



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**Νανοφωτονικές Διατάξεις Αργού Φωτός Με Εφαρμογή Στις
Τηλεπικοινωνίες**

Παναγιώτης Κ. Κανάκης

ΑΘΗΝΑ

ΙΟΥΛΙΟΣ 2015



NATIONAL AND KAPODISTRIAN UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF SCIENCES
DEPARTMENT OF INFORMATICS AND TELECOMMUNICATIONS
PROGRAM OF POSTGRADUATE STUDIES

PhD THESIS

**Nanophotonic Slow-Light Structures for Telecommunication
Applications**

Panagiotis K. Kanakis

ATHENS

JULY 2015

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Νανοφωτονικές Διατάξεις Αργού Φωτός Με Εφαρμογή Στις Τηλεπικοινωνίες

Παναγιώτης Κωνσταντίνου Κανάκης

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Θωμάς Σφηκόπουλος, Καθηγητής ΕΚΠΑ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ:

Θωμάς Σφηκόπουλος, Καθηγητής ΕΚΠΑ

Δημήτριος Συβρίδης, Καθηγητής ΕΚΠΑ

**Γεώργιος Βερώνης, Αναπληρωτής Καθηγητής Πολιτειακό
Πανεπιστήμιο της Λουιζιάνα.**

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

**Θωμάς Σφηκόπουλος
Καθηγητής ΕΚΠΑ**

**Δημήτριος Συβρίδης
Καθηγητής ΕΚΠΑ**

**Γεώργιος Βερώνης
Αναπληρωτής Καθηγητής
Πολιτειακού Πανεπιστημίου
Λουιζιάνας, ΗΠΑ.**

**Παναγιώτης Μαθιόπουλος
Καθηγητής ΕΚΠΑ**

**Νικόλαος Βάϊνος
Καθηγητής Πανεπιστημίου Πατρών**

**Θωμάς Καμαλάκης
Επίκουρος Καθηγητής Χαροκόπειο
Πανεπιστήμιο Αθηνών**

**Αντώνιος Μπόγρης
Επίκουρος Καθηγητής ΤΕΙ Αθηνών**

Ημερομηνία εξέτασης 22/07/2015

PhD THESIS

Nanophotonic Slow-Light Structures for Telecommunication Applications

Panagiotis K. Kanakis

SUPERVISOR: Thomas Sphicopoulos, Professor UoA

THREE-MEMBER ADVISORY COMMITTEE:

Thomas Sphicopoulos, Professor UoA

Dimitris Syvridis, Professor UoA

Georgios Veronis, Associate Professor LSU

SEVEN-MEMBER EXAMINATION COMMITTEE

**Thomas Sphicopoulos,
Professor UoA**

**Dimitris Syvridis,
Professor UoA**

**Georgios Veronis,
Associate Professor LSU**

**Panagiotis Mathiopoulos,
Professor UoA**

**Nickolaos Vainos,
Professor UoP**

**Thomas Kamalakis,
Assistant Professor HUA**

**Antonios Bogris,
Assistant Professor TEI Athens**

Examination Date 22/07/2015

Η εκπόνηση της διδακτορικής διατριβής έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II . Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διδακτορική διατριβή μελετάει το σχεδιασμό επίπεδων κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Προτείνεται η μοντελοποίηση των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων σύμφωνα με τη μέθοδο επίπεδων κυμάτων, η υλοποίηση της οποίας σε τρεις διαστάσεις περιγράφεται εκτενώς. Μελετάται ο σχεδιασμός των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων και οι βελτιώσεις που μπορεί να επιφέρει σε διάφορα γραμμικά και μη-γραμμικά φαινόμενα, εστιασμένα γύρω από τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές.

Παρουσιάζεται η συμπεριφορά του σχεδιασμού των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του επίπεδου κυματοδηγού φωτονικών κρυστάλλων ως προς την καθυστέρηση οπτικών παλμών συμπεριλαμβανομένων των γραμμικών απωλειών και των φαινομένων διασποράς. Στη μελέτη συμπεριλαμβάνεται η μελέτη σολιτονιακών παλμών καθώς και η επίδραση της αρχικής τους ισχύος στις επιπτώσεις των φαινομένων διασποράς.

Προτείνεται ένας νέος δείκτης βελτιστοποίησης της αποθηκευτικής ικανότητας των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων ικανός να συμπεριλάβει φαινόμενα απωλειών και διασποράς που θα υπόκεινται το οπτικό σήμα. Παρουσιάζονται σχεδιασμοί φωτονικών κρυστάλλων με βελτιωμένες επιδόσεις αποθηκευτικής ικανότητας. Επίσης παρουσιάζεται μία συστηματική μελέτη εντοπισμού του βέλτιστου σχεδιασμού συμπεριλαμβάνοντας μέχρι και δέκα σχεδιαστικές παραμέτρους ταυτόχρονα, καταλλήγοντας στο βέλτιστο σχεδιασμό για διάφορα εύρη οπτικών σημάτων.

Επιπλέον προτείνονται δύο νέοι δείκτες βελτιστοποίησης των επιδόσεων των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων ως προς το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Για το σκοπό αυτό παρουσιάστηκαν ημιαναλυτικές εκφράσεις της απόδοσης του φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων συμπεριλαμβανομένων λοιπών γραμμικών και μη-γραμμικών φαινομένων. Οι νέοι δείκτες βελτιστοποίησης, εκτός από το ευρέως διαδεδομένο δείκτη απόδοσης, συμπεριλαμβάνουν το εύρος ζώνης αλλά και την συχνотική απόσταση των εμπλεκόμενων κυμάτων. Επίσης ο παράγοντας της οπτικής ισχύος του κύματος αντλίας αλλά και το μήκος του κυματοδηγού συμπεριλαμβάνονται στη διαδικασία σχεδιασμού δίνοντας πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα.

Παρουσιάζονται βέλτιστοι σχεδιασμοί φωτονικών κρυστάλλων οι οποίοι παρέχουν υψηλές επιδόσεις του φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων, μεταβάλλοντας μέχρι και δέκα σχεδιαστικές παραμέτρους ταυτόχρονα.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Φωτονικοί Κρύσταλλοι

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Φωτονικοί κυματοδηγοί, αργό φως, μίξη τεσσάρων κυμάτων, σολιτόνια, γραμμές καθυστέρησης.

ABSTRACT

In this thesis, we present a detailed study of the design of photonic crystal slab waveguides at the prospect of exploiting them for telecom applications. Photonic crystals are formed by periodically modulating the refractive index of the structure. Photonic crystal waveguides provide an exciting prospect for confining and manipulating light at a subwavelength scale, opening up new paths on the field of integrated optics. In this thesis, the photonic crystal waveguide performance with respect to linear and nonlinear phenomena is optimized by changing various geometric parameters of the structures. A three dimensional plane-wave expansion eigenmode solver based on the conjugate gradient of the Rayleigh-Ritz quotient was implemented providing us with the modal fields and the dispersion relation of the photonic crystal slab waveguide designs.

The delay performance of slow light optical pulses inside photonic crystal slab waveguides is considered in the linear and nonlinear propagation regime. The numerical model used relies on a nonlinear envelope propagation equation that includes the effects of second and third order dispersion, optical losses, and self-phase modulation. The influence of propagation losses on the soliton broadening factor is also incorporated. Also, the storage capacity of slow light photonic crystal waveguides is maximized using a systematic procedure based on the optimization of various parameters of the structure. Both optical loss and dispersion-induced broadening are incorporated into the model. We introduce a new figure of merit of the actual storage capacity of the photonic crystal waveguides. New photonic crystal waveguide designs obtaining optimum storage capacity are presented.

Moreover, we provide approximate analytical expressions for the estimation of the degenerate four-wave mixing conversion efficiency in slow-light photonic crystal waveguides. The derived formulas incorporate different effective modal areas and frequency-dependent linear and nonlinear parameters for the pump, signal, and idler waves. The influence of linear loss, two-photon absorption, and free-carrier generation is also accounted for. New figure of merits are introduced in order to obtain photonic crystal waveguide designs with high conversion efficiency, high bandwidth and large tunability between the three waves. The waveguide length and the pump power are also taken into consideration. New photonic crystal slab waveguide designs are presented, obtaining optimum performance with respect to newly presented figure of merits.

SUBJECT AREA: Photonic Crystals

KEYWORDS: Photonic crystal waveguides, Slow-light, Four-wave mixing, Soliton, Delay Lines.

Αφιερωμένο στους γονείς μου.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν να ολοκληρώσω την εκπόνηση της διδακτορικής μου διατριβής.

Πρώτο από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Θωμά Σφηκόπουλο για τη βιαρκή παρότρυνση και προσωπική επίβλεψη σε όλα τα στάδια της παρούσας διατριβής. Επίσης θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στον καθηγητή κ. Δημήτριο Συβρίδη αλλά και τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Γεώργιο Βερώνη για την υποστήριξη που μου παρείχε καθόλη τη βιάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής διατριβής.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επίκουρο καθηγητή κ. Θωμά Καμαλάκη για την καθοδήγηση, συμπαράσταση και το άριστο κλίμα συνεργασίας που δημιούργησε καθ'όλη τη βιάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής μου διατριβής. Τον ευχαριστώ για τις ατελείωτες ώρες που αφιέρωσε σε επικοδομητικές συζητήσεις και κριτική πάνω σε θέματα της μελέτης μου.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω ανθρώπους που έζησαν μαζί μου την αγωνία, τις εντάσεις και τις θυσίες που πραγματοποίησα καθόλη τη βιάρκεια της εκπόνησης της διδακτορικής μου διατριβής. Πρώτη από όλους θα ήθελα να ευχαριστήσω τη γυναίκα μου Σοφία για την στήριξη, συμπαράσταση και υπομονή που έδειξε όλο αυτό τον καιρό. Επίσης ένα μεγάλο ευχαριστώ στους γονείς μου Κωνσταντίνο και Αθηνά για την έμπρακτη στήριξη και τις θυσίες που έκαναν για να φτάσω ως εδώ.

ΛΙΣΤΑ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

1. **P. Kanakis**, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Designing photonic crystal waveguides for broadband four-wave mixing applications," *Opt. Lett.*, vol. 40, pp.1041-1044 (2015).
2. **P. Kanakis**, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Designing slow-light photonic crystal waveguides for four-wave mixing applications," *Opt. Lett.*, vol. 39, pp.884-887, (2014).
3. **P. Kanakis**, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Approximate expressions for estimation of four-wave mixing efficiency in slow-light photonic crystal waveguides," *J Opt Soc Am B*, vol. 31, pp. 366-375 (2014).
4. **P. Kanakis**, T. Kamalakis and T. Sphicopoulos, "Systematic optimization of the storage capacity of slow light photonic crystal waveguides.," *SPIE*, vol. 8767, 876702, (2013).
5. **P. Kanakis**, T. Kamalakis and T. Sphicopoulos, "Optimization of the storage capacity of slow light photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 37, pp. 4585-4587 (2012).
6. **P. Kanakis**, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Nonlinear slow light propagation in photonic crystal slab waveguides: theory and practical issues," *SPIE*, vol. 8425, 842503 (2012).
7. **P. Kanakis**, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Numerical analysis of soliton propagation in photonic crystal slab waveguides for signal processing applications," *J Opt Soc Am B*, vol. 29, pp. 2787-2796 (2012).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	31
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	35
1.1 Ιστορική Αναδρομή Στις Τηλεπικοινωνίες.....	35
1.2 Οπτική Ολοκλήρωση.	41
1.2.1 Υλικά οπτικής ολοκλήρωσης.....	43
1.2.2 Τεχνικές οπτικής ολοκλήρωσης.....	45
1.3 Αργό φως.....	51
1.3.1 Διασπορά του υλικού	52
1.3.2 Διασπορά της δομής.....	55
1.3.3 Εφαρμογές Αργού φωτός.....	59
2. ΦΩΤΟΝΙΚΟΙ ΚΡΥΣΤΑΛΛΟΙ	63
2.1 Εισαγωγή.....	63
2.2 Φωτονικοί Κρύσταλλοι.....	64
2.3 Κυματοδηγοί Φωτονικών κρυστάλλων (ΚΦΚ)	68
2.4 Φωτονικοί τρόποι.....	70
2.5 Αργό φως στους φωτονικούς κρυστάλλους.....	74
2.6 Σύγκριση ΚΦΚ με άλλες δομές.....	76
3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΚΡΥΣΤΑΛΛΩΝ	79
3.1 Εισαγωγή.....	79
3.2 Κατηγορίες υπολογιστικών μεθόδων	79
3.2.1 Ίδιο-προβλήματα στο πεδίο των συχνοτήτων	82
3.2.2 Αποκρίσεις στο πεδίο των συχνοτήτων	83
3.2.3 Προσομοιώσεις στο πεδίο του χρόνου.....	84
3.3 Επέκταση σε επίπεδα κύματα.....	85
3.4 Επαναληπτική μέθοδος	91
3.4.1 Ίδιολύσεις Ερμιτιανού Πίνακα υπο περιορισμούς	91
3.4.2 . Ίδιολύσεις Ερμιτιανού Πίνακα χωρίς περιορισμούς.....	94
3.4.3 Μέθοδος συζυγών κλίσεων	95
3.5 Υπολογισμός ενδιάμεσων τρόπων.....	97
3.6 Εξομάλυνση διηλεκτρικής ασυνέχειας.....	98
3.7 Συμπεράσματα	100
4. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΚΡΥΣΤΑΛΛΩΝ	101

4.1	Εισαγωγή	101
4.2	Χαρακτηριστικά διασποράς κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων.	102
4.3	Γραμμικές απώλειες.....	105
4.3.1	Γραμμικές απώλειες σύζευξης	106
4.3.2	Γραμμικές απώλειες διάδοσης.....	107
4.4	Δείκτης διεύρυνσης παλμού	110
4.5	Παραμόρφωση πολλαπλών σκεδάσεων	113
4.6	Μελέτη σολιτονιακών παλμών	115
4.7	Συμπεράσματα.....	122
5.	ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	123
5.1	Εισαγωγή	123
5.2	Μη-γραμμικά φαινόμενα και η μίξη τεσσάρων κυμάτων	125
5.3	Απόδοσης μετατροπής με γραμμικές απώλειες	129
5.4	Απόδοση μετατροπής εισάγοντας την απορρόφηση δύο κυμάτων	130
5.5	Η απόδοση μετατροπής με ελεύθερους φορείς	134
5.5.1	Προσέγγιση ανεξαρτησίας μηχανισμών απωλειών	134
5.5.2	Προσέγγιση μικρών απωλειών λόγω TPA	135
5.5.3	Προσδιορισμός της απόδοσης μετατροπής	136
5.6	Απόδοση μετατροπής στην περίπτωση παλμών άντλησης	140
5.7	Επίλογος και συμπεράσματα	142
6.	ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΩΝ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΚΡΥΣΤΑΛΛΩΝ	145
6.1	Εισαγωγή	145
6.2	Σχεδιασμός ΚΦΚ για γραμμικές εφαρμογές.....	146
6.3	Σχεδιασμός ΚΦΚ για μη-γραμμικές εφαρμογές	155
6.4	Συμπεράσματα.....	163
7.	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΕΠΙΛΟΓΟΣ	165
7.1	Γραμμική συμπεριφορά και σχεδιασμός	165
7.2	Μη-γραμμική Συμπεριφορά και σχεδιασμός	167
7.3	Εναλλακτικές εφαρμογές του σχεδιασμού φωτονικών κρυστάλλων	168
	ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ	169
	ΑΝΑΦΟΡΕΣ	171

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

- Εικόνα 1-1. (α) Η καταγεγραμμένη διαδρομή του οπτικού σήματος από την Τρία μέχρι το παλάτι των Μυκηνών, ενημερώνοντας το παλάτι για τη νίκη των Ελλήνων κατά τις Τροίας. (β) Η αναπαράσταση των γραμμάτων με φωτεινά σήματα στον τηλεγράφο του Πολύβιου.36
- Εικόνα 1-2. Η χρονική εξέλιξη της χωρητικότητας των οπτικών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων μετά το 1980. Τα εμπορικά τηλεπικοινωνιακά συστήματα (κύκλοι) φαίνονται να ακολουθούν τις ερευνητικές επιδόσεις (τετράγωνα) με μια μικρή διαφορά. Η ραδγαία αύξηση του 1992 οφείλεται στην εφαρμογή της WDM τεχνολογίας.....39
- Εικόνα 1-3. Πρόβλεψη του ρυθμού μετάδοσης ηπειρωτικών ζεύξεων υποθέτοντας 20% ετήσια αύξηση του ρυθμού.40
- Εικόνα 1-4. Σχηματική αναπαράσταση οπτικά ολοκληρωμένου συστήματος τηλεπικοινωνιών.42
- Εικόνα 1-5. Σχηματική αναπαράσταση συστήματος επιταξίας μοριακής δέσμης.46
- Εικόνα 1-6. Σχηματική αναπαράσταση ενός αντιδραστήρα ΜΟΕΦΑ οριζόντιας ροής...48
- Εικόνα 1-7. (α) Γράφημα της έντασης του φωτός λόγω περίθλασης όπως αυτή καταγράφεται στην έξοδο κυκλικής οπής, (β) δύο σημεία προκαλούν αλληλεπικαλυπτόμενα αποτυπώματα περίθλασης. Κατά το κριτήριο Rayleigh, η ελάχιστη γωνιακή απόσταση δύο σημείων, ώστε να διακρίνονται από τον φακό έχει επιτευχθεί όταν το μέγιστο του αποτυπώματος της περίθλασης του πρώτου σημείου βρίσκεται στην ίδια θέση με το πρώτο ελάχιστο του αποτυπώματος του δεύτερου σημείου, (γ) Αναπαράσταση του εστιακού σημείου F και η εστιακή απόσταση f κυκλικού φακού.49
- Εικόνα 1-8. Σχηματική αναπαράσταση λιθογραφίας ηλεκτρονικής δέσμης.51
- Εικόνα 1-9. (α) Διάφορα συστήματα EIT όπου με X φαίνονται οι διαφανής μεταβάσεις, ω_r και ω_s είναι η συχνότητα το pump και signal laser. (β) Ο συντελεστής απωλειών που περιγράφει την διαφάνεια σε μία συχνοτική περιοχή καθώς και (γ) η μεταβολή στον δείκτη διάθλασης πριν (διακεκομμένη γραμμή) και μετά την εφαρμογή των πηγών laser.53
- Εικόνα 1-10. Σχηματική αναπαράσταση της κυματοδηγησης παλμού (α) σε οπτική ίνα και (β) σε φράγμα περίθλασης ίσου μήκους. Η χρονική διαφορά, Δt αναδεικνύεται στην έξοδο των δύο περιπτώσεων λόγω της καθυστέρησης που προκαλεί το φράγμα περίθλασης. (γ) Η ανακλαστικότητα αλλά και η χρονική καθυστέρηση συναρτήσει του μήκους κύματος.....56
- Εικόνα 1-11. Σχηματική αναπαράσταση ενός κυματοδηγού συζευγμένο με ένα οπτικό αντηχείο. Η διαφορά φάσης που προκαλεί το οπτικό αντηχείο μεταφράζεται σε μία χρονική διαφορά Δt στην έξοδο του κυματοδηγού, σε σύγκριση με την όδευση στον ίδιο κυματοδηγό χωρίς το οπτικό αντηχείο.58
- Εικόνα 1-12. (α) Η διάδοση T, (β) η ολική διαφορά φάσης Φ και (γ) η ολική χρονική καθυστέρηση Δt (υπολογισμένη σε χρόνους μίας διάβασης, round trip time), μίας διάταξης συζευγμένου οπτικού αντηχείου υποθέτοντας $\tau=0.95$ και για δύο διαφορετικές τιμές ελεύθερης φασματικής περιοχής. Η συνολική περιφέρεια του αντηχείου είναι $L=0.1\text{mm}$59
- Εικόνα 1-13. Σύγκριση του γινομένου καθυστέρησης Δt , με το διαθέσιμο εύρος ζώνης $\Delta\omega$ για τις προαναφερθείσες μεθόδους επίτευξης αργού φωτός.61

- Εικόνα 2-1. α) Το ιριδίζον μπλε χρώμα των φτερών της πεταλούδας *Morpho Peleides*, (β) οι εντυπωσιακές αποχρώσεις των ορυκτών *opal* και (γ) το ιδιαίτερο πράσινο στο κέλυφος του σκαθαριού *Lamprocyphus augustus* είναι αποτέλεσμα της περιοδικής φωτονικής δομής στην επιφάνεια κάθε εικόνας. 63
- Εικόνα 2-2. Υλοποίηση φωτονικού κρυστάλλου σε (α) μία (1D), (β) δύο (2D) και (γ) τρεις (3D) διαστάσεις. Η περιοδική εναλλαγή γίνεται μεταξύ δύο υλικών A και B με διαφορετικό δείκτη διάθλασης. Η σταθερά περιοδικότητας είναι a 64
- Εικόνα 2-3. Ποιοτική απεικόνιση μονοδιάστατου πλέγματος φωτονικού κρυστάλλου, δομημένου από την περιοδική εναλλαγή υλικών με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 . (α) Τα ανακλώμενα κύματα στα επίπεδα του κυματοδηγού βρίσκονται σε συμφωνία φάσης με το προσπίπτον κύμα. (β) Τα ανακλώμενα κύματα βρίσκονται σε ασυμφωνία φάσης με το προσπίπτον κύμα. 66
- Εικόνα 2-4. α) Ορθορομβικό χωροκεντρωμένο (I) πλέγμα Bravais ($a \neq b \neq c$), β) Ορθορομβικό εδροκεντρομένο (F) πλέγμα Bravais ($a \neq b \neq c$), γ) Εξαγωνικό (P) πλέγμα Bravais ($a = b \neq c$, σε γωνία 120°). 66
- Εικόνα 2-5. α) Μονοδιάστατο πλέγμα σημείων και το αντίστροφο πλέγμα. β) Το ανεπτυγμένο διάγραμμα των επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων ενός φωτονικού κρυστάλλου 1-D χωρισμένες στις ζώνες Brillouin και γ) το ίδιο διάγραμμα αναδιπλούμενο στην πρώτη ζώνη Brillouin χρησιμοποιώντας την κατοπτρική συμμετρία ως προς κάθε ζώνη Brillouin. 67
- Εικόνα 2-6. α) Επίπεδος φωτονικός κρύσταλλος περιβαλλόμενος από στρώματα αέρα και (β) το αντίστοιχο διάγραμμα διασποράς των ψεύδο-TE τρόπων (TE-like), όπου αποτυπώνεται το φωτονικό χάσμα (γαλάζια περιοχή). (γ) Σχηματική αναπαράσταση κυματοδηγού επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου W1 περιβαλλόμενο από αέρα, επίσης γνωστό και ως μεμβράνη σε αέρα (air membrane PCW) και (δ) το αντίστοιχο διάγραμμα διασποράς των ψεύδο-TE τρόπων όπου δύο κυματοδηγούμενοι τρόποι αποτυπώνονται μέσα στο φωτονικό χάσμα. 70
- Εικόνα 2-7. Δισδιάστατο τριγωνικό πλέγμα φωτονικού κρυστάλλου, όπου το εξάεδρο περικλείει την πρώτη ζώνη Brillouin, ενώ το τρίγωνο ΓΜΚ αντιστοιχεί στην συμπυκνωμένη ζώνη Brillouin. 73
- Εικόνα 2-8. Το διάγραμμα διασποράς του επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου της Εικόνας 19(α) στην συμπυκνωμένη ζώνη Brillouin (Γ-Μ-Κ-Γ). Η γαλάζια περιοχή αντιστοιχεί στους τρόπους που εκπέμπονται πάνω και κάτω από το επίπεδο που ορίζει ο φωτονικός κρύσταλλος. Με συμπαγή κόκκινη γραμμή απεικονίζονται οι ψεύδο-TE τρόποι και με διακεκομμένη μπλε γραμμή απεικονίζονται οι ψεύδο-TM τρόποι. 74
- Εικόνα 2-9. (α) Διάγραμμα διασποράς επίπεδου ΚΦΚ, όπου δίνεται έμφαση στην περιοχή αργού φωτός. (β) Η σχεδόν γραμμική περιοχή του κυματοδηγούμενου τρόπου καθώς και οι επιπτώσεις στο δείκτη ομάδας μετά από εφαρμογή μίας μεθόδου μηχανικής διασποράς του τρόπου. 76
- Εικόνα 2-10. (α) Δημιουργία οπτικής κοιλότητας σε φωτονικό κρύσταλλο, και (β) σχηματική αναπαράσταση ΚΦΚ με συζευγμένες οπτικές κοιλότητες κατά μήκος του κυματοδηγού. 77
- Εικόνα 3-1. Το πλέγμα Yee αποτελεί μία διακριτοποίηση του καρτεσιανού χώρου. Οι συνιστώσες των πεδίων τοποθετούνται στα μέσα των ακμών δηλαδή στο μισό του βήματος διακριτοποίησης. 81
- Εικόνα 3-2. Τα κόκκινα πλαίσια αποτυπώνουν το μοναδιαίο κελί και το υπέρ-κελί, αντίστοιχα. Με πράσινο χρώμα αποτυπώνεται ο φωτονικός κρύσταλλος, αποτέλεσμα

της περιοδικής εναλλαγής του υπέρ-κελιού. Οι λευκοί κύκλοι αντιστοιχούν σε τρύπες αέρα οι οποίες δημιουργούν την περιοδική εναλλαγή του δείκτη διάθλασης. Οι διαστάσεις που διαλέγουμε για το υπέρ-κελί πρέπει να απομονώνουν τελείως τον κυματοδηγό από τους γειτονικούς μη-επιθυμητούς κυματοδηγούς που δημιουργούνται λόγω της περιοδικής επανάληψης του υπέρ-κελιού. 89

Εικόνα 3-3. Η σύγκλιση της τιμής της συνάρτησης προς την ελάχιστη τιμή της, για τις περιπτώσεις που χρησιμοποιούμε τον καταλληλότερο προρυθμιστή σε σύγκριση με την περίπτωση που δεν χρησιμοποιούμε κανένα προρυθμιστή. 96

Εικόνα 3-4. α) Η διηλεκτρική κατανομή μίας οπής αέρα (κόκκινη περιοχή) σε ένα στρώμα πυριτίου (μπλε περιοχή) όπου αποτυπώνεται η απότομη μετάβαση. β) Η ενεργή διηλεκτρική κατανομή όπου η απότομη μεταβολή μεταξύ των δύο υλικών έχει αντικατασταθεί με ενδιάμεσες τιμές εξομαλύνοντας τη μετάβαση. 98

Εικόνα 3-5 Το κάθετο δiάνυσμα στην διαχωριστική επιφάνεια που ορίζουν δύο περιοχές με διαφορετική διηλεκτρική σταθερά υπολογίζεται με την ολοκλήρωση σε μια σφαίρα ακτίνας r που περικλείει την επιφάνεια. 99

Εικόνα 4-1. Σχηματική αναπαράσταση του επίπεδου κυματοδηγού φωτονικού κρυστάλλου W1. 102

Εικόνα 4-2. Σύγκριση μεταξύ του επίπεδου ΚΦΚ W1 με τον “W1 κυματοδηγό χαμηλής διασποράς” ο οποίος περιγράφεται στην αναφορά [170] ως προς α) το διάγραμμα των ψεύδο-TE τρόπων διάδοσης, β) τον δείκτη ομάδας συναρτήσεως της συχνότητας και γ) τον συντελεστή ΔΤΟ συναρτήσεως του δείκτη ομάδας. 103

Εικόνα 4-3. Σχηματική αναπαράσταση του W1 κυματοδηγού χαμηλής διασποράς [170], ο οποίος σχηματίζεται μεταβάλλοντας κατά $s_1=0.1171a$ τις οπές που βρίσκονται εγγύτερα στον κυματοδηγό κατά τη φορά του βέλους και μεταβάλλοντας κατά $s_2=0.039a$ τους αμέσους επόμενους γείτονες κατά τη φορά του βέλους. 105

Εικόνα 4-4. Οι συνιστώσες των γραμμικών απωλειών που υφίσταται ένας οπτικός παλμός κατά την διάδοσή του σε ένα επίπεδο ΚΦΚ. Με πορτοκαλί αναπαριστάται η συνιστώσα της οπισθοσκέδασης (Γ_b) και με κόκκινο και μπλε η συνιστώσα σκέδασης εκτός (Γ_o) και εντός επιπέδου (Γ_p) αντίστοιχα. 106

Εικόνα 4-5. Η μορφή του κανονικοποιημένου ηλεκτρικού πεδίου για διάφορες τιμές του δείκτη ομάδας n_g του κυματοδηγού W1 που περιγράφεται παραπάνω. 108

Εικόνα 4-6. α) Ο συντελεστής οπισθοσκέδασης ρ_{BS} , και β) οι γραμμικές απώλειες διάδοσης συναρτήσεως του δείκτη ομάδας, n_g , του επίπεδου ΚΦΚ W1 και του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε υποθέσει ότι $c_3=2\text{cm}^{-1}$, $c_4=110\text{cm}^{-1}$ [171]. 110

Εικόνα 4-7. Σχηματική αναπαράσταση της επίδρασης της διασποράς σε ένα ζεύγος γειτονικών παλμών (α) όταν ο δείκτης BF είναι στο όριο της επιτρεπτής του τιμής (BF=1.33) και (β) όταν παίρνει μία τιμή μεγαλύτερη BF=1.5. Το κόκκινο βέλος υποδεικνύει την περιοχή της αλληλοπαρεμβολής των παλμών (ISI). 112

Εικόνα 4-8. Ο δείκτης διεύρυνσης BF που παρουσιάζει ο κυματοδηγός W1 και W1 χαμηλής διασποράς συναρτήσεως της χρονικής καθυστέρησης για διάφορες τιμές του n_g και για μήκη των κυματοδηγών που ικανοποιούν την έκφραση $L=\min(L_{D1},L_{D2})$, α) για ρυθμό $R_b=40\text{Gb/s}$ όταν συμπεριλαμβάνεται η διασπορά δεύτερης και τρίτης τάξης και όταν μόνο η τρίτης τάξης διασπορά λαμβάνεται υπόψη, β) ομοίως για ρυθμό $R_b=100\text{Gb/s}$. γ) Ο δείκτης διεύρυνσης για τον κυματοδηγό W1 χαμηλής διασποράς για $n_g=37$ για διάφορα μήκη κυματοδηγού L (με $0<L<\min(L_{D1},L_{D2})$) για ρυθμούς 40Gb/s και 100Gb/s. 113

Εικόνα 4-9. α) Το φάσμα ενός Gaussian παλμού $S(f)$, το οποίο αντιστοιχεί σε ένα ρυθμό $R_b=40\text{GHz}$ και το φάσμα εκπομπής που αντιστοιχεί στο φαινόμενο πολλαπλής σκέδασης, $H(f)$ με συχνοτική απόσταση των ψευδοτυχαίων κορυφών στα 10GHz . β) Η κανονικοποιημένη ισχύς του παλμού εξόδου αγνοώντας το φαινόμενο της πολλαπλής σκέδασης (ΠΣ) και η κανονικοποιημένη ισχύς του παλμού λαμβάνοντας υπόψη το φαινόμενο ΠΣ, υπολογίζοντας το γινόμενο $S(f)\cdot H(f)$	115
Εικόνα 4-10. Σχηματική αναπαράσταση του κανονικοποιημένου πλάτους (α) ενός φωτεινού και (β) ενός σκοτεινού σολιτονίου όπως αυτά περιγράφονται από τις εξισώσεις (4.19) και (4.23), αντίστοιχα.	117
Εικόνα 4-11. Θεμελιώδης αρχική ισχύ του σολιτονίου P_0 συναρτήσει του δείκτη ομάδας για $R_b=40\text{Gb/s}$ για τους ΚΦΚ W1 και W1 μειωμένης διασποράς.	117
Εικόνα 4-12. Σχηματική αναπαράσταση σκοτεινού σολιτονίου το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση (4.25).	118
Εικόνα 4-13. Διεύρυνση του σολιτονιακού παλμού για $R_b=40\text{Gb/s}$ για τον κυματοδηγό (α) W1 και (β) W1 χαμηλής διασποράς (τα βέλη υποδεικνύουν την κατεύθυνση που αυξάνει ο δείκτης ομάδας). Ο δείκτης BF στους κυματοδηγούς στην περίπτωσης ενός γραμμικού Gaussian παλμού παρουσιάζεται για χάριν σύγκρισης.	119
Εικόνα 4-14. Ο συντελεστής BF συναρτήσει της καθυστέρησης για τον κυματοδηγό W1 χαμηλής διασποράς όταν το λειτουργούμε σε $n_g=37$ και μεταβάλλουμε το μήκος του κυματοδηγού L μεταξύ των τιμών $0\leq L\leq\min(L_1,L_2)$	120
Εικόνα 4-15. (α) Συντελεστές BF και BF_{FWHM} συναρτήσει του μήκους διάδοσης, (β) ο αρχικός και ο τελικός παλμός για $R_b=40\text{Gb/s}$ σε έναν W1 κυματοδηγό.....	121
Εικόνα 4-16. Ο συντελεστής BF συναρτήσει της καθυστέρησης για (α) τους κυματοδηγούς W1 και W1 χαμηλής διασποράς (W1 ΧΔ) για $R_b=100\text{Gb/s}$ (b) τον W1 ΧΔ διατηρώντας σταθερό $n_g\cong 37$ και επιλέγοντας μήκη μεταξύ $0\leq L\leq\min(L_1,L_2)$	121
Εικόνα 5-1. Διάγραμμα που υποδεικνύει την απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ ανά δευτερόλεπτο και ανά \$1,000 με την χρονολογία. Το διάγραμμα αυτό βασίζεται στο κανόνα Moore [204] και ξεκινώντας από το έτος 1900 κάνει μία τολμηρή εκτίμηση για το μέλλον.....	124
Εικόνα 5-2. Η ενεργό περιοχή του τρόπου συναρτήσει της διαφοράς μήκους κύματος ($\Delta\lambda$) μεταξύ του σήματος ή του ανεγειρόμενου κύματος από το κύμα άντλησης, για τα φαινόμενα SPM (A_{ppp}), XPM (A_{pss} και A_{pii}) και FWM (A_{psi}).	128
Εικόνα 5-3. Η απόδοσης μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], υπολογισμένος α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta και β) χρησιμοποιώντας την σχέση (5.24), συναρτήσει των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος.	131
Εικόνα 5-4. Η απόδοση μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], συναρτήσει του μήκους του κυματοδηγού L και της αρχικής ισχύος άντλησης $P_p(0)$, υπολογισμένη α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta στην επίλυση των εξισώσεων (5.12)-(5.14) και β) χρησιμοποιώντας την σχέση (5.24).	133
Εικόνα 5-5. Η απόδοσης μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], συναρτήσει των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, υπολογίζοντας α) αριθμητικά τις εξισώσεις (5.12)-(5.14) χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta και υπολογίζοντας την αναλυτική	

έκφραση (5.36) με την ισχύ άντλησης να περιγράφεται β) από την υποενότητα 5.5.1 και γ) από την υποενότητα 5.5.2, αντίστοιχα.	137
Εικόνα 5-6. Η απόδοση μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], συναρτήσει του μήκους του κυματοδηγού L και της αρχικής ισχύος άντλησης $P_r(0)$, υπολογισμένη α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta στην επίλυση των εξισώσεων (5.12)-(5.14) και υπολογισμένη αναλυτικά χρησιμοποιώντας την σχέση (5.36) με την ισχύ άντλησης να δίνεται β) από την έκφραση (5.26) και γ) από την έκφραση (5.32).	138
Εικόνα 5-7. Η απόδοση μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], έχοντας υποθέσει ότι οι τρεις μηχανισμοί απωλειών έχουν την ίδια συνεισφορά στην υποβάθμιση των παλμών, υπολογισμένη α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta στην επίλυση των εξισώσεων (5.12)-(5.14) και υπολογισμένη αναλυτικά χρησιμοποιώντας την σχέση (5.36) με την ισχύ άντλησης να δίνεται β) από την έκφραση (5.26) και γ) από την έκφραση (5.32), αντίστοιχα.	139
Εικόνα 5-8. Η απόδοση μετατροπής του φαινομένου FWM που προκύπτει εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (5.36) και (5.24), ενός τραίνου τετραγωνικού παλμού με $T_1=50\text{ps}$ συναρτήσει του ρυθμού επανάληψης.	141
Εικόνα 6-1. Η διατομή του ΚΦΚ $W1$, διαμορφωμένου με την εισαγωγή οπών αέρα (λευκοί κύκλοι) σε ένα υλικό με υψηλό δείκτη διάθλασης (γκρι περιοχή). Οι οπές κατηγοριοποιούνται αριθμητικά ως προς την εγγύτητά τους στον κυματοδηγό. Βέλη υποδεικνύουν τη μετατόπιση των οπών ή την αλλαγή της ακτίνας τους, ορίζοντας τις αντίστοιχες σχεδιαστικές παραμέτρους.	146
Εικόνα 6-2. Η αποθηκευτική ικανότητα ποσοτικοποιημένη ως προς την παράμετρο N_{max} , για τον ΚΦΚ που προτάθηκε από τους α) O'Faolain et al. [170], β) Liang et al. [125], γ) Li et al. [52] και δ) Suzuki et al. [227], αποτυπώνεται με ρόβμους (\diamond). Σε κάθε περίπτωση αποτυπώνεται με κουκίδες (\cdot), η αποθηκευτική ικανότητα N_{max} του βέλτιστος σχεδιασμός ΚΦΚ, προϊόν της προαναφερθείσας συστηματικής μεθόδου ελαχιστοποίησης, μεταβάλλοντας τις ίδιες σχεδιαστικές παραμέτρους με τους προτεινόμενους ΚΦΚ. Τα βέλη σε κάθε σχήμα υποδεικνύουν το περιοχή του κυματάρθμου στην οποία το συνολικό μήκος L_W του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_Γ	150
Εικόνα 6-3. Τα κυριότερα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για $R_b=40\text{Gb/s}$. Η επίδοση του ΚΦΚ αναφοράς, $W1$ εμφανίζεται επίσης για χάριν σύγκρισης. Τα βέλη υποδεικνύουν το περιοχή του κυματάρθμου στην οποία το συνολικό μήκος L_W του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_Γ	152
Εικόνα 6-4. Τα κυριότερα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για $R_b=100\text{Gb/s}$. Η επίδοση του ΚΦΚ αναφοράς, $W1$ εμφανίζεται επίσης για χάριν σύγκρισης. Τα βέλη υποδεικνύουν το περιοχή του κυματάρθμου στην οποία το συνολικό μήκος L_W του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ ($-\square-$) περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_Γ	153
Εικόνα 6-5. α) Τα διαγράμματα διασποράς και β) ο δείκτης ομάδας συναρτήσει του μήκους κύματος για τους βέλτιστους σχεδιασμούς, στους οποίους κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για τους ρυθμούς $R_b=40\text{Gb/s}$ και $R_b=100\text{Gb/s}$	154
Εικόνα 6-6. Ποιοτική αποτύπωση των απαραίτητων επαναλήψεων της συνάρτησης συναρτήσει του πλήθους σχεδιαστικών παραμέτρων για τη μέθοδο εξαντλητικής αναζήτησης και τη μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης.	155

Εικόνα 6-7. α) $\Delta\lambda$: Το εύρος μηκών κύματος, τα οποία μπορεί να πάρει το κύμα άντλησης και β) $\delta\lambda$: η μέγιστη απόσταση που μπορεί να απέχει το κύμα του σήματος από το κύμα άντλησης μετρημένη σε μήκη κύματος, για την οποία η τιμή της απόδοσης η , δεν είναι χαμηλότερη ενός συγκεκριμένου κατωφλίου (π.χ. -3dB), από τη μέγιστη τιμή της η_0 157

Εικόνα 6-8. Η απόδοση μετατροπή συναρτήσει των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος του βέλτιστου ΚΦΚ ως προς το δείκτη α) EBT και β) EBT_{PL} , τα χαρακτηριστικά των οποίων συγκεντρώνονται στην τελευταία γραμμή των Πίνακας 6-4 και Πίνακας 6-5, αντίστοιχα..... 161

Εικόνα 6-9. Η διακύμανση της απόδοσης μετατροπής του βέλτιστους σχεδιασμού που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-5 συναρτήσει του μήκους κύματος του ανεγειρόμενου κύματος για $\lambda_s=1.602\mu\text{m}$ για (α) διαφορετικές τιμές P_0 και (β) διαφορετικά μήκη L 162

Εικόνα 6-10. Ποιοτική αποτύπωση της βελτίωσης των παραμέτρων EBT και EBT_{PL} συναρτήσει των βημάτων της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης, όπως αυτά που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-3. 162

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1-1. Υποστρωματικά υλικά για οπτικά ολοκληρωμένα κυκλώματα.	43
Πίνακας 1-2. Εξάρτηση του μήκους κύματος στην ακρίβεια κατασκευής.	49
Πίνακας 6-1. Τα πεδία τιμών των σχεδιαστικών παραμέτρων των ΚΦΚ αλλά της ισχύος του κύματος άντλησης και του μήκους του κυματοδηγού που λαμβάνονται υπόψη στη μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης.	149
Πίνακας 6-2. Τιμές των σχεδιαστικών παραμέτρων που συγκέντρωσαν τις σημαντικότερες μεταβολές στην αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ, που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-3.	152
Πίνακας 6-3. Τιμές των σχεδιαστικών παραμέτρων που συγκέντρωσαν τις σημαντικότερες μεταβολές στην αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ, που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-4.	153
Πίνακας 6-4. Οι επιμέρους παράμετροι των σχεδιασμών ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ως προς το δείκτη EBT	159
Πίνακας 6-5. Οι επιμέρους παράμετροι των σχεδιασμών ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ως προς το δείκτη EBT_{PL}	160

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε το χρονικό διάστημα μεταξύ του Μαρτίου 2009 και του Ιουνίου 2015 στο Εργαστήριο Οπτικών Επικοινωνιών του Τμήματος Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών υπό την επίβλεψη του Καθηγητή κυρίου Θωμά Σφηκόπουλου.

Το αντικείμενο της παρούσας διδακτορικής διατριβής επικεντρώνεται γύρω από τη μελέτη των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων (ΚΦΚ) εστιασμένη στις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Η μελέτη των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων αντλεί ένα μεγάλο μέρος της επιστημονικής προσοχής λόγω της υλοποίησης συνθηκών αργού φωτός σε ολοκληρώσιμη μορφή αλλά και σε θερμοκρασίες δωματίου (δηλαδή χωρίς την απαίτηση για ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες). Το γεγονός αυτό καθιστά τους ΚΦΚ ως μία από τις επικρατέστερες οπτικές διατάξεις για μία πληθώρα γραμμικών και μη γραμμικών εφαρμογών, όπως η προσωρινή καθυστέρηση οπτικών σημάτων ή η δρομολόγηση. Οι περισσότερες από αυτές τις λειτουργίες απαιτούν μεγάλη μη-γραμμική αλληλεπίδραση του φωτός με το υλικό. Το φως, ακριβώς επειδή έχει τρομακτικά μεγάλη ταχύτητα, αντιδρά ελάχιστα με τα διαφανή προς αυτό μέσα, στα οποία συνήθως κυματοδηγείται. Για να επιτευχθούν λοιπόν οι μη-γραμμικές συνθήκες που απαιτούνται, οι επιλογές που υπάρχουν διαθέσιμες είναι η οπτική καθυστέρηση του φωτός ή εναλλακτικά η υπερβολική αύξηση της οπτικής ισχύος. Το δεύτερο γεγονός ήταν στην πραγματικότητα η πρώτη επιλογή των ερευνητών που δραστηριοποιούνταν στη μη-γραμμική οπτική, οδηγώντας σε ογκώδης και ακριβές διατάξεις. Οι ΚΦΚ παρόλα αυτά, παρέχουν τη βυνατότητα της καθυστέρησης του οπτικού σήματος, αυξάνοντας το χρόνο αλληλεπίδρασης του φωτός με το εκάστοτε μη-γραμμικό μέσο.

Οι δύο κυριότεροι περιορισμοί που συναντώνται στους ΚΦΚ είναι οι γραμμικές απώλειες διάδοσης και τα φαινόμενα διασποράς, μειώνοντας δραματικά την οπτική ισχύ και προκαλώντας σημαντική παραμόρφωση στο οπτικό σήμα κατά την κυματοδηγηση, αντίστοιχα. Με τον κατάλληλο σχεδιασμό των ΚΦΚ, δίνεται η δυνατότητα να περιοριστούν οι επιδράσεις αυτών των περιοριστικών παραμέτρων. Ο κατάλληλος σχεδιασμός ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν βελτιωμένες επιδόσεις σε εφαρμογές προσωρινής αποθήκευσης του οπτικού σήματος αλλά και σε εφαρμογές μη-γραμμικής αλληλεπίδρασης οπτικών παλμών αποτέλεσαν μέρος της έρευνας που επιτελέστηκε στην παρούσα διδακτορική διατριβή.

Η περιγραφή των γραμμικών απωλειών διάδοσης βασίστηκε στην αλληλεπίδραση του ηλεκτρικού πεδίου σε επιφάνειες, στις οποίες μπορούν να προκαλέσουν σκεδάσεις του φωτός. Οι απώλειες διάδοσης στους ΚΦΚ, οφείλεται σε ένα μεγάλο βαθμό στις ανεπιθύμητες ανακλάσεις που υπόκειται το φως στην σαθρότητα των επιφανειών εναλλαγής του δείκτη διάθλασης. Οι επιφάνειες αυτές αποτελούνται κατά κύριο λόγο από τις κυλινδρικές επιφάνειες που σχηματίζουν οι οπές του υλικού με χαμηλό δείκτη διάθλασης στο στρώμα από υλικό με υψηλότερο δείκτη διάθλασης. Η σαθρότητα που θα εμφανίζουν οι οπές οφείλεται κατά κύριο λόγο, στην ακρίβεια της κατασκευαστικής διαδικασίας. Στην παρούσα διδακτορική παρουσιάζεται ένα νέος τρόπος υπολογισμού των γραμμικών απωλειών ικανό να αντιστοιχεί τις απώλειες με πειραματικά αποτελέσματα απωλειών ώστε να παρέχεται μεγαλύτερου βαθμού εμπιστοσύνης στην εκτίμηση των γραμμικών απωλειών ενός υπό μελέτη ΚΦΚ.

Στο κεφάλαιο τέσσερα της διδακτορικής διατριβής παρουσιάζεται μία αναλυτική μελέτη γύρω από την επίδραση των φαινομένων διασποράς στους ΚΦΚ. Η επίδραση των φαινομένων διασποράς στη βιάδοση του φωτός περιγράφονται με το δείκτη διεύρυνσης. Όπως παρουσιάζεται, οι επιπτώσεις της διασποράς στο οπτικό σήμα στους ΚΦΚ, οφείλεται ως επί τω πλείστον στο συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης. Όπως

παρουσιάστηκε στο ίδιο κεφάλαιο σχεδιάζοντας κατάλληλα το φωτονικό κρύσταλλο μπορούμε να δημιουργήσουμε συχνοτικές περιοχές με χαμηλό συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης, ευνοώντας το δείκτη διεύρυνσης. Θεωρώντας στενότερους παλμούς παρατηρήθηκε ότι η διασπορά δεύτερης τάξης καθιστά τη βιάδοση στους ΚΦΚ απαγορευτική χωρίς κάποιο ειδικό σχεδιασμό κατάλληλο να μειώσει τη βιασπορά δεύτερης τάξης στην επιθυμητή συχνοτική περιοχή. Στο ίδιο κεφάλαιο επίσης εξετάζεται η συμπεριφορά σολιτονιακών παλμών ως προς τα φαινόμενα της διασποράς. Ένας σολιτονιακός παλμός έχει την ικανότητα να διαδίδεται χωρίς τις επιπτώσεις της διασποράς δεύτερης τάξης. Στην παρούσα διδακτορική διατριβή εξάγεται το συμπέρασμα ότι η διάδοση σολιτονιακών παλμών μπορεί να υποστηριχθεί σε ΚΦΚ για εύρη παλμών που θα αντιστοιχούσαν σε ρυθμούς διάδοσης της τάξης των 100Gb/s, την στιγμή που ένας γραμμικός παλμός δεν θα μπορούσε να υποστηριχθεί λόγω των έντονων φαινομένων διασποράς. Επίσης διαπιστώθηκε ότι η διάδοση σολιτονιακών παλμών υποστηρίζεται σε χαμηλότερη θεμελιώδη ισχύς, όταν ο ΚΦΚ σχεδιάζεται κατάλληλα ώστε να παρέχει συχνοτικές περιοχές με χαμηλό συντελεστή β_2 . Επίσης στην ίδια ενότητα δείξαμε ότι όταν η αρχική ισχύς του σολιτονιακού παλμού είναι υψηλότερη από την θεμελιώδη ισχύ μέχρι και 50%, αυτό οδηγεί σε ακόμη καλύτερη συμπεριφορά ως προς τη βιασπορά.

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή επιλέχθηκε ο διαχωρισμός της μελέτης των ΚΦΚ ως προς το γραμμικό και το μη-γραμμικό καθεστώς των εφαρμογών που βρίσκει απήχηση ο σχεδιασμός των ΚΦΚ. Ως εκ τούτου στο κεφάλαιο 4 και 5 περιγράφονται τα γραμμικά και μη-γραμμικά χαρακτηριστικά των ΚΦΚ, αντίστοιχα. Στο κεφάλαιο 6 περιγράφεται η διαδικασία σχεδιασμού των ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν βέλτιστες επιδόσεις σε αυτά τα δύο καθεστώτα.

Ο σχεδιασμός των ΚΦΚ ως προς τις επιδόσεις τους στα γραμμικά χαρακτηριστικά, απασχολεί ένα μεγάλο κομμάτι της επιστημονικής κοινότητας. Στην πλειονότητά τους, οι απόπειρες σχεδιασμού ΚΦΚ που συναντώνται στη βιβλιογραφία επικεντρώνονται γύρω από τη μεγιστοποίηση του γινομένου καθυστέρηση και εύρους ζώνης. Στην παρούσα διδακτορική διατριβή μελετήθηκε ο σχεδιασμός των ΚΦΚ ως προς την αποθηκευτική τους ικανότητα μετρημένη σε μονάδες πληροφορίας. Λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα διασποράς και γραμμικών απωλειών παρουσιάστηκαν σχεδιασμοί ΚΦΚ με μεγαλύτερη αποθηκευτική ικανότητα σε σύγκριση με σχεδιασμούς που εντοπίζονται στη βιβλιογραφία, μεταβάλλοντας τις ίδιες σχεδιαστικές παραμέτρους. Επιπλέον, εφαρμόστηκε μία συστηματική μέθοδο βελτιστοποίησης του σχεδιασμού των ΚΦΚ. Η μέθοδος αυτή έδωσε τη βυνατότητα να εισάχθουν ταυτόχρονα πολλές σχεδιαστικές παραμέτρους χωρίς να απαιτείται υπερβολικός χρόνος υπολογισμού. Με βάση τη μελέτη αυτή γύρω από το σχεδιασμό των ΚΦΚ εξάγεται το συμπέρασμα ότι η μεταβολή διαφορετικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών δεν έχουν την ίδια επίδραση στη βελτίωση της αποθηκευτικής ικανότητας ενός ΚΦΚ. Διαπιστώθηκε ότι η εγκάρσια απομάκρυνση των οπών που βρίσκονται εγγύτερα στον κυματοδηγό έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση στην αποθηκευτική ικανότητα.

Οι μελέτη των ΚΦΚ ως προς μη-γραμμικές εφαρμογές είναι αποτελεί μία αρκετά πολύπλοκη υπόθεση. Στην παρούσα διδακτορική διατριβή επιλέγεται η ενασχόληση γύρω από το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων (Four Wave Mixing, FWM) καθώς το φαινόμενο συμβάλει σημαντικά στον τομέα των τηλεπικοινωνιών. Μερικές από τις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές που μπορούν να υλοποιηθούν με βάση του φαινόμενο FWM είναι η μεταβολή του μήκους κύματος, η αναγέννηση σήματος και η λειτουργία της μεταγωγής όπως αναφέρουμε στο κεφάλαιο 5. Στην εκφυλισμένη εκδοχή του φαινομένου συμμετέχουν ένα κύμα άντλησης, ένα κύμα σήματος και ένα ανεγειρόμενο κύμα. Η μελέτη του φαινομένου FWM έγινε υπό την προϋπόθεση ότι το κύμα άντλησης

είναι πολύ πιο ισχυρό από το κύμα σήματος. Στο φαινόμενο FWM συμπεριλαμβάνονται οι συνεισφορές άλλων μη-γραμμικών φαινομένων όπως της αυτοδιαμόρφωσης φάσης (self-phase modulation, SPM), της ετεροδιαμόρφωσης φάσης (cross-phase modulation, XPM), της απορρόφησης δύο φωτονίων (two photon absorption, TPA) κ.α.. Στην παρούσα διδακτορική διατριβή παρουσιάζεται ο αναλυτικός υπολογισμός της απόδοσης μετατροπής του φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων, συμπεριλαμβανομένων των διαφορετικών συνθηκών που αντιλαμβάνεται κάθε ένα από τα συμβαλλόμενα κύματα αλλά και κάθε ένα από τα γραμμικά και μη-γραμμικά φαινόμενα που συνυπάρχουν στον κυματοδηγό [3]. Στις ενότητες 5.3 έως 5.5 παρουσιάζονται αναλυτικές εκφράσεις για τον υπολογισμό της απόδοσης μετατροπής του φαινομένου FWM, όταν λαμβάνονται υπόψη οι γραμμικές απώλειες, το φαινόμενο TPA και η γέννηση ελεύθερων φορέων αντίστοιχα. Οι αναλυτικές εκφράσεις αυτές έδωσαν τη βινατότητα να απαλλαγούμε από τον αριθμητικό υπολογισμό του συστήματος συζευγμένων εξισώσεων που περιγράφει το φαινόμενο FWM, ο οποίος καθίσταται αργός σε σχέση με τις ανωτέρω αναλυτικές εκφράσεις.

Στο έκτο κεφάλαιο παρουσιάζεται ο αναλυτικός σχεδιασμός των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν βελτιωμένες επιδόσεις στο φαινόμενο FWM. Στη βιδακτορική διατριβή παρουσιάζονται δύο νέοι δείκτες που αποτυπώνουν την χρησιμότητα ενός φωτονικού κρυστάλλου ως προς το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Οι δείκτες περιγράφουν το τριπλό γινόμενο του βέλτιστου επιπέδου της απόδοσης μετατροπής ενός ΚΦΚ επί του εύρους μηκών κύματος επί της μέσης απόστασης μεταξύ των κυμάτων σε μήκη κύματος. Ο σχεδιασμός των ΚΦΚ ο οποίος θα κατέχει τη μέγιστη τιμή των δεικτών εγγυάται ότι θα κατέχει ένα υψηλό επίπεδο απόδοσης μετατροπής, το οποίο θα διατηρείται σχεδόν σταθερό για όσον το δυνατόν περισσότερα μήκη κύματος και σε όσον το δυνατόν μεγαλύτερες αποστάσεις μεταξύ των τριών κυμάτων. Επίσης λαμβάνονται υπόψη το μήκος του ΚΦΚ αλλά και η αρχική ισχύς του κύματος άντλησης. Σχεδιάζοντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ΚΦΚ ώστε αυτά να κατέχουν μέγιστη τιμή στους δείκτες αυτούς παρουσιάζονται σχεδιασμοί με υψηλά επίπεδα απόδοσης μετατροπής, ικανά να διατηρήσουν αυτή την τιμή για πολλά μήκη κύματος και για μεγάλες αποστάσεις μηκών κύματος μεταξύ των τριών κυμάτων, διατηρώντας σε σχετικά μικρά επίπεδα το συνολικό μήκος του κυματοδηγού αλλά και την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το κεφάλαιο καταγράφεται η πορεία των οπτικών επικοινωνιών από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Στην συνέχεια περιγράφουμε διάφορες μεθόδους για την κατασκευή οπτικά ολοκληρωμένων κυκλωμάτων. Η έννοια του αργού φωτός ορίζεται και αναλύονται όλοι οι πιθανοί τρόποι για την επίτευξη αργού φωτός, επικεντρώνοντας το ενδιαφέρον μας στην οπτικές τηλεπικοινωνίες.

1.1 Ιστορική Αναδρομή Στις Τηλεπικοινωνίες.

Αισχύλου «Αγαμέμνων» (στ. 305~316):

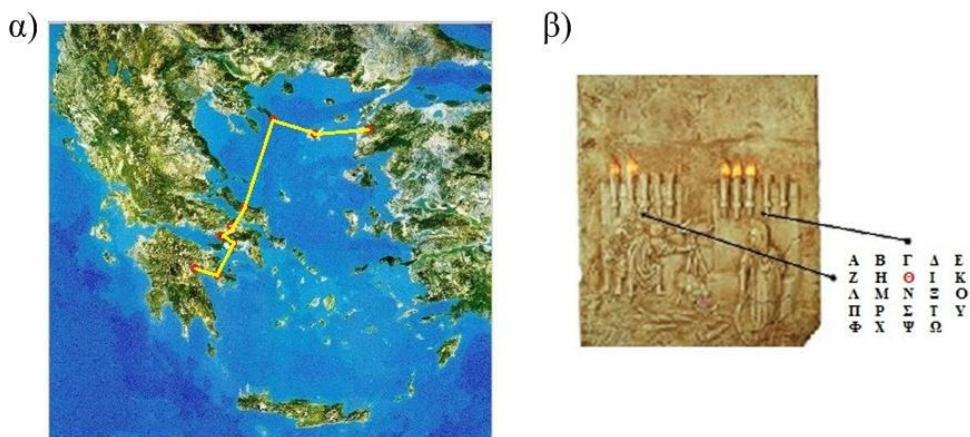
<< "Ἡφαιστος, Ἴδης λαμπρὸν ἐκπέμπων σέλας·
φρυκτὸς δὲ φρυκτῶ δεῦρ' ἀπ' ἀγγάρου πυρὸς
ἔπεμπεν, Ἴδῃ μὲν πρὸς Ἑρμαῖον λέπας
Λήμνου· μέγαν δὲ πανὸν ἐκ νήσου τρίτον
Ἀθῶν αἴπτος Ζηνὸς ἐξεδέξατο·
ὑπερτελής τε, πόντον ὥστε νωτίσαι
ἰσχὺς πορευτοῦ λαμπάδος πρὸς ἠδονὴν
.....
πέμπουσι δ' ἀνδαίοντες ἀφθόνω μένει
φλογὸς μέγαν πώγωννα, καὶ Σαρωνικοῦ
πορθμοῦ κάτοπτον πρῶν' ὑπερβάλλειν πρόσω
φλέγουσαν· εἴτ' ἔσκηψεν, εἴτ' ἀφίκετο
Ἀραχναῖον αἴπτος, ἀστυγείτονας σκοπᾶς·
κάπειτ' Ἀτρειδῶν ἐς τόδε σκίηπει στέγος
φᾶος τόδ' οὐκ ἄπαππον Ἰδαίου πυρὸς,
τοιοῖδε τοῖ μοι λαμπαδηφόρων νόμοι,
ἄλλος παρ' ἄλλου διαδοχαῖς πληρούμενοι·
νικᾷ δ' ὁ πρῶτος καὶ τελευταῖος δραμῶν.
τέκμαρ τοιοῦτον ξύμβολόν τέ σοι λέγω
ἄνδρὸς παραγγείλαντος ἐκ Τροίας ἐμοί >>

Η παραπάνω αναφορά είναι ίσως η αρχαιότερη γραπτή μαρτυρία ενός ολοκληρωμένου οπτικού τηλεπικοινωνιακού συστήματος, το οποίο λειτούργησε στα μέσα του 1100 π.Χ.. Ο Αισχύλος «ο Ελευσίνιος» (525-426 π.Χ.), στο έργο του “Αγαμέμνων” μας πληροφορεί για τις «φρυκτωρίες», ένα δίκτυο από πύργους στην κορυφή των οποίων άναβαν πυρσοί (ή φρυκτοί). Το δίκτυο των Φρυκτωριών, εκμεταλλευόμενο τα νησιά του Αιγαίου και την ορεινή μορφολογία της περιοχής, χρησιμοποιεί τη φωτιά και έναν κώδικα αναπαράστασης γραμμάτων για τη μετάδοση μηνυμάτων σε πολλά χιλιόμετρα. Σύμφωνα με τον Αισχύλο, όταν το 1184 π.Χ. καταλαμβάνεται η Τροία, ο βασιλιάς των Μυκηνών Αγαμέμνων πληροφορεί τη σύζυγο του Κλυταιμνήστρα με το δίκτυο των φρυκτωριών με την παρακάτω σειρά: Τροία - Ἴδη - Ἑρμαιο Λήμνου - Αθως Αγίου Όρους - Μάκιστο Εύβοιας - Μεσσάπιο της Βοιωτίας - Κιθαιρώνας - Αιγίπλαγκτο - Αραχναίο - Παλάτι των Μυκηνών (Εικόνα 1-1(α), καλύπτοντας μία απόσταση που υπερβαίνει τα 600 χιλιόμετρα.

Με την πάροδο του χρόνου, η ανάγκη για γρήγορη μετάδοση πληροφοριών ώθησε την ανθρωπότητα σε διάφορες τηλεπικοινωνιακές μεθόδους ανάλογα πάντα με τα τεχνολογικά μέσα της εκάστοτε εποχής. Από το 300π.Χ, ο Αρκάδας στρατηγός Αινείας «ο Τακτικός» χρησιμοποιεί τον υδραυλικό τηλέγραφο. Σε κατάλληλα επιλεγμένα

υψώματα αγγελιοφόροι χρησιμοποιούν ισομεγέθη πήλινα ή μεταλλικά δοχεία με νερό, όπου επιπλέουν πλωτήρες από φελλό λίγο στενότεροι από τα στόμια που τους περιέχουν, στη μέση των οποίων είναι στερεωμένοι ράβδοι διαιρεμένοι σε ίσα μέρη με αναγραμμένα προσυμφωνημένα μηνύματα στο καθένα. Ο χειριστής/πομπός ανεβάζοντας έναν αναμμένο πυρσό δίνει σήμα στο χειριστή/δέκτη για την αποστολή μηνύματος. Ανυψώνοντας ένα πυρσό ο δέκτης επιβεβαιώνει την έναρξη της αποστολής μηνύματος και κατεβάζοντας τον πυρσό, ταυτόχρονα και οι δύο απελευθερώνουν τους δύο ισομεγέθεις αυλίσκους εκκένωσης νερού που υπάρχουν στις συσκευές. Όταν φανεί στη συσκευή του «πομπού» το επιθυμητό μήνυμα, ο πομπός δίνει σήμα στο δέκτη ανεβάζοντας τον πυρσό και ταυτόχρονα οι δύο σταματούν την εκροή του νερού. Λόγω ομοιότητας των συσκευών, των στομιών εκροής και της ίδιας στάθμης του ύδατος, το επιθυμητό προσυμφωνημένο μήνυμα εμφανίζεται και στη συσκευή του δέκτη. Παρόμοιες συσκευές χρησιμοποιήθηκαν κυρίως για την ταχεία μεταφορά μηνυμάτων στην αχανή αυτοκρατορία του Μεγάλου Αλεξάνδρου.

Άξιο αναφοράς είναι το σύστημα τηλεπικοινωνιών που περιγράφει ο ιστορικός Πολύβιος, έργο των Κλεοξένη και Δημόκλειου γύρω στα 350 π.Χ.. Σύμφωνα με το σύστημα αυτό ο πομπός και ο δέκτης είχαν ο καθένας από δύο τοίχους που απείχαν μεταξύ τους λίγα μέτρα και ο δέκτης μπορούσε να τους διακρίνει άνετα με κάποια διόπτρα, όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 1-1(β). Η κατασκευή των τοίχων θύμιζε πολεμίστρες, με έξι εσοχές και πέντε κοιλότητες. Η κάθε κοιλότητα φιλοξενούσε και από μία πυρσεία και είχε πλάτος περίπου ένα μέτρο. Το σύστημα κωδικοποίησης, αντιστοιχούσε τα γράμματα σε ένα πίνακα πέντε γραμμών και πέντε στηλών. Ο αριστερός τοίχος του σταθμού εκπομπής, όπως τον έβλεπε ο δέκτης, αντιστοιχούσε στη σειρά των γραμμάτων και ο δεξιός στην στήλη των γραμμάτων. Το κάθε γράμμα αντιστοιχούσε σε κάποια σειρά και κάποια στήλη και με κατάλληλα ανάμματα των πυρσών ο λήπτης λάμβανε τα γράμματα ένα ένα. Μια διόπτρα διευκόλυνε την όραση και μεγάλωνε τις αποστάσεις μεταξύ πομπού και δέκτη. Η εμβέλεια αυτού του τρόπου επικοινωνίας αποδείχτηκε στην πράξη ότι έφθανε μέχρι και τα 30km.



Εικόνα 1-1. (α) Η καταγεγραμμένη διαδρομή του οπτικού σήματος από την Τρία μέχρι το παλάτι των Μυκηνών, ενημερώνοντας το παλάτι για τη νίκη των Ελλήνων κατά τις Τροίας. (β) Η αναπαράσταση των γραμμάτων με φωτεινά σήματα στον τηλεγράφο του Πολύβιου.

Παρόμοια συστήματα τηλεπικοινωνιών καταγράφονται μέχρι και κατά τη βιάρκεια της Βυζαντινής αυτοκρατορίας, όπου ιστορικά και αρχαιολογικά ευρήματα μαρτυρούν την ύπαρξη ενός συστήματος από «καμινοβιγλάτορες». Ένα σύστημα με φανάρια (φανούς) σε βίγλες (παρατηρητήρια) και καμίνια που διατηρούσαν άσβηστη τη φλόγα των πυρσών. Το σύστημα επικοινωνίας των Βυζαντινών έφτανε μέχρι την ταρσό της Μικράς Ασίας μια απόσταση δηλαδή 700 χιλιομέτρων και η απόσταση από φανό σε φανό ήταν περίπου 100km. Ιστορικές μαρτυρίες αναφέρουν ότι το 532 μ.Χ. η βασίλισσα Θεοδώρα με τη χρήση φωτεινών σημάτων ειδοποίησε το στρατηγό Βελισσάριο, για να καταστείλει

την στάση του Νίκα. Ο Νικηφόρος Φωκάς στο έργο του «Περί Παραδρομής» περιγράφει το ρόλο των καμιλοβιγλατόρων και αναφέρει ότι τα κτίσματα αυτά χρησιμοποιούντο για να ειδοποιούν το στρατηγό και τον άμαχο πληθυσμό σε περίπτωση επικείμενης επίθεσης. Τα έτη 829-842 μ.Χ. ο Λέων Επίσκοπος Θεσ/κης βελτίωσε το σύστημα αποστολής πληροφοριών των φρυκτωριών με το «Ωρονόμιο», σύστημα συγχρονιζόμενο με μηχανικά ωρολόγια υποδιαιρούμενα σε αντίστοιχες ώρες και συνδυασμένα με αριθμογραφικό κώδικα των πιο σημαντικών ειδήσεων.

Μέχρι τη γαλλική επανάσταση (1789 μ.Χ.), δεν σημειώθηκε καμία σημαντική αλλαγή στις τηλεπικοινωνίες, παρά το γεγονός της εφεύρεσης του τηλεσκοπίου (17ος αιώνας), το οποίο βοήθησε ώστε τα οπτικά σήματα να γίνονται κατανοητά σε μεγαλύτερες αποστάσεις. Όλα σχεδόν τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα μέχρι τα τέλη του 18ου αιώνα είχαν το μεγάλο μειονέκτημα ότι δεν μπορούσαν να μεταδώσουν πληροφορίες, αλλά μόνο κωδικοποιημένα μηνύματα. Επίσης οι καιρικές συνθήκες περιόριζαν κατά μεγάλο βαθμό την επίδοσή τους.

- Ηλεκτρικός τηλεγράφος

Η πρώτη αναφορά ενός «σύγχρονου» τηλεπικοινωνιακού συστήματος, τοποθετείται στα 1774, όταν ο Ελβετός George Luis Lesage κατασκεύασε πρώτος ένα είδος ηλεκτρικού τηλεγράφου. Η διάταξη αποτελούταν από ένα γραφείο πάνω στο οποίο είχε εγκαταστήσει 26 μεταλλικά πλήκτρα, που αντιστοιχούσαν στα 26 γράμματα της αλφαβήτου. Το κάθε πλήκτρο ήταν συνδεδεμένο με ένα σύρμα που κατέληγε σε ένα άλλο δωμάτιο. Εκεί υπήρχαν 26 αντίστοιχα μικρές σφαίρες. Αυτός που ήθελε να στείλει ένα μήνυμα πίεζε με ένα μονωμένο μεταλλικό ραβδί το γράμμα που ήθελε να μεταδώσει, οπότε έκλεινε το κύκλωμα και κινείτο η αντίστοιχη σφαίρα στο άλλο δωμάτιο.

Μία σημαντική εφεύρεση, όχι άμεσα συνδεδεμένη με τις τηλεπικοινωνίες ήταν η βολταϊκή ή ηλεκτρική στήλη, τον πρόδρομο δηλ. της σημερινής μπαταρίας, στα τέλη του 18ου αιώνα από τον Ιταλό καθηγητή Φυσικής Alessandro Volta. Έτσι, μπορούσε να έχει ο καθένας μία φθηνή παροχή συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος. Την εφεύρεση της βολταϊκής στήλης, ακολούθησε ο ηλεκτρολυτικός τηλεγράφος του Γερμανού Von Semering, το 1810, που χρησιμοποιούσε 27 σύρματα και μία βολταϊκή στήλη στον πομπό. Όταν το κύκλωμα στο δέκτη έκλεινε γινόταν ηλεκτρόλυση του νερού και έβγαιναν φυσαλίδες στο αντίστοιχο γράμμα. Ο ηλεκτρομαγνητικός τηλεγράφος του Γάλλου Ampere, ήταν ακόμη μία εκδοχή, η οποία αποτελείτο από 26 σύρματα και στη μεριά του δέκτη υπήρχαν μικρές μαγνητικές βελόνες που απέκλιναν όταν έκλεινε το κύκλωμα στο αντίστοιχο γράμμα. Παρότι η υλοποίηση του ηλεκτρικού τηλεγράφου ήταν ένα τεχνολογικό άλμα, οι τρεις διαφορετικές υλοποιήσεις του είχαν το μεγάλο μειονέκτημα ότι χρησιμοποιούσαν πολλά καλώδια, ήταν έτσι δύσκολη η μόνωσή τους και η κατασκευή ενός εκτεταμένου συστήματος επικοινωνίας.

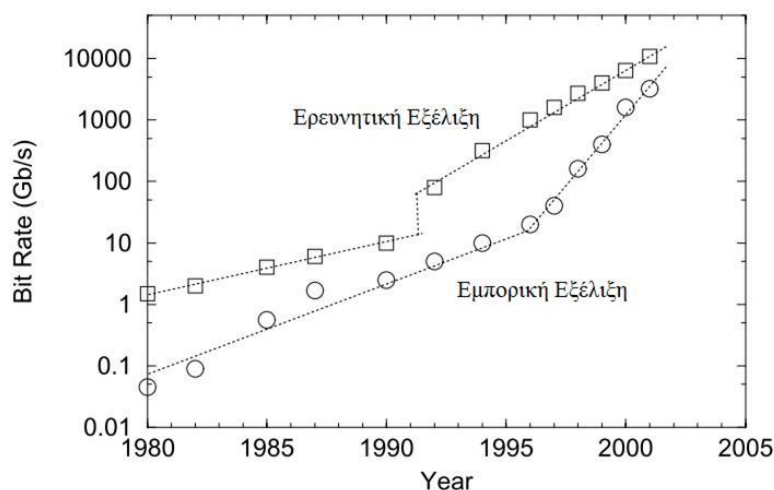
Μεγάλη ώθηση στην ανάπτυξη των τηλεπικοινωνιών έδωσε, η χρήση του ηλεκτρικού ρεύματος. Πρώτος ο Samuel Finley Morse (ζωγράφος στο επάγγελμα) ανακάλυψε το 1844 τον ηλεκτρικό τηλεγράφο ή απλά τηλεγράφο [1]. Η υλοποίηση του Morse, ήταν βασισμένη σε μια κινούμενη χάρτινη κορδέλα πάνω στην οποία ακουμπούσε η μύτη ενός μολυβιού που ήταν προσαρμοσμένο σε εκκρεμές με ηλεκτρομαγνήτη. Για να κάνει την, πλέον διάσημη, κωδικοποίηση των γραμμάτων με τελείες και παύλες, ο Morse επισκέφτηκε ένα τυπογραφείο της περιοχής του, όπου και καταμέτρησε την συχνότητα εμφάνισης γραμμάτων ώστε να απλοποιήσει την κωδικοποίηση των συχνότερα εμφανιζόμενων γραμμάτων. Στις 24 Μαΐου του 1844 στάλθηκε το πρώτο μήνυμα με τον ηλεκτρικό τηλεγράφο σε μία απόσταση 60km από την Ουάσιγκτον στη Βαλτιμόρη [1].

- Το αναλογικό τηλέφωνο:

Το επόμενο άλμα στις τηλεπικοινωνίες ήταν το ενσύρματο αναλογικό τηλέφωνο. Στην πραγματικότητα, η πρώτη μετάδοση της φωνής σε απομακρυσμένο δέκτη αποδίδεται στους Κινέζους το 200 π.Χ, οι οποίοι χρησιμοποιούσαν ένα σύστημα σωλήνων στο Σινικό τείχος. Παρόλα αυτά, ήταν το 1876 όταν το Γραφείο Ευρεσιτεχνίας των Η.Π.Α έδωσε στον Σκοτσέζο Alexander Graham Bell, το σχετικό δίπλωμα που κατοχύρωνε τη συσκευή που μεταδίδει τον ήχο και τη φωνή τηλεγραφικώς. Η συσκευή που χρησιμοποιήθηκε περιελάμβανε μια ελαστική μεμβράνη από σίδηρο, που βρισκόταν μπροστά από ένα σιδηρομαγνητικό πυρήνα, περιτυλιγμένο με μονωμένο αγωγό. Μια γραμμή από δυο καλώδια συνέδεε τη συσκευή αυτή με μια άλλη παρόμοια. Στη συσκευή του Bell, η φωνή έπεφτε πάνω στη μεμβράνη και την έκανε να πάλλεται. Σε λίγα χρόνια το τηλέφωνο θα κατακτούσε τον κόσμο και θα καθιέρωνε τον Bell, σαν τον πρώτο που εφάρμοσε τις κυματοειδείς μορφές των ηλεκτρικών ρευμάτων στις τηλεπικοινωνίες.

- Η πρώτη ασύρματη ζεύξη:

Το 1895, ο νεαρός και αυτοδίδακτος φυσικός Guglielmo Marconi από τη μπολόνια της Ιταλίας, ασχολήθηκε με μεγάλη προσήλωση, με τις θεωρίες του James Clerk Maxwell. Ο Maxwell υποστήριξε πρώτος την ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, γεγονός που επιβεβαίωσαν, οι έρευνες του διάσημου Γερμανού φυσικού Heinrich Hertz το 1887, ο οποίος πραγματοποίησε μία σειρά από σχετικά πειράματα. Κατασκευάζοντας και θέτοντας σε λειτουργία απλές συσκευές αποτελούμενες από επαγωγικά πηνία και πρόχειρους αναμεταδότες, ο Marconi σημείωσε επιτυχία από την αρχή, στην ασύρματη μετάδοση και λήψη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Η πρωτόγονη συσκευή του αποτελείτο από ένα σύρμα επαγωγής και από ένα κλειδί του Μορς που έδινε σήματα. Ο πομπός του, ήταν ένα συνεχώς διακοπτόμενο κύκλωμα, που παρήγαγε σπινθήρες, σαν αυτό δηλαδή που χρησιμοποιούσε ο καθηγητής του, Augusto Righi, ενώ ο δέκτης του, ήταν μία βελτιωμένη έκδοση του δέκτη του Édouard Branly. Το 1897, ο Marconi κάλυψε ασύρματα την απόσταση μεταξύ του Bristol και του νησιού Wight. Ως εκ τούτου, ο Marconi θεωρείται ασφαλώς και ο πατέρας του ναυτικού ασύρματου, ο οποίος χρησιμοποιείτο μέχρι και τα μέσα του περασμένου αιώνα. Παρόλα αυτά, πολλοί επιστήμονες της εποχής πίστευαν ότι τα ραδιοκύματα θα είχαν περιορισμένη εφαρμογή καθώς πίστευαν ότι ταξίδευαν μόνο ευθύγραμμα και λόγω της καμπυλότητας της γης, δεν θα μπορούσαν ποτέ να περάσουν τον Ατλαντικό. Ανεπηρέαστος από τις διάφορες αποδοκιμασίες, ο Marconi εγκατέστησε τον πομπό του στο Poldhu της Νέας Κορνουάλλης στο νοτιοδυτικό άκρο της Αγγλίας και το δέκτη του στη Νέα Γη (Newfoundland) στη βόρεια Αμερική. Μετά από πολλές ανεπιτυχείς προσπάθειες, η πρώτη επιτυχής λήψη ήρθε στις 12 Δεκεμβρίου 1901 (στις 12:30μμ), όταν άκουσε τις τρεις τελείες που συμβολίζουν το γράμμα «S» (στο κώδικα Morse), που έστειλε ο πομπός από το Poldhu. Ο Marconi κατόρθωσε μέσα σε ελάχιστα χρόνια να καλύψει επικοινωνιακά σχεδόν όλον τον τότε γνωστό κόσμο.



Εικόνα 1-2. Η χρονική εξέλιξη της χωρητικότητας των οπτικών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων μετά το 1980. Τα εμπορικά τηλεπικοινωνιακά συστήματα (κύκλοι) φαίνονται να ακολουθούν τις ερευνητικές επιδόσεις (τετράγωνα) με μια μικρή διαφορά. Η ραγδαία αύξηση του 1992 οφείλεται στην εφαρμογή της WDM τεχνολογίας.

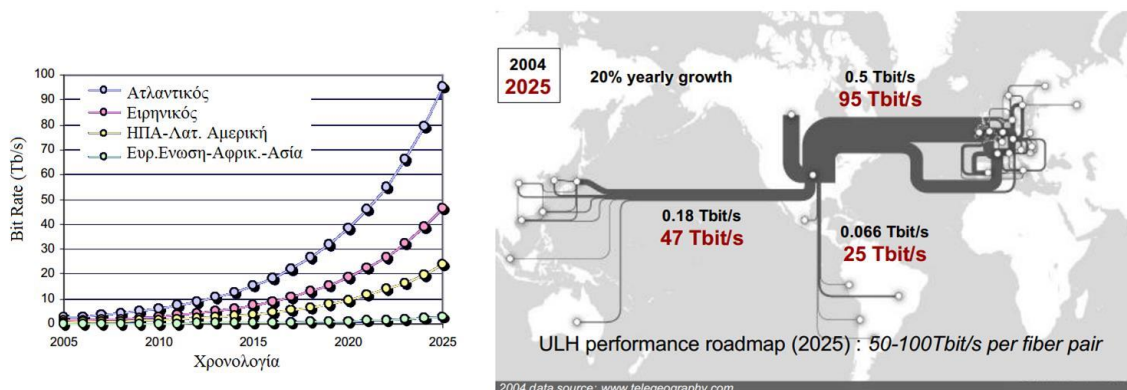
- Οπτικές τηλεπικοινωνίες τον περασμένο αιώνα:

Αναμφισβήτητα, η εφεύρεση του τηλεφώνου ήταν μία καμπή στην ιστορία των τηλεπικοινωνιών. Η ανάπτυξη των τηλεφωνικών δικτύων σε ολόκληρο τον κόσμο κατά τη βιάρκεια του 20ου αιώνα, οδήγησε σε μία εντυπωσιακή ανάπτυξη στο σχεδιασμό των ηλεκτρικών συστημάτων επικοινωνίας. Η χρήση των ομοαξονικών καλωδίων στην θέση των ζευγών συρμάτων αύξησε σημαντικά την χωρητικότητα του συστήματος. Το πρώτο σύστημα ομοαξονικού καλωδίου, τοποθετήθηκε το 1940 και ήταν ένα σύστημα που λειτουργούσε στα 3MHz, ικανό να μεταδώσει μέχρι 300 κανάλια φωνής ή ένα τηλεοπτικό κανάλι. Το εύρος ζώνης τέτοιων συστημάτων περιοριζόταν από τις συχνοτικά εξαρτώμενες απώλειες του καλωδίου, οι οποίες αύξαναν ραγδαία μετά τα 10MHz. Ο περιορισμός αυτός οδήγησε στην ανάπτυξη των μικροκυματικών συστημάτων επικοινωνίας, στα οποία ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα στη μικροκυματική περιοχή δρούσε σαν φορέας πληροφορίας. Με χρήση κατάλληλων σχημάτων διαμόρφωσης, τα σήματα πληροφορίας μεταδιδόταν σε ένα συχνοτικό εύρος από 1GHz έως 10GHz. Το 1948 λειτούργησε το πρώτο ολοκληρωτικό μικροκυματικό σύστημα με συχνότητα φέροντος στα 4GHz. Μέχρι τότε χρησιμοποιούνταν υβριδικά συστήματα με συνδυασμό ομοαξονικών και μικροκυματικών ζεύξεων, επιτυγχάνοντας ένα μέγιστο ρυθμό της τάξης των 100Mb/s. Το πιο προηγμένο μέχρι τότε σύστημα ομοαξονικών καλωδίων λειτούργησε γύρω το 1975, με ρυθμούς μετάδοσης που άγγιζαν τα 274Mb/s. Παρόλα αυτά, το μεγαλύτερο μειονέκτημα των ομοαξονικών συστημάτων ήταν η μικρή απόσταση στην οποία ήταν απαραίτητη η αναμετάδοση του σήματος (~1km), γεγονός που ανάγκαζε την συχνή αναμετάδοση του σήματος για να καλυφθούν οι μεγάλες αποστάσεις μεταξύ πομπού και δέκτη. Το σύστημα μικροκυματικών τηλεπικοινωνιών επέτρεπε μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των αναμεταδοτών, αλλά οι ρυθμοί μετάδοσης ήταν περιορισμένοι από την συχνότητα του φέροντος.

Κατά το δεύτερο μισό του περασμένου αιώνα, η τεχνολογική ανάπτυξη επέτρεψε την χρήση οπτικών συχνοτήτων ως φέρον σήμα, με την εφεύρεση του laser και τη παρουσίασή του το 1960 [2]. Το 1966, προτάθηκαν οι οπτικές ίνες σαν το καταλληλότερο μέσω διάδοσης του φωτός [3]-[4], καθώς είχαν τη βινατότητα να κυματοδηγούν το φως με παρόμοιο τρόπο με τον οποίο τα ηλεκτρόνια οδηγούνται στα μεταλλικά καλώδια. Τα βασικότερο πρόβλημα και εδώ ήταν οι υψηλές απώλειες των οπτικών ινών, οι οποίες αρχικά κυμαίνονταν στα 1000dB/km αλλά και όπισθο-ανάκλαση που παρουσιάζουν οι ίνες όταν καμφθούν πέραν μία γωνίας. Μία ραγδαία βελτίωση σε

τομέα των απωλειών έγινε το 1970, όταν οι απώλειες της οπτικής ίνας μειώθηκαν κάτω των 20dB/km, λειτουργώντας στη μικροκυματική περιοχή γύρω από το 1 μ m [5]. Επίσης, την ίδια περίοδο παρουσιάστηκαν τα laser ημιαγωγού GaAs, ικανά να λειτουργούν σε θερμοκρασίες δωματίου [6].

Η ταυτόχρονη εξέλιξη των οπτικών laser σε ολοκληρωμένη μορφή και οι χαμηλών απωλειών οπτικές ίνες οδήγησαν σε μία παγκόσμια ανάπτυξη των οπτικών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων [7]. Στην Εικόνα 1-2, απεικονίζεται η άνοδος της χωρητικότητας των οπτικών συστημάτων από το 1980 μέχρι το 2000. Όπως διακρίνεται στην εικόνα, η εμπορική ανάπτυξη των συστημάτων αυτών ακολουθεί αρκετά καλά την ερευνητική πορεία κατά την εξέλιξή της. Οι αποστάσεις μετάδοσης οπτικών σημάτων χωρίς την ανάγκη αναμετάδοσης βελτιώθηκαν από δεκάδες σε εκατοντάδες χιλιόμετρα κατά την ίδια χρονική περίοδο. Χρησιμοποιώντας μήκη κύματος γύρω στο 1.3 μ m οι απώλειες διάδοσης έγιναν μικρότερες των 1dB/km καθώς επίσης παρατηρήθηκε και ελάχιστη διασπορά. Ένα νέο ελάχιστο στις γραμμικές απώλειες διάδοσης των οπτικών ινών πυριτίου παρουσιάστηκε στα 1.55 μ m, το 1979 [8]. Παρόλα αυτά, σε αυτό το μήκος κύματος οι οπτικές ίνες πυριτίου παρουσιάζουν ενισχυμένα χαρακτηριστικά διασποράς πράγμα που περιορίζει το ρυθμό μετάδοσης. Το πρόβλημα της διασποράς, ξεπεράστηκε αργότερα είτε με οπτικές ίνες μετατοπισμένης διασποράς (ειδικά σχεδιασμένες ώστε να παρουσιάζουν ελάχιστη διασπορά κοντά στα 1.55 μ m) ή περιορίζοντας το εύρος του παλμού. Και οι δύο τρόποι ακολουθήθηκαν κατά τη βεκαετία του 1980. Το 1985, εργαστηριακά πειράματα ανέδειξαν την πιθανότητα μετάδοσης πληροφορίας με ρυθμούς 4Gb/s σε αποστάσεις μεγαλύτερες των 100km [9]. Μέχρι το 1990, τηλεπικοινωνιακά συστήματα οπτικών ινών με ρυθμούς μέχρι 10Gb/s ήταν πλέον εμπορικά διαθέσιμα [10], [11].



Εικόνα 1-3. Πρόβλεψη του ρυθμού μετάδοσης ηπειρωτικών ζεύξεων υποθέτοντας 20% ετήσια αύξηση του ρυθμού.

Το επόμενο άλμα στις οπτικές τηλεπικοινωνίες οφείλεται στην χρήση της οπτικής ενίσχυσης, η οποία βοήθησε ώστε να αυξηθούν οι αποστάσεις μεταξύ των αναμεταδοτών. Σημαντικό βήμα επίσης ήταν η πολυπλεξία του μήκους κύματος (wavelength division multiplexing, WDM) εκτοξεύοντας το ρυθμό μετάδοσης. Όπως φαίνεται και από τις διαφορετικές κλίσεις πριν και μετά το 1992 στην Εικόνα 1-2, η χρήση της τεχνολογίας WDM έφερε σαν αποτέλεσμα το διπλασιασμό της χωρητικότητας του δικτύου μέσα σε διάστημα 6 μηνών και οδήγησε σε οπτικά συστήματα τηλεπικοινωνιών με ρυθμούς μετάδοσης έως 10Tb/s μέχρι το 2001. Έκτοτε, ως επί το πλείστον χρησιμοποιούνται WDM συστήματα, στα οποία οι γραμμικές απώλειες διάδοσης των οπτικών ινών καταστέλλονται περιοδικά με την χρήση ενίσχυσης με ίνες ντοπαρισμένες με έρβιο (Er) (Erbium doped fiber amplifiers, EDFA) σε αποστάσεις που κυμαίνονται μεταξύ 60-80km. Από την στιγμή εκείνη και μετά, η οπτικές τηλεπικοινωνίες ουσιαστικά μονοπωλούσαν το ενδιαφέρον των επιστημόνων καταγράφοντας αλλεπάλληλα ρεκόρ ρυθμών διάδοσης και αποστάσεων κάθε 2 χρόνια

κατά μέσο όρο. Μέχρι το 1998, η οπτική ίνα κάλυπτε, μεγάλο κομμάτι του ανεπτυγμένου κόσμου με μία ζεύξη 27.000km (γνωστή και ως FLAG) ενώνοντας πολλές Ασιατικές και Ευρωπαϊκές χώρες. Ένα πραγματικά παγκόσμιο δίκτυο, καλύπτοντας 250.000km με χωρητικότητα 2.56Tb/s (με 64 WDM κανάλια και ρυθμούς 10Gb/s σε 4 ζεύγη ινών) τέθηκε σε λειτουργία το 2002 [12]. Μέχρι το 2006, ο ρυθμός διάδοσης μέσα από μία οπτική ίνα άγγιξε τα 14 Tbit/s από μία οπτική γραμμή μήκους 160km, χρησιμοποιώντας οπτική ενίσχυση [13], ενώ ο τηλεπικοινωνιακός όμιλος NTT (Nippon Telegraph and Telephone) κατάφερε μέσα σε δύο χρόνια να ανεβάσει το ρυθμό διάδοσης ανά κανάλι, σε WDM συστήματα, στα 111Gb/s [14]. Παρόλη την επιστημονική άνθηση, τα μέχρι τότε εγκατεστημένα τηλεπικοινωνιακά συστήματα δεν ξεπερνούσαν τα 10~40 Gb/s αποδεικνύοντας ότι το κόστος υλοποίησης ήταν και είναι σημαντικός παράγοντας διεξόδου της τεχνολογίας στον πραγματικό κόσμο όσο και πρωτοποριακή και αν είναι [15]. Πιο πρόσφατα ερευνητές κατάφεραν την διάδοση οπτικού σήματος σε κανάλι ρυθμού 400Gb/s, χρησιμοποιώντας πολυπλεξία τροχιακής ορμής (Orbital angular momentum, OAM) τεσσάρων τρόπων τον Ιούνιο του 2013 [16]. Επίσης, το 2013, χρησιμοποιώντας εναλλακτικές μορφές οπτικών ινών, όπως οι ίνες φωτονικών κρυστάλλων κενού πυρήνα, επιτεύχθηκε η διάδοση με ρυθμό 73.7Tb/s, με το οπτικό σήμα να ταξιδεύει με 99.7% της ταχύτητας του φωτός στο κενό [17].

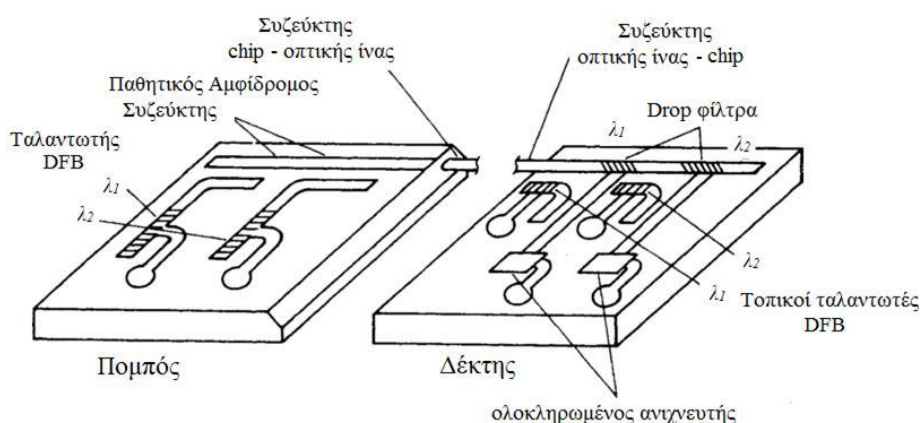
Κοιτώντας προς το μέλλον, και έχοντας γνώση του παρελθόντος μπορούμε να προβλέψουμε τις ανάγκες των αυριανών τηλεπικοινωνιακών δικτύων. Στην Εικόνα 1-3, φαίνεται μία πρόβλεψη του ρυθμού μετάδοσης σε διηπειρωτικές ζεύξεις ανά τον κόσμο υποθέτοντας 20% αύξηση σε ετήσια βάση. Υιοθετώντας αυτή την πρόβλεψη, στα επόμενα 10 χρόνια αναμένεται ο διπλασιασμός της ολικής κίνησης στα διηπειρωτικά τηλεπικοινωνιακά δίκτυα, ενώ οι ανάγκες των τηλεπικοινωνιακών δικτύων εκφρασμένη σε ρυθμό μετάδοσης, θα αγγίζουν τα 100Tb/s.

Σε μία ραγδαίως αναπτυσσόμενη κοινωνία η ανάγκη για τηλεπικοινωνίες σε υψηλούς ρυθμούς είναι και θα παραμείνει απαραίτητη. Στα σύγχρονα τηλεπικοινωνιακά και ήδη εγκατεστημένα δίκτυα, η χρήση των ηλεκτρονικών στοιχείων είναι ευρέως διαδεδομένη για την επεξεργασία των οπτικών σημάτων, καθυστερώντας την ανάπτυξη του συνολικού ρυθμού μετάδοσης. Η επεξεργασία σήματος ολοκληρωτικά σε οπτική μορφή αναμένεται να είναι η κυρίαρχη λύση στα δίκτυα επόμενης γενιάς, όπου οπτικά ολοκληρωμένα κυκλώματα θα αντικαθιστούν τα ηλεκτρονικά κυκλώματα.

1.2 Οπτική Ολοκλήρωση.

Υπό την ευρεία έννοια ένα οπτικό ολοκληρωμένο κύκλωμα ή ΟΟΚ (Optical Integrated Circuit, OIC) είναι μία διάταξη που ενσωματώνει πολλές φωτονικές λειτουργίες όπως αντίστοιχα περιελάμβαναν τα ηλεκτρονικά ολοκληρωμένα κυκλώματα. Η κύρια διαφορά μεταξύ των οπτικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων είναι ότι τα ΟΟΚ παρέχουν τις διάφορες λειτουργίες για σήματα σε οπτικά μήκη κύματος (τυπικά στο οπτικό φάσμα 850nm~1650nm). Στην Εικόνα 1-4, αποτυπώνεται ένα υποτιθέμενο ολοκληρωμένο ΟΟΚ συνδυασμένο με ένα κυματοδηγό οπτικής ίνας, δίνοντας έμφαση στα πλεονεκτήματα της οπτικής ολοκλήρωσης. Σε αυτό το σύστημα ο πομπός και ο δέκτης περιέχονται σε οπτικά ολοκληρωμένο chip, και συνδέονται μεταξύ τους μέσω μίας οπτικής ίνας. Η γενική λειτουργία των στοιχείων που απαρτίζουν το κάθε οπτικά ολοκληρωμένο chip, δίνεται στην συνέχεια. Το φως εκπέμπεται από ολοκληρωμένες laser-διόδους τύπου κατανεμημένης ανατροφοδότηση (Distributed FeedBack-DFB), σε δύο διαφορετικές συχνότητες λ_1 και λ_2 . Μόνο δύο πηγές δίνονται στην αναπαράσταση της εικόνας, αλλά ίσως εκατοντάδες θα συμπεριλαμβάνονται σε ένα πρακτικό σύστημα. Από την στιγμή που το φως εκπέμπεται σε δύο διαφορετικά μήκη κύματος, ταξιδεύει σε διαφορετικό οπτικό φέρον, άρα πολλά κύματα μπορούν να οδεύσουν παράλληλα ή

πολυπλεγμένα, σε μία οπτική ίνα. Στον δέκτη, τα σήματα αποπολυπλέγονται και κάθε μήκος κύματος φιλτράρεται και οδηγείται σε διαφορετικό φωτοφωρατή. Αντίστοιχα laser-δίοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν από το δέκτη σαν τοπικοί ταλαντωτές για ετερόδυνη φώραση των οπτικών κυμάτων.



Εικόνα 1-4. Σχηματική αναπαράσταση οπτικά ολοκληρωμένου συστήματος τηλεπικοινωνιών.

