ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΛΟΓΙΑΣ
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΔΙΠΛΩΜΑ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ
ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΒΙΟΛΟΓΙΚΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΡΙΘΜΟΛΟΓΙΑ-ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

Πούρης Ιωάννης

Επιβλέπων καθηγητής: Κατσώρχης Θεόδωρος
Καθηγητής, Τομέας Βιολογίας Κυττάρου & Βιοφυσικής, Τμήμα Βιολογίας
ΕΚΠΑ

Νοέμβριος 2011

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΛΟΓΙΑΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΔΙΠΛΩΜΑ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΒΙΟΛΟΓΙΚΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΡΙΘΜΟΛΟΓΙΑ-ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

Πούρης Ιωάννης

Βιολόγος – Α.Μ. 206005

<u>ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΠΙΤΡΟΠΗ</u>

Θ. Κατσώρχης, Καθηγητής Βιολογίας Κυττάρου, Τμήμα Βιολογίας ΕΚΠΑ (Επιβλέπων),

Ι.Παπασιδέρη, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια,Τμήμα Βιολογίας ΕΚΠΑ

Ι.Τρουγκάκο, Επίκουρο Καθηγητή,Τμήμα Βιολογίας ΕΚΠΑ

Τομέας Βιολογίας Κυττάρου & Βιοφυσικής,

Τμήμα Βιολογίας Παν/μίου Αθηνών

Πίνακας περιεχομένων

1.Περίληψη

Η χρήση των αριθμών ξεκινάει ήδη απο την προιστορική εποχή,για τους περισσότερους μελετητές. Ο αριθμός, ο συγκεκριμένος αριθμός δημιουργήθηκε μπορεί να πει κανείς, μαζί με τον άνθρωπο,όταν ο πρωτόγονος άνθρωπος ένοιωσε την ανάγκη να συγκεντρώσει τρόφιμα και κατοικίδια ζώα, για τις δύσκολες ώρες του χειμώνα και χρειάστηκε να μετρήσει τα υπάρχοντά του. Δεν ξέρουμε ποιές μεγαλοφυίες διακρίνανε πρώτα τη διαφορά ανάμεσα στο ένα, τα δύο και στα πολλά και ύστερα, ξεχώρισαν τα πολλά σε τρία, πέντε, δέκα κ.τ.λ. Σήμερα, αρκετές «πρωτόγονες» φυλές Βρίσκονται, ακόμα, αν τολμούμε να πούμε, σ' αυτό το «βαθμό μηδέν» της γνώσης των αριθμών. Είναι οι φυλές π.χ. των Ζουλού και των Πυγμαίων στην Αφρική. Σίγουρα όχι πιο προικισμένος απ' αυτούς τους ιθαγενείς, ο άνθρωπος των αρχαιότατων εποχών αυτής της ιστορίας θα ήταν πνευματικά ανίκανος να συλλάβει τους αριθμούς αυτούς καθ'αυτούς. Σε όλους τους πρωτόγονους πολιτισμούς έχει παρατηρηθεί κάποια μορφή μέτρησης έστω και αν αυτή περιορίζεται μόνο σε λίγες αριθμητικές λέξεις.Λαοί όπως Αρχαίοι Αιγύπτιοι,Βαβυλώνιοι,Έλληνες,Φοίνικες,Εβραίοι,Ινδοί,Κινέζοι,Μάγια έχει ο καθένας τη δική του θέση στην ιστορία της αρίθμησης.Παρά το οτι πρόκειται για διαφορετικούς λαούς,που μεγαλούργησαν σε διαφορετικές εποχές και γεωγραφικά πλάτη,φαίνεται να υπήρξαν κοινές αρχές στα διάφορα συστήματα αρίθμησης,όπως η αρίθμηση θέσης και η ανακάλυψη του μηδενός.Σήμερα η ανθρωπότητα είναι προσανατολισμένη σε ένα κοινό σύστημα αρίθμησης που φαίνεται να είναι συνέχεια του ινδικού συστήματος αρίθμησης.Η εξέλιξη των γνώσεων της ανθρωπότητας,έχει αποκαλύψει σήμερα,οτι οι αριθμοί κρύβονται πίσω απο φυσικά,χημικά και βιολογικά φαινόμενα.Η φύση δομεί και δομείται με βάση συγκεκριμένα μαθηματικά πρότυπα και μοντέλα δηλαδή με βάση συγκεκριμένες ακολουθίες αριθμών.Για πολλούς,το γεγονός αυτό,αποτελεί απόδειξη μιας κρυφής,μυστηριακής ιδιότητας των αριθμών.Η αριθμολογία όπως ονομάζεται αυτή η αντίληψη,είναι η πίστη οτι οι αριθμοί εκπληρώνουν ένα συγκεκριμένο σχέδιο του σύμπαντος.Ακόμα και φωτισμένα πνεύματα,έχουν διαλανθάνει σε αυτή την αντίληψη,όταν στάθηκαν με δέος μπροστά σε μεγάλες ανακαλύψεις. Δεν υπάρχουν όμως μαγικοί αριθμοί και απόκρυφα νοήματα πίσω απο τη χρήση τους.Υπάρχει μόνο ένα μεγάλο δέος για την ανθρώπινη νόηση που καταφέρνει και εξηγεί μέσω των αριθμών και των μαθηματικών συμβόλων τη δομή της φύσης.

Summary

According to the majority of scientists, the use of numbers begins from the prehistoric epoch. The notion of the exact number was created with the birth of human being, when the ancient man felt the necessity to collect food and domestic animals in order to cope with the winter and when he had to count his belongings. We do not know exactly which scientists first distinguish the difference between one, two and many and then differentiate the meaning of “many” to three, five, ten etc. Even nowadays, many “primordial” races have null perception of the meaning of the numbers. These are races such as Zulu or Pygmies of Africa. The prehistoric man, surely not more endued than the mentioned aborigines, was mentally incapable of capturing the numbers per se. In all primitive civilizations, there has been some form of counting, even if it was limited to a few numerical words. Folks like Ancient Egyptians, Babylonians, Greeks, Phoenicians, Jews, Indians, Chinese and Mayan have their own place in the history of numbers. Despite the fact that there has been for different folks that achieved great things in different epochs and geographical latitudes, it appears that there have been common principles in different numbering systems, such as the numbering position and the discovery of zero. Nowadays, humanity is oriented to a common counting system which appears to be the sequence of the Indian counting one. The development of human knowledge has revealed that numbers hide behind physical, chemical and biological phenomena. The nature structures and is structured by specific mathematical designs and models, namely specific series of numbers. According to most of the people, this fact testifies the existence of a hidden, mystic property of numbers. This notion, named numerology, is the belief that numbers accomplish a certain plan of the universe. Even enlightened spirits have lost sight in this view, when they stood in

awe in front of big discoveries. But there are no magic numbers and esoteric meanings behind their use. There is only a great awe for the human intellect that manages to explain with the aid of numbers and mathematical symbols, the structure of nature.

2.Εισαγωγή

Στις μέρες μας η χρήση των αριθμών είναι τόσο αυτονόητη για το μεγαλύτερο μέρος του ανθρώπινου πληθυσμού,που θεωρείται συνώνυμη με τη κατανάλωση τροφής ή με το πρωινό ξύπνημα.Τα πράγματα όμως δεν ήταν πάντα όπως είναι σήμερα.Υπήρξε μια εποχή που οι αριθμοί ήταν ανύπαρκτοι τόσο σαν σύμβολα όσο και σαν ιδέα.Πού και πότε άρχισε λοιπόν αυτή η εκπληκτική περιπέτεια της ανθρώπινης διάνοιας;Στην Ασία,στην Ευρώπη ή κάπου στην Αφρική;Την εποχή του ανθρώπου του Κρό-Μανιόν,εδώ και τριάντα χιλιάδες χρόνια;Ή μήπως την εποχή του ανθρώπου του Νεάντερνταλ εδώ και σχεδόν πενήντα χιλιετηρίδες;Ένα όμως είναι βέβαιο:υπήρξε μια εποχή ,όπου το ανθρώπινο ον δεν ήξερε καθόλου να μετρά.

«Καί μην αριθμόν, 'έξοχον σοφισμάτων έξηϋρον αϋτοϊς γραμμάτων τε συνθέσεις μνήμην απάντων, μουσογήτορ ' έργάνην»

Αισχύλου Προμ. Δεσμώτης

«Κ' εγώ τον αριθμό, την πιο τρανή σοφία, και των γραμμάτων τα συνθέματα τους βρήκα, της μνήμης της μητέρας των Μουσών, εργάτες»

Μετάφραση Γιάννη Γρυπάρη

Με τα λόγια αυτά ο Αισχύλος στην τραγωδία του «Προμηθέας Δεσμώτης» βάζει τον αριθμό πάνω από όλες τις άλλες γνώσεις. Τον θέλει «την πιο τρανή σοφία». Είναι ολοφάνερη η επίδραση του Πυθαγόρα στον Αισχύλο.

Είναι εκπληκτική εδώ, η εξαιρετικά σαφής επίγνωση του οργανικού, λειτουργικού χαρακτήρα των αριθμών και των ψηφίων.

Ο Προμηθέας επινόησε το γράμμα σαν σύμβολο. Ξεχώρισε δηλαδή το «σημαίνον» από το «σημαινόμενο». Το αριθμητικό σύστημα και το συμβολικό αλφάβητο είναι «εργάτες της μνήμης», της μητέρας των Μουσών, εξασφαλίζουν, δηλαδή, μιαν επανάληψη του κόσμου και της πνευματικής τάξης του.

Με τον αριθμό θα σας απασχολήσω σήμερα και ιδιαίτερα πώς τον αντίκρυσαν οι Αρχαίοι Έλληνες, δημιουργώντας έτσι την αρχή της θεωρίας των αριθμών.

3. Γενικά για την γέννηση των αριθμών

Μια ιστορική αναδρομή στις πρωταρχικές ρίζες του αριθμού είναι απαραίτητη.

Ο άνθρωπος από την αρχή της εμφανίσεώς του στη Γη, παρουσιάστηκε σαν το ξεωριστό ζώο, αυτή την παράξενη ζωντανή ύπαρξη, που στάθηκε ενάντια σ' όλες τις άλλες, που υψώνεται πάνω από τις άλλες με τα όνειρά του, με την ένταση, με την αλληλουχία, με την ποικιλία των ονείρων του, με τα παράξενα αποτελέσματά τους, που φθάνουν ίσαμε να αλλάξουν τη φύση του και τη φύση που τον τριγυρίζει και που προσπαθεί ακούραστα να την υποτάξει για την ικανοποίηση των αναγκών του. Μόλις όμως το σώμα του και η όρεξη του ησυχάσουν, αμέσως βαθειά μέσα του κάτι σαλεύει, τον τυραννάει, τον φωτίζει, τον διατάζει, τον οδηγεί μυστικά. Κι αυτό το κάτι είναι το Πνεύμα, οπλισμένο με όλες τις ανεξάντλητες ερωτήσεις του. Ρωτάει και παραβάλλει τα περασμένα με τα μελλούμενα, το δυνατό με το πραγματικό, το είδωλο με το αληθινό. Το Πνεύμα είναι ο μυστηριακός δημιουργός των ονείρων του ανθρώπου και με το πέρασμα του χρόνου ο δημιουργός του Πολιτισμού. Και από την πειθαρχία του Πνεύματος πάνω στα ονειροπολήματα του ανθρώπου γεννήθηκε η Επιστήμη, το πιο χαρακτηριστικό προϊόν, η πιο βέβαιη δόξα, η πιο προσωπική του Πνεύματος μας. Ο αριθμός, ο συγκεκριμένος αριθμός δημιουργήθηκε μπορεί να πει κανείς, μαζί με τον άνθρωπο.

Όταν ο πρωτόγονος άνθρωπος ένοιωσε την ανάγκη να συγκεντρώσει τρόφιμα και κατοικίδια ζώα, για τις δύσκολες ώρες του χειμώνα χρειάστηκε να μετρήσει τα υπάρχοντά του.

Μη έχοντας άλλο τρόπο έκανε εκείνο που σήμερα λέμε «ένα προς ένα αντιστοιχία» αντιστοιχίζοντας τα καρύδια του ή τα ζώα του με λιθαράκια ή με τα δάχτυλά του. (Από τη λέξη χαλίκια, λατινικά calcole βγήκε ο calculus, λογαριασμός, λογισμός).

Κι έτσι, ασυνείδητα στην αρχή, αρχίζει η μέτρηση, χωρίς ακόμη να κατέχουν ιδιαίτερη λέξη που να εκφράζει τον αριθμό τους.

Οι ποιμένες ήταν σε θέση να αντιληφθούν την εξαφάνιση ενός προβάτου, χωρίς να ξέρουν πόσα πρόβατα έχει το ποίμνιο τους, όπως ακριβώς και η χήνα έχει τη δυνατότητα να αντιλαμβάνεται αμέσως την εξαφάνιση ενός από τους νεοσσούς της, όπως παρατηρεί ο Herman Hankel (1839-1873) που έγραψε πραγματεία «επί της Ιστορίας των Μαθηματικών κατά την Αρχαιότητα και τον Μεσαίωνα». Οι περιπτώσεις, όπου προβάλλεται επιτακτική η ανάγκη της αρίθμησης, είναι τόσο συχνές και πολύμορφες, ώστε θα ήταν ματαιοπονία να αναζητήσομε που γεννήθηκε η αρίθμηση.

Θα μπορούσαμε να πούμε, ότι γεννήθηκε, όπου και ο άνθρωπος. Αυτό το πρόσεξε και ο Πλάτων. Όταν κάποτε κάποιος ισχυρίζονταν, ότι η τέχνη της Αρίθμησης οφείλεται στον Παλαμήδη (μυθολογικό πρόσωπο, στο οποίο οι Αρχαίοι Έλληνες προσωποποιούσαν τους διδασκάλους των απ' την Ανατολή), ο Πλάτων τον ερώτησε: «ώστε χωρίς τον Παλαμήδη, ο Αγαμέμνων, δε θα ήξερε πόσα πόδια του έδωκε η Φύση;»

Δεν ξέρουμε ποιές μεγαλοφυίες διακρίνανε πρώτα τη διαφορά ανάμεσα στο ένα, τα δύο και στα πολλά και ύστερα, ξεχώρισαν τα πολλά σε τρία, πέντε, δέκα κ.τ.λ.

Δεν ξέρομε ποιός μεγαλοφυής ανακάλυψε πρώτος, ότι ο αριθμός των δακτύλων των χεριών μας και των ποδιών μας ήταν πολύ κατάλληλος να χρησιμοποιηθεί για την αντιστοίχηση, δηλαδή την καταμέτρηση. Δεν ξέρομε ποιοί πρώτα εκφράσανε έναν αριθμό με χαλίκια και άλλοι βρίσκοντας το σύστημα ελαττωματικό βρήκαν ήχους και ψηφία για να εκφράσουν έναν αριθμό.

Είναι δύσκολο να καταλάβουμε την τεράστια πρόοδο που έκανε η ανθρώπινη διάνοια από τότε που από την απλή αρίθμιση, έφτασε στη μελέτη αυτού του ίδιου του αριθμού.

Από τότε, δηλαδή, που άρχισε να καταλαβαίνει, ότι: έξι χαλίκια, έξι άνθρωποι, έξι δέντρα έχουν κάτι το κοινό μεταξύ τους και, ότι αυτό το κάτι είναι ο αριθμός έξι. Το ότι 6 πρόβατα και 4 πρόβατα κάνουν 10 πρόβατα και 6 χαλίκια και 4 χαλίκια κάνουν 10 χαλίκια και γενικά 6 και 4 κάνουν πάντα 10 ανεξάρτητα από τα αντικείμενα που μετρούν, είναι μια γενίκευση για την οποία θα εκοπίασε κάποιος αρχέγονος Πυθαγόρας ή Νεύτων να τη συλλάβει.

Για να μπορέσει ο άνθρωπος να αριθμήσει και να υπολογίσει χρειάστηκε μια σειρά από λέξεις ικανές να παραστήσουν τα στοιχεία της φυσικής σειράς. Γι' αυτό στην αρχή, αντί να κατασκευάζει τέτοιες λέξεις χρησιμοποίησε ονόματα πραγμάτων που να έχουν κάποια αμυδρή συγγένεια με τα στοιχεία αυτά. Έτσι, στις λέξεις, γνωστές από άλλες σημασίες:

εγώ, πτέρυγες, τριφύλλι, χέρι, δόθηκε ο ρόλος να παριστάνουν τους αριθμούς:

ένα, δύο, τρία, πέντε (Loria)

Αλλά πολύ σύντομα βρέθηκαν σε πλήρη αδυναμία να χαρακτηρίσουν, με την ίδια μέθοδο, το ατέλειωτο πλήθος των αριθμών και το σπουδαιότερο να θυμούνται κάθε φορά τα ονόματά τους.

Γι' αυτό, όπως λέει ο Loria, σκέφτηκαν να καθορίσουν μέσα στη σειρά των αριθμών μερικά άτομα (θεμελιώδεις αριθμούς) σε σταθερές αποστάσεις που θα έπαιζαν το ρόλο σταδιομετρικών λίθων και θα επέτρεπαν στη σκέψη να εκτιμήσει την πορεία που είχε να διανύσει για να φτάσει ένα άλλο στοιχείο της σειράς.

Έτσι για να χαρακτηρίσομε το στοιχείο τούτο, θα μπορούσαμε να δηλώσομε πόσο απέχει από τον αμέσως κατώτερο του θεμελιώδη αριθμό. Η ιδέα αυτή φαίνεται, ότι βρίσκεται στη βάση της δημιουργίας όλων των αριθμητικών συστημάτων, που διαφέρουν μόνο στο μέγεθος του εκλεγομένου διαστήματος μεταξύ των θεμελιωδών αριθμών. Και εκτός από σπάνιες εξαιρέσεις, το διάστημα αυτό είναι το δέκα.

Το γιατί είναι το δέκα σχολιάστηκε από την αρχαιότητα.Ο Αριστοτέλης αναρωτιέται γιατί είναι το δέκα και ευστοχώτατα αποφαίνεται, ότι οφείλεται στο γεγονός, ότι τα χέρια του ανθρώπου έχουν δέκα δάχτυλα.

4. Η αφηρημένη έννοια του αριθμού

Σήμερα, αρκετές «πρωτόγονες» φυλές βρίσκονται, ακόμα, αν τολμούμε να πούμε, σ' αυτό το «βαθμό μηδέν» της γνώσης των αριθμών. Είναι οι φυλές π.χ. των Ζουλού και των Πυγμαίων στην Αφρική, των Αράντα και Καμιλαραί της Αυστραλίας, των ιθαγενών των νήσων Μάρεϋ και των Μποτοκούντος της Βραζιλίας.

Ένα, δύο και... πολλοί, αποτελούν τα μόνα αριθμητικά μεγέθη αυτών των ιθαγενών, που ζουν, ακόμα, στη λίθινη εποχή.

Δε γνωρίζουν παρά δύο «ονόματα αριθμών» κυρίως: ένα για τη μονάδα και ένα για το ζευγάρι. Οι δυνατότεροι στα μαθηματικά ανάμεσά τους κατορθώνουν, βέβαια, να εκφράσουν τους αριθμούς τρία και τέσσερα, προσφέροντας κάτι σαν: δύο-ένα και δύο-δύο. Και δεν προχωράνε άλλο. Πιο πέρα είναι η ανακρίβεια, η ασάφεια: τότε χρησιμοποιούν λέξεις ή εκφράσεις που μεταφράζονται με πολύ, περισσότεροι, ένα πλήθος, μια πληθώρα, κλπ. Τους είναι δύσκολο να εννοήσουν έναν αριθμό ανώτερο ή ίσο προς το πέντε, όπως μας είναι εμάς να συλλάβουμε ποσότητες, όπως ένα τρισεκατομμύριο δισεκατομμυρίων. Τόσο που μερικοί απ' αυτούς, για πέρα από τρία ή τέσσερα στοιχεία, περιορίζονται να δείχνουν τα μαλλιά τους σαν να θέλουν να πουν: «είναι αναρίθμητα, όσα τα μαλλιά του κεφαλιού».

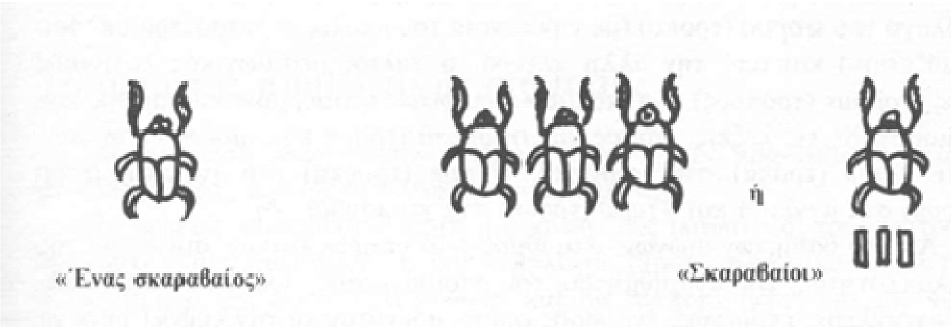
Στην πραγματικότητα, ο αριθμός δεν τους γίνεται αντιληπτός με την αφηρημένη έννοια. Τον αισθάνονται μάλλον μ' έναν ποιοτικό τρόπο, λίγο όπως αντιλαμβανόμαστε μια οσμή, ένα χρώμα, ένα θόρυβο ή την παρουσία κάποιου ατόμου ή κάποιο πράγμα απ' τον εξωτερικό κόσμο. Ο αριθμός μετατρέπεται, μέσα στο μυαλό τους, σε μια ολική έννοια αρκετά συγκεχυμένη και παίρνει τη μορφή μιας συγκεκριμένης πραγματικότητας, αδιαχώρητης από τη φύση των θεωρούμενων όντων ή πραγμάτων. Σαν να λέμε ότι αυτοί οι ιθαγενείς δεν συνειδητοποιούν, π.χ. ότι η σύναψη πέντε ανθρώπων, πέντε αλόγων, πέντε προβάτων, πέντε αγριοβούβαλων, πέντε δακτύλων, πέντε ινδικών καρυδιών ή πέντε κανώ, αντιπροσωπεύουν μια χαρακτηριστική ιδιότητα, αυτήν ακριβώς του «είναι πέντε».

5. Οι πρώτοι αριθμοί που εφευρέθηκαν- Ιστορική αναδρομή περί αριθμών

Σίγουρα όχι πιο προικισμένος απ' αυτούς τους ιθαγενείς, ο άνθρωπος των αρχαιότατων εποχών αυτής της ιστορίας θα ήταν πνευματικά ανίκανος να συλλάβει τους αριθμούς αυτούς καθαυτούς. Οι αριθμητικές του ικανότητες θα περιορίζονταν, επίσης, σε μια ολική εκτίμηση του χώρου που καταλάμβαναν τα όντα και πράγματα που τον περιέβαλαν. Το πολύ πολύ, ο μακρινός μας πρόγονος να μπορούσε να ξεχωρίσει καθαρά τη μονάδα, το ζευγάρι και την πολλαπλότητα.

Ένα και δύο είναι, αληθινά, οι πρώτες αριθμητικές έννοιες που κατανοεί το ανθρώπινο «όν». Το Ένα. είναι πράγματι ο ενεργός άνθρωπος, συνδεδεμένος με το έργο της δημιουργίας. Το Δύο, ως προς αυτόν, αντιστοιχεί στην ολοφάνερη διφυσία του αρσενικού και του θηλυκού, στην ορατή συμμετρία του ανθρώπινου σώματος. Είναι, επίσης, το σύμβολο της αντίθεσης, της συμπλήρωσης, της διαίρεσης, της άμιλλας, της σύγκρουσης ή του ανταγωνισμού. Εκδηλώνεται π.χ. στην ιδέα της ζωής και του θανάτου, του καλού και του κακού, του αληθινού και του ψεύτικου, κ.ο.κ.

Πολλές γλώσσες και γραφές, αρχαίες και σύγχρονες, έχουν καθαρά ίχνη αυτών των πρωτόγονων περιορισμών και το βλέπουμε βέβαια, απ' αυτήν τη γραμματική διάκριση που πολλοί λαοί έκαναν (ή κάνουν ακόμα) ανάμεσα στον ενικό, στο δυϊκό και στον πληθυντικό. Έτσι, στα αρχαία ελληνικά «ο λύκος», «τω λύκω» για τους δυο λύκους και «οι λύκοι» για τους πολλούς. Στα αρχαία κινεζικά, εξέφραζαν την ιδέα του «δάσους», επαναλαμβάνοντας το ιχνογράφημα ενός δένδρου τρεις φορές και την ιδέα του «πλήθους», απεικονίζοντας τρεις φορές το ιχνογράφημα ενός ανθρώπου.



Εικόνα 1.Απόδοση με ιερογλυφικά του τρόπου αρίθμησης των αρχαίων Αιγυπτίων (Ανατύπωση από Ifrah,1985)

Καλύτερα ακόμη: στη γλώσσα των Σουμέριων, οι χρησιμοποιούμενοι όροι για το 1, 2 και 3 ήταν αντίστοιχα: gesh, min και esh. Ο πρώτος σήμαινε «τον άνδρα, το αρσενικό, το ανδρικό μόριο» και το δεύτερο είχε για συμπληρωματική έννοια εκείνη της «γυναίκας» .Όσο για τον όρο esh («τρία»), κατείχε την έννοια του «πολύ» και χρησίμευε κανονικά σαν ρηματική κατάληξη, σημειώνοντας τον πληθυντικό.

5.1 Πώς έμαθε ο άνθρωπος να μετρά

Βασισμένη, χωρίς αμφιβολία, πάνω σε εμπειρικές βάσεις, η εφεύρεση των αριθμών θα πρέπει ν' ανταποκρίθηκε σε ανησυχίες πρακτικής για το καλό όλων.

Εκείνοι που φύλαγαν τα κοπάδια αιγοπροβάτων, για παράδειγμα, έπρεπε να βεβαιωθούν ύστερα από κάθε βοσκή, ότι όλα τα ζώα είχαν μπει στο μαντρί. Αυτοί που αποθήκευαν εργαλεία ή οπλισμό ή που φύλαγαν αποθέματα τροφίμων για τις ανάγκες μιας κοινοτικής ζωής, έπρεπε να διαπιστώνουν ότι η ποσότητα των τροφίμων ή των όπλων και οργάνων ήταν όμοια μ' εκείνη στην οποία τα είχαν αφήσει πριν λίγο καιρό. Ακόμα κι αυτοί που δε διατηρούσαν φιλικές σχέσεις με γειτονικές ομάδες, έπρεπε να γνωρίζουν, στο τέλος κάθε στρατιωτικής επιχείρησης, αν οι δυνάμεις τους ήταν στο ακέραιο ή όχι. Και εκείνοι που είχαν για απασχόληση μια άμεση οικονομία συναλλαγής, έπρεπε να μπορούν να «εκτιμούν», για ν' ανταλλάξουν κάποια τρόφιμα ή εμπορεύματα με άλλα...

5.2 Η πρώτη τεχνική αρίθμησης

Όλα άρχισαν απ' αυτό το τέχνασμα που λέγεται αναλογία μονάδας με μονάδα και που παρέχει, ακόμα και στα πιο αδύνατα πνεύματα, τη δυνατότητα να συγκρίνουν εύκολα δύο σύνολα όντων ή αντικειμένων της «ίδιας ή όχι φύσης, δίχως την ανάγκη της αφηρημένης μέτρησης.

Ένα απλό παράδειγμα θα μας επιτρέψει να εξοικειωθούμε μ' αυτή τη μέθοδο, που κυριαρχεί τώρα σ' όλα τα μαθηματικά και που μας ήρθε από την προϊστορία της αριθμητικής.

Ας μπούμε σ' ένα λεωφορείο. Εκτός από τον οδηγό, που κατέχει μια ξεχωριστή θέση, έχουμε μπροστά μας δύο σύνολα: τα καθίσματα και τους επιβάτες. Με μια γρήγορη ματιά μπορούμε να μάθουμε, αν αυτά τα δύο σύνολα έχουν ή όχι «τον ίδιο αριθμό στοιχείων». Στην αρνητική περίπτωση μπορούμε να υποδείξουμε χωρίς δισταγμό ποιο απ' τα δύο έχει «τα περισσότερα» στοιχεία. Αυτή η εκτίμηση του αριθμού, χωρίς τη βοήθεια του μετρήματος, οφείλεται ακριβώς στη μέθοδο της αναλογίας μονάδας με μονάδα.

