



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ
ΜΙΚΡΟΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Σχεδίαση και υλοποίηση ζωνοδιαβατού φίλτρου με την
προσέγγιση Pascal σε μικροκυματικές συχνότητες**

Γιώργος Β. Κασάπογλου

Επιβλέποντες: **Ευαγγελία Καραγιάννη**, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Σχολή
Ναυτικών Δοκίμων
Μαρία Ραγκούση, Καθηγήτρια ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ Τμήμα
Ηλεκτρονικών Μηχανικών Τ.Ε.

ΑΘΗΝΑ

Μάρτιος 2017

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σχεδίαση και υλοποίηση ζωνοδιαβατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal σε μικροκυματικές συχνότητες

Γιώργος Β. Κασάπογλου

A.M.: MM 263

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ: **Ευαγγελία Καραγιάννη**, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια
Σχολή Ναυτικών Δοκίμων
Μαρία Ραγκούση, Καθηγήτρια ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ Τμήμα
Ηλεκτρονικών Μηχανικών Τ.Ε.

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ: **Ευαγγελία Καραγιάννη**, Αναπληρώτρια
Καθηγήτρια
Σχολή Ναυτικών Δοκίμων
Μαρία Ραγκούση, Καθηγήτρια ΤΕΙ
ΠΕΙΡΑΙΑ Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών Τ.Ε.
Αγγελική Αραπογιάννη, Καθηγήτρια Τμήματος
Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Μάρτιος 2017

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει σαν στόχο την σχεδίαση και υλοποίηση ενός ζωνοπερατού φίλτρου σε μικροκυματικές συχνότητες με την προσεγγίση Pascal. Αρχικά γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στον κόσμο των αναλογικών φίλτρων.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται η παρουσίαση των ποιων γνωστών ολοπολικών προσεγγίσεων (Butterworth και Chebyshev), και έπειτα αναφέρω την προσεγγίση Pascal που μπορεί να υλοποιήσει ένα βαθυπερατό φίλτρο. Στο τέλος του δευτέρου κεφαλαίου αφού γίνει η παρουσίαση της προσεγγίση Pascal αναφέρω τρόπους υπολογισμούς όλων των coefficients της συνάρτησης Pascal.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται υλοποίηση ενός ζωνοπερατού φίλτρου με χρήση T.E. (εύρος συχνοτήτων: 10Hz-10MHz) και αναφέρω τους μετασχηματισμούς από ένα βαθυπερατό φίλτρο σε υψηπερατό και από βαθυπερατό σε ζωνοπερατό.

Στο τέταρτο κεφάλαιο ξανά εκπονείται η ίδια ιδέα του κεφαλαίου 3, αλλά τώρα σε παθητική υλοποίηση με διακριτά στοιχεία(εύρος συχνοτήτων: 0.5kHz – 1GHz). Στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου υπάρχουν πίνακες για τιμές των παθητικών στοιχείων για διαφορετικά Ripple. Όπως υπάρχουν και στο βιβλίο του A. Zverev αλλά για άλλες προσεγγίσεις.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αφού γίνει μια σύντομη εισαγωγή στα microstrips, σχεδιάζω ένα βαθυπερατό φίλτρο με την τεχνική stepped impedance, σχεδιάζεται ένα ψευδό υψηπερατό με χρήση βραχυκυκλωμένων στελεχών με FBW 0.85. Στα δυο φίλτρα που σχεδιάστηκαν στο παρόν κεφαλαίο είναι στο εύρος συχνοτήτων 1GHz μέχρι και 10 GHz.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Αναλογικά φίλτρα

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Αναλογικά φίλτρα, Pascal φίλτρα, προσέγγιση φίλτρων, θεωρία φίλτρων, Pascal προσέγγιση

ABSTRACT

The presented master thesis has the target to design and implementation of bandpass filter on microwaves frequencies using the Pascal Approximation. Initially i introduce the reader to the basics of analog filter design.

The second chapter describes the most known all-pole approximations(Butterworth and Chebyshev), after the brief introduction to the all-pole approximations, I describe the Pascal approximation. In the end of the second chapter is mentioned the calculation of the coefficients of the Pascal function.

In the third chapter is designed and implemented in the simulator Multisim a bandpass filter with the use of Op-Amps(freq. range 10Hz-10MHz) and I mentioned the transformation of LP to HP filter and LPF to BPF.

In the fourth chapter we repeat the same procedure of the third chapter, with only difference not using Op-Amps but only discrete elements(freq. range 0.5kHz – 1GHz). In the end of the current chapter there are tables with different ripples with the values of normalized discrete elements of LP filter, the same tables are on the book of A. Zverev but with different Approximations.

Last but not least chapter after a brief introduction to the Microstrips, is designed a LP filter with the method of stepped-impedance, after I design a Pseudo High Pass with short circuited stubs with FBW 0.85.Both filters are designed and simulated on the program CST and both on the freq. range 1GHz to 10GHz.

SUBJECT AREA: Analog Filters

KEYWORDS: Analog filters, Pascal filters, filter approximation, filter theory, Pascal approximation

Στον καθηγητή Η.Γ. Δημόπουλο & Π. Κορωναίο που χωρίς αυτούς το μάθημα των αναλογικών φίλτρων θα ήταν ένα ακόμα προπτυχιακό μάθημα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	11
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	12
1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ.....	12
1.2 Ιδανική μετάδοση χωρίς παραμόρφωση.....	13
1.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα.....	14
1.3.1 Βαθυπερατό φίλτρο 2ης τάξης.....	15
1.3.2 Υψηπερατό φίλτρο 2ης τάξης	16
1.3.3 Ζωνοδιαβατό ή ζωνοπερατό φίλτρο 2 ^{ης} τάξης.....	17
1.3.4 Αποκοπής ζώνης 2ης τάξης.....	17
1.3.5 Ολοπερατό φίλτρο 2ης τάξης.....	18
1.4 Τεχνολογίες υλοποίησης φίλτρων.....	19
1.5Κανονικοποίηση.....	21
2. ΟΛΟΠΟΛΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ.....	23
2.1 Ο ρόλος της προσέγγισης στην σχεδίαση Αναλογικών φίλτρων.....	23
2.2.1 Προσέγγιση Butterworth.....	23
2.2.2 Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου και ρυθμός αποκοπής	25
2.2.3 Συνάρτηση μεταφοράς Butterworth.....	26
2.2.4 Συνάρτηση μεταφοράς βαθυπερατών φίλτρων Butterworth	28
2.2.5 Υλοποίηση βαθυπερατής συνάρτησης μεταφοράς με την προσέγγιση Butterworth ,με την χρήση νομόγραμματος και πινάκων.....	29
2.3.1 Προσέγγιση Chebyshev.....	30
2.3.2 Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου, ρυθμός αποκοπής και Ripple factor.....	32
2.3.3 Υπολογισμός βαθυπερατής συνάρτησης μεταφοράς.....	35
2.4.1 Προσέγγιση Pascal.....	36
2.4.2 Η τροποποιημένη προσέγγιση Pascal.....	38
2.4.3 Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου και συνάρτηση μεταφοράς.....	40
2.4.4 Υπολογισμός των συντελεστών του πολυωνύμου Pascal.....	42
3. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ.....	46
3.1 Μετασχηματισμός βαθυπερατού φίλτρου σε υψηπερατό.....	46
3.2 Μετασχηματισμός βαθυπερατού φίλτρου σε ζωνοπερατό.....	46
3.3 Μετασχηματισμός LP-BP πραγματικού πόλου $s = -\omega_R$	47
3.4 Μετασχηματισμός LP-BP ζεύγους συζυγών μιγαδικών πόλων $-\sigma_p \pm j\omega_p$	48
3.5 Υλοποίηση Ενεργού Ζωνοπερατού φίλτρου	49

4. ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΜΕ LC LADDER	
4.1 Εισαγωγή.....	53
4.2 Ενεργός εξασθένιση και ο συντελεστής ανάκλασης $\rho(s)$...	53
4.3 Τρόπος σχεδίασης παθητικών φίλτρων	55
4.4 Η προσέγγιση Pascal στα παθητικά φίλτρα.....	56
4.5 Σχεδίαση παθητικού βαθυπερατού φίλτρου με την προσεγγίση Pascal..	58
4.6 Ιδιαιτερότητα της άρτιας τάξης.....	61
4.7 Ανασκόπηση της προσέγγισης Pascal για Άρτια τάξη στα παθητικά φίλτρα.....	63
4.8 Σχεδίαση παθητικού ζωνοδιαβατού φίλτρου.....	64
4.9 Ιστορική Αναφορά	72
4.10 Πίνακες για Παθητικά φίλτρα Pascal.....	73
5. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΟΥ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ.....	80
5.1 Μικροταινίες (Microstrips).....	80
5.2 Βαθυπερατό φίλτρο βήματικής συνθέτης αντίστασης(Stepped Impedance).....	82
5.3 Σχεδίαση βαθυπερατού φίλτρου με βηματική σύνθεση.....	83
5.4 Σχεδίαση Υψηπερατού φίλτρου με βραχυκυκλωμένα στελέχη.....	87
6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	90
ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ.....	91
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I Νομόγραμμα Kawakami και πίνακες για κανονικοποιημένα κανονικοποιημένα πάθητικά στοιχεία της προσέγγισης Butterworth.....	92
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II Εξαγωγή σχέσεων για τον υπολογισμό των πόλων της προσέγγισης Chebyshev.....	96
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ III Νομόγραμμα Kawakami και πίνακες για κανονικοποιημένα στοιχεία της προσέγγισης Chebyshev.....	98
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV Σχεδίαση Ζωνοπερατού φίλτρου Pascal με χρήση T.E.....	101
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V Πρόγραμμα στο Matlab για τον υπολογισμό της $H(s)$ της προσέγγισης Pascal για βαθυπερατά φίλτρα.....	107
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ VI Υπολογισμός της Αντίστασης εισόδου(Z_{in}) για την παθητική υλοποίηση με την προσεγγίση Pascal.....	114

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Στα αριστερά είναι το απλό κέρδος, στην μέση η φάση και στα δεξιά το Group Delay.....	14
Σχήμα 1.2: Στο αριστερό μέρος της εικόνας είναι το απλό κέρδος και στο δεξί μέρος της εικόνας είναι η φάση ενός ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου.....	16
Σχήμα 1.3 : (a) απόκριση απλού κέρδους για notch-ΒΠ και στα δεξιά(b) το απλό κέρδος τύπου Notch ΥΠ.....	18
Σχήμα 1.4: Διαγράμματα απλού κέρδους για ιδανικά φίλτρα(συνεχές σχήμα) και πραγματικά(διακριτό σχήμα).....	19
Σχήμα 2.1: Γραφική παράσταση απλού κέρδους για διαφορετικές τιμές του συντελεστή β	24
Σχήμα 2.2: Εξασθένηση φίλτρου Butterworth για $N=1-5$	26
Σχήμα 2.3: C_n για $N = 3,5,7,9$	31
Σχήμα 2.4: C_n για $N = 2,4,6,8$	31
Σχήμα 2.5: Απόκριση της προσέγγισης Chebyshev για απλό κέρδος για $N = 5$ και $N=6$	32
Σχήμα 2.6: Απόκριση Chebyshev για ripple factor $\epsilon_{max}, \epsilon_{min} < \epsilon < \epsilon_{max}$ και $\epsilon_{min}[1]$	33
Σχήμα 2.7: Εξασθένηση για $N=2-10[3]$	34
Σχήμα 2.8: Τοποθεσία των πόλων της προσέγγισης Chebyshev[1].....	35
Σχήμα 2.9: Shifted and Scaled symmetric Pascal για $N = 4 - 8$	37
Σχήμα 2.10: Άρτιο και περιττό γράφημα για την συνάρτηση $P_A(N, \Omega)[14]$	37
Σχήμα 2.11: Modified symmetric Pascal για $N=4-8$	39
Σχήμα 2.12: Απόκριση Pascal για Ripple factor $\lambda_{max}, \lambda_{min}$, για $N_{Pascal} = 7$	40
Σχήμα 3.1: Προδιάγραφες ζωνοπερατού φίλτρου.....	50
Σχήμα 3.2: Απόκριση του ζωνοπερατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal στο πρόγραμμα Mathcad.....	51
Σχήμα 3.3: Απόκριση του ζωνοπερατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal από το πρόγραμμα Multisim.....	52
Σχήμα 4.1: Ενεργός εξασθένηση για N περιττό.....	58
Σχήμα 4.2: Ενεργός εξασθένηση για N άρτιο.....	58
Σχήμα 4.3: Σύγκριση Chebyshev και Pascal για $N = 6$	64
Σχήμα 4.4: Θεωρητική εξασθένηση και εξασθένηση κυκλωμάτων της εικόνας 4.6, $A1(\Omega)$ κύκλωμα της εικόνας 4.6A και $A2(\Omega)$ κύκλωμα της εικόνας 4.6B.....	69
Σχήμα 4.5: Απόκριση παθητικού φίλτρου από το πρόγραμμα CST.....	70
Σχήμα 4.6: Εξασθένηση παθητικού φίλτρου από το πρόγραμμα Mathcad.....	71

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1.1:Block διάγραμμα ενός κυκλώματος.....	12
Εικόνα 1.2:Διάγραμμα συχνοτήτων για κάθε τεχνολογία αναλογικών φίλτρων.....	20
Εικόνα 2.1:Προσέγγισεις Butterworth, Chebyshev, Pascal, Elliptic (Cauer).....	23
Εικόνα 2.2: Βαθυπερατό Sallen-key.....	29
Εικόνα 2.3: Τρίγωνο Pascal.....	44
Εικόνα 2.4: Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου.....	41
Εικόνα 3.1: Μετασχηματισμός LP σε HP[3].....	46
Εικόνα 3.2: Μετασχηματισμός LP σε BP[3].....	46
Εικόνα 3.3: Ζωνοπερατό κύκλωμα Sallen – Key	49
Εικόνα 3.4: Απόκριση του ζωνοπερατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal.....	51
Εικόνα 4.1:Διθυρο κύκλωμα τερματισμένο σε αντιστάσεις[16].....	53
Εικόνα 4.2:Κατανομή της ισχύς σε ένα δίθυρο 2 X 2[1].....	54
Εικόνα 4.3:Διαδικασία σχεδίασης παθητικού φίλτρου Butterworth[3].....	56
Εικόνα 4.4: Ενεργός εξασθένιση ενός βαθυπερατού φίλτρου[15].....	57
Εικόνα 4.5: Απόσπαση πόλων στο άπειρο.(α) όταν έχουμε αντίσταση. (β) για αγωγιμότητα[16].....	61
Εικόνα 4.6: Δύϊκα κυκλώματα.....	68
Εικόνα 4.7: Παθητικό ΖΔ φίλτρο με την προσέγγιση Pascal.....	70
Εικόνα 4.8: Wilhelm Adolf Eduard Cauer(1900-1945).....	72
Εικόνα 4.9: Ισοδύναμα κυκλώματα για χρήση των παραπάνω πινάκων.....	79
Εικόνα 5.1 Microstrip Line	80
Εικόνα 5.2 Σύγκριση φίλτρων με διαφορετικά Z_{High} [9]	81
Εικόνα 5.3: Απόκριση φίλτρου χωρίς βελτιστοποιήσεις.....	85
Εικόνα 5.4: Σχεδιάγραμμα φίλτρου για $N = 5$, $A_{max} = 0.5$ dB Pascal L.P.F.....	86
Εικόνα 5.5: Απόκριση φίλτρου με βελτιστοποιήσεις με πράσινο χρώμα το s21 και με κόκκινο χρώμα το s11(πρέπει να σημειωθεί ότι στο εύρος συχνοτήτων από 2 GHz έως και 5 GHz η κυμάτωση (μοιάζει σαν θόρυβος (πράσινο χρώμα S21) οφείλεται στον Time Dependent Solver).....	86
Εικόνα 5.6: Ζώνη διέλευσης(Pass Band).....	86
Εικόνα 5.7: Στην εικόνα 5.7A είναι το κέρδος του μικροκυματικού φίλτρου στο πρόγραμμα CST και στην 5.7B η εξασθένιση της προσέγγισης Pascal(θυμίζεται ότι η εξασθένιση δεν μπορεί να λάβει αρνητικές τιμές).Εικόνα 5.7: Εξασθένιση για την θεωρητική προσέγγιση Pascal(πράσινο χρώμα) και Pascal με παθητικά στοιχεία(κόκκινο χρώμα).....	87
Εικόνα 5.8:Ισοδύναμη τοπολογία φίλτρου για $N = 5$, $A_{max} = 0.5$ dB Pascal PseudoHighPass με βραχυκυκλωμένα στελέχη	89
Εικόνα 5.9: Ψευδό Υψηπερατό Pascal $A_{max} = 0.5$ dB χωρίς βελτιστοποίησης.....	89

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 2.1: Συντελεστές του παρονομαστή για την προσέγγιση Butterworth[3].....	28
Πίνακας 2.2: Πολυώνυμο Chebyshev.....	30
Πίνακας 2.3: Ιδιότητες Πολυωνύμων Chebyshev.....	31
Πίνακας 2.4: Χαρακτηριστικές τιμές της P_n για $N = 2-15$ [14]	38
Πίνακας 2.5: Αριθμός όρων του πολυωνύμου Pascal για κάθε coefficient ($N=2-9$).....	44
Πίνακας 2.6: Coefficients της συνάρτησης Pascal για $N = 2-7$ [14].....	45
Πίνακας 4.1: Κανονικοποιημένες τιμές παθητικών στοιχείων.....	68
Πίνακας 4.2: Μετασχηματισμός ΒΠ σε ΖΔ.....	69
Πίνακας 4.3: Παθητικά στοιχεία του ΖΔ φίλτρου.....	70
Πίνακας 4.4: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 0.01dB$	73
Πίνακας 4.5: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 0.1dB$	74
Πίνακας 4.6: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 0.5dB$	75
Πίνακας 4.7: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 1dB$	76
Πίνακας 4.8: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 1.5dB$	77
Πίνακας 4.9: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 3dB$	78
Πίνακας 5.1: Τιμές κανονικοποιημένων παθητικών στοιχείων.....	84
Πίνακας 5.2: Παράμετροι για σχεδίαση σε Microstrip Line με την χρήση βήματικής εισόδου για L.P.F. χωρίς βελτιστοποιήσεις.....	84
Πίνακας 5.3: Παράμετροι για σχεδίαση σε Microstrip Line με την χρήση βήματικής εισόδου για L.P.F. με βελτιστοποιήσεις.....	85
Πίνακας 5.4: Διαστάσεις για το υπερπυκνωτικό φίλτρο χωρίς βελτιστοποίησης.....	88

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την κα Ευαγγελία Καραγιαννη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε για την ανάθεση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και για την βοήθεια που μου προσέφερε κατά την διάρκεια της διπλωματικής. Δεν θα μπορούσα να ξεχάσω να ευχαριστήσω την Ηρακλή Γ. Δημόπουλο για την βοήθεια που μου παρείχε στη μεταπτυχιακή μου εργασία και γενικά στα θέματα των αναλογικών φίλτρων.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω την κα. Μαρία Ραγκούση για την συνεχή βοήθεια της κατά την διάρκεια του μεταπτυχιακού μου.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον 'αδερφό' μου Κώστα Ζησόπουλο, που με μύησε στον κόσμο του προγραμματισμού και στις συμβολές που μου έδωσε σε θέματα που ήταν άγνωστα για εμένα.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Εισαγωγή στα αναλογικά φίλτρα

Το παρακάτω μπλοκ διάγραμμα της εικόνας 1.1 παρουσιάζει ένα ηλεκτρικό κύκλωμα στο πεδίο $-s$. Το παρακάτω σύστημα έχει σαν διέγερση την τάση $E(s)$ και ως απόκριση την $V_{out}(s)$. Στην περίπτωση αυτή, το κέρδος $G(\omega)$ μπορεί να ορισθεί ως το μετρώ της συνάρτησης μεταφοράς $H(j\omega)$ (1.1).



Εικόνα 1.1: Block διάγραμμα ενός κυκλώματος

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{E(s)} \quad (1.1)$$

Αν αντικαταστήσουμε όπου $s = j\omega$ θα έχω ότι:

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = \left| \frac{V_{out}(j\omega)}{E(j\omega)} \right| \quad (1.2)$$

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log(G(\omega)) = 20 \log \left(\left| \frac{V_{out}(j\omega)}{E(j\omega)} \right| \right) \quad (dB) \quad (1.3)$$

Μερικές φορές τη συνάρτηση κέρδους την επιθυμούμε σε λογαριθμική μορφή και την ονομάζουμε συνάρτηση λογαριθμικού κέρδους ή λογαριθμικό κέρδος. Από τις δυο παραπάνω εκφράσεις μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το κέρδος θα εκφράζεται πάντα με θετικό αριθμό, ενώ το λογαριθμικό κέρδος μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό. Το λογαριθμικό κέρδος θα έχει θετικές τιμές όταν η (1.2) είναι μεγαλύτερη από την μονάδα και θα λαμβάνει αρνητικές τιμές όταν είναι μικρότερη από την μονάδα. Πρέπει να σημειωθεί ότι το αποτέλεσμα της (1.3) (είτε είναι αρνητικό ή θετικό) δεν καθορίζει την εξασθένιση ή το κέρδος αντίστοιχα, αλλά αυτά ορίζονται από το μέγεθος με το οποίο ασχολούμαστε[1].

Η εξασθένιση είναι πάντα αντίθετη από το λογαριθμικό κέρδος και θα μας απασχολήσει πιο πολύ από το κεφάλαιο 4 και μετά. Η εξασθένιση συνήθως αναφέρεται στην σχεδίαση παθητικών ηλεκτρικών φίλτρων (φίλτρα χωρίς ενεργά στοιχεία όπως οι τελεστικοί ενισχυτές) .

Η εξασθένιση εκφράζεται ως :

$$A_{dB}(\omega) = 20 \log \left(\frac{1}{G(\omega)} \right) = 20 \log \left| \left(\frac{E(j\omega)}{V_{out}(j\omega)} \right) \right| \quad (dB) \quad (1.4)$$

Όπως και το λογαριθμικό κέρδος έτσι και η εξασθένιση μπορεί να λάβει θετικές και αρνητικές τιμές .

1.2 Ιδανική μετάδοση χωρίς παραμόρφωση

Όταν το κέρδος $G(\omega)$ ενός κυκλώματος δεν είναι σταθερό για όλες τις συχνότητες αλλά είναι συνάρτηση της συχνότητας, οι διάφορες συχνότητες που συνθέτουν την διέγερση(Fourier) αποκτάνε διαφορετικό κέρδος, με αποτέλεσμα η χρονική απόκριση να είναι διαφορετική από την διέγερση. Το φαινόμενο αυτό το ονομάζουμε παραμόρφωση πλάτους. Πρέπει να σημειωθεί ότι το κέρδος για να είναι σταθερό για όλες τις συχνότητες, το κύκλωμα μας θα περιέχει μόνο αντιστάτες. Όμως, στα αναλογικά φίλτρα τα κυκλώματα αποτελούνται και από αλλά παθητικά στοιχεία. Για τις χαμηλές συχνότητες ($f < 1\text{MHz}$) τα κυκλώματα των φίλτρων υλοποιούνται με αντιστάτες, πυκνωτές και τελεστικούς ενισχυτές(ενεργά φίλτρα) και σε μεγαλύτερες συχνότητες του ενός 1MHz έχουμε συνήθως δυο αντιστάτες (R_s, R_L) και τα υπόλοιπα παθητικά στοιχεία είναι πηνία και πυκνωτές (παθητικά φίλτρα)[1].

Όταν η απόκριση φάσης ενός κυκλώματος ($\phi(\omega) = \arg(H(j\omega))$) δεν είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας, τότε οι διάφορες συχνότητες που περιέχει η διέγερση αποκτάνε μια διαφορετική καθυστέρηση με αποτέλεσμα η χρονική απόκριση να είναι διαφορετική από τη διέγερση. Το φαινόμενο αυτό το ονομάζουμε παραμόρφωση φάσης.

Αν η χρονική απόκριση $y(t)$ ενός συστήματος με διέγερση $x(t)$ είναι της μορφής:

$$y(t) = Ax(t - t_0) \quad (1.5)$$

Τότε το σύστημα μας έχει κέρδος A ανεξάρτητο της συχνότητας και μια καθυστέρηση (t_0) ανεξάρτητη της συχνότητας. Όταν ισχύουν και τα δυο παραπάνω τότε έχουμε ιδανική μετάδοση. Στην ιδανική μετάδοση η απόκριση είναι της ίδιας μορφής με την διέγερση απλά πολλαπλασιασμένη με A και μετατοπισμένη προς τα δεξιά κατά t_0 , δηλαδή τον χρόνο που χρειάζεται το σήμα για να περάσει από το σύστημα μας. Ο χρόνος αυτός ονομάζεται καθυστέρηση (Delay) και για κάθε συχνότητα εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος μας. Αν μετασχηματίσουμε την (1.5) κατά Fourier τότε προκύπτει :

$$Y(j\omega) = AX(j\omega)e^{-j\omega t_0} \quad (1.6)$$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος μπορεί να υλοποιηθεί ως εξής :

$$H(j\omega) = Ae^{-j\omega t_0} \quad (1.7)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω που ειπώθηκαν μπορούμε να βρούμε την συνάρτηση κέρδους και την απόκριση φάσης.

$$G(\omega) = |H(j\omega)| = A \quad (1.8)$$

$$\phi(\omega) = \arg(H(j\omega)) = -\omega t_0 \quad (1.9)$$

Η καθυστέρηση ομάδας (Group delay) $D(\omega)$, είναι η χρονική καθυστέρηση που εισάγει το σύστημα μας και μπορεί να ορισθεί ως :

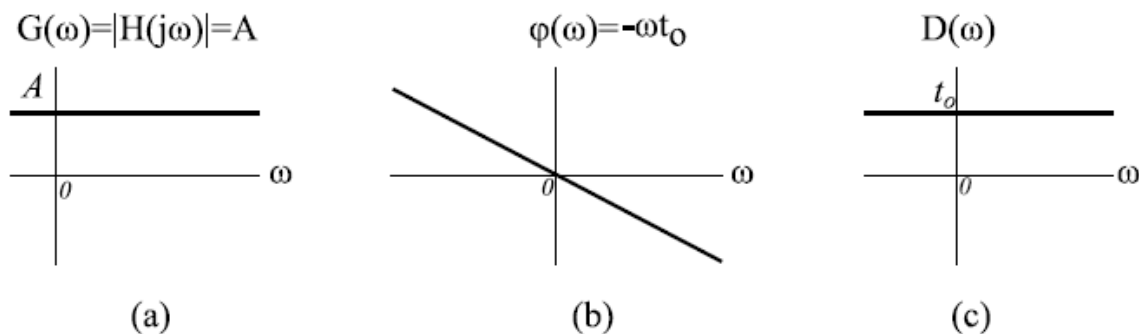
$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \arg(\phi(\omega)) \quad (\text{sec}) \quad (1.10)$$

Η καθυστέρηση ομάδας είναι μια άρτια λογική συνάρτηση του ω . Μερικές εφαρμογές όπως video, FM σήματα, EKG, EEG, απαιτούν μικρές διακυμάνσεις στην καθυστέρηση ομάδας (Group Delay).

Στην περίπτωση ενός συστήματος με ιδανική μετάδοση, η καθυστέρηση ομάδας ισούται με :

$$D(\omega) = -\frac{d}{d\omega} \arg(\phi(\omega)) = -t_0 \quad (\text{sec}) \quad (1.11)$$

Άρα, για να έχουμε ένα κύκλωμα με ιδανική μετάδοση θα πρέπει το κέρδος του να είναι ανεξάρτητο της συχνότητας και η φάση του να είναι γραμμική με την συχνότητα ή ισοδύναμα, να έχει σταθερή καθυστέρηση. Στην παρακάτω εικόνα εμφανίζονται οι τρεις απαιτήσεις που θέσαμε παραπάνω:



Σχήμα 1.1: Στα αριστερά είναι το απλό κέρδος , στην μέση η φάση και στα δεξιά το Group Delay[1]

1.3 Ιδανικά και πραγματικά φίλτρα

Πριν την αναφορά στα είδη των ηλεκτρικών φίλτρων, θα γίνει αναφορά στις προδιαγραφές κέρδους ή εξασθένησης. Με τις προδιαγραφές αυτές μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα βαθυπερατό φίλτρο ή οποιαδήποτε άλλο φίλτρο. Οι προδιαγραφές ορίζονται με τη βοήθεια των ακόλουθων παραμέτρων, οι οποίες είναι οι:

$$H_0, H_c, H_s, \Omega_c, \Omega_s, a_{\max}, a_{\min} \quad (1.12)$$

1. H_0 , είναι το κέρδος για $\omega = 0$, δηλαδή στο DC,
2. H_c , είναι το ελάχιστο επιτρεπόμενο κέρδος στην ζώνη διέλευσης,
3. H_s , το μέγιστο κέρδος που επιτρέπεται στην ζώνη αποκοπής,
4. Ω_c , συχνότητα αποκοπής
5. Ω_s , η οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής

$$6. a_{\max} = 20 \log_{10} \left(\frac{H_0}{H_c} \right) \quad (dB) \quad (1.13)$$

$$7. a_{\min} = 20 \log_{10} \left(\frac{H_0}{H_s} \right) \quad (dB) \quad (1.14)$$

Για την σχεδίαση ενός αναλογικού φίλτρου οι προδιάγραφες μπορεί να δίνονται σε $dB(a_{\max}, a_{\min})$ και είναι πάντα θετικές ή μπορεί να δίνονται στη μορφή H_0, H_c, H_s και στις δυο περιπτώσεις θα δίνεται η συχνότητα αποκοπής και η οριακή συχνότητα της ζώνης αποκοπής. Η Ω_s είναι πάντα μεγαλύτερη από την Ω_c .

Τα είδη των ηλεκτρικών φίλτρων είναι (σχήμα 1.4) [1][3][5][7]:

- ✓ Βαθυπερατό φίλτρο (Low Pass)
- ✓ Υψηπερατό φίλτρο (High Pass)
- ✓ Ζωνοδιαβατό(ζωνοπερατό) φίλτρο (Band Pass)
- ✓ Αποκοπής ζώνης φίλτρο (Band reject)
- ✓ Ολοπερατό φίλτρο (All pass)

1.3.1 Βαθυπερατό (ΒΠ) φίλτρο 2^{ης} τάξης

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός βαθυπερατού φίλτρου 2^{ης} τάξης είναι ολοπολικής (δεν υπάρχουν μηδενικά ,δηλαδή δεν έχει ρίζες ο αριθμητής) μορφής:

$$H_{LP}(s) = \frac{A}{(s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2)} \quad (1.15)$$

$$G_{LP}(\omega) = \frac{A}{\sqrt{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2(1 - \frac{1}{2Q^2}) + \omega_0^4}} \quad (1.16)$$

Όπου το A είναι το κέρδος του φίλτρου, ω_0 είναι η συχνότητα των πόλων και Q είναι ο συντελεστής ποιότητας των πόλων. Ο συντελεστής ποιότητας έχει σημαντικό ρόλο, επειδή όσο πιο μεγάλη τιμή έχει ο συντελεστής ποιότητας τόσο οι πόλοι του φίλτρου είναι πλησιέστερα στον άξονα $j\omega$, με αποτέλεσμα να επιδρούν πιο έντονα στην απόκριση, επίσης ο συντελεστής ποιότητας αν είναι μεγαλύτερος από 0.5 τότε οι πόλοι είναι μιγαδικοί, ενώ για την άλλη περίπτωση οι πόλοι είναι πραγματικοί.

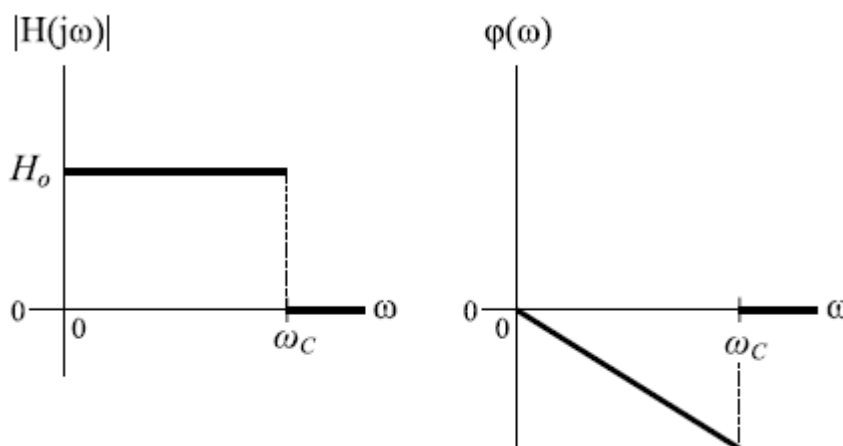
Το ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο έχει τις ιδιότητες $|H(j\omega)| = H_0$ για $|\omega| \leq \omega_c$ και

$$|H(j\omega)| = 0 \text{ για } |\omega| \geq \omega_c$$

Η απόκριση φάσης είναι γραμμική, δηλαδή είναι της μορφής

$$\arg(H(j\omega)) = \phi(\omega) = -\omega t_0 \quad (1.17)$$

Η γραμμική φάση εξασφαλίζει ότι όλες οι συχνότητες περνούν από το σύστημα με την ίδια καθυστέρηση.



Σχήμα 1.2: Στο αριστερό μέρος της εικόνας είναι το απλό κέρδος και στο δεξί μέρος της εικόνας είναι η φάση ενός ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου[1]

Πρακτικά ένα ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο δεν είναι πραγματοποιήσιμο, επειδή δεν περιγράφει ένα αιτιοκρατικό σύστημα πιο πρακτικά το κέρδος στην ζώνη διέλευσης δεν μπορεί να είναι απολυτά σταθερό και στην καμπύλη απόκρισης σχήμα 1.2 δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν ασυνέχειες (πχ από H_0 στο 0).

1.3.2 Υψηπερατό (ΥΠ) φίλτρο 2^{ης} τάξης

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός Υψηπερατού φίλτρου 2^{ης} τάξης είναι της παρακάτω μορφής:

$$H_{HP}(s) = \frac{As^2}{(s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2)} \tag{1.18}$$

$$G_{HP}(\omega) = \frac{A\omega^2}{\sqrt{\omega^4 - 2\omega^2\omega_0^2(1 - \frac{1}{2Q^2}) + \omega_0^4}} \tag{1.19}$$

Το υψηπερατό φίλτρο έχει δυο μηδενικά όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε. Ανάλογα με τον συντέλεση ποιότητας των πόλων, η συνάρτηση μεταφοράς έχει ένα ζεύγος μιγαδικών πόλων. Το κέρδος ενός ιδανικού Υψηπερατό φίλτρου για $\omega = 0$ $G(0)=0$, και για $\omega = \infty$ το κέρδος είναι $G(\infty) = A$.[1,3,5,7]

1.3.3 Ζωνοδιαβατό ή ζωνοπερατό (ΖΠ) φίλτρο 2^{ης} τάξης

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός ζωνοδιαβατού 2^{ης} τάξης φίλτρου μπορεί να εκφραστεί :

$$H_{BP}(s) = \frac{As}{(s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2)} \quad (1.20)$$

Το απλό κέρδος ενός ζωνοπερατού φίλτρου είναι της μορφής (s=jω):

$$G_{BP}(\omega) = \frac{A\omega}{\sqrt{\omega_0^4 - 2\omega^2\omega_0^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \omega_0^4}} \quad (1.21)$$

Παρατηρούμε ότι έχουμε μόνο ένα μηδενικό σε αντίθεση με το βαθυπερατό που δεν έχει μηδενικό στην συνάρτηση μεταφοράς, επίσης και εδώ ισχύει ακριβώς το ίδιο για τον συντελεστή ποιότητας . Όπου για ιδανικό ζωνοπερατό φίλτρο $G(0) = G(\infty) = 0$. Για $\omega < \omega_1$ και $\omega_2 < \omega$ τότε το απλό κέρδος είναι μηδέν, για τις υπόλοιπες περιπτώσεις το κέρδος είναι ίσο με A.

Όταν το λογαριθμικό κέρδος πέφτει κατά 3 dB από το κέρδος για $\omega = \omega_0$ είναι:

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{2Q} \left(-1 + \sqrt{1 + 4Q^2}\right) , \quad \omega_2 = \frac{\omega_0}{2Q} \left(1 + \sqrt{1 + 4Q^2}\right) \quad (1.22)$$

Οι συχνότητες ω_1 και ω_2 ονομάζονται οριακές συχνότητες της ζώνης διέλευσης . Το Bandwidth(Bw) ορίζεται ως $BW = \omega_2 - \omega_1$

1.3.4 Αποκοπής ζώνης (AZ) 2^{ης} τάξης

Το φίλτρο αποκοπής ζώνης 2^{ης} τάξης έχει συνάρτηση μεταφοράς :

$$H_{BR}(s) = \frac{A(s^2 + \omega_0^2)}{(s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2)} \quad (1.23)$$

Το αποκοπή ζώνης είναι ακριβώς το αντίθετο από το ζωνοπερατό φίλτρο, δηλαδή για τις συχνότητες $\omega \leq \omega_1$ & $\omega_2 \leq \omega$ το κέρδος ισούται με A, ενώ για τις υπόλοιπες περιπτώσεις ιδανικά είναι μηδέν. Το φίλτρο αποκοπής ζώνης έχει ένα ζεύγος μιγαδικών πόλων, που το πραγματικό του μέρος είναι ίσο με μηδέν. Τα ω_1 και ω_2 δίνονται από τον τύπο(1.22).

$$G(0) = G(\infty) = A$$

$$G_{BR}(j\omega) = \frac{A(|\omega_0^2 - \omega^2|)}{\sqrt{\omega_0^4 - 2\omega^2\omega_0^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \omega_0^4}} \quad (1.24)$$

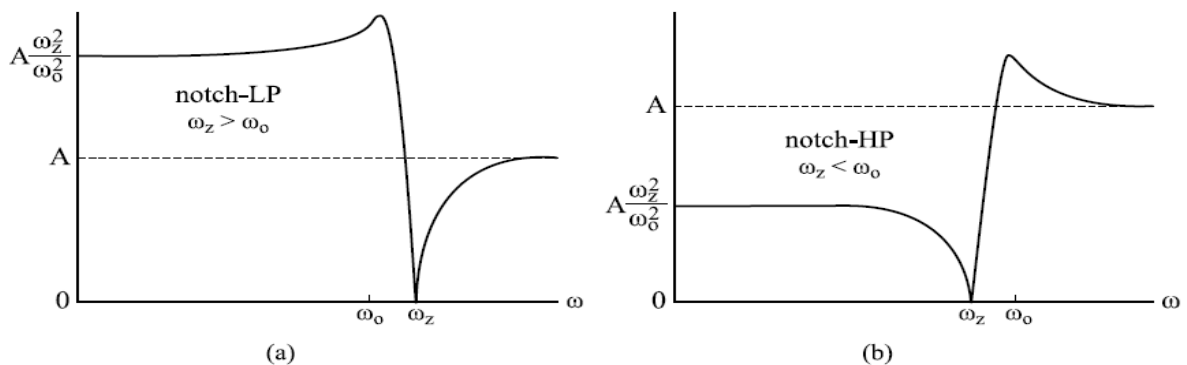
Για τις παραπάνω δυο συναρτήσεις η συχνότητα των μηδενικών ήταν ίδια με την συχνότητα των πόλων. Μια τέτοια συνάρτηση αποκοπής ζώνης ονομάζεται τύπου Notch. Όταν η συχνότητα των μηδενικών είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα των πόλων, δηλαδή:

$$H_{BR}(s) = \frac{A(s^2 + \omega_z^2)}{(s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2)} \quad \omega_z > \omega_0 \quad (1.25)$$

Η συνάρτηση αποκοπής ζώνης ονομάζεται notch-ΒΠ. Για την περίπτωση που η συχνότητα των πόλων είναι μεγαλύτερη από την συχνότητα των πόλων τότε ονομάζεται notch- ΥΠ[1,5].

$$H_{BR}(s) = \frac{A(s^2 + \omega_z^2)}{(s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2)} \quad \omega_z < \omega_0 \quad (1.26)$$

Η καμπύλη κέρδους για τις δυο περιπτώσεις φαίνονται στην παρακάτω εικόνα



Σχήμα 1.3: (a) απόκριση απλού κέρδους για notch-ΒΠ και στα δεξιά(b) το απλό κέρδος τύπου Notch ΥΠ[1]

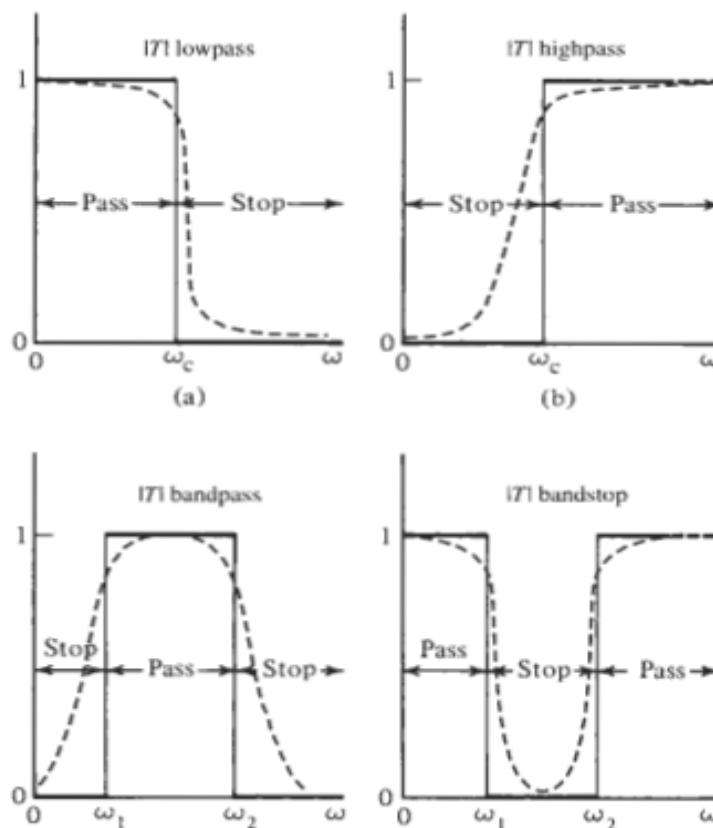
1.3.5 Ολοπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης

Το Ολοπερατό φίλτρο 2^{ης} τάξης είναι της παρακάτω μορφής :

$$H_{AP}(s) = \frac{s^2 - s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (1.27)$$

$$G_{AP}(\omega) = \frac{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2}} = 1 \quad (1.28)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς έχει δυο πόλους και δυο μηδενικά με ίσες συχνότητες και ίσα Q αλλά στο αντίθετο ημιεπίπεδο, δηλαδή το φίλτρο είναι ένα ευσταθές σύστημα που μεταφράζεται πως όλοι οι πόλοι του φίλτρου θα πρέπει να βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Πρέπει να σημειωθεί στο επόμενο κεφάλαιο που είναι οι προσέγγισης Butterworth, Chebyshev, Pascal, κλπ. οι πόλοι βρίσκονται πάντα στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο και επίσης ο παρονομαστής της συνάρτησης μεταφοράς είναι ένα αυστηρό πολυώνυμο Hurwitz, δηλαδή οι πόλοι δεν μπορεί να βρίσκονται στον κάθετο άξονα $j\omega$ ή στο δεξί μέρος του μιγαδικού ημι-επιπέδου. Τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο δεξί ημιεπίπεδο. Η χρησιμότητα αυτών των φίλτρων είναι όταν χρειάζεται βελτίωση το πλάτος εξόδου ενός κυκλώματος και πρέπει να διορθωθούν τα χαρακτηριστικά φάσης και καθυστέρησης. Για αυτόν τον λόγο τα ολοπερατά φίλτρα ονομάζονται και ισοσταθμιστές φάσης ή καθυστέρησης(συνήθως τα ολοπερατά φίλτρα τα σχεδιάζουμε με την προσέγγιση Bessel)[1][3].



Σχήμα 1.4: Διαγράμματα απλού κέρδους για ιδανικά φίλτρα(συνεχές σχήμα) και πραγματικά(διακριτό σχήμα)[3]

1.4 Τεχνολογίες υλοποίησης φίλτρων

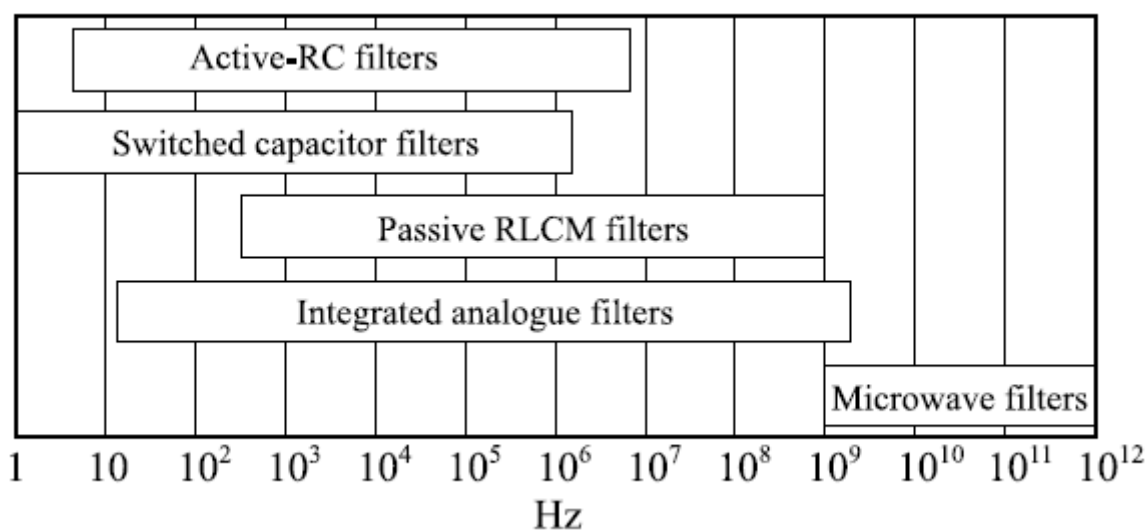
Ο κλάδος των ηλεκτρονικών φίλτρων άρχισε το 1915 από τους Wagner στην Γερμανία και τον Campbell στις Ηνωμένες Πολιτείες. Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι δουλεύαν ανεξάρτητα το θέμα των ηλεκτρονικών φίλτρων. Από τότε μέχρι και τώρα ο τομέας των φίλτρων έχει εξελιχθεί με ραγδαίους ρυθμούς, λόγω ότι δεν μπορεί να υπάρχει ηλεκτρονικό σύστημα χωρίς φίλτρα είτε είναι αναλογικό ή είτε ψηφιακό. Τα ενεργά φίλτρα άρχισαν να χρησιμοποιούνται επειδή ο τρόπος σχεδίασης τους είναι

πιο εύκολος και πιο οικονομικός. Η χρήση ενεργών φίλτρων επιτεύχθηκε εξαιτίας της εύρεσης και κατασκευής της λυχνίας κενού. Στις αρχές της δεκαετίας του '30 ο Black και ο Bode στην συνέχεια και άλλοι ερευνητές ανέπτυξαν την θεωρία της ανάδρασης (Feedback Theory). Βέβαια το 1967 η λυχνία αντικαταστάθηκε από τους τελεστικούς ενισχυτές (OP AMP) που εφευρέθηκαν από τον Wilder. Πιο πρόσφατα ο τρόπος υλοποίησης των αναλογικών φίλτρων έγινε πιο περίπλοκος, επειδή έπρεπε να ολοκληρωθούν σε μονολιθικά κυκλώματα (IC). Η δυσκολία ήταν πως έπρεπε να ολοκληρώσουν τα αναλογικά φίλτρα μαζί με ψηφιακά κυκλώματα. Η λύση που βρέθηκε από το Fried το 1972, ήταν η υλοποίηση των φίλτρων με την χρήση μεταβλητών πυκνωτών (switch capacitor). Ο συγκεκριμένος τρόπος χρησιμοποιείται για χαμηλές συχνότητες μέχρι έως και τις μεσαίες συχνότητες. Για τις υψηλές συχνότητες η ολοκλήρωση των φίλτρων γίνεται με τους ενισχυτές διαγωγιμότητας (Transconductance Amp).

