



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
“ΜΟΥΣΙΚΟΛΟΓΙΑ”

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΜΟΥΣΙΚΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

***e\_ΕΛΙΚΩΝ*: Μία Ψηφιακή Εφαρμογή για τη  
Διαθεματική Διδασκαλία Μουσικής και  
Μαθηματικών**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

**ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ Α. ΠΑΠΑΛΕΞΗ**

**Επιβλέπουσα:** **Αναστασία Γεωργάκη**  
Καθηγήτρια Τ.Μ.Σ. του Ε.Κ.Π.Α.

**Αθήνα, Φεβρουάριος 2017**

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	
ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	3
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	4
ABSTRACT	5
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	6
1. ΜΟΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	
1.1 Ιστορική Αναδρομή: Από την Τετρακτύν στους Υπολογιστές	9
1.2 Μουσική και Μαθηματικά: Έννοιες και Σχέσεις	10
2. ΜΟΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ	
2.1 Μουσική και Διαθεματικότητα	18
2.2 Υποδειγματική Διδασκαλία Μουσικής και Μαθηματικών	21
2.3 Οι Νέες Τεχνολογίες στο Μάθημα της Μουσικής και η Δημιουργική Σύνδεση Μουσικής και Μαθηματικών	25
3. ΕΛΙΚΩΝ: ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΟΛΟΓΙΑ	
3.1 Πειραματικά Μουσικά Όργανα: Ο Ελικών και ο Κανών	40
3.2 Θεωρητικές Ψηφίδες της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής	42
3.3 Τα Γένη κατά Πτολεμαίο	47
4. <i>e_</i> ΕΛΙΚΩΝ: ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ	
4.1 Αρχιτεκτονική και Graphical User Interface	50
4.2 Σχέδιο Μαθήματος	
4.2.1 Στόχευση	57
4.2.2 Από τα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού	58
4.2.3 Από τη Μουσική της ΣΤ' Δημοτικού	60
4.3 <i>Βλέπω τους Φθόγγους – Ακούω τους Αριθμούς</i>	60
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ	66
6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	71
7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Φύλλα Εργασίας	79

**ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Αυτή η εργασία δε θα είχε ολοκληρωθεί, χωρίς τη σημαντική συνδρομή ορισμένων ανθρώπων. Αναφέρομαι στην καθηγήτρια κ. Αναστασία Γεωργάκη, για την επίβλεψη και την καθοδήγηση της, στον κ. Παναγιώτη Βελιανίτη, με την τεχνική συμβολή του οποίου ο *e\_EΛΙΚΩΝ* πήρε υπόσταση και είναι έτοιμος για χρήση, και στην οικογένεια μου για την απεριόριστη υποστήριξη της. Τους ευχαριστώ όλους από τα βάθη της καρδιάς μου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία μελετά τη σχέση της μουσικής με τα μαθηματικά, υπό το πρίσμα της διαθεματικής τους σύνδεσης στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται η θεωρία της αρχαίας ελληνικής μουσικής, ειδικότερα τα μουσικά διαστήματα και οι τρόποι δόμησης των τετραχόρδων, όπως θεμελιώνονται μαθηματικά ως λόγοι ακέραιων αριθμών. Η πρωτογενής πηγή, στην οποία βασίζεται αυτή η εργασία, είναι το έργο *Αρμονικά* του Κλαύδιου Πτολεμαίου (2ος αι μ.Χ.). Για τους σκοπούς της εργασίας αναπτύχθηκε το πρωτότυπο λογισμικό *e\_EAIKΩN*, που λειτουργεί ως ένα ψηφιακό μουσικό όργανο και παράγει αρχαίες ελληνικές κλίμακες. Ο *e\_EAIKΩN* δημιουργήθηκε στο προγραμματιστικό περιβάλλον MAX/MSP. Στο τέλος της εργασίας προτείνεται ένα ολοκληρωμένο σχέδιο μαθήματος, που περιλαμβάνει τη διαθεματική σύνδεση μουσικής και μαθηματικών μέσα από δέκα φύλλα εργασίας και στηρίζεται στη χρήση του *e\_EAIKΩN*. Στόχος είναι να ενισχυθεί η κατανόηση των παιδιών για τις μουσικές και τις μαθηματικές έννοιες που αναφέρθηκαν. Το σχέδιο μαθήματος απευθύνεται στη ΣΤ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου και διαρκεί τρεις διδακτικές ώρες.

**Λέξεις κλειδιά:** Μουσική και Μαθηματικά, Μουσική Εκπαίδευση, Διαθεματικότητα, Αρχαία Ελληνική Μουσική, Ανάπτυξη Εκπαιδευτικού Λογισμικού.

**ABSTRACT**

The present work studies the relation between music and mathematics, concerning its interdisciplinary linkage at primary school. In particular, the theory of the ancient greek music is used, especially the musical intervals and the structural ways of the tetrachords, as they are structured in maths as ratios of whole numbers. The original source, on which this work is based, is the work *Harmonics* by Claudio Ptolemy (2<sup>nd</sup> c. AD). An original computer software called *e\_EAIKΩN* has been developed for the purposes of this work, which functions as a digital musical instrument and produces ancient greek music scales. The *e\_EAIKΩN* was developed in the programming environment MAX/MSP. At the end of the work a complete lesson plan is proposed, which includes the interdisciplinary linkage between music and mathematics through ten worksheets and it is based on the *e\_EAIKΩN*. The goal is for the children to enhance their understanding of the above-mentioned musical and mathematical notions. The lesson plan is for Year 6 primary school students and it takes three teaching hours.

**Keywords: Music and Mathematics, Music Education, Interdisciplinarity, Ancient Greek Music, Educational Software Development.**

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο πλαίσιο του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Μουσικολογία», με κατεύθυνση τη Μουσική Τεχνολογία, ανέλαβα ως διπλωματική εργασία την ανάπτυξη μιας εκπαιδευτικής ψηφιακής εφαρμογής. Αφορμή στάθηκε η ιδιότητα μου ως εκπαιδευτικού μουσικής και η αγάπη μου για τη θεωρία της αρχαίας ελληνικής μουσικής και τα μαθηματικά. Επίσης, καθοριστικό ρόλο στην επιλογή του θέματος της εργασίας μου έπαιξε η πολύ σημαντική ευκαιρία που είχα να ασχοληθώ με τον προγραμματισμό για πρώτη φορά στη ζωή μου.

Στην παρούσα εργασία προσπαθώ να συνδυάσω τρεις πτυχές της μουσικής εκπαίδευσης: α) τη διαθεματική διδασκαλία μουσικής και μαθηματικών, β) την εισαγωγή των μαθητών στη θεωρία της αρχαίας ελληνικής μουσικής, όπως μας παραδίδεται από πολλούς και σημαντικούς αρχαίους συγγραφείς και γ) τη χρήση νέων τεχνολογιών για τη δημιουργία ειδικού εκπαιδευτικού λογισμικού, που θα εξυπηρετεί τους δύο προηγούμενους σκοπούς. Παρόλο που μια τέτοια σύνδεση δύσκολα εξαντλείται στο πλαίσιο μιας μεταπτυχιακής διατριβής, πιστεύω πως είναι μια καλή αρχή για περαιτέρω μελέτη, τόσο της διαθεματικής προσέγγισης μουσικής και μαθηματικών, όσο και της δημιουργίας και ενσωμάτωσης νέων λογισμικών στη μουσική εκπαίδευση.

Ζούμε στην ψηφιακή εποχή. Κι αυτό το κατανοούν τα παιδιά πρώτα από όλους. Οι μαθητές γίνονται κοινωνοί νέων τεχνολογιών εκτός σχολείου (ηλεκτρονικοί υπολογιστές, laptops, tablets, smartphones, mp3 players, κονσόλες παιχνιδιών κλπ.). Όλο και περισσότεροι άνθρωποι έχουν πρόσβαση στη μουσική τεχνολογία, ανεξάρτητα από την οικονομική τους κατάσταση, την κοινωνική τους θέση ή την ηλικία τους. Είναι καιρός η εκπαίδευση να λάβει σοβαρά υπόψιν αυτές τις εξελίξεις και να εντάξει στους κόλπους της όλα τα μοντέρνα εργαλεία. Η τεχνολογία πρέπει να

διαδραματίσει κεντρικό ρόλο στην τάξη και ιδιαίτερα στο μάθημα της Μουσικής.

Η εργασία αυτή απαρτίζεται από πέντε κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο (Μουσική και Μαθηματικά), επιχειρείται μια ιστορική αναδρομή στη σχέση μουσικής-μαθηματικών και εντοπίζονται οι έννοιες-κλειδιά και τα γεγονότα-σταθμοί της εξέλιξης της. Στο δεύτερο κεφάλαιο (Μουσική και Μαθηματικά στη Σύγχρονη Εκπαίδευση) συζητούνται οι έννοιες της διαθεματικότητας (ειδικότερα η διαθεματική σχέση μουσικής-μαθηματικών) και της ενσωμάτωσης των νέων τεχνολογιών στο μάθημα της μουσικής, καθώς και τα πιθανά ωφέλη που έχουν οι μαθητές από αυτές τις συνδέσεις (δηλαδή μουσική-μαθηματικά-τεχνολογία). Το τρίτο κεφάλαιο (Ελικών: Θεωρία και Οργανολογία) είναι αφιερωμένο στη θεωρία της αρχαίας ελληνικής μουσικής, τα πειραματικά μουσικά όργανα των αρχαίων Ελλήνων και τα γένη των τετραχόρδων, με τα οποία δομούνται οι αρχαίες ελληνικές κλίμακες, όπως μας τα παραδίδει ο Κλαύδιος Πτολεμαίος. Άλλωστε, σε αυτά στηρίχθηκε η δημιουργία της εφαρμογής μας. Στο τέταρτο κεφάλαιο (*e\_EAIKΩN*: Ανάπτυξη και Εφαρμογή) παρουσιάζω την πρόταση μου για ένα διαθεματικό σχέδιο διδασκαλίας των Αρχαίων Ελληνικών Κλιμάκων, με μαθηματική εξήγηση και ακουστική υλοποίηση μέσω ειδικού λογισμικού, που δημιουργήθηκε ειδικά για αυτόν το σκοπό. Εδώ δίνεται και η αναλυτική περιγραφή της εφαρμογής και της λειτουργίας της. Στο τελευταίο κεφάλαιο παρατίθενται τα συμπεράσματα στα οποία οδηγήθηκε η έρευνα μου και σταχυολογούνται κάποιες πιθανές επεκτάσεις της χρήσης του *e\_EAIKΩN*, καθώς και σκέψεις – προτάσεις για τη μελλοντική βελτίωση της εφαρμογής ή την ανάπτυξη νέων, συγγενών εφαρμογών.

Πιστεύω πως η κάθε γενιά χρειάζεται να ανανεώσει την παιδεία και τον πολιτισμό της εποχής της και θέτει τις βάσεις για το μετασχηματισμό της μουσικής, του πολιτισμού και κοινωνίας (Jorgensen 2003). Στην κατεύθυνση, λοιπόν, της

ανανέωσης της μουσικής εκπαίδευσης, εγείρονται μερικά ερωτήματα, τα οποία επιθυμώ να επεξεργαστώ στην παρούσα εργασία: μπορεί η διαθεματική διδασκαλία μουσικής και μαθηματικών να επιδράσει θετικά στη μάθηση των δύο αντικειμένων; Μπορεί η χρήση του υπολογιστή να αναδείξει επαρκώς τις διαστάσεις της σχέσης μουσικής-μαθηματικών, ώστε να προσφέρει στους μαθητές μεγαλύτερη κατανόηση; Μπορεί η χρήση νέων τεχνολογιών να ενισχύσει τις υπάρχουσες μεθόδους διδασκαλίας ή και να προκαλέσει νέες, πρωτόφαντες μαθησιακές εμπειρίες; Ελπίζω η παρούσα εργασία να καλύψει τα ερωτήματα αυτά και να σταθεί αφορμή για νέες αναζητήσεις.



## 1. ΜΟΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### 1.1 Ιστορική Αναδρομή: Από την Τετρακτύν στους Υπολογιστές

Η σχέση μουσικής και μαθηματικών διερευνάται αιώνες τώρα. Επιχειρούμε εδώ μια σύντομη αναδρομή στην ιστορική πορεία αυτής της σχέσης.

Οι απαρχές της εντοπίζονται στην αρχαία Ελλάδα του 5ου αι. π.Χ., οπότε οι πυθαγόρειοι ανακάλυψαν τη θεμελιώδη σημασία των φυσικών αριθμών και των λόγων τους, και διαπίστωσαν τη σχέση που διέπει τα τονικά ύψη και τα μήκη των χορδών (Xenakis 1985). Τον 4ο αι. π.Χ. ο Αριστόξενος, με μια θεώρηση διαφορετική από αυτή των πυθαγορείων, εισάγει τον συγκερασμό της οκτάβας σε 12 ίσα ημιτόνια, είκοσι αιώνες πριν καθιερωθεί στην Ευρώπη. Η πρόσθεση μουσικών διαστημάτων γίνεται με πολλαπλασιασμό των λόγων τους, γεγονός που αποτελεί προάγγελο της λογαριθμικής έκφρασης των μουσικών διαστημάτων.

Τον 11ο αι. μ.Χ. ο Guido d'Arezzo καθιερώνει τα ονόματα των νοτών και το πεντάγραμμο στη μουσική σημειογραφία, το οποίο αποτελεί το πρώτο καρτεσιανό σύστημα παρουσίασης των τονικών υψών σε σχέση με το χρόνο, έξι αιώνες πριν τον Descartes (Xenakis 1985). Από τον 13ο έως τον 18ο αι. πολλοί θεωρητικοί της μουσικής και επιστήμονες εξέδωσαν μουσικές πραγματείες -ανάμεσα τους οι Johannes de Garlandia, Mersenne, Zarlino, Rameau, Kepler, Galileo, Descartes, d'Alembert, Gassendi, Huygens, Newton, Leibniz- οι οποίες διατηρούσαν κάτι από τον αριθμητικό μυστικισμό των πυθαγορείων (Risset 2002). Το 18ο αι. επανέρχεται η συγκερασμένη σε 12 ίσα ημιτόνια κλίμακα, για την οποία ο Johann Sebastian Bach εξέδωσε τα δύο βιβλία του *Καλοσυγκερασμένου Κλειδοκύμβαλου*. Ακόμη, την εποχή αυτή λαμβάνει χώρα μια τυποποίηση των μορφών, όπως συμβαίνει με τη φούγκα και τη σονάτα.

Τον 19ο αι., την εποχή του Ρομαντισμού, η σχέση μουσικής και μαθηματικών

περιφρονείται από τους συνθέτες. Το ενδιαφέρον για τη μαθηματική αντιμετώπιση της μουσικής αναθερμαίνεται τις πρώτες δεκαετίες του 20ού αι., οπότε εμφανίζεται η ατονικότητα και ο σειραϊσμός από τον Schoenberg και τους μαθητές του, χρησιμοποιούνται τα μικροδιαστήματα (διαστήματα μικρότερα του ημιτονίου, πχ τέταρτα και έκτα του τόνου) από συνθέτες όπως οι Ives, Carillo και Partch, η ριζική τυποποίηση των μακροδομών στο έργο του Messiaen. Κατά το δεύτερο μισό του 20ού αι. συνθέτες όπως ο Ξενάκης μεταφέρουν στο πεδίο της μουσικής σύνθεσης διάφορες μαθηματικές θεωρίες και έννοιες, όπως τη θεωρία των πιθανοτήτων, τη θεωρία των ομάδων, τη θεωρία των κοσκίνων, τις αλυσίδες Markov κλπ. Επίσης, εισάγεται η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή ως εργαλείου μουσικής σύνθεσης και σύνθεσης ήχου. Ο ήχος και η μουσική αντιμετωπίζονται ως επεξεργασία αριθμών μέσω του υπολογιστή.

## 1.2 Μουσική και Μαθηματικά: Έννοιες και Σχέσεις

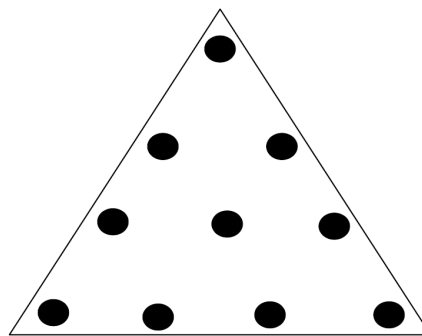
Η μουσική και τα μαθηματικά φαίνεται να έχουν πολύ στενή σχέση, αν και διαδραματίζουν πολύ διαφορετικούς ρόλους στην κοινωνία μας, η μιν ως τέχνη και τα δε ως επιστήμη. Σύμφωνα με τους Κεϊσογλου & Σπύρου (2000), «η σχέση της μουσικής με τα μαθηματικά προέρχεται από την συνεχή προσπάθεια αναγωγής όλων των ποιοτικών φαινομένων σε ποσότητες, αυτή άλλωστε είναι και η ουσία της μαθηματικοποίησης» (σελ.389). Σε αυτό το κεφάλαιο προσπαθούμε να επισημάνουμε ορισμένα από τα κοινά τους στοιχεία, για να αναδείξουμε τη σημασία της σύνδεσης τους ως διδακτικά αντικείμενα.

Κατά την αρχαιότητα και τον μεσαίωνα επικρατούσε η πίστη ότι «η μουσική, βασισμένη στις αναλογικές σχέσεις που ενσωματώνουν τον Αριθμό, είναι ένα ακουστό σύμβολο της δοσμένης από το Θεό οντολογικής τάξης» (Ferreira 2002,

σελ.1). Στην αρχαία Ελλάδα η μουσική ήταν συνυφασμένη με τα μαθηματικά. Η μουσική θεωρούνταν ένα αυστηρά μαθηματικό πεδίο, που είχε να κάνει με σχέσεις αριθμών, λόγους και αναλογίες (Beer 2008, σελ.37). Οι Πυθαγόρειοι κατέτασαν τη μουσική στις μαθηματικές επιστήμες, μαζί με την αριθμητική, τη γεωμετρία και την αστρονομία, και πίστευαν ότι τη διέπουν οι ίδιες μαθηματικές αρχές που διέπουν τον κόσμο.

Οι φθόγγοι και τα μουσικά διαστήματα, ο ρυθμός, η αρμονία, η μορφή, η μουσική σύνθεση και η σύνθεση ήχου είναι, βασικά, οι πτυχές της μουσικής που εμπεριέχουν τα μαθηματικά. Σε αυτό το κεφάλαιο ασχολούμαστε αναλυτικότερα με τη μαθηματική τεκμηρίωση των μουσικών διαστημάτων (γιατί αυτό το θέμα απασχολεί την εργασία μας συνολικά) και πιο συνοπτικά με το ρυθμό, την αρμονία, τη μορφή και τη σύνθεση (μουσικής ή ήχου).

Μία μαθηματική έννοια με πολλές εφαρμογές στη μουσική, από την αρχαιότητα ακόμα, είναι οι λόγοι και οι αναλογίες. Στον φιλόσοφο Πυθαγόρα, που έζησε τον 6ο π.Χ. αιώνα, αποδίδεται η διάκριση των σύμφωνων μουσικών διαστημάτων και η απόδοση τους με τους λόγους των τεσσάρων πρώτων ακέραιων αριθμών: 1, 2, 3, 4. Τα μουσικά διαστήματα που προκύπτουν είναι: το 2/1 (οκτάβα), το 3/2 (καθαρή πέμπτη), το 4/3 (καθαρή τέταρτη), το 3/1 (οκτάβα και καθαρή πέμπτη) και το 4/1 (διπλή οκτάβα). Η οκτάβα, η καθαρή πέμπτη και η καθαρή τέταρτη υπερτερούν, καθώς αναπαριστώνται από επιμόριους λόγους. Το άθροισμα των αριθμών 1, 2, 3, 4 είναι η δεκάδα. Η Τετρακτύς (Εικ.1) είναι η, κατά τους πυθαγορείους, αναπαράσταση της δεκάδας με δέκα τελείες σε τριγωνική διάταξη. Επίσης, οι αριθμοί 6, 8, 9, 12 παράγουν μέσω των λόγων τους τα σύμφωνα



Εικόνα 1: Η Τετρακτύς των Πυθαγορείων.

διαστήματα και επιπλέον τον τόνο (9/8), που ορίζεται ως η διαφορά μιας καθαρής τέταρτης από μία καθαρή πέμπτη. Η καθαρή πέμπτη και η καθαρή τέταρτη περιέχουν δύο και τρεις τόνους, αντίστοιχα, και ένα μικρότερο διάστημα, το ημιτόνιο με λόγο 256/243. Όπως μας πληροφορεί ο Φιλόλαος, μέχρι τον 5ο αι. π.Χ. τα μουσικά διαστήματα που πηγάζουν από την τετρακτύ είχαν ήδη χρησιμοποιηθεί για τη δόμηση των μουσικών κλιμάκων (Barker 1989). Ο Αρχύτας (5ος-4ος αι. π.Χ.) διατύπωσε το θεώρημα, που λέει ότι τα επιμόρια διαστήματα δε διαιρούνται σε δύο ίσα μέρη, καθώς δεν υπάρχει ακέραιος αριθμός ανάμεσα τους (Ferreira 2002). Για παράδειγμα, ο τόνος των 9/8 μπορεί να διαιρεθεί σε δύο άνισα ημιτόνια. Τον 2ο αι μ.Χ. ο Κλαύδιος Πτολεμαίος παραθέτει όλα τα δυνατά τετράχορδα και στα τρία γένη, τα οποία καταφέρνει και δομεί μόνο με επιμόριους λόγους. Από τον 9ο αι. οι θεωρητικοί της μουσικής της δυτικής χριστιανικής εκκλησίας, μελετώντας τον Βοήθιο (5ος αι.) τοποθετούν ως σημείο αναφοράς την πυθαγόρεια διατονική κλίμακα.

Οι αναλογίες χρησιμοποιήθηκαν και στη μουσική από την αρχαιότητα. Ο Αρχύτας (5ος-4ος αιώνας π.Χ.) ήταν ο πρώτος που μίλησε για τις τρεις μεσότητες της μουσικής (Ferreira 2002). Αν, λοιπόν, για τρεις αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ισχύει ότι  $\alpha > \beta > \gamma$ , τότε μπορούμε να βρούμε: α) τον αριθμητικό μέσο (για τον οποίο ισχύει όπου ισχύει  $\alpha - \beta = \beta - \gamma$ , πχ οι αριθμοί 12, 9, 6 ή 3, 2, 1), β) το γεωμετρικό μέσο (για τον οποίο ισχύει

ισχύει  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha - \beta}{\beta - \gamma}$ , πχ 12, 6, 3 ή 4, 2, 1) και γ) τον αρμονικό μέσο (για τον

οποίο ισχύει  $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\alpha - \beta}{\beta - \gamma}$ , πχ 12, 8, 6 ή 6, 4, 3) (Σπυρίδης 2004). Το

συμπέρασμα είναι ότι οι μικροί ακέραιοι αριθμοί, οι λόγοι των οποίων παράγουν τα σύμφωνα μουσικά διαστήματα (1, 2, 3, 4 και 6, 8, 9, 12), δομούν τα τρία είδη των αναλογιών, που σήμερα ονομάζονται πρόοδοι (αριθμητική, γεωμετρική και αρμονική

πρόοδος).

Επίσης, οι αρχαίοι Έλληνες αντιμετώπιζαν και το ρυθμό της μουσικής στη βάση των αριθμητικών λόγων. Οι ρυθμοί στην αρχαιότητα προέρχονταν από τα μέτρα της ποίησης που επρόκειτο να τραγουδηθεί, δηλαδή βασίζονταν στην εναλλαγή μακρών και βραχέων συλλαβών (West 2004). Οι πόδες ήταν η κύρια ρυθμική μονάδα, κάτι σαν τον σημερινό παλμό, που απαρτιζόνταν από δύο ή περισσότερες συλλαβές και αποτελούνταν από άρση και θέση, γεγονός που παραπέμπει και στη χορευτική κίνηση του ποδιού (Μιχαηλίδης 1981). Η μακρά συλλαβή ήταν, συνήθως, διπλάσιας διάρκειας από τη βραχεία. Ο κάθε πους περιείχε θέση και άρση, με σχέση 1/1, 1/2, 2/3, 3/4 (West 2004, Ferreira 2002). Αυτή η αναλογικότητα του ρυθμού, που βασίζεται στη γλώσσα, πέρασε από τον αρχαίο κόσμο στη δυτική χριστιανική σκέψη χάριν στον Άγιο Αυγουστίνο (4ος-5ος αι.), ο οποίος σε μια πραγματεία του περί μουσικής ασχολείται αποκλειστικά με το ρυθμό και τις διάρκειες των συλλαβών των λειτουργικών κειμένων. Στις αρχές του 10ου αι. η διάρκεια των νοτών αρχίζει να σταθεροποιείται, έτσι ώστε να υπάρχει μεταξύ τους αναλογία, δηλαδή να είναι η μία διπλάσια ή υποδιπλάσια της άλλης. Αυτό το χαρακτηριστικό των νοτών έχει διατηρηθεί μέχρι τις μέρες μας. Ακόμη και οι ονομασίες τους πηγάζουν από τις αριθμητικές τους σχέσεις, σαν κλάσματα (ολόκληρο, μισό, τέταρτο, όγδοο, δέκατο έκτο κλπ).

Την ίδια εποχή εισάγεται στη λειτουργική πρακτική το δίφωνο τραγούδι και τα διαστήματα που επιτρέπονται ανάμεσα στις δύο φωνές είναι η καθαρή πέμπτη, η καθαρή τέταρτη και η οκτάβα, καθώς αυτές ήταν οι συμφωνίες που αναγνώριζαν οι πυθαγόρειοι. Τον 12ο αι. στην πολυφωνία της σχολής του Παρισιού ο ρυθμός αυτονομείται από το μέτρο του ποιητικού κειμένου.

Ταυτόχρονα, η Ευκλείδεια γεωμετρία κερδίζει έδαφος στις αναζητήσεις των

θεωρητικών, ειδικά η διατύπωση της χρυσής τομής, που χρησιμοποιείται πολύ στη σύνθεση μοτέτων κατά τον 13ο και 14ο αι. Η χρυσή τομή συμβολίζεται με το γράμμα  $\varphi$  και είναι ίση περίπου με 1,618. Ο γεωμετρικός ορισμός της χρυσής τομής προκύπτει αν σε ένα ευθύγραμμο τμήμα, που χωρίζεται σε δύο άνισα μέρη, ισχύει ότι ο λόγος των μηκών των δύο μερών ισούται με το λόγο του συνολικού μήκους του ευθύγραμμου τμήματος προς το μήκος του μεγαλύτερου από τα άνισα τμήματα ( $\approx 1,618$ ) (Beer 2008). Στα μοτέτα της εποχής η εφαρμογή της χρυσής τομής σηματοδοτούνταν από μια σημαντική λέξη, κάποιο χαρακτηριστικό διάστημα ή οτιδήποτε μπορούσε να τραβήξει την προσοχή. Η σειρά Fibonacci, που επινοήθηκε το 13ο αι., απορρέει από τη χρυσή τομή. Τα δύο πρώτα μέλη της είναι ο αριθμός 1 και κάθε νέος αριθμός προκύπτει από το άθροισμα των δύο προηγούμενων, δηλαδή: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 κλπ. Οι λόγοι των διαδοχικών αριθμών της σειράς Fibonacci (δηλαδή 3:2, 5:3, 8:5 κλπ) τείνουν στο  $\varphi$ . Η έννοια της χρυσής τομής εντοπίζεται και σε μουσικές συνθέσεις του 20ού αι. (συνθετών όπως των Debussy, Bartok και Ξενάκη).

Τον 14ο αι., την εποχή της Ars Nova, οι ρυθμικές αξίες μπορούσαν να διαιρεθούν ισόποσα σε δύο ή σε τρεις μικρότερες αξίες. Αυτό προκάλεσε τους συνθέτες να αναζητήσουν νέες ρυθμικές αναλογίες στα έργα τους (Ferreira 2002).