5.3 Η αρχαία λογιστική

Χάρη στην παραπάνω αρχή,ο προιστορικός άνθρωπος μπόρεσε να κάνει αριθμητική,πριν ακόμα συνειδητοποιήσει και γνωρίσει τι είναι ένας αφηρημένος αριθμός. Μπορέσαμε να το διαπιστώσουμε μελετώντας τη συμπεριφορά ατόμων εντελώς αμόρφωτων διαφόρων φυλών της Ωκεανίας, της Αφρικής και της Αμερικής. Διότι οι άνθρωποι αυτοί, με τις ιδιαίτερες τους τεχνικές, ξέρουν να πετύχουν τα ίδια με εμάς αποτελέσματα, τουλάχιστον μέχρι κάποιο σημείο...

Ένας βοσκός φυλάει ένα κοπάδι πρόβατα, που τα κλείνει το βράδυ μέσα σε μια σπηλιά. Αυτά τα πρόβατα είναι 55 τον αριθμό. Αλλά αυτός ο βοσκός, αγνοεί εντελώς τι είναι ο αριθμός πενηνταπέντε. Ξέρει μόνο ότι έχει «πολλά» πρόβατα. Επειδή αυτό στερείται ακρίβειας, θα ήθελε να είναι σίγουρος ότι κάθε βράδυ όλα του τα πρόβατα είναι ασφαλισμένα. Έτσι μια μέρα είχε μία ιδέα. Χωρίς να το ξέρει, θα προσφύγει σε μια συγκεκριμένη μέθοδο, που οι προϊστορικοί άνθρωποι γνώριζαν πολλές χιλιετηρίδες πριν απ' αυτόν: την πρακτική της εγκοπής. Κάθεται στην είσοδο της σπηλιάς και αφήνει τα ζώα να μπουν μέσα ένα ένα. Ύστερα, με τη βοήθεια ενός πυρόλιθου, κάνει εγκοπές σ' ένα κοκάλινο ραβδί, κάθε φορά που ένα πρόβατο περνά από μπροστά του. Έτσι, χωρίς να γνωρίζει την αληθινή μαθηματική σημασία, πραγματοποιεί ακριβώς πενηνταπέντε εγκοπές με το πέρασμα του τελευταίου ζώου. Θα μπορεί πλέον να εξακριβώνει χωρίς δυσκολία, ότι το κοπάδι του είναι ή όχι ακέραιο. Κάθε φορά που θα επιστρέφει από τη βοσκή, θα φροντίζει να μπαίνουν τα ζώα ένα-ένα και ταυτόχρονα θα τοποθετεί το δάχτυλο του σε μια εγκοπή. Αν περισσέψουν εγκοπές, ενώ όλα τα πρόβατα θα έχουν περάσει από μπροστά του, αυτό θα πει ότι κάποια έχουν χαθεί. Αν όχι, τότε όλα πάνε καλά. Αν κάποια προβατίνα γεννήσει στο μεταξύ, του είναι αρκετό να κάνει μια συμπληρωματική εγκοπή στο κοκάλινο ραβδί του.
Έτσι τα βγάζουμε πέρα χάρη στην αρχή της αναλογίας ένα προς ένα, έστω κι αν η γλώσσα, η μνήμη ή η αφηρημένη σκέψη λείπουν εντελώς.

Όταν μπορούμε να συζεύξουμε όρο προς όρο τα στοιχεία μιας πρώτης ομάδας με εκείνα μιας δεύτερης ομάδας, έχουμε τότε μια αφηρημένη έννοια, εντελώς ανεξάρτητη από τη φύση των όντων ή αντικειμένων που εξετάζουμε, που εκφράζει ένα κοινό χαρακτηριστικό των δύο ομάδων. Έτσι, σύνολα όπως η μέρα η νύχτα, τα δίδυμα, ένα ζευγάρι ζώων, τα φτερά ενός πουλιού ή ακόμα τα μάτια, τα αυτιά, οι βραχίονες, τα στήθη ή οι γάμπες ενός ανθρώπου, παρουσιάζουν ένα κοινό χαρακτήρα, απόλυτα αφηρημένο, που είναι ακριβώς αυτός του «είναι δύο». Μ' άλλα λόγια, η ιδιότητα της σύζευξης εξουδετερώνει τη διάκριση που υπάρχει ανάμεσα σε δύο σύνολα λόγω της φύσης των αντίστοιχων στοιχείων τους. Αόγω αυτής της αφαίρεσης η ιδιότητα της αναλογίας μονάδας με μονάδα μπορεί να παίξει ένα σημαντικό ρόλο στο θέμα της απαρίθμησης. Στην πρακτική όμως, οι διαδικασίες που απορρέουν δεν μπορούν, βέβαια, να ταιριάζουν παρά σε ομάδες σχετικά μειωμένες.

Γι' αυτό και η προσφυγή σε υλικά ενδιάμεσα μπορεί να αποδειχθεί πολύ χρήσιμη στην περίσταση, γιατί προσφέρει ένα σχετικό αριθμό συναρμογών μοντέλων, στα οποία μπορούμε ν' αναφερθούμε, ανεξάρτητα από τη φύση των συστατικών τους. Χαράσσοντας π.χ. είκοσι εγκοπές σ' ένα κοκάλινο ή ξύλινο ραβδί, μπορούμε να υπολογίσουμε τόσο είκοσι άνδρες, είκοσι πρόβατα ή κατσίκες όσο και είκοσι βουβάλια, είκοσι άλογα, είκοσι μέρες, είκοσι γούνες, είκοσι βάρκες ή τόσα βάρη σιτάρι. Έτσι κάθε τεχνική του αριθμού, που θα μπορέσουμε να σφυρηλατήσουμε μ' αυτούς τους όρους, θα περιοριστεί πλέον στο να επιλέγει ανάμεσα στις διαθέσιμες συναρμογές μοντέλα εκείνη που θα μπορούμε να συζεύξουμε όρο προς όρο με την ομάδα της οποίας θέλουμε να πετύχουμε το σύνολο.

Όμως, αντί της χρήσης της εγκοπής, μπορούμε φυσικά να μεταχειριστούμε άλλα μέσα για την εφαρμογή αυτής της αρχής.

Ο βοσκός μας θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει πετραδάκια, για να διαπιστώσει ότι τα πρόβατα που έβγαζε το πρωί είχαν όλα γυρίσει το βράδυ. Θα του ήταν αρκετό, γι' αυτό το σκοπό, να συσχετίσει κάθε πετραδάκι μ' ένα κεφάλι ζώου του κοπαδιού που φύλαγε, να τοποθετήσει τα πετραδάκια σε μέρος ασφαλές και στην επιστροφή να ενεργήσει αντίστροφα. Βλέποντας ότι το τελευταίο ζώο αντιστοιχεί στο τελευταίο πετραδάκι, μπορούσε να είναι σίγουρος ότι κανένα κεφάλι δε χάθηκε. Και αν ένα αρνάκι είχε γεννηθεί στο μεταξύ, θα του ήταν αρκετό να προσθέσει ένα ακόμα πετραδάκι στο σωρό...

Για τον ίδιο σκοπό, άνθρωποι κάτω από διαφορετικούς ουρανούς, χρησιμοποίησαν, επίσης, κοχύλια, μαργαριτάρια, ξηρούς καρπούς, κόκαλα, ραβδάκια, ελεφαντόδοντα, καρύδες, σβώλους αργίλου, σπόρους κακάο, ακόμα και αποξηραμένη κοπριά, που συσσώρευαν ή αράδιαζαν, ανάλογα με την ποσότητα των όντων ή των αντικειμένων που ήθελαν να μετρήσουν. Χάραζαν, επίσης, και γραμμούλες στην άμμο ή έκαναν κόμβους σε σχοινάκια.

Χρησιμοποιήθηκαν, ακόμα, και τα δάχτυλα του χεριού, τα μέλη και διάφορα μέρη του ανθρώπινου σώματος.

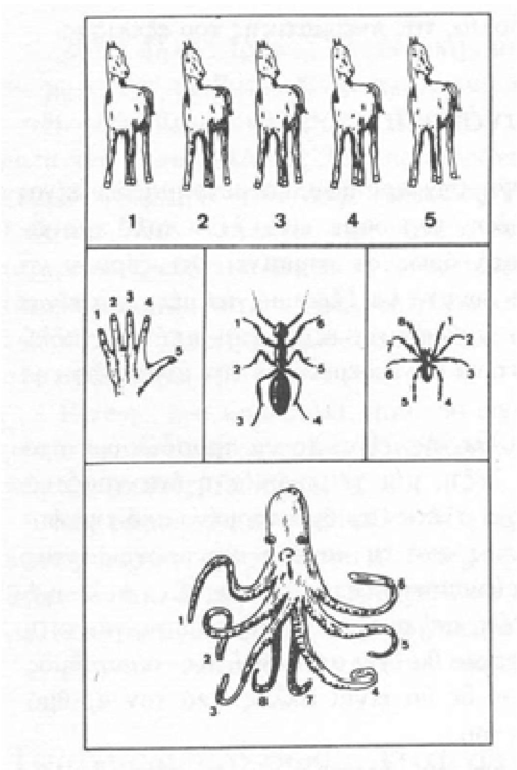
Οι Ελέμα και οι Παπούα της Νέας Γουινέας, οι Μπούσμαν της Νότιας Αφρικής, οι Λένγκουα του Τσάκο (στην Παραγουάη), καθώς και πολλές άλλες ωκεανικές, αφρικανικές και αμερικανικές ιθαγενείς φυλές, ενεργούσαν έτσι ακόμα και στις αρχές του αιώνα. Αναφέρονταν, πάντα με μια προκαθορισμένη σειρά, στα δάχτυλα των χεριών και των ποδιών, στις αρθρώσεις των βραχιόνων και κνημών, στα μάτια, στ' αυτιά, στη μύτη, στο στόμα, στο θώρακα, στα στήθια, στους γοφούς, στο στέρνο, ακόμα και στα γεννητικά όργανα. Κι έτσι, σύμφωνα με τις φυλές, κατόρθωναν να «μετρούν οπτικά», αν μπορούμε να το πούμε έτσι, μέχρι το 17, 29, 33 ή και πιο πέρα(παγκόσμια ιστορία των αριθμών,Ifrah,1985).

5.4 Η μέτρηση είναι μία καθαρά ανθρώπινη ικανότητα

Αντίθετα με την άμεση αντίληψη των αριθμών, το μέτρημα δεν είναι ένα φυσικό χάρισμα. Μερικά είδη ζώων, είναι λίγο πολύ προικισμένα με αριθμητική αίσθηση. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι ξέρουν να μετρούν όπως εμείς. Όσο μας είναι δυνατό να ξέρουμε, το μέτρημα είναι πράγματι ένα προσόν αποκλειστικά ανθρώπινο: εξαρτάται από ένα πολύ πολύπλοκο πνευματικό φαινόμενο, στενά συνδεδεμένο με την ανάπτυξη της διάνοιας.

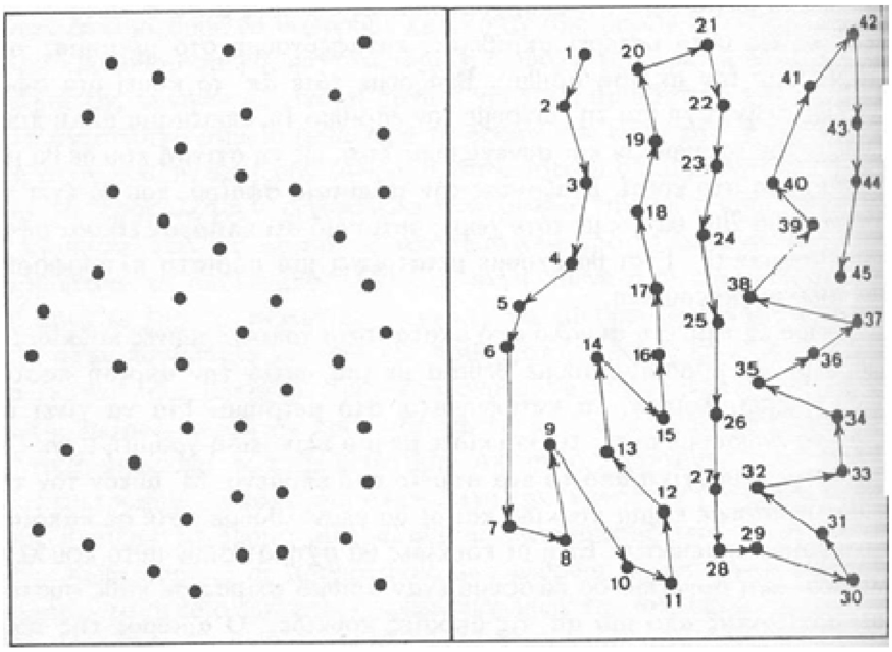
«Μετρώ» τ' αντικείμενα μιας συλλογής, είναι το να προσδίδουμε στο καθένα απ' αυτά ένα σύμβολο (μία λέξη, μία χειρονομία ή ένα γραφικό σχήμα για παράδειγμα) που αντιστοιχεί σ' έναν αριθμό παρμένο από τη «φυσική σειρά των ακέραιων», αρχίζοντας από τη μονάδα και προχωρώντας στη σειρά, μέχρι το τέλος των στοιχείων αυτής της συλλογής. Στη συλλογή που μετατρέπεται έτσι σε σειρά, καθένα απ' αυτά τα σύμβολα θα είναι τότε ο αριθμός σειράς του στοιχείου στο οποίο θα έχει αποδοθεί. Και ο «αριθμός των συστατικών αυτού του συνόλου», δε θα είναι άλλος από τον αριθμό σειράς του τελευταίου των στοιχείων του.

Έχουμε, για παράδειγμα, ένα κουτί που περιέχει είκοσι σφαίρες. Με την πρώτη ματιά λέμε ότι υπάρχουν πολλές σφαίρες μέσα σ' αυτό το κουτί, αλλά καθώς αυτό υστερεί ακρίβειας, καταφεύγουμε στο μέτρημα, για να γνωρίσουμε τον ακριβή αριθμό. Βγάζουμε τότε απ' το κουτί μια σφαίρα, εντελώς στην τύχη και της δίνουμε τον «αριθμό 1», έπειτα μια άλλη που της δίνουμε τον «αριθμό 2» και συνεχίζουμε έτσι, ως τη στιγμή που δε θα μείνει τίποτα μέσα στο κουτί. Βγάζοντας την τελευταία σφαίρα, που θα έχει πάρει τον «αριθμό 20», θα πούμε τότε χωρίς δισταγμό ότι υπήρχαν είκοσι σφαίρες μέσα στο κουτί. Έτσι θα έχουμε μετατρέψει μια αόριστη πληροφορία σε μια πολύ συγκεκριμένη.



Εικόνα 2.Το μέτρημα που επιτρέπει το πέρασμα απο την αφηρημένη εννοια στον αριθμό(Ανατύπωση από Ifrah,1985)

Τώρα έχουμε ένα σύνολο από ακατάστατα τοποθετημένες κουκίδες. Δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε βέβαια με μια ματιά την ακριβή ποσότητά τους. Πρέπει, λοιπόν, να καταφύγουμε στο μέτρημα. Για να γίνει αυτό, αρκεί να ενώσουμε αυτές τις κουκίδες με μια ελικοειδή γραμμή (ζιγκ-ζαγκ), περνώντας διαδοχικά από το ένα σημείο στο επόμενο. Μ' αυτόν τον τρόπο δε θα ξεχάσουμε καμία κουκίδα και δε θα επανέλθουμε ποτέ σε κάποια που έχουμε ήδη σημειώσει. Έτσι οι κουκίδες θα σχηματίσουν αυτό που λέγεται αλυσίδα. Στη συνέχεια θα δώσουμε έναν αριθμό σειράς σε κάθε συστατικό της, αρχίζοντας από μια απ' τις ακραίες κουκίδες. Ο αριθμός της τελικής κουκίδας αυτής της αλυσίδας θα μας δώσει τον αριθμό του συνόλου των κουκίδων.



Εικόνα 3.Μέτρημα ενός σύννεφου κουκίδων(Ανατύπωση από Ifrah,1985)

Χάρη στο τέχνασμα του μετρήματος, μια συγκεχυμένη έννοια, ετερογενής και κακώς προσδιορισμένη - η συγκεκριμένη πολλαπλότητα - μετατρέπεται στο μυαλό σε μια αφηρημένη και ομογενή έννοια, που είναι εκείνη της απόλυτης ποσότητας. Αν η απαρίθμηση αρχίζει από τούτο το στοιχείο ή από εκείνο, η διαδικασία θα οδηγήσει πάντα στο ίδιο αποτέλεσμα: ο αριθμός των στοιχείων μιας συλλογής είναι εξολοκλήρου ανεξάρτητος από τη σειρά «αρίθμησης» των στοιχείων της.

Πράγματι, τρεις ψυχολογικές καταστάσεις είναι αναγκαίες για να ξέρει ο άνθρωπος να μετρά και να συλλαμβάνει τους αριθμούς με την έννοια που εννοούμε:

— Πρέπει να είναι σε θέση να καθορίζει μια «σειρά» σε κάθε «όν» που περνά μπροστά του.

— Πρέπει να είναι ικανός να παρεμβάλλεται, για να εισάγει στη μονάδα που περνά την ανάμνηση όλων εκείνων που προηγήθηκαν απ' αυτήν.

— Πρέπει να ξέρει να μετατρέπει αυτή τη διαδοχή σε συγχρονισμό.

Για να επιτραπεί μια αποφασιστική πρόοδος στην τέχνη του αφηρημένου υπολογισμού, η κατανόηση των αριθμών απαιτεί την «ταξινόμησή τους σ' ένα σύστημα ιεραρχημένων αριθμητικών μονάδων, συναρθρούμενες συνακόλουθα οι μεν μέσα στις δε». Αυτή η οργάνωση των αριθμητικών αντιλήψεων, σύμφωνα με μια αμετάβλητη τάξη διαδοχής, συνίσταται σ' αυτήν την ιδέα που παρουσιάζει τους ακέραιους αριθμούς σαν αληθινές συλλογές αφηρημένων μονάδων, που σχηματίζονται διαδοχικά με τη συμπληρωματική προσθήκη μιας μονάδας, αρχίζοντας από το «ένα».

Πράγματι, κάθε συστατικό της κανονικής σειράς των ακέραιων αριθμών, εκτός του «ένα», επιτυγχάνεται, προσθέτοντας μια μονάδα στον αριθμό που προηγείται σ' αυτήν τη φυσική πορεία. Είναι αυτό που ονομάζεται αρχή της αναδρομής. Προκύπτει ότι, σύμφωνα με την έκφραση του Γερμανού φιλόσοφου Σοπενάουερ, «κάθε φυσικός ακέραιος αριθμός προϋποθέτει τους προηγούμενους σαν αφορμή της ύπαρξής του». Δηλαδή, ότι το μυαλό μας δεν είναι ικανό να συλλάβει έναν αριθμό κάτω από το πρίσμα της αφαίρεσης, παρά μόνο αν έχει ήδη αφομοιώσει τους προηγούμενους: ελλείψει μιας παρόμοιας πνευματικής ικανότητας, οι αριθμοί ξαναγίνονται στο μυαλό του ανθρώπου γενικές έννοιες αρκετά ασαφείς.

6. Τα συστήματα αρίθμησης σε διάφορους λαούς και εποχές

Σε όλους τους πρωτόγονους πολιτισμούς έχει παρατηρηθεί κάποια μορφή μέτρησης έστω και αν αυτή περιορίζεται μόνο σε λίγες αριθμητικές λέξεις. Όλα τα στοιχεία ιστορικά και ανθρωπολογικά φανερώνουν ότι η μέτρηση και τα συστήματα αρίθμησης αποτελούν το πρώτο στάδιο εισαγωγής της μαθηματικής σκέψης σε όλους τους πολιτισμούς που αναπτύχθηκαν αυτόνομα. Η μέτρηση είναι μια διαδικασία κατά την οποία καθορίζεται μια αντιστοιχία ανάμεσα στα αντικείμενα που μετράμε και σε ορισμένα σύμβολα προφορικά ή γραπτά. Την μέτρηση χρησιμοποιεί μόνο ο άνθρωπος που θεωρείται το μοναδικό ζώο δημιουργός συμβόλων. Ο ανθρωπολόγος G.Murdock θεωρεί τα «αριθμητικά σύμβολα» ως ένα από τα 72 στοιχεία που παρατηρούνται, απ' όσο είναι γνωστό, σε όλους τους πολιτισμούς που εμφανίζονται στην ιστορία ή την εθνογραφία. (The Open University, σελ. 55)

Η λέξη «αριθμός» συνήθως δηλώνει την έννοια που συμβολίζεται με ένα ή περισσότερα αριθμητικά σύμβολα. Με τον όρο «αριθμητικό σύμβολο» εννοούμε ένα σύμβολο. Πολύ πιο σπουδαίος και δύσκολος είναι ο προσδιορισμός της έννοιας «τι είναι ο αριθμός» ο οποίος αποτέλεσε κατά καιρούς θέμα πολλών συζητήσεων και αντικρουόμενων απόψεων.

Η πρόοδος στην εννοιολογική υπόσταση του αριθμού πραγματοποιήθηκε με την εισαγωγή των ιδεογραμμάτων. Η μεγάλη πρόοδος στην εξέλιξη του αριθμού εμφανίζεται από την εποχή που τα λεκτικά σύμβολα αντικαθίστανται με τα γραπτά. Ο συμβολισμός που ακολουθεί έχει ως επακόλουθο την ανάπτυξη της αριθμητικής η οποία δεν θα μπορούσε να αναπτυχθεί χωρίς αυτόν. Όσο τα μαθηματικά διατυπώνονταν στη γλώσσα του καθημερινού λόγου δεν μπορούσαν να κάνουν μεγάλες προόδους.

Οι διάφοροι λαοί από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα χρησιμοποίησαν διάφορες μορφές αρίθμησης που διακρίνονταν από το συμβολισμό που χρησιμοποιούσαν, το χωρισμό των αριθμών σε τάξεις, τον τρόπο γραφής των υπόλοιπων αριθμών, την αξία που είχε κάθε σύμβολο σε σχέση με τη θέση του στον αριθμό. Οι διάφορες αυτές μορφές αρίθμησης είναι γνωστές ως συστήματα αρίθμησης. Τα συστήματα αρίθμησης όπου η αξία κάθε συμβόλου δεν είναι πάντοτε η ίδια αλλά εξαρτάται από τη θέση που έχει το σύμβολο αυτό μέσα στον αριθμό ονομάζονται συστήματα αρίθμησης θέσης.(1991, Εξαρχάκος.Θ. σελ. 256-257). Ο O.Neugebauer θεωρεί την ανακάλυψη του συστήματος θέσης ως μια από τις γονιμότερες επινοήσεις της ανθρωπότητας η οποία μπορεί να συγκριθεί με την επινόηση της αλφαβήτου, σε αντιδιαστολή με τη χρήση συμβόλων - εικόνων, που μετέφεραν μια άμεση αναπαράσταση της έννοιας στην οποία αναφέρονταν.(The Open University σελ. 70).

Οι μαθηματικοί και οι ανθρωπολόγοι έχουν συγκεντρώσει πολλά στοιχεία για τα συστήματα αρίθμησης των διαφόρων πολιτισμών. Παρακάτω θα παρουσιάσουμε ορισμένα χαρακτηριστικά από τα συστήματα αρίθμησης διαφόρων λαών καθώς και την εισαγωγή και εξέλιξη της έννοιας του μηδενός σε καθένα από αυτά.

6.1 Η αρίθμηση στην εποχή των Αιγυπτίων

Στην αρχή αυτής της ιστορίας, οι γραπτές αριθμήσεις υπήρξαν πολύ πρωτόγονες. Οικοδομημένες πάνω σε συγκεκριμένα αρχαϊκά πρότυπα, απαιτούσαν συχνά την υπερβολική επανάληψη όμοιων συμβόλων.

Η αιγυπτιακή ιερογλυφική αρίθμηση δεν, καθόριζε ιδιαίτερο ψηφίο παρά στους αριθμούς:

1 10 100 1.000 10.000 100.000 1.000.000

Επειδή Βασιζόταν πάνω στην προσθετική αρχή, περιοριζόταν μετά να επαναλαμ βάνει καθένα απ' αυτά τα ψηφία, όσες φορές ήταν αναγκαίο. Για τον αριθμό 3.577, για παράδειγμα, έπρεπε να χρησιμοποιηθούν 22 ιχνογραφήματα, αφού έπρεπε να επαναληφθεί 3 φορές το ψηφίο της χιλιάδας, 5 φορές εκείνο της εκατοντάδας, 7 φορές της δεκάδας και 7 φορές εκείνο της μονάδας.

Ένα παρόμοιο σύστημα απείχε πολύ από το να ικανοποιεί αυτούς που, σαν τους Αιγύπτιους γραφείς, ήθελαν να κερδίσουν χρόνο. Επιπλέον, το σχέδιο των ιερογλυφικών ψηφίων ήταν πολύ λεπτομερειακό, για να επιτρέπει μια απλή και γρήγορη μεταγραφή των αριθμών.

Γι΄ αυτό και οι Αιγύπτιοι γραφείς προσπάθησαν, ήδη από το Αρχαίο Βασίλειο (28ο-23ο αιώνα π.Χ.), ν' απλοποιήσουν στο έπακρο την ιχνογράφηση και τη δομή των αρχικών τους ψηφίων, για να καταλήξουν σε μια πολύ συνοπτική αριθμητική συμβολογραφία, γνωστή με το όνομα ιερατική αρίθμηση.

Προσπάθησαν να πετύχουν σήματα πολύ σχηματικά στη χάραξη και μια χάραξη όσο το δυνατό συνεχόμενη, που επιτυγχάνεται πότε με μικρές γρήγορες «πινελιές» και πότε με μια συνεχή πινελιά.

Τα σύνολα των πέντε, έξι, επτά, οκτώ ή εννέα γραμμών μονάδας, μετατρέπονται, έτσι, σε σήματα απελευθερωμένα από κάθε άμεση αυτόματη οπτική γνώση και σχεδιαζόμενα με συνεχή κίνηση του πινέλου:

Βαθιές γραφικές τροποποιήσεις έγιναν στα ιερογλυφικά ψηφία. Οι λεπτομέρειες που υπήρχαν άρχισαν να μειώνονται και τα περιγράμματα των όντων και των αντικειμένων που απεικονίζονταν, περιορίστηκαν στο απόλυτα απαραίτητο. Οι νέες μορφές των αιγυπτιακών ψηφίων δεν είχαν, πλέον, παρά μια αόριστη ομοιότητα με τα πρότυπά τους.

Για τις ανάγκες της ταχύτητας στη γραφή και ξεκινώντας από μια δεκαδική αρίθμηση εντελώς στοιχειώδη, οι γραφείς των Φαραώ πέτυχαν, μ' αυτό τον τρόπο, μια συμβολογραφία αξιοσημείωτα απλοποιημένη, ορίζοντας ένα ιδιαίτερο σήμα σε καθένα απ' τους αριθμούς

1 2 3 4 5 6 7 8 9

10 20 30 40 50 60 70 80 90

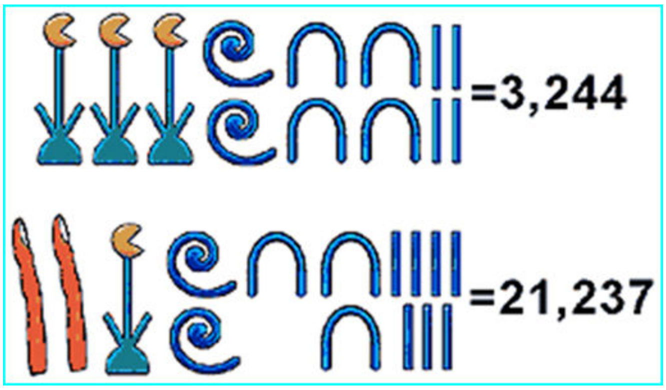
100 200 300 400 500 600 700 800 900

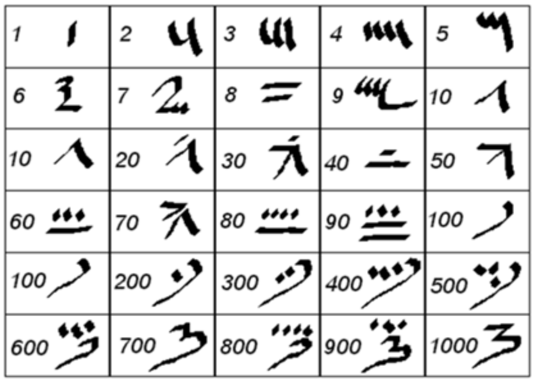
1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000

Εισάγουν, έτσι, εννέα ιδιαίτερα σήματα για τις απλές μονάδες, εννέα άλλα για τις δεκάδες, άλλα εννέα για τις εκατοντάδες, κ.ο.κ.

