



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ, ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ, ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΔΙΑΔΟΣΗΣ
ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ
ΣΕ ΔΙΑΥΛΟ ΔΕΣΜΗΣ ΟΜΟΑΞΟΝΙΚΟΥ
ΓΥΡΟΤΡΟΝΙΟΥ

Μαρίνα Δ. Μωραΐτου
Φυσικός/Ραδιοηλεκτρολόγος Α΄

Διδακτορική Διατριβή

Αθήνα 2012

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Μελέτη των Χαρακτηριστικών Διάδοσης των Ηλεκτρομαγνητικών Κυμάτων
σε Δίαυλο Δέσμης Ομοαξονικού Γυροτρονίου

ΜΑΡΙΝΑ Δ. ΜΩΡΑΪΤΟΥ

A.M.: 2008501

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:

Ι. Τίγκελης, Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΚΠΑ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ:

Δ. Φραντζεσκάκης, Καθηγητής ΕΚΠΑ

Ι. Βομβορίδης, Καθηγητής ΕΜΠ

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Ι. Ρουmeliώτης, Καθηγητής ΕΜΠ

Κ. Χιτζανίδης, Καθηγητής ΕΜΠ

Έ. Νισταζάκης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΚΠΑ

Ε. Τσίλης, Επίκουρος Καθηγητής ΕΚΠΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 05/07/2012

Στους γονείς μου,
Μάρθα και Δημήτρη

Στον Ιορδάνη

Περίληψη

Η διατριβή ασχολείται με τη μελέτη των ρυθμών που μπορούν να αναπτυχθούν σε ομοαξονικούς κυματοδηγούς, οι οποίοι εμφανίζουν επιφανειακές ρυτιδώσεις με διηλεκτρικό υλικό με απώλειες, καθώς και την αλληλεπίδραση των ρυθμών αυτών με δέσμη ηλεκτρονίων, η οποία διέρχεται μέσα από τους κυματοδηγούς. Οι κυματοδηγοί αυτοί χρησιμοποιούνται σε διάφορες μικροκυματικές λυχνίες, π.χ., στη λυχνία οδεύοντος κύματος, στον ταλαντωτή οπισθοσκέδασης, καθώς και στο δίαυλο δέσμης γυροτρονίου. Οι αλληλεπιδράσεις της δέσμης με το κύμα, που αναπτύσσονται στην περιοχή του διαύλου ενός γυροτρονίου μπορούν να υποβαθμίσουν την ποιότητα της δέσμης και συνεπώς να μειώσουν την παραγόμενη ισχύ ή/και να καταστρέψουν το δίαυλο. Για τη λύση του προβλήματος εφαρμόστηκε μια μέθοδος πλήρους ανάπτυξης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε συνδυασμό με τη γραμμικοποιημένη κινητική εξίσωση Vlasov για την περιγραφή της αλληλεπίδρασης δέσμης – κύματος. Με βάση τη μελέτη αυτή, αναπτύχθηκε αριθμητικός κώδικας με τη βοήθεια του οποίου εξετάστηκαν διάφορες προσεγγιστικές γεωμετρίες διαύλων δέσμης σε πραγματικά ομοαξονικά γυροτρόνια και μελετήθηκε η επίδραση των χαρακτηριστικών της διάταξης στις αλληλεπιδράσεις αυτές.

Θεματική περιοχή: Θεωρία μικροκυμάτων και παραγωγή μικροκυμάτων υψηλής ισχύος

Λέξεις κλειδιά: Δίαυλοι δέσμης, αλληλεπιδράσεις δέσμης – κύματος, γυροτρόνια, παρασιτικές ταλαντώσεις, διατάξεις αργού κύματος.

Abstract

This thesis studies the modes, which can develop in coaxial waveguides with surface corrugations filled with lossy material in the presence of electron beam. Such waveguides are used in various microwave devices, i.e., traveling wave tubes (TWT), backward wave oscillators (BWO), gyrotron beam-tunnels. The interactions between the electron beam and the electromagnetic waves, which may develop in the beam tunnel, reduce the quality of the beam and the efficiency of the device, whereas in some cases destroy the beam tunnel. The formulation of the problem is based on a full wave method for the electromagnetic problem in combination with the linearized Vlasov kinetic equation for the beam-wave interaction. Based on this analysis, a numerical code has been developed and several simplified coaxial gyrotron beam-tunnel geometries have been considered, whereas the dependence of the interactions on the characteristics of the structure has been investigated.

Subject area: Microwave theory and high-power microwave generation

Keywords: Beam tunnels, beam–wave interaction, gyrotrons, parasitic oscillations, slow-wave structures.

Πρόλογος

Τα γυροτρόνια είναι πηγές ισχύος σε μικροκυματικές και χιλιοστομετρικές συχνότητες με εφαρμογές μεταξύ άλλων στις δορυφορικές επικοινωνίες, στα υψηλής ευκρίνειας ραντάρ, στη φασματοσκοπία υποχιλιοστομετρικού κύματος. Επιπλέον, παίζουν σημαντικό ρόλο στην παραγωγή ενέργειας μέσω ελεγχόμενης θερμοπυρηνικής σύντηξης. Οι υψηλής ισχύος μικροκυματικές δέσμες, στην περιοχή συχνοτήτων 100-200 GHz, έχουν αποδείξει ότι είναι ένα εξαιρετικά αποδοτικό εργαλείο για τη θέρμανση του πλάσματος σύντηξης, την όδευση ρεύματος και τον περιορισμό των ασταθειών στο πλάσμα. Τα τελευταία χρόνια, η απαίτηση για αυξανόμενη μικροκυματική ισχύ είχε σαν αποτέλεσμα η επιστημονική κοινότητα να στραφεί στην ανάπτυξη ομοαξονικού γυροτρονίου, που διαφοροποιείται από το συμβατικό στο ότι υπάρχει στο εσωτερικό του ένα αγωγίμο στέλεχος. Στο διάυλο δέσμης αρκετών γυροτρονίων υψηλής ισχύος έχουν παρατηρηθεί ανεπιθύμητες παρασιτικές ταλαντώσεις, δηλαδή στην περιοχή πριν από την κοιλότητα. Οι ανεπιθύμητες αυτές ταλαντώσεις μπορούν να υποβαθμίσουν τη λειτουργία του γυροτρονίου, δηλαδή να μειώσουν την απόδοση του ή/και να καταστρέψουν το διάυλο. Η παρούσα διατριβή ασχολείται με τη μελέτη των χαρακτηριστικών των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε μια προσεγγιστική μορφή του διαύλου δέσμης ομοαξονικού γυροτρονίου καθώς και με την αλληλεπίδραση των ρυθμών αυτών με τη δέσμη ηλεκτρονίων, η οποία διέρχεται μέσα από αυτούς.

Η διδακτορική διατριβή χρηματοδοτήθηκε από την Ευρωπαϊκή Ένωση και την Ελληνική Δημοκρατία (μέσω της Γενικής Γραμματείας Έρευνας και Τεχνολογίας) στο πλαίσιο του ερευνητικού προγράμματος «Εθνικό Πρόγραμμα Ελεγχόμενης Θερμοπυρηνικής Σύντηξης» (ΕΠΕΘΣ). Το ίδιο πρόγραμμα στήριξε οικονομικά και τις μετακινήσεις στο Κέντρο Ερευνών Φυσικής του Πλάσματος της Πολυτεχνικής Σχολής της Λωζάννης (Centre de Recherches en Physique des Plasmas, Ecole Polytechnique Federal de Lausanne, Switzerland) τα διαστήματα 16/7 – 2/8/2008 και 18/8 – 5/9/2009.

Η εκπόνηση της διατριβής αυτής δεν θα ήταν εφικτή χωρίς την καθοδήγηση του Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής, κ. Ι. Τίγκελη, τον οποίο ευχαριστώ θερμά για τη συνεργασία μας σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου. Παράλληλα οφείλω θερμές ευχαριστίες και στα άλλα μέλη της τριμελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής κ.κ. Δ. Φραντζεσκάκη, Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής, και Ι. Βομβορίδη, Καθηγητή Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών του ΕΜΠ για τις πολύτιμες παρατηρήσεις και συμβουλές τους. Επιπλέον, ευχαριστώ τους Dr. A. Ram (PSFC, MIT), τους Dr. S. Alberti και Dr. J. – P. Hogge (CRPP, EPFL) και το Δρ. Ι. Παγωνάκη (IHM, KIT) για τις πολύτιμες συμβουλές τους και τις επικοινωνητικές συζητήσεις που είχαμε καθόλη της διάρκεια της διατριβής. Ταυτόχρονα, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα το Δρ. Ζήση Ιωαννίδη για την ποικιλόμορφη βοήθειά του σε όλο το διάστημα της συνεργασίας μας. Κλείνοντας θα ήθελα να ευχαριστήσω το Δρ. Γεώργιο Λάτσα και το Δρ. Κωνσταντίνο Αβραμίδα για την παραγωγική ανταλλαγή απόψεων που είχαμε και τις χρήσιμες υποδείξεις τους οποτεδήποτε αυτό υπήρξε απαραίτητο.

Αθήνα, Ιούνιος 2012

Μαρίνα Δ. Μωραΐτου

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	15
1.1	Μικροκυματικές λυχνίες	15
1.1.1	Κριτήρια κατηγοριοποίησης μικροκυματικών λυχνιών	17
1.2	Διατάξεις αργού κύματος	18
1.3	Διατάξεις γρήγορου κύματος: Το γυροτρόνιο	20
1.3.1	Αρχές λειτουργίας των διατάξεων γρήγορου κύματος	23
1.3.2	Ηλεκτρονικός κυκλοτρονικός συντονισμός	25
1.3.3	Φυσικός μηχανισμός ανταλλαγής ενέργειας	28
1.4	Τύποι γυροτρονίου	33
1.4.1	Ομοαξονικό γυροτρόνιο	38
1.4.2	Γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς	42
1.4.3	Γυροτρόνιο πολλαπλής συχνότητας	42
1.4.4	Γυροτρόνιο φωτονικού χάσματος	42
1.4.5	Συνεστιακό γυροτρόνιο	42
1.4.6	Ημι-οπτικό γυροτρόνιο	42
1.4.7	Γυροτρόνιο πολύ χαμηλής τάσης	43
1.4.8	Γυροτρόνιο σύνθετης κοιλότητας	43
1.4.9	Γυροτρόνιο THz	43
1.5	Αντικείμενο και οργάνωση της διατριβής	43
2	Μαθηματικός φορμαλισμός ρυθμών ομοαξονικού ρυτιδωμένου κυματοδηγού	45
2.1	Ομοαξονικός κυματοδηγός με επιφανειακές ρυτιδώσεις	46
2.2	Διαθέσιμα εργαλεία προσομοίωσης	47
2.3	Μαθηματικός φορμαλισμός του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ενός ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού απουσία ηλεκτρονικής δέσμης	50
2.4	Σχέση διασποράς	57
2.5	Αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια - Συντελεστής ποιότητας Q	62
2.6	Ειδικές περιπτώσεις	65

2.6.1	Εγκάρσια ηλεκτρικοί και μαγνητικοί ρυθμοί.....	65
2.6.2	Μη περιοδική γεωμετρία.....	65
3	Μαθηματικός φορμαλισμός του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ενός ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης	69
3.1	Περιγραφή του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος.....	70
3.2	Περιγραφή του μηχανισμού αλληλεπίδρασης.....	74
3.3	Εξίσωση διασποράς ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού παρουσία δέσμης	79
3.4	Αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια - Συντελεστής ποιότητας Q - Ισχύς ηλεκτρονικής δέσμης.....	80
3.5	Ειδικές περιπτώσεις.....	81
3.5.1	Εγκάρσια ηλεκτρικοί και μαγνητικοί ρυθμοί.....	81
3.5.2	Μη περιοδική γεωμετρία.....	82
4	Αριθμητικός κώδικας αλληλεπίδρασης δέσμης - κύματος	83
4.1	Δομή αριθμητικού κώδικα αλληλεπίδρασης	83
4.1.1	Περιγραφή της λειτουργίας του αριθμητικού κώδικα	83
4.1.2	Υπολογισμός της σχέσης διασποράς (<i>Τύπος 1</i>)	85
4.1.3	Υπολογισμός της κατανομής του πεδίου (<i>Τύπος 2</i>)	87
4.1.4	Κύριες συναρτήσεις.....	87
4.2	Καμπύλες διασποράς και πρώτη ζώνη Brillouin	91
5	Αριθμητικά αποτελέσματα	93
5.1	Σύγκλιση της μεθόδου	93
5.2	Οριακή περίπτωση λείου ομοαξονικού κυματοδηγού	102
5.3	Σύγκριση αποτελεσμάτων ψυχρής διάταξης με το CST	103
5.4	Διασπορά και ωμικές απώλειες ψυχρής διάταξης.....	105
5.5	Μελέτη της θερμής διάταξης.....	111
5.6	Αποτελέσματα σε γεωμετρίες με επαναλαμβανόμενες ομάδες ρυτιδώσεων .	119
6	Παραμετρική μελέτη των παρασιτικών ταλαντώσεων στο διάυλο δέσμης ενός ομοαξονικού γυροτρονίου	123
6.1	Συντονισμός Langmuir.....	123
6.2	Κυκλοτρονικός συντονισμός (Ρυθμοί TE)	128

6.3	Κυκλοτρονικός συντονισμός (Υβριδικοί ρυθμοί).....	134
7	Κύρια συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις της μελέτης.....	143
7.1	Κύρια συμπεράσματα.....	143
7.1.1	Αλληλεπίδραση Cherenkov	144
7.1.2	Κυκλοτρονική αλληλεπίδραση.....	144
7.1.3	Αλληλεπίδραση Weibel	145
7.2	Μελλοντικές επεκτάσεις της μελέτης	145
	Δημοσιεύσεις	147
	Αναφορές	148

1 Εισαγωγή

Το ενδιαφέρον που συγκεντρώνει το γυροτρόνιο τις τελευταίες τέσσερις δεκαετίες πηγάζει από το γεγονός ότι αποτελεί μια μικροκυματική λυχνία, η οποία παράγει ακτινοβολία σε πολύ υψηλή ισχύ ($P_{RF} \approx 2 \text{ MW}$) στην περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος των χιλιοστομετρικών ($10 \text{ cm} - 1 \text{ mm}$) και υποχιλιοστομετρικών συχνοτήτων, η οποία έως τότε καλύπτονταν από πηγές σχετικά χαμηλής ισχύος. Οι τιμές απόδοσης και ισχύος, που μπορούν να επιτευχθούν σήμερα με ένα γυροτρόνιο είναι αντίστοιχα έως 50% και 2 MW. Η κύρια εφαρμογή των γυροτρονίων συναντάται στην ελεγχόμενη θερμοπυρηνική σύντηξη, π.χ., στο διεθνή θερμοπυρηνικό αντιδραστήρα σύντηξης (International Thermonuclear Experimental Reactor, ITER), στα μεγάλης διάρκειας παλμού πειράματα συγκράτησης στο stellarator W7-X, στη θέρμανση του πλάσματος μέσω ηλεκτρονικής κυκλοτρονικής συντονισμού (electronic cyclotron resonance heating, ECRH), στην ηλεκτρονική κυκλοτρονική όδευση ρεύματος (electronic cyclotron current drive, ECCD), στον έλεγχο ασταθειών του πλάσματος και στις διάφορες διαγνωστικές διατάξεις στο Tokamak JT-60SA.

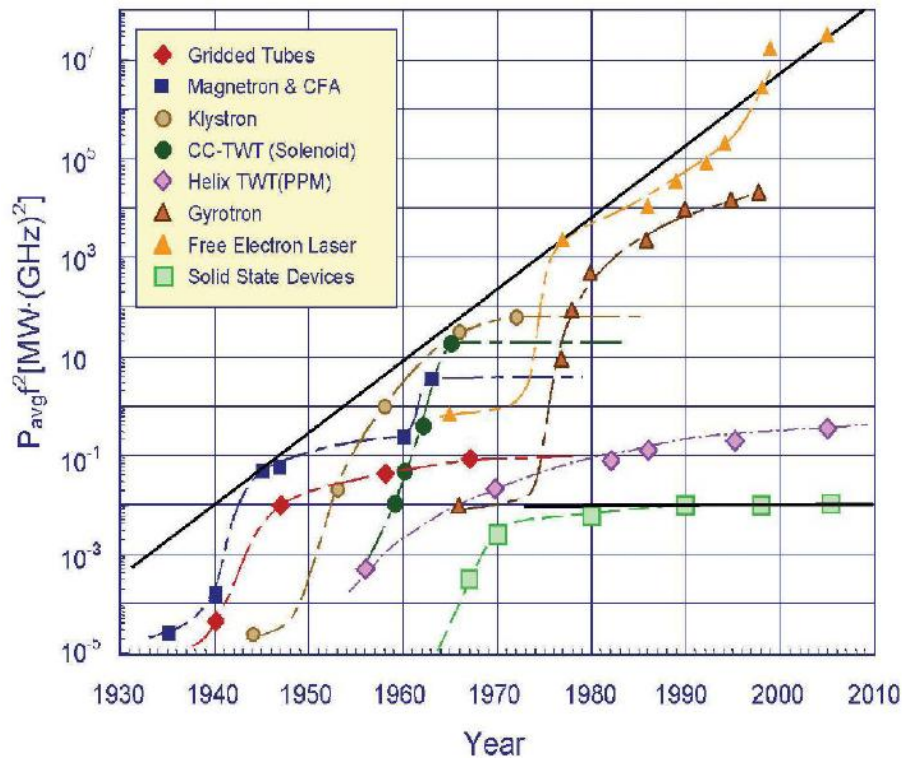
Η αστάθεια, η οποία είναι υπεύθυνη για την εξαναγκασμένη εκπομπή σε ένα γυροτρόνιο, είναι αυτή του ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού maser (electron cyclotron maser, ECM). Πρόκειται για αλληλεπίδραση που λαμβάνει χώρα μεταξύ μιας ήπια σχετικιστικής δέσμης ηλεκτρονίων, η οποία καθοδηγείται από ένα στατικό μαγνητικό πεδίο και την εγκάρσια στο πεδίο αυτό συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, η μορφή του οποίου καθορίζεται από μια κοιλότητα συντονισμού. Το επίκεντρο του ενδιαφέροντος της παρούσας διατριβής είναι η μελέτη των παρασιτικών ταλαντώσεων, οι οποίες μπορεί να αναπτυχθούν στην περιοχή πριν την ομοαξονική κοιλότητα συντονισμού μεταβάλλοντας τις ιδιότητες της ηλεκτρονικής δέσμης, υποβαθμίζοντας έτσι την απόδοσή της.

1.1 Μικροκυματικές λυχνίες

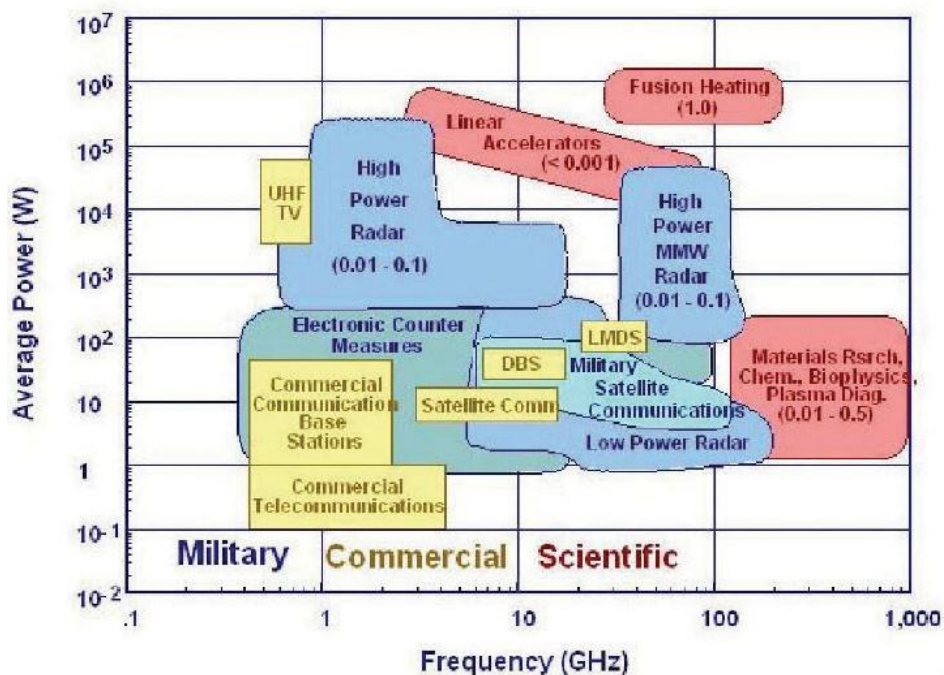
Οι μικροκυματικές λυχνίες είναι συσκευές, οι οποίες παράγουν ή ενισχύουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία στο συχνοτικό εύρος (φάσμα) των μικροκυμάτων 0.3-300 GHz και βασίζονται στην αλληλεπίδραση μεταξύ της υψίσυχνης ακτινοβολίας και μιας ροής (δέσμης) ηλεκτρονίων μέσα σε μια διάταξη κενού. Σε αντίθεση με τις μικροκυματικές πηγές στερεάς κατάστασης, οι λυχνίες αυτές λειτουργούν σε πολύ υψηλότερα επίπεδα ισχύος. Παλαιότερα υπήρχαν πολλές λυχνίες χαμηλών συχνοτήτων που ήταν έως 1000 φορές πιο ισχυρές από τις αντίστοιχες πηγές στερεάς κατάστασης, ενώ σήμερα έχουμε πηγές, οι οποίες λειτουργούν σε συχνότητες της τάξης των 100 GHz, όπως το γυροτρόνιο, που είναι 100.000 πιο ισχυρές, όπως φαίνεται και από το Σχήμα 1.1. Η ανωτερότητα των μικροκυματικών λυχνιών οφείλεται στο γεγονός ότι στην περιοχή κενού η κινητικότητα των ηλεκτρονίων είναι χιλιάδες φορές μεγαλύτερη από ότι μέσα στους ημιαγωγούς. Επομένως, η θέρμανση του υλικού δεν αποτελεί περιοριστικό παράγοντα στη λειτουργία υψηλής ισχύος. Επιπλέον, οι τροχιές των ηλεκτρονίων δεν γίνονται τυχαίες λόγω των συγκρούσεων με το υπάρχον υλικό και η δέσμη έχοντας περάσει από την περιοχή ανάπτυξης των μικροκυμάτων διατηρεί ένα στενό ενεργειακό φάσμα, διευκολύνοντας την ανάκτηση ενέργειας και τη γενικότερη βελτίωση της απόδοσης της συσκευής [1].

Στο Σχήμα 1.1 απεικονίζεται ο συντελεστής κέρδους («αυκνότητα ισχύος») Pf^2 [3] τα τελευταία 70 χρόνια, ο οποίος εκφράζει την ικανότητα μιας συσκευής να παράγει RF

ισχύ, όπου P είναι η μέση ισχύς σε MW και f η συχνότητα λειτουργίας σε GHz. Από αυτό προκύπτει ότι υπάρχει μια σταδιακή ανάπτυξη για τις μικροκυματικές λυχνίες, ενώ η απουσία ουσιαστικής προόδου ορισμένων τεχνολογιών που λειτουργούν σε χαμηλότερες συχνότητες οφείλεται σε έλλειψη ενδιαφέροντος από την αγορά στην περιοχή αυτή των συχνοτήτων και όχι στην παρουσία κάποιου θεμελιώδους τεχνολογικού περιορισμού [4] (Σχήμα 1.2).



Σχήμα 1.1: Μεταβολή του συντελεστή κέρδους των μικροκυματικών λυχνιών τα τελευταία 70 χρόνια [2].



Σχήμα 1.2: Εφαρμογές των μικροκυματικών λυχνιών [2].

Το μέγιστο ρεύμα, που μπορεί να μεταφερθεί μέσω μιας διάταξης, περιορίζεται από την εγκάρσια διατομή της, η οποία με τη σειρά της συνδέεται με τη συχνότητα λειτουργίας. Επομένως, τίθεται ένα ανώτατο όριο «πυκνότητας ισχύος» στο σχεδιασμό μιας διάταξης, το οποίο παριστάνεται από τη συνεχή γραμμή του Σχήματος 1.1. Γενικά, η καμπύλη της «πυκνότητας ισχύος» των διατάξεων ακολουθεί τη χαρακτηριστική καμπύλη σχήματος S, η οποία σχετίζεται με την τεχνολογική ωριμότητα. Σε αυτήν, οι αργοί ρυθμοί εξέλιξης αντιστοιχούν συνήθως σε περιόδους καινοτομίας και προκαταρκτικής μελέτης, οι οποίοι στη συνέχεια ακολουθούνται από γρήγορη ανάπτυξη.

1.1.1 Κριτήρια κατηγοριοποίησης μικροκυματικών λυχνιών

Η ποικιλία των αρχών λειτουργίας των μικροκυματικών λυχνιών επιτρέπει τον καθορισμό διαφορετικών κριτηρίων για την κατηγοριοποίησή τους. Σε κάθε λυχνία απαιτείται η παρουσία μιας ηλεκτρονικής δέσμης και ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, με το τελευταίο να μπορεί να είτε οδεύει είτε στάσιμο. Αν είναι οδεύει, τότε ανάλογα με το αν η ταχύτητα φάσης του είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός c , η διάταξη μπορεί να ανήκει στην κατηγορία των διατάξεων *αργού κύματος*, κύρια μέλη της οποίας είναι η λυχνία οδεύοντος κύματος (travelling wave tube, TWT) και ο ταλαντωτής κύματος οπισθοσκέδασης (backward wave oscillator, BWO) ή στην κατηγορία *γρήγορου κύματος*, η οποία περιλαμβάνει μεταξύ άλλων το γυροτρόνιο, το maser κυκλοτρονικού αυτοσυντονισμού (cyclotron auto-resonance maser, CARM) και το FEL [1]. Επιπλέον, οι διάφορες πηγές μπορούν να διακριθούν ανάλογα με το είδος του ρυθμού, ο οποίος αλληλεπιδρά με την ηλεκτρονική δέσμη. Στα TWT, η αλληλεπίδραση γίνεται πάντα με εγκάρσια μαγνητικούς (transverse magnetic, TM) ρυθμούς, ενώ στα γυροτρόνια η αλληλεπίδραση γίνεται με τους εγκάρσια ηλεκτρικούς (transverse electric, TE). Τέλος, στα FEL η αλληλεπίδραση μπορεί να γίνει είτε με TE είτε με TEM ρυθμούς.

Ανάλογα με το αν υπάρχει εξωτερική (μικροκυματική) είσοδος ή όχι η διάταξη μπορεί να λειτουργήσει είτε ως ενισχυτής είτε ως ταλαντωτής. Ειδικότερα, στους ταλαντωτές, η ηλεκτρονική δέσμη διεγείρει την επιθυμητή ακτινοβολία από το φάσμα του ηλεκτρομαγνητικού θορύβου στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα. Στους ενισχυτές, το προς ενίσχυση σήμα διοχετεύεται εξωτερικά στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα και ενισχύεται απορροφώντας ενέργεια από την ηλεκτρονική δέσμη.

Δεδομένου ότι η εγκάρσια διάσταση των διατάξεων καθορίζει τον αριθμό των ηλεκτρομαγνητικών ρυθμών στη διάταξη, η γεωμετρία στις περισσότερες περιπτώσεις επιλέγεται έτσι ώστε να υποστηρίζεται μόνο ένας ρυθμός σε κάποια δεδομένη συχνότητα. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις, όπως τα γυροτρόνια και ορισμένες συσκευές Cherenkov, όπου η ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων ή/και η ισχύς επιβάλουν μεγάλες γεωμετρίες με αποτέλεσμα τα συστήματα αυτά να μετατρέπονται σε πολυρυθμικές συσκευές (multimode device).

Θέτοντας ως κριτήριο την ενέργεια της ηλεκτρονικής δέσμης, οι πηγές διαχωρίζονται σε αυτές που απαιτούν σχετικιστική δέσμη ή μη σχετικιστική δέσμη. Πηγές όπως τα FEL λειτουργούν στην πράξη με σχετικιστικές δέσμες, ενώ πηγές όπως τα γυροτρόνια, τα TWT και οι κλύστρον συνήθως με μη σχετικιστικές [1]. Επιπρόσθετα, η δέσμη θα πρέπει απαραίτητα να καθοδηγείται από ένα εξωτερικά επιβαλλόμενο πεδίο, γιατί διαφορετικά τα ηλεκτρόνια θα διασκορπίζονται χωρίς να μπορεί να συμβεί ανταλλαγή ενέργειας. Στις περισσότερες περιπτώσεις, η δέσμη καθοδηγείται από ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο (O - type interactions) και σε ορισμένες από ένα μόνιμο περιοδικό μαγνητικό πεδίο (π.χ. στο FEL). Στο γυροτρόνιο και στα FEL αυτό το πεδίο παίζει κρίσιμο ρόλο κατά τη διαδικασία της αλληλεπίδρασης. Επιπλέον, στις διατάξεις

διασταυρούμενων πεδίων, το ομογενές μαγνητικό συνοδεύεται από ένα εγκάρσια ηλεκτρικό, το οποίο συμβάλει επίσης στην αλληλεπίδραση (M - type interactions) [1].

Τέλος, η ποιότητα και το ρεύμα της δέσμης καθώς και η απόδοση μετατροπής της ενέργειας αντιστοιχούν σε τρεις ακόμη παραμέτρους κατηγοριοποίησης των μικροκυματικών λυχνιών. Η ποιότητα της δέσμης σχετίζεται με τη διακύμανση της ενέργειας γύρω από τη μέση τιμή και έχει ιδιαίτερη σημασία για τα FEL και τους επιταχυντές, ενώ η απόδοση της μετατροπής της ενέργειας εξαρτάται από το αν η δέσμη είναι ήδη πακετοποιημένη ή ομοιόμορφη. Από αυτή την άποψη ο τρόπος παραγωγής των ηλεκτρονίων είναι κρίσιμος για τη λειτουργία της διάταξης. Το ρεύμα της δέσμης διαφοροποιεί τις διατάξεις ως προς το αν αυτές λειτουργούν στην περιοχή κάτω από το οριακό ρεύμα (limiting current) (klystrons), κοντά σε αυτό (relativistic klystron amplifier, RKA) ή πάνω από αυτό (vircator) [1].

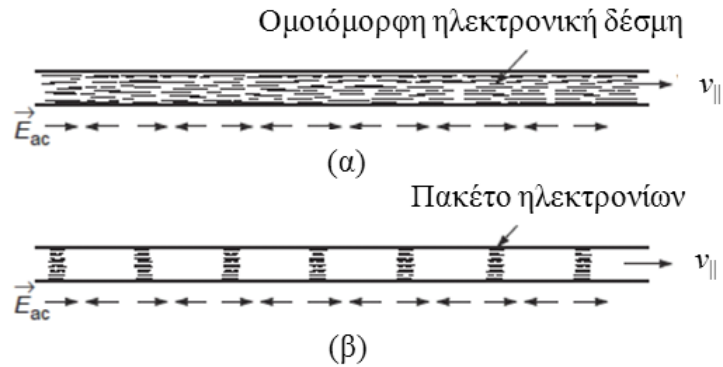
1.2 Διατάξεις αργού κύματος

Οι πιο συνήθεις τύποι μικροκυματικών λυχνιών ισχύος αναπτύχθηκαν τη δεκαετία από τα μέσα του 1930 έως τα μέσα του 1940 και κατατάχθηκαν ως διατάξεις αργού κύματος. Για την ποιοτική εξήγηση της λειτουργίας τους, ας υποθέσουμε ότι μια μεγάλου μήκους και μεγάλης διαμέτρου ηλεκτρονική δέσμη οδεύει κατά μήκος του άξονα διάδοσης της λυχνίας, η ακτινική θέση της οποίας καθορίζεται από ένα ισχυρό αξονικό μαγνητικό πεδίο. Αν η πυκνότητα της δέσμης είναι ομοιόμορφη Σχήμα 1.3(α), τότε οι αξονικές δυνάμεις κατά μήκος της δέσμης είναι αμελητέες, εκτός από τα άκρα της. Η παρουσία αξονικού ηλεκτρικού πεδίου στη διάταξη έχει σαν αποτέλεσμα την άσκηση μιας δύναμης στα ηλεκτρόνια, η οποία διαταράσσει την ταχύτητα και την πυκνότητα της δέσμης δημιουργώντας τα λεγόμενα κύματα φορτίου χώρου ή κύματα Langmuir. Κατά την ανάπτυξη των κυμάτων αυτών, τα ηλεκτρόνια συγκεντρώνονται σε περιοχές δημιουργώντας πακέτα ηλεκτρονίων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3(β), φαινόμενο που μοιάζει με τη συμπίεση μιας περιοχής ενός ελατηρίου. Τα ηλεκτρόνια λόγω των φορτίων χώρου εκτελούν ταλαντώσεις, η (κυκλική) συχνότητα ω των οποίων συνδέεται με τον αξονικό κυματάριθμο k μέσω της σχέσης:

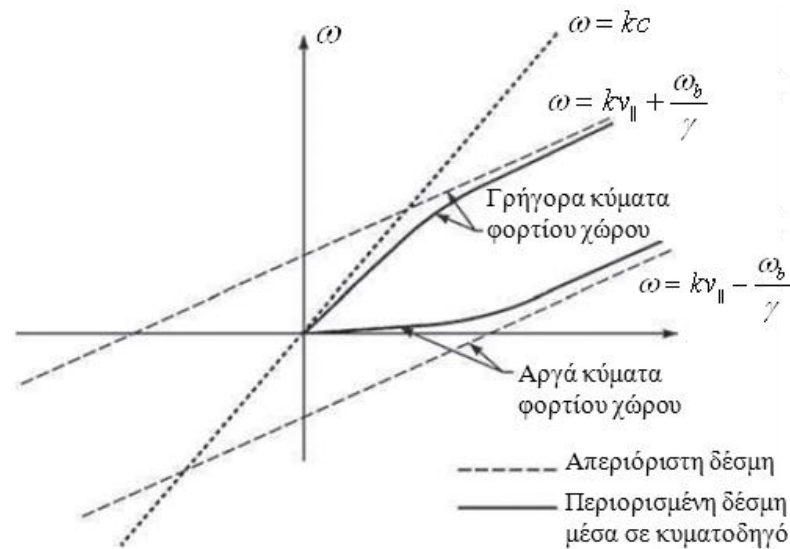
$$\omega = kv_{\parallel} \pm \frac{\omega_b}{\gamma} \quad (1.1)$$

όπου $\omega_b = n_b e^2 / \epsilon_0 m \gamma_b^{1/2}$ η συχνότητα πλάσματος για μια δέσμη ηλεκτρονίων πυκνότητας n_b , αξονικής ταχύτητας v_{\parallel} και εγκάρσιας ταχύτητας v_{\perp} , $\gamma_b = 1 - v_{\parallel}^2 / c^2$ ^{-1/2} και $\gamma = 1 - v_{\parallel}^2 / c^2 - v_{\perp}^2 / c^2$ ^{-1/2} ο σχετικιστικός παράγοντας. Οι ταλαντώσεις αυτές έχουν δύο διαφορετικές συχνότητες και διαδίδονται παράλληλα με τη δέσμη με φασικές ταχύτητες τέτοιες ώστε να διακρίνονται σε γρήγορα και σε αργά κύματα φορτίου χώρου, ανάλογα με το πρόσημο «+» και «-» της εξίσωσης (1.1) [5]. Προφανώς η σχέση (1.1) δεν συμπεριλαμβάνει πραγματικές (ακτινικές) οριακές συνθήκες και τροποποιείται σημαντικά, όταν ληφθούν υπόψη οι γεωμετρικοί παράγοντες της διάταξης [6]. Η τροποποίηση της (1.1), όταν η δέσμη περιοριστεί μέσα σε ένα κυματοδηγό, παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.4, όπου οι καμπύλες διασποράς των γρήγορων και αργών κυμάτων φορτίου χώρου στη δέσμη είναι μετατοπισμένες πάνω και κάτω από την ονομαζόμενη ευθεία της δέσμης:

$$\omega = kv_{\parallel} \quad (1.2)$$



Σχήμα 1.3: (α) Ομοιόμορφη και (β) πακετοποιημένη δέσμη ηλεκτρονίων.



Σχήμα 1.4: Αναπαράσταση των κυμάτων φορτίου χώρου στο επίπεδο $\omega - k$ για μια μη περιορισμένη δέσμη (διακεκομμένη γραμμή) και για μια δέσμη μέσα σε κυματοδηγό (συμπαγής γραμμή).

Αν και από τη σχέση (1.1) προκύπτει ότι για $k = 0$ ένα κύμα μπορεί να έχει φασική ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός, στην περιορισμένη δέσμη η ταχύτητα φάσης των κυμάτων φορτίων χώρου είναι πάντα μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός [7], όπως είναι προφανές από το Σχήμα 1.4. Τα μικροκύματα δημιουργούνται λόγω συντονισμού των ρυθμών της διάταξης και των ταλαντώσεων των ηλεκτρονίων, ενώ το κύμα πρέπει να έχει περίπου την ίδια ταχύτητα φάσης ω/k με αυτή των ηλεκτρονίων, ώστε να οδεύουν μαζί κατά μήκος του άξονα της διάταξης. Συνεπώς, η παραγόμενη μικροκυματική ισχύς έχει συχνότητα ω και αξονικό κυματάριθμο k , που δίνονται από την τομή των καμπυλών των φορτίων χώρου και του ηλεκτρομαγνητικού ρυθμού της διάταξης.

Ωστόσο, όλες οι αλληλεπιδράσεις δεν είναι συντονισμοί, οι οποίοι να επιτρέπουν τη μεταφορά ενέργειας από τα ηλεκτρόνια στα μικροκύματα. Τέτοια μεταφορά ενέργειας συμβαίνει σε σημεία τομής των καμπυλών υποδεικνύοντας την ύπαρξη αστάθειας, η οποία λέγεται κύμα αρνητικής ενέργειας [8]. Ο χαρακτηρισμός αυτός προκύπτει από το γεγονός ότι ενώ η ολική ενέργεια του συζευγμένου συστήματος δέσμης και κύματος

είναι θετική, η ολική ενέργεια στην αρχική κατάσταση ισορροπίας (χωρίς ηλεκτρονικές ταλαντώσεις) είναι μεγαλύτερη από ότι είναι με την εμφάνιση των ταλαντώσεων. Δηλαδή, η ασταθής ηλεκτρονική ταλάντωση (αλληλεπίδραση Cherenkov) μειώνει την ολική ενέργεια του συστήματος και μπορεί να λάβει χώρα στην καμπύλη αργού κύματος φορτίου χώρου. Αντίθετα, δεν έχουμε μείωση της ενέργειας για ταλαντώσεις (ευσταθείς), οι οποίες λαμβάνουν χώρα στην καμπύλη γρήγορου κύματος φορτίου χώρου. Αυτές λέγονται κύματα θετικής ενέργειας και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή μικροκυμάτων [1].

Τα αργά κύματα φορτίου χώρου ($\omega/k < c$) δεν μπορούν να συζευχτούν με τους ρυθμούς του λείου κυματοδηγού για τους οποίους ισχύει $|\omega/k| > c$. Προκειμένου να επιτευχθεί η απαιτούμενη αλληλεπίδραση του κύματος φορτίου χώρου και ενός τέτοιου ρυθμού θα πρέπει η ταχύτητα φάσης του να μειωθεί κάτω από την ταχύτητα του φωτός στο κενό εισάγοντας στη διάταξη διηλεκτρικό υλικό, π.χ. ένα στέλεχος κατά μήκος του άξονα διάδοσης ή ένα περίβλημα στα τοιχώματα ή ακόμα ένα στρώμα πλάσματος με διαπερατότητα ϵ σημαντικά μεγαλύτερη από αυτή του κενού ϵ_0 , όπως συμβαίνει στα διηλεκτρικά maser Cherenkov (dielectric Cherenkov maser, DCM) [9]. Μια εναλλακτική λύση σε αυτό το πρόβλημα, είναι η εισαγωγή περιοδικότητας σε κάποια ιδιότητα του κυματοδηγού δημιουργώντας μια διάταξη αργών κυμάτων. Αυτή μπορεί να περιλαμβάνει την περιοδική φόρτωση του κυματοδηγού με κοιλότητες συντονισμού, ή την τοποθέτηση ενός ελικοειδούς σύρματος γύρω από το εσωτερικό τοίχωμα του κυματοδηγού, ή δημιουργώντας περιοδικότητα στην ακτίνα του κυματοδηγού. Η τοποθέτηση συντονιστών αζιμουθιακά στο τοίχωμα ενός κυματοδηγού αποτελεί την αρχή σχεδίασης της μάγνητρον [10], ενώ η διαμήκης μεταβολή της ακτίνας της διάταξης χρησιμοποιείται στα BWO [11] και TWT [12].

Τέτοιες διατάξεις αργών κυμάτων χρησιμοποιούνται σε πολλές μικροκυματικές εφαρμογές υψηλής ισχύος [13], π.χ. ο διάυλος δέσμης του γυροτρονίου. Ο διάυλος έχει συνήθως επιφανειακές ρυτιδώσεις, που περιέχουν διηλεκτρικό υλικό με απώλειες με σκοπό την καταπίεση των πρόωρων ταλαντώσεων που τυχόν αναπτυχθούν πριν την περιοχή αλληλεπίδρασης (κοιλότητα) του γυροτρονίου [14 - 16]. Οι ανεπιθύμητες αυτές ταλαντώσεις εμφανίζονται στην περιοχή του διαύλου, γιατί εκεί είναι ευνοϊκές οι συνθήκες, όμως στην ουσία υποβαθμίζουν την ποιότητα της δέσμης και κατ' επέκταση τη λειτουργία του γυροτρονίου. Όπως έχει ήδη αναφερθεί [14, 17 - 20], οι απώλειες του διηλεκτρικού υλικού των ρυτιδώσεων δεν είναι αρκετές για την εξασθένιση αυτών των ταλαντώσεων, οπότε στους στόχους της παρούσας διατριβής συμπεριλαμβάνεται και η προσπάθεια μελέτης και κατανόησης των συνθηκών ανάπτυξης των ταλαντώσεων αυτών με σκοπό την αποφυγή τους.

Μια άλλη δυνατότητα ανταλλαγής ενέργειας μεταξύ της δέσμης και των πεδίων της διάταξης είναι και η αλληλεπίδραση μέσω του κυκλοτρονικού συντονισμού παρουσία κατάλληλου αξονικού μαγνητικού πεδίου. Οι ρυθμοί αυτοί θα παρουσιαστούν αναλυτικότερα στη συνέχεια του κεφαλαίου.

1.3 Διατάξεις γρήγορου κύματος: Το γυροτρόνιο

Όσο αποδοτικές κι αν είναι οι διατάξεις αργού κύματος, καθώς αυξάνει η συχνότητα σε δεκάδες GHz εμφανίζουν περιορισμούς στα επίπεδα ισχύος που μπορούν να παράγουν. Αυτό συμβαίνει διότι η συχνότητα λειτουργίας τους καθορίζεται από τις εγκάρσιες γεωμετρικές διαστάσεις τους και συνεπώς η μείωση του μήκους κύματος συνεπάγεται ταυτόχρονη σμίκρυνση των διαστάσεών τους, η οποία οδηγεί σε μικρότερες

τιμές ρεύματος δέσμης και επομένως σε μικρότερες τιμές παραγόμενης μικροκυματικής ισχύος.

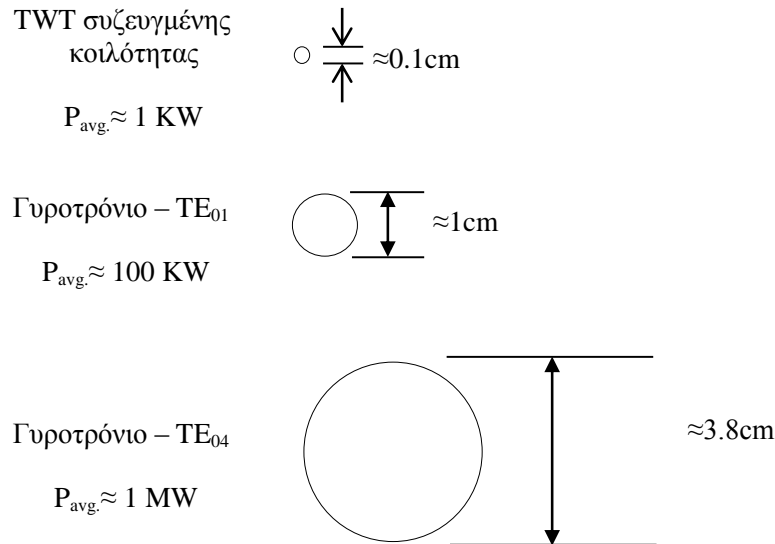
Από την άλλη πλευρά, στις διατάξεις γρήγορου κύματος, επειδή το κύμα που αλληλεπιδρά με την ηλεκτρονική δέσμη έχει φασική ταχύτητα μεγαλύτερη της ταχύτητας του φωτός, η περιοδικότητα δεν είναι πλέον απαραίτητη στο σύστημα. Ο περιορισμός της ισχύος μπορεί στην περίπτωση των γρήγορων κυμάτων να ξεπεραστεί χρησιμοποιώντας κοιλότητες και κυματοδηγούς που μπορούν να είναι πολύ μεγαλύτεροι από το μήκος κύματος σε εγκάρσιες διαστάσεις, εφόσον λειτουργούν σε υψηλής τάξης ρυθμό.

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του '60, σχεδόν όλες οι μικροκυματικές λυχνίες ήταν ενισχυτές και ταλαντωτές αργού κύματος και αυτό διότι η εισαγωγή της περιοδικότητας στην ηλεκτρονική δέσμη απαιτούσε πολύπλοκη διαδικασία για την εποχή. Παράλληλα, οι πρακτικές εφαρμογές των μικροκυματικών συσκευών απαιτούσαν σημαντικά μεγαλύτερη ισχύ. Νέες ιδέες προέκυψαν στα τέλη της δεκαετίας του '50 και στις αρχές της επόμενης. Τότε το ενδιαφέρον στράφηκε στις δέσμες με καμπυλόγραμμη τροχιά ηλεκτρονίων, γιατί ένα φορτισμένο σωματίδιο, του οποίου η τροχιά έχει μη μηδενική καμπυλότητα, ακτινοβολεί για οποιαδήποτε σχέση ανάμεσα στην ταχύτητά του και στην ταχύτητα φάσης του κύματος σε δεδομένο μέσο. Είναι γνωστό ότι αν η τροχιά ενός σωματιδίου είναι περιοδική σε ένα ομοιόμορφο μέσο, η ακτινοβολία του θα είναι επίσης περιοδική στο χρόνο, επιτρέποντας τη σύγχρονη αλληλεπίδραση μεταξύ της δέσμης και του γρήγορου κύματος. Αυτό όμως δεν είναι αρκετό. Θα πρέπει αρχικά η ακτινοβολία των ηλεκτρονίων να είναι σύμφωνη ώστε να έχει αξία η αλληλεπίδραση, και δεύτερον θα πρέπει να εισαχθεί η χωρική περιοδικότητα στην τροχιά της δέσμης [21].

Δύο ιδέες, οι οποίες προτάθηκαν ταυτόχρονα και ανεξάρτητα από τους Garonov στη Σοβιετική Ένωση το 1959 [22], Schneider στην Αμερική το 1959 [23], Twiss στην Αυστραλία το 1958 [24], και Zheleznyakov στη Σοβιετική Ένωση το 1960 [25], αποδείχθηκαν καθοριστικές για τη συνέχεια. Πρόκειται για την ανακάλυψη του μηχανισμού της εξαναγκασμένης ακτινοβολίας μέσω καμπυλόγραμμων σχετικιστικών ηλεκτρονικών δεσμών ως ένα σύνολο ασύγχρονων (μη αρμονικών) κλασικών ταλαντωτών ηλεκτρονίων και τη διαμόρφωση περιοδικών τροχιών των ηλεκτρονίων σε ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο [26 - 27].

Η ανάγκη συντονισμού είχε σαν αποτέλεσμα η συχνότητα λειτουργίας του συστήματος να καθορίζεται από τη περιοδικότητα της δέσμης, η οποία όμως δεν επηρεάζεται από τις διαστάσεις του συστήματος. Η χρήση γρήγορων κυμάτων επιτρέπει την τοποθέτηση της δέσμης οπουδήποτε μέσα στη διάταξη. Η αύξηση της εγκάρσιας διατομής και ταυτόχρονα της μικροκυματικής ισχύος με χρήση υψηλότερης τάξης ρυθμούς παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.5.

Ηλεκτρόνια, τα οποία κινούνται σε χωρικά περιοδικά μαγνητικά πεδία, εμφανίζουν παρόμοιες ιδιότητες συντονισμού. Η παραγόμενη ακτινοβολία από υπερσχετικιστικά ηλεκτρόνια σε χωρικά περιοδικό μαγνητικό πεδίο αποτελεί τη βάση των ηλεκτρονικών λυχνιών γρήγορου κύματος αλληλεπίδρασης κυματοειδούς δέσμης (undulated beam interaction electron tubes, Ubitrons) [7]. Στις λυχνίες αυτές ανήκουν τα laser και maser ελευθέρων ηλεκτρονίων (free electron lasers/maser, FEL/FEM).



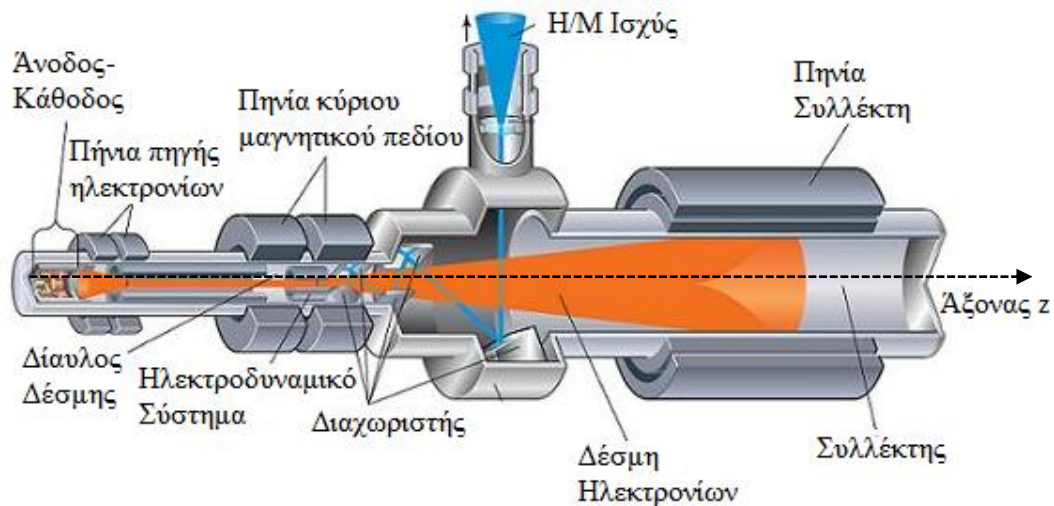
Σχήμα 1.5: Σχετικό μέγεθος του διαύλου δέσμης ηλεκτρονίων σε ένα συζευγμένης κοιλότητας TWT και σε δύο γυροτρόνια που λειτουργούν στα 35 GHz.

Οι συσκευές, οι οποίες βασίζονται στην εξαναγκασμένη ακτινοβολία των κλασικών ταλαντωτών ηλεκτρονίου, ονομάζονται γυροδιατάξεις ή κλασικά ηλεκτρονικά maser (classical electron masers, CEMs). Σε αυτές ανήκουν τα ηλεκτρονικά κυκλοτρονικά maser (electron cyclotron maser, ECM) [28] ή maser κυκλοτρονικού συντονισμού (cyclotron resonance maser, CRM) και τα πηνίοτρα (peniotrons) [29]. Οι διατάξεις αυτές χρησιμοποιούν εξαναγκασμένη ταλάντωση ηλεκτρονίων σε ισχυρό μόνιμο μαγνητικό πεδίο κατά τον άξονα της διάταξης. Τα ηλεκτρόνια της δέσμης των ECM και των πηνίοτρων ακολουθούν ελικοειδείς τροχιές κατά τον άξονα διεύθυνσης του μαγνητικού πεδίου εκτελώντας περιοδική κυκλοτρονική κίνηση. Τα πηνίοτρα χαρακτηρίζονται από ένα μηχανισμό μεταφοράς ενέργειας, ο οποίος διαφέρει από αυτόν της αλληλεπίδρασης ECM σε δύο σημεία. Πρώτον, στα πηνίοτρα τα σχετικιστικά φαινόμενα δεν παίζουν πρωταρχικό ρόλο σε αντίθεση με τα ECM, όπου η αλληλεπίδραση βασίζεται σε αυτά, και δεύτερον, ενώ στα πηνίοτρα η εγκάρσια ανομοιογένεια του υψίσυχνου πεδίου είναι απαραίτητη, στα ECM δεν είναι πάντα.

Μια ξεχωριστή θέση στα ECM ανήκει στα γυροτρόνια, με το μεγαλύτερο ενδιαφέρον μέχρι πρόσφατα να το έχει συγκεντρώσει ο συμβατικός ταλαντωτής γυροτρονίου, το γνωστό γυρομονοτρόνιο (gyromonotron) [30], το οποίο εμφανίζει κοιλότητα τροποποιημένου κυλινδρικού κυματοδηγού με ανοιχτά άκρα, στην οποία το κυματικό διάνυσμα της ακτινοβολίας είναι εγκάρσιο στη διεύθυνση του εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου, παράγοντας ακτινοβολία κοντά στην ηλεκτρονική κυκλοτρονική συχνότητα και στις αρμονικές της. Σήμερα, το γυρομονοτρόνιο και οι παραλλαγές του [7], η γυροκλύστον (gyroklystron), η γυρολυχνία οδεύοντος κύματος (gyroTWT), ο γυροταλαντωτής κύματος οπισθοσκέδασης (gyroBWO) και τα κυκλοτρονικά αυτοσυντονιζόμενα maser (cyclotron autoresonance masers), τα οποία συμπληρώνουν την κατηγορία των ECM, γεφυρώνουν το κενό μεταξύ των διατάξεων αργού κύματος και των laser και είναι κατάλληλα για την παραγωγή υψηλής ισχύος με μεγάλη απόδοση καθιστώντας αυτά ως τις σημαντικότερες πηγές παλμικής και συνεχούς λειτουργίας ταλαντωτών και ενισχυτών στην περιοχή των χιλιοστών.

Τα γυροτρόνια ήταν τα πρώτα ECM, που έτυχαν σημαντική ανάπτυξη λόγω της ανακάλυψης μιας πηγής εκπομπής ηλεκτρονίων τύπου μάγνητρον (magnetron injection gun, MIG) στη Ρωσία το 1970, η οποία παρείχε ηλεκτρονικές δέσμες με την απαραίτητη ενέργεια και με χαμηλή διασπορά (spread) της εγκάρσιας ταχύτητας στην περιοχή της αλληλεπίδρασης της διάταξης, αυξάνοντας ταυτόχρονα την απόδοση με κατάλληλη προσαρμογή της κατανομής του ηλεκτρικού πεδίου στον ταλαντωτή [30 - 32]. Σήμερα η ανάπτυξη των γυροτρονίων συνεχίζεται και εστιάζεται σε δύο κύριες κατευθύνσεις: τις εφαρμογές υψηλής ισχύος και τις εφαρμογές μέσου επίπεδου ισχύος. Όλες οι δυνατές εφαρμογές των ταλαντωτών γυροτρονίου και γενικότερα των γυροδιατάξεων παρουσιάζονται σε διάφορες εργασίες [7, 21, 33 - 35], ενώ οι σημερινές επιδόσεις τους καταγράφονται στις αναφορές [36, 37]. Τα γυροτρόνια υψηλής ισχύος και υψηλής συχνότητας (GHz-THz) χρησιμοποιούνται ως πηγές ισχύος στη θέρμανση του πλάσματος μέσω ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού συντονισμού (ECRH), στην ηλεκτρονική κυκλοτρονική όδευση ρεύματος (ECCD), στον έλεγχο ασταθειών του πλάσματος και στις διάφορες διαγνωστικές διατάξεις των αντιδραστήρων tokamak που σκοπό έχουν την παραγωγή ενέργειας με ελεγχόμενη θερμοπυρηνική σύντηξη. Από την άλλη πλευρά, τα γυροτρόνια μέσης ισχύος και χιλιοστομετρικής και υποχιλιοστομετρικής συχνότητας χρησιμοποιούνται σε ραντάρ, στη συμπύκνωση των κεραμικών με θέρμανση (ceramic sintering), στη μέτρηση της σκέδασης του πλάσματος, σε στρατιωτικές εφαρμογές και σε πιο πρόσφατες εφαρμογές στην ιατρική μέσω του συντονισμού ηλεκτρονικής περιστροφής (electron spin resonance, ESR) και του πυρηνικού μαγνητικού συντονισμού (nuclear magnetic resonance, NMR).

1.3.1 Αρχές λειτουργίας των διατάξεων γρήγορου κύματος

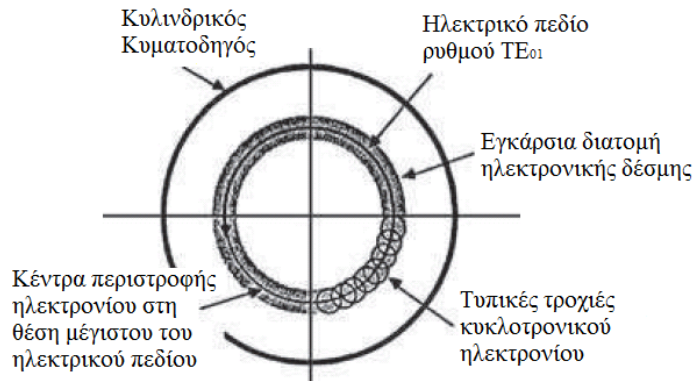


Σχήμα 1.6: Σχηματικό διάγραμμα τυπικής γεωμετρίας μικροκυματικής λυχνίας γρήγορου κύματος.

Η δομή των διατάξεων γρήγορου κύματος ακολουθεί την τυπική μορφή μιας μικροκυματικής λυχνίας [38], στην οποία όμως υπάρχουν πηνία απαραίτητα για τη δημιουργία του μαγνητικού πεδίου για την καμπυλόγραμμη κίνηση των ηλεκτρονίων εγκάρσια στη διεύθυνση διάδοσης της δέσμης. Όπως παρατηρούμε από το Σχήμα 1.6, τα βασικά μέρη της διάταξης είναι η πηγή των ηλεκτρονίων, τα πηνία του μαγνητικού πεδίου, ο διάυλος, το ηλεκτροδυναμικό σύστημα ή περιοχή αλληλεπίδρασης, ο

διαχωριστής της ηλεκτρομαγνητικής ισχύος από τη δέσμη, η περιοχή εξαγωγής της δέσμης και ο συλλέκτης. Παρόλα αυτά υπάρχουν διατάξεις, οι οποίες δεν έχουν όλα τα παραπάνω μέρη ή κάποιο από αυτά υπάρχει περισσότερες από μία φορές. Επίσης, στο σχήμα αυτό η εξαγωγή της μικροκυματικής ισχύος γίνεται εγκάρσια, ενώ υπάρχουν διατάξεις στις οποίες η εξαγωγή είναι διαμήκης (συνηθισμένη διαδικασία στο παρελθόν λόγω απλότητας), οπότε ο διαχωριστής δεν χρησιμοποιείται.

Καθώς η δέσμη κινείται από την κάθοδο της πηγής προς την άνοδο, συμπιέζεται αδιαβατικά από ένα αργά αυξανόμενο μαγνητικό πεδίο, οδηγώντας σε αύξηση της εγκάρσιας ταχύτητας της δέσμης λόγω της διατήρησης της μαγνητικής ροπής. Ως εκ τούτου επιτυγχάνεται ο απαραίτητος λόγος ταχυτήτων (pitch angle) $\alpha = v_{\perp}/v_{\parallel}$ κατά την είσοδο των ηλεκτρονίων στην περιοχή αλληλεπίδρασης (ηλεκτροδυναμικό σύστημα). Στην περιοχή αυτή, η κίνηση της ηλεκτρονικής δέσμης αποτελεί συνισταμένη της μετατόπισης κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου με ταχύτητα v_{\parallel} , μιας αργής περιστροφικής κίνησης της δέσμης γύρω από το μαγνητικό άξονα του συστήματος λόγω της μετατόπισης $\mathbf{E} \times \mathbf{B}_0$, η οποία σχετίζεται και με το ακτινικό ηλεκτρικό (ιδιο-)πεδίο της δέσμης, και την περιστροφή Larmor κάθε ηλεκτρονίου με εγκάρσια ταχύτητα v_{\perp} γύρω από το κέντρο περιστροφής του (Σχήμα 1.7).



Σχήμα 1.7: Εγκάρσια διατομή ηλεκτρονικής δέσμης η οποία παρουσιάζει τις τροχιές του ηλεκτρονίου μέσα στο γυροτρόνιο [40].

Το ελάχιστο πάχος της δέσμης είναι η ακτίνα Larmor των ηλεκτρονίων,

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \quad (1.3)$$

όπου ω_c είναι η ηλεκτρονική κυκλοτρονική συχνότητα των σχετικιστικών ηλεκτρονίων, τα οποία περιστρέφονται υπό την επίδραση του εξωτερικού αξονικού μαγνητικού πεδίου $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}}$ με $B_0 > 0$,

$$\omega_c = \frac{eB_0}{m\gamma} \quad (1.4)$$

$\gamma = 1/\sqrt{1 - \mathbf{v}^2/c^2}$ ο σχετικιστικός παράγοντας λαμβάνοντας υπόψη την ολική ταχύτητα των ηλεκτρονίων $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{v}_{\parallel}$, e το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου και m η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου. Στις περισσότερες περιπτώσεις, κατά την αλληλεπίδραση

συντονισμού των ECM γίνεται σύζευξη μεταξύ των TE ρυθμών της περιοχής της αλληλεπίδρασης με τη γρήγορη περιστροφή των ηλεκτρονίων. Η αλληλεπίδραση με TM ρυθμούς είναι επίσης εφικτή, όμως η σύζευξή τους είναι μικρότερη κατά τον παράγοντα $(v_{\parallel}/c)^2$ σε σχέση με αυτή των TE ρυθμών, με αποτέλεσμα τέτοιες αλληλεπιδράσεις στις ασθενώς σχετικιστικές διατάξεις να είναι αμελητέες. Σημειώνεται ότι ένα σχετικιστικό γυροτρόνιο TM ρυθμού έχει κατασκευαστεί, το οποίο χρησιμοποιεί έναν ειδικό συντονιστή με ενισχυμένο συντελεστή ποιότητας Q για το ρυθμό λειτουργίας [39].

Το ηλεκτρικό πεδίο ενός κύματος μικρού πλάτους, που αλληλεπιδρά με τα ηλεκτρόνια μέσω σύμφωνης ακτινοβολίας, λαμβάνει ενέργεια από αυτά πακετοποιώντας τα ως προς τη φάση γυροπεριστροφής τους με αποτέλεσμα αυτό να ενισχύεται. Ένα σύνολο σχετικιστικών ηλεκτρονίων, που περιστρέφεται γύρω από το μόνιμο μαγνητικό πεδίο, πακετοποιείται εξαιτίας της εξάρτησης της σχετικιστικής μάζας των ηλεκτρονίων από τη συχνότητα γυροπεριστροφής. Η πακετοποίηση επιτυγχάνεται με τη μείωση της σχετικιστικής τους μάζας καθώς μειώνεται η ενέργεια τους και συνεπώς αύξηση της σχετικιστικής κυκλοτρονικής συχνότητας των ηλεκτρονίων, που πλέον περιστρέφονται πιο γρήγορα. Για να υπάρχει αποτελεσματική πακετοποίηση της δέσμης απαιτείται αυτή να έχει υψηλή ποιότητα. Αυτό μεταφράζεται σε δύο παραμέτρους: το λόγο εγκάρσια προς διαμήκη ταχύτητα της ηλεκτρονικής δέσμης α και τη διασπορά της εγκάρσιας ταχύτητας $\delta\beta_{\perp}$.

1.3.2 Ηλεκτρονικός κυκλοτρονικός συντονισμός

Η αλληλεπίδραση ανάμεσα στην ηλεκτρονική δέσμη και το υψίσυχο πεδίο γίνεται στην περιοχή της αλληλεπίδρασης, όπου ηλεκτρομαγνητικοί ρυθμοί μπορούν να αναπτυχθούν ανάλογα με τις διαστάσεις της περιοχής, και η σχεδίαση της γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να διεγείρεται κατάλληλα ο επιθυμητός ρυθμός λειτουργίας. Ο ρυθμός αυτός, και πιο συγκεκριμένα η εγκάρσια συνιστώσα του, αλληλεπιδρά με την περιστρεφόμενη ηλεκτρονική δέσμη μετατρέποντας ένα μεγάλο μέρος της εγκάρσιας κινητικής ενέργειας της δέσμης σε υψίσυχη ισχύ. Τα ηλεκτρόνια της δέσμης θα πρέπει να έχουν ισχυρή εγκάρσια συνιστώσα ταχύτητας v_{\perp} μαζί με τη διαμήκη v_{\parallel} καθώς φτάνουν στην περιοχή της αλληλεπίδρασης.

Με σκοπό να έχουμε καθαρή ροή ενέργειας από την εγκάρσια κίνηση των ηλεκτρονίων στο ηλεκτρομαγνητικό κύμα θα πρέπει η πακετοποίηση στη φάση να γίνει στα πλαίσια της κυκλοτρονικής τροχιάς των ηλεκτρονίων. Για να επιτευχθεί ένας τέτοιος μηχανισμός θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη συντονισμού ανάμεσα στην περιοδική κίνηση των ηλεκτρονίων και το ηλεκτρομαγνητικό κύμα [33, 41, 42]:

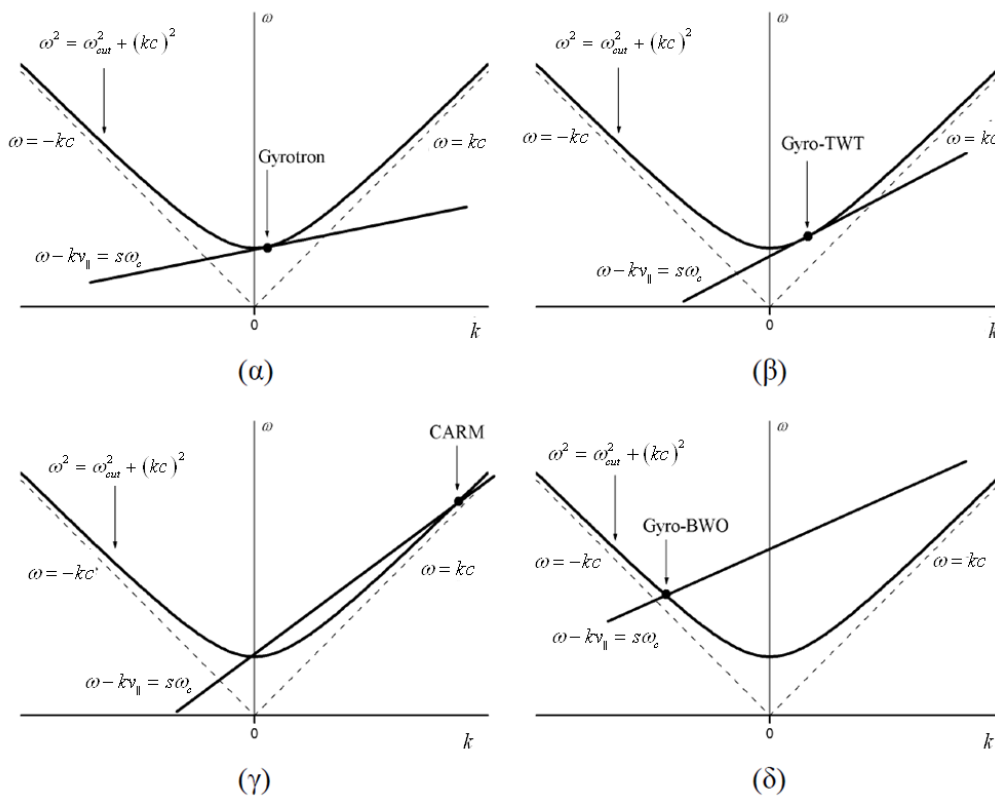
$$\omega - kv_{\parallel} = s\omega_c, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (1.5)$$

όπου ω είναι η (κυκλική) συχνότητα, k ο αξονικός κυματάριθμος και s είναι η (αρμονική) τάξη της αλληλεπίδρασης. Η συχνότητα λειτουργίας αντιστοιχεί σε γρήγορα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τα οποία αναπτύσσονται για παράδειγμα στους κυματοδηγούς με λεία αγωγή τοιχώματα και η συνθήκη συντονισμού τους ικανοποιείται μόνο για θετικές τιμές του αρμονικού αριθμού (γρήγορα κυκλοτρονικά κύματα). Η σχέση διασποράς του γρήγορου κύματος με συχνότητα αποκοπής ω_{cut} μέσα στο λείο κυματοδηγό είναι:

$$\omega^2 = \omega_{cut}^2 + k^2 c^2 \quad (1.6)$$

Καθώς η ηλεκτρονική δέσμη κινείται υπό την επίδραση πολύ υψηλού δυναμικού, η σχετικιστική επίδραση παίζει σημαντικό ρόλο στο μηχανισμό αλληλεπίδρασης δέσμης και κύματος. Επίσης, λόγω της πολύ μεγάλης ενέργειας της ηλεκτρονικής δέσμης και κατ' επέκταση της πολύ υψηλής ταχύτητας, λαμβάνει χώρα ένα είδος συχνοτικής μετατόπισης kn_{\parallel} στο υψίσυχο πεδίο λόγω της σχετικιστικής επίδρασης Doppler. Στην ουσία, το φορτίο χώρου της δέσμης και η μη μηδενική εγκάρσια ταχύτητα χωρίζουν το κυκλοτρονικό κύμα σε κύματα θετικής και αρνητικής ενέργειας (όπως το φορτίο χώρου χωρίζει την ευθεία της δέσμης στις λυχνίες αργού κύματος), με το κύμα υψηλότερης συχνότητας να είναι το κύμα αρνητικής ενέργειας, το οποίο αλληλεπιδρά με το ρυθμό της περιοχής αλληλεπίδρασης δημιουργώντας μικροκύματα. Έτσι, η συνεισφορά των ηλεκτρονίων αυξάνει την παραγόμενη συχνότητα λίγο πάνω από την προσεγγιστική τιμή της σχέσης (1.5). Να σημειωθεί ότι στις λυχνίες αργού κύματος, η συνθήκη συντονισμού $\omega - kn_{\parallel} \approx 0$ είναι ανεξάρτητη από το εξωτερικά επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο.

Το σημείο τομής μεταξύ του γρήγορου κυκλοτρονικού κύματος της (1.5) και του λείου κυματοδηγού της περιοχής αλληλεπίδρασης (1.6) στο επίπεδο $\omega - k$ καθορίζει τον τύπο της διάταξης ECM. Παραδείγματα ορισμένων τέτοιων αλληλεπιδράσεων δίνονται στο Σχήμα 1.8, όπου διακρίνουμε τρεις διατάξεις (α, β και γ), στις οποίες η ταχύτητα ομάδας είναι θετική στο σημείο της αλληλεπίδρασης (πρόσθιο κύμα).



Σχήμα 1.8: Σημείο τομής της καμπύλης διασποράς του γρήγορου κύματος (1.6) με την ευθεία συντονισμού (1.5) (α) του γυροτρονίου (gyrotron), (β) της γυρο-λυχνίας οδεύοντος κύματος (gyro-TWT), (γ) του maser κυκλοτρονικού αυτοσυντονισμού (CARM) και δ) του γυροταλαντωτή κύματος οπισθοσκέδασης (gyro-BWO) στο επίπεδο $\omega - k$.

Ειδικότερα, στα γυροτρόνια (Σχήμα 1.8(α)) η περιοχή αλληλεπίδρασης (κοιλότητα) είναι σχεδιασμένη να λειτουργεί κοντά στην αποκοπή ($\omega \gg ck$ και

$k_{\perp} \gg k_{\parallel}$), οπότε η επίδραση Doppler είναι πολύ μικρότερη από τη συχνότητα ακτινοβολίας, με αποτέλεσμα η εξίσωση (1.5) να λαμβάνει τη μορφή:

$$\omega \cong s\omega_c, \quad s = 1, 2, \dots \quad (1.7)$$

Στο ίδιο σχήμα, εκτός από την καμπύλη διασποράς της κοιλότητας και την ευθεία του κυκλοτρονικού συντονισμού έχουν σχεδιαστεί και οι ευθείες $\omega = \pm ck$. Η εξίσωση (1.7) δηλώνει ότι, σε αντίθεση με τις διατάξεις αργού κύματος, στο γυροτρόνιο η συχνότητα λειτουργίας καθορίζεται από την κυκλοτρονική συχνότητα και τις αρμονικές της, και κατ' επέκταση από την τιμή του εξωτερικά εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου. Ανάλογα με την τιμή του s το γυροτρόνιο λέγεται είτε θεμελιώδους κυκλοτρονικής συχνότητας αν $s = 1$, είτε αρμονικό γυροτρόνιο για $s \geq 2$. Υπάρχουν και γυροτρόνια όπου χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα δυο τιμές της αρμονικής (co – harmonic gyrotrons) [43].

Η μέγιστη δυνατή αλληλεπίδραση επιτυγχάνεται όταν η ταχύτητα μετατόπισης της ηλεκτρονικής δέσμης είναι σχεδόν ίση με την ταχύτητα ομάδας του ρυθμού. Επιπλέον, μια ηλεκτρονική δέσμη θα ήταν προτιμότερο να έχει μεγάλη κινητική ενέργεια ώστε να οδηγεί σε περισσότερη παραγόμενη ηλεκτρομαγνητική ισχύ. Όμως, μια τέτοια επιλογή θα είχε σαν αποτέλεσμα τη μείωση της συχνότητας λειτουργίας του γυροτρονίου (1.7) και ταυτόχρονη απότομη μεταβολή της ενέργειας των ηλεκτρονίων με αποτέλεσμα να σταματά πολύ γρήγορα ο συντονισμός. Συνεπώς, οι δέσμες που χρησιμοποιούνται στα γυροτρόνια είναι ήπια σχετικιστικές με $\gamma < 1.2$ (κινητική ενέργεια μικρότερη των 100 keV). Η συνθήκη συντονισμού του γυροτρονίου (1.7) δείχνει ότι, όταν η δέσμη που χρησιμοποιείται είναι ήπια σχετικιστική, η συχνότητα λειτουργίας εξαρτάται κυρίως από την τιμή του εξωτερικά εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου B_0 . Συνεπώς, η λειτουργία σε υψηλότερες κυκλοτρονικές αρμονικές s μειώνει το απαιτούμενο μαγνητικό πεδίο μιας και για την ίδια συχνότητα λειτουργίας θα απαιτείται μικρότερο B_0 .

