



**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη  
ευφυών συστημάτων μεταφορών**

**ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΚΑΡΠΟΝΤΙΝΗΣ**

**Επιβλέποντες:** Σταυρακάκης Ιωάννης, Καθηγητής ΕΚΠΑ  
Κοκολάκη Ευαγγελία, Επιστημονικός Συνεργάτης

**ΑΘΗΝΑ**

**ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ 2015**

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

**ΚΥΡΙΑΚΟΣ Γ. ΚΑΡΠΟΝΤΙΝΗΣ**

**A.M.: 1192**

**Επιβλέποντες:** Σταυρακάκης Ιωάννης, Καθηγητής ΕΚΠΑ  
Ευαγγελία Κοκολάκη, Επιστημονικός Συνεργάτης

Αύγουστος 2015

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, παρουσιάζουμε και εφαρμόζουμε αρχές και αποτελέσματα της Θεωρίας Δημοπρασιών για την επίλυση συνθηκών ανταγωνισμού σε αστικά περιβάλλοντα. Αρχικά μέσα από μία λεπτομερή ανασκόπηση των σημαντικότερων βιβλιογραφικών αναφορών, περιγράφουμε ουσιώδη συστατικά των επικρατέστερων μηχανισμών δημοπρασιών, δίνοντας έμφαση τόσο στην ύπαρξη κινήτρων ειλικρινούς συμμετοχής όσο και σε θέματα αποδοτικότητας από την πλευρά του δημοπράτη και των υποψηφίων αγοραστών. Στη συνέχεια, εστιάζουμε το ενδιαφέρον μας σε συνθήκες ανταγωνισμού/συμφόρησης που εμφανίζονται σε αστικά περιβάλλοντα λόγω της μη συντονισμένης διεκδίκησης κατανεμημένων πόρων περιορισμένης χωρητικότητας. Συγκεκριμένα, αναγνωρίζουμε τη σημασία του προβλήματος αναζήτησης θέσεων στάθμευσης στην πρόκληση συνθηκών “τραγωδίας των κοινών” και προτείνουμε συστήματα δημοπρασιών ως περιπτώσεις ευφών συστημάτων μεταφορών για την ανάπτυξη κεντροποιημένων εφαρμογών διαχείρισης θέσεων στάθμευσης. Στη διερεύνηση των προτεινόμενων συστημάτων οι οδηγοί αντιμετωπίζονται/μοντελοποιούνται ως στρατηγικοί παίχτες οι οποίοι μέσα από αποφάσεις πλήρους λογικής επιχειρούν να ελαχιστοποιήσουν την εκτιμώμενη χρέωσή τους για χρήση χώρου στάθμευσης. Αυτές οι αποφάσεις συνίστανται κατ' αρχάς στη συμμετοχή ή στην αποχή από τις διαδικασίες των δημοπρασιών και κατά δεύτερον στην επιλογή του ποσού προσφοράς κατά τη συμμετοχή σε αυτές. Μέσα από μία συγκριτική μελέτη διαφορετικών μηχανισμών δημοπρασιών, εξετάζουμε την αποδοτικότητά τους ως προς το κοινωνικό κόστος αλλά και τα έσοδα που αποδίδονται στον δημοπράτη, κάτω από διάφορες υποθέσεις για τα επίπεδα ανταγωνισμού όπως αυτά διαμορφώνονται μέσα από τη σχέση ζήτησης/προσφοράς, την πολιτική χρέωσης των χώρων στάθμευσης, την εκτίμηση της αξίας που αποδίδουν οι υποψήφιοι αγοραστές στους δημοπρατηθέντες χώρους στάθμευσης και, τέλος, τις συνεπαγόμενες στρατηγικές προσφοράς στη δημοπρασία. Συνολικά, η εργασία συνοψίζει σημαντικά αναλυτικά αποτελέσματα της Θεωρίας Παιγνίων, παρέχοντας θεωρητική υποστήριξη για την ανάπτυξη κεντροποιημένων συστημάτων διαχείρισης χώρων στάθμευσης και παρουσιάζοντας τις δυναμικές που προκύπτουν κατά την υλοποίηση διαφορετικών μηχανισμών δημοπρασιών.

**ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ:** Μηχανισμοί Δημοπρασιών

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** ανταγωνισμός, κοινωνικό κόστος, έσοδα, Ευφυή Συστήματα Μεταφορών, πρόβλημα αναζήτησης θέσεων στάθμευσης

## **ABSTRACT**

In this thesis, we present and implement principles and results from Auction Theory in approaches/systems that address congestion effects emerging in urban environments. We first provide extended literature review on critical aspects and modules of dominant auction mechanisms, highlighting the importance of the incentive compatibility property as well as the resulting efficiency issues on both the auctioneer's and bidders' sides. We then focus on competition/congestion effects that emerge in urban environments due to the lack of coordination in the allocation of distributed limited resources. In particular, we acknowledge the determining impact of the uncoordinated search for parking resources on the generation of "tragedy of commons" situations and propose auction-based systems as instances of intelligent transportation systems for realizing centralized parking space allocation schemes. In this study, drivers are viewed as strategic agents who make rational decisions while attempting to minimize the cost of the acquired parking spots. These decisions amount to determining whether a driver will bid or not for the auctioned parking places as well as the amount of bid when opting for participating in the auction. In this respect, we present a comparative research for various auction mechanisms in terms of both the resulting social cost and the revenue collected by the auctioneer, under various assumptions on the competition levels as shaped by the parking demand/supply ratio, the pricing policies, the valuations of bidders for the auctioned parking places and the associated bidding strategies. Ultimately, this work summarizes and locates particular analytical results from Auction Theory proving theoretical support for the practical management of limited-capacity parking resources and presenting useful insights to the dynamics emerging from developing various auction mechanisms.

**SUBJECT AREA:** Auction Mechanisms

**KEYWORDS:** competition, social cost, revenue, Intelligent Transportation Systems, parking search problem

*Η Διπλωματική μου Εργασία αφιερώνεται  
στην οικογένεια μου για όλα όσα μου  
προσέφεραν και συνεχίζουν να μου προσφέρουν.*

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Για τη διεκπεραίωση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, τον κ. Σταυρακάκη Ιωάννη καθώς και τους συνεργάτες του Ευαγγελία Κοκολάκη και Καραλιόπουλο Μερκούριο, που με βοήθησαν να διαλέξω ένα θέμα Διπλωματικής Εργασίας που μου ταίριαζε. Θα ήθελα επίσης να τους ευχαριστήσω γιατί καθ' όλη την εκπόνηση της Διπλωματικής μου Εργασίας, μου προσέφεραν την βοήθειά τους με τις γνώσεις τους και με καθοδήγησαν σωστά για την αποπεράτωσή της. Δεν θα μπορούσα να παραλείψω τις θερμές ευχαριστίες μου στην οικογένειά μου και στο κορίτσι μου Φλέρυ Τσελέντη, που ήταν, είναι και θα είναι πάντα αρωγοί όλων των προσπαθειών μου. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους και τους συμφοιτητές μου, που μου έδειξαν συμπάρασταση και με στήριξαν σε αυτή μου την προσπάθεια.

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	10
<b>1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>11</b>
<b>2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....</b>	<b>15</b>
2.1 Δημοπρασίες ενός αντικειμένου (Single Object Auctions).....	16
2.1.1. Ανοιχτές δημοπρασίες ενός αντικειμένου (Open single object auctions) .....	17
2.1.2. Κλειστές δημοπρασίες ενός αντικειμένου (Sealed-bid single-object auctions).....	18
2.2 Δημοπρασίες πολλαπλών αντικειμένων (Multiple Object Auctions).....	22
2.2.1 Δημοπρασίες διακριτής τιμής (Discriminatory price auctions).....	26
2.2.2 Δημοπρασίες ενιαίας τιμής (Uniform price auctions).....	28
2.2.3 Δημοπρασίες Vickrey (Vickrey auctions) .....	30
2.2.4 Σύγκριση δημοπρασιών διακριτής τιμής, ενιαίας τιμής και Vickrey δημοπρασίας.....	31
2.3 Βέλτιστες Δημοπρασίες (Optimal Auctions) .....	32
2.3.1 Η αρχή της αποκάλυψης (revelation principle) στο σχεδιασμό ενός μηχανισμού αγοράς .....	32
2.3.2 Δημοπρασίες ενός αντικειμένου και ελάχιστες αποδεκτές τιμές (reserve prices) .....	34
2.3.3 Βέλτιστες δημοπρασίες για πολλαπλά αντικείμενα .....	37
2.4 Οι Συναρτήσεις Διατεταγμένων Παρατηρήσεων (Order Statistics) και η χρήση τους στη Θεωρία Δημοπρασιών .....	38
2.5 Συστήματα και εφαρμογές διαχείρισης χώρου στάθμευσης.....	41
<b>3. ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΕΣ ΓΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΩΡΩΝ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ.....</b>	<b>46</b>
3.1 Δημοπρασίες για μια μόνο θέση στάθμευσης.....	49
3.1.1 Δημοπρασίες δεύτερης τιμής.....	49
3.1.2 Δημοπρασίες πρώτης τιμής.....	50
3.1.3 Βέλτιστες Δημοπρασίες.....	50
3.2 Δημοπρασίες πολλαπλών θέσεων στάθμευσης .....	52
3.2.1 Δημοπρασίες ενιαίας τιμής και Vickrey .....	53
3.2.2 Δημοπρασίες διακριτής τιμής .....	54
3.2.3 Διαδοχικές βέλτιστες δημοπρασίες ενός αντικειμένου για την πώληση πολλαπλών αντικειμένων ίδιου είδους.....	54
<b>4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ.....</b>	<b>56</b>
4.1 Δημοπρασίες για μία μόνο θέση στάθμευσης.....	58
4.1.1 Κοινωνικό κόστος .....	58
4.1.2 Τα έσοδα του δημοπράτη .....	60
4.2 Δημοπρασίες για πολλαπλές θέσεις στάθμευσης .....	63
4.2.1 Κοινωνικό κόστος .....	63
4.2.2 Τα έσοδα του δημοπράτη .....	66
<b>5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>69</b>

<b>ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ .....</b>	<b>70</b>
<b>ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ - ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ - ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ .....</b>	<b>72</b>
<b>ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΙΣΜΩΝ .....</b>	<b>73</b>
<b>ΑΝΑΦΟΡΕΣ .....</b>	<b>74</b>



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

ΕΙΚΟΝΑ 1. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΖΗΤΗΣΗΣ. ....	24
ΕΙΚΟΝΑ 2. ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΦΟΡΑ.....	25
ΕΙΚΟΝΑ 3. Η ΧΡΕΩΣΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥ ΑΓΟΡΑΣΤΗ ΟΤΑΝ ΕΦΑΡΜΟΖΟΝΤΑΙ ΟΙ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΧΡΕΩΣΗΣ .....	27
ΕΙΚΟΝΑ 4. Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΕΙΚΟΝΙΚΕΣ ΠΡΟΣΦΟΡΕΣ ΠΟΥ ΑΠΟΡΡΕΟΥΝ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΦΟΡΕΣ ΠΟΥ ΥΠΟΒΛΗΘΗΚΑΝ ΜΕΙΟΝ ΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΕΚΤΙΜΩΜΕΝΗ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΑΠΟΔΕΚΤΗ ΧΡΕΩΣΗ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΝΤΑ. ΑΝ Η ΝΙΚΗΤΗΡΙΑ ΕΙΚΟΝΙΚΗ ΠΡΟΣΦΟΡΑ ΕΙΝΑΙ ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ ΤΟΥ ΜΗΔΕΝΟΣ, ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΔΕΝ ΠΩΛΕΙΤΑΙ. Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΑ ΕΞΑΣΦΑΛΙΖΕΙ ΤΑ ΜΕΓΙΣΤΑ ΔΥΝΑΤΑ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΑ ΕΣΟΔΑ ΓΙΑ ΤΟΝ ΠΩΛΗΤΗ [3]. ....	36
ΕΙΚΟΝΑ 5. ΤΟ SFPAK ΒΟΗΘΑ ΤΟΥΣ ΟΔΗΓΟΥΣ ΝΑ ΠΑΡΚΑΡΟΥΝ ΕΥΚΟΛΟΤΕΡΑ ΣΤΟ ΣΑΝ ΦΡΑΝΣΙΣΚΟ. ....	43
ΕΙΚΟΝΑ 6. ΤΟ SFPAK ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΙ ΤΗ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΤΗΤΑ ΧΩΡΩΝ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΚΑΤΑΛΛΗΛΟ ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟ. ....	44
ΕΙΚΟΝΑ 7. Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ PARKING DEFENDERS ΑΝΑΠΤΥΧΘΗΚΕ ΓΙΑ ΤΗ ΔΙΕΥΚΟΛΥΣΗ ΕΥΡΕΣΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΑΘΗΝΑΣ, ΑΚΟΜΑ ΚΑΙ ΣΕ ΩΡΕΣ ΔΙΧΜΗΣ. ....	45
ΕΙΚΟΝΑ 8. ΤΟ MONKEY PARKING ΕΠΙΤΡΕΠΕΙ ΣΤΟΝ ΚΑΤΟΧΟ ΕΝΟΣ ΧΩΡΟΥ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ ΝΑ ΠΟΥΛΗΣΕΙ ΤΗΝ ΘΕΣΗ ΠΟΥ ΚΑΤΕΧΕΙ ΣΕ ΚΑΠΟΙΟΝ ΑΛΛΟ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΜΕΝΟ ΟΔΗΓΟ. ....	46
ΕΙΚΟΝΑ 9. Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ PARKING AUCTION ΕΜΦΑΝΙΖΕΙ ΣΤΟΥΣ ΟΔΗΓΟΥΣ ΤΟΥΣ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΥΣ ΧΩΡΟΥΣ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ ΠΟΥ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΚΑΝΟΥΝ ΤΗΝ ΠΡΟΣΦΟΡΑ ΤΟΥΣ ΩΣΤΕ ΝΑ ΚΕΡΔΙΣΟΥΝ ΕΝΑΝ ΑΠΟ ΑΥΤΟΥΣ. ....	47
ΕΙΚΟΝΑ 10. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΞΙΑ ΠΟΥ ΠΡΟΣΔΙΔΟΥΝ ΟΙ ΟΔΗΓΟΙ ΣΤΙΣ ΘΕΣΕΙΣ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ ΔΗΜΟΣΙΟΥ ΧΩΡΟΥ, $c_{pub,s} = 1$ ΚΑΙ $\beta = 4$ .....	57
ΕΙΚΟΝΑ 11. ΤΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ ΤΩΝ ΟΔΗΓΩΝ, $R = 1$ , $u_{min} = 1\text{€}$ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	59
ΕΙΚΟΝΑ 12. ΤΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{min}$ , ΟΤΑΝ $R = 1$ , $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	60
ΕΙΚΟΝΑ 13. ΤΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{max}$ , ΟΤΑΝ $R = 1$ , $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{min} = 1\text{€}$ .....	60
ΕΙΚΟΝΑ 14. ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ ΤΩΝ ΟΔΗΓΩΝ, ΟΤΑΝ $R = 1$ ΘΕΣΕΙΣ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ, $u_{min} = 1\text{€}$ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ ....	61
ΕΙΚΟΝΑ 15. ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{min}$ , ΟΤΑΝ $R = 1$ ΘΕΣΕΙΣ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ, $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	62
ΕΙΚΟΝΑ 16. ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{max}$ , ΟΤΑΝ $R = 1$ ΘΕΣΕΙΣ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ, $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{min} = 1\text{€}$ .....	62
ΕΙΚΟΝΑ 17. ΤΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ ΤΩΝ ΟΔΗΓΩΝ, ΟΤΑΝ $R = 20$ , $u_{min} = 1\text{€}$ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	64
ΕΙΚΟΝΑ 18. ΤΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{min}$ , ΟΤΑΝ $R = 20$ , $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	65
ΕΙΚΟΝΑ 19. ΤΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΚΟΣΤΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{max}$ , ΟΤΑΝ $R = 20$ , $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{min} = 1\text{€}$ .....	65
ΕΙΚΟΝΑ 20. ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ ΤΩΝ ΟΔΗΓΩΝ, ΟΤΑΝ $R = 20$ , $u_{min} = 1\text{€}$ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	67
ΕΙΚΟΝΑ 21. ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{min}$ , ΟΤΑΝ $R = 20$ , $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{max} = 4\text{€}$ .....	67
ΕΙΚΟΝΑ 22. ΤΑ ΕΣΟΔΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙ ΤΟΥ $u_{max}$ , ΟΤΑΝ $R = 20$ , $N = 25$ ΟΔΗΓΟΙ ΚΑΙ $u_{min} = 1\text{€}$ .....	68

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εκπονήθηκε στην Αθήνα, από τον Φεβρουάριο του 2013 μέχρι τον Αύγουστο του 2015 και αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι για την απόκτηση του μεταπτυχιακού ως μεταπτυχιακός φοιτητής στο τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών. Με την υποστήριξη του επιβλέποντος καθηγητή μου, του κ. Σταυρακάκη Ιωάννη, καθώς και της συνεργάτιδας του Ευαγγελίας Κοκολάκη, την οποία ευχαριστώ θερμά. Κατάφερα να φέρω εις πέρας την εργασία αυτή, με την μελέτη πηγών από το διαδίκτυο και ηλεκτρονικών βιβλίων που μου εμπιστεύτηκαν ο ίδιος ο καθηγητής και οι συνεργάτες του.

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η διαχείριση και η επίλυση συνθηκών ανταγωνισμού σε περιπτώσεις αυξημένης ζήτησης για περιορισμένο πλήθος αγαθών έχει αποτελέσει αντικείμενο μελέτης τόσο ακαδημαϊκών όσο και επιχειρηματικών φορέων. Ιδιαίτερα το πρόβλημα της σύγκρουσης ιδιωτικών συμφερόντων και του κοινωνικού καλού απέναντι σε συλλογικά αγαθά προσδιορίζεται ως “τραγωδία των κοινών” [1]. Συγκεκριμένα, με αυτόν τον όρο αναδεικνύονται καταστάσεις στις οποίες η εκμετάλλευση κοινών αγαθών αποφέρει ατομικά πλεονεκτήματα αλλά κοινά μειονεκτήματα. Επειδή τα μειονεκτήματα είναι κοινά, το μεμονωμένο άτομο δεν τα λαμβάνει υπ' όψιν του, αλλά αντιθέτως, επικεντρώνεται στα πλεονεκτήματα που αντλεί ως άτομο από την εκμετάλλευση του κοινού αγαθού.

Σε μια προσπάθεια συντονισμού των κατανεμημένων ατομικών επιλογών, συγκεκριμένοι μηχανισμοί αγοράς επιδιώκουν να κατευθύνουν τη διαδικασία ανάθεσης/πώλησης των συλλογικών αγαθών ελέγχοντας το κοινωνικό κόστος αλλά και τα συνεπαγόμενα έσοδα μέσα από την πώληση των αγαθών. Σε αυτήν την εργασία εστιάζουμε την προσοχή μας σε μία συγκεκριμένη κατηγορία μηχανισμών αγοράς, γνωστών ως δημοπρασίες. Η δημοπρασία μπορεί να οριστεί ως μια διαδικασία αγοράς και πώλησης αγαθών. Οι διάφοροι μηχανισμοί δημοπρασιών ξεκινούν με την κατάθεση προσφορών εκ μέρους των υποψήφιων αγοραστών και τη συλλογή του συνόλου των προσφορών εκ μέρους του δημοπράτη. Στη συνέχεια, ο δημοπράτης εφαρμόζοντας κάποιο συγκεκριμένο μηχανισμό, αποφασίζει και ανακοινώνει την τελική κατανομή/ανάθεση των υπό δημοπρασία αγαθών καθώς και το ποσό που πρέπει να καταβληθεί από τους νικητές/αγοραστές της δημοπρασίας. Στην οικονομική θεωρία, ο όρος δημοπρασία αναφέρεται σε οποιοδήποτε μηχανισμό ή σύνολο εμπορικών κανόνων για ανταλλαγή αγαθών. Τυπικά, αυτοί οι μηχανισμοί μεταφέρουν τον ανταγωνισμό από τον φυσικό/πραγματικό χώρο των κατανεμημένων πόρων, στον ιδεατό χώρο που αφορά στην πολιτική χρέωσης αυτών των πόρων.

Οι μηχανισμοί δημοπρασίας αναπτύσσονται για την εξυπηρέτηση συγκεκριμένων στόχων. Ένας μηχανισμός δημοπρασίας μπορεί να στοχεύει στην αύξηση των εσόδων για τον δημοπράτη (revenue) ή/και στη μεγιστοποίηση της κοινωνικής ευημερίας (social welfare). Κοινό χαρακτηριστικό σε όλους τους μηχανισμούς δημοπρασίας είναι ότι η αξία που προσδίδουν οι υποψήφιοι αγοραστές στα υπό δημοπρασία αγαθά δεν είναι γνωστή στους δημοπράτες κάτι το οποίο μπορεί να οδηγήσει στην αποτυχία των παραδοσιακών μηχανισμών εμπορίου (π.χ., οριζόντια-επίπεδη τιμολόγηση). Ενδεικτικά, αν ο πωλητής θέσει πολύ υψηλές τιμές για τα αγαθά, υπάρχει ο κίνδυνος αυτά να μην

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων μεταφορών

πωληθούν, ενώ αντίθετα οι χαμηλές τιμές μπορεί να αποδώσουν χαμηλά έσοδα. Από την άλλη πλευρά, οι δημοπράτες έχουν τη δυνατότητα να διαθέσουν τα αγαθά στους αγοραστές για τους οποίους τα αντικείμενα αυτά έχουν την μεγαλύτερη αξία και ταυτόχρονα να οδηγήσουν σε σημαντική αύξηση των εσόδων τους. Επιπλέον, οι δημοπρασίες ελαχιστοποιούν την αλληλεπίδραση μεταξύ των πωλητών και των αγοραστών, δεδομένου ότι οι αγοραστές χρειάζεται μόνο να δηλώσουν τις προτιμήσεις/προσφορές τους για τα υπό δημοπρασία αγαθά, ενώ οι δημοπράτες χρειάζεται να ανακοινώσουν τους νικητές και τα ποσά που πρέπει οι τελευταίοι να καταβάλλουν. Συνολικά, οι προκλήσεις που εμφανίζονται στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη των δημοπρασιών αποτελούν αντικείμενο έρευνας με τελικό στόχο την επίλυση καταστάσεων στις οποίες συγκρούονται συμφέροντα πολλών ανεξάρτητων παραγόντων με ενεργό ενδιαφέρον στα προς πώληση αγαθά (ακολουθώντας ακόμα και κατανεμημένες διαδικασίες δημοπρασίας) [2] [3].

Σήμερα οι δημοπρασίες αποτελούν μία από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους που χρησιμοποιούνται τόσο από ιδιωτικούς φορείς όσο και από κυβερνητικές υπηρεσίες για την πώληση διαφόρων ειδών (π.χ., από πεπαλαιωμένα αντικείμενα, έπιπλα και έργα τέχνης μέχρι δικτυακούς πόρους συμπεριλαμβανομένων του εύρους ζώνης, της μνήμης και της χωρητικότητας υπολογιστικών μηχανών). Συνηθέστερα, οι δημοπρασίες εφαρμόζονται για την πώληση έργων τέχνης, την ιδιωτικοποίηση δημόσιων επιχειρήσεων, για online αγορές (όπως για παράδειγμα στο E-Bay) αλλά ακόμα και σε online βίντεο παιχνίδια. Ενδεικτικά, η Blizzard Entertainment αξιοποιεί μηχανισμούς δημοπρασιών σε online βίντεο παιχνίδια στα οποία επιτρέπεται ακόμα και η αγοραπωλησία με πραγματικά χρήματα. Επί προσθέτως, δημοπρασίες εφαρμόζονται για την πώληση μεταχειρισμένων εμπορευμάτων (π.χ., δημοπρασία χώρων αποθήκευσης). Η εφαρμογή των μηχανισμών δημοπρασίας έχει επεκταθεί ακόμα και σε πεδία ανάπτυξης τεχνολογίας για τη διάθεση του ραδιοφάσματος των cognitive radio δικτύων αλλά και γενικότερα τη διάθεση των αδειών για τη χρήση του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Σε ένα τελευταίο – όχι συμβατικό – παράδειγμα, τα εργαστήρια Rosetta στο Τμήμα Φυσικών Επιστημών στο Ανοικτό Πανεπιστήμιο του Ηνωμένου Βασιλείου εφαρμόζουν μηχανισμούς δημοπρασίας για να ρυθμίσουν το πρόγραμμα των αποκλειστικών επισκέψεων του κοινού.

Σε αυτήν την εργασία παρουσιάζουμε μία βιβλιογραφική μελέτη για τους διάφορους τύπους δημοπρασιών που έχουν κατά καιρούς προταθεί και εφαρμοστεί εστιάζοντας στη θεωρία των αντίστοιχων μηχανισμών λειτουργίας τους. Επίσης, προσαρμόζουμε τη

λογική συγκεκριμένων μηχανισμών για τη μελέτη μοντέλων δημοπρασίας με σκοπό τη διαχείριση χώρων στάθμευσης. Το περιεχόμενο αυτής της εργασίας αποτελεί μία συνέχεια της μελέτης που έχει δημοσιευθεί στην [4]. Στη συγκεκριμένη μελέτη, οι συγγραφείς προτείνουν συστήματα δημοπρασίας για την υλοποίηση μιας κεντροποιημένης προσέγγισης για τη διάθεση δημόσιων χώρων στάθμευσης (on-street parking space). Σύμφωνα με την προτεινόμενη προσέγγιση, οι ενδιαφερόμενοι οδηγοί καταθέτουν το ποσό της προσφοράς τους για το δημόσιο χώρο στάθμευσης, έχοντας ως εναλλακτική επιλογή ιδιωτικούς χώρους στάθμευσης οι οποίοι, εν γένει, χρεώνουν την υπηρεσία τους με το μέγιστο δυνατό ποσό χρέωσης των δημόσιων χώρων. Στη συνέχεια, μια κεντρική αρχή εφαρμόζει κάποιο συγκεκριμένο τρόπο δημοπρασίας προκειμένου να συντονίσει τις αναθέσεις των δημόσιων χώρων στάθμευσης και να αποφασίσει τις πληρωμές των οδηγών που κερδίζουν δημόσιο χώρο στάθμευσης. Όσοι δεν καταφέρνουν να αποκτήσουν τον οικονομικότερο δημόσιο χώρο, εξυπηρετούνται από τους ιδιωτικούς χώρους καταβάλλοντας μεγαλύτερο ποσό.

Η αξιολόγηση της αποδοτικότητας του προτεινόμενου συστήματος δημοπρασίας τόσο για την κεντρική αρχή όσο και για τους οδηγούς, γίνεται μέσα από τη σύγκριση του συστήματος με την τρέχουσα κατανομημένη και μη συντονισμένη τυφλή αναζήτηση θέσεων στάθμευσης. Η τελευταία έχει μελετηθεί στην [5] ως ένα παίγνιο μεταξύ στρατηγικών παιχτών οι οποίοι ακολουθούν διάφορα επίπεδα λογικής για να λάβουν την καλύτερη δυνατή απόφαση (λιγότερο ακριβή επιλογή), χρησιμοποιώντας όρους, αρχές και εργαλεία της Θεωρίας Παιγνίων. Όπως προκύπτει από τη μελέτη, το σύστημα δημοπρασίας αυξάνει τα έσοδα για τον φορέα που διαχειρίζεται τους δημόσιους χώρους στάθμευσης. Ωστόσο, εξαιρετικό ενδιαφέρον παρουσιάζει η παρατήρηση ότι, σε σχέση με την κατανομημένη προσέγγιση, ο κεντροποιημένος μηχανισμός δημοπρασίας δεν επιβαρύνει πάντα περισσότερο το συνολικό ποσό που καταβάλλεται από τους οδηγούς (social cost, social welfare). Αντιθέτως, με την εξάλειψη του επιπλέον κόστους μετακίνησης κατά τις ανεπιτυχείς προσπάθειες εύρεσης χώρου στάθμευσης, όπως αυτό ποσοτικοποιείται με τον γνωστό λόγο "Price of Anarchy" [6], το σύστημα δημοπρασιών αναδεικνύεται ως η προτιμότερη επιλογή κάτω από διάφορους συνδυασμούς ζήτησης και τιμολόγησης των χώρων στάθμευσης.