Όμως, αυτό το σύστημα απαιτούσε μεγάλη προσπάθεια απομνημό¬

νευσης όλων των σημάτων. Επέτρεψε, ωστόσο, στους χρήστες του να κάνουν μια ικανή οικονομία συμβόλων. Έτσι για να γράψουν τον αριθμό 3.577, δεν τους χρειαζόταν παρά 4 ψηφία (αντί των 22 που απαιτεί το ιερογλυφικό σύστημα): τους είναι αρκετό πλέον να παραθέσουν τους αριθμούς 3.000, 500, 70 και 7:



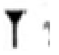


Αριθμοί στην ιερογλυφική γραφή Αριθμοί στην ιερατική γραφή

Εικόνα 4.Οι αριθμοι στο ιερογλυφικό και ιερατικό Αιγυπτιακό σύστημα αρίθμησης.(Ανατύπωσηαπο users.auth.gr/~nioka/Files/ Ta_mathimatika_stin_arxia_egipto.ppt)

6.2 Τα συστήματα αρίθμησης των Βαβυλωνίων και το σύμβολο του μηδενός

Ένα από τα αρχαιότερα συστήματα αρίθμησης του ανθρώπινου γένους είναι το εξηνταδικό σύστημα αρίθμησης. Χρησιμοποιήθηκε από τους Σουμέριους από την 4η χιλιετία π.Χ και από το 2000 π.Χ. περίπου χρησιμοποιείται συστηματικά από όλους τους λαούς της Μεσοποταμίας. Διαμορφώθηκε στο τέλος της 3ης και στις αρχές της 21 π.Χ. χιλιετίας. Είναι ένα ελλιπές σύστημα θέσης όπου η τιμή κάθε συμβόλου άλλοτε εξαρτάται από τη θέση που έχει το σύμβολο αυτό και άλλοτε όχι μέσα στην όλη σημειογραφία του αριθμού. Χρησιμοποιεί μόνο δύο σύμβολα:

Το καρφί  για τις μονάδες και την σφήνα  για τις δεκάδες

Τα σύμβολο  -το χρησιμοποιούσαν επίσης για να συμβολίσουν και καθένα από τους αριθμούς $60, 60^2, 60^3, 60^4, \ldots, 1/60, 1/60^2, \ldots$

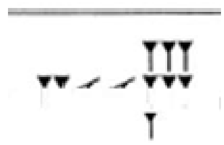
Ο κάθε αριθμός γραφόταν με προσθετικές επαναλήψεις των δύο αυτών συμβόλων της βάσης και παρόλο ότι το σύστημα ήταν ελλιπές σύστημα θέσης, η εξηνταδική αρίθμηση ήταν θεμελιωμένη στην προσθετική αρχή, στο εσωτερικό κάθε τάξης μονάδων και είχε βάση το δέκα. Η αξία κάθε αριθμού γραμμένου στο εξηνταδικό σύστημα με βαβυλωνιακό συμβολισμό δεν προκύπτει από τον ίδιο τον αριθμό αλλά από τα συμφραζόμενα του κειμένου.

Επειδή απουσίαζε το ειδικό σύμβολο για το μηδέν στο εξηνταδικό σύστημα αρίθμησης υπήρχε δυσκολία στην απεικόνιση των αριθμών που παρουσίαζαν κενό στο ψηφίο κάποιας τάξης.

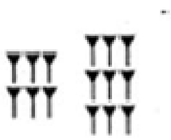
Για περισσότερο από δεκαπέντε αιώνες οι μαθηματικοί και αστρονόμοι της Βαβυλώνας αγνοούσαν το μηδέν. Η απουσία του μηδενός δημιουργούσε πολλά προβλήματα αν σκεφτεί κανείς ότι όταν εφαρμόζεται η αρχή της θέσης φθάνει κάποια στιγμή όπου είναι αναγκαίο να υπάρχει ένα σύμβολο για να παραστήσει τις μονάδες της τάξης που λείπουν.

Η αναγκαιότητα αυτή φαίνεται και από ένα παράδειγμα σε μια μαθηματική πινακίδα του 1200 π.Χ όπου διαβάζουμε:

Υπολόγισε το τετράγωνο του αριθμού



Και θα βρείς



Η ανάλυση του παραπάνω αριθμού εκφρασμένη με σύγχρονο τρόπο στο εξηνταδικό και το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης είναι η εξής: 2,27=2.60+27=147. Το τετράγωνο αυτού του αριθμού είναι: 147.147=21609 το οποίο γράφεται: 21609=6 60^2+0.60+9 και το οποίο, αν το γράψουμε στο εξηνταδικό σύστημα αρίθμησης, θα έπρεπε να σημειώσουμε από τα δεξιά προς τα αριστερά το 9, μια κενή θέση και μετά το 6. Δηλαδη, 21609=6.60^0.60^9=6,0.9.

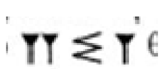
Αν λοιπόν ο γραφέας γνώριζε τη χρήση του μηδενός, το τετράγωνο του αριθμού 2,27 δεν θα το έγραφε 6,9=6.60+9=369 αλλά 6,0,9 οπότε θα υπογράμμιζε με αυτό τον τρόπο την απουσία των εξηνταδικών μονάδων δεύτερης τάξης.

Από το παράδειγμα αυτό γίνεται αντιληπτό ότι το «τίποτα» μιας τάξης πρέπει να απεικονιστεί από «κάτι» αν δεν θέλουμε να υπάρχει σύγχυση στις ψηφιακές απεικονίσεις. Αυτό το «κάτι» που φανερώνει το «τίποτα» ή αυτό το γραφικό σύμβολο που χρησιμεύει για να σημειώσει την απουσία των μονάδων κάποιας ή κάποιων τάξεων θα έπρεπε να είναι το «μηδέν».

Για να ξεπεραστεί αυτή η δυσκολία οι Βαβυλώνιοι άφηναν ένα κενό εκεί όπου έλειπε μια μονάδα κάποιας τάξης. Το κενό όμως αυτό δεν έλυσε το πρόβλημα γιατί πολύ συχνά οι γραφείς το ξεχνούσαν ή ήταν πολύ δύσκολο με αυτό τον τρόπο να συμβολίζεται η απουσία μονάδων δύο ή περισσότερων τάξεων χωρίς να προκαλείται κάποια σύγχυση. Οι δυσκολίες αυτές έπρεπε να αντιμετωπιστούν και έτσι εκδηλώθηκε έντονη η ανάγκη εισαγωγής ειδικού συμβόλου για το μηδέν. Όλες αυτές οι δυσκολίες ξεπεράστηκαν εν μέρει κατά την εποχή των Σελευκιδών μετά το 300 π.Χ. όταν χρησιμοποίησαν το σύμβολο **Σ** για να σημειώσουν την απουσία των εξηνταδικών μονάδων κάποιων τάξεων. Το «μηδέν» αυτό δεν χρησιμοποιείτο στο τέλος της δεξιάς μεριάς του αριθμού για να δείξει ότι μια στήλη ήταν κενή. Με αυτόν τον τρόπο γεννήθηκε το «βαβυλωνιακό μηδέν».

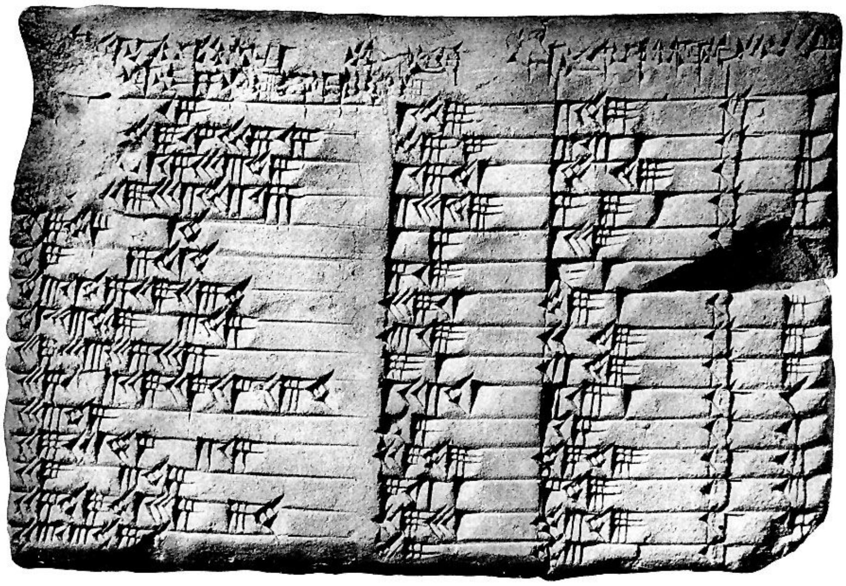
Το μηδέν αυτό δεν επινοήθηκε από τους μαθηματικούς της Βαβυλώνας σαν ποσότητα, δηλαδή σαν «αριθμός», αλλά το διπλό αυτό πλάγιο καρφί επινοήθηκε με την έννοια του κενού ή με την έννοια της κενής θέσης που δηλώνει την απουσία των μονάδων κάποιας τάξης και όχι εκείνης του αριθμού μηδέν. Το «κενό» και το «τίποτα» είχαν συλληφθεί ως νόημα αλλά δεν θεωρήθηκαν ακόμη σαν συνώνυμα του μηδενός. Όπως και να έχει όμως, οι Βαβυλώνιοι θεωρούνται οι εφευρέτες της πρώτης γραπτής ελλιπής θεσιακής αρίθμησης και του αρχαιότερου «μηδενός» της Ιστορίας. (G.Ifrah, σελ. 224)

Ο M.Hughes σχολιάζοντας τον τρόπο γραφής των αριθμών στο σύστημα αρίθμησης των Βαβυλωνίων παρατηρεί: «Φαίνεται πως οι πρώτοι Βαβυλώνιοι (από το 2000 π.Χ. έως το 1700 π.Χ.) στηρίζονταν στα συμφραζόμενα για να ξεχωρίσουν ποιο ήταν το νόημα του συμβολισμού. Αρχεία από την πιο πρόσφατη περίοδο των Σελευκιδών (γύρω στα 300 π.Χ.) αναφέρουν ότι οι Βαβυλώνιοι αργότερα ανέπτυξαν ένα σύμβολο για το μηδέν που αποτελείτο από δυο μικρές σφήνες τοποθετημένες διαγωνίως. Αυτό το σύμβολο το χρησιμοποιούσαν για

να «κρατάει τη θέση» όποτε ήθελαν να δείξουν ότι μια στήλη είναι κενή. Έτσι το  σήμαινε 2 60^2+0.60+1. Αυτό όμως το «μηδέν» δεν χρησιμοποιείτο στο τέλος της δεξιάς μεριάς του αριθμού για να δείξουν ότι μια στήλη ήταν κενή. Πάλι όμως πρέπει να υποθέσουμε ότι οι Βαβυλώνιοι έπρεπε να στηρίζονται στα συμφραζόμενα για να ξεχωρίσουν το «60» από το «1».»(M.Hughes, σελ. 135-136).

Ο C. Boyer για το ίδιο θέμα σημειώνει: «Η μεγαλύτερη συνεισφορά της Μεσοποταμίας στα Μαθηματικά έγινε κατά την πρώτη περίοδο μολονότι υπάρχει και μια έννοια η οποία δεν εμφανίζεται σε κανένα γραπτό πριν το 300 π.Χ. περίπου. Φαίνεται ότι αρχικά οι Βαβυλώνιοι δεν είχαν τρόπο να παραστήσουν μια «κενή» θέση, δηλαδή δεν είχαν ένα σύμβολο για το μηδέν αν και μερικές φορές άφηναν κενό στη θέση του μηδενός. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να μοιάζουν πολύ στη γραφή τους οι αριθμοί 122 και 7202 γιατί το σύμβολο σήμαινε είτε 2(60)+2=122 είτε 2(602)+2=7202. Τις περισσότερες φορές η ασάφεια αυτή) διευκρινιζόταν από τα συμφραζόμενα των κειμένων. Η έλλειψη ενός συμβόλου για το μηδέν πρέπει να δημιουργούσε πολλά προβλήματα. Μπορούμε να κατανοήσουμε αυτά τα προβλήματα αν σκεφτούμε ότι εμείς ξεχωρίζουμε το 22 από το 202 με μια ματιά. Ως την εποχή των κατακτήσεων του Μεγάλου Αλεξάνδρου είχαν εφεύρει ένα σύμβολο - δύο πλάγιες σφήνες - για να αντικαθιστά το κενό όπου έλειπε ένα ψηφίο. Από την εποχή εκείνη μέχρι το τέλος της χρήσης της σφηνοειδούς γραφής ο αριθμός  ή $2(60^2)+0(60)+2$ διαχωριζόταν εύκολα από τον  ή 2(60)+2.

Το σύμβολο αυτό του μηδενός δεν έβαλε τέρμα σε όλα τα προβλήματα γιατί φαίνεται ότι το χρησιμοποιούσαν μόνο για να δηλώσουν κενές θέσεις στα ενδιάμεσα ενός αριθμού. Δεν έχουμε στα χέρια μας καμιά πινακίδα η οποία να παρουσιάζει το σύμβολο του μηδενός στην τελευταία θέση. Αυτό σημαίνει ότι οι Βαβυλώνιοι στην αρχαιότητα ποτέ δεν κατάφεραν να χρησιμοποιήσουν ένα σύστημα απόλυτα θέσης. Η θέση τον ψηφίων ήταν μόνο σχετική. Έτσι το σύμβολο  μπορούσε να σημαίνει 2(60)+2 ή $2(60^2)+2$ ή $2(60^3)+2(60^2)$ ή οποιονδήποτε άλλο αριθμό απ' όλους αυτούς που παριστάνουν δύο διαδοχικές θέσεις.».(Boyer.C σελ. 26-27)



Εικόνα 5. Βαβυλωνιακή πλάκα ηλικίας 3.800 χρόνων,η οποία ονομάζεται Plimpton 322

6.3 Φοινικικη αρίθμηση

Η εφεύρεση του αλφαβήτου, υπήρξε θεμελιώδης για την ιστορία των πολιτισμών, αφού αποτέλεσε την ανώτατη τελειοποίηση της γραφής. Σαν ανώτερη μορφή μεταγραφής του λόγου, εφαρμόσιμη σ' όλες τις μετατροπές οποιασδήποτε έναρθρης γλώσσας, επέτρεψε τη γραφή όλων των λέξεων μιας γλώσσας με ένα μικρό αριθμό απλών φωνητικών σημείων, που λέγονται γράμματα. Αυτή η βασική ανακάλυψη έγινε γύρω στο έτος 1.500 π.Χ., στις ακτές της σημερινής Συρίας, από τους Φοίνικες, που επιθυμούσαν να ξεκόψουν από την περίπλοκη γραφή του αιγυπτιακού ή ασσυροβαβυλωνιακού τύπου που ήταν σε χρήση εκείνη την εποχή στην Εγγύς-Ανατολή, χάρη συντομίας.

Λόγω των πολλών σχέσεων που διατηρούσαν με τους πιο διαφορετικούς λαούς, αυτοί οι μεγάλοι έμποροι και τολμηροί θαλασσοπόροι εξασφάλισαν, στη συνέχεια, σ' αυτήν την ανακάλυψη μια τεράστια επιτυχία και διάδοση.

Στην Ανατολή, τη μεταβίβασαν αρχικά στους άμεσους γείτονές τους: τους Μοαβίτες, τους Εδομίτες, Αμμονίτες, Εβραίους, κλπ. Την κληρονόμησαν στη συνέχεια στους Αραμαίους, νομάδες και ικανούς εμπόρους, που κυκλοφορώντας στις διάφορες χώρες, τη διέδωσαν προοδευτικά, σ' όλους τους λαούς της Εγγύς-Ανατολής, από την Αίγυπτο ως τα σύνορα της Ινδίας.

Από τον 9ο αιώνα π.Χ., η αλφαβητική γραφή φοινικικής καταγωγής, εξαπλώθηκε σ' όλα τα παράλια της Μεσογείου και σιγά-σιγά υιοθετήθηκε από τους δυτικούς λαούς, που την εφάρμοσαν στις δικές τους αντίστοιχες γλώσσες, τροποποιώντας ή προσθέτοντας μερικά στοιχεία.

Τα 22 φοινικικά γράμματα δημιούργησαν, την εποχή των βασιλέων του Ισραήλ και της Ιουδαίας, την «παλαιο-εβραϊκή» γραφή. Δημιούργησαν την αραμαϊκή γραφή, από όπου προήλθαν: τα αλφάβητα της Παλμύρας, του Ναμπάτ, το συριακό, το αραβικό, το περσικό, το τουρκικό και το ινδικό, χωρίς να ξεχάσουμε το «τετράγωνο» εβραϊκό, που είναι η βάση της σύγχρονης εβραϊκής γραφής.

Χρησίμευσαν, επίσης, για βάση της επεξεργασίας του ελληνικού αλφαβήτου, του πρώτου της Ιστορίας με αυστηρή και ολοκληρωμένη συμβολογραφία των φωνηέντων. Αυτό το αλφάβητο ενέπνευσε στη συνέχεια το ετρουσκικό, έπειτα το λατινικό, από όπου προήλθαν το γοτθικό, γεωργιανό, αρμενικό και κυριλλικό (σύγχρονα ρωσικά).

Με δυο λόγια, οι αλφαβητικές γραφές που χρησιμοποιούνται στον κόσμο είναι, σχεδόν στο σύνολο τους, λίγο-πολύ απευθείας απόγονοι της αρχαίας αλφαβητικής φοινικικής γραφής.

Αξιοσημείωτο γεγονός: η σειρά και τα ονόματα των εικοσιδύο αρχικών γραμμάτων, διατηρήθηκαν σχεδόν αμετάβλητα στο πέρασμα των αιώνων από την πλειοψηφία των παραδόσεων: τα βρίσκουμε τόσο στα εβραϊκά ή αραμαϊκά όσο και στα συριακά, στα ελληνικά, ετρουσκικά ή αρχαία αραβικά.

Καθώς μια διαδοχή συμβόλων (συγκεκριμένα, προφορικά ή γραφικά) γίνεται ένα είδος «αριθμομηχανής», μόλις τακτοποιηθεί σε μια αυστηρή σειρά εκ των προτέρων συμφωνημένη, καταλαβαίνουμε γιατί μερικοί λαοί σκέφθηκαν να σημειώνουν τους αριθμούς με τα γράμματα του αλφαβήτου τους,σύμφωνα με την προσδιορισμένη σειρά.

6.4 Εβραική αρίθμηση

Οι Εβραίοι χρησιμοποιούν, ακόμα και σήμερα, την αλφαβητική αρίθμηση, για να σημειώσουν τις ημερομηνίες του ημερολογίου τους, ν' αριθμήσουν τις παραγράφους και τα εδάφια της Παλαιάς Διαθήκης ή τις σελίδες έργων τυπωμένων στα εβραϊκά. Δεκαδικής βάσης, αυτή η αρίθμηση χρησιμοποιεί τα 22 γράμματα του εβραϊκού αλφαβήτου συνδυάζοντας:

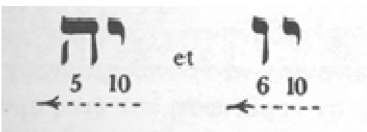
— τα εννέα πρώτα γράμματα (Άλεφ, Μπετ, Γκίμελ, Ντάλετ, Χε, Βαν, Ζαγίν, Χετ και Τετ) με τις εννέα απλές μονάδες

— τα εννέα επόμενα (Γιόντ, Καφ, Λάμεντ, Μεμ, Νουν, Σάμεχ, Γέιν, Ρε και Τσαντέ) με τις εννέα δεκάδες

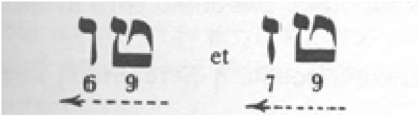
— και τέλος τα τέσσερα τελευταία (Κοφ, Ρες, Σιν και Ταβ) με τους αριθμούς 100, 200, 300 και 400.

Επειδή αυτό το σύστημα βασίζεται στην αρχή της πρόσθεσης, ένας σύνθετος αριθμός αναγράφεται με την παράθεση των αριθμητικών γραμμάτων, σημειώνοντας τις σειρές των διαδοχικών μονάδων που περιέχονται. Γι' αυτό ο αριθμός γράφεται αρχίζοντας πάντα από το μεγαλύτερο σε αξία «ψηφίο» από τα δεξιά στ' αριστερά:

Η εβραϊκή αρίθμηση έχει ωστόσο μια ανωμαλία: αντί να γράφονται οι αριθμοί 15 και 16 με τις μορφές



χρησιμοποιούνται μάλλον οι ακόλουθοι συνδυασμοί:



Αυτές οι ανωμαλίες οφείλονται, πράγματι, σ'.ένα ταμπού που επιβάλλεται από την εβραϊκή θρησκεία σχετικά με την εβραϊκή γραφή του ονόματος Γιαχβέ (Ιεχωβά)

יהוה

Αυτό το όνομα, με τη σύνθεση των τεσσάρων γραμμάτων Γιόντ, Χέ, Βαν και Χε, θεωρείται πράγματι από την παράδοση, σαν το «αληθινό κύριο όνομα και αυστηρά προσωπικό του Θεού» και σαν το «τέλειο γεννετήριο όνομα». Αυτό το θείο τετράγραμμο, περιέχει ενέργεια και η ανάπτυξή του πρέπει ν' αποδίδει όλα τα αινίγματα του σύμπαντος. Έτσι κανένας δε μπορεί να το προφέρει ή να το γράψει, χωρίς να υπόκειται σε απαγόρευση.

Hebrew Numerals

1	א	10	י	100	ק
2	ב	20	כ	200	ר
3	ג	30	ל	300	ש
4	ד	40	מ	400	ת
5	ה	50	נ	500	תק
6	ו	60	ס	600	תר
7	ז	70	ע	700	תש
8	ח	80	פ	800	תת
9	ט	90	צ	900	תתק

Πίνακας 1. Εβραικοί αριθμοί.Ακολουθούν το αλαφαβητικό σύστημα όπου γράμματα αντιστοιχούν σε αριθμούς.

Η εβραική αρίθμηση χαραχτηρίζεται απο έλλειψη φαντασίας.Φαίνεται πως αποτελεί αντιγραφή της φοινικικής αρίθμησης,όπως ακριβώς έγινε και με το αλφάβητο.

6.5 Ελληνική αρίθμηση

Οι αρχαίοι Έλληνες χρησιμοποιούσαν γράμματα αντί για αριθμούς, κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να κάνουν πολύπλοκους υπολογισμούς με απόλυτη ακρίβεια. Τα ψηφία 1, 2, 3, ... μου συνηθίζουμε σήμερα ακόμα δεν είχαν ανακαλυφτεί, αφού πρώτοι τα εφάρμοσαν οι μεταγενέστεροι Άραβες. Παρόλα αυτά, ο Αρχιμήδης κατόρθωσε με γεωμετρικούς, αλλά και αριθμητικούς υπολογισμούς να εκτιμήσει τον αριθμό των κόκκων άμμου της Γης, πράγμα αφάνταστο για την εποχή του, αφού οι τότε επιστήμονες αρκούνταν να πιστεύουν ότι οι κόκκοι της άμμου είναι «αμέτρητοι». Το έργο του αυτό, με τον τίτλο Ψαμμίτης είναι ορόσημο της μαθηματικής επιστήμης.

Οι αρχαίοι Έλληνες έγραφαν όλους τους αριθμούς από το 1 ως το 999 με γράμματα του αλφαβήτου και με την βοήθεια σημείων στίξεως, τα οποία ήταν

«ʹ» η κεραία επάνω και μετά από το γράμμα,

«,» η ανάποδη κεραία κάτω και πριν από το γράμμα,

«.» η τελεία μεταξύ των γραμμάτων

«¨» τα διαλυτικά επάνω από το γράμμα.

Χρησιμοποιούνται και κεφαλαία, προπάντων για δυναστικά ονόματα και κεφάλαια βιβλίων.

Σε ελληνικά νομίσματα της εποχής του 19ου- αρχών 20ου αιώνα, αντί για το σύμβολο (ʹ), έχει χρησιμοποιηθεί και το θαυμαστικό, π.χ. Α!

Έτσι έχουμε

αʹ βʹ γʹ δʹ εʹ ⍰ʹ ζʹ ηʹ θʹ τους αριθμούς 1 2 3 4 5 6 7 8 9 αντίστοιχα

ιʹ κʹ λʹ μʹ νʹ ξʹ οʹ πʹ ⍰ʹ τους αριθμούς 10 20 30 ... 90 αντίστοιχα

ρʹ σʹ τʹ υʹ φʹ χʹ ψʹ ωʹ ⍰ʹ τους αριθμούς 100 200 300 ... 900 αντίστοιχα

Το ⍰ʹ χρησιμοποιείτο ως έξι στην αρχαιότητα. Αντικαταστάθηκε από το στίγμα σταδιακά, αφού είχε πάψει πρώτα να χρησιμοποιείται ως γράμμα. Τις τελευταίες δεκαετίες το στίγμα εξαφανίστηκε από τον γραπτό λόγο για πρακτικούς κυρίως λόγους και τη θέση του πήρε το ΣΤʹ.

Ξεκινώντας από αυτό το σύστημα γραφής, οι πιο σύνθετοι αριθμοί γράφονταν ως σειρά γραμμάτων, έτσι ώστε το άθροισμα να μας δίνει τον συγκεκριμένο αριθμό. Τα γράμματα γράφονταν και διαβάζονταν από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Παραδείγματα

Ο αριθμός 153 γραφόταν «ρνγ΄» ή «ρνγ».

Ο αριθμός 780 γραφόταν «ψπ΄» ή «ψπ».

Ο αριθμός 306 γραφόταν «τ⍰΄».

Οι χιλιάδες (1000, 2000, κλπ) εκφραζόντουσαν με τα ίδια γράμματα όπως οι εννιά μικροί αριθμοί, είχαν όμως για διακριτικό τον τόνο εμπρός και κάτω του γράμματος.

Παραδείγματα

Το «͵δ΄» σήμαινε 4.000, ενώ

το 1823 γραφόταν «͵αωκγ΄», και

το «͵αζ΄» σήμαινε 1.007

Συνοπτικά

Για τους αριθμούς 1-9999 χρησιμοποιούνταν τα εξής γράμματα:

Γράμμα	Αξία	Γράμμ	Αξία	Γράμμα	Αξία	Γράμμα	Αξία
Α΄	1	Ι΄	10	Ρ΄	100	͵Α	1000
Β΄	2	Κ΄	20	Σ΄	200	͵Β	2000
Γ΄	3	Λ΄	30	Τ΄	300	͵Γ	3000
Δ΄	4	Μ΄	40	Υ΄	400	͵Δ	4000
Ε΄	5	Ν΄	50	Φ΄	500	͵Ε	5000
⍰΄	6	Ξ΄	60	Χ΄	600	͵⍰	6000
Ζ΄	7	Ο΄	70	Ψ΄	700	͵Ζ	7000
Η΄	8	Π΄	80	Ω΄	800	͵Η	8000
Θ΄	9	⍰΄	90	⍰΄	900	͵Θ	900

Εικόνα 6.Αρχαίο ελληνικό αλφάβητο Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο, Αθήνα(Ανατύπωση απο http://el.wikipedia.org/wiki/)

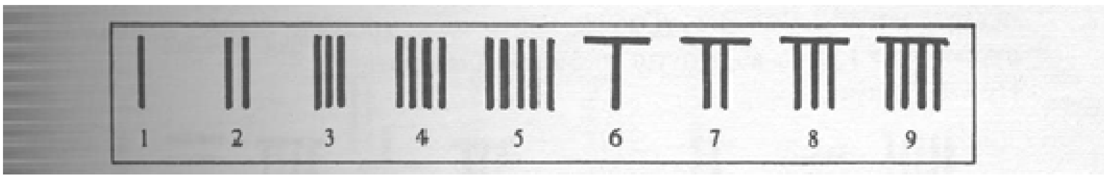
6.6 Κινέζικη αρίθμηση

Δυο χιλιάδες χρόνια μετά τα μαθηματικά της Βαβυλώνας και αναμφίβολα ανεξάρτητα από την επΐδρασή τους, οι Κινέζοι σοφοί ξανανακάλυψαν τον ίδιο αριθμητικό κανόνα.

Την εποχή της δυναστείας των Χαν, (2ος αιώνας π.Χ. - 3ος αιώνας μ.Χ.), επινόησαν ένα έξυπνο σύστημα γραπτής αρίθμησης, συνδυάζοντας κανονικά κάθετες παύλες και οριζόντιες βασιζόμενοι στην αρχή της θέσης (κινεζικό θεσιακό σύστημα).

Η βάση ήταν δεκαδική, αλλά, διαφέροντας από το δικό μας σύστημα (που περιλαμβάνει μια μοναδική σειρά εννέα ψηφίων απαλλαγμένων από κάθε άμεση οπτική αυτόματη γνώση), τούτο προσέδιδε, ακόμα, μια ιδεογραφική απεικόνιση στις εννέα απλές μονάδες.