Τα οπτικά ολοκληρωμένα κυκλώματα παρουσιάζουν ένα πλήθος πλεονεκτημάτων συγκρίσει με τα αντίστοιχα ηλεκτρονικά ολοκληρωμένα κυκλώματα ή τα συμβατικά συστήματα οπτικής επεξεργασίας σήματος, τα οποία συνήθως αποτελούνται από μεγάλα διακριτά στοιχεία. Εγγενώς, τα ΟΟΚ έχουν παρόμοιο μεγάλο εύρος ζώνης όπως και οι οπτικές ίνες, καθώς και στις δύο περιπτώσεις το φως είναι αυτό που φέρει την πληροφορία αντί του ηλεκτρικού ρεύματος. Με αυτό τον τρόπο, είμαστε σε θέση να απαλλαγούμε από φαινόμενα που περιορίζουν το εύρος ζώνης, όπως η χωρητικότητα και η επαγωγή. Ο σχεδιασμός και η κατασκευή μεγάλης κλίμακας ΟΟΚ με ένα εύρος ζώνης που να συμβαδίζει με αυτό της οπτικής ίνας, πιθανότατα θα χρειαστεί αρκετά χρόνια τεχνολογικής ανάπτυξης ακόμα. Ωστόσο, πολλές πρακτικές εφαρμογές οπτικά ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, έχουν ήδη υλοποιηθεί καθιστώντας το μέλλον πολλά υποσχόμενο. Δεν είναι πολύ τολμηρό, να αναφέρουμε ότι πιθανότατα εκατοντάδες πολυπλεγμένα οπτικά σήματα θα μπορούν να οδεύουν σε μία οπτική ίνα με την χρήση πολυπλεξίας μήκους κύματος, σε συστήματα παρόμοια με αυτό στην Εικόνα 1-4. Για του λόγου το αληθές, πομπός δεκαέξι καναλιών με χρήση DFB laser, παρόμοιου τύπου, έχει ήδη υλοποιηθεί από τον Rabon et al. [18], ενσωματώνοντας DFB laser, μαζί με ηλεκτροαπορροφητικούς διαμορφωτές (electro-absorption modulators) σε υπόστρωμα ινδίου-φωσφόρου (InP). Η σύζευξη πολλών οπτικών κυκλωμάτων σε ένα οπτικό κυματοδηγό μπορεί να εφαρμοστεί εύκολα και αποδοτικά με την οπτική ολοκλήρωση. Κατευθυντικοί συζεύκτες δύο καναλιών, όπως απεικονίζονται στην Εικόνα 1-4, έχουν από πολύ νωρίς εφαρμοστεί με απόδοση σύζευξης που αγγίζει το 100% [19]. Αντιθέτως, η χρήση μη-ολοκληρωμένων συζευκτών οπτικής ίνας [20], για την ίδια λειτουργία, θα απέφερε μία απώλεια της τάξης 1dB για κάθε σύζευξη, τουλάχιστον.

Συγκρινόμενα με τα ογκώδη, συστήματα διακριτών στοιχείων, τα ΟΟΚ παρουσιάζουν τα ίδια πλεονεκτήματα με τα ηλεκτρικά ολοκληρωμένα κυκλώματα. Σε αυτά συμπεριλαμβάνονται, το μικρό μέγεθος, το χαμηλό βάρος και η μικρή κατανάλωση ισχύος. Επιπλέον, η οπτική ευθυγράμμιση και η ευαισθησία σε δονήσεις, φαινόμενα που συναντώνται σε οπτικά συστήματα επεξεργασία σήματος, μπορούν εύκολα να ξεπεραστούν στα ΟΟΚ. Απαριθμώντας την πληθώρα των πλεονεκτημάτων των ΟΟΚ, αναμένεται στο μέλλον να αντικαταστήσουν τα συμβατικά ηλεκτρονικά ολοκληρωμένα και ήδη κάποιες φωνές υποστηρίζουν αυτή την κατεύθυνση. Ωστόσο, η επικρατούσα σημερινή άποψη υποστηρίζει ότι τα οπτικά ολοκληρωμένα συστήματα μπορεί να κερδίζουν συνεχώς έδαφος, αλλά δεν θα μπορέσουν να αντικαταστήσουν εξολοκλήρου

τα ηλεκτρονικά ολοκληρωμένα κυκλώματα. Το σχετικά υψηλό κόστος κατασκευής των ΟΟΚ ίσως να περιορίσει της εφαρμογές τους, σε περιπτώσεις που θα αντισταθμίζει αυτό το υψηλό κόστος. Προς το παρόν, η οπτική ολοκλήρωση είναι ένα ταχέως αναπτυσσόμενο τεχνολογικό πεδίο, και νέες εφαρμογές είναι σίγουρο ότι θα εμφανίζονται όσο προχωρά η τεχνολογία.

1.2.1 Υλικά οπτικής ολοκλήρωσης.

Η επιλογή του υποστρωματικού υλικού που θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή ενός οπτικά ολοκληρωμένου κυκλώματος, εξαρτάται κυρίως από την εφαρμογή που αυτό προορίζεται. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, τα ΟΟΚ ίσως να αποτελούνται από ένα πλήθος διατάξεων, όπως πηγών, διαμορφωτών και ανιχνευτών/φωρατών, με αποτέλεσμα κανένα υλικό να μην θεωρείται ταυτόχρονα βέλτιστο για όλες αυτές τις διατάξεις.

Πίνακας 1-1. Υποστρωματικά υλικά για οπτικά ολοκληρωμένα κυκλώματα.

Παθητικά Υλικά	Ενεργά Υλικά
<ul style="list-style-type: none"> • Quartz • LiNbO₃. • LiTaO₃. • Ta₂O₅. • Nb₂O₅. • Πυρίτιο • Πολυμερή Υλικά 	<ul style="list-style-type: none"> • GaAs. • Al_xGa_{1-x}As. • GaAs_{1-x}P_x. • InGaAs. • Λοιπά III-V και II-VI υλικά.

Ως εκ τούτου, τα ΟΟΚ χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες, όσον αφορά την επιλογή του υποστρωματικού υλικού πάνω στο οποία κατασκευάζονται. Η πρώτη, εκ των δύο, καλείται υβριδική μορφή, κατά την οποία δύο ή περισσότερα υποστρωματικά υλικά συνδέονται υπό την ευρύτερη έννοια για να δημιουργήσουν το βέλτιστο περιβάλλον για διαφορετικές οπτικές διατάξεις ενός ΟΟΚ. Η άλλη μορφή αποτελεί τη μονολιθική κατασκευή του ΟΟΚ από ένα και μόνο υλικό, το οποίο θα είναι κοινό για όλες τις οπτικές διατάξεις που το απαρτίζουν. Αφότου, τα περισσότερα ΟΟΚ θα απαιτούν και μία πηγή φωτός, οι μονολιθικές εφαρμογές πιθανότατα θα απαρτίζονται από ένα ενεργό υλικό, δηλαδή ένα υλικό με την ικανότητα να εκπέμπει φως. Τη πληθώρα των ημιαγωγικών υλικών, ενεργών και παθητικών, συγκεντρώνει ο Πίνακας 1-1. Παθητικά υλικά όπως το quartz, το LiNbO₃ ή πολυμερή υλικά είναι επίσης χρήσιμα υποστρωματικά υλικά. Η χρήση παθητικών υλικών προϋποθέτει όμως μία εξωτερική πηγή φωτός, όπως ένα ημιαγωγικό laser, καθώς και ένα τρόπο σύζευξης αυτού, μηχανικό ή οπτικό. Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική πρόοδος στην παραγωγή φωτός και στην ενίσχυσή του, ενσωματώνοντας έρβιο (Er) και άλλα ιόντα σε παθητικά υλικά όπως διάφορους ύαλους και πολυμερή, ενισχύοντας την χρήση των παθητικών υλικών. Για παράδειγμα, το πυρίτιο (Si), το οποίο είναι ένα εγγενές παθητικό στοιχείο μπορεί να εκπέμπει φως αν εφαρμοστούν διάφορες νανοφωτονικές τεχνικές.

- Φωτονική Πυριτίου (Silicon Photonics)

Η κυριαρχία του πυριτίου στα ηλεκτρονικά κυκλώματα σταδιακά οδήγησε στην εφαρμογή του και σε οπτικές διατάξεις. Η χρήση του πυριτίου στην οπτική ολοκλήρωση εφαρμόστηκε σαν μία λύση για αποδοτικότερη διασύνδεση μεταξύ οπτικών και ηλεκτρονικών διατάξεων. Η μελέτη του πυριτίου σαν ημιαγωγικό υλικό για οπτικές εφαρμογές ξεκίνησε από το 1980 όμως γνώρισε ραγδαία ανάπτυξη μόλις την τελευταία δεκαετία. Η κύρια αιτία της αργής διείσδυσης του πυριτίου στην οπτική ολοκλήρωση ήταν από τη μία, η μη-αποδοτική γένεση φωτός λόγω του έμμεσου ενεργειακού

χάσματος (indirect band gap) του πυριτίου και από την άλλη η κέντρο-συμμετρική (centro-symmetry) δομή του κρυστάλλου λόγω της οποίας εμφανίζεται χαμηλό επίπεδο του ηλεκτροπτικού φαινομένου (Pockels effect), περιορίζοντας έτσι την χρήση του πυριτίου ως οπτικού διαμορφωτή. Παρόλα αυτά η ιδέα για ένα οπτικά ολοκληρωμένο μονολιθικό chip προτάθηκε πρώτα το 1992 από τον Abstreiter [21] σε πυρίτιο και επαναδιατυπώθηκε από τον Soref το 1993 [22].

Ο τομέας της έρευνας που ασχολείται με τις οπτικές εφαρμογές του πυριτίου καλείται φωτονική πυριτίου (Silicon Photonics). Η φωτονική πυριτίου χωρίζεται σε δύο γενικές κατηγορίες έρευνας: α) έρευνα γύρω από φωτονικές διατάξεις πυριτίου ή πιο ακριβέστερα αναζήτηση τρόπων να παρακαμφθούν οι περιορισμοί του πυριτίου και να διατηρηθεί ή μονολιθική ολοκλήρωση και β) έρευνα γύρω από καινοτόμες μεθόδους στην δημιουργία υβριδικών διατάξεων.

Αξιοπερίεργο είναι το γεγονός ότι η βέλτιστη επιλογή μεταξύ μονολιθικής και υβριδικής ολοκλήρωσης πυριτίου είναι ακόμα αμφιλεγόμενη. Παρά το γεγονός ότι η μονολιθική ολοκλήρωση πυριτίου είναι εκ των πραγμάτων ανεπαρκής για το σύνολο των διατάξεων ενός ΟΟΚ, η υβριδικοποίηση του πυριτίου με άλλα υλικά σε οποιοδήποτε επίπεδο ενός ΟΟΚ επιφέρει μεγάλη πολυπλοκότητα, μεγαλύτερες απώλειες και σε πολλές περιπτώσεις μεγαλύτερο κόστος κατασκευής. Πολλά από τα υλικά που συνήθως χρησιμοποιούνται στην υβριδική κατασκευή ΟΟΚ (όπως τα III-V υλικά) δεν είναι συμβατά με τις τεχνικές κατασκευής που χρησιμοποιούνται για το πυρίτιο. Μία πληθώρα μελετών είναι αφιερωμένες στη φωτονική πυριτίου τα τελευταία χρόνια μαρτυρώντας το αυξημένο ενδιαφέρον [23]-[25].

- Ενεργά φωτονικά υλικά

Τα περισσότερα ΟΟΚ μονολιθικής κατασκευής μπορούν να κατασκευαστούν σε ενεργά υποστρώματα, στα οποία θα γίνεται και η γέννηση του φωτός. Τα III-V (ή τα II-VI) στοιχεία είναι ιδιαίτερα χρήσιμα καθώς το ενεργειακό χάσμα των υλικών αυτών μπορεί να μεταβάλλεται σε ένα ευρύ φάσμα, αν μεταβληθούν οι προσμίξεις των επιμέρους στοιχείων που τα αποτελούν. Η ικανότητά τους αυτή, είναι πολύ σημαντική στην επίλυση ενός εκ των βασικότερων προβλημάτων των μονολιθικών ΟΟΚ. Τα ημιαγωγικά υλικά ως επί το πλείστον, εκπέμπουν φως σε μήκος κύματος σχεδόν ίδιο με το με την ενεργειακή απόστασης του φωτονικού χάσματος. Επίσης, απορροφούν φως σε μήκη κύματος μικρότερου ή ίσου του φωτονικού χάσματος. Με αυτό τον τρόπο, εάν υποθετικά τοποθετήσουμε ένα πομπό, ένα κυματοδηγό και ένα ανιχνευτή/φωρατή στο ίδιο ημιαγωγικό υπόστρωμα, όπως το GaAs, το φως εκπεμπόμενο από την πηγή, θα απορροφάται στον κυματοδηγό και δεν θα ανιχνεύεται από τον ανιχνευτή. Η επιλογή των κατάλληλων προσμίξεων στα υλικά III-V μπορεί να επιλύσει τέτοιου είδους προβλήματα απορρόφησης του υλικού. Μέχρι στιγμής, η περισσότερη προσοχή δίνεται σε μονολιθικά ΟΟΚ κατασκευασμένα σε υποστρώματα $Ga_{1-x}Al_xAs$ ή σε $Ga_xIn_{1-x}As_{1-y}Py$. Αυτά τα υλικά που συχνά αναφέρονται για χάριν συντομογραφίας ως GaAlAs και GaInAsP, έχουν ένα πλήθος ιδιοτήτων που τα καθιστά ιδιαίτερα ενδιαφέροντα για την κατασκευή ΟΟΚ. Η πιο σημαντική από αυτές τις ιδιότητες είναι το γεγονός ότι μεταβάλλοντας τις ατομικές προσμίξεις των στοιχείων που τα απαρτίζουν, το εκπεμπόμενο οπτικό μήκος κύματος μπορεί να διακυμανθεί από 0.65μm (για το AlAs) έως 1.7μm (για το GaInAsP). Επίσης, τα GaAlAs και GaInAsP παρουσιάζουν σχετικά υψηλές τιμές των δεικτών ηλεκτρο-οπτικού και ακουστο-οπτικού φαινομένου, καθιστώντας τα κατάλληλα για κατασκευή δρομολογητών και διαμορφωτών. Η ευρεία χρήση που παρουσιάζουν τα υλικά αυτά, έχει μειώσει σημαντικά και το κόστος παραγωγής τους σε σχέση με τα υπόλοιπα III-V ή II-VI υλικά.

Μία ακόμη μοναδική ιδιότητα είναι ότι η πλεγματική σταθερά των GaAs και AlAs είναι σχεδόν ταυτόσημη (5.646Å και 5.66 Å αντίστοιχα) [26]. Με αυτό τον τρόπο, στρώματα

GaAlAs με εξαιρετικά διαφορετικές συγκεντρώσεις αλουμινίου (Al) μπορούν να αναπτυχθούν επιταξιακά, το ένα πάνω στο άλλο με τη μικρότερη διαφορά τάσης (stretch) μεταξύ των στρωμάτων. Αυτό είναι ιδιαίτερος σημαντικό για παράδειγμα στην κατασκευή πολυστρωματικών, laser ετεροδομών. Κανένα άλλο ζεύγος III-V ή II-VI υλικών δεν έχει τόσο παραπλήσιες πλεγματικές σταθερές όσο οι προαναφερθείσες. Η ανάπτυξη διαστρωματικών τάσεων είναι ένα από τα κυριότερα προβλήματα των πολυστρωματικών διατάξεων λόγω της ασυμφωνίας της πλεγματικής σταθεράς μεταξύ των υλικών που τα απαρτίζουν. Ωστόσο, η ανάγκη για την παραγωγή φωτεινών πηγών σε μήκη κύματος μεγαλύτερα από αυτά που επιτυγχάνονται με τα GaAlAs, οδήγησε στην ανάπτυξη υλικών με παραπλήσιες πλεγματικές σταθερές όπως το GaInAsP, παράγοντας πηγές σε μήκη κύματος στα 1.3μm και 1.55μm. Όπως προαναφέραμε, αυτά τα μήκη κύματος αντιστοιχούν στις ελάχιστες τιμές απορρόφησης και διασποράς των οπτικών ινών, που χρησιμοποιούνται συνήθως σαν κυματοδηγοί σε τηλεπικοινωνίες μακρινών αποστάσεων.

Η χρήση των υλικών GaAlAs και GaInAsP έχει ήδη οδηγήσει στην παραγωγή ΟΟΚ, όσον αφορά τις πιο δημοφιλείς οπτικές εφαρμογές. Ωστόσο, στις περισσότερες των περιπτώσεων το επίπεδο ολοκλήρωσης είναι περιορισμένο σε λίγες διατάξεις ανά chip. Πολλές από τις μονολιθικές ολοκληρωμένες διατάξεις λειτούργησαν καλύτερα από τις αντίστοιχες διακριτές και ογκώδης μη-ολοκληρωμένες οπτικές διατάξεις. Παρότι, πολλά έχουν επιτευχθεί στον τομέα της μονολιθικής κατασκευής, η εμπορική τους εκμετάλλευση παρουσιάζει πολύ μικρή ανάπτυξη, κυρίως λόγω της πολύπλοκης τεχνολογίας που απαιτείται κατά την κατασκευή τους. Σε αντίθεση, υβριδικά ΟΟΚ κατασκευασμένα σε LiNbO₃ είναι ήδη εμπορικά διαθέσιμα από ένα πλήθος προμηθευτών. Αυτές οι σχετικά απλές δομές, συμπεριλαμβάνουν ηλεκτροοπτικούς διαμορφωτές, Mach-Zehnder συμβολομετρικούς διαμορφωτές, ηλεκτροοπτικούς διακόπτες και οπτικούς ενισχυτές. Τα υβριδικά ΟΟΚ εκμεταλλεύονται το ευρύ φάσμα ηλεκτρομαγνητικής διαφάνειας και τον ηλεκτροοπτικό συντελεστή του LiNbO₃ καθώς και άλλες ευεργετικές ιδιότητες του υλικού για την κατασκευή πιο απλών υβριδικών ΟΟΚ.

1.2.2 Τεχνικές οπτικής ολοκλήρωσης.

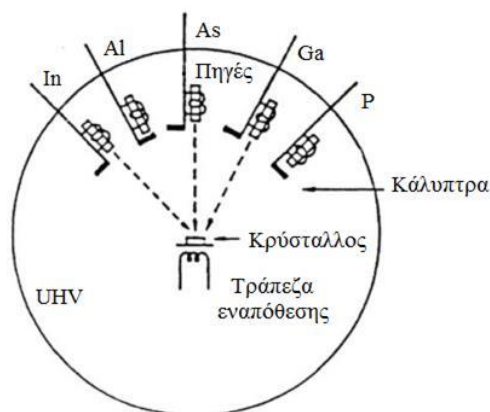
Όπως αναφέραμε η πολυπλοκότητα της κατασκευής οπτικά ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, τα καθιστά πολύ ακριβές δομές για την εμπορική τους εκμετάλλευση και την περαιτέρω διείσδυσή τους σε ήδη εγκατεστημένα τηλεπικοινωνιακά συστήματα. Όσο προχωρά η τεχνολογία όμως το μεγάλο μειονέκτημα του κόστους κατασκευής των ΟΟΚ, αναμένεται να εξαλειφτεί όπως συνέβη και στις οπτικές ίνες.

Υπάρχει μία πληθώρα μεθόδων κατασκευής διατάξεων με διαστάσεις της τάξης των νανομέτρων. Μερικές από αυτές είναι το τόξο πλάσματος, τα sol-gels, η ηλεκτροεναπόθεση, η εναπόθεση χημικών αερίων, κ.α. και έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί στην κατασκευή νανοδομών. Ωστόσο, τέτοιες εφαρμογές δεν έχουν βρει πρόσφορο έδαφος στον τομέα των φωτονικών. Σε αντίθεση, παραδοσιακές μέθοδοι στην κατασκευή ημιαγωγικών φωτονικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, είναι η επιταξιακή μοριακής δέσμης (Molecular Beam Epitaxy, MBE), η μέταλλο-οργανική επίταξη φάσης αερίου (Metal-Organic Vapor Phase Epitaxy, MOVPE), η λιθογραφία ηλεκτρονικής δέσμης, η χάραξη με δέσμη ιόντων και η χάραξη ενεργών ιόντων, οι οποίες πρωταγωνιστούν στην κατασκευή νανοφωτονικών δομών και φωτονικών κρυστάλλων όπως θα δούμε και στις επόμενες υποενότητες.

- Επιταξιακή μοριακής δέσμης

Μία ευρέως διαδεδομένη μέθοδος στην κατασκευή πολυστρωματικών διατάξεων είναι η τεχνική της επιταξιακής μοριακής δέσμης, ΕΜΔ (Molecular Beam Epitaxy, MBE). Όπως εύκολα φανταζόμαστε από τον τίτλο, στην ΕΜΔ οι ατομικές προσμίξεις εναποθέτονται

στην επιφάνεια του υποστρώματος κατά την διάρκεια της διαδικασίας, χρησιμοποιώντας δέσμες επιταχυνόμενων μορίων (ή ατόμων). Από την στιγμή που ούτε τα μόρια αλλά ούτε και τα άτομα είναι φορτισμένα σωματίδια, ο μόνος τρόπος να επιταχυνθούν είναι μέσω της θερμοκρασίας. Στην Εικόνα 1-5, αναπαριστάται ο θάλαμος εναπόθεσης της τεχνικής ΕΜΔ, όπου απεικονίζονται οι μεμονωμένες πηγές σωματιδίων γαλλίου (Ga), αλουμινίου (Al), αρσενικού (As), ίνδιου (In) και φώσφορου (P). Οι πηγές αυτές αποτελούνται από μικρούς, συνεχόμενα θερμαινόμενους κυβίσκους, στους οποίους έχει δημιουργηθεί μία διαμήκης οπή για να παραχθεί η δέσμη από θερμαινόμενα επιταχυμένα άτομα. Κάθε πηγή έχει ένα κάλυπτρο, το οποίο μπορεί να ανοιγοκλείνει έτσι ώστε η δέσμη να απομακρύνεται από το υπόστρωμα κατά την διάρκεια του κύκλου παραγωγής. Η όλη διάταξη είναι κλεισμένη σε ένα χώρο εξαιρετικά υψηλού επιπέδου κενού (ultra-high-vacuum, UHV) έτσι ώστε τα άτομα να μην αποκλίνουν λόγω σκέδασης με τα ατμοσφαιρικά μόρια. Μία πιο εκ βαθέων ανάλυση της μεθόδου ξεφεύγει από το σκοπό αυτής της διατριβής. Για πιο λεπτομερή ανάλυση της μεθόδου, ο αναγνώστης παραπέμπεται στα βιβλία των Chernov [27] και Ploog και Graf [28], [29]. Το κύριο πλεονέκτημα της μεθόδου ΕΜΔ, σε σχέση την συμβατική επιταξία υγρής φάσης είναι ότι παρέχει υψηλό έλεγχο, στην καθαρότητα, στο ντοπάρισμα και στο πάχος της εναπόθεσης. Για να επιτευχθεί ο έλεγχος στην καθαρότητα, τα συστήματα ΕΜΔ συνήθως αποτελούνται από τρεις διαφορετικούς θαλάμους, το θάλαμο φόρτωσης, το θάλαμο εναπόθεσης και το θάλαμο ανάλυσης. Αυτή η διευθέτηση μπορεί να αυξήσει την ταχύτητα παραγωγής, καθώς η εναπόθεση συνεχίζεται σε ένα δισκίο, ενώ ένα άλλο φορτώνεται και προετοιμάζεται για εναπόθεση σε διαφορετικό θάλαμο. Ασύρματοι μηχανισμοί ελέγχου της μεταφοράς των δισκίων χρησιμοποιούνται μεταξύ των θαλάμων [30]. Σε ένα προσεκτικά σχεδιασμένο σύστημα ΕΜΔ, ο έλεγχος ντοπαρίσματος και ο έλεγχος του πάχους του δισκίου αγγίζει το $\pm 1\%$ σε μία διάμετρο δισκίου 2 ιντσών [31]. Στρώματα με πάχος μικρότερο των 100 Å μπορούν να παραχθούν με την ΕΜΔ, επιτρέποντας έτσι την κατασκευή πολυστρωματικών δομών, όπως για παράδειγμα διατάξεις κβαντικών πηγαδιών [32].



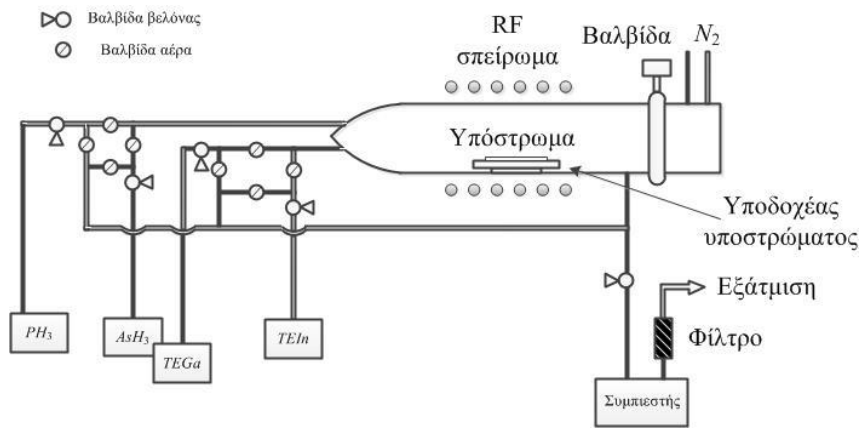
Εικόνα 1-5. Σχηματική αναπαράσταση συστήματος επιταξίας μοριακής δέσμης.

Ειδικές μετατροπές, θα πρέπει να γίνουν στο συμβατικό σύστημα εναπόθεσης ΕΜΔ, ώστε να μπορεί να κατασκευάσει διατάξεις της τάξης των νανομέτρων. Τα ασύρματα ελεγχόμενα κάλυπτρα θα πρέπει να είναι σε θέση να ανοιγοκλείνουν στο χρονικό παράθυρο των 0.1sec, ή λιγότερο, έτσι ώστε να είναι δυνατή η κατασκευή στρωμάτων πάχους μικρότερων των 100nm. Επίσης το δισκίο, θα πρέπει να έχει την δυνατότητα να περιστρέφεται κατά την διάρκεια της διαδικασίας, για την επίτευξη πιο ομαλής εναπόθεσης (spin coating). Η θερμοκρασία του δισκίου θα πρέπει να ελέγχεται με ακρίβεια 0.1°C, για να σταθεροποιεί το ρυθμό εναπόθεσης. Επιπλέον στο σύστημα θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται εργαλεία ανάλυσης της ποιότητας της εναπόθεσης, όπως μία οθόνη φασματομετρικής ροής, ώστε να μετρούνται οι προσμίξεις του στρώματος καθώς ένα ανακλαστήρα ηλεκτρονίων υψηλής ενέργειας (Reflection high-

energy electron diffraction, RHEED) ώστε να μετράται η κρυσταλλότητα του στρώματος εναπόθεσης. Οι μετρήσεις αυτές, πρέπει να γίνονται κατά τον έλεγχο της στρωματικής του ποιότητας. Επίσης, το σύστημα ΕΜΔ επιτρέπει την κατασκευή διατάξεων σε δύο διαστάσεις όπως κβαντικές τελείες και επίπεδοι φωτονικοί κρύσταλλοι. Η ανάπτυξη των στρωμάτων μπορεί να υλοποιηθεί είτε με προ-αποτυπωμένα υποστρώματα ή με αποτύπωση των στρωμάτων μετά την ανάπτυξη λιθογραφικών μασκών, εναπόθεση και χάραξη. Υλικά όπως οι οικογένεια των III-V και II-VI ημιαγωγών, $Ga_xAl_{1-x}As$ και $In_{1-x}Ga_xAs_{1-y}P_y$, όπως επίσης και οι ομάδα των IV ημιαγωγών μπορούν να χρησιμοποιηθούν από την ΕΜΔ.

- Μεταλλο-οργανική επιταξία φάσης αερίου.

Στην τεχνική μεταλλο-οργανικής επιταξίας φάσης αερίου ΜΟΕΦΑ (ή Metal-Organic Vapor Phase Epitaxy, MOVPE), οι προσμίξεις των ατόμων εναποθέτονται στο υπόστρωμα με τη μορφή ροής αερίου μέσα σε ένα αντιδραστήρα/φούρνο. Οι βασικές λειτουργίες ενός αντιδραστήρα ΜΟΕΦΑ οριζόντιας ροής, απεικονίζεται σχηματικά στην Εικόνα 1-6. Η μέθοδος ΜΟΕΦΑ είναι μίας μορφής μεταλλο-οργανικής χημικής εναπόθεσης αερίων, στην οποία η στρωματική ανάπτυξη γίνεται επιταξιακά. Τα μέταλλο-οργανικά υλικά, όπως το TEIn και το TEGa μεταφέρονται συνήθως με H_2 σαν αέριο φέρον [33]. Η διαδικασία προϋποθέτει την παρουσία ενός κρυσταλλικού υποστρώματος, το οποίο θα είναι η βάση για την επιταξιακή ανάπτυξη. Η μέθοδος ΜΟΕΦΑ χρησιμοποιείται για την δημιουργία λεπτών ημιαγωγικών στρωμάτων III-V και II-VI, καθώς η πίεση που ασκεί το αέριο αποτρέπει τη λάθος τοποθέτηση των προσμίξεων κατά την εναπόθεση. Το πυρίτιο είναι ένα ημιαγωγικό υλικό, το οποίο μπορεί να αναπτυχθεί με συμβατική χημική εναπόθεση αερίου χρησιμοποιώντας $SiCl_4$, ή SiH_4 , H_2SiCl_2 και $HSiCl_3$ σαν πηγές αερίων. Για την ανάπτυξη στρωμάτων σε κλίμακα νανομέτρου, θα πρέπει να γίνουν ειδικές τροποποιήσεις, ώστε η μέθοδος ΜΟΕΦΑ να παρέχει ομοιομορφία και έλεγχο του ρυθμού ανάπτυξης κατά την εναπόθεση. Η θερμοκρασία εντός του αντιδραστήρα πρέπει να είναι σταθερή ($\pm 1^\circ C$) και ελεγχόμενη από βαλβίδες ικανές να λειτουργούν σε χρονικό εύρος 0.1sec. Ένας θάλαμος εγγύτητας θα πρέπει να προστεθεί στον αντιδραστήρα ώστε να εξασφαλιστεί η ομοιομορφία του στρώματος. Παρά το γεγονός, της φαινομενικής απλότητας του βασικού συστήματος που απεικονίζεται στην Εικόνα 1-6, πρακτικά συστήματα ΜΟΕΦΑ είναι αρκετά πολύπλοκα και συνήθως δεν είναι εμπορικά διαθέσιμα παρά μόνο για ερευνητικά εργαστήρια. Η κύρια πηγή αυτής της πολυπλοκότητας είναι το γεγονός ότι οι πηγές αερίων είναι εξαιρετικά επικίνδυνες και πρέπει να χειρίζονται με αυστηρή πειθαρχία στα πρότυπα λειτουργίας. Άλλες μορφές αντιδραστήρων ΜΟΕΦΑ είναι και ο αντιδραστήρας ψεκασμού (ή Closed Coupled Shower-Head). Οι αντιδραστήρες ψεκασμού αποτελούνται από μία συστοιχία από ομοιόμορφα τοποθετημένων οπών ψεκασμού, σε απόσταση 1-2cm από την επιφάνεια του υποστρώματος. Τέτοιου τύπου αντιδραστήρες είναι πολύ λιγότερο ευαίσθητοι στις συνθήκες λειτουργίας όπως η θερμοκρασία του αντιδραστήρα, η πίεση και η περιστροφή [34].



Εικόνα 1-6. Σχηματική αναπαράσταση ενός αντιδραστήρα ΜΟΕΦΑ οριζόντιας ροής.

- Λιθογραφία νανομετρικής κλίμακας.

Με τον όρο λιθογραφία ορίζουμε τη τεχνολογία που χρησιμοποιείται για τη μεταφορά των διαστάσεων της δομής στο ενεργό υπόστρωμα, όσον αφορά ημιαγωγικές διατάξεις καθώς την κατασκευή φωτονικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων. Η βασική αρχή λειτουργίας που εφαρμόζεται από τη βιομηχανία των ημιαγωγών είναι καταρχήν η επικάλυψη του υποστρώματος με επίστρωση ενός στρώματος αντιστάτη/ρητίνης, η οποία θα είναι ευαίσθητη είτε στα ηλεκτρόνια ή στο φως, έτσι ώστε είτε να αφαιρείται (θετικός αντιστάτης) ή να μην αφαιρείται (αρνητικό αντιστάτης), κατ'επιλογήν. Στην συνέχεια, η επιφάνεια του αντιστάτη εκτίθεται σε μία μάσκα, η οποία είναι ειδικά σχεδιασμένη στις διαστάσεις της δομής, εμποδίζοντας κάποιες περιοχές από την έκθεσή τους στο φως ή τα ηλεκτρόνια. Ο εναποτεθέν αντιστάτης χρησιμοποιείται, ο ίδιος σαν μάσκα σε άλλες εκθέσεις όπως υγρές ή άλλες χαράξεις. Το μέγεθος αυτών των χαρακτηριστικών εξαρτάται από το μήκος κύματος της εξωθούσας πηγής. Όπως αναμένεται, μικρότερα μήκη κύματος μπορούν να δημιουργήσουν δομές μικρότερων διαστάσεων. Η διακριτική ικανότητα ενός φακού κυκλικής διατομής λόγω περίθλασης δίνεται από το εμπειρικό κριτήριο του Rayleigh,

$$\sin(\theta) = \frac{1.220\lambda}{D} \quad (1.1)$$

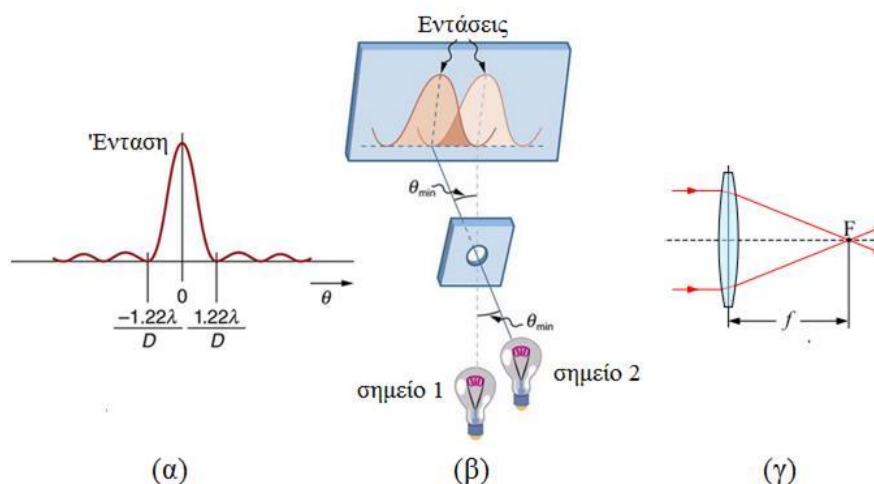
όπου θ είναι η γωνιακή απόσταση μεταξύ δύο σημείων όπως αυτά φαίνονται μέσα από τον κυκλικό φακό, λ το μήκος κύματος και D η διάμετρος του φακού (Εικόνα 1-7(α) και (β)). Αυτό μπορεί εύκολα να μεταφραστεί σε χωρική απόσταση (ή κατασκευαστική ακρίβεια) Δx , ενός ιδανικού φακού, από την σχέση,

$$\Delta x = \frac{1.220 f \lambda}{D} \quad (1.2)$$

όπου Δx είναι η μικρότερη δυνατή απόσταση που μπορεί να διακρίνει ο φακός και f είναι το εστιακό μήκος του φακού (Εικόνα 1-7). Σε πραγματικά συστήματα λιθογραφίας μέσω έκθεσης, οι τυχόν ατέλειες στην οπτική διαδρομή και στην επιφάνεια του αντιστάτη/ρητίνης, περιορίζουν κι άλλο την κατασκευαστική ακρίβεια. Λαμβάνοντας υπ'όψη και αυτούς τους περιορισμούς καταλήγουμε σε μία αναβαθμισμένη έκφραση του κριτηρίου Rayleigh [35],

$$W_{\min} \approx kf \lambda/D \approx k \lambda/NA \quad (1.3)$$

όπου W_{\min} είναι η μικρότερη διάσταση που μπορεί να κατασκευαστεί, NA είναι το αριθμητικό άνοιγμα του οπτικού συστήματος και k είναι μία σταθερά που χαρακτηρίζει την ικανότητα του αντιστάτη/ρητίνης να διακρίνει μικρές αλλαγές στην ένταση του φωτός.



Εικόνα 1-7. (α) Γράφημα της έντασης του φωτός λόγω περίθλασης όπως αυτή καταγράφεται στην έξοδο κυκλικής οπής, (β) δύο σημεία προκαλούν αλληλεπικαλυπτόμενα αποτυπώματα περίθλασης. Κατά το κριτήριο Rayleigh, η ελάχιστη γωνιακή απόσταση δύο σημείων, ώστε να διακρίνονται από τον φακό έχει επιτευχθεί όταν το μέγιστο του αποτυπώματος της περίθλασης του πρώτου σημείου βρίσκεται στην ίδια θέση με το πρώτο ελάχιστο του αποτυπώματος του δεύτερου σημείου, (γ) Αναπαράσταση του εστιακού σημείου F και η εστιακή απόσταση f κυκλικού φακού.

Μία τυπική τιμή του k είναι 0.75. Η εξάρτηση του W_{min} από το μήκος κύματος για διάφορες τεχνικές κατασκευής, συγκεντρώνει ο Πίνακας 1-2, για $k=0.75$ και $NA=0.6$. Οι τιμές του k και του NA είναι κάπως αισιόδοξες για τις ακτίνες X καθώς και για την τεχνική e-Beam, καθώς πρόσφατες μελέτες επιτυγχάνουν μία κατασκευαστική ακρίβεια $\Delta x=9.64\text{nm}$ [36].

Από τα δεδομένα που συλλέγει ο Πίνακας 1-2 είναι προφανές ότι τα συστήματα υπεριώδους ακτινοβολίας (UV) αλλά και για μικρότερων μηκών κύματος (Deep UV), δεν είναι κατάλληλα για κατασκευή σε κλίμακα νανομέτρου. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν ισχύει για συστήματα που χρησιμοποιούν εξαιρετικά υψηλή υπεριώδη ακτινοβολία (EUV). Παρόλα αυτά, λόγω της υψηλής απορρόφησης που συνοδεύει την χρήση πολύ μικρού μήκους κύματος, δεν υπάρχουν διαθέσιμοι φακοί σε αυτό κομμάτι του φάσματος. Σε αυτή την περίπτωση, η εστίαση και η αλλαγή κατεύθυνσης του φωτός γίνεται με χρήση κατόπτρων σε συνθήκες κενού, έτσι ώστε να αποφευχθεί το φαινόμενο των απωλειών καθώς και της σκέδασης των φωτονίων [37]. Η λιθογραφία σε ακόμη μικρότερα μήκη κύματος όπως αυτή των ακτίνων-X μπορεί και αυτή να χρησιμοποιηθεί για νάνο-κατασκευές. Σε αυτή την περίπτωση, ειδικά υλικά θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν στην κατασκευή της μάσκας, τα οποία να είναι διαφανή στις ακτίνες-X και ως εκ τούτου να μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν ρητίνες πριν την εφαρμογή μασκών. Τέτοια υλικά είναι το πυρίτιο, το καρβίδιο του πυριτίου (SiC), το αζωτούχο πυρίτιο (Si₃N₄), το νιτρικό μπορόν (BN) και το διαμάντι. Υλικά που εμφανίζουν αυξημένη απορρόφηση των ακτίνων-X και άρα μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν υλικά για την κατασκευή των μασκών είναι, ο χρυσός (Au) και το βολφράμιο (W).

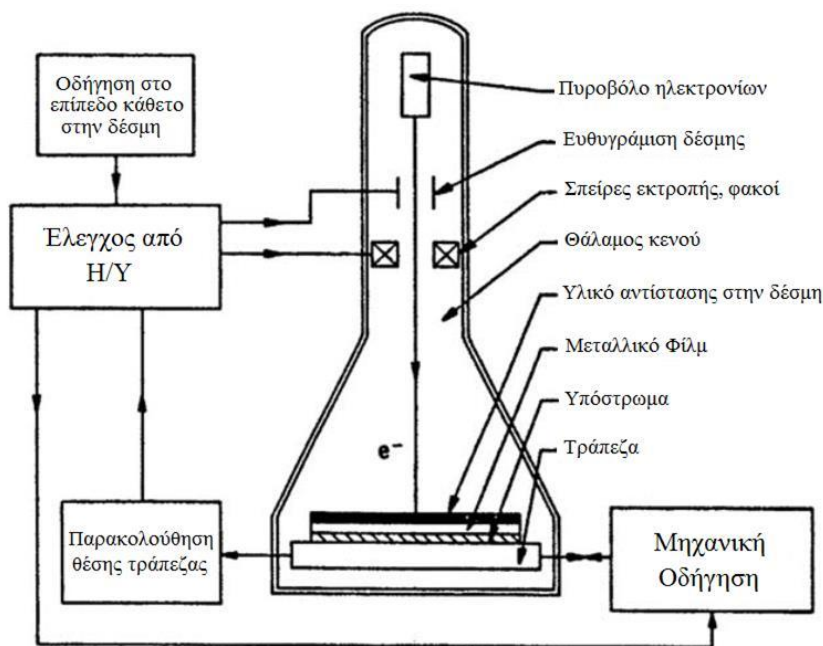
Πίνακας 1-2. Εξάρτηση του μήκους κύματος στην ακρίβεια κατασκευής.

Πηγή έκθεσης-Μήκος κύματος (nm)	W_{min} (nm)
UV Hg Arc i-line (365)	456
DUV F2 laser (157)	196
EUV laser plasma (13.4)	16.8
X-ray (0.8)	1.0
e-Beam (0.07)	0.09

Οι τεχνικές κατασκευής που βασίζονται στην έκθεση ακτίνων-Χ, είναι συνήθως πολύπλοκα συστήματα, υπό την έννοια ότι δεν υπάρχουν αποδοτικοί φακοί ή κάτοπτρα ικανά να χρησιμοποιηθούν σε αυτό το κομμάτι του φάσματος. Ως εκ τούτου, η ακτίνα δεν μπορεί να ευθυγραμμιστεί και εκπέμπεται κατευθείαν από μία μικρή πηγή, στη μάσκα. Με αυτό τον τρόπο, εισάγονται λάθη στο μέγεθος αλλά και στην θέση των αποτυπωμάτων γεγονός που περιπλέκει περαιτέρω την κατασκευή της μάσκας. Μία ευθυγραμμισμένη ακτίνα-Χ, η οποία θα απέτρεπε αυτά τα προβλήματα μπορεί να δοθεί από την πηγή synchrotron, όμως το αυξημένο κόστος καθώς και το μέγεθός της περιορίζουν την χρήση της. Η τεχνική που τυγχάνει ευρείας χρήσης, στην κατασκευή νανοφωτονικών διατάξεων είναι η λιθογραφία ηλεκτρονικής δέσμης (e-beam lithography). Η μέθοδος αυτή έχει ως βασική αρχή τα φορτισμένα σωματίδια, όπου η τεχνολογία ευθυγράμμισης, εστίασης και κατευθυντικότητας είναι αρκετά ώριμη. Επίσης, ευρέως γνωστά υλικά ανθεκτικά σε δέσμες ηλεκτρονίων είναι ο μεθακρυλικός πολυμεθυλεστέρας (PMMA) καθώς και άλλοι αντιστάτες/ρητίνες. Η χρήση της λιθογραφίας ηλεκτρονικής δέσμης για την κατασκευή νάνο-διατάξεων είναι συνώνυμη με την χρήση φωτονίων πολύ μικρού μήκους κύματος. Σε ένα ηλεκτρόνιο που ταξιδεύει με ταχύτητα ίση με $v_e=10^7$ m/s, αντιστοιχεί ένα μήκος κύματος De Broglie της τάξης,

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg} / \text{s}}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} 10^7 \text{ m} / \text{s}} = 0.07 \text{ nm} \quad (1.4)$$

όπου h είναι η σταθερά του Planck και m_e είναι η μάζα του ηλεκτρονίου. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, η μέθοδος δέσμης ηλεκτρονίων χρησιμοποιείται με απευθείας χάραξη από την εστιασμένη δέσμη, κατευθύνοντάς την (στην διεύθυνση κάθετα προς την δέσμη), με την χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγεται η χρήση μάσκας και των προβλημάτων που η χρήση της συνεπάγεται, όπως παραμόρφωση και φθορά. Μία βασική σχηματική αναπαράσταση ενός συστήματος λιθογραφίας ηλεκτρονικής δέσμης, απεικονίζεται στην Εικόνα 1-8. Στην εικόνα, το μεταλλικό φιλμ, είναι απαραίτητο ώστε να παρέχεται ένας μονοπάτι γείωσης στα ηλεκτρόνια. Χωρίς αυτό, συσσωρευόμενα φορτία στην επιφάνεια του αντιστάτη θα οδηγούσαν στην εκτροπή της δέσμης. Η διάμετρος της εστιασμένης δέσμης είναι της τάξης των 5nm με ένα εύρος γραμμής 20nm και η τάση επιτάχυνσης είναι της τάξης 25-50kV. Η λιθογραφία ηλεκτρονικής δέσμης απευθείας χάραξης είναι ιδιαίτερα αποδοτική για εργαστηριακή χρήση, όπου ο σχεδιασμός των διατάξεων αλλάζει συνεχώς. Ωστόσο, η συγκεκριμένη διαδικασία είναι εξαιρετικά χρονοβόρα, καθώς η ακτίνα κινείται από σημείο σε σημείο με την χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, οπότε η χρήση της δεν ενδείκνυται για μαζική παραγωγή. Για τη μαζική παραγωγή φωτονικών κρυστάλλων και άλλων διατάξεων παρόμοιου μεγέθους, συνήθως χρησιμοποιείται η μέθοδος EUV-Lasing.



Εικόνα 1-8. Σχηματική αναπαράσταση λιθογραφίας ηλεκτρονικής δέσμης.

1.3 Αργό φως.

Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c=3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Μία εντύπωση του μεγέθους αυτής της ταχύτητας αποκτούμε αν αναλογιστούμε ότι το φως είναι ικανό να πραγματοποιήσει 7.5 φορές το γύρω της γης σε ένα δευτερόλεπτο ή την απόσταση των 300mm σε 1ns. Αυτή την τεράστια ταχύτητα προσπαθούν να εκμεταλλευτούν τα συστήματα τηλεπικοινωνιών μεγάλων αποστάσεων κυρίως με την χρήση οπτικών ινών ή ινών φωτονικών κρυστάλλων κενού πυρήνα. Ωστόσο, ο έλεγχος του φωτός ή οπτικών σημάτων στο πεδίο του χρόνου καθίσταται δύσκολος. Στην πληθώρα των εγκατεστημένων οπτικών συστημάτων τηλεπικοινωνιών, ο έλεγχος και γενικότερα η επεξεργασία σήματος γίνεται με όπτικο-ηλεκτρονική μετατροπή σε μικρότερες ταχύτητες από αυτές που θα μπορούσαν να επιτευχθούν με οπτική επεξεργασία σήματος. Με βάση τη μελλοντική πρόβλεψη των ρυθμών μετάδοσης στην Εικόνα 1-3, στα επόμενα χρόνια θα είναι απαραίτητη η γρήγορη δρομολόγηση των οπτικών πακέτων στους κόμβους των δικτύων. Ως εκ τούτου, τεχνικές που θα πραγματοποιούν δρομολόγηση σε υψηλούς ρυθμούς, σε μεγάλη απόδοση (throughput) και με χαμηλή κατανάλωση ισχύος, θα είναι απαραίτητες. Η επεξεργασία του φωτός, εξολοκλήρου σε οπτική μορφή είναι μία λύση που κατέχει ως επί το πλείστον τα ανωτέρω χαρακτηριστικά. Διατάξεις που πραγματοποιούν δρομολόγηση εξολοκλήρου στο οπτικό επίπεδο έχουν δημοσιευτεί πρόσφατα [38], παρακάμπτοντας την οπτικο-ηλεκτρονική μετατροπή. Μία βασική ιδιότητα για την δρομολόγηση σημάτων πληροφορίας είναι και η αποθήκευση εισερχόμενων πακέτων (buffering). Μέχρι στιγμής ογκώδεις διατάξεις που εναλλάσσουν οπτικές διαδρομές (με διαφορετικά μήκη) πραγματοποιούν αυτή την διαδικασία προσωρινής αποθήκευσης σε οπτικούς δρομολογητές. Τέτοιες διατάξεις όμως δεν είναι ιδανικές καθώς η εναλλαγή των κυματοδηγών γίνεται αργά συμπαρασύροντας όλη την διαδικασία. Αν λοιπόν μπορούσε να ελεγχθεί η ταχύτητα του φωτός, θα μπορούσε να λυθεί το πρόβλημα της προσωρινής αποθήκευσης οπτικών σημάτων, αλλά και να δημιουργήσει πρόσφορο έδαφος για οπτική επεξεργασία σήματος στο πεδίο του χρόνου, όπως πολυπλεξία κ.α.. Η γνωστική περιοχή που μελετάει τη μεθόδους καθυστέρησης της ταχύτητας ομάδος του φωτός καλείται τεχνολογία αργού φωτός (slow-light technology). Η μελέτη του αργού φωτός προσελκύει μεγάλο επιστημονικό ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια [39]-[41].

Η καθυστέρηση ή η επιτάχυνση οπτικών παλμών απασχόλησε τους επιστήμονες από τα μέσα κιόλας του 20ου αιώνα. Το 1960, οι Sommerfeld και Brillouin έμειναν έκπληκτοι από το γεγονός ότι η θεωρία τους επέτρεπε στην ταχύτητα ομάδας να ξεπεράσει την ταχύτητα του φωτός στο κενό, πράγμα που ερχόταν φαινομενικά σε ρήξη με την ειδική θεωρία της σχετικότητας του Einstein. Παρόλα αυτά, η πειραματική διαπίστωση του φαινομένου διαπιστώθηκε μόνο μετά την ανακάλυψη του laser (Faxvog et al. 1970). Πολύ αργότερα, το 1999, καταγράφηκε πειραματικά η καθυστέρηση οπτικού παλμού σε ταχύτητα 17m/s [42], χρησιμοποιώντας υπέρ-ψυχρά αέρια ατόμων με την χρήση της ηλεκτρομαγνητικά επαγόμενης διαφάνειας (Electromagnetic induced transparency, EIT [43]-[44]) με συμπυκνώματα Bose-Einstein (Bose-Einstein condensates, BEC). Η συγκεκριμένη μέθοδος προκαλεί την ηλεκτρομαγνητική διαφάνεια ενός μέσου, επιτρέποντάς του να διατηρεί όλα τα γραμμικά και μη-γραμμικά οπτικά χαρακτηριστικά των θερμών αερίων ατόμων, όπως θα αναλυθεί εκτενέστερα παρακάτω. Αργό φως μπορεί επίσης να επιτευχθεί από μία πληθώρα μεθόδων ή υλικών, όπως με διατάξεις συζευγμένων οπτικών αντηχείων [45]-[47], με διατάξεις κβαντικών πηγαδιών ή τελειών [48], [49], με φωτονικούς κρυστάλλους [50]-[52], όπως επίσης με EIT, με σύμφωνη ταλάντωση πληθυσμού (coherent population oscillations, CPO [53], [54] και με εξαναγκασμένη σκέδαση Brillouin (stimulated Brillouin scattering, SBS [55]-[57]). Οι παραπάνω μέθοδοι, περιγράφονται από δύο βασικούς μηχανισμούς με τους οποίους μπορεί να επιτευχθεί το φαινόμενο του αργού φωτός. Στον πρώτο, ο μηχανισμός που είναι υπεύθυνος για την καθυστέρηση του φωτός προκύπτει από την διασπορά του υλικού, ενώ στο δεύτερο τρόπο, ο σχεδιασμός της διάταξης είναι αυτός που δημιουργεί τις ευνοϊκές συνθήκες για την καθυστέρηση του φωτός.

1.3.1 Διασπορά του υλικού

Με τον όρο αργό φως του υλικού, εννοούμε τις περιπτώσεις εκείνες κατά τις οποίες η ταχύτητα ομάδας ενός οπτικού παλμού, περιγράφεται πλήρως από το χωρικά σταθερό αλλά συχνοτικά εξαρτώμενο δείκτη διάθλασης του υλικού. Η ταχύτητα ομάδας ενός οπτικού παλμού ορίζεται από την σχέση,

$$v_g = \frac{c}{n_g} \quad (1.5)$$

όπου n_g είναι ο δείκτης ομάδας, ο οποίος δίνεται από την σχέση,

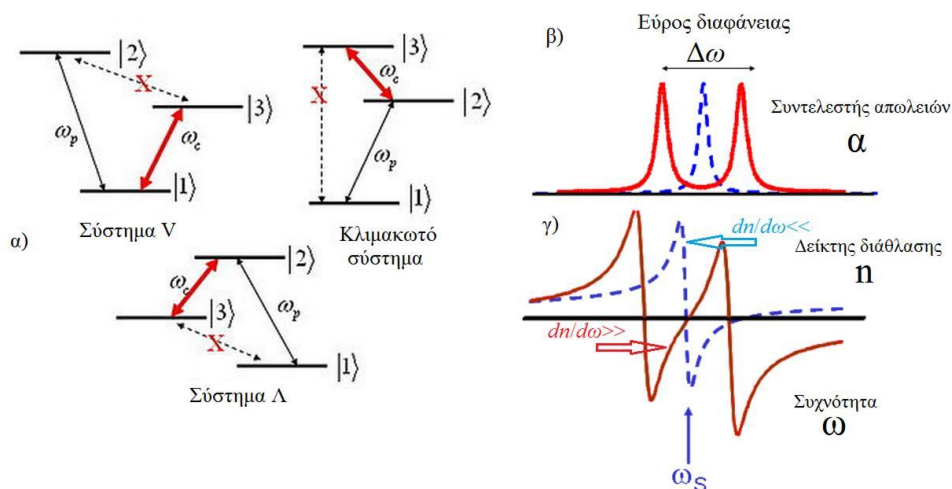
$$n_g = n + \omega \frac{dn}{d\omega} \quad (1.6)$$

Ο όρος $dn/d\omega$ εκφράζει την εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από την συχνότητα, ή εναλλακτικά την εξάρτησή του από το μήκος κύματος. Σημειώνουμε ότι επειδή ο όρος $dn/d\omega$ μπορεί να είναι είτε θετικός ή αρνητικός, ο δείκτης ομάδας μπορεί να είναι είτε μεγαλύτερος ή μικρότερος της μονάδας. Επίσης, αν ο όρος $dn/d\omega$ είναι αρνητικός και αρκετά μεγάλος, τότε ο δείκτης ομάδας γίνεται με την σειρά του αρνητικός. Η προέλευση της συχνοτικής εξάρτησης του δείκτη διάθλασης οφείλεται στις συχνότητες συντονισμού του υλικού, στις οποίες η προσπίπτουσα ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία απορροφάται μέσω των ταλαντώσεων των δέσμιων ηλεκτρονίων, ορίζοντας την διασπορά του υλικού. Τα περισσότερα υλικά παρουσιάζουν μικρή διασπορά υλικού. Η διασπορά αυξάνεται μόνο κοντά στις συχνότητες συντονισμού όπου όμως η απορρόφηση του υλικού είναι μεγάλη. Για την επίτευξη αργού φωτός, θα πρέπει να εκμεταλλευτούμε τη μεγάλη διασπορά των υλικών κοντά στις συχνότητες συντονισμού ακυρώνοντας όμως τα φαινόμενα απορρόφησης. Μηχανισμοί αργού φωτός, οι οποίοι έχουν σαν βασική αρχή την διασπορά του υλικού είναι η ηλεκτρομαγνητικά επαγόμενη διαφάνεια, η σύμφωνη

ταλάντωση πληθυσμού και η εξαναγκασμένη σκέδαση Brillouin. Παρακάτω, παρατίθεται μία σύντομη περιγραφή των ανωτέρω μεθόδων.

- Ηλεκτρομαγνητικά επαγόμενη διαφάνεια

Η ηλεκτρομαγνητικά επαγόμενη διαφάνεια ΗΕΔ (ή EIT), είναι μία σύμφωνη οπτική διαδικασία η οποία εμπλέκει δύο πηγές laser (ένα ισχυρό pump και ένα ασθενές probe) [58], [59]. Όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 1-9(α), η συχνότητα της εκάστοτε πηγής αντιστοιχεί στην ενεργειακή μετάβαση, μεταξύ δύο ενεργειακών σταθμών σε ένα σύστημα τριών ενεργειακών επιπέδων. Στην Εικόνα 1-9(α), απεικονίζονται τα τρία βασικά σχήματα ΗΕΔ, όπου το ισχυρό laser (pump) πάντα αντιστοιχίζεται στη μεγαλύτερη ενεργειακή μετάβαση. Οι πιθανότητες πλάτους αυτών των δύο αλληλεπιδράσεων μεταξύ ύλης και φωτός έχουν διαφορά φάσης 180° ακυρώνοντας η μία την άλλη. Οι φορείς (ηλεκτρόνια) με αυτό το τρόπο παγιδεύονται στην θεμελιώδη στάθμη, καθιστώντας μία φαινομενικά ηλεκτρομαγνητικά αδιαφανή μετάβαση, διαφανή. Η συχνοτική περιοχή διαφάνειας απεικονίζεται στην Εικόνα 1-9(β), όπου με διακεκομμένη γραμμή φαίνεται η απορρόφηση πριν την εφαρμογή των πηγών laser. Η μεταβολή που υφίσταται ο δείκτης διάθλασης φαίνεται στην Εικόνα 1-9(γ), όπου η κλίση καθορίζει και την αύξηση του δείκτη διάθλασης στην συχνοτική περιοχή διαφάνειας, δημιουργώντας τις συνθήκες του αργού φωτός [60].



Εικόνα 1-9. (α) Διάφορα συστήματα EIT όπου με X φαίνονται οι διαφανής μεταβάσεις, ω_p και ω_c είναι η συχνότητα το pump και signal laser. (β) Ο συντελεστής απωλειών που περιγράφει την διαφάνεια σε μία συχνοτική περιοχή καθώς και (γ) η μεταβολή στον δείκτη διάθλασης πριν (διακεκομμένη γραμμή) και μετά την εφαρμογή των πηγών laser.

Το φαινόμενο του αργού φωτός μέσω της διαδικασίας της ΗΕΔ έχει ερευνηθεί διεξοδικά σε συμπυκνώματα Bose-Einstein (με τα οποία έχει επιτευχθεί και το ρεκόρ καθυστέρησης του φωτός των 17m/s) [42], [61], σε αέριο ρουβίδιο (^{37}Rb) [62], [63] και σε πρασεοδύμιο (Pr^{3+}) ντοπαρισμένο με Y_2SiO_5 [64]. Ωστόσο, το εύρος ζώνης ($\Delta\omega$) της διαφάνειας σε συστήματα EIT καθορίζεται από την Rabi συχνότητα σύζευξης και είναι αρκετά στενό [65], [66]. Μεταβάλλοντας το φάσμα του ισχυρού laser, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα διαμόρφωση στην ένταση ή στην συχνότητα, μπορεί να διευρύνουμε το εύρος ζώνης για να επιτύχουμε τη μέγιστη καθυστέρηση για δεδομένο ρυθμό (bit/s) [67]. Πρόσφατες έρευνες, παρουσιάζουν καθυστέρηση 2bit, σε ένα εύρος ζώνης 100MHz σε γραμμή καθυστέρησης μήκους 40cm με χρήση αερίου Rb [67]. Το στενό εύρος ζώνης της διαφάνειας σε συνδυασμό με τις ακραίες θερμοκρασίες που συχνά απαιτούνται σε συστήματα ΗΕΔ, καθιστούν τη μέθοδο μη-πρακτική για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές.

- Σύμφωνη ταλάντωση πληθυσμού

Μια από τις επικρατέστερες μεθόδους για την επίτευξη συνθηκών αργού φωτός μέσω της διασποράς του υλικού είναι η μέθοδος σύμφωνης ταλάντωσης πληθυσμού, ΣΤΠ (CPO). Η ΣΤΠ επιτρέπει τη μείωση των απωλειών κοντά στις συχνότητες συντονισμού και ταυτόχρονα παρέχει μία απότομη φασματική μεταβολή του δείκτη διάθλασης, οδηγώντας σε μείωση της ταχύτητας ομάδας και άρα σε διάδοση αργού φωτός.

Όπως και στην ΗΕΔ, η βασική αρχή είναι η χρήση ενός ισχυρού laser (pump) όπου θα διεγείρει τα άτομα σε μία δεδομένη συχνότητα. Τα άτομα επιλέγονται ώστε η διεγερμένη κατάστασή τους να είναι μία μετασταθής κατάσταση (δηλαδή ο χρόνος παραμονής στην διεγερμένη κατάσταση να είναι σχετικά μεγάλος). Σε κάποια υλικά, όπως το συχνά χρησιμοποιούμενο $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}$, η διεγερμένη κατάσταση δεν είναι μετασταθής, αλλά γρήγορα αποδιεγείρεται σε μία μετασταθή κατάσταση. Ένα δεύτερο παλμικό laser (probe) με κεντρική συχνότητα που διαφέρει ελάχιστα από το πρώτο, ακολουθεί χρονικά τον πρώτο ισχυρότερο παλμό. Όταν οι δύο παλμοί είναι αρκετά κοντά χρονικά, τα φωτόνια του probe δεν θα απορροφηθούν από το υλικό, επειδή τα περισσότερα άτομα είναι ακόμα στην διεγερμένη μετασταθή κατάσταση. Η προέλευση του όρου «σύμφωνη ταλάντωση πληθυσμού» προέρχεται από το γεγονός ότι ο πληθυσμός της θεμελιώδους κατάστασης ταλαντώνεται σύμφωνα με το ρυθμό των pump και probe laser.

Εφαρμόζοντας την σύμφωνη ταλάντωση πληθυσμού αποτρέπεται η ευαίσθητη κβαντική αλληλεπίδραση που συνεπάγεται η χρήση ενός συστήματος ΗΕΔ καθώς και διαφόρων φαινομένων που επιδρούν στη φάση των κυμάτων. Ένα ακόμα βασικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε θερμοκρασίες δωματίου με στερεά υλικά σε αντίθεση με την ΗΕΔ. Αρχικά η μέθοδος εφαρμόστηκε σε υλικά όπως το ρουμπίνι (Al_2O_3) [68], ο αλεξανδρίτης (BeAl_2O_4) [69] και το έρβιο (Er) [70], όπου το περιορισμένο εύρος ζώνης (<1kHz) και ο μεγάλος χρόνος αποδιέγερσης οδήγησε σε καθυστέρηση παλμών με εύρος ελάχιστα μικρότερου του 1ms.

- Εξαναγκασμένη σκέδαση Brillouin

Μία ακόμα μέθοδο η οποία συναντάται συχνά στις εφαρμογές αργού φωτός είναι η εξαναγκασμένη σκέδαση Brillouin ΕΣΒ (SBS) [71], η οποία περιγράφει την αλληλεπίδραση δύο κυμάτων που οδεύουν ταυτόχρονα: ενός ισχυρού pump κύματος και ενός ασθενέστερου probe (το κύμα Stokes). Για να συμβεί εξαναγκασμένη σκέδαση Brillouin, οι συχνότητες των κυμάτων θα πρέπει να διαφέρουν τόσο όσο είναι και η ολίσθηση Brillouin (Brillouin shift) του υλικού. Όταν συμβεί αυτό, γεννιέται ένα ακουστικό κύμα, το οποίο και σκεδάζει τα φωτόνια του κύματος με την υψηλότερη συχνότητα, στο κύμα με την χαμηλότερη συχνότητα. Ως εκ τούτου, αν η συχνότητα του pump κύματος είναι μεγαλύτερη από αυτή του κύματος Stokes, τότε το πρώτο αποσβένεται από την διαδικασία, ενώ το κύμα Stokes εμφανίζει ενίσχυση. Αφότου το φαινόμενο σχετίζεται με την διασπορά του υλικού, το κύμα Stokes βρίσκεται σε κατάσταση καθυστέρησης λόγω της διασποράς, χωρίς να παρουσιάζει απορρόφηση από το υλικό, αλλά αντιθέτως ίσως να παρουσιάσει ενίσχυση. Παρότι, η διαδικασία ακούγεται ιδανική, η καθυστέρηση του φωτός που εισάγει δεν είναι τόσο σημαντική όσο των δύο προηγούμενων μεθόδων (ΣΤΠ και ΗΕΔ). Η καθυστέρηση της ταχύτητας ομάδας που έχει επιτευχθεί με αυτή τη μέθοδο κυμαίνεται στην τάξη των $7 \times 10^3 \text{ km/s}$. Παρόμοια είναι και η τεχνική αργού φωτός με την χρήση της εξαναγκασμένης σκέδασης Raman (stimulated Raman scattering, SRS), [72]. Η μόνη διαφορά μεταξύ των δύο μεθόδων έγκειται στο είδος των φωνονίων που χρησιμοποιούνται: τα ακουστικά κύματα του ΕΣΒ αντικαθιστούνται από τους θερμοδυναμικούς τρόπους δόνησης του υλικού στην εξαναγκασμένη σκέδαση Raman.

Εφαρμογές αργού φωτός με χρήση του φαινομένου ΕΣΒ σε τηλεπικοινωνιακό σύστημα οπτικών ινών υλοποιήθηκε ταυτόχρονα από δύο ομάδες [56], [73]. Καμία ομάδα εκ των δύο, δεν παρατήρησε ταχύτητες αργού φωτός συγκρίσιμες με αυτές που επιτεύχθηκαν στα ατομικά αέρια. Παρόλα αυτά η καθυστέρηση με αυτή τη μέθοδο ήταν σημαντικά πιο

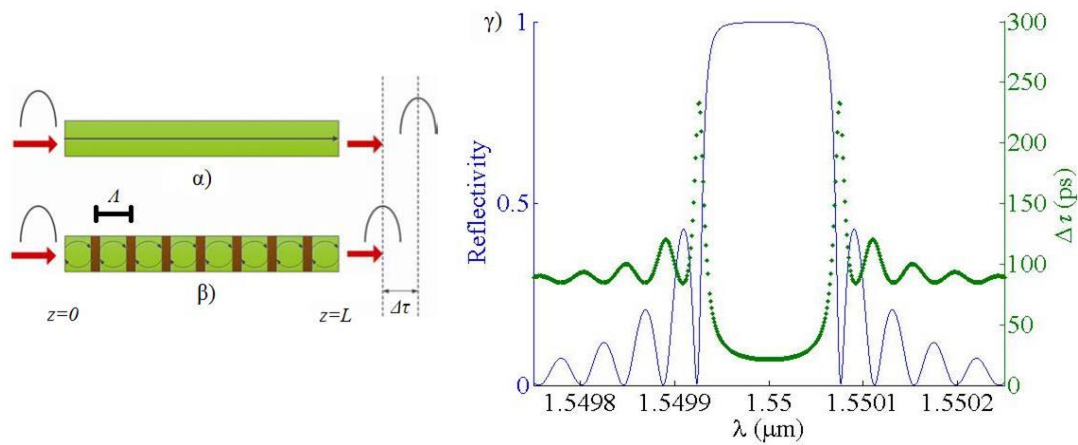
ελεγχόμενη σε σχέση με τις προαναφερθείσες μεθόδους. Στις περισσότερες τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές είναι σημαντικότερη η ικανότητα του ελέγχου της καθυστέρησης του φωτός από ότι είναι το μέγεθος της καθυστέρησης του παλμού. Παρόλα αυτά, το εύρος ζώνης του αργού φωτός και με αυτή τη μέθοδο είναι αρκετά περιορισμένο και δεν ξεπερνάει τα 100MHz. Η διεύρυνση του εύρους ζώνης του SBS αργού φωτός απασχόλησε διάφορους ερευνητές [74]-[76]. Η πρώτη τεχνική που εφαρμόστηκε αφορούσε την διεύρυνση του φάσματος του ρυθμικού κύματος και κατάφερε να διευρύνει το φάσμα του αργού φωτός μέχρι τα 325MHz [74]. Επόμενες προσπάθειες κατάφεραν να διευρύνουν το εύρος ζώνης μέχρι τα 12.6GHz, υποστηρίζοντας δεδομένα με ρυθμούς μεγαλύτερους των 10Gbit/s [75].

1.3.2 Διασπορά της δομής

Στην προηγούμενη ενότητα, οι συνθήκες αργού φωτός επιτεύχθηκαν θεωρώντας μία μεγάλη και θετική εξάρτηση του δείκτη διάθλασης του υλικού από την συχνότητα ($dn/d\omega \gg 1$), η οποία και ορίζεται ως διασπορά του υλικού. Με τη βάση την ίδια αρχή, συνθήκες αργού φωτός μπορούν να επιτευχθούν αν θεωρηθεί ένας μεγάλος και σταθερός δείκτης διάθλασης ($n \gg 1$). Σε αυτή την περίπτωση, ο μεγάλος δείκτης διάθλασης, θα δημιουργούσε τεράστιες απώλειες εισόδου (insertion losses) στην δομή λόγω της έντονης ασυνέχειας του δείκτη διάθλασης από την οπτική ίνα στην δομή. Η τελευταία επιλογή που υπάρχει είναι να θεωρηθεί μία μεγάλη εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από την σταθερά διάδοσης ($dn/dk \gg 1$). Η εξάρτηση της ταχύτητας ομάδας από αυτή τη μεταβολή δίνεται από την σχέση,

$$v_g \equiv \frac{d\omega}{dk} = v_{ph} \left(1 - \frac{k}{n} \frac{dn}{dk} \right) \quad (1.7)$$

Όπου $v_{ph} = \omega/k$ είναι η ταχύτητα φάσης και k η σταθερά διάδοσης του κύματος. Οπότε από τη μία υπάρχει η συνθήκη αργού φωτός η οποία είναι βασισμένη στην εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από την συχνότητα $n(\omega)$, με σταθερό δείκτη διάθλασης (ένα μόνο υλικό) και από την άλλη η συνθήκη αργού φωτός βασισμένη στην εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από την σταθερά διάδοσης $n(k)$, χρησιμοποιώντας μία διάταξη με μη-ομογενή δείκτη διάθλασης. Η τελευταία περίπτωση είναι γνωστή ως διασπορά της δομής ή της διάταξης. Διατάξεις που χρησιμοποιούν μη-ομογενή δείκτη διάθλασης με σκοπό να δημιουργήσουν συνθήκες αργού φωτός είναι το φράγμα περίθλασης Bragg (Bragg grating) ή πιο πολύπλοκες δομές περιοδικής διαμόρφωσης του δείκτη διάθλασης όπως οι φωτονικοί κρύσταλλοι, με την περιοδικότητα στο δείκτη διάθλασης να επεκτείνεται σε δύο και σε τρεις διαστάσεις. Σε αντιστοιχία με το συντονισμό μεταξύ διεγερμένων καταστάσεων που είχαμε στην περίπτωση της διάθλασης του υλικού, σε αυτή την περίπτωση έχουμε μία μορφή συντονισμού μεταξύ δύο ή περισσότερων τρόπων διάδοσης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, συνήθως μεταξύ ενός εμπρόσθιου (προσπίπτοντος/forward) και ενός οπίσθιου (ανακλώμενου/backward) τρόπου διάδοσης. Η αλληπάλληλη μεταφορά ενέργειας μεταξύ των τρόπων, οδηγεί το φως σε μία πλασματικά μεγαλύτερη διαδρομή από το φυσικό μήκος του κυματοδηγού, με αποτέλεσμα τα εμφανίζεται να οδεύει με μικρότερη ταχύτητα σε αυτό το μήκος.



Εικόνα 1-10. Σχηματική αναπαράσταση της κυματοδήγησης παλμού (α) σε οπτική ίνα και (β) σε φράγμα περίθλασης ίσου μήκους. Η χρονική διαφορά, $\Delta\tau$ αναδεικνύεται στην έξοδο των δύο περιπτώσεων λόγω της καθυστέρησης που προκαλεί το φράγμα περίθλασης. (γ) Η ανακλαστικότητα αλλά και η χρονική καθυστέρηση συναρτήσει του μήκους κύματος.

Πριν αναφερθούμε στις επικρατέστερες διατάξεις που μπορούν να υποστηρίξουν αργό φως με βάση της διασπορά της διάταξης, είναι σημαντικό να κατανοήσουμε ότι σε αυτή την περίπτωση, η μεταφορά της ενέργειας γίνεται μόνο μεταξύ των τρόπων διάδοσης και όχι μεταξύ του κύματος και του υλικού. Οπότε οι απώλειες διάδοσης τέτοιων δομών περιορίζονται αποκλειστικά στις κατασκευαστικές ατέλειες και όχι σε ατομικούς συντονισμούς του υλικού όπως στην περίπτωση της διασποράς του υλικού.

- Φράγμα περίθλασης Bragg.

Η πιο απλή μορφή διάταξης με περιοδική διαμόρφωση του δείκτη διάθλασης είναι το φράγμα περίθλασης Bragg, όπου ο δείκτης διάθλασης εναλλάσσεται περιοδικά μόνο σε μία διάσταση μεταξύ δύο τιμών n_0 και n_1 (έστω με $n_1 < n_0$). Η περιοδικότητα με την οποία εναλλάσσονται οι τιμές του δείκτη διάθλασης μεταξύ των τιμών n_0 και n_1 , είναι σταθερή και ίση με Λ δημιουργώντας μία ομοιόμορφη περιοδική κατανομή του δείκτη διάθλασης (uniform bragg grating), όπως φαίνεται στην Εικόνα 1-10. Η μελέτη πιο πολύπλοκων διαμορφώσεων του δείκτη διάθλασης είναι εκτός του περιγραφικού εισαγωγικού πλαισίου αυτού και κεφαλαίου. Πιο πολύπλοκες διατάξεις θα παρουσιαστούν στο επόμενο κεφάλαιο. Ένα φράγμα περίθλασης έχει την ικανότητα κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες φάσης, να μεταφέρει ενέργεια μεταξύ των τρόπων διάδοσης του κυματοδηγού. Εισάγοντας για παράδειγμα μία περιοδική διαμόρφωση του δείκτη διάθλασης κατά μήκος μία οπτικής ίνας, όπως στην Εικόνα 1-10(β), η μεταφορά ενέργειας μεταξύ του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου τρόπου διάδοσης μεγιστοποιείται όταν ικανοποιείται η θεμελιώδης συνθήκη,

$$|k_1 - k_2| = \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (1.8)$$

Όπου k_1 και k_2 είναι η σταθερές διάδοσης δύο τρόπων διάδοσης. Στην περίπτωση που ικανοποιηθεί η συνθήκη μεταξύ του θεμελιώδους ανακλώμενου τρόπου τότε $k_2 = -k_1$ και η συνθήκη συντονισμού γίνεται: $k_1 = \pi/\Lambda$. Η συχνότητα στην οποία μεγιστοποιείται αυτή η μεταφορά ενέργειας μεταξύ του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου θεμελιώδους τρόπου ορίζεται ως το μήκος κύματος Bragg, $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$, όπου n_{eff} είναι ο ενεργός δείκτης διάθλασης. Ποιό είναι όμως το συνολικό χρονικό διάστημα $\Delta\tau$, που θα καθυστερήσει ο οπτικός παλμός λόγω του φράγματος περίθλασης, σε σχέση το χρόνο που θα είχε φτάσει στην έξοδο του κυματοδηγού αν δεν είχε περάσει από το φράγμα (Εικόνα 1-10(β)); Για να απαντηθεί αυτό το ερώτημα θα πρέπει να κατανοηθούν τα ηλεκτρομαγνητικά χαρακτηριστικά του φράγματος περίθλασης. Οι φασματικές ιδιότητες

παρόμοιων διατάξεων συχνά αναλύονται με τη μέθοδο σύζευξης τρόπων (Coupled Mode Theory, CMT) [77].

Η μεταβολή του δείκτη διάθλασης με την απόσταση εκφράζεται σύμφωνα με την σχέση,

$$n(z) = n_0 + \Delta n(z) \cos(2\pi/\Lambda + \theta(z)) \quad (1.9)$$

όπου n_0 είναι ο δείκτης διάθλασης του κυματοδηγού (π.χ. ο πυρήνας της ίνας), $\Delta n(z)$ είναι η περιβάλλουσα της διαμόρφωσης του δείκτη διάθλασης και $\theta(z)$ εκφράζει την χωρική εξάρτηση της φάσης του ενεργού δείκτη διάθλασης. Για χάρη απλοποίησης θα θεωρηθεί η πιο απλή μορφή της ομοιόμορφης περιοδικής διαμόρφωσης (δηλ. $\theta(z)=0$). Οι συζευγμένες εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του προσπίπτοντος f_1 και του ανακλώμενου f_2 κύματος είναι,

$$\frac{df_1}{dz} = -i\delta(\lambda)f_1 + iq(z)f_2 \quad (1.10)$$

$$\frac{df_2}{dz} = i\delta(\lambda)f_2 - iq^*(z)f_1 \quad (1.11)$$

όπου η συνάρτηση $q(z)$ δίνεται από την σχέση $q(z) = \pi\Delta n(z)\lambda_B^{-1}$, και εκφράζει την σύζευξη μεταξύ των κυμάτων, ενώ η συνάρτηση $\delta(\lambda)$ εκφράζει την ασυμφωνία του προσπίπτοντος μήκους κύματος από το μήκος κύματος Bragg λ_B , σύμφωνα με την σχέση, $\delta(\lambda) = 2\pi n_0(\lambda^{-1} - \lambda_B^{-1})$. Τα πλάτη των κυμάτων f_1 και f_2 σχετίζονται με τα πλάτη του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου ηλεκτρικού πεδίου σύμφωνα με τις σχέσεις, $E_1 = f_1 e^{-i\delta z}$ και $E_2 = f_2 e^{i\delta z}$ αντίστοιχα. Λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (1.10)-(1.11), καταλήγουμε στο συντελεστή ανάκλασης στην αρχή του φράγματος περίθλασης ($z=0$),

$$r(\lambda) = \frac{-q \sinh(\gamma L)}{\delta(\lambda) \sinh(\gamma L) + i\gamma \cosh(\gamma L)} \quad (1.12)$$

όπου L είναι το συνολικό μήκος του φράγματος περίθλασης και $\gamma = q_2 - \delta_2$. Η αντίστοιχη ανακλαστικότητα του φίλτρου περίθλασης ορίζεται ως,

$$R \equiv |r|^2 = \frac{\sinh^2(\gamma L)}{\cosh^2(\gamma L) - \delta^2/q^2} \quad (1.13)$$

Η ολική χρονική καθυστέρηση την οποία θα υποστεί ο παλμός ορίζεται ως η μεταβολή της φάσης του συντελεστή ανάκλασης, φ_r με την συχνότητα,

$$\Delta\tau \equiv \frac{d\varphi_r}{d\omega} = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\varphi_r}{d\lambda} \quad (1.14)$$

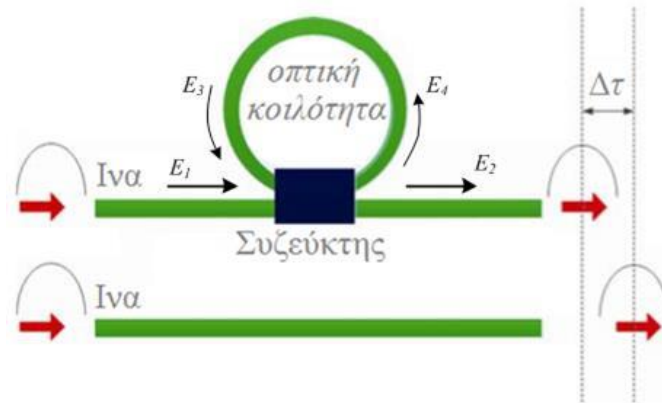
Στην Εικόνα 1-10(γ) απεικονίζεται η ανακλαστικότητα συναρτήσει του μήκους κύματος για ένα φράγμα περίθλαση με $\lambda_B=1550\text{nm}$, υπολογισμένη σύμφωνα με την (1.14). Σε αυτήν την περίπτωση έχουμε υποθέσει ότι το συνολικό μήκος του φράγματος είναι $L=20\text{mm}$, ο ενεργός δείκτης διάθλασης είναι $n_0=1.27$ και ο συντελεστής σύζευξης είναι ίσος με $q=200\text{m}^{-1}$. Στην Εικόνα 1-10(γ), επίσης απεικονίζεται η χρονική καθυστέρηση, $\Delta\tau$ υπολογισμένη από την (1.14) συναρτήσει της συχνότητας. Όπως φαίνεται στο σχήμα η ελάχιστη καθυστέρηση παρατηρείται όταν το μήκος κύματος του προσπίπτοντος κύματος είναι ίσο με το μήκος κύματος Bragg. Η μέγιστη τιμή της καθυστέρησης καταγράφεται στα μήκη κύματος στα όρια του εύρους ζώνης της ανακλαστικότητας. Το γεγονός αυτό οφείλεται στις πολλαπλές διαδρομές που πραγματοποιεί το φως μέσα στο φράγμα περίθλασης πριν καταφέρει να βρει την έξοδο ($z=L$). Για τη συγκεκριμένη

περίπτωση, η μέγιστη καθυστέρηση που μπορεί να επιτευχθεί είναι περίπου $\Delta\tau_{max}=250\text{psec}$, για ένα πολύ στενό εύρος ζώνης.

Οι φωτονικοί κρύσταλλοι δύο και τριών διαστάσεων είναι στην ουσία ένα φράγμα περίθλασης όπου ο δείκτης διάθλασης επεκτείνεται στις δύο και στις τρεις διαστάσεις, αντίστοιχα. Οι φωτονικοί κρύσταλλοι περιγράφονται αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο.

- Διατάξεις συζευγμένων οπτικών αντηχείων (Coupled Resonator Structures, CRS).

Ένας επιπλέον τρόπος να καθυστερήσει η διάδοση ενός οπτικού κύματος βασισμένος στην διασπορά της διαταξης, είναι να αναγκαστεί να περάσει από ένα πλήθος από συζευγμένες οπτικές κοιλότητες. Τέτοιου είδους διατάξεις είναι τα συζευγμένα οπτικά αντηχεία μικροδακτυλίων [78] και οι οπτικές κοιλότητες φωτονικών κρυστάλλων [39]. Οι διατάξεις συζευγμένων οπτικών αντηχείων βασίζονται στην σύζευξη συνήθως μίας ίνας με μία αλληλουχία από συζευγμένες κοιλότητες όπου σκοπό έχουν να αυξήσουν το ενεργό οπτικό μήκος του φωτός. Αυτό συμβαίνει όταν η συχνότητα του προσπίπτοντος οπτικού κύματος βρίσκεται κοντά στην συχνότητα συντονισμού της οπτικής κοιλότητας [79].



Εικόνα 1-11. Σχηματική αναπαράσταση ενός κυματοδηγού συζευγμένο με ένα οπτικό αντηχείο. Η διαφορά φάσης που προκαλεί το οπτικό αντηχείο μεταφράζεται σε μία χρονική διαφορά $\Delta\tau$ στην έξοδο του κυματοδηγού, σε σύγκριση με την όδευση στον ίδιο κυματοδηγό χωρίς το οπτικό αντηχείο.

Μία απλή σχηματική αναπαράσταση της σύζευξης μεταξύ του οπτικού αντηχείου και του κυματοδηγού φαίνεται στην Εικόνα 1-11, όπου αποτυπώνονται το προσπίπτον E_1 , τα πεδία σύζευξης E_3 και E_4 , όπως και το πεδίο που καταφέρνει να φτάσει στην έξοδο του κυματοδηγού, E_2 . Η σύζευξη του φωτός μεταξύ του οπτικού αντηχείου και του κυματοδηγού περιγράφεται από τις παρακάτω συζευγμένες εξισώσεις,

$$\begin{aligned} E_2 &= rE_1 + itE_3 \\ E_4 &= rE_3 + itE_1 \end{aligned} \quad (1.15)$$

όπου E_i είναι το ηλεκτρικό πεδίο των κυμάτων που σχετίζονται με την σύζευξη του οπτικού αντηχείου όπως φαίνεται στην Εικόνα 1-11. Στην εξίσωση (1.15), t και r είναι οι συντελεστές διάδοσης και ανάκλασης, αντίστοιχα. Οι συντελεστές είναι πραγματικές ποσότητες και ικανοποιούν τη σχέση, $t_2+r_2=1$. Η έκφραση που περιγράφει την διάδοση του οπτικού πεδίου μέσα από την διάταξη αποκτάται, επιλύοντας τις εξισώσεις (1.15) καταλήγοντας στην παρακάτω έκφραση,

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\tau - re^{-i\varphi}}{1 - \tau re^{i\varphi}} e^{i(\pi+\varphi)} \quad (1.16)$$

όπου $\varphi=kL$ είναι η διαφορά φάσης που εισάγεται στο κύμα με μία πλήρη περιστροφή στο οπτικό αντηχείο, L είναι η περιφέρεια του οπτικού αντηχείου, $k=2\pi n_0/\lambda$, n_0 είναι ο

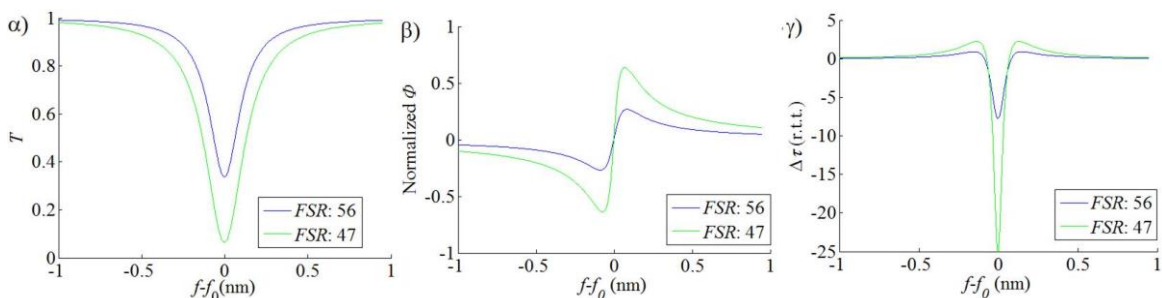
ενεργός δείκτης διάθλασης και λ είναι το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτός στο κενό. Στην εξίσωση (1.16), τ είναι ο συντελεστής του πλάτους της διάδοσης μίας διάβαση από το οπτικό αντηχείο. Από την εξίσωση (1.16) μπορούμε να υπολογίσουμε το πλάτος της διάδοσης του οπτικού παλμού σύμφωνα με την σχέση,

$$T = \left| \frac{E_2}{E_1} \right|^2 = \frac{\tau^2 - 2r\tau \cos \varphi + r^2}{1 - 2r\tau \cos \varphi + \tau^2 r^2} \quad (1.17)$$

Η συνολική φάσης Φ , που υπεισέρχεται στον μεταδιδόμενο οπτικό παλμό υπολογίζεται από την (1.16),

$$\Phi = \pi + \varphi + \tan^{-1} \left(\frac{r \sin \varphi}{\tau - r \cos \varphi} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{r\tau \sin \varphi}{1 - r\tau \cos \varphi} \right) \quad (1.18)$$

Η συνολική χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau$, του οπτικού παλμού υπολογίζεται παραγωγίζοντας την (1.18) ως προς τη γωνιακή συχνότητα. Στην Εικόνα 1-12, απεικονίζονται η συνολική διάδοση T , η διαφορά φάσης Φ καθώς και η ολική χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau$, μίας διάταξης αποτελούμενης από ένα μόνο συζευγμένο οπτικό αντηχείο, για δύο τιμές της ελεύθερης φασματικής περιοχής FSR. Η ελεύθερη φασματική περιοχή δίνεται από την σχέση $FSR \approx \pi/(1-r\tau)$, και εκφράζει την συχνοτική απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών συντονισμών του οπτικού αντηχείου. Όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 1-12(β) και στην Εικόνα 1-12(γ), η χρονική καθυστέρηση είναι ανάλογη της διαφοράς φάσης, ενώ η χρονική καθυστέρηση μπορεί να πάρει θετικές και αρνητικές τιμές. Κατά το σχεδιασμό διατάξεων συζευγμένων αντηχείων οι διαστάσεις των αντηχείων θα πρέπει να επιλεγούν προσεκτικά, ώστε να επιτευχθεί μία ισορροπία μεταξύ μίας πληθώρας παραμέτρων, όπως το εύρος ζώνης του συντονισμού, τη συνολική καθυστέρηση που θα πετυχαίνει και τη παραμόρφωση του παλμού στην έξοδο του κυματοδηγού. Άλλες παράμετροι όπως οι απώλειες του αντηχείου, οι απώλειες λόγω οπσιθοσκέδασης, η ισχύ που απαιτείται για να διεγερθεί το αντηχείο καθώς και το μικρό αποτύπωμα τις συνολικής διάταξης είναι προβλήματα που πρέπει να επιλυθούν επίσης κατά την σχεδίαση [80]. Μία σύγκριση μεταξύ των τρόπων επίτευξης αργού φωτός όσον αφορά την διασπορά της διάταξης, δεν οδηγεί σε ξεκάθαρα συμπεράσματα με βάση πρόσφατες μελέτες [81]. Η πιο ευρέως διαδεδομένη διάταξη οπτικών αντηχείων είναι ο κυματοδηγός συζευγμένων οπτικών αντηχείων (coupled resonator optical waveguides, CROW).



Εικόνα 1-12. (α) Η διάδοση T , (β) η ολική διαφορά φάσης Φ και (γ) η ολική χρονική καθυστέρηση $\Delta\tau$ (υπολογισμένη σε χρόνους μίας διάβασης, round trip time), μίας διάταξης συζευγμένου οπτικού αντηχείου υποθέτοντας $\tau=0.95$ και για δύο διαφορετικές τιμές ελεύθερης φασματικής περιοχής. Η συνολική περιφέρεια του αντηχείου είναι $L=0.1\text{mm}$.

1.3.3 Εφαρμογές Αργού φωτός.

Οι οπτικές τηλεπικοινωνίες έχουν παρουσιάσει μία ραγδαία ανάπτυξη τις τελευταίες δεκαετίες χρησιμοποιώντας τη μεγάλη ταχύτητα του φωτός, παρέχοντας ένα τεράστιο εύρος ζώνης σε σχέση με τα χάλκινα καλώδια. Τι ωφελεί λοιπόν η καθυστέρηση του

φωτός; Η απάντηση είναι στην πραγματικότητα απλή. Η χρήση του φωτός για τηλεπικοινωνιακούς σκοπούς, βρίσκει στην πραγματικότητα όλο και περισσότερη εφαρμογή ώστε να το καθιστά μία ίσως εφικτή λύση, για κάθε είδους επεξεργασία μέσα σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα. Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα εκτός από την διάδοση, υπάρχει μία πληθώρα από λειτουργίες τις οποίες πρέπει να πραγματοποιήσει το σήμα ώστε να φτάσει με επιτυχία στον δέκτη, όπως προσωρινή αποθήκευση (buffering) ή η δρομολόγηση (switching). Οι περισσότερες από αυτές τις λειτουργίες απαιτούν μεγάλη μη-γραμμική αλληλεπίδραση του πεδίου με το υλικό. Το φως, ακριβώς επειδή έχει τρομακτικά μεγάλη ταχύτητα, αντιδρά ελάχιστα με τα διαφανή προς αυτό μέσα, στα οποία συνήθως κυματοδηγείται. Για να επιτευχθούν λοιπόν οι μη-γραμμικές συνθήκες που απαιτούνται, η μόνη σχετικά απλή εναλλακτική θα ήταν να αυξηθεί υπερβολικά η ισχύς του φωτός. Το γεγονός αυτό ήταν στην πραγματικότητα η πρώτη επιλογή των ερευνητών που δραστηριοποιούνταν στη μη-γραμμική οπτική, οδηγώντας σε ογκώδης και ακριβές διατάξεις. Καθυστερώντας όμως το φως, με οποιαδήποτε από τις μεθόδους που προαναφέραμε στις προηγούμενες ενότητες, δίνει στο φως τον κατάλληλο χρόνο να αλληλεπιδράσει περισσότερο με την ύλη, ξεδιπλώνοντας τη μη-γραμμικότητα του υλικού. Η πρώτη παρατήρηση για τις ιδιότητες του αργού φωτός έγινε μόλις το 1987 [82], και ακολούθησε μία «έκρηξη» επιστημονικών δημοσιεύσεων που μας οδήγησε στην σημερινή γνώση για τις ικανότητες και τις εφαρμογές του αργού φωτός. Στις επόμενες υποενότητες παραθέτονται μερικές από τις επικρατέστερες εφαρμογές του αργού φωτός.

- Οπτική δρομολόγηση

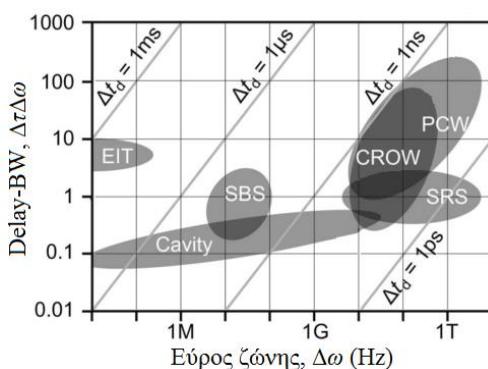
Όπως προαναφέρουμε στις προηγούμενες ενότητες, με τον όρο αργό φως εννοούμε την χαμηλή ταχύτητα ομάδας του φωτός, η οποία ορίζεται σύμφωνα με την εξίσωση (1.7). Αυξάνοντας λοιπόν την κλίση $d\omega/dk$ στη γραφική παράσταση της γωνιακής συχνότητας με την σταθερά διάδοσης, επιτυγχάνεται η μείωση της ταχύτητας ομάδας. Για τη λειτουργία της οπτικής δρομολόγησης (Switching) απαιτείται η δυνατότητα αλλαγής της φάσης του σήματος, $\Delta\phi=\Delta kL$, όπου L είναι το ενεργό μήκος και Δk είναι η διαφορά που επιτυγχάνεται στην σταθερά διάδοσης. Σε κυματοδηγούς αργού φωτός που βασίζονται στη διαμόρφωση του δείκτη διάθλασης Δn , όπως για παράδειγμα στους κυματοδηγούς φωτονικού κρυστάλλου που θα μελετήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο, επιτυγχάνεται μία μεγάλη μεταβολή του Δk σε συνθήκες αργού φωτός άρα και η διαφορά φάσης ωφελώντας την οπτική δρομολόγηση. Ένα πρόσφατο παράδειγμα οπτικού δρομολογητή με μήκος $L=5\mu\text{m}$ υλοποιείται στην [84], ενώ συμβατικοί δρομολογητές απαιτούν τουλάχιστον 40 φορές μεγαλύτερο μήκος [85]. Η υλοποίηση οπτικών δρομολογητών με τη χρήση των φωτονικών κρυστάλλων, παρά το κατά πολύ μικρότερο μέγεθός τους, έχουν μικρότερο φασματικό εύρος ζώνης λειτουργίας, γεγονός που βελτιώνεται όταν πηγαίνουμε στις διατάξεις συζευγμένων αντηχείων (ring resonators).

- Κβαντική οπτική.

Μία πολύ βασική εφαρμογή του αργού φωτός θεωρείται και η επεξεργασία κβαντικής πληροφορίας, όπως η ικανότητα αποθήκευσης της κβαντικής κατάστασης του φωτός για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Οι επικρατέστεροι τρόποι για την καθυστέρηση ή ακόμα και το σταμάτημα του φωτός σε επίπεδα millisec είναι να παγιδεύσεις ένα οπτικό παλμό σε συμπυκνώματα Bose-Einstein (BEC), διατηρώντας τις κβαντικές του ιδιότητες [86]. Παρόμοιες λειτουργίες μπορούν να επιτευχθούν σε συστήματα αργού φωτός δύο οπτικών παλμών. Σε αυτή την περίπτωση, όταν δύο οπτικοί παλμοί, οδεύουν με την ίδια αργή ταχύτητα ομάδας και αλληλεπιδρούν για μεγάλο χρονικό διάστημα τότε αποκτούν μία στενή συσχέτιση των κβαντικών τους καταστάσεων, δημιουργώντας τη βάση για την κατασκευή κβαντικών επεξεργαστών [87].

