυναμικό του εκάστοτε μοντέλου όροι της μορφής:

$$W_{MP} = \phi\, h\, \bar{\psi} + \phi\, \bar{h}\, \psi + M_\psi\, \bar{\psi}\, \psi.$$

Σε αυτήν την προσέγγιση, καθοριστική σημασία παίζει η παράλειψη του όρου μάζας $M_h\, \bar{h}\, h$, η οποία δικαιολογείται συνήθως με την εισαγωγή επιπρόσθετων συμμετριών [69].

Όσον αφορά στην εφαρμογή του μηχανισμού του χαμένου εταίρου στην $SO(10)$, οι χαμηλότερες διαστατικά αναπαραστάσεις που παρουσιάζουν "χαμένη διπλέτα" είναι οι $\mathbf{126} + \overline{\mathbf{126}}$. Η σύζευξή τους γίνεται με ένα βαθμωτό υπερπεδίο στην $\mathbf{210}$.

Ο μηχανισμός sliding singlet αρχικά είχε εφαρμοστεί στην $SU(5)$ και στηριζόταν στην προσθήκη στο υπερδυναμικό όρων της μορφής:

$$W_{SS} = \bar{H}\,(A + \Sigma)\, H.$$

Το πεδίο A είναι ένα πεδίο Higgs στη συζυγή αναπαράσταση **24**, ενώ το Σ ανήκει σε μονήρη αναπαράσταση (singlet). Άλλοι όροι του υπερδυναμικού δίνουν στο συζυγές Higgs VEV της μορφής: $\langle A \rangle = \mathrm{diag}(2,\, 2,\, 2,\, -3,\, -3)v$, η οποία είναι απαραίτητη ώστε να παραβιαστεί η $SU(5)$ σε $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Από την άλλη, οι διπλέτες H_u και H_d, οι οποίες περιλαμβάνονται στα πεδία Higgs, στις **5** και $\bar{\mathbf{5}}$ αντίστοιχα, πρέπει να έχουν μη μηδενικές VEVs, αφού πρέπει να παραβιάσουν την $SU(2)_L \times U(1)_Y$ του Καθιερωμένου Προτύπου στην $U(1)_{EM}$. Έτσι, η ελαχιστοποίηση του δυναμικού ως προς τα H_u και H_d δίνει μηδενική μάζα για τις διπλέτες Higgs και επομένως $\langle \Sigma \rangle = 3v$, οπότε

$$\langle A \rangle + \langle \Sigma \rangle = \mathrm{diag}(5,\, 5,\, 5,\, 0,\, 0)\, v.$$

Επομένως, η μονήρης αναπαράσταση ολισθαίνει για να ακυρώσει την VEV στο $SU(2)$ τμήμα της διανυσματικής αναπαράστασης και να δώσει μεγάλη μάζα στις έγχρωμες τριπλέτες, εξ ου και η ονομασία του μηχανισμού. Δυστυχώς, ο μηχανισμός αυτός, παρόλο που είναι ο πιο ξεκάθαρος, δεν λειτουργεί τελικά ικανοποιητικά για την $SU(5)$, γιατί η ιεραρχία βαθμίδας καταστρέφεται, εξαιτίας κβαντικών διορθώσεων, μετά την παραβίαση της υπερσυμμετρίας [70]. Πάντως, αν προσαρμοστεί κατάλληλα, αποδεικνύεται ότι μπορεί να δουλέψει σωστά για την περίπτωση της $SU(6)$ [71] (και για πιο πρόσφατες προσπάθειες [72]).

Ο μηχανισμός GIFT εξηγεί τη μικρή μάζα των πεδίων Higgs στις διπλέτες, σε σχέση με αυτά των τριπλετών, υποστηρίζοντας ότι τα πρώτα είναι pseudo-Goldstone μποζονικά πεδία (PGBs) μιας αυθόρμητα παραβιασμένης συμπτωματικής και συνολικής συμμετρίας του τομέα των Higgs της θεωρίας. Αρχικά έγιναν απόπειρες να εφαρμοστεί στην $SU(5)$ [59], αλλά οι προσπάθειες αυτές απέτυχαν, αφού απαιτούσαν διορθώσεις λεπτής υφής. Πάντως, στην περίπτωση θεωριών με ομάδα συμμετρίας την $SU(6)$ μπορεί να εφαρμοστεί με επιτυχία [73]. Τα Goldstone και τα pseudo-Goldstone μποζόνια δημιουργούνται από την πρόβλεψη του μοντέλου να τοποθετήσει χειραλικά υπερπεδία, τα οποία ευθύνονται για την παραβίαση της συμμετρίας βαθμίδας, σε δυο διαφορετικούς τομείς, οι οποίοι, λόγω μιας διακριτής συμμετρίας, δεν αναμιγνύονται. Συνήθως ο ένας τομέας περιέχει ένα πεδίο Higgs στην **35** της $SU(6)$ και ο άλλος δυο στις **6** και $\bar{\mathbf{6}}$. Η παραβίαση της $SU(6)$ στην $SU(4) \times SU(2) \times U(1) \times SU(5)$ αφήνει χωρίς μάζα, μεταξύ άλλων, τέσσερα πεδία Higgs σε διπλέτες (Goldstone και pseudo-Goldstone). Δυο από αυτά (Goldstone) απορροφώνται προκειμένου τα διανυσματικά μποζόνια να αποκτήσουν τη μεγάλη τους μάζα, καθώς η $SU(6)$ καταλήγει στην $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Έτσι,

μένουν ακριβώς δυο άμαζα Higgs σε διπλέτες (pseudo-Goldstone), τα οποία μπορούν να αναγνωριστούν ως τα πεδία Higgs του MSSM.

Ένα από τα μειονεκτήματα της εφαρμογής αυτού του μηχανισμού για το διαχωρισμό DT είναι η επιπλέον συμμετρία που πρέπει να προστεθεί στη συμμετρία βαθμίδας. Αυτή μπορεί να είναι μια διακριτή συμμετρία Z_2. Επίσης φαίνεται ότι και η ανώμαλη $\mathcal{U}(1)_A$, η οποία έχει προέλευση από τη θεωρία των χορδών, μπορεί να είναι αποδοτική για αυτόν το σκοπό [74], λύνοντας παράλληλα και άλλα ζητήματα. Άλλο μειονέκτημα είναι ο πολύπλοκος τρόπος με τον οποίο τα quarks και τα λεπτόνια αποκτούν τις μάζες τους και τις αναμίξεις τους.

Στα πρότυπα με συμμετρία $SO(10)$ φαίνεται ότι η πιο ενδεδειγμένη λύση είναι ο μηχανισμός Dimopoulos - Wilczek . Επίσης λειτουργεί ικανοποιητικά και στην $SU(6)$ [75]. Για την υλοποίηση του μηχανισμού D - W χρειαζόμαστε ένα βαθμωτό σωματίδιο Higgs A στη συζυγή αναπαράσταση και δυο T_1, T_2 στη διανυσματική αναπαράσταση της $SO(10)$:

$$A \,=\, \mathbf{45}_H \qquad T_1,\, T_2 \,=\, \mathbf{10}_H.$$

Αυτές οι δεκάδες που χρησιμοποιούνται στον μηχανισμό D - W περιέχουν σωματίδια Higgs σε δυάδες του ισοσπίν, τα οποία είναι υποψήφια να γίνουν οι ελαφριές δυάδες Higgs του MSSM. Θεωρούμε ότι και οι δυο αυτές δυάδες προέρχονται αποκλειστικά από διανυσματικές αναπαραστάσεις Higgs.

Ο βασικός όρος που πρέπει να προστεθεί στο υπερδυναμικό είναι ο:

$$W_{2/3} \,=\, T_1^{\alpha}\, A^{\alpha\beta}\, T_2^{\beta}, \tag{2.4}$$

με την απαίτηση το A να παίρνει μέση αναμενόμενη τιμή κενού αντισυμμετρική, στη διεύθυνση $B - L$:

$$\langle A \rangle \,=\, diag(\alpha,\, \alpha,\, \alpha,\, 0,\, 0) \,\otimes\, i\tau_2, \tag{2.5}$$

με $\alpha \sim M_{GUT}$ και

$$\tau_2 \,=\, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Αυτή η μορφή της μέσης αναμενόμενης τιμής κενού του A είναι χαρακτηριστικό του μηχανισμού D - W και έχει ως συνέπεια οι έγχρωμες τριπλέτες των T_1, T_2 να αποκτούν μάζα Dirac της τάξης της κλίμακας ενοποίησης, ενώ τα ζεύγη των δυάδων να μένουν χωρίς μάζα μετά τη ρήξη της $SO(10)$. Έχουμε δηλαδή διαχωρισμό δυάδας - τριάδας. Θα ήταν ισοδύναμο αν λέγαμε ότι αυτή η μορφή της VEV του A είναι ανάλογη του γεννήτορα

της $B - L$. Μια τέτοια μορφή VEV δεν είναι δυνατόν να έχουμε στην $SU(5)$, γιατί για τη συζυγή της αναπαράσταση ισχύει $tr(A) = 0$.

Αν στο υπερδυναμικό προσθέσουμε και έναν όρο της μορφής $M_2\,(T_2)^2$, τότε ένα από τα ζεύγη των δυάδων των T (αυτό που ανήκει στην T_2) γίνεται υπέρβαρο, αφού $M_2 \sim M_{GUT}$. Κατ' αυτόν τον τρόπο απομένουν μόνο δυο δυάδες άμαζες. Επομένως, σε χαμηλές ενέργειες ανακτούμε το αναμενόμενο φάσμα σωματιδίων Higgs του MSSM .

Σε παλαιότερα μοντέλα για τη ρήξη της $SO(10)$ χρησιμοποιούνταν επίσης σωματίδια Higgs στην αναπαράσταση **54** (συμμετρικός τανυστής δεύτερης τάξης) ή/και περισσότερα του ενός βαθμωτά μποζόνια στη συζυγή αναπαράσταση [34,35,37,38]. Δεν θα εξετάσουμε εδώ τέτοιες περιπτώσεις. Είναι γνωστό ότι συμβατικές ενοποιημένες θεωρίες, όπως η $SO(10)$, με βαθμωτά πεδία στη συζυγή αναπαράσταση, μπορούν να προκύψουν από το φορμαλισμό των ελεύθερων φερμιονικών υπερχορδών [76]. Όμως, είναι δύσκολο να κατασκευαστούν μοντέλα ενοποιημένων θεωριών από υπερχορδές, όταν αυτά προβλέπουν την ύπαρξη πολλών πεδίων στη συζυγή αναπαράσταση [77]. Μάλιστα, οι συγγραφείς των [78], οι οποίοι μελέτησαν τέτοιου είδους μοντέλα, περιόρισαν τον αριθμό των πεδίων στη συζυγή αναπαράσταση σε το πολύ δυο και των πεδίων στην **54** σε το πολύ ένα. Επιπλέον, δεν έχει επετεύχθει η κατασκευή μοντέλων όπου οι επιτρεπόμενες αναπαραστάσεις να προκύπτουν από άμαζες χειραλικές πολλαπλότητες, κάτω από την κλίμακα του Planck, σε δεύτερο επίπεδο από τη θεωρία χορδών, με παραπάνω από ένα πεδία στη συζυγή αναπαράσταση ή/και ένα πεδίο στην **54**. Στο ίδιο μήκος κύματος στην [79] υποστηρίζεται ότι για κάθε μοντέλο χορδών GUTs σε δεύτερο επίπεδο, η $SO(10)$ μπορεί να περιέχει ή ένα Higgs στην **45** ή ένα στην **54**.

Μια άλλη εκδοχή του μηχανισμού της χαμένης VEV για την $SO(10)$ προβλέπει VEV για το πεδίο Higgs της συζυγούς αναπαράστασης που να είναι ανάλογη του γεννήτορα I_{3R} της $SU(2)_R$ υποομάδας της $SO(10)$ [80]:

$$\langle A \rangle = diag(0,\, 0,\, 0,\, \alpha,\, \alpha) \otimes i\tau_2. \tag{2.6}$$

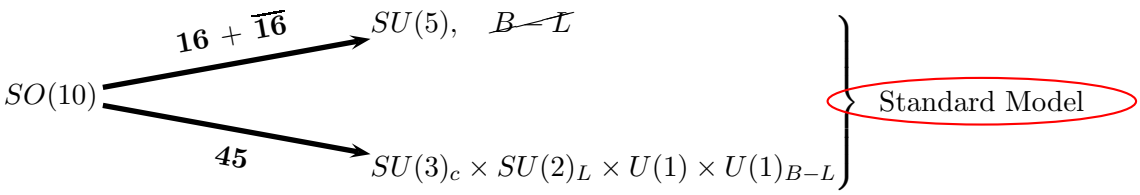
Τότε, ο μηχανισμός D - W δεν μπορεί να υλοποιηθεί μέσω της (2.4), γιατί θα έχει ακριβώς τα αντίθετα αποτελέσματα: θα προσδώσει μεγάλη μάζα στις ασθενείς διπλέτες, ενώ θα αφήσει χωρίς μάζα τις τριπλέτες. Όμως, μια τέτοια VEV του A μπορεί να αφήσει χωρίς μάζα, μετά την παραβίαση της $SO(10)$, τις ασθενείς διπλέτες Higgs του Καθιερωμένου Προτύπου που περιέχονται στις σπινοριακές αναπαραστάσεις της $SO(10)$ ή εν μέρει και σε κάποιο πεδίο σε αναπαράσταση **10**, κάνοντας τις αντίστοιχες έγχρωμες τριπλέτες

υπέρβαρες. Αυτή η εκδοχή είναι σημαντικά πιο περίπλοκη και περιλαμβάνει μεγάλο αριθμό πεδίων Higgs .

2.4 Παραβίαση της $SO(10)$ - Υπέρβαρα σωματίδια Higgs

Έχουμε χωρίσει το φάσμα των βαθμωτών μποζονίων Higggs σε τρεις κατηγορίες: σπινοριακός, συζυγής και διανυσματικός τομέας. Στον πρώτο ανήκουν πεδία στην αναπαράσταση **16** της $SO(10)$, στον δεύτερο στην **45** και στον τελευταίο στην **10**. Υπάρχει επιπλέον μια ακόμα κατηγορία αναπαραστάσεων μποζονίων Higgs οι λεγόμενες singlets **1**. Τα σωματίδια Higgs, που ανήκουν σε τέτοιες αναπαραστάσεις, αποκτούν μέσες αναμενόμενες τιμές κενού που δεν μπορούν να προσδιοριστούν στην κλασσική προσέγγιση δένδρου και σέβονται τη συμμετρία $SO(10)$.

Υιοθετούμε ένα πρότυπο για την αυθόρμητη ρήξη της $SO(10)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο, χωρίς ενδιάμεσες κλίμακες παραβίασης. Η παραβίαση πραγματοποιείται με τη συνδρομή υπέρβαρων σωματιδίων Higgs σε σπινοριακές και συζυγείς αναπαραστάσεις, όπως στο σχήμα 2.1. Παρακάτω αναλύουμε τον ρόλο καθεμιάς από αυτές τις δυο κατηγορίες, στη διαδικασία της παραβίασης .



Σχήμα 2.1: Το σχέδιο διάσπασης της $SO(10)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο.

2.4.1 Σπινοριακός τομέας

Τα βαθμωτά σωματίδια Higgs σε σπινοριακές αναπαραστάσεις εμφανίζονται πάντα σε ζεύγη λόγω του ότι η θεωρία μας είναι μια υπερσυμμετρική, ενοποιημένη θεωρία. Στο μοντέλο που έχουμε υιοθετήσει χρησιμοποιούνται δυο τέτοια ζεύγη. Παρακάτω περιγράφουμε τον ρόλο του καθενός.

$\alpha)$ $C + \overline{C} = \mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$

Το ζεύγος αυτό σπάει την $SO(10)$ στην $SU(5)$, παίρνοντας μέση αναμενόμενη τιμή κενού

της τάξης της M_{GUT} στις διευθύνσεις εκείνες που σέβονται την $SU(5)$:

$$\mathbf{1}_{\mp 5} \subset \mathbf{16} + \overline{\mathbf{16}}$$

Παραβιάζει, επομένως, μόνο τη συμμετρία $B - L$ η οποία είναι μια συμμετρία $U(1)$ και, κατά συνέπεια, μειώνει την τάξη (rank) της θεωρίας από 5 σε 4:

$$SO(10) \xrightarrow[M_{GUT}]{\langle 1_{\mp 5} \rangle} SU(5)$$

Τα ίδια πεδία Higgs, που πραγματοποιούν αυτήν την παραβίαση, δίνουν και την πολύ μεγάλη μάζα στα δεξιόστροφα νετρίνα, όπως ακριβώς προϋποθέτει ο μηχανισμός see-saw που εξηγεί την πολύ μικρή μάζα των αριστερόστροφων νετρίνων.

Εναλλακτικά, αντί αυτού του ζεύγους, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε σωματίδια Higgs στις αναπαραστάσεις $\mathbf{126} + \overline{\mathbf{126}}$ (αντισυμμετρικοί τανυστές πέντε δεικτών), όπως στις αναφορές [41, 55, 81–83]. Αυτές οι αναπαραστάσεις Higgs μειώνουν επίσης την τάξη της ομάδας κατά μια μονάδα, αποκτώντας VEV στη διεύθυνση της συμμετρίας $B - L$. Επιπλέον, τα πεδία Higgs που βρίσκονται στην αναπαράσταση $\overline{\mathbf{126}}$, μπορούν να δώσουν μεγάλη μάζα τύπου Majorana, που χρειάζεται να έχουν τα δεξιόστροφα νετρίνα, ώστε, από τον μηχανισμό see-saw , να προκύψουν τα πολύ ελαφριά αριστερόστροφα νετρίνα. Τον ίδιο ακριβώς ρόλο μπορούν να επιτελέσουν και τα μποζόνια Higgs στην $\overline{\mathbf{16}}_H$.

Ένα στοιχείο που συνηγορεί υπέρ της επιλογής του ζεύγους $\mathbf{126} + \overline{\mathbf{126}}$ είναι η ιδιότητα της $\overline{\mathbf{126}}$ να σέβεται τη Z_2 συμμετρία του κέντρου της $SO(10)$, η οποία λειτουργεί ως αυτόματη ομοτιμία της ύλης (matter parity) ή ομοτιμία R . Εάν επιλεχθεί η $\overline{\mathbf{16}}_H$, η ομοτιμία αυτή δεν είναι αυτόματη [84]. Αν προτιμηθεί αυτή η τελευταία κατηγορία μοντέλων, τότε πρέπει να τους εισάγουμε επιπλέον διακριτή (ή συνεχή) συμμετρία προκειμένου να διατηρηθεί η ομοτιμία R στην M_{GUT}. Στην περίπτωση του μοντέλου που έχουμε υιοθετήσει αυτή η συμμετρία είναι η $U(1) \times Z_2 \times Z_2$. Η παρουσία αυτής της πρόσθετης συμμετρίας μπορεί να δικαιολογηθεί ως προερχόμενη από μια πιο θεμελιώδη συμμετρία, όπως είναι αυτή των υπερχορδών [55]. Τέλος, αν επιλέξουμε Higgs στις αναπαραστάσεις $\mathbf{126} + \overline{\mathbf{126}}$ για την παραβίαση της $B - L$, το υπερδυναμικό της θεωρίας θα περιέχει μόνο επανακανονικοποιήσημους όρους, κάτι που, όπως θα δούμε, δε μπορεί να συμβεί στην περίπτωση που επιλέξουμε τα Higgs στις αναπαραστάσεις $\mathbf{16} + \overline{\mathbf{16}}$.

Από την άλλη μεριά, το μεγάλο μειονέκτημα της εισαγωγής τόσο μεγάλων αναπαραστάσεων, όπως η $\mathbf{126}$ είναι η δυσχρηστία τους. Επίσης, αν τις συμπεριλάβουμε στη

θεωρία, προκαλούν τη μη διαταρακτικότητα της ενοποιημένης σταθεράς βαθμίδας πάνω από την κλίμακα GUT μέχρι την κλίμακα Planck [85], αφού συνεισφέρουν πολύ μεγάλους συντελεστές στις βήτα συναρτήσεις στους κατά την εξέλιξη των εξισώσεων RG. Αυτό έχει ως συνέπεια η ενοποιημένη σταθερά βαθμίδας να απειρίζεται πολύ λίγο μετά την M_{GUT}. Έτσι, γεννιούνται ερωτηματικά για την ύπαρξη κάποιας νέας φυσικής προτού καν φτάσουμε στην κλίμακα των υπερχορδών ή στην κλίμακα Planck . Η όλη κατάσταση μπορεί να δικαιολογηθεί αν ισχυριστούμε ότι η κλίμακα ενοποίησης και αυτή των υπερχορδών βρίσκονται σχετικά κοντά, όπως υποστηρίζεται σε κάποιες M-θεωρίες. Βέβαια, σε αυτήν την περίπτωση η επιτυχία της GUT φαινομενολογίας μπορεί πιο εύκολα να αμφισβητηθεί, καθώς δεν μπορούμε να αγνοήσουμε μη διαταρακτικούς τελεστές που προέρχονται από μια νέα, άγνωστη φυσική λίγο πάνω από την M_{GUT}. Είναι ευκταίο, επομένως, η ενοποιημένη σταθερά βαθμίδας να παραμένει διαταρακτική για δυο τουλάχιστον τάξεις μεγέθους μετά την κλίμακα ενοποίησης.

Επιπλέον, οι μεγάλες αναπαραστάσεις είναι δύσκολο να δημιουργηθούν σε μια GUT θεωρία υπερχορδών. Αποδεικνύεται ότι η $SO(10)$ δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί σε μια θεωρία ετεροτικής χορδής, ελεύθερων πεδίων (free-field heterotic string) σε συσχετιζόμενα επίπεδα με $k > 4$ [77, 86]. Όμως, το μικρότερο συσχετιζόμενο πεδίο, στο οποίο η **126** εν δυνάμει εμφανίζεται στο άμαζο φάσμα της θεωρίας χορδών, είναι το $k_{SO(10)} = 5$. Έτσι, είναι αδύνατο να υλοποιηθεί η **126** της $SO(10)$ σε θεωρίες GUT χορδών.

$\beta)$ $C' + \overline{C'} = \mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$

Το δεύτερο ζευγάρι των σωματιδίων Higgs σε σπινοριακές αναπαραστάσεις διατηρεί την $SO(10)$. Ο ρόλος του είναι να συζεύγνει τον σπινοριακό ($C + \overline{C}$) και το συζυγή (A) τομέα του φάσματος των σωματιδίων Higgs . Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή κατάλληλων όρων στο υπερδυναμικό του προτύπου, τους οποίους θα μελετήσουμε αναλυτικά παρακάτω.

Αν αυτή η σύζευξη παραλειφθεί [31, 39], εμφανίζονται έγχρωμα ψευδοβαθμωτά μποζόνια Goldstone, τα οποία εξαιτίας της μικρής τους μάζας, σε σχέση με την κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}, καταστρέφουν την ενοποίηση των σταθερών σύζευξης και την εικόνα του φάσματος του υπερσυμμετρικού Καθιερωμένου Προτύπου. Σύμφωνα με το θεώρημα Goldstone η αυθόρμητη ρήξη μια συνεχούς συμμετρίας παράγει άμαζα βαθμωτά πεδία, τα λεγόμενα μποζόνια Nambu - Goldstone. Συγκεκριμένα για κάθε γεννήτορα που παραβιάζεται έχουμε τη δημιουργία ενός τέτοιου μποζονίου. Στις θεωρίες βαθμίδας τα

μποζόνια Goldstone ¨απορροφώνται¨ από πεδία βαθμίδας που ανήκουν σε ίδια αναπαράσταση. Συνεπώς, τα τελευταία αποκτούν μάζα. Τα pseudo-Goldstone μποζόνια είναι συνέπεια του ότι κάποιοι γεννήτορες της $SO(10)$ παραβιάζονται ταυτόχρονα τόσο από τα Higgs στη συζυγή, όσο και από αυτά στις σπινοριακές αναπαραστάσεις. Οι συνιστώσες των βαθμωτών πεδίων που περισσεύουν μετά τη ρήξη της συμμετρίας και τη δημιουργία διανυσματικών μποζονίων βαθμίδας μεγάλης μάζας ($\sim M_{GUT}$) γίνονται άμαζα pseudo-Goldstone μποζόνια. Όμως με την εισαγωγή κατάλληλων όρων στο υπερδυναμικό αυτά τα μποζόνια αποκτούν μάζα της τάξης της κλίμακας ενοποίησης. Είναι σημαντικό η σύνδεση των δυο τομέων, σπινοριακού και συζυγούς, των σωματιδίων Higgs να γίνεται έτσι ώστε να διασφαλίζεται η σταθερότητα του μηχανισμού Dimopoulos - Wilczek. Αν στην κλίμακα GUT απαιτήσουμε $\langle C' \rangle = \langle \overline{C}' \rangle = 0$, τότε ο μηχανισμός D - W δεν αποσταθεροποιείται και η μορφή της $\langle A \rangle$, σχέση (2.5), διατηρείται ως έχει.

Όσον αφορά στην ηλεκτρασθενή κλίμακα, η C' μπορεί να πάρει μη μηδενική μέση αναμενόμενη τιμή κενού, $\langle \overline{\mathbf{5}}\,(C') \rangle \neq 0$ και να συνεισφέρει στη διπλέτα ασθενούς ισοσπίν των βαθμωτών σωματιδίων Higgs , H_d, που δίνει μάζα στα τύπου down quarks και να επηρεάσει τις μάζες των φερμιονίων που προβλέπει το πρότυπο.

2.4.2 Συζυγής τομέας

Έχουμε ήδη αναφέρει ότι τα Higgs που περιέχονται στην $A = \mathbf{45}_H$ της $SO(10)$ είναι απαραίτητα για τον μηχανισμό D - W . Η μέση αναμενόμενη τιμή κενού της A δίνεται από την (2.5) και έχει ως αποτέλεσμα το αυθόρμητο σπάσιμο της $SO(10)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Η ρήξη γίνεται μέσω της μονήρους αναπαράστασης της $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ που περιέχεται στην $\mathbf{24}_0$ (μια από τις συνιστώσες της $SU(5)$ στις οποίες ανάγεται η $SO(10)$). Δίνοντας μη μηδενική VEV στην $(1,1)_{0\,(\mathbf{24}_0)}$, διατηρούμε τη συμμετρία $U(1)_{B-L}$ και ταυτόχρονα παραβιάζουμε την $SU(5)$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η τάξη της ομάδας να διατηρείται ίση με 5, αλλά η συμμετρία να είναι πλέον $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U(1)_{B-L}$. Επομένως, ακολουθείται η παρακάτω πορεία ρήξης της $SO(10)$:

$$SO(10) \xrightarrow[M_{GUT}]{\langle (1,1)_{0\,(\mathbf{24})} \rangle} G_{SM} \times U(1)_{B-L}$$

Έτσι, ο σπινοριακός και ο συζυγής τομέας παραβιάζουν την συμμετρία $SO(10)$ με διαφορετικό τρόπο, αλλά ταυτόχρονα, ώστε τελικά η συμμετρία που θα παραμείνει απαραβίαστη σε χαμηλές ενέργειες να είναι η συμμετρία G_{SM} του Καθιερωμένου Προτύπου, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1.

2.4.3 Διανυσματικός τομέας

Τα σωματίδια Higgs $T_1, T_2 = \mathbf{10}_H$ που απαρτίζουν αυτόν τον τομέα δεν παίζουν κάποιο ρόλο στην αυθόρμητη ρήξη της $SO(10)$. Παρ'όλα αυτά είναι πολύ σημαντικά για την ολοκλήρωση του μηχανισμού D - W . Επιπλέον, οι δυο δυάδες που προορίζονται να γίνουν οι ηλεκτρασθενείς δυάδες Higgs του MSSM , σε χαμηλότερες ενέργειες, περιέχονται στην T_1. Εκτός από αυτές, όλες οι άλλες συνιστώσες αυτού του τομέα αποκτούν μάζα της τάξης της κλίμακας ενοποίησης ως συνέπεια του διαχωρισμού doublet - triplet.

2.5 Υπερδυναμικό

Το υπερδυναμικό των υπερβαρέων βαθμωτών σωματιδίων Higgs πρέπει να έχει τη μορφή [31] και [32]:

$$W = W_A + W_C + W_{ACC'} + W_{2/3} + W_{TC} \tag{2.7}$$

Η ακριβής μορφή που θα έχουν οι όροι W_A, W_C δεν ενδιαφέρει, αρκεί οι όροι αυτοί να επιτελούν το ρόλο τους, δηλαδή ο W_A να παράγει την $\langle A \rangle$ στη μορφή που προτείνει ο μηχανισμός D - W και ο W_C να δίνει μέσες αναμενόμενες τιμές κενού για τα πεδία C και $\overline{C}$ στη διεύθυνση όπου η $SU(5)$ διατηρείται. Οι μέσες αναμενόμενες τιμές κενού που αναφέρονται στη συνέχεια, τεκμηριώνονται σε επόμενη ενότητα.

Θεωρούμε ότι

$$W_A = \frac{1}{4\,M}\,\mathrm{tr}A^4 + \frac{1}{2}\,P_A\,(\mathrm{tr}A^2 + M_A^2) + f(P_A), \tag{2.8}$$

όπου το πεδίο P_A βρίσκεται στη μονήρη αναπαράσταση της $SO(10)$ και $f(P_A)$ είναι ένα αυθαίρετο πολυώνυμο. Οι παράμετροι M, M_A έχουν διαστάσεις μάζας και είναι της τάξης της M_{GUT}. Θα μπορούσαμε να υιοθετήσουμε και την πιο απλή εκδοχή: $W_A = \frac{1}{4\,M}\,\mathrm{tr}A^4 + \frac{1}{2}\,M_A\,\mathrm{tr}A^2$, η οποία όμως δεν είναι τόσο καλά αιτιολογημένη από πλευράς θεωρίας χορδών, αφού, στα πλαίσια της, αναλυτικοί όροι μάζας πεδίων στη συζυγή αναπαράσταση φαίνεται να είναι δύσκολο να εξαχθούν [77].

Για τον όρο που δίνει μέση αναμενόμενη τιμή κενού διάφορη του μηδενός στα $\mathbf{C}$, $\overline{\mathbf{C}}$ θεωρούμε:

$$W_C = X\,(C\,\overline{C} - P_C^2), \tag{2.9}$$

με $\langle C \rangle = \langle \overline{C} \rangle = c \sim M_{GUT}$. Τα πεδία X και P_C είναι της ίδιας φύσης με το P_A στην (2.8), με $\langle P_C \rangle \sim M_{GUT}$ και $\langle X \rangle = 0$. Ο όρος αυτός στην [87] έχει αντικατασταθεί από

τον $W_C = X\,(C\,\overline{C})^2/M_C^2 + F(X)$, ο οποίος προλαμβάνει κάποιες αποσταθεροποιήσεις της μορφής του υπερδυναμικού από όρους μεγαλύτερης διάστασης.

Ο όρος $W_{ACC'}$ συζεύγνει το σπινοριακό και το συζυγές τμήμα του φάσματος των σωματιδίων Higgs στην $SO(10)$, εξαλείφοντας έτσι τα ελαφριά ψευδοβαθμωτά Goldstone μποζόνια που αναπόφευκτα εμφανίζονται, όπως έχουμε ήδη αναφέρει. Πρέπει να έχει τη μορφή:

$$W_{ACC'} = \overline{C'}\left[\left(\frac{P}{M_P}\right)A + Z\right]C + \overline{C}\left[\left(\frac{\overline{P}}{M_P}\right)A + \overline{Z}\right]C'. \tag{2.10}$$

Τα P, $\overline{P}$ Z, $\overline{Z}$ είναι βοηθητικά σωματίδια Higgs σε μονήρεις αναπαραστάσεις της $SO(10)$, τα οποία παίρνουν μέσες αναμενόμενες τιμές κενού της τάξης της κλίμακας ενοποίησης και η παράμετρος M_P έχει διαστάσεις μάζας και είναι επίσης της τάξης της M_{GUT}. Τα πεδία που βρίσκονται σε μονήρεις αναπαραστάσεις της $SO(10)$ μπορούν κάλλιστα να αντικατασταθούν από παραμέτρους με διαστάσεις μάζας. Επειδή προκύπτει ότι $\langle C'\rangle = \langle\overline{C'}\rangle = 0$, ο μηχανισμός D - W δεν αποσταθεροποιείται. Σε αντίθετη περίπτωση, θα είχαμε συνεισφορά στην $-F_A^* = \partial W/\partial A$, η οποία καθορίζει την VEV του A, αλλά και στους F όρους των $\overline{C}$ και C.

Τέλος, στην (2.7), ο όρος $W_{2/3}$ είναι υπεύθυνος για το διαχωρισμό doublet - triplet και αποτελείται, όπως ήδη έχουμε συζητήσει, από δυο τμήματα:

$$W_{2/3} = \lambda T_1\,A\,T_2 + S\,T_2^2. \tag{2.11}$$

Ο τελευταίος όρος στην (2.7) μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$W_{TC} = \lambda'\,T_1\,\overline{C}\,\overline{C}. \tag{2.12}$$

Ο όρος αυτός προστίθεται στο υπερδυναμικό εφόσον θέλουμε στη δυάδα Higgs ασθενούς ισοσπίν H_d που δίνει μάζα στα τύπου-down quarks να συνεισφέρει και η δυάδα από την $\mathbf{C}'$, οπότε η H_d δίνεται από τη σχέση σχέση (2.3). Τα λ και λ' στις (2.11) και (2.12) είναι αδιάστατα. Όσον αφορά στο πεδίο S της (2.11) έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με τα πεδία X και P_C.

2.6 Προσδιορισμός των VEVs

Όπως αναφέραμε στην αμέσως προηγούμενη ενότητα, θεωρούμε ότι ισχύει $\langle C'\rangle = \langle\overline{C'}\rangle = 0$. Τότε, έχουμε ότι $-F_A^* = \frac{1}{M}A^3 + P_A\,A = 0$ και $-F_{P_A}^* = \frac{1}{2}(\,\mathrm{tr}A^2 + M_A^2) +$

$f'(P_A) = 0$. Επιπλέον, παίρνοντας υπόψη ότι $\langle A \rangle = \mathrm{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5) \otimes i\tau_2$, από την πρώτη εξίσωση προκύπτει είτε ότι $\alpha_i^2 = 0$ είτε ότι $M \langle P_A \rangle \equiv \alpha^2$, για κάθε i. Η πρώτη λύση απορρίπτεται, εξαιτίας της ακριβούς μορφής (2.5) που ο μηχανισμός D - W υπαγορεύει να έχει η $\langle A \rangle$. Έτσι καταλήγουμε στο ότι $\mathrm{tr}A^2 = -6\, M \langle P_A \rangle$, οπότε η $\langle P_A \rangle$ προσδιορίζεται από την $f'\big(\langle P_A \rangle\big) - 3\, M \langle P_A \rangle + \frac{M_A^2}{2} = 0$

Η $F_X = 0$ συνεπάγεται ότι $\langle \overline{C}\, C \rangle = \langle P_C \rangle^2 \sim M_{GUT}^2$. Οι ¨ ήπιοι¨ και οι D όροι του υπερδυναμικού της υπερσυμμετρικής θεωρίας εγγυώνται ότι $\langle \overline{C} \rangle \cong \langle C \rangle \sim M_{GUT}$. Και εδώ θεωρήσαμε εκ των προτέρων ότι $\langle C' \rangle = \langle \overline{C'} \rangle = 0$.

Εξισώσεις που οδηγούν σε χρήσιμα συμπεράσματα είναι οι $-F^*_{\overline{C'}} = \left(\frac{P}{M_P} A + Z\right) C = 0$ και $-F^*_{C'} = \overline{C} \left(\frac{\overline{P}}{M_P} A + \overline{Z}\right) = 0$. Έχουν την ίδια μορφή, οπότε μπορούμε να επικεντρωθούμε μόνο στην πρώτη από αυτές. Αν θεωρήσουμε ότι η VEV του C αποδομείται ως: $\langle C \rangle = \sum_K n_K\, C_K$, όπου C_K είναι οι μη-αναγωγίσιμες αναπαραστάσεις της C στην ομάδα G_{SM} και n_K είναι αριθμητικοί συντελεστές. Με δεδομένη την επιλογή μας για την μορφή της $\langle A \rangle$, η πρώτη εξίσωση δίνει: $\left(\frac{P}{M_P} \frac{3}{2} \alpha\, (B - L)_K + Z\right) n_K = 0$. Από τη στιγμή που $\langle \overline{C}\, C \rangle \neq 0$, όλοι οι συντελεστές n_K είναι μη μηδενικοί. Προκύπτει, σε αυτήν την περίπτωση, ότι $\langle Z \rangle = -\frac{3}{2} \alpha \frac{P}{M_P} (B - L)_K$. Οι πιθανές λύσεις είναι τέσσερις. Μια από αυτές δίνει $\langle Z \rangle = -\frac{3}{2} \alpha \frac{P}{M_P}$, με την $\langle C \rangle$ να έχει $B - L = 1$. Έτσι, η συνιστώσα του C που αποκτά VEV έχει τους ίδιους κβαντικούς αριθμούς με το δεξιόστροφο νετρίνο ή αλλιώς βρίσκεται στη διεύθυνση της μονήρους αναπαράστασης της $SU(5)$. Η συνιστώσα αυτή είναι η $(1,1)_0$ της G_{SM}.

Μια άλλη επιλογή για την $\langle C \rangle$, με την ίδια τιμή $B - L$, η οποία θα μπορούσε να παραβιάζει επίσης την $SO(10)$ μέσω της παραβίασης της $SU(5)$, θα ήταν να έχει τη διεύθυνση της $(1,1)_1$, δηλαδή τους ίδιους κβαντικούς αριθμούς με το αριστερόστροφο ¨ποζιτρόνιο¨. Οι δυο αυτές δυνατότητες για την $\langle C \rangle$ είναι ισοδύναμες από άποψη θεωρίας βαθμίδας. Όμως, αν καταλήγαμε τελικά στη δεύτερη επιλογή, τότε ένα ζεύγος goldstone μποζονίων στις αναπαραστάσεις $(1,1)_{\pm 1}$ θα παρέμενε χωρίς μάζα, δηλαδή δεν θα ¨απορροφόταν¨, μετά την παραβίαση της $SO(10)$, όπως θα δούμε παρακάτω. Τα μποζόνια αυτά πιθανόν να αποκτούσαν μάζα αργότερα από τελεστές μεγάλης διάστασης. Επομένως, η μάζα τους εξαρτάται από το μοντέλο που θα υιοθετηθεί και μπορεί να προκύψει πολύ μικρή, της τάξης της ασθενούς κλίμακας, δημιουργώντας σαφώς προβλήματα.

Από τη διεύθυνση της μονήρους αναπαράστασης της $SU(5)$ των F όρων των $\overline{C}$ και C προκύπτει ότι: $\langle X \rangle = 0$

Αναφέραμε παραπάνω στην ενότητα 2.5 τη σημασία του να είναι $\langle C' \rangle = \langle \overline{C'} \rangle = 0$. Όντως, αυτό το συμπέρασμα εξάγεται από τις $F_Z = F_{\overline{Z}} = 0$, οι οποίες δίνουν μηδενικές VEV για τα C', $\overline{C'}$ στη διεύθυνση της μονήρους αναπαράστασης της $SU(5)$. Επίσης, από τις $F_C = F_{\overline{C}} = 0$ και συγκεκριμένα από τα συστατικά τους μέρη που δεν αναφέρονται στη διεύθυνση της μονήρους αναπαράστασης της $SU(5)$, προκύπτει ότι τα C', $\overline{C'}$ δεν έχουν VEV ούτε και στις υπόλοιπες διευθύνσεις. Εδώ φαίνεται και ο ρόλος των Z, $\overline{Z}$, τα οποία λειτουργούν ως sliding singlets, με τις VEVs τους να ρυθμίζονται κατάλληλα, έτσι ώστε να εξαφανιστούν οι όροι $F_{C'}$, $F_{\overline{C'}}$ και να αποφευχθεί η παραβίαση της υπερσυμμετρίας στην GUT κλίμακα.

Οι μέσες αναμενόμενες τιμές κενού των μονηρών πεδίων S, P_C, P, $\overline{P}$ μένουν απροσδιόριστες στο κλασικό επίπεδο, από τους όρους του υπερδυναμικού που ήδη έχουμε παρουσιάσει και υποθέτουμε ότι είναι της τάξης της M_{GUT}. Για να τις προσδιορίσουμε θα πρέπει να προσθέσουμε νέους όρους στο υπερδυναμικό, όπως αυτούς που συζητάει η [31].

2.7 Πρόσθετες συμμετρίες

Η ανάγκη για σταθεροποίηση της ιεραρχίας βαθμίδας επιβάλλει την απάλειψη από το υπερδυναμικό τελεστών συγκεκριμένης μορφής, σε αρκετά μεγάλη τάξη ως προς την κλίμακα M_{Pl}, παρόλο που η συμμετρία $SO(10)$ επιτρέπει την ύπαρξή τους. Οι ανεπιθύμητοι τελεστές χωρίζονται σε δυο κατηγορίες. Στην πρώτη κατατάσσονται αυτοί που ευθύνονται για την άμεση παραγωγή πολύ μεγάλης μάζας για τα πεδία H_u και H_d του MSSM. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν αυτοί που αποδιοργανώνουν τον μηχανισμό Dimopoulos - Wilczek. Όπως θα δούμε στη συνέχεια μπορούμε να απαγορεύσουμε την εμφάνιση του συνόλου αυτών των τελεστών ανάμεσα στους όρους του υπερδυναμικού, μέσω της εισαγωγής πρόσθετων συμμετριών.

Η πρώτη κατηγορία ανεπιθύμητων τελεστών περιλαμβάνει όρους της μορφής T_1^2, $T_1 T_2$, εκ των οποίων ο πρώτος θα έδινε αυτόματα μάζα της τάξης της M_{GUT} στις διπλέτες Higgs του MSSM. Επίσης, περιλαμβάνονται όροι που προκύπτουν από γινόμενα των προαναφερθέντων όρων με μονήρεις αναπαραστάσεις της $SO(10)$ που έχουν μη μηδενικές VEV. Τέλος, στην ίδια κατηγορία υπάγονται και οι $T_1^2\, A^2/M_{Pl}$, $T_1 T_2\, A^2/M_{Pl}$, $T_1^2\, C\, \overline{C}/M_{Pl}$ κλπ. Γενικά, μιλάμε για όλους τους όρους που πρακτικά οδηγούν στους δυο πρώτους της κατηγορίας.

Στη δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνονται όροι της μορφής $\overline{C}AC$, $\overline{C}C$, $\overline{C}\,C\,A^2/M_{Pl}$ και τα γινόμενά τους με μονήρεις αναπαραστάσεις της $SO(10)$ που έχουν μη μηδενικές VEVs. Πρέπει να εξαιρεθούν ώστε να αποφευχθεί η αποσταθεροποίηση του μηχανισμού D - W. Επιπλέον, πρέπει να αποκλείσουμε την εμφάνιση και των όρων Z^n και $\overline{C}^n$, ώστε να αποφύγουμε ασυμφωνία αποτελεσμάτων μεταξύ των εξισώσεων $F_Z = 0$, $F_{\overline{Z}} = 0$ και των $F_{C'} = 0$, $F_{\overline{C'}} = 0$.

Η εισαγωγή της $U(1)\times Z_2\times Z_2$ συμμετρίας αποκλείει όλους αυτούς τους επικίνδυνους όρους. Παραθέτουμε το σύνολο των πεδίων Higgs που περιλαμβάνονται στο μοντέλο που ακολουθούμε. Τα φορτία της $U(1) \times Z_2 \times Z_2$ που αποδίδονται στα πεδία Higgs, ώστε οι όροι του υπερδυναμικού να διατηρούν την επιθυμητή μορφή, φαίνονται μέσα στις παρενθέσεις, δίπλα από κάθε πεδίο. Πρώτος φαίνεται ο κβαντικός αριθμός της $U(1)$ και στη συνέχεια οι τιμές των δυο ομοτιμιών Z_2.

$$\begin{array}{llll}
A(0^{+-}), & P_A(0^{++}), & T_1(-t^{+-}), & T_2(t^{++}) \\
C(\left[c-\frac{x}{2}\right]^{-+}), & \overline{C}(\left[-c-\frac{x}{2}\right]^{++}), & C'(\left[c-\overline{p}+\frac{x}{2}\right]^{++}), & \overline{C'}(\left[-c-p+\frac{x}{2}\right]^{-+}) \\
X(x^{++}), & P_C(-\frac{x}{2}^{++}), & S(-2t^{++}), & \\
P(p^{+-}), & \overline{P}(\overline{p}^{+-}), & Z(p^{++}), & \overline{Z}(\overline{p}^{++})
\end{array} \tag{2.13}$$

Τα φορτία t, c, x, p, $\overline{p}$ που εμφανίζονται παραπάνω είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και μπορούν να πάρουν τυχαίες τιμές. Τα φορτία της δεύτερης Z_2 συμμετρίας για τα T_1 και T_2 πεδία μπορούν να αλλάξουν ταυτόχρονα τιμές, χωρίς κάποια βλάβη. Συνηθισμένη επιλογή τιμών είναι $t = -1$, $c = \frac{1}{2}$, $x = 0$ και $\overline{p} = p$.

Να σημειώσουμε ότι σύμφωνα με τα παραπάνω φορτία που ορίσαμε για τα πεδία Higgs, ο όρος $\overline{C}C$ δεν επιτρέπεται, καθώς και ο όρος $Q\overline{C}C$ του W_S, ο οποίος προκύπτει περιττός κάτω από την πρώτη Z_2 συμμετρία. Όμως, το γεγονός αυτό δεν αποτελεί πρόβλημα αφού δείξαμε ότι $\langle X\rangle = 0$. Επιπλέον τώρα γίνεται σαφές γιατί τα πεδία P και $\overline{P}$ πρέπει να υπάρχουν στην (2.10), γιατί αλλιώς τα Z και A θα είχαν τους ίδιους κβαντικούς αριθμούς και ο ανεπιθύμητος όρος T_1ZT_2 θα επιτρεπόταν.

2.8 Μάζες των υπέρβαρων σωματιδίων της $SO(10)$

Σε αυτήν την ανάλυση θεωρούμε ότι το ζεύγος των διπλετών των ελαφριών Higgs του MSSM προέρχονται εξ ολοκλήρου από την δεκάδα των Higgs της $SO(10)$ που έχουμε

ονομάσει T_1. Οι μάζες των υπέρβαρων σωματιδίων, μετά την παραβίαση της $SO(10)$, είναι:

Διανυσματικά Μποζόνια: $\underline{V \,=\, \mathbf{45}_V}$

$$V_1 \,=\, (3\,,\,1)_{-2/3} \,+\, h.c. \qquad M^2_{V_1} \,=\, 4\,g^2(c^2 \,+\, \alpha^2)$$

$$V_2 \,=\, (3\,,\,2)_{1/6} \,+\, h.c. \qquad M^2_{V_2} \,=\, g^2(4\,c^2 \,+\, \alpha^2)$$

$$V_3 \,=\, (1\,,\,1)_{\pm 1} \qquad M^2_{V_3} \,=\, 4\,g^2\,c^2$$

$$V_4 \,=\, (3\,,\,2)_{-5/6} \,+\, h.c. \qquad M^2_{V_4} \,=\, g^2\,\alpha^2$$

$$V_0 \,=\, (1\,,\,1)_0 \qquad M^2_{V_0}$$

Στις παραπάνω εκφράσεις των μαζών, όπου $g \,=\, g_{GUT}$ είναι η ενοποιημένη σταθερά σύζευξης βαθμίδας. Επίσης, α είναι η παράμετρος που υπεισέρχεται στην $\langle A \rangle$, σχέση (2.5) και $c \,=\, \langle C \rangle \,=\, \langle \overline{C} \rangle$. Και οι δυο παράμετροι έχουν διαστάσεις μάζας και είναι της τάξης της κλίμακας M_{GUT}.

Οι υπόλοιπες συνιστώσες της 45_V, δηλαδή οι $(1,1)_0$, $(1,3)_0$, $(8,1)_0$ δεν αποκτούν μάζα όταν παραβιάζεται η $SO(10)$. Παραμένουν άμαζες και παίρνουν μάζα μετά τη ρήξη της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας και αποτελούν τα γνωστά μποζόνια βαθμίδας του Καθιερωμένου Προτύπου.

Σωματίδια Higgs

<u>Συζυγής αναπαράσταση: $A \,=\, \mathbf{45}_H$</u>

$$A_1 \,=\, (1\,,\,1)_0 \qquad M_{A_1}$$

$$A_2 \,=\, (1\,,\,3)_0 \qquad M_{A_2} \,=\, \frac{\alpha^2}{M}$$

$$A_3 \,=\, (8\,,\,1)_0 \qquad M_{A_3} \,=\, \frac{2\,\alpha^2}{M}$$

όπου M μαζική παράμετρος του υπερδυναμικού.

Από τον παραπάνω κατάλογο απουσιάζουν κάποιες από τις συνιστώσες της $\mathbf{45}_H$. Από αυτές οι $(3\,,\,1)_{-2/3} \,+\, h.c.$, $(3\,,\,2)_{1/6} \,+\, h.c.$ και $(1\,,\,1)_{\pm 1}$, σε συνδυασμό με τις ίδιες συνιστώσες που περιέχονται στις αναπαραστάσεις $\mathbf{16}_H \,+\, \overline{\mathbf{16}}_H$ των βαθμωτών $C \,+\, \overline{C}$, $C' \,+\, \overline{C'}$,

δίνουν μάζα στις αντίστοιχες συνιστώσες της $\mathbf{45}_V$. Συνολικά καθεμιά από αυτές τις τρεις συνιστώσες είναι διαθέσιμη από τρεις διαφορετικές πηγές στα πεδία Higgs του μοντέλου. Συγκεκριμένα, κάποια πραγματικά τμήματα από το σύνολο αυτών των Higgs, των οποίων ο αριθμός είναι ίσος με το πλήθος των αντίστοιχων συνιστωσών της $\mathbf{45}_V$, ¨απορροφώνται¨ προκειμένου να αποκτήσουν μάζα τα αντίστοιχα διανυσματικά πεδία βαθμίδας. Λειτουργούν επομένως, ως μποζόνια Goldstone και αυτός είναι ο μηχανισμός της αυθόρμητης ρήξης της συμμετρίας $SO(10)$. Αυτές οι πραγματικές συνιστώσες μπορεί να μην ανήκουν αποκλειστικά σε ένα από τα σωματίδια Higgs, αλλά να σχηματίζονται ως συνδυασμός πραγματικών τμημάτων των Higgs που ανήκουν στην ίδια αναπαράσταση της G_{SM}, αλλά προέρχονται από διαφορετική πολλαπλότητα της $SO(10)$. Ταυτόχρονα, τα φανταστικά τους τμήματα αποκτούν την ίδια μάζα με τα αντίστοιχα μποζόνια βαθμίδας, τις μάζες των οποίων παραθέσαμε προηγουμένως. Προφανώς, υπάρχουν συνιστώσες που περισσεύουν και δεν συμμετέχουν σ' αυτήν την διαδικασία. Αυτές αποτελούν τα λεγόμενα ψευδοβαθμωτά μποζόνια Goldstone . Κανονικά, αυτά μένουν άμαζα και δημιουργούν προβλήματα. Όμως στο δυναμικό αυτού του προτύπου υπάρχουν οι κατάλληλοι όροι ($W_{ACC'}$ και W_A) που τους δίνουν μάζα περίπου ίση με M_{GUT}, εξαλείφοντας έτσι δυσάρεστες επιπλοκές.