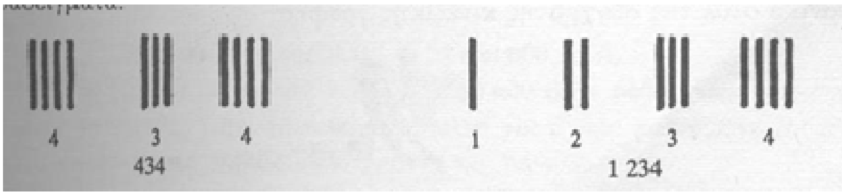
Οι πέντε πρώτες μονάδες παρουσιάζονταν με ανάλογες παραθετημένες κάθετες, ο αριθμός έξι με μια οριζόντια παύλα στην άνω άκρη μιας κάθετης και οι υπόλοιπες τρεις μονάδες με την παράθεση δύο, τριών ή τεσσάρων καθέτων με μία οριζόντια παύλα στην πάνω άκρη τους:



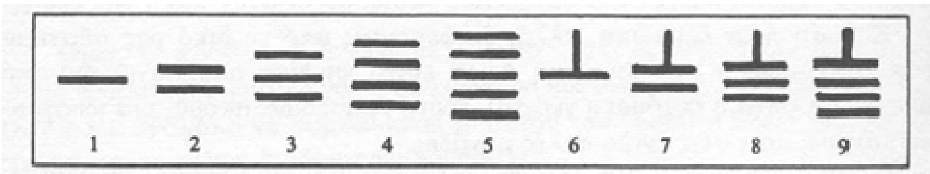
Αλλά όσο έξυπνη κι αν ήταν αυτή η αρίθμηση, αντιμετώπιζε αρκετές αντιξοότητες.

Ένας πρώτος λόγος ήταν ότι οι χρήστες του συστήματος περιορίζονταν να παραθέτουν τόσες κάθετες παύλες για την απεικόνιση των μονάδων διαδοχικών τάξεων

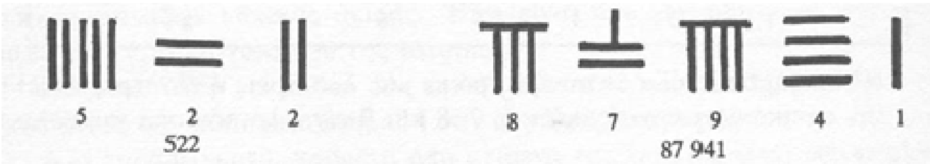
Παραδείγματα



Για να ξεπεράσουν τη δυσκολία, οι Κινέζοι σοφοί σκέφθηκαν να εισαγάγουν μια δεύτερη σημείωση για τις απλές μονάδες. Αυτή τη φορά χρησιμοποίησαν οριζόντιες παύλες. Οι πρώτες μονάδες εκπροσωπήθηκαν από ανάλογες οριζόντιες παύλες τοποθετημένες η μια πάνω στην άλλη, ο αριθμός 6 με μια κάθετη παύλα πάνω σε μια οριζόντια και οι τρεις τελευταίες μονάδες τοποθετώντας κάτω από την κάθετη παύλα δυο, τρεις ή τέσσερις οριζόντιες παύλες:



Έπειτα, για να ξεχωρίσουν καθαρά τις διάφορες τάξεις μονάδων, εναλλάσσουν τα ψηφία της 1ης σειράς και εκείνα της δεύτερης.
Οι μονές μονάδες (απλές μονάδες, εκατοντάδες, δεκάδες χιλιάδων, εκατομμύρια, κλπ.) εκφράστηκαν τότε με τα «κάθετα ψηφία» (πρώτη σειρά) και οι ζυγές μονάδες (δεκάδες, χιλιάδες, εκατοντάδες χιλιάδων, δεκάδες εκατομμυρίων, κλπ.) με τα «οριζόντια ψηφία» (δεύτερη σειρά).



Έτσι παραμερίστηκαν οι αντιξοότητες με κομψότερο τρόπο απ' ό,τι στο βαβυλωνιακό σύστημα.

6.7 Η αρίθμηση των Μάγια

Ανεξάρτητα από κάθε ξένη επίδραση, οι ίδιες ανακαλύψεις έγιναν μερικούς αιώνες αργότερα, στην άλλη άκρη της Γης, στην Κεντρική Αμερική, από τους ιερείς και αστρονόμους Μάγια.
Απ' όλους τους προκολομβιανούς πολιτισμούς της Κεντρικής Αμερικής, ο πολιτισμός τον Μάγια υπήρξε ο πιο γοητευτικός. Η δε επίδραση που άσκησε πάνω στους άλλους (ιδιαίτερα πάνω στους Αζτέκους) μπορεί να συγκριθεί με εκείνη των Ελλήνων πάνω στους Ρωμαίους στην αρχαιότητα.
Στο διάστημα της πρώτης χιλιετηρίδας της χριστιανικής εποχής, ενώ οι λαοί της Δύσης βυθίζονταν στην πολιτική αταξία, την οικονομική καθήλωση και το σκοταδισμό, οι Μάγια έφθαναν σε ανώτατα ύψη στους διάφορους τομείς: τέχνη, γλυπτική, αρχιτεκτονική, εκπαίδευση, εμπόριο, μαθηματικά και αστρονομία.
Στην αστρονομία, π.χ., οι Μάγια είχαν ακριβή γνώση για τις κινήσεις του Ήλιου, της Σελήνης, της Αφροδίτης και πιθανόν των πλανητών Άρη, Ερμή και Δία. Οι αστρονομικές τους ανακαλύψεις, ο υπολογισμός του χρόνου, το ημερολόγιο τους και η πληθώρα των πληροφοριών που συνέλεξαν πάνω στα ουράνια φαινόμενα, ξεπερνούν με την καταπληκτική τους ακρίβεια αρκετές παρατηρήσεις και υπολογισμούς που έγιναν στην Ευρώπη εκείνη την εποχή. Εκτίμησαν, έτσι, σε 584 μέρες τη συνοδική ισοζυγία της Αφροδίτης, πράγμα που παρουσιάζει ένα ελάχιστο λάθος, αφού αυτός ο κύκλος είναι στην πραγματικότητα 583,92 ημέρες.

Συνειδητοποίησαν, επίσης, ότι το έτος των 365 ημερών δεν ανταποκρίνεται απόλυτα στην πραγματικότητα και από έλλειψη διόρθωσης, θα φθάναμε πολύ γρήγορα σε σημαντικές αποκλίσεις ανάμεσα στο ημερολογιακό το πραγματικό ηλιακό έτος. Κατέληξαν τότε στο συμπέρασμα ότι το ηλιακό έτος έχει στην πραγματικότητα 365,242000 μέρες. Αποτέλεσμα ασφαλώς πολύ πιο ακριβές απ' ό,τι στο δικό μας, το Γρηγοριανό ημερολόγιο. Οι πιο πρόσφατοι υπολογισμοί δίνουν πράγματι 365,242198 μέρες για το πραγματικό ηλιακό έτος.Όμως το Γρηγοριανό έτος έχει 365.242500 μέρες, έτσι υπάρχει ένα λάθος 3,02/10000 επιπλέον έναντι ενός λάθους μόλις 1,98 10000 επιπλέον για το έτος των Μάγια.

Η ίδια ακρίβεια υπάρχει σ' ό,τι αφορά τη μέση διάρκεια μιας σεληνιακής περιόδου. Οι σύγχρονοι υπολογισμοί, που έγιναν με τη Βοήθεια των ακριβέστερων οργάνων, δίνουν μια αξία 29,53059 ημερών. Οι αστρονόμοι της πόλης του Κοπάν βρήκαν ότι 149 σεληνιακές περίοδοι ισοδυναμούν με 4.400 ημέρες, πράγμα που δίνει για μια σεληνιακή περίοδο 29,53020 μέρες. Οι αστρονόμοι της πόλης Παλένκε έκαναν τον ίδιο υπολογισμό πάνω σε 81 σεληνιακές περιόδους και βρήκαν ένα αποτέλεσμα ακόμα πιο ακριβές: 2.392 μέρες, δηλαδή 29,53086 μέρες για μια μέση σεληνιακή περίοδο!

Ακόμα, οι Μάγια δείχνουν να σχημάτισαν μια ιδέα για ένα χρόνο άπειρο και χωρίς όρια: στο Κιριγκουά βρέθηκε μια επιγραφή που αναφρεται σε μια περασμένη περίοδο, πάνω από 300.000.000 χρόνια, με ακριβή σημείωση των ημερών αρχής και τέλους αυτής της περιόδου, σύμφωνα με τα πολιτικά και τα θρησκευτικά ημερολόγια αυτού του πολιτισμού.

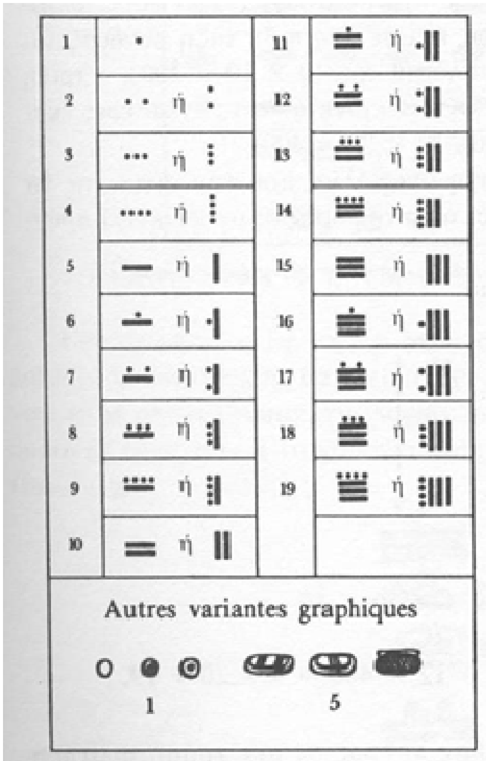
Το εκπληκτικότερο είναι ότι οι σοφοί Μάγια δε διέθεταν παρά στοιχειώδη όργανα. Αγνοούσαν το γυαλί και, επομένως, κάθε οπτική μορφή. Ρολόγια, αμμορολόγια, κλεψύδρες, όλα τα όργανα καταγραφής διάρκειας χρόνων μικρότερων από μια μέρα (ώρες, λεπτά, δευτερόλεπτα, κλπ.), με την έλλειψη των οποίων φαίνεται αδύνατο να καταγραφούν αστρονομικά δεδομένα, τους ήταν, επίσης, άγνωστα. Επιπλέον αγνοούσαν εντελώς την έννοια του κλάσματος.

Πράγματι, η μικρότερη μονάδα χρόνου αυτών των αστρονόμων ήταν η μέρα. Μετρούσαν την ηλιακή μέρα (δηλαδή το διάστημα του χρόνου που κυλά ανάμεσα σε δύο διαδοχικά περάσματα του Ήλιου στο μεσημβρινό του χώρου που τους χρησίμευε για παρατηρητήριο) μ' ένα πολύ απλό όργανο: τον γνώμονα, είδος πολύ πρόχειρου ηλιακού δίσκου. Όσο για τις αστρονομικές παρατηρήσεις, γνωρίζουμε ότι τις πραγματοποιούσαν με δύο σταυρωτές ξύλινες βέργες, όπου ισορροπούσε ένας μακρύς σωλήνας από νεφρίτη, ο οποίος επέτρεπε την καλύτερη σκόπευση.

Αλλά η αστρονομία δεν είναι η μόνη επιστήμη, όπου μας ξάφνιασαν οι Μάγια. Στον τομέα των μαθηματικών, έφθασαν σε αποτελέσματα όχι λιγότερο σημαντικά, αφού ανακάλυψαν την αρχή της θέσης και εφεύραν το μηδέν.

Αυτό μαρτυρούν, πράγματι, τα (σπάνια) χειρόγραφα των Μάγια που έχουμε και ιδιαίτερα ο Κώδικας της Δρέσδης (μια μελέτη αστρονομίας και μαντικής, που αντιγράφηκε τον 9ο αιώνα της εποχής μας από ένα πρωτότυπο που είχε συνταχθεί τρεις ή τέσσερις αιώνες νωρίτερα). Αποκαλύπτουν την ύπαρξη ενός συστήματος με βάση την εικοσάδα,εφοδιασμένο μ' ένα μηδέν και όπου η αξία των ψηφίων προσδιορίζεται από τη θέση τους στη γραφή των αριθμών, σύστημα γνωστό στους ιερείς Μάγια.

Στον αριθμό δεκαεννέα, οι μονάδες της πρώτης τάξης αυτής της αρίθμησης με εικοσάδα απεικονιζόταν με πολύ απλά σύμβολα: τελείες και παύλες. Από μία ως τέσσερις τελείες για τις πρώτες μονάδες, μια οριζόντια ή κάθετη παύλα για το 5. Μια, δυο, τρεις ή τέσσερις τελείες τοποθετημένες πλάι ή πάνω απ' την παύλα για το 6 ως το 9, δύο παύλες για το 10, κ.ο.κ.



Πίνακας 2.Η αρίθμηση των Μάγια ακολούθησε ένα σύστημα αρίθμησης θέσης

Η μαθηματική μεγαλοφυία των αστρονόμων Μάγια έγκειται

- Στο οτι επεξεργάστηκαν μια αρίθμηση θέσης
- Στο οτι εφεύραν το μηδέν

6.8 Ινδική αρίθμηση

Η πρώτη Ινδική επιγραφή που περιλαμβάνει χρονολογία γραμμένη σε δεκαδικό σύστημα θέσης (το έτος 346) και που χρησιμοποιούσε εννιά ψηφία είναι μια πλάκα του έτους 595.Έτσι ο Boyer σημειώνει ότι η αναφορά σε εννέα σύμβολα και όχι σε δέκα σημαίνει ότι οι Ινδοί δεν είχαν κάνει το δεύτερο βήμα για τη μετάβαση στο σύγχρονο σύστημα αρίθμησης που είναι η εισαγωγή ενός συμβόλου για την κενή θέση, δηλαδή ενός συμβόλου για το μηδέν.

Ο Smith αναφέρει ότι η πρώτη αναμφισβήτητη εμφάνιση του μηδενός στην Ινδία βρίσκεται σε μια επιγραφή του 876.(D.E.Smith σελ. 69). Επομένως το μηδέν φαίνεται να χρησιμοποιείται δύο αιώνες μετά από τα υπόλοιπα εννιά ψηφία. Για τον λόγο αυτό ο Boyer λέγει ότι δεν μπορούμε να πούμε με σιγουριά αν ο αριθμός μηδέν (διαφορετικός από ένα σύμβολο για την κενή θέση) εμφανίστηκε από κοινού με τα υπόλοιπα εννέα ινδικά ψηφία. Είναι πολύ πιθανό το μηδέν να κατάγεται από τον ελληνικό κόσμο, ίσως την Αλεξάνδρεια, και να έφθασε στην Ινδία αφού είχε πλέον καθιερωθεί εκεί το δεκαδικό σύστημα θέσης.(C.Boyer, σελ. 212-213).

Διαφορετική προσέγγιση για το ίδιο θέμα φαίνεται να έχει ο G.Ifrah ο οποίος λέγει ότι οι Ινδοί ανακάλυψαν το μοντέρνο λογισμό και τη μοντέρνα αρίθμηση και είχαν κάνει θεωρητικά δυνατό τον εκδημοκρατισμό της τέχνης του υπολογισμού. Στο τέλος του αιώνα τελειοποίησαν την αφηρημένη έννοια του μηδενός και τον έκαναν αριθμό σαν τους άλλους. Μέχρι τότε η λέξη - σύμβολο «μηδέν» δε σήμαινε παρά μια κενή στήλη ή ένα κενό διάστημα. Οπως το βαβυλωνιακό «μηδέν» έτσι και το αντίστοιχο των Μάγια μέχρι τότε χρησιμοποιείτο για τη συμπλήρωση των «κενών» που δημιουργούνταν από τις μονάδες που έλειπαν στις προφορικές ή γραπτές αριθμητικές παραστάσεις. Οι Ινδοί μαθηματικοί συμπλήρωσαν αυτό το κενό και η έννοια αυτή άρχισε να σημαίνει «κενό» ή «τίποτα» αποκτώντας σταδιακά την σημασία που δίνουμε σήμερα σ' αυτή δηλαδή «μηδενική ποσότητα» ή «μηδενικός αριθμός».

Ο Hughes αναφέρει ότι: «Το ινδουιστικό σύστημα, το οποίο είναι ο άμεσος πρόγονος του δικού μας συστήματος, ενσωμάτωνε επίσης την ιδέα της αξίας θέσης:

φαίνεται πως αυτό συνέβη γύρω στα 600 μ.Χ, όμως πέρασαν άλλα 200 χρόνια πριν εμφανιστούν στοιχεία ενός ξεχωριστού συμβόλου για το μηδέν». (Hughes.M, σελ. 136)

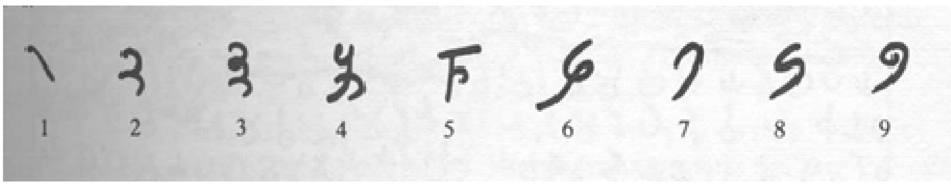
O Boyer αναφερόμενος πάλι στο σύστημα αρίθμησης των Ινδών παρατηρεί ότι με την εισαγωγή τού δέκατου ψηφίου για το μηδέν που είχε το σχήμα του αυγού χήνας ολοκληρώθηκε το σύστημα αρίθμησης των ακεραίων. Αν και τα μεσαιωνικά ινδικά ψηφία διαφέρουν πολύ από τα σημερινά οι αρχές του συστήματος ήταν ήδη σαφείς. Η νέα αρίθμηση την οποία ονομάζουμε ινδικό σύστημα είναι απλά ένας καινούριος συνδυασμός των τριών βασικών αρχών όλων αρχαίας καταγωγής, δηλαδή μιας δεκαδικής βάσης, ενός συστήματος θέσης και μιας κωδικοποιημένης μορφής των δέκα ψηφίων. Καμιά από αυτές τις αρχές δεν προέρχεται από τους Ινδούς αλλά προφανώς οφείλουμε σε αυτούς τη σύνδεσή τους για το σχηματισμό του σύγχρονου συστήματος αρίθμησης θέσης. (C.Boyer, σελ 240).Η ανθρωπότητα προσέκρουσε για χιλιάδες χρόνια σε ατελή και δθσχερέστατα συστήματα τα οποία στερούνταν ενός συμβόλου που να αντιπροσωπεύει το μηδέν ή το τίποτα. Η ιστορία του συμβόλου για το μηδέν στο σύστημα αρίθμησης θέσης περιπλέκεται ακόμη περισσότερο από το γεγονός ότι η έννοια εμφανίστηκε ανεξάρτητα στο ανατολικό και στο δυτικό ημισφαίριο, πολύ πριν την εποχή του Κολόμβου.

Για το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης που χρησιμοποιούμε σήμερα και το οποίο αποδίδεται στους Ινδούς ο Θ. Εξαρχάκος αναφέρει: «Πολλοί συγγραφείς και μελετητές της ιστορίας των Μαθηματικών, ιδιαίτερα εκείνοι που αποκαλούνται «ανατολιολόγοι», αποδίδουν την ανακάλυψη και την πρώτη χρήση των συμβόλων 1, 2, 3, ..., 9 στους Ινδούς. Δεν είναι μέχρι σήμερα εξακριβωμένο ούτε πότε ανακαλύφθηκαν τα σύμβολα αυτά ούτε πότε χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά. Οι Ινδοί θεωρούσαν ότι είναι θεϊκής προέλευσης και ότι είχαν χρησιμοποιηθεί στην Ινδία πολλές χιλιάδες χρόνια. Βέβαια, αυτή η λαϊκή παράδοση δεν έχει καμιά ιστορική αξία. Νεότερες έρευνες που έχουν γίνει τους δύο τελευταίους αιώνες δείχνουν ότι τα συστήματα αρίθμησης που χρησιμοποιούσαν οι Ινδοί μέχρι και τους πρώτους αιώνες της χριστιανικής περιόδου είχαν διάφορες μορφές ως προς τη μορφή και την εξέλιξη των αριθμητικών συμβόλων, καθώς και ως προς τον τρόπο χρήσης τους για τη γραφή των αριθμών.» .(1999, Εξαρχάκος. Θ, σελ. 70).

Στα αρχαιότερα έργα των Ινδών όπως είναι οι Βέδες, τα Sutras και οι διάφορες εκδόσεις του Siddhanta δεν υπάρχει σύστημα αρίθμησης που να χρησιμοποιεί τέτοια σύμβολα. Σύμφωνα με τον G.Kaye δεν υπάρχουν στοιχεία που να βεβαιώνουν ότι το σύστημα αρίθμησης αυτό χρησιμοποιήθηκε στην Ινδία πριν από τον 9° μ.Χ αιώνα. Ο Loria αναφέρει ότι είναι πιθανό τα σύμβολα αυτά να είχαν προταθεί από τους Νεοπυθαγόρειους που γεννήθηκαν στην Περσία πριν την κατάκτησή της από τους Αραβες και στην συνέχεια αυτοί να τα μετέδωσαν στις Ινδίες. (Loria, σελ. 249).

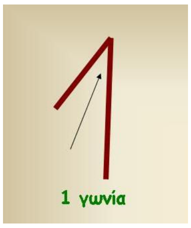
Οι κάτοικοι της Βόρειας Ινδίας έκαναν για πολύν καιρό χρήση μιας πολύ στοιχειώδους αρίθμησης, όπως φαίνεται από πολλές επιγραφές, που χρονολογούνται από την εποχή του Ινδία το λίκνο της μοντέρνας αρίθμησης 3ου με 7ο αιώνα μ.Χ.

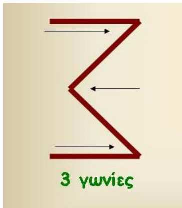
Αυτή η αρίθμηση, όμως, περιελάμβανε ένα από τα χαρακτηριστικά του δικού μας μοντέρνου συστήματος. Τα πρώτα εννέα ψηφία (αυτά των μονάδων), ήταν στην πραγματικότητα σήματα απαλλαγμένα από κάθε οπτική αντίληψη: ήταν διαφορετικά και δεν είχαν πλέον σαν σκοπό να θυμίζουν οπτικά τους αντιστοιχούντες αριθμούς. Επίσης, ο αριθμός 9, για παράδειγμα, δεν αποτελείτο πλέον από εννέα τελείες ή από εννέα παύλες.Αντιστοιχούσε μάλλον σ' ένα συμβατικό γράφημα.

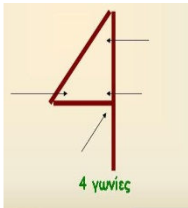


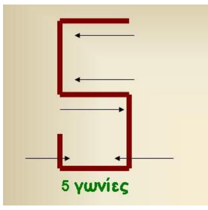
Επιπλέον, αποτελούσαν ήδη τους προάγγελους των εννέα Βασικών σήμερα αριθμών: είναι που από αυτά ακριβώς τα σημεία θα γεννηθούν, μερικούς αιώνες αργότερα, αυτοί που σήμερα (αδίκως) ονομάζονται «αραβικοί αριθμοί».

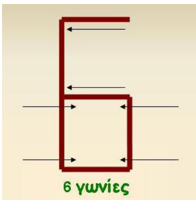
Υπάρχει μια ενδιαφέρουσα θεωρία γιαι το λόγο που χρησιμοποιήθηκαν τα συγκεκριμένα σύμβολα απο τους ΄Αραβες. Η εξήγηση -σύμφωνα με την συγκεκριμένη θεωρία είναι πολύ απλή, αφού για όλα ευθύνονται οι γωνίες!Η παρακάτω εικόνες δείνουν μια εξήγηση:

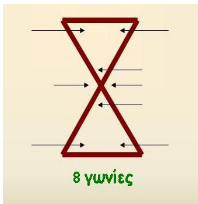


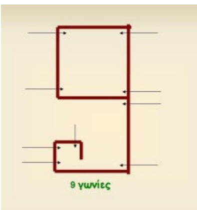


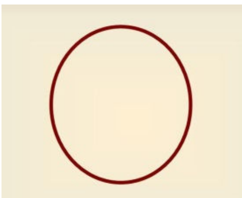












Κύκλος = καμία γωνία = Μηδέν

Εικόνα 7. Οι ινδικοί αριθμοί και μία θεωρία για την ανακάλυψη τους.

6.9 Αραβικοί αριθμοί

Γενικά, οι Άραβες πρόσφεραν στην επιστήμη μια νέα ζωή, ένα πρότυπο χαρακτήρα. Της έδωσαν για πρώτη φορά, χάρη στις κατακτήσεις τους και τη θέλησή τους να μετατρέψουν τον κόσμο, σε μια παγκόσμια διάσταση. Χάρη στο σημαντικό τους έργο, ο δυτικός κόσμος θα παρακολουθούσε σύντομα μια πνευματική ανανέωση, προτού ακόμα γνωρίσει τη μετέπειτα τρομερή άνθηση.

Ανάμεσα στους πολυάριθμους μαθηματικούς χωρίς ταίρι που διέθετε ο αραβοϊσλαμικός πολιτισμός την εποχή του χρυσού του αιώνα, πρέπει ν' αναφέρουμε το Σαμανίδη Μοχάμμεντ Ιμπν Μουσσά αλ-Χοβαριζμί (780-850 περίπου), ο οποίος ήταν Βιβλιοθηκάριος στην αυλή του αββασσίδη χαλίφη αλ-Μαμούν, λίγο μετά την εποχή της βασιλείας του Καρλομάγνου στην Ευρώπη.

Αυτός ο λόγιος είναι πολύ διάσημος για δύο συγγράμματα, τα οποία συνείσφεραν κατά πολύ στη διάδοση των ινδικών αλγεβρικών μεθόδων και του ινδικού λογισμού, πρώτα στον αραβικό κόσμο και μετέπειτα στη χριστιανική Δύση.

Το πρώτο από τα δύο δοκίμια του οποίου το πρωτότυπο έχει, δυστυχώς, χαθεί αλλά το γνωρίζουμε χάρη στις λατινικές του μεταφράσεις πραγματεύεται την αριθμητική. Είναι το πρώτο γνωστό αραβικό βιβλίο, στο οποίο η δεκαδική αρίθμηση θέσης και οι ινδικής προέλευσης μέθοδοι λογισμού γίνονται αντικείμενο παραδειγμάτων και λεπτομερών εξηγήσεων. Θ' αποκτήσει, αργότερα, τέτοια φήμη στις χώρες της δυτικής Ευρώπης, ώστε το όνομα του συγγραφέα του θα γίνει συνώνυμο του συστήματος.

Λατινοποιημένο, το όνομα του αλ-Χοβαριζμί θα μετατραπεί διαδοχικά σε Αλχοαρισμί, έπειτα Αλγορίσμι, Αλγορίσμονς, Αλγόρισμος και τελικά Αλγόριθμος. Ο τελευταίος αυτός όρος σήμαινε για πολύν καιρό στην Ευρώπη το γραπτό λογισμό που εφευρέθηκε από τους Ινδούς, προτού αποκτήσει την πιο πλατιά αποδοχή, που του αναγνωρίζουμε σήμερα (δηλαδή: κάθε μαθηματικός τρόπος που συνίσταται στην αυτόματη μετάβαση, με αυστηρή σύνδεση, από το ένα στάδιο στο άλλο).

Το δεύτερο σύγγραμμα του αλ-Χοβαρεζμί ήταν αφιερωμένο στην επιστήμη της άλγεβρας και ήταν πολύ σπουδαίο, σε τέτοιο σημείο που η σύγχρονη άλγεβρα τού οφείλει σήμερα το όνομα της. Ο τίτλος αυτού του συγ¬γράμματος άρχιζε με μια αραβική λέξη, που σήμαινε τη μία από τις δύο προκαταρκτικές πράξεις στην επίλυση κάθε εξίσωσης (αυτήν που συνίσταται στο να μεταφέρουμε τους όρους από το ένα μέλος στο άλλο, με τέτοιο τρόπο που να έχουμε μόνο θετικούς όρους σε κάθε μέλος της ισότητας). Η λέξη λεγόταν αλγάμπρ και μεταφράσθηκε στη συνέχεια σαν... άλγεβρα.