Μερικές εφαρμογές που χρησιμοποιούνται φίλτρα αναγράφονται παρακάτω:

- Αποδιαμορφώσεις σημάτων
- Αφαίρεση θορύβου στα τηλεπικοινωνιακών συστήματα
- Διαχωρισμός συχνοτήτων
- Επεξεργασία εικόνας
- Επεξεργασία και σύνθεση φωνής
- Ψηφιακή επεξεργασία σήματος

Ο διαχωρισμός για το ποτέ ένα ηλεκτρονικό φίλτρο θεωρείται αναλογικό ή ψηφιακό εξαρτάται από τα σήματα που θα επεξεργαστή. Δηλαδή στα αναλογικά φίλτρα τα σήματα είναι ρεύματα ή τάσεις. Ενώ για τα ψηφιακά φίλτρα τα σήματα είναι κωδικοποιημένα σε κάποια ψηφιακή μορφή. Τα φίλτρα που διαχειρίζονται σήματα συνεχή χρόνου ή ακόμα και σήματα δειγματοσιμμένων δεδομένων είναι αναλογικά. Ενώ αντίστοιχα για διακριτού χρόνου χρησιμοποιούμε ψηφιακά φίλτρα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται στο πεδίο των συχνοτήτων στο οποίο χρησιμοποιείται η αντίστοιχη τεχνολογία φίλτρων. Βέβαια αυτό το σχήμα είναι προσεγγιστικό λογο της προόδου της τεχνολογίας τα όρια της κάθε τεχνολογίας αυξάνονται[1][3].



Εικόνα 1.2: Διάγραμμα συχνοτήτων για κάθε τεχνολογία αναλογικών φίλτρων[3]

Μερικές τεχνολογίες υλοποίησης αναλογικών φίλτρων αναγράφονται παρακάτω:

1. Παθητικά RLC, τα φίλτρα αυτά αποτελούνται μόνο από αντιστάτες, πυκνωτές και πηνία,
2. Ενεργά φίλτρα που υλοποιούνται με αντιστάτες, πυκνωτές και ενισχυτές(OP-AMPS),
3. Ολοκληρωμένα φίλτρα: τα φίλτρα αυτά υλοποιούνται όπως τα ενεργά φίλτρα αλλά στην θέση των αντιστατών χρησιμοποιούμε MOSFETS που είναι πολωμένα στην περιοχή της τριόδου(γραμμική περιοχή). Βέβαια αυτά τα φίλτρα υπάρχουν αποκλειστικά σε ολοκληρωμένη μορφή,
4. Ολοκληρωμένα φίλτρα τύπου -ρεύματος,
5. Ολοκληρωμένα φίλτρα OTA-C ή g_m -C. Στα φίλτρα αυτά, αντί για τελεστικούς ενισχυτές χρησιμοποιούμε βαθμίδες OTA, που είναι στην ουσία είναι μετατροπείς τάσης σε ρεύμα και υλοποιούνται με απλουστέρα κυκλώματα από αυτά τα κυκλώματα των τελεστικών ενισχυτών.

1.5 Κανονικοποίηση

Με τον ορό κανονικοποίηση θεωρούμε την διαδικασία κλιμάκωσης της αντίστασης και της συχνότητας με καταλληλά επιλεγμένες τιμές (R_0 (Ohm) αντίστοιχα και ω_0 (rad/sec)). Στην κανονικοποίηση χρησιμοποιώντας τις δυο παραπάνω σταθερές μπορούμε να υπολογίσουμε τα νέα κανονικοποιημένα στοιχεία. Οι σχέσεις για τα κανονικοποιημένα παθητικά στοιχεία δίνονται από τους παρακάτω τύπους (τα κανονικοποιημένα στοιχεία είναι με δείκτη N)[1][3][7]:

$$R_N = \frac{R}{R_0}, \quad L_N = \frac{\omega_0 L}{R_0}, \quad C_N = \omega_0 R_0 C \quad (1.29)$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία είναι αδιαστατοί καθαροί αριθμοί. Στα κανονικοποιημένα κυκλώματα όπου έχουμε κανονικοποίηση την κυκλική συχνότητα, δηλαδή (είναι της μορφής $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$), έχει κανονικοποιηθεί επίσης ο χρόνος και η συχνότητα, που είναι πλέον καθαροί αριθμοί.

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad t_N = \frac{\omega_0 t}{2\pi}, \quad F_N = \frac{2\pi f}{\omega_0} \quad (1.30)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι κάποιες φορές τίθεται το ερώτημα ποιες τιμές θα έχουν οι R_0 και ω_0 . Η απάντηση είναι αρκετά απλή για την ω_0 , αφού επιλέγουμε συνήθως μια χαρακτηριστική συχνότητα του κυκλώματος, (πχ. συχνότητα συντονισμού ή αποκοπής) ενώ για την τιμή της R_0 επιλέγεται συνήθως την αντίσταση του φορτίου. Η συνάρτηση μεταφοράς του κανονικοποιημένου κυκλώματος είναι της μορφής:

$$H_N(s) = H(\omega_c s) \quad (1.31)$$

Αμα αντικαταστήσουμε στην σχέση (1.31), όπου $s = j\omega$, τότε προκύπτει ότι

$$H_N(j\omega) = H(j\omega\omega_c) \quad (1.32)$$

Άμα συγκρίνουμε το απλο κέρδος και την φάση με τα κανονικοποιημένα στοιχεία και με τα μη θα έχουμε:

$$G(\omega) = |H(j\omega)|, \text{ τότε } G_N(\omega) = |H(j\omega\omega_c)| = G(\omega\omega_c) \quad (1.33)$$

$$\phi(\omega) = \arg|H(j\omega)|, \text{ τότε } \phi_N(\omega) = \arg|H(j\omega\omega_c)| = \phi(\omega\omega_c)$$

Σύμφωνα με την (1.32) η κανονικοποίηση δεν άλλαξε τα χαρακτηριστικά πλάτους και φάσης αλλά υπέστησαν απλά κλιμάκωση συχνότητας ω_c . Στο ακριβώς παρακάτω κεφάλαιο δηλαδή στις ολοπολικές προσεγγίσεις είναι βασισμένες στην κανονικοποίηση. Με την κανονικοποίηση γλιτώνουμε πολύ χρόνο αλλά και διευκόλυνση στις πράξεις αφού τα παθητικά στοιχεία είναι καθαροί αριθμοί, αρά δεν έχουμε το πρόβλημα με τις δυνάμεις του δέκα. Αφού έχουμε επιλέξει μια προσέγγιση (Butterworth, Chebyshev, Pascal, κλπ.) και έχουμε σχεδιάσει το φίλτρο με κανονικοποιημένα παθητικά στοιχεία, θα πρέπει τώρα να το σχεδιάσουμε σε έναν simulator για να διαπιστώσουμε εάν τηρούνται οι προδιαγραφές του φίλτρου. Το επόμενο βήμα είναι να αποκανονικοποιήσουμε τις τιμές των παθητικών στοιχείων για να μπορέσουμε να υλοποιήσουμε το κύκλωμα με πραγματικά στοιχεία. Οι παρακάτω σχέσεις μας δείχνουν πως μπορούμε να αποκανονικοποιήσουμε τα κανονικοποιημένα στοιχεία.

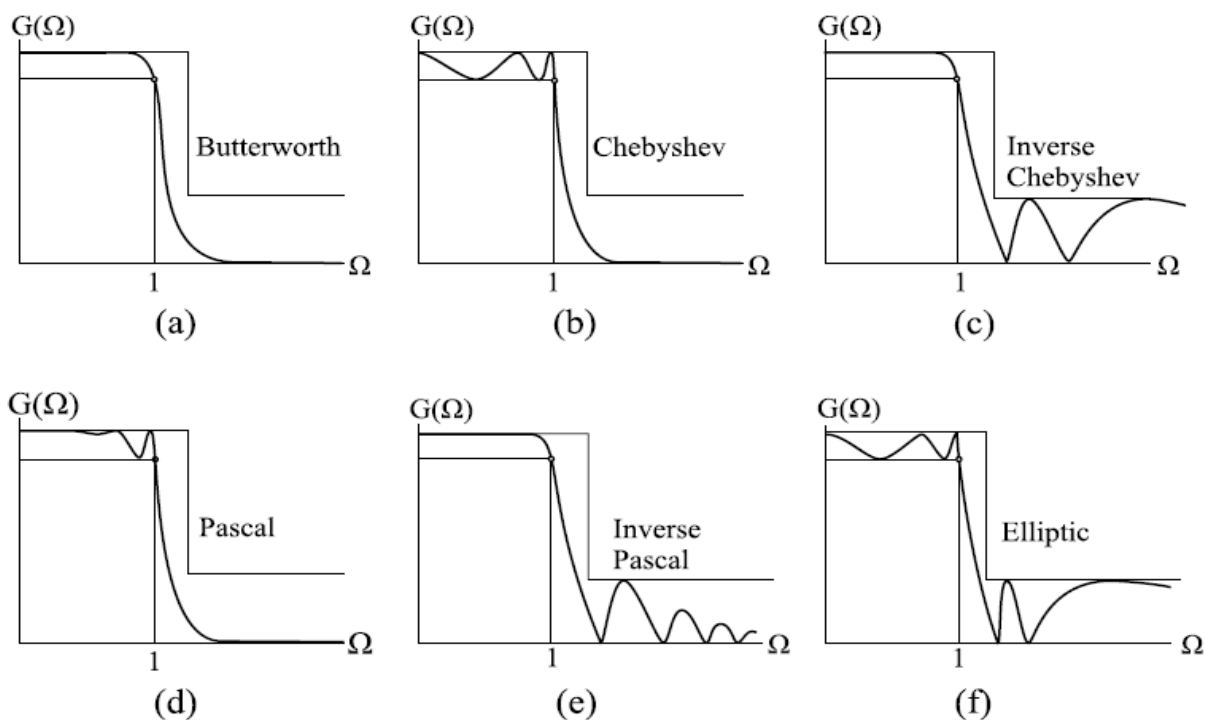
$$\omega = \omega_0 \Omega, \quad R = R_0 R_N, \quad L = \frac{R_0 L_N}{\omega_0}, \quad C = \frac{C_N}{\omega_0 R_0}, \quad f = f_N \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad t = t_N \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (1.34)$$

2. ΟΛΟΠΟΛΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ

2.1 Ο ρόλος της προσέγγισης στην σχεδίαση αναλογικών φίλτρων

Όλες οι προσεγγίσεις Butterworth, Bessel, ελλειπτική(Cauer), Chebyshev, Pascal , κλπ. σχεδιάζουν ένα βαθυπερατό φίλτρο, άμα θέλουμε να σχεδιάσουμε πχ. ένα υψηπερατό φίλτρο αρκεί να το σχεδιάσουμε σαν βαθυπερατό και μετά με καταλλήλους μετασχηματισμούς να γίνει η μετατροπή από βαθυπερατό σε υψηπερατό. Στο προηγούμενο υπό-κεφάλαιο 1.5 οι προσεγγίσεις βασίζονται σε κανονικοποιημένες προδιάγραφες. Η κάθε προσέγγιση ξεκινάει με την εύρεση μια συνάρτησης κέρδους($G(\omega)$). Της οποία η γραφική παράσταση δεν παραβιάζει τις προδιάγραφες και η $G(\omega)^2$ είναι ρητή και άρτια συνάρτηση του Ω . Για την επιλογή ποιας προσέγγισης είναι η “καλύτερη” εξαρτάται από την εφαρμογή που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε το φίλτρο[1].

Οι προσεγγίσεις Chebyshev, Pascal, ελλειπτική(Cauer) ονομάζονται και πολυωνομικές προσεγγίσεις, επειδή χρησιμοποιούν χαρακτηριστικά πολυώνυμα πχ. $C_N(N,\Omega), P_D(N,\Omega), R_N(N,\Omega)$ αντίστοιχα[1][7]. Παρακάτω θα αναφερθώ στις προσεγγίσεις Butterworth, Chebyshev και Pascal για την σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου. Στην παρακάτω εικόνα μπορούμε να παρατηρήσουμε την συνάρτηση απλού κέρδους για τις προσεγγίσεις Butterworth, Chebyshev, Ανάστροφο Chebyshev, Pascal, Ανάστροφο Pascal και ελλειπτική(Cauer).



Εικόνα 2.1: Προσεγγίσεις Butterworth,Chebyshev,Pascal και Elliptic(Cauer)[16]

2.2.1 Προσέγγιση Butterworth

Λαμβάνουμε τις κανονικοποιημένες προδιάγραφες άπλου κέρδους ενός βαθυπερατού φίλτρου από την (1.12). Όπως αναφέρθηκε στο υπό κεφάλαιο 2.1 αναζητούμε μια συνάρτηση κέρδους $G(\Omega)$, όπου η γραφική της παράσταση δεν θα παραβιάζει τις προδιάγραφες, δηλαδή δεν θα εισέρχεται στις γραμμοσκιασμένες περιοχές (σχήμα 2.1). Το κέρδος της προσέγγισης Butterworth δίνεται από τον παρακάτω τύπο. Όπως όλες οι

ολοπολικές προσεγγίσεις έτσι και το κέρδος της συνάρτησης Butterworth μετά την συχνότητα αποκοπής φθηνή μονοτονικά.

$$G_{But}(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2N}}} \quad (2.1)$$

Όπου N είναι ένας θετικός ακέραιος αριθμός και μεγαλύτερος από το μηδέν, ο συντελεστής β μας δίνει ελευθέρια στον τρόπο σχεδίασης ενός φίλτρου, δηλαδή η απόκριση του φίλτρου μας σύμφωνα με τον συντελεστή β μπορεί να έχει κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Το κέρδος για $\Omega=0$ είναι ίσο με H_0 . Ο συντελεστής β πιο συγκεκριμένα μπορεί να λάβει τιμές αναμεσά από:

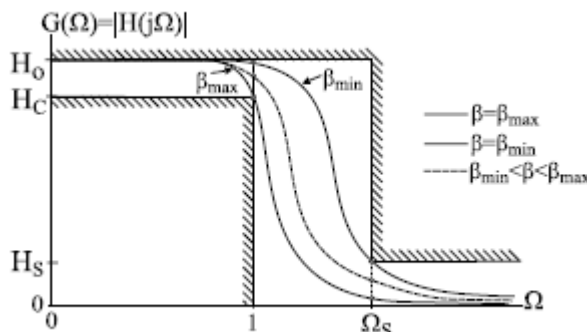
$$\beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \quad (2.2)$$

Η απόκριση του φίλτρου για τον συντελεστή β_{\max} θα έχει την μορφή της εικόνας 2.1. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε στην συχνότητα αποκοπής, το κέρδος είναι ακριβώς ίσο με H_c , ενώ στην αποκοπή το κέρδος είναι μικρότερο από H_s . Ο συντελεστής β_{\max} δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$G_{But}(1) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 1^{2N}}} = H_c \leftrightarrow \beta_{\max} = \sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1} = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1} \quad (2.3)$$

Για τον συντελεστή β_{\min} θα δουλέψουμε όπως και πριν, αλλά αντί για $\Omega = 1$, θα πρέπει όπου $\Omega = \Omega_s$ [4]. Ο συντελεστής β_{\min} σε αντίθεση με τον β_{\max} μας προσφέρει στην οριακή συχνότητα αποκοπής, ότι το κέρδος θα είναι ίσο με H_s και στην ζώνη διέλευσης το κέρδος θα είναι μεγαλύτερο από H_c .

$$G_{But}(\Omega_s) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta_{\min}^2 \Omega_s^{2N}}} = H_s \leftrightarrow \beta_{\min} = \frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}}{\Omega_s^{2N}} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}}{\Omega_s^N} \quad (2.4)$$



Σχήμα 2.1: Γραφική παράσταση απλού κέρδους για διαφορετικές τιμές του συντελεστή β [1]

2.2.2 Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου και ρυθμός αποκοπής

Για να βρούμε την τάξη του φίλτρου θα λύσουμε ως προς N την (2.1), όπου η (2.1) θα είναι μικρότερη ή ίση από H_s . Αφού υπολογίσουμε την σχέση για την τάξη του φίλτρου, το αποτέλεσμα θα είναι δεκαδικό. Για τον λογο αυτό θα πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε προς τα πάνω(ceil) την τάξη του φίλτρου.

$$G_{But}(\Omega_s) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta_{\max}^2 \Omega_s^{2N}}} \leq H_s \leftrightarrow \left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 \leq 1 + \beta_{\max}^2 \Omega_s^{2N} \leftrightarrow \frac{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}{\beta_{\max}^2} \leq \Omega_s^{2N}$$

$$\log\left(\frac{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}{\beta_{\max}^2}\right) \leq 2N \log(\Omega_s) \leftrightarrow N \geq \frac{\log\left(\frac{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1}\right)}{2 \log(\Omega_s)} \quad (2.5)$$

Άρα η τάξη του φίλτρου για την προσέγγιση Butterworth :

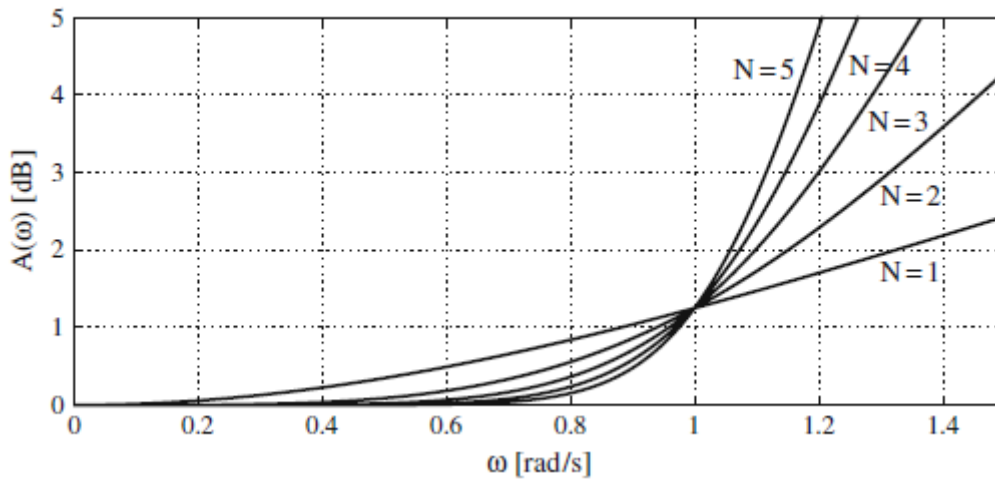
$$N \geq \frac{\log\left(\frac{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1}\right)}{2 \log(\Omega_s)} = \frac{\log\left(\frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}}{\sqrt{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1}}\right)}{2 \log(\Omega_s)} \quad (2.6)$$

Ευκολά κάποιος μπορεί να παρατήρηση όταν η Ω_s είναι ίση με το μηδέν, τότε η τάξη του φίλτρου απειρίζεται. Όσο αυξάνει η τιμή του Ω_s , τόσο η τάξη του φίλτρου μειώνεται, δηλαδή φαρδαίνει το roll-off. Στον αριθμητή όταν το H_0 είναι ίσο με H_c και όταν το H_0 είναι ίσο H_s τότε πάλι η τάξη του φίλτρου απειρίζεται.

Επίσης πρέπει να σημειωθεί ότι όσο αυξάνεται η τάξη του φίλτρου, τόσο το roll off γίνεται πιο απότομο. Ένα ακόμα χαρακτηριστικό της προσέγγισης Butterworth είναι ο ρυθμός αποκοπής(r),ο οποίος εξαρτάται αποκλειστικά από την τάξη του φίλτρου και μπορεί να οριστεί μόνο στην ζώνη αποκοπής. Τον ρυθμό αποκοπής μπορούμε να τον εκφράσουμε ως την διαφορά του λογαριθμικού κέρδους για μια κανονικοποιημένη συχνότητα Ω_1 ($\Omega_1 \gg \Omega_s$) και για την διπλάσια συχνότητα της $2\Omega_1$ [1][3][7].

$$r = 20 \log(G(\Omega_1)) - 20 \log(G(2\Omega_1)) = 20 \log\left(\frac{G(\Omega_1)}{G(2\Omega_1)}\right) = 20 \log\left(\frac{\sqrt{1 + \beta^2 2^N \Omega_1^{2N}}}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega_1^{2N}}}\right) \quad (2.7)$$

$$r = 20 \log(2^N) = 20N \log(2) \approx 6N \text{ db/Octave}$$



Σχήμα 2.2: Εξασθένιση φίλτρου Butterworth για N=1-5[3]

2.2.3 Συνάρτηση μεταφοράς Butterworth

Ο υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς εξάγεται από την συνάρτηση άπλου κέρδους της προσέγγισης. Συγκεκριμένα από την (2.1) θα αντικαθιστούμε όπου $s = j\omega$. Όπως έχει προαναφερθεί και στην αρχή της παρούσας διπλωματικής, το πολυώνυμο του παρονομαστή πρέπει να είναι ένα αυστηρό πολυώνυμο Hurwitz, δηλαδή οι ρίζες του παρονομαστή πρέπει να είναι αποκλειστικά στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο. Ο υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς αποδεικνύεται παρακάτω:

$$H(s)H(-s) = |H(j\Omega)|_{\Omega=js}^2 = |G(\Omega)|_{\Omega=js}^2$$

$$H(s)H(-s) = \frac{H_0^2}{1 + \beta^2 \Omega^{2N}} \Big|_{\Omega=js} = \frac{H_0^2}{1 + \beta^2 (-s^2)^N} = \frac{\frac{H_0^2}{\beta^2}}{\frac{1}{\beta^2} + (-s^2)^N} \quad (2.8)$$

$$\frac{\frac{H_0^2}{\beta^2}}{\frac{1}{\beta^2} + (-s^2)^N} = 0$$

Για να βρούμε τους πόλους του παρονομαστή θα πρέπει να τον μηδενίσουμε. Ο παρονομαστής είναι ένα δυνάμιο της μορφής :

$$x^N - z, x = -s^2 \ \& \ z = \frac{-1}{\beta^2} \quad (2.9)$$

Από την θεωρία γνωρίζουμε ότι για να μηδενιστεί ένα δυνάμιο, θα πρέπει το N να είναι ένας θετικός αριθμός και το z ένας μιγαδικός αριθμός με μετρώ |r| και γωνιά $\theta[1][2]$.

$\frac{-1}{\beta^2} = \frac{1}{\beta^2} e^{j\pi}$ άρα οι ρίζες του δυνάμιου προκύπτουν

$$x_k = \sqrt[N]{\frac{1}{\beta^2}} e^{\frac{(2k+1)\pi}{N}}, k = 0,1,2,\dots,n-1 \quad (2.10)$$

Αλλα εμεις έχουμε θέσει $x = -s^2$, οπότε η (2.10) γίνεται όπως φαίνεται παρακάτω. Προσθέτοντας π στη γωνιά.

$$s_k = \sqrt[N]{\frac{1}{\beta^2}} e^{j\left(\frac{(2k+1)\pi}{N} + \pi\right)}, k = 0,1,2,\dots,n-1 \quad (2.11)$$

Από την πάραπάνω σχέση βρίσκουμε ότι οι 2n ριζες της $\frac{1}{\beta^2} + (-s^2)^N = 0$ είναι:

$$s_{K+} = \sqrt[N]{\frac{1}{\beta}} e^{j\left(\frac{(2k+1)\pi}{N} + \frac{\pi}{2}\right)}, s_{K-} = \sqrt[N]{\frac{1}{\beta}} e^{j\left(\frac{(2k+1)\pi}{N} - \frac{\pi}{2}\right)}, k = 0,1,2,\dots,n-1 \quad (2.12)$$

Εμάς μας ενδιαφέρουν οι ρίζες με πραγματικό αρνητικό μέρος (s_{K+}), λόγω ότι θέλουμε ένα ευσταθές σύστημα. Άρα τροποποιώντας την παραπάνω σχέση προκύπτει:

$$s_{K+} = \sqrt[N]{\frac{1}{\beta}} e^{j\left(\frac{(2k+N-1)\pi}{2N}\right)}, k = 1,2,\dots,n \quad (2.13)$$

Τελικά η συνάρτηση μεταφοράς της προσέγγισης Butterworth:

$$H(s) = \frac{H_0}{\beta \prod_{k=1}^N (s - s_{K+})} \quad (2.14)$$

Όταν το N είναι περιττός αριθμός θα έχουμε μια πραγματική ριζά στο $k = \frac{N+1}{2}$. Οι ρίζες της προσέγγισης Butterworth βρίσκονται σε έναν κύκλο με ακτίνα (2.15).

Επίσης αφού όλοι οι πόλοι βρίσκονται σε έναν κύκλο, τότε το μετρό των πόλων είναι το ίδιο[1,3].

$$\sqrt[N]{\frac{1}{\beta}} = \beta^{\frac{1}{N}} \quad (2.15)$$

Παρατηρούμε ότι σημαντικό ρολό για τον υπολογισμό των πόλων έχει ο συντελεστής β . Σχεδιάζοντας με β_{\min} η καμπύλη απόκρισης θα είναι διαφορετική από την σχεδίαση με β_{\max} . Η προσέγγιση Butterworth σε μερικές βιβλιογραφίες αναφέρεται ως μεγίστη επίπεδη(maximally flat). Αυτό μπορεί να αποδειχθεί αν παραγωγίσουμε την συνάρτηση απλού κέρδους ως προς Ω .

$$G_{Butt}(\Omega) = \frac{d}{d\Omega} \left(\frac{H_0}{\sqrt{1 + \beta^2 \Omega^{2N}}} \right) = - \frac{H_0 n \beta^2 \Omega^{2N-1}}{(1 + \beta^2 \Omega^{2N})^{\frac{3}{2}}} \quad (2.16)$$

Η παραπάνω παράγωγος είναι μονιμά αρνητική και επομένως όπως όλες οι ολοπολικές προσεγγίσεις είναι μονοτονικά φθίνουσα. Επίσης έχει αποδειχθεί για $n-1$ οι παράγωγοι της $G(\Omega)$ μηδενίζονται για $\Omega = 0$. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η γραφική της παράσταση να είναι όσο γίνεται πιο επίπεδη για $\Omega=0$ [1][3].

2.2.4 Συνάρτηση μεταφοράς βαθυπερατών φίλτρων Butterworth

Αν θεωρήσουμε το $A_{\max} = 3dB$ ισοδύναμα το β_{\max} είναι ίσο με ένα, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το πίνακα (2.1), ο οποίος απεικονίζει όλους τους συντελεστές του παρονομαστή ενός βαθυπερατού φίλτρου Butterworth. Βεβαία εάν το A_{\max} δεν είναι ίσο με $3dB$, τότε άπλα θα χρειαστεί να κλιμακώσουμε ως προς την συχνότητα Ω_{3dB} τα παθητικά στοιχεία που δίνονται στο παράρτημα I[6], δηλαδή:

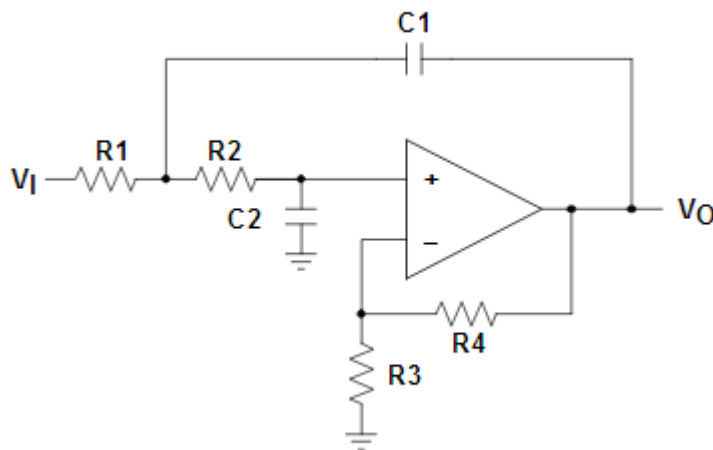
$$\Omega_{3dB} = \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\frac{1}{N}} = \beta^{\frac{-1}{N}} \quad (2.17)$$

Πίνακας 2.1: Συντελεστές του παρονομαστή για την προσέγγιση Butterworth[3]

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
2	1.0000000	1.4142136								
3	1.0000000	2.0000000	2.0000000							
4	1.0000000	2.6131259	3.4142136	2.6131259						
5	1.0000000	3.2360680	5.2360680	5.2360680	3.2360680					
6	1.0000000	3.8637033	7.4641016	9.1416202	7.4641016	3.8637033				
7	1.0000000	4.4939592	10.0978347	14.5917939	14.5917939	10.0978347	4.4939592			
8	1.0000000	5.1258309	13.1370712	21.8461510	25.6883559	21.8461510	13.1370712	5.1258309		
9	1.0000000	5.7587705	16.5817187	31.1634375	41.9863857	41.9863857	31.1634375	16.5817187	5.7587705	
10	1.0000000	6.3924532	20.4317291	42.8020611	64.8823963	74.2334292	64.8823963	42.8020611	20.4317291	6.3924532

2.2.5 Υλοποίηση βαθυπερατής συνάρτησης μεταφοράς με την προσέγγιση Butterworth, με την χρήση νομόγραμμων και πινάκων

Πρώτα θα αναφερθώ στην σχεδίαση με την χρήση T.E. για συχνότητες μέχρι του ενός MHz. Η σχεδίαση για μια βαθυπερατή συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να υλοποιηθεί με το κύκλωμα Sallen-key (εικόνα 2.2). Με την βοήθεια του πίνακα 2.1 ο οποίος μας παρέχει τους συντελεστές του παρονομαστή μπορούμε να υπολογίσουμε τις ρίζες του. Αφού βρούμε τις ρίζες (και ο συντελεστής ποιότητας είναι μεγαλύτερος του 0.5, για την προσέγγιση Butterworth πάντα είναι) μπορούμε να υλοποιήσουμε με αλυσωτά Sallen Key την συνάρτηση μεταφοράς για άρτια τάξη. Αν η τάξη του φίλτρου είναι περιττή θα χρησιμοποιήσουμε την συνδεσμολογία Sallen-Key, απλώς θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε επίσης έναν μη ιδανικό ολοκληρωτή, (εξαρτάται από τον σχεδιαστή για την υλοποίηση του πραγματικού πόλου), επίσης θα χρειαστούμε έναν διαιρετή τάσης για την ίσοσταθμιση του κέρδους, επειδή σχεδόν πάντα το κέρδος της συνάρτησης μεταφοράς του κυκλώματος θα είναι διαφορετικό από το κέρδος της προσέγγισης.



Εικόνα 2.2: Βαθυπερατό Sallen-key

$$H_{SK}(s) = \frac{k}{R_1 R_2 C_1 C_2} \frac{1}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_2} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}, k = \frac{R_4}{R_3} + 1 \quad (2.18)$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι για την σχεδίαση ενός Sallen-Key υπάρχουν τρεις τρόποι σχεδίασης. Στην παρούσα διπλωματική δεν θα αναφερθεί ο τρόπος σχεδίασης ενός Sallen-Key πχ. Δευτέρου τάξης φίλτρο, επειδή η διπλωματική έχει σαν στόχο τις μικροκυματικές συχνότητες τις τάξεως των GHz και όχι των MHz και μικρότερες.

Για τις πιο υψηλές συχνότητες που χρησιμοποιούμε παθητικά κυκλώματα LC. Υπάρχουν τρεις τρόποι σχεδίασης για την προσέγγιση Butterworth, αναφέρουμε τον πρώτο τρόπο, είναι ο πιο εύκολος και ο πιο γρήγορος για την σχεδίαση ενός τέτοιου φίλτρου, κάνοντας με την χρήση των νομόγραμμων Kawakami καθώς επίσης και των πινάκων με τα παθητικά στοιχεία. Οι τιμές των παθητικών στοιχείων δίνονται για διάφορες τιμές της αντίστασης της πηγής(η αντίσταση του φορτίου είναι πάντα ένα(κανονικοποιημένη)). Βέβαια όπως και στο πίνακα 2.1 ο υπολογισμός των

παθητικών στοιχείων έγινε για $A_{\max} = 3dB$. Εάν έχουμε διαφορετικό A_{\max} ως προδιαγραφή, τότε θα πρέπει άπλα να διαιρέσουμε τα παθητικά στοιχεία με Ω_{3dB} (τα νομόγραμμα και οι πίνακες βρίσκονται στο παράρτημα Α).

Βεβαία υπάρχει περίπτωση η αντίσταση της πηγής να μην υπάρχει στους πίνακες. Σε αυτήν την περίπτωση ο σχεδιαστής θα πρέπει να σχεδιάσει το φίλτρο από την αρχή και να υπολογίσει τις τιμές των παθητικών στοιχείων. Ο σχεδιαστής θα πρέπει να χρησιμοποιήσει την μέθοδο της απόσπαση πόλων στο άπειρο. Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα υπολογιστούν οι αντιστοιχεί πίνακες για την προσέγγιση Pascal.

2.3.1 Προσέγγιση Chebyshev

Η προσέγγιση Chebyshev χρησιμοποιεί τα πολυώνυμα Chebyshev για την σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου. Η γενική μορφή του πολυωνύμου Chebyshev για τάξη N είναι της μορφής :

$$C_N(N, \Omega) = \cos(N \cos^{-1}(\Omega)) \quad (2.19)$$

ή

$$C_N(N, \Omega) = \cosh(N \cosh^{-1}(\Omega))$$

Όπου \cosh είναι το υπερβολικό συνημίτονο. Για το πολυώνυμο Chebyshev ισχύει η αναδρομική σχέση:

$$C_N(N+1, \Omega) = 2\Omega C_N(N, \Omega) - C(N-1, \Omega) \quad (2.20)$$

Με την χρήση του πίνακα 2.2 , μπορεί να γίνει επαλήθευση της συνάρτησης (2.20) για τάξη(N) από 0 - 9.

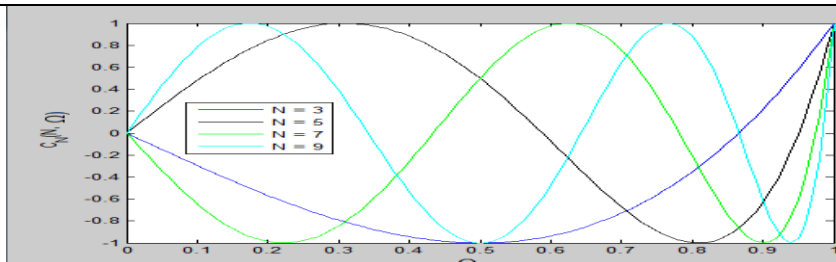
Πίνακας 2.2: Πολυώνυμο Chebyshev

Chebyshev Polynomials for $N = 0-9$	
N	$C_N(\Omega) = \cos(N \cos^{-1}(\Omega)) = \cosh(N \cosh^{-1}(\Omega))$
0	1
1	Ω
2	$2\Omega^2 - 1$
3	$4\Omega^3 - 3\Omega$
4	$8\Omega^4 - 8\Omega^2 + 1$
5	$16\Omega^5 - 20\Omega^3 + 5\Omega$
6	$32\Omega^6 - 48\Omega^4 + 18\Omega^2 - 1$
7	$64\Omega^7 - 112\Omega^5 + 56\Omega^3 - 7\Omega$
8	$128\Omega^8 - 256\Omega^6 + 160\Omega^4 - 32\Omega^2 + 1$
9	$256\Omega^9 - 576\Omega^7 + 432\Omega^5 - 120\Omega^3 + 9\Omega$

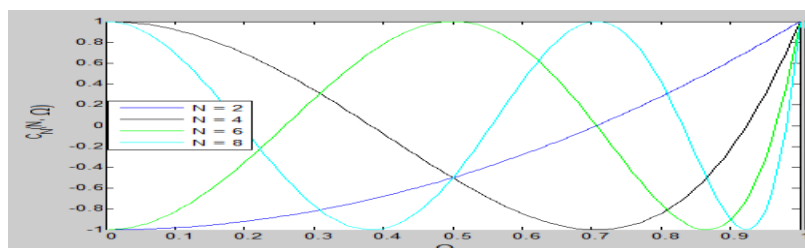
Μερικές ιδιότητες της $C_N(N, \Omega)$ αναγράφονται στον πίνακα 2.3 και τα σχήματα 2.3 και 2.4 δείχνουν την $C_N(N, \Omega)$ για περιττές και ζυγές τάξης αντίστοιχα.

Πίνακας 2.3:Ιδιότητες πολυωνύμων Chebyshev

N περιττό	$C_N(N,0) = 0$	$C_N(N,1) = 1$	$C_N(N,-\Omega) = -C_N(N,\Omega)$
N άρτιο	$C_N(N,0) = \pm 1$	$C_N(N,1) = 1$	$C_N(N,-\Omega) = C_N(N,\Omega)$
Για όλα τα N & $\Omega = -1$ έως 1 υπάρχει κυματισμός από 1 μέχρι -1			
Ενώ για $\Omega > 1$ το πολυώνυμο Chebyshev αυξάνεται μονοτονικά			



Σχήμα 2.3:Cn για N = 3,5,7,9



Σχήμα 2.4:Cn για N = 2,4,6,8

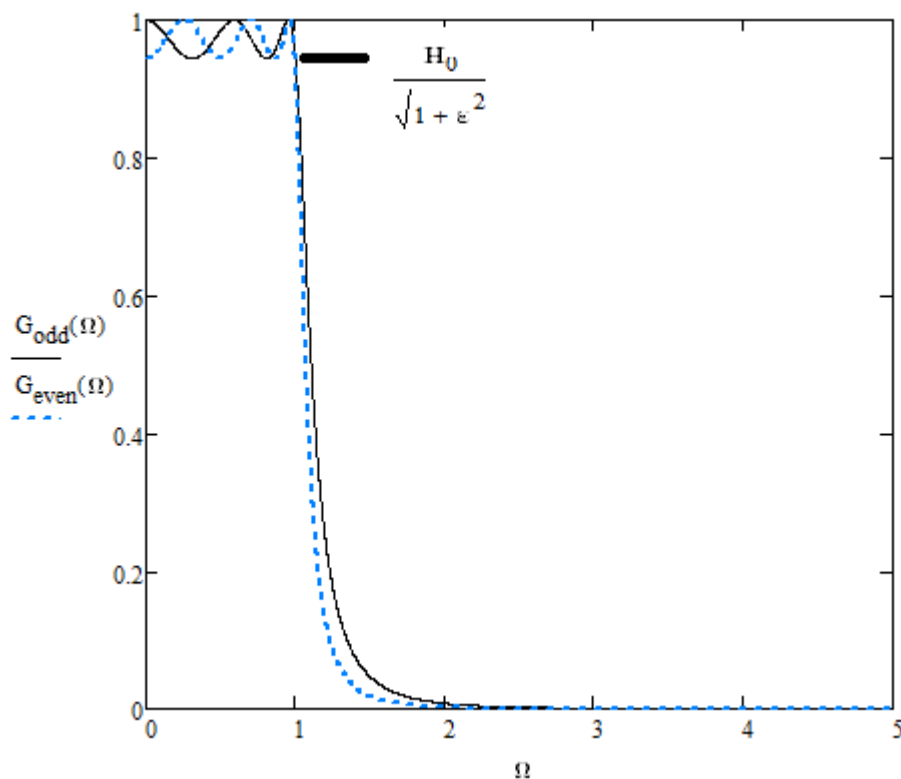
Για τον υπολογισμό της τάξης του φίλτρου θα δουλέψουμε ακριβώς με την ίδια διαδικασία που πραγματοποιήθηκε στην προσέγγιση Butterworth, χρησιμοποιώντας την συνάρτηση απλού κέρδους του Chebyshev η οποία είναι:

$$G_{Cheb}(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_N(N, \Omega)^2}} \quad (2.21)$$

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από τα σχήματα 2.3 και 2.4 η ζώνη διέλευσης της προσέγγισης Chebyshev δεν θα είναι μια flat ζώνη διέλευσης, αλλά θα έχουμε κυματώσεις με συντελεστή κυματώσεις ε . Όπως και στην προσέγγιση Butterworth έτσι και εδώ υπάρχει ε_{\max} και ε_{\min} . Επίσης στην προσέγγιση Chebyshev το κέρδος θα αρχίζει από την προδιαγραφή H_0 για N περιττό, ενώ για N άρτιο θα ξεκινάει από την σχέση (2.22).

$$G_{Cheb}(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad (2.22)$$

Αυτό οφείλεται αποκλειστικά στην $C_N(N, \Omega)$ και μπορεί να αποδειχτεί από τον πίνακα 2.3, ότι για $\Omega = 0$ και N περιττό η C_N είναι μηδέν, ενώ για άρτιο N η C_N είναι ± 1 . Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζεται η απόκριση της προσέγγισης Chebyshev για άρτια τάξη (μπλε χρώμα) και περιττή (μαύρο χρώμα).



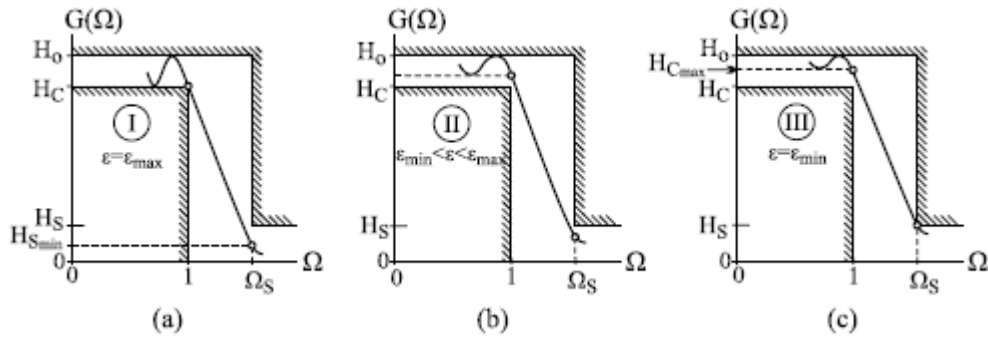
Σχήμα 2.5: Απόκριση της προσέγγισης Chebyshev για απλό Κέρδος για $N = 5$ και $N = 6$

2.3.2 Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου, ρυθμός αποκοπής και Ripple factor

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ο σχεδιαστής μπορεί και εδώ να επιλέξει τι Ripple factor επιθυμεί. Το Ripple factor αποδεικνύεται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο με την προσέγγιση Butterworth, απλώς σαν συνάρτηση κέρδους θα χρησιμοποιήσουμε την (2.21), παρακάτω αναγράφονται οι σχέσεις για το Ripple factor της προσέγγισης Chebyshev.

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}}{C_N(N, \Omega_s)} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}}{C_N(N, \Omega_s)} = \varepsilon_{\min} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\max} = \sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1} = \sqrt{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1} \quad (2.23)$$

Για το Ripple factor ε_{\max} , ο παρονομαστής του είναι της μορφής του ε_{\min} , απλώς αντί για Ω_s είναι 1, από τον πίνακα 2.3 η συνάρτηση $C_N(N, 1)$ ανεξάρτητους N είναι πάντα ίση με ένα [4]. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το απλό κέρδος για τις διάφορες τιμές του συντελεστή κυμάτωσης (Ripple factor).