Συνεχίζοντας αυτή τη μελέτη, στην παρούσα εργασία διερευνάται περαιτέρω η εφαρμογή δημοπρασιών για τη διαχείριση δημόσιων θέσεων στάθμευσης, αυτή τη φορά, στην κατεύθυνση της βελτιστοποίησης του αναμενόμενου εισοδήματος του δημοπράτη/διαχειριστή των δημόσιων θέσεων. Έχοντας ήδη ορίσει τις βασικές

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

διαδικασίες που συνιστούν τη διεξαγωγή δημοπρασίας και έχοντας αναφέρει παραδείγματα εφαρμογής τους για την πώληση δημόσιων ή ιδιωτικών αγαθών, συνεχίζουμε στο δεύτερο κεφάλαιο με την αναλυτική περιγραφή εννοιών/αρχών/ μεθόδων των δημοπρασιών ενός ή πολλαπλών αντικειμένων σύμφωνα με τη Θεωρία Δημοπρασιών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται την περίπτωση των βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασιών αλλά και στα αναλυτικά θεωρητικά πλαίσια (π.χ., order statistics) που καθιστούν δυνατή τη μελέτη τους. Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζουμε την εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για το σχεδιασμό κεντροποιημένων συστημάτων διαχείρισης χώρων στάθμευσης. Ολοκληρώνουμε τη μελέτη στο τέταρτο κεφάλαιο εξετάζοντας την αποδοτικότητα των προτεινόμενων συστημάτων ως προς το κοινωνικό κόστος αλλά και τα έσοδα που αποδίδονται στον δημοπράτη κάτω από ρεαλιστικά σενάρια ανταγωνιστικών συνθηκών σε αστικά περιβάλλοντα. Σημαντικά συμπεράσματα αυτής της διερεύνησης συνοψίζονται στο πέμπτο κεφάλαιο.

## 2. ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η Θεωρία Δημοπρασιών είναι ένας εφαρμοσμένος κλάδος της επιστήμης των οικονομικών που ασχολείται με το πώς οι άνθρωποι ενεργούν σε αγορές πλειστηριασμού ερευνώντας επίσης τις θεμελιώδεις ιδιότητες αυτών των αγορών. Ουσιαστικά θέματα έρευνας για τους θεωρητικούς των δημοπρασιών είναι η αποτελεσματικότητα των κανόνων σχεδιασμού δημοπρασιών, οι βέλτιστες προσφορές των υποψηφίων αγοραστών και οι αντίστοιχες στρατηγικές ισορροπίας, καθώς και η σύγκριση των εσόδων. Η Θεωρία Δημοπρασιών αποτελεί το βασικό εργαλείο ανάλυσης και μελέτης για τον σχεδιασμό και την υλοποίηση των πραγματικών δημοπρασιών (βλ. παραδείγματα στην Ενότητα 1).

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις αρχές του σχεδιασμού δημοπρασιών με στόχο τη μεγιστοποίηση του εισοδήματος για τον δημοπράτη ή τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους, τόσο για την περίπτωση ενός, όσο και για την περίπτωση περισσότερων αντικειμένων τα οποία δημοπρατούνται ακέραια ή τμηματικά. Από την μεγάλη ποικιλία των μορφών δημοπρασιών, θα εξετάσουμε τις περισσότερο γνωστές μορφές, δηλαδή, τις (κλειστές) δημοπρασίες με σφραγισμένες προσφορές πρώτης και δεύτερης τιμής, για την περίπτωση δημοπρασίας ενός αντικειμένου (*sealed-bid single-object first and second price auctions*), αλλά και τις (κλειστές) δημοπρασίες με σφραγισμένες προσφορές με ενιαία και διακριτή τιμή, για την περίπτωση δημοπρασίας πολλών αντικειμένων (*sealed-bid multiple-object uniform και discriminatory price auctions*). Το ενδιαφέρον μας έγκειται κυρίως στους βέλτιστους μηχανισμούς δημοπρασιών (*optimal auctions*) που εξασφαλίζουν το μέγιστο αναμενόμενο κέρδος για την πώληση ενός ή περισσότερων – ακέραιων – αντικειμένων. Για κάθε μορφή δημοπρασίας, ορίζεται το αντίστοιχο παίγνιο ελλιπούς πληροφόρησης (*game of incomplete information*) που δημιουργείται μεταξύ των υποψηφίων αγοραστών και μελετώνται οι στρατηγικές των παιχτών/οδηγών αλλά και οι συνεπαγόμενες συνολικές χρεώσεις που υφίστανται στην ισορροπία του συστήματος/παιγνίου (*equilibrium*). Η ενότητα κλείνει με μια ανασκόπηση ερευνητικών εργασιών οι οποίες προτείνουν και παρουσιάζουν διαφορετικές προσεγγίσεις αντιμετώπισης του προβλήματος κατανομής χώρων στάθμευσης.

## 2.1 Δημοπρασίες ενός αντικειμένου (Single Object Auctions)

Στην απλούστερη μορφή δημοπρασίας, ένας δημοπράτης θέλει να πωλήσει ένα (μη διαιρούμενο) αντικείμενο και  $N$  υποψήφιοι αγοραστές (bidders) καταθέτουν την προσφορά τους (bid) για τη διεκδίκηση του αντικειμένου. Ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  αποδίδει μια αξία  $X_i$  (valuation) στο αντικείμενο η οποία ισοδυναμεί με το μέγιστο ποσό που είναι διατεθειμένος να πληρώσει για το αντικείμενο. Συνήθως οι αναλυτικές μελέτες θεωρούν ότι οι αξίες  $X_i$  είναι ανεξάρτητα και ταυτόσημα κατανεμημένες (*independently and identically distributed, i.i.d.*) σε κάποιο διάστημα  $[0, \omega]$ ,  $\omega = \infty$  σύμφωνα με την αύξουσα συνάρτηση κατανομής  $F$ . Συγκεκριμένα, η  $F$  έχει μια συνεχή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f = F'$  πλήρους υποστήριξης (full support). Επίσης, δεχόμαστε ότι  $E[X_i] < \infty$ . Κάθε υποψήφιος αγοραστής γνωρίζει μόνο τη δική του αξία για το αντικείμενο η οποία παραμένει αμετάβλητη, ακόμη και στην περίπτωση που ο υποψήφιος αγοραστής έχει πρόσβαση σε πληροφορίες που αποκαλύπτουν τις αξίες των άλλων κατά τη διάρκεια της δημοπρασίας. Συνολικά, κάθε υποψήφιος αγοραστής  $i$  γνωρίζει την υλοποίηση  $x_i$  του  $X_i$  καθώς και ότι οι αξίες των υπόλοιπων συμμετεχόντων είναι ανεξάρτητα και ταυτόσημα κατανεμημένες σύμφωνα με την  $F$ .

Εξ ορισμού, ένας μηχανισμός δημοπρασίας αποτελείται από τρία στοιχεία:

- το σύνολο των προσφορών  $B_i$  (αύξουσες συναρτήσεις των αξιών) για κάθε υποψήφιο αγοραστή  $i \in N$ ,
- ένα κανόνα ανάθεσης (allocation rule)  $\pi: B_1 \times \dots \times B_N \rightarrow \Delta(N)$ , όπου  $\Delta$  είναι το σύνολο των κατανομών πιθανότητας πάνω από το σύνολο των υποψήφιων αγοραστών  $N$ , η οποία καθορίζει τους υποψήφιους αγοραστές που κερδίζουν τα αντικείμενα, και
- ένα κανόνα πληρωμών (payment rule)  $p: B_1 \times \dots \times B_N \rightarrow R^N$  για την τιμή πώλησης του κάθε αντικειμένου που διατίθενται.

Ως στρατηγική ενός υποψήφιου αγοραστή ορίζεται μια συνάρτηση  $b_i: [0, \omega] \rightarrow R^+$ , η οποία καθορίζει την προσφορά του για οποιαδήποτε αξία αυτός προσδίδει στα υπό δημοπρασία αντικείμενα. Οι υποψήφιοι αγοραστές έχουν τη δυνατότητα να ρισκάρουν επιδιώκοντας την ελαχιστοποίηση του κόστους και τη μεγιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους όπως προκύπτει από την αφαίρεση του ποσού που θα πρέπει να καταβάλλουν εάν νικήσουν τον ανταγωνισμό από την αρχική αξία που οι ίδιοι προσδίδουν στα αντικείμενα. Όλες οι συνιστώσες του μοντέλου, εκτός από τις πραγματικές αξίες,



Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων μεταφορών

υποτίθεται ότι είναι κοινώς γνωστές σε όλους τους συμμετέχοντες. Ειδικότερα, η κατανομή  $F$  είναι κοινή και γνωστή σε όλους, όπως είναι και ο αριθμός των ανταγωνιστών. Είναι επίσης δεδομένο ότι οι ανταγωνιστές δεν υπόκεινται σε κανένα θέμα ρευστότητας ή δημοσιονομικών περιορισμών. Κάθε υποψήφιος αγοραστής  $i$  έχει επαρκείς πόρους, ώστε αν χρειαστεί να καταβάλλει μέχρι και  $x_i$ . Έτσι, κάθε υποψήφιος αγοραστής είναι τόσο πρόθυμος και ικανός να πληρώσει έως και την αξία που έχει το αντικείμενο για αυτόν. Επιπλέον, στην παρούσα εργασία θεωρούμε ότι έχουμε συμμετρικούς υποψήφιους αγοραστές με αξίες που προέρχονται από την ίδια κατανομή.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε για συγκεκριμένες μορφές δημοπρασιών, τους κανόνες που προσδιορίζουν τους νικητές (allocation rule) αλλά και τη χρέωση που αυτοί οφείλουν να καταβάλλουν (payment rule). Σε όλες τις περιπτώσεις ο δημοπράτης επιλέγει ως νικητές τους παίχτες που υποβάλλουν τις μεγαλύτερες προσφορές.

### **2.1.1. Ανοιχτές δημοπρασίες ενός αντικειμένου (Open single object auctions)**

Η ανοιχτή αύξουσας τιμής ή αγγλική δημοπρασία (English auction) είναι η παλαιότερη και ίσως πιο διαδεδομένη μορφή δημοπρασίας. Η λέξη δημοπρασία προέρχεται από τη λατινική λέξη "augere", που σημαίνει "αυξάνω", μέσω της μετοχής "auctus" που σημαίνει αύξηση. Σε μια παραλλαγή της αγγλικής δημοπρασίας, η πώληση πραγματοποιείται από έναν δημοπράτη ο οποίος ξεκινάει τη δημοπρασία από μια χαμηλή τιμή την οποία σταδιακά αυξάνει, συνήθως αργά με μικρές διαδοχικές αυξήσεις, όσο διάστημα εξακολουθούν να υπάρχουν τουλάχιστον δύο υποψήφιοι αγοραστές. Η δημοπρασία ολοκληρώνεται όταν υπάρχει μόνο ένας ενδιαφερόμενος αγοραστής. Πρακτικά υποθέτουμε ότι η τιμή ανεβαίνει συνεχώς και κάθε υποψήφιος αγοραστής δείχνει ενδιαφέρον για την αγορά στην τρέχουσα τιμή κατά τρόπο προφανή σε όλους, σηκώνοντας για παράδειγμα το χέρι του. Μόλις ένας υποψήφιος αγοραστής κρίνει ότι η τιμή είναι πλέον πολύ υψηλή, σηματοδοτεί ότι δεν ενδιαφέρεται πλέον, με το κατέβασμα του χεριού του. Ο τελευταίος υποψήφιος αγοραστής που θα εξακολουθήσει να ενδιαφέρεται για το αντικείμενο στην τελευταία τιμή που ανακοινώθηκε, κερδίζει το αντικείμενο και πληρώνει στον διοργανωτή της δημοπρασίας ποσό ίσο με εκείνη την τιμή που οδήγησε τον προτελευταίο υποψήφιο αγοραστή να εγκαταλείψει τη δημοπρασία.

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

Η Ολλανδική δημοπρασία (Dutch auction) είναι η ανοιχτή δημοπρασία φθίνουσας τιμής, αντίστοιχη της αγγλικής δημοπρασίας. Αν και δε χρησιμοποιείται συχνά στην πράξη, παρουσιάζει και αυτή ενδιαφέρον. Εδώ ο δημοπράτης αρχίζει ανακοινώνοντας μια τιμή αρκετά υψηλή, έτσι ώστε κατά πάσα πιθανότητα κανένας υποψήφιος να μην ενδιαφέρεται για την αγορά του αντικειμένου σε αυτή την τιμή. Η τιμή αυτή μειώνεται σταδιακά μέχρι κάποιος υποψήφιος αγοραστής να δείξει το ενδιαφέρον του. Το αντικείμενο στη συνέχεια πωλείται σε αυτόν στη δεδομένη τιμή που έδειξε ενδιαφέρον.

### **2.1.2. Κλειστές δημοπρασίες ενός αντικειμένου (Sealed-bid single-object auctions)**

Οι ανοιχτές δημοπρασίες προϋποθέτουν ότι οι παίχτες συγκεντρώνονται στον ίδιο χώρο. Σε μία διαφορετική προσέγγιση, στις κλειστές δημοπρασίες, σφραγισμένες προσφορές υποβάλλονται μέσω επιστολής. Σε αντίθεση με την πρώτη προσέγγιση, ο παίχτης στη δεύτερη προσέγγιση δε μπορεί να παρατηρήσει τις συμπεριφορές των άλλων.

Σε αυτήν την εργασία, εστιάζουμε το ενδιαφέρον μας κυρίως στις κλειστές δημοπρασίες πρώτης και δεύτερης τιμής (sealed-bid first and second price auctions). Περιγράφουμε και χρησιμοποιούμε θεωρητικά αποτελέσματα σχετικά με τις στρατηγικές/επιλογές προσφορών στις οποίες καταλήγουν οι παίχτες σε καταστάσεις ισορροπίας. Μάλιστα, συζητάμε συμμετρικές καταστάσεις ισορροπίας, στις οποίες το σύνολο το παιχτών ενεργεί με τον ίδιο τρόπο.

#### *Δημοπρασίες πρώτης τιμής (First-price auctions).*

Η κλειστή δημοπρασία πρώτης τιμής (sealed-bid first-price auction) είναι άλλη μία γνωστή μορφή δημοπρασίας. Ο τρόπος λειτουργίας της είναι αρκετά απλός. Οι υποψήφιοι αγοραστές υποβάλλουν προσφορές σε σφραγισμένους φακέλους και ο υποψήφιος αγοραστής με την υψηλότερη προσφορά κερδίζει το αντικείμενο και πληρώνει το ποσό που προσέφερε. Αν υπάρχει ισοπαλία μεταξύ των νικητήριων προσφορών, το αντικείμενο πηγαίνει σε καθένα από τους πλειοδότες με ίση πιθανότητα.

Η Ολλανδική δημοπρασία είναι στρατηγικά ισοδύναμη με τη δημοπρασία πρώτης τιμής [7]. Σε μια δημοπρασία πρώτης τιμής, μία στρατηγική αντιστοιχίζει την προσωπική πληροφορία του κάθε παίχτη που αφορά στην αξία που αυτός προσδίδει στο υπό

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

δημοπρασία αντικείμενο, σε ένα ποσό προσφοράς. Αν και η ολλανδική δημοπρασία διεξάγεται ανοιχτά, στην ουσία δεν παρέχει καμία πληροφόρηση σχετικά με την προσωπική προτίμηση του κάθε παίχτη. Η μόνη πληροφορία που καθίσταται διαθέσιμη είναι ότι κάποιος παίχτης συμφώνησε να αγοράσει το αντικείμενο στην τρέχουσα τιμή. Ωστόσο, αυτό συνεπάγεται αυτομάτως τον τερματισμό της δημοπρασίας. Η υποβολή μιας προσφοράς ενός συγκεκριμένου ποσού σε μια δημοπρασία πρώτης τιμής είναι στρατηγικά ισοδύναμη με την προσφορά για αγορά στο ποσό αυτό σε μια ολλανδική δημοπρασία, υπό την προϋπόθεση ότι το προϊόν εξακολουθεί να είναι διαθέσιμο. Επομένως, για κάθε στρατηγική σε μια δημοπρασία πρώτης-τιμής υπάρχει μια ισοδύναμη στρατηγική επιλογής προσφοράς στην ολλανδική δημοπρασία και το αντίστροφο. Συνολικά οι δύο τύποι είναι στρατηγικά ισοδύναμοι (strategically equivalent) και οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα.

Σε ότι αφορά στις στρατηγικές που υιοθετούν και εκδηλώνουν οι υποψήφιοι αγοραστής στις καταστάσεις ισορροπίας, αυτοί βρίσκονται αντιμέτωποι με ένα δίλημμα. Από τη μία πλευρά, είναι σαφές ότι κανένας υποψήφιος αγοραστής δε θα προσέφερε ένα ποσό ίσο με την αξία που έχει το αντικείμενο γι' αυτόν, δεδομένου ότι αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει σε μηδενικό κέρδος (δηλ. η διαφορά μεταξύ αξίας και χρέωσης θα είναι μηδέν). Από την άλλη πλευρά, η αύξηση της προσφοράς παραπάνω από την πραγματική εκτίμηση θα αυξήσει την πιθανότητα της νίκης, αλλά ταυτόχρονα θα μειώσει και τα πιθανά κέρδη. Ο Vickrey έδειξε ότι στην κλειστή δημοπρασία πρώτης-τιμής η καλύτερη στρατηγική (best response) για τον υποψήφιο αγοραστή είναι να υποβάλλει προσφορά ίση με την μεγαλύτερη αναμενόμενη προσφορά που πρόκειται να χάσει, υποθέτοντας ότι ο ίδιος είναι ο νικητής).

#### *Δημοπρασίες δεύτερης τιμής (Second-price auctions)*

Στη κλειστή δημοπρασία δεύτερης τιμής (sealed-bid second-price auction), οι υποψήφιοι αγοραστής υποβάλλουν προσφορές σε σφραγισμένους φακέλους και ο υποψήφιος αγοραστής που υποβάλλει την υψηλότερη προσφορά κερδίζει το αντικείμενο αλλά πληρώνει τη δεύτερη υψηλότερη προσφορά, δηλαδή, την πρώτη προσφορά που χάνει στον ανταγωνισμό. Όπως και στις δημοπρασίες πρώτης τιμής, εάν πολλοί υποψήφιοι αγοραστής έρθουν ισόπαλοι στην υψηλότερη προσφορά, το αντικείμενο αποδίδεται με ίση πιθανότητα σε έναν από αυτούς.

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

Εάν οι αξίες που προσδίδουν στο υπό δημοπρασία αντικείμενο, είναι ιδιωτική πληροφορία (private information), οι δημοπρασίες δεύτερης τιμής είναι ισοδύναμες με τις ανοιχτές αύξουσας τιμής (ή αγγλικές) δημοπρασίες.

Το πιο σημαντικό όμως είναι ότι η σφραγισμένη δημοπρασία δεύτερης τιμής έχει την επιθυμητή ιδιότητα ότι η κυρίαρχη στρατηγική (dominant strategy) για τους παίκτες είναι να δηλώνουν με ειλικρίνεια την πραγματική αξία που προσδίδουν στο αντικείμενο [7]. Πιο συγκεκριμένα, ας υποθέσουμε ότι κάποιος παίχτης  $i$  προσδίδει στο υπό δημοπρασία αντικείμενο αξία ίση με  $u_i$  και ότι η υψηλότερη προσφορά συμβολίζεται με  $b$ .

Αρχικά εξετάζουμε την περίπτωση όπου  $b < u_i$ . Εάν ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  προσφέρει  $b_i = u_i$ , τότε θα καταφέρει να κερδίσει το αντικείμενο, πετυχαίνοντας παράλληλα ένα όφελος (net payoff) ίσο με  $u_i - b > 0$ . Ο συγκεκριμένος παίχτης δεν έχει κάποιο κίνητρο να προσφέρει  $b_i > u_i$ , καθώς σε αυτήν την περίπτωση θα κερδίσει το αντικείμενο, πετυχαίνοντας όμως αρνητικό payoff. Από την άλλη πλευρά, εάν προσφέρει  $b_i < u_i$ , μειώνεται η πιθανότητα να κερδίσει το αντικείμενο ενώ δεν επηρεάζει το πιθανό payoff που θα καταφέρει σε περίπτωση νίκης (το οποίο εξακολουθεί να είναι  $u_i - b$ ). Επομένως, κατά μέσο όρο, η αναμενόμενη τιμή του payoff μειώνεται.

Στη συνέχεια, εξετάζουμε την περίπτωση  $b > u_i$ . Εάν η προσφορά του υποψήφιου αγοραστή είναι  $b_i < u_i$ , δε θα κερδίσει στη δημοπρασία (μηδενικό payoff), ενώ εάν προσφέρει  $b_i > u_i$  πιθανή νίκη του θα του δώσει payoff ίσο με  $u_i - b < 0$ . Επομένως, και σε αυτήν την περίπτωση είναι προτιμότερο να υποβάλλει προσφορά  $b_i = u_i$ , δηλαδή να χάσει τον ανταγωνισμό με μηδενικό payoff.

Τέλος, εάν  $b = u_i$ , τότε το να προσφέρει κάποιος  $b_i = u_i$ , δε θα οδηγήσει σε διαφορετικό αποτέλεσμα από την περίπτωση που προσφέρει  $b_i > u_i$  ή  $b_i < u_i$  (το payoff είναι μηδενικό). Συνολικά, ο παίχτης  $i$  πάντα έχει το κίνητρο να υποβάλλει ως προσφορά την πραγματική αξία που προσδίδει στο αντικείμενο, ανεξαρτήτως των στρατηγικών όλων των υπολοίπων παιχτών [2] [7].

*Σύγκριση μεταξύ δημοπρασιών πρώτης και δεύτερης τιμής*

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

Με λίγα λόγια, σε όλες τις μορφές δημοπρασίας, υπάρχουν  $i=1 \dots N$  υποψήφιοι αγοραστές που ανταγωνίζονται για να αποκτήσουν ένα αντικείμενο. Κάθε διαγωνιζόμενος, ανεξαρτήτως από τους άλλους, αποδίδει μια αξία  $x_i \in [0, \beta]$ ,  $\beta \in R$ , στο αντικείμενο. Αυτή η αξία αποτελεί ιδιωτική/προσωπική πληροφορία, η οποία δεν είναι στη διάθεση του διοργανωτή της δημοπρασίας και των άλλων υποψήφιων. Ωστόσο, η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (CDF) της αξίας,  $F_i(x_i) = P(X_i \leq x_i)$ , είναι γνωστή σε όλους. Οι υποψήφιοι μπορούν να είναι διαφορετικοί μεταξύ τους ή να είναι συμμετρικοί (δηλ.  $F_i(\cdot) = F(\cdot), \forall i$ ). Κάθε υποψήφιος αγοραστής  $i$  υποβάλλει σφραγισμένη προσφορά  $b_i$ ,  $i=1 \dots N$  στον δημοπράτη, που συλλέγει όλες τις προσφορές και παρέχει το αντικείμενο στον πλειοδότη (περίπτωση των standard auctions). Ως εκ τούτου, οι δύο δημοπρασίες ακολουθούν τον ίδιο κανόνα ανάθεσης του αντικειμένου (allocation rule). Ωστόσο, διαφέρουν στον κανόνα χρέωσης (payment rule): στη δημοπρασία πρώτης τιμής ο νικητής πληρώνει την προσφορά του, ενώ στη δημοπρασία δεύτερης τιμής πληρώνει τη δεύτερη υψηλότερη προσφορά.

Οι διαφορετικοί κανόνες πληρωμής δημιουργούν διαφορετικές ιδιότητες για αυτές τις δημοπρασίες. Οι ιδιότητες μπορούν να αφορούν στην αποτελεσματικότητα της δημοπρασίας σε σχέση με το κοινωνικό όφελος/ευημερία (social welfare) αλλά και τα έσοδα (revenue) που διαμορφώνουν για τον δημοπράτη. Απαραίτητη προϋπόθεση για την εξυπηρέτηση του κοινωνικού οφέλους είναι η ειλικρινής εκδήλωση του ενδιαφέροντος κάθε παίχτη (truthful – incentive compatible mechanism), το οποίο σημαίνει ότι οι μηχανισμοί επιλογής νικητή και χρέωσης της δημοπρασίας προκαλούν τους υποψήφιους αγοραστές να αποκαλύπτουν την πραγματική αξία που προσδίδουν στο υπό δημοπρασία αντικείμενο,  $b_i = x_i, \forall i$ . Από την άλλη, οι δημοπρασίες που μεγιστοποιούν το κέρδος χορηγούν τα αντικείμενα στον παίχτη που αναμένεται να πληρώσει τα περισσότερα, ο οποίος δεν είναι πάντα αυτός με την μεγαλύτερη αξία. Σε γενικές γραμμές, η δημοπρασία πρώτης-τιμής παράγει υψηλότερα έσοδα με μεγαλύτερη πιθανότητα (δηλαδή, μικρότερο κίνδυνο). Ωστόσο, κάτω από ορισμένες συνθήκες, οι δημοπρασίες πρώτης και δεύτερης τιμής μπορεί να δώσουν τα ίδια έσοδα.

Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με το Θεώρημα ισοδυναμίας εσόδων (*Revenue Equivalence Theorem*), όταν οι υποψήφιοι αγοραστές είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο (risk neutral) και οι αξίες που προσδίδουν στο υπό δημοπρασία αντικείμενο είναι ανεξάρτητα και ταυτόσημα κατανεμημένες, τότε οποιαδήποτε συμμετρική και αύξουσα στρατηγική στην ισορροπία οποιασδήποτε standard δημοπρασίας, έτσι ώστε η

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

αναμενόμενη πληρωμή από έναν υποψήφιο αγοραστή με μηδενική αξία να είναι μηδέν, αποδίδει τα ίδια αναμενόμενα έσοδα για τον πωλητή [7]. Συνολικά, όταν τα έσοδα είναι ο πρωταρχικός στόχος του δημοπράτη, η δημοπρασία πρώτης τιμής είναι η καταλληλότερη επιλογή. Από την άλλη, όταν οι αξίες των υποψήφιων αγοραστών είναι ανεξάρτητες, η δημοπρασία δεύτερης τιμής είναι πάντα truthful και ως εκ τούτου ευνοϊκή για το κοινωνικό όφελος, κάτι το οποίο αποτελεί μια ιδιαίτερα επιθυμητή ιδιότητα για δημοπράτες που στοχεύουν σε ένα κοινωνικά βέλτιστο αποτέλεσμα.

## 2.2 Δημοπρασίες πολλαπλών αντικειμένων (Multiple Object Auctions)

Στην ενότητα αυτή, εξετάζουμε δημοπρασίες στις οποίες πωλούνται πολλαπλά αντικείμενα που εμφανίζουν κάποιου είδους συσχέτιση. Τα αντικείμενα αυτά μπορεί είτε να είναι ίδια, όπως για παράδειγμα πολλαπλά μπουκάλια από το ίδιο κρασί ή γραμμάτια του δημοσίου της ίδιας ονομαστικής αξίας, είτε να είναι διακριτά, αλλά με αναγνωρίσιμη διαφορετική αξία, όπως για παράδειγμα διαφορετικά διαμερίσματα στο ίδιο κτίριο ή διαφορετικά έργα τέχνης από τον ίδιο καλλιτέχνη, έτσι ώστε η τιμή για την απόκτηση ενός δεύτερου αντικειμένου να είναι χαμηλότερη από την τιμή του πρώτου. Εναλλακτικά, τα αντικείμενα μπορεί να αλληλοσυμπληρώνονται, δηλαδή, η τιμή που προκύπτει για ένα συγκεκριμένο αντικείμενο μπορεί να είναι μεγαλύτερη αν έχει ήδη αγοραστεί κάποιο άλλο. Για παράδειγμα, ένας συλλέκτης γραμματοσήμων μπορεί να εκτιμά ότι η αξία μιας συλλογής γραμματοσήμων είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των αξιών των επιμέρους γραμματόσημων. Ομοίως, η αξία μια θέσης προσγείωσης αεροσκάφους σε αεροδρόμιο για μια αεροπορική εταιρεία μπορεί να αυξηθεί καθώς αυξάνει ο αριθμός των θέσεων που έχει ήδη αποκτήσει.