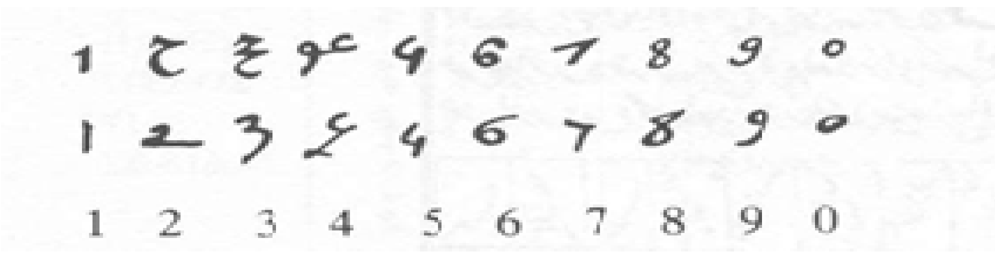
Επειδή η ενότητα της αραβομουσουλμανικής Αυτοκρατορίας κατέρρευσε πολύ νωρίς, από τον 9ο ακόνα ήδη,η Βόρειος Αφρική και η Ισπανία δεν αποτελούσαν πλέον τμήματα του Χαλιφάτου της Βαγδάτης. Οι σχέσεις όμως, δε διακόπηκαν γι' αυτό το λόγο, ανάμεσα στις κατεχόμενες από αραβόφωνους λαούς περιοχές. Και τούτο λόγω των προσκυνημάτων στη Μέκκα, που γίνονταν σε κανονικά διαστήματα, των εμπορικών ανταλλαγών, ακόμα και των πολέμων, των μεταναστεύσεων πληθυσμών και των πήγαινε- έλα μοναχικών ταξιδιωτών.

Από τότε που η ινδική αρίθμηση έγινε γνωστή στους Άραβες της Ανατολής, έφθασε πολύ γρήγορα σε όλες τις «αδελφές χώρες» του Μαγκρέμπ και της Ισπανίας, χάρη σ' αυτές τις πολλαπλές σχέσεις.

Μέχρι τότε, οι λογιστές Αραβες της Δύσης χρησιμοποιούσαν αρχαϊκές μεθόδους. Από τα μέσα δε του 9ου αιώνα, έγιναν και αυτοί ειδήμονες του «λογισμού σε άμμο» και χειριζόντουσαν πολύ μεγάλους αριθμούς ακόμα πιο άνετα, απ' ό,τι οι ινδικοί αριθμοί και μέθοδοι διευκόλυναν την πρακτική εφαρμογή όλων των αριθμητικών πράξεων.

Όπως και στην αυτοκρατορία των χαλίφηδων, αυτοί οι αριθμοί είχαν στην αρχή μια μορφή παρόμοια με την αρχική ινδική γραφή.

Αλλά με τους αιώνες, οι μορφές των αριθμών εξελίχθηκαν και πήραν σιγά - σιγά, ιδίως στις μαυριτανικές χώρες, μια ιδιαίτερη όψη, πολύ διαφορετική από τη γραφή «ιντί» των εξαδέλφων τους της Εγγύς Ανατολής:



Είναι αυτοί, που οι Άραβες της Δύσης ονόμασαν οι «αριθμοί γκομ- πάρ», όνομα που σημαίνει «σκόνη», εξαιτίας της λεπτής άμμου με την οποία οι λογιστές συνήθιζαν να πασπαλίζουν τα τραπεζάκια τους, για να χαράζουν με μια ακίδα τους αριθμούς και να κάνουν έτσι όλες τις πράξεις.

Παρά τις παραλλαγές που υπήρχαν ανάμεσα στους αριθμούς «ιντί» και «γκομπάρ», η ινδική επιρροή, όπως διαπιστώνουμε, είναι προφανής και για τους πρώτους, όπως και για τους δεύτερους. Οι διαφορές οφείλονται, χωρίς αμφιβολία, στις συνήθειες των Αράβων (της Δύσης) γραμματικών και αντιγραφέων, οι οποίοι είχαν αναπτύξει ένα πολύ προπότυπο γραφικό στυλ: τη λεγόμενη «μαγκρεμπική» αραβική γραφή, στην οποία προσάρμοσαν τους αριθμούς ινδικής προέλευσης.

Όπως κι αν έχει, είναι αυτή η ιδιαίτερη γραφή των Αράβων της Δύσης, η οποία έφθασε από την Ισπανία στους χριστιανικούς λαούς της μεσαιωνικής Ευρώπης, προτού γίνει ο δημιουργός των αριθμών που γνωρίζουμε σήμερα. Επειδή την εποχή εκείνη οι Άραβες θα φθάσουν σ' ένα επιστημονικό και μορφωτικό επίπεδο ανώτερο αυτού των λαών της Δύσης, αυτά τα σύμβολα θα πάρουν, για πολλές γενιές την ονομασία «αραβικοί αριθμοί».

Εικόνα 8.Αραβικό χειρόγραφο όπου παρουσιάζονται οι αραβικοί αριθμοί (Ανατύπωση απο http://museum23.blogspot.com/2010/04/blog-post.htmli)

Αυτή η δυνατότητα (των αραβικών αριθμών) προσφέρθηκε στην Ευρώπη από έναν ευρωπαίο, ο οποίος ήταν από τους σημαντικότερους ανθρώπους της εποχής του. Πράγματι, γύρω στο έτος χίλια, ένας Γάλλος καλόγερος διψασμένος για μόρφωση, θα μπορούσε να είχε παίξει ένα ρόλο ίδιο μ' αυτόν που έπαιξε στον αραβο-μουσουλμανικό κόσμο ο Σαμανίδης αλ Χοβαρεζμί και να διαδώσει στη χριστιανική Δύση τις ινδικές ανακαλύψεις, που εισήχθησαν στην Ανδαλουσία λιγότερο από δύο αιώνες νωρίτερα. Όμως αυτός ο καλόγερος δεν ακολουθήθηκε από τους όμοιούς του.

Αυτός ο Γάλλος καλόγερος, είναι ο Ζερμπέρ ντ' Οριγιάκ, που έγινε Πάπας το 999 με το όνομα Συλβέστρος ο Β'. Γεννήθηκε στην Ακιταίν το 945 και μπήκε στο μοναστήρι του Σαιν Ζερώ ντ' Οριγιάκ, όπου γρήγορα διακρίθηκε με το πάθος του για τη μελέτη. Προικισμένος με διεισδυτικό πνεύμα και με ζωηρή επιστημονική περιέργεια, μυήθηκε στα μαθηματικά και την αστρονομία. Έπειτα, με την ευκαιρία μιάς μακράς παραμονής στην Ισπανία, πήγε σε σχολή με Αραβες διδασκάλους, οι οποίοι του έμαθαν να χρησιμοποιεί τον αστρολάβο, του αποκάλυψαν το δικό τους σύστημα αρίθμησης και του δίδαξαν όλες τις μεθόδους των υπολογισμών.

Κατά το θρύλο, ο μέλλων Πάπας του έτους χίλια, πήγε μέχρι τη Σεβίλλη και την Κορδούη και εισήλθε στα αραβικά πανεπιστήμια μεταμφιεσμένος σε μουσουλμάνο προσκυνητή. Αυτό δεν είναι αδύνατο, αλλά είναι πιο αληθοφανές το ότι ο Ζερμπέρ έμεινε στη χριστιανική Ισπανία, στο μοναστήρι της Σάντα Μαρία της Ριπόλ, επειδή αυτή η μικρή καταλανική πόλη ήταν ήδη ένας διάσημος ενδιάμεσος, ανάμεσα στο χριστιανικό και μουσουλμανικό κόσμο.

7. Ποιά είναι η χρησιμότητα των μαθηματικών

Η φύση είναι γεμάτη μορφώματα. Τι θέλουμε όμως να κάνουμε με αυτά; Κάτι που μπορούμε να κάνουμε είναι να καθίσουμε αναπαυτικά και να τα θαυμάσουμε. Η επαφή με τη φύση είναι ωφέλιμη για όλους μας: μας υπενθυμίζει τι είμαστε. Η ζωγραφική, η γλυπτική, η ποίηση είναι αποτελεσματικοί και σημαντικοί τρόποι έκφρασης των συναισθημάτων μας για τον κόσμο και τον εαυτό μας. Το ένστικτο του επιχειρηματία τον οδηγεί να εκμεταλλευτεί τον φυσικό κόσμο. Το ένστικτο του μηχανικού να τον αλλάξει. Το ένστικτο του φυσικού επιστήμονα να τον κατανοήσει να δει τι ακριβώς συμβαίνει. Το ένστικτο του μαθηματικού τον οδηγεί να δώσει δομή σ' αυτή τη διαδικασία κατανόησης αναζητώντας γενικότητες στις οποίες υπάγονται οι προφανείς υποδιαιρέσεις. Κάποιο στοιχείο από όλα αυτά τα ένστικτα υπάρχει σε όλους μας και σε κάθε ένστικτο υπάρχει και το καλό και το κακό.

Ας δούμε όμως τι έχει προσφέρει το μαθηματικό ένστικτο στην ανθρώπινη κατανόηση, αλλά πρώτα θέλω να αναφερθώ στο ρόλο που διαδραμάτισαν τα μαθηματικά στον ανθρώπινο πολιτισμό. Πριν αγοράσετε κάτι, συνήθως έχετε μια αρκετά σαφή ιδέα για το τι θέλετε να κάνετε με αυτό. Αν είναι ψυγείο, τότε φυσικά το θέλετε για να διατηρείτε τρόφιμα.Οι σκέψεις σας, όμως, προχωρούν πολύ πέρα από αυτό. Τι ποσότητα τροφής θέλετε να αποθηκεύσετε; Πού πρέπει να χωρέσει το ψυγείο; Δεν πρόκειται πάντοτε για ζήτημα χρησιμότητας. Μπορεί να σκοπεύετε να αγοράσετε έναν πίνακα ζωγραφικής. Και πάλι θα αναρωτηθείτε πού θα τον τοποθετήσετε και αν η αισθητική του αξία είναι ανάλογη με την τιμή του. Το ίδιο ισχύει και για τα μαθηματικά όπως και για κάθε άλλη διανοητική θεώρηση του κόσμου, είτε επιστημονική, είτε πολιτική, είτε θρησκευτική. Προτού αγοράσετε κάτι, καλό είναι να έχετε αποφασίσει γιατί το θέλετε.

Τι θέλουμε λοιπόν να αποκομίσουμε από τα μαθηματικά;

Κάθε μόρφωμα της φύσης είναι και ένας γρίφος, σχεδόν πάντοτε δυσεπίλυτος. Τα μαθηματικά αποτελούν θαυμάσιο βοηθό στην επίλυση γρίφων. Αποτελούν έναν λίγο-πολύ συστηματικό τρόπο ανακάλυψης των κανόνων και των δομών που κρύβονται πίσω από κάποιο παρατηρούμενο μόρφωμα ή μια κανονικότητα, αλλά και επακόλουθης χρήσης αυτών των κανόνων και δομών προκειμένου να εξηγηθεί αυτό που συμβαίνει. Πράγματι, τα μαθηματικά και η κατανόησή μας για τη φύση έχουν αναπτυχθεί παράλληλα, το ένα ενισχύοντας το άλλο.

Ένα από τα πλέον παράδοξα γνωρίσματα της σχέσης μεταξύ των μαθηματικών και του «πραγματικού κόσμου», αλλά και ένα από τα πιο χαρακτηριστικά, είναι ότι τα καλά μαθηματικά, όποια κι αν είναι η πηγή τους, τελικά αποδεικνύονται χρήσιμα. Υπάρχουν κάθε είδους θεωρίες που αποσκοπούν στην εύρεση του λόγου για τον οποίο συμβαίνει αυτό, οι οποίες εκτείνονται από την αναφορά στη δομή της ανθρώπινης νόησης μέχρι την ιδέα ότι το σύμπαν είναι κατά κάποιον τρόπο δομημένο από μικρά στοιχεία μαθηματικών. Έχω την αίσθηση ότι η απάντηση είναι πιθανότατα εξαιρετικά απλή: τα μαθηματικά είναι η επιστήμη των προτύπων, και η φύση αξιοποιεί σχεδόν οποιοδήποτε πρότυπο υπάρχει. Παραδέχομαι ότι είναι πολύ πιο δύσκολο να προβάλω κάποιον πειστικό λόγο για τον οποίο η φύση συμπεριφέρεται με αυτό τον τρόπο. Μπορεί το ερώτημα να τίθεται αντίστροφα: ίσως η πραγματικότητα είναι ότι τα όντα που έχουν τη δυνατότητα να υποβάλουν ένα τέτοιο ερώτημα μπορούν να εξελιχθούν μόνο σ' ένα σύμπαν με αυτό το είδος δομής.

Οποιοι κι αν είναι οι λόγοι, τα μαθηματικά αποτελούν αναμφίβολα μια χρήσιμη μέθοδο μελέτης της φύσης. Τι θέλουμε να μας πουν για τα μορφώματα που παρατηρούμε; Υπάρχουν πολλές απαντήσεις. Θέλουμε να κατανοήσουμε πως προκύπτουν.θέλουμε επίσης να κατανοήσουμε γιατί προκύπτουν, πράγμα που είναι διαφορετικό να οργανώσουμε τα υποκείμενα μορφώματα και τις κανονικότητες με τον ικανοποιητικότερο τρόπο να προβλέψουμε πώς θα συμπεριφερθεί η φύση,να ελέγξουμε τη φύση για τους δικούς μας σκοπούς,να χρησιμοποιήσουμε στην πράξη ό,τι έχουμε μάθει για τον κόσμο. Τα μαθηματικά μάς βοηθούν να επιτύχουμε όλους αυτούς τους στόχους, και συχνά είναι απαραίτητα.

Δεν πρέπει να περιμένουμε άμεσο πρακτικό όφελος από τα νέα μαθηματικά. Συνήθως η μεταφορά μιας μαθηματικής ιδέας σε κάτι που μπορεί να κατασκευαστεί στο εργοστάσιο ή να χρησιμοποιηθεί στο σπίτι μας απαιτεί χρόνο,πολύ χρόνο.Δεν είναι απίθανο να περάσει ακόμη και ένας αιώνας. Π.χ. το ενδιαφέρον που αναπτύχθηκε κατά τον 17ο αιώνα για τις ταλαντώσεις των χορδών του βιολιού οδήγησε ύστερα από τριακόσια χρόνια στην ανακάλυψη των ραδιοκυμάτων και στην εφεύρεση του ραδιοφώνου, του ραντάρ και της τηλεόρασης.

7.1 Αριθμοί και φυσικές επιστήμες

Όταν ακούμε τη λέξη «μαθηματικά», το πρώτο πράγμα που μας έρχεται στο νου είναι οι αριθμοί. Οι αριθμοί είναι η καρδιά των μαθηματικών, μια επιρροή που διαποτίζει τα πάντα.Είναι οι πρώτες ύλες με τις οποίες χαλκεύεται μεγάλο μέρος των μαθηματικών. Ωστόσο, οι αριθμοί από μόνοι τους αποτελούν πολύ μικρό τμήμα των μαθηματικών. Προηγουμένως ανέφερα ότι ζούμε σ' έναν έντονα μαθηματικό κόσμο, αλλά συχνά κρύβουμε τα μαθηματικά σαν τη σκόνη κάτω από το χαλί —έτσι ώστε ο κόσμος μας να είναι περισσότερο «φιλικός στους χρήστες». Εντούτοις, ορισμένες μαθηματικές ιδέες παίζουν τόσο σημαντικό ρόλο στον κόσμο μας, που είναι αδύνατον να μείνουν στην αφάνεια.Οι αριθμοί αποτελούν ένα εξαιρετικά χαρακτηριστικό παράδειγμα. Αν δεν είχαμε την ικανότητα, λόγου χάρη, να μετρούμε αβγά και να αφαιρούμε τα ρέστα, ούτε καν τρόφιμα δεν θα μπορούσαμε να αγοράσουμε. Γι' αυτό διδάσκουμε την αριθμητική. Σε όλους. Η άγνοιά της, όπως και η άγνοια της γραφής και της ανάγνωσης, αποτελούν σοβαρότατο μειονέκτημα στη σύγχρονη εποχή. Και τούτο προκαλεί την ευρέως διαδεδομένη εντύπωση ότι τα μαθηματικά είναι κυρίως ζήτημα αριθμών —κάτι που δεν αληθεύει στην πραγματικότητα. Τα τεχνάσματα που μαθαίνουμε στην αριθμητική είναι μόνο η κορυφή του παγόβουνου. Δεν χρειαζόμαστε κάτι περισσότερο για να οργανώσουμε την καθημερινή μας ζωή, ο πολιτισμός μας όμως δεν μπορεί να οργανώσει την κοινωνία μας με τέτοια περιορισμένα μέσα. Οι αριθμοί είναι απλώς ένας από τους τύπους των αντικειμένων που μελετούν οι μαθηματικοί.

Το συστατικό που συγκρατεί ενωμένο όλο αυτό το τοπίο είναι η απόδειξη. Η απόδειξη καθορίζει τη διαδρομή από το ένα γεγονός στο άλλο. Για τους επαγγελματίες μαθηματικούς, μια απόφανση είναι έγκυρη μόνο αν έχει αποδειχτεί πέρα από κάθε δυνατότητα λογικού σφάλματος. Ωστόσο, υπάρχουν όρια στο τι μπορούμε να αποδείξουμε και στο πώς μπορούμε να το αποδείξουμε. Έπειτα από σκληρή δουλειά στον τομέα της φΙλοσοφίας και της θεμελίωσης των μαθηματικών καταδείχτηκε ότι δεν μπορούμε να αποδείξουμε τα πάντα, επειδή πρέπει να ξεκινήσουμε από κάπου.Αλλά, ακόμη κι αν έχουμε αποφασίσει από πού θα ξεκινήσουμε, μπορεί κάποιες αποφάνσεις να μην είναι ούτε αποδείξιμες ούτε αναιρέσιμες.

Τα εγχειρίδια μαθηματικής λογικής αναφέρουν ότι απόδειξη είναι μια ακολουθία αποφάνσεων καθεμιά από τις οποίες προκύπτει είτε από προηγούμενες αποφάνσεις είτε από αποδεκτά αξιώματα —αναπόδεικτες αλλά ρητά διατυπωμένες παραδοχές που ουσιαστικά ορίζουν τη μελετώμενη περιοχή μαθηματικών. Αυτό είναι τόσο διαφωτιστικό όσο το να περιγράφουμε ένα μυθιστόρημα ως μια σειρά προτάσεων, καθεμιά από τις οποίες είτε ορίζει ένα αποδεκτό πλαίσιο είτε προκύπτει εύλογα από τις προηγούμενες. Και από τους δύο ορισμούς λείπει το εξής ουσιώδες στοιχείο: τόσο η απόδειξη όσο και το μυθιστόρημα πρέπει να διηγούνται μια ενδιαφέρουσα ιστορία. Και οι δύο ορισμοί επισημαίνουν ένα δευτερεύον στοιχείο —ότι η ιστορία πρέπει να είναι πειστική— και επίσης περιγράφουν τη συνολική μορφή της διήγησης αλλά το πλέον σημαντικό χαρακτηριστικό είναι η καλή υπόθεση!(Οι αριθμοί της φύσης,Stewart,1995)

Ακόμη και οι μεγαλύτεροι μαθηματικοί έχουν υποστηρίξει μερικές φορές πως απέδειξαν κάτι που στη συνέχεια αποδείχτηκε ότι δεν ισχύει —η απόδειξή τους είχε κάποιο δυσδιάκριτο κενό, ή υπήρχε ένα απλό σφάλμα σε κάποιον υπολογισμό, ή δεν πρόσεξαν ότι μια παραδοχή τους δεν ήταν τόσο ακλόνητη όσο πίστευαν. Έτσι, με την πάροδο των αιώνων, οι μαθηματικοί έμαθαν να αντιμετωπίζουν με εξαιρετικά κριτικό πνεύμα τις αποδείξεις. Οι αποδείξεις συνυφαίνουν τον ιστό των μαθηματικών και αν είναι αδύναμο έστω και ένα νήμα, μπορεί να ξηλωθεί ολόκληρος ο ιστός.

7.2 Ο αριθμός και η βιολογία

Η ζωή είναι πάνω απ' όλα ρυθμική, και οι ρυθμοί της είναι πολλοί και ποικίλοι. Η καρδιά μας και οι πνεύμονες μας ακολουθούν ρυθμικούς κύκλους, ο χρονισμός των οποίων προσαρμόζεται στις ανάγκες του σώματος μας. Και πολλοί από τους ρυθμούς της φύσης είναι παρόμοιοι με το ρυθμό των παλμών της καρδιάς μας: είναι αυτόνομοι, δουλεύοντας στο «παρασκήνιο». Άλλοι πάλι είναι όπως η αναπνοή: υπάρχει ένα απλό «προκαθορισμένο» σχήμα που λειτουργεί όσο δεν συμβαίνει τίποτε το ασυνήθιστο, αλλά υπάρχει και ένας περισσότερο σύνθετος μηχανισμός ελέγχου, που παρεμβαίνει όποτε είναι απαραίτητο και προσαρμόζει αυτούς τους ρυθμούς στις άμεσες ανάγκες.

Ελέγξιμοι ρυθμοί αυτού του είδους είναι πολύ συχνοί —και ιδιαίτερα ενδιαφέροντες—στη μετακίνηση. Ονομάζουμε βηματισμούς τα προκαθορισμένα πρότυπα κίνησης που χρησιμοποιούν τα ζώα με πόδια όταν δεν λειτουργεί ο συνειδητός έλεγχος.

Πριν από την ανάπτυξη της φωτογράφησης υψηλής ταχύτητας ήταν ουσιαστικά αδύνατον να εξακριβώσουμε πώς κινούνται τα πόδια ενός ζώου όταν τρέχει ή καλπάζει: η κίνηση είναι εξαιρετικά γρήγορη για να τη διακρίνει το ανθρώπινο μάτι. Ο θρύλος λέει ότι αυτή η τεχνική της φωτογραφίας αναπτύχθηκε εξαιτίας ενός στοιχήματος για κάποιο άλογο. Το 1870, ο μεγιστάνας των σιδηροδρόμων Leland Stanford στοιχημάτισε είκοσι πέντε χιλιάδες δολάρια ότι, όταν ένα άλογο τροχά ζει, μερικές στιγμές κανένα από τα πόδια του δεν πατάει στο έδαφος. Για να ξεκαθαρίσει το ζήτημα, ένας φωτογράφος —που αρχικά λεγόταν Edward Muggeridge αλλά κατόπιν άλλαξε το όνομά του σε Eadweard Muybridge—, φωτογράφισε τις διαφορετικές φάσεις της κίνησης ενός αλόγου, βάζοντάς το να περάσει μπροστά από μια σειρά φωτογραφικών μηχανών που ενεργοποιούνταν μέσω παγίδευσης. Λέγεται ότι ο Stanford κέρδισε το στοίχημα. Ανεξάρτητα από το πόσο αληθινή είναι αυτή η ιστορία, γνωρίζουμε ότι ο Muybridge συνέχισε την πρωτοποριακή εργασία του εγκαινιάζοντας έτσι την επιστημονική μελέτη του βηματισμού. Επίσης, τελειοποίησε μια συσκευή που ήταν γνωστή ως ζωοτρόπιο, με σκοπό να προβάλει το βηματισμό ως «κινούμενες εικόνες», ανοίγοντας ένα δρόμο που σύντομα οδήγησε στο Χόλλυγουντ. Έτσι, ο Muybridge ίδρυσε μια επιστήμη και μια τέχνη.

Το παραπάνω παράδειγμα αποτελεί το αντικείμενο ενός κλάδου της βιολογίας που ειναι γνωστός ως μαθηματική βιολογία και το αντικείμενο του δεν είναι τίποτα άλλο απο την ανάπτυξη συγκεκριμένων μαθηματικών μοντέλων,για την ερμηνεία βιολογικών φαινομένων.Είναι με λίγα λόγια η χρήση των αριθμών στη βιολογία.

7.3 Οι αριθμοί στη φυσική

Ο Stewart θεωρεί ότι οι μαθηματικές και φυσικές έννοιες που απαιτούνται για την περιγραφή μιας νιφάδας χιονιού έχουν τόσο γενική και ισχυρή εφαρμογή, ώστε να τις συναντάμε στη δομή του σύμπαντος ολόκληρου. Τρεις τέτοιες έννοιες της μαθηματικής φυσικής είναι:

• Η Συμμετρία. Όπως και ο Einstein είχε δηλώσει, το ζήτημα στη Φυσική είναι να συλλάβουμε τις συμμετρίες του Σύμπαντος, εφόσον οι νόμοι της φύσης είναι ίδιοι παντού και πάντοτε.

• Η Δυναμική, που περιγράφει συστήματα που μεταβάλλονται με το χρόνο.

• Το Χάος, που εμφανίζεται στην πολυπλοκότητα του σχήματος της νιφάδας κάνοντάς το να φαίνεται τυχαίο

8. Αριθμός και αριθμολογία

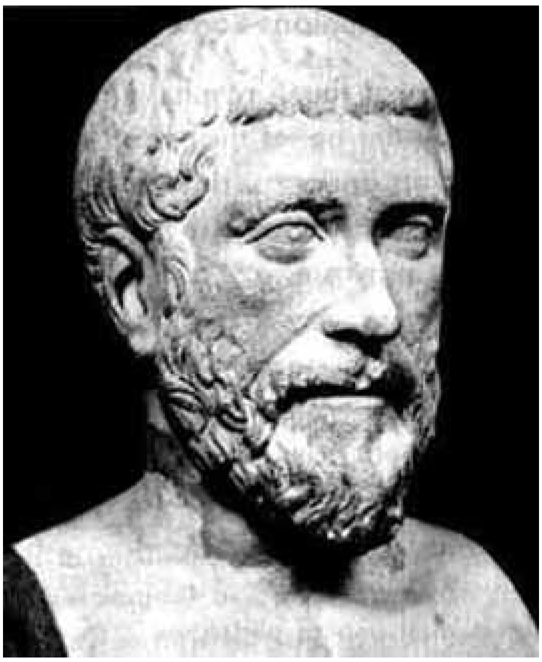
Ως Αριθμολογία ορίζεται οποιοδήποτε από τα πολλά παραδοσιακά συστήματα ή πίστεις στη μυστικιστική ή εσωτερική σχέση μεταξύ των αριθμών και των φυσικών αντικειμένων ή όντων.

Η αριθμολογία και η αριθμολογική μαντεία με συστήματα όπως η ισοψηφία ήταν δημοφιλής ανάμεσα στους πρώτους μαθηματικούς, όπως ο Πυθαγόρας, αλλά δεν θεωρούνται πλέον τμήμα των μαθηματικών και ορίζονται ψευδομαθηματικά από τους σύγχρονους επιστήμονες(Wikipedia.org).

Σήμερα η αριθμολογία συνδέεται συχνά με το παραφυσικό, όπως η αστρολογία και παρόμοιες μαντικές τέχνες.

8.1 Η γέννηση της Αριθμολογίας

Η ιστορία της αριθμολογίας έχει τις ρίζες της στον αρχαίο Έλληνα φιλόσοφο Πυθαγόρα. Ο Πυθαγόρας ο Σαμιος, υπήρξε σημαντικός έλληνας φιλόσοφος, μαθηματικός, γεωμέτρης και θεωρητικός της μουσικής. Είναι ο κατεξοχήν θεμελιωτής των ελληνικών μαθηματικών και δημιούργησε ένα άρτιο σύστημα για την επιστήμη των ουρανίων σωμάτων, που κατοχύρωσε με όλες τις σχετικές αριθμητικές και γεωμετρικές αποδείξεις. Γεννήθηκε σε χρονολογία που δεν μας είναι γνωστή, αλλά που εικάζεται πως είναι μεταξύ των ετών 580 - 572 π.Χ. και ως επικρατέστερος τόπος γεννήσεως παραδίδεται η νήσος Σάμος. Πέθανε στο Μεταπόντιον της Ιταλικής Λευκανίας σε μεγάλη ηλικία, περί το 500 - 490 π.Χ. Το αντικείμενο ενασχόλησης του Πυθαγόρα ήταν η καθοδήγηση μιας «εταιρείας». Αυτή η εταιρεία ήταν μία μυστική, θρησκευτική κίνηση, που είχε αναπτύξει και έντονη πολιτική δραστηριότητα.Οι Πυθαγόρειοι του 5ου αιώνα π.Χ συγκαταλέγονται στους πιο σημαντικούς επιστήμονες του καιρού τους και ο Πυθαγόρας φαίνεται να ενδιαφερόταν ιδιαίτερα για την επιστήμη.



Εικόνα 9. Πυθαγόρας ο Σάμιος

Στο Πυθαγόρειο σύστημα οι θρησκευτικοί και φιλοσοφικοί στόχοι είναι αλληλένδετοι. Μια πολύ σημαντική ανακάλυψη που έκανε ο Πυθαγόρας είναι η αριθμητική ερμηνεία του σύμπαντος.