Από τις συνιστώσες αυτές προκύπτουν συνολικά 20×3 μιγαδικά βαθμωτά σωματίδια, δηλαδή συνολικά 20×6 βαθμωτά σωματίδια Higgs. Είκοσι από αυτά απορροφώνται από τα άμαζα, μέχρι εκείνη τη στιγμή, διανυσματικά πεδία στις αναπαραστάσεις V_i με $i = 1, 2, 3$, οπότε τα τελευταία αποκτούν μάζες M_{V_i} αντίστοιχα. Άλλα είκοσι κρατούν την ιδιότητα των σωματιδίων Higgs και αποκτούν μάζα ίση με αυτήν των διανυσματικών μποζονίων βαθμίδας M_{V_i}. Μαζί με αυτά τα μποζόνια βαθμίδας αποτελούν πλέον την διανυσματική πολλαπλότητα V_i. Τα 20×4 βαθμωτά σωματίδια που απομένουν δεν συμμετέχουν στο μηχανισμό Higgs για τη ρήξη της $SO(10)$ και μετατρέπονται σε ψευδοβαθμωτά μποζόνια Goldstone, τα όποια θα εξετάσουμε αναλυτικά παρακάτω.

Οι συνιστώσες $(3\,,\,2)_{-5/6} + h.c.$ συμμετέχουν σε ανάλογη με την παραπάνω διαδικασία. Η διαφορά έγκειται στο ότι σ' αυτήν την περίπτωση δεν δημιουργούνται ψευδοβαθμωτά μποζόνια Goldstone, αφού αυτές οι συνιστώσες περιέχονται μόνο στην $\mathbf{45}_H$.

<u>Σπινοριακές αναπαραστάσεις: $C + \overline{C}$, $C' + \overline{C'} = \mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$</u>

$$C_1,\, C_1' \;=\; (1\,,\,2)_{-1/2} \qquad\qquad M_{C_1} \;=\; M_{C_1'} \;=\; \frac{3\,\alpha\,\langle P\rangle}{M_P}$$

$$\overline{C}_1,\, \overline{C'}_1 \;=\; (1\,,\,2)_{1/2} \qquad\qquad M_{\overline{C}_1} \;=\; M_{\overline{C'}_1} \;=\; \frac{3\,\alpha\,\langle \overline{P}\rangle}{M_P}$$

$$C_2,\, C_2' \;=\; (\overline{3}\,,\,1)_{1/3} \qquad\qquad M_{C_2} \;=\; M_{C_2'} \;=\; \frac{2\,\alpha\,\langle P\rangle}{M_P}$$

$$\overline{C}_2,\, \overline{C'}_2 \;=\; (3\,,\,1)_{-1/3} \qquad\qquad M_{\overline{C}_2} \;=\; M_{\overline{C'}_2} \;=\; \frac{2\,\alpha\,\langle \overline{P}\rangle}{M_P},$$

όπου M_P είναι μια από τις παραμέτρους με διαστάσεις μάζας του υπερδυναμικού και $\langle P\rangle, \langle\overline{P}\rangle$ οι μέσες αναμενόμενες τιμές κενού για τα μονήρη πεδία Higgs $P, \overline{P}$, οι οποίες παίρνουν τιμές κοντά στην κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}.

Για τις συνιστώσες $(3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.$, $(3\,,\,2)_{1/6} + h.c.$ και $(1\,,\,1)_{\pm 1}$, οι οποίες στο σπινοριακό τμήμα του φάσματος των σωματιδίων Higgs είναι διπλάσιες σε αριθμό από ό,τι στο συζυγές τμήμα, ισχύει ότι είπαμε και προηγουμένως για την 45_H.

<u>Θεμελιώδεις αναπαραστάσεις: $T_1,\, T_2 \;=\; \mathbf{10}_H$</u>

T_1:	$(1\,,\,2)_{\pm 1/2}$	άμαζα
	$(\overline{3}\,,\,1)_{1/3} + h.c.$	M_3^2
T_2:	$(\overline{3}\,,\,1)_{1/3} + h.c.$	$M_3'^2$
	$(1\,,\,2)_{\pm 1/2}$	M_2^2,

με

$$M_3 \cdot M_3' \;=\; \lambda^2\,\alpha^2, \tag{2.14}$$

όπου λ είναι αδιάστατη παράμετρος από την (2.11).

Ψευδοβαθμωτά Μποζόνια Goldstone

Τα ψευδοβαθμωτά μποζόνια Goldstone βρίσκονται στις αναπαραστάσεις

$$G_1 \;=\; (3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.,\;\; G_2 \;=\; (3\,,\,2)_{1/6} + h.c.,\;\; G_3 \;=\; (1\,,\,1)_{\pm 1}.$$

Για κάθε είδος G_i υπάρχουν δυο τω πλήθος ψευδοβαθμωτά μποζόνια. Προέρχονται από το συζυγές και το σπινοριακό τμήμα του φάσματος των σωματιδίων Higgs. Η δημιουργία

τους οφείλεται στο ότι οι συνιστώσες στις παραπάνω αναπαραστάσεις, τόσο στο συζυγές πεδίο A όσο και στα σπινοριακά $C + \overline{C}$, $C' + \overline{C'}$, παραβιάζουν ταυτόχρονα τους γεννήτορες της $SO(10)$ που μετασχηματίζονται όπως οι $(3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.$, $(3\,,\,2)_{1/6} + h.c.$ και $(1\,,\,1)_{\pm 1}$. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, στον μηχανισμό Higgs παίρνει μέρος συγκεκριμένος αριθμός σωματιδίων Higgs. Οι συνιστώσες που δεν συμμετέχουν σ' αυτήν τη διαδικασία (20×2 μιγαδικά βαθμωτά πεδία) μετατρέπονται σε ψευδοβαθμωτά μποζόνια Goldstone, τα οποία σε πρώτη φάση είναι άμαζα. Τα ψευδοβαθμωτά μποζόνια αν μείνουν χωρίς μάζα μετά τη ρήξη της $SO(10)$, δημιουργούν προβλήματα, όπως συζητήσαμε την υποενότητα 2.4.1 και γι' αυτό το λόγο προσθέσαμε τον όρο $W_{ACC'}$ στο υπερδυναμικό, σχέση (2.10). Για κάθε είδος ψευδοβαθμωτού μποζονίου $K = G_i$, το κομμάτι του υπερδυναμικού που είναι υπεύθυνο για τη μάζα του K φαίνεται παρακάτω:

$$W_{mass}(K) = \left(A_{\overline{K}},\ \ \overline{C}_{\overline{K}},\ \ \overline{C'}_{\overline{K}}\right) \begin{pmatrix} m_K & 0 & \delta_1 \\ 0 & 0 & \alpha_K\,\epsilon_1 \\ \delta_2 & \alpha_K\,\epsilon_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_K \\ C_K \\ C'_K \end{pmatrix},$$

όπου A_K, C_K, C'_K η K συνιστώσα των A, C, C' και

$$\delta_1 = \frac{\langle \overline{C} \rangle \langle \overline{P} \rangle}{\sqrt{2}\,M_P} \qquad \delta_2 = \frac{\langle C \rangle \langle P \rangle}{\sqrt{2}\,M_P}$$
$$\epsilon_1 = \frac{\alpha \langle \overline{P} \rangle}{M_P} \qquad \epsilon_2 = \frac{\alpha \langle P \rangle}{M_P},$$

ενώ $\alpha_K \equiv \frac{3}{2}((B-L)_K - 1)$. Τα μεγέθη α_K και m_K, για κάθε K, δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

$K = G_i$	m_K	α_K
$(3\,,\,1)_{-2/3}$	0	-2
$(3\,,\,2)_{-5/6}$	0	-1
$(1\,,\,1)_1$	$\frac{\alpha^2}{2\,M}$	0

Οι ιδιοτιμές μάζας των ψευδοβαθμωτών μποζονίων Goldstone φαίνονται στον επόμενο πίνακα. Για κάθε K προκύπτουν δυο μη μηδενικές ιδιοτιμές και μια μηδενική, η οποία ουσιαστικά αντιστοιχεί στα μποζόνια Goldstone (και στα φερμιονικά Goldistinos) που δημιουργούνται μετά τη ρήξη της $SO(10)$. Για το G_3, η μηδενική ιδιοτιμή βρίσκεται στη διεύθυνση του C. Αυτό σημαίνει ότι τα $V_3 = (1\,,\,1)_{\pm 1}$ μποζόνια βαθμίδας αποκτούν μάζα αποκλειστικά λόγω των $C + \overline{C}$. Για τα άλλα δυο K, η μηδενική ιδιοτιμή προκύπτει με συνεισφορά τόσο του σπινοριακού όσο και του συζυγούς τμήματος των σωματιδίων Higgs.

$K = G_i$	ιδιοτιμές
$G_1 = (3\,,\,1)_{-2/3}$	$0,\ \lambda^2_{G_{1,1}} = \delta_1^2 + 4\,\epsilon_1^2, \quad \lambda^2_{G_{1,2}} = \delta_2^2 + 4\,\epsilon_2^2$
$G_2 = (3\,,\,2)_{-5/6}$	$0,\ \lambda^2_{G_{2,1}} = \delta_1^2 + \epsilon_1^2, \quad \lambda^2_{G_{2,2}} = \delta_2^2 + \epsilon_2^2$
$G_3 = (1\,,\,1)_1$	$0,\ \lambda^2_{G_{3,1}} = \frac{1}{2}\big[\delta_1^2 + \delta_2^2 + m_K^2 + \sqrt{-4\,\delta_1^2\,\delta_2^2 + (\delta_1^2 + \delta_2^2 + m_K^2)^2}\,\big]$ $\lambda^2_{G_{3,2}} = \frac{1}{2}\big[\delta_1^2 + \delta_2^2 + m_K^2 - \sqrt{-4\,\delta_1^2\,\delta_2^2 + (\delta_1^2 + \delta_2^2 + m_K^2)^2}\,\big]$

Συνοψίζοντας, εκφράσαμε τις μάζες όλων των υπέρβαρων σωματιδίων που περιλαμβάνονται στο μοντέλο μας και το πλήθος τους ισούται με 25 με τη βοήθεια 12 ανεξάρτητων παραμέτρων:

- Τεσσάρων που έχουν να κάνουν με τις μέσες αναμενόμενες τιμές κενού ορισμένων από τα πεδία: την α που σχετίζεται με την VEV του A, τη c που είναι η $\langle C\rangle = \langle\overline{C}\rangle$ και τις $\langle P\rangle$, $\langle\overline{P}\rangle$.
- Τριών που είναι παράμετροι του υπερδυναμικού: των M, M_P με διαστάσεις μάζας και της αδιάστατης λ.
- Της μάζας των υπέρβαρων Higgses στην διπλέτα του T_2 που αποκτά μάζα, M_2,
- Μίας από τις μάζες M_3 ή M_3' των τριπλετών στις T_1 και T_2 αντίστοιχα. Μετράμε ως ανεξάρτητη παράμετρο μία από της δυο γιατί αυτές συνδέονται με τη σχέση (2.14).
- Την M_{V_0} και M_{A_1}.
- Της ενοποιημένης σταθεράς σύζευξης $g = g_{GUT}$ της $SO(10)$.

Παρόλο που οι ανεξάρτητες παράμετροι είναι λιγότερες σε πλήθος από τις μάζες των υπέρβαρων σωματιδίων, το πλήθος τους συνεχίζει να δυσχεραίνει τον χειρισμό τους.

Κεφάλαιο 3

Διάσπαση Πρωτονίου

Σε κάθε θεωρητικό μοντέλο μεγαλειώδους ενοποίησης ο βαρυονικός αριθμός παραβιάζεται, με άμεσο και πλέον σημαντικό επακόλουθο τη νουκλεονική διάσπαση [88]. Η σταθερότητα ή μη του πρωτονίου αποτελεί ζήτημα μελέτης για δεκαετίες έως τώρα. Η μη παρατήρηση της διάσπασής του ώθησε τους Weil, Stückelberg και Wigner την περίοδο 1929 - 1949 να διατυπώσουν την ¨αρχή διατήρησης του βαρυονικού αριθμού¨ [89]. Η διατύπωση αυτή έδωσε το έναυσμα για την υλοποίηση πειραμάτων με σκοπό τον έλεγχο αυτού του νόμου. Η πρώτη απευθείας έρευνα για τη διάσπαση του πρωτονίου έγινε με έναν ανιχνευτή σπινθηρισμών υγρού 300 λίτρων [90] και το 1954 έδωσε κατώτερα όρια για το χρόνο ζωής του πρωτονίου: $\tau_p > 10^{22}\,\mathrm{yrs}$ για τα δέσμια πρωτόνια και $\tau_p > 10^{21}\,\mathrm{yrs}$ για τα ελεύθερα πρωτόνια.

Από θεωρητικής πλευράς, η άποψη της πιθανής μη σταθερότητας του πρωτονίου προέκυψε αρχικά από την παρατηρούμενη στο σύμπαν βαρυονική ασυμμετρία. Το 1967 [91] η εξήγηση που διατυπώθηκε συνεπαγόταν την παραβίαση της CP συμμετρίας και τη μη διατήρηση του βαρυονικού αριθμού, η οποία θα μπορούσε να επιφέρει τη διάσπαση του πρωτονίου. Λίγο αργότερα, οι Pati και Salam [92] έθεσαν τα θεμέλια της ιδέας της ενοποίησης των αλληλεπιδράσεων βαθμίδας και εξέτασαν την περίπτωση τα βαρυόνια και τα φερμιόνια να ανήκουν στην ίδια φερμιονική αναπαράσταση, επιτρέποντας αλληλεπιδράσεις που θα οδηγούσαν στη νουκλεονική διάσπαση. Σχεδόν ταυτόχρονα οι Georgi και Glashow [5] πρότειναν το πρώτο θεωρητικό μοντέλο μεγαλειώδους ενοποίησης, το οποίο είχε ως βάση την ομάδα συμμετρίας $SU(5)$, στο οποίο τα επιπλέον μποζόνια βαθμίδας και τα φορτισμένα πεδία Higgs που εισάγονταν προκαλούσαν αλληλεπιδράσεις που παραβίαζαν τον βαρυονικό και λεπτονικό αριθμό. Ως επακόλουθο, από το πρώτο αυτό μοντέλο και σε όλες τους τις εκδοχές, υπερσυμμετρικές και μη, υπερβαρύτητας κτλ., οι

GUT θεωρίες προβλέπουν τη διάσπαση του πρωτονίου. Πρόβλεψη που ακόμα δεν έχει επαληθεφθεί. Ουσιαστικά, η ανακάλυψη της διάσπασης του πρωτονίου είναι η ένδειξη που λείπει για την επιβεβαίωση των θεωριών GUT .

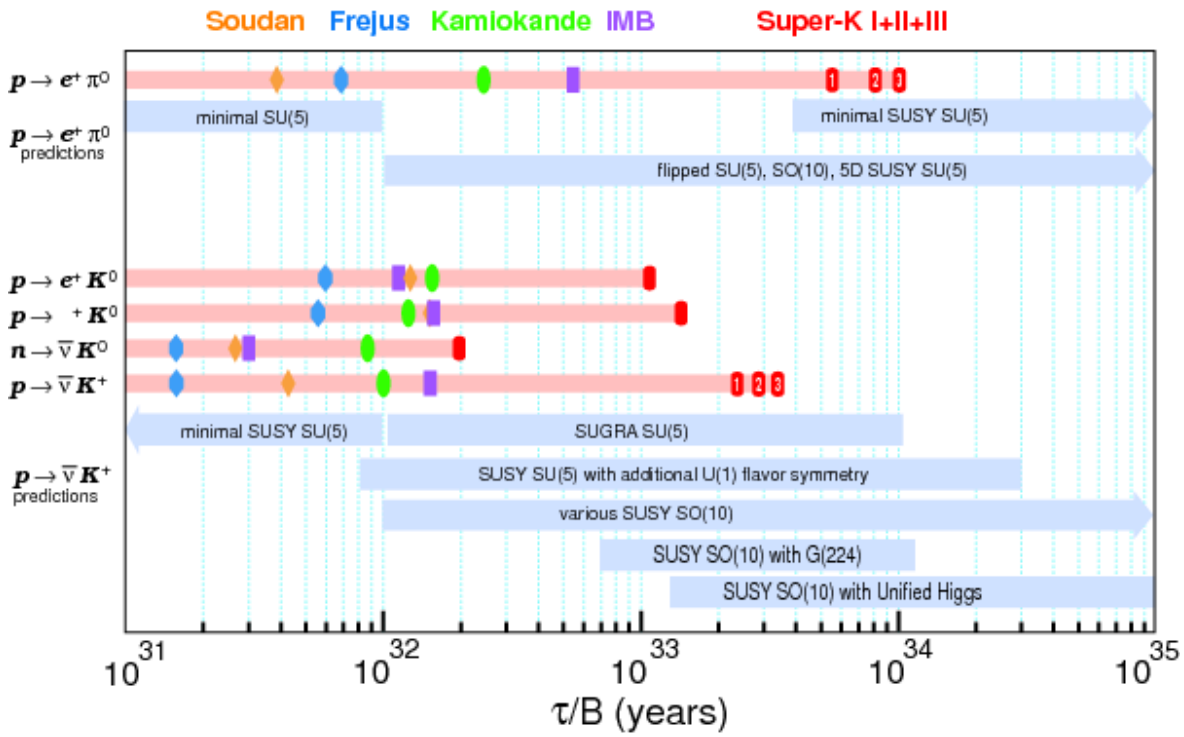
Στο σχήμα 3.1 φαίνονται τα κάτω όρια που έχουν θέσει τα διάφορα πειράματα, τα τελευταία τριάντα χρόνια, για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου στα πιθανά κανάλια διάσπασής του. Τα πιο αυστηρά όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου εξάγονται χάρη στο πείραμα Super-Kamiokande [94] και είναι [95]

$$\tau(p \to e^+\pi^0) > 1.4 \times 10^{34}\,\text{yrs}, \qquad \tau(p \to \bar{\nu}K^+) > 4 \times 10^{33}\,\text{yrs}. \tag{3.1}$$

Ο Super - Kamiokande είναι ένας ανιχνευτής Cherenkov νερού που περιέχει 50 ktons εξαιρετικά καθαρού νερού, μέσα σε μια κυλινδρική ατσάλινη δεξαμενή, που βρίσκεται 1 km κάτω από την επιφάνεια της γης σε ένα ορυχείο στις ιαπωνικές άλπεις. Σκοπός του πειράματος είναι η μελέτη των ιδιοτήτων των νετρίνων και η αναζήτηση της διάσπασης του πρωτονίου και του νετρονίου. Ως προς το δεύτερο σκέλος των ερευνών στο πείραμα Super - Kamiokande, δεν έχει υπάρξει μέχρι σήμερα παρατήρηση τέτοιας διάσπασης. Το πείραμα αυτό έχει θέσει τα πιο αυστηρά κάτω όρια, επί του παρόντος, στους χρόνους ζωής του πρωτονίου στα διάφορα κανάλια διάσπασής του. Παράλληλα, νέα πειράματα έχουν προταθεί και σχεδιάζονται, τα οποία φιλοδοξούν είτε να έχουν αποτελέσματα ως προς τη νουκλεονική διάσπαση είτε να ανεβάσουν κι άλλο τα όρια του χρόνου ζωής του πρωτονίου. Από αυτά, ο Hyper - Kamiokande [96] θα βασιστεί στα τεχνικά χαρακτηριστικά του Super - Kamiokande, αλλά θα είναι 20 έως 25 φορές μεγαλύτερος. Αναμένεται να πετύχει μερικό χρόνο ζωής 10^{35} yrs, για το κανάλι διάσπασης του πρωτονίου $p \to e^+\pi^0$, μετά από 8 χρόνια λειτουργίας, σε αντίθεση με τον Super - Kamiokande που θα χρειαζόταν 178 χρόνια. Επίσης, για το κανάλι $p \to \bar{\nu}K^+$, θα χρειαστεί μόνο 2 χρόνια λειτουργίας για να φτάσει τον αντίστοιχο μερικό χρόνο ζωής του πρωτονίου στα 10^{34} yrs, ενώ ο Super - Kamiokande θα χρειαζόταν 53 χρόνια.

3.1 Νουκλεονική διάσπαση στα μη υπερσυμμετρικά μοντέλα GUT

Το Καθιερωμένο Πρότυπο, στο κλασσικό επίπεδο, δεν προβλέπει τη διάσπαση του πρωτονίου στο σύμπαν. Αυτό συμβαίνει γιατί, στα πλαίσια του, οι $U(1)_B$ και $U(1)_L$, όπου B είναι ο βαρυονικός αριθμός και L ο λεπτονικός αριθμός, είναι καθολικές (global) συμμε-



Σχήμα 3.1: Σύγκριση των πειραματικών ορίων των μερικών χρόνων ζωής του πρωτονίου στα διάφορα πιθανά κανάλια διάσπασης με τις προβλέψεις των θεωριών GUT . Το πάνω τμήμα του διαγράμματος αφορά το κανάλι διάσπασης $p \to e^+\pi^0$. Το κάτω τμήμα του διαγράμματος είναι αφιερωμένο στις υπερσυμμετρικές προβλέψεις, οι οποίες έχουν ως κοινό χαρακτηριστικό την παρουσία καονίου K στην τελική κατάσταση. Τα διαφορετικά χρωματιστά σύμβολα στις οριζόντιες ροζ γραμμές παριστάνουν τα δημοσιευμένα όρια από τα πειράματα, τα οποία υποδεικνύονται με τη σειρά και τα χρώματα στο ανώτερο τμήμα του διαγράμματος [93].

τρίες των εξισώσεων του. Όμως, στο κβαντικό επίπεδο, η $U(1)_B$ συμμετρία παραβιάζεται από ανωμαλίες και έτσι η σταθερότητα του πρωτονίου κλονίζεται μέσω μεταθέσεων instantons [97]. Το αποτέλεσμα αυτό καταδεικνύει ότι και στο Καθιερωμένο πρότυπο η σταθερότητα του πρωτονίου δεν είναι απόλυτη, στερείται όμως πρακτικής σημασίας αφού ο προβλεπόμενος ρυθμός διάσπασης είναι αμελητέος και άρα μη παρατηρήσιμος. Η διάσπαση του πρωτονίου μπορεί να συμβεί στο κβαντικό επίπεδο του Καθιερωμένου Προτύπου και μέσω μη-επανακανοποιημένων όρων.

Η μετάβαση σε θεωρίες ενοποίησης οδηγεί γενικά στη διάσπαση του πρωτονίου. Αυτό συμβαίνει γιατί σε τέτοιες θεωρίες τα λεπτόνια και τα quarks βρίσκονται σε κοινές αναπαραστάσεις, επιτρέποντας αλληλεπιδράσεις που οδηγούν σε διαδικασίες που περιλαμβάνουν την παραβίαση του βαρυονικού ή/και του λεπτονικού αριθμού. Από τη στιγμή που ο βαρυονικός αριθμός δεν σχετίζεται με μια απαραβίαστη συμμετρία βαθ-

μίδας, θεωρείται μια συμπτωματική συμμετρία του Καθιερωμένου Προτύπου. Σε πρώτη φάση και σε μη υπερσυμμετρική θεώρηση [98], εντάσσοντας το Καθιερωμένο Πρότυπο στην πιο απλή ενοποιημένη ομάδα βαθμίδας, την $SU(5)$ των Georgi-Glashow [5], κύρια πηγή της νουκλεονικής διάσπασης αποτελούν οι τελεστές διάστασης D = 6, δηλαδή τεσσάρων φερμιονίων. Από αυτούς οι πιο σημαντικοί είναι αυτοί που προέρχονται από την ανταλλαγή των υπέρβαρων μποζονίων βαθμίδας X και Y, με μάζες της τάξης της M_{GUT}, που απεικονίζονται στο σχήμα 3.2. Στην περίπτωση θεωριών με συμμετρία ενοποίησης την flipped $SU(5)$ ή την $SO(10)$ έχουμε ανάλογες διαδικασίες νουκλεονικής διάσπασης. Οι τελεστές αυτοί δίνονται, σε επίπεδο δένδρου, σχηματικά από:

$$\mathcal{L}_{d=6} = \frac{\kappa}{M_X^2}(qq)(ql) + h.c., \tag{3.2}$$

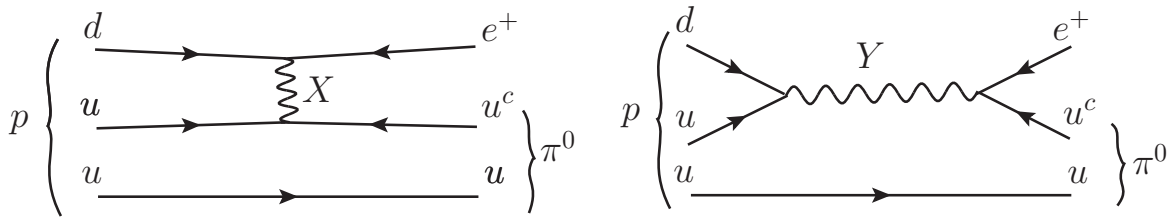
όπου M_X η μάζα του υπέρβαρου μποζονίου βαθμίδας που ανταλλάσσεται και q μπορεί να είναι ένα αριστερόστροφο ή δεξιόστροφο quark και l ένα αριστερόστροφο ή δεξιόστροφο λεπτόνιο. Συνεπώς, ο χρόνος ζωής του πρωτονίου χαρακτηρίζεται από την αναλογία

$$\tau_p \propto \frac{M_X^4}{\alpha_{GUT}^2\, m_p^5}. \tag{3.3}$$

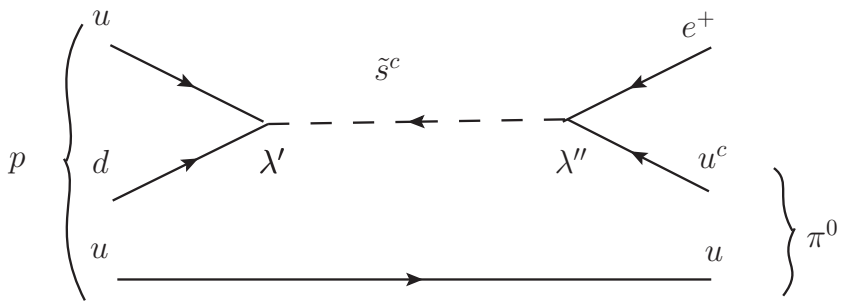
Το πρωτόνιο διασπάται σε ένα μεσόνιο και ένα αντιλεπτόνιο, γιατί η $B-L$ διατηρείται, με κύριο κανάλι διάσπασης το $p \to e^+\pi^0$ $(n \to e^+\pi^-)$. Λιγότερο σημαντική συνεισφορά στη νουκλεονική διάσπαση έχουν οι τελεστές διάστασης D = 6 που πηγάζουν από τον τομέα των Higgs, μέσω της ανταλλαγής υπέρβαρων Higgs σε αναπαράσταση τριπλέτας. Οι τελεστές αυτοί εξαρτώνται πολύ από τη δομή του μοντέλου που ακολουθούμε. Γενικά, στις μη - υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες, οι τελεστές διάστασης D = 6 είναι υπεύθυνοι για πολύ μεγάλους ρυθμούς διάσπασης με $\tau_p \approx 10^{29}$yr [6] που δε συμβαδίζουν με τα πειραματικά δεδομένα, γεγονός που συντελεί ουσιαστικά στον αποκλεισμό αυτών των θεωριών, μαζί με την εκτίμηση της μη συνάντησης των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας σε υψηλές ενέργειες.

3.2 Η διάσπαση του πρωτονίου στις SUSY GUTs: Οι τελεστές διάστασης D = 6 και D = 4

Στις υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες, ένα νέο κανάλι διάσπασης του πρωτονίου εισάγεται μέσω τελεστών διάστασης D = 5, με τους οποίους θα ασχοληθούμε αναλυτικά παρακάτω. Όσον αφορά στους τελεστές διάστασης D = 6, έχουν την ίδια μορφή (3.2), όπως και στις



Σχήμα 3.2: Διαγράμματα που δείχνουν πως οι τελεστές διάστασης $D = 6$ επιφέρουν τη διάσπαση στο πρωτόνιο. Η διάσπαση $p \to e^+\pi^0$, η οποία πραγματοποιείται μέσω ανταλλαγής ενός X μποζονίου βαθμίδας (αριστερά) ή ενός Y μποζονίου (δεξιά).



Σχήμα 3.3: Διάγραμμα που παριστάνει την πολύ γρήγορη διάσπαση του πρωτονίου, μέσω τελεστών διάστασης $D = 4$: Η διάσπαση $p \to e^+\pi^0$ όπου ανταλλάσσεται ένα squark τύπου down.

μη - υπερσυμμετρικές GUT, και δίνουν το ίδιο κύριο κανάλι διάσπασης, σχήμα 3.2. Ωστόσο, δεν αποτελούν πρόβλημα, αφού είναι ανάλογοι ενός παράγοντα της τάξης του $1/M_X^2$ (3.3), οπότε περιορίζονται σημαντικά. Αυτό συμβαίνει γιατί $M_X \sim M_{GUT}$ και στις υπερσυμμετρικές GUT η κλίμακα M_{GUT} είναι της τάξης των $2 \times 10^{16}\,\mathrm{GeV}$, δηλαδή υψηλότερη σε σχέση με τις μη υπερσυμμετρικές περιπτώσεις, οι οποίες έχουν M_{GUT} της τάξης των $10^{14} - 10^{15}\,\mathrm{GeV}$ [2]. Ο χρόνος ζωής του πρωτονίου προβλέπεται να είναι της τάξης των 10^{35}yrs, όριο το οποίο θα μπορεί να επιβεβαιωθεί από το πείραμα Hyper-Kamiokande.

Όμως, υπάρχει και η επικίνδυνη πιθανότητα των τελεστών με διάσταση D = 4. Υπάρχουν δυο είδη τελεστών διάστασης D = 4, αυτοί που παραβιάζουν τον βαρυονικό αριθμό και αυτοί που παραβιάζουν τον λεπτονικό αριθμό. Οι θεωρίες που εμφανίζουν και τα δυο είδη των τελεστών διάστασης D = 4 στις χαμηλές ενέργειες δίνουν ιδιαίτερα χαμηλό νουκλεονικό χρόνο ζωής [99], αφού παράγουν πλάτη για τη διάσπαση του πρωτονίου που είναι ανάλογα μόνο ως προς το αντίστροφο της κλίμακας παραβίασης της υπερσυμμετρίας. Οι όροι που μπορούν να προκαλέσουν πολύ γρήγορη διάσπαση του

πρωτονίου είναι:

$$\mathcal{L}_{D=4} = \lambda_{ijk}\, l_i\, l_j\, e^c_k \;+\; \lambda'_{ijk}\, l_i\, q_j\, d^c_k \;+\; \lambda''_{ijk}\, u^c_i\, d^c_j\, d^c_k. \tag{3.4}$$

Οι δυο πρώτοι όροι παραβιάζουν τον λεπτονικό αριθμό κατά $\Delta L = 1$, ενώ ο τελευταίος τον βαρυονικό αριθμό κατά $\Delta B = -1$. Αν οι όροι με τις σταθερές λ' και λ'' είναι ταυτόχρονα παρόντες, τότε η αστάθεια του πρωτονίου εγείρεται από ένα δενδρικό διάγραμμα μέσω της ανταλλαγής ενός τύπου down squark και το κανάλι είναι $p \to e^+\pi^0$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3. Ο νουκλεονικός χρόνος ζωής από μια τέτοια διάσπαση προκύπτει:

$$\Gamma_{D=4} \propto \frac{(\lambda'\,\lambda'')^2 m_p^5}{m_{\tilde{d}}^4}. \tag{3.5}$$

Αν πάρουμε υπόψη μας ότι $m_{\tilde{d}} \sim 1\,TeV$ και τα πειραματικά όρια του χρόνου ζωής σε αυτό το κανάλι διάσπασης, καταλήγουμε στον περιορισμό $(\lambda'\,\lambda'') < \mathcal{O}(10^{-27})$, καθιστώντας πρακτικά το γινόμενο των σταθερών σύζευξης μηδενικό. Οι τελεστές διάσπασης με διάσταση D = 4 μπορούν να απαλειφθούν αν απαιτηθεί η R ομοτιμία να είναι συμμετρία της θεωρίας [36, 100] ή υιοθετηθούν πρόσθετες συμμετρίες, όπως συζητήσαμε στην ενότητα 2.2.

3.3 Πενταδιάστατοι τελεστές και διάσπαση του πρωτονίου

Στις υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες η διάσπαση του πρωτονίου προκαλείται κυρίως από τελεστές διάστασης D = 5. Στα σχήματα 3.4 και 3.5, παριστάνονται τέτοιες διασπάσεις σε επίπεδο ενός βρόχου. Οι τελεστές αυτοί υλοποιούνται μέσω της ανταλλαγής των υπέρβαρων έγχρωμων τριπλετών Higgsinos H_c, $\overline{H}_c$ μεταξύ μποζονικών υπερπεδίων και είναι ανάλογοι προς το αντίστροφο της κλίμακας ενοποίησης $1/M_{GUT}$ [23, 36, 101, 102]. Τα πλάτη της νουκλεονικής διάσπασης προκύπτουν από αυτούς τους τελεστές μετά από ¨ντύσιμό¨ τους με ανταλλαγές υπερσυμμετρικών σωματιδίων, ώστε να επιτευχθεί η μετατροπή των βαθμωτών μποζονίων σε ελαφρά φερμιόνια. Η ανταλλαγή έγχρωμων Higgsinos περιορίζει τις μεταβάσεις μεταξύ ίδιων οικογενειών quark ανάμεσα στην αρχική και την τελική κατάσταση. Το μόνο quark δεύτερης ή τρίτης γενιάς που από κινηματικής πλευράς μπορεί να βρίσκεται στην τελική κατάσταση της νουκλεονικής διάσπασης είναι το strange quark, όπως θα δούμε αναλυτικά στη συνέχεια. Έτσι, συνήθως, ένα αντι-strange quark εμφανίζεται στην τελική κατάσταση, καθιστώντας ως κύριο το

κανάλι διάσπασης το $p \to \bar{\nu}_i K^+$ ($n \to \bar{\nu}_i K^0$). Τα πεδία H_c, $\overline{H}_c$ περιέχονται στην $\mathbf{5}_H$ και $\overline{\mathbf{5}}_H$, αν πρόκειται για $SU(5)$ GUT ή στις $\mathbf{10}_H$ αν η ομάδα της GUT συμμετρίας είναι η $SO(10)$. Οι υπεύθυνοι για τη διάσπαση του πρωτονίου τελεστές προέρχονται από τους όρους Yukawa του υπερδυναμικού στην κλίμακα ενοποίησης, οι οποίοι δίνουν τις αλληλεπιδράσεις των πεδίων Higgs με την ύλη (συζεύξεις Yukawa), είναι δηλαδή τύπου-F. Παραθέτουμε μόνο τους σχετικούς με τη διάσπαση του πρωτονίου όρους του υπερδυναμικού, στην περίπτωση της SUSY $SU(5)$. Πρόκειται για τους:

$$\begin{aligned} W_Y &= \frac{1}{2} h^i e^{i\phi_i} Q_i Q_i H_c + V^*_{ij} f^j Q_i L_j \overline{H}_c + h^i V_{ij} u^c_i e^c_j H_c \\ &+ e^{-i\phi_i} V^*_{ij} f^j u^c_i d^c_j \overline{H}_c, \end{aligned} \tag{3.6}$$

όπου οι δείκτες $i, j = 1, 2, 3$ είναι δείκτες οικογένειας για τα quarks και τα λεπτόνια. Στους όρους του υπερδυναμικού που παρουσιάζονται παραπάνω, με Q, L συμβολίζουμε χειραλικά υπερπεδία των ασθενών διπλετών των quarks και των λεπτονίων αντίστοιχα. Συγκεκριμένα:

$$Q_i \equiv \begin{pmatrix} u_i \\ d'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_i \\ V_{ij} d_j \end{pmatrix}, \qquad L_i \equiv \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix},$$

όπου V_{ij} τα αντίστοιχα στοιχεία του πίνακα Kobayashi - Maskawa. Με H_c και $\bar{H}_c$ συμβολίζουμε τις τριπλέτες των χειραλικών υπερπεδίων των έγχρωμων Higgs. Οι συντελεστές h^i, f^j προέρχονται από τις σταθερές σύζευξης Yukawa h^{ij} και f^{ij}, αντίστοιχα, μεταξύ των υπερπεδίων Higgs H και $\bar{H}$, που περιέχουν τις έγχρωμες τριπλέτες, και των αναπαραστάσεων της ύλης, σύμφωνα με την παραμετροποίηση:

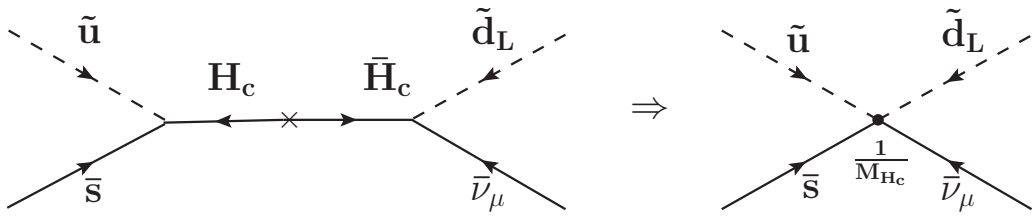
$$\begin{aligned} h^{ij} &= h^i e^{i\varphi_i} \delta^{ij} \\ f^{ij} &= V^*_{ij} f^j. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Από τις τρεις φάσεις $e^{i\varphi_i}$, μόνο δυο είναι ανεξάρτητες και μπορούμε να θέσουμε:

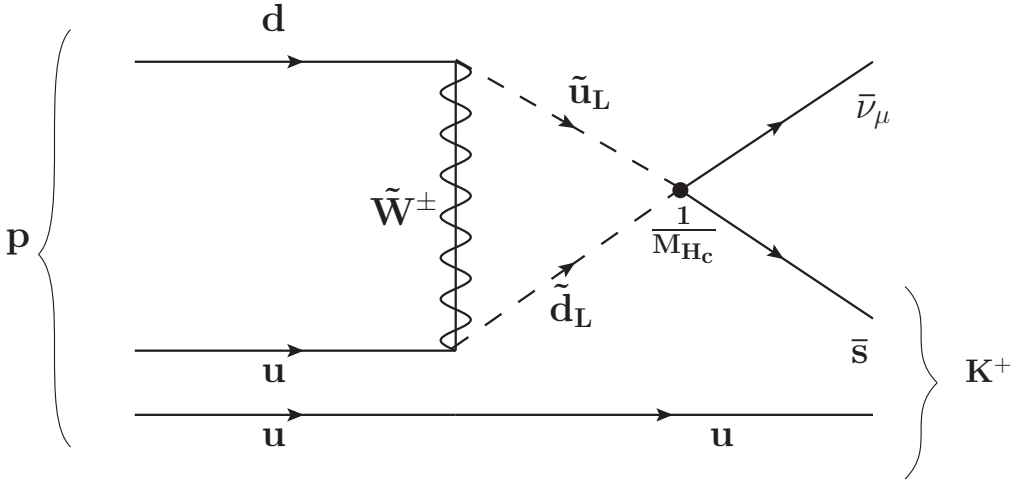
$$\sum \varphi_i = \varphi_u + \varphi_c + \varphi_t = 0. \tag{3.8}$$

Οι φάσεις αυτές είναι αδύνατο να απορροφηθούν από έναν επαναπροσδιορισμό των υπερπεδίων της ύλης, χωρίς να επηρεάσουν και τις συζεύξεις των ασθενών διπλετών των πεδίων Higgs, οι οποίες επίσης περιλαμβάνουν τα υπερπεδία Higgs H και $\bar{H}$. Στη συνέχεια θα δούμε ότι οι φάσεις αυτές είναι σημαντικές για τον ρυθμό διάσπασης του πρωτονίου.

Ο πρώτος και ο τρίτος όρος στην (3.6) προκαλούν τη σύζευξη των φερμιονικών αναπαραστάσεων $\mathbf{10} \times \mathbf{10}$, ενώ ο δεύτερος και το τρίτος τη σύζευξη $\mathbf{10} \times \overline{\mathbf{5}}$, με βάση την ομάδα



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα που δείχνει διάσπαση στο πρωτόνιο μέσω τελεστών διάστασης $D = 5$. Το αριστερό διάγραμμα δείχνει ένα παράδειγμα ανταλλαγής έγχρωμων Higgsinos, η οποία είναι υπεύθυνη για το κανάλι διάσπασης $p \to \overline{\nu} K^+$. Στο δεξί διάγραμμα φαίνεται η ολοκλήρωση των έγχρωμων υπερπεδίων Higgs, σε ενέργειες μικρότερες της κλίμακας ενοποίησης.



Σχήμα 3.5: Διάγραμμα που απεικονίζει διάσπαση στο πρωτόνιο μέσω τελεστών διάστασης $D = 5$. Πρόκειται για το διάγραμμα του σχήματος 3.4 που προκαλεί τη διάσπαση $p \to \overline{\nu} K^+$, μέσω ανταλλαγής έγχρωμων Higgsinos. Στο διάγραμμα έχει ενσωματωθεί και μια εκδοχή dressing με winos, ώστε τα βαθμωτά squarks να μετατραπούν σε ελαφρά φερμιόνια.

της $SU(5)$. Στην περίπτωση της $SO(10)$ και συγκεκριμένα στο μοντέλο που εμείς μελετάμε, η μορφή των παραπάνω όρων δεν αλλάζει, όμως τώρα έχουμε διπλάσιες έγχρωμες τριπλέτες Higgs, με διαφορετική εν γένει μάζα, να εμπλέκονται σ' αυτούς τους όρους.

Προχωρώντας κάτω από την κλίμακα ενοποίησης, τα υπέρβαρα, έγχρωμα πεδία Higgs των τριπλετών ολοκληρώνονται από τους παραπάνω όρους, σχήμα 3.4, οπότε προκύπτουν οι τελεστές διάστασης D = 5 που παραβιάζουν τον βαρυονικό αριθμό. Οι τελεστές αυτοί περιγράφονται από ένα ενεργό υπερδυναμικό της μορφής:

$$W_5 \;=\; \frac{1}{M_{eff}} \big(c_L^{ikl}\,(Q_i\,Q_i)\,(Q_k L_l) \;+\; c_R^{ijkl}\,(u_i^c\,e_j^c)\,(u_k^c\,d_l^c) \big), \tag{3.9}$$

στο οποίο καταλήγουν οι όροι Yukawa (3.6) μετά τη διαδικασία της ολοκλήρωσης των

έγχρωμων πεδίων Higgs από τη θεωρία. Οι δείκτες $i, j, l, k = 1, 2, 3$ είναι δείκτες οικογένειας. Οι συντελεστές c_L, c_R περιέχουν τις σταθερές σύζευξης Yukawa, που αναφέραμε στην (3.6), μαζί με τα στοιχεία του πίνακα CKM. Η ανάπτυξη των πενταδιάστατων τελεστών δίνει τους

$$(Q_i\, Q_i)\,(Q_k L_l) \;=\; \epsilon_{\alpha\beta\gamma}\,(u_i^\alpha\, d_i^{'\beta} \;-\; d_i^{'\alpha}\, u_i^\beta)\,(u_k^\gamma\, e_l - d_k^{'\gamma}\, \nu_l) \tag{3.10}$$

$$(u_i^c\, e_j^c)\,(u_k^c\, d_l^c) \;=\; \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u_{i\alpha}^c\, e_j^c\, u_{k\beta}^c\, d_{l\gamma}^c, \tag{3.11}$$

τελεστές γνωστούς και ως LLLL, $RRRR$, αντίστοιχα, λόγω της χειραλικότητας των πεδίων που τους αποτελούν. Στις εκφράσεις αυτές οι δείκτες α, β, γ είναι δείκτες χρώματος. Ο πρώτος τελεστής είναι αναλλοίωτος κάτω από τη συμμετρία $SU(2)_L$, καθώς οι δείκτες της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, οι οποίοι δεν φαίνονται στους όρους της (3.10), είναι αντισυμμετρικοί. Και οι δυο τελεστές σέβονται τη συμμετρία $SU(3)_c$, με τους δείκτες του χρώματος να είναι επίσης αντισυμμετρικοί ($i \neq k$), έτσι ώστε να υπάρχουν μη- διαγώνιοι όροι ως προς τη γεύση. Επιπλέον, από τη στιγμή που οι τελεστές αυτοί απορρέουν από μποζονικά υπερπεδία, οι όροι τους θα πρέπει να είναι ολικά συμμετρικοί κάτω από οποιαδήποτε αλλαγή όλων των δεικτών. Κοιτώντας τους περιορισμούς αυτούς συνολικά, ο πρώτος από τους τελεστές εξαλείφεται για $i = j = k$ και ο δεύτερος για $i = j$, με αποτέλεσμα στην τελική κατάσταση να υπάρχει πάντα φερμιόνιο δεύτερης ή τρίτης γενιάς. Είναι άλλωστε χαρακτηριστικό των υπερσυμμετρικών GUT θεωριών οι κυρίαρχοι τρόποι διάσπασης του πρωτονίου να δίνουν ως προϊόντα σωματίδια με ένα strange quark στη σύστασή τους (strangeness). Το επικρατέστερο, επομένως, κανάλι της νουκλεονικής διάσπασης για τις συγκεκριμένες θεωρίες είναι το $p \;\to\; \overline{\nu}\, K^+ \quad (n \;\to\; \overline{\nu}\, K^0)$. Σε ορισμένες περιπτώσεις γίνεται σημαντική και η διάσπαση $p \;\to\; \bar{\nu}_i\, \pi^+$ και αυτό λόγω διαφορετικού ποσοστού συνεισφορών μεταξύ τρίτης και δεύτερης γενιάς των βαθμωτών squarks (λεπτή ρύθμιση).

Οι όροι του W_5 είναι διαιρεμένοι με την M_{eff} που αντιπροσωπεύει μια ενεργό, και όχι φυσική, μάζα, η οποία δίνεται από τον συνδυασμό μαζών υπέρβαρων πεδίων Higgs:

$$M_{eff} \;=\; \frac{M_3\, M_3'}{M_2} \;=\; \frac{(\lambda\alpha)^2}{M_2} \tag{3.12}$$

στο πρότυπο το οποίο ακολουθούμε, στα πλαίσια της $SO(10)$. Αν είχαμε επιλέξει ως ομάδα της θεωρίας μας την $SU(5)$ τότε θα έπρεπε να αντικαταστήσουμε την M_{eff} με τη μάζα της έγχρωμης τριπλέτας Higgs, M_{H_c}. Στην έκφραση της M_{eff} εμπλέκονται οι υπέρβαρες μάζες $M_3\, M_3'$ των έγχρωμων τριπλετών Higgs, οι οποίες περιέχονται στις

διανυσματικές αναπαραστάσεις T_1, $T_2 = \mathbf{10}_H$. M_2 είναι η μάζα των υπέρβαρων διπλετών Higgs στην T_2 μετά το διαχωρισμός διπλετών - τριπλετών, ενότητα 2.8. Η τελευταία ισότητα στη σχέση (3.12) προκύπτει από τη μορφή του δυναμικού $W_{2/3}$ που υιοθετήσαμε, σχέση (2.11).

Στην ενεργειακή κλίμακα M_{SUSY}, όπου η υπερσυμμετρία παραβιάζεται, οι τελεστές διάστασης D = 5 που προκαλούν τη διάσπαση του πρωτονίου μετατρέπονται σε τελεστές τεσσάρων φερμιονίων (four-fermi operators) διάστασης D = 6. Η μετατροπή αυτή γίνεται μέσω ανταλλαγών gauginos ή Higgsinos προερχόμενων από τις ελαφριές διπλέτες Higgs. Η διαδικασία αυτή είναι γνωστή ως ¨ντύσιμο¨ (dressing) και ουσιαστικά, μέσω αυτής, μετατρέπονται τα βαθμωτά μποζόνια (squarks), δυο από κάθε τετράδα υπερπεδίων του υπερδυναμικού της σχέσης (3.9), σε ελαφριά φερμιόνια. Μια εκδοχή ¨ντυσίματος¨ φαίνεται στο σχήμα 3.5. Με αυτόν τη διαδικασία αυτή μορφοποιούνται τελικά τα πλάτη της νουκλεονικής διάσπασης.

Η σημαντικότερη συνεισφορά έρχεται από το ¨ντύσιμο¨ των charginos στους τελεστές της μορφής $(Q_i\, Q_i)\,(Q_k L_l)$, σχέση (3.10). Αυτού του είδους το ¨ντύσιμο¨ είναι αδύνατο να εφαρμοστεί και στους άλλους τελεστές της (3.11), αφού οι τελευταίοι αφορούν μόνο δεξιόστροφα πεδία. Ακόμα κι αν λάβουμε υπόψη την ανάμιξη δεξιόστροφων-αριστερόστροφων πεδίων, που προκύπτει από το υπερδυναμικό και τους A-όρους, η οποία επιφέρει ¨ντύσιμο¨ από charginos στους τελεστές $(Q_i\, Q_i)\,(Q_k L_l)$, η συνεισφορά αυτή καταπνίγεται, αφού η ανάμιξη είναι ανάλογη των σταθερών σύζευξης Yukawa. Αν $m_{\widetilde{W}} \gg M_W$, τότε μπορούμε να μιλάμε για ¨ντύσιμο¨ αποκλειστικά από φορτισμένα winos μάζας $m_{\widetilde{W}}$. Άλλες πιθανές ανταλλαγές περιλαμβάνουν αυτές των gluinos, των ουδέτερων gauginos και των Higgsinos, ουδέτερων και φορτισμένων. Όμως, οι συνεισφορές αυτές θεωρούνται μικρές και γι' αυτό αμελητέες [23], κυρίως εξαιτίας των μικρών σταθερών σύζευξης Yukawa που παρουσιάζουν με την πρώτη ή/και τη δεύτερη γενιά.

Τα πλάτη της νουκλεονικής διάσπασης διαφοροποιούνται με την επίδραση του ¨ντυσίματος¨. Τα αποτελέσματα εξαρτώνται από τις μάζες των charginos, των squarks και των sleptons που συμμετέχουν στους βρόχους. Λόγω της ανταλλαγής των charginos, στην κλίμακα $M_{SUSY,}$ οι όροι της Λαγκρανζιανής, η οποία περιγράφει τους τελεστές τεσσάρων φερμιονίων διάστασης D = 6, καταλήγουν στη μορφή:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{M_{eff}}\,\frac{\alpha_2}{2\,\pi}\,c_{ijk}\,\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\quad\Big[\quad (u_i^{\alpha}\,d_i^{'\beta})\,(d_j^{'\gamma}\,\nu_k)\,(\,\mathrm{f}(m_{\tilde{u}_i},\,m_{\tilde{d}_i'},\,m_{\widetilde{W}})\,+\,\mathrm{f}(m_{\tilde{u}_j},\,m_{\tilde{e}_k},\,m_{\widetilde{W}})\,)$$
$$+\quad\cdots\Big], \tag{3.13}$$

όπου $c_{ijk} = c_L^{ikl}$. Οι όροι που φαίνονται παραπάνω περιλαμβάνουν μόνο ανταλλαγές winos, οι οποίες θεωρούνται οι κυρίαρχες στο ¨ντύσιμο¨ των gauginos. Οι όροι που έχουν παραλειφθεί περιλαμβάνουν τις υπόλοιπες, λιγότερο σημαντικές, συνεισφορές. Η σταθερά σύζευξης α_2 προέρχεται από τους όρους αλληλεπίδρασης μεταξύ sfermions και charginos. Η συνάρτηση f προέρχεται από το τριγωνικό διάγραμμα της ανταλλαγής και είναι το ολοκλήρωμα βρόχου του dressing :

$$\frac{\alpha_2}{2\,\pi}\mathrm{f}(m_{\widetilde{u}},\, m_{\widetilde{d}},\, m_{\widetilde{W}}) \;\equiv\; g_2^2 \int \frac{d^4\,k}{i(2\,\pi)^4}\left(\frac{1}{m_{\widetilde{u}}^2\,-\,k^2}\right)\left(\frac{1}{m_{\widetilde{d}}^2\,-\,k^2}\right)\left(\frac{1}{m_{\mathrm{chargino}}\,-\,\not{k}}\right) \tag{3.14}$$

Θα την υπολογίζουμε από τον γενικό τύπο:

$$f(a,b,c) \;=\; \frac{m_c}{m_b^2\,-\,m_c^2}\left(\frac{m_b^2}{m_a^2\,-\,m_b^2}\,\ln\frac{m_a^2}{m_b^2}\,-\,\frac{m_c^2}{m_a^2\,-\,m_c^2}\,\ln\frac{m_a^2}{m_c^2}\right) \tag{3.15}$$

Στον τύπο αυτόν οι θέσεις των μαζών m_a, m_b, m_c καταλαμβάνονται από τις μάζες των squarks, sleptons και charginos, όπως θα δούμε παρακάτω. Πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι στην (3.13) η μίξη μεταξύ των squarks έχει αγνοηθεί. Αυτή η απλούστευση θα αρθεί στον πλήρη τύπο υπολογισμού του πλάτους διάσπασης του πρωτονίου που θα παρουσιάσουμε παρακάτω, προκειμένου να έχουμε ακριβέστερη αριθμητική προσέγγιση των αποτελεσμάτων.