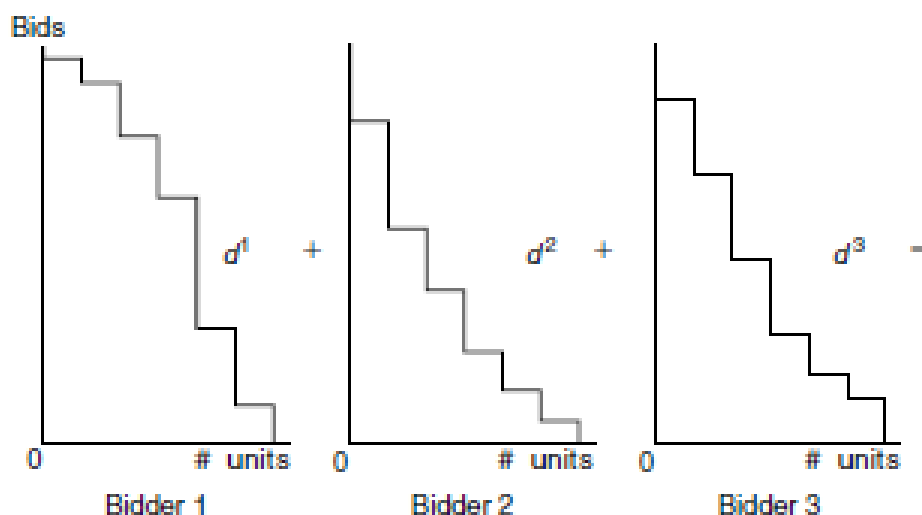
Όταν πολλαπλά αντικείμενα πρόκειται να πωληθούν, πολλές επιλογές είναι ανοικτές στον πωλητή. Κατ' αρχάς, ο πωλητής πρέπει να αποφασίσει αν θα πωλήσει τα αντικείμενα χωριστά σε πολλαπλές δημοπρασίες ή από κοινού σε μια ενιαία δημοπρασία. Στην πρώτη περίπτωση, τα αντικείμενα πωλούνται ένα κάθε φορά με τρόπο που οι προσφορές στη δημοπρασία για ένα από τα αντικείμενα να μην επηρεάζει άμεσα το αποτέλεσμα της δημοπρασίας για ένα άλλο αντικείμενο. Αυτή η δημοπρασία ονομάζεται διαδοχική (*sequential auction*). Στην άλλη περίπτωση, τα αντικείμενα πωλούνται όλα μαζί σε μια ενιαία δημοπρασία, αλλά όχι απαραίτητα όλα στον ίδιο υποψήφιο αγοραστή. Σε αυτήν την περίπτωση, δημοπρατούνται ταυτόχρονα όλα τα αντικείμενα (*simultaneous auction*). Μάλιστα, οι προσφορές για τα διάφορα αντικείμενα

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών επηρεάζουν συνδυαστικά την επιλογή των νικητών, δηλαδή το αποτέλεσμα της δημοπρασίας.

Επιπροσθέτως, το πλήθος των αντικειμένων που έχει τη δυνατότητα ένας υποψήφιος αγοραστής να διεκδικήσει σε μια δημοπρασία, δημιουργεί ακόμα περισσότερες εναλλακτικές επιλογές για τη σχεδίαση του μηχανισμού δημοπρασίας. Συγκεκριμένα, ο πωλητής μπορεί να αποφασίσει να πωλήσει τα αντικείμενα, ένα κάθε φορά σε μια σειρά από δημοπρασίες ζήτησης ενός αντικειμένου (*single-object demand auctions*), ή σε σύνολα αντικειμένων στην περίπτωση των συνδυαστικών δημοπρασιών (*combinatorial auctions*). Σε κάθε περίπτωση, εξακολουθεί να υφίσταται το θέμα της επιλογής του κανόνα επιλογής νικητών και χρέωσης (π.χ., δημοπρασίας πρώτης τιμής, δεύτερης τιμής κτλ.).

Τέλος, η δημοπρασία μπορεί να είναι *ομοιογενής* (*homogeneous*) ή *ετερογενής* (*heterogeneous*), ανάλογα με το αν αντικείμενα που δημοπρατούνται είναι ίδια ή διαφορετικά. Στην τελευταία περίπτωση, τα αντικείμενα θα μπορούσαν να είναι *ανεξάρτητα* (*independent*), *υποκατάστατα* (*substitutes*), ή *συμπληρωματικά* (*complements*). Η αξία των αντικειμένων για τους υποψήφιους αγοραστές μειώνεται για κάθε επιπλέον αντικείμενο που έχουν ήδη αγοράσει για τα υποκατάστατα και αυξάνεται για τα συμπληρωματικά. Υπάρχουν, επίσης, δημοπρασίες για *διαιρετά* (*divisible*) και *αδιαίρετα* (*non-divisible*) αγαθά. Η αξία των διαιρετών αγαθών μειώνεται για κάθε επιπλέον αγαθό που αγοράζει ο κάθε υποψήφιος αγοραστής.

Σε αυτή την ενότητα, θα επικεντρωθούμε στις ομοιογενείς (σφραγισμένης προσφοράς) δημοπρασίες πολλαπλών αντικειμένων. Στις ενότητες που ακολουθούν, παρουσιάζουμε τις θεμελιώδεις αρχές που διέπουν τη λειτουργία τους. Συγκεκριμένα, τρεις μορφές δημοπρασίας σφραγισμένης προσφοράς για την πώληση  $K$  πανομοιότυπων αντικειμένων παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον: η *δημοπρασία διακριτής τιμής* (*discriminatory-price auction*), η *δημοπρασία ενιαίας τιμής* (*uniform-price auction*) και η *δημοπρασία Vickrey* (*Vickrey auction*). Οι δύο πρώτες είναι σημαντικές για πρακτικούς λόγους, επειδή χρησιμοποιούνται ευρέως σε πραγματικές δημοπρασίες που διεξάγονται ανά τον κόσμο, και η τελευταία, αν και δεν χρησιμοποιείται ευρέως, έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για θεωρητικούς λόγους. Και οι τρεις προορίζονται για χρήση σε καταστάσεις στις οποίες οι οριακές τιμές μειώνονται, δηλαδή η τιμή ενός επιπλέον αντικειμένου μειώνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των αντικειμένων που έχουν ήδη αποκτηθεί.



Εικόνα 1. Συναρτήσεις ζήτησης.

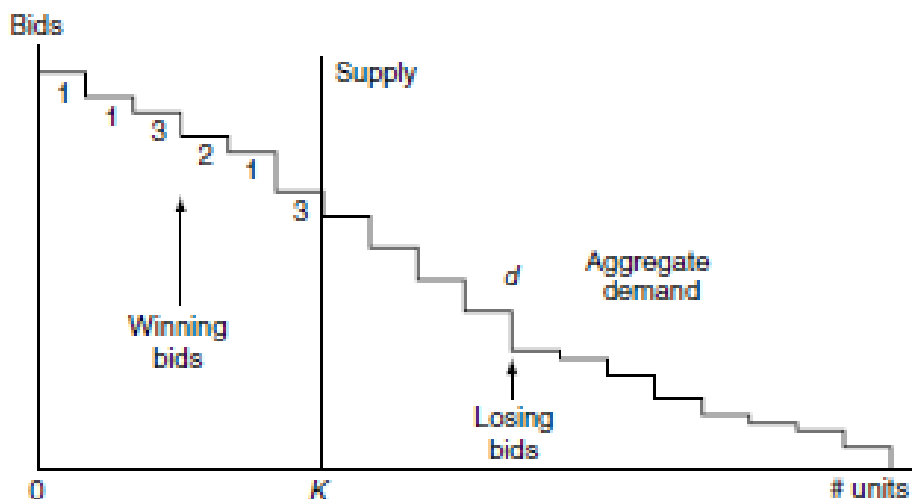
Σε κάθε μία από αυτές τις δημοπρασίες, ένας υποψήφιος αγοραστής  $i$  καλείται να υποβάλει  $K$  προσφορές  $b^i_k$ , οι οποίες ικανοποιούν την συνθήκη  $b^i_1 \geq b^i_2 \geq \dots \geq b^i_K$ , δείχνοντας με αυτόν τον τρόπο πόσο είναι διατεθειμένος να πληρώσει για κάθε επιπλέον αντικείμενο. Έτσι,  $b^i_1$  είναι το ποσό που είναι διατεθειμένος να πληρώσει ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  για ένα αντικείμενο,  $b^i_1 + b^i_2$  είναι το ποσό που είναι διατεθειμένος να πληρώσει για δύο αντικείμενα,  $b^i_1 + b^i_2 + b^i_3$  είναι το ποσό που είναι διατεθειμένος να πληρώσει για τρία αντικείμενα, κ.ο.κ.. Τυπικά, συμβολίζουμε με  $b^i = (b^i_1, b^i_2, \dots, b^i_K)$  το διάνυσμα προσφοράς, θεωρώντας ότι οι εκθέτες προσδιορίζουν τον υποψήφιο αγοραστή και οι δείκτες προσδιορίζουν τα αντικείμενα.

Ένα διάνυσμα προσφοράς  $b^i$  μπορεί επίσης να αντιμετωπισθεί ως μια “αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης” και μπορεί να αναστραφεί για να βρεθεί η *συνάρτηση ζήτησης* (*demand function*) του  $i$ , δηλαδή  $d^i : R \rightarrow \{1, 2, \dots, K\}$ :

$$d^i(p) \equiv \max \{k : p \leq b^i_k\} \quad (1)$$

Όπου  $p$  είναι η μέγιστη προσφορά που πρέπει να υποβληθεί, από όλους τους υποψήφιους αγοραστές, έτσι ώστε ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  να κερδίσει  $k$  αντικείμενα.





Εικόνα 2. Συνολική ζήτηση και προσφορά

Ειδικότερα, αν  $b_k^i > b_{k+1}^i$ , τότε για κάθε τιμή  $p$  που βρίσκεται μεταξύ  $b_k^i$  και  $b_{k+1}^i$ , ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  είναι πρόθυμος να αγοράσει ακριβώς  $k$  αντικείμενα. Η ζήτηση του υποψήφιου αγοραστή είναι μία μη αύξουσα συνάρτηση (non-increasing) της τιμής. Δεδομένου ότι η συνάρτηση ζήτησης είναι η αντίστροφη του διανύσματος προσφοράς, και αντίστροφα, υποβάλλοντας το διάνυσμα προσφοράς  $\mathbf{b}^i$  είναι ισοδύναμο με την υποβολή της συνάρτησης ζήτησης  $d^i$ . Συνήθως, οι δύο έννοιες θεωρούνται εναλλάξιμες.

Στις αυτές τις μορφές δημοπρασίας που εξετάζουμε εδώ, ένα σύνολο από  $N \times K$  προσφορές  $\{b_k^i : i = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K\}$  συλλέγονται και τα  $K$  αντικείμενα απονέμονται στις  $K$  υψηλότερες προσφορές. Αν ο πλειοδότης  $i$  έχει  $k \leq K$  προσφορές μεταξύ των  $K$  υψηλότερων προσφορών, τότε ο  $i$  κερδίζει  $k$  αντικείμενα.

Για παράδειγμα ας σκεφτούμε μια κατάσταση κατά την οποία υπάρχουν έξι αντικείμενα ( $K = 6$ ) για να πουληθούν σε τρεις υποψήφιους αγοραστές και τα διανύσματα προσφορών τους είναι τα εξής:

$$\mathbf{b}^1 = (50, 47, 40, 32, 15, 5)$$

$$\mathbf{b}^2 = (42, 28, 20, 12, 7, 3)$$

$$\mathbf{b}^3 = (45, 35, 24, 14, 9, 6)$$

Τα τρία διανύσματα προσφορών ή ισοδύναμα οι τρεις συναρτήσεις ζήτησης απεικονίζονται στην Εικόνα 1. Στην περίπτωση αυτή, οι έξι μεγαλύτερες προσφορές είναι οι:

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

$$(b_1^1, b_2^1, b_3^1, b_1^2, b_3^2, b_2^3) = (50, 47, 45, 42, 40, 35)$$

έτσι ο υποψήφιος αγοραστής 1 κερδίζει τρεις μονάδες, ο υποψήφιος αγοραστής 2 κερδίζει μία μονάδα, και ο υποψήφιος αγοραστής 3 κερδίζει δύο μονάδες.

Στη ουσία, μια συνάρτηση συνολικής ζήτησης  $d$  λαμβάνεται “προσθέτοντας οριζόντια” τις  $N$  επιμέρους συναρτήσεις ζήτησης. Για παράδειγμα, η συνάρτηση συνολικής ζήτησης που απεικονίζεται στην Εικόνα 2 είναι το άθροισμα των τριών επιμέρους συναρτήσεων ζήτησης της Εικόνας 1. Η συνάρτηση της συνολικής ζήτησης καθορίζει πόσες μονάδες ζητούνται συνολικά σε διαφορετικές τιμές, έτσι ώστε για κάθε  $p$ ,  $d(p) = \sum_i d^i(p)$ . Δεδομένου ότι ο αριθμός των αντικειμένων που πρέπει να πωληθούν είναι σταθερός, η συνάρτηση προσφοράς είναι απλά μια κατακόρυφη γραμμή. Όλες οι προσφορές στα αριστερά της τομής των συναρτήσεων της συνολικής ζήτησης και των προσφορών, οι  $K$  μεγαλύτερες προσφορές, θεωρούνται «νικητήριες προσφορές» και ο αριθμός των μονάδων που αγοράζονται από κάθε υποψήφιο αγοραστή είναι ίσος με τον αριθμό των κερδισμένων προσφορών που υποβλήθηκαν από τον ίδιο. Όλες οι άλλες προσφορές θεωρούνται “απορριφθείσες προσφορές”.

Γενικά, μια δημοπρασία στην οποία οι  $K$  υψηλότερες προσφορές χαρακτηρίζονται ως νικητήριες προσφορές χαρακτηρίζεται ως standard δημοπρασία. Οι τρεις δημοπρασίες που εισάγονται στην συνέχεια είναι όλες standard, αλλά διαφέρουν όσον αφορά τον κανόνα χρέωσης, δηλαδή πόσο κάθε υποψήφιος αγοραστής καλείται να πληρώσει για τα αντικείμενα που κέρδισε.

### 2.2.1 Δημοπρασίες διακριτής τιμής (Discriminatory price auctions)

Σε μια δημοπρασία διακριτής τιμής, κάθε υποψήφιος αγοραστής πληρώνει ένα ποσό ίσο με το άθροισμα των προσφορών του, οι οποίες κρίνονται ως νικητήριες, δηλαδή, το άθροισμα εκείνων των προσφορών του που κατατάσσονται ανάμεσα στις  $K$  υψηλότερες από τις  $N \times K$  προσφορές που έχουν υποβληθεί συνολικά. Επομένως, εάν ακριβώς  $k^i$  εκ των προσφορών του υποψήφιου αγοραστή  $i$  είναι μεταξύ των  $K$  υψηλότερων όλων των προσφορών που ελήφθησαν, τότε ο  $i$  πληρώνει

$$\sum_{k=1}^{k^i} b_k^i$$

Αυτό ισοδυναμεί με τέλεια διάκριση τιμών οι οποίες σχετίζονται με τις υποβληθείσες συναρτήσεις ζήτησης, εξ ου και το όνομα της δημοπρασίας. Στην πραγματικότητα, η

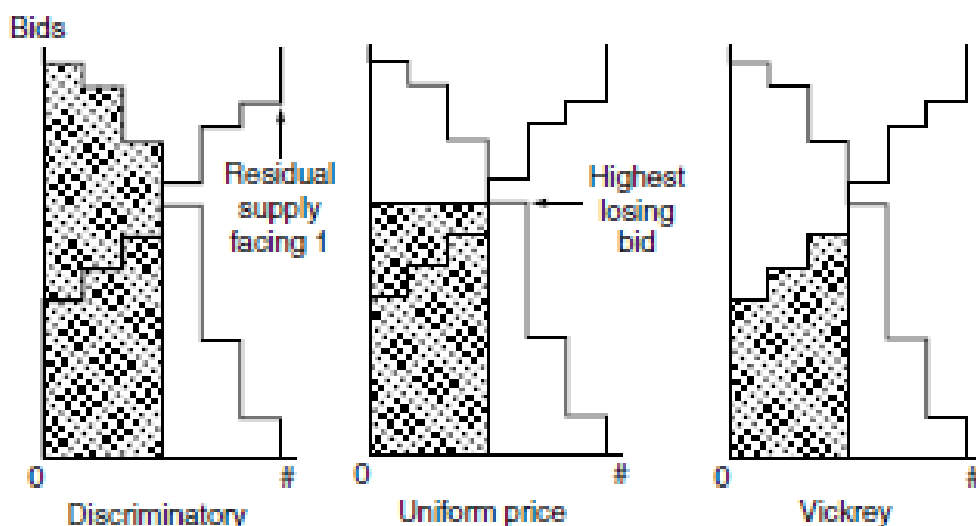
Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

δημοπρασία διακριτής τιμής είναι η φυσική προέκταση της δημοπρασίας πρώτης τιμής, με σφραγισμένες προσφορές, για δημοπρασία πολλών αντικειμένων. Ειδικότερα, εάν υπάρχει μόνο ένα αντικείμενο για πώληση ( $K = 1$ ), τότε η δημοπρασία διακριτής τιμής μετατρέπεται σε μια δημοπρασία πρώτης-τιμής.

Ο κανόνας χρέωσης της συγκεκριμένης μορφής δημοπρασίας μπορεί επίσης να εκφραστεί συναρτήσει της εναπομένουσας προσφοράς (residual supply). Σε οποιαδήποτε τιμή  $p$  η εναπομένουσα προσφορά που αντιμετωπίζει ο υποψήφιος αγοραστής  $i$ , συμβολίζεται ως  $s^{-i}(p)$  και είναι ίση με τη συνολική προσφορά  $K$  μείον το άθροισμα των ποσών που ζητούνται από άλλους υποψήφιους αγοραστές, με την προϋπόθεση ότι αυτή είναι μη αρνητική. Επομένως,

$$s^{-i}(p) \equiv \max\{K - \sum_{j \neq i} d^j(p), 0\} \quad (2)$$

πρόκειται για μια μη φθίνουσα συνάρτηση της τιμής. Η δημοπρασία διακριτής τιμής ζητά από κάθε υποψήφιο αγοραστή να πληρώσει ένα ποσό ίσο με το εμβαδόν κάτω από τη δική του συνάρτηση ζήτησης μέχρι το σημείο όπου αυτή τέμνει την καμπύλη εναπομένουσας προσφοράς [7].



Εικόνα 3. Η χρέωση του πρώτου υποψήφιου αγοραστή όταν εφαρμόζονται οι τρεις διαφορετικοί κανόνες χρέωσης

Η Εικόνα 3 απεικονίζει τη συνάρτηση της εναπομένουσας προσφοράς που αντιμετωπίζει ο υποψήφιος αγοραστής 1 στο παράδειγμα που περιγράφηκε παραπάνω. Η σκιασμένη περιοχή στο πρώτο μέρος του σχήματος είναι το συνολικό ποσό που καταβάλλεται από τον υποψήφιο αγοραστή 1 σε δημοπρασία διακριτής τιμής. Στο

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

παράδειγμα, ο υποψήφιος αγοραστής 1 κερδίζει τρεις μονάδες. Επομένως, το συνολικό ποσό που πληρώνει είναι  $b_1^1 + b_2^1 + b_3^1 = 50 + 47 + 40 = 137$ . Σύμφωνα με τη θεωρία, είναι ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική (*weakly dominant strategy*) για τους υποψήφιους αγοραστές, να υποβάλλουν «επίπεδη ζήτηση», δηλαδή να υποβάλλουν ισόποσες προσφορές για κάθε αντικείμενο [7].

## 2.2.2 Δημοπρασίες ενιαίας τιμής (Uniform price auctions)

Σε μια δημοπρασία ενιαίας τιμής όλες οι  $K$  μονάδες πωλούνται σε μια τιμή εκκαθάρισης της αγοράς (“market-clearing” price), έτσι ώστε η ζήτηση να εξισωθεί με την προσφορά. Στο διακριτό μοντέλο (discrete model) που αναφέρουμε σε αυτή την ενότητα, υπάρχει κάποιος βαθμός ελευθερίας στον καθορισμό της τιμής που “καθαρίζει” την αγορά, δηλαδή κάθε τιμή που βρίσκεται μεταξύ της υψηλότερης χαμένης προσφοράς και της χαμηλότερης νικητήριας προσφοράς εξισώνει τη ζήτηση και την προσφορά. Στη θεωρία, υιοθετείται ο κανόνας ότι η τιμή εκκαθάρισης αγοράς είναι η ίδια με την υψηλότερη χαμένη προσφορά.

Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι οι δημοπρασίες διακριτής προσφοράς προϋποθέτουν ότι οι υποψήφιοι αγοραστές μπορούν να υποβάλουν μόνο τέτοιες προσφορές που να πληρούν κάποια προκαθορισμένα διακριτά επίπεδα τιμών αγοράς και, ως εκ τούτου, υπάρχει μια ελάχιστη προσαύξηση με την οποία ένας υποψήφιος μπορεί να αυξήσει την τρέχουσα τιμή. Αντίθετα, σε δημοπρασίες συνεχούς προσφοράς, υπάρχει μικρή πρακτική καθοδήγηση για το πώς ένας δημοπράτης, ο οποίος επιδιώκει τη μεγιστοποίηση των εσόδων του, θα πρέπει να προσδιορίσει τον αριθμό και την αξία των εν λόγω διακριτών επιπέδων προσφοράς.

Συμβολίζουμε με  $c^{-i}$  το διάνυσμα των  $K$  ανταγωνιστικών προσφορών που αντιμετωπίζει ο υποψήφιος αγοραστής  $i$ . Αυτό το διάνυσμα κατασκευάζεται με την αναδιάταξη των  $(N-1) * K$  προσφορών  $b_k^j$  των διαγωνιζομένων  $j \neq i$  σε φθίνουσα σειρά και επιλέγοντας τις πρώτες  $K$  από αυτές. Έτσι,  $c_1^{-i}$  είναι η υψηλότερη από τις άλλες προσφορές,  $c_2^{-i}$  είναι η δεύτερη υψηλότερη, κ.ο.κ.. Ο αριθμός των αντικειμένων που ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  κερδίζει, είναι ίσος με τον αριθμό των ανταγωνιστικών προσφορών που η δική του προσφορά ξεπερνάει. Για παράδειγμα, προκειμένου ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  να κερδίσει ακριβώς ένα αντικείμενο, θα πρέπει να ισχύει ότι  $b_1^i > c_K^{-i}$  και  $b_2^i < c_{K-1}^{-i}$ , δηλαδή θα πρέπει να νικήσει τη χαμηλότερη από τις

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών ανταγωνιστικές προσφορές, αλλά ταυτόχρονα να μην κερδίζει τη δεύτερη χαμηλότερη. Γενικότερα, ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  κερδίζει ακριβώς  $k^i > 0$  αντικείμενα αν και μόνο αν

$$b_{k^i}^i > c_{K-k^i+1}^{-i} \text{ και } b_{k^i+1}^i < c_{K-k^i}^{-i}$$

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση της εναπομένουσας προσφοράς (residual supply)  $s^{-i}$  που αντιμετωπίζει ο υποψήφιος αγοραστής  $i$ , όπως ορίστηκε παραπάνω στην σχέση (2), μπορεί επίσης να ληφθεί από το διάνυσμα ανταγωνιστικών προσφορών (vector of competing bids)  $c^{-i}$ , δεδομένου ότι

$$s^{-1}(p) = K - \max\{k: c_k^{-i} \geq p\}$$

Η υψηλότερη χαμένη προσφορά (δηλ. η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς), είναι σε αυτήν την περίπτωση

$$p = \max\{b_{k^i+1}^i, c_{K-k^i+1}^{-i}\}$$

και σε μια δημοπρασία ενιαίας τιμής, αν ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  κερδίζει  $k^i$  αντικείμενα, τότε πληρώνει  $k^i$  φορές το  $p$ . Η τιμή εκκαθάρισης της αγοράς μπορεί επίσης να εκφραστεί ως

$$p = \max_i \{b_{k^i+1}^i\}$$

Η δημοπρασία ενιαίας τιμής καταλήγει να είναι δημοπρασία δεύτερης τιμής με σφραγισμένες προσφορές, όταν υπάρχει μόνο ένα αντικείμενο για πώληση ( $K=1$ ), δεδομένου ότι ως τιμή εκκαθάρισης της αγοράς έχει οριστεί ως η υψηλότερη προσφορά που χάνει. Κατά συνέπεια, πρόκειται για μια φυσική επέκταση της δημοπρασίας δεύτερης-τιμής στην περίπτωση που έχουμε πολλαπλά αντικείμενα προς πώληση. Ωστόσο, έχει αποδειχθεί από τον Krishna [7] ότι η αναλογία μεταξύ των δύο μορφών δημοπρασιών είναι ατελής. Ο Krishna υποστηρίζει ότι σε μια δημοπρασία ενιαίας τιμής είναι ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική (weakly dominant strategy) για έναν υποψήφιο αγοραστή να υποβάλει την πραγματική αξία που προσδίδει στο πρώτο αντικείμενο. Με άλλα λόγια, οι υποψήφιοι αγοραστές δεν έχουν κανένα κίνητρο να αποκρύψουν τις προσφορές τους  $b_1^i$ . Οι υποψήφιοι αγοραστές έχουν το κίνητρο να αποκρύπτουν τις προσφορές τους  $b_2^i, b_3^i, \dots, b_K^i$  για τα επιπλέον αντικείμενα, ωστόσο αυτό το χαρακτηριστικό είναι που διακρίνει τη δημοπρασία ενιαίας τιμής από τη δημοπρασία Vickrey. Στην δημοπρασία Vickrey, δεν υπάρχει κίνητρο για απόκρυψη των προσφορών για οποιοδήποτε από τα αντικείμενα.

### 2.2.3 Δημοπρασίες Vickrey (Vickrey auctions)

Σε μια δημοπρασία Vickrey, ένας υποψήφιος αγοραστής που κερδίζει  $k^i$  αντικείμενα πληρώνει τις  $k^i$  υψηλότερες χαμένες προσφορές των άλλων διαγωνιζομένων, χωρίς να συμπεριλαμβάνονται οι δικές του χαμένες προσφορές. Όπως και πριν, συμβολίζουμε με  $c^{-i}$  το διάνυσμα των  $K$  ανταγωνιστικών προσφορών που αντιμετωπίζει ο υποψήφιος αγοραστής  $i$ , έτσι ώστε το  $c_1^{-i}$  να είναι η υψηλότερη από τις άλλες προσφορές,  $c_2^{-i}$  να είναι η δεύτερη υψηλότερη, κ.ο.κ..

