ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

Δ Ι Π Λ Ω Μ Α Τ Ι Κ Η   Ε Ρ Γ Α Σ Ι Α

ΨΗΦΙΑΚΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ. ΑΦΑΙΡΕΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΚΑΙ ΧΩΡΙΚΗ ΑΝΤΙΛΗΨΗ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ΤΟΥ ΠΑΙΧΝΙΔΙΟΥ “THE SIMS”

ΝΙΚΗ ΜΟΥΤΑΦΗ

Α.Μ. 201417

Επιβλέπων Συμβουλευτικής Επιτροπής

ΨΥΧΑΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ   ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Αθήνα

Ιανουάριος 2017

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 13η Ιανουαρίου 2017 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Γ. Ψυχάρη (Επιβλέπων)	Επικ. Καθηγητή
▪ Π. Κυνηγό	Καθηγητή
▪ Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτικής Επιτροπής** αποτελούμενης από τους:

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Γ. Ψυχάρη (Επιβλέπων)	Επικ. Καθηγητή
▪ Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια
▪ Μ. Πιττάλη	Εξωτ. Συνεργάτη

Ευχαριστώ θερμά

τον Επιβλέποντα Καθηγητή

κύριο Γιώργο Ψυχάρη

για την καθοδήγηση και τη συμπαράσταση.

La filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l' Universo'), ma non si può intendere, se prima non il sapere a intender la lingua, e conoscer i caratteri ne quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto.

Η ουσία του κόσμου είναι γραμμένη σε αυτό το μεγάλο βιβλίο (και εννοώ το σύμπαν) το οποίο είναι συνεχώς ανοιχτό μπροστά στα μάτια μας και δεν μπορεί να γίνει κατανοητό εκτός αν κάποιος πρώτα κατανοήσει τη γλώσσα στην οποία είναι γραμμένο. Είναι γραμμένο στη γλώσσα των μαθηματικών και οι χαρακτήρες του είναι τρίγωνα, κύκλοι και άλλα γεωμετρικά σχήματα, χωρίς τα οποία είναι ανθρωπίνως αδύνατο να κατανοήσουμε έστω και μία λέξη από αυτό. Χωρίς αυτά κάποιος περιπλανιέται σε ένα σκοτεινό λαβύρινθο.

Il Saggiatore (Ο δοκιμαστής)
Galileo Galilei (1623)

Περιεχόμενα

Περίληψη

Με την παρούσα ερευνητική εργασία επιχειρούμε να προσεγγίσουμε τις πιθανές συνδέσεις ανάμεσα στα μαθηματικά και τα ψηφιακά παιχνίδια. Μέσα από την ανασκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας αναλύεται η σχέση ανάμεσα στα ψηφιακά παιχνίδια και τις καλές πρακτικές μάθησης, ενώ περιγράφονται οι προσπάθειες ενσωμάτωσης των ψηφιακών παιχνιδιών στην εκπαίδευση και ειδικότερα στα μαθηματικά, από την εμφάνισή τους ως τις μέρες μας. Μέσα από μια μελέτη περίπτωσης διερευνούμε τους τρόπους με τους οποίους το περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού, όπως αυτό του *The Sims,* επιδρά στο χωρικό συλλογισμό καθώς και στην κατασκευή μαθηματικών νοημάτων στο πλαίσιο ενός ρεαλιστικού προβλήματος προερχόμενου από τον χώρο εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, μέσα από την εμπλοκή μιας μαθήτριας και ενός μαθητή διαφορετικών τάξεων και ηλικιών σε μια δραστηριότητα εμπνευσμένη από το πρόγραμμα Mascil μελετούμε την πορεία νοηματοδότησης που ακολουθούν οι μαθητές καθώς διερευνούν την κατασκευή ενός χώρου στάθμευσης οχημάτων στο προσομοιωτικό περιβάλλον του *The Sims*. Στην περίπτωση της μικρότερης σε ηλικία μαθήτριας η γένεση μιας αφαίρεσης έρχεται ως αποτέλεσμα της ανάγκης εύρεσης μιας λύσης που να ανταποκρίνεται στα δεδομένα του προβλήματος. Στην περίπτωση του μεγαλύτερης ηλικίας μαθητή εξετάζεται η εφαρμογή των γνώσεων από τα μαθηματικά του σχολείου στο πλαίσιο μιας ρεαλιστικής δραστηριότητας.

Λέξεις κλειδιά: Ψηφιακά παιχνίδια, Ρεαλιστικά μαθηματικά προβλήματα, Χώρος εργασίας, Προσομοίωση, Αφαιρετικές διαδικασίες, Mascil, The Sims

Abstract

The aim of the present study is to investigate the possible connections between mathematics and digital games. Through a review of the existing literature we analyze the relations between digital games and good learning practices. We also describe the attempts that were made during the past years in order to integrate digital games in education, especially in mathematics. Finally, through a case study with two students (12 and 14 year old respectively), we explore the ways in which a digital game environment (i.e. *The Sims*) affects their spatial reasoning as well as their construction of mathematical meanings when they engaged in exploring a realistic problem related to a workplace context. The problem was inspired by the *Mascil* program that aimed to connect inquiry-based learning and the world of work. We explore students' meaning generation as they explore their own construction of an open parking garage in the simulating environment of *The Sims*. In the case of the younger student the genesis of an abstraction comes as a result of the need to find a solution which corresponds to the data of the problem. In the case of the older student we examine the implementation of school mathematics within a specific context.

Key words: Digital games, Realistic mathematical problems, Simulations, Abstraction, Mascil, The Sims

Εισαγωγή

Διανύουμε τις πρώτες δεκαετίες μιας νέας εποχής όπου, αναμφίβολα, έχουν συντελεστεί ριζικές αλλαγές σε σχέση με το παρελθόν. Η θεωρία συστημάτων, η τεχνητή νοημοσύνη, η επιστήμη των υπολογιστών είναι τα πεδία που σχηματοποίησαν αυτό που θα χαρακτηρίζαμε ως «επανάσταση της πληροφορίας» (Zimmerman, 2014). Μέσα σε αυτήν τη νέα πραγματικότητα, καινούριες συνήθειες έχουν ενταχθεί στην καθημερινότητα όλων, αλλάζοντας τον τρόπο που οι άνθρωποι μαθαίνουν, εργάζονται, διασκεδάζουν, επικοινωνούν και παρουσιάζονται στον κοινωνικό τους περίγυρο (Dalla Vecchia, Maltempi και Borba, 2015). Οι νεότερες γενιές, εκ φύσεως δεκτικές στην καινοτομία και την πρόοδο, ενσωματώνουν εύκολα στη ζωή τους τα νεοφανή τεχνολογικά επιτεύγματα. Τα ψηφιακά παιχνίδια είναι ένα καλό παράδειγμα που περιγράφει αυτήν ακριβώς την κατάσταση. Αποτελούν, πλέον, την επικρατέστερη μορφή διασκέδασης των νέων και το γεγονός αυτό έχει κινήσει το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας (Hsiao, 2009; Francis, 2006). Ιδιαίτερη αξία φαίνεται να έχει για τους ερευνητές η μελέτη των αποτελεσμάτων της χρήσης των ψηφιακών εργαλείων στην ανθρώπινη συμπεριφορά και ειδικά στη μάθηση (Banks και Potts, 2010).

Η προσοχή εστιάζεται καταρχάς στο αν και κατά πόσον οι μαθητές της ψηφιακής εποχής παρουσιάζουν κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που τους διαφοροποιούν από τις προηγούμενες γενιές, με αρκετούς ερευνητές να υποστηρίζουν σθεναρά ότι τα τελευταία χρόνια έχει συντελεστεί μια ριζική αλλαγή. Σύμφωνα με τον Marc Persky (2001) βιώνουμε αυτή τη στιγμή μια πραγματικά μεγάλη ασυνέχεια σε σχέση με ό,τι γινόταν στο παρελθόν, όπου παρατηρούσαμε μια σταδιακή διαφοροποίηση από γενιά σε γενιά. Ο ίδιος, προσπαθώντας να τονίσει ακριβώς αυτήν την ασυνέχεια, υιοθετεί έναν σαφή διαχωρισμό: Χαρακτηρίζει τους σημερινούς μαθητές ως *ψηφιακούς αυτόχθονες* (*digital natives)* σε αντίθεση με τους υπολοίπους που γεννήθηκαν πριν την έλευση της ψηφιακής εποχής, οι οποίοι είναι και θα είναι πάντα *ψηφιακοί μετανάστες* (*digital immigrants*).

Αντιστοίχως η Gros (2007) παρατηρεί ότι οι σημερινοί μαθητές πιθανόν να έχουν αναπτύξει νέους τρόπους μάθησης εξαιτίας της επαφής τους με την τεχνολογία και δεν είναι ικανοποιημένοι με το να λαμβάνουν απλώς οδηγίες. Προτιμούν να μαθαίνουν θέτοντας ερωτήματα, ανακαλύπτοντας, κατασκευάζοντας, αλληλεπιδρώντας και διασκεδάζοντας. Αναφερόμαστε, επομένως, σε ανθρώπους που έχουν εκτεθεί σε διαφορετικές εμπειρίες, οι οποίες αντανακλώνται και διαμορφώνουν τον τρόπο σκέψης τους (Jorgensen και Lowrie, 2012).

Τι θα μπορούσε να σημαίνει όμως μια τέτοια διαφοροποίηση για την εκπαίδευση; Ο Papert (1993) στο βιβλίο του “The Children’s machine: Rethinking School in the age of the computer” ξεκινάει με μια παραβολή: Μας καλεί να φανταστούμε μια ομάδα εκπαιδευτικών και μια ομάδα χειρουργών που καταφθάνουν από το παρελθόν ταξιδεύοντας στο χρόνο για να παρατηρήσουν πόσο έχουν αλλάξει τα πράγματα στο επάγγελμά τους. Οι χειρουργοί εισερχόμενοι σε μια σύγχρονη χειρουργική αίθουσα καταλαβαίνουν ελάχιστα από όσα διαδραματίζονται ενώ τους είναι εντελώς άγνωστες οι τεχνικές και τα εργαλεία που χρησιμοποιούν οι συνάδελφοί τους από το μέλλον. Οι εκπαιδευτικοί θα έβλεπαν ίσως κάποιες μικροδιαφορές, αλλά καμιά ουσιαστική αλλαγή σε σχέση με τη δική τους εποχή. Ο Papert καταλήγει στο ερώτημα: «Γιατί μέσα σε μια περίοδο όπου η ανθρώπινη δραστηριότητα γνωρίζει μια επανάσταση δεν φαίνεται αντίστοιχη αλλαγή στον τρόπο που βοηθούμε τα παιδιά να μάθουν;».

Πέρα από αυτές τις θεωρήσεις που αφορούν γενικά την εκπαίδευση στη νέα ψηφιακή εποχή, ένα μεγάλο μέρος της έρευνας εστιάζει στη σχέση των ψηφιακών παιχνιδιών με τη μάθηση. Σε ένα πρώτο επίπεδο διερευνάται το τι μπορεί να μαθαίνει –αν μαθαίνει κάτι τελικά– ένα παιδί παίζοντας ένα ψηφιακό παιχνίδι. Σε δεύτερο επίπεδο τίθεται ο προβληματισμός σε σχέση με τα εκπαιδευτικά ψηφιακά παιχνίδια και την αποτελεσματικότητά τους, ενώ σε τρίτο ερευνώνται οι δυνατότητες της χρήσης του περιβάλλοντος ενός ψηφιακού παιχνιδιού στην εκπαίδευση μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες.

Ειδικότερα για τα μαθηματικά αντιλαμβανόμαστε εύκολα ότι διαμορφώνεται ένα ευρύ πεδίο μελέτης σε όλα τα επίπεδα αυτά. Πώς επιδρά η ενασχόληση με τα ψηφιακά παιχνίδια και γενικότερα με την τεχνολογία στην ανάπτυξη των μαθηματικών ικανοτήτων των παιδιών; Μπορούμε να πούμε ότι έχουμε πλέον στα χέρια μας ισχυρά ψηφιακά εργαλεία μάθησης που θα βοηθήσουν τη δύσκολη προσπάθεια απόκτησης μαθηματικών γνώσεων και τη διαμόρφωση μαθηματικού τρόπου σκέψης; Ο Noss (1988) αρκετά χρόνια πριν, όταν ακόμη η επιστήμη των υπολογιστών βρισκόταν στα σπάργανα, θέλοντας να τονίσει τη δύναμη του νέου μέσου είχε πει τα εξής:

> Υπάρχει ένα πολιτισμικό κενό ανάμεσα στα μαθηματικά που τα παιδιά χρησιμοποιούν ως μέρος της καθημερινής εμπειρίας τους και στα μαθηματικά που μαθαίνουν στο σχολείο· η θέση μου είναι ότι οι υπολογιστές έχουν (πιθανόν τη μοναδική) δυνατότητα να γεφυρώσουν αυτό το χάσμα.

Αυτό ακριβώς είναι και το σημείο εστίασης της παρούσας εργασίας. Θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε βασικές πτυχές της έρευνας που σχετίζει τη μάθηση και τα μαθηματικά με την ψηφιακή τεχνολογία και τα παιχνίδια. Παράλληλα, μέσα από μελέτη περίπτωσης, θα επιχειρήσουμε να προσεγγίσουμε τους τρόπους με τους οποίους το περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού επιδρά στις διαδικασίες μάθησης διευκολύνοντας, πιθανόν, κάποιες αφαιρετικές διαδικασίες και τη χωρική αντίληψη. Αποσκοπούμε στο να προσεγγίσουμε ένα θέμα που βρίσκεται στο κέντρο της σύγχρονης προβληματικής, επιδιώκοντας να κατανοήσουμε τις αλλαγές που έχουν ήδη συντελεστεί και που βιώνουμε ως άνθρωποι και ως κοινωνίες. Σκοπεύουμε, ταυτόχρονα, να διερευνήσουμε τις δυνατότητες αξιοποίησης των ψηφιακών παιχνιδιών στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Αναλυτικότερα, στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται επισκόπηση της βιβλιογραφίας που υπάρχει και συνδέει τα ψηφιακά παιχνίδια, τη μάθηση και τα μαθηματικά. Επιπλέον πραγματοποιείται μια αναδρομή στη χρήση των ψηφιακών παιχνιδιών στην εκπαίδευση, με ιδιαίτερη αναφορά στο παιχνίδι *The Sims* που αποτελεί και το ψηφιακό εργαλείο στην ερευνητική μας προσπάθεια. Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύεται το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο στηρίζεται το παρόν εγχείρημα. Πιο συγκεκριμένα περιγράφονται οι βασικές αρχές του Κονστραξιονισμού (Constructionism), της Ρεαλιστικής Εκπαίδευσης στα Μαθηματικά (Realistic Mathematics Education – RME) και της Αφαίρεσης εντός Πλαισίου (Abstraction in Context – AiC). Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται ο σκοπός, τα ερευνητικά ερωτήματα, οι συμμετέχοντες και γίνεται ανάλυση του ρεαλιστικού προβλήματος το οποίο αυτοί θα κληθούν να επιλύσουν με τη βοήθεια του περιβάλλοντος του ψηφιακού παιχνιδιού *The Sims*. Τέλος, στο τέταρτο και πέμπτο κεφάλαιο αντίστοιχα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα και διατυπώνονται τα συμπεράσματα της παρούσας ερευνητικής εργασίας.

Κεφάλαιο 1ο
Επισκόπηση βιβλιογραφίας

1.1 Από το παιχνίδι, στα ψηφιακά παιχνίδια

Το παιχνίδι είναι μια προσωπική και κοινωνική δραστηριότητα, τόσο παλιά όσο και ο άνθρωπος. Πρόκειται για αναπόσπαστο κομμάτι της ίδιας της φύσης μας, που ακολουθεί την πορεία της ζωής ενός ατόμου και προσαρμόζεται στις επιθυμίες και τις ανάγκες του. Τι σημαίνει όμως παιχνίδι; Για τους Dockett και Perry (2010) υπάρχουν πολλοί ορισμοί, καθένας από τους οποίους αντανακλά διαφορετικές απόψεις για τη μάθηση και την ανάπτυξη. Ο Huizinga (1944) επιχειρώντας να εξηγήσει και να αξιολογήσει την ιστορική αξία του παιχνιδιού ως κοινωνική δραστηριότητα και στοιχείο πολιτισμού, διατυπώνει τον ακόλουθο ορισμό:

> Το παιχνίδι είναι μια δραστηριότητα ή απασχόληση που πραγματοποιείται εθελοντικά και ολοκληρώνεται μέσα σε καθορισμένα όρια χρόνου και τόπου, σύμφωνα με κανόνες που οι παίκτες είναι ελεύθεροι να τους αποδεχτούν, αλλά είναι δεσμευτικοί, έχει έναν ενδογενή στόχο και συνοδεύεται από μια αίσθηση έντασης, χαράς και συνειδητοποίησης ότι είναι «διαφορετικό» από την «πραγματική ζωή».

Δίνοντας μια διαφορετική διάσταση η McLane (2003) αναφέρει ότι: «Το παιχνίδι είναι μια συγκεκριμένη στάση ή προσέγγιση απέναντι σε κάποια υλικά, δραστηριότητες ή ιδέες και δεν είναι τα ίδια τα υλικά ή οι δραστηριότητες ή οι ιδέες· το παιχνίδι είναι μια ειδική κατάσταση σκέψης και πράξης». Δεν είναι, επομένως, τα υλικά ή οι δραστηριότητες που προσδιορίζουν αν κάτι είναι παιχνίδι ή όχι, αλλά οι ίδιοι οι παίκτες.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, η εξάσκηση στη λήψη αποφάσεων, οι μη τετριμμένες προσεγγίσεις, τα πολλαπλά πιθανά αποτελέσματα και η αναγνώριση της αρμοδιότητας των παικτών είναι για τους Dockett και Perry (2010) τα βασικά χαρακτηριστικά του παιχνιδιού. Αντιστοίχως ο νευροβιολόγος–ψυχολόγος Peter Gray[1] στον ορισμό του για το παιχνίδι διακρίνει τα εξής:

- Είναι καθοδηγούμενο και επιλεγόμενο από τους ίδιους τους παίκτες, οι οποίοι αποφασίζουν για τη μορφή, το περιεχόμενο αλλά και το χρόνο διάρκειας του παιχνιδιού.

[1] http://www.journalofplay.org/sites/www.journalofplay.org/files/pdf-articles/5-3-interview-play-as-preparation.pdf

- Διαθέτει εγγενές κίνητρο, με την έννοια ότι η διάθεση για παιχνίδι είναι προσωπική υπόθεση και δεν εξαρτάται από εξωτερικές ανταμοιβές, όπως η επιβράβευση από τους γονείς ή άλλους ενήλικες.
- Καθοδηγείται από κάποιους νοητικούς κανόνες, δηλαδή όλα εκείνα τα χαρακτηριστικά που θέτουν πλαίσιο και δομή στο παιχνίδι, αλλά, παράλληλα, αφήνουν χώρο για την έκφραση της δημιουργικότητας.
- Αναφέρεται στο φανταστικό, με την έννοια ότι οι παίκτες αντιλαμβάνονται το παιχνίδι ως κάτι που δεν έχει σχέση με την πραγματικότητα.
- Διεξάγεται σε μία κατάσταση όπου το μυαλό βρίσκεται σε εγρήγορση, χωρίς, όμως, να πιέζεται ιδιαίτερα.

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε την έμφαση που δίνεται από τους ερευνητές στον κεντρικό ρόλο του παίκτη, ο οποίος τελικά αποφασίζει τι σημαίνει παιχνίδι για τον ίδιο. Αναφερόμαστε, επομένως, σε μια δραστηριότητα που είναι συνυφασμένη με την ελευθερία της βούλησης και τη δυνατότητα επιλογής. Μια μορφή έκφρασης, μια πτυχή της φύσης μας σε αντιστοιχία, ίσως, με τη σύνθεση της μουσικής, την αφήγηση ιστοριών και τη δημιουργία εικόνων. Το παιχνίδι είναι πιθανόν το πρώτο σχεδιασμένο σύστημα αλληλεπίδρασης που «ανακάλυψε» το είδος μας και αποτελεί αναπόσπαστο μέρος του τι σημαίνει να είμαστε άνθρωποι (Zimmerman, 2014).

Εικόνα 1. Το παιχνίδι Spacewar1

Η ανάπτυξη της ψηφιακής τεχνολογίας έδωσε μια διαφορετική ώθηση σε αυτή την αρχαία ανθρώπινη συνήθεια. Η έλευση των ψηφιακών παιχνιδιών άλλαξε τα δεδομένα. Το πρώτο βήμα έγινε το 1962 με τη δημιουργία, στα εργαστήρια του MIT, του παιχνιδιού Spacewar1 (Εικόνα 1). Ακολούθησε μια αλματώδης εξέλιξη. Πλέον, μιλάμε για μια βιομηχανία με μεγέθη που συναγωνίζονται αυτά της βιομηχανίας του κινηματογράφου, υποσκελίζοντάς την σε κάποιες περιπτώσεις. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι παλαιότερα είχαμε τη δημιουργία παιχνιδιών που βασίζονταν σε επιτυχημένες ταινίες, ενώ στις μέρες μας γίνεται το αντίστροφο (Bossomaier, 2015).

Σύμφωνα με την Beavies (2015) ο όρος «ψηφιακά παιχνίδια» περιλαμβάνει τα βιντεοπαιχνίδια καθώς και τα παιχνίδια που παίζονται σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές

(PCs) ή κονσόλες αλλά και σε φορητές συσκευές όπως tablets, DS (Dual Screen portable game systems), PSP (Play Station Portables) και smartphones. Πρόκειται, επομένως, για ένα γενικό χαρακτηρισμό που περιγράφει παιχνίδια που χρησιμοποιούν τις διαθέσιμες συσκευές ψηφιακής τεχνολογίας, είτε αυτές έχουν κατασκευαστεί αποκλειστικά για αυτά είτε όχι.

Η Gros (2007) επιχειρεί να κατηγοριοποιήσει τα ψηφιακά παιχνίδια. Τα διαχωρίζει σε παιχνίδια δράσης, περιπέτειας, πολεμικά, ρόλων, στρατηγικής, προσομοιώσεις καθώς και παιχνίδια που έχουν ως θέμα τους κάποιο σπορ. Πάντως, η ίδια (2015) αναγνωρίζει ότι καθώς η τεχνολογία εξελίσσεται εμφανίζονται παιχνίδια που μπορούμε να πούμε ότι διαθέτουν πολύ πιο σύνθετα χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, η σειρά FIFA συνδυάζει τα σπορ και τη στρατηγική σε ένα περιβάλλον προσομοίωσης.

Αναφερόμαστε, επομένως, σε μια βιομηχανία όπου τα δεδομένα αλλάζουν με ιλιγγιώδεις ρυθμούς. Νέα προϊόντα προστίθενται συνεχώς και κάποια παλιότερα θεωρούνται ήδη παρωχημένα. Κατά συνέπεια κάθε προσπάθεια οργάνωσης και κατηγοριοποίησης των ψηφιακών παιχνιδιών ανάλογα με τα χαρακτηριστικά, το περιεχόμενο ή το είδος τους θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ως καταγραφή της πραγματικότητας της δεδομένης στιγμής.

1.2 Ψηφιακά παιχνίδια, μάθηση και εκπαίδευση

1.2.1 Ψηφιακά παιχνίδια και μάθηση

Οι περισσότεροι ερευνητές αναγνωρίζουν ως βασικά χαρακτηριστικά των ψηφιακών παιχνιδιών *το κίνητρο, την εμπλοκή και τη διασκέδαση* που προσφέρουν (Beavis, 2015; Gros, 2007; Gee, 2005; Van Eck, 2015). Το κίνητρο προκύπτει μέσα από τους στόχους που τίθενται, οι οποίοι διαμορφώνουν και τις συνθήκες εμπλοκής. Σύμφωνα με τον Gee (2005) για να είναι επιτυχημένο εμπορικά ένα ψηφιακό παιχνίδι θα πρέπει η ενασχόληση μαζί του να δίνει την αίσθηση του σχετικά δύσκολου αλλά ταυτόχρονα επιτεύξιμου στόχου. Ο ίδιος παραθέτει τις αρχές μάθησης που ενσωματώνουν τα «καλά» – όπως τα χαρακτηρίζει – ψηφιακά παιχνίδια.

Ταυτότητα (Identity): Δεν υπάρχει δυνατότητα βαθιάς κατανόησης παρά μόνο μέσα από μια ισχυρή δέσμευση. Η μάθηση καινούριας γνώσης, είτε αυτή αφορά τα μαθηματικά είτε την κατασκευή επίπλων, απαιτεί από το μαθητή να ενδυθεί μια νέα ταυτότητα: τη δέσμευση να δει, να αξιολογήσει τη δουλειά και τον κόσμο με τον τρόπο που το κάνουν οι καλοί μαθηματικοί ή αντιστοίχως οι καλοί κατασκευαστές επίπλων.

Τα καλά ψηφιακά παιχνίδια «αιχμαλωτίζουν» τους παίκτες μέσω της ταυτότητας. Οι παίκτες δεσμεύονται στον νέο ψηφιακό κόσμο μέσα στον οποίο ζουν, μαθαίνουν και δρουν, μέσω της δέσμευσής τους στη νέα τους ταυτότητα. Γιατί η ταυτότητα του να ασχολείται κάποιος με τις επιστήμες να είναι λιγότερο ελκυστική;

Αλληλεπίδραση (Interaction): Μέσα στο παιχνίδι υπάρχει μια συνεχής ανατροφοδότηση με νέα προβλήματα, ανάλογα με τις αποφάσεις και τις δράσεις του παίκτη.

Παραγωγή (Production): Οι παίκτες είναι παραγωγοί και όχι απλά καταναλωτές. Είναι «συγγραφείς» και όχι απλά «αναγνώστες». Ακόμα και στο πιο απλό επίπεδο οι παίκτες σχεδιάζουν το παιχνίδι μέσα από τις ενέργειές τους και τις αποφάσεις τους. Ένα παιχνίδι ανοιχτού τέλους (open–ended game) όπως το *Elder Scrolls III: Morrowind* είναι τελικά ένα διαφορετικό παιχνίδι για κάθε παίκτη. Σε ένα παιχνίδι όπως το *World of WarCraft* χιλιάδες άνθρωποι δημιουργούν μέσα από τις μοναδικές προσωπικές τους επιλογές, σε έναν κόσμο που μοιράζονται με πολλούς άλλους.

Ανάληψη Ρίσκου (Risk Taking): Στο περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού οι συνέπειες από πιθανή αποτυχία δεν είναι ιδιαίτερα σημαντικές. Πολλές φορές μάλιστα, πίσω από τις αποτυχημένες προσπάθειες κρύβονται ιδέες και στρατηγικές που ο παίκτης κρίνει απαραίτητο να δοκιμάσει προκειμένου να μπορέσει να αντιμετωπίσει αποτελεσματικά τις προκλήσεις του παιχνιδιού. Με αυτόν τον τρόπο ενθαρρύνεται να ρισκάρει, να εξερευνήσει, να αμφισβητήσει, να πειραματιστεί, χωρίς να ανησυχεί ιδιαίτερα για το τι θα συμβεί αν η ιδέα που είχε δεν φέρει τα αναμενόμενα αποτελέσματα (Calder, 2015). Κάθε αποτυχημένη προσπάθεια λειτουργεί περισσότερο ως κίνητρο και αφορμή ανάπτυξης χαρακτηριστικών όπως η ευελιξία και η προσαρμοστικότητα. Το «μικρό κόστος αποτυχίας», η οποία μάλιστα δεν είναι δημόσια, λειτουργεί ενθαρρυντικά για περεταίρω ενασχόληση με το παιχνίδι (Jorgensen και Lowrie, 2012).

Εξατομίκευση (Customization): Οι παίκτες συνήθως με τον ένα ή τον άλλο τρόπο προσαρμόζουν ένα παιχνίδι έτσι ώστε να ταιριάζει στο στυλ με το οποίο συνηθίζουν να παίζουν. Πολλά «καλά» παιχνίδια επιτρέπουν στους παίκτες να λύσουν προβλήματα με διαφορετικούς τρόπους.

Αυθεντία (Agency): Λόγω όλων των προηγούμενων αρχών οι παίκτες νιώθουν ότι μπορούν να παρέμβουν στο παιχνίδι και ότι διαθέτουν τον έλεγχο. Έχουν μια πραγματική αίσθηση αυθεντίας πάνω σε ό,τι κάνουν.

Καλώς Διατεταγμένα Προβλήματα (Well–Order Problems): Στα «καλά» ψηφιακά παιχνίδια τα προβλήματα με τα οποία έρχονται αρχικά αντιμέτωποι οι παίκτες είναι διατεταγμένα έτσι ώστε να τους βοηθούν να δομήσουν υποθέσεις που θα τους χρειαστούν αργότερα στην επίλυση δυσκολότερων προβλημάτων. Οι ικανότητες που αναπτύσσονται σε ένα επίπεδο να χρησιμοποιούνται και να επεκτείνονται σε επόμενα επίπεδα (Jorgensen και Lowrie, 2012).

Πρόκληση και Εμπέδωση (Challenge and Consolidation): Στο περιβάλλον ενός «καλού» ψηφιακού παιχνιδιού οι παίκτες επιλύουν απαιτητικά προβλήματα και εμπεδώνουν τις λύσεις στις οποίες κατέληξαν, εφαρμόζοντάς τες σε παρόμοιες καταστάσεις. Στη συνέχεια τροφοδοτούνται με ένα νέο σύνολο προβλημάτων που τους ωθεί να ξανασκεφτούν την γνώση που απέκτησαν και να μάθουν κάτι νέο, συνδυάζοντας πιθανώς την παλιά με τη νέα γνώση.

«Ακριβώς στην Ώρα» και «Κατ' Απαίτηση» ("Just in Time" and "On Demand"): Τα παιχνίδια δίνουν, τις περισσότερες φορές, πληροφορίες είτε ακριβώς «τη στιγμή που χρειάζεται» είτε τη στιγμή που οι παίκτες τις ζητούν.

Νοήματα Ενταγμένα σε Συγκεκριμένα Πλαίσια (Situated Meanings): Τα παιχνίδια διαμορφώνουν πλαίσια απόκτησης γνώσεων στις οποίες οι παίκτες δίνουν νόημα μέσα από συγκεκριμένες εμπειρίες, πράξεις, εικόνες.

Ευχάριστη Σύγχυση (Pleasantly Frustrating): Ο παίκτης καταλαβαίνει ότι βρίσκεται αντιμέτωπος με μια δοκιμασία την οποία δύναται να φέρει σε πέρας, χωρίς όμως να παύει να είναι απαιτητική. Αυτή η κατάσταση λειτουργεί ως κίνητρο.

Συστημικός Τρόπος Σκέψης (System Thinking): Τα παιχνίδια ενθαρρύνουν τους παίκτες να σκεφτούν, να κάνουν συσχετισμούς και αναλύσεις για το πώς, για παράδειγμα, κάθε ενέργειά τους μπορεί να επηρεάσει τις μελλοντικές τους ενέργειες.

Εξερεύνηση, Πλάγιος Τρόπος Σκέψης, Επαναπροσδιορισμός Στόχων (Explore, Think Laterally, Rethink Goals): Τα παιχνίδια ενθαρρύνουν τους παίκτες να εξερευνούν σε βάθος, να σκέφτονται πλαγίως και όχι μόνο γραμμικά, καθώς και να χρησιμοποιούν την εξερεύνηση και τον πλάγιο τρόπο σκέψης ακόμα και για τον επαναπροσδιορισμό των στόχων από καιρό σε καιρό.

Έξυπνα Εργαλεία και Κατανεμημένη Γνώση (Smart Tools and Distributed Knowledge): Οι εικονικοί χαρακτήρες έχουν συγκεκριμένες και διακριτές ικανότητες και γνώσεις τις οποίες «δανείζουν» στους παίκτες.

Συνεργαζόμενες Ομάδες (Cross–Functional Teams): Σε παιχνίδια όπως το *World of WarCraft* οι παίκτες συχνά δημιουργούν ομάδες συνεργασίας και ο καθένας συνεισφέρει το δικό του κομμάτι ειδίκευσης. Πρόκειται για την εφαρμογή μιας λογικής που είναι πολύ διαδεδομένη στους σύγχρονους χώρους εργασίας, αλλά όχι στο σχολείο. Επιπλέον, σε τέτοιες ομάδες, ο συνδετικός κρίκος μεταξύ των ανθρώπων δεν είναι η φυλή, η τάξη, η εθνικότητα ή το φύλο τους αλλά η κοινή προσπάθεια.

Για τον Gee (2005) το βασικό χαρακτηριστικό που κάνει δημοφιλή τα ψηφιακά παιχνίδια είναι ακριβώς το γεγονός ότι ενσωματώνουν αυτές τις καλές πρακτικές μάθησης. Ο ίδιος παρατηρεί ότι η πρόκληση και η μάθηση λειτουργούν ως κίνητρο σε ένα παιχνίδι και το κάνουν διασκεδαστικό. Περιγράφει πώς ξεκίνησε να ασχολείται με τα ψηφιακά παιχνίδια παίζοντας *Pajama Sam: No Need to Hide When It's Dark Outside* (Εικόνα 2) προκειμένου να βοηθήσει τον εξάχρονο γιο του. Παρατήρησε ότι, παρότι δεν πρόκειται για κάποιο παιχνίδι από αυτά που χαρακτηρίζουμε «εκπαιδευτικά», «ήταν γεμάτο από τύπους προβλημάτων που οι ψυχολόγοι ερευνούν όταν θέλουν να μελετήσουν τον τρόπο που σκεφτόμαστε και μαθαίνουμε». Συνειδητοποίησε παίζοντας ότι «οι νέοι πληρώνουν πολλά χρήματα προκειμένου να εμπλακούν σε μία δραστηριότητα που είναι δύσκολη, χρονοβόρα και περίπλοκη». Για τον ίδιο αυτή ίσως να είναι η πρόκληση και για την εκπαίδευση: «Πώς θα μπορέσουμε να πείσουμε κάποιον να μάθει κάτι δύσκολο, χρονοβόρο και περίπλοκο και παρόλα αυτά να βρίσκει την όλη διαδικασία διασκεδαστική;»

Εικόνα 2. Το παιχνίδι Pajama Sam

Στο προηγούμενο ερώτημα εντοπίζεται αρκετά εύστοχα το πεδίο στο οποίο εστιάζει ένα μεγάλο μέρος της έρευνας σήμερα. Ανατρέχοντας στη βιβλιογραφία παρατηρούμε ότι υπάρχει ένας ολοένα αυξανόμενος αριθμός μελετών που εξετάζουν την επίδραση των ψηφιακών παιχνιδιών στην ανάπτυξη συγκεκριμένων ικανοτήτων αλλά και τη δυνατότητα αξιοποίησής τους στην εκπαίδευση.

Για παράδειγμα, η Gros (2007) διαπιστώνει ενίσχυση της διατήρησης προσοχής αλλά και της παράλληλης προσοχής, δηλαδή της δυνατότητας ελέγχου περισσότερων του ενός σημείων του οπτικού πεδίου. Η ίδια θεωρεί τα ψηφιακά παιχνίδια ιδιαίτερα χρήσιμα για τη βελτίωση της κατανόησης περίπλοκων καταστάσεων. Αντιστοίχως, οι Tsung–Yen Chuang και Wei–Fan Chen (2009) αναφέρουν ότι τα ψηφιακά παιχνίδια μπορούν να ενισχύσουν τον συντονισμό ματιών–χεριών, την ικανότητα επεξεργασίας των οπτικών αλλά και των ακουστικών ερεθισμάτων. Οι ίδιοι διεξήγαγαν ποσοτική έρευνα σύγκρισης της απόδοσης των μαθητών της χώρας τους που λαμβάνουν την παραδοσιακή διδασκαλία με τη βοήθεια υπολογιστή (Traditional computer–assisted instruction (CAI)) και των μαθητών που διδάσκονται με τη βοήθεια ψηφιακών παιχνιδιών. Η έρευνα έδειξε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στην απόδοση των μαθητών που ασχολήθηκαν με τα παιχνίδια.

Ο Hsiao (2009) θεωρεί ότι τα ψηφιακά παιχνίδια θα πρέπει να αντιμετωπίζονται πλέον ως ισχυρά αναδυόμενα εργαλεία για υψηλού επιπέδου μάθηση σε πεδία όπως η ανάλυση και σύνθεση πληροφοριών, η λήψη αποφάσεων και η επίλυση προβλήματος.

Οι Banks και Potts (2010) υποστηρίζουν ότι τα ψηφιακά παιχνίδια είναι μια εξωτερικευμένη μορφή κοινωνικής μάθησης. Αναφέρουν, για παράδειγμα, τα εκπαιδευτικά videos (tutorials) που υπάρχουν στο διαδίκτυο, μέσω των οποίων οι παίκτες μοιράζονται ιδέες, στρατηγικές και τεχνικές.

Τέλος, οι Luckin, Bligh, Manches, Ainsworth, Crook και Noss (2012) τονίζουν το πόσο χρήσιμη είναι η δημιουργία πλατφορμών επικοινωνίας μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών. Επιπλέον, υποστηρίζουν ότι οι ψηφιακές τεχνολογίες εν γένει και τα παιχνίδια ειδικότερα προσφέρουν ευκαιρίες για καινοτομία και μπορούν να μετασχηματίσουν τη διδασκαλία και τη μάθηση.

Από την άλλη πλευρά αρκετοί ερευνητές δηλώνουν και το σκεπτικισμό τους. Ο ίδιος ο Gee (2006) διευκρινίζει ότι: «τα παιχνίδια δεν είναι “καλά” από μόνα τους. Τα πάντα εξαρτώνται από τον τρόπο που χρησιμοποιούνται. Το καίριο σημείο στη σχέση παιχνιδιών και μάθησης δεν είναι η τεχνολογία, παρότι τα καλά γραφικά είναι κάτι υπέροχο και οι τεχνικές βελτιώσεις σημαντικές. Το βασικό είναι η κατανόηση των δυνατοτήτων των παιχνιδιών στο χτίσιμο καλών συστημάτων μάθησης μέσα και έξω από τις τάξεις».

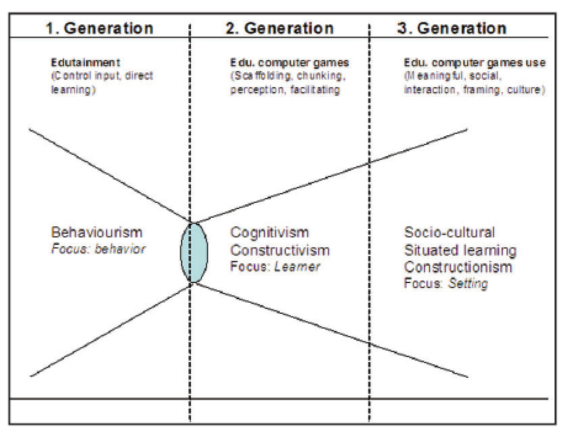
Οι Luckin, Bligh, Manches, Ainsworth, Crook και Noss (2012) καταλήγουν στο ότι η πρόκληση με την οποία ερχόμαστε αντιμέτωποι είναι να αναγνωρίσουμε και να μορφοποιήσουμε αυτές τις δυνατότητες. Η μόνη απάντηση σε ερωτήσεις όπως «Τα παιχνίδια βοηθούν στη μάθηση;» είναι «Εξαρτάται». Αντίστοιχο προβληματισμό εκφράζει και ο Egenfeldt–Nielsen (2006). Για τον ίδιο δεν τίθεται υπό αμφισβήτηση η δυνατότητα μάθησης μέσα από τα ψηφιακά παιχνίδια (όπως βεβαίως και μέσα από κάθε άλλη δραστηριότητα). Εντούτοις, τα ερωτήματα που είναι δύσκολο να απαντηθούν είναι το τι, πού, γιατί και πόσο γρήγορα μαθαίνουμε. Το εκπαιδευτικό κέρδος από ένα παιχνίδι δεν είναι απαραίτητα άμεσο. Η γνώση που προκύπτει από την εμπειρία του παιχνιδιού μπορεί να παραμένει σε λανθάνουσα κατάσταση και να απαιτούνται πρόσθετες δραστηριότητες προκειμένου να αναδυθεί.