Στην ενεργειακή κλίμακα του 1 GeV , τη σχετική με τη διάσπαση του πρωτονίου, η (3.13) διαμορφώνεται ως:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \;&=\; \frac{2\,\alpha_2}{M_{eff}}\,\frac{m_{u_i}\,m_{d_k}\,c_{ijk}}{m_W^2\,\sin 2\beta}\,A_S(i,j,k)\,A_L \\ &\quad\cdot\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\left[(u_i^\alpha\,d_i^{'\beta})\,(d_j^{'\gamma}\,\nu_k)\,(\,\mathrm{f}(m_{\widetilde{u}_i},\,m_{\widetilde{d}_i'},\,m_{\widetilde{W}})\,+\,\mathrm{f}(m_{\widetilde{u}_j},\,m_{\widetilde{e}_k},\,m_{\widetilde{W}})\,)\right]\end{aligned} \tag{3.16}$$

Οι κύριες συνεισφορές στους τελεστές τεσσάρων φερμιονίων, στις περιπτώσεις ανταλλαγής winos στον βρόχο του ¨ντυσίματος¨, έρχονται από δυο ειδών όρους: από όρους που χαρακτηρίζονται από το συνδυασμό δεικτών $i = c$, $j = u$, $k = s$, γεγονός που καθιστά μια τέτοια συνεισφορά ανάλογη ως προς το γινόμενο $m_s m_c$ και από όρους με συνδυασμό δεικτών $i = t$, $j = u$, $k = s$, οπότε αυτή η συνεισφορά είναι ανάλογη με το γινόμενο $m_s m_t$. Επιπλέον, οι μάζες των quarks m_{u_i}, m_{d_k} έχουν προσδιορισθεί στην κλίμακα του 1 GeV στο σχήμα $\overline{\mathrm{MS}}$ [23], ως συνέπεια της εναρμόνισης των σταθερών σύζευξης Yukawa της κλίμακας ενοποίησης στα δεδομένα των χαμηλών ενεργειών.

Στην παραπάνω Λαγκρανζιανή έχει ενσωματωθεί μια σειρά επανακανονικοποιήσεων, οι οποίες μελετήθηκαν και προσδιορίσθηκαν αρχικά από τους συγγραφείς των αναφορών [23, 101, 103]. Συγκεκριμένα, ο παράγοντας $A_S(i,j,k) \equiv A_S$, αντιπροσωπεύει την

επίδραση της επανακανονικοποίησης ¨μικρής εμβέλειας¨, μεταξύ της κλίμακας ενοποίησης M_{GUT} και της κλίμακας όπου παραβιάζεται η υπερσυμμετρία M_{SUSY}, η οποία εξαρτάται από τη γεύση i, j, k. Ο παράγοντας A_L δίνει το μέτρο της επανακανονικοποίησης ¨μεγάλης εμβέλειας¨ μεταξύ της κλίμακας παραβίασης της υπερσυμμετρίας M_{SUSY} και αυτής της τάξεως του 1 GeV. Από τη στιγμή που οι πενταδιάστατοι τελεστές είναι όροι τύπου F, όλα τα φαινόμενα επανακανονικοποίησής τους προέρχονται από τις επανακανονικοποίησεις των κυματοσυναρτήσεων των εξωτερικών γραμμών των διαγραμμάτων. Αυτό συμβαίνει λόγω του θεωρήματος μη-επανακανονικοποίησης των όρων τύπου F [104].

Ο συντελεστής A_S, αν αγνοηθούν διορθώσεις ανάλογες των σταθερών σύζευξης Yukawa, υπολογίζεται από την παρακάτω έκφραση [23]:

$$A_S = \left(\frac{\alpha_1(M_{SUSY})}{\alpha_1(M_{GUT})}\right)^{-1/33} \left(\frac{\alpha_2(M_{SUSY})}{\alpha_2(M_{GUT})}\right)^{-3} \left(\frac{\alpha_3(M_{SUSY})}{\alpha_3(M_{GUT})}\right)^{4/3} \tag{3.17}$$

Στους πρώτους υπολογισμούς του πλάτους της νουκλεονικής διάσπασης στην $SU(5)$ [23, 101], ο A_S περιλάμβανε και την εξέλιξη των σταθερών σύζευξης Yukawa από την M_{GUT} στην M_{SUSY}. Έτσι, είχε στενή εξάρτηση από τη μάζα του top quark [23], μέσω της αντίστοιχης σταθεράς σύζευξης Yukawa. Η εξάρτηση αυτή μεταφράζεται σε περαιτέρω ενίσχυση των πενταδιάστατων τελεστών που ευθύνονται για τη διάσπαση του πρωτονίου, λόγω της ανοδικής τάσης που έχει η πειραματική τιμή της μάζας του top quark. Σε πιο σύγχρονες αναλύσεις [105–107], ο A_S περιλαμβάνει μόνο την εξέλιξη των πενταδιάστατων τελεστών, αφού στην έκφραση του πλάτους της διάσπασης του πρωτονίου χρησιμοποιούνται απευθείας οι σταθερές σύζευξης Yukawa στην κλίμακα M_{SUSY}.

Ο παράγοντας A_L περιέχει την επανακανονικοποίηση, μεταξύ της κλίμακας M_{SUSY} και της 1 GeV, της ανώμαλης διάστασης των τελεστών τεσσάρων φερμιονίων, διάστασης D = 6 που οφείλεται σε αλληλεπιδράσεις της QCD . Δίνεται από την έκφραση [105, 107]:

$$A_L = \left(\frac{\alpha_3(1\text{GeV})}{\alpha_3(m_c)}\right)^{2/9} \left(\frac{\alpha_3(m_c)}{\alpha_3(m_b)}\right)^{6/25} \left(\frac{\alpha_3(m_b)}{\alpha_3(M_{SUSY})}\right)^{6/23} \tag{3.18}$$

Όπως και στον A_S, στις πρώτες απόπειρες προσδιορισμού του A_L [23, 101] συμπεριλαμβάνονταν και η εξέλιξη των μαζών των quarks από τις χαμηλές ενέργειες στην 1 GeV, ώστε να χρησιμοποιηθούν οι σωστές σταθερές σύζευξης Yukawa στην ηλεκτρασθενή κλίμακα. Αποδεικνύεται [108] ότι ο παράγοντας επανακανονικοποίησης ¨μεγάλης εμβέλειας¨ που υπολογίζεται σύμφωνα με την αρχική αυτή ανάλυση, τον οποίο μπορούμε να συμβολίσουμε A'_L και ο A_L που προκύπτει από την (3.18) ικανοποιούν την σχέση: $A'_L = A_L^{-3}$. Παρακάτω θα αναφερθούμε ξανά σε αυτούς τους δυο παράγοντες, A_S και

A_L, δίνοντας τις τιμές που θα χρησιμοποιήσουμε κατά τον υπολογισμό του χρόνου ζωής του πρωτονίου.

Προκειμένου να καταλήξουμε από την (3.16) σε υπολογισμό του πλάτους της διάσπασης $p \to \bar{\nu}_i K^+$, θα πρέπει να μεταβούμε από τους τελεστές, οι οποίοι είναι γραμμένοι με πεδία quarks, σε στοιχεία πίνακα σε αδρονικό επίπεδο. Η μετάβαση αυτή μπορεί να επιτευχθεί με την υιοθέτηση της τεχνικής της χειραλικής (chiral) Λαγκρανζιανής [109] στις αλληλεπιδράσεις που παραβιάζουν τον βαρυονικό αριθμό [110]. Η θεωρία της χειραλικής Λαγκρανζιανής είναι η ενεργός θεωρία της QCD σε χαμηλές ενέργειες, μετά την αυθόρμητη παραβίαση της χειραλικής συμμετρίας $SU(3)_L \times SU(3)_R$. Περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις των μποζονίων Goldstone, δηλαδή των νουκλεονίων, πιονίων, καονίων κλπ..

3.4 Χρόνος ζωής του πρωτονίου

Στην ελαχιστοποιημένη υπερβαρύτητα (minimal SUGRA ή mSUGRA) με ομάδα της GUT την $SO(10)$, ο ρυθμός της διάσπασης $p \to \bar{\nu}_i K^+$ δίνεται από την έκφραση:

$$\Gamma(p \to \bar{\nu} K^+) = \sum_{i=e,\mu,\tau} \Gamma(p \to \bar{\nu}_i K^+) . \tag{3.19}$$

Κάθε ένας από τους μερικούς ρυθμούς στην (3.19) προκύπτουν από [23, 102, 111]:

$$\Gamma(p \to \bar{\nu}_i K^+) = \left(\frac{\beta_p}{M_{eff}}\right)^2 |A|^2 \, |B_i|^2 \, C \tag{3.20}$$

όπου $i = e, \mu, \tau$. Στον παραπάνω τύπο, η ενεργός μάζα M_{eff} δίνεται από την (3.12). Επιπλέον, β_p είναι το στοιχείο πίνακα των τριών quarks της κυματοσυνάρτησης του πρωτονίου:

$$\beta_p U_L^\gamma = \epsilon_{abc} \, \epsilon_{\alpha\beta} < 0| \, d_{aL}^\alpha \, u_{bL}^\beta \, u_{cL}^\gamma \, | p >, \tag{3.21}$$

όπου U_L^γ αντιστοιχεί στην κυματοσυνάρτηση του πρωτονίου και $d_{aL}^\alpha \, u_{bL}^\beta \, u_{cL}^\gamma$ είναι τελεστές των quarks με α, β, γ να είναι σπινοριακοί δείκτες. Το εύρος τιμών για το β_p που έδιναν παλαιότεροι, αλγεβρικοί υπολογισμοί [112] ήταν $0.003\,\mathrm{GeV}^3 \leq \beta_p \leq 0.03\,\mathrm{GeV}^3$. Όμως, η πιο αξιόπιστη εκτίμηση του μεγέθους του γίνεται με βάση υπολογισμούς που στηρίζονται στη θεωρία πλέγματος βαθμίδας (lattice gauge). Ένας τέτοιου είδους υπολογισμός [113], από τους πρώτους που πραγματοποιήθηκαν έχοντας ως βάση τη θεωρία αυτή, δίνει $\beta_p = (5.6 \pm 0.5) \times 10^{-3}\,\mathrm{GeV}^3$, με τις παραμέτρους χαμηλής ενέργειας να επανακανονικοποιούνται σε μια κλίμακα περίπου ίση με $2\,\mathrm{GeV}$. Τα συστηματικά σφάλματα του

υπολογισμού αυτού θα μπορούσαν έως και να διπλασιάσουν την τιμή του β_p. Πιο πρόσφατοι υπολογισμοί [114, 115], οι οποίοι χρησιμοποιούν ως βάση την ίδια τεχνική, αλλά διαφοροποιούνται ως προς τη μέθοδο, έχοντας ως κλίμακα επανακανονικοποίησης επίσης τα $2\,\mathrm{GeV}$, δίνουν αντίστοιχα: $\beta_p = 0.0108 \pm 0,0013_{(stat)} \pm 0,0015_{(syst)} \pm 0,0007\,\mathrm{GeV}^3$ και $\beta_p = 0.0120 \pm 0.0013_{(stat)} \pm 0.0023_{(syst)}\mathrm{GeV}^3$, όπου το πρώτα σφάλμα που εμφανίζεται είναι το στατιστικό, το δεύτερο το συστηματικό και το τρίτο στο πρώτο αποτέλεσμα είναι ένα συνολικό σφάλμα που έρχεται από την επανακανονικοποίηση.

Συνεχίζοντας με τους υπόλοιπους όρους της (3.20): ο όρος A περιέχει της μάζες των quarks και τους παράγοντες CKM, οι B_i είναι συναρτήσεις που περιγράφουν το ¨ντύσιμο¨ των διαγραμμάτων βρόχων και όσον αφορά στον C, αυτός περιέχει παράγοντες χειραλικής Λαγκρανζιανής, οι οποίοι μετατρέπουν τη Λαγκρανζιανή των quarks σε ενεργό Λαγκρανζιανή των μεσονίων και των βαρυονίων [116].

Πιο αναλυτικά, ο όρος A εξαρτάται από τις μάζες των quark στην κλίμακα 1 GeV και στο σχήμα $\overline{\mathrm{MS}}$ [101] και από τα στοιχεία του πίνακα CKM και δίνεται από τη σχέση:

$$A = \frac{\alpha_2^2}{2M_W^2}\, m_s\, m_c\, V_{21}^\dagger\, V_{21}\, A_L\, A_S, \tag{3.22}$$

όπου η ηλεκτρασθενής σταθερά σύζευξης α_2 είναι υπολογισμένη στην κλίμακα M_Z. Για τα στοιχεία του πίνακα CKM χρησιμοποιήσαμε τις κεντρικές τιμές που υποδεικνύουν οι [49, 117]. Άλλες προσεγγίσεις, οι οποίες στοχεύουν κυρίως στο να εξηγήσουν τις μεγάλες αναμίξεις στα νετρίνα, μπορούν να καταλήξουν σε μεγαλύτερες τιμές για αυτά τα στοιχεία πίνακα (όπως στις [118] και [119]). Τότε ο παράγοντας A αυξάνεται, από τη στιγμή που είναι ανάλογος του $|V_{21}|^2$, δίνοντας ένα ελαφρώς μεγαλύτερο κάτω όριο για την M_{eff}, λόγω της (3.20), όπως θα δούμε στη συνέχεια, το οποίο επηρεάζει ελάχιστα την κατάσταση και αφήνει πρακτικά ανεπηρέαστα τα αποτελέσματά μας.

Στους παράγοντες A_L και A_S έχουμε ήδη αναφερθεί ως προς τη θεωρητική τους υπόσταση. Οι τιμές που χρησιμοποιούμε είναι $A_L = 1,4$ και $A_S = 2$ [88], με τις οποίες συμφωνούν και οι [105, 107].

Οι όροι B_i, με $i = 1, 2, 3$ στην (3.20) είναι οι συναρτήσεις που περιγράφουν το ¨ντύσιμο¨ στα διαγράμματα των βρόχων, όπως στο σχήμα 3.5. Είναι ίσοι με

$$B_i = \frac{1}{\sin 2\beta}\, \frac{m_i^d\, V_{i1}^\dagger}{m_s\, V_{21}^\dagger} \left(P_2\, B_{2i} + \frac{m_t\, V_{31}\, V_{32}}{m_c\, V_{21}\, V_{22}}\, P_3\, B_{3i} \right), \tag{3.23}$$

όπου με m_i^d συμβολίζουμε τις μάζες των τριών γενεών quarks τύπου down, ενώ η γωνία β έχει εφαπτομένη που ορίζεται ως ο λόγος των μέσων αναμενόμενων τιμών κενού για

τα ασθενή ουδέτερα πεδία Higgs: $\tan\beta = \langle H_2\rangle/\langle H_1\rangle$. Ο πρώτος όρος της παρένθεσης αντιπροσωπεύει τη συνεισφορά από τη δεύτερη γενιά των squarks τύπου up, δηλαδή του $\tilde{c}$, ενώ ο δεύτερος όρος από την τρίτη, δηλαδή από το $\tilde{t}$. Οι φάσεις P_2, P_3 έχουν να κάνουν με την παραβίαση της συμμετρίας CP, αλλά είναι ανεξάρτητες από τους παράγοντες CKM . Παρεμβάλλονται στους τελεστές με διάσταση $D = 5$ και δίνουν ακριβώς το ποσοστό συμμετοχής μεταξύ δεύτερης και τρίτης γενιάς. Η συμμετοχή της πρώτης γενιάς είναι αμελητέα, στην περίπτωση της ανταλλαγής charginos στους βρόχους. Οι φάσεις ορίζονται ως [111]

$$P_i = \mathrm{e}^{i\varphi_i}, \quad \sum_i \varphi_i = 0, \quad i = 1,2,3,$$

όπου οι φ_i δίνονται από τη σχέση (3.8). Υπάρχουν δυο οριακές περιπτώσεις: η ¨αναιρετική συμβολή¨ $\dfrac{P_3}{P_2} = -1$ και η ¨δημιουργική συμβολή¨ $\dfrac{P_3}{P_2} = 1$. Στην επεξεργασία που κάναμε υιοθετήσαμε τη δεύτερη ώστε να επιτύχουμε τη μέγιστη δυνατή ανάμειξη. Μια τέτοια επιλογή επιφέρει μείωση στους εξαγόμενους χρόνους ζωής και, επομένως, είναι πιο στενά οριοθετημένη από τα πειραματικά αποτελέσματα.

Οι συναρτήσεις B_{ji}, με $j = 2,3$, είναι τα ολοκληρώματα βρόχων:

$$B_{ji} = F(\tilde{u}_i, \tilde{d}_j, \tilde{W}) + F(\tilde{u}_i, \tilde{e}_j, \tilde{W}), \tag{3.24}$$

όπου

$$\begin{aligned} F(\tilde{u}_i, \tilde{d}_j, \tilde{W}) &= \big[E\,\cos\gamma_-\,\sin\gamma_+\,\tilde{f}(\tilde{u}_i, \tilde{d}_j, \tilde{W}_1) + \cos\gamma_+\,\sin\gamma_-\,\tilde{f}(\tilde{u}_i, \tilde{d}_j, \tilde{W}_1)\big] \\ &- \frac{1}{2}\,\frac{\delta_{i3}\,m_i^u\,\sin 2\delta_{ui}}{\sqrt{2}\,M_W\,sin\beta}\,\big[E\,\sin\gamma_-\,\sin\gamma_+\,\tilde{f}(\tilde{u}_{i1}, \tilde{d}_j, \tilde{W}_1) \\ &- \cos\gamma_-\,\cos\gamma_+\,\tilde{f}(\tilde{u}_{i1}, \tilde{d}_j, \tilde{W}_2) - (\tilde{u}_{i1} \to \tilde{u}_{i2})\big], \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$F(\tilde{u}_i, \tilde{d}_j, \tilde{W}) = F(\tilde{u}_i, (\tilde{d}_j \to \tilde{e}_j), \tilde{W})$$

Στην έκφραση της F, με m_i^u συμβολίζουμε τις μάζες των quarks τύπου up, με $\tilde{d}_j$ τα squarks δεύτερης και τρίτης γενιάς και με $\tilde{e}_j$ τα sleptons δεύτερης και τρίτης γενιάς. Στη συνάρτηση αυτή γίνεται εμφανές ότι έχει συμπεριληφθεί και η ανάμιξη L - R για τα t-squarks, λόγω του όρου που περιέχει την δ_{i3}. Τα $\tilde{W}_{1,2}$ αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές μάζας των charginos. Ο παράγοντας E παίρνει τις τιμές:

$$E = \begin{cases} 1, & sin2\beta > \mu\,\tilde{m}_2/M_W^2 \\ -1, & sin2\beta < \mu\,\tilde{m}_2/M_W^2, \end{cases} \tag{3.26}$$

όπου μ είναι παράμετρος ανάμιξης των Higgsinos και $\tilde{m}_2$ είναι η παράμετρος μάζας των gauginos M_2 στην κλίμακα της μέσης μάζας των stops. Κυρίως παίρνουμε $E = -1$,

γιατί $\mu\tilde{m}_2 > M_W^2$. Επίσης, η γωνία $\gamma_\pm$ ορίζεται $\gamma_\pm = \beta_+ \pm \beta_-$, με

$$\sin 2\beta_\pm = \frac{(\mu \pm \tilde{m}_2)}{[4\,\nu_\pm^2 + (\mu \pm \tilde{m}_2)^2]^{1/2}} \tag{3.27}$$

όπου

$$\sqrt{2}\,\nu_\pm = M_W\,(\sin\beta \pm \cos\beta) \tag{3.28}$$

και

$$\sin 2\delta_{u3} = \frac{-\,2\,(A_t + \mu\cot\beta)\,m_t}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}, \tag{3.29}$$

με A_t να είναι η A παράμετρος του t-quark .

Η $\tilde{f}$ δίνεται από την έκφραση:

$$\tilde{f}(\tilde{u}_i, \tilde{d}_j, \tilde{W}_k) = \sin^2\delta_{ui}\, f(\tilde{u}_{i1}, \tilde{d}_j, \tilde{W}_k) + \cos^2\delta_{ui}\, f(\tilde{u}_{i2}, \tilde{d}_j, \tilde{W}_k) \tag{3.30}$$

Η συνάρτηση f αναφέρεται στο ολοκλήρωμα ¨ντυσίματος¨ των βροχικών διαγραμμάτων και υπολογίζεται από την (3.15). Σε αυτήν αντικαθιστούμε τις φυσικές μάζες, δηλαδή τις μάζες των αριστερόστροφων συνιστωσών, των squarks τύπου down δεύτερης και τρίτης γενιάς, των squarks τύπου up πρώτης και δεύτερης γενιάς και των sleptons δεύτερης και τρίτης γενιάς, ενώ για τα stops και τα charginos αντικαθιστούμε τις ιδιοτιμές του αντίστοιχου πίνακα μάζας τους.

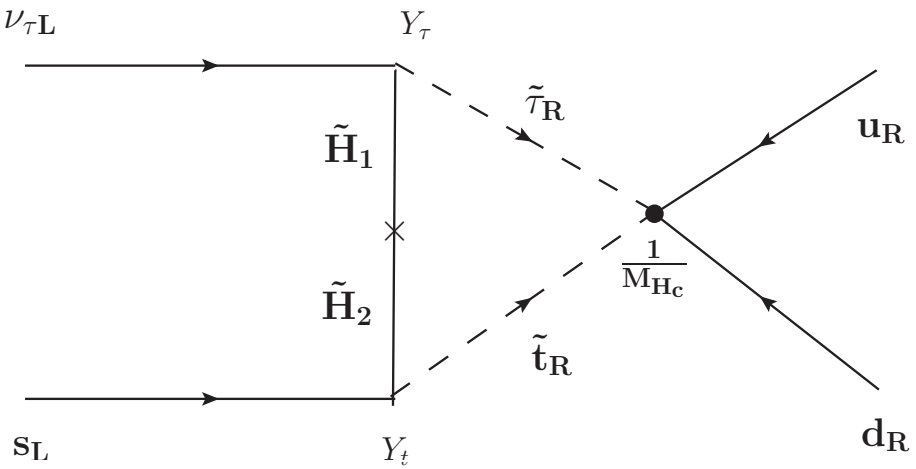
Τέλος, ο παράγοντας C στη σχέση (3.20) υπολογίζεται από την:

$$C = \frac{m_N}{32\,\pi\,f_\pi^2}\left[\left(1 + \frac{m_N\,(D + F)}{m_B}\right)\left(1 - \frac{m_K^2}{m_N^2}\right)\right]^2, \tag{3.31}$$

όπου $f_\pi, D, F, ..$ παράγοντες της χειραλικής Λαγκρανζιανής με αριθμητικές τιμές, που δίνονται στην [111]: $D = 0.76$, $F = 0.48$, $f_\pi = 139\,\mathrm{MeV}$, $m_N = 938\,\mathrm{MeV}$, $m_K = 495\,\mathrm{MeV}$ και $m_B = 1154\,\mathrm{MeV}$. Για αυτές τις τιμές προκύπτει $C = 1.014$.

3.5 Συνεισφορά από πενταδιάστατους τελεστές τύπου $RRRR$

Οι πενταδιάστατοι τελεστές τύπου $RRRR$ της (3.11) αναφέρονται στη συνιστώσα των τελεστών διάστασης D = 5, η οποία προκύπτει από το ¨ντύσιμο¨ τεσσάρων δεξιόστροφων σωματιδίων. Οι τελεστές αυτοί μπορούν να δώσουν σημαντική συνεισφορά κυρίως στο κανάλι διάσπασης του πρωτονίου: $p \to \bar{\nu}_\tau\, K^+$ [24]. Το αντίστοιχο διάγραμμα φαίνεται στο σχήμα 3.6. Η μετατροπή των δεξιόστροφων μποζονίων σε ελαφριά φερμιόνια γίνεται



Σχήμα 3.6: Διάγραμμα της διάσπασης του πρωτονίου στο κάναλι $p \rightarrow \bar{\nu}_\tau K^+$, μέσω τελεστών διάστασης $D = 5$ τύπου $RRRR$.

μέσω ανταλλαγής Higgsinos και όχι winos. Μεγάλη γίνεται η συνδρομή των τελεστών $RRRR$ στη νουκλεονική διάσπαση, όταν οι συζεύξεις Yukawa σε συνδυασμό με τα στοιχεία του πίνακα CKM το επιτρέπουν. Τα παραπάνω οδηγούν στην αναγκαστική εμφάνιση των δεξιόστροφων βαθμωτών τρίτης γενιάς $\tilde{t}_R$ και $\tilde{\tau}_R$ στον βρόχο του τελεστή διάσπασης και στην επικράτηση του καναλιού $\bar{\nu}_\tau K^+$. Το πλάτος του διαγράμματος του σχήματος 3.6 υπολογίζεται με παρόμοιο τρόπο με αυτόν που περιγράψαμε προηγουμένως για τους τελεστές τύπου LLLL. Προσεγγιστικά δίνεται από [33, 123]:

$$\mathcal{A}_\tau(\tilde{t}_R) \sim Y_d\, Y_t^2\, Y_\tau\, V_{tb}^*\, V_{ud}\, V_{ts}\, \frac{\mu}{M_{eff}\, m_{\tilde{f}}^2}, \tag{3.32}$$

όπου $m_{\tilde{f}}$ είναι μια τυπική μάζα των squarks και sleptons. Ο λόγος αυτού του πλάτους ως προς τον αντίστοιχο που προκύπτει μέσω ανταλλαγής φορτισμένων winos είναι ανάλογος του παράγοντα $\tan\beta(\mu/m_{\tilde{t}})$. Έτσι, η συνεισφορά αυτών των τελεστών πρέπει να μελετηθεί, ιδίως σε περιοχές του χώρου των παραμέτρων "ήπιας" παραβίασης της υπερσυμμετρίας που την ενισχύουν και συγκεκριμένα σε περιοχές με μεγάλη $\tan\beta$.

Κεφάλαιο 4

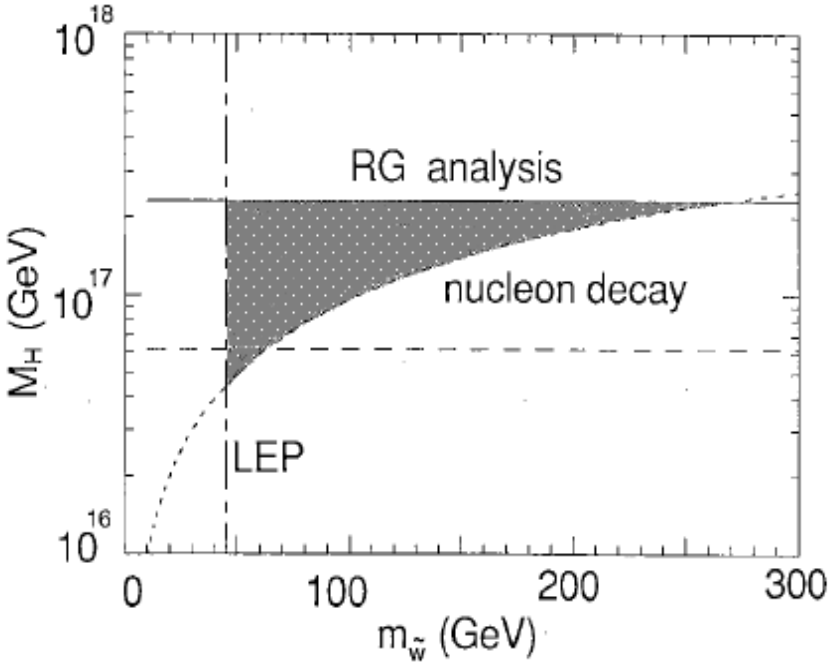
Μεθοδολογία

Στο κεφάλαιο αυτό αναπτύσσουμε μια νέα μέθοδο παραμετροποίησης του μεγάλου αριθμού των μεταβλητών του υπέρβαρο φάσματος του μοντέλου σε έναν μικρό αριθμό κατάλληλα επιλεγμένων νέων ελεύθερων παραμέτρων. Στόχος μας είναι να εφαρμόσουμε αυτήν την νέα μέθοδο στην εξέλιξη και τελικά στην ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, αλλά και στον προσδιορισμό της M_{eff} που υπεισέρχεται στον θεωρητικό υπολογισμό του χρόνου ζωής του πρωτονίου και έτσι να θέσουμε τη βάση για τα προκρίματα της ανάλυσή μας.

4.1 Υπολογίζοντας την M_{eff}

Το τρέχον κατώτατο όριο του χρόνου ζωής του πρωτονίου, έτσι όπως προκύπτει πειραματικά από το πείραμα Super - Kamiokande, δίνεται από την (3.1). Το όριο αυτό δίνει και ένα κάτω όριο της παραμέτρου M_{eff}, μέσω της (3.20), το οποίο εξαρτάται επίσης από τις τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων που χρησιμοποιούμε ως δεδομένα κάθε φορά. Όμως, η παράμετρος M_{eff} εξαρτάται, όπως θα δούμε παρακάτω, και από τις τιμές των σταθερών σύζευξης βαθμίδας στην κλίμακα M_Z καθώς και από παραμέτρους που προέρχονται από τα κατώφλια υψηλών ενεργειών της θεωρίας.

Στις δημοσιεύσεις της αναφοράς [23], στις οποίες εξετάζεται ένα μοντέλο ελαχιστοποιημένης $SU(5)$, η μάζα τις έγχρωμης τριπλέτας Higgs M_H είναι για την $SU(5)$ το ανάλογο της M_{eff} του μοντέλου της $SO(10)$ που εξετάζουμε. Η M_H περιορίζεται, εκτός από το κάτω πειραματικό όριο του χρόνου ζωής του πρωτονίου και από τις μετρήσεις ακριβείας στα όρια της α_{strong}. Στο συγκεκριμένο μοντέλο το υπέρβαρο φάσμα χαρακτηρίζεται από τρεις μάζες μόνο: την M_V των μποζονίων βαθμίδας, την M_Σ για τα πεδία Higgs στη συζυγή



Σχήμα 4.1: Το διάγραμμα προέρχεται από την πρώτη δημοσίευση στην [23]. Σε αυτό φαίνεται το κάτω όριο στη μάζα του πεδίου Higgs M_H που ανήκει στην έγχρωμη τριπλέτα της $SU(5)$, λόγω των πειραματικών αποτελεσμάτων για το χρόνο ζωής του πρωτονίου (γραμμή από τελείες). Η σκιασμένη περιοχή είναι η επιτρεπόμενη περιοχή τιμών για την M_H. Στο πάνω μέρος της η περιοχή αυτή περιορίζεται από την ανάλυση των εξισώσεων επανακανονικοποίησης των σταθερών σύζευξης βαθμίδας με $\alpha_3 = 0.118 \pm 0.007$ (συνεχής οριζόντια γραμμή). Η οριζόντια διακεκομμένη γραμμή προκύπτει επίσης από μια ίδια ανάλυση αλλά με $\Delta\alpha_3 = 0.0035$. Η κατακόρυφη διακεκομμένη ευθεία αντιπροσωπεύει το όριο $m_{\tilde{w}} > 45$GeV που προκύπτει ως αποτέλεσμα του πειράματος LEP.

αναπαράσταση και την M_H του Higgs που ανήκει στην έγχρωμη τριπλέτα της $SU(5)$. Η σχέση που προκύπτει για την M_H, σε αυτήν την απλή εκδοχή της υπερσυμμετρικής $SU(5)$ GUT είναι:

$$\frac{M_H}{M_Z} = \mathrm{e}^{h(\alpha_i^{-1})} \left(\frac{M_{SUSY}}{M_Z}\right)^{5/6}, \tag{4.1}$$

με τη συνάρτηση h να ορίζεται ως:

$$h(\alpha_i^{-1}) = \frac{5\,\pi}{6}\left[3\,\alpha_2^{-1}(M_Z) - \alpha_1^{-1}(M_Z) - 2\,\alpha_3^{-1}(M_Z)\right].$$

Στις παραπάνω σχέσεις, η M_{SUSY} απλουστευμένα αντιπροσωπεύει μια κοινή μάζα για όλα τα υπερσυμμετρικά σωματίδια, συμπεριλαμβανομένου και του βαρύτερου από τα δυο πεδία Higgs, που βρίσκονται σε αναπαράσταση διπλέτας της $SU(2)$. Οι $\alpha_i(M_Z)$

είναι οι σταθερές σύζευξης βαθμίδας, οι οποίες, μέσω των RGEs σε επίπεδο ενός βρόχου, καταλήγουν στην ηλεκτρασθενή κλίμακα (M_Z), μετά την εξέλιξή τους από την κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}. Στις RGEs τους συμπεριλαμβάνονται κατώφλια τόσο υψηλών (HET) όσο και χαμηλών ενεργειών (LET) . Το σκεπτικό αυτό αποτυπώνεται στο σχήμα 4.1. Την εποχή της δημοσίευσης τα πειραματικά όρια για τη διάσπαση του πρωτονίου ήταν: $\tau(p \to \bar{\nu}K^+) > 1.0 \times 10^{32}$ yrs. Η άνοδος από τότε αυτού του κάτω ορίου έχει οδηγήσει στον αποκλεισμό του ελαχιστοποιημένου μοντέλου της υπερσυμμετρικής $SU(5)$ GUT.

Θα ακολουθήσουμε μια ανάλογη τακτική, εμπνεόμενοι από τις [23] και θα καταλήξουμε σε μια ανάλογη έκφραση που θα δίνει την M_{eff}, λύνοντας τις RGEs των συζεύξεων βαθμίδας $\hat{\alpha}_i$ σε επίπεδο ενός βρόχου στο σχήμα $\overline{DR}$, καθώς αυτές εξελίσσονται από την κλίμακα ενοποίησης M_{GUT} έως την ηλεκτρασθενή κλίμακα, την οποία ταυτίζουμε με τη μάζα M_Z. Στη διαδικασία αυτή συμπεριλαμβάνουμε και τα κατώφλια υψηλών ενεργειών [3, 125] του υπέρβαρου φάσματος του μοντέλου, τα οποία σαφέστατα μεταβάλλουν τη μορφής της (4.1), καθώς και κατώφλια χαμηλών ενεργειών όλων των υπερσυμμετρικών πεδίων αλλά και των βαρέων σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου. Τα τελευταία εισάγονται μέσω των συνοριακών συνθηκών στην κλίμακα χαμηλής ενέργειας, όπως θα δούμε παρακάτω.

Σύμφωνα με την προσέγγισή μας, τις τιμές των σταθερών σύζευξης βαθμίδας στο σχήμα $\overline{DR}$, στην κλίμακα M_Z, τις οποίες χρειαζόμαστε για τον προσδιορισμό της M_{eff}, τις λαμβάνουμε από τις εξισώσεις επανακανονικοποίησής τους [126, 127], σε επίπεδο δυο βρόχων. Η έναρξη της εξέλιξης των εξισώσεων αυτών γίνεται με την εισαγωγή δοκιμαστικών τιμών για τις σταθερές σύζευξης στην κλίμακα M_Z και ακολουθείται μια επαναληπτική διαδικασία εξέλιξής τους μεταξύ αυτής της κλίμακας χαμηλής ενέργειας και της M_{GUT}. Οι επαναλήψεις τερματίζονται όταν επιτευχθεί σύγκλιση στις εξαγόμενες τιμές των ποσοτήτων m_3^2, μ που είναι οι παράμετροι ανάμιξης των Higgses και Higgsinos αντίστοιχα. Ταυτόχρονα και με βάση την ίδια διαδικασία εξελίσσονται και οι εξισώσεις επανακανονικοποίησης και για τις υπόλοιπες παραμέτρους της υπερσυμμετρικής μας θεωρίας (σταθερές σύζευξης Yukawa , μάζες των squarks, sleptons, Higges, Higgsinos, gauginos). Κάθε φορά που η εξέλιξη των RGEs φτάνει στη χαμηλότερη και στην υψηλότερη κλίμακα ενέργειας επιβάλλονται συνοριακές συνθήκες στις παραμέτρους της θεωρίας. Οι συνθήκες αυτές επιβάλλουν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά στις παραμέτρους σύμφωνα με το μοντέλο της θεωρίας που έχει υιοθετηθεί.

4.2 Συνοριακές συνθήκες στην κλίμακα χαμηλής ενέργειας

Κατά την εξέλιξη των RGEs των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, στη χαμηλότερη κλίμακα M_Z οι συνοριακές συνθήκες εισάγονται με τη μορφή των κατωφλίων χαμηλής ενέργειας στις δυο από τις τρεις σταθερές σύζευξης βαθμίδας [128], τις οποίες συμβολίζουμε με $\hat{\alpha}_1$, $\hat{\alpha}_2$. Η $\hat{\alpha}_3$ στην κλίμακα M_Z είναι εξαγόμενη ποσότητα στην ανάλυσή μας.

Στο σχήμα $\overline{DR}$ μπορούμε να γράψουμε [22, 129]:

$$\hat{\alpha}_1^{-1}(M_Z) \;=\; \frac{3}{5}\,\alpha_{em}^{-1}\,cos^2\theta\,(1\;-\;\Delta_\gamma\;+\;\frac{\alpha_{em}}{2\pi}\;\ln\frac{M_S}{M_Z}) \tag{4.2}$$

$$\hat{\alpha}_2^{-1}(M_Z) \;=\; \alpha_{em}^{-1}\,sin^2\theta\,(1\;-\;\Delta_\gamma\;+\;\frac{\alpha_{em}}{2\pi}\;\ln\frac{M_S}{M_Z}) \tag{4.3}$$

Ο διαφορετικός συμβολισμός, σε σχέση με αυτόν για τις σταθερές σύζευξης βαθμίδας στην έκφραση του $h(\alpha_i^{-1})$ της (4.1), εισάγεται σε αυτό το σημείο γιατί οι $\hat{\alpha}_{1,2}$ περιλαμβάνουν μόνο κατώφλια χαμηλών ενεργειών. Οι τιμές των (4.2), (4.3) παρέχουν τις συνοριακές συνθήκες στην κλίμακα χαμηλής ενέργειας για τις αντίστοιχες RGEs του επιπέδου των δυο βρόχων. Στις παραπάνω εκφράσεις, α_{em} είναι η σταθερά λεπτής υφής ή ηλεκτρομαγνητική σταθερά και έχει τιμή ίση με $\alpha_{em} = 1/137$ (συχνά συμβολίζεται και με α_0). Ο όρος $\Delta_\gamma = 0.0682 \pm 0.0007$ [130] αντιπροσωπεύει τις συνεισφορές των λεπτονίων και των ελαφριών quarks στα χαμηλής ενέργειας κατώφλια. Ως δεδομένα χρησιμοποιούμε τις τιμές για την α_{em}, τη σταθερά σύζευξης Fermi G_F και τη φυσική μάζα του Z μποζονίου M_Z. Η γωνία θ είναι η ασθενής γωνία ανάμιξης υπολογισμένη στο σχήμα $\overline{DR}$, η οποία περιλαμβάνει συνοριακές συνθήκες στην κλίμακα M_Z και δίνεται από τη σχέση:

$$\sin^2\theta \;=\; \frac{1}{2}\left\{1\;-\;\left[1\;-\;\frac{4\,\pi\,\alpha_{em}}{\sqrt{2}\,G_F\,M_Z^2\,(1\;-\;\Delta r)}\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{4.4}$$

Η ποσότητα Δr μπορεί να γραφτεί ως [131],

$$\Delta r \;=\; \Delta_\gamma\;-\;\frac{\alpha_0}{2\pi}\log\frac{M_S}{M_Z}\;-\;\frac{\Pi_{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2}\;+\;\frac{\Pi_{WW}(0)}{M_W^2}\;+\;\Delta_{SM}\;+\;\delta\rho^{QCD}\;+\;\delta\rho^{HIGGS} \tag{4.5}$$

Στην παραπάνω έκφραση, Π_{ZZ} και Π_{WW} είναι οι ιδιοενέργειες των Z και W. Για τον υπολογισμό τους χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της διαστατικής μείωσης (dimensional

reduction). Στην ίδια σχέση, η ποσότητα Δ_{SM} αφορά στις διορθώσεις τύπου vertex και box του Καθιερωμένου Προτύπου και δίνεται δε από την [132]:

$$\Delta_{SM} = \frac{\alpha_0}{4\,\pi\, sin^2\theta}\,\{6 + \frac{\log cos^2\theta_W}{sin^2\theta_W}\,[\frac{7}{2} - \frac{5\, sin^2\theta_W}{2} - sin^2\theta\,(5 - \frac{3\, cos^2\theta_W}{2\, cos^2\theta})]\}, \quad (4.6)$$

όπου εξ ορισμού είναι $cos^2\theta_W = \frac{M_W^2}{M_Z^2}$. Η πολική μάζα του μποζονίου βαθμίδας W σχετίζεται με την M_Z μέσω της $M_W^2 = M_Z^2\,\rho\, cos^2\theta$, με την παράμετρο ρ να δίνεται από:

$$\rho = 1 - \frac{\Pi_{WW}(M_W^2)}{M_W^2} + \frac{\Pi_{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} + 2 - \text{loop finite corrections.} \quad (4.7)$$

Τέλος, στη σχέση (4.5) έχουν συμπεριληφθεί οι διορθώσεις δυο βρόχων της QCD και των μποζονίων Higgs, όπως αυτές έχουν υπολογιστεί στην [133].

Όσον αφορά στην κλίμακα M_S, που εμφανίζεται στις (4.2) και (4.3), αυτή δεν είναι μια φυσική κλίμακα αλλά μια παραμετροποίηση των συνεισφορών όλων των βαρέων σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου $(W,\, t,\, H^+)$ καθώς και των υπερσυμμετρικών σωματιδίων στα κατώφλια χαμηλών ενεργειών, που συνεισφέρουν στον προσδιορισμό των $\hat{\alpha}_1$ και $\hat{\alpha}_2$. Η σχέση που την ορίζει είναι [22]:

$$M_S = \frac{M_W^{-7} M_t^{\frac{16}{9}} M_{H^+}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{t}_1}^{\frac{4}{9}} M_{\tilde{t}_2}^{\frac{4}{9}} M_{\tilde{u}_{1,2}}^{\frac{8}{9}} M_{\tilde{u}_{1,2}^c}^{\frac{8}{9}} M_{\tilde{b}_1}^{\frac{1}{9}} M_{\tilde{b}_2}^{\frac{1}{9}} M_{\tilde{d}_{1,2}}^{\frac{2}{9}} M_{\tilde{d}_{1,2}^c}^{\frac{2}{9}} M_{\tilde{\tau}_1}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{\tau}_2}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{e}_{1,2}}^{\frac{2}{3}} M_{\tilde{e}_{1,2}^c}^{\frac{2}{3}} M_{\tilde{\chi}_1}^{\frac{4}{3}} M_{\tilde{\chi}_2}^{\frac{4}{3}}}{M_Z^{\frac{19}{9}}}. \quad (4.8)$$

Η σταθερά ισχυρής σύζευξης α_{strong}στην κλίμακα M_Z και πάντα στο σχήμα $\overline{MS}$ εκλαμβάνεται ως εξαγόμενο στην ανάλυσή μας και η τιμή της εξυπηρετεί ως ένας αυστηρός περιορισμός, συγκρινόμενος με τα τρέχοντα πειραματικά όρια. Αυτή προκύπτει από την παρακάτω σχέση [125], στην οποία έχει ενσωματωθεί η μετατροπή στο σχήμα $\overline{MS}$ από το σχήμα $\overline{DR}$, στο οποίο προκύπτει η $\alpha_{strong}(M_Z)$ μετά την εξέλιξη των RGEs:

$$\alpha_{strong}^{-1} \equiv \alpha_{strong}^{-1}(M_Z)|_{\overline{MS}} = \hat{\alpha}_3^{-1}(M_Z)|_{\overline{DR}} + \frac{1}{4\pi} - \frac{1}{2\pi}\ln\frac{\widetilde{M}_S}{M_Z}, \quad (4.9)$$

όπου ο συμβολισμός για την $\hat{\alpha}_3$ έχει την ίδια έννοια με αυτόν για τις $\hat{\alpha}_{1,2}$ που αναφέραμε στις (4.2) και (4.3). Ο λόγος $\frac{1}{4\pi}$ είναι απόρροια της μετάβασης από το σχήμα $\overline{DR}$ στο $\overline{MS}$. Η $\tilde{M}_S$ είναι μια παραμετροποιημένη κλίμακα που ορίζεται με ανάλογο τρόπο όπως

και η M_S (4.8) και η οποία σχετίζεται με τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών στην ισχυρή σταθερά σύζευξης α_{strong}. Αυτή εκφράζεται από τη σχέση:

$$\widetilde{M}_S = \frac{M_t^{\frac{2}{3}} M_{\tilde{t}_1}^{\frac{1}{6}} M_{\tilde{t}_2}^{\frac{1}{6}} M_{\tilde{u}_{1,2}}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{u}^c_{1,2}}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{b}_1}^{\frac{1}{6}} M_{\tilde{b}_2}^{\frac{1}{6}} M_{\tilde{d}_{1,2}}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{d}^c_{1,2}}^{\frac{1}{3}} M_{\tilde{g}}^2}{M_Z^{\frac{11}{3}}}. \tag{4.10}$$

Στη συνέχεια θα μελετήσουμε τα κατώφλια υψηλών ενεργειών και τις συνοριακές συνθήκες που επιβάλλονται στην εξέλιξη των RGEs από την ηλεκτρασθενή κλίμακα μέχρι την κλίμακα ενοποίησης.

4.3 Κατώφλια υψηλών ενεργειών (HET)

4.3.1 Διορθώσεις κατωφλίων

Σε αυτήν την ενότητα θα επικεντρωθούμε στη διαδικασία που ακολουθούμε για να εξάγουμε τις σταθερές σύζευξης βαθμίδας στην ηλεκτρασθενή κλίμακα, συμπεριλαμβάνοντας και τα κατώφλια υψηλών ενεργειών, εισάγοντας για την αντιμετώπισή τους μια νέα, εύχρηστη μέθοδο.

Η κεντρική ιδέα συνεπάγεται ότι, με καθορισμένες τις υπερσυμμετρικές παραμέτρους, λύνουμε τις RGEs και καταλήγουμε στις σταθερές σύζευξης βαθμίδας στην κλίμακα M_Z, εφαρμόζοντας στην κλίμακα παραβίασης M_{GUT} της ενοποιημένης θεωρίας την πρώτη συνοριακή συνθήκη στις υψηλές ενέργειες, τη λεγόμενη ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας,

$$\alpha_1(M_{GUT}) = \alpha_2(M_{GUT}) = \alpha_3(M_{GUT}) \equiv \alpha_G, \tag{4.11}$$

όπου α_G είναι η σταθερά της καθολικής σύζευξης βαθμίδας στην κλίμακα ενοποίησης. Έτσι, στην M_{GUT}, απαιτούμε οι τρεις σταθερές σύζευξης βαθμίδας να συμπίπτουν αλλά δεν περιορίζουμε περισσότερο την ανάλυσή μας, επιμένοντας και σε ενοποίηση των σταθερών σύζεύξης Yukawa.

Επιπροσθέτως, στην M_{GUT}, επιβάλουμε και τις καθολικές οριακές συνθήκες που αφορούν τις παραμέτρους της ¨ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας μέσω βαρύτητας, δηλαδή απαιτούμε την εξίσωση των τιμών όλων των ¨ήπιων¨ βαθμωτών μαζών m_i μεταξύ τους και το ίδιο να συμβαίνει και μεταξύ όλων των μαζών των gauginos M_i, καθώς και μεταξύ των τριγραμμικών συζεύξεων A_i (1.8). Κινούμαστε επομένως στα πλαίσια του

CMSSM και οι ανεξάρτητες "ήπιες" παράμετροι στην κλίμακα M_{GUT} είναι αυτές της σχέσης (1.9).

Κανονικά, για να υπολογίσουμε τις σταθερές σύζευξης βαθμίδας σε μια κλίμακα μ που είναι χαμηλότερη από την κλίμακα παραβίασης της υπερσυμμετρίας M_{SUSY}, $\mu \leq M_{SUSY}$, θα πρέπει να λύσουμε τις κατάλληλες RGEs, παίρνοντας υπόψη και την επίδραση των κατωφλίων. Οι διορθώσεις κατωφλίου στις συζεύξεις βαθμίδας χωρίζονται σε δυο κατηγορίες. Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι διορθώσεις εκείνες που οφείλονται σε αποσύζευξη σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου ή της υπερσυμμετρίας σε χαμηλές ενέργειες. Τα σωματίδια αυτά πρέπει να έχουν μάζα μικρότερη της μ. Στη δεύτερη κατηγορία διορθώσεων κατωφλίου ανήκουν αυτές που οφείλονται στην αποσύζευξη των υπέρβαρων σωματιδίων των ενοποιημένων θεωριών βαθμίδας, σε ενέργειες μικρότερες της M_{GUT}. Έτσι συμπεριλαμβάνουμε τα κατώφλια όλων των βαρέων σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου με μάζες $m_{SM_j} > \mu$, όπως του top quark για παράδειγμα. Επίσης, συμπεριλαμβάνουμε και τα κατώφλια των υπερσυμμετρικών σωματιδίων S_k καθώς και αυτά των υψηλών ενεργειών των υπέρβαρων σωματιδίων H_l με μάζες περίπου ίσες με M_{GUT}, που διαφέρουν ανάλογα με το GUT μοντέλο που τα παρέχει. Η επίδραση των παραπάνω στο σχήμα $\overline{DR}$, στην εξέλιξη των σταθερών σύζευξης βαθμίδας συνοψίζεται στην:

$$\begin{aligned}
\alpha_i^{-1}(\mu) &= \alpha_G^{-1}(M_{GUT}) + (2-\text{loops effects}) \\
&+ \frac{1}{2\,\pi}\,(b_i^{SM} + b_i^{SUSY})\,\ln\frac{M_{GUT}}{\mu} + \frac{1}{2\,\pi}\sum_{SM_j} b_i^{SM_j}\,\ln\frac{\mu}{m_{SM_j}} \\
&+ \frac{1}{2\,\pi}\sum_{S_k} b_i^{S_k}\,\ln\frac{\mu}{m_{S_k}} + \frac{1}{2\,\pi}\sum_{H_l} b_i^{H_l}\,\ln\frac{M_{GUT}}{m_{H_l}}.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Οι παράμετροι b_i^A ($i = 1, 2, 3$) δίνουν τους αντίστοιχους συντελεστές των βήτα συναρτήσεων του κάθε είδους A των σωματιδίου του φάσματος του μοντέλου μας. Οι b_i^{SM} και b_i^{SUSY} είναι οι συντελεστές των βήτα συναρτήσεων των α_i σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου και της υπερσυμμετρίας χαμηλών ενεργειών αντίστοιχα. Αυτοί συμπεριλαμβάνουν σωματίδια με μάζες μικρότερες από την κλίμακα μ, άρα μικρότερες από M_{SUSY}. Από αυτό το σημείο και στο εξής θα παραλείπουμε τις παρενθέσεις που περικλείουν τα φαινόμενο των δυο βρόχων και θα συνεχίζουμε με σχέσεις επιπέδου ενός βρόχου, έχοντας πάντα κατά νου ότι στην πραγματικότητα τα αποτελέσματα είναι παρ' όλα αυτά επιπέδου δυο βρόχων. Η διαφορά μεταξύ αυτών των εξισώσεων και αυτών που δώσαμε στην ενότητα 4.2, σχέσεις (4.2), (4.3) και (4.9), είναι ότι οι τελευταίες έχουν ενσωματωμένα

τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών (Καθιερωμένου Προτύπου και υπερσυμμετρίας) με τη μορφή συνοριακών συνθηκών χαμηλής ενέργειας, ενώ στις εξισώσεις που γράφουμε εδώ αυτού του είδους τα κατώφλια φαίνονται αναλυτικά στις παραπάνω εκφράσεις. Γι' αυτόν τον λόγο υπάρχει και ο διαφορετικός συμβολισμός.

