

1837  
2017  
ΧΡΟΙΑ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών



Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Ιστορίας και  
Φιλοσοφίας της Επιστήμης



ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ  
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΙΣΤΟΡΙΑ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ»



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ  
Η ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΠΡΟΝΕΟΤΕΡΙΚΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ  
ΣΤΗΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:  
Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΚΟΣΜΑ ΜΠΑΛΑΝΟΥ  
Παπαϊωάννου Νικόλαος ΑΜ 16016

Επιβλέπων: Επ. Καθηγητής Σιάλαρος Μιχάλης  
Μέλη Επιτροπής: Καθηγητής Πατηνιώτης Μανώλης  
Καθηγητής Χριστιανίδης Γιάννης

Αθήνα 2018

*Στη μνήμη του δασκάλου μου της ΣΤ' δημοτικού*

*Παναγιώτη Μακρυνιώτη*

## Περιεχόμενα

<b>ΠΕΡΙΛΗΨΗ</b> .....	iv
<b>ΠΡΟΛΟΓΟΣ</b> .....	v
Ευχαριστίες.....	viii
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b> .....	1
Γενικό Ιστορικό Πλαίσιο μέχρι τον Νε.Δ.....	2
Νεοελληνικός Διαφωτισμός (Νε.Δ.).....	8
Το Περιεχόμενο της Εργασίας.....	14
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΤΟΥΡΚΟΚΡΑΤΙΑ</b> .....	16
<b>I. ΜΕΤΑΒΥΖΑΝΤΙΝΑ ΧΡΟΝΙΑ (1453- 1600)</b> .....	16
Μαθηματικές Εκδόσεις.....	16
Σύντομη παρουσίαση του Γλυτζουνίου.....	17
Άλλα Μαθηματικά Βιβλία.....	21
Επίλογος - Συμπεράσματα.....	21
<b>II: ΚΟΡΥΔΑΛΙΚΟΣ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΙΣΜΟΣ (1600 – 1670)</b> .....	22
Μαθηματικές εκδόσεις .....	22
Επίλογος – Συμπεράσματα .....	22
<b>III: ΑΙΩΝΑΣ ΤΩΝ ΦΑΝΑΡΙΩΤΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΜΠΟΡΩΝ (1670- 1774)</b> ....	24
A. Μέχρι το 1740.....	24
Εισαγωγή Τάσεων από τη Δύση - Αντιδράσεις.....	24
Διδασκαλία των Μαθηματικών .....	26
B. Η εποχή μετά το 1740 .....	27
Τα Γιάννενα.....	27
Η Οδός Μαθηματικής.....	28
Το Μαθηματικό Περιβάλλον που Διαμορφώνεται.....	30
Άλλα Μαθηματικά βιβλία που εκδίδονται πριν το 1775.....	32
Τα Στοιχεία Μαθηματικών του Βούλγαρι.....	32
Επίλογος – Συμπεράσματα .....	35
<b>IV: ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΟΣ ΔΙΑΦΩΤΙΣΜΟΣ (1774 – 1821)</b> .....	38
Τα Μαθηματικά την περίοδο 1774 – 1806.....	38
Μαθηματικές εκδόσεις της εποχής.....	39
Το πρώτο βιβλίο Άλγεβρας .....	39
Συνέχεια των Μαθηματικών εκδόσεων της εποχής .....	41
Συμπεράσματα.....	43

<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> : Η ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΗ ΤΩΝ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ, ΟΙ ΔΑΣΚΑΛΟΙ, Ο ΚΟΣΜΑΣ ΜΠΑΛΑΝΟΣ</b> .....	45
Η Πρώτη Σχολή και οι Δάσκαλοι.....	45
Οι Μπαλάνοι – Βιογραφίες .....	49
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> : ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ ΚΟΣΜΑ ΜΠΑΛΑΝΟΥ</b> .....	52
Πρόλογος .....	52
Προοίμιον .....	54
Αριθμητική .....	55
Ηρωελέγεια Επιγράμματα .....	61
Η Άλγεβρα.....	61
Ανακεφαλαίωση .....	73
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup>: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b> .....	75
Τα αίτια και ο τρόπος εισαγωγής της Άλγεβρας στη Μπαλαναία Σχολή.....	75
Οι αιτίες της απλότητας του βιβλίου .....	77
Κριτική στη διδασκαλία των Μπαλάνων και του έργου τους.....	78
Ήταν ο Κοσμάς συντηρητικός;.....	86
Νεοελληνική Αναγέννηση, Νεοελληνικός Διαφωτισμός και η θέση του Κοσμά..	87
<b>ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΑ ΒΙΒΛΙΑ</b> .....	89
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	91

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή θα εξετάσουμε λεπτομερώς το βιβλίο *Έκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας*, του λόγιου Κοσμά Μπαλάνου, το οποίο εκδόθηκε στη Βιέννη στα 1798, στο πλαίσιο της ιστορίας των μαθηματικών ιδεών. Μέσα από τη μελέτη της πραγματείας, του ιστορικού και επιστημονικού περιβάλλοντος, τη σύγκριση με άλλα ελληνικά μαθηματικά έργα που διδάσκονται στα ελληνικά σχολεία ταυτόχρονα με το *Έκθεσις Συνοπτική*, θα βγάλουμε συμπεράσματα για την ύλη των μαθηματικών που διδάσκει ο Κοσμάς, για τα κίνητρα της εισαγωγής της Προνεοτερικής Άλγεβρας, για τον τρόπο διδασκαλίας του, για τις ομοιότητες και τις διαφορές με τον πατέρα του Μπαλάνο Βασιλόπουλο, για τη γνώση ή μη ξένων γλωσσών από μέρους του, για την εν γένει προσφορά του στα ελληνικά γράμματα και τη θέση του μέσα στο φαινόμενο του νεοελληνικού διαφωτισμού.

**Λέξεις Κλειδιά:** Προνεοτερική Άλγεβρα, Νεοελληνικός Διαφωτισμός, Μπαλάνος, Τουρκοκρατία.

## ABSTRACT

In this postgraduate diploma thesis we will look in detail, in the context of the exploration of mathematical ideas, at the book *Έκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας*, (meaning "Summarized Exhibition of Arithmetic, Algebra and Chronology") by Kosmas Balanos, published in Vienna in 1798. Through the study of this essay, the study of the historical and scientific environment, the comparison with other Greek mathematical works taught in Greek schools at the same time as the *Exhibition*, we will draw conclusions for the material of the mathematics taught by Kosmas, the motives for the introduction of Pre-modern Algebra by him, the way of Kosmas' teaching, the similarities and differences with his father, Balanos Vasilopoulos, for the knowledge or not of foreign languages by him, for his overall contribution on the Greek letters and his position during the phenomenon of the, so called, modern Greek Enlightenment.

**Keywords:** Premodern Algebra, Modern Greek Enlightenment, Balanos, Ottoman Period

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ανέκαθεν, το ενδιαφέρον μου κέντριζαν προσωπικότητες που έδρασαν ανάμεσα σε, τουλάχιστον δύο, προσωπικότητες που στιγμάτισαν μια εποχή και δεν ξέρουμε πολλά για αυτούς, αν και υπάρχουν πληροφορίες πως το έργο τους είναι σημαντικό. Όπως ο Εύδοξος ο Κνίδιος, που δραστηριοποιείται χρονικά μεταξύ Πλάτωνα και Αριστοτέλη, άρα ταυτόχρονα και με τους δύο. Οι δύο μεγάλοι φιλόσοφοι είναι τόσο επιβλητικοί στα μάτια των κατοπινών, που μονοπωλούν τις αναφορές για την εποχή εκείνη. Το αποτέλεσμα είναι το έργο του Ευδόξου, να μην είναι ευρύτερα γνωστό, αφού βρίσκεται στη σκιά των έργων δύο «γιγάντων». Κάπως έτσι βλέπω το έργο του Ισαάκ Μπάροου (1630 – 1677), το οποίο «συνθλίβεται» από το μεγαλειώδες έργο των Νιούτον (1643 – 1727) και Λάιμπνιτς (1646 – 1716). Ο Μπάροου, λίγο μεγαλύτερος σε ηλικία από τους δύο σοφούς, παραδίδει σημαντικό έργο στην Ανάλυση, το οποίο δεν είναι ευρύτερα γνωστό, μιας και την ίδια περίπου εποχή Νιούτον και Λάιμπνιτς θα δώσουν τεράστια ώθηση στον τομέα της Ανάλυσης. Ο Μπάροου το βλέπει, το αναγνωρίζει και κατ' ουσίαν, αποτραβιέται από το προσκήνιο. Ανάλογα, η ιδιοφυία του Γιάνος Μπόλια δεν θα αναδειχθεί, μιας και θα έχει την ατυχία να βρεθεί ανάμεσα στους Γκάους και Ρίμαν, στο πρώτο μισό του 19<sup>ου</sup> αιώνα.

Κάτω από αυτό το πρίσμα, το μαθηματικό και διδακτικό έργο του Κοσμά Μπαλάνου, αλλά και των άλλων Μπαλάνων (Μπαλάνου Βασιλόπουλου, Κωνσταντίνου Μπαλανίδη κ.τ.λ.) βρίσκεται στη σκιά του έργου του Ευγένιου Βούλγαρι, του Νικηφόρου Θεοτόκη και του Αθανάσιου Ψαλίδα, που κυριαρχούν στο χώρο των Επιστημών και της Φιλοσοφίας στα ελληνικά γράμματα, από το 1740 έως το 1820 περίπου. Η ελληνική ιστοριογραφία, για λόγους που δεν έχουν να κάνουν με το συγγραφικό τους ή το διδακτικό τους έργο καθαυτό, αλλά με τη διαμάχη που είχε ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος με τον Ευγένιο Βούλγαρι και ο Κοσμάς Μπαλάνος με το περιβάλλον του Αθανάσιου Ψαλίδα, τους κατατάσσει στους «συντηρητικούς» λόγιους του 18<sup>ου</sup> αιώνα. Οπότε το τι γράφουν, το τι διδάσκουν και το πώς διδάσκουν δεν ερευνάται επαρκώς ή ερευνάται με αφορισμούς.

Αξίζει, νομίζω, τον κόπο η ανάδειξη του έργου του Κοσμά Μπαλάνου και, μέσα από αυτή, η ανάδειξη μιας γενικότερης προσπάθειας από διάφορους λόγιους της περιόδου που έχουμε συνηθίσει να αποκαλούμε Τουρκοκρατία, οι οποίοι μέσα από δύσκολες συνθήκες, κινήθηκαν στην κατεύθυνση της μόρφωσης των Ελλήνων και της διάδοσης της γνώσης, είτε πρόκειται για τη διάδοση της αρχαίας γραμματείας, είτε για τη διάδοση των νεότερων εξελίξεων στο χώρο της Επιστήμης. Αξίζει επίσης, τον κόπο να παρακολουθήσει κανείς την πρόοδο στη διδασκαλία των Μαθηματικών στις ελληνόφωνες περιοχές της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας, και το πώς από ένα απλό εργαλείο για εμπορικές συναλλαγές, σταδιακά καθιερώθηκαν ως αυτόνομη επιστήμη, απαραίτητη στα προγράμματα σπουδών της εποχής.

Αντιλαμβάνομαι ότι η χρονική περίοδος που δραστηριοποιούνται οι λόγιοι αυτοί δεν ανταποκρίνεται σε αυτό που έχουν οι περισσότεροι στο μυαλό τους ως ιστορία των ελληνικών μαθηματικών. Όταν στον ελλαδικό χώρο λέμε «Ιστορία», συχνά το μυαλό μας πάει κατευθειάν στην αρχαιότητα. Πολύ όμορφα περιγράφει αυτό το ιστοριογραφικό φαινόμενο ο Ευάγγελος Παπανούτσος: «... η παιδεία μας – πρέπει να το ομολογήσουμε – πάσχει από ένα είδος πρεσβυωπίας: στέκεται προσηλωμένη στα πολύ μακρινά, στους κλασικούς χρόνους της ελληνικής αρχαιότητας, και τα κοντινά δεν τα βλέπει, ούτε τα λογαριάζει».<sup>1</sup> Το ίδιο ισχύει και

---

<sup>1</sup>Παπανούτσος 1953, 7.

για τον όρο «Ελληνικά Μαθηματικά». Το μυαλό πηγαίνει κατευθείαν στην Αρχαιότητα. Αφήνουμε, έτσι, έξω τη δραστηριότητα στην ύστερη περίοδο. Θέλοντας να δείξω πως υπήρχε επιστημονική δραστηριότητα και ζυμώσεις σε φιλοσοφικό και επιστημονικό (όπως το λέμε σήμερα) επίπεδο στο συγκεκριμένο γεωγραφικό χώρο, ακόμα και στα πιο δύσκολα χρόνια, διάλεξα να μελετήσω το έργο ενός ανθρώπου που γράφει και διδάσκει την εποχή που αποκαλούμε Τουρκοκρατία. Η παρούσα εργασία αποσκοπεί στην ανάδειξη του ρόλου του Κοσμά Μπαλάνου στην εισαγωγή της Άλγεβρας στις ελληνόφωνες περιοχές της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας και την εν γένει προσπάθεια που κατέβαλε, στην κατεύθυνση της διάδοσης των γραμμάτων, των Μαθηματικών ιδιαίτερα, επηρεασμένος από τον πατέρα του Μπαλάνο Βασιλόπουλο, αλλά και από τον επιστημονικό περίγυρο της εποχής του.

Σε ένα εγχείρημα σαν αυτό, αντιμετωπίζει κανείς διάφορες δυσκολίες. Η καταστροφή των Ιωαννίνων, όπου δραστηριοποιείται ο Κοσμάς Μπαλάνος, και μάλιστα των βιβλιοθηκών των σχολών κατά το 1820, μας αφήνει μεγάλο κενό για τις μεθόδους διδασκαλίας και τη διδακτέα ύλη της εποχής στις διάφορες σχολές. Υπάρχει μια κάποια βοήθεια από τους προλόγους των συγγραμμάτων, αλλά οι λιγοστές αναφορές και τα σχόλια σύγχρονων δασκάλων ή μαθητών δυσχεραίνουν την ασφαλή εξαγωγή συμπερασμάτων. Η γλώσσα γραφής στα σωζόμενα κείμενα είναι πολλές φορές δύσκολη, τότε αττικίζουσα, τότε Ιωνική, τότε με δυσανάγνωστη γραμματοσειρά κ.τ.λ.. Και, όπως συμβαίνει πάντα στην ιστορική αναζήτηση, οι κίνδυνοι αναχρονισμού είναι παρόντες. Όμως, ενώ τέτοιου είδους δυσκολίες τις βρίσκει μπροστά του κάθε ιστορικός, ιδίως όσοι ασχολούνται με την αρχαιότητα ή με πολιτισμούς που μιλούσαν μια νεκρή γλώσσα, εδώ η μεγαλύτερη δυσκολία είναι ο κίνδυνος της διολίσθησης σε αξιολογικές κρίσεις. Τα γεγονότα εξελίσσονται 200 – 250 χρόνια πριν, επομένως είναι αρκετά κοντά μας. Αφορούν συχνά σε ανθρώπους που φέρουν το σχήμα του Ορθόδοξου κληρικού. Εξελίσσονται ταυτόχρονα με τη ραγδαία εξέλιξη στη Φιλοσοφία, στη Φυσική, στην Αστρονομία και στα Μαθηματικά στην Ευρώπη και μια επιπόλαιη σύγκριση με την ευρωπαϊκή πραγματικότητα μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα όσον αφορά στην πρόοδο των ελληνικών σχολών. Ακόμα, κάποιες φορές, είναι φορτισμένα από το γλωσσικό ζήτημα, το οποίο λύθηκε μόλις πρόσφατα. Λαμβάνουν χώρα λίγο πριν τον εθνικό ξεσηκωμό. Και στην Ελλάδα χωριζόμαστε εύκολα σε Προοδευτικούς και Συντηρητικούς, σε καλούς και κακούς, σε φωτισμένους και σκοταδιστές, σε επαναστάτες και αντιδραστικούς. Ταυτιζόμαστε, ως προσωπικότητες, με τους μεν, τους αποδίδουμε κάθε θετικό χαρακτηρισμό και στους υπόλοιπους αποδίδουμε κάθε αρνητικό. Άλλωστε, τέτοιες τάσεις είχαμε, ως έθνος, από παλιά. Πάντα χωρίζαμε σε κατηγορίες τους ανθρώπους. Ξεκινήσαμε το διαχωρισμό σε Έλληνες και Βάρβαρους, περάσαμε στο «οι Έλληνες πλην Λακεδαιμονίων»<sup>2</sup> και στο «Βοιωτισμό»<sup>3</sup> και, προϊόντος του χρόνου, φτάσαμε στο Αριστεροί – Δεξιοί (με χειρότερο τρόπο απ' ότι οι Γάλλοι που εμπνεύστηκαν τους όρους αυτούς). Πώς να σταματήσουμε αυτή τη συνήθεια τώρα;

Τέτοιου είδους νοοτροπία μας φέρνει συχνά αντιμέτωπους, στις δευτερογενείς πηγές, με τον όρο «συντηρητικός». Μια συνηθισμένη δικαιολογία για την απόδοση του παραπάνω χαρακτηρισμού σε κάποιο λόγιο της εποχής είναι η γλώσσα που χρησιμοποιεί. Όμως, η γλώσσα είναι αναξιόπιστο κριτήριο για την απόδοση σε κάποιο λόγιο συντηρητικής στάσης ή προοδευτικής, όπως τις εννοούμε σήμερα.

<sup>2</sup> Από την επιγραφή «Ἀλέξανδρος Φιλίππου καὶ οἱ Ἕλληνες πλὴν Λακεδαιμονίων», μετὰ τὴ μάχη στὸ Γρανικὸ ποταμὸ, τὸ 334 π. Χ, στὴν ὁποία οἱ Λακεδαιμόνιοι ἀρνήθηκαν νὰ συμμετάσχουν

<sup>3</sup> Χασιάκος 1992, 75. Ὅπου ὁ «βοιωτισμός» ἀναφέρεται ὡς βάνανση καὶ ἀνόητη πράξη καὶ ὁ ὅρος ἀποδίδεται στους ἀρχαίους Βοιωτοὺς, στους ὁποίους ἀποδίδονταν, ἀναισθησία, βαναυσότητα, ἀνοησία.

Ειδικά στο τυπωμένο βιβλίο μοιάζει το κριτήριο να μην έχει καμία θέση. Σύμφωνα με τον Κωνσταντίνο Δημαρά, οι πνευματικοί αγώνες με τους Τούρκους, με τους Δυτικούς και αργότερα διενέξεις και πολεμικές με τους εκπροσώπους του Διαφωτισμού, καθιερώνουν σε μεγάλο ποσοστό την Δημοτική Γλώσσα (εννοώντας, μάλλον, την ομιλούμενη γλώσσα) ως ημιεπίσημο όργανο της Εκκλησίας. Την ίδια πρακτική ακολουθεί η κάθε προπαγάνδα: των Τούρκων, των Ρώσων, των Άγγλων, των Γάλλων, των Παπιστών και των Διαμαρτυρόμενων, όπως χαρακτηριστικά αναφέρει ο Δημαράς κάποια εθνικά ή θρησκευτικά κέντρα, με σκοπό να εισδύσουν στους Έλληνες και να τους έχουν με το μέρος τους. Ενώ, απ' την άλλη μεριά, μια έκδοση σε γλώσσα λαϊκή δε μπορεί να είναι ευπώλητη («αποτελεσματική», λέει ο Δημαράς), αφού το μέγιστο μέρος του λαού ήταν αγράμματο.<sup>4</sup> Δηλαδή, η χρήση πιο απλής γλώσσας μπορεί να έχει και αρνητική χροιά, ενώ η αττικίζουσα γλώσσα ενδέχεται να βοηθά στη διάδοση και την αποδοχή των βιβλίων από το κοινό που έχει την οικονομική και μορφωτική ικανότητα να τα μελετήσει και έτσι να ενημερωθεί για τις εξελίξεις στον επιστημονικό χώρο και να μη φανερώνει κατ' ανάγκη συντηρητικές τάσεις του γράφοντος.

Δεν έχω μελετήσει τα επιμέρους επιχειρήματα του Δημαρά, αλλά θα δείξω, νομίζω, πως όσον αφορά στο μαθηματικό βιβλίο και τη γλώσσα γραφής, έχει δίκιο. Τα νέα στοιχεία των Μαθηματικών, που εισάγονται στον ελληνόφωνο κόσμο, έχουν φορείς βιβλία γραμμένα σε δύσκολη γλώσσα. Για την ακρίβεια, οι πρόλογοι και τα «προοίμια» είναι γραμμένα με τρόπο που θα έλεγα κάπως ελεύθερα πως μοιάζει «επίδειξη λογιολογίας». Εικάζω πως αυτό συμβαίνει διότι τα εισαγωγικά μέρη του βιβλίου απευθύνονται είτε σε κάποιον ισχυρό προστάτη που βάζει τα χρήματα για την έκδοση του βιβλίου, είτε στους λόγιους που θα το χρησιμοποιήσουν στη διδασκαλία τους και όχι στον πρωτόπειρο αναγνώστη. Από την άλλη μεριά, στο μαθηματικό κείμενο ο συγγραφέας γράφει συνήθως σε πιο απλή γλώσσα, μιας και απευθύνεται στο μαθητικό αναγνωστικό κοινό. Αφού, λοιπόν, η γλώσσα τις περισσότερες φορές δεν είναι ενιαία, μάλλον δεν προσφέρεται ως εργαλείο «ταξινόμησης» των λογίων που ασχολούνται με τα Μαθηματικά. Μόνο επικουρικά, σαν κάποια ένδειξη μιας κάποιας νοοτροπίας, κυρίως στον τρόπο διδασκαλίας και όχι στο περιεχόμενό της, μπορεί να μας βοηθήσει στην εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων.

Σε κάθε περίπτωση, όταν σήμερα κρίνουμε πράξεις και αποφάσεις των προσώπων που έδρασαν σε κάποια εποχή, το κάνουμε γνωρίζοντας το αποτέλεσμα που είχαν οι πράξεις αυτές, ενώ αυτοί που τις πήραν δεν το γνωρίζουν τη στιγμή που έπρεπε να αποφασίσουν. Μάλιστα, αγνοώντας συχνά τις προθέσεις των πρωταγωνιστών των ιστορικών γεγονότων, προβαίνουμε σε κατηγοριοποιήσεις οπαδικού χαρακτήρα, του τύπου «άσπρο» ή «μαύρο», χωρίς να μελετήσουμε το περιβάλλον πλαίσιο. Η αλήθεια είναι πως τα ιστορικά πρόσωπα, όπως ο καθένας μας, τις περισσότερες φορές είναι «γκρι». Προσπάθησα, λοιπόν, να μην προβώ σε γενικευμένες αξιολογικές κρίσεις, να μην αποδώσω αρνητικούς χαρακτηρισμούς και να μη χωρίσω τους λόγιους τις εποχής σε διάφορες κατηγορίες. Από όσα διάβασα, κατάλαβα πως οι ίδιοι οι πρωταγωνιστές της εποχής, συνήθως, δεν αισθάνονται πως ανήκουν εξολοκλήρου σε κάποια ομάδα, αλλά δρουν κατά συνείδηση και κατά περίπτωση.

Στην προσπάθεια να αποφύγω την παγίδα που περιέγραφα πιο πάνω και που επιφυλάσσει για τον καθένα μας η νεότερη Ιστορία, ακολούθησα τις παραινήσεις του Νίκου Σβορώνου: Ιστορία είναι η γνώση των ανθρώπινων πράξεων και των συσχετισμών τους. Αποτελεί το κύριο εργαλείο στην ανάγκη του απολογισμού. Η

---

<sup>4</sup> Δημαράς 2000, 60 – 62.



αποστασιοποίηση είναι που εξασφαλίζει την αντικειμενικότητα του ιστορικού έργου. Το έργο του ιστορικού δεν είναι να αξιολογήσει τις ανθρώπινες πράξεις, αλλά να τις εξηγήσει.<sup>5</sup> Σύμφωνα με το Σβορώνο και πάλι, σε όλη την περίοδο της Τουρκοκρατίας εμφανίζεται μια προσπάθεια του ελληνισμού να διαφυλάξει την ιδιαιτερότητά του και να ξεχωρίζει σαφώς από τις άλλες εθνότητες της Βαλκανικής. Η προσπάθεια αυτή περιλαμβάνει τη δημιουργία οργάνων συντήρησης. Και διευκρινίζει πως αυτά τα όργανα είναι η Εκκλησία, οι Φαναριώτες, οι Κοινότητες και οι Αρματωλοί, των οποίων η συντήρηση έχει το νόημα της διαφύλαξης του έθνους και την προετοιμασία για το πέρασμα σε μια δεύτερη περίοδο, με στόχο τη βελτίωση της θέσης των Ελλήνων.<sup>6</sup> Η συντριπτική πλειονότητα των λογίων για τους τρεις αιώνες της Τουρκοκρατίας είναι κληρικοί. Δεν δρουν όμως όλοι με τον ίδιο τρόπο, ούτε κατέχουν πάντα θέσεις εξουσίας. Έτσι, η σχέση της Εκκλησίας με την έννοια της συντήρησης, για την περίοδο που μελετάμε, δεν φαίνεται να έχει το ίδιο περιεχόμενο με αυτό του 20<sup>ου</sup> και του 21<sup>ου</sup> αιώνα, ούτε διατρέχει όλο το φάσμα του κλήρου.

Εμείς, εδώ, θα ασχοληθούμε με το τι περιέχουν τα κείμενα και δε θα κρίνουμε το μαθηματικό περιεχόμενό τους με βάση το σε ποια διάλεκτο είναι γραμμένα. Η γλώσσα στο μόνο που θα μας βοηθήσει θα είναι στο να προσεγγίσουμε το για ποιους γράφτηκαν και με ποιο σκοπό. Υπό το πρίσμα αυτό θα περιγράψουμε την όποια προσφορά του Κοσμά Μπαλάνου στα ελληνικά γράμματα και ειδικά στην Άλγεβρα.

### Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό να ευχαριστήσω τους ανθρώπους χωρίς τη στήριξη των οποίων, είτε δε θα μπορούμε να ολοκληρωθεί αυτή η εργασία, είτε δε θα είχε αυτή τη μορφή. Όντας παντρεμένος και πατέρας δύο παιδιών, δε θα μπορούσα να μελετήσω όλες αυτές τις ώρες που χρειάστηκα για να ολοκληρώσω την εργασία μου χωρίς τη συμπαράσταση και την ανοχή της οικογένειάς μου. Ευχαριστώ, λοιπόν, τη Σοφία, το Λουκά και το Γιώργο για την υπομονή που επέδειξαν και την κατανόηση στην προσπάθεια και στο χρόνο που απαιτούνταν για την ολοκλήρωση της εργασίας.

Η μελέτη των προλογικών σημειωμάτων και των ηρωελέγειων επιγραμμάτων των βιβλίων που εξέτασα δε θα ήταν τόσο πλήρης και εμπειριστατωμένη χωρίς τη βοήθεια των φιλόλογων Κώτσα Γιαννούτσου, Τίνας Δουλγεράκη, Ελένης Κωστοπούλου, Γιώτας Γεωργίου και της ξαδέλφης μου Ελένης Δρούγκα.

Σε όλη αυτή την προσπάθεια είχα την ενθάρρυνση του Καθηγητή του τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αιγαίου κ. Μιχάλη Ανούση και την παρακαταθήκη των όσων διδάχθηκα από την Επίκουρη Καθηγήτρια του τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αιγαίου κας Τίνας Ζορμπαλά.

Ευχαριστώ ιδιαίτερος τον Καθηγητή του τμήματος Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης του ΕΚΠΑ κ. Γιάννη Χριστιανίδη που αποδέχτηκε πρόθυμα να είναι μέλος της τριμελούς επιτροπής της εργασίας μου, καθώς και τον Καθηγητή του τμήματος Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης του ΕΚΠΑ κ. Μανώλη Πατηνιώτη, του οποίου οι παρατηρήσεις, ως μέλους της τριμελούς επιτροπής της εργασίας μου, βοήθησαν στην κατά το δυνατό σφαιρικότερη και πολυεπίπεδη εξέταση του θέματος που πραγματεύτηκα.

Για το τέλος άφησα τον επιβλέποντα της εργασίας, Επίκουρο Καθηγητή του τμήματος Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης του ΕΚΠΑ κ. Μιχάλη Σιάλαρο. Χωρίς την καθοδήγησή του η εργασία θα ήταν ατελής και φτωχή. Τον ευχαριστώ για το χρόνο που αφιέρωσε, για τη λεπτομερή και βήμα – βήμα καθοδήγησή του και για

<sup>5</sup>Σβορώνος 1999, 22 – 25.

<sup>6</sup>Ο. π., 37-38.

τη διάθεση να βοηθήσει να μπου οι σκέψεις μου σε κάποια σειρά, ώστε να μπορούν να αποτυπωθούν στο χαρτί. Η καθημερινή, ηλεκτρονική, επαφή και οι εβδομαδιαίες δια ζώσης συζητήσεις με κάνουν να τον αισθάνομαι συν-συγγραφέα, αν και σαφώς εγώ είμαι αυτός που φέρει την πλήρη και αποκλειστική ευθύνη των όσων σκέψεων παρουσιάζονται πιο κάτω. Ο κ. Σιάλαρος που γνώρισα βιαστικά στους διαδρόμους του ΙΦΕ έγινε ο φίλος μου Μιχάλης, που με καθοδήγησε, ακοίμητος φρουρός και διορθωτής των ολισθημάτων στα οποία υπέπεσα σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της Διπλωματικής μου Εργασίας και τον ευχαριστώ, για άλλη μια φορά, θερμά.



## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για να αποτιμηθεί το έργο του Κοσμά Μπαλάνου στα Μαθηματικά χρειάζεται μια περιγραφή του ιστορικού πλαισίου της εκπαίδευσης, αλλά και των σημαντικότερων ιστορικών γεγονότων λίγων αιώνων πριν την έκδοση της *Άλγεβρας* του. Η δράση του Κοσμά (όπως θα αναφέρεται από εδώ και πέρα) εντάσσεται χρονικά στην περίοδο που αποκαλούμε Τουρκοκρατία.

Για να περιγραφούν τα χαρακτηριστικά της μακράς περιόδου από το 1453 έως το 1821 οι ιστορικοί, συνήθως, τη χωρίζουν σε μικρότερες περιόδους. Το ίδιο θα κάνουμε κι εμείς, εδώ. Είναι, βέβαια, κατανοητό πως η περιοδολόγηση που ακολουθεί, δεν μπορεί να είναι απόλυτη. Υιοθέτησα την περιοδολόγηση που συνήθως κάνουν οι ιστορικοί της Φιλοσοφίας. Ενδεχομένως, για την Ιστορία των Μαθηματικών να επικρατήσει, αργότερα, άλλη περιοδολόγηση. Στο πρότυπο που ακολουθούμε, η Τουρκοκρατία χωρίζεται από τους ιστορικούς σε τέσσερις μικρότερες περιόδους, οι οποίες χονδρικά είναι:<sup>7</sup>

Περίοδος I (1453 – 1600): Μεταβυζαντινά χρόνια

Περίοδος II (1600 – 1670): Θρησκευτικός Ουμανισμός

Περίοδος III(1670 – 1774): Αιώνας των Φαναριωτών

Περίοδος IV(1774 – 1821): Νεοελληνικός Διαφωτισμός (Νε.Δ.)<sup>8</sup>

Για τις περιόδους II και III θα διαφοροποιηθούμε ως προς τους τίτλους. Πιο συγκεκριμένα, την περίοδο II θα την αποκαλούμε «Κορυθαλικό Αριστοτελισμό» και την III «Αιώνα των Φαναριωτών και των Εμπόρων», διότι πιο σύγχρονη ιστοριογραφία δείχνει πως στη δεύτερη περίοδο δεν έχουμε τόσο ξεκάθαρα τα χαρακτηριστικά του Ουμανισμού, ενώ η κυρίαρχη μορφή στα ελληνικά γράμματα είναι ο Θεόφιλος Κορυθαλέας και η βάση της ελληνικής εκπαίδευσης είναι τα σχόλια του στα έργα του Αριστοτέλη.<sup>9</sup> Όσον αφορά στην τρίτη περίοδο πρέπει, νομίζω, να φαίνεται στην ονομασία που δίνουμε ο ιδιαίτερος ρόλος των εμπόρων στη διάδοση των γραμμάτων. Την περίοδο αυτή θα τη χωρίσω στην αφήγησή μου σε δύο μικρότερες. Μία μέχρι το 1740 περίπου και μία από το 1740 μέχρι το 1774. Ο Άλκης Αγγέλου ως χρονολογία ορόσημο προτείνει το 1760. Η επιλογή μας να ορίσουμε το 1740 ή ακόμα καλύτερα τη δεκαετία του 1740, γίνεται διότι, ουσιαστικά, μέχρι εκεί δεν έχουμε τυπωμένο βιβλίο στα Μαθηματικά (αλλά μόνο τη διαμόρφωση νέων συνθηκών για τα ελληνικά γράμματα που θα επηρεάσουν τη διδασκαλία των Μαθηματικών), ενώ στη δεύτερη αρχίζει η εκτύπωση αξιόλογων μαθηματικών συγγραμμάτων στα ελληνικά. Για την τέταρτη περίοδο, τον Νε.Δ., ο χρονολογικός ορισμός του Δημαρά έχει ως εξής: Ξεκινά γύρω στο 1750 - και συγκεκριμένα μεταξύ του 1709 και του 1774 - και τελειώνει το 1821.<sup>10</sup> Εμείς, ως έτος έναρξης του Νε.Δ. θα προτιμήσουμε το έτος 1774, το έτος δηλαδή που ολοκληρώνεται η μακρά περίοδος ζυμώσεων από την ειδολογική έναρξή του, οπότε και η παραγωγή ελληνικού μαθηματικού βιβλίου αυξάνει με γρήγορο ρυθμό.

Την τελευταία περίοδο (Νε.Δ.), ο Νίκος Σβορώνος την ονομάζει Νεοελληνική «Αναγέννηση».<sup>11</sup> Ο όρος «Αναγέννηση» θα μας απασχολήσει παρακάτω, στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, όταν θα προσπαθήσουμε να αποτιμήσουμε την Άλγεβρα του Κοσμά

<sup>7</sup>Αργυροπούλου – Λουγγή 1978, 144 και 146. Όπου αναφέρονται για το θέμα της περιοδολόγησης οι Κ. Θ. Δημαράς, Ε. Π. Παπανούτσος, με την επιφύλαξη που κρατά ο Άλκης Αγγέλου και το συμβιβασμό που κάνει στις δύο κύριες αυτές απόψεις ο G. P. Henderson.

<sup>8</sup>Παπανούτσος 1953,17. Απ' όπου υιοθετούμε ως σταθμό το έτος 1774.

<sup>9</sup> Πατηνιώτης 2013, 99 – 172.

<sup>10</sup> Δημαράς 1983, 27.

<sup>11</sup> Σβορώνος 2015, 55 – 56.

Μπαλάνου. Από την παραπάνω συζήτηση είναι προφανές ότι τα όρια κάθε περιόδου δε μπορούν να είναι απόλυτα και δε μπορεί η χρονολογία ορόσημο να συμπίπτει για όλες τις πτυχές της Ελληνικής σκέψης του καιρού εκείνου. Ενδεχομένως, η τέταρτη περίοδος, για παράδειγμα, με κάποια άλλη επικεφαλίδα να είχε, για τα μαθηματικά, έτος αφετηρίας το 1749 (λόγω της κυκλοφορίας της *Οδού Μαθηματικής* των Μεθόδιου Ανθρακίτη και Μπαλάνου Βασιλόπουλου) ή το 1750 όπως επιχειρηματολογεί ο Κωνσταντίνος Κούμας.<sup>12</sup> Ίσως, πάλι, η περίοδος 1740 – 1774 να εμφανιστεί ως μια πέμπτη περίοδος. Μια ακριβής περιοδολόγηση, όμως, ξεφεύγει από τους σκοπούς της εργασίας αυτής.

### ***Γενικό Ιστορικό Πλαίσιο μέχρι τον Νε.Α***

#### *Μεταβυζαντινά Χρόνια*

Τα Μεταβυζαντινά Χρόνια είναι μια μακρά χρονική περίοδος μετά την Άλωση, στη διάρκεια της οποίας δεν έχει ολοκληρωθεί η κατάκτηση αυτού που σήμερα αποκαλούμε Ελλαδικό χώρο από τους Οθωμανούς. Η κυριαρχία πολλών περιοχών με ελληνικούς πληθυσμούς εναλλάσσεται μεταξύ Ενετών και Οθωμανών. Όσον αφορά στα ελληνικά γράμματα, τα χρόνια αυτά ονομάζονται «Μεταβυζαντινά» διότι τα έργα των λογίων που δεν καταφεύγουν στη Δύση ανήκουν στη Βυζαντινή Φιλοσοφία και όχι στη Νεοελληνική. Όπως αναφέρει ο Παπανούτσος, αποτελούν τη συνέχεια των Βυζαντινών λογίων από το 1261 και εντεύθεν, οι οποίοι σιγά – σιγά ομογενοποιούνται και δεν αποτελούν λόγιους μιας υπερεθνικής αυτοκρατορίας, αλλά ενός ελληνικού βασιλείου.<sup>13</sup>

Να σημειώσουμε ότι οι περισσότεροι Έλληνες λόγιοι - μετά το 1453 - γράφουν και διδάσκουν σε ξένους τόπους και σε ξένη γλώσσα.<sup>14</sup> Γεώργιος Γεμιστός «Πλήθων», Μανουήλ και Ιωάννης Χρυσολωράς, Βησσαρίων ο Τραπεζούντιος, Θεόδωρος Γαζής, Γεώργιος Τραπεζούντιος ο Κρης, Ιωάννης Αργυρόπουλος, Μιχαήλ Αποστόλης, Ανδρόνικος Κάλλιστος, Κωνσταντίνος και Ιανός Λάσκαρις, Δημήτριος Χαλκοκονδύλης, Γεώργιος Ερμώνυμος, Μάρκος Μουσούρος κ.α. δραστηριοποιούνται έξω από τα σύνορα της Αυτοκρατορίας. Τον 16ο αιώνα, τα ονόματα πληθαίνουν και πάνω από 20 Έλληνες καθηγητές διδάσκουν στο Πανεπιστήμιο της Πάντοβας.<sup>15</sup> Κατά τα άλλα, ο Παπανούτσος, μάλλον υπερβάλλοντας στην περιγραφή, αναφέρει: «στη σκλαβωμένη πατρίδα επικρατεί πνευματικό σκοτάδι και ερημιά από σημαντικούς ανθρώπους».<sup>16</sup> Σε μια άλλη γλαφυρή περιγραφή, αυτή τη φορά από το Δημαρά, διαβάζουμε:

«Τώρα οι Φράγκοι με τα πλούτη τους, με την έφεσή τους για γνώση, θα 'ρθουν στην Ανατολή ν' αγοράσουν την ελληνική σοφία. Οργανώνονται αποστολές, δημιουργούνται αντιπροσωπείες, που έχουν σκοπό τη συγκέντρωση και μεταφορά ελληνικών χειρογράφων από τα ελληνικά εδάφη στη Δύση. Μαζί με τα χειρόγραφα θα 'ρθουν κι εκείνοι που κατέχουν τα μυστικά τους: οι Έλληνες σοφοί, διωγμένοι από τη φτώχεια και το μαρασμό της ελληνικής πολιτείας, φεύγουν για τη Δύση ... Στην Ελλάδα θα μείνουν μόνο όσοι έχουν συνδέσει την τύχη τους με τους

<sup>12</sup>Κούμας 1818, 290.