Αυτό που γίνεται εύκολα αντιληπτό είναι ότι η χρήση των δυνατοτήτων που προσφέρει η τεχνολογία δεν σημαίνει απαραίτητα και αυτόματη επίτευξη του στόχου που είναι η μάθηση. Ούτε είναι δεδομένο ότι θα υπάρξουν σημαντικά αποτελέσματα ως επακόλουθο απλώς της ενασχόλησης των παιδιών με τα ψηφιακά παιχνίδια. Το κέρδος μας μπορεί να βρίσκεται, κάποιες φορές, στην αξία της ενσυνείδητης εμπλοκής, του πάθους με το οποίο αντιμετωπίζονται τέτοιου είδους δραστηριότητες. Πώς θα μπορούσαμε στο σχολείο να δημιουργήσουμε παρόμοιες συνθήκες ενθουσιώδους ενασχόλησης; Σίγουρα η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι πολύ πιο σύνθετη από το να υποστηρίξουμε ότι θα τα καταφέρναμε εντάσσοντας, απλώς, τέτοιου είδους τεχνολογικά εργαλεία στη σημερινή σχολική πραγματικότητα.

1.2.2 Αναδρομή στη χρήση ψηφιακών παιχνιδιών στην εκπαίδευση

Από τα μέσα της δεκαετίας του 1950 έχουμε τις πρώτες προσπάθειες χρήσης προσομοιώσεων για εκπαιδευτικούς σκοπούς (Gros, 2007). Το πεδίο διευρύνεται τις επόμενες δεκαετίες. Από τις αρχές της δεκαετίας του 1980 τα ψηφιακά παιχνίδια παρουσιάζονται πλέον ως ένα πιθανό, ισχυρό εργαλείο μάθησης. Το σκεπτικό ήταν ότι τα παιχνίδια αυτά θα βελτίωναν το κίνητρο των μαθητών (Gros, 2015).

Η δυναμική του νέου μέσου σε συνδυασμό με τη συνεχή προσπάθεια εύρεσης αποτελεσματικών τρόπων μάθησης, που ούτως ή άλλως διακατέχει την επιστημονική κοινότητα, είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία των πρώτων «διδακτικών παιχνιδιών». Η λογική της δημιουργίας παιχνιδιών που εξυπηρετούν συγκεκριμένους διδακτικούς στόχους άρεσε σίγουρα στους γονείς που παρακολουθούσαν ανήσυχοι τα παιδιά τους να δαπανούν όλο και περισσότερες ώρες μπροστά σε μία οθόνη υπολογιστή.



Σχήμα 1. Τα χαρακτηριστικά των διαφορετικών γενιών εκπαιδευτικών ψηφιακών παιχνιδιών και η έμφαση που δίνεται από την κάθε μία σε διαφορετικές θεωρίες μάθησης. (Engelnfeldt-Nielsen, 2007)

Ο Engelnfeldt–Nielsen (2007) πραγματοποιεί μια αναδρομή στην εξέλιξη της εκπαιδευτικής χρήσης των ψηφιακών παιχνιδιών, συνδέοντας την πορεία αυτή με τη ιστορική εξέλιξη των θεωριών μάθησης. Διακρίνει τρεις γενιές (Σχήμα 1).

Η πρώτη γενιά θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η πρώιμη γενιά παιχνιδιών που συνδύαζαν εκπαίδευση και διασκέδαση (edutainment) και η οποία στηριζόταν στις αρχές του συμπεριφορισμού. Βασική υπόθεση εδώ είναι ότι η μάθηση επιτυγχάνεται όταν έχουμε την ευκαιρία να εξασκήσουμε συγκεκριμένες ικανότητες αρκετές φορές (Engelnfeldt–Nielsen, 2007; Gros, 2007). Τα περισσότερα παιχνίδια που κατασκευάστηκαν εφαρμόζοντας αυτή τη λογική απέτυχαν γιατί ήταν πολύ απλοϊκά, με επαναλαμβανόμενες, «φτωχικά» σχεδιασμένες δραστηριότητες που δεν υποστήριζαν την προοδευτική κατανόηση (Gros, 2007). Σύμφωνα με τον Engelnfeldt–Nielsen (2007) πρόκειται για παιχνίδια στα οποία δεν υπάρχει ουσιαστική σύνδεση ανάμεσα στη δραστηριότητα και τον εκπαιδευτικό στόχο. Ο ίδιος φέρνει ως παράδειγμα το παιχνίδι *Math Missions Grades 3–5: The Amazing Arcade Adventure* της *Scholastic (Εικόνα 3),* όπου απαντώντας σωστά ο παίκτης κερδίζει “χρήματα” με τα οποία μπορεί να “αγοράσει *arcades”*.

Εικόνα 3. Το παιχνίδι Math Missions

Η Bruckman (1999) επισημαίνει ότι οι συμπεριφοριστικές αρχές στις οποίες βασιζόταν ο σχεδιασμός πολλών διδακτικών ψηφιακών παιχνιδιών αποπλαισίωνε τη μάθηση. Η ίδια αναφέρει ότι «η υπόθεση πίσω από τη δημιουργία αυτών των παιχνιδιών είναι ότι η μάθηση είναι κάτι δυσάρεστο (σαν το μπρόκολο) και θα προσπαθήσουμε να το “καλύψουμε με ζάχαρη”». Συνεχίζει τονίζοντας ότι δεν χρειάζεται να είναι έτσι τα πράγματα και επισημαίνει ως τη μεγαλύτερη αδυναμία αυτής της προσέγγισης το ότι η μάθηση είναι εκτός κάποιου συγκεκριμένου πλαισίου. Παρομοίως και η Kafai (2006) ασκεί κριτική σε αυτή την πρώτη γενιά παιχνιδιών και δεν θεωρεί ιδιαίτερα επιτυχημένη την προσπάθεια ενσωμάτωσης κλασικών διδακτικών πρακτικών.

Η δεύτερη γενιά βασίζεται στη γνωστική προσέγγιση. Εδώ πλέον ο εκπαιδευόμενος γίνεται το κέντρο της προσοχής. Δεν είναι ένα μαύρο κουτί (Gros, 2007) για να λαμβάνουμε υπόψη μόνο τις αντιδράσεις του. Διαθέτει προηγούμενες γνώσεις, εμπειρίες, ιδέες. Οι γνωστικές αυτές δομές είναι ζωτικής σημασίας για την απόκτηση εγγενούς κινήτρου και, τελικά, για την ουσιαστική μάθηση. Οι άνθρωποι δημιουργούν υποκείμενα σχήματα που αναπαριστούν ό,τι έχουν μάθει. Αυτά τα σχήματα συνθέτουν τα όρια και τις επιλογές για κάθε εκπαιδευόμενο και θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στη δημιουργία εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων. Ακολουθώντας αυτές τις βασικές αρχές έχουμε τη δημιουργία παιχνιδιών που υποστηρίζουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε εκπαιδευόμενου και προσαρμόζονται στις ικανότητες και τους ρυθμούς του.

Επιπλέον ο Engelnfeldt–Nielsen (2007) διευκρινίζει ότι η δεύτερη γενιά εκπαιδευτικών παιχνιδιών διαφοροποιείται από την πρώτη στο ότι δίνει έμφαση στην απόκτηση των λεγόμενων *μετα–ικανοτήτων (meta–skills):* επίλυση προβλήματος, ανάλυση, αντίληψη και χωρικό συλλογισμό. Τέλος, αναφέρει ότι πρόκειται για μία τάση που άρχισε να γίνεται εμφανής από τα μέσα της δεκαετίας του 1980 μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1990 και υποστηρίχθηκε πολύ και από τη χρήση των πολυμέσων, η οποία έδινε τη δυνατότητα διαφορετικών προσεγγίσεων στο ίδιο θέμα, ανάλογα με τις ανάγκες του εκπαιδευόμενου.

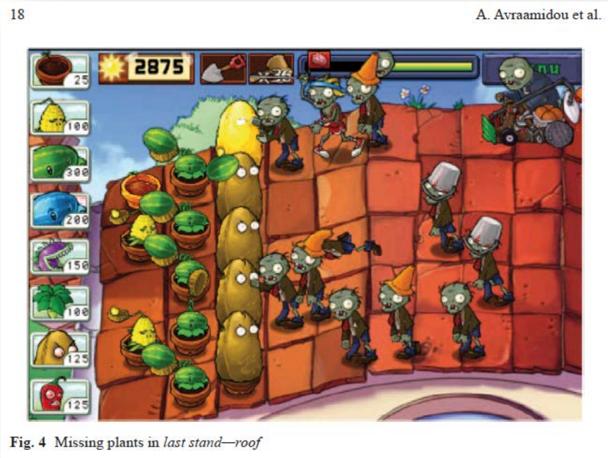
Για τον Engelnfeldt–Nielsen (2007) ο κονστραξιονισμός αποτελεί τη γέφυρα ανάμεσα στη δεύτερη και στην τρίτη γενιά εκπαιδευτικών παιχνιδιών. Στην τρίτη γενιά δεν υπάρχει πλέον αναφορά σε συγκεκριμένο περιβάλλον, αλλά διερευνώνται οι δυνατότητες χρήσης ψηφιακών παιχνιδιών για εκπαιδευτικούς σκοπούς. Για τους κονστραξιονιστές τα δημιουργήματα των εκπαιδευομένων αντικατοπτρίζουν και τις διεργασίες της μάθησης, η οποία μπορεί να λαμβάνει χώρα σε ατομικό επίπεδο αλλά και μέσα από συνεργασίες. Τονίζεται, επομένως και ο κομβικός ρόλος της ύπαρξης ενός κοινωνικού πλαισίου όπου οι εκπαιδευόμενοι αλληλεπιδρούν και διαμορφώνουν από κοινού νέα γνωστικά σχήματα. Αναφερόμαστε, κατά συνέπεια, σε μια κοινωνικοπολιτισμική προσέγγιση που ενσωματώνεται σε πλαισιοθετημένη μάθηση (situated learning).

Η ψηφιακή τεχνολογία μπορεί να δώσει πραγματικά ζωή στην ιδέα του κονστραξιονισμού. Οι μαθητές μπορούν να κατασκευάζουν ό,τι φαντάζονται και να μοιράζονται, να συζητούν, να εκφράζονται και τελικά να μαθαίνουν μέσα από τις ψηφιακές τους κατασκευές (Luckin, Bligh, Manches, Ainsworth, Crook και Noss, 2012). Αναφερόμαστε σε μια παιδαγωγική αντίληψη στην οποία ο σχεδιασμός παίζει κεντρικό ρόλο. Οι μαθητές λαμβάνουν το ρόλο του σχεδιαστή, ως μέλους μάλιστα μιας ευρύτερης κοινότητας (Peppler και Kafai, 2007).

Επιπλέον θα πρέπει να αναφέρουμε ως μία τάση των τελευταίων ετών τα *σοβαρά παιχνίδια* (*serious games*) που απευθύνονται κυρίως σε ενήλικες και τα *επιστημικά παιχνίδια (epistemic games)* όπου οι εκπαιδευόμενοι έρχονται σε επαφή με τον τρόπο σκέψης διαφόρων επαγγελματιών (γιατρών, αρχιτεκτόνων κτλ.). Ενδιαφέρον, τέλος, παρουσιάζει και η προσπάθεια εφαρμογής στην εκπαίδευση των αρχών μάθησης που εφαρμόζονται στο σχεδιασμό των παιχνιδιών *(gamification*).

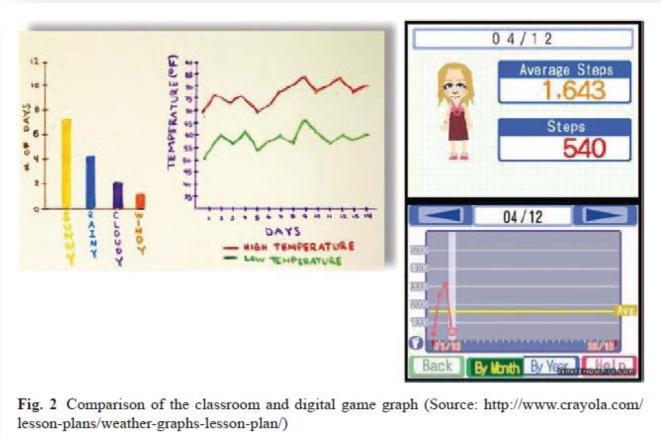
1.2.3 Ψηφιακά παιχνίδια και μαθηματικά

Τι μαθηματικά μπορεί να "κρύβει" ένα ψηφιακό παιχνίδι; Ασφαλώς, λόγω της ποικιλομορφίας των ψηφιακών παιχνιδιών, οποιαδήποτε προσπάθεια απάντησης σε αυτό το ερώτημα δεν μπορεί να έχει χαρακτηριστικά γενικής διαπίστωσης. Για τον λόγο αυτό οι περισσότερες έρευνες αναφέρονται σε στοιχεία που προκύπτουν από μελέτες που γίνονται σε συγκεκριμένα ψηφιακά περιβάλλοντα και τα συμπεράσματα τους αφορούν μόνο αυτά.



Εικόνα 4: Το παιχνίδι Plants vs Zombies (Avraamidou et al., 2015)

Εντούτοις, ένα κοινό στοιχείο που εντοπίζεται από τους ερευνητές και αφορά σε αρκετά παιχνίδια είναι αυτό των υπολογισμών. Αναφερόμαστε σε απλές αριθμητικές πράξεις αλλά και σε πιο περίπλοκους υπολογισμούς και εκτιμήσεις (Francis, 2006; Avraamidou, Monaghan και Walker, 2015; Hui, 2009). Για παράδειγμα, στο παιχνίδι *Plants vs. Zombies (PvZ)* (Εικόνα 4) οι παίκτες κατανέμουν και ανακατενέμουν συνεχώς τους διαθέσιμους πόρους τους λαμβάνοντας υπόψη το κόστος της στρατηγικής που ακολουθούν (Avraamidou, Monaghan και Walker, 2015).



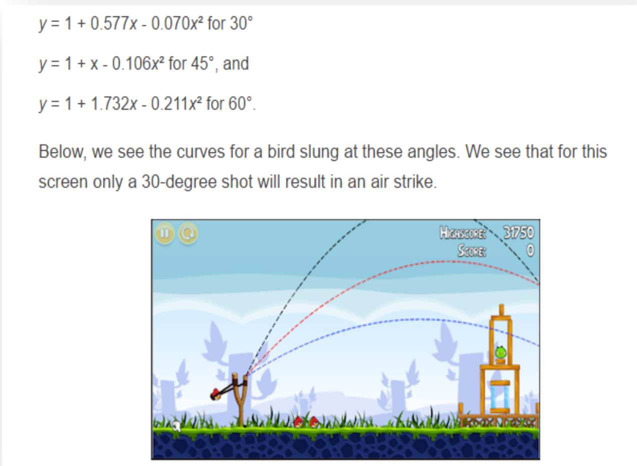
Εικόνα 5. Σύγκριση γραφημάτων που γίνονται στην τάξη με γραφήματα από ψηφιακά παιχνίδια. (Lowrie ,2015).

Πέρα από την αρκετά προφανή και εύκολα εντοπίσιμη σχέση ανάμεσα στα ψηφιακά παιχνίδια και τους υπολογισμούς, οι ερευνητές στρέφονται στη μελέτη και τον προσδιορισμό και άλλων, περισσότερο σύνθετων συνδέσεων. Για παράδειγμα, ο Lowrie (2015) υποστηρίζει ότι μέσα από τα ψηφιακά παιχνίδια ενισχύεται ο τρόπος αντίληψης της εικόνας ενός αντικειμένου. Μέσα στο ψηφιακό περιβάλλον ο παίκτης νοητά περιστρέφει αντικείμενα, αποκωδικοποιεί γραφικά (Εικόνα 5), συνάγει συμπεράσματα από πολλαπλές αναπαραστάσεις, διαχωρίζει τις χρήσιμες πληροφορίες από εκείνες που έχουν τοποθετηθεί απλώς για να του αποσπάσουν την προσοχή και λαμβάνει αποφάσεις για το πώς θα κινηθεί στο χώρο.

Για τον Francis (2006) εμπορικά παιχνίδια όπως *Civilisation III, Sim City, Age of Empires, Roller Coaster Tycoon* και *City Trader* εισάγουν τους παίκτες σε πολύπλοκα 3D διαδραστικά εικονικά περιβάλλοντα, απαιτώντας να χειριστούν πολλαπλές πηγές, προϋπολογισμούς, σχέδια και να πειραματιστούν όπως οι επιστήμονες που ελέγχουν την ισχύ μιας υπόθεσης προκειμένου να λύσουν πολύπλοκα προβλήματα.

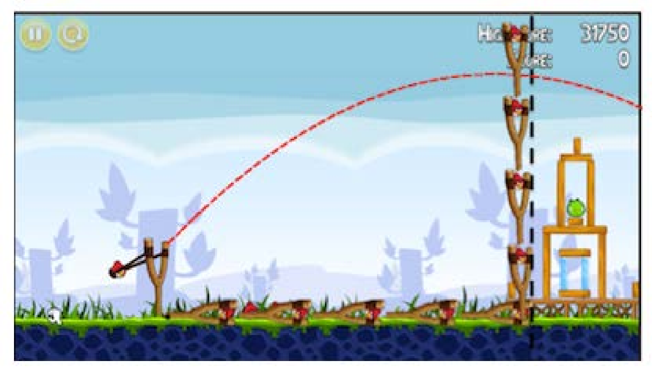
Ο Calder (2015) υποστηρίζει ότι τα οπτικά και δυναμικά στοιχεία των ψηφιακών περιβαλλόντων επαναπροσδιορίζουν το είδος της γνώσης και κατανόησης που απαιτείται στα μαθηματικά. Για παράδειγμα, η χρήση γεωμετρίας και μετρήσεων στο πλαίσιο ενός παιχνιδιού αντί της επίλυσης μιας άσκησης που δεν σχετίζεται με κάποιο πρόβλημα, βοηθάει τους παίκτες–μαθητές να προχωρήσουν στο επόμενο επίπεδο. Ιδιαίτερη σημασία έχει, επομένως, η ύπαρξη ενός πλαισίου που δίνει νόημα στις προσδοκώμενες ενέργειες.

Οι Avraamidou, Monaghan και Walker (2015) που υποστηρίζουν ότι κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού (gameplay) στο περιβάλλον των *Angry Birds, Plants Vs Zombies* και *The Sims,* εκτός από τη χρήση "ορατών", όπως τα χαρακτηρίζουν, μαθηματικών (υπολογισμοί, εκτιμήσεις, χωρική στρατηγική), εμφανίζονται και άλλα, ίσως όχι τόσο "ορατά" μαθηματικά. Επιχειρηματολογούν βασιζόμενοι στις θεωρητικές προσεγγίσεις των Bishop, Vygotsky και Tall και καταλήγουν στη διαπίστωση ότι «οι στρατηγικές πράξεις των παικτών είναι μαθηματικές πράξεις».



Εικόνα 6. Οι παραβολικές τροχιές στο παιχνίδι Angry Birds (Chartier,2012)

Με το παιχνίδι Angry Birds ασχολείται και ο Chartier (2012) ο οποίος αναδεικνύει τα μαθηματικά που υπάρχουν σε αυτό (Εικόνα 6). Ξεκινάει με την παρατήρηση ότι οι τροχιές των πουλιών που εκτοξεύονται είναι παραβολικές και υποστηρίζει ότι κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού τα παιδιά κάνουν συνεχώς οπτικές εκτιμήσεις για τις συντεταγμένες του στόχου, προκειμένου να καθορίσουν τη γωνία εκτόξευσης (Εικόνα 7).



Εικόνα 7. Η διαισθητική προσέγγιση της γωνίας εκτόξευσης με βάση την απόσταση από το στόχο (Chartier,2012)

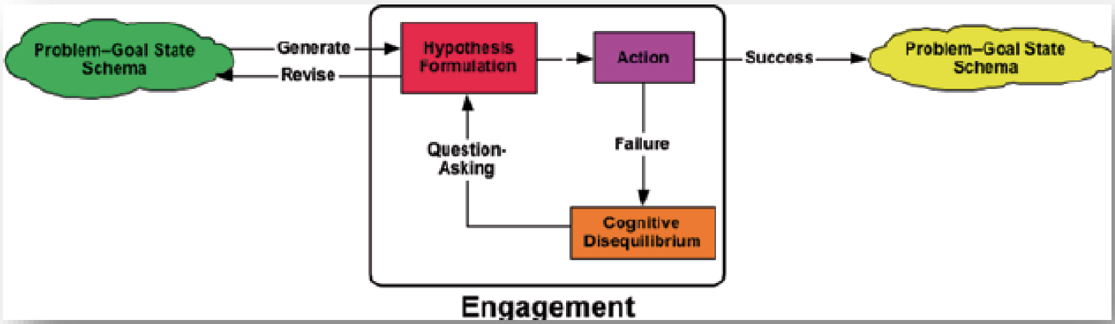
Πολύ ενδιαφέροντα είναι και τα ευρήματα ερευνών όπου μαθητές ανέλαβαν το ρόλο να δημιουργήσουν οι ίδιοι παιχνίδια μέσα σε ένα ψηφιακό περιβάλλον. Οι Calder και Taylor (2010) εξέτασαν τους τρόπους με τους οποίους ενισχύθηκε η μαθηματική σκέψη σε δεκάχρονους μαθητές από τους οποίους ζήτησαν να δημιουργήσουν παιχνίδια μαθηματικών για μικρότερα παιδιά χρησιμοποιώντας το *Scratch*. Διαπίστωσαν ότι πρόκειται για ένα αξιόλογο προγραμματιστικό περιβάλλον που ώθησε τους μαθητές να εξερευνήσουν κάποιες μαθηματικές ιδέες. Η κατανόηση της έννοιας της γωνίας και η αντίληψη της θέσης μέσω της χρήσης των συντεταγμένων χρησιμοποιήθηκαν σε διάφορα στάδια του σχεδιασμού.

Οι Dalla Vecchia, Maltempi και Borba (2015) ερεύνησαν τον τρόπο που δύο ομάδες φοιτητών χρησιμοποίησαν το *Scratch* για να σχεδιάσουν τα δικά τους παιχνίδια πλοήγησης και προσανατολισμού. Η στρατηγική που ακολούθησαν οι μαθητές οδήγησε σε ένα είδος μαθηματικής μοντελοποίησης όπου χρησιμοποιήθηκαν μεταβλητές, πολικές συντεταγμένες αλλά και προτασιακή λογική. Οι ερευνητές υποστηρίζουν ότι το κέρδος από τη χρήση των νέων τεχνολογιών είναι κυρίως ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για κατασκευή γνώσης με ένα ξεχωριστό τρόπο προσαρμοσμένο κάθε φορά στις επιλογές των ίδιων των μαθητών.

Επίλυση προβλήματος

Η επίλυση προβλήματος κατέχει κεντρική θέση στα μαθηματικά. Ιστορικά, η πρόκληση εύρεσης λύσης σε πραγματικά, πρακτικά προβλήματα ήταν αυτή που καθοδήγησε σε μεγάλο βαθμό τις μαθηματικές ανακαλύψεις. Ο Van Eck (2015) υποστηρίζει ότι τα ψηφιακά παιχνίδια είναι δομημένα με τη λογική της επίλυσης προβλήματος. Τα χαρακτηρίζει “πολύπλοκα προβλήματα που συντίθενται από πολλά απλούστερα” που αυτοπροσδιορίζουν τη μάθηση και λειτουργούν ως κινητήρια δύναμη αλλά και όχημα για την απόκτηση συνθετότερων νοητικών ικανοτήτων.

Ο ίδιος περιγράφει πώς η αποτυχία παράγει την εμπλοκή που είναι απαραίτητη (Σχήμα 2). Αν ο πρωταρχικός στόχος για κάποιον που παίζει ψηφιακά παιχνίδια ήταν απλώς η «χαρά» του να είναι επιτυχημένες όλες του οι προσπάθειες, τότε τα περισσότερα παιχνίδια δεν θα ήταν διασκεδαστικά. Αυτό ακριβώς συμβαίνει και στην επίλυση προβλήματος: ο περισσότερος χρόνος καταναλώνεται σε αποτυχημένες προσπάθειες και διόρθωση των λαθών. Η αποτυχία οδηγεί στην γνωστική ανισορροπία (cognitive disequilibrium), μία κατάσταση η οποία σύμφωνα με τον Piaget είναι κομβική για την ικανότητά μας να διαμορφώσουμε καινούρια γνώση ξαναχτίζοντας από την αρχή τα νοητικά μας μοντέλα ή σχήματα. Όταν ο μαθητής κάνει μία πρόβλεψη και αντιληφθεί τελικά ότι έχει κάνει λάθος, θέλει να επιλύσει αυτήν την ανισορροπία και ξεκινάει να ρωτάει: «Γιατί ήταν αυτό λάθος; Τι δεν έλαβα υπόψη;»



Σχήμα 2. «Η αποτυχία οδηγεί στη γνωστική ανισορροπία. μια κατάσταση απαραίτητη προκειμένου να δομηθεί η νέα γνώση». (*Van Eck,2015)*

Ο Hui (2009) ερεύνησε τη δυνατότητα χρήσης εμπορικών ψηφιακών παιχνιδιών για την κατανόηση εννοιών στο πλαίσιο του προγράμματος σπουδών των μαθηματικών της Σιγκαπούρης όπου, ούτως ή άλλως, η επίλυση προβλήματος κατέχει κεντρικό ρόλο. Οι μαθητές ήρθαν αντιμέτωποι με ρεαλιστικές καταστάσεις στο περιβάλλον τριών παιχνιδιών. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά εφάρμοσαν μαθηματικές διαδικασίες καθώς έπαιζαν, κάνοντας υπολογισμούς, ενώ πραγματοποίησαν λογικούς συλλογισμούς, έβγαλαν συμπεράσματα ερμηνεύοντας γραφήματα και αναγνώρισαν μοτίβα. Ο Hui δίνει έμφαση στην απάντηση ενός μαθητή που ανέφερε ότι στο παιχνίδι «γνώριζε ότι έκανε υπολογισμούς αλλά δεν ένιωθε ότι κάνει μαθηματικά» που «είναι πάντα βαρετά».

Το παιχνίδι The Sims και τα μαθηματικά

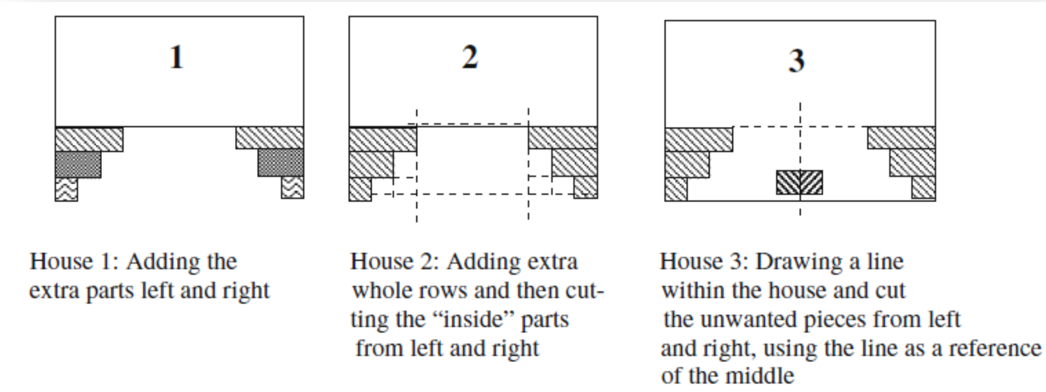
Το παιχνίδι *The Sims* ανήκει στην κατηγορία των προσομοιώσεων (simulation computer game) (Avraamidou, Monaghan και Walker, 2015; Hsiao 2009), ενώ μπορεί να ενταχθεί και στα sandbox games, εφόσον επιτρέπει τον πειραματισμό και τις κατασκευές σε ένα ψηφιακό περιβάλλον (Avraamidou, Monaghan και Walker, 2012). Οι παίκτες έχουν τη δυνατότητα να διαμορφώσουν το περιβάλλον όπου θα ζήσουν οι ψηφιακοί τους ήρωες *(Sims)* ανάλογα με την προσωπικότητα και τις επιθυμίες τους. Η κατασκευή και διακόσμηση σπιτιών και κτιρίων, ο σχεδιασμός, η χωροθέτηση καθώς και η διαμόρφωση του εξωτερικού τους χώρου, αποτελούν κεντρικά κομμάτια της φιλοσοφίας του παιχνιδιού. Εντούτοις, οι παίκτες μπορούν, αν θέλουν, να παραλείψουν τη διαδικασία του κτισίματος, επιλέγοντας έτοιμες κατασκευές στις οποίες θα ζήσουν τα *Sims* τους. Πρόκειται, επομένως, για ένα παιχνίδι ανοιχτού τέλους (open ended game) (Gee, 2006) που παρέχει πλήρη ελευθερία κινήσεων και αποφάσεων και το οποίο μπορεί να πάρει διαφορετική τροπή και μορφή ανάλογα με το πώς θα χρησιμοποιηθεί.

Το παιχνίδι *The Sims* εισήλθε στην αγορά τον Ιανουάριο του 2000 και σύντομα έγινε το πιο δημοφιλές παιχνίδι όλων των εποχών πουλώντας περισσότερα από 20 εκατομμύρια αντίτυπα. Οι Steen, Davies, Tynes και Greenfield (2006) περιγράφουν πώς μια φωτιά στο Oakland το 1991 αποτέλεσε την έμπνευση για τη δημιουργία του παιχνιδιού *The Sims*: Ο Will Wight εργαζόταν ως σχεδιαστής ψηφιακών παιχνιδιών στην εταιρία Maxis και έχασε το σπίτι του στις φλόγες. Η διαδικασία της ανακατασκευής στην οποία μπήκε τους επόμενους μήνες του έδωσε την ιδέα του σχεδιασμού ενός παιχνιδιού που θα προσομοίωνε το χτίσιμο και τη διακόσμηση ενός σπιτιού. Ξεκίνησε με τη σχεδίαση του *Home Tactics: The Experimental Domestic Simulator*. Επρόκειτο για μια καινούρια ιδέα, εντελώς διαφορετική σε σχέση με οτιδήποτε υπήρχε έως τότε και απορρίφθηκε αμέσως από τους υπεύθυνους της εταιρίας Maxis. Στη συνέχεια, όμως, το 1997, μετά την απορρόφηση της Maxis από την Electronic Arts, το *Home Tactics* είχε, πλέον, όλη την προσοχή που χρειαζόταν.

Εν ολίγοις, σύμφωνα με τους Steen, Davies, Tynes και Greenfield (2006), το παιχνίδι *The Sims* αναπτύχθηκε γύρω από έναν κεντρικό πυρήνα που σχεδιάστηκε για να προσομοιάζει την κατασκευή και την επίπλωση ενός σπιτιού και επεκτάθηκε ενσωματώνοντας ρομποτικούς παράγοντες (*Sims*) των οποίων η ύπαρξη και ευημερία στηρίζεται στη συνεχή ενασχόληση των παικτών. Επομένως, πρόκειται για ένα παιχνίδι όπου το περιβάλλον, οι συνθήκες, οι ενέργειες αλλά και οι συνέπειές τους βρίσκονται εξ’ ολοκλήρου στα χέρια των παικτών.

Οι Avraamidou, Monaghan και Walker (2012) μελετούν, στο περιβάλλον του *The Sims2*, το παιχνίδι ενός εντεκάχρονου αγοριού, που ασχολείται διαδοχικά με την κατασκευή τριών σπιτιών. Διαπιστώνουν τη χρήση αρκετών "ορατών" μαθηματικών όπως υπολογισμών, συμμετρίας, συγκρίσεων μεγέθους/χώρου, μαθηματικής ορολογίας, ενώ παρατηρούν ότι το *The Sims2* είναι ένα παιχνίδι που ούτως ή άλλως απαιτεί καλή γνώση γεωμετρίας. Τέλος, δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στη στρατηγική που ακολούθησε ο παίκτης.

Συγκεκριμένα, ο παίκτης αποφάσισε να δώσει μια αίσθηση συμμετρίας στα δημιουργήματά του. Ήρθε έτσι αντιμέτωπος με το πρόβλημα της εύρεσης «του μέσου των θεμελίων» των κατασκευών του (Εικόνα 8). Στο πρώτο σπίτι πρόσθεσε κομμάτια αριστερά και δεξιά, στο δεύτερο πρόσθεσε ολόκληρες σειρές και «αφαίρεσε» τα κεντρικά κομμάτια και στο τρίτο σπίτι δημιούργησε ένα δικό του κατασκεύασμα δύο κύβων και το χρησιμοποίησε ως "σημείο αναφοράς". Η μέτρηση ίδιου αριθμού κύβων αριστερά και δεξιά από το "σημείο αναφοράς" διασφάλισε τη συμμετρία.



Εικόνα 8. Οι τρεις μέθοδοι προσδιορισμού «του μέσου των θεμελίων» από τον ενδεκάχρονο Κώστα (Avraamidou et al., 2012)

Οι Avraamidou, Monaghan και Walker (2012) υποστηρίζουν ότι η στρατηγική των δύο κύβων είναι αφαίρεση εντός πλαισίου (AiC). Επιχειρηματολογούν λέγοντας ότι αρχικά ο παίκτης ήρθε αντιμέτωπος με την *ανάγκη* εύρεσης του μέσου σε άρτιο αριθμό κύβων. Στη συνέχεια, μέσω της αναδιοργάνωσης των γνώσεών του προέκυψε η *κατασκευή* της νέας στρατηγικής των δύο κύβων την οποία χρησιμοποίησε για να φτιάξει το τρίτο σπίτι στη μέση του οικοπέδου (Εικόνα 9).

Εικόνα 9. Πρώτη χρήση της στρατηγικής των δύο κύβων: Κατασκευή του τρίτου σπιτιού στη μέση του οικοπέδου. (Avraamidou et al., 2012)

Ακολούθως έρχεται η *εμπέδωση* της νέας γνώσης. Ο παίκτης χρησιμοποιεί ξανά τη στρατηγική των δύο κύβων για να κατασκευάσει την πισίνα του τρίτου σπιτιού συμμετρικά, στο πλάι (Εικόνα 10).

Εικόνα 10. Δεύτερη χρήση της στρατηγικής των δύο κύβων: Κατασκευή της πισίνας του τρίτου σπιτιού συμμετρικά στο πλάι. (Avraamidou et al., 2012)

1.2.4 Χωρική ικανότητα, ψηφιακά παιχνίδια και μαθηματικά

Ιστορικά, το συστηματικό ενδιαφέρον για τη χωρική ικανότητα ξεκίνησε στον τομέα της ψυχολογίας το 1883 από τον Galton και τη συστηματική έρευνα που αυτός πραγματοποίησε (Bishop, 1980). Σε αδρές γραμμές, μιλώντας για χωρική ικανότητα αναφερόμαστε στις ικανότητες που σχετίζονται με *τη χρήση του χώρου* (Panaoura, Gagatsis και Lemonides, 2007). Ο καθηγητής εκπαιδευτικής ψυχολογίας David F. Lohman (1996) ορίζει ως χωρική την ικανότητα δημιουργίας, διατήρησης, ανάκτησης και μετασχηματισμού καλά δομημένων οπτικών εικόνων. Αντιστοίχως, ο Mulligan (2015) υιοθετεί τον ορισμό του SRSG[2] σύμφωνα με τον οποίο ο χωρικός συλλογισμός (ή χωρική ικανότητα, ή χωρική νοημοσύνη ή χωρικότητα) αναφέρεται στην ικανότητα αναγνώρισης και (νοητικού) χειρισμού των χωρικών ιδιοτήτων των αντικειμένων και των χωρικών σχέσεών τους. Παραδείγματα χωρικού συλλογισμού: Εντοπισμός, προσανατολισμός, σύνθεση/ανασύνθεση, εξισορρόπηση, σχεδιασμός, συμμετρία, σύγκριση, κλίμακα, οπτικοποίηση. Τέλος, σύμφωνα με τον Lowrie, (2015) ο οπτικοχωρικός συλλογισμός αφορά τις γνωστικές λειτουργίες που αναλύουν και εξηγούν το χώρο, συμπεριλαμβανομένου του κόσμου γύρω μας, σε δύο ή τρεις διαστάσεις.

Η σύνδεση της χωρικής ικανότητας με τα μαθηματικά απετέλεσε αντικείμενο έρευνας για αρκετές δεκαετίες. Ο Bishop (1980) αναφέρει ότι για τον MacFarlane Smith (1964) «η χωρική ικανότητα είναι το κλειδί για τη μαθηματική ικανότητα». Ο Lohman (1996) συνδέει τα υψηλά επίπεδα χωρικής ικανότητας με τη δημιουργικότητα, όχι μόνο στην τέχνη αλλά και στα μαθηματικά καθώς και στις επιστήμες. Οι Panaoura, Gagatsis και Lemonides (2007) διενήργησαν ποσοτική έρευνα σε 1000 μαθητές πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, από την οποία προέκυψε ότι η χωρική ικανότητα των μαθητών ήταν ο πιο σημαντικός παράγοντας πρόβλεψης της απόδοσής τους στη γεωμετρία.

Οι Pittalis και Christou (2010) ανέπτυξαν ένα θεωρητικό μοντέλο που περιγράφει τη δομή της σκέψης στην τρισδιάστατη γεωμετρία και το πώς αυτή σχετίζεται με τη χωρική ικανότητα. Το μοντέλο αυτό μελετήθηκε από τους ίδιους πειραματικά ως προς την εγκυρότητα, την αξιοπιστία και την εφαρμοσιμότητά του.

[2] Η Ομάδα Μελέτης Χωρικού Συλλογισμού (Spatial Reasoning Study Group (SRSG)) αποτελείται από 20 ερευνητές από τους τομείς της εκπαίδευσης, των μαθηματικών, της ψυχολογίας (Mulligan, 2015).

Όρισαν ως «συλλογισμό» ένα σύνολο διαδικασιών και/ή ικανοτήτων, το οποίο επιτρέπει στο άτομο να υπερβεί τις πληροφορίες που του δίνονται επί ενός συγκεκριμένου περιβάλλοντος ή προβλήματος. Πρότειναν για τη δομή της σκέψης στην τρισδιάστατη γεωμετρία την ύπαρξη τεσσάρων τύπων συλλογισμού:

α) *Αναπαράσταση των τρισδιάστατων αντικειμένων*: Περιλαμβάνει την ικανότητα χειρισμού των διαφόρων αναπαραστάσεων των αντικειμένων καθώς και την ικανότητα αναγνώρισης και κατασκευής αναπτυγμάτων.