Σχήμα 2.6: Απόκριση Chebyshev για ripple factor ε_{\max} , $\varepsilon_{\min} < \varepsilon < \varepsilon_{\max}$ και ε_{\min} [1]

Για την εξαγωγή της τάξης του φίλτρου με την προσέγγιση Chebyshev θα θέσουμε την (2.21) μικρότερη ή ίση με H_s και έπειτα θα λύσουμε ως προς N .

$$G_{Cheb}(\Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \varepsilon_{\max}^2 C_N(N, \Omega_s)^2}} \leq H_s \Leftrightarrow \left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1 \leq \varepsilon_{\max}^2 C_N(N, \Omega_s)^2 \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}{\varepsilon_{\max}^2} \leq C_N(N, \Omega_s)^2 \Leftrightarrow \cosh^{-1} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}}{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1}} \right) \leq N \cosh^{-1}(\Omega_s) \Leftrightarrow N \geq \frac{\cosh^{-1} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}}{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1}} \right)}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} \quad (2.24)$$

Άρα η τάξη ενός φίλτρου Chebyshev δίνεται από την:

$$N \geq \frac{\cosh^{-1} \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}}{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1}} \right)}{\cosh^{-1}(\Omega_s)} \quad (2.25)$$

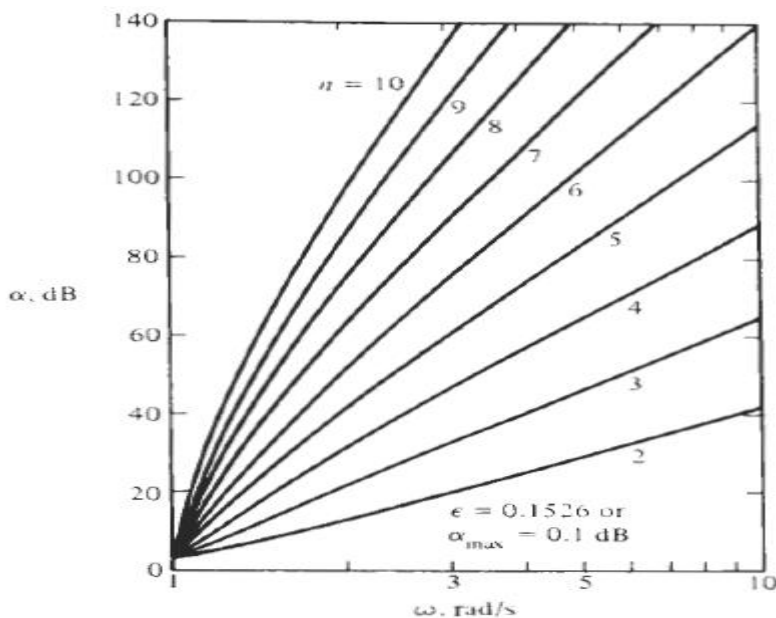
Όπως και στην προσέγγιση Butterworth έτσι και εδώ το αποτέλεσμα της (2.25) πρέπει να το στρογγυλοποιήσουμε προς τα πάνω (ceil). Ευκολά μπορεί κάποιος να παρατήρηση όσο αυξάνεται η τιμή του Ω_s , τόσο η τάξη του φίλτρου μειώνεται όπου ισοδυναμεί σε πιο φαρδιά ζώνη μετάβασης. Επίσης όσο το H_c τείνει να γίνει ίση με H_0 . Τότε η τάξη του φίλτρου αυξάνεται αν ολές οι προδιαγραφές για το κέρδος είναι ίσες, τότε η (2.25) απειρίζεται. Ένα χαρακτηριστικό της προσέγγισης Chebyshev είναι η τάξη του φίλτρου θα είναι ίση με τον αριθμό εναλλαγών των κορυφών που υπάρχουν στην ζώνη διέλευσης του φίλτρου (πχ. Στο σχήμα 2.5 έχουμε έξι εναλλαγές άρα η τάξη του φίλτρου είναι $N = 6$). Για τον υπολογισμό του ρυθμού αποκοπής ο τρόπος απόδειξης είναι ακριβώς ο ίδιος όπως και στο κεφάλαιο 2.2.2, δηλαδή:

$$r = 20\log(G_{Cheb}(\Omega_1)) - 20\log(G_{Cheb}(2\Omega_1)) = \frac{20\log(G_{Cheb}(\Omega_1))}{20\log(G_{Cheb}(2\Omega_1))} = 20\log\left(\frac{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cosh(N \cosh^{-1}(2\Omega_1))^2}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cosh(N \cosh^{-1}(\Omega_1))^2}}\right)$$

$$\cong 20\log\left(\frac{\cosh(N \cosh^{-1}(2\Omega_1))}{\cosh(N \cosh^{-1}(\Omega_1))}\right) = 20\log\left(\frac{\cosh(N \ln(4\Omega_1))}{\cosh(N \ln(2\Omega_1))}\right) = 20\log\left(\frac{2^N 2^N \Omega_1^N}{\frac{2}{2^N \Omega_1^N}}\right) = N 20L \log(2) \approx 6N \quad (2.26)$$

$$\cosh(\Omega) = \frac{e^\Omega - e^{-\Omega}}{2}, a \cosh(\Omega) = \ln(\Omega + \sqrt{\Omega^2 - 1})$$

Στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσαμε αρκετούς συμβιβασμούς, όπως $1 + \varepsilon^2 \cosh(N \cosh^{-1}(2\Omega_1))^2 = \varepsilon^2 \cosh(N \cosh^{-1}(2\Omega_1))^2$, αυτός ο συμβιβασμός έγινε λόγω ότι $\Omega_1 \gg 1$. Χρησιμοποιήσαμε και άλλους συμβιβασμούς για τα υπερβολικά συνημίτονα, καθώς επίσης για τον υπολογισμό των πόλων της προσέγγισης Chebyshev, οι οποίοι αναγράφονται στο παράρτημα Β(διότι η απόδειξη των πόλων χρειάζεται καλή γνώση των υπερβολικών τριγωνομετρικών σχέσεων και για των υπολογισμών τον πόλων ενός φίλτρου Pascal για $N = 2-3$, επειδή η συνάρτηση Pascal εκφυλίζεται σε C_N (άμα γίνει μια απλή τροποποίηση στην συνάρτηση Pascal)). Στο σχήμα 2.6 μπορούμε να παρατηρήσουμε την εξασθένιση για διαφορετικές τάξεις φίλτρων. Επίσης παρατηρούμε όσο αυξάνεται η τάξη του φίλτρου τόσο πιο απότομη είναι η ζώνη μεταβίβασης.



Σχήμα 2.7: Εξασθένιση για N=2-10[3]

2.3.3 Υπολογισμός βαθυπερατής συνάρτησης μεταφοράς Chebyshev

Για να εξάγουμε την συνάρτηση μεταφοράς της προσέγγισης Chebyshev από την συνάρτηση κέρδους πρέπει να εκπονήσουμε την ίδια διαδικασία με την προσέγγιση Butterworth δηλαδή :

$$H_{Cheb}(s)H_{Cheb}(-s) = \left| H_{Cheb}(j\Omega) \right|_{\Omega=js}^2 = \left| G_{Cheb}(\Omega) \right|_{\Omega=js}^2 \quad (2.27)$$

$$H_{Cheb}(s)H_{Cheb}(-s) = \frac{H_0^2}{1 + \varepsilon^2 C_N(N, \Omega)^2} \Big|_{\Omega=js}$$

Άρα ο αριθμητής της συνάρτησης μεταφοράς είναι ίσο με $\frac{H_0}{\varepsilon C_N}$. Για τον παρονομαστή της συνάρτησής μεταφοράς αποδεικνύεται στο παράρτημα Β. Παρακάτω δίνονται οι σχέσεις για τον υπολογισμό των πόλων της προσέγγισης Chebyshev:

$$\sigma(k) = \sin\left(\frac{(2N + 2k - 1)\pi}{2N}\right) \sinh^{-1}\left(\frac{1}{N} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)$$

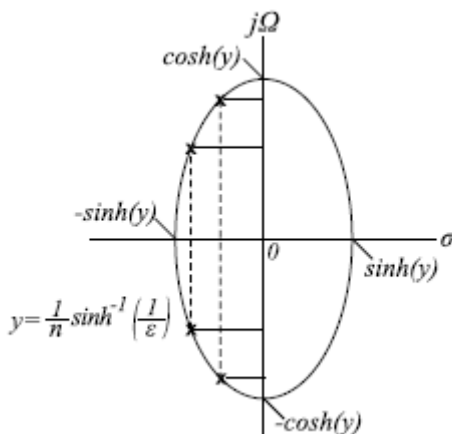
$$\Omega(k) = \cos\left(\frac{(2N + 2k - 1)\pi}{2N}\right) \cosh^{-1}\left(\frac{1}{N} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \quad (2.28)$$

$k = 1, 2, \dots, N$

Τελικά η συνάρτηση μεταφοράς ενός βαθυπερατού του φίλτρου Chebyshev είναι της μορφής :

$$H_{Cheb}(s) = \frac{\frac{H_0}{C_N \varepsilon}}{\prod_{k=1}^N (s - \sigma(k) - j\Omega(k))} \quad (2.29)$$

Όπως και οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς Butterworth, αντίστοιχα και για τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς Chebyshev βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο. Επίσης οι πόλοι του Chebyshev βρίσκονται σε έλλειψη με μείζονα άξονα τον $j\omega$ -άξονα και ελάσσονα πάνω στον πραγματικό άξονα, όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 2.8: Τοποθεσία των πόλων της προσέγγισης Chebyshev[1]

Οι βαθυπερατές συναρτήσεις Chebyshev μπορούν και αυτές να υλοποιηθούν με ενεργά κυκλώματα RC (πχ. Sallen-Key), αλλά μπορούν να υλοποιηθούν και με παθητικά κυκλώματα LC. Στο παράρτημα Γ υπάρχει το νομόγραμμα Kawakami και πίνακες για τις τιμές των παθητικών στοιχείων. Στο επόμενο υπό κεφάλαιο όπου είναι η προσέγγιση Pascal και ο στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας σημαντικό ρόλο θα έχουν οι πίνακες για τα παθητικά στοιχεία για την σύγκριση των δυο προσεγγίσεων.

Για τους πίνακες του παρατήματος Γ άμα δεν έχουμε $A(1) = 3$, τότε θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τα παθητικά στοιχεία με την Ω_{3dB} δηλαδή:

$$\Omega_{3dB} = \cosh \left[\frac{1}{N} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right] \quad (2.30)$$

2.4.1 Προσέγγιση Pascal

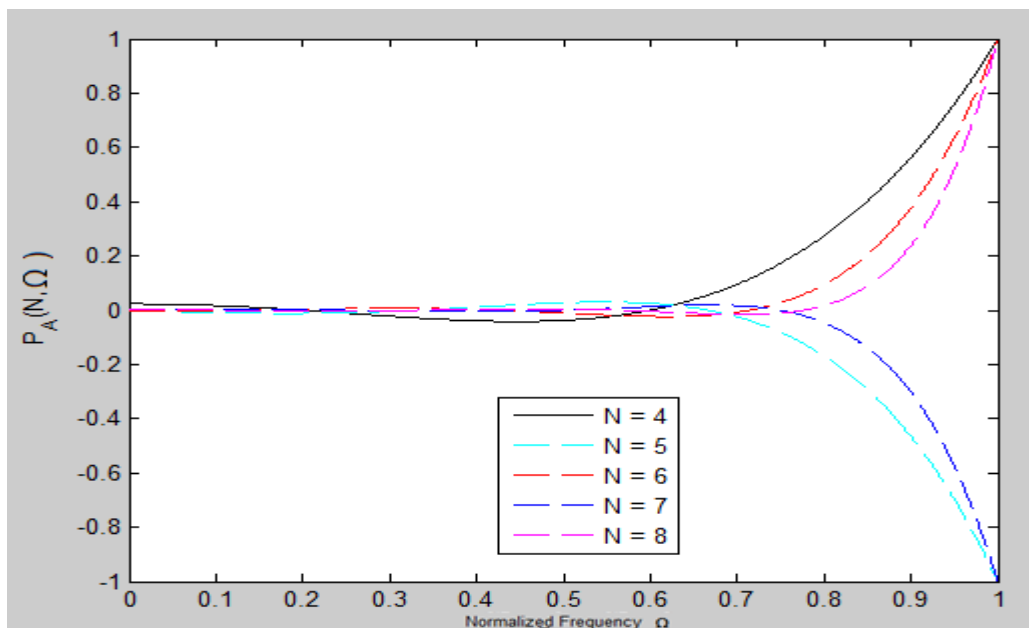
Η προσέγγιση Pascal είναι μια νέα προσέγγιση σε σχέση με τις άλλες προσεγγίσεις που αναφέρθηκαν παραπάνω. Σύμφωνα με την [13], η αρχική συνάρτηση Pascal δεν τηρούσε της προδιαγραφές για την σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου, αλλά με μια τροποποίηση στην συνάρτηση Pascal έγινε ικανή για την σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου. Την συνάρτηση αυτήν θα την καλούμε “The symmetric shifted Pascal” ή απλώς $P_G(N, \Omega)$, όπου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$P_G(N, \Omega) = \frac{(-1)^N}{N!} \prod_{\kappa=1}^N \left(\Omega + \frac{N-1}{2} - \kappa + 1 \right) \quad (2.31)$$

Βέβαια η παραπάνω σχέση έχει ένα σημαντικό πρόβλημα. Εάν κάποιος προσπαθήσει να βρει το Ripple factor λ_{max} (παρακάτω θα δοθεί η σχέση για τον υπολογισμό του Ripple factor της προσέγγισης Pascal) και η τάξη του φίλτρου είναι περιττή και μεγαλύτερη από 1, το αποτέλεσμα της $P_G(N, \Omega)$ είναι μηδέν. Δοθέντος την παραπάνω πληροφορία και από [14] η σχέση (2.31) ξανά τροποποιήθηκε έτσι ώστε στην συχνότητα αποκοπής ($\Omega = 1$) το αποτέλεσμα της νέας συνάρτησης Pascal να έχει αποτέλεσμα ίσο με ένα για άρτιο N και μείον ένα για περιττό N. Η νέα τροποποιημένη σχέση ονομάζεται “The shifted and scaled symmetric Pascal” ή $P_A(N, \Omega)$:

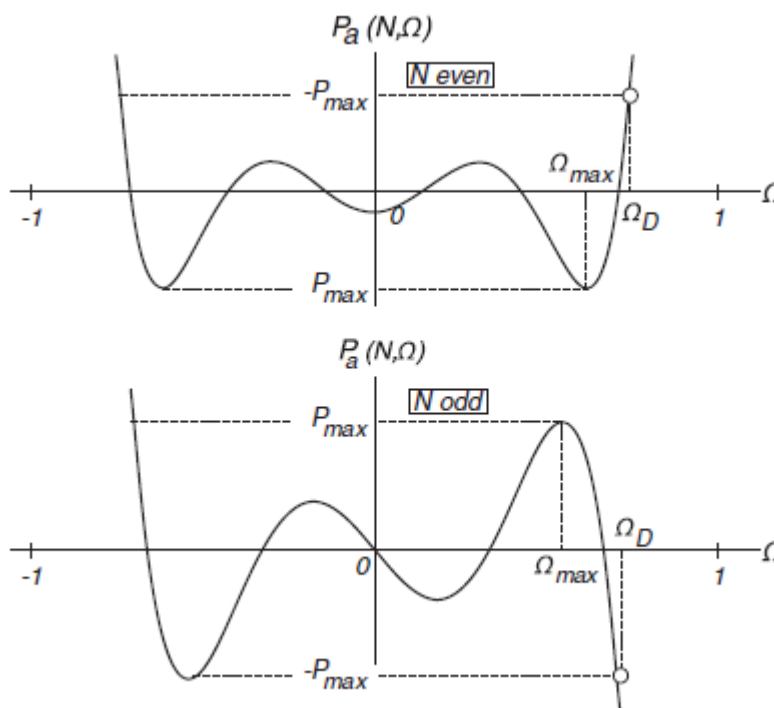
$$P_A(N, \Omega) = \frac{(-1)^N}{N!} \prod_{\kappa=1}^N \left(\Omega \frac{N+1}{2} + \frac{N-1}{2} - \kappa + 1 \right) \quad (2.32)$$

Στις παρακάτω εικόνες εμφανίζονται οι γραφικές παραστάσεις της (2.32) για διαφορετικές τάξης.



Σχήμα 2.9: Shifted and Scaled symmetric Pascal για N=4-8

Αμα θέλαμε να δούμε την $P_A(N, \Omega)$ αλλά με διαφορετική κλίμακα στον y άξονα θα είναι της μορφής :



Σχήμα 2.10: Άρτιο και περιττό γράφημα για την συνάρτηση $P_A(N, \Omega)$ [14]

Όπου P_{max} είναι η μέγιστη τιμή που λαμβάνει η συνάρτηση Pascal για Ω_{max} . Η συχνότητα Ω_D είναι το σημείο που βρίσκεται το $-P_{max}$, επίσης για το Ω_{max} γνωρίζουμε από την [14] βρίσκεται ανάμεσα $\frac{N-3}{N+1} < \Omega_{max} < \frac{N-1}{N+1}$, ένας άλλος τρόπος υπολογισμού της Ω_{max} είναι να παραγωγίσουμε την $P_A(N, \Omega)$ και να βρούμε τις ρίζες της, η

μεγαλύτερη πραγματική ρίζα θα είναι η Ω_{\max} . Η P_{\max} για περιττά N είναι θετική, ενώ για άρτια N είναι αρνητική. Τα τρία βασικά χαρακτηριστικά της συνάρτησης Pascal είναι αποκλειστικά χαρακτηριστικά της τάξης του φίλτρου και όχι των προδιαγραφών. Ο πίνακας 2.4 παρουσιάζει τις χαρακτηριστικές τιμές της $P_A(N, \Omega)$ για N = 2-15. Αυτό που επιθυμούμε είναι η Ω_D , δηλαδή $-P_{\max}$ να βρίσκεται στην συχνότητα αποκοπής ($\Omega = 1$). Αυτό πραγματοποιείται από την νέα συνάρτηση “The filter-appropriate modified symmetric Pascal polynomial” ή απλώς $P_D(N, \Omega)$ [14]. Βέβαια αν έχουμε βρει την Ω_{\max} , αντίστοιχα την P_{\max} μπορούμε να βρούμε την Ω_D . Αυτό πραγματοποιείται αν αφαιρέσουμε το μέτρο του P_{\max} από την $P_A(N, \Omega)$ και έπειτα να υπολογίσουμε τις ρίζες. Η μεγαλύτερη ρίζα, η οποία πρέπει να είναι θετική και πραγματικός αριθμός θα είναι η Ω_D . Για N άρτιο την Ω_D μπορούμε να την υπολογίσουμε από την (2.33A) και για N περιττό από την (2.33B).

$$P_A(N, \Omega) - |P_{\max}| = 0 \quad (2.33A)$$

$$P_A(N, \Omega) + |P_{\max}| = 0 \quad (2.33B)$$

Πίνακας 2.4: Χαρακτηριστικές τιμές της Pa για N = 2-15[14]

N	Ω_{\max}	P_{\max}	Ω_D
2	0.00000000	-0.12500000	0.47140452
3	0.28867513	+0.06415003	0.57735029
4	0.44721360	-0.04166667	0.65289675
5	0.54814429	+0.03026194	0.70639006
6	0.61812758	-0.02347346	0.74582512
7	0.66950940	+0.01901625	0.77599290
8	0.70882772	-0.01588792	0.79978194
9	0.73987600	+0.01358345	0.81900877
10	0.76500826	-0.01182234	0.83486553
11	0.78576311	+0.01043707	0.84816452
12	0.80318872	-0.00932176	0.85947728
13	0.81802376	+0.00840640	0.86921746
14	0.83080378	-0.00764299	0.87769147
15	0.84192645	+0.00699753	0.88513110

2.4.2 Η τροποποιημένη προσέγγιση Pascal

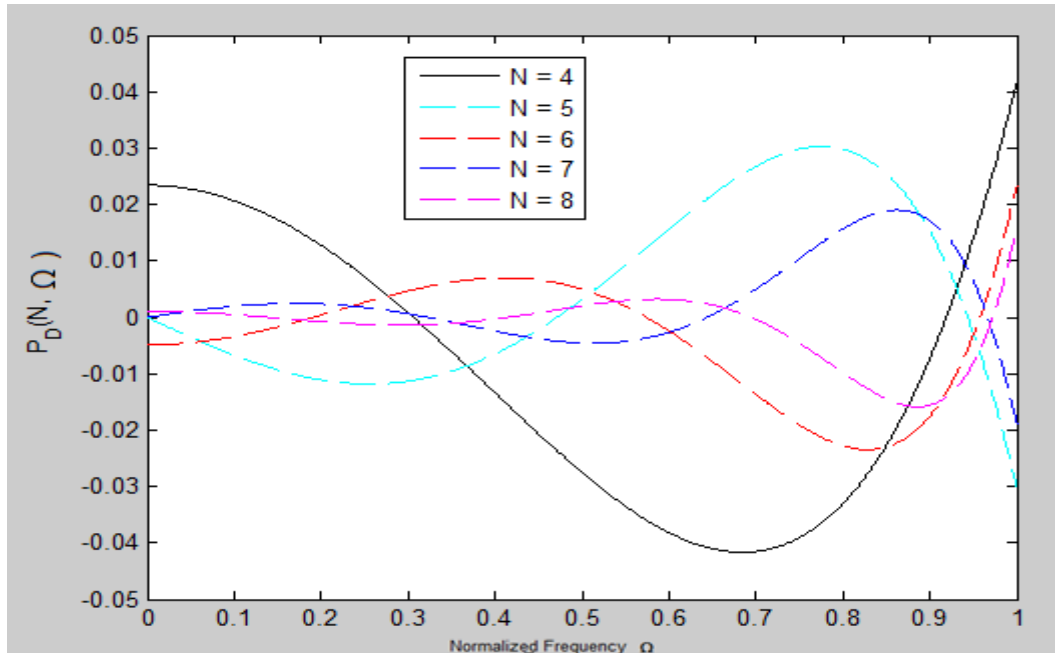
Όπως αναφέρθηκε και πριν θα πρέπει να τροποποιήσουμε την $P_A(N, \Omega)$ με αποτέλεσμα η $-P_{\max}$ να βρίσκεται στην συχνότητα ένα. Αυτό το καταφέρνουμε με την $P_D(N, \Omega)$ όπου ορίζεται παρακάτω[14]:

$$P_D(N, \Omega, \Omega_D) = \frac{(-1)^N}{N!} \prod_{k=1}^N \left(\Omega \Omega_D \frac{N+1}{2} + \frac{N-1}{2} - k + 1 \right) \quad (2.34)$$

Το κέρδος της προσέγγισης Pascal είναι της μορφής :

$$G_{\text{Pascal}}(N, \Omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \lambda^2 P_D(N, \Omega, \Omega_D)^2}} \quad (2.35)$$

Στο παρακάτω σχήμα εμφανίζονται οι γραφικές παραστάσεις της (2.34) για διαφορετικές τάξεις.

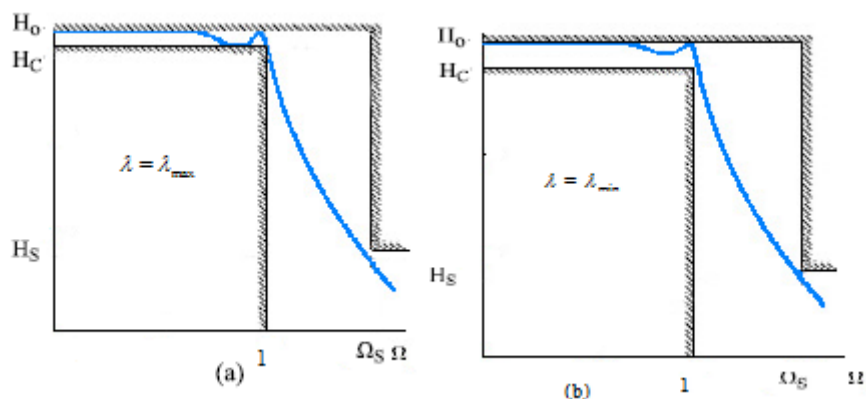


Σχήμα 2.11: Modified symmetric Pascal για N =4-8

Με την παραπάνω σχέση θα ασχοληθούμε σε όλοι την διάρκεια της παρούσας διπλωματικής, όπως και με τις άλλες προσέγγισης που αναφέρθηκαν παραπάνω, θα βρούμε πρώτα το Ripple factor. Όπου το Ripple factor υπολογίζεται :

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_s}\right)^2 - 1}}{|P_D(N, \Omega_s, \Omega_D)|} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}}{|P_D(N, \Omega_s, \Omega_D)|} = \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} = \frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_c}\right)^2 - 1}}{|P_D(N, 1, \Omega_D)|} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1}}{|P_{MAX}|} \quad (2.36)$$

Στην εικόνα που ακολουθεί μπορούμε να παρατηρήσουμε την διαφορά στην απόκριση του φίλτρου με ripple factor λ_{\max} ή λ_{\min} .



Σχήμα 2.12: Απόκριση Pascal για Ripple factor $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$, για $N_{Pascal} = 7$

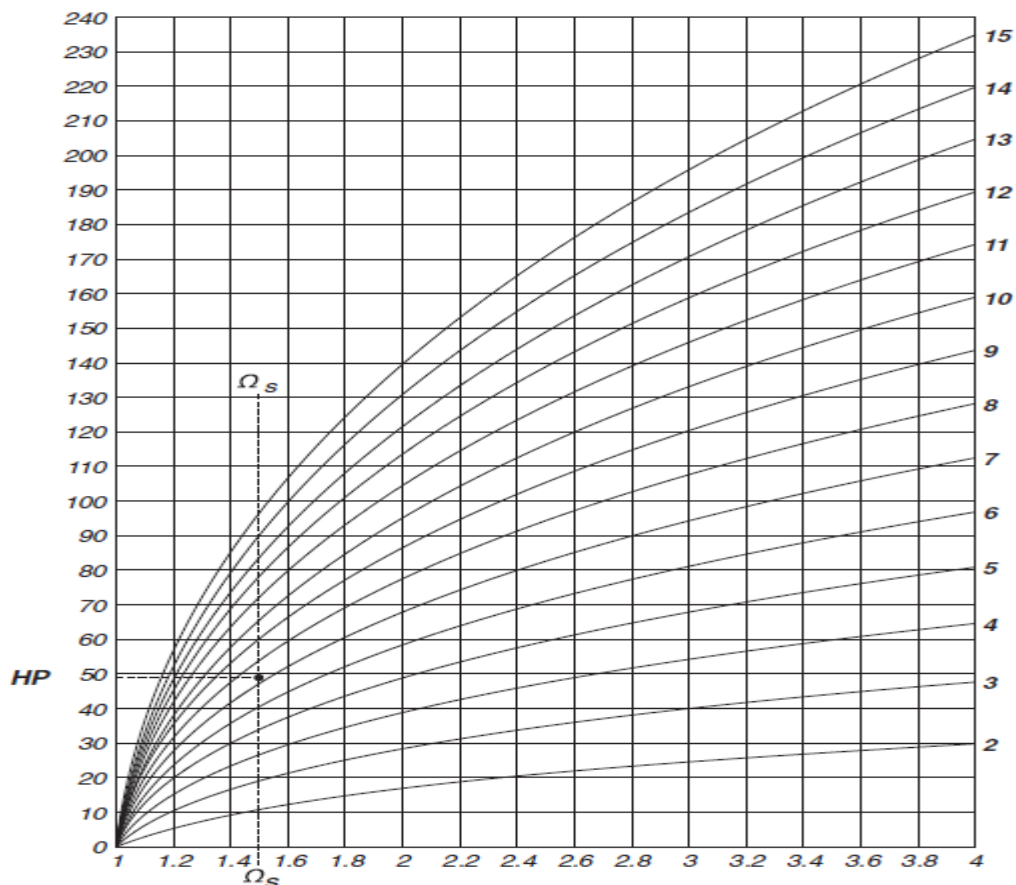
2.4.3 Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου και συνάρτηση μεταφοράς

Λόγω της μαθηματικής δυσκολίας της συνάρτησης Pascal για τον υπολογισμό της τάξης του φίλτρου θα πρέπει να στραφούμε σε μαθηματικά προγράμματα.

$$\left| \frac{P_D(N, 1, \Omega_D)}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \right| = \frac{P_{\max}}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \leq g \quad g = \sqrt{\frac{\left(\frac{H_0}{H_C}\right)^2 - 1}{\left(\frac{H_0}{H_S}\right)^2 - 1}} = \sqrt{\frac{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}} \quad (2.37)$$

Για να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου θα πρέπει η ανισότητα (2.37) να μην ισχύει για δεδομένο N. Έχουμε σαν στοιχείο ότι η τάξη της προσέγγισης Pascal στην καλύτερη περίπτωση θα είναι ίση με του Chebyshev και αντίστοιχα στην χειρότερη περίπτωση θα είναι $N_{Pascal} = N_{Cheb} + 2$ [14]. Βέβαια από την [14] έχει ήδη φτιαχτεί ένα νομόγραμμα για τον υπολογισμό της τάξης του φίλτρου. Φυσικά όταν βρισκόμαστε σε οριακές περιπτώσεις στο νομόγραμμα τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε την (2.37). Όπου HP είναι :

$$HP = 20 \log\left(\frac{1}{g}\right) \quad (2.38)$$



Εικόνα 2.4: Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου

Δεν υπάρχει ακριβής μαθηματικός τρόπος υπολογισμού για τους πόλους, οπότε είναι δύσκολος ο υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς. Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση όπου η τάξη του φίλτρου είναι δυο ή τρία. Σε αυτήν την περίπτωση άμα τροποποιήσουμε την $P_D(N, \Omega, \Omega_D)$, δηλαδή άμα την διαιρέσουμε με $P_D(N, 1, \Omega_D) = P_{\max}$ τότε το πολυώνυμο Pascal εκφυλλίζεται στην $C_N(N, \Omega)$. Από τον πίνακα 2.2 που έχει αναπτυγμένα τα πολυώνυμα Chebyshev, από [14] που είναι αναπτυγμένη η συνάρτηση Pascal (Πίνακας 2.6) και από τον πίνακα 2.4 μπορούμε να πάρουμε τις τιμές P_{\max} για $N = 2-3$.

$$\frac{P_D(2, \Omega, \Omega_D)}{P_{\max}} = \frac{0.25\Omega^2}{0.125} - \frac{0.125}{0.125} = 2\Omega^2 - 1$$

και

(2.39)

$$\frac{P_D(3, \Omega, \Omega_D)}{P_{\max}} = \frac{0.2566\Omega^3}{0.06415003} - \frac{0.192450\Omega}{0.06415003} \cong 4\Omega^3 - 3\Omega$$

Με την παραπάνω διαδικασία καταφέραμε να εκφράσουμε την συνάρτηση Pascal με την συνάρτηση του Chebyshev, με αποτέλεσμα να μπορούμε να εξάγουμε αναλυτική σχέση για τον υπολογισμό των πόλων για $N = 2 - 3$. Εάν μετάβουμε στο παράρτημα Β

και αντικαταστήσουμε όπου $C_N(N, \Omega)$, με $C_N(N, \Omega) * P_{\max}$ και εκτελέσουμε ξανά την ίδια διαδικασία καταλήγουμε:

$$\begin{aligned} \sigma(k) &= \sin\left(\frac{(2N+2k-1)\pi}{2N}\right) \sinh\left(\frac{1}{N} a \sinh\left(\frac{1}{|P_{\max}| \lambda}\right)\right) \\ \Omega(k) &= \cos\left(\frac{(2N+2k-1)\pi}{2N}\right) \cosh\left(\frac{1}{N} a \sinh\left(\frac{1}{|P_{\max}| \lambda}\right)\right) \\ s_{.p}(k) &= \sigma(k) \pm j\Omega(k) \\ k &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.40)$$

Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις θα πρέπει πάλι να βοηθηθούμε από ένα μαθηματικό πρόγραμμα ώστε να βρούμε τους πόλους.

$$H(s)H(-s) = G_{PA}(\Omega)^2 \Big|_{\Omega=-s^2} = G_{Pa}^2(js) = G_{Pa}^2(-js) \quad (2.41)$$

Όπου η παραπάνω σχέση θα μας δώσει 2n ρίζες, από αυτές τις ρίζες θα είναι οι πόλοι της προσέγγισης Pascal, οσες έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος. Τελικά η συνάρτηση μεταφοράς της προσέγγισης Pascal ορίζεται ως:

$$H(s) = \frac{H_0}{\lambda A^N} \prod_{k=1}^N (s - s_k) \quad (2.42)$$

Το A^N είναι ο συντελεστής της υψηλότερης δύναμης του πολυωνύμου Pascal και δίνεται από τον τύπο:

$$A^N = \frac{(-1)^N}{N!} \left(\frac{N+1}{2} \Omega_D\right)^N \quad (2.43)$$

2.4.4 Υπολογισμός των συντελεστών του πολυωνύμου Pascal

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω οι πόλοι της προσέγγισης Pascal για $N > 3$ δεν μπορούν να εξαχθούν από αναλυτική σχέση, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιήσουμε κάποιο υπολογιστικό πρόγραμμα (Matlab, Java, Mathcad, κλπ.) για τον υπολογισμό των πόλων. Βέβαια για να υπολογιστούν οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς, πρέπει να αναπτύξουμε το πολυώνυμο Pascal από την [14], όπου μας δίνονται σχέσεις για τον υπολογισμό του μεγιστόβαθμιου όρου του πολυωνύμου (2.43) και του μικρότερου όρου του πολυωνύμου. Η σχέση για τον μικρότερο όρο σε τάξη του πολυωνύμου δίνεται από [14]:

$$A_h = \frac{(-1)^{\frac{N+h}{2}}}{N!} \left(\frac{N+1}{2} \Omega_D\right)^h \prod_{k=1}^{\frac{N-h}{2}} \left(\frac{N+1}{2} - k\right)^2 \quad (2.44)$$

Βέβαια το A_h μπορεί να υπολογιστεί και με την βοήθεια της Gamma Function, όπου Gamma function δίνεται [10]:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx \quad (2.45)$$

Δοθέντος την παραπάνω σχέση, το A_h μπορεί να υπολογιστεί από την παρακάτω σχέση.

$$A_h = \frac{(-1)^{\frac{N+h}{2}}}{N!} \left(\frac{N+1}{2} \Omega_D \right)^h \left[\frac{\Gamma\left(\frac{N+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N+1}{2} - \frac{N-h}{2}\right)} \right]^2 \quad (2.46)$$

Από τις δημοσιεύσεις για τα Pascal φίλτρα δεν έχει αναφερθεί πως μπορούμε να υπολογίσουμε τους υπολοίπους όρους του πολυωνύμου Pascal. Βέβαια υπάρχει ένας τρόπος υπολογισμού του πολυωνύμου Pascal ανεξάρτητος τάξης. Το μυστικό για τον υπολογισμό των συντελεστών του πολυωνύμου κρύβεται στον όρο A_{N-2} . Όπου το A_{N-2} υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση.

$$A_{N-2} = \left(\frac{(-1)^{1+\text{mod}(N,2)}}{N!} \right) \cdot \left(\frac{N+1}{2} \Omega_D \right)^{N-2} \left[\sum_{i=0}^{\frac{N-h}{2}-1} \left(\frac{2i+1+h}{2} \right)^2 \right] \quad (2.47)$$

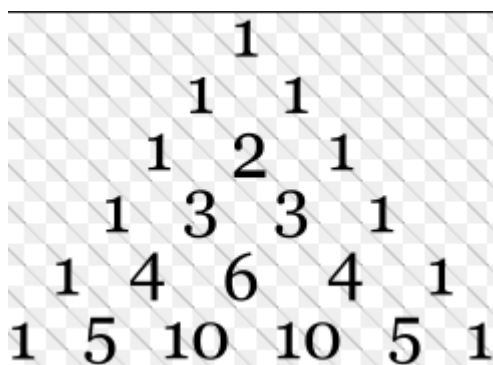
Όπου $h = \text{mod}(N,2)$. Αφού έχουμε διατυπώσει την σχέση (2.47) για τον υπολογισμό του A_{N-2} , πρέπει να διατυπώσουμε πως υπολογίζονται τα αλλά coefficients. Αυτό πραγματοποιείται μέσω του αθροίσματος της (2.48). Δηλαδή χρησιμοποιώντας τους όρους που έχει σαν έξοδο το άθροισμα για κάθε i , μπορούμε να υπολογίσουμε όλα τα αλλά coefficients. Τους όρους που περιέχει το άθροισμα τους ονομάζουμε βασικούς όρους (Basic Terms).

$$\text{Basic Terms}(i) = \left(\frac{2i+1+h}{2} \right)^2, i = 0, 1, \dots, \left(\frac{N-h}{2} - 1 \right) \quad (2.48)$$

Από την παραπάνω σχέση μπορούμε να καταλάβουμε ότι το τροποποιημένο πολυώνυμο Pascal υπολογίζεται αναδρομικά. Για τον υπολογισμό των υπολοίπων coefficients εκτός από τους βασικούς όρους χρειαζόμαστε $((N-h)/2) - k$ αθροιστές (summation) και ένα γινόμενο (product), όπου $k = 2, 3, \dots, (N-h)/2$.

$$A(N-2k) = \frac{(-1)^{k+h}}{N!} \left(\frac{N+1}{2} \Omega_D \right)^{N-2k} \sum_{A=1}^{\frac{N-h}{2}-k-1} \dots \sum_{W=1}^{\frac{N-h}{2}} \prod_{i=1}^{\frac{N-h}{2}} \text{Basic Terms}(i), i \neq A, i \neq W, A \neq W, \dots \quad (2.49)$$

Αφού έχουμε διατυπώσει τις αναλυτικές σχέσεις για τον υπολογισμό των coefficients ανεξαρτήτως N . Έχουμε φτιάξει έναν πίνακα (πίνακας 2.5), όπου για $N = 2 - 9$ περιέχει των αριθμό των όρων που έχει το κάθε coefficient του πολυωνύμου. Το ενδιαφέρον μέρος στον παρακάτω πίνακα (2.5) είναι παρότι έχουμε τροποποιήσει την συνάρτηση Pascal κληρονομεί ένα χαρακτηριστικό. Το μοναδικό χαρακτηριστικό είναι πως ο αριθμός των όρων μπορεί να υπολογιστεί μέσω του τριγώνου Pascal [17].



Εικόνα 2.3: Τρίγωνο Pascal[22]

Το τρίγωνο του Pascal είναι μια τριγωνική συστοιχία αποτελούμενη από το coefficient της διωνυμικής(2.50). Το τρίγωνο Pascal (Pascal Triangle) αρχίζει από την γραμμή (n = 0) και έχει σαν τιμή το 1. Οι υπόλοιπες γραμμές δημιουργούνται ως εξής . Αθροίζοντας το πάνω δεξιά νόμισμα και το πάνω αριστερά έχουμε την τιμή της νέας θέσης.

Πίνακας 2.5: Αριθμός όρων του πολυωνύμου Pascal για κάθε coefficient (N=2-9)

N	2	3	4	5	6	7	8	9
α_0	1	0	1	0	1	0	1	0
α_1	0	1	0	1	0	1	0	1
α_2	1	0	2	0	3	0	4	0
α_3		1	0	2	0	3	0	4
α_4			1	0	3	0	6	0
α_5				1	0	3	0	6
α_6					1	0	4	0
α_7						1	0	4
α_8							1	0
α_9								1
Sum	2	2	4	4	8	8	16	16

Από τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι για άρτια N και ξεχωριστά για περιττά N, εμφανίζεται το Pascal Triangle. Το μεγιστοβάθμιο coefficient και το μικρότερο coefficient(στην τάξη του πολυωνύμου) πάντα θα αποτελούνται από έναν όρο, που μπορεί να υπολογιστεί από (2.43) και την (2.44) ή (2.46) αντίστοιχα. Επίσης το σύνολο των όρων ισούται με $2^{\frac{(N-h)}{2}}$.

$$\text{Number of Terms } A_x = \binom{N-h}{\frac{x}{2}}, x = N - 2i, i = 0, 1, \dots, \frac{N-h}{2} \tag{2.50}$$

Όπου $\binom{N-h}{\frac{x}{2}}$ είναι το coefficient της διωνυμικής $(1+x)^{N-h}$, δηλαδή αν ένα σύνολο διαθέτει N στοιχεία, ο συνολικός αριθμός των υποσυνόλων του αποτελούμενα από k στοιχεία το κάθε ένα ή πιο άπλα το συνολικό πλήθος συνδυασμών N αντικειμένων ανά k δίνεται από τη σχέση [17]:

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{(N-k)!k!} \tag{2.51}$$

Η δημοσίευση [14] μας παρέχει τον παρακάτω πίνακα, όπου έχει πραγματοποιηθεί η ανάπτυξη του πολυωνύμου για $N = 2-7$.

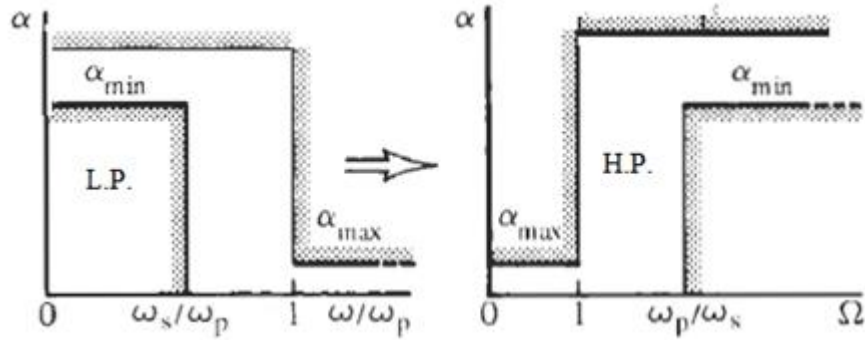
Πίνακας 2.6: coefficients της συνάρτησης Pascal για $N = 2-7$ [14]

$$P_D(N, \Omega) = a_N \Omega^N + a_{N-1} \Omega^{N-1} + \dots + a_1 \Omega + a_0$$

N	2	3	4	5	6	7
a_0	-0.125000	0	0.023438	0	-0.004882	0
a_1	0	0.192450	0	-0.070639	0	0.022171
a_2	0.250000	0	-0.277522	0	0.153199	0
a_3		-0.256600	0	0.396539	0	-0.2907494
a_4			0.295751	0	-0.564281	0
a_5				-0.356162	0	0.800362
a_6					0.439438	0
a_7						-0.550800

Πρέπει να σημειωθεί αν είναι και είναι προφανές, επειδή αναφερόμαστε στην σχεδίαση αναλογικών φίλτρων, το πολυώνυμο Pascal είναι άρτιο ή περιττό, όπως και τα υπόλοιπα πολυώνυμα που χρησιμοποιούνται στην σχεδίαση αναλογικών φίλτρων.

3. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΩΝ ΦΙΛΤΡΩΝ



Εικόνα 3.1: Μετασχηματισμός LP σε HP[3]

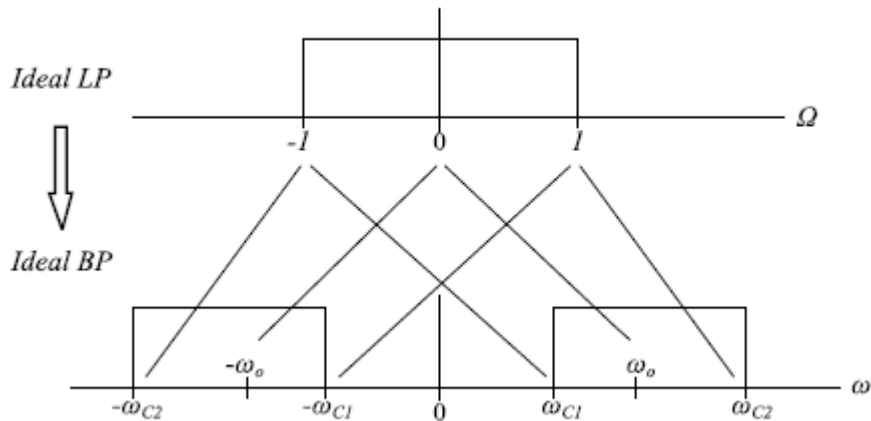
3.1 Μετασχηματισμός βαθυπερατού φίλτρου σε υψηπερατό

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω όλες οι προσεγγίσεις υπολογίζουν ένα βαθυπερατό φίλτρο, δοθέντος την παραπάνω πληροφορία, πρέπει να μετασχηματίσουμε το βαθυπερατό φίλτρο σε υψηπερατό αυτό γίνεται πολύ ευκολά. Με

έναν μετασχηματισμό συχνότητας και πρέπει να αντικαταστήσουμε όπου $s \rightarrow \frac{1}{s}$ και η

συχνότητα στην ζώνη αποκοπής Ω_s του βαθυπερατού φίλτρου είναι ίση με $\Omega_{s\text{YH}} = \frac{1}{\Omega_s}$.

Οι υπόλοιπες προδιάγραφες δεν αλλάζουν για την υλοποίηση ενός βαθυπερατού και τον μετασχηματισμό του σε υψηπερατό. Επίσης στο υψηπερατό φίλτρο η ζώνη διέλευσης ξεκινάει από $\Omega = 1$ μέχρι και το '+' άπειρο. Ενώ η ζώνη αποκοπής ξεκινάει από το μηδέν μέχρι και την $\Omega_{s\text{YH}}$. [1][3][11]



Εικόνα 3.2: Μετασχηματισμός LP σε BP[11]

3.2 Μετασχηματισμός βαθυπερατού φίλτρου σε Ζωνοπερατό.

Όπως και στο υψηπερατό φίλτρο, ομοίως και στο ζωνοπερατό φίλτρο σχεδιάζεται από ένα βαθυπερατό φίλτρο και με μετασχηματισμό συχνότητας έχουμε το ζωνοπερατό φίλτρο. Ο μετασχηματισμός συχνότητας ενός βαθυπερατού του σε ζωνοπερατό αναγράφεται παρακάτω[1]:

$$s \rightarrow \frac{1}{BW} \left(s + \frac{\omega_0^2}{s} \right) \quad (3.1)$$

Όπου ω_0 είναι ο γεωμετρικός μέσος των ω_{c1}, ω_{c2} και των ω_{s1}, ω_{s2} , το BW ονομάζεται εύρος ζώνης διέλευσης. Βέβαια αυτός ο μετασχηματισμός συχνότητας χρειάζεται το γινόμενο των ω_{c1}, ω_{c2} και των ω_{s1}, ω_{s2} να είναι ίσα μεταξύ του και ίσα με την γεωμετρικό μέσο στο τετράγωνο (για λόγους γεωμετρικής συμμετρίας), άμα θέλαμε να περιγράψουμε την παραπάνω έκφραση σε μια σχέση θα γραφόταν:

$$\omega_{c1} \omega_{c2} = \omega_{s1} \omega_{s2} = \omega_0^2 \quad (3.2)$$

$$\omega_{c2} - \omega_{c1} = BW \quad (3.3)$$

$$\omega_{s2} - \omega_{s1} = \Omega_s BW = BW_s \quad (3.4)$$

Οι προδιαγραφές του κέρδους δεν αλλάζουν αυτό που θα αλλάξει είναι η συχνότητα στην οριακή ζώνη αποκοπής (Ω_s).

$$\Omega_s = \frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} = \frac{BW_s}{BW} > 1 \quad (3.5)$$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς ενός βαθυπερατού φίλτρου για να υλοποιηθεί σαν ζωνοπερατό είναι της μορφής :

$$H_{BP}(s) = H_{LP} \left(\frac{1}{BW} \left(s + \frac{\omega_0^2}{s} \right) \right) \quad (3.6)$$

Επειδή στην παρούσα διπλωματική εργασία η σχεδίαση ενός ζωνοπερατού φίλτρου γίνεται με την προσέγγιση Pascal, όπου είναι ολοπολική. Για αυτό το λόγο το ζωνοπερατό φίλτρο δεν θα έχει μηδενικά και ο αριθμητής θα είναι απλός ένας αριθμός A (κέρδος), όπως θα αποδειχθεί παρακάτω για την σχεδίαση ενός ζωνοπερατού φίλτρου χρειαζόμαστε 2N πόλους, αντί για N πόλους. Επειδή δεν έχουμε κανένα μηδενικό από την σχεδίαση του βαθυπερατού φίλτρου δεν θα αναφερθεί ο μετασχηματισμός μηδενικών ενός βαθυπερατού σε ζωνοπερατού.