• Οπτική αποθήκευση

Η προσωρινή αποθήκευση σήματος είναι ίσως η βασικότερη εφαρμογή στις οπτικές τηλεπικοινωνίες. Η προσωρινή οπτική αποθήκευση βρίσκει εφαρμογή σε οπτικούς δρομολογητές, οι οποίοι απαιτούν την προσωρινή αποθήκευση δεδομένων όσο προσδιορίζεται η διεύθυνση δρομολόγησης του πακέτου (header recognition process). Η λειτουργία αυτή στους σημερινούς οπτικούς δρομολογητές γίνεται με ηλεκτρονικά μέσα, ικανά να αποθηκεύουν Megabit πληροφορίας. Το κυριότερο ελάττωμα που παρουσιάζει η ηλεκτρονική αποθήκευση είναι ότι η όπτικο-ηλεκτρονική και η ήλεκτρο-οπτική μετατροπή απαιτεί μεγάλη κατανάλωση ισχύος και περιορίζει το εύρος ζώνης της πληροφορίας. Μετατρέποντας αυτή την διαδικασία σε μία ολοκληρωτικά οπτική διαδικασία, θα απελευθέρωνε το ρυθμό πληροφορίας και θα αναιρούσε την καθυστέρηση που υπεισέρχεται με την χρήση ηλεκτρονικών μέσων.



Εικόνα 1-13. Σύγκριση του γινομένου καθυστέρησης $\Delta\tau$, με το διαθέσιμο εύρος ζώνης $\Delta\omega$ για τις προαναφερθείσες μεθόδους επίτευξης αργού φωτός.

Όπως θα δούμε και παρακάτω, διατάξεις αργού φωτός όπως οι φωτονικοί κρύσταλλοι έχουν την ικανότητα να καθυστερούν τον οπτικό παλμό για την διάρκεια μερικών bit [85]. Διατάξεις αργού φωτός βασισμένες σε φωτονικά συζευγμένες κοιλοότητες έχουν ήδη υλοποιηθεί σε ολοκληρωμένη μορφή, επιτυγχάνοντας καθυστέρηση μερικών bit πληροφορίας [86], ένας αριθμός που αναμένεται να αυξηθεί περαιτέρω. Παρά την συνεχώς αναπτυσσόμενη τεχνολογία των οπτικών ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, η αποθήκευση οπτικών σημάτων δεν αναμένεται να αντικαταστήσει τελείως την ηλεκτρονική αποθήκευση στο κοντινό μέλλον. Παρόλα αυτά, γραμμές καθυστέρησης με ρυθμιζόμενη καθυστέρηση μερικών bit πληροφορίας είναι πολύ πιο πιθανό να χρησιμοποιηθούν, ειδικά για εφαρμογές συγχρονισμού δεδομένων. Στην Εικόνα 1-13, συγκεντρώνονται οι επιδόσεις των μεθόδων αργού φωτός ως προς την αποθήκευση δεδομένων, ποσοτικοποιημένη μέσω του γινομένου καθυστέρησης και εύρους ζώνης $\Delta\tau\Delta\omega$ (Delay-Bandwidth product, DBP).

Επιπλέον, διατάξεις αργού φωτός μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ένα πλήθος άλλων πεδίων ενδιαφέροντος. Μερικά από αυτά είναι η ενίσχυση των μη-γραμμικών φαινομένων κυρίως λόγω της αύξησης του ενεργού μήκους, L_{eff} , [90], [91]. Άλλα παραδείγματα είναι η γέννηση αρμονικών και η μίξη τεσσάρων κυμάτων που θα δούμε αναλυτικά στο τρίτο κεφάλαιο [92].

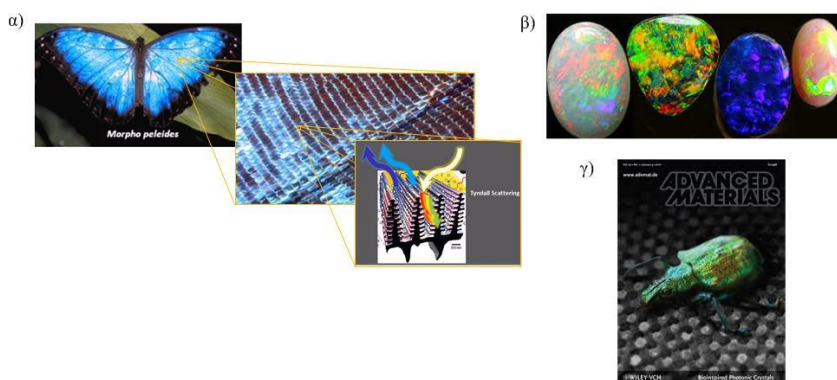
2. Φωτονικοί Κρύσταλλοι

Οι φωτονικοί κρύσταλλοι συγκεντρώνουν ένα σημαντικό κομμάτι της επιστημονικής προσοχής τις τελευταίες δεκαετίες, λόγω των ικανοτήτων τους να εστιάζουν και να καθυστερούν το φως. Σε αυτό το κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να περιγράψουμε τις βασικές αρχές που διέπουν τους φωτονικούς κρυστάλλους.

2.1 Εισαγωγή

Στην αναζήτησή του για έμπνευση και νέες ιδέες, ο άνθρωπος συχνά στρέφεται προς τη φύση. Διάφορες εφευρέσεις στην πραγματικότητα δεν είναι τίποτα παραπάνω από τεχνολογική αποτύπωση διάφορων λειτουργιών της φύσης. Ακραία παραδείγματα αυτής της αποτύπωσης, είναι η κατασκευή καινοτόμων υλικών για την κατασκευή των υφάλων των πλοίων, εμπνευσμένη από το δέρμα του καρχαρία [93]. Σε αυτό το παράδειγμα, μελέτες για την κατασκευή υδροδυναμικών υλικών αντιγράφουν τη δομή του δέρματος του καρχαρία, η οποία αποτελείται από μικρά λεία λέπια με οδοντωτή μορφή, ικανά να δημιουργούν μικρούς στροβίλους κοντά στο δέρμα του καρχαρία μειώνοντας έτσι την τριβή καθώς αυτός κολυμπάει. Ένα δεύτερο παράδειγμα είναι η κατασκευή διατάξεων για την συλλογή νερού σε άνυδρες περιοχές, εμπνευσμένη από τα μικρά αυλάκια και εξογκώματα στο κέλυφος του σκαθαριού της ερήμου Nabim (Nabim desert beetle), τα οποία χρησιμεύουν στην συλλογή υδρατμών [94].

Όσον αφορά παραδείγματα έμπνευσης από τη φύση στο τομέα των οπτικών εφαρμογών, χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα φτερά της πεταλούδας *Morpho* (Εικόνα 2-1(α)), είναι επίσης μία πηγή έμπνευσης για τους φωτονικούς κρυστάλλους για εφαρμογές ανίχνευσης (sensing) [95]. Στην Εικόνα 2-1(β), αποτυπώνονται ορυκτά οπάλια (opals) με ξεχωριστές χρωματικές αποχρώσεις αποτέλεσμα της περιοδικής δομής στην επιφάνειά τους. Τέλος, οι εντυπωσιακοί χρωματισμοί στο κέλυφος του σκαθαριού *Lamprocyphus augustus* είναι αποτέλεσμα της φωτονικής δομής σε δομή αδάμαντα, το οποίο αποτυπώνεται στο εξώφυλλο του περιοδικού *Advanced Materials* (01/2010) στην Εικόνα 2-1(γ). Μία πρόσφατη τεχνολογική αποτύπωση αυτών αποτελεί η χρήση περιοδικών δομών για την καλύτερη απορρόφηση του φωτός στους ηλιακούς δορυφορικούς συλλέκτες αλλά και σε φωτοβολταϊκές διατάξεις [96]. Σε αυτό το κεφάλαιο, ασχοληθούμε με τους φωτονικούς κρυστάλλους και στην ικανότητά τους, να περιορίζουν και να καθυστερούν το φως.



Εικόνα 2-1. α) Το ιριδίζον μπλε χρώμα των φτερών της πεταλούδας *Morpho Peleides*, (β) οι εντυπωσιακές αποχρώσεις των ορυκτών opals και (γ) το ιδιαίτερο πράσινο στο κέλυφος του σκαθαριού *Lamprocyphus augustus* είναι αποτέλεσμα της περιοδικής φωτονικής δομής στην επιφάνεια κάθε εικόνας.

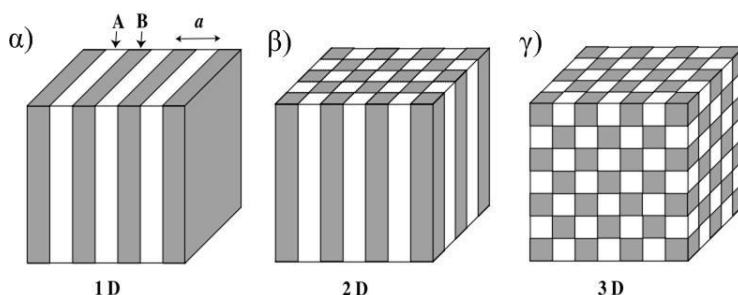
Όπως αναφέρουμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι τρόποι γένεσης αργού φωτός χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία, κάνει χρήση της μη-γραμμικής οπτικής, χρησιμοποιώντας συνθήκες συντονισμού μεταξύ του οπτικού

κύματος και των ατόμων του υλικού. Με τον τρόπο αυτό, ενεργοποιείται το φαινόμενο διασποράς του υλικού και αλλάζει σημαντικά ο δείκτης διάθλασης δημιουργώντας την αίσθηση του αργού φωτός (όπως τα φαινόμενα της ηλεκτρομαγνητικά επαγόμενης διαφάνειας (EIT), της εξαναγκασμένης σκέδασης Brillouin (SBS) και Raman (SRS), που περιγράφονται στο προηγούμενο κεφάλαιο). Η δεύτερη κατηγορία, χρησιμοποιεί την ιδιαίτερη δομή της διάταξης έτσι ώστε να δημιουργήσει τις κατάλληλες συνθήκες για τη γένεση αργού φωτός (βλέπε οπτικές διατάξεις φραγμάτων Bragg καθώς και τα συζευγμένα οπτικά αντηχεία που περιγράφονται στο προηγούμενο κεφάλαιο).

Οι ανωτέρω τρόποι επίτευξης αργού φωτός, έχουν αντίστοιχα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, τα οποία και κρίνουν την καταλληλότητά τους για την εκάστοτε εφαρμογή. Τα κυριότερα χαρακτηριστικά της κάθε κατηγορίας αναλύονται στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ένα γενικό συμπέρασμα στο οποίο μπορούμε να οδηγηθούμε, με βάση την υπάρχουσα τεχνολογική ανάπτυξη, είναι ότι το αργό φως προερχόμενο από την διασπορά του υλικού συνήθως κρίνεται ως πολύπλοκο και δυσκολότερα υλοποιήσιμο, σε σύγκριση με το αργό φως προερχόμενο από την διασπορά της διάταξης, όσον αφορά πάντα τις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Το γεγονός αυτό ώθησε τις μεθόδους αργού φωτός του υλικού σε μικρότερη άνθηση, όσον αφορά τις πρακτικές εφαρμογές και την πιθανή διείσδυσή τους στην αγορά. Αντιθέτως, η διασπορά της διάταξης προσφέρει μία πιο εύκολα υλοποιήσιμη εκδοχή του αργού φωτός, η οποία γνωρίζει ένα συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον από διάφορους ερευνητές ανά τον κόσμο. Ένα μεγάλο κομμάτι αυτού του ενδιαφέροντος συγκεντρώνεται γύρω από τους φωτονικούς κρυστάλλους και τις εφαρμογές αυτών σε διάφορα γραμμικά και μη-γραμμικά φαινόμενα για την επεξεργασία σήματος [97]-[99].

2.2 Φωτονικοί Κρύσταλλοι

Οι φωτονικοί κρύσταλλοι (ΦΚ) είναι διατάξεις που δημιουργούνται με περιοδική εναλλαγή υλικών με διαφορετικό δείκτη διάθλασης, με την περιοδικότητα να κυμαίνεται στη τάξη του οπτικού μήκους κύματος, λ . Οι χωρικές διευθύνσεις στις οποίες διατηρείται η περιοδικότητα, ορίζει και τις διαστάσεις του ΦΚ σε μίας, δύο και τρεις διαστάσεις όπως αποτυπώνονται στην Εικόνα 2-2.



Εικόνα 2-2. Υλοποίηση φωτονικού κρυστάλλου σε (α) μία (1D), (β) δύο (2D) και (γ) τρεις (3D) διαστάσεις. Η περιοδική εναλλαγή γίνεται μεταξύ δύο υλικών A και B με διαφορετικό δείκτη διάθλασης. Η σταθερά περιοδικότητας είναι a .

Ένα εγγενές χαρακτηριστικό των περιοδικών δομών, όπως οι φωτονικοί κρύσταλλοι είναι ότι παρουσιάζουν φωτονικά χάσματα. Με τον όρο φωτονικό χάσμα εννοούμε, μία συχνοτική περιοχή στην οποία το φως δεν μπορεί να οδεύσει μέσα από τον ΦΚ. Ένα ανάλογο φαινόμενο συναντάμε και στην θεωρία ημιαγωγών, όπου αντί για την όδευση του φωτός, έχουμε την όδευση ηλεκτρονίων και οπών. Αντίστοιχα, καθώς τα ηλεκτρόνια περνούν μέσα από έναν ημιαγωγό, αντιμετωπίζουν ένα περιοδικό δυναμικό, το οποίο οφείλεται στην περιοδική δομή των ατόμων του ημιαγωγού. Αντίστοιχα, η αλληλεπίδραση μεταξύ του ηλεκτρονίου και του περιοδικού δυναμικού δημιουργεί ενεργειακά χάσματα. Το ηλεκτρόνιο λοιπόν δεν μπορεί να περάσει μέσα από τον

ημιαγωγό αν η ενέργειά του εμπίπτει μέσα στο ενεργειακό χάσμα. Παρά το γεγονός ότι μία σύγκριση μεταξύ του φωτονικού και του ημιαγωγικού χάσματος δημιουργεί μία οικειότητα στην προσέγγιση του προβλήματος, μία πιο γενικευμένη συσχέτιση μπορεί να οδηγήσει σε λάθος εντυπώσεις. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι υπάρχουν θεμελιώδεις διαφορές μεταξύ της φύσης των ηλεκτρονίων και της φύσεως του ηλεκτρομαγνητικού (H/M) πεδίου που οδεύει μέσα σε ένα φωτονικό κρύσταλλο, οι οποίες καθιστούν την περαιτέρω σύγκριση μεταξύ του φωτονικού και του ημιαγωγικού χάσματος, απαγορευτική. Μία σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο, αποτελεί το γεγονός ότι η διάδοση του φωτός σε ένα φωτονικό κρύσταλλο περιγράφεται από τη διανυσματική φύση του ηλεκτρικού πεδίου E^1 , ενώ η κυματοσυνάρτηση που περιγράφει την διάδοση των ηλεκτρονίων, ψ είναι βαθμωτό μέγεθος. Η ουσιαστικότερη ίσως διαφορά όμως έγκειται στο γεγονός ότι στα ηλεκτρόνια ενεργεί η δύναμη Coulomb με αποτέλεσμα ο υπολογισμός των τρόπων μίας ενιαίας δομής (bulk structure) ή μίας κβαντικής ετεροδομής (quantum heterostructure) να αποδεικνύεται πολύ δύσκολο πρόβλημα [100], [101]. Από την άλλη, στα φωτόνια δεν επιδρά η δύναμη Coulomb και ο υπολογισμός του διαγράμματος των τρόπων, όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο, καθίσταται πολύ πιο απλή διαδικασία.

Ένας απλός τρόπος να κατανοήσουμε την ύπαρξη του φωτονικού χάσματος σε περιοδικές δομές όπως τους ΦΚ είναι να εξετάσουμε σε μεγαλύτερο βάθος την συμπεριφορά του φωτός σε τέτοιες διατάξεις. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι φως οδεύει κάθετα στα διηλεκτρικά στρώματα ενός μονοδιάστατου φωτονικού κρυστάλλου, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2-3(α) και στην Εικόνα 2-3(β). Σε αυτή την περίπτωση, ορίζεται το κυματόνισμα του εισερχόμενου οπτικού κύματος \mathbf{k} , και το ανακλώμενο κύματόνισμα στα επίπεδα του φωτονικού κρυστάλλου γνωστό και ως κυματόνισμα Bragg, \mathbf{k}_B . Ένα φωτονικό χάσμα θα δημιουργηθεί όταν το εισερχόμενο και το ανακλώμενο κύμα συμβάλουν ενισχυτικά. Όπως αναφέρουμε στην υποενότητα 1.3.2 του πρώτου κεφαλαίου, η μεταφορά της ενέργειας μεταξύ του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου κύματος γίνεται μέγιστη όταν ικανοποιηθεί η συνθήκη Bragg, η οποία μπορεί εκφράζεται ως,

$$\mathbf{k} - \mathbf{k}_B = \pm \frac{2\pi m}{a} \quad (2.1)$$

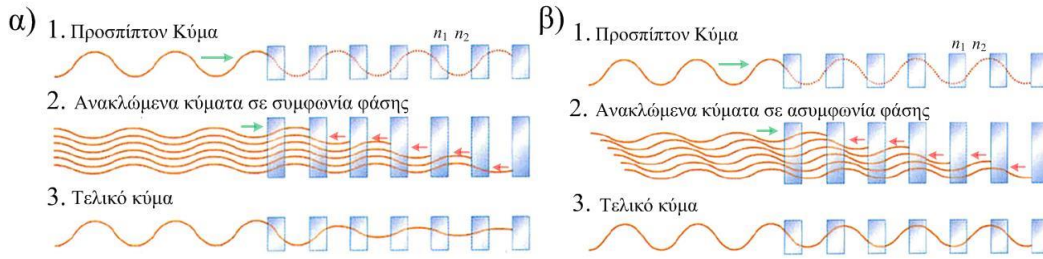
, όπου m είναι ένας ακέραιος αριθμός και a είναι η σταθερά που ορίζει την περιοδικότητα του κρυστάλλου (ή πλεγματική σταθερά). Η συμβολή των εμπλεκόμενων κυμάτων θα θεωρηθεί ενισχυτική όταν $\mathbf{k} = -\mathbf{k}_B$, καταλήγοντας σε μία συνθήκη για το προσπίπτον κυματόνισμα,

$$\mathbf{k} = \pm \frac{\pi m}{a} \quad (2.2)$$

Η πιο απλοϊκή μορφή περιοδικής δομής με εναλλαγή του δείκτη διάθλασης ($n_1 > n_2$) στη μία διάσταση, αποτελεί η δομή που αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-3 (γνωστό και ως φράγμα Bragg). Στην Εικόνα 2-3(α) απεικονίζεται η περίπτωση όπου τα ανακλώμενα κύματα στα επίπεδα της διάταξης και το προσπίπτον κύμα συμβάλλουν ενισχυτικά με αποτέλεσμα να ικανοποιείται η συνθήκη Bragg (εξίσωση (2.1)). Σε αυτή την περίπτωση, υπάρχει μέγιστη μεταφορά ισχύος από το προσπίπτον κύμα προς το ανακλώμενο κύμα με αποτέλεσμα την εκθετική μείωση της ισχύος του τελικού κύματος που οδεύει προς τα

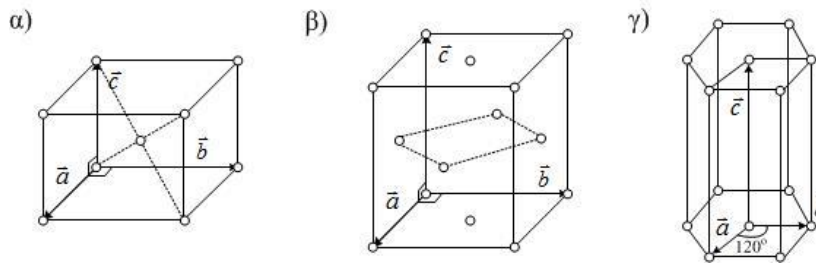
¹ Σε όλη την έκταση αυτής της διδακτορικής διατριβής, τα διανυσματικά μεγέθη θα αποτυπώνονται με έντονη γραμματοσειρά, για παράδειγμα: $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t)$.

δεξιά. Στην περίπτωση που το προσπίπτον και τα ανακλώμενα κύματα βρίσκονται σε ασυμφωνία φάσης, παύει να ισχύει η συνθήκη Bragg και το αποτέλεσμα, της μεταξύ τους συμβολής, καταφέρνει να φτάσει στην έξοδο της διάταξης, όπως αποτυπώνεται ποιοτικά στην Εικόνα 2-3(β) [102].



Εικόνα 2-3. Ποιοτική απεικόνιση μονοδιάστατου πλέγματος φωτονικού κρυστάλλου, δομημένου από την περιοδική εναλλαγή υλικών με δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 . (α) Τα ανακλώμενα κύματα στα επίπεδα του κυματοδηγού βρίσκονται σε συμφωνία φάσης με το προσπίπτον κύμα. (β) Τα ανακλώμενα κύματα βρίσκονται σε ασυμφωνία φάσης με το προσπίπτον κύμα.

Το συχνотικό εύρος για το οποίο υφίσταται το φωτονικό χάσμα εξαρτάται από την συχνότητα του προσπίπτοντος κύματος, την πλεγματική σταθερά αλλά και από τους δείκτες διάθλασης n_1 και n_2 των δύο στρωμάτων που απαρτίζουν την διάταξη της Εικόνα 2-3 [102]. Επεκτείνοντας την ίδια λογική στις δύο και στις τρεις διαστάσεις μπορούμε να ερμηνεύσουμε και τα φωτονικά χάσματα σε φωτονικούς κρυστάλλους δύο και τριών διαστάσεων, αντίστοιχα. Η περιγραφή των τρόπων διάδοσης αλλά και των φωτονικών χασμάτων που ενδεχομένως μπορεί να υποστηρίξει μία περιοδική δομή συχνά περιγράφονται χρησιμοποιώντας το αντίστροφο πλέγμα (reciprocal lattice) και τις ζώνες Brillouin [103]. Η μελέτη των περιοδικών δομών συνήθως γίνεται κατακερματίζοντας το χώρο σε θεμελιώδεις κυψελίδες, συχνά αποκαλούμενες και πλέγματα Bravais [103]. Η πλήρη περιγραφή των πλεγμάτων Bravais γίνεται με γνώση των θεμελιωδών διανυσμάτων της περιοδικότητας στις τρεις διαστάσεις που ορίζουν τον καρτεσιανό χώρο, $[a, b, c]$. Μερικά βασικά πλέγματα Bravais στις τρεις διαστάσεις απεικονίζονται στην Εικόνα 2 4.



Εικόνα 2-4. α) Ορθορομβικό χωροκεντρωμένο (I) πλέγμα Bravais ($a \neq b \neq c$), β) Ορθορομβικό εδροκεντρωμένο (F) πλέγμα Bravais ($a \neq b \neq c$), γ) Εξαγωνικό (P) πλέγμα Bravais ($a = b \neq c$, σε γωνία 120°).

Τα πλέγματα Bravais που αποτυπώνονται στις Εικόνα 2-4(α) και Εικόνα 2-4(β), είναι γνωστά και ως κυβικό χωροκεντρωμένο σύστημα (body centered cubic, BCC) και κυβικό εδροκεντρωμένο σύστημα (face centered cubic, FCC), όταν ισχύει η συνθήκη $a=b=c$. Το αντίστροφο πλέγμα είναι ένα ιδεατό πλέγμα που μας βοηθά στη μαθηματική θεώρηση και ορίζεται ως εξής,

$$\mathbf{a}^* = \frac{2\pi}{V_c} (\mathbf{b} \times \mathbf{c}), \quad \mathbf{b}^* = \frac{2\pi}{V_c} (\mathbf{c} \times \mathbf{a}), \quad \mathbf{c}^* = \frac{2\pi}{V_c} (\mathbf{a} \times \mathbf{b}). \quad (2.3)$$

όπου V_c είναι ο όγκος της κυψελίδας ίσος με $V_c = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$. Ο χώρος που ορίζουν τα μοναδιαία διανύσματα \mathbf{a}^* , \mathbf{b}^* , \mathbf{c}^* συχνά αποκαλείται αντίστροφος χώρος. Τα διάφορα

σημεία του αντίστροφου χώρου περιγράφονται από το διάνυσμα του αντίστροφου χώρου,

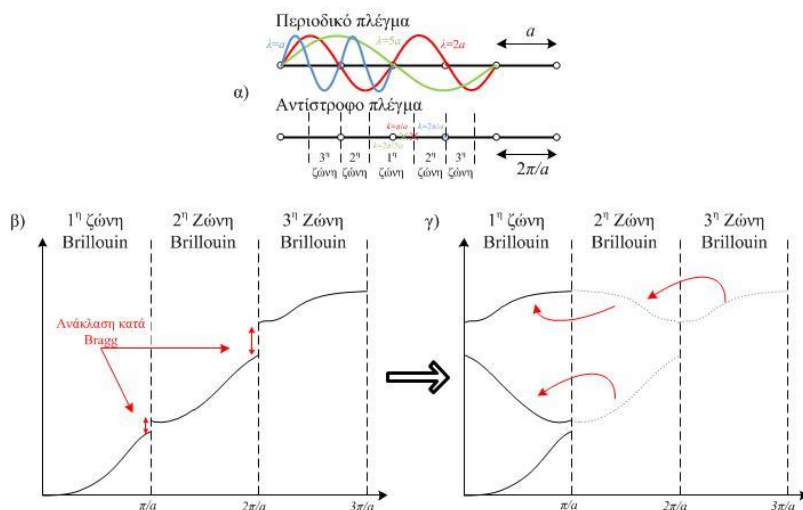
$$\mathbf{G} = m\mathbf{a}^* + n\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^* \quad (2.4)$$

όπου m , n και l είναι ακέραιοι αριθμοί. Η σχέση μεταξύ του διανύσματος \mathbf{G} και του αντίστοιχου διανύσματος του φυσικού πλέγματος $\mathbf{R}=m\mathbf{a}+n\mathbf{b}+l\mathbf{c}$, δίνεται από την σχέση,

$$\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{G}_j = 2\pi\delta_{i,j} \quad (2.5)$$

όπου $\delta_{i,j}$ το δέλτα του Kronecker. Η θεμελιώδης κυψελίδα στον αντίστροφο χώρο καλείται κυψελίδα Wigner-Seitz ή πρώτη ζώνη Brillouin. Η πρώτη ζώνη Brillouin ορίζεται ως ο μικρότερος χώρος που περικλείεται από τα μεσοκάθετα επίπεδα των διανυσμάτων του αντίστροφου πλέγματος που ξεκινούν από την αρχή των αξόνων. Για τον εισαγωγικό σκοπό αυτής της ενότητας θα αρκεστούμε στην ανάλυση των μονοδιάστατων πλεγμάτων. Παρατηρούμε ότι η συνθήκη που ευνοεί την ανάκλαση κατά Bragg, της εξίσωσης (2.2), ισχύει στα όρια της πρώτης ζώνης Brillouin. Το περιοδικό πλέγμα αλλά και το αντίστροφο πλέγμα σε μία διάσταση (1-D) απεικονίζονται στην Εικόνα 2-5(α). Στην εικόνα αποτυπώνεται η μονοδιάστατη αλυσίδα σημείων, τα οποία ισαπέχουν από τους πρώτους γείτονές τους κατά την σταθερά του πλέγματος a . Επίσης στο ίδιο σχήμα απεικονίζεται το αντίστροφο πλέγμα, το οποίο στην περίπτωση του μονοδιάστατου προβλήματος είναι πάλι μία αλυσίδα από σημεία με σταθερά αντίστροφου πλέγματος ίση με $2\pi/a$.

Στην Εικόνα 2-5(α), απεικονίζονται επίσης τρία ενδεχόμενα κύματα, με μήκη κύματος $\lambda=a$, $\lambda=2a$ και $\lambda=5a$. Παρατηρούμε ότι στο κύμα με $\lambda=2a$ (το οποίο αποτυπώνεται με κόκκινο χρώμα στην Εικόνα 2-5(α)), αντιστοιχεί ένα κυματόνισμα με $k=\pi/a$ στα όρια της πρώτης ζώνης Brillouin². Κύματα με μεγαλύτερο μήκος κύματος ($\lambda>2a$) εντοπίζονται μέσα στη μοναδιαία κυψελίδα του αντίστροφου χώρου ενώ τα κύματα με μικρότερα μήκη κύματος ($\lambda<2a$) εντοπίζονται εκτός αυτής.



Εικόνα 2-5. α) Μονοδιάστατο πλέγμα σημείων και το αντίστροφο πλέγμα. β) Το ανεπτυγμένο διάγραμμα των επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων ενός φωτονικού κρυστάλλου 1-D χωρισμένες στις ζώνες Brillouin και γ) το ίδιο διάγραμμα αναδιπλούμενο στην πρώτη ζώνη Brillouin χρησιμοποιώντας την κατοπτρική συμμετρία ως προς κάθε ζώνη Brillouin.

Στην Εικόνα 2-5(β) απεικονίζεται ένα ποιοτικό διάγραμμα των φωτονικών τρόπων για το μονοδιάστατο περιοδικό πλέγμα της Εικόνα 2-5(α), το οποίο συχνά αποκαλείται και

² Η πρώτη ζώνη Brillouin καλύπτει το διάστημα $-\pi/a < k < \pi/a$, και τα όριά της αποτελούν το $-\pi/a$ και το π/a .

ανεπτυγμένο διάγραμμα τρόπων (extended band diagram). Η ασυνέχεια μεταξύ των τρόπων βρίσκονται στα όρια των ζωνών Brillouin οφείλονται στην ανάκλαση κατά Bragg δημιουργώντας τα φωτονικά χάσματα, που περιγράψαμε προηγουμένως. Ο όρος αναπτυγμένο διάγραμμα τρόπων οφείλεται στο γεγονός ότι μπορούμε να μετασχηματίσουμε το διάγραμμα της Εικόνα 2-5(β), σε μία συμπυκνωμένη μορφή χρησιμοποιώντας κατοπτρική συμμετρία στα όρια των ζωνών Brillouin, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-5(γ). Αφαιρώντας από τους τρόπους το διάνυσμα του αντίστροφου πλέγματος G μπορούμε να αναγάγουμε κάθε τρόπο μέσα στην πρώτη ζώνη Brillouin, σχηματίζοντας την Εικόνα 2-5(γ). Είναι άξιο αναφοράς το γεγονός ότι τρόποι που εντοπίζονται σε ζώνες Brillouin περιττής αριθμησης (πχ. 3^{η} , 5^{η} , 7^{η} ζώνη Brillouin κτλ.), αποτυπώνονται αυτούσιοι στην πρώτη ζώνη Brillouin, ενώ οι υπόλοιποι εμφανίζονται καθρεπτισμένοι λόγω της κατοπτρικής συμμετρίας σε κάθε ενδιάμεση ζώνη Brillouin, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-5(γ).

2.3 Κυματοδηγοί Φωτονικών κρυστάλλων (ΚΦΚ)

Ένα από τα πλεονεκτήματα, του φωτονικού χάσματος, είναι ότι αν καταφέρουμε να εισάγουμε ένα τρόπο διάδοσης μέσα σε αυτή την συχνοτική περιοχή τότε το φως που θα οδεύει με αυτό τον τρόπο θα είναι συχνοτικά απομονωμένο, από άλλους τρόπους διάδοσης που εντοπίζονται εκτός του φωτονικού χάσματος. Η εισαγωγή ενός τρόπου διάδοσης στο φωτονικό χάσμα ενός ΦΚ δύο ή τριών διαστάσεων γίνεται εισάγοντας μία ατέλεια στην περιοδική δομή του φωτονικού κρυστάλλου. Τέτοιοι τρόποι διάδοσης καλούνται περιορισμένοι τρόποι της ατέλειας (localized defect mode).

Παρά το γεγονός ότι κυματοδηγούμενοι τρόποι μπορούν να υπάρξουν σε δισδιάστατες αλλά και σε τρισδιάστατες δομές, οι τελευταίες είναι πιο χρήσιμες για πρακτικές εφαρμογές, διότι συνήθως οι τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές, απαιτούν τον περιορισμό του φωτός και στις τρεις διαστάσεις. Η κατασκευή τρισδιάστατων δομών ΦΚ, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2-2(γ), είναι μία τεχνολογική πρόκληση κυρίως λόγω προβλημάτων σύζευξης (coupling) του φωτός καθώς και ευθυγράμμισης που παρουσιάζονται στις τρεις διαστάσεις [104]-[107]. Παρόλα αυτά, όπως προαναφέραμε στην εισαγωγή, τρισδιάστατες δομές ΦΚ έχουν πρόσφατα προταθεί για εφαρμογές μη-τηλεπικοινωνιακού χαρακτήρα [96]. Τίθεται λοιπόν το ερώτημα, πως θα μπορούσε το φως να περιοριστεί στις τρεις διαστάσεις, χωρίς να είναι απαραίτητη η κατασκευή τρισδιάστατης περιοδικής δομής. Το ερώτημα αυτό απαντάται με την κατασκευή επίπεδων φωτονικών κρυστάλλων (photonic crystal slab) [108]-[110].

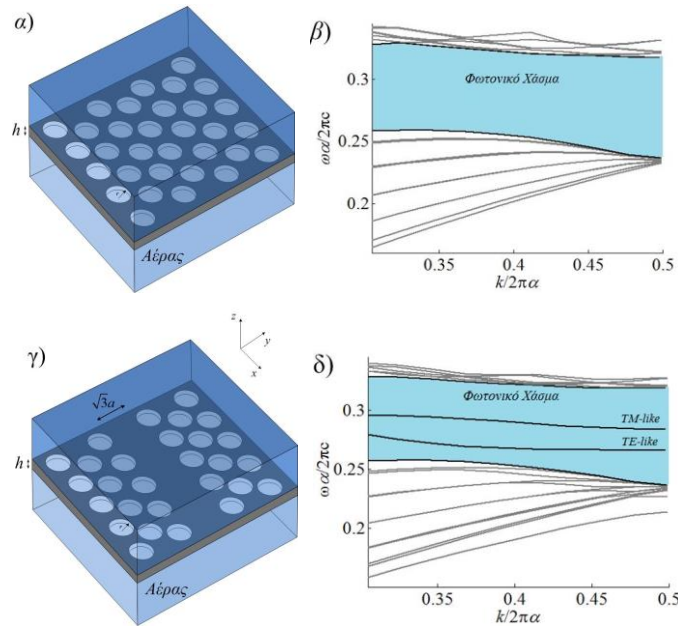
Οι επίπεδοι ΦΚ είναι νανοφωτονικές διατάξεις, οι οποίες διατηρούν την περιοδικότητα ενός φωτονικού κρυστάλλου σε ένα επίπεδο (το επίπεδο όπου διατηρείται η περιοδικότητα του κρυστάλλου) και περιορίζουν το φως κάθετα σε αυτό το επίπεδο μέσω ολικής ανάκλασης (index guiding). Ένα πολυσύχναστο παράδειγμα επίπεδων ΦΚ καθώς και ενός επίπεδου κυματοδηγού ΦΚ απεικονίζονται στις Εικόνα 2-6(α) και Εικόνα 2-6(γ), αντίστοιχα. Οι επίπεδοι ΦΚ διατηρούν πολλά από τα επιθυμητά χαρακτηριστικά των ΦΚ τριών διαστάσεων και είναι ταυτόχρονα πολύ πιο απλοί στην κατασκευή τους. Στις Εικόνα 2-6(α) και Εικόνα 2-6(β), απεικονίζεται η σχηματική αναπαράσταση επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου και το διάγραμμα διασποράς που υποστηρίζει αναδιπλούμενο στην πρώτη ζώνη Brillouin. Ο συγκεκριμένος επίπεδος φωτονικός κρύσταλλος αποτελείται από ένα επίπεδο στρώμα υλικού υψηλού δείκτη διάθλασης. Η περιοδικότητα εισάγεται ενσωματώνοντας τρύπες (ακτίνας r) από υλικό με χαμηλό δείκτη διάθλασης (όπως π.χ. αέρα) στα σημεία που ορίζει ένα τριγωνικό πλέγμα σε ένα υλικό με υψηλότερο δείκτη διάθλασης (όπως π.χ. πυρίτιο-Si). Στα επίπεδα πάνω και κάτω από το φωτονικό κρύσταλλο, τα οποία συνήθως αποκαλούνται στρώματα επένδυσης (cladding layers) τοποθετείται υλικό με χαμηλό δείκτη διάθλασης (όπως π.χ.

αέρα) ώστε το εισερχόμενο φως να περιορίζεται μέσα στο ίδιο επίπεδο ικανοποιώντας το νόμο του Snell για πλήρη εσωτερική ανάκλαση,

$$\theta_c = \sin^{-1}(n_{cladding}/n_{slab}) \quad (2.6)$$

Στην εξίσωση (2.6), θ_c η κρίσιμη γωνία μεγαλύτερη από την οποία δεν υπάρχει διαθλώμενο κύμα στα επίπεδα της επένδυσης, ενώ n_{slab} και $n_{cladding}$ είναι οι δείκτες διάθλασης της πλάκας του ΦΚ και των στρωμάτων επένδυσης, αντίστοιχα. Στη βιβλιογραφία είναι σύνηθες, όταν τα στρώματα της επένδυσης των επίπεδων ΦΚ είναι συμπληρωμένα με αέρα, ο ΦΚ να αποκαλείται ως μεμβράνες αέρα (air-membrane photonic crystal). Για πρακτικούς λόγους κατασκευής, τα στρώματα επένδυσης πάνω και κάτω από την πλάκα του φωτονικού κρυστάλλου δεν είναι απαραίτητα κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό. Εισάγοντας μία ατέλεια στην περιοδική δομή, όπως για παράδειγμα αφαιρώντας μία σειρά από τρύπες, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-6(γ), δύο τρόποι εμφανίζονται μέσα στο φωτονικό χάσμα (Εικόνα 2-6(δ)), καθώς αυτό μετατοπίζεται ελάχιστα σε μεγαλύτερες συχνότητες σε σύγκριση με το διάγραμμα των τρόπων της Εικόνα 2-6(β) [111]. Ο επίπεδος φωτονικός κρύσταλλος που απεικονίζεται στην Εικόνα 2-6(γ), συχνά αποκαλείται και κυματοδηγός φωτονικού κρυστάλλου W1 (W1 photonic crystal waveguide) και συνήθως χρησιμοποιείται ως κυματοδηγός αναφοράς [112].

Άλλες παρόμοιες υλοποιήσεις επίπεδων φωτονικών κρυστάλλων, δομούνται με ράβδους (pillar PhC) από υλικό με υψηλό δείκτη διάθλασης σε υλικό με χαμηλό δείκτη διάθλασης [113], [114] αντί οπών. Αποδεικνύεται ότι οι επίπεδοι κυματοδηγοί ΦΚ που απεικονίζονται στην Εικόνα 2-6, παρουσιάζουν μεγαλύτερο φωτονικό χάσμα έναντι των ΦΚ δομημένων με ράβδους [115]. Επιπλέον πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν κυματοδηγοί που δομούνται όπως περιγράψαμε ανωτέρω, παρουσιάζουν λιγότερες γραμμικές απώλειες από τους ΦΚ δομημένους με ράβδους, όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια. Με βάση τα ανωτέρω πλεονεκτήματα θα επικεντρώσουμε το ενδιαφέρον μας στους επίπεδους κυματοδηγούς ΦΚ (ΚΦΚ) που δομούνται με οπές υλικού με χαμηλό δείκτη διάθλασης σε υλικό με υψηλό δείκτη διάθλασης, όπως αυτοί των Εικόνα 2-6(α) και Εικόνα 2-6(γ) [90], [116]-[117]. Στους ΚΦΚ, το φως οδεύει μέσω της ατέλειας περιορισμένο στην διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζει ο κυματοδηγός, λόγω ολικής ανάκλασης ενώ ανάκλαση κατά Bragg περιορίζει το φως στις άλλες δύο διευθύνσεις. Σε τέτοιες δομές, η συνθήκες αργού φωτός συνήθως περιορίζονται από δύο παράγοντες. Ο πρώτος παράγοντας, είναι η συχνοτική περιοχή (ή εύρος ζώνης) όπου το φαινόμενο του αργού φωτός υφίσταται, ενώ ο δεύτερος παράγοντας είναι τα φαινόμενα της διασποράς που επιδρούν στον παλμό καθώς αυτός οδεύει μέσα στον επίπεδο ΚΦΚ. Παρόλο που ένα ευρύ φάσμα συχνοτήτων (ή εύρος ζώνης) είναι επιθυμητό για τις περισσότερες εφαρμογές, συνήθως επιτυγχάνεται με κόστος το μέγεθος της ταχύτητας του φωτός που μπορεί να επιτευχθεί σε αυτό το εύρος. Στην περίπτωση του W1 κυματοδηγού φωτονικού κρυστάλλου, η ταχύτητα ομάδας του φωτός σταδιακά ελαττώνεται για συχνότητες που πλησιάζουν το όριο της πρώτης ζώνης Brillouin, ($k_x/2\pi a=0.5$, για διάδοση στον x -άξονα). Όμως σε αυτή την περιοχή αυξάνονται ραγδαία τα χαρακτηριστικά διασποράς όπως επίσης και οι γραμμικές απώλειες διάδοσης. Στα επόμενα κεφάλαια θα μελετήσουμε τρόπους επίτευξης αργού φωτός, σε συχνοτικές περιοχές με μειωμένα επίπεδα των χαρακτηριστικών διασποράς αλλά και των γραμμικών απωλειών διάδοσης.



Εικόνα 2-6. α) Επίπεδος φωτονικός κρύσταλλος περιβαλλόμενος από στρώματα αέρα και (β) το αντίστοιχο διάγραμμα διασποράς των ψεύδο-TE³ τρόπων (TE-like), όπου αποτυπώνεται το φωτονικό χάσμα (γαλάζια περιοχή). (γ) Σχηματική αναπαράσταση κυματοδηγού επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου W1 περιβαλλόμενο από αέρα, επίσης γνωστό και ως μεμβράνη σε αέρα (air membrane PCW) και (δ) το αντίστοιχο διάγραμμα διασποράς των ψεύδο-TE τρόπων όπου δύο κυματοδηγούμενοι τρόποι αποτυπώνονται μέσα στο φωτονικό χάσμα.

2.4 Φωτονικοί τρόποι

Ο καλύτερος τρόπος για να κατανοήσει κανείς τους τρόπους κυματοδηγησης με τους οποίους το φως μπορεί να οδεύει μέσα από ένα φωτονικό κρύσταλλο είναι ξεκινώντας με την κατανόηση και την επίλυση των εξισώσεων Maxwell. Οι διαφορική μορφή των εξισώσεων Maxwell με απουσία ελεύθερων πηγών ηλεκτρικού ρεύματος (J) δίνεται με τις εξισώσεις,

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial(\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t))}{\partial t} = 0 \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial(\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t))}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

$$\nabla \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.9)$$

$$\nabla \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.10)$$

όπου ε_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού χώρου, $\varepsilon(r)$ είναι η διηλεκτρική σταθερά που περιγράφει την περιοδική διάταξη του δείκτη διάθλασης ενός ΦΚ και $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ είναι η ηλεκτρική μετατόπιση. Στις εξισώσεις (2.7)-(2.10), με $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ και $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ συμβολίζουμε την ένταση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα. Οι εξισώσεις Maxwell έχουν γενικά εφαρμογή σε κάθε χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα. Η ημιτονοειδής χρονική εξάρτηση των πεδίων εκφράζεται με τον όρο $\cos(\omega t)$, και παρότι είναι μία πολύ ουσιώδης οντότητα είναι συχνά μαθηματικά εύχρηστο να την περιγράψουμε με τον εκθετικό όρο, $e^{-j\omega t}$. Σε αυτή την

³ Με τον όρο ψεύδο-TE (TE-like) τρόπος εννοούμε ότι κατά την διεύθυνση διάδοσης το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι μηδέν αλλά είναι αμελητέο σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο, στην ίδια διεύθυνση. Παρομοίως ορίζεται και ο όρος ψεύδο-TM (TM-like) τρόπος.

περίπτωση, οι οντότητες των πεδίων εκφράζονται ως, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})e^{-j\omega t}$ και $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r})e^{-j\omega t}$, όπου οι όροι $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ και $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$ είναι απαλλαγμένοι από τη μεταβλητή του χρόνου (t) και καλούνται φάσωρες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, αντίστοιχα. Παρομοίως εκφράζεται και η ηλεκτρική μετατόπιση, $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{r})e^{-j\omega t}$. Εφαρμόζοντας αυτήν την θεώρηση, οι εξισώσεις (2.7) έως (2.10) μετατρέπονται ως εξής,

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) - i\omega\mu_0\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.11)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) + i\omega\varepsilon(\mathbf{r})\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.12)$$

$$\nabla \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.14)$$

Απαλλαγμένοι από τη μεταβλητή του χρόνου και συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.9) έως (2.12) καταλήγουμε στις παρακάτω εκφράσεις για το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο,

$$\nabla \times (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r})) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r})\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \quad (2.16)$$

Οι εξισώσεις (2.15) και (2.16), συνδυασμένες με τις εξισώσεις (2.13) και (2.14) παρέχουν όλη την πληροφορία που απαιτείται για τη πλήρη περιγραφή του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε μία διάταξης φωτονικού κρυστάλλου. Η περιοδικότητα της διάταξης στην περίπτωση αυτή αποτυπώνεται στην διηλεκτρική σταθερά $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R})$ όπου $\mathbf{R} = m\mathbf{a} + n\mathbf{b} + lc$ είναι διάνυσμα του πλέγματος που περιγράφει την περιοδικότητα του φωτονικού κρυστάλλου.

Παρατηρώντας τις εξισώσεις (2.15) και (2.16) καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η επίλυση των εξισώσεων Maxwell στην περίπτωση των φωτονικών κρυστάλλων δεν είναι τίποτα περισσότερο από την επίλυση ενός προβλήματος ιδιοτιμών. Δεδομένης λοιπόν της διηλεκτρικής σταθεράς $\varepsilon(\mathbf{r})$, ο φάσωρας του μαγνητικού πεδίου μπορεί να προσδιοριστεί λύνοντας το απλό πρόβλημα ιδιοτιμών με βάση την εξίσωση (2.16) και στην συνέχεια προσδιορίζοντας το φάσωρα του ηλεκτρικού πεδίου από την εξίσωση (2.12). Οι πιθανοί τρόποι επίλυσης της εξίσωσης (2.16), αναλύονται εκτενώς στο επόμενο κεφάλαιο. Χρησιμοποιώντας την ίδια λογική, μπορούμε να υπολογίσουμε πρώτα το φάσωρα του ηλεκτρικού πεδίου, λύνοντας την εξίσωση (2.15) και με βάση την εξίσωση (2.11) να καταλήξουμε στο προσδιορισμό του φάσωρα για το μαγνητικό πεδίο. Παρόλα αυτά, η επίλυση του προβλήματος ιδιοτιμών που ορίζει η εξίσωση (2.15) είναι πιο πολύπλοκη από την επίλυση του προβλήματος της εξίσωσης (2.16). Παρατηρώντας την εξίσωση (2.15) διαπιστώνουμε ότι και στα δύο μέλη της εμφανίζονται τελεστές, μαρτυρώντας ότι βρισκόμαστε αντιμέτωποι με ένα γενικευμένο πρόβλημα ιδιοτιμών [118]. Ένας τρόπος να απλοποιήσουμε το πρόβλημα είναι να το αναγάγουμε σε ένα απλό πρόβλημα ιδιοτιμών ($\ddot{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ με $\ddot{\mathbf{A}}$ ένα τετράγωνο πίνακα, \mathbf{x} τα ιδιοανύσματα και λ τις βαθμωτές ιδιοτιμές του προβλήματος). Αυτό επιτυγχάνεται διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης (2.15) με $\varepsilon(\mathbf{r})$, καταλήγοντας με αυτό τον τρόπο στην παρακάτω έκφραση,

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) \quad (2.17)$$

Η εξίσωση (2.17), αναπαριστά πράγματι ένα απλό πρόβλημα ιδιοτιμών μόνο που σε αυτή την περίπτωση, ο τελεστής στο αριστερό μέλος της εξίσωσης, δεν είναι πλέον ερμιτιανός (Hermitian operator [118]). Η επιλογή του ερμιτιανού προβλήματος ιδιοτιμών, που περιγράφει η εξίσωση (2.16), διευκολύνει την επίλυση του προβλήματος αξιοποιώντας τα χαρακτηριστικά της ερμιτιανότητας. Τα κυριότερα αυτών είναι ότι, οι ιδιοτιμές είναι πραγματικές οντότητες και ότι τα ιδιοανύσματα που περιγράφουν τους φωτονικούς τρόπους και αντιστοιχούν σε συγκεκριμένη ιδιοτιμή ω , είναι ορθοκανονικά, ικανοποιώντας την σχέση,

$$\langle \tilde{\mathbf{H}}_{\omega}^{(n)}(\mathbf{r}), \tilde{\mathbf{H}}_{\omega}^{(m)}(\mathbf{r}) \rangle = \delta_{n,m} \quad (2.18)$$

όπου ο τελεστής $\langle \rangle$ περιγράφει το εσωτερικό γινόμενο δύο μεταβλητών και $\delta_{n,m}$ είναι το δέλτα του Kronecker με n, m ακέραιους αριθμούς. Η ιδιότητα αυτή θα μας φανεί χρήσιμη κατά την επίλυση του ιδιοπροβλήματος, η οποία περιγράφεται στο επόμενο κεφάλαιο. Επιλύοντας για χάριν απλότητας, το πρόβλημα ιδιοτιμών που περιγράφει η εξίσωση (2.16) καταλήγουμε στον προσδιορισμό των ιδιοτιμών ω και των αντίστοιχων ιδιοανυσμάτων $\tilde{\mathbf{H}}_{\omega}(\mathbf{r})$. Εφαρμόζοντας στην συνέχεια, το θεώρημα Bloch-Floquet [119] με βάση την κατοπτρική συμμετρία που περιγράψαμε στην Εικόνα 2-5(γ) μπορούμε να συνδέσουμε την τιμή της κυματοσυνάρτησης σε οποιοδήποτε σημείο του αντίστροφου χώρου με τη τιμή που θα είχε στην, στη μοναδιαία κυψελίδα του αντίστροφου χώρου Wigner-Seitz ή αλλιώς την πρώτη ζώνη Brillouin,

$$\tilde{\mathbf{H}}_{\omega}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{n,\mathbf{k}_B}(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r}} \quad (2.19)$$

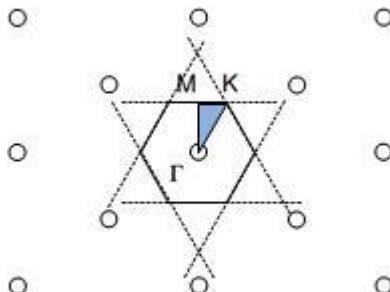
όπου \mathbf{k}_B είναι το κυματόνυσμα Bloch, $\mathbf{u}_{n,\mathbf{k}_B}$ είναι η περιβάλλουσα περιοδική συνάρτηση του μαγνητικού πεδίου και n είναι ένας ακέραιος αριθμός που εκφράζει την θέση του τρόπου στο διάγραμμα των τρόπων (band structure) ή όπως συχνά αποκαλείται διάγραμμα διασποράς (dispersion relation). Εφαρμόζοντας την εξίσωση (2.19) στην (2.16) καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση,

$$(\nabla + i\mathbf{k}_B) \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} (\nabla + i\mathbf{k}_B) \times \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \right] = \left[\frac{\omega(\mathbf{k}_B)}{c} \right]^2 \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}) \quad (2.20)$$

Οι λύσεις του προβλήματος ιδιοτιμών είναι μία ακολουθία από διακριτές ιδιοσυχνότητες $\omega_n(\mathbf{k}_B)$, οι οποίες αποτυπώνονται στο διάγραμμα διασποράς, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2-6(β) και στην Εικόνα 2-6(δ), όπου εμφανίζονται μόνο οι πρώτοι είκοσι φωτονικοί τρόποι ($n=1,2,\dots,20$) για έναν επίπεδο φωτονικό κρύσταλλο και ένα κυματοδηγό φωτονικού κρυστάλλου W1, αντίστοιχα. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι το κυματόνυσμα Bloch, \mathbf{k}_B δεν είναι απαραίτητα μία πραγματική οντότητα. Το ενδεχόμενο φανταστικό μέρος του \mathbf{k}_B , θα αντιστοιχούσε σε αποσβεννύμενους τρόπους, το πλάτος των οποίων μειώνεται εκθετικά στα όρια του φωτονικού κρυστάλλου. Πρέπει να επισημανθεί ότι οι ιδιολύσεις (δηλαδή οι ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοανύσματα) του προβλήματος είναι αναγόμενες στην πρώτη ζώνη Brillouin και ως εκ τούτου παρουσιάζουν την περιοδικότητα του αντίστροφου πλέγματος, δηλαδή οι λύσεις στο \mathbf{k}_B θα είναι ίδιες με τις λύσεις στο $\mathbf{k}_B + \mathbf{G}$, όπου τα αντίστροφα διανύσματα \mathbf{G} δίνονται από την εξίσωση (2.4). Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι λόγω της περιοδικότητας που παρουσιάζουν οι φωτονικοί κρύσταλλοι, απαιτείται ο υπολογισμός μόνο των ιδιολύσεων για κυματόνυμα, \mathbf{k}_B που περιέχονται εντός της πρώτης ζώνης Brillouin.

Ο προσδιορισμός της πρώτης ζώνης Brillouin μπορεί να είναι φαινομενικά εύκολος για μονοδιάστατες δομές, όπως αυτή που αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-5(α), αλλά είναι πιο περίπλοκος για δισδιάστατες και τρισδιάστατες δομές. Σε περίπτωση όπου ο κρύσταλλος παρουσιάζει περισσότερων ειδών συμμετρίες, τότε ενδέχεται να αρκούν οι

υπολογισμοί των ιδιολύσεων σε ακόμη μικρότερη περιοχή από την πρώτη ζώνη Brillouin (irreducible Brillouin zone). Η περιοχή αυτή απεικονίζεται στην Εικόνα 2-7, για ένα δισδιάστατο τριγωνικό πλέγμα φωτονικού κρυστάλλου. Από την στιγμή που θα καταφέρουμε να προσδιορίσουμε, με μία από τις μεθόδους που θα περιγράψουμε στο επόμενο κεφάλαιο, τα ιδιοανύσματα και τις ιδιοτιμές του προβλήματος, είμαστε σε θέση να προσδιορίσουμε όλα τα γραμμικά και μη-γραμμικά χαρακτηριστικά ενός φωτονικού κρυστάλλου, όπως θα δούμε στα παρακάτω κεφάλαια.



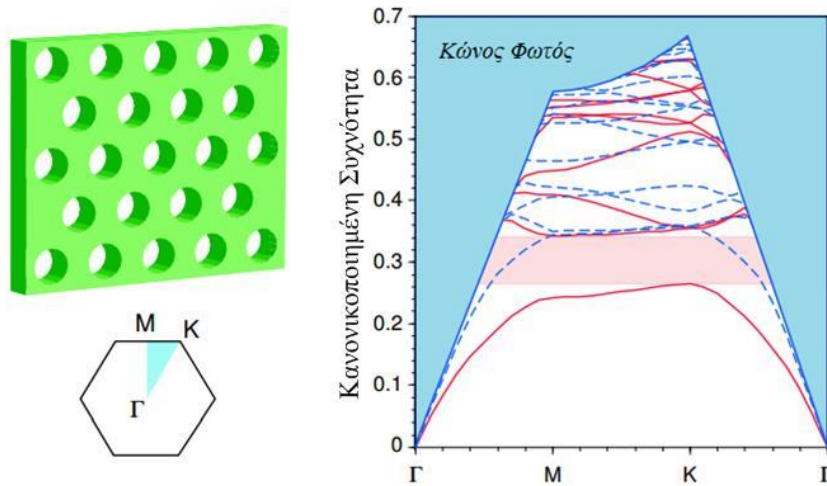
Εικόνα 2-7. Δισδιάστατο τριγωνικό πλέγμα φωτονικού κρυστάλλου, όπου το εξάεδρο περικλείει την πρώτη ζώνη Brillouin, ενώ το τρίγωνο ΓΜΚ αντιστοιχεί στην συμπυκνωμένη ζώνη Brillouin.

Το κλειδί στην κατανόηση πολυπλοκότερων δομών φωτονικών κρυστάλλων, όπως οι δισδιάστατες (2D) ή οι τρισδιάστατες δομές (3D) είναι η διαπίστωση ότι το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο σε ένα φωτονικό κρύσταλλο χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με το επίπεδο πόλωσής τους. Εάν υποθέσουμε ότι μελετάμε ένα επίπεδο φωτονικό κρύσταλλο, όπως αυτός που αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-6(γ), με την περιοδικότητα να περιορίζεται στο x - y επίπεδο θεωρώντας ότι η διάδοση γίνεται κατά τον x -άξονα τότε τα κυματοδηγούμενα πεδία χωρίζονται σε εγκάρσια ηλεκτρικά (transverse electric, TE) και σε εγκάρσια μαγνητικά (transverse magnetic, TM).

Όπως αναφέρουμε και σε προηγούμενη ενότητα, η διάταξη που αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-6(γ) είναι ένας φωτονικός κρύσταλλος με περιοδικότητα στις δύο διατάξεις και το φως περιορίζεται στην τρίτη διάσταση (z) μέσω ολικής ανάκλασης. Η δισδιάστατη φύση του επιπέδου φωτονικού κρυστάλλου αντικατοπτρίζεται και στο κυμαάνυσμα Bloch όπου αναπτύσσεται σε δύο συνιστώσες, $\mathbf{k}_B = \mathbf{k}_\parallel + \mathbf{k}_\perp$, όπου με \mathbf{k}_\parallel είναι η συνιστώσα του κυματιάνυσματος παράλληλη στο επίπεδο που ορίζει ο ΦΚ (x - y επίπεδο στην Εικόνα 2-6(γ)) και \mathbf{k}_\perp είναι η συνιστώσα κάθετη στο ίδιο επίπεδο (ή παράλληλη στην z διεύθυνση). Εάν για παράδειγμα, ο επίπεδος κυματοδηγός περικλείεται από αέρα (κυματοδηγός ΦΚ μεμβράνης αέρα) τότε το διάγραμμα διασπορά αποτυπώνει τις συχνότητες που ικανοποιούν την σχέση,

$$\omega = c\sqrt{|\mathbf{k}_\parallel|^2 + |\mathbf{k}_\perp|^2} \quad (2.21)$$

Οι συχνότητες που ικανοποιούν την εξίσωση (2.21), απεικονίζονται στην Εικόνα 2-8, για τα σημεία την συμπυκνωμένης ζώνης Brillouin του επιπέδου ΚΦΚ. Ο γεωμετρικός τύπος των συχνοτήτων για τις οποίες ισχύει η σχέση, $\omega \geq c|\mathbf{k}_\parallel|$, γνωστός και ως κώνος φωτός (light cone), απεικονίζεται με γαλάζιο χρώμα στην Εικόνα 2-7. Η περιοχή κάτω από τον κώνο του φωτός, αντιστοιχεί στους τρόπους που περιορίζονται μέσα στο επίπεδο του ΦΚ. Οι τρόποι που εντοπίζονται μέσα στη γαλάζια περιοχή δεν περιορίζονται στο επίπεδο του κυματοδηγού και για το λόγο αυτό χαρακτηρίζονται ακτινοβολούμενοι τρόποι (radiation modes).



Εικόνα 2-8. Το διάγραμμα διασποράς του επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου της Εικόνας 19(α) στην συμπυκνωμένη ζώνη Brillouin (Γ-M-K-Γ). Η γαλάζια περιοχή αντιστοιχεί στους τρόπους που εκπέμπονται πάνω και κάτω από το επίπεδο που ορίζει ο φωτονικός κρύσταλλος. Με συμπαγή κόκκινη γραμμή απεικονίζονται οι ψεύδο-TE τρόποι και με διακεκομμένη μπλε γραμμή απεικονίζονται οι ψεύδο-TM τρόποι.

Στην Εικόνα 2-8, οι τρόποι που απεικονίζονται με συμπαγή κόκκινη γραμμή αντιστοιχούν στους ψεύδο-TE τρόπους και με διακεκομμένη μπλε γραμμή απεικονίζονται οι ψεύδο-TM τρόποι. Οι ψεύδο-TM και ψεύδο-TE τρόποι που εντοπίζονται κάτω από τον κώνο του φωτός, δεν αλληλεπιδρούν με τους ακτινοβολούμενους τρόπους και περιορίζονται μόνο στο επίπεδο πάχους h , του φωτονικού κρυστάλλου, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-8. Ο φωτονικός κρύσταλλος που απεικονίζεται στην Εικόνα 2-6(α) ή στην Εικόνα 2-8, δεν παρουσιάζει ολικό φωτονικό χάσμα. Με τον όρο ολικό φωτονικό χάσμα εννοούμε ότι το φωτονικό χάσμα υφίσταται για την ίδια συχνотική περιοχή ταυτόχρονα για τους TM και TE τρόπους. Εισάγοντας μία ασυνέχεια στην περιοδικότητα του κρυστάλλου, όπως αυτή που παρουσιάζεται στην Εικόνα 2-6(γ), εισάγονται κυματοδηγούμενοι τρόποι μέσα στο φωτονικό χάσμα. Το φωτονικό χάσμα που παρουσιάζουν οι κυματοδηγοί επίπεδων φωτονικών κρυστάλλων (Εικόνα 2-6(γ)) επηρεάζεται από το πάχος του επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου h . Το πάχος του επίπεδου φωτονικού κρυστάλλου, δεν πρέπει να είναι πολύ μικρό, αλλιώς οι τρόποι θα είναι ασθενώς περιορισμένοι μέσα στο επίπεδο ή πολύ μεγάλο, αλλιώς τρόποι μεγαλύτερης τάξης θα εισέλθουν στο φωτονικό χάσμα αποτρέποντας τη μονότροπη λειτουργία. Στην Εικόνα 2-6(β), στην Εικόνα 2-6(δ) και στην Εικόνα 2-8, έχουμε θεωρήσει ένα πάχος για το επίπεδο του φωτονικού κρυστάλλου ίσο με, $h=0.5a$.

2.5 Αργό φως στους φωτονικούς κρυστάλλους

Προς το παρόν, το επιστημονικό ενδιαφέρον επικεντρώνεται στη μελέτη των επίπεδων κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων (ΚΦΚ) της κατηγορίας W1, όπως παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη υποενότητα. Όπως είδαμε τέτοιοι κυματοδηγοί παρουσιάζουν φωτονικό χάσμα με φως συγκεντρωμένο στο επίπεδο που ορίζει ο φωτονικός κρύσταλλος. Ο κυματοδηγός που αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-6(γ) δημιουργείται εισάγοντας μία ασυνέχεια γραμμής στην περιοδικότητα του κρυστάλλου δημιουργώντας δύο κυματοδηγούμενους τρόπους, οι οποίοι στη βιβλιογραφία συνήθως απαντώνται ως ψεύδο-TE και ψεύδο-TM. Η περιοδικότητα της δομής παράλληλα αλλά και κάθετα στην ατέλεια του κυματοδηγού, συνεισφέρουν στα χαρακτηριστικά κυματοδηγησης του φωτός αλλά και στην δημιουργία αργού φωτός, όπως περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η ταχύτητα ομάδας του εκάστοτε κυματοδηγούμενου τρόπου δίνεται από την κλίση της καμπύλης του τρόπου στο διάγραμμα διασποράς,

$v_g=d\omega/dk$. Το διάγραμμα διασποράς του κυματοδηγού που αποτυπώνει η Εικόνα 2-6(γ), αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-6(δ). Στην ίδια εικόνα αποτυπώνονται οι κυματοδηγούμενοι ψεύδο-TE και ψεύδο-TM τρόποι μέσα στο φωτονικό χάσμα. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-6(δ), οι κυματοδηγούμενοι τρόποι μέσα στο φωτονικό χάσμα, εμφανίζονται σχεδόν παράλληλοι με τον οριζόντιο άξονα όσο πλησιάζουμε στα όρια της πρώτης ζώνης Brillouin ($k_x/2\pi a=0.5$ στην Εικόνα 2-6(δ) ή $k=M$ στην Εικόνα 2-8). Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι όσο πλησιάζουμε στο όριο της πρώτης ζώνης Brillouin, ο τρόπος εμφανίζει σχεδόν μηδενική κλίση και ισοδύναμα σχεδόν μηδενική ταχύτητα ομάδας του κυματοδηγούμενου οπτικού σήματος. Παρόλα αυτά όσο πλησιάζουμε στο όριο της πρώτης ζώνης Brillouin, ο παλμός εκτός από την χαμηλή ταχύτητα ομάδας, συνοδεύεται επίσης και από υψηλές τιμές διασποράς της ταχύτητας ομάδας, ΔΤΟ (group velocity dispersion - GVD), γεγονός που καθιστά απαγορευτική την χρήση υψηλών ρυθμών διάδοσης των οπτικών παλμών.

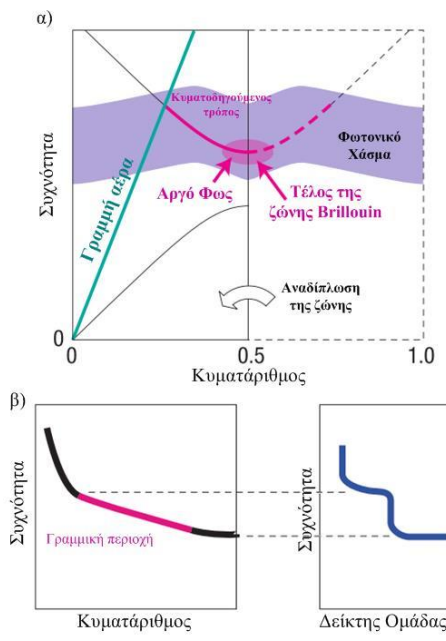
Στους ΚΦΚ, το αργό φως παρουσιάζεται εγγενώς χωρίς απώλειες σε οποιοδήποτε σημείο του κυματοδηγούμενου τρόπου. Το γεγονός αυτό είναι ιδιαίτερος σημαντικό αν αναλογιστούμε ότι οι περισσότερες διατάξεις αργού φωτός βασισμένες σε οπτικές κοιλότητες (όπως οι κυματοδηγοί συζευγμένων οπτικών αντηχείων, CROW) περιορίζονται από απώλειες λόγω καμπυλότητας (bending losses) στην συχνότητα συντονισμού κυρίως λόγω της καμπυλότητας του κυματοδηγού. Η χρονική καθυστέρηση που παρατηρούμε στους ΚΦΚ αναμένεται να αυξάνεται όσο επιμηκύνεται ο κυματοδηγός, σε αντίθεση με τις διατάξεις οπτικών κοιλοτήτων, στις οποίες μία τέτοια επιμήκυνση είναι πρακτικά δύσκολη. Η Εικόνα 2-9(α) απεικονίζει το διάγραμμα διασποράς δίνοντας έμφαση στον κυματοδηγούμενο τρόπο ενός τυπικού επίπεδου ΚΦΚ W1, στην πρώτη ζώνη Brillouin. Στην ίδια εικόνα απεικονίζεται και το τμήμα του κώνου φωτός, όπου αναφέρεται ως γραμμή αέρα (ή γραμμή φωτός), στην συγκεκριμένη περίπτωση. Το γεγονός ότι οι συνθήκες αργού φωτός εμφανίζονται κοντά στα όρια της ζώνης διεγείρει ερωτήματα γύρω από ενδεχόμενους τρόπους να μειώσουμε την διασπορά της ταχύτητας ομάδας κοντά στο όριο της πρώτης ζώνης Brillouin ή να αλλάξουμε την κλίση της καμπύλης του τρόπου ώστε να παρουσιάζει μικρή και σταθερή κλίση σε μία περιοχή που παρουσιάζει αποδεκτά επίπεδα του συντελεστή ΔΤΟ, ο οποίος περιγράφεται από την σχέση, $d(v_g^{-1})/d\omega=d^2k/d\omega^2$. Η μεταβολή της κλίσης της καμπύλης διασποράς, μεταφράζεται στη μεταβολή των χαρακτηριστικών διασποράς του κυματοδηγού και κυρίως της διασποράς της ταχύτητας ομάδας.

Οι ΚΦΚ συνήθως κατασκευάζονται σε συστήματα πυριτίου-σε-μονωτή (silicon-on-insulator, SOI) ή σε υποστρώματα σε μίγματα ημιαγωγών της ομάδας υλικών III-V, χρησιμοποιώντας τις μεθόδους κατασκευής που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Μία τυπική διάταξη ΚΦΚ αποτελείται από τρύπες αέρα διαμέτρου $d=220\text{nm}$, με πλεγματική σταθερά της τάξης $a\cong 400\text{nm}$, για μήκη κύματος γύρω από το $\lambda=1550\text{nm}$. Η τιμή της μειωμένης διασποράς της ταχύτητας ομάδας που επιτυγχάνεται, είναι της τάξης των $\beta_2\cong 100\text{psec}\cdot\text{nm}^{-1}\cdot\text{mm}^{-1}$, η οποία είναι 10^6 φορές μεγαλύτερη από την τιμή που παρουσιάζουν οι μονότροπες οπτικές ίνες ($\cong 100\text{psec}\cdot\text{nm}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$).

Οι τεχνικές με τις οποίες διαμορφώνεται κατάλληλα το διάγραμμα διασποράς των ΚΦΚ συχνά αποκαλούνται ως σχεδιασμός της διασποράς των τρόπων (mode dispersion engineering) [52], [120]-[122]. Εφαρμόζοντας μία μέθοδο μηχανικής διασποράς τρόπου, είναι πιθανό να επιτευχθεί μία σχεδόν γραμμική συχνοτική περιοχή στον κυματοδηγούμενο τρόπο, δηλαδή μία περιοχή με μικρή κυρτότητα και σταθερή κλίση. Στην Εικόνα 2-9(β), απεικονίζεται η δημιουργία σχεδόν γραμμικής συχνοτικής περιοχής στον κυματοδηγούμενο τρόπο ενός επίπεδου ΚΦΚ και η επίδραση που έχει στο δείκτη ομάδας, n_g . Ενδεικτικές τιμές στις συνθήκες αργού φωτός που έχουν επιτευχθεί σε επίπεδους ΚΦΚ χάρη στο σχεδιασμό της διασποράς των τρόπων, είναι γραμμική

περιοχή με εύρος ζώνης από 5nm έως 15nm σε μήκη κύματος γύρω από τα 1550nm. Στη βιβλιογραφία, ο βέλτιστος δείκτης ομάδας που έχει επιτευχθεί σε διάφορους σχεδιασμούς κυμαίνεται από $n_g=20$ έως $n_g=200$ ανάλογα με τις παραμέτρους του φωτονικού κρυστάλλου [122].

Η δημιουργία κυματοδηγούμενου τρόπου με μειωμένη διασπορά της ταχύτητας ομάδας, ευνοεί τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές σε υψηλότερους ρυθμούς διάδοσης καθώς μειώνεται τα φαινόμενα αλληλοπαρεμβολής μεταξύ γειτονικών συμβόλων (intersymbol interference, ISI). Διευρύνοντας τη γραμμική περιοχή, αυξάνεται το εύρος ζώνης, στο οποίο παρουσιάζονται σχεδόν μηδενικά φαινόμενα διασποράς. Πιθανή εφαρμογή των ανωτέρω είναι οι γραμμές καθυστέρησης φωτονικών κρυστάλλων καθώς το μεγαλύτερο εύρος ζώνης μεταφράζεται σε μεγαλύτερη αποθηκευτική ικανότητα (storage capacity) της διάταξης. Όπως σε όλα τα συστήματα αργού φωτός έτσι και στους επίπεδους ΚΦΚ, το εύρος ζώνης αποκτάται με κόστος το δείκτη ομάδας, καθώς οι δύο αυτές ποσότητες είναι αντιστρόφως ανάλογες.



Εικόνα 2-9. (α) Διάγραμμα διασποράς επίπεδου ΚΦΚ, όπου δίνεται έμφαση στην περιοχή αργού φωτός. (β) Η σχεδόν γραμμική περιοχή του κυματοδηγούμενου τρόπου καθώς και οι επιπτώσεις στο δείκτη ομάδας μετά από εφαρμογή μίας μεθόδου μηχανικής διασποράς του τρόπου.

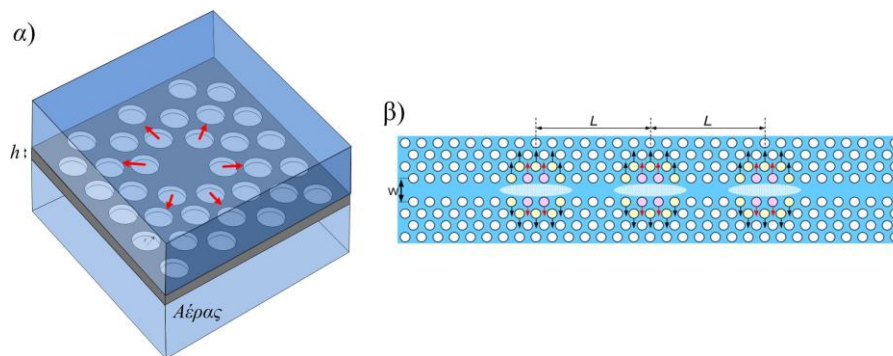
Ο σχεδιασμός της διασποράς μπορεί να επιτευχθεί με μία πληθώρα τεχνικών. Όπως θα περιγράψουμε πιο αναλυτικά στα επόμενα κεφάλαια, μία συνήθης μέθοδος είναι να μειώσουμε την ακτίνα των οπών που βρίσκονται εγγυτέρα στην ατέλεια του ΚΦΚ [123] δημιουργώντας μία συχνοτική περιοχή στον κυματοδηγούμενο τρόπο με σχεδόν γραμμική συμπεριφορά, όπως αποτυπώνεται στο διάγραμμα διασποράς. Τα επίπεδα αργού φωτός που έχουν επιτευχθεί, μέχρι στιγμής σε επίπεδους ΚΦΚ, σε καμία περίπτωση δεν πλησιάζουν τις επιδόσεις του αργού φωτός με χρήση της διασποράς του υλικού ($v_g=17\text{m/s}$ με χρήση υπέρ-ψυχρών αερίων [124]), τα οποία κυμαίνονται περίπου στα $v_g \cong 13 \cdot 10^5 \text{m/s}$ [125]. Η μετάδοση οπτικών παλμών εύρους μερικών picosecond έχει ήδη επιτευχθεί σε ΚΦΚ με μειωμένη διασπορά [126].

2.6 Σύγκριση ΚΦΚ με άλλες δομές

Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να φανταστεί, οι συνθήκες για την υποστήριξη του αργού φωτός μπορούν να δημιουργηθούν και σε διαφορετικές διατάξεις, από τους φωτονικούς κρυστάλλους. Μία γενική κατηγορία διατάξεων, οι οποίες μπορούν να υποστηρίξουν συνθήκες αργού φωτός, είναι οι διατάξεις συζευγμένων κοιλοτήτων. Σε αυτή την

κατηγορία διατάξεων συγκαταλέγονται οι κυματοδηγοί συζευγμένων οπτικών αντηχείων (CROW) [47], [81], οι συστοιχίες πλευρικά συζευγμένων κοιλοτήτων (side-coupled integrated spaced sequences of resonators, SCISSOR) [127], [128] και οι υπερ-συζευγμένοι μικροδίσκοι κοιλοτήτων (over-coupled microdisk resonators) [129]. Ο σημαντικότερος ανταγωνιστής των φωτονικών κρυστάλλων όσον αφορά την υποστήριξη αργού φωτός για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές είναι οι κυματοδηγοί CROW. Η γεωμετρία των κυματοδηγών CROW στα οπτικά συστήματα παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τους καθηγητές Στεφάνου και Μοδινό [130], οι οποίοι ονομάστηκαν συζευγμένοι κυματοδηγοί κοιλοτήτων (coupled cavity waveguide, CCW). Για πρώτη φορά, οι συζευγμένοι κυματοδηγοί ονομάστηκαν CROW από τους Yariv et al. [79]. Ένας κυματοδηγός CROW αποτελείται από μία σειρά από κοιλοτήτες με το φως να μεταβαίνει κατά μήκος της αλυσίδας των κοιλοτήτων μέσω σύζευξης, από τη μία κοιλοότητα στην επόμενη. Η καθυστέρηση που εισάγει κάθε κοιλοότητα στο φως αθροίζεται σε όλη την αλυσίδα δίνοντας την εντύπωση του αργού φωτός.

Το ζητούμενο γενικά στους κυματοδηγούς αργού φωτός είναι η δημιουργία όσο το δυνατόν μεγαλύτερης καθυστέρησης του οπτικού παλμού. Στους κυματοδηγούς CROW η προφανής επιλογή προς την αύξηση της συνολικής καθυστέρησης είναι η επιλογή ενός μεγάλου αριθμού κοιλοτήτων. Κυματοδηγοί CROW αποτελούμενοι από μεγάλο αριθμό κοιλοτήτων παρουσιάστηκε από τους Xia et al. [47]. Ένα οπτικό αντηχείο μπορεί να δημιουργηθεί και σε φωτονικούς κρυστάλλους, όταν εισάγουμε μία σημειακή ατέλεια στο πλέγμα ενός φωτονικού κρυστάλλου, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2-10(α). Μια αλληλουχία πολλών αντηχείων (της τάξης των 10 ή 100) στην σειρά σχηματίζουν μία σειρά συζευγμένων κοιλοτήτων σε ένα ΚΦΚ (όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 2-10 (β)) [131]-[133]. Μία επιτυχής σύζευξη διακοσίων κοιλοτήτων σε φωτονικό κρύσταλλο, όπως αυτές που αποτυπώνονται στην Εικόνα 2-10(β), παρουσιάστηκε από τους Notomi et al. [133]. Στην αλυσίδα αυτή, επιτεύχθηκε ένας μέγιστος δείκτης ομάδας $n_g=170$ σε ένα εύρο ζώνης σχετικά μικρό ($<2\text{nm}$).



Εικόνα 2-10. (α) Δημιουργία οπτικής κοιλοότητας σε φωτονικό κρύσταλλο, και (β) σχηματική αναπαράσταση ΚΦΚ με συζευγμένες οπτικές κοιλοότητες κατά μήκος του κυματοδηγού.

Μία γενική σύγκριση μεταξύ των ΚΦΚ και των CROWs υπό την ευρύτερη έννοια δεν θα κατέληγε σε μία ξεκάθαρη επιλογή μεταξύ των δύο [81]. Το κύριο πλεονέκτημα όσον αφορά υλοποιήσεις των κυματοδηγών CROW έγκειται στην ικανότητα κάθε αντηχείου να συντονίζεται ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα, αλλάζοντας την συχνότητα συντονισμού [134]. Η αλλαγή της συχνότητας συντονισμού ξεχωριστά σε κάθε οπτικό αντηχείο πραγματοποιείται με χρήση του θερμοοπτικού φαινομένου (thermo-optic effect) και προϋποθέτει ότι η θερμοκρασία θα μπορεί να μεταβληθεί σε κάθε κοιλοότητα ξεχωριστά. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται μία πιο ευέλικτη και αποδοτική από πλευρά ισχύος, ρύθμιση της καθυστέρησης του παλμού (tunable delay). Από την άλλη, οι ΚΦΚ παρουσιάζουν καλύτερα χαρακτηριστικά απωλειών και λιγότερη παραμόρφωση λόγω της διασποράς στους κυματοδηγούμενους παλμούς. Ως προς τη μεταβολή της φάσης του οπτικού σήματος, οι δύο διατάξεις δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές μεταξύ

τους [81]. Η διάδοση σε χαμηλούς ρυθμούς μετάδοσης όπου απαιτείται μεγαλύτερη οπτική καθυστέρηση, διατάξεις CROW κατασκευασμένες με μεγάλο αριθμό συζευγμένων αντηχείων είναι πιο ελκυστικές [81]. Για διάδοση σε υψηλότερους ρυθμούς (της τάξης των Tb/s), όμως απαιτείται μεγάλο εύρος ζώνης και οι συζευγμένοι κυματοδηγοί κρίνονται ακατάλληλοι. Τα ινία σε αυτούς τους ρυθμούς μετάδοσης κρατούν ακόμα οι ΚΦΚ.

3. Υπολογιστικές Μέθοδοι Φωτονικών Κρυστάλλων

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύουμε τους τρόπους υπολογισμού των θεμελιωδών χαρακτηριστικών ενός φωτονικού κρυστάλλου. Ανάμεσα αυτών είναι το ηλεκτρικό και του μαγνητικό πεδίο, καθώς επίσης και το διάγραμμα διασποράς. Το σύνολο των μεθόδων υπολογισμού αναλύονται περιγραμματακά και επικεντρώνουμε την προσοχή μας στη μέθοδο που υιοθετήσαμε σε αυτή την διδακτορική διατριβή.

3.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, παρουσιάσαμε τις εξισώσεις Maxwell που διέπουν τα κλασσικά προβλήματα ηλεκτρομαγνητισμού. Ακολουθώντας τη μαθηματική θεώρηση που παρουσιάστηκε στην υποενότητα 2.4 καταλήξαμε σε ένα πρόβλημα ιδιοτιμών, το οποίο περιγράφεται από τις εξισώσεις (2.15) ή (2.16). Μέσω της επίλυσης των εξισώσεων αυτών, μπορούμε να αποκτήσουμε όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για το μαγνητικό και το ηλεκτρικό πεδίο αλλά και για τις συχνότητες που υποστηρίζονται από το φωτονικό κρύσταλλο. Η επίλυση των εξισώσεων (2.15) ή (2.16), μας παρέχει επίσης την ικανότητα να σχεδιάσουμε το διάγραμμα διασποράς των τρόπων του φωτός, όπως επίσης και των περιοχών του φωτονικού κρυστάλλου, όπου εντοπίζεται το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο.

Η ευρεία εφαρμογή των εξισώσεων Maxwell, έχει οδηγήσει την αριθμητική επίλυσή τους σε μεγάλη πρόοδο με την πάροδο των ετών. Η επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων στις τρεις διαστάσεις αποτελεί παρόλα αυτά ένα αρκετά πολύπλοκο πρόβλημα. Στην περίπτωση των φωτονικών κρυστάλλων η επίλυση των εξισώσεων Maxwell μπορεί να υλοποιηθεί χωρίς να απαιτούνται παραδοχές ή να υιοθετούνται απλοποιήσεις. Επίσης, τα υλικά, τα οποία αποτελούν συνήθως ένα φωτονικό κρύσταλλο (όπως το πυρίτιο, τα οξειδία του πυριτίου κ.α.), έχουν ιδιότητες ευρέως γνωστές, με αποτέλεσμα να μην εισάγουν περαιτέρω πολυπλοκότητα και αβεβαιότητα, στην επίλυση των εξισώσεων. Τα αποτελέσματα που απορρέουν από αριθμητικές επιλύσεις των εξισώσεων, μας παρέχουν σημαντική πληροφορία για την συμπεριφορά του φωτός στους φωτονικούς κρυστάλλους. Ο αριθμητικός υπολογισμός των χαρακτηριστικών και των επιδόσεων τέτοιων διατάξεων είναι συχνά απαραίτητη πριν την τελική κατασκευή τους, με σκοπό τον καλύτερο σχεδιασμό τους αλλά και την επιλογή των καταλληλότερων υλικών.

Η επίλυση των μερικών διαφορικών εξισώσεων που διέπουν το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα υλοποιείται μέσω μίας πληθώρας αριθμητικών τεχνικών. Η κάθε μία από τις μεθόδους αυτές παρουσιάζει τα δικά της πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Στην επόμενη υποενότητα παρουσιάζουμε τις πιο σημαντικές μεθόδους υπολογισμού των χαρακτηριστικών που περιγράφουν πλήρως τη φύση και τις επιδόσεις των φωτονικών κρυστάλλων.

3.2 Κατηγορίες υπολογιστικών μεθόδων

Η μέθοδος με την οποία θα επιλέξουμε να επιλύσουμε το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Οι μέθοδοι γενικά κατηγοριοποιούνται σε τρεις κύριες κατηγορίες με βάση το πεδίο ορισμού τους (πεδίο χώρου, χρόνου ή συχνότητων), στο οποίο μεταφέρουν το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα:

- Η πρώτη μέθοδος καλείται να λύσει το ιδιοπρόβλημα στο πεδίο των συχνοτήτων. Η μέθοδος αυτή ασχολείται με την εύρεση της σχέσης διασποράς $\omega(k)$ και των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, μετατρέποντας το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα σε

ένα ιδιοπρόβλημα της μορφής, $\mathbf{Ax}=\omega^2\mathbf{Bx}$ ⁴. Στην συνέχεια εφαρμόζοντας τεχνικές γραμμικής άλγεβρας προσδιορίζεται ένα πλήθος ιδιολύσεων (δηλαδή ιδιοανυσμάτων και ιδιοτιμών) ικανά να περιγράψουν τη φύση και τα χαρακτηριστικά του φωτός στο φωτονικό κρύσταλλο.

- Η δεύτερη μέθοδος προσεγγίζει το πρόβλημα της απόκρισης του κρυστάλλου στο πεδίο των συχνοτήτων. Στα προβλήματα αυτά, δεδομένης της κατανομής του ηλεκτρικού ρεύματος, $\mathbf{J}(\mathbf{x})e^{-j\omega t}$ για μία συγκεκριμένη συχνότητα ω , προσδιορίζεται το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο εκφράζοντας το πρόβλημα σε μία εξίσωση της μορφής, $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$. Η επίλυση της εξίσωσης ακολουθεί συγκεκριμένες μεθόδους, οι οποίες περιγράφονται αναλυτικότερα στην συνέχεια. Σε αυτήν την περίπτωση επίσης, απαιτούνται τεχνικές γραμμικής άλγεβρας για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών του κρυστάλλου.
- Η τρίτη μέθοδος προσομοιώνει το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα στο πεδίο του χρόνου. Στην προσέγγιση αυτή, η διάδοση του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}(\mathbf{x},t)$ και του μαγνητικού πεδίου $\mathbf{H}(\mathbf{x},t)$ προσομοιώνονται ξεκινώντας συνήθως από μία χρονικά εξαρτώμενη σημειακή πηγή ρεύματος $\mathbf{J}(\mathbf{x},t)$.

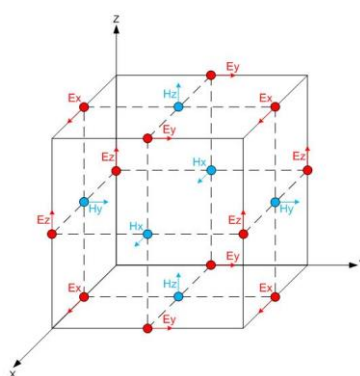
Οι μέθοδοι με βασική αρχή την περιγραφή της χρονικής μεταβολής των πεδίων είναι ιδιαίτερα χρήσιμες, όπως για παράδειγμα στον προσδιορισμό του φάσματος διάδοσης και ανάκλασης (transmission-reflection spectra) μίας διάταξης. Από την άλλη εφαρμόζοντας μία μέθοδο στο πεδίο των συχνοτήτων αποκτάται γνώση του φωτονικού χάσματος και των κυματοδηγούμενων τρόπων, με τα οποία μπορούμε να ερμηνεύσουμε το φάσμα των συχνοτήτων αλλά και τη μορφή των ηλεκτρομαγνητικών τρόπων. Σε αυτό το κεφάλαιο θα επικεντρώσουμε το ενδιαφέρον μας στον προσδιορισμό του διαγράμματος διασποράς των ηλεκτρομαγνητικών τρόπων και των πεδίων μελετώντας την πρώτη μέθοδο για τους λόγους που συνοψίζονται παρακάτω. Όπως θα μπορούσε κανείς εύκολα να αναρωτηθεί, υπάρχουν και προσεγγίσεις για την επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος που αποτελούν συνδυασμούς των ανωτέρω μεθόδων. Τέτοιες προσεγγίσεις συνδυάζουν την επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος στο πεδίο του χρόνου διατηρώντας στοιχεία και στο πεδίο των συχνοτήτων. Ένα παράδειγμα τέτοιας συνδυαστικής προσέγγισης είναι η μέθοδος εξαγωγής συμπερασμάτων για το διάγραμμα των τρόπων από προσομοιώσεις στο πεδίο του χρόνου. Όλες οι μέθοδοι που αντιπαραθέτονται ανωτέρω, απαιτούν υπολογιστικό χρόνο αλλά και πόρους, οι οποίοι αυξάνονται εκθετικά με την αύξηση του πεδίου ορισμού του προβλήματος. Αυτό αναγκάζει τον υπολογισμό των φωτονικών προβλημάτων να περιοριστεί σε μικρότερα πεδία ορισμού, τα οποία επιβάλλουν οι επιδόσεις του εκάστοτε υπολογιστικού συστήματος.

Οι αριθμητικές μέθοδοι με τις οποίες μπορεί να επιλυθεί το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα, μπορούν επίσης να κατηγοριοποιηθούν με βάση τον περιορισμό του υπολογισμού των αγνώστων μεταβλητών του προβλήματος. Σε αυτή την κατηγοριοποίηση, ένας άγνωστος (όπως π.χ. η τιμή των πεδίων που εντοπίζονται στον φωτονικό κρύσταλλο) υπολογίζεται σε ένα περιορισμένο αριθμό σημείων του χώρου X , ικανών να μας δώσει μία ικανοποιητική εντύπωση για το μέγεθος σε όλη την έκταση της διάταξης. Η τεχνική αυτή αναφέρεται στην παρούσα διατριβή αλλά και άλλες μελέτες ως διακριτοποίηση (discretization) του προβλήματος. Υπό μία γενική έννοια, υπάρχουν τέσσερις γενικές κατηγορίες μεθόδων, οι οποίες μπορούν να περιγραφούν ως εξής:

⁴ Σε όλη την έκταση αυτής της διδακτορικής διατριβής, τα διανυσματικά μεγέθη θα αποτυπώνονται με έντονη γραμματοσειρά, για παράδειγμα: $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \vec{E}(\vec{r},t)$.

- Η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών (finite differences method): σε αυτή τη μέθοδο μία άγνωστη συνάρτηση $f(x)$, αντικαθίσταται από την τιμή της σε πεπερασμένα σημεία, $f_n \cong f(n\Delta x)$, τα οποία ορίζονται από ένα πλέγμα σημείων. Η περιγραφή των διαφορικών (ή των μερικών διαφορικών) της συνάρτησης που συναντώνται στις εξισώσεις Maxwell, περιγράφονται παίρνοντας την διαφορά της συνάρτησης σε διαδοχικές τιμές του πεδίου ορισμού της, δηλαδή εφαρμόζοντας τη μέθοδο πεπερασμένων διαφορών: $df(x_0)/dx \cong (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0))/\Delta x$ [81].
- Η μέθοδος διακριτών στοιχείων (finite elements method): σε αυτή τη μέθοδο το πεδίο ορισμού μιας άγνωστης συνάρτησης, $f(x)$ χωρίζεται σε διακριτούς γεωμετρικούς τύπους (π.χ. τρίγωνα ή τετράγωνα). Στην συνέχεια, η άγνωστη συνάρτηση αντικαθίσταται από μία προσεγγιστική γνωστή συνάρτηση, $g(x)$ σε κάθε διακριτό γεωμετρικό τύπο (π.χ. ένα χαμηλής τάξης πολυώνυμο). Η επίλυση γίνεται ξεχωριστά στους επιμέρους γεωμετρικούς τύπους, δίνοντας μία εντύπωση για την συμπεριφορά της δομής σε ολόκληρο το πεδίο ορισμού [135].
- Η φασματική μέθοδος (spectral method): με τη μέθοδο αυτή, η άγνωστη συνάρτηση, $f(x)$ αντικαθίσταται από την επέκταση σε μία σειρά γνωστών συναρτήσεων κανονικής βάσης. Η μετάθεση της συνάρτησης σε μία βάση, μας δίνει την δυνατότητα να τη μετασχηματίσουμε το πρόβλημα, σε μία μορφή άθροισματος με άπειρους όρους. Στην συνέχεια το άθροισμα περιορίζεται σε πεπερασμένους όρους N , διακριτοποιώντας έτσι το πρόβλημα. Συνηθέστερα χρησιμοποιείται σαν βάση η σειρά Fourier και τότε η μέθοδος αποκαλείται ανάπτυγμα σε επίπεδα κύματα (plane wave expansion), όπως θα δούμε στις επόμενες υποενότητες. Παρόλα αυτά, η επιλογή της βάσης γίνεται με κριτήριο την καλύτερη ανταπόκριση στο εκάστοτε πρόβλημα [136].

Πιο απλοϊκές, από τις προαναφερθείσες μέθοδοι, θεωρούνται αυτές που λαμβάνουν υπόψη τους ένα ομογενές πλέγμα (όπως για παράδειγμα το πλέγμα Yee που αποτυπώνεται στην Εικόνα 3-1 [137]), με σκοπό την εφαρμογή αλλά και την ανάλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος. Παρόλα αυτά, η κατηγοριοποίηση μιας μεθόδου αποκλειστικά σε μία κατηγορία είναι πολλές φορές αδύνατη. Στην πλειονότητα των περιπτώσεων, οι τελικές μέθοδοι επίλυσης εμπεριέχουν στοιχεία από διάφορες κατηγορίες καθιστώντας των συνδυασμό των μεθόδων, την πιο δημοφιλή επιλογή.



Εικόνα 3-1. Το πλέγμα Yee αποτελεί μία διακριτοποίηση του καρτεσιανού χώρου. Οι συνιστώσες των πεδίων τοποθετούνται στα μέσα των ακμών δηλαδή στο μισό του βήματος διακριτοποίησης.

Επιλέγοντας μία φασματική μέθοδο ή μία μέθοδο διακριτών στοιχείων, παρέχεται η δυνατότητα εύρεσης διαφορετικών χωρικών λύσεων σε διαφορετικές περιοχές του χώρου μέσω ενός μη δομημένου (μη ομογενούς) πλέγματος. Αυτό μπορεί να αποδειχτεί πολύ βολικό σε διατάξεις με πολύπλοκη δομή, η οποία θα περιγράφεται από διαφορετικές πλεγματικές σταθερές (π.χ. σε μέταλλο-διηλεκτρικές διατάξεις όπου η

κλίμακα σε μικρόμετρα συνδυάζεται με επιστρώσεις διηλεκτρικών με πάχος σε κλίμακα μερικών νανομέτρων). Η ευχέρεια των μεθόδων αυτών να χρησιμοποιούνται σε πολύπλοκες διατάξεις προσφέρεται με κόστος την πολυπλοκότητα στην υλοποίηση αλλά και στην χρήση τους. Για την περιγραφή διατάξεων, στις οποίες ο δείκτης διάθλασης των υλικών που τα απαρτίζουν, δεν παρουσιάζει σημαντικές αυξομειώσεις, συνίσταται η χρήση απλούστερων μεθόδων, ως πιο αποδοτικές. Στις επόμενες υποενότητες παρουσιάζονται συνοπτικά οι επικρατέστερες μέθοδοι για την περιγραφή του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος που συναντάται κατά την περιγραφή των φωτονικών κρυστάλλων.