Μετρώντας τα κατάλληλα μήκη της χορδής ενός μονόχορδου, διαπίστωσε πως τα σύμφωνα μουσικά διαστήματα μπορεί να εκφρασθούν σε απλές αριθμητικές αναλογίες των τεσσάρων πρώτων ακεραίων αριθμών. Σ΄αυτόν αποδίδονται οι αριθμητικοί λόγοι της οκτάβας (2/1, δια πασών), της τέταρτης (4/3, δια τεσσάρων), της πέμπτης (3/2, δια πέντε) και του μείζονος τόνου (9/8 που είναι η διαφορά μεταξύ τέταρτης και πέμπτης). Το ενδιαφέρον του Πυθαγόρα για τη μουσική αρμονία οδηγεί στη σκέψη σε αυτόν να αποδοθεί και η θεωρία της «Αρμονίας των Σφαιρών». Επίσης έχουν αποδοθεί σε αυτόν διάφορες γεωμετρικές ανακαλύψεις με γνωστότερο το ομώνυμό του θεώρημα.

Ορισμένοι αρχαίοι συγγραφείς απέδωσαν στον Πυθαγόρα την ανακάλυψη πως ο Εωσφόρος (Αυγερινός) και ο Έσπερος (Αποσπερίτης) είναι ένας και ο αυτός αστέρας της Αφροδίτης. Άλλοι απέδωσαν αυτήν την ανακάλυψη στον Παρμενίδη.Εκείνο που είναι σίγουρο είναι πως ο μεγάλος δάσκαλος της φιλοσοφικής σκέψης και μαθηματικός, ο Πυθαγόρας ο Σάμιος, πίστευε στην δύναμη και τον συμβολισμό των αριθμών. Αφιέρωσε το έργο της ζωής του σ’ αυτούς και στον Κρότωνα δίδαξε τα μεγαλύτερα ονόματα της εποχής.

Οπως συμβαίνει όμως με όλες τις μεγάλες μορφές της ιστορίας,έτσι και με τον πυθαγόρα,το όνομα του και το έργο του προκάλεσε διχασμό στην ανθώπινη σκέψη.Απο τη μία η επιστημονική κοινότητα χρησιμοποίησε την γνώση αυτή ως σκαλοπάτι για άλλα,ακόμα μεγαλύτερα επιτεύγματα,αποδίδοντας στον Πυθαγόρα την πραγματική του διάσταση ως εξέχουσας προσωπικότητας και μεγάλου επιστήμονα.Απο την άλλη στο ίδιο έργο,αποδώθηκε μια μυστικιστική σημασία συνώνυμη της μαγείας και του αποκρυφισμού.Οι πιο ελαφριές σκέψεις ανα τους αιώνας,απέδωσαν στο έργο του μαγικές διαστάσεις.Διαμορφώθηκε ετσι στις μέρες μας ένα σύστημα όπου σε κάθε γράμμα του αλφάβητου αντιστοιχεί και ένας αριθμός,έτσι ώστε τελικά κάθε λέξη,φράση ή πρόταση να αναλύεται σε έναν αριθμό.Το σύστημα αυτό σήμερα έχει ως εξής :

1. Ο αριθμός 1 ,σημειοδοτεί την έναρξη, την πρωτοπορία, την ανεξαρτησία, την αρχηγία και την δυναμική αρχή,σαν ένα πρώτο βήμα για ένα νέο κεφάλαιο της ζωής. Έχει θάρρος, δύναμη και εφευρετικότητα. Είναι η παρουσία του «είμαι», «υπάρχω». «εγώ». Στην αρνητική του μορφή θα αναδείξει ένα σκληρό και άκρατο ανταγωνισμό, όπως και ένα τυραννικό πρόσωπο.

2. Ο αριθμός 2, δημιουργεί την αίσθηση της συνέχειας, της αρμονίας, της συντροφικότητας και της διπλωματίας. Φέρνει συνεταιρισμούς, ταίριασμα, ζευγάρωμα ή ομαδοποίηση. Γενικά έχει αγάπη από ζεστασιά και φροντίδα, επομένως προβάλει συναίσθημα.Στην αρνητική πλευρά δίνει ένα υπερβολικό συναισθηματικό, κριτική και αυστηρή διάθεση, απάθεια και αδιαφορία.

3. Ο αριθμός 3, παράγεται από την ένωση του 1 και του 2 και φέρνει ισορροπία, επικοινωνίας, αυτοέκφραση και δημιουργικότητα. Με θετική σκέψη, γίνεται φιλικό, αγαπητό και δημοφιλές. Έλκεται από τις διασκεδάσεις, τα χρώματα και την χαρά.
Στην αρνητική του εκδοχή θα μπορούσε να περιέχει στοιχεία υποκρισίας, αρνητική κριτική και τάσεις φυγής από την πραγματικότητα

4. Ο αριθμός 4, αφορά την τάξη και την οργάνωση, για να υπάρχει εργασία μέσα από πρακτική κάλυψη αναγκών και πειθαρχία. Δείχνει την επιμονή και την υπομονή, την μεθοδικότητα και την αξιοπρέπεια.Στην αρνητική του μορφή δημιουργεί περιορισμούς και εμπόδια, ενασχόληση με λεπτομέρειες άνευ ουσίας. Ρουτίνα και απαισιοδοξία από στενοκεφαλιά.

5. Ο αριθμός 5, είναι η ανάγκη για αλλαγή, περιπέτεια, χαρά και δημιουργία. Μέσα από αυτόν έχουμε τα ταλέντα και την ευφυΐα. Παρέχει γοητεία, έλξη, ικανότητα να αρέσει, αλλά και να χαίρεται τη ζωή.Στην αρνητική του πλευρά, αναδεικνύει ανευθυνότητα, αναβλητικότητα και τάση για υπερβολή ή καταχρήσεις.

6. Ο αριθμός 6, θα φανερώσει την ομορφιά, την αγάπη , την υπευθυνότητα, την κοινωνική προσφορά και την οικογένεια. Δημιουργεί σταθερότητα, αρμονία, ομόνοια και δικαιοσύνη. Του αρέσει η θαλπωρή του σπιτιού και δίνει εύκολα βοήθεια. Στην αρνητική του πλευρά γίνεται καταπιεστικός, παρεμβατικός, ίσως συντηρητικός.

7. Ο αριθμός 7, δίνει την ικανότητα για ανάλυση, πνευματικές ασχολίες, σοφία και αναζήτηση της γνώσης. Αγαπά την έρευνα, έχει ποιότητα και πιστότητα. Δηλώνει υπομονή, επιμονή, θάρρος, λεπτότητα και ψυχραιμία.Στην αρνητική του διάσταση θα προσδώσει ειρωνεία, μελαγχολία, ύπουλη συμπεριφορά και μπέρδεμα.

8. Ο αριθμός 8, προσδιορίζει στόχους και σχέδια για υλική επιτυχία και ικανότητα για ολοκλήρωση. Η οικονομική άνεση σαν ελευθερία παίζει ρόλο και υπάρχει δυναμική ενεργητικότητα. Πρακτική τάση, εξυπνάδα και εμπιστοσύνη στις ικανότητές του.Στην αρνητική του πλευρά υπάρχει αδιαλλαξία, μισαλλοδοξία, δολιότητα.

9. Ο αριθμός 9, αποτελεί την ολοκλήρωση των βασικών αριθμών. Αφορά την κατανόηση, την ανιδιοτέλεια, την προσφορά, την διαίσθηση, την συναισθηματική έκφραση. Δίνει δημιουργικότητα και υπευθυνότητα, μέσα από τάσεις ανθρωπιστικές.Στην αρνητική του διάσταση είναι αστάθεια, πικρία, εγωκεντρισμός και αδιακρισία.

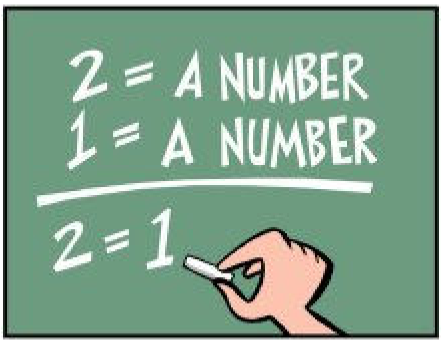
8.2 Επιχειρήματα κατά της αριθμολογίας. Η post hoc ερμηνεία

Επιχειρήματα για την μη ορθότητα της παραπάνω σχέσης μεταξύ αριθμών και εννοιών είναι πολλά.

Συχνά αναφέρεται ως απόδειξη της ορθότητας της παραπάνω σχέσης,η εφορμογή που είχε στη ζωή κάποιων ανθρώπων,η χρήση των κανόνων της αριθμολογίας και το γεγονός οτι στάθηκε δυνατό να ερμηνεύσουν γεγονότα της τωρινής ή της μελλοντικής τους ζωής.Στη πραγματικότητα όμως αυτό δεν είναι τίποτα άλλο απο μια Post hoc πλάνη.

Η post hoc ergo propter hoc (μετά απ'αυτό άρα εξαιτίας αυτού) πλάνη βασίζεται πάνω στην λανθασμένη άποψη ότι επειδή κάποιο γεγονός έγινε μετά από κάποιο άλλο, το ένα οφείλεται στο άλλο.Η post hoc συλλογιστική είναι η βάση πολλών προληπτικών και λανθασμένων αντιλήψεων.

Πολλά γεγονότα ακολουθούν σειριακά πρότυπα χωρίς να είναι αιτιωδώς συσχετισμένα μεταξύ τους.Για παράδειγμα, έστω ότι έχετε ένα κρύωμα όποτε και πίνετε υγρά και το κρύωμα φεύγει μετά από δυο εβδομάδες.Έχετε πονοκέφαλο και καθόσαστε με το κεφάλι ανάποδα και ο πονοκέφαλος σας φεύγει μετά από έξι ώρες.Βάζετε ένα φάρμακο για την ακμή σε κάποιον σπίλο και ο σπίλος φεύγει μετά από τρείς εβδομάδες.Κάνετε κάποια δουλειά υπερβολικά καλά αφού ξεχάσατε να κάνετε μπάνιο, οπότε και την επόμενη φορά που πάτε να την κάνετε ξανά, δεν κάνετε μπάνιο.Γίνετε μια ηλιακή έκλειψη και χτυπάτε τύμπανα για να κάνετε τους θεούς να βάλουν τον Ήλιο πίσω στη θέση του.Ο Ήλιος επιστρέφει αποδεικνύοντας την αποτελεσματικότητα της μεθόδου σας.



Χαραχτηριστικό παράδειγμα όπου φαίνεται μία post hoc ερμηνεία,ένα άτοπο δηλ συμπέρασμα.Το 1=αριθμός,το 2=αριθμός,άρα 1=2

Χρησιμοποιείτε ένα ξύλο ραβδοσκοπίας και βρίσκετε νερό.Φαντάζεστε ότι καθώς "στρίβετε" ένα νόμισμα, έρχεται κεφάλι, και όντως έρχεται κεφάλι.Τρίβετε το τυχερό φυλαχτό σας και αυτό που επιθυμείτε γίνεται πραγματικότητα.Χάνετε το φυλαχτό σας και σας έρχονται απανωτές ατυχίες.Έχετε κάποιο "όραμα" ότι θα βρεθεί ένα πτώμα δίπλα σε ένα ποτάμι, και μετά από κάποιες ώρες όντως βρίσκεται ένα πτώμα σε ένα ποτάμι.Έχετε ένα όνειρο ενός αεροπορικού δυστυχήματος και την άλλη μέρα μαθαίνετε ότι το βράδυ έπεσε ένα αεροπλάνο.

Παρ' ολ'αυτά, η ακολουθία δυο γεγονότων εδραιώνει την πιθανότητα αιτιότητας όσο και η συσχέτιση.Συμπτώσεις συμβαίνουν.Το ότι έγινε ένα γεγονός μετά από κάποιο άλλο,δεν σημαίνει ότι το ένα έφερε το άλλο.Για να εξασφαλιστεί η πιθανότητα αιτιώδους συσχέτισης του ενός γεγονότος με το άλλο, πρέπει να γίνουν ελεγχόμενες μελέτες για να αποκλείσουν παράγοντες όπως η τύχη ή άλλους άγνωστους παράγοντες.Οι φήμες και οι διαδώσεις δεν είναι αρκετές γιατί βασίζονται στην διαίσθηση και στην υποκειμενική ερμηνεία.Μια ελεγχόμενη μελέτη είναι αναγκαία για να αποκλείσει το ενδεχόμενο του λάθους ή της αυταπάτης.

Ένα αντίστοιχο post hoc σφάλμα μπορεί να εξηγήσει την πίστη κάποιων οτι η αριθμολογία έχει ισχύ και μπορεί να αποκαλύπτει μελλούμενα γεγονότα ή κρυφά μηνύματα που έχει κρύψει το σύμπαν στους αριθμούς.Έτσι το σφάλμα σε αυτή τη περίπτωση έχει ώς εξής :

Πρόταση α: οι αριθμοί μπορούν να αντιστοιχιθούν με γράμματα
Πρόταση β: τα γράμματα συγκροτούν ένα τεράστιο πλήθος λέξεων

Πρόταση γ: κάποια απο τις λέξεις εμφάνίζεται να περιγράφει μια μελλοντική κατάσταση και η οποία όντως πραγματοποιείται.
Συμπέρασμα: άρα,συνδυάζοντας όλες τις παραπάνω προτάσεις, όλοι οι αριθμοί μπορούν να περιγράψουν το μέλλον.

Επιπλέον δεν υπάρχει ένας κοινός τόπος ερμηνείας για τη σημασία των αριθμών και οι κατά τους αιώνας αριθμολόγοι ή αριθμοφιλόσοφοι δείνουν διαφορετίκη ερμηνεία κάθε φορά.

8.3 Πώς τα ''μιμίδια'' εξηγούν την αριθμολογία

Στο σημείο αυτό όμως θα μπορούσε κάλλιστα να αναρωτηθεί κάποιος,γιατί συνεχίζουν οι άνθρωποι να πιστεύουν και να δείνουν σημασία σε κάτι τόσο άτοπο,μετά απο τόσα χρόνια τεχνολογικής και επιστημονικής εξέλιξης;Δεν θα έπρεπε η πρόοδος που έχει συντελεστεί στην ανθρώπινη σκέψη να έχει εξαφανίσει την πίστη στην αριθμολογία,αλλά και γενικότερα την πίστη ότι πίσω απο τους αριθμούς κρύβονται μυστικά,ίσως και θεικά μηνύματα?Ενας απο τους μεγαλύτερους βιολόγους της εποχής μας εξηγεί το φαινόμενο αυτό αλλά και άλλα παρόμοια,εισάγωντας τον όρο μιμίδια στη βιολογία.

Τα μιμίδια αποτελούν θεμελιώδεις μονάδες-φορείς πολιτισμικής κληρονομιάς (τραγούδια, τρόποι συμπεριφοράς, μόδα, επιστημονικές ιδέες, θρησκευτικές πεποιθήσεις/δοξασίες, κτλ), οι οποίες μεταδίδονται από τον ένα εγκέφαλο στο άλλο.

Ο όρος εισήχθη από τον κοινωνιοβιολόγο Ρίτσαρντ Ντόκινς (Richard Dawkins) το 1976, κατ' αναλογία προς το γονίδιο, τη βασική μονάδα γενετικής πληροφορίας. Ο πολιτισμός εξελίσσεται και μεταδίδεται από γενιά σε γενιά, όπως ακριβώς συμβαίνει και με τα γονίδια στο φυσικό κόσμο. Τα μιμίδια δεν κληρονομούνται μέσω του αίματος αλλά μέσω της επικοινωνίας, των εθίμων, της γλώσσας, της κουλτούρας γενικότερα, από τα γηραιότερα προς τα νεότερα μέλη κάθε κοινωνίας.

Το 1976 ο Richard Dawkins δημοσίευσε το « Εγωϊστικό Γονίδιο», ένα έργο που σηματοδοτεί την είσοδο της εξελικτικής βιολογίας στην πολιτισμική ανάλυση. Βάση του εγχειρήματος αποτελεί, όπως είναι φυσικό για έναν βιολόγο, η εξελικτική θεωρία του Δαρβίνου. Το εγχείρημα ξεκινά από την βασική θέση ότι η εξέλιξη των εμβίων όντων είναι απλά η επιβίωση, ο πολλαπλασιασμός και η επέκταση των βασικών συστατικών υποσυνόλων τους, δηλαδή των γονιδίων.

Ορίζοντας κατ' αρχήν την ανθρώπινη συμπεριφορά σαν στρατηγική γονιδιακής αναπαραγωγής, ο Dawkins αντιλαμβάνεται ότι η συμπεριφορά αυτή δεν υπαγορεύεται αποκλειστικά από εσωτερικές πηγές αλλά και από εξωτερικές.

Αναζητεί λοιπόν στο πολιτισμικό πεδίο το ανάλογο του βιολογικού κλωνωτή [replicator] -της κατ’ εικόνα και καθ’ ομοίωση αναπαράξιμης οντότητας που συνιστά το γονίδιο [gene]εισάγοντας για τον σκοπό αυτό την έννοια του «μιμιδίου» [meme].

Το μιμίδιο ορίζεται ως «μονάδα πολιτισμικής μεταβίβασης ή ως μονάδα μίμησης» με την ευρύτερη του όρου έννοια. Περιλαμβάνει τις ελάχιστες μονάδες πληροφοριών που εδράζονται στο ανθρώπινο μυαλό και μπορούν να μεταβιβασθούν ως εννοιολογικά ή συμπεριφορικά αντίγραφα μέσα από περισσότερο ή λιγότερο συνειδητές πρακτικές μίμησης τόσο από την πλευρά του μιμούμενου όσο και από εκείνη του μιμητή. Ως μιμίδια λοιπόν ταξινομούνται αντιλήψεις, πρακτικές αλλά και πάσης φύσεως υλικές κατασκευές που τις αντανακλούν ή/και τις εξυπηρετούν: « Παραδείγματα μιμιδίων αποτελούν οι μελωδίες, οι ιδέες, τα σλόγκαν, ενδυματολογικοί συρμοί, τεχνοτροπίες κεραμικής ή κατασκευής αψίδων ».

Η μεταβίβαση των μιμιδίων μπορεί να πραγματοποιείται είτε ως ασυνείδητη ή συνειδητή αντιγραφή αντιλήψεων, συμπεριφορών και τεχνουργημάτων εκ μέρους του μιμητή, είτε ως διδασκαλία, έκθεση ή άλλη μορφή διάχυσής τους εκ μέρους του μιμούμενου. Στην τελευταία αυτή περίπτωση τα μιμίδια χαρακτηρίζονται "ενεργά". Όπως ακριβώς και στην θεωρία του περί εγωϊστικών γονιδίων, που γίνονται αντιληπτά ως βιολογικές οντότητες των οποίων η τάση διευρυμένης αναπαραγωγής υπαγορεύει πρωτίστως εγωϊστικές και δευτερευόντως αλτρουϊστικές ατομικές συμπεριφορές, έτσι και τα μιμίδια κατανοούνται ως ελάχιστες πολιτισμικές οντότητες που τείνουν να αναπαραχθούν και να διαχυθούν. Η ικανότητά τους να το επιτύχουν εξαρτάται από τρία ποιοτικά χαρακτηριστικά: την πιστότητα, ήτοι την ικανότητά τους να παράγουν ή να επιβάλουν την ακριβή αναπαραγωγή των διακριτικών τους γνωρισμάτων, την γονιμότητα, ήτοι την δυνατότητά τους να μεγιστοποιούν των αριθμό των αντιγράφων τους σε δεδομένο χρόνο και την μακροζωία, ήτοι την διάρκεια διατήρησης της κλωνοποιητικής ισχύος δεδομένου μιμιδίου.

Όπως ακριβώς συμβαίνει και με τα γονίδια,έτσι και με τα μιμίδια μπορούν να συνεχίσουν ναμεταφέρονται απο γενεά σε γενεά παρότι εχουν σταματήσει να εκπληρούν κάποιο απο τους ρόλους που είχαν στο παρελθόν.Ίσως πάλι ο εξελιγκτικός χρόνος δεν είναι ακόμα αρκετός για να περιορίσει και τελικά να εξαφανίσει αυτά τα μιμίδια και έτσι αυτά (δηλαδή οι συγκεκριμένες αντιλήψεις) εξακολουθούν να επιβιώνουν.Μπορεί ακόμα οι ανθρώπινες κοινωνίες να μην έχουν φτάσει ακόμα στο πνευματικό,τεχνολογικό και ιατρικό επίπεδο που χρειάζεται για να περιοριστεί η επίδραση αυτών των μιμιδίων.

9. Μαθηματικά πρότυπα.Και όμως στους αριθμούς κρύβεται κάτι μαγικό

9.1 Ακολουθία Φιμπονάτσι

Στα μαθηματικά, οι Αριθμοί Φιμπονάτσι είναι οι αριθμοί της παρακάτω ακέραιης ακολουθίας:

0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,....

Εξ ορισμού, οι πρώτοι δύο αριθμοί Φιμπονάτσι είναι το 0 και το 1, και κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων.

Σε μαθηματικούς όρους, η ακολουθία Fn των αριθμών Φιμπονάτσι ορίζεται από τον αναδρομικό τύπο:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

$F_0 = 0$ και $F_1=1$ Η Ακολουθία Φιμπονάτσι ονομάστηκε έτσι από τον Λεονάρντο της Πίζας, γνωστό και ως Φιμπονάτσι.

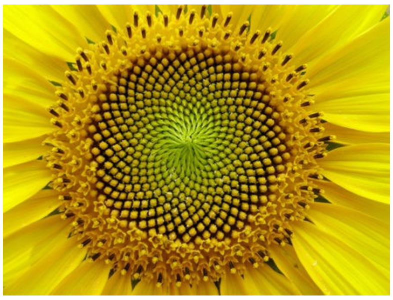
Το βιβλίο του Φιμπονάτσι, το 1202, με τίτλο Liber Abaci, εισήγαγε την ακολουθία στα Μαθηματικά της Δυτικής Ευρώπης,αν και η ακολουθία είχε περιγραφεί πιο πριν από τους Ινδούς.(Κατά μία πιο σύγχρονη σύμβαση, η ακολουθία ξεκινάει με F0=0.

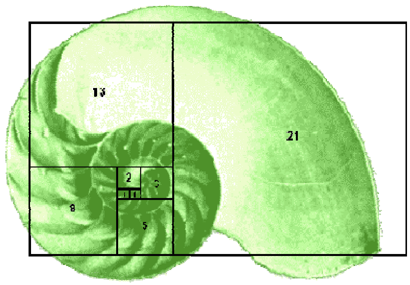
Εικόνα 9. Λεονάρντο της Πίζας (Φιμπονάτσι)

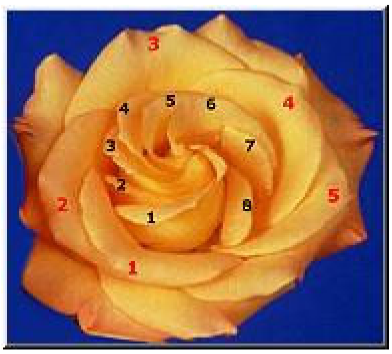
Στο Liber Abaci, όμως, η ακολουθία ξεκινάει με F1=1,

παραλείποντας το αρχικό 0, κάτι που ακολουθείται από κάποιους ακόμη και σήμερα).

Οι Αριθμοί Φιμπονάτσι σχετίζονται με τους Αριθμούς Λούκας δεδομένου ότι είναι συμπληρωματικό ζεύγος της Ακολουθίας Λούκας, ενώ είναι άρρηκτα συνδεδεμένοι και με τη χρυσή αναλογία. Έχει αρκετές εφαρμογές σε υπολογιστικούς αλγόριθμους, όπως για παράδειγμα η τεχνική αναζήτησης Φιμπονάτσι και η δομή δεδομένων σωρός Φιμπονάτσι. Επιπλέον υπάρχουν γραφικές παραστάσεις οι οποίες ονομάζονται κύβοι Φιμπονάτσι και χρησιμοποιούνται στις παράλληλες διασυνδέσεις και στα κατανεμημένα συστήματα. Τέλος, οι Αριθμοί Φιμπονάτσι, εμφανίζονται και στη Βιολογία, όπως για παράδειγμα η διακλάδωση στα δέντρα, η διάταξη των φύλλων σε ένα στέλεχος, τα στόμια του καρπού ενός ανανά, η ανάπτυξη της αγκινάρας και πολλά άλλα.







Εικόνα 10. Η ακολουθία φιμπονάτσι περιγράφει πολλά βιολογικά πρότυπα ανάπτυξης όπως στο ηλιοτρόπιο,στο τριαντάφυλλο και στο ναυτίλο.

Η Ακολουθία Φιμπονάτσι εμφανίζεται στα Μαθηματικά των Ινδών και συγκεκριμένα σε Σανσκριτικές Προσωδίες.Στην Σανσκριτική προφορική παράδοση, δίνονταν μεγάλη έμφαση κατά πόσο οι μακρόσυρτες συλλαβές (Μ) συνέπιπταν με τις σύντομες (Σ), και μετρούσαν τα διαφορετικά πρότυπα των Μ και των Σ μέσα σε ένα προκαθορισμένο διάστημα, κάτι που οδήγησε στους αριθμούς Φιμπονάτσι. Ο αριθμός των προτύπων που γίνονται m σύντομες συλλαβές μακρόσυρτες είναι ο αριθμός Φιμπονάτσι Fm+1.
Η ανάπτυξη τη ακολουθίας αποδίδεται στον Pingala (200 π.Χ.), αλλά η πρώτη ξεκάθαρη αναφορά στην Ακολουθία γίνεται στα έργα του Virahanka (700 μ.Χ.), τα έργα του οποίου δε σώζονται, αλλά μεταφέρθηκαν αυτούσια στα έργα του Gopala (1153 μ.Χ.).
Στη Δύση, οι αριθμοί Φιμπονάτσι εμφανίζονται για πρώτη φορά στο βιβλίο Liber Abaci (1202) του Λεονάρντο της Πίζας, γνωστού και ως Φιμπονάτσι.

Ο Fibonacci ήταν πολύ γνωστός στην εποχή του και αναγνωρίζεται σήμερα ώς ο μεγαλύτερος μαθηματικός του Μεσαίωνα. Γεννήθηκε στη δεκαετία του 1170 και πέθανε αυτή του 1240. Άγαλμά του υπάρχει στο νεκροταφείο, δίπλα στον Καθεδρικό Ναό της Pisa, κοντά στον περίφημο πύργο. Το όνομά του έχει δοθεί σε δύο δρόμους, στην Pisa και τη Φλωρεντία. Το πραγματικό του όνομα ήταν Leonardo Pisano, όμως ο ίδιος αποκαλούσε τον εαυτό του Fibonacci, σύντμηση του Filius Bonacci (γιός του Bonacci), από το όνομα του πατέρα του. Ο πατέρας του Leonardo, Guglielmo Bonacci, ήταν τελωνειακός υπάλληλος στη Βορειοαφρικανική πόλη Bugia. Ο Fibonacci μεγάλωσε εκεί και η εκπαίδευσή του επηρεάστηκε σημαντικά από τους Μαυριτανούς αλλά και από τα ταξίδια που έκανε αργότερα σε όλο το μήκος της Μεσογειακής ακτής. Έτσι γνώρισε πολλούς εμπόρους και έμαθε τα αριθμητικά συστήματα που αυτοί χρησιμοποιούσαν για τις συναλλαγές και τους λογαριασμούς τους. Σύντομα διαπίστωσε τα πλεονεκτήματα του «Ινδοαραβικού» αριθμητικού συστήματος και έγινε από τους πρώτους που το εισήγαγαν στην Ευρώπη. Πρόκειται

για το αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιείται και σήμερα, με δέκα ψηφία, ένα εκ των οποίων το μηδέν, και την υποδιαστολή.
Το βιβλίο του Liber abbaci (βιβλίο των υπολογισμών) το οποίο ολοκληρώθηκε το 1202 έπεισε αρκετούς Ευρωπαίους μαθηματικούς να χρησιμοποιήσουν το «νέο» σύστημα. Το βιβλίο, γραμμένο στα λατινικά, περιγράφει με λεπτομέρεια τους μαθηματικούς κανόνες που σήμερα διδάσκονται στο δημοτικό για την πρόσθεση, την αφαίρεση, τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση και περιέχει πολλές ασκήσεις-παραδείγματα με λεπτομέρειες για την εφαρμογή αυτών των κανόνων.

Τι το ιδιαίτερο έχει, λοιπόν, αυτός ο αριθμός; Σε τι διαφέρει από τους άλλους; Όπως ο π (3,141592...) εκφράζει το πιο τέλειο γεωμετρικό σχήμα, τη σφαίρα, έτσι και ο φ (1,618033...) είναι ο αριθμός της ομορφιάς.

Ο μοναχός του 15ου αιώνα Λούκα Πατσιόλι, επηρεασμένος από την αντίληψη της εποχής ότι οι νέες γνώσεις της επιστήμης έπρεπε να ενταχθούν στο εκκλησιαστικό δόγμα, τον ονόμασε Η θεία αναλογία. Πού αναφέρεται αυτή η φράση, που θα ταίριαζε μάλλον σε αλχημιστή ή αποκρυφιστή παρά σε μαθηματικό; Στο «χρυσό αριθμό», ονομασία που αποδίδεται στον Λεονάρντο Ντα Βίντσι. Αιώνες αργότερα, ο Αμερικανός μαθηματικός Μαρκ Μπαρ θα τον προσδιόριζε με το ελληνικό γράμμα φι, προς τιμήν του γλύπτη Φειδία, ο οποίος με βάση αυτόν τον αριθμό δημιουργούσε τα έργα του.