3.3 Μετασχηματισμός LP-BP πραγματικού πόλου $s = -\omega_R$

Ο πραγματικός πόλος εμφανίζεται μόνο όταν η τάξη του βαθυπερατού φίλτρου είναι περιττή, ο μετασχηματισμός γίνεται ως εξής:

$$\frac{1}{s + \omega_R} = \frac{1}{\left(\frac{s}{BW} + \frac{\omega_0^2}{s \cdot BW} \right) + \omega_R} = \frac{s \cdot BW}{s^2 + s \cdot BW \cdot \omega_R + \omega_0^2} = \frac{s \cdot BW}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_0}{Q_p} + \omega_0^2} \quad (3.7A)$$

$$Q_p = \frac{\omega_0}{BW \cdot \omega_R} \quad (3.7B)$$

Από τον παραπάνω μετασχηματισμό του πραγματικό πόλου, παρατηρούμε ότι έχουμε ένα μηδενικό ($s = 0$) και ένα ζευγάρι συζυγών πόλων. Όπου ο συντελεστής ποιότητας του ζεύγους των συζυγών πόλων μας δείχνει πόσο στενή είναι η ζώνη διέλευσης. Υπάρχουν πολλά κυκλώματα που μπορούν να υλοποιήσουν ζωνοπερατή συνάρτηση πχ. Sallen-Key, Δελιγιάννη, κύκλωμα πολλαπλής ανάδρασης, κλπ. Η σχεδίαση του ζωνοπερατού φίλτρου θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα Sallen Key.

3.4 Μετασχηματισμός LP-BP ζεύγους συζυγών μιγαδικών πόλων $-\sigma_p \pm j\omega_p$

Όπως γνωρίζουμε ένα ζεύγος συζυγών πόλων μπορεί να γραφτεί στην παρακάτω μορφή:

$$\frac{1}{s^2 + s \frac{\omega_q}{Q_q} + \omega_q^2} = \frac{1}{(s + \sigma_p)^2 + \omega_p^2} = \frac{1}{\left(\frac{s}{BW} + \frac{\omega_0^2}{s \cdot BW} + \sigma_p \right)^2 + \omega_p^2} = \frac{s \cdot BW}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_1}{Q} + \omega_1^2} \times \frac{s \cdot BW}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_2}{Q} + \omega_2^2} \quad (3.8)$$

$$\omega_q^2 = \sigma_p^2 + \omega_p^2, Q_q = \frac{\sqrt{\sigma_p^2 + \omega_p^2}}{2\sigma_p} \quad (3.9)$$

Από τον υπολογισμό των συχνοτήτων και του συντελεστή ποιότητας Q . Για δίκια μου διευκόλυνση ορίζω[1].

$$A = \frac{\omega_0}{BW}, B = \omega_q^2 + 4A^2, C = \frac{\omega_q}{Q_q}, \text{ τελικά προκύπτει:}$$

$$Q = \frac{1}{2C} \sqrt{2B + 2\sqrt{B^2 - 4A^2C^2}} \quad (3.10A)$$

$$\omega_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_2}, \omega_2 = \frac{BW}{2} \left(CQ + \sqrt{\omega_q^2 - \frac{A^2}{Q^2}} \right) \quad (3.10B)$$

Τελικά ο μετασχηματισμός LP-BP έχει σαν αποτέλεσμα

$$\frac{s \cdot BW}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_1}{Q} + \omega_1^2} \times \frac{s \cdot BW}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_2}{Q} + \omega_2^2}$$

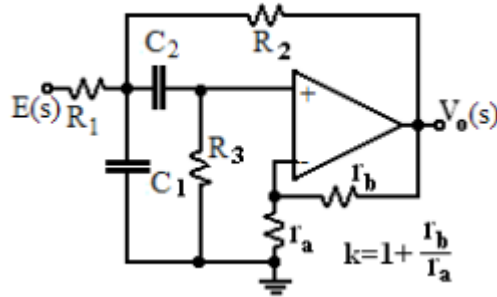
Όπου ω_1 και ω_2 μπορούν να υπολογιστούν από την (3.10B) και ο συντελεστής ποιότητας όπου (3.10A). Εύκολα αποδεικνύεται ότι :

$$\omega_0^2 = \omega_1^2 \omega_2^2 \quad (3.11A)$$

και

$$\omega_1 - \omega_2 = \sqrt{\omega_p^2 BW^2 - \frac{\omega_0}{Q^2}} \quad (3.11B)$$

Ευκολά μπορεί κάποιος να παρατηρήσει κάποιος ότι για ένα ζευγάρι μιγαδικών πόλων σε ένα βαθυπερατό φίλτρο χρειαζόμαστε δυο ΖΔ κυκλώματα 2ής τάξης, για την υλοποίηση του ζωνοπερατού φίλτρου.

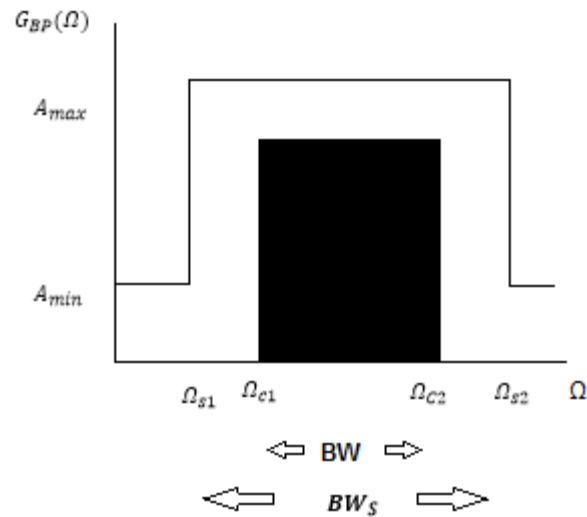


Εικόνα 3.3: Ζωνοπερατό κύκλωμα Sallen - Key

3.5 Υλοποίηση Ενεργού Ζωνοπερατού φίλτρου

Στο παρόν υπό κεφάλαιο θα εκπονηθεί η σχεδίαση ενός ζωνοπερατού φίλτρου με τις παρακάτω προδιάγραφες:

1. $A_{\max} = 1 \text{ dB}$
2. $A_{\min} = 30 \text{ dB}$
3. $H_0 = 1$
4. $BW = 2\pi(5000 - 100) = 3.079 \cdot 10^4$
5. $BW_s = 2\pi(10^4 - 50) = 6.252 \cdot 10^4$
6. $\Omega_s = \frac{BW_s}{BW} = 2.031$
7. $\Omega_0^2 = (2\pi)^2(10^4 \cdot 50) = 1.974 \cdot 10^7$
8. $\Omega_0 = 4.443 \cdot 10^3$



Σχήμα 3.1: Προδιάγραφες Ζωνοπερατού φίλτρου

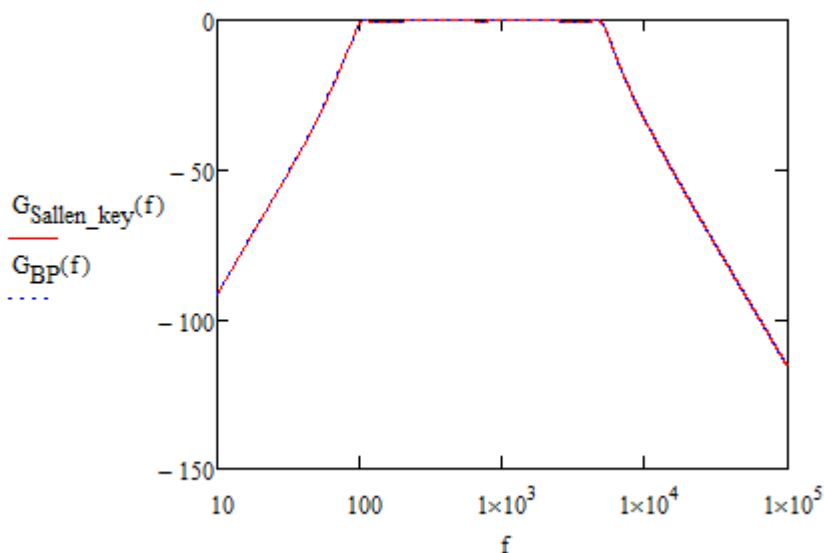
Όπως προαναφέρθηκε στο θεωρητικό υπόβαθρο του παρόντος κεφαλαίου, θα σχεδιάσω πρώτα ένα βαθυπερατό φίλτρο με $\Omega_s = 2.031$ (οι προδιάγραφες κέρδους παραμένουν σταθερές). Αφού υπολογιστεί η τάξη του φίλτρου (στην περίπτωση μας είναι 4^ο βαθμού, βλέπε παράρτημα IV) περιμένουμε δυο ζεύγη συζυγών πόλων. Έπειτα εξάγουμε την συνάρτηση μεταφοράς και μετατρέπουμε το βαθυπερατό φίλτρο σε ζωνοπερατό με τις σχέσεις (3.9), (3.10A) και (3.10B). Ολοκληρώνοντας την θεωρητική σχεδίαση, σχεδιάζουμε το ζωνοπερατό φίλτρο με το κύκλωμα Sallen-Key (εικόνα 3.3) με όλους τους αντιστάτες ίσους (10kΩ) και ίσους πυκνωτές.

Αφού έχουμε τέσσερα συζυγή ζεύγη πόλων(θυμίζεται αν έχω ένα συζυγές ζεύγος πόλων του βαθυπερατού φίλτρου, τότε έχω δυο συζυγή ζεύγη πόλων του ζωνοπερατού φίλτρου), μπορούμε να τα περιγράψουμε :

$$H_{BP}(s) = \frac{A_1 s}{(s^2 + \frac{\omega_1}{Q_1} s + |\omega_1|^2)} \frac{A_2 s}{(s^2 + \frac{\omega_2}{Q_2} s + |\omega_2|^2)} \frac{A_3 s}{(s^2 + \frac{\omega_3}{Q_3} s + |\omega_3|^2)} \frac{A_4 s}{(s^2 + \frac{\omega_4}{Q_4} s + |\omega_4|^2)} \quad (3.12)$$

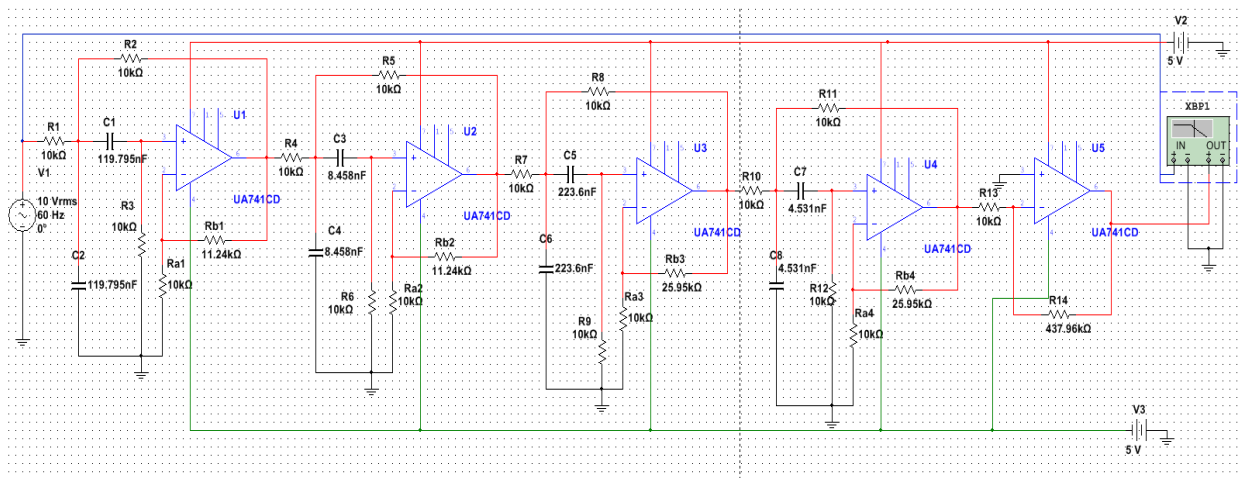
Επίσης λόγω της ενεργής σχεδίασης δεν έχουμε το φαινόμενο loading, που παρουσιάζεται στα παθητικά φίλτρα, με αποτέλεσμα να μπορούμε να 'σπάσουμε' την (3.12) σε τέσσερις αλυσωτές συναρτήσεις μεταφοράς. Όπου η κάθε συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να υλοποιηθεί με ένα κύκλωμα Sallen-Key. Οι βασικές σχέσεις για την σχεδίαση ενός κυκλώματος Sallen-Key αναγράφονται παρακάτω :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}, \quad Q = \frac{\omega_0}{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1-k}{R_2 C_1}} \quad (3.13)$$

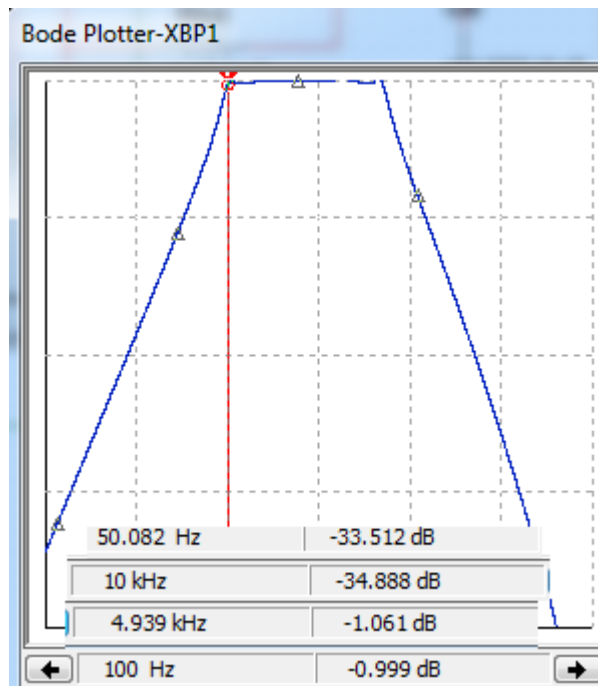


Σχήμα 3.2: Απόκριση του ζωνοπερατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal στο πρόγραμμα Mathcad

Η παραπάνω εικόνα δείχνει το λογαριθμικό κέρδος της προσέγγισης Pascal με μπλε χρώμα και με κόκκινο χρώμα το λογαριθμικό κέρδος του συστήματος μας. Στο παράρτημα IV έχει τοποθετηθεί το αρχείο Mathcad, όπου έχει γίνει ο υπολογισμός της ζωνόπερατης συνάρτησης μεταφοράς και των παθητικών στοιχείων. Στην παρακάτω εικόνα είναι το ενεργό κύκλωμα για το ζωνοδιαβατό φίλτρο που μόλις σχεδιάστηκε στο πρόγραμμα Multisim.



Εικόνα 3.4: Τοπολογία ενεργού ζωνοπερατού φίλτρου Pascal



Σχήμα 3.3: Απόκριση του ζωνοπερατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal από το πρόγραμμα Multisim

Από την παραπάνω εικόνα μπορούμε να παρατηρήσουμε στις δυο συχνότητες αποκοπής έχουμε κέρδος -1dB και στις οριακές συχνότητες αποκοπής το κέρδος είναι μικρότερο από -30dB αυτό οφείλεται στο ότι σχεδιάσαμε το βαθυτερατό φίλτρο με ripple factor λ_{max} . Η τελευταία βαθμίδα που είναι μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία απλώς ισοσταθμίζει το κέρδος.

4. ΠΑΘΗΤΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ ΜΕ LC LADDER

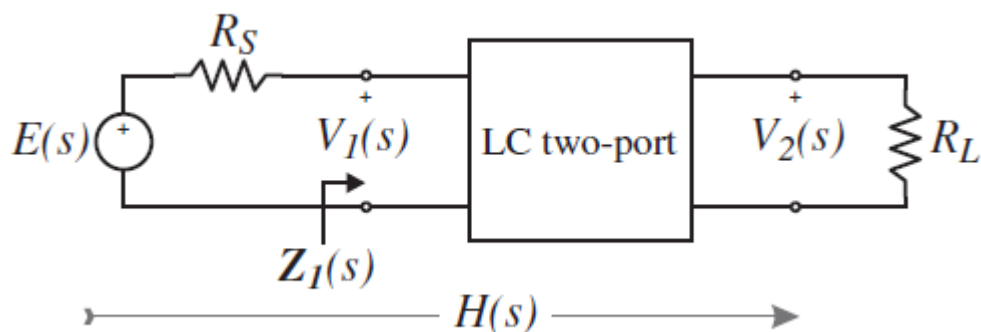
4.1 Εισαγωγή

Τα παθητικά φίλτρα είναι και θα είναι ένα από τα πιο βασικά υπό συστήματα ενός τηλεπικοινωνιακού συστήματος, σε αντίθεση με τα ενεργά φίλτρα στα παθητικά χρησιμοποιούμε και επαγωγείς, όπου ο επαγωγέας είναι απαγορευμένος στις ενεργές σχεδιάσεις. Για την σχεδίαση παθητικών φίλτρων χρησιμοποιείται σήμερα η μέθοδος των παραμέτρων παρεμβολής ή ενεργών παραμέτρων. Τα παθητικά LC φίλτρα ή LC ladders αποτελούνται από την αντίσταση του πομπού και του δεκτή, πυκνωτές και επαγωγείς. Στα παθητικά φίλτρα δεν μας ενδιαφέρει η συνάρτηση μεταφοράς αλλά ο συντελεστής ανάκλασης ($\rho(s)$), μέσω του συντελεστή ανάκλασης θα γίνει η σχεδίαση ενός παθητικού φίλτρου.

Η βασική ιδέα των παθητικών φίλτρων είναι πως παρεμβάλουμε ένα δίθυρο κύκλωμα (LC ladder) μεταξύ των αντιστατών της πηγής και του δεκτή. Η βασικές διαφορές στην υλοποίηση ενός παθητικού φίλτρου με ενός ενεργού αναγράφονται παρακάτω :

- Υπάρχουν πρόσθετες προδιαγραφές, η αντίσταση της πηγής R_s και η αντίσταση του φορτίου ($R_L = 1$)
- Στην ενεργή υλοποίηση μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τις συνάρτησεις μεταφοράς, με το τελικό γινόμενο να είναι η τελική συνάρτηση μεταφοράς. Στην παθητική υλοποίηση δεν ισχύει το ίδιο φαινόμενο, εξαιτίας του φαινομένου φόρτωσης (loading).[1]

4.2 Ενεργός εξασθένιση και ο συντελεστής ανάκλασης $\rho(s)$



Εικόνα 4.1: Δίθυρο κύκλωμα τερματισμένο σε αντιστάσεις[16]

Η ενεργός εξασθένιση ορίζεται από την παρακάτω σχέση, όπου P_{\max} είναι η μέγιστη ισχύς της πηγής και P_2 η καταναλισκόμενη ισχύς στο φορτίο

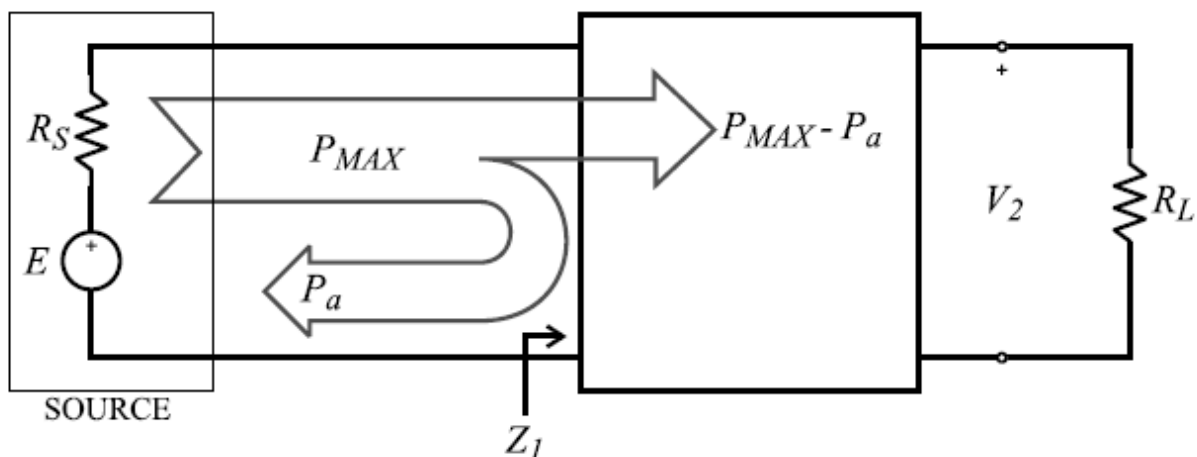
$$A(\Omega) = 10 \log \left(\frac{P_{\max}}{P_2} \right) = 20 \log \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_L}{R_s}} \left| \frac{E(j\Omega)}{V_{out}(j\Omega)} \right| \right) \quad (4.1)$$

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε από την (4.1) η ενεργός εξασθένιση είναι μονίμως μη αρνητική και μηδενίζεται στις συχνότητες που υπάρχει προσαρμογή ($R_L = R_S$), οπότε η πηγή αποδίδει την μέγιστη ισχύ στους ακροδέκτες του δίθυρου και λογο ότι το δίθυρο αποτελείται αποκλειστικά από αέρια στοιχεία (επαγωγείς και πυκνωτές), παραδίδει όλοι την εισερχόμενη μέση ισχύ στο ωμικό φορτίο. Στο DC ($s=0$) όπου τα πηνία βραχυκυκλώνονται και οι πυκνωτές ανοικτό κυκλώνονται, η αντίσταση εισόδου του δίθυρου ($Z_{in}(s)$) μπορεί να λάβει τις εξής τιμές:

$$Z_{in}(0) = 0 \quad \text{ή} \quad Z_{in}(0) = \infty \quad \text{ή} \quad Z_{in}(0) = R_L \quad (4.2)$$

Η ενεργός εξασθένιση στην περίπτωση της απευθείας συνδέσεως (χωρίς την παρεμβολή του δίθυρου) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$A_0 = 10 \log \left(\frac{P_{\max}}{P_1} \right) = 20 \log \left(\frac{R_S + R_L}{2\sqrt{R_S R_L}} \right) \quad (4.3)$$



Εικόνα 4.2: Κατανομή της ισχύς σε ένα δίθυρο 2 X 2

Ο συντελεστής ανάκλασης όπου μπορεί να περιγράψει από την εξίσωση του Feldtkeller[7] (4.4A) ή (4.4B), δηλώνει το πηλίκο της ανακλώμενης ισχύς στην πηγή προς την μέγιστη ισχύ της πηγής. Η ανακλώμενη ισχύς (P_A) υπάρχει στις συχνότητες που δεν υπάρχει προσαρμογή ($R_L \neq R_S$), με αποτέλεσμα η πηγή να στείλει την μέγιστη ισχύ (P_{\max}), αλλά στο δίθυρο που είναι τερματισμένο με R_L εισέρχεται μόνο η διαφοράς της μέγιστης ισχύς με της ανακλώμενης και η υπόλοιπη ισχύς της πηγής να ανακλάται πίσω στην πηγή.

$$\rho(s) = \frac{P_{\max}}{P_A} = \pm \frac{R_S - Z_1(s)}{R_S + Z_1(s)} \quad (4.4A)$$

$$\rho(s)\rho(-s) = 1 - 4 \frac{R_s}{R_L} H(s)H(-s) \quad (4.4B)$$

Ο συντελεστής ανάκλασης $\rho(s)$ εξαρτάται από την συχνότητα με αποτέλεσμα να προσφέρει μια επιλεκτικότητα στο κύκλωμα. Για μερικές συχνότητες μπορεί να είναι μικρός, δηλαδή περισσότερη ισχύς καταναλώνεται στο φορτίο και σε άλλες συχνότητες το μεγαλύτερο ποσοστό της ισχύος να επιστρέφει στην πηγή.

4.3 Τρόπος σχεδίασης παθητικών φίλτρων

Οι προδιαγραφές για την σχεδίαση ενός παθητικού φίλτρου και ενός ενεργού φίλτρου είναι οι ίδιες (συχνότητα αποκοπής, οριακή συχνότητα αποκοπής, εξασθένηση στην ζώνη διέλευσης και εξασθένηση στην ζώνη αποκοπής), εκτός από τις αντιστάσεις της πηγής και του φορτίου. Βέβαια το κέρδος στο D.C. φυσικά θα είναι ίσο με H_0 , όπου δίνεται από δυο σχέσεις για N άρτιο και N περιττό (θα εξηγηθεί στο επόμενο υπό κεφάλαιο γιατί έχουμε 6 συνολικά σχέσεις για την εύρεση του άπλου κέρδους και όχι 3). N περιττό:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_L + R_s}, \quad H_C = H_0 10^{\frac{-A_{\max}}{20}}, \quad H_S = H_0 10^{\frac{-A_{\min}}{20}} \quad (4.5A)$$

N άρτιο:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_L + R_s} 10^{\frac{\delta A}{20}}, \quad H_C = H_0 10^{\frac{-A_{\max}}{20}}, \quad H_S = H_0 10^{\frac{-A_{\min}}{20}} \quad (4.5B)$$

Επειδή στην παθητική υλοποίηση τα κυκλώματα είναι συγκεκριμένα δεν έχουμε την ελευθερία της επιλογής του κυκλώματος για την υλοποίηση του φίλτρου μας. Ο στόχος της παθητικής σχεδίασης είναι να βρούμε την $Z_{in}(s)$, που μετά με απόσπαση πόλων στο άπειρο (σελίδα 59 θεωρία και σελίδα 65 παράδειγμα) θα εξάγουμε τα διακριτά μας στοιχεία. Για να εξάγουμε την αντίσταση εισόδου ($Z_{in}(s)$) πάλι θα πρέπει να διαλέξουμε μια προσέγγιση (Chebyshev, Pascal, Cauey, κλπ.), αφού έχουμε επιλέξει με ποια προσέγγιση θα σχεδιάσουμε το παθητικό μας φίλτρο, θα πρέπει να υπολογίσουμε την ποσότητα $H(s)H(-s)$ (4.6), έπειτα θα βρούμε τον συντελεστή ανάκλασης, που θα αποτελείται από τις ρίζες της $H(s)H(-s)$ (θυμίζεται ότι οι πόλοι του συντελεστή ανάκλασης πρέπει να είναι ευσταθείς και για τα μηδενικά ο μονός περιορισμός είναι όταν δίνουμε ένα μηδενικό στην $\rho(s)$ το αντίθετο του να πηγαίνει στην $\rho(-s)$). Αφού έχουμε υπολογίσει και τον συντελεστή ανακλάσεις χρησιμοποιούμε την σχέση (4.7) για να υπολογίσουμε την αντίσταση εισόδου. Βέβαια υπάρχουν στα παρατήματα (I & III) έτοιμοι πίνακες για την επιλογή των παθητικών στοιχείων (για τις προσεγγίσεις Butterworth και Chebyshev). Για την σχεδίαση Pascal δεν υπάρχουν πίνακες όπου θα μπορούσαμε να διαλέξουμε τα παθητικά στοιχεία, έτσι αποφάσισα να κατασκευάσω πίνακες για διαφορετικές εξασθένησης (A_{\max}) και $N = 2-7$ όπου αναγράφονται οι τιμές των παθητικών στοιχείων (κανονικοποιημένες).

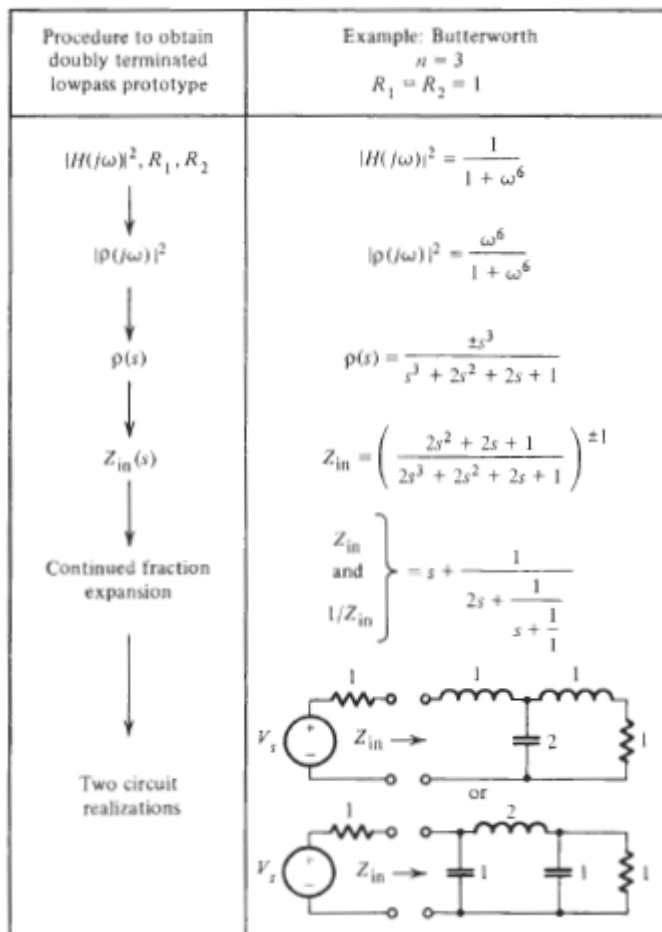
$$H(s)H(-s) = \frac{H_0^2}{1 + \lambda^2 P_D^2(N, \Omega)} \Big|_{\Omega^2 = -s^2} \quad (4.6)$$

$$Z_{1A}(s) = \frac{R_S(1 - \rho(s))}{1 + \rho(s)}, \quad R_S \geq R_L$$

ή

$$Z_{1A}(s) = \frac{R_S(1 + \rho(s))}{1 - \rho(s)}, \quad R_S \leq R_L$$

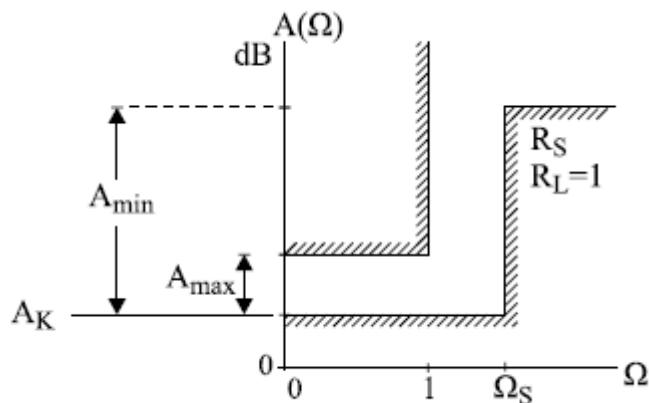
(4.7)



Εικόνα 4.3: Διαδικασία σχεδίασης παθητικού φίλτρου Butterworth[3]

4.4 Η προσέγγιση Pascal στα παθητικά φίλτρα

Με δεδομένες τις κανονικοποιημένες προδιαγραφές του παθητικού βαθυπερατού φίλτρου, αναζητάμε μια συνάρτηση ενεργής εξασθένισης, που δεν θα εισέρχεται στις γραμμοσκιασμένες περιοχές(εικόνα 4.4), όπου A_x η ελαχίστη επιτρεπόμενη τιμή που μπορεί να λάβει η εξασθένιση στην ζώνη διέλευσης. Θυμίζεται η ενεργός εξασθένιση είναι το πηλίκο της μέγιστης ισχύς της πηγής και της καταναλωμένης ισχύς στο φορτίο μας(σχέση 4.3). Όπως σε όλες τις άλλες ολοπολικές προσεγγίσεις ο στόχος μας είναι να εξάγουμε την αντίσταση εισόδου ($Z_1(s)$), από την εξίσωση του Feldtkeller (4.4B). Έπειτα αφού έχουμε εξάγει την αντίσταση εισόδου θα πρέπει να εκπονήσουμε την μέθοδο της απόσπαση πόλων στο άπειρο(Cauer 1926).



Εικόνα 4.4: Ενεργός εξασθένιση ενός βαθυπερατού φίλτρου[15]

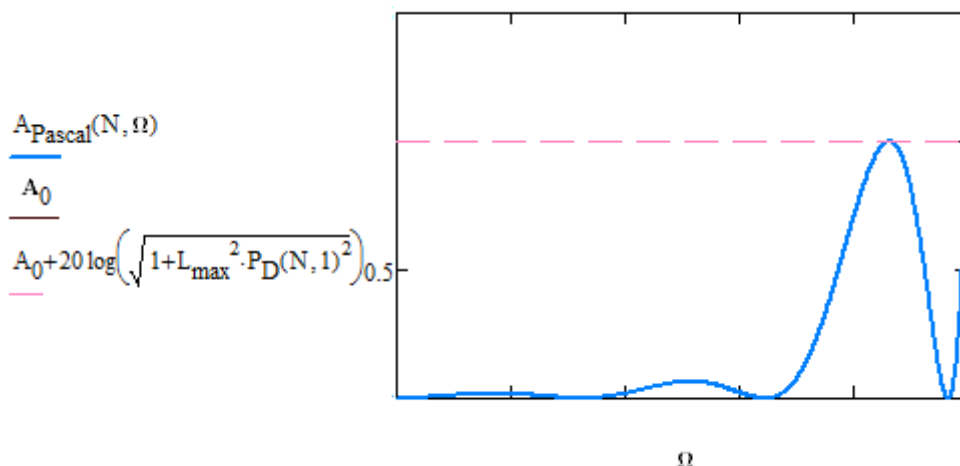
Τελικά η ενεργός εξασθνηση της συναρτησης Pascal εκφραζεται από την πάρακατω σχεση[15]:

$$A(\Omega) = A_0 - 20(1-h)\log_{10}\left(\sqrt{1+\lambda^2 P_D^2(N,0)}\right) + 20\log_{10}\left(\sqrt{1+\lambda^2 P_D^2(N,\Omega)}\right) \quad (4.8)$$

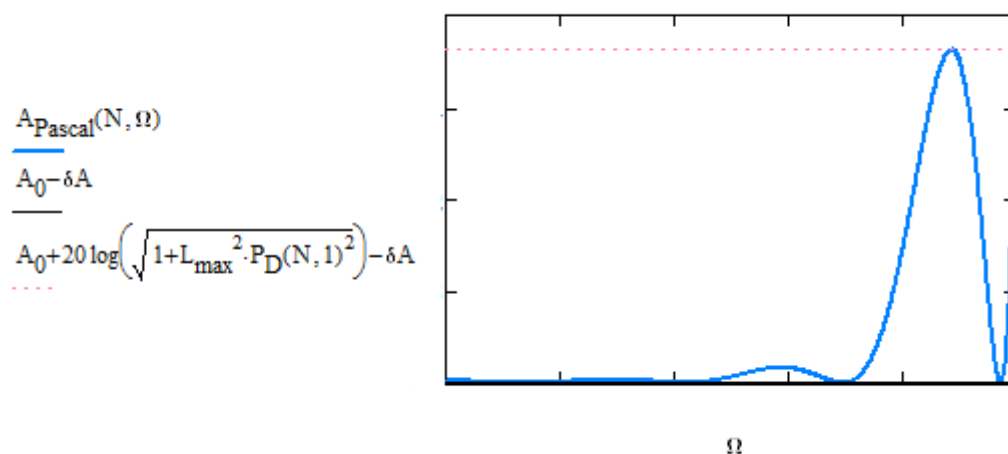
Όπου

- A_0 δίνεται από την σχέση (4.3), που είναι η ενεργός εξασθένιση χωρίς την παρεμβολή του δίθυρου.
- N είναι η τάξη της προσέγγισης .
- λ είναι το Ripple factor, όπου είναι μια προδιαγραφή που μπορεί να λάβει ο σχεδιαστής για την σχεδίαση του φίλτρου, δίνεται από την σχέση (2.36).
- P_D είναι η συνάρτηση Pascal (2.34).
- $h = \text{mod}(N,2)$.
- $\delta A = 20\log_{10}\left(\sqrt{1+\lambda^2 P_D^2(N,0)}\right)$.

Θεμελιώδης κανόνας για την σχεδίαση παθητικών ΒΠ φίλτρων είναι πως στο DC ($s=0$) η εξασθένιση πρέπει να ίση με A_0 [1][3][7][15]. Όπου αυτός ο κανόνας παραβιάζεται για άρτια τάξη. Αυτό οφείλεται ότι η προσέγγιση Pascal (όπως και η Chebyshev, Caueg, κλπ.) είναι πολυωνομικές συνάρτησεις είτε άρτιες, είτε περιπτές. Για την περιπτή τάξη το πολυώνυμο δεν περιέχει τον συντελεστή Ω^0 , ισοδύναμα η συνάρτηση Pascal(2.34) να έχει αποτέλεσμα μηδέν για $\Omega = 0$. Αντίθετα στην άρτια τάξη ο συντελεστής αυτός υπάρχει και είναι το A_h που δίνεται από τις σχέσεις (2.44) ή (2.46) ή (2.49). Εξαιτίας του παραπάνω προβλήματος πρέπει να τροποποιήσουμε την σχέση της ενεργούς εξασθένισης, έτσι ώστε στο DC να είναι ίση με A_0 , αυτό πετυχαίνεται με την (4.8). Στις δυο παρακάτω εικόνες είναι η ενεργός εξασθένιση για N περιπτό (Σχήμα 4.1) και N άρτιο(Σχήμα 4.2).



Σχήμα 4.1: Ενεργός εξασθένιση για N περιττό



Σχήμα 4.2: Ενεργός εξασθένιση για N άρτιο

Από τις δυο παραπάνω εικόνες μπορούμε να εξάγουμε κάποια συμπεράσματα. Για N περιττό η εξασθένιση θα αρχίζει από A_0 , αφού η συνάρτηση Pascal για περιττή τάξη και $\Omega = 0$, είναι μηδέν. Η μέγιστη τιμή της ενεργός εξασθένισης είναι A_0 συν την εξασθένιση της συνάρτησης Pascal για $\Omega = 1 (P_D(N,1) = P_{max})$. Ενώ για άρτια τάξη η συνάρτηση Pascal στο DC δεν είναι μηδέν άρα η ενεργός εξασθένιση θα κυμαίνεται από A_0 μείον μια μικρή τιμή (δA), για την μέγιστη τιμή που έχει η ενεργός εξασθένιση στην ζώνη διέλευσης είναι A_0 μείον μια μικρή τιμή (δA) συν την εξασθένιση της συνάρτησης Pascal για $\Omega = 1 (P_D(N,1) = P_{max})$.

4.5 Σχεδίαση παθητικού βαθυπερατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal

Όπως και στην ενεργή σχεδίαση η σχεδίαση του παθητικού φίλτρου αρχίζει από τις κανονικοποιημένες προδιάγραφες, το μόνο που θα αλλάξει από τις προδιάγραφες για την υλοποίηση ενός ενεργού κυκλώματος είναι η σχέση που δίνει τις προδιάγραφες κέρδους και ότι έχουμε δυο ακόμα προδιαγραφές R_s και R_L . Η σχέση που δίνει το H_0 για άρτιο N είναι διαφορετική για N περιττό λογο της συνάρτησης

$$\text{Pascal}(P_D(N_{\text{Even}}, 0) \neq 0)$$

N περιπτό:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_L + R_s}, \quad H_C = H_0 10^{\frac{-A_{\max}}{20}}, \quad H_S = H_0 10^{\frac{-A_{\min}}{20}} \quad (4.9A)$$

N άρτιο:

$$H_0 = \frac{R_L}{R_L + R_s} 10^{\frac{\delta\lambda}{20}}, \quad H_C = H_0 10^{\frac{-A_{\max}}{20}}, \quad H_S = H_0 10^{\frac{-A_{\min}}{20}} \quad (4.9B)$$

Αφού έχουμε τις προδιάγραφες μπορούμε να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου μας από την παρακάτω σχέση (θυμίζεται από το κεφάλαιο 2.4.3 αναλυτικός τύπος για τον υπολογισμό της τάξης της συνάρτησης Pascal δεν υπάρχει για αυτό τον λόγο, είτε οδηγούμαστε στο νομόγραμμα (σελίδα 40) ή υπολογίζουμε την ανισότητα με την βοήθεια κάποιου μαθηματικού προγράμματος και η τάξη του φίλτρου θα είναι όταν η παρακάτω ανισότητα για ένα γνωστό N δεν θα ισχύει:

$$\left| \frac{P_D(N, 1, \Omega_D)}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \right| = \frac{P_{\max}}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \leq g \quad g = \frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_C}\right)^2 - 1}}{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_S}\right)^2 - 1}} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1}}{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}} \quad (4.10)$$

Έπειτα από τον υπολογισμό της τάξης του φίλτρου μπορούμε να βρούμε το Ripple factor από την παρακάτω σχέση.

$$\frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_S}\right)^2 - 1}}{|P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)|} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\min}}{10}} - 1}}{|P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)|} = \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} = \frac{\sqrt{\left(\frac{H_0}{H_C}\right)^2 - 1}}{|P_D(N, 1, \Omega_D)|} = \frac{\sqrt{10^{\frac{a_{\max}}{10}} - 1}}{|P_{MAX}|} \quad (4.11)$$

Σε αυτό το κομμάτι η παθητική σχεδίαση διαφοροποιείται τελείως από την ενεργή σχεδίαση. Στην ενεργή σχεδίαση το επόμενο μας βήμα θα ήταν να υπολογίσουμε τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς, όμως στην παθητική υλοποίηση δεν μας ενδιαφέρει η συνάρτηση μεταφοράς αλλά μας ενδιαφέρει η $Z_1(s)$. Για να εξάγουμε την $Z_1(s)$ θα πρέπει πρώτα να βρούμε τον συντελεστή ανάκλασης ($\rho(s)$). Παρακάτω αναγράφεται πως θα υπολογίσουμε την $Z_1(s)$.

$$H(s)H(-s) = \frac{H_0^2}{1 + \lambda^2 P_D^2(N, \Omega)} \Big|_{\Omega^2 = -s^2} \quad (4.12)$$

Όπου H_0 δίνεται από την (4.9A) ή (4.9B) εξαρτάται την τάξη του φίλτρου και λ είναι το Ripple factor.

$$\rho(s)\rho(-s) = 1 - 4 \frac{R_s}{R_L} H(s)H(-s) \quad (4.13)$$

Για να υπολογίσουμε την $Z_1(s)$, πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε τον συντελεστή ανάκλασης($\rho(s)$). Βέβαια οι πόλοι του συντελεστή ανάκλασης πρέπει να βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό ημιεπίπεδο (για λόγους ευστάθειας). Ενώ για τον αριθμητή έχουμε την ελευθερία να επιλέξουμε εμείς ποια μηδενικά θέλουμε(απλώς πρέπει να θυμηθούμε ότι αν πάρουμε κάποιο μηδενικό στην $\rho(s)$ το αντίθετο του πρέπει να το βάλουμε στην $\rho(-s)$). Το επόμενο βήμα είναι να βρούμε την $Z_1(s)$, που υπολογίζεται από την σχέση (4.14A) για $R_s \geq R_L$ ή από την σχέση (4.14B) $R_s \leq R_L$ [1][3][7].

$$Z_{1A}(s) = \frac{R_s(1 - \rho(s))}{1 + \rho(s)}, \quad R_s \geq R_L \quad (4.14A)$$

ή

$$Z_{1A}(s) = \frac{R_s(1 + \rho(s))}{1 - \rho(s)}, \quad R_s \leq R_L \quad (4.14B)$$

Μόλις εξάγουμε και την $Z_1(s)$ τα προβλήματα μας έχουν σχεδόν λυθεί. Το τελευταίο κομμάτι είναι τώρα να γίνει η απόσπαση πόλων στο άπειρο στην $Z_1(s)$ δηλαδή[1][16]:

$$Z_{1A}(s) = \frac{A_N s^N + \dots + A_1 s^1 + A_0}{B_m s^m + \dots + A_1 s^1 + A_0}, \quad N = m + 1 \quad (4.15)$$

Λόγω ότι η $Z_1(s)$ είναι θετική πραγματική(Θ.Π.) συνάρτηση:

- $\text{Re}(Z_{1A}(j\omega) \geq 0)$, για κάθε πραγματικό ω .
- $Q(s) = \text{Numerator}(s) + \text{Denominator}(s)$ είναι αυστηρό πολυώνυμο Hurwitz.

Δοθέντος ότι η $Z_{1A}(s)$ είναι Θ.Π. μπορεί να γραφεί ως εξής:

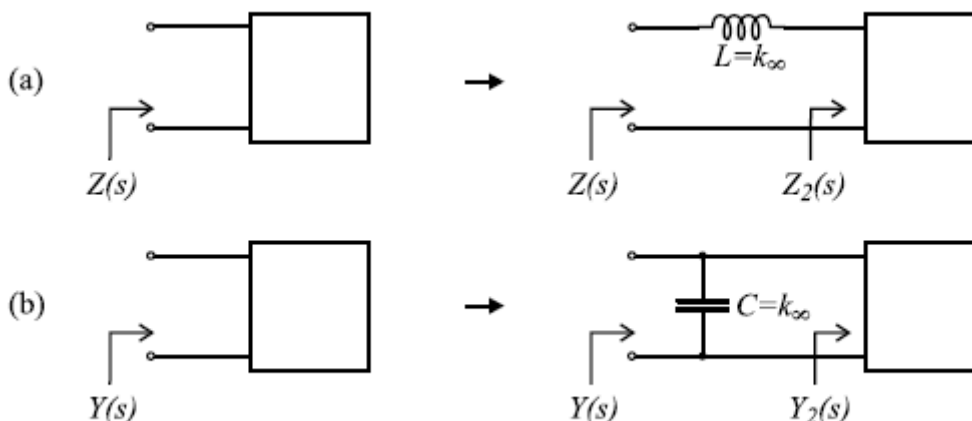
$$Z_{1A}(s) = \frac{\text{Numerator}(s)}{\text{Denominator}(s)} = F_1(s) + k_\infty s \quad (4.16)$$

Όπου k_∞ δίνεται από την παρακάτω σχέση και το k_∞ θα έχει την τιμή ενός κανονικοποιημένου πηνίου αν $F_1(s)$ είναι η οδηγούσα συνάρτηση αντίστασης $Z(s)$. Ενώ αν $F_1(s)$ είναι οδηγούσα συνάρτηση αγωγιμότητας $Y(s)$, τότε η απόσπαση του πόλου στο άπειρο αντιστοιχεί σε έναν πυκνωτή.

$$k_{\infty} = \frac{A_N}{B_m} \quad (4.17A)$$

$$k_{\infty} = \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\frac{Z_1(s)}{s} \right] \quad (4.17B)$$

Η διαδικασία της απόσπασης πόλων στο άπειρο τελειώνει όταν η απομένουσα συνάρτηση θα είναι ίση με ένα.