Ο Zarlino (16ος αι.), βασιζόμενος στην τετρακτύ, επινόησε το *senario*, δηλαδή τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, και 6, για να καθιερώσει ως σύμφωνα διαστήματα τη μεγάλη τρίτη (5/4), τη μικρή τρίτη (6/5), τη μεγάλη έκτη (5/3), αλλά και τη μικρή έκτη (8/5). Αν και ο αριθμός 8 δεν περιλαμβάνεται στο *senario*, η εξήγηση που δίνει ο Zarlino είναι ότι η μικρή έκτη δημιουργείται από την πρόσθεση δύο συμφωνων διαστημάτων (καθαρή τέταρτη και μικρή τρίτη). Ακόμη, ο αριθμός 6 είναι σημαντικός, καθώς είναι ο πρώτος τέλειος αριθμός, που σημαίνει ότι ισούται με το

άθροισμα των διαιρετών του εκτός του εαυτού του, δηλαδή  $1+2+3=6$  (Nolan 2002).

Τον 17ο αι. και 18ο αι. οι Mersenne, Kircher, Leibniz και Euler εκδίδουν θεωρητικά συγγράμματα γύρω από την αρμονία και τη σύνθεση, τα οποία βασίζονται στις εξής μαθηματικές έννοιες: Μεταθέσεις, Συνδυασμούς και Διατάξεις (Knobloch 2002). Επίσης, από την ίδια εποχή, μας είναι γνωστό το μουσικό παιχνίδι με τα ζάρια του Mozart. Ακόμη, καθιερώνεται ο κύκλος, το σύμβολο τελειότητας, για την αναπαράσταση των 24 μείζονων και ελάσσονων κλιμάκων, ο γνωστός μας κύκλος των πεμπτών, από θεωρητικούς όπως ο Heinichen, ο Mattheson και ο Sorge (Nolan 2002). Παράλληλα, ο Oettingen και ο Riemann επινόησαν το *Tonnetz*, ένα πλέγμα νοτών, όπου η κάθε νότα συνδέεται με την τρίτη και την πέμπτη της και παράγει όλες τις δυνατές τρίφωνες, μείζονες και ελάσσονες συγχορδίες. Κατά τον 19ο και 20ό αι. οι Vincent, Loquin και Bacon χρησιμοποίησαν τη Συνδυαστική για να καταγράψουν τις πιθανές τρίφωνες, τετράφωνες και πεντάφωνες συγχορδίες.

Το 19ο αι. καθιερώνεται το cent ως λογαριθμική μονάδα μέτρησης των μουσικών διαστημάτων. Έτσι, στη συγκερασμένη κλίμακα των 12 ίσων ημιτονίων το ημιτόνιο ισούται με 100cents, ο τόνος με 200cents, η καθαρή τέταρτη με 500cents, η καθαρή πέμπτη με 700cents και η οκτάβα με 1200cents. Το μέγεθος του ημιτονίου ισούται με τη  $\sqrt[12]{2}$ . Οι υπολογισμοί δείχνουν ότι το μόνο συγκερασμένο διάστημα που συμπίπτει ακριβώς με το αντίστοιχο πυθαγόρειο είναι η οκτάβα (λόγος 2/1). Τα cents προέρχονται από τη λογαριθμική αντιμετώπιση του μουσικού διαστήματος. Οι λογάριθμοι επινοήθηκαν τον 17ο αι. από τον Napier και παραπέμπουν ευθέως στους λόγους αριθμών των πυθαγορείων (ετυμολογικά, η λέξη λογάριθμος προέρχεται από τις λέξεις λόγος και αριθμός). Οι Sauveur και Lobkowitz (17ος αι.), ο Euler (18ος αι.) και αργότερα ο Riemann (19ος αι.) χρησιμοποίησαν τους λογάριθμους για να εκφράσουν τα μουσικά διαστήματα (Nolan 2002).

Στον 20ό αι. νέες τάσεις και ρεύματα στη μουσική σύνθεση (ατονικότητα, δωδεκαφθογγισμός, σειραϊσμός κλπ) προκαλούν νέες μαθηματικές αναλύσεις. Για παράδειγμα, ο Babbitt εφαρμόζει τη θεωρία των συνόλων στο δωδεκάφθογγο σύστημα σύνθεσης, ο Lewin εφαρμόζει τη θεωρία των μετασχηματισμών για την οργάνωση του μουσικού υλικού (τονικά ύψη, διάρκειες, η εξίσωση που τα διέπει) (Nolan 2002) και ο Ξενάκης χρησιμοποιεί τη θεωρία των πιθανοτήτων, τη θεωρία συνόλων, τις αλυσίδες Markov, τη θεωρία κόσκινων, τη θεωρία παιγνίων, τα κυψελωτά αυτόματα, κινήσεις Brown κλπ ως εργαλεία μουσικής σύνθεσης (Xenakis 1992).

Ο 20ός αιώνας έφερε μία ακόμη σημαντική καινοτομία στη μουσική και τη μαθηματική της αντιμετώπιση, που δεν είναι άλλη από τη σύνθεση με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η χρήση του υπολογιστή οδήγησε στην αλγοριθμική μουσική και την ψηφιακή σύνθεση ήχου. Αλγοριθμική σύνθεση είναι η τεχνική κατά την οποία χρησιμοποιούνται υπολογιστικές διαδικασίες για τη σύνθεση μουσικής, που πρόκειται να αναπαραχθεί είτε από μουσικούς είτε από τον ίδιο τον υπολογιστή. Ο Hiller και ο Ξενάκης ήταν από τους πρωτεργάτες της αλγοριθμικής σύνθεσης.

Η ψηφιακή σύνθεση ήχου, από τα μέσα του 20ού αιώνα, ανανέωσε το μουσικό υλικό. Ο Risset (2002) αναφέρει ότι

*από το 1957, ο υπολογιστής επιτρέπει να αντιμετωπίζουμε τους ήχους ως αριθμούς, γεγονός που προσφέρει δυνατότητες για ανανέωση του μουσικού λεξιλογίου και συγκεκριμένα του ηχητικού υλικού. Ο συνθέτης Edgar Varèse υπενθύμιζε ότι τα υλικά προκαλούν την ανανέωση των δομών στη μουσική, όπως και στην αρχιτεκτονική. Τα μαθηματικά είναι το καταλυτικό εργαλείο για αυτόν τον πρωτοφανή χειρισμό του μουσικού ήχου (σελ.215).*

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής χρησιμοποιείται για τη δημιουργία νέων ήχων μέσω



αριθμητικών υπολογισμών, επιτυγχάνοντας τη μίμηση των γνωστών μουσικών οργάνων μέσω τεχνικών σύνθεσης, τη δημιουργία νέων ηχοχρωμάτων και τη φυσική μοντελοποίηση των μουσικών οργάνων. Ορισμένες από τις βασικές τεχνικές σύνθεσης που αναπτύχθηκαν είναι οι: additive synthesis, subtractive synthesis, amplitude modulation (AM), frequency modulation (FM), granular synthesis κλπ. Σημαντικοί συνθέτες του 20ού αι., όπως οι Ξενάκης και Stockhausen, ασχολήθηκαν με την ψηφιακή σύνθεση ήχου.

Όπως έγινε κατανοητό, η μουσική συνδέεται ιστορικά με τα μαθηματικά και η σχέση αυτή δεν παρουσιάζει κανένα σημάδι κόπωσης, ακόμα και σήμερα, που πλησιάζει να ολοκληρωθεί το πρώτο τέταρτο του 21ου αιώνα. Η μεγαλύτερη συνάφεια τους εντοπίζεται στους φθόγγους και τα μουσικά διαστήματα, καθώς αυτά είναι τα πρωταρχικά υλικά της μουσικής (Loy 2006).

## 2. ΜΟΥΣΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

### 2.1 Μουσική και Διαθεματικότητα

Η διαθεματικότητα είναι μία έννοια που συζητιέται πολύ τα τελευταία χρόνια στην εκπαίδευση. Σε αυτό το κεφάλαιο θα προσπαθήσουμε να ανακαλύψουμε γιατί είναι σημαντική η διαθεματική οργάνωση της εκπαίδευσης, ποια είναι η θέση της μουσικής στο διαθεματικό πλαίσιο και πώς μπορούν να συνδεθούν η μουσική και τα μαθηματικά.

Το *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών Μουσικής* (Ι.Ε.Π. 2014) προκρίνει, λόγω της συνάφειας τους με τη διδασκαλία της μουσικής, τις ακόλουθες εκπαιδευτικές προσεγγίσεις: Βιωματική, Διαθεματική, Συνεργατική μάθηση, Διαφοροποίηση, Διαπολιτισμική διδασκαλία, Χρήση Μουσικής Τεχνολογίας και Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας, Αξιολόγηση. Δύο από αυτές θα μας απασχολήσουν εδώ: η Διαθεματική προσέγγιση και η Χρήση Μουσικής Τεχνολογίας.

Σε ό,τι αφορά τη Διαθεματική προσέγγιση, το *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών Μουσικής* αναφέρει (Ι.Ε.Π. ό.π.) ότι,

*Στόχο των σύγχρονων αναζητήσεων στην εκπαίδευση αποτελεί η διασύνδεση της σχολικής γνώσης με τη βιωματική εμπειρία του παιδιού την οποία αποκτά στον ενιαίο κόσμο όπου κινείται. Οι διαθεματικές και διεπιστημονικές διδακτικές προσεγγίσεις επιχειρούν την υπέρβαση των διαχωριστικών ορίων που έχουν θέσει οι διαφορετικοί επιστημονικοί κλάδοι στη διάρκεια των ετών, ώστε να επιτευχθούν μορφές συνεργασίας και σύμπραξης μεταξύ των διδασκομένων μαθημάτων με σκοπό την ενιαία προσέγγιση μιας θεματικής ενότητας από όλες τις δυνατές πλευρές.*

*Κάθε προσέγγιση διαθεματική ή διεπιστημονική οφείλει να οργανώνεται με προσοχή ώστε οι στόχοι να είναι ξεκάθαροι προκειμένου να επιτευχθούν*

*ουσιαστικές διασυνδέσεις ανάμεσα στα συνεργαζόμενα γνωστικά αντικείμενα και να προαχθούν γνωστικοί στόχοι και ανάπτυξη δεξιοτήτων σε όλα τα εμπλεκόμενα πεδία. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να αποσαφηνίσει με επάρκεια τις έννοιες και να προσδιορίσει επακριβώς τους επιδιωκόμενους στόχους σε θεωρητικό και πρακτικό επίπεδο ώστε να αποτραπεί η μονοσήμαντη και καλλωπιστική παρουσία της μουσικής (σελ.13).*

Σύμφωνα με τη Χρυσοστόμου (2005) «οι έννοιες της ενιαιοποίησης, της διαθεματικότητας και της διεπιστημονικότητας κυριαρχούν στο σύγχρονο θεωρητικό στοχασμό της διδακτικής και της μάθησης» (σελ.15). Η διαθεματικότητα δεν είναι απλώς μια μέθοδος διδασκαλίας, αλλά μία διδακτική φιλοσοφία κατά την οποία τα περιεχόμενα διδασκαλίας διαχέονται σε πολλά διδακτικά αντικείμενα, με άξονες συγκεκριμένες έννοιες, δεξιότητες ή θεματικά πεδία. Η Κοκκίδου (2015) υποστηρίζει ότι η «ανεύρεση αναλογιών ανάμεσα στα ποικίλα γνωστικά πεδία είναι μία διανοητική ικανότητα που είναι πολύ υψηλότερη από την απλή συσχέτιση αντικειμένων και τον εντοπισμό ομοιοτήτων και διαφορών» (σελ.219).

Οι έννοιες της διαθεματικότητας και της ενιαιοποίησης δεν είναι καινούριες. Μπορούμε να αναζητήσουμε τις ρίζες τους στην *Πολιτεία* του Πλάτωνα, όπου ο φιλόσοφος

*αμφισβητεί την πρακτική των διακριτών και αυτοτελών διδασκομένων μαθημάτων και προβάλλει μετ' επιτάσεως ως αναγκαιότητα τη συσχέτιση των επιμέρους γνώσεων σε κοινή αναφορά προς τη βαθύτερη φύση της πραγματικότητας, συνθέτοντας με αυτόν τον τρόπο, μία αδιάσπαστη και αρμονική ενότητα (Χρυσοστόμου 2005, σελ.21).*

Επιπλέον, τους τελευταίους τρεις αιώνες πολλοί φημισμένοι παιδαγωγοί και φιλόσοφοι της εκπαίδευσης -Rousseau, Pestalozzi, Herbart, Froebel, Dewey,

Kerchesnteiner, Δελμούζος και Γληνός, Murshell, Vygotsky, Gardner, Beane, Burton- υποστηρίζουν την εκπαίδευση με μια, λίγο ως πολύ, ολιστική θεώρηση της γνώσης (Χρυσοστόμου ό.π.). Στην Ελλάδα εφαρμόζεται από το 2003 (πilotικά από το 2001) το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) για το Νηπιαγωγείο, το Δημοτικό και το Γυμνάσιο, που έχει ως στόχο «την οριζόντια και κάθετη διασύνδεση των γνωστικών αντικειμένων» (Χρυσοστόμου ό.π., σελ.24).

Στις μέρες μας οι υπέρμαχοι των διαθεματικών και ενιαιοποιημένων προγραμμάτων σπουδών υποστηρίζουν πως αυτά: α)απηχούν τις νεότερες αντιλήψεις για τη μάθηση, β)μειώνουν τις επαναλήψεις ή αλληλοκαλύψεις των διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων, γ)συνδέουν τις σπουδές με την επαγγελματική αποκατάσταση, δ)προετοιμάζουν ενεργούς πολίτες, καλλιεργημένους και τους αναπτύσσουν δεξιότητες, ε)προσφέρουν σημαντικές γνώσεις, χρήσιμες σε διάφορους τομείς, στ)επιτυγχάνουν την πραγματική κατανόηση των μαθητών και την αύξηση του ενδιαφέροντος τους για απόκτηση γνώσης και ζ)εφαρμόζουν ομαδοσυνεργατικές μεθόδους διδασκαλίας που ωφελούν πολλαπλά τους μαθητές (Χρυσοστόμου ό.π.).

Σε ένα τέτοιο περιβάλλον διαθεματικότητας, ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει το ρόλο του καθοδηγητή. Το γεγονός αυτό εξασφαλίζει την αυτενέργεια των μαθητών. Επίσης, ο εκπαιδευτικός καθίσταται πιο ενεργός, έχει τη δυνατότητα να συνεργαστεί με τους συναδέλφους του και την ευκαιρία να εξελιχθεί, μαθαίνοντας και ο ίδιος (Χρυσοστόμου ό.π.).

Η μουσική μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένα μεθοδολογικό εργαλείο, ως ένα καλό βοήθημα στη διδασκαλία άλλων αντικειμένων από το δάσκαλο (Jones & Robson 2008). Δηλαδή, η μουσική λειτουργεί υποστηρικτικά σε άλλα μαθήματα (για παράδειγμα ελληνική ή ξένη γλώσσα, μαθηματικά, ιστορία, γυμναστική, θεατρική αγωγή, Τ.Π.Ε.), σε διαθεματικό πλαίσιο. Άμεσος στόχος αυτής της εργασίας είναι να

αναζητηθούν οι τρόποι με τους οποίους μπορεί να ενισχυθεί και η μουσική μάθηση, μέσα από τη διαθεματική προσέγγιση με τα μαθηματικά.

## **2.2 Υποδειγματική Διδασκαλία Μουσικής και Μαθηματικών**

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζουμε τη διαθεματική σύνδεση μουσικής και μαθηματικών ως ισότιμων διδακτικών αντικειμένων, με σκοπό την καλύτερη κατανόηση των εννοιών και των λειτουργιών τους. Το βασικό μας εργαλείο είναι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, που παρέχει στους μαθητές μια νέα οπτικοακουστική εμπειρία.

Ένα από τα βασικά ζητούμενα της εκπαίδευσης στην εποχή μας είναι η ανάπτυξη και καλλιέργεια της δημιουργικότητας του παιδιού. Η ενασχόληση με τη μουσική, ως μορφή τέχνης, θεωρείται εξ' ορισμού δημιουργική δραστηριότητα. Είναι μια μορφή έκφρασης που προάγει τη δημιουργική σκέψη και τη φαντασία. Η ανάπτυξη της μουσικής δημιουργικότητας πραγματώνεται μέσα από: α)την ακρόαση και την ανταπόκριση στον ήχο, β)την εκτέλεση μουσικής και το τραγούδι και γ)τη σύνθεση μουσικής (Jones & Robson 2008). Γενικά, στην εκπαίδευση συναντούμε δύο συμπληρωματικές όψεις της δημιουργικότητας: τη δημιουργική διδασκαλία και τη διδασκαλία που προωθεί τη δημιουργικότητα. Οι Jones & Robson (2008,σελ.69-70) συγκεντρώνουν μία πλειάδα χαρακτηριστικών του δημιουργικού εκπαιδευτικού, μεταξύ των οποίων είναι: να μαθαίνει και να εφαρμόζει νέες μεθόδους διδασκαλίας, να επιμορφώνεται και να αναπτύσσει νέες δεξιότητες, να ενδιαφέρεται για τις ανάγκες των παιδιών και τις ιδιαιτερότητες τους (μαθησιακές και άλλες), να αξιολογεί τις επιπτώσεις της διδασκαλίας στη μάθηση, να κινητοποιεί όλες τις αισθήσεις των παιδιών, να πιστεύει και να εμπιστεύεται τους μαθητές και να τους εξασφαλίζει ευκαιρίες μάθησης μέσα από δραστηριότητες, επικουρώντας στην επιτυχία τους.

Παράλληλα, ο εκπαιδευτικός που επιδιώκει τη δημιουργικότητα των μαθητών του πρέπει, μεταξύ άλλων: να αποδέχεται τα παιδιά ως δημιουργικές οντότητες, να προκαλεί την περιέργεια και τη φαντασία τους, να παρέχει στα παιδιά τα κατάλληλα εργαλεία για την επίτευξη των στόχων τους, να ενθαρρύνει τους μαθητές, να τους δίνει τη δυνατότητα της ενεργούς συμμετοχής και το δικαίωμα της πρωτοβουλίας (δηλαδή να δίνουν ιδέες, να κάνουν επιλογές, να τις αλλάζουν, να παίρνουν αποφάσεις και να τις αξιολογούν, να συνθέτουν), να δίνει χρόνο στα παιδιά αλλά και αναγνώριση για την προσπάθεια και τη συμμετοχή τους (Jones & Robson ό.π.).

Στο ελληνικό σχολείο, το μάθημα της Μουσικής (όπως και των Εικαστικών και της Θεατρικής Αγωγής, που απαρτίζουν από κοινού με τη Μουσική την Αισθητική Αγωγή) θεωρείται, δυστυχώς, δευτερεύον, αφού διδάσκεται μόνο μία διδακτική ώρα την εβδομάδα, τόσο στο Δημοτικό Σχολείο όσο και στο Γυμνάσιο. Φιλοδοξία μας είναι να ενισχύσουμε τη Μουσική Παιδεία των μαθητών, αλλά και τη θέση της ίδιας της Μουσικής στο Πρόγραμμα Σπουδών, μέσα από τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών και τη συσχέτιση της Μουσικής με τα Μαθηματικά και με άλλα μαθήματα. Άλλωστε, «η ψηφιακή αναπαράσταση των φυσικών ιδιοτήτων της μουσικής προσφέρει ενδιαφέρουσες συνδέσεις με τα Μαθηματικά και τη Φυσική» (Rudi & Pierroux 2009, σελ.543).

Οι έρευνες δείχνουν ότι η μουσική συμβάλλει στην ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων των παιδιών. Σύμφωνα με τις Johnson & Edelson (2003) η μουσική βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν τις μορφωτικές τους ικανότητες, προωθεί την κατανόηση μαθηματικών εννοιών, τους ενισχύει την αντίληψη του χώρου και του χρόνου, ενισχύει τις επιδόσεις των παιδιών στα μαθηματικά και τις επιστήμες, τους βοηθά να κατανοήσουν και να εκφράσουν μαθηματικές έννοιες όπως μοτίβο, κλάσματα και αναλογίες. Επίσης, έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά που παίζουν

πιάνο, έχουν βελτιωθεί στο σκάκι ή τις μαθηματικές πράξεις (Motluk 1997, όπ. αναφ. στο Beer 2008).

Οι An, Capraro & Tillman (2013) υποστηρίζουν ότι η διδασκαλία μέσω των τεχνών μπορεί να επιφέρει ευεργετικά αποτελέσματα στην εκπαίδευση και τους μαθητές, συνδέοντας την παρεχόμενη γνώση με την πραγματικότητα της ζωής. Η μουσική, μάλιστα, είναι ιδανική για να συνδεθεί με τη διδασκαλία των μαθηματικών, καθώς οι μουσικές έννοιες (μελωδία, ρυθμός, μουσικά διαστήματα, κλίμακες, αρμονία, κούρδισμα) σχετίζονται με τις αντίστοιχες μαθηματικές (λόγοι αριθμών, ακέραιοι αριθμοί, λογάριθμοι, αριθμητικές παραστάσεις, πιθανότητες, άλγεβρα, γεωμετρία). Επιπλέον, η μουσική δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις, και στους εκπαιδευτικούς να διδάξουν τα μαθηματικά με πιο ευχάριστο τρόπο απ' ό,τι συνήθως.

Ο An και οι συνεργάτες του (An & Capraro 2011, An 2012, όπ. αναφ. στο An, Capraro & Tillman ό.π.) εκπόνησαν ένα διαθεματικό πρόγραμμα σπουδών μουσικής – μαθηματικών και ένα εναλλακτικό μοντέλο διδασκαλίας μαθηματικών, που ενσωματώνει και τη μουσική. Σχεδίασαν δραστηριότητες γύρω από α)τα μουσικά όργανα (ιστορία, πολιτισμός, προέλευση, εξέλιξη, χαρακτηριστικά, ρεπερτόριο) και β)τη μουσική σύνθεση (παρουσίαση μιας θεωρίας σύνθεσης, σύνθεση και εκτέλεση από τους μαθητές). Τα δύο είδη δραστηριοτήτων διανθίζονταν με μαθηματικές έννοιες σε όλες τις φάσεις τους. Τελικός σκοπός των ενεργειών αυτών είναι να πετύχουν οι μαθητές τη μαθηματική γνώση και ικανότητα μέσα από διαφορετικά μονοπάτια.

Οι Still & Bobis (2005) διεξήγαγαν μια έρευνα σχετική με την ενσωματωμένη διδασκαλία μαθηματικών και μουσικής στο δημοτικό σχολείο. Παρατήρησαν τον τρόπο με τον οποίο ένας δάσκαλος πραγματοποίησε μια σειρά μαθημάτων με θέμα το

χρόνο (ως έννοια) και τη σημασία του στα μαθηματικά και τη μουσική, και πως αυτά επηρέασαν τους μαθητές του. Διαπίστωσαν ότι οι μαθητές επέδειξαν προθυμία και ενθουσιασμό, τόσο στις μουσικές δραστηριότητες όσο και στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Η Bamberger (2003) πραγματοποίησε ένα άτυπο πείραμα σε μαθητές της ΣΤ' τάξης δημοτικού σχολείου, για να ερευνήσει αν και κατά πόσο η μουσική μπορεί να ενσωματώσει βασικές μαθηματικές ιδέες, όπως οι λόγοι, οι αναλογίες, τα μοτίβα, τα κλάσματα και τα κοινά πολλαπλάσια. Δημιούργησε και χρησιμοποίησε για το σκοπό της το λογισμικό *Impromptu*, ένα ειδικό μουσικό-μαθηματικό περιβάλλον, στο οποίο αναπαριστώνται ο μουσικός παλμός και οι υποδιαιρέσεις του και δημιουργούνται μελωδικά μοτίβα, σαν ένα είδος γραφικής παρτιτούρας. Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας «δεν αποδεικνύουν απλώς τις σημαντικές διασταυρώσεις μεταξύ των μουσικών και των μαθηματικών εννοιολογικών δομών, αλλά παρέχουν, επίσης, γενικότερες κατευθύνσεις για την ανάπτυξη αποτελεσματικού μαθησιακού υπολογιστικού περιβάλλοντος» (Bamberger 2003, σελ.158) .

Ο Abdounur (2002) ερεύνησε τη διδασκαλία των λόγων των αριθμών και των κλασμάτων, μέσα από τη σχέση τους με τα μουσικά διαστήματα. Οι συμμετέχοντες ήταν μαθητές ηλικίας 11-14 ετών. Χρησιμοποιήθηκε το μονόχορδο για να ανακαλύψουν οι μαθητές τους λόγους  $2/1$ ,  $3/2$  και  $4/3$  ως μουσικά διαστήματα και ως σχέσεις μήκους χορδών. Στη συνέχεια τους ζητήθηκε να λύσουν προβλήματα που απαιτούσαν αριθμητικές πράξεις (πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις κλασμάτων), για να παράγουν νέα μουσικά διαστήματα (πρόσθεση και αφαίρεση διαστημάτων). Επιπλέον, έπρεπε να μεταφέρουν αυτά τα νέα διαστήματα στο πιάνο. Διαπιστώθηκε ότι κάποιοι μαθητές απαντούσαν στα προβλήματα βρίσκοντας πρώτα το μουσικό διάστημα και μετά το λόγο που το εκφράζει, ενώ άλλοι βρίσκανε πρώτα το λόγο (με



αριθμητικές πράξεις) και στη συνέχεια άκουγαν το διάστημα. Η έρευνα αυτή υποστηρίζει ότι η συσχέτιση μουσικής-μαθηματικών μέσα από το μονόχορδο και τους λόγους αριθμών, μπορεί να αυξήσει το ενδιαφέρον των μαθητών που έχουν έφεση στη μουσική, για τα μαθηματικά και το αντίστροφο.

Όπως γίνεται κατανοητό, οι περισσότερες έρευνες αντιμετωπίζουν τη μουσική ως επικουρικό εργαλείο στη διδασκαλία των μαθηματικών. Μόνο η Bamberger (2003) αντιμετώπισε το θέμα από τη μουσική σκοπιά δημιουργώντας, μάλιστα, και ειδικό λογισμικό. Φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί μουσικής δεν έχουν, ακόμη, συστηματοποιήσει τη διαθεματική διδασκαλία μουσικής-μαθηματικών, προς όφελος της μουσικής μάθησης.

### **2.3 Οι Νέες Τεχνολογίες στο Μάθημα της Μουσικής και η Δημιουργική Σύνδεση Μουσικής και Μαθηματικών**

Σε αυτό το σημείο εξετάζουμε πως μπορεί ο υπολογιστής να φανεί χρήσιμος στη διαθεματική σύνδεση μουσικής-μαθηματικών. Μία προφανής απάντηση είναι ότι ο υπολογιστής και τα σχετικά λογισμικά είναι αποτελέσματα διεπιστημονικής έρευνας. Δηλαδή, η δημιουργία εκπαιδευτικού λογισμικού απαιτεί γνώσεις προγραμματισμού και μαθηματικών, βαθιά γνώση του εκάστοτε γνωστικού αντικειμένου και της μαθησιακής διαδικασίας, καλλιτεχνική-εικαστική φροντίδα για το graphical user interface του και γνώσεις ακουστικής και ψυχοακουστικής, εφόσον αναφερόμαστε σε μουσικό λογισμικό. Επίσης, η επαφή μας με το πρόγραμμα είναι διαισθητική, αφού αυτό απευθύνεται στην όραση μας (οπτικοποίηση των εννοιών με σχήματα, χρώματα, κείμενο), την ακοή μας (ήχοι, μουσική), την αφή και την κινητική μας ικανότητα μέσω πληκτρολογίων, mouse, διαδραστικού πίνακα και άλλων συσκευών. Όμως, πώς μπορούμε να εντάξουμε τον υπολογιστή στην καθημερινότητα

της τάξης;

Μπορούμε να αντιμετωπίσουμε τον υπολογιστή ως μουσικό εργαλείο, ως μουσικό μέσο ή ως μουσικό όργανο. (Brown 2007a). Ο υπολογιστής ως εργαλείο μπορεί να ενισχύσει τις ικανότητες των μαθητών και να κάνει τη δουλειά του εκπαιδευτικού γρηγορότερη και ευκολότερη. Επομένως, ο υπολογιστής-μουσικό εργαλείο μπορεί να πάρει τη θέση του πιάνου στις δραστηριότητες καλλιέργειας των ακουστικών ικανοτήτων των μαθητών, όπως είναι η αναγνώριση διαστημάτων, η αναγνώριση συγχορδίων, η αναγνώριση ρυθμικών σχημάτων ή κλιμάκων. Επιπλέον, ο υπολογιστής λειτουργεί ως εργαλείο μουσικής σημειογραφίας, οπτικοποίησης και ανάλυσης του μουσικού ήχου (μέθοδος Fourier) ή ως απλό κουρδιστήρι και μετρονόμος.