<sup>13</sup>Παπανούτσος 1953, 12 έως 15.

<sup>14</sup>Ο. π., 15.

<sup>15</sup>Ο. π., 10-11.

<sup>16</sup>Ο. π., 15.

θηρσκευτικούς αγώνες, όσοι νομίζουν πως "κρείττοτερόν εστι ειδέναι εν μέση τη Πόλει φακίολιον βασιλεύον Τούρκων ή καλύπτραν λατινική"». <sup>17</sup>

Ειδικά για τα Μαθηματικά διακρίνουμε το Φραγκίσκο Μαυρόλυκο (1494 - 1575) ο οποίος ήταν ένας σημαντικός μαθηματικός, του οποίου οι γονείς ήταν πρόσφυγες από την Πόλη και ο ίδιος βρήκε ευνοϊκό περιβάλλον κοντά στους πρίγκιπες της Σικελίας. Τα έργα του Μαυρόλυκου εκδόθηκαν στα Λατινικά και έτσι οι ιστορικοί δεν τα ενσωματώνουν στην Ελληνική βιβλιογραφία. <sup>18</sup> Παρόμοια κι εμείς, σε όλες τις περιόδους, θα χρησιμοποιούμε τον όρο «ελληνικό» για τα κείμενα που είναι γραμμένα στην ελληνική γλώσσα, ανεξάρτητα από την καταγωγή του συγγραφέα. Το βασικό κριτήριο ένταξης κάποιου λογίου στην νεοελληνική επιστήμη θα είναι και για μας η γλώσσα. Έτσι, όσοι γράφουν και εκδίδουν στα ελληνικά εντάσσονται στα ενδιαφέροντά μας και θα αναφέρονται ως Έλληνες.

Ο σουλτάνος, για να εξασφαλίσει την επιβίωση των ελληνικών πληθυσμών και για να τον κρατήσει χωρισμένο από τη Δύση (όπως ισχυρίζεται ο Δημαράς) λαμβάνει μέτρα προστασίας της Ορθόδοξης Εκκλησίας. <sup>19</sup> Ο Γεώργιος Σχολάριος δε ζητά άσυλο στη Δύση. Μένει στην Πόλη και ο Μωάμεθ ο Πορθητής τον κάνει Πατριάρχη. Τον ίδιο χρόνο της Άλωσης ιδρύει την Πατριαρχική Ακαδημία, με πρώτο διευθυντή το Ματθαίο Καμαριώτη, για να μορφώσει τον ανώτερο Κλήρο. Μια μεγάλης δυσκολίας προσδοκία, μιας και ο Γεώργιος Σχολάριος κάνει αναφορά για 3 – 4 μαθητές που μπορούν να παρακολουθήσουν Αριστοτελική Φιλοσοφία. <sup>20</sup> Όμως η Παιδεία δεν καλλιεργείται, εν γένει, στη σκλαβωμένη χώρα και η πνευματική στάθμη του λαού πέφτει την περίοδο αυτή πολύ χαμηλά. <sup>21</sup> Το 1593, σε μια προσπάθεια αντιστροφής του κλίματος, ο Πατριάρχης Ιερεμίας Β΄ ο Τρανός συγκαλεί σύνοδο, που ανάμεσα στα άλλα, αποφάσισε να ιδρυθούν σχολεία. <sup>22</sup> Έτσι, στα τέλη του 16ου αιώνα, ο Μαρτίνος Κρούσιος, <sup>23</sup> έχοντας πληροφορίες από τους Ζυγομαλάδες, <sup>24</sup> αναφέρει πως σε κάθε πόλη και στα νησιά του Αιγαίου, Πάτμο, Σάμο, Μήλο, Κω και αλλού, λειτουργούσε σχολείο αγοριών προσαρτημένο στην εκκλησία, χωρίς τάξεις. <sup>25</sup> Εκτιμώ πως ο Κρούσιος αναφέρεται, σε μικρά σχολεία στοιχειώδους εκπαίδευσης. Στην εκτίμηση αυτή με οδηγεί και η αναφορά περί «κοινών» σχολείων που εμφανίζονται, κυρίως, μετά το 1593 στη Θεσσαλονίκη και στην Αθήνα, όπου γίνονται μαθήματα σε νάρθηκες εκκλησιών. <sup>26</sup> Μια κάποια δραστηριότητα εκείνη την περίοδο δείχνει να έχουν Αδριανούπολη, η Καλλίπολη, τα Ιωάννινα και η Θεσσαλονίκη. <sup>27</sup> Μόνη αναφορά σε σχολή ιδρυθείσα από τον Ιερεμία βρήκα για τη σχολή Σωζίνου (Ευαγγελιστριάς) στην Ήπειρο και στη Λάρισα. <sup>28</sup> Πολύ πιθανό να διδάσκονται και μάλιστα από γυναίκα διδασκαλισσα, 200 μοναχές του μοναστηρίου

<sup>17</sup> Δημαράς 2000, 56.

<sup>18</sup> Πούλος 1988, 20-21.

<sup>19</sup> Ο. π., 59 – 60.

<sup>20</sup> Σφυρής 1993, 106.

<sup>21</sup> Παπανούτσος 1953, 18.

<sup>22</sup> Σφυρής 1993, 107.

<sup>23</sup> Σημαντικός Γερμανός Ουμανιστής. Μελετητής των Ελληνικών και της Ελλάδας. Γεννήθηκε στις 19 Σεπτεμβρίου 1526 στη Βυρτεμβέργη. Το 1559 και ανέλαβε στο Τύμπιγκεν καθηγητής στο Πανεπιστήμιο της Ελληνικής και Λατινικής. Δίδαξε Σοφοκλή, Όμηρο, Θουκυδίδη, Αριστοτέλη, Γαληνό και απέκτησε μεγάλη φήμη. Στην θέση αυτή παρέμεινε ως τον θάνατό του στις 14 Φεβρουαρίου 1607.

<sup>24</sup> Οικογένεια λογίων, αξιωματούχων του Οικουμενικού Πατριαρχείου

<sup>25</sup> Βακαλόπουλος 1964, 250.

<sup>26</sup> Ευαγγελίδης 1936, τόμος πρώτος, 113 και 235.

<sup>27</sup> Ευαγγελίδης ό. π., 54, 67, 165-166 και 113, αντίστοιχα.

<sup>28</sup> Ο. π., 192, 223-224.

του Αγίου Ανδρέου Αθηνών.<sup>29</sup> Οι άλλες αναφορές σε νέες σχολές, που θα καταφέρω να βρω, αφορούν χρονικά στην επόμενη περίοδο, το 1614, περίπου, για τη σχολή της Καστοριάς και το 1622, περίπου για τις Σέρρες.<sup>30</sup>

### *Κορυδαλικός Αριστοτελισμός*

Την περίοδο του Κορυδαλικού Αριστοτελισμού ολοκληρώνεται η κατάκτηση του Ελληνόφωνου (πλην Επτανήσων) χώρου από τους Οθωμανούς με την παράδοση της Κρήτης από τους Ενετούς στο Σουλτάνο. Η Πόλη και ιδιαίτερα η Πατριαρχική Ακαδημία γίνεται το πνευματικό κέντρο των Ελλήνων, εκτός νησιών του Ιονίου. Την περίοδο 1624 – 1641 ο Θεόφιλος Κορυδαλέας αναδιοργάνωσε την Ακαδημία σε σχολή Πανεπιστημιακού χαρακτήρα Ιταλικών προτύπων. Παραμέρισε το θεολογικό πνεύμα και έβαλε τη συστηματική διδασκαλία της Φιλοσοφίας με την ερμηνεία και το σχολιασμό των Αριστοτελικών συγγραμμάτων απευθείας από το αρχαίο κείμενο. Αυτή η τάση παρατηρήθηκε το προηγούμενο διάστημα στη Δύση και ειδικά στην Πάντοβα όπου σπούδασε ο Κορυδαλέας και στην ελληνική ιστοριογραφία ονομάζεται «νεοαριστοτελισμός». Όμως, ακόμα και στο νεοαριστοτελισμό, η μελέτη του έργου του Αριστοτέλη δεν έχει ενιαία μορφή. Στα ελληνικά σχολεία η μελέτη του έργου του καθορίζεται από το πλαίσιο που θέτει ο Κορυδαλέας. Αυτός που επέβαλε τον Κορυδαλέα και τον «Κορυδαλισμό» στα ελληνικά γράμματα, είναι ο Πατριάρχης Κύριλλος Λούκαρις..

Ο Κύριλλος Λούκαρις προσπαθεί να οριοθετήσει τον Ελληνισμό, εθνικά και θρησκευτικά, απέναντι στο Τούρκικο στοιχείο και στον Καθολικισμό, μέσω της Παιδείας.<sup>31</sup> Για το σκοπό αυτό προχωρεί σε οργάνωση της εκπαίδευσης. Η μόρφωση του ανθρώπου και η καλλιέργειά του παραπέμπει σε Ουμανισμό. Και, επειδή το σχέδιο είναι οργανωμένο από την επίσημη Εκκλησία και τους φορείς της ο Δημαράς αποκαλεί το μέσο αυτό «Θρησκευτικό Ουμανισμό».<sup>32</sup> Σύμφωνα με τον Αναστάσιο Πολυζωΐδη, ο Λούκαρις επιθυμεί να γίνουν γνωστές στους Έλληνες οι ευρωπαϊκές ιδέες και ο ευρωπαϊκός πολιτισμός, κάτι που θα εγείρει υποψίες πως είναι Προτεστάντης.<sup>33</sup> Νεότερες προσεγγίσεις δείχνουν πως τα κίνητρα είναι μεν θρησκευτικά, αλλά δεν περιέχουν το πνεύμα του Ουμανισμού. Οι αποφάσεις του Λούκαρι είναι περισσότερο αποτέλεσμα επιλογής συμμάχων και διατήρησης ισορροπιών, με σκοπό την αντιμετώπιση του Καθολικισμού, παρά εκφάνσεις μιας Ουμανιστικής αντίληψης.<sup>34</sup> Από τις καταγγελίες των Καθολικών, άλλωστε, προς τους Τούρκους ότι ετοιμάζει επανάσταση με τη βοήθεια των Ρώσων, θα είναι ο πρώτος Έλληνας Πατριάρχης που εκτέλεσαν οι Τούρκοι, το 1638. Ανάμεσα στα μέτρα που θα πάρει για την οργάνωση της εκπαίδευσης είναι μια πρώτη προσπάθεια για ίδρυση ελληνικού τυπογραφείου, του οποίου η λειτουργία θα διαρκέσει μόνο λίγους μήνες και το κάλεσμα που απευθύνει σε κορυφαίους ανθρώπους των γραμμάτων.<sup>35</sup> Διακρίνονται οι Μελέτιος Συρίγος, Γεώργιος Κορέσσιος. Αλλά αυτός που, όπως είπαμε, ξεχωρίζει είναι ο Θεόφιλος Κορυδαλέας.

<sup>29</sup> Ο. π., 249. Εκτιμώ πως πρόκειται για τον Άγιο Ανδρέα που βρίσκεται στην αυλή του μεγάρου της Αρχιεπισκοπής Αθηνών, στην οδό Αγίας Φιλοθέης που έγινε γνωστή ως «Παρθενώνας», γιατί ήταν καταφύγιο νεαρών άπορων γυναικών, οι οποίες εκπαιδεύονταν σε κάποια τέχνη χωρίς να έχουν την υποχρέωση να γίνουν μοναχές, όπως μας πληροφορεί η ιστοσελίδα της ιεράς Αρχιεπισκοπής Αθηνών

<sup>30</sup> Ο. π., 118 και 137.

<sup>31</sup> Παπανούτσος 1953, 18 και Δημαράς 1975, 58.

<sup>32</sup> Δημαράς 1975, 48.

<sup>33</sup> Πολυζωΐδης 1889, 176.

<sup>34</sup> Πατηνιώτης 2013, 100 – 107 και 149 – 165.

<sup>35</sup> Παπανούτσος 1953, 18.

Ο Κορυδαλέας είναι από τους κυριότερους εκπροσώπους του λεγόμενου νεοαριστοτελισμού όχι μόνο στην Ελλάδα, αλλά και στην Ιταλία. Μαθητής στην Πάδοβα του κυριότερου αντιπρόσωπου του νεοαριστοτελισμού Cesare Cremonini (1550 – 1631), ερμηνεύει και υπομνηματίζει τα περισσότερα συγγράμματα του Σταγειρίτη.<sup>36</sup> Ο G. P. Henderson αναφέρει πως ο Κορυδαλέας διδάσκει Φιλοσοφία και πως επί των ημερών του ξεκινά η αναβίωση του Ελληνικού Στοχασμού με την εισαγωγή του γενικού όρου «Φιλοσοφία» που προοδευτικά θα προεκταθεί και στα Μαθηματικά.<sup>37</sup> Σπουδαγμένος στη Δύση (Ιταλία, Ρώμη και Πάδοβα<sup>38</sup>), διδάσκει στην Πατριαρχική Ακαδημία 17 χρόνια, την οποία διευθύνει από το 1626,<sup>39</sup> απλώνοντας για μεγάλη χρονική περίοδο τη δράση του σε πολλές πόλεις του Ελληνισμού. Παραμέρισε το θεολογικό πνεύμα, δεν πίστευε στα θαύματα, την αναγέννηση της Παιδείας την αντιλαμβάνονταν ως στροφή στους αρχαίους κλασσικούς.<sup>40</sup> Θα δημιουργήσει με την διδασκαλία του μια ολόκληρη τάση στα ελληνικά γράμματα, οπότε δεν είναι υπερβολή η αναφορά περί «Κορυδαλισμού», στην πρώτη παράγραφο για την περίοδο αυτή.

Γενικά, στην περίοδο αυτή, η Νεοελληνική Παιδεία προάγεται μέσα από τις μορφές του Θεόφιλου Κορυδαλέα (1570 – 1646) και του Πατριάρχη Κύριλλου Λούκαρη (1572 – 1638) κυρίως, αλλά και από τον Ευγένιο Αιτωλό και τον Αλέξανδρο Μαυροκορδάτο τον εξ' απορρήτων.<sup>41</sup> Εκτός από τα μαθήματα που γίνονται σε νάρθηκες εκκλησιών, τώρα παραδίδονται μαθήματα και σε λίγα σχολεία που ιδρύονται στην ηπειρωτική Ελλάδα (Αίνου, Αθωνιάδας, Βέροιας, Γαλατά, Κοζάνης, Σχολή Επιφανίου – Ιωάννινα, Σχολή Γκιούμα – Ιωάννινα, Σχολή Επιφανίου - Αθήνας, Άρτας, Παραμυθίας, Δελβίνου, Χειμάρας, Ζαγοράς, Γούρας, Λάρισας, Τυρνάβου, Αιτωλικού, Αγράφων, Βραγγιανών, Καρπενησιού, Λεβαδείας, Θηβών, Βαρνακόβης, Οσίου Λουκά και η Μεγάλη του Γένους Σχολή στην Πόλη, που δεν έχει σταματήσει τη λειτουργία της<sup>42</sup>), μία στη Νάξο,<sup>43</sup> μία στη Μύκονο,<sup>44</sup> και δύο στη Χίο (Σχολή Αγίου Βίκτωρος, Φροντιστήριο Αγίων Αναργύρων<sup>45</sup>). Η φοίτηση στα λιγοστά σχολεία δυσχεραίνει από τις τοπικές οικονομίες που είναι κλειστές και από το γεγονός πως αυτοί που παίρνουν άδεια να σπουδάσουν στη Δύση είναι λιγοστοί από το φόβο του προσηλυτισμού (των Καθολικών), ειδικά στην Πελοπόννησο, όπου δεν κατάφερα να βρω αναφορά σε κάποια σχολή αυτήν την περίοδο.<sup>46</sup>

#### *Αιώνας των Φαναριωτών και των Εμπόρων*

Μέσα στο 17<sup>ο</sup> αιώνα δημιουργείται σταδιακά η τάξη των Φαναριωτών με γραμματικούς, πολιτικούς, μεταφραστές της Πύλης, εμπόρους κ.τ.λ., που αναρριχώνται οικονομικά και σε θέσεις εξουσίας. Είναι η τάξη που θα παίξει σημαντικό ρόλο στην επόμενη περίοδο. Μαζί με την τάξη των εμπόρων (που δε διαμένουν στη συνοικία του Φαναρίου), είδαμε πως είχαν αρχίσει να δημιουργούνται,

<sup>36</sup> Παπανούτσος 1953, 20-21.

<sup>37</sup> Henderson 1977, 25 και 12.

<sup>38</sup> Κούμας 1818, 291 και Πολυζωίδης 1889, 176.

<sup>39</sup> Σάθας 1868, 250.

<sup>40</sup> Παπανούτσος 1953, 15 και 18.

<sup>41</sup> Δημαράς 1983, 7.

<sup>42</sup> Ευαγγελίδης 1936, τόμος πρώτος, 63, 88, 104, 42, 124, 154, 156, 165, 168, 173, 182, 187, 201, 216, 223, 226, 229, 268, 274-280, 287, 290, 291.

<sup>43</sup> Ευαγγελίδης 1936, τόμος δεύτερος, 38.

<sup>44</sup> Ο. π., 57.

<sup>45</sup> Ο. π., 134.

<sup>46</sup> Ευαγγελίδης, τόμος πρώτος, στο κεφάλαιο Σχολεία της Πελοποννήσου.



από την προηγούμενη περίοδο που περιγράψαμε, αλλά τώρα ενισχύονται τόσο οικονομικά, όσο και διοικητικά. Γι' αυτό και το διάστημα των 100 περίπου χρόνων που θα περιγράψουμε το λέμε *Αιώνα Φαναριωτών και εμπόρων*.

Κατά την περίοδο αυτή, οι ιστορικές συνθήκες που θα επηρεάσουν τη σταδιακή αλλαγή και πρόοδο στα ελληνικά γράμματα και ειδικότερα στα ελληνικά Μαθηματικά είναι αυτές που συντελούνται μέχρι τις πρώτες δεκαετίες του 18<sup>ου</sup> αιώνα. Το γενικότερο ιστορικό πλαίσιο των αμέσως επόμενων δεκαετιών δεν επηρεάζει ιδιαίτερα τις τάσεις που έχουν διαμορφωθεί. Γι' αυτό και περιοριζόμαστε στην περιγραφή του ιστορικού πλαισίου μέχρι το 1740, περίπου. Το επόμενο μεγάλο γεγονός που καθορίζει το ιστορικό πλαίσιο είναι η Συνθήκη του Κιουτσούκ – Καϊναρτζή το 1774, οπότε θα εισέλθουμε στην τέταρτη περίοδο.

Το 1669 υπογράφεται η συνθήκη του Χάνδακα,<sup>47</sup> με την οποία η Βενετία συνθηκολογεί και παραδίδει την Κρήτη στους Τούρκους. Όμως, οι ευρωπαϊκές δυνάμεις θορυβούνται από την οθωμανική επέκταση, αναδιπλώνονται και καταφέρνουν να την ανακόψουν. Το 1687 και το 1699 υπογράφονται οι συνθήκες των Αθηνών και του Κάρλοβιτς, αντίστοιχα. Με την πρώτη παραδίδεται η Αθήνα από τους Τούρκους στους Ενετούς και με τη δεύτερη αναγνωρίζεται από την Πύλη η κυριαρχία των Ενετών στην Πελοπόννησο, τη Λευκάδα και την Αίγινα. Η Τουρκία χάνει εδάφη στην Ευρώπη, στα βόρεια σύνορά της παρατηρείται μια σχετική σταθεροποίηση νότια του Δούναβη και ανοίγεται εμπορικός δρόμος μεταξύ Τουρκίας και Αυστρίας.<sup>48</sup> Οι συνθήκες αυτές ρυθμίζουν τις σχέσεις της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας με τις Ευρωπαϊκές δυνάμεις, στις απαιτήσεις των οποίων φαίνεται πως λίγο – λίγο η Πύλη αναγκάζεται να υποκύψει. Ιδιαίτερης σημασίας είναι η συνθήκη του 1699, στην οποία συμμετέχει ο Αλέξανδρος Μαυροκορδάτος εξ' απορρήτων, ως Μέγας Διερμηνέας της Υψηλής Πύλης. Είναι μια συνθήκη που θα συντελέσει στην οικονομική προαγωγή του υπόδουλου Ελληνισμού.

Άμεσα κερδισμένοι της περιόδου αυτής θα είναι οι Έλληνες Φαναριώτες. Η παρουσία τους μέσα στην Οθωμανική Αυτοκρατορία αναβαθμίζεται. Από το 1709 ανατίθεται, για πρώτη φορά η εξουσία των Παρίστριων Ηγεμονιών σε ελληνικά χέρια και συγκεκριμένα στον Νικόλαο Μαυροκορδάτο. Το 1716 θα τοποθετηθεί Έλληνας ηγεμόνας και στη Βλαχία. Η επιρροή τους απλώνεται από την Πόλη και τις Παρίστριες Ηγεμονίες, μέχρι τα μικρασιατικά παράλια και τα ανατολικά νησιά του Αιγαίου. Ιδιαίτερο ρόλο στη διοικητική τους αναρρίχηση παίζει, μεταξύ άλλων, η γλωσσομάθειά τους, η οποία τους βοηθά στην ανάληψη διπλωματικών ρόλων μεταξύ της Υψηλής Πύλης και των όμορων κρατών της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας. Το 1714 υπογράφεται η συνθήκη της Ρασάτης, όπου καθιερώνεται ως γλώσσα της διπλωματίας η Γαλλική, αν και για εμπόρους και ναυτικούς παραμένει ακόμα η Ιταλική.<sup>49</sup> Τις γλώσσες αυτές μιλούν οι Έλληνες που μένουν στη Δύση, ως εδραίοι έμποροι και όσοι εμπορεύονται με τη Δύση έχοντας μόνιμη κατοικία μέσα στα όρια της Αυτοκρατορίας.

Η εξασφάλιση, σχετικής για την εποχή, ειρήνης στα Βαλκάνια ευνοεί το εμπόριο Δύσης και Ανατολής. Οι δρόμοι του εμπορίου μετατοπίζονται λίγο βορειότερα, σε σχέση με το παρελθόν. Από τις νότιες και νοτιοανατολικές περιοχές της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας, τώρα οι δρόμοι περνούν μέσα από τη Μακεδονία και την Ήπειρο.<sup>50</sup> Το εμπόριο το ελέγχουν, κατά βάση, Γάλλοι και Άγγλοι. Έτσι, οι σχέσεις των Ελλήνων με τη Δύση όχι μόνο πυκνώνουν, αλλά και εξαπλώνονται. Η

<sup>47</sup>Νικολάου 1980, 24.

<sup>48</sup>Ο. π., 25-27.

<sup>49</sup>Δημαράς 1983, 7.

<sup>50</sup>Σβορώνος 2015, 51-52.

οικονομία αρχίζει να διαφοροποιείται σε σχέση με το παρελθόν. Από τις αυτάρκειες οικιακές οικονομίες των εργατών της γης με τα λιγοστά οικοσυστήματα ζώα και την ένδυση να εξαρτάται εξολοκλήρου από τον αργαλειό του σπιτιού, περνάμε σταδιακά στην οικονομία της συναλλαγής. Οι έμποροι, με πολλή δουλειά, κερδίζουν όλο και περισσότερα χρήματα. Κάποιοι πλουτίζουν. Προσβλέπουν και σε κοινωνική αναβάθμιση ή ακόμα και ηγεσία. Αντιλαμβάνονται πως ένας τρόπος για να πετύχουν τέτοιους στόχους, εκτός των ορίων της Αυτοκρατορίας, είναι να μορφωθούν, είτε οι ίδιοι, είτε τα παιδιά τους. Αν είναι να αποκτήσουν κοινωνική αναγνώριση εντός των ορίων της Αυτοκρατορίας, ένας τρόπος είναι οι δωρεές προς την κοινότητα του τόπου καταγωγής τους. Από τους πιο συνήθεις τρόπους είναι η χρηματοδότηση σχολών, εκδόσεων βιβλίων ή δασκάλων για τις σχολές που ιδρύονται.

Φυσικά, οι έμποροι υπάρχουν μαζί με τους κληρικούς και τους αγρότες - κτηνοτρόφους - ψαράδες - εργάτες και τους απομονωμένους της κλειστής οικονομίας, οι οποίοι εξακολουθούν να αποτελούν την πλειονότητα των υπόδουλων. Το Ελληνικό στοιχείο, όμως, μπορούμε να πούμε πως σε γενικές γραμμές γνωρίζει μια κάποια ευημερία, με φορείς της ευημερίας αυτής τους εμπόρους και σε δεύτερη φάση τους σπουδαγμένους λόγιους, οι οποίοι διδάσκουν στις σχολές που ιδρύονται. Η γλωσσομάθεια, που αναπτύσσεται στις ανώτερες κοινωνικές τάξεις και ειδικά μέσα στους Φαναριώτες, βοηθά στο να αρχίσουν να γίνονται μεταφράσεις, αν και όχι ακόμα στα μαθηματικά. Οι λόγιοι ξεκινούν σταδιακά να ανεξαρτητοποιούνται από την Εκκλησία και κάποιοι έχουν κοσμική προέλευση. Μέσα στις σχολές που ιδρύουν οι έμποροι αποκτούν σχετική αυτονομία ως προς τα αντικείμενα της διδασκαλίας. Οι ιδρυτές των σχολών έχουν αποκτήσει χρήματα σε άλλο περιβάλλον, έξω από το χώρο της Αυτοκρατορίας. Είναι ανεκτικοί σε νέες διδασκαλίες και δεν είναι σπάνιο οι ίδιοι να μην είναι ιδιαίτερα καλλιεργημένοι, οπότε δεν υπάρχει καν η δυνατότητα ελέγχου από μεριάς τους της διδασκαλίας μέσα στις σχολές που φέρουν το όνομά τους. Εμφανίζεται μια τάση μεταξύ των λογίων (Δαμωδός - Μήλιος - Μαυροειδής - Τιμόθεος Κυριακόπουλος κ.α.) για πιο απλό γραπτό λόγο, ένα λόγο πιο κοντά στην ομιλούμενη γλώσσα. Αναπτύσσεται ένας ανταγωνισμός μεταξύ τους με στόχο την επιλογή τους σε κάποια από τις ιδρυθείσες από τους εμπόρους σχολές, τη διάδοση της φήμης τους ως δασκάλων και την αύξηση του κύρους της διδασκαλίας τους για την προσέλκυση περισσότερων μαθητών και τη διαπραγμάτευση καλύτερου μισθού. Αν και δεν είναι στους άμεσους στόχους των ιδρυτών των σχολών, σε αρκετές από αυτές φιλόδοξοι δάσκαλοι εμπλουτίζουν τη διδασκαλία τους με νέα γνωστικά αντικείμενα, τα οποία έχουν σπουδάσει στα Πανεπιστήμια της Δύσης, με αποτέλεσμα να παρατηρείται μια ποιοτική αναβάθμιση των προγραμμάτων σπουδών, που σε ορισμένες περιπτώσεις θα οδηγήσει στη διδασκαλία, στη μετάφραση και στην έκδοση βιβλίων σύγχρονων δυτικών συγγραφέων. Οι κοινωνικά καταξιωμένοι Φαναριώτες με τη στάση τους θα βοηθήσουν, εσκεμμένα ή άθελά τους, στην ένταση του φαινομένου.

Ο Φαναριώτης Νικόλαος Μαυροκορδάτος, ηγεμόνας της Μολδαβίας, διατυπώνει την άποψη ότι αν ξαναγεννιόταν ο Αριστοτέλης δε θα δίσταζε να γίνει μαθητής των νεωτερικών Δυτικών Φιλοσόφων, δείχνοντας τη συμπάθειά του στις νέες ιδέες.<sup>51</sup> Τέτοιου είδους σκέψεις μέσα στους κύκλους των Ηγεμόνων βοηθούν στη διάδοση της Παιδείας, στις Ηγεμονίες τους.<sup>52</sup> Σκοπός είναι η μετάδοση της γνώσης στα λαϊκότερα στρώματα και εμφανίζονται στα κείμενα όλο και συχνότερα οι λέξεις «φωτισμός» και «Γένος». Αρχίζει να εμφανίζεται μια πρώτη διάσταση στην

<sup>51</sup> Δημαράς 1983, 8.

<sup>52</sup> Ο. π., 9 -10.

Εκκλησιαστική και στη Λαϊκή Παιδεία. Παρατηρούνται τάσεις Παιδείας προς δύο κατευθύνσεις:

α) Θεμελίωση κανόνων ζωής, ηθικές αρχές και υποθήκες.

β) Μελέτη με προσοχή και αναγνώριση της προόδου της Φιλοσοφικής σκέψης και των επιστημών της Δύσης.

Την (α) τάση αντιπροσωπεύουν οι Μαυροκορδάτοι που μιμούνται μεν το γαλλικό τρόπο ζωής και στη λογοτεχνία ένα ηθικοπλαστικό κλασικισμό, αλλά θα μείνουν απέναντι στην ευρωπαϊκή ανανέωση<sup>53</sup> και τη (β) αρχικά ο Βικέντιος Δαμωδός, αλλά η κορύφωση της τάσης θα εκφραστεί με έναν κληρικό και κατοπινό αρχιερέα, τον Ευγένιο Βούλγαρη.<sup>54</sup>

### *Νεοελληνικός Διαφωτισμός (Νε.Δ.)*

#### *Η προσέγγιση του Δημαρά*

Στο πρώτο μισό του 18<sup>ου</sup> αιώνα στα ελληνικά γράμματα βρίσκονται σε εξέλιξη οι ζυμώσεις που οδηγούν στον Νε.Δ. Ο ειδολογικός ορισμός του Νε.Δ., σύμφωνα με το Δημαρά (που είναι ο εμπνευστής του όρου), περιλαμβάνει το σύνολο των πνευματικών και συνειδησιακών φαινομένων της Ελληνικής ιστορίας. Δηλαδή, όλα όσα συμβαδίζουν με τη γενική προαγωγή του Ελληνισμού πριν από τη συνθήκη του Κιουτσούκ – Καϊναρτζή, αλλά κυρίως μετά απ' αυτή, και των οποίων η φυσική απόληξη θεωρεί ο Δημαράς πως είναι η Ελληνική Επανάσταση.<sup>55</sup> Την περίοδο αυτή οι νεοέλληνες διαφωτιστές έχουν στόχο και επιδίωξη την εθνοφωτιστική (Φωτισμός του Γένους) και παιδαγωγική συνεισφορά, και όχι τον εμπλουτισμό της έρευνας. Μεταφράζουν στοιχειώδη εγχειρίδια, χωρίς την αίσθηση ότι επαναλαμβάνουν χιλιοειπωμένα πράγματα. Εισάγουν, δηλαδή, ιδέες άγνωστες, αποσιωπούμενες ή διωκόμενες στον ελληνόφωνο χώρο.<sup>56</sup> Σύμφωνα με το Νε.Δ. τα πρότυπα του Γένους έπρεπε να είναι οι σύγχρονοι Ευρωπαίοι λόγιοι, επιστήμονες, φιλόσοφοι και όχι οι αρχαίοι. Ο Ευρωπαϊκός πολιτισμός μπορεί να θεωρηθεί απαύγασμα του αρχαίου Ελληνικού και δεν υπάρχει προοπτική να γίνει η νέα Ελλάδα σύγχρονος προοδευμένος χώρος αν η εκπαίδευση αρχίσει από τις αρχαιοελληνικές ρίζες και περιμένει να διανύσει αυτόνομα όλη την πορεία μέχρι να φτάσει στο επίπεδο της «φωτισμένης» Δύσης. Θα πρέπει να ξεκινήσει με τη γνώση, τη σοφία και την πολυμάθεια που βρίσκει έτοιμη γύρω της, στα ελεύθερα έθνη. Αν ο Ελληνικός στοχασμός θέλει να γίνει γόνιμος για την αναβίωση του έθνους, οφείλει πρώτα να αφομοιώσει το υλικό και τη σκέψη των άλλων λαών και να εξοικειωθεί με το ρυθμό των νέων ανακαλύψεων.<sup>57</sup>

Ο Δημαράς και οι ιστορικοί που ασπάζονται την περιγραφή του για την εποχή, ισχυρίζονται πως η Ευρώπη ήταν τότε (18<sup>ος</sup> αιώνας) ενωμένη πνευματικά όσο ποτέ άλλοτε, από τα μεσαιωνικά χρόνια και πέρα. Έτσι, το από ποια περιοχή της Δύσης θα γίνονταν η μεταφορά της γνώσης – Γαλλία, Γερμανία, Αγγλία, Ιταλία, Ρωσία - ο όποιος αγωγός των ιδεών δηλαδή, είχε ελάχιστη σημασία τότε.<sup>58</sup> Η μετάφραση νεωτεριστικών έργων αποκτά κυρίαρχο ρόλο, γίνεται το κύριο μέλημα του Νεοέλληνα Διαφωτιστή και αποτελεί, αν όχι το πρώτο, ένα από τα πιο έντονα

<sup>53</sup> Σβορώνος 2015, 55.

<sup>54</sup> Παπανούτσος 1953, 22.

<sup>55</sup> Δημαράς 1983, 23.

<sup>56</sup> Κονδύλης 1988.

<sup>57</sup> Henderson 1977, 201 – 202.

<sup>58</sup> Δημαράς 1983, 13.

χαρακτηριστικά του Νε.Δ.<sup>59</sup> Κύριος εκφραστής του Νε.Δ. είναι ο Αδαμάντιος Κοραής (1748 – 1833). Ο Κοραής αφιερώνει τις δυνάμεις του στη «μετακένωση» της Δυτικής παιδείας στην Ελλάδα.<sup>60</sup> Σύμφωνα όμως με το αφήγημα, τα έργα που μεταφράζονται, ως επί το πλείστον, δεν είναι τα έργα της πρώτης γραμμής της δυτικής βιβλιογραφίας, διότι οι Ελληνικές πνευματικές ανάγκες είναι μάλλον ισχνές. Ο Νε.Δ. δε μπορεί να συγκριθεί εξ' ολοκλήρου με τον Ευρωπαϊκό Διαφωτισμό. Δεν πρωτοτυπεί, δε δημιουργεί νέα γνώση, αλλά νοείται μόνο μέσα από την αντιπαραβολή του με τα αντίστοιχα Ευρωπαϊκά ρεύματα, των οποίων είναι αντανάκλαση, υιοθέτηση, μετόχευση. Η ποικιλία των μεταφράσεων, ως προς την προέλευση, τον τρόπο που αυτή γίνεται και το επίπεδο του κάθε γνωστικού αντικειμένου δημιουργεί τάσεις μέσα στον Νε.Δ. που αντιστοιχούν σε διάφορα ρεύματα του Ευρωπαϊκού Διαφωτισμού, χωρίς να οι τάσεις αυτές να γεννιούνται από τις κοινωνικές ή ψυχολογικές συνθήκες των ελληνόφωνων περιοχών. Η πληθώρα αυτών των τάσεων δεν μας επιτρέπει να μιλάμε για (μία, μοναδική) Φιλοσοφία του Νε.Δ. αλλά για παρουσία Φιλοσοφικών ιδεών στο πλαίσιο του Νε.Δ.<sup>61</sup>

Όπως αντιλαμβάνεται τα πράγματα ο Δημαράς, την περίοδο αυτή ο όρος «φιλοσοφία» απαντά με την έννοια του θεωρητικού στοχασμού απαλλαγμένου από τις προλήψεις ή με την έννοια των φυσικών επιστημών, οπότε αναφέρεται ως «υγιής φιλοσοφία». Για τον Νε.Δ. ο ορθός λόγος είναι ισχυρότερος από οποιαδήποτε παράδοση και οποιαδήποτε αυθεντία, ακόμα και αυτής του Αριστοτέλη ο οποίος σημάδεψε τα προηγούμενα 150 χρόνια, το πείραμα νικά την παράδοση και εξασφαλίζει τη γνώση του Φυσικού κόσμου.<sup>62</sup> Ο Νε.Δ. θα ξεκινήσει ως απόρριψη του αποστεωμένου «Κορυδαλικού» Αριστοτελισμού, στον οποίο αντιπαρατίθεται το ιδεώδες τόσο της ζωντανής γλώσσας (τις περισσότερες φορές) όσο και της ουσιαστικής ανακαίνισης του περιεχομένου τους Φιλοσοφίας.<sup>63</sup>

### *Προβλήματα του Αφηγήματος του Δημαρά*

Λίγο πριν το χρονικό όριο της έναρξης του Νε.Δ., όπως το τοποθετήσαμε εμείς, δύο σημαντικά γεγονότα έχουν συντελεστεί και παίζουν καθοριστικό ρόλο στην Νεοελληνική κοινωνία και κατ' επέκταση στη Νεοελληνική Παιδεία. Το ένα είναι η συνθήκη του Κιουτζούκ – Καϊναρτζή το 1774 και το άλλο η διάλυση του τάγματος των Ιησουητών το 1773. Συνοψίζοντας σε δύο παραγράφους τις συνέπειες των δύο γεγονότων στα ελληνικά γράμματα, θα έλεγα τα εξής:

Λόγω της συνθήκης του Κιουτζούκ – Καϊναρτζή έχουμε ενδυνάμωση της Ελληνικής ναυτιλίας, του εμπορίου καθώς και της Ελληνικής τυπογραφίας. Νέες μελέτες, μετά το θάνατο του Δημαρά, δείχνουν πως η τυπογραφία προοδευτικά μετατοπίζεται από τη Βενετία προς τη Βιέννη, όσον αφορά το επιστημονικό βιβλίο.<sup>64</sup> Μάλιστα, το βιβλίο που κυρίως μας ενδιαφέρει σε αυτή την εργασία εκδίδεται στη Βιέννη. Οι επαφές των λογίων με τη Δύση πληθαίνουν και ταυτόχρονα παρατηρείται στροφή τους την αρχαιότητα, πέρα από τον Αριστοτέλη, αλλά και προς την εξέλιξη των επιστημών και της Φιλοσοφίας. Τα κέντρα ακμής του Ελληνικού στοιχείου είναι η Βενετία, τα Ιωάννινα, η Θεσσαλονίκη, τα νησιά του Αιγαίου, οι Παρίστριες ηγεμονίες, η Σμύρνη και αργότερα θα προστεθεί στον κατάλογο και η Θεσσαλία.