Εικόνα 4.5: Απόσπαση πόλων στο άπειρο.(α) όταν έχουμε αντίσταση. (β) για αγωγιμότητα[16]

4.6 Ιδιαιτερότητα της άρτιας τάξης

Όπως αναφέρθηκε στο υπό κεφάλαιο 4.4 η άρτια τάξη έχει μερικές ιδιαιτερότητες. Μια από τις βασικές ιδιαιτερότητες είναι πως δεν μπορούμε να έχουμε ίσους αντιστάτες ($R_S = R_L$), αυτό αποδεικνύεται πολύ εύκολα από την σχέση (4.8), αφού για ίσες αντιστάσεις το A_0 μηδενίζεται και δεν υπάρχει η δυνατότητα του σχήματος 4.2, δηλαδή να υπάρχει εξασθένιση κάτω από την A_0 (ακριβώς το ίδιο φαινόμενο παρουσιάζεται και στην προσέγγιση Chebyshev). Όταν επόμενος έχουμε άρτια τάξη Pascal και ίσους τερματισμούς, είμαστε υποχρεωμένοι να αυξήσουμε την τάξη κατά 1.

Δυστυχώς τα προβλήματα μας για την άρτια τάξη δεν τελειώνουν εδώ, ένα ακόμα πρόβλημα είναι ότι δεν μπορούμε να λάβουμε ένα εύρος τιμών αντιστάσεων της πηγής (R_S), λόγω ότι η εξασθένιση θα είναι αρνητική, όπου από τον ορισμό της εξασθένισης δεν μπορεί να είναι αρνητική. Για αυτό τον λόγο θα πρέπει να βρούμε ποιες τιμές αντιστάσεων επιτρέπεται να χρησιμοποιήσουμε για κάθε άρτια τάξη. Για να μην λάβει η εξασθένιση αρνητικές τιμές στην ζώνη διέλευσης θα πρέπει το δA να είναι τουλάχιστον ίσο με A_0 . Το A_0 εξαρτάται μόνο από την αντίσταση της πηγής(κανονικοποιημένες τιμές($R_L=1$)), ενώ το δA εξαρτάται από την τάξη του φίλτρου(N) άλλα και από το a_{\max} , σε αντίθεση με την παθητική σχεδίαση Chebyshev που η τιμές που επιτρέπεται για την R_S εξαρτάται αποκλειστικά από το a_{\max} .

Για να εξάγουμε ποιες τιμές της R_S απαγορεύεται να λάβει για την σχεδίαση μιας άρτιας τάξης. Πρέπει να θέσουμε $A_0 = \delta A$ και να λύσουμε ως προς R_S [15].

Σχεδίαση και υλοποίηση ζωνοδιαβατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal σε μικροκυματικές συχνότητες

$$\begin{aligned}
\frac{R_s + 1}{2\sqrt{R_s}} &= \left(\sqrt{1 + \lambda^2 P_D^2(N,0)} \right) \leftrightarrow (R_s + 1)^2 = 4R_s \left(\sqrt{1 + \lambda^2 P_D^2(N,0)} \right)^2 \\
R_s^2 + 2R_s + 1 - 4R_s - 4R_s \lambda^2 P_D^2(N,0) &= 0 \leftrightarrow R_s^2 + 1 - 2R_s - 4R_s \lambda^2 P_D^2(N,0) = 0 \\
A &= 1, \quad B = -(2 + 4\lambda^2 P_D^2(N,0)), \quad \Gamma = 1 \\
\Delta &= (2 + 4\lambda^2 P_D^2(N,0))^2 - 4 = 4 - 4 + 16\lambda^2 P_D^2(N,0) + 16\lambda^4 P_D^4(N,0) > 0 \\
R_{s1,2} &= \frac{2 + 4\lambda^2 P_D^2(N,0) \pm \sqrt{16\lambda^2 P_D^2(N,0) + 16\lambda^4 P_D^4(N,0)}}{2} = \frac{2 + 4\lambda^2 P_D^2(N,0) \pm 4\lambda P_D(N,0) \sqrt{1 + \lambda^2 P_D^2(N,0)}}{2} \quad (4.18) \\
R_{s1,2} &= 1 + 2\lambda^2 P_D^2(N,0) \pm 2\lambda P_D(N,0) \sqrt{1 + \lambda^2 P_D^2(N,0)} \\
R_{s1} &= 1 + 2\lambda^2 P_D^2(N,0) - 2\lambda P_D(N,0) \sqrt{1 + \lambda^2 P_D^2(N,0)} \\
R_{s2} &= 1 + 2\lambda^2 P_D^2(N,0) + 2\lambda P_D(N,0) \sqrt{1 + \lambda^2 P_D^2(N,0)}
\end{aligned}$$

Για να βρούμε την μέγιστη κυμάτωση $A_{\max 0}$ που μπορεί να πραγματοποιηθεί για άρτια τάξη είναι συνάρτηση της R_s και μπορεί να υπολογιστεί αν θέσουμε πάλι $A_0 = \delta A$ και λύσουμε ως προς $A_{\max 0}$ δηλαδή ($P_{\max} = P_D(N,1)$)[15]:

$$\begin{aligned}
\frac{R_s + 1}{2\sqrt{R_s}} &= \left(\sqrt{1 + \lambda_{\max}^2 P_D^2(N,0)} \right) \leftrightarrow (R_s + 1)^2 = 4R_s \left(\sqrt{1 + \lambda_{\max}^2 P_D^2(N,0)} \right)^2 \\
\lambda_{\max}^2 &= \frac{(R_s + 1)^2}{4R_s P_D^2(N,0)} - \frac{1}{P_D^2(N,0)} \leftrightarrow 10^{\frac{A_{\max 0}}{10}} = \frac{(R_s + 1)^2 P_D^2(N,1)}{4R_s P_D^2(N,0)} - \frac{P_D^2(N,1)}{P_D^2(N,0)} + 1 \quad (4.19) \\
A_{\max 0} &= 10 \log \left(\frac{(R_s + 1)^2 P_D^2(N,1)}{4R_s P_D^2(N,0)} - \frac{P_D^2(N,1)}{P_D^2(N,0)} + 1 \right) = 10 \log \left(\frac{(R_s - 1)^2 P_D^2(N,1)}{4R_s P_D^2(N,0)} + 1 \right)
\end{aligned}$$

Για την συγκεκριμένη προδιαγραφή ($A_{\max 0}$) πρέπει να υπολογίσουμε και το αντίστοιχο $A_{\min 0}$ έτσι ώστε η τάξη του φίλτρου να παραμείνει η ίδια με την αρχική τάξη που υπολογίσαμε από (4.10). Το $A_{\min 0}$ μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση 4.10.

$$\left| \frac{P_D(N, 1, \Omega_D)}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \right| = \frac{P_{\max}}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \leq g \quad g = \sqrt{\frac{\left(\frac{H_0}{H_C}\right)^2 - 1}{\left(\frac{H_0}{H_S}\right)^2 - 1}} = \sqrt{\frac{10^{\frac{a_{\max 0}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{\min 0}}{10}} - 1}}$$

$$\frac{10^{\frac{a_{\max 0}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{\min 0}}{10}} - 1} = \left(\frac{P_{\max}}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \right)^2 \leftrightarrow 10^{\frac{a_{\min 0}}{10}} - 1 = \frac{10^{\frac{a_{\max 0}}{10}} - 1}{\left(\frac{P_{\max}}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \right)^2} \quad (4.20)$$

$$A_{\min 0} = 10 \log \left(\frac{10^{\frac{a_{\min 0}}{10}} - 1}{\left(\frac{P_{\max}}{P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)} \right)^2} + 1 \right) \stackrel{(4.19)}{=} 10 \log \left(\frac{(R_s - 1)^2 P_D(N, \Omega_S, \Omega_D)^2}{4R_s P_D(N, 0, \Omega_D)^2} + 1 \right)$$

4.7 Ανασκόπηση της προσέγγισης Pascal για Άρτια τάξη στα παθητικά φίλτρα

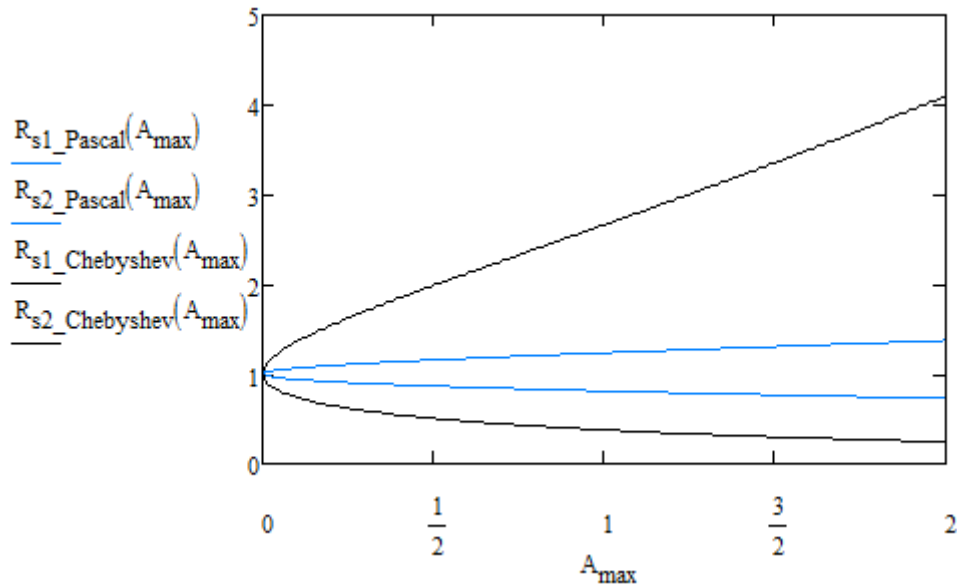
- $R_S = R_L$, $N_{Pascal} = N_{Pascal} + 1$
- $R_S \neq R_L$ ($A_0 > 0$)

A. $R_{S1} < R_S < R_{S2}$ ($A_0 < \delta A$)

1. $A_{\max} > A_{\max 0}$ & $A_{\min 0} \geq A_{\min}$, τότε συνεχίζω την σχεδίαση του παθητικού φίλτρου κανονικά, απλώς αντικαθιστώ τις προδιάγραφες εξασθένισης με τις καινούργιες ($A_{\max} = A_{\max 0}$ & $A_{\min} = A_{\min 0}$),
2. $A_{\max 0} > A_{\max}$, $N_{Pascal} = N_{Pascal} + 1$,
3. $A_{\max} > A_{\max 0}$ & $A_{\min} > A_{\min 0}$, $N_{Pascal} = N_{Pascal} + 1$

B. $R_S < R_{S1}$ ή $R_S > R_{S2}$ ($A_0 > \delta A$) τότε συνεχίζω την σχεδίαση του παθητικού φίλτρου κανονικά.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τιμές των αντιστάσεων που μπορεί να σχεδιαστεί το φίλτρο απευθείας (χωρίς να αυξήσουμε την τάξη του φίλτρου) είναι μικρότερη για την συνάρτηση Pascal. Με αποτέλεσμα ενώ η προσέγγιση στην Chebyshev θα πρέπει να αυξήσουμε τον βαθμό κατά ένα, στην προσέγγιση Pascal θα μπορεί να υλοποιηθεί το παθητικό φίλτρο χωρίς αύξηση του βαθμού της προσέγγισης. Στην παρακάτω εικόνα εμφανίζεται η σύγκριση των αντιστάσεων που μπορεί να λάβουν οι δυο προσέγγισης για $N = 6$.



Σχήμα 4.3: Σύγκριση Chebyshev και Pascal για N =6

4.8 Σχεδίαση παθητικού ζωνοδιαβατού φίλτρου

Όπως και στην ενεργή σχεδίαση ενός ζωνοδιαβατού φίλτρου, ομοίως και εδώ θα σχεδιάσουμε το φίλτρο μας, με της εξής προδιαγρφες:

1. $A_{\max} = 3 \text{ dB}$
2. $A_{\min} = 40 \text{ dB}$
3. $R_s = 50 \text{ Ohm}$
4. $R_L = 50 \text{ Ohm}$
5. $BW = 2\pi \cdot 100 \cdot 10^3$
6. $BW_s = 2\pi \cdot 150 \cdot 10^3$
7. $\Omega_s = \frac{BW_s}{BW} = 1.5$
8. $\Omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot 500 \text{krad/s}$

Υπολογισμός $f_{c1}, f_{c2}, f_{s1}, f_{s2}$

Από τις σχέσεις (3.2) και (3.3) λύνουμε ως προς Ω_{c2} , δηλαδή:

$$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} \leftrightarrow \omega_{c2} = BW + \omega_{c1} \text{ και αντικαθιστούμε στην (3.3)}$$

$$\omega_0^2 = \omega_{c2}\omega_{c1} \leftrightarrow \omega_0^2 = (BW + \omega_{c1})\omega_{c1} \leftrightarrow \omega_{c1}^2 + \omega_{c1}BW - \omega_0^2 = 0$$

$$A = 1, \quad B = BW, \quad \Gamma = -\omega_0^2$$

$$\Delta = BW^2 + 4\omega_0^2 > 0$$

$$\omega_{c1} = -\frac{BW}{2} + \frac{\sqrt{BW^2 + 4\omega_0^2}}{2} \quad (4.21A)$$

$$\omega_{c2} = \frac{BW}{2} + \frac{\sqrt{BW^2 + 4\omega_0^2}}{2} \quad (4.21B)$$

$$\omega_0^2 = \omega_{s2}\omega_{s1} \leftrightarrow \omega_0^2 = (BW_s + \omega_{s1})\omega_{s1} \leftrightarrow \omega_{s1}^2 + \omega_{s1}BW_s - \omega_0^2 = 0$$

$$A = 1, \quad B = BW_s, \quad \Gamma = -\omega_0^2$$

$$\Delta = BW_s^2 + 4\omega_0^2 > 0$$

$$\omega_{s1} = -\frac{BW_s}{2} + \frac{\sqrt{BW_s^2 + 4\omega_0^2}}{2} \quad (4.22A)$$

$$\omega_{s2} = \frac{BW_s}{2} + \frac{\sqrt{BW_s^2 + 4\omega_0^2}}{2} \quad (4.22B)$$

Από τις σχέσεις (4.21) και (4.22) προκύπτει

- $f_{c1} = 0.4525MHz$
- $f_{c2} = 0.5525MHz$
- $f_{s1} = 0.4306MHz$
- $f_{s2} = 0.5806MHz$

Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου από την σχέση (4.10), όπου στην περίπτωση μας προκύπτει $N_{Pascal} = 6$. Θυμίζεται από το εδάφιο 4.6 στην προσέγγιση Pascal δεν μπορούμε να έχουμε άρτια τάξη φίλτρου και ίσους τερματισμούς, με αποτέλεσμα να αυξήσουμε την τάξη του φίλτρου κατά 1, και τελικά προκύπτει $N_{Pascal} = 7$. Το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε το Ripple Factor λ_{max} από την σχέση (4.11), $\lambda_{max} = 42.5$. Στην παρακάτω παράγραφο αναγράφεται η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε για την εύρεση των παθητικών στοιχείων, με την βοήθεια του προγράμματος Matlab προκύπτει (ο κώδικας του προγράμματος βρίσκεται στο παράρτημα VI):

$$H(s)H(-s) = \frac{2.994089 \cdot 10^{-4}}{s^{14} + 2.906180s^{12} + 3.167206s^{10} + 1.614584s^8 + 0.395626s^6 + 0.042496s^4 + 0.00162s^2 + 0.001198s^0}$$

Αφού υπολογίσαμε την σχέση (4.12) για τις συγκεκριμένες προδιάγραφες πρέπει να βρούμε τον συντελεστή ανάκλασης($\rho(s)$) από την σχέση (4.13). Θυμίζεται ότι οι πόλοι του συντελεστή ανάκλασης πρέπει να έχουν αρνητικό μέρος(για λόγους ευστάθειας),

ενώ τα μηδενικά μπορεί να έχουν και θετικό πραγματικό μέρος(τα μηδενικά που επιλέγονται έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος).

$$\rho(s) = \frac{s^7 + 1.4539091s^5 + 0.527868s^3 + 0.0402528s^1}{s^7 + 1.233743s^6 + 2.214151s^5 + 1.831465s^4 + 1.391928s^3 + 0.0660682s^2 + 0.217597s^1 + 0.0346069s^0}$$

Με τον προσδιορισμό των πόλων και των μηδενικών του συντελεστή ανάκλασης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση (4.14A) για να εξάγουμε την $Z_{1A}(s)$.

$$Z_{1A}(s) = \frac{1.233743s^6 + 0.761061s^5 + 1.831465s^4 + 0.8640598s^3 + 0.66068166s^2 + 0.1773444s^1 + 0.0346069s^0}{2s^7 + 1.233743s^6 + 3.667241s^5 + 1.831465s^4 + 1.919795s^3 + 0.0660682s^2 + 0.25785s^1 + 0.0346069s^0}$$

$$Y_{1A}(s) = Z_{1A}(s)^{-1} = \left(\frac{2s^7 + 1.233743s^6 + 3.667241s^5 + 1.831465s^4 + 1.919795s^3 + 0.0660682s^2 + 0.25785s^1 + 0.0346069s^0}{1.233743s^6 + 0.761061s^5 + 1.831465s^4 + 0.8640598s^3 + 0.66068166s^2 + 0.1773444s^1 + 0.0346069s^0} \right)$$

Αφού βρήκαμε την $Y_{1A}(s)$ το μόνο που μας απομένει να για να ολοκληρώσουμε την διαδικασία της σχεδίασης του παθητικού φίλτρου, είναι η απόσπαση πόλων στο άπειρο. Η απόσπαση των πόλων έγινε με την βοήθεια του μαθηματικού προγράμματος Mathcad.

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Y_{1A}(s) \right)$$

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{2s^7 + 1.233743s^6 + 3.667241s^5 + 1.831465s^4 + 1.919795s^3 + 0.0660682s^2 + 0.25785s^1 + 0.0346069s^0}{1.233743s^6 + 0.761061s^5 + 1.831465s^4 + 0.8640598s^3 + 0.66068166s^2 + 0.1773444s^1 + 0.0346069s^0} \right)$$

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\frac{2s^7}{s^7} + 1.233743 \frac{s^6}{s^7} + 3.667241 \frac{s^5}{s^7} + 1.831465 \frac{s^4}{s^7} + 1.919795 \frac{s^3}{s^7} + 0.0660682 \frac{s^2}{s^7} + 0.25785 \frac{s^1}{s^7} + 0.0346069 \frac{s^0}{s^7}}{1.233743 \frac{s^6}{s^7} + 0.761061 \frac{s^5}{s^7} + 1.831465 \frac{s^4}{s^7} + 0.8640598 \frac{s^3}{s^7} + 0.66068166 \frac{s^2}{s^7} + 0.1773444 \frac{s^1}{s^7} + 0.0346069 \frac{s^0}{s^7}}$$

$$C_1 = \frac{2}{1.233743} = 1.62108294$$

$$Y_{2A}(s) = Y_{1A}(s) - C_1 s = \left(\frac{0.698285s^5 + 0.4307522s^4 + 0.8487756s^3 + 0.3731917s^2 + 0.2017494s^1 + 0.03460688s^0}{1.233743s^6 + 0.76106107s^5 + 1.831465s^4 + 0.86405983s^3 + 0.66068166s^2 + 0.1773444s^1 + 0.03460687s^0} \right)$$

$$Z_{2A}(s) = Y_{2A}(s)^{-1} = \left(\frac{1.233743s^6 + 0.76106107s^5 + 1.831465s^4 + 0.86405983s^3 + 0.66068166s^2 + 0.1773444s^1 + 0.03460687s^0}{0.698285s^5 + 0.4307522s^4 + 0.8487756s^3 + 0.3731917s^2 + 0.2017494s^1 + 0.03460688s^0} \right)$$

$$L_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Z_{2A}(s) \right)$$

$$L_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1.233743s^6 + 0.76106107s^5 + 1.831465s^4 + 0.86405983s^3 + 0.66068166s^2 + 0.1773444s^1 + 0.03460687s^0}{0.698285s^6 + 0.4307522s^5 + 0.8487756s^4 + 0.3731917s^3 + 0.2017494s^2 + 0.03460688s^1} \right)$$

$$L_2 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1.233743 \frac{s^6}{s^6} + 0.76106107 \frac{s^5}{s^6} + 1.831465 \frac{s^4}{s^6} + 0.86405983 \frac{s^3}{s^6} + 0.66068166 \frac{s^2}{s^6} + 0.1773444 \frac{s^1}{s^6} + 0.03460687 \frac{s^0}{s^6}}{0.698285 \frac{s^6}{s^6} + 0.4307522 \frac{s^5}{s^6} + 0.8487756 \frac{s^4}{s^6} + 0.3731917 \frac{s^3}{s^6} + 0.2017494 \frac{s^2}{s^6} + 0.03460688 \frac{s^1}{s^6}} \right)$$

Σχεδίαση και υλοποίηση ζωνοδιαβατού φίλτρου με την προσέγγιση Pascal σε μικροκυματικές συχνότητες

$$L_2 = \frac{1.233743}{0.698285} = 1.76681895$$

$$Z_{3A}(s) = Z_{2A}(s) - sL_2 = \left(\frac{0.33183202s^4 + 0.2046977s^3 + 0.3042270s^2 + 0.11620032s^1 + 0.034606875s^0}{0.698285s^5 + 0.4307522s^4 + 0.8487756s^3 + 0.3731917s^2 + 0.2017494s^1 + 0.03460688s^0} \right)$$

$$Y_{3A}(s) = Z_{3A}(s)^{-1} = \left(\frac{0.698285s^5 + 0.4307522s^4 + 0.8487756s^3 + 0.3731917s^2 + 0.2017494s^1 + 0.03460688s^0}{0.33183202s^4 + 0.2046977s^3 + 0.3042270s^2 + 0.11620032s^1 + 0.034606875s^0} \right)$$

$$C_3 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Y_{3A}(s) \right) = 2.10433279$$

$$Y_{4A}(s) = Y_{3A}(s) - C_3 s = \left(\frac{0.2085807s^3 + 0.3042270s^2 + 0.1162003s^1 + 0.03460687s^0}{0.33183202s^4 + 0.2046977s^3 + 0.3042270s^2 + 0.11620032s^1 + 0.034606875s^0} \right)$$

$$Z_{4A}(s) = Y_{4A}(s)^{-1} = \left(\frac{0.33183202s^4 + 0.2046977s^3 + 0.3042270s^2 + 0.11620032s^1 + 0.034606875s^0}{0.2085807s^3 + 0.3042270s^2 + 0.1162003s^1 + 0.03460687s^0} \right)$$

$$L_4 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Z_{4A}(s) \right) = 1.59090447$$

$$Z_{5A}(s) = Z_{4A}(s) - sL_4 = \left(\frac{0.09911964s^2 + 0.06114401s^1 + 0.034606875s^0}{0.2085807s^3 + 0.3042270s^2 + 0.1162003s^1 + 0.03460687s^0} \right)$$

$$Y_{5A}(s) = Z_{5A}(s)^{-1} = \left(\frac{0.2085807s^3 + 0.3042270s^2 + 0.1162003s^1 + 0.03460687s^0}{0.09911964s^2 + 0.06114401s^1 + 0.034606875s^0} \right)$$

$$C_5 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Y_{5A}(s) \right) = 2.10433293$$

$$Y_{6A}(s) = Y_{5A}(s) - sC_5 = \left(\frac{0.05610062s^1 + 0.34606875s^0}{0.09911964s^2 + 0.06114401s^1 + 0.034606875s^0} \right)$$

$$Z_{6A}(s) = Y_{6A}(s)^{-1} = \left(\frac{0.09911964s^2 + 0.06114401s^1 + 0.034606875s^0}{0.05610062s^1 + 0.34606875s^0} \right)$$

$$L_6 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Z_{6A}(s) \right) = 1.76681908$$

$$Z_{7A}(s) = Z_{6A}(s) - sL_6 = \left(\frac{0.034606875s^0}{0.05610062s^1 + 0.34606875s^0} \right)$$

$$Y_{7A}(s) = Z_{7A}(s)^{-1} = \left(\frac{0.05610062s^1 + 0.34606875s^0}{0.034606875s^0} \right)$$

$$C_7 = \lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{s} Y_{7A}(s) \right) = 1.62108305$$

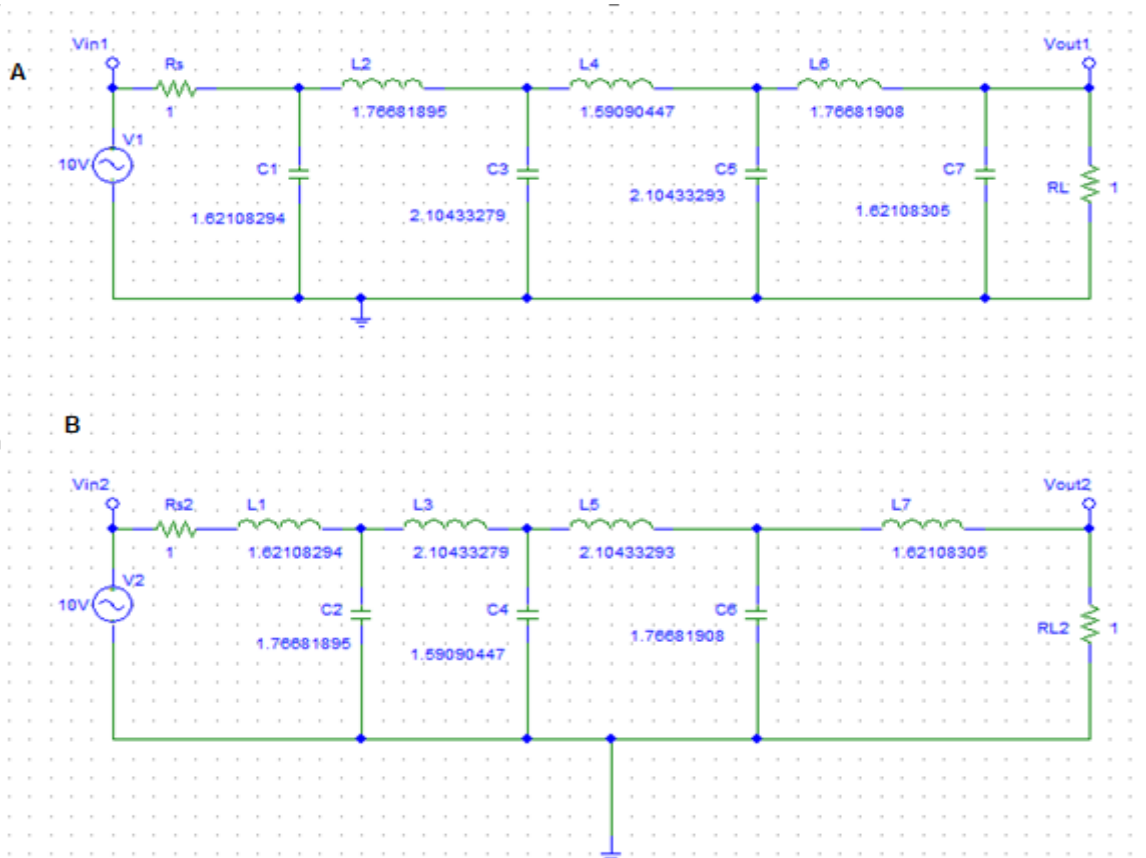
$$Y_{8A}(s) = Y_{7A}(s) - sC_7 = \left(\frac{0.05610062s^1 + 0.34606875s^0 - 0.05610062s^1}{0.034606875s^0} \right) = 1$$

Τα τελικά κανονικοποιημένα παθητικά στοιχεία(για τις συγκεκριμένες προδιαγραφές) είναι τα παρακάτω.

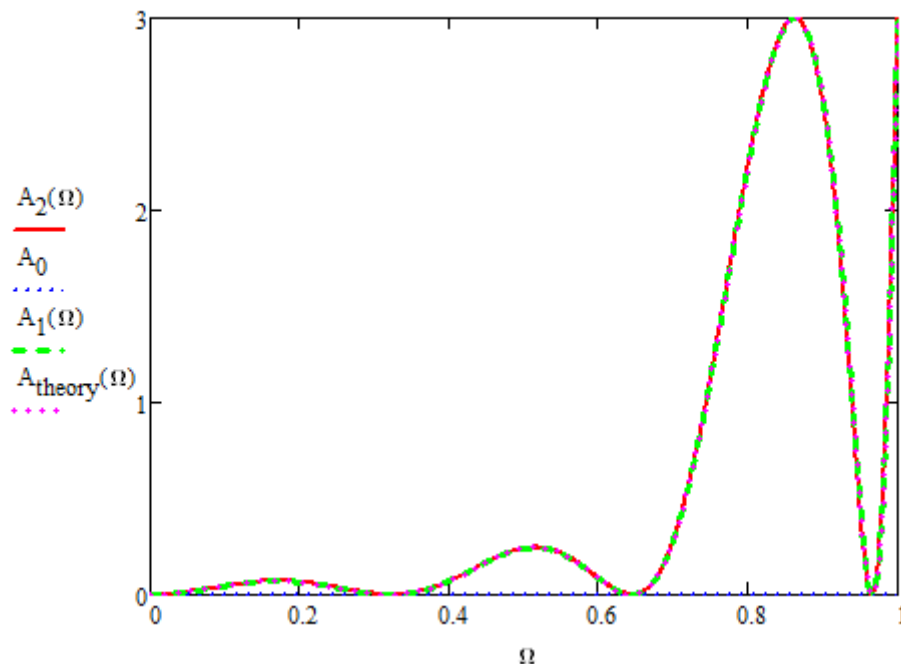
Πίνακας 4.1: Κανονικοποιημένες τιμές παθητικών στοιχείων

Κύκλωμα εικόνας 4.6A	Κύκλωμα εικόνας 4.6B	Κανονικοποιημένες τιμές παθητικών στοιχείων
C_1	L_1	1.62108294
L_2	C_2	1.76681895
C_3	L_3	2.10433279
L_4	C_4	1.59090447
C_5	L_5	2.10433293
L_6	C_6	1.76681908
C_7	L_7	1.62108305

Έπειτα τον υπολογισμό των στοιχείων πρέπει να γίνει επαλήθευση. Όπου θα συγκρίνουμε την εξασθένιση του κυκλώματος (με τα κανονικοποιημένα στοιχεία από τον πίνακα 4.1) και την θεωρητική εξασθένιση. Από την θεωρία των Δυϊκών κυκλωμάτων προκύπτουν 2 ισοδύναμα κυκλώματα (εικόνα 4.6)[1]. Στο σχήμα 4.4 παρατηρούμε ότι η θεωρητική εξασθένιση με τις εξασθένισης των δυο κυκλωμάτων είναι ίδιες.







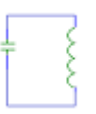

Εικόνα 4.6: Δυϊκά κυκλώματα



Σχήμα 4.4: Θεωρητική εξασθένιση και εξασθένιση κύκλωμα της εικόνας 4.6, $A_1(\Omega)$ κύκλωμα της εικόνας 4.6A και $A_2(\Omega)$ κύκλωμα της εικόνας 4.6B.

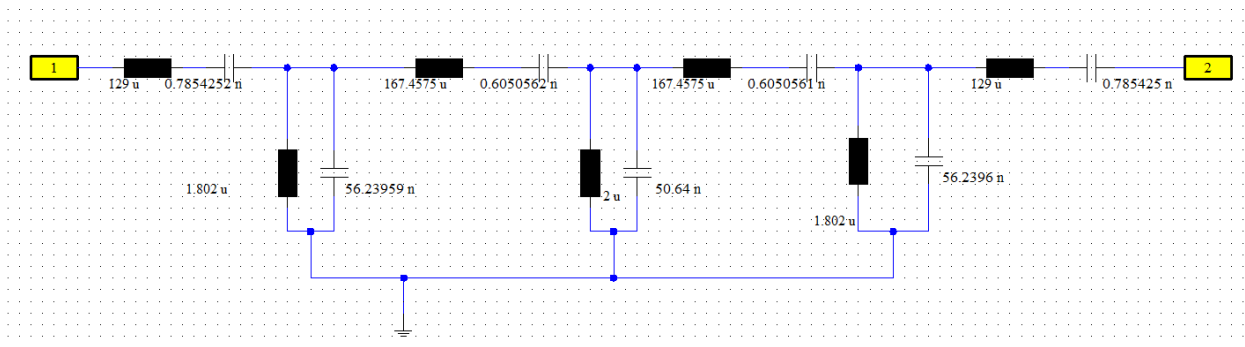
Αφού επαληθεύσαμε ότι τα παθητικά μας στοιχεία είναι σωστά, το τελευταίο κομμάτι της παθητικής σχεδίασης είναι να μετατρέψουμε το βαθυπερατό φίλτρο σε ζωνοδιαβατό. Για να πραγματοποιηθεί ο μετασχηματισμός LP σε BP θα χρησιμοποιήσουμε τις 4 παρακάτω σχέσεις που βρίσκονται στον πίνακα 4.2 και στον πίνακα 4.3 αναγράφονται τα αποκανονικοποιημένα στοιχεία για το ζωνοπερατό φίλτρο (χρησιμοποιώντας τις προδιαγραφές από την σελίδα 63). Το τελικό κύκλωμα βρίσκεται στην εικόνα 4.7 όπου δημιουργήθηκε στο πρόγραμμα CST.

Πίνακας 4.2: Μετασχηματισμός ΒΠ σε ΖΔ

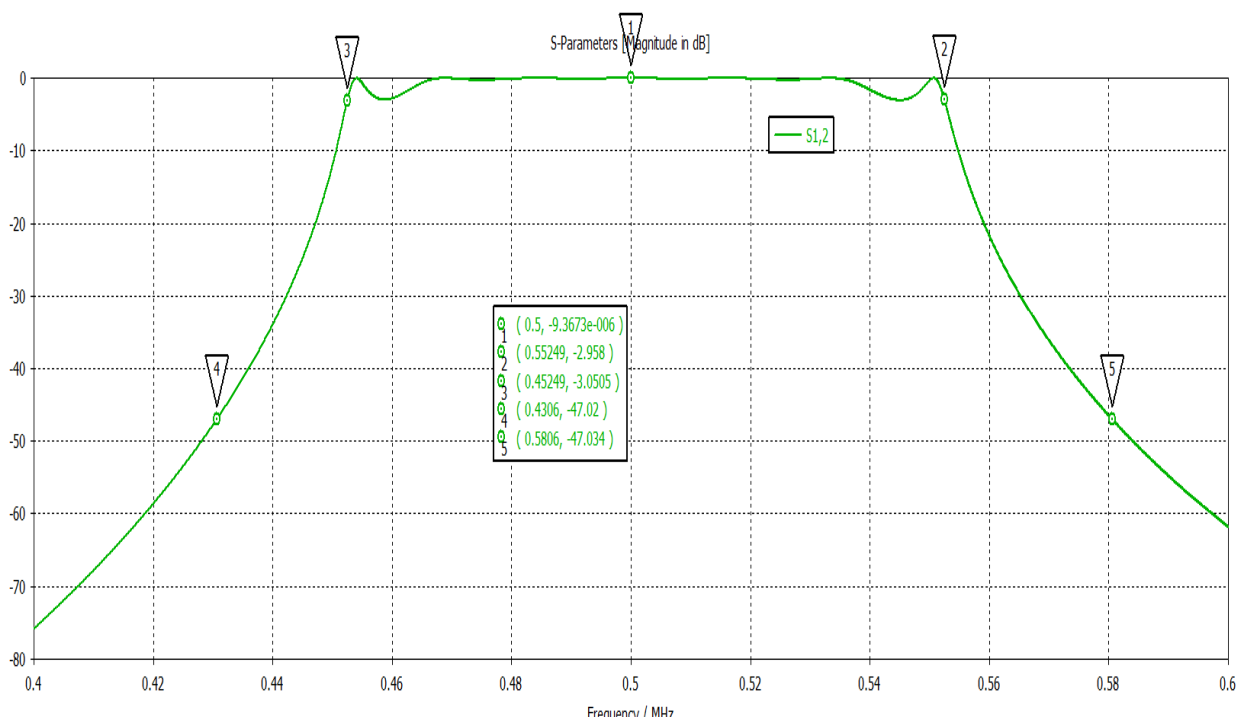
ΚΑΝΟΝΟΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΒΠ			
	 R_N	 C_N	 L_N
ΑΠΟΚΑΝ. ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΖΔ	 $R_N * R_{LZA}$	 $C = \frac{C_N}{BW \cdot R_{LZA}}, L = \frac{BW \cdot R_{LZA}}{C_N \cdot \Omega_0^2}$	 $C = \frac{BW}{L_N \cdot \Omega_0^2 \cdot R_{LZA}}, L = \frac{R_{LZA} \cdot L_N}{BW}$

Πίνακας 4.3: Παθητικά στοιχεία του ΖΔ φίλτρου

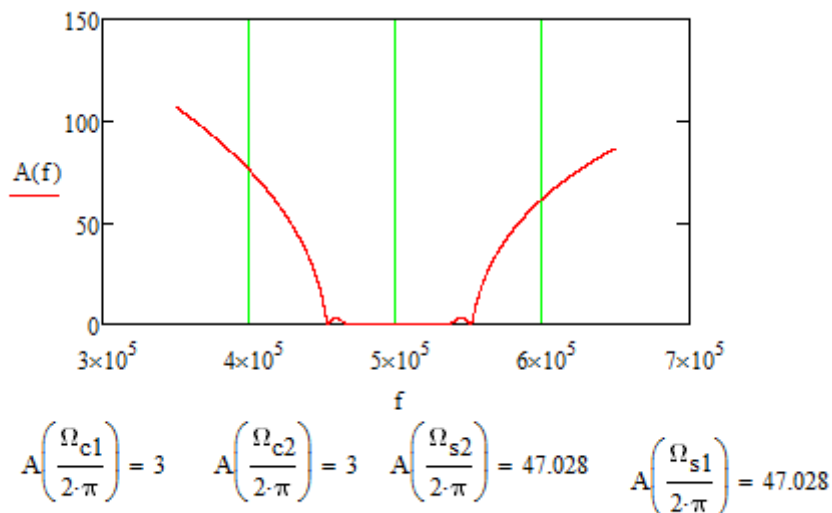
L_1 (μH)	129	C_1 (nF)	0.7854252
L_2 (μH)	1.802	C_2 (nF)	56.23959
L_3 (μH)	167.4575	C_3 (nF)	0.6050562
L_4 (μH)	2	C_4 (nF)	50.64
L_5 (μH)	167.4575	C_5 (nF)	0.6050561
L_6 (μH)	1.802	C_6 (nF)	56.23959
L_7 (μH)	129	C_7 (nF)	0.7854252



Εικόνα 4.7: Παθητικό ΖΔ φίλτρο με την προσέγγιση Pascal



Σχήμα 4.5: Απόκριση παθητικού φίλτρου από το πρόγραμμα CST



Σχήμα 4.6: Εξασθένιση παθητικού φίλτρου από το πρόγραμμα Mathcad

Από τα δυο παραπάνω σχήματα μπορούμε να επαληθεύσουμε τις προδιαγραφές, αφού στις συχνότητες αποκοπής το κέρδος μειώνεται κατά 3dB(στο σχήμα 4.5), αντίστοιχα στο σχήμα 4.6 (επειδή έχουμε εξασθένιση(και από τον ορισμό της δεν μπορούμε να έχουμε αρνητική εξασθένιση)) αυξάνεται κατά 3dB($A_{\max} = 3 \text{ dB}$). Μια ακόμα επαλήθευση που μπορούμε να κάνουμε είναι στις οριακές συχνότητες αποκοπής, όπου το κέρδος/εξασθένιση πρέπει να είναι μικρότερο/μεγαλύτερο από $20\log\left(\frac{R_L}{R_L + R_s}\right) \mp A_{\min} = 0 \mp 40 \text{ dB}$. Το κέρδος/εξασθένιση πρέπει να είναι

μικρότερο/μεγαλύτερο από $\mp 40 \text{ dB}$, επειδή διαλέξαμε να σχεδιάσουμε το φίλτρο μας με Ripple factor λ_{\max} (σελίδα 40, σχήμα 2.1). Το τελευταίο σχόλιο που μπορεί να προστεθεί είναι πως το πειραματικό μοντέλο(σχήμα 4.5) προσεγγίζει το θεωρητικό(σχήμα 4.6).



Εικόνα 4.8: Wilhelm Adolf Eduard Cauer(1900-1945)

4.9 Ιστορική Αναφορά

Αν και σε πτυχιακές εργασίες δεν προτιμούμε να γράψουμε μια ιστορική λεζάντα για κάποιον, επειδή υποβιβάζει την πτυχιακή για εμένα δεν θα μπορούσα να παραλείψω να αναφέρω στην παρούσα πτυχιακή εργασία το όνομα του Wilhelm Adolf Eduard Cauer, χωρίς τον Cauer δεν θα υπήρχαν τα ελλειπτικά φίλτρα, υλοποίηση παθητικών φίλτρων, κλπ.. Η υλοποίηση παθητικών φίλτρων οφειλή πάρα πολλά στον Cauer χωρίς αυτόν δεν θα γινόταν η σχεδίαση των παθητικών φίλτρων, αφού αυτός ήταν ο εφευρέτης της απόσπασης πόλων στο άπειρο και στο μηδέν. Οι πίνακες που βρίσκονται στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου είναι δημιουργημένα σύμφωνα με την απόσπαση πόλων του Cauer αλλά και στο πολυδιαβασμένο βιβλίο του A. Zverev που έχει δημιουργήσει τους πίνακες για άλλες προσεγγίσεις εκτόνησε ακριβώς την ίδια διαδικασία. Ο Wilhelm Adolf Eduard Cauer(1900-1945), ήταν Γερμανός μαθηματικός και εφαρμοσμένος φυσικός, ασχολήθηκε κυρίως στην ανάλυση και υλοποίηση ηλεκτρονικών φίλτρων και κυκλωμάτων. Γεννήθηκε 24 Ιουνίου το 1900 στο Βερολίνο, όπου ήταν το έκτο παιδί της πολύτεκνης οικογένειας. Η οικογένεια της μητέρας του ήταν δάσκαλοι και ιεροκήρυκες, από την άλλη μεριά ο πατέρας του ήταν καθηγητής στον τομέα της μηχανικής σε σιδηροδρομικές εφαρμογές στο τεχνικό πανεπιστήμιο του Βερολίνου. Όταν ο νεαρός Cauer έγινε 13 χρονών αποφάσισε ότι ήθελε να γίνει μαθηματικός. Συνεσταλμένος και αντικοινωνικός από νεαρός μελετούσε μαθηματικά και σκακιστικά προβλήματα. Το 1924 αποφοίτησε σαν εφαρμοσμένος φυσικός και τον προσέλαβαν στην εταιρεία Mix & Genest στο Βερολίνο, όπου δούλευε στον τομέα των τηλεπικοινωνιών και τηλεφωνικών συστημάτων, η εταιρεία τότε που δούλευε ήταν παρακλάδι των Bell Telephones. Εκεί δούλεψε στον τομέα των πιθανοτήτων για την εφαρμογή τους σε διακοπτικά συστήματα τηλεφώνων.