Για να κερδίσει ένα αντικείμενο, η υψηλότερη προσφορά του υποψήφιου αγοραστή  $i$  πρέπει να νικήσει τη χαμηλότερη από τις ανταγωνιστικές προσφορές, που είναι,  $b_1^i > c_K^i$ . Για να κερδίσει ένα δεύτερο αντικείμενο, η δεύτερη υψηλότερη προσφορά του  $i$  πρέπει να νικήσει τη δεύτερη χαμηλότερη ανταγωνιστική που είναι,  $b_2^i > c_{K-1}^i$ . Για να κερδίσει το  $K$ -οστό αντικείμενο, η  $K$ -οστή υψηλότερη προσφορά του  $i$  πρέπει να νικήσει την  $K$ -οστή χαμηλότερη ανταγωνιστική προσφορά. Ο κανόνας πληρωμών Vickrey είναι ο ακόλουθος. Ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  καλείται να πληρώσει  $c_K^{-i}$  για το πρώτο αντικείμενο που κερδίζει,  $c_{K-1}^{-i}$  για το δεύτερο αντικείμενο,  $c_{K-2}^{-i}$  για το τρίτο αντικείμενο κ.ο.κ.. Έτσι, αν υποψήφιος αγοραστής  $i$  κερδίσει  $k^i$  μονάδες, τότε το ποσό που πληρώνει είναι

$$\sum_{k=1}^{k^i} c_{K-k^i+k}^{-i}$$

Η βασική αρχή που διέπει τη δημοπρασία Vickrey είναι ότι κάθε υποψήφιος καλείται να καταβάλει ποσό ίσο με την “εξωτερικότητα” (externality) που ασκεί στους ανταγωνιστές του. Η εξωτερικότητα είναι το επιπλέον ποσό που οι άλλοι υποψήφιοι αγοραστής θα πλήρωναν, εάν ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  ήταν απών. Η δημοπρασία Vickrey καταλήγει να είναι μια δημοπρασία δεύτερης τιμής με σφραγισμένες προσφορές, όταν υπάρχει μόνο ένα αντικείμενο για πώληση ( $K = 1$ ). Αποδεικνύεται επίσης από τον Krishna ότι, όπως είναι ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική (weakly dominant strategy) να προσφέρει κάποιος την πραγματική του αξία για ένα αντικείμενο σε μια δημοπρασία δεύτερης τιμής, έτσι και σε μια δημοπρασία Vickrey πολλαπλών αντικειμένων είναι ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική κάποιος να προσφέρει την πραγματική του συνάρτηση ζήτησης [7].

## 2.2.4 Σύγκριση δημοπρασιών διακριτής τιμής, ενιαίας τιμής και Vickrey δημοπρασίας.

Συνοπτικά, οι δημοπρασίες διακριτής τιμής, ενιαίας τιμής, και Vickrey έχουν τον ίδιο κανόνα ανάθεσης (allocation rule), σύμφωνα με τον οποίο οι  $K$  υψηλότερες προσφορές θεωρούνται "επιτυχείς προσφορές", και κάθε υποψήφιος αγοραστής παραλαμβάνει τα αντικείμενα για τα οποία ο ίδιος ήταν ο νικητής. Ωστόσο, οι κανόνες χρέωσης (payment rule) των εν λόγω δημοπρασιών είναι διαφορετικοί. Η δημοπρασία διακριτής τιμής είναι στην πραγματικότητα η επέκταση της δημοπρασίας πρώτης τιμής για πολλαπλά αντικείμενα. Δηλαδή, ο κάθε υποψήφιος αγοραστής  $i$  πληρώνει ένα ποσό ίσο με τις  $K_i$

επιτυχείς προσφορές του,  $\sum_{j=1}^{K_i} b_j^i$ , όπου  $b_j^i$  είναι το ποσό που ο υποψήφιος αγοραστής  $i$

είναι πρόθυμος να πληρώσει για το  $j$ -οστό αντικείμενο. Με άλλα λόγια, διαφορετικοί αγοραστές πληρώνουν διαφορετικές τιμές για διαφορετικά αντικείμενα. Από την άλλη πλευρά, στη δημοπρασία ενιαίας τιμής, όλα τα αντικείμενα ( $K$ ) πωλούνται στην τιμή εκκαθάρισης της αγοράς, η οποία επιλέγεται έτσι ώστε να εξισώνει τη συνολική προσφορά και τη συνολική ζήτηση. Τέλος, στην δημοπρασία Vickrey πολλαπλών αντικειμένων, κάθε αγοραστής  $i$  που κερδίζει  $K_i$  αντικείμενα, πληρώνει ένα τίμημα ίσο με το άθροισμα των ανταγωνιστικών προσφορών τις οποίες κέρδιζε με την προσφορά του. Αυτές είναι οι προσφορές των άλλων αγοραστών που θα είχαν κερδίσει τα αντικείμενα  $K_i$ , εάν ο αγοραστής  $i$  ήταν απών.

Η αποτελεσματικότητα ως προς το κοινωνικό όφελος (social welfare), από τη μια, και τα έσοδα των δημοπρασιών πολλαπλών αντικειμένων, από την άλλη, εξαρτώνται από την αγορά στην οποία εφαρμόζονται αλλά και από τις υποθέσεις σχετικά με τους υποψήφιους αγοραστές. Για παράδειγμα, η δημοπρασία ενιαίας τιμής είναι αποτελεσματική μόνο αν υποθέσουμε ότι οι αγοραστές είναι πρόθυμοι να αγοράσουν μόνο ένα αντικείμενο (single-object demand), ενώ η δημοπρασία Vickrey είναι αποτελεσματική και για την πώληση πολλαπλών αντικειμένων, αλλά μόνο αν οι αξίες των αντικειμένων για τους υποψήφιους αγοραστές είναι ανεξάρτητες. Ο Vickrey αρχικά μελέτησε τις δημοπρασίες πολλαπλών αντικειμένων και αναγνώρισε ότι οι κανόνες πληρωμής που εισάγουν οι δημοπρασίες διακριτής και ενιαίας τιμής δεν είναι αποτελεσματικές ως προς τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους. Στην πραγματικότητα, αυτός είναι ο λόγος που πρότεινε έναν εντελώς νέο κανόνα πληρωμής, τον οποίο γνωρίζουμε τώρα με το όνομά του, ο οποίος ήταν αποτελεσματικός. Αναγνώρισε επίσης ότι η βασική αιτία της αναποτελεσματικότητας

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

των δημοπρασιών διακριτής και ενιαίας τιμής δεν ήταν η πολλαπλότητα των αντικειμένων προς πώληση, αλλά ότι οι υποψήφιοι ήθελαν να αγοράσουν πολλαπλά αντικείμενα. Η μόνη δημοπρασία που εξασφαλίζει ξεκάθαρη και αποτελεσματική κατανομή χωρίς περιορισμούς είναι η περίφημη δημοπρασία Vickrey-Clark-Groves (VCG). Στις VCG δημοπρασίες, οι οποίες αφορούν στη δημοπράτηση διαιρούμενων αγαθών (divisible goods), κάθε αγοραστής  $i$  πληρώνει μια τιμή που είναι ίση με την εξωτερικότητα που δημιουργεί στην αγορά. Λεπτομερής μελέτη των διαφόρων εκδόσεων VCG μηχανισμών είναι διαθέσιμη στην [7]. Αυτή η εξωτερικότητα υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ του αθροίσματος των αξιών που προσδίδουν στα υπό δημοπρασία αντικείμενα (κοινωνική χρηστικότητα – social utility) όλοι οι νικητές, εκτός από τον υποψήφιο αγοραστή  $i$ , όταν δηλαδή αυτός δε συμμετέχει στη δημοπρασία, και του αθροίσματος των αξιών όταν ο  $i$  συμμετέχει στη δημοπρασία. Με άλλα λόγια, κάθε υποψήφιος αγοραστής πληρώνει ένα ποσό ίσο με τη συνολική μείωση της χρηστικότητας που προκαλεί σε όλους τους άλλους υποψηφίους αγοραστές [3].

Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η δημοπρασία διακριτής τιμής φαίνεται να οδηγεί σε περισσότερα έσοδα σε σχέση με τις υπόλοιπες δημοπρασίες, κάτι όμως το οποίο δεν είναι αληθές. Ο λόγος έγκειται στο γεγονός ότι οι υποψήφιοι αγοραστές δεν επιλέγουν να υποβάλλουν ακριβώς τα ίδια σύνολα προσφορών στους τρεις τύπους δημοπρασιών.

## 2.3 Βέλτιστες Δημοπρασίες (Optimal Auctions)

Σε αυτή την ενότητα, ο πωλητής αντιμετωπίζεται ως σχεδιαστής του μηχανισμού της δημοπρασίας. Τυπικά, σε μία τέτοια περίπτωση, έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον να εξεταστούν εκείνοι οι μηχανισμοί που μεγιστοποιούν τα αναμενόμενα έσοδά του, δηλαδή το άθροισμα των αναμενόμενων χρεώσεων των τελικών αγοραστών. Πριν παρουσιάσουμε τη μελέτη του σχεδιασμού και των ιδιοτήτων των βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασίας, αρχικά περιγράφουμε τις θεμελιώδεις έννοιες και αρχές που υποβοηθούν στην εξυπηρέτηση του συγκεκριμένου στόχου. Η ενότητα που ακολουθεί περιγράφει αυτές τις θεμελιώδεις έννοιες και αρχές.

### 2.3.1 Η αρχή της αποκάλυψης (revelation principle) στο σχεδιασμό ενός μηχανισμού αγοράς

Ένας μηχανισμός θα μπορούσε, κατ' αρχήν, να είναι αρκετά περίπλοκος εάν δεν υπάρχει κάποια συγκεκριμένη υπόθεση σχετικά με τα σύνολα  $B_i$  των προσφορών. Μία



Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

μικρότερη και απλούστερη κατηγορία μηχανισμών αποτελείται από εκείνους τους μηχανισμούς στους οποίους το σύνολο των προσφορών (στη βιβλιογραφία συχνά η προσφορά συναντάται επίσης και με τον όρο μήνυμα) είναι το ίδιο με το σύνολο των αξιών που προσδίδουν στα υπό δημοπρασία αντικείμενα οι υποψήφιοι αγοραστής, δηλαδή για όλα τα  $i$  είναι  $B_i = X_i$ . Τέτοιοι μηχανισμοί καλούνται *άμεσοι (direct)*, δεδομένου ότι, στην πραγματικότητα, κάθε αγοραστής καλείται να αναφέρει/αποκαλύψει άμεσα μια αξιολόγηση για το/α υπό δημοπρασία αντικείμενο/α.

Τυπικά ένας άμεσος μηχανισμός  $(\mathbf{Q}, \mathbf{M})$  αποτελείται από ένα ζευγάρι των λειτουργιών  $\mathbf{Q}$  και  $\mathbf{M}$ , όπου  $Q_i(\mathbf{x})$  είναι η πιθανότητα να πάρει το αντικείμενο ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  και  $M_i(\mathbf{x})$  είναι η αναμενόμενη χρέωσή του. Αν στην ισορροπία, κάθε αγοραστής έχει κίνητρο να αποκαλύψει την πραγματική αξία που προσδίδει στο αντικείμενο, τότε ο άμεσος μηχανισμός λέγεται ότι έχει truthful ισορροπία. Συνήθως το ζεύγος  $(\mathbf{Q}(\mathbf{x}), \mathbf{M}(\mathbf{x}))$ , αναφέρεται ως αποτέλεσμα (outcome) του μηχανισμού στο  $\mathbf{x}$ .

Το θεώρημα της *Αρχής της Αποκάλυψης (Revelation Principle Theorem)* έχει αποδειχτεί από τον Krishna [7] και αναφέρει ότι, δεδομένου ενός μηχανισμού και μιας ισορροπίας για τον μηχανισμό αυτό, υπάρχει ένας άμεσος μηχανισμός για τον οποίο (1) στην ισορροπία ο κάθε παίχτης έχει κίνητρο να αναφέρει την πραγματική αξία που προσδίδει στο αντικείμενο και (2) τα αποτελέσματα του άμεσου μηχανισμού είναι τα ίδια όπως του αρχικού μηχανισμού στη δεδομένη ισορροπία.

Γενικότερα, ένας μηχανισμός ορίζεται ως φιλαληθής – ικανοποιεί τη *συμβατότητα κινήτρων (incentive compatible mechanism)* όταν η πιθανότητα για έναν υποψήφιο αγοραστή να κερδίσει το αντικείμενο είναι μη φθίνουσα (non-decreasing) συνάρτηση της αξίας που προσδίδεται στο αντικείμενο. Επίσης, ένας μηχανισμός θεωρείται *ατομικώς ορθολογικός (individually rational)* όταν η αναμενόμενη χρέωση κάποιου που προσδίδει μηδενική αξία στο αντικείμενο, είναι μικρότερη ή ίση του μηδενός, δηλαδή  $m_i(0) \leq 0$ .

Στη συνέχεια αυτής της ενότητας, περιγράφουμε βέλτιστους μηχανισμούς οι οποίοι μεγιστοποιούν τα αναμενόμενα έσοδα (expected revenue) ενώ παράλληλα είναι φιλαληθείς καθώς και ατομικώς ορθολογικοί. Επίσης, χωρίς απώλεια της γενικότητας, η ανάλυση εστιάζει στους άμεσους μηχανισμούς.

### 2.3.2 Δημοπρασίες ενός αντικειμένου και ελάχιστες αποδεκτές τιμές (*reserve prices*)

Εν γένει, διαφορετικοί μηχανισμοί δημοπράτησης αν και λειτουργούν ακολουθώντας διαφορετικούς κανόνες, είναι δυνατόν υπό προϋποθέσεις να αποφέρουν ίδια έσοδα. Αυτές οι προϋποθέσεις προσδιορίζονται στην *αρχή της ισοδυναμίας των εσόδων* (*revenue equivalence principle*). Η *αρχή της ισοδυναμίας των εσόδων*, λοιπόν, προϋποθέτει οι υποψήφιοι αγοραστές να έχουν ανεξάρτητα και ταυτόσημα κατανεμημένες αξίες (*i.i.d valuations*) και να είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο (*risk neutral*). Σε αυτήν την περίπτωση, κάθε συμμετρική και αύξουσα ισορροπία μιας άμεσης δημοπρασίας  $A$ , που εκχωρεί το αντικείμενο στον πλειοδότη με τέτοιο τρόπο ώστε η αναμενόμενη πληρωμή ενός υποψήφιου αγοραστή που προσδίδει μηδενική αξία να είναι μηδέν, αποδίδει τα ίδια αναμενόμενα έσοδα. Ωστόσο, γενικότερα, συγκεκριμένες περιπτώσεις δημοπρασιών (π.χ., δημοπρασίες πρώτης τιμής) λειτουργούν ευνοϊκότερα για την αύξηση των εσόδων.

Στη μέχρι τώρα ανάλυση, ο πωλητής διατηρούσε παθητικό ρόλο. Πράγματι, ο πωλητής υποτίθεται ότι δέχεται να πωλήσει το αντικείμενό του σε οποιοδήποτε τιμή (όπως αυτή τελικά διαμορφωθεί από τον εκάστοτε μηχανισμό). Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις οι πωλητές διατηρούν το δικαίωμα να μην πωλήσουν το αντικείμενο, εάν η τιμή όπως τελικά οριστεί από τις διαδικασίες της δημοπρασίας είναι μικρότερη από κάποιο κατώφλι. Η ελάχιστη αυτή τιμή που ο διοργανωτής της δημοπρασίας δέχεται να πωλήσει το αντικείμενο ονομάζεται *ελάχιστη αποδεκτή χρέωση* (*reserve price*). Γενικά τα έσοδα του δημοπράτη μπορεί να αυξηθούν περαιτέρω με τη χρήση της ελάχιστης αποδεκτής χρέωσης. Ωστόσο, η εφαρμογή ελάχιστης αποδεκτής χρέωσης εισάγει μια θετική πιθανότητα το αντικείμενο του πλειστηριασμού να μην πωληθεί (αν η τιμή που καθορίζεται στη δημοπρασία είναι χαμηλότερη από την ελάχιστη αποδεκτή χρέωση) κάτι το οποίο πλήττει την αποτελεσματικότητα του μηχανισμού ως προς το κοινωνικό όφελος. Ο Myerson ήταν ο πρώτος που μελέτησε συστηματικά την επιλογή της ελάχιστης αποδεκτής χρέωσης και εξέτασε τις επιπτώσεις που μπορεί να έχει η χρήση της στα αναμενόμενα έσοδα του πωλητή.

Έστω μια περίπτωση αγοράς, στην οποία οι αξίες που προσδίδουν οι υποψήφιοι αγοραστές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και αποτελούν ιδιωτική/προσωπική πληροφορία (*Independent Private Value, IPV*) [8]. Επίσης, έστω ότι οι υποψήφιοι αγοραστές είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο (*risk neutral*) και η αξία που προσδίδει στο αντικείμενο κάθε υποψήφιος αγοραστής  $i$  ( $u_i$ ) προέρχεται από κάποια αυστηρά

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων μεταφορών

αύξουσα αθροιστική συνάρτηση  $F_i(u)$ , έχοντας συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_i(u)$ . Συμπληρωματικά, γίνεται η υπόθεση ότι ισχύει  $F_i \neq F_j$ , δηλαδή οι εκτιμήσεις των υποψήφιων αγοραστών μπορεί να προέρχονται από διαφορετικές κατανομές. Σε αυτήν την περίπτωση μιλάμε για *μη συμμετρικές δημοπρασίες (asymmetric auctions)*. Υποθέτουμε, επίσης, ότι ο πωλητής γνωρίζει την κατανομή από την οποία έχει εξαχθεί κάθε επιμέρους αξία και ως εκ τούτου είναι σε θέση να διακρίνει τους ισχυρούς από τους ασθενείς υποψήφιους αγοραστές.

Σε αυτό το πλαίσιο, ορίζεται ως *εικονική αξία (virtual valuation)* (ή *εικονικά προσφορά, virtual bid*) του υποψήφιου αγοραστή  $i$  η ποσότητα

$$\psi_i(u_i) = u_i - \frac{1 - F_i(u_i)}{f_i(u_i)} \quad (2.3.1)$$

με δεδομένο ότι η κατανομή της αξίας είναι τέτοια ώστε κάθε  $\psi_i$  αυξάνεται καθώς αυξάνει το  $u_i$ . Επίσης, ως η ελάχιστη αποδεκτή χρέωση  $r_i^*$  για τον υποψήφιο αγοραστή  $i$ , ορίζεται η τιμή χρέωσης για την οποία ισχύει  $\psi_i(r_i^*) = 0$ . Η βέλτιστη (για ένα μόνο αντικείμενο) δημοπρασία είναι μια δημοπρασία με σφραγισμένες προσφορές στην οποία κάθε υποψήφιος αγοραστής καλείται να δηλώσει την πραγματική του αξία. Οι δηλώσεις αυτές χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της εικονικής αξίας (virtual valuation) για κάθε υποψήφιο αγοραστή.

Το αντικείμενο πωλείται στον υποψήφιο αγοραστή  $i$  του οποίου η εικονική αξία  $\psi_i(\hat{u}_i)$  είναι η υψηλότερη, εφόσον αυτή η τιμή είναι θετική (δηλαδή, η αξία  $u_i$  που δήλωσε ο υποψήφιος αγοραστής υπερβαίνει την ελάχιστη αποδεκτή χρέωση,  $r_i^*$  που του αντιστοιχεί). Αν οι εικονικές εκτιμήσεις όλων των υποψήφιων αγοραστών είναι αρνητικές, ο πωλητής δε διαθέτει σε κάποιον το αντικείμενο αποτυγχάνοντας να κερδίσει κάποια έσοδα. Από την άλλη πλευρά, εάν το αντικείμενο πωληθεί, ο υποψήφιος αγοραστής  $i$  ο οποίος κερδίζει το αντικείμενο χρεώνεται τη μικρότερη αξία που θα μπορούσε να είχε δηλωθεί, ενώ θα παρέμενε ακόμα ο νικητής, δηλαδή

$$\inf\{u_i^* : \psi_i(u_i^*) \geq 0 \text{ and } \forall j \neq i, \psi_i(u_i^*) \geq \psi_j(\hat{u}_j)\}$$

Σημειώστε ότι αυτή η λειτουργία μπορεί να γίνει κατανοητή ως μια δημοπρασία δεύτερης τιμής με ελάχιστη αποδεκτή χρέωση, που πραγματοποιήθηκε στον εικονικό χώρο αξιών και όχι στο χώρο των πραγματικών αξιών που οι υποψήφιοι αγοραστές προσδίδουν στο αντικείμενο. Ωστόσο, δεδομένου ότι ούτε η ελάχιστη αποδεκτή χρέωση

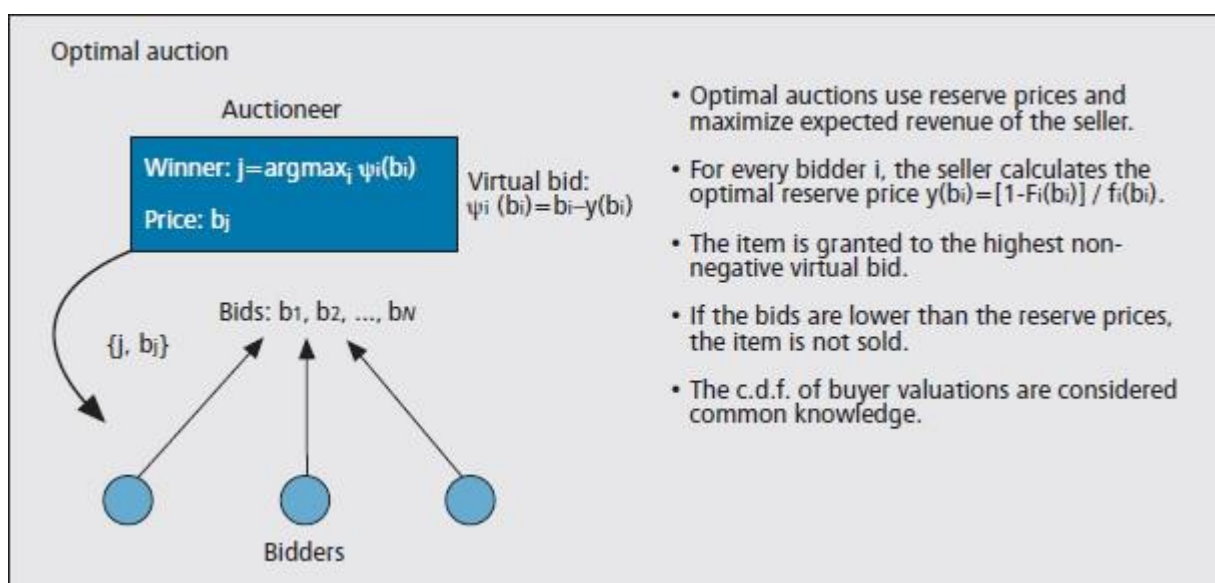
Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

ούτε η μετατροπή μεταξύ πραγματικών και εικονικών αξιών εξαρτώνται από τη δήλωση του υποψήφιου αγοραστή, η απόδειξη που περιγράφει και αιτιολογεί γιατί στη δημοπρασία δεύτερης τιμής η ειλικρινής δήλωση της πραγματικής αξίας που έχει κάθε υποψήφιος αγοραστής είναι κυρίαρχη στρατηγική για την επιλογή της προσφοράς που θα υποβάλλει, ισχύει και για τη βέλτιστη δημοπρασία.

Εάν, συγκεκριμένα, οι αξίες των υποψηφίων αγοραστών προέρχονται από την ίδια κατανομή, η βέλτιστη δημοπρασία μπορεί να θεωρηθεί ως μια δημοπρασία δεύτερης-τιμής (χωρίς εικονικές αξίες), στην οποία ο πωλητής καθορίζει την ελάχιστη αποδεκτή χρέωση  $r^*$  ως εξής

$$r^* - \frac{1 - F_i(r^*)}{f_i(r^*)} = 0$$

Για το λόγο αυτό, συχνά θεωρείται ότι οι βέλτιστες δημοπρασίες αντιστοιχούν στην βέλτιστη επιλογή ελάχιστων αποδεκτών χρεώσεων. Ωστόσο, επισημαίνεται ότι ο ισχυρισμός αυτός ισχύει μόνο στην περίπτωση συμμετρικών IPV αξιών.



Εικόνα 4. Η βέλτιστη δημοπρασία χρησιμοποιεί εικονικές προσφορές που απορρέουν από τις πραγματικές προσφορές που υποβλήθηκαν μείον τη βέλτιστη εκτιμώμενη ελάχιστη αποδεκτή χρέωση για κάθε συμμετέχοντα. Αν η νικητήρια εικονική προσφορά είναι μικρότερη του μηδενός, το αντικείμενο δεν πωλείται. Η βέλτιστη δημοπρασία εξασφαλίζει τα μέγιστα δυνατά αναμενόμενα έσοδα για τον πωλητή [3].

Συνοψίζοντας, ο Myerson εφάρμοσε έννοιες από το σχεδιασμό μηχανισμών (mechanism design) και πρότεινε τις λεγόμενες βέλτιστες δημοπρασίες οι οποίες εξασφαλίζουν τη μεγιστοποίηση των αναμενόμενων εσόδων από την πώληση ενός και μόνο αγαθού. Ο μηχανισμός των βέλτιστων δημοπρασιών βασίζεται στη χρήση ελάχιστων αποδεκτών χρεώσεων. Η ελάχιστη αποδεκτή χρέωση είναι η ελάχιστη τιμή

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

που ο διοργανωτής της δημοπρασίας δέχεται να πωλήσει το αντικείμενό του. Αν όλες οι προσφορές είναι κάτω από την τιμή αυτή, το αντικείμενο δεν πωλείται. Η συνολική διαδικασία περιγράφεται στο γράφημα της Εικόνας 4.

### 2.3.3 Βέλτιστες δημοπρασίες για πολλαπλά αντικείμενα

Στην περίπτωση δημοπρασίας πολλαπλών αντικειμένων, ο σχεδιασμός των βέλτιστων μηχανισμών, που μεγιστοποιούν τα αναμενόμενα έσοδα, έχει αρκετά μεγαλύτερη πολυπλοκότητα. Ερευνητικές εργασίες που επικεντρώνονται σε αυτό το είδος βέλτιστων δημοπρασιών υπάρχουν στις [9], [10] και [11].

Σε μια άλλη εναλλακτική αντιμετώπιση του προβλήματος μεγιστοποίησης των εσόδων από την πώληση πολλαπλών αντικειμένων, έχει ενδιαφέρον να εξεταστεί η περίπτωση διεξαγωγής διαδοχικών βέλτιστων δημοπρασιών ενός αντικείμενου (sequential optimal single-unit auctions). Σε αυτήν την περίπτωση, οι στρατηγικές προσφορών (bidding strategies) όπως επιλέγονται από τους υποψήφιους αγοραστής στην ισορροπία, από τη μία, αλλά και οι κανόνες ανάθεσης και χρέωσης (allocation, payment rules) από την άλλη, επιλέγονται σύμφωνα με το μηχανισμό βέλτιστης δημοπρασίας ενός αντικείμενου. Δηλαδή, σε κάθε ενδιάμεση φάση διεξάγεται μια δημοπρασία με σφραγισμένες προσφορές στις οποίες κάθε υποψήφιος αγοραστής καλείται να δηλώσει την αξία που προσδίδει στο υπό δημοπρασία αντικείμενο. Το αντικείμενο πωλείται στον υποψήφιο αγοραστή με τη μεγαλύτερη μη-αρνητική εικονική αξία (εικονική προσφορά). Εάν το αντικείμενο πωληθεί, ο νικητής χρεώνεται τη μικρότερη αξία που θα μπορούσε να είχε δηλώσει παραμένοντας νικητής.

Η στρατηγική προσφορών για κάθε υποψήφιο αγοραστή ακολουθεί τον ίδιο κανόνα όπως στις δημοπρασίες ενός αντικειμένου. Το ίδιο ισχύει και για τη χρέωση, πράγμα που σημαίνει ότι κάθε αγοραστής ο οποίος κερδίζει ένα αντικείμενο χρεώνεται με ένα πόσο ίσο με τη μεγαλύτερη προσφορά που χάνει, με την προϋπόθεση η συγκεκριμένη προσφορά να είναι μεγαλύτερη από την ελάχιστη αποδεκτή χρέωση. Αντιθέτως, όταν η μεγαλύτερη προσφορά που χάνει είναι μικρότερη από την ελάχιστη αποδεκτή χρέωση τότε ο πλειοδότης θα πληρώσει ως τίμημα την ελάχιστη αποδεκτή χρέωση.

Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι με τον τρόπο που χειριζόμαστε και χρησιμοποιούμε τα sequential optimal auctions, δε λαμβάνουμε υπόψη κοινωνικό-ψυχολογικές (ανθρωποκεντρικές) επιπτώσεις ενδεχόμενης αποτυχίας διεκδίκησης θέσης σε μία συγκεκριμένη φάση, αναφορικά με τη διαμόρφωση της προσφοράς σε επόμενη φάση.

