



**ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗ  
ΜΙΚΡΟΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Δ-Σ και MSLA Διαμορφωτές Σήματος**

**Νίκος Α.Τέμενος**

**Επιβλέποντες:** **Παύλος – Πέτρος Σωτηριάδης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, τμήμα Ηλεκτρολόγων μηχανικών και μηχανικών υπολογιστών, ΕΜΠ  
**Αγγελική Αραπογιάννη**, Καθηγήτρια

**ΑΘΗΝΑ  
ΙΟΥΝΙΟΣ 2017**

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Δ-Σ και MSLA Διαμορφωτές Σήματος

**Νίκος Α.Τέμενος**  
**A.M.: MM 268**

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ:** **Παύλος–Πέτρος Σωτηριάδης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, τμήμα Ηλεκτρολόγων μηχανικών και μηχανικών υπολογιστών, ΕΜΠ  
**Αγγελική Αραπογιάννη**, Καθηγήτρια

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ:** **Παύλος – Πέτρος Σωτηριάδης**, Αναπληρωτής Καθηγητής, τμήμα Ηλεκτρολόγων μηχανικών και μηχανικών υπολογιστών, ΕΜΠ  
**Αγγελική Αραπογιάννη**, Καθηγήτρια

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής, είναι αρχικά η κατανόηση των εννοιών που αφορούν την μετατροπή σήματος από τον ψηφιακό κόσμο στον αναλογικό, την υπερδειγματοληψία, την διαμόρφωση θορύβου και τα σφάλματα κβαντισμού. Στη συνέχεια γίνεται εισαγωγή και ανάλυση στους Δέλτα - Σίγμα διαμορφωτές σήματος πρώτου και δευτέρου βαθμού καθώς και σε συγκρίσεις μεταξύ τους. Έπειτα επεξηγείται ο αλγόριθμος MSLA και η εφαρμογή του στους  $\Delta - \Sigma$  διαμορφωτές και τέλος παρατίθενται αποτελέσματα και ευρήματα του MSLA σε διάφορες εφαρμογές μέσω προσομοιώσεων.

**ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ:** Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:**  $\Delta$ - $\Sigma$  διαμορφωτές, διαμόρφωση θορύβου, MSLA διαμορφωτής, σύνθεση συχνότητας

## **ABSTRACT**

The purpose of this thesis is to primarily understand the basic concepts of signal conversion and processing from the digital to the analog world, oversampling, noise shaping and errors in quantization. Thereafter, a brief introduction and analysis on Sigma Delta modulators of first and second order as well as the comparison between them is being shown. Then the MSLA algorithm and its application in Delta Sigma modulators are explained and finally various applications through extensive simulations are presented.

**SUBJECT AREA:** Digital signal Processing

**KEYWORDS:** Delta Sigma modulators, noise shaping, MSLA modulator, frequency synthesis



## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Παύλο Σωτηριάδη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε για την ανάθεση της διπλωματικής, τον πολύτιμο χρόνο που μου αφιέρωσε καθώς και τις συμβουλές που μου έδωσε σε όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Πάρα πολλές ευχαριστίες θα ήθελα να αφιερώσω στον κ. Χάρη Μπασέτα, για την καθοδήγηση, τις συμβουλές και την συνεργασία που είχαμε καθόλη τη διάρκεια της διπλωματικής.

Επιπλέον, πολλές ευχαριστίες στην κ. Αγγελική Αραπογιάννη, για τη βοήθεια και τις συμβουλές που μου έδωσε κατά τη διάρκεια του μεταπτυχιακού.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τους κυρίους Π. Γιαννακόπουλο και Δ. Νικολόπουλο για την καθοδήγηση και τις συμβουλές καθόλη τη διάρκεια των σπουδών μου καθώς και την παρότρυνση να συνεχίσω περαιτέρω τις σπουδές μου.

Τέλος θα πρέπει να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αδιάκοπη και ανιδιοτελή βοήθεια και συμπαράσταση που μου δίνει καθημερινά.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b> .....	<b>12</b>
<b>1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	<b>13</b>
<b>1.1 ADC - DAC</b> .....	<b>13</b>
<b>1.2 Διαμόρφωση Δ-Σ</b> .....	<b>14</b>
<b>1.3 Σφάλμα κβάντισης</b> .....	<b>15</b>
<b>1.4 Oversampling ratio</b> .....	<b>16</b>
<b>2. Δ-Σ ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΕΣ</b> .....	<b>17</b>
<b>2.1 Δ-Σ πρώτης τάξης</b> .....	<b>17</b>
2.1.1 Ευστάθεια ΔΣ.....	18
<b>2.2 ΔΣ δεύτερης τάξης</b> .....	<b>18</b>
<b>2.3 ΔΣ μεγάλης τάξης</b> .....	<b>20</b>
2.4.1 Φίλτρα βρόχου με κατανεμημένη ανάδραση και ζεύξη εισόδου - Δομές CIFB και CRFB .....	22
2.4.2 Φίλτρα βρόχου με κατανεμημένη προώθηση εισόδου και ζεύξη εισόδου – Δομές CIFF και CRFF .....	24
<b>3. MULTI STEP LOOK-AHEAD (MSLA) ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΗΣ</b> .....	<b>26</b>
<b>3.1 Συνάρτηση κόστους</b> .....	<b>26</b>
<b>3.2 Αλγόριθμος MSLA</b> .....	<b>27</b>
3.3.1 Αποδοτική μορφή του MSLA .....	29
3.3.2 Συναρτήσεις μεταφοράς.....	30
3.3.3 Κβαντιστής του MSLA διαμορφωτή .....	31
<b>4. ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ</b> .....	<b>32</b>
4.1.1 Ψηφιακή σύνθεση συχνότητας.....	32
4.1.2 Ο MSLA ως συνθέτης συχνότητας.....	32
4.1.3 Προσομοιώσεις.....	33
4.2.1 Τετραγωνικά σήματα.....	34
4.2.2 Τετραγωνικός MSLA Δ-Σ διαμορφωτής .....	35
4.2.3 Προσομοιώσεις.....	36
<b>5. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ MSLA Δ-Σ</b> .....	<b>37</b>
<b>5.1 Δ-Σ Εργαλειοθήκη</b> .....	<b>37</b>
<b>5.2 Δ-Σ Εφαρμογή και αποτελέσματα</b> .....	<b>37</b>

<b>6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>39</b>
<b>ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ .....</b>	<b>40</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι .....</b>	<b>41</b>
<b>ΑΝΑΦΟΡΕΣ .....</b>	<b>47</b>



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1 Σύστημα επεξεργασίας σήματος.....	13
Σχήμα 1.2 Δέλτα διαμορφωτής .....	14
Σχήμα 1.3 Δέλτα – Σίγμα διαμορφωτής .....	14
Σχήμα 1.4 Γραμμικό μοντέλο κβάντισης .....	15
Σχήμα 2.1 α) Δ-Σ πρώτης τάξης β) γραμμικό μοντέλο .....	17
Σχήμα 2.2 ΔΣ δεύτερης τάξης.....	18
Σχήμα 2.3 Γραμμικό μοντέλο ΔΣ δεύτερης τάξης.....	19
Σχήμα 2.4 Γενική δομή διαμορφωτή υψηλής τάξης .....	20
Σχήμα 2.5 Δομή προώθησης εισόδου .....	21
Σχήμα 2.6 Δομή CIFB .....	22
Σχήμα 2.7 Δομή CRFB .....	23
Σχήμα 2.8 Δομή CIFF .....	25
Σχήμα 2.9 Δομή CRFF.....	25
Σχήμα 3.1 Διάγραμμα υπολογισμού της συνάρτησης κόστους.....	26
Σχήμα 3.2 Αποδοτική μορφή MSLA διαμορφωτή .....	29
Σχήμα 3.3 Αποδοτική μορφή του MSLA με αντικατάσταση του κβαντιστή.....	30
Σχήμα 4.1 Ψηφιακός συνθέτης συχνότητας με τη χρήση MSLA Δ-Σ .....	32
Σχήμα 4.2 Τετραγωνικός μείκτης .....	34
Σχήμα 4.3 Ψηφιακός συνθέτης συχνότητας με MSLA Δ-Σ.....	35

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1.1 Oversampling σε υψηλότερες συχνότητες.....	16
Εικόνα 2.1 Σύγκριση κέρδους ανά δεκάδα των 2 διαμορφωτών.....	19
Εικόνα 2.2 Σύγκριση SQNR με OSR των 2 διαμορφωτών.....	20
Εικόνα 3.1 Συνάρτηση κόστους .....	27
Εικόνα 3.2 Επισκόπηση αλγορίθμου MSLA.....	28
Εικόνα 4.1 Σύγκριση MSLA και συμβατικού $\Delta$ - $\Sigma$ .....	33
Εικόνα 4.2 SNDR vs fractional bits, 8ης τάξης band-pass MSLA .....	33
Εικόνα 5.1 SNR vs Fractional bits.....	38
Εικόνα 5.2 SNR vs look-ahead βήματα .....	38

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 4.1 σύγκριση SFDR και SNDR.....	36
---	----

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

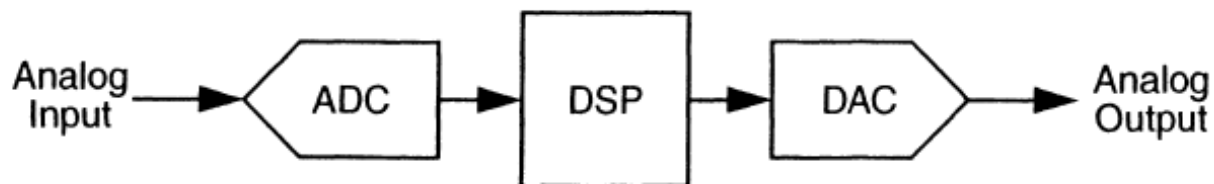
Η παρούσα διπλωματική έγινε σε συνεργασία με το εργαστήριο ηλεκτρονικών του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου, για την απόκτηση του μεταπτυχιακού τίτλου στη μικροηλεκτρονική. Το πεδίο εφαρμογής είναι η ψηφιακή επεξεργασία σημάτων και επομένως τα ψηφιακά συστήματα γενικότερα, έναν τομέα της ηλεκτρονικής με άμεση εφαρμογή στην καθημερινότητα.

Θα ήθελα επιπλέον, να ευχαριστήσω όλη την ομάδα του εργαστηρίου και όσους συνεργαστήκαμε για την επίτευξη της εργασίας αυτής, διότι χωρίς την συμμετοχή τους θα ήταν αδύνατη η εκπλήρωση της. Τέλος θα ήθελα να δώσω επιπλέον ευχαριστίες σε όσους μου συμπαραστάθηκαν και συμπαραστέκονται καθημερινά.

## 1.ΕΙΣΑΓΩΓΗ

### 1.1 ADC - DAC

Οι ραγδαίες εξελίξεις στην τεχνολογία των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων CMOS σε συνδυασμό με την ανάπτυξη και εφαρμογή εξελιγμένων αλγορίθμων επεξεργασίας σήματος (DSP), έχουν μετατοπίσει περισσότερο την επεξεργασία σημάτων από τον αναλογικό κόσμο στον ψηφιακό, τροφοδοτώντας την ανάπτυξη ενός ευρέου φάσματος νέων εφαρμογών. Σε πολλές εφαρμογές, τα ψηφιακά κυκλώματα πρέπει να επικοινωνούν με τον πραγματικό κόσμο, ο οποίος είναι εγγενώς αναλογικός. Συνεπώς η σύνδεση μεταξύ αναλογικών και ψηφιακών τομέων, έχουν μεγάλη σημασία. Η αναλογική πληροφορία που έρχεται από τον πραγματικό κόσμο αρχικά φιλτράρεται και μετατρέπεται σε Bits μέσω ενός μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακού (analog to digital converter – ADC) και έπειτα η πληροφορία που επεξεργάστηκε, διοχετεύεται πίσω στον αναλογικό κόσμο μέσω ενός μετατροπέα ψηφιακού σήματος σε αναλογικού (digital to analog converter – DAC).



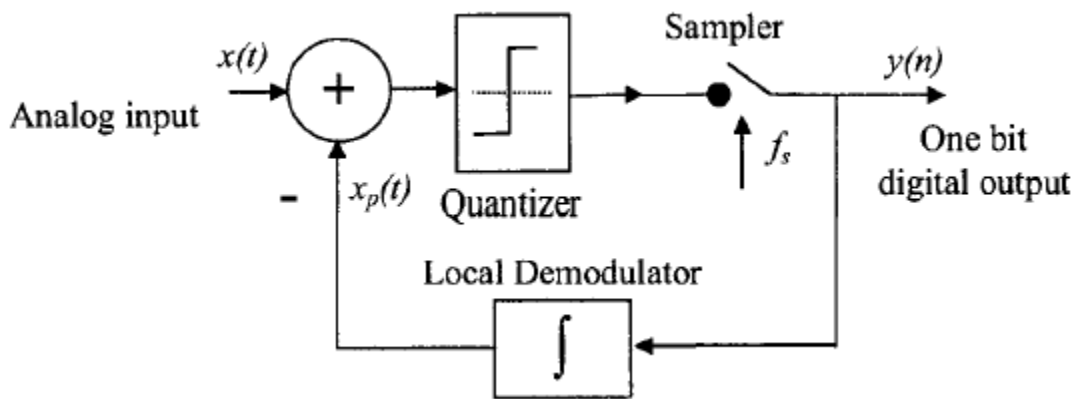
Σχήμα 1.1 Σύστημα επεξεργασίας σήματος

Οι τεχνολογικές εξελίξεις των CMOS επιτρέπουν στα ψηφιακά κυκλώματα να λειτουργούν ταχύτερα καθώς, να καταναλώνουν λιγότερη ενέργεια καθώς και να ενωποιούνται σε ένα μεμονωμένο chip. Αντιθέτως αυτές οι εξελίξεις καθιστούν δυσκολότερη τη σχεδίαση αναλογικών κυκλωμάτων λόγω της μειωμένης παροχής τάσης και του μικρότερου εσωτερικού κέρδους του τρανζίστορ. Ως εκ τούτου, η διασύνδεση μεταξύ του ψηφιακού κόσμου και του αναλογικού κόσμου γίνεται εμπόδιο στις επιτεύξιμες επιδόσεις των σύγχρονων συστημάτων. Είναι φανερό λοιπόν, πως τα ψηφιακά κυκλώματα επωφελούνται εξαιρετικά από την πρόοδο της τεχνολογίας CMOS.

Αν και υπάρχουν αρκετοί τρόποι στο σχεδιασμό ενός ADC – DAC, οι διαμορφωτές ΔΣ έχουν αρκετά πλεονεκτήματα που τους καθιστούν ικανούς για τέτοιου είδους διεργασίες με τη διαμόρφωση θορύβου (noise shaping) αλλά και την απλότητα στην υλοποίησή τους να είναι μερικά από αυτά. Η εφαρμογή τους διευρύνεται από κλασσικούς μετατροπείς δεδομένων σε καθολοκλήρου ψηφιακούς μεταδότες (all-digital transmitters), σύνθεση συχνοτήτων (frequency synthesizers) και στα phase locked loops (PLLs) [1,2].