Οι συναρτήσεις b_i για τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών είναι ευρύτατα γνωστές και περιλαμβάνουν συνεισφορές από τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου, τα οποία θεωρούμε ότι συνολικά αποσυζεύγνυνται σε ενέργεια περίπου ίση ή μικρότερη της ηλεκτρασθενούς κλίμακας ($\simeq M_Z$), καθώς και από τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους. Σε πρώτη φάση θεωρούμε ότι τα υπερσυμμετρικά σωματίδια είναι εκφυλισμένα με μάζα περίπου ίση της υπερσυμμετρικής κλίμακας M_{SYSY}. Οι αντίστοιχες συναρτήσεις-β έχουν συντελεστές:

$$b_1^{SM} = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{10} \qquad b_2^{SM} = \frac{4}{3}N_g - \frac{43}{6} \qquad b_3^{SM} = \frac{4}{3}N_g - 11 \tag{4.13}$$

$$b_1^{SUSY} = \frac{2}{3}N_g + \frac{1}{2} \qquad b_2^{SUSY} = \frac{2}{3}N_g + \frac{13}{6} \qquad b_3^{SUSY} = \frac{2}{3}N_g + 2 \tag{4.14}$$

όπου N_g το πλήθος των φερμιονικών γενεών ($N_g = 3$).

4.3.2 Διορθώσεις κατωφλίων υψηλών ενεργειών

Στη δεύτερη κατηγορία διορθώσεων κατωφλίου ανήκουν αυτές που οφείλονται στην αποσύζευξη των υπέρβαρων σωματιδίων των ενοποιημένων θεωριών βαθμίδας. Το πλήθος και η μορφή αυτών των διορθώσεων εξαρτάται στενά από την επιλογή του προτύπου, ως προς το φάσμα των υπέρβαρων σωματιδίων του και το εύρος τιμών των μαζών τους. Η ένταξη τους στην ανάλυσή μας είναι πολύ σημαντική γιατί επηρεάζουν τη διαδικασία ενοποίησης των σταθερών βαθμίδας, καθώς και τις τιμές των εξαγόμενων μεγεθών στην ηλεκτρασθενή κλίμακα και άρα την ικανοποίηση ή όχι των περιορισμών που έχουν τεθεί και οι οποίοι δίνουν την τελική αποτίμηση της βιωσιμότητας του μοντέλου.

Δίνουμε τις συνεισφορές των υπέρβαρων σωματιδίων στις διορθώσεις κατωφλίου. Οι μάζες έχουν ήδη δοθεί και συζητηθεί στην ενότητα 2.8. Όσα από τα υπέρβαρα σωματίδια Higgs, που προβλέπει το μοντελό, ανήκουν στη μονήρη αναπαράσταση της $SO(10)$ δεν επηρεάζουν τις διορθώσεις κατωφλίου.

Διανυσματικά Μποζόνια

$\underline{\mathbf{45}_V}$	Γεννήτορες	Μάζα	Παραβιάζεται από	b_1	b_2	b_3
	$(1\,,\,1)_{\pm 1}$	M_{V_3}	$\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$	$-12/5$	0	0
	$(3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.$	M_{V_1}	$\mathbf{45}_H, \mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$	$-16/5$	0	0
	$(3\,,\,2)_{1/6} + h.c.$	M_{V_2}	$\mathbf{45}_H, \mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$	$-2/5$	-6	-4
	$(3\,,\,2)_{-5/6} + h.c.$	M_{V_4}	$\mathbf{45}_H$	-10	-6	-4
	$(1\,,\,1)_0$	M_{V_0}	$\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$	0	0	0
	$(1,1)_0 + (1,3)_0 + (8,1)_0$	άμαζες συνιστώσες μετά την παραβίαση της $SO(10)$				

Βαθμωτά Σωματίδια Higgs

$\underline{\mathbf{45}_H}$	Αναπαραστάσεις	Μάζα	b_1	b_2	b_3
	$2 \times (1\,,\,1)_0$	M_{A_1}	0	0	0
	$(1,3)_0$	M_{A_2}	0	2	0
	$(8,1)_0$	M_{A_3}	0	0	3
	$(1\,,\,1)_{\pm 1}$ $(3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.$ $(3\,,\,2)_{1/6} + h.c.$ $(3\,,\,2)_{-5/6} + h.c.$				

Για τις τελευταίες τέσσερις συνιστώσες δεν έχουν δοθεί οι συναρτήσεις b γιατί οι συνεισφορές τους στις διορθώσεις κατωφλίου έχουν προσμετρηθεί σ' αυτές των διανυσματικών πολλαπλοτήτων βαθμίδας και των πολλαπλοτήτων των ψευδοβαθμωτών σωματιδίων Goldstone, για λόγους που ήδη έχουμε συζητήσει στην ενότητα 2.8.

$\underline{\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H}$	Αναπαραστάσεις	Μάζα	b_1	b_2	b_3
	$4 \times (1\,,\,1)_0$		0	0	0
	$(1\,,\,2)_{-1/2}$	M_{C_1}, $M_{C'_1}$	3/5	1	0
	$(1\,,\,2)_{1/2}$	$M_{\overline{C}_1}$, $M_{\overline{C'}_1}$	3/5	1	0
	$(\overline{3}\,,\,1)_{1/3}$	M_{C_2}, $M_{C'_2}$	2/5	0	1
	$(3\,,\,1)_{-1/3}$	$M_{\overline{C}_2}$, $M_{\overline{C'}_2}$	2/5	0	1
	$(1\,,\,1)_{\pm 1}$				
	$(3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.$				
	$(3\,,\,2)_{1/6} + h.c.$				

Για τις τρεις τελευταίες συνιστώσες των δεκαεξάδων $\mathbf{16}_H + \overline{\mathbf{16}}_H$ ισχύει ό,τι και για τις τελευταίες συνιστώσες της συζυγούς αναπαράστασης $\mathbf{45}_H$. Για τις υπόλοιπες δίνεται η συνολική συνεισφορά για όλες τις αναπαραστάσεις που έχουν την ίδια μάζα.

$\underline{\mathbf{10}_H}$	Αναπαραστάσεις	Μάζα	b_1	b_2	b_3
	$(1\,,\,2)_{\pm 1/2}$		άμαζες		
	$(3\,,\,1)_{-1/3} + h.c$	M'_3	2/5	0	1
	$(1\,,\,2)_{\pm 1/2}$	M_2	3/5	1	0
	$(3\,,\,1)_{-1/3} + h.c$	M_3	2/5	0	1

Ψευδοβαθμωτά Μποζόνια Goldstone

Δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι για κάθε συνιστώσα και την ερμιτιανή συζυγή της αντιστοιχούν δυο τω πλήθος μποζόνια Goldstone με διαφορετικές μάζες.

Αναπαραστάσεις	Μάζα	b_1	b_2	b_3
$(1\,,\,1)_{\pm 1}$	$\lambda_{G_3,i}$	6/5	0	0
$(3\,,\,1)_{-2/3} + h.c.$	$\lambda_{G_1,i}$	8/5	0	1
$(3\,,\,2)_{1/6} + h.c.$	$\lambda_{G_2,i}$	1/5	3	2

4.3.3 Εξισώσεις ομάδας επανακανονικοποίησης

Εισάγοντας τις συναρτήσεις b των κατωφλίων τόσο σε υψηλές όσο και σε χαμηλές ενέργειες στην (4.13), προκύπτουν οι παρακάτω απλοποιημένες εξισώσεις ομάδας επανακανονικοποίησης των σταθερών σύζευξης στην ηλεκτρασθενή κλίμακα, σε επίπεδο ενός βρόχου. Χρησιμοποιώντας τους συμβολισμούς:

$$\overline{\Lambda} = \frac{1}{2\,\pi}\,\ln\frac{M_{GUT}}{M_Z},$$

$$\overline{M}_{SUSY} = \frac{1}{2\,\pi}\,\ln\frac{M_{SUSY}}{M_Z}$$

και

$$\overline{M}_i = \frac{1}{2\,\pi}\,\ln\frac{M_{GUT}}{M_i}$$

όπου M_{GUT} η κλίμακα ενοποίησης, M_{SUSY}, μια κοινή μάζα για όλα τα υπερσυμμετρικά σωματίδια και M_i η μάζα του εκάστοτε σωματιδίου i που αποσυζεύγνυται, καταλήγουμε στις:

$$\begin{aligned}
\alpha_1'^{-1}(M_Z) = \quad & \alpha_{GUT}^{-1} + (2\,N_g - 6)\,\overline{\Lambda} - (\frac{2}{3}\,N_g + \frac{1}{2})\,\overline{M}_{SUSY} \\
& + \frac{12}{5}\,\overline{M}_{V_3} + \frac{16}{5}\,\overline{M}_{V_1} + \frac{2}{5}\,\overline{M}_{V_2} + 10\,\overline{M}_{V_4} \\
& - \frac{3}{5}\,\overline{M}_{C_1} - \frac{3}{5}\,\overline{M}_{\overline{C}_1} - \frac{2}{5}\,\overline{M}_{C_2} - \frac{2}{5}\,\overline{M}_{\overline{C}_2} \\
& - \frac{2}{5}\,\overline{M}_3 - \frac{3}{5}\,\overline{M}_2 - \frac{2}{5}\,\overline{M'}_3 \\
& - \frac{6}{5}\,(\overline{\lambda}_{G_{3,1}} + \overline{\lambda}_{G_{3,2}}) - \frac{8}{5}\,(\overline{\lambda}_{G_{1,1}} + \overline{\lambda}_{G_{1,2}}) \\
& - \frac{1}{5}\,(\overline{\lambda}_{G_{2,1}} + \overline{\lambda}_{G_{2,2}})
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
\alpha_2'^{-1}(M_Z) = \quad & \alpha_{GUT}^{-1} + (2\,N_g - 6)\,\overline{\Lambda} - (\frac{2}{3}\,N_g + \frac{13}{6})\,\overline{M}_{SUSY} \\
& + 6\,\overline{M}_{V_2} + 6\,\overline{M}_{V_4} - 2\,\overline{M}_{A_2} - \overline{M}_{C_1} - \overline{M}_{\overline{C}_1} \\
& - \overline{M}_2 - 2\,(\overline{\lambda}_{G_{2,1}} + \overline{\lambda}_{G_{2,2}})
\end{aligned} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned}\alpha_3'^{-1}(M_Z) = \quad & \alpha_{GUT}^{-1} + (2\,N_g - 6)\,\overline{\Lambda} - (\frac{2}{3}\,N_g + 2)\,\overline{M}_{SUSY} \\ & + 2\,\overline{M}_{V_1} + 4\,\overline{M}_{V_2} + 4\,\overline{M}_{V_4} - 3\,\overline{M}_{A_3} \\ & - \overline{M}_{C_2} - \overline{M}_{\overline{C}_2} - \overline{M}_3 - \overline{M'}_3 \\ & - (\overline{\lambda}_{G_{1,1}} + \overline{\lambda}_{G_{1,2}}) - 2\,(\overline{\lambda}_{G_{2,1}} + \overline{\lambda}_{G_{2,2}})\end{aligned} \tag{4.17}$$

Ο διαφορετικός συμβολισμός για τις σταθερές σύζευξης βαθμίδας έγκειται στο γεγονός ότι στις παραπάνω εξισώσεις RG εμπλέκονται οι διορθώσεις κατωφλίου του υπέρβαρου φάσματος σε επίπεδο ενός βρόχου, ενώ στις προηγούμενες ενότητες του κεφαλαίου αυτού οι σταθερές σύζευξης βαθμίδας υπολογίζονταν σε επίπεδο δυο βρόχων. Επιπλέον, οι παραπάνω εξισώσεις, (4.15)-(4.17) είναι μια απλοποιημένη εικόνα των εξισώσεων RGEs που χρησιμοποιούμε στην ανάλυσή μας, καθώς εδώ έχουμε θεωρήσει το υπερσυμμετρικό σωματιδιακό περιεχόμενο εκφυλισμένο ως προς τη μάζα του. Επιπλέον, δεν παρουσιάζουμε τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών που οφείλονται στα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου, θεωρώντας ότι η μάζα τους είναι μικρότερη από την κλίμακα M_Z. Σκοπός αυτής της απλοποίησης είναι η ανάδειξη του πλήθους των κατωφλίων υψηλών ενεργειών και της πολυπλοκότητας που συνεπάγεται ο χειρισμός τους. Επιπλέον, επιλέξαμε μια τέτοια μορφή για τις RGEs ώστε να είναι δυνατή η σύγκριση με τις αντίστοιχες εξισώσεις του μοντέλου της SUSY $SU(5)$ των [23].

4.3.4 Εισαγωγή νέας παραμετροποίησης για τα κατώφλια υψηλών ενεργειών

Σημαντικό ρόλο στην ανάλυσή μας παίζει μια μάζα την οποία συμβολίζουμε με M_L. Είναι η μικρότερη ανάμεσα στις μάζες όλων των υπέρβαρων GUT σωματιδίων του μοντέλου. Στην περίπτωση που $\mu = M_L$, η εξίσωση (4.12) ανάγεται στην

$$\alpha_i^{-1}(M_L) = \alpha_G^{-1}(M_{GUT}) + \frac{1}{2\,\pi}\,b_i^{SM+S}\,\ln\frac{M_{GUT}}{M_L} + \frac{1}{2\,\pi}\sum_{H_l} b_i^{H_l}\,\ln\frac{M_{GUT}}{m_{H_l}}, \tag{4.18}$$

όπου b^{SM+S} είναι το άθροισμα των συντελεστών των β-συναρτήσεων όλων των σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου καθώς και αυτών που προβλέπει η υπερσυμμετρία. Η σχέση στην οποία καταλήξαμε είναι ουσιαστικά η εξέλιξη των α_i από την M_{GUT} στην M_L. Στη συνέχεια, ορίζουμε την ποσότητα

$$\alpha_G^{-1}(M_L) \equiv \alpha_G^{-1}(M_{GUT}) + \frac{1}{2\pi} b_i^{GUT} \ln \frac{M_{GUT}}{M_L}, \tag{4.19}$$

η οποία αντιπροσωπεύει την εξέλιξη των σταθερών σύζευξης βαθμίδας από την M_{GUT} στην M_L, αν κανείς αγνοήσει τα HET , όπου $b^{GUT} = b^{SM+S} + b^H$. Με b^H συμβολίζουμε το άθροισμα των συντελεστών των β-συναρτήσεων όλων των σωματιδίων που απαρτίζουν το υπέρβαρο φάσμα του μοντέλου μας. Επιπλέον, ορίζουμε τις παραμέτρους

$$c_i \equiv \frac{1}{2\pi} \sum_{H_l} b_i^{H_l} \ln \frac{M_L}{m_{H_l}}. \tag{4.20}$$

Οπότε, η (4.18) παίρνει τη μορφή:

$$\alpha_i^{-1}(M_L) = \alpha_G^{-1}(M_L) + c_i, \tag{4.21}$$

όπου η επίδραση των HET περιλαμβάνεται εξολοκλήρου στις ποσότητες που ορίσαμε ως c_i. Ουσιαστικά, η (4.21) χρησιμεύει ως μια νέα συνοριακή συνθήκη, αυτή τη φορά στην κλίμακα που καθορίζει η M_L, η οποία παίρνει υπόψη της την επίδραση όλων των κατωφλίων υψηλών ενεργειών μέσω των c_i. Από την κλίμακα M_L μέχρι την $\mu = M_Z$ δεν παρεμβάλλονται κατώφλια υψηλών ενεργειών και η επίλυση των RGEs είναι η συνήθης:

$$\begin{aligned} \alpha_i^{-1}(\mu) &= \alpha_i^{-1}(M_L) + \frac{1}{2\pi} b_i^{GUT} \ln \frac{M_L}{\mu} \\ &+ \frac{1}{2\pi} \sum_{SM_j} b_i^{SM_j} \ln \frac{\mu}{m_{SM_j}} + \frac{1}{2\pi} \sum_{S_k} b_i^{S_k} \ln \frac{\mu}{m_{S_k}}. \end{aligned} \tag{4.22}$$

Η σημασία της υιοθέτησης της παραμετροποίησης (4.20) εντοπίζεται στο γεγονός ότι οι τρεις παράμετροι c_i εμπεριέχουν όλες τις πληροφορίες για τις μάζες όλων των υπέρβαρων πεδίων του προτύπου μας, τα οποία ανήκουν σε μη-μοναδιαίες (non-singlet) αναπαραστάσεις και τα οποία συνεισφέρουν στα κατώφλια υψηλών ενεργειών κατά την εξέλιξη των RGEs από την κλίμακα M_{GUT}μέχρι την M_L και αντίστροφα. Έτσι, για κάθε δεδομένο σύνολο p των ανεξάρτητων μαζικών παραμέτρων p_j του μοντέλου που εξετάζουμε αντιστοιχούμε ένα πενταδιάστατο διάνυσμα $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3, M_L, M_{GUT})$, το οποίο περιλαμβάνει, εκτός από τις c_i, και τις τιμές της μέγιστης, M_{GUT}, και της ελάχιστης, M_L , από τις μάζες των υπέρβαρων πεδίων του μοντέλου. Για παράδειγμα, στην εκδοχή της θεωρίας $SO(10)$, που εφαρμόζουμε, ο αριθμός των παραμέτρων p_j ανέρχεται σε δώδεκα και για κάθε σημείο σε αυτόν τον δωδεκαδιάστατο χώρο αντιστοιχούν εικοσιπέντε,

συσχετιζόμενες μεταξύ τους μάζες υπέρβαρων πεδίων, από τις οποίες προσδιορίζουμε τις M_{GUT}, M_L και τις c_i μέσω της (4.20). Μειώνουμε, επομένως, σημαντικά το πλήθος των παραμέτρων του υπέρβαρου φάσματος, με τις οποίες θα διεξάγουμε την ανάλυσή μας.

Επιπλέον, προκειμένου να έχουμε τη δυνατότητα να μεταχειριστούμε τις c_i ως εισαγόμενες ποσότητες στην ανάλυσή μας, χρησιμοποιούμε μια γεννήτρια τυχαίου δείγματος (random sample generator), η οποία προσδίδει τυχαίους αριθμούς στις τιμές των GUT παραμέτρων p_j του μοντέλου. Με αυτόν τον τρόπο, έχουμε τυχαία σημεία $\vec{p} \equiv (p_1, p_2, ...p_N)$ που δημιουργούν τον υπέρβαρο παραμετρικό χώρο του μοντέλου μας και κάθε ένα από αυτά αντιστοιχίζεται σε ένα $\vec{c}$, όπως το ορίσαμε πριν. Τώρα, τα $\vec{c}$ σκιαγραφούν τον παραμετρικό χώρο του μοντέλου μας. Κατά συνέπεια, η ανάλυσή μας είναι πλήρως δεσμευμένη από τα αποτελέσματα του τυχαίου δείγματος και αντί να ασχολούμαστε με ένα μεγάλο αριθμό GUT παραμέτρων, έχουμε το κέρδος ότι μελετάμε μόνο λίγες, συγκεκριμένα τις c_1, c_2, c_3, M_L, M_{GUT} , οι οποίες συναποτελούν το $\vec{c}$:

$$\vec{c} = (c_1,\, c_2,\, c_3,\; M_L,\, M_{GUT})\,. \tag{4.23}$$

Με τη διαδικασία της γεννήτριας τυχαίου δείγματος, στην πραγματικότητα, είμαστε σε θέση να κάνουμε μια σαφή επιλογή, τουλάχιστον για την περίπτωση της $SO(10)$ θεωρίας, αντιστοιχίζοντας τον πολυδιάστατο παραμετρικό χώρο της $SO(10)$ σε μια άλλη σαφώς πιο περιορισμένη παραμετρική περιοχή, έχοντας ως συνδετικούς κρίκους τα διανύσματα $\vec{c}$. Στη συνέχεια, μπορούμε να αναζητήσουμε σημεία αυτής της νέας παραμετρικής περιοχής που να ικανοποιούν τα πειραματικά κριτήρια που έχουμε θέσει, με αποτέλεσμα η περιοχή αυτή να συρρικνώνεται ακόμα περισσότερο. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγουμε τις χρονοβόρες σαρώσεις πολυδιάστατων παραμετρικών χώρων (για την περίπτωση της $SO(10)$ μιλάμε για έναν δεκα-διάστατο χώρο), αφού η διαδικασία τυχαίου δείγματος κάνει αυτόματα την επιλογή των σημείων $\vec{c}$ που πληρούν τα κριτήρια της θεωρίας. Κατά συνέπεια, έχουμε βρει έναν οικονομικότερο τρόπο να παραμετροποιούμε την επίδραση των κατωφλίων υψηλών ενεργειών, χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους $\vec{c}$, ο οποίος, συν τοις άλλοις, μπορεί να εφαρμοστεί σχεδόν σε κάθε μοντέλο GUT. Μάλιστα, η μέθοδος αυτή γίνεται πιο χρήσιμη όσο πιο πολύπλοκο και πολυπληθές είναι το υπέρβαρο φάσμα του εκάστοτε μοντέλου.

4.4 Σχέση για M_{eff}

Επανερχόμαστε στην ιδέα της οριοθέτησης του παραμετρικού χώρου του μοντέλου μας μέσω της M_{eff}. Η μάζα αυτή, κατ' αρχήν, περιορίζεται από τη διάσπαση του πρωτονίου και είδαμε ότι ισούται με $M_{eff} = \frac{M_3 M_3'}{M_2}$. Οι μάζες αυτές που ανήκουν σε υπέρβαρα πεδία Higgs περιλαμβάνονται στα κατώφλια υψηλών ενεργειών των εξισώσεων (4.15)-(4.17). Λύνοντας το σύστημα των τριών αυτών εξισώσεων ως προς την M_{eff}, στα πλαίσια της υπερσυμμετρικής $SO(10)$, προκύπτει ότι:

$$\frac{M_{eff}}{M_Z} = \mathrm{e}^{h(\alpha'^{-1}_i)} \cdot \frac{M_{V_3} M_{V_1}^3}{M_{V_2}^4} \cdot \left(\frac{M_{A_2}}{M_{A_3}}\right)^{5/2} \cdot \frac{M_{C_1} M_{\overline{C}_1}}{M_{C_2} M_{\overline{C}_2}} \cdot \left[\frac{(\lambda_{G_{2,1}} \lambda_{G_{2,2}})^4}{\lambda_{G_{1,1}} \lambda_{G_{1,2}} (\lambda_{G_{3,1}} \lambda_{G_{3,2}})^3}\right]^{1/2} \tag{4.24}$$

με

$$h(\alpha'^{-1}_i) = \frac{5\,\pi}{6} \left[3\,\alpha'^{-1}_2(M_Z) - \alpha'^{-1}_1(M_Z) - 2\,\alpha'^{-1}_3(M_Z) \right] \tag{4.25}$$

Χρησιμοποιούμε κατάλληλη παραμετροποίηση για τις μάζες των υπέρβαρων πεδίων, η οποία παρατίθεται στην υποενότητα 2.8 και καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{M_{eff}}{M_Z} = \mathrm{e}^{h(\alpha'^{-1}_i)}\, f(x), \tag{4.26}$$

όπου η αδιάστατη παράμετρος x ορίζεται ως:

$$x \equiv \frac{\alpha}{2\,c}, \tag{4.27}$$

Στον λόγο που ορίζει την x, οι παράμετροι α, c σχετίζονται με τις VEVs των πεδίων Higgs στη συζυγή και σπινοριακή αναπαράσταση αντίστοιχα και είναι τάξης μεγέθους M_{GUT}.

Η συνάρτηση $f(x)$, στην (4.26), αντιπροσωπεύει το γινόμενο όλων των κλασμάτων που περιέχουν μάζες υπέρβαρων πεδίων στην (4.24). Εμπεριέχει όλη την πληροφορία που έχει σχέση με τη φυσική της GUT θεώρησης, η οποία απορρέει από τα κατώφλια υψηλών ενεργειών των υπέρβαρων πεδίων του μοντέλου που έχουμε υιοθετήσει. Έτσι, αποδεικνύουμε ότι η συνεισφορά των κατωφλίων υψηλών ενεργειών, για το συγκεκριμένο μοντέλο, εξαρτάται τελικά μόνο από έναν λόγο υπέρβαρων μαζικών παραμέτρων, παρ' όλο που στο μοντέλο αυτό εμπλέκεται πλήθος υπέρβαρων μαζών. Πρέπει ακόμα να επισημάνουμε ξανά ότι όλες οι πληροφορίες των HET εμπεριέχονται εξ ολοκλήρου και μόνο στην $f(x)$, οπότε αποδεικνύουμε ότι αυτή ισούται με

$$f(x) = \frac{9}{16\sqrt{2}} \left[\left(\frac{1 + 8\,x^2}{1 + x^2}\right)^4 \frac{(1 + 4\,x^2)^3}{1 + 32\,x^2} \right]^{1/2}. \tag{4.28}$$

Ανάλογα με το μοντέλο GUT που επιλέγουμε, η συνάρτηση αυτή που, πολλαπλασιασμένη με την e^h, προσδιορίζει την M_{eff} διαφοροποιείται. Μάλιστα, μπορεί κάλλιστα να είναι συνάρτηση όχι ενός μόνον αλλά πολλών κλασμάτων υπέρβαρων μαζών που χαρακτηρίζουν το δεδομένο GUT μοντέλο.

Προφανώς, όσο μεγαλύτερη είναι η παράμετρος x τόσο μεγαλύτερη γίνεται η αριθμητική τιμή της $f(x)$, διευκολύνοντας με αυτόν τον τρόπο την εκπλήρωση των περιορισμών που θέτει ο χρόνος ζωής του πρωτονίου. Ωστόσο, η τιμή της x αναμένεται να είναι $\mathcal{O}(1)$ καθώς ορίζεται ως ο λόγος δυο VEVs οι οποίες είναι και οι δυο τάξη μεγέθους M_{GUT}. Με αυτήν τη λογική, η x δεν μπορεί να πάρει αυθαίρετα μεγάλες τιμές, παρόλο που κάτι τέτοιο θα μπορούσε να αποτελέσει μια απλοϊκή λύση στο πρόβλημα των περιορισμών από τη νουκλεονική διάσπαση.

Να σημειώσουμε ότι αν θέλουμε να συγκρίνουμε την παρούσα ανάλυση με τις GUT θεωρίες με ομάδα συμμετρίας την $SU(5)$, η $f(x) = 1$, οπότε καταλήγουμε στα ίδια αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην [23]. Η απουσία όρου της μορφής $\left(\frac{M_{SUSY}}{M_Z}\right)^{5/6}$ είναι δικαιολογημένη, γιατί η επίδραση των υπερσυμμετρικών κατωφλίων είναι ενσωματωμένη στις εκφράσεις των $\hat{\alpha}_i$. Αν επιλέγαμε να έχουμε έναν τέτοιον παράγοντα στην έκφραση της M_{eff}, τότε δεν θα έπρεπε να συμπεριλάβουμε τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών στις συνοριακές συνθήκες χαμηλής ενέργειας. Επιπλέον, αν δεν επιθυμούσαμε να έχουμε ένα εκφυλισμένο φάσμα για τα υπερσυμμετρικά σωματίδια, όπως είθισται πλέον, θα έπρεπε να τον αντικαταστήσουμε με:

$$\left(\frac{M_{SUSY}}{M_Z}\right)^{5/6} = \left(\frac{m_{\tilde{w}}}{m_{\tilde{g}}}\right)^{5/3} \left(\frac{m^3_{\tilde{u}^c}\, m_{\tilde{e}^c}\, m^2_{\tilde{d}^c}}{m^2_{\tilde{l}}\, m^4_{\tilde{q}}}\right)^{-N_g/12} \left(\frac{m_{\tilde{h}_1}\, m_{\tilde{h}_2}}{M_Z^2}\right)^{1/3} \left(\frac{m_H}{M_Z}\right)^{1/6}, \quad (4.29)$$

όπου N_g είναι ο αριθμός των γενεών των squarks και sleptons. Τα τελευταία, στην παραπάνω σχέση, θεωρούμε ότι έχουν την ίδια μάζα σε όλες τις γενιές τους. Επίσης, δεν έχουμε πάρει υπόψη κανενός είδους ανάμιξη μεταξύ των πεδίων. Χάριν απλότητας, στην παραπάνω έκφραση θέτουμε μία μάζα για όλα τα winos. Το ίδιο κάνουμε και για όλα τα gluinos. Τέλος, θεωρούμε ότι έχουμε μια βαριά διπλέτα Higgs με μάζα m_H και όπου $m_{\tilde{h}_1}$, $m_{\tilde{h}_2}$ είναι οι μάζες των διπλετών Higgsinos.

4.4.1 Επίδραση 2-βρόχων στον προσδιορισμό της M_{eff}

Στην ανάλυσή μας υπολογίζουμε αριθμητικά τις σταθερές των συζεύξεων βαθμίδας στο σχήμα $\overline{DR}$, επιλύοντας τις RGEs δυο βρόχων. Αυτές οι σταθερές είναι διαφορετικές από

τις α'_i της υποενότητας 4.3.3, καθώς οι τελευταίες περιλαμβάνουν τα ΗΕΤ σε επίπεδο ενός βρόχου. Κατά συνέπεια, προκειμένου να εναρμονίσουμε τις αριθμητικά υπολογιζόμενες σταθερές σύζευξης βαθμίδας με αυτές στη σχέση (4.26) και εν τέλει να μπορούμε να προσδιορίσουμε την M_{eff}, αφαιρούμε τις συνεισφορές των δυο βρόχων, οι οποίες στα παρακάτω αναπαρίστανται ως Δ_i. Ολοκληρώνοντας αυτήν τη διαδικασία, φτάνουμε στις σχέσεις:

$$\hat{\alpha}_1^{-1}(M_Z) = \left[\frac{3}{5}\,\alpha_{em}^{-1}\,cos^2\theta_W\,(1 - \Delta_\gamma + \frac{\alpha_{em}}{2\pi}\,\ln\frac{M_S}{M_Z})\right]_{2loops} - \Delta_1 \tag{4.30}$$

$$\hat{\alpha}_2^{-1}(M_Z) = \left[\alpha_{em}^{-1}\,sin^2\theta_W\,(1 - \Delta_\gamma + \frac{\alpha_{em}}{2\pi}\,\ln\frac{M_S}{M_Z})\right]_{2loops} - \Delta_2 \tag{4.31}$$

$$\hat{\alpha}_3^{-1}(M_Z) = \left[\alpha_{strong}^{-1} - \frac{1}{4\,\pi} + \frac{1}{2\,\pi}\,\ln\frac{\widetilde{M}_S}{M_Z}\right]_{2loops} - \Delta_3, \tag{4.32}$$

όπου οι ποσότητες μέσα στις αγκύλες είναι όλες υπολογισμένες αριθμητικά σε επίπεδο δυο βρόχων. Η α_{strong}έχει οριστεί στην (4.9). Έχοντας δε ως σκοπό να καταλήξουμε σε μια αναλυτική σχέση για την M_{eff}, μέσω της (4.26), είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν οι ποσότητες Δ_i. Η μεθοδολογία που ακολουθούμε είναι η εξής: Η εξέλιξη των σταθερών σύζευξης βαθμίδας από την κλίμακα GUT έως κάτω στην ηλεκτρασθενή κλίμακα γίνεται αριθμητικά σε επίπεδο δυο βρόχων, όπως ήδη αναφέραμε και είναι αδύνατο να εξάγουμε αναλυτικούς τύπους των λύσεων αυτών των RGEs . Παρ'όλα αυτά, πριν θέσουμε τις συνοριακές συνθήκες στην ηλεκτρασθενή κλίμακα, μπορούμε να γράψουμε:

$$\alpha^{-1}_{\substack{i,\\2loops}}(M_Z)|_{\overline{DR}} = \alpha_{GUT}^{-1}(M_X) + \frac{b_i}{2\,\pi}\,\ln\frac{M_X}{M_Z} + \Delta_i + \frac{1}{2\,\pi}\sum_{H_i} b_i^{(H_i)}\,\ln\frac{M_X}{M_{H_i}} \tag{4.33}$$

Οι δυο πρώτοι όροι σ' αυτήν τη σχέση είναι οι αντίστροφες σταθερές σύζευξης που προκύπτουν από τις RGEs σε επίπεδο ενός βρόχου, όταν αυτές είναι απαλλαγμένες από κάθε είδους κατώφλια. Πρόκειται δηλαδή για τις RGEs του MSSM. Ο τελευταίος όρος συμπεριλαμβάνει τα κατώφλια υψηλών ενεργειών ως ένα άθροισμα πάνω σε όλα τα υπέρβαρα πεδία H. Χρησιμοποιώντας την (4.33), είμαστε σε θέση να παράγουμε τον τύπο που ακολουθεί, από τον οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε τις Δ_i, δηλαδή τις συνεισφορές δυο βρόχων:

$$\Delta_i = \alpha^{-1}_{\substack{i,\\2loops}}(M_Z)|_{\overline{DR}} - \left[\alpha_{GUT}^{-1}(M_X) + \frac{b_i}{2\,\pi}\,\ln\frac{M_X}{M_Z} + \frac{1}{2\,\pi}\sum_{H_i} b_i^{(H_i)}\,\ln\frac{M_X}{M_{H_i}}\right], \tag{4.34}$$

αφού όλοι οι συντελεστές του είναι υπολογίσιμοι. Υπενθυμίζουμε ότι οι σταθερές σύζευξης βαθμίδας $\alpha_{\substack{i,\\2loops}}(M_Z)|_{\overline{DR}}$ είναι αυτές που υπολογίζονται αριθμητικά όταν χρησιμοποιούνται οι RGEs σε επίπεδο δυο βρόχων. Έτσι, πετυχαίνουμε τον προσδιορισμό της ποσότητας $h(\alpha'^{-1}_i)$ στην (4.26).

Αντικαθιστώντας τις (4.30)-(4.32) στην (4.26) καταλήγουμε στην έκφραση για την M_{eff}:

$$\begin{aligned}
\ln\frac{M_{eff}}{M_Z} &= \frac{5\,\pi}{6}\,[\,\frac{3}{5}\,\alpha_{em}^{-1}\,(\,1\,-\,\Delta_\gamma\,)\,(\,6\,sin^2\theta_W\,-\,1\,)\,-\,2\,\alpha_{strong}^{-1}\,+\,\frac{1}{2\,\pi}\,] \\
&+ \frac{6\,sin^2\theta_W-1}{4}\,\ln\left(\frac{M_S}{M_Z}\right) \;+\; \frac{5}{6}\,\ln\left(\frac{\widetilde{M}_S}{M_Z}\right) \\
&- \frac{5\,\pi}{6}\,(\,3\,\Delta_2\,-\,\Delta_1\,-\,2\,\Delta_3\,)\,+\,\ln\,f(x),
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Οι δυο πρώτες σειρές της (4.35) προέρχονται από τις RGEs επιπέδου ενός βρόχου, όταν αυτές ενσωματώνουν τις συνοριακές συνθήκες στη χαμηλή κλίμακα, για τις οποίες έγινε λόγος σε αυτήν την ενότητα, λόγω των βαριών πεδίων του Καθιερωμένου Προτύπου καθώς και των πεδίων που προβλέπει η υπερσυμμετρία. Στην τρίτη σειρά φαίνεται η επίδραση των RGEs δυο βρόχων καθώς και η συμμετοχή των κατωφλίων υψηλών ενεργειών. Επισημαίνουμε ότι, σε αυτήν τη σχέση, έχουμε ανταλλάξει τις σταθερές $\hat{\alpha}_i(M_Z)$ με τις ισοδύναμες α_{strong}, α_{em} και $\sin\theta_w$ πάντα στην κλίμακα M_Z.

4.5 Αριθμητική διαδικασία

Σε αυτήν την ενότητα θα συζητήσουμε λεπτομερώς την αριθμητική διαδικασία που ακολουθούμε, σε σχέση με την παραμετροποίηση που περιγράψαμε προηγουμένως για τα κατώφλια υψηλών ενεργειών. Θα συζητήσουμε πως αυτή ενσωματώνεται στη συνήθη διαδικασία εξέλιξης των εξισώσεων επανακανονικοποίησης, τόσο των σταθερών βαθμίδας, όσο και των υπόλοιπων παραμέτρων της θεωρίας. Για την επίτευξη των στόχων μας αναπτύξαμε κατάλληλο κώδικα σε γλώσσα Fortran.

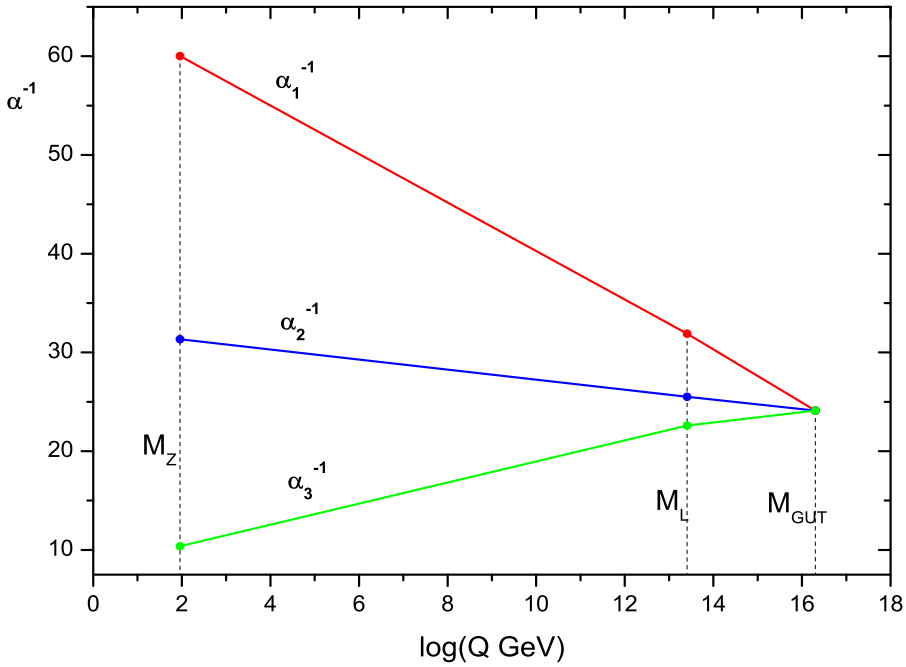
Αρχίζουμε παράγοντας, σύμφωνα με τη μέθοδο που περιγράψαμε στην ενότητα 4.3.4, έναν αριθμό τυχαίων διανυσμάτων $\vec{c}_{in} \equiv (c_i^{in},\, M_L^{in},\, M_{GUT}^{in}\,)$, τα οποία πληρούν τα κριτήρια που θέτει η $SO(10)$. Η αλλαγή στην ονομασία τους γίνεται για καθαρά λόγους καλύτερης κατανόησης της διαδικασίας και το πλήθος τους, κατά προτίμηση, είναι αρκετά μεγάλο, ώστε τα αποτελέσματά μας να είναι, όσο το δυνατόν, απαλλαγμένα από αβεβαιότητες. Καθένα από αυτά τα σημεία χαρακτηρίζονται από την ίδια M_{GUT}^{in}. Από κάθε

ένα από τα διανύσματα $\vec{c}_{in}$ επιλέγουμε μόνο τις συνιστώσες c_1^{in}, c_2^{in}. Χρησιμοποιώντας τις τιμές τους ως δεδομένα, επιλύουμε αριθμητικά τις RGEs σε επίπεδο δυο βρόχων ¨προς τα πάνω¨. Έτσι, ξεκινάμε την εξέλιξη των RGEs από την κλίμακα M_Z, εισάγοντας δοκιμαστικές τιμές για τις σταθερές σύζευξης βαθμίδας στην M_Z και στη συνέχεια προσδιορίζουμε τις τιμές της M_L, όπου ικανοποιείται η συνοριακή συνθήκη (4.21) και της $\alpha_G(M_L)$. Από την (4.19) μπορούμε να προσδιορίσουμε επίσης την τιμή της $\alpha_G(M_{GUT})$. Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η τιμή M_L, που εξάγουμε με αυτόν τον τρόπο, είναι διαφορετική από την M_L^{in} που ανήκει στο διάνυσμα $\vec{c}_{in}$ και του οποίου τις συνιστώσες c_1^{in}, c_2^{in} χρησιμοποιήσαμε ως δεδομένα. Συνακολούθως, προσδιορίζουμε την τιμή της παραμέτρου c_3, η οποία διαφέρει επίσης από την c_3^{in}, ώστε να ικανοποιείται η (4.21) για τη σταθερά σύζευξης α_3. Η εν λόγω σχέση προσδιορισμού της c_3 είναι:

$$c_3 \;=\; \alpha_3^{-1}(M_L) \;-\; \alpha_G^{-1}(M_L)\,, \tag{4.36}$$

Η επίλυση των RGEs συνεχίζεται από την κλίμακα M_L ως την κλίμακα M_{GUT}, συμπεριλαμβάνοντας και τα κατώφλια υψηλών ενεργειών σε επίπεδο ενός βρόχου. Στην M_{GUT} εφαρμόζουμε καθολικές συνοριακές συνθήκες για τις ¨ήπιες¨ υπερσυμμετρικές παραμέτρους και ενοποίηση και για τις τρεις σταθερές σύζευξης βαθμίδας. Στο σχήμα 4.2 φαίνεται ακριβώς η πορεία σύγκλησης για τις τρεις αντίστροφες σταθερές σύζευξης βαθμίδας, έτσι όπως την περιγράψαμε μέχρι στιγμής. Στη συνέχεια, η εξέλιξη των RGEs συνεχίζεται αντίστροφα ¨προς τα κάτω¨, μέχρι την ηλεκτρασθενή κλίμακα, οπότε εφαρμόζονται οι συνοριακές συνθήκες για τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών στις σταθερές σύζευξης βαθμίδας.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται από την ηλεκτρασθενή κλίμακα μέχρι την κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}, μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση, το νόημα της οποίας περιγράψαμε στο τέλος της ενότητας 4.1. Εξυπακούεται ότι η διαδικασία που μόλις περιγράψαμε λαμβάνει χώρα σε κάθε επανάληψη της αριθμητικής επίλυσης των RGEs. Επιπλέον, σε κάθε τέτοια επανάληψη και οι τιμές των c_1^{in}, c_2^{in} διορθώνονται, μέσω ανάλογων με την (4.36) σχέσεων, ώστε να ικανοποιούνται τα κριτήρια ενοποίησης, αλλά, όπως θα συζητήσουμε σε επόμενη ενότητα, οι διορθώσεις που υφίστανται είναι μικρές. Το ίδιο συμβαίνει και με την M_L^{in}. Επομένως, με την ολοκλήρωση της αριθμητικής επίλυσης των RGEs και δεδομένου ότι θα έχει επιτευχθεί ενοποίηση, το αρχικό σημείο $\vec{c}_{in}$, με συνιστώσες c_i^{in}, M_L^{in} M_{GUT}^{in}, μετατρέπεται σε ένα άλλο $\vec{c}_{fin}$, με συνιστώσες c_i, M_L, M_{GUT}^{in}. Το νέο αυτό σημείο θεωρείται επιτυχές, αν ανήκει στο σύνολο των αρχικών και τυχαία παραγόμενων διανυσμάτων $\vec{c}_{in}$ ή ανεπιτυχές και επομένως απορριπτέο, αν βρίσκεται έξω από



Σχήμα 4.2: Η εξέλιξη και η σύγκλιση των τριών συζεύξεων βαθμίδας από την ηλεκτρασθενή κλίμακα M_Z έως την κλίμακα M_{GUT}, σύμφωνα με τη μεθοδολογία που αναπτύξαμε. Όπου Q είναι η κλίμακα ενέργειας. Στο σχήμα φαίνεται πως εφαρμόζεται η νέα συνοριακή συνθήκη στην κλίμακα M_L.

την περιοχή που οριοθετούν τα $\vec{c}_{in}$. Εκτός από αυτόν τον έλεγχο και προκειμένου να δοκιμάσουμε την ακρίβεια της μεθόδου μας, εξετάζουμε αν κάθε επιτυχές τελικό σημείο συμπίπτει με το αρχικό του, δεχόμενοι μικρές διαφορές μεταξύ τους. Τη διαδικασία που ακολουθούμε σε αυτούς τους ελέγχους θα την εξηγήσουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια σε επόμενη ενότητα όπου θα έχουμε την ευκαιρία να παραθέσουμε και αριθμητικά αποτελέσματα. Προφανώς, ο αριθμός των επιτυχών σημείων που περνάνε το τεστ της ενοποίησης μειώνεται, αν υποβάλλουμε πρόσθετους περιορισμούς από την πλευρά της φυσικής, όπως παραδείγματος χάριν είναι τα πειραματικά όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε πως διαφοροποιείται η αριθμητική επίλυση των RGEs, με δεδομένο ότι αναγκαστικά συμπεριλαμβάνουμε στην εξέλιξή τους και την επίδραση των HET, στα πλαίσια της νέας παραμετροποίησης που εισάγουμε. Ένα από τα πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι η μη εμπλοκή των HET στην εξέλιξη των RGEs από την ηλεκτρασθενή κλίμακα M_Z έως την M_L. Τονίζουμε ότι η επίδρασή τους λαμβάνεται υπόψη από την (4.21) και ενσωματώνεται εξ ολοκλήρου στις c_i. Επιπλέον, οι συνοριακές συνθήκες (1.8) για τις συζεύξεις και τις παραμέτρους των ¨ήπιων¨ μαζών εφαρμόζονται στην κλίμακα ενοποίησης. Από την M_{GUT} στην M_L (και αντίστροφα), τα HET εμπλέκο-

νται αναπόφευκτα στην επίλυση των RGEs και, συνεπώς, παίζουν πια ουσιαστικό ρόλο στην εξέλιξη όχι μόνο των συζεύξεων βαθμίδας αλλά και των υπόλοιπων συζεύξεων και των μαζικών παραμέτρων που σχετίζονται με την ¨ήπια¨ παραβίαση της υπερσυμμετρίας. Στην προσέγγισή μας όμως, σκοπός μας είναι να χειριστούμε το σύνολο των HET με συλλογικό τρόπο, μέσω ποσοτήτων παρόμοιων με τις c_i, χωρίς να μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε την τιμή τους ακριβώς. Αρχικά για τις αδιάστατες (συζεύξεις βαθμίδας και Yukawa) και τις διαστατικές ποσότητες (τριγραμμικές συζεύξεις και ¨ήπιες¨ μάζες) χρησιμοποιούμε τις RGEs σε επίπεδο δυο βρόχων, χωρίς να παίρνουμε υπόψη μας την επίδραση των υπέρβαρων σωματιδίων στην εξέλιξή τους. Προκειμένου, όμως, να συμπεριλάβουμε την επίδραση των HET τους, στο τέλος διορθώνουμε κάθε εξαγόμενη ποσότητα F στην κλίμακα M_L σύμφωνα με την:

$$F^{cor}(M_L) \;=\; F(M_L) \;+\; \Delta_F \,.$$

Η Δ_F , εξαρτάται από τα c_i , από τους συντελεστές των βήτα συναρτήσεων b_i^H των υπέρβαρων πεδίων H που προβλέπει το GUT μοντέλο και από το λογάριθμο $\ln\left(M_{GUT}/M_L\right)$. Η Δ_F είναι διαφορετική για κάθε ποσότητα F και για τον προσδιορισμό της είναι αναγκαίο να γνωρίζουμε τις εξαρτήσεις σε επίπεδο ενός βρόχου της RGE της F . Συγκεκριμένα, αν γράψουμε:

$$\frac{d\,F}{d\,lnQ} \;=\; \sum_i G_i\,\alpha_i + \ldots \quad ,$$

όπου τα αποσιωπητικά δηλώνουν συνεισφορές που δεν παρουσιάζουν ρητή εξάρτηση από τις σταθερές των συζεύξεων βαθμίδας, τότε οι διορθώσεις Δ_F προσεγγίζονται από εκφράσεις της μορφής:

$$\Delta_F \;=\; \frac{\alpha_G^2}{4\,\pi}\,\ln\left(\frac{M_{GUT}}{M_L}\right)\sum_i G_i(M_{GUT})\,\left[\ln\left(\frac{M_{GUT}}{M_L}\right)\,b_i^H \;+\; 2\,\pi\,c_i\right] \,.$$

Οι συντελεστές G_i εμφανίζονται στο Παράρτημα Δ΄. Η προσέγγιση αυτή είναι έγκυρη, αν το χαμηλότερο M_L και το υψηλότερο M_{GUT} από τα κατώφλια υψηλών ενεργειών, δεν απέχουν περισσότερο από τρεις τάξεις μεγέθους, δηλαδή πρέπει

$$10^{-3} < \frac{M_L}{M_{GUT}} < 1. \tag{4.37}$$

Από τα δείγματα τυχαίων αριθμών, βρίσκουμε ότι κατά μέσο όρο $\log\frac{M_{GUT}}{M_L} \simeq 2.7$, άρα δικαιούμαστε να χρησιμοποιούμε την προσεγγιστική αυτή σχέση για τις διορθώσεις Δ_F .