Η μέγιστη απόδοση της αλληλεπίδρασης επιτυγχάνεται σε συχνότητα λίγο μικρότερη από την κυκλοτρονική, δηλαδή όταν η ευθεία της δέσμης είναι λίγο χαμηλότερα από αυτή που απεικονίζεται στο Σχήμα 1.8(α). Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι καθώς τα ηλεκτρόνια χάνουν ενέργεια, η κυκλοτρονική τους συχνότητα αυξάνεται με αποτέλεσμα να πλησιάζει πιο κοντά στη συνθήκη συντονισμού και επομένως να χάνουν ολοένα και περισσότερη ενέργεια. Είναι επίσης γνωστό ότι κατά την αλληλεπίδραση της δέσμης με το ρυθμό TE, αυτός έχει μόνο αζιμουθιακή συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου, και επιπλέον στην περίπτωση των γυροτρονίων, όπου η αλληλεπίδραση γίνεται κοντά στην αποκοπή, το μαγνητικό πεδίο του υψίσυχνου κύματος είναι αμελητέο στο εγκάρσιο επίπεδο. Στα γυροτρόνια η μέγιστη απόδοση δίνεται από την προσεγγιστική σχέση:

$$\eta_{\max} \cong \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} \quad (1.8)$$

Προκύπτει λοιπόν πως όσο μεγαλύτερη είναι η εγκάρσια ταχύτητα τόσο μεγαλύτερη αποδοτικότητα μπορεί να επιτευχθεί. Η αύξηση αυτή όμως στην πράξη περιορίζεται από την ταυτόχρονη μείωση της ποιότητας της δέσμης, καταλήγοντας σε τιμές $\alpha < 1.5$ [37, 44]. Πέραν αυτού, θα πρέπει οι διαστάσεις της κοιλότητας καθώς και η τιμή της εγκάρσιας ταχύτητας να επιλεγούν με τέτοιο τρόπο ώστε να αποφευχθούν φαινόμενα υπερ-πακετοποίησης (over bunching), που θα μηδενίσουν την κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων νωρίς, καταλήγοντας αυτά να ξαναεπιταχυνθούν και να ξανακερδίσουν την ενέργεια τους από το υψίσυχνο πεδίο.

Σε μεγάλες ενέργειες ηλεκτρονίων (> 100 keV) με μεγάλη αξονική ταχύτητα v_{\parallel} και μακριά από την αποκοπή, η αλληλεπίδραση αντιστοιχεί στην περίπτωση των CARM (Σχήμα 1.8(γ)), με αποτέλεσμα η μέση απώλεια ενέργειας να είναι συγκρίσιμη με την αρχική ενέργεια των ηλεκτρονίων οδηγώντας σε πολύ μεγάλη αλλαγή της γυροσυχνότητας. Παρόλα αυτά ο συντονισμός συνεχίζει να λαμβάνει χώρα σε αντίθεση με τα γυροτρόνια. Για την περίπτωση $s = 1$ στη συνθήκη συντονισμού (1.5) μπορούμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά της διασποράς του κυκλοτρονικού κύματος καθώς χάνει ενέργεια. Η χρονική παράγωγος της συνθήκης συντονισμού $d\omega/dt$ ορίζει το χρονικό ρυθμό αλλαγής της συχνότητας συντονισμού, καθώς η ενέργεια μεταφέρεται από τα ηλεκτρόνια στο υψίσυχο κύμα. Εφόσον ο συντονισμός συνεχίζεται, το $d\omega/dt$ θα τείνει στο μηδέν. Αυτό συμβαίνει καθώς η ταχύτητα φάσης τείνει στην ταχύτητα του φωτός. Καθώς τα ηλεκτρόνια χάνουν ενέργεια, η μείωση του όρου kv_{\parallel} (επιβράδυνση) συνοδεύεται με ταυτόχρονη αύξηση της γυροσυχνότητας. Συνεπώς, τα ηλεκτρόνια μένουν σε κατάσταση συντονισμού ακόμη και αν προσδίδουν ενέργεια στο κύμα, όταν η ταχύτητα φάσης τους είναι κοντά στην ταχύτητα του φωτός. Έτσι, όταν επιτευχθεί συντονισμός, αυτός θα συνεχίζει καθόλη την αλληλεπίδραση (θεωρητικά μέχρι το μηδενισμό της κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων). Αυτό το φαινόμενο λέγεται αυτοσυντονισμός και κατά τη διάρκεια του η καμπύλη διασποράς του γρήγορου κυκλοτρονικού κύματος αλλάζει διατηρώντας τη συχνότητα λειτουργίας σταθερή (ω_c και v_{\parallel} μεταβάλλονται). Σε σύγκριση με το γυροτρόνιο υπάρχει μια έντονη μετατόπιση συχνότητας Doppler της τάξης του $\omega \approx \gamma^2 \omega_c$, απαιτώντας αρκετά μικρότερο B_0 για δεδομένη συχνότητα.

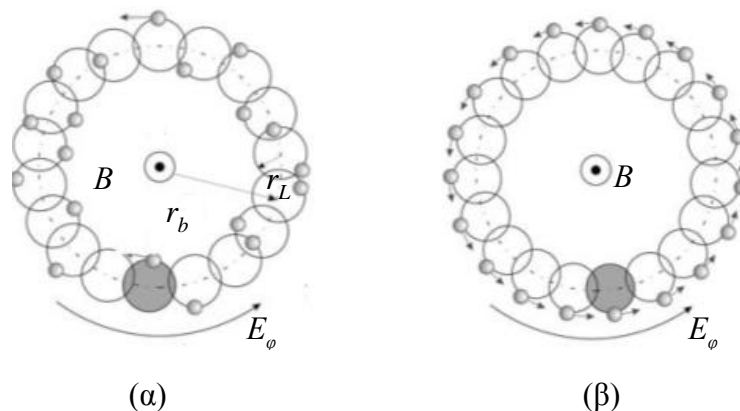
Η γυρολυχνία οδεύοντος κύματος (gyro-TWT) (Σχήμα 1.8(β)) εμφανίζει επίσης συντονισμό μακριά από την αποκοπή. Η διαφορά της από τη λυχνία CARM έγκειται στον τρόπο λειτουργίας, καθώς χρειάζεται μέτρια σχετικιστική δέσμη για την αλληλεπίδραση με το γρήγορο κύμα της διάταξης στο σημείο της καμπύλης διασποράς του, όπου η ευθεία της δέσμης είναι εφαπτομενική με αυτή. Αυτό αντιστοιχεί σε μεγάλη απόδοση και απολαβή, διότι η ταχύτητα φάσης των δύο ρυθμών είναι σχεδόν ίδιες και η ταχύτητα ομάδας του ρυθμού του κυματοδηγού είναι σχεδόν ίση με την ταχύτητα μετατόπισης. Στην περίπτωση του gyro-TWT, όπου $\omega/k \gg c$, η μετατόπιση Doppler είναι μικρή. Οι δυο τελευταίες διατάξεις λόγω της επίδρασης Doppler έχουν τη δυνατότητα λειτουργίας σε συνθήκες μεγαλύτερης ενέργειας και συχνότητας σε σχέση με το γυροτρόνιο. Παρόλα αυτά η διασπορά της αξονικής ταχύτητας της δέσμης επηρεάζει σημαντικά τη λειτουργία της διάταξης, με αποτέλεσμα η απόδοσή της να περιορίζεται [45].

Όταν η ηλεκτρονική δέσμη ή το μαγνητικό πεδίο μεταβληθούν ώστε η ευθεία του γρήγορου κύματος της δέσμης να τέμνει την καμπύλη της σχέσης διασποράς του ρυθμού σε αρνητικές τιμές του αξονικού κυματάριθμου k , όπως συμβαίνει στο Σχήμα 1.8(δ), τότε η δέσμη αλληλεπιδρά με ένα κύμα οπισθοσκέδασης και η διάταξη ονομάζεται γυρο-ταλαντωτής κύματος οπισθοσκέδασης (επιστροφής) (gyro-BWO). Η διάταξη αυτή, εκτός από την ευαισθησία της ως προς τη διασπορά της v_{\parallel} , παρουσιάζει και μείωση της συχνότητας λειτουργίας της όσο πιο έντονη είναι η επίδραση Doppler.

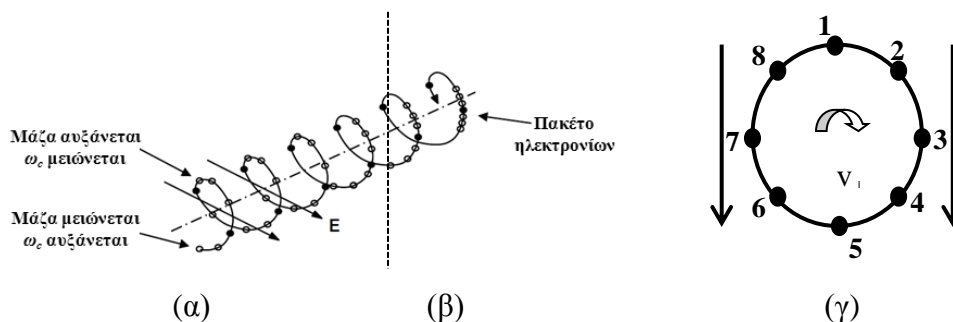
1.3.3 Φυσικός μηχανισμός ανταλλαγής ενέργειας

Τα ηλεκτρόνια, καθώς εισέρχονται στην περιοχή της αλληλεπίδρασης, είναι κατανομημένα σε τυχαία φάση στις τροχιές τους, όπως φαίνεται στα Σχήματα 1.9(α) (εγκάρσια τομή της ηλεκτρονικής δέσμης) και 1.10(α) (πλάγια τομή της ηλεκτρονικής δέσμης). Η ικανοποίηση της συνθήκης συντονισμού είναι αναγκαία ώστε να υπάρχει

ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ κύματος – δέσμης, αλλά όχι ικανή για την πραγματοποίηση μεταφοράς ενέργειας από τη δέσμη στο κύμα. Θεωρούμε αρχικά ότι το πλάτος του κύματος είναι σταθερό και μικρό σε σχέση με το εξωτερικά επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο και ότι το ηλεκτρικό πεδίο του κύματος περιστρέφεται στο επίπεδο περιστροφής των ηλεκτρονίων με την ίδια διεύθυνση με αυτά. Στο Σχήμα 1.9 r_b είναι η ακτίνα της δέσμης, r_L η ακτίνα Larmor και E_φ η αζιμουθιακή συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου [46]. Στην περίπτωση που δεν υπήρχε ηλεκτρικό πεδίο, τα ηλεκτρόνια θα περιστρέφονταν γύρω από το κέντρο περιστροφής τους με τη γωνιακή ταχύτητα της σχέσης (1.4) χωρίς να υπάρχει κάποια ανταλλαγή ενέργειας ΔE , όπου $E = \gamma mc^2$ είναι η ενέργεια τους. Η παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου έχει σαν αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια να αισθάνονται μια επιπλέον δύναμη $e\mathbf{E}_\perp$, και όταν $\mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp < 0$ αυτά να επιταχύνονται ($\Delta E > 0$), ενώ όταν $\mathbf{v}_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp > 0$ να επιβραδύνονται ($\Delta E < 0$) [42]. Εφόσον η συχνότητα περιστροφής των ηλεκτρονίων εξαρτάται από την ενέργεια τους, η διαμόρφωση αυτής θα προκαλεί μεταβολές στη συχνότητα περιστροφής. Επομένως, τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια αρχίζουν να γυρνάνε πιο αργά, ενώ τα επιβραδυνόμενα πιο γρήγορα. Λόγω αυτού του μηχανισμού τελικά τα ηλεκτρόνια πακετοποιούνται, όπως φαίνεται στα Σχήματα 1.9(β) και 1.10(β). Στο Σχήμα 1.10(γ) ο μηχανισμός αυτός γίνεται πιο κατανοητός με τα ηλεκτρόνια 2, 3 και 4 να επιβραδύνονται, τα ηλεκτρόνια 6, 7 και 8 να επιταχύνονται, ενώ τα 1 και 5 να παραμένουν στην ίδια θέση.



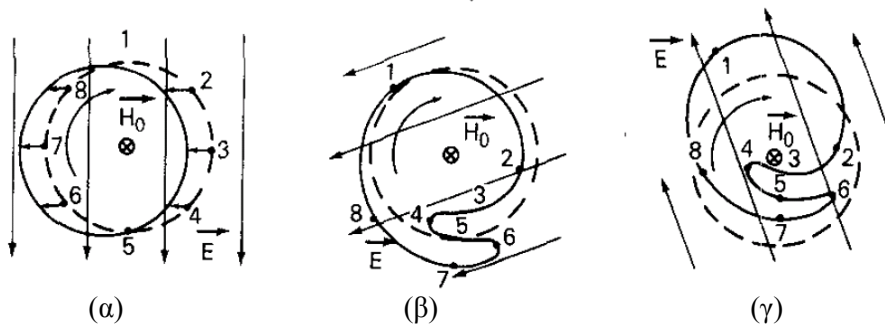
Σχήμα 1.9: Δακτυλιοειδής δέσμη ηλεκτρονίων (α) σε τυχαία φάση και (β) πακετοποιημένα.



Σχήμα 1.10: Πλάγια όψη ηλεκτρονικής τροχιάς με ηλεκτρόνια (α) σε τυχαία φάση και (β) πακετοποιημένα ως προς τη φάση [47] και (γ) διατομή της τροχιάς των ηλεκτρονίων πριν την πακετοποίηση.

Η διαμόρφωση των ενεργειών και της τροχιάς των ηλεκτρονίων λόγω της ήπια σχετικιστικής δέσμης είναι μικρή στην αρχική φάση της αλληλεπίδρασης επηρεάζοντας

ελαφρά την κίνηση και την πακετοποίηση των ηλεκτρονίων. Στο Σχήμα 1.11(α) δίνεται το αρχικό αυτό στάδιο, κατά το οποίο η τροχιά των ηλεκτρονίων μετατοπίζεται, καθώς μερικά ηλεκτρόνια επιβραδύνονται, ενώ κάποια άλλα επιταχύνονται. Κατά μέσο όρο, η ενέργεια αυξάνει ($\Delta E > 0$), οπότε η δέσμη μετατοπίζεται προς την περιοχή επιτάχυνσης και έτσι τα ηλεκτρόνια απορροφούν ενέργεια από το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Αν η αρχική συχνότητα περιστροφής των ηλεκτρονίων είναι ίση με τη συχνότητα του κύματος, τότε όσα ηλεκτρόνια επιταχύνονται τόσα και επιβραδύνονται, χωρίς να υπάρχει καθαρή μεταφορά ενέργειας μεταξύ ηλεκτρονίων και κύματος. Στην περίπτωση που η αρχική συχνότητα περιστροφής ω_c των ηλεκτρονίων υπερβαίνει τη συχνότητα ω του κύματος, τα επιβραδυνόμενα ηλεκτρόνια, που αυξάνουν τη συχνότητα περιστροφής τους, απομακρύνονται από τη συνθήκη συντονισμού με αποτέλεσμα να ξαναεπιταχύνονται. Αντίθετα, τα ηλεκτρόνια που επιταχύνονται πλησιάζουν ακόμα περισσότερο τη συνθήκη συντονισμού και παραμένουν στην κατάσταση επιτάχυνσης. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα στην περίπτωση που $\omega_c > \omega$ η πακετοποίηση να λαμβάνει χώρα στη φάση της επιτάχυνσης, ενώ όταν $\omega_c < \omega$ η πακετοποίηση λαμβάνει χώρα στη φάση της επιβράδυνσης και η μορφή της δέσμης φαίνεται στο Σχήμα 1.11(β). Στην τελική φάση, τα πακετοποιημένα ηλεκτρόνια επιβραδύνονται οδηγώντας σε μεταφορά ενέργειας από την τροχιακή ορμή της ηλεκτρονικής δέσμης στο ηλεκτρομαγνητικό κύμα (Σχήμα 1.11(γ)) με αποτέλεσμα αυτό να ενισχύεται.

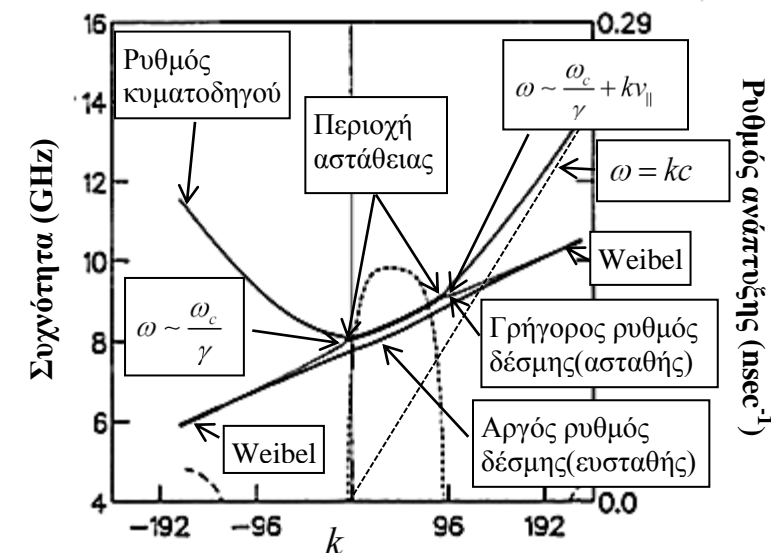


Σχήμα 1.11: Κίνηση των σχετικιστικών ηλεκτρονίων κοντά στον κυκλοτρονικό συντονισμό. Η διακεκομμένη γραμμή απεικονίζει την αρχική κατανομή των ηλεκτρονίων [30].

Σε μια πιο γενική περιγραφή του μηχανισμού ανταλλαγής ενέργειας, στην οποία λαμβάνεται υπόψη και η αξονική ταχύτητα v_{\parallel} της δέσμης, εκτός από τη σχετικιστική αξιμουθιακή πακετοποίηση λαμβάνει χώρα και σχετικιστική αξονική [48]. Δεδομένου ότι η αλληλεπίδραση ξεκινάει ικανοποιώντας τη συνθήκη συντονισμού (1.7), καθώς η δέσμη χάνει (κερδίζει) ενέργεια, και εφόσον η αξονική ορμή $\gamma m v_{\parallel}$ διατηρείται, η ταχύτητα v_{\parallel} και η μετατόπιση Doppler kv_{\parallel} αυξάνονται (αντίστοιχα μειώνονται) σύμφωνα με τη συνθήκη συντονισμού (1.5). Από το πρόσημο της μετατόπισης Doppler στη συνθήκη αυτή καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η επίδραση της σχετικιστικής αξονικής πακετοποίησης συνεργάζεται με τη σχετικιστική αξιμουθιακή προωθώντας τα ηλεκτρόνια προς την ίδια ευνοϊκή φάση (επιτάχυνσης ή επιβράδυνσης). Παρά ταύτα, η επίδραση της μετατόπισης Doppler στο μηχανισμό μεταφοράς ενέργειας είναι αμελητέα σε σύγκριση με την επίδραση του ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού συντονισμού.

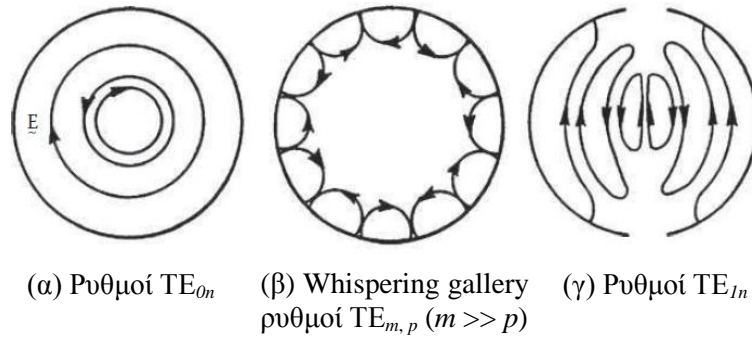
Εκτός την παραπάνω πακετοποίηση, συμβαίνει μια ακόμα αξονική, η οποία όμως δεν έχει σχετικιστικό χαρακτήρα. Πρόκειται για ηλεκτρομαγνητική αστάθεια, η οποία οφείλεται στη (χωρική) ανισοτροπία που εμφανίζει η ταχύτητα των ηλεκτρονίων και στο εγκάρσιο υψίσυχο μαγνητικό πεδίο, και αναφέρεται ως αστάθεια Weibel [49, 50]. Η

πακετοποίηση προκαλείται από τη δύναμη Lorentz $e\mathbf{v}_\perp \times \mathbf{B}$, όπου \mathbf{v}_\perp είναι η εγκάρσια ταχύτητα των ηλεκτρονίων και \mathbf{B} το μαγνητικό πεδίο του κύματος [1], δεν απαιτεί την παρουσία του εξωτερικά εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου, εκτός από το να ορίσει τον άξονα της ανισοτροπίας στο (φασικό) χώρο των ταχυτήτων, και είναι ανταγωνιστική στις προαναφερθείσες σχετικιστικές ομαδοποιήσεις [40, 49]. Επιπλέον οι Chu και Hirshfield [49] απέδειξαν ότι παρότι οι δύο μηχανισμοί πακετοποίησης εμφανίζονται ταυτόχρονα (Σχήμα 1.12), η αζιμουθιακή επικρατεί όταν η ταχύτητα φάσης του κύματος είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα του φωτός, ενώ η Weibel επικρατεί όταν είναι μικρότερη. Δεδομένου ότι το εγκάρσιο μαγνητικό πεδίο στην αποκοπή είναι αμελητέο, ο μηχανισμός αλληλεπίδρασης που επικρατεί είναι και πάλι ο ηλεκτρονικός κυκλοτρονικός. Υπάρχουν ωστόσο συσκευές, στις οποίες η κοιλότητα είναι έτσι κατασκευασμένη ώστε να επιβραδύνονται τα κύματα (αργά κύματα) με σκοπό να αναπτύσσεται αστάθεια Weibel ως μηχανισμός ενίσχυσης του κύματος [51]. Επιπλέον, αν και στο γυροτρόνιο οι παραπάνω αξονικοί μηχανισμοί πακετοποίησης είναι αμελητέοι λόγω της λειτουργίας του κοντά στην αποκοπή, για άλλες συσκευές που λειτουργούν μακριά από αυτήν αυτοί αναμένεται να είναι σημαντικοί.



Σχήμα 1.12: Μηχανισμοί αλληλεπίδρασης στις γρήγορες διατάξεις [52].

Το γυροτρόνιο στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας είναι επιθυμητό να βρίσκεται σε μονορυθμική λειτουργία. Έτσι, είναι εφικτή η σύμφωνη ακτινοβολία και ταυτόχρονα μεγιστοποιείται η απόδοση της αλληλεπίδρασης. Από την αρχή της ανάπτυξης τους έως σήμερα, τα γυροτρόνια έχουν λειτουργήσει με κάποιον από τους ρυθμούς TE_{0n} , TE_{1n} και $TE_{m,p}$ με $m \gg p$, που δίνονται στο Σχήμα 1.13 [1]. Η τελευταία κατηγορία ρυθμών ονομάζονται whispering-gallery, διότι τα πεδία τους είναι συγκεντρωμένα κοντά στα τοιχώματα της κοιλότητας, όπως συμβαίνει με τους whispering-gallery ρυθμούς, οι οποίοι μεταφέρουν τον ήχο κοντά σε ένα τοίχο.



Σχήμα 1.13: Κατηγορίες ρυθμών κοιλότητας στα γυροτρόνια [1].

Η αύξηση της ισχύος των γυροτρονίων απαιτεί την αύξηση των διαστάσεων της κοιλότητας αλληλεπίδρασης, ώστε να είναι δυνατή η χρήση ηλεκτρονικής δέσμης με μεγάλο ρεύμα αλλά και να αντέχουν τα τοιχώματά της στην υψηλή θερμική φόρτιση. Η επίτευξη της ίδιας συχνότητας λειτουργίας σε ένα γυροτρόνιο, του οποίου η διάμετρος της κοιλότητας έχει μεγαλώσει, αντιστοιχεί σε επιλογή ρυθμού λειτουργίας με υψηλότερη τάξη (μεγαλύτερες τιμές των n , m και p). Η αύξηση αυτή οδηγεί το σημείο λειτουργίας σε πιο πυκνές περιοχές του συχνοτικού φάσματος, οπότε αυξάνει και το πλήθος των ρυθμών TE με παραπλήσια συχνότητα. Δηλαδή, περισσότεροι (ανταγωνιστικοί) ρυθμοί ικανοποιούν τη συνθήκη συντονισμού, δυσκολεύοντας την επίτευξη μονορυθμικής λειτουργίας, το οποίο αποτελεί σοβαρό πρόβλημα στη λειτουργία του.

Αρχικά, στα γυροτρόνια χρησιμοποιήθηκαν οι αξιμουθιακά συμμετρικοί ρυθμοί TE_{0n} , οι οποίοι εμφανίζουν μικρότερες ωμικές απώλειες στα τοιχώματα της κοιλότητας δεδομένου ότι η ενέργεια τους είναι συγκεντρωμένη κοντά στον άξονά της. Όμως όταν το n λαμβάνει μεγάλες τιμές, η επιλεκτικότητα μεταξύ των κοντινών ρυθμών (και κυρίως μεταξύ αυτών και των TE_{2n}) γίνεται δύσκολη περιορίζοντας την ικανότητα παραγωγής υψηλών επιπέδων ισχύος. Μια μέθοδος επιλογής του επιθυμητού ρυθμού περιλαμβάνει τη χρήση σύνθετων κοιλοτήτων με δυο τμήματα διαφορετικής ακτίνας, ώστε να περιοριστεί η ανάπτυξη ρυθμών με κοντινή (ίδια) συχνότητα και στα δυο τμήματα [53]. Το μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η μείωση της ενέργειας της δέσμης λόγω του χωρικού φορτίου, η οποία σχετίζεται με τη μεγάλη απόσταση μεταξύ της δέσμης και των τοιχωμάτων της κοιλότητας με τη μεγαλύτερη ακτίνα.

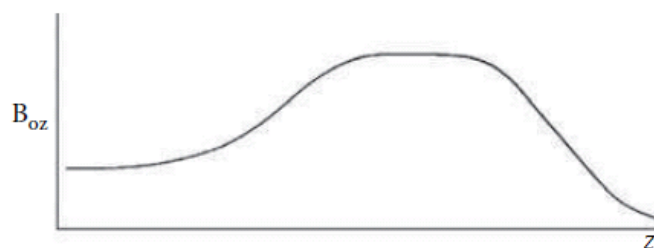
Μια άλλη μέθοδος επιλογής ρυθμού λειτουργίας είναι η εισαγωγή αξονικών τομών σε όλο το μήκος της κοιλότητας με σκοπό να μην επιτρέπεται πλέον η διέγερση των αξιμουθιακά συμμετρικών ρυθμών TE_{0n} . Στα σημεία των τομών αυτών, οι ρυθμοί που έχουν μη μηδενικές πεδιακές κατανομές εμφανίζουν μεγάλες απώλειες περίθλασης, οι οποίες οδηγούν στην επιλογή των ρυθμών TE_{1n} , οι οποίοι όμως έχουν το μειονέκτημα να εμφανίζουν μεγαλύτερες ωμικές απώλειες στα τοιχώματα της διάταξης [7].

Τα τελευταία χρόνια γυροτρόνια υψηλής ισχύος (της τάξης MW) σε συχνότητες άνω των 100 GHz χρησιμοποιούν τους μη συμμετρικούς ρυθμούς whispering-gallery υψηλότερης τάξης. Οι ρυθμοί αυτοί καλούνται ασύμμετροι ρυθμοί όγκου (volume modes), έχουν $m \gg 1$ και $p > 2$ και το πεδίο τους είναι συγκεντρωμένο κοντά στα τοιχώματα της κοιλότητας, ενώ στον άξονα της είναι μηδενικό. Η επιλογή αυτών των ρυθμών οφείλεται κυρίως στην ανάγκη περιορισμού της θερμικής φόρτισης των τοιχωμάτων στα 2 - 3 kW/cm² [54]. Η κύρια μέθοδος επιλογής του επιθυμητού ρυθμού

λειτουργίας είναι η κατάλληλη επιλογή της ακτίνας της δέσμης. Έτσι, η δέσμη τοποθετείται ακτινικά σε τέτοια θέση ώστε η σύζευξη με τον επιθυμητό ρυθμό να είναι βέλτιστη (δηλ. στη μέγιστη τιμή του πλάτους του πεδίου του ρυθμού). Η διαδικασία αυτή επιτρέπει τη διέγερση του επιθυμητού ρυθμού σε αντίθεση με τους ανταγωνιστικούς του, διότι η σύζευξη της ηλεκτρονικής δέσμης με ρυθμούς όγκου, των οποίων το πεδίο είναι συγκεντρωμένο προς το εσωτερικό της κοιλότητας, είναι ασθενής. Επειδή το πεδίο των ρυθμών αυτών συγκεντρώνεται κοντά στα τοιχώματα, θα πρέπει και η ηλεκτρονική δέσμη να βρίσκεται κοντά σε αυτά ώστε να υπάρχει καλή σύζευξη. Η επιλογή αυτή μειώνει την πτώση τάσης λόγω χωρικού φορτίου και τη διασπορά ταχύτητας στη δέσμη, βελτιώνοντας την απόδοση του γυροτρονίου. Όμως, όταν η τάξη του ρυθμού αυξάνει, τότε το σημείο λειτουργίας βρίσκεται σε πιο πυκνό φάσμα ρυθμών, επομένως όλο και περισσότεροι ανταγωνιστικοί ρυθμοί θα εμφανίζονται ικανοποιητική σύζευξη με τη δέσμη, οπότε η παραπάνω μέθοδος γίνεται ανεπαρκής. Για το λόγο αυτό έχουν προταθεί μια σειρά εναλλακτικών μορφών γυροτρονίου με κριτήρια την παραγόμενη ισχύ και την καλύτερη επιλεκτικότητα ρυθμού, οι οποίες θα παρουσιαστούν στη συνέχεια.

1.4 Τύποι γυροτρονίου

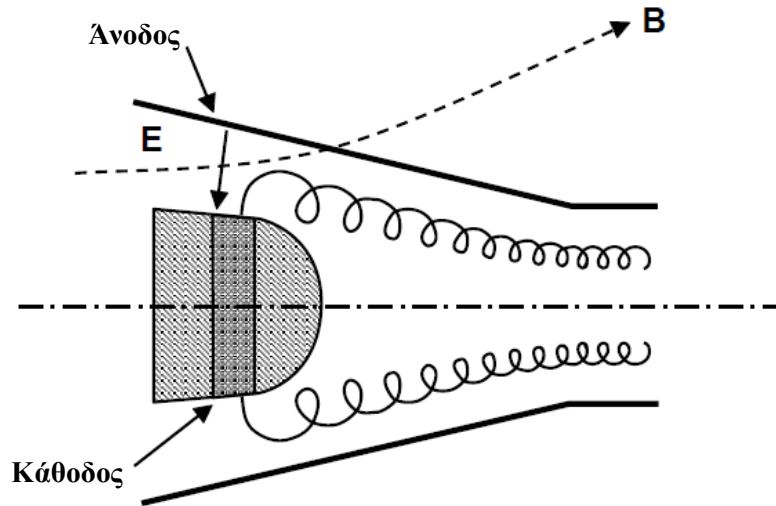
Μια τυπική διάταξη ενός γυροτρονίου έχει τη συμμετρική μορφή των λυχνιών γρήγορου κύματος του Σχήματος 1.6 και περιβάλλεται από μαγνήτες, οι οποίοι δημιουργούν το αξονικό μαγνητικό πεδίο, που μεταβάλλεται κατά μήκος του άξονα z με τον τρόπο που φαίνεται στο Σχήμα 1.14.



Σχήμα 1.14: Εξωτερικά εφαρμοζόμενο αξονικό μαγνητικό πεδίο.

Τα ηλεκτρόνια δημιουργούνται από μια πηγή τύπου μάγνητρον (MIG) [44, 55] με θερμιονική εκπομπή και ο αριθμός των ηλεκτροδίων της είναι είτε δύο (δίοδος, diode-type) είτε τρεις (τρίοδος, triode). Η δίοδος MIG χρησιμοποιείται πιο συχνά και έχοντας μια άνοδο είναι σχετικά πιο απλή διάταξη από την τρίοδο. Η τρίοδος MIG έχει μια επιπλέον ενδιάμεση άνοδο (άνοδος διαμόρφωσης), η οποία χρησιμοποιείται για τη βελτιστοποίηση των χαρακτηριστικών της δέσμης, που με κατάλληλο σχεδιασμό της πηγής μπορεί να παραληφθεί. Τα χαρακτηριστικά της δέσμης, τα οποία επηρεάζουν την απόδοση της αλληλεπίδρασης, είναι ο λόγος ταχυτήτων a , ο οποίος θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερος, και η διασπορά της εγκάρσιας ταχύτητας δv_{\perp} , η οποία θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Η ικανοποίηση των απαιτήσεων αυτών έχει σαν αποτέλεσμα η κάθοδος MIG να λειτουργεί σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού (temperature-limited, TL) και όχι σε συνθήκες περιορισμού χωρικού φορτίου (space-charge-limited, SCL) με σκοπό να ελαχιστοποιηθεί η διασπορά ταχυτήτων [33].

Τα ηλεκτρόνια εξάγονται από ένα θερμαινόμενο κωνοειδές δαχτυλίδι εκπομπής στην κάθοδο (Σχήμα 1.15), με την εγκάρσια ταχύτητά τους αρχικά στην περιοχή της πηγής να είναι μικρή. Στη συνέχεια, επιταχύνονται από τη μεγάλη δυναμικού μεταξύ ανόδου και καθόδου, ενώ η συμπίεση που επιβάλλει το εξωτερικά επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο έχει σαν συνέπεια μέρος της αξονικής τους ταχύτητας να μετατρέπεται σε εγκάρσια. Υπενθυμίζεται ότι η κίνηση που κάνουν τα ηλεκτρόνια είναι ελικοειδής γύρω από τις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου με ακτίνα Larmor πολύ μικρότερη από την ακτίνα της δέσμης [42].



Σχήμα 1.15: Ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο στην περιοχή της καθόδου σε μια MIG [56].

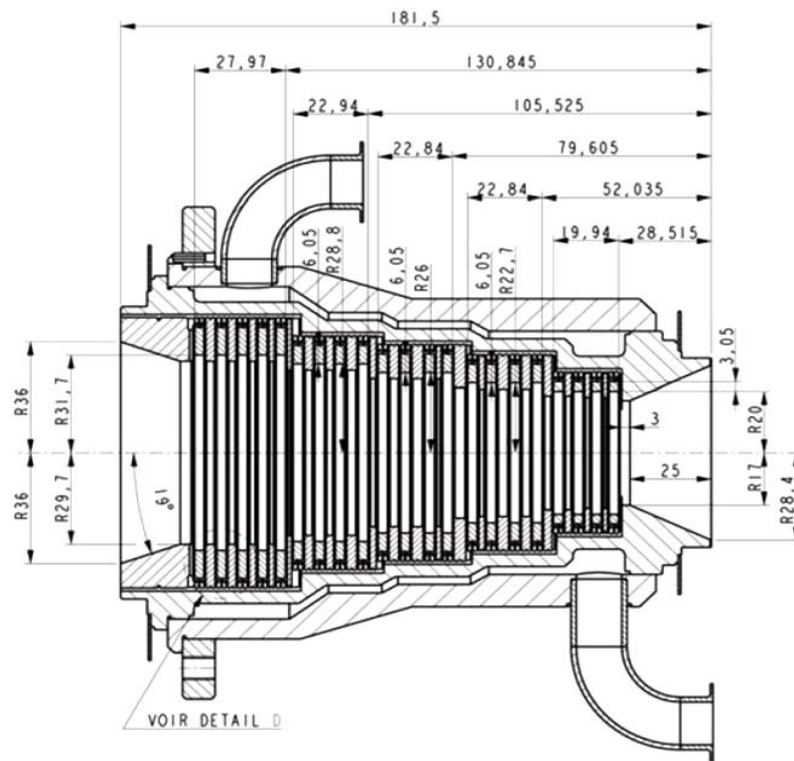
Στη συνέχεια, υπάρχει ο διάυλος, στον οποίο το μαγνητικό πεδίο συνεχίζει να αυξάνεται αξονικά και η δέσμη συμπιέζεται αδιαβατικά. Η αδιαβατική αυτή κίνηση των ηλεκτρονίων βασίζεται στην παραδοχή ότι οι μεταβολές του μαγνητικού πεδίου είναι μικρές στην περιοχή γύρω από την ηλεκτρονική τροχιά σε σχέση με το βήμα της ελικοειδούς τροχιάς. Αυτό επιτρέπει την αναπαράσταση της κίνησης του ηλεκτρονίου ως την υπέρθεση της γρήγορης περιστροφής των ηλεκτρονίων με ακτίνα Larmor r_L γύρω από το κέντρο περιστροφής τους και της αργής κίνησης του κέντρου αυτού κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής του μαγνητικού πεδίου [42, 57] διατηρώντας τη μαγνητική ροπή των ηλεκτρονίων αμετάβλητη:

$$\frac{p_{\perp}^2(z)}{B_0(z)} = \frac{\gamma m v_{\perp}(z)^2}{B_0(z)} = \text{σταθερό} \quad (1.9)$$

δηλαδή η εγκάρσια ταχύτητα των ηλεκτρονίων αυξάνεται, η αξονική ταχύτητα των ηλεκτρονίων μειώνεται λόγω της αρχής διατήρησης της συνολικής ενέργειας και η ακτίνα της δέσμης μειώνεται επίσης μιας και οι δυναμικές γραμμές συγκλίνουν (συμπιέζονται) με την αύξηση του μαγνητικού πεδίου (Θεώρημα Busch [58]). Πρέπει να ληφθεί μέριμνα στο ρυθμό μεταβολής του μαγνητικού πεδίου, ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο του μαγνητικού καθρεφτισμού (magnetic mirroring), όπου η αξονική ορμή μηδενίζεται με αποτέλεσμα ένα μέρος της δέσμης να ανακλάται και να γυρνά πίσω προς την κάθοδο υποβαθμίζοντας τη λειτουργία της [59, 60].

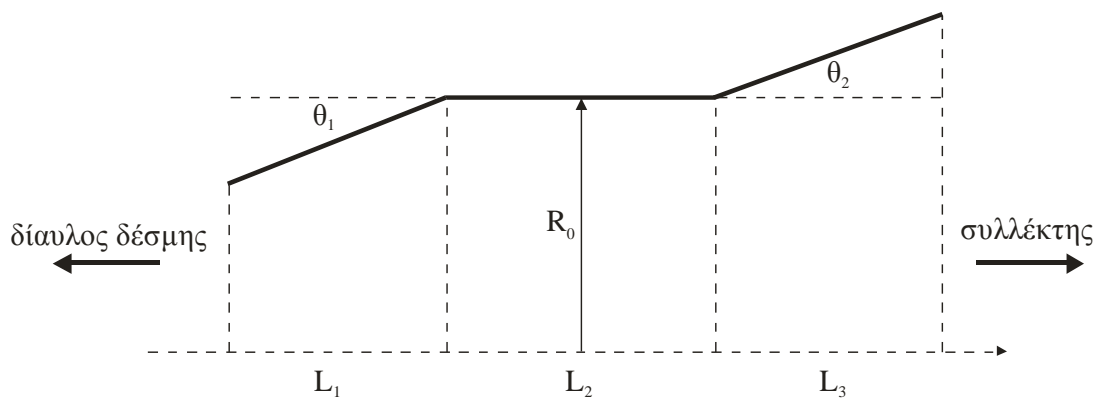
Στην περιοχή του διαύλου είναι πιθανή η ανάπτυξη πρόωρης αλληλεπίδρασης της δέσμης με το υψίσυχο πεδίο αυτού, με αποτέλεσμα τη μείωση της ενέργειας καθώς και της ποιότητας (αύξηση διασποράς ενεργειών και ταχυτήτων) της δέσμης. Ένα τέτοιο

ενδεχόμενο επηρεάζει την όλη λειτουργία του γυροτρονίου μειώνοντας τη απόδοσή του. Όταν η αλληλεπίδραση αυτή είναι ισχυρή, τότε μπορεί να καταστραφεί και ο ίδιος ο δίαυλος. Για το λόγο αυτό, έχει ρυτιδώσεις με διηλεκτρικό υλικό με απώλειες με σκοπό την απορρόφηση της όποιας πρόωρης (παρασιτικής) ταλάντωσης διεγερθεί (Σχήμα 1.16). Ανάμεσα στις ρυτιδώσεις με διηλεκτρικό υλικό έχουν τοποθετηθεί αγώγιμα δαχτυλίδια (που έχουν γειωθεί), τα οποία συλλέγουν τα αποκλίνοντα από τη δέσμη ηλεκτρόνια, και έτσι αυτά δεν πέφτουν πάνω στο κεραμικό υλικό για να το καταστρέψουν [61]. Η μελέτη των παρασιτικών αυτών ταλαντώσεων αποτελεί το θέμα της παρούσας διατριβής.



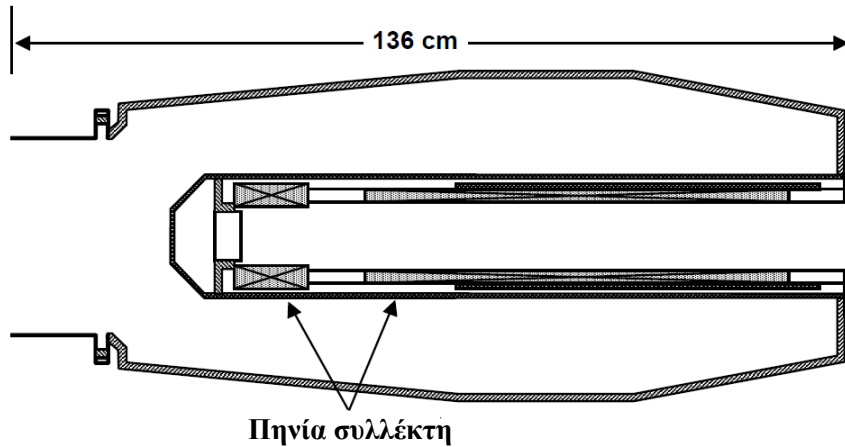
Σχήμα 1.16: Γεωμετρία του δίαυλου δέσμης συμβατικού γυροτρονίου, ο οποίος φέρει εναλλασσόμενες επιφανειακές ρυτιδώσεις κεραμικού και αγώγιμου υλικού.

Μετά το δίαυλο υπάρχει η κοιλότητα, όπου γίνεται η αλληλεπίδραση ανάμεσα στη δέσμη και το υψίσυγχο κύμα, και στην οποία το μαγνητικό πεδίο λαμβάνει τη μέγιστη τιμή του. Η κοιλότητα είναι συνήθως ένας λείος κυλινδρικός κυματοδηγός που αποτελείται από τρία τμήματα και έχει ανοικτά άκρα (Σχήμα 1.17). Η κλίση των τοιχωμάτων και το μήκος των ακραίων τμημάτων καθορίζει το ρυθμό λειτουργίας [33, 41, 42]. Η ακτίνα του τοιχώματος του πρώτου τμήματος έχει θετική κλίση και είναι πιο μικρή κοντά στο δίαυλο ώστε να βρίσκεται στην αποκοπή, ώστε η παραγόμενη ηλεκτρομαγνητική ισχύς να μην διαδίδεται προς την κάθοδο. Το δεύτερο τμήμα είναι σταθερής ακτίνας και αποτελεί την περιοχή της αλληλεπίδρασης. Τέλος, το τρίτο τμήμα έχει θετικής κλίσης τοιχώματα, είναι πιο στενό προς στη δεύτερη περιοχή, και συνδέει την κοιλότητα με τον κυματοδηγό εξόδου, από τον οποίο εξέρχεται η ισχύς σε μορφή οδεύοντος κύματος. Σημειώνεται ότι στην ένωση των διαφόρων τμημάτων υπάρχει παραβολική λείανση αυτών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της μετατροπής των ρυθμών (mode conversion) λόγω της απότομης αλλαγής της κλίσης. Η σχεδίαση του μεσαίου τμήματος γίνεται με γνώμονα την κατάλληλη διέγερση του επιθυμητού ρυθμού λειτουργίας, του οποίου η μορφή μοιάζει με αυτή ενός στάσιμου κύματος.



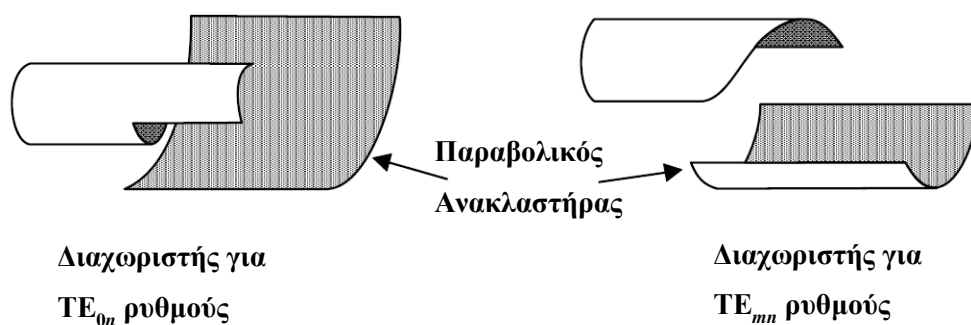
Σχήμα 1.17: Σχηματικό διάγραμμα κοιλότητας αλληλεπίδρασης συμβατικού γυροτρονίου [62].

Όπως αναφέραμε και προηγούμενα, η έξοδος της ηλεκτρομαγνητικής ισχύος μπορεί να γίνει είτε εγκάρσια, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.6, είτε αξονικά. Στη δεύτερη περίπτωση αμέσως μετά την κοιλότητα ακολουθεί ο συλλέκτης (Σχήμα 1.18). Τα τοιχώματά του λειτουργούν κυρίως ως περιοχή διάχυσης της εναπομένουσας κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων μετά την αλληλεπίδραση. Στην περίπτωση όμως αξονικής εξόδου της ισχύος ο συλλέκτης λειτουργεί και ως κυματοδηγός εξόδου. Ο συλλέκτης είναι συνήθως ηλεκτρικά απομονωμένος από το υπόλοιπο σώμα του γυροτρονίου. Στα γυροτρόνια μεγάλης ισχύος, η διάμετρος του συλλέκτη πρέπει να είναι εξαιρετικά μεγάλη για να διατηρεί την ωμική φόρτιση των τοιχωμάτων στα ανεκτά τεχνολογικά όρια [56]. Αν η ακτίνα του συλλέκτη πρέπει να περιοριστεί, τότε πρέπει να μεγαλώσει το μήκος του. Η τοποθέτηση αξονικών πηνίων γύρω από το συλλέκτη κάνει εφικτή τη μείωση της πυκνότητας ισχύος στην επιφάνεια του με αποτέλεσμα οι δυναμικές γραμμές να γίνονται πιο αραιές, η ακτίνα της δέσμης να μεγαλώνει και τα ηλεκτρόνια να προσκρούουν σε μεγαλύτερη επιφάνεια του συλλέκτη. Το μειούμενο αυτό μαγνητικό πεδίο στην περίπτωση της αξονικής εξόδου βοηθά επίσης στην απομάκρυνση των ηλεκτρονίων από την αξονική διεύθυνση επιτρέποντας το διαχωρισμό της δέσμης από την παραγόμενη ισχύ, η οποία συνεχίζει αξονικά και εξέρχεται από τη λυχνία μέσω του παραθύρου μικροκυμάτων. Η απόδοση του γυροτρονίου, κυρίως όταν έχει εγκάρσια έξοδο, αυξάνει όταν είναι δυνατή η εισαγωγή ενός κατάλληλου συστήματος ανάκτησης της παραμένουσας ενέργειας της δέσμης. Στην περίπτωση αυτή, η τάση του συλλέκτη θα πρέπει να είναι αρνητική σε σχέση με το υπόλοιπο σώμα του γυροτρονίου ώστε η δέσμη να επιβραδυνθεί πριν συλλεχθεί. Οι συλλέκτες αυτοί (depressed collectors) [33, 41, 42, 56] επιστρέφουν την ανακτώμενη κινητική ενέργεια των επιβραδυνόμενων ηλεκτρονίων στην τροφοδοσία σε μορφή ηλεκτροστατικής ενέργειας, μειώνοντας παράλληλα τη θερμότητα που αυτά πρέπει να διαχύσουν. Περιοριστικός παράγοντας στο ποσό της ανακτώμενης ισχύος είναι η διασπορά των ταχυτήτων των ηλεκτρονίων. Η επιβράδυνση των ηλεκτρονίων πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να εξασφαλιστεί ότι δεν θα υπάρξουν ανακλώμενα ηλεκτρόνια που θα μειώσουν την απόδοση του γυροτρονίου.



Σχήμα 1.18: Συλλέκτης επιβραδύνοντος δυναμικού για ένα γυροτρόνιο 2.2 MW συνεχούς λειτουργίας [56].

Όταν η έξοδος της ισχύος είναι εγκάρσια, τότε ανάμεσα στον κοιλότητα και το συλλέκτη παρεμβάλλεται η ημι-οπτική διάταξη του διαχωριστή του κύματος από τη δέσμη και το εγκάρσιο πλέον παράθυρο εξόδου της ισχύος. Ο διαχωρισμός, αν και απαιτεί μια πιο σύνθετη διάταξη, επιτρέπει την αύξηση της διαθέσιμης περιοχής της δέσμης στο συλλέκτη καθώς και τη δυνατότητα βελτιστοποίησης της διαχείρισής της χωρίς να επηρεάζεται η ισχύς. Οι ρυθμοί όμως που εξέρχονται από ένα γυροτρόνιο δεν είναι κατάλληλοι για τις περισσότερες εφαρμογές λόγω των ισχυρών ωμικών απωλειών και συνήθως μετατρέπονται σε ρυθμό με γκαουσιανή κατανομή των πεδίων. Αρχικά, η μετατροπή αυτή γινόταν με ρυτιδωμένους κυματοδηγούς ή με δομές σε μορφή σερπαντίνας. Οι συσκευές αυτές, αν και είχαν καλή απόδοση, ήταν ογκώδεις και είχαν στενό εύρος ζώνης, έτσι δεν ήταν κατάλληλες για χρήση σε γυροτρόνια υψηλής ισχύος. Το πρόβλημα αυτό ξεπεράστηκε από την ανάπτυξη μιας διάταξης [63], η οποία απαρτίζεται από ένα συνδυασμό κατόπτρων και ένα κυματοδηγό ειδικής διατομής (ανάλογα με το ρυθμό που εξάγεται) (Σχήμα 1.19).



Σχήμα 1.19: Διαχωριστής για TE_{0n} και TE_{mn} ρυθμούς κοιλότητας γυροτρονίου [33].

Το τελευταίο τμήμα του γυροτρονίου είναι το μικροκυματικό παράθυρο, το οποίο λειτουργεί ως έξοδος της υψίσυχνης ισχύος. Το παράθυρο αυτό πρέπει να είναι σε θέση να αντέχει σε υψηλές ποσότητες ισχύος και παράλληλα να διατηρεί τις κατάλληλες συνθήκες κενού της διάταξης, άρα θα πρέπει να είναι κατασκευασμένο από υλικό χαμηλών απωλειών. Επίσης, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η ανάγκη για υψηλή θερμική αγωγιμότητα, κατάλληλη μηχανική αντοχή, διαχείριση των ενδεχόμενων τόξων, ενώ ο

σχεδιασμός του θα πρέπει να είναι τέτοιος ώστε να ελαχιστοποιείται η ανάκλαση και η απορρόφηση ισχύος στη συχνότητα λειτουργίας. Στις περισσότερες γυροδιατάξεις ισχύος έως 1 MW το παράθυρο είναι διηλεκτρικό, όμως σε περιπτώσεις μεγαλύτερης ισχύος η ανάγκη για μεγαλύτερη ανθεκτικότητα του παραθύρου οδήγησε στην ανάπτυξη παραθύρων με συνθετικό διαμάντι [33, 37, 42] και ειδικές ψύκτρες.

Η διάταξη που περιγράφηκε είναι ο πιο συνηθισμένος τύπος γυροτρονίου (συμβατικό). Πέρα από τα βασικά μέρη του, χρησιμοποιούνται και περιφερειακές διατάξεις, όπως συστήματα ψύξης, τροφοδοτικά, συστήματα ελέγχου και διαγνωστικά και ενδεχομένως αντλία κενού. Τα τελευταία χρόνια οι αυξανόμενες εφαρμογές των γυροτρονίων οδήγησαν τα ερευνητικά κέντρα και τις βιομηχανίες στην ανάπτυξη διαφορετικών εκδόσεων του συμβατικού γυροτρονίου με σκοπό την αύξηση της παραγόμενης ισχύος, της συχνότητας λειτουργίας και της συνολικής απόδοσης. Ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα κατά την ανάπτυξη γυροτρονίων μεγάλης ισχύος σε μεγάλης διάρκειας παλμών (συνεχής λειτουργία) είναι η θέρμανση της κοιλότητας λόγω ωμικών απωλειών. Η αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού απαιτεί την αύξηση του όγκου της κοιλότητας, το οποίο με τη σειρά του έχει σαν αποτέλεσμα τη λειτουργία του γυροτρονίου σε πολύ μεγάλης τάξης ρυθμούς με συνέπειες που έχουν ήδη αναφερθεί (πυκνότερο φάσμα, περισσότεροι ανταγωνιστές, κτλ.).

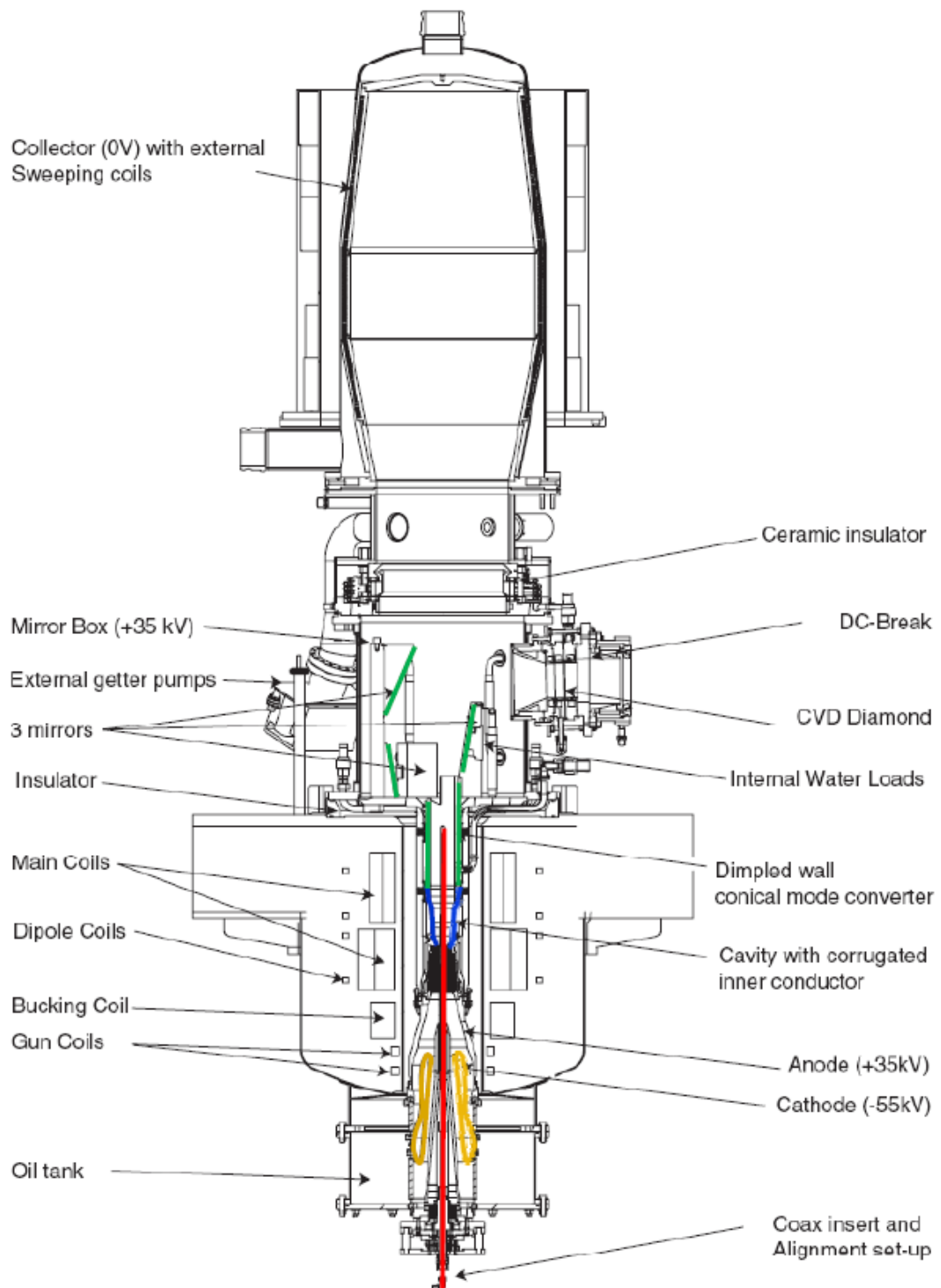
1.4.1 Ομοαξονικό γυροτρόνιο

Η πιο διαδεδομένη εναλλακτική μορφή γυροτρονίου προβλέπει την εισαγωγή ενός αγωγίμου ομοαξονικού κυλινδρικού στελέχους στο εσωτερικό της διάταξης [64 - 66]. Το στέλεχος αυτό, ενώ είναι αναγκαίο μόνο στην κοιλότητα, ξεκινά από την πηγή των ηλεκτρονίων και έτσι πλέον η πηγή είναι είτε τύπου IMIG (inverse MIG) [67] ή CMIG (coaxial MIG) [68], συνεχίζει στο διάυλο της διάταξης και τερματίζει μετά το πέρας της κοιλότητας. Οι δύο πηγές διαφέρουν στο γεγονός ότι στην πηγή CMIG η ηλεκτρονική δέσμη επιταχύνεται προς την άνοδο, όπως ακριβώς συμβαίνει στη MIG, και όχι προς το ομοαξονικό στέλεχος, όπως γίνεται στη IMIG. Το ομοαξονικό στέλεχος στηρίζεται μόνο στην πηγή, αποφεύγοντας έτσι κάποια ανεπιθύμητη πρόσπτωση μικροκυματικής ακτινοβολίας πάνω του στο υπόλοιπο σώμα του γυροτρονίου. Τα πρώτα πειραματικά αποτελέσματα [69] επιβεβαιώνουν ότι η στήριξη αυτή είναι επαρκής.

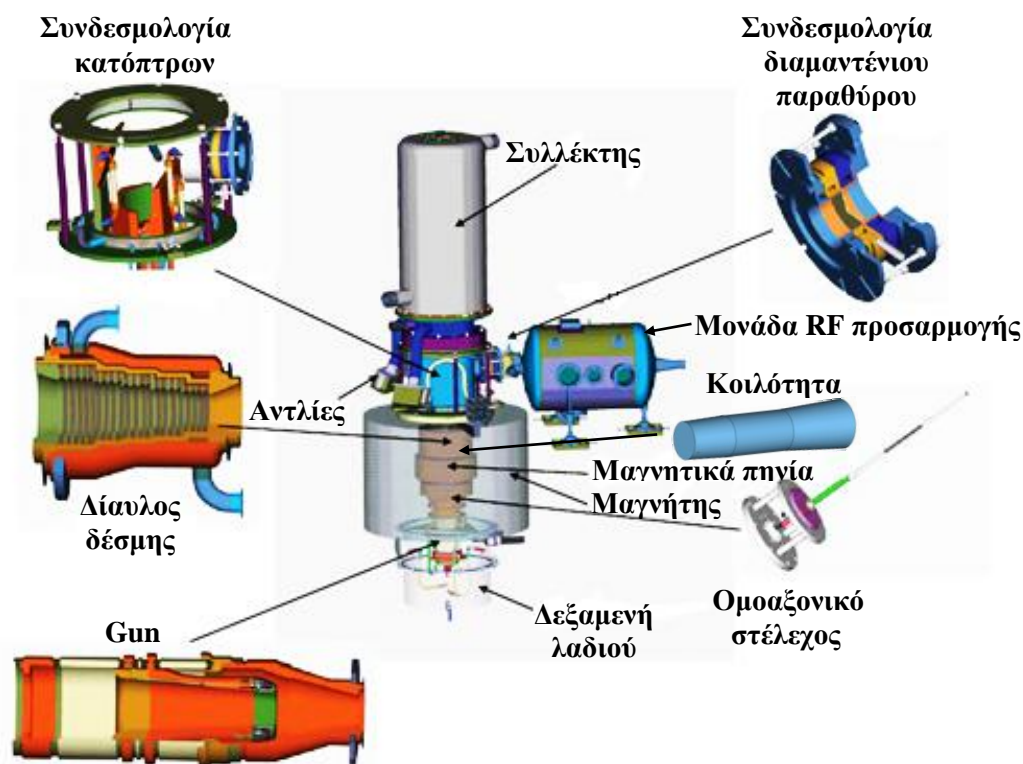
Η εισαγωγή του στελέχους στην κοιλότητα οδηγεί στη μεταβολή του φάσματος των ιδιοσυχνοτήτων των ρυθμών της απομακρύνοντας τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς από το ρυθμό λειτουργίας [54, 70, 71]. Επιπλέον, όταν η ακτίνα του στελέχους είναι μικρότερη από την ακτίνα μέγιστου πλάτους (καυστική ακτίνα) του ρυθμού λειτουργίας, αλλά κοντά στην καυστική ακτίνα των ανεπιθύμητων ρυθμών, τότε αλλάζοντας το σχήμα του στελέχους (με την εισαγωγή διαμήκων ρυτιδώσεων [54, 71, 72], μεταβλητή ακτίνα) είναι δυνατή σημαντική αλλαγή των ιδιοτήτων των ανεπιθύμητων ρυθμών μέσω της τροποποίησης της εγκάρσιας κατανομής του πεδίου τους και ρύθμιση των ωμικών απωλειών και των απωλειών περίθλασής τους (άρα και του ρεύματος εκκίνησης), χωρίς σημαντική αλλαγή στη συχνότητα και στο συντελεστή ποιότητας Q του ρυθμού λειτουργίας [42, 73].

Επιπρόσθετα, η εισαγωγή του στελέχους κοντά στην ηλεκτρονική δέσμη μειώνει την πτώση τάσης της ηλεκτρονικής δέσμης λόγω του χωρικού φορτίου και επιλύει το πρόβλημα της ηλεκτρονικής απόδοσης [74]. Η πτώση τάσης γίνεται πιο έντονη καθώς η απόσταση ανάμεσα στην ηλεκτρονική δέσμη και το εξωτερικό τοίχωμα της κοιλότητας μεγαλώνει αναλογικά με τον αριθμό των ακτινικών διακυμάνσεων του πεδίου [70]. Η

διάταξη και τα κύρια μέρη ενός ομοαξονικού γυροτρονίου υψηλής ισχύος εγκάρσιας εξόδου παρουσιάζονται στα Σχήματα 1.20 και 1.21, αντίστοιχα.



Σχήμα 1.20: Ομοαξονικό γυροτρόνιο 2 MW/170 GHz.



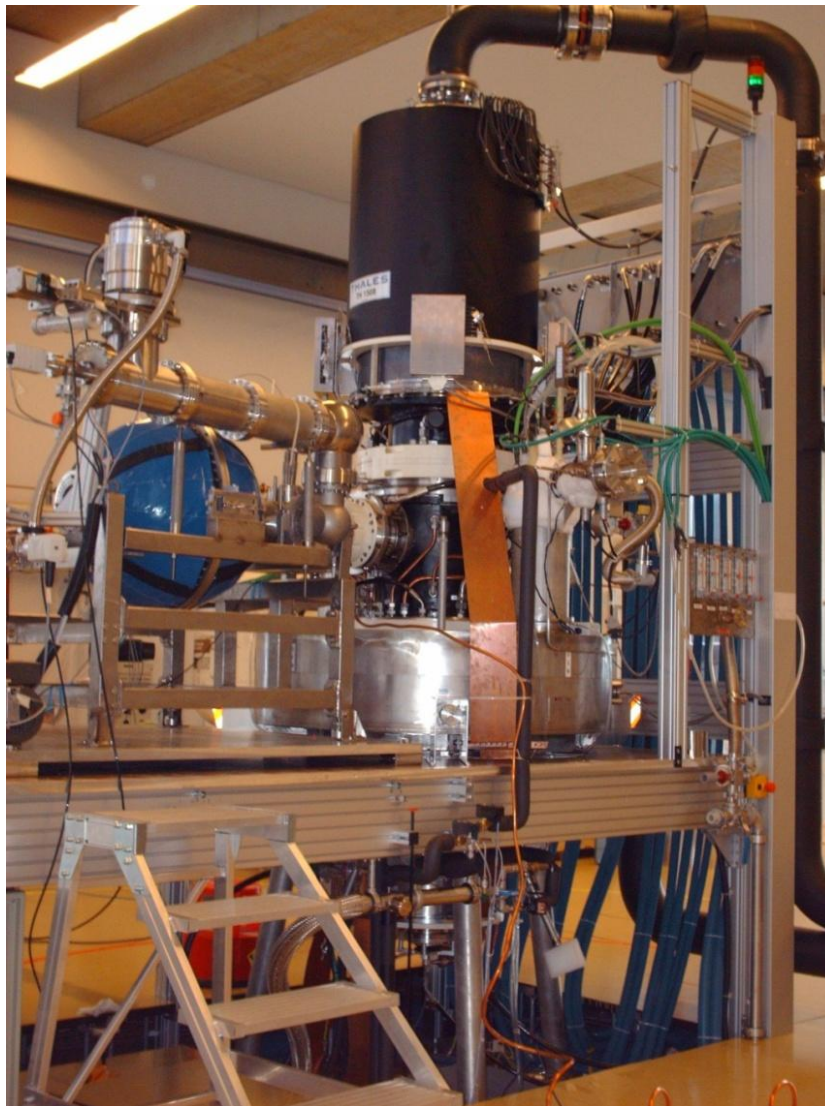
Σχήμα 1.21: Μέρη ομοαξονικού γυροτρονίου 2 MW/170 GHz.

Στην Ευρώπη, η ανάπτυξη του ομοαξονικού γυροτρονίου συνεχίζεται και στοχεύει στην παραγωγή 2 MW στα 170 GHz. Αρχικά, έγινε πείραμα χρησιμοποιώντας ένα ομοαξονικό γυροτρόνιο σε μικρή διάρκεια παλμού (~1 ms) στη συχνότητα των 165 GHz με τον ρυθμό $TE_{31,17}$, και η μέγιστη ισχύς (2.2 MW) που επιτεύχθηκε ήταν με $V_b = 90$ kV και $I_b = 84$ A [73], ενώ χρησιμοποιώντας συλλέκτη με επιβραδύνον δυναμικό η ισχύς εξόδου ήταν 1.5 MW με απόδοση 48%. Με την προσθήκη ενός ακόμη μαγνήτη το γυροτρόνιο αυτό λειτουργεί με το ρυθμό $TE_{34,19}$, έχει επιτευχθεί ισχύς 2.2 MW με απόδοση 30% και καθαρότητα (purity) Gaussian ρυθμού εξόδου 96% σε λειτουργία παλμών μικρής διάρκειας χωρίς συλλέκτη με επιβραδύνον δυναμικό και τα πειραματικά αποτελέσματα δίνονται στην εργασία [75].

Η κατασκευή του αντιστοίχου πρωτότυπου γυροτρονίου μεγάλης διάρκειας παλμού (Σχήμα 1.22) έγινε σε συνεργασία της εταιρείας Thales με την κοινοπραξία «Ευρωπαϊκό Γυροτρόνιο» (European Gyrotron Consortium, EGYC), στην οποία συμμετέχουν το Ινστιτούτο Παλμικής Ισχύος και Μικροκυματικής Τεχνολογίας (Institute for Pulsed Power and Microwave Technology, με συντομογραφία διεθνώς IHM) του Τεχνολογικού Ινστιτούτου της Καρλσρούης (Karlsruhe Institute of Technology, KIT), το Κέντρο Ερευνών Φυσικής Πλάσματος (Centre de Recherches en Physique des Plasmas, CRPP) του Ομοσπονδιακού Πολυτεχνείου της Λωζάνης (Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, EPFL), το Κέντρο Εθνικής Έρευνας (Consiglio Nazionale delle Ricerche, CNR) της Ρώμης, η Εθνική Υπηρεσία για Νέες Τεχνολογίες, Ενέργεια και Βιώσιμη Οικονομική Ανάπτυξη (Italian National Agency for New Technologies, Energy and Sustainable Economic Development, με συντομογραφία διεθνώς ENEA) καθώς και η Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών ΗΥ του ΕΜΠ και το Τμήμα Φυσικής του ΕΚΠΑ κάτω από το Ελληνικό Πρόγραμμα Σύντηξης (με τη συντομογραφία

HELLAS). Κατά τη διάρκεια των πρώτων πειραμάτων το Δεκέμβριο του 2011 επετεύχθη ισχύς 2.2 MW με διάρκεια παλμών περίπου 1 msec. Δυστυχώς από αστοχία κάποιου κεραμικού υλικού τα πειράματα σταμάτησαν και το γυροτρόνιο επέστρεψε στην εταιρεία για επιδιόρθωση. Παράλληλα, στο ΚΙΤ συνεχίζεται η έρευνα για τη σχεδίαση ενός γυροτρονίου ομοαξονικής κοιλότητας 4 MW στα 170 GHz [76].

Στα ομοαξονικά γυροτρόνια υπάρχει συνεχής πρόοδος προς υψηλότερες συχνότητες και μεγαλύτερη ισχύ, αλλά τα κύρια προβλήματα παραμένουν η επίτευξη μεγάλης διάρκειας παλμού (συνεχής λειτουργία) και το κατάλληλο παράθυρο μικροκυμάτων (που διατηρεί το κενό της λυχνίας), το οποίο να ελαχιστοποιεί το ποσό της ανακλώμενης ακτινοβολίας σε αυτό. Επιπλέον, η απορροφώμενη ισχύς στο διαμάντι του παραθύρου, οι ωμικές απώλειες και η διαφεύγουσα ακτινοβολία (stray radiation) αποτελούν τους σημαντικότερους παράγοντες μείωσης της παραγόμενης ισχύος του γυροτρονίου. Επίσης, η χρήση υψηλής τάξης ρυθμών εισάγει σημαντική αύξηση στη πολυπλοκότητα του ημι-οπτικού συστήματος εξόδου της μικροκυματικής ακτινοβολίας, που απαιτείται για τη μετατροπή του ρυθμού της κοιλότητας σε θεμελιώδη Γκαουσιανό ρυθμό ελευθέρου χώρου υψηλής καθαρότητας [72].



Σχήμα 1.22: Το ομοαξονικό γυροτρόνιο των 170 GHz - 2 MW εγκατεστημένο στο εργαστήριο του Κέντρου Έρευνας Φυσικής Πλάσματος της Λωζάννης.

1.4.2 Γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς

Στα γυροτρόνια αυτά, η ακτίνα της ηλεκτρονικής δέσμης είναι ίση με την ακτίνα Larmor [1], δηλαδή τα ηλεκτρόνια εκτελούν τροχιές περιστροφής γύρω από τον άξονα του γυροτρονίου. Έχουν τη δυνατότητα λειτουργίας σε πολύ υψηλή αρμονική ($s > 15$) μειώνοντας σημαντικά το απαιτούμενο εξωτερικά εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο και έχουν αναφερθεί περιπτώσεις ισχύος 600 MW με $s = 20$ [37].

1.4.3 Γυροτρόνιο πολλαπλής συχνότητας

Το γυροτρόνιο αυτό προσφέρει ευσταθή ταλάντωση και υψίσυχη ισχύ σε πολλές συχνότητες (οι οποίες δεν είναι αρμονικές) και είναι πολύ χρήσιμο για τον έλεγχο της αστάθειας του πλάσματος στη θερμοπυρηνική σύντηξη. Στο KIT έχει αναπτυχθεί ένα τέτοιο γυροτρόνιο με 9 διαφορετικές συχνότητες λειτουργίας [77].

1.4.4 Γυροτρόνιο φωτονικού χάσματος

Ο συντονιστής φωτονικού χάσματος αποτελεί μια πολλά υποσχόμενη διάταξη για τη λύση του προβλήματος των ανταγωνιστικών ρυθμών. Είναι φτιαγμένος από ένα τριγωνικό πλέγμα μεταλλικών ράβδων, το οποίο εμφανίζει ένα χάσμα για τους ρυθμούς TE στη συχνότητα που έχει σχεδιαστεί. Η κοιλότητα διαμορφώνεται αφαιρώντας τις εσωτερικές ράβδους δημιουργώντας μια ατέλεια στο πλέγμα, το μέγεθος της οποίας ταιριάζει με το μέγεθος ενός συμβατικού κυλινδρικού συντονιστή στην ίδια συχνότητα με τον επιθυμητό ρυθμό αλληλεπίδρασης. Έτσι, μόνο ο επιθυμητός ρυθμός παραμένει, ενώ όλοι οι ανταγωνιστικοί διαφεύγουν μέσω του πλέγματος το οποίο είναι διαφανές για τις άλλες συχνότητες. Στο Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασαχουσέτης (Massachusetts Institute of Technology, MIT) έχει αναπτυχθεί ένα γυροτρόνιο στα 140 GHz, το οποίο λειτουργεί στον $TE_{0,41}$ και παράγει ισχύ 25 kW [78].

1.4.5 Συνεστιακό γυροτρόνιο

Στο γυροτρόνιο αυτό η κοιλότητα με ανοιχτό πλαϊνό τοίχωμα έχει πιο αραιό φάσμα ρυθμών από ότι η κοιλότητα του συμβατικού προσφέροντας έτσι καλύτερη επιλεκτικότητα ρυθμών. Η κοιλότητα αυτή περιλαμβάνει κάτοπτρα με άνοιγμα τέτοιο ώστε να προκαλούνται επιπλέον απώλειες περίθλασης στους ρυθμούς κατώτερης τάξης βελτιώνοντας την επιλεκτικότητα. Ένα τέτοιο γυροτρόνιο έχει αναπτυχθεί στο MIT και λειτουργεί στα 136 GHz, με μέγιστη ισχύ 83 kW και απόδοση 18% [78].

1.4.6 Ημι-οπτικό γυροτρόνιο

Το γυροτρόνιο αυτό είναι κατάλληλο για τις εφαρμογές θέρμανσης πλάσματος στους αντιδραστήρες σύντηξης, όπου απαιτείται υψίσυχη ακτινοβολία με μορφή γκαουσιανής δέσμης. Είναι εγκάρσιας εξόδου και η αλληλεπίδραση στην περιοχή της κοιλότητας γίνεται με τη βοήθεια δύο κατόπτρων, τα οποία σχηματίζουν στάσιμα κύματα (ταλαντωτής Fabry – Pérot). Η μεταβολή της συχνότητας λειτουργίας γίνεται με τη ρύθμιση της απόστασης των κατόπτρων και αποτελεί ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της διάταξης, η οποία εμφανίζει μεγάλη επιλεκτικότητα στο ρυθμό λειτουργίας λόγω της ανοιχτής εγκάρσιας δομής της εισάγοντας παράλληλα μεγάλες απώλειες περίθλασης στους ανεπιθύμητους ρυθμούς [79].

1.4.7 Γυροτρόνιο πολύ χαμηλής τάσης

Οι ερευνητές του MIT έχουν αναπτύξει ένα γυροτρόνιο χαμηλής τάσης, χαμηλής ισχύος και υψηλής απόδοσης στα 233 GHz. Ο ρυθμός λειτουργίας σε χαμηλή τάξη παρέχει τη δυνατότητα επιπλέον σμίκρυνσης της διάταξης μέσω μείωσης του μεγέθους της πηγής των ηλεκτρονίων, της τροφοδοσίας, του συλλέκτη και του συστήματος ψύξης, παρέχοντας ένα σημαντικό πλεονέκτημα για εμπορικές και επιστημονικές εφαρμογές που απαιτούν φορητότητα. Κατά τη συνεχή του λειτουργία με τάση 3.5 kV και ρεύμα 50 mA, το γυροτρόνιο αυτό παράγει 12 W ισχύ [80].

1.4.8 Γυροτρόνιο σύνθετης κοιλότητας

Το γυροτρόνιο αυτό προτάθηκε ως λύση στην επιλεκτικότητα ρυθμών και έχει σύνθετη κοιλότητα, η οποία αποτελεί συνδυασμό δυο συζευγμένων κοιλοτήτων διαφορετικής ακτίνας. Ο ρυθμός λειτουργίας προκύπτει από τη σύζευξη των ρυθμών των δύο κοιλοτήτων, οι οποίοι έχουν ίδιο αζιμουθιακό δείκτη και διαφορετικό ακτινικό δείκτη, τέτοιους ώστε να έχουν ίδια συχνότητα ταλάντωσης και στις δύο κοιλοότητες. Οι υπόλοιποι ρυθμοί εμφανίζουν μικρότερη σύζευξη άρα και μικρότερο συντελεστή ποιότητας επιτρέποντας μικρότερο ανταγωνισμό μεταξύ των ρυθμών. Το μειονέκτημα της διάταξης αυτής είναι ότι όταν το φάσμα των ρυθμών γίνει πυκνό, τα ζεύγη (ανταγωνιστικών) ρυθμών με ικανοποιητική σύζευξη πληθαίνουν [1, 33].