β) *Κατασκευή στον χώρο*: Αναφέρεται στην ικανότητα κατασκευής και χειρισμού τρισδιάστατων αντικειμένων, όπως παρατάξεις κύβων (arrays of cubes).

γ) *Μέτρηση*: Αναφέρεται στην ικανότητα υπολογισμού της επιφάνειας και του όγκου ενός τρισδιάστατου αντικειμένου ή ακόμα και εκτίμησης του όγκου ενός στερεού, χωρίς τη χρήση τύπων.

δ) *Κατανόηση των μαθηματικών ιδιοτήτων*: Αναφέρεται στην ικανότητα αναγνώρισης των τρισδιάστατων αντικειμένων (αναγνώριση στερεών μέσα στο χώρο ή από δισδιάστατες αναπαραστάσεις τους), στην κατανόηση των δομικών τους στοιχείων (αριθμός πλευρών, εδρών, κορυφών) καθώς και των σχέσεων ανάμεσα σ' αυτά και τις ιδιότητες των τρισδιάστατων αντικειμένων.

Με την έρευνά τους, πέρα από την πειραματική αξιολόγηση του παραπάνω μοντέλου, επιβεβαίωσαν ότι η χωρική ικανότητα δεν είναι μονοδιάστατη δομή, αλλά συντίθεται από τρεις παράγοντες: τη χωρική οπτικοποίηση, τον προσανατολισμό και τις χωρικές σχέσεις (Lohman,1996; Kozhevnikov και Hegarty, 2001). Επιπροσθέτως επικύρωσαν τη θεωρητική τους εκτίμηση ότι η σκέψη στην τρισδιάστατη γεωμετρία και η χωρική ικανότητα είναι διαφορετικές δομές, δείχνοντας όμως, παράλληλα, ότι η τελευταία αποτελεί ισχυρό παράγοντα πρόβλεψης της απόδοσης των μαθητών στην πρώτη. Για τους ερευνητές το εύρημα αυτό δηλώνει ότι η βελτίωση στις χωρικές ικανότητες των μαθητών μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα βελτίωση στην τρισδιάστατη γεωμετρική τους σκέψη. Ο Mulligan (2015) υιοθετώντας, ουσιαστικά, αυτήν την άποψη επισημαίνει την ανάγκη να δοθεί έμφαση στην προώθηση της μάθησης στα μαθηματικά μέσω της ενίσχυσης του χωρικού συλλογισμού.

Οι Markopoulos, Potari, Boyd, Petta και Chaseling (2015) ερεύνησαν τον ρόλο των νοητικών δυναμικών μετασχηματισμών στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών σε σχέση με τα γεωμετρικά στερεά και τις ιδιότητές τους. Τα συμπεράσματά τους καταδεικνύουν την κομβική σημασία που έχει η ανάπτυξη της ικανότητας νοητικών χειρισμών των στερεών σε σχέση με την κατανόηση των ιδιοτήτων τους. Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι τα περισσότερα παιδιά που συμμετείχαν στην έρευνα, μέσα στο περίπλοκο πλαίσιο των νοητικών χειρισμών τους οποίους κλήθηκαν να πραγματοποιήσουν, αναφέρθηκαν σε μια φυσική αναπαράσταση. Ο τρόπος χρήσης αυτής διέφερε, ανάλογα με το επίπεδο σκέψης των παιδιών.

Συνοψίζοντας, η έρευνα καταδεικνύει την άμεση σύνδεση της χωρικής ικανότητας με τη γεωμετρία και τα μαθηματικά εν γένει. Παράλληλα επισημαίνεται η σημασία των φυσικών αναπαραστάσεων ως σημείο αναφοράς κατά τη διάρκεια νοητικών μετασχηματισμών.

Η συζήτηση επιστρέφει αναπόφευκτα στα ψηφιακά περιβάλλοντα (Owens και Outhred, 2006) και, κατά συνέπεια, στα ψηφιακά παιχνίδια. Οι Owens και Highfied (2014) παρατηρούν ότι η ψηφιακή εποχή παρέχει εργαλεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ενίσχυση του χωρικού συλλογισμού (visuospatial reasoning). Ειδικότερα, το περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού ασκεί πολύ ισχυρή επίδραση στη δημιουργία μιας οπτικοχωρικής δομής (visuospatial construct) και αυτή με τη σειρά της οδηγεί σε ενσώματη συμπεριφορά και πρακτικές (Lowrie, 2015).

Αναφερόμαστε σε εικονικές αναπαραστάσεις μέσω των οποίων οι παίκτες εξασκούν την ικανότητα προσανατολισμού τους, αντιλαμβάνονται χωρικές σχέσεις, αποσυνθέτουν, ανασυνθέτουν, μετασχηματίζουν, κατασκευάζουν. Παράλληλα έχουν συνεχώς τη δυνατότητα να προσομοιώνουν τόσο την πραγματικότητα όσο και τις εικόνες της φαντασίας τους, δημιουργώντας σημεία αναφοράς και ελέγχου των χωρικών τους ικανοτήτων.

Fig. 3 A visual representation of the map illustrated in the PokéNav

Εικόνα 11. Χάρτης στο PokéNav (Lowrie,2015)

Ο Lowrie (2015) αναφέρεται στο παιχνίδι Pokémon όπου οι παίκτες αναπτύσσουν ένα αρκετά εκλεπτυσμένο επίπεδο οπτικοχωρικού συλλογισμού, από τη στιγμή που είναι αναγκασμένοι να ερμηνεύουν χάρτες διαφορετικών κλιμάκων ενώ ταυτόχρονα πρέπει να ευθυγραμμίζονται σε μονοπάτια κινούμενοι σε χώρο και θέση που δεν είναι ακόμη ορατή στην οθόνη και όλα αυτά επιτυγχάνονται δυναμικά ενώ κινούν ένα αντικείμενο στο χώρο (Εικόνα 11). Παιδιά νηπιαγωγείου ή Α΄ Δημοτικού που σε καμία περίπτωση δεν έχουν συναντήσει ακόμα στα σχολικά τους μαθηματικά έννοιες όπως η κλίμακα, η αναλογία ή η προοπτική, ήταν σε θέση να αντιληφθούν τη σχέση μεταξύ συγκεκριμένων σημείων σε μια σειρά από διαδρομές. Επιπλέον ήταν σε θέση να ενσωματώσουν αυτές τις διαδρομές σε ένα δίκτυο, πραγματοποιώντας προσεγγίσεις των σχετικών αποστάσεων, δημιουργώντας, τελικά, ένα είδος κλίμακας.

Με τον οπτικοχωρικό συλλογισμό σχετίζεται άμεσα και το *Minecraft*. Πρόκειται για ένα παιχνίδι που πρωτοεμφανίστηκε στην αγορά το 2011. Οι παίκτες καλούνται να δημιουργήσουν τον «κόσμο τους» έχοντας ως δομικά στοιχεία αποκλειστικά κύβους. Η δημιουργικότητα και η φαντασία έχουν τον πρώτο ρόλο. Η διαδικασία αυτή έχει το χαρακτήρα μιας συνεχούς προσπάθειας αυτοβελτίωσης στην κατασκευή σχηματισμών από κύβους, δίνοντας έμφαση στη δομή των αντικειμένων. Η συνειδητοποίηση της δομής αλλά και η ανάπτυξη της ικανότητας απαρίθμησης των κύβων που βρίσκονται σε μία τρισδιάστατη παράταξη (arrays of cubes) θεωρείται από τους Battista και Clements (1996) θεμελιώδης για την κατανόηση της έννοιας του όγκου.

Τέλος, οι Avraamidou, Monaghan και Walker (2015) διαπιστώνουν ότι και το παιχνίδι *The Sims* ενισχύει τη χωρική αντίληψη καθώς και τη γεωμετρική σκέψη. Ασφαλώς ένα περιβάλλον προσομοίωσης στο οποίο ο παίκτης μπορεί πολύ εύκολα να μεταβάλει, μετασχηματίσει, μετακινήσει ή περιστρέψει αντικείμενα καθίσταται ιδιαίτερα βοηθητικό στην ανάπτυξη αυτών των ικανοτήτων.

1.2.5 Ψηφιακά παιχνίδια και σχολικά μαθηματικά

Η παραδοχή ότι υπάρχει κάποιο είδος μαθηματικών σε μη σχολικά ψηφιακά παιχνίδια δεν σημαίνει απαραίτητα ότι αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα μαθηματικά του σχολείου, από τη στιγμή, μάλιστα, που δεν έχουν σχεδιαστεί για την εκπαίδευση και δεν έχουν εκπαιδευτικούς στόχους. Σε μια έρευνα διάρκειας τριών ετών σε σχέση με την εκμάθηση μαθηματικών μέσα από παιχνίδια δράσης, οι Jorgensen και Lowrie (2012) διαπίστωσαν ότι τα παιχνίδια προσέφεραν πολλές ευκαιρίες για ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών. Όμως, παράλληλα, τα δεδομένα έδειξαν ότι εφόσον δεν υπήρχε «κόστος» για τα πραγματοποιούμενα λάθη, τα παιδιά επέλεγαν στρατηγικές «δοκιμής» και «λάθους» και δεν εμπλέκονταν σε πιο περίπλοκες σκέψεις.

Η Jorgensen (2015) υποστηρίζει ότι μέσα στο παιχνίδι τα παιδιά εξασκούν συγκεκριμένες πρακτικές οι οποίες μπορεί να θεωρηθεί ότι σχετίζονται με την απόκτηση νέας μαθηματικής γνώσης. Πρόκειται όμως για μια πολύ προσωπική νέα γνώση, με την έννοια ότι σχετίζεται με την προσωπικότητα και ταυτότητα του παίκτη. Παραμένει, επομένως, πρόκληση, αν και μπορεί στην πραγματικότητα να μην είναι καν εφικτή, η σύνδεση και μετάβαση από τα μαθηματικά που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο του παιχνιδιού, στα μαθηματικά του σχολείου (Egenfeldt–Nielsen 2007; Gros, 2015; Jorgensen, 2015).

Ο Fergola (2015) υποστηρίζει ότι κάποια παιχνίδια μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διδακτικούς σκοπούς. Θέτει, όμως, ως βασική προϋπόθεση την ενσωμάτωσή τους σε μια διαδικασία σχεδιασμού με σαφή στοχοθεσία. Αντιστοίχως, οι Amory και Seagram (2003), παρότι υποστηρίζουν την εκπαιδευτική αξία του παιχνιδιού, διατυπώνουν επιφυλάξεις ως προς το αν το περιβάλλον ενός παιχνιδιού θα μπορέσει να αποδειχθεί μια πειστική αναπαράσταση της πραγματικότητας, εμπλέκοντας τον παίκτη σε μια δραστηριότητα που θα έχει τα χαρακτηριστικά ρεαλιστικού προβλήματος. Επιπλέον οι ερευνητές εκφράζουν τον σκεπτικισμό τους για το αν τα παιδιά θα μπορέσουν να αντιληφθούν τις υποκείμενες έννοιες ή θα μείνουν σε μια επιφανειακή αντιμετώπιση.

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η θέση που λαμβάνουν οι εκπαιδευτικοί. Το 2007 ο Egenfeldt–Nielsen διαπίστωνε έλλειψη αποδοχής των παιχνιδιών ως εκπαιδευτικών εργαλείων από την πλειονότητα των εκπαιδευτικών, οι οποίοι τα θεωρούσαν ένα μέσο διασκέδασης χωρίς παιδαγωγική αξία. Νεότερη έρευνα των Bourgonjon, De Grove, De Smet, Van Looy, Soetaert και Valcke, (2013) δείχνει ότι, πλέον, αρκετοί εκπαιδευτικοί είναι θετικοί στη χρήση ψηφιακών παιχνιδιών του εμπορίου στην τάξη. Παρόλα αυτά εξακολουθούν να διστάζουν, από τη στιγμή που δεν υπάρχει ξεκάθαρη σύνδεση με τους διδακτικούς τους στόχους και το παιχνίδι μπορεί να είναι χρονοβόρο. Επιπροσθέτως η επιλογή του κατάλληλου παιχνιδιού δεν είναι απλή υπόθεση και η λογική της χρήσης του στην τάξη απαιτεί προετοιμασία, τόσο για τους μαθητές όσο και για τους εκπαιδευτικούς και τους υπεύθυνους των αναλυτικών προγραμμάτων.

Αντιστοίχως, μέσω της εμπειρικής έρευνας BECTA έγινε προσπάθεια εκπαιδευτικής χρήσης εμπορικών παιχνιδιών. Στα αρνητικά οι ερευνητές κατέγραψαν τις αντιρρήσεις των εκπαιδευτικών, που βρήκαν τα παιχνίδια κατά κανόνα πολύπλοκα για τους σκοπούς της διδασκαλίας, ενώ υπήρχε και δυσκολία χρονικής προσαρμογής. Οι εκπαιδευτικοί ανέφεραν επιπλέον ότι αντιμετώπισαν τεχνικές δυσκολίες, τα κορίτσια ενδιαφέρονταν πολύ λιγότερο από τα αγόρια, ενώ αρκετοί μαθητές απορροφήθηκαν τόσο πολύ από το παιχνίδι ώστε έχασαν τον εκπαιδευτικό στόχο (BECTA, 2007).

Ο προβληματισμός, επομένως, για τη δυνατότητα χρήσης ψηφιακών παιχνιδιών για εκπαιδευτικούς σκοπούς είναι υπαρκτός και διαθέτει πολλές πτυχές. Θα πρέπει να λάβουμε σοβαρά υπόψη μία επιπλέον παράμετρο: Οι σημερινοί μαθητές δεν θα πρέπει να θεωρούνται ως μια ομοιογενής ομάδα, μέσα στην οποία έχουν όλοι την ίδια διάθεση ενασχόλησης με οτιδήποτε σχετίζεται με τους υπολογιστές. Πρόκειται για μια γενίκευση αρκετά επικίνδυνη, που μπορεί να μας οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα και αποτυχημένες προσπάθειες πρακτικής εφαρμογής. Έρευνα των Bourgonjon, Valcke, Soetaert και Schellens (2010) σε μαθητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης έδειξε ότι υπάρχει ανομοιογένεια τόσο ως προς τις προτιμήσεις των παιδιών όσο και ως προς τον τρόπο χρήσης. Ένα σημαντικό κομμάτι μαθητών δήλωσε, μάλιστα, ότι δεν παίζει καθόλου ψηφιακά παιχνίδια, ενώ τα αγόρια φαίνεται να είναι πιο θετικά από τα κορίτσια ως προς τα παιχνίδια στην εκπαίδευση.

Κεφάλαιο 2ο

Θεωρητικό πλαίσιο

2.1 Κονστραξιονισμός (Constructionism)

Αν ένας άνθρωπος πεινάει μπορείς να του δώσεις ένα ψάρι, αλλά είναι καλύτερο να του δώσεις μια πετονιά και να τον διδάξεις να πιάνει ψάρια μόνος του.

Η παροιμία αυτή δίνει το πλαίσιο των βασικών αρχών του κονστραξιονισμού. Για τον Papert (1993) η παραδοσιακή εκπαίδευση κωδικοποιεί αυτά που θεωρεί ότι οι πολίτες θα πρέπει να ξέρουν και θέτει ως στόχο να τροφοδοτήσει τα παιδιά με αυτά. Αντιθέτως, ο κονστραξιονισμός βασίζεται στην υπόθεση ότι «τα παιδιά θα τα καταφέρουν καλύτερα όταν βρίσκουν ("ψαρεύουν") μόνοι τους τις συγκεκριμένες γνώσεις που χρειάζονται». Παρατηρεί ότι υπάρχει άνιση μεταχείριση ανάμεσα στις τέχνες, όπως τις χαρακτηρίζει, της μάθησης και της διδασκαλίας. Αυτή γίνεται φανερή στον τρόπο που εκφραζόμαστε: «Ο εκπαιδευτικός διδάσκει το παιδί». Ο εκπαιδευτικός είναι το ενεργό υποκείμενο της πρότασης και το παιδί το παθητικό αντικείμενο. Ο εκπαιδευτικός είναι αυτός που έχει τον έλεγχο και επομένως είναι αυτός που πρέπει να είναι ικανός.

Έχοντας ως αφετηρία αυτό που ο ίδιος χαρακτήριζε «Πιαζετιανό τρόπο μάθησης» ο Papert (1980) υποστηρίζει ότι οι άνθρωποι μαθαίνουν καλύτερα όταν δημιουργούν πράγματα. Μέσα από μια διαδικασία κατασκευής και συσχετισμών με τις προϋπάρχουσες εμπειρίες δομείται η νέα μαθηματική γνώση. Ο Papert εισήγαγε την ιδέα των μικρόκοσμων για τη μάθηση στα μαθηματικά. Οι Healy και Kynigos (2010) παρατηρούν ότι στο βιβλίο Mindstorms το 1980 ο Papert παρουσιάζει την ιδέα μικρόκοσμων εφοδιασμένων με υπολογιστικά αντικείμενα τα οποία ενσωματώνουν τα μαθηματικά όχι μόνο στην τυπική τους μορφή αλλά ταυτόχρονα είναι άμεσα σχετιζόμενα και με τους ίδιους τους εκπαιδευόμενους. Αυτό επιτρέπει τη δημιουργία μαθηματικών νοημάτων σε αρμονία με το σώμα (body syntonic) αλλά και το "εγώ" (ego syntonic). Σύμφωνα με το όραμα του Papert οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει να μπορούν να συντονίσουν τα αντικείμενα του μικρόκοσμου με τη "γνώση του σώματός τους". Επιπλέον θα πρέπει να αντιληφθούν αυτά τα αντικείμενα με τρόπους που είναι εναρμονισμένοι με την αίσθηση που έχουν οι ίδιοι όντες άνθρωποι με προθέσεις, στόχους, επιθυμίες, συμπάθειες και αντιπάθειες. Αυτές οι δύο δομές διαμορφώνουν το θεωρητικό πλαίσιο που τροφοδότησε αρχικά την ιδέα του κονστραξιονισμού (Healy και Kynigos, 2010).

Αντιλαμβανόμαστε, επομένως, ότι η μάθηση στο πλαίσιο του κονστραξιονισμού ξεφεύγει από τη λογική της μεταφοράς γνώσεων. Σύμφωνα με την Bruckman (1999) η μάθηση μέσα από την πράξη, τον σχεδιασμό και τις δραστηριότητες χτισίματος είναι περισσότερο αποτελεσματική από τη διδασκαλία μέσω οδηγιών. Αντίστοιχα η Ackermann (1996) παρατηρεί ότι, όπως μας δίδαξε ο Piaget, η γνώση δεν είναι εμπόρευμα για να μεταφέρεται. Ούτε είναι πληροφορία για να παραδίδεται στο ένα άκρο κωδικοποιημένη και να αποθηκεύεται και να επαναχρησιμοποιείται στο άλλο άκρο. Αντιθέτως η γνώση είναι η εμπειρία, υπό την έννοια ότι κατασκευάζεται ενεργά και ανακατασκευάζεται μέσα από εμπειρίες, πειραματισμό, αλληλεπίδραση.

Κατά συνέπεια η δημιουργία συνδυασμένη με το μοίρασμα είναι αυτή που θα δώσει καλύτερα γνωστικά αποτελέσματα (Luckin, Bligh, Manches, Ainsworth, Crook και Noss, 2012; Peppler και Kafai, 2007). Ο κονστραξιονισμός, επομένως, τονίζει εξίσου το ρόλο του ατόμου αλλά και της κοινωνικής συμμετοχής. Εδώ το αντικείμενο, η κατασκευή, η συμμετοχή και το μοίρασμα διαμορφώνουν τη μάθηση.

Αναφερόμαστε, επομένως, στην κατασκευή ενός αντικειμένου που έχει νόημα τόσο για τον δημιουργό του όσο και για τους γύρω του. Πιθανόν να πρόκειται για την κατασκευή ενός κάστρου στην άμμο ή μιας μηχανής ή για τη δημιουργία ενός προγράμματος στον υπολογιστή ή ενός εικονικού αντικειμένου (Bruckman και Resnick, 1996). Σε κάθε περίπτωση, όποια και αν είναι η μορφή της, θα πρέπει ο κατασκευαστής να μπορεί να την εξωτερικεύσει και να τη μοιραστεί με άλλους (Shaw, 1996). Τα συμπεράσματά του, οι γνώσεις και οι εμπειρίες που αποκόμισε από την όλη προσπάθεια στη συνέχεια εσωτερικεύονται για να ξαναχρησιμοποιηθούν εκ νέου σε επόμενη κατασκευή.

Τα οφέλη από μια τέτοια διαδικασία είναι σε κάθε περίπτωση πολλαπλά. Το να μοιράζεται κάποιος μια δημιουργία μπορεί να οδηγήσει όχι μόνο στη βελτίωσή της αλλά και στη βαθύτερη κατανόηση των απόψεων των άλλων ανθρώπων, τόσο σε σχέση με το ίδιο το αντικείμενο όσο και με τις ιδέες με τις οποίες αυτό σχετίζεται (Evard, 1996).

Η τέχνη της μάθησης είναι, επομένως, μια σύνθετη διαδικασία που αφορά στην ανάπτυξη της ικανότητας των ανθρώπων να κατανοούν τον κόσμο αλλά και τον εαυτό τους και να κατασκευάζουν προοδευτικά βαθύτερα επίπεδα κατανόησης. Η γνώση κατασκευάζεται μέσα από μια συνεχή αλληλεπίδραση ανάμεσα στο άτομο και το περιβάλλον (Achermann, 1996). Αυτή η αλληλεπίδραση σε συνδυασμό με τη δημιουργικότητα και τη φαντασία δίνουν νόημα στη γνώση και πνοή στη μάθηση.

Ολοκληρώνουμε τη σύντομη αυτή επισκόπηση με ένα παράδοξο και ένα ερώτημα, με τον τρόπο που τα θέτει ο Papert:

> Στο σχολείο τα παιδιά διδάσκονται περισσότερα σε σχέση με τους αριθμούς και τη γραμματική παρά για το πώς να σκέφτονται. Παρόλα αυτά θεωρείται συνήθως καλή πρακτική να δίνουμε στους ανθρώπους οδηγίες για τις επαγγελματικές τους δραστηριότητες. Η βασική «επαγγελματική» δραστηριότητα των παιδιών είναι να μαθαίνουν, να σκέφτονται, να παίζουν. Εντούτοις, δεν τους λέμε τίποτα για αυτά. Αντιθέτως, προσπαθούμε απλώς να τους μεταφέρουμε γνώσεις, ελπίζοντας κατά κάποιο τρόπο ότι τα πραγματικά σημαντικά πράγματα θα προκύψουν από μόνα τους. Και κάποιες φορές όντως προκύπτουν. Αλλά το τρίπτυχο αποξένωση–παραίτηση–αποχαύνωση δεν είναι λιγότερο συχνό. Το παράδοξο παραμένει: γιατί δεν τους διδάσκουμε πώς να σκέφτονται, να μαθαίνουν και να παίζουν;

2.2 Η Ρεαλιστική Εκπαίδευση στα Μαθηματικά (Realistic Mathematics Education–RME) και η Διερευνητική Μάθηση (Inquiry Based Learning)

Οι Van den Heuvel–Panhuizen και Drijvers (2014) επισημαίνουν ότι οι πρώτες προσπάθειες ένταξης μιας ρεαλιστικής προσέγγισης στη διδασκαλία των μαθηματικών ξεκίνησαν το 1968 στην Ολλανδία με το πρόγραμμα Wiskobas ("μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση" των Edu Wijdeveld, Fred Goffree και Adri Treffers). Το πρόγραμμα αυτό σύντομα βρέθηκε υπό την αιγίδα του νεοσύστατου –τότε– ινστιτούτου IOWO (νυν ινστιτούτο Freudenthal), με πρώτο διευθυντή τον Hans Freudenthal. Στη συνέχεια επεκτάθηκε και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση με το πρόγραμμα Wiskivon.

Ο Gravemeijer (1999) αναγνωρίζει τη θέση του Hans Freudenthal για τα «μαθηματικά ως ανθρώπινη δραστηριότητα» ως κεντρική για τη σύλληψη και ανάπτυξη της ιδέας της Ρεαλιστικής Εκπαίδευσης στα Μαθηματικά (ΡΕΜ). Αντιστοίχως, οι Artigue και Blomhøj (2013) συνδέουν την ανάδυση της ΡΕΜ με τη *διδακτική φαινομενολογία* του Freudenthal. Πρόκειται για τη θεώρηση όπου η περιγραφή των μαθηματικών εννοιών, των δομών και των ιδεών θα πρέπει να γίνεται μέσα από τη σχέση τους με τα φαινόμενα για τα οποία δημιουργήθηκαν (Van den Heuvel–Panhuizen και Drijvers, 2014).

Στον κεντρικό πυρήνα των αρχών της ΡΕΜ βρίσκεται η *καθοδηγούμενη επανανακάλυψη (guided reinvention)* (Freudenthal, 1991). Οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τα φαινόμενα που οδήγησαν στην ανακάλυψη–επινόηση των μαθηματικών εννοιών και καθοδηγούνται από τους εκπαιδευτικούς προκειμένου να τις επανανακαλύψουν. Για τους Artigue και Blomhøj (2013) θα πρέπει να δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να αναπτύξουν τα δικά τους μαθηματικά και σταδιακά να μετασχηματίζουν τις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος που εφαρμόζουν σε πιο φορμαλιστικές μεθόδους, εναρμονισμένες με αυτές της μαθηματικής κοινότητας.

Όπως δηλώνει το ίδιο το ακρωνύμιο της PME, η μάθηση στα μαθηματικά θα πρέπει να σχετίζεται με φαινόμενα τα οποία αποτελούν μέρος της πραγματικότητας του ίδιου του μαθητή. Ο Freudenthal (1991) διευκρινίζει ότι χρησιμοποιεί τον όρο "πραγματικότητα" για να περιγράψει κάτι που «σε κάποιο συγκεκριμένο επίπεδο η κοινή λογική αποδέχεται ως πραγματικό» και συνεχίζει ως εξής:

> Η «πραγματικότητα» εδώ δεν προορίζεται να γίνει κατανοητή οντολογικά (ό,τι και να σημαίνει οντολογία), κατά συνέπεια ούτε μεταφυσικά (Πλάτωνας), ούτε φυσικά (Αριστοτέλης), ούτε ακόμα ψυχολογικά. Αντιθέτως θα πρέπει να την κατανοήσουμε με βάση την κοινή λογική […]. Δεν περιορίζεται στο χώρο και το χρόνο αλλά περιλαμβάνει νοητά αντικείμενα και δραστηριότητες.

Σημείο έναρξης της διδασκαλίας, επομένως, θα πρέπει να είναι η ίδια η πραγματικότητα, όπως αυτή γίνεται αντιληπτή και περιγράφεται από την κοινή λογική. Κατά συνέπεια τα μαθηματικά θα πρέπει να διδάσκονται μέσα σε μια προσπάθεια μαθηματικοποίησης της πραγματικότητας και όχι ως ένα κλειστό σύστημα (Van den Heuvel–Panhuizen και Drijvers, 2014).

Η μαθηματικοποίηση, επομένως, ανάγεται σε κεντρική διαδικασία στο πλαίσιο της ρεαλιστικής εκπαίδευσης στα μαθηματικά. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο διαχωρισμός ανάμεσα σε *οριζόντια* και *κάθετη μαθηματικοποίηση*, ο οποίος αποδίδεται από τον Freudenthal (1991) στον Treffers. Στην *οριζόντια μαθηματικοποίηση* οι μαθητές χρησιμοποιούν μαθηματικά εργαλεία για να οργανώσουν και να λύσουν προβλήματα που προέρχονται από ρεαλιστικές καταστάσεις. Αντιθέτως, η *κατακόρυφη μαθηματικοποίηση* περιγράφει την αναδιοργάνωση που λαμβάνει χώρα εντός του μαθηματικού συστήματος, με τη χρήση συνδέσεων ανάμεσα σε έννοιες και στρατηγικές. Κατά συνέπεια, η *οριζόντια μαθηματικοποίηση* αφορά τη μετακίνηση από τον πραγματικό κόσμο στον κόσμο των συμβόλων, ενώ η *κατακόρυφη* περιγράφει τις μεταβάσεις μέσα στον ίδιο τον αφηρημένο κόσμο των συμβόλων (Van den Heuvel και Drijvers, 2014), όπου ο προβληματισμός και η εργασία πάνω στα ίδια τα μαθηματικά οδηγούν στην ανάπτυξη μιας νέας μαθηματικής πραγματικότητας (Artigue και

Blomhøj, 2013). Οι Gravemeijer και Doorman (1999) παρατηρούν ότι μέσα από την *κατακόρυφη μαθηματικοποίηση* οι μαθητές ανεβαίνουν επίπεδο μέσα στα μαθηματικά.

Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι αναφερόμαστε ουσιαστικά σε μια διαδικασία μοντελοποίησης όπου όμως ο μαθητής δημιουργεί μόνος του το κατάλληλο μοντέλο για να περιγράψει το πρόβλημα που καλείται να επιλύσει μέσα στο πλαίσιο μιας ρεαλιστικής κατάστασης (Gravemeijer,1999). Δημιουργεί, επομένως, ένα *"μοντέλο από" ("model of")* το συγκεκριμένο πρόβλημα. Στη συνέχεια, όμως, υπάρχει η δυνατότητα μετατροπής ενός "*μοντέλου από"* κάποια μη τυπική μαθηματική δραστηριότητα σε "*μοντέλο για" ("model for")* έναν περισσότερο τυπικό μαθηματικό συλλογισμό Gravemeijer (1999).

Αρχικά το μοντέλο καθορίζεται από το πλαίσιο και το πρόβλημα και είναι άμεσα συνδεδεμένο με αυτά *("μοντέλο από").* Μέσα από την επαναλαμβανόμενη χρήση του, όμως, αποκτά έναν πιο γενικό χαρακτήρα. Γίνεται περισσότερο αφηρημένο. Είναι, πλέον, ένα μοντέλο που μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να ενισχύσει το συλλογισμό σε μια σειρά από καταστάσεις *("μοντέλο για")* (Artigue και Blomhøj, 2013). Ο Gravemeijer (1999) δίνει ως παράδειγμα το πρόβλημα με το μοίρασμα της πίτσας του Streefland. Οι μαθητές μοντελοποιούν το πρόβλημα σχεδιάζοντας κύκλους που αναπαριστούν τις πίτσες *("model of").* Στη συνέχεια χρησιμοποιούν παρόμοια σχέδια προκειμένου να υποστηρίξουν το συλλογισμό τους στην αναζήτηση των σχέσεων μεταξύ των κλασμάτων *("model for").*

Συμπερασματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι στο πλαίσιο της ΡΕΜ δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην αναγκαιότητα της εννοιολογικής ανάπτυξης των μαθηματικών, στη σημασία του διδακτικού σχεδιασμού και στο ρόλο του εκπαιδευτικού. Όλα αυτά είναι ενσωματωμένα σε μια θεωρητική προσέγγιση της εκπαιδευτικής διαδικασίας όπου οι κεντρικές ιδέες είναι αυτές της μαθηματικοποίησης και της μοντελοποίησης, ενώ παράλληλα δίνεται ιδιαίτερο βάρος στη ρεαλιστικότητα των καταστάσεων μέσα από τις οποίες μαθαίνουν οι μαθητές. Σε κάθε περίπτωση δεν μιλάμε για ένα στατικό και αμετάβλητο σύστημα. Αντιθέτως η ΡΕΜ είναι μια διαρκώς εξελισσόμενη θεωρία σχεδιασμού, πειραματισμού, ανάλυσης και αναστοχασμού στην εκπαίδευση (Gravemeijer, 1999).

Τα τελευταία χρόνια παρατηρούμε την εμφάνιση μια νέας τάσης στην εκπαίδευση, η οποία μπορούμε να πούμε ότι ενσωματώνει αρκετές από τις αρχές της ΡΕΜ. Πρόκειται για τη διερευνητική μάθηση (Inquiry Based Learning, IBL). Σύμφωνα με τους Artigue και Blomhøj (2013) η διερευνητική εκπαίδευση (Inquiry Based Education, IBE) μπορεί να οριστεί ως μια διδακτική προσέγγιση όπου οι μαθητές καλούνται να εργαστούν με τρόπους παρόμοιους με αυτούς των μαθηματικών και των επιστημόνων. Θα πρέπει να σημειώσουμε την έμφαση που δίνεται στην οργάνωση δραστηριοτήτων γύρω από καταστάσεις της πραγματικής ζωής. Τέτοιες δραστηριότητες αναμένεται να δώσουν κίνητρο στα παιδιά και τους επιτρέπουν να χρησιμοποιούν τις εξωσχολικές εμπειρίες και γνώσεις τους στις σχολικές δραστηριότητες και έρευνες.

Το πρόγραμμα Mascil[3].

"Ανακαλύπτοντας τα Μαθηματικά και τις Φυσικές επιστήμες στην καθημερινή ζωή και στους χώρους εργασίας"

Το "Mascil", όπως μας πληροφορεί η επίσημη ιστοσελίδα του προγράμματος στην Ελλάδα, είναι «μια προσπάθεια που στοχεύει στην διάχυση της διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση μέσα από τη σύνδεση της διδασκαλίας των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών με το χώρο εργασίας. Στο πλαίσιο της διερευνητικής μάθησης στη σχολική τάξη οι μαθητές έχουν ενεργό ρόλο θέτοντας ερωτήσεις, επιλύοντας προβλήματα με πρωτότυπους τρόπους, επινοώντας στρατηγικές και συζητώντας για τα αποτελέσματα. […] Μέσα από τη σύνδεση διερευνητικής μάθησης και χώρου εργασίας επιδιώκεται να αποκτήσουν νόημα τα μαθηματικά και οι φυσικές επιστήμες για τους μαθητές».

Η ανάγκη επαναδιαμόρφωσης του πλαισίου μέσα στο οποίο οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τις διάφορες έννοιες είναι, ούτως ή άλλως, το σημείο στο οποίο συγκλίνουν οι περισσότεροι ερευνητές. Η συγκεκριμένη προσπάθεια έρχεται να δώσει ώθηση στην άποψη ότι θα πρέπει να έχει περιεχόμενο και ουσία η ενασχόληση των παιδιών με τα μαθηματικά και τις επιστήμες. Έτσι, οι μαθητές καλούνται να δώσουν τη δική τους πρόταση–λύση σε προβλήματα που αντιμετωπίζουν στο χώρο εργασίας τους διάφοροι επαγγελματίες.

Μια τέτοια διδακτική προσέγγιση διερευνητικής μάθησης, η οποία είναι μάλιστα συνδεδεμένη με το χώρο εργασίας, πιθανόν να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τη χρησιμότητα και το νόημα όλων εκείνων των τύπων, των κανόνων και των σχέσεων που έχουν κληθεί να μάθουν κατά τη σχολική τους διαδρομή. Ταυτόχρονα μπορεί να λειτουργήσει ως μια καλή αφορμή για την ανακάλυψη νέων γνώσεων–εννοιών, απαραίτητων για την αντιμετώπιση μιας συγκεκριμένης και απολύτως συμβατής με την πραγματικότητα κατάστασης.

[3] mascil (mathematics and science for life)

2.3 Αφαίρεση εντός πλαισίου (Abstraction in Context – AiC)

Οι Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001) εστιάζουν στην έννοια της αφαίρεσης, η οποία ούτως ή άλλως αποτελεί κεντρικό θέμα στη διδακτική των μαθηματικών. Παρουσιάζουν ένα θεωρητικό μοντέλο περιγραφής της *Αφαίρεσης εντός Πλαισίου (Abstraction in Context, AiC)*. Αρχικά δίνουν έναν λειτουργικό ορισμό για την αφαίρεση, χαρακτηρίζοντάς την ως «μια δραστηριότητα στην οποία οι μαθητές αναδιοργανώνουν κατακόρυφα τα μαθηματικά που έχουν κατασκευάσει προηγουμένως, σε μια νέα μαθηματική δομή».

Εμπνευσμένοι από την επιστημολογική θεωρία του Davydov, οι Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001) υποστηρίζουν ότι η αφαίρεση στηρίζεται σε μια διαλεκτική σχέση ανάμεσα στο συγκεκριμένο και το αφηρημένο και δεν σημαίνει απλώς μετάβαση από το πρώτο στο δεύτερο. Επιπλέον δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στο πλαίσιο μέσα στο οποίο αυτή εμφανίζεται. Το πλαίσιο αυτό καθορίζεται από τις ίδιες τις δραστηριότητες στις οποίες εμπλέκονται οι μαθητές, τα εργαλεία που έχουν στη διάθεσή τους, το φυσικό και κοινωνικό περιβάλλον αλλά και τις ήδη υπάρχουσες εμπειρίες και από την προσωπικότητα των μαθητών και των δασκάλων.

Οι ίδιοι αναλύουν την ορολογία που χρησιμοποίησαν στον ορισμό τους σχηματοποιώντας ευκρινέστερα τη θεωρητική τους τοποθέτηση:

Ο όρος «δραστηριότητα» χρησιμοποιείται με την έννοια που δίνεται σε αυτόν από τη θεωρία δραστηριότητας (Activity Theory), υπονοώντας ότι το πλαίσιο θα πρέπει να ληφθεί πλήρως υπόψιν.

Ο όρος «μαθηματικά που έχουν κατασκευαστεί προηγουμένως» αναφέρεται στη χρήση αποτελεσμάτων από προηγούμενες αφαιρέσεις αλλά και στο ότι η παρούσα διαδικασία ξεκινά από μια αρχική, ακατέργαστη μορφή αφαίρεσης.

Ο όρος «αναδιοργάνωση σε μια νέα δομή» περιλαμβάνει μαθηματικές ενέργειες όπως τη διατύπωση μιας καινούριας υπόθεσης, την ανακάλυψη ή επανανακάλυψη μιας μαθηματικής γενίκευσης, μιας απόδειξης ή μιας νέας στρατηγικής για την επίλυση ενός προβλήματος. Οι ερευνητές τονίζουν ότι η λέξη «νέα» έχει τοποθετηθεί σκόπιμα για να εκφράσει το γεγονός ότι οι συμμετέχοντες στη δραστηριότητα της αφαίρεσης συνειδητοποιούν κάτι στο οποίο προηγουμένως δεν είχαν πρόσβαση.

Τέλος, ο όρος «κατακόρυφη μαθηματικοποίηση» παραπέμπει στις αρχές της Ρεαλιστικής εκπαίδευσης στα Μαθηματικά.

Η γένεση μιας αφαίρεσης διέρχεται από τρία στάδια (Kidron και Dreyfus, 2008; Monaghan και Ozmantar, 2006): (α) *την ανάγκη (need)* για τη δημιουργία μιας νέας δομής, (β) *την ανάδυσή της (emergence)* και (γ) *την εμπέδωσή της (consolidation)* μέσα από τη χρήση της σε επόμενες δραστηριότητες.

Οι Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001) προσδιορίζουν τις *επιστημικές ενέργειες της αφαίρεσης*, τις νοητικές ενέργειες μέσω των οποίων η γνώση κατασκευάζεται, με το μοντέλο RBC:

Αναγνώριση (recognizing) (R): Συμβαίνει όταν ο εκπαιδευόμενος αναγνωρίζει την προηγούμενη γνώση που σχετίζεται με το πρόβλημα που αντιμετωπίζει.

Χτίσιμο με (building with) (B): Περιλαμβάνει το συνδυασμό των προϋπαρχουσών γνώσεων προκειμένου να επιτευχθεί συγκεκριμένος στόχος, όπως είναι η εφαρμογή μιας στρατηγικής ή η εξήγηση της λύσης ενός προβλήματος.