Έχοντας διασαφηνίσει τα παραπάνω, υπολογίζουμε τις σταθερές σύζευξης και τις μάζες στην ηλεκτρασθενή κλίμακα με τον συνήθη τρόπο, με τις τιμές των σταθερών των συζεύξεων βαθμίδας σε αυτήν την κλίμακα να καθορίζονται από τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας [49]. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούμε την τιμή της ενεργού γωνίας ανάμειξης:

$$sin^2\theta^f_{eff} \;=\; 0.23146 \,\pm\, 0.00012, \tag{4.38}$$

τις τιμές των σταθερών της ισχυρής σύζευξης:

$$\alpha_{strong}(M_Z) \;=\; 0.1184 \,\pm\, 0.0007 \tag{4.39}$$

και της ηλεκτρασθενούς σύζευξης:

$$\alpha_{em} \;=\; 1/137. \tag{4.40}$$

Θα πρέπει να επισημάνουμε ότι η πειραματικά μετρούμενη ενεργός γωνία ανάμειξης $sin^2\theta^f_{eff}$, που πρώτα εισήχθη στην [134], διαφέρει από την $\sin^2\theta_W$ που εμφανίζεται στις (4.2), (4.3), (4.9). Η τελευταία ορίζεται ως ο λόγος των σταθερών σύζευξης της $SU(2)$ και $U(1)_Y$, g και g' αντίστοιχα, στο σχήμα $\overline{DR}$:

$$\sin^2\theta_W(Q) \;=\; \frac{\hat{g}'^2(Q)}{\hat{g}^2(Q) \,+\, \hat{g}'^2(Q)}. \tag{4.41}$$

Όπως φαίνεται το $\sin^2\theta_W$ εξαρτάται από την κλίμακα Q. Παρόλο που αυτό παρέχει ένα πρόσφορο μέσο ελέγχου της ενοποίησης σε υπερσυμμετρικά ή μη μοντέλα, δεν είναι η πειραματικά μετρούμενη ποσότητα στα πειράματα ουδέτερων ρευμάτων LEP και SLD και γι' αυτό δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα. Στα υπερσυμμετρικά μοντέλα, η $\sin^2\theta_W$ εξαρτάται από τον $\log\left(\frac{M_{1/2}}{M_Z}\right)$ και είναι σημαντικά διαφορετική από την $sin^2\theta^f_{eff}$, για μεγάλες τιμές του $M_{1/2}$ [135]. Στο Καθιερωμένο Πρότυπο οι δυο γωνίες συμπίπτουν με μεγάλη ακρίβεια. Η ενεργός γωνία ανάμιξης είναι μια πειραματική ποσότητα και συνδέεται με την $\sin^2\theta_W$ μέσω της:

$$sin^2\theta^f_{eff} \;=\; \sin^2\theta_W\,(1 + \Delta k_f\,)\,,$$

όπου η Δk_f υπολογίζεται από την ενεργό σύζευξη στην κορυφή $Zf\overline{f}$ και δίνεται από

$$\Delta k_f \;=\; \frac{\cos\theta_W}{\sin\theta_W}\,\frac{\Pi_{Z\gamma}(M_Z^2) \,-\, \Pi_{Z\gamma}(0)}{M_Z^2} \,+\, \delta k_f^{SUSY} \,+\, \cdots \tag{4.42}$$

Ο πρώτος όρος στην παραπάνω παράσταση αντιπροσωπεύει τις καθολικές διορθώσεις. Με $\Pi_{Z\gamma}$ συμβολίζονται οι διορθώσεις στον $Z-\gamma$ διαδότη. Οι υπόλοιποι όροι είναι οι μη καθολικές διορθώσεις και περιλαμβάνουν διαγράμματα με υπερσυμμετρικές διορθώσεις, ηλεκτρασθενείς και QCD , καθώς και άλλες συνεισφορές στα πλαίσια του Καθιερωμένου Προτύπου. Η ποσότητα Δk_f περιέχει «μεγάλους λογάριθμους», οι οποίοι απαλείφουν τους αντίστοιχους που περιέχει το $\sin^2\theta_W$, αφήνοντας το $sin^2\theta^f_{eff}$ απαλλαγμένο από εξαρτήσεις μεγάλων λογαρίθμων.

Επανερχόμαστε τώρα στην αριθμητική διαδικασία που ακολουθούμε συνολικά. Προκειμένου να βρούμε την παράμετρο ανάμειξης των Higgsino $|\mu|$, καθώς και την παράμετρο ανάμειξης των Higgs m_3, λύνουμε τις συνθήκες ελαχιστοποίησης του δυναμικού, ενσωματώνοντας όλες τις διορθώσεις ενεργού δυναμικού ενός βρόχου [136], στην κλίμακα Q_{stop}, η οποία ορίζεται ως ο μέσος όρος των μαζών των stops, καθώς και τις κυρίαρχες διορθώσεις σε επίπεδο δυο βρόχων από την QCD και top σύζευξη Yukawa . Κάποιες από τις διορθώσεις δίνουν αμελητέα αποτελέσματα. Κάποιες άλλες όμως, όπως αυτές των neutralino και των chargino, πρέπει οπωσδήποτε να συμπεριληφθούν ώστε τα τελικά αποτελέσματα να είναι αξιόπιστα. Τέτοια περίπτωση είναι ο υπολογισμός της μάζας του ψευδοβαθμωτού πεδίου Higgs A μέσω της ελαχιστοποίησης του ενεργού δυναμικού. Ο συγκεκριμένος υπολογισμός γίνεται ανεξάρτητα της κλίμακας όπου υπολογίζεται η μάζα του A. Η τελευταία προσεγγίζει καλύτερα τη φυσική μάζα, όταν παρθούν υπόψη όλες οι συνεισφορές. Τότε $m_A^2(pole) = m_A^2 + \Pi_{AA}(0) - \Pi_{AA}(m_A^2)$, όπου $\Pi_{AA}(p^2)$ είναι οι διορθώσεις στον διαδότη του ψευδοβαθμωτού πεδίου Higgs σε ορμή p [137]. Όσον αφορά στις συνθήκες ελαχιστοποίησης του ενεργού δυναμικού σε επίπεδο ενός βρόχου, ακολουθούμε τη διαδικασία που περιγράφεται στην [138], δηλαδή πρώτα εκτελούμε τις απαραίτητες παραγωγίσεις στις διορθώσεις ενός βρόχου του ενεργού δυναμικού και μετά εφαρμόζουμε τις VEVs των πεδίων Higgs. Κατά τα λοιπά, εκτός από την ιδιαίτερη διαχείριση των HETs, την οποία υιοθετούμε και ήδη περιγράψαμε, η υπόλοιπη διαδικασία δεν διαφέρει από τη συνήθη που ακολουθείται στα μοντέλα του CMSSM [126, 127].

Ως δεδομένα χρησιμοποιούμε τις τιμές για την α_{em}, τη σταθερά σύζευξης Fermi G_F, τη φυσική μάζα του Z μποζονίου M_Z, τις φυσικές μάζες των top και tau καθώς και την τρέχουσα μάζα $m_b(m_b)$ στο σχήμα $\overline{MS}$. Οι παράμετροι της ¨ ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας $m_0, M_{1/2}, A_0$, η τιμή της $\tan\beta$ και το πρόσημο της παραμέτρου ανάμιξης των Higgsino μ είναι επίσης δεδομένα. Ως προς το τελευταίο, θέτουμε $\mu > 0$, γιατί μια τέτοια επιλογή συνάδει με τα αποτελέσματα των πειραμάτων για το $(g-2)_\mu$ και τους

λόγους διακλάδωσης της $B \longrightarrow s + \gamma$, ιδίως αν υποτεθεί καθολικότητα για τις μάζες των gauginos στην M_{GUT}. Τις εξισώσεις RGEs 2-βρόχων, που χρησιμοποιούμε, τις έχουμε εξάγει από την [139] και τις έχουμε προσαρμόσει στον συμβολισμό που ακολουθούμε, ο οποίος ως επί το πλείστον είναι όμοιος με αυτόν της [140].

Όσον αφορά στη διάσπαση του πρωτονίου, εισάγοντας συγκεκριμένες τιμές για τις υπερσυμμετρικές παραμέτρους (m_0, $M_{1/2}$, A_0, $tan\beta$), μπορούμε να προσδιορίσουμε ποσότητες που την επηρεάζουν άμεσα στο πρότυπό μας: την M_{eff}, από την (4.26), καθώς τα B_i'ς, από την (3.23). Έτσι, ο εξαγόμενος χρόνος νουκλεονικής ζωής παρέχει έναν επιπλέον περιορισμό για τη μελέτη μας. Λεπτομερή περιγραφή για τη χρήση αυτού του περιορισμού στην ανάλυσή μας θα κάνουμε στην επόμενη ενότητα. Από τη στιγμή που έχουμε ρητή εξάρτηση της M_{eff} από τα HET μόνο ως προς την ποσότητα x (4.27) και προκειμένου να διευκολύνουμε την ανάλυσή μας, από το χώρο των τυχαίων σημείων, τον οποίο δημιουργούμε όπως περιγράψαμε προηγουμένως, διαλέγουμε τμήματα όπου τα σημεία έχουν καθορισμένη τιμή για την x και άρα εκεί η M_{eff} είναι σχεδόν σταθερή.

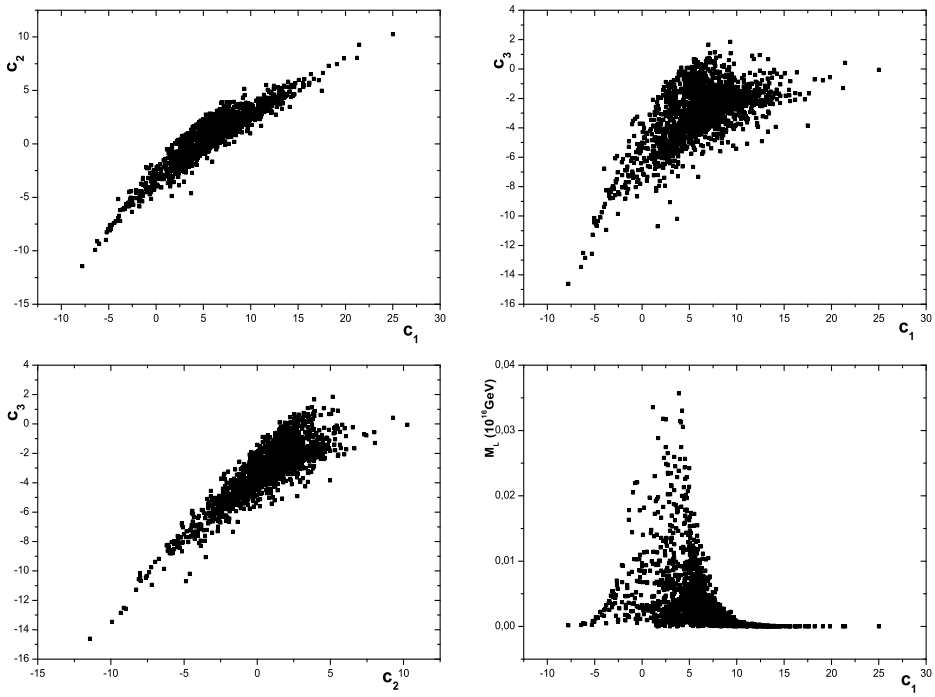
Κεφάλαιο 5

Ανάλυση - Αποτελέσματα

Ακολουθούμε τη διαδικασία που περιγράψαμε στις προηγούμενες ενότητες, προκειμένου να οριοθετήσουμε τις αποδεκτές περιοχές του παραμετρικού χώρου του μοντέλου που υιοθετήσαμε, οι οποίες θέλουμε να συμμορφώνονται με τα ηλεκτρασθενή δεδομένα ακριβείας και τους περιορισμούς που θέτει η διάσπαση του πρωτονίου. Θα δούμε ότι και μόνο η ικανοποίηση των πειραματικών ορίων για την ισχυρή σταθερά σύζευξης α_{strong} θέτει σοβαρούς περιορισμούς, σε συνδυασμό με τις μετρήσεις ακριβείας και τις συνθήκες ενοποίησης.

Προκειμένου να διευκολύνουμε την ανάλυσή μας, παράγουμε δείγματα από τυχαία σημεία $\vec{c}$, όπως αυτά ορίζονται από την (4.23), για τα οποία η M_{GUT} είναι καθορισμένη και κοινή. Συγκεκριμένα, παρουσιάζουμε αποτελέσματα για $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}\, GeV$. Μεγαλύτερες ή μικρότερες τιμές από αυτή δεν εξαιρέθηκαν από τη μελέτη μας και μάλιστα διαπιστώσαμε ότι αποφέρουν ποιοτικώς παρόμοια αποτελέσματα, ως προς τα δείγματα τυχαίων σημείων που δίνουν. Άλλωστε στη συνέχεια παραθέτουμε και μια σύγκριση αποτελεσμάτων σε σχέση με την ικανοποίηση των περιορισμών για διαφορετικές τιμές της M_{GUT}. Για λόγους διευκόλυνσης, ο κύριος όγκος της ανάλυσής μας γίνεται με τυχαίως παραγόμενα σημεία που έχουν την προαναφερθείσα τιμή για την M_{GUT}. Αυτή είναι η πλέον διαδεδομένη[1] κλίμακα ενέργειας, που υιοθετείται στα διάφορα μοντέλα και αναλύσεις που έχουν ως βάση τις SUSY GUTs, ως η κλίμακα ενέργειας όπου αναμένεται οι τρεις σταθερές σύζευξης βαθμίδας να συναντώνται (πχ. [49]). Αυτό συμβαίνει κυρίως, γιατί η εξέλιξη των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, ξεκινώντας από χαμηλή ενέργεια $\sim M_Z$, παίρνοντας υπόψη μόνο το φάσμα που εισάγει το MSSM και σε συμφωνία

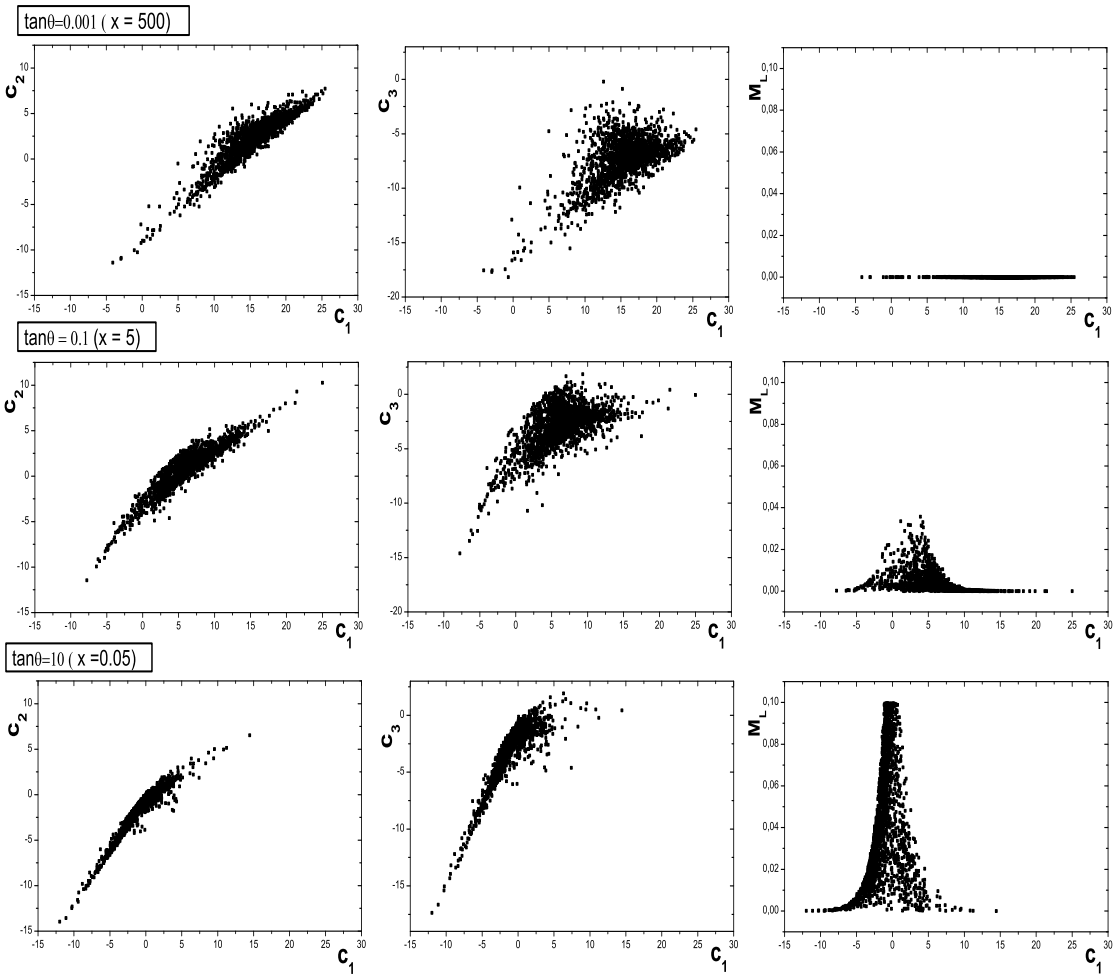
[1] Επίσης, αρκετά συνηθισμένη τιμή για την M_{GUT}, σε περίπτωση που αυτή εκλαμβάνεται ως δεδομένο στην ανάλυση, είναι η $M_{GUT} = 3 \cdot 10^{16}\, GeV$.



Σχήμα 5.1: Οι κατανομές μεταξύ των c_1, c_2, c_3 και M_L ανά δυο. Έχουμε παραλείψει να παρουσιάσουμε τις κατανομές $M_L - c_2$ και $M_L - c_1$, γιατί παρουσιάζουν ίδια μορφή με την κατανομή $M_L - c_1$ (διάγραμμα κάτω δεξιά). Σε αυτό το διάγραμμα είναι $x = 5$.

με τις μετρήσεις ακριβείας του LEP στην ηλεκτρασθενή κλίμακα, καταλήγει σε αυτήν ακριβώς την τιμή ως κλίμακα ενοποίησης [9, 21, 142]. Παράλληλα, διαταρακτικά όρια στις αδιάστατες συζεύξεις της θεωρίας θέτουν άνω όρια για τις μεγάλες τιμές της $M_{GUT} > 10^{17}\,GeV$ [22, 23, 85]. Συγκεκριμένα, οι αναλύσεις αυτές εισάγουν επιπρόσθετους περιορισμούς, οι οποίοι πηγάζουν από την απαίτηση οι συζεύξεις Yukawa και η σύζευξη βαθμίδας α_{GUT} της $SO(10)$ να διατηρούν τη διαταρακτικότητά τους έως τη μειωμένη κλίμακα Planck $M_P = 2.4 \cdot 10^{18}\,GeV$ ή τη διαταρακτική κλίμακα των χορδών $M_{st} = 5 \cdot 10^{17}\,GeV$.

Για αυτόν τον λόγο, είμαστε ιδιαίτερα διστακτικοί στο να υιοθετήσουμε τέτοιες πολύ μεγαλύτερες τιμές για την M_{GUT} από $\sim 10^{16}\,GeV$, παρόλο που παρέχουν αξιοσημείωτη διευκόλυνση στην επίλυση σειράς προβλημάτων, τα οποία θα συζητήσουμε. Η παρουσία βαρέων πεδίων με μάζες μικρότερες από την M_{GUT} που προκύπτουν από την παραβίαση της $SO(10)$ αναπόφευκτα σπρώχνει την κλίμακα ενοποίησης σε τιμές υψηλότερες της $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}\,GeV$, καθώς η τιμή αυτή έχει υπολογιστεί χωρίς την πρόβλεψη ύπαρξης τέτοιων πεδίων, δηλαδή στα πλαίσια του MSSM. Έτσι, θα ήταν αρκετά βολικό να υιοθετήσουμε μια μεγαλύτερη κλίμακα ενοποίησης. Βέβαια, με κατάλληλη επιλογή των μαζών των υπέρβαρων πεδίων και άρα των HET τους μπορούμε να διατηρήσουμε την ενοποίηση



Σχήμα 5.2: Οι κατανομές μεταξύ των c_1 και c_2, c_3, M_L για τρεις τιμές του x.

στην κλίμακα που προβλέπει το LEP ή σε κάποια άλλη. Στην ανάλυση μας ουσιαστικά επιλέγουμε τα σημεία $\vec{c}$ που επιτελούν αυτόν τον στόχο, σε όποια κλίμακα ενοποίησης επιθυμούμε. Επίσης, η M_{GUT} είναι κρίσιμο μέγεθος για τη διάσπαση του πρωτονίου και συγκεκριμένα για το ρυθμό διάσπασης που προκύπτει από τους πενταδιάστατους τελεστές, ο οποίος μειώνεται με την αύξηση της M_{GUT}. Ως εκ τούτου, μεγάλες τιμές τις κλίμακας ενοποίησης είναι καλοδεχούμενες, ώστε να μην αποκλείονται τα προς εξέταση μοντέλα από τα τρέχοντα όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου. Τέλος, οι μεγάλες τιμές για την M_{GUT} είναι αναπόφευκτες για αρκετά μοντέλα χορδών, όπου η κλίμακα ενοποίησης προκύπτει μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερη από την $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}\, GeV$ [143].

Τα δείγματα τυχαίων σημείων, που χρησιμοποιούμε, ορίζουν μερίδια στο χώρο των $\vec{c}$ διανυσμάτων, για τα οποία ο λόγος x (4.27) είναι σταθερός και εν προκειμένω, στο μεγαλύτερο μέρος της ανάλυσής μας, ίσος με $x = 5$. Αυτή η επιλογή συνεπάγεται

μια τάξη μεγέθους διαφορά ανάμεσα στις VEVs των υπερβαρέων πεδίων Higgs στη συζυγή $\langle A \rangle$ και στη σπινοριακή αναπαράσταση $\langle C \rangle$. Η μορφή του παραμετρικού χώρου των σημείων $\vec{c}$ φαίνεται στο σχήμα 5.1, όπου παρουσιάζονται οι κατανομές μεταξύ των c_1, c_2, c_3 και M_L ανά δυο. Στη συνέχεια, στα διαγράμματα που έχουμε δημιουργήσει, μόνο 1000 από τα σημεία με $x = 5$ θα παρουσιάζονται κάθε φορά, έτσι ώστε να έχουμε πιο καθαρή εικόνα.

Στο σχήμα 5.2 παρουσιάζουμε τις κατανομές των c_2, c_3 και M_L ως προς τις παραμέτρους c_1 για τρεις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου x: η πρώτη από το άνω μέρος του σχήματος σειρά διαγραμμάτων έχει προκύψει για $x = 500$, η δεύτερη για $x = 5$ και η τρίτη για $x = 0,05$. Παρατηρούμε ότι το σχήμα της κατανομής σε γενικές γραμμές διατηρείται, ενώ σημειώνεται μετακίνησή του στο επίπεδο των σημείων που εξετάζουμε κάθε φορά. Έτσι, με τη μείωση του x, οι τιμές των c_1 και c_2 μειώνονται, ενώ του c_3 αυξάνονται. Όσον αφορά στην M_L, δηλαδή στη μικρότερη μάζα που προκύπτει από τα υπέρβαρα πεδία, αυτή για $x = 500$ είναι πολύ μικρή, της τάξης του $10^{-7} - 10^{-6}$ της M_{GUT}, οπότε το κριτήριο (4.37) που έχουμε θέσει δεν ικανοποιείται. Όταν μειώσουμε το x το εν λόγω κριτήριο ικανοποιείται και η M_L αυξάνεται. Οι τιμές της M_L εξαρτώνται από τις τιμές του x, γιατί αυτό υπεισέρχεται στις εκφράσεις που δίνουν τις μάζες των υπέρβαρων πεδίων που δώσαμε στην ενότητα 2.8. Για $x = 500$ και 5, το υπέρβαρο πεδίο με τη μικρότερη μάζα M_L είναι ένα από τα pseudogoldstones στην αναπαράσταση $(1,1)_1$, ενώ για $x = 0,05$ τα υπέρβαρα πεδία που δίνουν την M_L είναι οι συνιστώσες των πεδίων Higgs των $\overline{C}$, $\overline{C'}$ που βρίσκονται στις αναπαραστάσεις $(1,2)_{\pm 2}$.

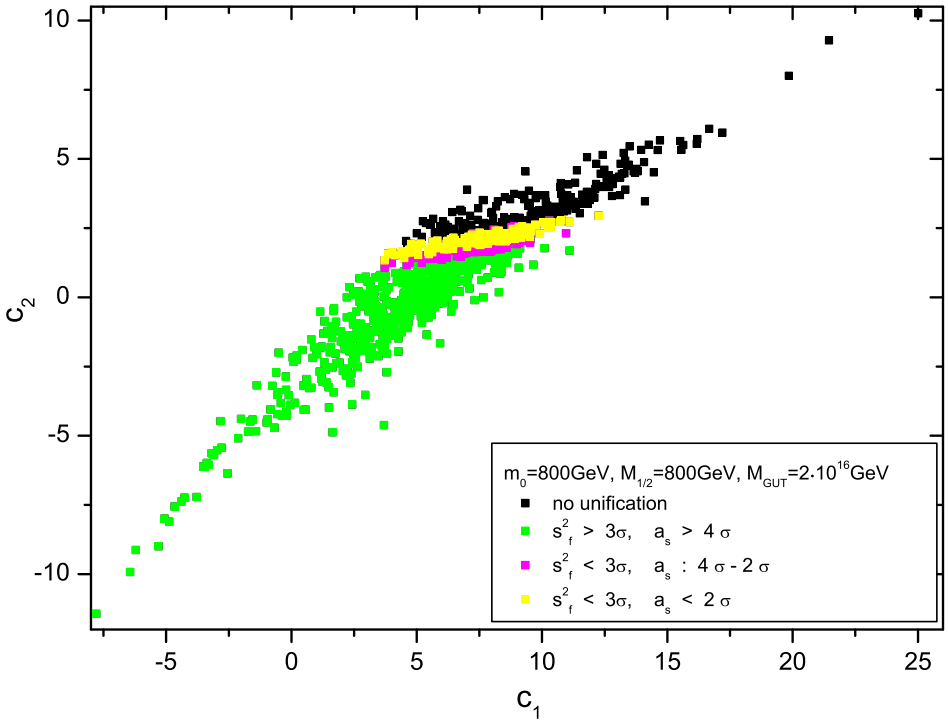
Ένα μέγεθος, το οποίο ελέγχουμε κατά την ανάλυσή μας, είναι η ενεργός γωνία ανάμιξης $\overline{sin}^2_f\hat{\theta}$ (4.41) (στα διαγράμματα δηλώνεται με s_f). Γενικά προκύπτει σε ικανοποιητικά επίπεδα, με σφάλμα μικρότερο από $< 3\sigma$, σε σχέση με την πειραματική της τιμή (4.38), εξετάζοντας το σύνολο του παραμετρικού χώρου και ουσιαστικά δεν αποτελεί περιορισμό. Όταν λέμε ότι ένα μέγεθος παίρνει ικανοποιητικές τιμές, εννοούμε ότι οι τιμές του που προκύπτουν για κάθε σημείο $\vec{c}$, με τη διαδικασία που περιγράψαμε, βρίσκονται σε μια περιοχή γύρω από την τρέχουσα πειραματική του τιμή, η οποία χαρακτηρίζεται από σχετικά μικρό σφάλμα, το πολύ 5σ. Βεβαίως όλα τα σημεία δεν δίνουν το ίδιο επιτυχείς τιμές για το ίδιο μέγεθος. Έτσι, η σάρωση του παραμετρικού χώρου ολοκληρώνεται ελέγχοντας και το πλήθος των σημείων που δίνουν τιμές των μεγεθών προς εξέταση εντός της επιτρεπόμενης περιοχής σφάλματος. Ένα σημείο $\vec{c}$ θα το χαρακτηρίζουμε ως ¨επιτυχημένο¨, όταν η εξέλιξη των RGEs δίνει όλα τα μεγέθη με τιμές στην περιοχή σφάλματος

που έχουμε εμείς καθορίσει ως αποδεκτή και επιπρόσθετα όταν ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς που θέτει το μοντέλο μας.

Τα αποτελέσματα για την ισχυρή σταθερά σύζευξης στην κλίμακα M_Z (στα διαγράμματα τη δηλώνουμε με α_s) δείχνουν ότι αυτή προτιμά περιοχές όπου οι ¨ήπιες¨ παράμετροι παραβίασης της υπερσυμμετρίας παίρνουν αρκετά χαμηλές τιμές. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού για μεγάλες τιμές των παραμέτρων αυτών, η επίδραση της υπερσυμμετρίας ουσιαστικά χάνεται, εξαιτίας της αναμενόμενης αποσύζευξής της σε αυτές τις ενέργειες. Έτσι, σε τέτοιες περιπτώσεις, ουσιαστικά δουλεύουμε με ένα συμβατικό, μη-υπερσυμμετρικό μοντέλο GUT, στα πλαίσια του οποίου, ως γνωστόν, η ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας είναι δύσκολο να επιτευχθεί. Επιπλέον, οι μεγάλες τιμές στις παραμέτρους παραβίασης της υπερσυμμετρίας και ειδικότερα στην $M_{1/2}$ περιορίζουν τις επιτρεπτές τιμές της M_{eff}, δεδομένων των περιορισμών από τη διάσπαση του πρωτονίου. Αυτό συμβαίνει, γιατί επηρεάζονται οι μάζες των winos, άρα και οι όροι της (3.24) και αυτοί με τη σειρά τους διαφοροποιούν την M_{eff}. Συνέπεια αυτών είναι ότι, από τα αρχικά $\vec{c}$ σημεία, μόνο ένας μικρός αριθμός σημείων περνά τελικά με επιτυχία τη δοκιμασία των περιορισμών της νουκλεονικής διάσπασης και των μετρήσεων ακριβείας. Αυτός είναι και ο λόγος που εξετάζουμε μόνο σχετικά μικρές τιμές για τις παραμέτρους παραβίασης της υπερσυμμετρίας, δηλαδή $m_0,\, M_{1/2} \leq 1.5\, TeV$.

5.1 Οι περιορισμοί από την α_{strong} και τη διάσπαση του πρωτονίου

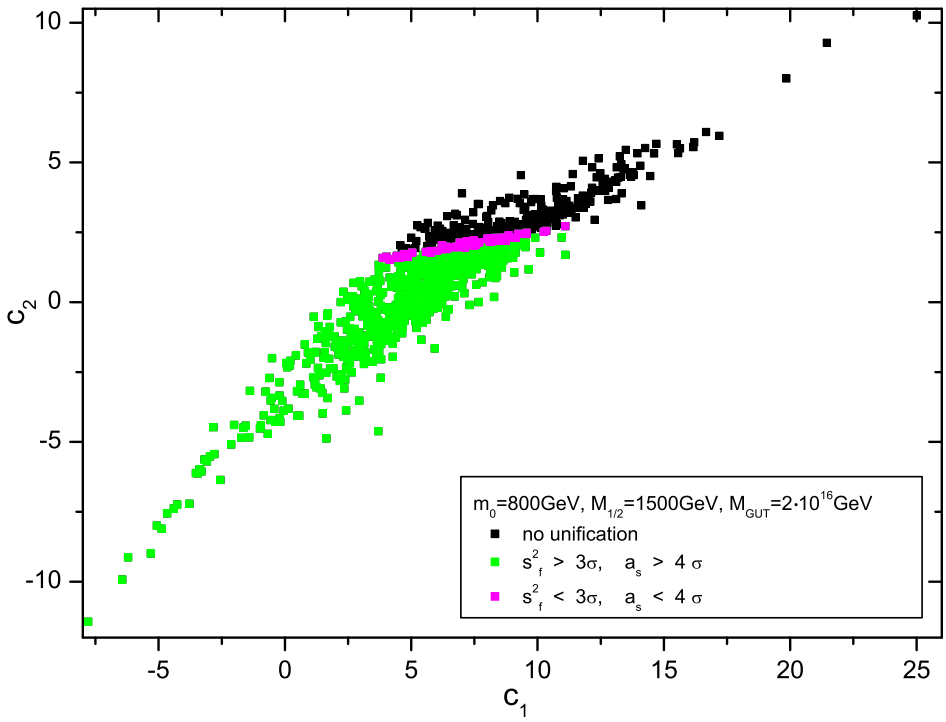
Κατ' αρχήν θα εξετάσουμε την εξάρτηση της α_{strong} από τις υπερσυμμετρικές και τις υπέρβαρες (HET) παραμέτρους. Αρχικά, παρατηρούμε τις διακυμάνσεις της μεταβάλλοντας τις m_0 και $M_{1/2}$. Κοιτώντας τα διαγράμματα των σχημάτων 5.3-5.6, και αγνοώντας τα διάφορα χρώματα, βλέπουμε το σύνολο των c_1, c_2 ζευγών, όπως αυτά παράχθηκαν τυχαία με τη διαδικασία που ορίστηκε στην ενότητα 4.3. Όπως είπαμε, η κλίμακα ενοποίησης έχει ρυθμιστεί σταθερά στην τιμή $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}\, GeV$ και έτσι, για λόγους κανονικότητας (naturalness), όλες οι παράμετροι υψηλών ενεργειών που έχουν διαστάσεις μάζας παράγονται μεν τυχαία, φροντίζοντας όμως οι τιμές να διαφέρουν από την M_{GUT} το πολύ κατά τρεις τάξεις μεγέθους. Αυτό επιτυγχάνεται πολλαπλασιάζοντας τους τυχαία παραγόμενους αριθμούς με κατάλληλο παράγοντα. Παρόλο που οι HET παράμετροι παράγονται τυχαία, όλα τα ζεύγη των $c_1,\, c_2$ που προκύπτουν, όπως φαίνεται και από τα



Σχήμα 5.3: Σε αυτό το διάγραμμα $\tan\beta = 10$ και $A_0 = 100$GeV , με m_0, $M_{1/2}$ και M_{GUT} όπως αναγράφονται σε αυτό. Για αναλυτική περιγραφή του διαγράμματος δείτε στο κείμενο.

διαγράμματα, σχετίζονται μεταξύ τους, αφού εντοπίζονται σε μια πολύ συγκεκριμένη περιοχή της επιφάνειας που ορίζουν οι άξονες των c_1, c_2. Μάλιστα, το ¨σχήμα¨ που φαίνεται να δημιουργούν παραμένει ακόμα και αν οι αρχικές συνθήκες (πχ. το x) ή οι τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων αλλάξουν, αλλά μεταβάλλονται οι διαστάσεις του (συρρικνώνεται ή διογκώνεται) και μετακινείται σε σχέση με τους άξονες. Το ίδιο συμβαίνει και με τα ζεύγη c_1, c_3 και c_2, c_3. Επομένως, τα επιτυχημένα σημεία δεν μπορούν παρά να εντοπίζονται μέσα στη διαγώνιο λωρίδα που φαίνεται στα σχήματα.

Τα μαύρα σημεία στα σχήματα 5.3-5.6 απεικονίζουν αυτά τα ζεύγη των c_1, c_2 με τα οποία δεν επιτυγχάνεται ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας στην προαναφερθείσα τιμή της M_{GUT}, μετά την αριθμητική επίλυση των RGEs σε επίπεδο 2-βρόχων. Για τα πράσινα σημεία η ενοποίηση έχει επιτευχθεί, αλλά η τιμή της α_{strong}αποκλίνει από την τιμή (4.39) που δώσαμε στην υποενότητα 4.5, με σφάλμα μεγαλύτερο από 4σ, ενώ και το τετράγωνο της ενεργού γωνίας ανάμιξης έχει μεγάλο σφάλμα ($> 3\sigma$). Ενοποίηση κατορθώνουν να δώσουν και τα σημεία με μοβ χρώμα και επιπλέον αποδίδουν τιμές για την α_{strong} με σφάλμα μικρότερο από 4σ και για το s_f^2 μικρότερο από 3σ. Τέλος, τα σημεία της κίτρινης περιοχής αποτελούν το υποσύνολο των μοβ σημείων που δίνουν τιμές για την α_{strong} με το μικρότερο δυνατό σφάλμα ($< 2\sigma$).

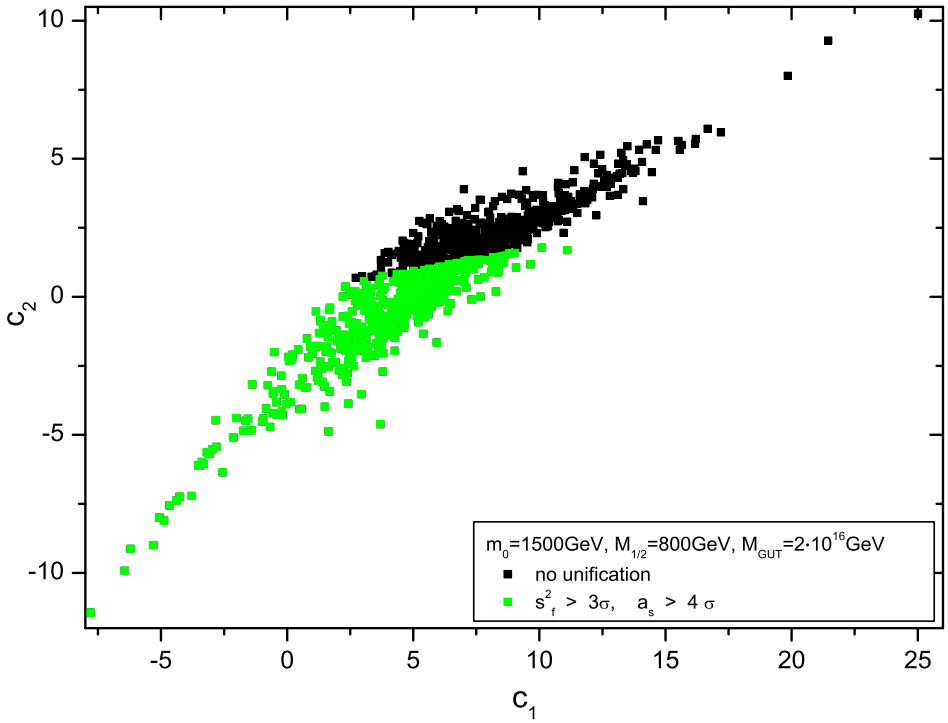


Σχήμα 5.4: Όπως στο διάγραμμα 5.3.

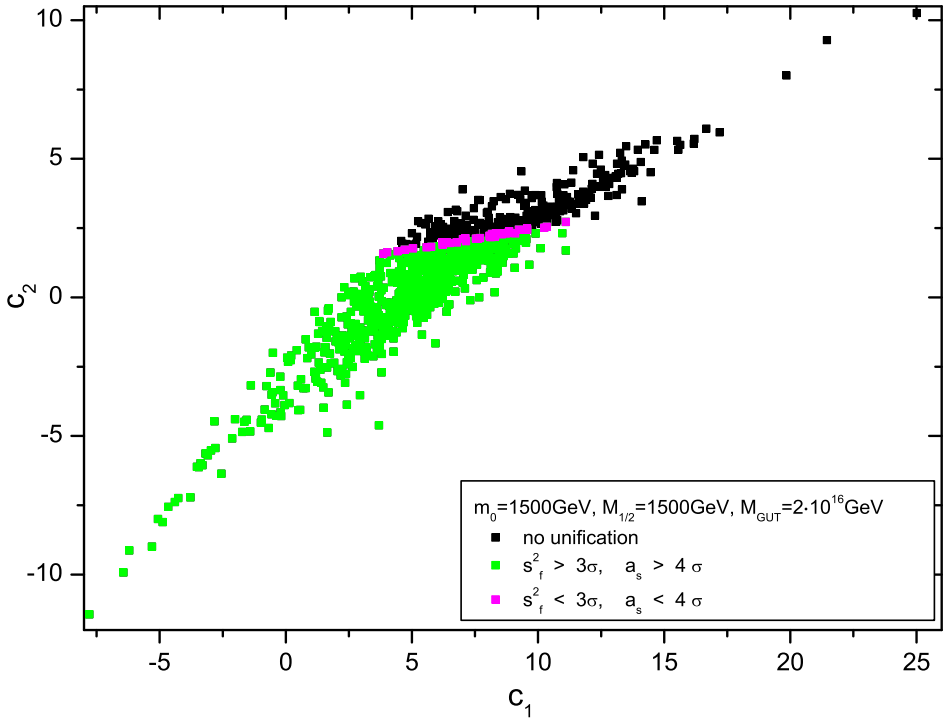
Στα διαγράμματα των εν λόγω σχημάτων μεταβάλλουμε τις τιμές εισόδου για τις παραμέτρους m_0 και $M_{1/2}$, όπως αναγράφεται σε κάθε διάγραμμα, αυξάνοντας είτε την κάθε μια από αυτές είτε και τις δυο ταυτόχρονα, αλλά διατηρώντας τις τιμές των M_{GUT}, $\tan\beta$ και A_0 σταθερές. Το σχήμα 5.7 αποτελεί το ανάλογο του σχήματος 5.3 αλλά με τον άξονα των c_2 να έχει αντικατασταθεί από αυτόν των c_3. Σε αυτό το σχήμα φαίνεται η συσχέτιση μεταξύ c_1 και c_3, τα ζεύγη όμως είναι πιο διασπαρμένα.

Αυξάνοντας τις τιμές των m_0 και $M_{1/2}$, διαπιστώνουμε μια σημαντική μείωση στον αριθμό των σημείων του τυχαίου δείγματος τα οποία δίνουν αποδεκτή τιμή για την α_{strong}. Η κίτρινη περιοχή συμπιέζεται και μετακινείται ελαφρώς προς μικρότερες τιμές των c_2. Τελικά, εξαφανίζεται όπως φαίνεται και στα σχήμα 5.4-5.6, γεγονός που σημαίνει ότι η τιμή της α_{strong} σε αυτές τις περιπτώσεις δεν προκύπτει ποτέ με σφάλμα μικρότερο του 2σ. Στο σχήμα 5.5, όπου έχουμε κρατήσει την $M_{1/2}$ = 800 GeV, όπως στο σχήμα 5.3, διπλασιάζοντας όμως την τιμή της m_0, μαζί με την κίτρινη περιοχή εξαφανίζεται και η μοβ. Συμπεραίνουμε, επομένως, ότι οι θεωρητικά προβλεπόμενες τιμές για την α_{strong} από το μοντέλο μας είναι τελείως εκτός των πειραματικών ορίων, για αυτές τις περιοχές τιμών των $m_0, M_{1/2}$.

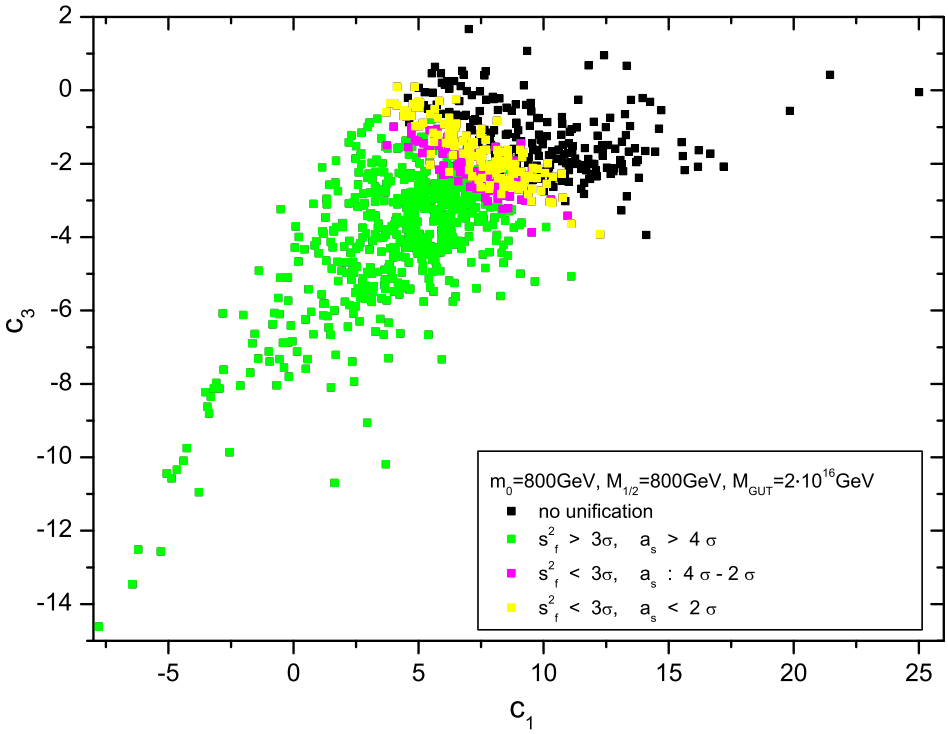
Κατά συνέπεια, προκειμένου να διατηρούμε την α_{strong} εντός των πειραματικών ορίων, με σφάλμα μικρότερο του 2σ, οι τιμές της $M_{1/2}$ και κυρίως της m_0 θα πρέπει



Σχήμα 5.5: Όπως στο διάγραμμα 5.3.



Σχήμα 5.6: Όπως στο διάγραμμα 5.3.

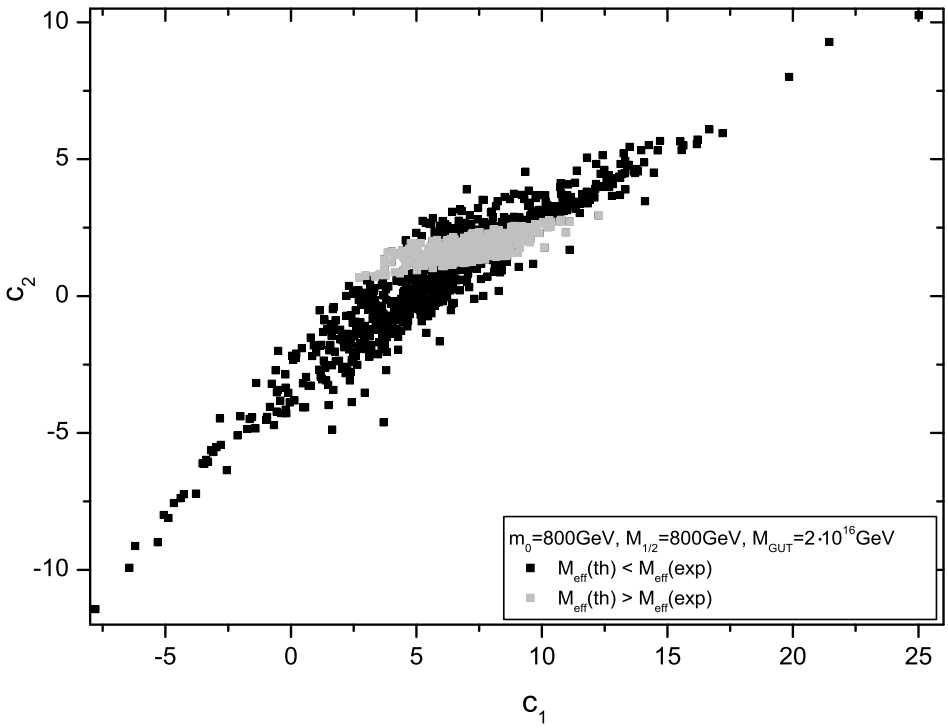


Σχήμα 5.7: Όπως στο διάγραμμα 5.3.

να μένουν κεντρικές προς μικρές. Συγκεκριμένα, βρήκαμε ότι αυτός ο περιορισμός που θέτει η α_{strong} εκπληρώνεται επιτυχώς για μια περιοχή του επιπέδου $m_0 - M_{1/2}$ που οριοθετείται από τιμές για την m_0 έως το πολύ 1400 GeV και για την $M_{1/2}$ έως 1300 GeV. Για μικρές τιμές της m_0, από 300 GeV έως 700 GeV, μπορούμε να έχουμε την $M_{1/2}$ σε ένα εύρος τιμών από 300 GeV έως 1200 GeV. Αυξάνοντας από εκεί και πέρα την m_0, είμαστε αναγκασμένοι παράλληλα να περιορίσουμε την $M_{1/2}$ σε κεντρικές τιμές. Έτσι, αν θέλουμε να πετύχουμε τις ακραία μεγαλύτερες τιμές της m_0, 1300 - 1400 GeV, είναι απαραίτητο να κρατήσουμε την $M_{1/2}$ μεταξύ 800 και 1100 GeV το πολύ. Κοιτώντας αντίστοιχα την $M_{1/2}$, οι μεγαλύτερες τιμές της, έως 1300 GeV, επιτυγχάνονται αν επιλέξουμε μικρές τιμές για την m_0, μέχρι και γύρω στα 500 GeV.

Τα αποτελέσματα αυτά ήταν αναμενόμενα, αφού για τιμές των m_0 και $M_{1/2}$ που υπερβαίνουν το 1 TeV, έχει συμβεί η αποσύζευξη της υπερσυμμετρίας και, επομένως, το MSSM και το Καθιερωμένο Πρότυπο καταλήγουν στις ίδιες προβλέψεις για την ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας. Όπως είναι γνωστό, όμως, το Καθιερωμένο Πρότυπο αποτυγχάνει να παράγει μια ικανοποιητική ενοποιημένη εικόνα, άρα το ίδιο συμβαίνει και με τα υπερσυμμετρικά μοντέλα, για αυτές τις περιοχές τιμών των m_0 και $M_{1/2}$.

Στρεφόμαστε τώρα στους περιορισμούς που παρουσιάζονται λόγω της διάσπασης του πρωτονίου. Βασιζόμενοι στα πιο πρόσφατα πειραματικά όρια για το χρόνο ζωής του πρω-



Σχήμα 5.8: Σε αυτό το διάγραμμα λαμβάνεται $\tan\beta = 10$ και $A_0 = 100$ GeV , με $m_0, M_{1/2}, M_{GUT}$ όπως αναγράφονται. Αναλυτική περιγραφή του διαγράμματος δίνεται στο κείμενο.

τονίου (3.1) μπορούμε να μεταφράσουμε το κατώτατο όριο του χρόνου ζωής του σε ένα κατώτατο, επίσης, όριο της μαζικής παραμέτρου M_{eff}, η οποία, όπως είδαμε, ελέγχει το πλάτος της διάσπασης του πρωτονίου. Συμβολίζοντας τη με $M_{eff}(exp)$ την απομονώνουμε από τη σχέση (3.19). Στη σχέση που ακολουθεί βλέπουμε πως αυτή προσδιορίζεται. Πραγματοποιούμε αυτόν τον υπολογισμό για κάθε $\vec{c}$ που έχουμε παράγει με τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Ο περιορισμός που επιβάλλει η διάσπαση του πρωτονίου ικανοποιείται εφόσον

$$M_{eff}(th) > M_{eff}(exp) \equiv \beta_p |A| \sqrt{\tau_p C \sum_i |B_i|^2}, \tag{5.1}$$

όπου τ_p είναι το κάτω όριο του χρόνου ζωής του πρωτονίου στην (3.1) και η μαζική παράμετρος $M_{eff}(th)$ εξάγεται από την (4.26).

Επιλύοντας αριθμητικά τις RGEs του μοντέλου μας, βρίσκουμε σημεία $\vec{c}$ για τα οποία η (5.1) ικανοποιείται. Για τα εν λόγω σημεία, η εξαγόμενη θεωρητική τιμή $M_{eff}(th)$ προβλέπει χρόνο ζωής για το πρωτόνιο σε μια περιοχή από $10^{34} - 10^{37}$ έτη. Στο σχήμα 5.8 απεικονίζεται ακριβώς η συνέπεια του περιορισμού της νουκλεονικής διάσπασης στα σημεία $\vec{c}$ για την περίπτωση όπου $m_0 = M_{1/2} = 800$ GeV. Εκεί τα ζεύγη

c_1, c_2 που ικανοποιούν την (5.1), έχουν γκρι χρώμα, ενώ τα υπόλοιπα είναι μαύρα. Συγκρίνοντας με το αντίστοιχο διάγραμμα για τον περιορισμό από την α_{strong} (σχήμα 5.3), διαπιστώνουμε αλληλεπικάλυψη μεταξύ της πλειοψηφίας των σημείων που ικανοποιούν τον περιορισμό του χρόνου ζωής του πρωτονίου και αυτών που, μετά την ενοποίηση των σταθερών σύζευξης, παράγουν τιμές για την α_{strong} με σφάλμα 2σ, ως προς τα πειραματικά πλαίσια. Παρατηρούμε πάντως ότι ο αριθμός των σημείων που έχουν αυτό το αποτέλεσμα για την α_{strong} είναι πάντα μικρότερος από το πλήθος των σημείων που ικανοποιούν την (5.1) σε όλον τον παραμετρικό χώρο. Γυρνώντας στο σχήμα 5.8, η αύξηση της m_0 και/ή της $M_{1/2}$ έχει ως επακόλουθο μια ομοιογενή μείωση της γκρι περιοχής γύρω από ένα κεντρικό σημείο. Επιπλέον, η μονομερής αύξηση της m_0, διατηρώντας την $M_{1/2}$ αρκετά χαμηλά, οδηγεί σε πειραματικά μη αποδεκτές τιμές για το ρυθμό της νουκλεονικής διάσπασης. Αυτό παρατηρείται για τιμές της $m_0 = 900$ GeV και άνω, όταν η διαφορά από την $M_{1/2}$ είναι τουλάχιστον 700 GeV.