1.4.9 Γυροτρόνιο THz

Οι ερευνητές των Πανεπιστημίων των πόλεων Tsukuba και Fukui της Ιαπωνία ανέπτυξαν ένα γυροτρόνιο, που λειτουργεί στη δεύτερη αρμονική στα 1.010 THz με ρυθμό $TE_{4,12}$ και μαγνητικό πεδίο 19.1 T [81].

1.5 Αντικείμενο και οργάνωση της διατριβής

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής αποτελεί η διερεύνηση των συνθηκών και η εξέταση των παραγόντων που επηρεάζουν την ανάπτυξη παρασιτικών ταλαντώσεων στο δίαυλο δέσμης του ομοαξονικού γυροτρονίου, οι οποίες υποβαθμίζουν την ποιότητα της ηλεκτρονικής δέσμης καθώς αυτή διασχίζει το δίαυλο και εισέρχεται στην κοιλότητα. Στόχος αποτελεί η εξαγωγή χρήσιμων συμπερασμάτων, που θα χρησιμοποιηθούν στην καλύτερη σχεδίαση του διαύλου με σκοπό την καταπίεση των παρασιτικών ρυθμών.

Στο Κεφάλαιο 2 δίνεται η περιγραφή των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων σε μια απλοποιημένη γεωμετρία του διαύλου απουσία της ηλεκτρονικής δέσμης με χρήση της μεθόδου πλήρους ανάπτυξης του πεδίου. Η περιγραφή αυτή γίνεται για τη γενική περίπτωση των υβριδικών ρυθμών, ενώ υπάρχει ειδική αναφορά στους αζιμουθιακά συμμετρικούς TE και TM ρυθμούς, που υποστηρίζει η διάταξη. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με παρουσίαση μιας γεωμετρίας διαύλου, στην οποία οι όμοιες περιοδικές ρυτιδώσεις έχουν αντικατασταθεί από περιοδικά επαναλαμβανόμενες ομάδες διαφορετικών ρυτιδώσεων.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η μαθηματική ανάλυση του προβλήματος λαμβάνοντας υπόψη και την παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης. Η ανάλυση αυτή περιλαμβάνει τη χρήση της γραμμικοποιημένης κινητικής εξίσωσης Vlasov στο όριο ασθενούς σήματος και αμελητέας εγκάρσιας διακύμανσης των πεδίων και από την ολοκλήρωση της λύσης (της εξίσωσης) στο χώρο των ορμών προκύπτει η πυκνότητα επιφανειακού ρεύματος στη θέση της δέσμης, η οποία εισάγεται στο ηλεκτρομαγνητικό

πρόβλημα ως κατάλληλη οριακή συνθήκη. Από την εφαρμογή των κατάλληλων οριακών συνθηκών προκύπτουν η σχέση διασποράς, οι κατανομές των πεδίων και των συντελεστών ποιότητας για κάθε κατηγορία ρυθμών.

Στο Κεφάλαιο 4 περιγράφεται η δομή και ο τρόπος λειτουργίας των αριθμητικών κωδίκων που αναπτύχθηκαν για την αριθμητική επίλυση των προβλημάτων, καθώς και τα γενικά χαρακτηριστικά και οι κύριες ρουτίνες που υλοποιήθηκαν. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παράθεση και το σχολιασμό των αριθμητικών αποτελεσμάτων μιας περιοδικής διάταξης με ρυτιδώσεις και απώλειες.

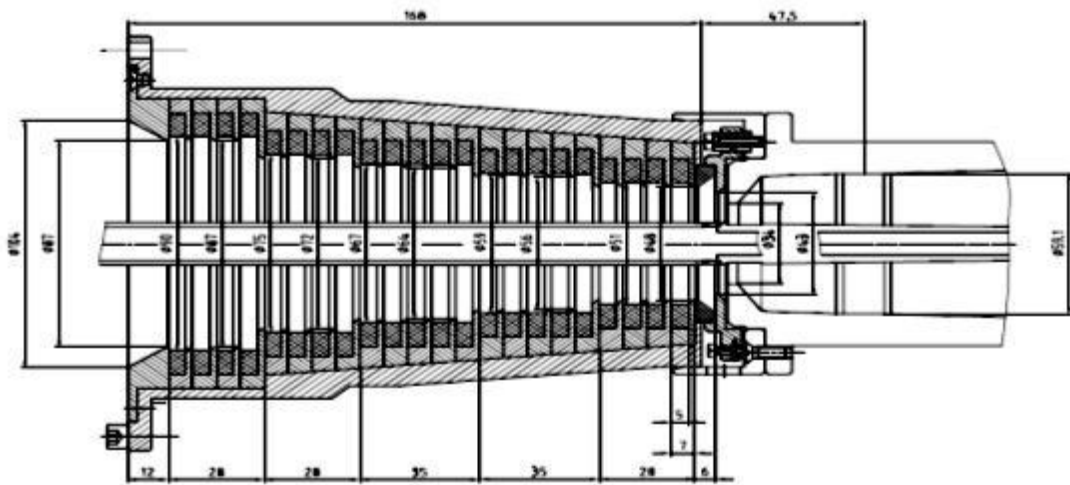
Οι συνθήκες σύγκλισης της μεθόδου και η σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων της με τα αντίστοιχα της βιβλιογραφίας αλλά και με το εργαλείο προσομοίωσης CST Microwave Studio αποτελούν το πρώτο μέρος του Κεφαλαίου 5. Στη συνέχεια αυτού, οι αριθμητικοί κώδικες χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των υποστηριζόμενων ρυθμών ενός ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού παρουσία ή μη της ηλεκτρονικής δέσμης.

Στο Κεφάλαιο 6 εξετάζεται πως επηρεάζεται ο ρυθμός ανάπτυξης των παρασιτικών αλληλεπιδράσεων από το μήκος της περιοδικότητας, το πλάτος της αυλάκωσης, της ακτίνας της δέσμης καθώς και της διηλεκτρικής σταθεράς του υλικού, που χρησιμοποιείται στη ρυτίδωση, για μια απλοποιημένη γεωμετρία, που προσεγγίζει ένα πραγματικό διάυλο δέσμης ομοαξονικού γυροτρονίου 170 GHz.

Τέλος, τα γενικά συμπεράσματα και οι πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις της μελέτης παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 7.

2 Μαθηματικός φορμαλισμός ρυθμών ομοαξονικού ρυτιδωμένου κυματοδηγού

Ο διάυλος του ομοαξονικού γυροτρονίου είναι μια διάταξη μειούμενης ακτίνας, στο κέντρο της οποίας έχει εισαχθεί ένα αγωγίμο κυλινδρικό στέλεχος και αποτελείται από μια εναλλασσόμενη στοίβα δαχτυλιδιών χαλκού και κεραμικού υλικού με απώλειες (Σχήμα 2.1). Η ύπαρξη των δαχτυλιδιών κεραμικού υλικού κατατάσσουν τη γεωμετρία στις διατάξεις αργού κύματος και εισάγονται με σκοπό να εξασθενίσουν τα RF πεδία, που τυχόν θα αναπτυχθούν στο διάυλο. Αυτό γίνεται με τη μείωση του συντελεστή ποιότητας, ο οποίος συνεπάγεται την αύξηση των ρευμάτων εκκίνησης των πιθανών αλληλεπιδράσεων και επομένως την καταπίεση κάθε ενδεχόμενης αλληλεπίδρασης πριν την κοιλότητα. Επιπλέον, τα δαχτυλίδια χαλκού καθορίζουν το ηλεκτρικό δυναμικό και αποφεύγουν την ύπαρξη στατικών φορτίων στους απομονωτές [82].

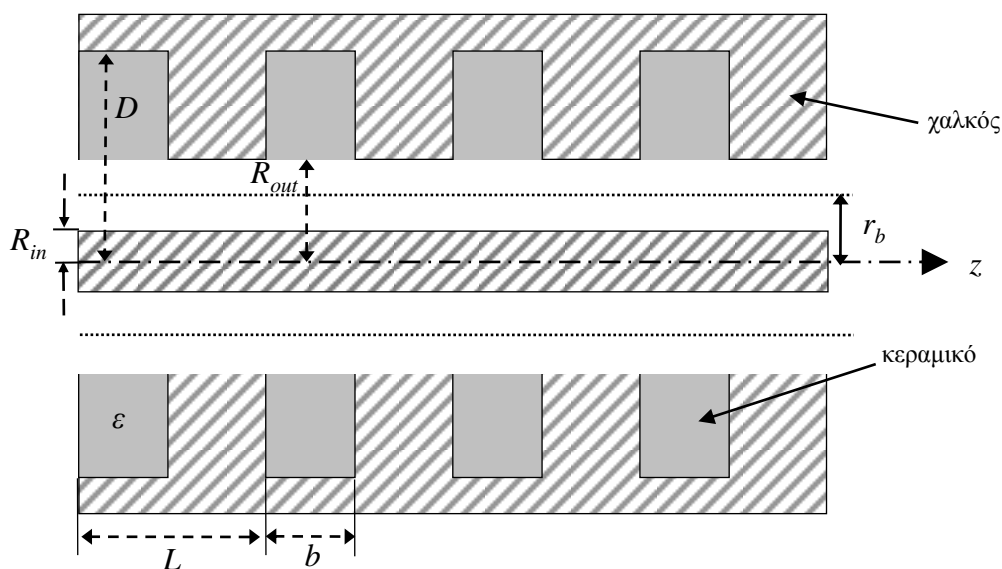


Σχήμα 2.1: Γεωμετρία του διαύλου δέσμης ομοαξονικού γυροτρονίου.

Η μαθηματική περιγραφή γίνεται για την απλοποιημένη γεωμετρία του πραγματικού διαύλου, η οποία είναι ένας ομοαξονικός κυματοδηγός με περιοδικές ορθογωνικές ρυτιδώσεις στην επιφάνειά του. Για τη γεωμετρία αυτή, η περιγραφή των πεδίων απουσία της ηλεκτρονικής δέσμης γίνεται με χρήση της μεθόδου των χωρικών αρμονικών (Space Harmonics Method, SHM), που αποτελεί μία μέθοδο πλήρους ανάπτυξης του πεδίου [83]. Σε σύγκριση με τη μέθοδο επιφανειακής εμπέδησης (Surface Impedance Model, SIM) [84] η μέθοδος αυτή έχει καλύτερη ακρίβεια αλλά και μεγαλύτερη πολυπλοκότητα. Επιπλέον, η μέθοδος SHM δεν απαιτεί τον υπολογισμό πολύπλοκων ολοκληρωμάτων, όπως η μέθοδος της ιδιάζουσας ολοκληρωτικής εξίσωσης (Singular Integral Equation, SIE) [85, 86]. Ένας εναλλακτικός τρόπος μελέτης είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method, FEM) [87], η οποία απαιτεί όμως ιδιαίτερους υπολογιστικούς πόρους. Σημειώνεται ότι διατάξεις περιοδικών κυματοδηγών έχουν μελετηθεί και με άλλες μεθόδους, όπως η προσέγγιση ισοδύναμου κυκλώματος (equivalent circuit approach) [88], η μέθοδος του Galerkin [89], οι μέθοδοι ροπών (Variational Methods) [90, 91], η μέθοδος μητρών σκέδασης (Scattering Matrix Method) [92], η συζευγμένη ολοκληρωτική εξίσωση (Coupled Integral Equation) [93, 94] και οι πίνακες μεταφοράς (Transfer Matrix Method) [95].

2.1 Ομοαξονικός κυματοδηγός με επιφανειακές ρυτιδώσεις

Για το μαθηματικό φορμαλισμό χρησιμοποιείται η απλοποιημένη γεωμετρία του πραγματικού διαύλου, δηλαδή ένας μεταλλικός ομοαξονικός κυματοδηγός με περιοδικές ορθογωνικές ρυτιδώσεις στην επιφάνειά του (Σχήμα 2.2) με (σταθερή) εσωτερική ακτίνα R_{in} και (σταθερή) εξωτερική R_{out} ακτίνα και περιοδικά επαναλαμβανόμενες ορθογωνικές αυλακώσεις πάχους b και βάθους $D - R_{out}$ με μήκος περιодικότητας L στο εξωτερικό τοίχωμα. Ο χώρος, ο οποίος εκτείνεται μεταξύ του εσωτερικού μεταλλικού στελέχους και της μεταλλικής επιφάνειας $r = R_{out}$, είναι σε κατάσταση κενού, ενώ σε ακτινική απόσταση r_b βρίσκεται η δαχτυλιοειδής ηλεκτρονική δέσμη. Οι ρυτιδώσεις είναι πλήρως γεμισμένες με διηλεκτρικό υλικό, το οποίο εμφανίζει μιγαδική σχετική διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon = \varepsilon_r - j\varepsilon_i$, ενώ ο χώρος έξω ($D > r$) και ανάμεσα στα διηλεκτρικά δαχτυλίδια ($a < r < D$, όταν $b < z < L$) θεωρείται τέλειος αγωγός. Ακτινικά η διάταξη μπορεί να χωριστεί σε τρεις περιοχές. Η παρουσία της δέσμης χωρίζει τον κενό χώρο σε δύο περιοχές, την *Περιοχή I* μεταξύ της επιφάνειας του μεταλλικού στελέχους ($r = R_{in}$) και της ηλεκτρονικής δέσμης ($r = r_b$) και την *Περιοχή II* από την ηλεκτρονική δέσμη έως την εξωτερική επιφάνεια στη θέση $r = R_{out}$. Τέλος, ο χώρος μέσα στις ρυτιδώσεις ορίζει την *Περιοχή III*. Ο άξονας συμμετρίας της διάταξης συμπίπτει με τον άξονα z του κυλινδρικού συστήματος συντεταγμένων (r, φ, z) , το οποίο χρησιμοποιείται στη μελέτη του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος.



Σχήμα 2.2: Διαμήκης τομή του ομοαξονικού κυματοδηγού με ορθογωνικές ρυτιδώσεις παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης.

Η παραπάνω γεωμετρία διαφέρει από την πραγματική (Σχήμα 2.1) σε ορισμένα σημεία. Πρώτον, θεωρείται ότι επαναλαμβάνεται σε όλο το μήκος του άξονα z , παραδοχή που δίνει τη δυνατότητα χρήσης περιοδικών οριακών συνθηκών στα άκρα μιας περιόδου και αποτελεί απαραίτητη συνθήκη για τη μέθοδο SHM. Σημειώνεται ότι με τη μέθοδο αυτή έχει μελετηθεί και η αντίστοιχη απλοποιημένη γεωμετρία του διαύλου του συμβατικού (χωρίς το ομοαξονικό στέλεχος) γυροτρονίου [61, 96 - 98]. Στην πραγματικότητα, ο δίαυλος είναι μια πεπερασμένου μήκους γεωμετρία με ικανοποιητικό όμως αριθμό περιόδων, που περιλαμβάνουν πολλά μήκη κύματος κατά

μήκος του άξονα διάδοσης ώστε να μειώνεται η ευαισθησία των αποτελεσμάτων από τις οριακές συνθήκες στα άκρα και επομένως να μπορεί να εφαρμοστεί η προσέγγιση της άπειρης διάταξης [61]. Οι περιοδικές οριακές συνθήκες της παραπάνω θεώρησης στα άκρα της ρυτίδωσης $z = 0$ και $z = L$ μπορούν να αντικατασταθούν, σε μια πιο αυστηρή ανάλυση, με τις κατάλληλες Sturm-Liouville οριακές συνθήκες, όπου η σύζευξη με το περιβάλλον στα άκρα της περιόδου θα εκφράζεται με τους κατάλληλους συντελεστές ανάκλασης και διάδοσης [99].

Επιπλέον, η πραγματική διάταξη αποτελείται από μη περιοδικές ρυτιδώσεις σε όλο το μήκος της, ενώ εδώ οι ρυτιδώσεις θεωρούνται ίδιες. Η υπόθεση αυτή είναι λογική με το σκεπτικό ότι μελετάμε την πιο επικίνδυνη περιοχή του διαύλου κοντά στην κοιλότητα, όπου τα διαδοχικά τμήματά του έχουν παρόμοια γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Για το σκοπό αυτό επιλέγουμε το μέσο όρο των τιμών των τελευταίων τμημάτων του διαύλου [82]. Επιπρόσθετα, οι ρυτιδώσεις του Σχήματος 2.2 έχουν διηλεκτρικό υλικό σε όλο τον όγκο της αυλάκωσης, κάτι το οποίο αποφεύγεται στο πραγματικό δίαυλο τοποθετώντας το διηλεκτρικό σε ακτίνα λίγο μεγαλύτερη από την εξωτερική ακτίνα του ομοαξονικού κυλινδρικού αγωγού $r = R_{out}$. Αυτό γίνεται με σκοπό να αποφευχθεί καταστροφή του διηλεκτρικού από τυχόν ηλεκτρόνια, τα οποία θα αποκλίνουν από την ηλεκτρονική δέσμη. Η διαφορά δr των ακτινών είναι συνήθως πολύ μικρότερη σε σχέση με τις υπόλοιπες διαστάσεις του συστήματος (της τάξης περίπου του 1 mm). Η διαφορά αυτή θα μπορούσε να εισαχθεί στη μαθηματική ανάλυση χωρίζοντας έτσι την *Περιοχή III* σε δύο επιμέρους περιοχές, όπου η μία αντιστοιχεί στην περιοχή δr όπου δεν υπάρχει διηλεκτρικό, ενώ η δεύτερη εκτείνεται στην περιοχή $R_{out} + \delta r < r < D$. Προφανώς, μια τέτοια διαδικασία αυξάνει την πολυπλοκότητα της ανάλυσης και του αντίστοιχου αριθμητικού κώδικα. Στα Σχήματα 3 και 4 της εργασίας [100] παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας γεωμετρίας για την περίπτωση όπου $\delta r = 1$ mm και $\delta r = 0$ mm, αντίστοιχα. Από αυτά προκύπτει ότι το σχετικό σφάλμα των αποτελεσμάτων είναι της τάξης του 0.5% οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι η διαφορά αυτή μπορεί να αγνοηθεί σε πρώτο βήμα.

Τέλος, στον πραγματικό δίαυλο η εξωτερική ακτίνα και το μαγνητικό πεδίο εξαρτώνται από την αξονική θέση z . Η γεωμετρία του Σχήματος 2.2 φέρει σταθερή εξωτερική ακτίνα R_{out} , ενώ η δέσμη ηλεκτρονίων θεωρείται ότι κινείται υπό την επίδραση ενός σταθερού μαγνητικού πεδίου. Σημειώνεται ότι η παραδοχή σταθερού μαγνητικού πεδίου έχει ως άμεση συνέπεια αξονικά σταθερή ακτίνα δέσμης. Επομένως, η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί με καλή προσέγγιση σε συγκεκριμένες περιοχές, όπου οι παραπάνω παράμετροι μεταβάλλονται ήπια. Σημειώνεται ότι και για την περίπτωση του διαύλου συμβατικού γυροτρονίου η ίδια προσέγγιση έχει δώσει χρήσιμα και αρκετά αξιόπιστα αποτελέσματα [18].

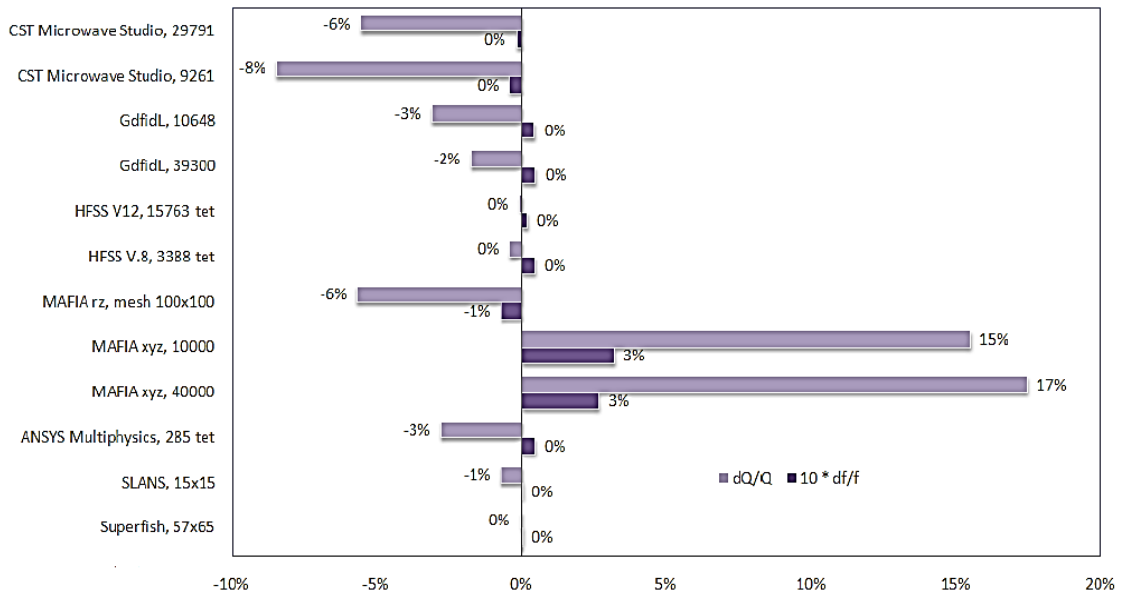
2.2 Διαθέσιμα εργαλεία προσομοίωσης

Η αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης – κύματος στις μικροκυματικές συσκευές αποτελεί ένα έντονα μη γραμμικό φαινόμενο, το οποίο απαιτεί ιδιαίτερη μαθηματική ανάλυση και πολύπλοκες υπολογιστικές προσομοιώσεις. Για το σκοπό αυτό έχουν αναπτυχθεί πληθώρα αριθμητικών μεθόδων και κωδίκων, που επιλύουν το πρόβλημα αυτό είτε στο πεδίο του χρόνου είτε στο πεδίο της συχνότητας. Για την επιλογή της κατάλληλης μεθόδου κριτήρια αποτελούν ο βαθμός προσέγγισης του πραγματικού προβλήματος, η πολυπλοκότητα της μαθηματικής ανάλυσης, η ακρίβεια και η αξιοπιστία των αριθμητικών αποτελεσμάτων της, καθώς και οι απαιτούμενοι υπολογιστικοί πόροι. Μερικοί τέτοιοι κώδικες είναι οι εξής:

- Ο **Superfish** χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό ηλεκτρομαγνητικών πεδίων είτε σε διδιάστατες καρτεσιανές ή κυλινδρικές συντεταγμένες χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των Πεπερασμένων Διαφορών (Finite Differences Method, FDM) και υπολογίζει αζιμουθιακά συμμετρικούς ρυθμούς [101].
- Το **MAFIA** είναι ένας αλγόριθμος βασιζόμενος στην τεχνική της πεπερασμένης ολοκλήρωσης (Finite Integration Technique, FIT) και έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως σε επιταχυντές. Γενικά χρησιμοποιεί το καρτεσιανό πλέγμα, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις και το κυλινδρικό εμφανίζοντας όμως προβλήματα κοντά σε κυρτά όρια και σε μη ορθογώνιες γεωμετρίες [102].
- Το **HFSS** χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο πεδίο της συχνότητας. Αποτελεί ένα εργαλείο για τρισδιάστατη (3D) προσομοίωση ηλεκτρομαγνητικών πεδίων και είναι κατάλληλο για τη σχεδίαση διατάξεων υψηλών συχνοτήτων και υψηλών ταχυτήτων [103].
- Το **GdfidL** ξεκίνησε ως «μικρό MAFIA», το οποίο βελτιώθηκε σημαντικά στη συνέχεια. Χρησιμοποιεί τη μέθοδο πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (Finite-difference time-domain, FDTD) με αλγόριθμο FIT σε καρτεσιανό πλέγμα. Επιτρέπει τη χρήση τέλεια προσαρμοσμένων στρωμάτων (Perfect Matched Layer, PML) και περιοδικών ορίων. Υπάρχει και σε παράλληλη έκδοση [104].
- Το **CST Studio Suite** περιλαμβάνει μεταξύ άλλων το Microwave Studio και το Particle Studio και είναι ο διάδοχος του Mafias. Χρησιμοποιεί αλγόριθμο FIT, με καρτεσιανό πλέγμα ικανό να μοντελοποιήσει σύνθετες επιφάνειες. Προσφέρει τη δυνατότητα προσομοίωσης μεταξύ άλλων μικροκυματικών εφαρμογών, δυναμικής φορτισμένων σωματιδίων, προβλημάτων ηλεκτρομαγνητικής συμβατότητας, και εφαρμογών χαμηλών συχνοτήτων [105].
- Το **SuperLANS** αποτελεί άλλη έκδοση του Superfish, η οποία χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [106].
- Το **ANSYS Multiphysics** αποτελεί επίσης ένα πολύ καλό εργαλείο προσομοίωσης κάνοντας χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Η προσομοίωση είναι 3-D τετραεδρική ή εξαεδρική και υπολογίζονται οι απώλειες των ιδιορυθμών και της αλληλεπίδρασης χωρίς όμως να υποστηρίζει περιοδικές οριακές συνθήκες [107].
- Στο Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) ανέπτυξαν ένα πακέτο εργαλείων το **ACE3P** (Ω -3P, S-3P, T-3P, Track-3P, Pic-3P, TEM-3P), το οποίο μελετά ηλεκτρομαγνητικά προβλήματα με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων με τετραεδρικό πλέγμα χρησιμοποιώντας τρισδιάστατους παράλληλους αλγόριθμους. Τα εργαλεία αυτά προσφέρουν μοντελοποίηση υψηλής πιστότητας και ακρίβειας για σχεδίαση, βελτιστοποίηση και ανάλυση επιταχυντών [108].
- Άλλοι αριθμητικοί κώδικες, όπως ο **Cascade**, υπολογίζουν αρχικά τα πεδία αναπτύσσοντας αυτά σε ιδιοσυναρτήσεις και κατόπιν ικανοποιούν τις κατάλληλες οριακές συνθήκες. Η συνάρτηση διασποράς βρίσκεται σε επόμενο βήμα από τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier της αζονικής κατανομής των πεδίων [109, 110].
- Ο **Magic** είναι ένας ηλεκτρομαγνητικός κώδικας στο πεδίο του χρόνου, ο οποίος επιλύει τις εξισώσεις του Maxwell για τα πεδία, την εξίσωση της δύναμης Lorentz για τα σωματίδια και την εξίσωση συνέχειας για τον καθορισμό των πυκνοτήτων ρεύματος και φορτίου για τις εξισώσεις Maxwell. Απαρτίζεται από μια σειρά

διδιάστατων ηλεκτρομαγνητικών αλγορίθμων πεπερασμένων διαφορών και τρισδιάστατων PIC αλγορίθμων, οι οποίοι μπορούν να συνδυαστούν σε πολλές περιπτώσεις προβλημάτων και να δίνουν αξιόπιστα αποτελέσματα [111].

Η ακρίβεια των παραπάνω εργαλείων προσομοίωσης ως προς τον υπολογισμό της συχνότητας και του συντελεστή ποιότητας μιας τέλεια αγωγίμης κλειστής κοιλότητας [112] δίνεται στο Σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3: Σχετικό σφάλμα κατά τον υπολογισμό της συχνότητας και του συντελεστή ποιότητας μιας τέλεια αγωγίμης κλειστής κοιλότητας.

Παρότι οι παραπάνω κώδικες παρέχουν υψηλού επιπέδου αξιοπιστία και ευελιξία, μερικοί αδυνατούν ενώ κάποιοι άλλοι δεν μπορούν να εκτιμήσουν γρήγορα τα χαρακτηριστικά αλληλεπίδρασης της ηλεκτρονικής δέσμης με το ηλεκτρομαγνητικό κύμα σε ένα διάυλο δέσμης γυροτρονίου.

Η μελέτη των αλληλεπιδράσεων, που μπορεί να συμβούν μεταξύ της δέσμης και του κύματος σε μια γεωμετρία όπως αυτή του Σχήματος 2.2, διευκολύνεται αν αρχικά είναι γνωστοί οι ρυθμοί της διάταξης απουσία της δέσμης. Η πληροφορία αυτή παρέχεται από τη σχέση διασποράς $\omega(k)$, η οποία συνδέει τη συχνότητα ω με τον αξονικό κυματάριθμο k . Σε δεύτερη φάση μπορούν να εντοπιστούν τα πιθανά σημεία της αλληλεπίδρασης με τη δέσμη. Αυτό καθιστά τον υπολογισμό της σχέσης διασποράς της ψυχρής διάταξης πρωτεύουσας σημασίας και πρέπει να γίνεται πολύ γρήγορα και με ακρίβεια λόγω της ευαισθησίας του συντονισμού από τη μεταβολή της συχνότητας. Όπως επιβεβαιώνεται από τα Σχήματα 4a και 4b της [61] και τα Σχήματα 3 και 4 της [96], αριθμητικοί κώδικες, που ακολουθούν την παραπάνω φιλοσοφία, εμφανίζουν καλύτερη επίδοση ως προς τους απαιτούμενους υπολογιστικούς πόρους κατά την εξαγωγή αξιόπιστων αποτελεσμάτων για τη συχνότητα σε σύγκριση με έναν κώδικα, όπως π.χ. ο Cascade. Ο αναγκαίος συνδυασμός όλων των παραπάνω χαρακτηριστικών (ταχύτητα, ακρίβεια και δυνατότητα περιγραφής της αλληλεπίδρασης) έχει σαν συνέπεια οι παραπάνω αριθμητικοί κώδικες να είναι μη ικανοποιητικοί. Επομένως, καθίσταται αναγκαία η ανάπτυξη ενός κώδικα, ο οποίος θα έχει ως πρώτη προτεραιότητα τον

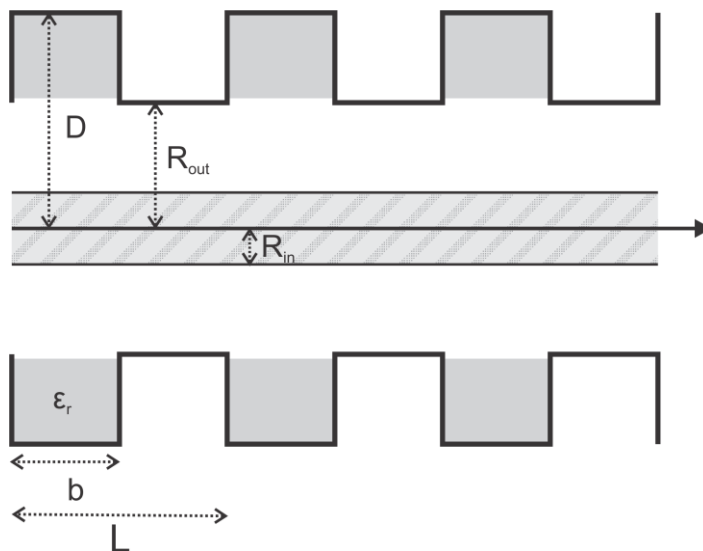
υπολογισμό της σχέσης διασποράς $D(\omega, k) = 0$, με παρουσία ή μη της ηλεκτρονικής δέσμης, με ακρίβεια και σε ελάχιστο υπολογιστικό χρόνο.

Η μεθοδολογία των χωρικών αρμονικών, που εφαρμόζεται στην παρούσα διατριβή για τη μελέτη της γεωμετρίας του Σχήματος 2.2, έχει χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν σε περιοδικές δομές [113], αλλά και για την εύρεση των χαρακτηριστικών διάδοσης και ακτινοβολίας σε κυματοδηγούς με ρυτιδώσεις [84, 114 - 118]. Αρχικά, μελετάται ένας περιοδικός κυματοδηγός με επιφανειακές ρυτιδώσεις, όπου τα πεδία αναπαριστώνται στο εσωτερικό λείο μέρος του από μια σειρά χωρικών αρμονικών και σε κάθε ρυτιδίωση από ένα άπειρο άθροισμα στάσιμων κυμάτων. Στη συνέχεια, γίνεται η εφαρμογή των κατάλληλων οριακών συνθηκών λαμβάνοντας υπόψη και τις σχέσεις ορθογωνιότητας μεταξύ των αρμονικών, από την οποία προκύπτει ένα ομογενές σύστημα εξισώσεων με άπειρη διάσταση. Η σχέση διασποράς υπολογίζεται στο τέλος από το μηδενισμό της διακρίνουσας του συστήματος.

Η (ψυχρή) διάταξη, η οποία προκύπτει από το Σχήμα 2.2 απουσία της δέσμης, δεν είναι παρά ένας ρυτιδωμένος ομοαξονικός κυματοδηγός. Επιλύοντας αρχικά το πρόβλημα αυτού αποκτάμε μια πρώτη εκτίμηση για το είδος των ρυθμών που μπορεί να υποστηρίξει και στη συνέχεια στο Κεφάλαιο 3 θα μελετηθεί η σύνθετη διάταξη του Σχήματος 2.2, όπου η παρουσία της δέσμης θα καθορίσει τα σημεία αλληλεπίδρασης.

2.3 Μαθηματικός φορμαλισμός του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ενός ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού απουσία ηλεκτρονικής δέσμης

Η διαμήκης τομή ενός ομοαξονικού κυματοδηγού, ο οποίος στην επιφάνεια του φέρει περιοδικές ρυτιδώσεις, δίνεται στο Σχήμα 2.4 και πρόκειται για την απλοποιημένη γεωμετρία του Σχήματος 2.2, αν από αυτή αφαιρέσουμε την ηλεκτρονική δέσμη. Έτσι, ο κενός χώρος που ξεκινά από την ακτίνα του εσωτερικού στελέχους R_{in} και ορίζει την Περιοχή I εκτείνεται μέχρι το εξωτερικό τοίχωμα R_{out} , ενώ πέραν αυτού ορίζεται η Περιοχή II, στην οποία είναι τοποθετημένα τα διηλεκτρικά δαχτυλίδια με εξωτερική ακτίνα D και πάχος b ($< L$ μήκος περιодικότητας).



Σχήμα 2.4: Διαμήκης τομή του ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού.

Στην πράξη, η μιγαδική σχετική διηλεκτρική σταθερά $\epsilon_r - j\epsilon_i$ του υλικού της ρυτίδωσης έχει συνήθως συντελεστή απωλειών μικρότερο από 0.2. Επιπλέον, επειδή ενδιαφέρει η καταστολή και όχι η ανάπτυξη μιας πιθανής αλληλεπίδρασης, η εύρεση της συχνότητας με μεγάλη ακρίβεια δεν αποτελεί πρώτη προτεραιότητα. Έτσι, σε πρώτο βήμα μπορεί να αγνοηθεί το φανταστικό μέρος ϵ_i της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς και να βρεθούν η πραγματική τιμή της συχνότητας και η χωρική κατανομή των πεδίων. Το ϵ_i θα ληφθεί υπόψη στη συνέχεια στον υπολογισμό του ωμικού συντελεστή ποιότητας Q_{ohm} .

Η ανάλυση του προβλήματος ξεκινά από τις εξισώσεις Maxwell, οι οποίες απουσία πηγών και ελεύθερων φορτίων γράφονται σε διαφορική μορφή:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

Σε ένα ομογενές και ισότροπο μέσο ισχύουν οι συντακτικές σχέσεις $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ και $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ για την ηλεκτρική και τη μαγνητική μετατόπιση, αντίστοιχα, που σε συνδυασμό με τις σχέσεις (2.1) και (2.2), μπορούν να δώσουν μια ξεχωριστή εξίσωση για κάθε πεδίο. Έτσι, ο στροβιλισμός της (2.1) δίνει:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial(\nabla \times \mathbf{B})}{\partial t} = -\mu \frac{\partial(\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} \quad (2.3)$$

Χρήση της (2.2) σε συνδυασμό με την ταυτότητα $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ δίνει:

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Εφόσον η πυκνότητα φορτίου είναι μηδενική και το ϵ σταθερό, ο νόμος του Gauss γίνεται $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, οπότε από την τελευταία εξίσωση προκύπτει:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

Η (2.5) είναι η κυματική εξίσωση για το ηλεκτρικό πεδίο \mathbf{E} με ταχύτητα διάδοσης v ίση με $(\mu \epsilon)^{-1/2}$. Στον ελεύθερο χώρο η ταχύτητα v είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός στο κενό c . Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει η αντίστοιχη εξίσωση για το μαγνητικό πεδίο \mathbf{H}

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6)$$

Θεωρώντας αρμονική μεταβολή των πεδίων της μορφής $e^{j\omega t}$, η εξίσωση (2.5) μετατρέπεται στην

$$\nabla^2 \mathbf{E} + h^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.7)$$

όπου $h^2 = \omega^2 \mu \epsilon$. Η εξίσωση αυτή αποτελεί την εξίσωση Helmholtz και η σταθερά h ονομάζεται κυματάριθος και μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$h = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{\omega}{v} = 2\pi \frac{f}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.8)$$

όπου λ είναι το μήκος κύματος. Αντίστοιχα, και το μαγνητικό πεδίο \mathbf{H} ικανοποιεί την εξίσωση Helmholtz

$$\nabla^2 \mathbf{H} + h^2 \mathbf{H} = 0 \quad (2.9)$$

Ο κυματοδηγός σε κάθε επιμέρους περιοχή του χαρακτηρίζεται από αξονική ομοιομορφία. Η εγκάρσια διατομή του και οι ηλεκτρικές του ιδιότητες δεν μεταβάλλονται κατά μήκος του άξονα διάδοσης z . Η μορφή της λύσης, η οποία ικανοποιεί τις εξισώσεις Helmholtz (2.7) και (2.9), είναι αυτή που αντιστοιχεί σε ένα κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του άξονα z [119]. Στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων η εξίσωση Helmholtz είναι διαχωρίσιμη και επομένως η λύση της μπορεί να γραφεί στη μορφή $g(r, \varphi)f(z)$, όπου η f είναι συνάρτηση του z μόνο, και η g είναι συνάρτηση των εγκάρσιων συντεταγμένων r και φ . Παρακάτω, η συνάρτηση g θα θεωρηθεί γινόμενο δυο συναρτήσεων R και Φ , καθεμία από τις οποίες θα εξαρτάται από μία συντεταγμένη r και φ , αντίστοιχα.

Με βάση τα παραπάνω τα πεδία μπορούν να γραφτούν ως

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{E}(r, \varphi, z, t) \\ \mathbf{H}(r, \varphi, z, t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E}(r, \varphi)f(z)\exp(j\omega t) \\ \mathbf{H}(r, \varphi)f(z)\exp(j\omega t) \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Εφαρμόζοντας το Λαπλασιανό τελεστή $\nabla^2 = \nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ στην εξίσωση Helmholtz, αυτή μπορεί να χωριστεί στο εγκάρσιο και στο διαμήκες μέρος της

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + k_{\perp}^2 \right] \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} = \mathbf{0} \quad (2.11)$$

$$\frac{d^2 f(z)}{dz^2} + k^2 f(z) = 0 \quad (2.12)$$

όπου $k_{\perp}^2 = \omega^2 \mu \epsilon - k^2$ με k_{\perp} και k είναι ο εγκάρσιος και ο διαμήκης, αντίστοιχα, κυματάρθρωμος.

Μια απλούστερη μορφή των εξισώσεων Maxwell μπορεί να βρεθεί διαχωρίζοντας όλα τα πεδία σε εγκάρσιες και διαμήκεις συνιστώσες προς τον άξονα διάδοσης z , δηλαδή

$$\mathbf{E}(r, \varphi, z) = \mathbf{E}_t(r, \varphi, z) + \mathbf{E}_z(r, \varphi, z) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{E}_z = \hat{\mathbf{z}}E_z, \quad \mathbf{E}_t = (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}) \times \hat{\mathbf{z}} \quad (2.14)$$

είναι, αντίστοιχα, η διαμήκης και η εγκάρσια συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου και $\hat{\mathbf{z}}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση z . Ανάλογες εκφράσεις προκύπτουν και για το μαγνητικό πεδίο \mathbf{H} . Οι εξισώσεις (2.1) και (2.2) μπορούν να αναπτυχθούν δίνοντας

$$\hat{\mathbf{z}} \cdot (\nabla_{\perp} \times \mathbf{H}_t) = j\epsilon\omega E_z, \quad \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial z} - \nabla_{\perp} \mathbf{H}_z = -j\epsilon\omega \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_t \quad (2.15)$$

$$\hat{\mathbf{z}} \cdot (\nabla_{\perp} \times \mathbf{E}_t) = -j\omega\mu H_z, \quad -\frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial z} + \nabla_{\perp} E_z = -j\omega\mu \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}_t \quad (2.16)$$

ενώ από τις εξισώσεις $\nabla \cdot \mathbf{D} = \mathbf{0}$ και $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{0}$ προκύπτουν αντίστοιχα:

$$\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{E}_t = -\frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad \nabla_{\perp} \cdot \mathbf{H}_t = -\frac{\partial H_z}{\partial z} \quad (2.17)$$

Οι εξισώσεις (2.15) και (2.16) μπορούν να λυθούν ως προς τις εγκάρσιες συνιστώσες $\mathbf{E}_t, \mathbf{H}_t$ έχοντας εξάρτηση μόνο από τις διαμήκεις συνιστώσες E_z, H_z .

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_t}{\partial z^2} + \mu\epsilon\omega^2 \mathbf{E}_t = \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_{\perp} E_z) + j\omega\mu\hat{\mathbf{z}} \times (\nabla_{\perp} H_z) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}_t}{\partial z^2} + \mu\epsilon\omega^2 \mathbf{H}_t = \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_{\perp} H_z) - j\epsilon\omega\hat{\mathbf{z}} \times (\nabla_{\perp} E_z) \quad (2.19)$$

οι οποίες με χρήση της (2.11) παίρνουν τη μορφή:

$$\mathbf{E}_t = \frac{1}{k_{\perp}^2} \left[\frac{\partial}{\partial z} (\nabla_{\perp} E_z) + j\omega\mu\hat{\mathbf{z}} \times (\nabla_{\perp} H_z) \right] \quad (2.20)$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{k_{\perp}^2} \left[\frac{\partial}{\partial z} (\nabla_{\perp} H_z) - j\epsilon\omega\hat{\mathbf{z}} \times (\nabla_{\perp} E_z) \right] \quad (2.21)$$

Αρκεί λοιπόν να υπολογίσουμε τις διαμήκεις συνιστώσες E_z και H_z . Γνωρίζοντας αυτές στη συνέχεια μπορούμε να υπολογίσουμε όλες τις υπόλοιπες χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (2.20) και (2.21).

Η εξίσωση (2.12) έχει λύσεις της μορφής $\exp(\pm jkz)$, με το πρόσημο \pm να καθορίζει την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος, και το $\exp(-jkz)$ να αντιστοιχεί σε κύμα το οποίο διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση των z , ενώ το $\exp(+jkz)$ κατά την αρνητική.

Για την εύρεση των λύσεων των εξισώσεων Maxwell για τη συγκεκριμένη γεωμετρία είναι απαραίτητη η εφαρμογή των κατάλληλων συνοριακών συνθηκών, οι οποίες απαιτούν τη συνέχεια των κατάλληλων εφαπτομενικών συνιστωσών του πεδίου στις διεπιφάνειες μεταξύ περιοχών διαφορετικών ηλεκτρικών ιδιοτήτων. Όπως αναφέραμε ήδη ο κυματοδηγός του Σχήματος 2.4 είναι σε όλη την έκταση του μεταλλικός με πολύ μεγάλη αγωγιμότητα. Δεδομένου ότι το επιδερμικό βάθος $\delta_s = (2/\omega\mu\sigma)^{1/2}$ είναι πολύ μικρό στις μικροκυματικές συχνότητες για μέταλλα, η προσέγγιση της άπειρης αγωγιμότητας ($\sigma \rightarrow \infty$) μπορεί να γίνει με αμελητέο σφάλμα.

Όταν το σύνορο είναι αγωγίμη επιφάνεια S , η οριακή συνθήκη γράφεται στη μορφή:

$$E_z|_S = 0 \quad (2.22)$$

ενώ στη γενική περίπτωση όπου το σύνορο αποτελεί τη διεπιφάνεια δύο περιοχών διαφορετικών ηλεκτρικών ιδιοτήτων τότε ισχύουν οι σχέσεις:

$$(E_z'' - E_z')|_S = 0, \quad -\frac{\partial(B_z'' - B_z')}{\partial n}|_S = 0 \quad (2.23)$$

Ο κυματοδηγός του Σχήματος 2.4 μπορεί να υποστηρίξει τις παρακάτω κατηγορίες κυμάτων:

- Εγκάρσια ΗλεκτροΜαγνητικά Κύματα (Transverse ElectroMagnetic, TEM), δηλ. κύματα που έχουν μόνο εγκάρσιες πεδιακές συνιστώσες ($E_z = H_z = 0$).
- Εγκάρσια Μαγνητικά Κύματα (Transverse Magnetic, TM), δηλ. κύματα τα οποία δεν έχουν διαμήκες μαγνητικό πεδίο ($H_z = 0$).
- Εγκάρσια Ηλεκτρικά Κύματα (Transverse Electric, TE), δηλ. κύματα τα οποία δεν έχουν το διαμήκες ηλεκτρικό πεδίο ($E_z = 0$).

- Τέλος υπάρχουν και κύματα που έχουν μη μηδενική διαμήκη συνιστώσα και του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, τα λεγόμενα υβριδικά κύματα (hybrid ή HE/EH).

Τα κύματα TE και TM εμφανίζουν αξιμουθιακή συμμετρία, δηλαδή έχουν ανεξαρτησία από τη γωνία φ . Αντίθετα, τα υβριδικά κύματα εμφανίζουν εξάρτηση από τη φ . Προφανώς τα TE και TM αποτελούν ειδική λύση του προβλήματος. Θέλοντας να μελετήσουμε όλους του ρυθμούς που μπορούν να αναπτυχθούν σε μια τέτοια διάταξη, θεωρούμε τη γενική περίπτωση των υβριδικών κυμάτων, θέτοντας λόγω της κυλινδρικής γεωμετρίας $\partial/\partial\varphi \equiv jm$, όπου το m είναι μη αρνητικός ακέραιος.

Αφού η διάταξη είναι περιοδική ως προς την κατεύθυνση z , για την περιγραφή του πεδίου μπορεί να εφαρμοστεί το θεώρημα Floquet-Bloch. Το πεδίο σε οποιοδήποτε περίοδο σε απόσταση QL (στη διεύθυνση z) από την αρχική, όπου Q ακέραιος, είναι $\exp(-jkQL)$ φορές το πεδίο της αρχικής περιόδου, όπου kL είναι η αλλαγή φάσης ανά περίοδο. Όλα τα πεδία στο επίπεδο $z=L$ θα είναι $\exp(-jkL)$ φορές τα αντίστοιχα πεδία στο $z=0$. Έτσι, στην Περιοχή I ($R_{in} \leq r \leq R_{out}$, $0 \leq z \leq L$ και $0 \leq \varphi \leq 2\pi$) η διαμήκης συνιστώσα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου θα αποτελείται από ένα άπειρο σύνολο χωρικών αρμονικών (Bloch συνιστωσών):

$$E_z^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^I F_m(k_{n\perp} r) \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (2.24)$$

$$H_z^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I P_m(k_{n\perp} r) \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (2.25)$$

όπου $k_n = k + n(2\pi/L)$ και $k_{n\perp} = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_n^2}$ είναι, αντίστοιχα, ο αξονικός και ο εγκάρσιος κυματάριθμος, ενώ A_n^I και B_n^I είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης, οι οποίοι θα βρεθούν στη συνέχεια. Ανάλογα με την τιμή n -ιστής συνιστώσας Bloch, η ακτινική μεταβολή θα είναι είτε ταλάντωση με χαρακτηριστικό μήκος $k_{n\perp}^{-1}$ ή απόσβεση με χαρακτηριστικό μήκος $t_{n\perp}^{-1} = (\sqrt{k_n^2 - (\omega/c)^2})^{-1}$. Οι συναρτήσεις F_m και P_m αποτελούν τις λύσεις της ακτινικής εξάρτησης του πεδίου έχοντας λάβει υπόψη τις κατάλληλες οριακές συνθήκες στη διεπιφάνεια του εσωτερικού μεταλλικού στελέχους $r=R_{in}$, δηλαδή

$$F_m(k_{n\perp} r) = \left\{ \begin{array}{l} J_m(k_{n\perp} r) Y_m(k_{n\perp} R_{in}) - J_m(k_{n\perp} R_{in}) Y_m(k_{n\perp} r), \quad k_{n\perp}^2 > 0 \\ \frac{I_m(t_{n\perp} r) K_m(t_{n\perp} R_{in}) - I_m(t_{n\perp} R_{in}) K_m(t_{n\perp} r)}{I_m(t_{n\perp} r_b) K_m(t_{n\perp} R_{in}) + I_m(t_{n\perp} R_{in}) K_m(t_{n\perp} r_b)}, \quad t_{n\perp}^2 > 0, \quad t_{n\perp}^2 = -k_{n\perp}^2 \end{array} \right\} \quad (2.26)$$

$$P_m(k_{n\perp} r) = \left\{ \begin{array}{l} J_m(k_{n\perp} r) Y_m'(k_{n\perp} R_{in}) - J_m'(k_{n\perp} R_{in}) Y_m(k_{n\perp} r), \quad k_{n\perp}^2 > 0 \\ \frac{I_m(t_{n\perp} r) K_m'(t_{n\perp} R_{in}) - I_m'(t_{n\perp} R_{in}) K_m(t_{n\perp} r)}{I_m(t_{n\perp} r_b) K_m(t_{n\perp} R_{in}) + I_m(t_{n\perp} R_{in}) K_m(t_{n\perp} r_b)}, \quad t_{n\perp}^2 > 0, \quad t_{n\perp}^2 = -k_{n\perp}^2 \end{array} \right\}$$

Στις τελευταίες εξισώσεις οι $J_m(x)$ και $I_m(x)$ είναι αντίστοιχα η συνάρτηση Bessel και η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, ενώ οι $Y_m(x)$ και $K_m(x)$ είναι, αντίστοιχα, η συνάρτηση Neumann και η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel δεύτερου είδους.

Με παρόμοιο τρόπο, μέσα στις ρυτιδώσεις *Περιοχή II* ($R_{out} \leq r \leq D$, $0 \leq z \leq L$ και $0 \leq \varphi \leq 2\pi$), οι διαμήκεις συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου αναπαρίστανται ως ένα άπειρο ανάπτυγμα στάσιμων κυμάτων λόγω της παρουσίας της μεταλλικής επιφάνειας στα σημεία $z = 0$ και $z = b$.

$$E_z^H(r, \varphi, z) = \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_\ell^H G_m(g_{\ell\perp} r) \exp(jm\varphi) \cos(\kappa_\ell z) \quad (2.27)$$

$$H_z^H(r, \varphi, z) = \sum_{\ell=1}^{+\infty} B_\ell^H D_m(g_{\ell\perp} r) \exp(jm\varphi) \sin(\kappa_\ell z) \quad (2.28)$$

όπου $\kappa_\ell = \ell\pi/b$, $\ell = 0, 1, 2, \dots$ και $g_{\ell\perp} = \sqrt{(\omega/c)^2 \varepsilon_r - (\ell\pi/b)^2}$ είναι ο αξονικός και διαμήκης κυματάριθμος, αντίστοιχα. Η διακριτοποίηση των τιμών του αξονικού κυματάριθμου κ_ℓ προκύπτει από την εφαρμογή των κατάλληλων οριακών συνθηκών στα μεταλλικά τοιχώματα $z = 0$ και $z = b$ (δηλ. ο μηδενισμός της εφαπτομενικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου). Αξίζει να σημειωθεί ότι το άθροισμα στην (2.27) συμπεριλαμβάνει όλους τους μη αρνητικούς αριθμούς ℓ , ενώ το άθροισμα της (2.28) όλους τους θετικούς αριθμούς ℓ . Οι A_ℓ^H και B_ℓ^H είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης, οι οποίοι θα βρεθούν στη συνέχεια, ενώ οι συναρτήσεις G_m και D_m είναι οι λύσεις της ακτινικής εξάρτησης του πεδίου έχοντας λάβει υπόψη τις κατάλληλες οριακές συνθήκες στα μεταλλικά τοιχώματα της ρυτιδωσης ($r = D$), δηλαδή $\hat{r} \times \vec{E}^H(D, \varphi, z) = 0$.

$$G_m(g_{\ell\perp} r) = \left\{ \begin{array}{l} J_m(g_{\ell\perp} r) Y_m(g_{\ell\perp} D) - J_m(g_{\ell\perp} D) Y_m(g_{\ell\perp} r), \quad g_{\ell\perp}^2 > 0 \\ \frac{I_m(s_{\ell\perp} r) K_m(s_{\ell\perp} D) - I_m(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} r)}{I_m(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} R_{out}) + I_m(s_{\ell\perp} R_{out}) K_m(s_{\ell\perp} D)}, \quad s_{\ell\perp}^2 > 0, s_{\ell\perp}^2 = -g_{\ell\perp}^2 \end{array} \right\} \quad (2.29)$$

$$D_m(g_{\ell\perp} r) = \left\{ \begin{array}{l} J_m(g_{\ell\perp} r) Y'_m(g_{\ell\perp} D) - J'_m(g_{\ell\perp} D) Y_m(g_{\ell\perp} r), \quad g_{\ell\perp}^2 > 0 \\ \frac{I_m(s_{\ell\perp} r) K'_m(s_{\ell\perp} D) - I'_m(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} r)}{I_m(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} R_{out}) + I_m(s_{\ell\perp} R_{out}) K_m(s_{\ell\perp} D)}, \quad s_{\ell\perp}^2 > 0 \end{array} \right\}$$

Οι εκφράσεις των συναρτήσεων F_m και P_m για $t_{n\perp}^2 > 0$ καθώς και των G_m και D_m για $s_{\ell\perp}^2 > 0$ έχουν επιλέγει έτσι ώστε να αποφεύγονται τυχόν προβλήματα απειρισμού των λύσεων για μεγάλες τιμές των ορισμάτων (> 300) των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel πρώτου και δεύτερου είδους. Για το σκοπό αυτό οι $I_m(x)$ και $K_m(x)$ για μεγάλα ορίσματα δίνονται από τις παρακάτω ασυμπτωτικές σχέσεις [120]:

$$I_n(z) \approx \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left\{ 1 - \frac{\mu-1}{8z} + \frac{(\mu-1)(\mu-9)}{2!(8z)^2} - \frac{(\mu-1)(\mu-9)(\mu-25)}{3!(8z)^3} + \dots \right\} \quad (2.30)$$

$$= e^z S_I(n, z) \quad \left(|\arg z| < \frac{1}{2} \pi \right)$$

$$K_n(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left\{ 1 + \frac{\mu-1}{8z} + \frac{(\mu-1)(\mu-9)}{2!(8z)^2} + \frac{(\mu-1)(\mu-9)(\mu-25)}{3!(8z)^3} + \dots \right\} \quad (2.31)$$

$$= e^{-z} S_K(n, z) \quad \left(|\arg z| < \frac{3}{2} \pi \right)$$

για n πολύ μεγάλος ακέραιος αριθμός και $\mu = 4n^2$, ενώ οι αντίστοιχες προσεγγιστικές εκφράσεις των παραγώγων των $I_n(z)$ και $K_n(z)$ είναι:

$$I'_n(z) = I_{n+1}(z) + \frac{n}{z} I_n(z) = e^z S_I(n+1, z) + \frac{n}{z} e^z S_I(n, z) = e^z S'_I(n, z) \quad (2.32)$$

$$e^{jn\pi} K'_n(z) = e^{j(n+1)\pi} K_{n+1}(z) + \frac{n}{z} e^{jn\pi} K_n(z) = e^{j(n+1)\pi} e^{-z} S_K(n+1, z) + \frac{n}{z} e^{jn\pi} e^{-z} S_K(n, z) \quad (2.33)$$

$$K'_n(z) = -K_{n+1}(z) + \frac{n}{z} e^{jn\pi} K_n(z) = -e^{-z} S_K(n+1, z) + \frac{n}{z} e^{-z} S_K(n, z) = e^{-z} S'_K(n, z)$$

Οι εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου σε κάθε μια περιοχή του ομοαξονικού κυματοδηγού μπορούν να βρεθούν από τις αξονικές συνιστώσες χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις Maxwell (2.20) και (2.21). Συνεπώς, οι εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου στην *Περιοχή I* δίνονται από τις εκφράσεις:

$$E'_\varphi(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[\frac{k_n m}{r} A_n^I F_m(k_{n\perp} r) + j\omega\mu_0 B_n^I P'_m(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (2.34)$$

$$E'_r(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-jk_n A_n^I F'_m(k_{n\perp} r) + \frac{\omega\mu_0 m}{r} B_n^I P_m(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (2.35)$$

$$H'_\varphi(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F'_m(k_{n\perp} r) + \frac{k_n m}{r} B_n^I P_m(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (2.36)$$

$$H'_r(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-\frac{\omega\varepsilon_0 m}{r} A_n^I F_m(k_{n\perp} r) - jk_n B_n^I P'_m(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (2.37)$$

με τις συναρτήσεις F'_m και P'_m να είναι οι πρώτες παράγωγοι ως προς r των F_m και P_m , αντίστοιχα, με μορφή:

$$F'_m(k_{n\perp} r) = \begin{cases} k_{n\perp} (J'_m(k_{n\perp} r) Y_m(k_{n\perp} R_{in}) - J_m(k_{n\perp} R_{in}) Y'_m(k_{n\perp} r)), & k_{n\perp}^2 > 0 \\ t_{n\perp} \left(\frac{I'_m(t_{n\perp} r) K_m(t_{n\perp} R_{in}) - I_m(t_{n\perp} R_{in}) K'_m(t_{n\perp} r)}{I_m(t_{n\perp} r_b) K_m(t_{n\perp} R_{in}) + I_m(t_{n\perp} R_{in}) K_m(t_{n\perp} r_b)} \right), & t_{n\perp}^2 > 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

$$P'_m(k_{n\perp} r) = \begin{cases} k_{n\perp} (J'_m(k_{n\perp} r) Y'_m(k_{n\perp} R_{in}) - J'_m(k_{n\perp} R_{in}) Y_m(k_{n\perp} r)), & k_{n\perp}^2 > 0 \\ t_{n\perp} \left(\frac{I'_m(t_{n\perp} r) K'_m(t_{n\perp} R_{in}) - I'_m(t_{n\perp} R_{in}) K'_m(t_{n\perp} r)}{I_m(t_{n\perp} r_b) K_m(t_{n\perp} R_{in}) + I_m(t_{n\perp} R_{in}) K_m(t_{n\perp} r_b)} \right), & t_{n\perp}^2 > 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

Ανάλογα, στην *Περιοχή II* οι εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου προκύπτουν:

$$E''_\varphi(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\kappa_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 r} A_\ell'' G_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell'' D'_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (2.40)$$

$$E_r''(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-\kappa_\ell}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell'' G_m'(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{\omega \mu_0 m}{g_{\ell\perp}^2 r} B_\ell'' D_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (2.41)$$

$$H_\varphi''(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell'' G_m'(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\kappa_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 r} B_\ell'' D_m(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (2.42)$$

$$H_r''(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r m}{g_{\ell\perp}^2 r} A_\ell'' G_m(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{\kappa_\ell}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell'' D_m'(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (2.43)$$

με τις συναρτήσεις G_m' και D_m' να είναι οι πρώτες παράγωγοι ως προς r των G_m και D_m , αντίστοιχα:

$$G_m'(g_{\ell\perp} r) = \begin{cases} g_{\ell\perp} (J_m'(g_{\ell\perp} r) Y_m(g_{\ell\perp} D) - J_m(g_{\ell\perp} D) Y_m'(g_{\ell\perp} r)), & g_{\ell\perp}^2 > 0 \\ s_{\ell\perp} \left(\frac{I_m'(s_{\ell\perp} r) K_m(s_{\ell\perp} D) - I_m(s_{\ell\perp} D) K_m'(s_{\ell\perp} r)}{I_m(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} R_{out}) + I_m(s_{\ell\perp} R_{out}) K_m(s_{\ell\perp} D)} \right), & s_{\ell\perp}^2 > 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

$$D_m'(g_{\ell\perp} r) = \begin{cases} g_{\ell\perp} (J_m'(g_{\ell\perp} r) Y_m'(g_{\ell\perp} D) - J_m'(g_{\ell\perp} D) Y_m(g_{\ell\perp} r)), & g_{\ell\perp}^2 > 0 \\ s_{\ell\perp} \left(\frac{I_m'(s_{\ell\perp} r) K_m'(s_{\ell\perp} D) - I_m'(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} r)}{I_m(s_{\ell\perp} D) K_m(s_{\ell\perp} R_{out}) + I_m(s_{\ell\perp} R_{out}) K_m(s_{\ell\perp} D)} \right), & s_{\ell\perp}^2 > 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

2.4 Σχέση διασποράς

Η εύρεση των συντελεστών ανάπτυξης των επιμέρους περιοχών καθώς και η σχέση διασποράς βρίσκονται με εφαρμογή των οριακών συνθηκών στη διεπιφάνεια $r=R_{out}$ για κάθε φ στο διάστημα $[0, 2\pi]$. Συγκεκριμένα, απαιτείται η συνέχεια των εφαπτομενικών ηλεκτρικών και μαγνητικών συνιστωσών του πεδίου στη διεπιφάνεια μεταξύ των δυο περιοχών για $0 < z < b$ και το μηδενισμό του ηλεκτρικού πεδίου στη μεταλλική επιφάνεια για $b < z < L$. Η απαίτηση αυτή οδηγεί στην ανάγκη για ικανοποίηση των εξισώσεων για κάθε φ στο διάστημα $[0, 2\pi]$:

$$E_z^I(R_{out}, \varphi, z) = \begin{cases} E_z''(R_{out}, \varphi, z), & 0 < z < b \\ 0, & b < z < L \end{cases} \quad (2.46)$$

$$E_\varphi^I(R_{out}, \varphi, z) = \begin{cases} E_\varphi''(R_{out}, \varphi, z), & 0 < z < b \\ 0, & b < z < L \end{cases} \quad (2.47)$$

$$H_z^I(R_{out}, \varphi, z) = H_z''(R_{out}, \varphi, z), \quad 0 < z < b \quad (2.48)$$

$$H_\varphi^I(R_{out}, \varphi, z) = H_\varphi''(R_{out}, \varphi, z), \quad 0 < z < b \quad (2.49)$$

οι οποίες μετά από αντικατάσταση των αντίστοιχων πεδίων καταλήγουν στις εξισώσεις

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) \exp(-jk_n z) = \begin{cases} \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_\ell^{II} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \cos(\kappa_\ell z), & 0 < z < b \\ 0, & b < z < L \end{cases} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[\frac{k_n m}{R_{out}} A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) + j\omega\mu_0 B_n^I P'_m(k_{n\perp} R_{out}) \right] \exp(-jk_n z) \\ &= \begin{cases} \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-jk_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} A_\ell^{II} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \sin(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{II} D'_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \sin(\kappa_\ell z) \right], & 0 < z < b \\ 0, & b < z < L \end{cases} \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) \exp(-jk_n z) = \sum_{\ell=1}^{+\infty} B_\ell^{II} D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \sin(\kappa_\ell z), \quad 0 < z < b \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F'_m(k_{n\perp} R_{out}) + \frac{k_n m}{R_{out}} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) \right] \exp(-jk_n z) \\ &= \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell^{II} G'_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \cos(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{jk_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} B_\ell^{II} D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \cos(\kappa_\ell z) \right], \quad 0 < z < b \end{aligned} \quad (2.53)$$

Πολλαπλασιάζοντας και τις δυο πλευρές των δύο πρώτων εξισώσεων (2.50) και (2.51) με τη συνάρτηση βάσης της Περιοχής I και ολοκληρώνοντας σε όλο το μήκος περιοδικότητας προκύπτουν:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^I F_m^I(k_{n\perp} R_{out}) \int_0^L \exp(jk_q z) \exp(-jk_n z) dz \\ &= \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_\ell^{II} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \int_0^b \exp(jk_q z) \cos(\kappa_\ell z) dz \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left\{ \frac{k_n m}{R_{out}} A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) + j\omega\mu_0 B_n^I P'_m(k_{n\perp} R_{out}) \right\} \int_0^L \exp(jk_q z) \exp(-jk_n z) dz \\ &= \left\{ \begin{aligned} & \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-jk_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} A_\ell^{II} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \int_0^b \exp(jk_q z) \sin(\kappa_\ell z) dz \\ & + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{II} D'_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \int_0^b \exp(jk_q z) \sin(\kappa_\ell z) dz \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και για τις εξισώσεις (2.52) και (2.53) χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά τις συναρτήσεις βάσης της Περιοχής II λαμβάνουμε:

$$\sum_{\ell=1}^{+\infty} B_\ell^{II} D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \int_0^b \sin(k_q z) \sin(\kappa_\ell z) dz = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) \int_0^b \sin(k_q z) \exp(-jk_n z) dz \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{g_{\ell\perp}^2} A_{\ell}^{II} G_m'(g_{\ell\perp} R_{out}) \int_0^b \cos(k_q z) \cos(\kappa_{\ell} z) dz \\
& + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\kappa_{\ell} m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} B_{\ell}^{II} D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \int_0^b \cos(k_q z) \cos(\kappa_{\ell} z) dz \\
& = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F_m'(k_{n\perp} R_{out}) + \frac{k_n m}{R_{out}} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) \right] \int_0^b \cos(k_q z) \exp(-jk_n z) dz
\end{aligned} \tag{2.57}$$

Οι ιδιοσυναρτήσεις των ολοκληρωμάτων της αριστερής πλευράς των (2.54) έως (2.57) είναι ορθογώνιες, ενώ τα ολοκληρώματα της δεξιάς πλευράς είναι της μορφής:

$$\begin{aligned}
X_{\cos}(k_n, \kappa_{\ell}, b) &= \int_0^b \exp(-jk_n z) \cos(\kappa_{\ell} z) dz \\
&= \frac{jk_n}{k_n^2 - \kappa_{\ell}^2} [1 - (-1)^{\ell} \exp(jk_n b)], \quad k_n \neq \pm\kappa_{\ell} \\
&= \frac{b}{2}, \quad k_n = \pm\kappa_{\ell} \neq 0 \\
&= b, \quad k_n = \kappa_{\ell} = 0
\end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned}
X_{\sin}(k_n, \kappa_{\ell}, b) &= \int_0^b \exp(-jk_n z) \sin(\kappa_{\ell} z) dz \\
&= \frac{\kappa_{\ell}}{k_n^2 - \kappa_{\ell}^2} [\exp(jk_n b)(-1)^{\ell} - 1], \quad k_n \neq \pm\kappa_{\ell} \\
&= \frac{jb}{2}, \quad k_n = \kappa_{\ell} \neq 0 \\
&= \frac{-jb}{2}, \quad k_n = -\kappa_{\ell} \neq 0 \\
&= 0, \quad k_n = \kappa_{\ell} = 0
\end{aligned} \tag{2.59}$$

Οπότε οι εξισώσεις (2.54)-(2.57) γράφονται:

$$A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) L = \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_{\ell}^{II} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\cos}(k_n, \kappa_{\ell}, b) \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left\{ \frac{k_n m}{R_{out}} A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) + j\omega\mu_0 B_n^I P_m'(k_{n\perp} R_{out}) \right\} L \\
& = \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\kappa_{\ell} m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} A_{\ell}^{II} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\sin}(k_n, \kappa_{\ell}, b) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_{\ell}^{II} D_m'(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\sin}(k_n, \kappa_{\ell}, b)
\end{aligned} \tag{2.61}$$

$$B_{\ell}^{II} D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \frac{b}{2} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) R_{\sin}(-k_n, \kappa_{\ell}, b) \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{-j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell'' G_m'(g_{\ell\perp} R_{out}) \frac{b}{2} (1 + \delta_{\ell 0}) + \frac{j\kappa_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} B_\ell'' D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \frac{b}{2} (1 - \delta_{\ell 0}) \\
& = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F_m'(k_{n\perp} R_{out}) + \frac{k_n m}{R_{out}} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) \right] X_{\cos}(-k_n, \kappa_\ell, b)
\end{aligned} \tag{2.63}$$

όπου δ_{qn} είναι η συνάρτηση δέλτα του Kronecker, η οποία λαμβάνει τιμή 1 για $n = q$ και 0 για $n \neq q$. Η εξίσωση (2.60) αναπαριστά ένα άπειρο σύνολο εξισώσεων, το οποίο ισχύει για όλες τις ακέραιες τιμές του n , καθεμία από τις οποίες εκφράζει το συντελεστή A_n^I της Περιοχής I με τους A_ℓ'' ($\ell = 0, 1, 2, \dots$). Αντίστοιχα, η εξίσωση (2.61) συσχετίζει τους A_n^I και B_n^I με όλους τους A_ℓ'' ($\ell = 0, 1, 2, \dots$) και B_ℓ'' ($\ell = 1, 2, \dots$). Από την άλλη πλευρά, η εξίσωση (2.62) ισχύει για τιμές $\ell = 1, 2, \dots$ και αναπαριστά ένα άπειρο σύνολο εξισώσεων που συνδέει τους συντελεστές B_ℓ'' με όλους τους B_n^I , ενώ η (2.63) συνδέει τους A_ℓ'' ($\ell = 0, 1, 2, \dots$) και B_ℓ'' ($\ell = 1, 2, \dots$) με όλους τους A_n^I και B_n^I . Οι σχέσεις (2.60) έως (2.63) αποτελούν ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων με αγνώστους τους A_n^I , B_n^I , A_ℓ'' , B_ℓ'' και μπορούν να γραφτούν συνοπτικά ως:

$$\left\{ \begin{aligned}
A_n^I X_{1,n} &= \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_\ell'' Y_{1,n,\ell} \\
A_n^I X_{2,n} + B_n^I X_{3,n} &= \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_\ell'' Y_{2,n,\ell} + \sum_{\ell=1}^{+\infty} B_\ell'' Y_{3,n,\ell} \\
B_\ell'' Z_{1,\ell} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I Y_{4,n,\ell} \\
A_\ell'' Z_{2,\ell} + B_\ell'' Z_{3,\ell} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (A_n^I Y_{5,n,\ell} + B_n^I Y_{6,n,\ell})
\end{aligned} \right. \tag{2.64}$$

όπου

$$X_{1,n} = F_m(k_{n\perp} R_{out}) L \tag{2.65\alpha}$$

$$Y_{1,n,\ell} = G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\cos}(k_n, \kappa_\ell, b) \tag{2.65\beta}$$

$$X_{2,n} = \frac{k_n m}{k_{n\perp}^2 R_{out}} F_m(k_{n\perp} R_{out}) L \tag{2.66\alpha}$$

$$X_{3,n} = \frac{j\omega\mu_0}{k_{n\perp}^2} P_m'(k_{n\perp} R_{out}) L \tag{2.66\beta}$$

$$Y_{2,n,\ell} = \frac{-j\kappa_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} G_m(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\sin}(k_n, \kappa_\ell, b) \tag{2.66\gamma}$$

$$Y_{3,n,\ell} = \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} D_m'(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\sin}(k_n, \kappa_\ell, b) \tag{2.66\delta}$$

$$Z_{1,\ell} = D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \frac{b}{2} \tag{2.67\alpha}$$

$$Y_{4,n,\ell} = P_m(k_{n\perp} R_{out}) R_{\sin}(-k_n, \kappa_\ell, b) \quad (2.67\beta)$$

$$Z_{2,\ell} = \frac{-j\omega\epsilon_0\epsilon_r}{g_{\ell\perp}^2} G'_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \frac{b}{2} (1 + \delta_{\ell 0}) \quad (2.68\alpha)$$

$$Z_{3,\ell} = \frac{jk_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{out}} D_m(g_{\ell\perp} R_{out}) \frac{b}{2} \quad (2.68\beta)$$

$$Y_{5,n,\ell} = \frac{-j\omega\epsilon_0}{k_{n\perp}^2} F'_m(k_{n\perp} R_{out}) X_{\cos}(-k_n, \kappa_\ell, b) \quad (2.68\gamma)$$

$$Y_{6,n,\ell} = \frac{k_n m}{k_{n\perp}^2 R_{out}} P_m(k_{n\perp} R_{out}) X_{\cos}(-k_n, \kappa_\ell, b) \quad (2.68\delta)$$

Λύνοντας τους συντελεστές ανάπτυξης της *Περιοχής II* ως προς αυτούς της *Περιοχής I*, και αντικαθιστώντας τις εκφράσεις αυτών στις παραπάνω εξισώσεις, το σύστημα μετατρέπεται σε ένα ομογενές σύστημα με άπειρη διάσταση της μορφής:

$$\sum_{q=-\infty}^{+\infty} A'_q(S_{1,nq} - T_{1,n}\delta_{nq}) + \sum_{q=-\infty}^{+\infty} B'_q S_{2,nq} = 0 \quad (2.69)$$

$$\sum_{q=-\infty}^{+\infty} A'_q S_{3,nq} + \sum_{q=-\infty}^{+\infty} B'_q(S_{4,nq} - T_{4,n}\delta_{nq}) = 0 \quad (2.70)$$

το οποίο περιλαμβάνει μόνο τους συντελεστές ανάπτυξης της *Περιοχής I*. Οι παράμετροι $S_{i,nq}$ και $T_{j,n}$ είναι συναρτήσεις των ω και k , οπότε δίνοντας τιμή στο k μπορούμε να υπολογίσουμε τη συχνότητα ω από το μηδενισμό της (μικραδικής) ορίζουσας:

$$I = |M| = \begin{vmatrix} S_{1,nq} - T_{1,n}\delta_{nq} & S_{2,nq} \\ S_{3,nq} & S_{4,nq} - T_{4,n}\delta_{nq} \end{vmatrix} \quad (2.71)$$

Ο τετραγωνικός πίνακας M περιέχει αθροίσματα άπειρης διάστασης, τα οποία για τους αριθμητικούς υπολογισμούς πρέπει να περιοριστούν σε $n=q=N_{\max}$ για την *Περιοχή I*, και $\ell=M_{\max}$ για την *Περιοχή II*. Έτσι, αποτελείται από $4N_{\max} + 2$ εξισώσεις με τις $S_{1,nq} - T_{1,n}\delta_{nq}$, $S_{2,nq}$, $S_{3,nq}$ και $S_{4,nq} - T_{4,n}\delta_{nq}$ να είναι υπό-πίνακες με $N_{\max} + 1$ εξισώσεις ο καθένας. Οι ρίζες της ορίζουσας του συστήματος αποτελούν τους ρυθμούς της διάταξης του Σχήματος 2.4. Οι ρυθμοί της διάταξης είναι το αποτέλεσμα της σύζευξης μεταξύ ρυθμών κοιλότητας και ρυθμών κυματοδότησης, ανάλογα αν το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι εντοπισμένο μέσα στις ρυτιδώσεις ή στη λεία *Περιοχή I*.

Μια προσέγγιση των ρυθμών κοιλότητας προκύπτει αν θεωρήσουμε κάθε ρυτιδώση σαν μια κλειστή αγωγίμη κοιλότητα. Σε μια τέτοια περίπτωση έχουμε την ανάπτυξη ανεξάρτητων ταλαντώσεων σε κάθε κοιλότητα σε κάποια από τις συχνότητες συντονισμού ω_{cav} αυτής. Εφόσον το πεδίο είναι συγκεντρωμένο μέσα στις ρυτιδώσεις, στην περιοχή ανάμεσα σε γειτονικά δαχτυλίδια ενός πραγματικού ομοαξονικού διαύλου αναπτύσσονται αποσβενόμενα κύματα, τα οποία επιτρέπουν μια ασθενή σύζευξη μεταξύ αυτών. Το αποτέλεσμα είναι ότι οι λεγόμενοι ρυθμοί κοιλότητας ικανοποιούν τη σχέση $\omega = \omega_{cav}$. Παρατηρούμε επίσης πως αυτοί δεν έχουν εξάρτηση από τον αξονικό κυματάρημο k , επομένως οι καμπύλες διασποράς των ρυθμών αυτών θα έχουν τη μορφή οριζόντιων γραμμών πολύ κοντά στη ω_{cav} .