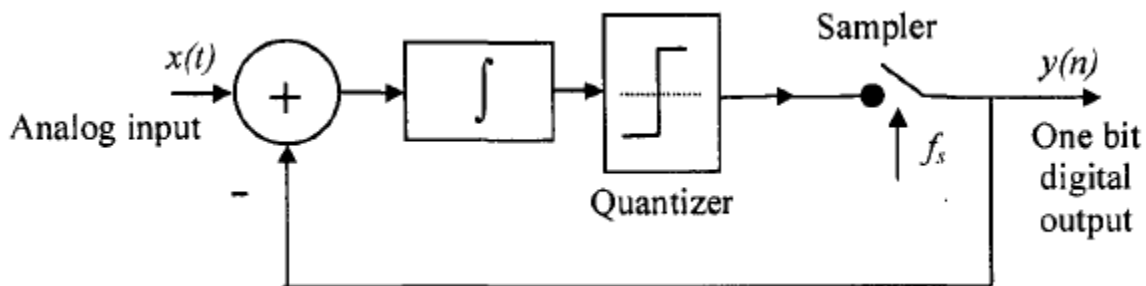
## 1.2 Διαμόρφωση Δ-Σ

Για την μετατροπή ενός χαμηλόσυχνου αναλογικού σήματος σε ροή από bit χωρίς περαιτέρω θορύβους, προτάθηκε ο δέλτα διαμορφωτής. Οι δυαδικοί παλμοί  $y(n)$  που παράγονται από τον Δέλτα διαμορφωτή, αναπαριστούν το πρόσημο της διαφοράς μεταξύ του σήματος εισόδου  $x(t)$  και του σήματος ανατροφοδότησης  $x_p(t)$ , εξού και η ονομασία «Δέλτα». Ο ολοκληρωτής παίζει το ρόλο του αποκωδικοποιητή έτσι ώστε το σήμα ανατροφοδότησης να προσπαθεί πάντα να προσεγγίζει το σήμα εισόδου. Ο γραμμικός δέλτα διαμορφωτής είναι δύσκολο να αναλυθεί μιας και ο κβαντιστής είναι μη γραμμικό μοντέλο. Επιπλέον η υπερφόρτωση της κλίσης (slope overload) είναι ένα αποτα μειονεκτήματα του δέλτα διαμορφωτή γιατί ο κωδικοποιητής δεν μπορεί να ανταποκριθεί εγκαίρως στις αλλαγές του σήματος εισόδου.



Σχήμα 1.2 Δέλτα διαμορφωτής

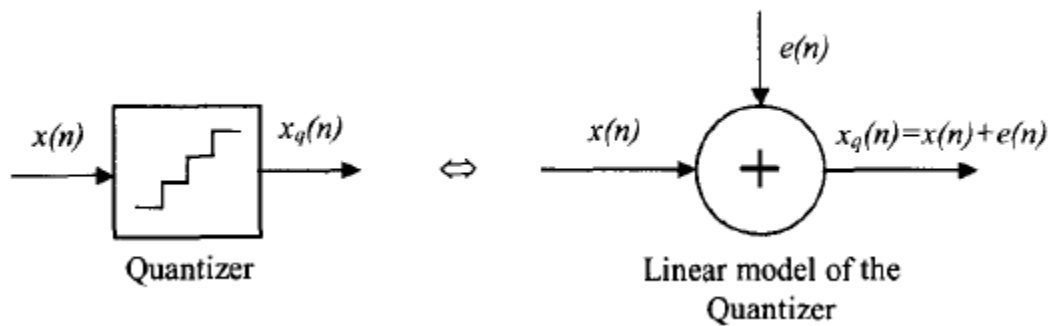
Για να αποφευχθεί το ανώτερο πρόβλημα, ένας ολοκληρωτής μπορεί να τοποθετηθεί μπροστά από τον δέλτα διαμορφωτή με σκοπό να περιορίσει το πλάτος εισόδου ή τις υψηλές συχνότητες. Η χρήση του ολοκληρωτή έχει ως αποτέλεσμα την κωδικοποίηση του ολοκληρωμένου σήματος εισόδου, με το αποτέλεσμα να που προκύπτει να ονομάζεται Δέλτα Σίγμα διαμορφωτής. Έτσι η έξοδος από bit σχετίζεται με το πλάτος του ίδιου του σήματος[1].



Σχήμα 1.3 Δέλτα – Σίγμα διαμορφωτής

### 1.3 Σφάλμα κβάντισης

Σε προηγούμενη ενότητα έγινε απλή αναφορά στο γραμμικό μοντέλο του κβαντιστή. Η κβάντιση επιτυγχάνεται με τη μετατροπή ενός σήματος συνεχούς χρόνου  $x$  σε ένα σήμα με διακριτές τιμές πεπερασμένου συνόλου  $q$ . Έτσι λοιπόν καθώς το  $x$  παίρνει ένα σετ τιμών μεταξύ  $\{x_{\min} - x_{\max}\}$ , το  $q$  παίρνει τιμές  $\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_M\}$ , όπου ο αριθμός  $M$  καθορίζεται από τον τύπο του κβαντιστή που θα χρησιμοποιηθεί αναλόγως την έξοδο. Επομένως είναι λογικό η έξοδος του σήματος από τον κβαντιστή να έχει μια ελαφρώς, ανάλογα τον κβαντιστή, διαφορετική τιμή  $x_q$  συγκριτικά με την είσοδο  $x_i$ , η οποία είναι η μεταξύ τους διαφορά, και καλείται σφάλμα κβάντισης και είναι ίσο με  $e(n) = q_{i(n)} - x(n)$ . Στο επόμενο σχήμα γίνεται αντιληπτή η μετατροπή του μη γραμμικού μοντέλου σε γραμμικό με σκοπό την ανάλυση του συστήματος.



Σχήμα 1.4 Γραμμικό μοντέλο κβάντισης

Τα επίπεδα κβάντισης, όπως προαναφέρθηκε, καθορίζουν και τον αριθμό bits εξόδου  $M = 2^B$ . Για έναν ομοιόμορφο κβαντιστή, το διάστημα μεταξύ 2 διαδοχικών επιπέδων  $\Delta$  δίνεται από τον τύπο  $\Delta = \frac{2}{2^B - 1}$  και καλείται το βήμα του κβαντιστή με όλες τις τιμές εισόδου να στρογγυλοποιούνται στις πλησιέστερες δυνατές. Το σφάλμα κβάντισης επηρεάζει σημαντικά την ποιότητα του σήματος μιας και προσθέτει μη επιθυμητό θόρυβο. Ο λόγος δύναμης σήματος προς το θόρυβο κβάντισης καλείται signal to quantization noise ratio (SQNR) και υπολογίζεται  $SQNR = \frac{\text{Signal Power}}{\text{Quantization Noise Power}}$ . Για ένα ημιτονικό σήμα όπου η ενέργειά του είναι  $\frac{A^2}{2}$  και η φασματική ποιότητα ισχύος (power spectral density – PSD)  $\frac{\Delta^2}{12}$ , το SQNR υπολογίζεται ως εξής :

$$SQNR = 10 \log \left( \frac{\frac{A^2}{2}}{\frac{\Delta^2}{12}} \right) \cong 10 \log \left( \frac{3 \cdot 2^{2B}}{2} \right) = (6.02B + 1.76) dB \quad (1.1)$$

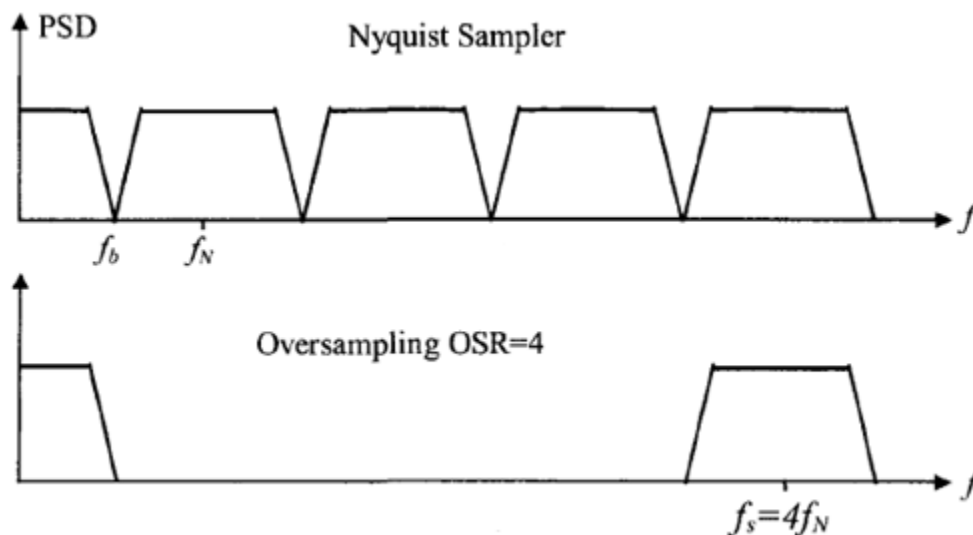
που σημαίνει πως με την αύξηση ενός bit αυξάνεται η ποιότητα του σήματος κατά  $\sim 6dB[1]$ .

### 1.4 Oversampling ratio

Οι απαιτήσεις σε υψηλή ευκρίνεια και δυναμικό εύρος (dynamic range – DR), στην επεξεργασία σημάτων δε μπορούν να ικανοποιηθούν πλήρως από τους συμβατικούς ADCs λόγω των περιορισμών στην εφαρμογή τους. Ένας τρόπος για την καταπολέμηση αυτού του προβλήματος, είναι η μέθοδος της υπερδειγματοληψίας (oversampling), κατά την οποία η συχνότητα δειγματοληψίας ξεπερνάει κατά πολύ αυτή του Nyquist  $f_s = 2 \cdot f_b$ . Η μεταβλητή που μετράει το λόγο του oversampling, καλείται oversampling ratio (OSR) και υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο :  $OSR = \frac{f_s}{2 \cdot f_b}$ , όπου  $f_s$  είναι η συχνότητα δειγματοληψίας και  $f_b$  η μέγιστη συχνότητα του σήματος, δηλαδή το εύρος του σήματος. Λόγω του oversampling, η ποιότητα του ψηφιακού σήματος αυξάνεται, αν λάβουμε υπόψιν το λόγο σήματος προς κβαντισμένο θόρυβο (signal to quantization noise ratio - SQNR). Κατά συνέπεια η ισχύς του τμήματος του θορύβου κβαντισμού που βρίσκεται στη ζώνη σήματος μειώνεται. Ο εναπομείναντας θόρυβος που βρίσκεται εκτός ζώνης σήματος είναι δυνατόν να εξαλειφθεί μέσω ψηφιακού φίλτρου ακρίβειας. Το SQNR δίνεται από τον τύπο:

$$SQNR_{oversampling} = 10 \log \frac{\left(\frac{A^2}{2}\right)}{\frac{12}{OSR}} = SQNR_{Nyquist} + 10 \log (OSR) \quad (1.2)$$

Από την εξίσωση φαίνεται πως το SQNR έχει τη δυνατότητα να βελτιώνεται κατά 3 dB αν η συχνότητα δειγματοληψίας διπλασιασθεί και ο θόρυβος που βρίσκεται εκτός σήματος (out of band noise), εξαλειφθεί. Στην εικόνα που ακολουθεί φαίνεται ένα παράδειγμα όπου χρησιμοποιείται oversampling με τιμή  $OSR = 4$ . Είναι φανερό πως το oversampling «μετακινεί» το θόρυβο κβάντισης σε διαφορετικό εύρος συχνοτήτων[1].



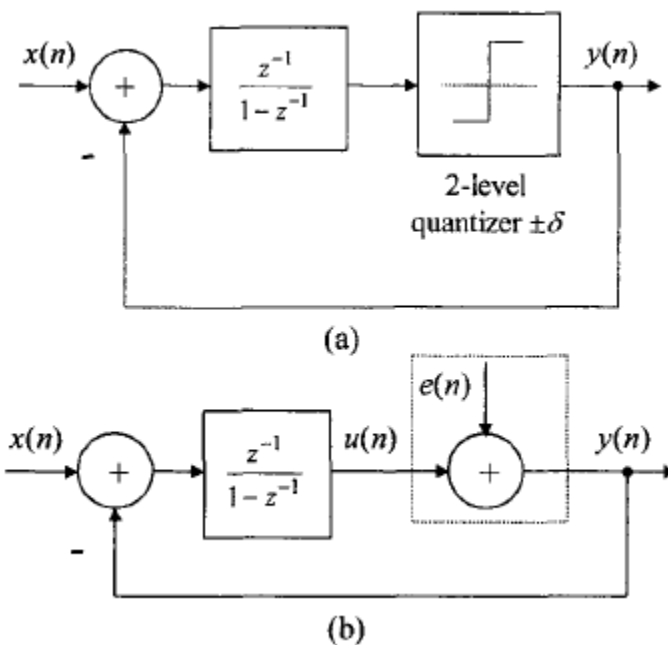
Εικόνα 1.1 Oversampling σε υψηλότερες συχνότητες



## 2. Δ-Σ ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΕΣ

### 2.1 Δ-Σ πρώτης τάξης

Σε προηγούμενη ενότητα, έγινε μία εισαγωγή στον Δ-Σ διαμορφωτή. Ο διαμορφωτής αυτός σε συνδυασμό με υπερδειγματοληψία, εξαπλώνει το θόρυβο κβαντισμού στο διάστημα συχνοτήτων μεταξύ  $[0, \frac{f_s}{2}]$  καθώς και εφαρμόζει διαμόρφωση θορύβου με σκοπό να ελαττώσει το θόρυβο σήματος σε συχνότητες εκτός εύρους ζώνης. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται ο Δ-Σ διαμορφωτής πρώτης τάξεως καθώς και το αντίστοιχο γραμμικό μοντέλο του.



Σχήμα 2.1 α) Δ-Σ πρώτης τάξης β) γραμμικό μοντέλο

Κάνοντας αλγεβρική ανάλυση του γραμμικού μοντέλου, η έξοδος του διαμορφωτή γίνεται:

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + (1 - z^{-1})E(z) \quad (2.1)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του σήματος (signal transfer function – STF) δίνεται από τον τύπο  $STF(z) = z^{-1}$  ενώ η συνάρτηση μεταφοράς θορύβου (noise transfer function – NTF)  $NTF(z) = 1 - z^{-1}$ . Από τις εξισώσεις, είναι φανερό πως η STF καθυστερεί το σήμα εισόδου κατά 1 δείγμα, ενώ η NTF λειτουργεί ως υπεραυτό φίλτρο, διαμορφώνοντας κατάλληλα τις χαμηλές συχνότητες[1].