3.2.1 Ίδιο-προβλήματα στο πεδίο των συχνοτήτων

Η επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος στο πεδίο των συχνοτήτων βασίζεται στη λύση του ιδιοπροβλήματος προερχόμενο από τις εξισώσεις Maxwell, για τις συχνότητες που αντιστοιχούν σε ένα περιοδικό σύστημα. Στο προηγούμενο κεφάλαιο, περιγράψαμε το ιδιοπρόβλημα με την εξίσωση (2.20). Αναπτύσσοντας το φάσωρα του μαγνητικού πεδίου της εξίσωσης (2.20) σύμφωνα με το ανάπτυγμα Bloch καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση,

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{u}_k(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (3.1)$$

, όπου $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$, είναι η περιβάλλουσα περιοδική συνάρτηση Bloch του μαγνητικού πεδίου. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.1) στην (2.20), καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση του ιδιοπροβλήματος,

$$\left[(i\mathbf{k} + \nabla) \times \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} (i\mathbf{k} + \nabla) \times \right] \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) = \frac{\omega(\mathbf{k})^2}{c^2} \mathbf{u}_k(\mathbf{r}) \quad (3.2)$$

Η επιλογή της επίλυσης των εξισώσεων Maxwell ως προς το μαγνητικό πεδίο είναι μία συνήθης επιλογή με σκοπό την διευκόλυνση της επίλυσης του προβλήματος μέσω της ερμητιανότητας που παρουσιάζει [118]. Τα πλεονεκτήματα που μας προσφέρει η επίλυση του προβλήματος που εμπεριέχει ερμητιανό τελεστή, θα γίνουν ξεκάθαρα κατά την επίλυση του προβλήματος στις παρακάτω υποενότητες. Από την στιγμή που η συνάρτηση $\mathbf{u}_k(\mathbf{r})$ είναι μία περιοδική συνάρτηση, χρειαζόμαστε μόνο τον υπολογισμό της σε μία βασική περίοδο της διάταξης γνωστή και ως μοναδιαίο κελί (unit cell). Επιπλέον, η λύση της εξίσωσης (3.2) θα πρέπει να ικανοποιεί και το μαγνητικό νόμο του Gauss, ο οποίος θα δίνεται από την εξίσωση (2.9). Εφαρμόζοντας στην εξίσωση (2.9) την έκφραση (2.19), ο μαγνητικός νόμος του Gauss επαναδιατυπώνεται ως εξής,

$$(i\mathbf{k} + \nabla) \cdot \mathbf{u}_k = 0 \quad (3.3)$$

Η λύση της εξίσωσης (3.2) ως προς τον κυματάρημο \mathbf{k} αποφέρει τους ηλεκτρομαγνητικούς τρόπους της διάταξης αλλά και τις αντίστοιχες ιδιοσυχνότητες. Για την επίλυση του προβλήματος σε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή το πρόβλημα θα πρέπει να διακριτοποιηθεί σε N βαθμούς ελευθερίας χρησιμοποιώντας μία από της μεθόδους που αναφέραμε ανωτέρω, όπως το ανάπτυγμα σε επίπεδα κύματα. Γενικά, η εφαρμογή μίας διακριτοποίησης N σημείων καταλήγει σε ένα γενικευμένο πρόβλημα ιδιοτιμών ($\mathbf{A}\mathbf{x} = \omega^2\mathbf{B}\mathbf{x}$, όπου \mathbf{A} και \mathbf{B} είναι τετραγωνικοί πίνακες $N \times N$ και \mathbf{x} είναι τα ιδιανύσματα). Από την στιγμή που το αρχικό ιδιοπρόβλημα είναι ερμητιανό, μπορούμε να επιλέξουμε και τους πίνακες \mathbf{A} και \mathbf{B} ώστε το διακριτό ιδιοπρόβλημα να είναι ερμητιανό.

Μία δυσκολία που προκύπτει με βάση της ανωτέρω μεθοδολογίας είναι το γεγονός ότι ο νόμος του Gauss, ο οποίος περιγράφεται από την εξίσωση (3.3) θα πρέπει να ικανοποιείται από τα ιδιανύσματα που θα προκύψουν. Τυπικά, οι λύσεις οι οποίες δεν θα ικανοποιούν την εξίσωση (3.3), δηλαδή $\nabla \mathbf{H} \neq 0$, θα αντιστοιχούν σε πλαστούς

τρόπους (spurious modes) στην συχνότητα $\omega=0$ ⁵. Ο πιο απλός τρόπος να εξασφαλιστεί η καθετότητα είναι να επιλεγεί μία ορθοκανονική βάση, όπως η βάση επίπεδων κυμάτων που θα αναλυθεί στην συνέχεια.

Στην περίπτωση που καλούμαστε να υπολογίσουμε το προαναφερθέν διακριτό ιδιοπρόβλημα, η επίλυση μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε δύο κύριες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία αποκαλείται από τις λεγόμενες ευθείς μεθόδους (direct methods). Σε αυτή την κατηγορία, αρχικά ο πίνακας μετασχηματίζεται σε μία τριδιαγώνια μορφή (tridiagonal matrix) και στην συνέχεια υπολογίζονται οι ιδιοτιμές αλλά και τα ιδιοανύσματα του τριδιαγώνιου πίνακα εφαρμόζοντας διάφορες τεχνικές. Μία αναλυτική περιγραφή αυτής της κατηγορίας μπορεί να αναζητήσει ο αναγνώστης στα βιβλία των Demmel [138] και Parlett [139]. Επιπλέον, υπάρχουν έτοιμα πακέτα λογισμικού αυτής της κατηγορίας για σειριακό (LAPACK [140]) και παράλληλο (ScaLAPACK [141]) προγραμματισμό. Λόγω του μεγάλου αριθμού διακριτοποίησης σε προβλήματα φωτονικών κρυστάλλων στις τρεις διαστάσεις, η μέθοδος αυτή μπορεί αποδειχτεί αρκετά προβληματική. Αντιθέτως, αποδεικνύεται ότι για τον προσδιορισμό του φωτονικού χάσματος αλλά και των κυματοδηγούμενων τρόπων ενός φωτονικού κρυστάλλου χρειαζόμαστε μόνο ένα μικρό αριθμό των αρχικών ιδιολύσεων. Η διαπίστωση αυτή μας οδηγεί στην δεύτερη και επικρατέστερη κατηγορία λύσεων με χρήση επαναληπτικών μεθόδων (iterative methods), οι οποίες υπολογίζουν μόνο ένα μικρό αριθμό, (για παράδειγμα τις M μικρότερες ιδιολύσεις) του συνόλου των λύσεων [142]. Η υλοποίηση τέτοιων μεθόδων γίνεται με μία αρχική τυχαία υπόθεση του ιδιοανύσματος \mathbf{x} , ενώ στην συνέχεια εφαρμόζεται ένας επαναληπτικός αλγόριθμος, ο οποίος βελτιώνει την υπόθεση συγκλίνοντας γρήγορα στην πραγματική τιμή του ιδιοανύσματος. Μία μέθοδος αυτής της κατηγορίας έχουμε επιλέξει να εφαρμόσουμε στην έκταση αυτής της διδακτορικής διατριβής. Η μεθοδολογία της υλοποίησης της κατηγορίας αυτής αναπτύσσεται στις παρακάτω υποενότητες.

3.2.2 Αποκρίσεις στο πεδίο των συχνοτήτων

Παρότι με το διάγραμμα διασποράς και τις ιδιοκαταστάσεις του φωτονικού κρυστάλλου αποκτάμε μία ικανοποιητική εικόνα για τις επιδόσεις του, δεν είναι τα μόνα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν ενδιαφέρον στις φωτονικές διατάξεις. Χαρακτηριστικό γνώρισμα ενός φωτονικού κρυστάλλου, το οποίο δεν μπορεί να αποκτηθεί με μέθοδο της προηγούμενης ενότητας, είναι το συχνοτικό φάσμα εκπομπής και ανάκλασης της δομής. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό γνώρισμα αποτελεί, η απόκριση της διάταξης όταν στο χώρο βρίσκονται σημειακές πηγές ρεύματος. Αυτό το γνώρισμα αναδεικνύει επίσης σημαντικά φαινόμενα όπως η ενίσχυση (ή απόσβεση) της αυθόρμητης εκπομπής και οι απώλειες σκέδασης [144], [145].

Στο πεδίο των συχνοτήτων το πρόβλημα έγκειται στον προσδιορισμό του ηλεκτρικού $\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ και του μαγνητικού $\mathbf{H}=-i/\omega\mu_0\nabla\times\mathbf{E}$ πεδίου, αποτελέσματα κάποιας σημειακής πηγής ρεύματος $\mathbf{J}(\mathbf{r})e^{j\omega t}$ σταθερής συνήθως συχνότητας. Επιλύοντας τις εξισώσεις Maxwell αποκτάται μία έκφραση για το ηλεκτρικό πεδίο ως προς το ρεύμα που το προκάλεσε, η οποία συγκεντρώνεται στην παρακάτω εξίσωση,

⁵ Το γεγονός αυτό προκύπτει αν πάρουμε την απόκλιση ($\nabla\cdot$) και στα δύο μέλη της εξίσωσης (2.20). Από την στιγμή που η απόκλιση του στροβιλισμού ($\nabla\times$) είναι μηδέν, καταλήγουμε στην εξίσωση $\frac{\omega^2}{c^2}(\mathbf{i}\mathbf{k} + \nabla)\cdot\mathbf{u}_{\mathbf{k}} = 0$. Η εξίσωση αυτή ικανοποιεί το μαγνητικό νόμο του Gauss μόνο για συχνότητες διάφορες του μηδενός, ($\omega\neq 0$).

$$\left[(\nabla \times \nabla \times) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r}) \right] \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}). \quad (3.4)$$

Η εξίσωση (3.4) παρουσιάζει μία γραμμική εξάρτηση του ηλεκτρικού πεδίου ως προς το ρεύμα που το προκάλεσε. Η διακριτοποίηση του προβλήματος σε N διακριτούς αγνώστους, αποφέρει ένα τετραγωνικό $N \times N$ πίνακα \mathbf{A} , μεταφράζοντας την εξίσωση στη μορφή, $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$, όπου \mathbf{x} , \mathbf{b} είναι πίνακες στήλης των αγνώστων διακριτών πεδίων και ρευμάτων, αντίστοιχα. Παρόλα αυτά, η επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος πινάκων απαιτεί υπολογιστική μνήμη της τάξης των N^2 και υπολογιστικού χρόνου της τάξης των N^3 . Για τον υπολογισμό της ανάκλασης αλλά και της διάδοσης των πεδίων σε δομές φωτονικών κρυστάλλων θα πρέπει να έχουμε εξασφαλίσει, όπως αποκαλούνται, ανοιχτά άκρα (open boundaries). Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει οι υπολογισμοί μας να γίνονται σε ένα υποτιθέμενο άπειρο χώρο έτσι ώστε να μην υπάρχουν πλασματικές ανακλάσεις στα σύνορα του χώρου όπου γίνονται οι υπολογισμοί. Η επιλογή απείρου χώρου είναι ασφαλώς, πρακτικά αδύνατη και για αυτό το σκοπό στα σύνορα του υπολογιστικού χώρου εισάγονται τα στρώματα τέλει προσαρμογής (ΣΤΠ) (perfectly matched layers, PML). Ένα ΣΤΠ είναι ένα τεχνητό στρώμα απορρόφησης, το οποίο θεωρούμε ότι απορροφά όλο το προσπίπτον σε αυτό πεδίο, χωρίς να παρουσιάζει κανενός είδους ανακλάσεις [137].

3.2.3 Προσομοιώσεις στο πεδίο του χρόνου

Μία πιο γενική προσέγγιση στο ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα ενός φωτονικού κρυστάλλου θα συμπεριλάμβανε μία πλήρη χρονική και χωρική περιγραφή των πεδίων. Οι μέθοδοι στο πεδίο της συχνότητας παρουσιάζουν μία αυξημένη δυσκολία σε αυτή την περίπτωση καθώς ενδέχεται η συχνότητα να μην διατηρείται σταθερή. Οι μέθοδοι αυτής της κατηγορίας μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση στο πεδίο του χρόνου παρουσιάζοντας κάποια πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα όπως θα αναφέρουμε παρακάτω.

Η πιο ευρέως διαδεδομένη μέθοδος για προσομοιώσεις στο πεδίο του χρόνου είναι η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (ΠΔΠΧ) (finite difference time domain, FDTD). Στη μέθοδο ΠΔΠΧ, ο χώρος αλλά και ο χρόνος διακριτοποιούνται σε ένα πλήθος σημείων που καθορίζει ένα πλέγμα. Οι υπολογισμοί των διαφορών χωρικών και χρονικών διαφορικών ($\nabla \times$ και $\partial/\partial t$) των εξισώσεων του Maxwell γίνονται με βάση το θεώρημα των πεπερασμένων διαφορών. Η διάδοση στο πεδίο του χρόνου, για την ακρίβεια, γίνεται σε διαστήματα χρόνου Δt , όπου για παράδειγμα η τιμή του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ την χρονική στιγμή t , υπολογίζεται από την τιμή του την χρονική στιγμή $t-\Delta t$, δηλαδή $\mathbf{E}(\mathbf{r},t-\Delta t)$ σε συνδυασμό με την τιμή του μαγνητικού πεδίου, $\mathbf{H}(\mathbf{r},t-\Delta t/2)$ και $\mathbf{H}(\mathbf{r},t+\Delta t/2)$, αντίστοιχα. Με αυτό τον τρόπο, η χρονική πρόοδος των πεδίων \mathbf{E} και \mathbf{H} καταγράφεται σε κάθε $\Delta t/2$. Το πλέγμα στα σημεία του οποίου κατακερματίζεται ο χώρο-χρόνος καλείται πλέγμα Yee [137]. Στο πλέγμα Yee, οι διάφορες συνιστώσες του εκάστοτε πεδίου τοποθετούνται σε διαφορετικά σημεία του πλέγματος, όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 3-1. Μία πιο εις βάθος περιγραφή της μεθόδου ΠΔΠΧ ξεφεύγει από τον εισαγωγικό χαρακτήρα αυτής της υποενότητας. Ο αναγνώστης μπορεί να βρει αναλυτικότερη περιγραφή της μεθόδου στο βιβλίο του A. Taflov [137]. Επίσης για την συγκεκριμένη μέθοδο υπάρχει το απαραίτητο λογισμικό ελεύθερης πρόσβασης για το κοινό, γραμμένο σε γλώσσα προγραμματισμού MATLAB/OCTAVE [146].

Η μέθοδο ΠΔΠΧ χρησιμοποιείται συνήθως για τον υπολογισμό του φάσματος διάδοσης και ανάκλασης, όπως αυτό που αποκτάται με τις μεθόδους στο πεδίο των συχνοτήτων που προαναφέραμε. Σε αντίθεση όμως με τις μεθόδους στο πεδίο των συχνοτήτων, με τις μεθόδους στο πεδίο του χρόνου μπορούμε να υπολογίσουμε την απόκριση ενός

γραμμικού συστήματος σε πολλές συχνότητες με μία μόνο εφαρμογή της μεθόδου. Αυτό το πλεονέκτημα υλοποιείται εύκολα παίρνοντας το μετασχηματισμό Fourier της απόκρισης της διάταξης σε ένα ηλεκτρομαγνητικό παλμό. Η μέθοδος αυτή δεν είναι πάντα επιθυμητή καθώς απότομες φασματικές μεταβολές απαιτούν περισσότερο χρόνο υπολογισμού. Επίσης, η απόκριση σταθερής κατάστασης (steady-state) μίας αρμονικής της πηγής ρεύματος, θα πρέπει να λάβει ειδικής μεταχείρισης ώστε να απαλλαγεί από μεταβατικά φαινόμενα (transient) κατά το άνοιγμα αλλά και το σβήσιμο της πηγής. Σε αυτή την περίπτωση μία εφαρμογή στο πεδίο των συχνοτήτων ίσως αποδειχτεί πιο ασφαλής λύση. Το μεγαλύτερο ίσως μειονέκτημα της μεθόδου ΠΔΠΧ είναι ίσως ο χρόνος που απαιτείται για μία προσομοίωση τρισδιάστατης δομής, όπου μεγαλύτερη ακρίβεια είναι απαραίτητη.

Οι μέθοδοι διακριτών στοιχείων⁶ μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για προσομοιώσεις στο πεδίο του χρόνου, όπου σε αυτή την περίπτωση οι εξισώσεις τετραγωνικών $N \times N$ πινάκων επιλύονται σε κάθε χρονική στιγμή. Βασικά πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι ότι αποκτάται πληροφορία για πολλές ιδιοσυχνότητες με μία μόνο εφαρμογή, παρέχοντας την ικανότητα να εστιάσουμε πιο γρήγορα σε αυτές που μας ενδιαφέρουν (π.χ. μέσα στο φωτονικό χάσμα). Μία γενική σύγκριση μεταξύ των μεθόδων στο πεδίο του χρόνου και των συχνοτήτων θα κατέληγε στο γεγονός ότι οι μέθοδοι στο πεδίο των συχνοτήτων αποδεικνύονται πιο γρήγοροι, πιο καλά ορισμένοι και πιο αξιόπιστοι στην εύρεση των ιδιολύσεων, ειδικότερα σε προβλήματα που απαιτούν μεγαλύτερη ακρίβεια. Για παράδειγμα εφαρμόζοντας τη μέθοδο ΠΔΠΧ, ο εντοπισμός του συνόλου των πρώτων M ιδιολύσεων του προβλήματος εξαρτάται και από την θέση που επιλέγουμε να τοποθετήσουμε την σημειακή πηγή [147]. Ενδέχεται, η θέση που ορίζουμε για την σημειακή πηγή να μην διεγείρει κάποιους τρόπους [147]. Ο εντοπισμός του συνόλου των πρώτων M ιδιοτιμών του προβλήματος ίσως να είναι εφικτός με την εφαρμογή περισσότερων σημειακών πηγών σε διάφορες θέσεις [147].

3.3 Επέκταση σε επίπεδα κύματα

Σε αυτή την διδακτορική διατριβή επιλέξαμε τη μέθοδο επέκτασης σε επίπεδα κύματα (MEEK) (plane wave expansion method, PWEM) για τον υπολογισμό των ιδιολύσεων στο πεδίο των συχνοτήτων. Η πρώτη εφαρμογή της μεθόδου MEEK σε δισδιάστατες διατάξεις φωτονικών κρυστάλλων έγινε κιάλας από το 1992 [148]. Όπως προαναφέρουμε, στο πεδίο των συχνοτήτων το ιδιοπρόβλημα στο οποίο καταλήγουμε από τις εξισώσεις Maxwell περιγράφεται από την εξίσωση (3.2). Το πρόβλημα αυτό μετασχηματίζεται σε ένα πεπερασμένο πρόβλημα περιγράφοντάς το, με μία διανυσματική βάση (truncated basis) $\{|\mathbf{b}_m\rangle\}$, όπου $m=1,\dots,N$ είναι ο N -διάστατος χώρος που ορίζει η βάση αυτή. Επιλέγοντας να λύσουμε το ιδιοπρόβλημα ως προς το μαγνητικό πεδίο $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ και αναλύοντάς το σε αυτή τη βάση παίρνουμε,

$$|\mathbf{H}_k\rangle \cong \sum_{m=1}^N h_m |\mathbf{b}_m\rangle \quad (3.5)$$

, όπου h_m είναι το πλάτος του μαγνητικού πεδίου στην διεύθυνση που ορίζει η συνιστώσα της βάσης, \mathbf{b}_m . Η πλήρης ισότητα μεταξύ του αριστερού και του δεξιού μέλους της εξίσωσης (3.5) θα ισχύσει όταν το N τείνει στο άπειρο. Εφαρμόζοντας λοιπόν την θεώρηση αυτή στην εξίσωση (3.2) καταλήγουμε στο γνωστό πλέον γενικευμένο πρόβλημα ιδιοτιμών που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο,

⁶ Βλέπε αρχή υποενότητας 3.2

$$\mathbf{A}\mathbf{h} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{B}\mathbf{h} \quad (3.6)$$

, όπου \mathbf{h} είναι ένας πίνακας στήλη που συγκεντρώνει τα πλάτη του μαγνητικού πεδίου σε όλες τις διευθύνσεις που ορίζουν οι συνιστώσες της βάσης, ενώ \mathbf{A} και \mathbf{B} είναι τετραγωνικοί πίνακες $N \times N$ που περιγράφουν τους τελεστές στο αριστερό και δεξί μέλος της εξίσωσης, αντίστοιχα. Θα πρέπει να επισημανθεί ότι η εξίσωση (3.6) από μόνη της δεν μπορεί να περιγράψει το ηλεκτρομαγνητικό πρόβλημα, καθώς οι ηλεκτρομαγνητικοί τρόποι θα πρέπει επίσης να ικανοποιούν την συνθήκη της καθετότητας που περιγράφει η εξίσωση (3.3). Η επιλογή της διανυσματικής βάσης $\{\{\mathbf{b}_m\}\}$ που θα επιλέξουμε βασίζεται σε τρεις βασικές αρχές. Πρώτον, η επιλεγθείσα βάση θα πρέπει αποτελεί μία καλή αναπαράσταση του πεδίου ορισμού του προβλήματος ώστε ο ελάχιστος αριθμός διακριτοποίησης N να προσφέρει μία ικανοποιητική ακρίβεια. Δεύτερον, η επιλεγθείσα βάση θα πρέπει να επιτρέπει μία γρήγορη και αποδοτική μέθοδο για τον υπολογισμό των γινομένων $\mathbf{A}\mathbf{h}$ και $\mathbf{B}\mathbf{h}$. Τέλος, η επιλεγθείσα βάση θα πρέπει να ικανοποιεί εγγενώς το μαγνητικό νόμο του Gauss, ο οποίος δίνεται από την εξίσωση (3.3). Σε αντίθετη περίπτωση θα πρέπει να επιβληθεί ένας επιπλέον τρόπος που θα ικανοποιεί την συνθήκη, καθιστώντας τη βάση λιγότερο αποδοτική. Οι εκφράσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου, όταν αυτά αναλύονται σε επίπεδα κύματα, είναι,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{e}(\mathbf{G}) e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{h}(\mathbf{G}) e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (3.8)$$

όπου $\mathbf{G} = \mathbf{G}_{mnl} = m\mathbf{a}^* + n\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^*$ είναι το διάνυσμα του αντίστροφου χώρου που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο (εξίσωση (2.4)). Με το συνδυασμό των εξισώσεων (3.7) και (3.8) με το θεώρημα Bloch, με το οποίο περιγράψαμε τα πεδία στο προηγούμενο κεφάλαιο (εξίσωση (2.19)), καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{V}_e(\mathbf{G}) e^{-j(\mathbf{G}+\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{V}_h(\mathbf{G}) e^{-j(\mathbf{G}+\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}} \quad (3.10)$$

Η εξισώσεις των πεδίων (3.9) και (3.10) αποτελούν την έκφραση της επέκτασης σε επίπεδα κύματα για το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο, αντίστοιχα. Για την καλύτερη κατανόηση της μεθοδολογίας που θα ακολουθήσουμε παρακάτω, θα ήταν συνετό να παρουσιάσουμε και τις εκφράσεις για την απόκλιση ($\nabla \cdot$) αλλά και το στροβιλισμό ($\nabla \times$) των εξισώσεων αυτών, όταν εφαρμόζεται η επέκταση σε επίπεδα κύματα,

$$\nabla \times \mathbf{H} = -j \sum_{\mathbf{G}} (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{V}_h(\mathbf{G}) e^{-j(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \quad (3.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -j \sum_{\mathbf{G}} (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{V}_h(\mathbf{G}) e^{-j(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \quad (3.12)$$

Σε παρόμοιες εκφράσεις καταλήγουμε αναλύοντας και το ηλεκτρικό πεδίο ως προς τους ίδιους τελεστές. Συνδυάζοντας την εξίσωση (3.3) με την εξίσωση (3.12) συμπεραίνουμε ότι οι συνιστώσες του πεδίου σε κάθε διάνυσμα της βάσης είναι κάθετες μεταξύ τους, δηλαδή,

$$(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{V}_h(\mathbf{G}) = 0 \quad (3.13)$$

Με βάση την καθετότητα μεταξύ των διανυσμάτων $(\mathbf{k}+\mathbf{G})$ και \mathbf{V}_h , στην οποία καταλήγουμε μέσω της εξίσωσης (3.13), μπορούμε να εκφράσουμε τις συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου $\mathbf{V}_h(\mathbf{G})$ με τον παρακάτω τρόπο,

$$\mathbf{V}_h(\mathbf{G}) = p(\mathbf{G})\mathbf{a}_u(\mathbf{G}) + q(\mathbf{G})\mathbf{b}_u(\mathbf{G}) \quad (3.14)$$

, όπου $\mathbf{a}_u(\mathbf{G})$ και $\mathbf{b}_u(\mathbf{G})$ είναι μοναδιαία διανύσματα κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στο διάνυσμα $(\mathbf{k}+\mathbf{G})$. Ο προσδιορισμός των μοναδιαίων διανυσμάτων γίνεται με βάση τις ιδιότητες των κάθετων διανυσμάτων. Το μοναδιαίο διάνυσμα $\mathbf{b}_u(\mathbf{G})$, θα δίνεται από την παρακάτω εξίσωση,

$$\mathbf{b}_u(\mathbf{G}) = \frac{(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \times \mathbf{a}_u(\mathbf{G})}{|\mathbf{k}+\mathbf{G}|} \quad (3.15)$$

Αν λάβουμε υπόψη ότι η κυματοδηγήση του φωτός γίνεται στο x - y καρτεσιανό επίπεδο και εφαρμόζοντας ιδιότητες του εσωτερικού γινομένου για κάθετα διανύσματα θα ισχύει ότι,

$$(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \cdot \mathbf{a}_u(\mathbf{G}) = (k_x + G_x)a_x + (k_y + G_y)a_y + G_z a_z = 0 \quad (3.16)$$

Κάθε έκφραση για το μοναδιαίο διάνυσμα $\mathbf{a}_u(\mathbf{G})$, η οποία θα ικανοποιεί την εξίσωση (3.16) είναι αποδεκτή, όπως η παρακάτω έκφραση,

$$\mathbf{a}_u(\mathbf{G}) = \frac{1}{\sqrt{(k_x + G_x)^2 + (k_y + G_y)^2}} \begin{bmatrix} -(k_y + G_y) \\ (k_x + G_x) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (3.17) στην εξίσωση (3.15) καταλήγουμε σε μία έκφραση για το μοναδιαίο διάνυσμα $\mathbf{b}(\mathbf{G})$, ως εξής,

$$\mathbf{b}_u(\mathbf{G}) = \frac{1}{|\mathbf{k}+\mathbf{G}|} \begin{bmatrix} -\frac{G_z(k_x + G_x)}{\sqrt{(k_x + G_x)^2 + (k_y + G_y)^2}} \\ \frac{G_z(k_y + G_y)}{\sqrt{(k_x + G_x)^2 + (k_y + G_y)^2}} \\ \sqrt{(k_x + G_x)^2 + (k_y + G_y)^2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Με τις εκφράσεις (3.17) και (3.18), έχουμε εξασφαλίσει ότι τα μοναδιαία διανύσματα $\mathbf{a}_u(\mathbf{G})$ και $\mathbf{b}_u(\mathbf{G})$ είναι κάθετα μεταξύ τους αλλά και κάθετα με το $(\mathbf{k}+\mathbf{G})$. Στην συνέχεια, αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.14) στην εξίσωση (3.11) καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση για το στροβιλισμό του μαγνητικού πεδίου,

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} = & -j \sum_{\mathbf{G}} p(\mathbf{G}) [(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \times \mathbf{a}_u(\mathbf{G})] e^{-j(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}} \\ & -j \sum_{\mathbf{G}} q(\mathbf{G}) [(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \times \mathbf{b}_u(\mathbf{G})] e^{-j(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Αξιοποιώντας το γεγονός ότι τα διανύσματα $\mathbf{a}_u(\mathbf{G})$ και $\mathbf{b}_u(\mathbf{G})$ είναι μοναδιαία και κάθετα μεταξύ τους συμπεραίνουμε ότι,

$$(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \times \mathbf{b}_u(\mathbf{G}) = \frac{(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \times [(\mathbf{k}+\mathbf{G}) \times \mathbf{a}_u(\mathbf{G})]}{|\mathbf{k}+\mathbf{G}|} = -|\mathbf{k}+\mathbf{G}| \cdot \mathbf{a}_u(\mathbf{G}) \quad (3.20)$$

Ο όρος $|\mathbf{k}+\mathbf{G}|$ στο δεξί μέλος της εξίσωσης (3.20) προκύπτει από το γεγονός ότι το άνυσμα $(\mathbf{k}+\mathbf{G})$ δεν είναι μοναδιαίο όπως τα $\mathbf{a}_u(\mathbf{G})$ και $\mathbf{b}_u(\mathbf{G})$. Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.20) στην εξίσωση (3.19), καταλήγουμε στην εξής απλοποιημένη μορφή για το στροβιλισμό του μαγνητικού πεδίου,

$$\nabla \times \mathbf{H} = e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{w}(\mathbf{G}) e^{-j\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (3.21)$$

, όπου το $\mathbf{w}(\mathbf{G})$ δίνεται από την εξίσωση,

$$\mathbf{w}(\mathbf{G}) = -j|\mathbf{k}+\mathbf{G}|[-q(\mathbf{G})\mathbf{a}_u(\mathbf{G}) + p(\mathbf{G})\mathbf{b}_u(\mathbf{G})] \quad (3.22)$$

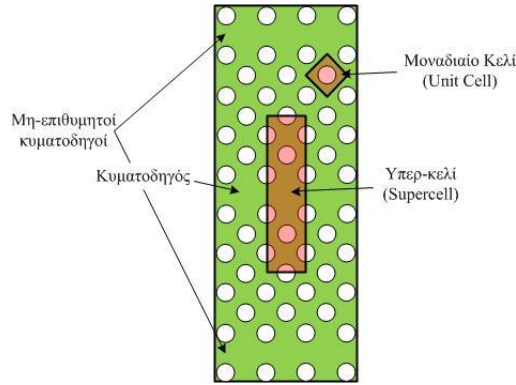
Η εξίσωση (3.21) υποδεικνύει ότι ο όρος $e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\nabla \times \mathbf{H}$ είναι μία περιοδική συνάρτηση επιπέδων κυμάτων. Στην προσπάθεια να εκφράσουμε το συνολικό ιδιοπρόβλημα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση (3.2), θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε σε επίπεδα κύματα ολοκληρωτικά τον τελεστή στο αριστερό μέλος της ίδιας εξίσωσης. Από την στιγμή που η εξίσωση (3.21) αναπτύσσεται σε επίπεδα κύματα τότε και το γινόμενο $e^{j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}[1/\varepsilon_r \nabla \times \mathbf{H}]$ θα αναλύεται σε επίπεδα κύματα. Το ανάπτυγμα του όρου $1/\varepsilon_r$ σε επίπεδα κύματα δίνεται από την έκφραση,

$$\frac{1}{\varepsilon_r} = \sum_{\mathbf{G}'} \varepsilon(\mathbf{G}') e^{-j\mathbf{G}'\cdot\mathbf{r}} \quad (3.23)$$

Ο όρος $\varepsilon(\mathbf{G}')$ εκφράζει το πλάτος των επιπέδων κυμάτων του $1/\varepsilon_r$ και δίνεται από την σχέση,

$$\varepsilon(\mathbf{G}) = \frac{1}{V} \int_V dV \frac{1}{\varepsilon_r} e^{j\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (3.24)$$

Το ολοκλήρωμα της εξίσωσης (3.24) υπολογίζεται στον όγκο της διάταξης V . Αφού η δομή ενός φωτονικού κρυστάλλου αποτελεί μία περιοδική διάταξη του δείκτη διάθλασης είναι βολικό να υπολογίσουμε το ολοκλήρωμα μόνο σε ένα μικρό τμήμα του φωτονικού κρυστάλλου και επαναλαμβάνοντας το τμήμα αυτό (όγκου V) στο πεδίο του χώρου να σχηματίζεται ο προς εξέταση φωτονικός κρύσταλλος. Σε περίπτωση που ο φωτονικός κρύσταλλος παρουσιάζει μία ασυνέχεια στην περιοδικότητά του δημιουργώντας για παράδειγμα έναν κυματοηγό (όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-2), τότε ο όγκος V είναι επίσης γνωστός και ως υπέρ-κελί (supercell) και μία σχηματική αναπαράστασή του αποτυπώνεται στην Εικόνα 3-2. Από την στιγμή που το υπέρ-κελί επαναλαμβάνεται περιοδικά για να σχηματίσει τον υπό εξέταση φωτονικό κρύσταλλο τότε αναμένεται η ασυνέχεια να αποτυπωθεί και εκατέρωθεν του επιθυμητού κυματοηγού, όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 3-2, τους οποίους αναφέρουμε ως μη-επιθυμητούς κυματοηγούς. Το μέγεθος που επιλέγουμε για το υπέρ-κελί θα πρέπει να είναι αρκετά μικρό ώστε να μην σπαταλούνται άδικα πόροι του συστήματος καθιστώντας τη μέθοδο μη-αποδοτική αλλά συνάμα αρκετά μεγάλος ώστε να απομονώνεται ηλεκτρομαγνητικά ο υπό εξέταση κυματοηγός από ενδεχόμενη ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση με τους μη-επιθυμητούς κυματοηγούς.



Εικόνα 3-2. Τα κόκκινα πλαίσια αποτυπώνουν το μοναδιαίο κελί και το υπέρ-κελί, αντίστοιχα. Με πράσινο χρώμα αποτυπώνεται ο φωτονικός κρύσταλλος, αποτέλεσμα της περιοδικής εναλλαγής του υπέρ-κελίου. Οι λευκοί κύκλοι αντιστοιχούν σε τρύπες αέρα οι οποίες δημιουργούν την περιοδική εναλλαγή του δείκτη διάθλασης. Οι διαστάσεις που διαλέγουμε για το υπέρ-κελί πρέπει να απομονώνουν τελείως τον κυματοδηγό από τους γειτονικούς μη-επιθυμητούς κυματοδηγούς που δημιουργούνται λόγω της περιοδικής επανάληψης του υπέρ-κελίου.

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις (3.23) και (3.24) στην εξίσωση (3.21), καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση,

$$\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \mathbf{H} = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{v}(\mathbf{G}) e^{-j(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \quad (3.25)$$

, όπου ο όρος $\mathbf{v}(\mathbf{G})$ να δίνεται από την σχέση,

$$\mathbf{v}(\mathbf{G}) = \sum_{\mathbf{G}'} \mathbf{w}(\mathbf{G}') \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \quad (3.26)$$

Για να καταλήξουμε στον τελεστή του αριστερού μέλους του αρχικού ιδιοπρόβληματος που αποτυπώνεται μέσω της εξίσωσης (2.16) αρκεί να πάρουμε το στροβιλισμό της εξίσωσης (3.25) στην παρακάτω έκφραση,

$$\nabla \times \left\{ \frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \mathbf{H} \right\} = - \sum_{\mathbf{G}, \mathbf{G}'} (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times [(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \mathbf{V}_h(\mathbf{G}')] \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') e^{-j(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}} \quad (3.27)$$

Εφαρμόζοντας μαθηματικές τεχνικές, το εξωτερικό γινόμενο στο δεξί μέλος της εξίσωσης (3.27) απλοποιείται περαιτέρω ως εξής,

$$(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \{(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \mathbf{V}_h(\mathbf{G}')\} = -|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| [p(\mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{b}(\mathbf{G}') - q(\mathbf{G}')(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{a}(\mathbf{G}')] \quad (3.28)$$

Στην συνέχεια, αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.28) στην εξίσωση (3.27) καταλήγουμε στην περιγραφή του ιδιοπρόβληματος με βάση την παρακάτω περιγραφή,

$$\sum_{\mathbf{G}'} M_{PP}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') p(\mathbf{G}') + \sum_{\mathbf{G}'} M_{PQ}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') q(\mathbf{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} p(\mathbf{G}) \quad (3.29)$$

$$\sum_{\mathbf{G}'} M_{QP}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') p(\mathbf{G}') + \sum_{\mathbf{G}'} M_{QQ}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') q(\mathbf{G}') = \frac{\omega^2}{c^2} q(\mathbf{G}) \quad (3.30)$$

, όπου οι όροι M_{PP} , M_{PQ} , M_{QP} , M_{QQ} περιγράφονται ως εξής,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{PP}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') &= -|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| [(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{b}(\mathbf{G}')] \cdot \mathbf{a}(\mathbf{G}) \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \\
 \mathbf{M}_{QP}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') &= -|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| [(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{a}(\mathbf{G}')] \cdot \mathbf{a}(\mathbf{G}) \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \\
 \mathbf{M}_{PQ}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') &= -|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| [(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{b}(\mathbf{G}')] \cdot \mathbf{b}(\mathbf{G}) \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \\
 \mathbf{M}_{QQ}(\mathbf{G}, \mathbf{G}') &= -|\mathbf{k} + \mathbf{G}'| [(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{a}(\mathbf{G}')] \cdot \mathbf{b}(\mathbf{G}) \varepsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}')
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Οι εξισώσεις (3.29) και (3.30) περιγράφουν στο αρχικό ιδιοπρόβλημα που περιγράφει η εξίσωση (3.2), σαν ένα άθροισμα απείρων επιπέδων κυμάτων \mathbf{G} , το οποίο μπορεί επίσης να αναπαρασταθεί σε μορφή πινάκων ως εξής,

$$\mathbf{M}\mathbf{u}_h = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{u}_h \tag{3.32}$$

, όπου $\mathbf{u}_h = [\dots, p(\mathbf{G}_{-1}), p(\mathbf{G}_0), p(\mathbf{G}_1), \dots, q(\mathbf{G}_{-1}), q(\mathbf{G}_0), q(\mathbf{G}_1), \dots]$. Ο τετραγωνικός πίνακας \mathbf{M} , στο αριστερό μέλος της εξίσωσης (3.32) παίρνει τη μορφή,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{PP} & \mathbf{M}_{PQ} \\ \mathbf{M}_{QP} & \mathbf{M}_{QQ} \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

Το ανάπτυγμα σε επίπεδα κύματα όπως είδαμε, συμπεριλαμβάνει την ανάλυση των όρων του ιδιοπροβλήματος σε ένα άπειρο άθροισμα γραμμικών εξισώσεων, όπως περιγράφει η εξίσωση (3.32). Προφανώς η επίλυση των άπειρων αγνώστων (\mathbf{u}_h) του προβλήματος είναι αδύνατον να προσδιοριστούν σε πεπερασμένο χρόνο, οπότε αναγκάζομαστε να αναζητήσουμε προσεγγιστικές λύσεις. Η επικρατέστερη μέθοδος που εφαρμόζεται σε αυτή την περίπτωση, προϋποθέτει τον προσεγγιστικό υπολογισμό του $1/\varepsilon_{\mathbf{G}}$, χρησιμοποιώντας το διακριτό μετασχηματισμό Fourier (discrete Fourier transform, DFT) [149]. Ο DFT στην ουσία αντικαθιστά το άθροισμα απείρων όρων του μετασχηματισμού Fourier με ένα διακριτό άθροισμα, προσφέροντας μία προσεγγιστική λύση του προβλήματος. Από την στιγμή που έχουμε περιορίσει τα άπειρα επίπεδα κύματα σε ένα διακριτό σύνολο \mathbf{G} , η εξίσωση (3.32) δεν είναι τίποτα παραπάνω από ένα διακριτό πλήθος ιδιοπροβλημάτων, της μορφής $\mathbf{A}\mathbf{x} = (\omega/c)^2 \mathbf{x}$. Το πρόβλημα στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε τον DFT, έγκειται στον υπολογισμό του γινομένου $\mathbf{A}\mathbf{x}$. Ο πίνακας \mathbf{A} είναι ως επί το πλείστον μη-μηδενικός με αποτέλεσμα ο υπολογιστικός χρόνος του γινομένου $\mathbf{A}\mathbf{x}$, να είναι ανάλογος του N^2 (όπου N το πλήθος των επιπέδων κυμάτων). Η παρατήρηση αυτή είναι καταστροφική για μία επαναληπτική μέθοδο όπου το υπολογισμοί επαναλαμβάνονται αρκετές φορές. Τη λύση σε αυτό το πρόβλημα φέρνει ο γρήγορος μετασχηματισμός Fourier (fast Fourier transform, FFT), ο οποίος υπολογίζει ένα πολυδιάστατο διακριτό μετασχηματισμό Fourier, σε N σημεία και σε χρόνο ανάλογο του $M \log(N)$ [150]. Η εφαρμογή του διακριτού μετασχηματισμού Fourier για τον υπολογισμό του τελεστή \mathbf{A} , γίνεται στην πραγματικότητα σε τρία βήματα:

- Στο πρώτο βήμα υπολογίζουμε το εξωτερικό γινόμενο $(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{u}_h$.
- Στο δεύτερο βήμα εφαρμόζουμε τον ανάστροφο γρήγορο μετασχηματισμό Fourier μεταφέροντας το πρόβλημα από το πεδίο των επιπέδων κυμάτων (\mathbf{G}) στο πεδίο του χώρου (\mathbf{r}), ώστε να πολλαπλασιάσουμε στην συνέχεια με το $\varepsilon^{-1}(\mathbf{r})$.
- Τέλος πηγαίνουμε πίσω στο πεδίο των επιπέδων κυμάτων εφαρμόζοντας αυτή τη φορά το γρήγορο μετασχηματισμό Fourier και υπολογίζουμε μία φορά ακόμα το εξωτερικό γινόμενο $(\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times$.

Η συνολική διαδικασία περιγράφεται συνοπτικά στην παρακάτω εξίσωση,

$$\mathbf{A}_{\mathbf{G}, \mathbf{G}'} = -(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \dots \text{IFFT} \dots \varepsilon_r^{-1} \dots \text{FFT} \dots (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \cdot \tag{3.34}$$

Στην επόμενη υποενότητα θα αναπτύξουμε την επαναληπτική μέθοδο που υλοποιήσαμε στις τρεις διαστάσεις καθώς και τις ιδιαιτερότητές της. Η ακρίβεια της όλης μεθόδου συγκεντρώνεται στο βαθμό σύγκλισης που θα απαιτήσουμε για τους συντελεστές Fourier, u_n . Διατάξεις με ασυνέχειες στην διηλεκτρική τους κατανομή, αναμένεται να παρουσιάζουν πιο αργή σύγκλιση, όπως θα συζητήσουμε εκτενέστερα στην υποενότητα 3.6 [151]. Ένα επιπλέον σημαντικό χαρακτηριστικό είναι και η χρήση επαναληπτικών μεθόδων, που χρησιμοποιούν προσεγγιστικές λύσεις της εξίσωσης, γνωστές ως προρουθμιστές (preconditioners). Οι προρουθμιστές χρησιμοποιούνται για να επιταχύνουν κάθε βήμα της επανάληψης. Ένας καλός προρουθμιστής μπορεί να επιταχύνει την επίλυση του προβλήματος από κάποιες χιλιάδες επαναλήψεις σε μερικές δεκάδες, όμως η ανάπτυξη ενός καλού προρουθμιστή είναι ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα.

3.4 Επαναληπτική μέθοδος

Η εφαρμογή μίας επαναληπτικής μεθόδου (iterative method) ή αλλιώς ένα επαναληπτικό επιλυτή (iterative eigensolver) για την επίλυση του ιδιοπροβλήματος, αποτελεί μία γρήγορη και ευρέως διαδεδομένη μέθοδο. Περιγραμματικά, ένας επαναληπτικός επιλυτής υπολογίζει τις p πρώτες ιδιολύσεις⁷ (ιδιοτιμές και ιδιοανύσματα) ενός $N \times N$ γενικευμένου ιδιοπροβλήματος (της μορφής $\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{Bx}$), βελτιώνοντας με επαναληπτικό τρόπο τις υποθέσεις για τα ιδιοανύσματα μέχρι να επιτευχθεί η δηλωθείσα επιθυμητή ακρίβεια. Με αυτή τη λογική, η μέθοδος αυτή κρίνεται ως ιδανική για την εύρεση ενός μικρού αριθμού από τις πρώτες ιδιοκαταστάσεις του προβλήματος που απορρέει από τις εξισώσεις Maxwell.

Παρότι έχουν αναπτυχθεί αρκετές επαναληπτικές μέθοδοι, σε αυτή την διατριβή επικεντρωθήκαμε στην χρήση της προρουθμισμένης μεθόδου ελαχιστοποίησης μέσω συζυγών κλίσεων του πηλίκου Rayleigh-Ritz [152]-[154]. Η επιλογή της μεθόδου έγινε διότι υποστηρίζει καλούς προρουθμιστές για το συγκεκριμένο πρόβλημα, οι οποίοι υπολογίζουν την καλύτερη λύση σε ένα υποχώρο (subspace) που συμπεριλαμβάνει όλες τις προηγούμενες χρησιμοποιημένες διευθύνσεις σύγκλισης [155]. Μία εναλλακτική επαναληπτική μέθοδος θα ήταν η μέθοδος Davidson [156], η οποία αποτελεί μία επέκταση του αλγορίθμου Lanczos [157].

3.4.1 Ιδιολύσεις Ερμιτιανού Πίνακα υπο περιορισμούς

Στο προηγούμενο κεφάλαιο περιγράψαμε τον τρόπο επίλυσης του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος των φωτονικών κρυστάλλων, λύνοντας τις εξισώσεις Maxwell ως προς το μαγνητικό πεδίο. Σε αυτή την ενότητα θα αποδείξουμε ότι αυτή μας η απόφαση θα απλοποιήσει αρκετά το πρόβλημα λόγω της ερμιτιανότητας που αυτό παρουσιάζει. Στις προηγούμενες ενότητες καταλήξαμε σε ένα απλό πρόβλημα ιδιοτιμών, της μορφής $\mathbf{Ax} = \lambda \mathbf{x}$. Η επίλυση του ιδιοπροβλήματος θα μας δώσει γνώση για το μαγνητικό πεδίο που μπορεί να υποστηρίξει ο φωτονικός κρύσταλλος αλλά και το διάγραμμα διασποράς του, προσδιορίζοντας τα ιδιοανύσματα και τις ιδιοτιμές, αντίστοιχα. Στην συνέχεια αναπτύσσουμε τη μεθοδολογία απόκτησης των ιδιολύσεων ενός ερμιτιανού τετραγωνικού πίνακα \mathbf{A} . Σύμφωνα με την θεωρία πινάκων [158] ένας $N \times N$ ερμιτιανός διαγωνοποιήσιμος πίνακας \mathbf{A} μπορεί να γραφεί ως εξής,

$$\mathbf{A} = \mathbf{UDU}^T \quad (3.35)$$

⁷ Με τον αριθμό p να είναι κατά πολύ μικρότερος του συνόλου των ιδιολύσεων N , $p \ll N$.

, όπου \mathbf{D} είναι η διαγώνια έκφραση του πίνακα \mathbf{A} και \mathbf{U} ένας μοναδιαίος πίνακας (δηλαδή ικανοποιεί τη ιδιότητα: $\mathbf{U}\mathbf{U}^T=\mathbf{U}^T\mathbf{U}=\mathbf{I}$). Ο δείκτης “ T ” υποδεικνύει τον ανάστροφο πίνακα. Αναλύοντας την εξίσωση (3.35) καταλήγουμε στην εξής μορφή,

$$\mathbf{A}\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{D} = e_q \mathbf{U} \Leftrightarrow \sum_m a_{pm} u_{mq} = \sum_m u_{pm} d_{mq} = e_q u_{pq} \quad (3.36)$$

, όπου a_{pq} και u_{pq} είναι τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{A} και \mathbf{U} αντίστοιχα, e_q είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{A} και d_{pq} είναι τα στοιχεία του διαγώνιου πίνακα \mathbf{D} (εκ των οποίων τα μόνα μη μηδενικά είναι εκείνα για τα οποία ισχύει $p=q$). Από την εξίσωση (3.36) συμπεραίνουμε ότι αν ορίσουμε $\mathbf{U}^{(q)}=(u_{1q}, \dots, u_{Nq})^T$ τον πίνακα στήλη q του πίνακα \mathbf{U} τότε θα ισχύει ότι,

$$\mathbf{A}\mathbf{U}^{(q)} = e_q \mathbf{U}^{(q)} \quad (3.37)$$

, αποκαλύπτοντας ότι οι στήλες του πίνακα \mathbf{U} αντιστοιχούν στα ιδιοανύσματα του μαγνητικού πεδίου (ή σε γραμμικό συνδυασμό των ιδιοανυσμάτων) του πίνακα \mathbf{A} . Από την στιγμή που ισχύει και η ιδιότητα $\mathbf{U}\mathbf{U}^T=\mathbf{U}^T\mathbf{U}=\mathbf{I}$, όπως περιγράψαμε και ανωτέρω ικανοποιείται με βάση την παρακάτω εξίσωση,

$$\sum_m u_{pm} u_{qm} = \mathbf{U}^{(p)} \cdot \mathbf{U}^{(q)} = \delta_{pq}. \quad (3.38)$$

Οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{U} , για τον εκάστοτε πίνακα στήλη $\mathbf{U}^{(q)}$ προσδιορίζονται υπολογίζοντας το εσωτερικό γινόμενο $\langle \mathbf{U}^{(q)}, \mathbf{U}^{(q)} \rangle$, το οποίο ορίζεται από την έκφραση, $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \mathbf{u}^T \mathbf{A} \mathbf{v}$ ως εξής,

$$\langle \mathbf{U}^{(q)}, \mathbf{U}^{(q)} \rangle = (\mathbf{U}^{(q)})^T \mathbf{A} \mathbf{U}^{(q)} = e_q \mathbf{I} \quad (3.39)$$

Ο υπολογισμός όλου του πλήθους των ιδιοανυσμάτων και ιδιοτιμών του προβλήματος αποτελεί παρόλα αυτά μία μη-αποδοτική μέθοδο όταν χρησιμοποιούμε επαναληπτικές μεθόδους υπολογισμού. Μία παραπλήσια μεθοδολογία για την επίλυση των ιδιολύσεων θα περιλάμβανε ένα πίνακα \mathbf{W} , ο οποίος θα αποτελούνταν μόνο από ένα μικρό πλήθος M των στηλών του πίνακα \mathbf{U} . Με αυτό το σκεπτικό ορίζουμε τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{W} , $w_{pq}=[u_{pq}]$ μόνο που ισχύει ότι $1 \leq p \leq N$, $1 \leq q \leq M$ με $M \ll N$. Σε αυτή την περίπτωση σε αντιστοιχία με την εξίσωση (3.35) καταλήγουμε στην έκφραση,

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}^T \mathbf{A} \mathbf{W} \Leftrightarrow x_{pq} = \sum_{nm} u_{np} a_{nm} u_{mq} = e_q \delta_{pq} \quad (3.40)$$

, όπου x_{pq} είναι τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{X} . Από την θεωρία πινάκων σε συνδυασμό με την εξίσωση (3.40) συμπεραίνουμε ότι το ίχνος (trace) του πίνακα \mathbf{X} θα ισούται με το άθροισμα των ιδιοτιμών που αντιστοιχούν στα ιδιοανύσματα του πίνακα \mathbf{A} ,

$$\text{tr}\{\mathbf{W}^T \mathbf{A} \mathbf{W}\} = \sum_{m=1}^M x_{mm} = \sum_{m=1}^M e_m \quad (3.41)$$

Στην συνέχεια, θα δείξουμε πως χρησιμοποιώντας το γενικευμένο θεώρημα Lagrange για τον εντοπισμό των ακρότατων μίας συνάρτησης κάτω από συγκεκριμένους περιορισμούς θα μας οδηγήσει στην συσχέτιση του ίχνους της εξίσωσης (3.41) στον προσδιορισμό των ιδιολύσεων του προβλήματος. Στη γενικότερη περίπτωση, ο πίνακας \mathbf{A} είναι ένας μιγαδικός αλλά παρόλα αυτά ερμιτιανός πίνακας καθώς αντιστοιχεί στις ιδιολύσεις του μαγνητικού πεδίου. Όπως είναι ευρέως γνωστό τα ακρότατα μίας παραγωγίσιμης συνάρτησης εντοπίζονται στους μηδενισμούς της πρώτης παραγώγου. Υποθέτοντας λοιπόν ότι η απόκλιση του ίχνους της εξίσωσης (3.41) ως προς έναν $N \times M$ πίνακα \mathbf{V} είναι μηδέν, δηλαδή ότι βρισκόμαστε σε ένα ακρότατο της συνάρτησης του

ίχνους, τότε ο πίνακας \mathbf{V} θα αποτελείται από τα ιδιοανύσματα του πίνακα \mathbf{A} (δηλαδή $\mathbf{V}=\mathbf{W}$). Για χάρη συντομογραφίας γράφουμε το ίχνος του πίνακα $\mathbf{V}^T\mathbf{A}\mathbf{V}$, ως εξής,

$$t = \text{tr} \{ \mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{V} \} = \sum_{sqp} v_{qs}^* a_{qp} v_{ps} \quad (3.42)$$

, όπου v_{qp} είναι τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{V} . Αναπτύσσοντας τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{V} σε πραγματικό και μιγαδικό μέρος, $v_{qp}=x_{qp}+jy_{qp}$ αναπτύσσουμε την εξίσωση (3.42) στην παρακάτω έκφραση,

$$t = \sum_{spq} a_{qp} (x_{qp} + jy_{qp})(x_{qp} - jy_{qp}) \quad (3.43)$$

Παίρνοντας την πρώτη παράγωγο του ίχνους t , ως προς το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος κάθε στοιχείο του πίνακα \mathbf{V} , καταλήγουμε στις εξισώσεις,

$$\frac{\partial t}{\partial x_{\mu\nu}} = \sum_q a_{q\mu} v_{q\nu}^* + \sum_p a_{\mu p} v_{p\nu} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial t}{\partial y_{\mu\nu}} = j \sum_q a_{q\mu} v_{q\nu}^* - j \sum_p a_{\mu p} v_{p\nu} \quad (3.45)$$

Η αναπαράσταση των εξισώσεων (3.44) και (3.45) σε μορφή πινάκων θα ήταν της μορφής,

$$\Theta_r = \mathbf{V}^T \mathbf{A}^T + \mathbf{A} \mathbf{V} = 2 \text{Re}(\mathbf{A} \mathbf{V}) \quad (3.46)$$

και,

$$\Theta_i = j \mathbf{V}^T \mathbf{A}^T - j \mathbf{A} \mathbf{V} = -2 \text{Im}(\mathbf{A} \mathbf{V}) \quad (3.47)$$

, όπου τα στοιχεία των πινάκων Θ_r και Θ_i είναι οι πρώτοι παράγωγοι του ίχνους ως προς το πραγματικό και το μιγαδικό μέρος αντίστοιχα, $\partial t / \partial x_{\mu\nu}$ και $\partial t / \partial y_{\mu\nu}$. Συμπύσσοντας τις εξισώσεις (3.46) και (3.47) παίρνουμε την τελική εξίσωση για την παράγωγο του ίχνους,

$$\Theta = \frac{1}{2} (\Theta_r + j \Theta_i) = \mathbf{A} \mathbf{V} \quad (3.48)$$

Το θεώρημα Lagrange [159] αναφέρει ότι αν υπάρχει ένα ακρότατο τότε θα υπάρχει ένας $(M-1) \times M/2$ πίνακας Λ , με στοιχεία τα $[\lambda_{qp}]$, τέτοιος ώστε να ικανοποιείται η παρακάτω σχέση,

$$\nabla t - \sum_{q=1}^M \sum_{p=1}^M \lambda_{qp} \nabla \mathbf{C}_{qp} = 0 \quad (3.49)$$

, όπου ο $M \times M$ πίνακας \mathbf{C} ορίζεται ως εξής,

$$\mathbf{C}(\mathbf{V}) = \mathbf{V}^{(p)} \cdot \mathbf{V}^{(q)} = \sum_m v_{mp}^* v_{mq} = \delta_{pq} \quad (3.50)$$

Στον πίνακα \mathbf{C} συγκεντρώνονται οι συνθήκες ορθογωνιότητας για όλα τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{V} . Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.50) στην εξίσωση (3.49) καταλήγουμε σε δύο ξεχωριστές εκφράσεις για το θεώρημα Lagrange,

$$\frac{\partial t}{\partial x_{\mu\nu}} - \sum_{q=1}^M \sum_{p=1}^M \Lambda_{qp} \frac{\partial \mathbf{C}_{qp}}{\partial x_{\mu\nu}} = 0 \quad (3.51)$$

και

$$\frac{\partial t}{\partial y_{\mu\nu}} - \sum_{q=1}^M \sum_{p=1}^M \Lambda_{qp} \frac{\partial C_{qp}}{\partial y_{\mu\nu}} = 0 \quad (3.52)$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (3.51) και (3.52) με την εξίσωση (3.48) καταλήγουμε και πάλι σε μία έκφραση του αρχικού ιδιοπροβλήματος, αυτή τη φορά ξεκινώντας από τον πίνακα \mathbf{G} όπου περιέχει ένα μικρό πλήθος των στηλών $\mathbf{U}^{(q)}$,

$$\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda} \quad (3.53)$$

Αφού ο πίνακας $\mathbf{\Lambda}$ είναι ερμιτιανός τότε μπορούμε να το διαγωνιοποιήσουμε, $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{U}_{\Lambda} \mathbf{D}_{\Lambda} \mathbf{U}_{\Lambda}^T$ με \mathbf{U}_{Λ} ένα μοναδιαίο πίνακα. Η εξίσωση (3.53) τότε παίρνει τη μορφή,

$$\mathbf{A}(\mathbf{V}\mathbf{U}_{\Lambda}) = \mathbf{D}_{\Lambda}(\mathbf{V}\mathbf{U}_{\Lambda}) \quad (3.54)$$

Η τελική και πιο ξεκάθαρη έκφραση του προβλήματος στην οποία καταλήγουμε είναι,

$$\mathbf{A}\mathbf{U}^{(p)} = l_p \mathbf{U}^{(p)} \quad (3.55)$$

, όπου l_p είναι τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα \mathbf{D}_{Λ} , και $\mathbf{U}^{(p)}$ είναι οι στήλες του πίνακα $\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{U}_{\Lambda}$. Η εξίσωση (3.55) υπονοεί ότι τα $\mathbf{U}^{(p)}$ είναι ιδιοανύσματα του πίνακα \mathbf{A} και ως εκ τούτου ο πίνακας \mathbf{V} αποτελείται από γραμμικούς συνδυασμούς των ιδιοανυσμάτων του πίνακα \mathbf{A} .

3.4.2 . Ιδιολύσεις Ερμιτιανού Πίνακα χωρίς περιορισμούς

Στην προηγούμενη υποενότητα δείξαμε ότι οι ιδιολύσεις ενός ερμιτιανού πίνακα μπορούν να προσδιοριστούν βρίσκοντας τα ελάχιστα του ίχνους, $t(\mathbf{V}) = \text{tr}\{\mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{V}\}$ υπό τον περιορισμό ότι ο πίνακας \mathbf{V} ικανοποιεί την εξίσωση $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$. Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του ίχνους δείξαμε ότι μπορεί να αποφέρει τις M μικρότερες ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοανύσματα του προβλήματος. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αυτή, μπορούμε να βρούμε τις ιδιολύσεις ενός $N \times N$ πίνακα \mathbf{A} αποθηκεύοντας στη μνήμη του ηλεκτρονικού υπολογιστή μόνο ένα πολύ μικρότερο $N \times M$ πίνακα $\mathbf{A}\mathbf{V}$, με $M \ll N$. Παρόλα αυτά σε πολλές περιπτώσεις ίσως είναι αδύνατη η εύρεση ενός πίνακα \mathbf{V} , για τον οποίο θα ίσχυε η ιδιότητα $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}$. Σε αυτή την περίπτωση, εφαρμόζοντας την ίδια μεθοδολογία χωρίς να λάβουμε αυτή τη φορά κάποιο περιορισμό καταλήγουμε σε μία πιο γενικευμένη μορφή της εξίσωσης (3.42), η οποία αποτελεί το ίχνος του γενικευμένου τηλικού Rayleigh-Ritz [152]-[154],

$$Q(\mathbf{V}) = \text{tr}\left\{\mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{V} (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1}\right\} = \text{tr}\{\mathbf{R} \mathbf{Z}^{-1}\} \quad (3.56)$$

, όπου οι πίνακες \mathbf{R} και \mathbf{Z} ορίζονται ως $\mathbf{R} = \mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{V}$ και $\mathbf{Z} = \mathbf{V}^T \mathbf{V}$. Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία όπως και στην προηγούμενη ενότητα για τον υπολογισμό της πρώτης παραγώγου της εξίσωσης (3.56) καταλήγουμε στις παρακάτω εκφράσεις για την απόκλιση του ίχνους $Q(\mathbf{V})$,

$$\mathbf{F}_r = \frac{\partial Q(\mathbf{V})}{\partial x_{\mu\nu}} = 2 \text{Re}\{\mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{Z}^{-1} + \mathbf{V} \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{Z}^{-1}\} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{F}_i = \frac{\partial Q(\mathbf{V})}{\partial y_{\mu\nu}} = -2j \text{Im}\{\mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{Z}^{-1} + \mathbf{V} \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{Z}^{-1}\} \quad (3.58)$$

, έχοντας υποθέσει όπως και στην προηγούμενη υποενότητα ότι τα στοιχεία του πίνακα \mathbf{V} αναλύονται σε ένα πραγματικό και ένα μιγαδικό μέρος, ως εξής, $v_{qp} = x_{qp} + jy_{qp}$. Για να εντοπιστεί το ακρότατο θα πρέπει η πρώτη παράγωγος του ίχνους, η οποία αποτελείται από το συνδυασμό των εξισώσεων (3.57) και (3.58), να είναι μηδέν (δηλαδή $\mathbf{F}_r = \mathbf{F}_i = 0$). Από το μηδενισμό της εξίσωσης (3.57) αλλά και της εξίσωσης (3.58), παίρνουμε,

$$\mathbf{AV} = \mathbf{VZ}^{-1}\mathbf{R} \quad (3.59)$$

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις για τους πίνακες \mathbf{R} και \mathbf{Z} , η εξίσωση (3.59) γίνεται,

$$\mathbf{AV} = \mathbf{V}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1}(\mathbf{V}^T\mathbf{AV}) \quad (3.60)$$

Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία με την προηγούμενη υποενότητα, θα προσπαθήσουμε να μετατρέψουμε την εξίσωση (3.60) στη μορφή του κλασσικού ιδιοπροβλήματος, $\mathbf{Ax}=\lambda\mathbf{x}$. Για το σκοπό αυτό ορίζουμε τον πίνακα $\mathbf{B}=\mathbf{V}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1/2}$. Στην συνέχεια θα δείξουμε ότι ο πίνακας \mathbf{B} αποτελεί γραμμικό συνδυασμό των ιδιοανυσμάτων του πίνακα \mathbf{A} . Ο πιο ευθύς τρόπος να δείξουμε αυτό είναι να ξεκινήσουμε από το γινόμενο,

$$\mathbf{AG} = \mathbf{AV}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1/2} \quad (3.61)$$

Συνδυάζοντας την εξίσωση (3.61) με την εξίσωση (3.60) παίρνουμε,

$$\mathbf{AB} = \mathbf{V}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1}(\mathbf{V}^T\mathbf{AV})(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1/2} = \mathbf{B}(\mathbf{B}^T\mathbf{AB}) \quad (3.62)$$

Η εξίσωση (3.62) προκύπτει από την ερμιτιανότητα του πίνακα \mathbf{V} , από την οποία συμπεραίνουμε ότι $(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1/2}\mathbf{V}^T=[\mathbf{V}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1/2}]^T=\mathbf{B}^T$. Διαγωνιοποιώντας το δεξί μέλος της εξίσωσης (3.62) ως εξής $\mathbf{B}^T\mathbf{AB}=\mathbf{U}_B\mathbf{D}\mathbf{U}_B^T$ καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση,

$$\mathbf{A}(\mathbf{B}\mathbf{U}_B) = (\mathbf{B}\mathbf{U}_B)\mathbf{D} \quad (3.63)$$

, όπου \mathbf{U}_B είναι ένα μοναδιαίος πίνακας. Με την εξίσωση (3.63) αποδεικνύεται ότι ο πίνακας \mathbf{B} είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των ιδιοανυσμάτων του πίνακα \mathbf{A} . Ορίζοντας για άλλη μία φορά τον πίνακα \mathbf{U} ως $\mathbf{U}=\mathbf{B}\mathbf{U}_B$ καταλήγουμε στην επιθυμητή απλή μορφή του ιδιοπροβλήματος $\mathbf{AU}=\mathbf{UD}$. Σύμφωνα με την εξίσωση (3.41) το ίχνος του πίνακα \mathbf{U} θα ισούται με το άθροισμα των ιδιοτιμών του πίνακα \mathbf{A} . Στην συνέχεια θα δείξουμε πως μπορούμε να εφαρμόσουμε την παραπάνω καθαρά μαθηματική θεώρηση ώστε να επιτύχουμε την εύρεση των ιδιολύσεων εφαρμόζοντας μία επαναληπτική μέθοδο.

3.4.3 Μέθοδος συζυγών κλίσεων

Η μέθοδος συζυγών κλίσεων είναι ένας επαναληπτικός αλγόριθμος, ο οποίος βρίσκει το ελάχιστο μίας συνάρτησης με πολυδιάστατο πεδίο ορισμού ψάχνοντας σε διαδοχικές συζυγείς διευθύνσεις. Οι διευθύνσεις αυτές επιλέγονται έτσι ώστε κάθε διεύθυνση ελαχιστοποίησης (ή αλλιώς γραμμή ελαχιστοποίησης – line minimization) να μην αναιρεί τις προηγούμενες [160]. Ακολουθώντας μία σειρά από άλματα προς τις διευθύνσεις που υποδεικνύει ο αλγόριθμος καταλήγουμε στο ελάχιστο της συνάρτησης. Εναλλακτικά, ο προσδιορισμός του ελάχιστου μίας συνάρτησης μπορεί επίσης να γίνει και με μεθόδους γεωμετρικής γεωμετρίας (differential-geometry) [161], όμως κάτι τέτοιο θα απαιτούσε περισσότερους πίνακες-τελεστές ανά επανάληψη σε σύγκριση με τη μέθοδο που θα περιγράψουμε παρακάτω.

Η επαναληπτική μέθοδος συζυγών κλίσεων ξεκινάει με την επιλογή της αρχικής διεύθυνσης ελαχιστοποίησης, η οποία συνήθως επιλέγεται ξεκινώντας από την κλίση του ίχνους του πηλίκου Rayleigh-Ritz, \mathbf{G} , η οποία στην περίπτωσή μας είναι,

$$\mathbf{G} = \mathbf{AVZ}^{-1} + \mathbf{VZ}^{-1}\mathbf{RZ}^{-1} \quad (3.64)$$

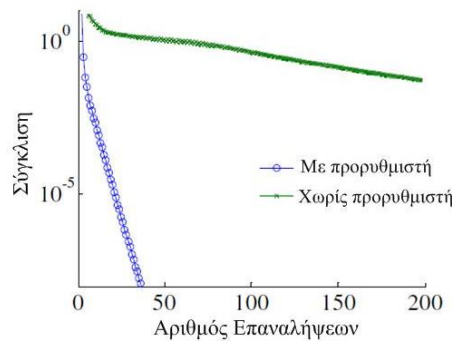
Η επιλογή της διεύθυνσης ελαχιστοποίησης επιλέγεται με βάση την έκφραση,

$$\mathbf{D} = \mathbf{KG} + \gamma\mathbf{D}_0 \quad (3.65)$$

, όπου \mathbf{K} είναι η συνάρτηση του προρυθμιστή, \mathbf{D}_0 είναι η διεύθυνση ελαχιστοποίησης στην οποία είχε καταλήξει ο αλγόριθμος στο προηγούμενο άλμα και τέλος το γ δίνεται από την εξίσωση,

$$\gamma = \frac{\text{tr}\{\mathbf{G}^T \mathbf{K} \mathbf{G}\}}{\text{tr}\{\mathbf{G}_0^T \mathbf{K} \mathbf{G}_0\}} \quad (3.66)$$

Στην εξίσωση (3.66) ο πίνακας \mathbf{G}_0 αντιστοιχεί στη διεύθυνση του προηγούμενου βήματος. Παρατηρώντας την εξίσωση (3.66) συμπεραίνουμε ότι θέτοντας $\gamma=0$ τότε απομένει μόνο η συνάρτηση του προρυθμιστή, η οποία καθορίζει την διεύθυνση ελαχιστοποίησης. Η σημαντικότητα της χρήσης ενός κατάλληλου ερμιτιανού προρυθμιστή απεικονίζεται στην Εικόνα 3-3, όπου φαίνεται η πορεία της σύγκλισης όταν χρησιμοποιούμε προρυθμιστή σε σύγκριση με την περίπτωση που κανένας προρυθμιστής δεν χρησιμοποιείται ($\mathbf{K}=\mathbf{I}$).



Εικόνα 3-3. Η σύγκλιση της τιμής της συνάρτησης προς την ελάχιστη τιμή της, για τις περιπτώσεις που χρησιμοποιούμε τον καταλληλότερο προρυθμιστή σε σύγκριση με την περίπτωση που δεν χρησιμοποιούμε κανένα προρυθμιστή.

Παρακάτω παραθέτουμε αναλυτικά τα βήματα της μεθόδου συζυγών κλίσεων, με σκοπό να γίνει πιο εύκολη η υλοποίησή της από τον αναγνώστη:

Βήμα 1ο: Επιλέγουμε το συμμετρικό, θετικά ορισμένο πίνακα \mathbf{K} , ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί ώστε να καθορίσει την διεύθυνση των αλμάτων συζυγών κλίσεων.

Βήμα 2ο: Διαλέγουμε ένα αρχικό ψευδοτυχαίο άνυσμα $\mathbf{V}^{(1)}$ σαν αρχικό ελάχιστο του υπό εξέταση πίνακα/τελεστή.

Βήμα 3ο: Ορίζουμε το δείκτη που θα αριθμεί πλήθος των αλμάτων, $n=1$ και την συνάρτηση που θα ελαχιστοποιηθεί (εξίσωση (3.56)), $Q(\mathbf{V}) = \text{tr}\{\mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{V} (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1}\}$.

Βήμα 4ο: Ορίζουμε το μέγιστο αριθμό των επιτρεπόμενων αλμάτων και δεν επιτρέπουμε οι επαναλήψεις να το ξεπεράσουν, $n \leq N$.

Βήμα 5ο: Υπολογίζουμε την απόκλιση της εξίσωσης (3.56), η οποία δίνεται από τις εξισώσεις (3.57) και (3.58), $\mathbf{g}^{(n)} = \mathbf{G}(\mathbf{V}^{(n)})$.

Βήμα 6ο: Αν είμαστε στην πρώτη επανάληψη ($n=1$) τότε ορίζουμε $\mathbf{d}^{(1)} = -\mathbf{K} \mathbf{g}^{(1)}$, αλλιώς υπολογίσουμε το παρακάτω πηλίκο,

$$\gamma = \frac{\text{tr}\{(\mathbf{g}^{(n)})^T \mathbf{K} (\mathbf{g}^{(n)} - \mathbf{g}^{(n-1)})\}}{\text{tr}\{(\mathbf{g}^{(n-1)})^T \mathbf{K} (\mathbf{g}^{(n-1)})\}} \quad (3.67)$$

και ορίζουμε το $\mathbf{d}^{(n)} = -\mathbf{K} \mathbf{g}^{(n)} + \gamma \mathbf{d}^{(n-1)}$.

Βήμα 7ο: Προσδιορίζουμε την τιμή λ , για την οποία παίρνουμε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης, $\varepsilon(\lambda) = Q(\mathbf{V}^{(n)} + \lambda \mathbf{d}^{(n)})$.

Βήμα 8ο: Πραγματοποιούμε το άλμα στο νέο ελάχιστο, $\mathbf{V}^{(n+1)} = \mathbf{V}^{(n)} + \lambda \mathbf{d}^{(n)}$.

Βήμα 9ο: Εάν το πηλίκο $|\mathbf{G}(\mathbf{V}^{(n)})|/|\mathbf{G}(\mathbf{V}^{(1)})|$, είναι μεγαλύτερο από την εξαρχής δηλωθείσα ακρίβεια που επιθυμούμε να πετύχουμε τότε συνεχίζουμε στο επόμενο άλμα. Θέτουμε $n=n+1$ και πηγαίνουμε στο Βήμα 6ο. Εάν όμως έχει επιτευχθεί το επιθυμητό επίπεδο σύγκλισης τότε ουσιαστικά τελειώνει η επαναληπτική μέθοδος. Στην συνέχεια υπολογίζονται οι ιδιοτιμές και τα ιδιοανύσματα του προβλήματος με τη μεθοδολογία που αναφέραμε στην προηγούμενη υποενότητα.

Επιγραμματικά αναφέρουμε ότι η διαδικασία αυτή συμπεριλαμβάνει τον υπολογισμό πρώτα του πίνακα $\mathbf{B}=\mathbf{V}(\mathbf{V}^T\mathbf{V})^{-1/2}$ και στην συνέχεια την διαγωνιοποίηση του πίνακα ως εξής, $\mathbf{B}^T\mathbf{A}\mathbf{B}=\mathbf{U}_B\mathbf{D}\mathbf{U}_B^T$. Οι ιδιοτιμές του πίνακα \mathbf{A} τότε θα περιέχονται στα διαγώνια στοιχεία ενώ τα αντίστοιχα ιδιοανύσματα εντοπίζονται στις στήλες του πίνακα $\mathbf{B}\mathbf{U}_B$.

Για ένα πλήρη υπολογισμό των ιδιολύσεων του προβλήματος απαιτούνται κατά μέσο όρο 25 άλματα ($\bar{n} = 25$) για την επίτευξη της επιθυμητής σύγκλισης (της τάξης 10^{-7}). Για τον υπολογισμό των ιδιολύσεων σε όλα τα κυματανύσματα στην πρώτη ζώνη Brillouin θα πρέπει να επαναλάβουμε τη μέθοδο σε κάθε ένα από αυτά, ξεχωριστά. Ο μέσος όρος αλμάτων μπορεί να μειωθεί δραστικά σε $\bar{n}=10$ κατά μέσο όρο, όταν στο βήμα 1ο χρησιμοποιούμε το διάνυσμα $\mathbf{V}^{(n)}$, στο οποίο κατέληξε ο αλγόριθμος για το προηγούμενο κυματανύσμα αντί ενός ψευδοτυχαίου $\mathbf{V}^{(1)}$. Το τέχνασμα αυτό βασίζεται στο γεγονός ότι τα ελάχιστα της συνάρτησης για διαδοχικά κυματανύσματα δεν θα απέχουν πολύ μεταξύ τους, όσο η συνάρτηση παραμένει συνεχής στην πρώτη ζώνη Brillouin.

3.5 Υπολογισμός ενδιάμεσων τρόπων

Στις προηγούμενες υποενότητες παρουσιάσαμε τη μεθοδολογία του αναπτύγματος σε επίπεδα κύματα αλλά και της μεθόδου συζυγών κλίσεων, με τις οποίες καταφέραμε να υπολογίσουμε τις M μικρότερες ιδιολύσεις ενός κλασσικού ιδιοπροβλήματος φωτονικού κρυστάλλου. Παρόλα αυτά, το συνηθέστερο πρόβλημα στους κυματοδηγούς φωτονικών κρυστάλλων είναι ο προσδιορισμός των κυματοδηγούμενων τρόπων, οι οποίοι εντοπίζονται μέσα στο φωτονικό χάσμα. Στην ουσία λοιπόν δεν χρειαζόμαστε τους M πρώτους τρόπους του κυματοδηγού αλλά κάποιους συγκεκριμένους ενδιάμεσους τρόπους. Οι επιθυμητοί τρόποι εντοπίζονται στη γνωστή συχνοτική περιοχή που ορίζει το φωτονικό χάσμα του κρυστάλλου. Ίδανικά, θα ήταν χρήσιμο να υπολογίσουμε μόνο τους τρόπους μέσα στο φωτονικό χάσμα, χωρίς να χρειάζεται να σπαταλήσουμε υπολογιστικούς πόρους με το να υπολογίζουμε τους M μικρότερους τρόπους [143]. Ένας τρόπος να επιτύχουμε αυτό είναι χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου που προαναφέραμε στην υποενότητα 3.2.3. Σε αυτή την υποενότητα εφαρμόσαμε την επαναληπτική μέθοδο που αναφέρουμε στην υποενότητα 3.4.3 με κάποιες τροποποιήσεις ώστε να υπολογίσουμε μόνο τις ενδιάμεσες ιδιολύσεις του προβλήματος, χωρίς να χρειάζεται να κάνουμε περιττούς υπολογισμούς.

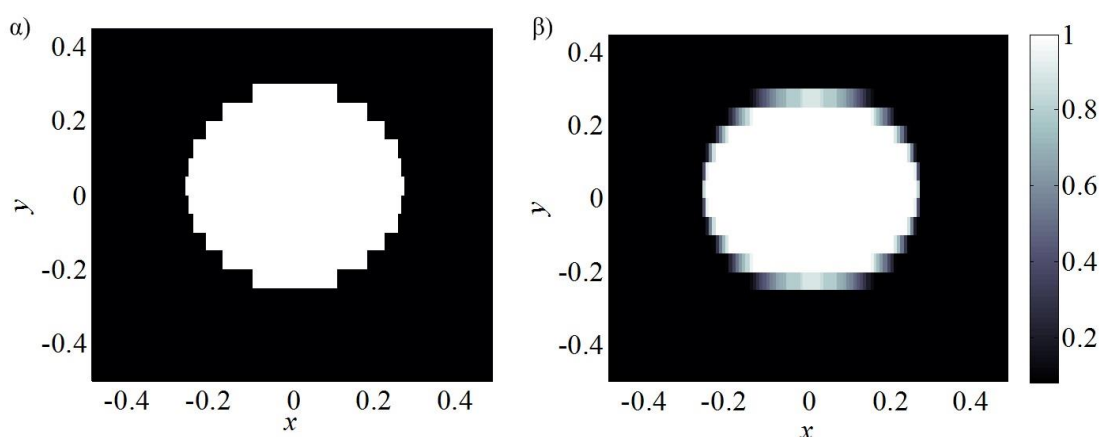
Από την στιγμή που η συχνοτική περιοχή του φωτονικού χάσματος του κρυστάλλου είναι γνωστή, τότε μπορούμε να προσδιορίσουμε τις ιδιολύσεις που χρειαζόμαστε ως αυτές που βρίσκονται εγγύτερα στην κεντρική συχνότητα του χάσματος, ω_m . Έχοντας ήδη περιγράψει τη μεθοδολογία για τον υπολογισμό των M μικρότερων ιδιολύσεων, είναι βολικό να ολισθήσουμε το φάσμα του προβλήματος ώστε οι συχνότητες κοντά στην συχνότητα ω_m , να εντοπίζονται εγγύτερα σε αυτήν, ως εξής [162],

$$\mathbf{B}_s = \left(\mathbf{A} - \frac{\omega_m^2}{c^2} \right)^2 \quad (3.68)$$

Ο τελεστής B_s θα παρουσιάζει τα ίδια ιδιοανύσματα με τον τελεστή A αλλά οι μικρότερες ιδιοτιμές του είναι αυτές που εντοπίζονται μέσα στο φωτονικό χάσμα (κοντά στην συχνότητα ω_m). Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε το πρόβλημα για πολύ λιγότερους τρόπους (δηλαδή για πολύ μικρότερο M). Η συνάρτηση του προρυθμιστή σε αυτή την περίπτωση, χρησιμοποιούμε τον $K_s G = A^{-2} G U^{-1}$. Ο προρυθμιστής K_s είναι μία καλή επιλογή αλλά δεν αποτελεί τη βέλτιστη επιλογή, με αποτέλεσμα η σύγκλιση να είναι πιο αργή. Υλοποιώντας αυτή τη μέθοδο μπορούμε να υπολογίσουμε τις απαραίτητες ιδιολύσεις του προβλήματος χρησιμοποιώντας λιγότερη μνήμη και γενικότερα υπολογιστικούς πόρους με μόνο πρόβλημα την αργή σύγκλιση. Το πρόβλημα της αργής σύγκλισης μπορεί να βελτιωθεί εφαρμόζοντας ένα καλύτερο προρυθμιστή. Η εύρεση ενός προρυθμιστή όμως αποτελεί ένα αρκετά δύσκολο πρόβλημα.

3.6 Εξομάλυνση διηλεκτρικής ασυνέχειας

Ο υπολογισμός του ιδιοπροβλήματος που περιγράψαμε στις προηγούμενες υποενότητες περιγράφεται συνοπτικά από την εξίσωση (3.34). Όπως περιγράψαμε στην ενότητα 3.3, η περιγραφή του τελεστή A σε επίπεδα κύματα προϋποθέτει και τον πολλαπλασιασμό με τον όρο ϵ_r^{-1} στο πεδίο του χώρου, χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό Fourier. Σε αυτό το σημείο δημιουργείται ένα πρόβλημα καθώς οι απότομες μεταβολές της διηλεκτρικής σταθεράς που εισάγονται στο ϵ_r^{-1} θα προκαλέσουν μη-βέλτιστη σύγκλιση, λόγω της αδυναμίας της βάσης να αναπαραστήσει τις ασυνέχειες της συνάρτησης [143]. Στην Εικόνα 3-4(α) απεικονίζεται η απότομη μεταβολή της αντίστροφης διηλεκτρικής σταθεράς, ϵ_r^{-1} από την τιμή του πυριτίου (1/12) στην τιμή του αέρα (1), σαν συνάρτηση των κανονικοποιημένων διαστάσεων στον άξονα x και y .



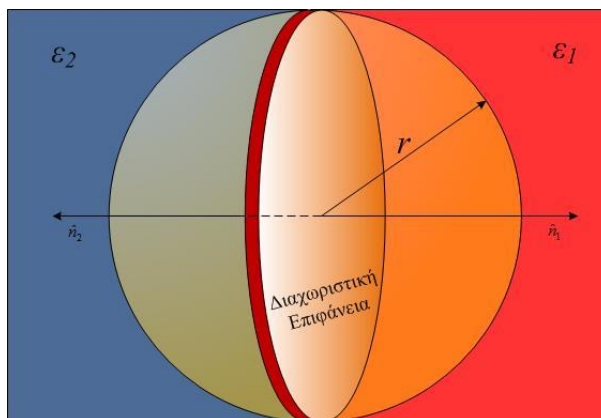
Εικόνα 3-4. α) Η διηλεκτρική κατανομή μίας οπής αέρα (κόκκινη περιοχή) σε ένα στρώμα πυριτίου (μπλε περιοχή) όπου αποτυπώνεται η απότομη μετάβαση. β) Η ενεργή διηλεκτρική κατανομή όπου η απότομη μεταβολή μεταξύ των δύο υλικών έχει αντικατασταθεί με ενδιάμεσες τιμές εξομαλύνοντας τη μετάβαση.

Ένας τρόπος να βελτιώσουμε το μειονέκτημα αυτό είναι να εξομαλύνουμε τις μεταβάσεις μεταξύ δύο περιοχών με ενδιάμεσες διηλεκτρικές σταθερές, δημιουργώντας με αυτό τον τρόπο ένα ενεργό διηλεκτρικό τελεστή T (effective dielectric tensor). Η απεικόνιση του αντιστρόφου της διηλεκτρικής κατανομής μίας οπής αέρα σε στρώμα πυριτίου μετά την δημιουργία του ενεργού διηλεκτρικού τελεστή, αποδίδεται στην Εικόνα 3-4(β). Εφαρμόζοντας τον ενεργό διηλεκτρικό τελεστή, η ασυνέχεια αντικαθίσταται από ένα λεπτό στρώμα ενδιάμεσων τιμών της αντίστροφης διηλεκτρικής σταθεράς. Η υλοποίηση του ενεργού διηλεκτρικού τελεστή γίνεται παίρνοντας τη μέση τιμή του διηλεκτρικού εφαρμόζοντας μία μέθοδο, η οποία περιγράφεται από την θεωρία ενεργών-υλικών (effective medium theory) [163]. Ο υπολογισμός της μέσης τιμής θα

εξαρτηθεί από την πόλωση του εισερχόμενου φωτός σε σχέση την επιφάνεια δημιουργείται από την απότομη μεταβολή της διηλεκτρικής σταθεράς. Για ένα πεδίο το οποίο είναι κάθετο στην προς μελέτη επιφάνεια ($\mathbf{H} \parallel \hat{n}$) τότε παίρνουμε τη μέση τιμή του ανάστροφου της διηλεκτρικής σταθεράς ($\overline{\varepsilon_r^{-1}}$), ενώ για ένα πεδίο παράλληλο στην επιφάνεια ($\mathbf{H} \perp \hat{n}$) τότε παίρνουμε το ανάστροφο της μέσης τιμής της διηλεκτρικής σταθεράς ($\overline{\varepsilon_r}$)⁻¹, όπου \hat{n} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια όπου παρατηρείται απότομη μεταβολή της διηλεκτρικής σταθεράς. Ο τελεστής της ενεργούς διηλεκτρικής σταθεράς περιγράφεται με αυτό τον τρόπο ως εξής,

$$T = \overline{\varepsilon_r^{-1}}P + (\overline{\varepsilon_r})^{-1}(1 - P) \quad (3.69)$$

, όπου P είναι ο πίνακας προβολής στο άνυσμα \hat{n} : $P_{ij} = n_i n_j$. Η διαδικασία εύρεσης της μέσης τιμής γίνεται σε κάθε σημείο της επιφάνειας ξεχωριστά, υπολογίζοντας τη μέση τιμή στα σημεία ενός κύβου με κέντρο το σημείο της επιφάνειας. Ο καθορισμός του διανύσματος \hat{n} σε μία τρισδιάστατη δομή είναι αρκετά περίπλοκη διαδικασία και για το σκοπό αυτό συνήθως υλοποιείται μία προσεγγιστική μέθοδος.



Εικόνα 3-5 Το κάθετο διάνυσμα στην διαχωριστική επιφάνεια που ορίζουν δύο περιοχές με διαφορετική διηλεκτρική σταθερά υπολογίζεται με την ολοκλήρωση σε μια σφαίρα ακτίνας r που περικλείει την επιφάνεια.

Η κάθετη διεύθυνση σε μία επίπεδη επιφάνεια υπολογίζεται με το ολοκλήρωμα,

$$\hat{n} = \int_V \mathbf{r} \varepsilon_r dV \quad (3.70)$$

, όπου V είναι ο όγκος μίας σφαίρας ακτίνας r η οποία τέμνει την επίπεδη επιφάνεια στο ύψος της διαμέτρου. Στην Εικόνα 3-5 απεικονίζεται η διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ δύο περιοχών με διαφορετικές διηλεκτρικές σταθερές, ε_1 και ε_2 όπως και η σφαίρα υπολογισμού του κάθετου διανύσματος. Σε μία περίπτωση επίπεδης επιφάνειας, όπως αυτή που απεικονίζεται στην Εικόνα 3-5, το κάθετο διάνυσμα θα ήταν στην κατεύθυνση που ορίζουν τα βέλη n_1 και n_2 , ενώ η φορά θα καθοριστεί από ποια τιμή διηλεκτρικής σταθεράς είναι μεγαλύτερη. Εάν $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ τότε η φορά του \hat{n} κάθετου διανύσματος θα ήταν προς την κόκκινη περιοχή όπως το n_1 ενώ σε αντίθετη περίπτωση το κάθετο διάνυσμα θα είχε φορά προς την κόκκινη περιοχή όπως το n_2 . Σε πιο πολύπλοκες τρισδιάστατες δομές ο προσδιορισμός του μοναδιαίου διανύσματος γίνεται μόνο με την επίλυση της εξίσωσης (3.70). Στην περίπτωση των φωτονικών κρυστάλλων που μελετάμε σε αυτή την διδακτορική διατριβή τα μοναδιαία διανύσματα έχουν φορά πάντα προς το πυρίτιο αφού το υλικό αυτό έχει υψηλότερο δείκτη διάθλασης από τον αέρα.

3.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάσαμε μία αναλυτική περιγραφή των μεθόδων με τους οποίους μπορούμε να υπολογίσουμε τους ηλεκτρομαγνητικούς τρόπους ενός φωτονικού κρυστάλλου. Οι επιμέρους υπολογιστικές μέθοδοι κατηγοριοποιήθηκαν και αναπτύχθηκαν εν συντομία δίνοντας έμφαση στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα έκαστης. Σε αυτή την διδακτορική διατριβή επιλέξαμε να προσεγγίσουμε τη μελέτη ενός φωτονικού κρυστάλλου επιλέγοντας το ανάπτυγμα σε επίπεδα κύματα, η οποία βασίστηκε στη μέθοδο ελαχιστοποίησης συζυγών κλίσεων του πηλίκου Rayleigh-Ritz. Στις ενότητες 3.3 και 3.4, παρουσιάσαμε την πλήρη μαθηματική περιγραφή της μεθόδου επέκτασης σε επίπεδα κύματα και αναπτύξαμε την επαναληπτική μέθοδο, την οποία υλοποιήσαμε στις τρεις διαστάσεις, ώστε να υπολογίσουμε τους M μικρότερους ηλεκτρομαγνητικούς τρόπους ενός φωτονικού κρυστάλλου σε προγραμματιστικό περιβάλλον. Σε αυτό το κεφάλαιο προσπαθήσαμε να δώσουμε έμφαση σε όλα τα θέματα που μας προβλημάτισαν κατά την διάρκεια υλοποίησης της μεθόδου. Στην ενότητα 3.5, παρουσιάσαμε μία μέθοδο υπολογισμού ενδιάμεσων τρόπων, η οποία απαιτεί πολύ μικρότερη υπολογιστική μνήμη και χρόνο σε σχέση με τη μέθοδο της ενότητας 3.4. Παρόλα αυτά, η δυσκολία στον εντοπισμό ενός κατάλληλου προρυθμιστή σε αυτή την περίπτωση, προκάλεσε την αργή σύγκλιση της μεθόδου. Παρά τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει, η μέθοδος της ενότητας 3.5 αποτελεί λιγότερο ελκυστική επιλογή σε σύγκριση με την κλασσική επιλογή της ενότητας 3.4, λόγω της αργής σύγκλισης που παρουσιάζει. Παρόλα αυτά, η εύρεση ενός καλύτερου προρυθμιστή ίσως να επιτάχυνε την σύγκλιση και να μας ανάγκαζε να επανεξετάσουμε τις δύο μεθόδους. Τέλος στην ενότητα 3.6, παρουσιάσαμε τον τελεστή εξομάλυνσης των διηλεκτρικών ασυνεχειών, ο οποίος είναι απαραίτητος ανεξαρτήτως της μεθόδου που θα εφαρμόσουμε. Ο τελεστής αυτός, εφαρμόστηκε σε κάθε υλοποίηση της μεθόδου επέκτασης σε επίπεδα κύματα που παρουσιάζουμε παρακάτω. Η υλοποίηση της μεθόδου που περιγράφεται σε αυτό το κεφάλαιο στις τρεις διαστάσεις, μας έδωσε την δυνατότητα να προσομοιώσουμε τόσο γραμμικά όσο και μη-γραμμικά χαρακτηριστικά των φωτονικών κρυστάλλων, όπως αυτά που παρουσιάζονται στα επόμενα κεφάλαια.

4. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΦΩΤΟΝΙΚΩΝ ΚΡΥΣΤΑΛΛΩΝ

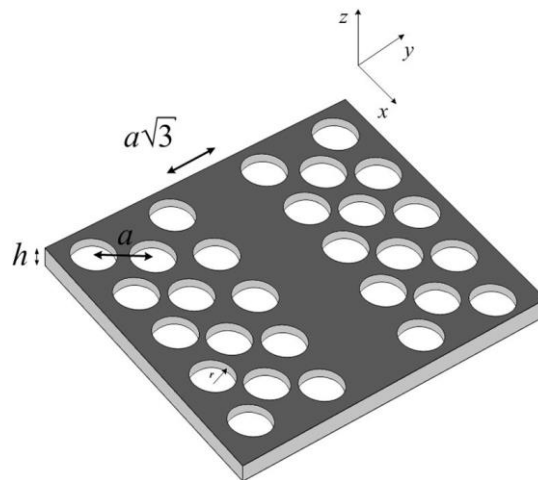
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται και αξιολογείται η συμπεριφορά των κυματοδηγών φωτονικού κρυστάλλου ως προς τα βασικότερα γραμμικά φαινόμενα, όπως τα χαρακτηριστικά διασποράς ή οι γραμμικές απώλειες διάδοσης. Από τη μελέτη αυτή διεξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα ως προς τον κατάλληλο σχεδιασμό των φωτονικών κρυστάλλων ώστε να μετριαστούν τα επιζήμια γραμμικά φαινόμενα, τα οποία επιδρούν σε ένα οπτικό παλμό. Στο κεφάλαιο αυτό εστιάζουμε την προσοχή μας στα χαρακτηριστικά που έχουν σχέση με τις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές.

4.1 Εισαγωγή

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναδείξαμε τον τρόπο με τον οποίο οπτικοί παλμοί ή οπτικά σήματα μπορούν να κυματοδηγηθούν σε κυματοδηγούς φωτονικών κρυστάλλων, χρησιμοποιώντας το φωτονικό τους χάσμα (ΦΧ). Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η προσοχή μας σε αυτή την διδακτορική διατριβή επικεντρώνεται στους επίπεδους κυματοδηγούς φωτονικών κρυστάλλων (ΚΦΚ) (slab photonic crystal waveguides), γύρω από τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Ένα από τα κύρια πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν οι ΚΦΚ είναι η ικανότητά τους να ελαττώνουν την ταχύτητα ομάδας του κυματοδηγούμενου σε αυτούς οπτικού παλμού, ένα φαινόμενο που ονομάζεται αργό φως. Το αργό φως είναι ένα πολλά υποσχόμενο φαινόμενο καθώς προσφέρει την δυνατότητα της χρήσης των ΚΦΚ για την καθυστέρηση και την προσωρινή αποθήκευση του οπτικού παλμού για ένα σημαντικό χρονικό διάστημα [40]. Επίσης όπως θα αναφέρουμε και στο επόμενο κεφάλαιο, το φαινόμενο του αργού φωτός έχει ως αποτέλεσμα την ενίσχυση των μη-γραμμικών φαινομένων, όπως της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Τυπικά αναφέρουμε ότι ως καθεστώς αργού φωτός θεωρούμε τιμές του δείκτη ομάδας μεγαλύτερες από 10, ($n_g=c/v_g>10$).

Οι επίπεδοι ΚΦΚ τοποθετούνται από διάφορους ερευνητές ανάμεσα στις καταλληλότερες διατάξεις με μειωμένο κατασκευαστικό ίχνος (footprint) για την δημιουργία συνθηκών αργού φωτός [39]. Ως διάταξη αναφοράς των επίπεδων ΚΦΚ χρησιμοποιούμε συχνά τον αποκαλούμενο κυματοδηγό W1 [164], ο οποίος απεικονίζεται στην Εικόνα 4-1. Ο κυματοδηγός W1 δημιουργείται αφαιρώντας μία σειρά από οπές δημιουργώντας ένα κυματοδηγό από το υλικό του ΚΦΚ με εύρος $W = a\sqrt{3}$, όπου a είναι η πλεγματική σταθερά. Ο κυματοδηγός W1 χρησιμοποιείται ως κυματοδηγός αναφοράς στην πλειονότητα των επιστημονικών μελετών που συναντώνται στην διεθνή βιβλιογραφία. Ο συγκεκριμένος κυματοδηγός παρουσιάζει χαρακτηριστικά μονότροπης διάδοσης σε ένα ευρύ συχνοτικό διάστημα του κυματοδηγούμενου τρόπου χαρακτηρίζοντάς τον, ιδανικό για την κυματοδηγηση οπτικού σήματος αποτρέποντας με αυτό τον τρόπο την αλληλοπαρεμβολή τρόπων διάδοσης. Τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει ο κυματοδηγός W1 συγκεντρώνονται σε δύο κύριους περιορισμούς που συναντώνται στο καθεστώς του αργού φωτός. Ο πρώτος περιορισμός είναι η αυξημένη διασπορά της ταχύτητα ομάδας (Διασπορά Ταχύτητας Ομάδας, ΔΤΟ) του κυματοδηγούμενου οπτικού σήματος (Group Velocity Dispersion, GVD) [122]. Η δεύτερη παράμετρος είναι οι αυξημένες γραμμικές απώλειες διάδοσης λόγω των ατελειών που δημιουργούνται στην διάταξη κατά την κατασκευή της. Οι γραμμικές απώλειες διάδοσης οφείλονται σε διάφορα φαινόμενα. Δύο κύριες κατηγορίες στις οποίες οφείλεται σημαντικό κομμάτι αυτών, είναι οι απώλειες λόγω οπίσθοσκέδασης (backscattering losses) και οι απώλειες λόγω σκέδασης του φωτός εκτός του επιπέδου που ορίζει ο κυματοδηγός (out-of-plane losses) [165]. Το επίπεδο της ΔΤΟ στο καθεστώς του αργού φωτός, εισάγει μία ισχυρή εξάρτηση της ταχύτητας ομάδας από το μήκος κύματος, η οποία με την σειρά της οδηγεί σε μία παραμόρφωση στο εύρος του παλμού, γνωστή ως διεύρυνση του παλμού (pulse broadening). Άμεσο

επακόλουθο της διεύρυνσης του παλμού είναι η αλληλοπαρεμβολή μεταξύ γειτονικών παλμών, η οποία οδηγεί σε αλληλοπαρεμβολή συμβόλων (ISI). Επίσης, η διαπλάτυνση του οπτικού παλμού θα επιφέρει την πτώση της ισχύος κορυφής (peak power), μειώνοντας έτσι την αποτελεσματικότητα των μη-γραμμικών φαινομένων, όπως θα μελετήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.