Από την άλλη πλευρά, ο όρος «ρυθμός κυματοδότησης» περιγράφει κύματα, τα οποία εξαρτώνται από την εξωτερική ακτίνα της *Περιοχής I* και ουσιαστικά είναι σαν να αγνοούν την παρουσία των ρυτιδώσεων. Αυτοί οι ρυθμοί προσεγγίζουν τους ρυθμούς ενός λείου ομοαξονικού κυματοδηγού, οι οποίοι ικανοποιούν τη σχέση $\omega^2 = \omega_{cut}^2 + k^2 c^2$, όπου ω_{cut} είναι η συχνότητα αποκοπής του ρυθμού του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού με $R_{in} < r < R_{out}$. Συνεπώς, το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο των ρυθμών αυτών είναι κυρίως συγκεντρωμένο στην *Περιοχή I* [121].

2.5 Αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια - Συντελεστής ποιότητας Q

Σύμφωνα με τον J. Jackson [60], αν κάποιος προσπαθήσει με κάποιο τρόπο να διεγείρει ένα συγκεκριμένο ρυθμό ταλάντωσης σε μια κοιλότητα συντονισμού, τότε θα μπορέσει να λάβει το επιθυμητό πεδίο, μόνο αν η συχνότητα διέγερσης είναι ακριβώς ίση με τη συχνότητα συντονισμού. Στην πραγματικότητα, η μαθηματική περιγραφή της απόκρισης αυτής δεν αντιστοιχεί σε μια συνάρτηση δέλτα στη συχνότητα συντονισμού, αλλά σε μια στενή ζώνη συχνοτήτων γύρω από τη συχνότητα αυτή, όπου λαμβάνει χώρα υπολογίσιμη διέγερση. Ένας σημαντικός λόγος για τη δημιουργία αυτής της ζώνης συχνοτήτων είναι η κατανάλωση ενέργειας στα τοιχώματα της κοιλότητας και ενδεχομένως στο διηλεκτρικό με το οποίο είναι γεμισμένη αυτή. Ένα μέτρο της οξύτητας της απόκρισης της κοιλότητας σε αυτή την εξωτερική διέγερση είναι ο συντελεστής ποιότητας Q . Συνεπώς, ο συντελεστής ποιότητας Q μιας διάταξης δίνει μια εκτίμηση της επιλεκτικότητας της συχνότητας ως προς την ισχύ των απωλειών της διάταξης. Οι απώλειες σε διατάξεις, όπως αυτές των Σχημάτων 2.2 και 2.4, είναι κυρίως απώλειες περίθλασης λόγω των ανοιχτών άκρων της διάταξης, ωμικές απώλειες λόγω της πεπερασμένης αγωγιμότητας των τοιχωμάτων τους καθώς και απώλειες στο διηλεκτρικό τους εφόσον υπάρχουν. Ο συντελεστής ποιότητας Q ορίζεται ως 2π φορές ο λόγος της μέσης χρονικής αποθηκευμένης ενέργειας στη διάταξη προς την ισχύ που καταναλώνεται ανά περίοδο [122]

$$Q \equiv 2\pi \frac{\text{μέση αποθηκευμένη Η/Μ ενέργεια}}{\text{μέση ισχύς απωλειών}} = \omega \frac{W_{em}}{P_{loss}} \quad (2.72)$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο περιθλαστικός συντελεστής ποιότητας Q_{diff} , ο οποίος σχετίζεται με την ισχύ περίθλασης στα ανοικτά άκρα της κοιλότητας, δίνεται από τη σχέση

$$Q_{diff} = \omega \frac{W_{em}}{P_{diff}} \quad (2.73)$$

ενώ ο ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm} , ο οποίος σχετίζεται με την ισχύ που χάνεται σε κάθε διηλεκτρικό δαχτυλίδι λόγω των απωλειών του, ορίζεται ως

$$Q_{ohm} = \frac{\omega W_{em}}{P_{ohm}} \quad (2.74)$$

Οι ποσότητες P_{diff} και P_{ohm} αποτελούν τη μέση ισχύ απωλειών περίθλασης και μέση ισχύ ωμικών απωλειών, αντίστοιχα. Επειδή $P_{loss} = P_{diff} + P_{ohm}$, ο συνολικός συντελεστής ποιότητας της διάταξης προκύπτει:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{ohm}} + \frac{1}{Q_{diff}} \quad (2.75)$$

Κατά τη σχεδίαση του διαύλου το ενδιαφέρον συγκεντρώνεται στην αποφυγή εμφάνισης ανεπιθύμητης αλληλεπίδρασης, η οποία μπορεί να συμβεί όταν το ρεύμα της δέσμης είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα εκκίνησης του ρυθμού [70]. Επειδή το ρεύμα εκκίνησης ενός ρυθμού από τη στάθμη θορύβου είναι αντιστρόφως ανάλογο του συντελεστή ποιότητας Q [123], είναι πολύ σημαντικό ο συντελεστής αυτός να είναι όσο το δυνατό μικρότερος.

Η συνολικά αποθηκευμένη ηλεκτρική W_e και μαγνητική W_m ενέργεια των ρυθμών στο πεδίο του χρόνου δίνονται από τις σχέσεις:

$$W_e(t) = \frac{1}{2} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz [\varepsilon_0 \vec{E}^I(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}^I(\vec{r}, t)] + \frac{1}{2} \int_{R_{out}}^D r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dz [\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}^{II}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}^{II}(\vec{r}, t)] \quad (2.76)$$

$$W_m(t) = \frac{1}{2} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz [\mu_0 \vec{H}^I(\vec{r}, t) \cdot \vec{H}^I(\vec{r}, t)] + \frac{1}{2} \int_{R_{out}}^D r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dz [\mu_0 \vec{H}^{II}(\vec{r}, t) \cdot \vec{H}^{II}(\vec{r}, t)]$$

ενώ η μέση αποθηκευμένη ηλεκτρική και μαγνητική ενέργεια των αρμονικά μεταβαλλόμενων πεδίων είναι

$$W_e = \frac{1}{4} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz [\varepsilon_0 \vec{E}^I(\vec{r}) \cdot \vec{E}^{I*}(\vec{r})] + \frac{1}{4} \int_{R_{out}}^D r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dz [\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}^{II}(\vec{r}) \cdot \vec{E}^{II*}(\vec{r})] \quad (2.77)$$

$$W_m = \frac{1}{4} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz [\mu_0 \vec{H}^I(\vec{r}) \cdot \vec{H}^{I*}(\vec{r})] + \frac{1}{4} \int_{R_{out}}^D r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^b dz [\mu_0 \vec{H}^{II}(\vec{r}) \cdot \vec{H}^{II*}(\vec{r})]$$

Η μέση ηλεκτρομαγνητική ισχύς των απωλειών περίθλασης της γεωμετρίας του Σχήματος 2.4 είναι η ισχύς που εξέρχεται από αυτή λόγω των ανοιχτών άκρων της, δηλαδή η ισχύς που εξέρχεται στη θέση $z = L$ μιας περιόδου της διάταξης, ενώ λόγω περιοδικότητας είναι ταυτόχρονα και η ισχύς στη θέση $z = 0$. Συνεπώς, ισούται με το μέση χρονική τιμή του διανύσματος Poynting πάνω στην επιφάνεια της εισόδου της Περιοχής I:

$$P_{diff} = \frac{1}{2} \iint_{S(z=0)} \text{Re} [\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}^*(\vec{r})] dS \quad (2.78)$$

όπου τα πεδία των εξισώσεων (2.77) και (2.78) δίνονται από τις εξισώσεις (2.24), (2.25), (2.27), (2.28), (2.34)-(2.37) και (2.40)-(2.43).

Μέχρι τώρα έχουμε αγνοήσει το φανταστικό μέρος της διηλεκτρικής σταθεράς στον υπολογισμό της συχνότητας και των πεδιακών κατανομών. Για να υπολογίσουμε τις απώλειες στο διηλεκτρικό υλικό μπορούμε να αντιστοιχίσουμε το υλικό αυτό με μια ισοδύναμη αγωγιμότητα, με την παραδοχή ότι οι απώλειες είναι μικρές, οπότε δεν αλλάζουν σημαντικά η συχνότητα και τα πεδία. Για διηλεκτρικά με απώλειες, η μιγαδική σχετική διηλεκτρική σταθερά μπορεί να γραφεί στη μορφή [124]:

$$\varepsilon = \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \quad (2.79)$$

όπου σ είναι η ισοδύναμη αγωγιμότητα του διηλεκτρικού. Ως εκ τούτου το φανταστικό μέρος της μιγαδικής σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς, το οποίο εκφράζει της απώλειες του υλικού, είναι $(\sigma/\omega\varepsilon_0)$, ενώ ο συντελεστής διηλεκτρικών απωλειών, ο οποίος εκφράζει

το λόγο του ρεύματος αγωγιμότητας προς το ρεύμα μετατόπισης στο υλικό, είναι $(\sigma/\omega\epsilon_0\epsilon_r)$. Τότε, η μέση χρονική ισχύς των απωλειών μέσα στη διηλεκτρική ρυτίδωση δίνεται από το ολοκλήρωμα [125]:

$$P_{ohm} = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{J}^*(\vec{r}) dV \quad (2.80)$$

όπου χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ η μέση ισχύς των απωλειών δίνεται από τη σχέση:

$$P_{ohm} = \frac{1}{2} \iiint_V \sigma \vec{E}^2(\vec{r}) dV \quad (2.81)$$

στην οποία αν αντικαταστήσουμε την ισοδύναμη αγωγιμότητα και την αποθηκευμένη μέση ηλεκτρική ενέργεια στη ρυτίδωση προκύπτει

$$P_{ohm} = \frac{2\omega\epsilon_i}{\epsilon_r} W_{e,out} \quad (2.82)$$

Δεδομένου ότι στην πραγματικότητα οι αυλακώσεις περιλαμβάνουν διηλεκτρικό υλικό με απώλειες $(\epsilon_r - j\epsilon_i)$, τότε η συχνότητα θα είναι μιγαδική $(\omega_r + j\omega_i)$ με το πραγματικό της μέρος να δίνει την αρμονική εξάρτηση των πεδίων, ενώ το φανταστικό να εκφράζει δίνει το ρυθμό μείωσης του πλάτους με το χρόνο, δηλαδή $\exp[(\omega_r + j\omega_i)t] = \exp(j\omega_r t - \omega_i t)$. Με τον υπολογισμό του ωμικού συντελεστή ποιότητας Q_{ohm} , η διατήρηση της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας επιτρέπει την εύρεση του φανταστικού μέρους ω_i της συχνότητας. Για μέση αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια W_{em} και μέση ισχύ ωμικών απωλειών P_{ohm} , το ενεργειακό ισοζύγιο για το ρυθμό διαμορφώνεται από τη σχέση:

$$\frac{d}{dt} W_{em} = P_{ohm} \quad (2.83)$$

Αντικαθιστώντας το P_{ohm} με την έκφραση της εξίσωσης (2.72) απουσία της δέσμης, το ενεργειακό ισοζύγιο του ρυθμού λαμβάνει τη μορφή:

$$\frac{d}{dt} W_{em} = -\omega_r \frac{W_{em}}{Q_{ohm}} \quad (2.84)$$

η οποία με ολοκλήρωση ως προς το χρόνο δίνει την αποθηκευμένη ενέργεια σαν συνάρτηση του χρόνου:

$$W_{em} = W_o e^{-\frac{\omega_r t}{Q_{ohm}}} \quad (2.85)$$

Όμως, η αποθηκευμένη ενέργεια στη διάταξη λόγω της παρουσίας των απωλειών στο διηλεκτρικό θα μεταβάλλεται με τον χρόνο ανάλογα με τον παράγοντα $\exp(-2\omega_i t)$, δηλαδή θα ισχύει η σχέση:

$$W_{em} = W_o e^{-2\omega_i t} \quad (2.86)$$

Εξισώνοντας τις εξισώσεις (2.85) και (2.86) προκύπτει ότι το φανταστικό μέρος της συχνότητας θα δίνεται από τη σχέση:

$$\omega_i = \frac{\omega_r}{2Q_{ohm}} \quad (2.87)$$

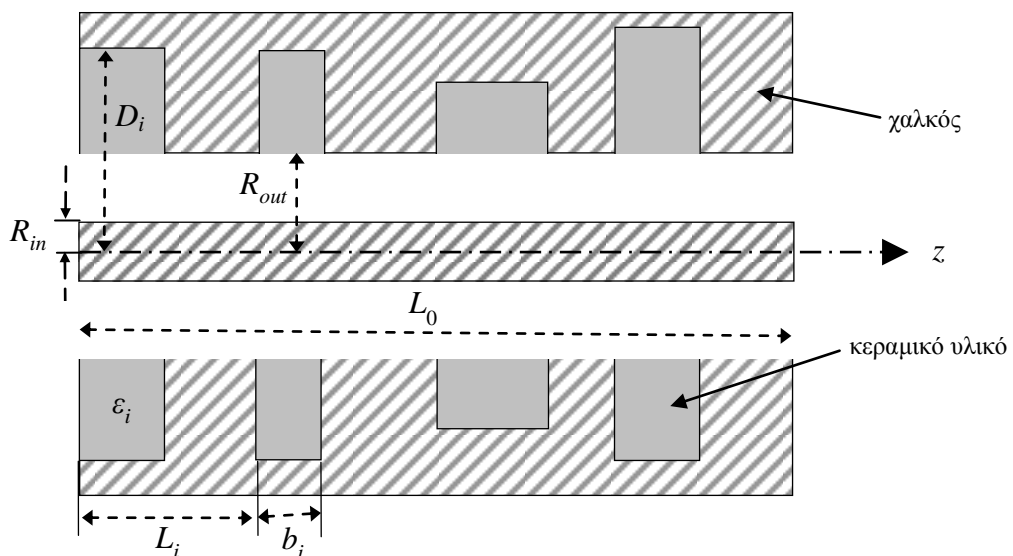
2.6 Ειδικές περιπτώσεις

2.6.1 Εγκάρσια ηλεκτρικοί και μαγνητικοί ρυθμοί

Τα παραπάνω περιγράφουν τη γενική περίπτωση των υβριδικών κυμάτων. Για να μελετήσουμε τις ειδικές περιπτώσεις των TM και TE κυμάτων, αρκεί να θέσουμε $m = 0$ ($\partial/\partial\phi = 0$ αζιμουθιακά συμμετρικά κύματα) καθώς και $H_z = 0$ ή $E_z = 0$, αντίστοιχα. Στην περίπτωση των TM κυμάτων με $H_z = 0$ και $m = 0$, τότε από το σύστημα εξισώσεων (2.64) μένουν μόνο η πρώτη και η τελευταία εξίσωση, στις οποίες όμως οι συντελεστές B_n^I και B_n^{II} είναι μηδέν. Το τελικό σύστημα περιγράφεται μόνο από την εξίσωση (2.69), ενώ στον πίνακα της ορίζουσας (2.71) παραμένει μόνο το πάνω αριστερά τεταρτημόριο διάστασης $N_{\max} + 1$. Παρόμοια, στην περίπτωση των TE κυμάτων $E_z = 0$ και $m = 0$, οπότε οι εξισώσεις που παραμένουν στο σύστημα εξισώσεων (2.64) είναι η δεύτερη και η τρίτη και το τελικό σύστημα αποτελείται μόνο από την (2.70). Οι συντελεστές που μηδενίζονται, στην περίπτωση των TE κυμάτων είναι οι A_n^I και A_n^{II} , ενώ στον πίνακα της εξίσωσης (2.71) παραμένει μόνο το δεξιά κάτω τεταρτημόριο διάστασης $N_{\max} + 1$.

2.6.2 Μη περιοδική γεωμετρία

Η εκδοχή της διάταξης, η οποία προσεγγίζει καλύτερα την πραγματική γεωμετρία, έχει μη περιοδικές ρυτιδώσεις είτε ως προς τις διαστάσεις είτε ως προς το διηλεκτρικό υλικό που περιέχουν είτε και ως προς τα δύο (Σχήμα 2.5). Οι διαφορετικές αυτές ρυτιδώσεις ορίζουν μια ομάδα, η οποία επαναλαμβάνεται κατά μήκος της διάταξης. Η σύνθετη αυτή διάταξη διαφέρει ως προς αυτή του Σχήματος 2.4 στην *Περιοχή II*, όπου πλέον σε ένα μήκος περιοδικότητας L_0 δεν έχουμε μια ρυτίδωση, αλλά μια ομάδα διαφορετικών ρυτιδώσεων.



Σχήμα 2.5: Διαμήκης τομή του μη περιοδικού ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού.

Η ανάλυση στην περίπτωση αυτή δεν διαφέρει από την προηγούμενη παρά μόνο στην περιγραφή της *Περιοχής II*, η οποία πλέον ορίζεται για $R_{out} \leq r \leq D_i$, $z_i \leq z \leq z_i + b_i$ και $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, με το i να παίρνει ακέραιες τιμές $1, 2, \dots, P$, όπου P ο αριθμός των ρυτιδώσεων και L_0 είναι το μήκος περιοδικότητας. Οι διαμήκεις συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου αναπαρίστανται κατά τα γνωστά ως ένα άπειρο ανάπτυγμα σειράς Fourier στάσιμων ιδιοκυμάτων λόγω της παρουσίας των μεταλλικών επιφανειών κάθε ρυτιδώσης στα $z = z_i$ και $z = z_i + b_i$, με μορφή:

$$E_{z_i}^{II}(r, \varphi, z) = \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_{\ell i}^{II} G_m(g_{\ell i \perp} r) \exp(jm\varphi) \cos \kappa_{\ell i}(z - z_i) \quad (2.88)$$

$$H_{z_i}^{II}(r, \varphi, z) = \sum_{\ell=1}^{+\infty} B_{\ell i}^{II} D_m(g_{\ell i \perp} r) \exp(jm\varphi) \sin \kappa_{\ell i}(z - z_i) \quad (2.89)$$

όπου $\kappa_{\ell i} = \ell\pi / b_i$, $\ell = 0, 1, 2, \dots$ και $g_{\ell i \perp} = \sqrt{(\omega/c)^2 \varepsilon_{ri} - (\ell\pi/b_i)^2}$ είναι ο αξονικός και διαμήκης, αντίστοιχα, κυματάριθος της i ρυτιδώσης. Στις εξισώσεις (2.88) και (2.89) έχουν συμπεριληφθεί οι κατάλληλες οριακές συνθήκες στα $z = z_i$ και $z = z_i + b_i$. Αντικαθιστώντας στις εξισώσεις (2.20) και (2.21) τις αξονικές συνιστώσες του πεδίου της *Περιοχής II* προκύπτουν οι παρακάτω εκφράσεις για τις εγκάρσιες συνιστώσες:

$$E_{\varphi i}^{II}(r, \varphi, z) = \left\{ \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\kappa_{\ell i} m}{g_{\ell i \perp}^2 r} A_{\ell i}^{II} G_m(g_{\ell i \perp} r) \sin \kappa_{\ell i}(z - z_i) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell i \perp}^2} B_{\ell i}^{II} D'_m(g_{\ell i \perp} r) \sin \kappa_{\ell i}(z - z_i) \right\} \exp(jm\varphi) \quad (2.90)$$

$$E_{r i}^{II}(r, \varphi, z) = \left\{ \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-\kappa_{\ell i}}{g_{\ell i \perp}^2} A_{\ell i}^{II} G'_m(g_{\ell i \perp} r) \sin \kappa_{\ell i}(z - z_i) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{\omega\mu_0 m}{g_{\ell i \perp}^2 r} B_{\ell i}^{II} D_m(g_{\ell i \perp} r) \sin \kappa_{\ell i}(z - z_i) \right\} \exp(jm\varphi) \quad (2.91)$$

$$H_{\varphi i}^{II}(r, \varphi, z) = \left\{ \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{ri}}{g_{\ell i \perp}^2} A_{\ell i}^{II} G'_m(g_{\ell i \perp} r) \cos \kappa_{\ell i}(z - z_i) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\kappa_{\ell i} m}{g_{\ell i \perp}^2 r} B_{\ell i}^{II} D_m(g_{\ell i \perp} r) \cos \kappa_{\ell i}(z - z_i) \right\} \exp(jm\varphi) \quad (2.92)$$

$$H_{r i}^{II}(r, \varphi, z) = \left\{ \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-\omega\varepsilon_0\varepsilon_{ri} m}{g_{\ell i \perp}^2 r} A_{\ell i}^{II} G_m(g_{\ell i \perp} r) \cos \kappa_{\ell i}(z - z_i) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{\kappa_{\ell i}}{g_{\ell i \perp}^2} B_{\ell i}^{II} D'_m(g_{\ell i \perp} r) \cos \kappa_{\ell i}(z - z_i) \right\} \exp(jm\varphi) \quad (2.93)$$

όπου οι συναρτήσεις F_m , P_m , F'_m , P'_m , G_m , D_m , G'_m και D'_m δίνονται στις εξισώσεις (2.26), (2.38), (2.39), (2.29), (2.44) και (2.45), αντίστοιχα.

Η σχέση διασποράς καθώς και οι συντελεστές ανάπτυξης στις επιμέρους περιοχές προκύπτουν ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με αυτή της ενότητας 2.4 (§2.4). Οι οριακές συνθήκες της συνέχειας των εφαπτομενικών ηλεκτρικών και μαγνητικών

συνιστωσών του πεδίου στη διεπιφάνεια μεταξύ των δυο περιοχών εφαρμόζονται για κάθε ρυτίδωση στην ακτινική θέση $r = R_{out}$, για $0 < \varphi < 2\pi$ και $z_i < z < z_i + b_i$, ενώ ο μηδενισμός του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου εφαρμόζεται στη μεταλλική επιφάνεια εκτός των ρυτιδώσεων οδηγώντας στις παρακάτω εκφράσεις:

$$E_z^I(R_{out}, \varphi, z) = \begin{cases} E_{zi}^{II}(R_{out}, \varphi, z), & z_i < z < z_i + b_i \\ 0 & , \text{ αλλού} \end{cases} \quad (2.94)$$

$$E_\varphi^I(R_{out}, \varphi, z) = \begin{cases} E_{\varphi i}^{II}(R_{out}, \varphi, z), & z_i < z < z_i + b_i \\ 0 & , \text{ αλλού} \end{cases} \quad (2.95)$$

$$H_z^I(R_{out}, \varphi, z) = H_{zi}^{II}(R_{out}, \varphi, z), \quad z_i < z < z_i + b_i \quad (2.96)$$

$$H_\varphi^I(R_{out}, \varphi, z) = H_{\varphi i}^{II}(R_{out}, \varphi, z), \quad z_i < z < z_i + b_i \quad (2.97)$$

Η αντικατάσταση των εκφράσεων των πεδίων στις παραπάνω εξισώσεις εισάγει στο σύστημα εξισώσεων, που προκύπτει, ένα επιπλέον άθροισμα ως προς όλες τις διαφορετικές ρυτιδώσεις. Ο πολλαπλασιασμός με την κατάλληλη συνάρτηση βάσης, ανάλογα με το χώρο εφαρμογής τους ως προς z , και η ολοκλήρωση ως προς z οδηγεί στις παρακάτω εκφράσεις:

$$A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) L_0 = \sum_{i=1}^P \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_{\ell i}^{II} G_m(g_{\ell i\perp} R_{out}) X_{\cos}(k_n, \kappa_{\ell i}, b_i) \quad (2.98)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left\{ \frac{k_n m}{R_{out}} A_n^I F_m(k_{n\perp} R_{out}) + j\omega\mu_0 B_n^I P_m'(k_{n\perp} R_{out}) \right\} L_0 \\ &= \sum_{i=1}^P \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\kappa_{\ell i} m}{g_{\ell i\perp}^2 R_{out}} A_{\ell i}^{II} G_m(g_{\ell i\perp} R_{out}) X_{\sin}(k_n, \kappa_{\ell i}, b_i) \\ &+ \sum_{i=0}^P \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{II} D_m'(g_{\ell\perp} R_{out}) X_{\sin}(k_n, \kappa_\ell, b_i) \end{aligned} \quad (2.99)$$

$$B_{\ell i}^{II} D_m(g_{\ell i\perp} R_{out}) \frac{b_i}{2} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) R_{\sin}(-k_n, \kappa_{\ell i}, b_i) \quad (2.100)$$

$$\begin{aligned} & \frac{-j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{ri}}{g_{\ell i\perp}^2} A_{\ell i}^{II} G_m'(g_{\ell i\perp} R_{out}) \frac{b_i}{2} (1 + \delta_{\ell 0}) + \frac{j\kappa_{\ell i} m}{g_{\ell i\perp}^2 R_{out}} B_{\ell i}^{II} D_m(g_{\ell i\perp} R_{out}) \frac{b_i}{2} (1 - \delta_{\ell 0}) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F_m'(k_{n\perp} R_{out}) + \frac{k_n m}{R_{out}} B_n^I P_m(k_{n\perp} R_{out}) \right] X_{\cos}(-k_n, \kappa_\ell, b_i) \end{aligned} \quad (2.101)$$

Όπως έχουμε δει αναλυτικά στην §2.4, από τις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων με αγνώστους τους συντελεστές ανάπτυξης της *Περιοχής I*. Το σύστημα αυτό είναι ομογενές και είναι της μορφής των εξισώσεων (2.69) και (2.70). Ο μηδενισμός της ορίζουσας του ορίζει τη σχέση μεταξύ των ω και k .

Ο συντελεστής ποιότητας Q μιας διάταξης βρίσκεται από τη σχέση (2.72) και για την περίπτωση της διάταξης του Σχήματος 2.5 ο υπολογισμός της μέσης αποθηκευμένης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας της (2.77) θα πρέπει να λάβει υπόψη τη συνεισφορά όλων των διαφορετικών ρυτιδώσεων της *Περιοχής II*, που υπάρχουν σε ένα μήκος περιодικότητας L_0 . Έτσι, η ηλεκτρική και η μαγνητική ενέργεια γράφονται:

$$\begin{aligned}
W_e &= \frac{1}{4} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz \left[\varepsilon_0 \vec{E}^I(\vec{r}) \vec{E}^{I*}(\vec{r}) \right] + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^P \int_{R_{out}}^{D_i} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{z_i}^{z_i+h_i} dz \left[\varepsilon_0 \varepsilon_{ri} \vec{E}_i^{II}(\vec{r}) \vec{E}_i^{II*}(\vec{r}) \right] \\
W_m &= \frac{1}{4} \int_{R_{in}}^{R_{out}} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^L dz \left[\mu_0 \vec{H}^I(\vec{r}) \vec{H}^{I*}(\vec{r}) \right] + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^P \int_{R_{out}}^{D_i} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{z_i}^{z_i+h_i} dz \left[\mu_0 \vec{H}_i^{II}(\vec{r}) \vec{H}_i^{II*}(\vec{r}) \right]
\end{aligned} \tag{2.102}$$

όπου $\varepsilon_i = \varepsilon_{ri} - j\varepsilon_{ii}$ είναι η μιγαδική σχετική διηλεκτρική σταθερά της i -οστής ρυτίδωσης. Τότε, η ισχύς των ωμικών απωλειών στην *Περιοχή II* γίνεται:

$$P_{ohm} = \sum_{i=1}^P \frac{2\omega \varepsilon_{ii}}{\varepsilon_{ri}} W_{ei,out} \tag{2.103}$$

3 Μαθηματικός φορμαλισμός του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ενός ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης

Έχοντας μελετήσει στο προηγούμενο κεφάλαιο τους ρυθμούς που είναι δυνατόν να αναπτυχθούν σε ένα ρυτιδωμένο ομοαξονικό κυματοδηγό, όπως αυτός του Σχήματος 2.4, μπορούμε πλέον να προχωρήσουμε στη μελέτη των χαρακτηριστικών αυτού παρουσία και της ηλεκτρονικής δέσμης. Στο παρελθόν, η μελέτη της αλληλεπίδρασης δέσμης - κύματος έχει αποτελέσει αντικείμενο ερευνητικού ενδιαφέροντος είτε γενικά σε ρυτιδωμένους κυματοδηγούς, όπως στο BWO [11] και στο TWT [126], είτε στο συμβατικό διάυλο δέσμης γυροτρονίου [15, 20, 96 - 98, 127]. Τέτοιες μελέτες έχουν γίνει για ρυτιδώσεις ημιτονοειδούς αλλά και ορθογωνικής μορφής σε περιπτώσεις, όπου το υλικό δεν εμφανίζει απώλειες [128 - 131]. Το μοντέλο της εργασίας [45] έχει χρησιμοποιηθεί για μια ολοκληρωμένη περιγραφή κυματοδηγών με ορθογωνικές ρυτιδώσεις, που περιέχουν διηλεκτρικό υλικό με απώλειες στην εργασία [98]. Η περιγραφή αυτή υιοθετείται και στην παρούσα διατριβή και βασίζεται στην παρατήρηση ότι η αλληλεπίδραση, η οποία μπορεί να συμβεί, έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη πυκνότητας ρεύματος \mathbf{J} και πυκνότητας φορτίου ρ_v στην ηλεκτρονική δέσμη.

Οι θεωρητικές προσεγγίσεις, που έχουν χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της αλληλεπίδρασης αυτής, είναι η κινητική θεωρία βασισμένη στην εξίσωση Vlasov και η θεωρία σωματιδίου. Και οι δύο μπορούν να μελετήσουν γραμμικά και μη γραμμικά φαινόμενα. Η κινητική θεωρία όμως μπορεί να θεωρηθεί καταλληλότερη, γιατί μελετά τα φαινόμενα αυτά μακροσκοπικά περιορίζοντας την πολυπλοκότητα των μαθηματικών υπολογισμών. Επειδή η ανάλυση του προβλήματος γίνεται στην προσέγγιση ασθενούς σήματος, κατά το οποίο τα κύματα αποτελούν ηλεκτρομαγνητικό θόρυβο για τη διάταξη και αναπτύσσονται λόγω της αλληλεπίδρασης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η γραμμική εξίσωση Vlasov. Σε αυτή την περίπτωση η ροή του ρεύματος και η πυκνότητα φορτίου είναι γραμμικές συναρτήσεις των τοπικών τιμών του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου καθώς και των εγκάρσιων μεταβολών τους. Δεδομένου ότι οι εξισώσεις Maxwell συνδέουν το ηλεκτρικό με το μαγνητικό πεδίο και η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου συνδέει την πυκνότητα ρεύματος με την πυκνότητα φορτίου, τότε αρκεί να λάβουμε τη γραμμική σχέση $\mathbf{J}(\mathbf{H})$, που συνδέει την πυκνότητα ρεύματος με το μαγνητικό πεδίο. Επιπλέον, ο ρυθμός δεν είναι εκ των προτέρων ισχυρός και η διαμόρφωση των ταχυτήτων των ηλεκτρονίων λόγω της αλληλεπίδρασης είναι πολύ ασθενής συνεπάγοντας έτσι ότι η ταχύτητα της δέσμης μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη και σταθερή καθώς επίσης και ο λόγος των συνιστωσών της. Επίσης, θεωρείται ότι το πεδίο δεν εμφανίζει εγκάρσια διακύμανση. Η ακτίνα Larmor των ηλεκτρονίων σε αυτή την περίπτωση, ενώ είναι πεπερασμένη, είναι πολύ μικρή σε σχέση με το εγκάρσιο μήκος κύματος του πεδίου $k_{\perp} R_L^2 \ll 2/3$ και συνεπώς η ανάλυση της αλληλεπίδρασης δεν περιλαμβάνει και τις αλληλεπιδράσεις στις αρμονικές της γυροσυχνότητας. Υπό αυτή την έννοια, τα αποτελέσματα λαμβάνονται μόνο για τη βασική («πρώτη») κυκλοτρονική αρμονική, η οποία είναι αυτή που εμφανίζει το μεγαλύτερο ρυθμό ανάπτυξης (growth rate) και σε αυτή θα εστιαστεί η προσοχή μας [132].

Στην ανάλυση που ακολουθεί παρουσιάζεται η γενική περίπτωση των υβριδικών ρυθμών, στους οποίους το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο εξαρτάται και από τη αξιμουθιακή συντεταγμένη. Λόγω της κυλινδρικής συμμετρίας που παρουσιάζει η διάταξη θα χρησιμοποιηθεί κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων (r, φ, z) με την εξάρτηση από την

αξιμουθιακή συντεταγμένη φ να είναι της μορφής $e^{jm\varphi}$, όπου το m είναι μη αρνητικός ακέραιος. Τέλος, θεωρείται αρμονική χρονική εξάρτηση του πεδίου της μορφής $e^{j\omega t}$.

3.1 Περιγραφή του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος

Επεκτείνουμε το μαθηματικό φορμαλισμό των §2.1 και §2.2 για την περιγραφή των χαρακτηριστικών της αλληλεπίδρασης κύματος – δέσμης στη θερμή διάταξη του Σχήματος 2.2. Όπως αναφέρθηκε και στην §2.1, η πρώτη περιοχή (*Περιοχή I*) εκτείνεται από το τοίχωμα του εσωτερικού μεταλλικού στελέχους R_{in} μέχρι τη θέση r_b της ηλεκτρονικής δέσμης, η δεύτερη από r_b έως R_{out} (*Περιοχή II*), ενώ η τρίτη είναι μέσα στη ρυτίδωση, που περιέχει υλικό με μιγαδική σχετική διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon = \varepsilon_r - j\varepsilon_i$.

Στην *Περιοχή I* ($R_{in} \leq r \leq r_b$, $0 \leq z \leq L$ και $0 \leq \varphi \leq 2\pi$), λόγω της περιοδικότητας επιτρέπεται η εφαρμογή του θεωρήματος Floquet και επομένως οι διαμήκεις συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου μπορούν να γραφούν ως ανάπτυγμα αθροίσματος Bloch συνιστωσών της μορφής:

$$E_z^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^I F_m^I(k_{n\perp} r) \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.1)$$

$$H_z^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B_n^I P_m^I(k_{n\perp} r) \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.2)$$

όπου $k_n = k + n(2\pi/L)$ και $k_{n\perp} = \sqrt{(\omega/c)^2 - k_n^2} = \sqrt{-t_{n\perp}^2}$ είναι, αντίστοιχα, ο διαμήκης και ο εγκάρσιος κυματάριθος, ενώ A_n^I και B_n^I είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης που θα υπολογιστούν στη συνέχεια. Όπως είναι αναμενόμενο η έκφραση των πεδίων στην *Περιοχή I* είναι ολόιδια και για τις δυο περιπτώσεις με και χωρίς δέσμη. Οι συναρτήσεις F_m^I και P_m^I είναι οι ίδιες με αυτές της (2.26).

Κατά ανάλογο τρόπο, στην *Περιοχή II* ($r_b \leq r \leq R_{out}$, $0 \leq z \leq L$ και $0 \leq \varphi \leq 2\pi$) οι αξονικές συνιστώσες του πεδίου προκύπτουν:

$$E_z^{II}(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[A_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r) + A_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.3)$$

$$H_z^{II}(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[B_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r) + B_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.4)$$

όπου οι παράμετροι A_n^{II} , A_n^{III} , B_n^{II} και B_n^{III} είναι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης, οι οποίοι θα βρεθούν στη συνέχεια. Οι συναρτήσεις, F_m^{II} και F_m^{III} δίνονται από τις σχέσεις:

$$F_m^{II}(k_{n\perp} r) = \left\{ \begin{array}{l} J_m(k_{n\perp} r), \quad \text{Re}(k_{n\perp}^2) > 0 \\ \frac{I_m(t_{n\perp} r)}{I_m(t_{n\perp} R_{out})}, \quad \text{Re}(t_{n\perp}^2) > 0, t_{n\perp}^2 = -k_{n\perp}^2 \end{array} \right\} \quad (3.5)$$

$$F_m^{III}(k_{n\perp} r) = \left\{ \begin{array}{l} Y_m(k_{n\perp} r), \quad \text{Re}(k_{n\perp}^2) > 0 \\ \frac{K_m(t_{n\perp} r)}{K_m(t_{n\perp} r_b)}, \quad \text{Re}(t_{n\perp}^2) > 0, t_{n\perp}^2 = -k_{n\perp}^2 \end{array} \right\} \quad (3.6)$$

Τέλος, στην *Περιοχή III* ($R_{out} \leq r \leq D$, $0 \leq z \leq L$ και $0 \leq \varphi \leq 2\pi$), λόγω της παρουσίας των μεταλλικών επιφανειών στα τοιχώματα της ρυτίδωσης στις αξονικές θέσεις $z = 0$ και $z = b$, οι αξονικές συνιστώσες του πεδίου εκφράζονται ως αναπτύγματα σειράς Fourier στάσιμων κυμάτων, δηλαδή

$$E_z^{III}(r, \varphi, z) = \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_{\ell}^{IV} G_m(g_{\ell\perp} r) \exp(jm\varphi) \cos(\kappa_{\ell} z) \quad (3.7)$$

$$H_z^{III}(r, \varphi, z) = \sum_{\ell=1}^{+\infty} B_{\ell}^{IV} D_m(g_{\ell\perp} r) \exp(jm\varphi) \sin(\kappa_{\ell} z) \quad (3.8)$$

όπου $\kappa_{\ell} = \ell\pi/b$, $\ell = 0, 1, 2, \dots$ και $g_{\ell\perp} = \sqrt{(\omega/c)^2 \varepsilon - (\ell\pi/b)^2} = \sqrt{-s_{\ell\perp}^2}$ είναι, αντίστοιχα, ο αξονικός και ο εγκάρσιος κυματάριθμος. Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η διακριτοποίηση των τιμών του αξονικού κυματάριθμου κ_{ℓ} προκύπτει από την εφαρμογή των κατάλληλων οριακών συνθηκών στα μεταλλικά τοιχώματα $z = 0$ και $z = b$. Οι συναρτήσεις G_m^{IV} και D_m^{IV} έχουν τη μορφή των εξισώσεων (2.29), στις οποίες έχουν συμπεριληφθεί και οι κατάλληλες οριακές συνθήκες στο μεταλλικό τοιχώματα (δηλαδή στη θέση $r = D$). Επίσης, το άθροισμα της εξίσωσης (3.7) ορίζεται για όλους τους μη αρνητικούς ακεραίους ℓ , σε αντίθεση με την εξίσωση (3.8) της οποίας το άθροισμα ορίζεται για όλους τους θετικούς ακεραίους. Οι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης A_{ℓ}^{IV} και B_{ℓ}^{IV} θα υπολογιστούν παρακάτω.

Σε ότι αφορά τις εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου σε κάθε περιοχή της διάταξης, αυτές λαμβάνονται μέσω των εξισώσεων (2.20) και (2.21), αντικαθιστώντας σε αυτές τις διαμήκεις εξισώσεις του πεδίου της κάθε περιοχής. Συγκεκριμένα, στην *Περιοχή I* οι εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου είναι:

$$E_{\varphi}^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[\frac{k_n m}{r} A_n^I F_m^I(k_{n\perp} r) + j\omega\mu_0 B_n^I P_m^{I'}(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.9)$$

$$E_r^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-jk_n A_n^I F_m^{I'}(k_{n\perp} r) + \frac{\omega\mu_0 m}{r} B_n^I P_m^I(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.10)$$

$$H_{\varphi}^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F_m^{I'}(k_{n\perp} r) + \frac{k_n m}{r} B_n^I P_m^I(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.11)$$

$$H_r^I(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-\frac{\omega\varepsilon_0 m}{r} A_n^I F_m^I(k_{n\perp} r) - jk_n B_n^I P_m^{I'}(k_{n\perp} r) \right] \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.12)$$

με τις εκφράσεις των συναρτήσεων $F_m^{I'}$ και $P_m^{I'}$ να δίνονται από τις σχέσεις (2.38) και (2.39), αντίστοιχα.

Αντίστοιχα, για την *Περιοχή II* προκύπτουν οι παρακάτω εκφράσεις για τις εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου:

$$E_{\varphi}^{II}(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left\{ \frac{k_n m}{r} \left[A_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r) + A_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r) \right] \right. \\ \left. + j\omega\mu_0 \left[B_n^{II} F_m^{II'}(k_{n\perp} r) + B_n^{III} F_m^{III'}(k_{n\perp} r) \right] \right\} \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.13)$$

$$E_r^{\text{II}}(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} -jk_n \left[A_n^{\text{II}} F_m^{\text{III}'}(k_{n\perp} r) + A_n^{\text{III}} F_m^{\text{II}'}(k_{n\perp} r) \right] + \frac{\omega\mu_0 m}{r} \left[B_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} r) + B_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} r) \right] \left\} \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.14)$$

$$H_\varphi^{\text{II}}(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} -j\omega\varepsilon_0 \left[A_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}'}(k_{n\perp} r) + A_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}'}(k_{n\perp} r) \right] + \frac{k_n m}{r} \left[B_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} r) + B_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} r) \right] \left\} \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.15)$$

$$H_r^{\text{II}}(r, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left\{ -\frac{\omega\varepsilon_0 m}{r} \left[A_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} r) + A_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} r) \right] -jk_n \left[B_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}'}(k_{n\perp} r) + B_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}'}(k_{n\perp} r) \right] \right\} \exp(jm\varphi) \exp(-jk_n z) \quad (3.16)$$

όπου οι συναρτήσεις $F_m^{\text{II}'}$ και $F_m^{\text{III}'}$ είναι οι πρώτες παράγωγοι ως προς r των F_m^{II} και F_m^{III} , αντίστοιχα, και έχουν τις εκφράσεις .

$$F_m^{\text{II}'}(k_{n\perp} r) = \begin{cases} k_{n\perp} J'_m(k_{n\perp} r), & \text{Re}(k_{n\perp}^2) > 0 \\ t_{n\perp} \frac{I'_m(t_{n\perp} r)}{I_m(t_{n\perp} R_{out})}, & \text{Re}(t_{n\perp}^2) > 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

$$F_m^{\text{III}'}(k_{n\perp} r) = \begin{cases} k_{n\perp} Y'_m(k_{n\perp} r), & \text{Re}(k_{n\perp}^2) > 0 \\ t_{n\perp} \frac{K'_m(t_{n\perp} r)}{K_m(t_{n\perp} r_b)}, & \text{Re}(t_{n\perp}^2) > 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

Τέλος, στην *Περιοχή III* οι εκφράσεις των εγκάρσιων συνιστωσών δίνονται από τις σχέσεις:

$$E_\varphi^{\text{III}}(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-jk_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 r} A_\ell^{\text{IV}} G_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{\text{IV}} D'_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (3.19)$$

$$E_r^{\text{III}}(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-K_\ell}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell^{\text{IV}} G'_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{\omega\mu_0 m}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{\text{IV}} D_m(g_{\ell\perp} r) \sin(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (3.20)$$

$$H_\varphi^{\text{III}}(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell^{\text{IV}} G'_m(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{jk_\ell m}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{\text{IV}} D_m(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (3.21)$$

$$H_r^{\text{III}}(r, \varphi, z) = \left[\sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r m}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell^{\text{IV}} G_m(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{K_\ell}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{\text{IV}} D'_m(g_{\ell\perp} r) \cos(\kappa_\ell z) \right] \exp(jm\varphi) \quad (3.22)$$

όπου οι συναρτήσεις G'_m και D'_m δίνονται από τις εξισώσεις (2.44) και (2.45), αντίστοιχα.

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τις οριακές συνθήκες στις θέσεις $r=R_{out}$ και $r=r_b$ για $0 < \varphi < 2\pi$, δηλαδή:

$$E_z^{\text{II}}(R_{\text{out}}, \varphi, z) = \begin{cases} E_z^{\text{III}}(R_{\text{out}}, \varphi, z), & 0 < z < b \\ 0, & b < z < L \end{cases} \quad (3.23)$$

$$E_\varphi^{\text{II}}(R_{\text{out}}, \varphi, z) = \begin{cases} E_\varphi^{\text{III}}(R_{\text{out}}, \varphi, z), & 0 < z < b \\ 0, & b < z < L \end{cases} \quad (3.24)$$

$$H_z^{\text{II}}(R_{\text{out}}, \varphi, z) = H_z^{\text{III}}(R_{\text{out}}, \varphi, z), \quad 0 < z < b \quad (3.25)$$

$$H_\varphi^{\text{II}}(R_{\text{out}}, \varphi, z) = H_\varphi^{\text{III}}(R_{\text{out}}, \varphi, z), \quad 0 < z < b \quad (3.26)$$

Ακολουθώντας τη μεθοδολογία του προηγούμενου κεφαλαίου καταλήγουμε στις παρακάτω εκφράσεις:

$$\left[A_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) + A_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) \right] L = \sum_{\ell=0}^{+\infty} A_\ell^{\text{IV}} G_m(g_{\ell\perp} R_{\text{out}}) X_{\cos}(k_n, \kappa_\ell, b) \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} & \frac{L}{k_{n\perp}^2} \left\{ \frac{k_n m}{R_{\text{out}}} \left[A_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) + A_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) \right] \right. \\ & \left. + j\omega\mu_0 \left[B_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}'}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) + B_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}'}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) \right] \right\} \\ & = \sum_{\ell=0}^{+\infty} \frac{-j\kappa_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{\text{out}}} A_\ell^{\text{IV}} G_m(g_{\ell\perp} R_{\text{out}}) X_{\sin}(k_n, \kappa_\ell, b) + \sum_{\ell=1}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{g_{\ell\perp}^2} B_\ell^{\text{IV}} D'_m(g_{\ell\perp} a) X_{\sin}(k_n, \kappa_\ell, b) \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[B_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) + B_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) \right] X_{\sin}(-k_n, \kappa_\ell, b) = B_\ell^{\text{IV}} D_m(g_{\ell\perp} R_{\text{out}}) \frac{b}{2} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{n\perp}^2} -j\omega\varepsilon_0 \left[A_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}'}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) + A_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}'}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) \right] \\ & + \frac{k_n m}{R_{\text{out}}} \left[B_n^{\text{II}} F_m^{\text{II}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) + B_n^{\text{III}} F_m^{\text{III}}(k_{n\perp} R_{\text{out}}) \right] X_{\cos}(-k_n, \kappa_\ell, b) \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$= \frac{-j\omega\varepsilon_r\varepsilon_0}{g_{\ell\perp}^2} A_\ell^{\text{IV}} G'_m(g_{\ell\perp} R_{\text{out}}) \frac{b}{2} (1 + \delta_{\ell 0}) + \frac{j\kappa_\ell m}{g_{\ell\perp}^2 R_{\text{out}}} B_\ell^{\text{IV}} D_m(g_{\ell\perp} R_{\text{out}}) \frac{b}{2} (1 - \delta_{\ell 0})$$

Σημειώνεται ότι οι παράμετροι $X_{\cos}(k_n, \kappa_\ell, b)$ και $X_{\sin}(k_n, \kappa_\ell, b)$ δίνονται από τις εξισώσεις (2.58) και (2.59), αντίστοιχα.

Οι οριακές συνθήκες στη διεπιφάνεια της ηλεκτρονικής δέσμης $r = r_b$ απαιτούν τη συνέχεια του εφαπτομενικού ηλεκτρικού πεδίου και την ασυνέχεια του εφαπτομενικού μαγνητικού πεδίου ως αποτέλεσμα της εισαγωγής της δέσμης, η οποία θα πρέπει να είναι ίση με την επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος, δηλαδή πρέπει να ισχύουν:

$$E_z^{\text{I}}(r_b, \varphi, z) = E_z^{\text{II}}(r_b, \varphi, z), \quad 0 < z < L, \quad 0 < \varphi < 2\pi \quad (3.31)$$

$$E_\varphi^{\text{I}}(r_b, \varphi, z) = E_\varphi^{\text{II}}(r_b, \varphi, z), \quad 0 < z < L, \quad 0 < \varphi < 2\pi \quad (3.32)$$

$$H_\varphi^{\text{II}}(r_b, \varphi, z) - H_\varphi^{\text{I}}(r_b, \varphi, z) = K_z(r_b, \varphi, z), \quad 0 < z < L, \quad 0 < \varphi < 2\pi \quad (3.33)$$

$$-H_z^{\text{II}}(r_b, \varphi, z) + H_z^{\text{I}}(r_b, \varphi, z) = K_\varphi(r_b, \varphi, z), \quad 0 < z < L, \quad 0 < \varphi < 2\pi \quad (3.34)$$

όπου K_z και K_φ είναι η αξονική και η αξιμουθιακή επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος, αντίστοιχα, λόγω της ηλεκτρονικής δέσμης. Σύμφωνα με όσα ειπώθηκαν στην αρχή αυτού του κεφαλαίου, εφόσον αυτές οι πυκνότητες ρεύματος είναι προϊόν του πεδίου, θα περιέχουν επίσης όλες τις χωρικές αρμονικές, δηλαδή

$$K_z(r_b, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} K_{zn}(r_b, \varphi, z) \quad (3.35)$$

$$K_\varphi(r_b, \varphi, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} K_{\varphi n}(r_b, \varphi, z) \quad (3.36)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις ιδιότητες ορθογωνικότητας της *Περιοχής I* και της *Περιοχής II*, οι παραπάνω συνθήκες διαμορφώνονται ως εξής,

$$A_n^I F_m^I(k_{n\perp} r_b) = A_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r_b) + A_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r_b) \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} & \frac{k_n m}{r_b} A_n^I F_m^I(k_{n\perp} r_b) + j\omega\mu_0 B_n^I P_m^I(k_{n\perp} r_b) \\ &= \frac{k_n m}{r_b} \left[A_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r_b) + A_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r_b) \right] + j\omega\mu_0 \left[B_n^{II} F_m^{II'}(k_{n\perp} r_b) + B_n^{III} F_m^{III'}(k_{n\perp} r_b) \right] \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{1}{k_{n\perp}^2} - j\omega\varepsilon_0 \left[A_n^{II} F_m^{II'}(k_{n\perp} r_b) + A_n^{III} F_m^{III'}(k_{n\perp} r_b) \right] + \frac{k_n m}{r_b} \left[B_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r_b) + B_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r_b) \right] \right\} \\ & - \frac{1}{k_{n\perp}^2} \left[-j\omega\varepsilon_0 A_n^I F_m^I(k_{n\perp} r_b) + \frac{k_n m}{r_b} B_n^I P_m^I(k_{n\perp} r_b) \right] = K_{zn}(r_b, \varphi, z) \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$-B_n^{II} F_m^{II}(k_{n\perp} r_b) - B_n^{III} F_m^{III}(k_{n\perp} r_b) + B_n^I P_m^I(k_{n\perp} r_b) = K_{\varphi n}(r_b, \varphi, z) \quad (3.40)$$

3.2 Περιγραφή του μηχανισμού αλληλεπίδρασης

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε ένα μοντέλο για την περιγραφή της αλληλεπίδρασης πεδίου – δέσμης με σκοπό τον υπολογισμό της διαταραγμένης πυκνότητας ρεύματος των ηλεκτρονίων της δέσμης λόγω της επίδρασης του πεδίου. Η μελέτη θα γίνει με χρήση της γραμμικής κινητικής θεωρίας [133], ώστε με την αντικατάσταση της, στην ανάλυση της προηγούμενης ενότητας να οδηγηθούμε στη σχέση διασποράς της διάταξης. Το μοντέλο χρησιμοποιεί την εξίσωση Vlasov (3.41) για τον υπολογισμό της διαταραχής της συνάρτησης κατανομής των ηλεκτρονίων, η οποία προκαλείται από τα κυματικά πεδία και της παρουσίας του αξονικού μαγνητοστατικού πεδίου $\mathbf{B}_0 = \hat{z}B_0$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \mathbf{F} \cdot \nabla_p f = 0 \quad (3.41)$$

Στο όριο ασθενούς σήματος η ηλεκτρονική δέσμη εξελίσσεται ανεξάρτητα για κάθε χωρική αρμονική του κύματος Bloch με χρονική και αξονική εξάρτηση ίδια με αυτή του πεδίου $\exp[j(\omega t - kz)]$. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει τη γραμμικοποίηση της εξίσωσης Vlasov, όπου θεωρούμε ότι η πυκνότητα του ρεύματος της ηλεκτρονικής δέσμης είναι αρκετά μικρή ώστε να αγνοήσουμε τα ιδιο-πεδία. Τότε, η γραμμικοποιημένη συνάρτηση Vlasov γράφεται:

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_n + \mathbf{F}_0 \cdot \nabla_p f_n = -\mathbf{F}_n \cdot \nabla_p f_0 \quad (3.42)$$

από την οποία προκύπτει η διαταραγμένη συνάρτηση κατανομής f_n λόγω της n -οστής Bloch συνιστώσας λαμβάνοντας υπόψη τη συνάρτηση κατανομής ισορροπίας $f_0(\mathbf{p})$ (με $\partial f_0 / \partial t \equiv 0$) της ηλεκτρονικής δέσμης, η οποία θεωρείται ότι είναι χωρικά ομοιόμορφη και εξαρτάται μόνο από την ορμή \mathbf{p} μέσα στη δέσμη, ενώ εκτός αυτής είναι μηδενική. Η εξίσωση (3.42) λαμβάνει επίσης υπόψη τη δύναμη μηδενικής τάξης $\mathbf{F}_0 = -eB_0 \mathbf{v} \times \hat{z}$ λόγω του εφαρμοζόμενου αξονικού μαγνητοστατικού πεδίου, το οποίο συνδέεται με τη μη σχετικιστική γυροσυχνότητα των ηλεκτρονίων μέσω της σχέσης $\Omega_0 = eB_0/m$, όπου e και m είναι, αντίστοιχα, το φορτίο και η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου. Από την εξίσωση αυτή Vlasov δεν θα μπορούσε να λείπει τέλος, η πρώτης τάξης δύναμη Lorentz $\mathbf{F}_n = -e(\mathbf{E}_n + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_n)$ εξαιτίας των κυματικών πεδίων n -οστής συνιστώσας.

Προφανώς για τη συνολική συνάρτηση κατανομής των ηλεκτρονίων ισχύει:

$$f = f_0 + \sum_n f_n, \quad \text{με } f_n \ll f_0 \quad (3.43)$$

και για τη γραμμικοποίηση της Vlasov χρησιμοποιείται η ιδιότητα της ορθογωνιότητας των χωρικών ιδιοσυναρτήσεων.

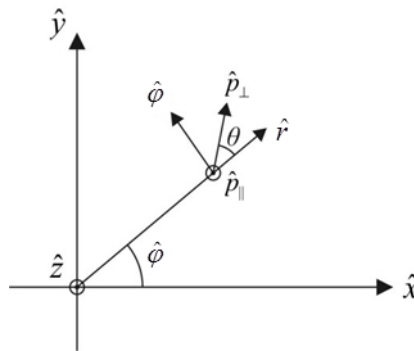
Η ορμή \mathbf{p} στο πολικό σύστημα συντεταγμένων ορίζεται τοπικά από την εγκάρσια p_\perp και τη διαμήκη p_\parallel συνιστώσα της, καθώς και από τη φασική γωνία θ σύμφωνα με το Σχήμα 3.1,

$$\mathbf{p} = p_\parallel \hat{z} + p_\perp (\hat{r} \cos \theta + \hat{\phi} \sin \theta) \quad (3.44)$$

Αντίστοιχη σχέση προκύπτει και για την ταχύτητα των ηλεκτρονίων \mathbf{v} , η οποία συνδέεται με την ορμή μέσω της σχέσης $\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \mathbf{p}/m\gamma$, όπου

$$\gamma(\mathbf{p}) = \sqrt{1 + (\mathbf{p}/mc)^2} = [1 - (\mathbf{v}/c)^2]^{-1/2} \quad (3.45)$$

είναι ο σχετικιστικός παράγοντας.



Σχήμα 3.1: Τοπικό σύστημα συντεταγμένων της ορμής ως προς το κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων.

Εισάγοντας τις παραπάνω εκφράσεις στην εξίσωση (3.42), τότε η εξίσωση Vlasov καταλήγει στη διαφορική εξίσωση

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_n}{\partial \theta} = & -j \frac{\omega - k_n v_{\parallel}}{(\Omega_0 / \gamma)} f_n \\ & + \frac{e}{(\Omega_0 / \gamma)} \left\{ E_{zn} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} + v_{\perp} (B_{\varphi n} \cos \theta - B_m \sin \theta) \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} \right. \\ & \left. + (E_m \cos \theta + E_{\varphi n} \sin \theta) \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} + v_{\parallel} (B_m \sin \theta - B_{\varphi n} \cos \theta) \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \right\} \end{aligned} \quad (3.46)$$

όπου τα E_m , $E_{\varphi n}$, E_{zn} , B_m και $B_{\varphi n}$ είναι οι συνιστώσες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ορισμένες στην ακτινική θέση της ηλεκτρονικής δέσμης. Σημειώνουμε ότι υποθέσαμε ότι όλες οι μερικές χωρικές παράγωγοι της f_0 είναι μηδέν μέσα στη δέσμη. Η διαφορική εξίσωση (3.46) είναι απευθείας ολοκληρώσιμη με σταθερά ολοκλήρωσης ίση με το μηδέν προκειμένου να ισχύει $f_n = 0$, όταν δεν υπάρχουν πεδία. Η διαταραχή ανάλογα με το αίτιο που την προκαλεί μπορεί να διαχωριστεί μέσω της σχέσης $f_n = f_{n\perp} + f_{n\parallel}$, σε εγκάρσια διαταραχή $f_{n\perp}$ λόγω της εγκάρσιας συνιστώσας του πεδίου και σε διαμήκη διαταραχή $f_{n\parallel}$ λόγω της διαμήκουσ. Η θεώρηση αυτή οδηγεί στις παρακάτω λύσεις για την αξονική και την εγκάρσια διαταραχή αντίστοιχα:

$$f_{n\parallel} = -j \frac{e E_{zn}}{\omega - k_n v_{\parallel}} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} \quad (3.47)$$

και

$$f_{n\perp} = -\frac{e E_{\varphi n}}{2} \left[\frac{k_n v_{\perp}}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} + \left(1 - \frac{k_n v_{\parallel}}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \right] \sum_{\pm} (\pm) \frac{\exp(\pm j\theta)}{\Delta \omega_{\pm}} \quad (3.48)$$

Η παραπάνω εγκάρσια διαταραχή αφορά την περίπτωση των ρυθμών TE ($m = 0$), ενώ στην περίπτωση των υβριδικών ρυθμών (όπου $m \neq 0$) παίρνει τη μορφή:

$$\begin{aligned} f_{n\perp} = & -\frac{ie}{2} \sum_{\pm} \frac{\exp(\pm j\theta)}{\Delta \omega_{\pm}} \left[v_{\perp} B_{\varphi n} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} \pm j v_{\perp} B_m \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} + E_m \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \right. \\ & \left. \mp j E_{\varphi n} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \mp j v_{\parallel} B_m \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} - v_{\parallel} B_{\varphi n} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

όπου $\Delta \omega_{\pm} = \omega - k_n v_{\parallel} \pm (\Omega_0 / \gamma)$ είναι η μη συχνοτική προσαρμογή.

Η σχέση $\mathbf{J} = -(e/m) \int d^3 p (\mathbf{p} / \gamma) f_n$ συνδέει την πυκνότητα ρεύματος με τη διαταραγμένη κατανομή ηλεκτρονίων f_n μέσα στην ηλεκτρονική δέσμη, όπου $d^3 p = p_{\perp} d\theta dp_{\perp} dp_{\parallel}$ είναι στην ουσία ο στοιχειώδης όγκος στο πεδίο των ορμών. Η εξίσωση αυτή μπορεί να απλοποιηθεί, αν σκεφτούμε πως η συνάρτηση κατανομής ισορροπίας f_0 και η αξονική συνιστώσα της ορμής p_{\parallel} (εξίσωση (3.44)) είναι ανεξάρτητες της φασικής γωνίας θ , ενώ η εγκάρσια συνιστώσα $f_{n\perp}$ έχει εξάρτηση από τη φασική γωνία της μορφής $\exp(\pm j\theta)$, γεγονός που συνεπάγεται ότι το ολοκλήρωμα $\int f_{n\perp} p_{\parallel} d\theta$ είναι μηδενικό. Κατά ανάλογο τρόπο, δεδομένου ότι η εγκάρσια συνιστώσα της ορμής p_{\perp} έχει τριγωνομετρική εξάρτηση από τη θ , σύμφωνα με το δεύτερο σκέλος της δεξιάς πλευράς της (3.44), και η αξονική κατανομή $f_{n\parallel}$ είναι ανεξάρτητη της θ , και το

ολοκλήρωμα $\int f_{n\parallel} p_{\perp} d\theta$ είναι επίσης μηδέν. Με βάση τα παραπάνω η πυκνότητα ρεύματος μπορεί να διακριθεί σε εγκάρσια και σε διαμήκη συνιστώσα, οι οποίες ορίζονται από τις σχέσεις :

$$\mathbf{J}_{n\perp} = -\frac{e}{m} \int d^3 p \frac{\mathbf{p}_{\perp}}{\gamma} f_{n\perp} \quad \text{και} \quad J_{n\parallel} = -\frac{e}{m} \int d^3 p \frac{p_{\parallel}}{\gamma} f_{n\parallel} \quad (3.50)$$

Ο υπολογισμός των συνιστωσών του ρεύματος προϋποθέτει τον καθορισμό των συνιστωσών της συνάρτησης κατανομής των εξισώσεων (3.47), (3.48) και (3.49), οι οποίες με τη σειρά τους υπολογίζονται μέσω της συνάρτησης κατανομής ισορροπίας των ηλεκτρονίων στο πεδίο των ορμών.

Θέλοντας να εξετάσουμε τις δυνατές αλληλεπιδράσεις δέσμης – κύματος σε ένα ομοαξονικό δίαυλο γυροτρονίου κρίνεται χρήσιμο να χρησιμοποιήσουμε στη μελέτη αυτή τα χαρακτηριστικά της δέσμης, που συνήθως εισάγεται στο γυροτρόνιο. Στις διατάξεις αυτές, η δέσμη είναι δακτυλιοειδής (annular) μονοενεργειακή με αρχική συνάρτηση κατανομής:

$$f_0(\mathbf{p}) = \frac{n_b}{2\pi p_{\perp 0}} \delta(p_{\perp} - p_{\perp 0}) \delta(p_{\parallel} - p_{\parallel 0}) \quad (3.51)$$

όπου n_b είναι η ομοιόμορφη πυκνότητα ηλεκτρονίων, ενώ $p_{\perp 0} = \gamma_0 m v_{\perp 0} = \gamma_0 m c \beta_{\perp 0}$ και $p_{\parallel 0} = \gamma_0 m v_{\parallel 0} = \gamma_0 m c \beta_{\parallel 0}$ είναι, αντίστοιχα, η εγκάρσια και η διαμήκης αρχική ορμή. Η πυκνότητα των ηλεκτρονίων μπορεί να υπολογιστεί μέσω της μη σχετικιστικής συχνότητας πλάσματος $\omega_p = \sqrt{e^2 n_b / \epsilon_0 m}$. Για μια δακτυλιοειδή κυλινδρική ηλεκτρονική δέσμη ακτίνας r_b και πάχους $2w$, η οποία έχει ρεύμα I_b , η συχνότητα πλάσματος δίνεται

από τη σχέση $\omega_p^2 = \frac{I_b}{I_A} \frac{c^2}{\beta_{\parallel 0} r_b w}$ [134], όπου $I_A = 4\pi \epsilon_0 m c^3 / e \approx 17 \text{kA}$ είναι το λεγόμενο

ρεύμα Alfven. Εξισώνοντας τις διαφορετικές εκφράσεις της συχνότητας πλάσματος προκύπτει ότι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων δίνεται από τη σχέση:

$$n_b = \frac{\epsilon_0 m c^2}{e^2 \beta_{\parallel 0} r_b w} \frac{I_b}{I_A} \quad (3.52)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω η διαμήκης συνιστώσα της πυκνότητας του επιφανειακού ρεύματος γράφεται τελικά στη μορφή:

$$J_{zn} = -j \epsilon_0 E_{zn} \frac{\omega \left(1 + \frac{p_{\perp 0}^2}{m^2 c^2} \right)}{\gamma_0^3 (\Delta \omega_{\parallel})^2} \frac{I_b}{I_A} \frac{c^2}{\beta_{\parallel 0} r_b w} \quad (3.53)$$

όπου $\Delta \omega_{\parallel} = \omega - k_n v_{\parallel 0}$. Από τη σχέση (3.53) προκύπτουν δύο σημαντικά συμπεράσματα: Πρώτον, ο συντονισμός συμβαίνει όταν $\Delta \omega_{\parallel} = 0$ και δεύτερον η διαμήκης πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται από τη αντίστοιχη συνιστώσα του πεδίου, συνεπώς η εξίσωση (3.53) περιγράφει την επίδραση της αλληλεπίδρασης Cherenkov (ή αστάθεια Langmuir).

Υπενθυμίζουμε ότι η επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος σε μια δέσμη πάχους $2w$ αποτελεί το επιφανειακό ολοκλήρωμα της πυκνότητας του ρεύματος (δηλ.,

$\mathbf{K}_n = \int_{r_b-w}^{r_b+w} \mathbf{J}_n dr$). Στην περίπτωση της διαμήκουσ συνιστώσας της πυκνότητας του ρεύματος η επιφανειακή πυκνότητα προκύπτει $K_{zn} = 2wJ_{zn}$. Επίσης, γνωρίζοντας ότι $I_b = \int_0^{2\pi} \int_{r_b-w}^{r_b+w} n_b e v_{||0} r dr d\varphi$ μπορούμε να εκφράσουμε το πάχος της δέσμης μέσω της σχέσης $w = I_b / (4\pi n_b e v_{||0} r_b)$, οπότε η επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος γράφεται:

$$K_{zn} = Q_{zn} E_{zn}^I(r_b) \quad (3.54)$$

όπου

$$Q_{zn} = -j2\varepsilon_0 \frac{\omega \left(1 + \frac{P_{\perp 0}^2}{m^2 c^2}\right) I_b c^2}{\gamma_0^3 (\Delta\omega_{\pm})^2 I_A \beta_{||0} r_b} \quad (3.55)$$

Με ανάλογο τρόπο, η αντίστοιχη εξίσωση, που περιγράφει την αξιμουθιακή συνιστώσα της πυκνότητας του ρεύματος για την περίπτωση των ρυθμών TE, είναι:

$$J_{\varphi n} = -j \frac{\varepsilon_0 I_b c^2}{2\gamma_0 \omega I_A \beta_{||0} r_b w} E_{\varphi n} \sum_{\pm} \left[\frac{(\omega - k_n v_{||0})}{\Delta\omega_{\pm}} + \frac{v_{\perp 0}^2}{2(\Delta\omega_{\pm})^2} \left(k_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \right] \quad (3.56)$$

και η επιφανειακή πυκνότητα που προκύπτει, λόγω της συνέχειας της συνιστώσας $E_{\varphi n}$, είναι:

$$K_{\varphi n} = Q_{\varphi n} E_{\varphi n}^I(r_b) \quad (3.57)$$

όπου

$$Q_{\varphi n} = -j \frac{\varepsilon_0 I_b c^2}{\gamma_0 \omega I_A \beta_{||0} r_b w} \sum_{\pm} \left[\frac{(\omega - k_n v_{||0})}{\Delta\omega_{\pm}} + \frac{v_{\perp 0}^2}{2(\Delta\omega_{\pm})^2} \left(k_n^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \right] \quad (3.58)$$

Η εξίσωση (3.57) περιγράφει την επίδραση της κυκλοτρονικής αλληλεπίδρασης και της αλληλεπίδρασης Weibel στη δέσμη, δεδομένου ότι ο συντονισμός αυτός λαμβάνει χώρα όταν μηδενίζεται ο όρος $\Delta\omega_{\pm}$ (δηλαδή όταν $\omega = k_n v_{||} \pm (\Omega_0/\gamma)$) και η πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται από την $E_{\varphi n}$.

Αντίθετα με τις προηγούμενες περιπτώσεις, οι εγκάρσιες συνιστώσες του πεδίου E_{rn} και $B_{\varphi n}$ είναι ασυνεχείς, διότι συνδέονται με την πυκνότητα ρεύματος J_{zn} , η οποία σχετίζεται με μια πυκνότητα φορτίου. Παρόλα αυτά, λόγω της αυτοσυνέπειας των εξισώσεων Maxwell με την αρχή διατήρησης φορτίου, αυτή η ασυνέχεια ικανοποιείται αυτόματα και δεν χρειάζεται να μελετηθεί ξεχωριστά.

Στη γενική περίπτωση των υβριδικών κυμάτων η εξίσωση (3.56) γίνεται:

$$J_{\varphi n} = \frac{\varepsilon_0 I_b c^2}{2\gamma_0 I_A \beta_{||0} r_b w} \sum_{\pm} \frac{(\pm 1)}{(\Delta\omega_{\pm})^2} \left\{ \begin{array}{l} -(B_{\varphi n} \pm jB_{rn}) \left(v_{||0} \Delta\omega_{\pm} - \frac{v_{\perp 0}^2 k_n}{2} \right) \\ +(E_{rn} \mp jE_{\varphi n}) \left(\Delta\omega_{\pm} - \frac{v_{\perp 0}^2 \omega}{2c^2} \right) \end{array} \right\} \quad (3.59)$$

για την εγκάρσια συνιστώσα της πυκνότητας ρεύματος, ενώ για την αξονική συνιστώσα

η έκφραση παραμένει ίδια με την εξίσωση (3.53). Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία η αζιμουθιακή επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος προκύπτει:

$$K_{\varphi n} = \frac{\varepsilon_0 I_b}{\gamma_0 I_A \beta_{\parallel 0} r_b} \frac{c^2}{\sum_{\pm} \frac{(\pm 1)}{(\Delta\omega_{\pm})^2}} \left\{ \begin{array}{l} -(\langle B_{\varphi n} \rangle \pm jB_m) \left(v_{\parallel 0} \Delta\omega_{\pm} - \frac{v_{\perp 0}^2 k_n}{2} \right) \\ +(\langle E_m \rangle \mp jE_{\varphi n}) \left(\Delta\omega_{\pm} - \frac{v_{\perp 0}^2 \omega}{2c^2} \right) \end{array} \right\} \quad (3.60)$$

ή σε πιο συμπαγή έκφραση

$$K_{\varphi n} = Q_{\varphi n,1} \langle B_{\varphi n}(r_b) \rangle + Q_{\varphi n,2} B_m(r_b) + Q_{\varphi n,3} E_{\varphi n}(r_b) + Q_{\varphi n,4} \langle E_m(r_b) \rangle \quad (3.61)$$

όπου $\langle B_{\varphi n} \rangle$ και $\langle E_m \rangle$, είναι οι μέσες τιμές των συνιστωσών $B_{\varphi n}$ και E_m , οι οποίες προκύπτουν από την ολοκλήρωση των συνιστωσών αυτών σε όλο το πάχος της δέσμης υπό την προσέγγιση του ορίου ασθενούς σήματος. Οι ποσότητες $Q_{\varphi n,i}$ καθορίζονται εύκολα μέσω αντιστοίχισης με την (3.60).

Η προσέγγιση του ορίου της πολύ μικρής ακτίνας Larmor, που χρησιμοποιήθηκε στην ενότητα αυτή έχει δύο αρνητικές συνέπειες. Πρώτον, εισάγει το πρόβλημα της αδυναμίας υπολογισμού αλληλεπιδράσεων σε ανώτερες αρμονικές πέραν της βασικής. Όμως στο διάυλο έχουμε την παρουσία πολλών ρυθμών και επομένως η αλληλεπίδραση της δέσμης με κάποιο ρυθμό σε υψηλότερη κυκλοτρονική αρμονική είναι ιδιαίτερα απίθανη. Δεύτερον, δεν λαμβάνεται υπόψη η επίδραση της εγκάρσιας ανομοιογένειας του πεδίου στη σύζευξη κύματος-δέσμης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο ρυθμός ανάπτυξης που υπολογίζουμε να έχει μεγαλύτερη τιμή από την πραγματική. Επειδή η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στον εντοπισμό τυχόν παρασιτικών ρυθμών στο διάυλο, οι οποίοι μπορεί να αναπτυχθούν καταστρέφοντας την ποιότητα της ηλεκτρονικής δέσμης και όχι ο σχεδιασμός αυτού για μέγιστη απόδοση, αρκεί ο ποιοτικός και όχι ο απόλυτα ακριβής ποσοτικός προσδιορισμός των χαρακτηριστικών των αλληλεπιδράσεων [98]. Εξάλλου, είναι γνωστό ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση αυτή όταν ισχύει η ανισότητα $k_{\perp} R_L^2 \ll 2/3$, δηλαδή για γυροτρόνια με συχνότητες λειτουργίας κάτω από τα 400 GHz [45].

3.3 Εξίσωση διασποράς ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού παρουσία δέσμης

Γνωρίζοντας την επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος μπορούμε αυτή να τη χρησιμοποιήσουμε στη διαδικασία της §3.1 για τον υπολογισμό της σχέσης διασποράς της θερμής διάταξης. Τα σύνολα εξισώσεων (3.27) - (3.30) και (3.37) - (3.40) μπορούν να γραφούν στη πιο συμπαγή μορφή:

$$A_n^{II} X_{1,n} + A_n^{III} X_{2,n} = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell}^{IV} Y_{1,n\ell} \quad (3.62)$$

$$A_n^{II} X_{3,n} + A_n^{III} X_{4,n} + B_n^{II} X_{5,n} + B_n^{III} X_{6,n} = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell}^{IV} Y_{2,n\ell} + \sum_{\ell=1}^{\infty} B_{\ell}^{IV} Y_{3,n\ell} \quad (3.63)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^{II} Y_{4,n\ell} + B_n^{III} Y_{5,n\ell} = B_{\ell}^{IV} Z_{1,\ell} \quad (3.64)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{II} Y_{6,n\ell} + A_n^{III} Y_{7,n\ell} + B_n^{II} Y_{8,n\ell} + B_n^{III} Y_{9,n\ell} = A_\ell^{IV} Z_{2,\ell} + B_\ell^{IV} Z_{3,\ell} \quad (3.65)$$

$$A_n^I X_{13,n} = A_n^{II} X_{14,n} + A_n^{III} X_{15,n} \quad (3.66)$$

$$A_n^I X_{7,n} + B_n^I X_{8,n} = A_n^{II} X_{9,n} + A_n^{III} X_{10,n} + B_n^{II} X_{11,n} + B_n^{III} X_{12,n} \quad (3.67)$$

$$A_n^{II} X_{16,n} + A_n^{III} X_{17,n} + B_n^{II} X_{18,n} + B_n^{III} X_{19,n} + A_n^I X_{20,n} + B_n^I X_{21,n} = A_n^I X_{22,n} \quad (3.68)$$

$$A_n^I Q_{\varphi n1} + B_n^I Q_{\varphi n2} + A_n^{II} Q_{\varphi n3} + A_n^{III} Q_{\varphi n4} + B_n^{II} Q_{\varphi n5} + B_n^{III} Q_{\varphi n6} = 0 \quad (3.69)$$

Από την αντικατάσταση των συντελεστών ανάπτυξης των *Περιοχών II* και *III* με τους αντίστοιχους της *Περιοχής I* προκύπτει το παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [A_n^I (S_{1,qn} - T_{1,q} \delta_{qn})] + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [B_n^I (S_{2,qn} - T_{2,q} \delta_{qn})] = 0 \quad (3.70)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [A_n^I (S_{3,qn} - T_{3,q} \delta_{qn})] + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [B_n^I (S_{4,qn} - T_{4,q} \delta_{qn})] = 0 \quad (3.71)$$

Οι παράμετροι $S_{i,qn}$ και $T_{i,q}$ σχετίζονται σαφώς με τους συντελεστές $X_{i,n}$, $Y_{i,n\ell}$, $Z_{i\ell}$, και $Q_{\varphi ni}$, και είναι συναρτήσεις των ω και k . Για συγκεκριμένα χαρακτηριστικά δέσμης (γ_0 , I_b , α και $v_{||0}$), θέτοντας τιμή στο k μπορούμε να λάβουμε την τιμή της συχνότητας ω από το μηδενισμό της μιγαδικής ορίζουσας

$$\begin{vmatrix} S_{1,qn} - T_{1,q} \delta_{qn} & S_{2,qn} - T_{2,q} \delta_{qn} \\ S_{3,qn} - T_{3,q} \delta_{qn} & S_{4,qn} - T_{4,q} \delta_{qn} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.72)$$

Σημειώνεται ότι οι λύσεις της ορίζουσας του συστήματος (3.72) αποτελούν τους ρυθμούς (σχέση διασποράς) της θερμής διάταξης, οι οποίοι όπως είναι αναμενόμενο θα είναι αποτέλεσμα σύζευξης των ρυθμών της ψυχρής διάταξης και των ρυθμών της δέσμης. Για κάθε ζεύγος τιμών (ω , k) μπορούμε από τις εξισώσεις (3.70) και (3.71) να βρούμε τους συντελεστές ανάπτυξης της *Περιοχής I* και στη συνέχεια τους συντελεστές των άλλων δύο περιοχών. Η αντικατάσταση των συντελεστών ανάπτυξης και της συχνότητας στις εκφράσεις των πεδιακών συνιστωσών επιτρέπει στη συνέχεια την εύρεση των πεδιακών κατανομών τους σε κάθε περιοχή. Όπως αναφέραμε και στην §2.4 για να έχουμε τη δυνατότητα αριθμητικού υπολογισμού της (3.72) θα πρέπει να περιορίσουμε τα αθροίσματα άπειρης διάστασης στις εκφράσεις των πεδίων σε πεπερασμένα με $n = q = \pm N_{\max}$ για τις *Περιοχές I* και *II* και $\ell = M_{\max}$, για την *Περιοχή III*, δημιουργώντας ένα τελικό σύστημα $(4N_{\max} + 2)$ εξισώσεων.