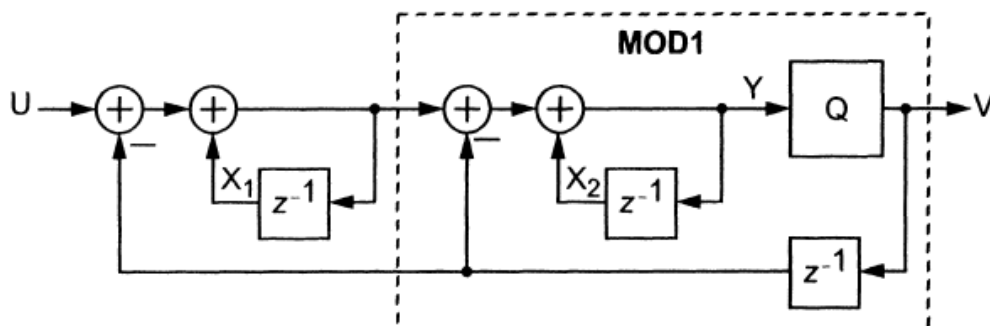
### 2.1.1 Ευστάθεια ΔΣ

Για να γίνει αντιληπτή η χρησιμότητα του ΔΣ διαμορφωτή, θα πρέπει να γίνει λόγος για την ευστάθεια του. Από το γραμμικό μοντέλο του ΔΣ με αντίστροφο μετασχηματισμό Z :  $y(n) = y(n - 1) + x - u(n - 1)$  και  $u(n) = \text{sgn}(y(n))$ , όπου  $\text{sgn}$  είναι η συνάρτηση προσήμου (sign function). Συνδυάζοντας τις προηγούμενες 2 εξισώσεις έχουμε :  $y(n) = y(n - 1) + x - \text{sgn}(y(n - 1))$ . Ας θεωρήσουμε ως διέγερση του συστήματος ένα σήμα κοντά στο dc. Είναι φανερό πως αν το σήμα εισόδου είναι  $|x| > 1$  τότε η έξοδος βγαίνει εκτός ορίων και το σύστημα γίνεται ασταθές. Για παράδειγμα αν δωθεί η είσοδος  $x = 1.3$  τότε ο διαμορφωτής στην ανατροφοδότηση θα προσπαθεί να εξισορροπήσει την είσοδο δίνοντας ως έξοδο  $y = -1$ . Κάθε φορά λοιπόν, θα υπάρχει μία διαφορά 0.3 που θα δίνεται στον ολοκληρωτή σε κάθε χτύπο του ρολογιού. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα, το σύστημα κάποια στιγμή να γίνει ασταθές. Σε αντίθετη περίπτωση, αν το σήμα εισόδου είναι  $|x| \leq 1$  και η αρχική συνθήκη  $|y(0)| \leq 2$ , το σύστημα θα μείνει ευσταθές με την έξοδο να παραμένει μέσα στα όρια. Με αντικατάσταση της εισόδου  $x$  σε  $x(n)$  έχουμε  $y(n) = y(n - 1) + x(n) - \text{sgn}(y(n - 1))$ . Συνεχίζοντας αν  $|y(0)| \leq 2$  τότε και  $|y(0) - \text{sgn}(y(0))| \leq 1$ . Έτσι  $|y(1) = |x(1) + y(0) - \text{sgn}(y(0))| \leq 2$  μιας και η είσοδος είναι  $|x(n)| \leq 1$ . Αναλόγως και για τα υπόλοιπα δείγματα, είναι φανερό πως ο ΔΣ διαμορφωτής είναι ευσταθής με οποιοδήποτε πλάτος εισόδου πληρεί την προϋπόθεση  $|x(n)| \leq 1$ [3].

### 2.2 ΔΣ δεύτερης τάξης

Στην προηγούμενη ενότητα μελετήθηκε ο ΔΣ διαμορφωτής πρώτης τάξης. Παρά όμως τα πλεονεκτήματά του στην ευστάθεια, την ευρωστία και την απλότητα στην υλοποίηση και ανάλυση, η συνολική του απόδοση τον καθιστά ανεπαρκή για την υλοποίηση διαφόρων εφαρμογών. Στην ενότητα που ακολουθεί, παρουσιάζεται ο ΔΣ διαμορφωτής δεύτερης τάξης και γίνεται η σύγκρισή του με τον ΔΣ πρώτης τάξης.

Ο απλούστερος τρόπος για την κατασκευή ενός ΔΣ διαμορφωτή δεύτερης τάξης, είναι η αντικατάσταση του κβαντιστή του ΔΣ πρώτης τάξης, με έναν ακόμα ΔΣ πρώτης τάξης. Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνεται ο ΔΣ διαμορφωτής που έχει πάρει τη θέση του κβαντιστή.

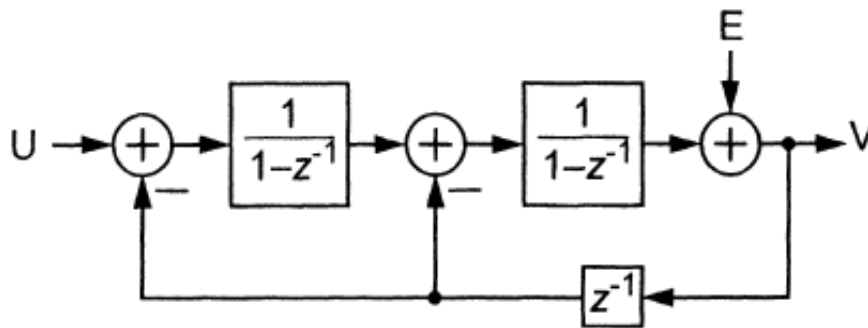


Σχήμα 2.2 ΔΣ δεύτερης τάξης

Κάνοντας ανάλυση του συστήματος από τις εξισώσεις του γραμμικού μοντέλου:

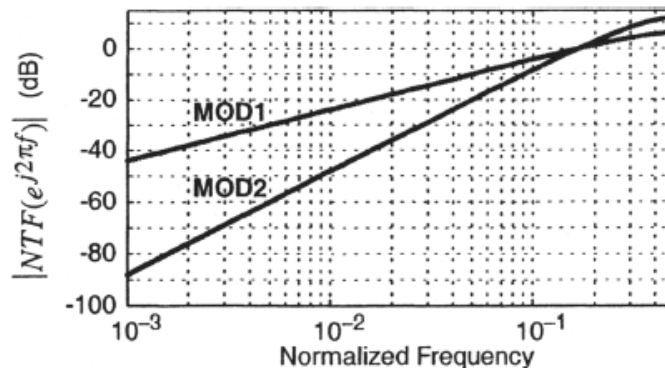
$$\begin{aligned}
 V(z) &= E(z) + \frac{1}{1-z^{-1}}(-z^{-1}V(z)) + \frac{1}{1-z^{-1}}(-z^{-1}V(z) + U(z)) = \\
 &= \frac{(1-z^{-1})^2 E(z) - ((1-z^{-1})z^{-1} + z^{-1})V(z) + U(z)}{(1-z^{-1})^2} \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

Λύνοντας αλγεβρικά καταλήγουμε ότι  $V(z) = U(z) + (1 - z^{-1})^2 E(z)$ . Από την εξίσωση φαίνεται πως η STF αντιστοιχεί με  $STF(z) = 1$ , όπως ακριβώς και στον ΔΣ πρώτης τάξης, ενώ η NTF, αντιστοιχεί σε  $NTF(z) = (1 - z^{-1})^2$ . Δεδομένου ότι η NTF του ΔΣ δεύτερης τάξης είναι στο τετράγωνο, αναμένεται εξασθένιση του θορύβου στις χαμηλές συχνότητες. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται το γραμμικό μοντέλο που έγινε η ανάλυση του ΔΣ διαμορφωτή δεύτερης τάξης[3].



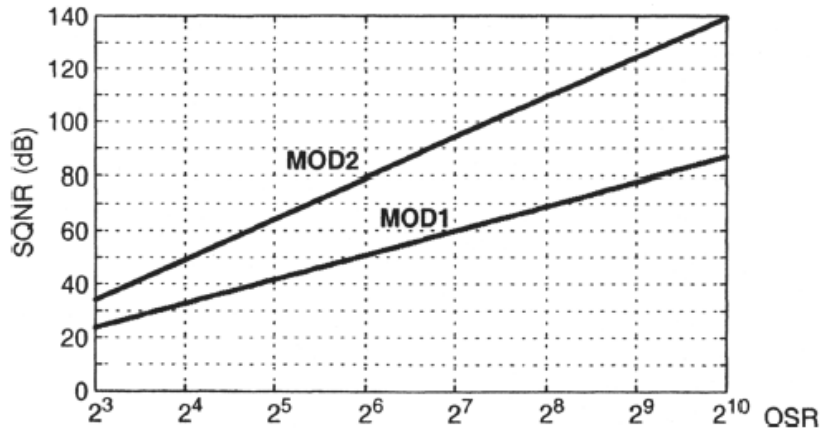
Σχήμα 2.3 Γραμμικό μοντέλο ΔΣ δεύτερης τάξης

Στην επόμενη εικόνα γίνεται μία πρακτική σύγκριση του κέρδους των δύο διαμορφωτών. Στις χαμηλές συχνότητες η NTF του ΔΣ πρώτης τάξης (MOD1) εμφανίζει κέρδος 20db/decade ενώ ο ΔΣ δεύτερης τάξης (MOD2) έχει 40db/decade. Στις συχνότητες κοντά στο dc παρατηρείται εξασθένιση, η οποία είναι επιθυμητή αφού μειώνει την ποσότητα θορύβου κβαντισμού εντός του εύρους ζώνης σήματος. Εφόσον όμως το κέρδος σε υψηλές συχνότητες του ΔΣ δεύτερης τάξης είναι μεγαλύτερο από του ΔΣ πρώτης τάξης, η συνολική ισχύς του θορύβου κβαντισμού στην έξοδο, είναι μεγαλύτερη.



Εικόνα 2.1 Σύγκριση κέρδους ανά δεκάδα των 2 διαμορφωτών

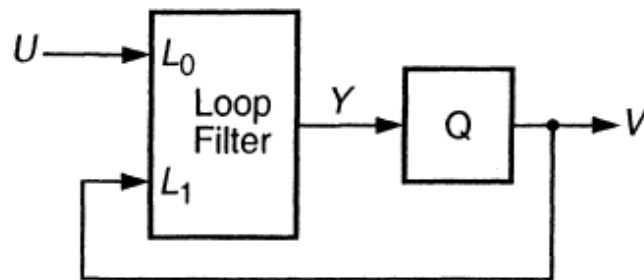
Η θεωρητική σύγκριση μεταξύ SQNR και OSR για τους 2 διαμορφωτές, με πλάτος  $M = 1$ , φαίνεται στην εικόνα 2.2. Έπειτα από αλγεβρικές πράξεις, το αποτέλεσμα δείχνει πως διπλασιάζοντας το OSR, το SQNR αυξάνεται κατά περίπου 15dB που μεταφράζεται ως αύξηση της ανάλυσης των bit κατά 2.5. Ως παράδειγμα με bits, ας υποθέσουμε ότι το  $OSR = 128$  με το αντίστοιχο  $SQNR = 94.2 \text{ dB}$  που αντιστοιχεί σε ανάλυση 16 bit. Αν ο διαμορφωτής χρησιμοποιηθεί για εφαρμογές ήχου, με  $f_B = 20\text{kHz}$ , τότε  $f_s = 2 \cdot OSR \cdot f_B = 5.12\text{MHz}$ . Για να καταλήγαμε στην ίδια ακριβώς εφαρμογή με ΔΣ διαμορφωτή πρώτης τάξης, θα χρειαζόταν  $OSR = 1800$  και άρα συχνότητα ρολογιού  $f_s = 72\text{MHz}$ , συχνότητα που θα περιόριζε κατά πολύ την υλοποίηση[3].



Εικόνα 2.2 Σύγκριση SQNR με OSR των 2 διαμορφωτών

### 2.3 ΔΣ μεγάλης τάξης

Σε αυτήν την ενότητα, παρουσιάζονται διαμορφωτές μεγαλύτερης τάξης, οι οποίοι αναπτύσσονται ως γενικεύσεις των διαμορφωτών πρώτης και δεύτερης τάξης που αναλύθηκαν σε προηγούμενες ενότητες. Οι διαμορφωτές υψηλής τάξης έχουν παρατηρηθεί ότι προσφέρουν βελτιωμένη απόδοση σε βάρος όμως περισσότερου υλικού υλοποίησης και μειωμένου εύρους σήματος. Στο σχήμα 2.4 φαίνεται η γενική δομή των διαμορφωτών μεγαλύτερης τάξης. Σε αυτή τη δομή, ο διαμορφωτής χωρίζεται σε 2 μέρη: το γραμμικό κομμάτι, που είναι το φίλτρο βρόχου (loop filter) και το μη γραμμικό κομμάτι που είναι ο κβαντιστής[3].



Σχήμα 2.4 Γενική δομή διαμορφωτή υψηλής τάξης

Το φίλτρο βρόχου, είναι ένα σύστημα 2 εισόδων όπου η έξοδος του,  $y$ , εκφράζεται ως γραμμικός συνδυασμός των εισόδων  $U$  και  $V$ :  $Y(z) = L_0(z)U(z) + L_1V(z)$ . Η συμπεριφορά του κβαντιστή, δεν είναι άλλη από την προσθήκη σήματος με σφάλμα:  $V(z) = Y(z) + E(z)$ . Από τις δύο αυτές εξισώσεις προκύπτει:  $V(z) = STF(z)U(z) + NTF(z)E(z)$ , όπου

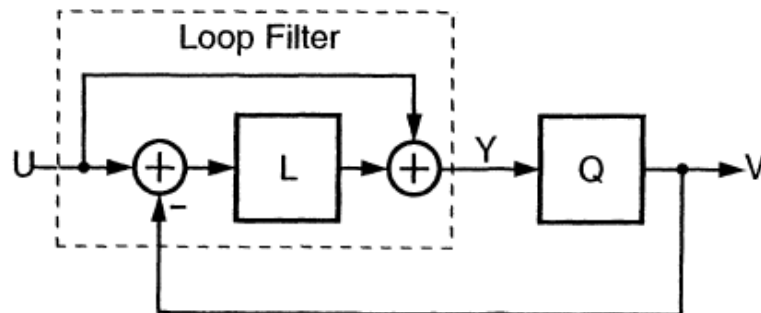
$$NTF(z) = \frac{1}{1-L_1(z)} \quad (2.3)$$

και

$$STF(z) = \frac{L_0(z)}{1-L_1(z)} \quad (2.4)$$

Οι εξισώσεις αυτές ισχύουν ανεξαρτήτως τη δομή του φίλτρου βρόχου, τα χαρακτηριστικά εισόδου του φίλτρου βρόχου και προσδιορίζονται μόνο από τις ιδιότητες των  $STF$ ,  $NTF$  αλλά και του κβαντιστή. Για να επιτευχθεί ο στόχος  $STF = 1$ , το  $L_1$  θα πρέπει να είναι μεγάλο στις συχνότητες μεταξύ  $[0, f_B]$  έτσι ώστε να είναι χαμηλή η  $NTF$  στο ίδιο εύρος, και ως εκ τούτου το  $L_0$  πρέπει να είναι εξίσου μεγάλο στο αντίστοιχο εύρος συχνοτήτων. Οι πόλοι των φίλτρων  $L_1$  και  $L_0$  θα πρέπει να είναι στο ίδιο εύρος. Επομένως, λεπτομέρειες στη δομή του φίλτρου βρόχου δεν έχουν σημασία για τον προσδιορισμό της ιδανικής συμπεριφοράς εισόδου – εξόδου του διαμορφωτή.