Πραγματοποιώντας τη διαδικασία για διάφορες τιμές του x, με εκτεταμένο εύρος, από $x = 0.5$ έως $x = 500$, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι για μικρότερες τιμές του x πετυχαίνουμε ενοποίηση των σταθερών σύζευξης σε μεγαλύτερο αριθμό σημείων. Όμως, για μεγαλύτερες τιμές του (πχ. $x = 500$) το κριτήριο της διάσπασης του πρωτονίου ικανοποιείται ευκολότερα, ενώ για μικρότερες (πχ. $x = 0.5$) αποτυγχάνουμε εντελώς να ικανοποιήσουμε αυτό το κριτήριο. Ενδεικτικά, για $x = 500$, περίπου 74% των σημείων που δίνουν ενοποίηση "περνάνε" τη δοκιμασία της νουκλεονικής διάσπασης, για $x = 5$ το ποσοστό πέφτει στο 40%, ενώ για $x = 0.5$ έχουμε μηδενική επιτυχία. Όσον αφορά στην α_{strong}, οι μεσαίες τιμές του x ευνοούν την εμφάνιση σημείων που οδηγούν σε τιμές της α_{strong} με σφάλμα μικρότερο από 2σ. Έτσι, το ποσοστό τέτοιων σημείων για $x = 5$ είναι 6.4% και μειώνεται στο 4%, για $x = 500$ και σχεδόν έχουμε μηδενικό ποσοστό για $x = 0.5$. Η αύξηση της τιμής του x συνεπάγεται και μετακίνηση των τιμών των επιτυχών σημείων $\vec{c}$ προς περιοχές με πολύ μεγαλύτερες τιμές για τα c_1, ελαφρώς μεγαλύτερες για τα c_2 και ελαφρώς μικρότερες για τα c_3 (τα οποία σε αυτές τις επιτυχείς περιοχές είναι πάντα αρνητικά). Υπενθυμίζουμε ότι οι μεγάλες τιμές του x δεν ικανοποιούν το κριτήριο (4.37). Αυτό καθώς και οι παραπάνω παρατηρήσεις συνηγορούν υπέρ της επιλογής του $x = 5$ ως βασικής τιμής για την ανάλυσή μας.

Όπως είναι αναμενόμενο, τα αποτελέσματα εξαρτώνται και από την κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}, την οποία, στην ανάλυσή μας, την επιλέγουμε και την κρατάμε σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της αριθμητικής επίλυσης των RGEs, για το σύνολο των σημείων

$\vec{c}$ που παράγουμε. Όσον αφορά στην α_{strong}, η αύξηση της M_{GUT} κατά σχεδόν μια τάξη μεγέθους ($M_{GUT} = 9 \cdot 10^{16}$GeV) συνεπάγεται διεύρυνση της κίτρινης περιοχής σε αντίστοιχο διάγραμμα με το σχήμα 5.3, το οποίο, στην προκειμένη περίπτωση, περιλαμβάνει μικρότερες τιμές για τα c_1, c_2. Σημειώνουμε ότι περίπου τα μισά από τα σημεία αυτής της κίτρινης περιοχής δίνουν α_{strong} στην περιοχή του 1σ σφάλματος. Από την άλλη πλευρά, η υιοθέτηση μιας τέτοιας μεγάλης τιμής για την M_{GUT} δεν μεταβάλλει τη συμπεριφορά των αποτελεσμάτων ως προς τον περιορισμό της νουκλεονικής σταθερότητας. Μια διαφοροποίηση που εντοπίσαμε είναι ότι η αντίστοιχη γκρι περιοχή του σχήματος 5.8 μετακινείται προς μικρότερες τιμές των c_2, ενώ παράλληλα καλύπτει ένα μεγαλύτερο εύρος τιμών για τα c_1. Επίσης, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι περίπου τα μισά από τα σημεία που τελικά δίνουν ενοποίηση των σταθερών σύζευξης στην $M_{GUT} = 9 \cdot 10^{16}$GeV ικανοποιούν και τον περιορισμό της χρόνου ζωής του πρωτονίου. Το αντίστοιχο ποσοστό για $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}$GeV είναι 40%. Καταλαβαίνουμε, επομένως, ότι η ώθηση της M_{GUT} προς υψηλότερες τιμές προσφέρει πιο αβίαστη εκπλήρωση των περιορισμών.

Τα ευρήματα της ανάλυσης μας εξαρτώνται επίσης και από την τιμή της $\tan\beta$. Μια μεταβολή της $\tan\beta$ από 10 σε 45 προκαλεί μια μικρή μείωση στον αριθμό των σημείων που καταφέρνουν να παρέχουν ενοποίηση, η οποία κυμαίνεται από 5 έως 15%. Παράλληλα, σημειώνεται μια συρρίκνωση στο εύρος των τελικών τους τιμών. Μια πιθανή εξήγηση αυτών των διαφοροποιήσεων αποτελεί η αυξημένη πιθανότητα εμφάνισης πόλων Landau, κατά τη διάρκεια της εξέλιξης των RGEs, όταν υιοθετούνται μεγάλες τιμές για την $\tan\beta$, οπότε δεν είναι δυνατή η επίτευξη ενοποίησης. Μια άλλη διαπίστωση που κάνουμε είναι ότι η αύξηση της $\tan\beta$ ωθεί τα σημεία που δίνουν α_{strong} με σφάλμα πάνω από 4σ να έχουν μόνο θετικά c_1 και μόνο αρνητικά c_3. Εξ άλλου, για $\tan\beta = 45$, το πλήθος των σημείων που εμφανίζουν α_{strong} με σφάλμα μικρότερο από 4σ (ή 2σ για $m_0 = M_{1/2}$ = 800 GeV) αυξάνεται ελαφρώς. Όσον αφορά στον περιορισμό από τη διάσπαση του πρωτονίου, παρατηρούμε ότι τα σημεία που ικανοποιούν την (5.1) παρουσιάζουν μια σημαντική μείωση, η οποία ξεκινά από 22% για $m_0 = M_{1/2} = 800$ GeV και φτάνει το 100% για $m_0 = 1500$ GeV και $M_{1/2} = 800$ GeV. Αυτό είναι αρκετά αναμενόμενο από τη στιγμή που τα B_i της σχέσης (5.1) εξαρτώνται από το κλάσμα $\frac{1}{\sin 2\beta}$. Συνεπώς, η μεταβολή της $\tan\beta$ από 10 σε 45 περίπου τετραπλασιάζει την τιμή της $M_{eff}(exp)$, αφήνοντας ταυτόχρονα την τιμή της $M_{eff}(th)$ σχεδόν αμετάβλητη. Άρα η πιθανότητα να ικανοποιείται η (5.1) μειώνεται. Συνολικά, η μετάβαση της $\tan\beta$ από 10 σε 45 κάνει την εκπλήρωση του περιορισμού της διάσπασης του πρωτονίου δυσκολότερη.

Τέλος, όσον αφορά στην A_0, την καθολική τριγραμμική σύζευξη, η παράμετρος αυτή επηρεάζει ήπια την ανάλυσή μας. Έτσι, σταθεροποιώντας τα m_0, $M_{1/2}$ σε ¨κεντρικές¨ τιμές $m_0 = M_{1/2} = 800$ GeV και μεταβάλλοντας την A_0 στις θετικές τιμές 0, 100, 1000GeV συμπεραίνουμε ότι οι μικρότερες τιμές τις A_0 ευνοούν ελαφρώς και την ικανοποίηση του περιορισμού από το χρόνο ζωής του πρωτονίου, αλλά και την εμφάνιση τιμών για την α_{strong} με σφάλμα στην περιοχή του 2σ. Για $A_0 = -3000$ GeV, τιμή εμπνευσμένη από τα κριτήρια που τίθονται για την επίτευξη της ενοποίηση των σταθερών σύζευξης Yukawa, τα οποία θα παρουσιάσουμε σε επόμενη υποενότητα του κεφαλαίου, παρατηρούμε μια μικρή μείωση στα ποσοστά επιτυχίας των δυο αυτών περιορισμών σε σχέση με την επιλογή $A_0 = 0$ και συμπεριφορά που προσεγγίζει αυτήν της $A_0 = 1000$ GeV. Με την ενοποίηση Yukawa θα ασχοληθούμε σε επόμενη ενότητα.

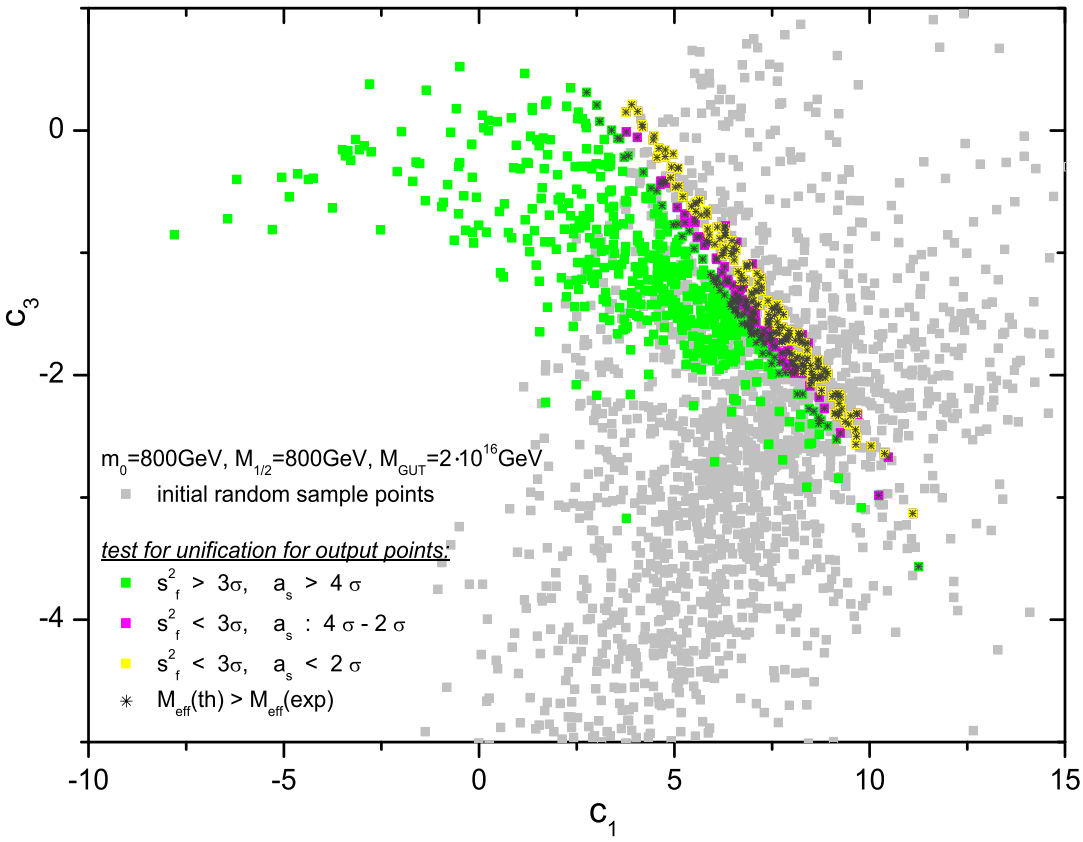
Η διάσπαση του πρωτονίου είναι ευαίσθητη σε μη καθολικές συνοριακές συνθήκες [144]. Στα πλαίσια ενός μοντέλου βασισμένου στο MSSM, με μη καθολικές συνοριακές συνθήκες για τις βαθμωτές μάζες, τα όρια για το χρόνο ζωής του πρωτονίου πιθανώς να μπορούν να ικανοποιηθούν για μικρή $M_{1/2}$ και σχετικά μεγάλη μάζα για τα squarks, αν η τιμή της παραμέτρου μ είναι επίσης μικρή. Όμως, η περίπτωση αυτή, με αυτό το συνδυασμό παραμέτρων, δεν μπορεί να συγκριθεί με το μοντέλο που εξετάζουμε, στο οποίο έχουν επιβληθεί καθολικές συνοριακές συνθήκες και στο οποίο έχουμε υιοθετήσει το περιορισμένο MSSM σενάριο. Κατά συνέπεια, η παράμετρος μ στο μοντέλο μας προκύπτει από το ενεργό δυναμικό και συνήθως είναι της τάξης της κλίμακας παραβίασης της SUSY. Θεωρείται επομένως μεγάλη, εκτός από την περιοχή του ¨εστιασμένου σημείου¨ (focus point region) [145], η οποία καταλαμβάνει μια λεπτή επιφάνεια στις παρυφές της απαγορευμένης από ηλεκτρασθενή φαινόμενα περιοχής στο επίπεδο των παραμέτρων m_0, $M_{1/2}$.

5.2 Σύγκλιση αποτελεσμάτων

Στην ενότητα 4.5, είχαμε σημειώσει ότι κατά κύριο λόγω παρατηρούνται διαφορές στις τιμές των τελικών σημείων $\vec{c}_{fin} = \{c_1^{fin}, c_2^{fin}, c_3^{fin}, M_L^{fin}\}$ που προκύπτουν από την αριθμητική επίλυση των RGEs (εξαγόμενες τιμές για την ανάλυσή μας) και των αρχικών σημείων (εισαγόμενες τιμές) $\vec{c}_{in} = \{c_1^{in}, c_2^{in}, c_3^{in}, M_L^{in}\}$ που παράγονται από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Οι αποκλίσεις αυτές οφείλονται στις διορθώσεις που υφίστανται τα εισαγόμενα σημεία, ώστε να επιτευχθεί η ενοποίηση στην επιθυμητή M_{GUT}. Οι διορθώσεις

αυτές εφαρμόζονται μόνο εφόσον η ενοποίηση είναι εφικτή και δεν αναστέλλεται από παράγοντες όπως πχ. η εμφάνιση πόλων Landau. Όσον αφορά στα c_1 και c_2, υπάρχει μια ικανοποιητική ταύτιση μεταξύ των εισαγόμενων και εξαγόμενων τιμών τους. Όμως, μια παρόμοια διαπίστωση δεν είναι δυνατόν να γίνει για τις c_3, όπως συζητήσαμε και στην ενότητα 4.5. Όντως, αυτή η απόκλιση είναι αναμενόμενη καθώς η παράμετρος c_3 σχετίζεται στενά με την α_{strong}. Αναγκαστικά, κατά τη διάρκεια της αριθμητικής επίλυσης των RGEs, η τιμή της υφίσταται μεταβολή προκειμένου, με τη σειρά της, να καταστήσει την ισχυρή σύζευξη συμβατή με την κλίμακα ενοποίησης που καθορίζουν οι συζεύξεις $\alpha_{1,2}$. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται με τη μετατόπιση της c_3 στην εξίσωση (4.36) καταλήγοντας στην c_3^{fin}, η οποία πάντα κινείται προς υψηλότερες τιμές συγκριτικά με την c_3^{in}. Το ίδιο συμβαίνει και με τις $c_{1,2}^{in}$ και M_L^{in}, οι οποίες επίσης μετατοπίζονται προς υψηλότερες τιμές, αλλά σε πολύ μικρότερο βαθμό. Εστιάζοντας αποκλειστικά στην ικανότητα των σημείων του τυχαίου δείγματος να επιτύχουν την ενοποίηση των σταθερών σύζευξης, αφήνοντας έξω όλους τους υπόλοιπους πειραματικούς περιορισμούς, θα πρέπει να υπάρχει μια επικαλυπτόμενη περιοχή μεταξύ των αρχικών και των τελικών σημείων για να θεωρήσουμε ότι η μεθοδολογία που υιοθετήσαμε είναι βιώσιμη. Μια τέτοια περιοχή σύγκλισης όντως υπάρχει.

Σε γενικές γραμμές καταλήγουμε ότι το χάσμα μεταξύ των αρχικών και τελικών σημείων μεγαλώνει με το να αυξάνουμε την m_0 και να μειώνουμε την M_{GUT}. Η κατάσταση γίνεται πιο σοβαρή αν ταυτόχρονα απαιτήσουμε και την εκπλήρωση των περιορισμών της α_{strong} και της διάσπασης του πρωτονίου. Για παράδειγμα, στο σχήμα 5.9 και για τιμές των ¨ήπιων¨ παραμέτρων όπως προσδιορίζονται εκεί, παρουσιάζουμε με γκρι χρώμα τα σημεία που προκύπτουν από τα ζεύγη c_1^{in}, c_3^{in} όπως αυτά προκύπτουν από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Στην πραγματικότητα, η γκρι περιοχή που δημιουργείται αποτελεί μεγέθυνση της κεντρικής και άνω επιφάνειας του σχήματος 5.7. Τα πράσινα σημεία αντιπροσωπεύουν τις εξαγόμενες τιμές των ζευγών c_1^{fin}, c_3^{fin} των γκρι εισαγόμενων σημείων c_1^{in}, c_3^{in} που δίνουν α_{strong} με σφάλμα μεγαλύτερο από 4σ. Φαίνεται η μερική επικάλυψη μεταξύ εισερχόμενων και εξερχόμενων σημείων, στην οποία αναφερθήκαμε. Τα μοβ σημεία είναι τα αντίστοιχα εξαγόμενα σημεία που παραχωρούν α_{strong} με μικρότερο σφάλμα, μεταξύ 4σ και 2σ, ενώ τα κίτρινα σημεία είναι αυτά που παράγουν τιμές για την α_{strong} με σφάλμα μικρότερο από 2σ. Η επικάλυψη συνεχίζει να υπάρχει. Παρατηρούμε ότι οι έγχρωμες περιοχές έχουν μετακινηθεί προς μεγαλύτερες τιμές των c_3, σε σχέση με το σχήμα 5.7. Επιπρόσθετα, τα γκρι αστεράκια στο διάγραμμα επισημαίνουν



Σχήμα 5.9: Σε αυτό το διάγραμμα είναι $\tan\beta = 10$ και $A_0 = 100$ GeV , με $m_0, M_{1/2}, M_{GUT}$ όπως αναγράφονται. Αναλυτική περιγραφή του διαγράμματος δίνεται στο κείμενο.

τα εξαγόμενα σημεία που ικανοποιούν τον περιορισμό της διάσπασης του πρωτονίου.

Προκειμένου να εξετάσουμε σε βάθος το θέμα της σύγκλισης μεταξύ εισαγόμενων και εξαγόμενων σημείων $\vec{c}$, διεξάγουμε μια δεύτερη αριθμητική επίλυση των RGEs, με σκοπό την επίτευξη ενοποίησης των σταθερών σύζευξης βαθμίδας και την ικανοποίηση των περιορισμών που έχουμε θέσει. Σε αυτήν τη δεύτερη επίλυση, ως εισαγόμενες ποσότητες χρησιμοποιούμε τα στοιχεία των εξαγόμενων ομάδων από την πρώτη επίλυση των RGEs, δηλαδή των τροποποιημένων σημείων $\vec{c}_{fin}$ που επιτυγχάνουν την ενοποίηση. Η κλίμακα ενοποίησης, καθώς και κάθε άλλη εισαγόμενη παράμετρος στην ανάλυσή μας, μένει ίδια. Στη δεύτερη επίλυση παρατηρούμε σύγκλιση μεταξύ των εισαγόμενων και εξερχόμενων σημείων. Μάλιστα, χρησιμοποιώντας από εκεί και πέρα ως εισαγόμενα στοιχεία τα εξαγόμενα στοιχεία της επίλυσης των RGEs που προηγήθηκε, τα εξερχόμενα c_1, c_3 συμπίπτουν στις έγχρωμες περιοχές του σχήματος 5.9, όσες φορές και να επαναλάβουμε τέτοιου είδους διαδοχικές επιλύσεις των RGEs. Το ίδιο ισχύει και για τις c_2 και M_L. Άρα, μετά τη δεύτερη επίλυση δεν τίθεται θέμα μη σύγκλισης.

Υπό το πρίσμα της σύγκλισης των αποτελεσμάτων από τις διαδοχικές αριθμητικές επιλύσεις των RGEs, τα εξερχόμενα σημεία της δεύτερης αριθμητικής επίλυσης μπορούν να θεωρούν επιτυχή εφόσον αποτελούν υποσύνολο των αρχικών τυχαία παραγόμενων σημείων. Επομένως, αντιμετωπίζουμε έναν νέο, σημαντικό περιορισμό στην ανάλυσή μας. Προφανώς, στην καλύτερη περίπτωση, μόνο ένα μέρος των σημείων αυτών επιβιώνει της απαίτησης αυτής. Προκειμένου να ελέγξουμε αριθμητικά κατά πόσο ένα τελικό σημείο ανήκει στο σύνολο των αρχικών σημείων, υπολογίζουμε την απόσταση χ_i του τελικού σημείου $\vec{c}_{fin}$ της δεύτερης επίλυση των RGEs από καθένα αρχικό σημείο $\vec{c}^{\,i}_{in}$ που παράγουμε από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Ορίζουμε την χ_i ως εξής:

$$\chi_i \equiv \left| \frac{c_1^{fin} - c_1^{in,i}}{c_1^{in,i}} \right| + \left| \frac{c_2^{fin} - c_2^{in,i}}{c_2^{in,i}} \right| + \ldots \left| \frac{c_5^{fin} - c_5^{in,i}}{c_5^{in,i}} \right| ,$$

όπου τα στοιχεία c_4 και c_5 των $\vec{c}$ πεντάδων αντιπροσωπεύουν τις μάζες M_L και M_{GUT}. Ο δείκτης i σαρώνει το σύνολο των αρχικών σημείων, το πλήθος των οποίων το καθορίζουμε εμείς. Το ελάχιστο αυτών των χ_i , το οποίο συμβολίζουμε με $\chi = min\{\chi_i\}$, ορίζει τελικά την απόσταση του $\vec{c}_{fin}$ από το σύνολο των αρχικών τυχαία παραγόμενων σημείων. Αν η τιμή του χ είναι μηδέν, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ταύτιση με ένα από τα αρχικά σημεία. Στην πράξη, η ελαχιστοποίηση του χ υποδεικνύει ότι το προς εξέταση σημείο είναι επιτυχές με την έννοια ότι ανήκει στο μοντέλο $SO(10)$, που έχουμε υιοθετήσει και επιπρόσθετα ικανοποιεί και τα πειραματικά δεδομένα.

Γίνεται φανερό ότι όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των αρχικών σημείων $\vec{c}^{\,i}_{in}$, με τα οποία γίνεται η σύγκριση, τόσο ευνοϊκότερα αποτελέσματα έχουμε. Σε σύγκριση με ένα εκατομμύριο σημεία βρίσκουμε σημεία με $\chi \leq 0.1$, τα οποία θεωρούμε ότι είναι αποδεκτά στα πλαίσια του μοντέλου μας. Επιπλέον, αυτές οι επιτυχείς εξαγόμενες ομάδες σημείων φαίνεται να δίνουν σταθερά την α_{strong} με σφάλμα μικρότερο από 2σ και ταυτόχρονα να ικανοποιούν και τον περιορισμό της διάσπασης του πρωτονίου. Υποδηλώνεται έτσι μια συνολική επιτυχία για το μοντέλο μας. Βέβαια, η ανάλυση αυτή εξαρτάται από τις τιμές των υπερσυμμετρικών παραμέτρων, με τις οποίες θα εφοδιάσουμε το μοντέλο μας. Στο επίπεδο m_0 - $M_{1/2}$ βρίσκουμε σημεία που μπορούμε να χαρακτηρίσουμε ως επιτυχή για τιμές των m_0 και $M_{1/2}$ που φτάνουν το πολύ τα 1000 GeV. Αν κρατήσουμε την τιμή της $M_{1/2}$ στο άνω όριο των 1000 GeV, τότε έχουμε σύγκλιση με τιμές για την m_0 μέχρι περίπου 1200 GeV . Αν επιλέξουμε να χαλαρώσουμε τον περιορισμό για τη σύγκλιση επιτρέποντας τιμές για τη $\chi \leq 0.2$, διατηρώντας τους άλλους δυο περιορισμούς ανέπαφους, η επιτυχημένη παραμετρική περιοχή στο επίπεδο m_0 - $M_{1/2}$ συμπίπτει με

αυτήν που περιγράψαμε στην υποενότητα 5.1. Τα αποτελέσματα αυτά συνηγορούν υπέρ τόσο της μεθόδου παραμετροποίησης των κατωφλίων υψηλών ενεργειών, που παρουσιάσαμε, όσο και του μοντέλου $SO(10)$, που υιοθετήσαμε, στο μέτρο που αυτό ικανοποιεί τους περιορισμούς για την α_{strong} και το χρόνο ζωής του πρωτονίου.

5.3 Μάζες sparticles και Higgs

Σημαντικός περιορισμός για κάθε υπερσυμμετρικό μοντέλο είναι πλέον τα αποτελέσματα που δίνει και τα όρια που θέτει το πείραμα LHC για τις μάζες των υπερσυμμετρικών εταίρων, αλλά και για τη μάζα και τις ιδιότητες του ουδέτερου πεδίου Higgs. Από τα πιο σημαντικά ευρήματα του LHC, μέχρι στιγμής, είναι η ανακάλυψη ενός σωματιδίου με μάζα ~ 126 GeV, όπως ανακοινώθηκε από τα πειράματα ATLAS [146] και CMS [147], σε λειτουργία με ενέργεια κέντρου μάζας ίση με $\sqrt{s} = 8$ TeV. Το σωματίδιο αυτό έχει σπιν ίσο με μηδέν και συζεύξεις κυρίως θετικής ομοτιμίας, χαρακτηριστικά που αναμένεται να διαθέτει ένα μποζόνιο Higgs.

Η λεγόμενη ισχυρή παραγωγή των squarks πρώτης και δεύτερης γενιάς και των gluinos, δηλαδή η παραγωγή ζεύγους squarks ή ζεύγους gluinos ή η παραγωγή squark - gluino, είναι η υπερσυμμετρική διαδικασία που αναμένεται ότι θα κυριαρχήσει στο LHC. Αν τα squarks και τα gluinos δεν είναι υπερβολικά βαριά, η ισχυρή παραγωγή έχει τη μεγαλύτερη ενεργό διατομή, οπότε επιτρέπει τη στοχοποίηση των μεγάλων σε μάζα υπερσυμμετρικών σωματιδίων που παράγονται, με μικρούς λόγους διακλάδωσης και μεγάλες αλυσίδες διάσπασης. Οι αλυσιδωτές διασπάσεις των squarks και τα gluinos καταλήγουν στην παραγωγή του LSP, το οποίο αναμένεται να είναι σταθερό, αν η ομοτιμία R διατηρείται.

Το κάτω όριο στη μάζα του gluino που τίθεται αυτή τη στιγμή από το ATLAS [148] για την περίπτωση του CMSSM, είναι $m_{\tilde{g}} \gtrsim 1300$ GeV, χωρίς περιορισμό στις μάζες των squarks. Από το CMS [149] το αντίστοιχο όριο φτάνει στα 1350 GeV, σε εκδοχή όπου οι μάζες των squarks και των gluinos είναι ίσες. Μάλιστα, για $\tan\beta = 30$, $A_0 = -2\,m_0$ και $\mu > 0$ όλα τα gluinos με μάζες μικρότερες των 1700 GeV αποκλείονται, για τιμές της m_0 έως 6 TeV, εφόσον έχουν ίση μάζα με τα squarks [150]. Στα πλαίσια απλουστευμένων μοντέλων (simplified models) [148–151] προκύπτει $m_{\tilde{g}} \gtrsim 1200 - 1300$ GeV, ενώ το κάτω όριο για τα squarks μπορεί να ανέβει στα περίπου 900 GeV, ανάλογα με το απλουστευμένο μοντέλο που εξετάζεται κάθε φορά. Η τάση για την τιμή αυτού του

κάτω ορίου στη μάζα των gluinos είναι ανοδική, κρίνοντας από προηγούμενες ανακοινώσεις των πειραμάτων, οπότε περιμένουμε η τιμή αυτή να μεταβληθεί προς τα πάνω στις επόμενες λειτουργίες του LHC

Στην ανάλυσή μας, με $\tan\beta = 10$ και $A_0 = 100$ GeV , καθώς και με $m_0, = M_{1/2} = 800$ GeV και $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}$ GeV, τιμές που εξυπηρετούν ικανοποιητικά τόσο το κριτήριο της α_{strong} όσο και της διάσπασης του πρωτονίου, εξάγουμε τιμές για τη μάζα του ελαφρύτερου και ουδέτερου Higgs που δίνονται από $m_h = 125.55 \pm 0.05$ GeV (με $\sigma = 1.8$ GeV). Οι τιμές αυτές είναι σε συμφωνία με τα αποτελέσματα για τη μάζα του βαθμωτού σωματιδίου που ανακαλύφθηκε στο LHC. Από την άλλη πλευρά η μάζα του gluino προκύπτει $m_{\tilde{g}} = 1699.3 \pm 2.6$ GeV και στα ίδια επίπεδα κινούνται και οι μάζες των squarks πρώτης και δεύτερης γενιάς. Προκύπτει δηλαδή μεγαλύτερη από το κάτω όριο που θέτει το πείραμα.

Όπως είναι αναμενόμενο η αύξηση της $M_{1/2}$ επηρεάζει σχεδόν αναλογικά τη μάζα του gluino. Έτσι, όταν θέσουμε $M_{1/2} = 1500$ GeV, αφήνοντας τις υπόλοιπες τιμές σταθερές, παίρνουμε $m_{\tilde{g}} = 2972 \pm 6$ GeV, αποτέλεσμα που μας δίνει ένα δίχτυ ασφαλείας σε πιθανή αύξηση του ορίου αποκλεισμού, μετά από την επόμενη λειτουργία του LHC. Δυστυχώς, μαζί με το gluino, αυξάνεται και η μάζα του Higgs, φτάνοντας περίπου τα 130 GeV. Αντίθετα, η αύξηση της m_0 δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα που δώσαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Τέλος, θέτοντας την $A_0 = 1000$ GeV και κρατώντας ίδιες τις τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων, δεν παρατηρούμε σημαντικές αλλαγές στα αποτελέσματα μας, εκτός από μια αύξηση στη μάζα του Higgs, η οποία γίνεται τώρα ~ 127 GeV. Αν μειώσουμε πολύ την A_0 στα -3000 GeV, η μάζα του Higgs μειώνεται και προκύπτει ~ 122 GeV. Τα υπόλοιπα αποτελέσματα δεν έχουν αξιόλογη μεταβολή, πάντα σε σχέση με την προηγούμενη παράγραφο. Να σημειώσουμε ότι σε καθεμιά από τις περιπτώσεις που αναφέραμε το LSP είναι το ελαφρύτερο neutralino και μάλιστα είναι αμιγώς bino.

Όσον αφορά στο σημείο με $\tan\beta = 30$, $A_0 = -2\,m_0$ και $\mu > 0$, το οποίο αναφέρεται στις [150], το ελέγχουμε, χρησιμοποιώντας τις ευνοϊκές για την ικανοποίηση των υπόλοιπων περιορισμών τιμές $m_0 = M_{1/2} = 800$ GeV. Καταλήγουμε στο ότι, με αυτές τις τιμές, βρισκόμαστε ακριβώς στα όρια αποκλεισμού για τη μάζα του gluino, αφού κατά μέσο όρο παίρνουμε $m_{\tilde{g}} = 1750$ GeV. Επιπλέον, η μάζα του ελαφρύτερου Higgs προκύπτει κατά μέσο όρο ίση με 125 GeV. Τα αποτελέσματα αυτά μας ωθούν σε μια πιο λεπτομερειακή εξέταση του παραμετρικού χώρου των καθολικών ¨ήπιων¨ παραμέτρων.

5.4 Συνοριακές συνθήκες εμπνεόμενες από την περίπτωση της ενοποίησης Yukawa

Αν υιοθετήσει κανείς την υπόθεση της ενοποίησης Yukawa στην κλίμακα M_{GUT} για την τρίτη γενιά, δηλαδή την ταύτιση των τριών σταθερών σύζευξης Yukawa $\lambda_t = \lambda_b = \lambda_\tau \equiv \lambda$, τότε τα φερμιόνια της τρίτης γενιάς θα πρέπει να ανήκουν σε κατάλληλες αναπαραστάσεις, ώστε να μοιράζονται κοινή σύζευξη Yukawa. Στην $SU(5)$ έχουμε δυο ανεξάρτητες μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις Yukawa, οπότε η ενοποίηση που μπορούμε να έχουμε είναι μόνο $\lambda_b = \lambda_\tau \equiv \lambda$. Στην περίπτωση της $SO(10)$, όπου όλα τα φερμιόνια μιας γενιάς περιέχονται σε μια αναπαράσταση διάστασης **16**, η υπόθεση της ενοποίησης Yukawa φαίνεται να έχει τις περισσότερες πιθανότητες να επαληθευτεί, ελέγχοντας την επίδραση που έχει στη θεωρία χαμηλών ενεργειών. Στην $SO(10)$ η ενοποίηση Yukawa συνεπάγεται ότι όλες οι αλληλεπιδράσεις διάστασης 4 που αφορούν φερμιόνια τρίτης γενιάς και/ή βαθμωτά πεδία προέρχονται μόνο από τη δομή $\mathbf{16_3\,16_3\,10_H}$.

Τα περισσότερα προβλήματα της ενοποίησης Yukawa προέρχονται από τη μεγάλη τιμή της $\tan\beta \approx m_t/m_b$. Η μεγάλη αυτή τιμή ($\tan\beta \approx 50$) είναι απαραίτητη για να εξηγηθεί η παρατηρούμενη ιεραρχία που υφίσταται μεταξύ των μαζών των top και bottom quarks, όταν υποτεθεί η ισχύς της ενοποίησης Yukawa [152]. Όμως, για μεγάλες τιμές της $\tan\beta$ δημιουργούνται σοβαρές δυσκολίες στην επίτευξη της ρήξης της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας μέσω κβαντικών διορθώσεων, αν επιβάλουμε τόσο την ενοποίηση σταθερών σύζευξης βαθμίδας όσο και Yukawa, αλλά και τη συνοριακή συνθήκη των καθολικών τιμών για τις παραμέτρους της ¨ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας στην M_{GUT}. Το γεγονός αυτό, καθώς και οι πολύ μεγάλες υπερσυμμετρικές κβαντικές διορθώσεις που δέχονται τότε οι μάζες των φερμιονίων και κυρίως του bottom, κατέστησαν υποχρεωτικές ισχυρές συσχετίσεις μεταξύ των καθολικών ¨ήπιων¨ παραμέτρων στην M_{GUT} [129, 153]. Αργότερα, το πείραμα Tevatron μέτρησε τη μάζα του top και ο νέος αυτός περιορισμός επέβαλε μη καθολικές συνοριακές συνθήκες στην M_{GUT} για τους ¨ήπιους¨ όρους του υπερδυναμικού, ώστε να υπάρχει συμβατότητα με την ενοποίηση t - b - τ Yukawa [154, 155]

Κατ' αρχήν, στην κλίμακα M_{GUT} δεν υιοθετείται η καθολική βαθμωτή μάζα (universal scalar mass) m_0. Αντίθετα, τη θέση της καταλαμβάνουν μια καθολική μάζα squark/slepton m_{16}, κοινή για όλες τις γενιές και μια καθολική βαθμωτή μάζα Higgs m_{10}, οι οποίες, βεβαίως, συμπληρώνονται από την καθολλική μάζα gaugino $M_{1/2}$ και την καθο-

λική τριγραμμική σύζευξη A_0. Στη συνέχεια, μια δυνατότητα που κάνει την ενοποίηση Yukawa πραγματοποιήσιμη είναι η θεώρηση κάποιου είδους διαχωρισμού μεταξύ των soft μαζών των Higgs και/ή μεταξύ των squarks της τρίτης γενιάς [154]. Από τη στιγμή που τα H_u, H_d είναι συνιστώσες της ίδιας $SO(10)$ πολλαπλότητας, ο διαχωρισμός των μαζών τους δεν μπορεί να γίνει με το χέρι. Το ίδιο ισχύει και για τα sfermions κάθε γενιάς. Παρόλα αυτά, ένας τέτοιος διαχωρισμός εντός των $SO(10)$ πολλαπλοτήτων μπορεί να πραγματοποιηθεί και να είναι συνεπής με την $SO(10)$ συμμετρία βαθμίδας, εάν δεχτούμε συνεισφορές από D όρους στις βαθμωτές μάζες. Αυτού του είδους οι συνεισφορές προκύπτουν όταν μειώνεται η τάξη της ομάδας της συμμετρίας βαθμίδας, όταν η τελευταία παραβιάζεται [156] και ταυτόχρονα όταν οι όροι που παραβιάζουν την υπερσυμμετρία δεν είναι καθολικοί. Στην περίπτωση της $SO(10)$, οι D όροι προκύπτουν από την παραβίαση της $U(1)$, η οποία ενυπάρχει στην $SO(10)$. Ουσιαστικά πρόκειται για την $B - L$. Αποδεικνύεται ότι σε επίπεδο ενεργού θεωρίας τα βαθμωτά πεδία του MSSM αποκτούν διορθώσεις στο τετράγωνο της μάζας τους, οι οποίες είναι ανάλογες των φορτίων που έχουν στην παραβιασμένη $U(1)$ [157]. Έτσι, προκαλείται ο διαχωρισμός μαζών των πεδίων που ανήκουν στην ίδια πολλαπλότητα της πλήρους θεωρίας.

Η ενοποίηση Yukawa ισχύει σε μια περιορισμένη περιοχή του υπερσυμμετρικού παραμετρικού χώρου, η οποία καθορίζεται άμεσα από την επιλογή που θα κάνουμε στις μη καθολικές συνοριακές συνθήκες που θα υιοθετήσουμε και οδηγεί σε ένα συγκεκριμένο φάσμα για τα sparticles και στην ανάλογη φαινομενολογία. Τέσσερις είναι οι επικρατέστερες επιλογές συνοριακών συνθηκών για τις "ήπιες" παραμέτρους που παραβιάζουν την υπερσυμμετρία, οι οποίες ταιριάζουν με τα πειραματικά δεδομένα και οι οποίες εφαρμόζονται στην κλίμακα GUT [49]. Συνοπτικά αυτές είναι:

α. Καθολικές: οι m_{16}, $M_{1/2}$, A_0, δηλαδή οι squark, slepton και gaugino μάζες και η τριγραμμική σταθερά σύζευξης αντίστοιχα και μη καθολικές: οι μάζες των Higgs, m_{H_u}, m_{H_d}. Ο διαχωρισμός των τελευταίων έχει ονομαστεί "just so". [158–162].

β. Για τις δυο πρώτες γενιές μια καθολική squark και slepton μάζα $m_{16_{1,2}}$ και μια για την τρίτη γενιά m_{16_3}, με $m_{16_{1,2}} > m_{16_3}$, μια καθολική τριγραμμική σταθερά A_0 και gaugino μάζα $M_{1/2}$ και μια καθολική μάζα για τα Higgs m_{10} [163]. Σε αυτήν την περίπτωση, όλες οι βαθμωτές μάζες λαμβάνουν συνεισφορές από D όρους που προκύπτουν λόγω της παραβίασης της $U(1)$ της $SO(10)$. Οι εν λόγω συνεισφορές

έχουν την μορφή:

$$\begin{aligned} m_Q^2 = m_E^2 = m_U^2 &= m_{16}^2 + M_D^2 \\ m_D^2 = m_L^2 &= m_{16}^2 - 3\,M_D^2 \\ m_\nu^2 &= m_{16}^2 + 5\,M_D^2 \\ m_{H_{u,d}}^2 &= m_{16}^2 \mp 2\,M_D^2, \end{aligned} \tag{5.2}$$

όπου M_D είναι ουσιαστικά μια ελεύθερη παράμετρος μάζας της τάξης της ηλεκτρασθενούς κλίμακας, της οποίας η τιμή εξαρτάται από τις λεπτομέρειες της παραβίασης της $SO(10)$.

γ. Καθολικές μάζες για τα squarks και sleptons m_0, διαχωρισμός των μαζών των Higgs και μη καθολικές μάζες gaugino, με μ, $M_2 < 0$ [164].

δ. Καθολικές: οι μάζες squarks και sleptons m_{16}, η τριγραμμική σταθερά A_0 και η μάζα Higgs m_{10}. Σε όλες τις βαθμωτές μάζες προστίθεται ένας όρος D, όπως στη περίπτωση β. Μη καθολικές: οι μάζες των gaugino, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $M_3 : M_2 : M_1 = 2 : -3 : -1$, με $\mu, < 0$ και $M_3 > 0$ [165].

Στα πλαίσια της περίπτωση α. οι συγγραφείς των [162] εστιάζουν στους παρακάτω περιορισμούς (μοντέλο BDR), χάρις στους οποίους καταφέρνουν να προσεγγίσουν με επιτυχία τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας, συμπεριλαμβανομένων και των μαζών των φερμιονίων τρίτης γενιάς [159]:

$$\begin{aligned} A_0 &\approx -2\,m_{16} \\ m_{10} &\approx \sqrt{2}\,m_{16} \\ m_{16} &> 1.2\ \text{TeV} \\ \mu,\, M_{1/2} &\ll m_{16} \end{aligned} \tag{5.3}$$

με

$$\tan\beta \approx 50. \tag{5.4}$$

Οι πρώτες τέσσερις από τις παραπάνω σχέσεις είναι απαραίτητες ώστε να προσεγγιστούν σωστά οι μάζες των t, b και τ, αλλά και να υπάρχει συμφωνία με τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας. Η τελευταία ιδιότητα που πρέπει να έχει ο παραμετρικός χώρος του μοντέλου BDR είναι άμεση συνέπεια της ενοποίησης Yukawa τρίτης γενιάς, αφού τότε $m_t/m_b \sim \tan\beta$.

Παράλληλα, το μοντέλο BDR έχει άλλες δυο παραμέτρους που συνδέονται με τις συνοριακές συνθήκες στην M_{GUT} και οι οποίες είναι εξαγόμενα της ανάλυσης που γίνεται. Η πρώτη από αυτές έχει να κάνει με τον ορισμό της α_{GUT}, η οποία προκύπτει από τη συνθήκη [166]:

$$\alpha_1(M_{GUT}) = \alpha_2(M_{GUT}) \equiv \alpha_{GUT}. \tag{5.5}$$

Η $\alpha_3(M_{GUT})$ δεν συμπίπτει με τις άλλες δυο σταθερές σύζευξης βαθμίδας στην κλίμακα ενοποίησης, με άλλα λόγια το μοντέλο αυτό δεν προβλέπει ακριβή ενοποίηση των συζεύξεων βαθμίδας στην M_{GUT}, παρόλο που η συνθήκη αυτή είναι το πρωταρχικό γνώρισμα των θεωριών GUT. Η αιτία για αυτήν την επιλογή είναι ότι δεν μπορούν να επιτευχθούν ταυτόχρονα και οι δυο ενοποιήσεις στην M_{GUT}: και η Yukawa και αυτή των σταθερών σύζευξης. Έτσι εισάγουν μια νέα παράμετρο, η οποία είναι η διόρθωση στην $\alpha_3(M_{GUT})$ λόγω των κατωφλίων υψηλών ενεργειών σε επίπεδο ενός βρόχου και δίνεται από:

$$\epsilon_3 \equiv \left[\alpha_3(M_{GUT}) - \alpha_{GUT}\right]/\alpha_{GUT}. \tag{5.6}$$

Προκειμένου να υπάρχει καλή συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα στις χαμηλές ενέργειες πρέπει $\epsilon_3 \approx -4\%$ [159].

Η δεύτερη παράμετρος που εισάγεται στο μοντέλο BDR είναι μια παράμετρος διαχωρισμού των ¨ήπιων¨ μαζών των Higgs, η οποία ορίζεται ως

$$\Delta m_H^2 \equiv (m_{H_d}^2 - m_{H_u}^2)/2m_{10}^2, \tag{5.7}$$

όπου $m_{H_d} = m_{H_1}$ και $m_{H_u} = m_{H_2}$ Η τιμή της παραμέτρου αυτής πρέπει να είναι $\Delta m_H^2 \approx 13\%$ προκειμένου να προσεγγίζονται οι ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας [159]. Το βασικό επιχείρημα που δικαιολογεί την επιλογή διαχωρισμού των μαζών των Higgs έχει να κάνει με τον όρο Yukawa της $SO(10)$ που συζεύγνει τα αριστερόστροφα και τα δεξιόστροφα νετρίνα: $\lambda_{\nu_\tau}\bar{\nu}_\tau L H_u$ με $\lambda_{\nu_\tau} = \lambda_t = \lambda_b = \lambda_\tau \equiv \lambda$. Προκειμένου να προκύψει μάζα για το τ νετρίνο περίπου 0.06 eV, όπως υπαγορεύουν οι ταλαντώσεις των ατμοσφαιρικών νετρίνων, το ¨αδρανές¨ $\bar{\nu}_\tau$ πρέπει να έχει μια μάζα τύπου Majorana $M_{\bar{\nu}_\tau} \geq 10^{13}$ GeV. Από τη στιγμή που τα νετρίνα συζευγνύονται μόνο με το H_u και όχι με το H_d δίνουν μια φυσική εξήγηση του διαχωρισμού των δυο αναπαραστάσεων Higgs και άρα και των μαζών m_{H_u} και m_{H_d}.

Προκείμενου να διευρύνουμε τον παραμετρικό χώρο που εξετάζουμε και να ελέγξουμε τους περιορισμούς (5.3) και (5.4), από τη σκοπιά της μεθοδολογίας που αναπτύξαμε, τους υιοθετούμε ως δεδομένα της ανάλυσής μας, με κάποιες τροποποιήσεις. Αυτές είναι:

- Στην M_{GUT} απαιτούμε ενοποίηση και των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας.
- Δεν εφαρμόζουμε ενοποίηση Yukawa στην M_{GUT}.
- Η παράμετρος μ συνεχίζει να είναι εξαγόμενο στην ανάλυσή μας.
- Εισάγουμε ως δεδομένο την παράμετρο Δm_H^2.

Ως δεδομένα χρησιμοποιούμε $\tan\beta = 50$, $A_0 = -3000$ GeV, $M_{1/2} = 400$ GeV, $m_{16} = 1500$ GeV, $m_{10} = 2120$ GeV και $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}$ GeV. Οι τιμές αυτές των "ήπιων" παραμέτρων, αλλά και οι υπόλοιπες που αναφέρουμε παρακάτω, επιλέχθηκαν με βάση τα σύνολα τιμών που προτείνονται στις [159].

Ένα γενικό και αναμενόμενο συμπέρασμα από την όλη διαδικασία είναι ότι δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί ταυτόχρονα ενοποίηση σταθερών σύζευξης βαθμίδας και Yukawa. Αν θεωρήσουμε ως μέτρο της ενοποίησης Yukawa τον λόγο [160]:

$$R = \frac{max(\lambda_t, \lambda_b, \lambda_\tau)}{min(\lambda_t, \lambda_b, \lambda_\tau)}, \tag{5.8}$$

με τις συζεύξεις Yukawa να καταμετρώνται στην M_{GUT}, τότε δεν παρατηρούμε ποτέ τον λόγο αυτόν να γίνεται ίσος με τη μονάδα. Να σημειώσουμε ότι ο λόγος αυτός μετράει την απόκλιση μεταξύ της μεγαλύτερης και της μικρότερης σταθεράς σύζευξης Yukawa για την τρίτη γενιά. Στην ανάλυσή μας τιμές του κυμαίνονται μεταξύ $R \approx 4.5 - 5.1$, γεγονός που δεν οδηγεί στο συμπέρασμα της ενοποίησης των σταθερών Yukawa. Ένα άλλο συμπέρασμα είναι ότι η παράμετρος ανάμιξης των Higgs μ, ως εξαγόμενο της ανάλυσή μας, δεν ικανοποιεί τον περιορισμό (5.3) στην M_{GUT}. Μάλιστα προκύπτει $\mu > m_{16}$.

Αρχικά, εφαρμόζουμε ενοποίηση για τις βαθμωτές μάζες των Higgs στην M_{GUT}, δηλαδή θεωρήσαμε $\Delta m_H^2 = 0$. Διαπιστώνουμε ότι σχεδόν τα μισά από τα σημεία $\vec{c}$ από τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών που χρησιμοποιούμε καταλήγουν σε επιτυχή ενοποίηση των α_i στην M_{GUT}. Από αυτά ένα 40% ικανοποιεί τον περιορισμό της νουκλεονικής διάσπασης και ένα μόλις 16% το κριτήριο της α_{strong} με σφάλμα 2σ. Το πλήθος των τελευταίων αυτών σημείων ικανοποιεί και το κριτήριο της νουκλεονικής διάσπασης. Αν θεωρήσουμε έναν διαχωρισμό στις μάζες των Higgs ίσο με 13% σε σχέση με την m_{10}, δεν παρατηρούμε κάποια δραματική αλλαγή στα παραπάνω ποσοστά, παρά μόνο μια πολύ ελαφριά αύξηση της ικανότητας να δίνουν τελικά ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, αλλά και μια μικρή μείωση ως προς το ποσοστό αυτών που ικανοποιούν τόσο το κριτήριο της νουκλεονικής διάσπασης όσο και το κριτήριο της α_{strong}. Γενικά όμως, η επίδραση του $\Delta m_H^2 = 13\%$ στα αποτελέσματα μας μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Η αύξηση της m_{16} στα 2000 GeV, χωρίς μεταβολή των υπόλοιπων ¨ήπιων¨ παραμέτρων, ενώ διευκολύνει την ενοποίηση των συζεύξεων, δεν ενισχύει την πραγματοποίηση κανενός από τα δυο κριτήρια που θέτουμε, δίνοντας πολύ χαμηλότερα ποσοστά. Την ίδια συμπεριφορά παρατηρούμε αν κρατήσουμε όλες τις ¨ήπιες¨ παραμέτρους ίδιες με τις αρχικές τιμές που δώσαμε και μεταβάλλουμε μόνο την τιμή της καθολικής τριγραμμικής σταθεράς, μειώνοντας την σε $A_0 = -3700$ GeV. Τέλος, αυξάνοντας και άλλο τη διαφορά τιμών μεταξύ m_{16} και $M_{1/2}$ και εξετάζοντας τα σημεία $\vec{c}$ για $m_{16} = 2000$ GeV, και $M_{1/2} = 350$ GeV, αφήνοντας τις υπόλοιπες παραμέτρους σταθερές, δεν παρατηρούμε κάποια ιδιαίτερη αλλαγή στα συμπεράσματα των δυο προηγούμενων περιπτώσεων.

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι τιμές του παραμετρικού χώρου των ¨ήπιων¨ παραμέτρων που χρησιμοποιούμε σε αυτό το τμήμα της ανάλυσής μας είναι αρκετά ασυνήθιστες, κυρίως λόγω της πολύ αρνητικής A_0. Οι τιμές αυτές προτείνονται αρχικά στα πλαίσια της ενοποίησης Yukawa, την οποία εμείς δεν επιβάλλουμε. Αντίθετα, εξαναγκάζουμε το μοντέλο μας σε ενοποίηση σταθερών βαθμίδας και προσβλέπουμε στην υλοποίηση της ενοποίησης Yukawa, την οποία όμως ποτέ δεν πετυχαίνουμε. Παρόλα αυτά, οι ασυνήθιστες αυτές τιμές των ήπιων¨ παραμέτρων δεν είναι ιδιαίτερα απαγορευτικές με βάση τα κριτήρια που θέτουμε και μας δίνουν τη δυνατότητα να έχουμε μικρές τιμές της $M_{1/2}$ και μεγάλες για την $\tan\beta$.

5.5 Συζήτηση

Σε προηγούμενη ενότητα είχαμε περιγράψει τη μεθοδολογία που επινοήσαμε, με τη βοήθεια της οποίας μόνο πέντε παράμετροι ($c_{1,2,3}$, $\tan\theta$ καιM_L) ενσωματώνουν όλη την πληροφορία που σχετίζεται με τα κατώφλια υψηλών ενεργειών που προβλέπει το μοντέλο $SO(10)$, που έχουμε υιοθετήσει, στα πλαίσια του CMSSM. Είναι φανερό ότι πρόκειται για μια εξυπηρετική και εύχρηστη μέθοδο, η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε εκδοχή υπερσυμμετρικών μοντέλων GUT. Στην παρούσα ενότητα την ελέγχουμε ως προς την αποτελεσματικότητά της και παράλληλα μελετάμε τις περιοχές του χώρου αυτών των πέντε ανεξάρτητων παραμέτρων που δίνουν αποτελέσματα σε συμφωνία με τους περιορισμούς που θέτουν οι μετρήσεις ακριβείας, η ενοποίηση των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας που επιβάλλουμε και ο χρόνος ζωής του πρωτονίου.