3.4 Αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια - Συντελεστής ποιότητας Q - Ισχύς ηλεκτρονικής δέσμης

Στην §2.5 παρουσιάστηκε ο τρόπος υπολογισμού των συντελεστών ποιότητας Q , Q_{diff} και Q_{ohm} , της αποθηκευμένης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας καθώς και της ισχύος ωμικών απωλειών από τις εξισώσεις (2.72), (2.73), (2.74), (2.76) και (2.80), αντίστοιχα. Πρέπει να επισημάνουμε ότι εφόσον οι ρυθμώσεις του Σχήματος 2.2 περιλαμβάνουν

υλικό με απώλειες με σχετική διηλεκτρική σταθερά $(\epsilon_r - j\epsilon_i)$, η μιγαδική συχνότητα θα είναι της μορφής $(\omega_r + j\omega_i)$. Συνεπώς, η αρμονική χρονική εξάρτηση θα γράφεται $\exp[j(\omega_r + j\omega_i)t] = \exp(j\omega_r t - \omega_i t)$ με το φανταστικό μέρος της συχνότητας να εκφράζει είτε την ενίσχυση (όταν $\omega_i < 0$) είτε την απόσβεση (όταν $\omega_i > 0$) των πεδίων. Τότε, η εξίσωση της μέσης αποθηκευμένης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας της (2.77) διαμορφώνεται ως εξής:

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\int_{R_{in}}^{r_b} \int_0^{2\pi} \int_0^L r \vec{E}^I(\vec{r}, t) \cdot \vec{D}^I(\vec{r}, t) dr d\phi dz \right. \\ \left. + \int_{r_b}^{R_{out}} \int_0^{2\pi} \int_0^L r \vec{E}^{II}(\vec{r}, t) \cdot \vec{D}^{II}(\vec{r}, t) dr d\phi dz \right. \\ \left. + \int_{R_{out}}^D \int_0^{2\pi} \int_0^b r \vec{E}^{III}(\vec{r}, t) \cdot \vec{D}^{III}(\vec{r}, t) dr d\phi dz \right) dt \quad (3.73)$$

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\int_{R_{in}}^{r_b} \int_0^{2\pi} \int_0^L r \vec{H}^I(\vec{r}, t) \cdot \vec{B}^I(\vec{r}, t) dr d\phi dz \right. \\ \left. + \int_{r_b}^{R_{out}} \int_0^{2\pi} \int_0^L r \vec{H}^{II}(\vec{r}, t) \cdot \vec{B}^{II}(\vec{r}, t) dr d\phi dz \right. \\ \left. + \int_{R_{out}}^D \int_0^{2\pi} \int_0^b r \vec{H}^{III}(\vec{r}, t) \cdot \vec{B}^{III}(\vec{r}, t) dr d\phi dz \right) dt$$

Από το ισοζύγιο ισχύος μπορούμε να βρούμε αν κατά την αλληλεπίδραση δέσμης – κύματος καταναλώνεται ή αναπτύσσεται ισχύς στη δέσμη και ποια είναι η τιμή της ισχύος αυτής. Η μεταβολή της μικροκυματικής ισχύος εξαιτίας της δέσμης είναι ίση με την ισχύ των μικροκυματικών απωλειών στον όγκο στις δέσμης για το δεδομένο ρυθμό που αλληλεπιδρά με τη δέσμη [42]. Η ισχύς αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$P_b = \iiint_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dV \quad (3.74)$$

με μέση χρονική τιμή

$$P_b = \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{r_b-w}^{r_b+w} \int_0^L \int_0^{2\pi} r dr d\phi dz (E_z J_z + E_\phi J_\phi) \quad (3.75)$$

όπου το πρόσημο της είναι αυτό που θα καθορίσει το κατά πόσο η ισχύς προσφέρεται από το πεδίο στη δέσμη ή από τη δέσμη στο πεδίο του ρυθμού.

3.5 Ειδικές περιπτώσεις

3.5.1 Εγκάρσια ηλεκτρικοί και μαγνητικοί ρυθμοί

Όσα ειπώθηκαν σε αυτό το κεφάλαιο έως τώρα αναφερόταν στη γενική περίπτωση των υβριδικών κυμάτων. Σαφώς θέτοντας $H_z = 0$ ή $E_z = 0$ και $m = 0$ μεταπίπτουμε στις απλούστερες περιπτώσεις των TM ή TE ρυθμών, αντίστοιχα. Οι ρυθμοί TM έχουν μόνο τις εξισώσεις (3.62), (3.65), (3.66) και (3.68), στις οποίες οι συντελεστές ανάπτυξης B_n όλων των περιοχών είναι μηδενικοί, δηλαδή το νέο σύστημα περιλαμβάνει μόνο τον

πάνω αριστερά άθροισμα της (3.70). Αντίστοιχα, στην περίπτωση των ρυθμών TE, το σύστημα αποτελείται μόνο από τις εξισώσεις (3.63), (3.64), (3.67) και (3.69) με τους A_n να είναι μηδενικοί, ενώ το νέο σύστημα έχει μόνο το δεύτερο άθροισμα της (3.71). η ορίζουσα της αποτελείται μόνο από τον κάτω δεξιά όρο της σχέσης (3.72). Και οι δυο περιπτώσεις ρυθμών καταλήγουν σε συστήματα $(2N_{\max}+1)$ εξισώσεων και επομένως η επίλυσή τους είναι απλούστερη.

3.5.2 Μη περιοδική γεωμετρία

Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η μη περιοδική εκδοχή της γεωμετρίας του Σχήματος 2.2 διαφέρει από την περιοδική μόνο στην περιοχή των αυλακώσεων, δηλαδή στην *Περιοχή III* όπου έχουμε την εμφάνιση διαφορετικών ρυτιδώσεων, ενώ οι εκφράσεις των πεδίων στις *Περιοχές I* και *II* παραμένουν αμετάβλητες. Η διαδικασία για τον υπολογισμό της συνάρτησης διασποράς αλλά και του συντελεστή ποιότητας στην περίπτωση αυτή είναι ίδια με αυτή της §2.6.2.

4 Αριθμητικός κώδικας αλληλεπίδρασης δέσμης - κύματος

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται ο αριθμητικός κώδικας, που αναπτύχθηκε για τον υπολογισμό της σχέσης διασποράς και των πεδιακών κατανομών της διάταξης, με βάση τη μαθηματική ανάλυση της αλληλεπίδρασης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων με την ηλεκτρονική δέσμη του Κεφαλαίου 3. Ο κώδικας αυτός επιλύει αριθμητικά το μαθηματικό μοντέλο της αλληλεπίδρασης με τον κατάλληλο συνδυασμό ταχύτητας και ακρίβειας αποτελεσμάτων. Ειδικότερα, παρουσιάζεται η δομή του κώδικα, όπου περιγράφονται ο τρόπος λειτουργίας του, τα γενικά χαρακτηριστικά του καθώς επίσης και οι κύριες ρουτίνες από τις οποίες αποτελείται. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παρουσίαση των αριθμητικών αποτελεσμάτων για μια περιοδική διάταξη καθώς και τους κανόνες που τα διέπουν.

4.1 Δομή αριθμητικού κώδικα αλληλεπίδρασης

Ο κώδικας ακολουθεί τη γενική μορφή του Σχήματος 4.1, όπου ανάλογα με την περίπτωση που θέλουμε να μελετήσουμε ορίζουμε τις κατάλληλες παραμέτρους, οι οποίες με τη σειρά τους καθορίζουν τη ροή που ακολουθείται από το κύριο πρόγραμμα για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων.



Σχήμα 4.1: Δομή του αριθμητικού κώδικα.

4.1.1 Περιγραφή της λειτουργίας του αριθμητικού κώδικα

Ο κώδικας *CoaxBT* είναι γραμμένος σε γλώσσα C++ και αποτελείται από τρία μέρη: την εισαγωγή των παραμέτρων, το κύριο πρόγραμμα και τα αριθμητικά αποτελέσματα.

- Εισαγωγή παραμέτρων

Η εισαγωγή των δεδομένων, που απαιτούνται για την εκτέλεση του κώδικα, γίνεται από αρχείο εισόδου. Ειδικότερα, στο αρχείο αυτό περιλαμβάνονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διάταξης, δηλαδή ο αριθμός των διαφορετικών ρυτιδώσεων (για περιοδική διάταξη ισχύει $P = 1$ ενώ για μη περιοδική $P = i$), οι διαστάσεις της διάταξης (R_{in} , R_{out} , D_p , b_i , L_i) καθώς και το πραγματικό ϵ_r και το φανταστικό ϵ_i μέρος της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς. Δίνονται επίσης τα χαρακτηριστικά της δέσμης (r_b , a , γ_0 , I_b) και το εξωτερικά επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο (B_0). Επιπλέον, υπάρχουν χρήσιμες παράμετροι για τον υπολογισμό των ριζών της ορίζουσας (είτε πραγματικής είτε μιγαδικής), το διάστημα $[k_{z1}, k_{z2}]$ και το βήμα dk_z αξονικών κυματαριθμών, καθώς και η

περιοχή $[F_1, F_2]$ και το βήμα dF συχνοτήτων, στην οποία θα υπολογιστούν η σχέση διασποράς ή οι πεδιακές κατανομές. Επίσης, δίνονται οι μέγιστες τιμές των χωρικών αρμονικών N_{\max} και M_{\max} , που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή του πεδίου στις διάφορες περιοχές της διάταξης. Τέλος, δίνεται η δυνατότητα επιλογής της κατηγορίας ρυθμών που θα μελετηθεί TM, TE ή υβριδικά (καθορισμός της παραμέτρου m που δηλώνει την εξάρτηση από την αζιμουθιακή γωνία φ) καθώς και αν θα μελετηθεί η σχέση διασποράς (Τύπος 1) ή οι πεδιακές κατανομές (Τύπος 2). Στην τελευταία περίπτωση δίνεται η δυνατότητα υπολογισμού των πεδιακών κατανομών σε συγκεκριμένη αξονική θέση z , ή/και ακτινική θέση r , καθώς και διδιάστατη κατανομή (contour plot) των πεδίων σε κάθε σημείο (r, z) . Σημειώνεται ότι και στους δύο Τύπους υπολογίζονται επίσης οι συντελεστές ποιότητας, η αποθηκευμένη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια και η ισχύς της δέσμης.

- Κύριο πρόγραμμα

Αρχικά, το κύριο πρόγραμμα διαβάζει το αρχείο εισόδου και αντιστοιχεί τις επιθυμητές τιμές στις μεταβλητές του κώδικα. Το πλήθος των ρυθιδώσεων, ο Τύπος υπολογισμών και το είδος των ρυθμών καθορίζουν ποια συνάρτηση του κύριου προγράμματος θα εκτελεστεί. Υπάρχουν δώδεκα διαφορετικές περιπτώσεις, οι οποίες παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.2.



Σχήμα 4.2: Περιπτώσεις μελέτης του αριθμητικού κώδικα.

- Εξαγωγή αποτελεσμάτων

Κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του κώδικα είναι δυνατή η παρακολούθηση της εξέλιξης των υπολογισμών/αποτελεσμάτων στην κονσόλα εντολών εφόσον το επιθυμεί ο χρήστης, ενώ ταυτόχρονα αποθηκεύονται σε αρχεία δεδομένων τύπου *.dat. Όταν ολοκληρωθεί η εκτέλεση του προγράμματος, τα αρχεία αυτά μπορούν να ανακληθούν από το χρήστη με σκοπό την περαιτέρω επεξεργασία τους από πακέτα γραφικής αναπαράστασης και ανάλυσης δεδομένων.

Η δομή του κώδικα βασίζεται σε ορισμένα γενικά χαρακτηριστικά, τα οποία ισχύουν για όλες τις περιπτώσεις του Σχήματος 4.2:

- Ο κώδικας έχει γραφτεί με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί να εκτελεστεί σε διαφορετικά λειτουργικά συστήματα (Windows και Linux).
- Στους υπολογισμούς *Τύπου 1* ο κώδικας έχει τη δυνατότητα να υπολογίζει «παράλληλα» τη σχέση διασποράς και τις υπόλοιπες παραμέτρους για τις διαφορετικές τιμές του αξονικού κυματάριθμου «στέλνοντας» καθεμία και σε διαφορετικό κόμβο ενός υπολογιστή με πολλαπλούς επεξεργαστές. Η δυνατότητα αυτή επιταχύνει σημαντικά τη διαδικασία υπολογισμού της σχέσης διασποράς.
- Όλες οι εξισώσεις εισάγονται στον κώδικα σε κανονικοποιημένη μορφή. Ειδικότερα, ο αδιάστατος κανονικοποιημένος εγκάρσιος κυματάριθμος είναι $\bar{k}_{n\perp} = k_{n\perp} \frac{L}{2\pi}$, οπότε οι υπόλοιπες αδιάστατες μεταβλητές έχουν τις παρακάτω εκφράσεις:

$$\begin{aligned} \bar{k}_n = \bar{k} + n, \bar{k}_n = k_n \frac{L}{2\pi}, \bar{h} = h \frac{L}{2\pi}, \bar{\omega} = \omega \frac{L}{2\pi c}, \bar{t}_{n\perp} = t_{n\perp} \frac{L}{2\pi}, \bar{r}_b = r_b \frac{2\pi}{L} \\ \bar{R}_{out} = R_{out} \frac{2\pi}{L}, \bar{r} = r \frac{2\pi}{L}, \bar{r}_w = r_w \frac{2\pi}{L}, \bar{z} = z \frac{2\pi}{L}, \bar{L} = L \frac{2\pi}{L}, \bar{b} = b \frac{2\pi}{L} \end{aligned} \quad (4.1)$$

- Η ορίζουσα του συστήματος των εξισώσεων (Κεφάλαιο 3) μπορεί να πάρει είτε τη μορφή της εξίσωσης (3.72) είτε να γραφεί ως:

$$\begin{vmatrix} \frac{(S_{1,qn} - T_{2,q}/T_{4,q} \cdot S_{3,qn})}{(T_{1,q} - T_{2,q} \cdot T_{3,q}/T_{4,q})} & \frac{(S_{2,qn} - T_{2,q}/T_{4,q} \cdot S_{4,qn})}{(T_{1,q} - T_{2,q} \cdot T_{3,q}/T_{4,q})} \\ \frac{(S_{1,qn} - T_{1,q}/T_{3,q} \cdot S_{3,qn})}{(T_{2,q} - T_{1,q} \cdot T_{4,q}/T_{3,q})} & \frac{(S_{2,qn} - T_{1,q}/T_{3,q} \cdot S_{4,qn})}{(T_{2,q} - T_{1,q} \cdot T_{4,q}/T_{3,q})} \end{vmatrix} = 0 \quad (4.2)$$

Και στις δύο περιπτώσεις το γραμμικό σύστημα είναι της μορφής $\mathbf{M} \cdot \mathbf{A} = 0$ και αλλάζουν μόνο τα στοιχεία του τετραγωνικού πίνακα \mathbf{M} , ενώ ο πίνακας \mathbf{A} περιέχει τους άγνωστους συντελεστές ανάπτυξης. Η αλλαγή αυτή αντιστοιχεί σε δύο ισοδύναμους τρόπους υπολογισμού των ριζών του συστήματος, ο οποίος επιλέγεται στο αρχείο εισόδου μέσω της επιλογής μιας από τις δύο παραμέτρους OVERFLOW_SAFE και ROOT_SAFE. Η ορίζουσα της (4.2) αντιστοιχεί στην περίπτωση OVERFLOW_SAFE, όπου μπορεί να χρησιμοποιηθεί μεγάλος αριθμός αρμονικών χωρίς τον κίνδυνο υπερχείλισης (overflow), ενώ η ορίζουσα της εξίσωσης (3.72) αντιστοιχεί στην περίπτωση ROOT_SAFE, όπου η εύρεση ριζών γίνεται με ασφάλεια αλλά μπορεί να καταλήξει σε υπερχείλιση για μεγάλο αριθμό αρμονικών.

4.1.2 Υπολογισμός της σχέσης διασποράς (*Τύπος 1*)

Η επιλογή του *Τύπου 1* (Σχήμα 4.3.), υπολογίζει τη σχέση διασποράς. Για να αποφύγουμε την παράλειψη κάποιας ρίζας, επειδή αυτή βρίσκεται πολύ κοντά σε κάποια άλλη ή λόγω εκφυλισμού, επιλέγεται να βρεθούν αρχικά οι συχνότητες συντονισμού των κοιλοτήτων με πλάτος b , που είναι γεμάτες με διηλεκτρικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά ε_r (ρυθμοί κοιλοτήτας) στην περιοχή (R_{out}, D) , οι συχνότητες αποκοπής ενός

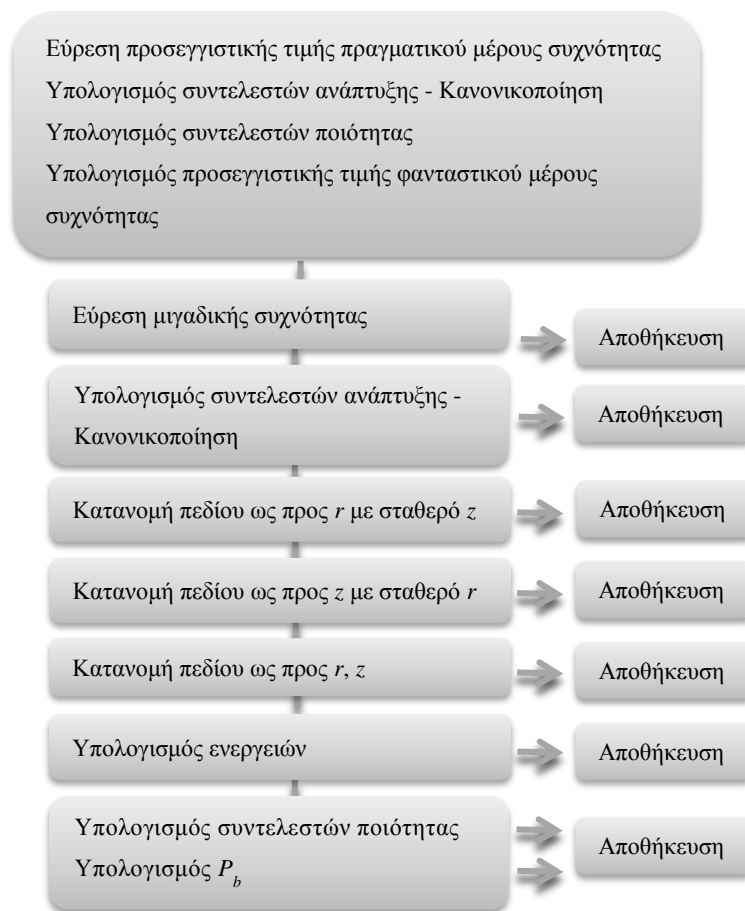
λείου ομοαξονικού κυματοδηγού εσωτερικής R_{in} και εξωτερικής R_{out} ακτίνας καθώς και οι συχνότητες των ρυθμών δέσμης, ορίζοντας ως DF την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των συχνοτήτων αυτών. Η εκτίμηση όλων αυτών δίνει μια ένδειξη του αριθμού και του είδους των ρυθμών, που μπορούν να αναπτυχθούν στην περιοχή συχνοτήτων που μελετάμε. Στη συνέχεια, λύνουμε το πρόβλημα ιδιοτιμών της διάταξης θέτοντας το φανταστικό μέρος της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ίσο με το μηδέν. Έτσι, βρίσκεται μια προσεγγιστική τιμή του πραγματικού μέρους των συχνοτήτων $\omega_{r,approx}$. Κατόπιν, υπολογίζονται οι συντελεστές ανάπτυξης του πεδίου στις διάφορες περιοχές και κανονικοποιούνται με τέτοιο τρόπο ώστε η συνολική αποθηκευμένη ενέργεια στη διάταξη να είναι ίση με τη μονάδα. Η κανονικοποίηση αυτή γίνεται κάθε φορά που υπολογίζονται οι συντελεστές ανάπτυξης. Έπειτα, χρησιμοποιώντας το φανταστικό μέρος της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς βρίσκουμε το ωμικό συντελεστή ποιότητας Q_{ohm} με χρήση της σχέσης (2.74), ενώ από την (2.87) μπορεί να βρεθεί μια πρώτη εκτίμηση του φανταστικού μέρους της συχνότητας $\omega_{i,approx}$. Σημειώνεται ότι για κάθε αξονικό κυματάριθμο μπορεί να βρεθεί προσεγγιστικά και η τιμή της συχνότητας για τους ρυθμούς της δέσμης, αφού αυτοί θα βρίσκονται κοντά στην ευθεία της δέσμης. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η ακριβής τιμή της μιγαδικής συχνότητας ω λαμβάνοντας υπόψη τις απώλειες και την παρουσία της δέσμης. Για το σκοπό αυτό, έχουν αναπτυχθεί δύο διαφορετικοί αλγόριθμοι υπολογισμού της μιγαδικής ρίζας, που θα περιγραφούν παρακάτω. Για κάθε μιγαδική συχνότητα ω βρίσκονται τέλος οι συντελεστές ανάπτυξης (και κανονικοποιούνται), η ισχύς δέσμης P_b και οι συντελεστές Q_{ohm} , Q_{diff} και Q .



Σχήμα 4.3: Δομή αριθμητικού κώδικα για τον υπολογισμό της σχέσης διασποράς (Τύπος I).

4.1.3 Υπολογισμός της κατανομής του πεδίου (Τύπος 2)

Ο υπολογισμός Τύπου 2 δίνεται στο Σχήμα 4.4 και για συγκεκριμένο σημείο του διαγράμματος διασποράς υπολογίζει την κατανομή του πεδίου, επομένως στο αρχείο εισόδου δίνονται επίσης ο αξονικός κυματάρριθμος και το διάστημα συχνοτήτων. Αρχικά, βρίσκονται οι ρυθμοί της διάταξης και στη συνέχεια οι συντελεστές ανάπτυξης του πεδίου στις διάφορες περιοχές. Κατόπιν, υπολογίζονται οι πεδριακές κατανομές σε συγκεκριμένη αξονική και ακτινική θέση καθώς και στο επίπεδο (r, z) . Για κάθε συνιστώσα του πεδίου βρίσκεται το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της καθώς και το μέτρο της σε κάθε σημείο της διάταξης. Επίσης, δίνεται το ποσοστό της ενέργειας σε κάθε αρμονική σε καθεμία περιοχή της διάταξης. Τέλος, υπολογίζονται οι συντελεστές ποιότητας Q_{ohm} , Q_{diff} και Q καθώς και της ισχύος δέσμης P_b . Όλα τα αποτελέσματα είναι αποθηκευμένα σε ξεχωριστά αρχεία σε ένα φάκελο, το όνομα του οποίου καθορίζει ο χρήστης στην αρχή εκτέλεσης του κώδικα.



Σχήμα 4.4: Δομή αριθμητικού κώδικα για τον υπολογισμό της κατανομής του πεδίου (Τύπος 2).

4.1.4 Κύριες συναρτήσεις

Η υλοποίηση των περιπτώσεων του Τύπου I και II βασίζεται στη χρήση ορισμένων κύριων συναρτήσεων, η επιλογή των οποίων έγινε με βάση τον βέλτιστο συνδυασμό αξιοπιστίας και ταχύτητας της προσομοίωσης. Στόχος είναι η ανάπτυξη ενός κώδικα, ο

οποίος να είναι όσο το δυνατόν γρηγορότερος καλύπτοντας όμως τα απαιτούμενα επίπεδα αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων. Ειδικότερα περιλαμβάνονται:

ο Υπολογισμός ορίζουσας

Η βασικότερη ρουτίνα των αριθμητικών υπολογισμών είναι η εύρεση της ορίζουσας του πίνακα του ομογενούς συστήματος \mathbf{M} . Προφανώς όσο μεγαλύτερη είναι η διάσταση του πίνακα, τόσο δυσκολότερος και βραδύτερος είναι ο υπολογισμός της ορίζουσάς του. Στις πιο απλές μεθόδους υπολογισμού της ορίζουσας συγκαταλέγονται οι μέθοδοι Leibniz και Laplace, οι οποίες όμως είναι μη αποδοτικές για μεγάλης τάξης πίνακες, αφού για ένα πίνακα $n \times n$ απαιτούν υπολογισμούς τάξης $n!$. Πιο αποδοτικές θεωρούνται οι μέθοδοι παραγοντοποίησης Cholesky, η QR αλλά και η πιο διαδεδομένη LU [135, 136]. Σε αυτές, ο πίνακας γράφεται ως γινόμενο πινάκων και η ορίζουσά του μπορεί να βρεθεί εύκολα με χρήση n^3 υπολογισμούς, που είναι σημαντικά λιγότεροι από το $n!$. Η μέθοδος, που επιλέχτηκε να χρησιμοποιηθεί στον κώδικα, είναι η LU, σύμφωνα με την οποία ο πίνακας γράφεται ως γινόμενο ενός κάτω τριγωνικού πίνακα \mathbf{L} και ενός άνω τριγωνικού πίνακα \mathbf{U} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{L}\mathbf{U} \quad (4.3)$$

όπου τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου του πίνακα \mathbf{L} είναι μονάδα και επομένως η ορίζουσα του πίνακα \mathbf{M} δίνεται από τη σχέση:

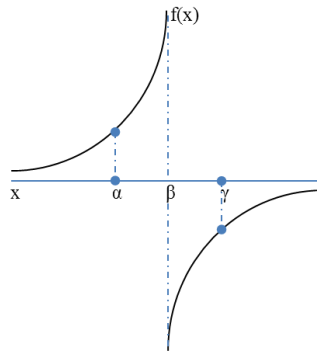
$$\det \mathbf{M} = \det \mathbf{L} \times \det \mathbf{U} = 1 \times \det \mathbf{U} = \prod_{i=1}^n u_{ii} \quad (4.4)$$

ο Εύρεση ριζών πραγματικής συνάρτησης

Οι μονοδιάστατοι αλγόριθμοι εύρεσης ρίζας χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: τις «root polishing» και «root bracketing» [136, 137]. Στις μεθόδους «polishing» συγκαταλέγονται η μέθοδος Newton και η μέθοδος Secant και περιλαμβάνουν προσπάθειες βελτίωσης της αρχικής εκτίμησης της ρίζας. Οι αλγόριθμοι αυτοί συγκλίνουν πολύ γρήγορα, εφόσον η αρχική εκτίμηση είναι κοντά στην πραγματική τιμή. Από την άλλη πλευρά, στους «root bracketing», που βρίσκουν σίγουρα τη ρίζα εφόσον αυτή υπάρχει, συγκαταλέγονται η μέθοδος διχοτόμησης, ο αλγόριθμος λανθασμένης θέσης και η μέθοδος Dekker-Brent. Σε αυτές το πρόβλημα εντοπισμού της ρίζας έγκειται στην εύρεση της αλλαγής προσήμου μιας συνάρτησης $f(x)$ με την προϋπόθεση ότι αυτή είναι συνεχής, δηλαδή μια ρίζα βρίσκεται σε ένα διάστημα (a, β) , αν το γινόμενο $f(a) \cdot f(\beta)$ είναι αρνητικό.

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται στον κώδικα είναι η μέθοδος Dekker-Brent, η οποία συνδυάζει τη διαδικασία της παρεμβολής με τη μέθοδο της διχοτόμησης. Ο εντοπισμός της ρίζας γίνεται με διαμερισμό του αρχικού διαστήματος σε ένα μεγάλο πλήθος nsp μικρών υποδιαστημάτων και αναζητούνται εκείνα στα οποία η συνάρτηση έχει αλλαγή προσήμου, όπου το nsp δίνεται στο αρχείο εισόδου. Εφόσον σε ένα υποδιάστημα εντοπιστεί αλλαγή προσήμου, τότε το μέγεθός του μειώνεται συνεχώς έως ότου η ρίζα βρεθεί με την επιθυμητή ακρίβεια. Εάν η συνάρτηση είναι αρκετά ομαλή, τότε η μέθοδος Dekker-Brent χρησιμοποιεί είτε αντίστροφη τετραγωνική είτε γραμμική παρεμβολή με αποτέλεσμα να συγκλίνει πολύ γρήγορα. Από την άλλη πλευρά, όταν είναι αναγκαίο η μέθοδος μεταπίπτει στη μέθοδο διχοτόμησης, το οποίο σημαίνει ότι η μέθοδος δεν αποτυγχάνει ποτέ. Να τονιστεί τέλος ότι κατά την εφαρμογή της μεθόδου γίνεται έλεγχος κατά πόσο η αλλαγή του προσήμου αντιστοιχεί σε ρίζα ή σε κάποιο πόλο. Ο έλεγχος γίνεται με τον υπολογισμό της απόλυτης τιμής της συνάρτησης γύρω από την περιοχή της αλλαγής προσήμου εξετάζοντας, σύμφωνα και με το Σχήμα 4.5, για

τις περιπτώσεις όπου ισχύει $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$ ή $f(\beta) \cdot f(\gamma) < 0$ αν ικανοποιούνται αντίστοιχα οι συνθήκες $|f(\beta)| < |f(\gamma)|$ ή $|f(\beta)| < |f(\alpha)|$, ώστε η θέση $x = \beta$ να αποτελεί ρίζα. Προφανώς για την περίπτωση του Σχήματος 4.5 το β είναι πόλος.



Σχήμα 4.5: Αναπαράσταση πόλου της συνάρτησης $f(x)$.

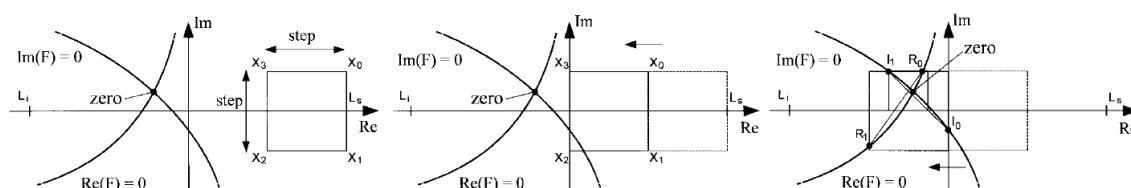
ο Εύρεση ριζών μιγαδικής συνάρτησης

Η διαδικασία εύρεσης ριζών μιγαδικής συνάρτησης είναι αρκετά πιο πολύπλοκη από την αντίστοιχη της πραγματικής και απαιτεί την ανάπτυξη ενός εξειδικευμένου αλγορίθμου, που να είναι καλά προσαρμοσμένος στο πρόβλημα. Η ιδιαιτερότητά της έγκειται στο γεγονός ότι πλέον δεν έχουμε τη σάρωση ενός μονοδιάστατου διαστήματος συχνοτήτων, αλλά τη σάρωση ενός επιπέδου στο δισδιάστατο σύστημα $(\text{Re}(\omega), \text{Im}(\omega))$. Είναι γνωστό ότι στο συγκεκριμένο πρόβλημα η σχέση διασποράς εμφανίζει μεταβλητή πυκνότητα ριζών καθώς και πόλους κοντά στις ρίζες. Επιπλέον, οι ρίζες για μηδενικό φανταστικό μέρος ε_i της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς αποτελούν πολύ καλή προσέγγιση των αντίστοιχων μιγαδικών ριζών, ενώ οι ρίζες των ρυθμών της δέσμης θα βρίσκονται πολύ κοντά στην ευθεία της δέσμης. Απαιτείται λοιπόν η ανάπτυξη ενός ειδικού αλγορίθμου για τον εντοπισμό της ρίζας, ο οποίος δεν θα απαιτεί ιδιαίτερα μεγάλο υπολογιστικό χρόνο.

Με βάση τις προηγούμενες παρατηρήσεις υλοποιήθηκαν δυο διαφορετικοί αλγόριθμοι εύρεσης μιγαδικής ρίζας μιας μιγαδικής συνάρτησης. Ο πρώτος έχει ως αρχική εκτίμηση την πραγματική τιμή της συχνότητας, η οποία υπολογίζεται θεωρώντας ότι $\varepsilon_i = 0$. Στη συνέχεια, γίνεται προσπάθεια σταδιακής σύγκλισης προς την ακριβή συχνότητα με σταδιακή αύξηση του φανταστικού μέρους, δηλαδή η σχετική διηλεκτρική σταθερά γράφεται στη μορφή $\varepsilon = \varepsilon_r - j\delta\varepsilon_r$, όπου το δ παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Μια μέθοδος, η οποία ακολουθεί μια τέτοια διαδικασία, είναι η μέθοδος Newton – Raphson για μη γραμμικά συστήματα $n \times n$. Η σχέση διασποράς ισοδυναμεί με ένα σύστημα 2×2 , όπου οι εξισώσεις ορίζονται από το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της συνάρτησης και οι άγνωστοι είναι, αντίστοιχα, το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της μιγαδικής ρίζας. Σύμφωνα με αυτή, σε κάθε επανάληψη ορίζεται μια ευθεία εφαπτόμενη στη συνάρτηση του πραγματικού μέρους της συχνότητας στο σημείο που αντιστοιχεί στο βήμα της επανάληψης. Το σημείο που αυτή η ευθεία τέμνει τον άξονα $\text{Re}(\omega)$ αποτελεί τη νέα προσεγγιστική τιμή του πραγματικού μέρους της συχνότητας. Το ίδιο συμβαίνει και για τη συνάρτηση του φανταστικού μέρους της καταλήγοντας στην τελική τιμή και των δυο όταν $\delta = 1$.

Ο δεύτερος αλγόριθμος είναι προσαρμοσμένος στην εύρεση των ρυθμών της δέσμης, που είναι γενικά δύσκολη διαδικασία, αφού οι ρίζες αυτές είναι μιγαδικές και σε περίπτωση που οι ρυτιδώσεις δεν έχουν διηλεκτρικό υλικό είναι και συζυγείς. Με βάση

την εργασία [138] μια περιοχή του μιγαδικού επιπέδου ($\text{Re}(s)$, $\text{Im}(s)$), η οποία ορίζεται με βάση την προσεγγιστική τιμή της μιγαδικής συχνότητας της δέσμης που βρέθηκε αρχικά, «σκανάρεται» με ένα τετράγωνο μικρού μεγέθους με σκοπό την εύρεση περιοχών, όπου τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό μέρος της μιγαδικής συνάρτησης να μηδενίζονται ταυτόχρονα. Οι αλλαγές προσήμου της συνάρτησης δεν ανιχνεύονται ανάμεσα στα άκρα των τμημάτων με την κλασική έννοια της διχοτόμησης, αλλά στις πλευρές του τετραγώνου. Όταν εντοπιστεί σε κάποιο τετράγωνο αλλαγές προσήμου, τότε αυτό υποδιπλασιάζεται σε διαστάσεις και ορίζεται γύρω από το σημείο αλλαγής προσήμου ένα νέο τετράγωνο, σύμφωνα με το Σχήμα 4.6. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια υπολογισμού της μιγαδικής ρίζας.



Σχήμα 4.6: Σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας υπολογισμού της θέσης της μιγαδικής ρίζας της μιγαδικής συνάρτησης F [138].

Ο αλγόριθμος αυτός απαιτεί αρκετά αυξημένο υπολογιστικό χρόνο. Σε περιπτώσεις που ενδιαφέρουν μόνο οι λύσεις που αντιστοιχούν σε ρυθμούς δέσμης, για να μειωθεί ο υπολογιστικός χρόνος ο διεξοδικός αυτός τρόπος εύρεσης ριζών χρησιμοποιείται μόνο για την πρώτη τιμή του αξονικού κυματάριθμου, ενώ για τις επόμενες οι λύσεις βρίσκονται με αναζήτηση ριζών μεταξύ δυο συχνοτήτων, οι οποίες καθορίζονται από τις αρχικές τιμές του εύρους των συχνοτήτων και την ευθεία της δέσμης.

ο Υπολογισμός γραμμικού συστήματος εξισώσεων

Για κάθε συχνότητα, η οποία βρέθηκε από το μηδενισμό της ορίζουσας του πίνακα \mathbf{M} , πρέπει στη συνέχεια να βρεθούν οι άγνωστοι συντελεστές ανάπτυξης του πεδίου. Εφόσον η συχνότητα αποτελεί ρίζα της ορίζουσας, αυτό σημαίνει ότι μια εξίσωση του συστήματος (π.χ. η i) είναι γραμμικά εξαρτημένη και μπορεί να γραφτεί ως γραμμικός συνδυασμός των υπολοίπων, οπότε το σύστημα μπορεί να γραφεί στη μορφή $\mathbf{M}'\mathbf{A}' = \mathbf{C}$, όπου \mathbf{C} είναι η i στήλη του πίνακα \mathbf{M} πολλαπλασιασμένη με τον αντίθετο του i συντελεστή ανάπτυξης A_i του πίνακα \mathbf{A} , ενώ \mathbf{M}' και \mathbf{A}' είναι αντίστοιχα οι πίνακες που προκύπτουν, όταν αφαιρέσουμε τη i γραμμή και την i στήλη από τον αρχικό πίνακα \mathbf{M} και την i γραμμή από τον \mathbf{A} . Το σύστημα είναι πλέον μιας τάξης μικρότερο από τον πίνακα \mathbf{M} και φυσικά μπορεί να λυθεί για τον υπολογισμό των άγνωστων συντελεστών του, θέτοντας το στοιχείο $A_i = 1$.

Για την επίλυση τέτοιων γραμμικών συστημάτων υπάρχουν αρκετές μέθοδοι [139], οι πλέον χρησιμοποιούμενες είναι η μέθοδος αντικατάστασης, η μέθοδος ευθείας αντιστροφής, η μέθοδος Cramer, η απαλοιφή Gauss και η παραγοντοποίηση LU. Το ποια από τις μεθόδους είναι καταλληλότερη εξαρτάται από το μέγεθος και τη μορφή του συστήματος. Στο συγκεκριμένο κώδικα προτιμήθηκε η απαλοιφή Gauss-Jordan, η οποία είναι μια ειδική περίπτωση της μεθόδου απαλοιφής Gauss. Η διαδικασία αυτή επιλέχθηκε, γιατί μολονότι είναι σχετικά πιο χρονοβόρα σε σύγκριση με τις υπόλοιπες, είναι απλή, κατανοητή, και κυρίως πολύ σταθερή.

ο Υπολογισμός αριθμητικών ολοκληρωμάτων

Ένα ολοκλήρωμα υπολογίζεται αριθμητικά, όταν δεν είναι εφικτή η αναλυτική του ολοκλήρωση ή όταν αυτό αφορά ολοκλήρωση δεδομένων ενός πίνακα. Στην παρούσα εργασία, στους υπολογισμούς ενεργειών και ισχύος υπάρχουν ολοκληρώματα που δεν έχουν αναλυτικές εκφράσεις. Για τον υπολογισμό τους έχει χρησιμοποιηθεί η γνωστή μέθοδος αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss, με συντελεστές βάρους και κατάλληλη επιλογή των σημείων ολοκλήρωσης [120].

Τέλος, έχει αναπτυχθεί και ένας αριθμητικός κώδικας (*RealCoaxial*) για την περίπτωση της ψυχρής διάταξης, η οποία μελετήθηκε στο Κεφάλαιο 2. Η δομή του κώδικα είναι ίδια με τον *CoaxBT* και επομένως δεν χρειάζεται να περιγράψει ξεχωριστά. Ο κώδικας αυτός είναι επίσης γραμμένος σε γλώσσα C++. Παρότι η περίπτωση αυτή θα μπορούσε να προκύψει από τον κώδικα αλληλεπίδρασης θέτοντας κατάλληλες (μηδενικές) τιμές στις παραμέτρους της δέσμης, προτιμήθηκε η εκ του μηδενός ανάπτυξη ενός κώδικα, ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στη μαθηματική ανάλυση της ψυχρής διάταξης και περιλαμβάνει σαφώς πιο γρήγορους και λιγότερους υπολογισμούς, άρα και μικρότερο υπολογιστικό χρόνο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο υπολογισμός της σχέσης διασποράς γίνεται μόνο για πραγματική σχετική διηλεκτρική σταθερά, ενώ η χρήση του φανταστικού μέρους της γίνεται μόνο κατά τον υπολογισμό των ενεργειών και του συντελεστή ποιότητας.

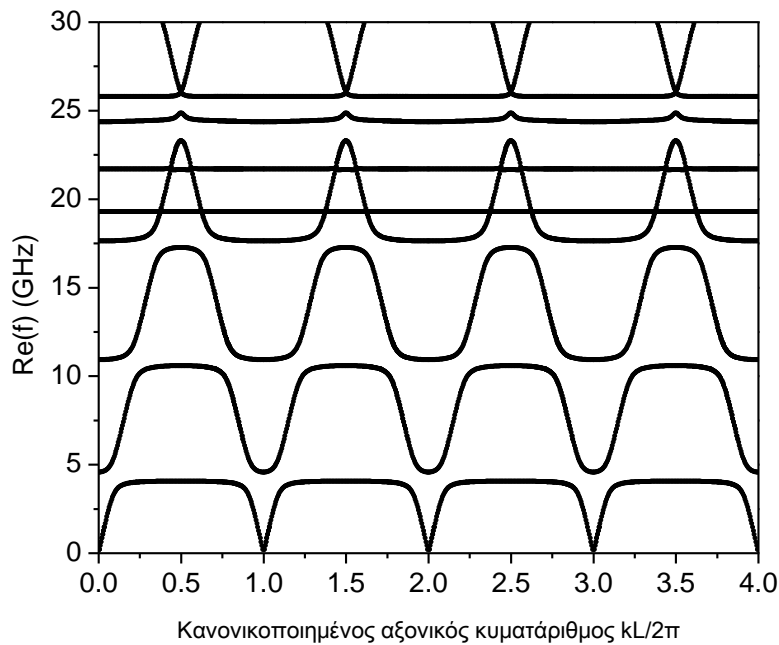
4.2 Καμπύλες διασποράς και πρώτη ζώνη Brillouin

Η χρήση ενός αρχείου αποτελεσμάτων μιας περίπτωσης *Τύπου I* γίνεται με σκοπό κυρίως τη μελέτη της σχέσης διασποράς, πληροφορία η οποία αποτυπώνεται σε ένα διάγραμμα στο επίπεδο (ω, k) . Οι καμπύλες συχνοτήτων σε σχέση με τους αξονικούς κυματάριθμους παρουσιάζουν τις ζώνες συχνοτήτων, όπου έχουμε διάδοση καθώς επίσης και τις ζώνες αποκοπής στις οποίες δεν έχουμε. Όπως αναφέρθηκε στην §2.3 και παρουσιάζεται παραστατικά στο διάγραμμα διασποράς του Σχήματος 4.7 μιας περιοδικής διάταξης, ένα κύμα Bloch με κυματάριθμο k και ένα με κυματάριθμο $k' = k + Q(2\pi/L)$ είναι πανομοιότητα, όταν το Q είναι ακέραιος. Αυτό σημαίνει ότι και οι συχνότητες των ρυθμών είναι επίσης περιοδικές συναρτήσεις του k , με άμεσο αποτέλεσμα το διάγραμμα διασποράς να επαναλαμβάνεται. Συνεπώς, η απεικόνιση της σχέσης διασποράς μιας περιοδικής διάταξης μπορεί να περιοριστεί στην περιοχή μιας μόνο περιόδου, όπου ο αξονικός κανονικοποιημένος κυματάριθμος $kL/2\pi$ παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1]$. Η περιοχή αυτή ονομάζεται πρώτη ζώνη Brillouin¹.

Η περιοδικότητα προφανώς υπάρχει και στη μορφή των συνιστωσών του πεδίου, όποτε η γραφική απεικόνισή τους στην περιοχή μιας μόνο περιόδου είναι επίσης αρκετή. Συνεπώς, η αναπαράσταση της σχέσης διασποράς μιας περιοδικής διάταξης, όπως αυτή του Σχήματος 2.2, θα γίνεται μόνο στην πρώτη ζώνη Brillouin. Από το Σχήμα 4.7 είναι επίσης φανερό ότι οι καμπύλες είναι πολύ πιο σύνθετες από τις παραβολές ενός λείου ομοαξονικού κυματοδηγού και τις ευθείες συντονισμού μια κοιλότητας. Παρόλα αυτά, όπως αναφέρθηκε και στην §2.4, τα διαγράμματα διασποράς των ρυθμών μιας περιοδικής γεωμετρίας δεν είναι τίποτα άλλο παρά η σύζευξη μεταξύ των ρυθμών του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού και των ρυθμών κοιλότητας. Σαν αποτέλεσμα της

¹ Από τον φυσικό L.Brillouin (1889-1969), οποίος χρησιμοποίησε τέτοιου είδους διαγράμματα για την απεικόνιση της δομής των ενεργειακών ζωνών σε δομές περιοδικών κρυστάλλων.

σύζευξης αυτής οι ρυθμοί του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού και της κοιλότητας εμφανίζονται ελαφρά μετατοπισμένοι από προς την κανονική τους θέση, χωρίς να τέμνονται μεταξύ τους [7]. Σημειώνεται ότι στην περίπτωση της θερμής διάταξης εμφανίζονται και οι αντίστοιχοι ρυθμοί της δέσμης.



Σχήμα 4.7: Διάγραμμα διασποράς των ρυθμών μιας περιοδικής διάταξης, η οποία φέρει ορθογωνικές αυλακώσεις γεμισμένες με διηλεκτρικό υλικό.

5 Αριθμητικά αποτελέσματα

Η χρήση του αριθμητικού κώδικα για την εξαγωγή αριθμητικών αποτελεσμάτων αρχικά τη διενέργεια ορισμένων ελέγχων ως προς την ορθότητα των αποτελεσμάτων του. Σημαντικότερος από αυτούς είναι η διερεύνηση του βέλτιστου αριθμού των χωρικών αρμονικών, που πρέπει να ληφθούν υπόψη στις διάφορες περιοχές της διάταξης, (δηλ. του αριθμού των εξισώσεων της ορίζουσας N), ώστε να έχουμε ικανοποιητική σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Η επιλογή της παραμέτρου αυτής έχει άμεση συνέπεια στην ταχύτητα και στην αξιοπιστία των αποτελεσμάτων και επομένως επιλέγεται η τιμή εκείνη που δίνει στον ελάχιστο δυνατό υπολογιστικό χρόνο αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα. Εκτός από τον έλεγχο αυτόν, γίνεται σύγκριση των αριθμητικών αποτελεσμάτων των κωδίκων με εκείνα που προκύπτουν από ένα εμπορικό εργαλείο προσομοίωσης καθώς και η επαλήθευσή τους με τις θεωρητικές τιμές της βιβλιογραφίας για οριακές περιπτώσεις. Το κεφάλαιο ολοκληρώνεται με την παράθεση αριθμητικών αποτελεσμάτων για γεωμετρίες διατάξεων, που έχουν ήδη κατασκευαστεί, με σκοπό τη μελέτη και τη κατανόηση όλων των ρυθμών και των χαρακτηριστικών τους, που αναπτύσσονται στο διάυλο δέσμης του ομοαξονικού γυροτρονίου.

5.1 Σύγκλιση της μεθόδου

Για τη διάταξη του ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού του Πίνακα 5.1 υπολογίζεται αρχικά η σχέση διασποράς για διάφορες τιμές των χωρικών αρμονικών, απουσία της ηλεκτρονικής δέσμης (δηλ., $I_b = 0$). Η γεωμετρία αυτή (ψηχή διάταξη) αντιστοιχεί στο τελευταίο μέρος του διαύλου ενός συμβατικού γυροτρονίου 90 GHz, στο οποίο έχει προστεθεί εσωτερικά ένας μεταλλικός αγωγός ακτίνας 2 mm. Ο περιορισμός των διαστάσεων των αρμονικών στις Περιοχές I, II και III έχει μελετηθεί ως προς την ορθότητα του σε διάφορες εργασίες [130, 140]. Σημειώνεται ότι για την περιγραφή του πεδίου στο λείο μέρος του ομοαξονικού κυματοδηγού λαμβάνονται υπόψη $2N_{\max} + 1$ χωρικές αρμονικές, ενώ μέσα στις ρυτιδώσεις M_{\max} για την περίπτωση των TE κυμάτων ($M_{\max} + 1$ για τα TM και τα υβριδικά). Από τις αριθμητικές προσομοιώσεις έχει βρεθεί ότι καλύτερη σύγκλιση (ειδικά των πεδίων στη διεπαφή μεταξύ διηλεκτρικών μέσων) επιτυγχάνεται όταν ισχύει γενικά $M_{\max} = 2N_{\max}$.

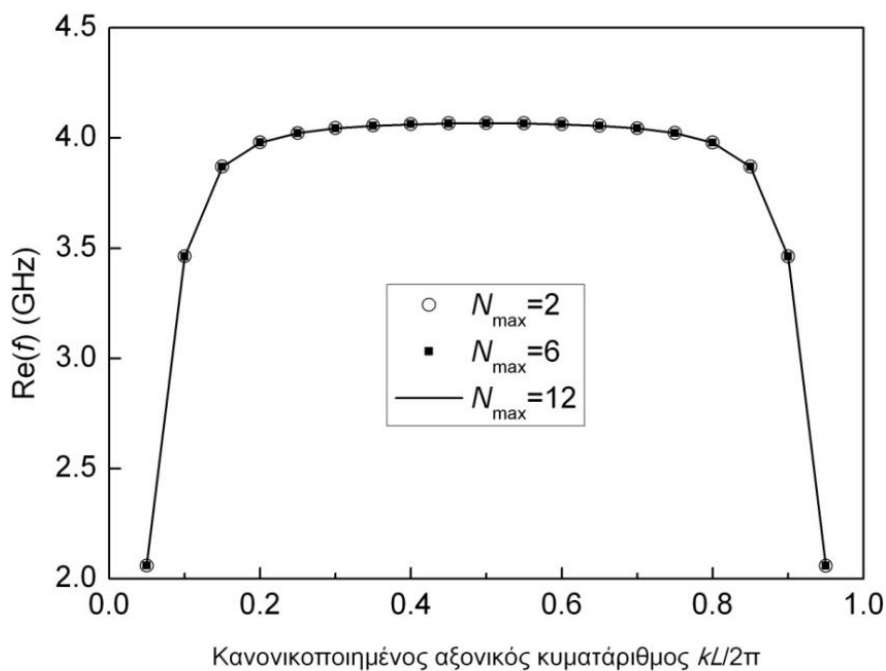
Πίνακας 5.1

Χαρακτηριστικά μιας ομοαξονικής διάταξης

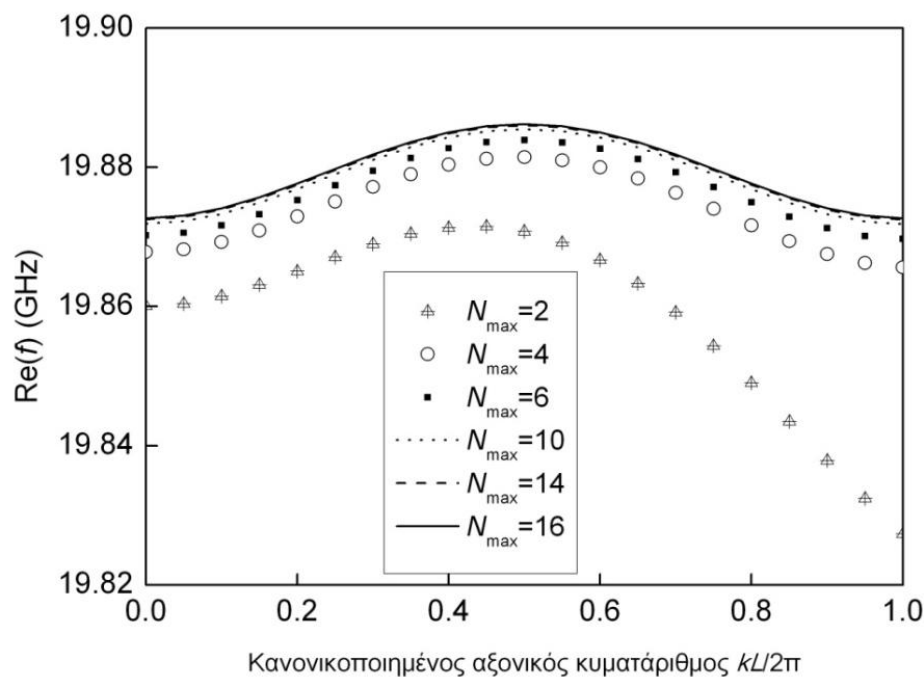
R_{out} (mm)	R_{in} (mm)	D (mm)	b (mm)	L (mm)	ϵ
6	2	14	3	6	$7 - j0.5$

Στα Σχήματα 5.1, 5.2 και 5.3 απεικονίζεται η εξάρτηση της σχέσης διασποράς του πρώτου TM, του πρώτου TE και του πρώτου υβριδικού (με $m = 3$) ρυθμού, αντίστοιχα, από το N_{\max} . Ειδικότερα, για τα κύματα TM διακρίνουμε ότι ικανοποιητική σύγκλιση επιτυγχάνεται για $N_{\max} = 2$ (δηλαδή 5 χωρικές αρμονικές), Αντίθετα, για τους ρυθμούς TE είναι φανερό πως πέντε αρμονικές δεν είναι αρκετές για τον ακριβή υπολογισμό της σχέσης διασποράς με αποτέλεσμα το διάγραμμα να μην εμφανίζει περιοδικότητα. Καθώς όμως αυξάνεται το πλήθος των αρμονικών η περιοδικότητα εμφανίζεται και ικανοποιητική σύγκλιση έχουμε για $N_{\max} = 10$. Τέλος, για την περίπτωση του πρώτου

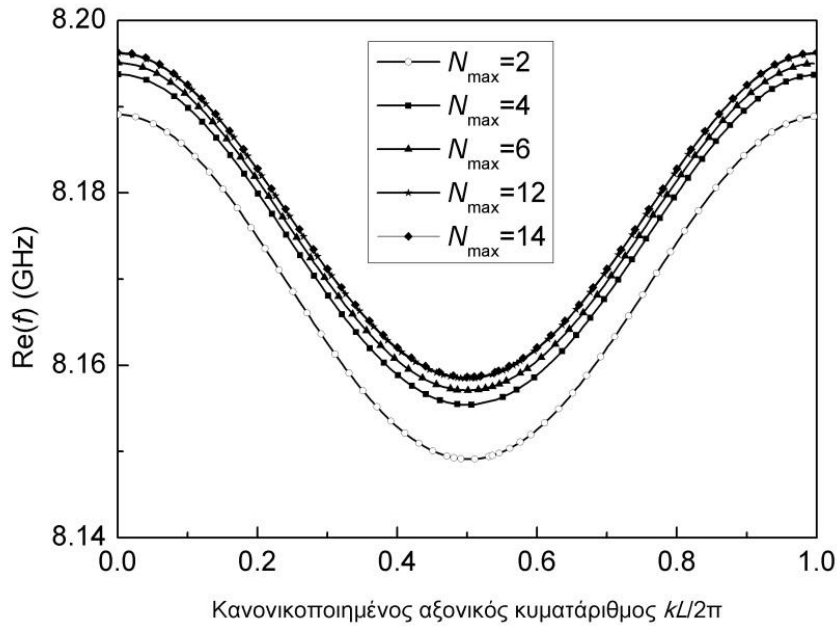
υβριδικού (με $m = 3$) ρυθμού ικανοποιητική σύγκλιση επιτυγχάνεται για $N_{\max} = 6$ (δηλ. 13 αρμονικές).



Σχήμα 5.1: Εξάρτηση της σχέσης διασποράς του πρώτου ρυθμού TM από το N_{\max} .

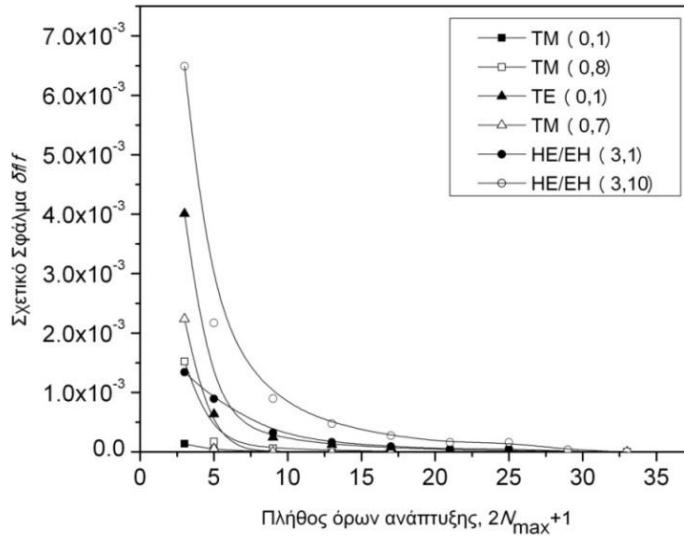


Σχήμα 5.2: Εξάρτηση της σχέσης διασποράς του πρώτου ρυθμού TE από το N_{\max} .

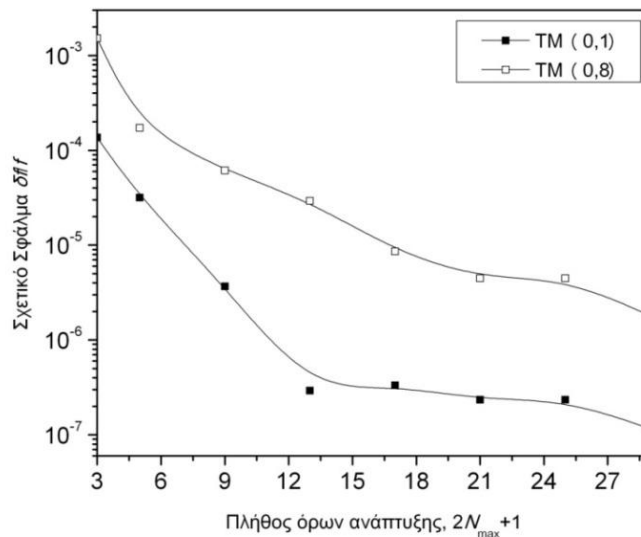


Σχήμα 5.3: Εξάρτηση της σχέσης διασποράς του πρώτου υβριδικού (με $m = 3$) ρυθμού από το N_{max} .

Στο Σχήμα 5.4 δίνεται η μεταβολή του σχετικού σφάλματος της συχνότητας διαφόρων ρυθμών για $kL/2\pi = 0.001$ με το πλήθος των όρων ανάπτυξης (χωρικών αρμονικών) που λαμβάνονται υπόψη. Ειδικότερα, μελετώνται ο πρώτος και ο όγδοος TM, ο πρώτος και ο έβδομος TE καθώς και ο πρώτος και ο δέκατος υβριδικός ρυθμός με $m = 3$. Το σχετικό σφάλμα υπολογίστηκε από τη σχέση $\delta f/f = 1 - f_{m,j}(N)/f_{m,j}(33)$ θεωρώντας ως ακριβή λύση τη συχνότητα, που βρίσκεται χρησιμοποιώντας 33 όρους ανάπτυξης ($N_{max} = 16$). Η επιλογή αυτή βασίστηκε στα αριθμητικά αποτελέσματα, τα οποία έδειξαν ότι για τις γεωμετρίες, που εξετάζονται στο πλαίσιο της διατριβής αυτής, μεγαλύτερος αριθμός αρμονικών δεν τα μεταβάλλει ουσιαστικά. Οι μεταβλητές j και m ορίζουν την ακτινική και αξιμουθιακή τάξη του ρυθμού, αντίστοιχα, ενώ N είναι ο αριθμός των όρων ανάπτυξης που λαμβάνονται υπόψη. Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι οι ρυθμοί TM συγκλίνουν γρηγορότερα συγκριτικά με τα άλλα είδη ρυθμών και συγκεκριμένα ο πρώτος TM ρυθμός με μόλις 3 χωρικές αρμονικές εμφανίζει σχετικό σφάλμα της τάξης 10^{-4} , που για την περίπτωση του Πίνακα 5.1 αντιστοιχεί σε 400 KHz. Το ίδιο σχετικό σφάλμα για την περίπτωση του όγδοου TM ρυθμού επιτυγχάνεται με 5 όρους, ενώ για τον πρώτο και έβδομο TE ρυθμό απαιτούνται 9 και 5 όροι, αντίστοιχα. Οι υβριδικοί ρυθμοί απαιτούν περισσότερες αρμονικές και η παραπάνω ακρίβεια λαμβάνεται χρησιμοποιώντας 13 και 21 για τον πρώτο και δέκατο, αντίστοιχα, υβριδικό με $m = 3$ ρυθμό. Όπως αναμένεται, αύξηση των όρων ανάπτυξης συνεπάγεται μείωση του σχετικού σφάλματος. Επιπλέον, από το Σχήμα 5.5 είναι φανερό ότι ακρίβεια της τάξης του 10^{-5} επιτυγχάνεται με 7 χωρικές αρμονικές για τον πρώτο TM και με 15 για τον όγδοο TM και προφανώς κάθε περαιτέρω μείωση της τάξης του σχετικού σφάλματος απαιτεί όλο και περισσότερες αρμονικές να λαμβάνονται υπόψη.

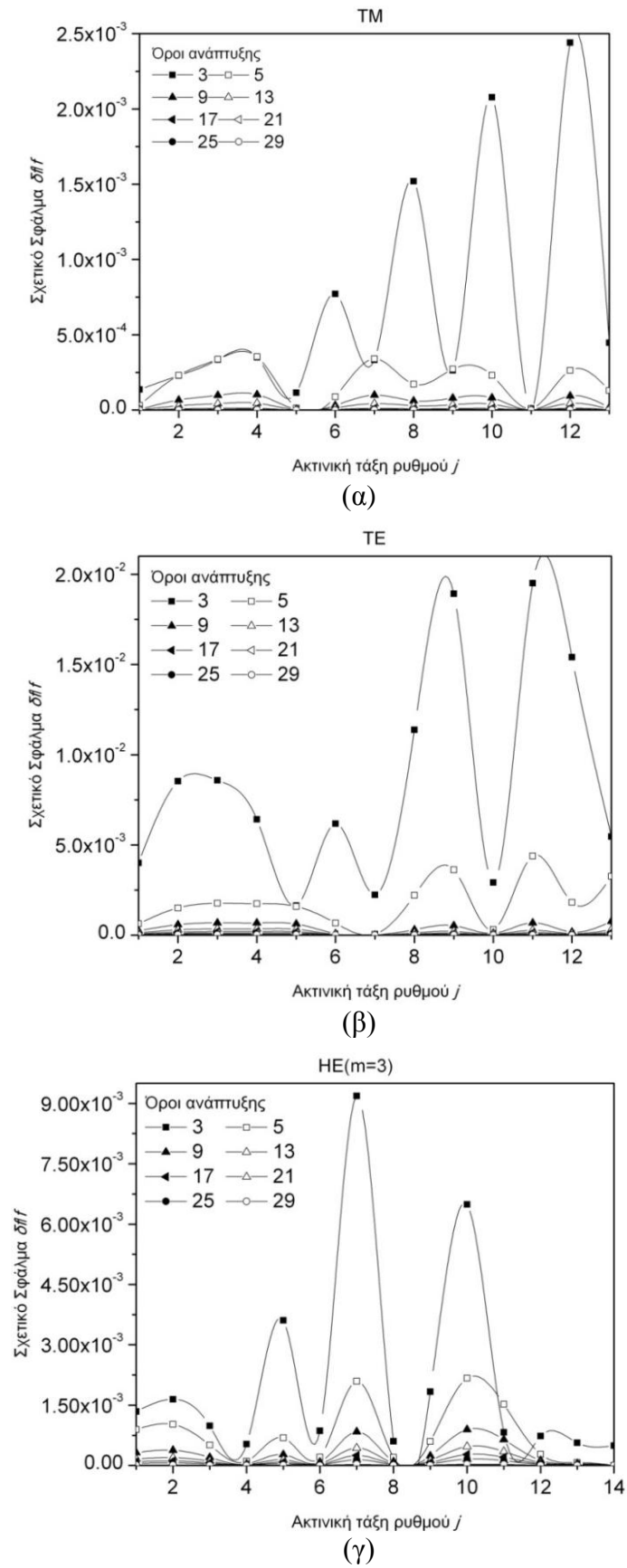


Σχήμα 5.4: Εξάρτηση του σχετικού σφάλματος $\delta f/f$ της συχνότητας από το πλήθος των όρων ανάπτυξης $N = 2N_{\max} + 1$ για διάφορους ρυθμούς.



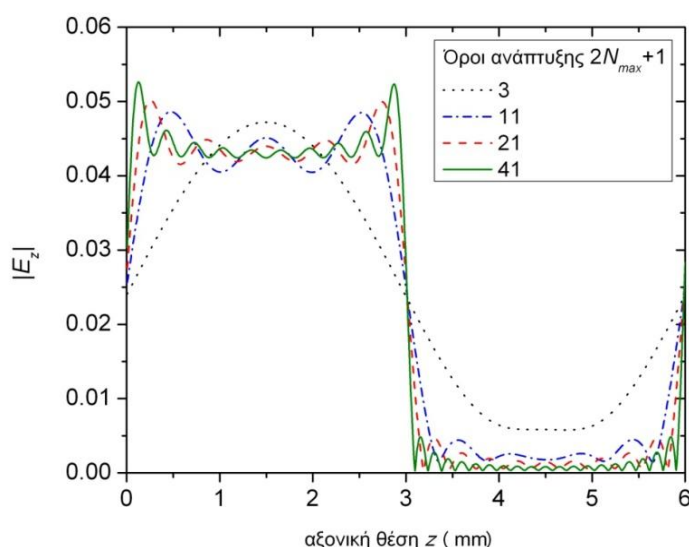
Σχήμα 5.5: Εξάρτηση του σχετικού σφάλματος $\delta f/f$ της συχνότητας των ρυθμών TM από το πλήθος των όρων ανάπτυξης $N = 2N_{\max} + 1$ του πεδίου.

Στο Σχήμα 5.6(α)-(γ) εξετάζεται η συμπεριφορά του σχετικού σφάλματος ως προς την ακτινική τάξη των ρυθμών TM, TE και των υβριδικών ρυθμών (με $m = 3$) με την αύξηση των όρων ανάπτυξης του πεδίου για $kL/2\pi = 0.001$ (κοντά στην αποκοπή). Η μορφή των καμπυλών αποτυπώνει τη διακύμανση του σχετικού σφάλματος ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του κάθε ρυθμού. Παρατηρούμε πως η διακύμανση αυτή εμφανίζει φθίνουσα ομοιόμορφη συμπεριφορά με την αύξηση των όρων ανάπτυξης, όμως παράλληλα εμφανίζει μια μη ομοιόμορφη συμπεριφορά με την τάξη του ρυθμού. Για την επεξήγηση της συμπεριφοράς αυτής, θα χρειαστεί να γίνει (στη συνέχεια) και αποτύπωση των πεδιακών κατανομών του κάθε ρυθμού.



Σχήμα 5.6: Εξάρτηση του σχετικού σφάλματος $\delta f/f$ της συχνότητας από την ακτινική τάξη του ρυθμού με παράμετρο το πλήθος των όρων ανάπτυξης για (α) TM, (β) TE και (γ) για υβριδικούς (με $m = 3$) ρυθμούς.

Η μελέτη της σύγκλισης των κατανομών των πεδιακών συνιστωσών είναι αυτή που ολοκληρώνει τον έλεγχο της σύγκλισης της μεθόδου. Ειδικότερα, ελέγχεται η ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στις διεπαφές της διάταξης, δηλαδή εξετάζεται κατά πόσο οι επαπτομενικές συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου μηδενίζονται πάνω στις μεταλλικές επιφάνειες της διάταξης και είναι συνεχείς στη διεπιφάνεια μεταξύ διαφορετικών (διηλεκτρικών) περιοχών. Στο Σχήμα 5.7 δίνεται το μέτρο του E_z του δεύτερου TM ρυθμού ως προς την αξονική θέση z πολύ κοντά στη διεπιφάνεια ($r = 5.9999$ mm) για $kL/2\pi = 0.4$. Από το Σχήμα 5.7 είναι φανερό ότι η συνιστώσα αυτή στην περιοχή $3 \text{ mm} < z < 6 \text{ mm}$ (μέταλλο) τείνει να ικανοποιήσει την οριακή συνθήκη (μηδενισμός της) καθώς αυξάνεται το πλήθος των όρων ανάπτυξης που λαμβάνονται υπόψη. Στην υπόλοιπη περιοχή ($0 \text{ mm} < z < 3 \text{ mm}$), όπου δεν έχουμε μέταλλο, με την αύξηση των όρων ανάπτυξης η τιμή του πεδίου τείνει σε μια πεπερασμένη μη μηδενική τιμή, όπως αναμένεται. Από το ίδιο σχήμα, είναι επίσης εμφανής η επίδραση του φαινομένου Gibbs [141] στη μορφή της κατανομής του πεδίου κοντά στα σημεία $z = 0, 3$ και 6 mm. Ειδικότερα, καθώς αυξάνει ο αριθμός των αρμονικών το γράφημα στην περιοχή της συνέχειας ($0 < z < 3$ και $3 < z < 6$) τείνει να πάρει την τετραγωνική μορφή, ενώ κοντά στις ασυνέχειες (γύρω από τις θέσεις $z = 0, 3$ και 6) το πλάτος της κυμάτωσης τείνει να πάρει σταθερή τιμή μεγαλύτερη όμως από αυτή στην περιοχή της συνέχειας.

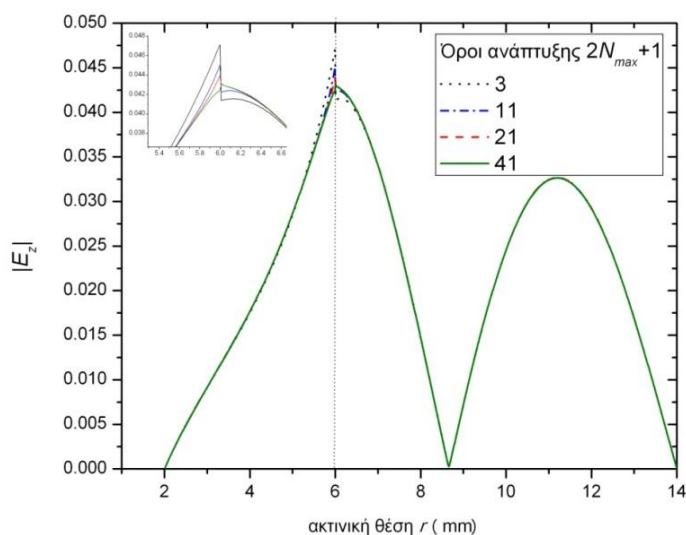


Σχήμα 5.7: Σύγκλιση του μέτρου του E_z με τον αριθμό των όρων ανάπτυξης στην ακτινική θέση $r = 5.9999$ mm για το δεύτερο TM ρυθμό.

Το φαινόμενο αυτό συμβαίνει σε περιοδικές συναρτήσεις με ασυνέχειες, οι οποίες εκφράζονται με άπειρων όρων σειρά Fourier, όπως η περιοδική τετραγωνική μορφή της κατανομής του πεδίου του Σχήματος 5.7. Στις περιπτώσεις αυτές ακόμα και ένας μεγάλος αριθμός αρμονικών δεν είναι αρκετός για να αναπαράγει τη μορφή της συνάρτησης επακριβώς. Εκδηλώνεται με μορφή κυματισμών αυξανόμενης συχνότητας και απότομων κορυφών κοντά στα σημεία ασυνέχειας και δηλώνει πως στα σημεία αυτά τα πεπερασμένα αθροίσματα δεν συγκλίνουν ομαλά στη μέση τιμή. Η κυμάτωση αυτή για να εξαλειφθεί πλήρως, θα έπρεπε να ληφθούν υπόψη άπειροι όροι, αλλά προφανώς κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό υπολογιστικά. Αντίθετα, στην περιοχή της ηλεκτρονικής

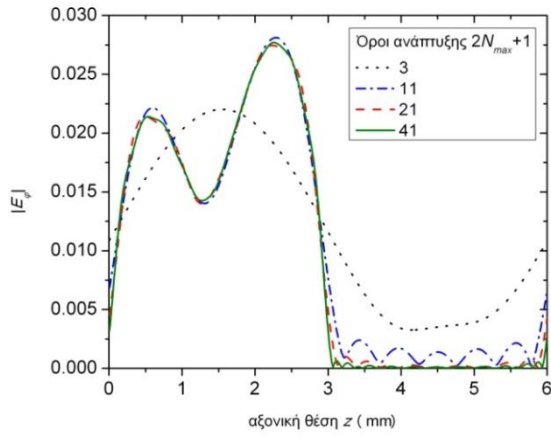
δέσμης, όπου απαιτείται μεγάλη ακρίβεια στα αποτελέσματα, το φαινόμενο αυτό δεν εμφανίζεται καθόλου.

Στο Σχήμα 5.8 παρουσιάζεται το μέτρο του E_z του δεύτερου TM ρυθμού ως προς την ακτινική θέση r στην αξονική θέση $z = 1.5$ mm, δηλαδή στο μέσο της ρυτίδωσης, για $kL/2\pi = 0.4$. Από στο σχήμα αυτό είναι φανερό ότι η συνιστώσα αυτή μηδενίζεται στα μεταλλικά τοιχώματα, δηλαδή στα $r = 2$ mm και $r = 14$ mm, όπως αναμένεται. Επιπλέον, αν και θα έπρεπε να ήταν συνεχής στη διεπιφάνεια μεταξύ της εσωτερικής περιοχής και της περιοχής της ρυτίδωσης (για $r = 6$ mm), παρατηρούμε ότι εμφανίζει ασυνέχεια, όταν λαμβάνονται υπόψη λίγοι όροι ανάπτυξης (αρμονικές). Η ασυνέχεια αυτή μειώνεται, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των αρμονικών, και ουσιαστικά εξαφανίζεται για 41 αρμονικές. Σημειώνεται επίσης ότι μακριά από τη διεπιφάνεια η σύγκλιση επιτυγχάνεται με μικρό πλήθος όρων ανάπτυξης και συνεπώς στην περιοχή της δέσμης ικανοποιητική ακρίβεια επιτυγχάνεται με μικρό αριθμό αρμονικών. Ανάλογα συμπεράσματα εξάγονται και για τη σύγκλιση των πεδίων των TE και των υβριδικών (με $m = 3$) ρυθμών, που παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.9 (α)-(στ) για $kL/2\pi = 0.75$ και $kL/2\pi = 0.4$, αντίστοιχα.