Κατασκευή (constructing) (C): Η κατασκευή είναι κεντρική ενέργεια της μαθηματικής αφαίρεσης. Αναφέρεται στο συνδυασμό και την εφαρμογή προηγούμενων γνώσεων κατά την κατακόρυφη μαθηματικοποίηση, που έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας καινούριας γνωστικής δομής. Ο εκπαιδευόμενος εκφράζει τη νεοαποκτηθείσα γνώση είτε μέσα από ενέργειες (οπότε και μπορεί να μην την αντιλαμβάνεται πλήρως) είτε περιγράφοντάς την.

Οι Monaghan και Ozmantar (2006) τονίζουν τη διαφορά μεταξύ «κατασκευής» και «χτισίματος με» που εμφανίζεται στο παραπάνω μοντέλο. Στο «χτίσιμο με» απουσιάζει η καινοτομία καθώς πρόκειται για ενέργεια που βασίζεται αποκλειστικά σε προϋπάρχουσες δομές. Οι δομές αυτές στην ενέργεια της «κατασκευής» αναδιοργανώνονται με στόχο τη δημιουργία μιας νέας.

Στο μοντέλο RBC οι ενέργειες "φωλιάζουν" (nested) η μία μέσα στην άλλη, με την έννοια ότι το «χτίσιμο με» περιλαμβάνει την «αναγνώριση» και η «κατασκευή» περιλαμβάνει «αναγνώριση» και «χτίσιμο με» (Ozmantar και Roper, 2004).

Κεφάλαιο 3ο
Μεθοδολογία–Έρευνα

3.1 Στόχοι της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα

Από την ανασκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας διαπιστώσαμε ότι πολλοί ερευνητές αναγνωρίζουν ότι τα ψηφιακά παιχνίδια έχουν θετική επίδραση στην ανάπτυξη συγκεκριμένων ικανοτήτων των παιδιών. Κάποιοι, προχωρώντας περισσότερο, τα θεωρούν ισχυρό εργαλείο μάθησης και αναζητούν πιθανούς τρόπους ενσωμάτωσής τους στη σχολική πραγματικότητα. Εντούτοις δεν θα πρέπει να παραβλέψουμε και το γεγονός ότι υπάρχει και η μερίδα εκείνη των ερευνητών που διατυπώνει επιφυλάξεις και αντιμετωπίζει με σκεπτικισμό τις προτεινόμενες αλλαγές.

Διαμορφώνεται, κατά συνέπεια, ένα εξαιρετικά ενδιαφέρον πεδίο για μελέτη και προβληματισμό. Αναμφίβολα, ένα περιβάλλον το οποίο ευνοεί τη δημιουργικότητα και την αναζήτηση πρακτικά εφαρμόσιμων λύσεων σε συνθήκες, μάλιστα, που προσομοιάζουν την πραγματικότητα, δεν μπορεί παρά να λειτουργεί ενισχυτικά για τα παιδιά, καθώς αυτά σκέφτονται, κατασκευάζουν και επιτυγχάνουν στόχους. Μέχρι ποιο σημείο, όμως; Υπάρχει περίπτωση μια κατασκευή στο περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού να οδηγήσει σε αφαιρετικές διαδικασίες και στη δημιουργία μιας νέας μαθηματικής έννοιας;

Αυτό είναι σε αδρές γραμμές και το περίγραμμα της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Βασικός στόχος είναι η μελέτη των προσωπικών αντιλήψεων και ενεργειών των συμμετεχόντων καθώς αυτοί θα έρθουν αντιμέτωποι με την πρόκληση της επίλυσης ενός ρεαλιστικού προβλήματος στο περιβάλλον ενός δημοφιλούς ψηφιακού παιχνιδιού.

Το κεντρικό ερώτημα που θα μας απασχολήσει, επομένως, είναι αν και με ποιους τρόπους οι μαθητές κατασκευάζουν νοήματα κατά την εμπλοκή τους σε διαδικασίες διερεύνησης οι οποίες συνδέουν τα μαθηματικά με τον χώρο εργασίας, μέσα από τη χρήση ψηφιακών παιχνιδιών. Μέσα σε αυτές τις διαδικασίες νοηματοδότησης θα προσπαθήσουμε να εστιάσουμε στις ακόλουθες πτυχές:

- Ποιες μαθηματικές έννοιες έρχονται στην επιφάνεια;
- Ποια είναι η φύση των αφαιρετικών διαδικασιών που εμφανίζονται;
- Ποιος είναι ο ρόλος του ψηφιακού παιχνιδιού ως προς την ανάδυση των μαθηματικών εννοιών και την ενίσχυση της χωρικής αντίληψης;

3.2 Το πλαίσιο της έρευνας και οι συμμετέχοντες

3.2.1 Το πλαίσιο της έρευνας

Η μελέτη περίπτωσης (case study) κρίθηκε ως το κατάλληλο εργαλείο για τη συγκεκριμένη έρευνα, η οποία εκ των πραγμάτων έχει ποιοτικά χαρακτηριστικά, καθώς στοχεύει στη «βαθιά γνώση και ουσιαστική μελέτη των εμπειριών των συμμετεχόντων» (Hoepfl, 1997). Σύμφωνα με τον Erickson (2012) μια ποιοτική έρευνα δεν είναι μια απλή, ακριβής καταγραφή μιας συμπεριφοράς. Περισσότερο σκιαγραφεί ένα είδος κοινωνικής αλληλεπίδρασης κάποιων ατόμων και έχει, κατά συνέπεια, ένα χαρακτήρα επεξηγηματικό, στοχεύοντας στην παραγωγή μιας περιγραφής και μιας ανάλυσης που έχουν «ερμηνευτική αξία» μέσα από το νόημα που δίνει ο καθένας στις ενέργειες του άλλου. Πάντως δεν θα πρέπει να ξεχνάμε ότι αυτή η περιγραφή και ανάλυση, που πιθανόν να περιλαμβάνει και την ανακάλυψη αιτιωδών συνθηκών, αφορά μία συγκεκριμένη, κάθε φορά, κατάσταση. Υπό αυτήν την έννοια ο στόχος μιας μελέτης περίπτωσης είναι η ανακάλυψη μοτίβων και η κατανόηση των διαδικασιών της ίδιας. Τα όποια συμπεράσματα δεν είναι δυνατό να γενικευτούν (Erickson, 2012).

Στην προκειμένη περίπτωση σχεδιάζεται μια ανοιχτή διαδικασία προβληματισμού σε σχέση με ένα ρεαλιστικό πρόβλημα πλαισιωμένο με ένα περιβάλλον εικονικής πραγματικότητας. Η ερευνήτρια καλείται να έχει ενεργό ρόλο, καθώς είναι αναγκαίο να παρέχει την απαραίτητη ανατροφοδότηση, διαμορφώνοντας τις κατάλληλες συνθήκες παραγωγής ενσυνείδητων πράξεων και λειτουργιών από την πλευρά των συμμετεχόντων.

3.2.2 Συμμετέχοντες

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι οι συμμετέχοντες δεν επελέγησαν τυχαία. Αντιθέτως ακολουθήθηκε «η συνήθης στρατηγική μιας ποιοτικής έρευνας, που είναι η εστίαση σε περιπτώσεις που δύνανται να παρέχουν πλούσια δεδομένα» Hoepfl (1997). Η απόκτηση μιας όσο το δυνατόν πληρέστερης εικόνας που θα αναδείξει κοινούς τόπους, διαφοροποιήσεις αλλά και την προσωπική οπτική των συμμετεχόντων απετέλεσε τον κεντρικό άξονα και το βασικό κριτήριο επιλογής. Πρόκειται για μια προσπάθεια μελέτης και ερμηνείας σε συγκριτικό αλλά και σε απόλυτο βαθμό του κατά πόσον τα ειδικά χαρακτηριστικά των συμμετεχόντων θα επηρεάσουν τις επιλογές τους, υπαγορεύοντας στρατηγικές και δυνατές λύσεις.

Υπ’ αυτό το πρίσμα αποφασίσαμε τη συμμετοχή της 12χρονης που από εδώ και πέρα θα αναφέρεται με το όνομα “Σοφία” και του 14χρονου που θα αναφέρεται με το όνομα "Γιώργος". Απευθυνθήκαμε σε παιδιά διαφορετικών ηλικιών επειδή μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε πώς το καθένα από αυτά θα χειριστεί τα δεδομένα της δραστηριότητας, σύμφωνα με τις γνώσεις και τις αντιλήψεις του. Υφίσταται το ενδεχόμενο το διαφορετικό επίπεδο γνώσεων στα μαθηματικά του σχολείου να οδηγήσει τα παιδιά σε διαφορετικούς τρόπους αντιμετώπισης του προβλήματος και επιλογές λύσεων;

Επιπλέον τα δύο παιδιά διαφοροποιούνται και ως προς το βαθμό εξοικείωσής τους με το ψηφιακό παιχνίδι που χρησιμοποιήθηκε. Η μεν Σοφία ασχολείται αρκετά με το εν λόγω παιχνίδι, ενώ ο Γιώργος ελάχιστα. Εκκινούν, επομένως από διαφορετικές αφετηρίες. Έχει ενδιαφέρον να μελετήσουμε κατά πόσο αυτό θα τους επηρεάσει.

Πέρα από τις επί μέρους διαφορές που επισημάναμε, οι συμμετέχοντες παρουσιάζουν και κάποια κοινά χαρακτηριστικά: Δηλώνουν και οι δύο ότι «αγαπούν τα μαθηματικά» παρότι εκφράζουν τις αντιρρήσεις τους για τον τρόπο που αυτά διδάσκονται στο σχολείο. Πάντως, σύμφωνα με τη βαθμολογία τους παρουσιάζουν άριστη επίδοση. Επιπλέον ενδιαφέρονται για την ψηφιακή τεχνολογία και τις εφαρμογές της και αναλώνουν αρκετό από τον ελεύθερο χρόνο τους ασχολούμενοι με δημοφιλή ψηφιακά παιχνίδια.

Οι συναντήσεις με τα δύο παιδιά πραγματοποιήθηκαν μετά το τέλος του σχολικού έτους στο οποίο η μαθήτρια φοίτησε στην ΣΤ΄ Δημοτικού και ο μαθητής στη Β΄ Γυμνασίου. Κατά συνέπεια και οι δύο, σύμφωνα με όσα έχουν διδαχθεί στο σχολείο, θα πρέπει να γνωρίζουν έννοιες όπως αυτή της αναλογίας. Επιπλέον θα πρέπει να μπορούν να υπολογίζουν στοιχειωδώς εμβαδά και όγκους. Τέλος, μόνο ο μαθητής είχε μια πρώτη επαφή με την τριγωνομετρία, κατά τη φοίτησή του στη Β΄ Γυμνασίου.

3.3 Η δραστηριότητα

Η δραστηριότητα της παρούσας έρευνας δομήθηκε στο περιβάλλον του ψηφιακού παιχνιδιού *The Sims4* και βασίστηκε σε μία πρόταση του ερευνητικού προγράμματος "Ανακαλύπτοντας τα Μαθηματικά και τις Φυσικές επιστήμες στη καθημερινή ζωή και στους χώρους εργασίας" (*Mascil*).

Τα χαρακτηριστικά του παιχνιδιού *The Sims* συνεκτιμήθηκαν και δικαιολογούν την επιλογή του ως το κατάλληλο ψηφιακό περιβάλλον για την παρούσα έρευνα. Τα προσεγμένα γραφικά, ειδικά της έκδοσης *The Sims4* , δημιουργούν την αίσθηση μιας εικονικής πραγματικότητας που ενισχύει τη χωρική αντίληψη, παρέχοντας παράλληλα την ευκαιρία μιας περισσότερο ρεαλιστικής εμπλοκής.

Αναφερόμαστε σε ένα περιβάλλον που προσομοιώνει μία αστική ή ημιαστική δομή, την οποία οι παίκτες επιλέγουν για να πλαισιώσουν την κατασκευή τους. Το παιχνίδι ξεκινάει με την επιλογή ενός κενού οικοπέδου (lot) (Εικόνα 12). Από εκεί και πέρα τον λόγο έχει η φαντασία του κάθε παίκτη, ο οποίος ανάλογα με την προσωπικότητα, τα βιώματα και τις επιθυμίες του εισέρχεται στη δημιουργική διαδικασία της δόμησης ενός νέου κτιρίου.

Εικόνα 12. Επιλογή ενός κενού οικοπέδου.

Τα οικόπεδα (lots) μπορεί να εμφανίζονται διαγραμμισμένα (Εικόνα 13). Αυτό ευνοεί τη δημιουργία συμμετρικών δομών αλλά, ταυτόχρονα, ενισχύει και τη λογική ενός μέτρου η οποία θα διέπει την κατασκευή.

Εικόνα 13. Η διαγράμμιση των οικοπέδων του παιχνιδιού The Sims.

Το χτίσιμο ξεκινάει, συνήθως, με τη διαμόρφωση των τοίχων ή των δωματίων, ενώ υπάρχει και η δυνατότητα μετασχηματισμών, σμίκρυνσης, μεγέθυνσης, περιστροφής ή μετατόπισης (Εικόνα 14). Τα κτίσματα μπορεί να είναι πολυεπίπεδα, να υπάρχει αίθριο, πισίνα, χώρος στάθμευσης. Οι παίκτες μέσα στον εικονικό κόσμο του παιχνιδιού ουσιαστικά εργάζονται ως αρχιτέκτονες, διαμορφώνοντας και επιλέγοντας, σχεδιάζοντας και κατασκευάζοντας. Η ύπαρξη κόστους που συνοδεύει οποιαδήποτε επιλογή ενισχύει τον ρεαλισμό του παιχνιδιού.

Εικόνα 14. Κατασκευή δωματίων

Στη συνέχεια έρχεται, βέβαια, η διακόσμηση του εσωτερικού του κτίσματος αλλά και του περιβάλλοντα χώρου. Το ενδιαφέρον στην όλη διαδικασία, πέρα από το ότι προσομοιάζει αρκετά ό,τι γίνεται στην πραγματικότητα, είναι ότι όλα αυτά γίνονται σε ένα εικονικό περιβάλλον όπου ο παίκτης μπορεί άμεσα να αλλάζει οπτική γωνία, να ελέγχει, να αξιολογεί και να τροποποιεί το αποτέλεσμα με βάση την αισθητική του (Εικόνα 15).

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο δομήθηκε η δραστηριότητα της παρούσας εργασίας. Η κεντρική ιδέα είναι η αξιοποίηση όλων αυτών των χαρακτηριστικών του παιχνιδιού *The Sims* σε συνδυασμό με μία κατασκευή, η οποία όμως υπόκειται σε συγκεκριμένους περιορισμούς. Πρόκειται για μια εκδοχή του προβλήματος του χώρου στάθμευσης του Mascil (Mascil Parking Problem) που απευθύνεται σε μαθητές γυμνασίου. Σχετίζεται, κυρίως, με το χωρικό συλλογισμό και τη βελτιστοποίηση. Το θετικό είναι ότι οι μαθητές μπορούν να εξετάσουν άμεσα την εφαρμοσιμότητα των χωρικών τους υποθέσεων και εκτιμήσεων, να δώσουν –έστω και ψηφιακή– υπόσταση στο σχεδιασμό τους, έχοντας παράλληλα τη δυνατότητα να κάνουν τροποποιήσεις με άμεσο και απλό τρόπο.

Εικόνα 15. Διακόσμηση

Αρχικά επελέγη η πόλη "Oasis Springs" ως ο προσομοιωτικός κόσμος στον οποίο επρόκειτο να αναπτυχθεί η δραστηριότητα και έγινε από την ερευνήτρια ένα είδος προεργασίας, ώστε στους μαθητές να δοθεί ένα δεδομένο περιβάλλον για να εργαστούν. Έτσι τοποθετήθηκε σε σταθερή θέση μέσα σε κενό οικόπεδο ένα café και διαμορφώθηκε και το δεύτερο επίπεδο στάθμευσης οχημάτων στο πίσω μέρος του οικοπέδου (Εικόνα 16).

Εικόνα 16. Το προς διαμόρφωση οικόπεδο.

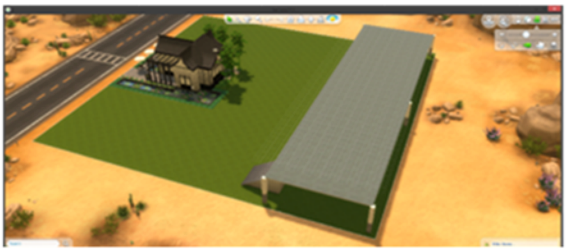
Από τους μαθητές ζητήθηκε ο σχεδιασμός του εξωτερικού χώρου του Café στον οποίο έπρεπε να συμπεριλάβουν πισίνα και χώρο στάθμευσης δύο επιπέδων. Για την κατασκευή λήφθηκαν υπόψιν συγκεκριμένες παράμετροι:

- Εφαρμογή των προβλεπόμενων από τη νομοθεσία περιορισμών, τόσο για τις διαστάσεις των θέσεων στάθμευσης όσο και για τις δυνατές διατάξεις των οχημάτων.
- Τοποθέτηση ράμπας με κλίση 20% για τη σύνδεση των δύο επιπέδων του χώρου στάθμευσης.
- Τοποθέτηση πισίνας συγκεκριμένης χωρητικότητας σε βάση συγκεκριμένων διαστάσεων.

Επιπλέον οι μαθητές θα πρέπει να αποφασίσουν για τη θέση της ράμπας καθώς και για το χώρο που θα δεσμεύσουν για την κατασκευή της πισίνας, ενώ στο σχεδιασμό τους θα πρέπει να υπάρξει πρόβλεψη για τους διαδρόμους κίνησης των οχημάτων μέσα στο χώρο στάθμευσης αλλά και για την είσοδο και την έξοδο από αυτόν (Εικόνα 17). Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, με τους δεδομένους περιορισμούς και προϋποθέσεις, οι συμμετέχοντες στην έρευνα καλούνται να δημιουργήσουν τη δική τους κατασκευή. Θα πρέπει να προτείνουν τη βέλτιστη, κατά τη γνώμη τους, λύση ως προς τον αριθμό εξυπηρετούμενων οχημάτων στο χώρο στάθμευσης, η οποία θα συνδυάζει λειτουργικότητα και αισθητική. Ασφαλώς, οφείλουν να λάβουν υπόψη ότι η επιλογή του χώρου τοποθέτησης της πισίνας αλλά και της ράμπας επηρεάζει το αποτέλεσμα.

Το πρόβλημα

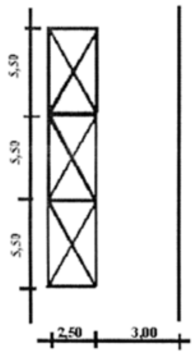
Διαμόρφωση του εξωτερικού χώρου του οικοπέδου στο Café της πόλης Oasis Springs στο περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims4*.



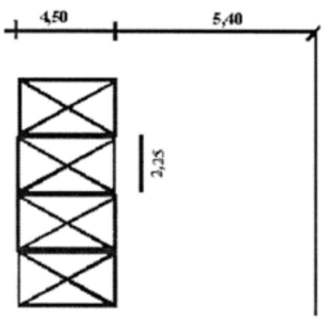
Στον σχεδιασμό θα πρέπει να συμπεριληφθούν πισίνα και χώρος στάθμευσης δύο επιπέδων και να ληφθούν υπόψη οι εξής παράμετροι:

- **Για την πισίνα**: Θα πρέπει να είναι χωρητικότητας $90m^3$ σε τετράγωνη βάση πλευράς 11,25m.
- **Για το χώρο στάθμευσης** η νομοθεσία προβλέπει τις εξής διατάξεις των οχημάτων:

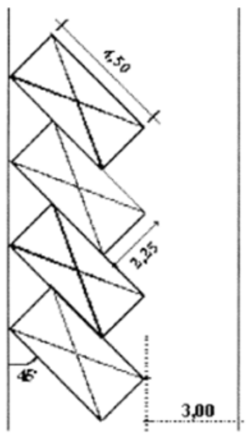
Περίπτωση $1^{η}$: Στάθμευση υπό γωνία 0°



Περίπτωση $2^{η}$: Στάθμευση υπό γωνία 90°



Περίπτωση $3^{η}$: Στάθμευση υπό γωνία 45°



Επιπλέον θα πρέπει η ράμπα που συνδέει τα δύο επίπεδα του χώρου στάθμευσης να έχει κλίση 20%.

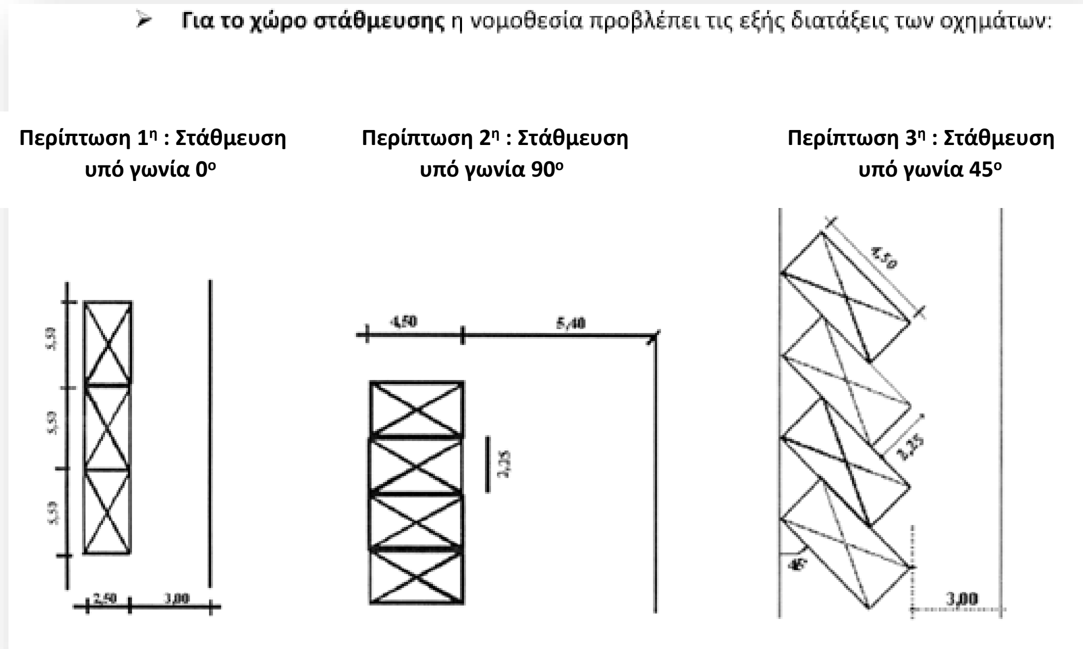
Να δώσετε μια καλή λύση σε αυτό το πρόβλημα, ώστε ο αριθμός των οχημάτων που εξυπηρετεί ο χώρος στάθμευσης να γίνει κατά το δυνατό μεγαλύτερος.

Εικόνα 17. Η δραστηριότητα

Προφανώς το πρόβλημα διατυπώθηκε με τρόπο ώστε να παραμείνει αρκετά ανοιχτό και να δίνει στους μαθητές περιθώρια επιλογής. Οι ίδιοι είναι υπεύθυνοι για το σχεδιασμό και τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν. Παρόλα αυτά, όπως αναφέραμε ήδη, στη δραστηριότητα τέθηκαν κάποιοι κατασκευαστικοί περιορισμοί, καθένας από τους οποίους είχε συγκεκριμένη ερευνητική στόχευση.

α) Διατάξεις των οχημάτων στο χώρο στάθμευσης

Αναφερόμαστε στους περιορισμούς της νομοθεσίας σε σχέση με τις δυνατότητες διάταξης των οχημάτων σε ένα χώρο στάθμευσης. Μέσα από αυτό το αρκετά αυστηρό πλαίσιο αναμένουμε να αναδειχθούν τα επί μέρους χαρακτηριστικά της χωρικής αντίληψης των μαθητών αλλά και ο βαθμός και ο τρόπος επίδρασης του ψηφιακού παιχνιδιού σε αυτήν. Άλλωστε αυτοί ακριβώς οι περιορισμοί είναι που κάνουν τη δραστηριότητα αρκετά ρεαλιστική (Εικόνα 18).



Εικόνα 18. Οι περιορισμοί που προβλέπει η νομοθεσία.

Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τη νομοθεσία, οι τρεις συνήθεις τρόποι διάταξης των οχημάτων σε ένα χώρο στάθμευσης είναι οι περιπτώσεις 1 (υπό γωνία 0^0), 2 (υπό γωνία 90^0) και 3 (υπό γωνία 45^0). Οι μαθητές καλούνται να επιλέξουν το συνδυασμό εκείνων των περιπτώσεων που θα τους δώσει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα από πλευράς αριθμού εξυπηρετούμενων οχημάτων στο χώρο που έχουν στη διάθεσή τους. Επιπλέον οι ίδιοι θα πρέπει να προσέξουν ώστε η λύση που θα δώσουν να είναι λειτουργική, να προβλέψουν τους διαδρόμους κίνησης των οχημάτων καθώς και την είσοδο και την έξοδο από το χώρο.

Κατά τη διαδικασία της διευθέτησης του πάρκινγκ οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με μία επιπλέον πρόκληση: Το παιχνίδι *The Sims* στην έκδοση 4 διαθέτει εργαλείο δημιουργίας θέσεων στάθμευσης διαστάσεων 3x9 Simblocks. Θα πρέπει, επομένως, να δημιουργήσουν μια αντιστοίχιση, ένα είδος κλίμακας, ανάμεσα στις διαστάσεις που καθορίζει η νομοθεσία και σε αυτές που, εκ των πραγμάτων, θα χρησιμοποιήσουν στο περιβάλλον του *The Sims*. Αυτή τη σχέση θα πρέπει να τη λάβουν υπόψη και να τη διατηρήσουν και στα υπόλοιπα κομμάτια της κατασκευής τους.

β) Κατασκευή της πισίνας

➢ Για την πισίνα: Θα πρέπει να είναι χωρητικότητας $90m^3$ σε τετράγωνη βάση πλευράς 11,25m.

Το ερώτημα που αφορά στην κατασκευή της πισίνας έρχεται να συμπληρώσει πτυχές του χωρικού συλλογισμού των μαθητών: Πώς αντιλαμβάνονται τον όγκο; Πώς αυτός καθορίζεται από τις διαστάσεις ενός στερεού, στην προκειμένη περίπτωση ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, όπως είναι η πισίνα; Το ψηφιακό περιβάλλον αποτελεί και εδώ κρίσιμο παράγοντα καθώς αναμένουμε να λειτουργήσει βοηθητικά, παρέχοντας τη δυνατότητα οπτικοποίησης και ελέγχου υποθέσεων.

Κατά συνέπεια, μέσα από αυτό το τμήμα της δραστηριότητας, ενδιαφερόμαστε να ερευνήσουμε αν οι μαθητές που θα εμπλακούν έχουν αναπτύξει μια διαισθητική αντίληψη για τον όγκο. Αν συνειδητοποιούν τη μέτρησή του ως σύγκριση ή αν απλώς αναπαράγουν μια σχέση υπολογισμού χωρίς να κατανοούν το νόημά της.

Θα μελετήσουμε επομένως τη στρατηγική που θα εφαρμόσουν οι μαθητές προκειμένου να ολοκληρώσουν αυτό το κομμάτι της κατασκευής, καθώς θα πρέπει να προσαρμόσουν τη χωρητικότητα της πισίνας, που τους δίνεται σε κυβικά μέτρα, στην κλίμακα στην οποία έχουν καταλήξει. Επιπλέον από τη στιγμή που το βάθος είναι δεδομένο από τους περιορισμούς του ίδιου του περιβάλλοντος του παιχνιδιού *The Sims*, οι μαθητές θα πρέπει να αποφασίσουν για το μήκος και το πλάτος της πισίνας. Επιδιώκουμε με αυτόν τον τρόπο να αναδείξουμε το πώς αντιλαμβάνονται τις μεταβολές που επιφέρει στον όγκο ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ένας μετασχηματισμός του, μια αλλαγή σε κάποια από τις διαστάσεις του.

γ) Κατασκευή ράμπας

> Επιπλέον θα πρέπει η ράμπα που συνδέει τα δύο επίπεδα του χώρου στάθμευσης να έχει κλίση 20%.

Η ράμπα σύνδεσης των δύο επιπέδων του χώρου στάθμευσης, η οποία θα πρέπει να έχει δεδομένη κλίση, έρχεται να ολοκληρώσει τη σειρά των περιορισμών. Οι μαθητές, εφαρμόζοντας όσα ορίζει η νομοθεσία, θα πρέπει να βρουν κάποια λύση ώστε η ράμπα που θα κατασκευάσουν να έχει κλίση 20%. Το ενδιαφέρον εδώ εντοπίζεται στο αν θα καταφέρουν –και με ποιους τρόπους– να μοντελοποιήσουν το πρόβλημα εφαρμόζοντας διαδικασίες οριζόντιας και κάθετης μαθηματικοποίησης.

Στο μέρος αυτό της κατασκευής πέρα από την κλίση της ράμπας είναι καθορισμένο και το ύψος μεταξύ των δύο επιπέδων του χώρου στάθμευσης. Αυτό δίνεται από το ίδιο το παιχνίδι *The Sims* και δεν παρέχεται στους μαθητές δυνατότητα τροποποίησης. Τους ζητείται επομένως να κατασκευάσουν μία γωνία με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, όχι στο επίπεδο αλλά στο χώρο, λαμβάνοντας υπόψη το δεδομένο, μη τροποποιήσιμο ύψος στο οποίο αυτή θα πρέπει να καταλήγει.

Κατά συνέπεια θα μελετήσουμε αν οι εμπλεκόμενοι στην έρευνα θα καταφέρουν να δημιουργήσουν ένα μαθηματικό μοντέλο για αυτό το πρόβλημα (model for), εντοπίζοντας συνδέσεις με γνωστές και οικείες για αυτούς, από τα μαθηματικά του σχολείου, έννοιες. Επιπλέον ζητούμενο είναι αν όλη αυτή η διαδικασία θα αποτελέσει ένα μοντέλο από το οποίο (model of) θα προκύψουν για τα παιδιά χρήσιμα συμπεράσματα, μια γενική μαθηματική μέθοδος αντιμετώπισης αντίστοιχων προβλημάτων, μέσω, πιθανόν, κάποιων αφαιρετικών διαδικασιών.

Η κατασκευή της ράμπας είναι εκείνο το τμήμα της δραστηριότητας όπου αναμένουμε τη μεγαλύτερη διαφοροποίηση ως προς τον τρόπο αντιμετώπισής της από τους συμμετέχοντες στην έρευνα, εφόσον πρόκειται για παιδιά διαφορετικών ηλικιών και τάξεων. Ασφαλώς η γνώση τριγωνομετρίας έστω και σε ένα πρώτο επίπεδο, όπως τη διδάσκονται οι μαθητές του γυμνασίου, μπορεί να διευκολύνει τους χειρισμούς. Αντιθέτως τα πράγματα δυσκολεύουν αρκετά για τη μαθήτρια που δεν διαθέτει, ακόμη, τις απαραίτητες γνώσεις. Το ενδιαφέρον στην περίπτωση της Σοφίας εστιάζεται, επομένως, στο πώς η ίδια θα αντιμετωπίσει αυτήν την έλλειψη και αν θα βρει τον τρόπο να αντιπαρέλθει τις όποιες δυσκολίες, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά που γνωρίζει. Πάντως θα πρέπει να σημειώσουμε ότι στο πρόβλημα, όπως της δόθηκε, γινόταν λόγος για τη «γωνία που θα πρέπει να σχηματίζει η ράμπα» και όχι για την «κλίση της ράμπας». Αποφεύχθηκε, δηλαδή, αρχικά τουλάχιστον, η χρήση του όρου κλίση και προτιμήθηκε η αναφορά στη γωνία που σχηματίζει η ράμπα με το οριζόντιο επίπεδο, προκειμένου να γίνει απολύτως αντιληπτό από την πλευρά της τι ζητάει το πρόβλημα.

3.4 Συλλογή δεδομένων

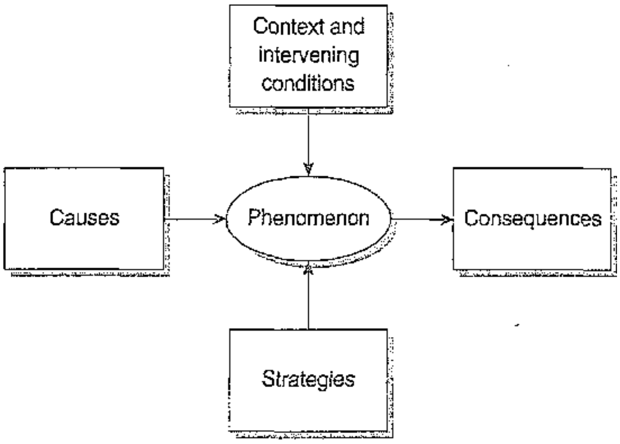
Σύμφωνα με την Hoepfl (1997) οι δύο βασικές μορφές συλλογής δεδομένων μιας ποιοτικής έρευνας είναι η συνέντευξη και η παρατήρηση. Η συνέντευξη μπορεί να είναι ελεύθερη (informal, conversational) ή να έχει χαρακτήρα δομημένο (standardized) ή ημιδομημένο (semi–structured) ανάλογα, κάθε φορά, με τις ανάγκες και τους στόχους της έρευνας. Η παρατήρηση μπορεί να οδηγήσει σε βαθύτερη κατανόηση του πλαισίου μέσα στο οποίο τα γεγονότα λαμβάνουν χώρα και μπορεί να δώσει τη δυνατότητα στον ερευνητή/την ερευνήτρια να εντοπίσει πράγματα που πιθανόν να μην αντιλαμβάνονται ή να μη θέλουν να συζητήσουν ούτε οι ίδιοι οι συμμετέχοντες (Patton, 1990).

Στην παρούσα εργασία η συλλογή των δεδομένων έγινε με ηχογράφηση των συνομιλιών της ερευνήτριας με καθέναν από τους συμμετέχοντες καθώς και με καταγραφή των τεκταινομένων στο περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims* σε πραγματικό χρόνο, με λογισμικό καταγραφής οθόνης. Συγκεντρώθηκαν περίπου τέσσερις ώρες ηχητικών δεδομένων. Η ερευνήτρια, ακολουθώντας τη λογική μιας ημιδομημένης συνέντευξης, ενθάρρυνε τους συμμετέχοντες να εκφράζουν τις σκέψεις τους και να περιγράφουν τη στρατηγική τους, ενώ ταυτόχρονα παρατηρούσε τις κινήσεις και τις χειρονομίες τους. Μέσα στο δεδομένο πλαίσιο που διαμορφώνει ούτως ή άλλως η ίδια η δραστηριότητα, οι απαντήσεις των συμμετεχόντων προκαλούσαν και ουσιαστικά καθοδηγούσαν τη συνέχεια της συζήτησης.

3.5 Μέθοδος ανάλυσης δεδομένων

Για την ανάλυση των δεδομένων υιοθετήθηκε η προσέγγιση των Strauss και Corbin όπως περιγράφεται από τον Flick (2009). Αρχικά πραγματοποιήθηκε μια διαδικασία ανοιχτής κωδικοποίησης (Open Coding). Τα ηχητικά δεδομένα απομαγνητοφωνήθηκαν και διαχωρίστηκαν σε μικρές, στοιχειώδεις ενότητες με βασικό κριτήριο τη νοηματική συνοχή της κάθε μιας από αυτές. Προκειμένου να διαμορφωθεί μια πληρέστερη εικόνα έγινε διασταύρωση των παραπάνω στοιχείων με το διαθέσιμο υλικό από τον καταγραφέα οθόνης. Στη συνέχεια σε κάθε ενότητα αντιστοιχίστηκε ένας χαρακτηριστικός κωδικός – σχόλιο.

Ακολούθως, σε δεύτερο επίπεδο (Axial Coding) η στοιχειώδης κωδικοποίηση επανεξετάστηκε και αναζητήθηκαν οι πιθανές συνδέσεις ανάμεσα στις ενότητές της. Σύμφωνα με τον Flick (2009) η αξονική κωδικοποίηση (Axial Coding) αναδεικνύει τις σχέσεις ανάμεσα στις στοιχειώδεις ενότητες. Προκειμένου να μορφοποιηθούν αυτές οι σχέσεις, οι Strauss και Corbin προτείνουν ένα πρότυπο μοντέλου κωδικοποίησης, το οποίο περιγράφεται στο παρακάτω σχήμα:



Εικόνα 19. Το μοντέλο κωδικοποίησης των Strauss και Corbin. Flick (2009)

Ο Flick (2009) παρατηρεί ότι: «αυτό το πολύ απλό και, ταυτόχρονα, πολύ γενικό μοντέλο χρησιμεύει για να διευκρινιστούν οι σχέσεις ανάμεσα σε ένα φαινόμενο, τα αίτια και τις συνέπειές του, το πλαίσιό του, καθώς και τις στρατηγικές όσων εμπλέκονται. Αυτό το μοντέλο βασίζεται σε δύο άξονες: ο ένας πηγαίνει από τις αιτίες στα φαινόμενα και τις συνέπειες αυτών και ο άλλος συνδέει το πλαίσιο και τις συνθήκες που επιδρούν με τη δράση και τις στρατηγικές αλληλεπίδρασης των συμμετεχόντων στο φαινόμενο» (Εικόνα 19).

Επιπλέον, έγινε μια προσπάθεια αναζήτησης και ανάδειξης των κεντρικών εννοιών και παραμέτρων που διατρέχουν και χαρακτηρίζουν τα δεδομένα μας. Με την ορολογία των Strauss και Corbin θα μπορούσαμε να πούμε ότι μιλάμε για "επιλεκτική κωδικοποίηση" (Selective Coding). Πρόκειται για το αναγκαίο φιλτράρισμα που επιτρέπει την εστίαση σε έναν κεντρικό πυρήνα δεδομένων, φέρνοντας στην επιφάνεια, πιθανώς, ένα μοτίβο ή μια γενική στρατηγική.

Κατά την ανάλυση των δεδομένων γίνεται, επομένως, μια προσπάθεια ερμηνείας των ενσυνείδητων ή και ασυνείδητων ακόμη αντιδράσεων των μαθητών κατά τη ενασχόλησή τους με την δραστηριότητα. Θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε τα "φαινόμενα" όπως αυτά γίνονται αντιληπτά μέσα από τις δράσεις ή την αδυναμία δράσης των παιδιών και να ανατρέξουμε στις αιτίες αλλά και τις συνέπειες. Το περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims* πλαισιώνει, ανατροφοδοτεί και προσδιορίζει σε μεγάλο βαθμό τους χειρισμούς των παιδιών. Οι στρατηγικές τους αναδύονται τόσο ως αποτέλεσμα της επίδρασης του πλαισίου όσο και ως παρεπόμενο των βιωμάτων, των γνώσεων αλλά και της ίδιας της προσωπικότητας των συμμετεχόντων.

Στο σημείο αυτό θεωρούμε απαραίτητο να αναφέρουμε ότι, όπως ήταν αναμενόμενο, η ίδια η δομή της δραστηριότητας καθοδήγησε σε μεγάλο βαθμό τις ενέργειες των παιδιών. Αναπόφευκτα οι άξονες τις κωδικοποίησής μας προσδιορίστηκαν από τους τρόπους που οι μαθητές ενεργοποιήθηκαν μέσα στο πρόβλημα και από τα ζητήματα που έπρεπε να επιλύσουν κατά τη διάρκεια της κατασκευής.