Εικόνα 4-1. Σχηματική αναπαράσταση του επίπεδου κυματοδηγού φωτονικού κρυστάλλου W1.

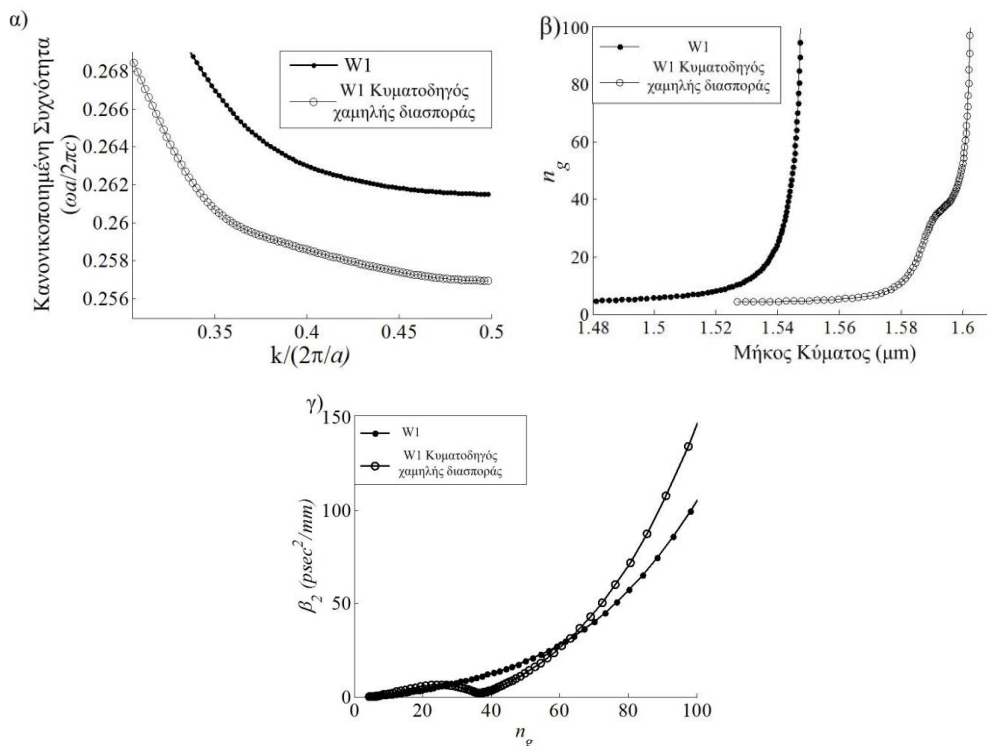
Το σύνολο των γραμμικών απωλειών χωρίζεται σε μία πληθώρα συνιστωσών που περιγράφουν τους διαφορετικούς μηχανισμούς που μπορούν να δράσουν κατά την διάδοση ενός οπτικού παλμού. Όπως προαναφέραμε, οι κυριότερες υποκατηγορίες αυτών των συνιστωσών είναι η απώλεια λόγω οπισθοσκέδασης και απώλεια λόγω σκέδασης του φωτός εκτός επιπέδου διάδοσης. Λιγότερο ισχυρές συνιστώσες θεωρούνται η σκέδαση στο ίδιο επίπεδο με αυτό της διάδοσης και η σκέδαση σε διαφορετικούς τρόπους (intermode scattering) [166]. Αποδεικνύεται ότι η κυριότερη συνιστώσα των γραμμικών απωλειών, είναι αυτή της οπισθοσκέδασης [166]. Η συνιστώσα αυτή ακολουθεί μία σχεδόν εκθετική αύξηση με το n_g , όπου $n_g=c/v_g$ είναι ο δείκτης ομάδας, με c την ταχύτητα του φωτός στο κενό και v_g την ταχύτητα ομάδας του οπτικού παλμού [166]. Το γεγονός αυτό σηματοδοτεί την περιορισμένη χρησιμότητα του αργού φωτός από τους επίπεδους ΚΦΚ, λόγω των αυξημένων γραμμικών απωλειών διάδοσης. Παρόλα αυτά, οι περιορισμοί της διασποράς και των γραμμικών απωλειών στους επίπεδους ΚΦΚ δεν αποτελούν μία ανίατη κατάσταση. Όπως θα δείξουμε στο έκτο κεφάλαιο, σχεδιάζοντας με προσοχή την διάταξη είναι εφικτό να δημιουργήσουμε περιοχές με μειωμένη διασπορά αλλά και γραμμικές απώλειες όπου υφίσταται καθεστώς αργού φωτός.

4.2 Χαρακτηριστικά διασποράς κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων.

Η διάδοση ενός οπτικού παλμού σε ένα επίπεδο ΚΦΚ, όπως και σε κάθε άλλο οπτικό μέσο, χαρακτηρίζεται από δύο βασικά μεγέθη, τα οποία είναι η ταχύτητα φάσης (v_p) και η ταχύτητα ομάδας (v_g). Η ταχύτητα φάσης ενός οπτικού παλμού είναι αντιστρόφως ανάλογη το πραγματικό μέρος της σταθεράς διάδοσης, $v_p \propto 1/\beta$.⁸ Η πληροφορία ενός οπτικού σήματος μπορεί να αποδοθεί στο πλάτος ή στη φάση του (ή και στα δύο). Στην πιο απλοϊκή περίπτωση αντιστοιχούμε το λογικό 1 με ένα οπτικό παλμό και το λογικό μηδέν με απουσία παλμού, σχηματίζοντας έτσι την διαμόρφωση On-Off-Keying (OOK).

⁸ Η σταθερά διάδοσης δίνεται από την σχέση $k=\Gamma+i\beta$, όπου το φανταστικό μέρος αντιστοιχεί στα χαρακτηριστικά διάδοσης του οπτικού παλμού όπως της ταχύτητας φάσης και ομάδας και τη διασπορά. Το πραγματικό μέρος του k , αντιστοιχεί στην ενίσχυση ή απόσβεση που βιώνει ο παλμός ανάλογα με το πρόσημο του συντελεστή Γ .

Η ταχύτητα με την οποία θα οδεύει η κορυφή του παλμού όμως, δεν είναι η ταχύτητα φάσης αλλά η ταχύτητα ομάδας, η οποία συνδέεται άμεσα με την ταχύτητα με την οποία διαδίδεται η ενέργεια του οπτικού παλμού. Ένας οπτικός παλμός ο οποίος θα αποτελείται από μόνο μία συχνότητα δεν μπορεί να κατασκευαστεί, οπότε το σχήμα οποιουδήποτε παλμού ενδέχεται να αλλοιωθεί καθώς αυτός οδεύει μέσα σε ένα κυματοδηγό, γεγονός που είναι αποτέλεσμα της διαφορετικής ταχύτητας ομάδας με την οποία οδεύουν οι διαφορετικές συχνοτικές συνιστώσες του παλμού.



Εικόνα 4-2. Σύγκριση μεταξύ του επίπεδου ΚΦΚ W1 με τον “W1 κυματοδηγός χαμηλής διασποράς” ο οποίος περιγράφεται στην αναφορά [170] ως προς α) το διάγραμμα των ψεύδο-TE τρόπων διάδοσης, β) τον δείκτη ομάδας συναρτήσει της συχνότητας και γ) τον συντελεστή ΔTO συναρτήσει του δείκτη ομάδας.

Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα υψηλού ρυθμού διάδοσης, που το πλάτος των παλμών στενεύει, η διασπορά των οπτικών παλμών μπορεί να προκαλέσει ισχυρές παρεμβολές, με πιο συχνή την αλληλοπαρεμβολή των γειτονικών παλμών (ISI). Η ανάγκη για τηλεπικοινωνιακά συστήματα που να υποστηρίζουν ολοένα και μεγαλύτερους ρυθμούς μετάδοσης, απαιτεί και την κατασκευή διατάξεων οι οποίες θα παρουσιάζουν μειωμένα χαρακτηριστικά διασποράς. Ίσως ο πιο γνωστός κυματοδηγός στον οποίο έχει γίνει ειδικός σχεδιασμός ώστε να παρουσιάζει μειωμένα χαρακτηριστικά διασποράς είναι οι οπτικές ίνες αντιστάθμισης διασποράς (dispersion compensation fibers). Οι ίνες αντιστάθμισης διασποράς τοποθετούνται περιοδικά κατά μήκος μία οπτικής ζεύξης κατασκευασμένης με συμβατική οπτική ίνα, ώστε να περιορίζει τα φαινόμενα διασποράς που δημιουργούνται από την συμβατική οπτική ίνα. Άλλες λύσεις για καταπίεση των φαινομένων διασποράς είναι η χρήση φραγμάτων ίνας Bragg με μεταβλητό δείκτη διάθλασης (chirped fiber Bragg grating) [167] ή πιο περίπλοκων μεθόδων με χρήση ευρυζωνικών φίλτρων (all-pass filters) [168], [169]. Οι κυματοδηγοί φωτονικών κρυστάλλων πέραν των εφαρμογών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν προσφέρουν μειωμένα χαρακτηριστικά διασποράς, με ειδικό σχεδιασμό των γεωμετρικών τους χαρακτηριστικών. Στην συνέχεια θα μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά διασποράς που παρουσιάζουν οι επίπεδοι ΚΦΚ καθώς και τρόπους με τους οποίους μπορούμε να απαλλαγούμε από τα φαινόμενα της διασποράς.

Η μεταβολές στο πλάτος του παλμού καθώς οδεύει στον κυματοδηγό ποσοτικοποιείται με τον συντελεστή της διασποράς ταχύτητας ομάδας (ΔTO ή β_2). Ένας κυματοδηγός μπορεί να χαρακτηρίζεται από θετικό συντελεστή β_2 οδηγώντας σε διεύρυνση του κυματοδηγούμενου οπτικού παλμού ή από αρνητικό συντελεστή β_2 οδηγώντας στα αντίθετα αποτελέσματα. Η ταχύτητα ομάδας, η ταχύτητα φάσης, αλλά και ο συντελεστής β_2 απορρέουν από την συχνοτική εξάρτηση της σταθεράς διάδοσης, $\beta=\beta(\omega)$. Ας υποθέσουμε ότι η κεντρική συχνότητα ενός οπτικού σήματος είναι ίση με,

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{c}{\lambda_0} \quad (4.1)$$

, όπου λ_0 είναι το μήκος κύματος του οπτικού παλμού στον ελεύθερο χώρο. Αναπτύσσοντας την σταθερά διάδοσης σε άπειρους όρους με βάση την σειρά Taylor καταλήγουμε στην έκφραση,

$$\begin{aligned} \beta(\omega) &= \beta(\omega_0) + \beta'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{\beta''(\omega_0)}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \dots \\ &= \beta_0(\omega_0) + \beta_1(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2(\omega_0)}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (4.2)$$

, όπου οι παράμετροι $\beta_1(\omega_0)$ και $\beta_2(\omega_0)$ περιγράφονται από τις παρακάτω εκφράσεις,

$$\beta_1(\omega_0) = \beta'(\omega_0) = \left. \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (4.3)$$

$$\beta_2(\omega_0) = \beta''(\omega_0) = \left. \frac{d^2\beta(\omega)}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (4.4)$$

Οι συντελεστές διασποράς μεγαλύτερης της τρίτης τάξης υπολογίζονται με παρόμοιο τρόπο $\beta_i = \beta^{(i)}(\omega_0)$ με $i > 3$. Η ταχύτητες ομάδας και φάσης αλλά και η χρωματική διασπορά συνδέεται με την σταθερά διάδοσης με βάση τις παρακάτω σχέσεις,

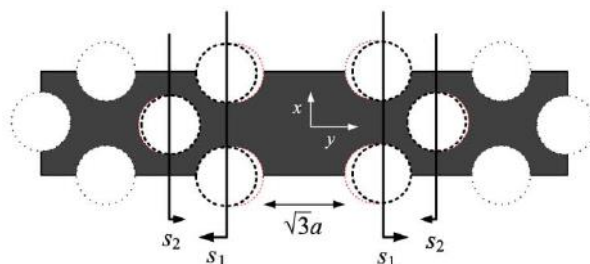
$$v_p = \frac{\omega_0}{\beta(\omega_0)}, \quad (4.5)$$

$$v_g = \frac{1}{\beta_1(\omega_0)}, \quad (4.6)$$

$$GVD = \beta_2(\omega_0). \quad (4.7)$$

Κατά αντιστοιχία με τον δείκτη ομάδας (group index), $n_g = c/v_g$ ορίζεται και ο ενεργός δείκτης n_{eff} (effective index), ο οποίος δίνεται από την σχέση, $n_{eff} = c/v_p$. Στην Εικόνα 4-2, αποτυπώνονται τα διαγράμματα διασποράς των φωτονικών τρόπων, ο δείκτης ομάδας αλλά και ο συντελεστής β_2 του κυματοδηγού W1. Σε αυτό το παράδειγμα έχουμε χρησιμοποιήσει πλεγματική σταθερά $a=412\text{nm}$, ακτίνα οπών $r=0.27a$ και πάχος του επίπεδου κυματοδηγού, $h=220a$ (τα μεγέθη αυτά αποτυπώνονται στην Εικόνα 4-1). Στην Εικόνα 4-2(α) και στην Εικόνα 4-2(β) απεικονίζονται ο ψεύδο-TE τρόπος του W1 κυματοδηγού, ο οποίος εντοπίζεται μέσα στο φωτονικό χάσμα του κυματοδηγού όπως και η διακύμανση του δείκτη ομάδας συναρτήσει της συχνότητας. Στην Εικόνα 4-2(γ) απεικονίζεται ο συντελεστής β_2 για τον ίδιο κυματοδηγό. Παρατηρώντας την Εικόνα 4-2(γ), είναι προφανές ότι ο κυματοδηγός W1 παρουσιάζει μία ομαλή εκθετική αύξηση του συντελεστή β_2 καθώς μειώνεται η ταχύτητα ομάδας του παλμού (δηλαδή προς μεγαλύτερες τιμές του n_g). Ένας μεγάλος συντελεστής β_2 στο καθεστώς αργού φωτός αποτελεί σοβαρό πρόβλημα σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές καθώς κάτι τέτοιο θα περιόριζε το σύστημα σε πολύ μικρούς ρυθμούς μετάδοσης, λόγω του φαινομένου ISI.

Ένας τρόπος να επιλύσουμε το πρόβλημα του αυξημένου συντελεστή β_2 είναι να σχεδιάσουμε κατάλληλα τον κυματοδηγό ώστε να παρουσιάζει συχνοτικές περιοχές (στο καθεστώς του αργού φωτός) με μειωμένο συντελεστή β_2 . Μία περιοχή με μειωμένο τον συντελεστή β_2 θα αποτυπώνεται στο διάγραμμα του τρόπου σαν μία σχεδόν γραμμική περιοχή. Στην Εικόνα 4-2(α) παρουσιάζεται το διάγραμμα διασποράς του ψεύδο-TE τρόπου ενός επίπεδου ΚΦΚ, ο οποίος παρουσιάζει μειωμένο συντελεστή β_2 γύρω από το $n_g \approx 37$ [170]. Η διακύμανση του δείκτη ομάδας αλλά και του συντελεστή ΔΤΟ αποτυπώνονται στην Εικόνα 4-2(β) και στην Εικόνα 4-2(γ). Ο κυματοδηγός αυτός αναφέρεται ως κυματοδηγός W1 μειωμένης διασποράς και τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά απεικονίζονται στην Εικόνα 4-3 [170]. Στη βιβλιογραφία συναντάμε μία πληθώρα μελετών γύρω από τον σχεδιασμό των επίπεδων ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν περιοχές μειωμένου συντελεστή β_2 [52], [125], [171]. Η δημιουργία ενός επίπεδου ΚΦΚ, ο οποίος θα παρουσιάζει χαμηλό συντελεστή β_2 σε κάποια συχνότητα (έστω ω_{β_2}), θα έχει ως άμεση συνέπεια την δημιουργία μία συχνοτικής περιοχής όπου ο δείκτης ομάδας θα θεωρείται σχεδόν σταθερός⁹ γύρω από αυτή την συχνότητα ω_{β_2} . Στην Εικόνα 4-2(β) παρουσιάζεται ένας σχεδόν σταθερός δείκτης ομάδας γύρω από το $n_g \approx 37$, σταθερός για ένα εύρος περίπου $\Delta\lambda = 6\text{nm}$ το οποίο κυμαίνεται από τα $1.591\mu\text{m}$ έως $1.597\mu\text{m}$. Στην πλειονότητα των τηλεπικοινωνιακών εφαρμογών είναι επιθυμητό, οι ιδιότητες του κυματοδηγού να διατηρούνται σταθερές για όσον το δυνατόν μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων.



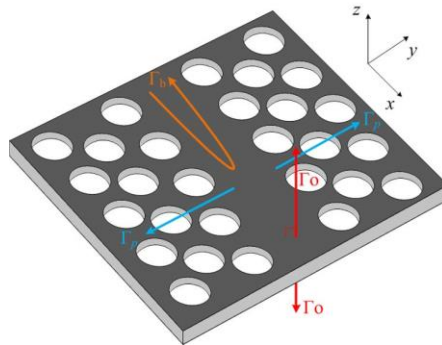
Εικόνα 4-3. Σχηματική αναπαράσταση του W1 κυματοδηγού χαμηλής διασποράς [170], ο οποίος σχηματίζεται μεταβάλλοντας κατά $s_1=0.1171a$ τις οπές που βρίσκονται εγγύτερα στον κυματοδηγό κατά τη φορά του βέλους και μεταβάλλοντας κατά $s_2=0.039a$ τους αμέσους επόμενους γείτονες κατά τη φορά του βέλους.

4.3 Γραμμικές απώλειες

Ένα επιπλέον σημαντικό χαρακτηριστικό, το οποίο θα πρέπει να μελετηθεί κατά την σχεδίαση ενός επίπεδου ΚΦΚ είναι οι γραμμικές απώλειες. Οι γραμμικές απώλειες ενός κυματοδηγού κατηγοριοποιούνται σε δύο κύριες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι οι γραμμικές απώλειες σύζευξης (coupling linear losses), δηλαδή οι απώλειες που υφίσταται ο οπτικός παλμός κατά την είσοδο και την έξοδο του από τον κυματοδηγό. Η δεύτερη κατηγορία συγκεντρώνει τις γραμμικές απώλειες που οφείλονται στην διάδοση του οπτικού σήματος κατά μήκος του κυματοδηγού (propagation losses). Οι επίπεδοι ΚΦΚ υποστηρίζουν εγγενώς την κυματοδότηση χωρίς οι γραμμικές απώλειες διάδοσης να επιδρούν στο οπτικό σήμα. Το γεγονός αυτό, πηγάζει από την απομόνωση που προσφέρει το φωτονικό χάσμα στον κυματοδηγούμενο τρόπο όταν πρώτον ο κρύσταλλος είναι κατασκευασμένος ιδανικά και δεύτερον το φως υφίσταται ολική ανάκλαση στην κάθετη διεύθυνση, στην διάδοση. Παρόλα αυτά, οι επίπεδοι ΚΦΚ υπόκεινται σε αυξημένες γραμμικές απώλειες διάδοσης, οι οποίες οφείλονται σε ατέλειες στην περιοδικότητα του κρυστάλλου κατά την διάρκεια της κατασκευής ή σε

⁹ Θεωρούμε ότι ο δείκτης ομάδας είναι σταθερός γύρω από μία τιμή n_{g0} όταν η τιμή του δεν μεταβάλλεται πάνω από $\pm 10\%$ από την τιμή n_{g0} .

κατασκευαστικές ατέλειες λόγω περιορισμένων δυνατοτήτων της μεθόδου κατασκευής. Η απόκλιση των θέσεων των οπών από τα σημεία που υποδεικνύει το πλέγμα του φωτονικού κρυστάλλου, οι αποκλίσεις από την κυκλική διατομή της εκάστοτε οπής και η αυξημένη τραχύτητα στην επιφάνεια των οπών προκαλούν σκεδάσεις του φωτός προς διάφορες κατευθύνσεις μειώνοντας την ισχύ του κυματοδηγούμενου παλμού. Αρχικές μελέτες στους επίπεδους ΚΦΚ κατέγραψαν αυξημένα επίπεδα γραμμικών απωλειών, της τάξης των 100dB/cm αλλά και παραπάνω [172], καθιστώντας την περαιτέρω μελέτη των γραμμικών απωλειών στους ΚΦΚ πρωτεύουσας σημασίας για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές και όχι μόνο. Μετέπειτα μελέτες κατέγραψαν βελτίωση των γραμμικών απώλειες της τάξης των 60dB/cm [173], ενώ πρόσφατα μελέτες καταγράφουν σημαντική βελτίωση, με τις γραμμικές απώλειες να κυμαίνονται στα 2dB/cm [174]-[175]. Το σύνολο των γραμμικών απωλειών διάδοσης που θα υποβληθεί ένας οπτικός παλμός κατά την διάδοσή του μέσα από ένα επίπεδο ΚΦΚ αποτελείται από διάφορες συνιστώσες. Στην Εικόνα 4-4 αποτυπώνονται οι κυριότερες συνιστώσες των γραμμικών απωλειών. Σε αυτή την εικόνα, αποτυπώνεται η ισχυρότερη συνιστώσα (αυτή της οπισθοσκέδασης, Γ_b), η σκέδαση εκτός του επιπέδου (Γ_o) και η λιγότερο σημαντική εντός επιπέδου σκέδαση προς άλλες διευθύνσεις (Γ_p) πλην της διεύθυνσης $-\hat{x}$. Στις συνιστώσες αυτές προστίθεται η σκέδαση σε διαφορετικούς τρόπους του κυματοδηγού (intermode), η οποία δεν μπορεί να σχεδιαστεί στην Εικόνα 4-4.



Εικόνα 4-4. Οι συνιστώσες των γραμμικών απωλειών που υφίσταται ένας οπτικός παλμός κατά την διάδοσή του σε ένα επίπεδο ΚΦΚ. Με πορτοκαλί αναπαριστάται η συνιστώσα της οπισθοσκέδασης (Γ_b) και με κόκκινο και μπλε η συνιστώσα σκέδασης εκτός (Γ_o) και εντός επιπέδου (Γ_p) αντίστοιχα.

4.3.1 Γραμμικές απώλειες σύζευξης

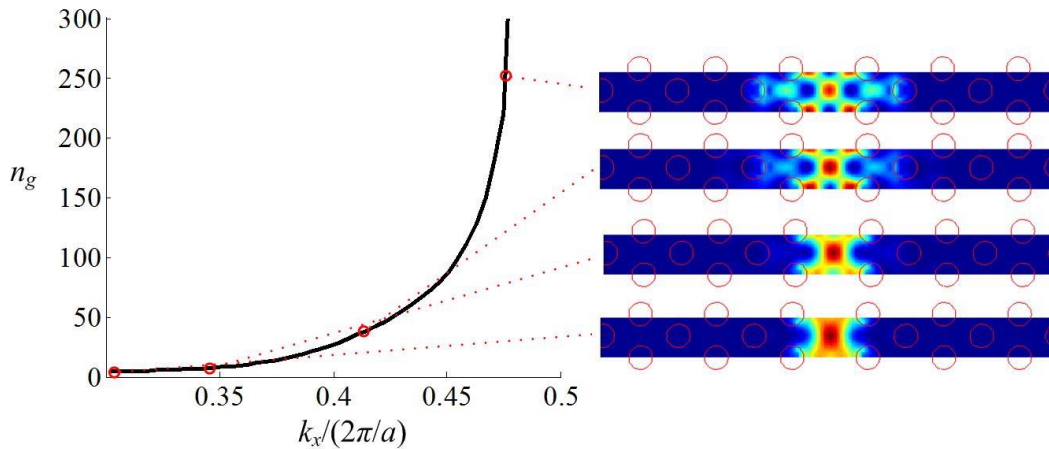
Η κυματοδηγηση ενός οπτικού παλμού σε έναν επίπεδο ΚΦΚ προϋποθέτει την είσοδο του οπτικού παλμού στον κυματοδηγό, συνήθως μέσω μίας οπτικής ίνας ή ενός παραλληλόγραμμου ημιαγωγικού κυματοδηγού (ridge waveguide). Η είσοδος του οπτικού παλμού από την οπτική ίνα, κατευθείαν στον ΚΦΚ εισάγει έναν υποβιβασμό της ισχύος του σήματος [176] επειδή τα χαρακτηριστικά του τρόπου διάδοσης στην οπτική ίνα και στο ΚΦΚ διαφέρουν σημαντικά. Οι απώλειες σύζευξης κυμαίνονται σε πολύ μεγάλα επίπεδα και συνήθως επιβάλλεται η χρήση κάποιου είδους μεταβατικό στάδιο που θα μετριάξει τη μετάβαση μεταξύ των δύο διατάξεων Ένας τρόπος ώστε να επιτευχθεί η μείωση των απωλειών σύζευξης, είναι ο ειδικός σχεδιασμός στην είσοδο και στην έξοδο του κυματοδηγού. Εφαρμόζοντας αυτή τη μέθοδο μπορούν να επιτευχθούν απώλειες σύζευξης της τάξης των 20dB σε καθεστώς αργού φωτός [176]. Η σχέση μεταξύ των απωλειών σύνδεσης και του σχεδιασμού της εισόδου και εξόδου του κυματοδηγού δεν είναι ακόμα ξεκάθαρη αλλά πιστεύεται ότι σχετίζεται με την διέγερση των επιφανειακών τρόπων βοηθώντας στην σύζευξη του φωτός. Εφαρμόζοντας έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης του σχεδιασμού, το επίπεδο των απωλειών σύνδεσης μπορεί να βελτιωθεί σημαντικά [177].

Ένας δεύτερος τρόπος να μειώσουμε τις απώλειες σύζευξης είναι η χρήση ενός συνδετήρα αδιαβατικής λέπτυνσης (adiabatic taper) [178] απευθείας στην είσοδο και έξοδο του επίπεδου ΚΦΚ. Αυτή η μέθοδος έχει αποδειχτεί πολύ αποδοτική, θεωρητικά [179] αλλά και πειραματικά [52], στην σύνδεση των επίπεδων ΚΦΚ με κυματοδηγούς τετράγωνης διατομής (ridge waveguides). Η λογική με την οποία σχεδιάζεται ο συνδετήρας αυτός βασίζεται στο γεγονός ότι ο τρόπος του κυματοδηγού τετραγωνικής διατομής αποτελείται από μόνο ένα κυματόνισμα, ενώ ο ΚΦΚ υποστηρίζει τρόπους Bloch, οι οποίοι δημιουργούνται από το συνδυασμό των εμπρόσθιων και οπίσθιων συνιστωσών του κυματόνισματος. Εισάγοντας έναν περιοδικό συνδετήρα αδιαβατικής λέπτυνσης διευκολύνεται η μετάβαση δίνοντας τον απαραίτητο χρόνο να σχηματιστεί ο τρόπος Bloch. Εισάγοντας ένα επιπλέον στρώμα μετάβασης μεταξύ του καθεστώτος γρήγορου και αργού φωτός έχει επιτευχθεί μία σύνδεση απόδοσης ισχύος 99% για ένα καθεστώς αργού φωτός στους επίπεδους W1 κυματοδηγούς [179].

4.3.2 Γραμμικές απώλειες διάδοσης

Ένα πολύ σημαντικό ρόλο στα χαρακτηριστικά της διάδοσης ενός κυματοδηγού διαδραματίζουν και οι γραμμικές απώλειες διάδοσης. Για να κατανοήσουμε την σημαντικότητα των απωλειών διάδοσης, ας υποθέσουμε ότι ένας κυματοδηγός χαρακτηρίζεται από μηδενικές γραμμικές απώλειες σύνδεσης αλλά πολύ μεγάλες γραμμικές απώλειες διάδοσης. Σε αυτή την περίπτωση ο κυματοδηγός δεν έχει καμία πρακτική χρήση καθώς παρότι το οπτικό σήμα καταφέρνει να εισέλθει πλήρως στον κυματοδηγό, παρόλα αυτά αποσβένει γρήγορα χωρίς να φτάνει στην έξοδό του υπολογίσιμη ισχύς. Όπως προαναφέρουμε και στην εισαγωγή, οι φωτονικοί κρύσταλλοι λειτουργούν ενγενώς χωρίς απώλειες διάδοσης όταν λειτουργούν κάτω από τη γραμμή του φωτός. Απώλειες διάδοσης υφίστανται παρόλα αυτά λόγω ατελειών στην δομή εκ κατασκευής, οδηγώντας στην σκέδαση του οπτικού παλμού. Η σκέδαση του οπτικού πεδίου συναντάται σε δύο κύριες συνιστώσες, την οπισθοσκέδαση και τη σκέδαση εκτός επιπέδου. Σημαντικότερη συνεισφορά στις γραμμικές απώλειες παρουσιάζει η συνιστώσα της οπισθοσκέδασης και την ακολουθεί η σκέδαση εκτός επιπέδου. Η εκτός επιπέδου σκέδαση εξαρτάται από την πυκνότητα των καταστάσεων στην περιοχή του τρόπου και ως εκ τούτου αυξάνεται με το n_g , όσο δηλαδή πλησιάζουμε στο καθεστώς αργού φωτός [116]. Από την άλλη, η συνιστώσα της οπισθοσκέδασης είναι ανάλογη με την πυκνότητα των καταστάσεων του εμπρόσθιου αλλά και του οπίσθιου τρόπου με αποτέλεσμα να αυξάνεται με το n_g^2 . Η εξάρτηση της συνιστώσας της οπισθοσκέδασης με το n_g^2 , μελετήθηκε καταρχήν θεωρητικά από τον Hughes et al. [180] και επαληθεύτηκε πειραματικά από τον Kuramochi et al. [181] σε δομές επίπεδων ΚΦΚ. Η περιγραφή των γραμμικών απωλειών διάδοσης που παρουσιάζει ένας επίπεδος ΚΦΚ, δεν είναι απλή υπόθεση θεωρητικά αλλά και πρακτικά. Σε αντίθεση με τις οπτικές ίνες όπου οι γραμμικές απώλειες διάδοσης παρουσίαζαν ένα ελάχιστο γύρω από συγκεκριμένες περιοχές μηκών κύματος (1550nm), οι γραμμικές απώλειες διάδοσης στους επίπεδους ΚΦΚ οφείλονται κυρίως σε τυχαίες κατασκευαστικές ανωμαλίες στην δομή. Το πρόβλημα των γραμμικών απωλειών μελετήθηκε και σε ημιαγωγικούς κυματοδηγούς με κατασκευαστικές ατέλειες με τη μορφή της μετάβασης της οπτικής ισχύος από τον κυματοδηγούμενο τρόπο σε εκπεμπόμενους (leaky) τρόπους [182]. Σε αυτές τις μελέτες οι γραμμικές απώλειες διάδοσης περιγράφονται με μία τετραγωνική εξάρτηση από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου αλλά και από τις μεταβολές τις ηλεκτρικής διαπερατότητας στην επιφάνεια των ατελειών, πολλαπλασιασμένες με ένα αρκετά πολύπλοκο ολοκλήρωμα γύρω από τους εκπεμπόμενους τρόπους [182]. Μία πιο απλοποιημένη εκδοχή αυτής της μεθόδου, στην οποία αντιστοιχείται το πολύπλοκο ολοκλήρωμα με πραγματικές μεταβλητές του προβλήματος, όπως η rms (root mean square) τραχύτητα της επιφάνειας παρουσιάστηκε από τον Payne et al. [183]. Ένα

αναλυτικό μοντέλο για την περιγραφή των γραμμικών απωλειών διάδοσης παρουσιάζεται και από τον Hughes et al. [180]. Σε αυτή τη μελέτη, η αλληλεπίδραση του φωτός με τις κατασκευαστικές ατέλειες του κρυστάλλου περιγράφονται με τον τανυστή της συνάρτησης Green (Green-function tensor, GFT). Οι γραμμικές απώλειες και σε αυτή την περίπτωση περιγράφονται με χρήση πολύπλοκων ολοκληρωμάτων.



Εικόνα 4-5. Η μορφή του κανονικοποιημένου ηλεκτρικού πεδίου για διάφορες τιμές του δείκτη ομάδας n_g του κυματοδηγού W1 που περιγράφεται παραπάνω.

Το μοντέλο περιγραφής των γραμμικών απωλειών διάδοσης που υιοθετήσαμε σε αυτή την διδακτορική διατριβή, αντιμετωπίζει τις γραμμικές απώλειες διάδοσης σαν το άθροισμα των γραμμικών απωλειών που οφείλονται στην οπισθοσκέδαση και στην σκέδαση εκτός επιπέδου, η οποία έχει αναφερθεί σε διάφορες μελέτες [184]. Η μορφή των γραμμικών απωλειών διάδοσης με βάση αυτή τη θεώρηση περιγράφεται ως εξής,

$$\Gamma = c_1 n_g + c_2 n_g^2 \quad (4.8)$$

Στην εξίσωση (4.8), ο όρος $c_1 n_g$ αντιστοιχεί στις γραμμικές απώλειες λόγω σκέδασης εκτός του επιπέδου (Γ_o), ενώ ο όρος $c_2 n_g^2$ αντιστοιχεί στις γραμμικές απώλειες λόγω οπισθοσκέδασης (Γ_b), όπως αποτυπώνονται στην Εικόνα 4-4. Οι παράμετροι c_1 και c_2 είναι σταθερές οι οποίες εξαρτώνται από τη μορφή του πεδίου αλλά και από τα χαρακτηριστικά των κατασκευαστικών ατελειών. Στους επίπεδους ΚΦΚ, βασικό ρόλο στην διαμόρφωση των τελικών γραμμικών απωλειών διάδοσης παίζει ο χωρικός εντοπισμός του πεδίου του τρόπου (mode shape), καθώς αυτό καθορίζει και το ποσοστό του πεδίου που θα αλληλεπιδράσει με τις κατασκευαστικές ατέλειες. Στην Εικόνα 4-5, αποτυπώνονται οι μεταβολές στη μορφή της κανονικοποιημένης έντασης του ηλεκτρικού πεδίου για διάφορα n_g του κυματοδηγού W1 που αναφέραμε παραπάνω. Στην Εικόνα 4-5 παρατηρούμε ότι η ένταση του πεδίου απλώνει καταλαμβάνοντας περισσότερο χώρο στον κυματοδηγό καθώς μειώνεται η ταχύτητα ομάδας του οπτικού παλμού. Η Εικόνα 4-5 αποτυπώνει την αύξηση της έντασης του πεδίου στις επιφάνειες των οπών, όπου συγκεντρώνονται οι κατασκευαστικές ατέλειες, με την αύξηση του n_g με αποτέλεσμα την αύξηση της πιθανότητας να σκεδαστεί το φως. Από την παρατήρηση αυτή, συμπεραίνουμε ότι οι γραμμικές απώλειες διάδοσης αναμένεται να αυξάνονται καθώς πλησιάζουμε προς το καθεστώς αργού φωτός, δηλαδή καθώς αυξάνεται ο δείκτης ομάδας, n_g . Μία επιπλέον αξιόλογη παρατήρηση είναι ότι καθώς ο παλμός μεταβαίνει από καθεστώς γρήγορου φωτός σε καθεστώς αργού φωτός κατά την είσοδό του στον κυματοδηγό, συμπιέζεται χωρικά. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι η αρχή του παλμού ταξιδεύει με μικρότερη ταχύτητα από το τέλος του παλμού, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η τιμή κορυφής της έντασης του παλμού,

καθώς το ίδιο ποσό ενέργειας θα πρέπει να περιοριστεί σε μικρότερο μήκος¹⁰. Όσο πιο μικρή η ταχύτητα ομάδας του παλμού (τόσο πιο μεγάλη η τιμή του n_g) τόσο πιο μεγάλη η ένταση κορυφής του, άρα τόσο πιο αυξημένες αναμένονται οι γραμμικές απώλειες διάδοσης. Αναπτύσσοντας την σχέση (4.8), ώστε να συμπεριλαμβάνει το σχήμα του πεδίου του κυματοδηγούμενου τρόπου καταλήγουμε στην έκφραση [170],

$$\Gamma = c_3 \rho_{OP} n_g + c_4 \rho_{BS} n_g^2 \quad (4.9)$$

, όπου οι παράμετροι ρ_{OP} και ρ_{BS} περιγράφουν την συνεισφορά της μορφής του πεδίου στην σκέδαση εκτός επιπέδου (out-of-plane, OP) και στην οπισθοσκέδαση (backscattering, BS), αντίστοιχα. Οι παράμετροι c_3 και c_4 σε αυτή την περίπτωση είναι παράμετροι που εμπεριέχουν τις μεταβολές στην διηλεκτρική σταθερά ($\Delta\epsilon$) και την τυπική απόκλιση σ (εκφρασμένη σε nm) που περιγράφει τις κατασκευαστικές ατέλειες. Οι συντελεστές ρ_{OP} και ρ_{BS} περιγράφονται από τις παρακάτω εκφράσεις,

$$\rho_{OP} = \sum_n \left| \int_{L_c} \mathbf{E}_T + \epsilon_1^{-1} \mathbf{D}_N \mathbf{d}\mathbf{r} \right|^2, \quad (4.10)$$

$$\rho_{BS} = \sum_n \left| \int_{L_c} \mathbf{E}_T \mathbf{E}_T + (\epsilon_1 \epsilon_2)^{-1} \mathbf{D}_N \mathbf{D}_N \mathbf{d}\mathbf{r} \right|^2. \quad (4.11)$$

Στις εξισώσεις (4.10) και (4.11), ο όρος \mathbf{E}_T περιγράφει την εφαπτόμενη συνιστώσα του κανονικοποιημένου ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια των οπών, ενώ ο όρος \mathbf{D}_N περιγράφει την κάθετη συνιστώσα της κανονικοποιημένης ηλεκτρικής μετατόπισης στην ίδια επιφάνεια. Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο, στην θεώρηση αυτή κανονικοποιούνται ως προς την ένταση τους. Με ϵ_1 και ϵ_2 περιγράφουμε τις διηλεκτρικές σταθερές των δύο υλικών που απαρτίζουν τον επίπεδο ΚΦΚ και L_c είναι το μήκος συσχέτισης (correlation length) των κατασκευαστικών ατελειών, το οποίο ισούται με την περίμετρο των οπών [170]. Στην Εικόνα 4-6(α) αποτυπώνεται η καμπύλη του συντελεστή της οπισθοσκέδασης ρ_{BS} συναρτήσεως του δείκτη ομάδας n_g για τους κυματοδηγούς φωτονικών κρυστάλλων W1 και ενός κυματοδηγού μειωμένης διασποράς, τον οποίο θα αναφέρουμε ως W1 μειωμένης διασποράς. Στην Εικόνα 4-6(α), παρατηρούμε ότι το μέγεθος της οπισθοσκέδασης του κυματοδηγού W1 παρουσιάζει μία γνησίως αύξουσα συμπεριφορά συναρτήσεως του n_g . Αντιθέτως, ο συντελεστής οπισθοσκέδασης του κυματοδηγού W1 μειωμένης διασποράς παρουσιάζει ένα τοπικό ελάχιστο στην ίδια περιοχή όπου παρατηρείται και η μειωμένη διασπορά (γύρω από το $n_g=37$), όπως φαίνεται στην Εικόνα 4-2(γ). Αναμένεται λοιπόν ο κυματοδηγός W1 μειωμένης διασποράς να παρουσιάζει μικρότερες απώλειες διάδοσης από αυτές του τυπικού W1 κυματοδηγού που περιγράφουμε παραπάνω.

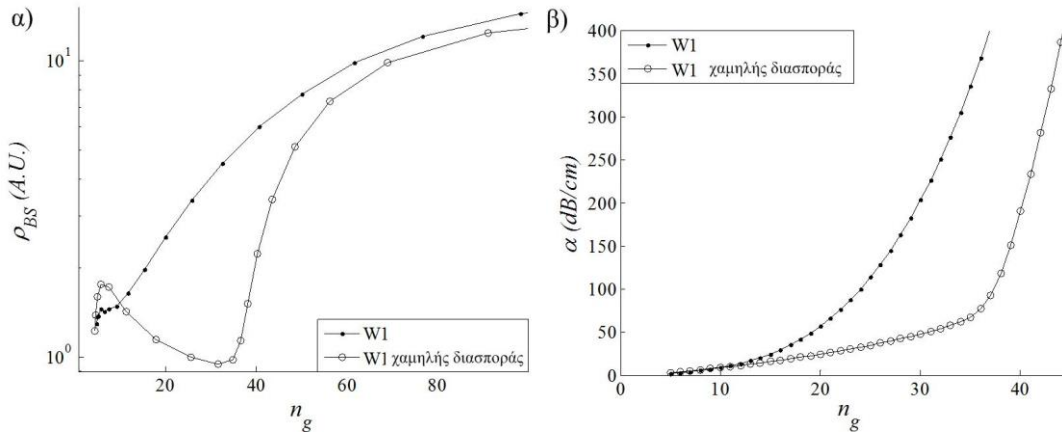
Από την εξίσωση (4.9) αλλά και από τις εκφράσεις (4.10) και (4.11), συμπεραίνουμε ότι η συνεισφορά της οπισθοσκέδασης είναι πολύ πιο σημαντική από την σκέδαση εκτός επιπέδου όσο μεγαλώνει ο δείκτης ομάδας, n_g . Με βάση αυτή τη λογική μπορούμε να αγνοήσουμε την ύπαρξη των σκεδάσεων εκτός επιπέδου, θέτοντας $\rho_{OS} \cong 0$. Στην προσπάθεια να πάρουμε μία πιο ρεαλιστική εκτίμηση των γραμμικών απωλειών διάδοσης του υπό μελέτη επίπεδου ΚΦΚ, μπορούμε να συσχετίσουμε τις απώλειες που μας παρέχει η εξίσωση (4.9) (για $\rho_{OS} \cong 0$) με τις πειραματικές μετρήσεις ενός επίπεδου ΚΦΚ αναφοράς. Με βάση αυτή την θεώρηση μπορούμε να συσχετίσουμε τις απώλειες οποιουδήποτε επίπεδου ΚΦΚ με τις γραμμικές απώλειες που παρουσιάζει ο W1

¹⁰ Αυτό βέβαια συμβαίνει όταν διατηρείται η ενέργεια του παλμού κατά την μετάβαση από το καθεστώς γρήγορου σε αργό φως. Η κατάσταση μπορεί να αλλάξει αν λάβουμε υπόψη τις απώλειες σύνδεσης.

κυματοδηγός για την ίδια τιμή του δείκτη ομάδας, n_g και για τις ίδιες κατασκευαστικές παραμέτρους (τυπική απόκλιση ατελειών, κ.α.), ως εξής [185],

$$\Gamma(n_g) = \Gamma'(n_{g0}) \left(\frac{n_g}{n_{g0}} \right)^2 \frac{\rho_{BS}(n_g)}{\rho'_{BS}(n_{g0})} \quad (4.12)$$

Στην εξίσωση (4.12), ο συντελεστής Γ' αντιστοιχεί στον συντελεστή γραμμικών απωλειών του κυματοδηγού αναφοράς, για $n_g=n_{g0}$. Επίσης ως δείκτη ομάδας αναφοράς, n_{g0} , μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ο δείκτης ομάδας στο καθεστώς του γρήγορου φωτός του κυματοδηγού αναφοράς, συσχετίζοντας έτσι τις γραμμικές απώλειες του υπό μελέτη κυματοδηγού με αυτές του καθεστώτος γρήγορου φωτός. Στην Εικόνα 4-6(β) εμφανίζονται οι συντελεστές γραμμικών απωλειών διάδοσης υπολογισμένες με βάση την εξίσωση (4.12), για τον κυματοδηγό W1 και τον κυματοδηγό W1 χαμηλής διασποράς. Στην ίδια εικόνα παρατηρούμε μία πολύ καλύτερη συμπεριφορά ως προς τις γραμμικές απώλειες διάδοσης του δεύτερου κυματοδηγού συγκρίσει με τον W1 κυματοδηγό. Η καμπύλη του συντελεστή γραμμικών απωλειών του κυματοδηγού χαμηλής διασποράς δείχνει μία σχεδόν γραμμική συμπεριφορά μέχρι το $n_g=37$. Το γεγονός αυτό αποδεικνύει ότι σχεδιάζοντας προσεκτικά τον ΚΦΚ, [170] μπορούμε να βελτιώσουμε τις γραμμικές απώλειες διάδοσης στους ΚΦΚ.



Εικόνα 4-6. α) Ο συντελεστής οπισθοσκέδασης ρ_{BS} , και β) οι γραμμικές απώλειες διάδοσης συναρτήσει του δείκτη ομάδας, n_g , του επίπεδου ΚΦΚ W1 και του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε υποθέσει ότι $c_3=2\text{cm}^{-1}$, $c_4=110\text{cm}^{-1}$ [171].

4.4 Δείκτης διεύρυνσης παλμού

Ένας απλός τρόπος να ποσοτικοποιήσουμε το μέγεθος του προβλήματος που προκαλεί η διασπορά ενός παλμού σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα είναι ο δείκτης διεύρυνσης (Broadening Factor, BF). Ο δείκτης BF ορίζεται ως το πηλίκο της τυπικής απόκλισης του οπτικού παλμού στην έξοδο του κυματοδηγού (δηλαδή έχοντας διανύσει όλο το μήκος L του κυματοδηγού) προς την τυπική απόκλιση του οπτικού παλμού κατά την είσοδό του σε αυτόν,

$$\text{BF} \equiv \frac{\sigma(L)}{\sigma(0)} \quad (4.13)$$

Η τυπική απόκλιση ενός οπτικού παλμού με περιβάλλουσα $A(x,t)$ θα δίνεται από τη τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, η οποία δίνεται από την παρακάτω εξίσωση [186],

$$\sigma^2(x) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - \bar{t})^2 |A(x,t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |A(x,t)|^2 dt} \quad (4.14)$$

, όπου με \bar{t} ορίζεται η μέση τιμή του οπτικού παλμού και περιγράφεται μέσω της εξίσωσης,

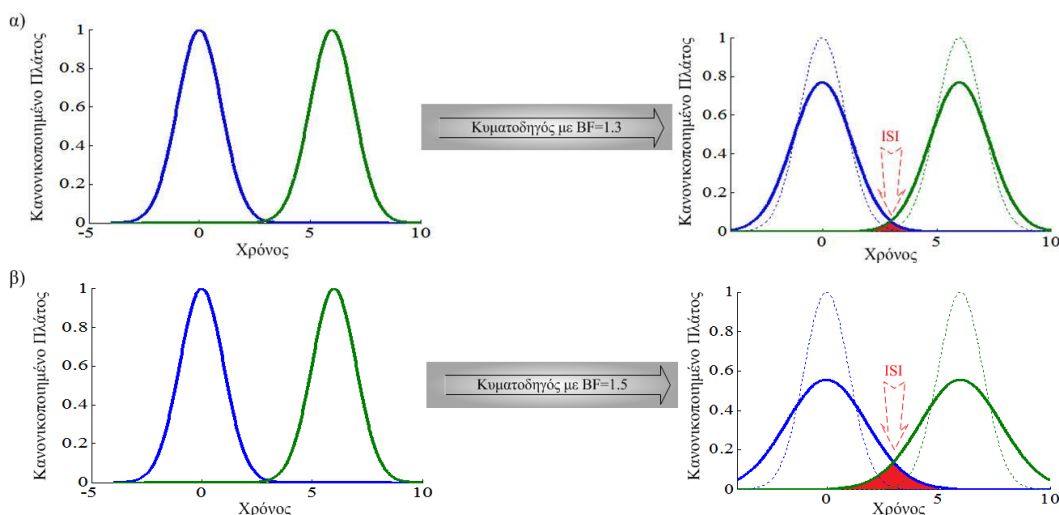
$$\bar{t} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t |A(x,t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |A(x,t)|^2 dt} \quad (4.15)$$

Στην εξίσωση (4.13), ο παράγοντας $\sigma(0)$ περιγράφει το εύρος του οπτικού παλμού κατά την είσοδό του στον υπό μελέτη κυματοδηγό. Με πιο απλά λόγια, η σχέση (4.11) περιγράφει την διαφορά στο εύρος του παλμού στην έξοδο του κυματοδηγού σε σύγκριση με το εύρος του παλμού κατά την είσοδό του σε αυτόν. Αυτό σημαίνει ότι θεωρητικά το εύρος τιμών του δείκτη BF ανήκει στο σύνολο $BF \in (0, +\infty)$. Σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα νόημα έχουν μόνο τιμές του δείκτη BF που δεν αντιστοιχούν σε παραμορφώσεις του παλμού πέραν του σημείου που το σήμα μπορεί να ανασυσταθεί με διάφορους μεθόδους ανασύστασης. Μία ενδεικτική τιμή του δείκτη διεύρυνσης είναι η $BF=1.33$, η οποία περιγράφει την διεύρυνση του παλμού λόγω διασποράς κατά 33% σε σχέση με το εύρος του παλμού στην είσοδο. Παρομοίως, μια τιμή του δείκτη $BF=0.67$ περιγράφει την συρρίκνωση του παλμού στην έξοδο του κυματοδηγού κατά το ίδιο ποσοστό. Υποθέτοντας ότι ο υπό μελέτη κυματοδηγός χαρακτηρίζεται από θετικό συντελεστή ΔΤΟ, τότε η διεύρυνση του παλμού σε ποσοστό μεγαλύτερο του 33% σε σχέση με το εύρος του κατά την είσοδό του στον κυματοδηγό, θεωρούμε ότι προκαλεί σοβαρές παρεμβολές στους γειτονικούς παλμούς [187]. Στην Εικόνα 4-7, αποτυπώνονται σχηματικά αυτές οι παρεμβολές δύο διαδοχικών οπτικών παλμών κατά την διάδοσή τους από κυματοδηγούς με $BF=1.33$ (Εικόνα 4-7(α)) και $BF=1.5$ (Εικόνα 4-7(β)). Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ο εισερχόμενος, στον κυματοδηγό, οπτικός παλμός είναι ένας Gaussian παλμός, το πλάτος του οποίου εκφράζεται με την παρακάτω μορφή κατά την είσοδό του, στον κυματοδηγό ($x=0$),

$$A(0,t) = \exp(-t^2/2T_0^2) \quad (4.16)$$

όπου T_0 είναι το αρχικό εύρος του παλμού. Για Gaussian παλμούς, η έκφραση που περιγράφει την σχέση μεταξύ του T_0 και ενός πιο οικείου μεγέθους όπως το εύρος στο μισό του ύψους του παλμού (full width at half maximum, T_{FWHM}) είναι, $T_{FWHM}=2(\ln 2)^{1/2}T_0 \approx 1.667T_0$ [186]. Μία μορφή του συντελεστή διεύρυνσης με πιο άμεση σχέση με τους συντελεστές διασποράς δεύτερης και τρίτης τάξης, β_2 και β_3 αντίστοιχα είναι η παρακάτω [186],

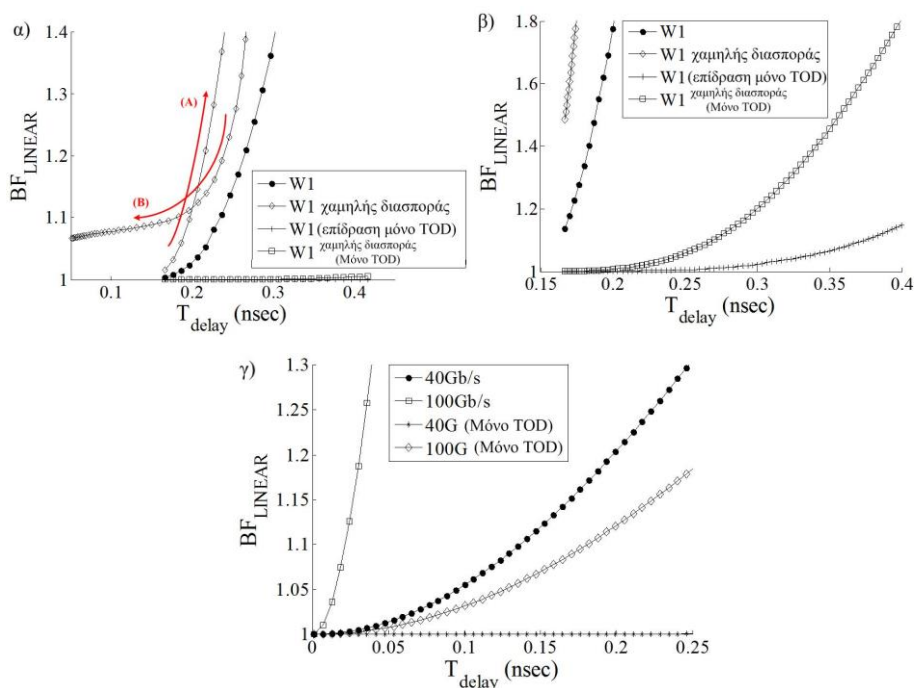
$$BF = \left(1 + (L/L_{D2})^2 + \frac{1}{4}(L/L_{D3})^2 \right)^{1/2} \quad (4.17)$$



Εικόνα 4-7. Σχηματική αναπαράσταση της επίδρασης της διασποράς σε ένα ζεύγος γειτονικών παλμών (α) όταν ο δείκτης BF είναι στο όριο της επιτρεπτής του τιμής (BF=1.33) και (β) όταν παίρνει μία τιμή μεγαλύτερη BF=1.5. Το κόκκινο βέλος υποδεικνύει την περιοχή της αλληλοπαρεμβολής των παλμών (ISI).

Στην εξίσωση (4.17), οι παράμετροι $L_{D2}=T_0^2/|\beta_2|$ και $L_{D3}=T_0^3/|\beta_3|$ είναι τα μήκη του κυματοδηγού πάνω από τα οποία, η διασπορά δεύτερης και τρίτης τάξης αντίστοιχα γίνονται σημαντικές στην διάδοση του παλμού. Στην Εικόνα 4-8(α) αποτυπώνεται ο δείκτης διεύρυνσης που χαρακτηρίζει τους κυματοδηγούς W1 και W1 χαμηλής διασποράς, συναρτήσει της χρονικής καθυστέρησης $T_{\text{delay}}=(L/c)n_g$. Στην ίδια εικόνα έχουμε υποθέσει ότι ο ρυθμός των εισερχόμενων Gaussian παλμών είναι $R_b=40\text{Gb/s}$. Το μήκος που έχουμε επιλέξει για τον εκάστοτε κυματοδηγό είναι τέτοιο ώστε να μην υπερβαίνει τα μήκη L_{D2} και L_{D3} , δηλαδή $L=\min(L_{D2},L_{D3})$, ενώ ο δείκτης ομάδας n_g ποικίλει ανάμεσα στις τιμές που φαίνονται στην Εικόνα 4-2(β). Το T_{FWHM} σε αυτή την περίπτωση δίνεται από την έκφραση, $T_{\text{FWHM}}=1/(4R_b)$. Στην Εικόνα 4-8, παρατηρούμε ότι ο κυματοδηγός W1 έχει μία γνησίως αύξουσα συμπεριφορά του δείκτη BF συναρτήσει της T_{delay} , αποτέλεσμα της παρόμοιας συμπεριφοράς που παρουσιάζει ο συντελεστής ΔΤΟ του W1 κυματοδηγού (στην Εικόνα 4-2(γ)). Από την άλλη, ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς παρουσιάζει μία γνησίως αύξουσα συμπεριφορά του δείκτη BF για $0.2648 \leq a/\lambda \leq 0.268$ (βέλος (A) στην εικόνα) και η συμπεριφορά αντιστρέφεται σε γνησίως φθίνουσα για $0.2583 \leq a/\lambda \leq 0.259$ (βέλος (B) στην εικόνα). Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στον ειδικό σχεδιασμό του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς, ο οποίος στα ίδια διαστήματα (A και B) παρουσιάζει ένα τοπικό ελάχιστο (Εικόνα 4-2(γ)). Ο ειδικός σχεδιασμός του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς, οδηγεί δύο συχνότητες του τρόπου με διαφορετικό n_g να παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή BF. Για να αναδείξουμε την σημαντικότητα του συντελεστή ΔΤΟ στην συνολική διεύρυνση του παλμού, υπολογίσαμε τον δείκτη διεύρυνσης για τις περιπτώσεις που αποτυπώνει η Εικόνα 4-8(α) λαμβάνοντας υπόψη μόνο την διασπορά τρίτης τάξης (third order dispersion, TOD). Όπως είναι προφανές στην Εικόνα 4-8(α), αγνοώντας την επίδραση της ΔΤΟ, ο παλμός διαδίδεται πρακτικά χωρίς διασπορά καθιστώντας την διασπορά δεύτερης τάξης την κυρίαρχη αιτία διασποράς στους επίπεδους ΚΦΚ, σε χαμηλούς ρυθμούς. Στην περίπτωση που ο ρυθμός διάδοσης είναι της τάξης των 100Gb/s, τότε ο παλμός αναμένεται να είναι πολύ πιο στενός με αποτέλεσμα η επίδραση της διασποράς σε αυτόν να είναι πολύ πιο σημαντική. Τα αποτελέσματα του δείκτη διασποράς για τους κυματοδηγούς W1 και W1 χαμηλής διασποράς απεικονίζεται στην Εικόνα 4-8(β). Σε αυτή την εικόνα είναι προφανές ότι για υψηλούς ρυθμούς, η διασπορά είναι πολύ πιο σημαντική συγκρίσει με την Εικόνα 4-8(α). Στην Εικόνα 4-8(β) παρατηρούμε ότι πλέον ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς δεν παρουσιάζει αποδεκτό δείκτη BF (δηλαδή $BF < 1.33$) ούτε σε καθεστώς γρήγορου φωτός, γεγονός που σηματοδοτεί την

ακαταλληλότητά του για τηλεπικοινωνιακά συστήματα υψηλών ρυθμών. Αγνοώντας για άλλη μία φορά την επίδραση του συντελεστή ΔTO και κρατώντας μόνο τον TOD βλέπουμε ότι στους υψηλούς ρυθμούς η επίδραση της διασποράς τρίτης τάξης δεν μπορεί πλέον να αγνοηθεί. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι παρότι μπορούμε να περιορίζουμε την διασπορά της δεύτερης τάξης, η διασπορά ανώτερων τάξεων παίζει σημαντικό ρόλο όσο στενεύει ο παλμός. Η επίδραση της διασποράς στην περιοχή όπου ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς, παρουσιάζει το τοπικό ελάχιστο του συντελεστή ΔTO απεικονίζεται στην Εικόνα 4-8(γ). Σε αυτή την περίπτωση έχουμε υποθέσει ότι ο δείκτης ομάδας είναι σταθερός και ίσος με $n_g \approx 37$ ενώ το μήκος του κυματοδηγού ποικίλει μεταξύ του διαστήματος, $0 < L \leq \min(L_{D2}, L_{D3})$. Σε αυτή την εικόνα βλέπουμε ότι ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά του δείκτη BF όταν λειτουργεί στην περιοχή που παρουσιάζει χαμηλή διασπορά. Στην περίπτωση που απεικονίζεται στην Εικόνα 4-8(γ), αγνοώντας την συνεισφορά του συντελεστή ΔTO στο δείκτη διεύρυνση διαπιστώνουμε ότι η επίδραση του συντελεστή TOD είναι αμελητέα για μικρούς ρυθμούς και αυξάνεται με την αύξηση του ρυθμού. Παρόλα αυτά η συνεισφορά του συντελεστή ΔTO παραμένει πολύ πιο σημαντική από την συνεισφορά του συντελεστή TOD, σε όλα τα παραδείγματα στην Εικόνα 4-8.



Εικόνα 4-8. Ο δείκτης διεύρυνσης BF που παρουσιάζει ο κυματοδηγός W1 και W1 χαμηλής διασποράς συναρτήσει της χρονικής καθυστέρησης για διάφορες τιμές του n_g και για μήκη των κυματοδηγών που ικανοποιούν την έκφραση $L = \min(L_{D1}, L_{D2})$, α) για ρυθμό $R_b = 40 \text{ Gb/s}$ όταν συμπεριλαμβάνεται η διασπορά δεύτερης και τρίτης τάξης και όταν μόνο η τρίτης τάξης διασπορά λαμβάνεται υπόψη, β) ομοίως για ρυθμό $R_b = 100 \text{ Gb/s}$. γ) Ο δείκτης διεύρυνσης για τον κυματοδηγό W1 χαμηλής διασποράς για $n_g = 37$ για διάφορα μήκη κυματοδηγού L (με $0 < L < \min(L_{D1}, L_{D2})$) για ρυθμούς 40 Gb/s και 100 Gb/s .

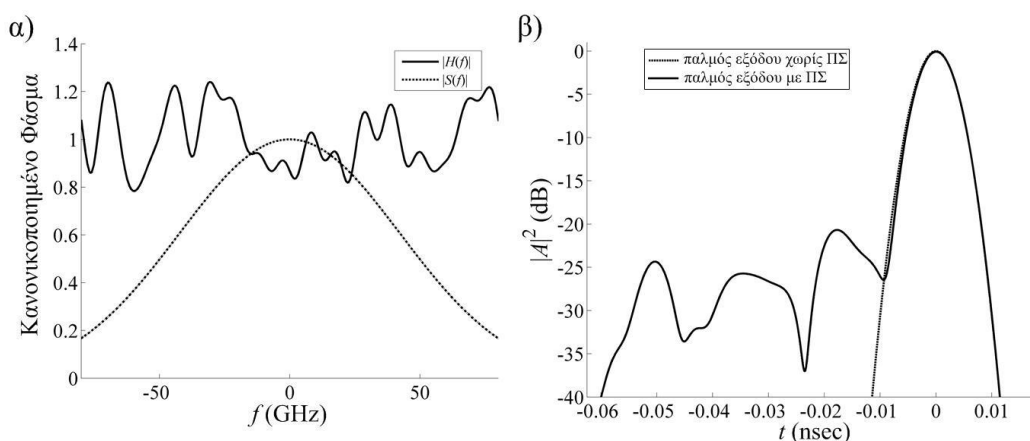
4.5 Παραμόρφωση πολλαπλών σκεδάσεων

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφερθεί ότι η εξίσωση (4.17) της προηγούμενης υποενότητας, αγνοεί το φαινόμενο των πολλαπλών σκεδάσεων (multiple scattering). Με τον όρο παραμόρφωση πολλαπλών σκεδάσεων [188], εννοούμε ότι το οπισθοσκεδαζόμενο φως μπορεί μέσω πολλαπλής σκέδασης να καταλήξει πάλι στον εμπρόσθιο τρόπο, φτάνοντας με αυτό τον τρόπο στην έξοδο του κυματοδηγού με τη μορφή της παραμόρφωσης του οπτικού παλμού. Από την στιγμή που η συνιστώσα του

παλμού που υπόκειται σε πολλαπλές ανακλάσεις διανύει μεγαλύτερη απόσταση για να φτάσει στην έξοδο του κυματοδηγού, αναμένεται η παραμόρφωση να εμφανίζεται στο τέλος του οπτικού παλμού εξόδου (ή όπως αποκαλείται συχνά στην ουρά του παλμού). Στην έξοδο του κυματοδηγού το φαινόμενο αυτό αναμένεται να αποτυπώνεται σαν τυχαίες κορυφές στο κανονικοποιημένο φάσμα εκπομπής του κυματοδηγού (ή την συνάρτηση μεταφοράς του κυματοδηγού) [188]. Μελέτες δείχνουν ότι η συχνότητα των διακυμάνσεων λόγω πολλαπλών ανακλάσεων σε επίπεδους ΚΦΚ κυμαίνεται γύρω στα 10GHz για μήκη κύματος που χρησιμοποιούνται στις τηλεπικοινωνίες, δηλαδή γύρω από τα $\lambda=1550\text{nm}$ [189]-[190]. Στην προσπάθειά μας να αξιολογήσουμε το φαινόμενο της πολλαπλής σκέδασης, θα προσομοιώσουμε τις προαναφερθείσες παραμορφώσεις στην διάδοση ενός Gaussian παλμού, υιοθετώντας ένα φάσμα εκπομπής με τυχαία διακύμανση, η οποία εκφράζεται από την σχέση [185],

$$H(f) = \sum_m H_m e^{j2\pi mf / \Delta f} \quad (4.18)$$

όπου Δf είναι το φάσμα του Gaussian παλμού ενώ ο δείκτης m ανήκει στο διάστημα $0 \leq m \leq N_p$. Το N_p θα πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο ώστε να παράγει διακυμάνσεις της τάξης των 10GHz. Στην εξίσωση (4.15), ο όρος $H(f)$ αντιστοιχεί στο φάσμα εκπομπής του τμήματος του κυματοδηγού που αντιστοιχεί στο μήκος συσχέτισης των ατελειών, ίσο με την περίμετρο των οπών [170]. Στην Εικόνα 4-9(α), απεικονίζεται το φάσμα ενός Gaussian παλμού, $S(f)$ που αντιστοιχεί στα 40GHz και ένα φάσμα εκπομπής $H(f)$ με ψευδοτυχαίες διακυμάνσεις. Για την προσομοίωση του φαινομένου της πολλαπλής σκέδασης επιλέξαμε τις παραμέτρους H_m ώστε να είναι ψευδοτυχαίες μεταβλητές που ανήκουν στην κατανομή Gauss με διακύμανση ίση με $1/(N_p)^2$ και $N_p=16$. Στην ίδια εικόνα παρατηρούμε τυχαίες κορυφές σε συχνοτική απόσταση 10GHz. Στην Εικόνα 4-9(β) αποτυπώνεται ο οπτικός παλμός εξόδου, ο οποίος έχει υποστεί το φαινόμενο της πολλαπλής ανάκλασης. Η μορφή του παλμού εξόδου που αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-9(β) λαμβάνεται πολλαπλασιάζοντας τον αρχικό Gaussian παλμό με το $H(f)$. Από την Εικόνα 4-9(β) συμπεραίνουμε ότι ως επί το πλείστον το σχήμα του παλμού παραμένει ανεπηρέαστο από το φαινόμενο της πολλαπλής σκέδασης. Παρόλα αυτά, ένα μικρό κομμάτι της αρχικής ισχύος του παλμού ανεγείρει μικρού πλάτους παλμούς-παραμορφώσης στο τέλος του παλμού-σήματος (όπως αναμενόταν στην περίπτωση πολλαπλής σκέδασης της οπισθοσκεδαζόμενης ισχύος). Το φαινόμενο αυτό αναμένεται να αυξηθεί καθώς μειώνεται περαιτέρω η ταχύτητα ομάδας του οπτικού παλμού, πλησιάζοντας το όριο της πρώτης ζώνης Brillouin, καθώς σε αυτή την περίπτωση δείξαμε ότι αυξάνεται το οπισθοσκεδαζόμενο φως. Στην περίπτωση που αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-9(β), η ισχύς κορυφής αλλά και ο δείκτης BF παραμένουν ανεπηρέαστα, υπονοώντας ότι οι στενές (narrow) παρεμβολές λόγω πολλαπλής σκέδασης δεν θα προκαλέσουν σημαντικές μεταβολές σε ευρυζωνικά (high bandwidth) σήματα.



Εικόνα 4-9. α) Το φάσμα ενός Gaussian παλμού $S(f)$, το οποίο αντιστοιχεί σε ένα ρυθμό $R_b=40\text{GHz}$ και το φάσμα εκπομπής που αντιστοιχεί στο φαινόμενο πολλαπλής σκέδασης, $H(f)$ με συχνοτική απόσταση των ψευδοτυχαίων κορυφών στα 10GHz . β) Η κανονικοποιημένη ισχύς του παλμού εξόδου αγνοώντας το φαινόμενο της πολλαπλής σκέδασης (ΠΣ) και η κανονικοποιημένη ισχύς του παλμού λαμβάνοντας υπόψη το φαινόμενο ΠΣ, υπολογίζοντας το γινόμενο $S(f)\cdot H(f)$.

4.6 Μελέτη σολιτονιακών παλμών

Σε αυτήν την υποενότητα μελετάμε τις επιπτώσεις της διασποράς αλλά και των γραμμικών απωλειών σε ΚΦΚ μελετώντας πιο σύνθετους παλμούς όπως το σολιτόνιο (soliton). Η μελέτη των σολιτονίων ξεκίνησε το έτος 1834 όταν ο James Scott Russell, παρατήρησε ότι αναπηδώντας σε μία βάρκα, ενώ αυτή βρισκόταν σε ένα στενό κανάλι, δημιουργείται μία διαταραχή στην επιφάνεια του νερού, η οποία διαδίδεται χωρίς παραμόρφωση για αρκετά χιλιόμετρα μέσα στο κανάλι [191]. Παρόλα αυτά, η μαθηματική περιγραφή των σολιτονίων δημοσιεύτηκε πολύ αργότερα, την δεκαετία του 1960 [192], χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντίστροφης σκέδασης [193]. Η ονομασία του συγκεκριμένου είδους κύματος ως σολιτόνιο ήρθε το έτος 1965, όταν παρατηρήθηκε ότι κατά την σκέδαση δύο σολιτονίων, η συμπεριφορά των κυμάτων παρουσιάζει παρόμοια στοιχεία με την σκέδαση σωματιδίων [194], οπότε και το συγκεκριμένο κύμα ονομάστηκε σολιτόνιο, σε αντιστοιχία με την ονομασία σωματιδίων όπως πρωτόνιο ή ηλεκτρόνιο. Η μαθηματική περιγραφή των σολιτονίων οδήγησε σε μία συστηματική μελέτη αυτών, η οποία συνεχίζεται μέχρι σήμερα, σε διάφορους επιστημονικούς τομείς όπως η υδροδυναμική [195], η μη-γραμμική οπτική [196], η φυσική πλάσματος [197], η βιολογία [198] αλλά και αλλού. Η ικανότητα του σολιτονίου να διατηρεί το σχήμα του κατά την διάρκεια της διάδοσής του σε ένα μη-γραμμικό μέσο, πηγάζει από την αντιστάθμιση της επίδρασης των φαινομένων διασποράς με την επίδραση φαινομένων αυτό-εστίασης του φωτός λόγω της μη-γραμμικής αλληλεπίδρασης του φωτός με το μέσο διάδοσης [199]. Η ισορροπία μεταξύ των δύο φαινομένων είναι εφικτή σε ένα μη-γραμμικό μέσο (όπως οι ΚΦΚ ή οι οπτικές ίνες), όπου η ισχύς του φωτός μπορεί να μεταβάλλει τοπικά το δείκτη διάθλασης του οπτικού μέσου μέσω του φαινομένου Kerr [186]. Τα σολιτόνια χωρίζονται σε δύο κύριες κατηγορίες, τα χωρικά σολιτόνια (spatial soliton) και στα χρονικά σολιτόνια (temporal soliton) [193]. Ως χωρικό σολιτόνιο χαρακτηρίζεται η διαταραχή η οποία διατηρεί το σχήμα στον χώρο κατά την διάδοσή του σε μη-γραμμικό μέσο ενώ χρονικό σολιτόνιο (ή σολιτονιακός παλμός) καλείται η διαταραχή η οποία διατηρεί το σχήμα της στην διάσταση του χρόνου. Τα σολιτόνια μπορούν επίσης να κατηγοριοποιηθούν με βάση το πρόσημο του συντελεστή GVD του μέσου στο οποίο θα διαδοθούν. Με βάση αυτή την κατηγοριοποίηση οι σολιτονιακοί παλμοί χωρίζονται σε φωτεινά σολιτόνια (bright soliton) ή σε σκοτεινά σολιτόνια (dark soliton), αν το μέσο διάδοσης χαρακτηρίζεται από αρνητική ή θετική τιμή του συντελεστή GVD, αντίστοιχα. Η αρχική συνθήκη η οποία πρέπει να ικανοποιεί το πλάτος ενός φωτεινού σολιτονίου δίνεται από την παρακάτω έκφραση [193],

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}(T/T_0) \quad (4.19)$$

, όπου P_0 είναι η αρχική ισχύς του παλμού και T_0 το αρχικό εύρος του παλμού. Όπως προαναφέρεται χαρακτηριστικό γνώρισμα για την διάδοση ενός σολιτονιακού παλμού είναι η αποκατάσταση της ισορροπίας μεταξύ της διασποράς δεύτερης τάξης και του φαινομένου της αυτοδιαμόρφωσης φάσης (Self-phase modulation, SPM), στον κυματοδηγό. Η ισορροπία αυτή εκφράζεται μέσω της αρχικής ισχύος που θα πρέπει να έχει το σολιτόνιο [186],

$$P_0(\omega) = \frac{|\beta_2(\omega)|}{\gamma(\omega)T_0^2} \quad (4.20)$$

Στην εξίσωση (1.2) με $\beta_2(\omega)$ συμβολίζουμε το συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης του κυματοδηγού και γ το συντελεστή της αυτοδιαμόρφωσης φάσης, ο οποίος υπολογίζεται από την εξίσωση [185],

$$\gamma(\omega) = \frac{2\omega\epsilon_0}{\alpha} \int_V \epsilon_{NL} |E(r, \omega)|^4 dV. \quad (4.21)$$

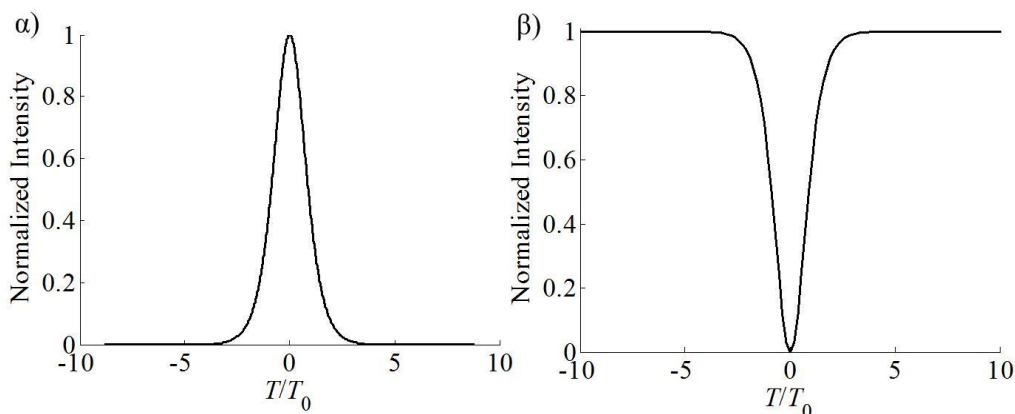
Στην εξίσωση (1.3) συμβολίζουμε με ϵ_0 την διηλεκτρική σταθερά του κενού χώρου, α είναι η σταθερά του πλέγματος, $E(r, \omega)$ είναι η κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου. Με ϵ_{NL} συμβολίζουμε το μη-γραμμικό διηλεκτρικό συντελεστή, εκφρασμένο από την εξίσωση,

$$\epsilon_{NL} = \frac{\epsilon_L(\mathbf{r})n_2(\mathbf{r})}{Z_0} \quad (4.22)$$

Στην εξίσωση (4.22), $n_2(r)$ είναι ο μη-γραμμικός συντελεστής Kerr και Z_0 είναι η εμπέδηση του κενού χώρου. Από την εξίσωση (1.2) συμπεραίνουμε ότι το σολιτόνιο υποστηρίζεται από διαφορετικό επίπεδο αρχικής ισχύος για διαφορετικές συχνότητες στον ίδιο κυματοδηγό. Ως αρχικό εύρος του σολιτονίου θεωρούμε $T_0 = T_{FWHM}/1.76$, με $T_{FWHM} = 1/(4R_b)$. Ένα σκοτεινό σολιτόνιο περιγράφεται ως η περιορισμένη απουσία φωτός σε ένα φωτεινό υπόβαθρο. Η αρχική συνθήκη που θα πρέπει να ικανοποιεί το πλάτος ενός σκοτεινού σολιτονίου για την διάδοσή του σε ένα κυματοδηγό δίνεται από την σχέση,

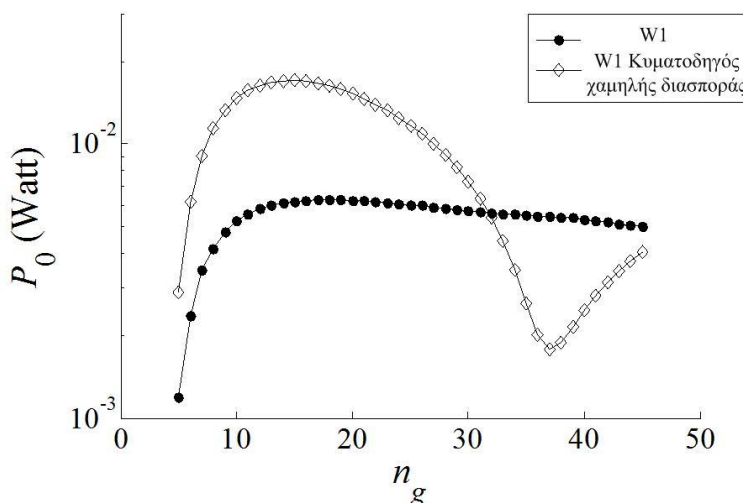
$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \tanh(T/T_0) \quad (4.23)$$

Στην εξίσωση (4.23), η αρχική ισχύς του σολιτονίου P_0 και το αρχικό του εύρος T_0 εκφράζονται όπως και στην περίπτωση του φωτεινού σολιτονίου. Μία σχηματική αναπαράσταση ενός φωτεινού και ενός σκοτεινού σολιτονίου απεικονίζονται στην Εικόνα 4-10(α) και στην Εικόνα 4-10(β), αντίστοιχα.



Εικόνα 4-10. Σχηματική αναπαράσταση του κανονικοποιημένου πλάτους (α) ενός φωτεινού και (β) ενός σκοτεινού σολιτονίου όπως αυτά περιγράφονται από τις εξισώσεις (4.19) και (4.23), αντίστοιχα.

Οι κυματοδηγοί που περιγράφουμε σε αυτό του κεφάλαιο (W1 και W1 χαμηλής διασποράς) παρουσιάζουν θετικό συντελεστή β_2 , όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 4-2(γ), επομένως υποστηρίζουν την διάδοση σκοτεινών σολιτονίων. Η αρχική ισχύς του σκοτεινού σολιτονίου που υποστηρίζουν οι δύο κυματοδηγοί, απεικονίζεται στην Εικόνα 4-11, υπολογισμένη για $R_b=40\text{Gb/s}$ και $n_2=1.5 \cdot 10^{-16}\text{m}^2/\text{W}$ [200].



Εικόνα 4-11. Θεμελιώδης αρχική ισχύς του σολιτονίου P_0 συναρτήσει του δείκτη ομάδας για $R_b=40\text{Gb/s}$ για τους ΚΦΚ W1 και W1 μειωμένης διασποράς.

Παρατηρώντας την Εικόνα 4-11, βλέπουμε ότι η ισχύς του σολιτονίου που υποστηρίζει ο κυματοδηγός W1, αρχικά αυξάνει ενώ γύρω στα $n_g=15$ φτάνει σε μία μέγιστη τιμή. Για τιμές $n_g>15$, η ισχύς παρουσιάζει μία ελαφρώς φθίνουσα συμπεριφορά, η οποία οφείλεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ του συντελεστή $\beta_2(\omega)$ και του συντελεστή $\gamma(\omega)$, όπου στην περίπτωση του κυματοδηγού W1, ακολουθούν μία αύξουσα πορεία. Η ισχύς του σολιτονίου που υποστηρίζει ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς παρουσιάζει μία πιο ενδιαφέρουσα συμπεριφορά καθώς εμφανίζει ένα τοπικό ελάχιστο για $n_g \approx 37$. Ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς παρουσιάζει μία ελάχιστη τιμή του συντελεστή β_2 στην ίδια τιμή του δείκτη ομάδας, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4-2(γ). Αξίζει να αναφέρουμε ότι για $n_g \approx 37$, το επίπεδο ισχύος του σολιτονίου που υποστηρίζει ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς κυμαίνεται γύρω στα 2mW. Το επίπεδο ισχύος είναι αρκετά χαμηλό ώστε να μην προκαλείται ισχυρή παραμόρφωση από φαινόμενα μη-γραμμικής απορρόφησης όπως η απορρόφηση δύο κυμάτων [201]. Όπως προαναφέρουμε κατά την διάδοση ενός σολιτονιακού παλμού η διεύρυνσή του λόγω της διασποράς δεύτερης τάξης αντισταθμίζεται από την αυτοεστίαση που προκαλεί το

φαινόμενο της αυτοδιαμόρφωσης φάσης όταν ο παλμός διαδίδεται με την θεμελιώδη ισχύ P_0 . Σαν αποτέλεσμα αυτού, η διεύρυνση που πιθανότατα θα παρουσιάσει το σολιτόνιο κατά την διάδοσή του σε ένα μη-γραμμικό μέσο θα οφείλεται στην διασπορά ανώτερης τάξης αλλά και στις γραμμικές απώλειες διάδοσης, οι οποίες θα παραβιάσουν την ανωτέρω ισορροπία μειώνοντας την ισχύ του παλμού.

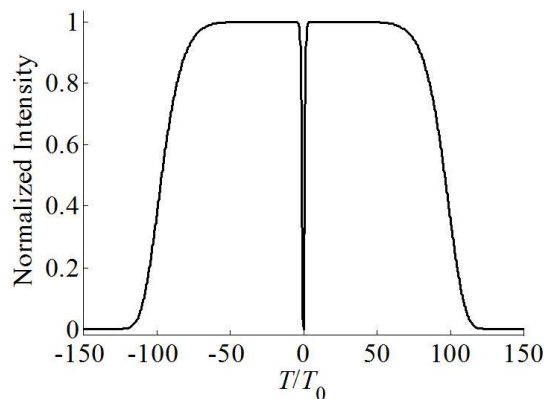
Στην περίπτωση της μη-γραμμικής διάδοσης στους ΚΦΚ, η μελέτη της διεύρυνσης σολιτονιακών παλμών μπορεί να μελετηθεί λύνοντας την εξίσωση διάδοσης,

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\Gamma}{2} A + \frac{j\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} = j\gamma |A|^2 A \quad (4.24)$$

Για την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης (4.24), επιλέξαμε τη μέθοδο SSF (Split-Step Fourier) [186]. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να επισημάνουμε ότι η περίπτωση της προσομοίωσης των σκοτεινών σολιτονίων διαφοροποιείται ελαφρώς από την περίπτωση των φωτεινών σολιτονίων. Η διαφοροποίηση αυτή έγκειται στο γεγονός ότι η δημιουργία ενός σκοτεινού σολιτονίου προϋποθέτει την ύπαρξη ενός φωτεινού υποβάθρου. Λόγω αυτής της διαφοροποίησης, θα πρέπει να ληφθούν επιπλέον μέτρα για την αποφυγή ψεύδο-ανακλάσεων στα όρια του χρονικού παραθύρου που ορίζει η μέθοδος SSF. Για την αποφυγή αυτού του παρασιτικού φαινομένου, φροντίζουμε το φωτεινό υπόβαθρο να μηδενίζεται μακριά από το σκοτεινό σολιτόνιο και κοντά στα όρια του χρονικού παραθύρου της SSF [202]. Εφαρμόζοντας μία εκθετική μείωση στα όρια του χρονικού παραθύρου της μεθόδου SSF, καταλήγουμε σε μία έκφραση για το πλάτος του σκοτεινού σολιτονίου, η οποία δίνεται από,

$$A(0, T) = \sqrt{P_0} \tanh(T/T_0) \exp\left(\frac{-T_w^{10}}{2}\right) \quad (4.25)$$

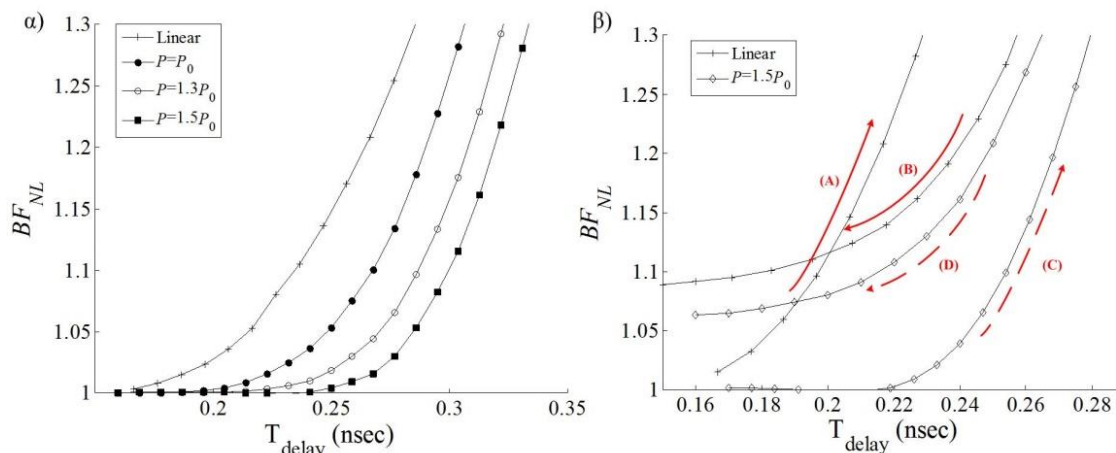
, όπου $T_w = NT/T_0$, με $0 \leq N \leq 1$ συμβολίζουμε το συντελεστή εγγύτητας της εκθετικής μείωσης του φωτεινού υποβάθρου στο σολιτονιακό παλμό (με $N=1$ πολύ κοντά και $N \rightarrow 0$ πολύ μακριά από τον παλμό). Στην Εικόνα 4-12, απεικονίζεται το σκοτεινό σολιτόνιο και η εκθετική μείωση του φωτεινού υποβάθρου καθώς πλησιάζει στα όρια του χρονικού παραθύρου της μεθόδου SSF. Στην Εικόνα 4-12, έχουμε θέσει $T_w = 0.01T/T_0$ ώστε να είναι ταυτόχρονα ορατό το σχήμα του σολιτονίου και η πτώση του φωτεινού υποβάθρου. Στις προσομοιώσεις που ακολουθούν η τιμή του συντελεστή εγγύτητας έχει οριστεί $N=10^4$ ώστε η εκθετική πτώση να είναι μακριά από το σολιτόνιο αλλά ταυτόχρονα να μηδενίζει το φωτεινό υπόβαθρο πριν τη λήξη του χρονικού παραθύρου της μεθόδου SSF.



Εικόνα 4-12. Σχηματική αναπαράσταση σκοτεινού σολιτονίου το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση (4.25).

Στην Εικόνα 4-13(α), απεικονίζεται η διεύρυνση του σκοτεινού σολιτονιακού παλμού, εφαρμόζοντας την προαναφερθείσα μεθοδολογία στην περίπτωση του κυματοδηγού

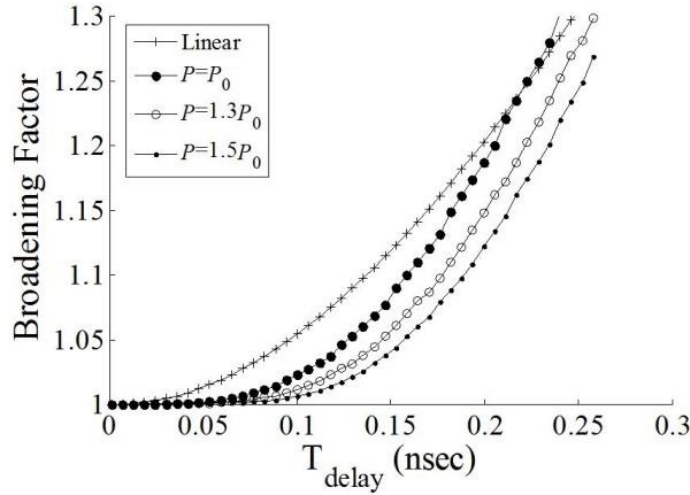
W1, για εύρος σολιτονίου το οποίο θα αντιστοιχούσε σε ρυθμό $R_b=40\text{Gb/s}$. Στην ίδια εικόνα έχουμε υποθέσει σολιτονιακούς παλμούς με αρχική ισχύ $P=P_0$, $P=1.3P_0$ και $P=1.5P_0$. Για λόγους σύγκρισης συμπεριλαμβάνουμε και την διεύρυνση που θα υποστεί ένας γραμμικός Gaussian παλμός.



Εικόνα 4-13. Διεύρυνση του σολιτονιακού παλμού για $R_b=40\text{Gb/s}$ για τον κυματοδηγό (α) W1 και (β) W1 χαμηλής διασποράς (τα βέλη υποδεικνύουν την κατεύθυνση που αυξάνει ο δείκτης ομάδας). Ο δείκτης BF στους κυματοδηγούς στην περίπτωση ενός γραμμικού Gaussian παλμού παρουσιάζεται για χάριν σύγκρισης.

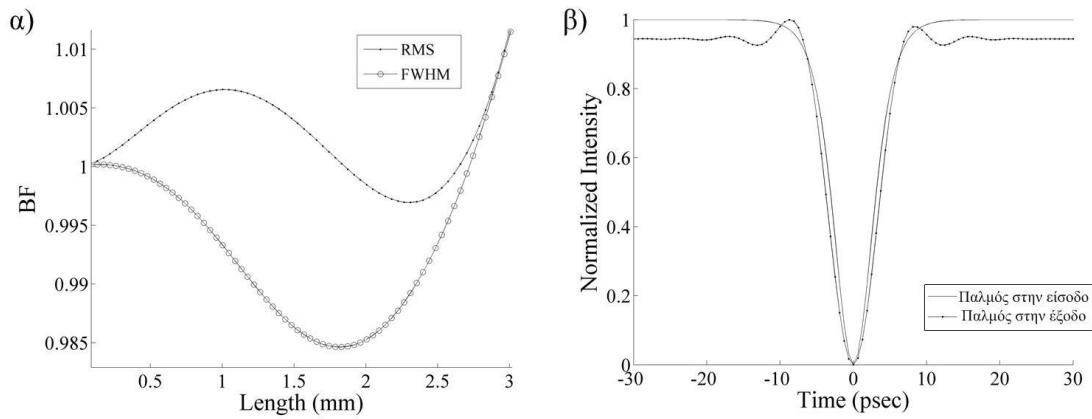
Στην Εικόνα 4-13(α), παρατηρούμε ότι το σολιτόνιο με την θεμελιώδη ισχύ ($P=P_0$) παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά σε σύγκριση με το γραμμικό Gaussian παλμό. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η συμπεριφορά των σολιτονίων με αρχική ισχύ μεγαλύτερη από αυτή που περιγράφει η εξίσωση (4.20). Στην Εικόνα 4-13(α), απεικονίζεται η διεύρυνση του σολιτονιακού παλμού για αρχική ισχύ $P=1.3P_0$ και $P=1.5P_0$, υπονοώντας ότι η αρχική ισχύ του σολιτονίου είναι 30% και 50% μεγαλύτερη από την θεμελιώδη ισχύ του σολιτονίου P_0 , αντίστοιχα. Ρυθμίζοντας την αρχική ισχύ του σολιτονίου ώστε να είναι μεγαλύτερη από την P_0 , αναγκάζει το σολιτόνιο να υποστεί μία αρχική συμπίεση στο πεδίο του χρόνου [203]. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι αυξάνοντας την αρχική ισχύ του σολιτονίου πέραν της θεμελιώδους ισχύος, υπερισχύει το φαινόμενο αυτοεστίασης που προαναφέραμε και το σολιτόνιο αρχίζει να διευρύνεται μόνο όταν οι μηχανισμοί απωλειών υποβαθμίσουν την ισχύ του σολιτονίου σε τιμές κάτω της θεμελιώδους ισχύος, P_0 . Στην Εικόνα 4-13(α), παρατηρείται ότι η καθυστέρηση που μπορεί να υποστηρίξει ο κυματοδηγός W1, αυξάνει με την χρήση σολιτονιακού παλμού, ενώ αυξάνεται περαιτέρω όταν η αρχική ισχύ του σολιτονιακού παλμού είναι $P=1.5P_0$. Στην Εικόνα 4-13(β) απεικονίζεται η διεύρυνση του σολιτονιακού παλμού (με $P=1.5P_0$) στην περίπτωση του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς. Στην ίδια εικόνα παρατηρούμε ότι ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς παρουσιάζει μία αύξουσα συμπεριφορά του δείκτη BF για $0.2614 \leq a/\lambda \leq 0.2648$ (βέλος (C) στην Εικόνα 4-13(β)) και η συμπεριφορά αντιστρέφεται σε γνησίως φθίνουσα για $0.2583 \leq a/\lambda \leq 0.2609$ (βέλος (D) στην ίδια εικόνα). Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στον ειδικό σχεδιασμό του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς, ο οποίος στα ίδια διαστήματα (C και D) παρουσιάζει ένα τοπικό ελάχιστο (Εικόνα 4-2(γ)). Ο ειδικός σχεδιασμός του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς, οδηγεί δύο συχνότητες του τρόπου με διαφορετικό ηg να παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή BF. Αξίζει να σημειωθεί ότι στην Εικόνα 4-13(β), η επιλογή σολιτονιακού παλμού καταλήγει σε μεγαλύτερο επίπεδο καθυστέρησης για δεδομένη τιμή του δείκτη BF, σε σύγκριση με την επιλογή γραμμικού Gaussian παλμού. Επιπλέον, στην ίδια εικόνα παρουσιάζεται ένα εύρος τιμών καθυστέρησης όπου ο παλμός δεν παρουσιάζει διεύρυνση ($BF \cong 1$). Το γεγονός αυτό σηματοδοτεί την περιοχή που ο σολιτονιακός παλμός έχει ισχύ μεγαλύτερη από την θεμελιώδη ισχύ ($P > P_0$). Στην Εικόνα 4-14,

παρουσιάζεται η ενίσχυση της καθυστέρησης που προσφέρει η επιλογή μη-γραμμικού παλμού για την περίπτωση του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς όταν το λειτουργούμε στα $n_g=37$. Στην ίδια εικόνα θεωρούμε ότι το μήκος του κυματοδηγού L κυμαίνεται μεταξύ των τιμών $0 \leq L \leq \min(L_1, L_2)$, με $L_1=20\text{dB}/\Gamma$ το μήκος στο οποίο οι συνολικές απώλειες που υφίσταται το φως είναι -20dB και $L_2=1\text{cm}$ είναι το μέγιστο επιτρεπτό μήκος του κυματοδηγού.



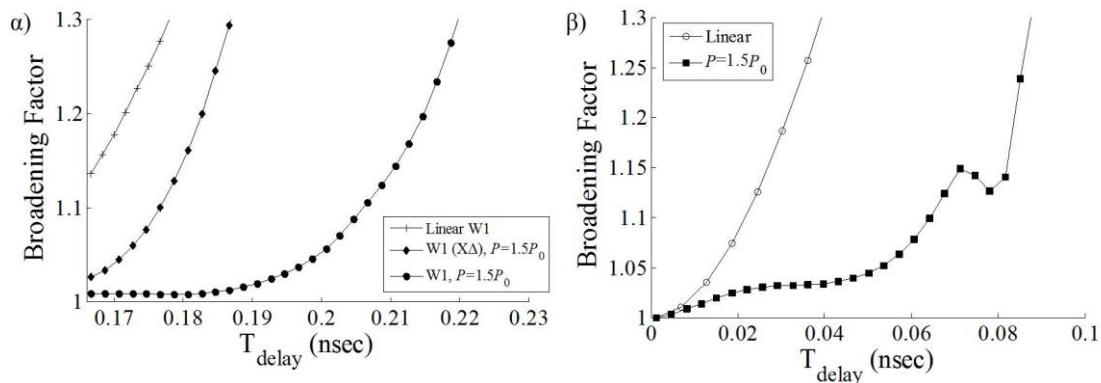
Εικόνα 4-14. Ο συντελεστής BF συναρτήσει της καθυστέρησης για τον κυματοδηγό W1 χαμηλής διασποράς όταν το λειτουργούμε σε $n_g=37$ και μεταβάλλουμε το μήκος του κυματοδηγού L μεταξύ των τιμών $0 \leq L \leq \min(L_1, L_2)$.