<sup>59</sup> Δημαράς 1983, 14.

<sup>60</sup> Ο. π., 19.

<sup>61</sup> Κονδύλης 1988.

<sup>62</sup> Δημαράς 1983, 6.

<sup>63</sup> Κονδύλης 1988.

<sup>64</sup> Πατηνιώτης 2013, 242 έως 251.

Ταυτόχρονα, η κεφαλή της Εκκλησίας θα συναναστραφεί με τον κοινωνικό χώρο του Φαναρίου και με τον τρόπο αυτό δημιουργούνται ιδιαίζουσες συνθήκες. Αφού ο παλιός Ελληνικός κόσμος, ύστερα από την πτώση της Πόλης, έχει χάσει τη σύνδεσή του με παλαιότερα καθεστώτα, αποτελεί ύλη σχετικά εύπλαστη για καινούριες ζυμώσεις. Έτσι, οι νέες συνθήκες που δημιουργούνται σε αυτό το περιβάλλον δεν θα γίνουν ανασταλτικές των ροπών του Διαφωτισμού μέσα στο κλίμα του Φαναρίου.<sup>65</sup> Αντίθετα, η επιρροή των Φαναρίωτων περνά και σε κάποιους εκκλησιαστικούς κύκλους.

Το άλλο σημαντικό γεγονός που αναφέραμε, η διάλυση του Τάγματος των Ιησουιτών, είχε ως αποτέλεσμα να δουν σιγά – σιγά την Καθολική Γαλλία οι Ορθόδοξες κοινότητες της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας κάτω από ένα πιο ανεκτικό πρίσμα,<sup>66</sup> ώστε να μπορούν να εισαχθούν ευκολότερα προς τις ελληνικές σχολές σκέψεις από την Καθολική Ευρώπη γενικότερα κι όχι μόνο από τη Βενετία όπως παλαιότερα. Δόθηκε, έτσι, η δυνατότητα της πρόσβασης των Ελλήνων λογίων σε πολύ μεγαλύτερο όγκο εργασιών σύγχρονων Ευρωπαίων λογίων.

Όπως βαίνουμε προς το τέλος του 18<sup>ου</sup> αιώνα, το συνολικό αποτέλεσμα που θα προκύψει από τα δύο γεγονότα που σύντομα παρουσιάσαμε πιο πάνω θα είναι πως εκτός από το λόγιο κληρικό, θα κάνει αισθητή την παρουσία του και ο τύπος του εμπόρου τού απασχολούμενου με γενικά θέματα Παιδείας, ο οποίος έχει ανησυχίες πνευματικές και καλλιεργεί με κάποιο τρόπο τη λογιосύνη. Πιο γνωστά παραδείγματα είναι οι: Ιωάννης Πρίγκος, Γεώργιος Ζαβίρας, Γεώργιος Κρομμύδας, Αλέξανδρος Βασιλείου, Αθανάσιος Ψαλίδας, Κωνσταντίνος Μπέλιος και, βέβαια, Αδαμάντιος Κοραΐς. Ο λόγιος σ' εκείνα τα χρόνια θα δούμε ότι έχει δεύτερο επάγγελμα όχι μόνο ή όχι πια, τη διακονία τους Εκκλησίας, όχι μόνο τις εκδοτικές επιχειρήσεις, όπως παλαιότερα, αλλά πολύ κανονικά και την εμπορία, σε επίπεδο χαμηλό ή μέτριο. Οι λόγιοι λοιπόν αποκτούν σχετική αυτονομία, την οποία προσφέρει η άσκηση του εμπορίου. Δεν είναι πια αποκλειστικοί οικοδιδάσκαλοι, άλλοι δεν είναι καν δάσκαλοι.<sup>67</sup>

Επί της ουσίας ο λόγιος δεν ασχολείται με τις διενέξεις γύρω από μεταφυσικά προβλήματα, αλλά με θέματα της επικαιρότητας, με τη μόρφωση των νέων και του γενικότερου πληθυσμού- «ώστε πάσα κλάσις να μεταχειρίζεται με κάποιαν μάθησιν καλύτερα το επάγγελμά τους».<sup>68</sup> Προσπαθεί με όλα τα μέσα, τον προφορικό ή τον γραπτό λόγο, ν' αναμορφώσει την Παιδεία και ν' αφυπνίσει τα πνεύματα, χρησιμοποιώντας τα γνωστικά εργαλεία που η σύγχρονη Ευρώπη και η δημιουργική αξιοποίηση της προγονικής κληρονομιάς του προσφέρουν. Προσπαθεί ν' αναμορφώσει την εποχή του μέσα από μια συνεχή διασταύρωση τους Ελληνικής σκέψης με τον Ευρωπαϊκό Διαφωτισμό. Έχοντας γνώση της απόστασης που χώριζε την Ελληνική επιστημονική και φιλοσοφική σκέψη από τη Ευρωπαϊκή, θεωρούσε ότι αυτό που επιβάλλεται τη στιγμή αυτή δεν είναι η προσπάθεια συγγραφής πρωτότυπων κειμένων, αλλά η μεταφορά (με τη μετάφραση ή τα διάφορα ερανίσματα) «των συγγραμμάτων των νεώτερων Ευρωπαίων [τα οποία] ή τα αγνοούμεν παντελώς ή τα κρίνομε εμπραθώς» τους αναφέρει ο Μοισιόδαξ στην «Ηθική Φιλοσοφία».<sup>69</sup> Η προσπάθεια αυτή έχει δικά της, ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, οι «μεταφράσεις» έχουν έντονα τα χαρακτηριστικά του εκάστοτε λόγιου, ιδίως αν

<sup>65</sup> Για τη σημασία της συνθήκης βλέπε Παπανούτσος 1953, 16 και Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, Εκδοτική Αθηνών, τόμος ια', 329-330.

<sup>66</sup> Καστάνης 1998, 94.

<sup>67</sup> Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, ό. π.

<sup>68</sup> Κούμας 1832, τόμος 12, 600.

<sup>69</sup> Καράς 1991, 88 –89 και Ιώσηπος Μοισιόδαξ 1761, ιζ'.

είναι ταυτόχρονα δάσκαλος και συνιστούν μέρος του φαινομένου του (Ευρωπαϊκού) Διαφωτισμού.

Η θέληση για μάθηση ή πιο σωστά για τη διάδοση της γνώσης γίνεται ακόμα πιο αισθητή αν παρατηρήσουμε το χώρο των εκδόσεων. Από τους 40 συνδρομητές του 1<sup>ου</sup> τόμου της *Οδού Μαθηματικής* του Μπαλάνου Βασιλόπουλου, το 1749, φθάνουμε τους χιλιάδες των συνδρομητών, αυτή την περίοδο. Οι ιδιώτες που καταβάλλουν χρήματα για μια έκδοση χωρίς να περιμένουν απ' αυτή οικονομικά ανταλλάγματα, εκφράζουν τα ενδιαφέροντα του κύκλου μέσα στον οποίο ζουν.<sup>70</sup> Η παρατήρηση πως τα επιστημονικά βιβλία που εκδίδονται κατά τη διάρκεια του Νε.Δ. έχουν όλο και πιο χαμηλής ποιότητας περιεχόμενο με σκοπό να γίνονται πιο προσιτά στον απλό αναγνώστη,<sup>71</sup> δε δείχνει να εκφράζει την πραγματικότητα στο μαθηματικό βιβλίο. Εδώ εμφανίζονται πολύ ποιοτικές εκδοτικές προσπάθειες, οι οποίες συχνά είναι αυξημένης δυσκολίας και διευρύνουν τον τομέα την εποχή που εκδίδονται.

### *Ολοκλήρωση της περιγραφής του Δημαρικού αφηγήματος*

Από την επαφή με τη Δύση μεγάλες μεταβολές θα υποστεί και η Χρηστοθήθεια (= επίπλωση, διαίτα, ιματισμός, οι σχέσεις ανάμεσα στα άτομα και τα φύλλα). Κυρίως αυτό συμβαίνει στα νησιά, όπου η μεταβολή των υλικών πλαισίων τους ζωής προκαλεί ανάλογες μεταβολές στον τρόπο τους ζωής. Οι έμποροι αρχίζουν να φορούν «Φράγγικα» και η λέξη «μόδα» μπαίνει στο Ελληνικό λεξιλόγιο (αρχικά με τον Ευγένιο Βούλγαρι το 1756 και περισσότερο από το 1772 και μετά). Με την εμφάνιση των πρώτων κοινωνικών μεταβολών, δημιουργείται η προσδοκία της κοινωνικής ανόδου σε όλο και περισσότερους Έλληνες.

Η Ευρώπη αρχίζει πια να μορφοποιείται με σειρά τιμητικών επιθέτων. Είναι η «σοφή» Ευρώπη, η «πεπολιτευμένη», η «φωτισμένη». Γύρω σ' αυτή την έννοια του «Φωτισμού», η οποία απαντά συχνά το φθίνοντα 18<sup>ο</sup> αιώνα και στον αρχόμενο 19<sup>ο</sup>. Ο όρος είναι παραδοσιακός – «πατέρας των Φώτων», «Φωστήρες τους Εκκλησίας», «η εορτή των Φώτων». Οι λόγιοι που αντιμάχονται τους διαφωτιστές θα αποδοκιμάσουν τη φωτισμένη Ευρώπη, διότι «Ποιος των ημετέρων και οπωσούν πεπαιδευμένος δύναται να καταλάβει καλώς, αν δε γινώσκει τη σημασία του lumieres εκ τους Γαλλικής;» (Αναστάσιος Γρηγοριάδης, 1812). Στην αντιπαράθεση που δημιουργείται πολλοί λόγιοι που μελετούν, διδάσκουν και συλλέγουν αρχαίους Έλληνες συγγραφείς και συνδέουν το Ελληνικό στοιχείο του 18<sup>ου</sup> αιώνα με το αρχαίο Ελληνικό, δέχονται τα ειρωνικά σχόλια των νέων λογίων. Ενδεικτικά, ο Αθανάσιος Κομνηνός Υψηλάντης και ο Κοραΐς τους ειρωνεύονται, ένας Ιταλός Αββάς διαπιστώνει το 1777 ότι «η γραμματική είναι η αρχή και το τέλος τους σοφίας τους» και ο Ιώσηπος Μοισιόδακας παρατηρεί ότι καλλιεργείται η πρόληψη πως ό,τι διατύπωσαν οι αρχαίοι είναι σωστό και φυτρώνει μίσος προς τα νεώτερα. Όμως, η έννοια δεν θα ευτελιστεί, η Ευρώπη έχει γίνει πια και θα μείνει η «φωτισμένη» Ευρώπη.<sup>72</sup>

Η Γαλλία με το Διαφωτισμό και τη Γαλλική Επανάσταση και ο Γαλλικός Επαναστατικός επεκτατισμός γίνονται αισθητοί στις Ελληνικές περιοχές, είτε με προγραμματισμό απ' έξω, είτε με προγραμματισμό κάποιων Ελλήνων, είτε αυθόρμητα. Υπάρχει έξαρση ελευθερίας. Μέχρι του σημείου να αναφέρεται πως κάποιος βοσκός κρατά εγκόλπιο τους στίχους του Ρήγα Βελεστινλή. Ο Ανδρέας Λόντος πριν τον Αγώνα χορεύει και τραγουδά φιλελεύθερα τραγούδια. Στην Αυλή του Αλή Πασά χορεύουν το Γαλλικό επαναστατικό χορό της καρμανιόλας. Στα

<sup>70</sup> Νικολαΐδης 1985, 423-430.

<sup>71</sup> Ιστορία του Ελληνικού Έθνους ό. π., 331.

<sup>72</sup> Ο. π., 332-333.

Επτάνησα έχουμε σειρά επαναστατικών εκδηλώσεων όταν πλησιάζουν οι Γάλλοι.<sup>73</sup> Η Δύση μετέφερε τα φώτα της, με φυγάδες, με δασκάλους και με πολιτικούς πράκτορες στην Ανατολή. Ακόμη και οι Ρώσικοι στρατοί κατοχής έφεραν τους Παρίστριες ηγεμονίες, μαζί με την έκλυση των ηθών, ένα πνεύμα φιλελευθερισμού. Στην Πόλη οι Έλληνες ανάμεσα τους οικοδιδασκάλους προτιμούν τους Γάλλους. Η ανάγνωση δεν είναι πια προνόμιο των λίγων, των λογίων, των απασχολούμενων επαγγελματικά με τα γράμματα, αλλά γίνεται απασχόληση κοινωνική. Τα παλαιότερα βαπτιστικά χριστιανικά ονόματα εγκαταλείπονται και τα ονόματα που δίνονται στα παιδιά είναι όλο και περισσότερο αρχαία Ελληνικά, σε σημείο που ο Αλή Πασάς παρατηρεί: «Οι Έλληνες, μπρε κάτι μεγάλο έχετε στο κεφάλι σας. Δε βαφτίζετε τα παιδιά σας Γιάννη, Πέτρο, Κώστα, παρά Λεωνίδα, Θεμιστοκλή, Αριστείδη! Σίγουρα κάτι μαγειρεύετε». Η Εκκλησία μέσω του Γρηγορίου του Ε΄ θα καταδικάσει αυτό το φαινόμενο.<sup>74</sup>

Από τις αντιπαλότητες και τις αντιδικίες μεταξύ των λογίων, που είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, θα εμφανιστεί το γλωσσικό ζήτημα με δύο βασικούς άξονες:

- α. την ροπή προς την αρχαία Ελληνική με σκοπό τη σύνδεση της εθνικής συνείδησης με την αρχαία Ελλάδα και την προάσπιση του ιδανικού της διατήρησης της γλώσσας.
- β. την ροπή προς την εκλαΐκευση των συγγραμμάτων με σκοπό τη διάδοση των γνώσεων στις πλατιές μάζες και τον «Φωτισμό του Γένους».

Ο Διαφωτισμός απονέμει τιμή στην αρχαιότητα και εργάζεται για την παρουσία του στοιχείου αυτού στη σύγχρονη Παιδεία. Η ανάγκη να ευθυγραμμιστεί ο Ελληνισμός προς τη Δυτική πραγματικότητα πρωτεύει στη συνείδηση του Διαφωτισμού.<sup>75</sup> Οι διαμάχες και οι διαφορετικές τάσεις μέσα στο Διαφωτισμό οφείλονται κυρίως στο ότι οι Έλληνες περάσαμε στο Διαφωτισμό χωρίς να περάσουμε από την Αναγέννηση, μιας και τον καιρό που συντελείται η λεγόμενη Αναγέννηση στην Ευρώπη ολοκληρώνονταν η κατάκτηση του Ελλαδικού χώρου από τους Οθωμανούς.<sup>76</sup>

### *Μια άλλη προσέγγιση*

Η ιστοριογραφική προσέγγιση περί απευθείας μετάβασης από το Βυζάντιο στο Διαφωτισμό, που επικρατεί μεταξύ κάποιων ιστορικών δε με βρίσκει απόλυτα σύμφωνο και θα μας απασχολήσει στα επόμενα κεφάλαια. Απ' την άλλη, δεν έχω πειστεί πως οι όποιες διαμάχες μεταξύ των Ελλήνων δασκάλων στο Νε.Δ. έχουν αυτή την αιτία, στον τομέα των Μαθηματικών, τουλάχιστον. Θα προσπαθήσω να δείξω ότι οι έριδες μεταξύ Μαθηματικών έχουν, ενδεχομένως, κι άλλες αιτίες. Καθώς είπαμε, υπάρχουν ρεύματα μέσα στον Νε.Δ. και έτσι, για παράδειγμα, «η ροπή προς την αρχαία δεν αποτελεί τεκμήριο συντηρητικότητας, αλλά, αντίθετα συνδύαζεται με τα πιο προοδευτικά κινήματα του Ελληνικού νου».<sup>77</sup> Αυτή η παρατήρηση, όμως, καθώς και άλλες που έρχονται σε αντίθεση ή απλώς δεν ανταποκρίνονται στο γενικότερο αφήγημα, σαν αυτές που οριοθέτησα με τον τίτλο «Προβλήματα του Αφηγήματος του Δημαρά», δεν εξετάστηκαν λεπτομερώς, ούτε αναλύθηκαν εκτενώς από τους ιστορικούς που μελέτησαν το φαινόμενο επηρεασμένοι από την προσέγγιση του Δημαρά.

<sup>73</sup> Ο. π., 337-338.

<sup>74</sup> Ο. π., 340-341.

<sup>75</sup> Ο. π., 342.

<sup>76</sup> Ο. π., 329.

<sup>77</sup> Δημαράς 1983, 17.

Οι λόγιοι δε δρουν σαν ένα σώμα. Μπορεί η διαμορφωθείσα τάξη των λογίων να εμφανίζει κάποια κοινά χαρακτηριστικά, περισσότερο στην κατεύθυνση να κατοχυρώσει το ρόλο της και την αναγκαιότητα της στο χώρο που δραστηριοποιούνται τα μέλη της, είτε με το να αναγνωριστεί ως ο απαραίτητος κρίκος για την κοινωνική και οικονομική ανέλιξη των μαθητών, είτε ως ο απαραίτητος κρίκος για την επίτευξη κάποιου ανώτερου σκοπού για το «Γένος», αλλά κάθε λόγιος είναι αυτόνομη προσωπικότητα, εξελίσσεται μέσα στο χρόνο. Δε «μετακενώνει» σύμφωνα με την παρότρυνση του Κοραή την ξένη γνώση, αλλά τη μεταφέρει, με τρόπο που καθορίζει το προσωπικό του στίγμα. Ο Κοραής περιγράφει και παροτρύνει το λόγιο να γίνει μια ιδεατή, κατ' αυτόν, προσωπικότητα. Αυτό δε σημαίνει πως όλοι στοιχίζονται πίσω του. Το παράδειγμα της Αστρονομίας δείχνει αρκετά καλά, νομίζω, ότι η γνώση εξ Εσπερίας φιλτράρεται. Ο Έλληνας «νεωτεριστής» λόγιος δε μεταφέρει άκριτα όποια γνώση έρχεται από τη Δύση. Για παράδειγμα, το Κοπερνίκαιο σύστημα δεν του ταιριάζει και δεν το υποστηρίζει. Όσον αφορά στον Κορυδαλέα, δε συγκρούεται μαζί του. Δεν τον καταγγέλλει. Τον εξελίσσει, αναμετράται μαζί του, αλλά δεν καταφέρεται εναντίων του. Ο Έλληνας λόγιος δεν είναι, είτε «συντηρητικός», είτε «νεωτεριστής». Κλασικό παράδειγμα η περίπτωση του κυριότερου εκπροσώπου του Νε.Δ., του Ευγένιου Βούλγαρι. Χαρακτηριστικά, ο Κονδύλης προσπαθώντας μια συνόψιση της προσωπικότητας του Βούλγαρι αναρωτιέται, αν ήταν «συντηρητικός διαφωτιστής» ή «φωτισμένος συντηρητικός».<sup>78</sup> Δεν μπορεί να βγάλει άκρη σε αυτό το πλαίσιο. Κι αυτό διότι ο κάθε λόγιος δεν έχει μια ταμπέλα που τον χαρακτηρίζει σε όλες τις κινήσεις και τις αποφάσεις του. Συμβιβάζεται ή έρχεται σε ρήξη με το περιβάλλον του, ανάλογα με την υποστήριξη που έχει και τη δυνατότητα να επιβληθεί.

Τέλος, οι όποιες συγκρούσεις ή διαφωνίες μεταξύ των λογίων είναι αφελές να αποδίδονται αποκλειστικά σε αναμέτρηση της «νεωτερικότητας» με τη «συντήρηση». Υπάρχουν και ταπεινά, ανθρώπινα ελατήρια. Για παράδειγμα, το ποιος είναι ο κυρίαρχος σε έναν τομέα ή σε έναν τόπο, η αποστροφή σ' έναν νεαρό δάσκαλο που διεκδικεί μέρος των μαθητών ή των χορηγιών ή διεκδικεί την εύνοια κάποιου ισχυρού άνδρα, δε μπορεί να αποκλείονται από τη συζήτηση για χάρη ενός ιδεατού κόσμου που είτε προπαγάνδισε ο Κοραής, είτε βλέπουμε οι κατοπινοί, ξέροντας το ιστορικό γεγονός της Επανάστασης που θα ακολουθήσει και θα έχει το αποτέλεσμα που είχε.

Ολοκληρώνοντας την αναφορά μας στην περίοδο του Νε.Δ., ας σημειωθεί ότι από την παραπάνω περιγραφή, δεν πρέπει να πιστέψουμε σε ολοκληρωτική ανάταση του πληθυσμού σε θέματα παιδείας. Οι δυσκολίες παραμένουν πολλές και αυτοί που ολοκληρώνουν τα μαθήματά τους στα σχολεία είναι λιγοστοί. Ο Κωνσταντίνος Κούμας, ο οποίος γνώριζε καλά την κατάσταση της Παιδείας στον Ελλαδικό χώρο, γράφει πως «μηδέ δεκατημόριον εμπορεί να εύρη τους θέλοντας ή δυνάμενους ν' ακολουθήσωσι μέχρι τέλους τα μαθήματα. Εκ δε των πλειοτέρων τινάς μεν αναγκάζει η πενία να προνοησῶσι σύγκαιρα τον τρόπον, κατά τον οποίον θέλουν πορίζεσθαι τα προς το ζην αναγκαία, άλλοι δε μόλις φθάσουσι τα μέσα των γραμματικών μαθημάτων και αναγκάζονται να αποχωρήσωσι από το σχολείον, δια να ενασολώνται εις τας βιοτικάς φροντίδας» και ο Σάθας γράφει «Οι μετά μόχθου πολλού μόλις ψωμοζώντες γονεῖς, δεν ηδύνατο να στερηθῶσι της εργασίας των παιδῶν και πρασδαπανήσωσι μάλιστα δια γράμματα, ἐξ ὧν ουδεμία προσδοκίαν ανωτέρας αποκαταστάσεως διήνοιγεν η περιορισμένη φαντασία αὐτῶν». Με αποτέλεσμα να «μένουσι οι ταλαίπωροι παῖδες παντὴ ἀδίδακτοι».<sup>79</sup>

<sup>78</sup> Κονδύλης 1988, 19.

<sup>79</sup> Καράς 1991, 116.



## *Το Περιεχόμενο της Εργασίας*

Στο 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, από τα 4 συνολικά κεφάλαια της εργασίας, θα διατρέξουμε την εξέλιξη των ελληνικών Μαθηματικών από την Άλωση της Πόλης και μετά, εστιάζοντας στο τυπωμένο βιβλίο. Πιο εκτεταμένη αναφορά θα έχουμε στη *Λογαριαστική* του εκδότη και εμπόρου Μανουήλ Γλυζώνιου, στην *Οδό Μαθηματικής* και στην *Αριθμητική* του πατέρα του Κοσμά, Μπαλάνου Βασιλόπουλου, στα *Στοιχεία Μαθηματικών* του Ευγένιου Βούλγαρι και στα *Στοιχεία Αριθμητικής και Αλγέβρας* του αββά de la Caille σε μετάφραση του ιατροφιλόσοφου (όπως ο ίδιος παρουσιάζεται) Σπυρίδωνα Ασάνη.

Πρόκειται για βιβλία που νομίζω πως βοηθούν στην αποτίμηση και στη σύγκριση του μαθηματικού έργου του Κοσμά, μέσα στην εποχή του. Αποτελούν μια ένδειξη για το πού βρίσκεται ο Κοσμάς σε σχέση με το περιβάλλον του και αν επηρεάζεται και πόσο από τον πατέρα του. Αν είναι, απλώς, ένας από τους Μπαλάνους ή αν ανέπτυξε ξεχωριστή δραστηριότητα και είχε διακριτή προσφορά στα ελληνικά γράμματα σε σχέση με τον πατέρα του. Τα βιβλία αυτά θα δούμε πως αντανακλούν αντιλήψεις της εποχής, όχι μόνο στην παρεχόμενη γνώση, αλλά και στις μεθόδους μάθησης και διδασκαλίας. Τα συμπεράσματα αυτά δε θα τα παρουσιάσουμε στο κεφάλαιο αυτό, αλλά μετά την παρουσίαση του βιβλίου του Κοσμά, στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο και τη σύγκριση που θα γίνει των παραπάνω βιβλίων με αυτό.

Στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, θα δούμε τις σχολές των Ιωαννίνων, τα βιογραφικά στοιχεία και τα εκδοθέντα έργα των Μπαλάνων. Από τις σχολές, θα μας απασχολήσει ιδιαίτερα η λεγόμενη «Πρώτη Σχολή των Ιωαννίνων», αλλιώς «σχολή Γκιούμα» ή «Μπαλαναία». Είναι η σχολή που δραστηριοποιούνται Μεθόδιος Ανθρακίτης, Μπαλάνος Βασιλόπουλος, Κοσμάς Μπαλάνος και οι άλλοι Μπαλάνοι. Εκεί, κατά βάση διδάσκεται το βιβλίο του Κοσμά. Μεταξύ των σχολών των Ιωαννίνων αναπτύσσεται ένας ανταγωνισμός που οδηγεί σε αλλαγές στα προγράμματα σπουδών και θα προσπαθήσουμε να δούμε αν οδηγεί σε αλλαγές στις μεθόδους διδασκαλίας.

Οι Μπαλάνοι αντιμετωπίζονται, συχνά, από τους ιστορικούς, σαν ένα ρεύμα. Θα δούμε τα βιογραφικά στοιχεία καθενός από τους κυριότερους εκπροσώπους της οικογένειας και τη συγγραφική τους δραστηριότητα, σαν πρώτη γνωριμία μαζί τους. Τα συμπεράσματα, όμως, θα προκύψουν (και πάλι) μετά το 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο.

Στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, θα παρουσιάσουμε τα δύο πρώτα μέρη από το βιβλίο του Κοσμά *Εκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Αλγεβρας και Χρονολογίας* (τα δύο "γ" στη λέξη «Αλγεβρα» είναι του Κοσμά), που αφορούν στην Αριθμητική και στην Αλγεβρα. Το βιβλίο από δω και στο εξής θα αναφέρεται ως *Εκθεσις Συνοπτική*. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, για τα συμπεράσματά μας, παρουσιάζουν οι πρόλογοι του κάθε μέρους, οι οποίοι θα παρουσιαστούν σε όλη τους την έκταση. Αποκαλύπτουν πολλές πτυχές της νοοτροπίας του Κοσμά και μαζί με την ύλη του κυρίως μέρους και τη διάρθρωσή της θα μας οδηγήσουν στην ασφαλή, πιστεύω, εξαγωγή συμπερασμάτων για τις ομοιότητες και τις διαφορές του Κοσμά με τον πατέρα του και το Βούλγαρι.

Στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, θα προσπαθήσω να διατυπώσω τα συμπεράσματά μου σε πέντε μέρη. Πρώτα, στο αν και κατά πόσο διδάσκεται Αλγεβρα στη λεγόμενη Μπαλαναία σχολή των Ιωαννίνων από τον Κοσμά. Τι συμβαίνει το 1797 και όπως του καταμαρτυρούν, του Κοσμά, διακόπτει τη διδασκαλία των Μαθηματικών στη Σχολή, ενώ την επόμενη χρονιά, το 1798, εκδίδεται το βιβλίο του, που εξετάσαμε στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Οι μαρτυρίες απουσιάζουν. Η εξαγωγή συμπερασμάτων θα γίνει από τα στοιχεία που έχουμε και θα προσπαθήσουμε να εικάσουμε με τη μεγαλύτερη δυνατή ασφάλεια. Στη συνέχεια, θα συγκρίνω ως προς την δυσκολία του το περιεχόμενο το

βιβλίο του Κοσμά, με τα προαναφερθέντα βιβλία. Θα δούμε πως από τη σύγκριση προκύπτουν αρκετές διαφορές, πολλές φορές μια κάποια άλλη νοοτροπία. Θα εξετάσω αν υπάρχει κάποιος σκοπός για τη συγκεκριμένη δομή του βιβλίου και αν και κατά πόσο η δομή και το επίπεδο δυσκολίας της ύλης ανταποκρίνονται στους προλόγους των κεφαλαίων. Στο τρίτο μέρος, θα δούμε τις αναφορές των δευτερογενών, κυρίως, πηγών και τις αξιολογήσεις στις οποίες προβαίνουν στο έργο του Κοσμά. Συχνά, αναφέρονται μαζί με τον πατέρα του, Μπαλάνο Βασιλόπουλο, σαν ένας άνθρωπος, σα μία νοοτροπία, σα μία μέθοδος ή σαν ένας χαρακτήρας. Σχεδόν το σύνολο των χαρακτηρισμών έχει αρνητικό πρόσημο και όπου μπορούμε θα προσπαθήσουμε να δούμε από πού προέρχεται αυτή η κρίση και αν παρατίθενται κάποια στοιχεία που να τη δικαιολογούν. Εννοείται πως έχοντας μελετήσει και παρουσιάσει σε όλη της την έκταση την πρωτογενή πηγή, το βιβλίο του Κοσμά, θα προβούμε σε κρίση για τις αναφορές αυτές. Είναι πατέρας και γιος το ίδιο; Είναι υπέρμαχοι των Μαθηματικών; Είναι καλοί δάσκαλοι; Διδάσκουν με τον ίδιο τρόπο; Διαφοροποιούνται με το Βούλγαρι; Ποια η σχέση τους με την *αλληλοδιδασκτική* και τον Κοραή, γενικότερα; Ήξεραν και οι δύο Άλγεβρα; Ποια η γνώμη τους για την Άλγεβρα; Δίδασκαν και οι δύο Άλγεβρα; Σε ποιο βαθμό ο Κοσμάς και κατά δεύτερο λόγο ο πατέρας του, είναι «συντηρητικοί»; Τέλος, κλείνω το κεφάλαιο και την όλη εργασία θα επιχειρώντας μια αναδιατύπωση των όρων «Νεοελληνική Αναγέννηση» και «Νεοελληνικός Διαφωτισμός» και να προσδιορίσω τη θέση του Κοσμά χρονολογικά και ειδολογικά στις δύο αυτές περιόδους. Ανήκει ο Κοσμάς και το έργο του ολοκληρωτικά και αποκλειστικά σε κάποια εποχή; Προηγείται ο Κοσμάς της εποχής του; Ανήκει σε κάποιο ρεύμα; Βρίσκεται σε κάποιο μεταβατικό στάδιο; Υιοθετεί μεθόδους διδασκαλίας των προηγούμενων από αυτόν δασκάλων;

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΤΟΥΡΚΟΚΡΑΤΙΑ

### I. Μεταβυζαντινά Χρόνια (1453- 1600)

#### Μαθηματικές Εκδόσεις

Το πρώτο τυπωμένο Ελληνικό βιβλίο της εποχής είναι μια Ελληνική γραμματική.<sup>80</sup> Μέσα στο 15<sup>ο</sup> αιώνα εκδίδεται και το λεξικό Σούδα.<sup>81</sup> Το πρώτο βιβλίο που αναφέρεται στα Μαθηματικά, το οποίο είναι γραμμένο στα Ελληνικά (με παράλληλη Λατινική μετάφραση) είναι το έργο του Βυζαντινού λόγιου Μιχαήλ Ψελλού (1018 - 1096) *Σύνταγμα ευσύνοπτων εις τας τεσσάρων μαθηματικόν επιστήμας, Αριθμητικήν, Μουσικήν, Γεωμετρίαν και Αστρονομίαν* το οποίο τυπώθηκε στη Βενετία το 1532.<sup>82</sup>

Οι Βυζαντινοί λόγιοι ασχολούνται με το νέο, ινδικό, αριθμητικό σύστημα, με αποτέλεσμα σε εγχειρίδια του 15<sup>ου</sup> αιώνα να έχουμε χρήση ινδικών ψηφίων.<sup>83</sup> Μια επιστολή, όμως, του Λήσταρχου προς το Σοφιανό, του 1534, μας κάνει να συμπεραίνουμε πως η αριθμητική νοοτροπία των νεοελληνικών κύκλων της εποχής προσκολλάται στα Βυζαντινά πρότυπα της χρήσης του αλφαβητικού συμβολισμού για τη γραφή των αριθμών και να μην υιοθετείται ευρέως το νέο σύστημα.<sup>84</sup> Για το βιβλίο του Ψελλού όμως, ούτε ο Πούλος, ούτε η Τερδήμου, αναφέρουν περί του συστήματος αρίθμησης που παρουσιάζει το βιβλίο, ενώ ο Καστάνης δεν ασχολείται καν με το συγκεκριμένο έντυπο. Την εποχή του Ψελλού, πάντως, δεν ήταν διαδεδομένο στην Ευρώπη το ινδικό σύστημα γραφής των αριθμών και η επιλογή του συγκεκριμένου βιβλίου για διάδοση στον ελληνόφωνο κόσμο το 1532 δικαιολογεί ακόμα περισσότερο τη γνώμη που διατυπώθηκε πιο πάνω.

Αξιοσημείωτη είναι η αναφορά που γίνεται στον τίτλο του βιβλίου για τη Γεωμετρία. Αποτελεί εξαίρεση για τη μαθηματική γραμματεία, για όλο το χρονικό διάστημα μέχρι το 1700 περίπου. Γεωμετρία θα ξαναδούμε το 1695, περίπου μετά από 160 χρόνια, αυτή τη φορά σε χειρόγραφο του Αναστασίου Παπαβασιλείου (ο οποίος αναφέρεται και ως Παπαβασιλόπουλος). Δεν είναι η Γεωμετρία το αντικείμενο των μαθηματικών του οποίου η γνώση απαιτείται αυτή την εποχή. Οι ανάγκες της εποχής πάνω στις γνώσεις των μαθηματικών εκφράζονται από το επόμενο μαθηματικό βιβλίο είναι η περίφημη *Πρακτική Αριθμητική ή Λογαριαστική* του έμπορου Μανουήλ Γλυζώνιου. Ο πλήρης τίτλος του βιβλίου είναι *Βιβλίον πρόχειρον τοις πάσι περιέχον την τε πρακτικήν αριθμητικήν, ή μάλλον ειπείν την λογαριαστικήν. Και περί του πώς ευρίσκει έκαστον το άγιον Πάσχα, και τέλειον πασχάλιον αεί και πάντοτε. Και περί ευρέσεως σελήνης εν ποία ημέρα γίνεται η γέννα αυτής*.<sup>85</sup> Για οικονομία της γλώσσας θα γίνει γνωστό ως το *Γλυτζούνι*, από το επώνυμο του εκδότη του.

<sup>80</sup>Πρόκειται για τα *Ερωτήματα* του Μανουήλ Χρυσολωρά, που τυπώθηκε το 1471.

<sup>81</sup>Έχω δει αντίτυπο στη βιβλιοθήκη του Γενικού Λυκείου Καρλοβασίου στη Σάμο (Βιβλιοθήκη της πάλαι ποτέ Πορφυριάδας Σχολής Καρλοβασίου).

<sup>82</sup>Πούλος 1988, 19 και 36 και Τερδήμου 1998, 15, η οποία αναφέρει πως τυπώθηκε το 1556, ενώ ο Καστάνης 2001, δεν αναφέρει το βιβλίο καθόλου.

<sup>83</sup>Πούλος 1988,18.

<sup>84</sup>Καστάνης 2001, 14.

<sup>85</sup> Η πιο παλιά έκδοση του βιβλίου του που έχουμε είναι αυτή του 1569, χωρίς να αποκλείεται να υπάρχει και έκδοση του 1568. Βλέπε σχετικά Καράς 1992, 71 και Σάθας 1868, 264.

Το βιβλίο εκδίδεται στη Βενετία.<sup>86</sup> Στη Βενετία θα βρούμε το Μανουήλ Γλυζώνιο να δραστηριοποιείται ως έμπορος και ως τυπογράφος, από το 1586 έως το 1596.<sup>87</sup> Υπήρξε δραστήριος και πολυγραφότατος. Επιφορτίστηκε από τον Κάρολο της Ισπανίας να συγκεντρώσει ελληνικά χειρόγραφα, τα οποία μετά τον θάνατό του διάθεσε μαζί με την υπόλοιπη βιβλιοθήκη του αποτελούμενη από ελληνικά και λατινικά χειρόγραφα στην Ελληνική κοινότητα της Βενετίας με την παραγγελία να τα παραδώσουν στον Φίλιππο, διάδοχο του Καρόλου. Το 1588 εξέδωσε το *Ευαγγέλιο*, επιμελήθηκε την έκδοση του 1590 των λόγων του Ιωάννη της Κλίμακος που μετάφρασε ο Μάξιμος Μαργούνιος (1549 - 1602), Έλληνας λόγιος του 16ου αιώνα, το 1595 εξέδωσε στον εκδοτικό οίκο του Φραγκίσκου Ιουλιανού δύο από τα Μηναία, τον Σεπτέμβριο και τον Οκτώβριο και το αγιασμένο με τον τίτλο *Σύνταγμα των αναγκαίων ακολουθειών καθ' εκάστην ανηκουσών τω ιερεί, επιμελεία Εμμανουήλ Γλυζωνίου. Venetiis apud Franciscum Julianum, 1595*, εξέδωσε επίσης το *Ψαλτήριο* το 1586, το *Ανθολόγιο* το 1587 και συνέταξε δύο επιστολές προς Σεβήρον.<sup>88</sup>

Το *Γλυτζούνι* είναι το έργο που εκφράζει τις ανάγκες, της εποχής που ερευνούμε, πάνω στα Μαθηματικά. Μάρτυρες σε αυτή τη διαπίστωση είναι οι 19 επανεκδόσεις του βιβλίου αυτού μέχρι το 1818.<sup>89</sup> Επίσης μεταφράστηκε στα Ρουμάνικα το 1793.<sup>90</sup> Το *Γλυτζούνι* φαίνεται να ακολουθεί το ενδιαφέρον που αναπτύσσεται στην Ευρώπη για τα abacci<sup>91</sup> και ικανοποιεί τα διαφορετικά ενδιαφέροντα της εποχής για τη χρήση της αριθμητικής στους υπόδουλους Έλληνες ή σε όσους εμπορεύονται και χρησιμοποιούν την ελληνική γλώσσα (υπολογισμό του Πάσχα από τη μια και πρακτικές ανάγκες λογαριασμών των εμπόρων από την άλλη)<sup>92</sup> ενώ, δεν φαίνεται να υπολείπεται σε επίπεδο από τα αντίστοιχα βιβλία που κυκλοφορούν στην Ευρώπη εκείνη την εποχή.<sup>93</sup> Με το βιβλίο αυτό καθιερώνεται στην Ελληνική παράδοση το ινδο-αραβικό σύστημα αρίθμησης με τους σημερινούς χαρακτήρες ψηφίων.<sup>94</sup>

Κατά τη γνώμη μου, είναι το πρώτο βιβλίο που δεν ανήκει στη Βυζαντινή παράδοση και εγκαινιάζει μια άλλη εποχή για τα ελληνικά μαθηματικά, αλλά και για τα ελληνικά γράμματα γενικότερα.