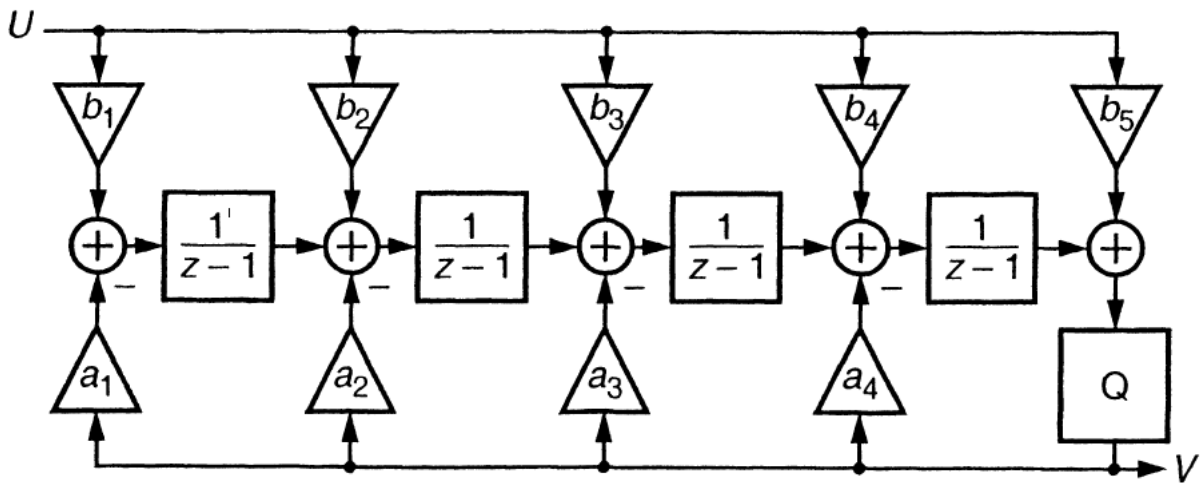
Σε μία διαφορετική προσέγγιση του διαμορφωτή, η είσοδος προωθείται αμέσως μετά από την έξοδο του φίλτρου, έτσι ώστε το  $L_0 = L+1$  ενώ το  $L_1$  παραμένει ανεπηρέαστο και συνεπώς και η  $NTF$ . Επομένως η  $STF$  γίνεται:  $STF(z) = \frac{L(z)+1}{1+L(z)} = 1$ . Έτσι, η είσοδος στο φίλτρο δεν περιέχει πλέον το σήμα εισόδου, μόνο το φιλτραρισμένο θόρυβο κβαντισμού. Αυτό κάνει το σχεδιασμό του φίλτρου βρόχου πολύ πιο εύκολο έργο. Για την σωστή λειτουργία του φίλτρου, αξίζει να σημειωθεί πως θα πρέπει να υφίσταται τουλάχιστον μία καθυστέρηση στο βρόχο που απαρτίζεται από τον κβαντιστή και το  $L_1$ , ειδάλλως μία τιμή στο  $y(n)$  θα οδηγήσει την έξοδο  $v(n)$  σε  $y(n) + e(n)$ , με το δείγμα να περνάει από το  $L_1$  και να αλλάζει το  $y(n)$  ακαριαία. Αυτό έχει ως συμπέρασμα η τιμή του  $y(n)$  να μπορεί να αλλάζει τιμή στην ίδια χρονική περίοδο του ίδιου ρολογιού. Στο επόμενο σχήμα, φαίνεται η δομή του συστήματος[3].



Σχήμα 2.5 Δομή προώθησης εισόδου

### 2.4.1 Φίλτρα βρόχου με καταναμημένη ανάδραση και ζεύξη εισόδου - Δομές CIFB και CRFB

Στο σχήμα που ακολουθεί, σχήμα 2.6, φαίνεται το σύστημα που περιέχει ολοκληρωτές με καταναμημένη ανάδραση καθώς και καταναμημένη ζεύξη εισόδου σε αλληλουχία (Cascaded Integrators with Feedback Coupling – CIFB). Όπως φαίνεται από το σχήμα αποτελείται από αριθμό N ολοκληρωτών σε αλληλουχία, με το σήμα εισόδου καθώς και το σήμα ανάδραση να τροφοδοτούν τον κάθε ολοκληρωτή με διαφορετικούς συντελεστές βαρύτητας  $a_i$  και  $b_i$  [3].



Σχήμα 2.6 Δομή CIFB

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου  $L_0$  δίνεται από τον τύπο:

$$L_0(z) = \sum_{i=1}^{N+1} \frac{b_i}{(z-1)^{N+1-i}} = \frac{b_1 + b_2(z-1) + \dots + b_{N+1}(z-1)^N}{(z-1)^N} \quad (2.5)$$

με το φίλτρο ανατροφοδότησης  $L_1$  να έχει συνάρτηση μεταφοράς:

$$L_1(z) = \sum_{i=1}^N \frac{-a_i}{(z-1)^{N+1-i}} = \frac{-a_1 - a_2(z-1) - \dots - a_N(z-1)^{N-1}}{(z-1)^N} \quad (2.6)$$

με  $a_i$  και  $b_i$  να παίρνουν τιμές  $a_i, b_i > 0$ . Η μορφή της NTF για τέτοια τοπολογία:

$$NTF(z) = \frac{1}{1-L_1(z)} = \frac{(z-1)^N}{D(z)} \quad (2.7)$$

όπου:

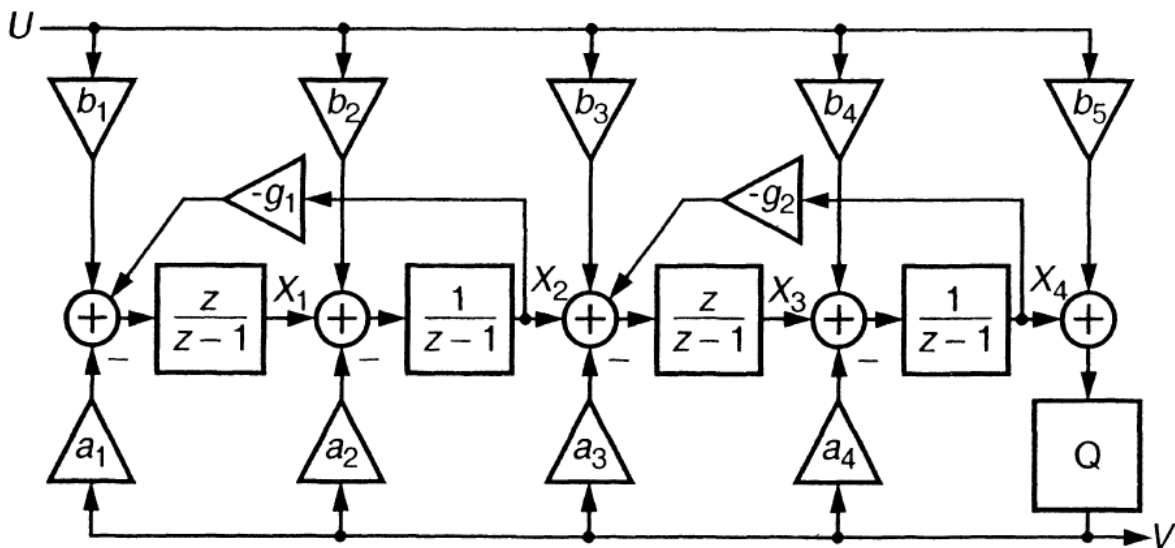
$$D(z) = a_1 + a_2(z-1) + \dots + a_N(z-1)^{N-1} + (z-1)^N \quad (2.8)$$

Έτσι τα μηδενικά της NTF πρέπει να βρίσκονται στο  $z=1$  (dc). Οι συντελεστές βαρύτητας  $a_i$  μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εισαγωγή πεπερασμένων μη μηδενικών πόλων στην NTF καθώς και να καθοριστούν τα μηδενικά του φίλτρου  $L_1(z)$ . Η STF δίνεται από τον τύπο:

$$STF(z) = \frac{L_0(z)}{1-L_1(z)} = \frac{b_1+b_2(z-1)+\dots+b_{N+1}(z-1)^N}{D(z)} \quad (2.9)$$

Η εξίσωση δείχνει πως τα  $b_i$  καθορίζουν τα μηδενικά της STF ενώ τα  $a_i$  τους πόλους. Για ευσταθή λειτουργία, κρίνεται απαραίτητος ο καθορισμός μη μηδενικών τιμών στους συντελεστές  $a_i$  έτσι ώστε να υπάρχουν οι επιθυμητοί πόλοι που να εξυπηρετούν αυτόν το σκοπό. Ωστόσο, υπάρχει κάποιο περιθώριο επιλογής για την επιλογή των μηδενικών του STF, και ως εκ τούτου του  $b_i$ . Για απλοποίηση του κυκλώματος, όλα τα  $b_i$  εκτός από το  $b_1$  μπορούν να επιλεγούν ως μηδέν. Έτσι όλα τα μηδενικά της STF βρίσκονται στο άπειρο στο επίπεδο  $z$  και η STF καθορίζεται από το λόγο  $\frac{b_1}{D(z)}$ .

Εαν τα μηδενικά της NTF βρεθούν σε μη μηδενικές συχνότητες εντός του μοναδιαίου κύκλου στο επίπεδο  $z$ , τότε μπορεί να αποδοθεί καλύτερο SQNR στο σύστημα. Για την επίτευξη αυτού, χρειάζεται μία τροποποίηση στο σύστημα, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.7. Η δομή αυτή καλείται αλληλουχία από συντονιστές με καταναμημένη ανατροφοδότηση (Cascaded Resonators with Distributed Feedback – CRFB)[3].



Σχήμα 2.7 Δομή CRFB

Το ανωτέρω σύστημα, είναι ικανό να πραγματοποιήσει τέσσερα NTF μηδενικά ως δύο ζεύγη σύνθετων συζυγών στον μοναδιαίο κύκλο. Αν χωριστεί το σύστημα νοητικά σε δύο κομμάτια, οι δύο πρώτοι ολοκληρωτές μαζί με το μονοπάτι ανατροφοδότησης  $-g_1$  σχηματίζουν έναν συντονιστή με δύο σύνθετους πόλους που είναι τα μηδενικά του  $z^2 - (2 - g)z + 1$ . Αυτοί οι πόλοι βρίσκονται στο μοναδιαίο κύκλο στις συχνότητες  $\pm\omega_1$  που ικανοποιούν τη συνθήκη  $\cos\omega_1 = 1 - \frac{g_1}{2}$ . Αντίστοιχα οι τρίτος και τέταρτος

ολοκληρωτής μαζί με το μονοπάτι ανατροφοδότησης  $-g_2$ , δημιουργούν έναν συντονιστή με πόλους στο  $\pm\omega_2$  ικανοποιούν τη συνθήκη  $\cos\omega_2 = 1 - \frac{g_2}{2}$ . Για τη συνήθη περίπτωση όπου η κανονικοποιημένη συχνότητα των πόλων είναι  $\omega_i \ll 1$ ,  $\omega_i \approx \sqrt{g_i}$ . Σε κάθε συντονιστή χρειάζεται ο ένας από τους δύο ολοκληρωτές να μη έχει καθυστέρηση έτσι ώστε να σιγουρευτεί πως οι πόλοι παραμένουν στο μοναδιαίο κύκλο. Για τους δύο συντονιστές οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι αντίστοιχα :

$$R_1(z) = \frac{X_2(z)}{V(z)} \Big|_{U(z)=0} = -\frac{a_1z+a_2(z-1)}{z^2-(2-g_1)z+1} \quad (2.10)$$

$$R_2(z) = -\frac{a_3z+a_4(z-1)}{z^2-(2-g_2)z+1} \quad (2.11)$$

Αν  $U(z) = 0$  τότε

$$\frac{X_4(z)}{V(z)} = R_1(z) \left( \frac{z}{z^2-(2-g_2)z+1} \right) + R_2(z) \quad (2.12)$$

και επομένως:

$$L_1(z) = -\frac{(a_1z+a_2(z-1))z + [z^2-(2-g_1)z+1](a_3z+a_4(z-1))}{[z^2-(2-g_1)z+1][z^2-(2-g_2)z+1]} \quad (2.13)$$

Η  $L_0(z)$  είναι η αρνητική από τα παραπάνω, με το  $b_i$  να αντικαθιστά το  $a_i$  στα  $R_1(z)$  και  $R_2(z)$ , και με την προσθήκη του  $b_5$  ως σταθερό όρο[3].

#### 2.4.2 Φίλτρα βρόχου με κατανεμημένη προώθηση εισόδου και ζεύξη εισόδου – Δομές CIFF και CRFF

Οι δομές με ανάδραση μπορούν κάλλιστα να αντικατασταθούν από προώθηση εισόδου έτσι ώστε να δημιουργηθούν τα μηδενικά της NTF. Στο σχήμα 2.8 φαίνεται μία τέτοια δομή. Το φίλτρο βρόχου γίνεται:

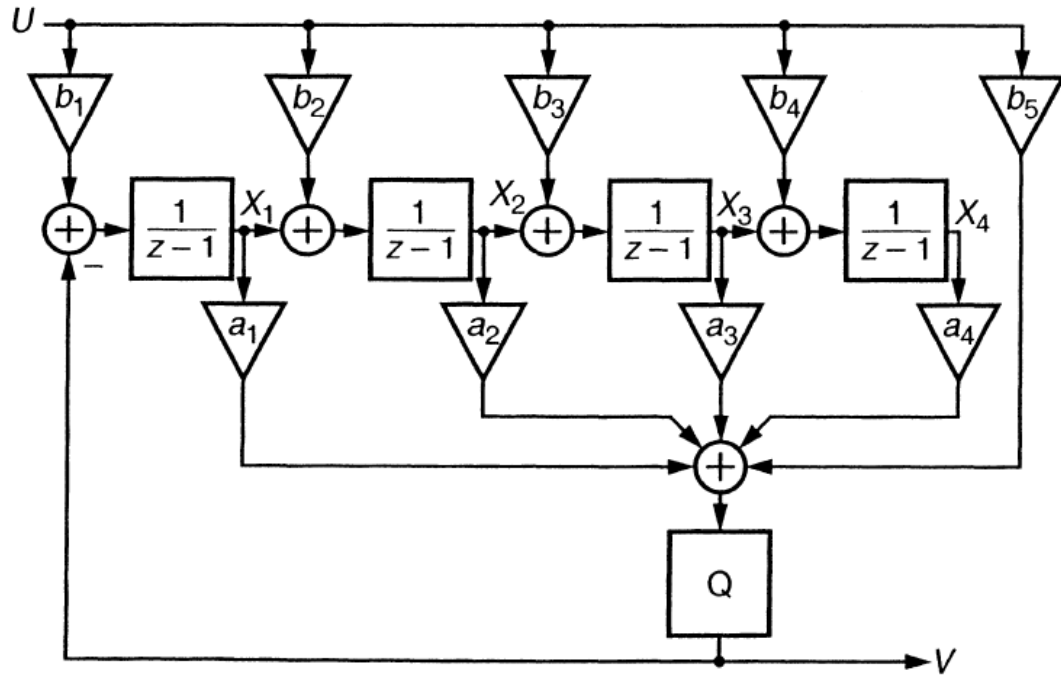
$$L_1(z) = -a_1I(z) - a_2I(z)^2 - \dots - a_nI(z)^N \quad (2.14)$$

με  $I(z) = \frac{1}{z-1}$  να υποδηλώνει την συνάρτηση μεταφοράς καθυστέρησης του ολοκληρωτή. Αντίστοιχα η STF:

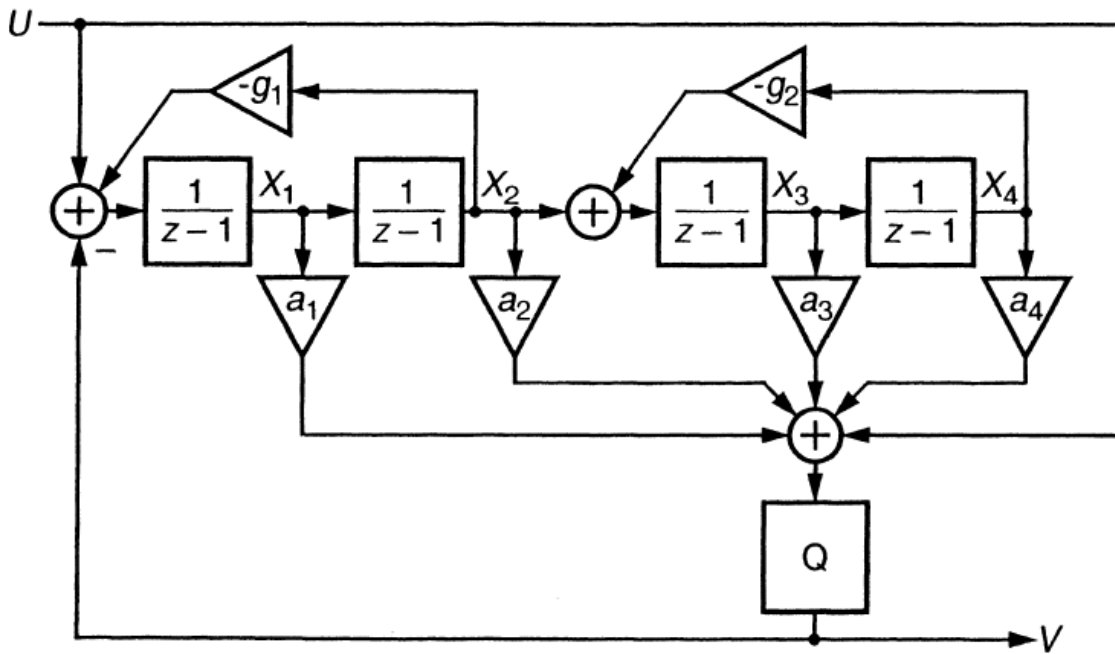
$$L_0(z) = b_1(a_1I + a_2I^2 + \dots + a_nI^N) + b_2(a_2I + \dots + a_nI^{N-1}) + b_3(a_3I + \dots + a_nI^{N-2}) + \dots + b_{N+1} \quad (2.15)$$

Αν γίνει η αντίστοιχη προσέγγιση για τους πόλους της NTF, όπως έγινε για τους συντονιστές στην προηγούμενη ενότητα, είναι εύκολη η ανάλυση του συστήματος για τη δομή CRFF, η οποία παρατίθεται στο σχήμα 2.9[2,3].