Μαθηματική ομορφιά

Ο φ ανήκει στους άρρητους αριθμούς, δηλαδή εκείνους που δεν μπορούμε να εκφράσουμε ως κλάσμα δύο ακέραιων. Για παράδειγμα, η τετραγωνική ρίζα του δύο είναι άρρητος αριθμός: αυτή η ανακάλυψη προκάλεσε τέτοια αμηχανία στους πυθαγόρειους, που την απέκρυψαν από τον υπόλοιπο κόσμο. Σήμερα, για να υπολογίσουμε το χρυσό αριθμό, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε ένα κομπιουτεράκι και να ακολουθήσουμε τις εξής απλές οδηγίες: πρώτα υπολογίζουμε την τετραγωνική ρίζα του 5. Μετά προσθέτουμε 1 στο αποτέλεσμα και τέλος το διαιρούμε διά 2.
Σε μαθηματικούς όρους, χρυσός αριθμός είναι εκείνος που αν του προσθέσουμε το 1 θα μας δώσει το ίδιο αποτέλεσμα το οποίο θα έχουμε και αν τον υψώσουμε στο τετράγωνο. Δηλαδή, αν ο χρυσός αριθμός ήταν το 4, θα έπρεπε να είχαμε το ίδιο

αποτέλεσμα είτε κάναμε τον πολλαπλασιασμό 4 επί 4 είτε κάναμε την πρόσθεση 4 συν 1, που όμως δεν ισχύει. Στην πραγματικότητα, πάντως, υπάρχουν δύο χρυσοί αριθμοί, ένας θετικός (1,618033...) και ένας αρνητικός (-1,618033...), αλλά ο πρώτος έχει κλέψει όλη τη δόξα.

9.2 Η ακολουθία Φιμπονάτσι είναι πανταχού παρών

Όμως, το μυστήριο με αυτόν τον παράξενο αριθμό είναι ότι το συναντάμε στην ανάπτυξη των φυτών, την κατανομή των φύλλων σε ένα μίσχο και τα όστρακα. Κρύβεται επίσης στις πιστωτικές κάρτες, στις αναλογίες του Παρθενώνα και στο διαχρονικό πρότυπο του αρμονικού ανθρώπινου σώματος, στον Άνθρωπο του Βιτρούβιου-έργο του Λεονάρντο Ντα Βίντσι.

Ακολουθώντας τα βήματα του αρχιτέκτονα της Αναγέννησης Λεόν Μπατίστα Αλμπέρτι και του γλύπτη Αντόνιο Φιλαρέτε, ο Λεονάρντο πίστευε ότι υπάρχει στενή σχέση ανάμεσα στην ανατομία και την αρχιτεκτονική. Τη δεκαετία του 1480, όταν προσέφερε τις υπηρεσίες του στον δούκα του Μιλάνου, εμβάθυνε στη σχέση των δύο επιστημών και δημιούργησε το διάσημο σχέδιο το 1487. Το σχέδιο αυτό βασίστηκε στην πραγματεία που είχε γράψει για το ανθρώπινο σώμα ο Ρωμαίος αρχιτέκτονας Μάρκος Πολλίωνας Βιτρούβιος.

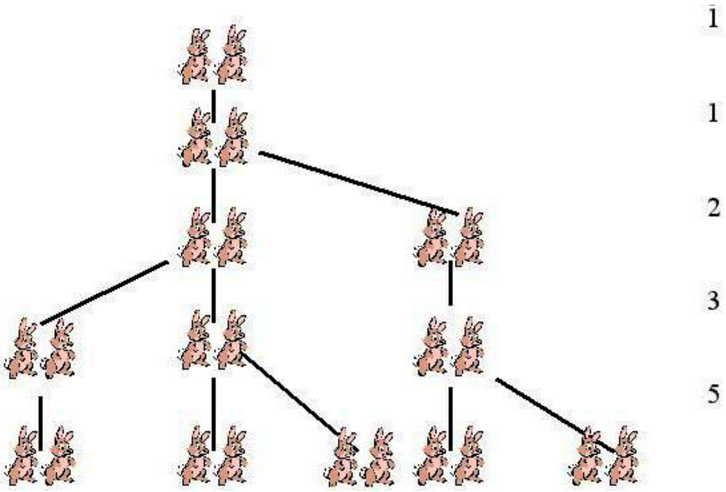
Η χρυσή τελειότητα

Στην περιγραφή του, ο Πολλίωνας αναφέρει: «Στο ανθρώπινο σώμα, το κέντρο είναι ο ομφαλός. Επομένως, αν ένας άντρας ξαπλώσει με το πρόσωπο προς τα πάνω, τα χέρια και τα πόδια του αναπτυγμένα, και σχεδιάσουμε έναν κύκλο με κέντρο τον ομφαλό, τα δάχτυλα των χεριών και των ποδιών θα αγγίξουν την περιφέρεια του κύκλου. Μπορούμε επίσης να περικλείσουμε το σώμα με ένα ορθογώνιο σχήμα». Αν διαιρέσουμε τη μια πλευρά του ορθογωνίου (το ύψος του ανθρώπου) με την ακτίνα του κύκλου (την απόσταση από τον ομφαλό μέχρι την άκρη των δαχτύλων), θα έχουμε το χρυσό αριθμό.

Σιγά σιγά ο Λεονάρντο παθιάστηκε με την αναζήτηση μοτίβων που συνέδεαν την ανατομία με την αρχιτεκτονική, με την αρμονία της μουσικής, ακόμη και με την ίδια τη φύση. Η προσπάθειά του να βρει αναλογίες και να συσχετίσει την περιφέρεια των κορμών των δέντρων με το ύψος των κλαδιών τους ήταν επίπονη αλλά μάταια. Ωστόσο, δεν επρόκειτο απλώς για μια εμμονή, καθώς, όταν παρατηρούμε τη φύση, μπορούμε να εντοπίσουμε το χρυσό αριθμό σε πολλά διαφορετικά παραδείγματα.

Αλλά προτού ασχοληθούμε με αυτό το ζήτημα θα ταξιδέψουμε ακόμη πιο πίσω στο παρελθόν, και πιο συγκεκριμένα στο 13ο αιώνα, όταν ένας μαθηματικός είχε μια περίεργη εμμονή με τα κουνέλια και τη διαδικασία αναπαραγωγής τους.

Το 1202 ο Λεονάρντο Φιμπονάτσι προσπάθησε να υπολογίσει την ταχύτητα αναπαραγωγής των κουνελιών στη Γη σε ιδανικές συνθήκες. Ας υποθέσουμε, έλεγε, ότι έχουμε ένα μοναδικό ζευγάρι, το οποίο αρχίζει να αναπαράγεται από τον πρώτο κιόλας μήνα και μετά από κάθε μήνα κύησης γεννά ένα ακόμη ζεύγος. Και ότι κάθε νέο ζεύγος γίνεται γόνιμο σε δύο μήνες μετά τη γέννησή του και αρχίζει να αναπαράγεται με τον ίδιο ρυθμό. Πόσα ζευγάρια κουνελιών θα έχουμε στο τέλος του πρώτου χρόνου; Στο τέλος του πρώτου μήνα το αρχικό ζευγάρι είναι έτοιμο να τεκνοποιήσει, αλλά υπάρχει μόνο αυτό. Στο τέλος του δεύτερου μήνα έχουμε το αρχικό ζευγάρι και το πρώτο ζευγάρι παιδιών του. Στο τέλος του τρίτου μήνα έχουμε το αρχικό ζευγάρι, το πρώτο ζευγάρι παιδιών του, που είναι έτοιμα κι αυτά να τεκνοποιήσουν, και ένα δεύτερο ζεύγος παιδιών του. Στο τέλος του τέταρτου μήνα έχουμε το αρχικό ζευγάρι και το τρίτο ζεύγος παιδιών του, το πρώτο ζεύγος παιδιών και το πρώτο δικό τους ζεύγος παιδιών, καθώς και το δεύτερο ζεύγος παιδιών, που είναι έτοιμο να τεκνοποιήσει. Πιο συγκεκριμένα, η ακολουθία των ζευγαριών κουνελιών είναι: 1, 1, 2, 3, 5. Μπορείτε να εντοπίσετε το μοτίβο που κρύβεται πίσω από αυτή την αλληλουχία;

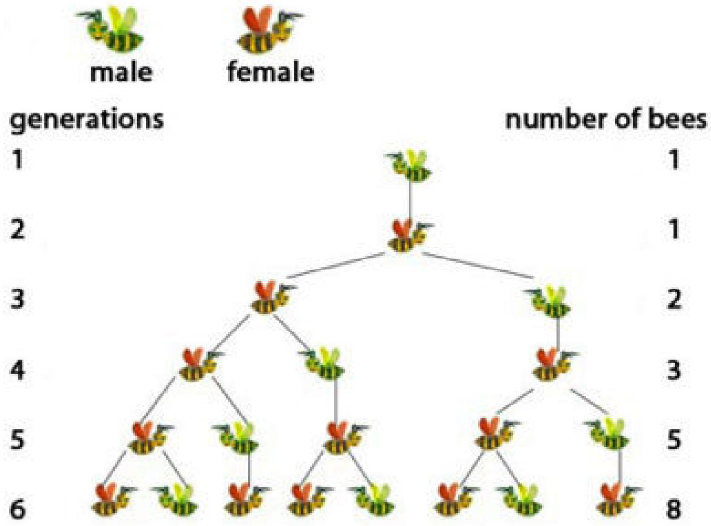


Εικόνα 11. Το παράδειγμα του Φιμπονάτσι με τα κουνέλια.

Αν την επεκτείνουμε λίγο ακόμα, τα πράγματα αρχίζουν να ξεκαθαρίζουν: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233... Δηλαδή, για να δημιουργήσουμε τη λεγόμενη ακολουθία Φιμπονάτσι (γνωστή και ως «αριθμοί Φιμπονάτσι»), αρκεί να προσθέσουμε τα δύο προηγούμενα νούμερα για να έχουμε το αμέσως επόμενο.
Όμως, τι σχέση έχει αυτή η ακολουθία με το χρυσό αριθμό; Κάντε το παρακάτω πείραμα: πάρτε ένα κομπιουτεράκι και διαιρέστε οποιοδήποτε νούμερο με το αμέσως προηγούμενό του. Όσο προχωράτε στην ακολουθία, το πηλίκο θα προσεγγίζει ολοένα και περισσότερο το χρυσό αριθμό. Σε μαθηματικούς όρους, αυτό σημαίνει ότι η ακολουθία που δημιουργείται από τη διαίρεση κάθε αριθμού Φιμπονάτσι με τον αμέσως προηγούμενό του έχει ως όριο το χρυσό αριθμό.

Παρθενογένεση στο μελίσσι

Το πρόβλημα με τα κουνέλια του Φιμπονάτσι είναι ότι αποτελούν μια εξιδανικευμένη υπόθεση. Υπάρχει λοιπόν στη φύση κάποιο υπαρκτό παράδειγμα όπου συναντάμε αυτή τη χρυσή ακολουθία; Υπάρχει, στο γενεαλογικό δέντρο κάθε κηφήνα σε ένα μελίσσι. Το εν λόγω έντομο γεννιέται από ένα μη γονιμοποιημένο αβγό της βασίλισσας, δηλαδή έχει μητέρα αλλά όχι και πατέρα. Αντιθέτως, τόσο η βασίλισσα (η μοναδική που μπορεί να κάνει αβγά) όσο και οι εργάτριες γεννιούνται από αβγά που έχουν γονιμοποιηθεί από αρσενικό.



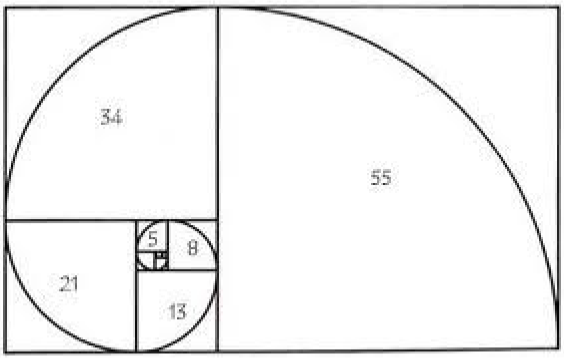
Εικόνα 12. Το παράδειγμα του Φιμπονάτσι με τις μέλισσες.

Αυτές, λοιπόν, έχουν και πατέρα και μητέρα. Επομένως, το γενεαλογικό δέντρο του κηφήνα διαμορφώνεται ως εξής: έχει 1 μητέρα, 2 παππούδες (αρσενικό και θηλυκό), 3 προπαππούδες (δύο από την οικογένεια της γιαγιάς και μία του παππού), 5 προ-προπαππούδες, 8 προ-προ-προπαππούδες και ούτω καθεξής. Το γενεαλογικό δέντρο του κηφήνα είναι μια ακολουθία Φιμπονάτσι! Και όχι μόνο αυτό. Το 1966, ο Νταγκ Γιανέγκα, από το Μουσείο Έρευνας στην Εντομολογία του Πανεπιστημίου της Καλιφόρνιας, ανακάλυψε ότι η αναλογία που υφίσταται ανάμεσα σε εργάτριες μέλισσες και κηφήνες σε ένα μελίσσι προσεγγίζει το χρυσό αριθμό.

Η διάσημη σπείρα

Ας μετατρέψουμε τώρα τους αριθμούς σε τετράγωνα. Τοποθετούμε δύο ίσα τετράγωνα οποιουδήποτε μεγέθους το ένα δίπλα στο άλλο, έτσι ώστε οι πλευρές τους να εφάπτονται. Στην κορυφή τους σχεδιάζουμε ένα ακόμη, με διπλάσια πλευρά. Στα δεξιά προσθέτουμε ένα ακόμη, με τριπλάσια πλευρά. Από κάτω ζωγραφίζουμε κι άλλο, με πενταπλάσια πλευρά. Συνεχίζουμε έτσι ώστε η πλευρά κάθε νέου τετραγώνου να αποτελεί το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Στη συνέχεια, αν σχεδιάσουμε σε κάθε τετράγωνο το ένα τέταρτο μιας καμπύλης γραμμής (ξεκινώντας από το πρώτο), όπως στο σχέδιο της δεύτερης σελίδας του θέματος, θα έχουμε μια λογαριθμική σπείρα, πανομοιότυπη με το σχήμα ενός οστρακοειδούς, του ναυτίλου.

Τώρα πάρτε ένα μολύβι και χαράξτε μια γραμμή από το κέντρο της σπείρας προς τα έξω. Τονίστε δύο σημεία όπου αυτή η γραμμή τέμνει τη σπείρα, με την προϋπόθεση ανάμεσά τους η σπείρα να εκτελεί μία ολοκληρωμένη περιστροφή.



Θα διαπιστώσετε ότι το εξωτερικό σημείο είναι 1,618 φορές πιο μακριά από το κέντρο από το εσωτερικό. Δηλαδή, ο χρυσός αριθμός είναι ο παράγοντας ανάπτυξης του ναυτίλου.

Πού αλλού συναντάμε τους αριθμούς Φιμπονάτσι; Στον αριθμό της σπείρας που μπορούμε να μετρήσουμε αριστερά και δεξιά στους σπόρους των ηλίανθων, στον αριθμό των πετάλων των λουλουδιών (3 στο αγριόκρινο, 5 ή 8 σε κάποια φυτά του γένους ranunculus, ενώ οι μαργαρίτες και οι ηλίανθοι συνήθως έχουν 13, 21, 34, 55 ή 85 πέταλα...) και στον αριθμό των ανθών στα σπιράλ του κουνουπιδιού και του μπρόκολου. Με τον ίδιο τρόπο, μπορούμε να εντοπίσουμε τους αριθμούς Φιμπονάτσι στον πλάτανο και τη μηλιά.

Εικόνα 13. Η διάσημη σπείρα εμφανίζεται σε πολλά φαινόμενα και πρότυπα ανάπτυξης ζωντανών οργανισμών.

9.3 Το καλύτερο σύστημα οργάνωσης

Για ποιο λόγο η φύση δείχνει ιδιαίτερη αδυναμία στην ακολουθία Φιμπονάτσι; Τα φύλλα, τα πέταλα και οι σπόροι οργανώνονται στα φυτά ακολουθώντας ένα συγκεκριμένο μοτίβο γιατί έτσι, καθώς αναπτύσσονται, αξιοποιούν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο το διαθέσιμο χώρο. Αν κατανείμουμε τα φύλλα στο μίσχο σύμφωνα με το χρυσό αριθμό, όλα θα επωφελούνται στο μέγιστο βαθμό από το φως του ήλιου, χωρίς να κρύβει το ένα το άλλο. Τα λουλούδια, χάρη στο χρυσό αριθμό, προσελκύουν όσο το δυνατόν καλύτερα τα έντομα που μεταφέρουν τη γύρη. Η ακολουθία Φιμπονάτσι είναι η πιο επιτυχημένη προσέγγιση του αριθμού φ.

9.4 Θεόπνευστο σχέδιο και μαγεια;

Με βάση το παραπάνω αδιαμφισβήτητο γεγονός,πολλοί χρησιμοποιούν ως αφετηρία το γεγονός της παρουσίας της ακολουθίας Φιμπονάτσι στη φύση και κάνοντας ένα ακόμα post hoc σφάλμα,θεωρούν οτι το χέρι κάποιου μεγάλου δημιουργού όρισε τα πάντα με βάση αυτή την ακολουθία.Θεωρούν ακόμα οτι πίσω απο κάθε τι που μας περιβάλλει υλικό ή μή κρύβεται το μυστικό σχέδιο της δημιουργίας ενός ανώτερου όντος και ότι κατά καιρούς,ορισμένα ανώτερα ανθρώπινα μυαλά καταφέρνουν και αποκαλύπτουν ενα μικρό κομμάτι του κάθε φορά.Ακόμα και η σκέψη καλών επιστημόνων μπορεί να υποπέψει σε αυτά τα ΄΄πονηρα΄΄ post hoc σφάλματα,και να οδηγηθούν σε αυθαίρετα συμπεράσματα και γενικεύσεις,όταν ο δρόμος απο το μερικό στο όλο είναι τόσο δαιδαλώδης.

Η ακολουθία Φιμπονάτσι είναι ένα καλό πρώτυπο που έχει επιλέξει η φύση ανάμεσα σε τόσα άλλα.Μετά απο χιλιάδες δοκιμές στο διάστημα τεράστιων εξελιγκτικών περιόδων τελικά επιλέχθηκε το συγκεκριμένο ως το πιο κατάλληλο για την ανάπτυξη των οργανισμών.Οτι ακριβώς δηλαδή συνέβει με την ύπαρξη καμηλοπαρδάλεων σήμερα με ψηλό λαιμό,στο κλασικό παράδειγμα του Δαρβίνου,το ίδιο ακριβώς εξηγεί και την ύπαρξη σήμερα του μοντέλου αυτού (ακολουθία Φιμπονάτσι) πίσω απο την ανάπτυξη ενός μεγάλου αριθμου παραδειγμάτων της έμβιας κατάστασης.

Εκτός αυτού,δεν έχει αποδειχθεί ακόμα οτι η ακολουθία Φιμπονάτσι βρίσκεται πίσω απο κάθε δημιούργημα της φύσης ή οτι η χρυσή αναλογία εκπροσωπεί κάθε άρτια καλλιτεχνικη δημιουργία.Για παράδειγμα η ανάπτυξη ενός μικρού δένδρου,που ψηλώνει και μεγαλώνει φτιάχνοντας όλο και πιο μακριά κλαδιά,δεν φαίνεται να ακολουθεί την αναλογία Φιμπονάτσι.Υπάρχουν χιλιάδες επιπλέον παράδείγματα που δεν οδηγούνται απο την ακολουθία αυτή,χωρίς να αναφέρονται με τυμπανοκρουσίες,ίσως επειδή δεν δημιουργούν το ίδιο δέος.Είμαστε προσαρμοσμένοι σαν όντα,να δίνουμε μεγαλύτερη σημασία σε ότι είναι μεγάλο,σε ότι κάνει πολύ θόρυβο,σέ οτι είναι πολύ επικίνδυνο,σε ότι κάνει πολύ εντύπωση....Τ α χιλιάδες χρόνια της εξέλιξης μας,μέσα σε ένα αφιλόξενο και ανταγωνιστικό περιβάλλον γεμάτο κινδύνους και δυσκολίες επιβίωσης,έκαναν τη φυσική επιλογή να ευνοήσει τα γονίδια (ή και τα μιμίδια αν θέλεται),που μας καθιστούν πιο ευαίσθητους,πιο προσεχτικούς ή και πιο εκστασιασμένους,απέναντι σε οτιδήποτε δημιουργεί μεγάλη εντύπωση.Γιαυτό και το παράδειγμα μιας μαθηματικής ακολουθίας που βρίσκει εφαρμογή στην ανάπτυξη μιας πευκοβελόνας δημιουργεί τόσο μεγάλη εντύπωση που μαγνητίζει την σκέψη και το θεωρεί κανόνα.

9.5 Τελικά είναι οι αριθμοί κυρίαρχοι στη βιολογία;

Το γεγονός ότι τα μαθηματικά είχαν καταπληκτική επιτυχία στην τεχνολογία και τη φυσική δε σημαίνει ότι τα μαθηματικά είναι η απάντηση σε όλα. Και παρόλο που έχουν σοβαρή επίδραση στη βιολογία δεν δείχνουν να αποτελούν την κατάλληλη γλώσσα για
την ανάλυση των θεμελιωδών νόμων της βιολογίας. Ισως να μην υπάρχει μια τέτοια γλώσσα. Από την άλλη μεριά, όταν μια πραγματικότητα διέπεται από νόμους οι οποίοι
εκφράζονται με μαθηματική μορφή, τότε τα μαθηματικά προσφέρουν τον καλύτερο δυνατό τρόπο για την κατανόηση αυτής της πραγματικότητας. Για παράδειγμα, η μαθηματική κατανόηση της περίφημης εξίσωσης του Schrödinger μας προσφέρει τη βαθύτατη δυνατή πρόσβαση στον παράξενο και μυστηριώδη κβαντικό κόσμο.Όπως λέει και ο Φώτης Καφάτος : Αν το προεκτείνεις, όμως, από εκεί και πέρα λέγοντας ότι τα μαθηματικά είναι η μόνη πραγματικότητα και ρυθμίζουν πώς λειτουργεί όχι μόνο ο φυσικός κόσμος αλλά
και ο έμβιος θα σου πω όχι. Βέβαια ταυτόχρονα θα πω ότι ο έμβιος κόσμος έχει μια συνέχεια με τον άβιο, αφού η βιολογία έχει βάσεις στη χημεία και οι νόμοι της χημείας σχετίζονται με τη φυσική, άρα υπάρχει μια συνέχεια. Συνεπώς δέχομαι ότι σχετίζονται τα μαθηματικά με τη βιολογία έμμεσα, με τη βοήθεια της φυσικής αλλά παράλληλα θα σου
πω ότι τα μαθηματικά που χρησιμοποιούμε εμείς στη βιολογία είναι πιθανολογικά, σε μεγάλο βαθμό, διότι ένα μεγάλο μέρος της βιολογίας προφανώς είναι μη προβλέψιμο… Κι αυτό είναι το στοιχείο που εντυπωσιάζει στη βιολογία, η πολυπλοκότητα, που σε μεγάλο
βαθμό στηρίζεται στην τυχαιότητα εν μέρει και σε αλληλεπιδράσεις οι οποίες επηρεάζονται από κλασσικούς νόμους. Η βιολογία είναι αν θες ο κήπος της απρόβλεπτης φύσης...δεν μπορείς να προβλέψεις την εξέλιξη.

10. Οι αριθμοί στις διάφορες κοινωνικές εκφάνσεις

10.1 Ο αριθμός στις θρησκείες

Οι παραδοσιακές θρησκείες είναι απόλυτα συνυφασμένες με τους αριθμούς ,σε σημείο που πολλές απο αυτές να είναι δομημένες γύρω απο συγκεκριμένους αριθμούς και να αποδίδουν σε αυτούς ιδιαίτερες δυνάμεις,σκοπιμότητες και δυνατότητες πρόβλεψης.

Οι αριθμοί από μόνοι τους δεν έχουν καμία άλλη αξία εκτός από εκείνη την οποία ο άνθρωπος προσδίδει σε κάθε έναν από αυτούς. Ο λόγος, οι σκέψεις και οι στοχασμοί των ανθρώπων είναι οι παράγοντες εκείνοι, οι οποίοι χρησιμοποιούν όλους τους αριθμούς για τον καθορισμό της σχέσης των πάσης φύσεως όντων και φαινομένων της φύσεως, της ζωής και της ιστορίας. Έτσι νοούνται όλοι οι αριθμοί σαν παραστατικά σύμβολα έκφρασης της πολλαπλότητας των όντων, των πραγμάτων, των φαινομένων, των θεμάτων, των γεγονότων του σύμπαντος, ως και της σχέσης ή αναφοράς, που υπάρχει μεταξύ όλων αυτών. Από την προσπάθεια λοιπόν των ανθρώπων να καθορίσουν τις πάσης φύσεως σχέσεις των πραγμάτων μεταξύ των, οι αριθμοί προσέλαβαν για πρώτη φορά την συμβολική τους έννοια, μερικές δε φορές και συγκεκριμένη τρόπον τινά, μαγική δύναμη.

Η ιστορία όλων των λαών πιστοποιεί, ότι πολλοί και διάφοροι είναι οι παράγοντες εκείνοι, που συνετέλεσαν, ώστε διάφοροι αριθμοί να προσλάβουν εξέχουσα θρησκευτική αξία και δύναμη. Όπως δε εύστοχα έχει παρατηρηθεί, λαοί και άτομα έχουν σαφώς εκφράσει την προτίμησή τους για ορισμένους αριθμούς, όπως λ.χ. ο Ισραήλ. Για τους Εβραίους οι αριθμοί 10, 12 και 22 έχουν ιδιαίτερη θρησκευτική αξία. Ο πρώτος γιατί είναι ο αριθμός του «Δεκαλόγου», ο δεύτερος γιατί εκφράζει το πλήρωμα του περιούσιου λαού του Θεού, τις δώδεκα δηλαδή φυλές του Ισραήλ και ο τρίτος, διότι σε είκοσι δυο ανέρχονται τα γράμματα του Εβραϊκού αλφαβήτου, με τα οποία καταγράφηκε ο Μωσαϊκός Νόμος. Έχει ορθά παρατηρηθεί, ότι η αριθμολογία της Παλαιάς Διαθήκης παρουσιάζει τόση έκταση, ώστε να συνιστά ιδιαίτερο κλάδο της επιστημονικής έρευνας της Βίβλου.

Η αξία και η δύναμη των αριθμών προβάλλεται και σήμερα, ιδιαίτερα από τους κατασκευαστές των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ανάλογη προβολή έκαναν κατά την αρχαιότητα οι Μαθηματικοί, οι Αστρονόμοι, οι Μετεωρολόγοι, οι Φιλόσοφοι και οι Μάγοι. Μέσω στοχασμών και υπολογισμών εμφανίσθηκαν οι συμβολισμοί των αριθμών στους πανάρχαιους λαούς των Αιγυπτίων, των Σουμερίων, των Χαλδαίων, των Βαβυλωνίων, των Εβραίων, των Περσών και των Ελλήνων. Οι συμβολισμοί αναπτύχθηκαν εξ ίσου από τους Χριστιανούς και τους Γνωστικούς, γενικεύθηκαν δε από τους Εβραίους θεοσοφιστές, οπαδούς της «Καββάλα» τον 13ο μ. Χ. αιώνα.

Από τους Έλληνες πρώτοι οι Ορφικοί και μετά από αυτούς οι Πυθαγόρειοι, προσέδιδαν στους αριθμούς συμβολική έννοια και ουσιαστική δύναμη. Οι τελευταίοι μάλιστα θεώρησαν αυτούς σαν την αρχή και την αιτία του σύμπαντος. Ο Πυθαγόρας αντιλαμβανότανε την υπερφυσική δύναμη των αριθμών σαν την κύρια αιτία της αρμονίας του σύμπαντος. Αυτή την πλήρη απεικόνιση παρείχε, κατά τον Πυθαγόρα, η αρμονία της πολυδιάστατης Μουσικής τέχνης. Κατά τους Έλληνες αρχαίους στοχαστές και τους Πατέρες της Εκκλησίας, οι αριθμοί προσδιορίζουν ακριβώς τις σχέσεις των όντων, κατά τρόπο ο οποίος διασφαλίζει την αρμονία του σύμπαντος. Κατά τους νεώτερους θεολόγους της Δύσης, «το θαύμα των αριθμών» είναι κατ’ ουσίαν θέμα «θεολογικό», διότι μόνον η θεολογία ίσταται «κατ’ ενώπιον» του ενός και μόνου «αναριθμήτου».