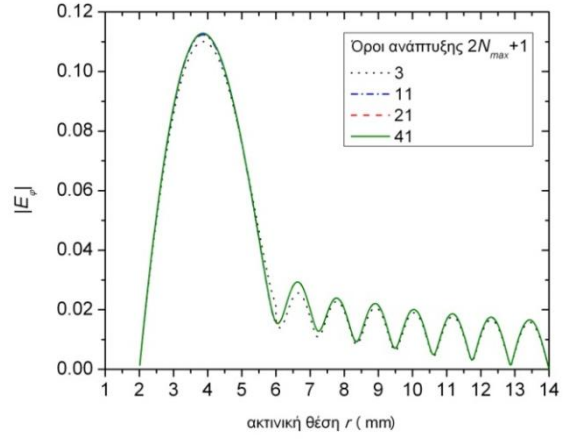


Σχήμα 5.8: Σύγκλιση του μέτρου του E_z με τον αριθμό των όρων ανάπτυξης στην αξονική θέση $z = 1.5$ mm για το δεύτερο TM ρυθμό.

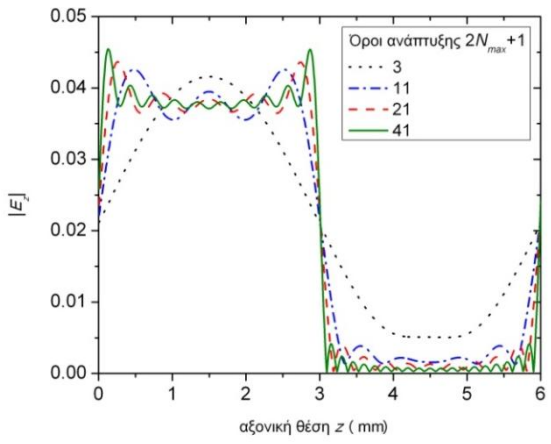
Στη συνέχεια, εξετάζουμε την κατανομή του $|E_\phi|$ των ρυθμών TE (Σχήμα 5.6(β)) διαφορετικής ακτινικής τάξης για $kL/2\pi = 0.001$ χρησιμοποιώντας μεγάλο αριθμό αρμονικών ώστε να έχουν συγκλίνει τα πεδία. Υπενθυμίζεται ότι ο έβδομος, ο δέκατος και ο δωδέκατος ρυθμός είναι σχεδόν ανεξάρτητοι του πλήθους των αρμονικών (για $N > 3$), σε αντίθεση με τον πρώτο, τον ένατο και το δέκατο τρίτο, οι οποίοι συγκλίνουν σταδιακά με την αύξηση των όρων των αρμονικών (Σχήμα 5.6). Από το Σχήμα 5.10 διαπιστώνουμε ότι ο έβδομος, ο δέκατος και ο δωδέκατος TE ρυθμός είναι ρυθμοί κυματοδότησης, σε αντίθεση με τον πρώτο, τον ένατο και το δέκατο τρίτο TE, οι οποίοι είναι ρυθμοί κοιλότητας. Έτσι, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι ρυθμοί κυματοδότησης έχουν γρηγορότερη σύγκλιση σε σύγκριση με τους ρυθμούς κοιλότητας, γιατί οι ρυτιδώσεις έχουν σημαντικό βάθος και απαιτούν μεγαλύτερο αριθμό αρμονικών για την καλύτερη σύζευξη μεταξύ των περιοχών και προφανώς ικανοποίηση των οριακών συνθηκών στις διεπιφάνειες τους [142].



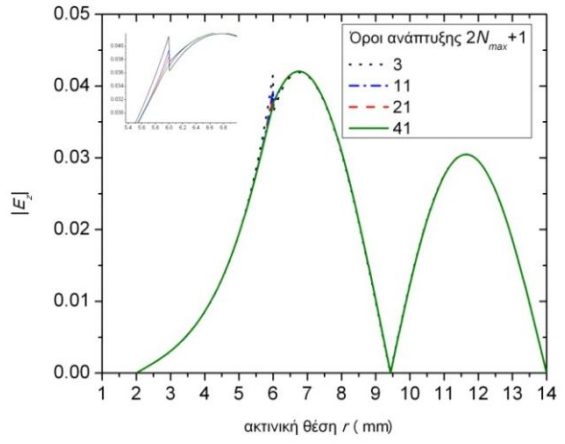
(α)



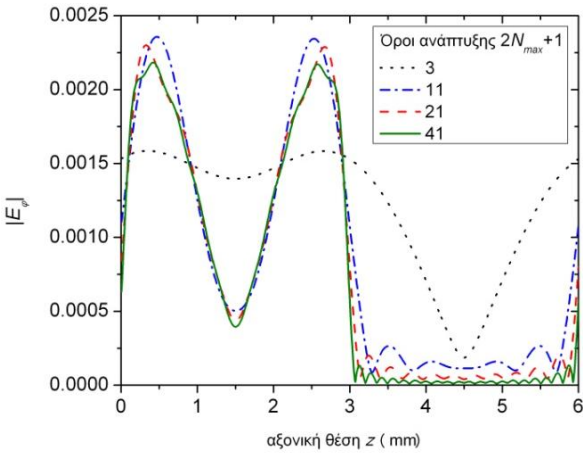
(β)



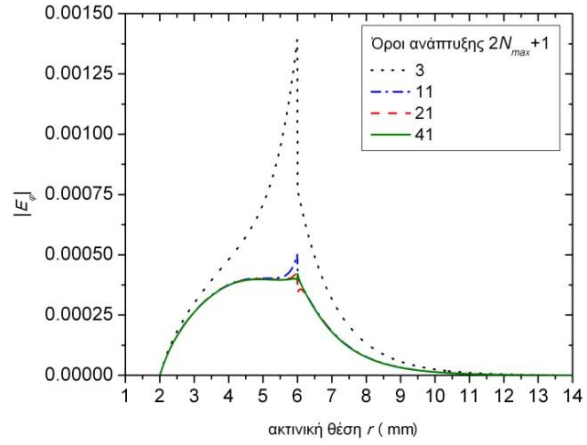
(γ)



(δ)

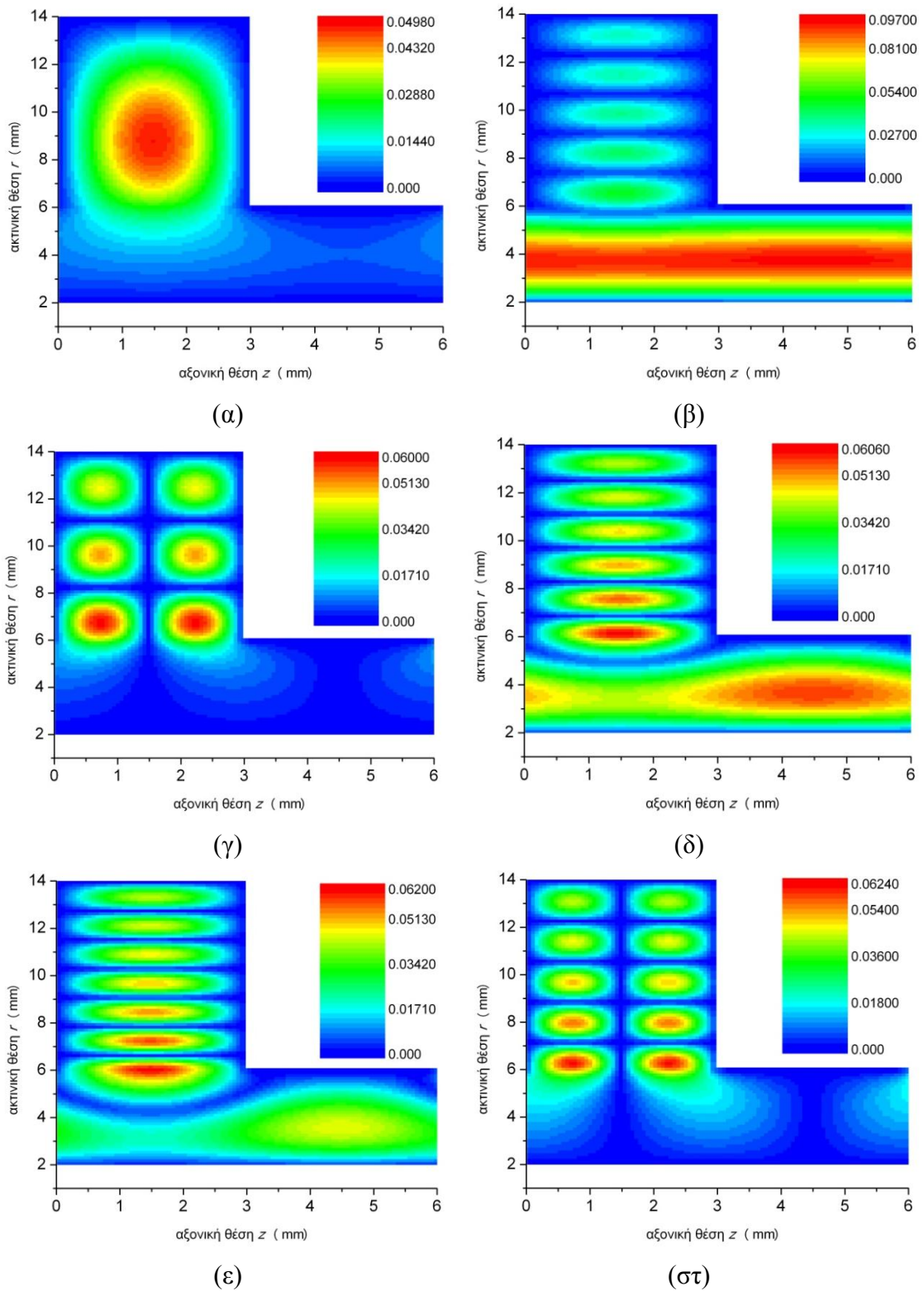


(ε)



(στ)

Σχήμα 5.9: Σύγκλιση της κατανομής διάφορων πεδιακών συνιστωσών με το πλήθος των όρων ανάπτυξης. Ειδικότερα, (α) $E_\varphi(z)$ για $r = 5.9999$ mm του δέκατου τέταρτου TE ρυθμού, (β) $E_\varphi(r)$ για $z = 1.5$ mm του δέκατου τέταρτου TE, (γ) $E_z(z)$ για $r = 5.9999$ mm του δεύτερου υβριδικού με $m = 3$, (δ) $E_z(r)$ για $z = 1.5$ mm του δεύτερου υβριδικού με $m = 3$, (ε) $E_\varphi(z)$ για $r = 5.9999$ mm του δεύτερου υβριδικού με $m = 3$, (στ) $E_\varphi(r)$ για $z = 1.5$ mm του δεύτερου υβριδικού με $m = 3$.

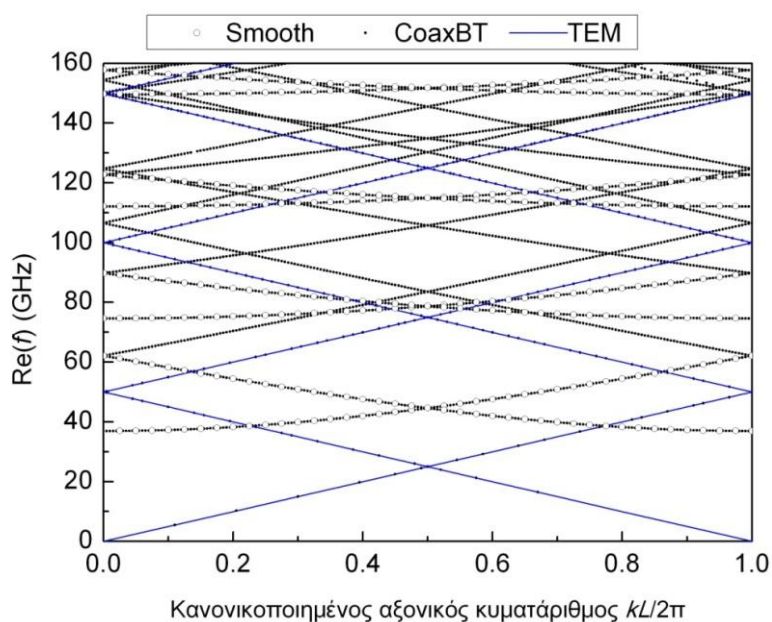


Σχήμα 5.10: Κατανομή του $|E_\phi|$ του (α) πρώτου, (β) έβδομου, (γ) ένατου, (δ) δέκατου, (ε) δωδέκατου και (στ) δέκατου τρίτου ρυθμού TE στο επίπεδο (r, z) .

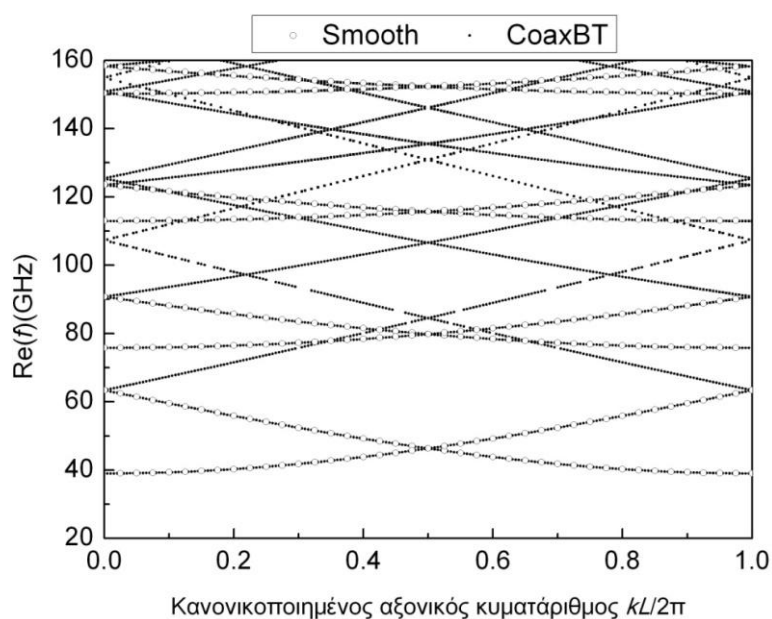
Οι παραπάνω έλεγχοι σύγκλισης εφαρμόστηκαν και στην περίπτωση όπου έχουμε παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης αλλά και στη μη περιοδική μορφή της διάταξης. Να

τονιστεί ότι στη μη περιοδική διάταξη απαιτείται μεγαλύτερος πλήθος αρμονικών για την επίτευξη ικανοποιητικής σύγκλισης τόσο για τη συχνότητα όσο και τα πεδία.

5.2 Οριακή περίπτωση λείου ομοαξονικού κυματοδηγού



(α) TM



(β) TE

Σχήμα 5.11: Σχέση διασποράς (α) TM και (β) TE ρυθμών για τη ψυχρή διάταξη του Πίνακα 5.1 θέτοντας $D \approx R_{out}$.

Αν στη διάταξη του Σχήματος 2.2 του Πίνακα 5.1, οι ρυτιδώσεις βάθους 8 mm αντικατασταθούν με βάθος 0.01 mm, τότε ο ρυτιδωμένος ομοαξονικός κυματοδηγός

προσεγγίζει τον αντίστοιχο λείο. Σε όλα τα αποτελέσματα που δίνονται παρακάτω έχουν χρησιμοποιηθεί 21 και 41 αρμονικές για τις διασπορές και τις πεδιακές κατανομές, αντίστοιχα. Στο Σχήμα 5.11(α)-(β), όπου παρουσιάζεται η σχέση διασποράς των ρυθμών TM και TE, αντίστοιχα, τα αποτελέσματα του κώδικα CoaxBT δίνονται με σημεία, ενώ με άδειους κύκλους δίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη λύση της συνθήκης κυματοδότησης ενός λείου ομοαξονικού κυματοδηγού. Τέλος, η σχέση διασποράς του ρυθμού TEM, όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία, δίνεται με συνεχή γραμμή. Από αυτά είναι προφανής η (οπτική) ταύτιση των αποτελεσμάτων τους για όλες τις κατηγορίες κυμάτων. Επιπλέον, στον Πίνακα 5.2(α)-(β) δίνεται το σχετικό σφάλμα υπολογισμού της συχνότητας του πρώτου TM και του πρώτου TE ρυθμού για διαφορετικές τιμές του κανονικοποιημένου αξονικού κυματάριθμου. Από αυτά είναι φανερό ότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρότερο του 0.1% για τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν. Εδώ θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι στον κώδικα CoaxBT οι ρυτιδώσεις δεν έχουν μηδενικό βάθος, επομένως κάποια μικρή απόκλιση είναι αναμενόμενη.

Πίνακας 5.2

Σχετικό σφάλμα υπολογισμού της συχνότητας για τον πρώτο (α) TM και (β) TE ρυθμό

Κανονικοποιημένος αξονικός κυματάριθμος $kL/2\pi$	Συχνότητα λείου ομοαξονικού κυματοδηγού (GHz)	Συχνότητα προσομοίωσης ρυθμού CoaxBT (GHz)	Σχετικό σφάλμα $\delta f/f$ (%)
0.01	36.94454	36.89756	0.127
0.25	38.99609	38.95167	0.114
0.48	44.04403	44.00206	0.095
0.75	52.62121	52.58703	0.065
0.99	61.73783	61.70765	0.049

(α)

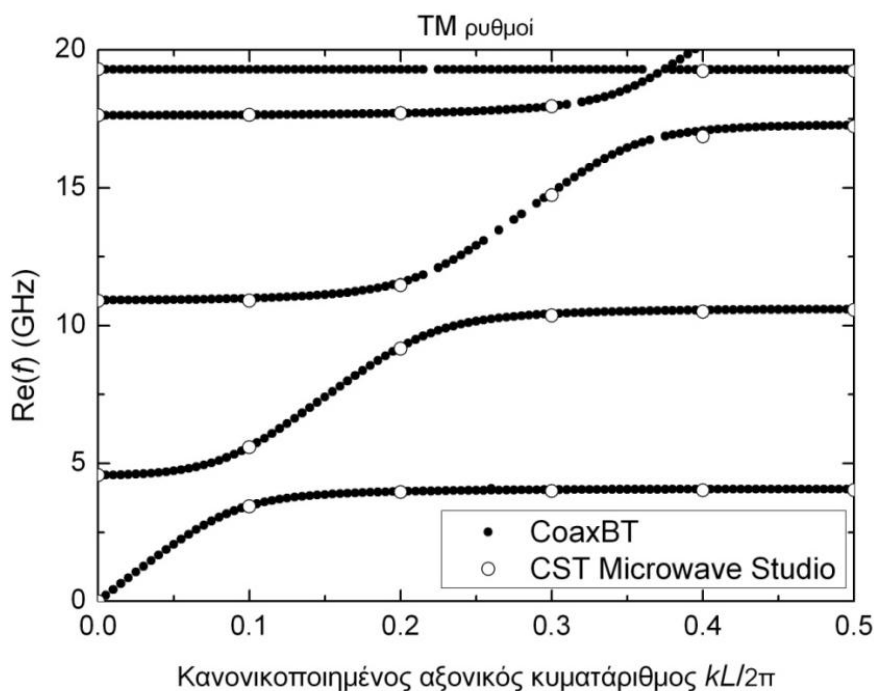
Κανονικοποιημένος αξονικός κυματάριθμος $kL/2\pi$	Συχνότητα λείου ομοαξονικού κυματοδηγού (GHz)	Συχνότητα προσομοίωσης ρυθμού CoaxBT (GHz)	Σχετικό σφάλμα $\delta f/f$ (%)
0.01	39.02365	38.97917	0.114
0.25	40.97123	40.92882	0.103
0.48	45.80199	45.76347	0.084
0.75	54.10118	54.06903	0.059
0.991	63.00401	62.97634	0.044

(β)

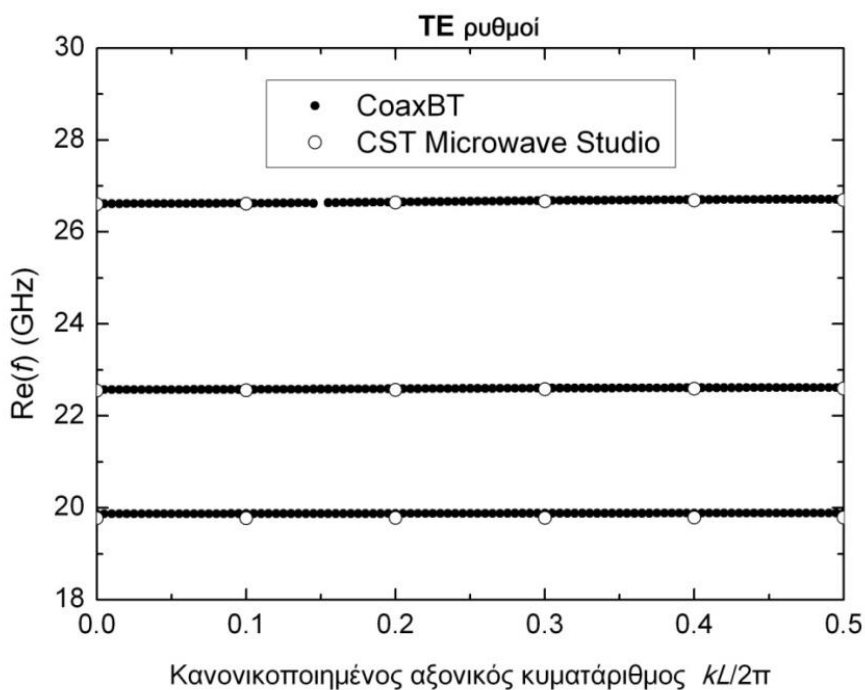
5.3 Σύγκριση αποτελεσμάτων ψυχρής διάταξης με το CST

Τελευταίος έλεγχος των αποτελεσμάτων του αριθμητικού κώδικα είναι η σύγκριση τους με εκείνα του εργαλείου προσομοίωσης CST Microwave Studio [105], για τη ψυχρή διάταξη του Πίνακα 5.1. Η σύγκριση πραγματοποιείται για τους πέντε πρώτους TM ρυθμούς καθώς και για τους τρεις πρώτους TE ρυθμούς και αποτυπώνεται στα Σχήματα 5.12(α) και (β), αντίστοιχα. Από τα αυτά είναι φανερό ότι οι δύο κώδικες

εμφανίζουν πολύ καλή συμφωνία. Επιπλέον, στον Πίνακα 5.3 παρουσιάζονται τα σχετικά σφάλματα των δεύτερων TM και TE ρυθμών των παραπάνω διαγραμμάτων για διαφορετικές τιμές του κανονικοποιημένου αξονικού κυματάριθμου. Η σχετική διαφορά στη συχνότητα δεν υπερβαίνει το 0.6% και το 0.11% για το δεύτερο TM και TE, αντίστοιχα, ρυθμό.



(α)



(β)

Σχήμα 5.12: Διάγραμμα διασποράς των (α) πέντε πρώτων TM και (β) τριών πρώτων TE ρυθμών για τη ψυχρή διάταξη του Πίνακα 5.1.

Πίνακας 5.3

Σχετικό σφάλμα υπολογισμού της συχνότητας για το δεύτερο (α) TM και (β) TE ρυθμό

Κανονικοποιημένος αξονικός κυματάριθμος $kL/2\pi$	f (GHz) CST	f (GHz) CoaxBT	Σχετικό σφάλμα $\delta f/f$ (%)
0.1	5.58589	5.59447	0.154
0.2	9.16045	9.21600	0.606
0.3	10.3658	10.42508	0.572
0.4	10.5018	10.56242	0.577
0.5	10.5627	10.58787	0.238

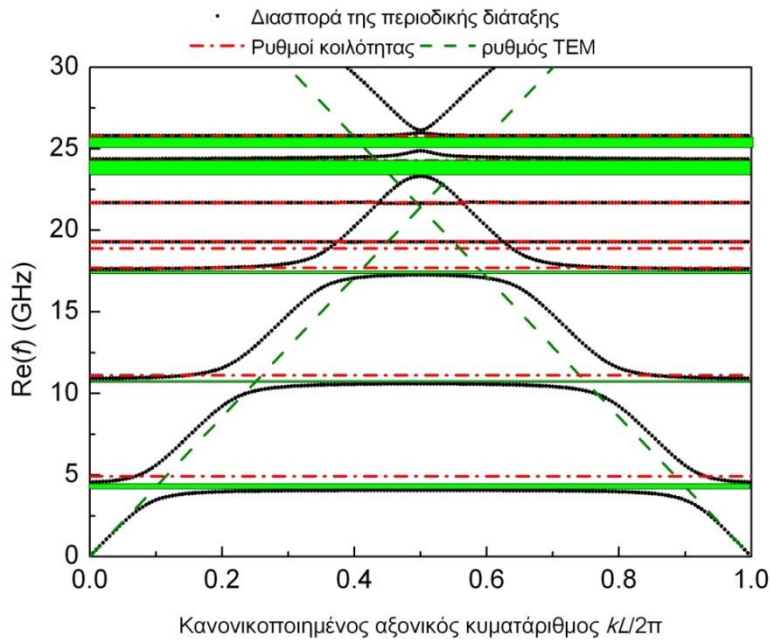
(α)

Κανονικοποιημένος αξονικός κυματάριθμος $kL/2\pi$	f (GHz) CST	f (GHz) CoaxBT	Σχετικό σφάλμα $\delta f/f$ (%)
0.1	22.5541	22.57559	0.095
0.2	22.5652	22.58779	0.100
0.3	22.5782	2260202	0.106
0.4	22.5879	22.61291	0.111
0.5	22.5919	22.61692	0.111

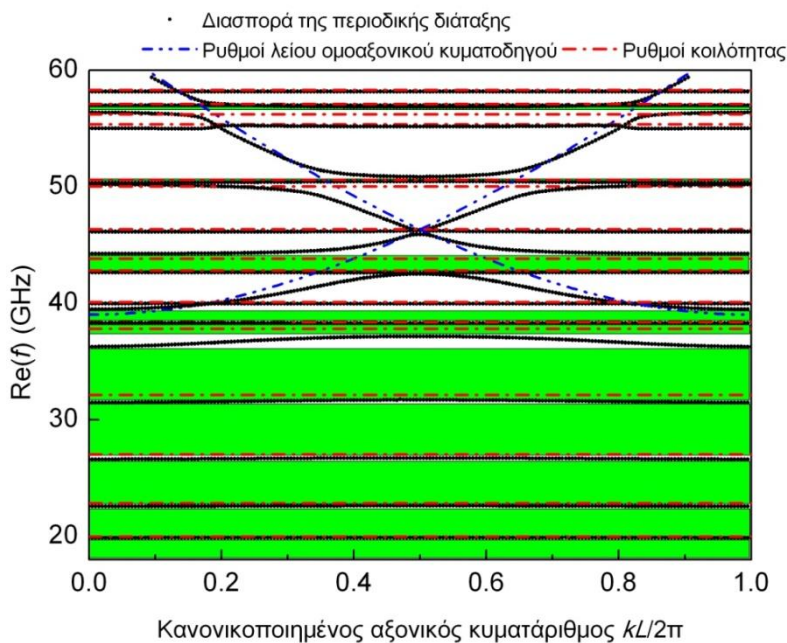
(β)

5.4 Διασπορά και ωμικές απώλειες ψυχρής διάταξης

Για την εκτενέστερη μελέτη των ρυθμών της ψυχρής διάταξης της γεωμετρίας του Πίνακα 5.1, στα Σχήματα 5.13 και 5.14 δίνεται η σχέση διασποράς στην πρώτη ζώνη Brillouin για τους ρυθμούς TM και TE, αντίστοιχα. Παρότι οι καμπύλες είναι πιο σύνθετες από αυτές των ρυθμών κυματοδήγησης και κοιλότητας, είναι εμφανής η σύζευξη μεταξύ τέτοιων ρυθμών. Παρατηρούμε ότι και στις δύο περιπτώσεις η σχέση διασποράς της διάταξης του Σχήματος 2.2 προσεγγίζεται πολύ καλά από τις καμπύλες των ρυθμών του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού και της κοιλότητας, εκτός από την περιοχή γύρω από τα σημεία διασταύρωσης των μετατοπισμένων ρυθμών. Επιπλέον, κάθε καμπύλη διασποράς μιας περιοδικής διάταξης, όπως αυτή του Σχήματος 2.2, περιορίζεται σε ένα πεπερασμένο εύρος συχνοτήτων, γνωστές ως ζώνες διέλευσης, ενώ ανάμεσα στις ζώνες διέλευσης εμφανίζονται οι ζώνες αποκοπής (σκιασμένη περιοχή). Στα παραπάνω σχήματα παρουσιάζονται επίσης οι ζώνες διέλευσης και αποκοπής. Οι ζώνες αυτές σχηματίζονται μέσω οριζόντιων ευθειών, οι οποίες οριοθετούν τις περιοχές εμφάνισης (διέλευσης) ή μη (αποκοπής) των ρυθμών. Σημειώνεται ότι το υλικό και οι διαστάσεις των ρυτιδώσεων επηρεάζουν το μέγεθος των ζωνών αυτών. Τέλος, η απόκλιση των διαγραμμάτων διασποράς από τα αντίστοιχα του λείου κυματοδηγού είναι αποτέλεσμα της περιοδικότητας που έχει η διάταξη.



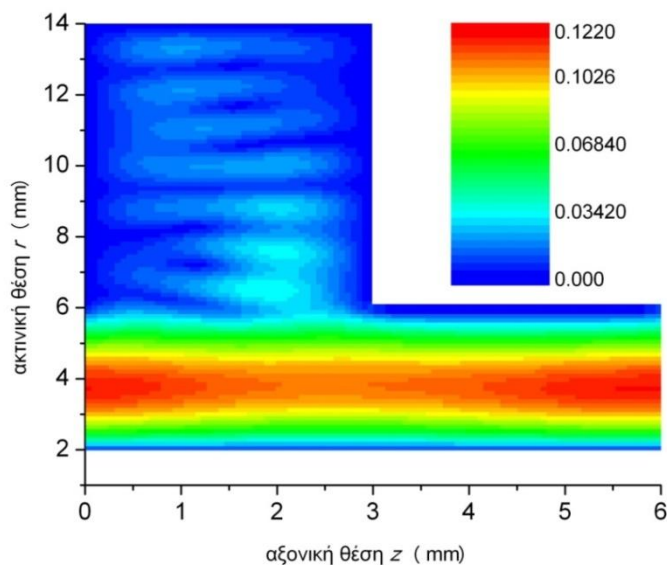
Σχήμα 5.13: Σχέση διασποράς TM ρυθμών για τη ψυχρή διάταξη του ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού.



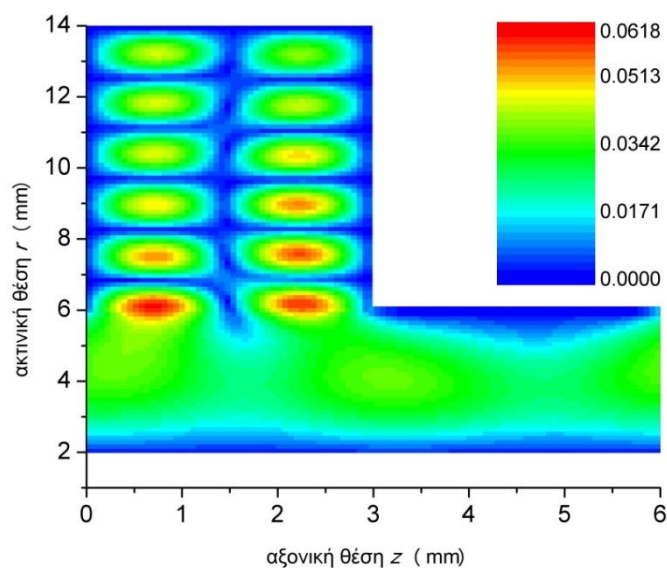
Σχήμα 5.14: Σχέση διασποράς TE ρυθμών για τη ψυχρή διάταξη του ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού.

Όσον αφορά τη χωρική κατανομή των πεδιακών συνιστωσών ενός ρυθμού της διάταξης του Σχήματος 2.2, όπως είναι αναμενόμενο, αυτή θα είναι παρόμοια με τη μορφή του πεδίου του κοντινότερου μετατοπισμένου ρυθμού. Έτσι, ο κάθε ρυθμός ανάλογα με την τιμή του αξονικού κυματάριθμου συμπεριφέρεται άλλοτε ως ρυθμός λείου ομοαξονικού κυματοδηγού (ρυθμός κυματοδηγού) και άλλοτε ως ρυθμός κοιλότητας. Για την καλύτερη κατανόηση της συμπεριφοράς αυτής, σχεδιάζουμε τις πεδιακές κατανομές αυτών. Έτσι, στο Σχήμα 5.15 έχει σχεδιαστεί η κατανομή του $|E_\varphi|$

με $kL/2\pi = 0.75$ και συχνότητα $f = 53.575$ GHz για την περίπτωση ενός TE ρυθμού, ο οποίος με βάση τα αποτελέσματα του Σχήματος 5.14 βρίσκεται κοντά σε ένα ρυθμό κυματοδότησης. Πράγματι, η κατανομή του πεδίου του Σχήματος 5.15 φανερώνει ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας του ρυθμού αυτού είναι συγκεντρωμένο μέσα στο λείο μέρος του κυματοδηγού. Από την άλλη πλευρά, στο Σχήμα 5.16 παρουσιάζεται η κατανομή του $|E_\varphi|$ με $kL/2\pi = 0.9$ και συχνότητα $f = 54.992$ GHz για την περίπτωση του TE ρυθμού, ο οποίος με βάση τα αποτελέσματα του Σχήματος 5.14 βρίσκεται κοντά σε ένα ρυθμό κοιλότητας. Είναι εμφανές ότι στην περίπτωση αυτή το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας είναι μέσα στη ρυτίδωση. Εκτεταμένη αναφορά στη γενικότερη συμπεριφορά των ρυθμών δίνεται στην εργασία [121].



Σχήμα 5.15: Κατανομή του $|E_\varphi|$ του TE ρυθμού του Σχήματος 5.14 για $kL/2\pi = 0.75$ και $f = 53.575$ GHz (ρυθμός κυματοδότησης).



Σχήμα 5.15: Κατανομή του $|E_\varphi|$ του TE ρυθμού του Σχήματος 5.14 για $kL/2\pi = 0.9$ και $f = 54.992$ GHz (ρυθμός κοιλότητας).

Πριν την εισαγωγή της ηλεκτρονικής δέσμης στη ψυχρή διάταξη και τη διερεύνηση των πιθανών αλληλεπιδράσεων της με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο κρίνεται ιδιαίτερα χρήσιμο να βρεθούν οι τιμές που παίρνει ο συντελεστής ποιότητας ωμικών απωλειών στη διάταξη. Η γνώση αυτών προσφέρει πληροφορία για τις πιθανές περιοχές αλληλεπίδρασης, αφού όπως έχει αναφερθεί στην §2.2 ο ωμικός συντελεστής ποιότητας είναι αντιστρόφως ανάλογος με το ρεύμα εκκίνησης των ρυθμών. Στο δίαυλο δέσμης γυροτρονίου για την αποφυγή ανεπιθύμητων αλληλεπιδράσεων θα πρέπει το ρεύμα εκκίνησης I_{st} να είναι μεγαλύτερο από το ρεύμα δέσμης I_b . Δεδομένου ότι το ρεύμα δέσμης αποτελεί χαρακτηριστική παράμετρο του γυροτρονίου και σχετίζεται με τη συνολική ισχύ που θα παράγει αυτό, ο σχεδιασμός του διαύλου δέσμης θα πρέπει να είναι τέτοιος, ώστε να επιτυγχάνεται όσο το δυνατόν μικρότερες τιμές του ωμικού συντελεστή ποιότητας των ρυθμών. Σημειώνεται ότι το κεραμικό υλικό των ρυτιδώσεων χρησιμεύει για να επιτύχει το σκοπό αυτό κυρίως για τους ρυθμούς κοιλότητας.

Για την απεικόνιση περιοχών με μεγάλες τιμές του ωμικού συντελεστή ποιότητας χρησιμοποιείται ο απλουστευμένος αριθμητικός κώδικας *RealCoaxial*. Σημειώνεται εδώ ότι και για τον κώδικα αυτό εφαρμόστηκαν οι έλεγχοι σύγκλισης που παρουσιάστηκαν προηγούμενα με ανάλογα συμπεράσματα. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από τον *CoaxBT* για τη ψυχρή διάταξη και αυτών του *RealCoaxial* και το συμπέρασμα είναι ότι δίνουν ταυτόσημα αποτελέσματα.

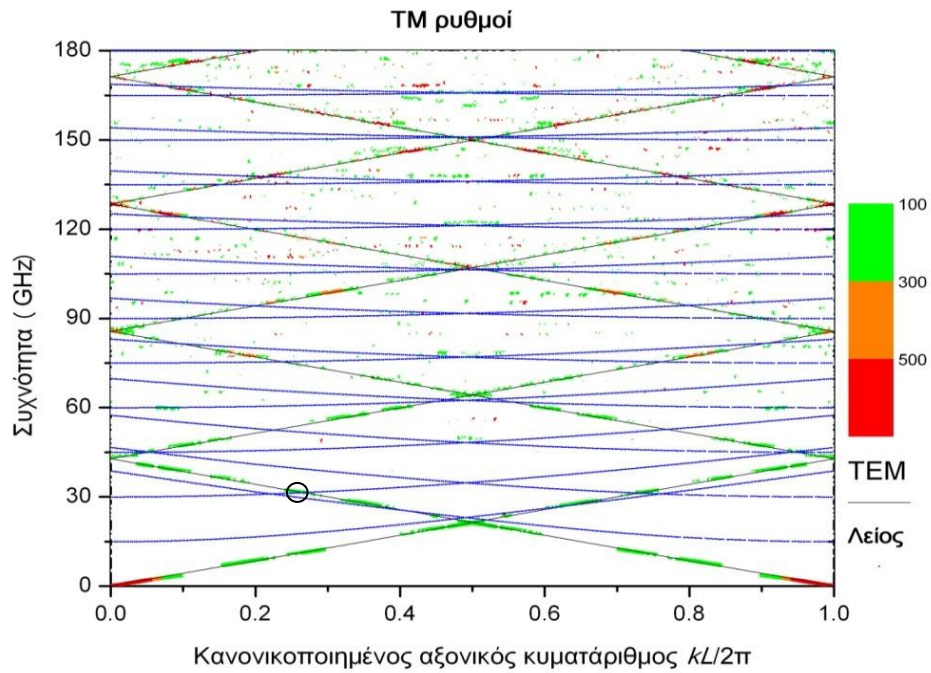
Για τη διάταξη του Πίνακα 5.4 παρουσιάζεται στα Σχήματα 5.17(α), 5.18 και 5.19 ο ωμικός συντελεστής ποιότητας Q_{ohm} για την περίπτωση των TM, TE και υβριδικών (με $m = 1$) ρυθμών, αντίστοιχα. Όπως αναμένεται, οι ρυθμοί κυματοδότησης εμφανίζουν μεγαλύτερες τιμές του Q_{ohm} σε σύγκριση με τους αντίστοιχους της κοιλότητας, αφού το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας τους είναι στην εσωτερική (λεία) περιοχή. Σημειώνεται ότι η τιμή $Q_{ohm} = 100$ τέθηκε ως κατώφλι για τη μετάβαση σε περιοχές υψηλού ωμικού συντελεστή ποιότητας στα διαγράμματα αυτά.

Πίνακας 5.4

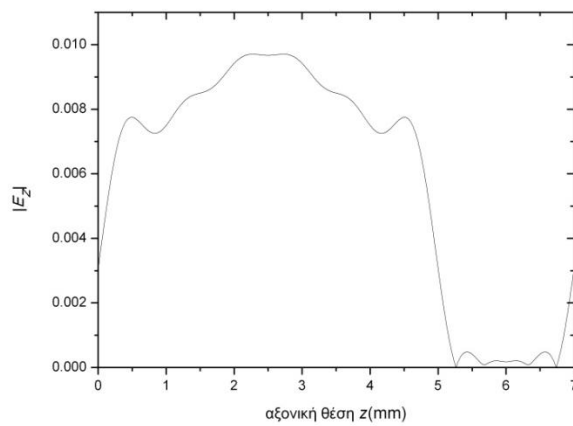
Χαρακτηριστικά μιας ομοαξονικής διάταξης

R_{out} (mm)	R_{in} (mm)	D (mm)	b (mm)	L (mm)	ϵ
18.5	8.5	23.05	5	7	11.6 - j0.5

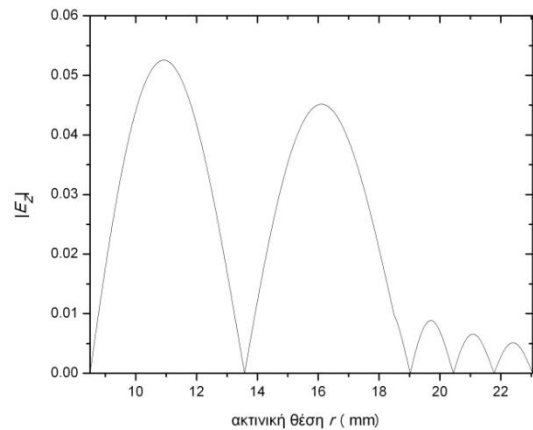
Ειδικότερα, στην περίπτωση των ρυθμών TM (Σχήμα 5.17(α)) διακρίνουμε ότι οι περιοχές με μεγάλες τιμές του Q_{ohm} ακολουθούν κυρίως την καμπύλη του ρυθμού TEM $\omega = kc$ (έχει σχεδιαστεί στο σχήμα), ενώ καθώς αυξάνεται η συχνότητα ακολουθούν και τις καμπύλες κυματοδότησης του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού $\omega^2 = \omega_{cut}^2 + k_{||}c^2$. Εστιάζοντας στο ρυθμό με $kL/2\pi = 0.2675$ και $f = 31.431$ GHz (φαίνεται στο Σχήμα 5.17(α) με μικρό κύκλο), που εμφανίζει μεγάλο Q_{ohm} , προκύπτει από τα Σχήματα 5.17(β) και (γ) ότι πρόκειται για ρυθμό κυματοδότησης. Από το Σχήμα 5.17(α) επιβεβαιώνεται ότι, εκτός από τις χαμηλές συχνότητες, όπου κυριαρχεί ο ρυθμός TEM, οι μεγαλύτερης τάξης ρυθμοί έχουν υψηλές τιμές του Q_{ohm} κυρίως όταν πρόκειται για ρυθμούς κυματοδότησης. Οι πολύ μεγάλες τιμές του Q_{ohm} στην περιοχή, που εμφανίζεται ο ρυθμός TEM, μπορεί να εξηγηθούν από το γεγονός ότι ο ρυθμός αυτός είναι κοντά στην αποκοπή έχοντας πολύ μεγάλη ταχύτητα ομάδας με αποτέλεσμα να μην «νιώθει» τις ρυτιδώσεις και να έχει μικρές ωμικές απώλειες.



(α)



(β)

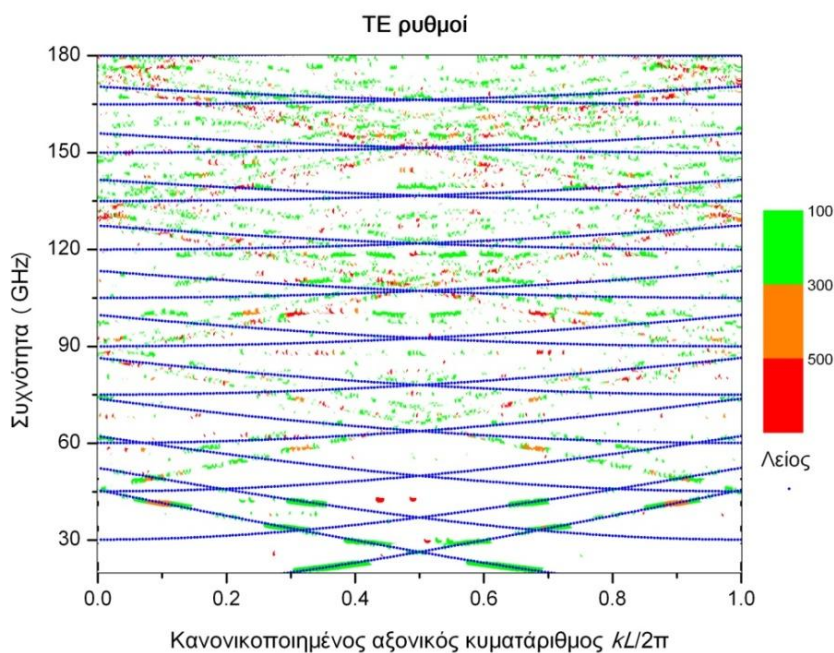


(γ)

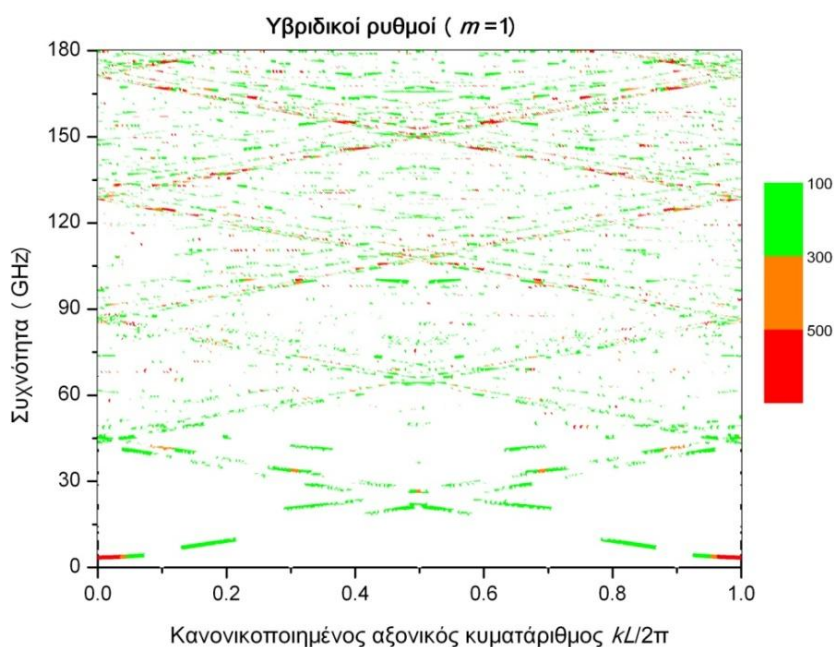
Σχήμα 5.17: Γραφική παράσταση (α) του ωμικού συντελεστή ποιότητας των TM ρυθμών της γεωμετρίας του Πίνακα 5.4 και του μέτρου του E_z σε συνάρτηση με (β) την αξονική θέση z στην ακτινική θέση $r = 18.49999$ mm και (γ) το r στη θέση $z = 2.5$ mm, για $kL/2\pi = 0.2675$ και $f = 31.431$ GHz.

Αντίστοιχα αποτελέσματα προκύπτουν και για τους ρυθμούς TE (Σχήμα 5.18) και τους υβριδικούς με $m = 1$ ρυθμούς (Σχήμα 5.19). Συγκρίνοντας βέβαια τα διαγράμματα αυτά παρατηρούμε ότι οι περιοχές υψηλών τιμών του Q_{ohm} είναι περισσότερες σε σύγκριση με τις αντίστοιχες των ρυθμών TM (Σχήμα 5.17(α)). Αξίζει να τονιστεί ότι στα σημεία που οι ευθείες των ρυθμών κοιλότητας διασταυρώνονται με τους ρυθμούς κυματοδότησης του λείου κυματοδηγού, έχουμε επίδραση αυτών στην τιμή του Q_{ohm} τείνοντας αυτόν στην οριακή τιμή $Q_{ohm} = \epsilon_r/\epsilon_i$ [121]. Επίσης, αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι καθώς αυξάνεται η συχνότητα εμφανίζονται και περισσότεροι ρυθμοί με μεγάλες τιμές του Q_{ohm} ιδιαίτερα στις περιπτώσεις των TE και των υβριδικών κυμάτων. Τέλος, μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι το διάγραμμα του Σχήματος 5.19 αποτελεί

(προσεγγιστικά) την υπέρθεση των διαγραμμάτων των Σχημάτων 5.17(α) και 5.18. Το γεγονός αυτό θα μελετηθεί διεξοδικότερα παρακάτω και είναι κυρίως αποτέλεσμα της ομοαξονικής γεωμετρίας, όπου η ακτινική εξάρτηση των ρυθμών εμφανίζει ασθενή εξάρτηση από τον αξιμουθιακό δείκτη m , ειδικά για τιμές μικρότερες του 5.



Σχήμα 5.18: Αναπαράσταση του ωμικού συντελεστή ποιότητας των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.4.

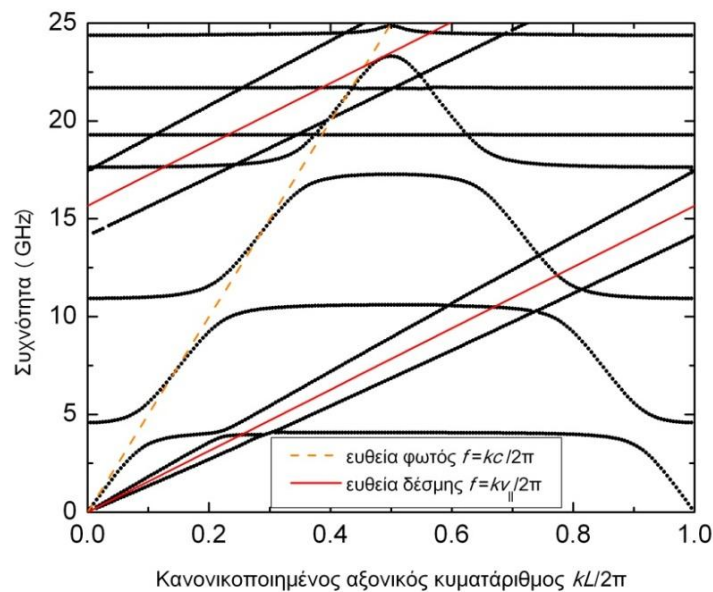


Σχήμα 5.19: Αναπαράσταση του ωμικού συντελεστή ποιότητας των υβριδικών ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.4.

5.5 Μελέτη της θερμής διάταξης

Μέχρι τώρα εξετάστηκε η συμπεριφορά της ψυχρής διάταξης, που σαφώς είναι χρήσιμη στη μελέτη των μηχανισμών αλληλεπίδρασης δέσμης – κύματος (θερμή διάταξη). Η σχέση διασποράς της τελευταίας εξαρτάται πλέον εκτός από τη γεωμετρία της, και από την τιμή του εξωτερικά εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου καθώς και από τις ιδιότητες της ηλεκτρονικής δέσμης ($r_b, I_b, \alpha, \gamma_0$). Η παρουσία της δέσμης παρέχει την πηγή ενέργειας για την ανάπτυξη ασταθών αλληλεπιδράσεων, των οποίων ο ρυθμός ανάπτυξης περιγράφεται από το φανταστικό μέρος της μιγαδικής συχνότητας, ενώ στο διάγραμμα διασποράς εκτός από τους ρυθμούς της ψυχρής διάταξης εμφανίζονται και οι ρυθμοί της δέσμης.

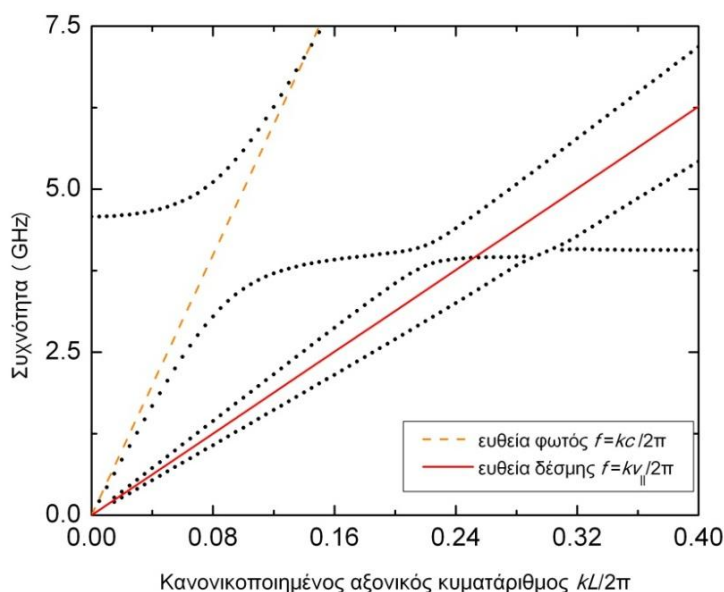
Ένα διάγραμμα διασποράς για τα κύματα TM παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης δίνεται στο Σχήμα 5.20, για την γεωμετρία του Πίνακα 5.1 (η εκδοχή του για την αντίστοιχη ψυχρή διάταξη φαίνεται στο Σχήμα 5.13) με ηλεκτρονική δέσμη με χαρακτηριστικά $\gamma_0 = 1.2, \alpha = 1.15, I_b = 50$ A, και $r_b = 3.9$ mm και στατικό μαγνητικό πεδίο $B_0 = 1$ T. Σημειώνεται ότι στο σχήμα αυτό (που αναπαριστά τη πρώτη ζώνη Brillouin) η ευθεία της δέσμης, που φαίνεται να σταματά στο δεξιό μέρος του σχήματος στη θέση $kL/2\pi = 1$ και συχνότητα περίπου 15.5 GHz, συνεχίζει από τη θέση $kL/2\pi = 0$ και αποτελεί μέρος της ευθείας της δέσμης μιας άλλης ζώνης. Επίσης, οι ευθείες του αργού και γρήγορου Langmuir κύματος είναι πάνω και κάτω από την ευθεία της δέσμης $\omega = kv_{\parallel}$, όπου v_{\parallel} είναι η αξονική ταχύτητα των ηλεκτρονίων της δέσμης, και βρίσκονται και οι δύο κάτω από την ευθεία του φωτός.



Σχήμα 5.20: Καμπύλες διασποράς (πραγματικό μέρος της συχνότητας) των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Το Σχήμα 5.21 προκύπτει από το Σχήμα 5.20 αν εστιάσουμε στην περιοχή, όπου τα κύματα Langmuir (αργό και γρήγορο) συναντούν τον πρώτο ρυθμό της αντίστοιχης ψυχρής διάταξης (περιοχή κοντά στο $kL/2\pi = 0.24$). Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι το γρήγορο κύμα Langmuir στην πραγματικότητα δεν διασταυρώνεται (τέμνεται) ποτέ

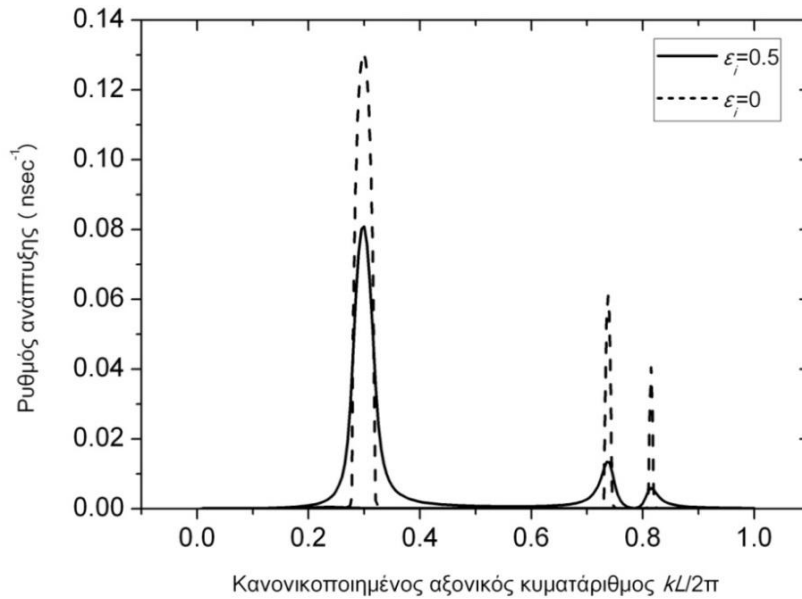
με το ρυθμό αυτό, αλλά μετατρέπεται σε ρυθμό της διάταξης, ενώ αντίστοιχα ο ρυθμός της διάταξης μετατρέπεται σε γρήγορο Langmuir κύμα (σύζευξη μεταξύ ρυθμών) καθώς αλλάζει ο κυματάριθμος (ευσταθής αλληλεπίδραση). Από την άλλη πλευρά, η καμπύλη διασποράς του αργού Langmuir κύματος φαίνεται να ενώνεται με την καμπύλη του ρυθμού της ψυχρής διάταξης. Στην πραγματικότητα, προκύπτει μια περιοχή συχνοτήτων και αξονικών κυματάριθμων ($0.28 < kL/2\pi < 0.31$), όπου η ρίζα είναι διπλή και μιγαδική (χωρίς απώλειες διηλεκτρικού θα ήταν και συζυγής). Αυτή η περιοχή αντιστοιχεί την ασταθή αλληλεπίδραση.



Σχήμα 5.21: Καμπύλες διασποράς (πραγματικό μέρος της συχνότητας) των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Στο Σχήμα 5.22 αποτυπώνονται οι τιμές του φανταστικού μέρους της συχνότητας, ονομάζεται και ρυθμός ανάπτυξης, και οι οποίες παρέχουν μια εκτίμηση της έντασης της ασταθούς αλληλεπίδρασης. Η μορφή της καμπύλης επαναλαμβάνεται σε όλα τα σημεία αστάθειας, τα οποία βρίσκονται στις νοητές τομές του αργού κύματος της δέσμης με τους ρυθμούς της αντίστοιχης ψυχρής διάταξης. Ειδικότερα, η πρώτη αλληλεπίδραση των TM ρυθμών γίνεται στη θέση $kL/2\pi = 0.2975$, η δεύτερη στο $kL/2\pi = 0.7375$ και η τρίτη $kL/2\pi = 0.82$. Είναι φανερό ότι η ισχυρότερη αλληλεπίδραση γίνεται με τον πρώτο TM ρυθμό, ενώ των άλλων δύο τα πλάτη είναι σημαντικά μικρότερα. Προφανώς υπάρχουν και άλλες αστάθειες σε μεγαλύτερες συχνότητες με ρυθμούς μεγαλύτερης τάξης, οι οποίες έχουν σημαντικά μικρότερες τιμές ρυθμού ανάπτυξης, ενώ λόγω της περιοδικότητας της διάταξης αντιστοιχούν σε διαφορετικές ζώνες Brillouin. Σημαντική επίσης πληροφορία για κάθε αλληλεπίδραση αποτελεί η κλίση της καμπύλης της διασποράς του ρυθμού της διάταξης στο σημείο της διασταύρωσης της με την ευθεία του αργού Langmuir κύματος, δηλαδή η ταχύτητα ομάδας $v_g = \partial\omega/\partial k$, η οποία είναι η ταχύτητα μεταφοράς της ενέργειας από το ρυθμό της διάταξης. Δηλαδή, η διάταξη στο πρώτο σημείο θα μπορούσε να δουλέψει ως TWT, ενώ στα επόμενα δύο ως BWO. Στο Σχήμα 5.22 αποτυπώνεται επίσης και ο ρυθμός ανάπτυξης στην περίπτωση, όπου το διηλεκτρικό υλικό των ρυτιδώσεων δεν έχει απώλειες ($\epsilon_i = 0$). Στην περίπτωση αυτή είναι εμφανές πως το πλάτος του ρυθμού ανάπτυξης αυξάνεται (σχεδόν διπλασιάζεται) για όλους τους ασταθείς ρυθμούς και ταυτόχρονα στενεύει στο πεδίο του αξονικού

κυματαριθμού (μικρότερο εύρος ζώνης) την καμπύλη της αλληλεπίδρασης. Η επίδραση αυτή των απωλειών στους ασταθείς ρυθμούς είναι αναμενόμενη, δεδομένου ότι οι ρυθμοί TM είναι κυρίως ρυθμοί κοιλότητας.



Σχήμα 5.22: Ρυθμός ανάπτυξης (φανταστικό μέρος της συχνότητας) των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Κατόπιν, μελετάται η διάταξη με τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 5.5, η οποία αποτελεί προσεγγιστική γεωμετρία του τελευταίου μέρους του διαύλου δέσμης ενός ομοαξονικού γυροτρονίου, που είναι σχεδιασμένο να λειτουργεί στα 170 GHz. Η τιμή της διηλεκτρικής σταθεράς υπολογίστηκε με βάση τη μέση τιμή στη D ζώνη συχνοτήτων (110-170 GHz) του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος και αντιστοιχεί σε κεραμικό υλικό με βάση το γυαλί (Glass-ceramics)². Είναι γνωστό ότι η διάταξη υποστηρίζει πολλούς ρυθμούς και συνεπώς η μελέτη αυτών σε υψηλότερες συχνότητες είναι δυσκολότερη, γιατί το φάσμα γίνεται πολύ πυκνό. Στο Σχήμα 5.23 παρουσιάζεται το πραγματικό μέρος της συχνότητας για την αλληλεπίδραση της δέσμης με τους TE ρυθμούς (κυκλοτρονικός συντονισμός). Στο σχήμα αυτό, παρότι παρουσιάζεται μια μικρή περιοχή συχνοτήτων (εύρους 10 GHz), είναι δύσκολο να γίνει διαχωρισμός μεταξύ των ρυθμών της διάταξης και των ρυθμών της δέσμης, ώστε να εντοπιστούν τα σημεία αλληλεπίδρασης. Οι ρυθμοί της δέσμης, αργός και γρήγορος κυκλοτρονικός, αναμένονται να βρίσκονται λίγο πάνω και κάτω, αντίστοιχα, από την κυκλοτρονική ευθεία της δέσμης $\omega = kv_{\parallel} + \Omega_0/\gamma$. Στα σημεία τομής του γρήγορου κυκλοτρονικού ρυθμού της ηλεκτρονικής δέσμης με τους ρυθμούς της διάταξης συμβαίνει μεταφορά ενέργειας μεταξύ της δέσμης και του κύματος λόγω της ασταθούς αλληλεπίδρασης, η οποία περιγράφεται από το ρυθμό ανάπτυξης. Όταν η μεταφορά ενέργειας γίνεται από τη δέσμη προς το κύμα το φανταστικό μέρος της μιγαδικής συχνότητας είναι αρνητικό. Επιπλέον, στην περίπτωση,

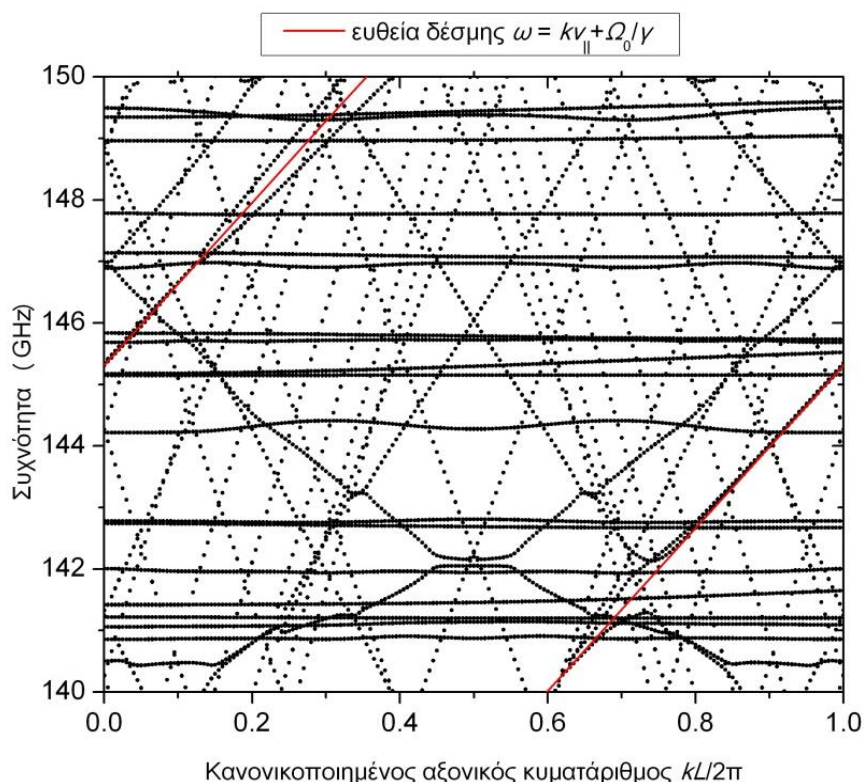
² **Glass-ceramics:** είναι πολυκρυσταλλικά υλικά που παράγονται μέσω ελεγχόμενης αποκρυστάλλωσης γυαλιού. Τα υλικά αυτά εμφανίζουν τις ιδιότητες και των κεραμικών και των γυαλιών όπως υψηλή αντοχή, ανθεκτικότητα, αδιαφάνεια, χαμηλή ή ακόμη και αρνητική θερμική διαστολή, σταθερότητα σε υψηλές θερμοκρασίες, υπεραγωγιμότητα και υψηλή ηλεκτρική αντίσταση.

όπου οι ρυθμοί της δέσμης ταυτίζονται, το φανταστικό μέρος της μιγαδικής συχνότητας των δύο αλληλεπιδράσεων (ασταθής) έχει περίπου την ίδια τιμή και αντίθετο πρόσημο.

Πίνακας 5.5

Χαρακτηριστικά θερμής διάταξης

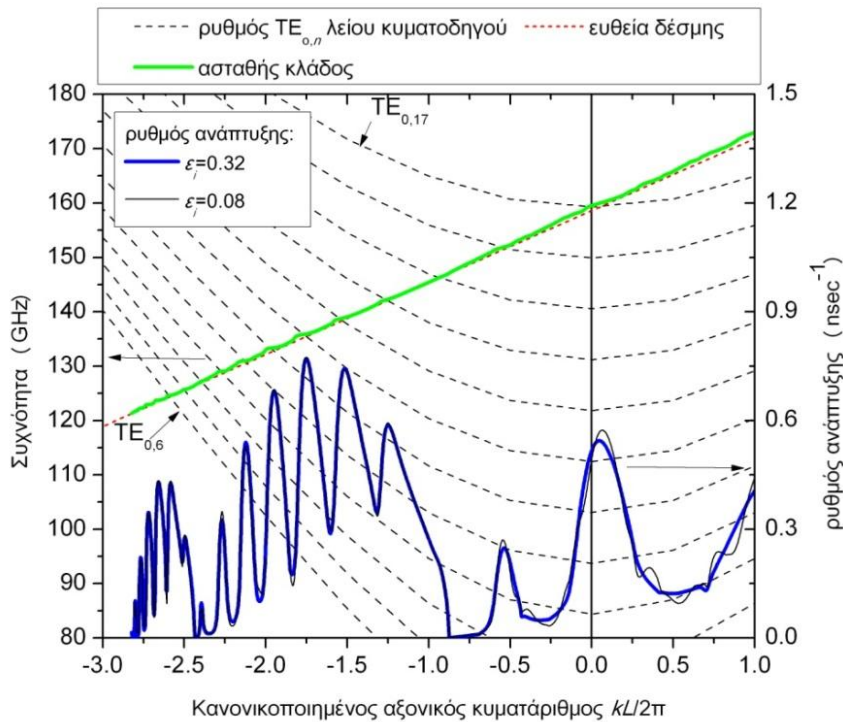
R_{out} (mm)	R_{in} (mm)	D (mm)	b (mm)	L (mm)	ϵ
24	8	36	5	7	$5.83 - j0.32$
γ_0	Pitch angle	r_b (mm)	B_0 (T)	I_b (A)	
1.16	1.3	10.11	6.57	75	



Σχήμα 5.23: Καμπύλες διασποράς (πραγματικό μέρος της συχνότητας) των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.5 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Το μέρος του ρυθμού της δέσμης, που αντιστοιχεί σε ασταθή αλληλεπίδραση κατά την οποία μεταφέρεται ενέργεια από τη δέσμη στο κύμα, ονομάζεται ασταθής κλάδος. Για τη μελέτη των παρασιτικών ρυθμών επιλέγεται να υπολογίζεται και συνεπώς να παρουσιάζεται μόνο ο ασταθής κλάδος του διαγράμματος διασποράς, αφού η περιοχή αυτή αντιστοιχεί στις ανεπιθύμητες αλληλεπιδράσεις και διαθέτει την απαιτούμενη πληροφορία. Έτσι, στο Σχήμα 5.24 παρουσιάζεται ο ασταθής κλάδος για τους TE ρυθμούς για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.5, όχι μόνο στην πρώτη ζώνη Brillouin αλλά σε περισσότερες περιόδους για να είναι πιο εμφανή τα σημεία συντονισμού και οι αντίστοιχοι ρυθμοί ανάπτυξης. Παρατηρούμε ότι πράγματι ο ασταθής κλάδος ακολουθεί την κυκλοτρονική ευθεία της δέσμης και αναπτύσσεται λίγο πάνω από αυτήν, όπως προβλέπεται από τη συνθήκη συντονισμού ικανοποιώντας την απαίτηση για μεταφορά

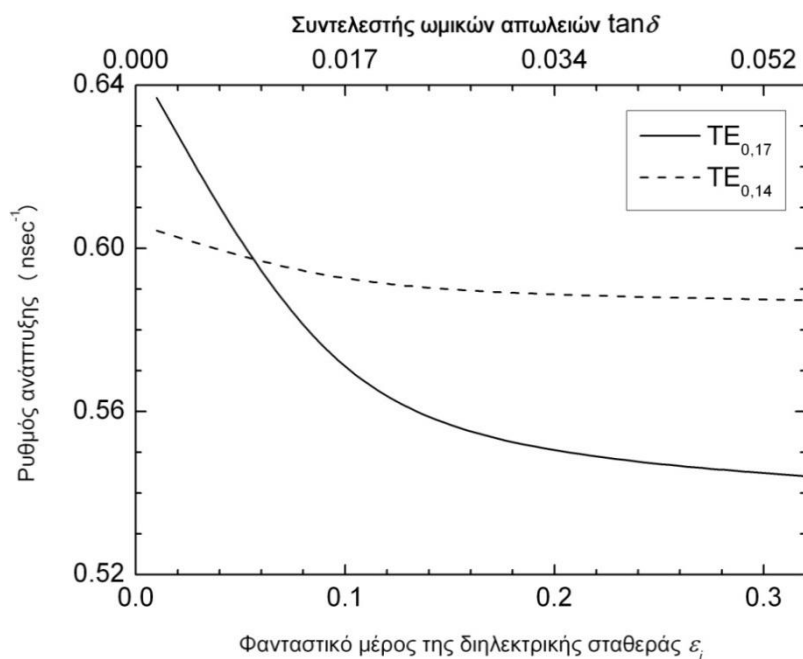
ενέργειας από τα ηλεκτρόνια στο κύμα [45, 143]. Στο Σχήμα 5.24, απεικονίζονται επίσης και οι καμπύλες διασποράς των TE ρυθμών του λείου κυματοδηγού με $R_{in} = 8$ mm και $R_{out} = 24$ mm. Είναι φανερό ότι τα σημεία μέγιστης αστάθειας (μέγιστη τιμή στο ρυθμό ανάπτυξης) εμφανίζονται στα σημεία τομής της κυκλοτρονικής ευθείας της δέσμης με τους ρυθμούς TE του λείου κυματοδηγού, ρυθμοί με μεγάλες τιμές του Q_{ohm} . Στο ίδιο διάγραμμα μελετάται και η επίδραση των απωλειών των ρυτιδώσεων στο ρυθμό ανάπτυξης. Φαίνεται ότι η μεταβολή των απωλειών του υλικού των ρυτιδώσεων δεν επηρεάζει καθόλου το ρυθμό ανάπτυξης σχεδόν όλων των ρυθμών, με εξαίρεση εκείνους που είναι γύρω από την αποκοπή, στους οποίους η επίδραση είναι ασθενής.



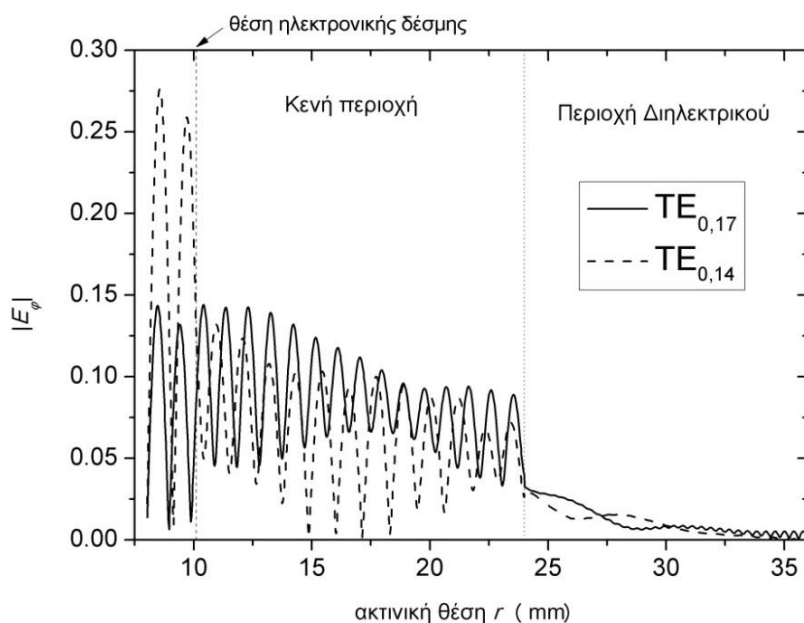
Σχήμα 5.24: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.5 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Στο Σχήμα 5.25 δίνεται η επίδραση των απωλειών στο ρυθμό ανάπτυξης για τους ρυθμούς αλληλεπίδρασης της δέσμης με τους ρυθμούς $TE_{0,14}$ και $TE_{0,17}$ του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού του Πίνακα 5.5 στις θέσεις του αξονικού κυματάριθμου k , όπου παρουσιάζεται μέγιστος ρυθμός ανάπτυξης (Σχήμα 5.24). Από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι η μεταβολή του ρυθμού ανάπτυξης είναι πολύ μεγαλύτερη με την αύξηση των απωλειών για τον $TE_{0,17}$ σε σύγκριση με τον $TE_{0,14}$, πιθανότατα επειδή ο πρώτος βρίσκεται πιο κοντά στην αποκοπή. Βέβαια οι απόλυτες τιμές του ρυθμού ανάπτυξης των δύο ρυθμών διαφέρουν περίπου 7%. Είναι προφανές επίσης ότι μετά από μια ορισμένη τιμή των απωλειών οδηγούμαστε σε κορεσμό, με αποτέλεσμα οποιαδήποτε περαιτέρω αύξηση αυτών να μην επηρεάζει το ρυθμό ανάπτυξης. Το γεγονός αυτό επιβεβαιώνεται και πειραματικά στις εργασίες [75] και [82] και οφείλεται στο ότι η αύξηση των απωλειών έχει σαν αποτέλεσμα όλο και λιγότερο ποσοστό του πεδίου να διεισδύει μέσα στο κεραμικό υλικό φτάνοντας σε σημείο, όπου η διείσδυση αυτή να είναι τόσο μικρή ώστε να μην υπάρχει περαιτέρω απόσβεση. Επίσης, από το ίδιο σχήμα προκύπτει ότι η μείωση του ρυθμού ανάπτυξης δεν εξαρτάται γραμμικά από το συντελεστή ωμικών απωλειών ($\tan\delta$). Οι ρυθμοί αυτοί συμπεριφέρονται ως ρυθμοί

κυματοδότησης, όπως είναι φανερό και από το Σχήμα 5.26, όπου παρουσιάζεται η κατανομή του $|E_\varphi|$ των ρυθμών αυτών ως προς την ακτινική θέση στο σημείο μέγιστου ρυθμού ανάπτυξης.