Ο υπολογιστής μπορεί να θεωρηθεί ως μουσικό μέσο, καθώς αποθηκεύει, επεξεργάζεται και αναπαράγει μουσική και ήχο. Η σύνδεση μουσικής και μαθηματικών βρίσκει εδώ την τέλεια εφαρμογή της, γιατί ο ήχος, όπως και κάθε άλλη πληροφορία, αναπαριστάται στη μνήμη του υπολογιστή με αριθμούς. Αυτό διευρύνει τις δυνατότητες της ηχητικής επεξεργασίας και της μουσικής έρευνας και ανακάλυψης, ιδίως στους μαθητές που είναι οι αυριανοί συνθέτες, εκτελεστές, ακροατές, εκπαιδευτικοί.

Προφανώς, ο υπολογιστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ως μουσικό όργανο. Μάλιστα, όταν προκύπτει μεγάλη ανάγκη για χρήση μουσικού οργάνου κατά τη διάρκεια μιας εκπαιδευτικής δραστηριότητας, ο υπολογιστής αποτελεί μια πολύ καλή εναλλακτική επιλογή. Η ζωντανή επιτέλεση, η συναυλία, προσφέρεται για χρήση υπολογιστή, με τον τρόπο που θα χρησιμοποιούταν οποιοδήποτε φυσικό όργανο, για εκτέλεση και αυτοσχεδιασμό. Οι ειδικές του δυνατότητες είναι ότι μπορεί να αλλάξει δραστικά το ηχόχρωμα, την ένταση, το τονικό ύψος και όλες τις παραμέτρους του

ήχου και της ερμηνείας με, σχετικά, εύκολο τρόπο. Φυσικά, ο υπολογιστής λειτουργεί και ως όργανο μουσικής σύνθεσης, αλλά και σύνθεσης ήχου. Τα πλεονεκτήματα που προσφέρει στη συνθετική διαδικασία είναι σημαντικά και οι δυνατότητες προς τους συνθέτες απεριόριστες.

Εννοείται πως η κάθε δραστηριότητα προϋποθέτει το κατάλληλο λογισμικό, αλλά και τον κατάλληλο τρόπο εφαρμογής του. Οι εκπαιδευτικοί παίζουν καταλυτικό ρόλο στην ενσωμάτωση της τεχνολογίας στο μάθημα της μουσικής και «για να μεγιστοποιήσουν τη μάθηση μέσα από μουσικές εμπειρίες που βασίζονται σε υπολογιστές, πρέπει να συνδέσουν συνειδητά τις τεχνολογικές εξελίξεις και τις μουσικές δραστηριότητες και να παρέχουν επαρκείς διανοητικές δυνατότητες στους μαθητές τους» (Brown 2007α, σελ.13).

Ας δούμε τώρα πως αντιμετωπίζεται η χρήση του υπολογιστή στο εκπαιδευτικό σύστημα της Ελλάδας. Στο *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών Μουσικής* (Ι.Ε.Π. ό.π.), όπως αναφέρθηκε προτύτερα, θεμελιώνεται η σημασία της χρήσης Νέων Τεχνολογιών στο μάθημα της Μουσικής. Συγκεκριμένα προβλέπεται ότι:

*Η απόκτηση γνώσεων και δεξιοτήτων σε σχέση με τα ηλεκτρονικά μουσικά όργανα, τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και των τηλεπικοινωνιών στη μουσική και γενικότερα, αποτελεί στόχο της σύγχρονης μουσικής εκπαίδευσης. Ωστόσο, η χρήση των νέων τεχνολογιών γίνεται στο πλαίσιο εξυπηρέτησης των μουσικών στόχων του προγράμματος σπουδών και μέσα από παιδαγωγικές προσεγγίσεις που προάγουν την κριτική, αναλυτική και δημιουργική σκέψη, τη συνεργατική μάθηση, την αυτενέργεια, τη λήψη πρωτοβουλιών, την εξερεύνηση και τον πειραματισμό. Η τεχνολογία μπορεί να προσφέρει ευκαιρίες που προηγουμένως δεν ήταν εφικτές ειδικά σε τομείς που αφορούν στη δημιουργικότητα, στη διαθεματικότητα, στην ανάπτυξη κινήτρων, στην τόνωση*

της αυτοεκτίμησης του μαθητή, στην επικοινωνία με ακροατήρια εκτός τάξης και στην εξατομίκευση του μαθήματος. Παρέχει, επίσης, τη δυνατότητα σε πολύ μικρούς μαθητές καθώς και μαθητές που δεν διαβάζουν μουσική σημειογραφία να συνθέσουν μουσική ενώ επιτρέπει στα παιδιά με ειδικές ανάγκες να ξεπεράσουν τους περιορισμούς που επιβάλλει η παραδοσιακή διδασκαλία και μάθηση όπως είναι ο συντονισμός των σωματικών κινήσεων. Η ανάπτυξη των εφαρμογών του ψηφιακού σχολείου και η επέκταση της χρήσης των ατομικών ηλεκτρονικών υπολογιστών καθώς και των διαδραστικών πινάκων στα σχολεία δημιουργεί νέες δυνατότητες για το μάθημα της μουσικής οι οποίες δεν πρέπει να μείνουν ανεκμετάλλευτες. Ιδιαίτερα η ανάπτυξη των ψηφιακά εμπλουτισμένων σχολικών βιβλίων Μουσικής για όλες τις τάξεις του Γυμνασίου και (σταδιακά) και του Δημοτικού, τα οποία είναι διαθέσιμα στην πλατφόρμα του Ψηφιακού Σχολείου, επιτρέπει τη διεύρυνση του προσφερόμενου υλικού εντός και εκτός σχολικής τάξης, άμεσα και χωρίς ιδιαίτερες απαιτήσεις σε εξοπλισμό. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής και η σύνδεση στο διαδίκτυο επαρκούν για πλήρη πρόσβαση σε όλες τις εφαρμογές και το υλικό των ψηφιακά εμπλουτισμένων βιβλίων (σελ.15).

Στην πράξη, όμως, δεν έχει προβλεφθεί συγκεκριμένος χρόνος και χώρος για διαθεματικές συνδέσεις της μουσικής με τα υπόλοιπα διδακτικά αντικείμενα, ούτε ειδικά εξοπλισμένος χώρος (με υπολογιστές, μουσικά όργανα, ηχεία κλπ) για το μάθημα της μουσικής. Τέλος, το Υπουργείο Παιδείας δεν έχει πραγματοποιήσει καμία γενικευμένη επιμόρφωση των εκπαιδευτικών μουσικής σε θέματα ενσωμάτωσης της τεχνολογίας και προαγωγής της διαθεματικότητας.

Παρ' όλ' αυτά, πιστεύεται ότι η διαθεματικότητα και η χρήση νέων τεχνολογιών μπορούν να συνεισφέρουν στη διαμόρφωση και την ανανέωση της

εκπαίδευσης του εικοστού πρώτου αιώνα. Οι Koehler & Mishra (2009) εισάγουν ένα μοντέλο για την ενσωμάτωση της τεχνολογίας από τους εκπαιδευτικούς, το Technological, Pedagogical, Content Knowledge (TPACK). Το μοντέλο αυτό απαρτίζεται από τρεις βασικές εκφάνσεις της γνώσης: την Τεχνολογία, την Παιδαγωγική, το Περιεχόμενο και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις. Το Περιεχόμενο είναι το διδακτικό αντικείμενο που πρόκειται να διδάξει ο εκπαιδευτικός (πχ ιστορία της μουσικής, σημαντικά έργα, μεγάλοι συνθέτες, ρεύματα-εποχές-είδη μουσικής, σημειογραφία κλπ). Η Παιδαγωγική αφορά τη γνώση των διαδικασιών, των πρακτικών και των μεθόδων διδασκαλίας-μάθησης από την πλευρά των εκπαιδευτικών. Στην Τεχνολογία περιλαμβάνεται οποιαδήποτε μορφή της, αναλογική και ψηφιακή. Ο στόχος της τεχνολογικής γνώσης είναι να «επιτρέπει στο άτομο να ολοκληρώσει ένα πλήθος εργασιών χρησιμοποιώντας τεχνολογίες πληροφορίας και να αναπτύξει διάφορους τρόπους διεκπεραίωσης εργασιών. Αυτή η αντίληψη της τεχνολογικής γνώσης δεν είναι τελεσίδικη, αλλά εξελίσσεται με τη διά βίου παραγωγική και απεριόριστη αλληλεπίδραση με την τεχνολογία» (Koehler & Mishra ό.π.,σελ.64). Το μοντέλο TPACK προτείνεται από τους εμπνευστές του ως η βάση για την αποτελεσματική διδασκαλία με τη χρήση τεχνολογίας. Ο Bauer (2013) διεξήγαγε μια έρευνα, στην οποία 284 εκπαιδευτικοί μουσικής κλήθηκαν να απαντήσουν δύο ερωτηματολόγια σχετικά με την ενσωμάτωση τεχνολογίας στη διδασκαλία τους. Σκοπός της έρευνας αυτής ήταν η μέτρηση του TPACK των συμμετεχόντων. Οι συμμετέχοντες βαθμολόγησαν τους εαυτούς, Οι περισσότεροι από αυτούς δήλωσαν ως δυνατό τους σημείο την Παιδαγωγική γνώση, το Περιεχόμενο και την αλληλεπίδραση των δύο αυτών τομέων. Η χαμηλότερη βαθμολογία δόθηκε στην Τεχνολογική γνώση και στην αλληλεπίδραση της με τις άλλες δύο. Ο Bauer (ό.π.) υποστηρίζει ότι αν οι εκπαιδευτικοί αποκτήσουν πρόσβαση στα τεχνολογικά

εργαλεία, δε θα αναπτύξουν απλώς το TRACK τους, αλλά θα καταφέρουν πιο εύκολα να ενσωματώσουν τις τεχνολογίες στις διαδικασίες διδασκαλίας-μάθησης, καθώς οι περισσότεροι από αυτούς δεν είχαν την ευκαιρία να επιμορφωθούν σε θέματα τεχνολογίας.

Η μουσική, ως τέχνη, και η εξέλιξη της είναι ιστορικά συνυφασμένη με την πορεία της τεχνολογίας, από την κατασκευή οργάνων και την ανάπτυξη της ακουστικής επιστήμης ως τη σημερινή διανομή και κατανάλωση των ηχογραφήσεων μέσω διαδικτυακών υπηρεσιών (Webster 2012). Τα τελευταία χρόνια δημιουργήθηκαν και καθιερώθηκαν πολλά λογισμικά για την παραγωγή μουσικής, που ανήκουν στις κατηγορίες digital audio workstations (DAW), μουσικής σημειογραφίας ή γραφικής παρτιτούρας, σύνθεσης και ενορχήστρωσης με loops, δημιουργίας CD ή DVD, δημιουργίας μουσικού βίντεο. Πολλά από αυτά διανέμονται δωρεάν, με αποτέλεσμα να έχει γίνει ευκολότερη η πρόσβαση σε αυτά για εκατομμύρια ανθρώπους (ας συνυπολογιστεί και η ευρύτατη διάδοση των laptops, tablets και smartphones, καθώς και οι υψηλές ταχύτητες και η σταθερότητα του διαδικτύου). Αν και δεν είναι εκπαιδευτικά λογισμικά, μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη μουσική εκπαίδευση ποικιλοτρόπως. Ο σημερινός εκπαιδευτικός μουσικής δε μπορεί να αγνοήσει τέτοια εξέλιξη και διάδοση της τεχνολογίας γύρω από τη μουσική. Οι εξελίξεις αυτές οδήγησαν στη δημιουργία και χρήση ειδικών εκπαιδευτικών μουσικών λογισμικών, τα οποία διακρίνονται από τον Webster (2012) σε λογισμικά: «έξυπνης» συνοδείας, προσομοίωσης σύνθεσης και αυτοσχεδιασμού, μουσικής θεωρίας σε μορφή παιχνιδιού. Θα λέγαμε πως «επειδή η τεχνολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ισχυρό εργαλείο για δημιουργίες των μαθητών, οι εκπαιδευτικοί μουσικής βλέπουν συχνά μια ενδιαφέρουσα σύνθεση των τεχνολογικών εργαλείων με την υιοθέτηση νέων μοντέλων μουσικής μάθησης» (Webster 2012,σελ.116). Από την άλλη μεριά, η

δημιουργία κατάλληλου λογισμικού για παιδαγωγικούς σκοπούς μοιάζει αρκετά πολύπλοκη διαδικασία, καθώς πρόκειται για ένα διεπιστημονικό πεδίο, στο οποίο συνδέονται η Μουσικολογία, η Παιδαγωγική, ο Προγραμματισμός, η Ψυχοακουστική, η Τεχνητή Νοημοσύνη κλπ.

Ο Reynolds (2010), μελετώντας παιδικές μουσικές συνθέσεις με υπολογιστή, διαπίστωσε ότι ο υπολογιστής προσφέρει τη δυνατότητα στο παιδί να κάνει κάτι, που χωρίς αυτόν δε θα γινόταν. Έχει διαπιστωθεί ότι η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή ως εργαλείου διδασκαλίας και μάθησης «μπορεί να αναπτύξει την υψηλή/σύνθετη σκέψη (high-order thinking) και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων που οι μαθητές θα χρειαστούν στον κόσμο μας των γρήγορων ρυθμών και του καταγισμού πληροφοριών» (Frei, Gamill & Irons 2007,σελ.8). Ο Reeves διαχωρίζει τη διδασκαλία με χρήση υπολογιστή στη «learning from» και «learning with» μορφή (όπ. αναφ. στο Frei et al. ό.π., σελ.13). Στην πρώτη περίπτωση, ο υπολογιστής λειτουργεί ως πηγή γνώσης και καθοδήγησης για την ανάπτυξη συγκεκριμένων ικανοτήτων. Στη δεύτερη περίπτωση, ο υπολογιστής είναι το εργαλείο επίλυσης προβλημάτων, με βασική προϋπόθεση οι μαθητές να αναλύσουν το πρόβλημα, να οργανωθούν και να συνεργαστούν, να αναπτυχθούν. Ο Reynolds (2010) αναφέρει τα ακόλουθα λογισμικά, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για σύνθεση μουσικής στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση: *Audacity*, *GarageBand*, *Acid Studio*, *Super Dooper Magic Looper*. Πρόκειται για εμπορικά λογισμικά, που επιτρέπουν την πολυκάναλη επεξεργασία προηχογραφημένων midi και audio αρχείων ή και την ηχογράφηση νέων, εκτός από το *Audacity*, που είναι λογισμικό ανοιχτής πρόσβασης και προσφέρει τη δυνατότητα ηχογράφησης, επεξεργασίας και παραγωγής ήχου. Η χρήση αυτών των προγραμμάτων έχει ένα μεγάλο πλεονέκτημα: επιτρέπει στα παιδιά να συνθέσουν τη δική τους μουσική, χωρίς να προαπαιτείται η γνώση

μουσικής σημειογραφίας ή η δεξιοτεχνία σε κάποιο μουσικό όργανο, καθώς μπορούν να συνθέσουν τις ιδέες τους και να τις αναπαράγουν με μια μεγάλη ποικιλία ηχοχρωμάτων. Ακόμη, το λογισμικό *Hyperscore* (δημιουργία μελωδικών και ρυθμικών μοτίβων μέσω σχεδίων, σχημάτων και χρωμάτων, με σκοπό τη σύνθεση μουσικής) και τα προγράμματα μουσικής σημειογραφίας, όπως *Music Works* ή το *Cubase Score*, και τη χρήση της λειτουργίας piano roll μπορούν να συνεισφέρουν δημιουργικά στη μουσική σύνθεση μέσω εικαστικού σχεδιασμού.

Η τεχνητή νοημοσύνη βρίσκει εφαρμογή και στη μουσική εκπαίδευση μέσω προγραμμάτων, γνωστών ως *Intelligent Tutoring Systems* (ITS). Σύμφωνα με τον Holland (2000), «το πεδίο είναι εξαιρετικά διαθεματικό» (σελ.239), καθώς συνδέει πολλά πεδία, όπως μουσική, εκπαίδευση, τεχνητή νοημοσύνη, μαθηματικά, ανθρωπολογία, φιλοσοφία κλπ. Ο Smith (2000) εξηγεί πως «η πρωταρχική διαφορά μεταξύ ενός ITS και ενός παραδοσιακού εκπαιδευτικού λογισμικού είναι ότι το πρώτο εστιάζει στην ευφυή αλληλεπίδραση (intelligent interaction) μεταξύ του μαθητή και του υπολογιστή» (σελ.221). Στόχος των ITS είναι να προσφέρουν στους μαθητές συγκεκριμένη εργασία για να πετύχουν ορισμένο στόχο, να τους καθοδηγήσουν στην επεξεργασία και λύση προβλημάτων, να τους ανατροφοδοτούν σε περίπτωση λάθους. Με λίγα λόγια, ο στόχος είναι τα ITS να συμπεριφέρονται σαν άνθρωποι-εκπαιδευτικοί (Smith ό.π.). Στον αντίποδα των ITS υπάρχουν τα συστήματα *Computer Assisted Instruction* (CAI) (Brandao, Wiggins Pain 1999), τα οποία παρουσιάζουν μία συγκεκριμένη και περιορισμένη διδακτική προσέγγιση. Μερικά από τα ITS για μουσική εκπαίδευση, που αναφέρει ο Smith (ό.π.), είναι τα εξής: *Harmony Space* (διδασκαλία αρμονίας), *LASSO* (διδασκαλία των αρχών της αντίστιξης), *Observer* (σύνθεση), *pianoFORTE* (εκφραστική εκτέλεση πιάνου), *Music Logo* (σύνθεση). Ενώ το *GUIDO* (καλλιέργεια ακουστικής ικανότητας) είναι



από τα χαρακτηριστικότερα CAI. Δυστυχώς, τα προαναφερθέντα συστήματα εφαρμόζονται πολύ σπάνια σε σχολικές τάξεις ή σε οικιακά περιβάλλοντα.

Το 2003 οι Brown, Dillon & Sorensen (όπ.αναφ. στο Brown 2007β) δημιούργησαν το λογισμικό *jam2jam* για την πραγματοποίηση ομαδικού, μουσικού αυτοσχεδιασμού από μαθητές, μέσω διαδικτύου. Ο συνδυασμός της δυνατότητας παραγωγής μουσικής με τη δυνατότητα σύνδεσης στο διαδίκτυο τη συνεργασία μαθητών από διαφορετικά μέρη, σε πραγματικό χρόνο, έδωσε νέες διαστάσεις στις έννοιες της σύνθεσης και της συνεργατικότητας.

Οι Ferrari, Addressi & Pachet (2006) παρουσιάζουν το *Continuator*, ένα πρόγραμμα που μιμείται το στυλ μουσικής εκτέλεσης του χρήστη του. Οι μαθητές παίζουν μουσικές φράσεις σε ένα midi keyboard και το σύστημα «απαντά» με μια παραπλήσια μουσική φράση. Οι δημιουργοί του το χαρακτηρίζουν ως *Ineractive Reflexive Musical System (IRMS)* και υποστηρίζουν ότι μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη της μουσικής δημιουργικότητας του παιδιού. Ως συνέχεια των IRMS, η Addressi (2013) παρουσιάζει την πλατφόρμα *MIRROR* (Music Interaction Relying On Reflexion), που αποτελείται από τρία λογισμικά για την εκπαίδευση στη μουσική και το χορό: *MIRROR-Impro* (προορίζεται για αυτοσχεδιασμό και λειτουργεί όπως και το *Continuator*), *MIRROR-Compo* (προορίζεται για σύνθεση, παράγει ρυθμικά-μελωδικά στο στυλ των μαθητών που παίζανε στο *MIRROR-Impro* και οι μαθητές συνθέτουν ενώνοντας τα) και *MIRROR-Body Gesture* (σώμα και δημιουργική κίνηση-το πρόγραμμα συλλαμβάνει την κίνηση των παιδιών και τη «μεταφράζει» σε ήχο, που διατηρεί τα χαρακτηριστικά της κίνησης). Τα τρία λογισμικά του *MIRROR* απευθύνονται σε παιδιά ηλικίας δύο έως δέκα ετών.

Η Kim (2013) εξετάζει την αποτελεσματικότητα της μουσικής διδασκαλίας και μάθησης μέσω μουσικών λογισμικών. Στην έρευνα της συμμετείχαν 16 μαθητές

της Ε' και ΣΤ' τάξης δημοτικού σχολείου, οι οποίοι «εκτέθηκαν» για τρεις μήνες σε μάθημα μουσικής μέσω ψηφιακής τεχνολογίας. Χρησιμοποίησε δύο ελεύθερα λογισμικά μουσικής σύνθεσης, τα *ALSong* και *Tunearound*. Οι μαθητές συνέθεσαν δικά τους μουσικά κομμάτια και στη συνέχεια τα ανάρτησαν σε blogs στο διαδίκτυο. Εκτιμάται ότι «με το να δημιουργούν, να μοιράζονται και να αξιολογούν ο ένας τη δουλειά του άλλου, αυτοί οι μαθητές βίωσαν τους ρόλους του συνθέτη, του σκηνοθέτη, του ακροατή και του κριτικού» (Kim ό.π., σελ.415), ενώ παράλληλα εκπαιδεύτηκαν και σε θέματα πνευματικής ιδιοκτησίας και ηθικής στη χρήση του διαδικτύου. Οι μαθητές είχαν τη δυνατότητα να συνθέσουν τη δική τους μουσική, διαδικασία που τη βρήκαν «διασκεδαστική» και «ενδιαφέρουσα» (Kim ό.π., σελ.424). Επαληθεύεται η παραδοχή ότι οι ψηφιακές τεχνολογίες μπορούν να αποδειχτούν σημαντικά παιδαγωγικά εργαλεία.

Τα προγράμματα *DSP* (Digital Sound Processing) και *CwS* (Compose With Sounds) δημιουργήθηκαν από Norwegian Center for Technology in Music and the Arts (NOTAM), με σκοπό να διαδοθούν στα σχολεία η ηλεκτροακουστική και η πειραματική μουσική (Rudi 2015). Είναι και τα δύο προγράμματα σύνθεσης. Το *DSP*, που μετεξελίχθηκε σε *DSP02*, σχεδιάστηκε ως παιχνίδι και παρέχει στο χρήστη τη δυνατότητα ηχογράφησης, σύνθεσης και επεξεργασίας του ήχου, αποθήκευσης. Το *CwS* κινείται σε παραπλήσια λογική, εστιάζοντας περισσότερο στην αισθητική της *musique concrète*.

Από όσα συζητήθηκαν μέχρι εδώ, διαπιστώνουμε πως τα διάφορα λογισμικά που έχουν έχουν δημιουργηθεί για τη μουσική εκπαίδευση, έχουν καθαρά μουσική στόχευση (σύνθεση, αυτοσχεδιασμός, θεωρία της μουσικής, εκφραστική εκτέλεση). Κανένα δεν εντάσσεται σε κάποιο ευρύτερο, διαθεματικό πλαίσιο, εκτός ίσως από το *MIRROR-Body Gesture*. Βέβαια, όπως επισημαίνει ο Rudi (2015),

*η χρήση ηχογραφημένου ήχου και τα ψηφιακά εργαλεία μπορούν να δώσουν νέες προοπτικές στην εκπαίδευση, συνδέοντας τα αντικείμενα όπως η μουσική, τα μαθηματικά, η φυσική, γλώσσες και κοινωνικές επιστήμες. [...] Φυσικά, δεν είναι δυνατό όλη η μουσική εκπαίδευση να περιστρέφεται γύρω από τη μουσική τεχνολογία, θα ήταν όμως απαράδεκτο να μην έχει επαφή η εκπαίδευση με τις σύγχρονες εξελίξεις (σελ.100).*

Σημειώνουμε, βέβαια, ότι όλο και περισσότεροι εκπαιδευτικοί μουσικής ενσωματώνουν κάποιο λογισμικό στη διδασκαλία τους, γεγονός που αποτελεί θετική εξέλιξη στη μουσική εκπαίδευση. Στην παρούσα εργασία επιχειρούμε τη δημιουργία και χρήση μιας ψηφιακής εφαρμογής, με σκοπό να συνεισφέρει στη διαθεματική και δημιουργική προσέγγιση μουσικής και μαθηματικών.

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε τρία λογισμικά, που σχετίζονται με την αρχαία ελληνική μουσική. Ο *APIΩΝ* των Politis, Vandikas & Margounakis (2005) είναι ένα πρόγραμμα μουσικής σημειογραφίας και σύνθεσης. Βασίζεται στην αρχαία ελληνική μουσική σημειογραφία και τη χρησιμοποιεί παράλληλα με την ευρωπαϊκή. Διαθέτει συνθετητή για να παράγει ήχους αυλού (ηχογραφημένα δείγματα ανακατασκευασμένου αρχαίου οργάνου), αλλά και φωνής. Οι δημιουργοί της εφαρμογής θέτουν ως θεμέλιο την εύκολη χρήση της, ακόμα και από άτομα που δε γνωρίζουν μουσική ή που υστερούν στη χρήση υπολογιστή. Ο *ΟΡΦΕΑΣ* (Politis, Margounakis, Lazaropoulos, Papaleontiou, Botsaris & Vandikas 2008) είναι μια εικονική αρχαία κιθάρα και ο ήχος του προέρχεται από τη φυσική μοντελοποίηση του οργάνου. Προορίζεται για εκπαιδευτικούς σκοπούς (πληροφόρηση γύρω από το όργανο και εκτέλεση). Η εφαρμογή *ΦΩΝΑΣΚΕΙΝ* (Moschos, Georgaki & Kouroupetroglou 2016) προορίζεται για την πρακτική εξάσκηση της φωνής (τραγούδι) στην απόδοση και μη συγκερασμένων κλιμάκων (αρχαίων ελληνικών και

βυζαντινών), ανατροφοδοτώντας οπτικά το χρήστη. Οι δημιουργοί του, αν και το προορίζουν για εκπαιδευτική χρήση, δεν καθορίζουν σε ποιες ηλικίες απευθύνεται. Πάντως, στη διαδικασία αξιολόγησης του συμμετείχαν μόνο ενήλικα άτομα.

Τέλος, μία από τις πιο πρόσφατες εξελίξεις στη μουσική εκπαίδευση είναι η δημιουργία διαδικτυακών κοινοτήτων για τη διδασκαλία μουσικής έξω από την τάξη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτής της τάσης είναι η διαδικτυακή μουσική κοινότητα *IrTrad* (Waldron & Veblen 2008, όπ. αναφ. στο Webster 2012), που αποσκοπεί στη διδασκαλία και διάδοση της Ιρλανδικής παραδοσιακής μουσικής, αξιοποιώντας τη λογική των μέσων κοινωνικής δικτύωσης.