## 2.4 Οι Συναρτήσεις Διατεταγμένων Παρατηρήσεων (Order Statistics) και η χρήση τους στη Θεωρία Δημοπρασιών

Σε αυτήν την ενότητα προχωρούμε σε μία εισαγωγή πάνω σε βασικές έννοιες των συναρτήσεων διατεταγμένων παρατηρήσεων (*order statistics*), οι οποίες χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων ανάθεσης σε δημοπρασίες. Συγκεκριμένα, σε προηγούμενες ενότητες έγινε αναφορά σε νικητήρια/υψηλότερη προσφορά ή δεύτερη υψηλότερη προσφορά. Η εκτίμηση των επιπέδων των συγκεκριμένων προσφορών γίνεται μέσω υπολογισμών που αξιοποιούν τη θεωρία των *order statistics*.

Έστω, λοιπόν,  $n$  τυχαίες μεταβλητές  $V_1, V_2, \dots, V_n$ . Τα αντίστοιχα *order statistics* υπολογίζονται με τη διάταξη αυτών των  $n$  τυχαίων μεταβλητών  $V_i$  σε αύξουσα σειρά, και συνήθως συμβολίζονται με  $V_{1:n}, V_{2:n}, \dots, V_{n:n}$ . Εδώ, το  $V_{1:n}$  είναι το πρώτο *order statistic* που δηλώνει το μικρότερο από όλα τα  $V_i$ , το  $V_{2:n}$  είναι το δεύτερο *order statistic* το οποίο με τη σειρά του υποδηλώνει το δεύτερο μικρότερο από όλα τα  $V_i, \dots$ , και  $V_{n:n}$  είναι το  $n$ -οστό *order statistic* που δηλώνει ότι είναι το μεγαλύτερο από όλα τα  $V_i$ . Είναι σημαντικό να αναφέρουμε εδώ ότι αν και αυτός ο συμβολισμός για τα *order statistics* είναι ο επικρατέστερος, στη βιβλιογραφία συναντάται επίσης εναλλακτική, ελαφρώς διαφοροποιημένη σημειογραφία.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι ο παραπάνω ορισμός των *order statistics* δεν απαιτεί τα  $V_i$  να είναι ούτε ανεξάρτητα, ούτε ταυτόσημα κατανομημένα. Ωστόσο, ένα πολύ μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας σχετικά με τα *order statistics* έχουν επικεντρωθεί στην περίπτωση κατά την οποία τα  $V_i$  είναι ανεξάρτητα και ταυτόσημα κατανομημένα. Τυπικά, η κοινή κατανομή τους μπορεί να είναι συνεχής ή διακριτή. Ωστόσο, οι περισσότερες εργασίες πάνω στα *order statistics* κάνουν την υπόθεση συνεχούς κατανομής με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f(v)$  και αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $F(v)$ .

Στη συνέχεια, αναφέρουμε εν περιλήψει θεωρητικές προσεγγίσεις για τον ορισμό των περιθωριακών κατανομών (*marginal distributions*) καθώς και των ροπών των *order statistics* (*moments of order statistics*).

Περιθωριακές Κατανομές (Marginal Distribution)

Η αθροιστική συνάρτηση κατανομής  $V_{i:n}$  ( $1 \leq i \leq n$ ) δίνεται από την σχέση

$$F_{i:n}(v) = \Pr(V_{i:n} \leq v) = \sum_{r=i}^n \binom{n}{r} \{F(v)\}^r \{1-F(v)\}^{n-r}$$

$$= \int_0^{F(v)} \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} t^{i-1} (1-t)^{n-i} dt \quad (2.4.1)$$

για  $-\infty < x < \infty$ . Συγκεκριμένα, από την σχέση (2.4.1) οι αθροιστικές συναρτήσεις κατανομής των  $V_{i:n}$  και  $V_{n:n}$  δίνονται από τις σχέσεις

$$F_{i:n}(v) = 1 - \{1 - F(v)\}^n, \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.2)$$

Και

$$F_{n:n}(v) = \{F(v)\}^n, \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.3)$$

Εναλλακτικά, η αθροιστική συνάρτηση κατανομής μπορεί να εκφραστεί ως μια αρνητική διωνυμική μορφή [12]:

$$F_{i:n}(v) = \sum_{r=0}^{n-i} \binom{n-1-r}{i-1} \{F(v)\}^i \{1-F(v)\}^{n-i-r}, \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.4)$$

Πιο συγκεκριμένα, έχουμε επίσης ότι

$$f_{i:n}(v) = \{1 - F(v-)\}^n - \{1 - F(v)\}^n, \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.5)$$

και

$$f_{n:n}(v) = \{F(v)\}^n - \{F(v-)\}^n, \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.6)$$

Γενικότερα, περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τα διακριτά order statistics, υπάρχουν στο Κεφάλαιο 3 των Arnold, Balakrishnan και Nagaraja (1992) [13] και στο άρθρο του Nagaraja (1992) [14] στο οποίο παρουσιάζονται όλες οι διαφορετικές υλοποιήσεις των διακριτών order statistics.

Από την άλλη πλευρά, στο συνεχές πεδίο τιμών, η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του  $V_{i:n}$  μπορεί να υπολογιστεί μέσω διαφοροποίησης της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής ως

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

$$f_{in}(v) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} \{F(v)\}^{i-1} \{1-F(v)\}^{n-i} f(v), \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.7)$$

Και πιο συγκεκριμένα έχουμε ότι

$$f_{in}(v) = n \{1-F(v)\}^{n-1} f(v), \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.8)$$

και

$$f_{nn}(v) = n \{F(v)\}^{n-1} f(v), \quad -\infty < v < \infty, \quad (2.4.9)$$

### Ιδιότητες των order statistics

Τα order statistics από μια τυχαία κατανομή παρουσιάζουν μερικές ενδιαφέρουσες ιδιότητες. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε εδώ ότι, αν και υπάρχουν σημαντικές ομοιότητες μεταξύ των order statistics συνεχών και διακριτών κατανομών, ορισμένες σημαντικές ιδιότητες που ικανοποιούνται από τα order statistics συνεχών κατανομών δεν ισχύουν για τα order statistics διακριτών κατανομών.

Για παράδειγμα, στη συνεχή περίπτωση, είναι γνωστό ότι τα order statistics σχηματίζουν μια αλυσίδα Markov. Από την άλλη πλευρά, τα order statistics διακριτών κατανομών γενικά δεν σχηματίζουν μια αλυσίδα Markov, αλλά μόνο κάτω από ορισμένες συνθήκες. Σχετικές αναφορές για αυτό θέμα δίνονται από τους Nagaraja [15], [16] και Rfischendorf [17].

Για μια ανασκόπηση ορισμένων αποτελεσμάτων σχετικά με στοχαστικές διατάξεις (stochastic orderings) που συνδέονται με τα order statistics, μπορεί ο αναγνώστης να ανατρέξει στα άρθρα των Arnold and Villasenor [18] και Boland, Shaked and Shanthikumar [19].

Λόγω του γεγονότος ότι οι αθροιστικές κατανομές των order statistics είναι πιθανότητες ουράς (tail probabilities) μιας διωνυμικής κατανομής, και ότι οι διωνυμικές πιθανότητες ουράς σχηματίζουν μια λογαριθμική κοίλη ακολουθία (log-concave sequence), οι συναρτήσεις κατανομής των order statistics σχηματίζουν επίσης μια λογαριθμική κοίλη ακολουθία. Αυτό το αποτέλεσμα έχει περαιτέρω γενικευτεί στην περίπτωση κατά την οποία τα order statistics προκύπτουν όχι απαραίτητα από ένα ανεξάρτητα και



Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών ταυτόσημα κατανομημένο δείγμα. Εκτενέστερη αναφορά δίνεται από τους Balasubramanian and Balakrishnan [20].

### Ροπές (Moments) των Order Statistics

Οι ροπές των order statistics  $E(V_{in}^k)$ , μπορούν να συμβολιστούν ως  $\mu_{in}^{(k)}, 1 \leq i \leq n$  και να προσδιοριστούν στο συνεχές πεδίο ως εξής

$$\mu_{in}^{(k)} = \int_{-\infty}^{\infty} v^k f_{in}(v) dv = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} \int_{-\infty}^{\infty} v^k \{F(v)\}^{i-1} \{1-F(v)\}^{n-i} f(v) dv \quad (2.4.10)$$

Αντίστοιχα, στο διακριτό πεδίο υπολογίζονται ως εξής

$$\mu_{in}^{(k)} = \sum_v v^k f_{in}(v), \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.4.11)$$

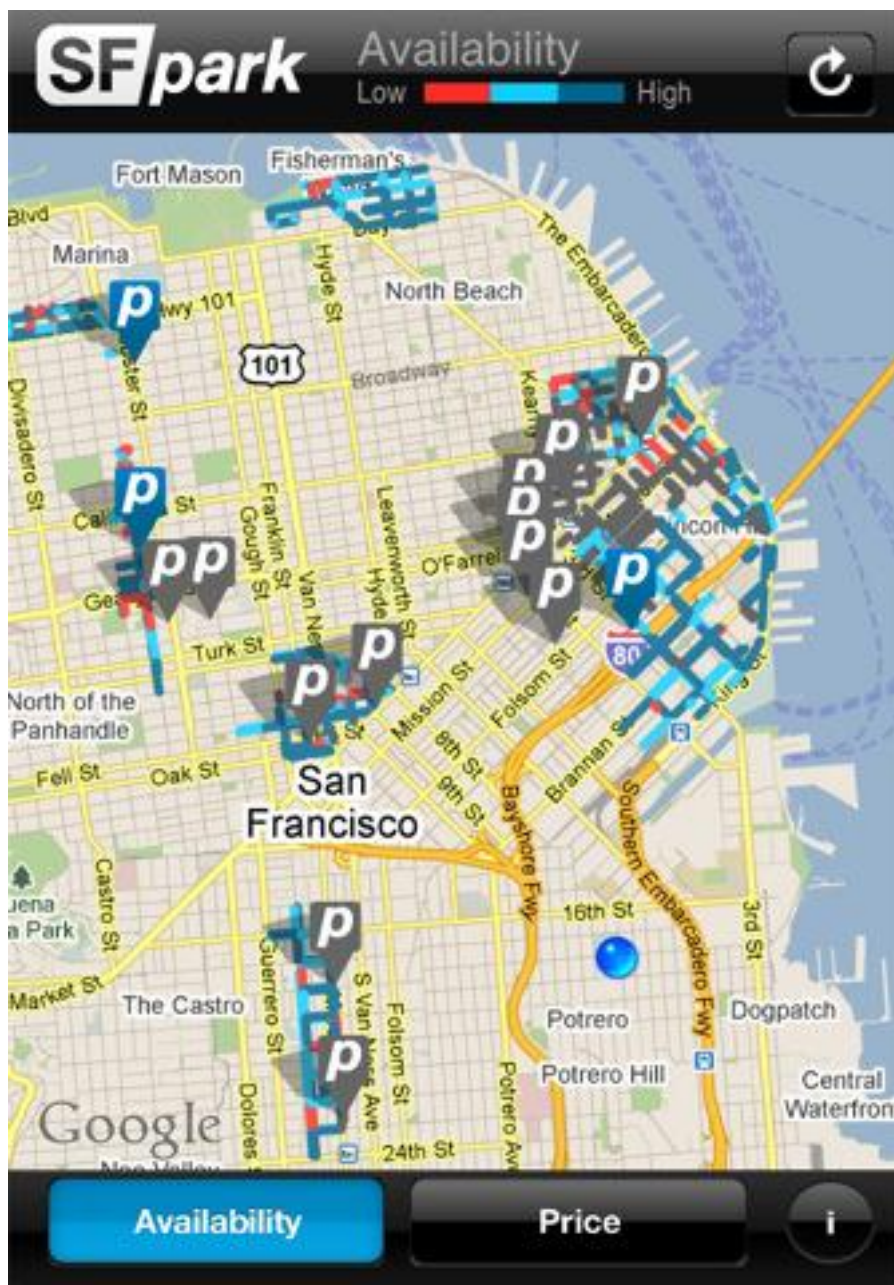
Εν γένει, στις δημοπρασίες τα order statistics χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των αξιών που προσδίδουν οι υποψήφιοι αγοραστές στα υπό δημοπρασία αντικείμενα, των προσφορών που υποβάλλονται ως συνέπεια συγκεκριμένων αξιών και, τελικά των αναμενόμενων χρεώσεων των νικητών όπως προκύπτουν από τη διεξαγωγή συγκεκριμένου τρόπου δημοπράτησης. Στις αναλυτικές μελέτες των δημοπρασιών συνήθως χρησιμοποιείται κυρίως το πρώτο moment των order statistics.

## **2.5 Συστήματα και εφαρμογές διαχείρισης χώρου στάθμευσης**

Ως αποτέλεσμα του υψηλού ποσοστού πληρότητας των θέσεων στάθμευσης στις περιοχές των μεγάλων αστικών κέντρων, πολλοί οδηγοί μετά την άφιξή τους στον προορισμό τους, συνεχίζουν να οδηγούν σε μια προσπάθεια εντοπισμού διαθέσιμης θέσης στάθμευσης κατά μήκος των δρόμων. Αυτή η επίμονη προσπάθεια συνήθως καταλήγει σε μεγάλη, έως δραματική πολλές φορές, αύξηση του συνολικού επιπλέον χρόνου οδήγησης αλλά και σε περισσότερα έξοδα. Επίσης προκαλεί έντονη αίσθηση απογοήτευσης και δυσαρέσκειας σχετικά με τη λειτουργικότητα και την αποδοτικότητα του συστήματος μεταφοράς.

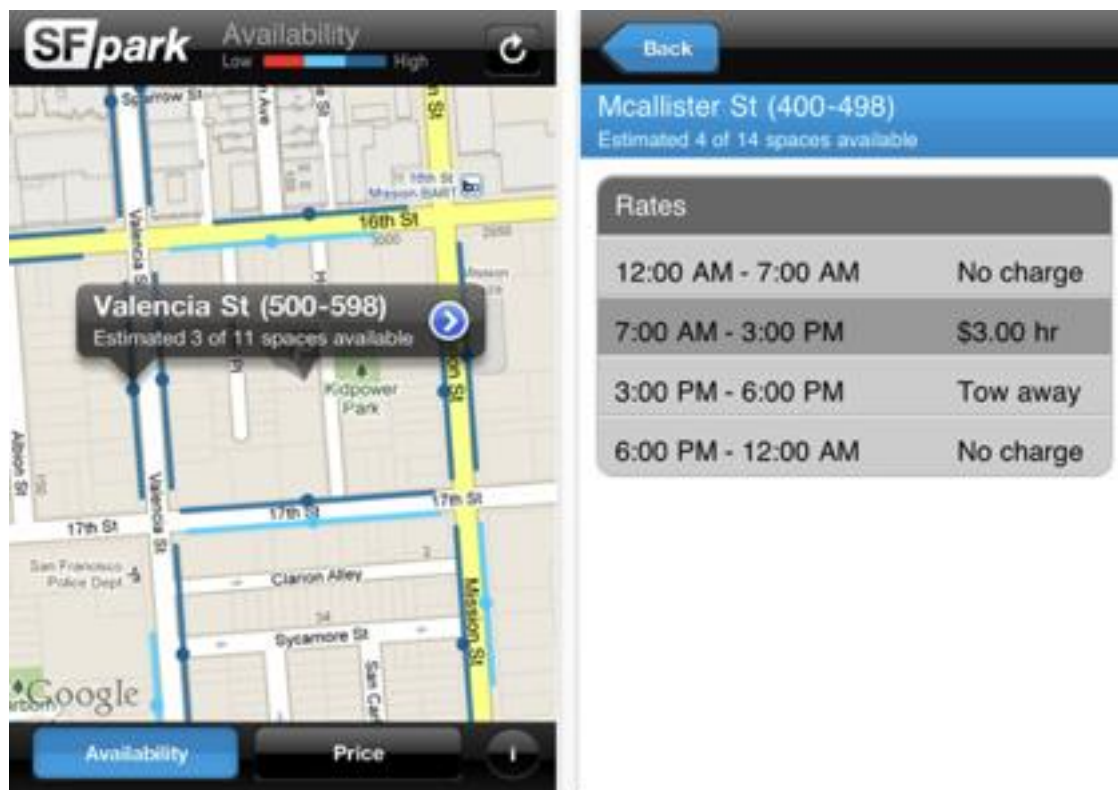
Ωστόσο, οι αρνητικές αυτές επιπτώσεις επηρεάζουν όχι μόνο αυτούς που ψάχνουν να βρουν μια ελεύθερη θέση στάθμευσης, αλλά τελικά την κοινωνία στο σύνολό της. Μελέτες έχουν δείξει ότι η κυκλοφορία οδηγών σε αναζήτηση θέσης στάθμευσης προκαλεί σημαντική αύξηση του συνολικού όγκου της κυκλοφορίας στο οδικό δίκτυο η οποία κατά μέσο όρο φτάνει το 30% [21]. Αυτή η αύξηση της κίνησης οδηγεί σε ακόμα χαμηλότερες ταχύτητες και τελικά αύξηση του χρόνου διαδρομής. Με τον τρόπο αυτό, τα οχήματα που ψάχνουν για μια – δυσεύρετη – θέση στάθμευσης στο δρόμο συμβάλλουν στην κυκλοφοριακή συμφόρηση, κάτι το οποίο σημαίνει ότι έχουν αρνητική επίδραση στην οικονομία, στο περιβάλλον και γενικότερα στην ποιότητα ζωής στις πόλεις. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η επίδραση της οδήγησης σε αναζήτηση θέσης στάθμευσης σε περίπτωση κυκλοφοριακής συμφόρησης είναι ακόμη υψηλότερη από εκείνη της οδήγησης κατά μήκος μιας πορείας προς κάποιον προορισμό, διότι τα εν λόγω οχήματα (λόγω αναζήτησης) κινούνται με μικρότερες ταχύτητες και κάνουν συχνές στάσεις προκαλώντας έτσι περισσότερη αναστάτωση σε άλλους χρήστες του οδικού δικτύου.

Οι επιπτώσεις της αναζήτησης μιας θέσης στάθμευσης στα συνολικά επίπεδα συμφόρησης των δρόμων είχε αγνοηθεί από τη μελέτη των οδικών δικτύων για πολλά χρόνια, αλλά με την αύξηση του πλήθους των οχημάτων και την ένταση/έκταση του προβλήματος, η ουσιώδης σημασία του θέματος έχει πλέον αναγνωρισθεί απασχολώντας και εμπλέκοντας φορείς από πολλούς χώρους. Τα αρχικά μοντέλα αναζήτησης μια θέσης στάθμευσης υπονοούσαν ότι ο χρόνος αναζήτησης εξαρτάται αποκλειστικά από την πληρότητα των θέσεων στάθμευσης. Κάποιες πιο πρόσφατες μελέτες, ωστόσο, δείχνουν ότι αυτή η διαδικασία είναι όχι μόνο πολυσύνθετη αλλά και εξαιρετικά ιδιαίτερη.



Εικόνα 5. Το SFpark βοηθά τους οδηγούς να παρκάρουν ευκολότερα στο Σαν Φρανσίσκο.

Προηγμένα συστήματα υποβοήθησης στάθμευσης έχουν προταθεί (π.χ., SFpark [22], βλ. Εικόνα 5 και 6), και σε ορισμένες περιπτώσεις υλοποιηθεί (π.χ., μέσω κοινωνικών δικτύων) όπως το Parking Defenders [23], βλ. Εικόνα 7, μοντέλο των H.Wang και W.He [24] σε μια προσπάθεια να αντιμετωπίσει το ζήτημα της διαχείρισης του χώρου στάθμευσης στο πολυσύχναστο αστικό περιβάλλον. Εμπνευσμένα από τις πρόσφατες εξελίξεις στις ασύρματες τεχνολογίες δικτύωσης, ανίχνευσης και πλοήγησης που έχουν τα σύγχρονα αυτοκίνητα, τα συστήματα αυτά αποσκοπούν στο να βοηθήσουν τους οδηγούς να βρουν κενές θέσεις στάθμευσης ευκολότερα και ταχύτερα με τη συλλογή και την ανταλλαγή πληροφοριών σχετικά με την τοποθεσία και την κατάσταση (διαθέσιμη ή κατειλημμένη) των θέσεων στάθμευσης.



Εικόνα 6. Το SFpark παρουσιάζει τη διαθεσιμότητα χώρων στάθμευσης χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο χρωματισμό.

Στα *κεντροκοποιημένα συστήματα*, ένας κεντρικός server επικοινωνεί με αισθητήρες εγκατεστημένους στις θέσεις στάθμευσης προκειμένου να ελέγξει τη διαθεσιμότητά τους, παραλαμβάνει τα αιτήματα των οδηγών και συντονίζει τη διαδικασία εκχώρησης των θέσεων στάθμευσης δεσμεύοντας τις καταλληλότερες θέσεις στάθμευσης, και κατευθύνοντας τους οδηγούς σε αυτές (π.χ., [25]).

Αντίθετα, στα *οπορτουμιστικά συστήματα*, τα ίδια τα οχήματα χρησιμεύουν ως κινητές πλατφόρμες ανίχνευσης διαθεσιμότητας χώρου συλλέγοντας και αποθηκεύοντας πληροφορίες για την τοποθεσία και την κατάσταση των θέσεων στάθμευσης. Αυτή η πληροφορία στη συνέχεια διαμοιράζεται μεταξύ τους μέσω ασύρματων πρωτοκόλλων επικοινωνίας μεταξύ οχημάτων (vehicle-to-vehicle, V2V) (π.χ., [26]).

Τα οπορτουμιστικά συστήματα δεν επιβαρύνονται με το αρχικό κόστος της υποδομής των κεντρικών συστημάτων, παρουσιάζοντας έτσι μια ελαφρύτερη και πιο ευέλικτη λύση που αξιοποιεί τον ενσωματωμένο εξοπλισμό του οχήματος. Από την άλλη πλευρά, τα οπορτουμιστικά συστήματα στερούνται της δυνατότητας κεντρικού συντονιστικού ελέγχου και βασίζονται σε σημαντικό βαθμό στην προθυμία των οδηγών να μοιράζονται πληροφορίες που συλλέγουν, υποθέτοντας ότι οι οδηγοί έχουν πλήρη ή μερικό έλεγχο

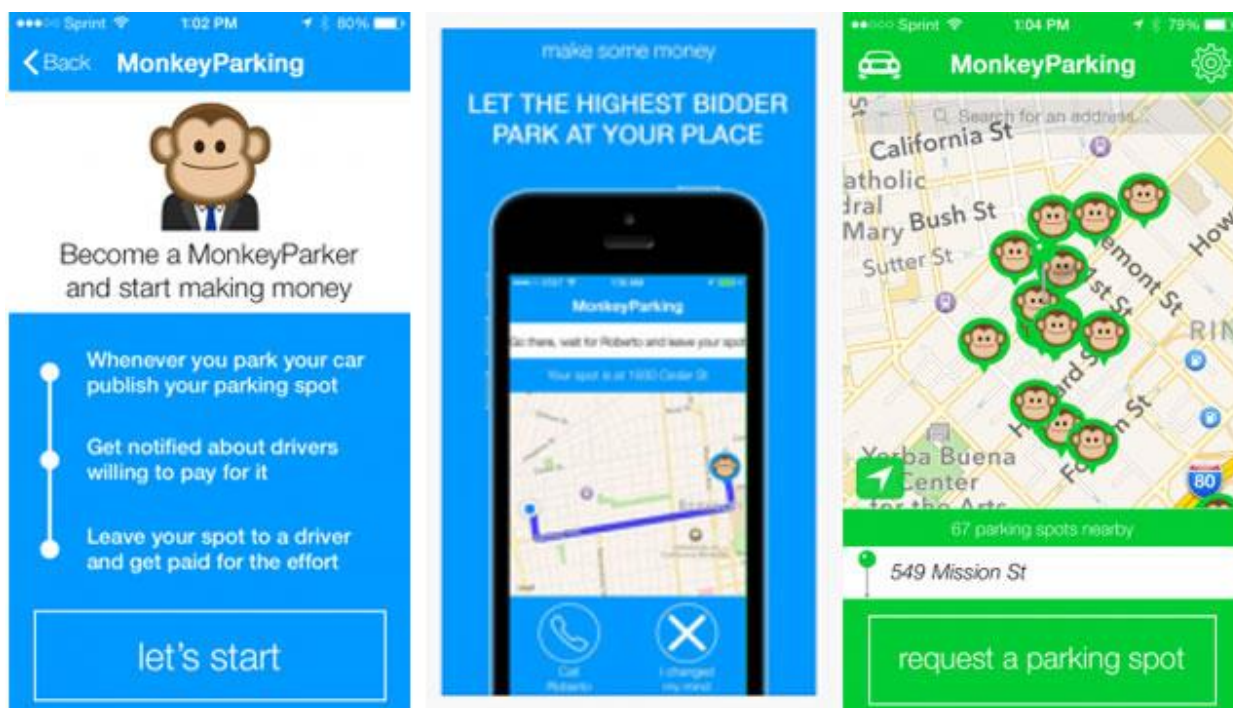
Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων μεταφορών επί της διαδικασίας ανταλλαγής πληροφοριών. Ωστόσο, η προδιάθεση των οδηγών για ειλικρινή διαμοιρασμό τέτοιου είδους ανταγωνιστικής και πολύτιμης πληροφορίας δεν μπορεί να θεωρείται ως δεδομένο, δεδομένου ότι η ανταλλαγή πληροφοριών βοηθά τους οδηγούς, αυξάνοντας τις γνώσεις τους σχετικά με τη διαθεσιμότητα χώρων στάθμευσης, αλλά, ταυτόχρονα, συγχρονίζει τις επιλογές τους για θέσεις στάθμευσης [27]. Αυτός ο συγχρονισμός με τη σειρά του δε βοηθάει στην εξασθένηση του ανταγωνισμού για τις κενές θέσεις στάθμευσης, ιδίως όταν οι ταξιδιωτικοί προορισμοί των οδηγών αλληλοκαλύπτονται [28].



Εικόνα 7. Η εφαρμογή Parking Defenders αναπτύχθηκε για τη διευκόλυνση εύρεσης οικονομικής θέσης στάθμευσης στην περιοχή της Αθήνας, ακόμα και σε ώρες αιχμής.

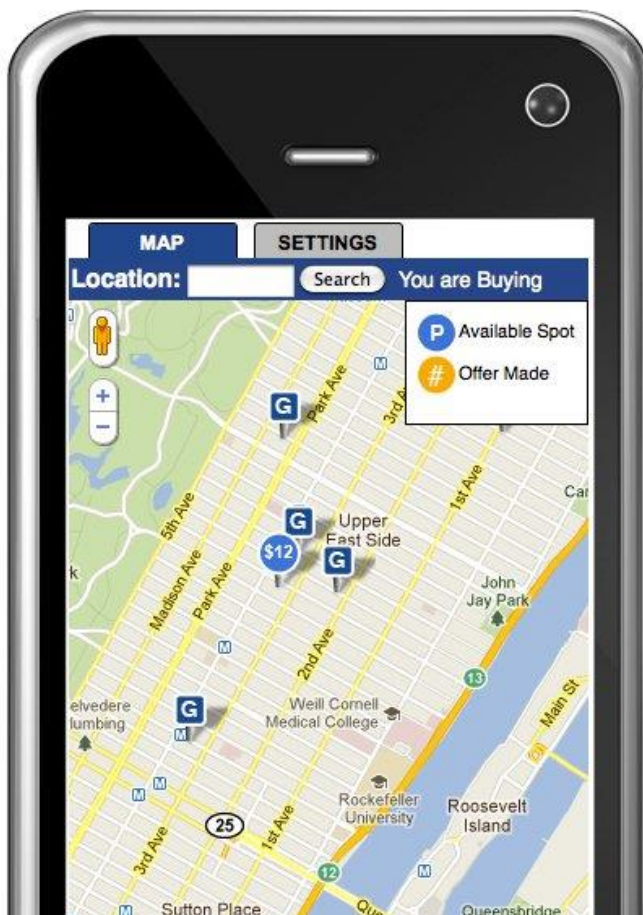
### 3. ΔΗΜΟΠΡΑΣΙΕΣ ΓΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΩΡΩΝ ΣΤΑΘΜΕΥΣΗΣ

Στην Ενότητα 2.5 εξετάσαμε τη σχετική βιβλιογραφία για συστήματα υποβοήθησης στάθμευσης που βοηθούν στην επίλυση των προβλημάτων των αστικών οδικών δικτύων λόγω της μη συντονισμένης “εγωιστικής” αναζήτησης των οδηγών. Ειδικότερα, κεντριοποιημένες προσεγγίσεις βασίζονται σε λύσεις ασύρματης επικοινωνίας για την ανάθεση του έργου διαχείρισης των χώρων στάθμευσης σε έναν κεντρικό server, ο οποίος: α) ενημερώνεται για την κατάσταση των χώρων στάθμευσης στο δρόμο (συνήθως μέσω κάποιου δικτύου αισθητήρων), β) συλλέγει τα αιτήματα των οδηγών για χώρους στάθμευσης και γ) καθορίζει σε ποιον θα εκχωρηθεί μια θέση στάθμευσης και με ποιο κόστος, και, τέλος, ειδοποιεί τους οδηγούς. Σε αυτή την ενότητα, θα εστιάσουμε το ενδιαφέρον μας σε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα κεντριοποιημένου συστήματος που βασίζεται στη διεξαγωγή δημοπρασίας για τη διαχείριση του δημόσιου χώρου στάθμευσης.