Πέρα από αυτή τη θεώρηση που διατρέχει το σύνολο της ανάλυσης των δεδομένων μας θα πρέπει να επισημάνουμε την ειδική μεταχείριση που λαμβάνει το μέρος που αφορά την ενασχόληση της μικρότερης σε ηλικία μαθήτριας με την κατασκευή της ράμπας. Επιζητούμε στο σημείο αυτό, μέσα από τα δεδομένα μας, την ανάδυση μιας θεωρητικής προσέγγισης. Η αδυναμία επίλυσης ενός προβλήματος με τις υπάρχουσες γνώσεις είναι αυτή που οδηγεί στην ανάγκη της υπέρβασης και διαμορφώνει γόνιμο έδαφος για την ανάπτυξη μιας νέας γνωστικής δομής. Η αφαίρεση εντός πλαισίου (AiC) αλλά και η παρατήρηση επιστημικών ενεργειών που συνοδεύουν τη γένεσή της είναι ο προσδοκώμενος στόχος. Η μεθοδολογική μας προσέγγιση, επομένως, κινείται στο πλαίσιο της data grounded theory. Μέσα από τα πολλαπλά επίπεδα ανάλυσης, κατηγοριοποίησης και σύγκρισης των δεδομένων θα γίνει προσπάθεια να αναδυθεί μια θεωρητική προσέγγιση, η οποία θα στηρίζεται σε αυτά. Πρόκειται για το μοντέλο ποιοτικής ανάλυσης που αναπτύχθηκε από τους Glaser και Strauss, οι οποίοι, σύμφωνα με την Kolb (2012), πρεσβεύουν ότι μια θεωρία μπορεί να προκύψει και να αναπτυχθεί μέσα από την ποιοτική ανάλυση δεδομένων.

Κεφάλαιο 4ο

Αποτελέσματα

4.1 Γενικά

Στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε πώς οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα αντιμετώπισαν τη δραστηριότητα την οποία είχαμε προετοιμάσει γι' αυτούς. Θα επιχειρήσουμε να εντοπίσουμε τους τρόπους με τους οποίους η Σοφία και ο Γιώργος κατασκεύασαν μαθηματικά νοήματα κατά την εμπλοκή τους σε διαδικασίες διερεύνησης που συνδέουν τα μαθηματικά με κάποιον χώρο εργασίας, με την αξιοποίηση του περιβάλλοντος του ψηφιακού παιχνιδιού *The Sims*.

Πρέπει να επισημάνουμε ότι για τους δύο μαθητές η συμμετοχή σε μια τέτοια έρευνα ήταν μια εμπειρία πρωτόγνωρη. Το γεγονός αυτό τους επηρέασε αρκετά. Ειδικά στην αρχή έδειχναν να νιώθουν ιδιαίτερα άβολα αντιλαμβανόμενοι ότι η όλη διαδικασία καταγραφόταν. Χρειάστηκε αρκετός χρόνος προκειμένου να εξοικειωθούν, ως ένα βαθμό, με αυτήν την κατάσταση. Πάντως, σε καμία στιγμή της διαδικασίας – ούτε καν προς το τέλος της– δεν έδειξαν να έχουν αποδεχθεί πλήρως το ότι τα λεγόμενά τους ηχογραφούνταν.

Επιπλέον θα πρέπει να αναφέρουμε ότι και οι δύο έδειξαν έκπληξη όταν συνειδητοποίησαν ότι θα χρησιμοποιούσαν το περιβάλλον ενός δημοφιλούς εμπορικού παιχνιδιού για κάποια εργασία με θέμα σχετικό με τα μαθηματικά. Παρότι προσαρμόστηκαν γρήγορα στις συνθήκες και στα δεδομένα της δραστηριότητας, έδιναν την αίσθηση ότι κατά κάποιο τρόπο διαφωνούσαν με αυτό το συνταίριασμα. Οι ίδιοι, όπως και η συντριπτική πλειοψηφία των παιδιών της ηλικίας τους, έχουν συνδέσει την ενασχόληση με τα ψηφιακά παιχνίδια με ώρες ξεκούρασης και διασκέδασης. Η διαφωνία αυτή δεν εκφράστηκε ευθέως από κανέναν από τους δύο, έγινε όμως αρκετά σαφής μέσω των μορφασμών, των κινήσεών τους και της γλώσσας του σώματος εν γένει.

4.2 Κατασκευή νοημάτων από τη 12χρονη μαθήτρια

4.2.1 Εισαγωγικές παρατηρήσεις

Με τη Σοφία πραγματοποιήθηκαν δύο συναντήσεις συνολικής διάρκειας δύο ωρών. Στην πρώτη συνάντηση η μαθήτρια ασχολήθηκε με τη δραστηριότητα δίνοντας τη δική της λύση στο πρόβλημα. Στη δεύτερη συνάντηση, η οποία έγινε την επόμενη μέρα, έλαβε χώρα μια ενδιαφέρουσα συζήτηση σχετική με τα μαθηματικά που η μαθήτρια χρησιμοποίησε κατά τη διάρκεια της προσπάθειάς της.

Η 12χρονη ανέφερε ότι ασχολείται με το παιχνίδι *The Sims* «αρκετά» και ότι της αρέσει το γεγονός ότι στο συγκεκριμένο περιβάλλον «μπορεί να κατασκευάσει πράγματα όπως τα φαντάζεται». Πάντως ξεκαθάρισε ότι δεν κάνουν το ίδιο όλοι όσοι παίζουν *The Sims*: «Κάποιοι παίρνουν έτοιμα σπίτια και βάζουν τα Sims τους να ζήσουν εκεί». Η ίδια δεν ενθουσιάζεται ούτως ή άλλως με την ιδέα της απασχόλησής της με παιχνίδια στον υπολογιστή αν και «παίζει και λίγο Minecraft» και προτιμάει να ασχολείται με τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης ή να βλέπει βίντεο.

Η Σοφία δήλωσε ότι της αρέσουν τα μαθηματικά αλλά ξεκαθάρισε ότι την ενοχλεί το γεγονός ότι κάποιες φορές στο σχολείο «δίνονται τύποι και σχέσεις που πρέπει απλώς να δεχτούν οι μαθητές ότι είναι σωστοί, χωρίς να καταλαβαίνουν το γιατί». Τόνισε, μάλιστα, ότι τα μαθηματικά της αρέσουν ακριβώς για τον αντίθετο λόγο: «ό,τι υπάρχει εκεί έχει κάποιο νόημα και εξήγηση και δεν ισχύει έτσι απλά, επειδή κάποιος το λέει».

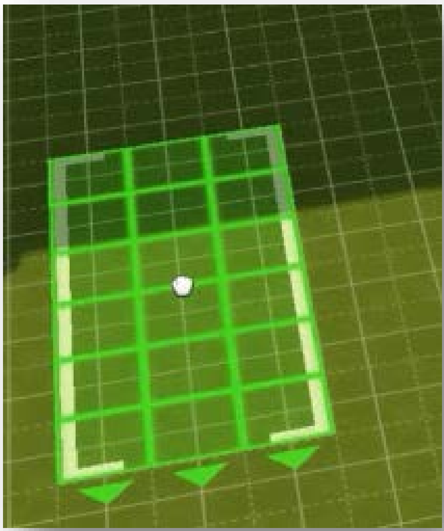
Η Σοφία γνωρίζοντας εξ' αρχής ότι η συγκεκριμένη έρευνα είχε σχέση με τα μαθηματικά και το περιβάλλον του *The Sims* και στο ερώτημά μας αν πιστεύει ότι αυτά τα δύο σχετίζονται, δήλωσε ότι «όλα εξαρτώνται από το τι ακριβώς θέλεις να κάνεις στο παιχνίδι. Αν βάλεις προδιαγραφές και περιορισμούς σίγουρα θα χρειαστείς μαθηματικά».

Κατά τη διάρκεια των συναντήσεων η ερευνήτρια είχε διττό ρόλο: Αφενός να ενθαρρύνει τη μαθήτρια να εξηγεί τις ενέργειές της οδηγώντας την σε μια διαδικασία αναστοχασμού πάνω σε αυτές (Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus, 2001), αφετέρου να την καθοδηγήσει με μια διαδικασία τύπου scaffolding στην ανακάλυψη νέων, για την ίδια, εννοιών και σχέσεων (Ozmantar και Roper, 2004).

Τα δεδομένα από τα αρχεία ήχου που προέκυψαν από τις συναντήσεις με τη Σοφία απομαγνητοφωνήθηκαν. Η ανάλυση των δεδομένων ανέδειξε τα κρίσιμα επεισόδια που έλαβαν χώρα κατά τη διάρκεια των δύο συναντήσεων και εντοπίστηκαν οι άξονες σύνδεσης ανάμεσα σ' αυτά. Πρόκειται για τον άξονα των χωρικών εκτιμήσεων και της στρατηγικής την οποία ακολούθησε η μαθήτρια κατά τη διευθέτηση του χώρου στάθμευσης, τον άξονα που σχετίζεται με την ανάδυση τριγωνομετρικών εννοιών και τέλος, τους άξονες που αφορούν την έννοια του όγκου και την κατασκευή κλίμακας. Σε ένα δεύτερο επίπεδο διαπιστώθηκε η ύπαρξη ενός γενικού μοτίβου στρατηγικής το οποίο ακολούθησε η μαθήτρια σε όλα τα στάδια της δραστηριότητας.

4.2.2 Η ανάδειξη–χρήση μαθηματικών εννοιών και ο ρόλος του ψηφιακού περιβάλλοντος κατά την ενασχόληση της μαθήτριας με τη δραστηριότητα

Άξονας Α: Δημιουργία κλίμακας



Εικόνα 20. Η θέση στάθμευσης στο The Sims

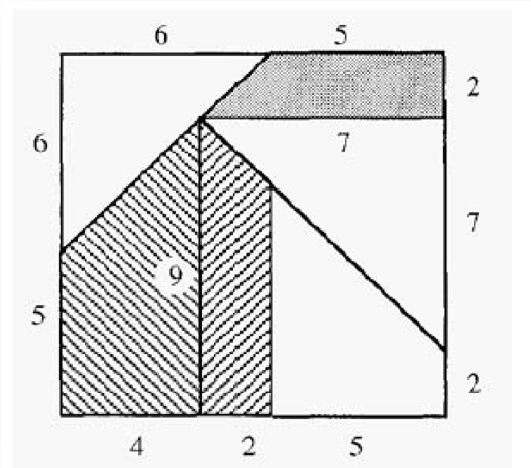
Εξ αρχής, από τα δεδομένα του προβλήματος, δημιουργείται η ανάγκη εύρεσης ενός είδους κλίμακας. Μία αντιστοίχιση ανάμεσα σε μέτρα και στο μήκος της πλευράς των πλακιδίων του παιχνιδιού *The Sims*[4] . Στο περιβάλλον του παιχνιδιού κάθε θέση στάθμευσης είναι 3x6 Simblocks. (Εικόνα 20). Η μαθήτρια αντιλαμβάνεται ότι, εφόσον οι προδιαγραφές που δίνονται από το πρόβλημα είναι πραγματικές, θα πρέπει να προσαρμόσει τα δεδομένα του παιχνιδιού στις ρεαλιστικές απαιτήσεις της κατασκευής. Ξεκινάει αντιστοιχίζοντας τα 3 Simblocks σε 2,5m και συνεχίζει προσπαθώντας να υπολογίσει τα διάφορα μήκη της κατασκευής της. Λειτουργεί αρχικά προσεγγιστικά:

Σ10: Αφού το 2,5 είναι τρία κουτάκια, άρα για το διάδρομο που είναι 3m θα χρειαστώ σίγουρα τέσσερα κουτάκια.

Στη συνέχεια υιοθετεί ένα μοντέλο που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως μια ενδιάμεση κατάσταση ανάμεσα στο προσθετικό και το πολλαπλασιαστικό, αποφεύγοντας να αναζητήσει τη γραμμική σχέση που συνδέει τα δύο μήκη.

Σ98: Γιατί όπως είπαμε έχουμε πάρει τα 3 κουτάκια να είναι 2,25 και 2,25…4,5 και 4,5…9 και άλλα 2,5 (σημειώνει όσο τα λέει). Άρα σύνολο …15.

[4] *Στο εξής τα δομικά πλακίδια του παιχνιδιού* The Sims *θα αναφέρονται ως* Simblocks



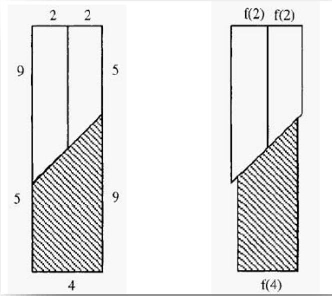
Εικόνα 21. Το παζλ του Guy Brousseau

O Brousseau (2002) στο βιβλίο του Theory of Didactical Situations in Mathematics αναγνωρίζει τη δυσκολία αρκετών μαθητών να υπερβούν το προσθετικό μοντέλο ως τρόπο σκέψης και να κατανοήσουν την έννοια της γραμμικής συσχέτισης. Ο ίδιος προτείνει μια δραστηριότητα μεγέθυνσης ενός παζλ ως τρόπο ανάδειξης και αντιμετώπισης του συγκεκριμένου εμποδίου. Συγκεκριμένα ζητάει από τους μαθητές να κατασκευάσουν μία μεγέθυνση ενός παζλ (Εικόνα 21) στην οποία το τμήμα που έχει μήκος 4cm θα γίνει 7cm. Αναμένει αρκετοί μαθητές να προσθέσουν 3cm σε όλα τα μήκη και να προβληματιστούν από την αδυναμία συνταιριάσματος των μεγεθυμένων κομματιών.

Θα πρέπει να ομολογήσουμε ότι δεν είναι ξεκάθαρο αν ο τρόπος που η μαθήτρια προσεγγίζει το πρόβλημα προσδιορισμού των διαφόρων μηκών στην κλίμακα του *The Sims* είναι λόγω εμμονής στο προσθετικό μοντέλο ή επειδή είναι πιο εύκολο για την ίδια να κάνει στο μυαλό προσθέσεις απ' ό,τι πολλαπλασιασμούς. Στη συνέχεια, ενώ κάνει αναγωγή στη μονάδα, χρησιμοποιεί ξανά πρόσθεση:

> *Σ102: Τα τρία κουτάκια είναι 2,25 το ένα, 2,25 διά 3…0,75. Άρα τα τέσσερα κουτάκια είναι 2,25+0,75=3m.*

Η Σοφία προφανώς αντιλαμβάνεται την έννοια της αναλογίας, δεν δείχνει όμως εξοικειωμένη με τον προσδιορισμό της γραμμικής σχέσης και όταν ερωτάται τι παραμένει σταθερό σε μια σχέση αναλογίας απαντάει ότι αυτό που παραμένει σταθερό είναι η διαφορά των ποσών.



Εικόνα 22. Το μη συνταίριασμα των κομματιών με τη χρήση πρόσθεσης οδηγεί στην ανακάλυψη της χαρακτηριστικής σχέσης της γραμμικότητας

Αυτό αναδεικνύει και πάλι το γεγονός ότι η μαθήτρια σκέφτεται προσθετικά. Στη διδακτική κατάσταση που προτείνει ο Brousseau η αδυναμία δημιουργίας μιας ορθής μεγέθυνσης με τη χρήση πρόσθεσης (Εικόνα 22) οδηγεί τους μαθητές στο να συνειδητοποιήσουν την ανάγκη της ανακάλυψης της χαρακτηριστικής σχέσης της γραμμικότητας. Αντίστοιχα, η Σοφία μιλάει για αθροίσματα και διαφορές και φαίνεται να αδυνατεί να υπερβεί το στάδιο αυτό και να συλλάβει την ιδέα της ύπαρξης μιας άλλης σχέσης που να μην περιλαμβάνει πρόσθεση ή αφαίρεση. Τελικά χρειάστηκε η παρέμβαση της ερευνήτριας προκειμένου η μαθήτρια να αντιληφθεί τη σημασία της σταθεράς αναλογίας.

Ε190: Να βοηθήσω λιγάκι. Όπως είναι αυτά τα ποσά, αν διαιρέσω 5 διά 2 , 7,5 διά 3 κ.ο.κ. βρίσκω πάντα…

Σ191: 2,5. Όλα τα κλάσματα είναι ίσα με 2,5. Δηλαδή έχουμε σταθερό πηλίκο.

Από τον άμεσο τρόπο με τον οποίο απαντά η Σοφία θα μπορούσαμε να πούμε ότι επιβεβαιώνουμε την αρχική μας εκτίμηση. Η μαθήτρια εύκολα αποδέχεται την ύπαρξη σταθερού λόγου, εγκαταλείποντας τις προηγούμενες σκέψεις της. Δίνει την αίσθηση ότι πιθανόν αυτό που την έκανε να αναφέρεται σε πρόσθεση ή αφαίρεση οφειλόταν περισσότερο στην εξοικείωσή της με τις έννοιες αυτές και όχι τόσο στη μη κατανόηση του τι συμβαίνει σε μια σχέση αναλογίας.

Άξονας Β: Έννοια του όγκου

Σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών[5] του Δημοτικού Σχολείου, τα παιδιά στην ΣΤ’ τάξη μαθαίνουν να υπολογίζουν τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Η Σοφία δεν φαίνεται να ανακαλεί κάτι τέτοιο και αδυνατεί να βρει με ποιον τρόπο θα μπορέσει να υπολογίσει το μήκος και το πλάτος της πισίνας, σύμφωνα με τις απαιτήσεις της κατασκευής. Δεν μπαίνει στη λογική των δοκιμών και

[5] http://www.pi-schools.gr/programs/depps/

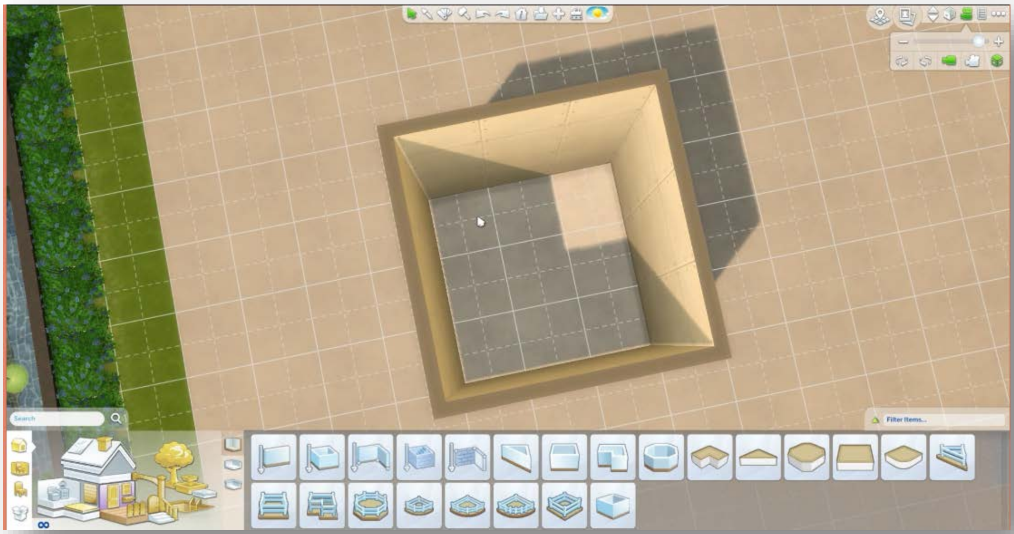
δεν αξιοποιεί, σε αυτή τη φάση, τις δυνατότητες του περιβάλλοντος προσομοίωσης. Η ερευνήτρια παρεμβαίνει και την προτρέπει να περιγράψει, καταρχάς, τη σημασία που έχει για την ίδια η λέξη «όγκος»:

Ε109: Άρα, όταν ακούς τη λέξη «όγκος» τι έρχεται στο μυαλό σου;
Σ110: Ε…(παίρνει στα χέρια της τη θήκη των γυαλιών της προσπαθώντας να κάνει περισσότερο κατανοητό αυτό που λέει). Είναι όλο το αντικείμενο…με όλα αυτά που πιάνει και μέσα. Όχι μόνο αυτό που βλέπουμε αλλά και αυτό που είναι και εσωτερικά.

Σύμφωνα με τους Pittalis και Christou (2010) υπάρχει ισχυρή σύνδεση ανάμεσα στον τρόπο σκέψης στην τρισδιάστατη γεωμετρία και την ικανότητα των μαθητών να υπολογίζουν τον όγκο και την επιφάνεια ενός στερεού. Η Σοφία δείχνει να αντιλαμβάνεται το ρόλο που παίζουν οι διαστάσεις του αντικειμένου στον καθορισμό του όγκου του. Αναζητεί, παρόλα αυτά, κάποια γνώση από τα σχολικά μαθηματικά. Δεν μπορεί να θυμηθεί και δεν δείχνει να έχει τρόπο να προσπεράσει το εμπόδιο αυτό.

Προκειμένου να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα υπολογισμού του όγκου η ερευνήτρια αξιοποίησε τις δυνατότητες του ψηφιακού περιβάλλοντος. Ζήτησε από τη μαθήτρια να φτιάξει μια απλούστερη, προσωρινή κατασκευή, ένα δωμάτιο διαστάσεων 3x3 Simblocks και στη συνέχεια αναφέρθηκε στην ανάγκη ύπαρξης μιας μονάδας μέτρησης, ενός στοιχειώδους όγκου που θα αποτελούσε το μέτρο σύγκρισης με το δωμάτιο του *The Sims* (Εικόνα 23).

Εικόνα 23. Δωμάτιο διαστάσεων 3x3 Simblocks ως βοηθητική κατασκευή για τη συνειδητοποίηση του τρόπου υπολογισμού του όγκου.



Εικόνα 24. Η μαθήτρια αλλάζει οπτική γωνία και εξηγεί πώς αντιλαμβάνεται τη μέτρηση του όγκου.

Η μαθήτρια φαίνεται να αντιλαμβάνεται ότι προκειμένου να υπολογίσει τον όγκο της βοηθητικής κατασκευής θα πρέπει να απαριθμήσει τα στοιχειώδη κουτάκια από τα οποία αυτός αποτελείται. Συνειδητοποιεί την δομή του στερεού. Σαφώς το περιβάλλον προσομοίωσης βοηθάει τη Σοφία τόσο στο να κατανοήσει όσο και στο να εκφραστεί. Μάλιστα αλλάζει οπτική γωνία για να εξηγήσει τι συμβαίνει, ενώ στη συνέχεια δημιουργεί μια δεύτερη βοηθητική κατασκευή ώστε να μπορέσει να περιγράψει ακριβώς αυτό που καταλαβαίνει:

Σ125: Ε…όπως κάνω εδώ πέρα (φτιάχνει ένα δωμάτιο με βάση ένα Simblock) μέχρι…μέχρι το πρώτο επίπεδο, μέχρι εδώ πέρα. (Δείχνει μέχρι το ύψος του ενός Simblock στην κατασκευή της) (Εικόνα 25).

Εικόνα 25. Η Σοφία δείχνει μέχρι το ύψος ενός Simblock στην βοηθητική κατασκευή δωματίου 1x1 οριοθετώντας τη μονάδα μέτρησης όγκου.

Η μαθήτρια έδειξε να κατανοεί τη διαδικασία της μέτρησης ως σύγκριση με ένα ομοειδές μέγεθος. Σ' αυτό το σημείο θα πρέπει να τονίσουμε και πάλι ότι το περιβάλλον του ψηφιακού παιχνιδιού βοήθησε ιδιαίτερα προσφέροντας άμεση οπτικοποίηση της κατάστασης. Η Σοφία μπορούσε να «δει» τον όγκο που ήθελε να υπολογίσει καθώς και τον στοιχειώδη κύβο που θα χρησιμοποιούσε ως μονάδα μέτρησης. Έτσι το πρόβλημα μετατοπίστηκε στον υπολογισμό των στοιχειωδών κύβων που θα χρειαζόταν για να «γεμίσει» το δωμάτιο.

Η αντίληψη της δομής τρισδιάστατων σειρών από κύβους που περιλαμβάνει π.χ. το χειρισμό τρισδιάστατων αντικειμένων και την απαρίθμηση των κύβων από τους οποίους μπορεί να δομηθεί ένα αντικείμενο, είναι ένας από τους παράγοντες προσδιορισμού των ικανοτήτων ενός μαθητή σε σχέση με την τρισδιάστατη γεωμετρία (Pittalis και Christou, 2010). Οι Battista και Clements (1996) συνδέουν τον τρόπο χειρισμού και απαρίθμησης των τρισδιάστατων σειρών από κύβους με το χωρικό συλλογισμό. Υποστηρίζουν ότι σε ένα πρώιμο στάδιο οι μαθητές αντιλαμβάνονται ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο που έχει δημιουργηθεί από κύβους ως ένα ασύνδετο σύνολο εδρών. Στην πορεία οι μαθητές αποκτούν την ικανότητα να συντονίζουν τις διαφορετικές οπτικές του αντικειμένου και να βλέπουν τη σειρά των κύβων ως τρόπο πλήρωσης του χώρου και να τη χειρίζονται σαν τέτοια. Τέλος, είναι αυτοί που καταφέρνουν να φτάσουν σε μια ολική αναδόμηση του τρισδιάστατου αντικειμένου και μπορούν να το αντιληφθούν οργανωμένο σε στρώσεις (layers).

Η Σοφία δείχνει να ανήκει στην τελευταία κατηγορία, καθώς άμεσα αρχίζει να απαριθμεί τους στοιχειώδεις κύβους της κατασκευής της αναφερόμενη σε «επίπεδα». Με τον τρόπο αυτό η μαθήτρια καταφέρνει να καταλήξει σε μια μέθοδο υπολογισμού του όγκου ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ανακαλύπτοντας τη σχέση μεταξύ του όγκου και των διαστάσεων του στερεού.

Επιστρέφοντας στο αρχικό πρόβλημα του υπολογισμού των διαστάσεων της πισίνας, η Σοφία προσπαθεί να εφαρμόσει όσα κατανόησε για τη μέτρηση του όγκου σκεπτόμενη σε στρώσεις, κατακόρυφες αυτή τη φορά:

Σ152: Γιατί ξέρω ότι κάθε στήλη είναι 4 ...εεε... 3m^3...κάνει 30 ...οπότε συνολικά τα κουτάκια θα είναι 30…και αυτό μπορούμε να το χωρίσουμε με όποιο τρόπο θέλουμε. Δηλαδή να πούμε 20 και 10 ή…όχι, μισό λεπτό, λάθος…Μπορούμε να κάνουμε.. σκέφτομαι να κάνω 5 επί 6. Πέντε μέτρα μήκος επί έξι (ξεκινάει να σχεδιάζει παίρνοντας 5 τετράγωνα μήκος και 6 πλάτος).

Στο σημείο αυτό διαπιστώνουμε ότι η μαθήτρια συγχέει την κλίμακα που εφαρμόζει στο παιχνίδι με τις πραγματικές διαστάσεις. Πιθανόν αυτό να οφείλεται στη συζήτηση που προηγήθηκε σε σχέση με τον προσδιορισμό του τύπου υπολογισμού του όγκου ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Προσπαθεί να διορθώσει ως εξής:

Σ154: Θα πρέπει πρώτα να κάνω το 90 επί 0,75 για να βρω πόσο είναι σε κυβικά κουτάκια να το πω; Για να πάω σε κουτάκια Sims.
Ε155: Εμείς αυτό που ξέρουμε είναι ότι στο πρόβλημά μας το κάθε κουτάκι έχει πλευρά 0,75m. Άρα, αυτό που λες είναι ότι το κάθε κυβάκι Sims αντιστοιχεί σε 0,75m^3 στην πραγματικότητα;
Σ156: Όχι.

Εδώ γίνεται εμφανής μια σημαντική παρανόηση σε σχέση με τις έννοιες της κλίμακας και της αναλογίας. Η μαθήτρια θεωρεί ότι εάν πολλαπλασιάσει τα 90m^3 με 0,75 που είναι ο συντελεστής αναλογίας των μηκών θα βρει τον ζητούμενο όγκο στο περιβάλλον του παιχνιδιού. Πάντως φαίνεται να αντιλαμβάνεται γρήγορα το λάθος στο συλλογισμό της και διορθώνει ακολουθώντας διαφορετική στρατηγική:

Σ158: Μισό λεπτό, αφού βρήκαμε το 5 και το 6 θα τα μετατρέψω αυτά σε κουτάκια. (Γράφει αναλογία). Τα 4 κουτάκια είναι 3m, άρα …(πολλαπλασιάζει χιαστί, διαιρεί). Είναι 6,6…
Ε159: Εντάξει θα το στρογγυλοποιήσουμε στο 7. Και το 6;
Σ160: Είναι 8 (κατασκευάζει την πισίνα)(Εικόνα 26)

Εικόνα 26. Η μαθήτρια κατασκευάζει την πισίνα και διακοσμεί το χώρο γύρω από αυτήν.

Ο τρόπος που αντιμετώπισε η Σοφία την κατασκευή της πισίνας με δεδομένη χωρητικότητα ανέδειξε μια σειρά από ζητήματα, δίνοντας τροφή για περαιτέρω συζήτηση και έρευνα. Ιδιαίτερης σημασίας κρίνεται η λανθασμένη στρατηγική μετατροπής των κυβικών μέτρων σε κύβους του παιχνιδιού *The Sims* με τη χρήση της κλίμακας που η μαθήτρια δημιούργησε στην αρχή της δραστηριότητας, μεταξύ μέτρων και *Simblokcs.* Επιπλέον θα πρέπει να κάνουμε ειδική αναφορά στο γεγονός ότι η μαθήτρια εύκολα αναδιπλώνεται και μεταβάλλει τη στρατηγική της. Δεν είναι εντελώς προφανές αν αυτό οφείλεται στο ότι πραγματικά κατάλαβε το λάθος της ή επειδή ανταποκρίθηκε στην παραίνεση της ερευνήτριας.

4.2.3 Ο ρόλος του ψηφιακού περιβάλλοντος ως προς τις χωρικές εκτιμήσεις και τη στρατηγική που ακολούθησε η μαθήτρια

Άξονας Γ: Χωρικές εκτιμήσεις – Στρατηγική

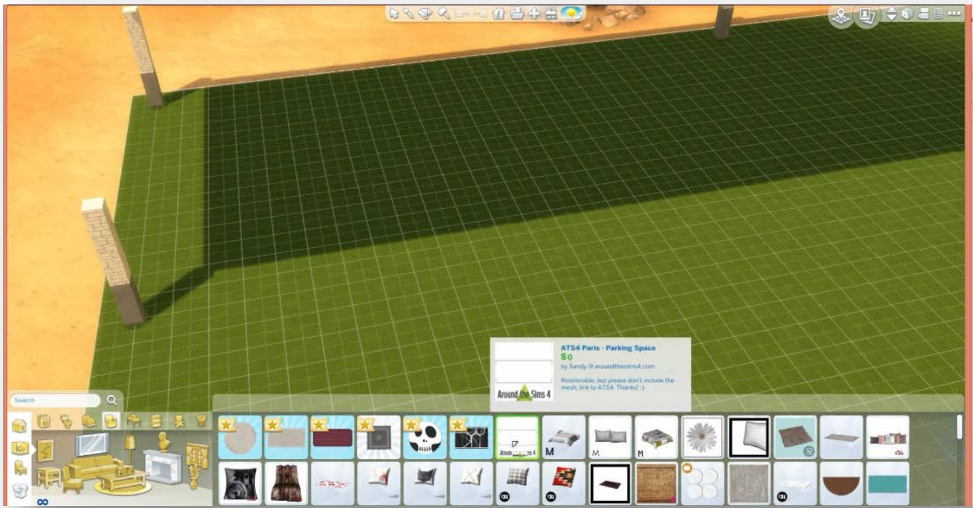
Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο τρόπος με τον οποίο η μαθήτρια χειρίστηκε τα δεδομένα του προβλήματος προκειμένου να δώσει τη δική της βέλτιστη λύση ως προς το σχεδιασμό του εξωτερικού χώρου του café. Οι αρχικές επιλογές της καθόρισαν ως ένα μεγάλο βαθμό και την πορεία που ακολούθησε στη συνέχεια. Η Σοφία ξεκίνησε λαμβάνοντας απόφαση για το μέρος του οικοπέδου στο οποίο θα κατασκευάσει την πισίνα. Θεώρησε ότι το καλύτερο που έχει να κάνει είναι να δεσμεύσει το χώρο δεξιά του café (Εικόνα 27).

Εικόνα 27. Η μαθήτρια αποφασίζει να τοποθετήσει την πισίνα δεξιά του café

Εξηγεί γιατί:

Σ8:Ε….εδώ πέρα δίπλα στην καφετέρια δεν είναι τόσο μεγάλος ο χώρος και είναι και τετράγωνος. Οπότε πλάγια δεν μπορώ να τα βάλω γιατί δεν θα χωρέσουνε πολλά (εννοεί αυτοκίνητα). Σκέφτομαι εδώ πέρα κάτω να τα βάλω οριζόντια…ε…Την πισίνα θα τη βάλω δεξιά.

Την ίδια τακτική ακολουθεί και στην πορεία. Σκέφτεται πριν κάνει οποιαδήποτε κίνηση και δεν καταφεύγει σε δοκιμές (Εικόνα 28). Προτιμά να χειρίζεται στο μυαλό της τα διάφορα αντικείμενα και χρησιμοποιεί το περιβάλλον του *The Sims* μόνο για να υλοποιήσει τις τελικές της αποφάσεις. Αρκετά συχνά καταφεύγει σε εκτιμήσεις μηκών και αποστάσεων. Για παράδειγμα, εκτιμά το πλάτος που καταλαμβάνει κάθε θέση στάθμευσης κατά την τοποθέτηση σύμφωνα με την περίπτωση 3, βασιζόμενη στο σχήμα που της δίνεται.



Εικόνα 28 Η μαθήτρια παρατηρεί τον διαθέσιμο χώρο χωρίς να κάνει δοκιμές.

Σ86: Λοιπόν…εδώ το πλάτος είναι 5,5 (εννοεί την περίπτωση 1), στην περίπτωση 2 θα πρέπει να έχουμε μεγάλο πλάτος, είναι συνολικά 9,90 και στην τρίτη περίπτωση είναι 3m ο διάδρομος και αυτό (δείχνει την απόσταση που κατέχει σε πλάτος η διαγώνια θέση) πρέπει να είναι 3,5m.
Ε87: Πώς το βρήκες αυτό;
Σ88: Εκτιμώ ότι πρέπει να είναι τόσο.

Τακτική προσέγγισης χρησιμοποιεί και στον υπολογισμό του μήκους της ράμπας.

Σ61: Αφού το 5 αντιστοιχεί στο 1,3 και το 5,9 είναι σχεδόν 5 φορές το 1,3 , άρα και τα κουτάκια που θα πάρουμε θα πρέπει να είναι σχεδόν 5 φορές τα πέντε. Άρα περίπου 23 ή 24;

Πάντως αρκετές φορές δεν δίστασε να χρησιμοποιήσει μολύβι και χαρτί κυρίως για να καταστρώσει σχέσεις αναλογίας, παίρνοντας με σωστή σειρά τα ποσά της. Η Σοφία χρησιμοποιεί με αρκετή ευχέρεια τη γνώση αυτή, την οποία φαίνεται να έχει κατακτήσει σε αρκετά καλό επίπεδο.

Κατά τη δεύτερη συνάντηση η ερευνήτρια έθεσε στη μαθήτρια το θέμα των επιλογών και των αποφάσεών της επιδιώκοντας να την εισάγει σε μια λογική αναστοχασμού. Η μαθήτρια με σιγουριά απέρριψε οποιαδήποτε διαφοροποίηση σε σχέση με το σχέδιο στο οποίο είχε καταλήξει. Δήλωσε βέβαιη ότι έχει πετύχει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα και δεν έδειξε διατεθειμένη να κάνει οποιαδήποτε τροποποίηση.

Συνοψίζοντας, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η μαθήτρια προτίμησε να αντιμετωπίσει το πρόβλημα της διευθέτησης του χώρου στάθμευσης χωρίς να χρησιμοποιήσει τις δυνατότητες που προσφέρει το δυναμικό περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims*. Επέλεξε και εφάρμοσε νοητικούς χειρισμούς και εκτιμήσεις, ενώ ο σχεδιασμός στον υπολογιστή ήταν απλώς η υλοποίηση του σχεδίου που είχε φανταστεί, καταστρώσει και προαποφασίσει.

4.2.4 Εμφάνιση αφαιρετικών διαδικασιών κατά τη διάρκεια της προσπάθειας κατασκευής της ράμπας από τη μαθήτρια

Άξονας Δ: Ανάδυση τριγωνομετρικών εννοιών

Εδώ αναφερόμαστε στις μαθηματικές εκείνες έννοιες που αναδύθηκαν κατά την ενασχόληση της μαθήτριας με το μέρος της δραστηριότητας που σχετιζόταν με την κατασκευή της ράμπας. Έχουμε ήδη σχολιάσει το γεγονός ότι η Σοφία δεν διέθετε τις απαραίτητες τριγωνομετρικές γνώσεις και αναμέναμε με ενδιαφέρον να δούμε τους χειρισμούς της. Ακολούθως θα παρουσιάσουμε και θα επιχειρήσουμε να ερμηνεύσουμε μια σειρά επεισοδίων που σχετίζονται με την κατασκευή της ράμπας, τα οποία, εκ των πραγμάτων, συνδέονται. Το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο θα στηρίξουμε την ανάλυση των εν λόγω επεισοδίων είναι αυτό της αφαίρεσης εντός πλαισίου. Θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε τις επιστημικές εκείνες ενέργειες όπως περιγράφονται από τους Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001) και οι οποίες στοιχειοθετούν την ύπαρξη μιας αφαιρετικής διαδικασίας.

Κατασκευή της ράμπας.

Αρκετά νωρίς, στο ξεκίνημα σχεδόν της κατασκευής, η μαθήτρια δηλώνει τον προβληματισμό της ως προς τη θέση της ράμπας (Εικόνα 29). Όπως αναφέραμε το κομμάτι της δραστηριότητας που αφορά στην κατασκευή της ράμπας δόθηκε ελαφρώς τροποποιημένο στη μαθήτρια. Προτιμήσαμε να κάνουμε λόγο για τις μοίρες της γωνίας που σχηματίζει η ράμπα με το έδαφος και να μην χρησιμοποιήσουμε τη λέξη κλίση, καθώς είναι άγνωστη η μαθηματική της ερμηνεία σε μια μαθήτρια που μόλις τελείωσε το δημοτικό σχολείο.

Εικόνα 29. Η αρχική τοποθέτηση της ράμπας.

Η Σοφία συνειδητοποιεί ότι πρέπει να αποφασίσει πού θα τοποθετήσει τη ράμπα και η ερευνήτρια την καλεί να προσέξει το μέγεθος της γωνίας:

Ε32: Κοίτα…Η ράμπα έχει τοποθετηθεί τυχαία σε αυτό το σημείο. Μπορείς να της αλλάξεις θέση, αν πιστεύεις ότι κάτι τέτοιο θα σε εξυπηρετήσει. Εσύ θα αποφασίσεις που θα τη βάλεις τελικά. Είναι η θέση αυτή που αποφασίζεις εσύ να την κρατήσεις, δηλαδή στην άκρη του οικοπέδου;

Σ33: Ε…όχι…νομίζω ότι θα πρέπει να είναι λίγο πιο έξω γιατί θα χάσω τη θέση του πάρκινγκ.