Για να ερευνήσουμε περαιτέρω τους μηχανισμούς που οδηγούν σε μεγαλύτερες καθυστερήσεις για δεδομένη τιμή BF όταν το σολιτόνιο έχει μεγαλύτερη της θεμελιώδους ισχύος υπό την παρουσία γραμμικών απωλειών διάδοσης. Για το σκοπό αυτό, στην Εικόνα 4-14(α) υπολογίζουμε το συντελεστή BF ενός σολιτονιακού παλμού συναρτήσει του μήκους διάδοσης στον κυματοδηγό W1, υποθέτοντας $R_b=40\text{Gb/s}$ και $P=1.5P_0$. Ο δείκτης BF υπολογίζεται με βάση την RMS τιμή του εύρους του παλμού, όπως περιγράφει η εξίσωση (4.13) αλλά και μέσω του εύρους FWHM. Ο υπολογισμός του δείκτη BF_{FWHM} μας παρέχει την πληροφορία μόνο του κεντρικού παλμού (κοντά στο $t=0$) και όχι την συνεισφορά γειτονικών διακυμάνσεων, οι οποίες ενδέχεται να δημιουργηθούν στο υπόβαθρο του παλμού κατά την διάδοσή του και οι οποίες παρόλα αυτά συνεισφέρουν στην αλληλοπαρεμβολή μεταξύ γειτονικών παλμών (ISI). Στην Εικόνα 4-15(α) παρατηρούμε ότι ο συντελεστής BF_{FWHM} υποδεικνύει ότι ο κεντρικός παλμός υπόκειται σε μία αρχική συμπίεση, αποτέλεσμα της αρχικής ισχύος ($P > P_0$). Στην συνέχεια ο παλμός αρχίζει να διευρύνεται αποτέλεσμα της επίδρασης των οπτικών απωλειών διάδοσης. Στην ίδια εικόνα, ο συντελεστής BF υπολογισμένος μέσω του RMS εύρους του παλμού, αυξάνει αρχικά σαν αποτέλεσμα των παρασιτικών διακυμάνσεων που εμφανίζονται στα άκρα του παλμού (όπως εμφανίζονται στην Εικόνα 4-15(β)). Στην συνέχεια ο συντελεστής BF μειώνεται πάλι εξαιτίας της συμπίεσης του αρχικού παλμού και στην συνέχεια αυξάνει και πάλι. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να κατανοήσουμε το λόγο για τον οποίο μία αρχική ισχύ μεγαλύτερη της θεμελιώδους ισχύος στην περίπτωση των σκοτεινών σολιτονίων μπορεί να καθυστερήσει την εμφάνιση της διασποράς του παλμού και ως εκ τούτου να βελτιώσει την παρατηρούμενη καθυστέρηση του κυματοδηγού.



Εικόνα 4-15. (α) Συντελεστής BF και BF_{FWHM} συναρτήσεσι του μήκους διάδοσης, (β) ο αρχικός και ο τελικός παλμός για $R_b=40\text{Gb/s}$ σε έναν W1 κυματοδηγό.

Στην Εικόνα 4-16(α) παρουσιάζεται ο συντελεστής BF που παρουσιάζει ο σολιτονιακός παλμός συναρτήσεσι την καθυστέρησης στους ΚΦΚ W1 και W1 χαμηλής διασποράς υποθέτοντας ρυθμό $R_b=100\text{Gb/s}$. Στην ίδια εικόνα παρουσιάζεται και ο συντελεστής BF στην περίπτωση γραμμικού Gaussian παλμού. Παρατηρώντας την Εικόνα 4-16(α), διαπιστώνουμε ότι η καμπύλη του γραμμικού παλμού στην περίπτωση του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς, δεν παρουσιάζεται στην εικόνα. Λόγω του μικρότερου εύρους του παλμού σε αυτό τον ρυθμό, ο κυματοδηγός W1 χαμηλής διασποράς δεν επιτυγχάνει τιμές του συντελεστή $BF < 1.3$.



Εικόνα 4-16. Ο συντελεστής BF συναρτήσεσι της καθυστέρησης για (α) τους κυματοδηγούς W1 και W1 χαμηλής διασποράς (W1 ΧΔ) για $R_b=100\text{Gb/s}$ (β) τον W1 ΧΔ διατηρώντας σταθερό $n_g \cong 37$ και επιλέγοντας μήκη μεταξύ $0 \leq L \leq \min(L_1, L_2)$.

Όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-16(α), η επιλογή μη-γραμμικού παλμού οδηγεί σε μία αύξηση της καθυστέρησης $\Delta T_{\text{delay}}=0.042\text{nsec}$ μεταξύ των κυματοδηγών W1 και W1 χαμηλής διασποράς, υποθέτοντας 30% διεύρυνση του παλμού ($BF=1.3$). Η επιπλέον καθυστέρηση αυτή μεταφράζεται σε μία αύξηση της αποθηκευτικής ικανότητας μεταξύ των δύο κυματοδηγών κατά $\Delta T_{\text{delay}}R_b=4.2\text{bit}$. Στην Εικόνα 4-16(β), παρουσιάζεται ο δείκτης διεύρυνσης για ρυθμό 100Gb/s στην περίπτωση του κυματοδηγού W1 χαμηλής διασποράς, όταν τον λειτουργούμε σε $n_g \cong 37$. Στην εικόνα αποτυπώνεται σχεδόν διπλάσια καθυστέρηση επιτυγχάνεται με την χρήση σολιτονιακών παλμών. Παρατηρώντας την Εικόνα 4-16(α) και την Εικόνα 4-16(β), συμπεραίνεται επίσης η χρήση μη-γραμμικών παλμών παρέχει μία περιοχή με αμελητέα διεύρυνση του παλμού όπως παρατηρήσαμε και στην Εικόνα 4-13 και στην Εικόνα 4-14.

4.7 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάσαμε τα κυριότερα φαινόμενα, τα οποία επηρεάζουν έναν κυματοδηγούμενο παλμό στους ΚΦΚ στο γραμμικό καθεστώς. Από την παραπάνω ανάλυση, δείξαμε ότι κατά τη μελέτη ενός ΚΦΚ δεν μπορούμε να παραλείψουμε τη μελέτη των γραμμικών απωλειών αλλά και το επίπεδο διασποράς που παρουσιάζει. Για να περιγράψουμε ικανοποιητικά τις γραμμικές απώλειες διάδοσης ενός ΚΦΚ, βασιστήκαμε σε ένα υπάρχον μοντέλο απωλειών, το οποίο λαμβάνει υπόψη του τις κυριότερες μορφές σκέδασης του φωτός στους ΚΦΚ. Στην ενότητα 4.3.2, παρουσιάσαμε μία νέα εκδοχή εκτίμησης του συντελεστή γραμμικών απωλειών διάδοσης στους ΚΦΚ, συσχετίζοντάς το με πειραματικά επιβεβαιωμένο συντελεστή απωλειών ενός ΚΦΚ αναφοράς. Με αυτό τον τρόπο, αποκτούμε ένα μεγαλύτερο βαθμό εμπιστοσύνης ότι ο εκτιμώμενος συντελεστής απωλειών, πλησιάζει την πραγματικότητα. Κύριο πρόβλημα στη μελέτη των ΚΦΚ αποτελούν επίσης τα φαινόμενα διασποράς. Στην ενότητα 4.4, παρουσιάσαμε μία αναλυτική έκφραση για τα φαινόμενα διασποράς εκφρασμένη ως προς την διασπορά δευτέρας (β_2) και τρίτης (β_3) τάξης. Στην ίδια ενότητα παρουσιάσαμε μία συγκριτική μελέτη μεταξύ δύο κυματοδηγών, αναδεικνύοντας την ΔΤΟ ως την κυριότερη μορφή διασποράς στους ΚΦΚ. Όπως θα δείξουμε στο έκτο κεφάλαιο, η συνεισφορά των αναλυτικών εκφράσεων που παρουσιάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο, παίζουν ιδιαίτερος σημαντικό ρόλο στην αναζήτηση του βέλτιστου σχεδιασμού ενός ΚΦΚ. Τέλος, στην ενότητα 4.6 παρουσιάσαμε την διεύρυνση μη-γραμμικών σολιτονιακών παλμών και επισημάναμε την υπεροχή τους συγκρίσει με γραμμικούς Gaussian παλμούς, ιδίως όταν η αρχική ισχύ του σολιτονίου υπερέχει της θεμελιώδους ισχύος κατά 50%.

5. Μη γραμμική ανάλυση

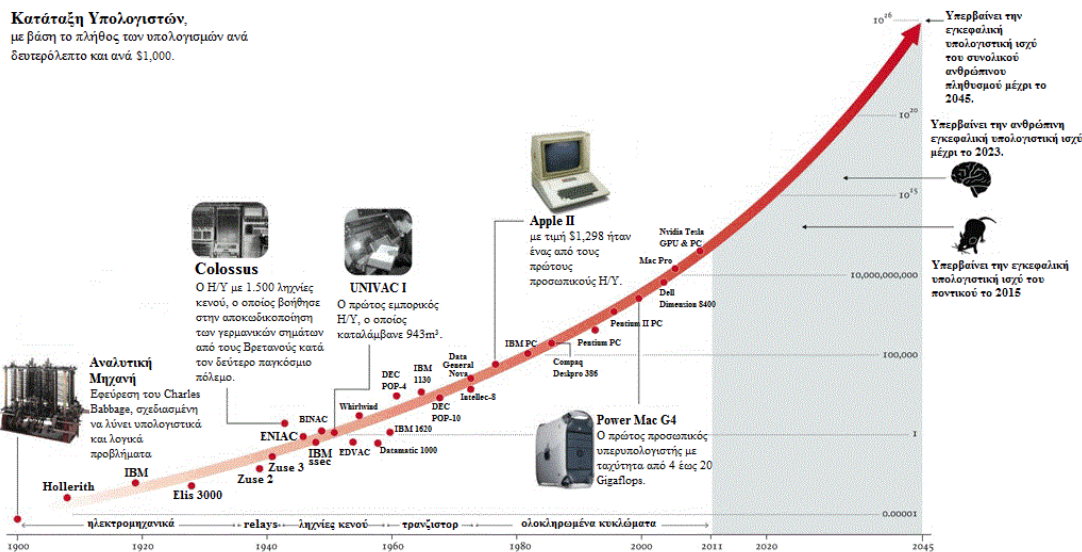
Σε αυτό το κεφάλαιο αναφέρονται οι μη-γραμμικές επιδόσεις των φωτονικών κρυστάλλων. Η ανάλυσή μας επικεντρώνεται γύρω από το μη-γραμμικό φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων, θεωρώντας το φαινόμενο αυτό χαίρει μεγάλης απήχησης στις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Μη-γραμμικά φαινόμενα όπως η απορρόφηση δύο κυμάτων αλλά και φαινόμενα που διεγείρονται από την ύπαρξη ελεύθερων ηλεκτρονίων και οπών στον κυματοδηγό, συνυπολογίζονται.

5.1 Εισαγωγή

Την προηγούμενη δεκαετία, τα ηλεκτρονικά κυκλώματα είχαν κυρίαρχη παρουσία στις περισσότερες τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Σύμφωνα με το νόμο του Moore [204], η ανάπτυξη και οι απαιτήσεις της υπολογιστικής ισχύος στα ηλεκτρονικά ολοκληρωμένα κυκλώματα (HOK) παρουσιάζει ένα διπλασιασμό του αριθμού των τρανζιστορ ανά ολοκληρωμένο κύκλωμα κάθε δεκαοκτώ μήνες, όπως δείχνει και η Εικόνα 5-1. Άμεσο επακόλουθο της τάσης που περιγράφει η καμπύλη του Moore, είναι η συνεχώς αυξανόμενη ανησυχία της επιστημονικής κοινότητας σχετικά με τα επίπεδα κατανάλωσης ισχύος αλλά και την ικανότητα απαγωγής θερμότητας λόγω της πυκνής ολοκλήρωσης των HOK στα σύγχρονα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα. Σήμερα, σε κάθε σύγχρονο τηλεπικοινωνιακό σύστημα η μετάδοση δεδομένων γίνεται αποκλειστικά με οπτικές ίνες, με την πληροφορία να μεταδίδεται σε μορφή οπτικών παλμών. Παρόλα αυτά, τα σύγχρονα τηλεπικοινωνιακά δίκτυα είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με τα HOK, καθώς η επεξεργασία σήματος βασίζεται σε αυτά (όπως για παράδειγμα η προσωρινή αποθήκευση, η δρομολόγηση, η καθυστέρηση ενός τηλεπικοινωνιακού σήματος κτλ.). Απαραίτητο χαρακτηριστικό της χρήσης HOK σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα, είναι η μετατροπή του εισερχόμενου οπτικού σήματος σε ηλεκτρικό, ώστε να υποστεί ηλεκτρονική επεξεργασία. Η διαδικασία αυτή συχνά αποκαλείται όπτικο-ηλεκτρονική μετατροπή και αντίστοιχα ορίζεται και η αντίστροφη διαδικασία, γνωστή ως ήλεκτρο-οπτική μετατροπή.

Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα, το οποίο υποστηρίζει υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης, οι αλληπάλληλες ήλεκτρο-οπτικές και όπτικο-ηλεκτρονικές μετατροπές προκαλούν φαινόμενα συμφόρησης (bottleneck effects) στους ενδιάμεσους κόμβους των δικτύων λόγω των ήλεκτρο-οπτικών καθυστερήσεων που υπόκεινται το σήμα. Επιπλέον, σημαντικό μειονέκτημα της ολοένα αυξανόμενης ηλεκτρονικής ολοκλήρωσης είναι το σημαντικό ποσοστό ενέργεια η οποία δαπανάται για την απαγωγή θερμότητας, γεγονός που αναμένεται να μειωθεί σημαντικά με τις καθόλα οπτικές διατάξεις. Τα μειονεκτήματα που υπεισέρχονται στη λειτουργία ενός σύγχρονου τηλεπικοινωνιακού συστήματος λόγω της χρήσης των HOK οδηγούν σταδιακά στην επεξεργασία του σήματος στο οπτικό πεδίο. Παρόλα αυτά, η πλήρης αντικατάσταση των ηλεκτρονικών διατάξεων επεξεργασίας σήματος από αντίστοιχες οπτικές διατάξεις είναι μία τολμηρή αντίληψη που δεν συμμαρμίζονται πολύ ερευνητές. Αντιθέτως, η αμιγώς οπτική εκδοχή διάφορων εφαρμογών επεξεργασίας σήματος είναι ένα ερευνητικό πεδίο το οποίο συγκεντρώνει αυξημένο ενδιαφέρον την τελευταία δεκαετία. Στο πεδίο της οπτικής ολοκλήρωσης, οι επίπεδοι κυματοδηγοί φωτονικών κρυστάλλων (ΚΦΚ) αναμένεται να παίξουν ένα σημαντικό ρόλο. Όπως προαναφέρουμε πιο λεπτομερειακά στο δεύτερο κεφάλαιο, οι φωτονικοί κρύσταλλοι είναι δομές με περιοδικά διαμορφωμένο δείκτη διάθλασης, οι οποίοι κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες παρουσιάζουν ολικά φωτονικά χάσματα. Δεδομένου του ότι οι φωτονικοί κρύσταλλοι μπορούν να δημιουργηθούν από οποιοδήποτε υλικό, η συμβατότητα με τα υλικά διαφορετικών διατάξεων δεν αποτελεί ένα προφανές πρόβλημα. Επιπλέον, η ικανότητα των φωτονικών κρυστάλλων να περιορίζουν το φως σε κλίμακα του μήκους κύματος σε συνδυασμό με την καθυστέρηση

της ταχύτητας ομάδας του οπτικού παλμού, καθιστούν τους φωτονικούς κρυστάλλους τη βάση για υλοποίηση πολλών λειτουργιών σε οπτική ολοκληρωμένη μορφή.



Εικόνα 5-1. Διάγραμμα που υποδεικνύει την απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ ανά δευτερόλεπτο και ανά \$1,000 με την χρονολογία. Το διάγραμμα αυτό βασίζεται στο κανόνα Moore [204] και ξεκινώντας από το έτος 1900 κάνει μία τολμηρή εκτίμηση για το μέλλον.

Στην πραγματικότητα πίσω από κάθε εφαρμογή οπτικής επεξεργασίας σήματος βρίσκεται η ικανότητα της χειραγώγησης του φωτός χρησιμοποιώντας τις οπτικές μη-γραμμικότητες του μέσου. Όπως θα δείξουμε παρακάτω, η ανάπτυξη μη-γραμμικότητας σε ένα μέσο εξαρτάται από την επίδραση που έχει η εφαρμοζόμενη οπτική ισχύ του παλμού, στα άτομα του μέσου. Εάν η ισχύς του ηλεκτρικού πεδίου προκαλεί ελαστική παραμόρφωση ανάλογη της σχετικής μετατόπισης (πόλωσης) στα άτομα του μέσου τότε διεγείρονται τα γραμμικά του φαινόμενα. Αντιθέτως, όταν η ισχύς του οπτικού παλμού είναι αρκετά μεγάλη ώστε να δημιουργείται μία μη-γραμμική εξάρτηση της πόλωσης με την εφαρμοζόμενη οπτική ισχύ τότε το μέσο χαρακτηρίζεται από μη-γραμμικά φαινόμενα. Η ικανότητα των φωτονικών κρυστάλλων, να περιορίζουν χωρικά, τον παλμό σε πολύ μικρές περιοχές, αποφέρει την αύξηση της ισχύος κορυφής και σαν αποτέλεσμα την ενίσχυση των μη-γραμμικότητων του μέσου. Επιπλέον, ένα βασικό πλεονέκτημα που προσφέρουν οι ΚΦΚ είναι η ελευθερία στην επιλογή του υλικού κατασκευής τους. Επιλέγοντας ένα υλικό το οποίο παρέχει έντονα μη-γραμμικά χαρακτηριστικά μπορούμε να περιορίσουμε την εφαρμοζόμενη οπτική ισχύ αλλά και το μήκος του κυματοδηγού. Η κατάσταση περιπλέκεται περαιτέρω αν αναλογιστούμε και την συμβατότητα μεταξύ των υλικών κατασκευής, όπως περιγράψαμε στην ενότητα 1.2.1.. Επιπλέον, όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, ο ειδικός σχεδιασμός των ΚΦΚ προσφέρει συχνотικές περιοχές που ευνοούν τα μη-γραμμικά φαινόμενα.

Τα τελευταία χρόνια ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν μελέτες διαφόρων οπτικών διατάξεων για οπτικές εφαρμογές εναλλαγής μήκους κύματος (wavelength conversion), αναγέννηση σήματος (signal regeneration), μεταγωγής και αποπολυπλεξίας οπτικού σήματος (optical switching, de-multiplexing) κ.α. [205]-[211]. Παρόλα αυτά οι περισσότερες οπτικές διατάξεις αποτελούνται από οπτικές ίνες και ημιαγωγικούς οπτικούς ενισχυτές, καθιστώντας σχετικά ογκώδεις διατάξεις συνήθως ακατάλληλες για οπτική ολοκλήρωση. Οπτικά ολοκληρωμένες λύσεις (on-chip) που προσφέρουν οι ΚΦΚ είναι ένα επιπλέον επιθυμητό χαρακτηριστικό που δικαιολογεί το ολοένα αυξανόμενο επιστημονικό ενδιαφέρον που παρουσιάζουν. Προς το παρόν, οπτικές ολοκληρωμένες διατάξεις έγιναν διαθέσιμες μέσω της ευρείας και ώριμης γνώσης της φωτονικής πυριτίου (silicon photonics) [23]-[25], που αναφέραμε στο πρώτο κεφάλαιο. Παρόμοιες υλοποιήσεις κυματοδηγών πυριτίου σε μορφή νήματος (wire waveguide), επιτυγχάνουν

το περιορισμό οπτικής ισχύος σε περιοχές περί τις χίλιες φορές μικρότερες από αυτή που παρατηρούμε στις οπτικές ίνες. Η αυξημένη πυκνότητα ισχύος μπορεί με την σειρά της να υποστηρίξει μη-γραμμικά φαινόμενα όπως την εξαναγκασμένη σκέδαση Raman (SRS), την απορρόφηση δύο φωτονίων (two photon absorption, TPA), την αυτοδιαμόρφωση φάσης (self-phase modulation, SPM), ετεροδιαμόρφωση φάσης (cross-phase modulation, XPM) και μίξη τεσσάρων κυμάτων (four-wave mixing, FWM) [208], [212]-[214]. Οι διατάξεις αυτές θα μπορούσαν να γίνουν πιο ελκυστικές, αν διατηρούσαν τα πλεονεκτήματά τους, σε όσον το δυνατόν μικρότερη ισχύ και σε όσον το δυνατόν μικρότερες διαστάσεις. Επιπλέον, είναι επιθυμητό χαρακτηριστικό το εύρος ζώνης λειτουργίας των μη-γραμμικών φαινομένων να είναι όσον το δυνατόν πιο διευρυμένο, καλύπτοντας μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων και ως άμεσο επακόλουθο μεγαλύτερο εύρος εφαρμογών. Σε αυτή την κατηγορία, οι επίπεδοι ΚΦΚ έρχονται να καλύψουν τα περισσότερα από τα παραπάνω χαρακτηριστικά, παρέχοντας χαμηλά επίπεδα διασποράς και γραμμικών απωλειών, μικρό αποτύπωμα της διάταξης (με μήκη να κυμαίνονται σε λίγες εκατοντάδες μικρόμετρα), την ικανότητα να καθυστερούν το φως (αργό φως της τάξης $n_g \sim 100$) και τέλος αυξημένης πυκνότητας ισχύος και συνεπώς ενίσχυσης των μη-γραμμικών φαινομένων. Στις επόμενες υποενότητες αυτού του κεφαλαίου θα μελετήσουμε τα μη-γραμμικά φαινόμενα στους επίπεδους ΚΦΚ και θα παρουσιάσουμε νέες αναλυτικές εκφράσεις για το γρήγορο προσεγγιστικό προσδιορισμό τους.

5.2 Μη-γραμμικά φαινόμενα και η μίξη τεσσάρων κυμάτων

Όπως περιγράψαμε και στην εισαγωγή, η διέγερση των μη-γραμμικοτήτων του μέσου οφείλονται στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο του οπτικού παλμού και σχετίζεται με την πόλωση που προκαλεί στα άτομα του υλικού και επομένως τη μεταβολή της ηλεκτρικής μετατόπισης \mathbf{D} . Όταν το ηλεκτρικό πεδίο έχει μικρή ένταση τότε προκαλεί μία σχεδόν γραμμική μετατόπιση λόγω πόλωσης. Όταν όμως η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι τέτοια ώστε να προκαλέσει μη-γραμμική σχετική μετατόπιση στα άτομα του υλικού τότε διεγείρονται διάφορα μη γραμμικά φαινόμενα. Η εξάρτηση της πόλωσης του μέσου και συνεπώς των μη-γραμμικοτήτων από το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από την παρακάτω έκφραση,

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \left(\chi \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)^2 + \chi^{(3)} : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)^3 + \dots \right) \quad (5.1)$$

, όπου ε_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού χώρου και με $\chi^{(v)}$ συμβολίζουμε την διηλεκτρική επιδεκτικότητα του μέσου, v -ιστού βαθμού. Η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης του μέσου από την διηλεκτρική επιδεκτικότητα του μέσου δίνεται από την έκφραση, $n_2 = (c_0/c)^2 = 1 + \chi$, όπου c_0 και c είναι οι ταχύτητες του φωτός στον κενό χώρο και στο μέσο, αντίστοιχα. Στην εξίσωση (5.1), ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους περιγράφει τη γραμμική εξάρτηση της πόλωσης του μέσου από το ηλεκτρικό πεδίο, ενώ οι υπόλοιποι όροι περιγράφουν τη μη-γραμμική εξάρτηση. Όταν στο μέσο υπερισχύει η επιδεκτικότητα τρίτης τάξης $\chi^{(3)}$ και θεωρήσουμε ακαριαίες μεταβολές της πόλωσης εξαιτίας του ηλεκτρικού πεδίου τότε το μέσο καλείται μέσο Kerr και η μη-γραμμική πόλωση του μέσου εξαρτάται άμεσα από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου,

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \propto \chi^{(3)} |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (5.2)$$

Η εξίσωση (5.2) περιγράφει την εξάρτηση της πόλωσης και συνεπώς των μη-γραμμικών φαινομένων στο μέσο από οπτική ισχύ του κυματοδηγούμενου παλμού. Οι φωτονικοί κρύσταλλοι προσελκύουν επιπλέον επιστημονικό ενδιαφέρον, σε αυτό το σημείο, διότι ελαττώνοντας την ταχύτητα διάδοσης του οπτικού παλμού αυξάνουν την ισχύ κορυφής, ενισχύοντας την ένταση του οπτικού τρόπου [50], [215]. Το γεγονός αυτό απορρέει από την αρχή διατήρηση της ενέργειας κατά τη μεταβολή της ταχύτητας του παλμού. Επίσης,

η μείωση της ταχύτητας ομάδας, καθυστερεί την διάδοση της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου μέσα στον ΚΦΚ με αποτέλεσμα ο οπτικός παλμός να αλληλεπιδρά με το υλικό για περισσότερο χρόνο, μειώνοντας με αυτό το τρόπο το ενεργό μήκος που απαιτείται για την διέγερση των μη-γραμμικών φαινομένων [216].

Στο προηγούμενο κεφάλαιο, περιγράψαμε τα κυριότερα γραμμικά φαινόμενα που υπόκεινται ένας οπτικός παλμός καθώς κυματοδηγείται σε ένα ΚΦΚ. Παρόλα αυτά, οι ΚΦΚ παρουσιάζουν μεγάλο ενδιαφέρον για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές λόγω των μη-γραμμικών φαινομένων που προσφέρουν. Τα κυριότερα μη-γραμμικά φαινόμενα που βασίζονται στην διηλεκτρική επιδεκτικότητα τρίτης τάξης $\chi^{(3)}$, στους ΚΦΚ είναι η αυτοδιαμόρφωση φάσης (SPM) [217], η ετεροδιαμόρφωση φάσης (XPM) [91] και απορρόφηση δύο κυμάτων (TPA) [215]. Επίσης φαινόμενα διασποράς και απορρόφησης που προκαλούνται από τη γέννηση ελεύθερων φορέων (ηλεκτρονίων και οπών) στο μέσο θεωρούνται επίσης σημαντικά (free-carrier effects, FC) [207]. Το φαινόμενο της SPM περιγράφει την παραμόρφωση που εισάγεται σε ένα παλμό λόγω της αλλαγής του δείκτη διάθλασης του μέσου που προκαλείται από την ίδια του την ισχύ, μέσω του φαινομένου Kerr [186]. Η κατάσταση περιπλέκεται περισσότερο όταν δύο οπτικοί παλμοί με διαφορετικά μήκη κύματος οδεύουν μέσα στον ΚΦΚ. Σε αυτή την περίπτωση οι παλμοί ενδέχεται να επηρεαστούν από τα μη-γραμμικά φαινόμενα SRS και XPM [90]. Ένα φαινόμενο που χαίρει μεγάλης απήχησης στους ΚΦΚ στις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές είναι η μίξη τεσσάρων κυμάτων (FWM) [209], [218]-[223]. Το φαινόμενο FWM παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθώς μελετάει τη μεταφορά οπτικής ισχύος ενός παλμού σήματος σε ένα ανεγειρόμενο κύμα (συχνά αποκαλούμενο ως κύμα idler) μέσω της αλληλεπίδρασης με δύο επιπλέον κύματα άντλησης (pump wave). Στη μετέπειτα ανάλυσή μας, επιλέξαμε να ασχοληθούμε με το φαινόμενο FWM, καθώς με την ταυτόχρονη κυματοδότηση τεσσάρων κυμάτων διεγείρονται και τα υπόλοιπα προαναφερθέντα φαινόμενα. Η μελέτη του φαινομένου FWM είναι ένα πολλά υποσχόμενο φαινόμενο, το οποίο βρίσκει εφαρμογή σε πολλές τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές όπως η μετατροπή μήκους κύματος [205], η αναγέννηση του σήματος [206], και η οπτική δρομολόγηση [210].

Χωρίς να θυσιάσουμε τη γενικότητα της ανάλυσής μας απλοποιούμε περαιτέρω την περιγραφή του φαινομένου FWM, επιλέγοντας μόνο ένα σήμα άντλησης και καταλήγοντας με αυτό το τρόπο στην εκφυλισμένη εκδοχή του φαινομένου FWM (degenerate FWM). Η εξέλιξη της περιβάλλουσας των τριών πλέον κυμάτων, δίνονται από τις παρακάτω συζευγμένες συνήθειες διαφορικές εξισώσεις (ordinary differential equations, ODE) [186],

$$\frac{dA_p}{dz} + \beta_1 A_p^{(1)} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{j^n \beta_n}{n!} A_p^{(n)} + \frac{\Gamma}{2} A_p = \left\{ T_p |A_p|^2 + F_p |A_p|^4 \right\} A_p \quad (5.3)$$

$$\frac{dA_s}{dz} + \beta_1 A_s^{(1)} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{j^n \beta_n}{n!} A_s^{(n)} + \frac{\Gamma}{2} A_s = \left\{ T_s |A_p|^2 + F_s |A_p|^4 \right\} A_s + jM_s A_p^2 A_i^* e^{-j\Delta kz} \quad (5.4)$$

$$\frac{dA_i}{dz} + \beta_1 A_i^{(1)} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{j^n \beta_n}{n!} A_i^{(n)} + \frac{\Gamma}{2} A_i = \left\{ T_i |A_p|^2 + F_i |A_p|^4 \right\} A_i + jM_i A_p^2 A_s^* e^{-j\Delta kz} \quad (5.5)$$

Όπου k είναι ο κυματάρθρωτος και με $\Delta k = k_s + k_i - 2k_p$ συμβολίζουμε τη γραμμική αναντιστοιχία φάσης (linear phase mismatch), ενώ με A_p , A_s και A_i συμβολίζουμε τις περιβάλλουσες των κυμάτων άντλησης, σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, αντίστοιχα. Οι εξισώσεις (5.3)-(5.5) περιγράφουν την αλληλεπίδραση μεταξύ του ανεγειρόμενου κύματος και του σήματος μέσω της μεσολάβησης του κύματος άντλησης.

Στο αριστερό μέλος των εξισώσεων (5.3)-(5.5) περιγράφεται η χωρική και χρονική εξέλιξη¹¹ των τριών παλμών αντίστοιχα καθώς επίσης και η συνεισφορά των γραμμικών απωλειών διάδοσης. Στο δεξί μέλος των εξισώσεων (5.3)-(5.5) περιγράφονται οι συνεισφορές των φαινομένων SPM, XPM, TPA, FC και FWM. Οι παράμετροι T_x με το $x=p,s$ και i δίνονται από τις παρακάτω εξισώσεις,

$$T_p = \left(jn_2\omega_p c^{-1} - \frac{1}{2}\beta_{TPA} \right) S_p^2 A_{ppp}^{-1} \quad (5.6)$$

$$T_s = \left(2jn_2\omega_s c^{-1} - \beta_{TPA} \right) S_p S_s A_{pss}^{-1} \quad (5.7)$$

$$T_i = \left(2jn_2\omega_i c^{-1} - \beta_{TPA} \right) S_p S_i A_{pii}^{-1} \quad (5.8)$$

Η εξίσωση (5.6) περιγράφει την επιρροή των φαινομένων SPM και TPA στην εξέλιξη του κύματος άντλησης. Το φαινόμενο XPM όπως και το φαινόμενο FWM στην περιγραφή του σήματος άντλησης, μπορούν να αγνοηθούν υπό την προϋπόθεση ότι το κύμα άντλησης έχει σημαντικά μεγαλύτερη ισχύ από τα άλλα δύο κύματα [218]. Από την άλλη πλευρά, οι εξισώσεις (5.7) και (5.8) περιγράφουν την συνεισφορά των φαινομένων XPM και TPA στην εξέλιξη του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, αντίστοιχα. Ακολουθώντας το ίδιο σκεπτικό, η συνεισφορά του κύματος άντλησης στο ανεγειρόμενο και στο κύμα σήματος μέσω των φαινομένων XPM και TPA θα είναι σημαντικότερη από αυτή του SPM. Στις εξισώσεις (5.6)-(5.8), n_2 είναι ο μη-γραμμικός συντελεστής Kerr (για το πυρίτιο $n_2=5 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$ [200]), $\omega_x=2\pi c/\lambda_x$ η κεντρική συχνότητα του εκάστοτε παλμού με $x=p,s$ ή i , β_{TPA} είναι ο συντελεστής που εκφράζει το φαινόμενο TPA στο μέσο, $S=c/v_g$ είναι ο δείκτης αργού φωτός του παλμού και A_{xyz} είναι η ενεργό περιοχή που εντοπίζεται ο τρόπος διάδοσης, η οποία περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση [219],

$$A_{\rho\kappa\psi} = \frac{\left(\int_V |E_\rho|^2 dV \int_V |E_\rho|^2 dV \int_V |E_\kappa|^2 dV \int_V |E_\psi|^2 dV \right)^{1/2}}{\alpha_0 \int_V E_\rho^* E_\rho^* E_\kappa E_\psi dV} \quad (5.9)$$

, όπου V είναι ο όγκος της κυψελίδας που διαμορφώνει τον ΚΦΚ και a_0 είναι η πλεγματική σταθερά του κρυστάλλου. Στην εξίσωση (5.9), οι δείκτες ρ , κ και ψ περιγράφουν την ενεργό περιοχή του τρόπου όταν υπάρχουν μέχρι τρία σήματα ταυτόχρονα στον ΚΦΚ. Οπότε στην περίπτωση του φαινομένου SPM η ενεργός περιοχή θα δίνεται από την εξίσωση (5.9) για $\rho=\kappa=\psi$, για το XPM για $\rho \neq \kappa = \psi$, ενώ στο FWM για $\rho \neq \kappa \neq \psi$. Στην Εικόνα 5-2 παρουσιάζονται οι ενεργό περιοχές των φαινομένων SPM, XPM και FWM για τον ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220]. Στην Εικόνα 5-2 αποτυπώνονται οι διαφορές της ενεργού περιοχής που αντιλαμβάνεται το εκάστοτε μη-γραμμικό φαινόμενο. Στις εξισώσεις (5.3)-(5.5), ο συντελεστής F_x περιγράφει την συνεισφορά των φαινομένων απορρόφησης και διασποράς λόγω της γέννησης ελεύθερων φορέων στον κυματοδηγό όπως περιγράφει η παρακάτω σχέση [207],

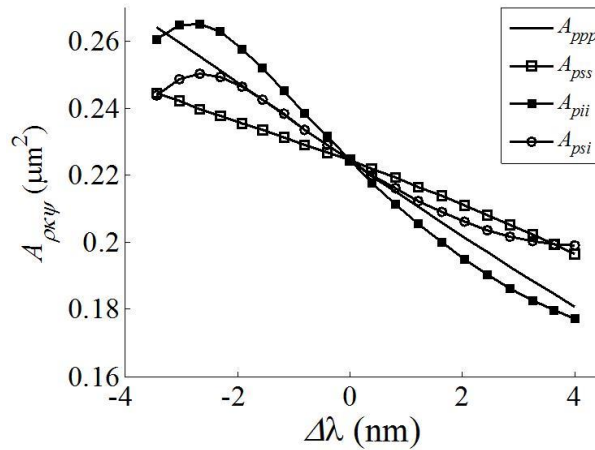
$$F_\mu \cong \frac{N_c}{P_p^2} \left(j \frac{2\pi}{\lambda_\mu} C_1 - \frac{C_2}{2} \right) \left(\frac{\lambda_\mu}{\lambda_0} \right)^2 \quad (5.10)$$

¹¹ Ο συμβολισμός « $A^{(v)}$ » στο αριστερό μέλος των εξισώσεων (5.3)-(5.5), υποδεικνύει την μερική παράγωγο ως προς την μεταβλητή του χρόνου t , v -ιοστής τάξης, δηλαδή $\partial^v A / \partial t^v$.

όπου η παράμετρος N_c είναι η πυκνότητα ελεύθερων φορέων και δίνεται από την έκφραση $N_c = \beta_{TPA} S_p^3 \tau_c / (2\hbar \omega_p A_{ppp}^2) P_p^2$ [209], [219]-[220] με $\mu=p,s,i$. Στην ίδια εξίσωση με $P_p=|A_p|^2$ συμβολίζουμε την ισχύ του κύματος άντλησης ενώ με $C_1=-1.35 \times 10^{-27} \text{m}^3$ και $C_2=1.45 \times 10^{-21} \text{m}^2$ μεταβλητές για το υλικό του πυριτίου. Δεδομένου ότι η ανάλυση γίνεται για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές, εισάγεται ένας διορθωτικός παράγοντας (λ_μ/λ_0) στην εξίσωση (5.10) για το μήκος κύματος γύρω, με $\lambda_0=1550\text{nm}$. Ο χρόνος που οι φορείς παραμένουν ελεύθεροι πριν επανασυνδεθούν είναι γνωστός και ως χρόνος-ζωής των φορέων, τ_c και παίρνει τιμές από 400ps έως 2ns σε ΚΦΚ πυριτίου [221]. Τέλος, η παράμετρος M_x , η οποία εντοπίζεται στις εξισώσεις (5.4) και (5.5), με $x=s$ και i αντίστοιχα, εκφράζονται με βάση την εξίσωση,

$$M_x = n_2 \omega_x c^{-1} A_{psi}^{-1} S_p \sqrt{S_s S_i} \quad (5.11)$$

Η εξίσωση (5.11) περιγράφει τη συνεισφορά του φαινομένου FWM στην εξέλιξη του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος. Όπως αναφέραμε και ανωτέρω, θεωρούμε ότι η συνεισφορά του φαινομένου FWM στην εξέλιξη του κύματος άντλησης είναι αμελητέα λόγω του υποδεκαπλάσιου επιπέδου ισχύος των άλλων δύο παλμών σε σύγκριση με το κύμα άντλησης.



Εικόνα 5-2. Η ενεργό περιοχή του τρόπου συναρτήσεως της διαφοράς μήκους κύματος ($\Delta\lambda$) μεταξύ του σήματος ή του ανεγειρόμενου κύματος από το κύμα άντλησης, για τα φαινόμενα SPM (A_{ppp}), XPM (A_{pss} και A_{pii}) και FWM (A_{psi}).

Στις εξισώσεις (5.3)-(5.5) έχουμε παραλείψει την συνεισφορά του φαινομένου SRS υπό την προϋπόθεση ότι η διαφορά των μηκών κύματος μεταξύ των δύο κυμάτων (σήματος και ανεγειρόμενου) δεν ισούται με την συχνотική μετατόπιση Raman (Raman shift). Επίσης, στην προσπάθεια να εστιάσουμε την ανάλυσή μας στην συνεισφορά των μη-γραμμικών φαινομένων στην εξέλιξη ενός παλμού, υποθέτουμε μία ημι-συνεχής κατάσταση παλμών (quasi-continuous state). Η θεώρησή μας αυτή ενισχύεται αν συγκρίνουμε το μήκος της ΔΤΟ, $L_{\beta 2}=T_0^2/|\beta_2|$ (όπου T_0 είναι το RMS εύρος του παλμού) με το μήκος του ΚΦΚ. Για παράδειγμα, θεωρώντας ότι μελετάμε τον ΚΦΚ που προτάθηκε από τον J. Li et al. [220], τότε ο συντελεστής της ΔΤΟ είναι, $|\beta_2| \leq 24.7 \text{ps}^2/\text{mm}$. Στην συνέχεια, αν υποθέσουμε Gaussian παλμούς με ρυθμό, $R_b=10\text{Gb/s}$ και το T_{FWHM} να περιγράφεται όπως δείξαμε στην υποενότητα 4.4 τότε καταλήγουμε σε ένα χρονικό εύρος $T_0 \cong 15\text{ps}$ και $L_{\beta 2} \cong 9\text{mm}$. Το μήκος της ΔΤΟ στο οποίο καταλήξαμε είναι πολύ μεγαλύτερο από τους ΚΦΚ που βρίσκουμε στη βιβλιογραφία (με το συνολικό μήκος συνήθως να είναι $L \leq 500\mu\text{m}$). Υιοθετώντας λοιπόν αυτή την θεώρηση, οι όροι που περιγράφουν την χρονική εξέλιξη των παλμών στις εξισώσεις (5.3)-(5.5) μπορούν να παραλειφθούν, οδηγώντας μας στις παρακάτω εκφράσεις για τα τρία κύματα,

$$\frac{dA_p}{dz} + \frac{\Gamma}{2} A_p = \left\{ T_p |A_p|^2 + F_p |A_p|^4 \right\} A_p \quad (5.12)$$

$$\frac{dA_s}{dz} + \frac{\Gamma}{2} A_s = \left\{ T_s |A_p|^2 + F_s |A_p|^4 \right\} A_s + jM_s A_p^2 A_i^* e^{-j\Delta kz} \quad (5.13)$$

$$\frac{dA_i}{dz} + \frac{\Gamma}{2} A_i = \left\{ T_i |A_p|^2 + F_i |A_p|^4 \right\} A_i + jM_i A_p^2 A_s^* e^{-j\Delta kz}. \quad (5.14)$$

Οι εξισώσεις (5.12)-(5.14) περιγράφουν την εξέλιξη τριών κυμάτων σε έναν ΚΦΚ, εστιασμένες στα κυριότερα μη-γραμμικά φαινόμενα τα οποία επιδρούν στα κυματοδηγούμενα κύματα. Ένας τρόπος να κατανοήσουμε πόσο σημαντική είναι η επίδραση του κάθε φαινομένου (όπως τα SPM, XPM κτλ.) στο εκάστοτε κύμα είναι μελετώντας την επίδοση του φαινομένου FWM. Η απόδοση του φαινομένου FWM συνήθως ποσοτικοποιείται μέσω της απόδοσης μετατροπής (conversion efficiency) της ισχύος του σήματος στην ισχύ του ανεγειρόμενου κύματος [186],

$$\eta \equiv \frac{P_i(L)}{P_s(0)} \quad (5.15)$$

όπου με $P_i(L)$ συμβολίζουμε την ισχύ του ανεγειρόμενου κύματος στην έξοδο του κυματοδηγού με συνολικό μήκος L και με $P_s(0)$ συμβολίζουμε την ισχύ του σήματος στην είσοδο του κυματοδηγού (δηλαδή για $L=0$). Ο ΚΦΚ ο οποίος θα επιτυγχάνει τη μεγαλύτερη τιμή του δείκτη η υπό τις ίδιες αρχικές συνθήκες (πχ $P_s(0)$, $P_p(0)$ και L) θα αποτελεί την πιο ελκυστική επιλογή για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Στην διεθνή βιβλιογραφία έχουν προταθεί διάφοροι ΚΦΚ οι οποίοι παρουσιάζουν ιδιαίτερες επιδόσεις στην απόδοση μετατροπής [92], [224]. Στην περίπτωση των φωτονικών κρυστάλλων αλλά όχι μόνο, η αριθμητική επίλυση των εξισώσεων (5.3)-(5.5) απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό χρόνο, ο οποίος μπορεί να κριθεί ως απαγορευτικός σε εφαρμογές που απαιτούν πολλαπλούς υπολογισμούς της παραμέτρου η . Παράδειγμα τέτοιας εφαρμογής είναι η αναζήτηση του βέλτιστου σχεδιασμού στους ΚΦΚ ώστε να μεγιστοποιήσουμε το η ή κάποια άλλη μετρική που σχετίζεται με αυτό, την οποία υλοποιούμε στο επόμενο κεφάλαιο. Ένας εναλλακτικός τρόπος για την επιτάχυνση των υπολογισμών είναι η υιοθέτηση αναλυτικών εκφράσεων για τον υπολογισμό της απόδοσης μετατροπής, όπου βέβαια αυτό είναι εφικτό. Στις παρακάτω ενότητες θα προσπαθήσουμε να αποδώσουμε αναλυτικές εκφράσεις της απόδοσης μετατροπής σε περιπτώσεις όπου διάφορα μη-γραμμικά φαινόμενα επηρεάζουν την εξέλιξη των τριών κυμάτων.

5.3 Απόδοσης μετατροπής με γραμμικές απώλειες

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η αναλυτική έκφραση της απόδοσης μετατροπής του φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων όταν στα κύματα δεν επιδρούν άλλα μη-γραμμικά φαινόμενα πλην των SPM και XPM. Στην προσέγγιση αυτή ο μόνος μηχανισμός απωλειών που υποβαθμίζει την ισχύ των κυμάτων είναι οι γραμμικές απώλειες διάδοσης. Η απόδοση μετατροπής, σε αυτή την περίπτωση, μπορεί να περιγραφεί με την παρακάτω αναλυτική έκφραση [225],

$$\eta = \frac{\omega_i}{\omega_s} \left(1 + \frac{\kappa^2}{4g^2} \right) \sinh^2(gL) e^{-\Gamma_i L} \quad (5.16)$$

όπου ω_i και ω_s είναι οι κεντρικές συχνότητες του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, ενώ οι παράμετροι κ και g καλούνται ολική αναντιστοιχία φάσης (phase mismatch) και παραμετρική απολαβή (parametric gain) αντίστοιχα. Οι μεταβλητές κ και g δίνονται από τις παρακάτω εκφράσεις,

$$\kappa = \Delta k + \frac{2n_2}{c} \bar{P}_p \left(\frac{\omega_s}{A_{pss}} + \frac{\omega_i}{A_{pii}} - \frac{\omega_p}{A_{ppp}} \right), \quad (5.17)$$

$$g = \sqrt{\left(\frac{n_2 S_p}{c A_{psi}} \right)^2 S_i S_p \omega_i \omega_s \bar{P}_p^2 - \kappa^2 / 4}. \quad (5.18)$$

Στην εξίσωση (5.17), ο όρος \bar{P}_p αντιστοιχεί στη μέση ισχύ άντλησης, η οποία περιγράφεται από την εξίσωση,

$$\bar{P}_p \equiv \frac{1}{L} \int_0^L P_p(z) dz = P_p(0) \frac{1 - e^{-\Gamma L}}{\Gamma L}. \quad (5.19)$$

Για να καταλήξουμε στην σχέση (5.16), υποθέσαμε ότι το μη-γραμμικό φαινόμενο TPA μπορεί να αγνοηθεί. Η υπόθεση αυτή μπορεί να υποστηριχθεί αν λάβουμε υπόψη μας υλικά για την κατασκευή του ΚΦΚ που κατέχουν μικρό συντελεστή β_{TPA} (γνωστά στη βιβλιογραφία ως TPA-free materials), τα οποία συγκεντρώνουν αυξημένο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές [218], [226]-[227]. Η εξίσωση (5.16) προκύπτει από την έκφραση της απόδοσης μετατροπής για την περίπτωση που δεν υπάρχουν απώλειες [186],

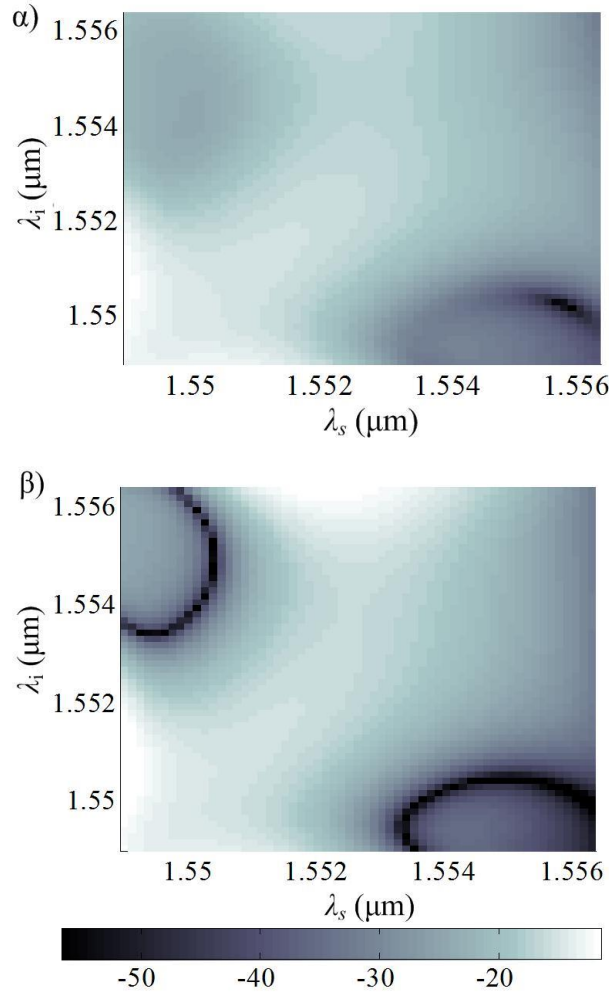
$$\eta_0 = \frac{\omega_i}{\omega_s} \left(1 + \frac{\kappa^2}{4g^2} \right) \sinh^2(gL) \quad (5.20)$$

πολλαπλασιάζοντας στην συνέχεια, με την παράμετρο των γραμμικών απώλειες που βιώνει το ανεγειρόμενο κύμα, (δηλαδή $e^{-\Gamma L}$). Επίσης για την έκβαση της εξίσωσης (5.16), υποθέτουμε ότι η ισχύς άντλησης μεταβάλλεται αλλά λαμβάνεται υπόψη μία μέση ισχύς \bar{P}_p , η οποία δίνεται από την εξίσωση (5.19) και παρουσιάζει παρόμοια επίδραση στο φαινόμενο κατά την διάδοση των κυμάτων στον ΚΦΚ.

Σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφέρουμε ότι η αναλυτική έκφραση της απόδοσης μετατροπής στην περίπτωση όπου τα τρία κύματα επηρεάζονται μόνο από τις γραμμικές απώλειες διάδοσης μπορεί να αποκτηθεί με την εφαρμογή των συρρευσών υπεργεωμετρικών (confluent hypergeometric) συναρτήσεων Whittaker [228]. Σε αυτή την περίπτωση όμως ο απαραίτητος υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται είναι συγκρίσιμος με αυτόν του υπολογισμού των αρχικών συνήθων διαφορικών εξισώσεων (5.3)-(5.5), καθιστώντας την αναλυτική έκφραση λιγότερο πρακτική σε σύγκριση με την εξίσωση (5.16).

5.4 Απόδοση μετατροπής εισάγοντας την απορρόφηση δύο κυμάτων

Η αναλυτική περιγραφή της απόδοσης μετατροπής, η περιπλέκεται περισσότερο όταν λάβουμε υπόψη το μη-γραμμικό φαινόμενο της απορρόφησης δύο κυμάτων. Σε αυτή την υποενότητα θα παρουσιάσουμε μία αναλυτική έκφραση για την απόδοση μετατροπής όταν οι γραμμικές απώλειες διάδοσης και οι μη-γραμμικές απώλειες λόγω του φαινομένου TPA, επιδρούν στα διαδιδόμενα κύματα. Το φαινόμενο TPA συνοδεύεται σχεδόν πάντα από τα μη-γραμμικά φαινόμενα απορρόφησης και διασποράς που οφείλονται στη γένεση ελεύθερων φορέων στους ΚΦΚ, τα οποία περιγράφονται από το πραγματικό και μιγαδικό μέρος της εξίσωσης (5.10), αντίστοιχα. Μία περίπτωση στην οποία μπορούμε να αγνοήσουμε τα φαινόμενα αυτά στην περίπτωση των φωτονικών κρυστάλλων είναι όταν χρησιμοποιούμε στενούς περιοδικούς παλμούς άντλησης με μικρό κύκλο εργασιών (duty cycle) επιτρέποντας με αυτό το τρόπο στους ελεύθερους φορείς να επανασυνδεθούν προτού ο επόμενος παλμός άντλησης φτάσει [223].



Εικόνα 5-3. Η απόδοσης μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], υπολογισμένος α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta και β) χρησιμοποιώντας την σχέση (5.24), συναρτήσεσι των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος.

Ένας δεύτερος τρόπος να αγνοήσουμε την συνεισφορά των ελεύθερων φορέων θα ήταν να εφαρμόσουμε ένα εξωτερικό σταθερό δυναμικό, το οποίο θα οδηγεί του ελεύθερους φορείς μακριά από το κέντρο του ΚΦΚ, ελαχιστοποιώντας έτσι την αλληλεπίδραση τους με τα διερχόμενα οπτικά κύματα [229]-[230]. Υπό αυτές τις προϋποθέσεις η εξέλιξη των τριών παλμών μέσα σε ένα ΚΦΚ, θα δίνεται από τις εξισώσεις (5.12)-(5.14) θέτοντας τις μεταβλητές $F_x=0$ με $x=p,s$ ή i . Το πρώτο βήμα προς τον αναλυτικό προσδιορισμό της παραμέτρου η , είναι η περιγραφή της μέσης ισχύς άντλησης, όταν λαμβάνουμε υπόψη και το φαινόμενο TPA. Αντικαθιστώντας όπου $A_p(z) = P_p(z)^{1/2} \exp(j\phi_p)$, με $P_p(z)=|A_p|^2$ στην εξίσωση (5.12), αλλά και $F_p=0$ καταλήγουμε στην έκφραση,

$$\frac{dP_p}{dz} = -\left[\Gamma_p + 2\text{Re}\{T_p\}P_p\right]P_p \quad (5.21)$$

Λύνοντας την εξίσωση (5.21) καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση για την ισχύ άντλησης,

$$P_p(z) = \frac{P_p(0)e^{-\Gamma_p z}}{1 + P_p(0)\beta_{TPA}S_p^2(1 - e^{-\Gamma_p z}) / (\Gamma_p A_{ppp})} \quad (5.22)$$

Η εξίσωση (5.22) δίνει την ισχύ άντλησης ξεκινώντας από την εξίσωση (5.21) και αντικαθιστώντας το $\text{Re}\{T_p\}$ με το πραγματικό μέρος της εξίσωσης (5.6). Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία όπως και στην υποενότητα 5.3.1, θα αντικαταστήσουμε την ισχύ άντλησης, η οποία δίνεται από την σχέση (5.22) με τη μέση ισχύ σύμφωνα με την παρακάτω έκφραση,

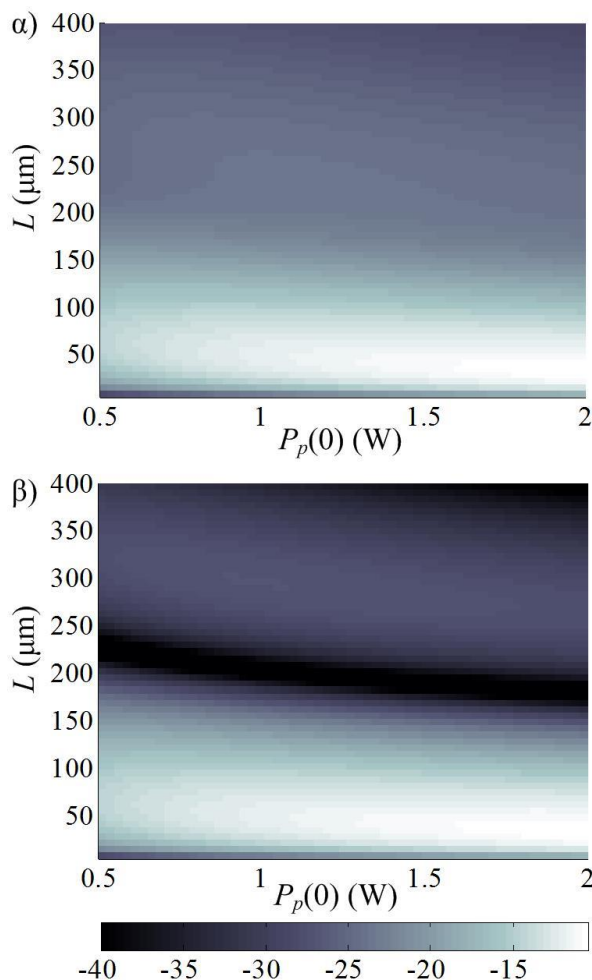
$$\bar{P}_p = \frac{A_{ppp}}{\beta_{TPA} S_p^2 L} \ln \left(1 + \frac{\beta_{TPA} S_p^2 P_p(0)}{\Gamma_p A_{ppp}} \left[1 - e^{-\Gamma_p L} \right] \right) \quad (5.23)$$

Η εξίσωση (5.23) αποτελεί την αναλυτική έκφραση για τη μέση ισχύ άντλησης. Όπως και στην προηγούμενη υποενότητα, η αναλυτική έκφραση για την απόδοση μετατροπής θα δίνεται από την σχέση που περιγράφει την παράμετρο η , όταν δεν υπάρχουν φαινόμενα απωλειών (γραμμικά ή μη-γραμμικά) [186], πολλαπλασιασμένη με τις απώλειες που αντιλαμβάνεται το ανεγειρόμενο κύμα όπως έχουμε θεωρήσει σε αυτή την περίπτωση, δηλαδή $\exp[-\Gamma_i L - 2\text{Re}\{T_i\}\bar{P}_p L]$ καταλήγοντας στην παρακάτω έκφραση [225],

$$\eta = \frac{\omega_i}{\omega_s} \left(1 + \frac{\kappa^2}{4g^2} \right) \sinh^2(gL) e^{-\Gamma_i L - 2\text{Re}\{T_i\}\bar{P}_p L} \quad (5.24)$$

όπου οι παράμετροι κ και g δίνονται από τις σχέσεις (5.17) και (5.18) αντίστοιχα, μόνο που τώρα η μέση ισχύς άντλησης, \bar{P}_p θα δίνεται από την έκφραση (5.23). Στην Εικόνα 5-3(α) και στην Εικόνα 5-3(β) απεικονίζεται η απόδοση μετατροπής της παραμέτρου η του ΚΦΚ που πρότεινε ο J. Li et al. [220], υπολογίζοντας αριθμητικά τις εξισώσεις (5.12) -(5.14) χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta [231] και εφαρμόζοντας την σχέση (5.24) αντίστοιχα. Στην Εικόνα 5-3, έχουμε υποθέσει ότι το μήκος του κυματοδηγού είναι $L=200\mu\text{m}$ και ότι η αρχική ισχύς άντλησης είναι $P_p(0)=2\text{W}$. Ο συντελεστής απορρόφησης δύο κυμάτων όταν υποθέσουμε ΚΦΚ από πυρίτιο κυμαίνεται από $\beta_{TPA}=5 \cdot 10^{-12}\text{m/W}$ μέχρι $\beta_{TPA}=9 \cdot 10^{-12}\text{m/W}$ [232]. Για το συγκεκριμένο κυματοδηγό οι απώλειες λόγω του φαινομένου TPA κυμαίνονται κατά μέσο όρο στα -2dB λαμβάνοντας υπόψη όλες τις πιθανές διαφορές μηκών κύματος μεταξύ του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, ενώ το επίπεδο των γραμμικών απωλειών κυμαίνεται κατά μέσο όρο στα -8dB.

Η σύγκριση μεταξύ του αριθμητικού και αναλυτικού υπολογισμού της παραμέτρου η , στην οποία αποσκοπεί η Εικόνα 5-3 θα είχε περισσότερο νόημα στην περίπτωση όπου οι TPA απώλειες δεν μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες σε σχέση με τις γραμμικές απώλειες. Με σκοπό να μην υπάρχει τόσο μεγάλη διαφορά μεταξύ των γραμμικών και TPA απωλειών, στην Εικόνα 5-3 έχουμε υποθέσει ένα συντελεστή $\beta_{TPA}=2 \cdot 10^{-11}\text{m/W}$ συγκρίσιμο με αυτό του $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, αυξάνοντας το επίπεδο των κατά μέσο όρο TPA απωλειών στα -6.5dB. Παρατηρώντας την Εικόνα 5-3(α) και την Εικόνα 5-3(β), η αριθμητική και η αναλυτική περιγραφή του η παρουσιάζουν σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα για τιμές του η μικρότερες μέχρι -10dB από τη μέγιστη τιμή που παρουσιάζει η Εικόνα 5-3 (α), $\eta_{\text{max}}=-11.4\text{dB}$. Για να ποσοτικοποιήσουμε το σφάλμα μεταξύ της αριθμητικής και της αναλυτικής λύσης, υπολογίσαμε το μέσο σφάλμα e_5 και e_{10} σε dB που αντιστοιχεί στους συνδυασμούς μηκών κύματος της αριθμητικής λύσης στους οποίους η τιμή της η δεν είναι μικρότερη από -5dB και -10dB αντίστοιχα από τη μέγιστη τιμή η_{max} . Στην Εικόνα 5-3, το μέσο σφάλμα $e_5=0.35\text{dB}$ ενώ το $e_{10}=1.1\text{dB}$.



Εικόνα 5-4. Η απόδοση μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], συναρτήσει του μήκους του κυματοδηγού L και της αρχικής ισχύος άντλησης $P_p(0)$, υπολογισμένη α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta στην επίλυση των εξισώσεων (5.12)-(5.14) και β) χρησιμοποιώντας την σχέση (5.24).

Η εμπιστοσύνη στην αναλυτική έκφραση (5.24) θα ολοκληρωθεί αν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα ως προς το μήκος του κυματοδηγού και την αρχική ισχύ άντλησης. Στην Εικόνα 5-4(α) και στην Εικόνα 5-4(β) αποτυπώνεται η σύγκριση μεταξύ της αριθμητικής λύσης και της λύσης που προκύπτει από την εξίσωση (5.24), ως προς το μήκος του κυματοδηγού και την αρχική ισχύ άντλησης, όταν θεωρούμε σταθερή την συχνοτική απόσταση μεταξύ του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος. Στην Εικόνα 5-4 έχουμε υποθέσει ότι το σήμα και το ανεγειρόμενο κύμα εντοπίζονται σε σταθερά μήκη κύματος $\lambda_s=1553.5\text{nm}$ και $\lambda_i=1549.3\text{nm}$, αντίστοιχα. Παρατηρώντας την Εικόνα 5-4(α) και την Εικόνα 5-4(β), συμπεραίνουμε ότι η εξίσωση δίνει πολύ καλά αποτελέσματα σε σχέση με τον αριθμητικό υπολογισμό του συντελεστή η , για τιμές μέχρι και -10dB από τη μέγιστη τιμή που προκύπτει αριθμητικά. Παρόλα αυτά, για μικρότερες τιμές του η , η έκφραση (5.24) προβλέπει μικρότερες τιμές από αυτές που υπολογίζουμε αριθμητικά αυξάνοντας έτσι το μέσο σφάλμα. Το γεγονός αυτό οφείλεται στη φύση του υπερβολικού ημιτόνου της έκφρασης (5.24), το οποίο θα γίνεται πολύ μικρό για τιμές του ορίσματος $gL \cong j\pi m$ με m ακέραιο. Επίσης λαμβάνοντας υπόψη και τις μεταβολές της ισχύος άντλησης, θα υπάρξουν τιμές για τις οποίες η παραμετρική απολαβή g , στην εξίσωση (5.18), θα προκύπτει φανταστικός αριθμός. Αποτέλεσμα αυτού είναι να προκύπτει ένας άπειρος συνδυασμός των gL_m ίσο με $j\pi m$ και συνεπώς πολύ μικρών εκτιμήσεων του η , οι οποίες αποτυπώνονται ως μαύρες περιοχές στην Εικόνα 5-4(β). Οι πολύ μικρές τιμές στις οποίες καταλήγει η αναλυτική έκφραση (5.23), δεν αποτυπώνονται στην πραγματική περίπτωση (Εικόνα 5-4(α)), καθώς στην

Π. Κανάκης

πραγματικότητα η ισχύς άντλησης δεν δίνεται από την έκφραση (5.23) αλλά μειώνεται με ένα πιο πολύπλοκο τρόπο που δεν μπορεί να περιγραφεί τόσο απλά. Το γεγονός αυτό δεν επιτρέπει το μηδενισμό του η για κάποιο μήκος L και την ομαλότερη μείωση του η στην Εικόνα 5-4(α), απουσία μαύρων περιοχών. Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει επίσης να επισημάνουμε ότι οι μηδενισμοί του η στην Εικόνα 5-4(β) συναντώνται σε σημεία όπου η τιμή του η είναι ήδη κατά πολύ υποβιβασμένη σε σχέση με τη μέγιστη τιμή που παρουσιάζει, καθιστώντας την σημασία των μηδενισμών μηδαμινής σημασίας. Στις τιμές του ενδιαφέροντός μας, γύρω από τη μέγιστη τιμή του η που αποτυπώνει η Εικόνα 5-4(α), η έκφραση (5.24) παρουσιάζει πολύ καλή σύγκλιση.

5.5 Η απόδοση μετατροπής με ελεύθερους φορείς

Στην περίπτωση που δεν λάβουμε μέτρα για την καταπολέμηση της δημιουργίας ελεύθερων φορέων (ηλεκτρονίων και οπών), όπως αυτά που αναφέραμε στην υποενότητα 5.4, ο προσδιορισμός της αναλυτικής έκφρασης για την απόδοση μετατροπής, η αποτελεί μία ακόμη πιο πολύπλοκη υπόθεση. Στις προηγούμενες υποενότητες ήταν δυνατόν να εκφράσουμε την ισχύ άντλησης με μία αναλυτική έκφραση, γεγονός που δεν υφίσταται σε αυτή την ενότητα. Για του λόγου το αληθές, ξεκινώντας για μία ακόμη φορά από την εξίσωση (5.12) και αντικαθιστώντας $A_p(z) = P_p(z)^{1/2} \exp(j\phi_p)$, με $P_p(z) = |A_p|^2$ καταλήγουμε στην παρακάτω έκφραση για την εξέλιξη της ισχύος άντλησης,

$$\frac{dP_p}{dz} = -(\Gamma_p + 2\text{Re}\{T_p\}P_p + 2\text{Re}\{F_p\}P_p^2)P_p. \quad (5.25)$$

Η εξίσωση (5.25) είναι παρόμοια με την εξίσωση (5.21) με την εξαίρεση ότι τώρα υπάρχει ένας επιπλέον όρος ανάλογος του τετραγώνου της ισχύος άντλησης, ο οποίος περιγράφει την απορρόφηση που οφείλεται στους ελεύθερους φορείς. Μία αναλυτική έκφραση που θα περιγράφει την ισχύ άντλησης παρόμοια με αυτή της εξίσωσης (5.22) στην προηγούμενη υποενότητα, δεν μπορεί να προκύψει ξεκινώντας από την εξίσωση (5.25). Μπορούμε όμως να υιοθετήσουμε διάφορες προσεγγίσεις ώστε να καταλήξουμε σε αναλυτικές εκφράσεις της ισχύος άντλησης.

5.5.1 Προσέγγιση ανεξαρτησίας μηχανισμών απωλειών

Ένας τρόπος να καταλήξουμε σε μία αναλυτική έκφραση για την ισχύ άντλησης είναι να υποθέσουμε ότι οι τρεις μηχανισμοί απωλειών (ο γραμμικός, ο TPA και λόγω ελεύθερων φορέων) δρουν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο. Υπό αυτή τη θεώρηση, οι συνολικές απώλειες που θα επιδρούν πάνω στην ισχύ του παλμού θα εκφράζονται από το γινόμενο τριών όρων, οι οποίοι θα εκφράζουν τον εκάστοτε μηχανισμό. Ο πρώτος μηχανισμός είναι οι γραμμικές απώλειες διάδοσης και θα εκφράζεται από μία απλή εκθετική μορφή, $\exp(-\Gamma_p z)$. Ο μηχανισμός απωλειών λόγω του φαινομένου TPA, προκύπτει από την εξίσωση (5.21), όπου αντικαθιστώντας όπου $\Gamma_p=0$ καταλήγοντας σε μία έκφραση της μορφής $[1 + P_p(0)\beta_{\text{TPA}}S_p^2 z / A_{pp}]^{-1}$. Στην περίπτωση των απωλειών λόγω ελεύθερων φορέων, μπορούμε να λύσουμε την εξίσωση (5.25), θέτοντας $\Gamma_p=0$ και $T_p=0$, καταλήγοντας σε μία έκφραση της μορφής, $P_p(z) = P_p(0)[1 + 4P_p(0)^2 \text{Re}\{F_p\}z]^{-1/2}$. Λαμβάνοντας υπόψη και τους τρεις μηχανισμούς απωλειών, η ισχύς άντλησης θα εκφράζεται από την σχέση,

$$P_p(z) = P_p(0) \frac{e^{-\Gamma_p z}}{(1 + K_1 z)(1 + K_2 z)^{1/2}} \quad (5.26)$$

όπου $K_1=P_p(0)\beta_{\text{TPA}}S_p^2/A_{ppp}$ και $K_2=4P_p(0)2\text{Re}\{F_p\}$. Ένας τρόπος να καταλήξουμε σε μία αναλυτική έκφραση της μέσης ισχύος του κύματος άντλησης, είναι να προσαρμόσουμε την εκθετική έκφραση στον αριθμητή της εξίσωσης (5.26) με ένα πολυώνυμο πρώτου βαθμού, δηλαδή $\exp\{-\Gamma_p z\} \cong e_0 + e_1 z$. Επιλέγουμε κατάλληλα τις παραμέτρους e_0 και e_1 ώστε να παίρνουμε τη μικρότερη τετραγωνική διαφορά στο διάστημα $[0, L]$ καταλήγοντας στις παρακάτω εκφράσεις για τις δύο παραμέτρους του πολυωνύμου,

$$e_0 = 2L_0^{-1} \left[(e^{-l_0} + 2) + 3L_0^{-1} (e^{-l_0} - 1) \right] \quad (5.27)$$

$$e_1 = -6e^{-l_0} L^{-1} \left[(e^{-l_0} + 1) + 2L_0^{-1} (e^{-l_0} - 1) \right] \quad (5.28)$$

όπου $l_0 = \Gamma_p L$. Υιοθετώντας αυτή τη μεθοδολογία, η αναλυτικές εκφράσεις για τη μέση τιμή της ισχύος αλλά και τη μέση τιμή του τετραγώνου της ισχύος άντλησης θα δίνονται σύμφωνα με τις εκφράσεις,

$$\bar{P}_p = \left[\frac{2(e_1 - e_0 K_1)}{LK^{3/2} \sqrt{K_1 - K_2}} \tanh^{-1} \left(\frac{\sqrt{K_1} \sqrt{1 + K_2 z}}{\sqrt{K_1 - K_2}} \right) + \frac{2e_1 \sqrt{1 + K_2 z}}{LK_1 K_2} \right]_0^L \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} \overline{P_p^2} = & \left[\frac{\ln(1 + K_1 z)}{L(K_1 - K_2)^2} \left\{ \frac{(e_0 K_1 - e_1)[e_1(2K_1 - K_2) - e_0 K_1 K_2]}{K_1^2} + \frac{(e_1 - e_0 K_2)^2}{K_2} \right\} - \right. \\ & \left. - \frac{(e_1 - e_0 K_1)^2}{LK_1^2 (K_1 z + 1)(K_1 - K_2)} \right]_0^L \quad (5.30) \end{aligned}$$

όπου τα όρια στο τέλος κάθε αγκύλης στις εξισώσεις (5.29) και (5.30) αντιστοιχεί σε $[f(z)]_a^b = f(b) - f(a)$.

5.5.2 Προσέγγιση μικρών απωλειών λόγω TPA

Ένας εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού της ισχύος του κύματος άντλησης, είναι μέσω της προσέγγισης ότι ο μηχανισμός μη γραμμικής απορρόφησης που οφείλεται στους ελεύθερους φορείς αποτελεί τον κυρίαρχο μηχανισμό απωλειών, σε σύγκριση με τις απώλειες λόγω του φαινομένου TPA, (δηλαδή $\text{Re}\{F_p\}P_p \gg \text{Re}\{T_p\}$). Υιοθετώντας αυτή την υπόθεση η εξίσωση (5.25) απλοποιείται στην παρακάτω μορφή,

$$\frac{dP_p}{dz} \cong -(\Gamma_p + 2\text{Re}\{F_p\}P_p^2)P_p. \quad (5.31)$$

Η εξίσωση (5.31) μπορεί να λυθεί αναλυτικά καταλήγοντας την παρακάτω έκφραση για την ισχύ άντλησης,

$$P_p(z) = \frac{P_p(0)e^{-\Gamma_p z}}{\left(1 + \delta[1 - e^{-2\Gamma_p z}]\right)^{1/2}}, \quad (5.32)$$

όπου η παράμετρος δ στην εξίσωση (5.32) δίνεται από την εξίσωση,

$$\delta = 2\Gamma_p^{-1} \text{Re}\{F_p\}P_p(0)^2. \quad (5.33)$$

Παρόμοιες εκφράσεις με την (5.32) έχουν επίσης χρησιμοποιηθεί και σε διαφορετικές διατάξεις [230], [233]-[234]. Η μέση ισχύς άντλησης σε αυτή την περίπτωση μπορεί να προσδιοριστεί ολοκληρώνοντας την εξίσωση (5.32) ως προς το μήκος z και διαιρώντας με το συνολικό μήκος του κυματοδηγού L , καταλήγοντας στην εξίσωση,

$$\bar{P}_p = -\frac{P_p(0)}{\Gamma_p L \sqrt{\delta}} \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{e^{-\Gamma_p L}}{\sqrt{\delta^{-1} + 1}} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{\delta^{-1} + 1}} \right) \right\} \quad (5.34)$$

Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία μπορούμε να καταλήξουμε σε μία αναλυτική έκφραση και για τη μέση τιμή του τετραγώνου της ισχύος,

$$\overline{P_p^2} = \frac{P_p(0)^2}{2\Gamma_p \delta} \ln \left[1 + \delta(1 - e^{-2\Gamma_p L}) \right]. \quad (5.35)$$

5.5.3 Προσδιορισμός της απόδοσης μετατροπής

Στις προηγούμενες υποενότητες καταλήξαμε σε αναλυτικές εκφράσεις για την ισχύ του κύματος άντλησης, υποθέτοντας δύο διαφορετικά σενάρια (στις υποενότητες 5.5.1 και 5.5.2 αντίστοιχα). Για να καταλήξουμε στην εξίσωση (5.26) υποθέσαμε ότι οι μηχανισμοί απωλειών δρουν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, ενώ η εξίσωση (5.32) λήφθηκε υπό την θεώρηση ότι οι απώλειες λόγω του φαινομένου TPA μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες συγκρίσει των απωλειών λόγω της παρουσίας ελεύθερων φορέων. Έχοντας καταλήξει σε μία αναλυτική έκφραση για την ισχύ του κύματος άντλησης, με οποιονδήποτε από τους δύο τρόπους, μπορούμε να υπολογίσουμε την απόδοση μετατροπής του φαινομένου FWM. Η αναλυτική έκφραση για την απόδοση μετατροπής θα προκύπτει από την εξίσωση (5.24) λαμβάνοντας υπόψη και τα φαινόμενα απορρόφησης και διασποράς που προκαλούν οι ελεύθεροι φορείς. Η απόδοση μετατροπής στην περίπτωση αυτή θα δίνεται από την σχέση [225],

$$\eta = \frac{\omega_i}{\omega_s} \left(1 + \frac{\kappa_{tot}^2}{4g^2} \right) \sinh^2(gL) l_i \quad (5.36)$$

Στην εξίσωση (5.36), η μεταβλητή κ_{tot} εκφράζει την ολική αναντιστοιχία φάσης στην περίπτωση που λαμβάνουμε υπόψη τα φαινόμενα διασποράς που οφείλονται στους ελεύθερους φορείς και δίνεται από την σχέση,

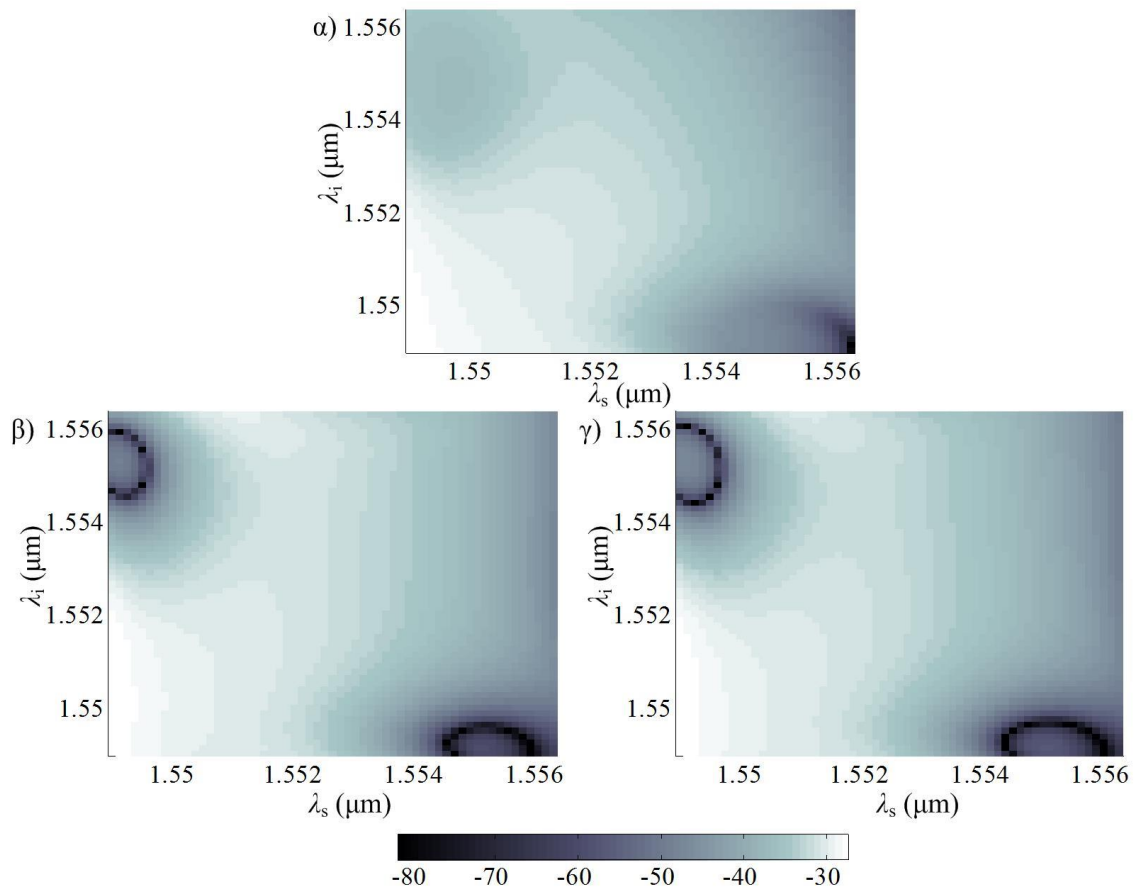
$$\kappa_{tot} = \kappa + \text{Im} \{ F_s + F_i - 2F_p \} \bar{P}_p^2, \quad (5.37)$$

όπου η παράμετρος κ είναι η αναντιστοιχία φάσης και δίνεται από την εξίσωση (5.17). Επίσης στην ίδια εξίσωση, ο όρος g δίνεται από την εξίσωση (5.18) αντικαθιστώντας την αναντιστοιχία φάσης κ με την εξίσωση (5.37). Ο όρος l_i της εξίσωσης (5.36) εκφράζει την συνεισφορά των απωλειών στην απόδοση μετατροπής και δίνεται από την εξίσωση,

$$l_i = \frac{P_i(L)}{P_i(0)} = \exp \left(-\Gamma_i L + 2L \text{Re} \{ T_p \} \bar{P}_p + 2L \text{Re} \{ F_i \} \bar{P}_p^2 \right). \quad (5.38)$$

Η εξίσωση (5.36) περιγράφει την απόδοση μετατροπής του μη-γραμμικού φαινομένου FWM στην περίπτωση που συνυπολογίζεται η συνεισφορά των ελεύθερων φορέων. Στις εξισώσεις (5.37) και (5.38) η μέση ισχύς άντλησης δίνεται από μία εκ των δύο εξισώσεων (5.29) ή (5.34) ανάλογα με την υπόθεση που έχουμε υιοθετήσει στις υποενότητες 5.5.1 και 5.5.2, αντίστοιχα. Για να επαληθεύσουμε την αναλυτική έκφραση της απόδοσης μετατροπής (5.36), συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν με τον αριθμητικό υπολογισμό των εξισώσεων (5.12)-(5.14) χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta [231]. Στην Εικόνα 5-5(α) αποτυπώνεται η απόδοση μετατροπής συναρτήσει των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος του ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], υπολογισμένη αριθμητικά μέσω των εξισώσεων (5.12)-(5.14). Η απόδοση μετατροπής υπολογισμένη μέσω της εξίσωσης (5.36) αποτυπώνεται στην Εικόνα 5-5(β) και στην Εικόνα 5-5(γ) όταν η ισχύς άντλησης είναι υπολογισμένη με βάση τις υποθέσεις που υιοθετήσαμε στις υποενότητες

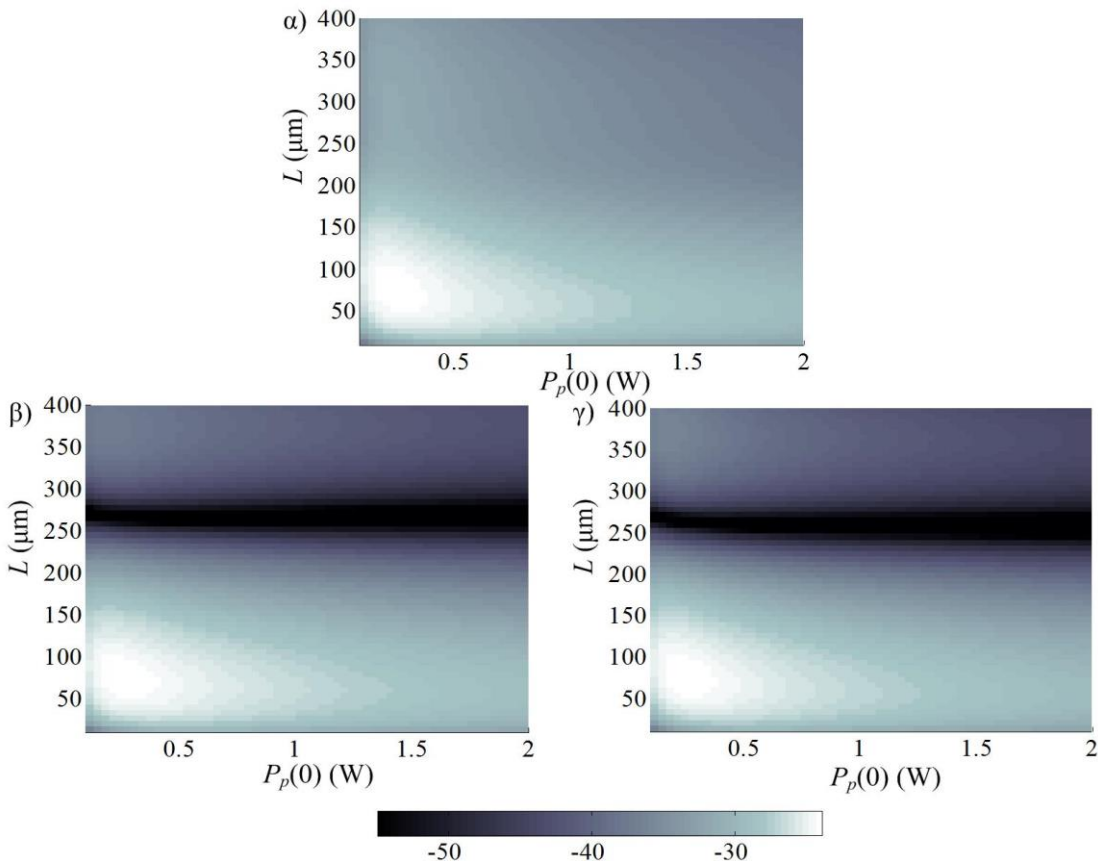
5.5.1 και 5.5.2, αντίστοιχα. Στους υπολογισμούς μας έχουμε υποθέσει επίσης ότι η αρχική ισχύς του κύματος άντλησης είναι $P_p(0)=2\text{W}$ και το συνολικό μήκος του κυματοδηγού είναι $L=200\mu\text{m}$. Επίσης, θέτουμε το συντελεστή του φαινομένου TPA ίσο με $\beta_{\text{TPA}}=5\cdot 10^{-12}\text{m/W}$, συγκρίσιμο με εκείνο του πυριτίου και το χρόνο ζωής των ελεύθερων φορέων ίσο με $\tau_c=600\text{psec}$. Συγκρίνοντας την Εικόνα 5-5(α) με την Εικόνα 5-5(β) και την Εικόνα 5-5(γ), παρατηρούμε ότι τα επίπεδα της απόδοσης μετατροπής βρίσκονται σε γενικές γραμμές σε συμφωνία. Το μέσο σφάλμα της απόδοσης μετατροπής που προκύπτει από την σύγκριση της περίπτωσης που αποτυπώνει η Εικόνα 5-5(α) με την Εικόνα 5-5(β) είναι $e_5=0.53\text{dB}$ και $e_{10}=2.03\text{dB}$. Η αντίστοιχη σύγκριση της περίπτωσης που αποτυπώνει η Εικόνα 5-5(α) με την Εικόνα 5-5(γ) εμφανίζεται ελαφρώς καλύτερη, με το μέσο σφάλμα να φτάνει στα $e_5=0.28\text{dB}$ και $e_{10}=1.95\text{dB}$. Τα ελαφρώς μικρότερα σφάλματα σε αυτή την περίπτωση οφείλονται στο γεγονός ότι οι απώλειες λόγω του φαινομένου TPA είναι πράγματι αμελητέες σχετικά με τις απώλειες που οφείλονται στους ελεύθερους φορείς. Στην προσπάθειά μας να ποσοτικοποιήσουμε αυτή την διαφορά, υπολογίζουμε αριθμητικά το επίπεδο της υποβάθμισης της ισχύος προσθέτοντας σταδιακά όλους τους μηχανισμούς απωλειών. Θεωρώντας την αρχική τιμή της ισχύος $P_p(0)=2\text{W}$ και το μήκος του κυματοδηγού $L=400\mu\text{m}$, το επίπεδο της υποβάθμισης κυμαίνεται περίπου στα -11.9dB όταν μόνο οι γραμμικές απώλειες επηρεάζουν τον παλμό.



Εικόνα 5-5. Η απόδοσης μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], συναρτήσει των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, υπολογίζοντας α) αριθμητικά τις εξισώσεις (5.12)-(5.14) χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta και υπολογίζοντας την αναλυτική έκφραση (5.36) με την ισχύ άντλησης να περιγράφεται β) από την υποενότητα 5.5.1 και γ) από την υποενότητα 5.5.2, αντίστοιχα.

Εισάγοντας τις απώλειες λόγω του φαινομένου TPA (με $\beta_{\text{TPA}}=5\cdot 10^{-12}\text{m/W}$) το επίπεδο της υποβάθμισης αυξάνεται περίπου στα -15.3dB , ενώ η εισαγωγή των απωλειών λόγω της παρουσίας των ελεύθερων φορέων εκτοξεύει το επίπεδο της υποβάθμισης περίπου στα

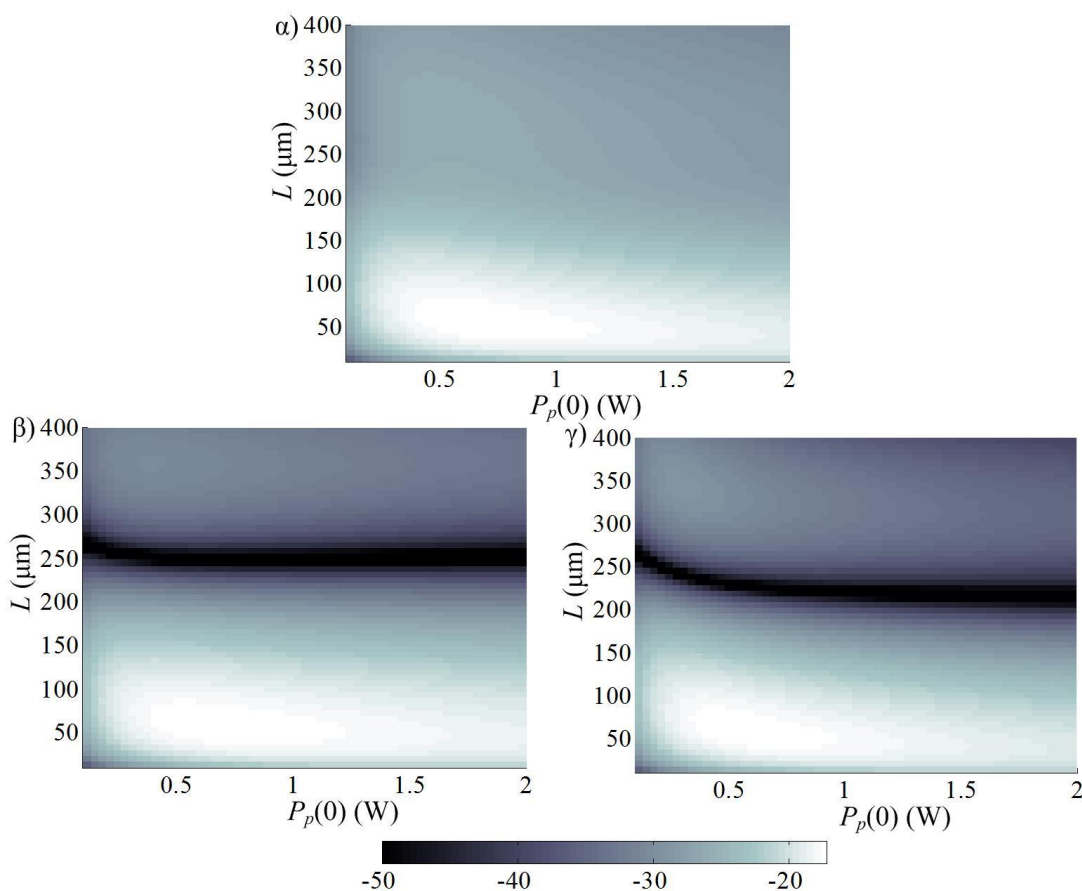
-25.6dB. Από τα αποτελέσματα αυτά συμπεραίνουμε ότι οι απώλειες που οφείλονται στο φαινόμενο TPA μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες συγκριτικά με τις απώλειες που οφείλονται στους ελεύθερους φορείς στην συγκεκριμένη περίπτωση, προσαυξάνοντας τις απώλειες περίπου μόνο κατά 3dB. Από τα αποτελέσματα που απεικονίζει η Εικόνα 5-5 καταλήγουμε στο γεγονός ότι η αναλυτική έκφραση (5.36) παρέχει ικανοποιητικά αποτελέσματα ανεξαρτήτως ποια από τις δύο υποθέσεις υιοθετήσουμε, όσον αφορά την περιγραφή της ισχύος άντλησης. Στην Εικόνα 5-6 αποτυπώνεται η σύγκριση μεταξύ του αναλυτικού και αριθμητικού υπολογισμού της απόδοσης μετατροπής, για ένα μεγάλο εύρος τιμών της αρχικής ισχύος άντλησης, $P_p(0)$ και του συνολικού μήκους του κυματοδηγού, L . Στην ίδια εικόνα έχουμε υποθέσει ότι το σήμα και το ανεγειρόμενο κύμα έχουν σταθερά μήκη κύματος $\lambda_s=1553.5\text{nm}$ και $\lambda_i=1549.3\text{nm}$, αντίστοιχα. Στην περίπτωση αυτή, το μέσο σφάλμα στον υπολογισμό της απόδοσης μετατροπής στην Εικόνα 5-6(α) και στην Εικόνα 5-6(β) κυμαίνονται στα $e_5=0.27\text{dB}$ και $e_{10}=3.27\text{dB}$, ενώ η σύγκριση μεταξύ της περίπτωσης που αποτυπώνει η Εικόνα 5-6(α) και η Εικόνα 5-6(γ) καταλήγει σε $e_5=0.21\text{dB}$ και $e_{10}=3.26\text{dB}$.



Εικόνα 5-6. Η απόδοση μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], συναρτήσει του μήκους του κυματοδηγού L και της αρχικής ισχύος άντλησης $P_p(0)$, υπολογισμένη α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta στην επίλυση των εξισώσεων (5.12)-(5.14) και υπολογισμένη αναλυτικά χρησιμοποιώντας την σχέση (5.36) με την ισχύ άντλησης να δίνεται β) από την έκφραση (5.26) και γ) από την έκφραση (5.32).

Παρατηρώντας την Εικόνα 5-6, συμπεραίνουμε ότι η αναλυτική έκφραση (5.36) προσεγγίζει με πολύ μεγάλη ακρίβεια την τιμή της αριθμητικά υπολογισμένης απόδοσης μετατροπής, για τιμές κοντά στη μέγιστη τιμή η_{max} , ανεξαρτήτως με ποια από τις δύο μεθόδους (που παρουσιάζονται στις υποενότητες 5.5.1 ή 5.5.2) επιλέξουμε να υπολογίσουμε την ισχύ άντλησης. Παρόλα αυτά, στην Εικόνα 5-6(β) και στην Εικόνα 5-6(γ), η εκτίμηση της απόδοσης μετατροπής μέσω της εξίσωσης (5.36) παρουσιάζει μεγαλύτερη απόκλιση από τον αριθμητικό υπολογισμό όσο απομακρυνόμαστε από την η_{max} (όπως υποδεικνύει το μέσο σφάλμα e_{10}). Η μεγαλύτερες αποκλίσεις σε αυτή την

περίπτωση οφείλονται στο γεγονός ότι οι τιμές της απόδοσης μετατροπής στην Εικόνα 5-6(α) μειώνονται πιο ομαλά σε σύγκριση με την Εικόνα 5-5(α), με αποτέλεσμα οι συνδυασμοί των $(P_p(0), L)$ που αντιστοιχούν στον υπολογισμό του μέσου σφάλματος e_{10} να καταλαμβάνουν σχεδόν όλο το εύρος των $P_p(0)$ και L που έχουμε υιοθετήσει. Τα αποτελέσματα που αποτυπώνονται στην Εικόνα 5-5 και στην Εικόνα 5-6, πάρθηκαν βασιζόμενοι σε επίπεδα αιχμής για τις γραμμικές απώλειες διάδοσης των ΚΦΚ κατασκευασμένους από πυρίτιο και για τιμή του συντελεστή β_{TPA} που αντιστοιχεί στο ίδιο υλικό. Όπως προαναφέραμε και ανωτέρω, αν δεν λάβουμε μέτρα για την καταπολέμηση των ελεύθερων φορέων, οι απώλειες που οφείλονται σε αυτούς είναι οι κυρίαρχες μη-γραμμικές απώλειες στους ΚΦΚ πυριτίου. Μία πιο σαφή εικόνα για την εγκυρότητα της αναλυτικής έκφρασης (5.36) αποκτούμε θεωρώντας ότι οι τρεις μηχανισμοί απωλειών παρουσιάζουν περίπου την ίδια συνεισφορά στην υποβάθμιση της ισχύος.



Εικόνα 5-7. Η απόδοση μετατροπής η που παρουσιάζει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους J. Li et al. [220], έχοντας υποθέσει ότι οι τρεις μηχανισμοί απωλειών έχουν την ίδια συνεισφορά στην υποβάθμιση των παλμών, υπολογισμένη α) αριθμητικά χρησιμοποιώντας μία υλοποίηση Runge-Kutta στην επίλυση των εξισώσεων (5.12)-(5.14) και υπολογισμένη αναλυτικά χρησιμοποιώντας την σχέση (5.36) με την ισχύ άντλησης να δίνεται β) από την έκφραση (5.26) και γ) από την έκφραση (5.32), αντίστοιχα.