Εικόνα 8. Το Monkey Parking επιτρέπει στον κάτοχο ενός χώρου στάθμευσης να πουλήσει την θέση που κατέχει σε κάποιον άλλο ενδιαφερόμενο οδηγό.

Πράγματι, η δημοπράτηση των θέσεων στάθμευσης είναι μια πολλά υποσχόμενη ιδέα που μόλις πρόσφατα άρχισε να κερδίζει το ενδιαφέρον ακαδημαϊκών και επιχειρηματικών παραγόντων. Συστήματα που υλοποιούν αυτήν την ιδέα είναι τα Parking Auction [29] και το Monkey Parking [30].



Εικόνα 9. Η εφαρμογή του Parking Auction εμφανίζει στους οδηγούς τους διαθέσιμους χώρους στάθμευσης που μπορούν να κάνουν την προσφορά τους ώστε να κερδίσουν έναν από αυτούς.

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζουμε αναλυτικές μελέτες συστημάτων δημοπρασίας θέσεων στάθμευσης που βασίζονται στη Θεωρία Δημοπρασιών ενός και πολλαπλών αντικειμένων όπου, όμως, ο κάθε υποψήφιος αγοραστής ενδιαφέρεται για ένα μόνο αντικείμενο. Σε μια προσπάθεια να κάνουμε ένα παραλληλισμό μεταξύ της ορολογίας της Θεωρίας Δημοπρασιών και των εννοιών που εμφανίζονται στο πρόβλημα επιλογής θέσης στάθμευσης θεωρούμε ότι

- τα αντικείμενα που δημοπρατούνται είναι οι δημόσιες θέσεις στάθμευσης,
- ο δημοπράτης είναι ο φορέας παροχής των δημόσιων χώρων στάθμευσης,
- οι υποψήφιοι αγοραστές είναι οι οδηγοί που είναι πρόθυμοι να συμμετάσχουν στη δημοπρασία και να κερδίσουν μια ελεύθερη δημόσια θέση στάθμευσης. Η αξία που προσδίδουν στις υπό δημοπρασία θέσεις στάθμευσης αντιστοιχεί στην τιμή που είναι πρόθυμοι να πληρώσουν για να κερδίσουν μια θέση στάθμευσης.

Ειδικότερα, η αναλυτική έρευνα θεωρεί  $N$  οδηγούς (αγοραστές), οι οποίοι υποβάλλουν την προσφορά τους σε μια δημοπρασία για ακριβώς μια θέση στάθμευσης, είτε δημοπρατείται μία μοναδική ( $R=1$ , single-object auction) είτε περισσότερες ( $R> 1$ , multi-

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

object auction) θέσεις. Οι δημόσιες θέσεις στάθμευσης θεωρείται ότι είναι αδιαίρετες (non-divisible) και ότι είναι ταυτόσημα αγαθά (physically identical goods). Οι οδηγοί (υποψήφιοι αγοραστής) υποτίθεται ότι είναι συμμετρικοί: οι αξίες που προσδίδουν στις θέσεις στάθμευσης είναι ανεξάρτητες και ταυτόσημα κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές (i.i.d. Random Variables) και συνεχώς κατανομημένες στο ίδιο διάστημα  $[u_{min}; u_{max}]$ , ενώ  $F_V(), f_V()$  είναι η αθροιστική συνάρτηση κατανομής και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των αξιών, αντίστοιχα.

Μια κατάλληλη επιλογή για αυτό το διάστημα είναι  $[c_{pub,s}; c_{priv}]$ , όπου  $c_{pub,s}$  είναι ένα σταθερό κόστος που πληρώνει κάποιος εάν καταφέρει να κερδίσει ένα δημόσιο χώρο στάθμευσης (χωρίς δημοπρασία), ενώ  $c_{priv}$  ( $c_{priv} = \beta * c_{pub,s}$ , όπου  $\beta > 1$ ) είναι το σταθερό (ακριβότερο) κόστος των ιδιωτικών θέσεων στάθμευσης. Με άλλα λόγια, ο φορέας εκμετάλλευσης των δημόσιων χώρων στάθμευσης επιβάλλει συνήθως ένα όριο επί της τιμής πωλήσεως, ένα είδος ελάχιστης αποδεκτής χρέωσης. Οι οδηγοί, με τη σειρά τους, λαμβάνουν υπόψη τους αυτό το κατώτατο όριο όταν αποφασίζουν για το ποσό της προσφοράς τους, ενώ δεν εμφανίζονται πρόθυμοι να πληρώσουν περισσότερα από τις χρεώσεις των ιδιωτικών χώρων στάθμευσης. Παρά το γεγονός ότι κάθε οδηγός έχει επίγνωση της κατανομής της αξίας που προσδίδουν οι ανταγωνιστές του στις δημόσιες θέσεις στάθμευσης, κατά την υποβολή της προσφοράς του, ο ίδιος μπορεί να γνωρίζει μόνο την υλοποίηση της δικής του τυχαίας μεταβλητής (δηλαδή, την προσφορά του). Οι υποψήφιοι αγοραστής θεωρούνται επίσης ότι είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο (risk neutral), δηλαδή, επιδιώκουν να μεγιστοποιήσουν το αναμενόμενο κέρδος (διαφορά αξίας και χρέωσης) τους από την υποβολή προσφορών, και μπορούν να διαθέσουν όλα τα χρήματα που έχουν στη διάθεσή τους [7].

Στις παραγράφους που ακολουθούν, ξεκινάμε με την αναλυτική μελέτη για τη δημοπρασία μιας θέσης στάθμευσης όταν ο κάθε οδηγός ενδιαφέρεται να αγοράσει μια μόνο θέση στάθμευσης (single-object demand). Συνεχίζουμε με το σύστημα για τη δημοπράτηση πολλαπλών θέσεων στάθμευσης, όπως αυτό που παρουσιάζεται στην εργασία [4]. Στη συνέχεια επεκτείνουμε τις υφιστάμενες μελέτες τόσο για τις δημοπρασίες μιας θέσης στάθμευσης, όσο και τις δημοπρασίες πολλαπλών θέσεων στάθμευσης και μελετάμε μηχανισμούς για τη μεγιστοποίηση των εσόδων από την εκμετάλλευση των δημόσιων χώρων στάθμευσης αξιοποιώντας αποτελέσματα της Θεωρίας Δημοπρασιών για βέλτιστες μηχανισμούς.



### 3.1 Δημοπρασίες για μια μόνο θέση στάθμευσης

Στην ενότητα αυτή, θα προσαρμόσουμε τα θεωρητικά αποτελέσματα για τους μηχανισμούς δημοπράτησης ενός αντικείμενου όπως αυτά περιγράφονται στην Ενότητα 2.1, στο πρόβλημα της διαχείρισης των χώρων στάθμευσης. Πιο συγκεκριμένα μελετάμε τις επιλογές προσφορών των οδηγών στην ισορροπία για να διερευνήσουμε την αποτελεσματικότητα του κάθε μηχανισμού όσον αφορά το κόστος που πληρώνουν οι οδηγοί από τη μία πλευρά, και τα συνολικά έσοδα που εισπράττει ο φορέας διαχείρισης δημόσιου χώρου στάθμευσης, από την άλλη πλευρά.

Σε αυτήν την απλή περίπτωση, η υπόθεση είναι ότι δημοπρατείται μόνο μία θέση στάθμευσης, ενώ  $N$  οδηγοί υποβάλλουν τις προσφορές τους, εκφράζοντας την επιθυμία τους να την κερδίσουν. Η περίπτωση αυτή μπορεί να αντιστοιχηθεί σε πραγματικά σενάρια, όπου ιδιοκτήτες χώρων στάθμευσης εκμεταλλεύονται επιχειρηματικά αυτούς τους χώρους (π.χ., περιπτώσεις ελεγχόμενων χώρων στάθμευσης σε κεντρικές περιοχές μεγάλων πόλεων οι οποίοι προορίζονται αποκλειστικά για την εξυπηρέτηση των κατοίκων της περιοχής).

#### 3.1.1 Δημοπρασίες δεύτερης τιμής

Στις δημοπρασίες δεύτερης τιμής με σφραγισμένες προσφορές είναι ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική (weakly dominant strategy) για τους οδηγούς να προσφέρουν την πραγματική αξία που προσδίδουν στο υπό δημοπρασία αντικείμενο. Στην Ενότητα 2.1.2 έχουμε ήδη παραθέσει την απόδειξη σχετικά με τη στρατηγική των οδηγών στα σημεία ισορροπίας. Συγκεκριμένα, έχει αποδειχθεί ότι προσφορά μικρότερη από την πραγματική αξία του οδηγού δεν μπορεί ποτέ να αυξήσει τα κέρδη του, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί ακόμα και να τα μειώσει. Ομοίως αποδεικνύεται ότι δεν είναι κερδοφόρο να προσφέρει περισσότερα από την πραγματική αξία του.

Ως εκ τούτου, η αναμενόμενη χρέωση για τον νικητή στη δημοπρασία δεύτερης τιμής μπορεί να γραφτεί, ως εξής [5]

$$p_{sec.p} = \frac{1}{N} E[V_{(N-1,N)}]$$

όπου  $N$  είναι ο αριθμός των υποψήφιων αγοραστών (οδηγών). Τα αναμενόμενα έσοδα του φορέα της δημόσιας υπηρεσίας στάθμευσης είναι

$$R_{sec.p} = N * p_{sec.p}$$

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών και το αναμενόμενο κοινωνικό κόστος (συνολικό κόστος που καταβάλλεται από τον συνολικό πληθυσμό των οδηγών) αποδεικνύεται ότι είναι

$$C_{sec.p} = R_{sec.p} + (N-1)u_{max}$$

### 3.1.2 Δημοπρασίες πρώτης τιμής

Στις δημοπρασίες πρώτης τιμής, ο υποψήφιος αγοραστής με την υψηλότερη προσφορά θεωρείται ο νικητής της δημοπρασίας, και η πληρωμή είναι η αντίστοιχη υποβληθείσα προσφορά νίκης (βλ. Ενότητα 2.1.2). Σε ό,τι αφορά στις επιλογές για τις προσφορές στα σημεία ισορροπίας, οι υποψήφιοι δεν έχουν το κίνητρο να προσφέρουν την πραγματική τους εκτίμηση, δεδομένου ότι αυτό θα αποφέρει μηδενικό κέρδος. Έτσι, οι υποψήφιοι αντιμετωπίζουν ένα δίλημμα: με αύξηση της προσφοράς τους, αυξάνουν την πιθανότητα να κερδίσουν, μειώνοντας παράλληλα το αναμενόμενο κέρδος τους. Όπως αναφέρεται στην Ενότητα 2.1.2, ο υποψήφιος αγοραστής έχει κίνητρο να υποβάλλει προσφορά ίση με την μεγαλύτερη αναμενόμενη προσφορά που θα χάσει (με την προϋπόθεση ότι αυτός είναι ο νικητής).

Η ανάλυση καταλήγει στα ακόλουθα αποτελέσματα για την αναμενόμενη πληρωμή, τα έσοδα και το συνολικό κόστος, αντίστοιχα,

$$P_{first.p} = P_{sec.p}$$

$$R_{first.p} = R_{sec.p}$$

$$C_{first.p} = R_{first.p} + (N-1)u_{max}$$

### 3.1.3 Βέλτιστες Δημοπρασίες

Σύμφωνα με την Ενότητα 2.3.2, η βέλτιστη ελάχιστη αποδεκτή χρέωση,  $r^*$ , για κάθε υποψήφιο αγοραστή, όταν η αξία για το αντικείμενο για το σύνολο των υποψήφιων αγοραστών προέρχεται από την ίδια κατανομή, δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$r^* - \frac{1 - F_i(r^*)}{f_i(r^*)} = 0$$

Ο Krishna [7] έχει δείξει ότι ένας μηχανισμός  $(Q, M)$ , όπου ο κανόνας της κατανομής  $Q$  ορίζει το αντικείμενο να πωλείται σε έναν ενδιαφερόμενο  $i$  με θετική πιθανότητα, αν και μόνο αν αυτός έχει τη μεγαλύτερη μη αρνητική εικονική αξία/προσφορά, δηλαδή

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

$$Q_i(u) > 0 \leftrightarrow \psi_i(u_i) = \max_{j \in N} \psi_j(u_j) \geq 0$$

Ο αντίστοιχος κανόνας πληρωμής  $M$  είναι

$$M_i(u) > 0 \leftrightarrow Q_i(u)u_i - \int_0^{u_i} Q_i(z_i, u_{-i}) dz_i$$

Κατά συνέπεια, η μέγιστη τιμή των αναμενόμενων εσόδων είναι

$$R_{s.opt.} = E[\max\{\psi_1(U_1), \psi_2(U_2), \dots, \psi_N(U_N), 0\}]$$

Με άλλα λόγια, είναι η αναμενόμενη τιμή της υψηλότερης εικονική εκτίμησης, με την προϋπόθεση ότι αυτή είναι μη αρνητική [7].

Εναλλακτικά, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ελάχιστη αξία που μπορεί να οδηγήσει σε νίκη δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$y_i(u_{-i}) = \inf\{z_i : \psi_i(z_i) \geq 0 \text{ and } \forall j \neq i, \psi_i(z_i) \geq \psi_j(z_j)\}$$

όπου οι αξίες των υπόλοιπων ενδιαφερομένων αναπαριστώνται από το διάνυσμα  $u_{-i} = (u_1, \dots, u_{i-1}, u_{i+1}, \dots, u_N)$ . Έτσι, μπορούμε να ξαναγράψουμε την πιθανότητα νίκης ως

$$Q_i(z_i, u_{-i}) = \begin{cases} 1 & \text{if } z_i > y_i(u_{-i}) \\ 0 & \text{if } z_i < y_i(u_{-i}) \end{cases}$$

το οποίο συνεπάγεται ότι

$$\int_0^{u_i} Q_i(z_i, u_{-i}) dz_i = \begin{cases} u_i - y_i(u_{-i}) & \text{if } u_i > y_i(u_{-i}) \\ 0 & \text{if } u_i < y_i(u_{-i}) \end{cases}$$

και έτσι η αναμενόμενη πληρωμή γίνεται

$$p_{s.opt.} = M_i(u) = \begin{cases} y_i(u_{-i}) & \text{if } Q_i(u) = 1 \\ 0 & \text{if } Q_i(u) = 0 \end{cases}$$

Συνεπώς, μόνο ο νικητής της δημοπρασίας πληρώνει το αντίτιμο, δηλαδή πληρώνει τη μικρότερη τιμή που θα μπορούσε να τον οδηγήσει στη νίκη. Τελικά, το συνολικό κόστος είναι

$$C_{s.opt.} = R_{s.opt.} + (N-1)u_{max}$$

### 3.2 Δημοπρασίες πολλαπλών θέσεων στάθμευσης

Στις Ενότητες 2.2 και 2.3.3 παρουσιάσαμε τις τρεις υλοποιήσεις δημοπρασιών πολλαπλών αντικειμένων που είναι περισσότερο γνωστές και στις οποίες έχουν επικεντρωθεί οι περισσότερες ερευνητικές μελέτες, δηλαδή τις δημοπρασίες της ενιαίας τιμής, της διακριτής τιμής και τις δημοπρασίες Vickrey. Και οι τρεις αυτές μορφές δημοπρασίας είναι standard, αναθέτοντας τις θέσεις στάθμευσης στους χρήστες που υποβάλλουν τις υψηλότερες προσφορές. Στην περίπτωση που οι υποψήφιοι αγοραστές είναι συμμετρικοί, ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο και επιθυμούν να αγοράσουν ένα μόνο αντικείμενο (single-object demand) και οι τρεις δημοπρασίες είναι αποτελεσματικές (efficient) ως προς τη μεγιστοποίηση του κοινωνικού οφέλους εκχωρώντας τις θέσεις στάθμευσης στους υποψήφιους αγοραστές με την μεγαλύτερη αξία. Με άλλα λόγια, προκαλούν καταστάσεις ισορροπίας στις οποίες οι καλύτερες προσφορές υποβάλλονται από τους οδηγούς που αξιολογούν υψηλότερα τις θέσεις στάθμευσης που δημοπρατούνται. Από την άλλη πλευρά, αν και οι τρεις μηχανισμοί δημοπρατίας ακολουθούν τον ίδιο κανόνα ανάθεσης (allocation rule), διαφέρουν ως προς τον κανόνα χρέωσης (payment rule) που εφαρμόζουν.

Για τη μελέτη της εφαρμογής αυτών των δημοπρασιών για τη διάθεση θέσεων στάθμευσης, υποθέτουμε ότι οι οδηγοί γνωρίζουν το συνολικό πλήθος των οδηγών που ανταγωνίζονται στα πλαίσια της δημοπρασίας. Μια τέτοια πληροφορία μπορεί να παρέχεται από το ίδιο το σύστημα υποβοήθησης στάθμευσης. Στη συνέχεια, καθορίζουμε πρώτα τις στρατηγικές προσφοράς ακολουθώντας την αντίστοιχη θεωρία και στη συνέχεια μελετάμε την αποτελεσματικότητά τους τόσο για τους υποψηφίους αγοραστές (κοινωνικό κόστος/όφελος, social cost/welfare) όσο και για τον δημοπράτη (έσοδα, revenue). Για την ανάλυση υποθέτουμε επιπρόσθετα ότι οι θέσεις στάθμευσης που είναι διαθέσιμες για πλειστηριασμό δεν επαρκούν για να εκπληρώσουν τη συνολική ζήτηση στάθμευσης. Διαφορετικά, το σύνολο των οδηγών εξυπηρετείται από τις δημόσιες θέσεις, καταβάλλοντας το μικρότερο δυνατό ποσό.

Πρέπει να τονιστεί εδώ ότι η εφαρμογή των ελάχιστων αποδεκτών χρεώσεων εισάγει μια θετική πιθανότητα το αντικείμενο της δημοπρασίας να παραμένει απούλητο και έτσι να επηρεαστεί η αποτελεσματικότητα του μηχανισμού. Εδώ, ωστόσο, το γεγονός αυτό αποκλείεται, αφού οι προσφορές των οδηγών κυμαίνονται στο διάστημα  $[u_{min}; u_{max}]$ .

### 3.2.1 Δημοπρασίες ενιαίας τιμής και Vickrey

Στις δημοπρασίες ενιαίας τιμής (*Uniform Price Auction, UPA*) και *Vickrey (Vickrey Auction, VA)* όλες οι θέσεις στάθμευσης πωλούνται στην ίδια τιμή και συγκεκριμένα στην τιμή εκκαθάρισης της αγοράς (*market-clearing price*), η οποία είναι ίση με την μεγαλύτερη προσφορά που χάνει στον ανταγωνισμό, δηλαδή η  $(R+1)^{\text{η}}$  υψηλότερη προσφορά μεταξύ όλων των προσφορών που υπέβαλαν οι οδηγοί. Τόσο ο μηχανισμός UPA όσο και ο μηχανισμός VA εμπίπτουν στην ευρύτερη κατηγορία των *incentive-compatible* μηχανισμών, που σημαίνει ότι η στρατηγική προσφοράς στην ισορροπία,  $\beta(u)$ , για τους οδηγούς είναι να προσφέρουν την πραγματική τους αξία  $u$ ,

$$\beta_{UPA}(u) = \beta_{VA}(u) = u \quad (3.2.1)$$

Για  $N > R$ , η αναμενόμενη πληρωμή του οδηγού δίνεται από την σχέση

$$p_{UPA} = p_{VA} = \frac{R}{N} E[V_{(N-R, N)}] \quad (3.2.2)$$

όπου  $V_{(k, n)}$  είναι το  $k^{\text{ο}}$  order statistic μεταξύ των  $n$  ανταγωνιστικών εκτιμήσεων με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_{V_{(k, n)}}(y) = \{B(k, n - k + 1)\}^{-1} \{F(y)\}^{k-1} \{1 - F(y)\}^{n-k} f_V(y),$$

όπου το  $B(\dots)$  συμβολίζει την Beta συνάρτηση [31].

Έτσι τα αναμενόμενα έσοδα του δημόσιου φορέα στάθμευσης είναι

$$R_{UPA/VA} = E[R_{UPA}] = E[R_{VA}] = Np_{VA} = RE[V_{(N-R, N)}] \quad (3.2.3)$$

και συλλέγονται από τους οδηγούς με τις  $R$  μεγαλύτερες προσφορές.

Από την άλλη πλευρά, οι οδηγοί που δεν κέρδισαν στη διαδικασία πλειστηριασμού, καταφεύγουν σε ιδιωτικό χώρο στάθμευσης πληρώνοντας το πάγιο κόστος  $c_{priv} = u_{max}$ .

Έτσι, το αναμενόμενο κοινωνικό κόστος αποδεικνύεται ότι είναι

$$C_{UPA/VA} = E[C_{UPA}] = E[C_{VA}] = RE[V_{(N-R, N)}] + (N - R)u_{max} \quad (3.2.4)$$

Για  $N \leq R$ , είναι εύκολο να δείξουμε ότι,

$$p_{UPA} = p_{VA} = u_{min} \quad (3.2.5)$$

$$R_{UPA/VA} = E[R_{UPA}] = E[R_{VA}] = Nu_{min} \quad (3.2.6)$$

$$C_{UPA/VA} = E[C_{UPA}] = E[C_{VA}] = Nu_{min} \quad (3.2.7)$$

### 3.2.2 Δημοπρασίες διακριτής τιμής

Η δημοπρασία διακριτής τιμής (Discriminatory Price auction, DPA) αντιστοιχεί στον μηχανισμό της δημοπρασίας πρώτης τιμής (δεδομένου ότι κάθε οδηγός ενδιαφέρεται να αγοράσει μια μόνο θέση) αλλά αφορά στην περίπτωση δημοπρασίας πολλαπλών αντικειμένων. Σε αυτήν τη δημοπρασία οι νικητές πληρώνουν ένα ποσό ίσο με την προσφορά τους. Ο Vickrey, έχει ήδη δείξει στο [32], ότι κάτω από προϋποθέσεις (βλ. υποθέσεις στην εισαγωγική παράγραφο αυτής της ενότητας) τα αναμενόμενα έσοδα για όλες τις δημοπρασίες πολλαπλών αντικειμένων που ακολουθούν τον ίδιο κανόνα ανάθεσης και στις οποίες κάθε υποψήφιος αγοραστής επιθυμεί να αγοράσει μόνο ένα αντικείμενο, είναι ίδια. Αυτό το αποτέλεσμα είναι γνωστό ως αρχή της ισοδυναμίας των εσόδων (revenue equivalence principle). Ως εκ τούτου,

$$p_{DPA}(u) = p_{UPA}(u) = p_{VA}(u)$$

$$R_{DPA} = E[R_{DPA}]$$

και

$$C_{DPA} = E[C_{DPA}] \quad (3.2.8)$$

Για  $N > R$ , η στρατηγική προσφοράς είναι

$$\begin{aligned} \beta_{DPA}(u) &= E[V_{(N-R, N-1)} | V_{(N-R, N-1)} < u] \\ &= \frac{1}{F_{V_{(N-R, N-1)}}(u)} \int_{u_{min}}^u y \cdot f_{V_{(N-R, N-1)}}(y) dy \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

Διαφορετικά,

$$\beta_{DPA}(u) = u_{min} \quad (3.2.10)$$

### 3.2.3 Διαδοχικές βέλτιστες δημοπρασίες ενός αντικειμένου για την πώληση πολλαπλών αντικειμένων ίδιου είδους

Σε αυτήν ενότητα, μελετούμε την εφαρμογή διαδοχικών βέλτιστων δημοπρασιών για την πώληση πολλαπλών αντικειμένων του ίδιου είδους σε μία προσπάθεια διερεύνησης πιθανών μηχανισμών για τη μεγιστοποίηση των εσόδων του δημοπράτη. Οι βέλτιστες

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών  
 δημοπρασίες που μελετούμε εδώ, είναι κάτω από την ευρύτερη κατηγορία των  
 incentive-compatible μηχανισμών, δηλαδή στην ισορροπία, η καλύτερη στρατηγική  $\beta(u)$   
 για τους οδηγούς είναι να προσφέρουν την πραγματική τους αξία  $u$ ,

$$\beta_{m,opt}(u) = \beta_{UPA}(u) = \beta_{VA}(u) = u \quad (3.2.11)$$

Για  $N > R$ , με δεδομένο ότι τα έσοδα σε κάθε φάση υπολογίζονται από

$$R_{m,opt}^{x+1} = R_{s,opt} \quad (3.2.12)$$

τα συνολικά έσοδα δίνονται από

$$R_{m,opt} = \sum_{x=0}^{R-1} R_{m,opt}^{x+1} \quad (3.2.13)$$

όπου  $R$  είναι οι συνολικές θέσεις στάθμευσης που υπάρχουν και ως εκ τούτου, το  
 αναμενόμενο κοινωνικό κόστος αποδεικνύεται ότι είναι

$$C_{m,opt} = R_{m,opt} + (N - R) \cdot u_{max} + k \cdot u_{max} \quad (3.2.14)$$

όπου  $k$  είναι ο αριθμός των θέσεων στάθμευσης που τελικά δεν πωλούνται.

Για  $N \leq R$ , είναι εύκολο να δείξουμε ότι,

$$P_{m,opt}^x = u_{min} \quad (3.2.15)$$

$$R_{m,opt} = E[R_{m,opt}] = Nu_{min} \quad (3.2.16)$$

$$C_{m,opt} = E[C_{m,opt}] = Nu_{min} \quad (3.2.17)$$

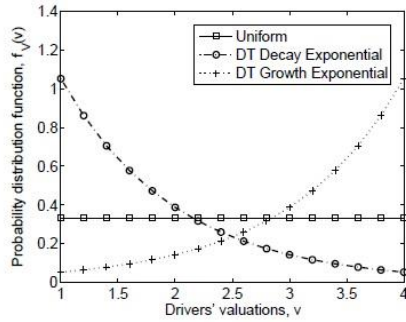
#### 4. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Στην Ενότητα 3, παρουσιάσαμε μια προσέγγιση αξιοποίησης θεμελιωδών εννοιών και αρχών της Θεωρίας Δημοπρασιών για το σχεδιασμό κεντρικοποιημένων συστημάτων διαχείρισης θέσεων στάθμευσης. Αυτά τα συστήματα επιτρέπουν στους οδηγούς να υποβάλουν προσφορές για χρήση δημόσιου χώρου στάθμευσης, ενώ μία κεντρικοποιημένη αρχή/οντότητα αναλαμβάνει το συντονισμό των αναθέσεων αλλά και τον καθορισμό της χρέωσης που επιβάλλεται στους τελικούς διεκδικητές.