Ε34: Άρα θα πρέπει να προσέξεις πού ακριβώς θα την τοποθετήσεις. Πρόσεξε όμως και ότι η γωνία της ράμπας θα πρέπει να είναι το πολύ 12^0.

Σ35: Αυτό που πρέπει να κάνουμε είναι να μεγαλώσουμε τη ράμπα στο μήκος της…(μεγαλώνει τη ράμπα σε μήκος).

Η μαθήτρια αντιλαμβάνεται, επομένως, ότι θα πρέπει να έχει μια πολύ μικρότερη γωνία στο χώρο και επιχειρεί να το πραγματοποιήσει αυξάνοντας το μήκος της ράμπας. Η ερευνήτρια την καλεί να προσέξει ότι το μέγεθος της γωνίας αυτής δεν μπορεί να είναι τυχαίο αφού καθορίζεται από το πρόβλημα.

Ε36: Ναι αλλά αυτό δεν θα είναι στην τύχη…Θέλουμε να έχουμε γωνία 12^0. Θέλουμε συγκεκριμένη κλίση. Αυτό τι σημαίνει για σένα;

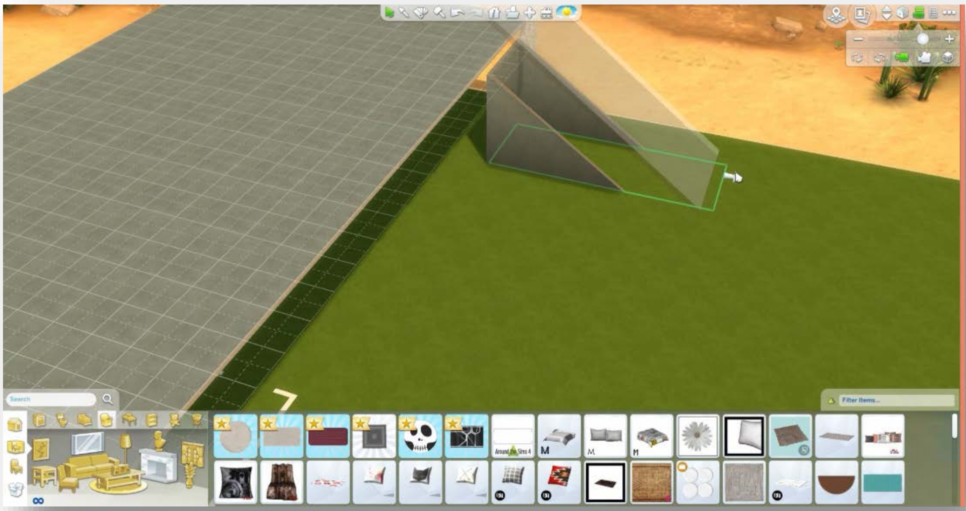
Η ερευνήτρια χρησιμοποιεί εσκεμμένα τη λέξη *κλίση* θέλοντας να παρατηρήσει τις αντιδράσεις της μαθήτριας. Η ίδια φάνηκε να μην προβληματίζεται, ενώ αμέσως μετά τη χρησιμοποιεί και η ίδια δείχνοντας ότι διαθέτει διαισθητική κατανόηση για την έννοια της κλίσης.

Σ37: Ε…

Ε38: Δηλαδή τώρα τι κάνεις;

Σ39: Μεγαλώνω το μήκος της ράμπας ώστε να μπορέσω να μικρύνω την κλίση της.

Η μαθήτρια αντιλαμβάνεται πώς περίπου θα πρέπει να εργαστεί (Εικόνα 30), όμως προβληματίζεται για το πόσο πρέπει να επιμηκύνει τη ράμπα ώστε να σχηματίσει γωνία 12^0. Έχει φτάσει ως εκεί που της επιτρέπουν οι γνώσεις της. Σε αυτό ακριβώς το σημείο εμφανίζεται η *ανάγκη* για τη δημιουργία μιας νέας μαθηματικής δομής και έρχεται η παρέμβαση της ερευνήτριας.



Εικόνα 30. Η μαθήτρια χρησιμοποιεί τα εργαλεία του The Sims για να επιμηκύνει τη ράμπα.

Ε40: Προσπαθείς να μικρύνεις την κλίση της…Για να σε βοηθήσω λιγάκι …γιατί στην τάξη που είσαι δεν έχετε ασχοληθεί ακόμη πολύ με τις γωνίες, θα σου φτιάξω ένα τρίγωνο με γωνία 12^0. (Η Ε χρησιμοποιεί βοηθητικό υπολογιστή όπου στο λογισμικό Geogebra σχεδιάζει ορθογώνιο τρίγωνο με γωνία 12^0 και δυνατότητα μεταβολής των μηκών των πλευρών του).

Ε42: Λοιπόν, προσπαθούμε να φτιάξουμε τη γωνία της ράμπας ώστε να είναι 12^0. Φτιάξαμε εδώ, στο Geogebra, ένα ορθογώνιο τρίγωνο με γωνία 12^0. Για να δούμε…μπορεί να μας βοηθήσει αυτό;

Σ43: Ναι…

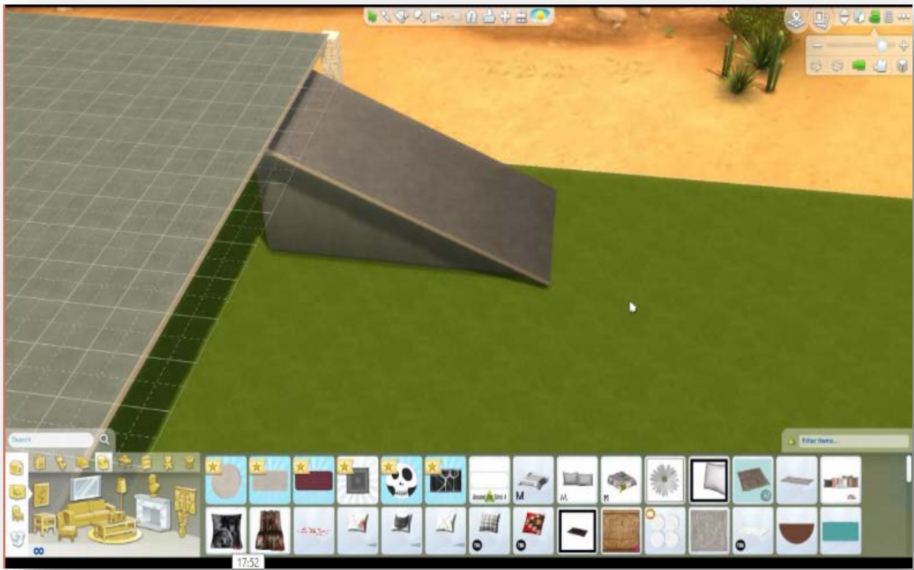
Ε44: Εδώ, στο Geogebra, στο τρίγωνο που φτιάξαμε μπορούμε να ζητήσουμε από το πρόγραμμα να μας δείχνει τα μήκη των πλευρών….για παράδειγμα το μήκος της πλευράς που μας ενδιαφέρει και εμάς στο δικό μας τρίγωνο είναι 5,9 ενώ η άλλη κάθετη 1,3.

Σ45: Μόνο και μόνο για να φτιάξω τη ράμπα θα σκεφτώ ότι αφού το 5,40 το είχαμε πει περίπου 7 τετραγωνάκια, οπότε αυτό εδώ (δείχνει το μήκος της ράμπας) θα πρέπει να είναι 7 τετραγωνάκια.

Η πρώτη σκέψη της Σοφίας είναι να πάρει το μήκος 5,9 ως οριζόντια απόσταση και να κατασκευάσει με βάση αυτό τη ράμπα, αφού πρώτα το αντιστοιχίσει στα δομικά στοιχεία του παιχνιδιού (Simblocks). Ουσιαστικά προσπαθεί να σχεδιάσει υπό κλίμακα το τρίγωνο του Geogebra προκειμένου να εξασφαλίσει το ζητούμενο, που είναι η γωνία των 12^0.

Σ49: Ναι…και βλέπω εδώ (εννοεί το τρίγωνο στο Geogebra) ότι η άλλη πλευρά είναι 1,3…άρα …περίπου 2 κουτάκια (σχεδιάζει τη ράμπα η οποία όμως δεν φτάνει στο πάνω επίπεδο). Ωχ…δεν φτάνει ως πάνω!

Σε αυτό το σημείο το περιβάλλον του Sims έπαιξε καταλυτικό ρόλο γιατί η Σοφία συνειδητοποίησε (Εικόνα 31) άμεσα ότι θα πρέπει να υπάρχει κάποιο λάθος στον τρόπο δράσης της. Δημιουργήθηκε, επομένως, *η ανάγκη* για αλλαγή στρατηγικής:



Εικόνα 31. Η ράμπα δεν φτάνει ως πάνω!

Ε50: Το…1,3. Το πρόβλημα είναι ότι το ύψος αυτό, εδώ στην κατασκευή μας είναι συγκεκριμένο. Δηλαδή είναι το ύψος που έχει ο τοίχος μας για το επόμενο επίπεδο. Οπότε αυτό δεν αλλάζει.

Σ51: Ναι…οπότε πρέπει …μισό λεπτό …πρέπει να το πάω πάνω.

Ε52: Ποιο ανεβάζεις;

Σ53: Αυτήν την πλευρά ώστε η ράμπα να φτάνει στο επόμενο επίπεδο.

Ε54: Αυτό είναι το μόνο σίγουρο. Η ράμπα πρέπει να φτάνει ακριβώς στο πάνω επίπεδο.

Σ55: Ναι…

Ε56: Οπότε, ποια είναι τα δύο πράγματα που δεν αλλάζουν με τίποτα και σε αυτά θα βασίσουμε την κατασκευή της ράμπας;

Σ57: Το ύψος του τοίχου…

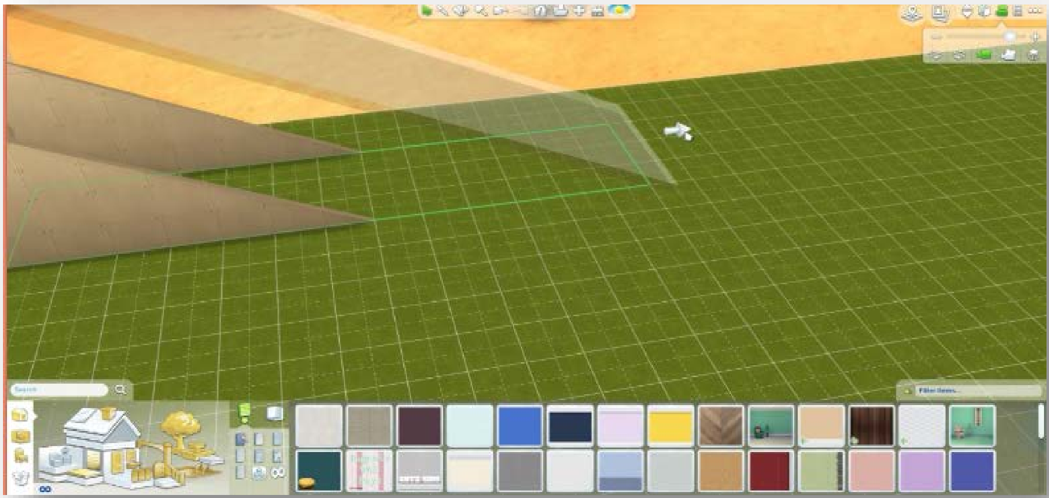
Ε58: …και αυτό που λέει ο νόμος ότι θα πρέπει η γωνία να είναι 12^0.

Σ59: Ναι…οπότε χρειάζομαι 5 κουτάκια για να είναι στο ύψος του τοίχου, ενώ σε αυτό το τρίγωνο που είχαμε εδώ, αυτή η πλευρά του τριγώνου είναι 1,3. Ενώ τώρα σε εμάς είναι 5. Οπότε θα αλλάξει η αναλογία…Μισό λεπτό…

Η *ανάγκη* να βρεθεί μια ικανοποιητική λύση στο πρόβλημα της ράμπας οδήγησε τη μαθήτρια στην αναζήτηση οικείων μαθηματικών δομών που θα μπορούσαν να τη βοηθήσουν στην επίλυση. *Αναγνώρισε* πίσω από τα δεδομένα του προβλήματος την έννοια της αναλογίας και ξεκίνησε την προσπάθεια *του χτισίματος με* αυτά τα μαθηματικά των δομών που της ήταν απαραίτητες για να μπορέσει να ολοκληρώσει την κατασκευή της (Εικόνα 32).

Ε60: Οπότε…

Σ61: Αφού το 5 αντιστοιχεί στο 1,3 και το 5,9 είναι σχεδόν 5 φορές το 1,3 , άρα και τα κουτάκια που θα πάρουμε θα πρέπει να είναι σχεδόν 5 φορές τα 5. Άρα περίπου 23 ή 24;



Εικόνα 32. Η μαθήτρια κατασκευάζει ράμπα με την επιθυμητή κλίση και ύψος.

Μέχρι εδώ θα μπορούσαμε να πούμε ότι εντοπίζουμε τις δύο πρώτες επιστημικές ενέργειες που σχετίζονται με μια αφαιρετική διαδικασία σύμφωνα με το μοντέλο RBC των Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001). Η μαθήτρια *αναγνώρισε* ουσιαστικά μια σχέση ομοιότητας–αναλογίας μεταξύ των πλευρών των δύο τριγώνων και *έχτισε* πάνω σε αυτή τη διαπίστωση τη νέα της στρατηγική, ολοκληρώνοντας με αυτόν τον τρόπο την κατασκευή της ράμπας.

Το επεισόδιο της κατασκευής της ράμπας σχετίζεται άμεσα με μέρος της συζήτησης που πραγματοποιήθηκε κατά τη δεύτερη συνάντηση. Σε αυτό, αρχικά η μαθήτρια ανακαλεί τις ενέργειές της:

Σ164: Ναι, έκανα την αναλογία για να βρω…αφού ήξερα το ύψος στο Sims που ήταν συγκεκριμένο για να φτάνει στο επόμενο επίπεδο …κάναμε την αναλογία από το τρίγωνο που είχαμε από το Geogebra έτσι ώστε να βρούμε πόσο πρέπει να είναι το μήκος της ράμπας.
Ε165: Άρα, εννοείς ότι το τρίγωνο το δικό σου στο Sims με το τρίγωνο του Geogebra τι σχέση έχουν; Γιατί χρησιμοποίησες τη λέξη αναλογία.
Σ166: Γιατί είναι το ίδιο τρίγωνο απλώς μεγεθυμένο στο Sims σε σχέση με αυτό που έχουμε στο Geogebra.

Παρατηρούμε ότι και εδώ η σμίκρυνση, η μεγέθυνση και, τελικά, η κατασκευή υπό κλίμακα είναι το οικείο γνωστικό σχήμα πάνω στο οποίο στηρίζει το σκεπτικό της η μαθήτρια. Ουσιαστικά, η έννοια της ομοιότητας τριγώνων προβάλλεται ξεκάθαρα μέσα από τη σχέση αναλογίας που συνδέει τις πλευρές τους και την οποία η Σοφία αντιλαμβάνεται. Η ιδέα του σταθερού πηλίκου όπως έχει ήδη αναλυθεί στον άξονα «Κλίμακα» επανέρχεται, καθοδηγώντας την απαραίτητη σύνδεση των λόγων των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου με τις οξείες γωνίες του. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε το ενδιαφέρον που παρουσιάζει η σιωπηρή μετάβαση που πραγματοποιεί η μαθήτρια από την ισότητα των λόγων των αντίστοιχων πλευρών σε όμοια τρίγωνα στην ιδέα των σταθερών λόγων των πλευρών σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο το οποίο μεγεθύνεται ή μικραίνει.

Ε171: Τι σημαίνει ότι οι πλευρές αλλάζουν ανάλογα;
Σ172: Ότι αν μεγαλώσω τη μία θα μεγαλώσει και η άλλη και αν μικρύνω τη μία θα μικρύνει και η άλλη.
Ε173: Αν δηλαδή μεγαλώσω τη μία πλευρά θα μεγαλώσει και η άλλη. Πόσο, το ξέρω ή είναι τυχαίο;
Σ174: Όχι, μεγαλώνουν το ίδιο.
Ε175: Δηλαδή αν μεγαλώσει η μία κατά 5 θα μεγαλώσει και η άλλη κατά 5;
Σ176: Όχι. Παράδειγμα, αν η μία κοπεί στο μισό θα κοπεί και η άλλη στο μισό. Είναι ανάλογα.

Η ερευνήτρια κρίνει σκόπιμο να γίνει χρήση του περιβάλλοντος δυναμικής γεωμετρίας Geogebra σε βοηθητικό υπολογιστή. Αρχικά η μαθήτρια συμπληρώνει πίνακα τιμών με τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου, το μέγεθος του οποίου μεταβάλλεται. Η Σοφία χρησιμοποιεί την ιδέα του σταθερού πηλίκου όπως αυτή αποκρυσταλλώθηκε μέσα από τη συζήτηση για τη σημασία της έννοιας της αναλογίας.

Σ197: Ναι…. Θα πρέπει πάλι να παραμένει σταθερό το πηλίκο.

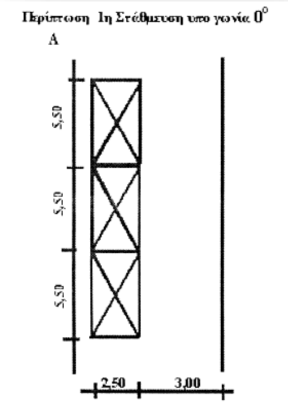
Ε198: Έχεις δίκιο. Αυτός ο αριθμός από τι βλέπεις να εξαρτάται; Από τα μήκη των πλευρών;

Σ199: Όχι, από τις γωνίες.

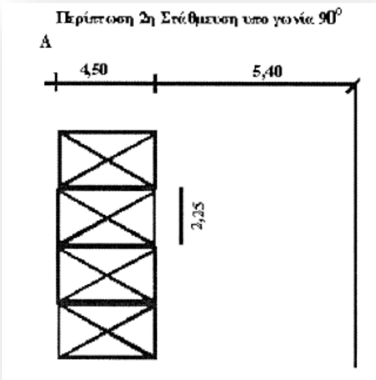
Οι προϋπάρχουσες μαθηματικές γνώσεις αναδιοργανώνονται και αυτή η κάθετη μαθηματικοποίηση οδηγεί στη δημιουργία μιας νέας μαθηματικής δομής. Οι έννοιες της εφαπτομένης, του ημιτόνου και του συνημιτόνου *αναδύονται* μέσα από τη συζήτηση για τη σχέση των γωνιών ενός ορθογωνίου τριγώνου με τους λόγους των πλευρών του. Γίνονται κατανοητές τόσο η σημασία όσο και η χρησιμότητά τους. Υποστηρίζουμε ότι εδώ πλέον αναγνωρίζουμε την τρίτη επιστημική ενέργεια της αφαίρεσης, σύμφωνα με τους Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001), την *κατασκευή (constructing).*

Στη συνέχεια η ερευνήτρια οδηγεί τη συζήτηση σε γενικές παρατηρήσεις που σχετίζονται με τη στρατηγική που ακολούθησε η μαθήτρια. Η επιδίωξή της ήταν να υπάρξει χρονική απόσταση ανάμεσα στο προηγούμενο επεισόδιο και στο τελευταίο ερώτημα που ήθελε να θέσει στη μαθήτρια σχετικά με τον υπολογισμό του πλάτους της θέσης στάθμευσης στην περίπτωση της τοποθέτησης υπό γωνία. Στόχος ήταν η διερεύνηση του βαθμού στον οποίο έχει εμπεδωθεί η νέα γνώση και αν πλέον μπορεί η μαθήτρια να τη χρησιμοποιήσει στο πλαίσιο άλλων προβλημάτων.

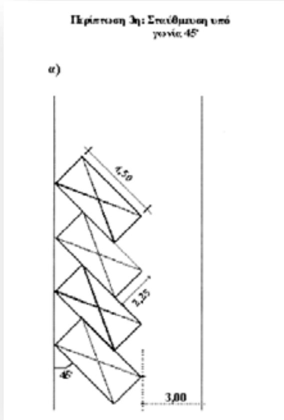
Η συζήτηση ξεκινάει με την παρότρυνση από την πλευρά της ερευνήτριας για τον υπολογισμό του πλάτους των θέσεων στάθμευσης, αρχικά για τις περιπτώσεις 1 και 2 και στο τέλος για την περίπτωση 3.



Εικόνα 33. Στάθμευση σύμφωνα με την περίπτωση 1.



Εικόνα 34. Στάθμευση σύμφωνα με την περίπτωση 2.



Εικόνα 35. Στάθμευση σύμφωνα με την περίπτωση 3.

Ε210: Για να δούμε λίγο πιο προσεκτικά τις διαστάσεις που έχουμε. Για παράδειγμα, στην περίπτωση 1 τι πλάτος έχουμε;

Σ207: …Είναι 2,5 και 3 άρα 5,5 μέτρα.

Ε208: Στην περίπτωση 2;

Σ209: 4,5 και 5,40 …9,90.

Ε210: Στην τρίτη περίπτωση;

Σ211: Είναι 3 και το άλλο πρέπει να είναι 3,5 άρα 6,5.

Ε212: Ποιο είναι 3,5;

Σ213: Αυτό (δείχνει το πλάτος της διαγώνιας τοποθέτησης).

Ε214: Γιατί;

Σ215: Είναι λίγο μεγαλύτερο από το άλλο.

Η μαθήτρια υπολογίζει εύκολα το πλάτος των θέσεων στάθμευσης για τις περιπτώσεις 1 και 2 και κάνει μια εκτίμηση για την περίπτωση 3. Βασίζεται στο σχήμα που της δίνεται και υποθέτει μια σχέση μηκών που της φαίνεται λογική. Η ερευνήτρια την παροτρύνει να προχωρήσει σε ακριβή υπολογισμό.

Ε216: Στο περίπου. Μπορείς να σκεφτείς κάποιο τρόπο για να το υπολογίσεις ακριβώς;

Σ217: Μισό λεπτό…αν αυτή είναι 45^0 *και αυτή είναι* 90^0 *τότε αυτή θα είναι* $180^0-45^0-90^0=45^0$ *…άρα θα είναι όσο αυτό (δηλαδή 4,5).*

Ε218: Γιατί το λες αυτό;

Σ219: Γιατί αν πάρω αυτό το τρίγωνο και το γυρίσω, αφού και αυτή η γωνία είναι 45^0 θα ταυτιστεί με το άλλο.

Ε220: Λες ότι αν περιστρέψεις το τρίγωνο αυτό θα πέσει πάνω στο άλλο;

Σ221: Όχι…λάθος. Ε…

Ε222: …Το πρόβλημα μας είναι να υπολογίσουμε τις κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου. Πολλά πράγματα δεν γνωρίζουμε, παρά μόνο την υποτείνουσα και τη γωνία.

Σ223: Μπορούμε να κάνουμε αυτό που είπαμε πριν με τις πλευρές;

Ε224: Δηλαδή, τι εννοείς;

Σ225: Αυτό που κάναμε για να υπολογίσουμε την πλευρά στη ράμπα.

Αρχικά η μαθήτρια υποστηρίζει ότι αν περιστρέψει νοητά το ορθογώνιο τρίγωνο η κάθετη πλευρά του θα ταυτιστεί με την υποτείνουσα. Αντιλαμβάνεται, όμως, ότι κάτι τέτοιο δεν είναι σωστό και άμεσα στρέφεται στη νεοαποκτηθείσα γνώση των τριγωνομετρικών αριθμών. Εδώ, πλέον η μαθήτρια έχει προχωρήσει στην εμπέδωση της νέας γνώσης (consolidation) μέσα από τη χρήση της σε νέα προβλήματα. Η ερευνήτρια συνοψίζει τα δεδομένα προκειμένου να διευκολύνει αυτές τις πρώτες εφαρμογές.

Ε226: Πολύ ωραία. Έχουμε, λοιπόν ένα ορθογώνιο τρίγωνο με υποτείνουσα 4,5 και γωνία 45^0. Όπως είδαμε πριν για το πηλίκο των κάθετων πλευρών στα ορθογώνια τρίγωνα, έχουμε κάτι αντίστοιχο και για το πηλίκο της κάθετης προς την υποτείνουσα. Είναι και αυτό σταθερό και εξαρτάται από το άνοιγμα της γωνίας. Δηλαδή, αν έχω ένα τρίγωνο ορθογώνιο, όσο και να το μικρύνω ή να το μεγαλώσω, αν παραμένουν σταθερές οι γωνίες του, το πηλίκο της απέναντι κάθετης από τη γωνία προς την υποτείνουσα είναι σταθερό. Αυτό το πηλίκο το έχουμε βαφτίσει ημίτονο. Για τις 45^0 είναι 0,7.

Σ227: Άρα θα κάνω 4,5 διά 0,7.

Ε228: Πώς το βρίσκεις αυτό;

Σ229: Η πλευρά που ψάχνω, αν την πω x είναι x διά 4,5 μας βγάζει 0,7. Άρα…όχι…x ίσον 4,5 επί 0,7… Βγαίνει 3,15.

Ε230: Ωραία! Το άλλο κομμάτι πώς λες να το υπολογίσουμε; Γιατί το χρειαζόμαστε και αυτό.

Σ231: Εδώ τι ξέρουμε;

Ε232: Ξέρουμε την υποτείνουσα που είναι 2,5 και τη γωνία που είναι 45^0.

Σ233: Άρα θα κάνουμε το ίδιο που κάναμε και πριν;

Ε234: Δηλαδή;

Σ235: Θα πούμε x προς 2,5 ίσον 0,7. Άρα 2,5 επί 0,7.

Ε236: Πολύ ωραία. Βγαίνει 1,75. Και τελικά όλο το πλάτος;

Σ237: Θα πρέπει να προσθέσουμε.

Σταδιακά η μαθήτρια αποκτά ευχέρεια στο χειρισμό αυτού του νέου μαθηματικού εργαλείου. Έχει πλέον ολοκληρωθεί μια διαδικασία κάθετης μαθηματικοποίησης, η οποία οδήγησε στην ανακάλυψη χρήσιμων σχέσεων μεταξύ των πλευρών και των οξειών γωνιών των ορθογωνίων τριγώνων.

4.2.5 Συμπεράσματα από την ενασχόληση της μαθήτριας με τη δραστηριότητα – Η έννοια της αναλογίας ως γενικό μοτίβο στρατηγικής

Κάνοντας μια γενική αποτίμηση του τρόπου με τον οποίο εργάστηκε η Σοφία διαπιστώνουμε την ύπαρξη ενός συγκεκριμένου μοτίβου, μιας στρατηγικής που διατρέχει το σύνολο σχεδόν των ενεργειών της. Η έννοια της αναλογίας, παρά τις ελλείψεις και τις, κατά κάποιο τρόπο, παρανοήσεις που διαπιστώσαμε, φαίνεται να της είναι πολύ οικεία. Τόσο οικεία που αποτελεί το σχεδόν μόνιμο σημείο αναφοράς και μεθοδολογίας. Αντιμετωπίζει ακόμα και το πρόβλημα της κατασκευής της ράμπας με τον ίδιο τρόπο, υπερβαίνοντας έτσι την έλλειψη γνώσεων τριγωνομετρίας ή ομοιότητας τριγώνων.

Εικόνα 36. Η λύση που έδωσε η μαθήτρια στο πρόβλημα.

4.3 Κατασκευή νοημάτων από τον 14χρονο μαθητή

4.3.1 Εισαγωγικές παρατηρήσεις

Με τον μαθητή πραγματοποιήθηκε μία συνάντηση από την οποία συλλέχθηκαν ηχητικά δεδομένα διάρκειας μιάμισης ώρας. Αρχικά ο 14χρονος Γιώργος δήλωσε ότι προτιμά να παίζει στον υπολογιστή το παιχνίδι *League of Legends* αλλά ότι ασχολείται αρκετά και με το *Call of Duty*. Τα δύο αυτά παιχνίδια είναι ιδιαίτερα δημοφιλή και συγκαταλέγονται στην κατηγορία των παιχνιδιών δράσης. Ο μαθητής ανέφερε, επιπλέον, ότι του αρέσει αρκετά και το *Minecraft*. Σύμφωνα με τον ίδιο, η επαφή του με το παιχνίδι *The Sims* περιορίστηκε στην κατασκευή ενός σπιτιού. «Μετά το παράτησε». Στο ερώτημα που του τέθηκε αν στα παιχνίδια με τα οποία ασχολείται έχει χρησιμοποιήσει ποτέ κάποια από τις μαθηματικές γνώσεις που έχει αποκτήσει από το σχολείο απάντησε θετικά, χωρίς δισταγμό. Όταν του ζητήθηκε να δώσει ένα παράδειγμα μίλησε για τον υπολογισμό αποστάσεων που χρειάζεται να πραγματοποιήσει κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού προκειμένου να είναι, για παράδειγμα, επιτυχημένη μια βολή. Αλλά «όλα αυτά γίνονται αυτόματα».

Ο μαθητής δήλωσε επίσης ότι του αρέσουν τα μαθηματικά και ότι προσπαθεί να είναι συνεπής μελετώντας αυτά που λέει ο καθηγητής του στο σχολείο και λύνοντας τις ασκήσεις του. Πάντως ο μαθητής έδειχνε ιδιαίτερα αγχωμένος και ανήσυχος με την όλη διαδικασία, ενώ δήλωσε την έκπληξή του και αναρωτήθηκε πώς μπορεί να σχετίζεται το περιβάλλον του παιχνιδιού The Sims με μια έρευνα που αφορά στα μαθηματικά.

Ο Γιώργος χρειάστηκε ιδιαίτερη ενθάρρυνση προκειμένου να αρχίσει να εκφράζει δυνατά τη σκέψη του και να εξηγεί τις πράξεις του. Αρκετές φορές προχώρησε σε ενέργειες τις οποίες θεωρούσε σωστές, χωρίς όμως να μπορεί να εξηγήσει τη στρατηγική του ή να αιτιολογήσει τις αποφάσεις που λάμβανε. Σε κάποιες περιπτώσεις φάνηκε να λειτουργεί με βάση το ένστικτό του χωρίς να στηρίζεται σε κάποιο λογικό συλλογισμό. Επιπλέον αρχικά έδειξε να μην είναι ιδιαίτερα εξοικειωμένος με το περιβάλλον του *The Sims*. Παρόλα αυτά σύντομα απέκτησε αρκετά μεγάλη ευελιξία.

Όπως και στην περίπτωση της Σοφίας, οι ενέργειες του μαθητή στο περιβάλλον του παιχνιδιού καταγράφηκαν με λογισμικό καταγραφής οθόνης. Το οπτικό υλικό που προέκυψε αξιοποιήθηκε σε συνδυασμό με τις απομαγνητοφωνημένες συνομιλίες. Στην ανάλυση τα δεδομένα διαχωρίστηκαν σε νοηματικές ενότητες και έγινε προσπάθεια εντοπισμού των βασικών αξόνων που εξηγούν συγκεκριμένες συμπεριφορές και αντιδράσεις. Σε ένα επόμενο επίπεδο έγινε προσπάθεια μιας συνολικής αποτίμησης και αξιολόγησης.

4.3.2 Η ανάδειξη–χρήση μαθηματικών εννοιών και ο ρόλος του ψηφιακού περιβάλλοντος κατά την ενασχόληση του μαθητή με τη δραστηριότητα

Άξονας Α: Δημιουργία κλίμακας

Ο μαθητής ξεκινάει επιχειρώντας να προσδιορίσει την κλίμακα την οποία θα υιοθετήσει στην κατασκευή του και αρχικά δείχνει να λειτουργεί προσθετικά. Κάνει τους υπολογισμούς με το μυαλό και αποφεύγει να χρησιμοποιήσει μολύβι και χαρτί.

Γ32: Αφού τα 3 είναι 2,25 τα 6 θα είναι 5, τα 9 7,75, 10 και μετά 12.

Αν και φαίνεται αρκετά σίγουρος για τις πράξεις του, δεν αποφεύγει το λάθος, πιθανόν λόγω άγχους. Τελικά αντιλαμβάνεται ότι κάτι δεν πάει καλά με τις πράξεις του και καταφεύγει στη διαίρεση.

Ε37: Πώς βρήκες το 0,75;
Γ38: Είναι 2,25 διά 3.

Ο μαθητής άμεσα διορθώνει και προχωρά στην εύρεση της σχέσης μεταξύ των blocks στο *The Sims* και των μέτρων. Η αρχική εντύπωση ότι λειτουργεί προσθετικά δεν φαίνεται να ευσταθεί. Μάλλον αρχικά προσπαθεί μέσω προσθέσεων να υπολογίσει τη ζητούμενη σχέση, αποφεύγοντας τη διαίρεση. Περισσότερο δείχνει να είναι μια μέθοδος γρήγορης εύρεσης αποτελέσματος. Ο Γιώργος επαναλαμβάνει την ίδια τακτική και αργότερα:

Γ64: Άρα τα 2 είναι 1,5 …2,25…3 και 3 έξι. Άρα τα 6 μέτρα είναι 8. Και τα 5 μέτρα 7; Περίπου.

Σε όλη αυτή τη διαδικασία το ψηφιακό περιβάλλον έδωσε το έναυσμα στον μαθητή να μπει σε μια διαδικασία προσδιορισμού μιας σχέσης αναλογίας, μιας κλίμακας για την κατασκευή του. Πέρα όμως από αυτή την αρχική ώθηση δε φαίνεται να έχει κάποιο άλλο ιδιαίτερο ρόλο σε αυτή τη φάση. Ο μαθητής καταφεύγει σε νοερούς υπολογισμούς χωρίς να χρησιμοποιεί το παιχνίδι *The Sims* προκειμένου να βοηθηθεί και να αποφύγει λάθη. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ουσιαστικά αποφεύγει να συνδυάσει το περιβάλλον προσομοίωσης που έχει στη διάθεσή του με τα μαθηματικά που πρόκειται να χρησιμοποιήσει. Η κατασκευή, ο συνδετικός κρίκος ανάμεσα στα δύο δεν φαίνεται εδώ να επιτελεί το ρόλο της. Ο μαθητής λειτουργεί σε δύο επίπεδα. Πρώτα υπολογίζει και μετά εφαρμόζει χωρίς, ενδιάμεσα, να επιχειρεί να ελέγξει την ορθότητα των υπολογισμών του με τη βοήθεια του *The Sims*. Το ίδιο μοτίβο ακολουθεί και αργότερα κατά την κατασκευή της πισίνας.

Άξονας Β : Έννοια του όγκου

Υπενθυμίζουμε ότι, σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, δίνονται ως σταθερά μεγέθη η χωρητικότητα και το βάθος της πισίνας και θα πρέπει ο ίδιος ο μαθητής να αποφασίσει για τον συνδυασμό μήκους–πλάτους πριν προχωρήσει στην κατασκευή του. Ο Γιώργος, αρχικά παρέμεινε σκεπτικός προσπαθώντας να ανακαλέσει κάποιον τύπο. Κάτι έτοιμο, σαν συνταγή, που θα τον βοηθήσει να επιλύσει το πρόβλημα. Δηλώνει ότι δεν θυμάται τον τύπο δηλώνοντας, πρακτικά, αδυναμία να προχωρήσει παρακάτω. Όμως τελικά, χωρίς βοήθεια, ανακαλεί μια γενική διατύπωση:

Ε47: Στην τάξη που τελείωσες προλάβατε να ασχοληθείτε με τον όγκο;
Γ48: Όχι. Αλλά…δεν κάνω εμβαδό βάσης επί ύψος;
Ε49: Άρα εδώ που ξέρεις ποιο είναι το ύψος–βάθος της πισίνας, ποιο θα είναι το εμβαδό;

Σύμφωνα με την έρευνα είναι σύνηθες το φαινόμενο οι μαθητές, προκειμένου να υπολογίσουν τον όγκο ενός στερεού, να καταφεύγουν στη χρήση τύπων και αριθμητικών πράξεων, χωρίς να έχουν πλήρη επίγνωση του νοήματος που έχουν όλα αυτά. Οι Owens και Outhred (2006) παρατηρούν ότι συχνά οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται τη μέτρηση του όγκου ενός στερεού ως τη σύγκρισή του με μία στοιχειώδη μονάδα. Για τις ίδιες η γνώση μόνο αριθμητικών πράξεων δεν είναι αρκετή και θα πρέπει επιπλέον οι μαθητές να μπορούν να απεικονίσουν ή ακόμα και να κατασκευάσουν μια δομή μοναδιαίων στοιχείων η οποία θα διαμορφώνει το στερεό. Αυτό ασφαλώς απαιτεί κατανόηση της εσωτερικής δομής του.

Στην περίπτωση του Γιώργου δεν είναι σαφές αν αντιλαμβάνεται πλήρως το νόημα της πράξης στην οποία καταλήγει έχοντας στο μυαλό του τη δομή του στερεού ή αν πρόκειται απλώς για ένα λογικό συσχετισμό αριθμητικών πράξεων. Πάντως στη συνέχεια ο μαθητής φαίνεται να μπερδεύει την αντιστοίχιση–κλίμακα μεταξύ μήκους των Simblocks και μέτρου στην οποία έχει καταλήξει και τη χρησιμοποιεί και για το εμβαδό:

Γ52: Αφού τα 15 είναι 11,25, τα 16 είναι 12 και άλλα 12 άρα 24…θέλουμε 40 blocks.

Ο μαθητής, κατά την προσφιλή του τακτική, λειτουργεί και πάλι προσθετικά. Μπερδεύει όμως την αντιστοίχιση–κλίμακα που έχει υιοθετήσει μεταξύ μέτρου και μήκους Simblock και θεωρεί ότι με αυτόν τον τρόπο μπορεί να απαριθμήσει κατακόρυφες σειρές κύβων. Προφανώς στο μυαλό του έχει μια απλή αντιστοίχιση («τα 16 είναι 12») και δεν μπαίνει στη διαδικασία να επεξεργαστεί το νόημα που έχουν αυτοί οι αριθμοί. Διορθώνει μόνο μετά από την παρέμβαση της ερευνήτριας, η οποία τον καλεί να προσέξει ότι αναφέρεται σε εμβαδό, ενώ του εφιστά την προσοχή και στην εικόνα που έχει μπροστά του.

Όπως και στην περίπτωση του προσδιορισμού της κλίμακας ο μαθητής δεν αξιοποιεί τις δυνατότητες που του παρέχει το ψηφιακό περιβάλλον προκειμένου να ελέγξει την ορθότητα των υποθέσεων του σε σχέση με τη μετατροπή των τετραγωνικών μέτρων σε εμβαδό του *The Sims*. Με τον τρόπο αυτό δεν αποφεύγει το λάθος. Τελικά χρειάστηκε να παρακινηθεί για να δει προσεκτικά την εικόνα που βρισκόταν μπροστά του. Έτσι μόνο αντιλήφθηκε το λάθος του και προχώρησε στην κατασκευή της πισίνας (Εικόνα 37).

Εικόνα 37. Ο Γιώργος κατασκευάζει την πισίνα.