### Σύντομη παρουσίαση του *Γλυτζουνίου*

Η έκδοση που έχω διαβάσει είναι του 1679, που φυλάσσεται στην Εθνική Βιβλιοθήκη.<sup>95</sup> Το περιεχόμενο του εν λόγω βιβλίου χωρίζεται σε δύο μέρη. Το πρώτο περιέχει την Πρακτική Αριθμητική ή Λογαριαστική και είναι γραμμένο σε γλώσσα απλή, αποφεύγοντας μακροσκελείς δευτερεύουσες προτάσεις και αττικίζοντα λόγο, χωρίς έντονα λόγια στοιχεία, σχεδόν καθομιλουμένη, διατηρώντας τους κανόνες ορθογραφίας. Το δεύτερο μέρος είναι γραμμένο σε αττικίζουσα γλώσσα<sup>96</sup> και

<sup>86</sup> Άλλωστε, στον ελληνόφωνο χώρο δεν υπάρχουν ελληνικά τυπογραφεία, πριν την ενθρόνιση του Κύριλλου Λούκαρι (1620).

<sup>87</sup> Πάπυρος – Λαρούς – Μπριτάνικα, Ελλάδα, τόμος Β', 396.

<sup>88</sup> Σάθας 1868, 264-265.

<sup>89</sup> Καστάνης 1998, 32.

<sup>90</sup> Ο. π., 34.

<sup>91</sup> Αριθμητικοί υπολογισμοί με ινδικό σύστημα αρίθμησης.

<sup>92</sup> Καστάνης 2001, 19.

<sup>93</sup> Καστάνης 1998, 45.

<sup>94</sup> Καστάνης 2001, 20.

<sup>95</sup> Έκδοση του 1679 έχει και η ιστοσελίδα *Ελληνομνήμων*, αν και στην αναζήτηση αναφέρει ως έτος έκδοσης του έργου το 1568.

<sup>96</sup> Καστάνης 1998, 46. Την ίδια εκτίμηση κάνει και η Φιλολόγος Τίνα Δουλγεράκη την οποία ρώτησα πάνω στο θέμα.

περιέχει τον τρόπο υπολογισμού του Πάσχα και διάφορες οδηγίες και γιατροσόφια για να αποφεύγονται τα κρυολογήματα και για να έχει κανείς καλή υγεία όλο το χρόνο.

Η χρήση των διαφορετικών τύπων γλώσσας, είτε λαμβάνεται ως μορφή συναίνεσης δύο πνευματικών κύκλων της νεοελληνικής παιδείας,<sup>97</sup> είτε ως ένδειξη πως τα δύο κείμενα δεν είναι από ένα συγγραφέα.<sup>98</sup> Η μέχρι τώρα μελέτη του βιβλίου και των πηγών, από μεριάς μου, δεν είναι τέτοια ώστε να ξέρω αν ο Γλυζώνιος βρήκε χειρόγραφα τα οποία καρπώθηκε ή αν το δεύτερο μέρος του βιβλίου είναι το προαπαιτούμενο κείμενο για να μπορεί το βιβλίο να έχει την έγκριση της λογοκρισίας του Αντώνιου Έπαρχου (1491 – 1571) της 6- 4 – 1567<sup>99</sup> ή αν συμβαίνει κάτι άλλο.

Στην αρχή του βιβλίου παρουσιάζεται η γνώμη του Μανουήλ Γλυζώνιου για την πρακτική αριθμητική.<sup>100</sup> Θεωρεί τη γνώση της αναγκαία για τη δυνατότητα εκμάθησης των επιστημών, τις οποίες θεωρεί πως στερήθηκαν οι Έλληνες της εποχής, αφού απογυμνώθηκαν από κάθε γνώση και σοφία, εξαιτίας της στέρησης της Βασιλείας, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά, για να περιγράψει την Άλωση της Πόλης. Η άποψη αυτή του Γλυζώνιου, έτσι όπως διατυπώνεται, δίνει την εντύπωση πως ο συγγραφέας ακολουθεί τη Βυζαντινή παράδοση και η κρίση που διατύπωσα πιο πάνω πως το βιβλίο εγκαινιάζει μια άλλη εποχή είναι εσφαλμένη. Όμως, ταυτόχρονα, υποστηρίζει πως η πρακτική αριθμητική είναι αναγκαία και χρήσιμη για το εμπόριο και πως όσοι την κατέχουν «πολλήν ωφέλειαν και μέγα κέρδος εξ της τέχνης τε και επιστήμης καρπώσονται».<sup>101</sup> Μια αναφορά που ταιριάζει καλύτερα στην επόμενη περίοδο, οπότε αρχίζει να δημιουργείται η τάξη των εμπορών. Οπότε θα επιμείνω στη κρίση που έκανα.

Όσον αφορά στο ζήτημα της χρήσης δύο μορφών της ελληνικής γλώσσας, μία απλή και μία λόγια, από τη στιγμή που ο στόχος του Γλυζώνιου είναι να συμβάλει στη διάδοση της επωφελούς και άγνωστης έως τώρα γνώσης, ακόμα κι από όσους δεν έχουν καλλιεργήσει τη μελέτη της γλώσσας να υποθέσουμε εμείς, δικαιολογείται η χρήση της απλής γλώσσας. Ενώ ο υπολογισμός του Πάσχα ενδέχεται να ενδιαφέρει μόνο κάποιους ανώτερους και μορφωμένους ιερείς, οι οποίοι είναι εγγράμματοι και για να αποκτήσουν κύρος τα γραφόμενα που απευθύνονται σε αυτούς η γλώσσα γίνεται λόγια, στο εδάφιο αυτό.

Το πρώτο μέρος του *Γλυτζουνίου* ξεκινά με απλή περιγραφή των ψηφίων. Παρουσιάζονται τα Ελληνικά ψηφία (αλφαβητικός τρόπος αρίθμησης), τα των Ιταλών (τα ινδο-αραβικά ψηφία) και των Τούρκων (τα ψηφία που χρησιμοποιούν τα Αραβικά κράτη σήμερα).<sup>102</sup> Ο όρος «ψηφίο» είναι όρος του βιβλίου, ο οποίος θα δούμε πως τον 18<sup>ο</sup> αιώνα δεν προτιμάται από τους Έλληνες συγγραφείς μαθηματικών. Κατόπιν αναλύει το ινδο-αραβικό σύστημα αρίθμησης αναφέροντας την αξία κάθε θέσης. Θα δώσει παραδείγματα μέχρι και δωδεκαψηφίων αριθμών.<sup>103</sup> Ακολουθεί η προπαίδεια, μόνο όμως με τον πρώτο παράγοντα μικρότερο του δεύτερου, δηλαδή  $2 \cdot 3 = 6$  και όχι  $3 \cdot 2 = 6$ .<sup>104</sup>

Μετά, παρουσιάζονται οι τέσσερις πράξεις. Η πράξη της πρόσθεσης, που αναφέρεται ως «σύναψις» ή «σουμαρισμός». Δίνει συμβουλή να μην έχουν οι προσθέσεις πάνω από 10 προσθετέους και δίνει τρόπο «δοκιμής». Η πράξη της

<sup>97</sup>Ο. π., 46 – 47.

<sup>98</sup>Καστάνης 2001, 20.

<sup>99</sup>Καστάνης 1998, 32.

<sup>100</sup> Στις σελίδες 3 και 4.

<sup>101</sup>Γλυζώνιος 1679, 3.

<sup>102</sup>Ο. π., 9.

<sup>103</sup>Ο. π., έως τη σελ. 13.

<sup>104</sup>Ο. π., 14.

αφαίρεσης ονομάζεται «υφειλμός» και δίνει παράδειγμα με χρέος του οποίου μέρος εξοφλείται. Πιο κάτω έχουμε αφαίρεση με κρατούμενο, όπως θα λέγαμε σήμερα, την οποία αναφέρει με τον τίτλο «Ετερος υφειλμός» και ακολουθεί δοκιμή. Τον πολλαπλασιασμό τον αναφέρει ως «πολυπλασιασμό» και παρουσιάζει δύο τρόπους δοκιμής, στην παραγράφο «περί δοκιμής του πολυπλασιασμού των εννέα και των επτά». Έχει ξεχωριστό παράδειγμα «πολυπλασιασμού με νούλες (δηλαδή με μηδενικά) πολλά εύκολος». Θα ακολουθήσουν και άλλοι αξιοσημείωτοι πολλαπλασιασμοί με παράγοντες που έχουν ίδια ψηφία (π.χ. 777 με πολλαπλάσια του 143 και εξάγονται γινόμενα με ίδια ψηφία, ή να παίρνουμε γινόμενα με ίδια ψηφία ενώ οι παράγοντες δεν έχουν ίδια ψηφία π.χ. 481·231 επί μονοψήφιο, και άλλα τεχνάσματα).<sup>105</sup>

Η διαίρεση παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον και ονομάζεται "μερισμός". Ο τρόπος που παρουσιάζεται στο *Γλυτζώνι* είναι αρκετά δυσκολότερος από το σημερινό. Το παράδειγμα του βιβλίου είναι το 23347 : 35 και γίνεται

$$\begin{array}{r} 2 \\ 08 \\ 23347 \mid 6 \\ 35 \end{array}$$

Ακολουθως

$$\begin{array}{r} 2 \\ 05 \\ 23347 \mid 66 \\ 88 \mid \end{array}$$

μέχρι να βγει

$$\begin{array}{r} 0 \\ 22 \\ 088 \\ 24447 \mid 667 \\ 8885 \mid \\ 83 \end{array}$$

και τέλος

$$\begin{array}{r} 0 \\ 02 \\ 230 \\ 08882 \mid \\ 28247 \mid 667 \\ 8888 \mid \\ 23 \end{array}$$

όπου εμφανίζεται πηλίκο 667 και υπόλοιπο 2 (το δύο που δεν είναι διαγραμμένο πάνω από το 7)<sup>106</sup>.

Το βιβλίο παρουσιάζει πολλά τυπογραφικά λάθη στα αριθμητικά παραδείγματα. Για παράδειγμα, στη σελίδα 29 στο τελευταίο σχήμα ο διαιρέτης είναι λάθος τοποθετημένος, στη σελίδα 30 ο διαιρετέος είναι 23347 και όχι 24447, ενώ στην ίδια σελίδα στο 4<sup>ο</sup> σχήμα τα κρατούμενα είναι όλα λάθος και μόνο στη σελίδα 31 το τελευταίο σχήμα της διαίρεσης είναι ολόσωστο. Το γεγονός καθιστά την εκμάθηση της διαίρεσης και γενικά των πράξεων, με το «καινούριο» σύστημα από τον αρχάριο αναγνώστη ιδιαίτερα δύσκολη. Με κάνει, δε, να υποπτεύομαι πως ο

<sup>105</sup>Γλυτζώνιος 1679, έως σελ.28.

<sup>106</sup>Ο. π., 30.

στοιχειοθέτης του τυπογραφείου δεν είναι εξοικειωμένος με το θέμα που πραγματεύεται το βιβλίο και δυσκολεύεται να μεταφέρει τα σωστά αριθμητικά στοιχεία στην πρέσα, από αυτό που διαβάζει στο χειρόγραφο του συγγραφέα.

Ακολουθεί διαίρεση με νομίσματα και τις υποδιαίρεσεις τους. Το βιβλίο μας δίνει πληροφορίες για το χρήμα της εποχής (1 φλουρί = 60 άσπρα, 1 άσπρο = 40 φόλες). Εν τούτοις, στη σελίδα 35 εμφανίζεται κλάσμα, χωρίς να έχει οριστεί το κλάσμα πιο πριν, φαινόμενο που δε θα σταματήσει να παρουσιάζεται στα ελληνικά βιβλία μαθηματικών, ακόμα και μέχρι το 18<sup>ο</sup> αιώνα. Γενικά, σε όλη την έκταση του βιβλίου, τα παραδείγματα δίνουν ατελείς διαιρέσεις, είτε λόγω κακής επιλογής αριθμών για τη διαίρεση, είτε εξαιτίας της προσπάθειας παρουσίασης ρεαλιστικών ποσοτήτων στα προβλήματα που επιλέγονται ως παραδείγματα. Επειδή το φαινόμενο των ατελών διαιρέσεων θα το δούμε και σε άλλους συγγραφείς, αργότερα, τείνω να πιστέψω τη δεύτερη εκδοχή.

Ακολουθούν προβλήματα συμμιγών αριθμών και μετά διαίρεση με άλλο τρόπο, πιο δυσνόητο από τον προηγούμενο. Τον τρόπο αυτό χρησιμοποιεί για να δείξει διαιρέσεις με δυνάμεις και πολλαπλάσια του 10 («όσα είναι με νούλες»)<sup>107</sup>. Αμέσως μετά ορίζονται τα κλάσματα. Τα κλάσματα μετατρέπονται σε ομώνυμα «βάζοντας καπελάκια τους παρονομαστές χιαστί» (όπως θα λέγαμε σήμερα) και όχι με χρήση του Ε.Κ.Π. των παρονομαστών. Αναφέρονται δε, με τον όρο «τζακίσματα». Παρακάτω έχουμε την πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων και τον «σχισμό» (=απλοποίηση). Το άθροισμα τριών κλασμάτων τα οποία μετατρέπονται σε ομώνυμα με το γινόμενο των παρονομαστών και όχι με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών. Τέλος, να παρατηρήσουμε ότι τα κλάσματα δεν αντιστρέφονται. Δεν υπάρχει η έννοια του αντιστρόφου, είτε κλάσματος, είτε αριθμού γενικώς, ούτε ως μεθοδολογία στην περίπτωση της διαίρεσης (δεν αντιστρέφεται δηλαδή ο διαιρέτης για να γίνει πολλαπλασιασμός). Στην ενότητα αυτή, δίνεται, επίσης, η νομισματική πληροφορία πως ένα «κουκκί» είναι ίσο με 5 φόλες.

Αφού ολοκληρωθεί η παρουσίαση των κλασμάτων, παρουσιάζονται οι μέθοδοι.<sup>108</sup> Στη «μέθοδο των τριών» έχουμε κατάταξη σε μια γραμμή και όχι σε δύο και τα αποτελέσματα των παραδειγμάτων δεν είναι κλάσματα αλλά μικτοί αριθμοί (και όχι συμμιγείς), για λόγους που έχουν να κάνουν μάλλον με τα νομίσματα. Μετά από κάποια παραδείγματα ακόμα της μεθόδου των τριών, περνά στη μέθοδο των ε' (= των 5) και των ζ' (= των 7).

Πιο κάτω έχει παραδείγματα με «σκυτροφίες» (= συντροφίες, συνεταιρισμοί) είτε ετήσιες, είτε σε μήνες, με ζημίες, με κλάσματα κ.τ.λ. Και μετά σε προβλήματα συγκεκριμένων ειδών εμπορίου (ταξίδια, πανιά κ.τ.λ.). Ακολουθούν: Προβλήματα μετατροπής μονάδων, Εύρεση ύψους πύργου, Μοιρασιά διαθήκης, Χρήση πηγαδιού, Απλήρωτοι λογαριασμοί, Εύρεση αριθμών και διάφορα τεχνάσματα, Παιχνίδια – Εύρεση δακτυλιδιού κ.τ.λ. Οι ενότητες αυτές δείχνουν το σκοπό και το κοινό στο οποίο απευθύνεται το μέρος αυτό του βιβλίου. Το πρώτο μέρος τελειώνει με τη φράση: «Τέλος της λογαριαστικής επιστήμης εν συντομία».<sup>109</sup>

Το δεύτερο μέρος έχει να κάνει με τον υπολογισμό του Πάσχα, τους κύκλους της Σελήνης, του δίσεκτου έτους, την εύρεση του Πάσχα και της Αποκριάς του Τριωδίου, των Αγίων Πάντων, της νηστείας των Αγίων Αποστόλων, του τέλειου Πασχαλίου, σε γραμμένους κανόνες. Η γλώσσα είναι δύσκολη και το σύστημα αρίθμησης είναι Ελληνικό (αλφαβητικό), απευθυνόμενος σε κοινό με γνώση των γραμματικών και συντακτικών κανόνων της αρχαίας, που βρίσκεται πιο κοντά στη

<sup>107</sup>Ο. π., 38.

<sup>108</sup>Ο. π., 67.

<sup>109</sup>Ο. π., 142.

Βυζαντινή παράδοση, παρά στο περιβάλλον των αλλαγών που σταδιακά λαμβάνουν χώρα.

### **Άλλα Μαθηματικά Βιβλία**

Το τελευταίο βιβλίο που τυπώθηκε στην περίοδο αυτή είναι η *Λογιστική βιβλίοις* εξ του Μοναχού Βαρλαάμ, που εκδόθηκε στο Παρίσι το 1600,<sup>110</sup> ενώ το κείμενο ανάγεται στο δεύτερο μισό του 14<sup>ου</sup> αιώνα και πραγματεύεται τη θεωρία των κλασμάτων.<sup>111</sup> Ο Καράς κατατάσσει το βιβλίο αυτό, καθώς και του Μιχαήλ Ψελλού στη «λόγια» παράδοση, ενώ το βιβλίο που είδαμε πιο πάνω, του Μανουήλ Γλυζώνιου στην κοινή.<sup>112</sup>

Ο Καράς για την ίδια εποχή αναφέρει 13 χειρόγραφα, εκ των οποίων 9 αναφέρονται στην αριθμητική, χωρίς ιδιαίτερες διευκρινήσεις.<sup>113</sup> Ενδιαφέρων φαίνεται ο τίτλος μιας παραγράφου του χειρογράφου Ν<sup>ο</sup> 65 της Εθνικής Βιβλιοθήκης της Αυστρίας, *περί Διπλασιασμού του ζατρικίου*. Ζατρίκιον είναι το ζάρι. Πιθανολογώ, λοιπόν, πως αναφέρεται στο Δήλιο Πρόβλημα. Επίσης, ο Καράς διατυπώνει έναν προβληματισμό για ενδεχόμενη ομοιότητά με το «Γλυτζούνι», του χειρογράφου που είναι ταξινομημένο ως Ε.Β.Ε.1107 (Εθνική Βιβλιοθήκη της Ελλάδας).

Τα υπόλοιπα χειρόγραφα που αναφέρει είναι 1 Ευκλείδειας Γεωμετρίας και 3 είναι Στοιχειώδους Γεωμετρίας, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά.

### **Επίλογος - Συμπεράσματα**

Αναμφίβολα είναι μια φτωχή περίοδος για τα ελληνικά γράμματα. Το γενικότερο πλαίσιο Παιδείας έχει Βυζαντινά χαρακτηριστικά. Τα Μαθηματικά δεν αποτελούν εξαίρεση. Τυπώνονται βιβλία Βυζαντινών λογίων, που ασχολήθηκαν με τα Μαθηματικά, με μεγάλη εξαίρεση το *Γλυτζούνι*.

Το τελευταίο αποτελεί μια μεμονωμένη προσπάθεια χρηστικής κατεύθυνσης της Αριθμητικής, η οποία εκδοτικά στέφεται με επιτυχία. Τα Μαθηματικά δε φαίνεται πουθενά να αντιμετωπίζονται σαν ιδιαίτερη επιστήμη. Άλλωστε, ο Μανουήλ Γλυζώνιος, εμπνευστής και χρηματοδότης της προσπάθειας αυτής, δεν είναι ούτε Μαθηματικός, ούτε δάσκαλος ο ίδιος. Οι τέσσερις πράξεις και οι απλές και σύνθετες μέθοδοι είναι εργαλεία επιβίωσης. Δεν θεμελιώνουν κάποια επιστήμη και δεν παρουσιάζεται θεωρητικό υπόβαθρο. Μόνο τεχνικές επίλυσης προβλημάτων, συνθετικής μορφής, που εφαρμόζονται σε παραδείγματα καθημερινής, συνήθως εμπορικής, πρακτικής. Δεν υπάρχει ίχνος Άλγεβρας, ούτε μεταφοράς στα ελληνικά γράμματα των ανησυχιών των Ιταλών Μαθηματικών της εποχής (Φέρο [Scipione del Ferro (1465 – 1526)], Φεράρι [Ludovico Ferrari (1522 – 1565)], Καρντάνο [Gerolamo Cardano (1501 – 1576)], Ταρτάλια [Niccolo “Tartaglia” Fontana (1499-1557)], Μπομπέλι [Rafael Bombelli (1526; - 1572)]).

---

<sup>110</sup> Πούλος 1988, 38.

<sup>111</sup>Ο. π., 21.

<sup>112</sup>Καράς 1991, 50.

<sup>113</sup>Καράς 1992.



## II: Κορυδαλικός Αριστοτελισμός (1600 – 1670)

### Μαθηματικές εκδόσεις

Σε αυτήν την περίοδο, δε φαίνεται να αλλάζει κάτι στον τομέα των Μαθηματικών. Από τους μεγάλους δάσκαλους της εποχής δεν εκδίδεται κάποιο μαθηματικό έντυπο, ενώ η μελέτη του Αριστοτέλη επισκιάζει τους άλλους τομείς. Το *Γλυτζούνι* φαίνεται να καλύπτει τις όποιες ανάγκες σε Μαθηματική γνώση. Δεν φαίνεται οι ανάγκες αυτές να ξεπερνούν το επίπεδο των τεσσάρων πράξεων και των απλών και σύνθετων μεθόδων.

Στα Μαθηματικά κυκλοφορούν κάποιες νέες εκδόσεις του *Γλυτζουνίου*, το οποίο φθάνει, έτσι στις 6 εκδόσεις μέσα σε 100 χρόνια από την πρώτη κυκλοφορία του. Κυκλοφορεί, επίσης, κάποιο *Βιβλιαρίδιον πρόχειρον τοις πάσι...* 16 σελίδων, που εκδίδεται στη Βενετία το 1645 από άγνωστο συγγραφέα.<sup>114</sup> Αναφέρεται στην πράξη του πολλαπλασιασμού για καθαρά λογιστική χρήση. Περιέχει ελληνικούς και «ιταλικούς», όπως αναφέρει τους ινδο-αραβικούς αριθμούς. Χαρακτηριστικά αναφέρει για το σκοπό της δημιουργίας του: «Κατά τρόπον αναδιπλασιασμού εις μέγιστην ωφέλειαν των απλουστέρων. Και μάλιστα των αρχαίων παιδών». Στην ουσία είναι ένας εκτενής πίνακας πολλαπλασιασμού. Μοιάζει βιβλίο, είτε προπαρασκευής για το *Γλυτζούνι*, είτε για αναγνωστικό κοινό που απλά ενδιαφέρεται για στοιχειώδεις υπολογισμούς και δεν επιθυμεί περαιτέρω μαθηματικές γνώσεις.

Ο Καράς αναφέρει 3 χειρόγραφα Αριθμητικής, 4 Ευκλείδειας Γεωμετρίας και 2 Στοιχειώδους Γεωμετρίας, του ΙΖ' αιώνα χωρίς συγκεκριμένη χρονολογία.<sup>115</sup> Αναφέρει επίσης ένα εκτενές χειρόγραφο Αριθμητικής του Πέτρου Αργυρού 247 σελίδων, του έτους 1632.<sup>116</sup> Πραγματεύεται τις τέσσερις πράξεις με αραβικούς αριθμούς, με παραδείγματα από το εμπόριο και τη μέθοδο των τριών. Έχει πολλά ορθογραφικά λάθη (σχεδόν φωνητική γραφή) και προτροπή για εργασία, λίγο ύπνο και αποστήθιση. Μοιάζει να απευθύνεται σε μη εγγράμματο έμπορο. Ο συγγραφέας δε φαίνεται να έχει διδαχθεί τη χρήση της γλώσσας και τα παραδείγματα είναι πολλά και παρμένα όλα από το εμπόριο.

### Επίλογος – Συμπεράσματα

Παρατηρούμε πως μέχρι τώρα η γλώσσα γραφής των μαθηματικών κειμένων ποτέ δεν είναι λόγια. Επαληθεύεται, λοιπόν, η παρατήρηση του Σβορώνου πως από τα μέσα του 16<sup>ου</sup> και όλο το 17<sup>ο</sup> αιώνα αρχίζουν να εκδίδονται πρακτικά εγχειρίδια αριθμητικής ... όλα στην ομιλούμενη γλώσσα.<sup>117</sup> Δείχνει πως το αναγνωστικό κοινό των βιβλίων αυτών, κατά βάση, δεν είναι «εγγράμματοι». Η τάση της οικονομίας να περάσει από την κλειστή αυτάρκη οικιακή οικονομία στην οικονομία της συναλλαγής μέσω του εμπορίου, φαίνεται να δημιουργεί την ανάγκη για τη διάδοση της εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων, αναλογικών μεθόδων και προβλημάτων μερισμού και εταιρειών από ανθρώπους που δεν έχουν παρακολουθήσει μαθήματα σε κάποιο σχολείο της εποχής. Δεν εμφανίζονται «τάσεις» μεταξύ των συγγραφέων, οι οποίοι δε χρειάζεται να είναι λόγιοι ή μαθηματικοί, αλλά μπορεί να είναι τυπογράφοι ή έμποροι. Βέβαια, δεν παρατηρούμε να υπάρχουν επηρεασμοί από το εξωτερικό,

<sup>114</sup>Πούλος, 1988, 21. Αναφέρει πως σώζεται ένα αντίγραφο στην Εθνική Βιβλιοθήκη του Παρισιού.

<sup>115</sup>Καράς 1992, 160 και 180 – 181.

<sup>116</sup>Ο. π., 37.

<sup>117</sup>Σβορώνος 2015, 49 – 50.

σχετικά με τα Μαθηματικά. Προς το παρόν, τα έντυπα και τα χειρόγραφα δεν παρακολουθούν τις εξελίξεις στα Μαθηματικά, που συμβαίνουν στην Ευρώπη.

### III: Αιώνας των Φαναριωτών και των Εμπόρων (1670- 1774)

#### A. Μέχρι το 1740

##### Εισαγωγή Τάσεων από τη Δύση - Αντιδράσεις

Όπως είδαμε παραπάνω, ο Νικόλαος Μαυροκορδάτος (1680 – 1730), γιος του Αλέξανδρου εξ απορρήτων (1636 – 1709), ο οποίος θα διοριστεί το 1709 Ηγεμόνας της Μολδαβίας, επηρεάζεται από τις διασυνδέσεις με Έλληνες και Ευρωπαίους λόγιους και τείνει προς την αποκαθίλωση της αυθεντίας του Αριστοτέλη στη Φυσική και στην Ηθική Φιλοσοφία υποστηρίζοντας, μάλιστα, πως αν ζούσε θα γινόταν ευχαρίστως μαθητής των Νεώτερων Φιλοσόφων.<sup>118</sup> Υποστηρίζει λοιπόν μια άποψη που ευνοεί τη μελέτη κειμένων έξω από το πλαίσιο του Κορυδαλέα και ευνοεί τις μεταφράσεις ή έστω την απλή μεταφορά γνώσης από τη Δύση σε άλλα πεδία, έξω από τον νέο-αριστοτελισμό.

Έτσι, λίγο πριν το 1700, έχουμε προσπάθειες για εισαγωγή νέων πραγμάτων στη διδασκαλία. Για παράδειγμα, ο Χρύσανθος Νοταράς (1655/1660 – 1731), αν και Αριστοτελικός, ασχολείται με τη Γεωμετρία και την Αστρονομία, σπουδάζει επιστήμες στην Πάδουα (Πάδοβα) το 1697 και επισκέπτεται το Παρίσι το 1700.<sup>119</sup> Ωθεί τη Μαθηματική μόρφωση και ενισχύει την πρωτοβουλία του συμφοιτητή του Μεθόδιου Ανθρακίτη, για μεταφορά στις σχολές της Ηπείρου και της Μακεδονίας διδασκαλίας μέρους των Μαθηματικών που διδάσκονται στην Ιταλία και στη Δύση γενικότερα.<sup>120</sup>

Στα Ιωάννινα, ο Ανθρακίτης, είχε δάσκαλο το Γεώργιο Σουγδουρή (1645 – 1725).<sup>121</sup> Ο Σουγδουρής είναι εξάδελφος του Μάνου Γκιούμα<sup>122</sup> και θα αναλάβει τη διεύθυνση της ομώνυμης σχολής, την οποία αναφέραμε στην παρουσίαση της περιόδου του Κορυδαλικού Αριστοτελισμού στην εισαγωγή. Υπήρξε μαθητής του νέο-αριστοτελικού Ματθαίου Τυπάλδου ο οποίος εμφορείται από τη μεσαιωνική σχολαστική ερμηνεία του αριστοτελικού έργου.<sup>123</sup> Σύμφωνα με τον Κώστα Πέτσιο, ο αριστοτελισμός του Σουγδουρή αφορμάται από προϋποθέσεις του μεσαιωνικού - σχολαστικού αριστοτελισμού, οι όποιες βρίσκονται στον αντίποδα των μεθοδολογικών υποδείξεων του Κορυδαλέα για το ριζικό διαχωρισμό φιλοσοφίας και θεολογίας.<sup>124</sup>

Ο Ανθρακίτης, όταν επιστρέψει στην Ελλάδα, θα διαφοροποιήσει τη διδασκαλία του από τις συνήθειες πρακτικές. Συνοψίζοντας την προσφορά του στην Παιδεία, η Αναστασία Τσιγώνη αναφέρει πως υπήρξε ένθερμος υποστηρικτής της εισαγωγής της καθομιλουμένης γλώσσας στη διδασκαλία και στη συγγραφή επιστημονικών έργων για την ευκολότερη αφομοίωση των νεοεισαχθέντων επιστημών στην εκπαίδευση (εκτιμών πως εννοεί Μαθηματικά και νέες Φιλοσοφίες).<sup>125</sup> Κατάργησε, μάλιστα, τη μέθοδο της «πολλαπλής ψυχαγωγίας» για

<sup>118</sup>Καστάνης 2001, 37.

<sup>119</sup>Ο. π., 38.

<sup>120</sup>Ο. π., 39.

<sup>121</sup> Για το έτος γέννησης του Σουγδουρή δεσ: Πέτσιο 2002, 261 – 262 και Μηνάογλου 2013, 18 (υποσημείωση αριθμ. 43)

<sup>122</sup> Πέτσιο 2002, 263.

<sup>123</sup> Ο. π., 265.

<sup>124</sup> Ο. π., 245.

<sup>125</sup> Τσιγώνη 2003, 104.

την ερμηνεία των αρχαίων κειμένων και εισήγαγε τη «μονολεκτική ψυχαγωγία», για να επικεντρωθεί το ενδιαφέρον των μαθητών στην ουσία των νοημάτων.<sup>126</sup> Ο Ανθρακίτης, όπως και ο Παπαβασιλείου που είδαμε πιο πάνω να γράφει Γεωμετρία, αντιμετωπίζεται με σκεπτικισμό, από ορισμένους εκκλησιαστικούς κύκλους, για όσα διδάσκει. Το φιλοσοφικό του σύστημα είναι απαλλαγμένο από τη σχολαστική μορφή της Αριστοτελικής φιλοσοφίας. Καταρτίστηκε με βάση τη φιλοσοφία των Καρτέσιου και Malebranche.<sup>127</sup> Ο Ανθρακίτης, την περίοδο 1722 – 1725, θα μπει σε περιπέτειες εξαιτίας της διδασκαλίας του. Κατηγορείται ως οπαδός του Μολίνου και επειδή, όπως πιστεύει ο ίδιος, είναι δύσκολο να αποδειχθεί πως είναι αιρετικός, του προσάπτεται και η κατηγορία πως «φιλοσοφεί διάφορα από τους Αριστοτελικούς».<sup>128</sup> Καθαιρείται από το ιερατικό και διδασκαλικό αξίωμα και υποχρεώνεται σε δημόσιο κάψιμο των τετραδίων των παραδόσεών του το 1723 από Συνοδικό Δικαστήριο του Οικουμενικού Πατριαρχείου.<sup>129</sup> Έχει όμως εμφυσήσει ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά στο μαθητή του Μπαλάνο Βασιλόπουλο (1694 - 1760), ο οποίος τον παρακολουθεί ως μαθητής στη Σιάτιστα και κατόπιν στη σχολή Γκιούμα στα Γιάννενα. Σύμφωνα με τον Καστάνη, ανήκε στο εκκλησιαστικό κατεστημένο και το 1749 θα εκδώσει το βιβλίο του Ανθρακίτη και έτσι το νομιμοποιεί.<sup>130</sup> Όπως καταλαβαίνω την έκφραση «νομιμοποίηση», εννοούμε την αποσύνδεση της όποιας αρνητικής προκατάληψης στην αναφορά του ονόματος του Ανθρακίτη, λόγω των καταδικασμένων φιλοσοφικών του απόψεων, με τη διδασκαλία του στα Μαθηματικά. Άλλωστε, ο ίδιος παραπονιέται πως του έκαψαν τετράδια που περιείχαν, μεταξύ άλλων, Ευκλείδη και αριθμητική.<sup>131</sup> Μια αποσύνδεση που θα βοηθήσει στην καθιέρωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών στα Γιάννενα, πέρα από το επίπεδο της απλής Αριθμητικής, φέρνοντας στο προσκήνιο, μεταξύ άλλων κλάδων των Μαθηματικών, τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.

Ο Ανθρακίτης συμμορφώνεται στις υποδείξεις της Εκκλησιαστικής συνόδου και αποκαθίσταται το 1725.<sup>132</sup> Η περιρρέουσα ατμόσφαιρα, όμως, δεν αλλάζει δραματικά. Όταν ο μαθητής του Παχώμιος, διδάσκαλος της Σχολής της Θεσσαλονίκης και οπαδός του Malebranche (1638 - 1715), ζητά τη δημιουργία νέας σχολής για να διδαχθούν οι νέες ιδέες και οι εκκλησιαστικές αρχές τον εξορίζουν στο Άγιο Όρος.<sup>133</sup> Αποκαλείται, μάλιστα, «υβριστής του Αριστοτέλους».<sup>134</sup> Παράλληλα, συνεχίζοντας τις προσπάθειες παρουσίασης νέων φιλοσοφιών, ο ιερέας Αντώνιος Κατήφορος (1685 - 1763) την περίοδο 1725 - 1730 εισήγαγε τους μαθητές του στις φιλοσοφικές ιδέες του John Locke (1632 - 1704). Ο μαθητής του Βικέντιος Δαμωδός (1670 – 1752) προσπαθεί να συγκεράσει τον Αριστοτελικό στοχασμό με τις ιδέες του Descartes και του Newton. Ενώ ο Ευγένιος Βούλγαρις (1716 – 1806), μαθητής και των δύο (Κατήφορου και Δαμωδού), οδηγεί στην απαγκίστρωση της Νεοελληνικής

<sup>126</sup> Ο. π. Στην παραπομπή αρ. 20 αναφέρει χαρακτηριστικό παράδειγμα «πολλαπλής ψυχαγωγίας» το παρακάτω: «Άκουσον, παιδί μου, την ιδικήν μου συμβουλήν

Ακροάσθητι, ω τέκνον μου, την ιδικήν μου παραίνεσιν  
Ενωτίσθητι, ω μαθητά μου, την ιδικήν μου ερμηνείαν  
Άκουσον, ω παι, της εμής συμβουλής»

<sup>127</sup> Ο. π., 96.

<sup>128</sup> Αγγέλου 2000: 26. Η φράση παρατίθεται στο στίχο 48 της επιστολής του ίδιου του Ανθρακίτη προς τους άρχοντας των Ιωαννίνων.

<sup>129</sup> Για περισσότερα ως προς την καταδίκη του Ανθρακίτη δεξ Τσιγώνη 2003, 96 – 102 και Αγγέλου 2000, 23- 37.

<sup>130</sup> Καστάνης 1998, 41.

<sup>131</sup> Αγγέλου 2000, 28.

<sup>132</sup> Καστάνης 1998, ό.π.

<sup>133</sup> Ο. π.

<sup>134</sup> Αγγέλου 2000, 35.

κουλτούρας από τον Αριστοτελισμό.<sup>135</sup> Όμως, ο Ανθρακίτης, απογοητευμένος, θα αποσυρθεί και δε θα διεκδικήσει να επανέλθει στη διδασκαλία.

Από τους μαθητές του Δαμωδού, Ευγένιο Βούλγαρι και Δαμιανό Παρασκευά από τη Σινώπη της Μικράς Ασίας, που σπουδάζει στη Φρανκφούρτη και την Ιένα, αναδύεται ενδιαφέρον για τις ιδέες του Christian Wolff.<sup>136</sup> Ο Καστάνης αυτό το φαινόμενο των δυτικών επιρροών το περιγράφει, εστιάζοντας πιο πολύ στο θρησκευτικό δόγμα παρά στη γλώσσα των πρωτότυπων έργων και στις μετακινήσεις των λογίων και τους τόπους που επισκέπτονται, ως «εισβολή» ιδεών από την Προτεσταντική Γερμανία στην Ορθόδοξη Ανατολή.<sup>137</sup>

Μεταξύ 1703 – 1730, μετά τις συνθήκες που υπογράφονται μεταξύ της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας και των ευρωπαϊκών κρατών, αναπτύσσεται το εμπόριο και, μαζί μ' αυτό, το ενδιαφέρον για το Γαλλικό τρόπο ζωής από την Οθωμανική Ηγεσία. Αναβαθμίζεται ο στρατιωτικός εξοπλισμός και ανεβαίνει το επίπεδο των αξιωματικών του Οθωμανικού Πυροβολικού. Ιδρύεται Τουρκικό τυπογραφείο στην Πόλη το 1727 με τη δέσμευση ότι θα εκδίδονται επιστημονικά, μαθηματικά, γεωγραφικά κ.ά. βιβλία, όχι όμως θρησκευτικού περιεχομένου.<sup>138</sup> Οργανώνεται και λειτουργεί Σχολή Πυροβολικού και μεταφράζονται από τα Γαλλικά στοιχειώδη Μαθηματικά και Μηχανική.<sup>139</sup> Παράλληλα, στη Γαλλία από το 1690 το επιστημολογικό υπόβαθρο περνά, προοδευτικά, από το σχολαστικό Αριστοτελισμό στον Καρτεσιανισμό και στον Νευτωνισμό. Από το 1730 διευρύνεται η διδασκαλία των Μαθηματικών, ενώ ήδη από το 1690 δημιουργούνται ανεξάρτητες έδρες στα Πανεπιστήμια. Μια τάση που, εξαιτίας του περιβάλλοντος που διαμορφώνεται και περιγράψαμε πιο πάνω δειλά, αλλά σταθερά, περνά στις σχολές μέσα στις περιοχές της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας και ειδικά στα Γιάννενα.