Σε αυτήν την ενότητα, συνεχίζουμε με τη διερεύνηση της αποτελεσματικότητας των συστημάτων θεωρώντας πραγματικά σενάρια. Συγκεκριμένα, διερευνούμε την επίδραση διαφορετικών πολιτικών χρέωσης στη διάθεση χώρου στάθμευσης, από τη μία πλευρά, αλλά και του ενδιαφέροντος των οδηγών για μια θέση στάθμευσης (όπως αυτό προκύπτει από τις κατανομές των αξιών τους), από την άλλη πλευρά, α) στα έσοδα που επιτυγχάνεται από τον φορέα διαχείρισης των δημόσιων θέσεων στάθμευσης και β) στο συνολικό κόστος που επιβαρύνει τους οδηγούς, όταν εφαρμόζονται μηχανισμοί δημοπρασιών ενός ή πολλαπλών αντικείμενων. Στην εργασία αυτή, γίνεται η υπόθεση ότι ένας κεντρικός server ενημερώνει τους ενδιαφερόμενους για τον αριθμό των υποψηφίων αγοραστών.

Όσον αφορά στην πολιτική χρέωσης, έχουμε υιοθετήσει τιμές που έχουν χρησιμοποιηθεί στο δημοτικό σύστημα στάθμευσης στην πόλη της Αθήνας, τα οποία επίσης αναφέρονται στα [4] και [33]. Ειδικότερα,  $c_{pub;s} \leq 2 \text{ €}$ , και  $\beta \leq 7$ , για χρονικό διάστημα 60 λεπτών. Επίσης, εξετάζουμε τρεις εναλλακτικές λύσεις για την κατανομή των αξιών των οδηγών,  $f_V(u)$ . Και στις τρεις αυτές κατανομές, η αξία,  $V$ , που προσδίδεται στο/α υπό δημοπρασία αντικείμενο/α από κάθε υποψήφιο αγοραστή, λαμβάνει τιμή εντός του διαστήματος τιμών  $[u_{min}, u_{max}] = [c_{pub;s}, \beta \cdot c_{pub;s}]$ , όμως η μάζα της κατανομής απλώνεται διαφορετικά πάνω σε αυτό το διάστημα (βλ. Εικόνα. 10).





Distribution of drivers' valuations	$f_V(v)$
Uniform	$\frac{1}{v_{max} - v_{min}}$
Doubly-truncated <i>decay</i> exponential	$\frac{e^{-v_{min}} - e^{-v_{max}}}{e^{-v}}$
Doubly-truncated <i>growth</i> exponential	$\frac{e^{v_{max}} - e^{v_{min}}}{e^v}$

Εικόνα 10. Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για την αξία που προσδίδουν οι οδηγοί στις θέσεις στάθμευσης δημόσιου χώρου,  $c_{pub,s} = 1$  και  $\beta = 4$

*Doubly-truncated decay exponential valuations* [4]: Η περίπτωση αυτής της συνάρτησης αξιών αντιστοιχεί σε σενάρια σύμφωνα με τα οποία οι οδηγοί δεν είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν ακριβά μια θέση στάθμευσης. Μια τέτοια κατανομή, ενδεχομένως, αφορά στην οδήγηση στο κέντρο της πόλης κατά τη διάρκεια ελεύθερου χρόνου, όπου η εύρεση μιας θέσης στάθμευσης, καθίσταται λιγότερο επείγουσα. Τα  $(N - R)^{th}$ -order statistics μπορούν να υπολογιστούν αριθμητικά μέσω των σχέσεων επανάληψης, όπως αυτές δόθηκαν από τον Joshi στο [34].

*Doubly-truncated growth exponential valuations* [4]: Σε αυτήν την περίπτωση, η μάζα της κατανομής συγκεντρώνεται στις μεγαλύτερες τιμές για τις οποίες ορίζεται. Σε σύγκριση με την doubly-truncated decay exponential κατανομή, αυτή η κατανομή αφορά σε οδήγηση στο κέντρο της πόλης κατά τη διάρκεια ωρών αιχμής για επαγγελματικούς λόγους.

*Uniform valuations* [4]: Σε ένα ενδιάμεσο σενάριο, η αξία των θέσεων στάθμευσης μπορεί να βρίσκεται ισοπίθανα οπουδήποτε στο διάστημα  $[u_{min}, u_{max}]$ . Σε αυτή την περίπτωση, η αναμενόμενη τιμή του  $(N - R)^{th}$ - order statistic μπορεί επίσης να υπολογιστεί με τη μέση τιμή της γενικευμένης Beta κατανομής  $f(u; N - R, R + 1)$ , για  $u \in [u_{min}, u_{max}]$ , η οποία είναι,

$$E[X_{N-R,N}] = u_{min} + \frac{N - R}{N + 1} (u_{max} - u_{min}) \quad (4)$$

Θεωρούμε μεσαίου έως υψηλού επιπέδου ζήτηση θέσεων στάθμευσης (έως 80 οδηγοί, N) και περιορισμένη προσφορά δημόσιων χώρων στάθμευσης (R = 20 θέσεις) κατά τη διάρκεια του χρονικού παραθύρου πάνω στο οποίο εκδίδονται οι αιτήσεις στάθμευσης και υποβάλλονται οι προσφορές στη δημοπρασία.

#### 4.1 Δημοπρασίες για μία μόνο θέση στάθμευσης

Στην ενότητα αυτή, μελετάμε μέσω αριθμητικών παραδειγμάτων την αποτελεσματικότητα της εκχώρησης μιας θέσης στάθμευσης μέσω δημοπρασίας. Συγκρίνουμε τα έσοδα που επιτυγχάνονται από τον φορέα διάθεσης των δημόσιων θέσεων στάθμευσης αλλά και το συνολικό κοινωνικό κόστος, στα πλαίσια διάφορων μηχανισμών δημοπρασίας σε περιπτώσεις *uniform*, *doubly-truncated decay exponential* και *doubly-truncated growth exponential* αξιών.

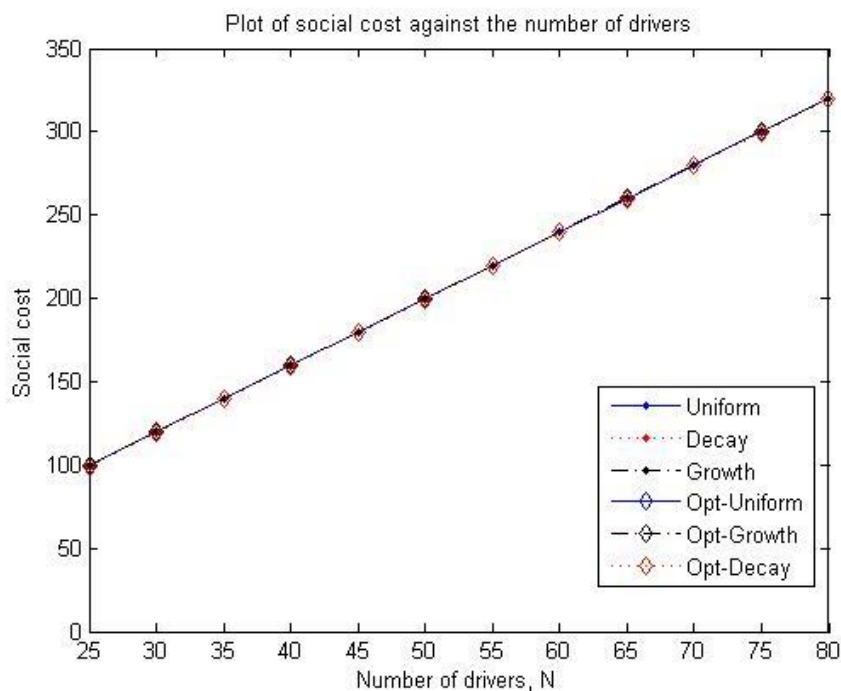
##### 4.1.1 Κοινωνικό κόστος

Στις Εικόνες 11-13, παρουσιάζουμε τις τιμές κοινωνικού κόστους για ρεαλιστικές επιλογές ζήτησης στάθμευσης (Εικόνα 11), αλλά και πολιτικών ελάχιστης (Εικόνα 12) και μέγιστης (Εικόνα 13) χρέωσης, όπου ελάχιστη και μέγιστη χρέωση είναι τα  $u_{min}$  και  $u_{max}$  αντίστοιχα. Για τον υπολογισμό του κοινωνικού κόστους χρησιμοποιήθηκαν τα αποτελέσματα και οι αναλυτικές εκφράσεις της Ενότητας 3.1. Όπως αναμένεται, το κοινωνικό κόστος αυξάνεται με την ενίσχυση του επιπέδου ανταγωνισμού αλλά και την αύξηση των ορίων χρέωσης, για όλες τις συνθήκες ανταγωνιστικότητας των υποψηφίων αγοραστών όπως αυτές διαμορφώνονται και ποσοτικοποιούνται μέσω των συναρτήσεων αξιών και προσφορών. Ωστόσο, η επίδραση της ελάχιστης χρέωσης φαίνεται να είναι περιορισμένη σε σχέση με εκείνη του πλήθους των ανταγωνιστών αλλά και του μέγιστου ορίου χρέωσης όπως αυτό διαμορφώνεται από τη διαχείριση της εναλλακτικής επιλογής στάθμευσης (σε ιδιωτικό χώρο). Αυτή η παρατήρηση οφείλεται στη μεγαλύτερη επίδραση που έχουν το πλήθος των υποψηφίων αγοραστών αλλά και η διεύρυνση του πάνω ορίου χρέωσης, στην αξία που προσδίδει στη δημόσια θέση στάθμευσης και τελικά στην προσφορά που υποβάλλει ο νικητής.

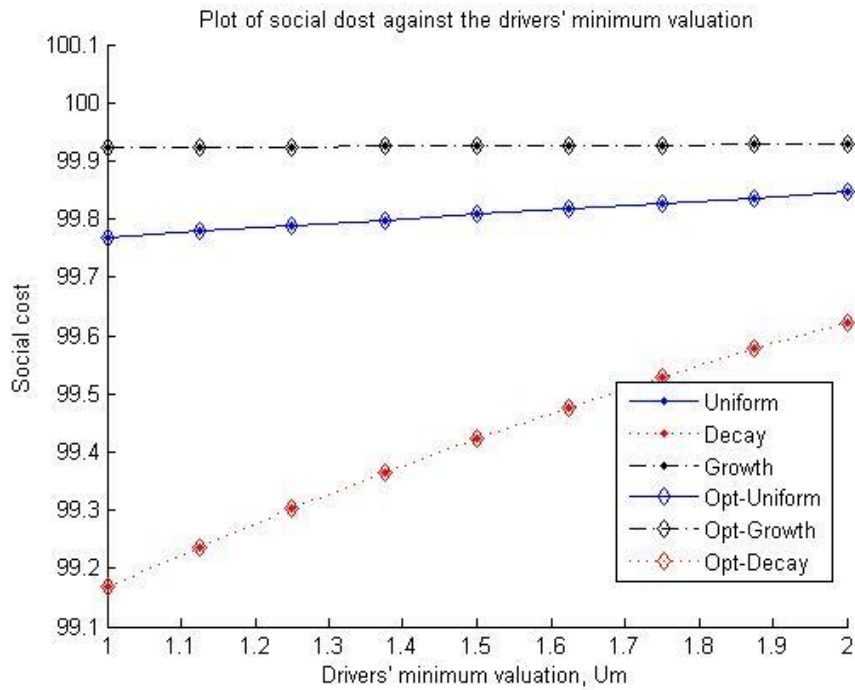
Όσον αφορά στη σημασία της ανταγωνιστικότητας των υποψηφίων αγοραστών και, συγκεκριμένα, στη σημασία της κατανομής των αξιών που προσδίδουν οι οδηγοί στη μοναδική δημόσια θέση που δημοπρατείται, εν γένει, το κοινωνικό κόστος για τις τρεις κατανομές των αξιών ακολουθεί τη διάταξη  $C_{growth} \geq C_{uniform} \geq C_{decay}$ , όπως έχει αποδειχτεί στο [4]. Για τα σενάρια που εξετάζουμε, οι διαφορές του κοινωνικού κόστους κάτω από τις τρεις κατανομές, είναι περιορισμένες ενώ εμφανίζουν την τάση να διευρύνονται όσο αυξάνεται το πεδίο ορισμού των αξιών, δηλαδή όσο μειώνεται η ελάχιστη χρέωση ή αυξάνεται η μέγιστη χρέωση (βλ. Εικόνες 12,13).

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων μεταφορών

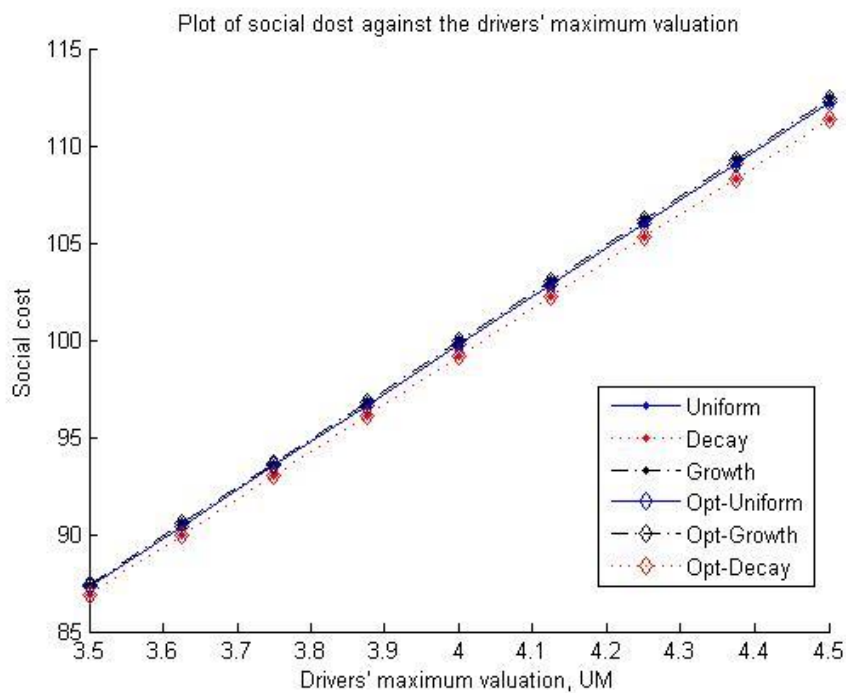
Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι η αναμενόμενη τιμή του κοινωνικού κόστους εξαρτάται ελάχιστα από τον μηχανισμό δημοπράτησης, καθώς στα συγκεκριμένα παραδείγματα σεναρίων, οι υπό διερεύνηση μηχανισμοί φαίνεται να οδηγούν στην ίδια συνολική επιβάρυνση, με τους βέλτιστους μηχανισμούς να επιφέρουν μόνο ήσσονος σημασίας μείωση του κοινωνικού κόστους. Σε αυτό το αποτέλεσμα συντελεί το γεγονός ότι η επίδραση του ποσού ενός μόνο οδηγού (π.χ., του νικητή της δημοπρασίας) στο συνολικό κοινωνικό κόστος όπως αυτό διαμορφώνεται από τους >25 οδηγούς, καταλήγει να είναι εξαιρετικά περιορισμένη.



Εικόνα 11. Το κοινωνικό κόστος συναρτήσει του πλήθους των οδηγών,  $R = 1$ ,  $u_{min} = 1\text{€}$  και  $u_{max} = 4\text{€}$



Εικόνα 12. Το κοινωνικό κόστος συναρτήσει του  $u_{min}$ , όταν  $R = 1$ ,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{max} = 4\text{€}$



Εικόνα 13. Το κοινωνικό κόστος συναρτήσει του  $u_{max}$ , όταν  $R = 1$ ,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{min} = 1\text{€}$

#### 4.1.2 Τα έσοδα του δημοπράτη

Σε μία περαιτέρω διερεύνηση των μηχανισμών δημοπρασίας, παραθέτουμε στις Εικόνες 14-16 αποτελέσματα ως προς τα έσοδα που προκύπτουν για τον δημοπράτη,

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

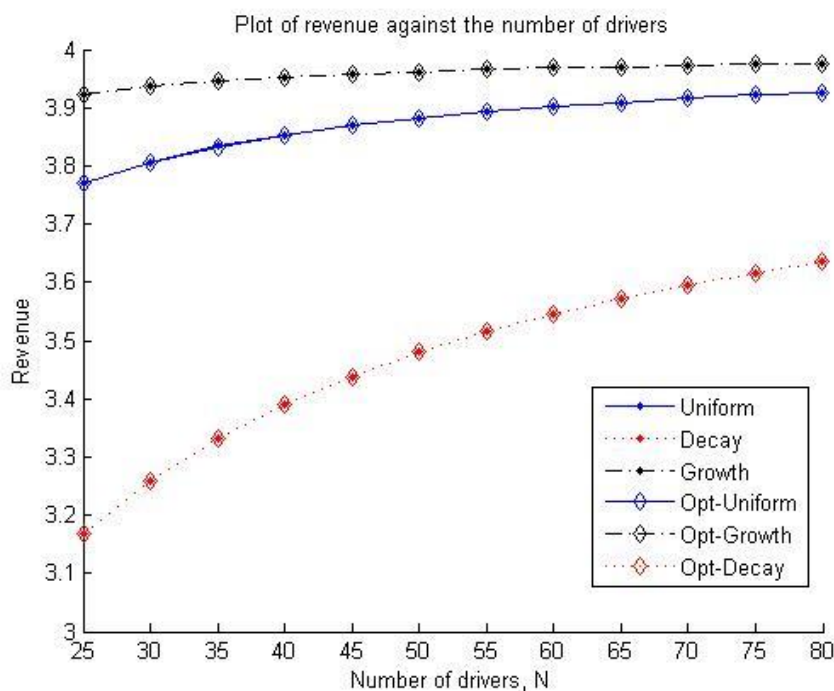
εντοπίζοντας και συζητώντας τα σημαντικότερα σημεία. Για τον υπολογισμό των εσόδων χρησιμοποιήθηκαν οι αναλυτικές εκφράσεις της Ενότητας 3.1. Έτσι, λοιπόν, με δεδομένο, ότι το κοινωνικό κόστος υπολογίζεται αθροιστικά από το ποσό που καταβάλει ο νικητής της δημοπρασίας συν το σταθερό συνολικό ποσό (για συγκεκριμένη πολιτική χρέωσης) που καταβάλουν οι  $N-1$  οδηγοί που καταλήγουν σε ιδιωτικό χώρο στάθμευσης, τα έσοδα του δημοπράτη ακολουθούν την τάση της καμπύλης του κοινωνικού κόστους (πάντα προκύψει νικητής της δημοπρασίας).

Πιο αναλυτικά, η αύξηση του ανταγωνισμού μέσα από την αύξηση του πλήθους των οδηγών (βλ. Εικόνα 14) αλλά και η επιλογή μιας περισσότερο επιθετικής πολιτικής χρέωσης, αυξάνοντας τις τιμές των  $u_{min}$  και  $u_{max}$ , (βλ. Εικόνα 15, 16), αυξάνει την αναμενόμενη τιμή της μέγιστης προσφοράς (π.χ., ανάμεσα σε  $N-1$  προσφορές) και τελικά τα έσοδα του δημοπράτη.

Επίσης, κατά αντιστοιχία με το κοινωνικό κόστος, τα έσοδα όπως προκύπτουν σε περιπτώσεις που οι αξίες ακολουθούν τις τρεις κατανομές, ικανοποιούν τη διάταξη

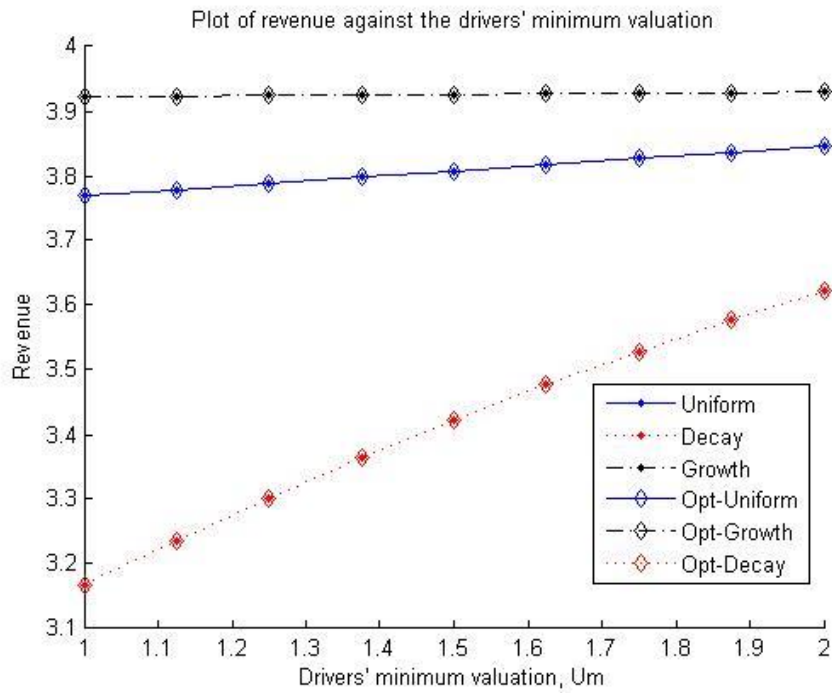
$$R_{growth} \geq R_{uniform} \geq R_{decay} \quad [4].$$

Τέλος, τα υψηλά επίπεδα ζήτησης, ακόμα και για  $N=25$ , δεν επιτρέπουν στον βέλτιστο μηχανισμό δημοπρασίας να καταφέρει αξιοσημείωτη βελτίωση των εσόδων.

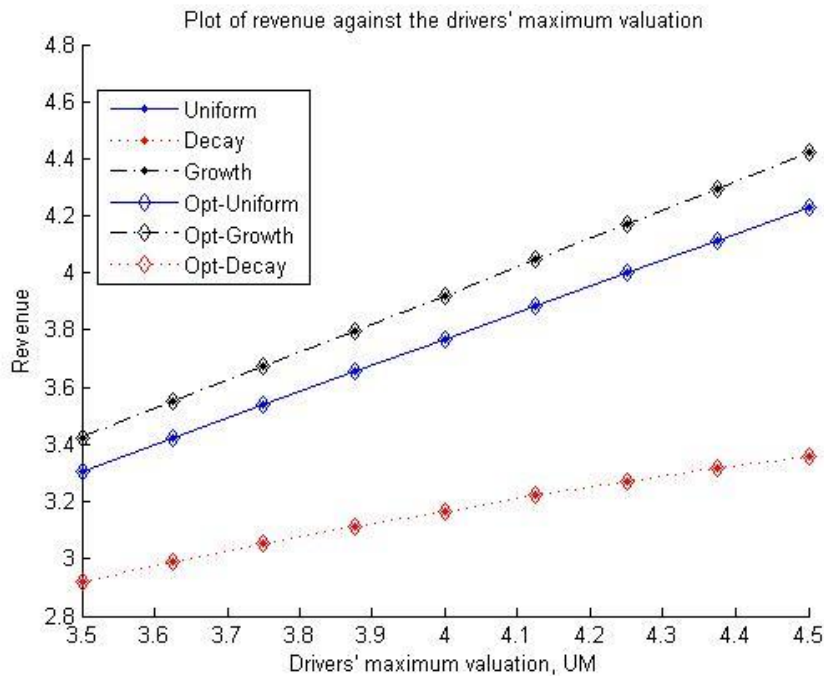


Εικόνα 14. Τα έσοδα συναρτήσει του πλήθους των οδηγών, όταν  $R = 1$  θέσεις στάθμευσης,  $u_{min} = 1€$  και

$$u_{max} = 4€$$



Εικόνα 15. Τα έσοδα συναρτήσει του  $u_{min}$ , όταν  $R = 1$  θέσεις στάθμευσης,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{max} = 4€$



Εικόνα 16. Τα έσοδα συναρτήσει του  $u_{max}$ , όταν  $R = 1$  θέσεις στάθμευσης,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{min} = 1€$

## 4.2 Δημοπρασίες για πολλαπλές θέσεις στάθμευσης

Σε αυτήν την ενότητα, συνεχίζουμε με τη μελέτη της εφαρμογής μηχανισμών δημοπρασίας για την πώληση/διάθεση πολλαπλών θέσεων στάθμευσης. Ακολουθώντας την ίδια λογική διερεύνησης με την Ενότητα 4.1, συγκρίνουμε τόσο τα έσοδα που επιτυγχάνονται από τον φορέα που δημοπρατεί τις δημόσιες θέσεις στάθμευσης όσο και το κοινωνικό κόστος στα πλαίσια διαφορετικών μηχανισμών δημοπρασίας, υποθέτοντας *uniform*, *doubly-truncated decay exponential* και *doubly-truncated growth exponential* αξίες.

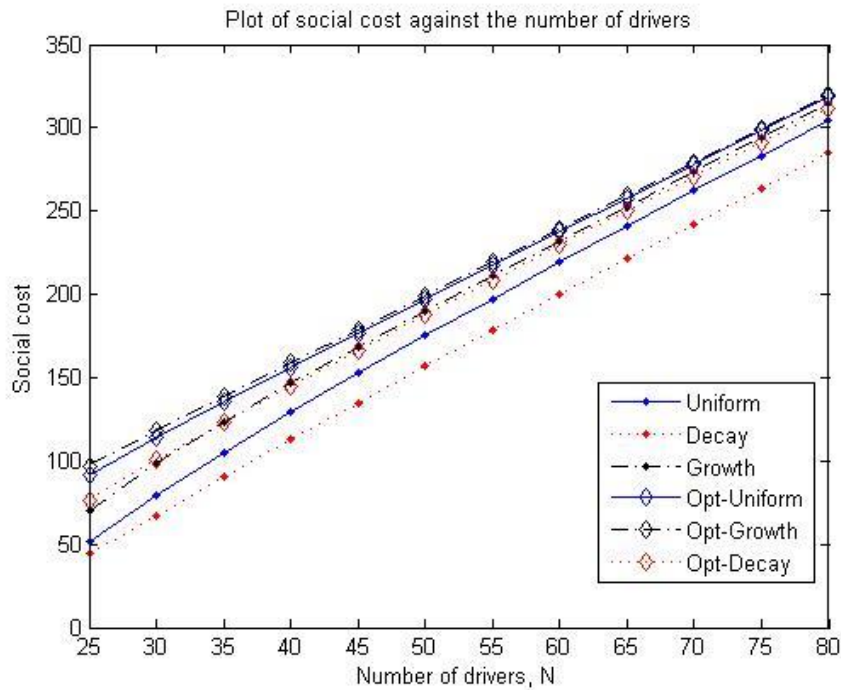
### 4.2.1 Κοινωνικό κόστος

Μελετώντας ρεαλιστικά σενάρια του προβλήματος διαχείρισης πολλαπλών θέσεων στάθμευσης, παρουσιάζουμε τις τιμές συνολικού κοινωνικού κόστους όπως διαμορφώνονται ως προς το φορτίο ζήτησης στάθμευσης (Εικόνα 17), την πολιτική ελάχιστης (Εικόνα 18) και μέγιστης χρέωσης (Εικόνα 19), όπου ελάχιστη και μέγιστη χρέωση είναι τα  $u_{min}$  και  $u_{max}$  αντίστοιχα. Ο υπολογισμός του κοινωνικού κόστους ακολούθησε τις αναλυτικές εκφράσεις της Ενότητας 3.2. Όπως και στην περίπτωση δημοπράτησης μιας μοναδικής θέσης στάθμευσης, ενδεχόμενη αύξηση του πλήθους των ανταγωνιστών ή διεύρυνση των ορίων χρέωσης συνεπάγεται άμεση αύξηση του συνολικού κοινωνικού κόστους. Επίσης, το πλήθος των υποψήφιων αγοραστών αλλά και η αύξηση της μέγιστης τιμής του διαστήματος επιτρεπτής χρέωσης συμβάλλουν, και στην περίπτωση δημοπράτησης πολλαπλών θέσεων στάθμευσης, περισσότερο καθοριστικά στο κοινωνικό κόστος, σε σύγκριση με την ελάχιστη δυνατή χρέωση. Αυτό ισχύει τουλάχιστον για την περίπτωση αξιών ομοιόμορφα κατανεμημένων ή συγκεντρωμένων στις χαμηλότερες δυνατές τιμές.

Το κοινωνικό κόστος κάτω από τις τρεις κατανομές συνεχίζει να ακολουθεί τη διάταξη  $C_{growth} \geq C_{uniform} \geq C_{decay}$ , ενώ οι διαφορές του κοινωνικού κόστους για τις τρεις κατανομές διευρύνονται όσο αυξάνεται το πεδίο ορισμού των αξιών, δηλαδή όσο μειώνεται η ελάχιστη χρέωση ή αυξάνεται η μέγιστη χρέωση (βλ. Εικόνες 18,19).