Όσον αφορά τη θέση και τη χρήση νέων τεχνολογιών στην ελληνική εκπαίδευση γενικά, παρατηρείται ότι,

*τα τελευταία χρόνια στη χώρα μας γίνονται πολλές προσπάθειες στο πλαίσιο της ψηφιακής σύγκλισης με την ανάπτυξη και τη δημιουργία ψηφιακού υλικού, τον εξοπλισμό των σχολείων και την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών. Έτσι, σήμερα, υπάρχουν διαθέσιμα εργαλεία και δυνατότητες που προσφέρονται στον εκπαιδευτικό μουσικής τα οποία μπορεί να αξιοποιήσει στο πλαίσιο της καθημερινής διδασκαλίας του (Χρυσοστόμου 2016, σελ.109).*

Το Υπουργείο Παιδείας δημιούργησε το 2014 τον Εθνικό Συσσωρευτή Εκπαιδευτικού Περιεχομένου – *Φωτόδεντρο*. Πρόκειται για έναν ιστότοπο, στον οποίο συγκεντρώνεται και διατίθεται εκπαιδευτικό υλικό (Μαθησιακά Αντικείμενα, Λογισμικά, Βίντεο, εκπαιδευτικό υλικό και εκπαιδευτικές πρακτικές των χρηστών) για την πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αναζητώντας λογισμικά για τη μουσική στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, εντοπίσαμε μόνο την *Εμμέλεια*, το CD-ROM Μουσικής που δημιουργήθηκε το 1998 (Χρυσοστόμου 2016). Ακόμη, από τις ψηφιακές εφαρμογές που προσφέρει το *Φωτόδεντρο* για το μάθημα της Μουσικής,

μόνο μία εξυπηρετεί κάποια διαθεματική προσέγγιση της Μουσικής με άλλο μάθημα (*Ο Κύκνος του Πέζαρο*) και από τα μαθησιακά αντικείμενα μόνο το *Παίζω με τη Μουσική και τα Εικαστικά*.

Θα λέγαμε πως στην Ελλάδα καθυστερεί σημαντικά η ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στο μάθημα της μουσικής. Ας δούμε το παράδειγμα της Νορβηγίας, όπου από το 1995 ιδρύθηκε και λειτουργεί το Norwegian Center for Technology in Music and the Arts (NOTAM). Ο πρωταρχικός σκοπός του κέντρου είναι η δημιουργία λογισμικών, ως μαθησιακών εργαλείων για παιδιά, και η έρευνα γύρω από την παιδαγωγική χρήση τους (Rudi 2015). Η βασική επιδίωξη είναι να έχουν τα εργαλεία αυτά τον κατάλληλο σχεδιασμό, που θα τα καθιστά ελκυστικά τόσο μέσα στην τάξη όσο και έξω από αυτή. Πιο πάνω αναφέραμε τα δύο βασικά λογισμικά που δημιουργήθηκαν στο NOTAM (το *DSP* και το *CWS*).

Η ένταξη των υπολογιστών στις διαδικασίες διδασκαλίας-μάθησης προκαλεί την ανανέωση του ρόλου του εκπαιδευτικού, ο οποίος πρέπει να λειτουργεί ως καθοδηγητής, διευκολύνοντας τη μάθηση (Frei, Gamill & Irons ό.π.). Ο εκπαιδευτικός πρέπει να αποφεύγει τη διάλεξη ως στυλ μαθήματος και να φέρνει τους μαθητές σε επαφή με αληθινά θέματα της ζωής, ενώ παράλληλα να τους παρέχει τον υπολογιστή ως εργαλείο οργάνωσης, επεξεργασίας και επίλυσης προβλημάτων. Έτσι, αλλάζει και ο ρόλος των μαθητών, που από απλοί ακροατές μετατρέπονται σε ενεργούς συμμετέχοντες, που σκέφτονται, κατανοούν, επεξεργάζονται, μαθαίνουν, εξάγουν συμπεράσματα, αλληλεπιδρούν, αξιολογούν. Ακόμη, ο εκπαιδευτικός, ως καθοδηγητής, βοηθά στη δημιουργία πληροφοριακά εγγράμματων μαθητών. Σύμφωνα με τους Frei, Gamill & Irons (ό.π.)

*Ο όρος «Πληροφοριακά Εγγράμματος» χρησιμοποιείται για να περιγράψει έναν μαθητή ή έναν εκπαιδευτικό που ξέρει πως να θέσει ένα ερώτημα, που*

*σκέφτεται ανεξάρτητα, επινοεί, ερευνά και λύνει προβλήματα (σελ.16).*

Φυσικά, η δύναμη των υπολογιστών και της τεχνολογίας έγκειται στο πως τα χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός, στον τρόπο που θα βρει για να τα εντάξει στο μάθημα του ως εργαλεία. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να θέσει ως αφετηρία του, τη σύνδεση της τεχνολογίας με τις υπάρχουσες και αποδεκτές θεωρίες διδασκαλίας και μάθησης. Επιπλέον, «είναι σημαντικό να εξετάσουμε πως οι νέες τεχνολογίες επιτρέπουν την εκ νέου διερεύνηση και κατανόηση, όπως επίσης και την ανάπτυξη νέων θεωριών. Επομένως, είναι σημαντικό να αξιοποιήσουμε τη δυνατότητα του υπολογιστή να προσφέρει περισσότερα από την ενίσχυση της μουσικής καθοδήγησης» (Reynolds 2010, σελ.335).

Η χρήση υπολογιστή και κατάλληλων λογισμικών ευνοούν την ευρύτερη ανάπτυξη της δημιουργικότητας των παιδιών, όσο περισσότερο, μάλιστα, εξοικειώνονται με τη χρήση της τεχνολογίας (Jones & Robson 2008). Η Armstrong (2011, σελ.1) μας πληροφορεί ότι η μουσική τεχνολογία παίζει όλο και πιο κεντρικό ρόλο στο μάθημα της μουσικής, στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση της Αγγλίας. Το *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών Μουσικής* (Ι.Ε.Π. 2014) προβλέπει, σχετικά με το χώρο διεξαγωγής του μαθήματος και τον απαιτούμενο υλικοτεχνικό εξοπλισμό, τα παρακάτω:

*Το μάθημα της Μουσικής είναι εργαστηριακό μάθημα και γι' αυτό απαιτείται ειδικά εξοπλισμένη αίθουσα Μουσικής με ηχομόνωση, η οποία να περιέχει μουσικά όργανα (αρμόνιο ή πιάνο, κιθάρες, κρουστά, φλογέρες, όργανα Orff κλπ), καλής ποιότητας CD-player, Διαδραστικός πίνακας, Ηλεκτρονικός Υπολογιστής με μουσικά προγράμματα, Βιντεοπροβολέας, Οθόνη, καλής ποιότητας ηχεία, σύστημα μικροφωνικής καλής ποιότητας, βιβλία Μουσικής, παρτιτούρες, CDs, βιντεοταινίες με μουσικά θέματα, κουρτίνες συσκότισης κλπ.*

(σελ.195).

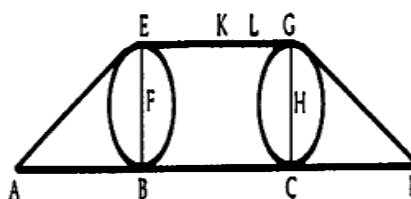
Φυσικά, θα πρέπει να προσθέσουμε και την ύπαρξη σύνδεσης στο διαδίκτυο. Βέβαια, η εμπειρία μας δείχνει ότι στα περισσότερα δημόσια σχολεία της Ελλάδας δεν υπάρχει ούτε ένα μικρό ποσοστό του εξοπλισμού που απαιτείται σύμφωνα με το *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών Μουσικής*. Δυστυχώς, ούτε η ύπαρξη ειδικής αίθουσας για τη Μουσική είναι δεδομένη, παρόλο που «καθορίζει σε σημαντικό βαθμό την ποιότητα του μαθησιακού περιβάλλοντος και άρα αποτελεί κλειδί για την επίτευξη των μαθησιακών στόχων» (Ι.Ε.Π. ό.π., σελ195).

### 3. ΕΛΙΚΩΝ: ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΟΡΓΑΝΟΛΟΓΙΑ

#### 3.1 Πειραματικά Μουσικά Όργανα: Ο Ελικών και ο Κανών

Οι αρχαίοι Έλληνες θεωρητικοί επινόησαν μουσικά όργανα για την πειραματική θεμελίωση των μουσικών διαστημάτων. Τα δύο βασικότερα όργανα ήταν ο Κανών και ο Ελικών, χορδόφωνα αμφότερα, πάνω στα οποία όριζαν τα μήκη των χορδών που παράγουν τις συμφωνίες, με γεωμετρικό τρόπο.

Ο Κανών ήταν ένα μονόχορδο όργανο (Εικ.2). Τον χρησιμοποιούσαν για να αναπαραστήσουν τα μουσικά διαστήματα μέσω των λόγων των μηκών της χορδής. Ο Πτολεμαίος περιγράφει στα *Αρμονικά* του τον κανόνα ως εξής



Εικόνα 2: Ο Κανών (Solomon 1999, σελ.26).

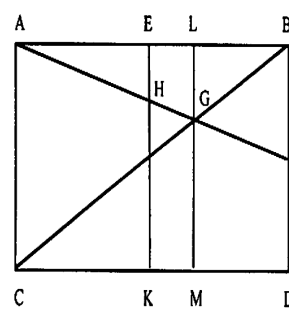
(Βιβλίο I, Κεφ.8 στο Solomon 1999): το τμήμα AEGD είναι μια χορδή τεντωμένη και τα τμήματα EB και GC είναι δύο σταθερές γέφυρες, ίσες μεταξύ τους και κάθετες στη βάση ABCD. Το τμήμα της χορδής EG είναι παράλληλο με το τμήμα της βάσης BC. Η χορδή διαιρείται σε 8 ίσα τμήματα, με τη βοήθεια ενός χάρακα. Το σημείο K διαιρεί τη χορδή σε δύο ίσα τμήματα (οπότε  $EK=KG=4$ ) και το σημείο L διαιρεί το τμήμα KG σε δύο ίσα τμήματα (δηλαδή  $KL=LG=2$ ). Στα σημεία K και L τοποθετούνται γέφυρες, λίγο ψηλότερες από τις EB και GC. Με αυτόν τον τρόπο παράγονται οι συμφωνίες, αφού  $EG/EK=8/4=2/1$ ,  $EG/EL=8/6=4/3$  και  $EL/EK=6/4=3/2$ . Η πραγματεία *Κατατομή Κανόνος*, που αποδίδεται στον Ευκλείδη, παρουσιάζει μέσα από 20 θεωρήματα τον τρόπο με τον οποίο πρέπει να διαιρεθεί ο κανόνας για να αποδώσει στο Σύστημα Τέλειον Μείζον (Σπυρίδης 1998).

Ο Ελικών ήταν ένα πολύχορδο πειραματικό μουσικό όργανο, που προοριζόταν για τη μέτρηση των μουσικών διαστημάτων. Ο Ελικών πήρε το όνομα του από το όρος της Βοιωτίας, προς τιμήν των Μουσών. Οι πληροφορίες που έχουμε για τον



Ελικώνα (Παπαδοπούλου & Σπυρίδης 2004) προέρχονται από τον Κλαύδιο Πτολεμαίο (2ος αι. μ.Χ.) στα *Αρμονικά* του (Βιβλίο 2, Κεφ.2), τον Αριστείδη Κοϊντιλιανό (1ος-3ος αι. μ.Χ.) στο έργο του *Περί Μουσικής* (Βιβλίο 3, Κεφ.3), τον Πορφύριο (3ος αι. μ.Χ.) στο σύγγραμμα *Σχόλια στα Αρμονικά του Πτολεμαίου* (Βιβλίο 2, Κεφ.2) και τον Γεώργιο Παχυμέρη (13ος-14ος αι. μ.Χ.) στο έργο του *Περί Αρμονικής* (Κεφ.ΙΖ'). Το γεγονός ότι δεν έχει διασωθεί κάποιος Ελικών ή τμήματα του, σε συνδυασμό με την απουσία αναφορών της λέξης στην αρχαία γραμματεία (εξαιρουμένων των θεωρητικών της μουσικής) και την έλλειψη εικαστικών απεικονίσεων, μας οδηγούν στην υπόθεση ότι ο Ελικών ήταν μάλλον θεωρητικό-γεωμετρικό κατασκεύασμα παρά υπαρκτό μουσικό όργανο.

Ο Πτολεμαίος, στο δεύτερο βιβλίο των *Αρμονικών* του (Κεφ.2), παρουσιάζει και τον Ελικώνα μεταξύ άλλων (Solomon ό.π., σελ.66-69). Ο Ελικών (Εικ.3) ήταν μια γεωμετρική κατασκευή, που χρησιμοποιήθηκε για την επίδειξη των συμφωνιών ( $2/1$ ,  $3/2$ ,  $4/3$ ) και του τόνου ( $9/8$ ) (Παπαδοπούλου & Σπυρίδης 2004). Τα τμήματα AC, EK,

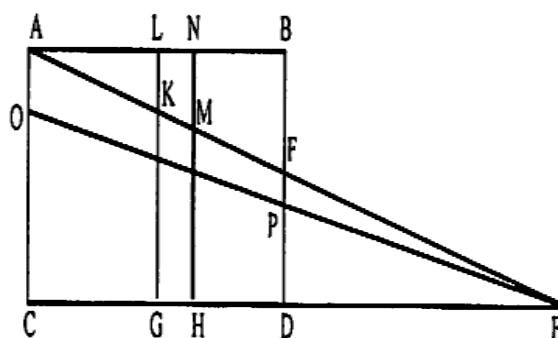


Εικόνα 3: Ο Ελικών του Πτολεμαίου (Solomon 1999, σελ.67).

LM και BD αναπαριστούν όμοιες χορδές με ίδια τάση. Τα τμήματα AB, CD είναι χορδοδέτες και τα AF, BC σταθεροί καβαλάρηδες. Τα σημεία E,F είναι μέσα και το L χωρίζει την πλευρά AB στα  $2/3$  της. Εάν, λοιπόν,  $AC=12$  τότε  $KH=9$ ,  $GM=8$ ,  $BF=FD=6$ ,  $LG=4$  και  $EH=3$ . Οι λόγοι των αριθμών αυτών μας δίνουν όλες τις συμφωνίες και τον τόνο, δηλαδή  $AC/BF=12/6=2/1$ ,  $AC/GM=12/8=3/2$ ,  $AC/HK=12/9=4/2$ ,  $HK/GM=9/8$  κλπ..

Ο Πτολεμαίος προτείνει και τη δική του εκδοχή του Ελικώνα, στον οποίο προσθέτει το τμήμα  $DE=CD$  (Εικ.4). Τα τμήματα AFE και OPE παριστούν δύο διαφορετικές θέσεις μιας κινούμενης γέφυρας. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται η

αλλαγή τονικού ύψους (αφού αλλάζει το μήκος των χορδών με την αλλαγή θέσης του καβαλάρη), χωρίς να διαταράσσονται οι σχέσεις των χορδών, άρα και τα διαστήματα που παράγονται. Σήμερα θα λέγαμε ότι πραγματοποιεί μια μετατροπία ή ότι παράγει τις συμφωνίες από όποιο τονικό ύψος επιθυμεί.



Εικόνα 4: Η επέκταση του Ελικόνος (Solomon 1999, σελ.67).

### 3.2 Θεωρητικές Ψηφίδες της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής

Η ενασχόληση με την αρχαία ελληνική μουσική προσκρούει πάντα σε ένα βασικό εμπόδιο, στο ότι, δηλαδή, δεν έχουμε ηχητικά δείγματα της. Η γνώση μας για αυτή αποκτιέται μέσα από τη μελέτη των γραπτών πηγών (γνωρίζουμε αρκετές θεωρητικές πραγματείες), των εικαστικών παραστάσεων μουσικών οργάνων και μουσικών δραστηριοτήτων και, τέλος, των σπαραγμάτων αρχαίας ελληνικής μουσικής (παρτιτούρες) που διασώθηκαν. Επομένως, «από οποιαδήποτε κατεύθυνση και αν προσεγγίζει κανείς τον τομέα της αρχαίας ελληνικής μουσικής, δεν μπορεί να εισχωρήσει σε αυτόν χωρίς ιδιαίτερο κόπο: δεν αποκαλύπτεται εύκολα ούτε στη θεωρία αλλά ούτε και στην πράξη» (Hagel 2012, σελ.97).

Έτσι, η προσπάθεια ένταξης της αρχαίας ελληνικής μουσικής στο σημερινό σχολείο φαντάζει αρκετά δύσκολη. Φυσικά, η προσέγγιση μας θα βασιστεί στα μαθηματικά της χαρακτηριστικά, αλλά είναι απαραίτητη και η προκαταρκτική εξοικείωση των μαθητών με τους ορισμούς και τα ονόματα που περιέχει. Πρόθεση

μας είναι να δημιουργήσουμε στους μαθητές το κατάλληλο θεωρητικό υπόβαθρο (ορολογία, έννοιες) γύρω από την αρχαία ελληνική μουσική και τη σχέση της με την επιστήμη των αριθμών. Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθενται κάποια στοιχεία της θεωρίας της αρχαίας ελληνικής μουσικής, καθώς και οι ορισμοί των βασικών εννοιών της. Τα δεδομένα που αναφέρουμε στηρίζονται σε μεγάλο ποσοστό στην *Εγκυκλοπαίδεια της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής* του Μιχαηλίδη (1981).

Αρμονική και Αρμονικοί: Αρμονική ήταν η επιστήμη που περιλάμβανε πτυχές μουσικολογίας, ακουστικής, μαθηματικών, φυσικής, φιλοσοφίας και αστρολογίας (Solomon 1999, σελ. xxiii). Ήταν θεωρητική και πρακτική επιστήμη και τα θέματα της ήταν οι φθόγγοι, τα διαστήματα, τα γένη, τα συστήματα, οι τόνοι, η μεταβολή και η μελοποιία, σύμφωνα με τον Κλεονείδη (Μιχαηλίδης 1981, σελ. 56). Αρμονικοί καλούνταν όσοι ασκούσαν την Αρμονική επιστήμη. Σύμφωνα με τον Solomon (ό.π.), ο Κλαύδιος Πτολεμαίος μαζί με τον Αριστόξενο και τον Αριστείδη Κοϊντιλιανό αποτελούν τους σημαντικότερους Αρμονικούς της αρχαιότητας.

Φθόγγος: σύμφωνα με τον Μιχαηλίδη (1981, σελ. 40) οι αρχαίοι αρμονικοί (Αριστόξενος, Κλεονείδης, Βακχείος, Νικόμαχος, Αριστείδης) συμφωνούν ότι φθόγγος (στη μουσική) είναι ένας ήχος -φωνής ή μουσικού οργάνου- με καθορισμένο ύψος.

Επιμόριος και Επιμερής: Επιμόριος λέγεται ο λόγος του οποίου ο αριθμητής είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερος από τον αριθμητή, για παράδειγμα  $(2/1)$ ,  $(3/2)$ ,  $(4/3)$  και  $(9/8)$ . Επιμερής λέγεται ο λόγος του οποίου ο αριθμητής περιέχει μία φορά τον παρονομαστή και περισσότερα του ενός μέρη του, για παράδειγμα  $(256/243)$  (Σπυρίδης 1998, σελ. 114-115).

Διάστημα: η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαφορετικούς φθόγγους. Σύμφωνα με τον Σπυρίδη (2004) το μουσικό διάστημα αντιμετωπίζεται ως λόγος αριθμών, που

συμβολίζει «το λόγο των μηκών δύο δονουμένων τμημάτων χορδής» (σελ.Πρ.4), ή ως η απόσταση μεταξύ δύο «τάστων» στον Κανόνα, που συμβολίζουν το μήκος του μηχούντος τμήματος της χορδής. Τα διαστήματα διακρίνονται σε άρτια και περιττά, ανάλογα με τον αριθμό των διέσεων που περιλάμβαναν (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.93). Τα μουσικά διαστήματα έχουν συγκεκριμένα ονόματα, όπως και στην ευρωπαϊκή μουσική. Στη συνέχεια δίνονται οι ονομασίες τους: α)Τόνος είναι το διάστημα που δίνεται από τη διαφορά μιας Πέμπτης Καθαρής από μία Τέταρτη Καθαρή. β)Ημιτόνιο, που σημαίνει το μισό του τόνου. Οι αρχαίοι συγγραφείς αναφέρουν ότι ο τόνος μοιράζεται σε δύο άνισα ημιτόνια, το μείζον (που ορίζεται από το λόγο 17/16) και το έλαττον (που δίνεται από το λόγο 18/17) (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.138). γ)Δίεσις, που συνήθως σήμαινε το τέταρτο ή το τρίτο του τόνου (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.96-97). δ)Λείμμα ήταν κατά τους Πυθαγόρειους το έλαττον ημιτόνιο (256/243), ενώ ε)Αποτομή ονόμαζαν το μείζον ημιτόνιο (2187/2048). στ)Διάσχιμα ήταν το μισό του λείμματος. ζ)Πυθαγόρειο Κόμμα ήταν η διαφορά ενός λείμματος από μια αποτομή (531441/524288). η) Διά Πασών ή Διπλάσιον είναι η σημερινή όγδοη με λόγο (2/1) και η Δις Διά Πασών, η διπλή όγδοη (4/1). θ)Διά Πέντε ή Ημιόλιον είναι το διάστημα της καθαρής πέμπτης (3/2). ι)Διά Τεσσάρων ή Επίτριτον είναι το διάστημα της καθαρής τέταρτης (4/3).

Συμφωνία: το ταίριασμα δύο φθόγγων. Οι συμφωνίες των αρχαίων Ελλήνων ήταν η οκτάβα, η καθαρή πέμπτη, η καθαρή τέταρτη, η διπλή οκτάβα, η καθαρή πέμπτη και η καθαρή τέταρτη σε συνδυασμό με την οκτάβα και τη διπλή οκτάβα (Μιχαηλίδης 1981, σελ.291). Κατά τον Νικόμαχο τον Γερασηνό, οι Πυθαγορικοί αναγνώριζαν ως συμφωνίες τα διαστήματα που εκφράζονταν με τους απλούστερους λόγους, δηλαδή την όγδοη (2/1), την καθαρή πέμπτη (3/2), την καθαρή τέταρτη (4/3), την διπλή όγδοη (4/1), τη σύνθετη πέμπτη (3/1) και τη σύνθετη τέταρτη (8/3) (Barker

1989, σελ.256-258). Ο Πτολεμαίος ονομάζει Ομόφωνους τους φθόγγους που σχηματίζουν όγδοη, διπλή όγδοη, ή τριπλή όγδοη, Σύμφωνους εκείνους που σχηματίζουν την πέμπτη, την τέταρτη και τις σύνθετες πέμπτες και τέταρτες (Solomon ό.π., σελ.22-24) και Ισότονους όσους σχηματίζουν ταυτοφωνία.

Διαφωνία: η άρνηση δύο φθόγγων να συνδυαστούν, να συνηχίσουν (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.95).

Εμμελείς φθόγγοι, κατά τον Πτολεμαίο, είναι όσους συνδέονται και παράγουν ένα ευχάριστο αποτέλεσμα-μελωδία. Οι πιο εμμελείς φθόγγοι είναι όσους σχηματίζουν διάστημα ημιτονίου (16/15), τόνου (9/8 και 10/9) και τρίτης (5/4 και 6/5). Οι υπόλοιποι καλούνται Εκμελείς.

Σύστημα: ένωση δύο ή περισσότερων διαστημάτων (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.298).

Τετράχορδο: το πρώτο καλά οργανωμένο σύστημα. Επρόκειτο για τη σύζευξη τεσσάρων φθόγγων (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.299). Η έκταση του ήταν μια καθαρή τέταρτη. Οι δύο εξωτερικοί φθόγγοι του τετράχορδου λέγονται Εσιώτες (δηλαδή ακίνητοι), γιατί σχηματίζουν σταθερό διάστημα (τέταρτη καθαρή). Οι δύο ενδιάμεσοι φθόγγοι καλούνται Μέσοι και είναι κινούμενοι, ανάλογα με το γένος στο οποίο ανήκει το τετράχορδο.

Σύστημα Τέλειον Μείζον: αποτελείται από τέσσερα τετράχορδα συνημμένα ανά δύο, με μια διάζευξη στο μέσο, και τον προσλαμβανόμενο τόνο στη βάση του (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.300). Με όρους ευρωπαϊκής μουσικής, θα λέγαμε ότι το Σύστημα Τέλειον Μείζον είναι μία διατονική κλίμακα, ανεπτυγμένη σε δύο οκτάβες, άρα περιέχει δεκαπέντε φθόγγους. Το χαμηλότερο τετράχορδο ονομάζεται Υπατών, το αμέσως ψηλότερο Μέσων, το τρίτο στη σειρά Διεζευγμένων και το τελευταίο Υπερβολαίων. Ο Πτολεμαίος υποστήριζε ότι Τέλειο Σύστημα είναι εκείνο που

περιέχει όλες τις συμφωνίες με όλα τα είδη τους (Solomon ό.π., σελ.71-72).

Ονομασία Φθόγγων: στο Σύστημα Τέλειον Μείζον που προαναφέρθηκε, ο κάθε φθόγγος έχει συγκεκριμένο όνομα. Αρχικά, τα ονόματα αυτά δόθηκαν στις χορδές της λύρας. Η έννοια της χορδής γενικεύτηκε και κατέληξε να είναι συνώνυμη με το φθόγγο, έτσι δημιουργήθηκε και η έννοια του τετράχορδου. Οπότε τα ονόματα των χορδών πέρασαν στους φθόγγους. Τα βασικά ονόματα είναι: α) Νήτη (δηλαδή χαμηλότερη) και αποδίδει τον ψηλότερο φθόγγο, β) Μέση, ο κεντρικός φθόγγος, γ) Λιχανός, η χορδή που παιζόταν με το δείκτη και δ) Υπάτη (δηλαδή ύψιστη) και αποδίδει το χαμηλότερο φθόγγο. Συνολικά, οι φθόγγοι Τέλειου Μείζονος Συστήματος ονομάζονται, με ανοδική φορά, ως εξής: Προσλαμβανόμενος – Υπάτη Υπάτων, Παρυπάτη Υπάτων, Λιχανός Υπάτων – Υπάτη Μέσων, Παρυπάτη Μέσων, Λιχανός Μέσων, Μέση – Παραμέση, Τρίτη Διεζευγμένων, Παρανήτη Διεζευγμένων, Νήτη Διεζευγμένων – Τρίτη Υπερβολαίων, Παρανήτη Υπερβολαίων, Νήτη Υπερβολαίων (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.230-233).

Γένος: ο τρόπος διάταξης των διαστημάτων στη σύσταση ενός τετράχορδου ή ενός πιο μεγάλου συστήματος, του οποίου το τετράχορδο είναι συστατικό μέρος (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.81-82). Τα γένη ήταν τρία: το Διατονικό, το Χρωματικό και το Εναρμόνιο.

Διατονικό Γένος ή Διάτονον: είναι το γένος στο οποίο χρησιμοποιούνται Τόνοι και Ημιτόνια. Το Διατονικό Γένος ήταν το αρχαιότερο από τα τρία γένη και το πιο απλό (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.94). Η δομή του είναι Ημιτόνιο-Τόνος-Τόνος σε ανιούσα διαδοχή. Ο Πτολεμαίος δίνει πέντε διαφορετικές υποδιαίρεσεις (χρόες) του Διατονικού τετράχορδου: Μαλακό, Τονιαίο, Σύντονο, Διτονιαίο και Άρτιο (Solomon 1999, σελ.).

Χρωματικό Γένος ή Χρώμα: έχει ως χαρακτηριστικό τη χρήση διαστήματος

ενός τόνου και μισού στην κορυφή του (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.357-359). Χονδρικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι δομείται από Μισό Ημιτόνιο-Μισό Ημιτόνιο-Τριημιτόνιο σε ανιούσα διαδοχή. Ο Πτολεμαίος δίνει δύο διαφορετικές υποδιαιρέσεις (χρόες) του Διατονικού τετράχορδου: Μαλακό και Σύντονο (Solomon 1999, σελ.).