Το 1928 απέκτησε τον τίτλο του καθηγητή, βέβαια τότε δεν μπόρεσε να πάρει έδρα σε πανεπιστήμιο. Οικονομικά προβλήματα αρχίσαν να εμφανίζονται αφού ο μισθός του καθηγητή δεν έφτανε για την οικογένεια του, το προσθετό εισόδημα βρέθηκε για μια περίοδο στην σχεδίαση ελλειπτικών φίλτρων που αγόρασαν τα Bell Labs με τα οποία είχε συνδεθεί κατά την 12-μηνη παραμονή του ως Rockefeller Fellow στο MIT και Harvard στις ΗΠΑ το 1930-1931. Ο Valkenberg αναφέρει ότι όταν οι ερευνητές των Bell Labs πήραν στα χεριά του τα σχετικά κείμενα του Cauer, πέρασαν 'κλειδωμένη' δυο εβδομάδες στην βιβλιοθήκη της Νέας Υόρκης. Με την άνοδο των Ναζί το 1936, ο Cauer πίστευε πως θα μπορούσε να αποκτήσει έδρα. Βέβαια το δράμα κορυφώθηκε όταν οι υστερικές έρευνες των Ναζί ανακάλυψαν ότι είχε έναν προγονό εβραϊκής καταγωγής. Πανικοβλητός συνεργάστηκε ενεργά με το Ράιχ και προσέφερε τις υπηρεσίες του σχεδιάζοντας τα ελλειπτικά φίλτρα υψηλής επιλεκτικότητας για τις επικοινωνίες του

στρατού και της αεροπορίας. Όταν το 1945 μπήκε στο Βερολίνο ο κόκκινος στρατός, τον εκτέλεσαν μαζί με άλλους επιστήμονες, όπου εντοπιστικό νεκρός από την γυναικά του αργότερα σε ομαδικό τάφο.[1][21]

4.10 Πίνακες για Παθητικά φίλτρα Pascal

Πίνακας 4.4: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{max} = 0.01dB$

N	R_5	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	1.1007	0.40829245	0.44833456					
	1.25	0.48367837	0.35694699					
	2	0.49599542	0.29006911					
	2.5	0.48829422	0.27500104					
	3.333	0.47716893	0.26131787					
	5	0.46311815	0.24852915					
	10	0.44645660	0.23632046					
3	1	0.629179856	0.9702700525	0.629181395				
	0.8	0.76954846	0.96094463	0.46747229				
	0.6	0.83050655	0.90881640	0.407115060				
	0.5	0.84287090	0.88367605	0.386772960				
	0.4	0.84683747	0.85927403	0.369500040				
	0.2	0.83463518	0.81155369	0.340240510				
	0.1	0.81984380	0.78766525	0.327143100				
4	1.0555	0.64413502	1.26760112	1.20094832	0.67657049			
	1.25	0.89140698	1.27936235	1.10305164	0.48746644			
	2	1.02825938	1.23441338	0.99143326	0.40607113			
	2.5	1.04487686	1.2154668	0.96366049	0.38970271			
	3.333	1.0520162	1.19550762	0.93799183	0.37541981			
	5	1.05088749	1.17453301	0.91365308	0.36250678			
	10	1.04221676	1.15244992	0.89010632	0.35051639			
5	1	0.671952773	1.30019202	1.48062688	1.30019178	0.67195378		
	0.8	0.97087399	1.42810471	1.4060646	1.1229078	0.46463166		
	0.6	1.10064515	1.42984306	1.3486942	1.0356854	0.41129283		
	0.5	1.13778891	1.42162961	1.3237764	1.0042622	0.39417569		
	0.4	1.16227772	1.41040308	1.3003352	0.9769088	0.37990439		
	0.2	1.1808308	1.38147971	1.2557431	0.9292047	0.3562422		
	0.1	1.1769417	1.36420093	1.2337766	0.9073247	0.34583457		
6	1.0202	0.63474370	1.36495985	1.53657910	1.56488685	1.33438159	0.64022053	
	1.25	1.01038861	1.51842728	1.55549738	1.43373947	1.09433889	0.43207132	
	2	1.20367398	1.53426956	1.50418519	1.33581494	0.97762755	0.37163484	
	2.5	1.23412469	1.52829088	1.48688121	1.31122678	0.95199999	0.35944188	
	3.333	1.25317330	1.51945453	1.46953958	1.28839727	0.92913122	0.34882141	
	5	1.26222038	1.50822119	1.45197049	1.26664429	0.90806395	0.33924141	
	10	1.26208875	1.49478761	1.43398392	1.24549604	0.88818725	0.33036107	
7	1	0.608278721	1.33628479	1.60306007	1.63815060	1.60306004	1.33628475	0.60827876
	0.8	1.03875315	1.57247326	1.64333952	1.59029343	1.41702618	1.04194365	0.39717045
	0.6	1.19946014	1.60296784	1.62436792	1.54058321	1.34139728	0.96109222	0.35871045
	0.5	1.24819985	1.60542812	1.61238424	1.51968965	1.31369971	0.93375013	0.34633211
	0.4	1.28267921	1.60345602	1.59970584	1.50025321	1.28931240	0.91047304	0.33600807
	0.2	1.31742514	1.59023883	1.57260293	1.46369084	1.24616555	0.87086129	0.31887943
	0.1	1.31999486	1.57984200	1.55805155	1.44581888	1.22613389	0.85310903	0.31131164

Πίνακας 4.5: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 0.1dB$

N	R_5	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	1.3554	0.62451876	0.83964236					
	2	0.78576318	0.57602618					
	2.5	0.78765902	0.53633041					
	3.333	0.77967217	0.50313436					
	5	0.76426422	0.47378396					
	10	0.74274761	0.44688324					
3	1	1.03155972	1.14739716	1.03155975				
	0.8	1.07767181	1.22000205	0.83579153				
	0.6	1.12425781	1.22079277	0.71167983				
	0.5	1.13731522	1.20708170	0.66703140				
	0.4	1.14255512	1.18842160	0.62943788				
	0.2	1.13036206	1.14185733	0.56757645				
	0.1	1.11343514	1.11515977	0.54083303				
4	1.1871	0.8753986	1.61559525	1.36415765	1.03070547			
	1.25	1.01706956	1.56422641	1.39938003	0.8726554			
	2	1.22467335	1.52020842	1.32548384	0.6560692			
	2.5	1.25083167	1.50419742	1.29520368	0.62007247			
	3.333	1.26511273	1.4860791	1.26530867	0.58985052			
	5	1.26906828	1.46593506	1.23569848	0.56341105			
	10	1.26358938	1.4437685	1.2061607	0.53956054			
5	1	0.97351627	1.48116881	1.72781456	1.4811692	0.97351773		
	0.8	1.15030257	1.59198202	1.6514053	1.4529135	0.73585441		
	0.6	1.27059638	1.61925483	1.6139277	1.3694142	0.6320394		
	0.5	1.30976046	1.62100045	1.5938859	1.3317205	0.59787536		
	0.4	1.33717015	1.61769118	1.5731115	1.2967958	0.56987671		
	0.2	1.36106092	1.59998223	1.5300937	1.2333728	0.52450839		
	0.1	1.35877146	1.58669647	1.5077768	1.2040078	0.50483487		
6	1.0656	0.84565924	1.63884685	1.65758398	1.76128201	1.53854808	0.88923618	
	1.25	1.13282912	1.67442520	1.71023408	1.68769194	1.43467346	0.65441756	
	2	1.33526769	1.70027322	1.69949837	1.60574995	1.28584918	0.53768744	
	2.5	1.36969499	1.69894626	1.68889835	1.58078067	1.24987379	0.51487005	
	3.333	1.39232172	1.69421170	1.67653062	1.55665545	1.21743705	0.49534752	
	5	1.40434001	1.68650878	1.66269476	1.53301814	1.18742786	0.47804382	
	10	1.40644799	1.67606002	1.64750060	1.50955422	1.15907585	0.46228275	
7	1	0.81752905	1.55075758	1.77960781	1.73687532	1.77960780	1.55075756	0.81752908
	0.8	1.14928784	1.69897195	1.77140449	1.76061296	1.68183387	1.35984704	0.57132624
	0.6	1.30785476	1.73288641	1.77162591	1.73690419	1.61077637	1.25148215	0.50311127
	0.5	1.35884632	1.73944408	1.76687940	1.72206386	1.58073061	1.21231074	0.48113167
	0.4	1.39603679	1.74148323	1.75995382	1.70656090	1.55323303	1.17859194	0.46298850
	0.2	1.43574313	1.73520775	1.74123604	1.67429723	1.50306207	1.12108024	0.43344168
	0.1	1.44013530	1.72768630	1.72977826	1.65746321	1.47929568	1.09530148	0.42071014

Πίνακας 4.6: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 0.5dB$

N	R_5	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	1.9841	0.70980236	1.39751068					
	2	0.75660532	1.30756903					
	2.5	0.91088663	1.01369304					
	3.333	0.95219840	0.90046883					
	5	0.96413309	0.82089387					
	10	0.95860318	0.75682693					
3	1	1.59627981	1.09668414	1.5962911				
	0.8	1.53270921	1.19944212	1.3680673				
	0.6	1.48953015	1.27588418	1.1763396				
	0.5	1.47153355	1.30055753	1.0951216				
	0.4	1.45321598	1.31601015	1.0228473				
	0.2	1.40907999	1.32202138	0.9000836				
	0.1	1.38051788	1.31430817	0.8470477				
4	1.47771	1.02874559	1.9646427	1.33179631	1.51550387			
	2	1.33019007	1.73270024	1.49116568	1.06182602			
	2.5	1.37311979	1.70640683	1.49196531	0.97432412			
	3.333	1.39693645	1.68543122	1.48156276	0.90671493			
	5	1.40711561	1.66531054	1.46458195	0.85068288			
	10	1.40590164	1.64424957	1.4431044	0.8022272			
5	1	1.36141165	1.51387455	1.93568621	1.51387444	1.36141144		
	0.8	1.4166521	1.62715657	1.8110251	1.60308881	1.1057619		
	0.6	1.47466638	1.6771258	1.7677642	1.59808053	0.94145896		
	0.5	1.49489483	1.6907946	1.753864	1.57844076	0.88129901		
	0.4	1.50845666	1.69918218	1.7402997	1.55352202	0.83057216		
	0.2	1.51432908	1.70271488	1.7096973	1.49607067	0.74802932		
	0.1	1.50598577	1.69814901	1.6915377	1.46465166	0.71379106		
6	1.1563	1.04371201	1.88575205	1.65528984	1.90867674	1.63483353	1.19641877	
	1.25	1.24343460	1.82131573	1.72654242	1.83362804	1.67191861	0.97937833	
	2	1.45425273	1.80153649	1.76767128	1.78214157	1.56542012	0.75722246	
	2.5	1.48443521	1.79890156	1.77061242	1.76442855	1.52681771	0.71686012	
	3.333	1.50349853	1.79505048	1.77006054	1.74545882	1.48959432	0.68264948	
	5	1.51267873	1.78939642	1.76642419	1.72537879	1.45364786	0.65264814	
	10	1.51251443	1.78156886	1.75999478	1.70425426	1.41872551	0.62565684	
7	1	1.06045037	1.68873377	1.90494069	1.73878349	1.90494071	1.68873382	1.06045055
	0.8	1.29199472	1.79450126	1.83193253	1.80687418	1.84297095	1.63117124	0.78939461
	0.6	1.42682429	1.81431597	1.82884228	1.81925311	1.80267408	1.52795465	0.68237185
	0.5	1.46934675	1.81835138	1.82961206	1.81827124	1.77946890	1.48316305	0.64695453
	0.4	1.49988316	1.82004263	1.82939408	1.81394913	1.75559914	1.44225179	0.61754956
	0.2	1.53053983	1.81666733	1.82399715	1.79791639	1.70727051	1.36900017	0.56969618
	0.1	1.53186487	1.81144375	1.81851814	1.78697088	1.68287804	1.33531340	0.54923474

Πίνακας 4.7: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 1dB$

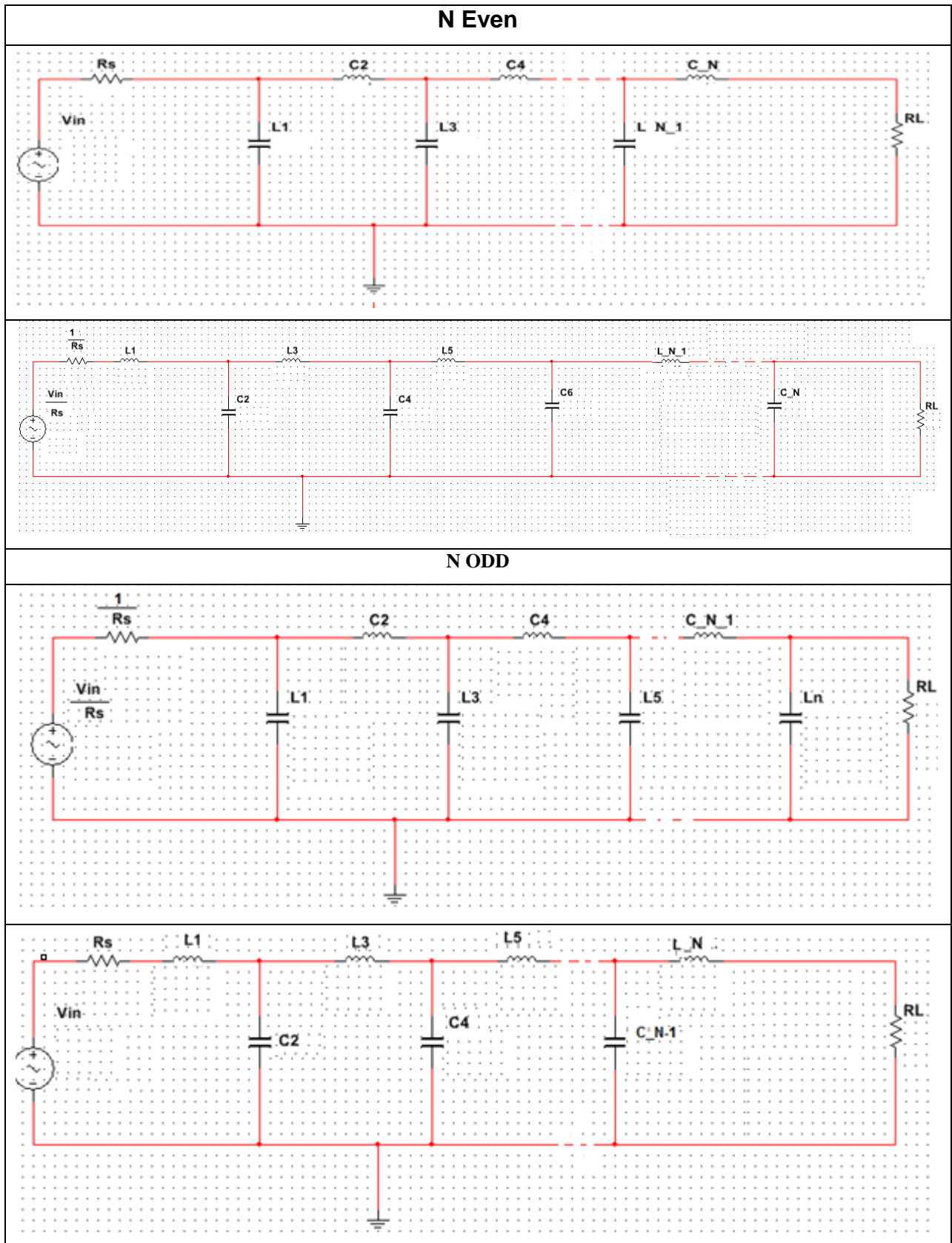
N	R_5	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	2.66	0.69095310	1.80620989					
	3.333	0.90231690	1.30680750					
	5	0.97049966	1.12151011					
	10	0.99495685	1.00278026					
3	1	2.02359227	0.99409458	2.02360859				
	0.8	1.89622575	1.09445446	1.76534425				
	0.6	1.78725316	1.18919074	1.53223733				
	0.5	1.7387029	1.23054112	1.4269672				
	0.4	1.6928301	1.2659196	1.32970807				
	0.2	1.603776	1.31526974	1.15787079				
	0.1	1.5578582	1.32814429	1.08214232				
4	1.759	1.06662741	2.18909329	1.2471278	1.87024191			
	2	1.30494807	1.91489135	1.4266353	1.4610586			
	2.5	1.39377674	1.83258765	1.48568454	1.28106216			
	3.333	1.43560994	1.79002296	1.5082607	1.16468552			
	5	1.45478657	1.75976239	1.51388067	1.07513508			
	10	1.4585911	1.73377527	1.50894275	1.00096824			
5	1	1.634772405	1.47582547	2.057657909	1.47584424	1.634790637		
	0.8	1.62842929	1.59295938	1.9039721	1.5979935	1.36584093		
	0.6	1.63875795	1.65949444	1.8340074	1.6469429	1.16652194		
	0.5	1.64095322	1.68056403	1.8149983	1.6488319	1.08848376		
	0.4	1.63913637	1.69613427	1.8003968	1.640511	1.02104109		
	0.2	1.62047048	1.7140676	1.7739857	1.6038639	0.90938504		
	0.1	1.60279666	1.71702786	1.7594361	1.5792914	0.86145145		
6	1.235	1.14280226	2.02760141	1.61195474	1.98698819	1.64505040	1.40401222	
	1.5	1.23027083	1.97114871	1.65563138	1.93536290	1.69044175	1.29811939	
	2	1.52857360	1.85598796	1.75727100	1.84379888	1.69039113	0.91448961	
	2.5	1.55674067	1.84680518	1.76815825	1.83098623	1.65805761	0.85935651	
	3.333	1.57236235	1.83916013	1.77555646	1.81665065	1.62366355	0.81314458	
	5	1.57767587	1.83161961	1.77965898	1.80059563	1.58834253	0.77289331	
	10	1.57371280	1.82321670	1.78055131	1.78282316	1.55258448	0.73688453	
7	1	1.21715104	1.73588593	1.96610761	1.70820581	1.96610769	1.73588602	1.21715117
	0.8	1.39433379	1.83687343	1.85984303	1.79431796	1.89998725	1.74706461	0.93507693
	0.6	1.51252856	1.85306111	1.8417358	1.8222836	1.87611753	1.665551	0.8022493
	0.5	1.54872926	1.85435589	1.8407279	1.8293747	1.85961487	1.62312655	0.7573753
	0.4	1.57316945	1.8538619	1.8412013	1.8327819	1.84074606	1.58200308	0.71997627
	0.2	1.59272287	1.84856954	1.8413055	1.8302551	1.79837012	1.5042952	0.65888806
	0.1	1.58928634	1.84345233	1.83947471	1.82491701	1.77537701	1.46712648	0.63287801

Πίνακας 4.8: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 1.5dB$

N	R_5	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	3.352	0.65138952	2.15429834					
	5	0.91147762	1.42297402					
	10	0.97438128	1.22018446					
3	1	2.38031506	0.90687825	2.38033565				
	0.8	2.20569511	1.00120018	2.09409316				
	0.6	2.0471007	1.09867383	1.82768152				
	0.5	1.9738469	1.14589703	1.70379924				
	0.4	1.90428626	1.19025357	1.586907				
	0.2	1.77277535	1.26509017	1.37462345				
	0.1	1.70845394	1.29304464	1.27921724				
4	2.02935	1.06772645	2.36979425	1.16872132	2.16441106			
	2.5	1.36053012	1.97296387	1.40781289	1.58849072			
	3.333	1.43620275	1.88394537	1.47223576	1.39933229			
	5	1.47007105	1.83360121	1.50317169	1.26986725			
	10	1.48151777	1.79719687	1.5163849	1.16817964			
5	1	1.85349173	1.43010631	2.15176432	1.43010615	1.85349147		
	0.8	1.80610459	1.54867363	1.9790912	1.5635788	1.57203719		
	0.6	1.77987548	1.62740671	1.8848132	1.6436641	1.34782981		
	0.5	1.76717639	1.65457321	1.8576298	1.6619702	1.25608832		
	0.4	1.75225533	1.67585734	1.8380139	1.6682642	1.1753263		
	0.2	1.71141688	1.7044259	1.8090408	1.6536552	1.03960706		
	0.1	1.68400536	1.71318395	1.7956505	1.6365358	0.98080731		
6	1.3053	1.20430995	2.13021334	1.56901006	2.04353650	1.63592900	1.56420408	
	2	1.57968502	1.90080318	1.73381327	1.87635129	1.75493362	1.04283763	
	2.5	1.60923481	1.88403830	1.74986719	1.86508312	1.73158437	0.97382789	
	3.333	1.62381290	1.87131280	1.76243293	1.85328773	1.70262881	0.91686591	
	5	1.62682568	1.86044999	1.77187487	1.83999227	1.67041785	0.86767745	
	10	1.61997050	1.85004020	1.77817624	1.82485320	1.63614053	0.82393182	
7	1	1.33564582	1.75627362	2.00799279	1.67702373	2.00799289	1.75627372	1.33564594
	0.8	1.4763034	1.85906851	1.88139772	1.77368891	1.93219917	1.80811648	1.04656387
	0.6	1.58053027	1.87722496	1.84956777	1.81046588	1.91474437	1.74899447	0.89462615
	0.5	1.61218331	1.87761598	1.84505968	1.82223121	1.90275861	1.71089512	0.84226672
	0.4	1.63229376	1.87582075	1.8438958	1.83054484	1.88784005	1.67178669	0.7985023
	0.2	1.64317637	1.86836401	1.84491298	1.83774097	1.85109227	1.59389228	0.72692384
	0.1	1.63553347	1.86274845	1.84493928	1.83699875	1.8300697	1.55556556	0.69619754

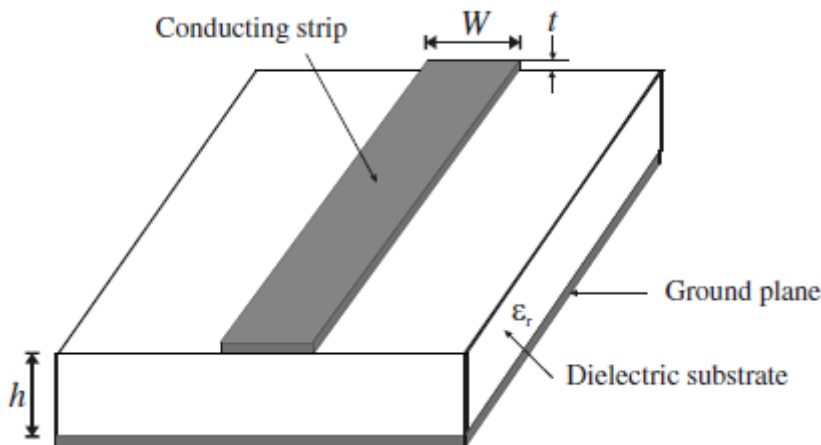
Πίνακας 4.9: Τιμές παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 3dB$

N	R_5	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
2	5.8089	0.53399773	3.10057625					
	10	0.81027657	1.91760071					
3	1	3.34873442	0.71169369	3.3487664				
	0.8	3.0585684	0.78832528	2.97907611				
	0.6	2.77983334	0.87599718	2.62202272				
	0.5	2.64549876	0.92370183	2.44952038				
	0.4	2.51500709	0.97340792	2.28201869				
	0.2	2.26551168	1.07576172	1.96483439				
	0.1	2.14660093	1.12609533	1.81596514				
4	2.91683	1.01214471	2.84586404	0.97878939	2.94129159			
	3.333	1.27106841	2.32810106	1.2009392	2.2590243			
	5	1.41601823	2.0894507	1.34615913	1.86055791			
	10	1.47263217	1.98188266	1.42162523	1.63717334			
5	1	2.42007007	1.29212039	2.40152915	1.29212022	2.42006972		
	0.8	2.28433601	1.4087532	2.1891742	1.4286538	2.09983054		
	0.6	2.17115052	1.50865603	2.0372697	1.5485708	1.8179293		
	0.5	2.11998095	1.54992448	1.9831842	1.5961577	1.69330088		
	0.4	2.07005933	1.58537171	1.9411898	1.6337752	1.57937376		
	0.2	1.96790008	1.64110026	1.8840715	1.6779533	1.38012718		
	0.1	1.91364939	1.66282807	1.8638495	1.6858276	1.29170432		
6	1.51002	1.30531190	2.37329079	1.45035673	2.18633269	1.57477612	1.96495661	
	2	1.66256869	2.03866472	1.64465516	1.94770201	1.80769518	1.39758072	
	2.5	1.71086506	1.99221878	1.67582936	1.92536657	1.82149705	1.27801852	
	3.333	1.73237233	1.96041743	1.69955732	1.91140374	1.81666157	1.18613722	
	5	1.73611935	1.93604521	1.71947965	1.89984278	1.80077427	1.10980296	
	10	1.72625845	1.91592494	1.73658465	1.88827420	1.77744269	1.04348295	
7	1	1.62108294	1.76681895	2.10433279	1.59090447	2.10433293	1.76681908	1.62108305
	0.8	1.68664166	1.88037386	1.9417628	1.70461667	1.99819497	1.88308016	1.31678123
	0.6	1.75148304	1.91486094	1.8765112	1.7586654	1.97539216	1.88447366	1.12211326
	0.5	1.77107707	1.9186089	1.8604501	1.7778411	1.96897844	1.86350289	1.05104874
	0.4	1.78098963	1.91776114	1.8508916	1.7941924	1.96099071	1.83543159	0.990937
	0.2	1.77264525	1.90847608	1.8440556	1.8194746	1.93730845	1.76754887	0.89211301
	0.1	1.75516706	1.90147735	1.8440632	1.8283104	1.92145998	1.73002596	0.84978907



Εικόνα 4.9: Ισοδύναμα κυκλώματα για χρήση των παραπάνω πινάκων.

5. ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΟΥ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ



Εικόνα 5.1 Microstrip Line

5.1 Μικροταινίες (Microstrips)

Η μικροταινία αποτελείται από μια αγώγιμη ταινία (Conducting Strip), ένα διηλεκτρικό υπόστρωμα μικρού πάχους (h) και ένα επίπεδο γείωσης.

Οι παράμετροι του Microstrip είναι:

1. Εύρος της ταινίας (W),
2. Πάχος του υποστρώματος (h (προδιαγραφή)),
3. Πάχος του αγωγού (t (προδιαγραφή(συνήθως 0.018mm))),
4. Η σχετικά διηλεκτρική σταθερά του υποστρώματος ϵ_r (εξαρτάται αποκλειστικά από το διηλεκτρικό υλικό).

Το ανομοιογενές μέσο που αποτελείται από το διηλεκτρικό υπόστρωμα και τον αέρα πάνω από αυτό προκαλεί μια ασυνέχεια στο ηλεκτρικό και στο μαγνητικό πεδίο. Με αποτέλεσμα ο ρυθμός διάδοσης να είναι περίπου TEM (quasi-TEM). Πολλές μέθοδοι έχουν χρησιμοποιηθεί για να χαρακτηρίσουν την λειτουργία της γραμμής Microstrip. Οι πιο πολλές στηρίζονται στο μοντέλο του περίπου- TEM.[9][19]

Για τον υπολογισμό του εύρους της ταινίας(W) μπορεί να δοθεί από τις παρακάτω σχέσεις:

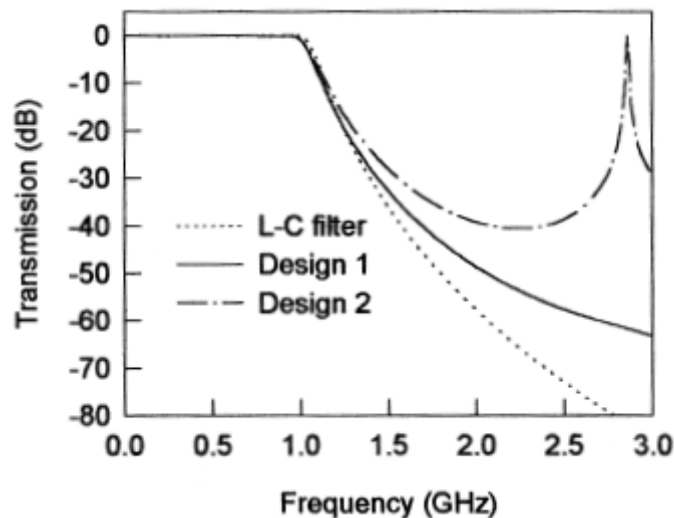
$$\text{Για } \frac{W}{h} \leq 2$$

$$\frac{W}{h} = \frac{8 \exp(A)}{\exp(2A) - 2}, \quad A = \frac{Z_c}{60} \left\{ \frac{\epsilon_r + 1}{2} \right\}^{0.5} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left\{ 0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right\} \quad (5.1A)$$

$$\text{Για } \frac{W}{h} \geq 2$$

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ (B-1) - \ln(2B-1) + \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r} \left[\ln(B-1) + 0.39 - \frac{0.61}{\varepsilon_r} \right] \right\}, \quad B = \frac{60\pi^2}{Z_C \sqrt{\varepsilon_r}} \quad (5.1B)$$

Όπου Z_C είναι προδιαγραφή στην [8] ονομάζεται και σαν Z_{Low} για τους επαγωγείς ονομάζεται Z_{High} , που οι τιμές των Z_{Low} και Z_{High} είναι προδιάγραφες. Οι τιμές των δυο αντιστάσεων που αναφέρθηκαν παραπάνω έχουν διαφορετικές τιμές σε κάθε βιβλίο, βέβαια οι τιμές αυτές έχουν καθαριστικό ρολό στην απόκριση του φίλτρου στην εικόνα 5.1 φαίνεται η διαφορά αν επιλέξουμε για τους επαγωγείς $Z_{High} = 110 \text{ Ohm}$ (Design 1) και $Z_{High} = 93 \text{ Ohm}$ (Design 2) (το Z_{Low} σταθερό). Επίσης στην παρακάτω εικόνα μπορούμε να παρατηρήσουμε την δυσκολία κατασκευής ενός μικροκυματικού φίλτρου. Δυστυχώς στις μικροκυματικές συχνότητες θα χρειαστούμε να βελτιστοποιήσουμε τα μήκη που θα βρούμε από παρακάτω τύπους για να προσεγγίσει την απόκριση ενός παθητικού φίλτρου.



Εικόνα 5.2 Σύγκριση φίλτρων με διαφορετικά Z_{High} [9]

Ενός τρόπος επαλήθευσης των Z_{Low} και Z_{High} είναι με την βοήθεια των παρακάτω σχέσεων[9].

$$\text{Για } \frac{W}{h} \leq 1$$

$$e_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left\{ \left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-0.5} + 0.04 \left(1 - \frac{W}{h} \right)^2 \right\} \quad (5.2A)$$

$$Z_c(t) = \frac{120}{2\sqrt{e_{re}}} \ln \left\{ \frac{8}{W_e(t)/h} + 0.25 \frac{W_{e(t)}}{h} \right\}$$

$$\text{Για } \frac{W}{h} \geq 1$$

$$Z_c(t) = \frac{120\pi}{\sqrt{e_{re}}} \ln \left\{ \frac{W_{e(t)}}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(1.444 + \frac{W_{e(t)}}{h} \right) \right\}^{-1} \quad (5.2B)$$

$$e_{re} = \frac{e_r + 1}{2} + \frac{e_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{W} \right)^{-0.5}$$

$$\frac{W_{e(t)}}{h} = \begin{cases} \frac{W}{h} + \frac{1.25}{\pi} \frac{t}{h} \left(1 + \ln \left(\frac{4\pi W}{t} \right) \right) & \frac{W}{h} \leq 0.5\pi \\ \frac{W}{h} + \frac{1.25}{\pi} \frac{t}{h} \left(1 + \ln \left(\frac{2h}{t} \right) \right) & \frac{W}{h} \geq 0.5\pi \end{cases} \quad (5.3)$$

Για να υπολογίσουμε το μήκος κύματος στον κυματοδηγό δίνεται από την παρακάτω σχέση[9][10][20].

$$\lambda_g = \frac{300}{f(\text{GHz})\sqrt{e_{re}}} \text{ (mm)} \quad (5.4)$$

5.2 Βαθυπερατό φίλτρο βήματικής συνθέτης αντίστασης(Stepped Impedance)

Στην μικροκυματική σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου ακολουθούμε την εξής μεθοδολογία. Σχεδιάζουμε το φίλτρο μας σε ένα μαθηματικό πρόγραμμα (π.χ. Mathcad), αφού υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου και την απόκριση του (συνάρτηση μεταφοράς, πόλοι, κέρδος, κλπ.), έπειτα αφού γνωρίζουμε την τάξη του φίλτρου, την R_s (κανονικοποιημένη), και το A_{\max} χρησιμοποιούμε τους αντίστοιχους πίνακες για τα παθητικά στοιχεία(άμα σχεδιάζουμε ένα βαθυπερατό φίλτρο με την προσέγγιση Pascal οι τιμές των παθητικών στοιχείων μπορούν να βρεθούν στους πίνακες 4.4-4.9, αν έχουμε κάποια άλλη προσέγγιση θα πρέπει να μετάβουμε στην [5]. Αφού γνωρίζουμε τις τιμές των κανονικοποιημένων παθητικών στοιχείων, θα πρέπει να αποκανονικοποιήσουμε και το επόμενο βήμα μας είναι να βρούμε τα φυσικά μήκη(physical lengths) του κάθε πυκνωτή και επαγωγέα.

Γενικά για την εύρεση των φυσικών μηκών υπάρχουν πολλές σχέσεις, μερικές πιο θεωρητικές και άλλες πιο εμπειρικές. Ανεξάρτητος ποια σχέση θα διαλέξουμε θα πρέπει έπειτα να βελτιστοποιήσουμε τα φυσικά μήκη. Οι σχέσεις που θα χρησιμοποιηθούν για την εύρεση των φυσικών μηκών αναγράφονται παρακάτω[9].

$$l_L = \frac{\lambda_{gL}}{2\pi} \sin^{-1} \left(\frac{\omega_c L}{Z_{High}} \right) \quad (5.5A)$$

$$l_C = \frac{\lambda_{gC}}{2\pi} \sin^{-1} (\omega_c C Z_{Low}) \quad (5.5B)$$

- $\omega_c = 2 \cdot \pi \cdot f_c$
- $\lambda_{gL}, \lambda_{gC}$ υπολογίζεται από την σχέση 5.4

Από [9] μας αναφέρει πως τα αποτελέσματα από τις σχέσεις (5.5A) και (5.5B) δεν λαμβάνουν την σειριακή reactance στην Z_{Low} και την shunt susceptance στην Z_{High} . Για να λάβουμε υπόψιν τα παραπάνω παρασιτικά φαινόμενα, [9] προτείνει να χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω σχέσεις (οι παρακάτω σχέσεις θα χρησιμοποιηθούν μόνο για τους επαγωγείς και πυκνωτές που βρίσκονται πιο δεξιά στο παθητικό κύκλωμα).

$$\omega_c L = Z_{High} \sin \left(\frac{2\pi d_L}{\lambda_{gL}} \right) + Z_{Low} \tan \left(\frac{\pi d_C}{\lambda_{gC}} \right) \quad (5.6)$$

$$\omega_c C = \frac{1}{Z_{Low}} Z_{High} \sin \left(\frac{2\pi d_C}{\lambda_{gC}} \right) + \frac{2}{Z_{High}} \tan \left(\frac{\pi d_L}{\lambda_{gL}} \right)$$

Όπου ο μόνος άγνωστος είναι το φυσικό μήκος του πυκνωτή και του επαγωγέα, χρησιμοποιώντας κάποιο μαθηματικό πρόγραμμα (π.χ. Mathcad) μπορούμε να υπολογίσουμε τα φυσικά μήκη.

5.3 Σχεδίαση βαθυπερατού φίλτρου με βηματική σύνθεση

Για την σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου με της εξής προδιαγραφές :

1. $A_{\max} = 0.5 \text{ dB}$
2. $N = 5$
3. $R_s = R_L = 50 \text{ Ohm}$
4. $f_c = 1 \text{ GHz}$
5. $f_s = 2 \text{ GHz}$
6. $h = 1.27 \text{ mm}$
7. $\epsilon_r = 10.2$ (Rogers RT6010 (loss free))
8. $Z_{High} = 110 \text{ Ohm}$ $Z_{Low} = 24 \text{ Ohm}$
9. $t = 0.018 \text{ mm}$

Από τον πίνακα 4.6 λαμβάνουμε τις κανονικοποιημένες τιμές των παθητικών στοιχείων για $A_{\max} = 0.5 \text{ dB}$ και $N = 5$.

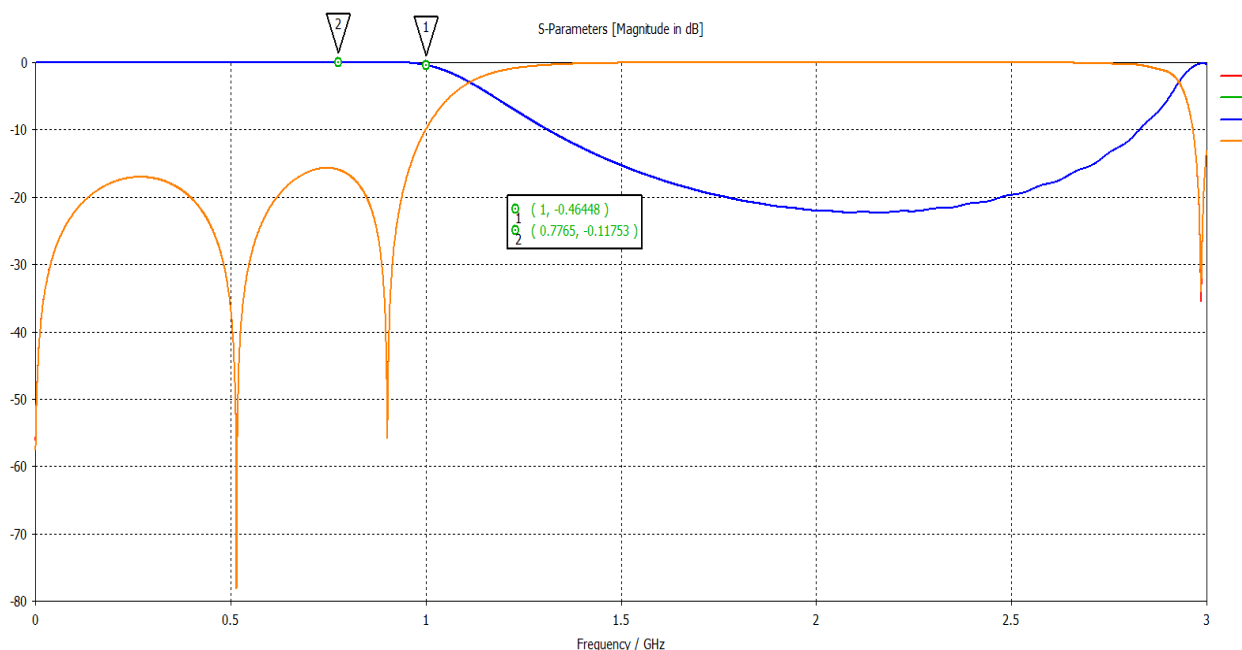
Πίνακας 5.1 Τιμές κανονικοποιημένων παθητικών στοιχείων

L_1	1.36141
C_2	1.513874
L_3	1.935686
C_4	1.513874
L_5	1.36141

Η επόμενη διαδικασία είναι να υπολογίσουμε τα εύρη (W) των πυκνωτών, πηνίων και των αντιστάσεων. Για τον υπολογισμό του εύρους των πυκνωτών υπολογίζεται από την σχέση (5.1A) (για τις αντιστάσεις επίσης από τον ίδια σχέση) και για τους πυκνωτές (5.1B). Έπειτα υπολογίζουμε το e_{re} ανάλογα με W/h και επαληθεύουμε αν τα εύρη που βρήκαμε παραπάνω προσεγγίζουν τις θεωρητικές τιμές των Z_{High}, Z_{Low}, Z_0 το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε το μήκος κύματος στον κυματοδηγό και τέλος με την βοήθεια από τις σχέσεις (5.5A) και (5.5B) υπολογίζουμε τα φυσικά μήκη. Συμφωνά με την [9] τα φυσικά μήκη των παθητικών στοιχείων C_4 και L_5 ($C_1=C_4$ & $L_1=L_5$) υπολογίζονται από την (5.6). Στον παρακάτω πίνακα αναγράφονται τα παραπάνω αποτελέσματα.

Πίνακας 5.2 Παράμετροι για σχεδίαση σε Microstrip line με την χρήση βήματικής εισόδου για L.P.F. χωρίς βελτιστοποιήσεις.

	W(mm)	λ_g (mm)	Physical length(mm)	Επαλήθευση Z_{High}, Z_{Low}, Z_0 (Ohm)	Ιδανικά Z_{High}, Z_{Low}, Z_0 (Ohm)
$R_s = R_L$	1.191	112	1	49.67	50
L_1	0.10887	121.1	11.1	109.83	110
C_2	4.094	108	10.99	23.9795	24
L_3	0.10887	121.1	20.722842	109.83	110
C_4	4.094	108	11.1	23.9795	24
L_5	0.10887	121.1	10.99	109.83	110

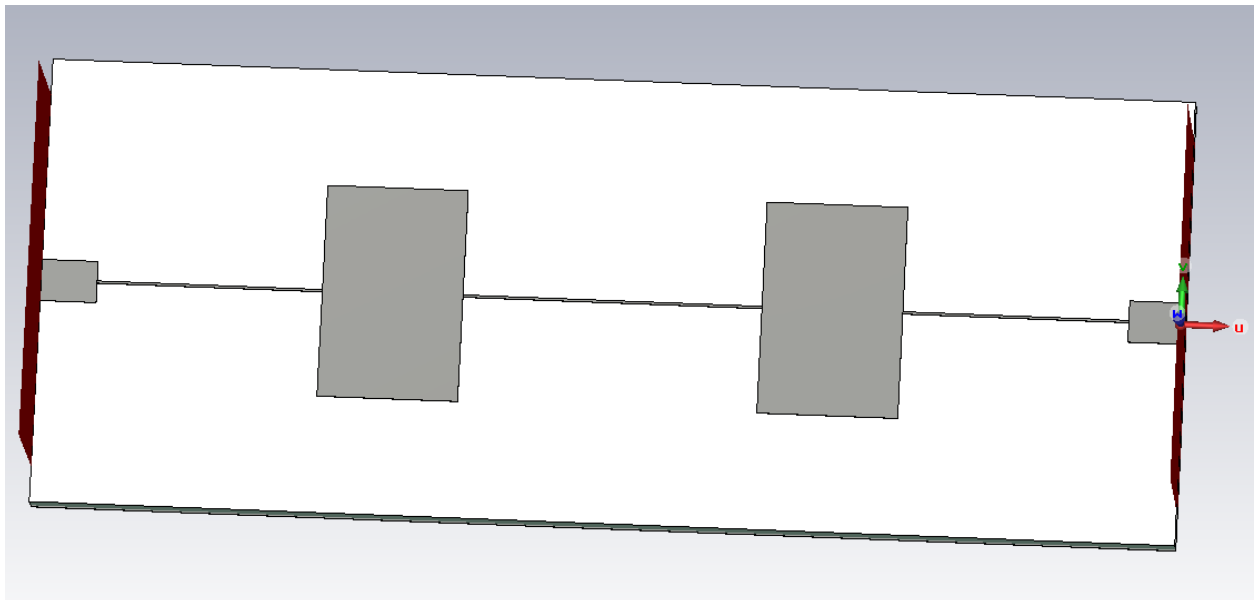


Εικόνα 5.3: Απόκριση φίλτρου χωρίς βελτιστοποιήσεις

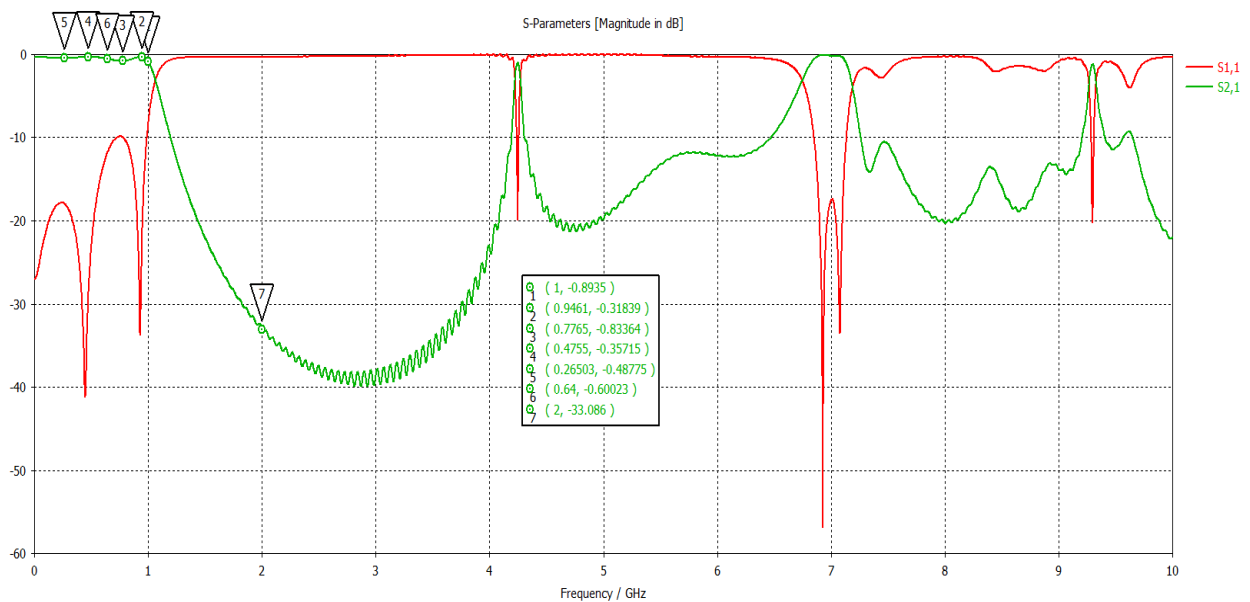
Με την χρήση του προγράμματος Cst[18] πραγματοποιήθηκε η προσομοίωση του βαθυπερατού φίλτρου, με τις παραπάνω τιμές του πίνακα 5.2. Στην παραπάνω εικόνα(5.3) μπορούμε να παρατηρήσουμε την απόκριση του βαθυπερατού φίλτρου. Εύκολα μπορεί κάποιος να παρατηρήσει πως η απόκριση του φίλτρου στην εικόνα δεν θυμίζει καθόλου την θεωρητική προσέγγιση (εικόνα 5.5B). Για να προσεγγίσουμε το βαθυπερατό φίλτρο της προσέγγισης Pascal θα χρειαστεί να κάνουμε βελτιστοποιήσεις. Όπου η διαδικασία αυτή πραγματοποιήθηκε και οι νέες τιμές των W και του φυσικού μήκους για κάθε παθητικό στοιχείο, αναφέρονται στον πίνακα 5.3 με τις βελτιστοποιημένες τιμές και η απόκριση του φίλτρου βρίσκεται στην εικόνα 5.4.

Πίνακας 5.3 Παράμετροι για σχεδίαση σε Microstrip line με την χρήση βήματικής εισόδου για L.P.F. με βελτιστοποιήσεις.

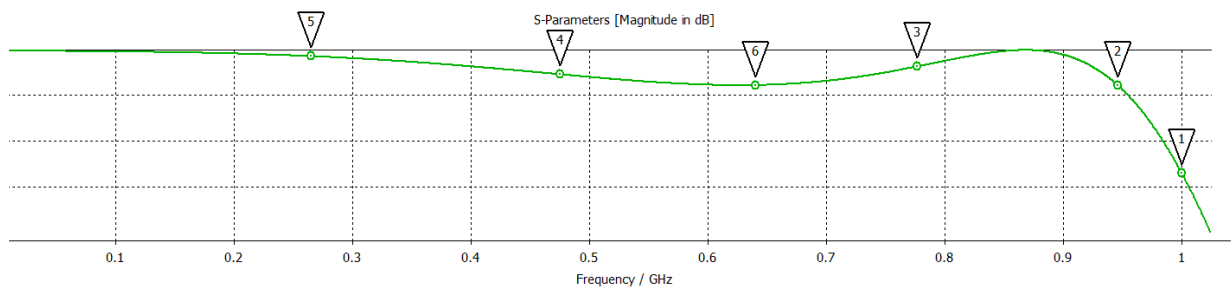
	W(mm)	Physical length(mm)
$R_s = R_L$	1.85983	2.49736
L_1	0.105012	10.0373
C_2	9.52129	6.25843
L_3	0.1088	13.3028
C_4	9.52129	6.25843
L_5	0.105012	10.0373



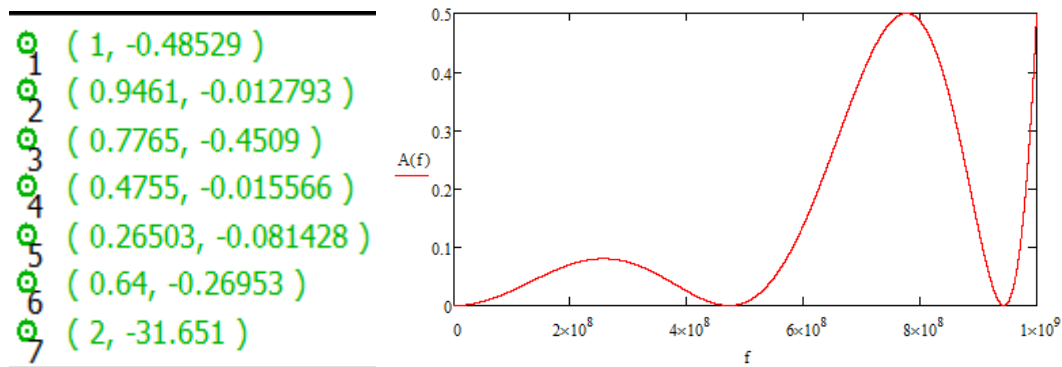
Εικόνα 5.4: Σχεδιάγραμμα φίλτρου για $N=5$, $A_{max}=0.5$ dB Pascal L.P.F



Εικόνα 5.5: Απόκριση φίλτρου με βελτιστοποιήσεις με πράσινο χρώμα το s_{21} και με κόκκινο χρώμα το s_{11} (πρέπει να σημειωθεί ότι στο εύρος συχνοτήτων από 2 GHz έως και 5 GHz η κυμάτωση (μοιάζει σαν θόρυβος (πράσινο χρώμα S_{21}) οφείλεται στον Time Dependent Solver του CST.