Για να θεωρήσουμε αυτή την περίπτωση υιοθετούμε ένα συντελεστή $\beta_{TPA}=2 \cdot 10^{-11}$ m/W και ένα χρόνο ζωής για τους ελεύθερους φορείς, $\tau_c=15$ ps [230]. Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί στην επιλογή ενός υλικού με υψηλότερο συντελεστή β_{TPA} και λαμβάνοντας μέτρα για τη μείωση του χρόνου ζωής των ελεύθερων φορέων, όπως για παράδειγμα με την εφαρμογή μίας εξωτερικής σταθερής διαφοράς δυναμικού [230]. Λαμβάνοντας υπόψη αυτό το σενάριο και υιοθετώντας τιμές για την αρχική ισχύ άντλησης και του συνολικού μήκους του κυματοδηγού, που κυμαίνονται στα ίδια διαστήματα με αυτά που απεικονίζονται στην Εικόνα 5-6, τότε η μέση συνεισφορά του εκάστοτε μηχανισμού

απωλειών αγνοώντας τους άλλους δύο, κυμαίνεται γύρω στα -6dB. Στην περίπτωση αυτή, η απόδοση μετατροπής υπολογισμένη αριθμητικά αποτυπώνεται στην Εικόνα 5-7(α), ενώ η εκτίμηση της αναλυτικής έκφραση για τις δύο μεθόδους υπολογισμού της ισχύος άντλησης αποτυπώνεται στην Εικόνα 5-7(β) και στην Εικόνα 5-7(γ), αντίστοιχα. Συγκρίνοντας την Εικόνα 5-7(α) με την Εικόνα 5-7(β), το μέσο σφάλμα της αριθμητικής απόδοσης μετατροπής για όλους τους συνδυασμούς ($P_p(0)$, L) για τους οποίους ο συντελεστής η δεν υπερβαίνει τα -5dB και -10dB από τη μέγιστη αναλυτική τιμή η_{\max} , είναι $e_5=0.31\text{dB}$ και $e_{10}=3.83\text{dB}$, αντίστοιχα. Ομοίως η σύγκριση μεταξύ της περίπτωσης που αποτυπώνει η Εικόνα 5-7(α) και η Εικόνα 5-7(γ) καταλήγει σε μέσο σφάλμα $e_5=0.49\text{dB}$ και $e_{10}=4.67\text{dB}$. Τα αποτελέσματα που απεικονίζονται στην Εικόνα 5-7, υποδεικνύουν ότι η αναλυτική έκφραση (5.36) εκτιμά με πολύ καλή ακρίβεια την απόδοση μετατροπής ακόμη και στην περίπτωση όπου κανένας μηχανισμός απωλειών δεν μπορεί να θεωρηθεί κυρίαρχος. Σε αυτή την περίπτωση, οι απώλειες λόγω του φαινομένου TPA δεν μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες, οπότε παρατηρούμε ότι αγνοώντας τις απώλειες λόγω του TPA όπως προτείνεται στην Εικόνα 5-7(γ), καταλήγουμε σε χειρότερη εκτίμηση της απόδοσης μετατροπής από την Εικόνα 5-7(β). Παρόλα αυτά και στις δύο περιπτώσεις, η εκτίμηση της απόδοσης μετατροπής κρίνεται ικανοποιητική.

5.6 Απόδοση μετατροπής στην περίπτωση παλμών άντλησης

Η ανάλυση των ελεύθερων φορέων στους ΚΦΚ, δεν μπορεί να θεωρηθεί πλήρη, αν δεν εξετάσουμε, την περίπτωση όπου θεωρούμε παλμούς αντί της ημι-συνεχούς κατάστασης (quasi-continuous) για το κύμα άντλησης. Σε αυτή την υποενότητα εξετάζουμε τις μη-γραμμικές απώλειες λόγω της ύπαρξης των ελεύθερων φορέων στους ΚΦΚ και την επίδρασή τους στην απόδοση μετατροπής η , όταν θεωρήσουμε τετραγωνικούς παλμούς άντλησης. Θεωρούμε ένα τραίνο τετραγωνικών παλμών, με μία περίοδο T και μία διάρκεια του κάθε παλμού, T_1 . Σε αυτή την περίπτωση αναμένεται, οι ελεύθεροι φορείς να γεννούνται με έναν ρυθμό κατά την διάρκεια του εκάστοτε παλμού T_1 και να επανασυνδέονται σταδιακά στην υπόλοιπη διάρκεια της περιόδου ($T-T_1$). Η χρονική εξέλιξη της πυκνότητας των ελεύθερων φορέων, N_C σε αυτή την περίπτωση θα δίνεται από την εξίσωση [209],

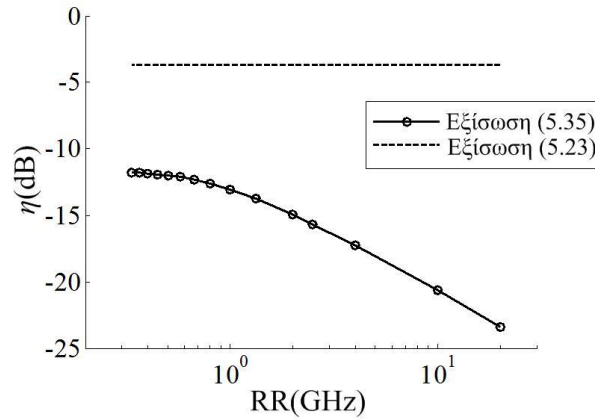
$$\frac{\partial N_C}{\partial t} = \frac{N_0 - N_C}{\tau_C}, \quad (5.39)$$

όπου $N_0 = \beta_{TPA} \tau_C S_p^3 P_p^2(z, t) / 2\hbar \omega_p A_{ppp}^2$ είναι η πυκνότητα ελεύθερων φορέων όταν θεωρήσουμε συνεχές κύμα άντλησης (continuous wave) [209], [219]. Όπως προαναφέρουμε στην υποενότητα 5.2, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα φαινόμενα διασποράς έχουν αμελητέα επίδραση στο σχήμα του παλμού άντλησης, καθώς το μήκος της ΔΤΟ, $L_{\beta 2}$ είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από τα μήκη που θεωρούμε για τον ΚΦΚ. Συνεπώς, στην θεώρησή μας οι παλμοί άντλησης διατηρούν το τετραγωνικό τους σχήμα κατά την διάδοση και απλά μειώνεται η ισχύ τους λόγω των μηχανισμών απωλειών. Επιλύοντας την εξίσωση (5.39) για την διάρκεια του n -ιοστού παλμού άντλησης $[t_n, t_{n+1}]$, με $t_n = nT$ καταλήγουμε στις παρακάτω εκφράσεις για την πυκνότητα των ελεύθερων φορέων,

$$N_C(z, t) = N_C(z, t_n) e^{-(t-t_n)/\tau_C} + N_0 \left\{ e^{-t_n/\tau_C} - e^{-(t-t_n)/\tau_C} \right\}, \quad (5.40)$$

$$N_C(z, t) = N_C(z, t_n + T_1) e^{-(t-t_n-T_1)/\tau_C}. \quad (5.41)$$

Η εξίσωση (5.40) περιγράφει την εξέλιξη της πυκνότητας N_C κατά την διάρκεια που ο παλμός έχει μη-μηδενική ισχύ (δηλαδή $t_n < t \leq t_n + T_1$) ενώ η εξίσωση (5.41) περιγράφει την πυκνότητα N_C στην υπόλοιπη διάρκεια του παλμού (δηλαδή $t_n + T_1 < t \leq t_{n+1}$).



Εικόνα 5-8. Η απόδοση μετατροπής του φαινομένου FWM που προκύπτει εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (5.36) και (5.24), ενός τράινου τετραγωνικού παλμού με $T_1=50\text{ps}$ συναρτήσει του ρυθμού επανάληψης.

Εάν υποθέσουμε ότι στον κυματοδηγό δεν υπάρχουν ελεύθεροι φορείς πριν τον πρώτο παλμό άντλησης ($n=1$) δηλαδή $N_C(z,0)=0$, τότε κατά την διάρκεια των πρώτων παλμών (για μικρές τιμές του n) θα υπάρξει μία αυξανόμενη συσσώρευση ελεύθερων φορέων στην αρχή κάθε παλμού, η οποία θα σταθεροποιηθεί μετά από ένα εύλογο αριθμό περιόδων. Η σταθερή αρχική πυκνότητα ελεύθερων φορέων που θα αντιλαμβάνεται κάθε παλμός θα ικανοποιεί την οριακή συνθήκη $N_C(z,t_{n+1})=N_C(z,t_n)$. Ικανοποιώντας την συνθήκη αυτή συνδυάζοντας τις εξισώσεις (5.40) και (5.41) καταλήγουμε στην έκφραση για την πυκνότητα ελεύθερων φορέων στην αρχή του n -ιστού παλμού,

$$N_C(z,t_n) = N_0 \left\{ e^{-t_n/\tau_c} - e^{-T_1/\tau_c} \right\} \frac{e^{-(T-T_1)/\tau_c}}{1 - e^{-T/\tau_c}}. \quad (5.42)$$

Υποθέτοντας ότι στην αρχή κάθε παλμού άντλησης υπάρχει μία αρχική συγκέντρωση ελεύθερων φορέων, η οποία εκφράζεται από την εξίσωση (5.42), υπολογίζουμε τη μέση τιμή της πυκνότητας ελεύθερων φορέων από τις εξισώσεις (5.40)-(5.42) και χρησιμοποιούμε την τιμή αυτή όταν εξετάζουμε τις μη-γραμμικές απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων, στην εξίσωση (5.10). Στην Εικόνα 5-8, απεικονίζεται η απόδοση μετατροπής του φαινομένου FWM υπολογισμένη μέσω της σχέσης (5.36), για $T_1=50\text{ps}$ συναρτήσει του ρυθμού επανάληψης, $RR=1/T$ (repetition rate, RR). Στους υπολογισμούς μας έχουμε θεωρήσει ισχύ κορυφής για τον παλμό άντλησης ίση με $P_p=1\text{W}$, συνολικό μήκος του κυματοδηγού ίσο με $L=200\mu\text{m}$ και χρόνο ζωής των ελεύθερων φορέων, $\tau_c=600\text{ps}$. Επίσης θεωρούμε ότι το σήμα και το ανεγειρόμενο κύμα βρίσκονται σε σταθερά μήκη κύματος $\lambda_s=1553.6\text{nm}$ και $\lambda_i=1549.3\text{nm}$, αντίστοιχα. Από την Εικόνα 5-8 συμπεραίνουμε ότι καθώς ο ρυθμός επανάληψης, RR πηγαίνει σε μικρότερες τιμές, θα υπάρξει ένα σημείο όπου η περίοδος του παλμού θα γίνει μεγαλύτερη από το χρόνο ζωής των ελεύθερων φορέων τ_c . Το γεγονός αυτό σηματοδοτεί το σημείο πέραν του οποίου οι ελεύθεροι φορείς θα έχουν τον απαραίτητο χρόνο να επανασυνδεθούν προτού φτάσει ο επόμενος παλμός άντλησης. Σε αυτή την περίπτωση, στην αρχή κάθε περιόδου δεν υπάρχουν συσσωρευμένοι ελεύθεροι φορείς (δηλαδή $N_C(z,t_n) \cong 0$), με αποτέλεσμα οι μη-γραμμικές απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων να οφείλονται σε φορείς που δημιουργούνται κατά το χρονικό διάστημα T_1 , οπότε η πυκνότητα N_C θα είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την περίοδο T και άρα από το ρυθμό επανάληψης, RR . Για μεγαλύτερους ρυθμούς επανάληψης ($RR>1\text{GHz}$), παρατηρούμε μία σχεδόν εκθετική μείωση της απόδοσης μετατροπής, η . Σε αυτή την περίπτωση, κάποιοι από τους φορείς που δημιουργούνται από τον n -ιστό παλμό συνεχίζουν να επιβιώνουν όταν φτάσει ο επόμενος παλμός, αυξάνοντας τις μη-γραμμικές απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων. Στην Εικόνα 5-8, αποτυπώνεται η απόδοση μετατροπής που

προκύπτει από την εξίσωση (5.24) όπου τα φαινόμενα που οφείλονται στους ελεύθερους φορείς έχουν αγνοηθεί. Στην ίδια εικόνα παρατηρούμε ότι ακόμα και για μικρούς ρυθμούς επανάληψης, όπου οι απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων είναι ελάχιστες¹² υπάρχει μία επιπλέον υποβάθμιση στην απόδοση μετατροπής λόγω των ελεύθερων φορέων περίπου στα -8dB, σε σύγκριση με την εκτίμηση της εξίσωσης (5.24). Η διαφορά αυτή οφείλεται στις μη-γραμμικές απώλειες που προκαλούν στον παλμό, οι ελεύθεροι φορείς που δημιουργούνται κατά την διάρκεια του ίδιου παλμού. Σε μεγαλύτερους ρυθμούς επανάληψης, η αντίστοιχη επιπλέον υποβάθμιση της απόδοσης μετατροπής, φτάνει περίπου στα -20dB, όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 5-8.

5.7 Επίλογος και συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάσαμε αναλυτικές εκφράσεις για την απόδοση μετατροπής του μη-γραμμικού φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων, όταν συμπεριλαμβάνονται μη-γραμμικά φαινόμενα όπως το TPA και φαινόμενα που οφείλονται στους ελεύθερους φορείς. Οι αναλυτικές εκφράσεις επαληθεύτηκαν μέσω σύγκρισης με τον αριθμητικό υπολογισμό των συζευγμένων διαφορικών εξισώσεων (5.12)-(5.14), για ένα μεγάλο εύρος μηκών κύματος, αρχικής ισχύος του κύματος άντλησης και συνολικού μήκους του κυματοδηγού. Για να καταλήξουμε στις αναλυτικές εκφράσεις, βασιστήκαμε στην τροποποίηση της αναλυτικής έκφρασης (5.20) στην περίπτωση που δεν υπάρχουν μηχανισμοί απωλειών, ώστε να περιγράψει την εξέλιξη της ισχύος του κύματος άντλησης κατά την διάδοσή του στον ΚΦΚ και τις συνολικές απώλειες που αντιλαμβάνεται το ανεγειρόμενο κύμα. Η προσέγγιση αυτή μας επιτρέπει να καταλήξουμε σε σχετικά απλές αναλυτικές εκφράσεις για την απόδοση μετατροπής του φαινομένου FWM. Στην ανάλυσή μας, συμπεριλαμβάνουμε τις γραμμικές απώλειες διάδοσης, τις απώλειες λόγω του φαινομένου TPA και τις απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων που δημιουργούνται. Σε όλες τις περιπτώσεις, το σφάλμα μεταξύ του αριθμητικού και αναλυτικού προσδιορισμού της απόδοσης μετατροπής κυμαίνεται σε πολύ μικρά επίπεδα (μικρότερα των 0.5dB), για τιμές μέχρι και -5dB από τη μέγιστη αριθμητική τιμή της απόδοσης μετατροπής. Η ακρίβεια των αποτελεσμάτων μικραίνει όσο απομακρυνόμαστε περαιτέρω από τη μέγιστη τιμή.

Παρατηρώντας την Εικόνα 5-4 και την Εικόνα 5-6, συμπεραίνουμε ότι δεν υπάρχει κανένα νόημα να επιλέξουμε συνολικό μήκος του ΚΦΚ μεγαλύτερο από $L \geq 200 \mu\text{m}$, καθώς για μεγαλύτερα μήκη κύματος η τιμή της απόδοσης μετατροπής είναι πολύ μικρότερη από την τιμή που μπορεί να επιτευχθεί στην εκάστοτε περίπτωση. Επίσης, είναι αξιόλογο το γεγονός ότι όταν οι απώλειες που οφείλονται στους ελεύθερους φορείς καταπολεμηθούν, σενάριο που αποτυπώνεται στην Εικόνα 5-4, επιτυγχάνονται μεγαλύτερες τιμές της απόδοσης μετατροπής με την αύξηση της αρχικής ισχύος άντλησης. Αντιθέτως, παρατηρώντας την Εικόνα 5-6, διαπιστώνουμε ότι όταν συμπεριλαμβάνουμε τις μη-γραμμικές απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων, οι μέγιστη απόδοση μετατροπής επιτυγχάνεται για μικρότερες τιμές της αρχικής ισχύος άντλησης. Στο ενδεχόμενο όπου και οι τρεις μηχανισμοί υποβάθμισης της ισχύος είναι υπολογίσιμοι, περίπτωση η οποία αποτυπώνεται στην Εικόνα 5-7, αποκτούνται υψηλές αποδόσεις μετατροπής για ένα μεγάλο εύρος αρχικών τιμών της ισχύος άντλησης. Οι παρατηρήσεις αυτές είναι πολύ χρήσιμες κατά το σχεδιασμό ενός ΚΦΚ που αποσκοπεί για μη-γραμμικές εφαρμογές. Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγουμε επίσης, στις περιπτώσεις όπου η απόδοση μετατροπής εκτιμάται αναλυτικά μέσω των αντίστοιχων

¹² Οι μη-γραμμικές απώλειες λόγω των ελεύθερων φορέων είναι οι ελάχιστες που μπορούν να επιτευχθούν μεταβάλλοντας τον ρυθμό επανάληψης των παλμών. Επιβάλλοντας επιπλέον μεθόδους για την καταπολέμηση των ελεύθερων φορέων, θα μπορούσαμε να μειώσουμε περαιτέρω τις μη-γραμμικές απώλειες που οφείλονται σε αυτούς.

εξισώσεων, που παρουσιάστηκαν σε αυτό το κεφάλαιο. Το γεγονός αυτό μας δίνει το πράσινο φως, για την υλοποίηση μεθόδων αναζήτησης του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ για μη-γραμμικές εφαρμογές. Ο χρόνος αποπεράτωσης των υπολογισμών των μεθόδων αυτών μπορεί να κριθεί απαγορευτικός όταν η απόδοση μετατροπής υπολογιστεί αριθμητικά, όπως θα δείξουμε στο επόμενο κεφάλαιο. Σε αυτή την περίπτωση η αναλυτική εκτίμηση της απόδοσης μετατροπής μπορεί να αποτελέσει μία πολύ πιο γρήγορη επιλογή, προκαλώντας ένα ανεκτά επίπεδα σφαλμάτων.

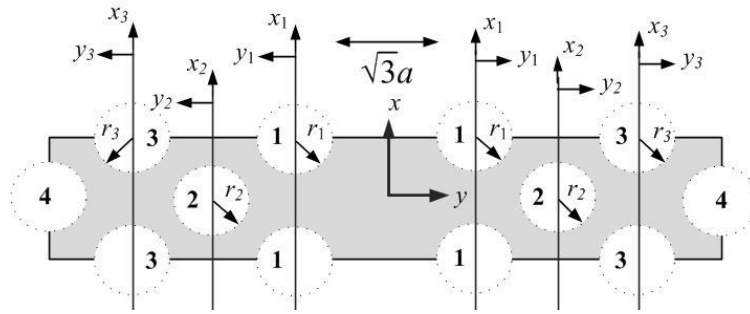
6. Σχεδιασμός Κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται βελτιωμένοι δείκτες που αποτυπώνουν τις επιδόσεις των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων ως προς την αποθηκευτική τους ικανότητα αλλά και τις επιδόσεις τους στο μη-γραμμικό φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Η βελτίωση του σχεδιασμού των ΚΦΚ ως προς τις επιδόσεις τους στην αποθηκευτική ικανότητα αλλά και στο μη-γραμμικό φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων, εξετάστηκε εφαρμόζοντας μία συστηματική μέθοδο βελτιστοποίησης. Τέλος προτείνονται νέοι πιο πολύπλοκοι σχεδιασμοί ΚΦΚ, οι οποίοι επιτυγχάνουν τις μεγαλύτερες τιμές στους προαναφερθέντες δείκτες.

6.1 Εισαγωγή

Η μεταβολή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών ενός ΚΦΚ, μας δίνει την δυνατότητα να βελτιώσουμε τις επιδόσεις σε γραμμικά φαινόμενα, όπως δείξαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Οι επιδόσεις των ΚΦΚ ως προς τις γραμμικές απώλειες διάδοσης ή ως προς τα φαινόμενα διασποράς μπορούν να βελτιωθούν μεταβάλλοντας διάφορες σχεδιαστικές παραμέτρους, όπως για παράδειγμα αυτές που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-1. Ο ειδικός σχεδιασμός των φωτονικών κρυστάλλων ενδέχεται να βελτιώνει τις επιδόσεις του σε διάφορα μη-γραμμικά φαινόμενα, όπως αυτά που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 5. Διάφορες μελέτες αναδεικνύουν το γεγονός αυτό, εστιάζοντας σε μη-γραμμικά φαινόμενα που χαίρουν μεγάλης απήχησης στις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές [50], [52]. Ως δομικά χαρακτηριστικά ενός ΚΦΚ θεωρούνται η μετατόπιση μίας ή περισσοτέρων οπών από την θέση που υποδεικνύει το πλέγμα του κρυστάλλου, η μεταβολή της ακτίνας των οπών και άλλα. Ο προσδιορισμός των χαρακτηριστικών αυτών γίνεται ευκολότερος εάν χρησιμοποιήσουμε το σχεδιασμό ενός κοινά αποδεκτού ΚΦΚ, ως κυματοδηγό αναφοράς. Ως κυματοδηγός αναφοράς μπορεί να χαρακτηριστεί ο W1 ΚΦΚ [112], η διατομή του οποίου αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-1, αν δεν υιοθετηθεί καμία μεταβολή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών που υποδεικνύουν τα βέλη. Στην ίδια εικόνα, κατηγοριοποιούμε τις οπές του ΚΦΚ ως προς την εγγύτητά τους στον κυματοδηγό. Για παράδειγμα, οι οπές που περιέχουν τον αριθμό 1, βρίσκονται εγγύτερα στον κυματοδηγό, ενώ σε αμέσως μεγαλύτερη απόσταση βρίσκονται οι οπές με τον αριθμό 2, και ούτω καθεξής. Χρησιμοποιώντας τις θέσεις που εντοπίζονται οι οπές στον ΚΦΚ W1, χαρακτηρίζουμε τη μετατόπιση των οπών της κατηγορίας 1 ως προς την κατεύθυνση του άξονα x και y ως x_1 και y_1 , αντίστοιχα. Οι μετατοπίσεις αυτές αποτυπώνονται με βέλη στην Εικόνα 6-1. Ομοίως μπορούμε να συμβολίσουμε τη μετατόπιση των οπών, των υπολοίπων κατηγοριών. Η ακτίνα των οπών της n -ιοστής κατηγορίας, χαρακτηρίζεται από τη μεταβλητή r_n , με $n=1,2,..N$ όπου N το συνολικό πλήθος των κατηγοριών. Το πλήθος των κατηγοριών, N που υιοθετείται επιλέγεται ανάλογα με την εφαρμογή που προορίζεται ο εκάστοτε κυματοδηγός, όπως θα αναφέρουμε στις παρακάτω υποενότητες. Ως δομικό χαρακτηριστικό μπορεί τέλος να θεωρηθεί και το πάχος του στρώματος του υλικού με τον υψηλό δείκτη διάθλασης, h . Επιλέγοντας διάφορες τιμές των παραμέτρων x_i , y_i , r_i , h κτλ., καταλήγουμε σε διαφορετικούς σχεδιασμούς ΚΦΚ. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε, ότι κατηγοριοποιώντας με αυτό τον τρόπο τις οπές του ΚΦΚ, διατηρείται η συμμετρία που παρουσιάζει ο κρύσταλλος ως προς τον άξονα x . Σε μία παρόμοια θεώρηση θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι κάθε οπή κατηγοριοποιείται αυτόνομα, έχοντας ξεχωριστές μεταβλητές $\{x_i, y_i, r_i\}$, καταλήγοντας σε ΚΦΚ χωρίς απαραίτητα κάποιου είδους συμμετρία. Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε δείκτες οι οποίοι θα λαμβάνουν υπόψη τους τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των ΚΦΚ όπως αυτά αναφέρθηκαν στα κεφάλαια 4 και 5 αντίστοιχα, για γραμμικές και μη-γραμμικές εφαρμογές. Επίσης, παρουσιάζουμε μία συστηματική μέθοδο εντοπισμού του

ευνοϊκότερου σχεδιασμού ΚΦΚ, ο οποίος θα παρουσιάζει την υψηλότερη τιμή του αντίστοιχου δείκτη.



Εικόνα 6-1. Η διατομή του ΚΦΚ W1, διαμορφωμένου με την εισαγωγή οπών αέρα (λευκοί κύκλοι) σε ένα υλικό με υψηλό δείκτη διάθλασης (γκρι περιοχή). Οι οπές κατηγοριοποιούνται αριθμητικά ως προς την εγγύτητά τους στον κυματοδηγό. Βέλη υποδεικνύουν τη μετατόπιση των οπών ή την αλλαγή της ακτίνας τους, ορίζοντας τις αντίστοιχες σχεδιαστικές παραμέτρους.

6.2 Σχεδιασμός ΚΦΚ για γραμμικές εφαρμογές

Μία από τις σημαντικότερες γραμμικές εφαρμογές για τις οποίες έχουν μελετηθεί οι ΚΦΚ είναι η προσωρινή αποθήκευση δεδομένων μέσω του αργού φωτός [40], [52]. Ο δείκτης που υιοθετείται συνήθως στην προσπάθεια να εκτιμηθεί η ικανότητα ενός ΚΦΚ να αποθηκεύει δεδομένα είναι το γινόμενο καθυστέρησης επί του εύρους ζώνης (ή αλλιώς Delay Bandwidth Product, DBP), το οποίο εκφράζεται από την παρακάτω εξίσωση [235],

$$DBP = n_g(\omega) \frac{\Delta\omega}{\omega} \quad (6.1)$$

Στην εξίσωση (6.1), με $n_g(\omega)$ συμβολίζουμε το δείκτη ομάδας στην συχνότητα ω που ορίζεται από την εξίσωση (1.6), ενώ το πηλίκο $\Delta\omega/\omega$ ορίζει το εύρος ζώνης όπου η τιμή του δείκτη ομάδας παραμένει σταθερή με ανοχή $\pm 10\%$. Ένα τυπικό εύρος τιμών του δείκτη DBP είναι από 0.1-0.4 [235]. Παρότι ο δείκτης DBP αποτελεί μία πολύ καλή ένδειξη για την ικανότητα του ΚΦΚ να καθυστερεί το κυματοδηγούμενο φως για το μεγαλύτερο δυνατό εύρος συχνοτήτων, δεν παρέχει ουδεμία πληροφορία για τις απώλειες που θα υποστεί το φως κατά την διάδοσή του ή την συνολική παραμόρφωση του κυματοδηγούμενου παλμού λόγω διασποράς. Αγνοώντας την συμπεριφορά ενός ΚΦΚ ως προς τις γραμμικές απώλειες διάδοσης και της διασποράς ενδέχεται να καθιστά την χρήση του αδύνατη, ακόμη και αν παρουσιάζει μεγάλη τιμή στο δείκτη DBP. Ένας κυματοδηγός που παρουσιάζει μεγάλο επίπεδο γραμμικών απωλειών διάδοσης, ενδέχεται να υποβαθμίζει την ισχύ του κυματοδηγούμενου παλμού τόσο ώστε να μην είναι ανιχνεύσιμος στην έξοδο του κυματοδηγού. Επίσης, αγνοώντας τα χαρακτηριστικά διασποράς του κυματοδηγού ενδέχεται να προκαλέσουν φαινόμενα ενδοσυμβολικής παρεμβολής (ISI). Στην προσπάθειά μας να συμπεριλάβουμε αυτή την πληροφορία σε ένα πιο ολοκληρωμένο δείκτη, ορίζουμε τη μέγιστη αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ, η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση [236],

$$N_{max} = L_w R_b / |v_g| \quad (6.2)$$

Ο δείκτης N_{max} υπολογίζει την αποθηκευτική ικανότητα του εκάστοτε ΚΦΚ σε μονάδες πληροφορίας (bit). Στην εξίσωση (6.2), με R_b συμβολίζουμε το ρυθμό δεδομένων, v_g είναι η ταχύτητα ομάδας και L_w είναι το μήκος του ΚΦΚ. Ο δείκτης N_{max} εκτιμά την αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ υπολογίζοντας το πηλίκο της συνολικής καθυστέρησης προς την διάρκεια του ενός bit, $1/R_b$. Οι απώλειες διάδοσης αλλά και η παραμόρφωση λόγω της διασποράς υπεισέρχεται στην επιλογή του συνολικού μήκους

του κυματοδηγού, L_W . Το συνολικό μήκος του κυματοδηγού επιλέγεται ως το μικρότερο μεταξύ τριών τιμών μήκους, του μέγιστου μήκους αποδεκτών απωλειών διάδοσης (L_Γ), του μέγιστου μήκους αποδεκτής παραμόρφωσης διασποράς (L_B) και του μέγιστου επιτρεπόμενου μήκους ώστε να θεωρείται οπτικά ολοκληρώσιμο (L_{max}). Ως μήκος αποδεκτών απωλειών, L_Γ ορίζεται το μέγιστο μήκος για το οποίο η συνολική υποβάθμιση του φωτός δεν ξεπερνά ένα άνω όριο υποβάθμισης σε dB, έστω l_{max} (π.χ L_{max} είναι το μήκος εκείνο για το οποίο η ένταση του φωτός εμφανίζεται υποβαθμισμένη κατά $l_{max}=-20$ dB σε σχέση με την τιμή της στην είσοδο του κυματοδηγού). Το μήκος L_Γ περιγράφεται με βάση την παρακάτω σχέση,

$$L_\Gamma = -l_{max} / \Gamma \quad (6.3)$$

Στην εξίσωση (6.3), ο συντελεστής απωλειών διάδοσης Γ περιγράφεται από την εξίσωση (4.12) της ενότητας 4.3.2. Παρομοίως, ορίζεται το μήκος L_B ως το μέγιστο μήκος για το οποίο η συνολική διασπορά δεν ξεπερνά ένα άνω όριο, B_{max} . Το μέγεθος της διασποράς που υφίσταται ένας οπτικός παλμός ποσοτικοποιείται μέσω του δείκτη διεύρυνσης του παλμού BF (όπως αυτός περιγράφεται στην εξίσωση (4.13) της ενότητας 4.4). Το μήκος L_B τότε εκφράζεται από την παρακάτω εξίσωση [236],

$$L_B = K \left(B_{max}^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\beta_2^2 R_b^4 + \frac{1}{4} K^{-1} \beta_3^2 R_b^6 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (6.4)$$

Στην εξίσωση (6.4) με β_2 και β_3 συμβολίζουμε τους συντελεστές διασποράς δεύτερης και τρίτης τάξης (όπως περιγράφονται στην ενότητα 4.2), ενώ ο συντελεστής $K=0.0224$. Σε αυτό το σημείο αξίζει να επισημάνουμε ότι διασπορά μεγαλύτερης τάξης διαδραματίζει μικρό ρόλο στην διεύρυνση του παλμού, σε σχέση κυρίως με την διασπορά δεύτερης τάξης και στην συνέχεια στην διασπορά τρίτης τάξης [185]. Με το σκεπτικό αυτό δεν λαμβάνουμε υπόψη στους υπολογισμούς μας τους συντελεστές διασποράς για τάξεις μεγαλύτερες της τρίτης τάξης. Επίσης, σε αυτό το κεφάλαιο θεωρούμε ότι οι μέγιστες επιτρεπόμενες απώλειες διάδοσης είναι $l_{max}=-20$ dB [187], [236]. Επιπλέον, θεωρούμε ότι το άνω όριο διεύρυνσης του οπτικού παλμού λόγω διασποράς είναι $B_{max}=1.3$, υπονοώντας μία αύξηση κατά 30% του εύρους στο μισό του μέγιστου πλάτους (ή αλλιώς Full-Width at Half Maximum, FWHM) του παλμού σε σύγκριση με το εύρος FWHM στην αρχή του κυματοδηγού [236]. Τέλος θεωρούμε ότι ο ΚΦΚ θα πρέπει να διατηρείται σε σχετικά μικρά μήκη ώστε να μπορεί να ληφθεί υπόψη σε οπτικά ολοκληρωμένα κυκλώματα. Επομένως θέτουμε ένα άνω όριο στο επιτρεπτό μήκος του κυματοδηγού ίσο με $L_{max}=1$ cm, το οποίο είναι αρκετά μεγαλύτερο από τους ΚΦΚ που μελετώνται συνήθως.

Προσδιορίζοντας το συνολικό μήκος του ΚΦΚ, L_W ως το μικρότερο μεταξύ των μηκών L_Γ , L_B και L_{max} , εξασφαλίζουμε ότι ο ΚΦΚ δεν θα παρουσιάζει απαγορευτικά χαρακτηριστικά απωλειών διάδοσης, χαρακτηριστικά διασποράς και ότι δεν θα έχει υπερβολικό μήκος για εφαρμογές οπτικής ολοκλήρωσης, εάν το επιτρέψουν οι δύο πρώτοι περιορισμοί του μήκους. Έχοντας καταλήξει σε μία τιμή για το συνολικό μήκος του κυματοδηγού, η εξίσωση (6.2) θα μας παρέχει την συνολική αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ σε bit για ένα συγκεκριμένο ρυθμό πληροφορίας. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι θέτοντας το συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης ίσο με μηδέν ($\beta_2=0$) σε ένα ΚΦΚ, το μήκος του οποίου περιορίζεται από το L_B ($L_W=L_B$), από την εξίσωση (6.2) συμπεραίνουμε ότι όπως συναντάμε και στην περίπτωση των CROWs [236], [237].

Στην πλειονότητα των μελετών που ασχολούνται με το σχεδιασμό των ΚΦΚ ως προς την αποθηκευτική τους ικανότητα, η αναζήτηση ενός βέλτιστου σχεδιασμού βασίζεται σε μία μέθοδο εξαντλητικής αναζήτησης (exhaustive search) [52], [227]. Η μέθοδος αυτή

βασίζεται στην επιλογή μικρών πεδίων τιμών για ένα μικρό αριθμό σχεδιαστικών παραμέτρων (συνήθως μέχρι δύο) και στην συνέχεια τον υπολογισμό της παραμέτρου DBP, η οποία περιγράφεται από την σχέση (6.1) για όλους τους πιθανούς συνδυασμούς για αυτά τα πεδία τιμών. Αυξάνοντας των αριθμό των σχεδιαστικών παραμέτρων που συμπεριλαμβάνονται σε μία μέθοδο εξαντλητικής αναζήτησης, αυξάνει υπερβολικά ο απαραίτητος αριθμός επαναλήψεων, καθιστώντας τη μέθοδο αυτή απαγορευτική για πολύπλοκότερους σχεδιασμούς, οι οποίοι θα συμπεριλαμβάνουν περισσότερες των δύο σχεδιαστικών παραμέτρων. Στην ουσία για περισσότερες από δύο σχεδιαστικές παραμέτρους, ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση της εξαντλητικής αναζήτησης είναι υπερβολικός, γεγονός που καθιστά την αναζήτηση του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ πρακτικά αδύνατη. Ένα απλό παράδειγμα του υπολογιστικού χρόνου που απαιτείται, παίρνουμε υποθέτοντας ότι εφαρμόζουμε τη μέθοδο της εξαντλητικής αναζήτησης συμπεριλαμβάνοντας τρεις σχεδιαστικές παραμέτρους (έστω y_1 , y_2 και r_1). Αν στο παράδειγμα αυτό, υποθέτουμε ότι το πεδίο τιμών έκαστης σχεδιαστικής παραμέτρου περιέχει 50 τιμές, και εάν ο χρόνος υπολογισμού μίας επανάληψης της συνάρτησης N_{max} για κάθε πιθανό συνδυασμό των παραμέτρων y_1 , y_2 και r_1 , είναι τρία λεπτά τότε ο συνολικός χρόνος υπολογισμού της μεθόδου ανέρχεται στις 260 ημέρες. Είναι λοιπόν προφανές ότι η αναζήτηση πιο πολύπλοκων σχεδιασμών ΚΦΚ, η οποία θα περιλαμβάνει περισσότερες από δύο σχεδιαστικές παραμέτρους, θα πρέπει να υλοποιηθεί με μία εναλλακτική μέθοδο. Σε αυτό το κεφάλαιο εφαρμόζουμε μία συστηματική μέθοδο αναζήτησης του βέλτιστου σχεδιασμού ενός ΚΦΚ, ως προς την αποθηκευτική του ικανότητα εκφρασμένη με την εξίσωση (6.2). Για να υλοποιήσουμε τη μέθοδο αυτή, αρκεί να αντιληφθούμε το δείκτη βελτιστοποίησης N_{max} σαν μία συνάρτηση με όρισμα όλες τις παραμέτρους που ορίζουν ένα ΚΦΚ, όπως αυτή της παρακάτω μορφής,

$$N_{max} = f(R_b, a, k, r_a, \varepsilon_a, \varepsilon_b, h, x_1, y_1, r_1, \dots, x_N, y_N, r_N) \quad (6.5)$$

, όπου a είναι η σταθερά του πλέγματος, k είναι ο κυματάρητος, ε_a και ε_b είναι η διηλεκτρική σταθερά των δύο υλικών που απαρτίζουν τον ΚΦΚ, r_a είναι η ακτίνα των οπών που δεν κατατάσσονται σε κάποια από τις N κατηγορίες. Παρότι η συνάρτηση f δεν είναι γνωστή σε κλειστή μορφή, μπορούμε όμως να υπολογίσουμε το διάγραμμα διασποράς αλλά και τους τρόπους διάδοσης του φωτός εφαρμόζοντας τη μέθοδο επέκτασης σε επίπεδα κύματα την οποία αναφέραμε στην ενότητα 3.3. Έχοντας στην διάθεσή μας τους τρόπους διάδοσης αλλά και το διάγραμμα διασποράς μπορούμε να υπολογίσουμε συντελεστές διασποράς (β_1 , β_2 , κτλ.) αλλά και το συντελεστή απωλειών διάδοσης, Γ . Στην συνέχεια εφαρμόζοντας μία μέθοδο ελαχιστοποίησης της συνάρτησης f μπορούμε να εντοπίσουμε τις τιμές του ορίσματος της, για τις οποίες η παράμετρος N_{max} παρουσιάζει τη μέγιστη τιμή της. Σε αυτό το κεφάλαιο εφαρμόζουμε μία ευρέως διαδεδομένη μέθοδος ελαχιστοποίησης η οποία βασίζεται σε μία προσέγγιση ενδιάμεσου σημείου (interior point) και συνδυάζει μία άμεση μέθοδο (direct method) για την επίλυση του υπό συνθήκης προβλήματος ελαχιστοποίησης, με βήματα συζυγών κλίσεων (conjugate gradient steps) χρησιμοποιώντας περιοχές εμπιστοσύνης (trust regions) [238]. Η μέθοδος αυτή υλοποιήθηκε μέσω της συνάρτησης `fmincon` στο υπολογιστικό περιβάλλον του προσομοιωτή MATLAB.

Για να αποκτήσουμε την τιμή του δείκτη N_{max} που επιτυγχάνει ένας σχεδιασμός ΚΦΚ, ξεκινάμε από τους σχεδιαστικούς παράγοντες που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε. Το πρώτο βήμα που πρέπει να υλοποιήσουμε, αφότου επιλέξουμε τις σχεδιαστικές παραμέτρους που επιθυμούμε να μεταβάλλουμε, είναι να προσδιοριστεί το διάγραμμα διασποράς του κυματοδηγούμενου τρόπου, μέσω μίας τρισδιάστατης υλοποίησης της επέκτασης σε επίπεδα κύματα, όπως περιγράφεται αναλυτικά στο κεφάλαιο 3. Στην παρούσα διατριβή η υλοποίηση αυτή έγινε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των χαρακτηριστικών διασποράς (β_1 ,

β_2, β_3, n_g) του κυματοδηγούμενου τρόπου υπολογίζοντας την κλίση πρώτης, δεύτερης και τρίτης τάξης του διαγράμματος διασποράς. Υπολογίζοντας τα χαρακτηριστικά διασποράς αναμένεται να εντοπίσουμε τμήματα του διαγράμματος διασποράς με σχεδόν γραμμική συμπεριφορά. Η ύπαρξη τέτοιων σχεδόν γραμμικών τμημάτων εξαρτώνται από τις μεταβολές των σχεδιαστικών παραμέτρων που επιλέγουμε και χαρακτηρίζονται από μικρές, σχεδόν μηδενικές τιμές του συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης. Το κυριότερο χαρακτηριστικό, μίας γραμμικής περιοχής του διαγράμματος διασποράς είναι ότι όλα τα μήκη κύματος μέσα σε αυτή την περιοχή βιώνουν σχεδόν την ίδια ταχύτητα ομάδας και επομένως ο δείκτης ομάδα είναι σχεδόν σταθερός ή μεταβάλλεται με αργό ρυθμό. Στην συνέχεια, εντοπίζουμε το σημείο με τη μικρότερη τιμή του συντελεστή β_2 , της γραμμικής περιοχής ως το σημείο αναφοράς. Ξεκινώντας από την τιμή του n_g στο μήκος κύματος του σημείου αναφοράς υπολογίζουμε το εύρος των μηκών κύματος για τα οποία η τιμή του δείκτη ομάδας κυμαίνεται γύρω στο $\pm 10\%$ της τιμής του σημείου αναφοράς. Για το εύρος των μηκών κύματος αυτό θεωρούμε ότι ο δείκτης ομάδας είναι σχεδόν σταθερός. Στην συνέχεια θα πρέπει να γίνει μία εκτίμηση των απωλειών διάδοσης που θα υποστεί το κυματοδηγούμενο φως. Η εκτίμηση των απωλειών διάδοσης μπορεί ενδεχομένως να γίνει ακολουθώντας τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3. Στην συνέχεια για δεδομένα όρια στα επίπεδα γραμμικών απωλειών διάδοσης (l_{max}) και διασποράς (B_{max}) και για δεδομένη διάρκεια παλμών, υπολογίζουμε τα μήκη L_Γ και L_B . Τέλος ορίζουμε το μήκος του κυματοδηγού L_W ως το ελάχιστο μεταξύ των μηκών L_Γ και L_B αλλά και του μέγιστου επιτρεπτού μήκους L_{max} . Έχοντας καταλήξει στο τελικό μήκος του κυματοδηγού, υπολογίζουμε το δείκτη N_{max} , μέσω της σχέσης (6.2). Έχοντας καταλήξει στον τελικό δείκτη N_{max} , μπορούμε να εφαρμόσουμε την προαναφερθείσα επαναληπτική μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ώστε να καταλήξουμε σε βέλτιστους σχεδιασμούς ΚΦΚ.

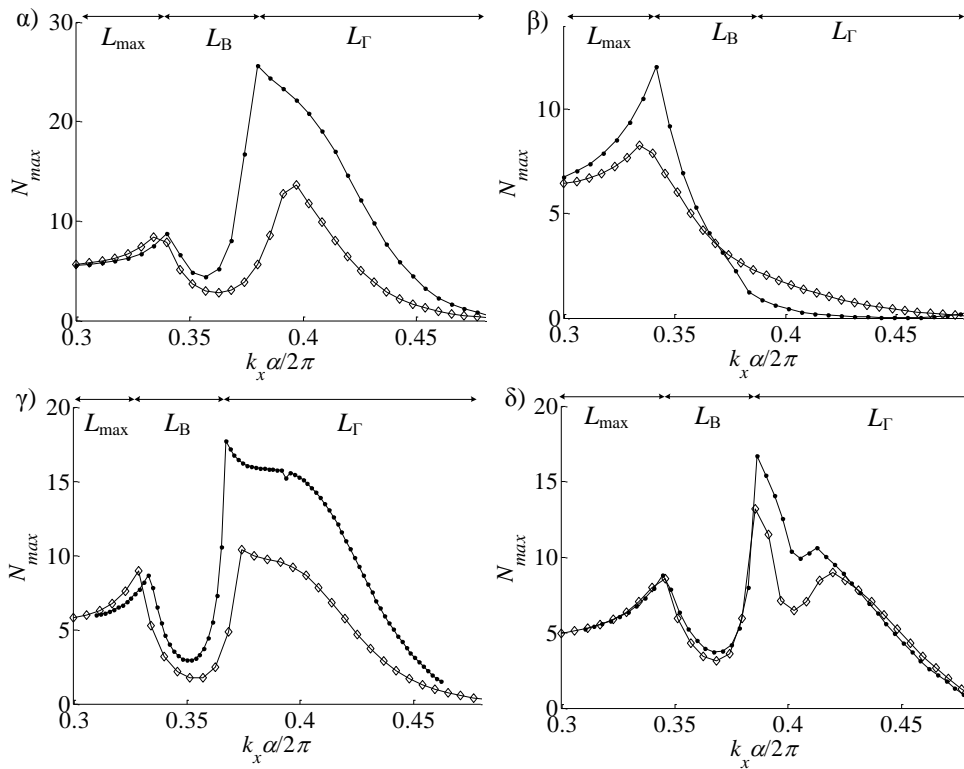
Ειδικό περιορισμοί θα πρέπει να ληφθούν στο πεδίο τιμών των σχεδιαστικών παραμέτρων για την αποφυγή της σύγκλισης των οπών μεταξύ τους, τους οποίους συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-1. Επιτρέποντας τις σχεδιαστικές παραμέτρους να ενώνουν οπές μεταξύ τους δεν είναι απαγορευτικό για το σχεδιασμό των φωτονικών κρυστάλλων, αλλά δε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να ληφθούν ειδικά μέτρα για τον υπολογισμό των απωλειών διάδοσης καθώς το μοντέλο που έχουμε υιοθετήσει δεν προβλέπει τέτοιους σχεδιασμούς.

Πίνακας 6-1. Τα πεδία τιμών των σχεδιαστικών παραμέτρων των ΚΦΚ αλλά της ισχύος του κύματος άντλησης και του μήκους του κυματοδηγού που λαμβάνονται υπόψη στη μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης.

Παράμετροι	Δy_1	Δy_2	Δy_3	r_1, r_2, r_3	$P_p(0)$ (W)	L (μm)
Πεδίο τιμών	{0a-0.151a}	{0a-0.11a}	{0a-0.11a}	{0.229a-0.27a}	{0.1-2}	{25-510}

Στην Εικόνα 6-2, υπολογίζουμε τις επιδόσεις ΚΦΚ που έχουν ήδη προταθεί στην διεθνή βιβλιογραφία ως προς τη μεταβλητή N_{max} και στην συνέχεια εφαρμόζουμε την παραπάνω μεθοδολογία για την εύρεση ενός βέλτιστου σχεδιασμού μεταβάλλοντας τις ίδιες σχεδιαστικές παραμέτρους με τις προτεινόμενες. Στην ίδια εικόνα, έχει επιλεγεί διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε ρυθμό $R_b=40\text{Gb/s}$. Στην Εικόνα 6-2(α), αποτυπώνεται η αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ που προτάθηκε από τους O’Faolain et al. [170], συναρτήσει του κυματάρθρου k_x . Για να καταλήξουμε σε αυτόν το σχεδιασμό αρκεί να μεταβάλλουμε τις σχεδιαστικές παραμέτρους y_1 και y_2 , (όπως αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-1) κατά $\Delta y_1=0.1171a$ και $\Delta y_2=-0.039a$. Στην ίδια εικόνα αποτυπώνεται ο σχεδιασμός στον οποίο κατέληξε η προαναφερθείσα συστηματική μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης (ή ΣΜΣΒ) μεταβάλλοντας τις ίδιες σχεδιαστικές

παραμέτρους κατά $\Delta y_1=0.1354a$ και $\Delta y_2=0.0436a$. Στην Εικόνα 6-2(α), παρατηρούμε ότι ο προτεινόμενος σχεδιασμός επιτυγχάνει μία αποθηκευτική ικανότητα ίση με $N_{max}=13.4\text{bits}$, ενώ ο βέλτιστος σχεδιασμός στον οποίο κατέληξε η ΣΜΣΒ, επιτυγχάνει σχεδόν το διπλασιασμό αυτής της χωρητικότητας, με $N_{max}=25.6\text{bits}$ για $n_g \cong 20$. Στην Εικόνα 6-2(β) αποτυπώνεται η αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ που προτάθηκε από τους Liang et al. [125], μεταβάλλοντας τις σχεδιαστικές παραμέτρους x_1 και y_2 (κατά $\Delta x_1=0.105a$ και $\Delta y_2=-0.084a$) επιτυγχάνοντας $N_{max}=8.3\text{bits}$. Όπως παρατηρούμε στην ίδια εικόνα, ο βέλτιστος σχεδιασμός κατάφερε να αυξήσει την αποθηκευτική ικανότητα στα $N_{max} \cong 12\text{bits}$ καταλήγοντας στη μεταβολή των σχεδιαστικών παραμέτρων x_1 και y_2 κατά $\Delta x_1=0.0302a$ και $\Delta y_2=-0.0287a$, αντίστοιχα.



Εικόνα 6-2. Η αποθηκευτική ικανότητα ποσοτικοποιημένη ως προς την παράμετρο N_{max} , για τον ΚΦΚ που προτάθηκε από τους α) Ο'Faolain et al. [170], β) Liang et al. [125], γ) Li et al. [52] και δ) Suzuki et al. [227], αποτυπώνεται με ρόμβους (\diamond). Σε κάθε περίπτωση αποτυπώνεται με κουκκίδες (\cdot), η αποθηκευτική ικανότητα N_{max} του βέλτιστος σχεδιασμός ΚΦΚ, προϊόν της προαναφερθείσας συστηματικής μεθόδου ελαχιστοποίησης, μεταβάλλοντας τις ίδιες σχεδιαστικές παραμέτρους με τους προτεινόμενους ΚΦΚ. Τα βέλη σε κάθε σχήμα υποδεικνύουν το περιοχή του κυματάρθρου στην οποία το συνολικό μήκος L_W του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_Γ .

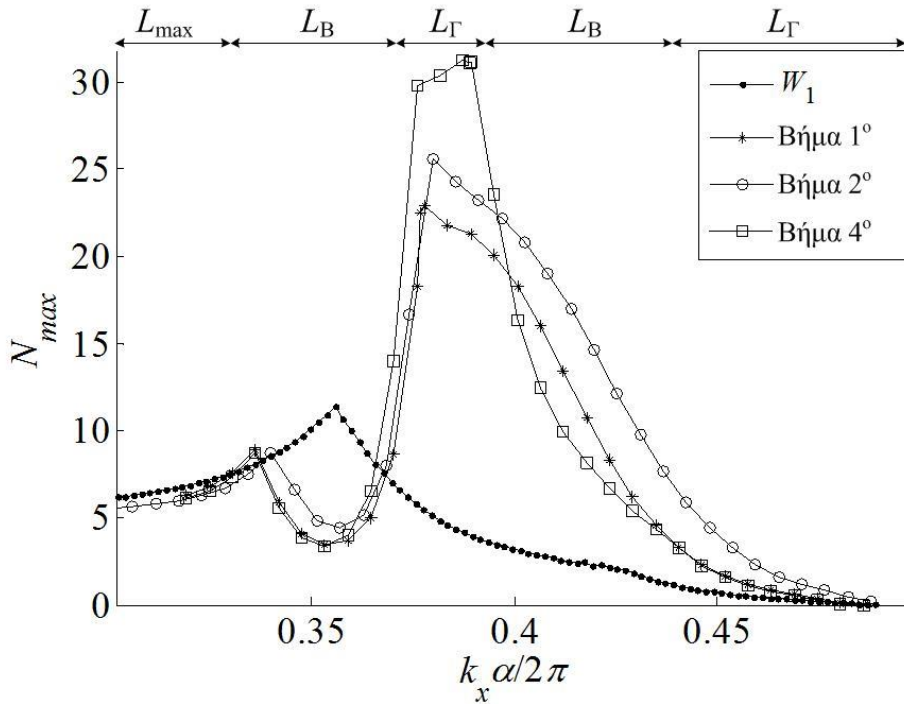
Η αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ, ο οποίος προτάθηκε από τους Li et al. [52] αποτυπώνεται στην Εικόνα 6-2(γ) εφαρμόζοντας τις σχεδιαστικές μεταβολές $\Delta y_1=0.1208a$ και $\Delta y_2=0.029a$ επιτυγχάνοντας $N_{max}=10.4\text{bits}$ για $n_g \cong 9$. Σε αυτή την περίπτωση ο βέλτιστος σχεδιασμός κατέληξε σε $\Delta y_1=0.1257a$ και $\Delta y_2=0.04a$ επιτυγχάνοντας $N_{max}=17.7\text{bits}$ για $n_g \cong 24$. Τέλος, η αποθηκευτική ικανότητα που επιτυγχάνει ο ΚΦΚ που προτάθηκε από τους Suzuki et al. [227] αποτυπώνεται στην Εικόνα 6-2(δ). Σε αυτή την περίπτωση η παράμετρος $N_{max}=13.2\text{bits}$ μεταβάλλοντας την σχεδιαστική παράμετρο x_3 κατά $\Delta x_3=0.32a$. Μεταβάλλοντας την ίδια σχεδιαστική παράμετρο, η προαναφερθείσα μέθοδος κατέληξε σε ένα καλύτερο σχεδιασμό, επιτυγχάνοντας $N_{max}=16.7\text{bits}$ για $\Delta x_3=0.3a$ και $n_g \cong 22$. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφέρουμε ότι ο κυματοδηγός που προτάθηκε από τους Suzuki et al. [227] μελετάται για κατασκευή από χαλκογονούσα ύαλο (chalcogenide glass) ως υλικό υψηλού δείκτη διάθλασης. Οι χαλκογονούσες ύαλοι παρόλα αυτά, παρουσιάζουν περισσότερες

απώλειες διάδοσης σε σύγκριση με το πυρίτιο. Στην Εικόνα 6-2(δ), παρότι έχουμε υποθέσει ότι ΚΦΚ αποτελείται από χαλκογενούσα ύαλο με το δείκτη διάθλασης που αναφέρουν οι Suzuki et al. έχουμε υποθέσει ότι το επίπεδο των γραμμικών απωλειών διάδοσης παραμένει ίδιο με αυτό του πυριτίου. Σε όλες τις περιπτώσεις που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-2, έχουμε υποθέσει ότι στρώματα αέρα περιβάλλουν τους ΚΦΚ πάνω και κάτω από το στρώμα με τον υψηλό δείκτη διάθλασης κατά την διεύθυνση που ορίζει ο άξονας z , όπως υποδεικνύει η Εικόνα 6-1.

Στην Εικόνα 6-2, βέλη υποδεικνύουν τις περιοχές του κυματάριθμου k_x , στις οποίες το συνολικό μήκος του ΚΦΚ L_W , περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_T . Στην Εικόνα 6-2(α) και στην Εικόνα 6-2(γ), η προαναφερθείσα ΣΜΣΒ κατέληξε σε ΚΦΚ, το μήκος των οποίων περιορίζεται από τις γραμμικές απώλειες διάδοσης μέσω του μήκους L_T , με τιμές $L_T=0.968\text{cm}$ και $L_T=0.552\text{cm}$. Το γεγονός αυτό σηματοδοτεί την περαιτέρω βελτίωση των επιδόσεων του σχεδιασμού που κατέληξε η μέθοδος, όσο βελτιώνονται η διεργασία κατασκευής του φωτονικού κρυστάλλου, μειώνοντας με αυτό τον τρόπο τις γραμμικές απώλειες διάδοσης, καθότι όπως προαναφέραμε στο κεφάλαιο 4, οι τελευταίες οφείλονται κυρίως σε κατασκευαστικές ατέλειες. Αντιθέτως, το μήκος L_W των βέλτιστων σχεδιασμών ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος βελτιστοποίησης, στις περιπτώσεις που αποτυπώνει η Εικόνα 6-2(β) και η Εικόνα 6-2(δ), περιορίζεται από τα μήκη $L_{max}=1\text{cm}$ και $L_B=0.573\text{cm}$, αντίστοιχα.

Το κυριότερο πλεονέκτημα της χρήσης της ΣΜΣΒ των ΚΦΚ, είναι το γεγονός ότι μπορούν να συμπεριληφθούν στην διαδικασία περισσότερες των δύο σχεδιαστικών παραμέτρων, χωρίς να απαιτείται υπερβολικός χρόνος για την ολοκλήρωση της διαδικασίας. Σημειώνουμε ότι στην πλειονότητα των περιπτώσεων, η εύρεση του ιδανικότερου σχεδιασμού στην διεθνή βιβλιογραφία περιορίζεται στις δύο σχεδιαστικές παραμέτρους, λόγω της χρήσης της μεθόδου της εξαντλητικής αναζήτησης και του υπερβολικού υπολογιστικού χρόνου που αυτή απαιτεί. Για να εκμεταλλευτούμε το πλεονέκτημα που μας παρέχει η ΣΜΣΒ, εφαρμόζουμε τη μέθοδο ξεκινώντας από μία μόνο σχεδιαστική παράμετρο και εισάγουμε σταδιακά επιπλέον σχεδιαστικές παραμέτρους, όπως αυτές αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-1. Στην υλοποίησή μας ξεκινάμε από τον ΚΦΚ $W1$, που ορίσαμε στο κεφάλαιο 2, και εισάγουμε μία επιπλέον σχεδιαστική παράμετρο σε κάθε επανάληψη (ή βήμα) της μεθόδου. Ο αρχικός ΚΦΚ $W1$ αποτελείται από τρύπες αέρα σε στρώμα πυριτίου, ενώ τα στρώματα πάνω και κάτω (ως προς τον άξονα z) του πυριτίου είναι επίσης, αέρας. Η πλεγματική σταθερά του φωτονικού κρυστάλλου είναι $a=412\text{nm}$, η ακτίνες των οπών που δεν λαμβάνουν μέρος στην διαδικασία είναι $r=0.27a$ και το πάχος του στρώματος με τον υψηλό δείκτη διάθλασης είναι $h=0.5a$. Στην Εικόνα 6-3 αποτυπώνεται η μεταβλητή N_{max} συναρτήσεως του κυματάριθμου, για διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε ρυθμό $R_b=40\text{Gb/s}$. Στην εικόνα αποτυπώνονται μόνο οι σημαντικότερες μεταβολές του N_{max} (δηλαδή για $\Delta N_{max}>1$). Οι ακολουθία σχεδιαστικών παραμέτρων που εισήχθησαν σταδιακά είναι η εξής : $y_1, y_2, y_3, r_1, r_2, r_3, x_1, x_2, x_3, h$. Η ακολουθία αυτή επιλέχθηκε μετά από μία πρόχειρη αξιολόγηση των επιπτώσεων των σχεδιαστικών παραμέτρων (y_1, x_1 και r_1) στην αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ. Στην προσπάθεια αυτή, παρατηρήσαμε ότι οι σχεδιαστικές παράμετροι y_i είχαν το μεγαλύτερο αντίκτυπο στη μεταβλητή N_{max} , με τις r_i και x_i να ακολουθούν. Καμία σχεδιαστική παράμετρο με δείκτη μεγαλύτερο του $i \geq 4$ δεν παρουσίασε σημαντική βελτίωση της αποθηκευτικής ικανότητας. Παρόλα αυτά είδαμε ότι η σειρά με την οποία επιλέγονται οι σχεδιαστικές παράμετροι δεν παίζει σημαντικό ρόλο στην εύρεση του τελικού βέλτιστου σχεδιασμού. Επιλέγοντας την συγκεκριμένη ακολουθία σχεδιαστικών παραμέτρων καταλήγουμε στο βέλτιστο σχεδιασμό σε λιγότερα βήματα της μεθόδου, καθώς επιλέγονται πρώτες, οι σχεδιαστικές παράμετροι με τη μεγαλύτερη επίδραση στη μεταβλητή N_{max} . Η διαδικασία των προσομοιώσεων χωρίστηκε σε βήματα με αρίθμηση ίση με των αριθμό των σχεδιαστικών παραμέτρων,

δηλαδή στο βήμα 1° μόνο μία σχεδιαστική παράμετρο συμπεριλήφθηκε στην ΣΜΣΒ, στο βήμα 2° δύο σχεδιαστικές παράμετροι κ.ο.κ ακολουθώντας την παραπάνω ακολουθία.



Εικόνα 6-3. Τα κυριότερα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για $R_b=40\text{Gb/s}$. Η επίδοση του ΚΦΚ αναφοράς, W_1 εμφανίζεται επίσης για χάριν σύγκρισης. Τα βέλη υποδεικνύουν το περιοχή του κυματάριθμου στην οποία το συνολικό μήκος L_W του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_G .

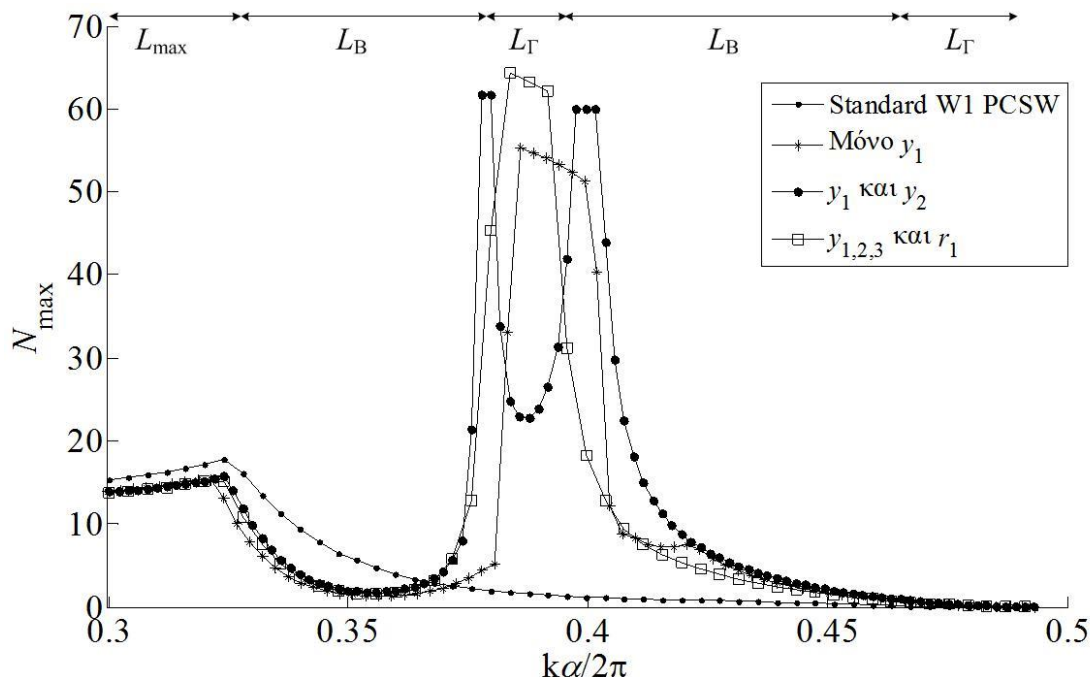
Στην Εικόνα 6-3, παρατηρούμε μόνο τα σημαντικότερα βήματα της ΣΜΣΒ. Στο πρώτο βήμα μεταβάλλεται μόνο η σχεδιαστική παράμετρο y_1 , επιτυγχάνοντας αποθηκευτική ικανότητα $N_{max}=22.9\text{bits}$. Στο δεύτερο βήμα συμπεριλαμβάνεται στην διαδικασία και η σχεδιαστική παράμετρος y_2 , αυξάνοντας την αποθηκευτική ικανότητα στα $N_{max}=25.6\text{bits}$. Λαμβάνοντας υπόψη και την παράμετρο y_3 στο τρίτο βήμα, δεν αποτέλεσε σημαντική βελτίωση στην αποθηκευτική ικανότητα του ΚΦΚ και για το λόγο αυτό το τρίτο βήμα παραλήφθηκε από την Εικόνα 6-3. Προσθέτοντας και τη μεταβολή της ακτίνας των πρώτων γειτόνων στον κυματοδηγό, r_1 , αποτέλεσε και το βέλτιστο σχεδιασμό, με αποθηκευτική ικανότητα ίση με $N_{max}\cong 31\text{bits}$. Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 6-3, η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης κατάληξε σε ένα σχεδιασμό ΚΦΚ, ο οποίος επιτυγχάνεται μεταβάλλοντας τις σχεδιαστικές παραμέτρους y_1 , y_2 , y_3 και r_1 . Τις τιμές των σχεδιαστικών παραμέτρων των σχεδιασμών ΚΦΚ που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-3, συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-2. Λαμβάνοντας υπόψη και τις επιπλέον σχεδιαστικές παραμέτρους που δεν αναφέρει ο Πίνακας 6-2 (δηλαδή x_1 , x_2 , x_3 , r_2 και r_3), επιτυγχάνεται μόνο μία οριακή αύξηση της αποθηκευτικής ικανότητα, $N_{max}\cong 33\text{bits}$.

Πίνακας 6-2. Τιμές των σχεδιαστικών παραμέτρων που συγκέντρωσαν τις σημαντικότερες μεταβολές στην αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ, που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-3.

	$\Delta y_1/a$	$\Delta y_2/a$	$\Delta y_3/a$	r_1/a	N_{max} (bit)	n_g
W1	0	0	0	0.27	11.4	8.6
Βήμα 1	0.1345	0	0	0.27	22.9	25.1
Βήμα 2	0.1354	0.0436	0	0.27	25.6	19.8
Βήμα 4	0.1297	-0.0248	0.399	0.25	31.2	24

Στην ίδια εικόνα αποτυπώνονται με βέλη τα διαστήματα του k_x στα οποία το μήκος του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ, περιορίζεται από τα μήκη L_G , L_B και L_{max} , αντίστοιχα. Όπως

αποτυπώνεται στην Εικόνα 6-3, το συνολικό μήκος του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ περιορίζεται από τις γραμμικές απώλειες διάδοσης μέσω του μήκους, $L_{\Gamma}=0.9903\text{cm}$. Το γεγονός αυτό σηματοδοτεί ενδεχομένως την περαιτέρω βελτίωση της αποθηκευτικής ικανότητας του ΚΦΚ με τη βελτίωση των γραμμικών απωλειών διάδοσης.



Εικόνα 6-4. Τα κυριότερα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για $R_b=100\text{Gb/s}$. Η επίδοση του ΚΦΚ αναφοράς, W1 εμφανίζεται επίσης για χάριν σύγκρισης. Τα βέλη υποδεικνύουν το περιοχή του κυματάρθρου στην οποία το συνολικό μήκος L_w του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ (-□-)περιορίζεται από τα μήκη L_{max} , L_B και L_{Γ} .

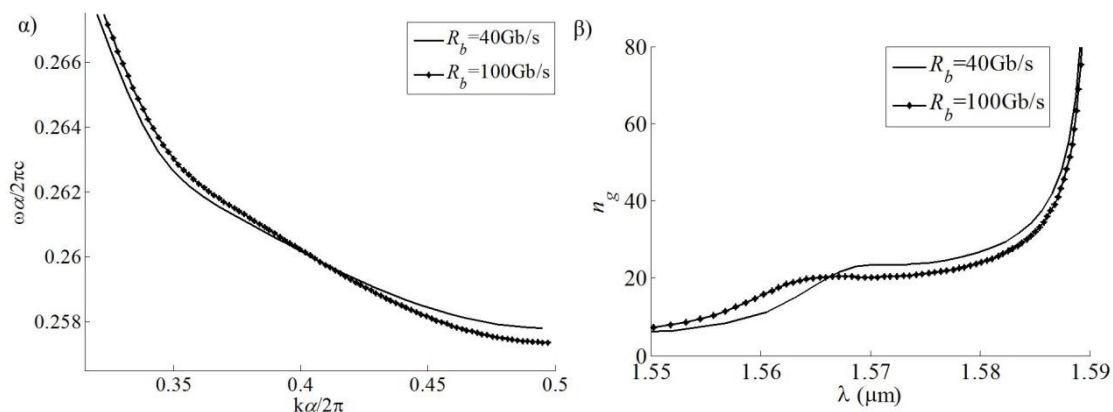
Η Εικόνα 6-4 αποτυπώνει τα κυριότερα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης των ΚΦΚ για μικρότερη διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε μεγαλύτερο ρυθμό, $R_b=100\text{Gb/s}$. Σε αυτή την περίπτωση, διαπιστώνουμε ότι τα ίδια βήματα με την Εικόνα 6-3, προκαλούν τις σημαντικότερες επιπτώσεις στην αποθηκευτική ικανότητα. Σε αυτή την περίπτωση, η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης των ΚΦΚ, κατέληξε σε ένα σχεδιασμό μεταβάλλοντας τις σχεδιαστικές παραμέτρους y_1 , y_2 , y_3 και r_1 , σε $N_{max}=65\text{bits}$. Όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 6-4, το μήκος του βέλτιστου σχεδιασμού είναι $L_w \approx 0.95\text{cm}$ ενώ και σε αυτή την περίπτωση περιορίζεται από τις γραμμικές απώλειες διάδοσης. Σε αυτή την περίπτωση, οι τιμές της αποθηκευτικής ικανότητας είναι μεγαλύτερες λόγω των στενότερων παλμών (στο πεδίο του χρόνου). Τις τιμές των σχεδιαστικών παραμέτρων στις οποίες επετεύχθησαν τα σημαντικότερα βήματα της ΣΜΣΒ συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-3.

Πίνακας 6-3. Τιμές των σχεδιαστικών παραμέτρων που συγκέντρωσαν τις σημαντικότερες μεταβολές στην αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ, που αποτυπώνονται στην Εικόνα 6-4.

	$\Delta y_1/a$	$\Delta y_2/a$	$\Delta y_3/a$	r_1/a	N_{max} (bit)	n_g
W1	0	0	0	0.27	17.8	5.3
Βήμα 1	0.1373	0	0	0.27	55.3	25
Βήμα 2	0.1373	0.0561	0	0.27	61.7	18.5
Βήμα 4	0.1394	0.0246	0.0181	0.2645	65	20.4

Για να κατανοήσουμε καλύτερα τους βέλτιστους σχεδιασμούς, στους οποίους κατέληξε η ΣΜΣΒ για διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε ρυθμούς $R_b=40\text{Gb/s}$ και

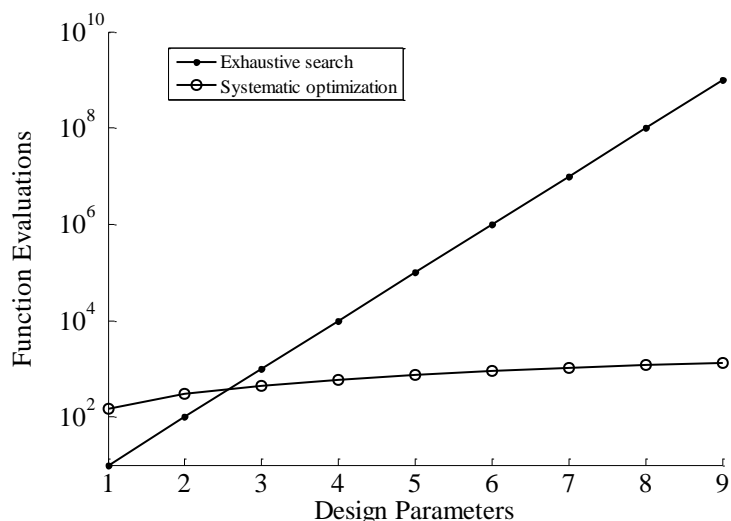
$R_b=100\text{Gb/s}$, θα πρέπει να εξετάσουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τα χαρακτηριστικά των σχεδιασμών αυτών.



Εικόνα 6-5. α) Τα διαγράμματα διασποράς και β) ο δείκτης ομάδας συναρτήσεσι του μήκους κύματος για τους βέλτιστους σχεδιασμούς, στους οποίους κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για τους ρυθμούς $R_b=40\text{Gb/s}$ και $R_b=100\text{Gb/s}$.

Στην Εικόνα 6-5(α) και στην Εικόνα 6-5(β) αποτυπώνονται τα διαγράμματα διασποράς και ο δείκτης ομάδας συναρτήσεσι του μήκους κύματος, των βέλτιστων σχεδιασμών που κατέληξε η προαναφερθείσα μέθοδος, αντίστοιχα για διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε ρυθμούς $R_b=40\text{Gb/s}$ και $R_b=100\text{Gb/s}$. Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 6-5(α), οι δύο σχεδιασμοί ΚΦΚ παρουσιάζουν μία σχεδόν γραμμική περιοχή στην καμπύλη διασποράς, γεγονός που σημαίνει ότι στο συγκεκριμένο διάστημα του κυματάριθμου αναμένεται η GVD να πλησιάζει τιμές πολύ κοντά στο μηδέν. Επίσης, για το ίδιο διάστημα του κυματάριθμου, οι δύο σχεδιασμοί ΚΦΚ παρουσιάζουν σχεδόν την ίδια σταθερή καθυστέρηση του φωτός (με ταχύτητα ομάδας $v_g \cong 1.5 \cdot 10^8 \text{m/s}$), όπως συμπεραίνεται από την Εικόνα 6-5(β). Τέλος παρατηρούμε ότι ο σχεδιασμός ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος για διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε ρυθμό $R_b=100\text{Gb/s}$ παρουσιάζει δείκτη ομάδας, ο οποίος διατηρείται σταθερός (με μία ανοχή $\pm 10\%$) για μεγαλύτερο εύρος μηκών κύματος ($\Delta\lambda \cong 14.7\text{nm}$) σε σύγκριση με το σχεδιασμό που κατέληξε η μέθοδος για διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε ρυθμό $R_b=40\text{Gb/s}$ ($\Delta\lambda \cong 9.9\text{nm}$).

Τέλος, για την ολοκλήρωση της ΣΜΣΒ, ξεκινώντας από μία και καταλήγοντας σταδιακά στο σύνολο των σχεδιαστικών παραμέτρων, απαιτεί κατά μέσο όρο 10 επαναλήψεις ανά βήμα, ενώ κάθε επανάληψη συμπεριλαμβάνει περίπου 10 με 15 εκτιμήσεις της συνάρτησης που περιγράφει η σχέση (6.5), αθροίζοντας στο σύνολο 1350 εκτιμήσεις της συνάρτησης. Στην Εικόνα 6-6 παρουσιάζεται γραφικά η βελτίωση που επιφέρει στο χρόνο υπολογισμού του βέλτιστου σχεδιασμού ΚΦΚ, η μέθοδος που παρουσιάστηκε σε αυτή την ενότητα, σε σύγκριση με τη μέθοδο της εξαντλητικής αναζήτησης.



Εικόνα 6-6. Ποιοτική αποτύπωση των απαραίτητων επαναλήψεων της συνάρτησης συναρτήσεως του πλήθους σχεδιαστικών παραμέτρων για τη μέθοδο εξαντλητικής αναζήτησης και τη μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης.

Στην Εικόνα 6-6, παρατηρούμε ότι για μία ή δύο σχεδιαστικές παραμέτρους η μέθοδος της εξαντλητικής αναζήτησης ολοκληρώνεται σε λιγότερες επαναλήψεις σε σύγκριση με την ΣΜΣΒ. Αυξάνοντας το πλήθος των σχεδιαστικών παραμέτρων σε περισσότερες των δυο, η ΣΜΣΒ διατηρεί σχεδόν σταθερές τις απαιτήσεις της σε επαναλήψεις της συνάρτησης, σε αντίθεση με τη μέθοδο εξαντλητικής αναζήτησης, η οποία απαιτεί υπερβολικά μεγάλο αριθμό επαναλήψεων με την αύξηση των συμπεριλαμβανόμενων σχεδιαστικών παραμέτρων. Από την Εικόνα 6-6 συμπεραίνουμε ότι για πολύπλοκους σχεδιασμούς ΚΦΚ, η προτεινόμενη ΣΜΣΒ αποτελεί μία υλοποιήσιμη λύση.

6.3 Σχεδιασμός ΚΦΚ για μη-γραμμικές εφαρμογές

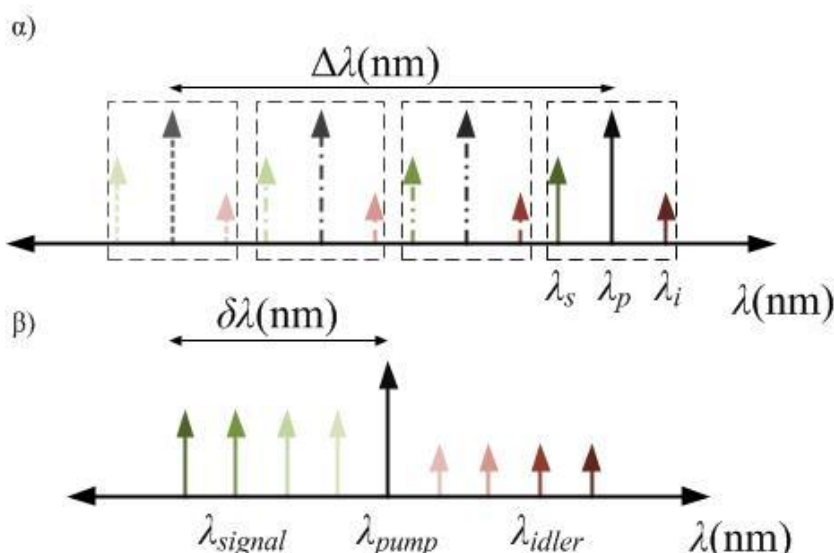
Η σχεδίαση ενός ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζει καλύτερες επιδόσεις σε μη-γραμμικές εφαρμογές αποτελεί μία πιο πολύπλοκη υπόθεση σε σύγκριση με αυτή που περιγράψαμε στην υποενότητα 6.2. Η αύξηση της πολυπλοκότητας οφείλεται στη φύση της μη-γραμμικότητας στους ΚΦΚ, αλλά και σε άλλες διατάξεις. Τα μη-γραμμικά φαινόμενα είναι πολύπλοκα στην ερμηνεία αλλά και στον προσδιορισμό τους. Οι μη-γραμμικότητες υπό μία γενικότερη έννοια είναι άμεσα συνδεδεμένες με την ισχύ του οπτικού σήματος. Συνηθέστερα όσο μεγαλώνει η οπτική ισχύς του παλμού ή του κύματος τόσο μεγαλώνει και η ένταση των μη-γραμμικών φαινομένων που αναπτύσσονται στον εκάστοτε μη-γραμμικό κυματοδηγό. Αποτέλεσμα αυτού είναι ότι κατά την σχεδίαση του ΚΦΚ εισάγεται μία επιπλέον σχεδιαστική παράμετρο, αυτή της ισχύος του σήματος, καθότι θα επηρεάσει άμεσα την τελική μη-γραμμική επίδοση του σχεδιασμού ΚΦΚ. Σε αυτή την υποενότητα θα εστιάσουμε το ενδιαφέρον μας στην σχεδίαση των ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν καλύτερες επιδόσεις στο φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων, το οποίο περιγράψαμε στο κεφάλαιο 5. Το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μη-γραμμικής εφαρμογής στους ΚΦΚ. Η συνύπαρξη τριών ή τεσσάρων οπτικών κυμάτων στον ΚΦΚ, γεννά διάφορα μη-γραμμικά φαινόμενα, όπως η αυτοδιαμόρφωση και η ετεροδιαμόρφωση φάσης, ή φαινόμενα μη-γραμμικών απωλειών και διασποράς λόγω της γένεσης ελεύθερων φορέων (ηλεκτρονίων και οπών). Όπως προαναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων είναι ένα ευρέως διαδεδομένο φαινόμενο για τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Η μετατροπής μήκους κύματος [205], η αναγέννηση ενός σήματος [210] ή η οπτική δρομολόγηση [208], είναι

μερικές από τις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές, οι οποίες μπορούν να βασιστούν στο φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Στο φαινόμενο FWM, δύο ή ένα ισχυρά οπτικά κύματα άντλησης, αλληλεπιδρούν με ένα ασθενέστερο οπτικό κύμα σήματος, διεγείροντας ένα τρίτο ανεγειρόμενο κύμα (idler wave). Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάσαμε ένα από τους βασικότερους δείκτες, με τον οποίο γίνεται συνήθως αξιολογείται το εν λόγω φαινόμενο, την απόδοση μετατροπής (conversion efficiency) της μίξης τεσσάρων κυμάτων μετρημένη σε dB, η οποία εκφράζεται σύμφωνα με την παρακάτω σχέση,

$$\eta = \frac{P_i(L)}{P_s(0)} \quad (6.6)$$

Στην εξίσωση (6.6), με $P_i(L)$ και $P_s(0)$ συμβολίζουμε την οπτική ισχύ του ανεγειρόμενου κύματος στην έξοδο του κυματοδηγού (συνολικού μήκους L) και του σήματος στην αρχή του κυματοδηγού, αντίστοιχα. Η εξίσωση (6.6) αποτελεί ένα ευρέως διαδεδομένο δείκτη της επίδοσης του φαινομένου FWM στους ΚΦΚ [223]. Παρόλα αυτά, η απόδοση μετατροπής του φαινομένου FWM που θα χαρακτηρίζει ένα ΚΦΚ, δεν θα εξαρτάται μόνο από τις σχεδιαστικές παραμέτρους του ΚΦΚ αλλά και από τα μήκη κύματος που εντοπίζονται τα κύματα όπως επίσης και από την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης, P_0 . Η εύρεση ενός σχεδιασμού ΚΦΚ, ο οποίος θα επιτυγχάνει μία μεγάλη απόδοση μετατροπής, είναι μία δοκιμασία που έχουν αναλάβει διάφορες επιστημονικές ομάδες [92], [239]. Παρόλα αυτά, μία μεγάλη τιμή απόδοσης η , δεν εξασφαλίζει απαραίτητα την καλή επίδοση στις μη-γραμμικές εφαρμογές, καθώς άλλες παράμετροι πρέπει επίσης να αξιολογηθούν.

Για μία δεδομένη αρχική ισχύ του κύματος άντλησης και για ένα δεδομένο μήκος κυματοδηγού, θα πρέπει επίσης να εξετάσουμε και το διαθέσιμο εύρος ζώνης, στο οποίο η τιμή της απόδοσης μετατροπής διατηρείται σχεδόν σταθερή. Το διαθέσιμο εύρος ζώνης μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μέσω του εύρους μηκών κύματος του κύματος άντλησης, $\Delta\lambda$, στα οποία η τιμή της απόδοσης μετατροπής η , δεν είναι χαμηλότερη ενός συγκεκριμένου κατωφλίου (π.χ. -3dB), από τη μέγιστη τιμή της, $\eta_0(P_0, L)$. Το κατώφλι που θέτουμε, ορίζει και την ανεκτικότητα που υιοθετούμε στις τιμές της απόδοσης μετατροπής, η . Μία σημαντική παράμετρος που θα πρέπει επίσης, να λάβουμε υπόψη κατά το σχεδιασμό των ΚΦΚ, είναι η απόσταση που μπορούν να έχουν μεταξύ τους τα μήκη κύματος των εμπλεκόμενων κυμάτων, χωρίς να υποβαθμίζεται σε μεγάλο βαθμό η τιμή της απόδοσης μετατροπής. Αυτή η παράμετρος ορίζεται ως ρυθμισιμότητα (ή tunability), $\delta\lambda$ και είναι η μέση διαφορά των μηκών κύματος μεταξύ των κυμάτων άντλησης και σήματος για την οποία η τιμή της απόδοσης μετατροπής η , δεν είναι χαμηλότερη ενός συγκεκριμένου κατωφλίου, από τη μέγιστη τιμή της, $\eta_0(P_0, L)$. Το κατώφλι που ορίζεται για τις δύο μεταβλητές $\Delta\lambda$ και $\delta\lambda$, δεν υποχρεούται να είναι το ίδιο. Η εκάστοτε μη-γραμμική εφαρμογή, για την οποία σχεδιάζεται ο ΚΦΚ, είναι αυτή που ορίζει την ανεκτικότητα των δύο παραμέτρων ($\Delta\lambda$ και $\delta\lambda$) ως προς την δυνατή απόκλιση της απόδοσης μετατροπής από τη μέγιστη τιμή της. Στην Εικόνα 6-7(α) και στην Εικόνα 6-7(β) αποτυπώνονται σχηματικές αναπαραστάσεις των παραμέτρων $\Delta\lambda$ και $\delta\lambda$, με επεξηγηματικό χαρακτήρα.



Εικόνα 6-7. α) $\Delta\lambda$: Το εύρος μηκών κύματος, τα οποία μπορεί να πάρει το κύμα άντλησης και β) $\delta\lambda$: η μέγιστη απόσταση που μπορεί να απέχει το κύμα του σήματος από το κύμα άντλησης μετρημένη σε μήκη κύματος, για την οποία η τιμή της απόδοσης η , δεν είναι χαμηλότερη ενός συγκεκριμένου κατωφλίου (π.χ. -3dB), από τη μέγιστη τιμή της η_0 .

Λαμβάνοντας υπόψη την απόδοση η , εκφρασμένη μέσω της εξίσωσης (6.6), το διαθέσιμο εύρος ζώνης, $\Delta\lambda$ και τη ρυθμιστικότητα $\delta\lambda$, καταλήγουμε σε ένα νέο δείκτη καταλληλότητας των ΚΦΚ, για το μη-γραμμικό φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Ορίζουμε το δείκτη *EBT* (Efficiency-Bandwidth-Tunability) και εκφράζεται από το γινόμενο των η , $\Delta\lambda$ και $\delta\lambda$, σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση,

$$EBT = \eta_0 \times \Delta\lambda \times \delta\lambda. \quad (6.7)$$

Στην εξίσωση (6.7), επιλέγεται ο μέγιστος συνδυασμός του γινομένου των μεταβλητών η , $\Delta\lambda$ και $\delta\lambda$, για ένα εύρος τιμών L και P_0 . Ένας σχεδιασμός ΚΦΚ, ο οποίος θα επιτυγχάνει μία μεγάλη τιμή της παραμέτρου *EBT*, θα εξασφαλίζει μία ομαλή εξάρτηση της απόδοσης μετατροπής, ως προς το μήκος κύματος, στοιχείο απαραίτητο για συστήματα πολυπλεξίας μήκους κύματος. Λαμβάνοντας υπόψη και την τάση των τελευταίων ετών για οπτικά ολοκληρώσιμες και χαμηλής ισχύος δομές, οι σχεδιασμοί ΚΦΚ είναι επιθυμητό να έχουν όσον το δυνατόν μικρότερο μήκος L , αλλά και να απαιτούν όσον το δυνατόν μικρότερη ισχύ για το κύμα άντλησης, P_0 . Επεκτείνοντας τη λογική με την οποία καταλήξαμε στην εξίσωση (6.7), ώστε να συμπεριλάβουμε την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης αλλά και το συνολικό μήκος του κυματοδηγού, οδηγούμαστε στην παρακάτω συγγενική μεταβλητή,

$$EBT_{PL} = \frac{\eta_0 \times \Delta\lambda \times \delta\lambda}{P_0 \times L}. \quad (6.8)$$

Η εξίσωση (6.8) είναι μία πιο εξελιγμένη μορφή της εξίσωσης (6.7), επιτρέποντάς της να επιτυγχάνει μεγαλύτερες τιμές για σχεδιασμούς ΚΦΚ με μικρότερο μήκος και μικρότερη αρχική ισχύ του κύματος άντλησης. Ένας σχεδιασμός ΚΦΚ, ο οποίος θα επιτύχει μεγάλη τιμή στο δείκτη EBT_{PL} , αναμένεται να εξασφαλίζει όχι μόνο μία ομαλή εξάρτηση της απόδοσης μετατροπής ως προς το μήκος κύματος, όπως η εξίσωση (6.7) αλλά επιπλέον να περιορίσει την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης και το μήκος του ΚΦΚ σε μικρότερες τιμές. Υιοθετώντας το δείκτη EBT_{PL} κατά το σχεδιασμό ενός ΚΦΚ, αναμένεται να καταλήξουμε σε σχεδιασμούς, που θα ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις της οπτικής ολοκλήρωσης, όπως προαναφέρουμε στο κεφάλαιο 1.

Οι δείκτες EBT και EBT_{PL} δίνουν μία συνάρτηση στόχο για την εφαρμογή της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης που περιγράφηκε στην προηγούμενη υποενότητα. Ο δείκτης EBT θα μπορούσε να γραφεί σε κλειστή μορφή συνάρτησης ως εξής, $EBT=f(a,k,\lambda,r_a,\varepsilon_a,\varepsilon_b,h,x_1,y_1,r_1,\dots,x_N,y_N,r_N)$. Το όρισμα της συνάρτησης f , περιλαμβάνει την πλεγματική σταθερά a , το διάγραμμα διασποράς του κυματοδηγούμενου τρόπου και N κλάσεις σχεδιαστικών παραμέτρων. Επίσης στο όρισμα περιέχονται, το πάχος του επιπέδου με υψηλό δείκτη διάθλασης h , τις σχετικές διηλεκτρικές σταθερές των δύο υλικών που απαρτίζουν τον ΚΦΚ ε_a και ε_b και τέλος την ακτίνα των οπών που δεν υπεισέρχονται σε καμία κλάση. Με παρόμοιο τρόπο καταλήγουμε στην κλειστή μορφή του δείκτη $EBT_{PL}=f(a,k,\lambda,r_a,\varepsilon_a,\varepsilon_b,h,x_1,y_1,r_1,\dots,x_N,y_N,r_N,P_0,L)$. Στο όρισμα της συνάρτησης f σε αυτή την περίπτωση, είναι το ίδιο με αυτό του δείκτη EBT με επιπλέον παραμέτρους τις P_0 και L .

Για να αποκτήσουμε την τιμή του δείκτη EBT ή και EBT_{PL} που επιτυγχάνει ένας σχεδιασμός ΚΦΚ, ξεκινάμε από τους σχεδιαστικούς παράγοντες που θέλουμε να βελτιστοποιήσουμε. Ας υποθέσουμε ότι επιλέγουμε να εντοπίσουμε το βέλτιστο σχεδιασμό μεταβάλλοντας μόνο την σχεδιαστική παράμετρο y_1 , κατά την οποία επιτρέπεται μόνο η μεταβολή των πρώτων οπών εγγύτερα στον κυματοδηγό κατά την διεύθυνση του άξονα y , όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 6-1. Το πρώτο βήμα που πρέπει να υλοποιήσουμε είναι να προσδιοριστεί το διάγραμμα διασποράς του κυματοδηγούμενου τρόπου, μέσω μίας τρισδιάστατης υλοποίησης της επέκτασης σε επίπεδα κύματα, όπως περιγράφεται αναλυτικά στο κεφάλαιο 3. Στην παρούσα διατριβή η υλοποίηση αυτή έγινε στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MATLAB. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των χαρακτηριστικών διασποράς ($\beta_1,\beta_2,\beta_3,n_g$) του κυματοδηγούμενου τρόπου υπολογίζοντας την κλίση πρώτης, δεύτερης και τρίτης τάξης του διαγράμματος διασποράς. Υπολογίζοντας τα χαρακτηριστικά διασποράς αναμένεται να εντοπίσουμε τμήματα του διαγράμματος διασποράς με σχεδόν γραμμική συμπεριφορά. Τέτοια σχεδόν γραμμικά τμήματα δημιουργούνται μεταβάλλοντας εξαρτώνται από τις μεταβολές των σχεδιαστικών παραμέτρων που επιλέγουμε και χαρακτηρίζονται από μικρές, σχεδόν μηδενικές τιμές του συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης. Το κυριότερο χαρακτηριστικό, μίας γραμμικής περιοχής του διαγράμματος διασποράς είναι ότι όλα τα μήκη κύματος μέσα σε αυτή την περιοχή βιώνουν σχεδόν την ίδια ταχύτητα ομάδας και επομένως ο δείκτης ομάδα είναι σχεδόν σταθερός ή μεταβάλλεται με αργό ρυθμό.

Στην συνέχεια, μπορούμε να ορίσουμε το σημείο με τη μικρότερη τιμή του συντελεστή β_2 , της γραμμικής περιοχής ως το σημείο αναφοράς. Ξεκινώντας από την τιμή του n_g στο μήκος κύματος του σημείου αναφοράς υπολογίζουμε το εύρος των μηκών κύματος για τα οποία η τιμή του δείκτη ομάδας κυμαίνεται γύρω στο $\pm 10\%$ της τιμής του σημείου αναφοράς. Για το εύρος των μηκών κύματος αυτό θεωρούμε ότι ο δείκτης ομάδας είναι σχεδόν σταθερός. Στην συνέχεια θα πρέπει να γίνει μία εκτίμηση των απωλειών διάδοσης που θα υποστεί το κυματοδηγούμενο φως. Η εκτίμηση αυτή μπορεί ενδεχομένως να γίνει ακολουθώντας τη μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3.

Το επόμενο βήμα στον υπολογισμό των δεικτών βελτιστοποίησης, είναι ο υπολογισμός της απόδοσης μετατροπής η , όταν τα εμπλεκόμενα κύματα τοποθετούνται σε κάθε πιθανό συνδυασμό μηκών κύματος μέσα στο εύρος μηκών κύματος σταθερού δείκτη ομάδας. Ας δεχτούμε σε αυτό του σημείο ότι θα υπολογίσουμε την απόδοση μετατροπής της εκφυλισμένης εκδοχής του φαινομένου FWM, στην οποία υπάρχει μόνο ένα κύμα άντλησης, αντί για δύο. Ο υπολογισμός της απόδοσης μετατροπής σε αυτή την περίπτωση, μπορεί να υπολογιστεί αριθμητικά είτε μέσω των συζευγμένων διαφορικών εξισώσεων (5.12)~(5.14) ή μέσω μίας εκ των αναλυτικών εξισώσεων υπολογισμού της απόδοσης μετατροπής που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο

κεφάλαιο, έχοντας εκ των προτέρων επιλέξει την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης, P_0 και το μήκος του κυματοδηγού, L .

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί ότι ο υπολογισμός του βέλτιστου σχεδιασμού μέσω της επαναληπτικής μεθόδου που περιγράψαμε στην προηγούμενη υποενότητα, απαιτεί ένα σεβαστό αριθμό επαναλήψεων. Επομένως, για την ολοκλήρωση της διαδικασίας σε ένα λογικό χρονικό πλαίσιο είναι προτιμότερο κάθε επανάληψη να ολοκληρώνεται στο μικρότερο δυνατό χρονικό διάστημα. Ταυτόχρονα όμως δεν θα πρέπει να θυσιάζεται σε μεγάλο βαθμό η ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Για το σκοπό αυτό, ο υπολογισμός της απόδοσης μετατροπής υλοποιήθηκε μέσω της αναλυτικής εξίσωσης (5.36), η οποία όπως προαναφέρουμε στο προηγούμενο κεφάλαιο υπολογίζει την απόδοση μετατροπής με ικανοποιητική ακρίβεια αλλά ταυτόχρονα απαιτεί λιγότερο υπολογιστικό χρόνο από τις αναλυτικές εξισώσεις (5.12)~(5.14).

Στο τελικό βήμα γίνεται, ο υπολογισμός του γινομένου που αποτυπώνεται στο δεξί μέλος της εξίσωσης (6.7), όπου η_0 είναι η μέγιστη τιμή της απόδοσης μετατροπής στο εύρος που υπολογίστηκε ανωτέρω, $\Delta\lambda$ και $\delta\lambda$ είναι το εύρη μηκών κύματος που περιγράφηκαν ανωτέρω ικανοποιώντας παράλληλα την συνθήκη ότι η τιμή της απόδοσης μετατροπής δεν υπερβαίνει την διαφορά των -3dB από τη μέγιστη τιμή η_0 . Η τιμή του δείκτη EBT αποτελεί το αποτέλεσμα του γινομένου της εξίσωσης (6.7) για τις συγκεκριμένες τιμές (P_0, L). Με παρόμοιο τρόπο καταλήγουμε και στον υπολογισμό του δείκτη EBT_{PL} , με τη μόνη διαφορά το γεγονός ότι η αρχική ισχύ του κύματος άντλησης και το μήκος του κυματοδηγού συνεισφέρουν άμεσα στον παρονομαστή της εξίσωσης (6.8). Έχοντας καταλήξει στους τελικούς δείκτες EBT και EBT_{PL} μπορούμε να εφαρμόσουμε την προαναφερθείσα επαναληπτική μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ώστε να καταλήξουμε σε βέλτιστους σχεδιασμούς ΚΦΚ. Εφαρμόζοντας την επαναληπτική μέθοδο σχεδιαστικής βελτιστοποίησης στην περίπτωση του μη-γραμμικού φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων, καταλήγουμε βηματικά στους σχεδιασμούς που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-4. Στον ίδιο πίνακα συγκεντρώνονται αναλυτικά η ακολουθία των βημάτων, τα οποία μας οδήγησαν στο τελικό καλύτερο σχεδιασμό, οι παράμετροι του οποίου συγκεντρώνονται στην τελευταία γραμμή του πίνακα. Ειδικοί περιορισμοί θα πρέπει να ληφθούν στο πεδίο τιμών των σχεδιαστικών παραμέτρων για την αποφυγή της σύγκλισης των οπών μεταξύ τους, όπως αυτοί που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-3. Επιπλέον θα πρέπει να ληφθεί ειδική μέριμνα για τον περιορισμό της ισχύος του φωτός αλλά και του μήκους των ΚΦΚ, ώστε οι τελικοί σχεδιασμοί να είναι υλοποιήσιμοι σε ολοκληρωμένη μορφή. Τα όρια στις τιμές ισχύος του κύματος άντλησης αλλά και του συνολικού μήκους του ΚΦΚ συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-1.