### **Διδασκαλία των Μαθηματικών**

Σ' αυτή την περίοδο και μέχρι το 1740, περίπου, δεν υπάρχει εμφανής διαφορά στα μαθηματικά εκδοτικά πράγματα, σε σχέση με την προηγούμενη περίοδο. Η όποια διαφοροποίηση έχει να κάνει με το περιβάλλον που αλλάζει. Δεν έχει, ακόμα, να επιδείξει κάποιο νέο πνεύμα ή κάποια νέα κίνηση στις Μαθηματικές εκδόσεις. Οι αλλαγές που θα παρατηρηθούν περιορίζονται στα προγράμματα σπουδών και στη διδασκαλία κάποιων Μαθηματικών πέραν της Αριθμητικής. Δεν αποτελούν συντονισμένη προσπάθεια, αλλά πρόκειται για προσπάθεια κάποιων λόγιων σπουδαγμένων στη Δύση, που προσπαθούν να μεταφέρουν τις γνώσεις που απέκτησαν στον τόπο καταγωγής τους. Το κύρος των λογίων αυτών αυξάνει μέσα στις τοπικές κοινότητες. Για παράδειγμα, είδαμε στις παραπομπές που περιγράφουν την περιπέτειά του, πως ο Ανθρακίτης αισθάνεται βέβαιος πως θα βρει συμπαραστάτες ανάμεσα στους *άρχοντες των Ιωαννίνων*.<sup>140</sup>

Πληροφορίες για διδασκαλία Μαθηματικών έχουμε σε πολύ λίγα σχολεία. Στη Σχολή του Επιφανίου στα Γιάννενα ο Μιχαήλ Μήτρος (1661 - 1714) διδάσκει τις επιστήμες το διάστημα 1686 – 1692, με σπουδές στην Πάδοβα.<sup>141</sup> Στα Βραγγιανά ο Θεοφάνης Ιερομόναχος διδάσκει Αριθμητική μεταξύ 1729 – 1734.<sup>142</sup> Στη Χίο ο

<sup>135</sup>Καστάνης 1998, 42.

<sup>136</sup>Ο. π., 43.

<sup>137</sup>Ο. π.

<sup>138</sup>Ο. π., 44-45.

<sup>139</sup>Ο. π., 45.

<sup>140</sup>Αγγέλου 2000, 25.

<sup>141</sup>Καστάνης 1998, 31.

<sup>142</sup>Τερδήμου 1998, 76.

Κωνσταντίνος Γορδάτος το 1725.<sup>143</sup> Στη Μοσχόπολη Κοζάνης ο Θεόδωρος Καβαλλιώτης μεταξύ 1744(;) – 1769.<sup>144</sup> Και ο Αναστάσιος Παπαβασιλείου ή Παπαβασιλόπουλος, στα Γιάννενα και πάλι, διδάσκει Αριθμητική και Γεωμετρία και μεταφράζει μια *Εισαγωγή μαθηματικής...* από τα Λατινικά το 1695.<sup>145</sup> Πρόκειται για ένα είδος πρακτικής Γεωμετρίας και μια πρώτη διεύρυνση του Μαθηματικού περιεχομένου των Ελληνικών Σχολών.<sup>146</sup>

Η μορφή που ξεχωρίζει στα Μαθηματικά είναι αυτή του Μεθόδιου Ανθρακίτη. Σπουδαγμένος στη Δύση, θα ανεβάσει το επίπεδο διδασκαλίας των Μαθηματικών διδάσκοντας στα Γιάννενα στη Σχολή Γκιούμα. Βρίσκει πολλές αντιδράσεις, όπως είδαμε πιο πάνω. Αλλά, το μαθηματικό του έργο θα διασωθεί και θα εκδοθεί από το μαθητή του Μπαλάνο Βασιλόπουλο και θα αποτελέσει μια εκδοτική αφετηρία για τα Μαθηματικά, η οποία θα οδηγήσει σε αξιόλογη παραγωγή τις επόμενες δεκαετίες, η οποία θα αποτυπώσει πρόοδο που παρατηρείται στη διδασκαλία των Μαθηματικών, μέσα στις (πράγματι λίγες) σχολές, που περιγράψαμε πιο πάνω. Γι' αυτό το λόγο επιλέξαμε η περιγραφή των νέων συνθηκών να τελειώνει αμέσως πριν την έκδοση του μεγάλου αυτού έργου με τον τίτλο *Οδός Μαθηματικής* και το έργο να ανοίγει μια νέα περίοδο μέσα στον «Αιώνα των Φαναριωτών και των Εμπόρων».

## **Β. Η εποχή μετά το 1740**

### **Τα Γιάννενα**

Στη δεκαετία του 1740, τα Γιάννενα θα παίξουν πρωταγωνιστικό ρόλο ως προς τη διδασκαλία των Μαθηματικών και τις νέες τάσεις. Στην αρχή του 1742, πηγαίνει στα Γιάννενα ως καθηγητής, όπου τον έστειλαν οι Μαρουτσαίοι, στο Μαρουτσικόν (Μαρουτσαία Σχολή), ο Ευγένιος Βούλγαρις (1716 – 1806).<sup>147</sup> Στα Γιάννενα σχολαρχούσε, στην άλλη μεγάλη σχολή των Ιωαννίνων, στη Σχολή Γκιούμα, ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος.<sup>148</sup> Ο Βούλγαρις και ο Βασιλόπουλος εμφανίζονται να έχουν διαφωνίες σε φιλοσοφικά θέματα,<sup>149</sup> που κατανοούν να γίνουν έριδες και αλληλοκατηγορίες για την επιστημονικότητα του καθενός. Μέσα από τη διαμάχη τους συντελείται ανάπτυξη της Μαθηματικής Παιδείας στα Γιάννενα. Ο Βούλγαρις, κάτω από αυτό το κλίμα της συνεχούς αντιδικίας, τελικά, θα φύγει από τα Γιάννενα και πηγαίνει στην Κοζάνη όπου θα μείνει μέχρι το 1753.<sup>150</sup> Κατόπιν θα γίνει σχολάρχης της Αθωνιάδας Σχολής και εκεί θα δώσει μεγάλη ώθηση στη διδασκαλία

---

<sup>143</sup>Ο. π., 78.

<sup>144</sup>Ο. π., 79.

<sup>145</sup>Καράς 1992, 125-126.

<sup>146</sup>Καστάνης 1998, 82.

<sup>147</sup>Πολυζωίδης, 181.

<sup>148</sup>Ο. π.

<sup>149</sup>Henderson: 70. Αναφέρεται ότι η διάσταση μεταξύ των δύο ανδρών δεν περιοριζόταν μόνο σε φιλοσοφικά θέματα, αλλά υπήρχε αντιδικία και σε θέματα μαθηματικών για πολύ καιρό. Περιγραφή της αντιδικίας γίνεται από το Γιώργο Αινιάν στη «Συλλογή Ανεκδότων Συγγραμμάτων του αοιδίμου Ευγενίου του Βουλγάρεως», Αθήνα 1838, σελ. xxxi.

<sup>150</sup>Κούμας 1818, 292.

των επιστημών. Οι διαφωνίες, όμως, των δύο ανδρών δεν θα σταματήσουν, ούτε θα σταματήσουν οι δυο τους να κατηγορούν και να εχθρεύονται ο ένας τον άλλο.<sup>151</sup>

Σύμφωνα με τον Καστάνη το περιεχόμενο των μαθηματικών στη σχολή Γκιούμα (Μπαλαναία) είχε τη συναίνεση των νεωτεριστικών και των συντηρητικών κύκλων και αντιπροσώπευε γύρω στο 1740, το πιο προηγμένο επίπεδο της Νεοελληνικής Μαθηματικής Παιδείας.<sup>152</sup> Σύμφωνα με το Γιάννη Καρά, το βιβλίο *Οδός Μαθηματικής...* του Μπαλάνου Βασιλόπουλου<sup>153</sup> είναι σε πολύ υψηλό επίπεδο, για εκείνη την περίοδο.<sup>154</sup> Αυτό δε σημαίνει ότι η συγκεκριμένη ανανεωτική τάση εξασθένησε επειδή δε μπορούσαν να την παρακολουθήσουν οι μαθητές. Αντίθετα, μάλιστα, ενισχύθηκε από τα μέσα του 18<sup>ου</sup> αιώνα, κατά βάση από τον Ευγένιο Βούλγαρη και το Νικηφόρο Θεοτόκη (1731 – 1800).<sup>155</sup>

### Η Οδός Μαθηματικής

Το σημαντικό εκδοτικό γεγονός της δεκαετίας αυτής, στον τομέα των Μαθηματικών, είναι η έκδοση της *Οδού Μαθηματικής* του Μεθόδιου Ανθρακίτη (1660 περ. - 1748).<sup>156</sup> Το βιβλίο αυτό είναι το πρώτο που εκδίδεται με τη μέθοδο των συνδρομητών.<sup>157</sup> Υπογράφεται από τον πιστό μαθητή του Ανθρακίτη, τον Μπαλάνο Βασιλόπουλο, πατέρα του Κοσμά. Ο Μπαλάνος διαμορφώνει το τελικό κείμενο του μεγάλου σε έκταση και σπουδαιότητα έργου, το 1749. Όπως αναφέρει ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος στην προμετωπίδα, το βιβλίου είναι μετάφραση από τη Λατινική, κειμένου το οποίο δεν έχει εντοπιστεί.<sup>158</sup>

Ο Μπαλάνος με το να απευθυνθεί σε πλήθος συνδρομητών (περί τους 40 για τον πρώτο τόμο και περί τους 115 για τον τρίτο, ενώ στον δεύτερο μνημονεύει μόνο τους Καραϊωάννου και Μαρούτζη) καταφέρνει να πετύχει την έκδοση του τρίτομου έργου, αν και ο στόχος ήταν να εκδοθεί και ο τέταρτος τόμος, αυτός της Αριθμητικής. Η γκραβούρα – προσωπογραφία του Μπαλάνου Βασιλόπουλου στην πρώτη σελίδα φέρει τη χρονολογία ΑΨΝ' (δηλ. 1750). Σε συνδυασμό με τη δήλωσή του πως με τη εξεύρεση των συνδρομητών ανακουφίζει τη δαπάνη του εκδότη,<sup>159</sup> ο οποίος δε μπορεί παρά να είναι διστακτικός μπροστά στο εγχείρημα της έκδοσης 1.500 σελίδων μαθηματικών, αντιλαμβανόμαστε τη δυσκολία και το χρόνο που απαιτείται για την έκδοση ενός τόσο φιλόδοξου εγχειρήματος. Τέτοιας ποιότητας και έκτασης εκδόσεις για να περάσουν από την κατάθεση του χειρογράφου στον εκδότη στην κυκλοφορία απαιτούν αν όχι χρόνια, σίγουρα πολλούς μήνες. Η *Αριθμητική*, μάλιστα, δε θα καταφέρει να εκδοθεί επί των ημερών του Μπαλάνου, αλλά πολύ αργότερα, το 1803, από το γιο του Κοσμά.

<sup>151</sup> Λάμπρου 1994, 19-20 και ιδιαίτερα η παραπομπή νούμερο 43 και Henderson 1977, 70.

<sup>152</sup> Καστάνης 1998, 83.

<sup>153</sup> Όπως αναφέρει ο ίδιος ο Βασιλόπουλος στην προμετωπίδα της σελίδας iv της *Οδού Μαθηματικής* είναι το έργο του Μεθόδιου Ανθρακίτη ερμηνευμένο από το Βασιλόπουλο.

<sup>154</sup> Καράς 1991: 198

<sup>155</sup> Καστάνης, ό. π.

<sup>156</sup> Τα ακριβή έτη γέννησης και θανάτου του Ανθρακίτη είναι ασαφή. Ως προς το έτος γέννησης, βλέπε Γιάννης Καράς 1992, 35. Ως προς το έτος θανάτου ο Γιάννης Καράς αναφέρει, γενικώς, πριν το 1749, ο Κωνσταντίνος Κούμας 1818, 291 (πιο κοντά στα γεγονότα) αναφέρει «γύρω στα 1730, στα Γιάννενα», ενώ ο Καστάνης 1998, 82, αναφέρει «περίπου το 1748».

Έχει πεθάνει, πάντως, πριν την έκδοση του βιβλίου από το Βασιλόπουλο, όπως αναφέρει στο επίγραμμα της σελ. xxii στον τόμο Α' της *Οδού Μαθηματικής* ο Βασιλόπουλος.

<sup>157</sup> Καράς 1991, 119 και Ηλιού Φίλιππος 1975, Τόμος 12, 114.

<sup>158</sup> Τερδήμου 1998, 50.

<sup>159</sup> Ανθρακίτης - Βασιλόπουλος 1749, Κατάλογος συνδρομητών μεταξύ σ. viii και ix

Η *Οδός Μαθηματικής* περιλαμβάνει, στον πρώτο τόμο τα βιβλία των *Στοιχείων* του Ευκλείδη, τα *Σφαιρικά* του Θεοδοσίου, στο δεύτερο τόμο την Πρακτική και Θεωρητική Γεωμετρία, την Τριγωνομετρία (πρώτη φορά εισάγεται στα ελληνικά γράμματα η λέξη *Ημίτονο*, αντί του «Σίνους» του Χρύσανθου Νοταρά στη *Γεωγραφία* του το 1716, όρος που θα υιοθετηθεί και από τον Ευγένιο Βούλγαρη και από το Νικηφόρο Θεοτόκη<sup>160</sup>) και τους Λογάριθμους (εκθέτες), ενώ στον τρίτο τόμο περιέχει την αστρονομική διαπραγμάτευση. Τα μέρη που την αποτελούν είναι «η κατά Πρόκλον Σφαίρα», «το περί χρήσεως Σφαιρών» του Κωνσταντίνου Γορδάτου (; - 1736), τον «Αστρολάβον», τη Θεωρητική Γεωγραφία και την Οπτική.<sup>161</sup> Μιας και αναφερθήκαμε στην ορολογία, να πούμε πως στο βιβλίο αυτό τα κλάσματα αποδίδονται ως «λεπτά», ενώ όπως ξέρουμε σήμερα με τον όρο «λεπτό» εννοούμε αποκλειστικά το εκατοστό, όταν πρόκειται για νομίσματα και το εξηκοστό, όταν πρόκειται για χρόνο. Ενώ μέχρι και τον Χρύσανθο Νοταρά βλέπουμε να χρησιμοποιείται ο γνωστός μας όρος από το *Γλυτζούνι*, «τζακίσματα».<sup>162</sup>

Το βιβλίο ξεκινά με την αφιέρωση, έκτασης δύο σελίδων, στους απογόνους των Καραϊωάννου και Μαρούτση με την προτροπή «Μάχου υπέρ πατρίδος».<sup>163</sup> Ακολουθεί ο κατάλογος των συνδρομητών του τόμου, «Προοίμιον προς τους φιλομαθείς» και «Προοιμακή ιστορία περί ευρέσεως, αρχαιότητας, αυξήσεως και της κατά(;) το τέλειον επιδόσεως της Μαθηματικής». Πρόκειται για μια σύντομη Ιστορία των Μαθηματικών από την αρχαιότητα μέχρι τις ημέρες του, την οποία τολμώ να τη χαρακτηρίσω ακριβή. Η γλώσσα στην αφιέρωση και στο Προοίμιο είναι σχετικά δύσκολη. Ο λόγος είναι μακροπερίοδος και η σύνταξη, αναπόφευκτα, υποτακτική. Στην αφιέρωση το σημείο στίξης για την τελεία εμφανίζεται κάθε τέσσερις ή πέντε γραμμές, ενώ στο Προοίμιο η πρώτη τελεία μπαίνει μετά από οκτώ γραμμές. Μετά από «ηρωελέγεια επιγράμματα» και τον εξαντλητικό πίνακα περιεχομένων, αλλάζει ο τρόπος αρίθμησης των σελίδων. Από αρίθμηση με λατινικούς αριθμούς, περνάμε σε αρίθμηση με ινδικούς. Στη σελίδα 1, έχουμε προοίμιο έκτασης πέντε περίπου σελίδων για τα *Στοιχεία*. Στη σελίδα 7, ξεκινά το μαθηματικό κείμενο με την ερμηνεία των όρων του πρώτου βιβλίου του Ευκλείδη. Εδώ ο λόγος αλλάζει. Γίνεται μικροπερίοδος. Στις επτά πρώτες γραμμές έχει επτά τελείες. Στις είκοσι έξι, συνολικά, γραμμές των σχολίων για τον ορισμό του σημείου, έχει δεκαεννέα τελείες. Οι προτάσεις είναι, τώρα, μικρές και κατανοητές. Το ύφος αυτό συνεχίζεται σε όλη την έκταση των σχολίων. Μετά την «επίδειξη» λογιωσύνης, ο Μπαλάνος απευθυνόμενος στον αναγνώστη που θέλει να μάθει Μαθηματικά προσπαθεί να γίνει κατανοητός.

Ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος και ο δάσκαλός του Μεθόδιος Ανθρακίτης δείχνουν να είναι εκδοτικά για τη Γεωμετρία ό,τι είναι ο Μανουήλ Γλυζώνιος για την Αριθμητική. Με τη σκέψη σε μια πατρίδα που σκλαβώθηκε και απώλεσε τη Σοφία, προσπαθούν να μεταφέρουν τη γνώση που θα την κάνει πιο ισχυρή. Στην κριτική που θα κάνουμε παρακάτω στον Μπαλάνο θα δούμε πως έχει τη γνώμη πως το κύριο στοιχείο της γνώσης αυτής είναι τα Μαθηματικά. Έτσι, η πρώτη εξαντλητική πραγματεία των *Στοιχείων* του Ευκλείδη βρίσκεται στην *Οδό Μαθηματικής*. Είναι το πρώτο συστηματικό έργο την περίοδο της Τουρκοκρατίας, το οποίο μάλιστα αποτελεί και την πληρέστερη παρουσίαση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη, στο βαθμό που

<sup>160</sup>Θωμαΐδης – Καστάνης 2003.

<sup>161</sup>Οδός Μαθηματικής: προμετωπίδα.

<sup>162</sup>Καστάνης 1998, 47.

<sup>163</sup>Οδός Μαθηματικής, τόμος 1<sup>ος</sup> σελ. v.



περιέχει τα 12 από τα 13 βιβλία (δεν περιέχει το 10<sup>ο</sup>), καθώς και το 14<sup>ο</sup> και το 15<sup>ο</sup> που αποδίδονται (και από τον Ανθρακίτη) στον Υψικλή.<sup>164</sup>

Από την εκδοτική προσπάθεια του Μπαλάνου Βασιλόπουλου, ο τόμος που έχει μεγαλύτερη συνάφεια με την Άλγεβρα είναι ο μη εκδοθής εκείνη τη χρονολογία (1749) τέταρτος, που τιτλοφορείται *Αριθμητική*. Όταν χρειάζεται αναφορά στον τόμο αυτόν, θα αναφερόμαστε σε αυτόν σαν να ήταν έργο της εποχής αυτής και ως μέρος της *Οδού Μαθηματικής* και όχι της εποχής του 1803, δηλαδή του έτους έκδοσής του. Σε αυτήν εδώ τη σύντομη παρουσίαση, να αναφέρουμε μόνο πως και ο τόμος της *Αριθμητικής* είναι πληρέστατο έργο. Αναφέρονται πολλοί τρόποι εκτέλεσης των πράξεων, ειδικά του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, με πλήθος παραδειγμάτων. Ανάλογα κινείται ο Μπαλάνος και στις Μεθόδους και στους Μερισμούς, τα Κλάσματα, τις τετραγωνικές και κυβικές Ρίζες και στο μέρος της Θεωρητικής Αριθμητικής. Η Αριθμητική και τα Μαθηματικά εν γένει δεν αντιμετωπίζονται μόνο σαν κάποια πρακτική ανάγκη του εμπορίου, αλλά σαν αυτόνομος κλάδος γνώσης και καλλιέργειας. Ως μια ξεχωριστή, αυτόνομη επιστήμη.

### Το Μαθηματικό Περιβάλλον που Διαμορφώνεται

Στα Ελληνικά σχολεία, μετά τον Ανθρακίτη, τα Μαθηματικά αρχίζουν να καθιερώνονται στα προγράμματα σπουδών.

Ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος συνεχίζει τη διδασκαλία των Μαθηματικών στα Γιάννενα μέχρι το 1760, οπότε πεθαίνει. Το 1756, μάλιστα, εκδίδει τη *Μέθοδο Γεωμετρικώς χωρούσα, περί ευρέσεως των δύο μέσων συνεχώς ανάλογον Γραμμών*, που αποτελεί τη μοναδική ερευνητική προσπάθεια σε όλη την περίοδο της Τουρκοκρατίας. Το πόνημά του αυτό αναφέρεται στο Δήλιο πρόβλημα και παρέχει προτεινόμενη «λύση» με κανόνα και διαβήτη. Αλληλογραφεί<sup>165</sup> για το θέμα αυτό με τον Euler και τις Ακαδημίες της Πετρούπολης, των Παρισίων, της Βρετανίας, της Ολλανδίας, του Βερολίνου, της Άλλης (Halle) και της Βονωνίας (Bologna).<sup>166</sup> Δε διστάζει να ρωτήσει ακόμα και το Vincenzo Riccati (1707 - 1775) που ήταν Ιησουΐτης,<sup>167</sup> γεγονός που δείχνει πως θρησκευτικές διαφορές, οσοδήποτε βαθιές, δεν επηρεάζουν την κρίση του σε επιστημονικά ζητήματα.

Η αναίρεση της *Μεθόδου* έγινε από δύο μεγάλους Έλληνες δάσκαλους των Μαθηματικών της εποχής. Ο ένας είναι ο μεγάλος αντίπαλος του, ο Ευγένιος Βούλγαρις και ο άλλος ο Νικηφόρος Θεοτόκης (1731 - 1800).<sup>168</sup> Θα προσπαθήσει μετά την υπόδειξη των λαθών από αυτούς, να βελτιώσει τη *Μέθοδό* του, χωρίς αποτέλεσμα, βέβαια.<sup>169</sup> Οι Ευρωπαίοι απέρριπταν τη *Μέθοδο* χωρίς πειστικά επιχειρήματα.<sup>170</sup> εκτός ίσως του Euler,<sup>171</sup> ο οποίος υποβάλλει ένσταση με αλγεβρικά επιχειρήματα, κάτι που Μπαλάνος Βασιλόπουλος δυσκολεύεται να εκτιμήσει αφού το θέμα το πραγματεύεται γεωμετρικά, και περιμένει ανάλογου ύφους απαντήσεις.

Συνεχιστής του έργου του Μπαλάνου Βασιλόπουλου στη σχολή Γκιούμα θα είναι ο γιος του Κοσμάς Μπαλάνος (1731 - 1808), ο οποίος σχολαρχεί και διδάσκει Μαθηματικά από το 1760 ως το 1797, οπότε και φέρεται ότι καταργεί τη διδασκαλία

<sup>164</sup>Τερδήςμου 1998, 211.

<sup>165</sup>Σάθας 1868, 520. Ο Σάθας αναφέρει ως πηγή τον Ιώσηπο Μοισιόδακα. Η αλληλογραφία γίνεται μέσω των μαθητών του αφού ο ίδιος δε γνώριζε ξένες γλώσσες.

<sup>166</sup>Λάμπρου 1994, 7 και Καραάς 1992, 124.

<sup>167</sup> Αντιπελάργησις 1816, 45 – 46.

<sup>168</sup>Ο. π., 52 – 54.

<sup>169</sup> Λάμπρου: 12.

<sup>170</sup> Ο. π., 13.

<sup>171</sup> Ο. π., 15.

των Μαθηματικών στη Σχολή<sup>172</sup> ενώ θα συνεχίσει να σχολαρχεί μέχρι το 1799.<sup>173</sup> Αφού είναι το κεντρικό πρόσωπο στην εργασία αυτή και το μεγαλύτερο μέρος της δράσης του λαμβάνει χώρα μετά το 1774, δε θα αναφέρουμε κάτι άλλο για αυτόν και η δραστηριότητά του θα εξεταστεί διεξοδικότερα παρακάτω, όταν θα αναφερθούμε στα Μαθηματικά στην περίοδο του Νε.Δ., αλλά και στα επόμενα κεφάλαια που περιέχουν το μαθηματικό έργο του.

Άλλος δάσκαλος της περιόδου μέχρι το 1774, με περγαμηνές στα Μαθηματικά, είναι ο Νικόλαος Ζερζούλης (περ.1706 - 1772 ή 3) μαθητής του Μπαλάνου Βασιλόπουλου,<sup>174</sup> που συνέχισε τις σπουδές του στην Ιταλία.<sup>175</sup> Δίδαξε στα Τρίκαλα πριν πάει στην Ιταλία.<sup>176</sup> Το 1759 διαδέχεται το Βούλγαρι στη σχολαρχία της Αθωνιάδας Σχολής, ενώ πριν, δίδασκε για ένα περίπου χρόνο στην Πατριαρχική Ακαδημία.<sup>177</sup> Το 1766 αναλαμβάνει τη σχολαρχία στο Ιάσιο μέχρι το θάνατό του.<sup>178</sup> Μεταφράζει με προσθήκες το Wolff<sup>179</sup> και επιδρά στα Ρουμάνικα Μαθηματικά.<sup>180</sup> Στα χειρόγρατά του συστήνει τη μελέτη των έργων του Θεοτόκη, ενώ τα *Στοιχεία των Μαθηματικών* δεν έχουν ακόμα εκδοθεί. Σε χειρόγραφό του, του 1760, γίνεται η πρώτη, ίσως, νύξη περί Απειροστικού Λογισμού στον Ελλαδικό χώρο.<sup>181</sup>

Ακόμα ένας δάσκαλος της εποχής, που το έργο του θα ξεχωρίσει και θα γίνει σημείο αναφοράς, ήταν ο Νικηφόρος Θεοτόκης (1731 – 1800). Πατριώτης του Ευγένιου Βούλγαρι, είχαν κοινό δάσκαλο στην Κέρκυρα τον Ιερεμία Καββαδία και κατόπιν συνέχισε σπουδές στη Μπολόνια.<sup>182</sup> Διδάσκει από το 1749, αν και πολύ μικρός, και ιδρύει μαζί με το δάσκαλό του Ιερεμία Καββαδία το Κοινό Φροντιστήριο.<sup>183</sup> Θα διδάξει επίσης στο Ιάσιο, ενώ μετά το 1775 θα ασχοληθεί με τα συγγραφικά και ιερατικά του καθήκοντα. Δέχεται επιδράσεις από πλήθος δυτικών επιστημόνων,<sup>184</sup> ενώ έχει επίδραση στους Δωρόθεο Πρώιο, Μανασσή Ηλιάδη, Νικόλαο Ζερζούλη, Ιώσηπο Μοισιόδακα και Χριστόφορο Κουταλέα.<sup>185</sup> Ο Πολυζωίδης ισχυρίζεται ότι ο Θεοτόκης υπερέβαινε κατά πολύ τον Ευγένιο στα Μαθηματικά<sup>186</sup> και φαίνεται πρώτος αυτός να αναφέρει τους όρους fluxion και fluent ως «ροή» και «ρέον» στην Ελληνική βιβλιογραφία.<sup>187</sup> Την περίοδο που εξετάζουμε δεν έχει εκδώσει μαθηματικά βιβλία, αλλά το 1766-7 εκδίδεται στη Λειψία η *Φυσική* του. Στο κεφάλαιο «περί εκκρεμών» αποδεικνύονται κάποιες ιδιότητες της κυκλοειδούς καμπύλης χρησιμοποιώντας διαφορικά και ολοκληρώματα. Για το ολοκλήρωμα, δε χρησιμοποιεί σύμβολο, ενώ το διαφορικό συμβολίζεται με  $d$ <sup>188</sup>.

<sup>172</sup> Ο. π., 21. Εδώ αμφισβητείται η αναφορά του Μιχαλόπουλου 1930, 72, απ' όπου αντλεί ο Λάμπρου την πληροφορία. Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο θα παραθέσουμε επιπλέον επιχειρήματα στην αμφισβήτηση αυτή.

<sup>173</sup> Τερδήμου 1998, 52.

<sup>174</sup> Πολυζωίδης 1889, 185.

<sup>175</sup> Κούμας 1818, ι'.

<sup>176</sup> Ο. π., 293.

<sup>177</sup> Τερδήμου 1998, 57 – 58.

<sup>178</sup> Κούμας 1818, 293.

<sup>179</sup> Καράς 1992, 81.

<sup>180</sup> Ο. π., 88.

<sup>181</sup> Καστάνης 1998, 132, επικαλούμενος το Λίνο Μπενάκη.

<sup>182</sup> Κούκου 1973, 24- 26.

<sup>183</sup> Ο. π., 30. Επικαλείται το Κ.Ι. Δυοβουνιώτου 1913, 2.

<sup>184</sup> Καράς 1991, 178-179.

<sup>185</sup> Ο. π., 197.

<sup>186</sup> Πολυζωίδης 1889, 184.

<sup>187</sup> Davis – Hersh 1980, 238.

<sup>188</sup> Καστάνης 1998, 132.

Επίσης μεγάλος δάσκαλος και παιδαγωγός της εποχής είναι ο Ιώσηπος Μοισιόδαξ (περ.1725 – 1800) μαθητής του Βούλγαρη και σπουδαγμένος στην Πάδουα.<sup>189</sup> Διαδέχεται το Θεοτόκη δύο φορές στη σχολαρχία στο Ιάσιο. Την πρώτη φορά διδάσκει Μαθηματικά με βάση το σύγγραμμα του Tacquet και τη δεύτερη το *Lecons elementeres de mathematiques* (1741) του Αββά J.A.N. L.de la Caille (1713 – 1762).<sup>190</sup> Σώζονται χειρόγραφα των παρατηρήσεων των έργων αυτών.<sup>191</sup>

Διδάσκουν ακόμη ο Ιωάννης εκ Φουρνάς από το 1760 ως το 1765 στο Ιάσιο, μαθητής των Μπαλάνων, ο Ιωάννης Πέζαρος το 1768-1775 στην Τσαρίτσανη, μαθητής των Μπαλάνων, ο Τρύφωνας Μετσοβίτης στη Μαρουτσαία από το 1753 μέχρι το θάνατό του το 1786 (αν και δεν υπάρχουν γραπτές μαρτυρίες)<sup>192</sup> και ο Κύριλλος εξ Αγράφων στην Κοζάνη μεταξύ 1763 και 1769, μαθητής του Μπαλάνου Βασιλόπουλου.<sup>193</sup>

### **Άλλα Μαθηματικά βιβλία που εκδίδονται πριν το 1775**

Βιβλία, όμως, δε θα δούμε πολλά, ούτε σε αυτή την περίοδο. Ο Ιωάννης Θεολογίτης θα εκδώσει το έργο *Μέθοδος σύντομος δια να ευρίσκη καθ' ένας με ευκολίαν τα όσα χέρια μαριάσια και πετάκια πόσα φλορίντζια κάμνουν*, που εκδίδεται το 1766 στη Βενετία και πραγματεύεται μετατροπές νομισμάτων.<sup>194</sup> Καταλαβαίνουμε πως πρόκειται για βιβλίο πάνω στην αντίληψη ότι τα Μαθηματικά είναι, απλά, ένα εργαλείο του εμπορίου.

Ο έμπορος Κωνσταντίνος Τζεχάνης, θα εκδώσει δύο βιβλία με μαθηματικό περιεχόμενο. Το *Εγχειρίδιον Αριθμητικόν* και το *Προγύμνασμα Γεωμετρικόν*.<sup>195</sup> Το πρώτο βιβλίο εκδίδεται το 1769 στη Χάλη, ενώ το δεύτερο, επικαλούμενος ο Πούλος τον κατάλογο Ζαβίρα, αναφέρει ότι εκδόθηκε σε άγνωστη πόλη, ενώ ο Καράς δεν αναφέρει το δεύτερο βιβλίο. Από τους τίτλους των βιβλίων, καταλαβαίνουμε πως περιορίζονται στο πρακτικό πνεύμα για τα Μαθηματικά και δεν περνούν σε κάποιο περισσότερο θεωρητικό πεδίο.

Γενικότερα η αναζήτηση στοιχείων για τους δύο αυτούς λόγιους δεν απέφερε καρπούς. Δεν αναφέρονται έτη γέννησης και θανάτου από τον Σάθα, παρά μόνο πως ζουν τον 18ο αιώνα. Ο Θεολογίτης φέρεται με καταγωγή από την Καστοριά και ο Τζεχάνης είναι πολίτης του κόσμου. Γεννημένος στη Μοσχόπολη, ταξιδεμένος και σπουδαγμένος σε πολλές ευρωπαϊκές πόλεις, πεθαίνει στην Ολλανδία. Τα παραπάνω μαθηματικά βιβλία αυτά δε σώζονται σε ηλεκτρονική μορφή.

### **Τα Στοιχεία Μαθηματικών του Βούλγαρι**

Το δεύτερο, χρονολογικά, βιβλίο που τοποθετεί τα Μαθηματικά σε άλλο πλαίσιο, από αυτό του ταπεινού εργαλείου συναλλαγών είναι το επόμενο που θα παρουσιάσουμε εν συντομία. Πρόκειται για *Των μαθηματικών στοιχείων αι πραγματεΐαι αι αρχοειδέσταται εκ των του μαθηματικοτάτου Ιωαν. Ανδρ. Σεγνέρου* του Ευγένιου Βούλγαρι, που εκδίδεται στη Λειψία το 1767. Το βιβλίο αυτό που αποτελεί

<sup>189</sup> Παπανούτσος 1953, 166.

<sup>190</sup> Καστάνης 2001, 50, επικαλούμενος το «Νεοελληνικό Διαφωτισμό» του Κιτρομηλίδη.

<sup>191</sup> Καράς 1992, 119 -120.

<sup>192</sup> Τερδήμου 1998, 54.

<sup>193</sup> Ο. π., 76.

<sup>194</sup> Πούλος 1988, 43.

<sup>195</sup> Ο. π., 44.

μια επιλογή ύλης και μετάφραση του Βούλγαρι από το έργο *Cursus Mathematici* του Johann Andreas von Segner (1704 – 1777).<sup>196</sup> Μαζί με το μαθηματάριο του 1765 από παραδόσεις του Βούλγαρι<sup>197</sup> και μια μαρτυρία<sup>198</sup> περί διδασκαλίας της Άλγεβρας από τον Ν. Θεοτόκη δείχνουν ότι τα 10-15 τελευταία χρόνια της περιόδου γίνεται προσπάθεια ένταξης της Άλγεβρας στα προγράμματα σπουδών των σχολών από τους δύο Κερκυραίους, αν και το βιβλίο δεν προχωρά ξεκάθαρα στον τομέα της Άλγεβρας.

Στο βιβλίο, σημειώνουμε πως ο πρόλογος δηλώνεται πως έχει γραφτεί την ίδια χρονιά, το 1767. Είναι βιβλίο που ξεπερνά μεν τις 500 σελίδες, αλλά είναι επίτομο. Το γεγονός αυτό, όπως και το ότι ο Βούλγαρις δεν διδάσκει και ζει έξω από τα σύνορα της Οθωμανικής επικράτειας (εκείνο τον καιρό μένει στη Λειψία, όπου εκδίδεται το βιβλίο), ίσως βοηθούν στο να μην αντιμετωπίσει τα εκδοτικά προβλήματα που φαίνεται να αντιμετωπίζει η *Οδός Μαθηματικής* και να κυκλοφορεί την ίδια χρονιά που γράφεται το χειρόγραφο. Στο βιβλίο αυτό είναι η πρώτη φορά που γίνεται σαφής αναφορά στο έργο δυτικού λογίου, στο οποίο βασίζεται το μαθηματικό βιβλίο που εκδίδεται. Ο Μπαλάνος, στην *Οδό Μαθηματικής* απλώς ανέφερε πως γίνεται μεταφορά εκ της Λατινίδος φωνής, χωρίς αναφορά σε συγκεκριμένους Λατίνους λόγιους.

Κατοπινοί λόγιοι θα ψέξουν το Βούλγαρι για την επιλογή του να μεταφράσει το συγκεκριμένο βιβλίο. Ιδιαίτερα, οι Μοισιόδακας και Αθανάσιος Ψαλίδας όχι μόνο διαφωνούν με την επιλογή του έργου που μεταφράζει ο Βούλγαρις, αλλά με τις παρατηρήσεις τους πως «εκοπίασε προς δόξαν μόνον του Σεγνερίου»<sup>199</sup> και πως «εκοπίασε τόσον καιρόν [...] διά να γίνη δούλος ενός [...] Γερμανού Μαθηματικού»,<sup>200</sup> αφήνουν υπόνοιες (ενδεχομένως βάσιμες) μιας κάποιας συναλλαγής με τον Σέγκνερ. Το γεγονός όμως, παραμένει. Πρώτη φορά γίνεται σαφής αναφορά μεταφοράς ενός έργου δυτικού λογίου στη μαθηματική ελληνική γραμματεία, ανεξάρτητα από τα κίνητρα και τις επιδιώξεις του μεταφραστή.

Το βιβλίο είναι χωρισμένο σε τρία μέρη. Στα «Στοιχεία Αριθμητικής», στα «Στοιχεία Γεωμετρίας» και στα «Στοιχεία του Γεωμετρικού Υπολογισμού». Για να δείξουμε το επίπεδο που φτάνουν τα Μαθηματικά του βιβλίου, θα ασχοληθούμε με το κεφάλαιο «Περί της Καθόλου Λογιστικής», δηλαδή του λογισμού μεταβλητών (άλγεβρικών παραστάσεων όπως θα λέγαμε σήμερα, ή η Θεωρητική Αριθμητική κατά τον Μπαλάνο Βασιλόπουλο), που είναι το πρώτο κεφάλαιο του 3<sup>ου</sup> μέρους του βιβλίου που εξετάζουμε, που παρουσιάζει το μεγαλύτερο ενδιαφέρον.