Το σημαντικότερο αποτέλεσμα αυτής της διερεύνησης έγκειται στην αύξηση που επιφέρει η εφαρμογή βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασίας στο συνολικό κοινωνικό κόστος. Μάλιστα αυτή η αύξηση παρουσιάζεται περισσότερο ενισχυμένη (α) στις μετριοπαθέστερες *uniform*, *doubly-truncated decay* κατανομές, (β) στα μικρότερα επίπεδα ανταγωνισμού όπως αυτά διαμορφώνονται από το πλήθος των υποψηφίων

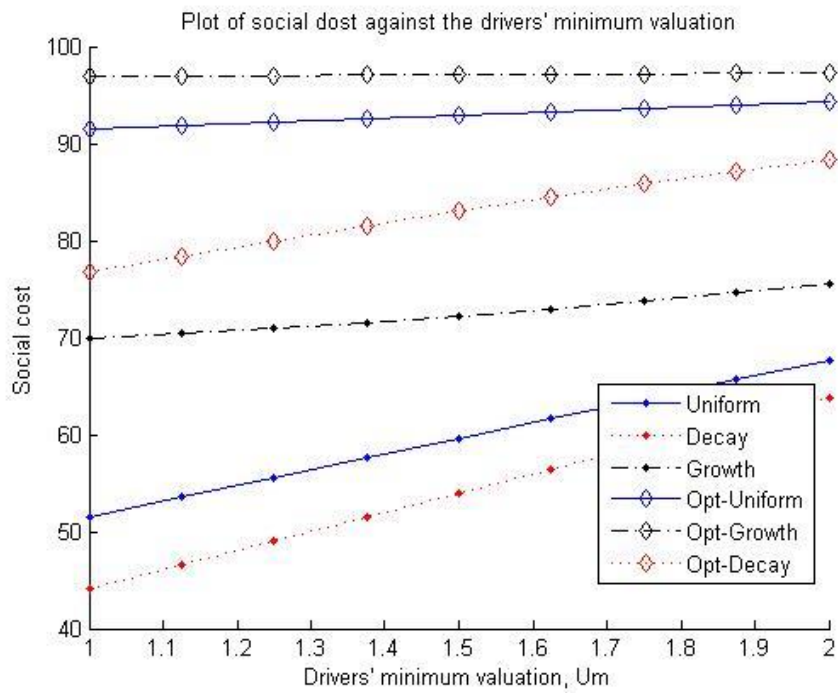
Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφών συστημάτων μεταφορών ανταγωνιστών, (γ) στις μικρότερες τιμές ελάχιστης δυνατής χρέωσης και (δ) στις μεγαλύτερες τιμές μέγιστης χρέωσης. Με άλλα λόγια, όταν οι συμβατικές μορφές δημοπρασίας λειτουργούν λιγότερο αποδοτικά για τον δημοπράτη, οι βέλτιστοι μηχανισμοί δημοπρασιών καταφέρνουν τη μέγιστη δυνατή αποδοτικότητα (σημεία (α) και (β)). Επίσης, όσο συρρικνώνεται το διάστημα των τιμών χρέωσης, τόσο περιορίζεται και η συνεισφορά των βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασίας στην ενίσχυση των εσόδων και τελικά στην αύξηση του κοινωνικού κόστους (σημεία (γ) και (δ)).



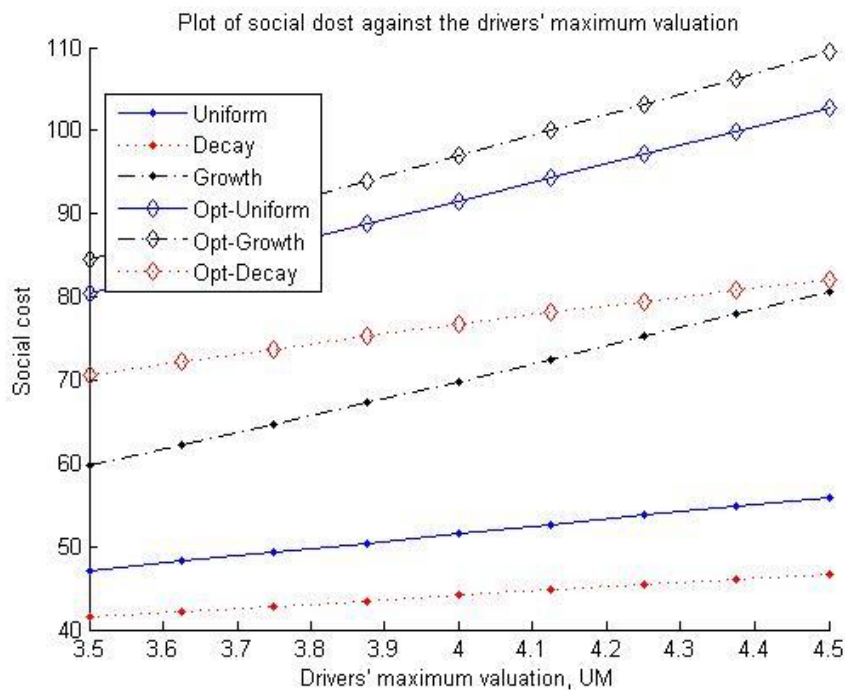
Εικόνα 17. Το κοινωνικό κόστος συναρτήσει του πλήθους των οδηγών, όταν  $R = 20$ ,  $u_{min} = 1\text{€}$  και

$$u_{max} = 4\text{€}$$





Εικόνα 18. Το κοινωνικό κόστος συναρτήσει του  $u_{min}$ , όταν  $R = 20$ ,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{max} = 4€$



Εικόνα 19. Το κοινωνικό κόστος συναρτήσει του  $u_{max}$ , όταν  $R = 20$ ,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{min} = 1€$

#### 4.2.2 Τα έσοδα του δημοπράτη

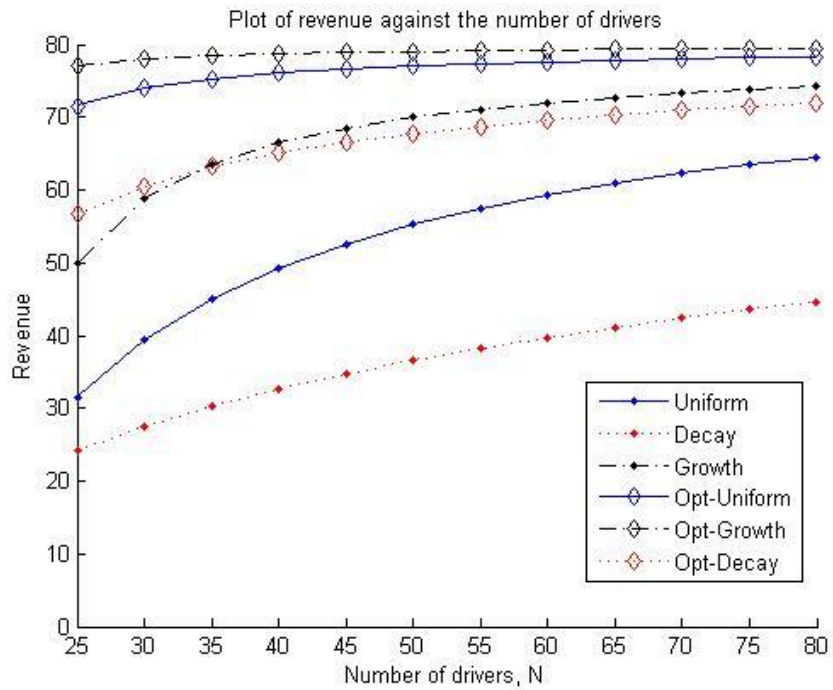
Σε αντιστοιχία με την περίπτωση δημοπράτησης μιας μοναδικής θέσης στάθμευσης, το κοινωνικό κόστος συντίθεται από το συνολικό ποσό που καταβάλουν οι νικητές της δημοπρασίας αλλά και το συνολικό ποσό χρέωσης των οδηγών που καταλήγουν στην ακριβότερη επιλογή στάθμευσης (ιδιωτικός χώρος). Με δεδομένο ότι στα σενάρια που εξετάσαμε, όλες οι υπό δημοπρασία θέσεις στάθμευσης πωλούνται (ακόμα και στην περίπτωση εφαρμογής βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασίας), το δεύτερο ποσό είναι σταθερό και ίσο με το γινόμενο του πλήθους  $N-R$  των οδηγών που δεν καταφέρνουν να αποκτήσουν δημόσια θέση στάθμευσης και του σταθερού ποσού χρέωσης για δέσμευση και χρήση ιδιωτικού χώρου στάθμευσης,  $u_{max}$ . Επομένως, τελικά η μορφή της καμπύλης του κοινωνικού κόστους, όπως συζητήθηκε στην Ενότητα 4.2.1, προσδιορίζεται από τον μεταβλητό παράγοντα του ποσού που συγκεντρώνει ο δημοπράτης.

Στις Εικόνες 20, 21, 22 απομονώνουμε από το κοινωνικό κόστος τα έσοδα που προκύπτουν για τον δημοπράτη. Συγκεκριμένα, ο υπολογισμός των εσόδων έγινε σύμφωνα με τις αναλυτικές εκφράσεις 3.2.12 – 3.2.14. Όπως παρατηρούμε, αύξηση του ανταγωνισμού μέσα από την αύξηση του πλήθους των οδηγών (βλ. Εικόνα 20) αλλά και επιλογή περισσότερο επιθετικής πολιτικής χρέωσης, αυξάνοντας τις τιμές των  $u_{min}$  και  $u_{max}$ , (βλ. Εικόνες 21, 22), συνεπάγονται αύξηση της αναμενόμενης τιμής της μέγιστης προσφοράς σε κάθε φάση της δημοπρασίας και τελικά αύξηση των εσόδων του δημοπράτη.

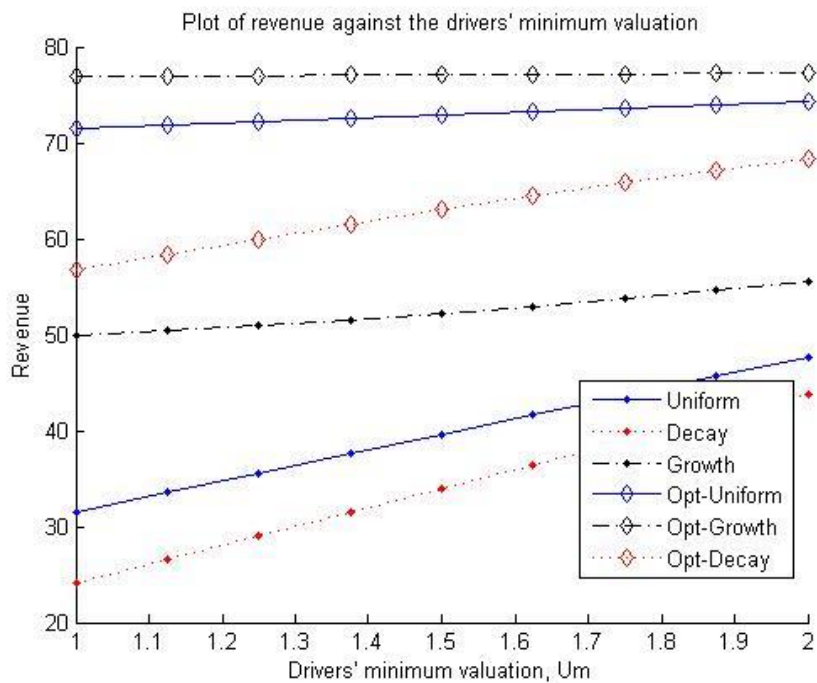
Επίσης, κατά αντιστοιχία με το κοινωνικό κόστος, τα έσοδα όταν οι αξίες ακολουθούν τις τρεις κατανομές, ικανοποιούν τη διάταξη  $R_{growth} \geq R_{uniform} \geq R_{decay}$  [4].

Τέλος, αντίθετα με την περίπτωση δημοπράτησης μιας μοναδικής θέσης στάθμευσης, η εφαρμογή βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασίας καταφέρνει αύξηση των εσόδων. Συγκεκριμένα, χαμηλά επίπεδα ανταγωνιστικότητας όπως διαμορφώνονται είτε μέσα από την – uniform ή doubly-truncated decay – κατανομή των αξιών είτε μέσα από το – χαμηλό – πλήθος των υποψηφίων ανταγωνιστών, αφήνουν περιθώρια στους βέλτιστους μηχανισμούς να λειτουργήσουν ευεργετικά για τον δημοπράτη “παρασύροντας” τις προσφορές των υποψηφίων αγοραστών σε υψηλότερα επίπεδα τιμών. Στην ίδια λογική, όσο περισσότερο διευρυμένο είναι το διάστημα των τιμών χρέωσης  $[u_{min}, u_{max}]$ , τόσο περισσότερο διευκολύνεται η αύξηση των εσόδων μέσω των βέλτιστων μηχανισμών δημοπρασίας.

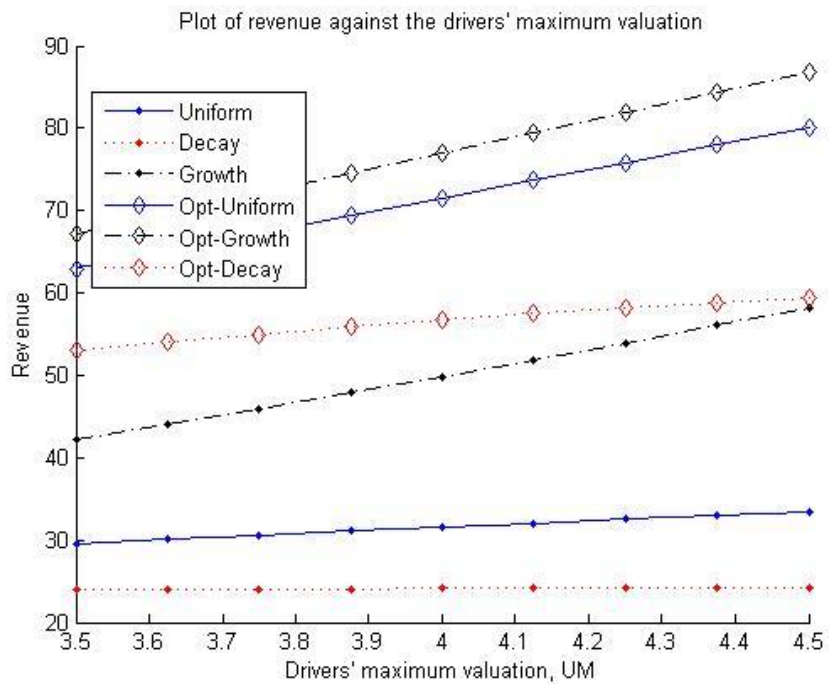
Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών



Εικόνα 20. Τα έσοδα συναρτήσει του πλήθους των οδηγών, όταν  $R = 20$ ,  $u_{min} = 1\text{€}$  και  $u_{max} = 4\text{€}$



Εικόνα 21. Τα έσοδα συναρτήσει του  $u_{min}$ , όταν  $R = 20$ ,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{max} = 4\text{€}$



Εικόνα 22. Τα έσοδα συναρτήσει του  $u_{max}$ , όταν  $R = 20$ ,  $N = 25$  οδηγοί και  $u_{min} = 1€$

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε αυτήν την εργασία παρουσιάζουμε θέματα που αφορούν στην εφαρμογή αρχών και αποτελεσμάτων της Θεωρίας Δημοπρασιών σε ανταγωνιστικά περιβάλλοντα επιλογής κατανομημένων πόρων σε αστικό χώρο. Συγκεκριμένα, παραθέτουμε μία εκτενή διερεύνηση βιβλιογραφικών αναφορών σχετικά με τους κυριότερους μηχανισμούς δημοπρασιών [1] [35] και μελετούμε την εφαρμογή τους στη διαχείριση χώρων στάθμευσης με περιορισμένη χωρητικότητα. Αξιοποιώντας θεμελιώδεις θεωρητικές μελέτες παρουσιάζουμε αποτελέσματα σχετικά με την αποδοτικότητα των δημοπρασιών πρώτης και δεύτερης τιμής για την πώληση μίας θέσης στάθμευσης αλλά και των δημοπρασιών Vickrey, ενιαίας και διακριτής τιμής για την πώληση πολλαπλών θέσεων στάθμευσης. Η αποδοτικότητα αφορά τόσο στο συνεπαγόμενο κοινωνικό κόστος όσο και στα έσοδα που αποδίδονται στο δημοπράτη. Σε μία προσπάθεια διερεύνησης των συνθηκών που μπορούν να οδηγήσουν σε μεγιστοποίηση των εσόδων, εξετάζουμε την εφαρμογή μιας ιδιαίτερης κατηγορίας μηχανισμών δημοπρασιών γνωστών ως βέλτιστες δημοπρασίες. Συνοψίζοντας τα αποτελέσματα από την αναλυτική μελέτη, οι βέλτιστοι μηχανισμοί δημοπρασιών αποδίδουν περισσότερο όταν δημοπρατούνται πολλαπλές θέσεις στάθμευσης και επιπλέον στη δημοπρασία συμμετέχει ένας περιορισμένος αριθμός μετριοπαθών ενδιαφερομένων οι οποίοι, επί της αρχής, αξιολογούν τις θέσεις στάθμευσης που δημοπρατούνται επιλέγοντας τιμή προσφοράς μέσα από ένα διευρυμένο διάστημα τιμών/αξιών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ**

<b>Ξενόγλωσσος όρος</b>	<b>Ελληνικός Όρος</b>
Revenue	Έσοδα
Social welfare	Κοινωνική ευημερία
On street parking space	Δημόσιοι χώροι στάθμευσης
Social cost	Συνολικό ποσό
Optimal auctions	Βέλτιστοι μηχανισμοί δημοπρασιών
Equilibrium	Ισορροπία του συστήματος/παιγνίου
Bid	Προσφορά
Valuation	Αξία
Full support	Πλήρης υποστήριξη
Payment rule	Κανόνας πληρωμών
Allocation rule	Κανόνας ανάθεσης
English auction	Αγγλική δημοπρασία
Dutch auction	Ολλανδική δημοπρασία
Dominant strategy	Κυρίαρχη στρατηγική
Revenue Equivalence Theorem	Θεώρημα Ισοδυναμίας Εσόδων
Risk neutral	Ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο
Sequential auction	Διαδοχική δημοπρασία
Single-object demand auctions	Δημοπρασίες ζήτησης ενός αντικειμένου
Combinatorial auctions	Συνδυαστικών δημοπρασιών
Homogeneous	Ομοιογενής
Heterogeneous	Ετερογενής
Independent	Ανεξάρτητα
Substitutes	Υποκατάστατα
Divisible	Διαιρετά
Non-divisible	Αδιαίρετα
Discriminatory-price auction	Δημοπρασία διακριτής τιμής
Uniform-price auction	Δημοπρασία ενιαίας τιμής
Market-clearing price	Τιμή εκκαθάρισης της αγοράς
Weakly dominant strategy	Ασθενώς κυρίαρχη στρατηγική
Divisible goods	Διαιρούμενων αγαθών
Outcome	Αποτέλεσμα
Revelation Principle Theorem	Θεώρημα της αρχής της αποκάλυψης
Incentive compatible mechanism	Συμβατότητα κινήτρων
Non-decreasing	Μη φθίνουσα
Individually rational	Ατομικώς ορθολογικός
Expected revenue	Αναμενόμενα έσοδα
Independent and identically distributed valuations	Ανεξάρτητες και ταυτόσημες κατανομημένες αξίες
Reserve price	Ελάχιστη αποδεκτή χρέωση
Independent Private Value	Ιδιωτική/προσωπική πληροφορία
Asymmetric auctions	Μη συμμετρικές δημοπρασίες
Virtual valuation	Εικονική αξία
Virtual bid	Εικονική προσφορά
Mechanism design	Σχεδιασμός μηχανισμού
Sequential optimal single-unit auctions	Διαδοχικές βέλτιστες δημοπρασίες ενός αντικειμένου
Bidding strategy	Στρατηγική προσφοράς

Order statistics	Συναρτήσεις διατεταγμένων παρατηρήσεων
Marginal distribution	Περιθωριακή κατανομή
Moments of order statistics	Ροπές των order statistics
Stochastic ordering	Στοχαστικές διατάξεις
Tail probability	Πιθανότητα ουράς
Log-concave sequence	Λογαριθμική κοίλη ακολουθία
Vehicle-to-vehicle	Επικοινωνία μεταξύ οχημάτων
Physically identical goods	Ταυτόσημα αγαθά
Efficient	Αποτελεσματικός

### **ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ - ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ - ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ**

VCG	Vickrey-Clark-Groves
IID	Independent and identically distributed
IPV	Independent Private Value
V2V	Vehicle-to-Vehicle
UPA	Uniform Price Auction
VA	Vickrey Auction
DPA	Discriminatory Price auction



## ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΙΣΜΩΝ

<b>Ξενόγλωσσος όρος</b>	<b>Σελίδα Ορισμού</b>
Social cost	13
Optimal auctions	15
Equilibrium	15
Valuation	16
Payment rule	16
Allocation rule	16
English auction	17
Dutch auction	17
Dominant strategy	19
Revenue Equivalence Theorem	21
Risk neutral	21
Sequential auction	22
Single-object demand auctions	23
Combinatorial auctions	23
Divisible	23
Non-divisible	23
Discriminatory-price auction	23
Uniform-price auction	23
Market-clearing price	28
Weakly dominant strategy	30
Revelation Principle Theorem	33
Incentive compatible mechanism	33
Individually rational	33
Reserve price	34
Asymmetric auctions	35
Stochastic ordering	39

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] G. Hardin, "The Tragedy of the Commons", *Science*, 162, 1243-1248, 1968.
- [2] I. Koutsopoulos and G. Iosifidis, "Auction Mechanisms for Network Resource Allocation", *Proceedings of Workshop on Resource Allocation in Wireless Networks (RAWNET)*, (in WiOpt), Avignon, France, 2010 (invited paper).
- [3] G. Iosifidis, and I. Koutsopoulos, "Challenges in Auction Theory Driven Spectrum Management", *IEEE Communications Magazine*, Vol. 49, No. 8 Aug. 2011.
- [4] E. Kokolaki, M. Karaliopoulos and I. Stavrakakis, "Trading public parking space", *IEEE WoWMoM workshop on Smart Vehicles*, Sydney, Australia, June 16-19, 2014.
- [5] E. Kokolaki, M. Karaliopoulos, and I. Stavrakakis, "Leveraging Information in Parking Assistance Systems," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 62(9), pp. 4309-4317, November 2013.
- [6] E. Koutsopoulos and C. H. Papadimitriou, "Worst-case equilibria," *Computer Science Review*, vol. 3, no. 2, pp. 65–69, 2009..
- [7] V. Krishna, *Auction Theory*, 2nd ed., Academic Press, 2010.
- [8] Y. Shoham και K. Leyton-Brown, "Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations", Cambridge: Krishna, V., 2009-2010.
- [9] F. Branco, "Multiple unit auctions of an indivisible good", Universidade Católica Portuguesa, FCEE, Palma de Cima, P-1600 Lisboa, PORTUGAL, and Banco de Portugal, Av. Almirante Reis 71, P-1100 Lisboa, PORTUGAL, May 9, 1994; revised version May 31, 1995.
- [10] G. Iosifidis, C. Anil, A. Tansu και I. Koutsopoulos, "Incentive Mechanisms for Hierarchical Spectrum", *NetGCoop*, Avignon, France, 2012.
- [11] S. H. Chun και R. J. La, Auction Mechanism for Spectrum Allocation and Profit Sharing, in *Proc. of GameNets*, pp. 498-507, 2009.
- [12] Pinsker, I. Sh, V. Kipnis και E. Grechanovsky, A recursive formula for the probability of occurrence of at least m out of N events. *Amer. Statist.* 40, 275-276, 1986.
- [13] B. C. Arnold, N. Balakrishnan και H. N. Nagaraja, "A First Course in Order Statistics", John Wiley & Sons, New York, 1992.
- [14] H. N. Nagaraja, "Order statistics from discrete distributions (with discussion)". *Statistics* 23, 189-216, 1992.
- [15] H. N. Nagaraja, "A note on conditional Markov property of discrete order statistics", *J. Statist. Plan. Infer.* 13, 37-43, 1986.
- [16] H. N. Nagaraja, "Structure of discrete order statistics. *J. Statist. Plan. Infer.* 13, 165-177, 1986.
- [17] L. Rtschendorf, Two remarks on order statistics. *J. Statist. Plan. Infer.* 11, 71-74, 1985.
- [18] B. C. Arnold and J. A. Villasefior, "Lorenz ordering of order statistics and record

values", 1998.

- [19] P. J. Boland, M. Shaked and J. G. Shanthikumar "Stochastic ordering of order statistics", 1998.
- [20] K. Balasubramanian and N. Balakrishnan, "A log-concavity property of probability of occurrence of exactly  $r$  arbitrary events", *Statist. Prob. Lett.* 16, 249-251, 1993.
- [21] J. Simićević και N. Milosavljević, PARKING SEARCH PROBLEM, University of Belgrade, Faculty of Transport and Traffic Engineering, Belgrade, Serbia.
- [22] S. Mathur, T. Jin, N. Kasturirangan, J. Chandrasekaran, W. Xue, M. Gruteser, and W. Trappe, "Parknet: Drive-by sensing of road-side parking statistics", in *Proc. 8th ACM MobiSys*, San Fran., USA, 2010.
- [23] SFpark: parking system for San Francisco, available online in <http://sfpark.org/>.
- [24] Parking Defenders mobile application, available online in <http://www.parkingd.com>.
- [25] H. Wang and W. He, "A reservation-based smart parking system," in *Proc. 5th Inter. Workshop on Cyber-Physical Networking Systems (colocated with IEEE INFOCOM)*, April 2011.
- [26] M. Caliskan, D. Graupner, and M. Mauve, "Decentralized discovery of free parking places", in *Proc. 3rd VANET (in conjunction with ACM MobiCom)*, USA, 2006.
- [27] E. Kokolaki, M. Karaliopoulos, G. Kollias, M. Papadaki και I. Stavrakakis, Vulnerability of Opportunistic Parking Assistance Systems to Vehicular Node Selfishness, *Computer Communications*, Elsevier, vol. 48, pp. 159-170, July 2014.
- [28] E. Kokolaki, M. Karaliopoulos, and I. Stavrakakis, "Opportunistically assisted parking service discovery: Now it helps, now it does not", *Pervasive and Mobile Computing*, vol. 8, no. 2, 2012.
- [29] «ParkingAuction», [Online]. Available: <https://twitter.com/ParkingAuction>. [Accessed 10 10 2014]».
- [30] «Monkey Parking», [Online]. Available: <http://monkeyparking.strikingly.com/>. [Accessed 10 10 2014]».
- [31] N. Balakrishnan and C. R. E. Rao, "Order Statistics: Theory and Methods", *Handbook of Statistics*, vol. 16, Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 1998.
- [32] W. Vickrey, "Auctions and bidding games," in *Recent Advances in Game Theory*. Princeton University Press, 1962.
- [33] <http://www.cityofathens.gr/en/city-athens-municipal-parking-system-0>.
- [34] P. Joshi, "A note on the moments of order statistics from doubly truncated exponential distribution", *Annals Inst. Statist.Math.*, vol. 31, pp. 321–324, 1979.
- [35] W. Vickrey, (1961), Counterspeculation, auctions, and competitive sealed tenders. *The Journal of Finance*, 16(1), 8–37, 1961.
- [36] R. B. Myerson, "Optimal Auction Design," *Mathematics of Operations Research*, vol. 6, 1981, pp. 58–73.
- [37] <http://mathworld.wolfram.com/HazardFunction.html>.

Εφαρμογή μηχανισμών δημοπρασιών για την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων μεταφορών

[38] Vickrey, W. (1961). Counters peculation, auctions, and competitive sealed tenders. *The Journal of Finance*, 16(1), 8–37, 1961.