Διαπιστώσαμε ότι, από τις παραπάνω παραμέτρους, η $\tan\theta$ είναι καλό να βρίσκεται στην περιοχή του 0.1, ώστε να ικανοποιούνται ταυτόχρονα όλοι οι περιορισμοί και να μην

απέχουν πάνω από τρεις τάξεις μεγέθους η M_{GUT} και η M_L. Οι υπόλοιπες παράμετροι προκύπτουν τυχαία με τη βοήθεια γεννήτριας τυχαίων αριθμών, όπως περιγράφεται στην ενότητα 4.5. Οι $c_{1,2,3}$, $\tan\theta$ καιM_L εισάγονται ως δεδομένα στην ανάλυσή μας. Ως δεδομένο εισάγεται επίσης η ενεργειακή κλίμακα ενοποίησης M_{GUT}. Η τιμή που επιλέγουμε κυρίως στην ανάλυσή μας είναι η $M_{GUT} = 2 \cdot 10^{16}\mathrm{GeV}$, που είναι και η πιο διαδεδομένη στη βιβλιογραφία. Παρατηρούμε ότι μεγαλύτερες τιμές της M_{GUT} διευκολύνουν την εκπλήρωση των κριτηρίων που θέτουμε.

Οι περιοχές αυτού του χώρου των πέντε παραμέτρων ευνοούνται από μικρές έως κεντρικές τιμές του m_0 και του $M_{1/2}$ από 500 GeV έως 1.5 TeV, ώστε να ικανοποιούνται ταυτόχρονα η απαίτηση της μεγαλειώδους ενοποίησης και η συμφωνία με την πειραματική τιμή της α_{strong} με σφάλμα 2σ. Οι κεντρικές τιμές των m_0 και $M_{1/2}$ ενισχύουν και την ικανοποίηση του περιορισμού από τη διάσπαση του πρωτονίου. Ο περιορισμός αυτός ικανοποιείται μέσω της M_{eff}, της ενεργού μάζας, το αντίστροφο της οποίας εμφανίζεται στους τελεστές νουκλεονικής διάσπασης διάστασης D = 5. Πρέπει η $M_{eff}(th)$, την οποία υπολογίζουμε από την αριθμητική επίλυση των RGEs ενός βρόχου παίρνοντας υπόψη και τα HET, να είναι μεγαλύτερη από την $M_{eff}(exp)$ που υπολογίζεται μέσω της σχέσης που δίνει τον ρυθμό διάσπασης του πρωτονίου. Παρατηρούμε ότι τα σημεία c_i που ικανοποιούν αυτήν τη συνθήκη, δίνουν επίσης και α_{strong} σε περιοχή σφάλματος 2σ από την πειραματική τιμή.

Η τιμή της $\tan\beta$, που θα επιλέξουμε, επηρεάζει κυρίως τον περιορισμό από τη νουκλεονική διάσπαση: μεγάλες τιμές, πχ. $\tan\beta = 45$ δυσκολεύουν πολύ την ικανοποίηση του κριτηρίου, αφού αυξάνουν αρκετά την $M_{eff}(exp)$, αφήνοντας ανεπηρέαστη την $M_{eff}(th)$. Ως προς τον περιορισμό της α_{strong}, η αύξηση της τιμής της $\tan\beta$ μειώνει ελαφρώς τα σημεία που τη δίνουν με ικανοποιητικό σφάλμα σε σχέση με την πειραματική τιμή. Επίσης, την ανάλυσή μας επηρεάζει και η τιμή της καθολικής τριγραμμικής σύζευξης A_0. Παρατηρήσαμε ότι οι μικρές θετικές τιμές της ενισχύουν την ικανοποίηση των κριτηρίων που έχουμε θέσει.

Κατά τη διάρκεια της ανάλυσή μας, κάθε φορά που επιλύουμε τις RGEs εισάγουμε τις πέντε παραμέτρους $c^{in}_{1,2,3}$, $\tan\theta$ και M^{in}_L και, προκειμένου να επιτύχουμε ενοποίηση των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας, τις διορθώνουμε παράγοντας έτσι ένα νέο σύνολο παραμέτρων $c^{fin}_{1,2,3}$, $\tan\theta$ και M^{fin}_L. Η μεγαλύτερη απόκλιση μεταξύ εισαγόμενων και εξαγόμενων τιμών των παραπάνω παραμέτρων παρατηρείται για την c_3. Επομένως, ένας άλλος σημαντικός περιορισμός στην ανάλυσή μας έρχεται από την απαίτηση σύγκλισης

των εισερχόμενων και των εξερχόμενων τιμών των παραμέτρων. Εντούτοις, παρατηρούμε επικάλυψη των τιμών αυτών: οι δεύτερες προκύπτουν να είναι υποσύνολο των πρώτων και μάλιστα υπάρχουν σύνολα παραμέτρων με $\chi \leq 0.1$, όπου χ είναι το μέτρο της απόστασης μεταξύ αρχικών και τελικών συνόλων παραμέτρων. Εκτελώντας μια δεύτερη ή μια τρίτη κτλ. αριθμητική επίλυση των RGEs και χρησιμοποιώντας ως εισερχόμενες τιμές τις εξαγόμενες της προηγούμενης επίλυσης, διαπιστώνουμε ότι πλέον δεν υπάρχει απόκλιση μεταξύ των πρώτων και δεύτερων εξαγόμενων τιμών. Επιπλέον, και σε αυτήν τη δεύτερη επίλυση καλύπτονται τα κριτήρια που έχουμε θέσει.

Σχετικά με τους περιορισμούς που θέτει το πείραμα LHC ως προς τη μάζα του ουδέτερου και ελαφρύτερου πεδίου Higgs και τα όρια αποκλεισμού στις μάζες των sparticles, σε σχέση με τις μάζες που εξάγονται από την ανάλυσή μας, ενισχύει την επιλογή κεντρικών τιμών στο επίπεδο $m_0 - M_{1/2}$ ως την ευνοϊκότερη περιοχή για το μοντέλο που υιοθετήσαμε στον χώρο των καθολικών "ήπιων" παραμέτρων.

Τέλος, αποπειραθήκαμε να ελέγξουμε τις τιμές και τις συσχετίσεις μεταξύ των μη καθολικών "ήπιων" υπερσυμμετρικών παραμέτρων που προτείνονται στις [162], στα πλαίσια της ενοποίησης Yukawa. Αν και δεν επιτεύχθηκε αυτή η ενοποίηση, είχαμε ικανοποίηση των κριτηρίων που θέτουμε και, βέβαια, επίτευξη της ενοποίηση και των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας στην κλίμακα M_{GUT}, κάτι που δεν εξασφαλίζεται όταν επιβάλλεται η ενοποίηση Yukawa.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής ήταν η θεωρητική και φαινομενολογική μελέτη των υπερσυμμετρικών ενοποιημένων υποδειγμάτων του Καθιερωμένου Προτύπου (GUTs), με έμφαση στο πρότυπο $SO(10)$. Το κύριο χαρακτηριστικό αυτού του ενοποιημένου προτύπου είναι ότι περιέχει μη-αναγωγίσιμες αναπαραστάσεις οι οποίες μπορούν να φιλοξενήσουν όλα τα φερμιόνια ύλης, της κάθε γενιάς. Ένα από τα το πλεονεκτήματα αυτής της ιδιότητας της ομάδας $SO(10)$ είναι η εγγενής παρουσία και της δεξιόστροφης συνιστώσας των νετρίνων και, επομένως, η δυνατότητα ενός αυθόρμητου μηχανισμού γένεσης πολύ μικρής μάζας για τα νετρίνα.

Στις θεωρίες μεγαλειώδους ενοποίησης οι ισχυρές και οι ηλεκτρασθανείς αλληλεπιδράσεις ενσωματώνονται σε μια ευρύτερη και θεμελιακή θεωρία βαθμίδας με μια μοναδική σταθερά σύζευξης βαθμίδας. Οι θεωρίες αυτές διεκδικούν τον ρόλο της φυσικής συνέχειας του Καθιερωμένου Προτύπου σε ενέργειες μεγαλύτερες από την ηλεκτρασθενή κλίμακα. Ως εκ τούτου στοχεύουν στο να εξηγούν αλλά και να περιορίζουν τις αυθαίρετες υποθέσεις του Καθιερωμένου Προτύπου. Οι υπερσυμμετρικές εκδοχές των GUTs έχουν επιπλέον το πλεονέκτημα της επιτυχούς ενοποίησης των τριών σταθερών βαθμίδας στην ενεργειακή κλίμακα M_{GUT}, η οποία στις περισσότερες περιπτώσεις κυμαίνεται στα 10^{16} GeV, γεγονός που είναι αδύνατο να επιτευχθεί χωρίς την υιοθέτηση της υπερσυμμετρίας. Τα λεπτόνια και τα quarks συχνά τοποθετούνται μαζί σε μη-αναγωγίσιμες αναπαραστάσεις της ομάδας αυτού του υποβάθρου και συνδέονται με νέες συμμετρίες. Αυτό έχει ως συνέπεια να παίρνουν αβίαστα τις σωστές τιμές για το ηλεκτρικό τους φορτίο και υπερφορτίο. Μάλιστα σε κάποιες περιπτώσεις μεγαλειωδών θεωριών παρέχεται πλήρες πλαίσιο για την κατανόηση του μηχανισμού see-saw για τις μάζες των νετρίνων, αλλά και για τη βαρυογένεση, μέσω θερμικής λεπτογένεσης και όχι μέσω αλλαγής φάσεων, η οποία

καταλήγει να είναι προβληματική εξαιτίας των μεγάλων τιμών φάσεων που παραβιάζουν κατά πολύ την συμμετρία CP. Τέλος, οι GUT θεωρίες κάνουν δυο πολύ σημαντικές προβλέψεις, τη νουκλεονική διάσπαση και την ύπαρξη μαγνητικών μονόπολων.

Η διατριβή επικεντρώνεται στον έλεγχο των υποθέσεων των υπερσυμμετρικών GUT χρησιμοποιώντας ως κύριο κριτήριο την επαλήθευση της ενοποίησης των τριών σταθερών σύζευξης βαθμίδας στην ενεργειακή κλίμακα $M_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV, σε συνδυασμό με άλλα ουσιαστικά κριτήρια ελέγχου. Τα κριτήρια αυτά περιλαμβάνουν τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας, τα κατώτερα όρια που έχουν τεθεί στον χρόνο ζωής του πρωτονίου από πειράματα όπως το Super Kamiokande, τα πρόσφατα αποτελέσματα του πειράματος LHC για τη μάζα του πεδίου Higgs καθώς και τα όρια αποκλεισμού των μαζών των υπερσυμμετρικών σωματιδίων που το ίδιο πείραμα θέτει.

Σημαντικό ρόλο στην ενοποίηση των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, αλλά και γενικότερα στις προβλέψεις του κάθε μοντέλου GUT παίζουν τα κατώφλια υψηλών ενεργειών, τα οποία οφείλονται στα υπέρβαρα πεδία με μάζες της τάξης της κλίμακας ενοποίησης M_{GUT} που κάθε μοντέλο GUT προβλέπει. Τα πεδία αυτά αποκτούν τέτοιες μεγάλες μάζες κατά την αυθόρμητη ρήξη της συμμετρίας βαθμίδας της GUT θεωρίας. Η συνεισφορά των κατωφλίων υψηλών ενεργειών στην εξέλιξη των διαφορικών εξισώσεων της ομάδας επανακανονικοποίησης (RGEs) των σταθερών σύζευξης βαθμίδας και των ζεύξεων τύπου Yukawa, είναι σημαντική και καθοριστική για την πιθανότητα ενοποίησης των σταθερών αυτών. Στη διατριβή αυτή, παίρνοντας σοβαρά υπόψη τη δυναμική των κατωφλίων υψηλών ενεργειών, επινοήσαμε μια πρακτική μεθοδολογία για τη συνολική διαχείρισή τους. Μάλιστα, η μεθοδολογία αυτή, εκτός από εύχρηστη, είναι και άμεσα εφαρμόσιμη θεωρητικά σε κάθε μοντέλο GUT. Η ιδέα της μεθόδου συνοψίζεται στην παραμετροποίηση του μεγάλου αριθμού των στοιχείων που ορίζουν το υπέρβαρο φάσμα του μοντέλου σε έναν μικρό αριθμό κατάλληλα επιλεγμένων νέων ελεύθερων παραμέτρων, οι οποίες ορίζονται συναρτήσει των αρχικών πολυπληθών παραμέτρων. Έτσι, ο μεγάλος αριθμός των κατωφλίων, που γίνεται ακόμα μεγαλύτερος αν είναι μεγάλη η ομάδα της θεωρίας, όπως η $SO(10)$, ενσωματώνεται σε λίγες συνιστώσες που ενώ επιτελούν τον ίδιο ρόλο με τα κατώφλια, καθιστούν τη φαινομενολογική ανάλυση απλούστερη και ταχύτερη.

Η μεθοδολογία που αναπτύσσεται εφαρμόζεται σε ένα υπερσυμμετρικό GUT πρότυπο, το οποίο βασίζεται στην ομάδα συμμετρίας $SO(10)$ και έχει ως ενεργό θεωρία στις χαμηλές ενέργειας το MSSM. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, το κύριο χαρακτηριστικό ενός τέτοιου μοντέλου είναι η ενσωμάτωση όλων των φερμιονίων μιας γενιάς, συμπερι-

λαμβανομένου και του δεξιόστροφου νετρίνο, σε μία μη-αναγωγίσιμη **16** αναπαράσταση. Έτσι, ο μηχανισμός της «τραμπάλας» (see-saw), προκύπτει φυσιολογικά ερμηνεύοντας τη μικρή μάζα του αριστερόστροφου νετρίνο και τις ταλαντώσεις των νετρίνων. Επίσης, τα κάτω όρια στον χρόνο ζωής του πρωτονίου που εξάγεται, ακόμα και σε περιορισμένες εκδοχές τέτοιων μοντέλων, είναι σε συμφωνία με τα τρέχοντα πειραματικά όρια. Τέλος, παρέχεται ένας ικανοποιητικός μηχανισμός βαρυογένεσης βασισμένος στη θερμική λεπτογένεση και προβλέπεται ενοποίηση για τις σταθερές σύζευξης Yukawa, για μεγάλες τιμές της παραμέτρου $\tan\beta$. Πρόκειται επομένως για ένα πολλά υποσχόμενο πρότυπο, το οποίο έχουμε πολλές δυνατότητες να το ελέγξουμε πειραματικά.

Στο υπερσυμμετρικό μοντέλο που υιοθετήσαμε εντάξαμε πεδία Higgs στις αναπαραστάσεις $\mathbf{45}$, $\mathbf{16}+\overline{\mathbf{16}}$, $\mathbf{10}$, προκειμένου να πετύχουμε την επιθυμητή ρήξη της συμμετρίας $SO(10)$GUT στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Οι μάζες τριών συνιστωσών από αυτά τα πεδία συναποτελούν την ενεργό μάζα M_{eff}. Πρόκειται για μια μαζική παράμετρο από την οποία εξαρτάται ο αναμενόμενος χρόνος ζωής του πρωτονίου για τη διάσπασή του, μέσω τελεστών διάστασης D = 5, οι οποίοι και δίνουν τα κύρια κανάλια διάσπασης στις υπερσυμμετρικές GUT θεωρίες. Δείξαμε ότι η M_{eff} είναι επίσης συνάρτηση των κατωφλίων υψηλών ενεργειών και των συζεύξεων βαθμίδας όπως αυτές υπολογίζονται στην ενεργειακή κλίμακα M_Z. Η συσχέτιση αυτή εισάγει τον περιορισμό από τα πειραματικά κάτω όρια του χρόνου ζωής του πρωτονίου, τον οποίο το μοντέλο οφείλει να ικανοποιεί. Πρόκειται για ένα από τα αυστηρότερα κριτήρια, από τη στιγμή που εξαιτίας του αρκετά πρότυπα, όπως η ελάχιστη εκδοχή της $SU(5)$ GUT, έχουν ήδη αποκλειστεί.

Εντούτοις, ο πρωταρχικός περιορισμός που θέτουμε είναι η επίτευξη ενοποίησης για τις σταθερές σύζευξης βαθμίδας. Για την εξακρίβωση της κάλυψης αυτού του κριτηρίου εξελίσσουμε τις σταθερές αυτές από την ηλεκτρασθενή κλίμακα στην M_{GUT} εφαρμόζοντας τις εξισώσεις της ομάδας επανακανονικοποίησης σε επίπεδο 2-βρόχων. Στις RGEs αυτές ενσωματώνεται η πληροφορία των κατωφλίων υψηλών ενεργειών του υπέρβαρου φάσματος του μοντέλου σε επίπεδο 1-βρόχου. Παράλληλα, κατά την επίληση των RGEs απαιτούνται καθολικές συνοριακές συνθήκες στην ενεργειακή κλίμακα M_{GUT} που αφορούν τις παραμέτρους 'ήπιας' παραβίασης της υπερσυμμετρίας μέσω βαρύτητας. Το μοντέλο επομένως κινείται στα πλαίσια του καθολικά περιορισμένου MSSM (CMSSM). Εκτός αυτού επιβάλλονται και τα κατώφλια χαμηλών ενεργειών που εμπεριέχουν τις ηλεκτρασθενείς μετρήσεις ακριβείας.

Εκτός από την ενοποίηση των τριών σταθερών βαθμίδας και τα κάτω πειραματικά

όρια του χρόνου ζωής του πρωτονίου, το μοντέλο, αλλά και η μέθοδος που επινοήσαμε ελέγχονται και ως προς ζητήματα κανονικότητας στις μάζες των υπέρβαρων σωματιδίων και σύγκλισης στον χώρο των ελεύθερων παραμέτρων της νέας παραμετροποίησης. Λαμβάνονται επίσης υπόψη και οι πειραματικοί περιορισμοί που αφορούν τα ηλεκτρασθενή δεδομένα και κυρίως την ισχυρή σταθερά σύζευξης και την ενεργό γωνία ανάμιξης. Επίσης, λαμβάνονται υπ όψη και τα δεδομένα και όρια που προκύπτουν από το πείραμα LHC για τη μάζα του μποζονίου Higgs και την απουσία ένδειξης ύπαρξης υπερσυμμετρικών σωματιδίων στις παρούσες ενέργειες του επιταχυντή. Τέλος, εξετάσαμε και κάποιες περιπτώσεις μη - καθολικών συνοριακών συνθηκών για τις ¨ήπιες¨ παραμέτρους στην κλίμακα M_{GUT}. Συγκεκριμένα, ελέγξαμε την πιθανότητα ενοποίησης και των σταθερών Yukawa, η οποία στηρίζεται σε τέτοιου είδους συνοριακές συνθήκες, χωρίς να άρουμε την απαίτηση ενοποίησης των σταθερών σύζευξης βαθμίδας, κάτι που δεν κατορθώθηκε. Το θετικό συμπέρασμα όμως ήταν ότι το μοντέλο λειτούργησε και σε συνοριακές συνθήκες διαφορετικές από αυτές του CMSSM.

Η ικανοποίηση του συνόλου των παραπάνω περιορισμών που θέτουμε ευνοείται από μικρές έως κεντρικές τιμές των καθολικών παραμέτρων της ήπιας' παραβίασης της υπερσυμμετρίας m_0 και $M_{1/2}$ από 500 GeV έως 1.5 TeV. Η τιμή της $tan\beta$ επηρεάζει κυρίως τον περιορισμό από την νουκλεονική διάσπαση: μεγάλες τιμές, πχ. $tanb = 45$, δυσκολεύουν πολύ την ικανοποίηση του κριτηρίου. Την ανάλυση επηρεάζει και η τιμή της καθολικής τριγραμμικής σύζευξης A_0. Συγκεκριμένα, οι μικρές θετικές τιμές της ενισχύουν την ικανοποίηση των κριτηρίων που έχουν τεθεί. Οι περιορισμοί που θέτει το πείραμα LHC ως προς τη μάζα του ουδέτερου και ελαφρύτερου πεδίου Higgs και τις μάζες των υπερσυμμετρικών πεδίων, σε σχέση με τις αντίστοιχες τιμές που εξάγονται από την ανάλυση ενισχύει την επιλογή κεντρικών τιμών στο επίπεδο m_0 και $M_{1/2}$ ως την ευνοϊκότερη περιοχή για το μοντέλο που υιοθετήθηκε στον χώρο των καθολικών ήπιων' παραμέτρων. Ως εκ τούτου, το υπερσυμμετρικό πρότυπο $SO(10)$ μπορεί να ικανοποιήσει όλα τα κριτήρια που τίθενται από τους πειραματικούς περιορισμούς για τον χρόνο ζωής του πρωτονίου και τα πειράματα του LHC, για μάζες ¨ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας που βρίσκονται στο όριο της ανίχνευσης υπερσυμμετρικών σωματιδίων στον επόμενο γύρο των πειραμάτων του LHC.

Παράρτημα Α΄

Το Ελάχιστο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο

Το Ελάχιστο Υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο (MSSM) είναι η πιο προφανής υπερσυμμετρική επέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου. Ορίζεται από ένα ελάχιστο σωματιδιακό περιεχόμενο, περιλαμβάνοντας μόνο τα πεδία που είναι γνωστά από το Καθιερωμένο Πρότυπο, μαζί με τους υπερσυμμετρικούς τους εταίρους. Εμφανίζει τις ζεύξεις βαθμίδας και Yukawa του Καθιερωμένου Προτύπου και, βεβαίως, τις υπερσυμμετρικές τους γενικεύσεις.

Α΄.1 Σωματιδιακό περιεχόμενο

Το σωματιδιακό περιεχόμενο του MSSM παρουσιάζεται στον πίνακα (Α΄.1). Οι υπερσυμμετρικοί εταίροι των σωματιδίων του Καθιερωμένου Προτύπου ορίζονται ακολουθώντας τους κανόνες κατασκευής των υπερπεδίων και διαχωρίζονται από τα τελευταία με μια περισπωμένη. Επιπλέον, δείκτες χρώματος και γένους έχουν παραλειφθεί. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του MSSM είναι ότι τα πεδία του πίνακα δεν ταυτίζονται αναγκαστικά με τις ιδιοκαταστάσεις μάζας της θεωρίας, αλλά με τις ιδιοκαταστάσεις βαθμίδας. Όσον αφορά στο πεδίο Higgs του Καθιερωμένου Προτύπου, το οποίο εδώ συμβολίζεται με H_1, ενσωματώνεται στη χειραλική υπερπολλαπλότητα $\hat{H}_1$. Στον πίνακα, όμως, βλέπουμε ότι υπάρχουν δυο υπερπεδία Higgs. Αυτό συμβαίνει γιατί, παρ΄ όλο που το πεδίο Higgs του Καθιερωμένου Προτύπου δημιουργούσε μάζα τόσο για τα τύπου up όσο και για τα τύπου down quarks (μέσω της μιγαδικής συζυγίας: $i\,\sigma_2\,H^*$), κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατό για τις υπερσυμμετρικές θεωρίες. Προκειμένου να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία εισάγουμε ακόμα μια χειλαρική υπερπολλαπλότητα ($\hat{H}_2$), με κβαντικούς αριθμούς ίδιους με αυτούς της

Υπερπεδία	**Συνιστώντα Πεδία**		**Κβαντικοί Αριθμοί**		
	Σπίνορες	Βαθμωτά	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Πεδία Ύλης					
	Quarks	Squarks			
Q	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix}_L$	3	2	1/3
U^c	u_L^c	$\tilde{u}_L^c$	$\bar{3}$	1	-4/3
D^c	d_L^c	$\tilde{d}_L^c$	$\bar{3}$	1	2/3
	Leptons	Sleptons			
L	$\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} \tilde{\nu} \\ \tilde{e} \end{pmatrix}_L$	1	2	- 1
E^c	e_L^c	$\tilde{e}_L^c$	1	1	2
	Higgsinos	Higgs Bosons			
H_1	$\begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$	1	2	- 1
H_2	$\begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	1	2	1
Διανυσματικά Πεδία					
	Gauge Bosons	Gauginos			
W	$\begin{pmatrix} W^\pm \\ W^3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tilde{W}^\pm \\ \tilde{W}^3 \end{pmatrix}$	1	3	0
B	B	$\tilde{B}$	1	1	0
G	g	$\tilde{g}$	8	1	0

Πίνακας Α΄.1: Το σωματιδιακό φάσμα του MSSM (ιδιοκαταστάσεις βαθμίδας)

$i\,\sigma_2\,H^*$. Η ύπαρξη και δεύτερου υπερπεδίου Higgs προφυλάσσει το υπερσυμμετρικό Καθιερωμένο Πρότυπο και από ανωμαλίες βαθμίδας και συγκεκριμένα της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας.

Το MSSM, όντας η υπερσυμμετρική προέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου, βασίζεται και αυτό στη θεωρία βαθμίδας με συμμετρία $SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y$. Επομένως, η Λαγκρανζιανή, που το περιγράφει, πρέπει να είναι αναλλοίωτη τόσο κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας όσο και κάτω από υπερσυμμετρικούς μετασχηματισμούς. Συνεπώς, πρέπει να είναι απόλυτα καθορισμένη από αυτούς, ώστε να προκύπτουν οι σωστοί κινητικοί όροι, αλλά ταυτόχρονα να περιέχει και ένα τμήμα με το οποίο να παραβιάζεται η υπερσυμμετρία. Έτσι, τελικά, δίνεται σχηματικά από:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{soft}, \tag{Α΄.1}$$

ώστε να περιλαμβάνονται και οι όροι της ¨ήπιας¨ παραβίασης της υπερσυμμετρίας τους οποίους θα εξετάσουμε αναλυτικά παρακάτω.

Την ταυτότητα κάθε υπερσυμμετρικής θεωρίας συμπληρώνει το υπερδυναμικό W, το οποίο δίνει μορφή στο βαθμωτό δυναμικό της θεωρίας και στις αλληλεπιδράσεις Yukawa μεταξύ φερμιονίων και βαθμωτών πεδίων. Το υπερδυναμικό πρέπει να είναι αναλυτική συνάρτηση των βαθμωτών που αυτή περιέχει. Απαγορεύεται, επομένως, να χρησιμοποιήσουμε μιγαδικό συζυγές κάποιου βαθμωτού. Επιπλέον πρέπει να έχει όρους διάστασης 2 ή 3 ώστε να διατηρείται επανακανονικοποιήσιμη η θεωρία. Γι' αυτό είναι αναγκαίο να εισάγουμε ένα νέο υπερπεδίο Higgs στο φάσμα του MSSM. Στο MSSM το υπερδυναμικό παίρνει τη μορφή:

$$W = h_t\, H_2^T\, \epsilon\, Q\, U^c + h_b\, H_1^T\, \epsilon\, Q\, D^c + h_\tau\, H_1^T\, \epsilon\, L\, E^c + \mu\, H_2^T\, \epsilon\, H_1\,, \qquad \text{(A'.2)}$$

όπου, για λόγους απλότητας, έχουμε παραλείψει τις περισπωμένες από τα πεδία. Με ϵ συμβολίζουμε τον αντισυμμετρικό πίνακα, ο οποίος έχει στοιχεία $\epsilon_{1,2} = 1 = -\epsilon_{2,1}$. και με $h_t,\, h_b,\, h_\tau$ τις γνωστές από το Καθιερωμένο Πρότυπο αδιάστατες συζεύξεις Yukawa . Επειδή θεωρούμε ότι δεν υπάρχει ανάμιξη ανάμεσα στις γενιές των φερμιονίων, οι $h_t,\, h_b,\, h_\tau$ δεν είναι πίνακες στον χώρο των γενεών, αλλά αριθμοί. Οι όροι που τις περιέχουν περιμένουμε να δώσουν μάζα στα φερμιόνια. Παρακάτω θα δούμε ότι πράγματι έτσι συμβαίνει. Κατά συνέπεια, η (A'.2) είναι η πιο γενική έκφραση που μπορούμε να έχουμε για το υπερδυναμικό, αφού ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς που αναφέραμε και επιπλέον δεν παραβιάζει τον λεπτονικό (L) και τον βαρυονικό (B) αριθμό.

Η παραβίαση της υπερσυμμετρίας προκύπτει με την προσθήκη στη Λαγκρανζιανή της θεωρίας όρων που την παραβιάζουν ρητά, όντας όμως συνεπείς με τη συμμετρία βαθμίδας $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ και με την ομοτιμία R. Επιπλέον, οι όροι αυτοί είναι τέτοιοι ώστε να μην εισάγουν τετραγωνικές αποκλίσεις στις κβαντικές διορθώσεις των βαθμωτών μαζών, διατηρώντας έτσι την ευστάθεια της ιεραρχείας. Έχουμε, επομένως, μια ¨ ήπια¨ παραβίαση της υπερσυμμετρίας, μέσα από αυτούς τους όρους, οι οποίοι παραμετροποιούν την άγνοια μας ως προς την προέλευση αυτής της παραβίασης.

Έτσι, ορίζουμε την $\mathcal{L}_{soft}$, οι όροι της οποίας περιέχουν μόνο βαθμωτά πεδία και gauginos, χωρίς τους υπερσυνεταίρους τους:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_{soft} \;=\; & \sum_i m_i^2\, |\phi_i|^2 \;+\; \Big(\frac{1}{2}\sum_\alpha M_\alpha\, \bar{\lambda}^{(\alpha)}\, \lambda^{(\alpha)} \;+\; h.c\Big) \\ +\; & \Big(h_t\, A_t\, H_2^T\, \epsilon\, \tilde{Q}\, \tilde{U}^c \;+\; h_b\, A_b\, H_1^T\, \epsilon\, \tilde{Q}\, \tilde{D}^c \\ +\; & h_\tau\, A_\tau\, H_1^T\, \epsilon\, \tilde{L}\, \tilde{E}^c \;+\; \mu\, B\, H_2^T\, \epsilon\, H_1 \;+\; h.c\Big)\,. \end{aligned} \qquad \text{(A'.3)}$$

Στον πρώτο όρο έχουμε άθροιση πάνω σε όλα τα βαθμωτά πεδία ϕ_i. Οι όροι που προκύπτουν είναι οι "ήπιοι" όροι μάζας για τα πεδία αυτά. Στον επόμενο όρο η άθροιση γίνεται πάνω σε όλα τα gauginos και αποτελεί, αντίστοιχα, όρο μαζας για αυτά. Αν θέλουμε την υπερσυμμετρία ικανή να ερμηνεύσει φαινόμενα ηλεκτρασθενούς κλίμακας, αποδεικνύεται ότι αυτοί οι "ήπιοι" όροι μάζας πρέπει να είναι της τάξης του 1 TeV ή και μικρότεροι. Οι υπόλοιποι όροι έχουν γραφτεί σε αναλογία με τους όρους που απαρτίζουν το υπερδυναμικό W και περιέχουν διγραμμικούς και τριγραμμικούς όρους μάζας. Οι περισσότεροι από τους όρους της (Α΄.3) συνεπάγονται παραβίαση της συμμετρίας CP ή μίξη γεύσεων. Μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τις ιδιότητες αυτές, σε συνδυασμό με τα πειραματικά δεδομένα, τα οποία υπαγορεύουν αυστηρά όρια σε σχέση με αυτά τα φαινόμενα, προκειμένου να περιορίσουμε, ως ένα βαθμό, την αυθαιρεσία που εισάγουν οι όροι αυτοί [167].

Στο MSSM, η διαδικασία της αυθόρμητης παραβίασης της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας (EWSB) γίνεται μέσω της ελαχιστοποίησης του δυναμικού της θεωρίας που περιέχει τις ουδέτερες συνιστώσες των πεδίων Higgs, δηλαδή του:

$$\begin{aligned} V^{(0)}_{Higgs} \;=\; & m_1^2\,|H_1^0|^2 + m_2^2\,|H_2^0|^2 + \left(m_3^2\,H_1^0\,H_2^0 \;+\; h.c.\right) \\ & + \frac{g^2+g'^2}{8}\left(|H_1^0|^2 \;-\; |H_2^0|^2\right)^2 , \end{aligned} \tag{Α΄.4}$$

όπου:

$$\begin{aligned} m_3^2 &= \mu B \\ m_{1,2}^2 &= m_{H_{1,2}}^2 + \mu^2 . \end{aligned} \tag{Α΄.5}$$

Η συνθήκη που πρέπει να ισχύει για να πραγματοποιηθεί η παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας είναι: $m_3^4 \;>\; m_1^2\,m_2^2$. Τις μέσες αναμενόμενες τιμές κενού των ουδέτερων πεδίων $H_{1,2}^0$ τις παραμετροποιούμε ως:

$$\upsilon_1 \;=\; \langle \mathrm{H}_1^0 \rangle \;=\; \frac{\upsilon}{\sqrt{2}}\cos\beta \qquad \upsilon_2 \;=\; \langle \mathrm{H}_2^0 \rangle \;=\; \frac{\upsilon}{\sqrt{2}}\sin\beta \tag{Α΄.6}$$

και ορίζουμε την παράμετρο

$$\tan\beta \equiv \frac{\langle H_2^0 \rangle}{\langle H_1^0 \rangle} . \tag{Α΄.7}$$

Οι συνθήκες ελαχιστοποίησης του (Α΄.4), σε επίπεδο δένδρου, διαμορφώνονται έτσι ως

εξής:

$$\sin 2\beta = \frac{-2m_3^2}{m_1^2 + m_2^2} \tag{A'.8}$$

$$\frac{M_Z^2}{2} = \frac{m_1^2 - m_2^2 \tan^2\beta}{\tan^2\beta - 1}\,. \tag{A'.9}$$

Αναμένουμε οι μάζες των φερμιονίων να προκύπτουν ίδιες, όπως και στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Άλλωστε με αυτήν τη λογική οικοδομήθηκε το MSSM. Μέσα από τον μηχανισμό Higgs και αξιοποιώντας τις συνθήκες ελαχιστοποίησης (A'.9), οι μάζες των τύπου up και down quarks καθώς και των λεπτονίων προκύπτουν ίσες με:

$$m_u = h_t\, v_2, \qquad m_{d(e)} = -\, h_{b(\tau)}\, v_1\,. \tag{A'.10}$$

Το αρνητικό πρόσημο στην παραπάνω έκφραση είναι συνέπεια της επιλογής που κάναμε στη μορφή του υπερδυναμικού W. Επίσης, επειδή δεν υπάρχει η ν_L^c κατάσταση, τα νετρίνα εξακολουθούν και στο MSSM να είναι άμαζα.

Το φυσικό φάσμα των πεδίων Higgs δεν αποτελείται από τα ουδέτερα και τα φορτισμένα Higgs, που έχουμε δει μέχρι στιγμής, αλλά από ανάμιξη αυτών, ως εξής:

ReH_1^0, ReH_2^0	$\longrightarrow$	h, H	ελαφρύ, βαρύ Higgs (CP-even)
ImH_1^0, ImH_2^0	$\longrightarrow$	A, G^0	ψευδοβαθμωτό Higgs, Goldstone (CP-odd [1])
ReH_1^-, ReH_2^+			φορτισμένα Higgs
	$\longrightarrow$	$H^\pm, G^\pm$	&
ImH_1^-, ImH_2^+			Golstone bosons

Μετά την παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, τρεις από τις συνολικά οκτώ βαθμωτές συνιστώσες γίνονται μποζόνια τύπου Goldstone. Το φάσμα των μαζών των πεδίων Higgs, χωρίς να έχουμε συμπεριλάβει κβαντικές διορθώσεις, είναι:

CP-odd Higgs

$$m_A^2 = m_1^2 + m_2^2\,. \tag{A'.11}$$

CP-even Higgs

[1] Είναι CP-odd ιδιοκαταστάσεις λόγω του ότι προκύπτουν από την ανάμιξη των φανταστικών μερών των ουδέτερων Higgs.

$$m_{H,h}^2 = \frac{1}{2}\left[(m_A^2 + M_Z^2) \pm \sqrt{(m_A^2 + M_Z^2)^2 - 4m_A^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta}\right] \tag{A'.12}$$

Φορτισμένα πεδία Higgs

$$m_{H^\pm}^2 = m_A^2 + M_W^2 \,. \tag{A'.13}$$

Η μάζα του ελαφρού CP-even Higgs, που δίνεται από την (Α'.12), διαθέτει άνω όριο:

$$m_h \gtrsim |\cos 2\beta|\, M_Z \,, \tag{A'.14}$$

Όπως και στην περίπτωση των Higgses, οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των squarks προκύπτουν με ανάμιξη των ιδιοκαταστάσεων βαθμίδας τους, ως αποτέλεσμα της παραβίασης της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας. Το ιδιο συμβαίνει και με τα sfermions. Παρακάτω δίνουμε τα τετράγωνα των πινάκων μάζας για τα sfermions τρίτης γενιάς ως προς τη βάση $\tilde{f}_L, \tilde{f}_R = \tilde{f}_L^c$. Έτσι, οι πίνακες μάζας στο τετράγωνο των stop, sbottom και stau που η διαγωνοποίησή τους δίνει τις ιδιοκαταστάσεις μάζες αυτών των sfermions, είναι:

$$\mathcal{M}_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_t^2 + \hat{m}_{\tilde{t}_L}^2 & m_t(\mu \cot\beta + A_t) \\ m_t(\mu \cot\beta + A_t) & m_t^2 + \hat{m}_{\tilde{t}_R}^2 \end{pmatrix} \tag{A'.15}$$

$$\mathcal{M}_{\tilde{b}}^2 = \begin{pmatrix} m_b^2 + \hat{m}_{\tilde{b}_L}^2 & m_b(\mu \tan\beta + A_b) \\ m_b(\mu \tan\beta + A_b) & m_b^2 + \hat{m}_{\tilde{b}_R}^2 \end{pmatrix} \tag{A'.16}$$

$$\hat{\mathcal{M}}_{\tilde{\tau}}^2 = \begin{pmatrix} m_\tau^2 + \hat{m}_{\tilde{\tau}_L}^2 & m_\tau(\mu \tan\beta + A_\tau) \\ m_b(\mu \tan\beta + A_\tau) & m_\tau^2 \end{pmatrix} \,, \tag{A'.17}$$

όπου

$$\begin{aligned} \hat{m}_{\tilde{b}_L}^2 &= m_{\hat{Q}}^2 - \frac{M_W^2}{2} \cos 2\beta (1 + \tan^2\theta_W\, Y^Q) \\ \hat{m}_{\tilde{b}_R}^2 &= m_{\hat{D}^c}^2 - \frac{M_W^2}{2} \tan^2\theta_W \cos 2\beta\, Y^D \\ \hat{m}_{\tilde{t}_L}^2 &= m_{\hat{Q}}^2 - \frac{M_W^2}{2} \cos 2\beta (-1 + \tan^2\theta_W\, Y^Q) \\ \hat{m}_{\tilde{t}_R}^2 &= m_{\hat{U}^c}^2 - \frac{M_W^2}{2} \tan^2\theta_W \cos 2\beta\, Y^U \,. \end{aligned} \tag{A'.18}$$

και

$$\begin{aligned} \hat{m}_{\tilde{\tau}_L}^2 &= m_{\hat{L}}^2 - \frac{M_W^2}{2} \cos 2\beta (1 + \tan^2\theta_W\, Y^L) \\ \hat{m}_{\tilde{\tau}_R}^2 &= m_{\hat{E}^c}^2 - \frac{M_W^2}{2} \tan^2\theta_W \cos 2\beta\, Y^E \,, \end{aligned} \tag{A'.19}$$

όπου $Y^L = -1, Y^E = 2$.

Όσον αφορά στον πίνακα μάζας των snetrinos, τα διαγώνια στοιχεία του είναι ίσα με:

$$m_{\tilde{\nu}}^2 = m_{\tilde{L}}^2 - \frac{M_W^2}{2} \cos 2\beta(-1 + \tan^2\theta_W Y^L) . \qquad \text{(A'.20)}$$

Οι μη διαγώνιες συνεισφορές είναι σημαντικές μόνο για τα $\tilde{t}, \tilde{b}$ και $\tilde{\tau}$, δηλαδή τα sfermions της τρίτης γενιάς και κυρίως όταν η τιμή του $\tan\beta$ είναι μεγάλη. Για τα sfermions της πρώτης και δεύτερης γενιάς θεωρούνται αμελητέες, γιατί οι αντίστοιχες συζεύξεις Yukawa είναι μικρές. Οι ιδιοτιμές των ιδιοκαταστάσεων μάζας για καθένα από αυτά τα sfermion δίνονται από την σχέση:

$$m_{\tilde{f}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2}\left[(m_{\tilde{f}_R}^2 + m_{\tilde{f}_L}^2) \mp \sqrt{(m_{\tilde{f}_R}^2 - m_{\tilde{f}_L}^2)^2 + 4m_{\tilde{f}_{LR}}^4} \right] . \qquad \text{(A'.21)}$$

Στην παραπάνω σχέση έχουμε επιλέξει τη γωνία διαγωνοποίησης θ_f τέτοια ώστε η m_1 να είναι πάντα ελαφρύτερη της m_2.

Υπάρχουν τέσσερα νέα ουδέτερα φερμιόνια στο MSSM: δύο gauginos, το bino $\tilde{B}$ και το wino $\tilde{W}^3$, μαζί με τα δυο ουδέτερα Higgsinos, τα $\tilde{H}_1^0$ και $\tilde{H}_2^0$. Μετά από την αυθόρμητη παραβίαση της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας, αυτά τα υπερσυμμετρικά σωματίδια αναμειγνύονται για να δώσουν τις τέσσερις ιδιοκαταστάσεις μάζας, τις οποίες ονομάζουμε neutralinos, $\tilde{Z}$. Επιπλέον έχουμε και τέσσερα νέα φορτισμένα φερμιόνια, εκ των οποίων τα δυο είναι και πάλι δύο gauginos, τα φορτισμένα winos $\tilde{\mathrm{W}}^{\pm}$, και τα άλλα δυο είναι τα δυο φορτισμένα Higgsinos, τα $\tilde{\mathrm{H}}^{\pm}$, τα οποία επίσης αναμειγνύονται και δίνουν τις ιδιοκαταστάσεις μάζας που είναι γνωστές ως charginos, $\tilde{C}$. Μπορούμε να απομονώσουμε μέσα από τη Λαγκρανζιανή του MSSM τους όρους εκείνους που συνεισφέρουν στη μάζα τόσο των neutralinos όσο και των charginos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass\,terms}^{C,N} &= -\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j}\psi_i\psi_j + h.c \right) \\ &- \left(i\sqrt{2}\frac{\partial D^{(\alpha)}}{\partial A_i}\psi_i\lambda^{(\alpha)} + i\sqrt{2}\frac{\partial D^{(Y)}}{\partial A_i}\psi_i\lambda^{(U)} + h.c \right) \\ &- \frac{1}{2}\sum_{\alpha} M_\alpha \bar{\lambda}^{(\alpha)}\lambda^{(\alpha)} , \end{aligned} \qquad \text{(A'.22)}$$

με $\alpha = 1, 2, 3$. Παίρνοντας υπόψη την αυθόρμητη ρήξη της ηλεκτρασθενούς συμμετρίας και ορίζοντας:

$$\tilde{W}^{\pm} = \frac{\tilde{W}^1 \mp i\,\tilde{W}^2}{\sqrt{2}} ,$$

μπορούμε να γράψουμε τη Λαγκρανζιανή Α΄.22 στην εξής μορφή:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{C,N}_{mass\,terms} &= -\left(\tilde{W}^- \quad i\tilde{H}_1^-\right)\mathcal{M}_C\begin{pmatrix}\tilde{W}^+\\ i\tilde{H}_2^+\end{pmatrix} + h.c.\\ &\quad -\frac{1}{2}\left(\tilde{B} \quad \tilde{W}^3 \quad i\tilde{H}_1^0 \quad i\tilde{H}_2^0\right)\mathcal{M}_N\begin{pmatrix}\tilde{B}\\ \tilde{W}^3\\ i\tilde{H}_1^0\\ i\tilde{H}_2^0\end{pmatrix} + h.c.\,, \end{aligned} \tag{Α΄.23}$$

όπου

$$\mathcal{M}_C = \begin{pmatrix} M_2 & -g\langle H_2^0\rangle \\ -g\langle H_1^0\rangle & \mu \end{pmatrix} \tag{Α΄.24}$$

$$\mathcal{M}_N = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & \frac{g'}{\sqrt{2}}\langle H_1^0\rangle & \frac{-g'}{\sqrt{2}}\langle H_2^0\rangle \\ 0 & M_2 & \frac{-g}{\sqrt{2}}\langle H_1^0\rangle & \frac{g}{\sqrt{2}}\langle H_2^0\rangle \\ \frac{g'}{\sqrt{2}}\langle H_1^0\rangle & \frac{-g}{\sqrt{2}}\langle H_1^0\rangle & 0 & -\mu \\ \frac{-g'}{\sqrt{2}}\langle H_2^0\rangle & \frac{g}{\sqrt{2}}\langle H_2^0\rangle & -\mu & 0 \end{pmatrix} \tag{Α΄.25}$$

είναι οι πίνακες μάζας των charginos και neutralinos, αντίστοιχα. Τα στοιχεία M_1 και M_2 σ΄ αυτούς τους πίνακες είναι οι ¨ήπιες¨ μάζες των winos και binos αντίστοχα και έρχονται κατ΄ ευθείαν από την (Α΄.3). Τα υπόλοιπα στοιχεία των πινάκων εμφανίζονται ως αποτέλεσμα των συζεύξεων Higgs - higgsino - gaugino.

Όταν ο πίνακας Α΄.24 διαγωνοποιηθεί με τη βοήθεια δυο μοναδιακών πινάκων U και V και μετατραπεί στον $U\,\mathcal{M}_C\,V^\dagger$, δίνει τις μάζες τύπου Dirac των charginos:

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde{\chi}_1}, m^2_{\tilde{\chi}_2} &= \frac{1}{2}\Big[(|M_2|^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2) \\ &\quad \mp\sqrt{(|M_2|^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2)^2 - 4|\mu M_2 - M_W^2\sin 2\beta|^2}. \end{aligned} \tag{Α΄.26}$$

Η διαγωνοποίηση του $\mathcal{M}_N$ δίνει τέσσερα Majorana φερμιόνια χ_i^0, με μάζες $m_{\chi_i^0}$.

Παράρτημα Β΄

Η άλγεβρα της $SO(10)$

Η ομάδα $SO(10)$ είναι μια από τις ειδικές ορθογώνιες ομάδες περιστροφών που δρα σε έναν δεκαδιάστατο διανυσματικό χώρο. Οι πίνακες R της ομάδας αφήνουν αναλλοίωτο το μήκος ενός δεκαδιάστατου πραγματικού πίνακα στήλη ϕ. Επειδή το $\phi^T\phi$ είναι αναλλοίωτο, πρέπει $R^T R = RR^T = \mathbb{1}$. Επομένως, οι πίνακες R είναι ορθογώνιοι και επιπλέον έχουν $\det R = 1$, ιδιότητα που δίνει το χαρακτηριστικό ¨ειδική¨ στην ομάδα. Μπορούν να γραφτούν με τη βοήθεια 45 μιγαδικών γεννητόρων $M_{ab} = -M_{ba}$ με $a, b = 1, \cdots, 10$, ως:

$$R \,=\, \exp \frac{1}{2}\omega_{ab}\, M_{ab}, \tag{Β΄.1}$$

όπου ω_{ab} είναι οι αντισυμμετρικές παράμετροι των μετασχηματισμών. Οι γεννήτορες ικανοποιούν την άλγεβρα:

$$[M_{ab},\, M_{cd}] \,=\, 2i\,(\delta_{ac}M_{bd} \,-\, \delta_{ad}M_{bc} \,+\, \delta_{bd}M_{ac} \,-\, \delta_{bc}M_{ad}) \tag{Β΄.2}$$

και στη θεμελιώδη αναπαράσταση δίνονται από:

$$(M_{ab})_{jk} \,=\, -i\,(\delta_{aj}\,\delta_{bk} \,-\, \delta_{ak}\,\delta_{bj}). \tag{Β΄.3}$$

Β΄.1 Η άλγεβρα της $SO(2N)$ στη βάση της $SU(N)$

Θεωρούμε ένα σύνολο N τελεστών χ_i με $i = 1, \cdots, N$ και τους ερμιτιανούς συζυγείς τους $\chi_i^\dagger$ που ικανοποιούν τις

$$\{\chi_i,\, \chi_j^\dagger\} \,=\, \delta_{ij} \qquad \{\chi_i,\, \chi_j\} \,=\, \{\chi_i^\dagger,\, \chi_j^\dagger\} \,=\, 0. \tag{Β΄.4}$$

Επομένως, οι χ_i είναι φερμιονικοί τελεστές. Αν ορίσουμε τους $T_j^i \,\equiv\, \chi_i^\dagger\,\chi_j$, τότε αυτοί ικανοποιούν την άλγεβρα της ομάδας $U(N)$ αφού

$$[T_j^i, T_l^k] \,=\, \delta_j^k\, T_l^i \,-\, \delta_l^i\, T_j^k. \tag{Β΄.5}$$

Επίσης, ορίζουμε τους Γ_μ με $\mu = 1, \cdots, 2N$, [168] ώστε:

$$\Gamma_{2j-1} \equiv -i(\chi_j - \chi_j^\dagger), \qquad \Gamma_{2j} \equiv (\chi_j + \chi_j^\dagger), \qquad j = 1, \cdots, N. \tag{Β΄.6}$$

Από την (Β΄.4) προκύπτει ότι:

$$\{\Gamma_\mu, \Gamma_\nu\} = 2\,\delta_{\mu\nu}, \tag{Β΄.7}$$

δηλαδή οι Γ_μ ικανοποιούν μια Clifford άλγεβρα τάξης $2N$, γιατί εξ ορισμού τους: $\Gamma_\mu = \Gamma_\mu^\dagger$. Με τη βοήθεια τους κατασκευάζουμε την $SO(2N)$ άλγεβρα ορίζοντας τους

$$\Sigma_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2i}\,[\Gamma_\mu, \Gamma_\nu]. \tag{Β΄.8}$$

Οι τελεστές $\Sigma_{\mu\nu}$ είναι ερμιτιανοί, με μηδενικό ίχνος και το πλήθος τους είναι $N(2N-1)$. Ικανοποιούν επομένως την άλγεβρα $SO(2N)$ και ως προς τους χ_i, $\chi_j^\dagger$ γράφονται:

$$\begin{aligned}
\Sigma_{2j-1,2k-1} &= \frac{1}{2i}\,[\chi_j, \chi_k^\dagger] - \frac{1}{2i}\,[\chi_k, \chi_j^\dagger] + (\chi_j\,\chi_k + \chi_j^\dagger\,\chi_k^\dagger) \\
\Sigma_{2j,2k-1} &= \frac{1}{2}\,[\chi_j, \chi_k^\dagger] + \frac{1}{2}\,[\chi_k, \chi_j^\dagger] - (\chi_j\,\chi_k + \chi_j^\dagger\,\chi_k^\dagger) \\
\Sigma_{2j,2k} &= \frac{1}{2i}\,[\chi_j, \chi_k^\dagger] - \frac{1}{2i}\,[\chi_k, \chi_j^\dagger] - i\,(\chi_j\,\chi_k + \chi_j^\dagger\,\chi_k^\dagger).
\end{aligned} \tag{Β΄.9}$$

Διαπιστώνουμε ότι οι T είναι γραμμικοί συνδυασμοί των Σ. Αν επιπλέον ορίσουμε τους

$$\hat{T}_j^i \equiv T_j^i - \frac{\delta_j^i}{N}\sum_{\alpha=1}^{N}(\chi_\alpha^\dagger\,\chi_\alpha), \tag{Β΄.10}$$

έχουμε τελεστές που ικανοποιούν την ίδια άλγεβρα με τους T_j^i και είναι γεννήτορες της $SU(N)$.