Άξονας Γ: Τα σχολικά μαθηματικά και η εφαρμογή τους στο πλαίσιο του ρεαλιστικού προβλήματος

Η κατασκευή της ράμπας με δεδομένη κλίση συνδέεται άμεσα με έννοιες και γνώσεις που εμπίπτουν στο πλαίσιο της σχολικής ύλης της Β΄ τάξης του Γυμνασίου. Παρόλα αυτά η αντιμετώπιση του συγκεκριμένου προβλήματος φαίνεται να δυσκολεύει τον μαθητή. Ο ίδιος διαχωρίζει τα μαθηματικά του σχολείου από την καθημερινή πρακτική. Σε κάθε περίπτωση θεωρεί ότι στην καθημερινότητά του, ακόμα και αν προκύψει κάποιο πρόβλημα που σχετίζεται με κάποιο τρόπο με όσα διδάσκεται στο σχολείο, θα επινοήσει μια πρακτική λύση που να σχετίζεται, τουλάχιστον εμφανώς, όσο το δυνατόν λιγότερο με τα μαθηματικά του σχολείου. Είναι η πράξη που δεν μπορεί να έχει σχέση με τη θεωρία.

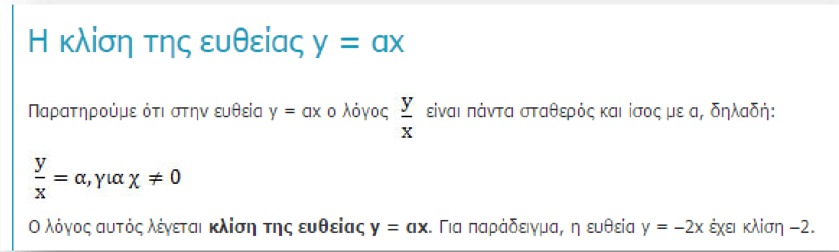
Ε73: Εννοείται ότι η ράμπα μπορεί να αλλάξει θέση. Εσύ θα αποφασίσεις που θα την τοποθετήσεις και θα αλλάξει σίγουρα και κλίση.

Γ74: Θα την βάλω λίγο πιο μέσα….Και λέει θέλει κλίση 20%....

Ε75: Τι σημαίνει αυτό;

Γ76: Τι σημαίνει αυτό;…

Ανατρέχοντας στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών της Β΄ Γυμνασίου[6] (Εικόνα 38) παρατηρούμε ότι η έννοια της κλίσης αναφέρεται, αρχικά, στο πλαίσιο της διδασκαλίας της συνάρτησης y=αx.


Η κλίση της ευθείας y = αx

Παρατηρούμε ότι στην ευθεία y = αx ο λόγος $\frac{y}{x}$ είναι πάντα σταθερός και ίσος με α, δηλαδή:

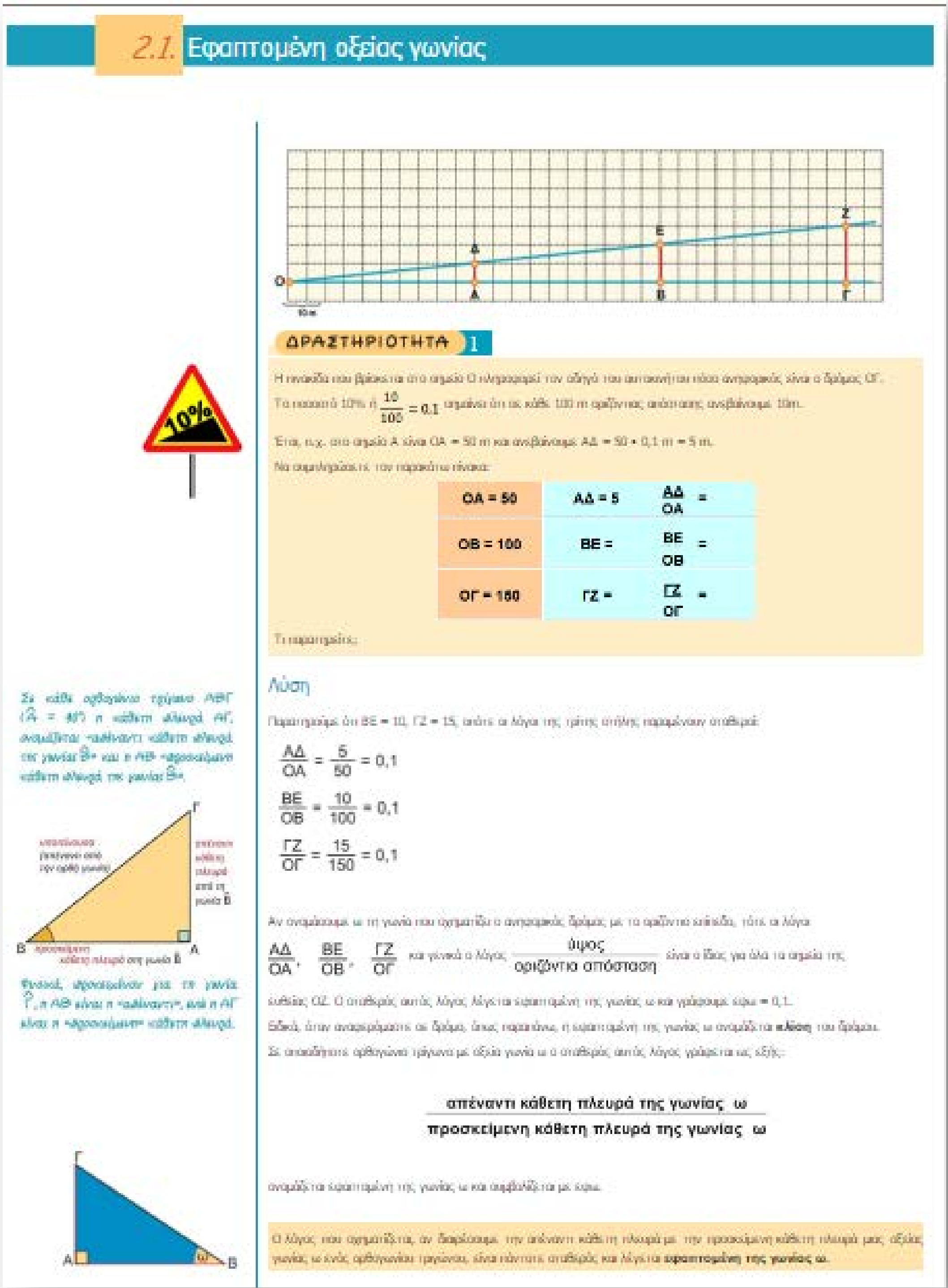
$$\frac{y}{x} = \alpha, \text{για } \chi \neq 0$$

Ο λόγος αυτός λέγεται **κλίση της ευθείας y = αx**. Για παράδειγμα, η ευθεία y = −2x έχει κλίση −2.

Εικόνα 38. Η έννοια της κλίσης ευθείας στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών της Β' Γυμνασίου

[6] http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B105/386/2552,9945/

Στη συνέχεια, στο κεφάλαιο της τριγωνομετρίας (Εικόνα 39) η κλίση περιγράφεται ως μια ειδική ονομασία της εφαπτομένης «όταν αναφερόμαστε σε δρόμο»:



2.1. Εφαπτομένη οξείας γωνίας

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

$\frac{10}{100} = 0,1$

ΟΑ = 50	ΑΔ = 5	$\frac{ΑΔ}{ΟΑ}$ =
ΟΒ = 100	ΒΕ =	$\frac{ΒΕ}{ΟΒ}$ =
ΟΓ = 150	ΓΖ =	$\frac{ΓΖ}{ΟΓ}$ =

Λύση

$\frac{ΑΔ}{ΟΑ} = \frac{5}{50} = 0,1$

$\frac{ΒΕ}{ΟΒ} = \frac{10}{100} = 0,1$

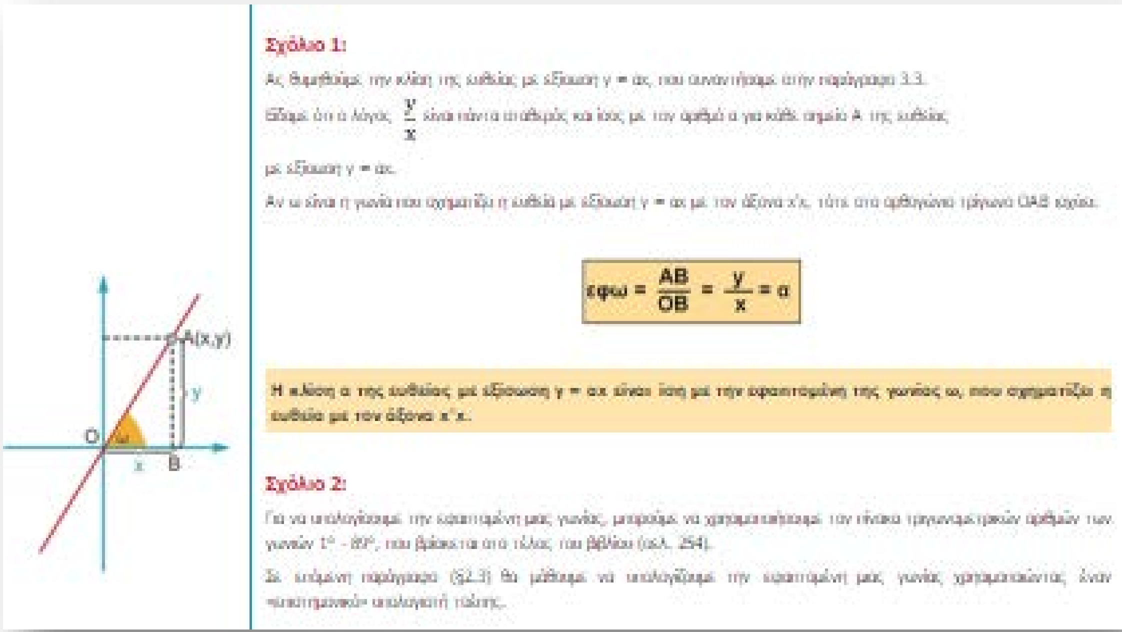
$\frac{ΓΖ}{ΟΓ} = \frac{15}{150} = 0,1$

$\frac{ΑΔ}{ΟΑ}, \frac{ΒΕ}{ΟΒ}, \frac{ΓΖ}{ΟΓ}$ ... $\frac{\text{ύψος}}{\text{οριζόντια απόσταση}}$

$$\frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } ω}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } ω}$$

Εικόνα 39. Η εφαπτομένη γωνίας ως κλίση του δρόμου, στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών της Β' Γυμνασίου.

Ακολούθως, μέσω ενός σχολίου, γίνεται σύνδεση της έννοιας της εφαπτομένης με την κλίση μιας ευθείας (Εικόνα 40).


Σχόλιο 1:

$$εφω = \frac{AB}{OB} = \frac{y}{x} = α$$

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση y = αx είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω, που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x΄x.

Σχόλιο 2:

Εικόνα 40. Σύνδεση της έννοιας της εφαπτομένης με την κλίση ευθείας, στο σχολικό βιβλίο των μαθηματικών της Β' Γυμνασίου.

Ο Γιώργος θεωρεί ότι θα πρέπει να ανακαλέσει κάποια μαθηματική γνώση, κάτι από αυτά που διδάχθηκε στο σχολείο και νιώθει άβολα επειδή δεν μπορεί να θυμηθεί. Η ερευνήτρια δεν παρεμβαίνει για λίγο χρονικό διάστημα, αφήνοντας στον Γιώργο το περιθώριο να σκεφτεί, να ανακαλέσει ίσως αυτά που γνωρίζει ή να αναζητήσει τι νόημα έχει για τον ίδιο η λέξη "κλίση".

Ε77: Έχει να κάνει με το πόσο μικρή ή μεγάλη είναι η γωνία που σχηματίζει η ράμπα με το οριζόντιο επίπεδο. Μικρή κλίση σημαίνει, προφανώς, μικρή γωνία. Εμείς θέλουμε μικρή γωνία για να μπορούν να ανεβαίνουν τα αυτοκίνητα.
Γ78: Κάτι αρχίζω να θυμάμαι τώρα.
Ε79: Εμείς εδώ θέλουμε κλίση 20%. Πώς θα μας φανεί χρήσιμο αυτό για να φτιάξουμε τη ράμπα;
Γ80: ……

Ο μαθητής δείχνει να προσπαθεί να θυμηθεί αυτά που έχει ακούσει στο σχολείο προκειμένου να προχωρήσει. Αυτό λειτουργεί ανασταλτικά καθώς δεν του δίνει το περιθώριο να αναζητήσει λύση στο πρόβλημα. Προηγείται οποιασδήποτε σκέψης η ανάκληση της έννοιας της κλίσης, όπως τη διδάχθηκε στο σχολείο. Η ερευνήτρια προσπαθεί να βοηθήσει τον μαθητή να υπερβεί το εμπόδιο αυτό. Τον παροτρύνει να σκεφτεί τη σημασία που έχει στην καθημερινότητα η λέξη “κλίση”.

Ε81: Για να βοηθήσω ... καταρχάς από την καθημερινή χρήση της, σαν λέξη, η κλίση τι σου λέει;
Γ82: Κάπου τη θυμάμαι πέρσι στα μαθηματικά…αλλά έχει περάσει καιρός…είναι και καλοκαίρι…

Πάλι ο μαθητής προσπαθεί να ανακαλέσει γνώσεις από τα σχολικά μαθηματικά. Δεν φαίνεται να έχει συνδέσει την κοινή χρήση της λέξης “κλίση” με όσα έχει διδαχθεί ώστε να βοηθηθεί στο συλλογισμό του. Η ερευνήτρια τον παροτρύνει να σκεφτεί σε σχέση με το ρεαλιστικό πρόβλημα που έχει μπροστά του, αλλά όπως φαίνεται παρακάτω ο μαθητής αναφέρεται και πάλι σε αφηρημένα μαθηματικά αντικείμενα. Στο παρακάτω απόσπασμα φαίνεται, έντονα πλέον, ότι για τον ίδιο είναι σαφής ο διαχωρισμός ανάμεσα σε όσα διδάσκεται στο σχολείο και στο τι συμβαίνει στην πραγματικότητα. Η κλίση της ράμπας μπορεί να έχει σχέση με την κλίση της ευθείας «που λέγαμε στο σχολείο;»

Ε83: Θυμάσαι ότι κάτι είπατε για την κλίση στο σχολείο. Ας σκεφτούμε όμως καταρχάς τη σημασία της λέξης. Τι να σημαίνει κλίση της ράμπας;
Γ82: …Κάτι θυμήθηκα…έχει να κάνει με τις ευθείες…
Ε84: Δηλαδή;
Γ85: Εκεί που φτιάχναμε τις ευθείες κάτι λέγαμε για κλίση αλλά δε θυμάμαι ακριβώς…
Ε86: Μην έχεις άγχος…δεν σε εξετάζει κανένας…Πιστεύω ότι θα βοηθούσε απλά να σκεφτείς τη σημασία της λέξης κλίση…απ’ όσο ξέρεις από την καθημερινή χρήση της λέξης…
Γ87: Τι σημαίνει κλίση της ράμπας ή κλίση της ευθείας που λέγαμε στο μάθημα;

Ακολουθεί παρέμβαση από την ερευνήτρια. Επιχειρεί να στρέψει την προσοχή του μαθητή στο περιβάλλον του *The Sims*.

Ε88: Εδώ στο παιχνίδι, η κλίση της ράμπας τι μπορεί να είναι;
Γ89: Ξέρω εγώ…πόσο …(στρέφεται στον υπολογιστή) πόσο απότομη είναι η ράμπα; (αλλάζει το ύψος της ράμπας)

Σε αυτό το σημείο φαίνεται να λειτουργεί ιδιαίτερα θετικά για το μαθητή το ότι έχει μπροστά του, στην οθόνη του υπολογιστή, την προσομοίωση μιας ράμπας, της οποίας μάλιστα μπορεί να αυξομειώνει το ύψος. Άμεσα αντιλαμβάνεται το πρόβλημα και συνδέει την έννοια της κλίσης με τη γωνία που σχηματίζει η ράμπα με το οριζόντιο επίπεδο.

Ε90: Πόσο απότομη είναι η ράμπα…ωραία…Και αυτό από τι λες να εξαρτάται;
Γ91: Από αυτή τη γωνία (δείχνει τη γωνία της ράμπας με το οριζόντιο επίπεδο).

Με τη βοήθεια του περιβάλλοντος του *The Sims* ο μαθητής κάνει τη σύνδεση της έννοιας της κλίσης με αυτή της γωνίας. Αντιλαμβάνεται το συσχετισμό και πλέον έχει μπροστά του κάτι που αναφέρεται στην πραγματικότητα και δεν είναι μια ακόμα, άσχετη με αυτήν, "μαθηματική λέξη". Στη συνέχεια η ερευνήτρια επαναφέρει τη συζήτηση στα δεδομένα του προβλήματος. Ζητούμενο είναι να μπορέσει ο μαθητής αφενός να ανακαλέσει όσα έχει διδαχθεί για την έννοια της κλίσης και αφετέρου να τα εφαρμόσει στη δραστηριότητα, υπερβαίνοντας το διαχωρισμό που έχει ο ίδιος υιοθετήσει ανάμεσα στη μαθηματική γνώση και την καθημερινή πρακτική.

Ε92: Τώρα, τι μπορεί να σημαίνει κλίση 20% και τι σχέση έχει αυτό με τη γωνία; Πώς θα μας φανεί χρήσιμο; Τι λες;
Γ93: Τώρα αυτό…πρόβλημα…
Ε94: Καταρχάς είπες ότι τη λέξη κλίση από το σχολείο τη θυμάσαι…
Γ95: Εκεί που λέγαμε για τις ευθείες.
Ε96: Εκεί που φτιάχνατε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y=αx…
Γ97: …Κάτι θυμάμαι αλλά έχω κολλήσει.
Ε98: Ας πάρουμε για παράδειγμα τη συνάρτηση y=2x όπου οι τιμές που παίρνει το y εξαρτώνται από τις τιμές που παίρνει το x. Αν το x είναι 1 το y είναι...
Γ99:2 αν το x=2 το y=4…Κάτι αρχίζω να θυμάμαι…Και λέγαμε ότι η γραφική παράσταση είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
Ε100: Ακριβώς.
Γ101: Και τι σχέση έχουν με τη ράμπα όλα αυτά;

Ο Van Eck (2015) παρατηρεί: «Η ιστορία των μαθηματικών μας διδάσκει ότι η γνώση προέκυψε από την παρατήρηση, τους χειρισμούς αντικειμένων του πραγματικού κόσμου, τις περισσότερες φορές με στόχο την επίλυση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου (για παράδειγμα σχέση του ύψους μιας πυραμίδας και του αριθμού των δομικών λίθων που απαιτούνται για το χτίσιμό της). Από τη βιομηχανική επανάσταση και μετά […] η εκπαίδευση επικεντρώθηκε στα βασικά και απογυμνώθηκε από κάθε νοηματικό πλαίσιο ή συνάφεια. Κατά συνέπεια, οι μέθοδοι διδασκαλίας των μαθηματικών των δύο προηγούμενων αιώνων κυριαρχούνται από εστίαση σε υπολογισμούς και αφηρημένες μαθηματικές έννοιες με ελάχιστη ή καθόλου σύνδεση με τον πραγματικό κόσμο». Η αντίστροφη πορεία αποκατάστασης των συσχετισμών δεν πρέπει να θεωρείται δεδομένη και σε καμία περίπτωση δεν είναι αυτόματη. Η ερευνήτρια επιχειρεί να υπενθυμίσει στον μαθητή αυτά που διδάχθηκε στο σχολείο σε μια προσπάθεια υπέρβασης του διαφαινόμενου αδιεξόδου σε σχέση με αυτό το μέρος της δραστηριότητας.

Ε102: Μισό λεπτό… (σχεδιάζει την ευθεία y=2x). Η κλίση της ευθείας έχει να κάνει…

Γ102: Με αυτή τη γωνία (δείχνει τη γωνία που σχηματίζει η y=2x με τον Ox).

Ε103: Όσο πιο μεγάλη κλίση…

*Γ104: Τόσο πιο μεγάλη αυτή η γωνία…**αλλά δεν ξέρω πώς να το χρησιμοποιήσω.***

Ε105: Να σου θυμίσω ότι αφού τα ποσά x και y είναι ανάλογα και άρα όλοι ο λόγοι y/x είναι ίσοι με…

Γ106: Με 2.

Ε107: Άρα, όποιο ζευγαράκι x,y (φτιάχνει ορθογώνια τρίγωνα με τις προβολές) ο λόγος, το πηλίκο y/x θα είναι 2.

Γ108: Ναι…

Ε109: Όμως εδώ τι έχεις; Ορθογώνια τρίγωνα και το y/x σημαίνει απέναντι κάθετη προς προσκείμενη κάθετη δηλαδή…

Γ110: Δηλαδή;

Ε111: Δηλαδή εφαπτομένη.

Γ112: Α, ναι…στην τριγωνομετρία. Είναι και το ημίτονο απέναντι κάθετη προς…υποτείνουσα νομίζω;

Ε113: Ακριβώς.

Γ114: Πωπω, πρέπει να κάνω επανάληψη…

Ε115: Άγχος δεν χρειάζεται. (σχεδιάζει την y=0,2x). Αυτή η ευθεία έχει κλίση 0,2 δηλαδή αν διαιρώντας y/x παίρνουμε πάντα 0,2 . Άρα η εφαπτομένη αυτής της γωνίας είναι y/x δηλαδή 0,2.

Γ116: Άρα, εδώ (δείχνει τη ράμπα στο Sims) θα πρέπει αυτό προς αυτό να βγαίνει 0,2;

Ε117: Σωστά.

Γ118: Α, ναι…που ξέραμε την εφαπτομένη και ψάχναμε το μήκος…

Ε119: Ακριβώς.

Γ120: …

Ε121: Τι σε προβληματίζει;

Γ122: Δεν ξέρω ποιο ψάχνω.

Προφανώς ο μαθητής έχει καταβάλει ουσιαστική προσπάθεια για να μάθει τις τριγωνομετρικές σχέσεις. Θυμάται, για παράδειγμα, ότι το ημίτονο ορίζεται ως το πηλίκο της απέναντι κάθετης πλευράς προς υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου. Θυμάται, ακόμη, πώς πρέπει να εργαστεί σε αντίστοιχες περιπτώσεις. Παρόλα αυτά, προβληματίζεται. Δυσκολεύεται να εφαρμόσει αυτά που γνωρίζει έξω από το πλαίσιο στο οποίο έχει συνηθίσει να εργάζεται. Πλέον έχει να αντιμετωπίσει ένα ρεαλιστικό πρόβλημα όπου το τρίγωνο στο οποίο θα πρέπει να εφαρμόσει τις γνώσεις του στην τριγωνομετρία δεν απεικονίζεται στο επίπεδο, αλλά στο χώρο. Η ερευνήτρια αντιλαμβάνεται τη δυσκολία. Ο σχεδιασμός του τριγώνου στο χαρτί είναι η λύση ώστε πλέον ο μαθητής να έχει μπροστά του μια κατάσταση με την οποία είναι εξοικειωμένος.

Ε123: (σχεδιάζει ορθογώνιο τρίγωνο) Ας πούμε ότι η υποτείνουσα αυτού του τριγώνου είναι η ράμπα μας. Εμείς ξέρουμε δύο πράγματα: Ότι αυτή η γωνία θα πρέπει να έχει εφαπτομένη 0,2 και ότι η ράμπα θα πρέπει να φτάνει στο επόμενο επίπεδο. Άρα θα πρέπει να έχει ύψος όσο 5 blocks. Τόσο δεν είναι το ύψος;

Γ124: Ναι…Άρα, ξέρω αυτήν την πλευρά. Το 0,2 θα είναι απέναντι, δηλαδή το 5 προς…x;

Ε125: Ας γράψουμε: $0,2=5/x$, άρα $x=25$.

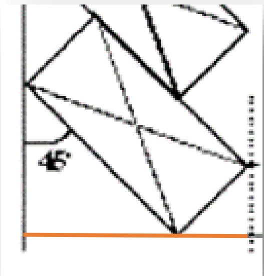
Γ126: Ωραία…(επεκτείνει τη ράμπα) (Εικόνα 41).

Το θέμα υπολογισμού πλευρών με τη βοήθεια τριγωνομετρικών σχέσεων επανέρχεται και λίγο πριν την ολοκλήρωση της δραστηριότητας. Η ερευνήτρια ζητά από τον μαθητή να υπολογίσει το πλάτος που καταλαμβάνει κάθε θέση, στην περίπτωση που έχουμε στάθμευση υπό γωνία.

Εικόνα 41. Η κατασκευή της ράμπας από τον Γιώργο

Ε150: Μισό λεπτάκι…αν σου ζητούσα να μου υπολογίσεις το πλάτος που πρέπει να έχω σε κάθε περίπτωση για θέση και διάδρομο μαζί…

Γ151: Είναι…στην περίπτωση 1 …2,5 και 3 …5,5 στη δεύτερη 9,90 και στην τρίτη…ο διάδρομος είναι 3 , η θέση…ωχ πάλι τριγωνομετρία.



Εικόνα 42. Υπολογισμός καθέτων πλευρών ορθογωνίων τριγώνων

Ο μαθητής εύκολα αναγνωρίζει ότι και σε αυτήν την περίπτωση θα χρειαστεί να εφαρμόσει τριγωνομετρικές σχέσεις. Πάλι όμως χρειάστηκε η παρέμβαση της ερευνήτριας, η οποία φέρνοντας κάθετη δημιούργησε τα δύο ορθογώνια τρίγωνα (Εικόνα 42).

Ε154: Αν φέρω εδώ την κάθετη, βοηθάω;

Γ155: Ωραία! Έχω γωνία 45^0 και ξέρω την υποτείνουσα που είναι 4,5…άρα θα πάρω ημίτονο.

Ε156: Πολύ σωστά.

Γ157: Το θυμάμαι το ημίτονο των 45^0 είναι ρίζα 2 προς..

Ε158: Ρίζα 2 προς 2 αλλά μπορείς να το πάρεις περίπου 0,7.

Γ159: …(υπολογίζει) 3,15.

Ε160: Και για το άλλο κομμάτι;

Γ161: Θα κάνουμε το ίδιο στο μικρό τρίγωνο.

Ε162: Πόσο είναι η γωνία τώρα;

Γ163: Αφού αυτή είναι 45, θα είναι και αυτή 45 και 90 άρα 45^0…2,5 επί 0,7…1,75 άρα σύνολο…4,9.

4.3.3 Ο ρόλος του ψηφιακού περιβάλλοντος ως προς τις χωρικές εκτιμήσεις και τη στρατηγική που ακολούθησε ο μαθητής

Άξονας Δ: Χωρικές εκτιμήσεις – στρατηγική

Ο Γιώργος ξεκίνησε τη διαμόρφωση αποφασίζοντας για τη θέση όπου θα τοποθετούσε την πισίνα. Στη συνέχεια άρχισε να 'γεμίζει' το κομμάτι του οικοπέδου που του απέμεινε με θέσεις στάθμευσης, τοποθετώντας τα αυτοκίνητα το ένα δίπλα στο άλλο (περίπτωση 2). Η ερευνήτρια προσπαθεί να τον ενθαρρύνει να εξηγήσει τη στρατηγική του:

Ε69: Να ρωτήσω…Έτσι όπως τα βλέπεις, σε τι χώρο, πού, θα χρησιμοποιούσες την κάθε περίπτωση; Ποια είναι η πρώτη σου εντύπωση;

Γ70: Δεν κατάλαβα την ερώτηση.

Ε71: Εννοώ, έτσι όπως βλέπεις τα σχήματα έχεις κάποια πρόβλεψη για το πού πρόκειται να σε βολέψει το καθένα;

Γ72: Δεν μπορώ να το απαντήσω γιατί…θα δω στην πορεία….(σκέφτεται, ξεκινάει να τοποθετεί με βάση την περίπτωση 2).

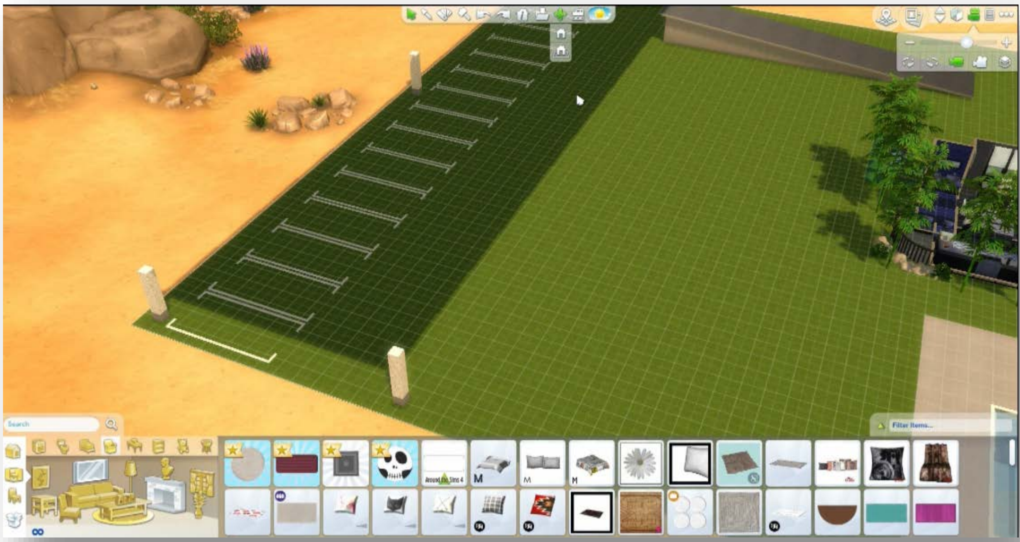
Ε132: Θες να τις γυρίσεις οριζόντια;

Γ133: Ναι…

Ε134: Ωραία.

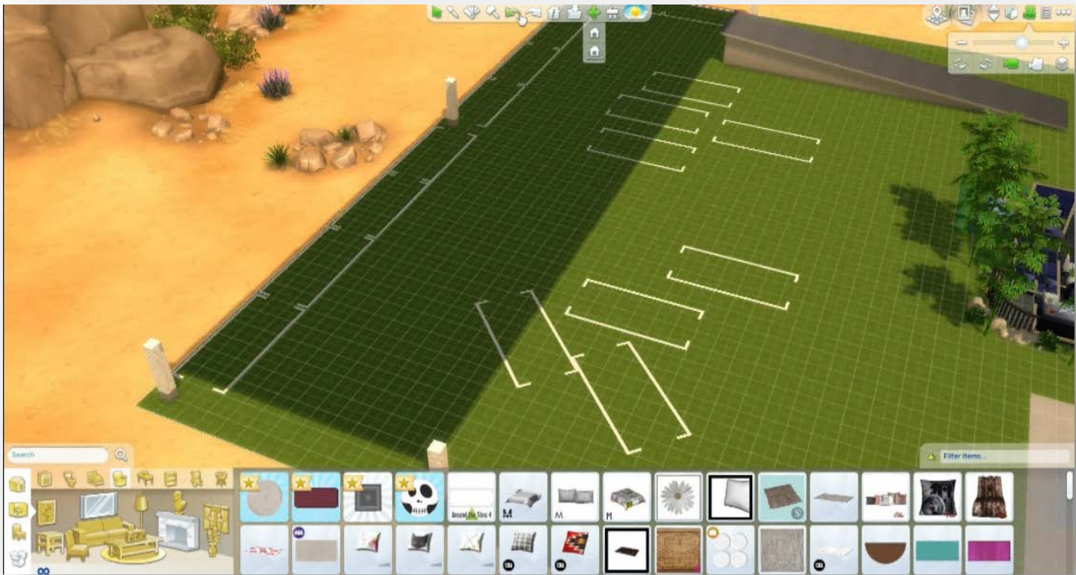
Η ερευνήτρια ζητάει από τον Γιώργο να κάνει μια αρχική εκτίμηση και να αξιολογήσει τις τρεις δυνατότητες που του δίνονται από τη νομοθεσία σχετικά με την τοποθέτηση των οχημάτων στο χώρο στάθμευσης.

Ο μαθητής προτιμάει να μην απαντήσει άμεσα. Αφού ολοκληρώνει την τοποθέτηση των θέσεων στάθμευσης με βάση την περίπτωση 2 (Εικόνα 43),



Εικόνα 43. Ο Γιώργος ξεκινάει να τοποθετεί τις θέσεις στάθμευσης δοκιμάζοντας την περίπτωση 2

στη συνέχεια δοκιμάζει να επανατοποθετήσει με βάση την περίπτωση 1 (Εικόνα 44) και ελέγχει πότε έχει το καλύτερο αποτέλεσμα. Εξηγεί με αυτόν τον τρόπο τη δήλωσή του ότι δεν μπορεί εξαρχής να γνωρίζει ποια τοποθέτηση θα είναι η καλύτερη και ότι «θα δει στην πορεία». Μέσα από τις δοκιμές κατανοεί τα δεδομένα του προβλήματος και βελτιώνει τη χωρική του αντίληψη αφού διαπιστώνει τα θετικά και τα αρνητικά κάθε τοποθέτησης, το χώρο που δεσμεύει η κάθε θέση καθώς και τον διάδρομο που απαιτείται.



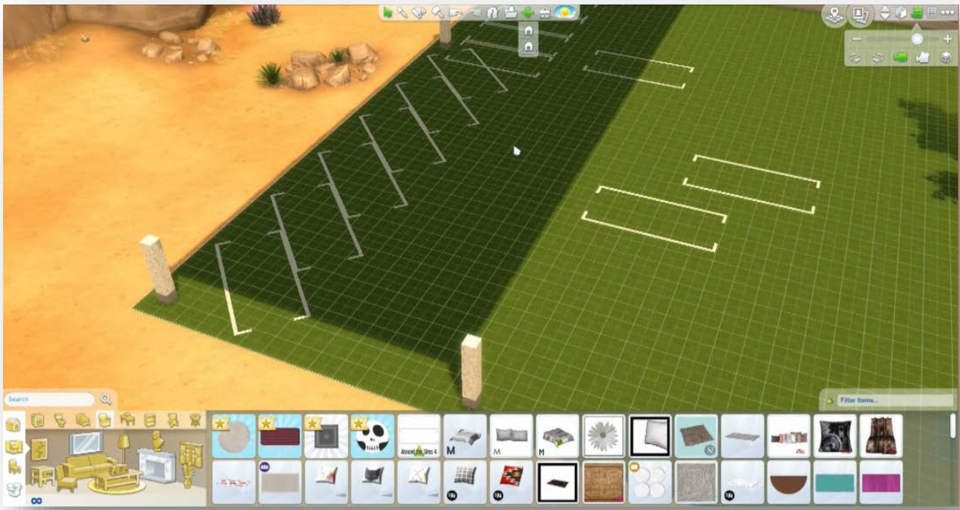
Εικόνα 44. Ο Γιώργος δοκιμάζει να τοποθετήσει με βάση την περίπτωση 1

Γ141:Θα δοκιμάσω την περίπτωση 1…Έβαλα κανένα καινούριο ή είναι οι θέσεις που είχα;

Ε142: Ρωτάς για να δεις σε ποια περίπτωση χωράνε περισσότερα;

Γ143: Ναι. Γιατί εδώ περισσεύει ένα.

Ο μαθητής ελέγχει μέσω τοποθετήσεων και επανατοποθετήσεων ποια είναι η καλύτερη δυνατή διευθέτηση του χώρου στάθμευσης ώστε να έχει τη βέλτιστη λύση για το πρόβλημα. Δεν αποφασίζει εκ των προτέρων. Δοκιμάζει ακόμη και την περίπτωση 3 (Εικόνα 45). Αυτό του δίνει το πλεονέκτημα του επαναπροσδιορισμού της στρατηγικής, που είναι απαραίτητο στην επίλυση προβλημάτων.



Εικόνα 45. Δοκιμή τοποθέτησης σύμφωνα με την περίπτωση 3.

Ασφαλώς ο ρόλος του περιβάλλοντος του παιχνιδιού *The Sims* είναι κομβικός σε όλη την προσπάθεια του μαθητή, καθώς προσφέρει τη δυνατότητα άμεσης ανατροφοδότησης. Επιτρέπει στον Γιώργο να επιβεβαιώσει ή να απορρίψει άμεσα τις χωρικές εκτιμήσεις του. Επιπλέον δίνει τη δυνατότητα στην ερευνήτρια να εφιστήσει την προσοχή του μαθητή στο θέμα των διαδρόμων και της κυκλοφορίας. Η προσομοίωση ενός οχήματος που κινείται μέσα στο χώρο στάθμευσης είναι ο καλύτερος τρόπος για να αντιληφθεί ο Γιώργος αν η λύση που επέλεξε είναι λειτουργική ή όχι.

Σταδιακά φαίνεται να ενισχύεται η χωρική ικανότητα του μαθητή. Όταν έρχεται η σειρά του ελέγχου για την πλάγια τοποθέτηση είναι πλέον σε θέση να εμπιστευτεί τους νοητικούς χειρισμούς του:

Γ135: Θα δοκιμάσω και πλάγια….Απ' ό,τι φαίνεται δεν χωράνε τόσα πολλά.

Ε136: Τι κερδίζεις έτσι;

Γ137: Μικρότερο διάδρομο απ' ότι αν τα βάλω όπως την περίπτωση 2 που θέλω 8 blocks.

Ε138: Εδώ τι διάδρομο έχεις;

Γ139: Τρία μέτρα, άρα τέσσερα blocks…Όχι, δεν βολεύει.

Ο μαθητής αρχικά χρησιμοποίησε το περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims* προκειμένου να διαμορφώσει άποψη και εικόνα για το τι ακριβώς συμβαίνει. Πλέον είναι σε θέση να απαντήσει και να κρίνει ως συμφέρουσα ή όχι μια πιθανή λύση χωρίς να χρειάζεται την οπτικοποίηση. Τελικά μπορεί να απαντήσει και στο αρχικό ερώτημα το οποίο επανατίθεται στο τέλος της συζήτησης από την ερευνήτρια:

Ε164: Πολύ ωραία. Άρα πού θα χρησιμοποιούσες τελικά την κάθε περίπτωση;

Γ165: Η πρώτη βολεύει σε στενό χώρο, η δεύτερη θέλει πλάτος, η τρίτη είναι κάτι ενδιάμεσο. Κάτι κερδίζεις, κάτι χάνεις. Εγώ πιστεύω ότι πρέπει να δοκιμάσεις για να αποφασίσεις.

Εικόνα 46. Ολοκλήρωση του χώρου κάτω.

4.3.4 Συμπεράσματα από την ενασχόληση του μαθητή με τη δραστηριότητα – «Δεν ξέρω πώς να χρησιμοποιήσω αυτά που έμαθα στο σχολείο» και «Δεν ξαναπαίζω Sims»

Κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού του εξωτερικού χώρου του café στο περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims* διαπιστώνουμε ότι για τον μαθητή τα μαθηματικά που διδάσκεται στο σχολείο μένουν στο επίπεδο του αφηρημένου. Πρόκειται για ιδέες και έννοιες που δεν σχετίζονται με την πραγματικότητα, που δεν μπορούν να έχουν καμία πρακτική εφαρμογή. Αυτή η αδυναμία σύνδεσης κάνει ευκολότερη φυσικά και την απόρριψη. Ο Γιώργος προφανώς έχει κοπιάσει να αποκτήσει γνώσεις τις οποίες όμως δεν μπορεί να εφαρμόσει στην πράξη, με αποτέλεσμα να παραμένουν στο μυαλό του σε λανθάνουσα κατάσταση. Ο ίδιος νιώθει άσχημα. Θεωρεί ότι η λύση είναι η επανάληψη.