Έχουν ήδη οριστεί οι αριθμητικές πράξεις πάνω σε μεταβλητές, από το πρώτο κεφάλαιο του 1<sup>ου</sup> μέρους που τιτλοφορείται «Περί Αριθμών ίδια των Ολοσχερών». Εκεί επισημαίνονται οι «αποφατικές» ποσότητες, με πρόσημο «−» και οι «καταφατικές» ή «θετικές» ποσότητες με πρόσημο «+».<sup>201</sup> Έτσι, στο «Περί της Καθόλου Λογιστικής» η αφαίρεση παρουσιάζεται ως πρόσθεση του αντιθέτου, όπως θα λέγαμε σήμερα, χωρίς να δοθεί αυτός ο αυστηρός ορισμός, αλλά ένας σχολιασμός.<sup>202</sup> Αμέσως ακολουθεί σχόλιο πως εξαιτίας της πρόσθεσης μεταξύ μεταβλητών ποσοτήτων (που μπορεί να είναι είτε θετικές, είτε αρνητικές) το κεφάλαιο μπορεί να ονομαστεί «Άλγεβραϊκόν».

<sup>196</sup>Καστάνης 2001, 84.

<sup>197</sup>Καράς 1992, 62-63.

<sup>198</sup>Καστάνης 1998, 109. Κάνει αναφορά στο Μουρούτη – Γκενάκου 1979, 96.

<sup>199</sup>Αγγέλου 1992, 42 – 43.

<sup>200</sup>Ψαλίδας Αθανάσιος 1795, 19.

<sup>201</sup>Βούλγαρις 1767, 17-18.

<sup>202</sup>Ο. π., 268-269.

Παρακάτω, εμφανίζεται θεώρημα με τον κανόνα των προσήμων στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση και ακολουθεί «ΔΕΙΞΙΣ» «προφανών» περιπτώσεων και κατόπιν εκτενές «ΣΧΟΛΙΟΝ» όπου δίνεται μια αρκετά ενδιαφέρουσα δικαιολόγηση. Πρόκειται για μια γεωμετρική κατασκευή της τετάρτης αναλόγου τριών προσημασμένων ευθυγράμμων τμημάτων. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων παίρνει τρία τμήματα πάνω στους άξονες. Την πρώτη φορά και τα τρία με θετική φορά, τη δεύτερη τα δύο θετικά – το ένα αρνητικό, την Τρίτη το ίδιο αλλά το αρνητικό είναι το δεύτερο στη σειρά τμήμα και την τέταρτη το ένα θετικό και τα δύο αρνητικά. Κάθε φορά σημειώνει τη φορά της τετάρτης αναλόγου (δηλαδή αν βρίσκεται σε αρνητικό ή θετικό ημιάξονα).<sup>203</sup> Έτσι, με γεωμετρικό τρόπο, βγαίνει:

+ : + = - : - = + και

+ : - = - : + = -

Η χρήση αρνητικών ημιαξόνων στο ορθογώνιο σύστημα αναφοράς είναι γεγονός αρκετά πρωτοποριακό για την εποχή του.<sup>204</sup>

Οι δυνάμεις ορίζονται με βάσεις μεταβλητές, εισάγονται αρνητικοί και κλασματικοί εκθέτες και εκθετικές ιδιότητες. Παρουσιάζονται πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις πολυωνύμων και διωνυμικές ταυτότητες με έμφαση στο διώνυμο του Newton. Κατόπιν παρουσιάζονται οι ρίζες με έμφαση σ' αυτές που δεν ορίζονται μονοσήμαντα π.χ.  $\sqrt[4]{16} = +2$  ή  $-2$  ή  $+\sqrt{-4}$  ή  $-\sqrt{-4}$  και σ' αυτές με αρνητικό υπόρριζο. Το θετικό πραγματικό αποτέλεσμα («αληθής και πραγματιώδης ποσότητας») ονομάζεται «πρωτεύουσα» ενώ οποιοδήποτε άλλο «δευτερεύουσα». Στη συνέχεια αναπτύσσεται λογισμός των ριζών με θετικά και αρνητικά υπόρριζα όπως και των παραστάσεων  $a \pm b\sqrt{\gamma}$  ή  $a \pm b\sqrt{-\gamma}$ . Εκεί αποδεικνύεται ότι  $\left[\frac{1}{2}a(-1 + \sqrt{-3})\right]^3 = a^3$  και σημειώνεται ότι ισχύει  $\left[\frac{1}{2}a(-1 - \sqrt{-3})\right]^3 = a^3$ .

Και επισημαίνεται ότι οι αριθμοί  $1, \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-3})$  και  $\frac{1}{2}(-1 - \sqrt{-3})$  «έσονται της καταφατικής (θετικής) μονάδος ρίζαι κυβικαί» και αναφέρονται και οι κυβικές ρίζες του  $-1$ , να είναι οι  $-1, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{-3}), \frac{1}{2}(1 - \sqrt{-3})$ .<sup>205</sup> Το θέμα των κυβικών ριζών της μονάδας χαρακτηρίζεται πρωτοποριακό ζήτημα στην αλγεβρική σκέψη της εποχής.<sup>206</sup>

Στις τελευταίες σελίδες του κεφαλαίου επανεξετάζεται το διώνυμο του Newton, για αρνητικούς και κλασματικούς εκθέτες αυτή τη φορά. Και κλείνει το κεφάλαιο με το «ΣΧΟΛΙΟΝ ΚΑΘΟΛΟΥ» όπου συνδέονται η Ανάλυση και η Σύνθεση με τη βοήθεια του «γραμματικού υπολογισμού» και γίνεται σύνδεση των «αλγεβραϊκών» με το Β' βιβλίο του Ευκλείδη. Εκτιμώ πως η αναφορά στο όνομα του Ευκλείδη κάνει τον Καστάνη να πιστεύει πως το σχόλιο είναι μάλλον προσθήκη στο κείμενο από το Βούλγαρι.<sup>207</sup>

Τα μαθηματικά προβλήματα που παρουσιάζονται προς λύση, μέσα στο βιβλίο, λύνονται με κάποιες σκέψεις και κάποιο τυπολόγιο, αλλά δε χρησιμοποιούνται εξισώσεις. Απουσιάζει, δηλαδή, το κύριο χαρακτηριστικό της Άλγεβρας, η εξίσωση. Έχουν, όμως, παρουσιαστεί όλες οι προαπαιτούμενες γνώσεις εισαγωγής στην Άλγεβρα. Δεν προκύπτει σαφώς αν υπάρχει πρόθεση του Βούλγαρι να συνεχίσει σε άλλη έκδοση Μαθηματικών προς αυτή την κατεύθυνση. Το μαθηματάριο, του οποίου

<sup>203</sup> Ο. π., 280 – 282.

<sup>204</sup> Καστάνης 2001, 88.

<sup>205</sup> Βούλγαρις 1767, 331 – 332. Στο διδακτορικό του Καστάνη 2001, υπάρχει τυπογραφικό λάθος στη δεύτερη κυβική ρίζα του  $-1$  στο πρόσημο του πραγματικού μέρους. Στα *Στοιχεία* του Βούλγαρι η κυβική ρίζα είναι γραμμένη σωστά.

<sup>206</sup> Καστάνης 2001, 89.

<sup>207</sup> Ο. π., 89

ακολουθεί σύντομη παρουσίαση, δείχνει να γίνεται αυτό το επιπλέον βήμα και φαίνεται η διδασκαλία της Άλγεβρας να έχει ήδη εισαχθεί από το Βούλγαρι τη δεκαετία του 1760.

Στο μαθηματάριο του 1765,<sup>208</sup> η εισαγωγή στην Ανάλυση γίνεται με ένα πρόβλημα ναυσιπλοΐας, όπου τα πρόσημα + και - δηλώνουν φορά. Διαμορφώνεται η εξίσωση της λύσης του προβλήματος και ακολουθεί ο ορισμός της εξίσωσης. Εξετάζονται διαδικασίες μετασχηματισμών εξισώσεων προσθετο-αφαιρετικού τύπου και πολλαπλασιαστικο-διαιρητικού τύπου. Το θεωρητικό αυτό υπόβαθρο των πρωτοβάθμιων εξισώσεων εφαρμόζεται, στη συνέχεια, σε αριθμητικά και γεωμετρικά προβλήματα. Στην επόμενη ενότητα εξετάζονται, γενικά, οι δυνάμεις και οι ρίζες ως βάση για τη θεωρία των δευτεροβάθμιων εξισώσεων. Οι αλγεβρικές διαδικασίες επίλυσης εξισώσεων εφαρμόζονται σε γεωμετρικά προβλήματα, μ' αποτέλεσμα να παρεισδύουν ζητήματα Αναλυτικής Γεωμετρίας, όπως εξισώσεις καμπυλών. Μέσω της ποσότητας  $2-\sqrt{-5}$ , που προκύπτει από λύση εξίσωσης, παρατηρείται ότι αυτού του είδους οι ρίζες εξίσωσης ικανοποιούν τις γνωστές σχέσεις ριζών και συντελεστών, άρα «νομιμοποιούνται». Ονομάζονται «φαντασιώδεις» αριθμοί και εξετάζονται με τη μορφή  $A+B$ .

Σε σύγκριση που έχει γίνει,<sup>209</sup> προκύπτει πως από θεματική άποψη μπορεί να διαπιστωθεί η συμβατότητα του περιεχομένου των δύο αλγεβρικών κειμένων που είδαμε πιο πάνω με το γενικό πλαίσιο εγχειριδίων Άλγεβρας, που επικρατούσε στα μέσα του 18<sup>ου</sup> αιώνα, σε Ευρώπη και Αμερική. Ειδικά η δικαιολόγηση του κανόνα των προσήμων στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση και η παρουσίαση των κυβικών ριζών της μονάδος, ιδιαιτερότητες που σηματοδοτούν τη μεταφορά πολύ προωθημένων αλγεβρικών γνώσεων στην, περιορισμένων δυνατοτήτων, Νεοελληνική Μαθηματική Παιδεία, κατά το τρίτο τέταρτο του 18<sup>ου</sup> αιώνα.

Στον επίλογο της διατριβής του ο Καστάνης συνοψίζει σχετικά με τα χαρακτηριστικά των δύο αυτών κειμένων:

«Στο χειρόγραφο χρησιμοποιούνται οι αρνητικοί και οι μιγαδικοί αριθμοί Η μαθηματική δικαιολόγηση της αποδοχής των μιγαδικών αριθμών στηρίζεται στο γεγονός ότι οι αριθμοί αυτοί ικανοποιούν τις συμμετρικές σχέσεις των ριζών μιας εξίσωσης με τους συντελεστές της. Παριστάνονται, στο περιεχόμενο της μετάφρασης από το έργο του Segner, οι αρνητικοί αριθμοί στο καρτεσιανό επίπεδο και με βάση αυτή την παράσταση δικαιολογούνται οι αριθμητικές τους πράξεις. Πρόκειται για μια πρωτοποριακή ιδέα που διεθνώς θα καθιερωθεί αργότερα, στα τέλη του 18<sup>ου</sup> αιώνα, την εποχή που ο Gauss εισήγαγε την αναπαράσταση των μιγαδικών αριθμών στο καρτεσιανό επίπεδο».<sup>210</sup>

### Επίλογος – Συμπεράσματα

Ολοκληρώνεται εδώ η παρουσίαση της περιόδου, που ονομάσαμε «Αιώνα των Φαναριωτών και των Εμπόρων». Στην παρουσίαση αυτή χωρίσαμε την περίοδο σε δύο μέρη. Το πρώτο μέχρι το 1740 περίπου, οπότε εκδοτικά δεν εμφανίζεται κάποιο ιδιαίτερο γεγονός στα Μαθηματικά και το δεύτερο, από και μέχρι τη συνθήκη του Κιουτζούκ – Καϊναρτζή, οπότε εκδίδονται τα πρώτα σημαντικά βιβλία Μαθηματικών.

Από την αρχή της περιόδου, νέες σχολές κάνουν την εμφάνισή τους (Αθωνιάδα Ακαδημία, Ευαγγελική Σχολή Σμύρνης, Αναξαγόρειος Σχολή Βουρλών

<sup>208</sup> Χειρόγραφο Εθνικής Βιβλιοθήκης Νο 1242.

<sup>209</sup> Καστάνης 2001, 89 και 90 .

<sup>210</sup> Ο. π., 207.

Μικράς Ασίας, Μαρουτσαία Σχολή Ιωαννίνων, Σχολή Φουρνάς Αγράφων, Νέα Ακαδημία Μοσχόπολης, Σχολή Ιερών γραμμάτων Καστοριάς, Κοινό και Δημόσιο Σχολείο Αθηνών, Σχολή Ντέκα Αθηνών, Μεγάλη Σχολή της Χώρας στη Χίο, Πατμιάδα Σχολή, Ελληνομουσείο Δημητσάνας, Ακαδημία Βουκουρεστίου, Ακαδημία Ιασίου, Σχολή Κυρίτζη Καστοριάς, Σχολή Μηλεών Πηλίου). Το πνευματικό τοπίο δείχνει αργά, αλλά σταθερά, να αλλάζει.

Η εκδοτική δραστηριότητα στα Μαθηματικά είναι περιορισμένη, ακόμα και μετά το 1740. Παρόλα αυτά, εμφανίζονται βιβλία μαθηματικών που ξεφεύγουν από το πνεύμα του *Γλυτζουνίου*. Οι δύο μεγάλοι αντίπαλοι λόγιοι, Μπαλάνος Βασιλόπουλος και Ευγένιος Βούλαρις, προχωρούν στην έκδοση δύο σημαντικών μαθηματικών έργων. Η δραστηριότητά τους στον τομέα των Μαθηματικών φαίνεται πως δεν περιορίζεται στο υλικό που εκδίδουν. Ο Μπαλάνος προχωρεί και στη συγγραφή της Αριθμητικής που θα εκδοθεί αργότερα από το γιο του Κοσμά, ενώ το μαθηματάριο του 1765 δείχνει πως και ο Βούλαρις δεν περιορίζεται στη διδασκαλία του από το περιεχόμενο του βιβλίου του. Τα Μαθηματικά, στα βιβλία αυτά, παρουσιάζονται σαν αυτόνομη επιστήμη κι όχι σαν χρηστικό εργαλείο του εμπορίου, κάτι που φανερώνει και την αντιμετώπισή τους ως γνωστικό αντικείμενο στις σχολές που διδάσκουν οι δάσκαλοι αυτοί.

Η γλώσσα των δύο σημαντικών Μαθηματικών βιβλίων δεν είναι απλή, τουλάχιστον στο μη μαθηματικό μέρος των προλόγων και των εισαγωγών. Ειδικά η γλώσσα του Βούλαρις παραμένει μακροπερίοδη και στο καθαρά μαθηματικό μέρος του βιβλίου. Αν και η πρόθεσή τους είναι να εκδώσουν βιβλία για το μαθητή, η ανάγνωσή τους απαιτεί εγγράμματο αναγνωστικό κοινό, με ιδιαίτερες γραμματικές γνώσεις κι όχι μικροεμπόρους. Προφανώς, η διδασκαλία των βιβλίων αυτών γίνεται σε χώρους που διδάσκεται παράλληλα και η χρήση της λόγιας ελληνικής γλώσσας, ειδικά στην περίπτωση του βιβλίου του Βούλαρις.

Ο Μπαλάνος αν και μεταφέρει γνώση «εκ της Λατινίδος φωνής», δεν αναφέρει κάποιο ευρωπαϊό δάσκαλο στο έργο του, ενώ στην εισαγωγή έχει ακριβή και λεπτομερή ιστορική αναδρομή των μαθηματικών, η οποία σταματά στον Πάππο. Ο Βούλαρις, απ' την άλλη, προχωρά σε συγκεκριμένη αναφορά ονόματος ξένου λογίου, του Σεγκνέρου, τον οποίο ηρωοποιεί στον πρόλογό του. Ο Μπαλάνος συνδέει τα Μαθηματικά με την Αρχαία Ελλάδα, αγνοώντας τους Βυζαντινούς, ενώ κάνει την αόριστη αναφορά που είδαμε στη Δύση. Ο Βούλαρις θα συνδέσει τα Μαθηματικά του καιρού του απευθείας με την Ευρώπη. Ο Μπαλάνος, κατά τη γνώμη μου, κλείνει οριστικά την εποχή του αριστοτελισμού του Κορυδαλέα, αναφέροντας Θαλή, Πυθαγόρα, Αναξαγόρα, Οινόπιδη, Ιπποκράτη τον Χίο (όχι το γιατρό από την Κω), Δημόκριτο, Ευκλείδη, Θεοδόσιο, Θεόδωρο τον Κυρηναίο, Αρχύτα, Θεαίτητο κ.τ.λ. Ως πηγές αναφέρει τον Πρόκλο, το Διογένη Λαέρτιο, τον Αριστοτέλη, τον Πολύβιο, τον Πλούταρχο, τον Τέτζη, τον Βιτρούβιο και τον Γέλλιο(:). Ενώ ο Βούλαρις ανοίγει την εποχή του Νε.Δ., για τα Μαθηματικά, που μας ενδιαφέρουν εδώ, συνδέοντας τη διδασκαλία τους στην Ελλάδα με τις εξελίξεις (Αναλυτική Γεωμετρία) στον τομέα αυτόν στην Ευρώπη.

Παρατηρούμε, επίσης, ότι η Άλγεβρα εμφανίζεται στη Νεοελληνική Παιδεία δειλά και υποτονικά το χρονικό διάστημα 1750 – 1775. Οι πρώτες απόπειρες διδασκαλίας της όμως από τους Βούλαρι, Θεοτόκη και Ζερζούλη δε βρήκαν πρόσφορο έδαφος και δεν εξαπλώνεται η διδασκαλία της στα ελληνικά σχολεία, την τριαντακονταετία αυτή.<sup>211</sup> Οι Θεοτόκης και Ζαρζούλης έχουν κύρια πηγή το βιβλίο του Wolff, ενώ ο Βούλαρις χρησιμοποίησε το βιβλίο του Segner. Υιοθετώντας τις

<sup>211</sup> Καστάνης 1998, 92.

παρατηρήσεις του Καστάνη, παραλλάσσοντας όμως το συμπέρασμά του, το χρονικό αυτό διάστημα χαρακτηρίζεται περίοδος γερμανόφωνων (και όχι προτεσταντικών όπως λέει ο Καστάνης) επιδράσεων για τα Μαθηματικά και αποτελεί προθάλαμο της επόμενης περιόδου, του Νε.Δ.



## IV: Νεοελληνικός Διαφωτισμός (1774 – 1821)

### Τα Μαθηματικά την περίοδο 1774 – 1806

Μέσα στο κλίμα που έχουμε περιγράψει πως διαμορφώνεται, ο Ιώσηπος Μοισιόδαξ (1730 – 1800) μετέφρασε και δίδαξε το 1776 – 1777 στην Ακαδημία του Ιασίου την Αριθμητική του Αββά de la Caille (1712 – 1762), προτείνοντας ένα μαθηματικό βιβλίο από το γεωγραφικό χώρο που επικρατεί το Καθολικό δόγμα. Το 1780 δε, κάνει αναφορά στο βιβλίο του Gaspar Schott που ήταν Ιησουίτης, το οποίο βρίσκουμε μεταφρασμένο σε χειρόγραφο του 1781 από παραδόσεις του Ιωάννη εκ Φουρνάς. Αν προσθέσουμε και τη μετάφραση της Γεωμετρίας του Ottaviano Cametti (1711 – 1789) που κάνει ο Δημήτριος Ραζής στα 1787, τότε φαίνεται η αρχή μιας μεταφοράς στη Νεοελληνική Μαθηματική Παιδεία έργων λόγιων συγγραφέων Καθολικού δόγματος. Μέσα από αυτό το ρεύμα εμφανίζεται και το πρώτο βιβλίο Άλγεβρας στην Ελληνική βιβλιογραφία. Είναι η μετάφραση του Σπυρίδωνα Ασάνη (1749 – 1833) των *Στοιχείων Αριθμητικής τε και Άλγεβρας* του 1797 του Αββά de la Caille.

Θα ακολουθήσει ένας καταγιγισμός μεταφράσεων βιβλίων Άλγεβρας. Το 1798 εκδίδεται η *Εκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας* του Κοσμά Μπαλάνου (1731 – 1808). Την επόμενη χρονιά, το 1799 κυκλοφορεί ο τρίτος τόμος των *Στοιχείων Μαθηματικών* του Θεοτόκη, που έχει ως αντικείμενο την Άλγεβρα. Το 1800 κυκλοφορεί ανώνυμη μετάφραση Γερμανικού Βιβλίου με τίτλο *Στοιχεία Αριθμητικής και Αλγέβρης*. Το 1804 ο Μιχαήλ Χρησταρής (1773 – 1831) εκδίδει τη μετάφραση των *Στοιχείων Αριθμητικής και Αλγέβρας* του Metzbourg, ενώ το 1806 ο Δημήτριος Γοβδελάς (1780 – 1831) εκδίδει τα *Στοιχεία Αλγέβρας*. Την ίδια περίοδο δε, έχουμε και 10 χειρόγραφα που περιέχουν Άλγεβρα. Προέρχονται από παραδόσεις των Ψαλίδα, Ιωνά Σπαρμιώτη και Δωρόθεου Πρώιου. Η Άλγεβρα δείχνει να εδραιώνεται ισότιμα με την Αριθμητική και τη Γεωμετρία.

Η αιτία των αλλεπάλληλων εκδόσεων Άλγεβρας δεν είναι απολύτως προφανής και η εξαγωγή συμπερασμάτων χρειάζεται προσοχή. Κρίνοντας με τη σημερινή ευκολία και το σύντομο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την έκδοση ενός βιβλίου, οι διαδοχικές εκδόσεις στο ίδιο αντικείμενο μπορεί να αποδοθούν σε ανταγωνιστικές τάσεις. Αλλά, αν εξετάσουμε την περίπτωση των δύο πρώτων βιβλίων Άλγεβρας που εκδίδονται θα δούμε πως δε φαίνεται κάτι τέτοιο πολύ πιθανό. Το ποιο βιβλίο εκδίδεται πρώτο δεν έχει να κάνει με το πότε κατατέθηκαν τα χειρόγραφα στον εκδότη. Θα δούμε παρακάτω πως ο Κοσμάς έχει καταθέσει το χειρόγραφο του λίγους μήνες νωρίτερα από αυτό του Ασάνη. Οπότε η δική του έκδοση δεν μπορεί να θεωρηθεί απάντηση στην έκδοση του Ασάνη. Επίσης, ο Ιωνάς Σπαρμιώτης, που είναι αυτός ο οποίος αποδίδει τη μετάφραση της Άλγεβρας του Αββά Καϊλέ από τον Ασάνη σε πιο λόγια γλώσσα, αναφέρει στο Προοίμιο πως η διατριβή πάνω στις επιστήμες στο πνεύμα αυτού του έθνους (του ελληνικού) έγινε «ατραπός για την εισαγωγή του εκ της Δύσεως επιστημονικού απογεύματος(;) από τους φιλοπονηθέντες Δαμωδού, Μπαλάνου και Χρύσανθου, για να φθάσουμε στους σύγχρονους Ευγένιο και Θεοτόκη».<sup>212</sup> Αν υπήρχε ανταγωνιστική τάση με τον Κοσμά, δεν πιστεύω να μνημονεύονταν ο πατέρας του ως πρωτοπόρος, από τη στιγμή μάλιστα που ο Ιωνάς (όπως θα δούμε) γράφει πως ζητά από τον Ασάνη ένα βιβλίο Άλγεβρας για να συνεχίσουν τις σπουδές στη σχολή του οι μαθητές του που

<sup>212</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, κα΄.

ολοκληρώνουν το βιβλίο του Βούλγαρι, ο οποίος Βούλγαρις θυμίζουμε πως είχε σχέσεις αντιπαλότητας με τους Μπαλάνους.

Άλλοτε μας βάζει σε σκέψεις περί ανταγωνισμού το γεγονός μεταφράσεων Καθολικών λογίων που ακολουθούνται από μεταφράσεις Προτεσταντών. Δεν πρέπει, όμως, να ξεχνάμε πως δεν είναι, μια ομογενής περίοδος αυτή που περιγράφουμε, αλλά μια περίοδος αλλαγών και αναζητήσεων των Ελλήνων λογίων, όχι μόνο στο πλαίσιο, αλλά και στις μεθόδους, πρακτικές και αντιλήψεις. Η εναλλαγή προέλευσης των έργων που μεταφράζονται μπορεί να αφορά και στον ίδιο μεταφραστή κάποιες φορές. Για παράδειγμα ο Βούλγαρις, που είδαμε να μεταφράζει Γερμανούς, δε διστάζει να μεταφράσει και καθολικό συγγραφέα (*Περί συστήματος του Παντός* του Riccioli). Απλά, η διάλυση του τάγματος των Ιησουιτών απομακρύνει το ενδεχόμενο αντιδράσεων, που δεν θα είχαν αν κάνουν με επιστημονικά αίτια και απελευθερώνει τους Έλληνες λόγιους, δίνοντάς τους περισσότερες εναλλακτικές στην επιλογή βιβλίων προς μετάφραση. Άλλωστε, οι Ιταλοί και Γάλλοι μαθηματικοί δεν υστερούν σε σχέση με τους γερμανόφωνους.

### Μαθηματικές εκδόσεις της εποχής<sup>213</sup>

Εκτός από τις επανεκδόσεις βιβλίων της προηγούμενης περιόδου έχουμε ακόμη:

Μια μετάφραση της Γεωμετρίας του Ottaviano Cametti από τον Δημήτριο Ραζή, με γλωσσική επιμέλεια του Φίλιππου Γοβιού, αρχίατρου της Οθωμανικής Αυλής, έκδοση του Νικόλαου Γλυκή στη Βενετία το 1787. Στον πρόλογο του βιβλίου αυτού αναφέρεται πως η σύντομη ιστορία της μαθηματικής επιστήμης είναι δάνειο αυτής που έχει δημοσιεύσει ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος.

Επίσης ένα *Πινακίδιο Αριθμητικό*, ανωνύμου, το οποίο εκδίδεται στη Βιέννη το 1791 και περιέχει μετατροπές νομισμάτων και μονάδων χρόνου, μια μετάφραση της *Αριθμητικής* του Metzbourg από τον Αθανάσιο Ψαλίδα, στη Βιέννη το 1791, τη *Νέα αναλυτική Μέθοδο* του Αντώνιου Ρωμανού, στη Βενετία το 1793, με Λατινικό πρόλογο, την *Έμπειρο Χειραγωγό* του Θωμά Δημητρίου, στη Βιέννη το 1793, που περιλαμβάνει μετατροπές μονάδων απ' όλη την Ευρώπη και την επανέκδοση (κατά τα φαινόμενα) της *Αριθμητικής* του Metzbourg από τον Αθανάσιο Ψαλίδα, στη Βιέννη το 1794.

### Το πρώτο βιβλίο Άλγεβρας

Τα *Στοιχεία Αριθμητικής και Αλγέβρας* του αββά de la Caille, σε μετάφραση στην απλοελληνική του ιατροφιλόσοφου (όπως παρουσιάζεται) Σπυρίδωνα Ασάνη, στη Βενετία το 1797 από τον εκδότη Νικόλαο Γλυκή και με τη γλωσσική μεταφορά του Ιωνά Σπαρμιώτη (1770 περίπου – 1830 περίπου) στην «Ελληνίδα».<sup>214</sup> Αποτελεί την πρώτη χρονικά έκδοση Άλγεβρας, στην Ελληνική βιβλιογραφία. Στον πρόλογο του Ιωνά, αναφέρεται η ημερομηνία Ιουλίου λ', 'αψχς' (30 Ιουλίου 1796). Παρατηρείται και εδώ αρκετή καθυστέρηση από την επίδοση του χειρογράφου μέχρι την έκδοση του βιβλίου. Θα δούμε πως η ημερομηνία στο βιβλίο του Κοσμά είναι λίγο προγενέστερη από αυτή (21 Μαΐου 1796). Τα δύο βιβλία γράφονται, δηλαδή, σχεδόν ταυτόχρονα. Το βιβλίο που του Ασάνη εκδίδεται στη Βενετία, ενώ το βιβλίο

<sup>213</sup> Τα στοιχεία των έντυπων εγχειριδίων είναι παρμένα από το Πούλος 1988.

<sup>214</sup> Ασάνης - Σπαρμιώτης 1797, α'.

του Κοσμά στη Βιέννη. Αναφέρω την παρατήρηση, χωρίς να έχω άποψη για το αν είναι μία από τις αιτίες που το βιβλίο του Κοσμά καθυστερεί περισσότερο να εκδοθεί. Επίσης έχουν διαφορετική γραμματοσειρά, όπως θα λέγαμε σήμερα. Το βιβλίο των Ιωνά – Ασάνη έχει την ίδια γραμματοσειρά με την *Οδό Μαθηματικής*, αν και χρονικά απέχουν μισό αιώνα. Το βιβλίο του Κοσμά έχει γραμματοσειρά πιο κοντά στη σύγχρονη μορφή των γραμμάτων.

Υπάρχουν δύο εκδοχές ως προς το ποια έκδοση του de la Caille μετέφρασε ο Ασάνης. Μια πως μετέφρασε τη Γαλλική έκδοση και μία πως μετέφρασε τη Λατινική. Υπάρχουν αρκετά στοιχεία που συνηγορούν πως η μετάφραση έχει γίνει από τη Λατινική έκδοση του βιβλίου.<sup>215</sup> Στο βιβλίο παρατηρούνται, ακόμα, ομοιότητες στην παρουσίαση της ύλης με τον Newton σε θέματα αρνητικών αριθμών, αρνητικών ριζών και μιγαδικών ριζών, πράγμα που φέρνει δυσκολία στη σύμπτυξη της περιπτώσιολογίας και στην παρουσίαση γενικών τύπων (στη λύση εξισώσεων για παράδειγμα).<sup>216</sup> Όπως φαίνεται από ένα συγκριτικό πίνακα μεταξύ των προτύπων Γαλλικών εκδόσεων και της Ελληνικής «μετάφρασης» φαίνεται ότι είναι πολύ δύσκολο να μιλάμε για ακριβή μεταφορά του κειμένου στην Ελληνική από τη Γαλλική. Η Ελληνική «εκδοχή» έχει πολλαπλάσιο αριθμό σελίδων.<sup>217</sup> Άλλωστε, το τελικό κείμενο που φτάνει σε εμάς από τον Ιωνά είναι απόδοση της μετάφρασης του Ασάνη, οπότε αν ο κάθε παρεμβαλλόμενος στο αρχικό κείμενο λόγιος βάζει κάτι από το προσωπικό του στίγμα είναι μάλλον απίθανο να έχουμε ακριβή μετάφραση του πρωτοτύπου, όποιο και αν είναι αυτό. Δεν αποκλείεται, μάλιστα, αρχέτυπο τού βιβλίου να είναι η *Arithmetika Universalis* του Isaak Newton που εκδόθηκε στα Λατινικά το 1701 και 1722 και στα Αγγλικά το 1720, 1728 και 1769, λόγω της ομοιότητας πολλών προβλημάτων.<sup>218</sup>

Να σημειώσουμε, όσον αφορά στη σύγκριση του εν λόγω βιβλίου με την Άλγεβρα που διδάσκεται την ίδια εποχή στην Ευρώπη, πως ο Euler είχε δώσει τους τύπους των τριών λύσεων της τριτοβάθμιας εξίσωσης από το 1732, με τη βοήθεια των κυβικών ριζών της μονάδας (οι οποίες αναφέρονται, όπως είδαμε στο Βούλγαρη) και δεν αναφέρονται από τον Ασάνη. Ίσως, αυτή να είναι μια ένδειξη πως η πρώτη(;) προσπάθεια συγγραφής βιβλίου για την Άλγεβρα στην Ελλάδα έγινε με τη μετάφραση ενός αναχρονιστικού πρωτότυπου, αφού και το πρωτότυπο του Αββά Καϊλέ είναι βιβλίο που εκδίδεται μετά το 1732. Άλλωστε, αφενός ο Ασάνης δεν είναι Μαθηματικός για να παρακολουθεί από κοντά τις εξελίξεις της επιστήμης, αφετέρου, δε, η γλωσσομάθειά του ίσως δεν περιλαμβάνει τη Γερμανική. Επίσης δε γίνεται καμία νύξη για όλες τις ρίζες της τεταρτοβάθμιας εξίσωσης.

Για τις εξισώσεις μεγαλύτερου βαθμού η αντιμετώπιση γίνεται, θα λέγαμε με τεχνάσματα. Αναφέρεται το θεώρημα του Descartes για τα πρόσημα των ριζών, όπως και το θεώρημα των ακεραίων ριζών και μια προσεγγιστική διαδικασία. Άλλα κεφάλαια αποτελούν κάποιες προσεγγιστικές μέθοδοι επίλυσης εξισώσεων, αρκετά σύγχρονες της εποχής και η γεωμετρικό – κατασκευαστική μέθοδος επίλυσης εξισώσεων. Η παρουσίαση της ύλης γίνεται με τρόπο που προσπαθεί, ανεπιτυχώς, να φανεί Ευκλείδειος. Το επίπεδο της Άλγεβρας που παρουσιάζεται είναι, ακόμα και για τα σημερινά δεδομένα, επίπεδο τριτοβάθμιας εκπαίδευσης.

<sup>215</sup>Καστάνης 1998, 111 και 113. Συγκεκριμένα, στη σ.111 αναφέρει ότι στην προμετωπίδα αναφέρεται ρητά από ότι η μετάφραση έγινε από το Γαλλικό κείμενο. Διαβάζοντάς την, όμως, στο βιβλίο του Ανδρέα Πούλου 1988, 48, μάλλον βγαίνει το συμπέρασμα που βγάζει και ο ίδιος ο Καστάνης στη σ. 113. Ότι, δηλαδή, έχει μεταφραστεί η Λατινική έκδοση.

<sup>216</sup>Ο. π., 115. Τα πλήρη σχόλια πάνω στο συγκεκριμένο βιβλίο βρίσκονται στο Καστάνης 1992, 29-47.

<sup>217</sup>Καστάνης 1998, 114. Στον πίνακα που παρατίθεται φαίνεται, για παράδειγμα, ότι οι 15 σελίδες των εφαρμογών του πρωτοτύπου γίνονται 100 στην Ελληνική έκδοση.

<sup>218</sup>Καστάνης 1998, 128 – 129.

Στην αφιέρωση που κάνει ο Ιωνάς στο Βοεβόδα Ουγκροβλαχίας,<sup>219</sup> Αλέξανδρο Κωνσταντίνου Ιωάννου Μουρούζη, αναφέρει πως στους μαθητές του διδάσκονται (δεν καταλαβαίνω αν διδάσκονται από αυτόν, τον ίδιο) τα Μαθηματικά του Ευγένιου και η Φυσιολογία του Νικηφόρου Θεοτόκη.<sup>220</sup> Επιθυμώντας να διδαχθούν Άλγεβρα, επειδή ο ίδιος δεν ξέρει, αναθέτει στον «πολύφωνο και πάμμουσο»<sup>221</sup> Ασάνη να του μεταφράσει μία Άλγεβρα, διότι η «Αναλυτική, επιστημών απασών υπερκείμενη ωμολογείται».<sup>222</sup> Ο Ιωνάς δείχνει με τον τρόπο αυτό το σκοπό της έκδοσης του συγκεκριμένου βιβλίου και το γιατί χρειάζονται δύο «μεταφραστές». Επίσης, το φαινόμενο των πολλών εκδόσεων Άλγεβρας θα μπορούσε να εξηγηθεί πως οφείλεται σε ρεύμα της δεκαετίας αυτής για την κάλυψη διδακτικού κενού που παρατηρείται τη δεκαετία αυτή.

Το επίπεδο δυσκολίας του βιβλίου έρχεται να καταδείξει πως η κίνηση του Ιωνά είναι επιτυχής, κατά τη γνώμη μου. Μπορεί να μην είναι βιβλίο απολύτως σύγχρονο με τη γνώση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών στα Πανεπιστήμια της Ευρώπης, αλλά υπερβαίνει το επίπεδο των προγενέστερων ελληνικών μαθηματικών εκδόσεων. Αξιολογώντας την Άλγεβρα ως σημαντικό εφόδιο για τους μαθητές του, αν και ο ίδιος δε μπορεί να τους τη μεταδώσει, βρίσκει τον τρόπο να τους εφοδιάσει στον τομέα αυτό τον Μαθηματικών με τον καλύτερο δυνατό για αυτόν τρόπο.

### Συνέχεια των Μαθηματικών εκδόσεων της εποχής

Ο Ιωάννης Εμμανουήλ ο Καστοριανός εκδίδει, κι αυτός το 1797, στη Βιέννη μία *Αριθμητική*. Ένα χρόνο αργότερα ο Κοσμάς Μπαλάνος εκδίδει (στο τυπογραφείο του Μαρκ. Πούλιου) με χρήματα των Ζωσιμάδων, στη Βιέννη κι αυτός, την *Εκθεση συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας*. Το βιβλίο αυτό θα εξετάσουμε αναλυτικά στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο.

Το επόμενο βιβλίο που εκδίδεται είναι το τρίτομο έργο του Νικηφόρου Θεοτόκη *Στοιχείων Μαθηματικών...* που εκδίδεται στη Μόσχα κατά τα έτη 1798 – 1799. Το βιβλίο αυτό αποτέλεσε έργο αναφοράς των μεταγενέστερων δασκάλων των μαθηματικών όπως του Δωρόθεου Πρώιου, του Κούμα και του Δούγκα.<sup>223</sup> Ο τρίτος τόμος του βιβλίου περιέχει την Άλγεβρα και τον Απειροστικό Λογισμό. Η Άλγεβρα εκτείνεται σε 200 σελίδες και περιλαμβάνει το συμβολικό λογισμό, τις εξισώσεις πρώτου, δευτέρου, τρίτου και τετάρτου βαθμού, τις ρίζες της μονάδος, τις αριθμητικές και γεωμετρικές σειρές (προόδους), τις εφαρμογές της Άλγεβρας στην «υψηλότεραν Γεωμετριάν», τις εξισώσεις ανωτέρου βαθμού και τις εξισώσεις υπερβατικών καμπύλων. Αναλυτικά, οι αριθμοί αναπαριστώνται γεωμετρικά ως σημεία μιας ευθείας, πράγμα που αποτελεί μια από τις πρώτες προσπάθειες μαθηματικής υπόστασης των αρνητικών αριθμών.<sup>224</sup> Η παραπάνω προσέγγιση έχει στοιχεία από το βιβλίο του Segner και από τον Euler.<sup>225</sup> Η παρουσίαση της Άλγεβρας είναι συστηματική και σε κάποια σημεία της αρκετά προωθημένη. Αξιοσημείωτη είναι η εισαγωγή των νιοστών ριζών της μονάδος, οι οποίες χρησιμοποιούνται στη διαμόρφωση των ριζών μιας εξίσωσης. Το βιβλίο περιέχει και τμήμα του Απειροστικού λογισμού, το οποίο είναι προσανατολισμένο, κατά βάση, στην

<sup>219</sup> Η ορθογραφία δική του.

<sup>220</sup> Ασάνης - Σπαρμιώτης 1797, ε'.

<sup>221</sup> Ο. π., στ'.

<sup>222</sup> Ο. π., η'.