Β΄.2 Η σπινοριακή αναπαράσταση της $SO(10)$

Στην $SO(2N)$ η διάσταση της σπινοριακής αναπαράστασης είναι 2^N, άρα στην $SO(10)$ έχει διάσταση 32. Για να τη γράψουμε στη βάση της $SU(5)$, ορίζουμε μια αναλλοίωτη, ως προς την $SU(5)$, κατάσταση κενού $|0\rangle$. Τότε οι σπινοριακές καταστάσεις της $SO(10)$ είναι αυτές της πρώτης στήλης του πίνακα Β΄.1. Στη δεύτερη στήλη αυτού του πίνακα φαίνεται η διαστατικότητα της κάθε σπινοριακής $SO(10)$ κατάστασης ως προς την $SU(5)$. Η σπινοριακή αναπαράσταση της $SO(10)$ μπορεί να διαχωριστεί σε δυο αναπαραστάσεις διάστασης 16, τις $\psi_+ = \mathbf{16_L}$ και $\psi_- = \mathbf{16_R}$, με τη βοήθεια των χειραλικών προβολικών τελεστών:

$$L \equiv \frac{1}{2}(1 + \Gamma_0), \qquad R \equiv \frac{1}{2}(1 - \Gamma_0), \tag{Β΄.11}$$

Σπινοριακές Καταστάσεις $SO(10)$	Αναπαραστάσεις $SU(5)$	Ιδιοτιμή L	Ιδιοτιμή R
$\|0\rangle$	1	1	0
$\|\psi_\alpha\rangle \equiv \chi_\alpha^\dagger \|0\rangle$	5	0	1
$\|\psi_{\alpha\beta}\rangle \equiv \chi_\alpha^\dagger \chi_\beta^\dagger \|0\rangle$	10	1	0
$\|\bar{\psi}_{\alpha\beta}\rangle \equiv \frac{1}{3!}\epsilon_{\alpha\beta\kappa\lambda\mu}\chi_\kappa^\dagger \chi_\lambda^\dagger \chi_\mu^\dagger \|0\rangle$	$\overline{10}$	0	1
$\|\bar{\psi}_\alpha\rangle \equiv \frac{1}{4!}\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon}\chi_\beta^\dagger \chi_\gamma^\dagger \chi_\delta^\dagger \chi_\epsilon^\dagger \|0\rangle$	$\bar{5}$	1	0
$\|\bar{0}\rangle \equiv \chi_1^\dagger \chi_2^\dagger \chi_3^\dagger \chi_4^\dagger \chi_5^\dagger \|0\rangle$	1	0	1

Πίνακας Β΄.1: Οι καταστάσεις της σπινοριακής αναπαράστασης της $SO(10)$, η διαστατικότητά τους ως προς την $SU(5)$ και οι ιδιοτιμές τους ως προς τους προβολικούς τελεστές L, R

με τον Γ_0 να ορίζεται ως $\Gamma_0 \equiv -\Gamma_1 \Gamma_2 \cdots \Gamma_{10} = \prod_{i=1}^{10}(1 - 2\,\chi_i^\dagger \chi_i)$. Έτσι ο σπινοριακός χώρος χωρίζεται σε δυο υποχώρους που χαρακτηρίζονται από άρτιο ή περιττό αριθμό χ, με τιμές για τους προβολικούς τελεστές $L = 1$ και $R = 1$ αντίστοιχα. Οδηγούμαστε, επομένως, στην αντιστοίχιση των καταστάσεων $\bar{\psi}_\alpha$ και $\psi_{\alpha\beta}$ με τις αναπαραστάσεις $\bar{\mathbf{5}}$ και $\mathbf{10}$ αντίστοιχα. Η ταυτοποίηση των φερμιονίων που περιέχονται στην $\mathbf{16_L} = (\mathbf{1} + \bar{\mathbf{5}} + \mathbf{10})_{SU(5)}$ γίνεται δρώντας με τους τελεστές του χρώματος, των $SU(2)_{L,R}$, του φορτίου και του υπερφορτίου τους οποίους γράφουμε συναρτήσει των γεννητόρων της $SO(10)$ (Β΄.9). Έτσι οδηγούμαστε στις (1.3) και (1.4) για το σωματιδιακό περιεχόμενο των $\bar{\mathbf{5}}_{SU(5)}$ και $\mathbf{10}_{SU(5)}$ αντίστοιχα. Η μοναδιαία αναπαράσταση $|0\rangle$ υποδηλώνει το αριστερόστροφο αντινετρίνο.

Στο σημείο αυτό μπορούμε να συζητήσουμε μια πολύ σημαντική ιδιότητα της ομάδας $SO(10)$. Η $SO(10)$ ανήκει στο σύνολο των απλών αλγεβρών Lie που είναι απαλλαγμένες από ανωμαλίες (anomaly-free group) και για αυτόν τον λόγο χαρακτηρίζονται ως ασφαλείς [169]. Μια θεωρία είναι απαλλαγμένη από ανωμαλίες αν και μόνο αν απουσιάζουν όλες οι ανωμαλίες που προέρχονται από τριγωνικά διαγράμματα [170] και οι οποίες καθιστούν τις αντίστοιχες δράσεις μη αναλλοίωτες κάτω από μετασχηματισμούς βαθμίδας. Στην περίπτωση της $SO(10)$ η ανωμαλία παίρνει τη μορφή

$$\mathrm{Tr}[\{\Sigma_{ij},\, \Sigma_{kl}\}\Sigma_{\mu\nu}]. \tag{Β΄.12}$$

Με τους γεννήτορες να μετασχηματίζονται ως αντισυμμετρικοί τελεστές ως προς τους δείκτες i, j, δηλαδή να ισχύει $\Sigma_{ij} = -\Sigma_{ij}$, το παραπάνω ίχνος προκύπτει να είναι ένας αναλλοίωτος τελεστής. Έτσι μπορεί να γραφτεί ως ένας γραμμικός συνδυασμός γινομένων δ του Kronecker και τελικά αποδεικνύεται ότι είναι μηδενικός [169]. Ασφαλείς

ομάδες Lie είναι όλες όσες έχουν πραγματικές αναπαραστάσεις, αλλά και οι $SO(2N)$, με εξαίρεση την $SO(6)$.

Β΄.3 Μάζες φερμιονίων

Β΄.3.1 Όροι Yukawa

Κάτω από μετασχηματισμούς $SO(10)$, ο ανάστροφος ψ^T του πίνακα στήλη ψ δεν μετασχηματίζεται ως συζυγής σπινοριακή αναπαράσταση της $SO(10)$. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο όρος $\psi^T\psi$ να μην μένει αναλλοίωτος κάτω από $SO(10)$ μετασχηματισμούς. Εισάγοντας όμως τον πίνακα B με την ιδιότητα:

$$B^{-1}\,\Sigma_{\mu\nu}^T\,B \;=\; \Sigma_{\mu\nu}, \tag{Β΄.13}$$

ο $\psi^T B$ μετασχηματίζεται ως συζυγής του ψ. Ένας πίνακας που ικανοποιεί την (Β΄.13) είναι ο

$$B \;=\; \prod_{\mu=\text{odd}} \Gamma_\mu. \tag{Β΄.14}$$

Ο μόνος τρόπος για να δώσουμε μάζα στα φερμιόνια είναι μέσω όρων Yukawa, κάτι που αποτελεί κοινό τόπο σε όλες τις θεωρίες βαθμίδας. Οι όροι αυτοί περιλαμβάνουν συζεύξεις των φερμιονίων με βαθμωτά μποζόνια Higgs. Τα φερμιόνια αποκτούν μάζα όταν τα πεδία Higgs λάβουν μη μηδενική μέση αναμενόμενη τιμή κενού. Οι πιο γενικοί όροι Yukawa που μπορούμε να γράψουμε είναι:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y \;&=\; f_{10}\,\psi^T\,B\,\Gamma_a\,\psi\,H_{10}^a \;+\; f_{120}\,\psi^T\,B\,\Gamma_a\,\Gamma_b\,\Gamma_c\,\psi\,H_{120}^{abc}\\ &\quad+ f_{120}\,\psi^T\,B\,\Gamma_a\,\Gamma_b\,\Gamma_c\,\Gamma_d\,\Gamma_e\,\psi\,H_{126}^{abcde} \;+\; \text{h.c.}\end{aligned} \tag{Β΄.15}$$

Τα πεδία Higgs H_{10}^a, H_{120}^{abc}, H_{126}^{abcde} στους παραπάνω όρους ανήκουν στις αναπαραστάσεις $\mathbf{10}$ ή αλλιώς διανυσματική, $\mathbf{120}$, η οποία είναι αντισυμμετρική και $\overline{\mathbf{126}}$ αντίστοιχα, γιατί $\mathbf{16}\times\mathbf{16} = \mathbf{10}+\mathbf{120}+\mathbf{126}$.

Β΄.3.2 Αυθόρμητη παραβίαση της $SO(10)$

Θα αναφερθούμε αρχικά στην αυθόρμητη παραβίαση της $SO(10)$ χρησιμοποιώντας πεδία Higgs στην $\mathbf{10}$. Η βασική ή διανυσματική αναπαράσταση της $SO(10)$ ορίζεται ως

$$V_\mu \;=\; \psi^T\,B\,\Gamma_\mu\,\psi \tag{Β΄.16}$$

και ανήκει στην **10** της $SO(10)$ και με βάση την $SU(5)$ γράφεται: $\mathbf{10} = (\mathbf{5} + \bar{\mathbf{5}})_{SU(5)}$. Κατά την παραβίαση της $SO(10)$ θα πρέπει οι συμμετρίες $SU(3)_c$ του χρώματος και $U(1)_{em}$ να παραμένουν συμμετρίες της θεωρίας, ώστε να προκύψει σωστά η ομάδα συμμετρίας G_{SM} του Καθιερωμένου Προτύπου. Έτσι, οι συνιστώσες της V_μ, στις οποίες μπορεί να αποδοθεί μη μηδενική VEV, είναι η V_9 ή/και η V_{10}. Οι συνιστώσες αυτές είναι ηλεκτρικά ουδέτερες και μονήρεις (singlets) κάτω από την $SU(3)_c$ και ανήκουν στις **5**, $\bar{\mathbf{5}}$ αντίστοιχα στη βάση της $SU(5)$. Οι όροι της Λαγρανζιανής που ευθύνονται για την παραβίαση της συμμετρίας $SO(10)$, αν το πεδίο Higgs ανήκει στη διανυσματική αναπαράσταση είναι:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\mathbf{10}}_{mass} &= f\,\psi^T B\,\Gamma_\mu\,\psi\,\langle V^\mu\rangle + \text{h.c.}\\ &= \frac{f}{\sqrt{2}}\left[\,\langle V_9\rangle\,\psi^T B\,(\Gamma_9 + \Gamma_{10})\,\psi - \langle V_{10}\rangle\,\psi^T B\,(\Gamma_9 - \Gamma_{10})\,\psi\,\right] + \text{h.c.}\end{aligned} \tag{Β΄.17}$$

Οι παραπάνω όροι δίνουν τελικά:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\mathbf{10}}_{mass} &= f\sqrt{2}\,[\,\langle V_9\rangle\,(\nu^c\,\nu + \nu\,\nu^c + u^c_a\,u_a + u_a\,u^c_a)\\ &\quad + \langle V_{10}\rangle\,(e^c\,e + e\,e^c + d^c_a\,d_a + d_a\,d^c_a)] + \text{h.c.}\end{aligned} \tag{Β΄.18}$$

Ο δείκτης a είναι δείκτης χρώματος με $a = 1, 2, 3$. Καταλήγουμε επομένως στις παρακάτω σχέσεις για τις μάζες των φερμιονίων:

$$m_d = m_e \qquad m_u = m_\nu, \tag{Β΄.19}$$

οι οποίες βεβαίως είναι λανθασμένες.

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, για την αυθόρμητη παραβίαση της $SO(10)$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και πεδία Higgs στην **120**, με τη βοήθεια του δεύτερου όρου της (Β΄.15), τον οποίο θα συμβολίσουμε $\mathcal{L}^{ab}_Y$. Όμως, επειδή η αναπαράσταση αυτή είναι αντισυμμετρική, προκύπτει $\mathcal{L}^{ab}_Y = -\mathcal{L}^{ba}_Y$. Επομένως, για μοντέλα που περιλαμβάνουν μια γενιά φερμιονίων, δεν έχουμε συνεισφορά από τέτοιου είδους όρους Yukawa, οι οποίοι παίζουν ρόλο μόνο για ανάμιξη των γενεών. Αν επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε πεδία Higgs στην $\overline{\mathbf{126}}$, τότε οι αντίστοιχοι όροι της (Β΄.15) είναι συμμετρικοί. Δίνοντας μη μηδενικές VEVs σε κατάλληλες συνιστώσες του H_{126} [168] πετυχαίνουμε τις σχέσεις:

$$3m_d = m_e \qquad 3m_u = m_\nu \tag{Β΄.20}$$

Από τα αποτελέσματα (Β΄.19) και (Β΄.20) διαπιστώνουμε καταρχήν ότι είναι απαραίτητο να συμμετέχουν τουλάχιστο δυο πεδία Higgs στον μηχανισμό της αυθόρμητης

ρήξης της $SO(10)$, αφενός για να αναπαράγεται η μίξη των γενεών και αφετέρου για να καταλήγουμε στις σωστές σχέσεις ανάμεσα στις μάζες των λεπτονίων και των quarks.

Παράρτημα Γ΄

Αναπαραστάσεις της ομάδας $SO(10)$

Γ΄.1 Διακλάδωση της ομάδας $SO(10)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο μέσω της ομάδας $SU(5)$

Στην ενότητα αυτή συνοψίζουμε πως οι αναπαραστάσεις της $SO(10)$ αποσυντίθονται σε αναπαραστάσεις της ομάδας $SU(5)$ και στη συνέχεια σε αυτές του Καθιερωμένου Προτύπου [53].

$SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)$

Συζυγής αναπαράσταση: $\mathbf{45} = \mathbf{1}_0 + \mathbf{10}_4 + \mathbf{10}_{-4} + \mathbf{24}_0$

Σπινοριακή αναπαράσταση: $\mathbf{16} = \mathbf{1}_{-5} + \overline{\mathbf{5}}_3 + \mathbf{10}_{-1}$

$\overline{\mathbf{16}} = \mathbf{1}_5 + \mathbf{5}_{-3} + \overline{\mathbf{10}}_1$

Διανυσματική αναπαράσταση: $\mathbf{10} = \mathbf{5}_2 + \overline{\mathbf{5}}_{-2}$

$SO(10) \to$ Καθιερωμένο Πρότυπο $(SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y) = G_{SM}$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{45} &= (1,1)_0 + \underbrace{(1,1)_1 + (3,1)_{-\frac{2}{3}} + (3,2)_{\frac{1}{6}}}_{\mathbf{10}} + \underbrace{(1,1)_{-1} + (\overline{3},1)_{\frac{2}{3}} + (\overline{3},2)_{-\frac{1}{6}}}_{\overline{\mathbf{10}}} \\
&+ \underbrace{(1,1)_0 + (1,3)_0 + (8,1)_0 + (\overline{3},2)_{\frac{5}{6}} + (3,2)_{-\frac{5}{6}}}_{\mathbf{24}} \\
\mathbf{16} &= (1,1)_0 + \underbrace{(1,2)_{-\frac{1}{2}} + (\overline{3},1)_{\frac{1}{3}}}_{\overline{\mathbf{5}}} + \underbrace{(1,1)_1 + (3,1)_{-\frac{2}{3}} + (3,2)_{\frac{1}{6}}}_{\mathbf{10}} \\
\overline{\mathbf{16}} &= (1,1)_0 + \underbrace{(1,2)_{\frac{1}{2}} + (3,1)_{-\frac{1}{3}}}_{\mathbf{5}} + \underbrace{(1,1)_{-1} + (\overline{3},1)_{\frac{2}{3}} + (\overline{3},2)_{-\frac{1}{6}}}_{\overline{\mathbf{10}}} \\
\mathbf{10} &= \underbrace{(1,2)_{\frac{1}{2}} + (3,1)_{-\frac{1}{3}}}_{\mathbf{5}} + \underbrace{(1,2)_{-\frac{1}{2}} + (\overline{3},1)_{\frac{1}{3}}}_{\overline{\mathbf{5}}}
\end{aligned}
$$

Γ΄.2 Διακλάδωση της ομάδας $SO(10)$ στο Καθιερωμένο Πρότυπο μέσω της ομάδας Pati-Salam

Στην ενότητα αυτή συνοψίζουμε πως οι αναπαραστάσεις της $SO(10)$ αποσυντίθονται σε αναπαραστάσεις της ομάδας Pati-Salam [53].

$$
\begin{aligned}
SO(10) &\to G_{PS} = SU(4)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \\
\mathbf{45} &\to (\mathbf{15},\mathbf{1},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{3},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{6},\mathbf{2},\mathbf{2}), && \text{(Γ΄.1)} \\
\mathbf{10} &\to (\mathbf{6},\mathbf{1},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2}), && \text{(Γ΄.2)} \\
\mathbf{16} &\to (\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1}) \oplus (\overline{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2}). && \text{(Γ΄.3)}
\end{aligned}
$$

Η ομάδα $SU(4)_C$ διασπάται σε $SU(3)_C \times U(1)_{B-L}$.

$$
\begin{aligned}
SU(4)_C &\to SU(3)_C \times U(1)_{B-L} \\
\mathbf{4} &\to \mathbf{3}_{1/3} \oplus \mathbf{1}_{-1}, && \text{(Γ΄.4)} \\
\mathbf{15} &\to \mathbf{8}_0 \oplus \mathbf{3}_{4/3} \oplus \overline{\mathbf{3}}_{-4/3} \oplus \mathbf{1}_0, && \text{(Γ΄.5)} \\
\mathbf{10} &\to \mathbf{6}_{2/3} \oplus \mathbf{3}_{-2/3} \oplus \mathbf{1}_{-2}, && \text{(Γ΄.6)} \\
\mathbf{6} &\to \mathbf{3}_{-2/3} \oplus \overline{\mathbf{3}}_{2/3}. && \text{(Γ΄.7)}
\end{aligned}
$$

Ταυτόχρονα, η $SU(2)_R$ διασπάται στην $U(1)_{T_3}$ και το υπερφορτίο δίνεται από

$$Y = T_{3R} + \frac{1}{2}(B - L).$$

Συνδυάζοντας τα παραπάνω, προκύπτουν οι παρακάτω αντιστοιχίες:

$$\begin{aligned}
SO(10) \quad & \to SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \\
\mathbf{45} \quad & : \\
(\mathbf{15},\mathbf{1},\mathbf{1})_+ \quad & \to (\mathbf{8},\mathbf{1})_0 \oplus (\mathbf{3},\mathbf{1})_{2/3} \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1})_{-2/3} \oplus (\mathbf{1},\mathbf{1})_0, && (\Gamma'.8) \\
(\mathbf{1},\mathbf{3},\mathbf{1})_+ \quad & \to (\mathbf{1},\mathbf{3})_0, && (\Gamma'.9) \\
(\mathbf{1},\mathbf{1},\mathbf{3})_+ \quad & \to (\mathbf{1},\mathbf{1})_1 \oplus (\mathbf{1},\mathbf{1})_0 \oplus (\mathbf{1},\mathbf{1})_{-1}, && (\Gamma'.10) \\
(\mathbf{6},\mathbf{2},\mathbf{2})_- \quad & \to (\mathbf{3},\mathbf{2})_{1/6} \oplus (\mathbf{3},\mathbf{2})_{-5/6} \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{2})_{5/6} \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{2})_{1/6}, && (\Gamma'.11) \\
\mathbf{10} \quad & : \\
(\mathbf{6},\mathbf{1},\mathbf{1})_- \quad & \to (\mathbf{3},\mathbf{1})_{-1/3} \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1})_{1/3}, && (\Gamma'.12) \\
(\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{2})_+ \quad & \to (\mathbf{1},\mathbf{2})_{1/2} \oplus (\mathbf{1},\mathbf{2})_{-1/2}, && (\Gamma'.13) \\
\mathbf{16} \quad & : \\
(\mathbf{4},\mathbf{2},\mathbf{1})_{-i} \quad & \to (\mathbf{3},\mathbf{2})_{1/6} \oplus (\mathbf{1},\mathbf{2})_{-1/2}, && (\Gamma'.14) \\
(\bar{\mathbf{4}},\mathbf{1},\mathbf{2})_i \quad & \to (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1})_{1/3} \oplus (\bar{\mathbf{3}},\mathbf{1})_{-2/3} \oplus (\mathbf{1},\mathbf{1})_1 \oplus (\mathbf{1},\mathbf{1})_0, && (\Gamma'.15)
\end{aligned}$$

Οι δείκτες $(+,-)$ ή $(i,-i)$ των αναπαραστάσεων της Pati-Salam δηλώνουν την $B-L$ ομοτιμία $P' = \exp\left(-i\frac{3\pi}{2}(B-L)\right)$, η οποία παραβιάζει την $SO(10)$ στην ομάδα Pati-Salam .

Παράρτημα Δ΄

Μεταβλητές G_i

Για τον παρακάτω πίνακα ισχύει: $G_i = \frac{1}{2\pi}\tilde{G}_i$

Ποσότητα	$\tilde{G}_1$	$\tilde{G}_2$	$\tilde{G}_3$
Y_t	$\frac{13}{15}Y_t$	$3Y_t$	$\frac{16}{3}Y_t$
Y_b	$\frac{7}{15}Y_b$	$3Y_b$	$\frac{16}{3}Y_b$
Y_τ	$\frac{9}{5}Y_\tau$	$3Y_\tau$	0
M_1	$-\frac{33}{5}M_1$	0	0
M_2	0	$-M_2$	0
M_3	0	0	$3M_3$
A_t	$\frac{13}{15}M_1$	$3M_2$	$\frac{16}{3}M_3$
A_b	$\frac{7}{15}M_1$	$3M_2$	$\frac{16}{3}M_3$
A_τ	$\frac{9}{5}M_1$	$3M_2$	0
Q_1	$\frac{1}{15}M_1^2$	$3M_2^2$	$\frac{16}{3}M_3^2$
Q_2	$\frac{1}{15}M_1^2$	$3M_2^2$	$\frac{16}{3}M_3^2$
Q_3	$\frac{1}{15}M_1^2$	$3M_2^2$	$\frac{16}{3}M_3^2$

U_1	$\frac{16}{15}M_1^2$	0	$\frac{16}{3}M_3^2$
U_2	$\frac{16}{15}M_1^2$	0	$\frac{16}{3}M_3^2$
U_3	$\frac{16}{15}M_1^2$	0	$\frac{16}{3}M_3^2$
D_1	$\frac{4}{15}M_1^2$	0	$\frac{16}{3}M_3^2$
D_2	$\frac{4}{15}M_1^2$	0	$\frac{16}{3}M_3^2$
D_3	$\frac{4}{15}M_1^2$	0	$\frac{16}{3}M_3^2$
L_1	$\frac{3}{5}M_1^2$	$3M_2^2$	0
L_2	$\frac{3}{5}M_1^2$	$3M_2^2$	0
L_3	$\frac{3}{5}M_1^2$	$3M_2^2$	0
E_1	$\frac{12}{5}M_1^2$	0	0
E_2	$\frac{12}{5}M_1^2$	0	0
E_3	$\frac{12}{5}M_1^2$	0	0
$m_{H_1}^2 + \mu^2$	$\frac{3}{5}M_1^2 + \frac{3}{5}\mu^2$	$3M_2^2 + 3\mu^2$	0
$m_{H_2}^2 + \mu^2$	$\frac{3}{5}M_1^2 + \frac{3}{5}\mu^2$	$3M_2^2 + 3\mu^2$	0
μ	$\frac{3}{10}\mu$	$\frac{3}{2}\mu$	0
m_3^2	$\frac{3}{10}m_3^2 + \frac{3}{5}\mu\, M_1$	$\frac{3}{2}m_3^2 + 3\mu\, M_2$	0

Βιβλιογραφία

[1] M. J. G. Veltman, Acta Phys. Polon. B **8** (1977) 475.

[2] H. Georgi, H. R. Quinn and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 451.

[3] S. Weinberg, Phys. Lett. B **91** (1980) 51.

[4] J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D **8** (1973) 1240.

[5] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 438.

[6] W.J. Marciano, in Proceedings of the *Fourth Workshop on Grand Unification*, Philadelphia, Pa., 1983 Edited by H.A. Weldon, et al, (Birkhauser, Boston, 1983), M. Goldhaber and W. J. Marciano, Comments Nucl. Part. Phys. **16** (1986) 23.

[7] H. Georgi and C. Jarlskog, Phys. Lett. B **86** (1979) 297.

[8] B. Bajc, P. Fileviez Perez and G. Senjanovic, hep-ph/0210374.

[9] U. Amaldi, W. de Boer and H. Furstenau, Phys. Lett. B **260** (1991) 447.

[10] J. Wess and J. Bagger, Princeton, USA: Univ. Pr. (1992) 259 p

[11] D. Bailin, A. Love, *Supersymmetic Gauge Theories and String Theory*, Institute of Physics Puplishing, Bristol, (1996).

[12] S. P. Martin, In *Kane, G.L. (ed.): Perspectives on supersymmetry II* 1-153 [hep-ph/9709356].

[13] H. E. Haber and G. L. Kane, Phys. Rept. **117** (1985) 75.

[14] A. B. Lahanas and D. V. Nanopoulos, Phys. Rept. **145** (1987) 1.

[15] S. R. Coleman and J. Mandula, Phys. Rev. **159** (1967) 1251.

[16] R. Haag, J. T. Lopuszanski and M. Sohnius, Nucl. Phys. B **88** (1975) 257.

[17] S. Dimopoulos and H. Georgi, Nucl. Phys. B **193** (1981) 150.

[18] H. E. Haber, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **62** (1998) 469 [hep-ph/9709450].

[19] D. J. H. Chung, L. L. Everett, G. L. Kane, S. F. King, J. D. Lykken and L. -T. Wang, Phys. Rept. **407** (2005) 1 [hep-ph/0312378].

[20] P. Nath, R. L. Arnowitt and A. H. Chamseddine, Nucl. Phys. B **227** (1983) 121,

R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, Phys. Lett. B **119** (1982) 343,

L. J. Hall, J. D. Lykken and S. Weinberg, Phys. Rev. D **27** (1983) 2359.

A. H. Chamseddine, R. L. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970.

[21] J. R. Ellis, S. Kelley and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **260** (1991) 131.

[22] A. Dedes, A.B. Lahanas, J. Rizos, K. Tamvakis, Phys. Rev. D55 (1997) 2955.

[23] J. Hisano, H. Murayama, T. Yanagida, Nucl. Phys. B402 (1993) 46; *ibid* Phys.Rev.Lett. 69 (1992)1014.

[24] T. Goto and T. Nihei, In *Seoul 1999, Supersymmetry, supergravity and superstring* 216-228 [hep-ph/9909251].

T. Goto and T. Nihei, Phys. Rev. D **59** (1999) 115009 [hep-ph/9808255].

[25] H. Murayama and A. Pierce, Phys. Rev. D **65** (2002) 055009 [hep-ph/0108104].

[26] H. Georgi, Particles and Fields, *Proceedings of the APS Div. of Particles and Fields*, ed. C. Carlson, p.575(1975).

[27] H. Fritzsch and P. Minkowski, Ann. Phys. 93(1975) 193.

[28] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, in Supergravity, edited by P. van Nieuwenhuizen and D.Z Freedman, (North-Holland, Amsterdam, 1979),
T. Yanagida, in Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number of the Universe, edited by O. Sawada and A. Sugamoto (KEK report No. 79-18, Tsukuba, Japan, 1979)
R.N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 912.

[29] C. H. Albright and M. -C. Chen, Phys. Rev. D **74** (2006) 113006 [hep-ph/0608137].

[30] M. Fukugita and T. Yanagida, Phys. Lett. B **174** (1986) 45.

[31] S.M. Barr, Stuart Raby, Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 4748.

[32] C. H. Albright, K. S. Babu and S. M. Barr, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **77** (1999) 308 [hep-ph/9805266];
Carl H. Albright, S.M. Barr, [hep-ph/0007145].

[33] K. S Babu, J. C. Pati and F. Wilczek, Nucl. Phys. B566 (2000) 33,

[34] K. S. Babu and S. M. Barr, Phys. Rev. D **48** (1993) 5354
K. S. Babu and S. M. Barr, Phys. Rev. D **50** (1994) 3529

[35] D. G. Lee and R. N. Mohapatra, Phys. Lett. B **324** (1994) 376
J. Hisano, H. Murayama and T. Yanagida, Phys. Rev. D **49** (1994) 4966.

[36] G. Anderson, S. Raby, S. Dimopoulos, L. J. Hall and G. D. Starkman, Phys. Rev. D **49** (1994) 3660 [arXiv:hep-ph/9308333].

[37] L. J. Hall and S. Raby, Phys. Rev. D **51** (1995) 6524 [arXiv:hep-ph/9501298].

[38] Z. Berezhiani and Z. Tavartkiladze, Phys. Lett. B **409** (1997) 220

[39] K.S. Babu, S.M. Barr, Phys. Rev. D51 (1995) 2463;
K.S. Babu, Q. Shafi, Phys. Lett. B357 (1995) 365.

[40] K. S. Babu, J. C. Pati and Z. Tavartkiladze, JHEP **1006** (2010) 084.

[41] K.S. Babu, R.N. Mohapatra, Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 2843.

[42] G. R. Farrar and P. Fayet, Phys. Lett. B **76** (1978) 575.

S. Dimopoulos and H. Georgi, Nucl. Phys. B **193** (1981) 150.

[43] S. Weinberg, Phys. Rev. D **26** (1982) 287.

N. Sakai, T. Yanagida, Nucl. Phys. B197 (1982) 533.

[44] G. Gilbert, Nucl. Phys. B **328** (1989) 159.

[45] L. M. Krauss and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 1221.

[46] R. Barbier *et al.*, Phys. Rept. **420** (2005) 1

[47] C. S. Aulakh, B. Bajc, A. Melfo, A. Rasin and G. Senjanovic, Nucl. Phys. B **597** (2001) 89

C. S. Aulakh, B. Bajc, A. Melfo, G. Senjanovic and F. Vissani, Phys. Lett. B **588**, 196 (2004) [hep-ph/0306242].

[48] M. Chemtob, Prog. Part. Nucl. Phys. **54** (2005) 71

[49] J. Beringer *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **86** (2012) 010001.

[50] H. M. Lee, S. Raby, M. Ratz, G. G. Ross, R. Schieren, K. Schmidt-Hoberg and P. K. S. Vaudrevange, Nucl. Phys. B **850** (2011) 1 [arXiv:1102.3595 [hep-ph]].

[51] L. E. Ibanez and G. G. Ross, Nucl. Phys. B **368**, 3 (1992).

[52] H. K. Dreiner, C. Luhn and M. Thormeier, Phys. Rev. D **73** (2006) 075007 [hep-ph/0512163].

[53] R. Slansky, Phys. Rept. **79** (1981) 1.

[54] S. P. Martin, Phys. Rev. D **46** (1992) 2769 [hep-ph/9207218].

[55] H. S. Goh, R. N. Mohapatra and S. -P. Ng, Phys. Lett. B **570** (2003) 215 [hep-ph/0303055].

[56] E. Witten, Phys. Lett. **B105** (1981) 267.

D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis, Phys. Lett. **B113** (1982) 151.

S. Dimopoulos, H. Georgi, Phys. Lett. **B117** (1982) 287.

[57] H. Georgi, Phys. Lett. **B108** (1982) 283.

A. Masiero, D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis, T. Yanagida, Phys. Lett. **B115** (1982) 380.

B. Grinstein, Nucl. Phys. **B206** (1982) 387.

[58] S. Dimopoulos F. Wilczek, Report No. NSF-ITP-82-07 (1981), in *The Unity of the Fundamental Interactions*, Proceeding of the 19th Course of the International School of Subnuclear Physics, Erice, Italy, 1981, edited by A. Zichichi (Plenum Press, New York, 1983).

[59] K. Inoue, A. Kakuto, H. Takano, Prog. Theor. Phys. **75** (1986) 664.

A. A. Anselm, A. A. Johansen, Phys. Lett. **B200** (1988) 331-334.

A. A. Anselm, Sov. Phys. JETP **67** (1988) 663-670.

R. Barbieri, G. R. Dvali, A. Strumia, Nucl. Phys. **B391** (1993) 487-500.

[60] Y. Kawamura, Prog. Theor. Phys. **105** (2001) 999 [arXiv:hep-ph/0012125].

Y. Kawamura, Prog. Theor. Phys. **105** (2001) 691 [arXiv:hep-ph/0012352].

Y. Kawamura, Prog. Theor. Phys. **103** (2000) 613 [arXiv:hep-ph/9902423].

[61] G. Altarelli and F. Feruglio, Phys. Lett. B **511** (2001) 257 [arXiv:hep-ph/0102301].

[62] A. Hebecker and J. March-Russell, Nucl. Phys. B **613** (2001) 3 [arXiv:hep-ph/0106166].

[63] R. Dermisek and A. Mafi, Phys. Rev. D **65** (2002) 055002 [arXiv:hep-ph/0108139].

[64] H. D. Kim and S. Raby, JHEP **0301** (2003) 056 [arXiv:hep-ph/0212348].

[65] M. L. Alciati and Y. Lin, JHEP **0509** (2005) 061 [arXiv:hep-ph/0506130].

[66] M. L. Alciati, F. Feruglio, Y. Lin and A. Varagnolo, [arXiv:hep-ph/0603086].

[67] K. S. Babu, I. Gogoladze, Z. Tavartkiladze, Phys. Lett. **B650** (2007) 49-56. [hep-ph/0612315].

[68] S. M. Barr, Phys. Lett. **B112** (1982) 219.

I. Antoniadis, J. R. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. **B194** (1987) 231.

I. Antoniadis, J. R. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. **B205** (1988) 459.

[69] Z. Berezhiani, Z. Tavartkiladze, Phys. Lett. **B396** (1997) 150-160. [hep-ph/9611277].

[70] J. Polchinski, L. Susskind, Phys. Rev. **D26** (1982) 3661.

A. Ali, I. Montvay, Phys. Lett. **B124** (1983) 237.

A. B. Lahanas, Phys. Lett. **B124** (1983) 341.

[71] A. Sen, Phys. Lett. **B148** (1984) 65.

[72] N. Maekawa, T. Yamashita, Phys. Rev. **D68** (2003) 055001. [hep-ph/0305116].

G. R. Dvali, Phys. Lett. **B324** (1994) 59-65.

S. M. Barr, Phys. Rev. **D57** (1998) 190-194. [hep-ph/9705266].

[73] Q. Shafi, Z. Tavartkiladze, Nucl. Phys. **B573** (2000) 40-56. [hep-ph/9905202].

Z. Berezhiani, C. Csaki, L. Randall, Nucl. Phys. **B444** (1995) 61-91. [hep-ph/9501336].

R. Barbieri, G. R. Dvali, A. Strumia, Z. Berezhiani, L. J. Hall, Nucl. Phys. **B432** (1994) 49-67. [hep-ph/9405428].

R. Barbieri, G. R. Dvali, M. Moretti, Phys. Lett. **B312** (1993) 137-142.

Z. G. Berezhiani, G. R. Dvali, Bull. Lebedev Phys. Inst. **5** (1989) 55-59.

[74] G. R. Dvali, S. Pokorski, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 807-810. [hep-ph/9610431].

[75] Z. Chacko and R. N. Mohapatra, Phys. Lett. B **442** (1998) 199 [hep-ph/9809345].

[76] D. Lewellen, Nucl. Phys. B337 (1990) 61,
A. Font, L. Ibanez, and F. Quevedo, Nucl. Phys. B345 (1990) 389.

[77] K. R. Dienes, Nucl. Phys. B **488** (1997) 141 [hep-ph/9606467].

[78] S. Chaudhuri, S. W. Chung and J. D. Lykken, In *Ann Arbor 1994, SUSY 94* 305-311,
S. Chaudhuri, S. Chung, G. Hockney J. D. Lykken, Nucl. Phys. B456 (1995) 89

[79] G. Aldazabal, A. Font, L. E. Ibanez and A. M. Uranga, Nucl. Phys. B **465** (1996) 34 [hep-th/9508033].

[80] G. R. Dvali and S. Pokorski, Phys. Lett. B **379** (1996) 126 [hep-ph/9601358].

S. M. Barr, Phys. Rev. D **59** (1999) 015004 [hep-ph/9806217].

[81] C. S. Aulakh, B. Bajc, A. Melfo, G. Senjanovic and F. Vissani, Phys. Lett. B **588** (2004) 196 [hep-ph/0306242].

[82] T. Fukuyama and N. Okada, JHEP **0211** (2002) 011 [hep-ph/0205066].

[83] B. Dutta, Y. Mimura and R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D **69** (2004) 115014 [hep-ph/0402113].

[84] C. H. Albright and S. M. Barr, Phys. Rev. D **62** (2000) 093008

[85] D. Chang, T. Fukuyama, Y. -Y. Keum, T. Kikuchi and N. Okada, Phys. Rev. D **71** (2005) 095002 [hep-ph/0412011].

[86] K. R. Dienes, Phys. Rept. **287** (1997) 447 [hep-th/9602045].

K. R. Dienes and J. March-Russell, Nucl. Phys. B **479** (1996) 113 [hep-th/9604112].

[87] C. H. Albright and S. M. Barr, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 244

[88] P. Nath and P. Fileviez Perez, Phys. Rept. **441** (2007) 191.

[89] H. Weyl, Z. Phys. **56** (1929) 330 [Surveys High Energ. Phys. **5** (1986) 261].

E. C. G. Stueckelberg, Helv. Phys. Acta **11** (1938) 299,

E.P. Wigner, Proc. Am. Philos. Soc. **93** (1949) 521; Proc. Natl. Acad. Sci. 38, 449 (1952).

[90] F. Reines, C. L. Cowan and M. Goldhaber, Phys. Rev. **96** (1954) 1157.

[91] A. D. Sakharov, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5** (1967) 32 [JETP Lett. **5** (1967) 24] [Sov. Phys. Usp. **34** (1991) 392] [Usp. Fiz. Nauk **161** (1991) 61].

[92] J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D **10** (1974) 275 [Erratum-ibid. D **11** (1975) 703]. J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 661.

[93] T. Akiri *et al.* [LBNE Collaboration], arXiv:1110.6249 [hep-ex].

[94] C. Regis *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. D **86** (2012) 012006 [arXiv:1205.6538 [hep-ex]], H. Nishino *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. D **85** (2012) 112001 [arXiv:1203.4030 [hep-ex]].

[95] J. L. Hewett, H. Weerts, R. Brock, J. N. Butler, B. C. K. Casey, J. Collar, A. de Gouvea and R. Essig *et al.*, arXiv:1205.2671 [hep-ex].

[96] K. Abe, T. Abe, H. Aihara, Y. Fukuda, Y. Hayato, K. Huang, A. K. Ichikawa and M. Ikeda *et al.*, arXiv:1109.3262 [hep-ex].

[97] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 8.

[98] P. Langacker, Phys. Rept. **72** (1981) 185.

[99] P. Fileviez Perez, J. Phys. G **31** (2005) 1025 [hep-ph/0412347].

[100] S. Dimopoulos, S. Raby and F. Wilczek, Phys. Rev. D **24** (1981) 1681.

[101] J. Ellis, D.V. Nanopoulos, S. Rudaz, Nucl. Phys. B202 (1982) 43.

[102] P. Nath, R. Arnowitt, Phys. Rev. D49 (1994) 1449; Phys. Rev. D 38 (1988) 1479, P. Nath, A.H Chamseddine, R. Arnowitt, Phys. Rev. D32 (1985) 2348.

[103] L. E. Ibanez and C. Munoz, Nucl. Phys. B **245** (1984) 425.

[104] M.T. Grisaru, W. Siegel, M. Roček, Nucl. Phys. B159 (1979) 429.

[105] J. Hisano, hep-ph/0004266.

[106] K. Turzynski, JHEP 0210 (2002) 044.

[107] D. Emmanuel-Costa and S. Wiesenfeldt, Nucl. Phys. B **661** (2003) 62 [hep-ph/0302272].

[108] R. Dermisek, A. Mafi and S. Raby, Phys. Rev. D **63** (2001) 035001 [hep-ph/0007213].

[109] S. Weinberg, Physica A **96** (1979) 327.

J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B **250** (1985) 465.

J. Gasser and H. Leutwyler, Annals Phys. **158** (1984) 142.

[110] M. Claudson, M.B. Wise, L.J. Hall, Nucl. Phys. B195 (1982) 297S// Chadha, M. Daniels, Nucl. Phys. B229 (1983) 105.

[111] R. L. Arnowitt and P. Nath, In *Sao Paulo 1993, Proceedings, Particles and fields* 3-63. and SSC Dallas - SSCL-Prepr.503 (93,rec.Oct.) 61 p. and Texas A & M Univ. College Station - CTP-TAMU-93-052 (93,rec.Oct.) 61 p and Northeast. Univ. Boston - NUB 3073 (93,rec.Oct.) 61 p [hep-ph/9309277].

P. Nath and R. L. Arnowitt, Phys. Atom. Nucl. **61** (1998) 975 [Yad. Fiz. **61** (1998) 1069] [hep-ph/9708469].

[112] J. Brodsky, J. Ellis, S. Hagelin, C.T. Sacharajda, Nucl. Phys. B238 (1984) 561.

[113] M.B. Gavela et al, Nucl. Phys. B312 (1989) 269.

[114] Y. Aoki, C. Dawson, J. Noaki and A. Soni, Phys. Rev. D **75** (2007) 014507 [hep-lat/0607002].

[115] Y. Aoki *et al.* [RBC-UKQCD Collaboration], Phys. Rev. D **78** (2008) 054505 [arXiv:0806.1031 [hep-lat]].

[116] S. Chadha, M. Daniels, Nucl. Phys. B229 (1983) 105.

[117] F. J. Gilman, K. Kleinknecht, B. Renk, Phys. Lett. B592 (2004) 160.

[118] M. C. Chen and K. T. Mahanthappa, Int. J. Mod. Phys. A **18** (2003) 5819.

[119] R. Dermisek and S. Raby, Phys. Lett. B **622** (2005) 327.

[120] S. Dimopoulos, S. Raby, F. Wilczek, Phys. Lett. B112 (1982) 133.

[121] L. E. Ibanez and G. G. Ross, Nucl. Phys. B **368**, 3 (1992).

[122] C. S. Aulakh, B. Bajc, A. Melfo, A. Rasin and G. Senjanovic, Nucl. Phys. B **597** (2001) 89 [arXiv:hep-ph/0004031].

[123] A. Masiero, S. K. Vempati and O. Vives, arXiv:0711.2903 [hep-ph].

[124] S. Weinberg Phys. Lett. B91 (1980) 51.

[125] L. Hall, Nucl. Phys. B178 (1981) 75.

[126] A. B. Lahanas and V. C. Spanos, Eur. Phys. J. C **23** (2002) 185 [hep-ph/0106345].

[127] A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos and V. C. Spanos, Phys. Lett. B **518** (2001) 94 [hep-ph/0107151].

[128] A. Dedes, A. B. Lahanas and K. Tamvakis, Phys. Rev. D **53** (1996) 3793 [hep-ph/9504239].

A. B. Lahanas and K. Tamvakis, Phys. Lett. B **348** (1995) 451 [hep-ph/9412281].

[129] D. M. Pierce, J. A. Bagger, K. T. Matchev and R. -j. Zhang, Nucl. Phys. B **491** (1997) 3 [hep-ph/9606211].

[130] P.H. Chankowski, Z. Pluciennik, S. Pokorski and C.E. Vayonakis, Phys. Lett. B358(1995)264.

[131] P.H. Chankowski et al., Nucl. Phys. B417(1994)101;

P.H. Chankowski, Z. Pluciennik, S. Pokorski Nucl. Phys. B439 (1995)23;

J. Bagger, K. Matchev, D. Pierce, Phys. Lett. B348(1995)443;

R. Barbieri, P. Giafaloni and A. Strumia, Nucl. Phys. B442(1995)461;

M. Bastero-Gil and J. Perez-Mercader, Nucl. Phys. B450(1995)21.

[132] G. Degrassi, S. Fanchiotti, A. Sirlin, Nucl. Phys.B351(1991)49;

G. Degrassi, P. Gambino and A. Vicini, hep-ph/9603374.

[133] S. Fanchiotti, B. Kniehl and A. Sirlin, Phys. Rev D48(1993)307;

R. Barbieri, M. Beccaria, P. Ciafaloni, G. Curci, A. Vicere, Phys. Lett. B288(1992)95;

W. Hollik, Munich preprint MPI-Ph/93-21, April 1993;

A. Djouadi, C. Verzegnassi, Phys. Lett. B195(1987)265;

A. Djouadi, Nuovo Cimento A100(1988)357;

B.A. Kniehl, J.H. Kuhn, R.G. Stuart, Phys. Lett. B214(1988)621;

B.A. Kniehl, Nucl. Phys. B347(1990)86;

F.A. Halzen, B.A. Kniehl, Nucl. Phys. B353(1991)567.

[134] G. Degrassi and A. Sirlin, Nucl. Phys. B **352** (1991)342.

[135] A. Dedes, A. B. Lahanas and K. Tamvakis, Phys. Rev. D **59** (1999) 015019.

[136] R. L. Arnowitt and P. Nath, Phys. Rev. D **46** (1992) 3981.

[137] A. Katsikatsou, A. B. Lahanas, D. VNanopoulos and V. C. Spanos, Phys. Lett. B **501** (2001) 69 [hep-ph/0011370].

[138] M. Argyrou, A. Katsikatsou and I. Malamos, Mod. Phys. Lett. A **21** (2006) 3009 [hep-ph/0507274].

[139] S. P. Martin and M. T. Vaughn, Phys. Rev. D **50** (1994) 2282 [Erratum-ibid. D **78** (2008) 039903] [hep-ph/9311340].

[140] J. R. Ellis and F. Zwirner, Nucl. Phys. B **338** (1990) 317.

[141] G. Degrassi, S. Fanchiotti and A. Sirlin, Nucl. Phys. B **351** (1991) 49.

[142] P. Langacker and M. x. Luo, Phys. Rev. D **44**, 817 (1991).

[143] I. Antoniadis, J. R. Ellis, S. Kelley and D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B **272** (1991) 31 ;

K. R. Dienes and A. E. Faraggi, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 2646 ;

K. R. Dienes, Phys. Rept. **287** (1997) 447 ;

B. C. Allanach and S. F. King, Nucl. Phys. B **473** (1996) 3 ;

J. Giedt, Mod. Phys. Lett. A **18** (2003) 1625 ;

[144] R. L. Arnowitt and P. Nath, Phys. Lett. B **437** (1998) 344.

[145] J. L. Feng, K. T. Matchev and F. Wilczek, Phys. Lett. B **482** (2000) 388 [hep-ph/0004043].

J. L. Feng, K. T. Matchev and T. Moroi, Phys. Rev. D **61** (2000) 075005 [hep-ph/9909334].

[146] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 1 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].

[147] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716** (2012) 30 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].

[148] The ATLAS collaboration, ATLAS-CONF-2013-061.

[149] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], arXiv:1405.3961 [hep-ex].

[150] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], arXiv:1405.7875 [hep-ex].

The ATLAS collaboration, ATLAS-CONF-2013-047.

[151] CMS Collaboration [CMS Collaboration], CMS-PAS-SUS-13-004.

[152] M. Olechowski and S. Pokorski, Phys. Lett. B **214** (1988) 393.

G. W. Anderson, S. Raby, S. Dimopoulos and L. J. Hall, Phys. Rev. D **47** (1993) 3702 [hep-ph/9209250].

S. Dimopoulos, L. J. Hall and S. Raby, Phys. Rev. Lett. **68** (1992) 1984.

S. Dimopoulos, L. J. Hall and S. Raby, Phys. Rev. D **45** (1992) 4192.

S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **713** (2012) 68 [arXiv:1202.4083 [hep-ex]].

[153] L. J. Hall, R. Rattazzi and U. Sarid, Phys. Rev. D **50** (1994) 7048 [hep-ph/9306309].

M. S. Carena, M. Olechowski, S. Pokorski and C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. B **426** (1994) 269 [hep-ph/9402253].

[154] M. Olechowski and S. Pokorski, Phys. Lett. B **344** (1995) 201 [hep-ph/9407404].

[155] D. Matalliotakis and H. P. Nilles, Nucl. Phys. B **435** (1995) 115 [hep-ph/9407251].

H. Murayama, M. Olechowski and S. Pokorski, Phys. Lett. B **371** (1996) 57 [hep-ph/9510327].

[156] M. Drees, Phys. Lett. B **181** (1986) 279.

J. S. Hagelin and S. Kelley, Nucl. Phys. B **342** (1990) 95.

[157] Y. Kawamura, H. Murayama and M. Yamaguchi, Phys. Rev. D **51** (1995) 1337 [hep-ph/9406245].

[158] D. Guadagnoli, S. Raby and D. M. Straub, JHEP **0910** (2009) 059 [arXiv:0907.4709 [hep-ph]].

W. Altmannshofer, D. Guadagnoli, S. Raby and D. M. Straub, Phys. Lett. B **668** (2008) 385 [arXiv:0801.4363 [hep-ph]].

[159] T. Blazek, R. Dermisek and S. Raby, Phys. Rev. D **65** (2002) 115004 [hep-ph/0201081].

T. Blazek, R. Dermisek and S. Raby, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 111804 [hep-ph/0107097].

[160] D. Auto, H. Baer, C. Balazs, A. Belyaev, J. Ferrandis and X. Tata, JHEP **0306** (2003) 023 [hep-ph/0302155].

[161] K. Tobe and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **663** (2003) 123 [hep-ph/0301015].

[162] R. Dermisek, S. Raby, L. Roszkowski and R. Ruiz De Austri, JHEP **0304** (2003) 037 [hep-ph/0304101].

R. Dermisek, S. Raby, L. Roszkowski and R. Ruiz de Austri, JHEP **0509** (2005) 029 [hep-ph/0507233].

[163] H. Baer, S. Kraml and S. Sekmen, JHEP **0909** (2009) 005 [arXiv:0908.0134 [hep-ph]].

H. Baer, S. Kraml, S. Sekmen and H. Summy, JHEP **0810** (2008) 079 [arXiv:0809.0710 [hep-ph]].

[164] I. Gogoladze, R. Khalid, S. Raza and Q. Shafi, JHEP **1012** (2010) 055 [arXiv:1008.2765 [hep-ph]].

[165] M. Badziak, M. Olechowski and S. Pokorski, JHEP **1108** (2011) 147 [arXiv:1107.2764 [hep-ph]].

M. Badziak, Mod. Phys. Lett. A **27** (2012) 1230020 [arXiv:1205.6232 [hep-ph]].

S. P. Martin, Phys. Rev. D **79** (2009) 095019 [arXiv:0903.3568 [hep-ph]].

[166] V. Lucas and S. Raby, Phys. Rev. D **54** (1996) 2261 [arXiv:hep-ph/9601303].

[167] M. Argyrou, A. B. Lahanas, D. V. Nanopoulos and V. C. Spanos, Phys. Rev. D **70** (2004) 095008 [Erratum-ibid. D **70** (2004) 119902] [hep-ph/0404286].

M. Argyrou, A. B. Lahanas and V. C. Spanos, JHEP **0805** (2008) 026 [arXiv:0804.2613 [hep-ph]].

[168] R. N. Mohapatra and B. Sakita, Phys. Rev. D **21** (1980) 1062.

[169] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. D **6** (1972) 429.

[170] D. J. Gross and R. Jackiw, Phys. Rev. D **6** (1972) 477.