Σχήμα 5.25: Εξάρτηση του ρυθμού ανάπτυξης από τις απώλειες για τους ασταθείς ρυθμούς που συνδέονται με τους ρυθμούς $TE_{0,14}$ και $TE_{0,17}$ του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού του Πίνακα 5.5 στις θέσεις μέγιστου ρυθμού ανάπτυξης (βλέπε Σχήμα 5.24).



Σχήμα 5.26: Κατανομή του $|E_\varphi|$ με την ακτινική θέση r για το ρυθμό $TE_{0,17}$ με $kL/2\pi = 0.0475$ και $f = (159.96 - j0.54)$ GHz και τον $TE_{0,14}$ για $kL/2\pi = -1.25$ και $f = (142.30 - j0.59)$ GHz.

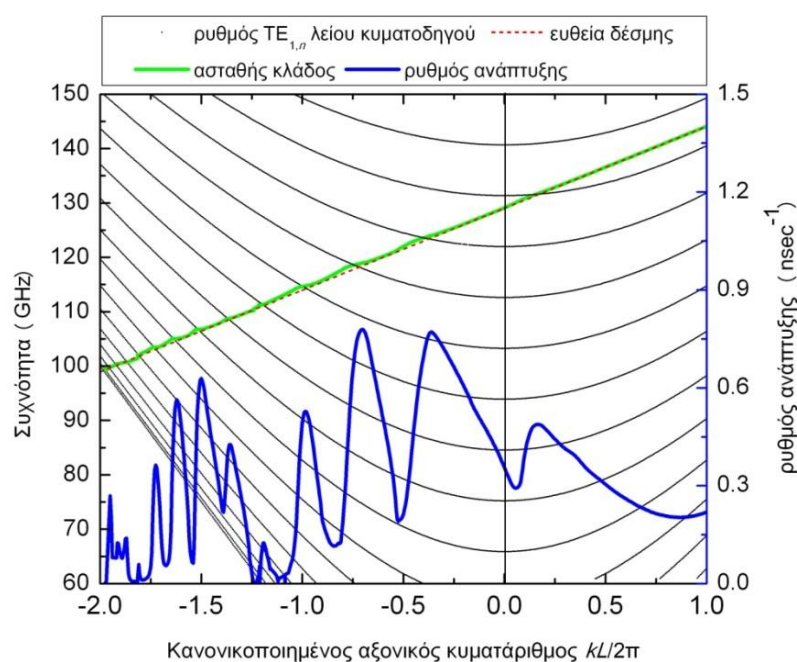
Κατόπιν, μελετώνται οι παρασιτικές ταλαντώσεις μεταξύ της δέσμης και των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.6.

Πίνακας 5.6

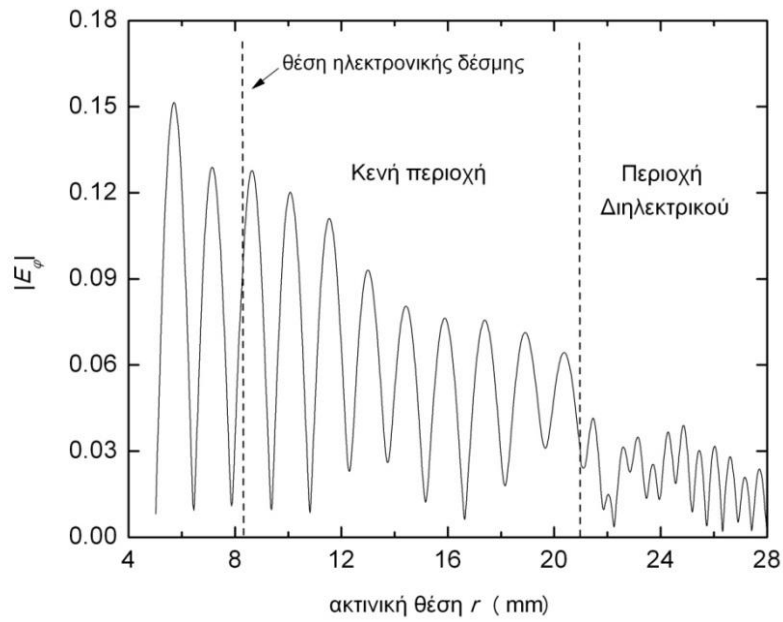
Χαρακτηριστικά της θερμής διάταξης

R_{out} (mm)	R_{in} (mm)	D (mm)	b (mm)	L (mm)	ϵ
21	5	28	3.5	6	$5.5 - j0.15$
γ_0	<i>Pitch angle</i>	r_b (mm)	B_0 (T)	I_b (A)	
1.15	1.3	8.3	5.3	62	

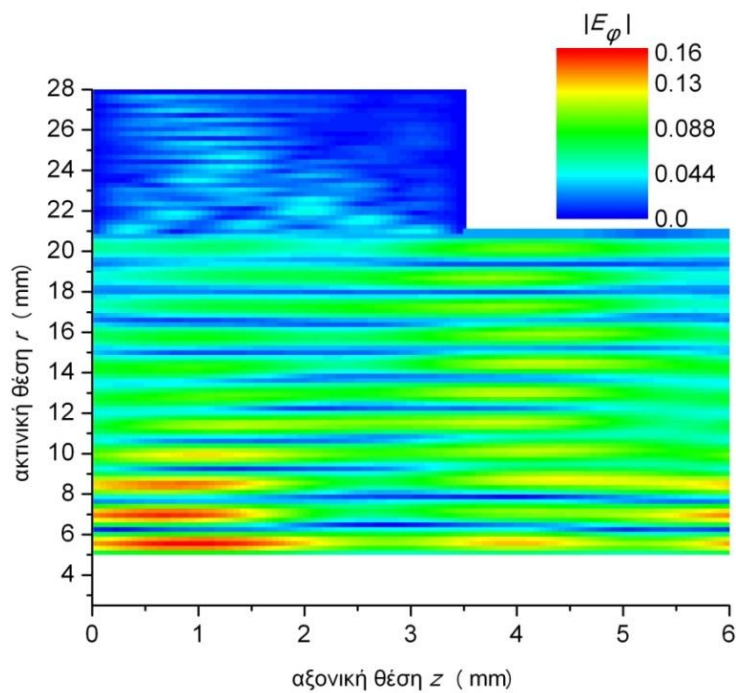
Στο Σχήμα 5.27 δίνεται ο ασταθής κλάδος των ρυθμών αυτών καθώς και οι καμπύλες διασποράς των ρυθμών $TE_{1,n}$ του αντίστοιχου λείου ομοαξονικού κυματοδηγού με $R_{in} = 5$ mm και $R_{out} = 21$ mm. Είναι φανερό ότι η συμπεριφορά τους είναι παρόμοια με αυτή των TE ρυθμών του Σχήματος 5.24. Όπως και προηγουμένα, ο ρυθμός ανάπτυξης εμφανίζει μέγιστη τιμή στο σημείο διασταύρωσης της κυκλοτρονικής ευθείας της δέσμης με τους $TE_{1,n}$. Στα Σχήματα 5.28 και 5.29 έχει σχεδιαστεί η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου σε συγκεκριμένη αξονική θέση z και στο επίπεδο (r, z) , αντίστοιχα, για μια τέτοια αλληλεπίδραση στο σημείο μέγιστου ρυθμού ανάπτυξης. Από αυτά είναι εμφανές ότι το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας του ρυθμού βρίσκεται στις δύο πρώτες περιοχές τις διάταξης και ένα μόνο μικρό μέρος αυτής εισέρχεται στις ρυτιδώσεις παρουσιάζοντας συμπεριφορά ανάλογη με αυτή του ρυθμού $TE_{1,13}$ του λείου. Επιπλέον, στη θέση της δέσμης ($r_b = 8.3$ mm) η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου (Σχήματα 5.28 και 5.29) είναι συνεχής, σε αντίθεση με αυτή του μαγνητικού (Σχήμα 5.30), η οποία είναι ασυνεχής, ικανοποιώντας όμως την απαραίτητη συνοριακή συνθήκη εκεί.



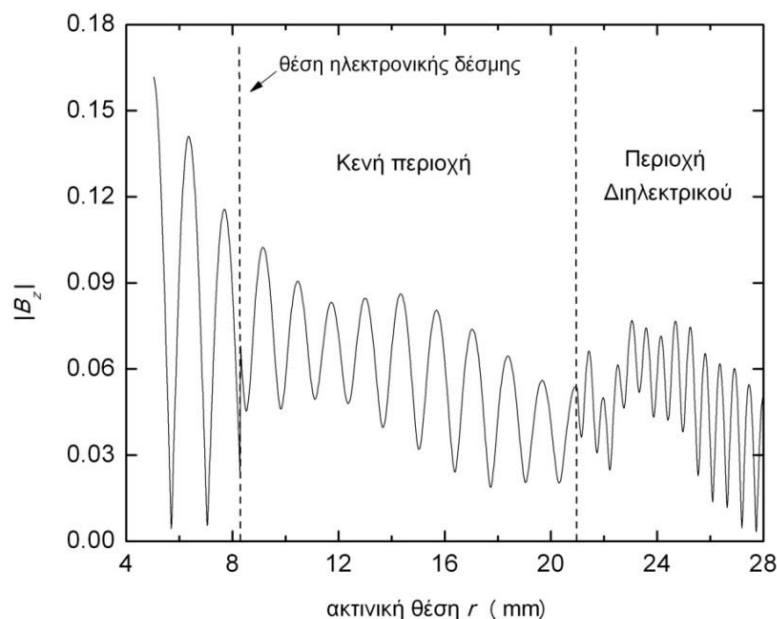
Σχήμα 5.27: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.6 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.



Σχήμα 5.28: Ακτινική κατανομή του $|E_\phi|$ του ασταθή ρυθμού για $kL/2\pi = -0.985$ και $f = (114.72 - j0.53)$ GHz.



Σχήμα 5.29: Κατανομή του $|E_\phi|$ του ασταθή ρυθμού για $kL/2\pi = -0.985$ και $f = (114.72 - j0.53)$ GHz.



Σχήμα 5.30: Ακτινική κατανομή του $|B_z|$ του ασταθή ρυθμού για $kL/2\pi = -0.985$ και $f = (114.72 - j0.53)$ GHz.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι οι υβριδικοί ρυθμοί, λόγω της ύπαρξης της μη μηδενικής αξονικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου, μπορούν να υποστηρίξουν και αλληλεπίδραση Cherenkov με τη δέσμη. Ο ρυθμός ανάπτυξης αυτής επηρεάζεται από την παρουσία των απωλειών του διηλεκτρικού των ρυτιδώσεων και είναι ισχυρότερος κατά την αλληλεπίδραση του πρώτου ρυθμού της διάταξης με τη δέσμη, ενώ οι τιμές των υπόλοιπων αλληλεπιδράσεων φθίνουν καθώς η συχνότητα αυξάνει. Επειδή η συμπεριφορά αυτών είναι παρόμοια με των ρυθμών TM δεν χρειάζεται να μελετηθεί περαιτέρω.

5.6 Αποτελέσματα σε γεωμετρίες με επαναλαμβανόμενες ομάδες ρυτιδώσεων

Αν ο διάυλος με περιοδικά ίδιες ρυτιδώσεις είναι ευκολότερος κατασκευαστικά, στην πράξη χρησιμοποιούνται συνήθως μη περιοδικές διατάξεις, γιατί με τον τρόπο αυτό είναι δυσκολότερη η σύζευξη μεταξύ της δέσμης και των ρυθμών της αντίστοιχης ψυχρής διάταξης [144]. Η μελέτη των συνθηκών κάτω από τις οποίες η αλλαγή στην περιοδικότητα της διάταξης οδηγεί σε ισχυρότερη ή ασθενέστερη αλληλεπίδραση, απαιτεί τη μελέτη της σχέσης διασποράς και των συνιστωσών του πεδίου αυτής.

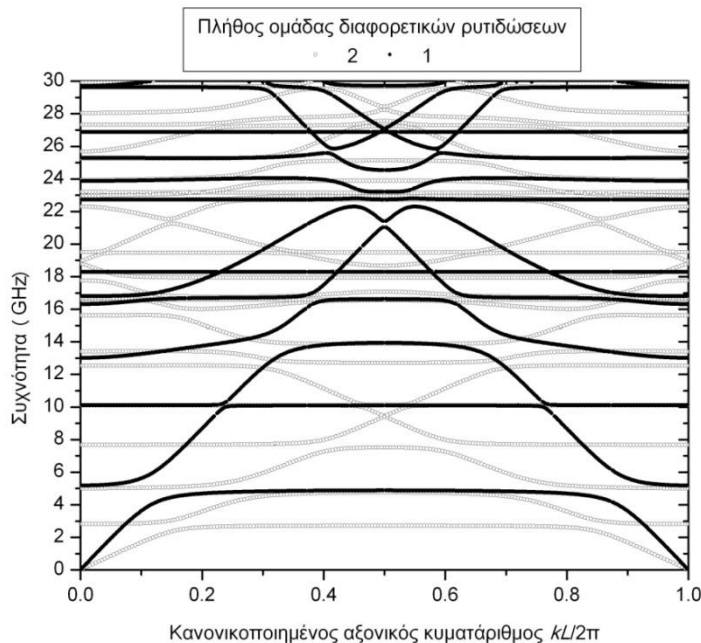
Μια τέτοια γεωμετρία δυο διαφορετικών ρυτιδώσεων δίνεται στον Πίνακα 5.7, της οποίας οι ρυτιδώσεις επαναλαμβάνονται κατά μήκος της διάταξης, έχουν διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά αλλά το διηλεκτρικό υλικό που περιέχουν παραμένει το ίδιο.

Πίνακας 5.7

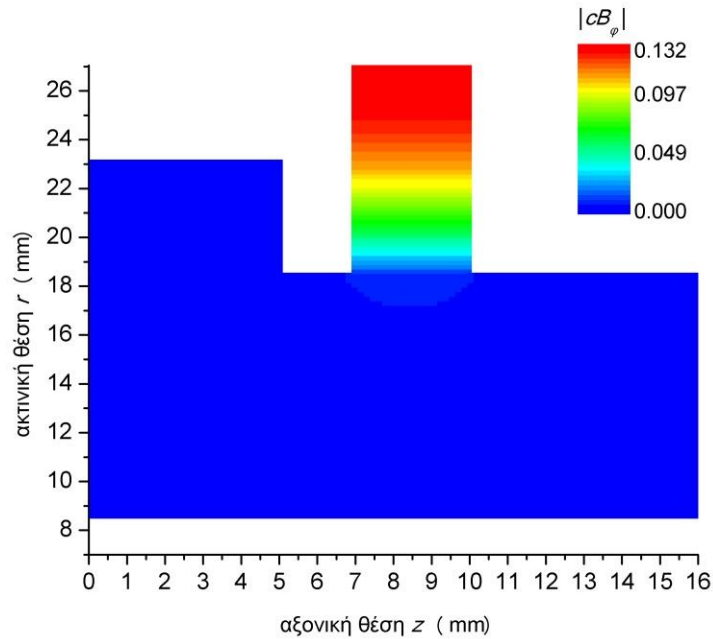
Χαρακτηριστικά της ομοαξονικής διάταξης διαφορετικών ρυτιδώσεων

R_{out} (mm)	R_{in} (mm)	D_1 (mm)	b_1 (mm)	L_1 (mm)	ϵ_1
18.5	8.5	23.05	5	7	11.6 - j0.5
		D_2 (mm)	b_2 (mm)	L_2 (mm)	ϵ_2
		27.05	3	9	11.6 - j0.5

Το διάγραμμα διασποράς μια τέτοιας διάταξης διαφέρει από το αντίστοιχο της κάθε ρυτιδώσης (όταν είναι μόνη της), δεδομένου της εμφάνισης των συχνοτήτων συντονισμού και των δυο κοιλοτήτων με αποτέλεσμα να γίνεται αρκετά πυκνότερο. Το διάγραμμα αυτό θα γίνεται σαφώς πυκνότερο με την αύξηση του αριθμού των διαφορετικών ρυτιδώσεων και επομένως θα γίνεται όλο και δυσκολότερη η αλληλεπίδραση της δέσμης με τους ρυθμούς του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού, δηλαδή περιορίζονται σημαντικά οι ζώνες διέλευσης των ρυθμών κυματοδήγησης. Ο περιορισμός αυτός των ζωνών διέλευσης είναι εμφανής στο Σχήμα 5.31, όπου έχουν χαραχθεί τα διαγράμματα διασποράς (ψυχρή διάταξη) για τις γεωμετρίες που αποτελούνται από μόνο την πρώτη ρυτιδίωση του Πίνακα 5.7 (γεμάτοι μαύροι κύκλοι) και την πλήρη γεωμετρία του Πίνακα 5.7 (άδειοι γκρι κύκλοι). Στο διάγραμμα αυτό διακρίνεται η εισαγωγή νέων ρυθμών λόγω της παρουσίας και της δεύτερης ρυτιδώσης. Προφανώς, επειδή η δεύτερη ρυτιδίωση έχει μεγαλύτερη ακτίνα, ο πρώτος ρυθμός της ομοαξονικής διάταξης διαφορετικών ρυτιδώσεων έχει μικρότερη συχνότητα σε σχέση με τη διάταξη της μιας ρυτιδώσης, αφού αντιστοιχεί σε ρυθμό κοιλότητας της δεύτερης ρυτιδώσης. Αυτό γίνεται φανερό και από το Σχήμα 5.32, όπου η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου του πρώτου ρυθμού στη θέση $kL/2\pi = 0.4$ έχει σχεδιαστεί.

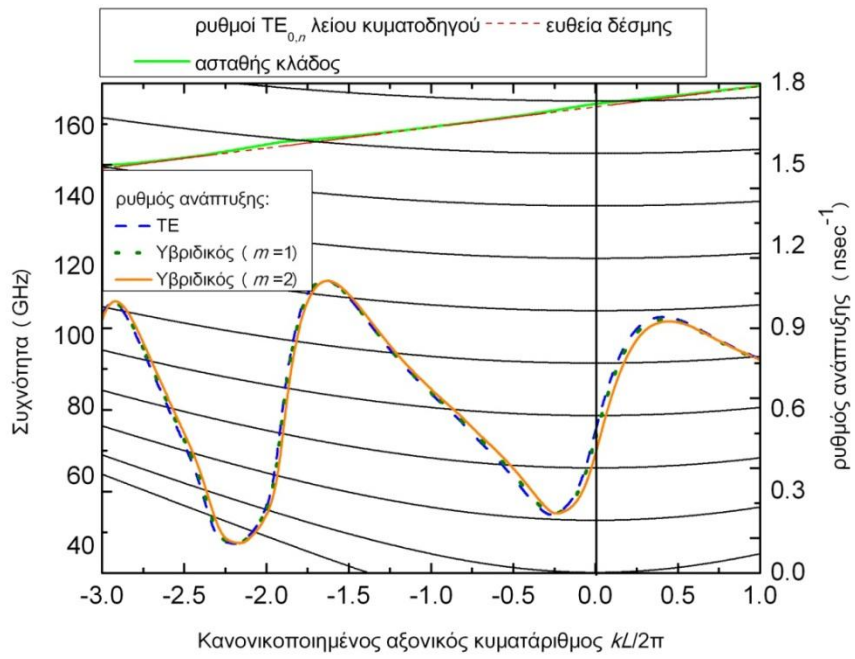


Σχήμα 5.31: Σχέση διασποράς TM ρυθμών για τη ψυχρή διάταξη του ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού του Πίνακα 5.7 με μια και δυο ρυτιδώσεις .



Σχήμα 5.32: Κατανομή του $|cB_\phi|$ του πρώτου ρυθμού TM για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.7 για $kL/2\pi = 0.4$ και $f = 2.711$ GHz.

Στη συνέχεια, εισάγοντας μια ηλεκτρονική δέσμη με χαρακτηριστικά $\gamma_0 = 1.166$, $\alpha = 1.3$, $I_b = 75$ A, $r_b = 10.11$ mm και μαγνητικό πεδίο $B_0 = 6.8$ T στη διάταξη του Πίνακα 5.7 μπορούμε να μελετήσουμε το ρυθμό ανάπτυξης των κυκλοτρονικών αλληλεπιδράσεων των TE και υβριδικών με $m = 1$ και με $m = 2$ ρυθμών. Στο Σχήμα 5.33, εκτός από το ρυθμό ανάπτυξης, παρουσιάζονται οι καμπύλες διασποράς των $TE_{0,n}$ ρυθμών του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού με $R_{in} = 8.5$ mm και $R_{out} = 18.5$ mm, καθώς η ευθεία της δέσμης και ο ασταθής κλάδος της αλληλεπίδρασης. Οι αλληλεπιδράσεις λαμβάνουν χώρα στα σημεία διασταύρωσης της ευθείας της δέσμης με τους ρυθμούς του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού. Προφανώς για τις περιπτώσεις των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ και $m = 2$ ο συντονισμός λαμβάνει χώρα στα σημεία διασταύρωσης της ευθείας της δέσμης με τις καμπύλες διασποράς των ρυθμών $TE_{1,n}$ και $TE_{2,n}$, αντίστοιχα, του λείου ομοαξονικού κυματοδηγού. Οι καμπύλες των ρυθμών $TE_{0,n}$, $TE_{1,n}$ και $TE_{2,n}$ δεν διαφέρουν ιδιαίτερα μεταξύ τους, οπότε αρκεί η παρουσίαση μόνο των $TE_{0,n}$. Να τονιστεί ότι το μήκος περιодικότητας στην περίπτωση της μιας ρυτίδωσης είναι 7 mm, ενώ στην περίπτωση των δύο είναι 16 mm για αυτό και οι δυο περιπτώσεις δεν μπορούν να συγκριθούν άμεσα. Λόγω της κανονικοποίησης του αξονικού κυματάριθμου ως προς το μήκος περιодικότητας, η αύξηση του μήκους περιодικότητας έχει σαν αποτέλεσμα να μεγαλώνει το πλάτος της περιόδου και ακολούθως οι καμπύλες διασποράς των ρυθμών και η περιοχή αλληλεπίδρασης να γίνονται ευρύτερες. Είναι φανερό ότι η παρουσία των διαφορετικών ρυτιδώσεων δεν επηρεάζει τους κυκλοτρονικούς παρασιτικούς ρυθμούς, οι οποίοι συνεχίζουν να εμφανίζονται. Τέλος, από το σχήμα αυτό φαίνεται ότι οι ρυθμοί ανάπτυξης των TE και των υβριδικών ρυθμών είναι περίπου ίδιοι για όλες τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν, συμπεριφορά που θα ερμηνευτεί στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχήμα 5.33: Ασταθής κλάδος των TE και υβριδικών με $m = 1$ και με $m = 2$ ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 5.7 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

6 Παραμετρική μελέτη των παρασιτικών ταλαντώσεων στο διάυλο δέσμης ενός ομοαξονικού γυροτρονίου

Οι περισσότερες μελέτες έως τώρα έχουν εστιάσει στη γεωμετρία του συμβατικού διαύλου. Η ανάγκη όμως για γυροτρόνια, τα οποία θα παράγουν υψηλή ισχύ άνω του 1 MW σε συχνότητες μεγαλύτερες των 150 GHz, οδήγησε στην ανάπτυξη ομοαξονικών γυροτρονίων [64, 65, 71], με τους διαύλους δέσμης αυτών να είναι επίσης ομοαξονικοί καθιστώντας αναγκαία τη μελέτη τέτοιων διατάξεων για την παρουσία παρασιτικών ταλαντώσεων. Η παραμετρική μελέτη των χαρακτηριστικών των αλληλεπιδράσεων κύματος-δέσμης, που ακολουθεί, περιλαμβάνει τη μεταβολή του πραγματικού και του φανταστικού μέρους της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς του υλικού των ρυτιδώσεων, του πλάτους των ρυτιδώσεων, του μήκους περιοδικότητας, καθώς και της θέσης της δέσμης μέσα στο διάυλο. Στη μελέτη αυτή εξετάζεται η επίδραση της αλλαγής των παραπάνω παραμέτρων στο ρυθμό ανάπτυξης των TM, TE καθώς και των υβριδικών (με $m = 1, 5$) ρυθμών με σκοπό να βρεθούν οι περιοχές βέλτιστης λειτουργίας και ενδεχομένως να προταθούν αλλαγές στο σχεδιασμό του διαύλου με σκοπό την καλύτερη λειτουργία του. Η γεωμετρία της υπό μελέτη διάταξης δίνεται στον Πίνακα 6.1 και αντιστοιχεί στο τελευταίο τμήμα του διαύλου της πρώτης έκδοσης του πρωτότυπου ευρωπαϊκού ομοαξονικού γυροτρονίου των 170 GHz.

Πίνακας 6.1

Χαρακτηριστικά της θερμής διάταξης για το γυροτρόνιο των 170 GHz

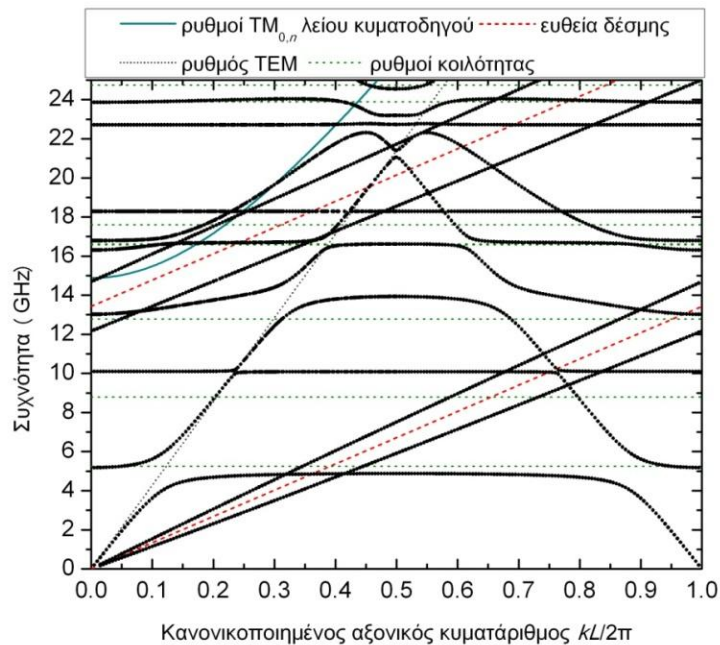
R_{out} (mm)	R_{in} (mm)	D (mm)	b (mm)	L (mm)	ϵ
18.5	8.5	23.05	5	7	$11.6 - j0.5$
γ_0	<i>Pitch angle</i>	r_b (mm)	B_0 (T)	I_b (A)	
1.166	1.3	10.11	6.8	75	

6.1 Συντονισμός Langmuir

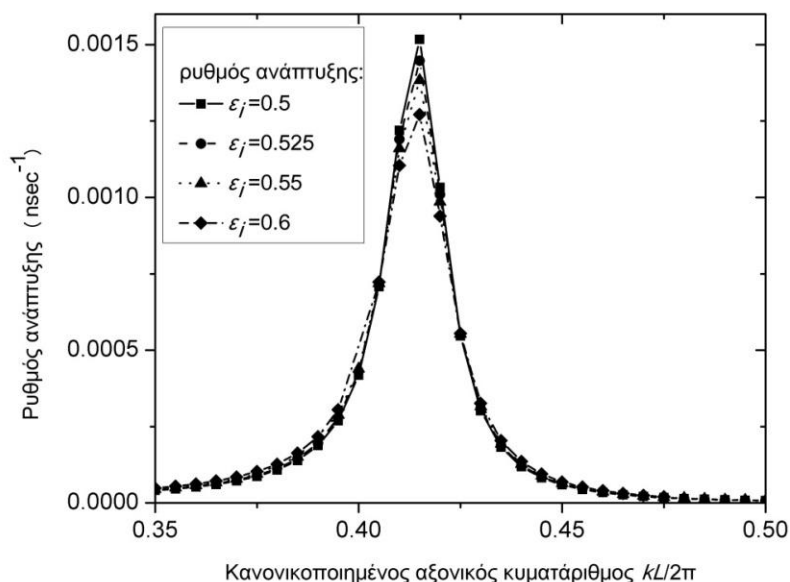
Το Σχήμα 6.1 παρουσιάζει το πραγματικό μέρος της συχνότητας των TM ρυθμών για την παραπάνω γεωμετρία, ενώ στο ίδιο σχήμα δίνονται επίσης η καμπύλη διασποράς του πρώτου TM ρυθμού του αντίστοιχου λείου ομοαξονικού κυματοδηγού με $R_{in} = 8.5$ mm και $R_{out} = 18.5$ mm, οι καμπύλες διασποράς της αντίστοιχης κοιλότητας με $D = 23.05$ mm και $b = 5$ mm, καθώς και η καμπύλη διασποράς του TEM ρυθμού. Στο σχήμα αυτό είναι εμφανής η παρουσία του αργού και γρήγορου Langmuir κύματος, που βρίσκονται πάνω και κάτω από την ευθεία της δέσμης $\omega = kv_{||}$ (διακεκομμένη γραμμή).

Η επίδραση της μεταβολής του φανταστικού μέρους ϵ_i της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς στο ρυθμό ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης των TM κυμάτων (αστάθεια Langmuir ή συντονισμός Cherenkov) δίνεται στο Σχήμα 6.2. Από αυτό παρατηρούμε ότι η αύξηση των απωλειών οδηγεί σε μείωση του ρυθμού ανάπτυξης με τις τιμές αυτού να είναι ιδιαίτερα χαμηλές της τάξης του $10^{-3} \text{ nsec}^{-1}$, γεγονός που

δηλώνει ότι το διηλεκτρικό υλικό έχει καταπιέσει σημαντικά τους παρασιτικούς ρυθμούς TM. Η μείωση του ρυθμού ανάπτυξης με την αύξηση του ϵ_i έχει σαν συνέπεια και τη μείωση του Q_{ohm} και αντίστοιχη αύξηση του I_{sp} , γεγονός που επιβεβαιώνεται θεωρητικά και πειραματικά [144]. Επίσης, αν και δεν είναι ορατό στο σχήμα, η αύξηση των απωλειών μεταβάλλει την περιοχή της αλληλεπίδρασης (εύρος της καμπύλης του ρυθμού ανάπτυξης) καθιστώντας την ελαφρά ευρύτερη.

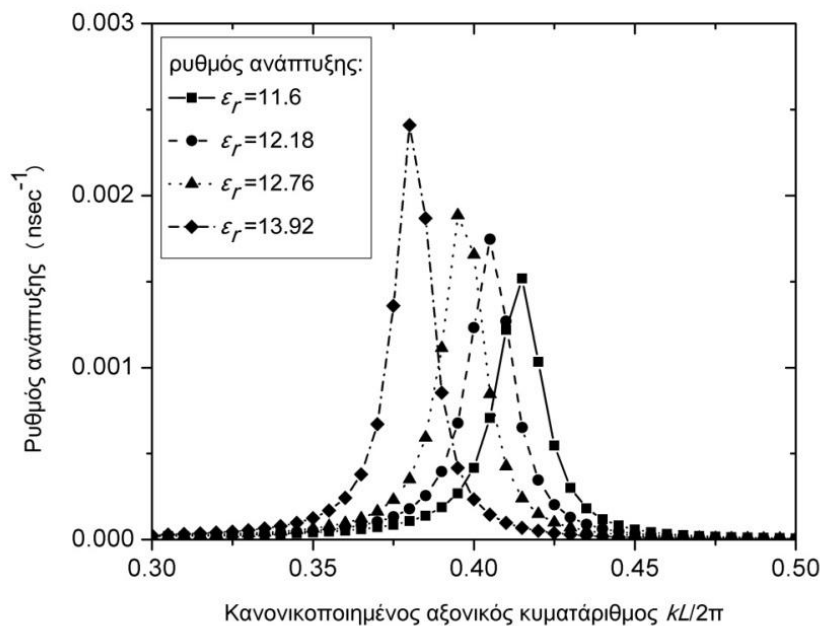


Σχήμα 6.1: Καμπύλες διασποράς (πραγματικό μέρος της συχνότητας) των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.



Σχήμα 6.2: Επίδραση του ϵ_i στο ρυθμό ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

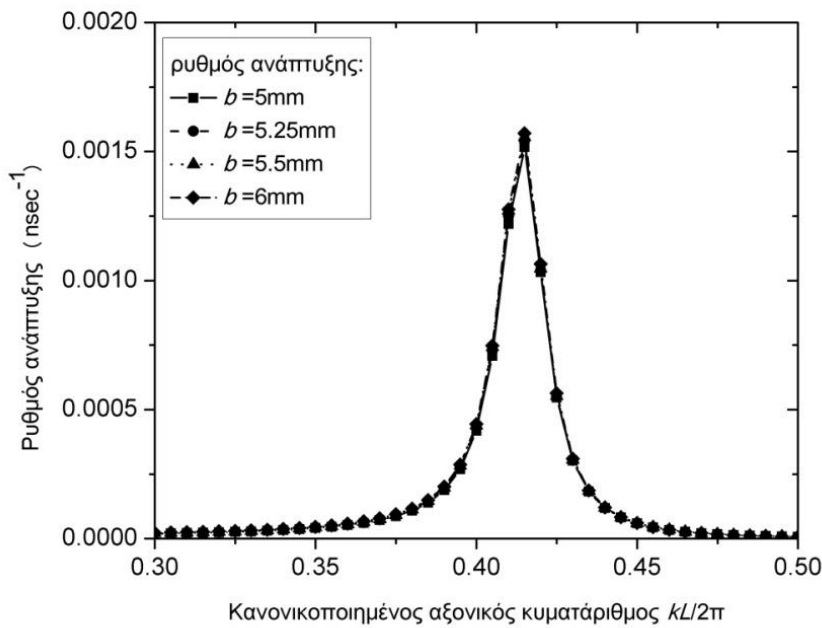
Στη συνέχεια, μελετάται η επίδραση του πραγματικού μέρους ϵ_r της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς στο ρυθμό ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης Langmuir (Σχήμα 6.3). Από αυτό είναι φανερό ότι η μεταβολή του ϵ_r μετατοπίζει το σημείο διασταύρωσης του αργού κύματος με την καμπύλη διασποράς της διάταξης. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μεταβολή του διηλεκτρικού υλικού συνεπάγεται και μετατόπιση του ρυθμού κοιλότητας, με τον οποίο αλληλεπιδρά η δέσμη. Προφανώς στη διεπαφή μεταξύ της λείας περιοχής και των ρυτιδώσεων το υλικό του μέσου αλλάζει, με αποτέλεσμα ένα μέρος της ενέργειας του ρυθμού να ανακλάται. Σε διατάξεις, όπου η ακτίνα της διάταξης περιέχει πολλά μήκη κύματος, ο συντελεστής ανάκλασης στη διεπαφή μεταξύ των δύο μέσων είναι ανάλογος του λόγου των τιμών των διηλεκτρικών σταθερών των μέσων αυτών. Αυτό σημαίνει ότι η διείδυση του πεδίου (και επομένως και της ενέργειας) του ρυθμού μέσα στη ρυτιδωση μειώνεται, καθώς το ϵ_r αυξάνεται. Αυτό οδηγεί σε αύξηση του ρυθμού ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης, όπως επιβεβαιώνεται και στην εργασία [145]. Η αύξηση αυτή μπορεί να δικαιολογηθεί και από την αύξηση του $Q_{ohm} \approx \epsilon_r/\epsilon_i$, που συνεπάγεται μείωση του I_{st} αυξάνοντας το ρυθμό ανάπτυξης.



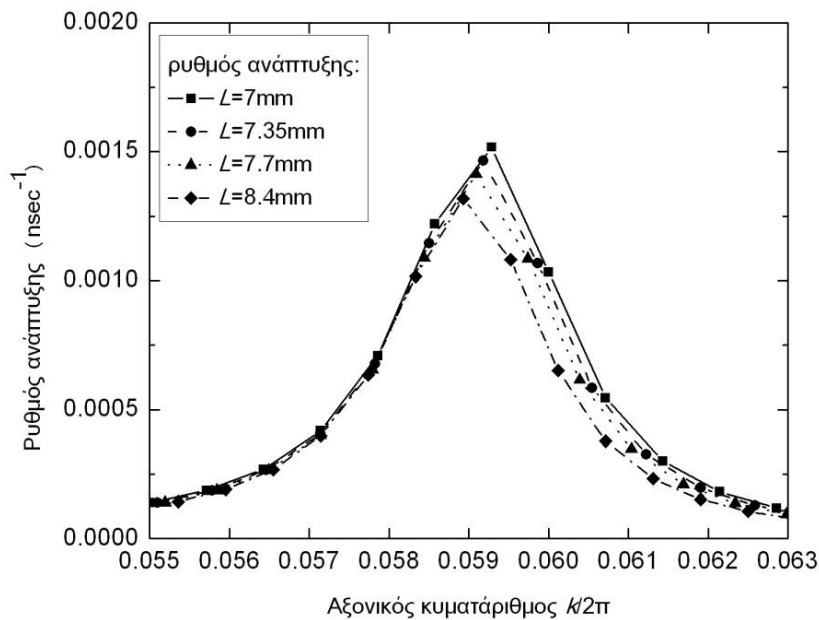
Σχήμα 6.3: Επίδραση του ϵ_r στο ρυθμό ανάπτυξης των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Στα Σχήματα 6.4 και 6.5 δίνονται, αντίστοιχα, η επίδραση του πλάτους των ρυτιδώσεων b και του μήκους περιοδικότητας L . Παρατηρούμε πως η αύξηση του b (μέχρι και 20%) δεν επηρεάζει ούτε το εύρος της αλληλεπίδρασης ούτε την τιμή του ρυθμού ανάπτυξης. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι από την αύξηση του b δεν αλλάζει σημαντικά η κατανομή της ενέργειας μέσα στις ρυτιδώσεις, διότι η διείδυση του πεδίου δεν μεταβάλλεται σε αυτές, οπότε η τιμή του ρυθμού ανάπτυξης παραμένει σχεδόν αμετάβλητη. Από την άλλη πλευρά, η αύξηση του L δεν επηρεάζει ουσιαστικά τη θέση του μέγιστου της αλληλεπίδρασης ως προς τον αξονικό κυματάριθμο (προφανώς ως προς τον κανονικοποιημένο θα υπάρχει

αλλαγή), ενώ παράλληλα μειώνεται το εύρος της αλληλεπίδρασης και ο ρυθμός ανάπτυξης.

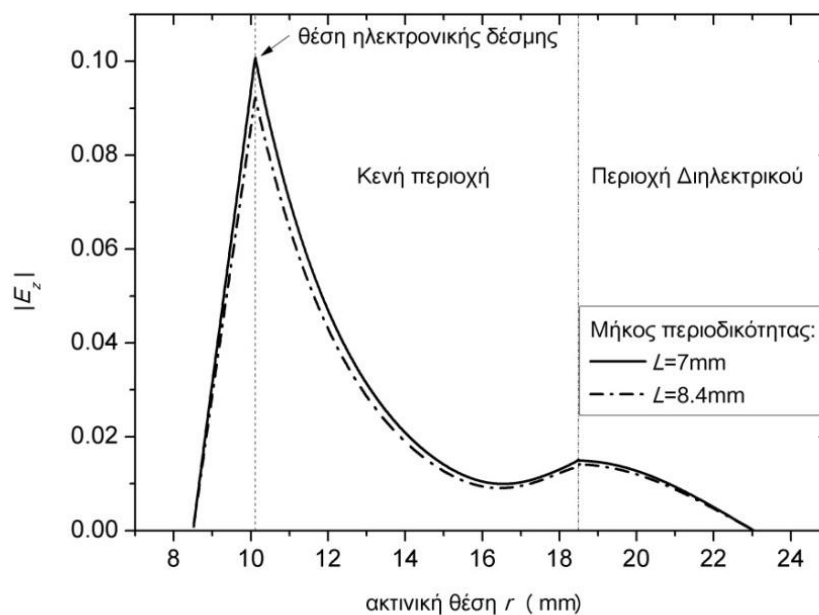


Σχήμα 6.4: Επίδραση του πλάτους της ρυτίδωσης στο ρυθμό ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.



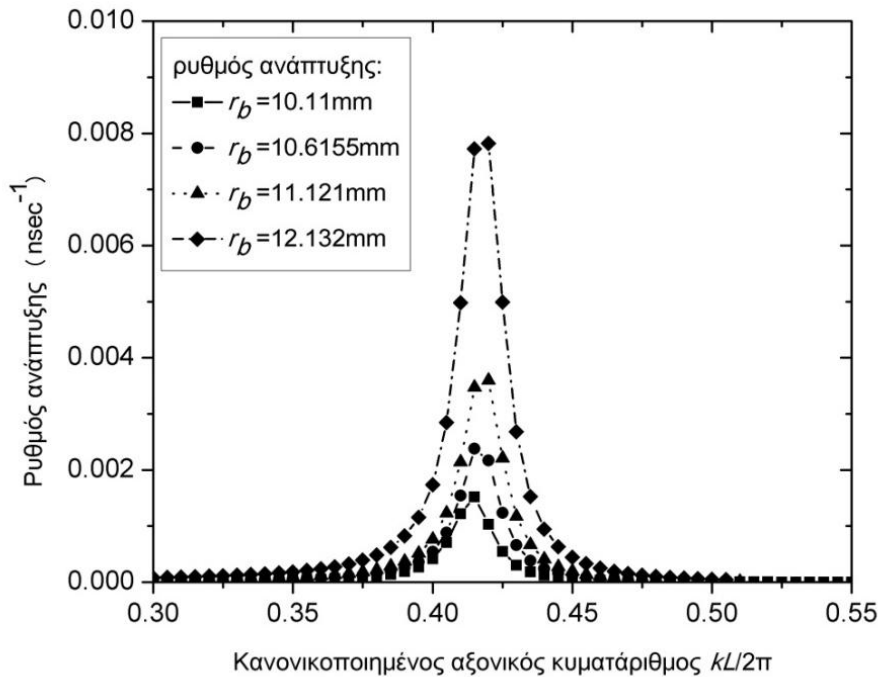
Σχήμα 6.5: Επίδραση του μήκους περιοδικότητας στο ρυθμό ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Για την αιτιολόγηση της μείωσης του ρυθμού ανάπτυξης, στο Σχήμα 6.6 έχει σχεδιαστεί το $|E_z|$ του ρυθμού με $kL/2\pi = 0.415$ και $f = (4.87 - j0.0015)$ GHz για $L = 7$ και 8.4 mm. Από αυτό παρατηρούμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο του ρυθμού είναι συνεχές στη θέση της δέσμης καθώς και ότι η ακτίνα της δέσμης βρίσκεται στη θέση του μέγιστου πλάτους του πεδίου (το οποίο δηλώνει ότι πρόκειται για ρυθμό δέσμης). Επιπλέον, όταν το μήκος περιοδικότητας αυξάνει, το μέγιστο του ηλεκτρικού πεδίου μειώνεται, αλλά η μείωση αυτή σχετίζεται με την επιλογή της κανονικοποίησης των συντελεστών ανάπτυξης των πεδίων με βάση τη συνολική ενέργεια (επιλέγεται ίση με τη μονάδα). Μάλιστα το τετράγωνο της τιμής του πεδίου στη θέση του μέγιστου πολλαπλασιασμένο με το μήκος της περιοδικότητας είναι σταθερό, όπως αναμένεται. Προφανώς, η μείωση του πεδίου στη θέση της δέσμης οδηγεί σε ελάττωση του ρυθμού ανάπτυξης.



Σχήμα 6.6: Ακτινική κατανομή $|E_z|$ του ασταθή ρυθμού στη θέση μέγιστου ρυθμού ανάπτυξης $kL/2\pi = 0.415$ και $f = (4.87 - j0.0015)$ GHz για μήκος περιοδικότητας $L = 7$ και 8.4 mm.

Τέλος, η επίδραση της ακτίνας της δέσμης r_b στο ρυθμό ανάπτυξης παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.7. Είναι φανερό ότι ο αξονικός κυματάριθος, όπου εμφανίζεται ο μέγιστος ρυθμός ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης, δεν εξαρτάται από το r_b , αποτέλεσμα που είναι σε συμφωνία με εκείνα της εργασίας [128]. Αντίθετα, το πλάτος του ρυθμού ανάπτυξης μεγαλώνει με την αύξηση του r_b , όπως αναμένεται. Επειδή ο ρυθμός, που αλληλεπιδρά με το αργό κύμα φορτίου χώρου, συμπεριφέρεται σαν ρυθμός κοιλότητας, οι συνιστώσες του πεδίου του είναι σημαντικά πιο ισχυρές κοντά στις ρυτιδώσεις, οπότε όσο πλησιάζει η ηλεκτρονική δέσμη στις ρυτιδώσεις η αλληλεπίδραση αυτή γίνεται εντονότερη.



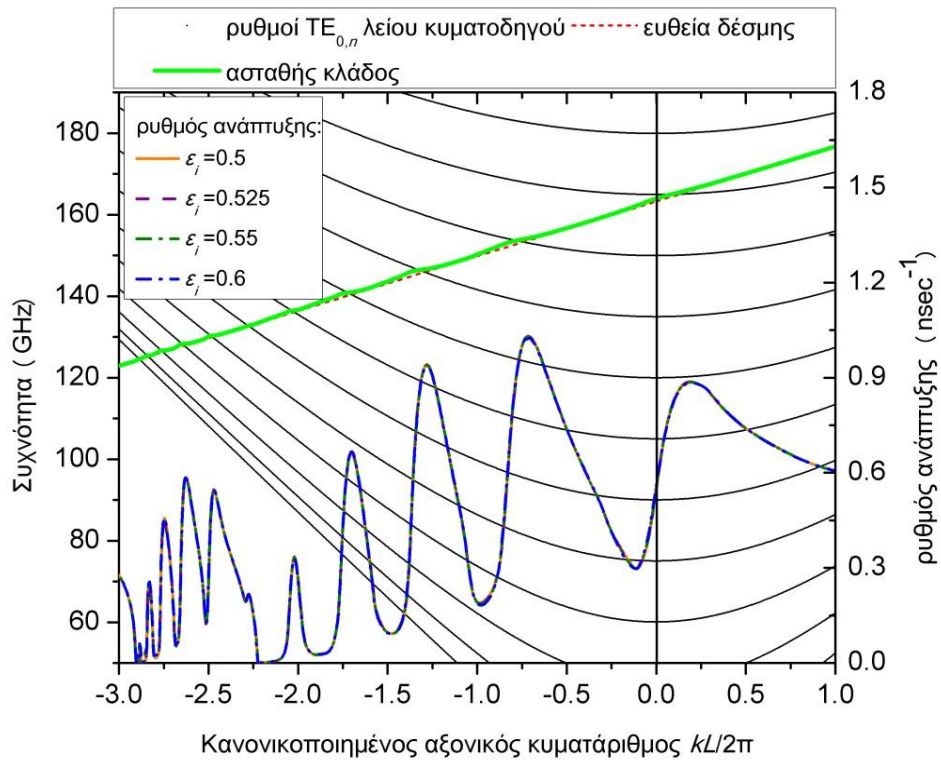
Σχήμα 6.7: Επίδραση της ακτίνας της δέσμης στο ρυθμό ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης των TM ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης.

Σημειώνεται τέλος ότι και οι υβριδικοί ρυθμοί λόγω της ύπαρξης αξονικής συνιστώσας του ηλεκτρικού τους πεδίου εμφανίζουν επίσης αστάθειες Langmuir λόγω της παρουσίας των ρυθμών της δέσμης. Από τα αριθμητικά αποτελέσματα έχει διαπιστωθεί ότι ο ρυθμός ανάπτυξης των αλληλεπιδράσεων αυτών είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο του πρώτου TM ρυθμού [98, 131], οπότε δεν κρίνεται σκόπιμη η περαιτέρω παρουσίασή τους.

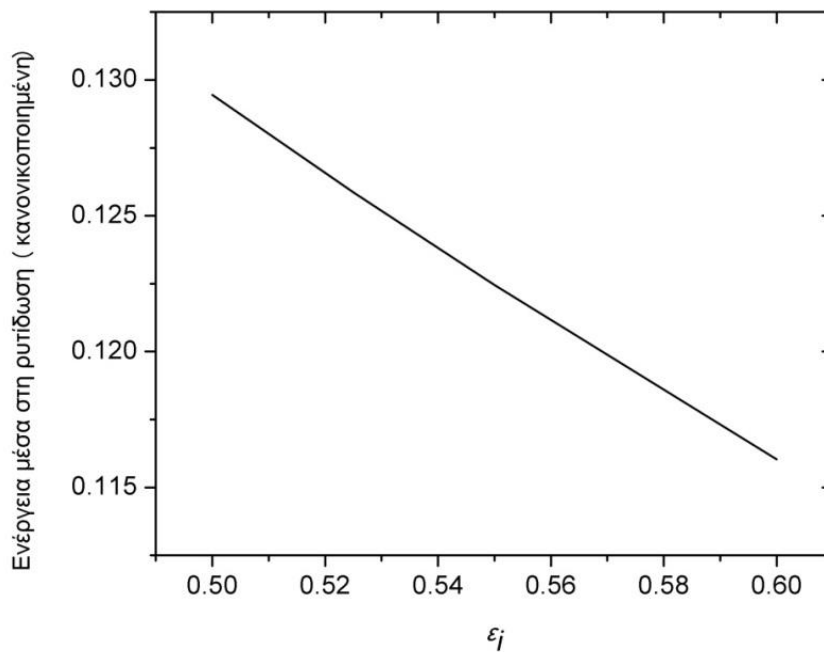
6.2 Κυκλοτρονικός συντονισμός (Ρυθμοί TE)

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται η επίδραση των παραμέτρων ϵ_i , ϵ_r , b , L , και r_b στο ρυθμό ανάπτυξης της κυκλοτρονικής αλληλεπίδρασης της γεωμετρίας του Πίνακα 6.1. Από το Σχήμα 6.8, όπου έχει σχεδιαστεί η επίδραση του ϵ_i στο ρυθμό ανάπτυξης των κυμάτων TE, προκύπτει ότι αυτός δεν επηρεάζεται από τη μεταβολή των απωλειών. Σύμφωνα με την §5.5, οι ρυθμοί που αλληλεπιδρούν με τη δέσμη εμφανίζουν χαρακτηριστικά ρυθμών κυματοδότησης, οι οποίοι δεν αντιλαμβάνονται την παρουσία των ρυτιδώσεων, έχοντας ένα πολύ μικρό ποσό της ενέργειας τους μέσα σε αυτές. Το αποτέλεσμα αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με το Σχήμα 5.25 της §5.5, γεγονός που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι απώλειες της διάταξης είναι τέτοιες ώστε η επίδραση να έχει φτάσει στην περιοχή του κόρου. Η κατάσταση αυτή εξηγείται και από το Σχήμα 6.9, το οποίο παρουσιάζει τη μεταβολή της ενέργειας μέσα στην ρυτιδωση με το ϵ_r . Είναι φανερό ότι καθώς το ϵ_r αυξάνει, η διείσδυση του ρυθμού στις ρυτιδώσεις μειώνεται και επομένως και οι απώλειες. Δηλαδή, ενώ η αύξηση των απωλειών έχει σαν σκοπό τη μείωση του ρυθμού ανάπτυξης, η μειωμένη διείσδυση του πεδίου στις ρυτιδώσεις αντισταθμίζει τη μείωση αυτή, έχοντας ως αποτέλεσμα ο ρυθμός ανάπτυξης να μένει ουσιαστικά ανεπηρέαστος από την αύξηση του ϵ_r . Συγκρίνοντας την επίδραση των απωλειών

στην αλληλεπίδραση Langmuir για την περίπτωση των TM ρυθμών και στην κυκλοτρονική αλληλεπίδραση των TE ρυθμών καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η πρώτη είναι πιο ευαίσθητη στη μεταβολή των απωλειών.

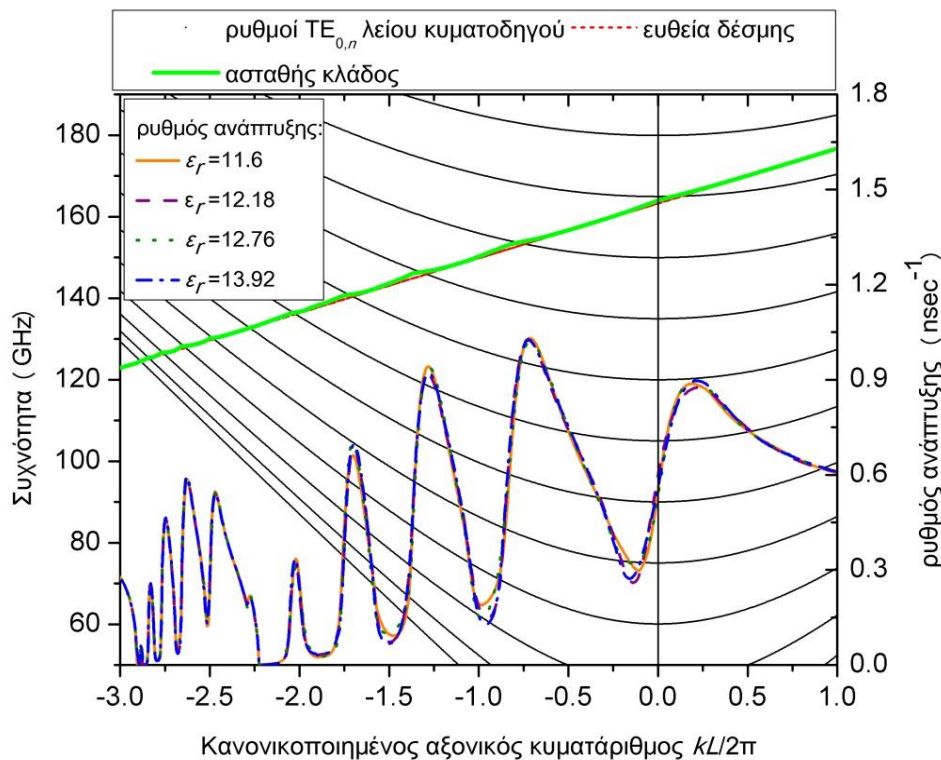


Σχήμα 6.8: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του ϵ_i στο ρυθμό ανάπτυξης.

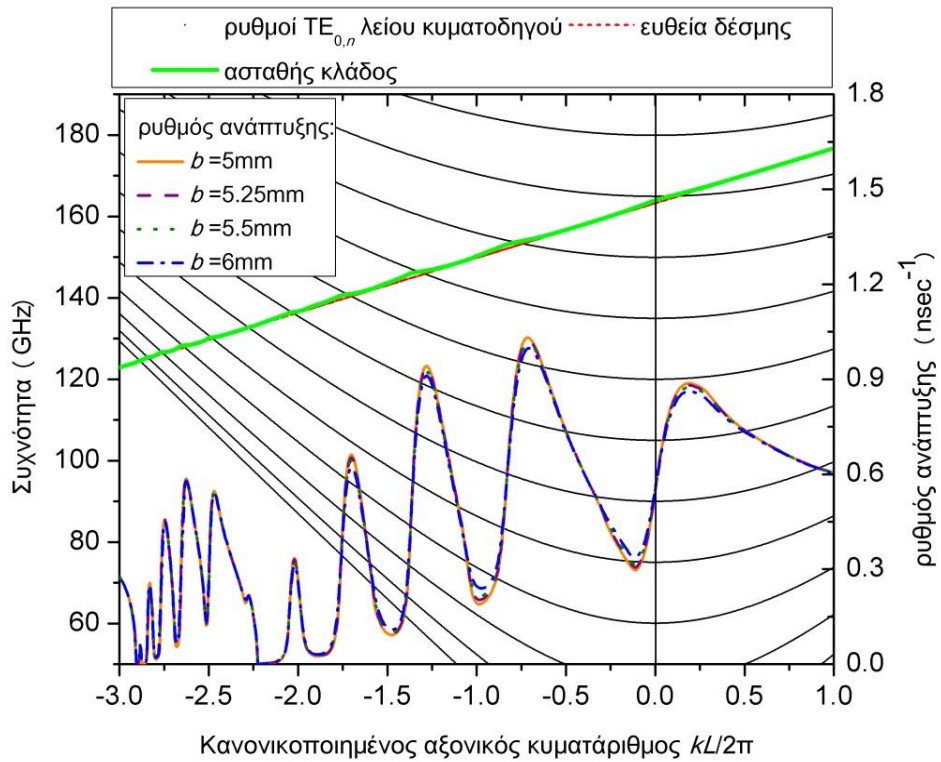


Σχήμα 6.9: Εξάρτηση της αποθηκευμένης ενέργειας μέσα στη ρυτίδωση από το ϵ_i .

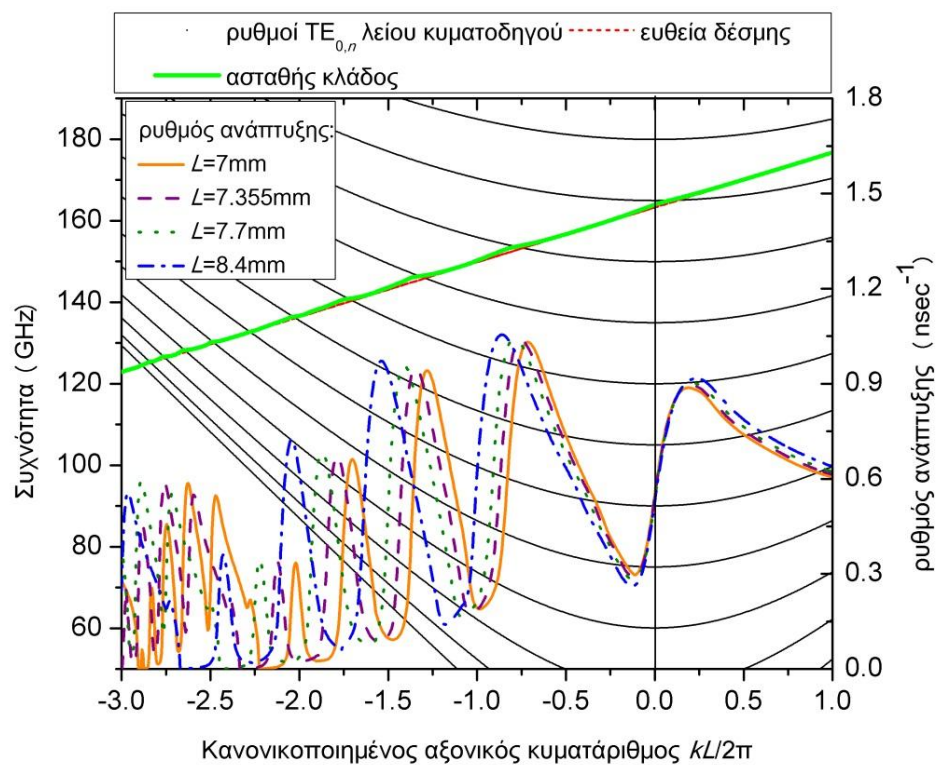
Στο Σχήμα 6.10 παρουσιάζεται η εξάρτηση του ρυθμού ανάπτυξης από το ϵ_r και είναι φανερό ότι αυτός μένει σχεδόν ανεπηρέαστος, εκτός από μερικές περιοχές όπου η μεταβολή είναι αρκετά μικρή. Αυτό προκύπτει και από τη μελέτη των πεδιακών κατανομών, που δεν αλλάζουν ουσιαστικά. Το Σχήμα 6.11 δείχνει την επίδραση της αύξησης του πλάτους b της ρυτιδωσης στο ρυθμό ανάπτυξης, από το οποίο προκύπτει ότι η κυκλοτρονική αλληλεπίδραση είναι πιο ευαίσθητη στην αλλαγή του b από την Cherenkov (Σχήμα 6.4). Αύξηση του b μειώνει λίγο τις μέγιστες τιμές του ρυθμού ανάπτυξης κυρίως των ρυθμών που βρίσκονται κοντά στην αποκοπή. Ο συνδυασμός των δυο παραπάνω οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η αύξηση του b αυξάνει την επίδραση τους πάνω στο ρυθμό ανάπτυξης καθώς αυξάνεται η ενέργεια που εισέρχεται στις ρυτιδώσεις, αποτέλεσμα που επιβεβαιώνεται και αριθμητικά. Στο Σχήμα 6.12 παρουσιάζεται η επίδραση του μήκους περιодικότητας L στο ρυθμό ανάπτυξης. Αν και η αλληλεπίδραση φαίνεται να αλλάζει θέση (στον οριζόντιο κανονικοποιημένο άξονα $kL/2\pi$) με την αλλαγή του L , αυτό δεν ισχύει για την πραγματική τιμή του αξονικού κυματάριθμου, ενώ δεν έχει καμία μεταβολή στο εύρος της αλληλεπίδρασης. Όσον αφορά το ρυθμό ανάπτυξης, αυτός εμφανίζει μια μικρή αύξηση (μείωση) στις περιοχές κοντά στις μέγιστες (αντίστοιχα ελάχιστες) τιμές του με την αύξηση του L . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η δέσμη αλληλεπιδρά με ρυθμό κυματοδότησης και προφανώς για μεγαλύτερο μήκος περιодικότητας η περιοχή αλληλεπίδρασης έχει αυξηθεί.



Σχήμα 6.10: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του ϵ_r στο ρυθμό ανάπτυξης.



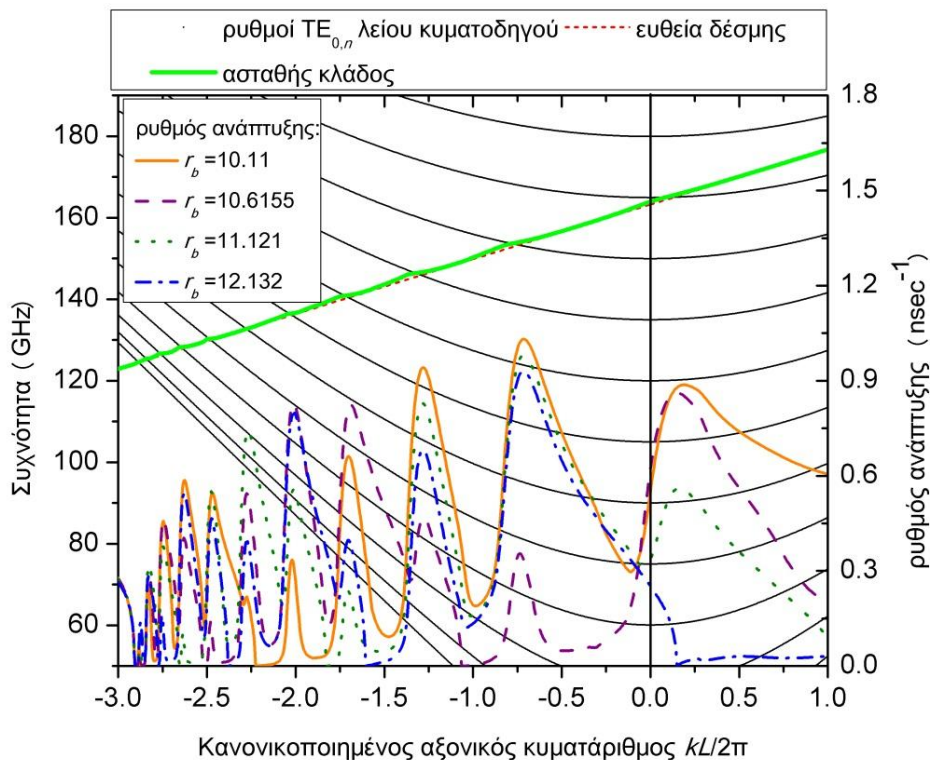
Σχήμα 6.11: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του b στο ρυθμό ανάπτυξης.



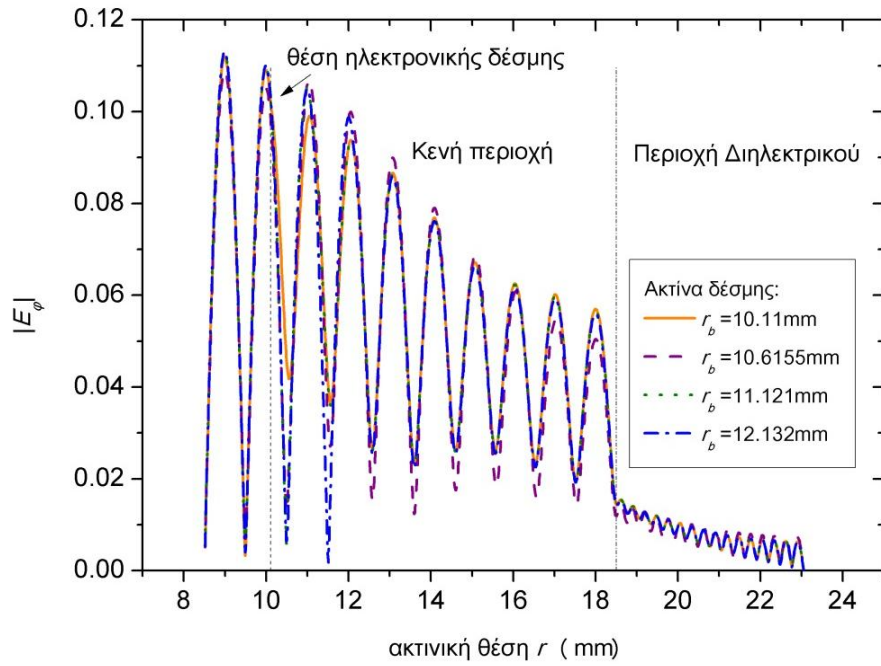
Σχήμα 6.12: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του L στο ρυθμό ανάπτυξης.

Στο Σχήμα 6.13 μελετάται η επίδραση της ακτίνας της δέσμης r_b στο ρυθμό ανάπτυξης, από το οποίο είναι φανερό ότι η αλληλεπίδραση εμφανίζει τη μέγιστη τιμή της στην ίδια περίπου τιμή αξονικού κυματάριθμου για όλες τις τιμές του r_b . Όμως, ο ρυθμός ανάπτυξης (δηλ. η μέγιστη τιμή του), ο οποίος συνδέεται με το E_ϕ στη θέση της δέσμης (§ 1.3.3), μεταβάλλεται σημαντικά με το r_b . Για την καλύτερη κατανόηση αυτού δίνεται στο Σχήμα 6.14(α) η ακτινική μεταβολή του $|E_\phi|$ για $kL/2\pi = -0.715$ για διάφορες τιμές του r_b . Από το σχήμα αυτό είναι φανερό ότι η κατανομή εμφανίζει τον ίδιο αριθμό περιόδων ανεξάρτητα από τη τιμή του r_b (δηλαδή η αλληλεπίδραση γίνεται με τον ίδιο ρυθμό TE). Επιπλέον, η τιμή του πεδίου στη θέση της δέσμης αποτυπώνεται παραστατικά στο Σχήμα 6.14(β), όπου οι εστιγμένες κατακόρυφες ευθείες αναπαριστούν τη θέση της δέσμης για $r_b = 10.11$ (Α), 10.6155 (Β), 11.121 (Γ) και 12.132 mm (Δ).

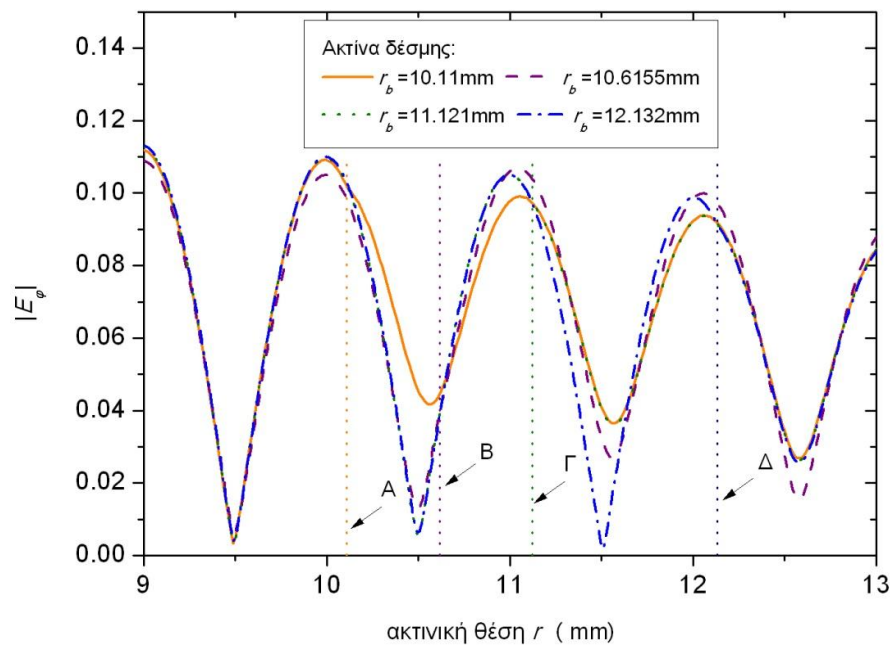
Συμπερασματικά, για να εξαιρεθεί η σύζευξη κύματος – δέσμης, η ηλεκτρονική δέσμη δεν θα πρέπει να περνάει από σημείο μέγιστου πλάτους του αξιμουθιακού ηλεκτρικού πεδίου του TE ρυθμού. Συνεπώς, αν μπορούσε να μεταβληθεί η ακτίνα της δέσμης μέσα στο διάλογο ώστε να περνάει από την ελάχιστη τιμή του πεδίου του παρασιτικού ρυθμού, τότε αυτός θα μπορούσε να περιοριστεί ή και να καταπιεστεί πλήρως. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι κάποιος άλλος ρυθμός δεν θα εμφάνιζε αύξηση του ρυθμού ανάπτυξής του με τη δέσμη, αφού είναι γνωστό ότι η διάταξη είναι έντονα πολυρυθμική (overmoded). Συνεπώς, στη διαδικασία σχεδιασμού θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη όλοι οι πιθανοί παρασιτικοί ρυθμοί.



Σχήμα 6.13: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του r_b στο ρυθμό ανάπτυξης.



(α)



(β)

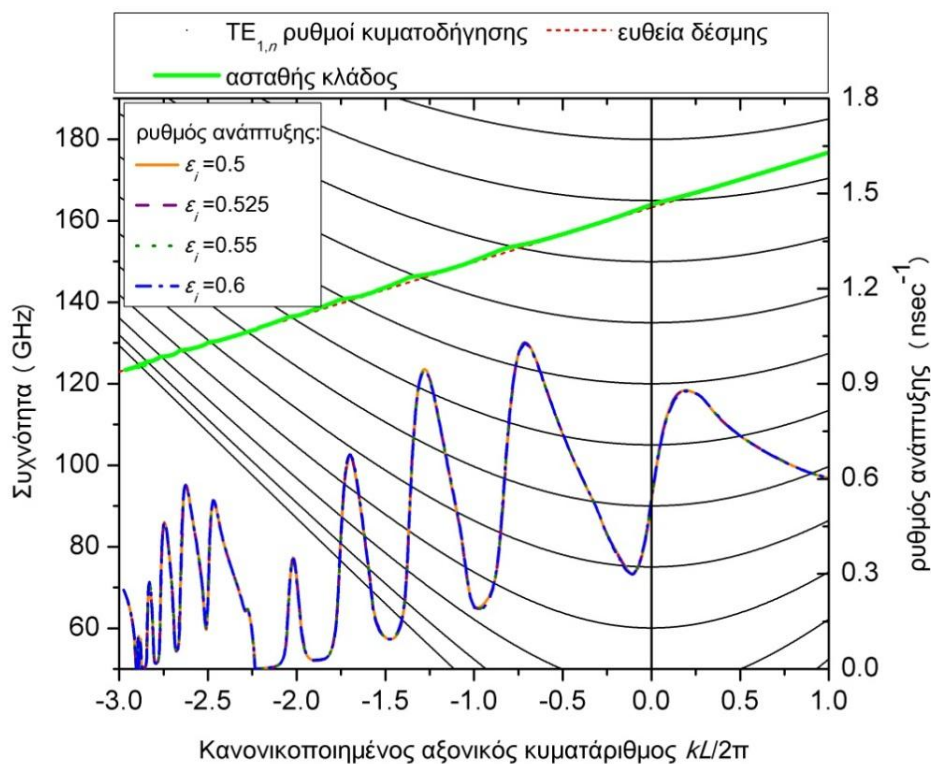
Σχήμα 6.14: Ακτινική κατανομή του $|E_\phi|$ του ασταθή ρυθμού στη θέση μέγιστης τιμής του ρυθμού ανάπτυξης ($kL/2\pi = -0.715$) για $r_b = 10.11, 10.6155, 11.121$ και 12.132 mm.

Από τις αλληλεπιδράσεις των TE ρυθμών, που δίνονται στα Σχήματα 6.8 – 6.11 και 6.13, αυτή που εμφανίζεται στην περιοχή $kL/2\pi < -2.9$, δεν είναι

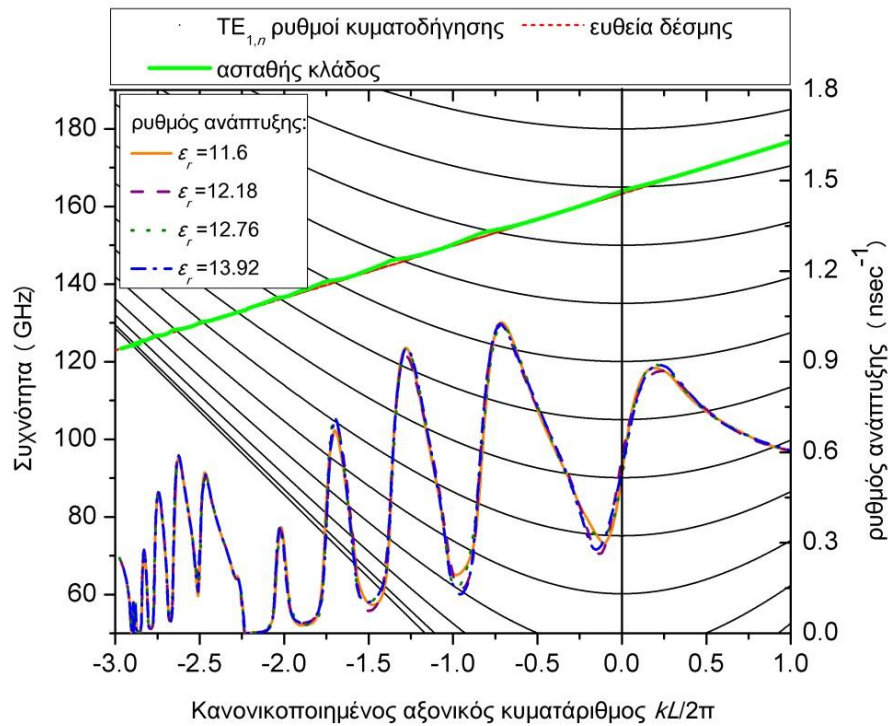
κυκλοτρονική, γιατί η ταχύτητα φάσης του κύματος είναι μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός. Σε αντιστοιχία με την καμπύλη του Σχήματος 1.15 συμπεραίνουμε ότι η αλληλεπίδραση αυτή οφείλεται στην αξονική ομαδοποίηση, λόγω της αστάθειας Weibel. Επίσης, από τα παραπάνω σχήματα φαίνεται ότι η αλληλεπίδραση αυτή δεν εξαρτάται από τις γεωμετρικές παραμέτρους ϵ_i , ϵ_r , b και L , ενώ εμφανίζει μικρή μείωση του ρυθμού ανάπτυξης με την αύξηση του r_b . Όμως, οι τιμές του ρυθμού ανάπτυξης της είναι σαφώς πολύ μικρότερες από εκείνες της κυκλοτρονικής αλληλεπίδρασης.