<sup>223</sup> Καστάνης 1998, 97.

<sup>224</sup> Ο. π., 98.

<sup>225</sup> Ο. π.

παράδοση του Leibniz. Αυτή η παρουσίαση του κλάδου είναι η πρώτη, στη νεοελληνική παιδεία.<sup>226</sup>

Το επόμενο βιβλίο είναι του Euler(;) *Στοιχεία Αριθμητικής και Αλγέβρας* που εκδίδεται στην Ίενα το 1800. Ο μεταφραστής αφιερώνει το βιβλίο στο δάσκαλό του στο Βουκουρέστι, Λάμπρο Φωτιάδη. Ο κατάλογος Γκίνη – Μέξα αναφέρει μεταφραστή το Ζήση Κάβρα, αν και δεν αναφέρεται το όνομα, ούτε στον πρόλογο, ούτε στην αφιέρωση, ούτε στο τέλος του βιβλίου. Στο αντίτυπο της Βιβλιοθήκης της Κοζάνης αναφέρεται πως πρόκειται για έργο του Euler. Το βιβλίο είναι 500 σελίδων και περιέχει την αριθμητική των (θετικών) ακεραίων αριθμών, το λογισμό των «αλγεβραϊκών αριθμών», τα κλάσματα και τα δεκαδικά κλάσματα, το λογισμό των δυνάμεων, περί συνεχών κλασμάτων, την αριθμητική και τη γεωμετρική πρόοδο, περί του απείρου, την εξαγωγή ριζών, το λογισμό των αλόγων και αδύνατων ποσοτήτων, τους λογάριθμους και τις εξισώσεις πρώτου, δευτέρου και τρίτου βαθμού. Το παράδειγμα για τη δικαιολόγηση του κανόνα των προσήμων στον πολλαπλασιασμό είναι παρόμοιο με αυτό στο σημερινό σχολικό βιβλίο της Β΄ γυμνασίου. Για τη διαίρεση, ο κανόνας των προσήμων δεν παρουσιάζει δυσκολία διότι η πράξη ανάγεται στον πολλαπλασιασμό.<sup>227</sup> Είναι η πρώτη φορά που έχουμε νύξη για τον ορισμό του αντίστροφου αριθμού. Διαπιστώνεται επίσης ότι η βάση της εννοιολογικής και λειτουργικής συγκρότησης των αρνητικών ποσοτήτων έχει καθαρά αριθμητικά χαρακτηριστικά, διότι δεν εμπλέκεται καθόλου η γεωμετρική εποπτεία και οντολογία. Επισημαίνεται ότι το βιβλίο, όσον αφορά στην Άλγεβρα, ανήκει στο γενεαλογικό τύπο της Άλγεβρας του Euler αλλά δεν ταυτίζεται με αυτή. Τέτοιου τύπου Άλγεβρες ήταν του Segner και του Θεοτόκη και όχι του de la Caille και του Κοσμά Μπαλάνου. Η συμβολή της συγκεκριμένης Άλγεβρας είναι σημαντική, διότι είναι η πρώτη καλά συστηματοποιημένη παρουσίαση του κλάδου της Άλγεβρας στα Ελληνικά και έδωσε ισχυρή ώθηση στον εκσυγχρονισμό του επιστημολογικού υπόβαθρου με έμφαση στην αριθμητικοποίησή του.<sup>228</sup>

Στη Βενετία το 1800 επανεκδίδονται τα *Στοιχεία Αριθμητικής και Αλγέβρας* του de la Caille, χωρίς να αναφέρεται μεταφραστής. Το 1801 πάλι στη Βενετία εκδίδεται *Πρακτική των Λογαριασμών* ανώνυμου συγγραφέως. Το βιβλίο φαίνεται να περιέχει μετατροπές ποσών από διάφορα μέρη της Ευρώπης και του κόσμου. Το 1802 εκδίδονται οι *Κωνικές τομές* του Guido Grandi (1671 – 1742) με προσθήκες και σημειώσεις του Octaviano Cametti, μετάφραση του *Sectionum Conicarum Synopsis ... Florenticae anno MDCCL*, σε μετάφραση του Ίωνα Σπαρμιώτη. Το 1803 εκδίδεται στην Τεργέστη η *Αριθμητική Εμπορική* του Παναγιώτη Σπανόπουλου. Το ίδιο έτος εκδίδεται *Πρόχειρος Αριθμητική* από το Δημήτριο Δάβαρη. Τότε θα εκδοθεί, με μεγάλη καθυστέρηση, η *Αριθμητική* και η *Συνοπτική ερμηνεία Αριθμητικής* του Μπαλάνου Βασιλόπουλου, στη Βενετία. Το 1803, πάλι, εκδίδεται η μετάφραση του Σπύριδωνα Ασάνη της *Πραγματείας περί Κωνικών Τομών* του de la Caille.

Την επόμενη χρονιά εκδίδονται τα *Στοιχεία Αριθμητικής και Αλγέβρας* του Metzburg, έργο του 1785, σε μετάφραση του Μιχαήλ Χρησταρή, μαθητή του Κοσμά,<sup>229</sup> στην Πάδοβα. Το βιβλίο περιέχει τα εξής κεφάλαια: Γενικά αλγεβρικά ιδέα, περί αλγεβραϊκών λογισμών, περί αλγεβραϊκών κλασμάτων, περί δυνάμεων, περί λογισμού των ριζικών ποσών περί εξισώσεων περί λόγων, περί αναλογίας περί του χρυσού κανόνας ή της μεθόδου των τριών και των λοιπών, περί προόδων περί συζυγίας ή συνδυασμού και τέλος, περί λογαρίθμων. Η έννοια της αποφαιτικής

<sup>226</sup> Καστάνης 2001, 208.

<sup>227</sup> Ο. π., 104.

<sup>228</sup> Ο. π., 107.

<sup>229</sup> Αραβαντινός 1960, 217.

ποσότητας εισάγεται στο πλαίσιο των πρώτων αλγεβρικών συμβόλων, στάση η οποία έχει ενδείξεις αξιωματικού τρόπου παρουσίασης του θέματος.<sup>230</sup> Φαίνεται πως υπάρχει και σε αυτό το βιβλίο η αδυναμία της αποδοχής των αρνητικών ποσοτήτες αυτόνομα. Πράγμα που αποτελεί εμπόδιο στη διαμόρφωση νέου θεωρητικού πλαισίου αλγεβρικής σκέψης. Προβλήματα από τη μη αποδοχή των αρνητικών αριθμών αυτόνομα φαίνονται στον ορισμό της δύναμης με αρνητικό εκθέτη. Ομοίως δημιουργείται απωθητική στάση απέναντι στις φανταστικές ποσότητες. Το βιβλίο είναι πιθανό να έχει διδαχθεί από τον Αθανάσιο Ψαλίδα.<sup>231</sup>

Τέλος, το 1805 εκδίδεται η *Γεωμετρία* του Ευγένιου Βούλγαρη. Μετάφραση της *Γεωμετρίας* του Tacque, η οποία αποτελεί σχολιασμό των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Η γλώσσα είναι πολύ δύσκολη, αττικίζουσα διάλεκτος, με πολλές δευτερεύουσες προτάσεις και χρήση σπάνιων λέξεων της αρχαίας. Είναι, κατά τη γνώμη μου, απόδοση των *Στοιχείων*, ακριβώς στο ίδιο πνεύμα της *Οδού Μαθηματικής*, όπου απλώς αναφέρεται το όνομα του Tacque (Τακουετίου, όπως γράφει ο Βούλγαρης).

Τα κατοπινά χρόνια, μέχρι την Επανάσταση, δεν εξετάζονται, μιας και ο Κοσμάς Μπαλάνος θα πεθάνει το 1808 και δε νομίζω πως έχει νόημα η περιγραφή της εποχής λίγο πριν το τέλος του και οπωσδήποτε, μετά απ' αυτό.

### Συμπεράσματα

Οι Έλληνες δάσκαλοι των Μαθηματικών προχωρούν σε εκδόσεις βιβλίων από το 1750 και μετά. Πέρα από την όποια άλλη πρόθεση που μπορεί να έχει ο εκάστοτε συγγραφέας (να γίνει γνωστός, να αυξήσει το κύρος του, να του είναι υπόχρεος ο συγγραφέας του πρωτότυπου έργου ή ο,τιδήποτε άλλο), στόχος του είναι το βιβλίο που εκδίδεται να είναι εγχειρίδιο διδασκαλίας. Είναι κατάλοιπο από την πρώτη έκδοση μαθηματικού βιβλίου (του Μανουήλ Γλυζώνιου), είναι προϋπόθεση για τη χρηματοδότηση του βιβλίου, είναι το πραγματικό τους πιστεύω, δεν μπορώ να πω με σιγουριά, αλλά δε νομίζω να έχει σημασία. Αυτό που συμβαίνει και έχει σημασία είναι πως επιθυμούν τα βιβλία τους να χρησιμοποιούνται από τους μαθητές, όπως αναφέρουν στους προλόγους. Από τον περιορισμένο αριθμό των διαφορετικών βιβλίων που κυκλοφορούν, προκύπτει ότι οι εκδόσεις είναι πετυχημένες! Δεν κυκλοφορεί εύκολα άλλο βιβλίο πρακτικής Αριθμητικής, αφού η *Λογαραστική* του Γλυζώνιου καλύπτει τις ανάγκες στο εν λόγω αντικείμενο. Μετά την υπερπλήρη *Οδό Μαθηματικής*, θα περάσει μισός αιώνας για να εκδοθεί αξιόλογο βιβλίο Γεωμετρίας. Απ' τη στιγμή που ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος δεν καταφέρνει να εκδώσει την *Αριθμητική* του, το κενό καλύπτει ο Βούλγαρης τόσο καλά, που αν ο Κοσμάς δεν είχε εμμονή με την απόδοση φόρου τιμής στον πατέρα του, δεν νομίζω ότι θα έβλεπε αυτό το βιβλίο ποτέ το φως της δημοσιότητας. Η εκδοτική παραγωγή που ακολουθεί δεν αφορά πια στην Αριθμητική. Το κενό καλύφθηκε. Αφορά στην Άλγεβρα και κατόπιν στον Απειροστικό Λογισμό. Ο Νικηφόρος Θεοτόκης φαίνεται να διδάσκει Άλγεβρα.<sup>232</sup> Η αξία του μαθήματος αναγνωρίζεται αλλά δεν υπάρχει βιβλίο στα ελληνικά. Το κενό προσπαθούν να καλύψουν ο Κοσμάς, ο Ιωνάς, ο ίδιος ο Θεοτόκης, ο Κάβρας και ο Χρησταρής, προσθέτοντας κάθε φορά κάτι νέο.

Να σημειωθεί εδώ πως καθόλη τη διάρκεια της Τουρκοκρατίας δεν αναπτύχθηκαν ερευνητικές διαδικασίες στο Μαθηματικό τομέα, με την εξαίρεση της προσπάθειας επίλυσης του Δηλίου προβλήματος από τον Μπαλάνο Βασιλόπουλο,

<sup>230</sup> Καστάνης 2001, 108.

<sup>231</sup> Καράς 1992, 151 – 152.

<sup>232</sup> Καστάνης 2001, 84.

πατέρα του Κοσμά.<sup>233</sup> Η έρευνα στα Μαθηματικά δε δείχνει να είναι μέρος των εκδοτικών ανησυχιών των Ελλήνων λογίων, αν και αρκετοί φαίνονται να έχουν κάνει διδακτορικές διατριβές σε διάφορα επιστημονικά πεδία στα Πανεπιστήμια της Ευρώπης όπου σπουδάζουν. Ο Μπαλάνος μάλλον έχει την αίσθηση πως η Γεωμετρία που διδάσκεται στα ελληνικά σχολεία είναι πλήρης, εφάμιλλη με αυτή των Δυτικών. Προσπαθεί, λοιπόν, το 1756 να πάει παραπέρα. Η αποδεδειγμένη αποτυχία του στην κατεύθυνση αυτή και η αποδοχή της διδασκαλίας της Άλγεβρας από το Θεοτόκη και όπως είδαμε από το μαθηματάριο και από το Βούλγαρι, ίσως βάζει στόχο στο μυαλό των Ελλήνων μαθηματικών να καλύψουν τη διδασκαλία άλλων τομέων των Μαθηματικών, στους οποίους η Ευρώπη σημειώνει πρόοδο, ενώ στα ελληνικά σχολεία είναι άγνωστοι, παρά να προσπαθήσουν στην Ευκλείδεια Γεωμετρία που δεν παρατηρείται καμία πρόοδος. Στρέφονται στον αναλυτικό τομέα. Πρώτα ο Βούλγαρις και αφού το βιβλίο του γίνεται κτήμα μιας ολόκληρης γενιάς (30 χρόνια), «ορμούν» προς την Άλγεβρα. Εύκολα βιβλία στην αρχή και λίγα χρόνια μετά πιο δύσκολα. Χωρίς κάποιον μεταξύ τους συντονισμό, από διαπίστωση του κενού της διδασκαλίας, από άμιλλα για το κύρος του καθενός, από την ανάγκη να υπηρετήσουν το Γένος (όπως αναφέρουν στους προλόγους τους), από το γεγονός ότι ακούνε πως κάπου αλλού διδάσκεται κάτι νέο, εισαγάγουν στο ελληνικό σχολείο τον αναλυτικό τρόπο σκέψης στο τελευταίο τέταρτο του 18<sup>ου</sup> αιώνα και προχωρούν εκδοτικά στον τομέα αυτό μέχρι την Επανάσταση του '21.

---

<sup>233</sup>Τερδήςμου 1998, 8.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup> : Η ΠΡΩΤΗ ΣΧΟΛΗ ΤΩΝ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ, ΟΙ ΔΑΣΚΑΛΟΙ, Ο ΚΟΣΜΑΣ ΜΠΑΛΑΝΟΣ

### Η Πρώτη Σχολή και οι Δάσκαλοι

Τα Γιάννενα φαίνεται να έχουν συνεχή παρουσία στα Γράμματα. Πρώτη σχολή αναφέρεται στα Ηπειρωτικά Χρονικά του 1930 να είναι στη μονή του Αγίου Νικολάου του Σπανού στο νησάκι των Ιωαννίνων, από το 1282, με πρώτο διδάσκαλο το Μιχαήλ Φιλανθρωπινό. Η λειτουργία θα συνεχιστεί μέχρι τα μέσα του 17<sup>ου</sup> αιώνα. Στη μονή Στρατηγοπούλου λειτουργούσε και άλλη σχολή, από το 15<sup>ο</sup> αιώνα. Το 1612 καταπνίγεται η επανάσταση του Διονυσίου του Σκυλόσοφου, οπότε και καταλύεται η λειτουργία της δεύτερης σχολής.<sup>234</sup>

Η πρώτη σχολή που φαίνεται να ιδρύθηκε στα Ιωάννινα, μετά την αποτυχημένη εξέγερση, είναι η Σχολή Επιφανίου, το 1648.<sup>235</sup> Ιδρύεται με δαπάνη του ολιγογράμματος έμπορου της Βενετίας Επιφάνιου Ηγούμενου (1568 - 1648), γιου του Εμμανουήλ Ηγούμενου και της Μαριέττας, σύμφωνα με την επιθυμία και εντολή που εξέφρασε στη διαθήκη του. Η σχολή αυτή θα αποκαλείται «Μικρή» και θα λειτουργήσει μέχρι το 1758.<sup>236</sup> Δεν θα είναι, όμως, αυτή η σχολή που θα αποκαλείται «Πρώτη».

«Πρώτη» ή «Μεγάλη» σχολή των Ιωαννίνων θα αποκαλείται η Σχολή Γκιούμα.<sup>237</sup> Ιδρύεται το 1674 ή το 1676,<sup>238</sup> από το γιαννιώτη έμπορο Εμμανουήλ Γκιούμα (1608 – 1688).<sup>239</sup> Σύμφωνα με τον Κοσμά Μπαλάνο,<sup>240</sup> η σχολή οικοδομείται από τον Πάνο Καραϊωάννου με δαπάνη του Γκιούμα. Ως πρώτο διδάσκαλο της σχολής μας αναφέρει το Βησσαρίωνα Μακρή (1635 – 1699),<sup>241</sup> ιερομόναχο, μαθητή του Αλέξανδρου Μαυροκορδάτου και του Ιωάννη Καρυοφύλλη, στην Κωνσταντινούπολη.<sup>242</sup> Ο Βησσαρίων θα συγγράψει Γραμματική για αρχάριους, σε επιμέλεια Μιχαήλ Μήτρου, η οποία θα γνωρίσει 5 εκδόσεις και Ορθόδοξη Ομολογία με τον τίτλο *Εισαγωγική έκθεσις περί των τριών μεγίστων αρετών Πίστεως, Ελπίδος και Αγάπης*.<sup>243</sup>

Το 1683 θα τον διαδεχθεί, ως το 1715,<sup>244</sup> ο Γεώργιος Σουγδουρής, ιερέας, που ήταν όπως είδαμε ξάδελφος του Γκιούμα. Αν και γεννημένος στα Ιωάννινα, δεν τυχαίνει καλής υποδοχής ως δάσκαλος. Ο τότε μητροπολίτης Κλήμης ο Χίος τον κατηγορεί για θέματα πίστης. Πριν προφτάσει το ζήτημα στο Πατριαρχείο, ο Σουγδουρής θα στείλει επιστολή όπου εκθέτει τα φρονήματά του και θα γλυτώσει την καταδίκη. Ο Σάθας θεωρεί πως ο Βησσαρίων Μακρής ήταν εκ των διωκτών του Σουγδουρή, κάτι που ο Κοσμάς, βέβαια, δεν αναφέρει.<sup>245</sup> Είδαμε πως και στη

<sup>234</sup> Μπαλάνος Δ. Σ. 1930, 229.

<sup>235</sup> Ο. π. και Ευαγγελίδης 1936, τόμος πρώτος, 154.

<sup>236</sup> Ευαγγελίδης ό. π.

<sup>237</sup> Ο. π., 155

<sup>238</sup> Για το έτος ίδρυσης της σχολής Γκιούμα βλέπε: Μηνάογλου 2013, 18, Μυστακίδου 1886, 57, Μπαλάνος Δ. Σ. 1930, 229, Ευαγγελίδης 1936 τόμος Α': 155 και Σύλλογος Αποφοίτων Ζωσιμαίας Σχολής Ιωαννίνων: <http://www.zosimaia.gr/?page=article&id=339>

<sup>239</sup> Σύλλογος Αποφοίτων Ζωσιμαίας Σχολής Ιωαννίνων:

<http://www.zosimaia.gr/?page=textmodule&id=27>

<sup>240</sup> Μπαλάνος Κοσμάς 1798, x.

<sup>241</sup> Μπαλάνος Κοσμάς, ό. π.

<sup>242</sup> Ευαγγελίδης ό. π., 156 και Σάθας 1868, 384.

<sup>243</sup> Μπαλάνος Κοσμάς 1798, x και Σάθας 1868, 385.

<sup>244</sup> Ευαγγελίδης 1936, τόμος Α', 156.

<sup>245</sup> Σάθας 1868, 393.



διδασκαλία φέρνει ένα νέο πνεύμα αριστοτελισμού, διαφορετικό από του Κορυδαλέα. Ο Κοσμάς μας πληροφορεί πως έγραψε εισαγωγή στη Λογική, την Συμφωνία Παλαιάς και Καινής διαθήκης και εγχειρίδιο Γραμματικής<sup>246</sup>. Ο Σουγδουρής φαίνεται να διδάσκει τις «ελεύθερες τέχνες» (άρα και τη Γεωμετρία) και να αναφέρεται στις θετικές επιστήμες<sup>247</sup>. Μάλιστα, υπάρχει αναφορά πως συνέγραψε «Στοιχεία Αριθμητικής», αλλά το βιβλίο δεν εκδόθηκε.<sup>248</sup> Το μόνο σίγουρο είναι πως στο Πανεπιστήμιο της Πάδοβας, όπου φοίτησε, διδάσκονται Μαθηματικά.<sup>249</sup>

Αλλά ο Κοσμάς ως (πρώτο) συγγραφέα Μαθηματικών της σχολής θα αναφέρει τον Αναστάσιο ιερέα παπα-Βασιλείου (Αναστάσιος Παπαβασιλείου ή Παπαβασιλόπουλος), για τον οποίο μας πληροφορεί πως μεταφράζει την Μαθηματική Εισαγωγή (καθώς επίσης και την Λευχειμονούσα Ρητορική).<sup>250</sup> Πρόκειται για το έργο «Εισαγωγή μαθηματικής εκ της των λατίνων φωνής μετοχτεσθείσα και τη ελληνική διαλέκτω υποστρωθείσα σπουδή και πάνω μεγίστω του λογιωτάτου κυρ Αναστασίου Ιεροδιδασκάλου του Παπαβασιλόπουλου του εξ Ιωαννίνων», το οποίο βρίσκεται μόνο σε χειρόγραφο μορφή (Εθνική Βιβλιοθήκη Ελλάδος αριθμός 2139).<sup>251</sup> Ο Παπαβασιλείου αναφέρεται ως σπουδάσας στην Ιταλία και θιασώτης της Γεωμετρίας και της Αριθμητικής.<sup>252</sup> Ο Σάθας αναφέρει πως αρχικά υπήρξε εκ των κατηγορών του Μεθόδιου Ανθρακίτη, αλλά κατόπιν μετανόησε, ζήτησε συγγνώμη και ο Ανθρακίτης τον συγχώρεσε.<sup>253</sup>

Κατόπιν, ο Κοσμάς αναφέρει τον Μεθόδιο ιερομόναχο Ανθρακίτη (1660 – 1748;), «ο οποίος μετεκόμισεν από τα δυτικά μέρη εις την Ελλάδα τας Μαθηματικάς επιστήμας και μετέφρασεν, οπού προ χρόνων είχαν λείψη από αυτήν».<sup>254</sup> Στα προηγούμενα είδαμε την περιπέτεια του Ανθρακίτη που τον οδήγησε στο να κάψει όλα τα μαθητάρια και συγγράμματά του.<sup>255</sup> Ένα μεγάλο μέρος από το μαθηματικό του έργο θα εκδώσει ο μαθητής του και διάδοχός του, από το 1725, στη σχολαρχία της σχολής Μπαλάνος Βασιλόπουλος (1694 – 1760), όπως είδαμε πιο πάνω. Το νέο κείμενο πρέπει να αποδίδεται πιο λόγια γλώσσα σε σχέση με τις παραδόσεις του Ανθρακίτη, όπως δηλώνει ο Μπαλάνος στην προμετωπίδα.<sup>256</sup> Πρέπει ο Ανθρακίτης να άσκησε μεγάλη επίδραση πάνω στο Μπαλάνο Βασιλόπουλο, ο οποίος τον ακολουθεί ως μαθητής στις σχολές που διδάσκει. Άλλωστε διαπιστώσαμε πως ο Ανθρακίτης ήταν ξεχωριστή προσωπικότητα, κέρδισε τη συμπάθεια των περισσότερων στο περιβάλλον που ζούσε και αισθάνονταν πως είχε την υποστήριξη των προεστών των Ιωαννίνων.

Ο Μπαλάνος δείχνει κι αυτός σεβασμό στο δάσκαλό του, διατηρεί τις παραδόσεις των μαθημάτων του (στα Μαθηματικά, τουλάχιστον), παρά τη σχετική απαγόρευση και την εντολή για κάψιμο των τετραδίων και απ' ότι φαίνεται συνεχίζει τη διδασκαλία του στον τομέα των Μαθηματικών. 24 χρόνια μετά, θα

<sup>246</sup> Μπαλάνος Κοσμάς 1798, xi.

<sup>247</sup> [https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%93%CE%B5%CF%8E%CF%81%CE%B3%CE%B9%CE%BF%CF%82\\_%CE%A3%CE%BF%CF%85%CE%B3%CE%B4%CE%BF%CF%85%CF%81%CE%AE%CF%82](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%93%CE%B5%CF%8E%CF%81%CE%B3%CE%B9%CE%BF%CF%82_%CE%A3%CE%BF%CF%85%CE%B3%CE%B4%CE%BF%CF%85%CF%81%CE%AE%CF%82)

<sup>248</sup> Κουρμαντζή Παναγιωτάκου 1991, 123.

<sup>249</sup> Πέτσιος 2002, 273.

<sup>250</sup> Μπαλάνος Κοσμάς, ό. π.

<sup>251</sup> Καράς 1992, 125-6.

<sup>252</sup> Κουρμαντζή Παναγιωτάκου 1991, ό. π.

<sup>253</sup> Σάθας 1868, 442.

<sup>254</sup> Μπαλάνος Κοσμάς, ό. π.

<sup>255</sup> Εκτός από τον Άλκη Αγγέλου, σχετικά με τον Ανθρακίτη βλέπε και Μπόμπου – Σταμάτη 1995, 118, όπως και Τσιγώνη 2003, 95 – 105.

<sup>256</sup> Οδός Μαθηματικής, iv, όπου ο Μπαλάνος αναφέρει πως η Μαθηματική σειρά «αναπτυχθείσα τε και καλληνηθείσα τη τε φράσει της λέξεως και τη σαφήνεια των νοημάτων».

δημοσιοποιήσει τις παραδόσεις αυτές, με τη βοήθεια πλήθους συνδρομητών, που θα στηρίζουν οικονομικά το τεράστιο έργο (πάνω από 1.500 πυκνογραμμένες σελίδες). Με τη σειρά της, η επιρροή της *Οδού Μαθηματικής* πρέπει να ήταν πολύ μεγάλη και να ξέφευγε των ορίων των Ιωαννίνων. Όπως μας μεταφέρει ο Τρύφων Ευαγγελίδης, ο Λαρισαίος λόγιος Αλέξανδρος Ελλάδιος αναφέρει πως περί το 1714 στις Ανώτερες Σχολές του Γένους διδάσκονται κάποια έργα των αρχαίων συγγραφέων, κάποια του Μεγάλου Βασιλείου, του Κ, Λάσκαρι, του Χρυσολωρά και καταλήγει, στη Λογική του Γεωργίου Σουγδουρή, στα έργα του Κορυδαλέα, Μαθηματικά του Ευκλείδη, του Νικόμαχου Γερασηνού, με τα σχόλια του Πρόκλου και του Αρχιμήδη. Το 1757, όμως, λίγα χρόνια μετά την έκδοση της *Οδού Μαθηματικής*, ο Μακεδόνας λόγιος Γεώργιος Κωνσταντίνου προσθέτει πως τώρα διδάσκονται Φιλοσοφία του Κορυδαλέα στον Αριστοτέλη και Αλέξανδρου Μαυροκορδάτου του εξ Απορρήτων, «εις δε τα Μαθηματικά διδάσκουσι την μαθηματικήν οδόν, του διδασκάλου Ιωαννίνων Κ. Μπαλάνου ... τυπωθείσης εν Βενετία κατά το αψμθ'». <sup>257</sup> Το βιβλίο αυτό φαίνεται να επισκιάζει κάθε προηγούμενη διδασκαλία των Μαθηματικών και να διαδίδεται στις σχολές.

Στο παραπάνω απόσπασμα παρατηρούμε το «Κ» πριν το επώνυμο Μπαλάνος. Θα δούμε συχνά ότι το Μπαλάνο Βασιλόπουλο και τους γιους του Κοσμά και Κωνσταντίνο, οι ιστορικοί συχνά τους αντιμετωπίζουν σα να πρόκειται για ένα και το αυτό πρόσωπο. <sup>258</sup> Το πρόβλημα θα μας απασχολήσει και πιο κάτω. Εδώ, την απάντηση, μάλλον, τη δίνει ο συγγραφέας του έργου, Τρύφων Ευαγγελίδης. Στη σελίδα 157 αναφέρει πως τον Ανθρακίτη στη σχολαρχία της σχολής Γκιούμα τον διαδέχεται ο Κωνσταντίνος Μπαλάνος Βασιλόπουλος. Η παρατήρηση αυτή, ίσως, δικαιολογεί το «Κ» και το γεγονός πως ο γιος του Κωνσταντίνος αναφέρεται ως «Μπαλανίδης», <sup>259</sup> ώστε να τον ξεχωρίζουν οι σύγχρονοί του από τον πατέρα του.

Για την προσφορά της σχολής ο Κούμας γράφει:

«Και αυτός (ο Ανθρακίτης) και ο μαθητής και διάδοχός του Βαλάνος Βασιλόπουλος, διδάσκαλοι της κοινής των Ιωαννίνων σχολής, εδίδαξαν μετά της Αριστοτελικής φιλοσοφίας κατά τα Κορυδαλλέως συγγράμματα, και την Γεωμετρίαν του Ευκλείδου και Αριθμητικήν και των Σφαιρικών θεωρίαν και προητοίμαζαν δια της διδασκαλίας των κατάστασιν άλλην καλιτέραν και ευτυχεστέραν εις το Γένος. Πολλοί μαθηταί των... συνεισέφεραν τα δυνατά προς διόρθωσιν της καταστάσεώς μας με συστάσεις τυπογραφίων, με Εκδόσεις βιβλίων...». <sup>260</sup>

Στον Κούμα αποδίδει η Τερδήμου την κρίση για τη Σχολή Γκιούμα, ότι από αυτήν «εκπήγασε η πρώτη περίοδος της παιδείας των νεωτέρων Ελλήνων». <sup>261</sup>

Ενδεικτικά, μαθητές της σχολής υπήρξαν οι: Ιωάννης Πέζαρος, σχολάρχης στον Τύρναβο το 1782, Θεοφάνης, σχολάρχης Βαγγιανών και Φουρνάς, Ιερομόναχος Κύριλλος εξ Αγράφων, διδάσκαλος μαθηματικών στην Κοζάνη, Αμφιλόχιος

<sup>257</sup> Ευαγγελίδης 1936, τόμος Α', XC έως XCII.

Για τον Αλέξανδρο Ελλάδιο βλέπε Σάθα 1868, 447 – 450.

<sup>258</sup> Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η αναφορά που γίνεται στο βιβλίο του Κοσμά Μπαλάνου από τον Στάϊκο 1998, 222. Ο Στάϊκος αναφέρει πως η *Έκθεσις συνοπτική* (το βιβλίο του Κοσμά, δηλαδή) είναι βασισμένη σ' ένα έργο του δασκάλου του, του Μεθοδίου (!) ... Το βιβλίο, λέει, κυκλοφόρησε με τον τίτλο *Οδός Μαθηματικής* ... το 1749. Μπερδεύει ποιος Μπαλάνος είχε δάσκαλο τον Ανθρακίτη, ποιος Μπαλάνος έγραψε την Αριθμητική (που αποτελεί τον 4<sup>ο</sup> τόμο της *Οδού Μαθηματικής*), ποιος Μπαλάνος την εξέδωσε και ποιος Μπαλάνος έγραψε την *Έκθεση συνοπτική*. Αν και στην ίδια σελίδα φαίνεται να κατανοεί καλύτερα από άλλους τις αναφορές του Κοραή στο έργο του Κοσμά Μπαλάνου.

<sup>259</sup> Αθανασίου Δημήτριος 1817, 85.

<sup>260</sup> Κούμας 1818, ζ'.

<sup>261</sup> Τερδήμου 1998, 49.

Παρασκευάς, στη σχολή της Κοζάνης, Ιωάννης εκ Φουρνάς, Λάμπρος Φωτιάδης, σχολάρχης της Σχολής Βουκουρεστίου το 1792 – 1805.<sup>262</sup> Δημήτριος Ραζής, Ιώσηπος Μοισιόδαξ, Γ. Ζεπελοβίτης.<sup>263</sup> Νικόλαος Ζαρζούλης,<sup>264</sup> Νεόφυτος Δούκας.<sup>265</sup>

Ο γιος του Μπαλάνου Βασιλόπουλου, Κοσμάς Μπαλάνος (1731 - 1808) θα εκδώσει το 1803 τον τέταρτο και τελευταίο τόμο, με τον τίτλο Αριθμητική, τον οποίο αποδίδει εξολοκλήρου στον πατέρα του (που όλως περιέργως, τον αναφέρει «Παλάνο» κι όχι Μπαλάνο). Η εκδοτική προσπάθεια συμπλήρωσης του έργου του πατέρα του θα ολοκληρωθεί μετά το θάνατό του. Θα είναι στα 1816 όταν θα εκδοθεί, τελικά, το βιβλίο του με τίτλο *Αντιπελάργησις*,<sup>266</sup> στο οποίο αναφέρει την προσπάθεια του πατέρα του για την επίλυση του Δηλίου προβλήματος και τις επιστολές του στα ευρωπαϊκά Πανεπιστήμια της εποχής.<sup>267</sup> Ο Κοσμάς θα είναι ο σχολάρχης της «Πρώτης Σχολής» μέχρι το 1799, οπότε έρχεται σε ρήξη με τον μητροπολίτη Ιωαννίνων και θα τον διαδεχθούν τα αδέρφια του Κωνσταντίνος και Αναστάσιος, μέχρι το κλείσιμο της σχολής και το κάψιμο της βιβλιοθήκης της από τον Αλή Πασά το 1820, όταν κατακαίει τα Ιωάννινα. Τέλος, άξιο αναφοράς για τη Σχολή Γκιούμα είναι το γεγονός ότι με την αρχή του 18<sup>ου</sup> αιώνα «οι πτωχοί μαθηταί ετρέφοντο, ενεδύοντο, ελάμβανον βιβλία και αυτήν την ύλην την γραφικὴν με δαπάνην του σχολείου».<sup>268</sup> Το πνεύμα αυτό θα διατηρηθεί σε όλη την κατοπινή λειτουργία της σχολής.

Για τις μεθόδους διδασκαλίας και τα μαθήματα που διδάσκονταν στην «Πρώτη» σχολή έχουν γραφτεί τα πιο αντιφατικά πράγματα. Η κάθε άποψη βασίζεται, σχεδόν πάντα, σε μία και μόνη πρωτότυπη μαρτυρία. Αν αυτή είναι φίλα προσκείμενη στους σχολάρχες, μας παραδίδει θετική περιγραφή για τους Μπαλάνους, αν είναι εχθρική, αρνητική. Όσοι βασίζονται στην επιστολή του Δημήτριου Αθανασίου στο λόγιο Ερμή του 1817, μέρος της οποίας θα δούμε στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο, μας μεταφέρουν ότι ενώ ο Ανθρακίτης έφερε νέες γνώσεις και όπως όλοι συμφωνούν εμπλούτισε τα Μαθηματικά και κατήργησε την «πολλαπλή ψυχαγωγία», ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος την επανέφερε. Έβαλε σε δεύτερη μοίρα τη διδασκαλία των Μαθηματικών και δίδασκε σε αρχαϊζουσα γλώσσα. Ο γιος του Κοσμάς ήταν χειρότερος μαθηματικός από τον πατέρα του και οι δύο καταδίκασαν την εκμάθηση ξένων γλωσσών. Όσοι βασίζονται στα λίγα που αναφέρει ο Ιώσηπος Μοισιόδακας στην *Απολογία* του, υποστηρίζουν πως το μάθημα στη σχολή ήταν σαφές για το μαθητή και απέριττο. Σπανίζουν οι ψυχραιμες αναφορές στον τρόπο λειτουργίας της σχολής και στον τρόπο διδασκαλίας και τις ιδέες που είχαν για την εκπαίδευση οι δάσκαλοί της. Κατά τη γνώμη μου, ένας τρόπος να έχουμε μια ολοκληρωμένη άποψη για να εικάσουμε πάνω σε αυτά τα θέματα είναι να μελετήσουμε με προσοχή τα βιβλία των δασκάλων της σχολής, πράγμα που θα κάνουμε στην περίπτωση του Κοσμά.

Η σχολή λειτουργούσε παράλληλα με την σχολή Επιφανίου των Ιωαννίνων σε μια αμφίδρομη σχέση. Μαθητές από τη «μικρά» ή «δεύτερη» σχολή πήγαιναν κατόπιν στην «Πρώτη» και διδάσκαλοι από τη μία πήγαιναν στην άλλη. Ανθρακίτης, Μπαλάνος Βασιλόπουλος, Κωνσταντίνος Μπαλανίδης (ο επονομαζόμενος Καμινάρης) και ο Αναστάσιος Μπαλανίδης, οι δύο τελευταίοι είναι αδέρφια του

<sup>262</sup> Τερδήμου 1998, 63 έως 87.

<sup>263</sup> Πούλος 1988, 182 – 183.

<sup>264</sup> Κούμας 1818, ι'.

<sup>265</sup> Δημαράς 1983, 342-348.

<sup>266</sup> Αντιπελάργησις: φόρος τιμής του παιδιού προς το γονιό, κατά το πρότυπο του πελαργικού νόμου των αρχαίων Αθηναίων.

<sup>267</sup> Περισσότερα για το βιβλίο αυτό από το Μιχάλη Λάμπρου 1994.

<sup>268</sup> Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, Εκδοτική Αθηνών, τομ. ια', 321.

Κοσμά, φαίνεται να διδάσκουν και στις δύο σχολές.<sup>269</sup> Οι δύο σχολές αντιμετωπίζουν οικονομικές δυσκολίες όταν το 1797 ο Μέγας Ναπολέων εισβάλλει στην Ιταλία και χάνονται τα κληροδοτήματα των σχολών. Η «μικρή» σχολή θα κλείσει, θα ενσωματωθεί στην «Πρώτη» και μέρος από τα έξοδα λειτουργίας θα αναλάβει η οικογένεια Ζωσιμά. Ανάλογα, η άλλη μεγάλη σχολή των Ιωαννίνων, η σχολή Μαρουτζή θα κλείσει για λίγο μέχρι ο σχολάρχης της Αθανάσιος Ψαλίδας να λάβει την υποστήριξη της οικογένειας Καπλάνη και η σχολή να ονομαστεί Καπλάνειος. Είτε σχολάρχης ήταν ο Βούλγαρις, είτε ο Ψαλίδας στη μία σχολή, είτε ήταν ο πατέρας Μπαλάνος, είτε οι γιοι του στην άλλη, οι σχολάρχες των δύο σχολών έχουν αντιπαλότητα, η οποία εκφράζεται με αλληλοκατηγορίες για ελλιπή ή κακή διδασκαλία.

Η μελέτη του έργου του Κοσμά και μια πρώτη σύγκριση με τα βιβλία που παρουσιάσαμε στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο θα ολοκληρώσει την εργασία αυτή, με την εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων. Πριν προχωρήσουμε στη μελέτη αυτή, θα παραθέσουμε κάποια συμπληρωματικά βιογραφικά στοιχεία των Μπαλάνων.