Με τα όσα ήδη εκτεθήκανε, κατανοείται και η κατά καιρούς προσπάθεια των διαφόρων δήθεν «θεογνωστικών» συστημάτων, τα οποία ασχολούνται περί την θεολογίαν των αριθμών. Κατ’ ουσίαν θα επιτρεπότανε να λεχθεί, ότι οι αριθμοί προσδιορίζουν το «μήκος κύματος», δια του οποίου γίνεται αισθητή η υπόσταση των όντων του σύμπαντος και η σχέση ενός εκάστου εξ αυτών προς όλα τα άλλα. Τα εκτεθέντα βοηθούν επαρκώς στην κατανόηση της μικρής εκείνης διαδικασίας, η οποία συνετέλεσε αποφασιστικά στην διάκριση των αριθμών σε «ιερούς» και μη.

Πράγματι υπάρχουν για όλους τους λαούς και σε όλες τις θρησκείες, αριθμοί ιεροί και μη. Συλλήβδην αναφέρονται ως ιεροί οι 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 12, 40, 50, 70, 72, 77 και 144 (ο 12 στο τετράγωνο). Όπως ορθά παρατηρεί ο Φ. Χάϊλερ, η μονάδα, ο αριθμός ένα (1), δεν λογίζεται από θρησκευτική άποψη σαν ένας μεταξύ των πολλών άλλων αριθμών, καθότι αποτελεί σύμβολο Εκείνου, του οποίου όμοιος δεν υπάρχει, του υπέρτατου δηλαδή «Νου», εκείνου, ο οποίος δίνει υπόσταση σε όλα τα όντα και νόημα σε κάθε ένα από τους άπειρους αριθμούς.

Πώς όμως μπορεί να εξηγηθεί η χρήση των αριθμών απο τις θρησκείες;Γιατί κάποιοι αριθμοί θεωρούνται μεγαλύτερης σημασίας απο κάποιους άλλους;

10.2 Η κρυπτογραφική χρήση των αριθμών και ο αναγραμματισμός τους

Οι αρχαίοι λαοί έκαναν ευρεία χρήση των αριθμών στα διάφορα κρυπτογραφήματά τους. Όπως αναφέρεται στον Σενέκα, ο Αλεξανδρινός γραμματικός Απίων (1ος αιώνας μ.Χ.) εκλάμβανε τα δυο πρώτα γράμματα της Ιλιάδας ΜΗ (ΝΙΝ ΑΕΙΔΕ, ΘΕΑ…) σαν επιλεγέντα σκόπιμα για την δήλωση των 47 ραψωδιών και των δυο έργων του Ομήρου, της Ιλιάδας και της Οδύσσειας. Η χρήση αυτή των γραμμάτων ως αριθμών συνιστούσε προφανώς την επέκταση της αντίληψης για την συμβολική έννοια και την μαγική τους δύναμη.

Η συστηματική και ευρύτερη κρυπτογραφική χρήση των αριθμών παρουσιάζεται για πρώτη φορά στους Εβραίους της βαβυλώνιας αιχμαλωσίας (586-538 π.Χ.), για ασφαλέστερη μεταξύ τους συνεννόηση. Μόνον έτσι είναι δυνατόν να κατανοηθεί η ανάπτυξη ειδικής αριθμοτεχνικής διαδικασίας ενός κρυπτογραφικού συστήματος από αυτούς, στο οποίο έδωσαν το ελληνικό όνομα «γεματρία». Πρόκειται για τον εξεβραϊσθέντα όρο «γεωμετρία». Ο εβραϊκός όρος γεματρία δεν αποτελεί μόνο παραφθορά, αλλά και παρανόηση της ελληνικής λέξης «γεωμετρία». Με αυτόν οι Εβραίοι χαρακτήριζαν την τακτική των Ραββίνων, με την οποίαν απέδιδαν ονόματα και λέξεις με αριθμούς και αριθμούς με ονόματα και λέξεις.

Κατά τον Αρτεμιόδωρο τον Εφέσιο τον συντάκτη του «Ονειροκρίτου» (2ος αιώνας μ.Χ.), ο εκ Ταλμισσού Αρίστανδρος, ο οιωνοσκόπος του Μ. Αλεξάνδρου, χρησιμοποιούσε την τεχνική της «γεματρίας», χαρακτήριζε δε σαν «αναγραμματισμό» την αποκρυπτογράφηση των αριθμών με γράμματα. Ενδεχομένως βοηθάει ο Αλεξανδρινός Φίλωνας στην κατανόηση της χρήσης του όρου «γεματρία» από τους Ραββίνους σαν αριθμοτεχνικής μεθόδου με την έκφρασή του: «Γεωμετρία δε την κατ’ αναλογίαν ισότητα περιποιούσα…». Πρέπει να υπογραμμισθεί ότι από τους Εβραίους παρέλαβαν οι Έλληνες και οι Ρωμαίοι, όχι μόνο την πράξη αλλά και το όνομα «γεματρία», όπως αυτό καταδεικνύεται από απόσπασμα του Πυθαγόρειου μαθηματικού και φιλοσόφου Άρχυτου (347 π.Χ.): «Περί δε τας των άστρων ταχυτάτος και επιστολάν και δυσίων παρέδωκαν αμίν σαφή διάγνωσιν και περί γαμετρίας και αριθμών και σφαιρικώς και ουχ ήκιστα περί μουσικάς». Ανάλογο φαινόμενο είναι και αυτό που παρουσιάζεται σήμερα, την ευρύτατη δηλαδή χρήση από τους ξένους ερευνητές Ελληνικών λέξεων, ως ειδικών επιστημονικών όρων, όπως οι λέξεις «κυβερνητική», «οικολογία», «πληροφορική» κλπ., τους οποίους εν συνεχεία χρησιμοποιούν και οι Έλληνες με το νέο επιστημονικό περιεχόμενό τους.

Την ευρύτατη χρήση της «γεματρίας» πιστοποιούν τα «αποκαλυπτικά» κείμενα τα αναφερόμενα στους «έσχατους καιρούς», τα αναγραφόμενα σε Εβραϊκά Απόκρυφα, σε επιγραφές της Πομπηΐας (79 μ. Χ.) και σε πολλά κείμενα των Γνωστικών. Ο αναγραμματισμός ή γενικότερα η αποκρυπτογράφηση αυτών των αριθμών, οι οποίοι διατυπωνόντουσαν κατά κανόνα με γράμματα του Εβραϊκού ή του Ελληνικού αλφαβήτου, προϋπόθετε πάντοτε την μύηση των ενδιαφερομένων.

Στην περαιτέρω συμβολική χρήση των αριθμών συνετέλεσε και η αλληγορική ερμηνεία διαφόρων χωρίων της Παλαιάς Διαθήκης. Έτσι λ.χ. το χωρίο της Γεν. 14, 16 ερμηνευότανε αλληγορικά σαν αναφερόμενο με τον αριθμό 318 (ΤΙΗ) στο πρόσωπο του Ελιέζερ του υπηρέτη του Αβραάμ, ακριβώς γιατί το όνομά του γραφόμενο με Εβραϊκά γράμματα έδινε το άθροισμα 318 και γιατί αυτός θα ήτανε ο κληρονόμος του Αβραάμ, εάν παρέμενε άτεκνος (Γεν. 15, 2-3). Ένα βήμα παρακάτω προχώρησαν οι συντάκτες των Εσχατολογικών αποκαλυπτικών βιβλίων του όψιμου Ιουδαϊσμού, στην αλληγορική χρήση των αριθμών. ΄Ετσι χρησιμοποίησαν για την περιγραφή των προσωπικών στοχασμών και οράσεών τους περί εσχάτων, την μέθοδο της «γεματρίας». Μετά από αυτούς έκαναν ευρύτερη χρήση των αριθμών οι Γνωστικοί, μάλιστα για την εξήγηση με αυτούς της προέλευσης και της υπόστασης του σύμπαντος και του κακού που ενυπάρχει σ' αυτό. Τελευταίοι έκαναν, όπως ειπώθηκε, ευρύτατη χρήση των συμβολισμών με τους αριθμούς, οι Εβραίοι θεοσοφιστές, οπαδοί της «Καββάλα» (13ος αιώνας μ.Χ.)

Μία ερμηνεία λοιπόν είναι ότι οι αριθμοί απέκτησαν ιδιαίτερη σημασία κατά την γέννηση της κάθε θρησκείας.Είναι απόλυτα κοινό και παγκόσμιο το φαινόμενο,οτι κάθε νέα θρησκεία κατά τη γέννηση της αποτελεί αίρεση,διώκεται και οι οπαδοί της κρύβονται,προκειμένου να μην γίνουν αποδέκτες κοινωνικής βίας,περιθωριοποίησης και αποκλεισμού.Προκειμένου λοιπόν να επικοινωνούν τα μέλη της νέας θρησκείας,αναπτύσουν ενα ιδαίτερο κώδικα απο σύμβολα και αριθμούς,ο οποίος είναι γνωστός μόνο ανάμεσα στα μέλοι.Όταν ποιά η θρησκεία αναπτυχθεί στη κοινωνία και εδραιώσει τη θέση της,αποκτώντας πλήθος πιστών και άτομα σε καίριες θέσεις των κοινωνικών τάξεων,τότε δεν έχει ανάγκη τη συμβολική αυτή χρήση των αριθμών.Όμως ο χρόνος για να συμβεί αυτό είναι μεγάλος και οι επόμενες γενεές των πιστών δεν γνωρίζουν το λόγο της αρχικής χρήσης του συμβολισμού.Θεωρούν λοιπόν θεόπνευστη τη δημιουργία τους και ιερή.

Μία άλλη ερμηνεία για την ιδιαιτερότητα κάποιων αριθμών στις θρησκείες,είναι η ευθυγράμμιση τους με σημαντικά αστρονομικά γεγονότα και δεδομένα.Ο σκοπός είναι κάτι παραπάνω απο προφανής.Τα αστρονομικά δεδομένα χαραχτηρίζονται απο σταθερότητα και περιοδικότητα.Είναι λοιπόν δεδομένη η επιβεβαίωση τους.Η σύνδεση λοιπόν αριθμών που χρησιμοποιούν διάφορες θρησκείες με διάφορα περιοδικά αστρονομικά δεδομένα προσδίδει κύρος και σεβασμό στη θρησκεία και κυρίως επιβεβαίωση.

10.3 Οι αριθμοί στις τέχνες

Ή έννοια του άριθμοϋ είναι άπό τις πλέον πολύπλοκες καί δύσκολες έννοιες, μέ τήν όποία άσχολήθηκαν στή διάρκεια του χρόνου τά μεγαλύτερα πνεύματα της έπιστήμης καί συνεχίζει άκόμη νά άσχολείται τό πάντοτε φιλέρευνο άνθρώπινο πνεύμα, τό όποιο προσπαθεί νά εισχωρήσει όχι μόνον κατά βάθος, άλλά νά εξετάσει καί κατά πλάτος τήν έννοια τού άριθμού, χωρίς όμως πάντοτε μέ έπιτυχία. Η άναγκαιότης όμως τού άριθμού στήν καθημερινή ζωή των άνθρώπων είναι πολύ μεγάλη. Γιά τό λόγο αυτό ό άνθρωπος άπό τήν πρώτη στιγμή αισθάνθηκε τή χρησιμότητά του καί προσπάθησε, αφού υπερνίκησε τά εμπόδια, να κατακτήσει, αν είναι δυνατόν, ολόκληρη την περιοχή της έννοιας του άριθμού. Έτσι ο αριθμός προέκυψε από τήν πίεση της αδή- ρητης άνάγκης γιά τή συνενόηση τών άνθρώπων, καθώς χαρακτηριστικά υποστηρίζει ο Γερμανός κριτικός του πολιτισμού Spengler ο όποιος λέι «Ό άριθμός είναι το σύμβολο της αιτιατής αναγκαιότητος».

Η τέχνη επειδή λαμβάνει τα θέματα της από το κόσμο των φυσικών και τεχνικών αντικειμένων τα οποία βρίσκονται γύρω από τον άνθρωπο, και ακόμη απο τον κόσμο των εικονιστικών παραστάσεων και επειδή υποχρεωτικά δημιουργεί μιμούμενη τή φύση,υπακούει αυτόματα στους νόμους του ρυθμού και της συμμετρίας,γιατί αυτά δεν εμφανίζονται μόνο στα φαινόμενα της φύσεως, τα οποία με τόση φιλοκαλία διακόσμησε η "Απειρος Διάνοια, αλλά καί στά ανθρώπινα δημιουργήματα.

Στήν τέχνη υπάγονται η Αρχιτεκτονική, η Ζωγραφική, η Μουσική, η Ποίηση κ.λπ. Η αρχιτεκτονική με το συνδυασμό γεωμετρικών σχημάτων και υλικών μορφών, εκφράζει μόνο γενικές αφηρημένες έννοιες, ενώ αντίθετα, η γλυπτική και η ζωγραφική εκφράζουν με τον υλικό κόσμο αυτό το πνεύμα με το ανθρώπινο σώμα, γι' αυτό ακριβώς διεγείρουν συμπάθεια στην ψυχή των ανθρώπων.Η μουσική είναι,πάνω απο όλες τις άλλες τέχνες συγκινητική, γιατί εκφράζει το αίσθημα με το πλέον απλό μέσο, τον ήχο, ο οποίος υπόκειται στούς αυστηρούς νόμους του ρυθμού, της μελωδίας και της αρμονίας.

Τα μεγάλα μνημεία της αρχαιότητας, αλλά και του σύγχρονου πολιτισμού έχουν όλα τη σφραγίδα του αριθμού. Ο Παρθενώνας , το μεγαλειώδες μνημείο της

Ελληνικής Αρχιτεκτονικής, ο τύπος αυτός της αρχιτεκτονικής, για τον οποίον δοξάζεται η Ελλάδα και τον οποίο θαυμάζει, και πάντοτε θα θαυμάζει ολόκληρη η ανθρωπότητα καθώς επίσης ό Ερμής του Πραξιτέλους , το άφθαστο αυτό έργο της γλυπτικής των προγόνων μας το οποίο θεωρήθηκε δίκαια, ως ιδιαίτερο και αμετάδοτο πλεονέκτημα του Ελληνικού έθνους, είναι συνθέσεις της συμμετρίας των αριθμών. Επίσης τό αριστούργημα της Ζωγραφικής η Παναγία του Ραφαήλ (1483 - 1520), οι μουσικές συνθέσεις του Μπελλίνι (1801 - 1835) καί Μόζαρτ (1756 - 1791), οι ωδές του Πινδάρου (522-448) π.Χ., η Αντιγόνη του Σοφοκλέους (496 - 406 π.Χ.) οι διάλογοι του Πλάτωνα, η Μουσική, η Ποίηση και ο πεζός καλλιτεχνικός λόγος, υπόκεινται όλα στούς αυστηρούς νόμους της αρμονίας των αριθμών.

Ο Δωρικός ρυθμός του κλασσικού πολιτισμού και ο Γοτθικός του Δυτικού,οι οποίοι αποτελούν χαρακτηριστικό τύπο τέχνης ενός πνευματικού πολιτισμού, καθώς επίσης ο Κοριανθιακός και ο Ιωνικός, υπόκεινται όλοι στους αυστηρούς νόμους της συμμετρίας.

Ο ρυθμός είναι χαρακτηριστικός τύπος ενός ζωντανού πολιτισμού, με τον οποίο μπορούνε να διακρίνουμε την ανάπτυξη η αντίθετα το μαρασμό μιας χρονικής περιόδου.

10.4 Αριθμοφοβία

Έχουμε, ασφαλώς, όλοι ακούσει άπειρες φορές για τον φόβο και την αποστροφή που προκαλεί σε πολλούς ανθρώπους ή υποχρέωση έστω και της απλούστερης ενασχόλησης με τα μαθηματικά. Δεν αναφέρομαι μόνο σε μαθητές, αλλά ακόμα και σε απόφοιτους Θεωρητικών Σχολών. Ένα αποτέλεσμα της ελλιπούς απόκτησης μαθηματικής Παιδείας είναιτο φαινόμενο της αριθμοφοβίας.

Η αριθμοφοβία συχνά εκδηλώνεται μέσω της αδυναμίας χρήσης και εφαρμογής των αριθμών σε στοιχειώδεις καθημερινές καταστάσεις, ό- πως, στον υπολογισμό ποσοστών, στην εκτίμηση και σύγκριση διαφό- ρων ποσοτήτων, στη χρήση της έννοιας της πιθανότητας κ.λπ. Ωστόσο, μπορούμε να πούμε ότι τα παραπάνω είναι επιμέρους συμπτώματα ενός γενικότερου ελλείμματος ορθολογικής σκέψης, το οποίο ενισχύεται και γιγαντώνεται καθημερινά μέσω ενός μηχανισμού θετικής ανάδρασης, που τροφοδοτείται από τις εφημερίδες, την τηλεόραση, κ.λπ

Μια τελείως διαφορετική αντιμετώπιση των μαθηματικών διαφαίνεται μέσα απο την ψυχολογική θεωρία του Piaget.O Piaget επηρεάστηκε άμεσα απο τα μαθηματικά και χρησιμοποίησε την έννοια του συνόλου για να χαραχτηρίσει τις δομές της ανθρώπινης νόησης.Το έργο του που αναφέρεται ειδικότερα στα μαθηματικά,ασχολείται με την ανάπτυξη στο παιδί της έννοιας του αριθμού.Στις έρευνες του βρήκε οτι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας,που βρίσκονται στην περίοδο της προσυλλογιστικής σκέψης,δεν έχουν αναπτύξει ακόμα την έννοια της διατήρησης του αριθμού.Ακόμα ο Piaget θεωρεί οτι η μαθηματική ανάπτυξη των παιδιών είναι μια <<αυθόρμητη ψυχολογική ανάπτυξη>> και όχι το αποτέλεσμα συγκεκριμένης διδασκαλίας και μάθησης,αντίθετα απο τον συμπεριφορισμό.Τέλος η Geedman διαφοροποιείται απο τον Piaget και υποστηρίζει οτι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας,μπορούν να αντιμετωπίσουν τον αριθμό ως μία σταθερά και οτι η αποτυχία τους στα έργα διατήρης του αριθμού του Piaget,οφείλεται σε δυσκολίες που είναι έξω απο τη χρήση της λογικής του αριθμού.

11. Συμπεράσματα

Η χρήση αριθμών αποτελεί ίσως την πιο θεμελιώδη ανακάλυψη για την ανάπτυξη της ανθρώπινης διανόησης.Είτε ανακαλύφθηκαν απο έναν λαό και μεταλαμπαδεύθηκαν προοδευτικά και με σταδιακές τροποποιήσεις στους υπόλοιπους,είτε ήταν αποτέλεσμα ανεξάρτητων ανακαλύψεων όπως συχνά συνέβει,σε κάθε περίπτωση αποτέλεσαν το έναυσμα για την ανάπτυξη των επιστημών και των τεχνών.Πυροδότησαν μια πρωτοφανή πολιτισμική και επιστημονική έκρηξη χωρίς προηγούμενο στην ανθρώπινη ιστορία.Η συστηματική μελέτη των αριθμών αποκάλυψε και άλλες,απρόσμενες για τον ανθρώπινο νού,ιδιότητες τους.Οι αριθμοί κρύβονται πίσω απο κάθε έκφανση της φύσης.Απο τον τρόπο με τον οποίο δομούνται οι τροχιές των πλανητών,μέχρι και τον τρόπο που ένα σμήνος μελισσών αναπτύσει τις κυψέλες του.Όλα γίνονται με βάση μαθηματικά πρότυπα.Αυτή είναι η επιλογή της φύσης.Το δέος αυτών των ανακαλύψεων οδήγησε πολλούς στο να αποδώσουν μαγικές ή ακόμα και θεόπνευστες ιδιότητες σε αριθμούς.Θεώρησαν οτι σε αυτούς κρύβονται κρυφά νοήματα,τα οποία αποδίδουν ένα προκαθορισμένο σχέδιο.Η πραγματικότητα όμως είναι διαφορετική αν και δεν αφαιρεί καθόλου απο το δέος που προσφέρουν οι αριθμοί.

Ο πλανήτης έχει μια ηλικία 4,54 δισεκατομυρίων ετών και η ζωή πάνω στον πλανήτη περίπου 3,5 με 4 δισεκατομύρια χρόνια.Στο διάστημα αυτό δοκίμασε διάφορα μαθηματικά πρότυπα και μοντέλα προκειμένου να οργανώσει τη ζωή και τις διάφορες εκφάνσεις της.Τα λιγότερο αποτελεσματικά μαθηματικά πρότυπα τα απέρριψε.Διατήρησε μόνο όσα μπορούσαν με επιτυχία να εκπληρώσουν το σκοπό τους και δεν αρκέστηκε σε αυτό αλλά συνέχισε να τα βελτιώνει.Υπήρξε δηλαδή ένας είδος επιλογής των μαθηματικών εκείνων προτύπων που μπορούσαν έστω και λίγο καλύτερα να αποδώσουν μία έκφανση της φύσης,απο τα λιγότερο αποτελεσματικά.Για παράδειγμα ξέρουμε σήμερα οτι η ακολουθία φιμπονάτσι είναι το μαθηματικό πρότυπο το οποίο βρίσκει εφαρμογή στη διακλάδωση των δέντρων,στην αρχιτεκτονική των κτιρίων ή ακόμα και στην ιδανική αύξηση του πληθυσμού των κουνελιών.Αν και δεν εξηγεί τα πάντα αυτή η ακολουθία,ωστόσο η συχνή εμφάνιση της,μας οδηγεί στο συμπέρασμα οτι έχει επιλεγεί απο τη φύση μεταξύ πολλών άλλων γιατί εκπληρώνει καλύτερα το σκοπό της.Πιθανώς πρίν απο αυτή, η φύση δοκίμασε πολλούς τρόπους,για να καλλύψει τον τρόπο με τον οποίο συμπληρώνεται ο κενός χώρος από έναν οργανισμό.Εκείνη που το κατάφερε με το καλύτερο τρόπο ήταν η ακολουθία φιμπονάτσι,την οποία διατήρησε και χρησιμοποίησε οσο πιο ευρέως μπορούσε.

Συμπερασματικά λοιπόν δεν υπάρχουν μαγικοί αριθμοί και απόκρυφα νοήματα πίσω απο τη χρήση τους.Υπάρχει μόνο ένα μεγάλο δέος για την ανθρώπινη νόηση που καταφέρνει και εξηγεί μέσω των αριθμών και των μαθηματικών συμβόλων τη δομή της φύσης.

12. Βιβλιογραφία

12.1 Ελληνική βιβλιογραφία

1. Βοσνιάδου Σ.,2000. Η ψυχολογία των μαθηματικών,εκδόσεις Gutenberg,Αθήνα.
2. Γιαννακόπουλου Α.,1956.Ο αριθμός εις τας επιστήμας και τέχνας.Αθήνα.
3. Δάκογλου Ι.'Αρθρο απο το περιοδικό Δαυλός. Η γέννεση των συμβόλων των καλούμενων αραβικών αριθμών(τεύχος 90),Αθήνα.
4. Εξαρχάκος.Θ, 1998, «Διδακτική των Μαθηματικών», Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα
5. Εξαρχάκος.Θ, 1997, «Ιστορία των Μαθηματικών», τόμος Α\ Τα Μαθηματικά των Βαβυλωνίων και των αρχαίων Αιγυπτίων, Αθήνα.
6. Εξαρχάκος.Θ, 1999, «Ιστορία των Μαθηματικών» τόμος Β\ Τα Μαθηματικά των Ινδών και των Κινέζων, Αθήνα.
7. Εξαρχάκος.Θ, 1991, «Εισαγωγή στα Μαθηματικά» τόμος Α', Αλγεβρα , Αθήνα.
8. Καπετανίδου Θ.,2007.Ο αριθμός κατά τον Πλάτωνα (η ερμηνεία του Cherniss και η ανθυφαιρετική ερμηνεία).Διπλωματική εργασία.Επιβλέπων καθηγητής Νεγρεπόντης Σ.,Αθήνα.
9. Κατσιαδράμη Β. Άρθρο απο το περιοδικό Δαυλός.Οι αραβικοί αριθμοί(τεύχος 95),Αθήνα
10. Μπουγιούκου Γ.,2004.Αριθμοφοβία.Τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι άνθρωποι με τους αριθμούς και τα μαθηματικά.Πτυχιακή εργασία.Επιβλέπων καθηγητής Τζαβάρας Θ.,Αθήνα.
11. Παπαδάτος Γ.,1985.Δύο ομιλίες στη μαθηματική σχολή του Πανεπιστημίου Αθήνων και στο πρόγραμμα διαλέξεων ιστορίας των μαθηματικών με θέμα αριθμός και πυθαγορική αριθμοθεωρία,Αθήνα

12. Περιοδικό ΝΕΥΣΙΣ, 1996.Τεύχος 5 Φθινόπωρο-Χειμώνας
13. Σγαρδέλης Π.,2005.Μαθηματικά μοντέλα στη βιολογία,σημειώσεις για το μάθημα Στατιστική-Μαθηματικά στη βιολογία,Θεσσαλονίκη.
14. Τερδήμου Μ.,1998. Μαθηματικά και φιλοσοφία στην ελληνική σκέψη κατά την περίοδο της τουρκοκρατίας.Διδακτορική διατριβή,σελ 114-128,Ιωάννινα.

12.2 Αγγλική βιβλιογραφία

1. Boyer C.,1991.A History of Mathematic, John Wiley & sons. Inc.
2. Dawkins R.,2006.Η περί θεού αυταπάτη.Εκδόσεις Κάτοπτρο,Αθήνα
3. Ifrah G.,1981.Παγκόσμια ιστορία των αριθμών - Η ιστορία μιας μεγάλης ανακάλυψης.Εκδόσεις Σμυρνιωτάκη,Αθήνα.
4. Loria.G,1971.Η Ιστορία των μαθηματικών, τόμος πρώτος, Εκδόσεις Ε.Μ.Ε. Αθήνα.
5. Maor E.,2005.Η ιστορία ενός αριθμού.Εκδόσεις Κάτοπτρο,Αθήνα
6. Neugebauer O.Οι θετικές επιστήμες στην αρχαιότητα.Εκδόσεις ΜΙΕΤ
7. Stein J., 2008. Πώς τα μαθηματικά εξηγούν τον κόσμο.Εκδόσεις Ωκεανίδα,Αθήνα.
8. Stewart I.,1995. Οι αριθμοί της φύσης.Εκδόσεις Κάτοπτρο,Αθήνα.
9. Wilder R.Εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών.Εκδοτικές επιχειρήσεις Κουτσούμπος

12.3 Δικτυακοί τόποι

1. http://oasigr.5.forumer.com/a/fibonacci_post455.html
2. http://el.wikipedia.org/wiki/Ελληνικό_σύστημα_αρίθμησης
3. http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tf227/tziotzios.pdf
4. http://www.e-telescope.gr/el/history-and-archaeology/135-mayan-calendar
5. http://lyk-vatheos.eyv.sch.gr/Ergasies/2007-2008/Tep08/arxaioi%20mixanismoi%20metriseon.htm
6. http://www.otherside.gr/2011/03/arithmoi-poia-einai-i-proeleusi-tous-kai-ti-simainoun/
7. http://museum23.blogspot.com/2010/04/blog-post.html
8. http://www.nature.com/nsu/011018/011018-3.html
9. http://en.wikipedia.org/wiki/Hindu-Arabic_numerals#Common_misconceptions
10. http://wikipedia.qwika.com/en2el/Mathematical_biology
11. http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%81%CE%B9%CE%B8%CE%BC%CE%BF%CE%BB%CE%BF%CE%B3%CE%AF%CE%B1
12. http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%85%CE%B8%CE%B1%CE%B3%CF%8C%CF%81%CE%B1%CF%82
13. http://www.ellinikoarxeio.com/2010/07/blog-post_13.html
14. http://www.skepdic.gr/entries/Pi/posthoc.htm
15. http://el.wikipedia.org/wiki/Post_hoc_ergo_propter_hoc
16. http://www.focusmag.gr/articles/printable-article.rx?aid=398546
17. http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CE%BA%CE%BF%CE%BB%CE%BF%CF%85%CE%B8%CE%AF%CE%B1_%CE%A6%CE%B9%CE%BC%CF%80%CE%BF%CE%BD%CE%AC%CF%84%CF%83%CE%B9
18. http://fdathanasiou.wordpress.com/2010
19. users.sch.gr/mmanol/ISTORIA/IonNumb.doc
20. users.auth.gr/~nioka/Files/Ta_mathimatika_stin_arxia_egipto.ppt
21. http://mathforum.org/alejandre/numerals.html