6.3 Κυκλοτρονικός συντονισμός (Υβριδικοί ρυθμοί)

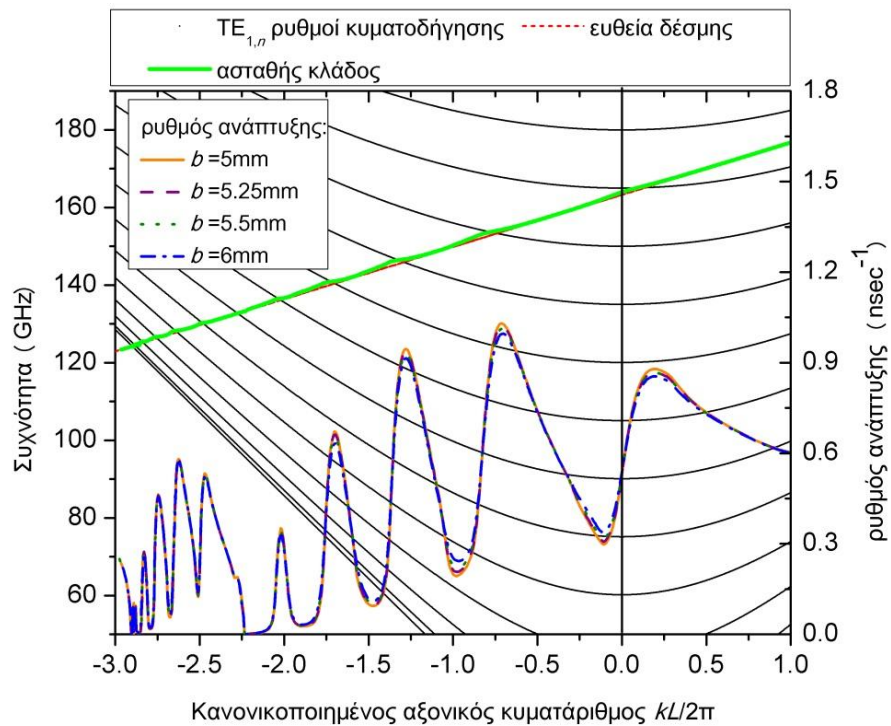
Στα Σχήματα 6.15 - 6.24 παρουσιάζεται η επίδραση της μεταβολής των ϵ_i , ϵ_r , b , L και r_b στο ρυθμό ανάπτυξης της κυκλοτρονικής αλληλεπίδρασης των υβριδικών ρυθμών. Συγκεκριμένα, τα Σχήματα 6.15 – 6.19 αφορούν την περίπτωση ρυθμών με $m = 1$, ενώ τα 6.20 – 6.24 με $m = 5$. Από μια πρώτη ματιά, είναι φανερό ότι η συμπεριφορά είναι παρόμοια με όσα παρουσιάστηκαν έως τώρα για την κυκλοτρονική αλληλεπίδραση των TE ρυθμών, αφού δίνουν σχεδόν ίδια αποτελέσματα για το ρυθμό ανάπτυξης, οπότε ισχύουν ανάλογα συμπεράσματα.



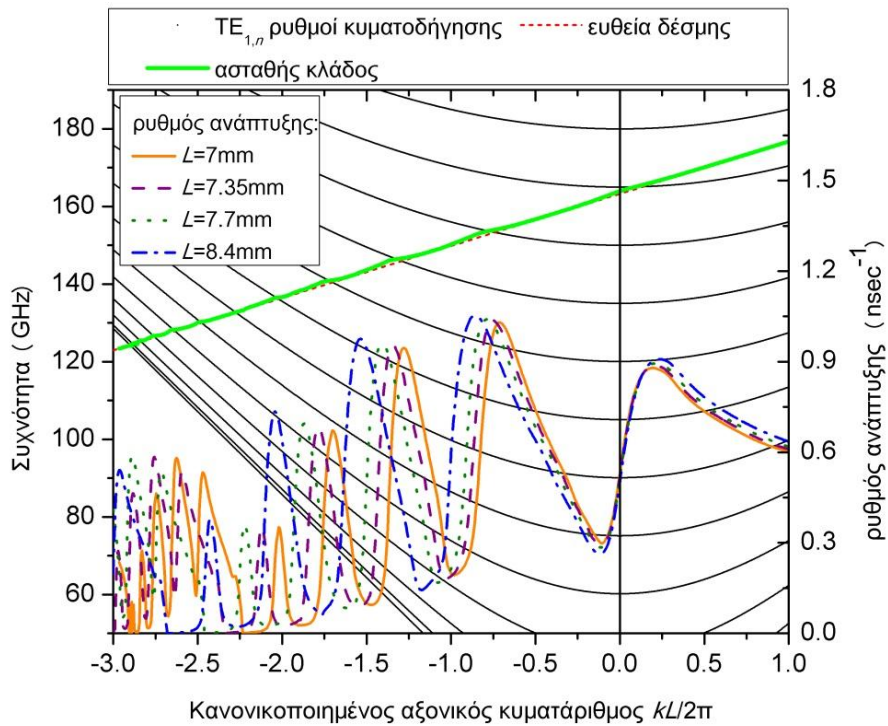
Σχήμα 6.15: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του ϵ_i στο ρυθμό ανάπτυξης.



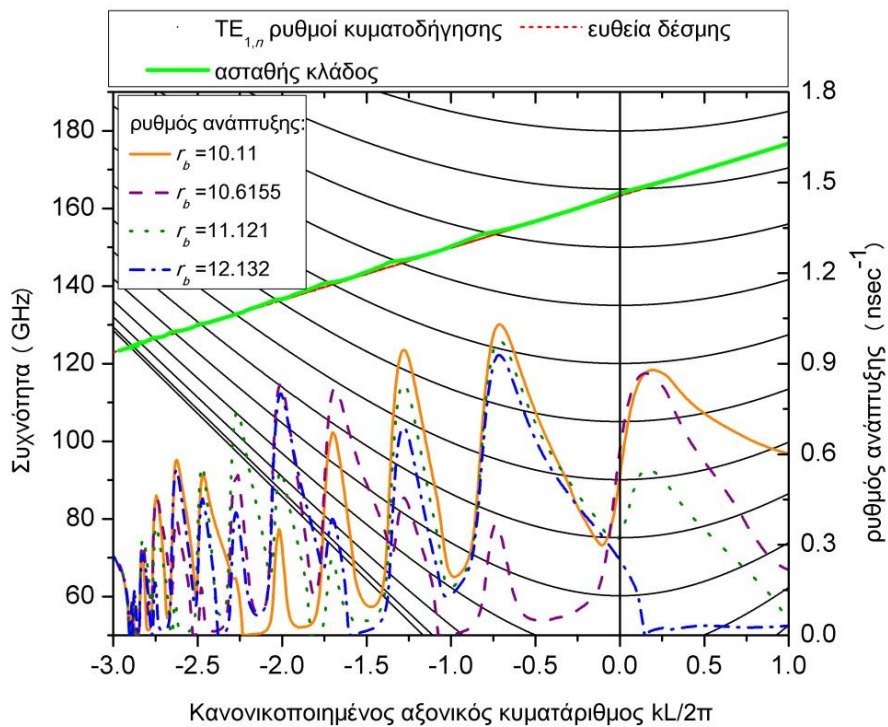
Σχήμα 6.16: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του ϵ_r στο ρυθμό ανάπτυξης.



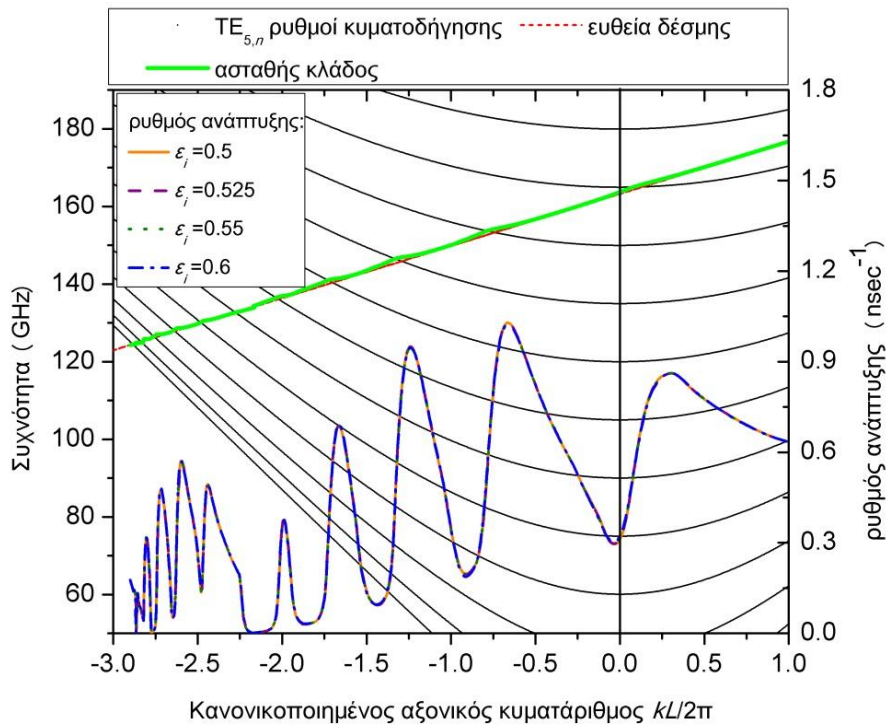
Σχήμα 6.17: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του b στο ρυθμό ανάπτυξης.



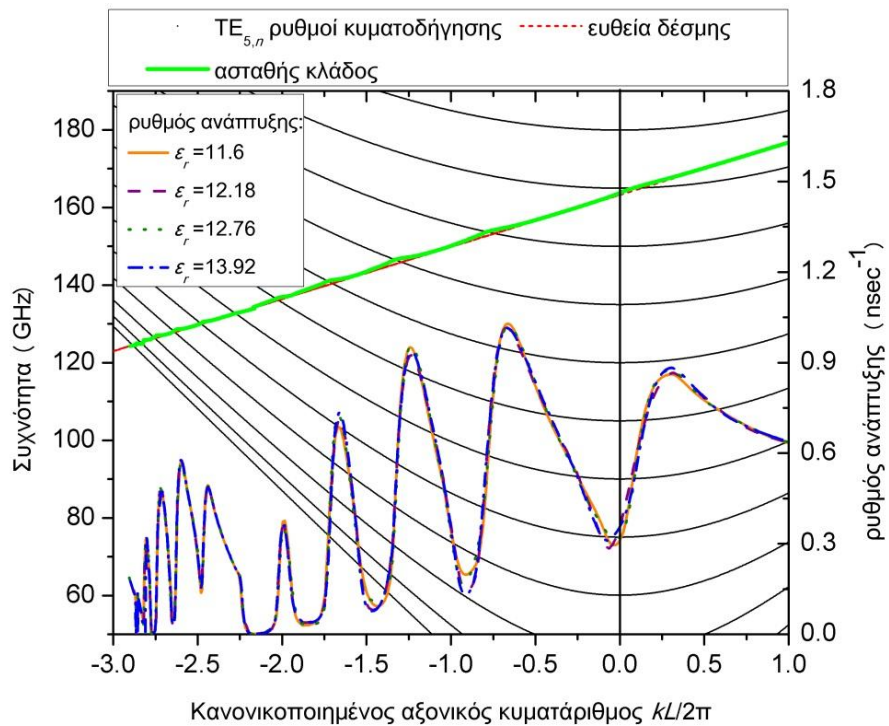
Σχήμα 6.18: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του L στο ρυθμό ανάπτυξης.



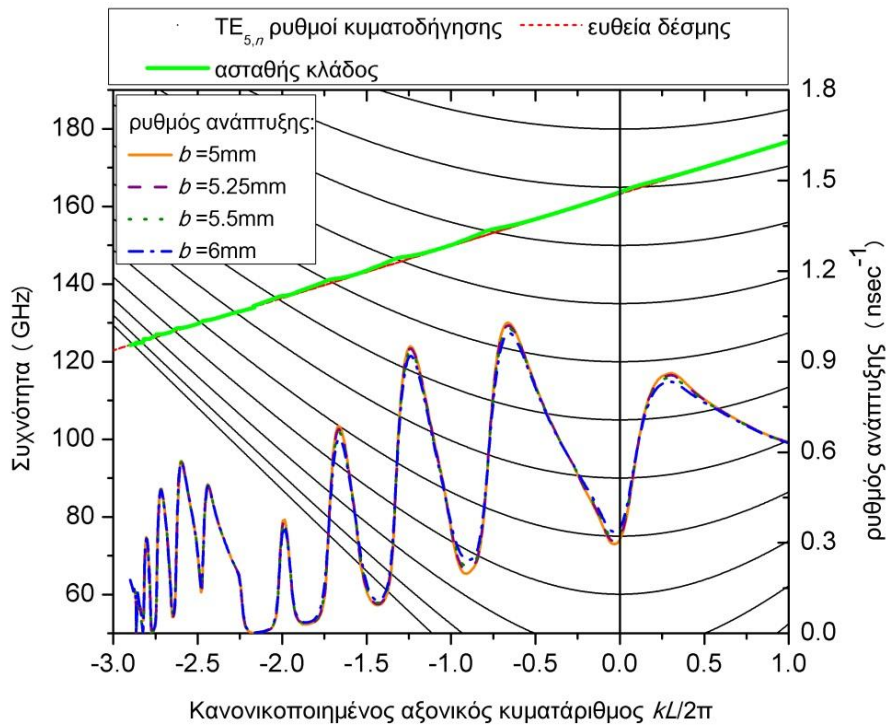
Σχήμα 6.19: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του r_b στο ρυθμό ανάπτυξης.



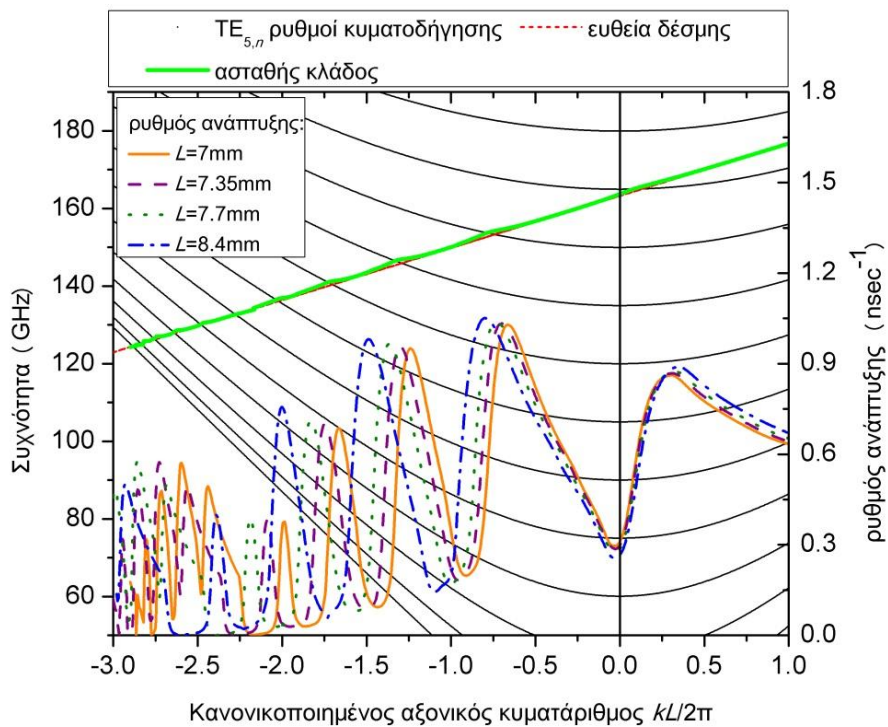
Σχήμα 6.20: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 5$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του ϵ_r στο ρυθμό ανάπτυξης.



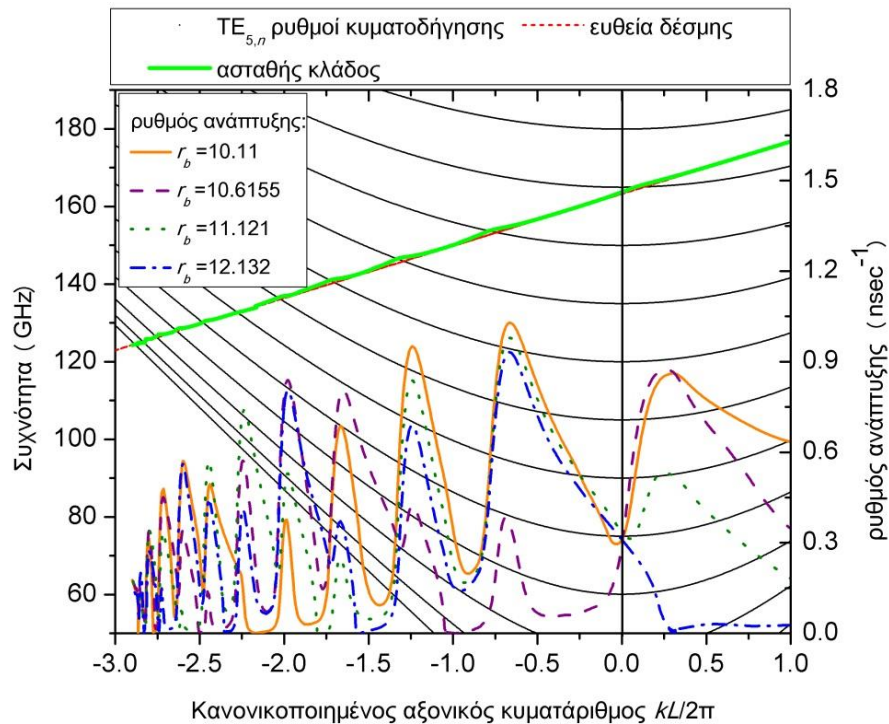
Σχήμα 6.21: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 5$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του ϵ_r στο ρυθμό ανάπτυξης.



Σχήμα 6.22: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 5$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του b στο ρυθμό ανάπτυξης.



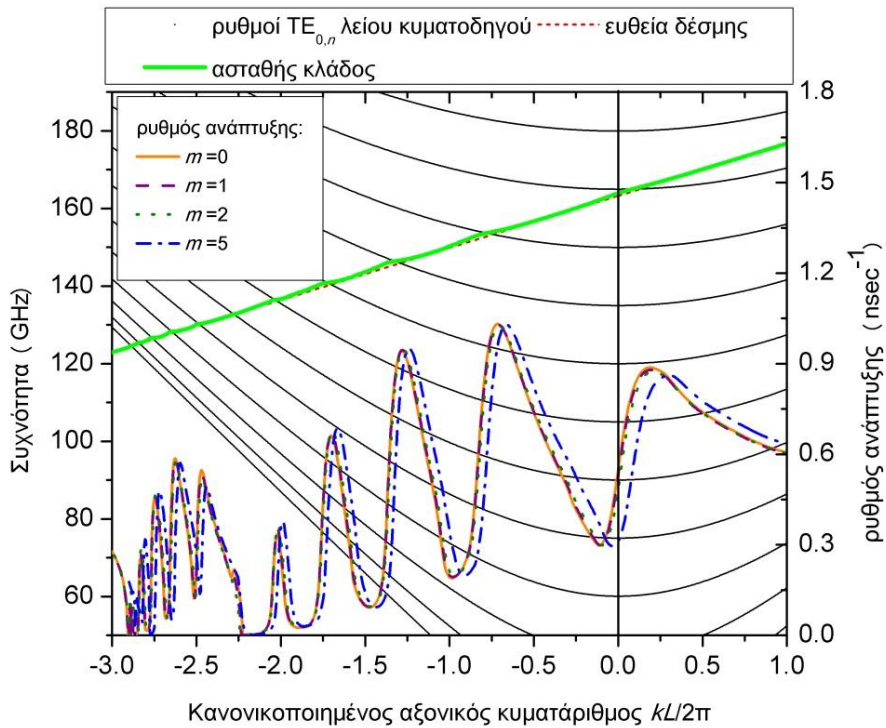
Σχήμα 6.23: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 5$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του L στο ρυθμό ανάπτυξης.



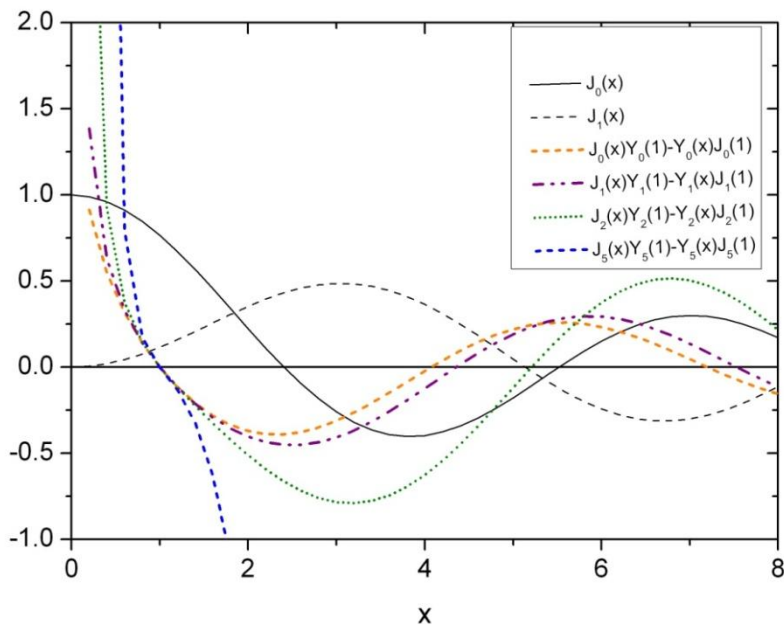
Σχήμα 6.24: Ασταθής κλάδος των υβριδικών ρυθμών με $m = 5$ για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του r_b στο ρυθμό ανάπτυξης.

Στο Σχήμα 6.25 παρουσιάζεται συγκεντρωτικά ο ρυθμός ανάπτυξης της κυκλοτρονικής αλληλεπίδρασης των ρυθμών TE και των υβριδικών ρυθμών με $m = 1, 2$ και 5 , για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1. Είναι φανερό ότι η συμπεριφορά των κυμάτων είναι σχεδόν ίδια στην περίπτωση των TE και υβριδικών ρυθμών με $m = 1$ και 2 , ενώ οι ρυθμοί με $m = 5$, παρότι παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά, διαφέρουν από τους υπόλοιπους. Αυτό συμβαίνει κυρίως γιατί στις ομοαξονικές γεωμετρίες ο αξιμουθιακός δείκτης έχει μικρή επίδραση στην ακτινική εξάρτηση των ρυθμών για μικρές τιμές του m . Το παραπάνω επιβεβαιώνεται από τη μορφή των εξισώσεων (2.26), που περιγράφουν την ακτινική εξάρτηση του πεδίου και είναι γραμμικός συνδυασμός των συναρτήσεων Bessel J_m και Y_m . Όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.26 η μεταβολή της ακτινικής εξάρτησης μεταξύ των περιπτώσεων $m = 0, 1$ και 2 είναι μικρή, σε αντίθεση με την $m = 5$.

Από τα μέχρι τώρα αποτελέσματα, προέκυψε ότι η κυκλοτρονική αλληλεπίδραση είναι η πλέον επικίνδυνη για τη διάταξη του διαύλου ενός ομοαξονικού γυροτρονίου, αφού εμφανίζει τους μεγαλύτερους ρυθμούς ανάπτυξης και δεν φαίνεται να επηρεάζεται ιδιαίτερα από τις απώλειες του διηλεκτρικού υλικού των ρυτιδώσεων. Επίσης, αλλαγές (έως 20%) των παραμέτρων b , ϵ_r , και ϵ_i δεν έδειξαν να επηρεάζουν το ρυθμό ανάπτυξης. Επιπλέον, από όλες τις παραμέτρους που μελετήθηκαν, εκείνη που έχει την μεγαλύτερη επίδραση στο ρυθμό ανάπτυξης είναι η θέση της δέσμης. Τέλος, πρέπει να τονιστεί ότι καταπίεση κάποιου παρασιτικού ρυθμού δεν σημαίνει αναγκαστικά και καταπίεση των υπολοίπων, ειδικά σε μια διάταξη σαν αυτή που υποστηρίζει υπερβολικά μεγάλο αριθμό ρυθμών.



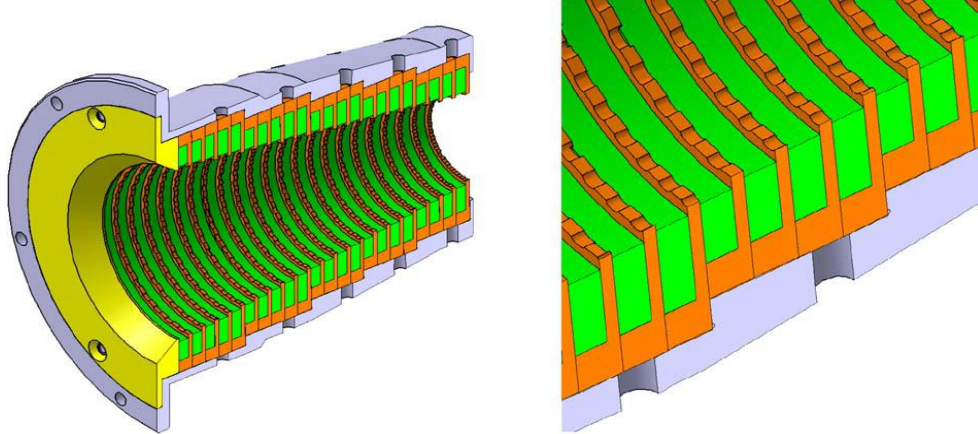
Σχήμα 6.25: Ασταθής κλάδος των TE ρυθμών για τη γεωμετρία του Πίνακα 6.1 παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης και επίδραση του αζιμουθιακού δείκτη m στο ρυθμό ανάπτυξης.



Σχήμα 6.26: Διακύμανση των συναρτήσεων Bessel $J_m(x)$ με $m = 0, 1$ και $J_m(x)Y_m(1) - Y_m(x)J_m(1)$ με $m = 0, 1, 2$ και 5 .

Από τα παραπάνω αποτελέσματα διαπιστώθηκε επίσης ότι οι ρυθμοί TE και οι υβριδικοί με μικρό m παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά, από το οποίο μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι οι τελευταίοι έχουν χαρακτηριστικά παραπλήσια με τους

πρώτους, είναι δηλαδή όπως έχει χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία TE-like ρυθμοί. Επομένως, αν θέλει κανείς να καταπιέσει την αλληλεπίδραση των ρυθμών αυτών, θα πρέπει να βρει τρόπο ώστε αυτοί να μην υποστηρίζονται από τη διάταξη. Μια τέτοια δυνατότητα δίνει η καταστροφή της αξιμουθιακής συμμετρίας της διάταξης [82]. Όπως αναφέρεται και στην εργασία [75], η εισαγωγή αξιμουθιακών ρυτιδώσεων στο εσωτερικό μεταλλικό τοίχωμα του διαύλου (Σχήμα 6.27) του ομοαξονικού γυροτρονίου είχε σαν αποτέλεσμα τη σχεδόν πλήρη καταπίεση των παρασιτικών ταλαντώσεων στο συγκεκριμένο διάυλο.



Σχήμα 6.27: Διάυλος με αξιμουθιακές ρυτιδώσεις στο εσωτερικό μεταλλικό τοίχωμα [82].

7 Κύρια συμπεράσματα και μελλοντικές επεκτάσεις της μελέτης

Η διατριβή ασχολείται με τη μελέτη των ρυθμών, που μπορούν να αναπτυχθούν μέσα σε ομοαξονικό κυματοδηγό, ο οποίος έχει επιφανειακές ρυτιδώσεις γεμισμένες με διηλεκτρικό υλικό με απώλειες, καθώς και την αλληλεπίδραση των ρυθμών αυτών με δέσμη ηλεκτρονίων, η οποία διέρχεται μέσα από τον κυματοδηγό. Τέτοιοι κυματοδηγοί χρησιμοποιούνται σε μικροκυματικές λυχνίες, όπως είναι η λυχνία οδεύοντος κύματος (TWT), η κλύστρον, ο ταλαντωτής οπισθοσκέδασης (BWO), η γυρο-λυχνία οδεύοντος κύματος (gyro-TWT), ο γυρο-ταλαντωτής οπισθοσκέδασης (gyro-BWO) καθώς και ως δίαυλοι δέσμης στα γυροτρόνια.

Συγκεκριμένα, στην εργασία μελετάται το φαινόμενο των παρασιτικών ρυθμών σε ένα τέτοιο κυματοδηγό παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης, ο οποίος αποτελεί μια προσεγγιστική γεωμετρία του πραγματικού διαύλου δέσμης του ομοαξονικού γυροτρονίου. Η αύξηση της συχνότητας λειτουργίας και κυρίως του ρεύματος της δέσμης έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη τέτοιων παρασιτικών αλληλεπιδράσεων πριν την κοιλότητα. Οι ταλαντώσεις αυτές μειώνουν την ποιότητα της ηλεκτρονικής δέσμης με άμεση συνέπεια τη μείωση της παραγόμενης μικροκυματικής ακτινοβολίας και της απόδοσης της διάταξης, ενώ όταν το πλάτος τους είναι αρκετά μεγάλο μπορεί να καταστρέψουν τον ίδιο το δίαυλο.

Η μελέτη γίνεται με μία ημιαναλυτική μέθοδο πλήρους ανάπτυξης πεδίου, στην οποία η δέσμη περιγράφεται ως πυκνότητα επιφανειακού ρεύματος. Η πυκνότητα αυτή υπολογίζεται από τη γραμμική προσέγγιση της κινητικής εξίσωσης Vlasov στο όριο ασθενούς σήματος επιτρέποντας την εύρεση της σχέσης διασποράς της θερμής διάταξης με ικανοποιητική ακρίβεια σε πολύ μικρό χρόνο. Η μελέτη αυτή γίνεται ξεχωριστά για την περίπτωση της αξονικής (Cherenkov) και της κυκλοτρονικής αλληλεπίδρασης. Οι αριθμητικές προσομοιώσεις έγιναν με τη χρήση ενός αριθμητικού κώδικα, ο οποίος υπολογίζει τη σχέση διασποράς, τις πεδιακές κατανομές, την αποθηκευμένη ενέργεια και τους συντελεστές ποιότητας για όλες τις περιπτώσεις ρυθμών (TM, TE, υβριδικό ρυθμοί) που υποστηρίζει η διάταξη. Αντίστοιχες προσομοιώσεις για την περίπτωση της ψυχρής διάταξης έγιναν με τη χρήση ενός δεύτερου κώδικα.

7.1 Κύρια συμπεράσματα

Για τον έλεγχο της ορθότητας των αριθμητικών αποτελεσμάτων εξετάστηκαν οριακές περιπτώσεις διατάξεων, για τις οποίες υπάρχουν αποτελέσματα στη βιβλιογραφία και έγιναν συγκρίσεις με διαθέσιμο εμπορικό κώδικα. Η σύγκριση έδειξε πολύ καλή συμφωνία. Οι υπολογισμοί έγιναν για ρεαλιστικές γεωμετρίες διαύλων και τα συμπεράσματα συνοψίζονται ανάλογα με τους μηχανισμούς αλληλεπίδρασης. Σημειώνεται ότι σε περίπτωση που το πλήθος των διαφορετικών ρυτιδώσεων είναι μεγαλύτερο από ένα, το διάγραμμα διασποράς πυκνώνει λόγω εισαγωγής νέων ρυθμών, που αντιστοιχούν στις κοιλότητες που σχηματίζονται από τις αυλακώσεις. Αυτό συνεπάγεται μείωση των ζωνών διέλευσης των ρυθμών κυματοδότησης της διάταξης, με αποτέλεσμα τον περιορισμό των πιθανών αλληλεπιδράσεων.

7.1.1 Αλληλεπίδραση Cherenkov

- Η μελέτη της παρούσας διατριβής μπορεί να χρησιμοποιηθεί, εκτός από την περίπτωση του διαύλου ενός ομοαξονικού γυροτρονίου, και σε διατάξεις, όπως το BWO, το TWT, ή το RDG.
- Επειδή η αλληλεπίδραση αυτή απαιτεί αξονική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου, γίνεται κυρίως με τους TM αλλά και τους υβριδικούς ρυθμούς με ισχυρό αξονικό ηλεκτρικό πεδίο.
- Από τη μελέτη των υποστηριζόμενων ρυθμών του ρυτιδωμένου ομοαξονικού κυματοδηγού προέκυψε ότι η παρουσία της δέσμης δεν αλλάζει ριζικά το διάγραμμα διασποράς των φυσικών ρυθμών της διάταξης, δηλαδή οι ρυθμοί της δέσμης επηρεάζουν τους ρυθμούς της διάταξης μόνο στην περιοχή γύρω από την αλληλεπίδραση. Η περιοχή αυτή βρίσκεται κοντά στο σημείο τομής της ευθείας του αργού κύματος φορτίου χώρου με το ρυθμό της διάταξης. Οι ρυθμοί, οι οποίοι αλληλεπιδρούν με τη δέσμη, εμφανίζουν το κύριο ποσοστό της ενέργειας τους μέσα στις ρυτιδώσεις, οπότε επηρεάζονται σημαντικά από τα χαρακτηριστικά αυτών και συμπεριφέρονται ως ρυθμοί κοιλότητας.
- Η μορφή της καμπύλης του ρυθμού ανάπτυξης της αλληλεπίδρασης είναι περίπου ίδια για όλες τις αλληλεπιδράσεις, όμως ο ρυθμός ανάπτυξης είναι ισχυρότερος για τον πρώτο ρυθμό και μειώνεται για τους επόμενους. Η μέγιστη τιμή του ρυθμού ανάπτυξης και το εύρος της αλληλεπίδρασης εξαρτώνται από τις απώλειες του διηλεκτρικού υλικού. Σημειώνεται ότι χωρίς απώλειες, η τιμή του ρυθμού ανάπτυξης αυξάνεται για όλους τους ασταθείς ρυθμούς με ταυτόχρονη μείωση του εύρους ζώνης. Τα υλικά, που χρησιμοποιούνται σήμερα, έχουν διηλεκτρικές ιδιότητες τέτοιες ώστε οι αλληλεπιδράσεις αυτές να καταπιέζονται ικανοποιητικά.
- Η μεταβολή του πραγματικού μέρους ϵ_r της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς αλλάζει το διάγραμμα διασποράς και επομένως το σημείο διασταύρωσης με το αργό κύμα. Μάλιστα, η αύξηση του ϵ_r ενισχύει την αλληλεπίδραση, αφού μεγαλώνει ο συντελεστής ανάκλασης στη διεπαφή μεταξύ του λείου μέρους και της ρυτιδωσης, με συνέπεια μικρότερο μέρος του πεδίου να διεισδύει μέσα στη ρυτιδωση και να αυξάνει ο συντελεστής ποιότητας ωμικών απωλειών.
- Η μεταβολή του πλάτους της ρυτιδωσης δεν επηρεάζει τη μορφή και το πλάτος του ρυθμού ανάπτυξης. Αντίθετα, η αύξηση του μήκους περιοδικότητας οδηγεί σε μείωση του εύρους ζώνης της αλληλεπίδρασης με ταυτόχρονη μείωση του ρυθμού ανάπτυξης.
- Η ακτινική θέση της δέσμης δεν επηρεάζει την τιμή του αξονικού κυματάρθρου, όπου παρατηρείται μέγιστος ρυθμός ανάπτυξης. Αντίθετα, η τιμή του ρυθμού ανάπτυξης αυξάνει με την αύξηση της ακτίνας της δέσμης.

7.1.2 Κυκλοτρονική αλληλεπίδραση

- Η αλληλεπίδραση αυτή γίνεται με τους ρυθμούς TE (ή με υβριδικούς που τα χαρακτηριστικά τους μοιάζουν με τους TE, π.χ. με $m = 1, 2$), γιατί απαιτεί την ύπαρξη ισχυρού εγκάρσια ηλεκτρικού πεδίου. Επομένως, στην περίπτωση που δεν θέλουμε να αναπτυχθεί τέτοια αλληλεπίδραση πρέπει να ληφθεί πρόνοια ώστε να μην υποστηρίζονται οι ρυθμοί αυτοί από τη διάταξη (αζιμουθιακή ασυμμετρία).

- Ο ασταθής κλάδος της αλληλεπίδρασης ακολουθεί την ευθεία κυκλοτρονικού συντονισμού, είναι ελαφρά ψηλότερα από αυτή και εμφανίζεται στο σημείο τομής της ευθείας του γρήγορου κυκλοτρονικού κύματος με το ρυθμό της αντίστοιχης ψυχρής διάταξης. Ο ρυθμός αυτός εμφανίζει το κύριο ποσοστό της ενέργειας του στη λεία περιοχή (ρυθμός κυματοδήγησης) με αποτέλεσμα να επηρεάζεται ελάχιστα από το κεραμικό υλικό των ρυτιδώσεων. Αυτό έχει ως συνέπεια οι ρυθμοί αυτοί να έχουν μεγαλύτερες ωμικές απώλειες (χαμηλό ρεύμα εκκίνησης) και η εξασθένιση τους να μην είναι επαρκής.
- Η αύξηση των απωλειών αντισταθμίζεται από τη μικρότερη διείσδυση του πεδίου στις ρυτιδώσεις με αποτέλεσμα ο ρυθμός ανάπτυξης να μεταβάλλεται ελαφρά. Αντίθετα, το πραγματικό μέρος της διηλεκτρικής σταθεράς δεν φαίνεται να τον επηρεάζει.
- Η αύξηση του πλάτους της ρυτίδωσης μειώνει λίγο το ρυθμό ανάπτυξης, ενώ η αύξηση του μήκους περιодικότητας, επειδή προκαλεί επιμήκυνση της περιοχής αλληλεπίδρασης, οδηγεί σε μικρή αύξηση του ρυθμού ανάπτυξης.
- Η τιμή του ρυθμού ανάπτυξης εξαρτάται έντονα από την ακτινική θέση της δέσμης, επειδή η αλληλεπίδραση αυτή σχετίζεται με την τιμή του ηλεκτρικού πεδίου στη θέση αυτή.

7.1.3 Αλληλεπίδραση Weibel

- Μια ειδική περίπτωση αλληλεπίδρασης με TE (και υβριδικούς) ρυθμούς για ταχύτητες φάσης μικρότερες του φωτός είναι η αστάθεια Weibel, της οποίας ο ρυθμός ανάπτυξης είναι μηδέν για ταχύτητες φάσης κοντά στην ταχύτητα του φωτός και μεγαλώνει καθώς αυτές μικραίνουν.
- Η τιμή του ρυθμού ανάπτυξης είναι μικρότερη από την αντίστοιχη της κυκλοτρονικής, η αλληλεπίδραση αυτή δεν εξαρτάται από τη διηλεκτρική σταθερά, το πλάτος της ρυτίδωσης και το μήκος περιодικότητας, ενώ η αύξηση της ακτινικής θέσης της δέσμης έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση του ρυθμού ανάπτυξης.

7.2 Μελλοντικές επεκτάσεις της μελέτης

Από τις αριθμητικές προσομοιώσεις προέκυψε ότι ένας μεγάλος αριθμός παρασιτικών ταλαντώσεων είναι πιθανό να συμβούν σε μια διάταξη ομοαξονικού κυματοδηγού με επιφανειακές ρυτιδώσεις γεμάτες με υλικό με απώλειες παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι σε ένα πραγματικό γυροτρόνιο όλοι αυτοί οι ρυθμοί θα υπάρχουν. Η παρουσία ενός συγκεκριμένου παρασιτικού ρυθμού συνήθως κυριαρχεί έναντι των άλλων. Επιπλέον, η ανάπτυξη ενός ρυθμού εξαρτάται από τις συνθήκες λειτουργίας του γυροτρονίου, συνεπώς ένας ρυθμός μπορεί να εμφανιστεί σε κάποιες συγκεκριμένες συνθήκες (π.χ. το ρεύμα δέσμης) ενώ σε κάποιες διαφορετικές όχι. Προφανώς και υπάρχουν αρκετά σημεία, τα οποία δεν έχουν εξεταστεί στο πλαίσιο της διατριβής αυτής και τα οποία έχουν μεγάλο επιστημονικό και πρακτικό ενδιαφέρον. Μερικά από αυτά δίνονται στις επόμενες παραγράφους.

Στην πραγματική γεωμετρία ενός διαύλου ομοαξονικού γυροτρονίου, το μόνιμο μαγνητικό πεδίο και η εξωτερική ακτίνα της διάταξης μεταβάλλονται με την αξονική θέση, ενώ στην παρούσα εργασία θεωρήθηκαν και τα δύο σταθερά. Προφανώς, τα αριθμητικά αποτελέσματα θα προσεγγίζουν καλύτερα τα αντίστοιχα πειραματικά,

εφόσον ληφθεί υπόψη η μεταβολή αυτή. Βέβαια αυτό δεν μπορεί να εφαρμοστεί άμεσα στη μαθηματική ανάλυση της διατριβής, γιατί τότε δεν θα μπορεί να εφαρμοστεί το θεώρημα Floquet, μιας και η διάταξη δεν έχει πλέον περιοδικές οριακές συνθήκες. Επομένως, απαιτείται νέος μαθηματικός φορμαλισμός. Επιπλέον, η διάταξη, αν και πεπερασμένη στην πράξη, θεωρήθηκε ότι είναι άπειρη. Όμως η εφαρμογή κατάλληλων οριακών συνθηκών στο άκρο της θα συμβάλλει στην ακόμα καλύτερη προσέγγιση των πραγματικών συνθηκών του διαύλου.

Στην παρούσα μελέτη δεν ελήφθη υπόψη η εγκάρσια ανομοιογένεια του πεδίου στην περιοχή της δέσμης, ενώ θεωρήθηκε ότι η αλληλεπίδραση έγινε στο όριο ασθενούς σήματος. Η χρήση των προσεγγίσεων αυτών είχε σαν αποτέλεσμα η αλληλεπίδραση να περιορίζεται στη θεμελιώδη κυκλοτρονική, ο ρυθμός ανάπτυξης της οποίας υπερεκτιμάται. Προφανώς μια σημαντική βελτίωση αποτελεί η απαλοιφή αυτών καθώς και η εισαγωγή των μη γραμμικών φαινομένων που αναπτύσσονται, όταν οι ρυθμοί γίνουν ισχυροί.

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν επίσης οι υπολογισμοί και άλλων παραμέτρων που περιγράφουν την αλληλεπίδραση εκτός του ρυθμού ανάπτυξης. Τέτοιες παράμετροι είναι η εμπέδηση αλληλεπίδρασης (interaction impedence) και ο παράγοντας σύζευξης δέσμης R/Q , οι οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί σε ανάλογες μελέτες. Οι παράμετροι αυτές είναι εύκολο να εισαχθούν στη μαθηματική ανάλυση και στον αριθμητικό κώδικα.

Τα τελευταία χρόνια έχουν προταθεί και άλλες γεωμετρίες διαύλων, οι οποίες έχουν αρχίσει να χρησιμοποιούνται σε γυροτρόνια. Τέτοιες είναι κωνικές μεταλλικές διατάξεις με τυχαίες αζιμουθιακές ρυτιδώσεις, κωνικές γεωμετρίες καλυμμένες με ημιαγωγικό SiC, κωνικές εναλλακτικές στοίβες κεραμικών δακτυλιδιών και δακτυλιδιών χαλκού. Η μελέτη των παρασιτικών ταλαντώσεων σε αυτές είναι πολύ ενδιαφέρουσα. Επίσης, μεταβάλλοντας κατάλληλα το μαθηματικό φορμαλισμό και αντίστοιχα τον αριθμητικό κώδικα είναι δυνατή η μελέτη γεωμετριών, των οποίων η ρυτιδωση δεν είναι ορθογωνική, αλλά εμφανίζει άλλου τύπου περιοδικότητα (π.χ. ημιτονοειδής).

Μια σημαντική επέκταση της μελέτης είναι ο μαθηματικός φορμαλισμός, ο οποίος θα συμπεριλαμβάνει ταυτόχρονα την επίδραση του διεγερόμενου πεδίου στη δέσμη και αντίστροφα. Ένας τέτοιος φορμαλισμός και ο αντίστοιχος αριθμητικός κώδικας λέγεται αυτοσυνεπής, διότι υπολογίζει τη επίδραση της δέσμης στα κύματα και αντίστροφα σε διαδοχικά βήματα. Σε κάθε επανάληψη υπολογίζονται νέες τιμές της κατανομής της πυκνότητας του ρεύματος και στη συνέχεια υπολογίζεται η επίδραση αυτής στους ρυθμούς της διάταξης και αυτή η διαδικασία συνεχίζεται κυκλικά έως ότου επιτευχθεί σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Η προσομοίωση και η μοντελοποίηση αυτή απαιτεί αυξημένους υπολογιστικούς πόρους, παρόλα αυτά ένα τέτοιο εργαλείο θα είναι αρκετά χρήσιμο [146].

Δημοσιεύσεις

Άρθρα σε επιστημονικά περιοδικά

- [Δ1] G. P. Latsas, **M. D. Moraitou**, Z. C. Ioannidis and I. G. Tigelis, “*Calculations on the beam-wave interactions in coaxial gyrotron beam tunnels*”, IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 38, No. 6, pp. 1185-1192, June 2010.

Εργασίες σε συνέδρια

- [Δ2] G. P. Latsas, I. G. Tigelis, **M. D. Moraitou**, S. Kern, J. L. Vomvoridis and Z. C. Ioannidis, “*Parametric study on the effect of the dielectric and geometry properties on the parasitics in gyrotron beam tunnels*”, 35th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, Rome, Italy, IEEE Conference Proceedings, 5 - 10 September 2010.
- [Δ3] **M. D. Moraitou**, G. P. Latsas, Z. C. Ioannidis and I. G. Tigelis, “*Parametric study of a coaxial gyrotron stacked beam tunnel*”, 39th IEEE International Conference on Plasma Science (ICOPS 2012), 8-12 July 2012, Edinburgh, UK.

Ετήσιες εκθέσεις πεπραγμένων

- [Δ4] **M. D. Moraitou**, et al., “*Mathematical formulation and numerical results for TM and TE modes in beam-loaded coaxial gyrotron beam tunnels*”, Association EURATOM-Hellenic Republic, Annual Report 2008, Annex 23.
- [Δ5] **M. D. Moraitou** et al., “*Numerical results for beam-wave interaction in beam-loaded coaxial gyrotron beam tunnels*”, Association EURATOM-Hellenic Republic, Annual Report 2009, Annex 18.
- [Δ6] **M. D. Moraitou** et al., “*Mathematical formulation and numerical results for TE and hybrid modes in cold coaxial gyrotron beam tunnels*”, Association EURATOM-Hellenic Republic, Annual Report 2010, Annex 19.
- [Δ7] **M. D. Moraitou** et al., “*Parametric study of the beam tunnel of a coaxial cavity gyrotron*”, Association EURATOM-Hellenic Republic, Annual Report 2011, Annex UoA 4.

Ομιλίες – Ανακοινώσεις στα Σχολεία Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης

- [O1] **M. D. Moraitou**, “*Mathematical Formulation and numerical results for TE and TM waves in coaxial gyrotron beam tunnel*”, 8^ο Σχολείο Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης, Βόλος 2009.
- [O2] **M. D. Moraitou**, “*Numerical results for TE and hybrid modes in corrugated coaxial waveguides*”, 10^ο Σχολείο Φυσικής και Τεχνολογίας Σύντηξης, Βόλος 2011.

Αναφορές

- [1] V. L. Granatstein and I. Alexeff, *High-power microwave sources*, Boston-London: Artech House, 1987.
- [2] B. Levush, D. K. Abe, J. P. Calame, B. G. Danly, K. T. Nguyen, E. J. Dutkowski, R. H. Abrams, and R. K. Parker, "Vacuum electronics: Status and trends," *IEEE Aero. El. Sys. Mag.*, vol. 22, no. 9, pp. 28-34, Sept.2007.
- [3] L. S. Nergaard, "Amplification-modern trends, techniques and problems," *RCA Rev*, vol. 21, pp. 485-507, 1960.
- [4] V. L. Granatstein, R. K. Parker, and C. M. Armstrong, "Vacuum electronics at the dawn of the twenty-first century," *Proceedings of the IEEE DOI - 10.1109/5.757251*, Conference Proceedings, vol. 87, no. 5, pp. 702-716, May1999.
- [5] B. N. Basu, "Growing-wave electron beam devices," in *Electromagnetic theory and applications in beam-wave electronics electromagnetics and beam-wave electronics*, Singapore etc.: World Scientific, 1996, p. 325.
- [6] B. N. Brejzman and D. D. Ryutov, "Powerful relativistic electron-beams in a plasma and in a vacuum (Theory)," *Nucl. Fusion*, vol. 14, no. 6, pp. 873-907, 1974.
- [7] J. Benford, J. A. Swegle, and E. Schamiloglu, *High power microwaves*, 2nd ed. Bristol: Taylor & Francis, 2007.
- [8] L. Schächter, *Beam-wave interaction in periodic and quasi-periodic structures*, Springer- Accelerator physics, 1997.
- [9] J. Walsh, "Stimulated cerenkov radiation," in *Novel Sources of Coherent Radiation*. S. Jacobs, M. Sargent, and M. Scully, Eds. Reading, MA: Addison-Wesley, 1978, p. 357.
- [10] H. A. H. Boot and J. T. Randall, "The cavity magnetron," *IEEE Proc.Radiolocation Conf*, Conference Proceedings, p. 928, 1946.
- [11] J. A. Swegle, J. W. Poukey, and G. T. Leifeste, "Backward wave oscillators with rippled wall resonators: Analytic theory and numerical simulation," *Phys. Fluids*, vol. 28, no. 9, pp. 2882-2894, Oct.1985.
- [12] J. R. Pierce, "Theory of the beam type traveling wave tube," *Proc.IRE*,vol. 35, Conference Proceedings, p. 111, 1947.
- [13] R. J. Barker and E. Schamiloglu, *High-power microwave sources and technologies*, New York: IEEE, 2001.
- [14] I. I. Antakov, I. G. Gachev, and E. V. Zasytkin, "Self-excitation of spurious oscillations in the drift region of gyrotron and their influence on gyrotron operation," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 22, no. 5, pp. 878-882, Oct.1994.
- [15] M. Pedrozzi, S. Alberti, and M. Q. Tran, "Parasitic mode excitation in gyrotron beam tunnels," *20th Int. Conference on Infrared and Millimeter Waves*, Conference Digest, pp. 134-135, Lake Buena Vista (Orlando), Florida, 1995.

- [16] D. R. Whaley and M. Q. Tran, "Equilibrium and space-charge wave analysis of electron-beams in conducting and absorbing gyrotron beam tunnels," *Int. J. Electronics*, vol. 74, no. 5, pp. 771-791, May1993.
- [17] M. R. Amin, K. Ogura, H. Kitamura, K. Minami, T. Watanabe, Y. Carmel, W. Main, J. Weaver, W. W. Destler, and V. L. Granatstein, "Analysis of the electromagnetic waves in an overmoded finite length slow wave structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 4, pp. 815-822, Apr.1995.
- [18] S. Kern, A. Schlaich, J. Flamm, G. Gantenbein, G. Latsas, T. Rzesnicki, A. Samartsev, M. Thumm, and I. Tigelis, "Investigations on parasitic oscillations in megawatt gyrotrons," *34th Int. Conf. Infr. Mill. and THz Waves*, Conference Proceedings, pp. 21-25, 2009.
- [19] G. P. Latsas, M. D. Moraitou, Z. C. Ioannidis, and I. G. Tigelis, "Calculations on the beam-wave interactions in coaxial gyrotron beam tunnels," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 38, no. 6, pp. 1185-1192, June2010.
- [20] J. Yu, T. M. Antonsen, and G. S. Nusinovich, "Excitation of backward waves in beam tunnels of high-power gyrotrons," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 38, no. 6, pp. 1193-1199, June2010.
- [21] S. E. Tsimring, *Electron beams and microwave vacuum electronics*, John Wiley & Sons, Inc., 2006, p. i-xx.
- [22] A. V. Gaponov, "Interaction of irrectilinear electron beams with electromagnetic waves in transmission lines," *Radiophysics Quantum Electron.*, vol. 2, pp. 836-837, 1959.
- [23] J. Schneider, "Stimulated emission of radiation by relativistic electrons in a magnetic field," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 2, no. 12, pp. 504-505, June1959.
- [24] R. Q. Twiss, "Radiation transfer and the possibility of negative absorption in radio astronomy," *Aust. J. Phys.*, vol. 11, no. 4, pp. 564-579, Jan.1958.
- [25] V. A. Zheleznyakov, "On the instability of magneto-active plasma relative to highfrequency electromagnetic perturbations," *Radiophysics Quantum Electron.*, vol. 3, pp. 57-66, 1960.
- [26] J. L. Hirshfield and V. L. Granatstein, "The electron cyclotron maser-An historical survey," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 25, no. 6, pp. 522-527, June1977.
- [27] M. I. Petelin, "One century of cyclotron radiation," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 27, no. 2, pp. 294-302, Apr.1999.
- [28] K. R. Chu, "The electron cyclotron maser," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 76, no. 2, pp. 489-540, May2004.
- [29] M. Razeghi, N. Sato, T. Suzuki, K. Yokoo, and S. Ono, "Modified peniotron using a TE₁₁ rectangular waveguide cavity," *Int. J. Electronics*, vol. 59, no. 5, pp. 533-542, Nov.1985.
- [30] V. A. Flyagin, A. V. Gaponov, I. Petelin, and V. K. Yulpatov, "The gyrotron," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 25, no. 6, pp. 514-521, June1977.

- [31] C. J. Edgcombe, "Sources of velocity spread in electron beams from magnetron injection guns," *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 16, no. 1, pp. 83-97, Jan.1995.
- [32] V. L. Granatstein, B. Levush, B. G. Danly, and R. K. Parker, "A quarter century of gyrotron research and development," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 25, no. 6, pp. 1322-1335, 1997.
- [33] M. V. Kartikeyan, E. Borie, and M. K. A. Thumm, *Gyrotrons-high power microwave and millimeter wave technology*, Berlin: Springer, 2004.
- [34] U. Singh, N. Kumar, and A. K. Sinha, "Gyrotron and its electron beam source: A review," *J. Fusion Energy*, pp. 1-17, 2011.
- [35] M. Thumm, "Gyro-devices and their applications," *IEEE Int. Vac. Electron. Conf.* , pp. 521-524, 2011.
- [36] A. Litvak, K. Sakamoto, and M. Thumm, "Innovation on high-power long-pulse gyrotrons," *Plasma Phys. Control. Fus.*, vol. 53, no. 12, Dec.2011.
- [37] M. Thumm, "State-of-the-art of high power gyro-devices and free electron masers update 2011," KIT, Germany,2011.
- [38] Ι. Α. Βομβορίδης, *Μικρόκυματικές πηγές ισχύος*, 2002.
- [39] V. L. Bratman, G. G. Denisov, M. M. Ofitserov, S. D. Korovin, S. D. Polevin, and V. V. Rostov, "Millimeter-wave HF relativistic electron oscillators," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 15, no. 1, pp. 2-15, Feb.1987.
- [40] J. M. Baird, "Gyrotron Theory," in *High-power microwave sources*, V. L. Granatstein and I.Alexeff, Eds. Boston etc.: Artech House, 1987, p. 106.
- [41] C. J. Edgcombe, *Gyrotron oscillators: Their principles and practice*, London: Taylor & Francis, 1993.
- [42] G. S. Nusinovich, *Introduction to the physics of gyrotrons*, The Johns Hopkins University Press ed 2004.
- [43] D. A. Constable, K.Ronald, W. He, A. D. R. Phelps, A. W. Cross, A. V. Saviolov, V. L. Bratman, and I .V.Bandurkin, "Numerical simulations of a co-harmonic gyrotron," *J. Phys. D: Appl. Phys*, vol. 45, no. 6, pp. 065105, 2012.
- [44] B. Piosczyk, "Electron Guns for Gyrotron Applications," in *Gyrotron oscillators: Their principles and practice* , London: Taylor and Francis ed. C. J. Edgcombe, Ed. London: Taylor and Francis, 1993, pp. 123-146.
- [45] A. W. Fliflet, "Linear and nonlinear-theory of the Doppler-shifted cyclotron-resonance maser based on TE and TM wave-guide modes," *Int. J. Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 1049-1080, 1986.
- [46] J. A. Eichmeier and M. K. Thumm, *Vacuum electronics: components and devices*, Berlin: Springer, 2008.
- [47] R. S. Symons and H. R. Jory, *Advances in electronics and electron physics*, Academic Press, 1981.
- [48] P. A. Lindsay, R. M. Jones, and R. J. Lumsden, "Some observations on gyrotron interaction models," *Int. J. Electronics*, vol. 57, no. 6, pp. 915-951, 1984.

- [49] K. R. Chu and J. L. Hirshfield, "Comparative study of the axial and azimuthal bunching mechanisms in electromagnetic cyclotron instabilities, " *Phys. Fluids*, 1978, pp. 461-466.
- [50] L. Marton and C. Marton, *Advances in electronics and electron physics*, Academic Press, 1981.
- [51] W. Lawson and W. W. Destler, "Theoretical investigation of axially-modulated, cusp-injected, large-orbit gyrotrons," *Int. Elect. Dev. Meeting*, Technical Digest, pp. 263-266, 1994.
- [52] P. Muggli, "Etude d'un gyrotron à cavité cylindrique: influence des réflexions de puissance et de l'oscillation d'un mode propageant, " PhD thesis, EPFL, 1991.
- [53] Y. Carmel, K. R. Chu, M. Read, A. K. Ganguly, D. Dialetis, R. Seeley, J. S. Levine, and V. L. Granatstein, "Realization of a stable and highly efficient gyrotron for controlled fusion research," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 50, no. 2, pp. 112-116, Jan.1983.
- [54] C. T. Iatrou, "Mode selective properties of coaxial gyrotron resonators," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 24, no. 3, pp. 596-605, June1996.
- [55] J. M. Baird and W. Lawso, "Magnetron injection gun (MIG) design for gyrotron applications," *Int. J. Electronics*, vol. 61, no. 6, pp. 953-967, Dec.1986.
- [56] A. S. Gilmour, *Klystrons, traveling wave tubes, magnetrons, cross-field amplifiers, and gyrotrons*, Artech House, 2011.
- [57] I. Α. Βομβορίδης, *Σημειώσεις πλάσματος*, Αθήνα, 1990.
- [58] J. R. Pierce, *Theory and design of electron beams*, Van Nostrand, 1954.
- [59] J. P. Freidberg, *Plasma physics and fusion energy*, Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [60] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, Third Edition ed John Wiley & Sons, Inc, 1998, pp. 255-256.
- [61] I. G. Tigelis, M. Pedrozzi, P. G. Cottis, and J. L. Vomvoridis, "Calculation of eigenmodes in a nonperiodic corrugated waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 45, no. 2, pp. 236-244, Feb.1997.
- [62] Z. X. Ιωαννίδης, "Μελέτη ομοαξονικών κοιλοτήτων με εσωτερική επιφανειακή ρυτίδωση," Διδακτορική διατριβή, ΕΚΠΑ, 2008.
- [63] G. G. Denisov, A. N. Kuftin, V. I. Malygin, N. P. Venediktov, D. V. Vinogradov, and V. E. Zapevalov, "110 GHz gyrotron with a built-in high-efficiency converter," *Int. J. Electronics*, vol. 72, no. 5-6, pp. 1079-1091, May1992.
- [64] O. Dumbrajs and G. S. Nusinovich, "Coaxial gyrotrons: Past, present, and future (Review)," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 934-946, June2004.
- [65] G. S. Nusinovich, M. E. Read, O. Dumbrajs, and K. E. Kreischer, "Theory of gyrotrons with coaxial resonators," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 41, no. 3, pp. 433-438, Mar.1994.

- [66] S. N. Vlasov, L. I. Zagryadskaya, and I.M.Orlova, "Open coaxial resonators for gyrotrons," *Radio Eng. Electron. Phys.*, vol. 21, pp. 96-102, 1976.
- [67] V. K. Lygin, V. N. Manuilov, A. N. Kuftin, A. B. Pavelyev, and B. Piosczyk, "Inverse magnetron injection gun for a coaxial 1-5MW, 140 GHz gyrotron," *Int. J. Electronics*, vol. 79, no. 2, pp. 227-235, Aug.1995.
- [68] B. Piosczyk, "A novel 4.5-MW electron gun for a coaxial cavity gyrotron," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 48, no. 12, pp. 2938-2944, Dec.2001.
- [69] B. Piosczyk, A. Arnold, G. Dammertz, O. Dumbrajs, M. Kuntze, and M. K. Thumm, "Coaxial cavity gyrotron- recent experimental results," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 819-827, June2002.
- [70] K. A. Αβραμίδης, "Σχεδίαση και προσομοίωση ομοαξονικών γυροτρονίων (με έμφαση στη λειτουργία δεύτερης αρμονικής)," Διδακτορική διατριβή, ΕΜΠ, 2006.
- [71] C. T. Iatrou, S. Kern, and A. B. Pavelyev, "Coaxial cavities with corrugated inner conductor for gyrotrons," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 1, pp. 56-64, Nov.1996.
- [72] J. J. Barroso, R. A. Corrêa, and P. J. Castro, "Gyrotron coaxial cylindrical resonators with corrugated inner conductor: Theory and experiment," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, no. 9, pp. 1221-1230, Jan.1998.
- [73] B. Piosczyk, G. Dammertz, O. Dumbrajs, M. V. Kartikeyan, M. K. Thumm, and X. Yang, "165-GHz coaxial cavity gyrotron," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 853-860, June2004.
- [74] A. K. Ganguly and K. R. Chu, "Limiting current in gyrotrons," *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 5, no. 1, pp. 103-121, Jan.1984.
- [75] T. Rzesnicki, B. Piosczyk, S. Kern, S. Illy, J. B. Jin, A. Samartsev, A. Schlaich, and M. Thumm, "2.2-MW record power of the 170-GHz European preprototype coaxial-cavity gyrotron for ITER," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 38, no. 6, pp. 1141-1149, June2010.
- [76] M. Thumm, "Progress on gyrotrons for ITER and future thermonuclear fusion reactors," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, , vol. 39, no. 4, pp. 971-979, Apr.2011.
- [77] O. Prinz, A. Arnold, G. Gantenbein, L. Ying-hui, M. Thumm, and D. Wagner, "Highly efficient quasi-optical mode converter for a multifrequency high-power gyrotron," *IEEE Trans. Electron Devices*, , vol. 56, no. 5, pp. 828-834, May2009.
- [78] R. Sirigiri, "A novel wideband gyrotron traveling wave amplifier," PhD thesis, MIT, 2003.
- [79] P. Sprangle, J. L. Vomvoridis, and W. M. Manheimer, "Theory of the quasioptical electron cyclotron maser," *Phys. Rev. A*, vol. 23, no. 6, pp. 3127-3138, June1981.
- [80] K. H. Melissa, Vikram S.Bajaj, G. G. Robert, and J. T. Richard, "Efficient low-voltage operation of a CW gyrotron oscillator at 233 GHz," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 35, no. 1, pp. 27-30, Feb.2007.

- [81] T. Idehara, H. Tsuchiya, A. La, H. Murase, T. Saito, I. Ogawa, and S. Mitsudo, "Development of CW THz gyrotrons in FIR FU," *IEEE Int. Vacuum Electr. Conf.*, Conference Proceedings, pp. 1-2, 2007.
- [82] G. Gantenbein, G. Dammertz, J. Flam, S. Ill, S. Ker, G. Latsas, B. Piosczyk, T. Rzesnick, A. Samartse, A. Schlaic, M. Thum, and I. Tigeli, "Experimental investigations and analysis of parasitic RF oscillations in high-power gyrotrons," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 38, no. 6, pp. 1168-1177, June 2010.
- [83] A. F. Harvey, "Periodic and guiding structures at microwave frequencies," *IRE Trans. Microwave Theory Techn.*, vol. MTT-8, pp. 30-61, 1960.
- [84] P. J. B. Clarricoats, *Corrugated horns for microwave antennas*, London, UK : P. Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1984.
- [85] O. Dumbrajs and Zaginaylov.G.I., "Ohmic losses in coaxial gyrotron cavities with corrugated insert," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 861-866, 2004.
- [86] Z. C. Ioannidis, K. A. Avramides, G. P. Latsas, and G. I. Tigelis, "Azimuthal mode coupling in coaxial waveguides and cavities with longitudinally corrugated insert," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 39, no. 5, pp. 1213-1221, 2011.
- [87] R. L. Ferrari, "Finite-element solution of time-harmonic modal fields in periodic structures," *Electronics Letters*, vol. 27, no. 1, pp. 33-34, Jan. 1991.
- [88] W. J. Gallagher, "Periodic structure studies," *IEEE Trans. Nuclear Sci.*, vol. 32, no. 5, pp. 2788-2790, 1985.
- [89] D. Dasgupta and P. K. Saha, "Modal properties of quadruple-ridged circular waveguide by Galerkin method," *Indian J. Pure Appl. Phys.*, vol. 22, no. 2, pp. 106-109, 1984.
- [90] I. V. Lindell and A. H. Sihvola, "Dielectrically loaded corrugated waveguide - Variational analysis of a nonstandard eigenproblem," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 31, no. 7, pp. 520-526, 1983.
- [91] M. I. Oksanen, "Variational analysis of dielectrically loaded multidepth corrugated wave-guides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 37, no. 1, pp. 191-197, Jan. 1989.
- [92] D. Wagner, M. Thumm, and W. Kasperek, "Hybrid modes in highly oversized corrugated rectangular waveguides," *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 20, no. 4, pp. 567-581, Apr. 1999.
- [93] S. Amari, R. Vahldieck, and J. Bornemann, "Analysis of propagation in periodically loaded circular waveguides," *IEEE Proc. Microwave, Antennas and Prop.*, vol. 146, no. 1, pp. 50-54, Feb. 1999.
- [94] S. Amari, R. Vahldieck, J. Bornemann, and P. Leuchtmann, "Spectrum of corrugated and periodically loaded waveguides from classical matrix eigenvalues," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, no. 3, pp. 453-460, Mar. 2000.

- [95] H. Hahn, C. I. Goldstein, and W. Bauer, "On the theory of iris-loaded waveguides," *Int. J. Electronics and Comm. (AEU)*, vol. 30, pp. 297-302, 1976.
- [96] G. P. Anastasiou, G. P. Latsas, I. G. Tigelis, M. Dehler, P. Queffelec, and F. Dasyr, "Calculation of the electromagnetic waves in nonperiodic corrugated waveguides with dielectric loading," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 3, pp. 1310-1317, June 2004.
- [97] Γ. Π. Λάστας, "Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε μεταλλικούς κυματοδηγούς και αλληλεπίδραση με ηλεκτρονικές δέσμες," Διδακτορική διατριβή, ΕΚΠΑ, 2006.
- [98] G. P. Latsas, J. L. Vomvoridis, K. A. Avramides, and I. G. Tigelis, "Beam-wave interaction in corrugated structures in the small-signal regime," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 37, no. 10, pp. 2020-2030, 2009.
- [99] A. Zettl, *Sturm-Liouville theory*, United States of America : American Mathematical Society, 2005.
- [100] Z. Ioannidis, S. Mallios, I. D. Paraskevopoulos, and I. G. Tigelis, "Axisymmetric waves in re-entrant cavities," *Radiophysics Quantum Electron.*, vol. 46, no. 11, pp. 860-867, Nov. 2003.
- [101] K. Halbach and R. F. Holsinger, "SUPERFISH - a computer program for evaluation of RF cavities with cylindrical symmetry," 7 ed 1976, pp. 213-222. [Online]. Available: CERN Document Server, <http://cdsweb.cern.ch/record/700607> [Accessed: 10 Nov. 2011].
- [102] "MAFIA 4 :The advanced simulation tool for electromagnetic analysis and design," 1999. [Online]. Available: The advanced simulation tool for electromagnetic analysis and design, <http://www.cst.com/Content/Documents/Products/mafia.pdf> [Accessed: 10 Nov. 2011].
- [103] "HFSS: 3D Full-wave electromagnetic field simulation," 2011. [Online]. Available: ANSYS HFSS, <http://www.ansoft.com/products/hf/hfss> [Accessed: 10 Nov. 2011].
- [104] W. Bruns, "The GdfidL electromagnetic field simulator," 2011. [Online]. Available: The GdfidL electromagnetic field simulator, <http://www.gdfidl.de> [Accessed: 10 Nov. 2011].
- [105] "CST: Computer simulation technology," 2011. [Online]. Available: CST: Computer simulation technology, <http://www.cst.com/Content/Products/Products.aspx> [Accessed: 11 Nov. 2011].
- [106] D. G. Myakishev and V. P. Yakovl, "An interactive code SUPERLANS for evaluation of RF-cavities and acceleration structures," *14th IEEE Particle Accelerator Conference*, Conference Proceedings, pp. 3002, San Francisco, CA, USA, 1991.
- [107] "ANSYS Multiphysics," 2011. [Online]. Available: ANSYS, <http://www.ansys.com/products/multiphysics/> [Accessed: 15 Nov. 2011].
- [108] "ACE3P: Advanced computational electromagnetics 3P," 2011. [Online]. Available: SLAC Advanced computations department,

<http://www.slac.stanford.edu/grp/acd/ace3p.html> [Accessed: 19 Nov. 2011].

- [109] W. Lawson and P. E. Latham, "The scattering matrix formulation for overmoded coaxial cavities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 10, pp. 1973-1977, Oct.1992.
- [110] J. M. Neilson, P. E. Latham, M. Caplan, and W. G. Lawson, "Determination of the resonant frequencies in a complex cavity using the scattering matrix formulation," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 37, no. 8, pp. 1165-1170, Aug.1989.
- [111] B. Goplen, L. Ludeking, D. Smith, and G. Warre, "User-configurable magic for electromagnetic pic calculations," *Comput. Phys. Commun.*, vol. 87, no. 1-2, pp. 54-86, May1995.
- [112] E. Jensen, "Numerical methods," 2010. [Online]. Available: The CERN accelerator school, <http://cas.web.cern.ch/cas/Denmark-2010/Lectures/Jensen-Numerical.pdf> [Accessed: 19 Nov. 2011].
- [113] C. Elachi, "Waves in active and passive periodic structures - Review," *Proceedings of the IEEE DOI - 10. 1109/5. 757251*, Conference Proceedings, vol. 64, no. 12, pp. 1666-1698, New York, 1976.
- [114] M. I. Oksanen, "Space-harmonic analysis of multidepth corrugated waveguides," *IEEE Proc. Microwave, Antennas and Prop.*, vol. 136, no. 2, pp. 151-158, Apr.1989.
- [115] A. D. Olver, K. K. Yang, and P. J. B. Clarricoats, "Propagation and radiation behavior of dual-depth corrugated horns," *IEEE Proc. Microwave, Antennas and Prop.*, vol. 131, no. 3, pp. 179-185, 1984.
- [116] K. H. Yang, H. Wang, and R. Zhang, "Propagation and radiation behavior of corrugated circular waveguide having dual depth combination," *Sci. Sin. A, Math. Phys. Astron. Tech. Sci.*, vol. 26, no. 9, pp. 990-1003, 1983.
- [117] R. R. Zhang and H. L. Wang, "Analysis of a new corrugated guide feed horn having dual-depth corrugations," *Radio Science*, vol. 17, no. 4, pp. 747-751, 1982.
- [118] J. B. Davies and B. J. Goldsmith, "An analysis of general mode propagation and the pulse-shortening phenomenon in electron linear accelerators ," *Philips Res. Rep.*, vol. 23, pp. 207-232, 1968.
- [119] R. E. Collin, "Transmission lines and waveguides," in *Field theory of guided waves*, 2nd ed New York: McGraw-Hill, 1960.
- [120] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, 9th ed. New York: Dover: 1970.
- [121] I. G. Tigelis, J. L. Vomvoridis, and S. Tzima, "High-frequency electromagnetic modes in a dielectric-ring loaded beam tunnel," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 26, no. 3, pp. 922-930, 1998.
- [122] Samuel Y.Liao, *Microwave devices and circuits*, 3rd Edition ed Prentice Hall, 1990.
- [123] D. R. Whaley, M. Q. Tran, T. M. Tran, and T. M. Antonsen, "Mode competition and startup in cylindrical cavity gyrotrons using high-order

- operating modes," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 22, no. 5, pp. 850-860, Oct.1994.
- [124] J. S. Seybold, *Introduction to RF propagation*, Hoboken, N.J: Wiley, 2005.
- [125] D. J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*, 3rd ed, Prentice Hall, 1999.
- [126] J. M. Butler and C. B. Wharton, "Twin traveling-wave tube amplifiers driven by a relativistic backward-wave oscillator," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 24, no. 3, pp. 884-894, June1996.
- [127] P. Muggli, M. Q. Tran, and T. M. Tran, "Parasitic oscillation in and suppression of a gyrotron backward wave mode in a low-Q 8 GHz gyrotron," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 20, no. 4, pp. 458-465, Nov.1992.
- [128] Y. Choyal, K.Minami, and V. L. Granatstein, "Slow cyclotron instability in a high-power backward-wave oscillator," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 32, no. 6, pp. 2157-2168, Nov.2004.
- [129] C.-C. Lin and A. T. Lin, "A new algorithm for solving Maxwell's equations in high-power microwave device simulations," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 26, no. 3, pp. 893-900, Dec.1998.
- [130] K. Minami, M. Saito, Y. Choyal, K. P. Maheshwari, and V. L. Granatstein, "Linear dispersion relation of backward-wave oscillators with finite-strength axial magnetic field," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 1134-1146, June2002.
- [131] H. Wang, Z. Yang, and Z. Liang, "Linear theory of the beam-wave interaction in the arbitrary cylindrical Cerenkov device," *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 26, no. 3, pp. 375-386, Mar.2005.
- [132] V. L. Bratman, G. G. Denisov, N. S. Ginzburg, and M. I. Petelin, "FEL's with Bragg reflection resonators: Cyclotron autoresonance masers versus ubitrons," *IEEE J. Quant. Electron.*, vol. 19, no. 3, pp. 282-296, June1983.
- [133] K. R. Chu and D. Dialetis, "Kinetic theory of harmonic gyrotron oscillator with slotted resonant structure," *Infrared Millimeter Waves*, ed. N. Y. A. P. Edited by K.J.Button, Ed. 1985.
- [134] V. I. Kurilko, V. I. Kucherov, A. O. Ostrovsky, and Y. V. Tkach, "Stability of a relativistic electron beam in a periodic cylindrical waveguide," *Sov. Phys. Tech. Phys.*, vol. 24, pp. 1451-1454, 1979.
- [135] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix computations*, 3rd ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [136] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W.T.Vetterling, and B.P.Flanner, *Numerical recipes: The art of scientific computing*, 3rd ed. New York: Cambridge University Press, 2007.
- [137] I. A. Chitu, "Numerical root finding algorithms," 2007. [Online]. Available: Numerical root finding algorithms, [http:// deadline.3x.ro/numerical.html](http://deadline.3x.ro/numerical.html) [Accessed: 3 Nov. 2011].
- [138] P. Quéffélec, M. Le Floc'h, and P. Gelin, "Nonreciprocal cell for the broadband measurement of tensorial permeability of magnetized ferrites: Direct problem," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, no. 4, pp. 390-397, Apr.1999.

- [139] G. Strang, *Linear algebra and its applications*, Thomson Brooks/Cole, 2006.
- [140] T. Watanabe, Y. Choyal, K. Minami, and V. L. Granatstein, "Range of validity of the Rayleigh hypothesis," *Physical Review E*, vol. 69, no. 5 May2004.
- [141] H. S. Carslaw, *Introduction to the theory of Fourier's series and integrals*, 3rd ed. New York: Dover Publications ed 1952.
- [142] R. E. Collin, *Foundations for microwave engineering*, 2nd ed. ed. New York, N.Y: McGraw-Hill, 1992.
- [143] C. S. Kou, "Starting oscillation conditions for gyrotron backward-wave oscillators," *Phys Plasma*, vol. 1, no. 9, pp. 3093-3099, Sept.1994.
- [144] M. Pedrozzi, S. Alberti, J. P. Hogge, M. Q. Tran, and T. M. Tran, "Electron beam instabilities in gyrotron beam tunnels," *Phys Plasma*, vol. 5, no. 6, pp. 2421-2430, June1998.
- [145] S. J. Rao, P. K. Jain, and B. N. Basu, "Broadbanding of a gyro-TWT by dielectric-loading through dispersion shaping," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 43, no. 12, pp. 2290-2299, Dec.1996.
- [146] L. D. Ludeking and A. J. Woods, "Electromagnetic media in FDTD-PIC," *Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility and 19th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility*, Conference Proceedings pp. 72-75, 2008.