Εναρμόνιο Γένος: στο οποίο το άθροισμα των δύο χαμηλότερων διαστημάτων καταλάμβανε ένα ημιτόνιο περίπου και το ψηλότερο διάστημα καταλάμβανε περίπου έκταση δύο τόνων. Το Εναρμόνιο Γένος θεωρείται ότι ανακαλύφθηκε τελευταίο και δεν ήταν εύκολο στη χρήση από τον πολύ κόσμο (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.114-115).

Πυκνόν: στο Εναρμόνιο και το Χρωματικό γένος το άθροισμα των δύο χαμηλότερων διαστημάτων είναι μικρότερο από το υπόλοιπο του τετράχορδου. Το άθροισμα αυτό ονομάζεται Πυκνόν (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.272).

Χρόα: η ιδιαίτερη διαίρεση των διαστημάτων σε κάθε γένος, η οποία καθόριζε την ποικιλία των διαστημάτων που συνέθεταν το γένος σε κάθε περίπτωση (Μιχαηλίδης ό.π., σελ.356). Ο Πτολεμαίος αναγνώριζε οχτώ χρόες (Solomon ό.π., σελ.99-103).

Κανών: ή μονόχορδο, όργανο με το οποίο καθορίζονταν πειραματικά οι λόγοι των μουσικών διαστημάτων. Σώζεται, μάλιστα, η πραγματεία *Ευκλείδου Κατατομή Κανόνος* (Σπυρίδης 1998), στην οποία δίνονται οδηγίες για τον εντοπισμό των σημείων της χορδής (τάστα ή καβαλάρηδες), που αποδίδουν τα μουσικά διαστήματα.

Ελικών: πολύχορδο όργανο με το οποίο μετρούσαν τις συμφωνίες. Ονομάστηκε Ελικών, μεταφορικά, από το όρος των Μουσών (Μιχαηλίδης ό.π.). Ο Πτολεμαίος περιγράφει τον Ελικώνα στα *Αρμονικά* του (Solomon ό.π.).

### 3.3 Τα Γένη κατά Πτολεμαίο

Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος υπήρξε μεγάλος Έλληνας γεωγράφος, αστρονόμος,

μαθηματικός και αρμονικός. Έζησε στην Αίγυπτο το 2ο αιώνα μ.Χ. Συνέγραψε πολλά βιβλία για την Αστρονομία (θεωρείται ένας από τους βασικούς θεμελιωτές της), τη Γεωγραφία και τα Μαθηματικά. Ανάμεσα τους ξεχωρίζουν: η *Μαθηματική Σύνταξις* ή *Αλμαγέστη*, η *Γεωγραφική Υφήγησις* και η *Τετράβιβλος*, που έχουν διασωθεί ακέραια (Barker 1989, σελ.270 και Solomon 1999, σελ.χ).

Ο Πτολεμαίος έγραψε και ένα σημαντικότατο επιστημονικό έργο για τη μουσική, τα *Αρμονικά* σε τρία βιβλία. Περιέχει σαράντα οχτώ κεφάλαια που αφορούν τη μουσική, την ακουστική, τα μαθηματικά, τη φυσική, τη φιλοσοφία, την αστρολογία ή με μία λέξη την Αρμονική (Solomon ό.π.). Τάσσεται προφανώς υπέρ της Πυθαγόρειας θεώρησης της μουσικής και εμφανίζεται ως συνεχιστής αυτής της παράδοσης (Barker ό.π., σελ.270-271).

Επιλέξαμε ως κύρια πηγή μας για αυτήν την εργασία, τα *Αρμονικά* του Κλαύδιου Πτολεμαίου. Τα τρία βιβλία των *Αρμονικών*, αποτελούν τη βασικότερη σωζόμενη πηγή για τα ακριβή κουρδίσματα των χορδόφωνων οργάνων κατά το 2ο μ.Χ. Αιώνα (Hagel 2012, σελ.92). Επιπλέον, ο Πτολεμαίος τεκμηριώνει με μαθηματικό τρόπο τα κουρδίσματα που καταγράφει (με τη χρήση επιμόριων, ως επί το πλείστον, λόγων ακέραιων αριθμών), δίνοντας και ορισμένες πληροφορίες για τις απόψεις των προγενέστερων του θεωρητικών της μουσικής για τα κουρδίσματα.

Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται σε δύο θέματα: στα γένη των τετράχορδων (Πίνακας 1) με τις ακριβείς τους υποδιαιρέσεις (χρόες) και στον Ελικώνα (όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 3.1 της παρούσης). Παρακάτω φαίνονται τα γένη και οι οχτώ χρόες τους. Κατά τον Πτολεμαίο το Χρωματικό τετράχορδο δομείται με δύο διαφορετικούς τρόπους, ενώ το Διατονικό με πέντε (Solomon ό.π., σελ.97-103):

ΓΕΝΗ	1ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ	2ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ	3ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ
Εναρμόνιο	46/45	24/23	5/4
Μαλακό Χρωματικό	28/27	15/14	6/5



<b>ΓΕΝΗ</b>	<b>1ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ</b>	<b>2ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ</b>	<b>3ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ</b>
Σύντονο Χρωματικό	22/21	12/11	7/6
Μαλακό Διατονικό	21/20	10/9	8/7
Τονιαίο Διατονικό	28/27	8/7	9/8
Σύντονο Διατονικό	16/15	9/8	10/9
Διτονιαίο Διατονικό	256/243	9/8	9/8
Άρτιο Διατονικό	12/11	11/10	10/9

Πίνακας 1: Τα γένη των τετράχορδων κατά τον Κλαύδιο Πτολεμαίο

Σύμφωνα με τον West (2004) «ο Πτολεμαίος μηχανεύεται σε κάθε σημείο να καταστήσει κάθε λόγο επιμόριο» (σελ.330). Ο Πτολεμαίος, βέβαια, κάνει και μια εξαίρεση, διατυπώνοντας τους λόγους που δομούν το Διτονιαίο Διατονικό γένος. Αποδίδει την εξαίρεση αυτή στην ευκολία χρήσης αυτού του τετράχορδου (Solomon ό.π., σελ.56-57). Ο Barker (2010), πάντως, αναγνωρίζει την επιτυχία του Πτολεμαίου να μεταφέρει σε ήχο την ομορφιά των μαθηματικών, να την κάνει ακουστή.

## 4. *e\_ΕΛΙΚΩΝ*: ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

### 4.1 Αρχιτεκτονική και Graphical User Interface

Σε αυτήν την εργασία προσπαθούμε να συνδυάσουμε μουσική και μαθηματική γνώση αιώνων με την τεχνολογία της εποχής μας, τον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Στόχος μας είναι η αξιοποίηση συγκεκριμένου λογισμικού για τη διαθεματική σύνδεση μουσικής-μαθηματικών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση.

Προβληματιστήκαμε αρκετά για τον τρόπο με τον οποίο σχεδιάζεται και δημιουργείται ένα λογισμικό. Όπως αναφέρει ο Smith (2000), «η πρώτη μέριμνα κατά τη δημιουργία κάποιου εκπαιδευτικού λογισμικού είναι να αποφασίσουμε ποια εργασία πρέπει να εκτελέσουν οι μαθητές» (σελ.223). Ο Brown (2007β) υποστηρίζει ότι «η δημιουργία λογισμικού για την ενίσχυση της μάθησης μοιάζει πολύ με οποιοδήποτε άλλο εκπαιδευτικό υλικό. Μετατρέπει τις αντιλήψεις για τη μάθηση σε μια συγκεκριμένη δραστηριότητα που μπορεί να εφαρμοστεί και να αξιολογηθεί» (σελ.2). Ονομάζει την ερευνητική του προσέγγιση Software Development as Research (SoDaR). Η SoDaR διακρίνεται σε τρία στάδια: α)την αναγνώριση του μαθησιακού αντικειμένου για το οποίο απαιτείται η δημιουργία λογισμικού και την κατάλληλη προσέγγιση του, β)το σχεδιασμό και την υλοποίηση του λογισμικού και γ)την πρακτική εφαρμογή και βελτίωση του λογισμικού μέσα από την εκπαιδευτική του χρήση (Brown ό.π., σελ.3).

Η εφαρμογή *e\_ΕΛΙΚΩΝ* δημιουργήθηκε για να παράγει τις αρχαίες ελληνικές κλίμακες. Σχεδιάστηκε ως ένα ηλεκτρονικό μουσικό όργανο, με το οποίο ο χρήστης μπορεί να εκτελέσει, να ακούσει, ακόμα και να συνθέσει μουσική. Φυσικά, όπως και ο αρχαίος Ελικών, ο *e\_ΕΛΙΚΩΝ* είναι ένα μέσο παραγωγής των μουσικών διαστημάτων, με βάση τη θεωρία της αρχαίας ελληνικής μουσικής, και ειδικότερα τα γένη των τετραχόρδων που μας παραδίδει ο Πτολεμαίος. Η χρήση του είναι απλή,

ώστε να μπορεί να το χρησιμοποιήσει ένα παιδί ή και κάποιος που δε γνωρίζει μουσική.

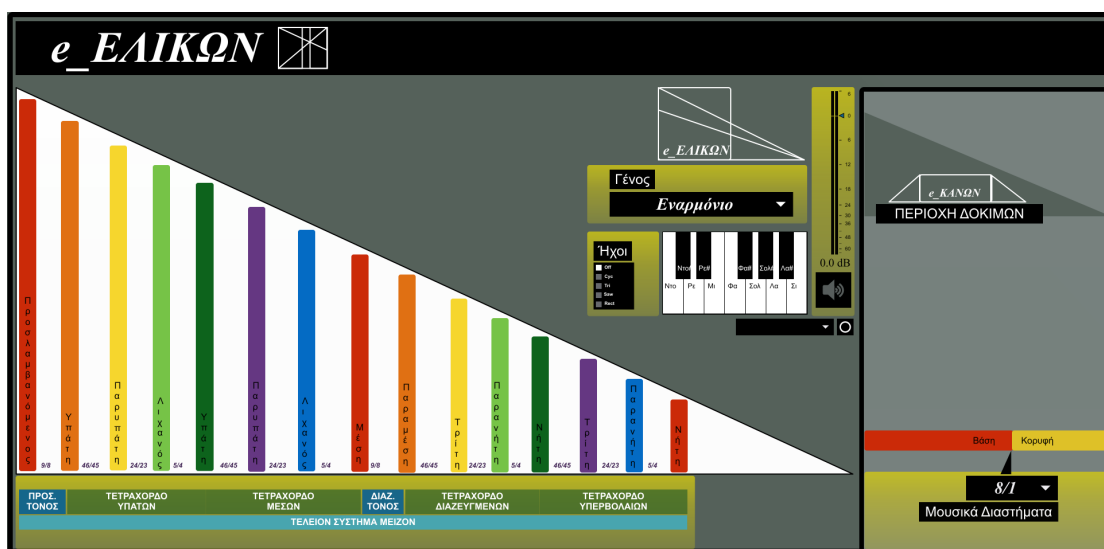
Μπορούμε να αντιμετωπίσουμε ή να χρησιμοποιήσουμε τον υπολογιστή ως ένα μουσικό όργανο; Ο Σαρρής (2009) αναφέρει ότι,

*Στην πραγματικότητα όμως, ο υπολογιστής δεν είναι ένα μουσικό όργανο, αλλά μια δυνατότητα δυναμικοποίησης (virtualization) (Levy, 1999), ολόκληρου του δημιουργικού μουσικού σύμπαντος, που άλλοτε αποτελείτο από αναλογικά και μηχανικά μέσα – τα μουσικά όργανα δηλαδή – και τους μουσικούς που τα διαχειρίζονταν. Στο καινούργιο σύμπαν που δημιουργεί ο υπολογιστής παρατηρούμε πολλά πρωτόγνωρα διακυβεύματα τεχνολογικού αλλά και πολιτισμικού χαρακτήρα. Το πιο σημαντικό ίσως είναι η ζαφνική απουσία της κίνησης του σώματος του εκτελεστή κατά την οργανοπαιζία (σελ.461).*

Στην παρούσα εργασία δίνουμε μια απάντηση στο ζήτημα της απουσίας σωματικής κίνησης κατά τη μουσική εκτέλεση με υπολογιστή, καθώς ο χειρισμός του *e\_EΛΙΚΩΝ* επιτυγχάνεται μέσω του διαδραστικού πίνακα (όπου ο μαθητής στέκεται όρθιος και «παίζει» με τα δύο χέρια του) ή μέσω ενός midi keyboard (ο χρήστης «παίζει» όπως στο πιάνο).

Για τη δημιουργία του *e\_EΛΙΚΩΝ* χρησιμοποιήσαμε το προγραμματιστικό περιβάλλον MAX/MSP της εταιρίας Cycling '74. Η διαδικασία σχεδιασμού και υλοποίησης ενός λογισμικού αποδεικνύεται ωφέλιμη και για τον ίδιο τον εκπαιδευτικό, καθώς «μαθαίνοντας κανείς να προγραμματίζει, αλλάζει τη σχέση του με τον υπολογιστή, με αποτέλεσμα το άτομο να δημιουργεί ό,τι χρειάζεται, παρά να αποδέχεται μόνο τα χαρακτηριστικά που παρέχει το μηχάνημα. Επίσης, οι γλώσσες προγραμματισμού, ως μορφές έκφρασης, παρέχουν έναν εναλλακτικό τρόπο σκέψης και μια ευκαιρία διάδοσης ιδεών» (Brown 2007β, σελ.8).

Η δημιουργία του graphical user interface, του τρόπου ή του μέσου επικοινωνίας μας με τον υπολογιστή, είναι εξαιρετικής σημασίας εργασία. Σύμφωνα με τον Smith (2000), «οι πιο εκλεπτυσμένες αρχιτεκτονικές είναι ανώφελες αν οι μαθητές δε μπορούν να αλληλεπιδράσουν εύκολα και αποτελεσματικά μαζί τους» (σελ.224). Ο Rudi (2015) επισημαίνει ότι ο σχεδιασμός και το graphical user interface κάθε εκπαιδευτικού λογισμικού πρέπει να εστιάζουν στους μαθησιακούς στόχους. Από αυτό το σχεδιασμό εξαρτάται και η ποσότητα και το είδος του συμπληρωματικού διδακτικού που απαιτείται. Τέλος, πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψιν, ότι η μουσική αντιμετωπίζεται ως ακουστικό και οπτικό συμβάν και ως χειρονομία, και ότι οι απαιτήσεις κάθε μουσικού λογισμικού είναι διαφορετικές, με αποτέλεσμα να μην είναι εύκολος ο δανεισμός εργαλείων και τεχνικών από άλλες εφαρμογές (Smith ό.π.).



Εικόνα 5: Το graphical user interface του e\_EAIKΩN

Το graphical user interface (στο εξής GUI) του e\_EAIKΩN (Εικ.5) σχεδιάστηκε για να θυμίζει τα μαθητικά όργανα με τα οποία είναι εξοικειωμένα τα παιδιά, όπως για παράδειγμα το μεταλλόφωνο (Εικ.7) ή ηχητικοί σωλήνες boomwhackers (Εικ.6). Η μουσική εκτέλεση γίνεται είτε μέσω διαδραστικού πίνακα είτε μέσω midi keyboard (Εικ.8), στο οποίο έχουμε ρυθμίσει να παίζουν μόνο τα άσπρα πλήκτρα (για λόγους ευκολίας, ώστε να μπορεί να παίξει και κάποιος που δε

γνωρίζει κάποιο μουσικό όργανο). Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται δέκα πέντε πλήκτρα με αφετηρία το Ντο (το 48 στη midi αρίθμηση). Ένα Midi Keyboard των 25 πλήκτρων (έκταση δύο οκτάβων, όσο και του Συστήματος Τέλειου Μείζονος) συνδυάζεται ιδανικά με τον *e\_EAIKΩN*.



Εικόνα 6: Ηχητικοί σωλήνες  
*boomwhackers*



Εικόνα 7: Μεταλλόφωνο

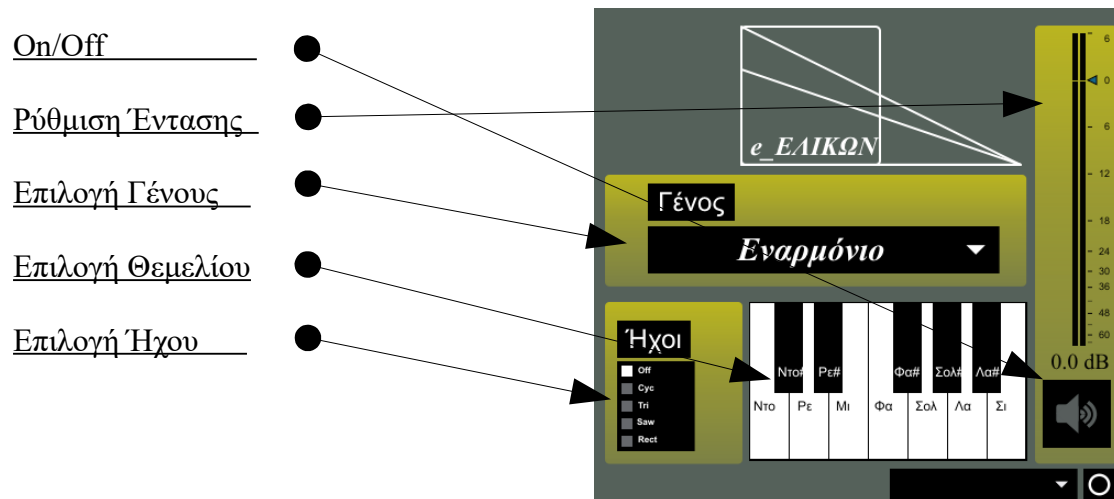


Εικόνα 8: Midi Keyboard της εταιρίας Arturia

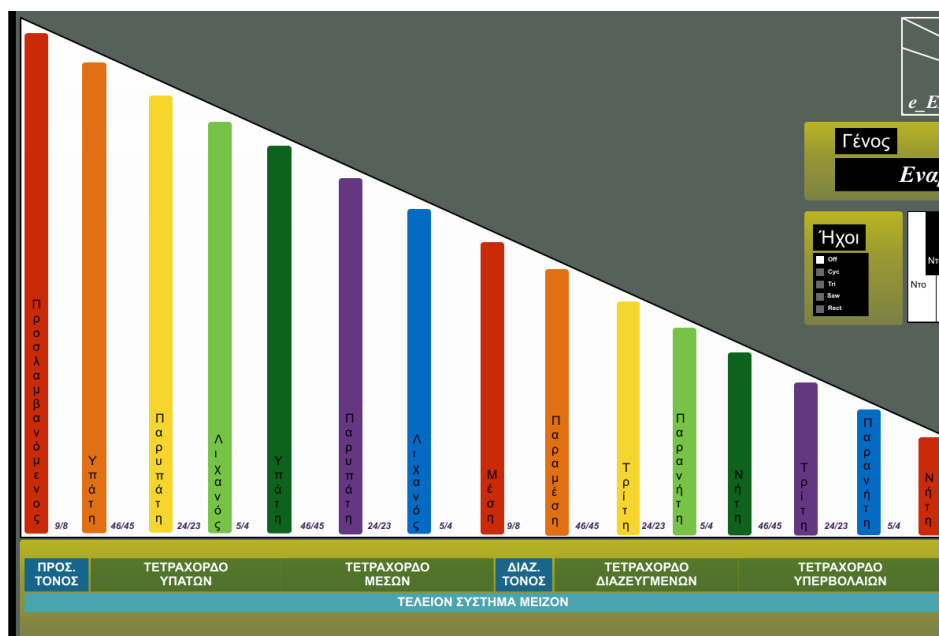
Στο GUI του *e\_EAIKΩN* διακρίνονται τρεις περιοχές: α)η περιοχή ελέγχου, β)η περιοχή εκτέλεσης και γ)η περιοχή δοκιμών.

α) Η περιοχή ελέγχου (Εικ.9) περιέχει τέσσερις λειτουργίες: 1) όπως κάθε ψηφιακό όργανο, ο *e\_EAIKΩN* χρειάζεται ενεργοποίηση και ρύθμιση της έντασης του. Το κουμπί on/off είναι το object *ezdac~* και η ρύθμιση της έντασης γίνεται με το object *live.gain~*. 2) Ο *e\_EAIKΩN* ως «χορδόφωνο» όργανο χρειάζεται κούρδισμα πριν από κάθε εκτέλεση. Η επιλογή γένους γίνεται μέσω του object *umenu*. Τα γένη που προσφέρονται είναι αυτά του Πτολεμαίου (3 γένη, 8 χρώες) και στο τέλος προσθέσαμε τη μείζονα κλίμακα, ως σημείο αναφοράς για το σημερινό αντί. 3)

Επιλογή θεμελίου. Έχουμε τη δυνατότητα να επιλέξουμε την τονικότητα. Πρακτικά, αυτό που επιλέγουμε είναι η χαμηλότερη νότα, με την οποία κουρδίζονται και οι υπόλοιπες. Με το object *kslider*, δηλαδή το πιανάκι με τις 12 χρωματικές νότες, επιλέγουμε αν το γένος θα εφαρμοστεί από τη νότα Ντο, Ντο#, Ρε κλπ. 4) Επιλογή ήχου. Προσφέρονται οι 4 βασικές κυματομορφές, δηλαδή η ημιτονοειδής, η τριγωνική, η τετραγωνική και η πριονωτή, μέσα από το object *radiogroup*.



Εικόνα 9: Η περιοχή ελέγχου του *e\_EAIKΩN*



Εικόνα 10: Οι Χρωματιστές Ράβδοι - Χορδές του *e\_EAIKΩN*

β) Η περιοχή εκτέλεσης (Εικ.10) είναι το βασικό κομμάτι του *e\_EAIKΩN*. Αποτελείται από 15 χρωματιστές ράβδους, ίδιου πλάτους και

διαφορετικού ύψους, που συμβολίζουν τις 15 χορδές του Συστήματος Τέλειου Μείζονος. Οι ράβδοι με το ίδιο χρώμα συμβολίζουν φθόγγους σε διάστημα οκτάβας (θα λέγαμε ότι όλες οι κόκκινες είναι Ντο, οι πορτοκαλί Ρε κλπ). Οι ράβδοι δημιουργήθηκαν με το object *ubutton*, για να λειτουργούν ως κουμπιά και καλύφθηκαν με τα objects *panel*, για να πάρουν το μέγεθος και το χρώμα τους. Κάθε ράβδος φέρει και το όνομα του φθόγγου που αναπαριστά μέσω του object *comment* (δηλ. Υπάτη, Παρυπάτη κλπ). Ανάμεσα στις ράβδους εμφανίζεται το διάστημα που δημιουργούν (με *umenu*). Τοποθετήσαμε τις ράβδους σε ένα άσπρο, τριγωνικό *panel*, για να θυμίζουν το σχέδιο του Ελικώνα του Πτολεμαίου και να δικαιολογείται η σταδιακή μείωση ύψους κάθε ράβδους. Γνωρίζουμε ότι όσο μεγαλύτερη είναι μία χορδή τόσο χαμηλότερος είναι ο ήχος που παράγει. Οπότε, «διαβάζοντας» τον *e\_EAIKΩN* από αριστερά προς δεξιά, οι ράβδοι χαμηλώνουν σταδιακά, άρα οι φθόγγοι που παράγουν είναι συνεχώς οξύτεροι (όπως, για παράδειγμα, συμβαίνει στο πιάνο και το μεταλλόφωνο). Κάτω από τις ράβδους δίνονται οι ονομασίες των τετραχόρδων, του προσλαμβανόμενου και του διαζευκτικού τόνου και του Συστήματος Τέλειου Μείζονος, ως πληροφορίες (μέσω *comment*). Με όρους ευρωπαϊκής μουσικής, θα λέγαμε ότι ο *e\_EAIKΩN* παράγει μία κλίμακα ανεπτυγμένη σε έκταση δύο οκτάβων.

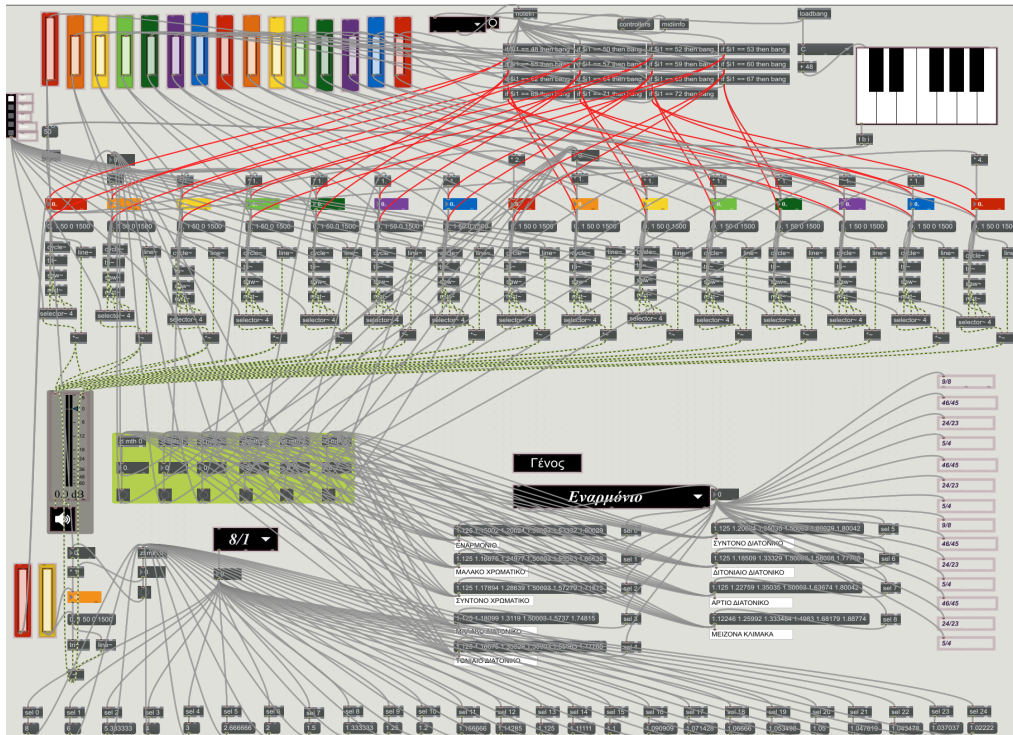
γ) Ονομάσαμε την περιοχή δοκιμών (Εικ.11) *e\_KANΩN* γιατί προορίζεται για ακουστικό πειραματισμό. Οι μαθητές μπορούν να ακούσουν το κάθε μουσικό διάστημα ξεχωριστά, με τον ίδιο θεμέλιο φθόγγο. Η κόκκινη ράβδος είναι η βάση του διαστήματος και η κίτρινη η κορυφή του. Χρησιμοποιήσαμε ένα *umenu* για την επιλογή διαστήματος.