Σχήμα 2.8 Δομή CIFF



Σχήμα 2.9 Δομή CRFF

### 3. MULTI STEP LOOK-AHEAD (MSLA) ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΗΣ

#### 3.1 Συνάρτηση κόστους

Στην προηγούμενη ενότητα, έγινε αναφορά στη δομή του ΔΣ με προώθηση της εισόδου. Έχει αποδειχθεί πως αυτή η τοπολογία, είναι ισοδύναμη με έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης με την έξοδό του να καθορίζεται από μία συνάρτηση ελαχιστοποίησης κόστους[4]:

$$S_{0,n}(u) = |x_n + e_n - u|, \quad (3.1)$$

όπου  $x_n$  είναι η τρέχουσα είσοδος,  $e_n$  είναι η τρέχουσα έξοδος του φίλτρου σύγκρισης και  $u \in \{\pm 1\}$  είναι η μεταβλητή ελαχιστοποίησης. Η έξοδος  $y$  είναι η τιμή του  $u$  που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους  $S_{0,n}$ , δηλαδή:

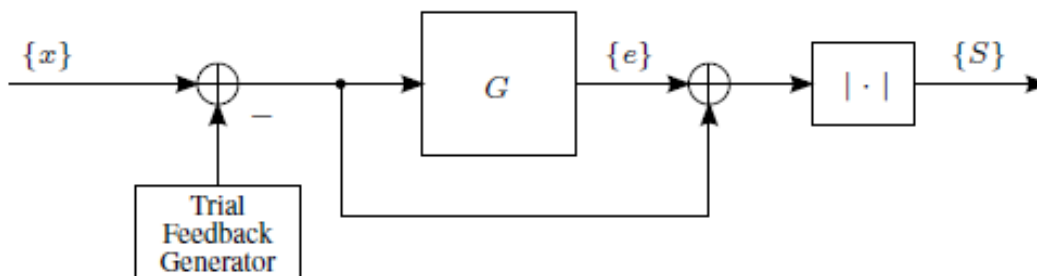
$$y_n = \underset{u \in \{\pm 1\}}{\operatorname{argmin}} S_{0,n}(u). \quad (3.2)$$

Η λύση της εξίσωσης είναι  $y_n = \operatorname{sgn}(e_n + x_n)$  και αντιστοιχεί κάθε φορά σε 1-bit έξοδο. Από τις δύο προηγούμενες εξισώσεις προκύπτει ότι η έξοδος του διαμορφωτή καθορίζεται ελαχιστοποιώντας μόνο το στιγμιαίο σφάλμα κβάντισης.

Στο επόμενο σχήμα, εμφανίζεται το διάγραμμα όπου εμφανίζεται ο τρόπος που γίνεται ο υπολογισμός της συνάρτησης κόστους. Η ανατροφοδότηση από την έξοδο στην είσοδο, έχει αντικατασταθεί από μία γεννήτρια που παράγει όλες τις πιθανές τιμές του  $u$ , δηλαδή -1 και 1. Το σφάλμα κβάντισης, που είναι η διαφορά μεταξύ της γεννήτριας και της εισόδου, φιλτράρεται από το  $G(z)$  που ισοδυναμεί με:

$$G(z) = \frac{1-NTF(z)}{NTF(z)} = \frac{\sum_{i=1}^l b_i z^{-i}}{1+\sum_{i=1}^m a_i z^{-i}} \quad (3.3)$$

όπου  $l$  και  $m$  είναι οι τάξεις των συντελεστών των πολυωνύμων του αριθμητή και παρονομαστή αντίστοιχα[4].



Σχήμα 3.1 Διάγραμμα υπολογισμού της συνάρτησης κόστους

Η συνάρτηση κόστους είναι η έξοδος της απόλυτης τιμής του φίλτρου. Επομένως, το τετράγωνο της συνάρτησης κόστους ισοδυναμεί με το φιλτραρισμένη ισχύς του κβαντισμένου σφάλματος. Η ακολουθία που επιλέγεται, είναι αυτή με το μικρότερο

δυνατό κόστος  $S_{0,n}$ , και η τιμή της εξόδου  $y_n$  προσαρμόζεται ανάλογα την τιμή του  $u$  (-1 ή 1) που την επαληθεύει. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής δίνει ακριβώς την ίδια έξοδο  $y$  με το προηγούμενο σχήμα. Η εικόνα που ακολουθεί δείχνει την επιλογή εξόδου σύμφωνα με τη συνάρτηση κόστους.

Minimization variables:						$v$	Cost
0	1	...	$n-2$	$n-1$	$n$		
$y_0$	$y_1$	...	$y_{n-2}$	$y_{n-1}$	-1	$S_{0,n}(-1)$	
$y_0$	$y_1$	...	$y_{n-2}$	$y_{n-1}$	1	$S_{0,n}(1)$	

⏟ Previous outputs
 ⏟ Trial FB seq.

Εικόνα 3.1 Συνάρτηση κόστους

### 3.2 Αλγόριθμος MSLA

Μία γενίκευση του προβλήματος της βελτιστοποίησης κβάντισης 1-bit είναι δυνατή εάν η ελαχιστοποίηση του φιλτραρισμένου σφάλματος κβάντισης δεν περιορίζεται μόνο στο τρέχον δείγμα  $x_n$ , αλλά ενσωματώνει και τα μελλοντικά δείγματα εισόδου,  $k$  (look-ahead). Τα δείγματα αυτά δεν προβλέπονται με κάποιο τρόπο, αντιθέτως υπάρχουν ήδη όταν προστεθεί καθυστέρηση στην έξοδο. Η κύρια ιδέα του αλγορίθμου, είναι η αναζήτηση σε όλες τις  $2^{k+1}$  δυνατές τιμές της εξόδου  $\{(u_0, u_1, \dots, u_k) | u_i \in \{\pm 1\}\}$ , που είναι γνωστά και ως μονοπάτια. Ο αλγόριθμος Multi Step Look-Ahead λαμβάνει υπόψιν όλα τα  $2^{k+1}$  μονοπάτια και επιλέγει εκείνο που έχει την ελάχιστη ισχύ σφάλματος κβάντισης. Από αυτό το μονοπάτι, επιλέγεται η πρώτη τιμή ως τρέχουσα έξοδος. Έπειτα ο δείκτης  $n$  αυξάνεται κατά 1 και ο αλγόριθμος συνεχίζει την ίδια διαδικασία υπολογισμού για να βρεί την επόμενη έξοδο[4]. Η εισαγωγή των  $2^{k+1}$  μονοπατιών γίνεται μέσω της γεννήτριας παραγωγής ανατροφοδότησης, που παρουσιάζεται στο σχήμα 3.1, και γίνονται η είσοδος του φίλτρου  $G$ :

$$(x_0 - y_0, x_1 - y_1, \dots, x_{n-1} - y_{n-1}, x_n - u_0, x_{n+1} - u_1, \dots, x_{n+k} - u_k) \quad (3.4)$$

Τα συνδεόμενα κόστη είναι:

$$\sum_{j=0}^k S_{j,n}(u_0, u_1, \dots, u_j) \quad (3.5)$$

όπου τα μερικά κόστη  $S_{j,n}$  ορίζονται ως:

$$S_{j,n}(u_0, u_1, \dots, u_j) = |x_n + e_{n+j} - u_j|^2 \quad (3.6)$$

Εκτενείς προσομοιώσεις, έδειξαν πως υπολογίζοντας μόνο τα μερικά κόστη με τα τελευταία look-ahead δείγματα, δηλαδή  $j = k - r, k - r + 1, \dots, k$ , με  $r+1$  τον αριθμό από τα μερικά κόστη, όπως στην εικόνα που ακολουθεί, μπορεί να οδηγήσουν σε ευστάθεια και χαμηλότερη πολυπλοκότητα, με το κόστος όμως σε μειωμένο SNR[4]. Σε αυτήν την περίπτωση το συνολικό κόστος κάθε μονοπατιού δίνεται από τον τύπο:

$$D_n(\mathbf{v}) = \sum_{j=k-r}^k S_{j,n}(u_0, u_1, \dots, u_k), \quad (3.7)$$

όπου  $\mathbf{v} = (u_0, u_1, \dots, u_k)$ , με το  $\mathbf{v}$  να υποδηλώνει διάνυσμα τιμών. Η έξοδος του διαμορφωτή είναι η τιμή  $u_0$  που, σε συνδυασμό με τις  $u_1, u_2, \dots, u_k$  ελαχιστοποιούν την  $D_n(\mathbf{v})$ , δηλαδή,

$$y_n = \operatorname{argmin}_{u_0 \in \{\pm 1\}} \left( \min_{u_1, u_2, \dots, u_k \in \{\pm 1\}} D_n(\mathbf{v}) \right). \quad (3.8)$$

Min. var.:	$v_0$	...	$v_{k-r}$	...	$v_k$		
...	$n-1$	$n$	...	$n+k-r$	...	$n+k$	Cost
...	$y_{n-1}$	-1	...	-1	...	-1	$D(\mathbf{v}_0)$
...	$y_{n-1}$	-1	...	-1	...	1	$D(\mathbf{v}_1)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
...	$y_{n-1}$	1	...	1	...	-1	$D(\mathbf{v}_{2^{k+1}-2})$
...	$y_{n-1}$	1	...	1	...	1	$D(\mathbf{v}_{2^{k+1}-1})$

⏟
⏟
⏟
⏟

Prev. Out.  $r+1$   $k+1$  trial feedback symbols

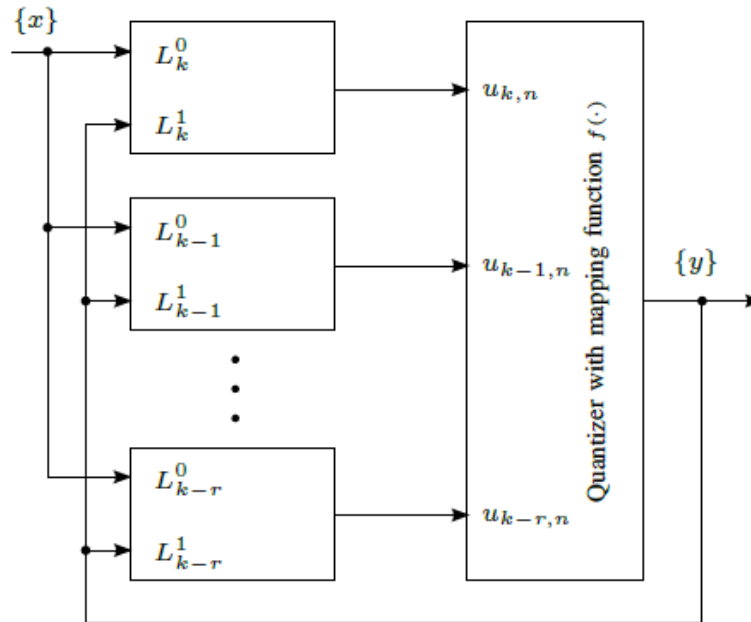
Εικόνα 3.2 Επισκόπηση αλγορίθμου MSLA

Το φίλτρο  $G$ , είναι φίλτρο τύπου IIR, επομένως η έξοδος του εξαρτάται από όλες τις προηγούμενες τιμές καθώς και από τις τρέχουσες. Η έξοδος  $e_{n+j}$ , συνδέεται άμεσα με τα  $u_0, u_1, \dots, u_{j-1}$ . Θεωρώντας πως το φίλτρο  $G$ , δίνεται από την εξίσωση 3.3 και η είσοδος από την εξίσωση 3.4, η έξοδος για τιμές  $0 \leq j \leq k$  δίνεται από τη σχέση :

$$e_{n+j} = \sum_{i=1}^l b_i x_{n+j-i} - \sum_{i=1}^j b_i u_{j-i} - \sum_{i=j+1}^l b_i y_{n+j-i} - \sum_{i=1}^m a_i e_{n+j-i} \quad (3.9)$$

### 3.3.1 Αποδοτική μορφή του MSLA

Μία αποτελεσματικότερη προσέγγιση από τον υπολογισμό των  $2^{k+1}$  τιμών, είναι η μετατροπή της βελτιστοποιημένης μορφής στην ισοδύναμη μορφή μη – γραμμικού συστήματος όπως αναπαριστάται στο σχήμα 3.2. Το σύστημα αποτελείται από r+1 φίλτρα δύο εισόδων και μια μη γραμμική συνάρτηση πολλών μεταβλητών,  $f(\cdot) : \mathbb{R}^{r+1} \rightarrow \{\pm 1\}$ . Η συνάρτηση f μπορεί να θεωρηθεί και ως η αντιστοιχία του 1-bit κβαντιστή του MSLA ΔΣ διαμορφωτή[4].