Εικόνα 5.6 Ζώνη διέλευσης(Pass band)



Εικόνα 5.7: Στην εικόνα 5.7A είναι το κέρδος του μικροκυματικού φίλτρου στο πρόγραμμα CST και στην 5.7B η εξασθένιση της προσέγγισης Pascal (θυμίζεται ότι η εξασθένιση δεν μπορεί να λάβει αρνητικές τιμές).

5.4 Σχεδίαση Υψηπερατού φίλτρου με βραχυκυκλωμένα στελέχη

Ένα υψηπερατό φίλτρο μπορεί να σχεδιαστεί με ένα ζωνοπερατό με μεγάλο bandwidth, για αυτό τον λόγο πολλές δημοσίευσης και βιβλία αναφέρουν την σχεδίαση ενός υψηπερατού σαν ψευδός υψηπερατός αυτό οφείλεται ότι στις μικροκυματικές συχνότητες έχουμε μια περιοδικότητα στην ζώνη διέλευσης (όπως στο βαθυπερατό που σχεδιάσαμε εικόνα 5.5) αλλά και στον μετασχηματισμό Richard. Η σχεδίαση του ψευδού υψηπερατού θα γίνει με βραχυκυκλωμένα στελέχη μήκους $\lambda_g/4$. Για ένα φίλτρο N τάξης, τα χαρακτηριστικά του φίλτρου θα εξαρτώνται από της χαρακτηριστικές αγωγιμότητες. Όπου ο υπολογισμός των αγωγιμοτήτων αναφέρεται παρακάτω [9][23]:

$$\frac{J_{1,2}}{Y_0} = \sqrt{\frac{h \cdot g_1}{g_2}}, \quad \frac{J_{n-1,n}}{Y_0} = \sqrt{\frac{h \cdot g_1}{g_{n-1}}}, \quad \frac{J_{i,i+1}}{Y_0} = \frac{h \cdot g_1}{\sqrt{g_i \cdot g_{i+1}}} \quad \text{για } i=2 \text{ μέχρι και } n-2$$

$$N_{i,i+1} = \sqrt{\left(\frac{J_{i,i+1}}{Y_0}\right)^2 + \left(\frac{h \cdot g_1 \cdot \tan(\theta)}{Y_0}\right)^2} \quad \text{για } i=1 \text{ μέχρι και } n-1$$

$$Y_1 = Y_0 \left(1 - \frac{h}{2}\right) g_1 \tan(\theta) + Y_0 \left(N_{1,2} - \frac{J_{1,2}}{Y_0}\right) \quad (5.7)$$

$$Y_N = Y_0 \left(g_N - g_1 \frac{h}{2}\right) \tan(\theta) + Y_0 \left(N_{n-1,n} - \frac{J_{n-1,n}}{Y_0}\right)$$

$$Y_i = Y_0 \left(N_{i-1,i} + N_{i,i+1} - \frac{J_{i-1,i}}{Y_0} - \frac{J_{i,i+1}}{Y_0}\right) \quad \text{για } i=2 \text{ μέχρι και } n-1$$

$$Y_i = Y_0 \left(\frac{J_{i,i+1}}{Y_0}\right)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{FBW}{2}\right)$$

το h είναι μια αδιάστατη σταθερά που καθορίζει την αγωγιμότητα (εμείς για την

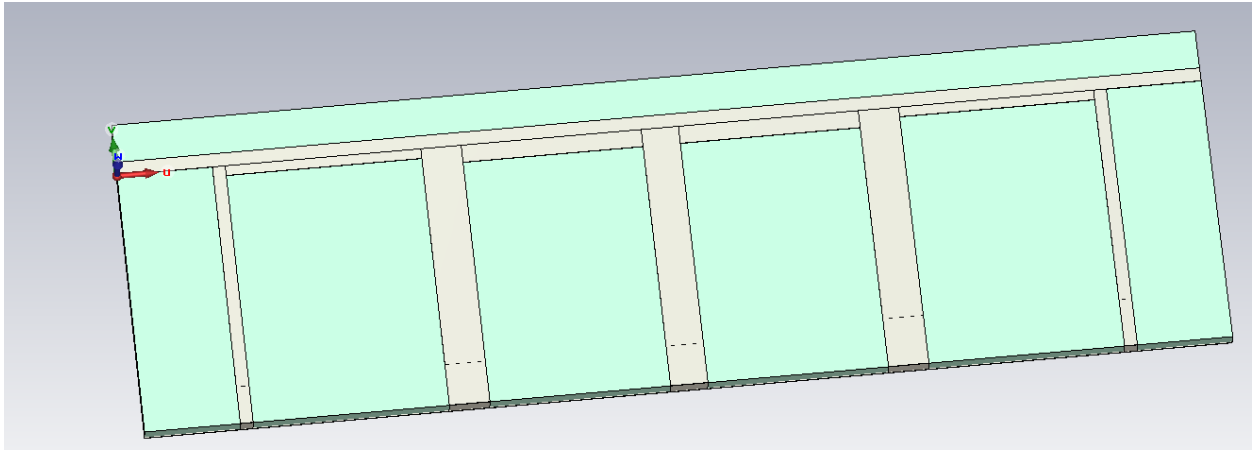
σχεδίαση του ψευδό υπερπαρατοῦ θα την λάβουμε ίση με 2 όπως [9]). Όπως και στην σχεδίαση του βαθυπαρατοῦ φίλτρου θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε από τον πίνακα 4.6 τιμές των κανονικοποιημένων βαθυπαρατών παθητικών στοιχείων. Έπειτα με την χρήση της 5.7 θα υπολογίσω τις αγωγιμότητες και από [23] οι αγωγιμότητες αυτές είναι αντιστροφές με τις αντιστάσεις και με την χρήση των σχέσεων που αναφέρθηκαν στο 5.1 μπορούμε να βρούμε τα ηλεκτρικά μήκη και τα εύρη (widths) των μικροταινιών.

Προδιαγραφές:

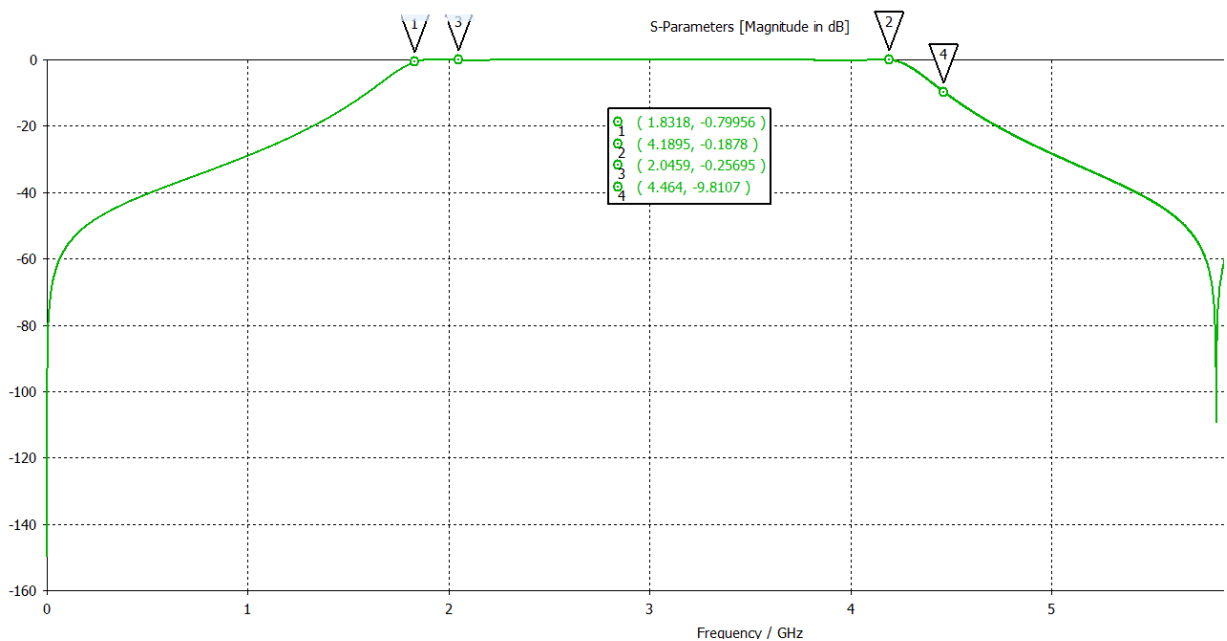
1. $A_{\max} = 0.5 \text{ dB}$
2. $N = 5$
3. $R_s = R_L = 50 \text{ Ohm}$
4. $f_0 = 3.022 \text{ GHz}$
5. $FBW = 0.8$
6. $h = 0.635 \text{ mm}$
7. $\epsilon_r = 10.2$ (Rogers RT6010 (loss free))
8. $t = 0.018 \text{ mm}$

Πίνακας 5.4: Διαστάσεις για το υπερπαρατό φίλτρο χωρίς βελτιστοποίησης

$f_{c1} = 2.046 \text{ GHz}, f_{c2} = 4.463 \text{ GHz}$			
$\lambda_{g1} \text{ (mm)}$	9.6001	$W_1 \text{ (mm)}$	0.5382
$\lambda_{g2} \text{ (mm)}$	9.0906	$W_2 \text{ (mm)}$	1.6967
$\lambda_{g3} \text{ (mm)}$	9.1295	$W_3 \text{ (mm)}$	1.5649
$\lambda_{g1,2} \text{ (mm)}$	9.3242	$W_{1,2} \text{ (mm)}$	1.0321
$\lambda_{g2,3} \text{ (mm)}$	9.1934	$W_{2,3} \text{ (mm)}$	1.3683
		$W_R \text{ (mm)}$	0.58



Εικόνα 5.8: Ισοδύναμη τοπολογία φίλτρου για N = 5 , Amax = 0.5 dB Pascal PseudoHighPass με βραχυκυκλωμένα στελέχη



Εικόνα 5.9: Ψευδό Υψηπερατό Pascal Amax = 0.5 dB χωρίς βελτιστοποίησης

Από την εικόνα 5.9 παρατηρούμε ότι το κέρδος για τις συχνότητες αποκοπής που έχουμε υπολογίσει από τον πίνακα 5.4 δεν έχουν το επιθυμητό κέρδος -0.5dB. Άλλα το φίλτρο που έχουμε υλοποίηση στο πρόγραμμα CST ικανοποιεί τις εξής προδιαγραφές με FBW = 0.85 και κεντρική συχνότητα(f_0) 2.774GHz, η αστοχία στις προδιαγραφές οφείλεται στην αστοχία των μαθηματικών εξισώσεων να προσεγγίσουν το θεωρητικό μοντέλο.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

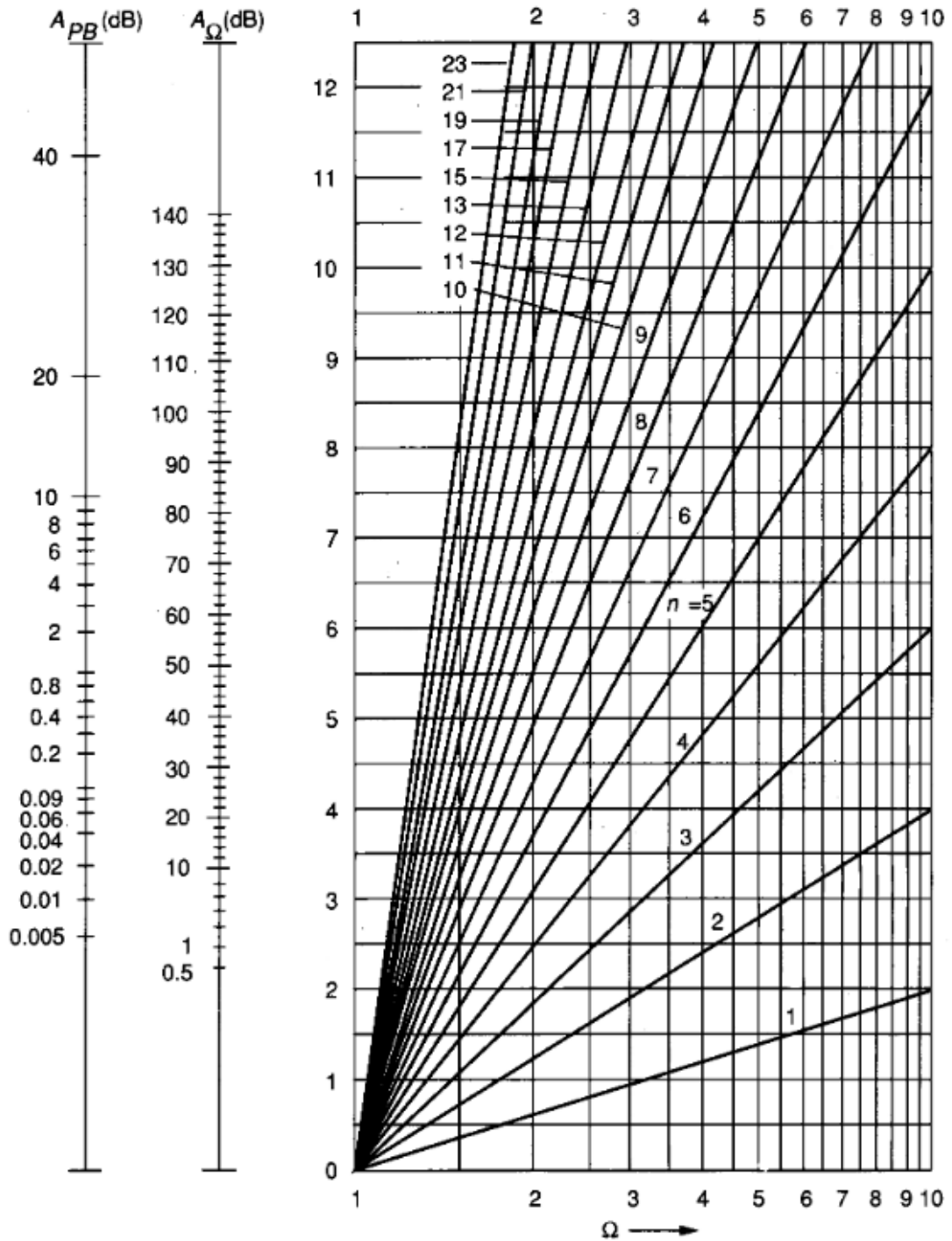
Στην παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε η διαδικασία σχεδίασης και προσομοίωσης αναλογικών φίλτρων με την προσέγγιση Pascal. Πρώτου γίνει η σχεδίαση των αναλογικών φίλτρων για διαφορετικά εύρη συχνοτήτων, αναφέρω στο δεύτερο κεφάλαιο την προσέγγιση Pascal πως υπολογίζονται όλα τα coefficients της προσέγγισης Pascal και έναν πιο 'έξυπνο' τρόπο για την διεξαγωγή των Ω_{max} , Ω_D και P_{max} χρησιμοποιώντας πολύ βασικές μεθόδους για την εύρεση τους, αντί να ψάχνουμε με κώδικες αναζήτησης για να βρούμε τα βασικά χαρακτηριστικά της προσέγγισης. Βέβαια για την εύρεση των Ω_{max} , Ω_D και P_{max} ο τρόπος υπολογισμού που ειπώθηκε στην παρούσα πτυχιακή εργασία δεν είναι ο βέλτιστος. Όπως σε άλλες προσέγγισης (Chebyshev, Bernoulli, κλπ.) υπάρχουν αναλυτικές σχέσεις για την εύρεση των μέγιστων, κλπ. Αφού συμπλήρωσα και εγώ μαζί με τις [14][15] ένα θεωρητικό μέρος της τροποποιημένες προσέγγισης Pascal, το επόμενο βήμα ήταν να σχεδιάσω ένα ζωνοπερατό φίλτρο στο τρίτο κεφάλαιο με χρήση T.E. Στο τέταρτο κεφάλαιο όπου για εμένα ήταν το πιο ενδιαφέρον κομμάτι της παρούσας εργασίας, εξήγαγα όπως [5] πίνακες για διαφορετικά A_{max} με τιμές των κανονικοποιημένων παθητικών στοιχείων για να μπορέσει κάποιος να σχεδιάσει ένα παθητικό φίλτρο με χρήση πινάκων. Επίσης και σε αυτό το κεφάλαιο ανάφερα τα πλεονεκτήματα της προσέγγισης Pascal με σχέση της προσέγγισης Chebyshev. Στο τελευταίο κεφάλαιο και κατά την γνώμη μου το πιο δύσκολο κεφάλαιο, επειδή δεν ήξερα τι γίνεται με τις μικροκυματικές συχνότητες και όπως μου ανέφερε ο φίλος μου Σ. Βασιλειάδης στις μικροκυματικές συχνότητες δεν μεταβαίνεις από το θεωρητικό μοντέλο στο πειραματικό, αλλά ακριβώς το ανάποδο(με χρήση βελτιστοποιήσεων) που στα ενεργά ή παθητικά φίλτρα το μόνο πρόβλημα ενός σχεδιαστή ήταν η ανοχή των υλικών. Αυτό μπορεί να αποδειχθεί πολύ εύκολα στο υπο κεφάλαιο 5.2 για την σχεδιαστή ενός βαθυπερατού φίλτρου με step impedance, όπου στο κάθε βιβλίο ή paper ο κάθε συγγραφέας προτείνει κάποιες σβέσεις και Z_{Low} , Z_{High} . Όπου αυτή η διαδικασία ήταν εντελώς για εμένα άγνωστη και στην αρχή δύσκολη να μπορέσω να την καταλάβω. Στο τελευταίο κεφάλαιο έγινε η σχεδίαση ενός βαθυπερατού φίλτρου με την χρήση Stepped-Impedance και ένα ψευδό υψηπερατό φίλτρο με την χρήση βραχυκυκλωμένων στελεχών..

Βέβαια στην παρούσα εργασία στο δεύτερο κεφάλαιο μερικά ερωτήματα έμειναν αναπάντητα όπως δεν μπόρεσα να βρω αναλυτική σχέση για τον υπολογισμό των πόλων, αλλά και για την εύρεση της τάξης του φίλτρου με αποτέλεσμα να μεταβαίνουμε σε μαθηματικά προγράμματα .

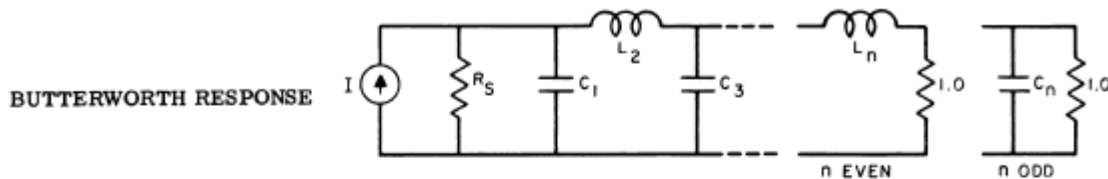
ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

LPF	Low Pass Filter
HPF	High Pass filter
BPF	High Pass Filter
FB	Fractional Bandwidth
Zin	Αντίσταση εισόδου
H(s)	Συνάρτηση μεταφοράς
$\rho(s)$	Συντελεστής ανάκλασης
ΒΠ	Βαθυπερατό
ΥΠ	Υψηπερατό
ΖΔ	Ζωνοπερατό ή ζωνοδιαβατό
AZ	Αποκοπής Ζώνης
OP-AMP	Τελεστικός ενισχυτής
ϵ_r	Διηλεκτρική σταθερά
A(Ω)	Εξασθένιση
$G_{db}(\Omega)$	Λογαριθμικό κέρδος
Ω_c	Συχνότητα αποκοπής

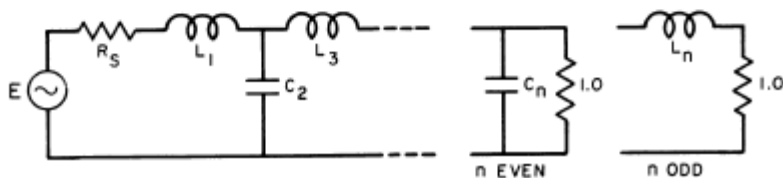
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι Νομόγραμμα Kawakami και πίνακες για κανονικοποιημένα παθητικά στοιχεία της προσέγγισης Butterworth

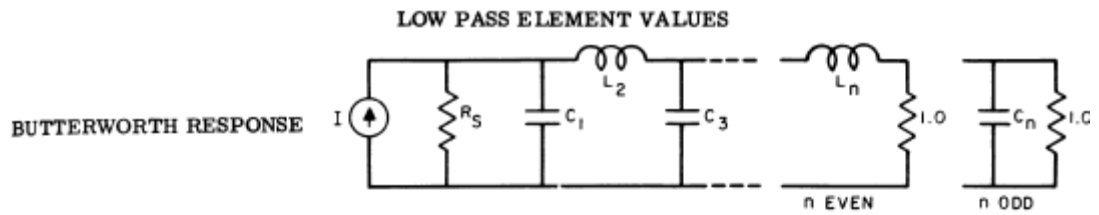


LOW PASS ELEMENT VALUES

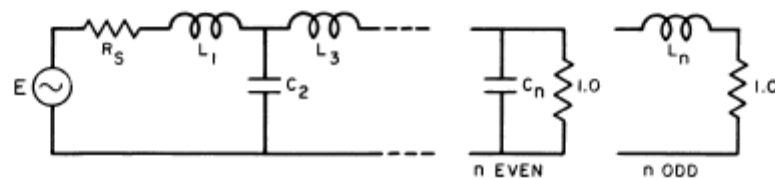


n	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4
2	1.0000	1.4142	1.4142		
	1.1111	1.0353	1.8352		
	1.2500	0.8485	2.1213		
	1.4286	0.6971	2.4387		
	1.6667	0.5657	2.8284		
	2.0000	0.4483	3.3461		
	2.5000	0.3419	4.0951		
	3.3333	0.2447	5.3126		
	5.0000	0.1557	7.7067		
	10.0000	0.0743	14.8138		
INF.	1.4142	0.7071			
3	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	
	0.9000	0.8082	1.6332	1.5994	
	0.8000	0.8442	1.3840	1.9259	
	0.7000	0.9152	1.1652	2.2774	
	0.6000	1.0225	0.9650	2.7024	
	0.5000	1.1811	0.7789	3.2612	
	0.4000	1.4254	0.6042	4.0642	
	0.3000	1.8380	0.4396	5.3634	
	0.2000	2.6687	0.2842	7.9102	
	0.1000	5.1672	0.1377	15.4554	
INF.	1.5000	1.3333	0.5000		
4	1.0000	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654
	1.1111	0.4657	1.5924	1.7439	1.4690
	1.2500	0.3882	1.6946	1.5110	1.8109
	1.4286	0.3251	1.8618	1.2913	2.1752
	1.6667	0.2690	2.1029	1.0824	2.6131
	2.0000	0.2175	2.4524	0.8826	3.1868
	2.5000	0.1692	2.9858	0.6911	4.0094
	3.3333	0.1237	3.8826	0.5072	5.3381
	5.0000	0.0804	5.6835	0.3307	7.9397
	10.0000	0.0392	11.0942	0.1616	15.6421
INF.	1.5307	1.5772	1.0824	0.3827	
n	$1/R_s$	L_1	C_2	L_3	C_4





n	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
5	1.0000	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180		
	0.9000	0.4416	1.0265	1.9095	1.7562	1.3887		
	0.8000	0.4698	0.8660	2.0605	1.5443	1.7380		
	0.7000	0.5173	0.7313	2.2849	1.3326	2.1083		
	0.6000	0.5860	0.6094	2.5998	1.1255	2.5524		
	0.5000	0.6857	0.4955	3.0510	0.9237	3.1331		
	0.4000	0.8378	0.3877	3.7357	0.7274	3.9648		
	0.3000	1.0937	0.2848	4.8835	0.5367	5.3073		
	0.2000	1.6077	0.1861	7.1849	0.3518	7.9345		
	0.1000	3.1522	0.0912	14.0945	0.1727	15.7103		
	INF.	1.5451	1.6944	1.3820	0.8944	0.3090		
6	1.0000	0.5176	1.4142	1.9319	1.9319	1.4142	0.5176	
	1.1111	0.2890	1.0403	1.3217	2.0539	1.7443	1.3347	
	1.2500	0.2445	1.1163	1.1257	2.2389	1.5498	1.6881	
	1.4286	0.2072	1.2363	0.9567	2.4991	1.3464	2.0618	
	1.6667	0.1732	1.4071	0.8011	2.8580	1.1431	2.5092	
	2.0000	0.1412	1.6531	0.6542	3.3687	0.9423	3.0938	
	2.5000	0.1109	2.0275	0.5139	4.1408	0.7450	3.9305	
	3.3333	0.0816	2.6559	0.3788	5.4325	0.5517	5.2804	
	5.0000	0.0535	3.9170	0.2484	8.0201	0.3628	7.9216	
	10.0000	0.0263	7.7053	0.1222	15.7855	0.1788	15.7375	
	INF.	1.5529	1.7593	1.5529	1.2016	0.7579	0.2588	
7	1.0000	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450
	0.9000	0.2985	0.7111	1.4043	1.4891	2.1249	1.7268	1.2961
	0.8000	0.3215	0.6057	1.5174	1.2777	2.3338	1.5461	1.6520
	0.7000	0.3571	0.5154	1.6883	1.0910	2.6177	1.3498	2.0277
	0.6000	0.4075	0.4322	1.9284	0.9170	3.0050	1.1503	2.4771
	0.5000	0.4799	0.3536	2.2726	0.7512	3.5532	0.9513	3.0640
	0.4000	0.5899	0.2782	2.7950	0.5917	4.3799	0.7542	3.9037
	0.3000	0.7745	0.2055	3.6706	0.4373	5.7612	0.5600	5.2583
	0.2000	1.1448	0.1350	5.4267	0.2874	8.5263	0.3692	7.9079
	0.1000	2.2571	0.0665	10.7004	0.1417	16.8222	0.1823	15.7480
	INF.	1.5576	1.7988	1.6588	1.3972	1.0550	0.6560	0.2225
n	$1/R_s$	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7



LOW PASS ELEMENT VALUES

BUTTERWORTH RESPONSE

n	R _s	C ₁	L ₂	C ₃	L ₄	C ₅	L ₆	C ₇	L ₈	C ₉	L ₁₀
8	1.0000	0.3902	1.1111	1.6629	1.9616	1.9616	1.6629	1.1111	0.3902		
	1.1111	0.2975	0.7575	0.9925	1.6362	1.5900	2.1612	1.7092	1.2671		
	1.2500	0.1774	0.8199	0.8499	1.7779	1.3721	2.3874	1.5393	1.6246		
	1.4286	0.1513	0.9138	0.7257	1.9852	1.1760	2.6879	1.3490	2.0017		
	1.6667	0.1272	1.0455	0.6102	2.2740	0.9912	3.0945	1.1530	2.4524		
	2.0000	0.1042	1.2341	0.5003	2.6863	0.8139	3.6678	0.9558	3.0408		
	2.5000	0.0822	1.5201	0.3945	3.3106	0.6424	4.5308	0.7594	3.8825		
	3.3333	0.0608	1.9995	0.2919	4.3563	0.4757	5.9714	0.5650	5.2400		
	5.0000	0.0400	2.9604	0.1921	6.4523	0.3133	8.8538	0.3732	7.8952		
	10.0000	0.0194	5.8479	0.0949	12.7455	0.1547	17.4999	0.1846	15.7510		
	INF.	1.5607	1.8246	1.7287	1.5283	1.2588	0.9371	0.5776	0.1951		
	9	1.0000	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473
0.9000		0.2242	0.5388	1.0835	1.1859	1.7905	1.6538	2.1796	1.6930	1.2447	
0.8000		0.2434	0.4623	1.1777	1.0200	1.9542	1.4336	2.4189	1.5318	1.6033	
0.7000		0.2719	0.3954	1.3162	0.8734	2.1885	1.2323	2.7314	1.3464	1.9812	
0.6000		0.3117	0.3330	1.5092	0.7361	2.5124	1.0410	3.1516	1.1533	2.4328	
0.5000		0.3685	0.2735	1.7846	0.6046	2.9734	0.8565	3.7426	0.9579	3.0223	
0.4000		0.4545	0.2159	2.2019	0.4775	3.6706	0.6771	4.6310	0.7624	3.8654	
0.3000		0.5987	0.1600	2.9006	0.3539	4.8373	0.5022	6.1128	0.5680	5.2249	
0.2000		0.8878	0.1054	4.3014	0.2333	7.1750	0.3312	9.0766	0.3757	7.8838	
0.1000		1.7558	0.0521	8.5074	0.1153	14.1930	0.1638	17.9654	0.1862	15.7504	
INF.		1.5628	1.8424	1.7777	1.6202	1.4037	1.1408	0.8414	0.5155	0.1736	
10		1.0000	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080
	1.1111	0.1614	0.5924	0.7853	1.3202	1.3230	1.8968	1.6956	2.1883	1.6785	1.2267
	1.2500	0.1388	0.6452	0.6762	1.4400	1.1420	2.0779	1.4754	2.4377	1.5245	1.5861
	1.4286	0.1190	0.7222	0.5797	1.6130	0.9802	2.3324	1.2712	2.7592	1.3431	1.9646
	1.6667	0.1004	0.8292	0.4891	1.8528	0.8275	2.6825	1.0758	3.1895	1.1526	2.4169
	2.0000	0.0825	0.9818	0.4021	2.1943	0.6808	3.1795	0.8864	3.7934	0.9588	3.0072
	2.5000	0.0652	1.2127	0.3179	2.7108	0.5384	3.9302	0.7018	4.7002	0.7641	3.8512
	3.3333	0.0484	1.5992	0.2358	3.5754	0.3995	5.1858	0.5211	6.2118	0.5700	5.2122
	5.0000	0.0319	2.3740	0.1556	5.3082	0.2636	7.7010	0.3440	9.2343	0.3775	7.8738
	10.0000	0.0158	4.7005	0.0770	10.5104	0.1305	15.2505	0.1704	18.2981	0.1872	15.7481
	INF.	1.5643	1.8592	1.8121	1.6869	1.5100	1.2921	1.0406	0.7626	0.4654	0.1564
	n	1/R _s	L ₁	C ₂	L ₃	C ₄	L ₅	C ₆	L ₇	C ₈	L ₉

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II Εξαγωγή σχέσεων για τον υπολογισμό των πόλων της προσέγγισης Chebyshev

Για να εξάγουμε την σχέση για τον υπολογισμό των πόλων ενός φίλτρου Chebyshev. Θα πρέπει να βρούμε ένα πολυώνυμο Hurwitz $D_n(s)$, όπου $s = j\omega$.

$$|D_n(j\Omega)|^2 = \varepsilon_n^2(\Omega) = 1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega)$$

Για δεδομένη τάξη του φίλτρου και τον υπολογισμό του συντελεστή κυματώσεως(ε).

$$D_n(s)D_n(-s) = |D_n(\Omega)|_{\Omega=-js}^2 = 1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega)|_{\Omega=-js} = 1 + \varepsilon^2 C_n^2(-js)$$

Γνωρίζουμε ότι το $D_n(s)$ είναι ένα πολυώνυμο Hurwitz, αν βρούμε τις ρίζες της παραπάνω εξίσωσης και αποδώσουμε τις ρίζες που βρίσκονται στο αριστερό μιγαδικό επίπεδο στην $D_n(s)$ και τις υπόλοιπες ρίζες στο $D_n(-s)$.

$$1 + \varepsilon^2 C_n^2(-js) = 0 \Leftrightarrow C_n^2(-js) = -\frac{1}{\varepsilon^2}$$

Αντικαθιστώντας την συνάρτηση του Chebyshev προκύπτει :

$$C_N(-js) = \cos(N \cdot \cos^{-1}(-js)) = \pm \frac{j}{\varepsilon} \quad \text{II.1}$$

Από την τριγωνομετρία γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση \cos^{-1} έχει μιγαδική λύση της μορφής $x + jy$, όπου x και y πραγματικά.

$$\cos^{-1}(-js) = x + jy$$

Αντικαθιστούμε την παραπάνω λύση στην (II.1) και προκύπτει

$$\cos(N(x + yj)) = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

Χρησιμοποιώντας μια ακόμα τριγωνομετρική ιδιότητα προκύπτει

$$\cos(nx) \cosh(ny) - j \sin(nx) \sinh(ny) = \pm \frac{j}{\varepsilon}$$

Από την (II.1) θα πρέπει η (II.2A) να είναι ίση με 0, και η II.2B να ισχύει για το φανταστικό μέρος.

$$\cos(nx) \cosh(ny) = 0 \quad \text{(II.2A)}$$

$$j \sin(nx) \sinh(ny) = \pm \frac{j}{\varepsilon} \quad \text{(II.2B)}$$

Επειδή το y είναι πραγματικό, το $\cosh(ny)$ δεν μπορεί να μηδενιστεί, άρα το $\cos(nx)$ πρέπει να κάνει ίσο μηδέν. Το συνημίτονο γίνεται 0 όταν:

$$nx = \frac{(2k-1)\pi}{2} \Leftrightarrow x = \frac{(2k-1)\pi}{2n}, \text{ όπου } k \text{ ακέραιος}$$

Για $n\pi$ περιπτώ πολλαπλάσιο του $\pi/2$, το $\sin(n\pi) = \pm 1$, με αποτέλεσμα από την (II.2B) να προκύπτει:

$$\sinh(ny) = \frac{1}{\varepsilon} \leftrightarrow y = \frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \quad (\text{II.4})$$

Πρέπει να σημειωθεί το y είναι μια σταθερά, επειδή η τάξη του φίλτρου και ο ripple factor παραμένουν σταθεροί σε όλη την σχεδίαση του φίλτρου και είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Το επόμενο μας βήμα είναι να βρούμε τις τιμές του s στις οποίες αντιστοιχούν οι τιμές x και y , θυμίζεται ότι $\cos^{-1}(-js) = x + jy$.

$$\cos^{-1}(-js) = x + jy \leftrightarrow -js = \cos(x + jy) \leftrightarrow -js = \cos(x) \cosh(y) - j \sin(x) \sinh(y)$$

Πολλαπλασιάζω την ισότητα με j

$$s = \sin(x) \sinh(y) + j \cos(x) \cosh(y)$$

Αμα αντικαταστήσω τα x και y από (II.3) και (II.4) αντίστοιχα προκύπτει:

$$s_k = \sin\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right) \sinh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) + j \cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right) \cosh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \quad (\text{II.5})$$

$$\sigma_k = \sin\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right) \sinh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \quad (\text{II.6A})$$

$$\Omega_k = \cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right) \cosh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \quad (\text{II.6B})$$

Η (II.5) έχει ρίζες με αρνητικό και θετικό πραγματικό μέρος, άλλα εμάς μας ενδιαφέρουν οι ρίζες με αρνητικό πραγματικό μέρος (λόγω ότι ο παρονομαστής μια προσέγγισης που πραγματοποιεί συνάρτηση μεταφοράς βαθυπερατού φίλτρου πρέπει να είναι ένα αυστηρό πολυώνυμο Hurwitz, αλλά και για λόγους ευστάθειας). Αρα η παραπάνω σχέση χρειάζεται μια μικρή τροποποίηση, το υπερβολικό ημίτονο (\sinh) είναι πάντα θετικό, με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να το τροποποιήσουμε. Τελικά πρέπει να τροποποιήσουμε την σχέση μέσα στο ημίτονο. Το οποίο είναι αρνητικό όταν:

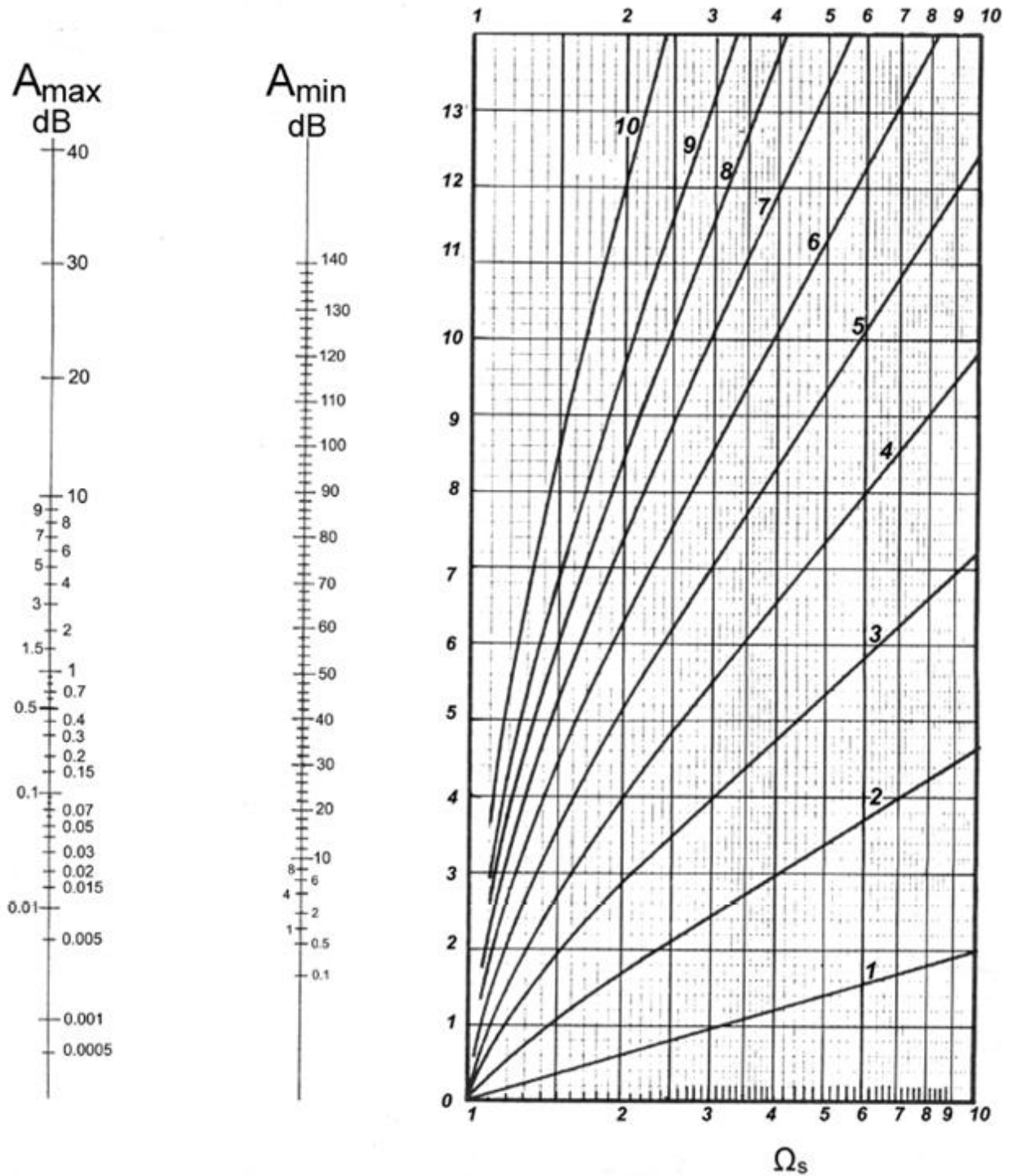
$$\pi < \frac{2k-1}{2n} \pi < 2\pi \leftrightarrow n+1 \leq k \leq 2n, \text{ άρα για να είναι το πραγματικό μέρος αρνητικό θα}$$

πρέπει το $k = n+1$ μέχρι $2n$. Όπου για $k = \frac{N+1}{2}$, το φανταστικό μέρος της (II.5) μηδενίζεται και έχουμε έναν πραγματικό πόλο. Τελικά οι πόλοι της προσέγγισης Chebyshev υπολογίζονται:

$$\sigma_k = \sin\left(\frac{(2k+2n-1)\pi}{2n}\right) \sinh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \quad (\text{II.7A})$$

$$\Omega_k = \cos\left(\frac{(2k+2n-1)\pi}{2n}\right) \cosh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right) \quad (\text{II.7B})$$

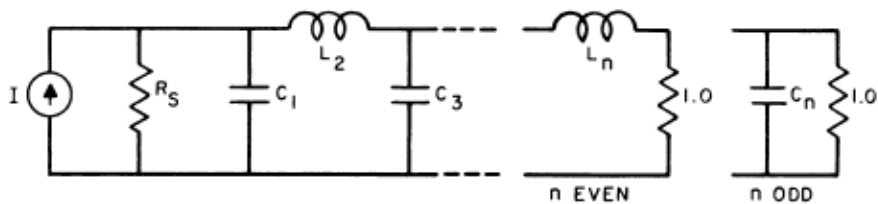
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙΙ Νομόγραμμα Kawakami και πίνακες για κανονικοποιημένα παθητικά στοιχεία της προσέγγισης Chebyshev



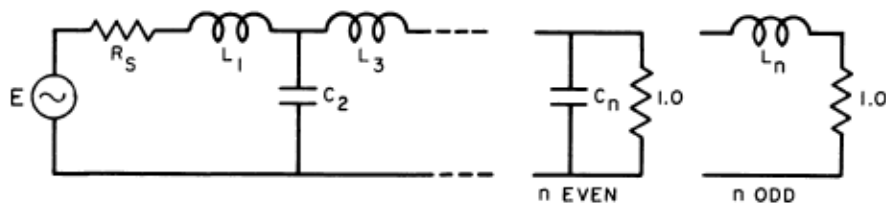
LOW PASS ELEMENT VALUES

CHEBYSHEV RESPONSE

RIPPLE = 0.1 db



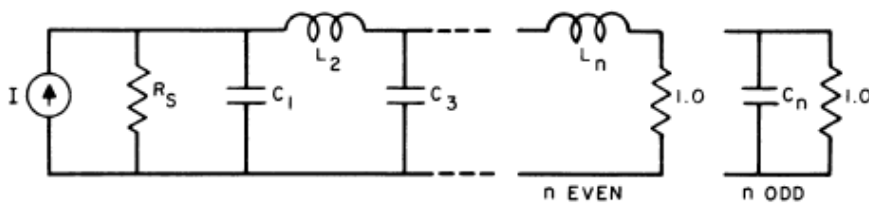
n	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4
2	1.3554	1.4286	1.6382		
	1.4286	0.9771	1.9824		
	1.6667	0.7326	2.4085		
	2.0000	0.5597	3.0538		
	2.5000	0.4169	3.8265		
	3.3333	0.2933	5.0502		
	5.0000	0.1841	7.4257		
	10.0000	0.0868	14.4332		
INF.	1.3911	0.8191			
3	1.0000	1.4328	1.5937	1.4328	
	0.9000	1.4258	1.4935	1.6219	
	0.8000	1.4511	1.3557	1.8711	
	0.7000	1.5210	1.1927	2.1901	
	0.6000	1.6475	1.0174	2.6026	
	0.5000	1.8530	0.8383	3.1594	
	0.4000	2.1857	0.6603	3.9675	
	0.3000	2.7630	0.4860	5.2788	
	0.2000	3.9418	0.3172	7.8503	
	0.1000	7.5121	0.1549	15.4656	
INF.	1.5133	1.5090	0.7164		
4	1.3554	0.9924	2.1476	1.5845	1.3451
	1.4286	0.7789	2.3480	1.4292	1.7001
	1.6667	0.5764	2.7304	1.1851	2.2425
	2.0000	0.4398	3.2269	0.9672	2.8563
	2.5000	0.3288	3.9605	0.7599	3.6976
	3.3333	0.2329	5.1777	0.5602	5.0301
	5.0000	0.1475	7.6072	0.3670	7.6143
	10.0000	0.0704	14.8873	0.1802	15.2297
INF.	1.5107	1.7682	1.4550	0.6725	
n	$1/R_s$	L_1	C_2	L_3	C_4



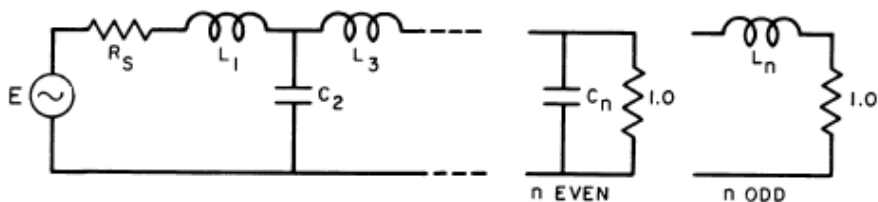
LOW PASS ELEMENT VALUES

CHEBYSHEV RESPONSE

RIPPLE = 0.1 db



n	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7	
5	1.0000	1.3013	1.5559	2.2411	1.5559	1.3013			
	0.9000	1.2845	1.4329	2.3794	1.4878	1.4883			
	0.8000	1.2998	1.2824	2.5819	1.3815	1.7384			
	0.7000	1.3580	1.1170	2.8679	1.2437	2.0621			
	0.6000	1.4694	0.9469	3.2688	1.0846	2.4835			
	0.5000	1.6535	0.7777	3.8446	0.9126	3.0548			
	0.4000	1.9538	0.6119	4.7193	0.7333	3.8861			
	0.3000	2.4765	0.4509	6.1861	0.5503	5.2373			
	0.2000	3.5457	0.2950	9.1272	0.3659	7.8890			
	0.1000	6.7870	0.1447	17.9569	0.1820	15.7447			
	INF.	1.5613	1.8069	1.7659	1.4173	0.6507			
6	1.3554	0.9419	2.0797	1.6581	2.2473	1.5344	1.2767		
	1.4286	0.7347	2.2492	1.4537	2.5437	1.4051	1.6293		
	1.6667	0.5422	2.6003	1.1830	3.0641	1.1850	2.1739		
	2.0000	0.4137	3.0679	0.9575	3.7119	0.9794	2.7936		
	2.5000	0.3095	3.7652	0.7492	4.6512	0.7781	3.6453		
	3.3333	0.2195	4.9266	0.5514	6.1947	0.5795	4.9962		
	5.0000	0.1393	7.2500	0.3613	9.2605	0.3835	7.6184		
	10.0000	0.0666	14.2200	0.1777	18.4267	0.1901	15.3495		
		INF.	1.5339	1.8838	1.8306	1.7485	1.3937	0.6383	
	7	1.0000	1.2615	1.5196	2.2392	1.6804	2.2392	1.5196	1.2615
0.9000		1.2422	1.3946	2.3613	1.5784	2.3966	1.4593	1.4472	
0.8000		1.2550	1.2449	2.5481	1.4430	2.6242	1.3619	1.6967	
0.7000		1.3100	1.0826	2.8192	1.2833	2.9422	1.2326	2.0207	
0.6000		1.4170	0.9169	3.2052	1.1092	3.3841	1.0807	2.4437	
0.5000		1.5948	0.7529	3.7642	0.9276	4.0150	0.9142	3.0182	
0.4000		1.8853	0.5926	4.6179	0.7423	4.9702	0.7384	3.8552	
0.3000		2.3917	0.4369	6.0535	0.5557	6.5685	0.5569	5.2167	
0.2000		3.4278	0.2862	8.9371	0.3692	9.7697	0.3723	7.8901	
0.1000		6.5695	0.1405	17.6031	0.1838	19.3760	0.1862	15.8127	
	INF.	1.5748	1.8577	1.9210	1.8270	1.7340	1.3786	0.6307	
n	$1/R_s$	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7	



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ IV Σχεδίαση Ζωνοπερατού φίλτρου Pascal με χρήση T.E.