Στο patch της εφαρμογής (Εικ.12) παρουσιάζεται ο τρόπος

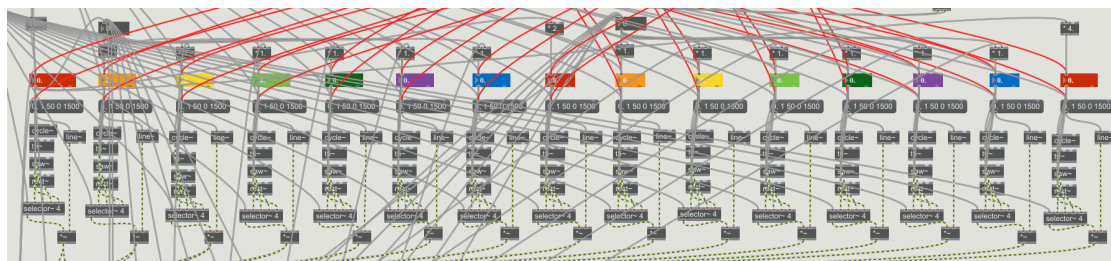
Εικόνα 11: Η Περιοχή Δοκιμών του *e\_EAIKΩN*

λειτουργίας της. Κάθε χρωματιστή ράβδος



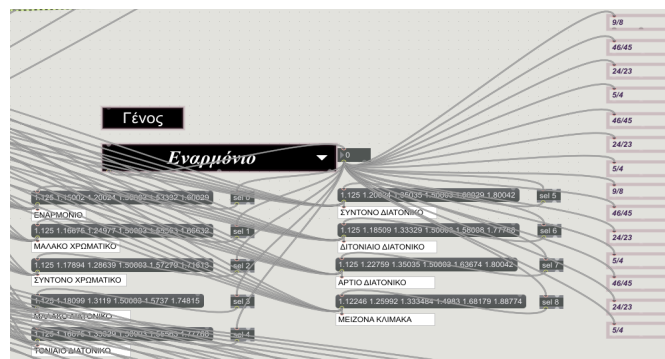
Εικόνα 12: Το patch του e\_ΕΛΙΚΩΝ

ενεργοποιεί μία συχνότητα, την περιβάλλουσα της και το επιλεγμένο ηχόχρωμα (Εικ.13).



Εικόνα 13: Συχνότητα, Περιβάλλουσα, Ηχόχρωμα

Τα γένη κουρδίζουν τις συχνότητες. Οι λόγοι τους έχουν συγκεντρωθεί σε λίστες (ως *messages*), που ενεργοποιούνται μέσα από το *umenu* επιλογής γένους (Εικ.14). Αυτό είναι, λοιπόν το κουρδιστήρι του e\_ΕΛΙΚΩΝ. Η επιλογή και διανομή των λόγων στις

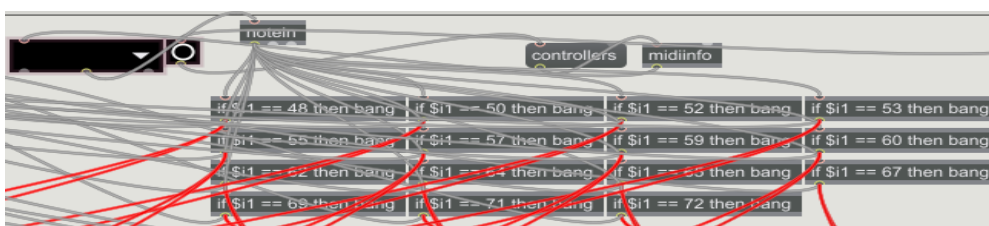


Εικόνα 14: Το κουρδιστήρι του e\_ΕΛΙΚΩΝ



συχνότητες γίνεται με το object *zl*.

Όπως είπαμε και πιο πάνω, όταν παίζουμε με το midi keyboard χρησιμοποιούμε μόνο τα άσπρα πλήκτρα. Αυτό το ορίζουμε με τις δηλώσεις *if...then...*, που παρουσιάζονται στην εικόνα 15. Το message *controllers* τοποθετήθηκε για να εντοπίζει τα midi keyboards που είναι συνδεδεμένα στον υπολογιστή του χρήστη.



Εικόνα 15: Ορισμός των άσπρων πλήκτρων του midi keyboard

## 4.2 Σχέδιο Μαθήματος

### 4.2.1 Στόχευση

Το σχέδιο μαθήματος απευθύνεται στην ΣΤ' τάξη του δημοτικού σχολείου, δηλαδή σε παιδιά ηλικίας 11-12 ετών. Η επιλογή αυτή έγινε για δύο λόγους: καταρχάς λόγω του επαγγελματικού μας ενδιαφέροντος, ως εκπαιδευτικού μουσικής στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση, αλλά και εξαιτίας του γεγονότος ότι οι μαθητές της ΣΤ' τάξης διδάσκονται για πρώτη φορά τις έννοιες του λόγου και της αναλογίας. Οπότε, πιστεύουμε ότι η μουσική μπορεί να ενισχύσει την κατανόηση των παιδιών για τέτοιες μαθηματικές έννοιες και, από την άλλη μεριά, τα μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν ένα καλό εργαλείο εξήγησης των μουσικών διαστημάτων. Το σχέδιο μαθήματος μας βασίζεται σε συγκεκριμένα κεφάλαια των μαθηματικών της ΣΤ' τάξης δημοτικού, που μπορούν να συνδεθούν με κάποια κεφάλαια της μουσικής τη ΣΤ' τάξης, για να διδαχθούν παράλληλα.

Αν και τα αναλυτικά προγράμματα σπουδών αναπτύσσονται πάνω στην έννοια

της διαθεματικότητας, εντούτοις δεν παρέχουν ώρες διδασκαλίας για τέτοιες συνδέσεις ούτε καθορίζουν κάποιο διδακτικό πλαίσιο. Η πρόταση μας είναι να διαχυθεί το διαθεματικό μας σχέδιο μαθήματος σε ώρες διδασκαλίας μουσικής, μαθηματικών, ακόμα και Τ.Π.Ε., με τη συνεργασία των αντίστοιχων εκπαιδευτικών.

#### 4.2.2 Από τα Μαθηματικά της ΣΤ' Δημοτικού

Αντλούμε το υλικό μας από το Διδακτικό Πακέτο Μαθηματικών της ΣΤ' Δημοτικού, δηλαδή το Βιβλίο Εκπαιδευτικού, το Βιβλίο Μαθητή και το Τετράδιο Εργασιών (Κασσώτη, Κλιάπης & Οικονόμου 2005). Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται κυρίως στη Θεματική Ενότητα 3, *Λόγοι-Αναλογίες*, ειδικότερα τα Κεφάλαια 30-39, καθώς και στη Θεματική Ενότητα 6, *Γεωμετρία*, ιδίως στα Κεφάλαια 56-59.

Στη σελίδα 76 του Βιβλίου Μαθητή δίνεται ο ορισμός του Λόγου: «Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών που εκφράζεται ως κλάσμα ονομάζεται Λόγος. Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο». Στη σελίδα 78 συναντούμε τον ορισμό της Αναλογίας: «Όταν συγκρίνοντας δύο λόγους διαπιστώσουμε ότι είναι ίσοι μεταξύ τους, λέμε ότι αποτελούν μια Αναλογία. Για να σχηματίσω μια αναλογία από ένα λόγο, αρκεί να φτιάξω έναν άλλο λόγο που να είναι ίσος με τον πρώτο, όπως στα κλάσματα (πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους με κάποιον αριθμό)». Στη σελίδα 82 μαθαίνουμε ότι «Οι έννοιες που μπορούν να μετρηθούν και επομένως να εκφραστούν με συγκεκριμένο αριθμό λέγονται Ποσά». Στις σελίδες 84 και 88 αντίστοιχα πληροφορούμαστε ότι «Δύο ποσά είναι Ανάλογα όταν, όταν οι τιμές του ενός προκύπτουν από τις τιμές του άλλου πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με ένα σταθερό αριθμό» και «Αντιστρόφως Ανάλογα ή Αντίστροφα λέγονται δύο ποσά, στα οποία, όταν πολλαπλασιάζεται η τιμή του ενός ποσού με έναν αριθμό, η αντίστοιχη τιμή του άλλου διαιρείται με τον αριθμό αυτό».

Στη Σελίδα 138 αναφέρεται ότι «Τα κλειστά σχήματα που έχουν τουλάχιστον 3 πλευρές και 3 γωνίες λέγονται Πολύγωνα. Τα πολύγωνα που έχουν όλες τις πλευρές και τις γωνίες τους ίσες μεταξύ τους λέγονται Κανονικά Πολύγωνα. Στα πολύγωνα το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο κορυφές, όταν δεν είναι πλευρά, λέγεται Διαγώνιος».

Σημαντικά εφόδια για τους μαθητές δίνονται στα Κεφάλαια 12 και 16 που αναφέρονται στο Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (Μ.Κ.Δ.) και το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών αντίστοιχα. Επίσης, στα Κεφάλαια 17 και 18 διδάσκονται τις Δυνάμεις των φυσικών αριθμών και ιδιαίτερα του 10.

Πολύ βασικά είναι τα Κεφάλαια 19-24, γιατί αναφέρονται στα κλάσματα και τις πράξεις με κλάσματα. Στη σελίδα 50 βρίσκουμε τα εξής: «Δύο κλάσματα λέγονται Ισοδύναμα ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος του όλου. Αν πολλαπλασιάσουμε χιαστί τους όρους δύο ισοδύναμων κλασμάτων, τα δύο γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα μεταξύ τους. (Με τον τρόπο αυτό ελέγχουμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα). Αν πολλαπλασιάσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει ισοδύναμο με το αρχικό κλάσμα. Αν διαιρέσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα. Αυτή η τεχνική λέγεται Απλοποίηση του κλάσματος. Αν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει αριθμός, εκτός από το 1, που να είναι κοινός διαιρέτης του αριθμητή και του παρονομαστή), το κλάσμα λέγεται Ανάγωγο». Στη σελίδα 52 συζητείται η Σύγκριση Κλασμάτων: «Ανάμεσα σε δύο Ομώνυμα Κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή. Για να συγκρίνουμε Ετερόνυμα Κλάσματα, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα. Ειδικά για τα ετερόνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή. Τα

ετερόνυμα κλάσματα μπορούν να μετατραπούν σε ισοδύναμα τους ομώνυμα, αν πολλαπλασιαστούν οι όροι τους με τον κατάλληλο αριθμό». Τέλος, στη σελίδα 56 ορίζεται πως «Για να Πολλαπλασιάσουμε κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή. Για να Διαιρέσουμε δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και κάνουμε πολλαπλασιασμό».

#### 4.2.3 Από τη Μουσική της ΣΤ' Δημοτικού

Επιλέγουμε από το Διδακτικό Πακέτο Μουσικής της ΣΤ' Δημοτικού, δηλαδή το Βιβλίο Εκπαιδευτικού, το Βιβλίο Μαθητή και το Τετράδιο Εργασιών (Θεοδωρακοπούλου, Παπαντώνης, Παρασκευοπούλου & Σπετσιώτης 2007) τα κεφάλαια εκείνα που, κατά τη γνώμη μας, είναι πιο πρόσφορα στο εγχείρημα μας, τη διαθεματική σύνδεση της μουσικής και των μαθηματικών μέσα από την Αρχαία Ελληνική Μουσική, με τη χρήση εξειδικευμένου λογισμικού.

Ειδικότερα, το Κεφάλαιο 9 είναι αφιερωμένο στη μουσική της Αρχαιότητας και των Βυζαντινών χρόνων. Τα Κεφάλαια 18 και 19 αναφέρονται στις Μουσικές Κλίμακες, Μείζονες, Ελάσσονες και Πεντατονικές. Στο Κεφάλαιο 20 αναλύονται οι έννοιες του Μουσικού Διαστήματος και της Έκτασης των μουσικών οργάνων και των φωνών.

#### 4.3 Βλέπω τους Φθόγγους – Ακούω τους Αριθμούς

Προτείνουμε ένα σχέδιο μαθήματος για τη δημιουργική χρήση του *e\_ΕΛΙΚΩΝ*, που περιέχει έναν συνδυασμό μουσικών δραστηριοτήτων ακρόασης, εκτέλεσης και σύνθεσης, με μαθηματικές πράξεις. Για το σκοπό αυτό, δημιουργήσαμε κάποια φύλλα εργασίας, που περιλαμβάνουν ασκήσεις και σχεδιαγράμματα, και στοχεύουν στην καλύτερη κατανόηση των εννοιών από τους μαθητές. Τέλος,

συντάξαμε ένα *Μικρό Λεξικό της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής* (Παράρτημα, σελ.98), ως θεωρητικό βοήθημα, και τις *Οδηγίες Χρήσης του e\_ΕΛΙΚΩΝ* (Παράρτημα, σελ.102), που θα μοιραστούν σε φωτοτυπίες στους μαθητές. Όλα αυτά βρίσκονται στο Παράρτημα, στο τέλος αυτής της εργασίας.

Ονομάσαμε αυτό το σχέδιο μαθήματος *Βλέπω τους Φθόγγους – Ακούω τους Αριθμούς*, για να τονίσουμε τη σχέση μουσικής-μαθηματικών και να προετοιμάσουμε τους μαθητές για το περιεχόμενο του μαθήματος, δηλαδή το μουσικό διάστημα ως ηχητικό συμβάν, αριθμητικός λόγος και οπτική αναπαράσταση. Το μάθημα θα λάβει χώρα σε 3 διδακτικές ώρες.

Βασική μας επιδίωξη είναι να ενταχθεί ο *e\_ΕΛΙΚΩΝ* σε δραστηριότητες εκτέλεσης, ακρόασης και σύνθεσης. Οι δραστηριότητες αυτές θα περιέχουν, επίσης, μαθηματικά προβλήματα με κλάσματα (πράξεις κλασμάτων, ισοδύναμα κλάσματα, σύγκριση κλασμάτων) και ασκήσεις γεωμετρίας.

Για τις πράξεις με μουσικά διαστήματα θα χρησιμοποιήσουμε τις γνώσεις μας για τις πράξεις με κλάσματα (εφόσον τα μουσικά διαστήματα εκφράζονται ως λόγοι φυσικών αριθμών).

Ισότητα και Ανισότητα μουσικών διαστημάτων: δύο μουσικά διαστήματα  $\alpha/\beta$  και  $\gamma/\delta$  είναι ίσα ή ισοδύναμα όταν τα γινόμενα των όρων τους, πολλαπλασιασμένα χιαστί, είναι ίσα, δηλαδή  $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$ . Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι δύο λόγοι ισοδύναμοι αποτελούν Αναλογία, δηλαδή  $\alpha/\beta = \gamma/\delta$ . Ακόμη, εάν  $\alpha \cdot \delta > \beta \cdot \gamma$  τότε το διάστημα  $\alpha/\beta$  είναι μεγαλύτερο από  $\gamma/\delta$ , ενώ αν  $\alpha \cdot \delta < \beta \cdot \gamma$  το διάστημα  $\alpha/\beta$  είναι μικρότερο από το  $\gamma/\delta$  (Σπυρίδης 2004).

Πρόσθεση δύο μουσικών διαστημάτων γίνεται με Πολλαπλασιασμό των λόγων τους (Σπυρίδης 2004). Αν, για παράδειγμα, θέλουμε να προσθέσουμε ένα Διά Πέντε με ένα Διά Τεσσάρων, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τους λόγους τους. Οπότε

θα έχουμε  $3/2 \cdot 4/3 = 12/6 = 2/1$ , δηλαδή το διάστημα Διά Πασών. Το αποτέλεσμα ήταν αναμενόμενο, καθώς η θεωρία μας λέει ότι η όγδοη αποτελείται από μία πέμπτη και μία τέταρτη.

Αφαίρεση ενός μουσικού διαστήματος από ένα άλλο μεγαλύτερο, γίνεται με διαίρεση των λόγων τους ή με πολλαπλασιασμό του λόγου του μεγαλύτερου διαστήματος με τον αντίστροφο λόγο του μικρότερου διαστήματος (Σπυρίδης 2004). Αν, για παράδειγμα, αφαιρέσουμε το Διά Τεσσάρων ( $4/3$ ) από το Διά Πέντε ( $3/2$ ) θα έχουμε:  $(3/2) \cdot (3/4) = (9/8)$  τον Τόνο.

Στη συνέχεια, παραθέτουμε την περιγραφή κάθε δραστηριότητας που προτείνουμε.

- Εισαγωγική Δραστηριότητα: παρουσίαση της εφαρμογής *e\_EΛΙΚΩΝ*. Ο εκπαιδευτικός ενημερώνει τους μαθητές ότι πρόκειται να παρουσιάσει ένα καινούριο ψηφιακό μουσικό όργανο. Ανοίγει την εφαρμογή στο διαδραστικό πίνακα. Στη συνέχεια καλεί ομάδες παιδιών να επαναλάβουν μικρά μελωδικά μοτίβα που τους παίζει ο ίδιος. Σκοπός της εισαγωγικής δραστηριότητας είναι να γνωρίσουν οι μαθητές την εφαρμογή παίζοντας και παρατηρώντας το ηχητικό αποτέλεσμα.
- Δεύτερη Δραστηριότητα: οι μουσικοί φθόγγοι και το μήκος των χορδών. Ο εκπαιδευτικός θυμίζει στους μαθητές ότι όσο μεγαλύτερη είναι μια χορδή τόσο χαμηλότερος είναι ο ήχος της και το αντίστροφο. Εδώ, δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας 1, *Εργαστήρι Κατασκευής Χορδών* (Παράρτημα, σελ.80), για να χρωματίσουν χορδές διαφορετικού μήκους.
- Τρίτη Δραστηριότητα: μουσικό διάστημα και λόγοι ακέραιων αριθμών. Το μουσικό διάστημα είναι η ηχητική απόσταση δύο φθόγγων, που παράγονται από δύο διαφορετικές χορδές. Το μουσικό διάστημα μπορεί να εκφραστεί ως ο

λόγος των μηκών των δύο χορδών. Δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας 2, *Λόγοι Ακέραιων Αριθμών – Μουσικά Διαστήματα* (Παράρτημα, σελ.82), για να σχηματίσουν χορδές σε σχέση με δοσμένες, με βάση τους λόγους τους. Τα παιδιά παρατηρούν οπτικά τη σχέση των μηκών των χορδών και ακούνε το μουσικό τους διάστημα στον *e\_ΕΛΙΚΩΝ*.

- Τέταρτη Δραστηριότητα: ο αρχαίος Ελικών του Πτολεμαίου και οι συμφωνίες. Ο εκπαιδευτικός δείχνει το σχέδιο του αρχαίου Ελικώνα και περιγράφει τη λειτουργία του και κάνει μια αναφορά στον Κλαύδιο Πτολεμαίο. Ακόμη, εξηγεί την έννοια της συμφωνίας για τους αρχαίους. Στη συνέχεια δίνει στους μαθητές το φύλλο εργασίας 3, *Ο Ελικών* (Παράρτημα, σελ.83), για να λύσουν τον Ελικώνα σε χαρτί μιλιμετρέ. Εδώ απαιτείται ο συνδυασμός γνώσεων αριθμητικής (ισοδύναμα κλάσματα) και γεωμετρίας (τετράγωνο, διαγώνιος, διάμεσος). Επιλέχθηκε η χρήση του χαρτιού μιλιμετρέ για να βοηθήσει τους μαθητές στην εύρεση του μήκους των χορδών.
- Πέμπτη Δραστηριότητα: τα τετράχορδα και το Σύστημα Τέλειον Μείζον. Ο εκπαιδευτικός εισάγει την έννοια του τετράχορδου (τέσσερις χορδές με διαφορετικό μήκος. Οι δύο εξωτερικές έχουν σταθερό λόγο που ισούται με  $4/3$ . Οι δύο εσωτερικές χορδές έχουν μεταβλητό μήκος, ανάλογα με το γένος του τετράχορδου και τη χρώα στην οποία ανήκει). Δίνει στους μαθητές το φύλλο εργασίας 4, *Τα Τετράχορδα του Κλαύδιου Πτολεμαίου* (Παράρτημα, σελ.85) και γίνεται συζήτηση για τα μεγέθη των μουσικών διαστημάτων. Παίζουν και ακούν τα διαφορετικά τετράχορδα στον *e\_ΕΛΙΚΩΝ*. Στη συνέχεια, εξηγείται η δομή του Συστήματος Τέλειου Μείζονος και δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας 5, *Γένη – Χρώες* (Παράρτημα, σελ.86), που αποτυπώνει τη δομή του Συστήματος Τέλειου Μείζονος σε κάθε γένος και

χρόα.

- Έκτη Δραστηριότητα: σύγκριση κλασμάτων. Δίνεται το φύλλο εργασίας 6, Πράξεις Κλασμάτων (Παράρτημα, σελ.94), που περιέχει τους λόγους των συμφωνιών και του τόνου και τις πράξεις που γίνονται για να υπολογιστούν μικρότερα ή μεγαλύτερα διαστήματα.
- Έβδομη Δραστηριότητα: σύνθεση – εκτέλεση – ακρόαση. Δίνεται το φύλλο εργασίας 7, *Ο Ερμής και η Λύρα – Μία Ηχοϊστορία* (Παράρτημα, σελ.96). Εκεί συναντάμε ένα απόσπασμα από τον Ομηρικό Ύμνον εις Ερμίν, που αναφέρεται στη γέννηση του Ερμή και πως αυτός επινόησε τη λύρα και τη χάρισε στον Απόλλωνα. Χρησιμοποιούμε το κείμενο της Κοκκίδου (2015, σελ.231), για να το μετατρέψουμε σε μια ηχοϊστορία, στην οποία τα παιδιά θα συνδυάσουν την αφήγηση με τη σύνθεση μουσικής και την εκτέλεση της και τη δημιουργία ήχων, μέσω ηχογράφησης ή ζωντανής εκτέλεσης. Τοποθετήσαμε αγκύλες στα σημεία του κειμένου που μπορεί να προστεθεί κάποιο ηχητικό συμβάν. Οι ήχοι προέρχονται είτε από φωνές και αντικείμενα, ζωντανά ή ηχογραφημένα (κλάμα μωρού, κουδούνια, κάρφωμα, κεραυνός), είτε από τον *e\_ΕΛΙΚΩΝ* (μουσικό θέμα Ερμή, μουσικό θέμα Απόλλωνα). Τα μουσικά θέματα του Ερμή και του Απόλλωνα προορίζονται να παίζουν το ρόλο του leitmotif, μιας σύντομης μελωδίας που συνοδεύει την παρουσία του αντίστοιχου ήρωα. Η σύνθεση και η εκτέλεση των μουσικών θεμάτων ανατίθεται στους μαθητές. Φυσικά, οι μαθητές είναι ελεύθεροι να προσθέσουν ή να αφαιρέσουν ήχους, αν το κρίνουν σκόπιμο. Στο τέλος παρουσιάζεται όλη η ηχοϊστορία στην τάξη, με αφήγηση, ηχητική και μουσική υπόκρουση. Οι μαθητές θα εργαστούν ομαδικά. Έτσι, η κάθε ομάδα θα έχει την ευκαιρία να ακούσει τη δουλειά των άλλων ομάδων και να την αξιολογήσει.



Παρακινούνται οι μαθητές να δημιουργήσουν «σύγχρονη» αρχαία μουσική, με τη χρήση των αρχαίων ελληνικών κλιμάκων.

- Όγδοη Δραστηριότητα: πολύχρωμη παρτιτούρα. Τα παιδιά παίζουν και τραγουδούν ένα αρχαίο ελληνικό τραγούδι, τον *Επιτάφιο του Σεικίλου*. (Pöhlmann & West 2001). Δίνεται στους μαθητές το φύλλο εργασίας 8, *Ο Επιτάφιος του Σεικίλου* (Παράρτημα, σελ.97), το οποίο περιέχει τη μεταγραφή του τραγουδιού σε πεντάγραμμο και σε χρωματιστά τετραγωνάκια. Ο κάθετος άξονας απαρτίζεται από τους φθόγγους του τραγουδιού, οι οποίοι συμβολίζονται από το χρώμα που έχει η αντίστοιχη χορδή (χρωματιστή ράβδος) στον *e\_ΕΛΙΚΩΝ*. Στο τέλος παρατίθενται οι στίχοι του τραγουδιού με την απόδοση τους στα νέα ελληνικά. Πρόκειται για μία καθαρά μουσική δραστηριότητα, με σκοπό την ανάγνωση παρτιτούρας (ακόμη και από παιδιά που δε γνωρίζουν τις νότες), τη μουσική εκτέλεση και το τραγούδι.

## 5.ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Συνοψίζοντας όσα ειπώθηκαν, καταλήγουμε σε ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με τη διαθεματική διδασκαλία μουσικής-μαθηματικών και τη χρήση νέων τεχνολογιών.

Τα προγράμματα σπουδών προτείνουν τη διαθεματική σύνδεση των διδακτικών αντικειμένων, ως τη βέλτιστη εκπαιδευτική μέθοδο. Επίσης, πολλοί ερευνητές τονίζουν τη σημαντική συμβολή της μουσικής στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών και, γενικότερα, στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών. Δυστυχώς, η πρακτική εφαρμογή αυτών των προτάσεων είναι ακόμα περιορισμένη και δεν έχει βρει την επιθυμητή απήχηση στους εκπαιδευτικούς. Οι λίγες έρευνες που εντοπίσαμε για τη διδασκαλία μουσικής-μαθηματικών, εστιάζουν στο πως μπορεί η μουσική να βοηθήσει τη μαθηματική μάθηση και έχουν εκπονηθεί από μαθηματικούς ή δασκάλους πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Δε συναντούμε πολλά παραδείγματα για τον τρόπο με τον οποίο τα μαθηματικά μπορούν να συνδράμουν τη μουσική μάθηση, παρόλο που, όπως είδαμε, η μουσική τέχνη θεμελιώνεται και εξηγείται με μαθηματικό τρόπο αιώνες τώρα.

Από την άλλη μεριά, η μουσική τεχνολογία προσφέρει όλο και περισσότερα εργαλεία στα χέρια του εκπαιδευτικού μουσικής. Ειδικά τα τελευταία χρόνια, αναπτύσσονται πολλά νέα λογισμικά, ειδικά για τους σκοπούς της μουσικής μάθησης, ενώ συνεχίζεται και η χρήση των μουσικών λογισμικών που δε δημιουργήθηκαν για την εκπαίδευση. Όμως, παρατηρούμε ξανά την απουσία ειδικών λογισμικών για την εξυπηρέτηση της διαθεματικής σύνδεσης μουσικής-μαθηματικών. Βέβαια, τα λογισμικά μουσικής σημειογραφίας, ηχογράφησης και επεξεργασίας ήχου κλπ που είναι ευρέως διαδεδομένα, μπορούν να ενταχθούν σε ένα διαθεματικό εκπαιδευτικό πλαίσιο, για να ενισχύσουν τη μάθηση των εμπλεκόμενων αντικειμένων.

Γνώμη μας είναι ότι η επίτευξη της ενιαιοποιημένης διδασκαλίας και μάθησης, καθώς και η επιτυχής ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση, προϋποθέτουν δύο πράγματα. Πρώτον, η εκπαιδευτική πολιτική που ακολουθείται από την εκάστοτε κυβέρνηση πρέπει να ευθυγραμμίζεται με τα νέα δεδομένα της επιστημονικής έρευνας και να παρέχει όλα τα απαιτούμενα εφόδια στους μαθητές, όπως καταρτισμένο προσωπικό, κατάλληλο υλικοτεχνικό εξοπλισμό, ισότητα στην εκπαίδευση κλπ. Δεύτερον, οι εκπαιδευτικοί μουσικής θα πρέπει να πρωτοστατήσουν στην ανανέωση της διδασκαλίας τους (με νέες τεχνολογίες, σύγχρονες αντιλήψεις) και να εδραιώσουν, μέσα από τη δουλειά τους, τη σημασία και την αναγκαιότητα της μουσικής εκπαίδευσης. Απώτερος στόχος αυτών των ενεργειών είναι οι μαθητές και μελλοντικοί πολίτες να είναι άτομα μορφωμένα, με γνώσεις και δεξιότητες, με την ικανότητα να εκφράζονται και την ηθική της προσφοράς στο κοινωνικό σύνολο.

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή της παρούσας διατριβής, η διαθεματική διδασκαλία Μουσικής-Μαθηματικών, η διδασκαλία της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής και η χρήση Νέων Τεχνολογιών στη Μουσική Εκπαίδευση είναι θέματα μεγάλου εύρους και η μελέτη τους δεν εξαντλείται εύκολα. Ο *e\_EΛΙΚΩΝ* είναι μια εφαρμογή που πιστεύουμε πως μπορεί να επηρεάσει θετικά την κατανόηση βασικών εννοιών της Μουσικής και των Μαθηματικών από τους μαθητές, δηλαδή τα Μουσικά Διαστήματα, τις Μουσικές Κλίμακες, τους Λόγους Ακέραιων Αριθμών, τις πράξεις με Κλάσματα. Η προτεραιότητα μας είναι να πειραματιστούμε με τον *e\_EΛΙΚΩΝ* μέσα στην τάξη, να εφαρμόσουμε το σχέδιο μαθήματος που εκπονήσαμε και να εξάγουμε συμπεράσματα για τη χρησιμότητα της εφαρμογής.