Σχήμα 3.2 Αποδοτική μορφή MSLA διαμορφωτή

Έπειτα από αλγεβρικές μετατροπές, η (εξίσωση χχ) για  $k-r \leq j \leq k$  είναι :

$$S_{j,n}(u_0, u_1, \dots, u_j) = |u_{j,n} - \sum_{i=0}^j c_{j,i} u_{j-i}| \quad (3.10)$$

που είναι συνάρτηση ενός γραμμικού συνδυασμού των  $u_0, u_1, \dots, u_k$  παραμετροποιημένα στο  $u_{j,k}$  όπου:

$$u_{j+n} = \sum_{i=0}^j c_{j,i} x_{n+j-i} + \sum_{i=j+1}^{j+l-1} c_{j,i} (x_{n+j-i} - y_{n+j-i}) + \sum_{i=0}^{m-1} d_{j,i} e_{n-i} \quad (3.11)$$

Οι σταθεροί συντελεστές  $c_{j,i}$  και  $d_{j,i}$  υπολογίζονται από το φίλτρο G, αλλά ο τρόπος υπολογισμού τους είναι εκτός της σκοπιάς αυτής της εργασίας. Αντικαθιστώντας την εξίσωση 3.10 στην εξίσωση 3.7 και χρησιμοποιώντας την εξίσωση 3.8 η έξοδος του διαμορφωτή είναι :  $y_n = f(u_{k-r}, u_{k-r+1}, \dots, u_k)$  , όπου η f ορίζεται ως η λύση της χρονικά αμετάβλητης συνάρτησης :

$$f(u_{k-r,n}, u_{k-r+1,n}, \dots, u_{k,n}) = \underset{u_0 \in \{\pm 1\}}{\operatorname{argmin}} (\min_{u_1, u_2, \dots, u_k \in \{\pm 1\}} \sum_{j=k-r}^k |u_{j,n} - \sum_{i=0}^j c_{j,i} u_{j-i}|) \quad (3.12)$$

Έχοντας την  $f$ , μπορούν να υπολογιστούν τα φίλτρα  $L_j^{0,1}(z)$ ,  $k - r \leq j \leq k$ . Για  $j = 0$  η εξίσωση 3.9 δίνει:

$$e_n = \sum_{i=1}^l b_i(x_{n-i} - y_{n-i}) - \sum_{i=1}^m a_i e_{n-i} \quad (3.13)$$

Ο μετασχηματισμός  $z$  είναι:  $E(z) = G(z)(X(z) - Y(z))$ . Παίρνοντας το μετασχηματισμό  $z$  της εξίσωσης 3.11 και συνδυάζοντάς την με την  $E(z)$  :

$$U_j(z) = L_j^0 X(z) + L_j^1(z) Y(z) \quad (3.14)$$

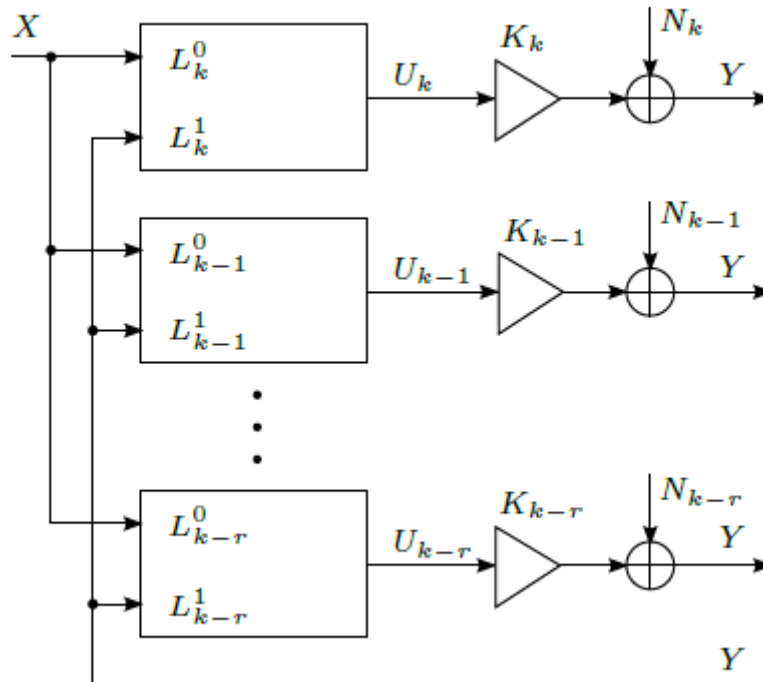
όπου

$$L_j^0(z) = \sum_{i=0}^{j+l-1} c_{j,i} z^{j-i} + G(z) \sum_{i=0}^{m-1} d_{j,i} z^{-i} \quad (3.15)$$

$$L_j^1(z) = -\sum_{i=0}^{j+l-1} c_{j,i} z^{j-i} - G(z) \sum_{i=0}^{m-1} d_{j,i} z^{-i} \quad (3.16)$$

### 3.3.2 Συναρτήσεις μεταφοράς

Η συνάρτηση κβαντισμού πολλαπλών εισόδων  $f$  από το σχήμα 3.2, αντικαθίσταται από  $r+1$  επιπρόσθετες πηγές θορύβου και κέρδη βρόχου  $K_j$ ,  $k - r \leq j \leq k$ , όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3. Οι συναρτήσεις μεταφοράς μπορούν να εξαχθούν χρησιμοποιώντας οποιοδήποτε από τους  $r+1$  βρόχους και αυτό συμβαίνει γιατί οι πηγές θορύβου προστίθενται στην αντίστοιχη έξοδο φίλτρου που παράγει την ίδια έξοδο  $y[4]$ .



Σχήμα 3.3 Αποδοτική μορφή του MSLA με αντικατάσταση του κβαντιστή



## 4. ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

### 4.1.1 Ψηφιακή σύνθεση συχνότητας

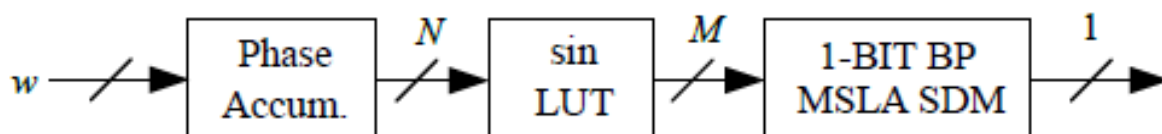
Η εξ ολοκλήρου ψηφιακή σύνθεση συχνότητας, έχει ως αποτέλεσμα την αποφυγή από αναλογικά και μεικτά στοιχεία κυκλώματος, με μερικά από τα πλεονεκτήματα να περιλαμβάνουν την ανοσία στον θερμικό θόρυβο, μη εναλλαγές τάσης στην τροφοδοσία καθώς και γρήγορη και υψηλού επιπέδου αυτοματοποιημένη σχεδίαση συστήματος. Οι ψηφιακοί συνθέτες συχνότητας, διευκολύνουν τη δημιουργία ευρέως φάσματος συχνοτήτων, χρησιμοποιώντας μόνο ένα ρολόι. Ωστόσο οι παραδοσιακές προσεγγίσεις όπως ο ευθύς παλμικός ψηφιακός συνθέτης (Pulse Direct Digital Synthesizer - PDDS), πάσχουν από spurs στη συχνότητα καθώς και υψηλό επίπεδο θορύβου. Οι Δ-Σ διαμορφωτές που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μείωση στα επίπεδα θορύβου στις επιθυμητές συχνότητες. Οι Δ-Σ του 1-bit, έχουν περιορισμένες δυνατότητες στη διαμόρφωση θορύβου λόγω της ευστάθειάς τους, αλλά υπερτερούν των πολλαπλών-bit Δ-Σ γιατί δεν χρειάζονται DAC στην έξοδό τους για την μετατροπή σε αναλογικό σήμα. Ο MSLA διαμορφωτής, που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3, προσφέρει αυξημένο εύρος ζώνης, καλύτερο SNDR και δυναμικό εύρος συχνότητας χωρίς spurs (spurious free dynamic range – SFDR)[5,6].

### 4.1.2 Ο MSLA ως συνθέτης συχνότητας

Ένας MSLA ζώνης διέλευσης (band-pass), μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως κομμάτι του συστήματος συνθέτη συχνότητας. Για τη δημιουργία ψηφιακού ημιτονικού σήματος υψηλής ανάλυσης, χρησιμοποιείται ένας άμεσος ψηφιακός συνθέτης (direct digital synthesizer – DDS), που έπειτα κβαντίζεται από τον MSLA Δ-Σ σε έξοδο του 1-bit[5,6,7,8]. Η λέξη ελέγχου συχνότητας  $w$  επιλέγει τη συχνότητα εξόδου ως εξής :

$$f = \frac{w}{2^N} f_{clk} \quad (4.1)$$

όπου  $N$  είναι το πλάτος σε bit του συσσωρευτή φάσης (phase accumulator). Στο σχήμα 4.1 φαίνεται και το σύστημα.

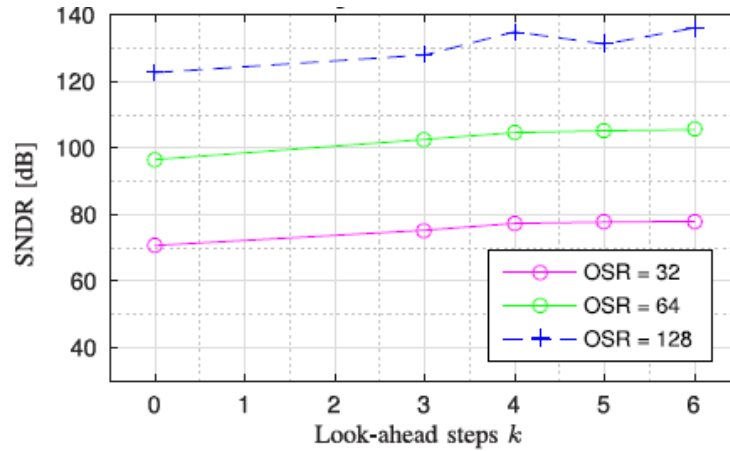


Σχήμα 4.1 Ψηφιακός συνθέτης συχνότητας με τη χρήση MSLA Δ-Σ

Στην εικόνα που ακολουθεί, αναγράφεται το SNDR εντός εύρος ζώνης για έναν band-pass MSLA 8ης τάξης για διάφορες τιμές του  $OSR = 32, 64, 128$ , και διάφορες τιμές look-ahead βημάτων  $k = 0, 3, 4, 5, 6$ . Πρέπει να σημειωθεί πως για  $k = 0$ , ο αλγόριθμος δεν υλοποιεί MSLA Δ-Σ διαμορφωτή αλλά τον συμβατικό Δ-Σ διαμορφωτή. Το αποτέλεσμα



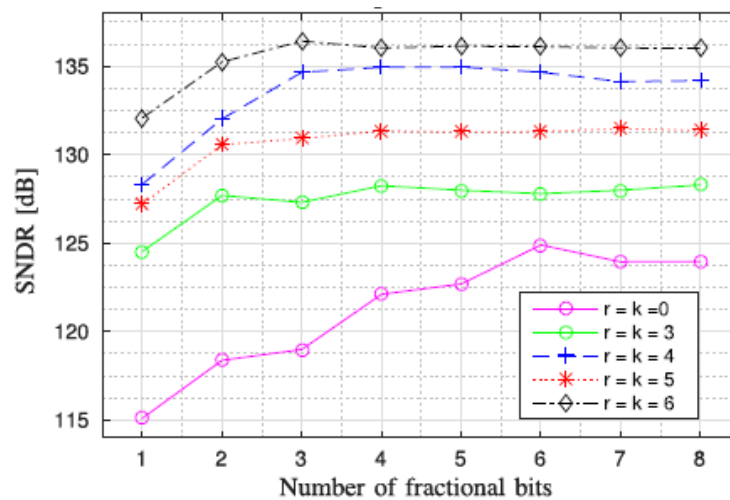
είναι πως για ο MSLA Δ-Σ παρουσιάζει 10dB αύξηση συγκριτικά με τον συμβατικό Δ-Σ, για δείγματα  $k > 3$ . Η ακρίβεια για μετατροπή ήταν στα 5 δεκαδικά ψηφία [6,7,8].



Εικόνα 4.1 Σύγκριση MSLA και συμβατικού Δ-Σ

#### 4.1.3 Προσομοιώσεις

Σε προηγούμενο κεφάλαιο, αναφέρθηκε πως ο τρόπος υλοποίησης του MSLA Δ-Σ γίνεται μέσω διαφορικών εξισώσεων που βασίζονται σε IIR φίλτρα, και σε έναν  $r+1$  αριθμό εισόδων κβαντιστή. Διάφορες προσομοιώσεις του MSLA Δ-Σ, έδειξαν πως 2-3 δεκαδικά ψηφία και 4-5 ακέραια στην είσοδο του κβαντιστή, επαρκούν για την εξασφάλιση της ευστάθειας του συστήματος, που ήταν ο πυρήνας των προσομοιώσεων. Οι προσομοιώσεις βασίστηκαν σε OSR = 128, ενός 8ης τάξης MSLA band-pass Δ-Σ διαμορφωτή, για τιμές όπου το  $k = 0,3,4,5,6$  και τιμές δεκαδικών ψηφίων fractional bits = 1-8 [6,7,8]. Στην εικόνα που ακολουθεί, φαίνονται τα αποτελέσματα.

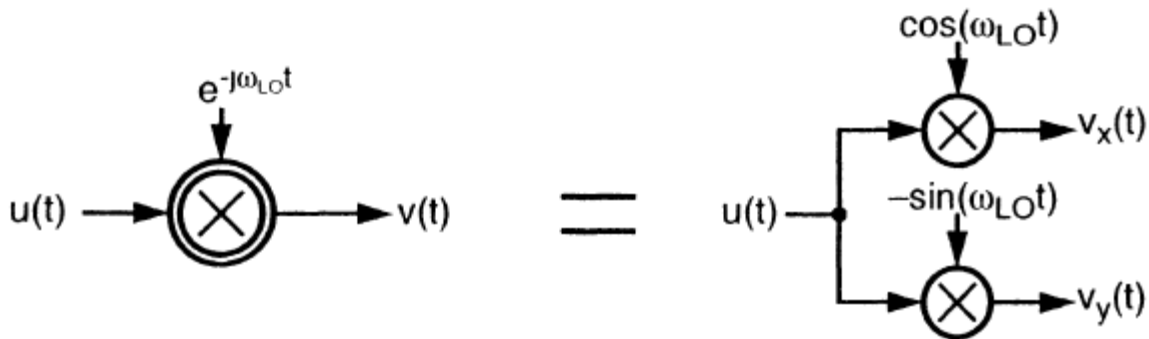


Εικόνα 4.2 SNDR vs fractional bits, 8ης τάξης band-pass MSLA

### 4.2.1 Τετραγωνικά σήματα

Σε αυτήν την ενότητα γίνεται αναφορά στα τετραγωνικά σήματα (quadrature signals), τα οποία είναι χρήσιμα για τις ιδιότητες τους στην απόρριψη εικόνων (image rejection) που εμφανίζονται στο πεδίο των συχνοτήτων. Ένα τετραγωνικό σήμα, αποτελείται από δύο σήματα,  $v_x$  και  $v_y$  που θεωρούνται ως μία ενιαία σύνθετη ενότητα,  $v = v_x + jv_y$ . Δεδομένου ότι ένα τέτοιο σήμα. Έχει μη μηδενικό φανταστικό μέρος, ο μετασχηματισμός Fourier δεν είναι συμμετρικός στις μηδενικές συχνότητες, δηλαδή τα τετραγωνικά σήματα περιέχουν ανεξάρτητες πληροφορίες στα θετικά και αρνητικά τους κομμάτια.

Τα τετραγωνικά αναλογικά σήματα, δημιουργούνται ως επί το πλείστον μέσω τετραγωνικού συνδυασμού (quadrature mixing). Σε ένα τετραγωνικό μείκτη, ένα πραγματικό σήμα, ή ένα τετραγωνικό, πολλαπλασιάζεται με το σήμα  $e^{-j\omega_{LO}t}$ , που θα αναφέρεται ως τοπικός ταλαντωτής (Local oscillator – LO). Ο τοπικός ταλαντωτής αποτελείται από δύο πραγματικά σήματα,  $\cos \omega_{LO}t$  και  $-\sin \omega_{LO}t$ . Το σχήμα 4.2 δείχνει τον τετραγωνικό μείκτη[3].