Αντί επιλόγου ή οποιασδήποτε άλλης παρατήρησης θα ήταν χρήσιμο να κλείσουμε αυτήν την ενότητα με τα λόγια του ίδιου του μαθητή όταν, ολοκληρώνοντας την ενασχόλησή του με τη δραστηριότητα, ερωτήθηκε από την ερευνήτρια πώς του φάνηκε τελικά η όλη διαδικασία. Η απάντησή του ήταν ακαριαία και αφοπλιστική:

Γ180: Δεν ξαναπαίζω Sims4!

Συνέχισε εξηγώντας:

Γ182: Δεν φανταζόμουν ότι θα χρειαζόταν τόσα πολλά για ένα παιχνίδι, για να φτιάξεις κάτι…

Εικόνα 47. Η λύση στο πρόβλημα από τον 14χρονο μαθητή

Επιχειρώντας να ερμηνεύσουμε τα λεγόμενα του μαθητή θα λέγαμε ότι για τον ίδιο πραγματοποιήσαμε μια εισβολή σε ένα κόσμο φτιαγμένο για να προσφέρει διασκέδαση και χαλάρωση πέρα από τους κανόνες της πραγματικής ζωής. Εκεί ακόμη και το χτίσιμο, η δημιουργία και η κατασκευή είναι προσωπική υπόθεση, ανοιχτή στη φαντασία και στις διαθέσεις του παίκτη και δεν οριοθετείται από νόμους ή εξωγενείς περιορισμούς. Τελικά, για τον μαθητή, η ενασχόληση με μια μαθηματική δραστηριότητα στο περιβάλλον του The Sims απετέλεσε ένα μείγμα περίεργο, που του άφησε μια αίσθηση απόρριψης για το ψηφιακό παιχνίδι.

Κεφάλαιο 5ο

Συζήτηση–Συμπεράσματα

Η κεντρική ιδέα της παρούσας ερευνητικής εργασίας ήταν η εξερεύνηση των τρόπων με τους οποίους το περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού όπως το *The Sims* επιδρά στην κατασκευή μαθηματικών νοημάτων στο πλαίσιο ενός ρεαλιστικού προβλήματος προερχόμενου από χώρο εργασίας. Μελετήθηκε ο τρόπος εμπλοκής δύο μαθητών διαφορετικής ηλικίας και επιπέδου μαθηματικών γνώσεων σε μια διαδικασία διερεύνησης. Τα παιδιά δημιούργησαν τη δική τους κατασκευή μέσα στο περιβάλλον προσομοίωσης του *The Sims* αναζητώντας τη βέλτιστη λύση στο πρόβλημα που τους δόθηκε. Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με την πορεία νοηματοδότησης που ακολούθησαν οι μαθητές, με τα εμπόδια που συνάντησαν και με το ρόλο του περιβάλλοντος προσομοίωσης.

Ως προς το ερευνητικό ερώτημα που αφορά τις μαθηματικές έννοιες που έρχονται στην επιφάνεια, διαπιστώνουμε ότι οι μαθητές, αναπόφευκτα μέσα από τα δεδομένα του προβλήματος, εισέρχονται σε μια διαδικασία οριζόντιας μαθηματικοποίησης προκειμένου να αντιμετωπίσουν τη ρεαλιστική κατάσταση και να δώσουν ικανοποιητική λύση. Ο όγκος ενός στερεού, η αναλογία καθώς και οι τριγωνομετρικές έννοιες αναδύονται ως τα απαραίτητα εργαλεία επίλυσης.

Η 12χρονη μαθήτρια ξεκινά με την εύρεση μιας κλίμακας, ενός μέτρου αντιστοίχισης ανάμεσα στην πραγματικότητα, όπως αυτή περιγράφεται μέσα από τα δεδομένα του προβλήματος και στο σχεδιαστικό περιβάλλον που είναι το παιχνίδι *The Sims*. Επιστρατεύει τη χρήση αναλογιών προκειμένου να κατασκευάσει σωστά την προσομοίωσή της. Η έννοια της αναλογίας παίζει κεντρικό ρόλο στον τρόπο που προσπαθεί να επιλύσει και το πρόβλημα κατασκευής της ράμπας, όπου μέσα από μια διαδικασία κατακόρυφης μαθηματικοποίησης έχουμε την ανάδυση των τριγωνομετρικών εννοιών. Ο καθορισμός του μήκους και του πλάτους μιας πισίνας συγκεκριμένης χωρητικότητας και ύψους έφερε στο φως την ανάγκη προσδιορισμού της σχέσης μεταξύ του όγκου ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και των διαστάσεών του. Η μαθήτρια δεν ανακάλεσε τον τύπο υπολογισμού, δηλώνοντας βέβαιη ότι δεν τον έχει διδαχθεί, αλλά τον ανακάλυψε με τη βοήθεια του ψηφιακού περιβάλλοντος. Παρότι κατέληξε στη μαθηματική σχέση αποδομώντας το στερεό στα στοιχειώδη συστατικά του, εντούτοις μπερδεύτηκε προσπαθώντας να εφαρμόσει την κλίμακα που είχε υιοθετήσει στο παιχνίδι, θεωρώντας ότι η σχέση των μηκών ισχύει και για τους όγκους.

Αντιστοίχως και ο μαθητής ξεκίνησε προσδιορίζοντας την κλίμακα με την οποία θα πραγματοποιούσε την κατασκευή του στο περιβάλλον του παιχνιδιού λαμβάνοντας υπόψη της διατάξεις της νομοθεσίας για τις πραγματικές διαστάσεις των θέσεων στάθμευσης και αντιστοιχίζοντας με αυτές του *The Sims*. Περαιτέρω, αν και ο μαθητής είχε διδαχθεί στο σχολείο την έννοια της κλίσης και τη σύνδεσή της με τις τριγωνομετρικές έννοιες, δυσκολεύτηκε να εφαρμόσει τις σχολικές μαθηματικές γνώσεις του στο πλαίσιο του ρεαλιστικού προβλήματος. Παρόλα αυτά, ανακάλεσε τύπους, σχέσεις, ακόμα και τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνιών, όπως ανακάλεσε και τον τύπο υπολογισμού του όγκου. Όμως στην εφαρμογή έδειξε να συγχέει τη μία διάσταση και την κλίμακα που έχει κατασκευάσει στο παιχνίδι με τις τρεις διαστάσεις.

Σε ό,τι αφορά το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, έχουμε ήδη εξηγήσει ότι εμπλέξαμε μια μαθήτρια μικρότερης τάξης, όπως είναι η Σοφία, σε μια δραστηριότητα που απευθύνεται, σύμφωνα και με τις οδηγίες του Mascil, σε μαθητές γυμνασίου. Επιδίωξή μας ήταν να μελετήσουμε τους τρόπους με τους οποίους θα προσπαθήσει η ίδια να αντιμετωπίσει την έλλειψη των απαραίτητων μαθηματικών εργαλείων και αν θα καταφέρει να κάνει την υπέρβαση, εισερχόμενη σε μια διαδικασία αφαίρεσης, αναδιοργανώνοντας και αναδομώντας τις υπάρχουσες γνώσεις της. Το σκεπτικό μας ήταν να διαμορφώσουμε τις απαραίτητες συνθήκες εμφάνισης μια αφαιρετικής διαδικασίας με στόχο να τη μελετήσουμε στην εξέλιξή της, στάδιο προς στάδιο μέχρι την τελική ανάδυση της νέας μαθηματικής έννοιας και την εμπέδωσή της μέσα από την επαναχρησιμοποίησή της.

Από την ανάλυση των δεδομένων προκύπτουν χρήσιμα συμπεράσματα. Η μαθήτρια αντιλαμβανόμενη το πρόβλημα ήρθε αντιμέτωπη με την *ανάγκη* να υπερβεί τις μαθηματικές γνώσεις της καθώς αδυνατούσε να σκεφτεί με ποιο τρόπο θα μπορούσε να κατασκευάσει στο χώρο γωνία συγκεκριμένου μέτρου. Με την καθοδήγηση της ερευνήτριας επιχείρησε αρχικά να κατασκευάσει στην κλίμακα του *The Sims* ορθογώνιο τρίγωνο που πληροί την προϋπόθεση του δεδομένου μέτρου γωνίας. Συνειδητοποίησε εύκολα, με τη βοήθεια του ψηφιακού περιβάλλοντος, ότι θα έπρεπε να προσέξει και την απέναντι πλευρά η οποία είναι δεδομένη, αμετάβλητη και προκαθορισμένη στο παιχνίδι, αφού πρόκειται για το ύψος μεταξύ διαδοχικών επιπέδων του *The Sims*. Η μαθήτρια στράφηκε στην οικεία για την ίδια έννοια της αναλογίας και έχτισε με αυτήν την ομοιότητα των τριγώνων και τις τριγωνομετρικές σχέσεις. Στη συνέχεια η Σοφία εισήλθε στη διαδικασία της εμπέδωσης εφαρμόζοντας τη νέα γνώση και υπολογίζοντας μήκη πλευρών ορθογωνίων τριγώνων. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να δώσουμε έμφαση στο γεγονός ότι η μαθήτρια επαναχρησιμοποίησε τη νεοαποκτηθείσα γνώση στο πλαίσιο του προβλήματος, πραγματοποιώντας μόνη τις απαραίτητες συνδέσεις.

Σύμφωνα με το τρίτο ερευνητικό ερώτημα εξετάσαμε τον ρόλο του ψηφιακού παιχνιδιού ως προς την ανάδυση των μαθηματικών εννοιών και την ενίσχυση της χωρικής αντίληψης. Εξαρχής θα θέλαμε να τονίσουμε την ουσιαστική συμβολή του περιβάλλοντος προσομοίωσης που παρείχε το *The Sims* καθώς αποτελούσε μια βάση για την όποια συζήτηση, παρείχε άμεση ανατροφοδότηση και συνθήκες ρεαλιστικής εμπλοκής σε μια κατασκευή.

Επιπροσθέτως θα πρέπει να επισημάνουμε το γεγονός ότι και οι δύο μαθητές ξεκίνησαν διαμορφώνοντας μια κλίμακα κατασκευής την οποία θα χρησιμοποιούσαν στην προσομοίωσή τους, αντιλαμβανόμενοι τις δυνατότητες αλλά και τους περιορισμούς που τους παρείχε το ψηφιακό περιβάλλον. Αυτή η διαδικασία από μόνη της ανέδειξε τόσο μαθηματικές έννοιες όπως αυτήν της αναλογίας, όσο και παρανοήσεις ως προς τη σχέση των υπό κλίμακα κατασκευαζόμενων όγκων με αυτούς που δίνονταν αρχικά από το πρόβλημα.

Επιπλέον εξαιρετικά σημαντικός ήταν ο ρόλος που έπαιξε το περιβάλλον του παιχνιδιού στην ανακάλυψη από τη Σοφία του τύπου υπολογισμού του όγκου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Η μαθήτρια άμεσα στράφηκε στο περιβάλλον του *The Sims,* μελέτησε τη δομή ενός στερεού, αναλύοντάς το σε στοιχειώδεις κύβους και κατανόησε το γινόμενο των διαστάσεων ως την έκφραση που υπολογίζει ακριβώς το σύνολο αυτών των στοιχειωδών κύβων. Οι προσωρινές βοηθητικές κατασκευές που έγιναν τόσο μετά από προτροπή της ερευνήτριας όσο και μετά από πρωτοβουλία της ίδιας της μαθήτριας βοήθησαν τη συζήτηση και καθοδήγησαν την ανακάλυψη. Η Σοφία βάσισε τα συμπεράσματά της πάνω σε αυτά που κατασκεύαζε, έβλεπε και κατανοούσε στην προσομοίωσή της.

Επίσης και στην περίπτωση του 14χρονου μαθητή παρατηρούμε τη σημασία της άμεσης ανατροφοδότησης και της οπτικοποίησης που παρείχε το παιχνίδι. Θυμίζουμε ότι, αν και ο μαθητής ανακάλεσε τον τύπο υπολογισμού του όγκου του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, δυσκολεύτηκε κατά τη διαμόρφωση της πισίνας, καθώς έδειξε να συγχέει το μήκος και την κλίμακα που εφάρμοζε στο *The Sims* με τον αριθμό των στοιχειωδών κύβων που θα χρησιμοποιούσε στην κατασκευή του. Ωστόσο κατάλαβε εύκολα το λάθος στο συλλογισμό του, όταν παρακινούμενος από την ερευνήτρια στράφηκε στο περιβάλλον προσομοίωσης. Η εικόνα σε κάθε περίπτωση είναι αφοπλιστική. Παρόλα αυτά θα πρέπει να αναφέρουμε ότι αρκετές φορές ο μαθητής κατέφυγε σε νοερούς υπολογισμούς και υποθέσεις χωρίς να αξιοποιεί τις δυνατότητες του περιβάλλοντος προσομοίωσης προκειμένου να εξετάσει την ορθότητα των σκέψεών του.

Ως προς την ανάδειξη – ανάδυση των τριγωνομετρικών εννοιών μπορούμε να πούμε ότι έχουμε μια μεικτή εικόνα από τους συμμετέχοντες στην έρευνα σε σχέση με το ρόλο του ψηφιακού περιβάλλοντος. Η παρατήρηση της Σοφίας ότι η «ράμπα δεν φτάνει ως πάνω» ήταν κομβικής σημασίας και καθοδήγησε ουσιαστικά την πορεία εξέλιξης της αφαιρετικής διαδικασίας και την ανακάλυψη των σχέσεων των πλευρών σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο. Αντιθέτως στην περίπτωση του Γιώργου φαίνεται να λειτουργεί ανασταλτικά, καθώς η τρισδιάστατη προσομοίωση ενός ορθογωνίου τριγώνου δεν φαίνεται να τον βοηθάει να κάνει τις απαραίτητες συνδέσεις με τις γνώσεις του σχολείου. Εδώ η εικόνα δεν είναι το οικείο πλαίσιο μέσα στο οποίο έμαθε να εφαρμόζει τις τριγωνομετρικές του γνώσεις. Είναι σίγουρο ότι θα προτιμούσε να δει μπροστά του ένα απλό σχήμα στο χαρτί.

Ως προς τη χωρική αντίληψη και τη στρατηγική που εφάρμοσαν οι μαθητές μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής: Το περιβάλλον του The Sims, όπως ασφαλώς και κάθε περιβάλλον προσομοίωσης, προσφέρεται ώστε κάποιος να αναπτύξει και να εξελίξει τις χωρικές του ικανότητες. Παρατηρώντας τον τρόπο που και οι δύο μαθητές κινούνταν μέσα σε αυτό, ήταν προφανής η εξοικείωσή τους με τον προσανατολισμό, την αλλαγή οπτικής γωνίας, τις περιστροφές και τους μετασχηματισμούς. Η ταχύτητα με την οποία κινούνταν μέσα στο ψηφιακό περιβάλλον είναι χαρακτηριστική. Ως γνήσιοι ψηφιακοί αυτόχθονες εύρισκαν τη θέση τους στο χώρο άμεσα, έχοντας συνεχώς τον έλεγχο των κινήσεών τους.

Ως προς τη στρατηγική που ακολουθήθηκε, ο μαθητής φάνηκε να αξιοποιεί αρκετά το περιβάλλον του παιχνιδιού κάνοντας δοκιμές, τοποθετήσεις και επανατοποθετήσεις. Θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι, κατά τη διαδικασία διαμόρφωσης του χώρου στάθμευσης, για τον Γιώργο ο ρόλος του *The Sims* είναι σημαντικός, καθώς χρησιμοποιεί το παιχνίδι ως εργαλείο προκειμένου να καταλήξει στο βέλτιστο αποτέλεσμα. Παράλληλα, μέσα από τον πειραματισμό ο μαθητής κατάφερε να μπει στην ουσία του προβλήματος διατυπώνοντας έναν γενικό κανόνα, ένα συμπέρασμα ως προς το ποιος τρόπος τοποθέτησης εξυπηρετεί, ανάλογα με τις διαστάσεις του διατιθέμενου οικοπέδου.

Η μαθήτρια έδειξε να προτιμά τους νοητικούς χειρισμούς και χρησιμοποιούσε το περιβάλλον του *The Sims* για να εφαρμόσει αυτά που είχε προαποφασίσει. Επιπλέον δεν μπήκε στη λογική των δοκιμών, δηλώνοντας βέβαιη ότι έχει πετύχει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα. Με τον τρόπο αυτό δεν κατάφερε να καταλήξει σε μια γενική στρατηγική, παραμένοντας στα δεδομένα του συγκεκριμένου προβλήματος.

Επιχειρώντας μια σύνδεση των ευρημάτων της παρούσας εργασίας με την υπάρχουσα έρευνα διαπιστώνουμε εν πρώτοις ότι λειτούργησε αρκετά καλά η ιδέα της ανάδυσης–χρήσης μαθηματικών εννοιών εντός συγκεκριμένου πλαισίου. Η δραστηριότητα είχε δομηθεί στη βάση των αρχών του Κονστραξιονισμού (Papert,1992; Ackermann,1996) επιδιώκοντας τη μάθηση μέσα από την πράξη, το σχεδιασμό και τις δραστηριότητες χτισίματος (Bruckman, 1999). Τα μαθηματικά που χρησιμοποιήθηκαν προέκυψαν μέσα από την προσπάθεια μαθηματικοποίησης των δεδομένων του ρεαλιστικού προβλήματος στο οποίο ενεπλάκησαν οι μαθητές (Freudenthal, 1991;Van den Heuvel–Panhuizen και Drijvers, 2014).

Από τον τρόπο που οι μαθητές χειρίστηκαν τα δεδομένα του προβλήματος και έδωσαν τη δική τους πρόταση–λύση αναδείχθηκε ο επαναπροσδιορισμός του είδους της γνώσης και του επιπέδου της κατανόησης που απαιτείται κατά τη χρήση μαθηματικών εντός πλαισίου (Calder, 2015). Τα παιδιά βρέθηκαν απέναντι στην πρόκληση της αντιμετώπισης μιας πραγματικής κατάστασης και όχι σε μια αποπλαισιωμένη εφαρμογή τύπων και κανόνων υπολογισμού. Στο σημείο αυτό επιβεβαιώθηκε η δυσκολία της επανασύνδεσης ανάμεσα στην πραγματικότητα και σε αφηρημένες μαθηματικές έννοιες (Van Eck, 2015).

Επιπλέον, κατά τη διάρκεια της ενασχόλησης της μαθήτριας με την κατασκευή της ράμπας, παρακολουθήσαμε την πραγμάτωση των σταδίων μιας αφαιρετικής διαδικασίας εντός πλαισίου, σύμφωνα με το μοντέλο RBC των Hershkowitz, Schwarz και Dreyfus (2001). Παρατηρήσαμε τις επιστημικές εκείνες ενέργειες που επιβεβαιώνουν την πορεία προς την αναδυόμενη έννοια. Θα πρέπει να επισημάνουμε, πάντως, ότι είχαμε διαμορφώσει τις προϋποθέσεις για την επιτυχή έκβαση του εγχειρήματος εμπλέκοντας τη μαθήτρια σε μια δραστηριότητα με σαφή στοχοθεσία (Fergola, 2015). Ομολογούμε ότι προσπαθήσαμε να ακολουθήσουμε μια πορεία περισσότερο συμβατική και σαφώς λιγότερο ρηξικέλευθη από αυτή των Avraamidou, Monaghan και Walker (2012) που επιχειρηματολόγησαν για τον εντοπισμό αφαίρεσης εντός πλαισίου στο ελεύθερο παιχνίδι ενός ενδεκάχρονου μαθητή.

Σε ό,τι αφορά το παιχνίδι *The Sims* μπορούμε να πούμε ότι επιτέλεσε το ρόλο του ως μια καλή προσομοίωση της πραγματικότητας, διευκολύνοντας και προωθώντας το συλλογισμό των μαθητών, ενώ παράλληλα υποστήριξε τον τρόπο αντίληψης της εικόνας ενός αντικειμένου (Lowrie, 2015). Επιβεβαιώνεται έτσι η σύνδεση ανάμεσα στα ψηφιακά περιβάλλοντα και στην ενίσχυση της χωρικής αντίληψης (Owens και

Outhred, 2006; Owens και Highfied, 2014; Lowrie, 2015; Avraamidou, Monaghan και Walker, 2015).

Επιπροσθέτως η οπτική αναπαράσταση συνέβαλε στη διόρθωση λανθασμένων υποθέσεων και ισχυρισμών, βοηθώντας τους μαθητές να συνειδητοποιήσουν τις όποιες παρανοήσεις τους. Το σημαντικό είναι, βέβαια, το ότι το ψηφιακό περιβάλλον παρείχε την απαραίτητη ανατροφοδότηση προκειμένου οι μαθητές να προχωρήσουν και στην υπέρβαση των εμποδίων αυτών. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι λειτούργησε σε αρκετά καλό βαθμό η αναμενόμενη από την έρευνα αλληλεπίδραση (Gee, 2005).

Ακόμη, αναφορικά με το παιχνίδι *The Sims,* θα θέλαμε να σημειώσουμε ότι ακολουθήσαμε τη λογική της χρήσης ενός εμπορικού παιχνιδιού για διδακτικούς σκοπούς (Fergola, 2015) που κερδίζει ολοένα και περισσότερο έδαφος στις μέρες μας. Διαπιστώσαμε τη δυσκολία που υπάρχει στη σύνδεση ανάμεσα στα μαθηματικά που αναπτύσσονται στο πλαίσιο ενός παιχνιδιού και τα μαθηματικά του σχολείου (Egenfeldt–Nielsen 2007; Gros, 2015; Jorgensen, 2015).

Αυτό που θα πρέπει να γίνει ξεκάθαρο είναι ότι για εμάς το περιβάλλον του παιχνιδιού ήταν το μέσο πάνω στο οποίο δομήσαμε τη δραστηριότητά μας. Αξιοποιήσαμε τις δυνατότητες της τεχνολογίας για να διαμορφώσουμε ένα περιβάλλον κατάλληλο για πειραματισμό και αναζήτηση της γνώσης. Ασφαλώς είχε σημασία το γεγονός ότι η ενασχόληση λάμβανε χώρα στο ευχάριστο και οικείο (ιδιαίτερα για τη Σοφία) περιβάλλον του παιχνιδιού *The Sims*. Παρόλα αυτά ο στόχος μας δεν ήταν να “καμουφλάρουμε’’ τα μαθηματικά μέσα στο παιχνίδι. Αντιθέτως επιχειρήσαμε να τα αναδείξουμε, αποφεύγοντας τη λογική του “ζαχαρωμένου μπρόκολου’’ της Bruckman (1999).

Η ενασχόληση ενός παιδιού με όποια μορφή παιχνιδιού, επομένως και με τα ψηφιακά, είναι συνυφασμένη με στιγμές χαλάρωσης και ευχαρίστησης. Χρησιμοποιώντας το περιβάλλον ενός ψηφιακού παιχνιδιού σε δραστηριότητες με σαφή διδακτικό στόχο παρεμβαίνουμε, εισβάλλουμε σε αυτό το μέρος του κόσμου των παιδιών. Αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι τα παιδιά θα αγαπήσουν τα μαθηματικά επειδή θα τα συνδέσουν με το αγαπημένο τους παιχνίδι, ούτε φυσικά και το αντίθετο. Χαρακτηριστική είναι η παρατήρηση του μαθητή, ο οποίος ολοκληρώνοντας τη δραστηριότητα αναφωνεί: «Δεν ξαναπαίζω *Sims*!». Επιβεβαιώνει με αυτόν τον τρόπο το συμπέρασμα των Bourgonjon, De Grove, De Smet, Van Looy, Soetaert και Valcke (2013). Αυτοί εκφράζουν τον προβληματισμό τους σχετικά με τη δυνατότητα ένταξης ενός εμπορικού ψηφιακού παιχνιδιού στη διδακτική πρακτική και διατυπώνουν την άποψη ότι πρόκειται για μια μετάβαση η οποία χρειάζεται επιπλέον διερεύνηση και προετοιμασία εκ μέρους των μαθητών και των εκπαιδευτικών.

Ανάμεσα στα ευρήματα της παρούσας ερευνητικής προσπάθειας θα πρέπει να θίξουμε και τη σημασία της διαφορετικής εξοικείωσης των δύο μαθητών με το περιβάλλον του *The Sims*. Ο Γιώργος ανάλωσε αρκετό από το χρόνο του μέχρι να συνηθίσει τα εργαλεία του παιχνιδιού. Αυτό μάλλον λειτούργησε αρνητικά στη διαδικασία εμπλοκής του με τη δραστηριότητα. Είναι, επομένως, λάθος να θεωρούμε τους μαθητές ως μια ομάδα ομογενή όπου έχουν όλοι την ίδια διάθεση ενασχόλησης με τους υπολογιστές, παίζοντας τα ίδια παιχνίδια (Bourgonjon, Valcke, Soetaert και Schellens, 2010). Άλλωστε η τεράστια γκάμα παιχνιδιών που υπάρχει στις μέρες μας ενισχύει τη διαφοροποίηση ως προς τις προτιμήσεις των παιδιών.

Ασφαλώς η παρούσα ερευνητική εργασία εμπεριέχει πολλούς περιορισμούς. Τονίζουμε ότι πρόκειται για μια προσπάθεια προσέγγισης του θέματος μέσα από μελέτη περίπτωσης. Τα δεδομένα που προέκυψαν αφορούν τον τρόπο που οι δύο συμμετέχοντες στην έρευνα –και μόνο αυτοί– λειτούργησαν στο πλαίσιο της δραστηριότητας, χειρίστηκαν το ψηφιακό περιβάλλον, αντέδρασαν, σχολίασαν. Αντιλαμβανόμαστε, επομένως, ότι τα συμπεράσματα και οι παρατηρήσεις μας δεν είναι δυνατό να γενικευτούν.

Επιπλέον αρκετά είναι τα θέματα που θίχθηκαν στην παρούσα εργασία και παραμένουν ανοιχτά προς περαιτέρω διερεύνηση. Αναφερόμαστε αρχικά στη χρήση ενός ψηφιακού παιχνιδιού στο πλαίσιο μιας δομημένης δραστηριότητας. Η εικόνα θα είναι πιο πλήρης αν χρησιμοποιηθούν και άλλα παιχνίδια που διαθέτουν χαρακτηριστικά προσομοίωσης και εντάσσονται στα “sandbox games” εκτός από το *The Sims*. Ενδιαφέρον παρουσιάζει, ακόμη, η μελέτη της παρανόησης στη σχέση ανάμεσα στους υπό κλίμακα κατασκευαζόμενους όγκους και στον αρχικό. Τέλος, ανοιχτό μένει και το θέμα της αντίληψης των μαθητών σε σχέση με γωνίες ή τρίγωνα στο χώρο.

Κλείνοντας, θα θέλαμε να παρατηρήσουμε ότι στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας επιχειρήσαμε να προσεγγίσουμε την πολυεπίπεδη σχέση που υφίσταται ανάμεσα στα ψηφιακά παιχνίδια και τα μαθηματικά. Υπ’ αυτό το πρίσμα αναγνωρίζουμε την αξία των ψηφιακών παιχνιδιών ως ισχυρά εργαλεία μάθησης καθώς παρέχουν τη δυνατότητα εμπλοκής σε ρεαλιστικές καταστάσεις, δίνουν κίνητρο, επιτρέπουν τη διερεύνηση και αφήνουν περιθώρια πρωτοβουλίας και απόφασης στο μαθητή. Το συμπέρασμα που αποκρυσταλλώνεται είναι ότι όλα εξαρτώνται από τον τρόπο χρήσης και όχι από το ίδιο το μέσο, που κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες μπορεί να διαδραματίσει σημαντικότατο ρόλο. Αυτό που έχει όμως ιδιαίτερη σημασία είναι να αντιληφθούμε την ανάγκη μετασχηματισμού της διδακτικής πράξης και την ενσωμάτωση σε αυτήν ρεαλιστικών προβλημάτων και καταστάσεων που θα δώσουν νόημα, πλαίσιο και περιεχόμενο στις έννοιες που οι μαθητές καλούνται να κατανοήσουν.

Βιβλιογραφία

Ackermann, E. (1996). Perspective–Taking and Object Construction: Two Keys to Learning. *Constructionism in Practice Designing, Thinking, and Learning in a Digital World.*

Amory, A., Seagram, R. (2003). Educational game models: conceptualization and evaluation. *South African Journal of Higher Education* 17(2), 206 – 217.

Artigue, M., Blomhøj, M., (2013). Conceptualizing inquiry–based education in mathematics. ZDM *Mathematics Education* (2013) 45:797–810.

Avraamidou, A., Monaghan, J., και Walker, A. (2012). Abstraction through game play. *Technology,Knowledge and Learning*, 17(1–2), 1–21.

Avraamidou, A., Monaghan, J., Walker, A. (2015). Mathematics and Non–School Gameplay. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 11–34). Springer Science+Business Media.

Banks, J., Potts, J.(2010). Towards a cultural science of videogames: evolutionary social learning. *Journal of Cultural Science Vol 3, No 1*: *What is Cultural Behaviour?*

Battista, M. T., και Clements, D. H. (1996). Students' Understanding of Three–Dimensional Rectangular Arrays of Cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 258–292.

Beavis, C. (2015). Multimodal Literacy, Digital Games and Curriculum In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 109–122). Springer Science+Business Media.

BECTA Research (2007). The impact of ICT in schools – a landscape review. Quality in Education Centre, University of Strathclyde.

Bishop, A. (1980). Spatial Abilities and Mathematics Education: A Review. *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), 257–269.

Borba, M. (2007). Humans with media: a performance collective in the classroom? http://www.edu.uwo.ca/dmp/assets/Borba_performance.pdf. Retrieved 25 Sept 2007.

Bossomaier, T. (2015). Serious Games and Gaming. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 201–232). Springer Science+Business Media.

Bourgonjon, J. Valcke, M. Soetaert, R. Schellens, T. (2010). Students' perceptions about the use of video games in the classroom. *Computers και Education* 54(4), 1145–1156.

Bourgonjon, J., De Grove, F., De Smet, C., Van Looy, J., Soetaert, R., και Valcke, M. (2013). Acceptance of game–based learning by secondary school teachers. *Computers και Education*, 67,21–35.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publisher,177–180.

Bruckman, A. (1999). Can educational be fun? Paper presented at the meeting of the Game Developers Conference. San Jose, CA.

Bruckman, A., Resnick, M.(1995). The Media MQO. Project Constructionism and Professional Community. In Y. Kafai και M. Resnick, (eds.). *Constructionism in Practice Designing, Thinking, and Learning in a Digital World*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, pp.207–221.

Calder, N., Taylor,M. (2010). Scratching Below the Surface: Mathematics through an Alternative Digital Lens? L. Sparrow, B. Kissane, και C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference* *of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Fremantle:* MERGA. pp. 117–132.

Calder, N. (2015). Apps: Appropriate, applicable, and appealing?. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 233–250). Springer Science+Business Media.

Chartier, T. (2012). Frustrated with math? Try angry birds! *Huffington Post.* http://www.huffingtonpost.com/tim–chartier/frustrated–with mathtry_b_1581042.html

Chuang, T.–Y., και Chen, W.–F. (2009). Effect of Computer–Based Video Games on Children: An Experimental Study. *Educational Technology και Society*, 12 (2), 1–10.

Dalla Vecchia, R. Maltempi, M. Borba, M. (2015). The Construction of Electronic Games as an Environment for Mathematics Education. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 55–69). Springer Science+Business Media.

Dockett, S. Perry, B. (2010). What Makes Mathematics Play? L. Sparrow, B. Kissane, και C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Fremantle:* MERGA. pp.715–718.

Dreyfus, T. (2012): Constructing abstract mathematical knowledge in context. *12th International Congress on Mathematical Education* Program Name XX–YY–zz (pp. abcde–fghij),COEX, Seoul, Korea.

Engelnfeldt–Nielsen, S. (2006). Overview of research on the educational use of video games. *Digital kompetanse* 3(1).184–213.

Engelnfeldt–Nielsen, S. (2007) Third Generation Educational Use of Computer Games. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia* 16(3), 263–281.

Erickson, F. (2012). Comments on Causality in Qualitative Inquiry. *Qualitative Inquiry*, 18: 686.

Evard, M. A Community of Designers Learning Through Exchanging Questions and Answers (1996). *Constructionism in Practice Designing, Thinking, and Learning in a Digital World.* 223–239.

Flick, U.(2009). An introduction to qualitative research. *SAGE Publications Ltd.*

Francis, R. (2006). Towards a Theory of a Games Based Pedagogy. *JISC Innovating e–Learning 2006: Transforming Learning Experiences online conference.*

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education—China lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gee, J. (2005). Good games and Good learning. *Phi Kappa Phi Forum. 85.2 p.* 33–37

Gee, J. (2006).Are Video Games Good For Learning? *Technical Paper. Madison WI: Games and Professional Simulation Group*, University of Wisconsin

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 155–177.

Gravemeijer, K., και Doorman, L. M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39 (1– 3), 111–129.

Gros, B. (2007). Digital games in education: The design of games–based learning environments. *Journal of Research on Technology in Education*, 40, 1–23.

Gros, B. (2015).Integration of Digital Games in Learning and E–Learning Environments: Connecting Experiences and Context. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning.*

Potential, Promises and Pitfalls (Vol. 4, pp. 35–54). Springer Science+Business Media.

Habgood, J., Ainsworth, S. (2011). Motivating children to learn effectively: exploring the value of intrinsic integration in educational games. *Journal of the Learning Sciences, 20 (2)*, 169–206.

Healy, L., Kynigos, C. (2010). Charting the microworld territory over time: design and construction in mathematics education. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*. 42:63–76.

Hershkowitz, R., Schwarz, B.B. and Dreyfus, T. (2001), Abstraction in context: Epistemic actions. Journal for Research in Mathematics Education 32(2), 195–222.

Hoepfl, M. C. (1997). Choosing qualitative research: A primer for technology education researchers. *Journal of Technology Education*, 9(1).

Hsiao, H. (2009). Reflective Learning through Playing Digital Game The Sims 2. *M. Chang et al. (Eds.): Edutainment 2009, LNCS 5670*, pp. 220–227.Springer–Verlag Berlin Heidelberg

Hui, C.S. (2009). Learning mathematics through computer games .*Electronic Proceedings of the Fourteenth Asian Technology Conference in Mathematics Beijing Normal University*.

Huizinga, J. (1949). *Homo Ludens. A study of the play–element in culture*. Routledge και Kegan Paul. London, Boston and Henley.

Jorgensen (Zevenbergen), R. Digital Games and Equity: Implications for Issues of Social Class and Rurality. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 93–108). Springer Science+Business Media.

Jorgensen, R., και Lowrie, T. (2012). Digital games for learning mathematics: Possibilities and limitations. In J. Dindyal, L. P. Cheng, και S. F. Ng (Eds.), *Mathematics education: Expanding horizons* (Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 378–384). Singapore: MERGA.

Kafai, Y. B. (2007).Playing and Making Games for Learning. Instructionist and Constructionist Perspectives for Game Studies. *Games and Culture V.1 N.1 Sage Publications*. 36–40.

Kidron, I., Dreyfus, T.(2008).Abstraction in Context, Combining Constructions, Justification and Enlightenment. Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia M. Goos, R. Brown, και K. Makar (Eds.), MERGA.

Kolb, S. (2012). Grounded Theory and the Constant Comparative Method:Valid Research Strategies for Educators. *Journal of Emerging Trends in Educational Research and Policy Studies* (JETERAPS) 3 (1): 83–86

Kozhevnikov, M., και Hegarty, M. (2001). A dissociation between object–manipulation and perspective–taking spatial abilities. *Memory και Cognition*, 29, 745–756.

Lohman, D. F. (1996). Spatial ability and G. In I. Dennis και P. Tapsfield (Eds.). *Human* abilities: Their nature and assessment (pp.97–116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Lowrie, T. (2015). Digital Games, Mathematics and Visuospatial Reasoning. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 71–92). Springer Science+Business Media.

Luckin, R.,Bligh, B. Andrew Manches, A.,Ainsworth,S., Crook,. Noss, R. (2012). *The Proof,Promise and Potential of Digital Education*. Nesta operating company.

McLane, J. B. (2003). *“Does not.” “Does too.” Thinking about play in the early childhood classroom*.Erikson Institute Occasional Paper Number 4.
Markopoulos, C., Potari, D., Boyd, W., Petta, K., και Chaseling, M. (2015). The Development of Primary School Students’ 3D Geometrical Thinking within a Dynamic Transformation Context. *Creative Education, 6,* 1508–1522. http://dx.doi.org/10.4236/ce.2015.614151
http://www.mascil–project.eu/project (προσπελάστηκε 26–8–2016).
http://noether.math.uoa.gr/mascil/gr/html/ (προσπελάστηκε 26–8–2016).
Monaghan, J., και Ozmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics,* 62, 233–258.
Noss, R. (1988). The computer as a cultural influence in mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics,* 19, 251–268.
Ozmantar, M. F., Roper, T. (2004). Mathematical Abstraction through Scaffolding. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol 3. pp 481–488.
Owens, K., Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. A. Gutierrez, P. Boero (eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education:*Past, Present and Future, 83–115.
Owens, K., Highfied, K. (2014). Visuospatial Reasoning in Contexts with Digital Technology. *Visuospatial Reasoning*. Volume 111 of the *series Mathematics Education Library*. pp 275–289.
Panaoura, G., Gagatsis, A., και Lemonides, C. (2007). *Spatial abilities in relation to performance in geometry tasks*. Paper presented at the CERME 5 Conference. Lanrnaka.
Papert, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.
Papert, S. (1993). *The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer*. New York :BasicBooks.
Patton, M. (1990). Qualitative evaluation and research methods (pp. 169–186). *Beverly Hills,* CA: Sage.
Peppler, K., Kafai, Y. B. (2007). From SuperGoo to Scratch: exploring creative digital media production in informal learning. *Learning, Media and Technology, 32:2,* 149 – 166.
Prensky, M. (2001a, September/October). Digital natives, digital immigrants. *On the Horizon,* 9(5), 1–6.
Pittalis, M., Mousoulides, N. καιChristou, C. (2007). *Spatial ability as a predictor of geometry ability*. Paper presented at the CERME Comference. Larnaka.
Pittalis, M., και Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics, 75, 191–212.*
Pozzi, S., Noss, R., Hoyles, C. (1998). Tools in practice, mathematics in use. *Educational Studies in Mathematics 36: 105–122, Kluwer Academic Publishers.* Printed in the Netherlands.
Steen, F. Davies, M. Tynes, B. Greenfield, P. (2006). Digital Dystopia: Player control and strategic innovation in the SimsOnline. R. Schroeder and A.S. Axelsson (Eds.*), Avatars at Work and Play*, pp. 247–273. Springer. Printed in the Netherlands.
Shaw, A.,Social Constructionism and the Inner City. Designing Environments for Social Development and Urban Renewal. Constructionism in Practice Designing, Thinking, and Learning in a Digital World.
Van Eck, R. (2015).SAPS and Digital Games: Improving Mathematics Transfer and Attitudes in Schools. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.),

Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls (Vol. 4, pp. 141–174). Springer Science+Business Media.
Van den Heuvel–Panhuizen, M., Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, DOI 10.1007/978–94–007 4978–8.
Jorgensen (Zevenbergen), R. (2015). Digital Games and Equity: Implications for Issues of Social Class and Rurality. In T. Lowrie, και R. Jorgensen (Zevenbergen) (Eds.), *Digital Games and Mathematics Learning. Potential, Promises and Pitfalls* (Vol. 4, pp. 93–108). Springer Science+Business Media.
Zimmerman, E. (2014) Manifesto for a lucid century. *The gameful world.Approaches, Issues, Applications.* Massachusetts Institute of Technology