Η ακολουθία των σχεδιαστικών παραμέτρων που ακολουθήθηκε στην περίπτωση αυτή είναι η ίδια με αυτήν που παρουσιάστηκε και στην προηγούμενη υποενότητα. Η επιλογή αυτή έγινε με το σκεπτικό ότι η βασική αρχή της δημιουργίας γραμμικής συμπεριφοράς του διαγράμματος διασποράς του κυματοδηγούμενου τρόπου παραμένει ίδια και σε αυτή την περίπτωση. Σημειώνουμε για ακόμη μία φορά ότι η ακολουθία των σχεδιαστικών παραμέτρων που υιοθετείτε για την συστηματικοποίηση των αποτελεσμάτων και δεν παίζει κανένα ρόλο στην έκβαση του τελικού βέλτιστου σχεδιασμού, αλλά απλά μας παρέχει την καλύτερη αποτύπωση των αποτελεσμάτων.

Πίνακας 6-4. Οι επιμέρους παράμετροι των σχεδιασμών ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ως προς το δείκτη EBT .

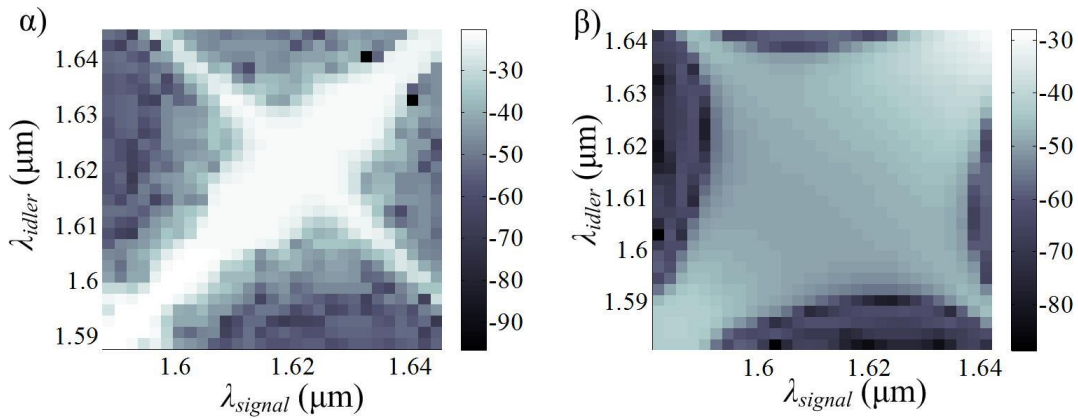
	$\Delta y_1/a$	$\Delta y_2/a$	$\Delta y_3/a$	r_1/a	r_2/a	r_3/a	EBT (nm ²)	η (dB)	$\Delta\lambda$ (nm)	$\delta\lambda$ (nm)	P (W)	L (μ m)
B1	0.08303	0	0	0.27	0.27	0.27	1.6	-22.3	39.8	6.9	0.81	509.6

B2	0.144	0.0981	0	0.27	0.27	0.27	2.5	-19.5	36	6.3	0.93	500
B3	0.15071	0.10834	0.1090	0.27	0.27	0.27	3.6	-19.8	43	7.9	1.96	477.8
B4	0.1484	0.10743	0.0193	0.2588	0.27	0.27	5.6	-18.7	48	8.7	1.28	508.7
B5	0.14957	0.09808	0.0131	0.2294	0.2304	0.27	6.4	-19.9	58	10.8	1.51	506.2
B6	0.14968	0.09919	0.0123	0.2293	0.2303	0.2666	7.9	-18.9	58	10.7	1.66	507.4

Πίνακας 6-5. Οι επιμέρους παράμετροι των σχεδιασμών ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ως προς το δείκτη EBT_{PL} .

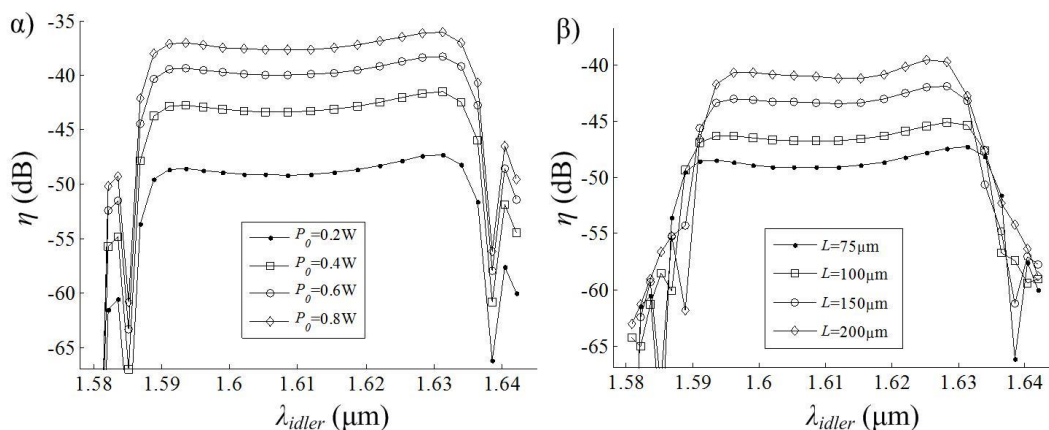
	$\Delta y_1/a$	$\Delta y_2/a$	$\Delta y_3/a$	r_1/a	r_2/a	r_3/a	EBT_{PL} (fm/W)	η (dB)	$\Delta\lambda$ (nm)	$\delta\lambda$ (nm)	P (W)	L (μm)
B1	0.14434	0	0	0.27	0.27	0.27	6.3	-25.2	16	2.8	0.16	132.3
B2	0.13655	0.09192	0	0.27	0.27	0.27	6.9	-27.5	28	4.9	0.29	121.9
B3	0.14969	0.10945	0.10618	0.27	0.27	0.27	20.5	-25.5	43	7.8	0.26	177.6
B4	0.15099	0.10999	0.01778	0.229	0.27	0.27	63.4	-28.2	56	10.5	0.15	91.8
B5	0.14881	0.10973	0.03161	0.22939	0.264	0.27	63.7	-28.2	56	10.5	0.15	91.8
B6	0.15093	0.10997	0.00012	0.22902	0.26018	0.26864	73.9	-28	61.3	11.6	0.2	74.6

Τα επιμέρους χαρακτηριστικά των σχεδιασμών των ΚΦΚ που κατέληξε το έκαστο βήμα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης ως προς την εξίσωση (6.8), συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-5, μαζί με τις τιμές, της αρχικής ισχύος του κύματος άντλησης και το μήκος του κυματοδηγού. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στον υπολογισμό του δείκτη EBT_{PL} με βάση την σχέση (6.8), το μήκος του κυματοδηγού υπολογίζεται σε mm. Παρατηρώντας τα δεδομένα που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-4, συμπεραίνουμε ότι βελτιστοποιώντας το σχεδιασμό των ΚΦΚ ως προς το δείκτη EBT , καταλήγουμε σε σχεδιασμούς με υψηλές τιμές απόδοσης μετατροπής. Τα επιμέρους χαρακτηριστικά του βέλτιστου σχεδιασμού που κατέληξε η μέθοδος σχεδιαστικής βελτιστοποίησης συγκεντρώνει στην τελευταία γραμμή του ο Πίνακας 6-4 και επιτυγχάνει μία απόδοση μετατροπής $\eta=-18.9\text{dB}$, και εύρη $\Delta\lambda=58\text{nm}$ και $\delta\lambda=10.7\text{nm}$, το γινόμενο των οποίων καταλήγει σε μία τιμή του δείκτη $EBT=7.9\text{nm}^2$. Παρατηρούμε ότι μελετώντας το σχεδιασμό των ΚΦΚ ως προς το δείκτη EBT_{PL} , καταλήγουμε σε σχεδιασμούς με χαμηλότερα επίπεδα απόδοσης μετατροπής, με μικρότερες ανάγκες για οπτική ισχύ του κύματος άντλησης και για μήκη κυματοδηγού. Οι τιμές που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-4, υπολογίστηκαν υποθέτοντας ένα κατώφλι της απόδοσης μετατροπής στα -20dB . Παρατηρήσαμε ότι ο δείκτης EBT_{PL} ευνοεί σχεδιασμούς με μικρές τιμές μήκους και αρχικής ισχύος άντλησης και ως εκ τούτου δεν επιτυγχάνονται ευρύς περιοχές με υψηλές τιμές η , όπως παρατηρούμε στην περίπτωση του δείκτη EBT . Τις παραμέτρους του βέλτιστου σχεδιασμού σε αυτή την περίπτωση συγκεντρώνει στην τελευταία γραμμή του ο Πίνακας 6-5. Ο βέλτιστος σχεδιασμός επιτυγχάνει μία απόδοση μετατροπής $\eta=-28\text{dB}$, και εύρη $\Delta\lambda=61\text{nm}$ και $\delta\lambda=11.6\text{nm}$, το γινόμενο των οποίων καταλήγει σε μία τιμή του δείκτη $EBT_{PL}=73.9\text{fm/W}$. Στην Εικόνα 6-8(α) και στην Εικόνα 6-8(β) απεικονίζεται η απόδοση μετατροπής σαν συνάρτηση των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος, του βέλτιστου σχεδιασμού ως προς το δείκτη EBT και EBT_{PL} , αντίστοιχα. Στην Εικόνα 6-8(α) παρατηρούμε μία διακύμανση της απόδοσης γύρω από τη μέγιστη τιμή σε σχήμα σταυρού. Η Εικόνα 6-8(β) παρατηρούμε μία διαφορετική συμπεριφορά καθώς η μέγιστη τιμή της απόδοσης μετατροπής συγκεντρώνεται στα όρια της διαγωνίου της εικόνας, ενώ μία ευρεία περιοχή με ομαλή διακύμανση της τιμής η απεικονίζεται γύρω από $\eta=-45\text{dB}$. Το χαμηλότερο επίπεδο της απόδοσης μετατροπής είναι αποτέλεσμα του μικρότερου μήκους του κυματοδηγού σε συνδυασμό με τη χαμηλότερη αρχική ισχύ του κύματος άντλησης. Παρόλα αυτά το ομαλό επίπεδο της απόδοσης μετατροπής της μπορεί να αυξηθεί, αυξάνοντας τις δύο αυτές παραμέτρους.



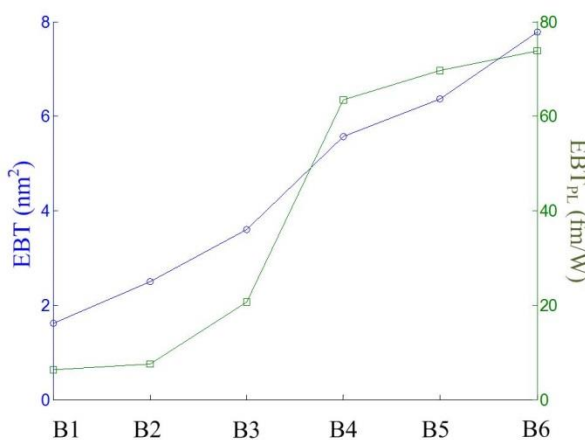
Εικόνα 6-8. Η απόδοση μετατροπή συναρτήσει των μηκών κύματος του σήματος και του ανεγειρόμενου κύματος του βέλτιστου ΚΦΚ ως προς το δείκτη α) EBT και β) EBT_{PL} , τα χαρακτηριστικά των οποίων συγκεντρώνονται στην τελευταία γραμμή των Πίνακας 6-4 και Πίνακας 6-5, αντίστοιχα.

Στην Εικόνα 6-9(α) παρατηρούμε την προαναφερθείσα αύξηση του επιπέδου της απόδοσης μετατροπής συναρτήσει του μήκους κύματος του ανεγειρόμενου κύματος, για $\lambda_s=1602\text{nm}$ και για διάφορες τιμές της αρχικής ισχύος του κύματος άντλησης. Στην ίδια εικόνα το μήκος του κυματοδηγού διατηρείται σταθερό στην τιμή $L=74.6\mu\text{m}$. Μεταβάλλοντας την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης παρατηρούμε ότι η ομαλή τιμή η σταδιακά αυξάνει ενώ διατηρείται το εύρος της. Η συμπεριφορά της απόδοσης μετατροπής με την αύξηση του μήκους του κυματοδηγού αποτυπώνεται στην Εικόνα 6-9(β), διατηρώντας σταθερή την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης $P_0=0.2\text{W}$. Σε αυτή την περίπτωση παρατηρούμε την τιμή της απόδοσης μετατροπής να αυξάνει σταδιακά, όμως περιορίζεται σταδιακά το εύρος της ομαλής περιοχής. Ο χρόνος υπολογισμού του δείκτη EBT ή EBT_{PL} ενός μεμονωμένου σχεδιασμού ΚΦΚ αναμένεται να είναι αρκετά μεγαλύτερος από εκείνο του δείκτη N_{max} , που περιγράψαμε στην προηγούμενη υποενότητα. Το γεγονός αυτό είναι εύκολα αποδεκτό λόγω του αυξημένου αριθμού υπολογισμών αλλά και παραμέτρων που πρέπει να υπολογιστούν για να καταλήξουμε στην τελική εκτίμηση των δεικτών EBT και EBT_{PL} . Ο απαραίτητος χρόνος για την ολοκλήρωση μίας υλοποίησης της ΣΜΣΒ στην περίπτωση των δεικτών EBT και EBT_{PL} , εκτιμάται ότι θα είναι αυξημένος συγκριτικά με τον αντίστοιχο χρόνο στην περίπτωση του δείκτη N_{max} . Παρόλα αυτά, όπως και στην προηγούμενη υποενότητα, για την εύρεση του καταλληλότερου σχεδιασμού ως προς τους δείκτες EBT και EBT_{PL} , με τη μέθοδο εξαντλητικής αναζήτησης απαιτείται ένας δυσβάσταχτος χρόνος υπολογισμού, ο οποίος καθιστά τη μέθοδο ανέφικτη.



Εικόνα 6-9. Η διακύμανση της απόδοσης μετατροπής του βέλτιστου σχεδιασμού που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-5 συναρτήσει του μήκους κύματος του αναγειρόμενου κύματος για $\lambda_s=1.602\mu\text{m}$ για (α) διαφορετικές τιμές P_0 και (β) διαφορετικά μήκη L .

Η ζυγαριά της επιλογής μεταξύ των δύο δεικτών (EBT και EBT_{PL}) για το σχεδιασμό των ΚΦΚ, γέρνει ανάλογα με την εκτίμηση της σημαντικότητας μεταξύ του επιπέδου της απόδοσης μετατροπής και του επιπέδου της ισχύος σε συνδυασμό με το μήκος του κυματοδηγού, στην εκάστοτε εφαρμογή. Για παράδειγμα, μία εφαρμογή που θα απαιτούσε μη-γραμμική συμπεριφορά με πολύ χαμηλά επίπεδα ισχύος θα προτιμούσε σχεδιασμούς ΚΦΚ ως προς το δείκτη EBT_{PL} . Αντιθέτως, μία εφαρμογή με ανάγκη για μεγάλη απόδοση μετατροπής ανεξαρτήτως της δαπανώμενης ισχύος, θα απαιτούσε σχεδιασμούς προερχόμενους από την χρήση του δείκτη EBT . Η Εικόνα 6-10 παρουσιάζει ένα ποιοτικό διάγραμμα που αποτυπώνει η συνεισφορά κάθε σχεδιαστικής παραμέτρου των ΚΦΚ, στην αύξηση των τιμών των δεικτών EBT και EBT_{PL} . Στον οριζόντιο άξονα της εικόνας αποτυπώνονται τα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης (B1, B2, ..., B6), στα οποία σταδιακά εισάγουμε σχεδιαστικές παραμέτρους σύμφωνα με την προαναφερθείσα ακολουθία. Παρατηρούμε ότι, παρότι παρουσιάζεται μία σχεδόν σταθερή αύξηση του δείκτη EBT , με την σταδιακή εισαγωγή σχεδιαστικών παραμέτρων, η τιμή του δείκτη EBT_{PL} παρουσιάζει μεγαλύτερη ευαισθησία στη μεταβολή των σχεδιαστικών παραμέτρων εγγύτερα στον κυματοδηγό (όπως η παράμετρο y_1 και r_1). Ο Πίνακας 6-4 και ο Πίνακας 6-5 δεν αποτυπώνουν τα βήματα της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης για τα οποία δεν υπάρχει αξιολογη βελτίωση στους δείκτες EBT και EBT_{PL} .



Εικόνα 6-10. Ποιοτική αποτύπωση της βελτίωσης των παραμέτρων EBT και EBT_{PL} συναρτήσει των βημάτων της μεθόδου σχεδιαστικής βελτιστοποίησης, όπως αυτά που συγκεντρώνει ο Πίνακας 6-3.

6.4 Συμπεράσματα

Σε αυτό το κεφάλαιο, ασχοληθήκαμε με το σχεδιασμό των ΚΦΚ, ώστε να παρουσιάζουν βελτιωμένες επιδόσεις ως προς γραμμικά και μη γραμμικά φαινόμενα. Ασχοληθήκαμε με δύο βασικές τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές, την αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ αλλά και τις επιδόσεις τους ως προς το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων. Παρουσιάσαμε μία συστηματική μέθοδο εύρεσης του βέλτιστου σχεδιασμού ικανή να καταλήξει σε ένα λογικό χρονικό διάστημα σε βέλτιστους σχεδιασμούς ΚΦΚ, συμπεριλαμβάνοντας ταυτόχρονα μέχρι δέκα σχεδιαστικές παραμέτρους, γεγονός αδύνατο με την χρήση της μεθόδου εξαντλητικής αναζήτησης. Όσον αφορά τις επιδόσεις των ΚΦΚ στη γραμμική εφαρμογή της αποθηκευτικής ικανότητας, ορίσαμε το δείκτη N_{max} . Ο δείκτης αυτός αποτυπώνει την αποθηκευτική ικανότητα των φωτονικών κρυστάλλων σε bit πληροφορίας, λαμβάνοντας υπόψη τους μεγαλύτερους περιοριστικούς παράγοντες των ΚΦΚ, τις απώλειες διάδοσης και τα φαινόμενα διασποράς. Τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 6.2, δείχνουν ότι σημαντικότερες σχεδιαστικές παράμετροι στη βελτιστοποίηση της αποθηκευτικής ικανότητας των ΚΦΚ είναι οι y_1 , y_2 , y_3 και η r_1 . Παρά το γεγονός ότι η βέλτιστη αποθηκευτική ικανότητα των ΚΦΚ που κατέληξε η μέθοδος βελτιστοποίησης δεν είναι ανταγωνίσιμη των ηλεκτρονικών ομολόγων τους, παρόλα αυτά δείξαμε ότι η βελτίωση των γραμμικών απωλειών αναμένεται να βελτιώσει τις επιδόσεις των ΚΦΚ.

Ο σχεδιασμός των ΚΦΚ ως προς το μη-γραμμικό φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων παρουσιάστηκε σε αυτό το κεφάλαιο. Στην περίπτωση αυτή παρουσιάσαμε ένα νέο δείκτη (EBT), που αποτυπώνει την επίδοση ενός ΚΦΚ ως προς την απόδοσης μετατροπής λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη και το εύρος μηκών κύματος ($\Delta\lambda$) αλλά και τη ρυθμιστικότητα των μηκών κύματος ($\delta\lambda$). Επεκτείνοντας αυτή τη λογική, προτείναμε και το δείκτη EBT_{PL} , ο οποίος επιπλέον λαμβάνει υπόψη και το επίπεδο ισχύος του κύματος άντλησης αλλά και το μήκος του κυματοδηγού, οδηγώντας με αυτό τον τρόπο σε σχεδιασμούς μικρότερου μήκους και χαμηλότερων ισχύων. Τα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε στην υποενότητα 6.3 δείχνουν τους σχεδιασμούς στους οποίους καταλήξαμε. Λαμβάνοντας υπόψη το δείκτη EBT , οδηγηθήκαμε μεν σε σχεδιασμούς με υψηλή απόδοση μετατροπής, αλλά για σχετικά μεγάλα μήκη κυματοδηγού και επίπεδα ισχύος. Αντιθέτως, ο σχεδιασμός των ΚΦΚ ως προς το δείκτη EBT_{PL} , οδήγησε σε σχεδιασμούς με χαμηλότερη απόδοση μετατροπής αλλά για μικρότερα μήκη κυματοδηγού και μικρότερα επίπεδα ισχύος. Η τελική επιλογή μεταξύ των δύο δεικτών γίνεται ανάλογα με τις ανάγκες και απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής, για την οποία προορίζεται ο ΚΦΚ.

Τέλος, τα αποτελέσματα που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο αυτό μας οδήγησαν μερικά απλά συμπεράσματα σχετικά με την σημαντικότητα των σχεδιαστικών παραμέτρων στο σχεδιασμό των ΚΦΚ. Καταλήγουμε στο γεγονός ότι οι σχεδιαστικές παράμετροι y_i και r_i με $i=1,2,3,\dots$ παίζουν το σημαντικότερο ρόλο στις επιδόσεις των εφαρμογών που μελετήσαμε, και καταλήγοντας ότι η σχεδιαστική παράμετρο x_i δεν επιφέρει σημαντική συνεισφορά στις αντίστοιχες επιδόσεις. Επίσης η μεθοδολογία που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο αυτό μπορεί να επεκταθεί και σε άλλες γραμμικές και μη-γραμμικές εφαρμογές πέραν αυτών που δείξαμε σε αυτό το κεφάλαιο.

7. Συμπεράσματα και Επίλογος

Στην έκταση αυτής της διδακτορικής διατριβής επικεντρώσαμε το ενδιαφέρον μας γύρω από τη μελέτη των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων εστιασμένη στις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Όπως παρουσιάσαμε αναλυτικά και στα προηγούμενα κεφάλαια, η μελέτη των κυματοδηγών φωτονικών κρυστάλλων αντλεί ένα μεγάλο μέρος της επιστημονικής προσοχής λόγω της υλοποίησης συνθηκών αργού φωτός σε ολοκληρώσιμη μορφή αλλά και σε θερμοκρασίες δωματίου (δηλαδή χωρίς την απαίτηση για ακραίες περιβαλλοντικές συνθήκες). Τα κυριότερα μειονεκτήματα που συναντώνται στην υλοποίηση των ΚΦΚ είναι οι αυξημένες απώλειες διάδοσης αλλά και τα φαινόμενα διασποράς, όπως αυτά αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 4. Η μελέτη μας επικεντρώθηκε γύρω από το σχεδιασμό των ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν βελτιωμένες επιδόσεις στους δύο αυτούς περιοριστικούς παράγοντες. Στις παρακάτω ενότητες συγκεντρώνονται τα συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε μετά το πέρας της μελέτης μας. Παρά το γεγονός ότι οι προσδοκίες για την εφαρμογή των ΚΦΚ σε τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές είναι μεγάλες προς το παρόν, ένα μεγάλο κομμάτι της επιστημονικής προσοχής εστιάζεται και σε εφαρμογές που δεν σχετίζονται άμεσα με τον τομέα των τηλεπικοινωνιών. Στο κεφάλαιο αυτό συγκεντρώνουμε μερικές σημαντικές εφαρμογές των ΚΦΚ σε τομείς που δεν σχετίζονται άμεσα με τις τηλεπικοινωνίες για την ολοκληρωμένη παρουσίαση των φωτονικών κρυστάλλων.

7.1 Γραμμική συμπεριφορά και σχεδιασμός

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή επιλέξαμε να διαχωρίσουμε τη μελέτη μας γύρω από τους ΚΦΚ ως προς το γραμμικό και το μη-γραμμικό καθεστώς των εφαρμογών που βρίσκει απήχηση ο σχεδιασμός των ΚΦΚ. Ως εκ τούτου στο κεφάλαιο 4 και 5 περιγράφονται τα γραμμικά και μη-γραμμικά χαρακτηριστικά των ΚΦΚ, αντίστοιχα, ενώ στο κεφάλαιο 6 περιγράφεται η διαδικασία σχεδιασμού των ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν βελτιωμένες επιδόσεις σε αυτά τα δύο καθεστώτα.

Όπως αναφέρεται συχνά στην παρούσα διδακτορική διατριβή, οι ΚΦΚ περιορίζονται από δύο βασικούς παράγοντες, οι οποίοι είναι οι γραμμικές απώλειες και τα χαρακτηριστικά διασποράς που βιώνει το φως καθώς κυματοδηγείται σε έναν ΚΦΚ. Η περιγραφή των γραμμικών απωλειών διάδοσης βασίστηκε στην αλληλεπίδραση του ηλεκτρικού πεδίου σε επιφάνειες, στις οποίες μπορούν να προκαλέσουν σκεδάσεις του φωτός και περιγράφεται από την εξίσωση (4.9). Οι απώλειες διάδοσης στους ΚΦΚ, οφείλεται σε ένα μεγάλο βαθμό στις ανεπιθύμητες ανακλάσεις που υπόκειται το φως στην σαθρότητα των επιφανειών εναλλαγής του δείκτη διάθλασης. Στους ΚΦΚ που μελετήσαμε, οι επιφάνειες αυτές αποτελούνται κατά κύριο λόγο από τις κυλινδρικές επιφάνειες που σχηματίζουν οι οπές του υλικού με χαμηλό δείκτη διάθλασης (πχ. αέρας) στο στρώμα από υλικό με υψηλότερο δείκτη διάθλασης (πχ. πυρίτιο). Η σαθρότητα που θα εμφανίζουν οι οπές οφείλεται κατά κύριο λόγο, στην ακρίβεια της κατασκευαστικής διαδικασίας (όπως αυτές περιγράφονται στο κεφάλαιο 1). Μία εντύπωση για το μέγεθος της σαθρότητας που δημιουργείται στην περιφέρεια των οπών, μας δίνει το επίπεδο της διακύμανσης της επιφάνειας της περιφέρειας της κάθε οπής, το οποίο κυμαίνεται στα 2nm [220]. Όπως δείχνουμε στην Εικόνα 4-5, το ηλεκτρικό πεδίο εμφανίζεται περισσότερο περιορισμένο στο κέντρο του κυματοδηγού για μικρές τιμές του δείκτη ομάδας. Όταν ο δείκτης ομάδας αυξάνει τότε το ηλεκτρικό πεδίο διεισδύει σε περιοχές πιο απομακρυσμένες από τον κυματοδηγό (όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-5), όπου εντοπίζονται περισσότερες οπές και επομένως περισσότερες κατασκευαστικές ατέλειες. Η αλληλεπίδραση του ηλεκτρικού πεδίου με περισσότερες κατασκευαστικές ατέλειες θα οδηγήσει αναπόφευκτα σε περισσότερες σκεδάσεις του φωτός και ως εκ τούτου το φως στην έξοδο του κυματοδηγού θα έχει

υποστεί περισσότερες απώλειες. Συμπερασματικά λοιπόν αναφέρουμε ότι ανεξαρτήτως σχεδιασμού ενός κυματοδηγού φωτονικού κρυστάλλου αναμένεται να εμφανίζει περισσότερες γραμμικές απώλειες διάδοσης σε καθεστώς αργού φωτός. Το γεγονός αυτό αποτυπώνεται ξεκάθαρα στην Εικόνα 4-6(β). Στην παρούσα διδακτορική διατριβή δώσαμε την δυνατότητα να αντιστοιχίσουμε το επίπεδο των απωλειών διάδοσης που προκύπτει από το μοντέλο αυτό με πειραματικά δεδομένα ΚΦΚ που κατασκευάστηκαν με την ίδια κατασκευαστική τεχνική ή με παρόμοια τεχνική η οποία θα οδηγούσε σε ίδιου επιπέδου διακυμάνσεις στην περιφέρεια των οπών. Η βελτιωμένη περιγραφή του μοντέλου εκφράζεται με την εξίσωση (4.12). Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η αυξημένη εμπιστοσύνη ότι η περιγραφή των γραμμικών απωλειών πλησιάζει περισσότερο την πραγματικότητα, όσο χρησιμοποιούνται οι ίδιες τεχνικές για την κατασκευή των ΚΦΚ.

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή παρουσιάσαμε μία αναλυτική μελέτη γύρω από την επίδραση των φαινομένων διασποράς στους ΚΦΚ, η οποία συγκεντρώνεται στην ενότητα 4.4. Η επίδραση που έχουν τα φαινόμενα διασποράς στην διάδοση του φωτός περιγράφονται με το δείκτη BF , ο οποίος περιγράφεται από την εξίσωση (4.13) του κεφαλαίου 4. Όπως δείξαμε στην ενότητα 4.4, το επίπεδο της διασποράς περιγράφεται ως επί το πλείστον από το συντελεστή διασποράς δεύτερης τάξης (β_2) καθώς όπως δείχνει η Εικόνα 4-8(α) αγνοώντας την διασπορά δεύτερης τάξης ο παλμός διαδίδεται πρακτικά χωρίς διεύρυνση. Όπως δείξαμε στο ίδιο κεφάλαιο σχεδιάζοντας κατάλληλα το φωτονικό κρύσταλλο μπορούμε να δημιουργήσουμε συχνοτικές περιοχές με χαμηλό συντελεστή β_2 , όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-2(γ). Η δημιουργία τέτοιων περιοχών ευνοεί το δείκτη BF όπως δείξαμε στην Εικόνα 4-8(α). Θεωρώντας διάρκεια παλμών που θα αντιστοιχούσε σε μεγαλύτερο ρυθμό παρατηρούμε ότι η διασπορά δεύτερης τάξης καθιστά την διάδοση στους ΚΦΚ απαγορευτική χωρίς κάποιο ειδικό σχεδιασμό κατάλληλο να μειώσει την διασπορά δεύτερης τάξης στην επιθυμητή συχνοτική περιοχή. Όπως δείχνουμε στην Εικόνα 4-8(γ) αξιοποιώντας τον ΚΦΚ ειδικού σχεδιασμού στην συχνοτική περιοχή που παρουσιάζει χαμηλή διασπορά τότε ο κυματοδηγός δεν παρουσιάζει πλέον απαγορευτική διάδοση λόγω της διασποράς δεύτερης τάξης. Αγνοώντας με κάποιον τρόπο την διασπορά δεύτερης τάξης παρατηρούμε ότι η διασπορά τρίτης τάξης γίνεται σταδιακά σημαντικότερη όσο οι παλμοί που θεωρούμε αντιστοιχούν σε υψηλότερους ρυθμούς. Το συμπέρασμα αυτό μας οδήγησε να εξετάσουμε την συμπεριφορά σολιτονιακών παλμών στο φαινόμενο της διασποράς. Όπως περιγράφεται στην ενότητα 4.6, ένας σολιτονιακός παλμός έχει την ικανότητα να διαδίδεται χωρίς τις επιπτώσεις της διασποράς δεύτερης τάξης. Στην ίδια ενότητα δείξαμε ότι η διάδοση σολιτονιακών παλμών μπορεί να υποστηριχθεί στον ΚΦΚ χαμηλής διασποράς για υψηλούς ρυθμούς διάδοσης ($R_b=100\text{Gb/s}$) ενώ ένας απλός Gaussian παλμός δεν μπορεί καθώς τα φαινόμενα διασποράς είναι πολύ έντονα ($BF>1.33$). Η διάδοση σολιτονιακών παλμών υποστηρίζεται σε χαμηλότερη θεμελιώδης ισχύς, όταν ο ΚΦΚ σχεδιάζεται ώστε να παρέχει συχνοτικές περιοχές με χαμηλό συντελεστή β_2 . Επίσης στην ίδια ενότητα δείξαμε ότι όταν η αρχική ισχύς του σολιτονιακού παλμού είναι υψηλότερη από την θεμελιώδη ισχύ, αυτό οδηγεί σε ακόμη καλύτερη συμπεριφορά ως προς την διασπορά, όπως αποτυπώνεται στην Εικόνα 4-13 και στην Εικόνα 4-14.

Ο γραμμικός σχεδιασμός των ΚΦΚ ως προς τις επιδόσεις τους στα γραμμικά χαρακτηριστικά που προαναφέραμε, απασχολεί ένα μεγάλο κομμάτι της επιστημονικής κοινότητας. Στην πλειονότητά τους οι απόπειρες σχεδιασμού ΚΦΚ που συναντώνται στη βιβλιογραφία επικεντρώνονται γύρω από τη μεγιστοποίηση του δείκτη DBP , ο οποίος δίνεται από την εξίσωση (6.1). Στην παρούσα διδακτορική διατριβή μελετήσαμε το σχεδιασμό των φωτονικών κρυστάλλων ως προς την αποθηκευτική τους ικανότητα τους μετρημένη σε bit, η οποία παρουσιάζεται στην εξίσωση (6.2). Λαμβάνοντας υπόψη

τα φαινόμενα διασποράς και γραμμικών απωλειών καταλήξαμε σε σχεδιασμούς ΚΦΚ με μεγαλύτερη αποθηκευτική ικανότητα σε σύγκριση με σχεδιασμούς που εντοπίζονται στη βιβλιογραφία, μεταβάλλοντας τις ίδιες σχεδιαστικές παραμέτρους. Επιπλέον, εφαρμόσαμε μία συστηματική μέθοδο βελτιστοποίησης του σχεδιασμού των ΚΦΚ μεταβάλλοντας ταυτόχρονα μέχρι 10 σχεδιαστικές παραμέτρους. Η μέθοδος αυτή μας έδωσε την δυνατότητα να εισάγουμε ταυτόχρονα πολλές σχεδιαστικές παραμέτρους χωρίς να απαιτείται υπερβολικός χρόνος υπολογισμού. Με βάση τη μελέτη μας γύρω από το σχεδιασμό των ΚΦΚ συμπεραίνουμε ότι η μεταβολή διαφορετικών γεωμετρικών χαρακτηριστικών δεν έχουν την ίδια επίδραση στη βελτίωση της αποθηκευτικής ικανότητας ενός ΚΦΚ. Διαπιστώσαμε ότι η εγκάρσια απομάκρυνση των οπών που βρίσκονται εγγύτερα στον κυματοδηγό έχουν τη μεγαλύτερη επίδραση στην αποθηκευτική ικανότητα ενώ η βέλτιστη αποθηκευτική επιτεύχθηκε όταν μετεβλήθησαν κατάλληλα οι σχεδιαστικές παράμετροι y_1 , y_2 , y_3 , και r_1 .

7.2 Μη-γραμμική Συμπεριφορά και σχεδιασμός

Οι μελέτη των ΚΦΚ ως προς μη-γραμμικές εφαρμογές αποτελεί μία αρκετά πολύπλοκη υπόθεση. Στην παρούσα διδακτορική διατριβή επιλέξαμε να ασχοληθούμε το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων καθώς το φαινόμενο συμβάλει σημαντικά στον τομέα των τηλεπικοινωνιών. Μερικές από τις τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές που μπορούν να υλοποιηθούν με βάση του φαινόμενο FWM είναι η μεταβολή του μήκους κύματος, η αναγέννηση σήματος και η λειτουργία της μεταγωγής όπως προαναφέρουμε στο κεφάλαιο 5. Η μελέτη του φαινομένου FWM έγινε υπό την προϋπόθεση ότι το κύμα άντλησης είναι πολύ πιο ισχυρό από το κύμα του σήματος. Στο φαινόμενο FWM συμπεριλαμβάνονται οι συνεισφορές άλλων μη-γραμμικών φαινομένων όπως του SPM, XPM, TPA κ.α.. Όπως δείξαμε στο κεφάλαιο 5, στους ΚΦΚ ενδέχεται κάθε φαινόμενο να βιώνει διαφορετική ενεργό περιοχή, στην οποία εντοπίζεται το πεδίο του κυματοδηγούμενου τρόπου όπως φαίνεται στην Εικόνα 5-2. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι κάθε μη-γραμμικό φαινόμενο στους κυματοδηγούς φωτονικών κρυστάλλων αντιλαμβάνεται το πεδίο εντοπισμένο σε μία ελαφρώς διαφορετική ενεργό περιοχή. Αυτή η συμπεριφορά παρόλα αυτά δεν αποτυπώνεται στην αναλυτική έκφραση των φαινομένων που συναντάται στη βιβλιογραφία. Στην παρούσα διδακτορική διατριβή ασχοληθήκαμε με τον υπολογισμό της απόδοσης μετατροπής του φαινομένου της μίξης τεσσάρων κυμάτων, συμπεριλαμβανομένων των διαφορετικών συνθηκών που αντιλαμβάνεται κάθε ένα από τα συμβαλλόμενα κύματα αλλά και κάθε ένα από τα γραμμικά και μη-γραμμικά φαινόμενα που συνυπάρχουν στον κυματοδηγό. Στις ενότητες 5.3 έως 5.5 παρουσιάσαμε αναλυτικές εκφράσεις για τον υπολογισμό της απόδοσης μετατροπής του φαινομένου FWM, όταν λαμβάνονται υπόψη οι γραμμικές απώλειες, το φαινόμενο απορρόφησης δύο κυμάτων και η γέννηση ελεύθερων φορέων αντίστοιχα. Οι τελικές εκφράσεις της απόδοσης μετατροπής δίνονται από τις εξισώσεις (5.20), (5.24) και (5.36) αντίστοιχα. Οι αναλυτικές εκφράσεις αυτές μας έδωσαν τη βυνατότητα να απαλλαγούμε από τον αριθμητικό υπολογισμό του συστήματος εξισώσεων (5.3)-(5.5) για τον καθορισμό της απόδοσης μετατροπής του φαινομένου FWM, ο οποίος καθίσταται αργός σε σχέση με τις ανωτέρω αναλυτικές εκφράσεις.

Στην συνέχεια επικεντρώσαμε την προσοχή μας στο σχεδιασμό των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των ΚΦΚ ώστε να παρουσιάζουν βελτιωμένες επιδόσεις στο φαινόμενο FWM. Εργαζόμενοι προς αυτή την κατεύθυνση, επιλέξαμε να δημιουργήσουμε δύο νέους δείκτες που αποτυπώνουν την χρησιμότητα ενός φωτονικού κρυστάλλου ως προς το φαινόμενο της μίξης τεσσάρων κυμάτων, οι οποίοι ονομάστηκαν EBT και EBT_{PL} και δίνονται από τις εξισώσεις (6.7) και (6.8) αντίστοιχα. Ο δείκτης EBT αποτελείται από το τριπλό γινόμενο του βέλτιστο επίπεδο της απόδοσης μετατροπής ενός ΚΦΚ επί του εύρους μηκών κύματος ($\Delta\lambda$) επί της μέσης απόστασης

μεταξύ των κυμάτων ($\delta\lambda$) σε μήκη κύματος, όπως αυτά ορίζονται στην ενότητα 6.3. Ο σχεδιασμός ΚΦΚ ο οποίος θα κατέχει τη μέγιστη τιμή του δείκτη EBT εγγυάται ότι θα κατέχει ένα υψηλό επίπεδο απόδοσης μετατροπής, το οποίο θα διατηρείται σχεδόν σταθερό για όσον το δυνατόν περισσότερα μήκη κύματος και σε όσον το δυνατόν μεγαλύτερες αποστάσεις μεταξύ των τριών κυμάτων. Λαμβάνοντας υπόψη το μήκος του ΚΦΚ αλλά και την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης, καταλήγουμε στο δείκτη EBT_{PL} . Σχεδιάζοντας τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των ΚΦΚ ώστε αυτά να κατέχουν μέγιστη τιμή στους δείκτες EBT αλλά και EBT_{PL} καταλήξαμε σε σχεδιασμούς με υψηλά επίπεδα απόδοσης μετατροπής, ικανά να διατηρήσουν αυτή την τιμή για πολλά μήκη κύματος και για μεγάλες αποστάσεις μηκών κύματος μεταξύ των τριών κυμάτων. Επίσης, ο δείκτης EBT_{PL} κράτησε σε μικρά επίπεδα το συνολικό μήκος του κυματοδηγού αλλά και την αρχική ισχύ του κύματος άντλησης. Τους τελικούς σχεδιασμούς ΚΦΚ αποτυπώνει ο Πίνακας 6-4 και ο Πίνακας 6-5 της ενότητας 6.3.

7.3 Εναλλακτικές εφαρμογές του σχεδιασμού φωτονικών κρυστάλλων

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή εξετάσαμε τη γραμμική αλλά και μη-γραμμική συμπεριφορά των φωτονικών κρυστάλλων εστιασμένη γύρω από τηλεπικοινωνιακές εφαρμογές. Παρόλα αυτά οι φωτονικοί κρύσταλλοι και το φαινόμενο του αργού φωτός που αυτοί εκμεταλεύονται βρίσκει εφαρμογές και σε διαφορετικά πεδία από αυτό των τηλεπικοινωνιών. Ανάμεσα στις βασικότερες εφαρμογές μεταξύ άλλων είναι εφαρμογές ανίχνευσης (sensing), ενέργειας και επεξεργασίας οπτικού σήματος. Ο κατάλληλος σχεδιασμός των ΚΦΚ ενδέχεται να βρίσκει εφαρμογή και σε άλλους επιστημονικούς τομείς.

Όσον αφορά τις εφαρμογές ανίχνευσης αυτές επικεντρώνονται σε εφαρμογές φωτομετρίας εκμεταλευόμενοι τους εκπεμπόμενους τρόπους του κρυστάλλου εκτός πεδίου (leaky modes) [240]. Επίσης εφαρμογές ανίχνευσης μέσω του εγγύς πεδίου μεταλλικών νάνο-κεραιών σε φωτονικούς κρυστάλλους ή κεραιών σχισμής [241]-[243]. Εφαρμογές ανίχνευσης μορίων σε διάλυμα στο πεδίο της βιολογίας, μέσω της αλληλεπίδρασης του φωτός με τα μόρια του διαλύματος [244].

Στον τομέα της ενέργειας, διάφορες μελέτες δείχνουν την αύξηση της απόδοσης φωτοβολταϊκών πάνελ μέσω της χρήσης φωτονικών κρυστάλλων [245]. Η χρήση φωτονικών κρυστάλλων αυξάνει την παγίδευση του φωτός σε ένα ηλιακό κύτταρο επιτρέποντας τη βημιουργία λεπτότερων δομών χρησιμοποιώντας πιο λεπτά στρώματα ημιαγωγών διατηρώντας όμως σε υψηλά επίπεδα ενός μεγάλο μέρος τους φάσματος του ηλιακού φωτός.

Στον τομέα της επεξεργασίας οπτικού σήματος έχει αποδειχθεί η λειτουργία ενός οπτικού τρανζίστορ σε οπτική ίνα φωτονικού κρυστάλλου με χρήση ενός ισχυρού σολιτονιακού παλμού και ενός ασθενέστερου παλμού [246]. Η συγκεκριμένη λειτουργία ικανοποιεί τις περισσότερες από τις προϋποθέσεις που ορίζει ο Miller για τη λειτουργία των οπτικών τρανζίστορ [247]. Ένα θέμα το οποίο θα παρουσίαζε ενδιαφέρον για μελλοντική διερεύνηση θα ήταν η λειτουργία του οπτικού τρανζίστορ σε ΚΦΚ, ένα θέμα το οποίο αναμένεται να σηματοδοτήσει ένα νέο σημαντικό έναυσμα για τη μελέτη των φωτονικών κρυστάλλων στις οπτικές επικοινωνίες.

ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

BCC	Body Centered Cubic
BEC	Bose Einstein Condensate
BF	Broadening Factor
BS	BackScattering
CCW	Coupled Cavity Waveguide
CMT	Coupled Mode Theory
CPO	Coherent Population Oscillations
CROW	Coupled Resonator Optical Waveguides
CRS	Coupled Resonator structures
DBP	Delay Bandwidth Product
DFB	Distributed FeedBack
DFT	Discrete Fourier Transform
EBT	Efficiency Bandwidth Tunability
EDFA	Erbium Doped Fiber Amplifier
EIT	Electromagnetic Induced Transparency
FC	Free Carriers
FCC	Face Centered Cubic
FDTD	Finite Difference Time Domain
FFT	Fast Fourier Transform
FWHM	Full width at half maximum
FWM	Four Wave Mixing
GFT	Green Function Tensor
GVD	Group Velocity Dispersion
ISI	Intersymbol Interference
MBE	Molecular Beam Epitaxy
MOVPE	Metal-Organic Vapor Phase Epitaxy

OIC	Optical Integrated Circuit
OOK	On-Off Keying
OP	Out-of Plane
PML	Perfectly Matched Layers
PWEM	Plane Wave Expansion Method
RHEED	Reflection High-Energy Electron Diffraction
RR	Repetition Rate
SBS	Stimulated Brillouin Scattering
SCISSOR	Side Coupled Integrated Spaced Sequences Resonators
SOI	Silicon on Insulator
SPM	Self Phase Modulation
SRS	Stimulated Raman Scattering
SSF	Split Step Fourier
TE	Transverse Electric
TM	Transverse Magnetic
TOD	Third Order Dispersion
TPA	Two Photon Absorption
UHV	Ultra High Vacuum
WDM	Wavelength Division Multiplexing
XPM	Cross Phase Modulation

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] A. Jones, Historical Sketch of the Electrical Telegraph, Putnam, New York, 1852.
- [2] T. H. Maiman, "Stimulated Optical Radiation in Ruby," Nature 187, 493 (1960).
- [3] K. C. Kao and G. A. Hockham, "Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies," Proc. IEEE 113, 1151 (1966).
- [4] A. Werts, "Propagation de la lumiere coherente dans les fibres optiques," Onde Electr. 45, 967 (1966).
- [5] F. P. Kapron, D. B. Keck, and R. D. Maurer, "Radiation losses in glass optical waveguides," Appl. Phys. Lett. 17, 423 (1970).
- [6] I. Hayashi, M. B. Panish, P.W. Foy, and S. Sumski, "Junction lasers which operate continuously at room temperatures," Appl. Phys. Lett. 17, 109 (1970).
- [7] A. E. Willner, Ed., IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. 6, 827 (2000). Εδώ βρίσκονται διάφορα ιστορικά άρθρα που αποτυπώνουν την εξέλιξη των laser. Βλέπε τα άρθρα των: Z. Alferov, W. A. Gambling, T. Izawa, D. Keck, H. Kogelnik, and R. H. Rediker.
- [8] T. Miya, Y. Terunuma, T. Hosaka, and T. Miyoshita, "Ultimate low-loss single-mode fibre at 1.55 μm ," Electron. Lett. 15, 106 (1979).
- [9] A. H. Gnauck, B. L. Kasper, R. A. Linke, R. W. Dawson, T. L. Koch, T. J. Bridges, E. G. Burkhardt, R. T. Yen, D. P. Wilt, J. C. Campbell, K. C. Nelson, and L. G. Cohen, "4-Gbit/s transmission over 103 km of optical fiber using a novel electronic multiplexer/demultiplexer," J. Lightwave Technol. 3, 1032 (1985).
- [10] K. Nakagawa, Trans. IECE Jpn. Pt. J 78B, 713 (1995).
- [11] P. S. Henry, Coherent Lightwave Communications, IEEE Press, New York, 1990.
- [12] N. S. Bergano and H. Kidorf, "Global Undersea Cable Network," Opt. Photon. News 12 (3), 32-35 (2001).
- [13] E. Tamechika, "14 Tbit/s over a single optical fiber: successful demonstration of world's largest capacity". News release (NTT) 4, 11 (2006).
- [14] M.S. Alfiad, D. van den Borne, T. Wuth, M. Kuschnerov, B. Lankl, C. Weiske, E. de Man, A. Napoli, H. de Waardt, "111-Gb/s POLMUX-RZ-DQPSK Transmission over LEAF: Optical versus Electrical Dispersion Compensation", Proceedings ECOC 2009.
- [15] Ciena, "JANET Delivers Europe's First 40 Gbps Wavelength Service" 2007.
- [16] N. Bozinovic, Y. Yue, Y. Ren, M. Tur, P. Kristensen, H. Huang, A. E. Willner, S. Ramachandran, Science, Vol. 340, pp. 1545-1548 (2013).
- [17] "Big data, now at the speed of light", New Scientist, vol. 216, p. 14 (2013). (βλέπε "Information superhighway approaches light speed").
- [18] G. Rabon: Proc. SPIE 2684, 102 (1996).
- [19] S. Somekh, E. Garmire, A. Yariv, H. Garyin, R.G. Hunsperger, "Channel Optical Waveguides and Directional Couplers in GaAs-Imbedded and Ridged," Appl. Opt. 13, 327 (1974).
- [20] J.F. Dagleish, "Splices, connectors, and power couplers for field and office use," Proc. IEEE 68, 1226 (1980).
- [21] G. Abstreiter, "Engineering the future of electronics," Physics World, 5(3), 36-9 (1992).
- [22] R. A. Soref, "Silicon-based optoelectronics," Proc. IEEE, 81(12), 1687-706 (1993).
- [23] B. Jalali, "Silicon photonics," J. Light. Technol., vol. 24, 4600-4615 (2006).
- [24] G. Roelkens, L. Liu, D. Liang, R. Jones, A. Fang, B. Koch, and J. Bowers, "III-V/silicon photonics for on-chip and intra-chip optical interconnects," Laser and Photon. Rev. 1-29 (2010). Doi 10.1002/lpor.200900033.
- [25] R. A. Soref, "The past, present and future of silicon photonics," IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron., vol 12, 1678-1687 (2006).
- [26] G. Giesecke: Lattice constants. Semiconductors and Semimetals 2, 63-75 (Academic, New York 1976), in particular, ps. 68 and 69.
- [27] A.A. Chernov (ed.): Modern Crystallography III, Crystal Growth, Springer Ser. Solid-State Sci., Vol. 36 (Springer, Berlin, Heidelberg 1984).
- [28] K. Ploog, K. Graf: Molecular Beam Epitaxy of III-V compounds, a Comprehensive Bibliography 1958-1983 (Springer, Berlin, Heidelberg 1984).
- [29] M.A. Herman, H. Sitter: Molecular Beam Epitaxy, 2nd edn., Springer Ser. Mater. Sci., Vol. 7 (Springer, Berlin, Heidelberg 1996).
- [30] W.T. Tsang, "High-through-put, high-yield, and highly-reproducible (AlGa)As double-heterostructure laser wafers grown by molecular beam epitaxy," Appl. Phys. Lett. 38, 587 (1981).
- [31] J.C.M. Hwang, J.V. DiLorenzo, P.E. Luscher, W.S. Knodle: Solid State Techn. 25, 166 (1982).
- [32] C. Goldstein, C. Stark, J. Emory, F. Gaberit, D. Bonnevie, F. Poingt, M. Lambert, "Optoelectronic devices by gas source molecular beam epitaxy," J. Crystal Growth 120, 157 (1992).

- [33] T. Fukui, R. Saito: International Symposium on GaAs and Related Compounds. Biarritz, France (1984).
- [34] I. Kim, D.G. Chang, P.D. Dapkus, "Growth of InGaAsP in a stagnation flow vertical reactor using TBP and TBA," *J. Cryst. Growth* 195, 138 (1998).
- [35] S.A. Campbell: The Science and Engineering of Microelectronic Fabrication 2nd edn. (Oxford University Press, Oxford, New York, 2001) Chap. 9
- [36] A. Nadzeyka, L. Peto, S. Bauerdick, M. Mayer, K. Keskinbora, C. Grévent, M. Weigand, M. Hirscher, G. Schütz, "Ion beam lithography for direct patterning of high accuracy large area X-ray elements in gold on membranes," *Microelectronic Engineering*, vol 98, p. 198-201, 2012.
- [37] J.E. Bjorkholm: EUV lithography-The successor to optical lithography?, *Intel Technol. J. Q3*, 1 (1998)
- [38] Areed, N.F.F.; Obayya, S.S.A., "Novel All-Optical Liquid Photonic Crystal Router," *Photonics Technology Letters, IEEE* , vol.25, pp.1254,1257, 2013.
- [39] T. Baba, "Slow light in photonic crystals", *Nature Photonics* 2, 465 - 473 (2008).
- [40] T. F. Krauss, "Why do we need slow light?" *Nature Photonics* 2, pp. 448 - 450, (2008).
- [41] T. F. Krauss, "Slow light in photonic crystal waveguides", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.40, pp.2666, 2007.
- [42] L. V. Hau, S. E. Harris, S. E. Dutton, and C. H. Behroozi, "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas," *Nature*, vol. 397, pp. 594-598, 1999.
- [43] T. Baba, "Slow light in photonic crystals," *Nature Photonics*, vol. 2, no. 8, pp. 465-473, 2008.
- [44] A. V. Turukhin, V. S. Sudarshanam, M. S. Shahriar, J. A. Musser, B. S. Ham, and P. R. Hemmer, "Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, no. 2, p. 023602, 2001.
- [45] J. B. Khurgin, "Optical buffers based on slow light in electromagnetically induced transparent media and coupled resonator structures: comparative analysis," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 22, no. 5, pp. 1062-1074, 2005
- [46] Q. Xu, P. Dong, and M. Lipson, "Breaking the delay-bandwidth limit in a photonic structure," *Nat. Phys.*, vol. 3, no. 6, pp. 406-410, 2007.
- [47] F. Xia, L. Sekaric, and Y. Vlasov, "Ultracompact optical buffers on a silicon chip," *Nature Photon.*, vol. 1, no. 1, pp. 65-71, 2007.
- [48] P.-C. Ku, F. Sedgwick, C. J. Chang-Hasnain, P. Palinginis, T. Li, H. Wang, S.-W. Chang, and S.-L. Chuang, "Slow light in semiconductor quantum wells," *Opt. Lett.*, vol. 29, no. 19, pp. 2291-2293, 2004.
- [49] C. J. Chang-Hasnain and S. L. Chuang, "Slow and fast light in semiconductor quantum-well and quantum-dot devices," *J. Lightw. Technol.*, vol. 24, no. 12, pp. 4642-4654, 2006.
- [50] C. Monat, B. Corcoran, M. Ebnali-Heidari, C. Grillet, B. J. Eggleton, T. P. White, L. O'Faolain, and T. F. Krauss, "Slow light enhancement of nonlinear effects in silicon engineered photonic crystal waveguides," *Opt. Express*, vol. 17, no. 4, pp. 2944-2953, 2009.
- [51] H. Gersen, T. J. Karle, R. J. P. Engelen, W. Bogaerts, J. P. Korterik, N. F. van Hulst, T. F. Krauss, and L. Kuipers, "Real-space observation of ultraslow light in photonic crystal waveguides," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, no. 7, p. 073903, 2005.
- [52] J. Li, T. P. White, L. O'Faolain, A. Gomez-Iglesias, and T. F. Krauss, "Systematic design of flat band slow light in photonic crystal waveguides," *Opt. Express*, vol. 16, no. 9, pp. 6227-6232, 2008.
- [53] M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, and R. W. Boyd, "Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, no. 11, p. 113903, 2003.
- [54] F. Ohman, K. Yvind, and J. Mørk, "Voltage-controlled slow light in an integrated semiconductor structure with net gain," *Opt. Express*, vol. 14, no. 21, pp. 9955-9962, 2006.
- [55] K. Y. Song, M. Gonzalez-Herraez, and L. Thevenaz, "Observation of pulse delaying and advancement in optical fibers using stimulated Brillouin scattering," *Opt. Express*, vol. 13, no. 1, pp. 82-88, 2005.
- [56] Y. Okawachi, M. S. Bigelow, J. E. Sharping, Z. M. Zhu, A. Schweinsberg, D. J. Gauthier, R. W. Boyd, and A. L. Gaeta, "Tunable all-optical delays via Brillouin slow light in an optical fiber," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, no. 15, p. 153902, 2005.
- [57] L. Thevenaz, "Slow and fast light in optical fibres," *Nature Photonics*, vol. 2, no. 8, pp. 474-481, 2008.
- [58] S. E. Harris, "Electromagnetically induced transparency," *Phys. Today*, vol. 50, no. 7, pp. 36-42, 1997.
- [59] J. P. Marangos, "Electromagnetically induced transparency," *Journal of Modern Optics*, vol. 45, pp. 471-503, 1998.
- [60] L. Deng, E. W. Hagley, M. Kozuma, and M. G. Payne, "Optical-wave-group- velocity reduction without electromagnetically induced transparency," *Phys. Rev. A*, vol. 65, p. 051805(R), 2002.
- [61] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, "Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses," *Nature*, vol. 409, p. 490, 2001.

- [62] M. M. Kash, V. A. Sautenkov, A. S. Zibrov, L. Hollberg, G. R. Welch, M. D. Lukin, Y. Rostovtsev, E. S. Fry, and M. O. Scully, "Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in a coherently driven hot atomic gas," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, no. 26, pp. 5229-5232, 1999.
- [63] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin, "Storage of light in atom vapors," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 86, p. 783, 2001.
- [64] A. V. Turukhin, V. S. Sudarshanam, M. S. Shahriar, J. A. Musser, B. S. Ham, and P. R. Hemmer, "Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 023602, 2002.
- [65] R. M. Camacho, M. V. Pack, and J. C. Howell, "Low-distortion slow light using two absorption resonances," *Phys. Rev. A* 73, 063812 (2006).
- [66] K.-J. Boller, A. Imamoglu, and S. E. Harris, "Observation of electromagnetically induced transparency," *Phys. Rev. Lett.* 66, 2593-2596 (1991).
- [67] R. M. Camacho, M. V. Pack, and J. C. Howell, "Slow light with large fractional delays by spectral hole-burning in rubidium vapor," *Phys Rev A*, 74, 033801 2006.
- [68] L. W. Hillman, R. V. Boyd, J. Krasinski, and C. R. Stroud, Jr., "Observation of a spectral hole due to population oscillations in a homogeneously broadened optical absorption line," *Optics Communications* 45, 416 (1983).
- [69] M. Malcuit, R. W. Boyd, L. W. Hillman, W. Lloyd, J. Krasinski, C. R. Stroud, "Saturation and inverse-saturation absorption line shapes in alexandrite," *J. Opt. Soc. Am. B* 1, 73 (1984).
- [70] F. Arrieta-Yáñez, O. G. Calderón, S. Melle, "REVIEW ARTICLE: Slow and fast light based on coherent population oscillations in erbium-doped fibres," *Journal of Optics*, vol. 12, article id. 104002, (2010).
- [71] K. Y. Song, M. G. Herráez and L. Thévenaz, "Observation of pulse delaying and advancement in optical fibers using stimulated Brillouin scattering," *Opt. Express*, vol. 13, pp. 82-88, (2005).
- [72] J. Sharping, Y. Okawachi, and A. Gaeta, "Wide bandwidth slow light using a Raman fiber amplifier" *Optics Express*, vol. 13, pp.6092-6098, (2005).
- [73] M. González-Herráez, K.-Y. Song and L. Thévenaz, "Optically controlled slow and fast light in optical fibers using stimulated Brillouin scattering," *Appl. Phys. Lett.* 87, 081113, (2005).
- [74] M. G. Herraez, K. Y. Song, and L. Thevenaz, "Arbitrary-bandwidth Brillouin slow light in optical fibers," *Opt. Exp.*, 14, 1395-1400 (2006).
- [75] Z. Zhu, A. M. C. Dawes, D. J. Gauthier, L. Zhang, and A. E. Willner, "Broadband SBS slow light in an optical fiber," *J. Lightw. Technol.*, 25, 201-206 (2007).
- [76] L. Yi, L. Zhan, W. Hu, and Y. Xia, "Delay of broadband signals using slow light in stimulated Brillouin scattering with phase-modulated pump," *IEEE Photon. Technol. Lett.* 19, 619-621 (2007).
- [77] M. McCall, "On the Application of Coupled Mode Theory for Modeling Fiber Bragg Gratings," *J Lightwave Technol*, vol. 18, pp. 236, 2000.
- [78] J. B. Khurgin, "Expanding the bandwidth of slow-light photonic devices based on coupled resonators," *Opt. Lett.*, vol. 30, pp.513 (2005).
- [79] A. Yariv, Y. Xu, R. K. Lee, and A. Scherer, "Coupled-resonator optical waveguide: a proposal and analysis," *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 711, (1999).
- [80] M. Santagiustina, G. Eisenstein, L. Thévenaz, J. Capmany, J. Mork, J. P. Reithmaier, A. De Rossi, S. Sales, K. Yvind, S. Combrié, "Slow Light Devices and Their Applications to Microwaves and Photonics," *IEEE Photonics Society Newsletter*, vol. 26, pp. 5-12, (2012).
- [81] A. Melloni, A. Canciamilla, C. Ferrari, F. Morichetti, L. O'Faolain, T. F. Krauss, R. De La Rue, A. Samarelli, M. Sorel, "Tunable Delay Lines in Silicon Photonics: Coupled Resonators and Photonic Crystals, a Comparison," *Photonics Journal, IEEE* , vol. 2, pp.181 (2010).
- [82] E. Yablonovitch, "Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 58, pp. 2059-2062 (1987).
- [83] B. Corcoran, C. Monat, C. Grillet, D. J. Moss, B. J. Eggleton, T. P. White, L. O'Faolain and T. F. Krauss, "Green light emission in silicon through slow-light enhanced third-harmonic generation in photonic-crystal waveguides," *Nature Photonics*, vol. 3, pp. 206 - 210, (2009).
- [84] D. M. Beggs, T. P. White, L. O'Faolain, T. F. Krauss, "Ultrapact and low-power optical switch based on silicon photonic crystals," *Opt. Lett.*, vol. 33, pp.147-149 (2008).
- [85] W. M. J. Green, M. J. Rooks, L. Sekaric, and Y. A. Vlasov, "Ultra-compact, low RF power, 10 Gb/s silicon Mach-Zehnder modulator," *Opt. Express*, vol. 15, pp.17106-17113 (2007).
- [86] Z. Dutton, N. S. Ginsberg, C. Slowe, C. and L. V. Hau, "The art of taming light: ultra-slow and stopped light," *Europhysics News*, 35 (2004) DOI: 10.1051/eprn:2004201.
- [87] M. D. Lukin, and A. Imamoglu, "Nonlinear Optics and Quantum Entanglement of Ultraslow Single Photons" *Phys. Rev. Lett.* 84, 1419 (2000).
- [88] E. Parra, and J. R. Lowell, "Toward applications of slow-light technology," *Opt. Photon. News* 18, 41-45 (2007).
- [89] F. Morichetti, A. Melloni, C. Ferrari, M. Martinelli, "Error-free continuously-tunable delay at 10 Gbit/s in a reconfigurable on-chip delay-line," *Opt. Express* 16, 8395-8405 (2007).

- [90] J. F. McMillan, X. Yang, N. C. Panoiu, R. M. Osgood, and C. Wei Wong, "Enhanced stimulated Raman scattering in slow-light photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 31, pp. 1235-1237, (2006).
- [91] K. Inoue, H. Oda, N. Ikeda, and K. Asakawa, "Enhanced third-order nonlinear effects in slowlight photonic-crystal slab waveguides of linedefect," *Optics Express*, Vol. 17, Issue 9, pp. 7206-7216 (2009).
- [92] J. Li, L. O'Faolain, and T. F. Krauss, "Four-wave mixing in slow light photonic crystal waveguides with very high group index," *Opt Express*, vol. 20, pp. 17474-17479, (2012).
- [93] P. Ball, "Engineering Shark skin and other solutions," *Nature*, vol. 400, pp. 507-509 (1999).
- [94] A. R. Parker and C. R. Lawrence, "Water capture by a desert beetle," *Nature*, vol. 414, pp. 33-34 (2001).
- [95] X. Yang, Z. Pengb, H. Zuoa, T. Shia, G. Liaoa, "Using hierarchy architecture of Morpho butterfly scales for chemical sensing: Experiment and modeling," *Sensors and Actuators A Physical*, vol. 167, pp 367-373 (2011).
- [96] T. F. Gundogdu, M. Gokkavas, E. Ozbay, "Absorption enhancement in InGaN-based photonic crystal-implemented solar cells," *Journal of Nanophotonics*, vol. 6, id. 061603 (2012).
- [97] N. A. R. Bhat, and J. E. Sipe, "Optical pulse propagation in nonlinear photonic crystals," *Phys. Rev. E*, vol. 64, 056604 (2001).
- [98] Z. Wang, and S. Fan, "Compact all-pass filters in photonic crystals as the building block for high-capacity optical delay lines," *Phys. Rev. E*, vol. 68, 066616 (2003).
- [99] M. Soljacic and J. D. Joannopoulos, "Enhancement of nonlinear effects using photonic crystals," *Nat. Mater.*, vol. 3, pp. 211-219 (2004).
- [100] H. Haug, S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors*, World Scientific., (5th ed.) pp. 216 (2009).
- [101] M. Lindberg, S. W. Koch, "Effective Bloch equations for semiconductors," *Phys. Rev. B*, vol. 38 (5), pp. 3342-3350 (1988) doi:10.1103/PhysRevB.38.3342.
- [102] A. Yariv and P. Yeh, *Optical Waves in Crystals, Propagation and Control of Laser Radiation* (Wiley and Sons, New York, 2003).
- [103] H. Ibach, and H. Luth, *Solid-state physics: An introduction to principles of material science*, 4th edition, Springer (2009).
- [104] E. Yablonovitch, T. J. Gmitter, and K. M. Leung, "Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 2295 (1991).
- [105] H. S. Sozuer and J. P. Dowling, "Photonic Band Calculations for Woodpile Structures," *J. Mod. Opt.*, vol. 41, pp. 231 (1994).
- [106] K. Ho, C. Chan, C. Soukoulis, R. Biswas, and M. Sigalas, "Photonic band gaps in three dimensions: New layer-by-layer periodic structures," *Solid State Commun.*, vol. 89, pp. 413 (1994).
- [107] S. Fan, P. R. Villeneuve, R. Meade, and J. D. Joannopoulos, "Design of three-dimensional photonic crystals at submicron length scales," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 65, pp. 1466 (1994).
- [108] R. D. Meade, A. Devenyi, J. D. Joannopoulos, O. L. Alerhand, D. A. Smith, and K. Kash, "Novel applications of photonic band gap materials: Low-loss bends and high Q cavities," *J. Appl. Phys.* 75, 4753 (1994).
- [109] M. Boroditsky, R. Coccioli, and E. Yablonovitch, "Physics and Simulation of Optoelectronic Devices VI," *Proc. SPIE* 3283,1 (1998).
- [110] P. R. Villeneuve, S. Fan, S. G. Johnson, and J. D. Joannopoulos, *IEEE Proc.: Optoelectron.* 145, 384 (1998).
- [111] S. T. Johnson, S. Fan, P. R. Villeneuve, and J. D. Joannopoulos, "Guided modes in photonic crystal slabs," *Phys. Rev. B*, vol. 60, pp. 5751-5758 (1999).
- [112] S. Olivier, M. Rattier, H. Benisty, C. Weisbuch, C. J. M. Smith, R. M. De La Rue, T. F. Krauss, U. Oesterie, and R. Houdre, "Mini stopbands of a one dimensional system: the channel waveguide in a two-dimensional photonic crystal," *Phys. Rev. B*, vol. 63, 113311 (2001).
- [113] D. Mascoli, D. Gerace, and L. C. Andreani, "Q-factor optimization for TM-like modes in pillar-based photonic crystal cavities with planar slot waveguides," *Phot. and Nanostr. - Fundamentals and Applications*, vol. 9, pp. 63-69 (2010).
- [114] P. Bienstman, S. Assefa, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, G. S. Petrich, and L. A. Kolodziejski, "Taper structures for coupling into photonic crystal slab waveguides," *J Opt Soc Am B*, vol. 20, pp. 1817-1821 (2003).
- [115] J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the flow of light*, Princeton Univ. Press, 2nd edition (2008).
- [116] L. C. Andreani, and D. Gerace, "Light-matter interaction in photonic crystal slabs," *phys stat sol (b)*, vol. 244, pp. 3528-2539 (2007).
- [117] M. D. Settle, R. J. P. Englen, M. Salib, A. Michaeli, L. Kuipers and T. F. Krauss, "Flatband slow light in photonic crystals featuring spatial pulse compression and terahertz bandwidth," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 219-226 (2007).

- [118] B. N. Parlett: *The Symmetric Eigenvalue Problem* SIAM publishing 1998, doi: <http://dx.doi.org/10.1137/1.9781611971163.fm>.
- [119] F. H. M. Faisal, J. Z. Kaminski, "Floquet-Bloch theory of high-harmonic generation in periodic structures," *Phys. Rev. A*, vol. 56, pp. 748-762 (1997).
- [120] T. Baba, D. Mori, K. Inoshita and Y. Kuroki, "Light localizations in photonic crystal line defect waveguides," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 10, pp. 484 (2004).
- [121] L. H. Frandsen, A. V. Lavrinenko, J. Fage-Pedersen and P. I. Borel, "Photonic crystal waveguides with semi-slow light and tailored dispersion properties," *Opt. Express*, vol. 14, pp. 9444 (2006).
- [122] A. Y. Petrov and M. Eich, "Zero dispersion at small group velocities in photonic crystal waveguides," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 85, pp. 4866 (2004).
- [123] S. Kubo, D. Mori, and T. Baba, "Low-group-velocity and low-dispersion slow light in photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 32, pp. 2981–2983 (2007).
- [124] L. V. Hau, S. E. Harris, S. E. Dutton, and C. H. Behroozi, "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas," *Nature*, vol. 397, pp. 594-598, (1999).
- [125] J. Liang, L.Y. Ren, M. J. Yun, X. Han, and X. J. Wang, "Wideband ultraflat slow light with large group index in a W1 photonic crystal waveguide," *J Appl Phys*, vol. 110, 063103 (2011).
- [126] Y. Hamachi, S. Kubo, and T. Baba, "Low dispersion slow light and nonlinearity enhancement in lattice-shifted photonic crystal waveguide," *Tech. Dig. Quantum Electron. Laser Sci. Conf., QTuC1* (San Jose, OSA, 2008).
- [127] J. B. Khurgin and P. A. Morton, "Tunable wideband optical delay line based on balanced coupled resonator structures," *Opt. Lett.* vol. 34, pp. 2655-2657 (2009).
- [128] P. A. Morton, J. Cardenas, J. B. Khurgin, and M. Lipson, "Fast Thermal Switching of Wideband Optical Delay Line With No Long-Term Transient," *IEEE Photon. Technol. Lett.* vol. 24, pp. 512-514 (2012).
- [129] Q. Li, A. A. Eftekhar, P. Alipour, A. H. Atabaki, S. Yegnanarayanan, and A. Adibi, "Low-Loss Microdisk-Based Delay Lines for Narrowband Optical Filters," *IEEE Photon. Technol. Lett.* vol. 24, pp. 1276-1278 (2012).
- [130] N. Stefanou and A. Modinos, "Impurity bands in photonic insulators," *Phys. Rev. B*, vol.57, pp. 12127 (1998).
- [131] E. Kuramochi, T. Tanabe, H. Taniyama, M. Kato, and M. Notomi, "Observation of heavy photon state in ultrahigh-Q photonic crystal coupled resonator chain", *Tech. Dig. Quantum Phys.& Laser Sci. Conf., QMG2* (Baltimore, OSA, 2007).
- [132] D. O'Brien, M. D. Settle, T. Karle, A. Michaeli, M Salib and T. F. Krauss, "Coupled photonic crystal heterostructure nanocavities," *Opt. Express*, vol. 15, pp. 1228-1233 (2007).
- [133] M. Notomi, E. Kuramochi and T. Tanabe, "Large-scale arrays of ultrahigh-Q coupled nanocavities," *Nature Photon*, vol. 2, pp. 741-747 (2008).
- [134] A. Melloni, F. Morichetti, C. Ferrari, and M. Martinelli, "Continuously tunable 1-byte delay in coupled-resonator optical waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 33, pp. 2389–2391 (2008).
- [135] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetism* (Wiley–IEEE press, New York, 2002).
- [136] C.T. Chan, Q.L. Yu, and K.M. Ho, "Order-N spectral method for electromagnetic waves," *Phys. Rev. B, Condens. Matter*, vol. 51, 16635 (1995).
- [137] A. Taflove, and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite- Difference Time-Domain Method*, Norwood, MA: Artech (2000).
- [138] J. W. Demmel, *Applied Numerical Linear Algebra* SIAM, Philadelphia, 1997.
- [139] B. N. Parlett and I. S. Dhillon, *Relatively Robust Representations for Symmetric Tridiagonals, Linear Algebra and its Applications*, 309, pp. 121{151, 2000.
- [140] Anderson, E., Z. Bai, C. Bischof, S. Blackford, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. McKenney, and D. Sorensen. *LAPACK Users' Guide*. 3rd ed. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (1999).
- [141] L. S. Blackford, J. Choi, A. Cleary, E. D'Azevedo, J. Demmel, I. Dhillon, J. Dongarra, S. Hammarling, G. Henry, A. Petitet, K. Stanley, D. Walker, and R. C. Whaley, *ScaLAPACK User's Guide* SIAM, Philadelphia, 1997.
- [142] Bai, Zhaojun, James Demmel, Jack Dongarra, Axel Ruhe, and Henk Van Der Vorst, eds. 2000. *Templates for the Solution of Algebraic Eigenvalue Problems: A Practical Guide*. Philadelphia: SIAM.
- [143] S. G. Johnson and J. D. Joannopoulos, "Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis," *Opt. Express*, vol. 8, pp. 173-190 (2001).
- [144] S. Fan, P. R. Villeneuve, J. D. Joannopoulos, and E. F. Schubert. 1997. "High extraction efficiency of spontaneous emission from slabs of photonic crystals." *Phys. Rev. Lett.* 78:3294–3297.
- [145] S. G. Johnson, M. L. Povinelli, M. Soljacic, A. Karalis, S. Jacobs, and J. D. Joannopoulos, "Roughness losses and volume-current methods in photonic- crystal waveguides." *Appl. Phys. B* vol. 81, pp.283–293 (2005).
- [146] Fully 3D Cartesian & Cylindrical graded mesh EC-FDTD Solver, written in C++, using a Matlab/Octave-Interface, (<http://openems.de/start/index.php>).

- [147] S. Shi, C. Chen, and D. W. Prather, "Plane-wave expansion method for calculating band structure of photonic crystal slabs with perfectly matched layers," *J Opt Soc Am A*, Vol. 21, Issue 9, pp. 1769-1775 (2004).
- [148] R. D. Meade, K. D. Brommer, A. M. Rappe, and J. D. Joannopoulos, "Existence of a photonic band gap in two dimensions." *Appl. Phys. Lett.*, vol. 61, pp. 495–497 (1992).
- [149] S. W. Smith, "Chapter 8: The Discrete Fourier Transform". *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing* (Second ed.). San Diego, Calif.: California Technical Publishing (1999).
- [150] E. O. Brigham, "The Fast Fourier Transform and Its Applications" Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall (1988).
- [151] H. S. Sözüer, J.W. Haus, and R. Inguva. "Photonic bands: Convergence problems with the plane-wave method." *Phys. Rev. B*, 45:13962–13972 (1992).
- [152] M. C. Payne, M. P. Tater, D. C. Allan, T. A. Arias, and J. D. Joannopoulos, "Iterative minimization techniques for ab initio total-energy calculations: molecular dynamics and conjugate gradients," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 64, pp. 1045–1097 (1992).
- [153] A. Edelman and S. T. Smith, "On conjugate gradient-like methods for eigen-like problems," *Bit Numer Math*, vol. 36, pp. 494–509 (1996).
- [154] S. Ismail-Beigi and T. A. Arias, "New algebraic formulation of density functional calculation," *Computer Physics Communications*, vol. 128, pp. 1–45 (2000).
- [155] H. A. van der Vorst, "Krylov subspace iteration," *Comput. Sci. Eng.* 2, 32–37 (2000).
- [156] E. R. Davidson, "The iterative calculation of a few of the lowest eigenvalues and corresponding eigenvectors of large real-symmetric matrices," *Journal of Computational Physics* 17, 87–94 (1975).
- [157] B. N. Parlett, *The Symmetric Eigenvalue Problem* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980).
- [158] G. H. Golub, C. F. Van Loan, *Matrix Computations* (3rd ed.), Johns Hopkins, (1996).
- [159] G. Arfken, "Lagrange Multipliers." §17.6 in *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd ed. Orlando, FL: Academic Press, pp. 945-950, 1985.
- [160] P. E. Gill, W. Murray, and M. H. Wright, *Practical Optimization* (Academic, London, 1981).
- [161] A. Edelman, T. A. Arias, and S. T. Smith, "The geometry of algorithms with orthogonality constraints," *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 20, 303–353 (1998).
- [162] L. W. Wang and A. Zunger, "Solving Schrodinger's equation around a desired energy: application to silicon quantum dots," *J. Chem. Phys.*, vol. 100, pp. 2394-2397 (1994).
- [163] W. R. Tinga, W. A. G. Voss, D. F. Blossey, "Generalized approach to multiphase dielectric mixture theory", *J. Appl. Phys.* 44 (9): 3897 (1973).
- [164] S. G. Johnson, P. R. Villeneuve, S. Fan, and J. D. Joannopoulos, "Linear waveguides in photonic-crystal slabs," *Phys. Rev. B*, vol. 62, pp. 8212-8222 (2000).
- [165] B. Wang, S. Mazoyer, J. P. Hugonin, and P. Lalanne, "Backscattering in monomode periodic waveguides," *Phys. Rev. B*, vol. 78, 245108 (2008).
- [166] E. Kurramochi, M. Notomi, S. Hughes, A. Shinya, T. Watanabe, and L. Ramunno, "Disorder-induced scattering loss of line-defect waveguides in photonic crystal slabs," *Phys. Rev. B*, vol. 72, 161318(R) (2005).
- [167] F. Ouellette, "Dispersion cancellation using linearly chirped Bragg grating filters in optical waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 12, pp. 847-849 (1987).
- [168] C. K. Madsen and G. Lenz, "Optical all-pass filters for phase response design with applications for dispersion compensation," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 10, pp. 567-569 (1999).
- [169] C. K. Madsen, G. Lenz, A. J. Bruce, M. A. Cappuzzo, L. T. Gomez, and R. E. Scotti, "Integrated all-pass filters for tunable dispersion and dispersion slope compensation," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, 1623-1625 (1999).
- [170] L. O'Faolain, S. A. Schulz, D. M. Beggs, T. P. White, M. Spasenović, L. Kuipers, F. Morichetti, A. Melloni, S. Mazoyer, J. P. Hugonin, P. Lalanne, and T. F. Krauss, "Loss engineered slow light waveguides," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 27627-27638 (2010).
- [171] F-C. Leng, W.-Y. Liang, B. Liu, T.-B. Wang, and H.-Z. Wang, "Wideband slow light and dispersion control in oblique lattice photonic crystal waveguides," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 5707-5712 (2010).
- [172] C. J. M. Smith, H. Benisty, S. Olivier, M. Rattier, C. Weisbuch, T. F. Krauss, R. M. De La Rue, R. Houdré and U. Oesterle, "Low-loss channel waveguides with two-dimensional photonic crystal boundaries," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 77, pp. 2813, (2000).
- [173] M. Notomi, A. Shinya, K. Yamada, J. Takahashi, C. Takahashi, I. Yokohama, "Single mode transmission within photonic bandgap of width-varied single-line-defect photonic crystal waveguides on SOI substrates," *Electron. Lett.*, vol. 37, pp. 293 – 295 (2001).
- [174] S. J. McNabb, N. Moll, and Y. A. Vlasov, "Ultra-low loss photonic integrated circuit with membrane-type photonic crystal waveguides," *Opt. Express*, vol. 11, pp. 2927-2939 (2003).
- [175] Y. Sugimoto, Y. Tanaka, N. Ikeda, Y. Nakamura, K. Asakawa, and K. Inoue, "Low propagation loss of 0.76 dB/mm in GaAs-based single-line-defect two-dimensional photonic crystal slab waveguides up to 1 cm in length," *Opt. Express*, vol. 12, pp. 1090-1096 (2004).

- [176] Y. A. Vlasov and S. J. McNab, "Coupling into the slow light mode in slab-type photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 31, pp. 50-52 (2006).
- [177] L. Yang, "Topology optimisation of slow light coupling to photonic crystal waveguides," *Electronics Letters*, 43(17):923 (2007).
- [178] S. G. Johnson, P. Bienstman, M. A. Skorobogatiy, M. Ibanescu, E. Lidorikis, and J. D. Joannopoulos, "Adiabatic theorem and continuous coupled-mode theory for efficient taper transitions in photonic crystals," *Phys. Rev. E*, vol. 66, 066608 (2002).
- [179] J. P. Hugonin, P. Lalanne, T. P. White and T. F. Krauss, "Coupling into slow-mode photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 32, pp. 2638-2640 (2007).
- [180] S. Hughes, L. Ramunno, J. F. Young, J. E. Sipe, "Extrinsic Optical Scattering Loss in Photonic Crystal Waveguides: Role of Fabrication Disorder and Photon Group Velocity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94. 033903 (2005).
- [181] E. Kuramochi, M. Notomi, S. Hughes, A. Shinya, T. Watanabe, and L. Ramunno, "Disorder-induced scattering loss of line-defect waveguides in photonic crystal slabs," *Phys. Rev. B*, vol. 72, 161318(R) (2005).
- [182] D. Marcuse, "Mode conversion caused by surface imperfections of a dielectric slab waveguide," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 48, pp. 3187-3215 (1969).
- [183] F. P. Payne and J.P. R. Lacey, "A theoretical analysis of scattering loss from planar optical waveguides," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 26, pp. 977-986 (1994).
- [184] S. Mazoyer, J. P. Hugonin, and P. Lalanne, "Disorder-Induced Multiple Scattering in Photonic-Crystal Waveguides," *Phys. Rev. Lett.*, vol.103(6), 063903 (2009).
- [185] P. Kanakis, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Numerical analysis of soliton propagation in photonic crystal slab waveguides for signal processing applications," *J Opt Soc Am B*, vol. 29, pp. 2787-2796 (2012).
- [186] G. P. Agrawal, *Non-Linear Fiber Optics*, 4th ed., (Academic, 2001).
- [187] R. Ramaswami and K. N. Sivarajan, *Optical Networks: A Practical Prespective* (Morgan Kaufman, 1998).
- [188] M. Patterson, S. Hughes, S. Schulz, D. M. Beggs, T. P. White, L. O'Faolain, and T. F. Krauss, "Disorder-induced incoherent scattering losses in photonic crystal waveguides: Bloch mode reshaping, multiple scattering, and breakdown of the Beer-Lambert law," *Phys. Rev. B*, vol. 80, 195305 (2009).
- [189] S. Mazoyer, P. Lalanne, J. C. Rodier, J. P. Hugonin, M. Spasenovic, L. Kuipers, D. M. Beggs, and T. F. Krauss, "Statistical fluctuations of transmission in slow light photonic-crystal waveguides," *Opt. Express*, vol. 18, pp.14654–14663 (2010).
- [190] J. Topolancik, B. Ilic, and F. Vollmer, "Experimental observations of strong photon localization in disordered photonic crystal waveguides," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, 253901 (2007).
- [191] J. Scott Russell, Report of 14th Meeting of the British Association for Advancement of Science, York, September 1844, pp. 311-390.
- [192] C. S. Gardner, J. M. Greene, M. D. Kruskal, and R. M. Miura, "Method for Solving the Korteweg-deVries Equation," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 19, p. 1095 (1967).
- [193] Y. S. Kivshar and G. Agrawal, *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*, Academic Press, 1st ed. (2003).
- [194] N. J. Zabusky and M. D. Kruskal, "Interaction of "Solitons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States," *Phys Rev Lett*, vol. 15, pp. 240 (1965).
- [195] S. Pigeon, I. Carusotto, and C. Ciuti, "Hydrodynamic nucleation of vortices and solitons in a resonantly excited polariton superfluid," *Phys. Rev. B*, vol. 83, 144513 (2011).
- [196] Z. Chen, M. Segev and D. N. Christodoulides, "Optical spatial solitons: historical overview and recent advances," *Rep. Prog. Phys.*, vol. 75, 086401 (2012).
- [197] P. Harvey, C. Durniak, D. Samsonov, and G. Morfill, "Soliton interaction in a complex plasma," *Phys. Rev. E*, vol. 81, 057401 (2010).
- [198] H. Kuwayama and S. Ishida, "Biological soliton in multicellular movement," *Scientific Reports*, vol. 3, 2272 (2013).
- [199] R. Y. Chiao, E. Garmire, and C. H. Townes, "Self-Trapping of Optical Beams," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 13, pp. 479-482 (1964).
- [200] N. Panoiu, M. Bahl, and R. Osgood, "All-optical tunability of a nonlinear photonic crystal channel drop filter," *Opt. Express* 12, 1605–1610 (2004).
- [201] M. Shinkawa, N. Ishikura, Y. Hama, K. Suzuki, and T. Baba, "Nonlinear enhancement in photonic crystal slow light waveguides fabricated using CMOS-compatible process," *Opt. Express* 19, 22208–22218 (2011).
- [202] A. Theocharidis, T. Kamalakis, A. Chipouras, and T. Sphicopoulos, "Linear and nonlinear optical pulse propagation in photonic crystal waveguides near the band edge," *IEEE J. Quantum Electron.* 44, 1020–1027 (2008).

- [203] P. Colman, C. Husko, S. Combrie, I. Sagnes, C. W. Wong, and A. De Rossi, "Temporal solitons and pulse compression in photonic crystal waveguides," *Nature Photon* 4, 862–868 (2010).
- [204] R. R. Schaller, "Moore's law: past, present and future," *IEEE Spectr*, vol. 34, pp.52-59 (1997).
- [205] Y.Gong, J.Huang, K. Li, N.Copner, J. J. Martinez, L.Wang, T.Duan, W. Zhang, and W. H. Loh, "Spoof four wave mixing for all-optical wavelength conversion," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 24030–24037 (2012).
- [206] R. Slavik, F. Parmigiani, J. Kakande, C. Lundstrom, M. Sjodin, P. A. Andrekson, R. Weerasuriya, S. Sygletos, A. D. Ellis, L. Gruner-Nielsen, D. Jakobsen, S. Herstrom, R. Phelan, J. O'Gorman, A. Bogris, D. Syvridis, S. Dasgupta, P. Petropoulos, and D. J. Richardson, "All-optical phase and amplitude regenerator for next-generation telecommunications systems," *Nature Photon*, vol. 4, pp. 690–695 (2010).
- [207] Q. Lin, O. J. Painter, and G. P. Agrawal, "Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides: modeling and applications," *Opt. Exp.*, vol. 15, pp. 16604–16644 (2007).
- [208] R. Salem, M. A. Foster, A. C. Turner, D. F. Geraghty, M. Lipson, and A. L. Gaeta, "Signal regeneration using low-power four-wave mixing on silicon chip," *Nat. Photonics*, vol. 2, pp. 35–38 (2007).
- [209] S. Rawal, R. K. Sinha, and R. M. De La Rue, "Silicon-on-insulator photonic miniature devices with slow light enhanced third-order nonlinearities," *J. Nanophoton.*, vol. 6, 063504 (2012).
- [210] B. Corcoran, M. D. Pelusi, C. Monat, J. Li, L. O'Faolain, T. F. Krauss, and B. J. Eggleton, "Ultracompact 160 Gbaud all-optical demultiplexing exploiting slow light in a engineered silicon photonic crystal waveguide," *Opt. Lett.*, vol. 36, pp. 1728–1730 (2011).
- [211] F. Morichetti, A. Canciamilla, C. Ferrari, A. Samarelli, M. Sorel, and A. Melloni, "Travelling-wave resonant four-wave mixing breaks the limits of cavity-enhanced all-optical wavelength conversion," *Nat Comms*, vol. 2, 296 (2011).
- [212] P. Koonath, D. R. Solli, and B. Jalali, "Limiting nature of continuum generation in silicon," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 93(9), 091114 (2003).
- [213] E. Dulkeith, Y. A. Vlasov, X. Chen, N. C. Panoiu, and R. M. Osgood, Jr., "Self-phase-modulation in submicron silicon-on-insulator photonic wires," *Opt. Express*, vol. 14(12), pp. 5524–5534 (2006).
- [214] H. Fukuda, K. Yamada, T. Shoji, M. Takahashi, T. Tsuchizawa, T. Watanabe, J. Takahashi, and S. Itabashi, "Four-wave mixing in silicon wire waveguides," *Opt. Express*, vol. 13(12), pp. 4629–4637 (2005).
- [215] C. Monat, B. Corcoran, D. Pudo, M. Ebnali-Heidari, C. Grillet, M. Pelusi, D. Moss, B. Eggleton, T. White, L. O'Faolain, and T. F. Krauss, "Slow light enhanced nonlinear optics in silicon photonic crystal waveguides," *IEEE J Select Topics Quantum Electron*, vol. 16, pp. 344–356 (2010).
- [216] A. Baron, A. Ryasnyanskiy, N. Dubreuil, P. Delaye, Q. Vy Tran, S. Combri, A. De Rossi, R. Frey, and G. Roosen, "Light localization induced enhancement of third order nonlinearities in a GaAs photonic crystal waveguide," *Opt. Express*, vol. 17, pp. 552–557 (2009).
- [217] S. Combrie, Q. Tran, A. De Rossi, C. Husko, and P. Colman, "High quality GaInP nonlinear photonic crystals with minimized nonlinear absorption," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, 221108 (2009).
- [218] K. Lengle, L. Bramerie, M. Gay, M. Costa e Silva, S. Lobo, J.-C. Simon, P. Colman, S. Combrie, and A. de Rossi, "Investigation of FWM in dispersion-engineered GaInP photonic crystal waveguides," *Optics Express*, vol. 20, pp. 16154-16165 (2012).
- [219] T. Chen, J. Sun, and L. Li, "Modal theory of slow light enhanced third-order nonlinear effects in photonic crystal waveguides," *Opt. Express*, vol. 20, pp. 20043–20058 (2012).
- [220] J. Li, L. O'Faolain, S. A. Schulz, and T. F. Krauss, "Low loss propagation in slow light photonic crystal waveguides at group indices up to 60," *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, vol. 10, pp. 589–593 (2012).
- [221] B. Corcoran, C. Monat, D. Pudo, B. J. Eggleton, T. F. Krauss, D. J. Moss, L. O'Faolain, M. Pelusi, and T. P. White, "Nonlinear loss dynamics in a silicon slow-light photonic crystal waveguide," *Opt. Lett.* 35, 1073–1075 (2010).
- [222] J. Li, L. O'Faolain, and T. F. Krauss, "Four-wave mixing in slow light photonic crystal waveguides with very high group index," *Optics Express*, Vol. 20, pp. 17474-17479 (2012).
- [223] C. Monat, M. Ebnali-Heidari, C. Grillet, B. Corcoran, B. J. Eggleton, T. P. White, L. O'Faolain, J. Li, and T. F. Krauss, "Four-wave mixing in slow light engineered silicon photonic crystal waveguides," *Optics Express*, vol. 18, pp. 22915-22927 (2010).
- [224] P. Colman, I. Cestier, A. Willinger, S. Combrié, G. Lehoucq, G. Eisenstein, and A. De Rossi, "Observation of parametric gain due to four-wave mixing in dispersion engineered GaInP photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 36, pp. 2629-2631 (2011).
- [225] P. Kanakis, T. Kamalakis, and T. Sphicopoulos, "Approximate expressions for estimation of four-wave mixing efficiency in slow-light photonic crystal waveguides," *J Opt Soc Am B*, vol. 31, pp. 366-375 (2014).

- [226] T. Vallaitis, S. Bogatscher, L. Alloatti, P. Dumon, R. Baets, M. L. Scimeca, I. Biaggio, F. Diederich, C. Koos, W. Freude, and J. Leuthold, "Optical properties of highly nonlinear silicon-organic hybrid (SOH) waveguide geometries," *Opt. Express* 17, 17357-17368 (2009).
- [227] K. Suzuki and T. Baba, "Nonlinear light propagation in chalcogenide photonic crystal slow light waveguides," *Opt. Express* 18, 26675-26685 (2010).
- [228] S. Roy, A. Willinger, S. Combrie, A. De Rossi, G. Eisenstein, and M. Santaguistina, "Narrowband optical parametric gain in slow mode engineered GaInP photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.* 37, 2919–2921 (2012).
- [229] H. Rong, R. Jones, A. Liu, O. Cohen, D. Hak, A. Fang, and M. Paniccia, "A continuous-wave Raman silicon laser," *Nature* 433, 725–728 (2005).
- [230] A. C. Turner-Foster, M.A. Foster, J. S. Levy, C. B. Poitras, R. Salem, A. L. Gaeta, and M. Lipson, "Ultrashort free-carrier lifetime in low loss silicon nanowaveguides," *Opt. Express* 18, 3582–3591 (2010).
- [231] J. R. Dormand and P. J. Prince, "A family of embedded Runge-Kutta formulae," *J. Comput. Appl. Math.* 6, 19–26 (1980).
- [232] H. K. Tsang and Y. Liu, "Nonlinear optical properties of silicon waveguides," *Semicond. Sci. Technol.*, vol. 23, 064007 (2008).
- [233] B. Corcoran, T. D. Vo, M. D. Pelusi, C. Monat, D. Xu, A. Densmore, R. Ma, S. Janz, D. J. Moss, and B. J. Eggleton, "Silicon nanowire based radio-frequency spectrum analyzer," *Opt. Express* 18, 20190–20200 (2010).
- [234] I. D. Rukhlenko, M. Premarante, and G. P. Agrawal, "Nonlinear silicon photonics: analytical tools," *IEEE J Select Topics Quantum Electron*, 16, 200–215 (2010).
- [235] S. A. Schulz, L. O'Faolain, D. M. Beggs, T. P. White, A. Melloni and T. F. Krauss, "Dispersion engineered slow light in photonic crystals: a comparison", *J. Opt.* vol. 12, p. 104004 (2010).
- [236] P. Kanakis, T. Kamalakis and T. Sphicopoulos, "Optimization of the storage capacity of slow light photonic crystal waveguides," *Opt. Lett.*, vol. 37, pp. 4585-4587 (2012).
- [237] J. B. Khurgin, "Dispersion and loss limitations on the performance of optical delay lines based on coupled resonant structures," *Opt. Lett.* 32, 133 (2007).
- [238] R. H. Byrd, M. E. Hribar, and J. Nocedal, "An Interior Point Algorithm for Large-Scale Nonlinear Programming," *SIAM J Optim*, 9, 877 (1999).
- [239] M. Ebnali-Heidari, C. Monat, C. Grillet, and M. K Moravvej-Farshi, "A proposal for enhancing four-wave mixing in slow light engineered photonic crystal waveguides and its application to optical regeneration," *Opt Express*, vol. 17, pp. 18340-18353 (2009).
- [240] K.M. Bryan, Z. Jia, N. K. Pervez, M. P. Cox, M. J. Gazes, I. Kymissis, "Inexpensive photonic crystal spectrometer for colorimetric sensing applications," *Opt Express*, vol. 21, pp.4411-4423 (2013).
- [241] F. J. Gonzalez, J. Alda, "Optical antennas as nano-probes in photonic crystals and dielectric waveguide structures," *Antennas and Propagation (EuCAP), 2010 Proceedings of the Fourth European Conference on*, vol. 1, pp.12-16 April 2010.
- [242] H.-J. Chang, S.-H. Kim, Y.-H. Lee, E. P. Kartalov, and A. Scherer., "A photonic-crystal optical antenna for extremely large local-field enhancement," *Opt Express*, Vol. 18, pp. 24163-24177 (2010).
- [243] F. J. Gonzalez, J. Alda, "Optical Nanoantennas Coupled to Photonic Crystal Cavities and Waveguides for Near-Field Sensing," *Selected Topics in Quantum Electronics*, vol.16, pp.446,449, (2010).
- [244] M. G. Scullion, T. F. Krauss and A. Di Falco, "Slotted Photonic Crystal Sensors," *Sensors*, vol. 13(3), pp. 3675-3710 (2013).
- [245] A. Chutinan, N. P. Kherani, and S. Zukotynski, "High-efficiency photonic crystal solar cell architecture," *Optics Express*, Vol. 17, pp. 8871-8878 (2009).
- [246] A. Demircan, Sh. Amiranashvili, and G. Steinmeyer, "Controlling Light by Light with an Optical Event Horizon," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, 163901 (2011).
- [247] D. A. B. Miller, "Are optical transistors the logical next step?," *Nature Photon*, vol.4, pp. 3-5 (2010).