Σχήμα 4.2 Τετραγωνικός μείκτης

Η έξοδος του μείκτη με είσοδο  $u(t) = A\cos((\omega_{LO} + \omega_{IF})t)$ , υπολογίζεται ως εξής:

$$v(t) = A\cos(\omega_{LO} + \omega_{IF})t * e^{-j\omega_{LO}t} = A \left[ \frac{e^{j(\omega_{LO} + \omega_{IF})t} + e^{-j(\omega_{LO} + \omega_{IF})t}}{2} \right] e^{-j\omega_{LO}t} =$$

$$= \frac{A}{2} e^{j\omega_{IF}t} + \frac{A}{2} e^{-j(2\omega_{LO} + \omega_{IF})t} \quad (4.2)$$

Χρησιμοποιώντας ένα χαμηλοπερατό φίλτρο για να αφαιρεθεί το δεύτερο μισό της εξίσωσης (4.2), απομένει μία έκδοση του σήματος όπου η συχνότητά του είναι μετατοπισμένη έχοντας ως κέντρο τη γωνιακή συχνότητα  $\omega_{IF}$ . Ο τετραγωνικός μείκτης, κρίνεται υψηλής σημασίας διότι εκτελεί μία λειτουργία μετάφρασης συχνότητας που διακρίνει μεταξύ των συχνοτήτων του σήματος πάνω από τον τοπικό ταλαντωτή και των συχνοτήτων σήματος κάτω από αυτό, με την αντίστοιχη διαδικασία σε έναν συμβατικό μείκτη να είναι αδύνατη. Η ικανότητα του τετραγωνικού μείκτη να διαχωρίζει μεταξύ συχνοτήτων από το τοπικό ταλαντωτή που βρίσκονται σε ίση απόσταση κατά θετικές και αρνητικές τιμές, περιορίζεται από το βαθμό που τα δύο πραγματικά σήματα μπορούν να ταιριάξουν και από το βαθμό στον οποίο τα δύο σήματα μέσα στον τοπικό ταλαντωτή, είναι τετραγωνικά. Ο λόγος της απόρριψης εικόνας (image rejection ratio –

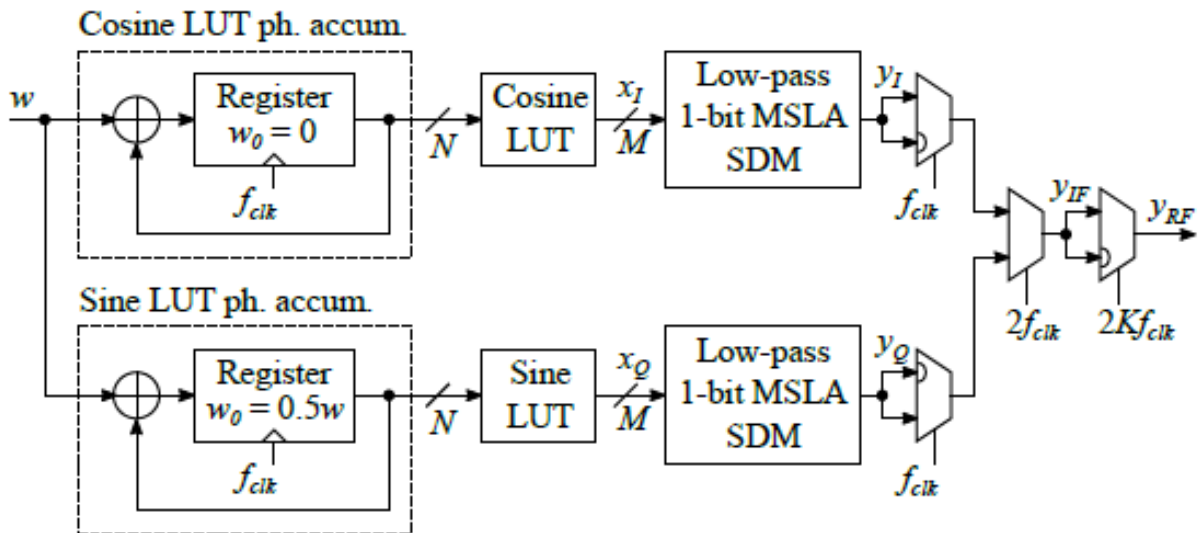
IRR) καθορίζει την ισχύ του σήματος που εμφανίζεται στο  $-\omega_{IF}$  σε σύγκριση με την ισχύ του σήματος που εμφανίζεται στο  $\omega_{IF}$  ως αποτέλεσμα εισόδου το  $\omega_{LO} - \omega_{IF}$ . Για μικρά σφάλματα το IRR δίνεται από τον τύπο:

$$IRR = 6 - 10 \log_{10} \left[ \left( \frac{\Delta A}{A} \right)^2 + (\Delta \varphi)^2 \right] \quad (4.3)$$

όπου ο λόγος  $\frac{\Delta A}{A}$  είναι η διαφορά σχετικού πλάτους και  $\Delta \varphi$  το σφάλμα φάσης.

#### 4.2.2 Τετραγωνικός MSLA Δ-Σ διαμορφωτής

Στο σχήμα 4.3 φαίνεται το σχήμα ενός MSLA Δ-Σ με τετραγωνικά σήματα. Για το σήμα εισόδου, χρησιμοποιούνται δύο DDS τα οποία παράγουν ορθογωνικά ημίτονα με συχνότητα  $f_{BB} = \frac{w}{2N} f_{clk}$ , που με τη σειρά τους γίνονται η είσοδος σε δύο χαμηλοπερατούς (low-pass) Δ-Σ MSLA, οι οποίοι μετατρέπουν την είσοδο πολλών-bit σε δύο εξόδους του 1-bit. Έπειτα αυτές οι έξοδοι παίρνουν από έναν αριθμό πολυπλεκτών οι οποίοι μετατρέπουν το σήμα σε υψηλότερη συχνότητα (upconversion). Το σήμα εξόδου έχει συχνότητα  $f_{IF} = \left( \frac{f_{clk}}{2} \right) + f_{BB}$ . Αν η συχνότητα  $f_{IF}$  θεωρείται ακόμα χαμηλή, τοποθετείται ένας ακόμα πολυπλέκτης που τρέχει σε συχνότητα  $2Kf_{clk}$ . Το τελικό σήμα εξόδου έχει συχνότητα  $f_{RF} = Kf_{clk} \mp \frac{f_{IF}}{2}$ ,  $K \in \mathbb{N}^+$ . Από τη στιγμή που η έξοδος είναι 1-bit, υπενθυμίζεται πως δεν είναι αναγκαία η χρήση DAC, όμως ένα band-pass φίλτρο χρειάζεται για να αφαιρέσει τον κβαντισμένο θόρυβο που βρίσκεται εκτός εύρος ζώνης (out of band)[7,8].



Σχήμα 4.3 Ψηφιακός συνθέτης συχνότητας με MSLA Δ-Σ

### 4.2.3 Προσομοιώσεις

Για την κατανόηση της λειτουργίας του τετραγωνικού MSLA έγιναν εκτενείς προσομοιώσεις. Οι τετραγωνικοί είσοδοι I και Q είναι  $x_I = 0.4 \cos(2\pi 0.01n)$  και  $x_Q = 0.4 \cos(2\pi 0.01(n + 0.5))$ . Ο MSLA που χρησιμοποιήθηκε ήταν 7ης τάξης lowpass με  $OSR = 32$  και  $k = r = 6$ . Θεωρώντας μία συχνότητα δειγματοληψίας  $f_s = 500$  MHz, η ανάλυση του εύρους ζώνης  $RBW = 1$  KHz, οδηγώντας σε ένα  $SFDR = 165$  dBc/Hz. Τόσο υψηλό SNDR με χαμηλό OSR, θα ήταν αδύνατο να επιτευχθεί από τους συμβατούς Δ-Σ διαμορφωτές και ο λόγος είναι επειδή μπορούν να χρησιμοποιηθούν NTF με μεγαλύτερο κέρδος εκτός ζώνης λόγω των μελλοντικών δειγμάτων του MSLA. Στον πίνακα που ακολουθεί, φαίνονται τα SFDR και SNDR για διάφορα OSR= 32,64,128 καθώς και look ahead βήματα  $k=0,3,4,5,6$ , με  $k = 0$  να λειτουργεί το σύστημα ως συμβατικός Δ-Σ, έχοντας ως εισόδους τα τετραγωνικά σήματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως[7,8].

Πίνακας 4.1 σύγκριση SFDR και SNDR

<b>OSR</b>	$r, k^a$	$ NTF_\infty ^b$	<b>SNDR</b> [dB]	<b>SFDR<sup>c</sup></b> [dBc/Hz]
32	0	1.62	99	146
32	3	1.68	102	155
32	5	1.71	105	165
64	0	1.60	144	197
64	4	1.63	147	200
64	5	1.67	150	204
128	0	1.58	190	238
128	3	1.63	195	241
128	5	1.64	200	243

## 5. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ MSLA Δ-Σ

### 5.1 Δ-Σ Εργαλειοθήκη

Για να γίνει δημιουργία της NTF, χρησιμοποιήθηκε η εργαλειοθήκη Δ-Σ, δημιουργημένη από τον R. Schreier, και παρέχεται από τη MathWorks για εφαρμογή στο Matlab. Η συνάρτηση που δημιουργεί την NTF, είναι η:  $NTF = \text{synthesizeNTF}(\text{order}, \text{OSR}, \text{opt}, \text{H\_inf}, \text{f}_0)$ . Η πρώτη παράμετρος είναι η τάξη της επιθυμητής NTF, η δεύτερη το OSR, η τρίτη είναι η βελτιστοποίηση των μηδενικών με τιμές  $\text{opt} = 0-3$ , η τέταρτη το κέρδος της NTF και η πέμπτη η κεντρική συχνότητα εφαρμογής. Όλες οι προσομοιώσεις έγιναν με σταθερή παράμετρο  $\text{opt} = 3$ , δηλαδή βελτιστοποίηση στα μηδενικά της NTF. Ανάλογα την επιθυμία του χρήστη για low-pass η band-pass φίλτρο γίνονται οι εξής περιορισμοί: α) για low-pass η τιμή της συχνότητας  $f_0$  πρέπει να είναι  $f_0 = \frac{0.25}{\text{OSR}}$  και β) για band-pass η τάξη του φίλτρου να είναι ζυγού αριθμού[9].

Αφού εκτελεστεί η εντολή, μαζί με τις κατάλληλες παραμετροποιήσεις στον κώδικα, γίνεται εξαγωγή των συντελεστών  $a_i$  και  $b_i$ , που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο. Έπειτα, η συνάρτηση `mslascalparameters`, που αναγράφεται στο παράρτημα A, υπολογίζει τους συντελεστές  $c_j, d_j$ .

Για την κατασκευή του MSLA, όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.3.1 χρησιμοποιούνται τα γραμμικά μοντέλα για την κατασκευή των φίλτρων και του κβαντιστή, εξισώσεις 3.11 και 3.12 αντίστοιχα. Η συνάρτηση που χρησιμοποιείται, ονομάζεται `comb2` και βρίσκεται στο παράρτημα A. Ο χρήστης ορίζει τον αριθμό των δεκαδικών bits που θέλει ως ακρίβεια, και λαμβάνει ως έξοδο τις εξόδους από τα φίλτρα  $u_{j,n}$ , την 1-bit έξοδο του συστήματος  $y$  καθώς και τα κβαντισμένα  $u_{j,n}$  ανάλογα τον αριθμό των look-ahead βημάτων  $k$  που θα επιλέξει καθώς και φίλτρων  $r+1$ .

Έπειτα για τον έλεγχο της εξόδου  $y$ , χρησιμοποιήθηκαν δύο επιπλέον συναρτήσεις που υπολογίζουν το SNDR, αλγεβρικά, καθώς και το φάσμα, ποσοτικά. Οι συναρτήσεις αυτές είναι η `sdsnr2` και η `plotfft` αντίστοιχα. Η `sdsnr2(y,x,2*OSR,2*pi*f,nave)` παίρνει ως ορίσματα την έξοδο  $y$ , το σήμα εισόδου  $x$ , το OSR, την κεντρική συχνότητα και το `nave`, που είναι ο αριθμός των μέσων ισχύων.

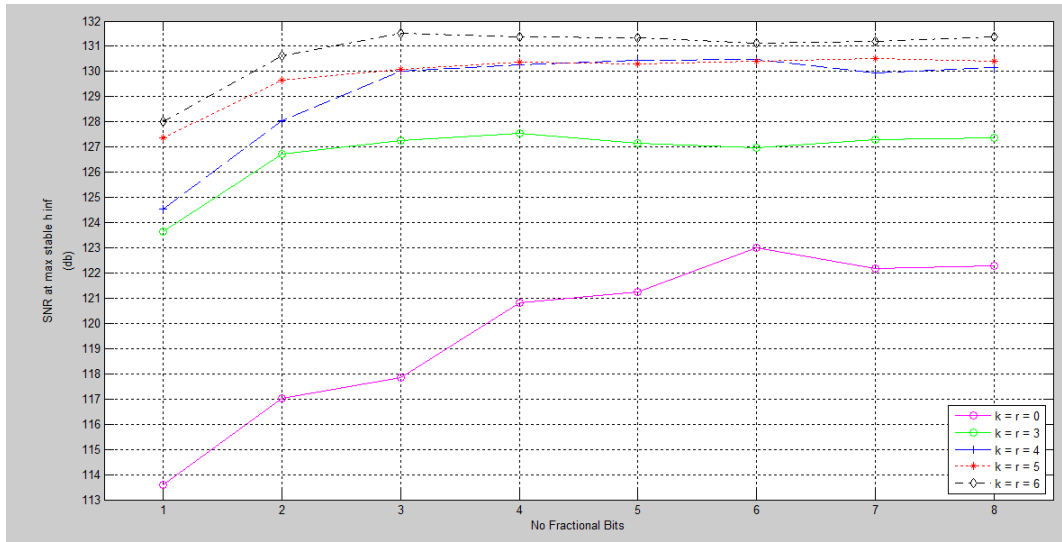
### 5.2 Δ-Σ Εφαρμογή και αποτελέσματα

Σε αυτήν την ενότητα θα δωθεί ένα παράδειγμα με αντίστοιχα αποτελέσματα καθώς και σύγκριση μεταξύ MSLA και συμβατικού Δ-Σ. Οι σταθερές παράμετροι είναι η τάξη του φίλτρου, 8ης `bandpass` και το  $\text{OSR} = 128$ . Το σήμα εισόδου είναι:  $x = 0.2\sin(2 * \pi * (1:2000000) * 0.32)$ , όπου κεντρική συχνότητα  $f_0 = 0.32$  Hz.

Έπειτα από δοκιμές, το αποτέλεσμα του SNR για  $k = r = 3$  στο μέγιστο δυνατό κέρδος  $\text{h\_inf} = 1.7$  που είναι ευσταθές το σύστημα είναι  $\text{SNR} = 127.5080\text{dB}$  και του μέσου SNR,  $\text{SNRave} = 130.7335$  dB. Αντίστοιχα για συμβατικό Δ-Σ με  $k = r = 0$ , τα αποτελέσματα είναι  $\text{SNR} = 118.5533$  dB και  $\text{SNRave} = 119.4288\text{dB}$  με μέγιστο κέρδος

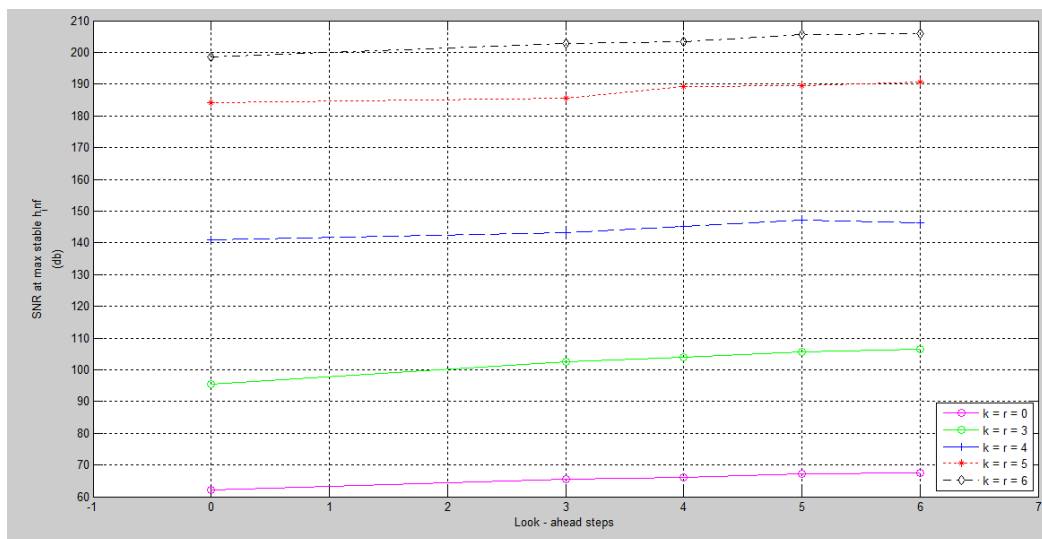
για ευστάθεια  $h_{inf} = 1.6$ . Αυτή η σύγκριση δίνει το συμπεράσματα πως ο MSLA επιτυγχάνει υψηλότερο μέγιστο κέρδος  $h_{inf}$  για ευστάθεια συστήματος και πως στο μέγιστο δυνατό κέρδος το SNR είναι περίπου  $\sim 10\text{dB}$  παραπάνω.