Στη συνέχεια παραθέτουμε κάποιες ιδέες και μελλοντικές προοπτικές για τον *e\_EΛΙΚΩΝ*. Η πιθανή εξέλιξη της εφαρμογής μπορεί να οδηγήσει στη γενίκευση της

χρήση της, τόσο για διδακτικούς σκοπούς, όσο και για ευρύτερα καλλιτεχνικούς, δηλαδή για σύνθεση, εκτέλεση, αυτοσχεδιασμό ή ηχογράφιση. Όσον αφορά την εκπαίδευση παραθέτουμε τις εξής προτάσεις:

- Επέκταση της χρήσης του *e\_EΛΙΚΩΝ* στη διδασκαλία Μουσικής στο Γυμνάσιο, το Λύκειο και στα Μουσικά Σχολεία και διαθεματική σύνδεση με τις Μαθηματικές γνώσεις αυτού του επιπέδου (όπως Δυνάμεις και Ρίζες αριθμών, Λογάριθμοι, Γεωμετρία κλπ.).
- Διαθεματική σύνδεση της μουσικής με τη φυσική (πχ θεωρία των χορδών) και την αστρονομία (αρμονία των σφαιρών), με τη βοήθεια του *e\_EΛΙΚΩΝ*.
- Χρήση του *e\_EΛΙΚΩΝ* ως βοήθημα για το σωστό τρόπο τραγουδιού, δηλαδή το κούρδισμα της φωνής. Εδώ και μερικούς αιώνες, το πιάνο αποτελεί το βασικό όργανο για τη διδασκαλία της θεωρίας της ευρωπαϊκής μουσικής. Στα μουσικά σχολεία της χώρας μας ο ταμπουράς έχει ορισθεί ως υποχρεωτικό όργανο για τη διδασκαλία και κατανόηση της θεωρίας της βυζαντινής και της παραδοσιακής μας μουσικής. Στις αρχές του περασμένου αιώνα, κατασκευάστηκε κατά παραγγελία του Κ. Ψάχου το «Παναρμόνιον Όργανον», ένα ηλεκτροφόρο αερόφωνο όργανο (τύπου εκκλησιαστικού οργάνου) για την απόδοση και τη διδασκαλία των διαστημάτων της Ψαλτικής και της κοσμικής ελληνικής παραδοσιακής μουσικής. Αν και δεν καθιερώθηκε η χρήση του Παναρμόνιου (κυρίως λόγω μεγάλου κόστους κατασκευής και συντήρησης, δύσκολης χρήσης και μεταφοράς), θεωρείται από τον Αποστολόπουλο (2014) «ανεκτίμητο ως ιστορικό αντικείμενο και ιδίως ως μια τεκμηρίωση της προσπάθειας για αναζήτηση εποπτικού οργάνου θεωρίας» (σελ.114). Ο *e\_EΛΙΚΩΝ* μπορεί κάλλιστα να αποτελέσει το αντίστοιχο βοήθημα για την εκμάθηση και την παραγωγή της αρχαίας ελληνικής φωνητικής μουσικής ή

για την παραγωγή νέας.

- Εμπλουτισμός του *e\_EAIKΩN* με όλους τύπους τετράχορδων που μας έχουν παραδοθεί από τους αρχαίους θεωρητικούς και με τους *Ήχους* της Βυζαντινής Μουσικής. Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος στα *Αρμονικά* του μας πληροφορεί για τις υποδιαίρεσεις των τετράχορδων όπως τις παραδίδουν οι προγενέστεροι του. Από το έργο του, αλλά και από άλλα, μπορεί να αντληθεί το υλικό για το χτίσιμο περισσότερων αρχαίων ελληνικών κλιμάκων. Επίσης, ο *e\_EAIKΩN* μπορεί να «ενημερωθεί» και με τα κουρδίσματα άλλων πολιτισμών, όπως το αραβικό και το τουρκικό Μακάμ, οι ινδικές κλίμακες κλπ. Μπορεί, επίσης, να υπάρχει η δυνατότητα συνδυασμού οποιουδήποτε τετράχορδου, ή ακόμα και η δυνατότητα δόμησης νέων τετράχορδων, με σκοπό την παραγωγή νέων κλιμάκων από τους ίδιους τους μαθητές.

Προτείνουμε και κάποιες πιθανές επεκτάσεις του *e\_EAIKΩN* σε τεχνικό επίπεδο:

- Η βελτίωση των ήχων που παράγει ο *e\_EAIKΩN*. Θα ήταν ιδανικό να χρησιμοποιούνται τα ηχοχρώματα των αρχαίων ελληνικών οργάνων, μέσω της φυσικής μοντελοποίησης τους. Ακόμη, η ένταξη ολοκληρωμένων synthesizers για τον εμπλουτισμό των ήχων μπορεί να προσφέρει νέες δυνατότητες στον *e\_EAIKΩN* ως ψηφιακό όργανο.
- Έκδοση της εφαρμογής για tablets και smartphones.
- Δυνατότητα για online χρήση του *e\_EAIKΩN*.
- Δημιουργία έκδοσης στην αγγλική γλώσσα, ώστε να απευθυνθεί η εφαρμογή σε ευρύτερο κοινό, ακόμα και στο εξωτερικό.
- Μετατροπή του *e\_EAIKΩN* σε κουρδιστήρι ανακατασκευασμένων αρχαίων ελληνικών οργάνων. Ως τέτοιο εργαλείο μπορεί να συνδράμει την Αρχαιομουσικολογία.

Τέλος, ο *e\_EAIKΩN* μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για καλλιτεχνικούς σκοπούς, όπως για μουσική σύνθεση, ζωντανή εκτέλεση, αυτοσχεδιασμό, ηχογράφηση κλπ.

Το ταξίδι μας στον κόσμο της μουσικής τεχνολογίας, που άρχισε μέσω του Π.Μ.Σ. «Μουσικολογία», ολοκληρώνει έναν πρώτο κύκλο. Ελπίζουμε να μας δοθεί στο μέλλον ξανά η ευκαιρία να συνεχίσουμε την έρευνα προς τις κατευθύνσεις που μας απασχόλησαν μέχρι εδώ.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Abdounur, O. J. (2002). Compounding ratios and intervals: an educational approach in mathematics and music. Στο *Teaching Mathematics and its Applications* (Vol.21, No.1, σελ.1-10).
- Addressi, A.R. (2013). Child/Machine Interaction in Reflexive Environment. The MIROR Platform. *Proceedings of the Sound and Music Computing Conference, SMC 2013*, σελ.95-102. Stockholm, Sweden.
- An, S., Capraro, M.M. & Tillman, D.A. (2013). Elementary Teachers Integrate Music Activities into Regular Mathematic Lessons: Effects on Students' Mathematical Abilities. Στο *Journal for Learning through the Arts* (Vol.9, σελ.1-19).
- Αποστολόπουλος, Θ. (2014). Παρατηρήσεις Περί Διδακτικής της Ψαλτικής, Οργανολογίας και Θεωρίας Διαστημάτων στο «Παναρμόνιον» του Κ. Ψάχου. Στο Karagounis, K.Ch. & Kouroupetroglou, G. (Eds.). *1st International Interdisciplinary Conference “The Psaltic Art as an Autonomous Science”* (σελ.110-123). Volos, Greece.
- Armstrong, V. (2011). *Technology and the Gendering of Music Education*. Surrey: Ashgate Publishing Ltd.
- Bamberger, J. (2003). Music as embodied mathematics: A study of a mutually informing affinity. Στο *International Journal of Computers for Mathematical Learning* (Vol.8, No.2, σελ.123-160).
- Barker, A. (1984). *Greek Musical Writings Vol.1. The Musician and His Art*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Barker, A. (1989). *Greek Musical Writings Vol.2. Harmonic and Acoustic Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Barker, A. (2004). *Scientific Method in Ptolemy's 'Harmonics'*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Barker, A. (2007). *The science of Harmonics in Classical Greece*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Barker, A. (2009). Ptolemy and the Meta-Helikôn. *Studies in History and Philosophy of Science*, 40, 344-351.
- Barker, A. (2010). Mathematical Beauty Made Audible: Musical Aesthetics on Ptolemy's *Harmonics*. *Classical Philology*, Vol. 105, No. 4, 403-420.
- Bauer, W. I. (2013). The acquisition of musical technological pedagogical and content knowledge. Στο *Journal of Music Teacher Education* (Vol.22, No.2, σελ. 51-64).
- Beer, M. (2008). Mathematics and music: Relating science to arts. Στο *Mathematical Spectrum*, (Vol.41, No.1, σελ.36-42).
- Brandao, M., Wiggins, G., & Pain, H. (1999). Computers in music education. Στο *Proceedings of the AISB'99 Symposium on Musical Creativity* (σελ.82-88).
- Brown, A. R. (2007α). *Computers in music education: Amplifying musicality*. New York: Routledge.
- Brown, A. R. (2007β). Software development as music education research. Στο *International Journal of Education & the Arts* (Vol.8, No.6, σελ.1-14).
- Ferrari, L., Addressi, A. R., & Pachet, F. (2006). New technologies for new music education: The Continuator in a classroom setting. In *Proceedings of the International Conference on Music Perception and Cognition* (σελ. 1392-1398).
- Ferreira, M.P. (2002). Proportions in Ancient and Medieval Music. Στο Assayag, G., Feichtinger, H.G. & Rodrigues, J.F. (Eds.). *Mathematics and*



- Music: A Diderot Mathematical Forum* (σελ.1-25). Heidelberg: Springer-Verlag.
- Frei, S., Gammill, A. & Irons, S. (2007). *Integrating Technology into the Curriculum*. Huntington Beach: Shell Education.
  - Hagel, S. (2009). *Ancient Greek Music. A Technical History*. Cambridge: Cambridge University Press.
  - Hagel, S. (2012). Η Ανακατασκευή των Αρχαίων Μουσικών Οργάνων και η Αναβίωση της Μουσικής. Στο Γουλάκη-Βουτυρά, Α. (Επιμ.). *Ελληνικά Μουσικά Όργανα* (σελ.91-98). Θεσσαλονίκη: Τελλόγλειο Ίδρυμα Τεχνών Α.Π.Θ.
  - Holland, S. (2000). Artificial Intelligence in Music Education: A Critical Review. Στο Miranda, E.R. (Eds.). *Readings in Music and Artificial Intelligence* (σελ.239-274). Amsterdam: Harwood Academic Publishers.
  - Θεοδωρακοπούλου, Μ., Παπαντώνης, Γ., Παρασκευοπούλου, Χ.Α. & Σπετσιώτης, Ι. (2007). *Διδακτικό Πακέτο Μουσική ΣΤ' Δημοτικού (Βιβλίο Εκπαιδευτικού, Βιβλίο Μαθητή, Τετράδιο Εργασιών)*. Αθήνα: Ι.Τ.Υ.Ε. «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ».
  - Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής. (2014). *Νέο Πρόγραμμα Σπουδών- Μουσική (Αναθεωρημένη Έκδοση)*. Αθήνα: Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων.
  - Jones, P. & Robson, C. (2008). *Teaching Music in Primary Schools*. Exeter: Learning Matters Ltd.
  - Johnson, G.L. & Edelson, R.J. (2003). Integrating Music and Mathematics in the Elementary Classroom. Στο *Teaching Children Mathematics* (Vol. 9, No. 8, σελ.474-479). National Council of Teachers of Mathematics.

- Johnson, T.A. (2008). *Foundations of Diatonic Theory: A Mathematically Based Approach to Music Fundamentals*. Lanham: Scarecrow Press Inc.
- Jorgensen, E.R. (2003). *Transforming Music Education*. Bloomington: Indiana University Press.
- Κασσώτη, Ό., Κλιάπης, Π. & Οικονόμου, Θ. (2005α). *Διδακτικό Πακέτο Μαθηματικά ΣΤ' Δημοτικού (Βιβλίο Εκπαιδευτικού, Βιβλίο Μαθητή, Τετράδιο Εργασιών)*. Αθήνα: Ι.Τ.Υ.Ε «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ».
- Κεϊσόγλου, Σ., & Σπύρου, Σ. (2000). Μαθηματικά-Μουσική: Πορείες Παράλληλες. Στο *17ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας* (σελ.387-397).
- Kim, E. (2013). Music technology-mediated teaching and learning approach for music education: A case study from an elementary school in South Korea. *International Journal of Music Education* (Vol.31, No.4, σελ.413-427).
- Knobloch, E (2002). The Sounding Algebra: Relations Between Combinatorics and Music from Mersenne to Euler. Στο Assayag, G., Feichtinger, H.G. & Rodrigues, J.F. (Eds.). *Mathematics and Music: A Diderot Mathematical Forum* (σελ.27-48). Heidelberg: Springer-Verlag.
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge. Στο *Contemporary issues in technology and teacher education*, (Vol.9, No.1, σελ.60-70).
- Κοκκίδου, Μαίη. (2015). *Διδακτική της Μουσικής: Νέες Προκλήσεις, Νέοι Ορίζοντες*. Αθήνα: Fagotto Books.
- Loy, G. (2006). *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music* (Volume 1). Cambridge: MIT Press.
- Mathiesen, T.J. (1999). *Apollo's Lyre, Greek Music and Music Theory in*

- Antiquity and the Middle Ages*. Linkoln: University of Nebraska Press.
- Μιχαηλίδης, Σ. (1981). *Εγκυκλοπαίδεια της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής*. Αθήνα: Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης.
  - Moschos, F., Georgaki, A., & Kouroupetroglou, G. (2016). Fonaskein: An Interactive Software Application for the Practice of the Singing Voice. Στο *Proceedings of the Sound and Music Computing Conference 2016, SMC 2016* (σελ.326-331), Hamburg, Germany.
  - Nolan, C. (2002). Music Theory and Mathematics. Στο Christensen, T. (Eds.). *The Cambridge History of Western Music Theory* (σελ.272-304). Cambridge: Cambridge University Press.
  - Παπαδοπούλου, Μ.Χ. & Σπυρίδης, Χ.Χ. (2004). *Ο ελικών*. Διαθέσιμο στον ιστότοπο <http://users.uoa.gr/~hspyridis/> (24/8/2016).
  - Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers and Powerfull Ideas*. New York: Basis Books Inc.
  - Papert, S. (1993). *The Children's Machine: Rethinking School in te Age of the Computer*. New York: Basis Books Inc.
  - Pöhlmann, E., & West, M. L. (2001). *Documents of ancient greek music: the extant melodies and fragments*. Oxford: Oxford University Press.
  - Politis, D., Vandikas, K., & Margounakis, D. (2005). Notation-Based Ancient Greek Music Synthesis with “ΑΡΙΩΝ”. Στο *International Computer Music Conference, ICMC 2005*.
  - Politis, D., Margounakis, D., Lazaropoulos, S., Papaleontiou, L., Botsaris, G., & Vandikas, K. (2008). Emulation of ancient greek music using sound synthesis and historical notation. *Computer Music Journal*, 32(4), 48-63.
  - Reynolds, N. (2010). Technology and computers in music and music

- education. Στο *Key Competencies in the Knowledge Society* (σελ.333-343). Springer Berlin Heidelberg.
- Risset, J.C. (2002). Computing Musical Sound. Στο Assayag, G., Feichtinger, H.G. & Rodrigues, J.F. (Eds.). *Mathematics and Music: A Diderot Mathematical Forum* (σελ.215-231). Heidelberg: Springer-Verlag.
  - Rudi, J. & Pierroux, P. (2009). Framing Learning Perspectives in Computer Music Education. Στο Dean, R.T. (Eds.), *The Oxford Handbook of Computer Music* (σελ.536-556). New York: Oxford University Press.
  - Rudi, J. (2015). Making Digital Music Tools for Children. Στο *Glissando: Technologies and Music Education in Central-Northern Europe*. (Vol.27, σελ.98-105).
  - Σαρρής, Δ. (2009). Ο Υπολογιστής ως Μουσικό Όργανο, το Μουσικό Όργανο ως Υπολογιστής: Νέες Τεχνολογίες και Παλιές Πρακτικές στη Μουσική Μαθητεία και Παραγωγή. Στο *Πρακτικά του Πανελληνίου Συνεδρίου ΕΕΕΠ-ΔΤΠΕ «Σχολείο 2.0»* (σελ.460-470).
  - Schafer, M.R. (1992). *A Sound Education: 100 Exercises in Listening and Sound-Making*. Ontario: Arcana Editions.
  - Smith, B. (2000). Artificial Intelligence and Music Education. Στο Miranda, E.R. (Eds.). *Readings in Music and Artificial Intelligence* (σελ.221-237). Amsterdam: Harwood Academic Publishers.
  - Solomon, J. (1999). *Ptolemy Harmonics. Translation and Commentary*. Leiden: Mnemosyne.
  - Σπυρίδης, Χ.Χ. (1995). *Ευκλείδου Κατατομή Κανόνος*. Αθήνα: Γεωργιάδης.
  - Σπυρίδης, Χ.Χ. (2004). *Ο Δυϊσμός του Μουσικού Διαστήματος*. Αθήνα: Γαρταγάνης.

- Still, K., & Bobis, J. (2005). The integration of mathematics and music in the primary school classroom. Στο P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), *Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Building Connections: Theory, Research and Practice* (σελ.712-719). Sydney: Mathematics Education Research Group of Australasia Inc.
- Swanwick, K. (1979). *A Basis for Music Education* (Transferred to Digital Printing 2005). Oxon: Routledge.
- Swanwick, K. (1988). *Music, Mind and Education*. London: Routledge.
- Swanwick, K. (1999). *Teaching Music Musically*. London: Routledge.
- Watson, S. (2011). *Using Technology to Unlock Musical Creativity*. New York: Oxford University Press.
- Webster, P. R. (2012). Key research in music technology and music teaching and learning. Στο *Journal of Music, Technology & Education*, (Vol.4, Nos 2&3, σελ.115-130).
- West, M.L. (2004). *Αρχαία Ελληνική Μουσική*. Αθήνα: Εκδόσεις Παπαδήμα.
- Wright, D. (2009). *Mathematics and Music*. Rhode Island: American Mathematical Society.
- Xenakis, I. (1985). Music composition treks. Στο Roads, C. (Ed.). *Composers and the Computer* (170-183). William Kaufmann Inc.
- Xenakis, I. (1992). *Formalized Music: Thought and Mathematics in Composition*. Hillsdale: Pendragon Press.
- Χρυσοστόμου, Σ. (2005). *Η Μουσική στην Εκπαίδευση: Το Δίλημμα της Διεπιστημονικότητας*. Αθήνα: Panas Music.
- Χρυσοστόμου, Σ. (2016). Ο Εθνικός «Συσσωρευτής» Εκπαιδευτικού

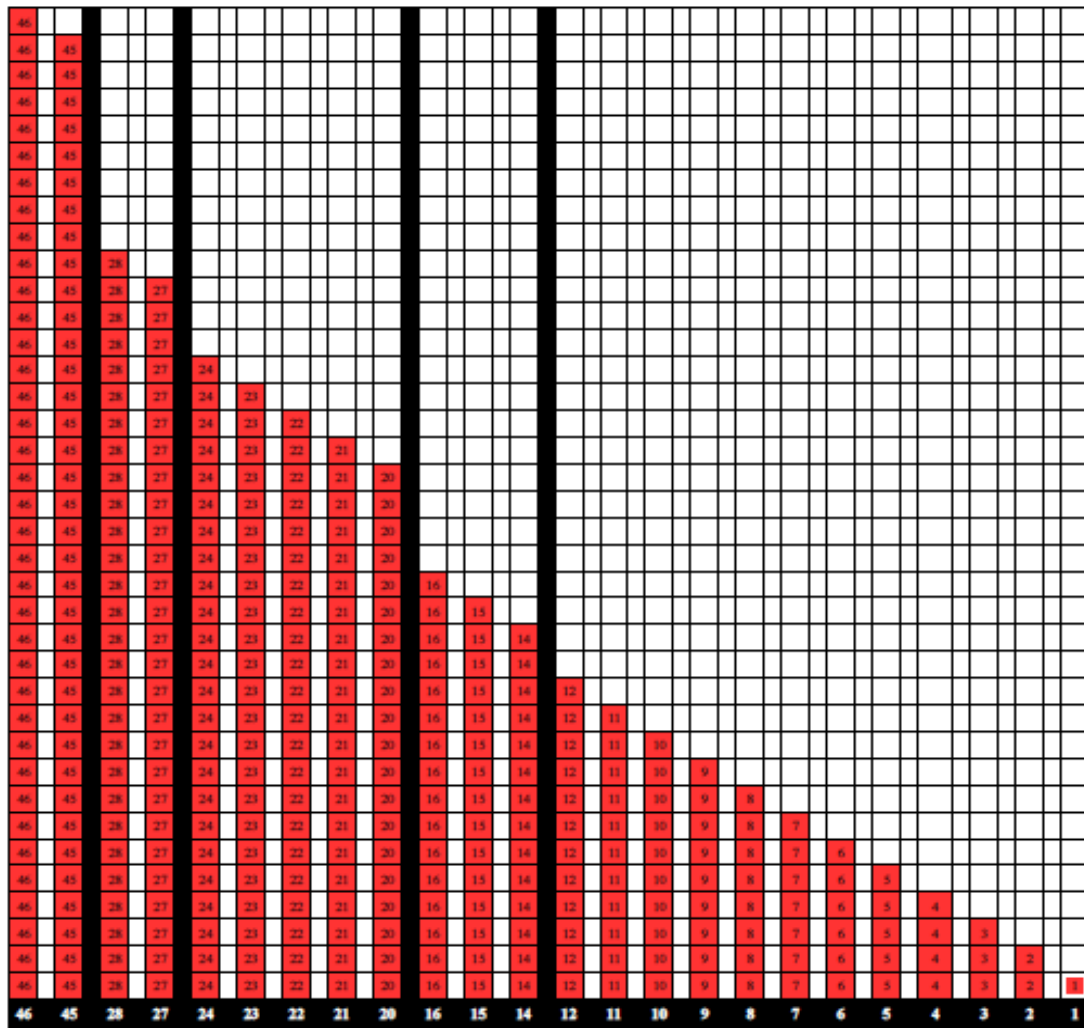
Περιεχομένου «Φωτόδεντρο» και το Μάθημα της Μουσικής. Στο Μουσική σε  
Πρώτη Βαθμίδα: Μουσική και Μαθηματικά – Διαθεματικές Προσεγγίσεις  
(Τεύχος 16, σελ.109-111). Αθήνα: Ένωση Εκπαιδευτικών Μουσικής Αγωγής  
Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης.

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**



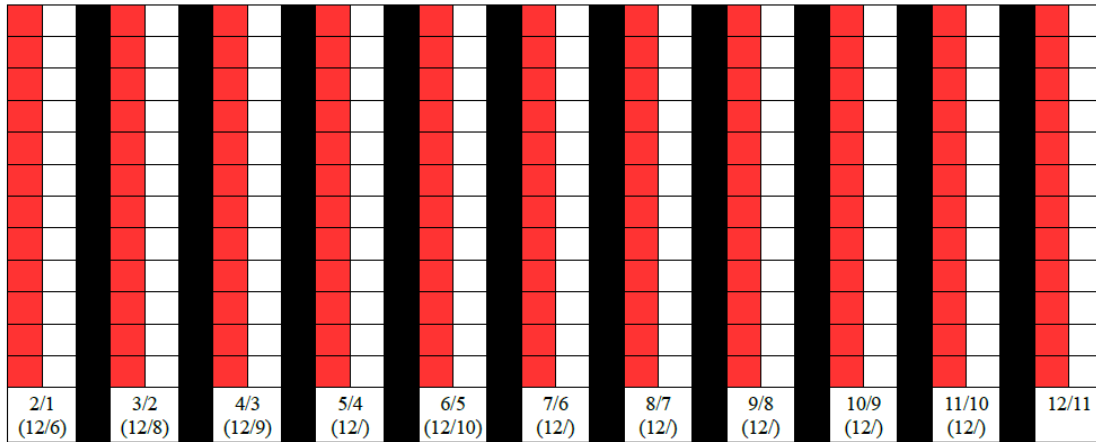


**Εργαστήρι Κατασκευής Χορδών**  
(Λύση)

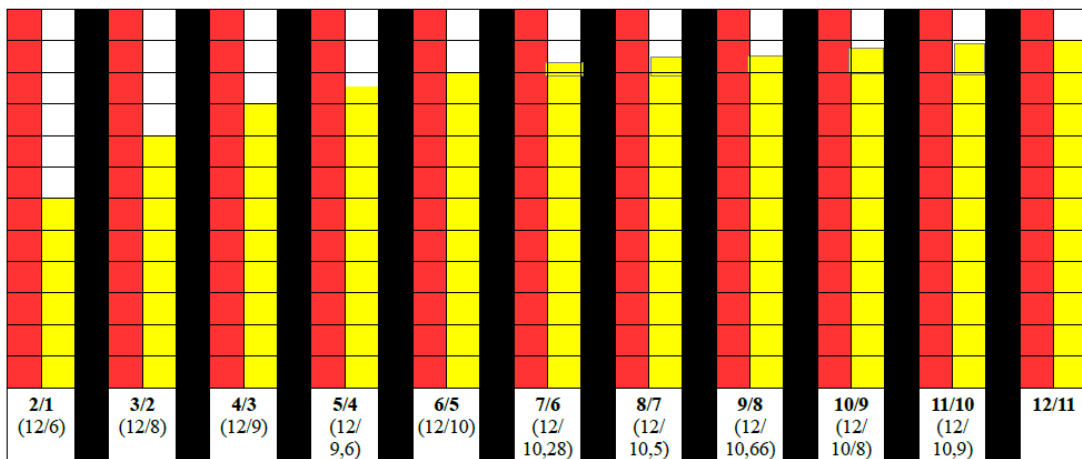


Λόγοι Ακέραιων Αριθμών – Μουσικά Διαστήματα

Χρωμάτισε με **κίτρινο** χρώμα τις «χορδές» που λείπουν, για να συμπληρωθούν οι λόγοι. Στη συνέχεια παίξε και άκουσε τα μουσικά διαστήματα που σχηματίζονται στον *ε\_ΕΛΙΚΩΝ*, στην *Περιοχή Δοκιμών*.

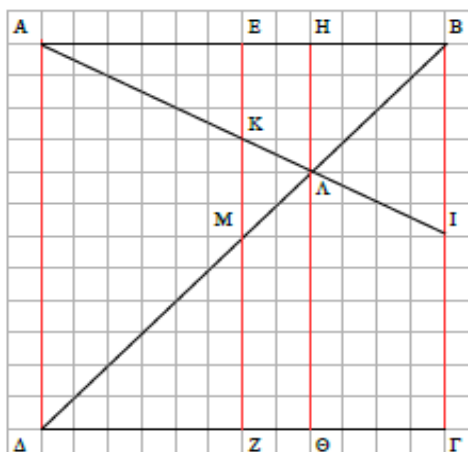


Παρατήρησε ότι σε όλα τα κλάσματα ο αριθμητής είναι κατά **μία μονάδα μεγαλύτερος** από τον παρονομαστή. Όσο **μικρότερος** είναι ο παρονομαστής τους, τόσο **μεγαλύτερο** είναι το μουσικό διάστημα που αναπαριστούν.