Προδιαγραφές:

$$\begin{aligned}
 A_{\max} &:= 1 & A_{\min} &:= 30 & BW_s &:= 2 \cdot \pi \cdot (10^4 - 50) = 6.252 \times 10^4 \\
 H_0 &:= 1 & BW &:= 2 \cdot \pi \cdot (5 \cdot 10^3 - 100) = 3.079 \times 10^4 \\
 w_0 &:= 2^2 \cdot \pi^2 \cdot (5 \cdot 10^5) = 1.974 \times 10^7 & \Omega_s &:= \frac{BW_s}{BW} \\
 W_0 &:= \sqrt{w_0} = 4.443 \times 10^3 & \Omega_s &= 2.031
 \end{aligned}$$

$$d := \begin{pmatrix} 2 & 0.0000000000000000.4714045207910316-0.1250000000000000 \\ 3 & 0.28867513459481270.57735026918962580.0641500299099584 \\ 4 & 0.44721359549995790.652896752924760-0.0416666666666666 \\ 5 & 0.54814428938608960.706390028515133 & 0.030261935070407 \\ 6 & 0.61812757906723050.745825112975796 & -0.023473464343582 \\ 7 & 0.66950939644822890.77599290425398380.0190162506305163 \\ 8 & 0.70882772261437330.7997819326142216-0.0158879203969156 \\ 9 & 0.73987599935121870.81900877127721720.0135834492495103 \\ 10 & 0.76500826071643780.8348655329317467-0.0118223434609256 \\ 11 & 0.78576311050626960.84816449371956630.0104370703635854 \\ 12 & 0.80318871599919020.8594772818855223-0.0093217565879586 \\ 13 & 0.8180237638695640.86921746183407860.0084064036636076 \\ 14 & 0.83080378322920330.8776914588410434-0.0076429875778078 \\ 15 & 0.84192645300116820.88513105907868750.0069975269755492 \\ 16 & 0.85169324234859060.8917147882306349 & -0.00644533915643 \\ 17 & 0.86033682130421530.89758234634695840.0059680879633394 \\ 18 & 0.8680396089340250.9028446313363462-0.0055518834279747 \\ 19 & 0.87494663067901040.9075907638262609 & 0.005186022076489 \\ 20 & 0.88117462237818730.9118931926985862-0.0048621302467766 \\ 21 & 0.88681859959698660.91581141453763240.0045735681751739 \end{pmatrix}$$

$$\Omega_{\max}^{(N)} := d_{N-2, 1}$$

$$\Omega_D^{(N)} := d_{N-2, 2}$$

$$P_{\max}^{(N)} := d_{N-2, 3}$$

$$P_D(N, \Omega) := \frac{(-1)^N}{N!} \cdot \prod_{k=1}^N \left(\frac{N+1}{2} \cdot \Omega \cdot \Omega_D^{(N)} + \frac{N-1}{2} - k + 1 \right)$$

$$\text{Calculate_Order_of_Pascal} (\Omega_s, A_{\max}, A_{\min}) := \left\{ \begin{array}{l} g \leftarrow \frac{\sqrt{\frac{A_{\max}}{10} \frac{1}{10} - 1}}{\sqrt{\frac{A_{\min}}{10} \frac{1}{10} - 1}} \\ N \leftarrow \text{ceil} \left(\frac{\text{acosh} \left(\frac{\frac{A_{\min}}{10} \frac{1}{10} - 1}{\frac{A_{\max}}{10} \frac{1}{10} - 1} \right)}{\text{acosh} (\Omega_s)} \right) \\ h \leftarrow \left| \frac{P_D(N, 1)}{P_D(N, \Omega_s)} \right| \\ \text{while } (h > g) \\ \quad \left| \begin{array}{l} N \leftarrow N + 1 \\ h \leftarrow \left| \frac{P_D(N, 1)}{P_D(N, \Omega_s)} \right| \end{array} \right. \\ \text{(Calculate_Order_of_Pascal} \leftarrow N) \end{array} \right.$$

$$N_{\text{Pascal}} := \text{Calculate_Order_of_Pascal} (\Omega_s, A_{\max}, A_{\min}) = 4$$

$$L_{\max} := \frac{\sqrt{\frac{A_{\max}}{10} \frac{1}{10} - 1}}{\left| P_D(N_{\text{Pascal}}, 1) \right|}$$

$$\text{poles}(k_{\text{Pascal}}) = \begin{pmatrix} -0.385602795 - 0.377783551i \\ -0.385602795 + 0.377783551i \\ -0.148193334 + 0.983002331i \\ -0.148193334 - 0.983002331i \end{pmatrix}$$

LP -> BP

First Pair of Poles

$$w_q := (|\text{poles}(0)|) \quad Q_q := \frac{|\text{poles}(0)|}{|2 \cdot \text{Re}(\text{poles}(0))|}$$

$$A := \frac{W_0}{BW} = 0.144$$

$$B := (w_q)^2 + 4 \cdot A^2$$

$$C := \frac{w_q}{Q_q}$$

$$Q := \frac{1}{2 \cdot C} \cdot \sqrt{2 \cdot (B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot C^2 \cdot A^2})}$$

$$w_2 := \frac{BW}{2} \cdot \left(C \cdot Q + \sqrt{w_q^2 - \frac{A^2}{Q^2}} \right)$$

$$w_1 := \frac{W_0^2}{w_2}$$

$$Q = 0.754$$

$$w_1 = 1.181 \times 10^3$$

$$w_2 = 1.672 \times 10^4$$

Second Pair of Poles

$$w_{q2} := (|\text{poles}(3)|) \quad Q_{q2} := \frac{|\text{poles}(3)|}{|2 \cdot \text{Re}(\text{poles}(3))|}$$

$$Q_{q2} = 3.354$$

$$B_2 := (w_{q2})^2 + 4 \cdot A^2 \quad C_2 := \frac{w_{q2}}{Q_{q2}}$$

$$Q_b := \frac{1}{2 \cdot C_2} \cdot \sqrt{2 \cdot B_2 + 2 \cdot \sqrt{B_2^2 - 4 \cdot A^2 \cdot C_2^2}} \quad w_{2b} := \frac{BW}{2} \cdot \left(C_2 \cdot Q_b + \sqrt{w_{q2}^2 - \frac{A^2}{Q_b^2}} \right)$$

$$w_{1b} := \frac{W_0^2}{w_{2b}}$$

$$Q_b = 3.49$$

$$w_{1b} = 632.42$$

$$w_{2b} = 3.121 \times 10^4$$

$$A_n := \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{P_D(N_{\text{Pascal}}, \Omega)}{(\Omega)^{N_{\text{Pascal}}}} \rightarrow 0.29575141274719725911$$

$$C_{Pa} := \frac{H_0}{L_{\text{max}} \cdot A_n}$$

Ορίζω την θεωρητική συνάρτηση μεταφοράς της προσέγγισης Pascal.

$$H_{BP}(s) := \frac{s^4 \cdot BW^4 \cdot C_{Pa}}{\left(s^2 + s \cdot \frac{w_1}{Q} + w_1^2 \right) \left(s^2 + s \cdot \frac{w_2}{Q} + w_2^2 \right) \cdot \left[\left(s^2 + s \cdot \frac{w_{1b}}{Q_b} + w_{1b}^2 \right) \left(s^2 + s \cdot \frac{w_{2b}}{Q_b} + w_{2b}^2 \right) \right]}$$

$$G_{BP}(f) := (|H_{BP}(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f)|)$$

Σχεδιασμός ΖΠ Sallen – Key με ίσους αντιστάτες(10kΩ) και ίσους πυκνωτές.

1^η βαθμίδα:

$$C_{\text{sallen_key_1}} := \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)}{w_1^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}} = 1.198 \times 10^{-7}$$

$$k_{\omega} := 4 - \frac{w_1}{Q} \cdot R_1 \cdot C_{\text{sallen_key_1}} = 2.124$$

$$R_{\text{sallen_1_b}} := (k_1 - 1) \cdot 10^4 = 1.124 \times 10^4$$

$$R_{\text{sallen_1_a}} := 10^4$$

$$\frac{R_{\text{sallen_1_b}}}{R_{\text{sallen_1_a}}} + 1 = 2.124$$

2^η βαθμίδα:

$$C_{\text{sallen_key_2}} := \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)}{w_2^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}} = 8.458 \times 10^{-9}$$

$$k_{\omega} := 4 - \frac{w_2}{Q} \cdot R_1 \cdot C_{\text{sallen_key_2}} = 2.124$$

$$R_{\text{sallen_2_b}} := (k_2 - 1) \cdot 10^4 = 1.124 \times 10^4$$

$$R_{\text{sallen_2_a}} := 10^4$$

$$\frac{R_{\text{sallen_2_b}}}{R_{\text{sallen_2_a}}} + 1 = 2.124$$

3^η βαθμίδα:

$$C_{sallen_key_3} := \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)}{w_{1b}^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}} = 2.236 \times 10^{-7}$$

$$k_3 := 4 - \frac{w_{1b}}{Q_b} \cdot R_1 \cdot C_{sallen_key_3} = 3.595$$

$$R_{sallen_3_b} := (k_3 - 1) \cdot 10^4 = 2.595 \times 10^4$$

$$R_{sallen_3_a} := 10^4$$

$$\frac{R_{sallen_3_b}}{R_{sallen_3_a}} + 1 = 3.595$$

4^η βαθμίδα

$$C_{sallen_key_4} := \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)}{w_{2b}^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}} = 4.531 \times 10^{-9}$$

$$k_4 := 4 - \frac{w_{2b}}{Q_b} \cdot R_1 \cdot C_{sallen_key_4} = 3.595$$

$$R_{sallen_4_b} := (k_4 - 1) \cdot 10^4 = 2.595 \times 10^4$$

$$R_{sallen_4_a} := 10^4$$

$$\frac{R_{sallen_4_b}}{R_{sallen_4_a}} + 1 = 3.595$$

Υπολογισμός ισοστάθμισης(κέρδος αναστρέφουσας):

$$A_{\text{sallen_key_1}} := \frac{k_1}{R_1 \cdot C_{\text{sallen_key_1}}}$$

$$A_{\text{sallen_key_2}} := \frac{k_2}{R_1 \cdot C_{\text{sallen_key_2}}}$$

$$A_{\text{sallen_key_3}} := \frac{k_3}{R_1 \cdot C_{\text{sallen_key_3}}}$$

$$A_{\text{sallen_key_4}} := \frac{k_4}{R_1 \cdot C_{\text{sallen_key_4}}}$$

Given

$$\frac{BW^4}{(L_{\text{max}} \cdot A_n)} = \text{Gain_equalizer} \cdot A_{\text{sallen_key_1}} \cdot A_{\text{sallen_key_2}} \cdot A_{\text{sallen_key_3}} \cdot A_{\text{sallen_key_4}}$$

$$\text{Find}(\text{Gain_equalizer}) \rightarrow 43.79629986637879777$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V Πρόγραμμα στο Matlab για τον υπολογισμό της $H(s)$ της προσέγγισης Pascal για βαθυτερατά φίλτρα.

%Στο παρακάτω function υπολογίζεται η συνάρτηση μεταφοράς της προσέγγισης %Pascal(H_s) , η τάξη του φίλτρου(N), οι πόλοι(roles) και από την δημοσίευση % [] δίνονται τα Pmax, Wd, Wmax το συγκεκριμένο function δουλεύει για N = 2- %15'.

```
function [ Pmax , Wd , Wmax , poles ,H_s ,N] =
Pascal_basic_calculations( amax , amin , Ws ,Ripple_factor )
format long;
temp = strcmpi(Ripple_factor,'lmax');
temp1 = strcmpi(Ripple_factor,'lmin');
if ( Ws <= 1 )
    errordlg('Ws must be always above 1 ')
    Pmax = 0;
    Wd = 0;
    Wmax = 0;
    poles = 0;
    H_s = 0;
    return;
elseif ( amax >= amin )
    errordlg('Amx cant be greater than Amin ')
    Pmax = 0;
    Wd = 0;
    Wmax = 0;
    poles = 0;
    H_s = 0;
    return;
elseif ( temp == false && temp1 == false )
    errordlg('Please insert Lmax or Lmin in form of String')
    Pmax = 0;
    Wd = 0;
    Wmax = 0;
    poles = 0;
    H_s = 0;
    return;
end
%Calculation Order of Pascal Filter
[ N ] = calculate_N( amax, amin , Ws );

[ Wmax , Pmax , Wd ] = get_pascal_values( N );

h = mod(N,2);
N_h = (N-h)/2;
%Calculation of Ripple Factor;
if ( strcmpi(Ripple_factor , 'Lmax'))
    lmax = sqrt((10^(amax*0.1)-
1)/abs(Pascal_function_without_gamma(N,1,Wd)));
    ripple_factor = lmax;
else
    lmin = sqrt((10^(amin*0.1)-
1)/abs(Pascal_function_without_gamma(N,Ws,Wd)));
    ripple_factor = lmin;
end

% Calculation of Pascal coefficients
[ polynomial ] = create_coefficients( N , Wd );

%roots
combinations = zeros(nchoosek(N_h + 1,2),2);
```

```

order = h:2:N;
order_array = zeros(1,nchoosek(N_h + 1,2) + length(order));
%Create Combinations
counter = 1;
for i = 1 : length(polynomial)
    for j = i:length(polynomial)
        if ( i ~= j )
            combinations(counter,1) = i;
            combinations(counter,2) = j;
            counter = counter + 1;
        end
    end
end

%set Tautotita
Length = nchoosek(N_h + 1,2) + length(order);
array_tautotitas = zeros(1,Length);
for i = 1 : length(array_tautotitas)
    if ( i <= length(order) )
        array_tautotitas(i) = (polynomial(i)^(2))*(ripple_factor^(2));
        order_array(i) = order(i)*(2);
    else
        array_tautotitas(i) = 2*polynomial(combinations(i -
length(order),1))*polynomial(combinations(i -
length(order),2))*(ripple_factor^(2));
        order_array(i) = order(combinations(i - length(order),1))
+order(combinations(i - length(order),2));
    end
end
%Το πολυώνυμο είναι της μορφής(για N άρτιο)  $\Omega^8 - \Omega^6 + \dots + \Omega^0$ 
[ array_tautotitas , order_array ] = sort_array_and_order( order_array ,
array_tautotitas );
%στο παρακάτω function κάνω πράξεις, δηλαδή αν έχω  $x*\Omega^6+y*\Omega^6 = A*\Omega^6$ 
[ ~, final_denominator ] = prepare_for_final_denominator( order_array ,
array_tautotitas );
Roots = roots(final_denominator);
% Για την συνάρτηση μεταφοράς, λαμβάνω υπόψιν μου τις ρίζες με πραγματικό
%αρνητικό μέρος(για λόγους ευστάθειας)
poles = zeros(1,N);
counter = 1;
for i = 1 : length(Roots)
    if ( real(Roots(i)) < 0 )
        poles(counter) = Roots(i);
        counter = counter + 1;
    end
end
% Υπολογισμός του κέρδους της προσέγγισης
C = 1/(abs(polynomial(length(polynomial)))*ripple_factor);

%display H(s)
H_s_couples = zeros ((N_h + h),3 );
counter = 1;
for i = 1 :2:length(poles)
    if ( imag(poles(i)) == 0 )
        H_s_couples(counter,1) = 0;
        H_s_couples(counter,2) = 1;
        H_s_couples(counter,3) = abs((poles(i)));
        counter = counter + 1;
        continue;
    end
end

```

```

end
H_s_couples(counter,1) = 1;
H_s_couples(counter,2) = abs(2*real(poles(i)));
H_s_couples(counter,3) = abs((poles(i)))^2;
counter = counter + 1;

end

Q = zeros(1,length(N-h));
counter = 1;
for i = 1 :2: length(poles)
    if (imag(poles(i))~=0)
        w = (abs(poles(i)));
        Q(counter) = abs(w/(2*real(poles(i))));
        counter = counter+1;
    end

end

H_s = 1;
[rows,~] = size(H_s_couples);
for i = 1 : rows
    H_s = H_s*tf(1, H_s_couples(i,:));
end
num = tf(C,1);
H_s = H_s*num;
margin(H_s)

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Calculate Order%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Από την [], γνωρίζουμε ότι η τάξη της προσέγγισης Pascal είναι ίση με
την %τάξη της προσέγγισης Chebyshev.

function [ N ] = calculate_N( amax, amin , Ws )
N_cheb = acosh(sqrt( ((10^(amin*0.1))-1)/((10^(amax*0.1))-1) ));
N_cheb = N_cheb/(acosh(Ws));
N_cheb = ceil(N_cheb);
disp(N_cheb)
g = sqrt( (10^(amax*0.1)-1)/(10^(amin*0.1)-1) );
temp = 1000;%dummy variable

while ( temp > g)
    [ ~ , ~ , wd ] = get_pascal_values( N_cheb );
    temp =
abs(Pascal_function_without_gamma(N_cheb,1,wd)/Pascal_function_without_gamma(
N_cheb,Ws,wd));
    N_cheb = N_cheb + 1;
end
N = N_cheb - 1;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Συνάρτηση Pascal%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [ P ] = Pascal_function_without_gamma( N,w,wd )
P = ((-1)^(N))/factorial(N);
temp = 1;
for i = 1 :N
    temp = temp*((N+1)/(2))*w*wd+((N-1)/2)-i+1);
end

```

```

P = P*temp;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Δημιουργία των Coefficients της προσέγγισης Pascal%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [ polynomial ] = create_coefficients( N , Wd )
h = mod(N,2);
N_h = (N-h)/2;
polynomial = zeros(1,N_h + 1);

%calculation of A_h
polynomial(1) = (-1)^((N+h)/2)/factorial(N)*(((N+1)/2)*Wd)^(h);

for i=1:N_h
    polynomial(1) = polynomial(1)*((N+1)/2)-i)^(2);
end
%end of Calculation of A_h

%Calculation of A_N
polynomial(length(polynomial)) = (((-1)^(N))/factorial(N))*((N+1)/2
*Wd)^(N);
%end of Calculation of A_N
%Υπολογισμός των βασικών όρων
vasikoi_oi = zeros(1,N_h);
for i = 0 :length(vasikoi_oi)-1
    vasikoi_oi( i + 1 ) = ((2*i+h+1)/2)^(2);
end
level = N_h - 1;
for i = 1:level
    if ( i == 1 )

        %calculation of A(N -2)
        polynomial(length(polynomial) - 1)= (((-1)^(1+mod(N,2)))/factorial(N) ) * (Wd*((N+1)/2))^(N-2)*sum(vasikoi_oi);
%Create combinations function δημιουργία τα μοναδικά ζευγάρια , δηλαδή αν έχω
%μια τριάδα 1 2 3 και θέλω να ομαδοποιήσω την τριάδα άνα δυο, τότε το
%αποτέλεσμα θα είναι 12 13 23.
        combinations = create_combinations(N_h,vasikoi_oi);

    else
        % Υπολογισμός των υπόλοιπο coefficients
        [ polynomial ] = calculate_a_x( N,h,Wd,i , polynomial ,
combinations);
    end
end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Create Combinations%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [ combinations ] = create_combinations( N_h, vasikous_oi )

array = 1:(((2)^(N_h))-1);
combinations = dec2bin(array) - '0';
[rows , columns] = size(combinations);

```

```

for i = 1 : rows
    for j = 1 : columns
        combinations(i,j) = combinations(i,j)*vasikous_orous(j);

    end
end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Calculate
Ax%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Η είσοδος number είναι η ομαδοποίησει ανα number(ανα δυάδες, τριάδες ,
%κλπ.)
function [ polynomials ] = calculate_a_x( N,h,Wd,number , polynomials ,
combinations) % (N_h!)/((N_h-number)! *number!)
N_h = (N-h)/2;
temp = (factorial(N_h))/(factorial(N_h- number)*(factorial(number)));
array = zeros(1,temp);
counter = 1;
[rows , columns] = size(combinations);
for i = 1 : rows
    temp = 1;
    if ( is_combinations(number,combinations(i,:),combinations) )
        for j =1 : columns
            if ( combinations(i,j) ~= 0)
                temp = temp*combinations(i,j);
            end
        end
        array(counter) = temp;
        counter = counter + 1;
    end
end
part_1 = (((-1)^(((2*(number ))/2) + h))/factorial(N))
*((N+1)/2)*Wd)^(N-2*number);
polynomials(length(polynomials) - number) = part_1*sum(array);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Get Pascal
Values%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%το Pascal characteristics values περιέχει τις τιμές Wmax,Pmax και Wd από
την %δημοσίευση [].
function [ Wmax , Pmax , Wd ] = get_pascal_values( N )
load('Pascal_characteristics_values.mat');
[rows_matrix , ~] =size(matrix);
for i = 1:rows_matrix
    if ( matrix(i,1) == N)
        Wmax = matrix(i,2);
        Pmax = matrix(i,3);
        Wd = matrix(i,4);
    end
end
end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Sort Array and Order %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

%Η παρακάτω συνάρτηση το μόνο που κάνει είναι να ταξινομεί κατά φθίνουσα φορά %διάνυσμα - γραμμή, δηλαδή να είναι της μορφής(π.χ. N = 8) $\chi\Omega^8 + \gamma\Omega^8 - \tau\Omega^6, \dots, 1\Omega^0$

```
function [ sort_array , sort_order ] = sort_array_and_order( order_array
, result_of_tautotitas )
    dummy = order_array;
    sort_order = sort(order_array);
    sort_array = zeros(1,length(result_of_tautotitas));
    pointer = zeros(1,length(sort_array));
    for i = 1 : length(sort_order)
        for j = 1 : length(sort_order)
            if ( dummy(j) == sort_order(i))
                if ( pointer(j) == 0 )
                    sort_array(i) = result_of_tautotitas(j);
                    pointer(j) = pointer(j) + 1;
                    break;
                end
            end
        end
    end
end

end

end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%prepare                                final
denominator%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% %Το παρακάτω function είναι το
τελευταίο στάδιο για να δημιουργηθεί ο %παρονομαστής της  $H(s)H(-s)$ , λόγω ότι
το result of tautotitas έχει κάποιους όρους που είναι ίδια τάξη με άλλους
δηλαδή  $\chi\Omega^6, \gamma\Omega^6$  . Όλους αυτούς τους %Όρους του αθροίζει σύμφωνα με το  $\Omega^6\chi$ .
Επίσης αφού γίνουν οι πράξεις προσθετό %στο παρονομαστή την τιμή 1, λογο ότι
ο παρονομαστής της  $H(s)H(-s)$  είναι της %μορφής  $1+\lambda^2 * PD(N,\Omega)^2$ .
function [ unique_order, final_denominator ] =
prepare_for_final_denominator( order_of_array , result_tautotitas )
    unique_order = unique(order_of_array);
    unique_tautotita = zeros(size(unique_order));
    counter = zeros(1,length(unique_order));

    for i = 1 : length(unique_order)
        for j = 1 : length(order_of_array)
            if ( unique_order(i) == order_of_array(j))
                counter(i) = counter(i) + 1;
            end
        end
    end
    start = 0;
    counter_start = 1;
    for i = 0 : length(result_tautotitas) -1
        if ( i == start )

            for j = 1 : (counter(counter_start))
                unique_tautotita(counter_start) =
unique_tautotita(counter_start) + result_tautotitas(start+j);
            end
            start = start + counter(counter_start);
            counter_start = counter_start + 1;
        end
    end
```



```

end
%Order 0 -> N^2
%προσθετό +1 στον παρονομαστή της H(s)H(-s) είναι (P^2*1^2 + 1)
if ( unique_order(1) == 0 )
    unique_tautotita(1) = unique_tautotita(1) + 1;
else
    unique_tautotita = cat(2,1 ,unique_tautotita);
    unique_order = cat(2, 0, unique_order);
end
%Order N^2 -> 0
unique_tautotita = fliplr(unique_tautotita);
unique_order = fliplr(unique_order);

final_order = unique_order(1):-1:0;
final_denominator = zeros(1,length(final_order));
counter = 1;
for i = 1 : length(final_denominator)
    if (final_order(i) == unique_order(counter))
        final_denominator(i) = unique_tautotita(counter);
        counter = counter + 1;
    end
end

for i = 1 : length(final_denominator)
    final_denominator(i) = final_denominator(i) *(1j)^(final_order(i));
end

temp = final_denominator(1);
for i = 1 : length(final_denominator)
    final_denominator(i) = final_denominator(i)/(temp) ;
end

end

```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ VI Υπολογισμός της Αντίστασης εισόδου(Zin) για την παθητική υλοποίηση με την προσέγγιση Pascal.

%Στο παρακάτω function σαν έξοδο έχουμε την Zin του παθητικού βαθυπερατού φίλτρου, όπου το επόμενο βήμα θα είναι η απόσπαση πόλων, το παρακάτω %function χρησιμοποιήθηκε για την εξαγωγή των πινάκων του κεφαλαίου 4. Σαν %εισόδους έχει το Amax, Amin, Ωs και την Rs αντίσταση εισόδου κανονικοποιημένη.

```
function [Zin,Zin_numerator,Zin_denominator] =
calculate_Passive_filter(amax,amin,Ws,Rs)

%Υπολογισμός της τάξης του φίλτρου (στο προηγούμενο παράρτημα σελίδα ...
%υπάρχουν τα δυο function παρακάτω).
[ N ] = calculate_N( amax, amin , Ws );
[ ~ , ~ , Wd ] = get_pascal_values( N );

%Η συνάρτηση check Parameters ελέγχει τις προδιαγραφές σύμφωνα με το
%κεφάλαιο 4.7 (σελίδες 64-65).
[ amax,N,Wd ] = check_parameters( amax,amin,Ws,Rs,N,Wd );

amax = round(amax*100000)/10^(5);

lmax = sqrt((10^(amax/10))-1)/abs(Pascal_function_without_gamma( N,1,Wd ));
% Υπολογισμός των coefficients της συνάρτησης Pascal (μέχρι το Finish with
H(s)H(-s)) είναι ακριβώς το ίδιο πρόγραμμα από το προηγούμενο παράρτημα.
[ polynomial ] = create_coefficients( N , Wd );

h = mod(N,2);
N_h = (N-h)/2;

combinations = zeros(nchoosek(N_h + 1,2),2);
order = h:2:N;
order_array = zeros(1,nchoosek(N_h + 1,2) + length(order));
counter = 1;
for i = 1 : length(polynomial)
    for j = i:length(polynomial)
        if ( i ~= j )
            combinations(counter,1) = i;
            combinations(counter,2) = j;
            counter = counter + 1;
        end
    end
end
Length = nchoosek(N_h + 1,2) + length(order);
array_tautotitas = zeros(1,Length);
for i = 1 : length(array_tautotitas)
    if ( i <= length(order) )
        array_tautotitas(i) = (polynomial(i)^(2))*(lmax^(2));
        order_array(i) = order(i)*(2);
    else
        array_tautotitas(i) = 2*polynomial(combinations(i -
length(order),1))*polynomial(combinations(i - length(order),2))*(lmax^(2));
        order_array(i) = order(combinations(i - length(order),1))
+order(combinations(i - length(order),2));
    end
end
%
[ array_tautotitas , order_array ] = sort_array_and_order( order_array ,
array_tautotitas );
%H(s)H(-s) denominator
```

```
[ order_of_h_s, final_denominator ] = prepare_for_final_denominator(
order_array , array_tautotitas );
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Finish with%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%H(s)H(-s)%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%H(s)H(-s) numerator
if ( h == 0 )
    numerator =
((1/(1+Rs))^(2))* (1+lmax^(2))*Pascal_function_without_gamma(N,0,Wd)^2);

else
    numerator = 1/(1+Rs);
    numerator = numerator^2;
    numerator = numerator*(-1);

end
numerator = numerator/((polynomial(end)^(2))*(lmax)^(2));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Reflection Coefficient rho(s)rho(-s)%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%rho(s)rho(-s) = 1- 4Rs* H(s)H(-s)%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
final_denominator_of_rs = final_denominator;
[ reflection_coefficient_denominator_with_hops, ~ ] =
check_for_hops_in_order( order_of_h_s,final_denominator_of_rs );
%το παραπάνω function το μόνο που κάνει είναι να δημιουργεί ολές τις
%δυνάμεις του s. Από s^0+s^1+...+s^(2*N)

final_denominator(end)= final_denominator(end)- 4*Rs*numerator;
reflection_coefficient_numerator_with_hops = final_denominator;

%Υπολογισμός του συντελεστή ανάκλασης

[zeros_of_reflection_coefficient,poles_of_reflection_coefficient] =
reflecion_coefficients_roots(reflection_coefficient_numerator_with_hops,ref
lection_coefficient_denominator_with_hops);
%Σύμφωνα με τις σχέσεις 4.14A και 4.14B γίνεται ο υπολογισμός της Zin.
if ( Rs > 1 )
    Rs_numerator = Rs*(poles_of_reflection_coefficient -
zeros_of_reflection_coefficient);
    Rs_denominator = poles_of_reflection_coefficient +
zeros_of_reflection_coefficient;
    Zin = tf(Rs_numerator,Rs_denominator);

elseif ( Rs < 1 )
    Rs_numerator = Rs*(poles_of_reflection_coefficient +
zeros_of_reflection_coefficient);
    Rs_denominator = poles_of_reflection_coefficient -
zeros_of_reflection_coefficient;
    Zin = tf(Rs_numerator,Rs_denominator);
else
    [Rs_numerator, Rs_denominator] =
calculate_zin_for_rs_1(zeros_of_reflection_coefficient,poles_of_reflection_co
efficient);
    Zin = tf(Rs_numerator,Rs_denominator);
end
Zin_numerator = Rs_numerator;
Zin_denominator = Rs_denominator;

End
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Check Parameters%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [ amax,N,Wd ] = check_parameters( amax,amin,Ws,Rs,N,Wd )

if (mod(N,2) == 0 && (Rs == 1))
    N = N+1;
    [ ~ , ~ , Wd ] = get_pascal_values( N );
    return;
elseif ( mod(N,2) == 1 )
    return;
end
Pmax = Pascal_function_without_gamma(N,1,Wd);
P_0 = Pascal_function_without_gamma(N,0,Wd);
Rs_constant_first = 1 + 2*((P_0/Pmax)^(2))*(10^(amax/10) -1);
Rs_constant_second = 2*abs(P_0/Pmax)*sqrt((10^(amax/10)- 1)...
*(1+((P_0/Pmax)^(2))*(10^(amax/10) -1)));
Rs_minimum = Rs_constant_first - Rs_constant_second;
Rs_maximum = Rs_constant_first + Rs_constant_second;
[Rs_minimum,Rs_maximum] = rounding(Rs ,Rs_minimum ,Rs_maximum);

if ( (Rs > Rs_maximum) || (Rs_minimum >Rs ) )
    [ ~ , ~ , Wd ] = get_pascal_values( N );
    return;
else
    amax_new = 20*log10(sqrt(1 + ((Rs-1)^(2))*Pmax^(2))/(4*Rs*P_0^(2)));
    amin_new = 10*log10( 1 + ( (Rs-
1)^(2))*Pascal_function_without_gamma(N,Ws,Wd)^(2))/(4*Rs*P_0^(2) ) );
end

if ( amax_new > amax )
    N = N + 1;
    [ ~ , ~ , Wd ] = get_pascal_values( N );

    return;
elseif (amin > amin_new )
    N = N + 1;
    [ ~ , ~ , Wd ] = get_pascal_values( N );

    return;
end

amax = amax_new;
[ ~ , ~ , Wd ] = get_pascal_values( N );

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Check_for_hops_in_order%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function[ final_array, final_order ] = check_for_hops_in_order( order,array )

dummy = 0:1:order(1);
if ( length(dummy) == length(order))
    final_order = array;
    final_array = order;
else
    order = fliplr(order);
    array = fliplr(array);
    array_without_zeros = zeros(1,length(unique(array))-1);
    counter = 1;
    for i = 1 : length(array)
        if (array(i)~= 0 )

```

```

        array_without_zeros(counter) = array(i);
        counter = counter+1;
    end
end

final_order = zeros(1,length(dummy));
final_array = final_order;
counter = 1;
for i = 0 : length(final_order)-1
    if ( order(counter) == i)
        final_order(i+1) = order(counter);
        final_array(i+1) = array_without_zeros(counter);
        counter = counter +1;
    end
end
end
final_array = fliplr(final_array);
final_order = fliplr(final_order);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Στο παρακάτω function υπολογίζονται οι ευσταθείς πόλοι του συντελεστή
%ανακλάσεις. Όσο αφορά για τα μηδενικά διαλέγω αυτά που έχουν αρνητικό
%πραγματικό μέρος.
function[coefficients_of_reflection_coefficient_zeros,coefficients_of_reflect
ion_coefficient_poles ,Order_of_numerator,Order_of_denominator] =
reflection_coefficients_roots(pre_final_numerator,denominator)
numerator_roots = roots(pre_final_numerator);
denominator_roots = roots(denominator);
for i = 1 :length(numerator_roots)
    if ( abs(real(numerator_roots(i))) < 10^(-6))
        numerator_roots(i) = 0 + 1j*imag(numerator_roots(i));
    end
end

end

poles_of_reflection_coefficient = zeros(1,length(denominator_roots)/2);
counter = 1;
for i = 1 : length(denominator_roots)
    if ( real(denominator_roots(i))<0 )
        poles_of_reflection_coefficient(counter) = denominator_roots(i);
        counter = counter +1;
    end
end
poles_of_reflection_coefficient = (poles_of_reflection_coefficient(1:2:end));

zeros_of_reflection_coefficient = create_zeros_array( numerator_roots );
zeros_of_reflection_coefficient = sort(zeros_of_reflection_coefficient);
%To function create final pairs το μόνο που κάνει είναι, αν έχουμε ένα
%συζυγές ζεύγος μιγαδικών, κάνει την παραγοντοποίησει π.χ. (s+a+jb)*(s+a-jb)=
%s^2 + 2*|(a)| +|a+jb|^2
zeros_of_reflection_coefficient = create_final_pairs(
zeros_of_reflection_coefficient );

h = mod(length(zeros_of_reflection_coefficient),2);
temp_of_zeros = zeros((length(zeros_of_reflection_coefficient)-h)/2,3);
order_of_zeros = zeros((length(zeros_of_reflection_coefficient)-h)/2,3);
counter = 1;

```

```

for i = 1:length(zeros_of_reflection_coefficient)
    if ( abs(imag(zeros_of_reflection_coefficient(i))) == 0
    ||(real(zeros_of_reflection_coefficient(i)) == 0) )
        order_of_zeros(counter,2) = 1;
        temp_of_zeros(counter,2) = 1;
        temp_of_zeros(counter,3) = -zeros_of_reflection_coefficient(i);

    else
        order_of_zeros(counter,1) = 2;
        order_of_zeros(counter,2) = 1;
        temp_of_zeros(counter,1) = 1;
        temp_of_zeros(counter,2) =
2*abs(real(zeros_of_reflection_coefficient(i)));
        temp_of_zeros(counter,3) = abs(zeros_of_reflection_coefficient(i))^2;

    end
    counter = counter + 1;
end
% 0 + s + c
% s^2 + as + b
% s^2 + xs + d
%Παρακάτω παραγοντοποιώ , επειδή γνωρίζω τους πόλους ή τα μηδενικά τώρα
πρέπει να τα παραγοντοποιήσω δηλαδή
(s^2+2*a+|a+1j*b|^2)*(s^2+2*x+|x+1j*y|^2)...
[rows,~] = size(temp_of_zeros);%
for i = 1:rows
    if ( rows == 1)
        unique_order = order_of_zeros;
        pre_final_numerator = temp_of_zeros;
        break;
    end

    if (i == 1)
        [ order_of_first_element ] = get_order_of_array( order_of_zeros(i,:) );
        [ order_of_second_element ] = get_order_of_array( order_of_zeros(i+1,:) );
        temp = zeros(1,(order_of_first_element+1)*(1+order_of_second_element) );
        temp_order_of_zeros = temp;
        counter = 1;
        for j = (3 - order_of_first_element):1:3
            for k = (3-order_of_second_element):1:3
                temp(counter) = temp_of_zeros(i,j)*temp_of_zeros(i+1,k);
                temp_order_of_zeros(counter) =
order_of_zeros(i,j)+order_of_zeros(i+1,k);
                counter = counter +1;
            end
        end
        [ unique_order, pre_final_numerator ] = remove_duplicates(
temp,temp_order_of_zeros );%

    elseif ( i > 2 )
        [ order_of_first_element ] = get_order_of_array( order_of_zeros(i,:) );
        [ order_of_second_element ] = get_order_of_array( unique_order );

        temp = zeros(1,(order_of_first_element+1)*(order_of_second_element+1) );
        temp_order_of_zeros = temp;
        counter = 1;
        for j = (3 - order_of_first_element):1:3
            for k = 1:length(unique_order)

```

```

        temp(counter) = temp_of_zeros(i,j)*pre_final_numerator(k);
        temp_order_of_zeros(counter) =
order_of_zeros(i,j)+unique_order(k);
        counter = counter +1;

    end
end
[ unique_order, pre_final_numerator ] = remove_duplicates(
temp,temp_order_of_zeros );
end
end
coefficients_of_reflection_coefficient_zeros = pre_final_numerator;
Order_of_numerator = unique_order;
[coefficients_of_reflection_coefficient_poles,Order_of_denominator] =
set_denominator(poles_of_reflection_coefficient ,
(length(poles_of_reflection_coefficient)));

end
% Επειδή λογο της παραγοντοποίησης μπορεί κάποια s^x να μας λείπουν θα
πρέπει να τα δημιουργήσουμε, δηλαδή η έξοδος να είναι της μορφής
s^5+a*s^4+0*s^3+x*s^2+0s^1+b.

function [ zeros_of_reflection_coefficient ] = create_zeros_array(
roots_of_numerator )
temp = 0;
power =7;
roots_of_numerator_real = round(real(roots_of_numerator)*10^power)/10^power;
roots_of_numerator_image = round(imag(roots_of_numerator)*10^power)/10^power;
roots_of_numerator = roots_of_numerator_real +1j*roots_of_numerator_image;
[ roots_of_numerator ] = special_case_if_rs_1( rot90(roots_of_numerator) );
for i = 1 :length(roots_of_numerator)
    if (real(roots_of_numerator(i))== 0 )
        temp = temp + 1;
    end
end
counter = 1;
if ( temp == 0)
    zeros_of_reflection_coefficient = zeros(1,length(roots_of_numerator)/2);
    for i = 1 : length(roots_of_numerator)
        if ( real(roots_of_numerator(i)) < 0 )
            zeros_of_reflection_coefficient(counter) = roots_of_numerator(i);
            counter = counter +1;
        end
    end
else
    zeros_of_reflection_coefficient = zeros(1,length(roots_of_numerator)/2);
    for i = 1 :2:length(roots_of_numerator)
        if ( has_the_pairs(zeros_of_reflection_coefficient,
roots_of_numerator(i)) == false)
            zeros_of_reflection_coefficient(counter) = roots_of_numerator(i);
            zeros_of_reflection_coefficient(counter+1) = -
1*roots_of_numerator(i);
            counter = counter + 2;
        end
    end

    end
    zeros_of_reflection_coefficient =
cat(2,zeros_of_reflection_coefficient,0);
end

end
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Special case if rs 1%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [ roots_of_numerator ] = special_case_if_rs_1( roots_of_numerator )
counter = zeros(1,length(roots_of_numerator));
temp = 1;
for i =1 :length(roots_of_numerator)
    if (abs(roots_of_numerator(i)) == 0 )
        counter(temp) = i;
        temp = temp + 1;
    end
end

end

if ( sum(counter) == 0)
    return;
else
new_roots_numerator = zeros(1,length(roots_of_numerator)-2);
temp = 1;
    for i = 1 :length(roots_of_numerator)

        if (is_zero( counter , i ) == false)
            new_roots_numerator(temp) = roots_of_numerator(i);
            temp = temp + 1;
        end

    end

end

end

roots_of_numerator = new_roots_numerator;
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Create final pairs%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [ final_array ] = create_final_pairs( array )
pairs = 0;
for i = 1 :length(array)
    temp = real(array(i))+(-1)*(1j)*imag(array(i));
    for j = i+1:length(array)
        if ( temp == array(j))
            pairs = pairs+1;

        end
    end
end

end

end

final_array = zeros(1,length(array)-pairs);
counter = 1;
for i = 1:length(array);
    if ( (real(array(counter)) == 0)  &&  imag(array(i))~=0      )
        final_array(i) = array(i);
        counter = counter +1;
    elseif ( (real(array(i)) ~= 0)  &&  imag(array(i))==0      )
        final_array(counter) = array(i);
        counter = counter +1;
    elseif (has_the_pairs(final_array,array(i)) == false)
        final_array(counter) = array(i);
    end
end

```



```

        counter = counter +1;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Get order of array%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [ order ] = get_order_of_array( array )
array = array(:)';
for i = 1 : length(array)
    if (array(i) ~= 0 )
        order = length(array)-i;
        return;
    end
end

end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Remove duplicates%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%To remove duplicates έχει σαν στόχο απλός να προσθειτή τα coefficients που
έχουν το ίδιο s^x.
function [ unique_order, unique_array ] = remove_duplicates( array ,
array_order )

unique_order = unique(array_order);
unique_array = zeros(size(unique_order));
for i = 1 :length(array)
    for j = 1 :length(unique_array)
        if (unique_order(j) == array_order(i))
            unique_array(j)= unique_array(j) + array(i);
        end
    end
end
end

maximum = max(unique_order);
if (maximum ~= unique_order(1))
    unique_order = fliplr(unique_order);
    unique_array = fliplr(unique_array);
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Calculate zin for rs = 1%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [Rs_numerator, Rs_denominator] =
calculate_zin_for_rs_1(numerator,denominator)

    Rs_numerator = denominator;
    Rs_denominator = denominator;
    if ( length(numerator)~= length(denominator))
        numerator = cat(2,numerator,zeros(1,length(denominator) -
length(numerator)));
    end
        Rs_numerator = Rs_numerator - numerator;
        Rs_denominator = Rs_denominator+ numerator;

end

```

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] Ηρακλής Γ. Δημόπουλος ΕΝΕΡΓΑ ΠΑΘΗΤΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ, θεωρία, Σύνθεση και Σχεδίαση
- [2] Ηρακλής Γ. Δημόπουλος Σήματα, Συστήματα και Κυκλώματα.
- [3] R. Schaumann Mac E. Valkenburg Design of analog filters, Oxford Univ. Press
- [4] Hercules G. Dimopoulos, "Optimal use of classical Approximations in Filter design", IEEE Transaction on Circuits and Systems
- [5] S. Sedra, K.C. Smith, Μικροηλεκτρονικά κυκλώματα 5^η έκδοση, Παπασωτηρίου
- [6] H.J. Blinckoff, Anatol I. Zverev, *Filtering in the Time and Frequency Domains*, Noble Publishing
- [7] A. S. Sedra, P. O. Brackett Filter theory and design: active and passive
- [8] David M. Pozar, Microwave Engineering 4th Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- [9] Jia -Sheng Hong and M.J. Lancaster, Microstrip Filters for RF-Microwave Applications, JOHN WILEY & SONS, INC.
- [10] I.S. GRADHTEYN, I.M. RYZHIK, Table of integrals, Series and Products, Academic Press
- [11] Lars Wanhammar, Analog Filters using Matlab, Springer US2009
- [12] Wai -Kai Chen, The circuits and filters Handbook CRC Press/IEEE Press
- [13] Pascal Filters, Thomas J. Goodman, Maurice F. Aburdene IEEE transactions on circuits and systems
- [14] H.G Dimopoulos, Elena Sarri, The modified Pascal polynomial approximation and filter design method, INTERNATIONAL JOURNAL OF CIRCUIT THEORY AND APPLICATIONS
- [15] H.G Dimopoulos, Even-order passive filters: Pascal versus Chebyshev, I NTERNATIONAL JOURNAL OF CIRCUIT THEORY AND APPLICATIONS
- [16] H. Dimopoulos, Analog Electronic Filters - Theory, Design and Synthesis (Springer, 2012) BBS
- [17] A. Papoulis, S Unnikrishna Pillai, ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ & ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ 4^η ΕΚΔΟΣΗ, Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ
- [18] Computer Simulation Technology, CST, Framingham, MA, 1998-2015, Available: www.cst.com
- [19] Ε. Βόγκλης, ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ Ι, ΤΕΙ ΠΕΙΡΑΙΑ ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ
- [20] Microstrip Tapped-Line Filter Design, Joseph S.Wong, IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES
- [21] Emil Cauer, Wolfgang Mathis, and Rainer Pauli, Life and Work of Wilhelm Cauer (1900 – 1945)
- [22] https://en.wikipedia.org/wiki/Pascal's_triangle
- [23] G. L. Matthaei, L. Young, E.M.T. Jones, Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures, Artech house