Εκτενείς προσομοιώσεις δείχνουν πως ανάλογα τα  $k = r$  που θα προστεθούν στο σύστημα, τόσο καλύτερο SNR επιτυγχάνεται. Η εικόνα 5.1 δείχνει τα αποτελέσματα όπου το  $k = r = 0,3-6$  και τα δεκαδικά ψηφία κυμαίνονται από fractional bits = 1-8 για bandpass φίλτρο με  $\text{OSR} = 128$ . Για  $k = r = 6$  το μέγιστο SNR στα 4 δεκαδικά ψηφία ήταν  $\sim 131.5\text{dB}$  ενώ για έναν συμβατικό Δ-Σ στον ίδιο αριθμό bits,  $\sim 121\text{dB}$ .



Εικόνα 5.1 SNR vs Fractional bits

Η επόμενη εικόνα, δείχνει τη σύγκριση SNR με look-ahead βήματα για ένα lowpass φίλτρο 7ης τάξης, όπου σε κάθε look-ahead βήμα, το κέρδος είναι το μέγιστο δυνατό. Είναι και πάλι αντιληπτό πως όσα περισσότερα look-ahead βήματα χρησιμοποιηθούν, επιτυγχάνεται καλύτερο SNR.



Εικόνα 5.2 SNR vs look-ahead βήματα

## 6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Έπειτα από την ανάλυση των βασικών θεωριών που αφορούν τους Δέλτα Σίγμα διαμορφωτές, έγινε η εισαγωγή και ανάλυση του MSLA διαμορφωτή καθώς και της λογικής που τον υλοποιεί. Ο MSLA Δ-Σ, όπως παρουσιάστηκε και από τα αποτελέσματα, υπερτερεί σε σύγκριση με τον συμβατικό Δ-Σ μιας και μπορεί να προσφέρει αυξημένο κέρδος εντός εύρους ζώνης με καλύτερο SNR ανάλογα τα look-ahead βήματα. Το βασικό του πλεονέκτημα είναι πως είναι εξ ολοκλήρου ψηφιακό σύστημα με αποτέλεσμα να μην χρειάζεται αναλογικά στοιχεία για την υλοποίησή του, καθώς και για την μετατροπή του ψηφιακού σήματος σε αναλογικό. Επομένως ο MSLA βρίσκει πραγματική εφαρμογή σε σύγχρονα ψηφιακά συστήματα.

Η μελλοντική εργασία, θα είναι η δημιουργία του MSLA σε επίπεδο FPGA, η σύγκριση του με τις προσομοιώσεις και η περαιτέρω παρουσίασή τους. Εν αναμονή των εργασιών λοιπόν....

## ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

ADC	Analog to digital conversion
DAC	Digital to analog conversion
OSR	Oversampling
SQNR	Signal to Quantization Noise Ratio
Δ-Σ	Δέλτα Σιγμα διαμορφωτής
STF	Signal Transfer Function
NTF	Noise Transfer Function
Low-pass	Χαμηλοπερατό φίλτρο
Band – pass	Ζωνοπερατό φίλτρο
MSLA	Multi Step Look-Ahead
SNDR	Signal to Noise Distortion Ratio
DDS	Direct digital synthesizer
Quadrature mixing	Τετραγωνικός συνδυασμός/πολλαπλασιασμός
Quadrature MSLA	Τετραγωνικός MSLA



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Στο συγκεκριμένο παράρτημα, παρατίθενται οι συναρτήσεις υλοποιήσεις που έγιναν στο Matlab.

```
function [u,y,u_rounded] = comb2(x,cj,dj,k,r,blp,alp)

fr = 3;

l = length(blp)-1;
m = length(alp)-1;
blp2 = blp(2:end);
alp2 = alp(2:end);

v = (0:2^(k+1)-1)';
v = de2bi(v);
v(v==1) = -1;
v(v==0) = 1;
v = fliplr(v);

v_row = 2^(k+1);
f = zeros(v_row,length(x)-k-1);

e1 = zeros(1,length(x));
e2 = zeros(1,length(x));
e = zeros(1,length(x));

u1 = zeros(k+1,length(x)-(k+1));
u2 = zeros(k+1,length(x)-(k+1));
u3 = zeros(k+1,length(x)-(k+1));
u = zeros(k+1,length(x)-(k+1));
u_rounded = zeros(k+1,length(x)-(k+1));
y = zeros(1,length(x)-(k+1));
Mins = zeros(1,length(x)-(k+1));

for n = 1:length(x)-k-1
    if (n == 1)
        e1(n) = 0;
    else
        if (n <= 1)
            e1(n) = blp2(1:n-1)*(x(n-1:-1:1) - y(n-1:-1:1))';
        else
            e1(n) = blp2(1:1)*(x(n-1:-1:n-1) - y(n-1:-1:n-1))';
        end
    end
end

if (n == 1)
    e2(n) = 0;
```

```

else
    if (n <= m)
        e2(n) = alp2(1:n-1)*e(n-1:-1:1)';
    else
        e2(n) = alp2(1:m)*e(n-1:-1:n-m)';
    end
end

e(n) = e1(n) - e2(n);
for j1 = k+1:-1:k-r+1

    u1(j1,n) = cj(j1,1:j1)*x(n+j1-1:-1:n)';
    if( n >= 1)
        u2(j1,n) = cj(j1,j1+1:j1+1-1)*(x(n-1:-1:n+1-1) -
y(n-1:-1:n+1-1))'
    elseif (n < 1)
        if( n == 1 )
            u2(j1,n) = 0;
        else
            u2(j1,n) = cj(j1,j1+1:1:j1+n-1)*(x(n-1:-1:1) -
y(n-1:-1:1))';
        end
    end
    if (n < m )
        u3(j1,n) = dj(j1,1:n)*e(n:-1:1)';
    else
        u3(j1,n) = dj(j1,1:1:m)*e(n:-1:n-m+1)';
    end

    u(j1,n) = u1(j1,n) + u2(j1,n) + u3(j1,n);

    u_rounded(j1,n) = (round(u(j1,n)*2^fr));
    u_rounded(j1,n) = u_rounded(j1,n)/2^fr;
    f(1:v_row,n) = f(1:v_row,n) + abs((u_rounded(j1,n) -
cj(j1,1:j1)*v(1:v_row,j1:-1:1)') .^2)';

end

[Mins(n),Mins_val] = min(f(:,n)); %find min of each column
y(n) = v(Mins_val); %assign each v_0 to y
end

end

```

```

function [cj,dj,Lj0num,Lj0den,Lj1num,Lj1den,beta_param] =
MSLAcalcparams(b,a,j)

% b(1) should always be 0
% a(1) should always be 1
% In this version m should equal 1

l = length(b)-1;
m = length(a)-1;
if (m<1)
    m = [m zeros(1,l-m)];
end
if (m>1)
    l = [1 zeros(1,m-1)];
end
beta_param = zeros(1,j+1+1);    % From i=0 to i=j-1
cj = zeros(1,j+1);            % From i=0 to i=j+1-1
dj = zeros(1,m);              % From i=0 to i=m-1

if (j>=1)
    beta_param(1) = 1;
end
if (j>=2)
    beta_param(2) = -a(2);
end
if (j>=3)
    for i=3:j
        beta_param(i) = -a(i)-a(i-1:-1:2)*beta_param(2:i-1)';
    end
end

cj(1) = 1;
for i=2:l+1
    cj(i) = beta_param(i-1:-1:1)*b(2:i)';
end
for i=1+2:j+1
    cj(i) = beta_param(i-1:-1:i-1)*b(2:l+1)';
end

if (j==0)
    dj(1,1)=1;
    dj(1,2:max(m-j+1,m))=zeros(1,max(m-1,m-j));
else
    for i=1:m-j+1
        dj(i) = -beta_param(1:j)*a(i+j:-1:i+1)';
    end
    for i=m-j+2:m

```

```

        dj(i) = -beta_param(i+j-m:j)*a(m+1:-1:i+1)';
    end
end

nump1 = conv(cj,a);
nump2 = conv(dj,b);

adjnump2 = [zeros(1,j) nump2];
Lj0num = nump1 + adjnump2;
Lj0den = [zeros(1,j) a zeros(1,l-1)];

nump1 = conv(cj(j+2:end),a);
nump2 = conv(dj,b(2:end));

Lj1num = [zeros(1,j+1) -nump1-nump2];
Lj1den = [zeros(1,j) a zeros(1,l-1)];

end

function [SNR,SNRave] = sdsnr(y,x,OSR,w0,nave)

% y --> noisy output
% x --> clean input
% OSR --> oversampling frequency
% w0 --> central frequency
% nave --> number of power averages

N = min(length(y),length(x));
Yfft = fft(y(1:N).*hanning(N,'periodic'));
Xfft = fft(x(1:N).*hanning(N,'periodic'));
fbin = 2*pi/N;
nmin = ceil(max(0,w0 - pi/OSR)/fbin) + 1;
nmax = floor(min(w0 + pi/OSR,2*pi)/fbin) + 1;
%noise = x(1:N) - y(1:N);
Noisefft = abs(Xfft) - abs(Yfft);
%Noisefft = fft(noise.*hanning(N,'periodic'));

fftlength = floor(numel(y(1:N))/nave);

for i = 1:nave
    magnn(i,:) = abs(fft(x((i-1)*fftlength + 1:i*fftlength)...
        .*hanning(fftlength,'periodic'))) - ...
        abs(fft(y((i-1)*fftlength + 1:i*fftlength)...
        .*hanning(fftlength,'periodic')));
    %maxyfft(:,i) = max(magny(:,i));
    %maxyfft = max(abs(yfreq(1:floor(numel(yfreq)/4))));
    %phasen(i,:) = angle(nfreq(i,:));
end

```

```

        xfreq(i,:) = fft(x((i-1)*fftlength +
1:i*fftlength).*hanning(fftlength,'periodic'));
        magnx(i,:) = abs(xfreq(i,:));
        %maxyfft(:,i) = max(magny(:,i));
        %maxyfft = max(abs(yfreq(1:floor(numel(yfreq)/4))));
        %phasex(i,:) = angle(nfreq(i,:));
end

if (nave>1)
    maggnave = mean(magnn);
    magnxave = mean(magnx);
else
    maggnave = magnn;
    magnxave = magnx;
end

fbinave = 2*pi/fftlength;
nminave = ceil(max(0,w0 - pi/OSR)/fbinave) + 1;
nmaxave = floor(min(w0 + pi/OSR,2*pi)/fbinave) + 1;
SNRnum = sum(abs(Xfft(nmin:nmax)).^2);
SNRden = sum(Noisefft(nmin:nmax).^2);

SNRnumave = sum(magnxave(nminave:nmaxave).^2);
SNRdenave = sum(maggnave(nminave:nmaxave).^2);

SNR = 10*log10(SNRnum/SNRden);
SNRave = 10*log10(SNRnumave/SNRdenave);

end

function fftlength = plotfft(y,xaxislim,yaxislim,nave)

y = double(y);
fftlength = floor(numel(y)/nave);

for i = 1:nave
    yfreq(i,:) = fft(y((i-1)*fftlength +
1:i*fftlength).*hanning(fftlength,'periodic'));
    %yfreq(i,:) = fft(y((i-1)*fftlength + 1:i*fftlength));
    magny(i,:) = abs(yfreq(i,:));
    %maxyfft(:,i) = max(magny(:,i));
    %maxyfft = max(abs(yfreq(1:floor(numel(yfreq)/4))));
    phasey(i,:) = angle(yfreq(i,:));
end

```

```
if (nave>1)
    magnyave = mean(magny);
else
    magnyave = magny;
end
%maxyfft = max(magnyave);
maxyfft = magnyave(1);
magnynorm = magnyave/maxyfft;

samples = length(magnyave);
%y = y .* window(@flattopwin,samples)';
ydb = pow2db(magnynorm.^2);
ydb = ydb - max(ydb);
%semilogx((0:1/samples:1-1/samples)*2,ydb);
plot((0:1/samples:1-1/samples)*2,ydb);
%title('Normalized power spectrum')
title('title')
%xlabel('\times \pi rad/s')
xlabel('xlabel')
%ylabel('Normalized output power')
ylabel('ylabel')
xlim(xaxislim)
ylim(yaxislim)
end
```

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1] George Bourdopoulos et al., *Delta – Sigma Modulators Modeling, Design and Applications*, Imperial College Press, 2003
- [2] Ahmed Gharbiya, “Architecture Alternatives for Time-Interleaved and Input-Feedforward Delta-Sigma Modulators”, PhD dissertation, Dept. Electrical and Computer Engineering, Univ. of Toronto, 2008
- [3] Richard Schreier and Gabor C. Temes, *Understanding Delta – Sigma Data converters*, Wiley, 2005
- [4] Charis Basetas, Thanasis Orfanos and Paul P. Sotiriadis, “A Class of 1-Bit Multi –Step Look – Ahead  $\Sigma – \Delta$  Modulators”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, vol 64, no 1, 2017, pp 24-37
- [5] P.P.Sotiriadis and K. Galanopoulos, “Direct all-digital frequency synthesis techniques, spurs suppression, and deterministic jitter correction”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems. I*, vol. 59, no. 5, 2012, pp. 958–968
- [6] Charis Basetas, P.P.Sotiriadis and Nikos Temenos, “Wide – Band Frequency Synthesis Using Hardware – Efficient Band – Pass Single – Bit Multi – Step Look – Ahead Sigma – Delta Modulators”, *Proc. IEEE Symp. European Frequency and time Forum & International Frequency control symposium (EFTF-IFCS 2017)*, 2017
- [7] Charis Basetas, P.P.Sotiriadis and Nikos Temenos, “Frequency Synthesis Using Low-Pass Single-Bit Multi-Step Look-Ahead Sigma-Delta Modulators in Quadrature Upconversion Scheme”, *Proc. IEEE Symp. European Frequency and time Forum & International Frequency control symposium (EFTF-IFCS 2017)*, 2017
- [8] Charis Basetas, P.P.Sotiriadis and Nikos Temenos, “32-QAM All-Digital RF Signal Generator Based on a Homodyne Sigma-Delta Modulation Scheme”, *Proc. IEEE Symp. European Frequency and time Forum & International Frequency control symposium (EFTF-IFCS 2017)*, 2017
- [9] MATLAB and Delta Sigma Toolbox, by Richard Schreier, Release 2014b, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.