Λόγοι Ακέραιων Αριθμών – Μουσικά Διαστήματα  
(Λύση)

**Ο ΕΛΙΚΩΝ**

Ο Ελικών ήταν ένα τετράγωνο όργανο, όπως το παρακάτω σχήμα. Οι πλευρές ΑΔ, ΒΓ και τα τμήματα ΕΖ και ΗΘ είναι 4 όμοιες χορδές (τα κόκκινα τμήματα). Το τμήμα ΒΔ είναι μία διαγώνιος του τετραγώνου και το ΑΙ η διάμεσος της πλευράς ΒΓ. Αν η κάθε πλευρά του τετραγώνου έχει μήκος 12 μονάδες, να υπολογίσεις: α) το μήκος των χορδών του Ελικώνα, β) ποια τμήματα είναι ίσα, γ) τους λόγους των μηκών τους και δ) τα μουσικά διαστήματα που σχηματίζουν. Στη συνέχεια παίξε τα διαστήματα αυτά στην εφαρμογή e\_ΕΛΙΚΩΝ.

**ΛΥΣΗ**

Γνωρίζουμε ότι  $AB=BG=\Gamma\Delta=\Delta A=EZ=H\Theta=12$

α)  $BI=$        $\Gamma\Gamma=$        $H\Lambda=$        $\Lambda\Theta=$        $EK=$        $KM=$   
 $MZ=$        $KZ=$

β) \_\_\_\_\_

γ)  $AB/BI=$        $AB/KZ=$        $AB/\Lambda\Theta=$        $AB/H\Lambda=$        $AB/KM=$   
 $KZ/\Lambda\Theta=$        $KZ/MZ=$        $KZ/H\Lambda=$        $KZ/EK=$   
 $\Lambda\Theta/BI=$        $\Lambda\Theta/H\Lambda=$        $\Lambda\Theta/KM=$   
 $BI/H\Lambda=$        $BI/EK=$   
 $H\Lambda/EK=$

δ) \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Ο ΕΛΙΚΩΝ**  
**Απαντήσεις**

- α)  $BI=6$        $ΓΓ=6$        $ΗΛ=4$        $ΛΘ=8$        $EK=3$        $KM=3$   
 $MZ=6$        $KZ=9$
- β)  $BI=ΓΓ=MZ=6$        $EK=KM=3$
- γ)  $AB/BI=12/6$     $AB/KZ=12/9$     $AB/ΛΘ=12/8$     $AB/ΗΛ=12/4$     $AB/KM=12/3$   
 $KZ/ΛΘ=9/8$     $KZ/MZ=9/6$     $KZ/ΗΛ=9/4$     $KZ/EK=9/3$   
 $ΛΘ/BI=8/6$     $ΛΘ/ΗΛ=8/4$     $ΛΘ/KM=8/3$   
 $BI/ΗΛ=6/4$     $BI/EK=6/3$   
 $ΗΛ/EK=4/3$
- δ)  $12/6=8/4=6/3=2/1$   
 $12/8=9/6=6/4=3/2$   
 $12/9=8/6=4/3$   
 $12/4=9/3=3/1$   
 $12/3=4/1$   
 $9/8$

**Τα Τετράγορδα του Κλαύδιου Πτολεμαίου**

Τα χρώματα των κελιών θα σε βοηθήσουν να εντοπίσεις τα μουσικά διαστήματα στον *ε\_ΕΛΙΚΩΝ*.

ΓΕΝΗ	1ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ		2ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ		3ο ΔΙΑΣΤΗΜΑ	
Εναρμόνιο	46/	45	24/	23	5/	4
Μαλακό Χρωματικό	28/	27	15/	14	6/	5
Σύντονο Χρωματικό	22/	21	12/	11	7/	6
Μαλακό Διατονικό	21/	20	10/	9	8/	7
Τονιαίο Διατονικό	28/	27	8/	7	9/	8
Σύντονο Διατονικό	16/	15	9/	8	10/	9
Διτονιαίο Διατονικό	256/	243	9/	8	9/	8
Άρτιο Διατονικό	12/	11	11/	10	10/	9
ή						



Ο Κλαύδιος Πτολεμαίος

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Εναρμόνιο*

Νήτη Υπερβολαίων	
	5
Παρανήτη Υπερβολαίων	4
	24
Τρίτη Υπερβολαίων	23
	46
Νήτη Διεζευγμένων	45
	5
Παρανήτη Διεζευγμένων	4
	24
Τρίτη Διεζευγμένων	23
	46
Παραμέση	45
Μέση	9
	8
Λιχανός Μέσων	
	5
	4
Παρυπάτη Μέσων	
	24
	23
Υπάτη Μέσων	
	46
	45
Λιχανός Υπάτων	
	5
	4
Παρυπάτη Υπάτων	
	24
	23
Υπάτη Υπάτων	
	46
	45
Προσλαμβανόμενος	9
	8

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ***Γένος: Μαλακό Χρωματικό*

Νήτη Υπερβολαίων	
	6
Παρανήτη Υπερβολαίων	5
	15
Τρίτη Υπερβολαίων	14
	28
Νήτη Διεζευγμένων	27
	6
Παρανήτη Διεζευγμένων	5
	15
Τρίτη Διεζευγμένων	14
	28
Παραμέση	27
Μέση	9
	8
Λιχανός Μέσων	6
	5
Παρυπάτη Μέσων	15
	14
Υπάτη Μέσων	28
	27
Λιχανός Υπάτων	6
	5
Παρυπάτη Υπάτων	15
	14
Υπάτη Υπάτων	28
	27
Προσλαμβανόμενος	9
	8

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Σύντονο Χρωματικό*

Νήτη Υπερβολαίων	
	7
Παρανήτη Υπερβολαίων	6
	12
Τρίτη Υπερβολαίων	11
	22
Νήτη Διεζευγμένων	21
	7
Παρανήτη Διεζευγμένων	6
	12
Τρίτη Διεζευγμένων	11
	22
Παραμέση	21
	9
Μέση	8
	7
Λιχανός Μέσων	6
	12
Παρυπάτη Μέσων	11
	22
Υπάτη Μέσων	21
	7
Λιχανός Υπάτων	6
	12
Παρυπάτη Υπάτων	11
	22
Υπάτη Υπάτων	21
	9
Προσλαμβανόμενος	8



**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Μαλακό Διατονικό*

Νήτη Υπερβολαίων	
	8
Παρανήτη Υπερβολαίων	7
	10
Τρίτη Υπερβολαίων	9
	21
Νήτη Διεζευγμένων	20
	8
Παρανήτη Διεζευγμένων	7
	10
Τρίτη Διεζευγμένων	9
	21
Παραμέση	20
	9
Μέση	8
	8
Λιχανός Μέσων	7
	10
Παρυπάτη Μέσων	9
	21
Υπάτη Μέσων	20
	8
Λιχανός Υπάτων	7
	10
Παρυπάτη Υπάτων	9
	21
Υπάτη Υπάτων	20
	9
Προσλαμβανόμενος	8

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Γονιαίο Διατονικό*

Νήτη Υπερβολαίων	9
	8
Παρανήτη Υπερβολαίων	8
	8
Τρίτη Υπερβολαίων	7
	28
Νήτη Διεζευγμένων	27
	9
Παρανήτη Διεζευγμένων	8
	8
Τρίτη Διεζευγμένων	7
	28
Παραμέση	27
	9
Μέση	8
	9
Λιχανός Μέσων	8
	8
Παρυπάτη Μέσων	7
	28
Υπάτη Μέσων	27
	9
Λιχανός Υπάτων	8
	8
Παρυπάτη Υπάτων	7
	28
Υπάτη Υπάτων	27
	9
Προσλαμβανόμενος	8

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Σύντονο Διατονικό*

Νήτη Υπερβολαίων	
	10
Παρανήτη Υπερβολαίων	9
	9
Τρίτη Υπερβολαίων	8
	16
Νήτη Διεζευγμένων	15
	10
Παρανήτη Διεζευγμένων	9
	9
Τρίτη Διεζευγμένων	8
	16
Παραμέση	15
	9
Μέση	8
	10
Λιχανός Μέσων	9
	9
Παρυπάτη Μέσων	8
	16
Υπάτη Μέσων	15
	10
Λιχανός Υπάτων	9
	9
Παρυπάτη Υπάτων	8
	16
Υπάτη Υπάτων	15
	9
Προσλαμβανόμενος	8

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Διτονιαίο Διατονικό*

Νήτη Υπερβολαίων	9
	8
Παρανήτη Υπερβολαίων	9
	8
Τρίτη Υπερβολαίων	256
	243
Νήτη Διεζευγμένων	9
	8
Παρανήτη Διεζευγμένων	9
	8
Τρίτη Διεζευγμένων	256
	243
Παραμέση	9
	8
Μέση	9
	8
Λιχανός Μέσων	9
	8
Παρυπάτη Μέσων	256
	243
Υπάτη Μέσων	9
	8
Λιχανός Υπάτων	9
	8
Παρυπάτη Υπάτων	256
	243
Υπάτη Υπάτων	9
	8
Προσλαμβανόμενος	

**ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΛΕΙΩΝ ΜΕΙΖΟΝ**Γένος: *Άρτιο Διατονικό*

Νήτη Υπερβολαίων	
	10
Παρανήτη Υπερβολαίων	9
	11
Τρίτη Υπερβολαίων	10
	12
Νήτη Διεζευγμένων	11
	10
Παρανήτη Διεζευγμένων	9
	11
Τρίτη Διεζευγμένων	10
	12
Παραμέση	11
	9
Μέση	8
	10
Λιχανός Μέσων	9
	11
Παρυπάτη Μέσων	10
	12
Υπάτη Μέσων	11
	10
Λιχανός Υπάτων	9
	11
Παρυπάτη Υπάτων	10
	12
Υπάτη Υπάτων	11
	9
Προσλαμβανόμενος	8

**Πράξεις με Κλάσματα**

**A.** 1) Σύγκρινε τα παρακάτω κλάσματα και τοποθέτησε τα σε σειρά, από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο (χρησιμοποιήστε το **Ε.Κ.Π.** των κλασμάτων):

$$\frac{256}{243}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{2}{1}, \frac{9}{8}$$

**Λύση:**

**Απάντηση:**  $\underline{\quad} > \underline{\quad} > \underline{\quad} > \underline{\quad} > \underline{\quad}$

2) Ακούγεται η διαφορά τους; Βρες την απάντηση παίζοντας τα αντίστοιχα μουσικά διαστήματα στον *e*-ΕΛΙΚΩΝ.

**B.** 1) Κάνε τις παρακάτω πράξεις και απάντησε με **ανάγωγα** κλάσματα.

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** - Η πρόσθεση κλασμάτων γίνεται με πολλαπλασιασμό.  
- Η αφαίρεση κλασμάτων γίνεται με πολλαπλασιασμό του πρώτου κλάσματος με το αντίστροφο του δεύτερου.

α)  $\frac{2}{1} (+) \frac{2}{1} = \underline{\quad}$  β)  $\frac{4}{3} (+) \frac{9}{8} = \underline{\quad}$  γ)  $\frac{9}{8} (+) \frac{9}{8} (+) \frac{256}{243} = \underline{\quad}$

δ)  $\frac{3}{2} (-) \frac{4}{3} = \underline{\quad}$  ε)  $\frac{4}{3} (-) \frac{9}{8} (-) \frac{9}{8} = \underline{\quad}$

ς)  $\frac{9}{8} (+) \frac{9}{8} (+) \frac{9}{8} (+) \frac{256}{243} = \underline{\quad}$  η)  $\frac{3}{2} (+) \frac{4}{3} (+) \frac{9}{8} = \underline{\quad}$

θ)  $\frac{2}{1} (-) \frac{4}{3} (-) \frac{9}{8} = \underline{\quad}$

2) Παίξε και άκουσε τα διαστήματα που δημιουργούνται στον *e*-ΕΛΙΚΩΝ.

Πράξεις με Κλάσματα  
(Απαντήσεις)

A. 1)  $\frac{2}{1} > \frac{3}{2} > \frac{4}{3} > \frac{9}{8} > \frac{256}{243}$

B. 2) α)  $\frac{2}{1} (+) \frac{2}{1} = \frac{4}{1}$  β)  $\frac{4}{3} (+) \frac{9}{8} = \frac{3}{2}$  γ)  $\frac{9}{8} (+) \frac{9}{8} (+) \frac{256}{243} = \frac{4}{3}$

δ)  $\frac{3}{2} (-) \frac{4}{3} = \frac{9}{8}$  ε)  $\frac{4}{3} (-) \frac{9}{8} (-) \frac{9}{8} = \frac{256}{243}$

ζ)  $\frac{9}{8} (+) \frac{9}{8} (+) \frac{9}{8} (+) \frac{256}{243} = \frac{3}{2}$  η)  $\frac{3}{2} (+) \frac{4}{3} (+) \frac{9}{8} = \frac{2}{1}$

θ)  $\frac{2}{1} (-) \frac{4}{3} (-) \frac{9}{8} = \frac{3}{2}$

### Ο Ερμής και η Λύρα – Μία Ηχοϊστορία

Χωριστείτε σε ομάδες των 5 ατόμων. Διαβάστε την παρακάτω ιστορία, που αφηγείται πώς ο Ερμής επινόησε την αρχαία λύρα και τη χάρισε στον Απόλλωνα. Στη συνέχεια φτιάξτε το soundtrack της ιστορίας με τη βοήθεια των συμμαθητών σας. Στο τέλος, παρουσιάστε την αφήγηση με τη μουσική και τους ήχους σας στην τάξη. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε, μουσικά όργανα, φωνές, ηχογραφημένους ήχους, τον *ε\_ΕΛΙΚΩΝ* και άλλα ηχογόνα αντικείμενα. Στις αγκύλες υπάρχουν κάποιες προτάσεις για ήχους, αλλά μπορείτε να προσθέσετε και τις δικές σας ιδέες.

*Όταν γεννήθηκε ο Ερμής [κλάμα μωρού], η μητέρα του, η Μαία, τύλιξε το μωρό σε κουβέρτες. Όμως ο Ερμής, παρόλο που ήταν βρέφος μιας ημέρας, δραπέτευσε ενώ αυτή κοιμόταν [μουσικό θέμα Ερμή] και πήγε στη Θεσσαλία, όπου βοσκούσαν τα βόδια του θεού Απόλλωνα [ήχοι κουδουνιών]. Ο μικρός Ερμής έκλεψε κάποιες αγελάδες και τις πήγε σε μια σπηλιά, καλύπτοντας τα ίχνη τους. Εξω από τη σπηλιά βρήκε μια χελώνα, τη σκότωσε και αφαίρεσε το εσωτερικό της. [ήχοι καρφώματος] Με το κέλυφος της χελώνας και με έντερα αγελάδας επινόησε και κατασκεύασε την πρώτη λύρα. [μουσικό θέμα Απόλλωνα] Ο θεός Απόλλωνας παραπονέθηκε στη Μαία ότι ο γιος της είχε κλέψει τα βόδια του. Αλλά ο Ερμής είχε προλάβει να ξαναχωθεί μέσα στις κουβέρτες του κι έτσι η Μαία αρνήθηκε να πιστέψει τον ισχυρισμό του Απόλλωνα. [ήχος κεραυνού] Τότε παρενέβη ο Δίας που είχε παρακολουθήσει τα συμβάντα και συμπαρατάχθηκε με τον Απόλλωνα. Ο Ερμής κρίθηκε ένοχος και διατάχθηκε να επιστρέψει τα κλεμμένα ζώα στο νόμιμο ιδιοκτήτη τους, τον Απόλλωνα. Σε αυτή την κρίσιμη στιγμή ο Ερμής άρχισε να παίζει με τη λύρα που δημιούργησε [μουσικό θέμα Ερμή] και ο Απόλλωνας γοητεύτηκε αμέσως από την ομορφιά του ήχου της. Έτσι, συμφώνησε να κρατήσει ο Ερμής τα ζώα αρκεί να του χάριζε το μουσικό όργανο [μουσικό θέμα Απόλλωνα].*



*Ο Απόλλωνας με τη Λύρα*



### Ο Επιτάφιος του Σακάλου

Ποιή: την πλήρη μορφή παρτιτούρα στον e-LEKTON. Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε μια γράφη. Τα κουτάκια που καταλαμβάνει κάθε γράφη συμβολίζουν τη διάρκεια του ήχου. Θα ακούσεις ένα από τα πιο διάσημα δείγματα ελληνικής μουσικής, που έφτιαξε ως τις μέρες μας, τον Επαύριο του Σακάλου. Παρακείμετα θα βρεις το φραγσούδι γραμμένο και με νότιες στο κεντρικό μέρος, μαζί με τους ο ήχους και την απόδοσή τους στα νέα ελληνικά.

Ο-σαν ζης φεί - νοι, μη - δέν έλιος υπ έλ-πού, προς ο-έ-γνε ε - στί το ζην, το πέ-λιος ο χρόνος α-παι-τεί

Όσο ζεις φείνο, Όσο ζεις να χάρησαι,
μηδέν άλλος σε ληστέ, καθόλου μη ληστέσαι,
προς άλλον στί το ζην, γιατί η ζωή είναι μακριά
το τέλος ο χρόνος ακιπεί, ο χρόνος φέρνει το τέλος.

### Μικρό Λεξικό της Αρχαίας Ελληνικής Μουσικής

Εδώ θα βρεις συγκεντρωμένες τις βασικές έννοιες της αρχαίας ελληνικής μουσικής. Να χρησιμοποιείς αυτό το μικρό λεξικό όποτε το έχεις ανάγκη.

## Α

Αρμονική και Αρμονικοί: η επιστήμη και οι επιστήμονες που μελετούσαν τη μουσική. Σήμερα, η αντίστοιχη επιστήμη ονομάζεται Μουσικολογία και όσοι την ασκούν Μουσικολόγοι.

## Γ

Γένος: ο τρόπος διάταξης των διαστημάτων στη σύσταση ενός τετράχορδου ή ενός πιο μεγάλου συστήματος, του οποίου το τετράχορδο είναι συστατικό μέρος. Τα γένη ήταν τρία: το Διατονικό, το Χρωματικό και το Εναρμόνιο.

## Δ

Διατονικό Γένος ή Διάτονον: είναι το γένος στο οποίο χρησιμοποιούνται Τόνοι και Ημιτόνια. Το Διατονικό Γένος ήταν το αρχαιότερο από τα τρία γένη και το πιο απλό. Η δομή του είναι Ημιτόνιο-Τόνος-Τόνος σε ανιούσα διαδοχή. Ο Πτολεμαίος δίνει πέντε διαφορετικές υποδιαιρέσεις (χρόες) του Διατονικού τετράχορδου: Μαλακό, Τονιαίο, Σύντονο, Διτονιαίο και Άρτιο.

Διάστημα: η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαφορετικούς φθόγγους. Τα μουσικά διαστήματα έχουν συγκεκριμένα ονόματα, όπως και στην ευρωπαϊκή μουσική. Στη συνέχεια δίνονται οι ονομασίες των βασικών διαστημάτων: α) η Διά Πασών με λόγο 2/1, β) το Διά Πέντε με λόγο 3/2, γ) το Διά Τεσσάρων με λόγο 4/3, δ) ο Τόνος με λόγο 9/8 και ε) το Ημιτόνιο με λόγο 256/243.

Διαφωνία: η άρνηση δύο φθόγγων να συνδυαστούν, να συνηχήσουν.

## Ε

Ελικών: πολύχορδο όργανο με το οποίο μετρούσαν τις συμφωνίες. Ονομάστηκε Ελικών, μεταφορικά, από το όρος των Μουσών.

Εμμελείς φθόγγοι είναι, κατά τον Πτολεμαίο, όσοι συνδέονται και παράγουν ένα ευχάριστο αποτέλεσμα-μελωδία. Οι πιο εμμελείς φθόγγοι είναι όσοι σχηματίζουν διάστημα ημιτονίου ( $16/15$ ), τόνου ( $9/8$  και  $10/9$ ) και τρίτης ( $5/4$  και  $6/5$ ). Οι υπόλοιποι καλούνται Εκμελείς.

Εναρμόνιο Γένος: στο οποίο το άθροισμα των δύο χαμηλότερων διαστημάτων καταλάμβανε ένα ημιτόνιο περίπου και το ψηλότερο διάστημα καταλάμβανε περίπου έκταση δύο τόνων. Το Εναρμόνιο Γένος θεωρείται ότι ανακαλύφθηκε τελευταίο και δεν ήταν εύκολο στη χρήση από τον πολύ κόσμο.

Επιμόριος και Επιμερής: Επιμόριος λέγεται ο λόγος του οποίου ο αριθμητής είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερος από τον αριθμητή, για παράδειγμα ( $2/1$ ), ( $3/2$ ), ( $4/3$ ) και ( $9/8$ ). Επιμερής λέγεται ο λόγος του οποίου ο αριθμητής περιέχει μία φορά τον παρονομαστή και περισσότερα του ενός μέρη του, για παράδειγμα ( $256/243$ ).

## Κ

Κανών: ή μονόχορδο, όργανο με το οποίο καθορίζονταν πειραματικά οι λόγοι των μουσικών διαστημάτων.

## Ο

Ονομασία Φθόγγων: στο Σύστημα Τέλειον Μείζον ο κάθε φθόγγος έχει συγκεκριμένο όνομα. Αρχικά, τα ονόματα αυτά δόθηκαν στις χορδές της λύρας. Η έννοια της χορδής γενικεύτηκε και κατέληξε να είναι συνώνυμη με το φθόγγο, έτσι δημιουργήθηκε και η έννοια του τετράχορδου. Οπότε τα ονόματα των χορδών πέρασαν στους φθόγγους. Τα βασικά ονόματα είναι: α) Νήτη (δηλαδή χαμηλότατη)

## Φύλλο Εργασίας 9

και αποδίδει τον ψηλότερο φθόγγο, β) Μέση, ο κεντρικός φθόγγος, γ) Λιγανός, η χορδή που παιζόταν με το δείκτη και δ) Υπάτη (δηλαδή ύψιστη) και αποδίδει το χαμηλότερο φθόγγο. Συνολικά, οι φθόγγοι Τέλειου Μείζονος Συστήματος ονομάζονται, με ανοδική φορά, ως εξής: Προσλαμβανόμενος – Υπάτη Υπάτων. Παρυπάτη Υπάτων. Λιγανός Υπάτων – Υπάτη Μέσων. Παρυπάτη Μέσων. Λιγανός Μέσων. Μέση – Παραμέση. Τρίτη Διεζευγμένων. Παρανήτη Διεζευγμένων. Νήτη Διεζευγμένων – Τρίτη Υπερβολαίων. Παρανήτη Υπερβολαίων. Νήτη Υπερβολαίων.

## Π

Πυκνόν: στο Εναρμόνιο και το Χρωματικό γένος το άθροισμα των δύο χαμηλότερων διαστημάτων είναι μικρότερο από το υπόλοιπο του τετράχορδου. Το άθροισμα αυτό ονομάζεται Πυκνόν.

## Σ

Συμφωνία: το ταίριασμα δύο φθόγγων. Οι Πυθαγόρειοι αναγνώριζαν ως συμφωνίες τα διαστήματα που εκφράζονταν με τους απλούστερους λόγους, δηλαδή τη Διά Πασών (2/1), τη Διά Πέντε (3/2), τη Διά Τεσσάρων (4/3).

Σύστημα: ένωση δύο ή περισσότερων διαστημάτων.

Σύστημα Τέλειον Μείζον: αποτελείται από τέσσερα τετράχορδα συνημμένα ανά δύο, με μια διάζευξη στο μέσο, και τον προσλαμβανόμενο τόνο στη βάση του, άρα περιέχει δεκαπέντε φθόγγους. Το χαμηλότερο τετράχορδο ονομάζεται Υπατών, το αμέσως ψηλότερο Μέσων, το τρίτο στη σειρά Διεζευγμένων και το τελευταίο Υπερβολαίων. Ο Πτολεμαίος υποστήριζε ότι Τέλειο Σύστημα είναι εκείνο που περιέχει όλες τις συμφωνίες με όλα τα είδη τους.

## Τ

Τετράχορδο: το πρώτο καλά οργανωμένο σύστημα. Επρόκειτο για τη σύζευξη

## Φύλλο Εργασίας 9

τεσσάρων φθόγγων. Η έκταση του ήταν μια Διά Τεσσάρων (4/3). Οι δύο εξωτερικοί φθόγγοι του τετράχορδου λέγονται Εστώτες (δηλαδή ακίνητοι), γιατί σχηματίζουν σταθερό διάστημα. Οι δύο ενδιάμεσοι φθόγγοι καλούνται Μέσοι και είναι κινούμενοι, ανάλογα με το γένος στο οποίο ανήκει το τετράχορδο.

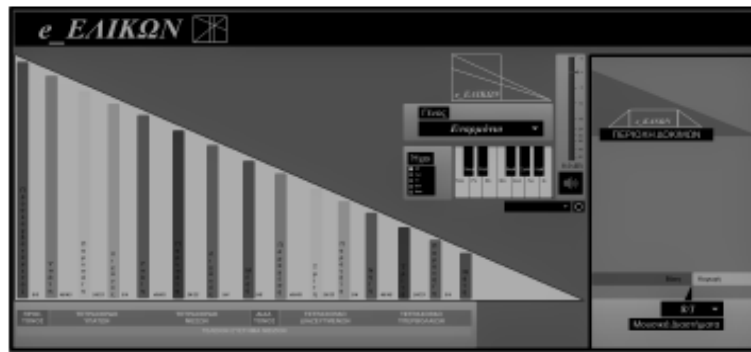
## Φ

Φθόγγος: είναι ένας ήχος -φωνής ή μουσικού οργάνου- με καθορισμένο ύψος.

## Χ

Χρόα: η ιδιαίτερη διαίρεση των διαστημάτων σε κάθε γένος, η οποία καθόριζε την ποικιλία των διαστημάτων που συνέθεταν το γένος σε κάθε περίπτωση. Ο Πτολεμαίος αναγνώριζε οχτώ χρώες.

Χρωματικό Γένος ή Χρώμα: έχει ως χαρακτηριστικό τη χρήση διαστήματος ενός τόνου και μισού στην κορυφή του. Χονδρικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι δομείται από Μισό Ημιτόνιο-Μισό Ημιτόνιο-Τριημιτόνιο σε ανιούσα διαδοχή. Ο Πτολεμαίος δίνει δύο διαφορετικές υποδιαίρεσεις (χρώες) του Διατονικού τετράχορδου: Μαλακό και Σύντονο.

**e\_ΕΛΙΚΩΝ: Οδηγίες Χρήσης**

Ο e\_ΕΛΙΚΩΝ είναι ένα ψηφιακό μουσικό όργανο. Για να τον ενεργοποιήσεις, ακολούθησε τα παρακάτω βήματα. Στη συνέχεια παίξε τη μουσική σου.

1) Βάλε σε λειτουργία τον e\_ΕΛΙΚΩΝ

με το κουμπί *on/off*.

2) Όρισε την *ένταση* του οργάνου

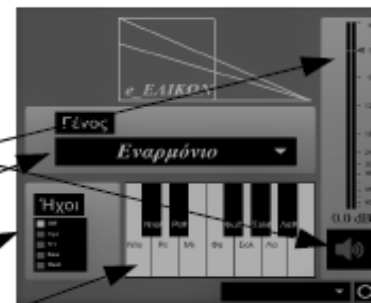
(καλύτερα όχι πάνω από το μηδέν).

3) Διάλεξε το *γένος* που επιθυμείς.

4) Διάλεξε τον *ήχο* που θες να ακουστεί.

5) Όρισε τη *νότα-βάση* της κλίμακας σου πατώντας το κατάλληλο πλήκτρο στο εικονικό πιάνο.

6) Παίξε στο διαδραστικό πίνακα πατώντας τις *πολύχρωμες μπάρες* ή με ένα *midi keyboard* ή με το *mouse*.



Ο e\_ΕΛΙΚΩΝ διαθέτει και την *Περιοχή Δοκιμών* με το όνομα e\_ΚΑΝΩΝ.

Εκεί μπορείς να ακούσεις το κάθε μουσικό διάστημα απομονωμένο. Αρκεί να το επιλέξεις από εδώ:

Στη συνέχεια, πάτησε τις δύο

ράβδους και άκουσε το μουσικό διάστημα που προκύπτει.