## Οι Μπαλάνοι – Βιογραφίες<sup>270</sup>

### Ο πατέρας

Ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος (1694 – 1760)<sup>271</sup> κατάγονταν από αρχοντική οικογένεια των Ιωαννίνων και ήταν μοναχογιός του Κοσμά Βασιλόπουλου. Νεαρός παρακολουθεί μαθήματα του Μεθόδιου Ανθρακίτη στην Καστοριά. Τον ακολουθεί στη Σιάτιστα και κατόπιν στα Γιάννενα. Παντρεύεται συντοπίτισσά του ευγενικής καταγωγής, κατ' άλλους πλούσια<sup>272</sup>. Θα χειροτονηθεί, σύμφωνα με το Σάθα, μετά το θάνατο του Ανθρακίτη και θα αναλάβει χρέη πρωτόπαπα στη Μητρόπολη Ιωαννίνων.<sup>273</sup> Διδάσκει από κοινού με τον Ανθρακίτη στα Γιάννενα στη σχολή Γκιούμα και μετά την περιπέτεια του Ανθρακίτη θα γίνει σχολάρχης στη σχολή αυτή. Θα την ονομάσει «Αρχιγυμνάσιον» και θα αποκτήσει τέτοια φήμη που η σχολή θα αποκαλείται «Μπαλαναία».

Θα έρθει σε σύγκρουση με τον Ευγένειο Βούλγαρι, που διδάσκει σε άλλη σχολή των Ιωαννίνων (τη Μαρουτσαία), για τις παιδαγωγικές μεθόδους, αν και δεν αποκλείω να υπάρχουν κι άλλοι λόγοι πιο ταπεινοί, όπως το ποιος κυριαρχεί στα Γιάννενα ή ποια σχολή θα έχει πιο πολλούς μαθητές. Το γεγονός αυτό θα οδηγήσει το Βούλγαρι να παραιτηθεί από τη σχολή του και να φύγει από τα Γιάννενα και θα οδηγήσει τους μετέπειτα ιστορικούς να «κατατάξουν» το Μπαλάνο Βασιλόπουλο στους «συντηρητικούς». Ο χαρακτηρισμός αυτός θα περάσει και στους γιους του.

<sup>269</sup> Κουρμαντζή – Παναγιωτάκου 1991, 155 – 156.

<sup>270</sup> Για τα βιογραφικά στοιχεία των Μπαλάνων, εκτός αν υπάρχει άλλη παραπομπή, βασίστηκα στη βιογραφία των Αμυδαλάκη – Παρασκευοπούλου στο archive.today: <http://195.134.75.14/hellinonmimon/authors/Balanos%20V.htm> και <http://dlab.phs.uoa.gr/index.php/projects/lexikon-epistimonikon-oron/details/6/47>

<sup>271</sup> Το έτος γέννησης δεν αναφέρεται από όλες τις πηγές. Εκτιμώ πως το 1694 που αναφέρεται στην εγκυκλοπαίδεια Πάπυρος – Λαρούς – Μπριτάνικα είναι πολύ πιθανό. Την ίδια άποψη βρίσκουμε και Φλώρος 2005, 46. Είναι δύσκολο να πεθάνει το 1760 ή 1765, όπως αναφέρεται κάποιες φορές, να είναι γέρος, όπως παρουσιάζεται στην *Αντιπελάργηση* του 1816 και να έχει γεννηθεί μετά το 1700. Απ' την άλλη, είναι αρκετά απίθανο να έχει γεννηθεί πριν το 1690, αφού πρώτο του παιδί είναι ο Κοσμάς και γεννιέται το 1731. Ο Μπαλάνος, ακόμα κι αν γεννήθηκε το 1694, είναι ήδη μεγάλος σε ηλικία για την εποχή, για να γίνει πατέρας για πρώτη φορά στα 37 του.

<sup>272</sup> Πούλος 1988, 182.

<sup>273</sup> Σάθας 1868, 519.

Αργότερα, όταν ο Βούλγαρις θα έρθει σε επαφή με τη «λύση» του Βασιλόπουλου στο Δήλιο Πρόβλημα, θα ξεκινήσει νέος γύρος αντιπαλότητας, που μάλλον θα φέρει σε δύσκολη θέση τους κοινούς μαθητές τους, οι οποίοι στο μεταξύ έχουν γίνει και οι ίδιοι δάσκαλοι..

Το εκδοτικό έργο του είναι κυρίως μαθηματικού περιεχομένου, με την εξαίρεση ενός βιβλίου με σχόλια στα Ιπποκρατικά κείμενα. Τα ιστορικά στοιχεία των Μαθηματικών που έχει στους εκτενείς προλόγους των τόμων της *Οδού Μαθηματικής* είναι, κατά τη γνώμη μου ακριβή. Είναι ιδιαίτερα ικανός στον εξελληνισμό διεθνών όρων. Για παράδειγμα, είναι ο πρώτος που το λατινικό *sinus* θα το αποδώσει στα ελληνικά ως «ημίτονο». Εκτός από το περιεχόμενο, το βιβλίο τον απασχόλησε και ως μέσο καθαυτό. Είναι ο πρώτος, σε ολόκληρη τη νεοελληνική εκδοτική ιστορία και όχι μόνο στη μαθηματική, που θα εκδώσει με τη μέθοδο των συνδρομητών, καταφέροντας την έκδοση ενός τεράστιου έργου 1.500 σελίδων, ιδιαίτερα ποιοτικού για την εποχή του.

Για το θέμα της έλλειψης γνώσης ξένων γλωσσών από τον Μπαλάνο, ο Ιώσηπος αναφέρει, απλά, πως είναι κρίμα που ο ικανός αυτός μαθηματικός δε γνώριζε ξένες γλώσσες και έτσι γράφει μόνο γεωμετρία (συνθετική οδό, όπως την αναφέρει).<sup>274</sup> Έτσι, αυτό που μοιάζει με προτίμηση του Μπαλάνου προς τη Γεωμετρία, ίσως να είναι απλά έλλειψη κατανόησης του αναλυτικού τρόπου σκέψης, με τον οποίο δεν του επέτρεψε να έρθει σε επαφή η άγνοια των ευρωπαϊκών γλωσσών.

Τελειώνοντας, ο Μπαλάνος συμπλήρωσε το πρόγραμμα διδασκαλίας των μαθηματικών στη σχολή με την Πρακτική και Θεωρητική Αριθμητική έχοντας καθολική αναγνώριση και το περιεχόμενο των μαθηματικών σπουδών της σχολής αντιπροσώπευε, γύρω στο 1740, το πιο προηγμένο επίπεδο της νεοελληνικής μαθηματικής παιδείας και διαδόθηκε και σε άλλες σχολές. Θα πεθάνει γύρω στα 1760. Συνοψίζοντας την εργογραφία του, έχουμε: *Οδός Μαθηματική*, Βενετία, 1749, *Μέθοδος γεωμετρικώς χωρούσα περί ευρέσεως των δύο μέσων συνεχώς εξής ανάλογον γραμμών*, Βενετία 1756, *Έκθεσις ακριβεστάτη της Αριθμητικής*, Βενετία, 1803, *Αντιπελάργησις*, Βιέννη, 1816 και *Ερμηνεία των αφορισμών του Ιπποκράτους*, Κωνσταντινούπολη, 1887.

### Ο Κοσμάς

Ο Κοσμάς γεννήθηκε τον Ιούλιο του 1731 στα Γιάννενα.<sup>275</sup> Πρωτότοκος γιος του Μπαλάνου Βασιλόπουλου, του οποίου υπήρξε από τους καλύτερους μαθητές και έγινε με τη σειρά του, κληρικός. Όπως κάνει με πολλούς μαθητές του, ο πατέρας του, τον στέλνει να διδάξει σε άλλες περιοχές της Ελλάδας. Πρώτα στη Θεσσαλία και κατόπιν στη Θεσσαλονίκη, όπου και θα γίνει σχολάρχης σε πολύ μικρή ηλικία και θα παραμείνει στη θέση αυτή μέχρι το 1758. Θα επιστρέψει στα Γιάννενα, όπου συνδιδάσκει με τον πατέρα του και λίγο πριν το θάνατό του, περί τα 1760, αναλαμβάνει τη διεύθυνση της Σχολής Γκιούμα (Μπαλαναίας). Στη διεύθυνση της σχολής θα μείνει μέχρι το 1799, οπότε θα παραδώσει τη διεύθυνση στον αδελφό του, Κωνσταντίνο Μπαλανίδη (Καμινάρι).

Παράλληλα με τα διδακτικά του καθήκοντα αναλαμβάνει εκεί και χρέη Μέγα Οικονόμου, ενώ από το 1761 αναφέρεται και ως ισόβιος Μέγας Οικονόμος της

<sup>274</sup> Σάθας 1868, 520.

<sup>275</sup> Σάθας 1868, 593.

Μητρόπολης Ιωαννίνων. Το 1797 είναι μια χρονιά σταθμός για τις σχολές που στηρίζουν οικονομικά τη λειτουργία τους σε κληροδοτήματα της Ιταλίας. Η εισβολή του Μεγάλου Ναπολέοντα στην Ιταλία αφαιρεί τα έσοδα από τα κληροδοτήματα αυτά στις ελληνικές σχολές που δραστηριοποιούνται εντός της Οθωμανικής Αυτοκρατορίας. Η Σχολή Μαρούτση, χάνει το κληροδοτήμα Μαρούτση και θα κλείσει, μέχρι να βρει χορηγία από την οικογένεια Καπλάνη ο διευθυντής της, Αθανάσιος Ψαλίδας. Στην ίδια δυσχερή θέση θα βρεθεί και η Μπαλαναία σχολή. Την κατάσταση θα αντιμετωπίσει με επιτυχία ο Κοσμάς απευθυνόμενος σε πρώην μαθητές του και φίλους στη Μολδοβλαχία, στην Ευρώπη και σε πλούσιους ομογενείς, με κυριότερους την οικογένεια Ζωσιμά, που θα στηρίξουν οικονομικά σχεδόν κάθε προσπάθεια στα Γιάννενα. Στην προσπάθεια αυτή θα ζητήσει μέρος της μοναστικής περιουσίας της περιοχής ευθύνης της Μητρόπολης Ιωαννίνων για τη συνέχιση της λειτουργίας της Μπαλαναίας σχολής, γεγονός που θα τον φέρει σε ρήξη με τον αρχιερέα των Ιωαννίνων Ιερόθεο. Ο Ιερόθεος αφαιρεί τη σχολαρχία από τον Κοσμά και ανακαλεί από το Βουκουρέστι τον Κωνσταντίνο Χρυσίδα, μαθητή του Κοσμά, ως αντικαταστάτη του. Μετά την επέμβαση τρίτων, δεν υλοποιείται η αντικατάσταση του Κοσμά και ο ίδιος παραιτείται υπέρ του αδελφού του. Το υπόλοιπο της ζωής του αποσύρεται στο σπίτι του και ασχολείται σχεδόν αποκλειστικά με τη συγγραφή και μελέτη. Θα πεθάνει στα Ιωάννινα το 1808.

Πολλοί μαθητές του ξεχώρισαν αργότερα με τις επιδόσεις τους στον φιλολογικό κυρίως τομέα και τη διδασκαλική τους δράση.<sup>276</sup> Ήταν προσηλωμένος στο έργο του πατέρα του και δύο από τα τρία βιβλία που εξέδωσε αφορούσαν σε αυτό. Εξετάζοντας στο επόμενο κεφάλαιο το βιβλίο που είναι δικό του έργο θα δούμε πως υπάρχει διαφοροποίηση στον τρόπο παρουσίασης των μαθηματικών και το ενδιαφέρον του είναι επικεντρωμένο περισσότερο στο μαθητή και λιγότερο στην Επιστήμη καθαυτή.

Από τα έργα του, πολλά παρέμειναν ανέκδοτα για οικονομικούς λόγους, ενώ ένα μεγάλο μέρος τους καταστράφηκε όταν κάηκε η βιβλιοθήκη των Μπαλαναίων επί Αλή Πασά, το 1820. Συνοψίζοντας την εργογραφία του, έχουμε: *Εκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας*, Βιέννη, 1798, *Περί ελλείψεως των παραλειπομένων φωτών παρά τοις ἀρίστοις των ποιητών και των καταλογάδην συγγραμμάτων*, Βενετία, 1803. Από τα χαμένα έργα του αυτό που κεντρίζει το ενδιαφέρον των ιστορικών είναι το *Ιστορικό της Ηπείρου*, χειρόγραφο που του αποδίδεται.

---

<sup>276</sup> Μεταξύ αυτών αναφέρονται οι Ιωάννης Πέζαρος, Ιωάννης εξ Αγράφων, Αλέξανδρος Τυρναβίτης, Γεώργιος Κρεμμύδας, Λάμπρος Πάσχος κ.α.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> : ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ ΚΟΣΜΑ ΜΠΑΛΑΝΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε αναλυτικά το βιβλίο του Κοσμά. Το βιβλίο αποτελείται από τρία μέρη, τα οποία αναφέρονται στον τίτλο του: *Εκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας*. Η παρουσίαση που ακολουθεί περιορίζεται στα δύο πρώτα μέρη, της Αριθμητικής και της Άλγεβρας, που μας ενδιαφέρουν στην εργασία αυτή. Επέλεξα να γίνεται ταυτόχρονη σύγκριση του βιβλίου του Κοσμά με τα άλλα τέσσερα βιβλία που έχουμε εξετάσει σε συντομία πιο πάνω, στα κοινά τους μέρη. Υπενθυμίζω πως πρόκειται για το *Γλυτζόνι*, την *Αριθμητική* του Μπαλάνου Βασιλόπουλου, *Τα Στοιχεία Μαθηματικών* του Βούλγαρι και την *Άλγεβρα* των Ασάνη και Ιωνά. Μετά την παρουσίαση της Αριθμητικής, τα βιβλία του Γλυζώνιου και του Μπαλάνου Βασιλόπουλου δεν έχουν κοινά μέρη με το βιβλίο του Κοσμά, οπότε θα πάψουν να αναφέρονται. Προοδευτικά, η σύγκριση με το βιβλίο του Βούλγαρι σταματά για τον ίδιο λόγο και από κάποια στιγμή σταματά και με το βιβλίο του Ασάνη, αφού η ύλη διαφοροποιείται εντελώς. Η λεπτομερής αναφορά κάποιων σημείων του βιβλίου του Κοσμά με ταυτόχρονη παράθεση των αντίστοιχων αποσπασμάτων από τα άλλα βιβλία μπορεί να κουράζει κάποιες φορές τον αναγνώστη, αλλά την προτίμησα σε σχέση με μια σύντομη παρουσίαση, προκειμένου τα συμπεράσματα που θα προκύψουν στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο να έλθουν, όσο το δυνατόν, αβίαστα ως απόρροια της λεπτομερούς εξέτασης του βιβλίου. Στην παρουσίαση ακολουθώ το χωρισμό του βιβλίου σε Πρόλογο, Προοίμιο, Αριθμητική, Ηρωελέγεια Επιγράμματα και Άλγεβρα.

### Πρόλογος

Το πρώτο που μου έκανε εντύπωση, όταν ήρθα σε επαφή με το βιβλίο *Εκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας*, ήταν η χρονολογία στο εξώφυλλο με την προσωπογραφία του Κοσμά. Είναι 'αψχς' (1796), ενώ στην προμετωπίδα, στην αμέσως επόμενη σελίδα, αναφέρεται για την έκδοση *En Βιέννη 1798* (με ινδικά ψηφία). Στο τέλος του προλόγου,<sup>277</sup> αναφέρεται και πάλι το έτος 'αψχς' με συγκεκριμένη ημερομηνία *Μαΐου κα'* (21 Μαΐου, όπου ο μήνας δεν τονίζεται). Αν συνδέσουμε τα παραπάνω με το γεγονός πως κατά την εισβολή του Ναπολέοντα στη σημερινή Ιταλία το 1797, η σχολή Γκιούμα θα χάσει το κληροδότημα Γκιούμα και για τη συνέχιση της λειτουργίας της ο Κοσμάς αναζητά άλλους πόρους, συμπεραίνουμε πως το βιβλίο έχει σταλεί προς έκδοση το 1796 και δεν θα εκδοθεί, παρά μόνο το 1798, όταν οι Ζωσιμάδες θα αναλάβουν τα έξοδα της έκδοσης, όπως αναφέρει η προμετωπίδα. Όπως είχαμε αναφέρει πιο πάνω, η ημερομηνία του προλόγου είναι προγενέστερη αυτής του προλόγου του Ιωνά στην *Άλγεβρα* του Ασάνη.

Ο πρόλογος,<sup>278</sup> παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον από ιστορικής πλευράς, όπως οι περισσότεροι πρόλογοι των συγγραφέων του 18<sup>ου</sup> αιώνα, οι οποίοι θεωρούν χρέος τους να περιγράψουν την εποχή τους και να κάνουν ιστορική αναδρομή στο θέμα που εξετάζουν. Στις τρεις πρώτες σελίδες περιγράφει ένα άσχημο κλίμα απέναντι στους συγγραφείς της εποχής, οι οποίοι έχουν την ανάγκη κάποιου ισχυρού προστάτη, τον οποίο ευχαριστούν επιδεικτικά στον εκάστοτε πρόλογο, ώστε να

<sup>277</sup> Σελ. xx.

<sup>278</sup> Σελ. v έως xx. Ο Κοσμάς δε χρησιμοποιεί τον τίτλο «πρόλογος». Είναι δικός μου. Πρόκειται για την αφιέρωση που κάνει στου χορηγούς της έκδοσης, η οποία, όμως, έχει όλες εκείνες τις πληροφορίες και το προσωπικό στοιχείο που έχει ένας πρόλογος επιστημονικής έκδοσης.

αποφεύγουν τους λίβελους εναντίων τους. Αναφέρει πως υπάρχουν επικριτές με σουβλερά δόντια, βαμμένα με το φαρμάκι του φθόνου που ορμούν να ξεσκίσουν τα συγγράμματα του ενός και του άλλου. Τους επικριτές αυτούς, τους παρομοιάζει με τον Μώμο (θεότητα που παρέσυρε το Δία, ώστε να δημιουργήσει έχθρα μεταξύ των ανθρώπων και να οδηγηθούν στον Τρωικό Πόλεμο),<sup>279</sup> με τον Ζώιλο (σφοδρό επικριτή του Ομήρου, του Ισοκράτη και του Πλάτωνα) και τον Αρίσταρχο (προφανώς, τον Αθηναίο που θανατώθηκε ως προδότης το 411 π. Χ.) Ο ίδιος, γράφει, γνωρίζει πως δε γίνεται να αποφύγει την κριτική και αφιερώνει το βιβλίο στους Ζωσιμάδες, όχι για να λάβει προστασία, ούτε για να αποκτήσει το βιβλίο του κύρος, αλλά από ειλικρινή ευγνωμοσύνη, που με την προσφορά τους του έδωσαν τη δυνατότητα να σηκώσει «τον κόπο της αντιγραφής από τους μαθητάς», όπως αναφέρει χαρακτηριστικά και να τους κάνει «προθυμότερους εις την παράδοσιν».<sup>280</sup> Δείχνει, λοιπόν, πως η ύλη του βιβλίου αποτελεί, ταυτόχρονα, ύλη διδασκαλίας μέσα στη σχολή.

Όσον αφορά την ύλη του βιβλίου, ο Κοσμάς γράφει ότι τη συνέθεσε, ερασιζόμενος «τα κυριώτερα από τους αρχαιότερους, και νεώτερους συγγραφείς», χωρίς να αναφέρει κανένα όνομα.<sup>281</sup> Πριν μπει στην ιστορική αναδρομή, δηλώνει πως θα χρωστά πάντα χάρη στους Ζωσιμάδες, οι οποίοι εργάζονται, μεταξύ άλλων σκοπών που αναφέρει, για την «προς τους ομοφύλους φιλανθρωπίαν ... και λοιπάς αρετάς, από τας οποίας πηγάζει ο ένθερμος ζήλος, οπού έχετε δια την ανόρθωσιν του ελληνικού γένους, δια την καλλονήν της πατρίδος».<sup>282</sup>

Η ιστορική αναδρομή αναφέρεται στην σχολή Γκιούμα, στους δασκάλους της, και στους γνωστούς, την εποχή της έκδοσης του βιβλίου, αποφοίτους της, ώστε να δικαιολογήσει το σημαντικό της ρόλο στα Γιάννενα και στη μόρφωση των Ελλήνων, για πάνω από 100 χρόνια και την ανάγκη να βρίσκει χορηγούς. Προβαίνει σε γλαφυρή αναφορά σε οικονομικά προβλήματα γράφοντας «το Σχολείον ... απωφανίσθη από τους γονείς του, αφ' ου έχασε τους προστάτας του, αφ' ου υστερήθη τους κηδεμόνας του, εκινδύνευσε να χάσει και την προτέραν κατάστασιν ...».<sup>283</sup> Στην επόμενη σελίδα, μάλιστα, γράφει για τον εαυτό του: «παραδίδοντας τα συνήθη μαθήματα, με έλλειψιν τον περισσότερον καιρόν κι αυτών των προς το ζην αναγκαίων»,<sup>284</sup> δείχνοντας σ' εμάς, τους κατοπινούς, πως η κατάσταση για τη σχολή ήταν αρκετά δύσκολη, πριν ακόμα την απώλεια του κληροδοτήματος της Ιταλίας. Σ' αυτή τη χρονική στιγμή, με τις δυσκολίες που αντιμετώπιζε, ο Κοσμάς δηλώνει πως η οικονομική συνδρομή των Ζωσιμάδων και η όλη παρουσία τους είναι η απάντηση του Θεού στις προσευχές του. Με την προσφορά τους, «τα πτωχά παιδιά έχοντα και ενδύματα, και βιβλία, και συνδρομήν διά να μάθουν τα πρώτα γράμματα ... οι ενδεείς Μαθηταί του Σχολείου οπού καρπούνται τους ετήσιους μισθούς, και παρηγορούν την ένδειαν, από την οποίαν οι περισσότεροι αναγκαζόμενοι έμενον ατελείς εις την μάθησιν ...».<sup>285</sup> Περιγράφοντας, έτσι, την κοινωνική προέλευση αρκετών μαθητών

<sup>279</sup> Η αναφορά στον Μώμο μοιάζει συνηθισμένη την εποχή αυτή. Στο συμπέρασμα αυτό φτάνω από το γεγονός πως την ίδια παρομοίωση κάνει και ο Ιωνάς στην αφιέρωση στο Ηγεμόνα της Ουγκροβλαχίας. Τον επικαλείται, μάλιστα τέσσερεις φορές μέσα στην πρώτη παράγραφο και μία ακόμα στην επόμενη (Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, γ' και δ'). Ο Ιωνάς φαίνεται να αισθάνεται πιο ασφαλής υπό την προστασία του Ηγεμόνα και αυτό τον οδηγεί τα «ηρωελέγεια επιγράμματα» που θα ακολουθήσουν, αμέσως μετά το δικό του πρόλογο, να είναι αφιερωμένα σε αυτόν.

<sup>280</sup> Σελ. viii.

<sup>281</sup> Σελ. viii.

<sup>282</sup> Σελ. ix.

<sup>283</sup> Σελ. xv.

<sup>284</sup> Σελ. xvi.

<sup>285</sup> Σελ. xviii.



και την αγωνιώδη προσπάθεια που γίνεται για τη συνέχιση της λειτουργίας της σχολής και των σπουδών αρκετών μαθητών σε αυτή.

### **Προοίμιον**

Ακολουθεί «Προοίμιον», με ταυτόχρονη αλλαγή του τρόπου αρίθμησης των σελίδων. Από το ρωμαϊκό αριθμητικό σύστημα περνάμε στο ινδικό, όπως γίνεται συχνά και σήμερα. Μέσα σε δύο, ουσιαστικά, σελίδες διατρέχει όλη την ιστορία των Μαθηματικών από την αρχαιότητα έως τις μέρες του. Δεν επαναλαμβάνει τη μακροσκελή ιστορία που παρουσιάζεται στην *Οδό Μαθηματικής*, ούτε κάνει αναφορά σε αυτή. Ο Ιωνάς στο δικό του Προοίμιο θα κάνει εκτενή ιστορική αναφορά με σκοπό την δικαιολόγηση της συγγραφής Άλγεβρας στα ελληνικά και μάλιστα της Άλγεβρας του Αββά Καϊλέ. Ο Κοσμάς επικαλείται τον Πλάτωνα ως πηγή για να αναφέρει τους Αιγύπτιους ως «ευρέτας» της Γεωμετρίας, εξαιτίας της ανόδου του Νείλου που πλημμύριζε τη γη τους και της Αριθμητικής τους Φοίνικες, εξαιτίας του εμπορίου και των συναλλαγών.<sup>286</sup> Στη συνέχεια, αλλάζοντας ιστορική πηγή, μας πληροφορεί πως «ως ιστορεί ο Παμφίλου Ευσέβειος»,<sup>287</sup> από την Αίγυπτο και τη Φοινίκη, μέσω του Θαλή και του Πυθαγόρα η γνώση αυτή ήρθε στους Έλληνες, οι οποίοι υπεραπέδωσαν με πολλαπλάσιο τόκο εκείνο το δάνειο, ώστε οι περισσότεροι να τους νομίζουν πατέρες αυτών των επιστημών, όπως και των άλλων. Έτσι, οι αρχαίοι για τα της αναλυτικής μεθόδου, όπως χαρακτηριστικά γράφει ο Κοσμάς, πατέρες «ανακηρύττουσιν» τον Πυθαγόρα και τον Πλάτωνα και τα απέδωσαν με τον τίτλο «αριθμητικά», όπως φαίνεται από αυτά που σώζονται από τα έργα του Διόφαντου.<sup>288</sup> Αυτά χάθηκαν εξαιτίας των κατακτήσεων και οι νεότεροι δυτικοί,<sup>289</sup> που φρόντισαν για τη μέθοδο αυτή (αναλυτική), χωρίς στο σημείο αυτό να αναφέρει κάποιο όνομα, όταν χρειάζεται να μιλήσουν για αυτή χρησιμοποιούν το «Άλγεβραν». Και εξηγεί πως την παρέλαβαν από τους Άραβες της Ισπανίας, που αφού παράλλαξαν την ελληνική μέθοδο, την ονόμασαν Άλγεβρα, που σημαίνει μέθοδο αναγωγική, ώστε με τη βοήθεια κάποιων εξισώσεων («ισώσεων» τις αναφέρει ο Κοσμάς) και προσθαφαιρέσεων να οδηγεί τους μετέχοντες όρους σε αυτές στην εύρεση του ζητούμενου και όχι μόνο με καθορισμένες τιμές των ποσών, όπως στην Αριθμητική, αλλά με τη γενική έκφραση του ποσού.<sup>290</sup>

Τελειώνει την εξιστόρηση,<sup>291</sup> γράφοντας πως ο Φραγγίσκος Βιέτης (François Viète, λατινικά: Franciscus Vieta, 1540 -1603), ένας Κέλτης το γένος, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά, αντί για τους αριθμητικούς χαρακτήρες (όρο που ο Κοσμάς χρησιμοποιεί για τους αριθμούς κι όχι για τα ψηφία, όπως θα δούμε παρακάτω) χρησιμοποίησε, πρώτος, στοιχεία της αλφαβήτου.<sup>292</sup> Και ολοκληρώνει το «Προοίμιον» με μια παρότρυνση προς τους μαθητές του, λέγοντας πως για αυτή την επιστήμη παραδίδει στοιχειώδη διδασκαλία και πως όποιος επιθυμεί να μάθει περισσότερα να αναζητήσει άλλους δάσκαλους με πλατύτερη και τελειότερη γνώση για αυτή την επιστήμη.<sup>293</sup> Μια παρότρυνση, που εκτός από το μεγαλείο του ανδρός

<sup>286</sup> Σελ. 1.

<sup>287</sup> Επίσκοπος Καισάρειας, †340.

<sup>288</sup> Σελ 2.

<sup>289</sup> Ο Κοσμάς γράφει: «νεώτεροι των εσπερίων γενών».

<sup>290</sup> Σελ. 2.

<sup>291</sup> Σελ. 3.

<sup>292</sup> Στον ισχυρισμό αυτό συμφωνεί και ο Howard Eves στον πρώτο τόμο του έργου του *Μεγάλες Στιγμές των Μαθηματικών*, στη σελίδα 150. Αναφέρει, συγκεκριμένα, ότι χρησιμοποιεί φωνήεντα για άγνωστες ποσότητες και σύμφωνα για τις γνωστές.

<sup>293</sup> Σελ. 3.

και την ανωτερότητά του, φανερώνει πως αναγνωρίζει την έλλειψη δυνατότητας από μεριάς του για διδασκαλία ανωτέρου επιπέδου στον τομέα της Άλγεβρας. Μεταφέρει όσες γνώσεις έχει αποκτήσει με τη δική του μελέτη και για όσους θέλουν κάτι παραπάνω στον κλάδο αυτό των Μαθηματικών συστήνει τη συνέχιση των σπουδών με άλλο δάσκαλο.

### *Αριθμητική*

Ο Κοσμάς, όταν ολοκληρώνει την αφιέρωση στους Ζωσιμάδες παρατηρούμε πως αλλάζει σελίδα. Στην κορυφή της νέας σελίδας δίνει έμφαση στην αλλαγή της ενότητας με μία γκραβούρα και κάτω από αυτή ενημερώνει τον αναγνώστη με τον τίτλο «ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ», γραμμένο με μεγάλα κεφαλαία γράμματα. Όμως, δε βλέπουμε να ακολουθεί την ίδια τακτική στο σημείο που ολοκληρώνεται το προοίμιο. Προχωρά αφήνοντας μόνο μια κενή γραμμή και χωρίς να αλλάζει σελίδα, χωρίς καμία σήμανση, τίτλο ή άλλη προειδοποίηση, ο Κοσμάς περνά στο πρώτο καθαρά μαθηματικό μέρος του βιβλίου, αυτό της Αριθμητικής. Η χρησιμότητά της, λέει στην πρώτη γραμμή, είναι προφανής.<sup>294</sup> Γι' αυτό είναι και πρώτη μεταξύ των επιστημών και πρώτη διδάσκεται, όπως αναφέρει. Με τον τρόπο αυτό δικαιολογεί νομίζω, το γιατί το πρώτο κεφάλαιο του βιβλίου είναι αυτό της Αριθμητικής. Τη θεωρεί προαπαιτούμενη γνώση για να πάει παρακάτω. Λέγοντας, «παρακάτω», εννοώ το τμήμα της Άλγεβρας και το τμήμα που αποκαλεί «Χρονολογία».

Στην *Αριθμητική* του πατέρα του δίνεται ορισμός του αριθμού με τη βοήθεια της μονάδας, χωρίς να δίνεται ορισμός της μονάδας. Ο Κοσμάς στην πρώτη γραμμή προσπαθεί να ορίσει τη μονάδα<sup>295</sup> και στην επόμενη ορίζει τον Αριθμό ως «το εκ μονάδων συγκείμενον πλήθος», χωρίς γεωμετρικό παράδειγμα, όπως ο πατέρας του, που αφιερώνει ολόκληρη παράγραφο. Στο *Γλυτζούνι* δεν υπάρχει ορισμός για τον Αριθμό, ενώ στο κεφάλαιο της Αριθμητικής στο βιβλίο του Βούλγαρι πρώτα γίνεται εκτενής αναφορά στην έννοια του μεγέθους και με τη βοήθεια της έννοιας αυτής, μετά από δύο ολόκληρες σελίδες, ορίζεται η έννοια του Αριθμού.<sup>296</sup> Ανάλογα ορίζεται και στο βιβλίο του Ασάνη.<sup>297</sup>

Στη συνέχεια, αναφέρει πως οι χαρακτήρες γραφής των αριθμών είναι δέκα. Οι χαρακτήρες (όπως τους ονόμαζε ο πατέρας του<sup>298</sup>) μας πληροφορεί πως κοινότερα καλούνται «Κύφραι».<sup>299</sup> Στο *Γλυτζούνι* συναντάμε τον όρο «ψηφία», όπως και σήμερα. Όπως κάνει ο πατέρας Μπαλάνος, για «χαρακτήρες» θα μιλήσουν και οι Βούλγαρις<sup>300</sup> και Ασάνης.<sup>301</sup> Ο όρος του Κοσμά είναι εξελληνισμένη απόδοση, είτε του Γαλλικού *chiffre*, που σημαίνει εικονίδιο (= χαρακτήρας), και καταντά να έχει τη σημασία του ψηφίου μέχρι τις μέρες μας, είτε του ιταλικού *cifra*, που και αυτό σημαίνει ψηφίο. Αν και αναφέρει τον *Vieta* στον πρόλογό του, ο Κοσμάς, θεωρώ πιθανότερη τη μεταφορά ιταλικής ορολογίας, παρά γαλλικής. Ο συνδυασμός των γραμμάτων *ch* στα γαλλικά προφέρεται «σ» (παχύ), ενώ το *c* στα ιταλικά προφέρεται «κ» και δεν προκύπτει από κάπου οποιαδήποτε γνώση της γαλλικής, από μεριάς του, ενώ υπάρχουν ενδείξεις κάποιας γνώσης «Λατινίδος φωνής».<sup>302</sup> Το

<sup>294</sup> «ου χαλεπόν εστι κατιδείν».

<sup>295</sup> «Μονάς εστι, καθ' ήν έκαστον των όντων έν λέγεται».

<sup>296</sup> Βούλγαρις 1767, 3.

<sup>297</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, 1 και 4.

<sup>298</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 2.

<sup>299</sup> Σελ. 4.

<sup>300</sup> Βούλγαρις 1767, 9.

<sup>301</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, 4.

<sup>302</sup> Εύλογίου Κουρίλα 1958, 342, σημείωση αριθμ. 2.

μηδέν, αναφέρεται ως «ζηρός», όπως σε όλες σχεδόν τις λατινογενείς γλώσσες. Στο *Γλυτζόνι* λέγεται «νούλα» ή στα «ελληνικά, ουδέν», στον πατέρα του «ουδέν» και στο Βούλγαρι και στον Ασάνη «μηδενικόν». Για την ύπαρξη δέκα ψηφίων για τη γραφή των αριθμών, ο Κοσμάς, δίνει μια ανθρωπολογικού τύπου εξήγηση ότι οι άνθρωποι έχουν δέκα δάκτυλα στα χέρια και έτσι, οι πρώτοι άνθρωποι αυτά χρησιμοποιούσαν και αναφέρει ως απόδειξη ότι όλα τα έθνη μετρούν μέχρι το δέκα και κατόπιν επαναλαμβάνουν, κάτι που ξέρουμε ότι δεν είναι αληθές και το ξέρει και ο ίδιος, αφού στο τρίτο μέρος του βιβλίου ασχολείται με τη μέτρηση του χρόνου, όπου το σύστημα μέτρησης είναι εξηκονταδικό.

Παρεμβάλει ένα μικρό ιστορικό σημείωμα για το πώς έφτασαν σ' εμάς τα ψηφία. Η πλειονότητα πιστεύει, λέει, πως είναι ευρήματα των Ινδών και από τους Άραβες έφτασαν στην Ισπανία. Περί το 999 μ.Χ. από έναν μοναχό Γελβέρτο (μοναχός Gilbert), τον μετέπειτα Πάπα Σιλβέστρο, περνούν στη Γαλλία και από εκεί στην Ιταλία, από άλλους, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά και τελευταία και σ' εμάς.<sup>303</sup> Παρατηρεί, δε, πως οι πάντες τα ασπάστηκαν διότι κατέστησαν εύχρηστες τις αριθμητικές πράξεις. Παρατήρηση που θα επαναλάβει όταν θα παρουσιάσει τους δεκαδικούς αριθμούς.

Κατόπιν προχωρά στην αξία των «κυφρών» (= ψηφίων) στο θεσιακό σύστημα των Ινδών. Παριστά μέχρι τις «εκατοντάδας χιλιάδος των χιλιάκις χιλίων ή εκατοντάς χιλιάδος μιλιονίου» (εκατό δισεκατομμύρια, σήμερα). Άλλοι, λέει, προχωρούν σε λογισμούς «διλλιονίων» και «τριλλιονίων», αλλά ο ίδιος θα περιοριστεί μέχρι τους δωδεκακινήφιους αριθμούς, όπως το ίδιο αναφέρει ο Γλυζώνιος και ο πατέρας του Κοσμά (χωρίς, όμως, να κάνουν αναφορά σε διλλιόνια και τριλλιόνια). Ο Βούλγαρις, μόνο, έχει παράδειγμα μεγαλύτερου αριθμού.<sup>304</sup> Ο Ασάνης είναι ο πιο λιτός απ' όλους. Φτάνει μέχρι τις χιλιάδες.<sup>305</sup>

Χωρίς τις ιστορικές αναφορές και εξηγήσεις του γιατί η αξία των ψηφίων αυξάνει από τα δεξιά προς τα αριστερά κι όχι αντίθετα, όπως κάνουν ο πατέρας του και ο Βούλγαρις, ο Κοσμάς περνά στην πρόσθεση, τη «Σύναψη», στο κείμενο. Δεν αναφέρει, όπως ο πατέρας του, πως λέγεται και «Πρόσθεσις», ούτε όπως ο Γλυζώνιος ότι λέγεται και «σουμαρισμός». Την ορίζει ως την «ένωση» δύο ή περισσοτέρων αριθμών σε ένα. Στο παράδειγμα που ακολουθεί το αποτέλεσμα θα το πει «συγκείμενον»,<sup>306</sup> ενώ στην επόμενη σελίδα «συμποσούμενον».<sup>307</sup> Με τον όρο «Παράδειγμα» ο Κοσμάς εννοεί την παρουσίαση της διαδικασίας. Δίνει τρία παραδείγματα, με ακέραιους προσθετέους. Ανήκουν όλα, όμως, στο αυτό «Παράδειγμα». Ο Βούλγαρις δεν ονοματίζει την πράξη (!), ενώ το άθροισμα το λέει «Κεφάλαιον» και περιγράφει τη διαδικασία γράφοντας πως «το δε αριθμόν Α, αριθμώ Β προστιθέναι».<sup>308</sup> Ο Ασάνης αποκαλεί και αυτός την πράξη με τον όρο «Σύναψη». Τα παραδείγματα πρόσθεσης που θα δώσει ο Κοσμάς είναι: πρώτο, χωρίς κρατούμενο, δεύτερο παράδειγμα, με κρατούμενο και τρίτο με ειδική περίπτωση, στην οποία στο άθροισμα πρέπει να τοποθετηθεί το ψηφίο 0.<sup>309</sup> Δεν έχει στο σημείο αυτό παράδειγμα πρόσθεσης πολλών προσθετέων, αν και στην εκφώνηση του πρώτου παραδείγματος, στη σελ. 7, μένουμε με την εντύπωση πως θα ακολουθήσει και τέτοιο

<sup>303</sup> Σελ. 5

<sup>304</sup> Βούλγαρις 1767, 12, όπου είναι εμφανή τα τυπογραφικά λάθη. Δες το παράθεμα στο τέλος της εργασίας.

<sup>305</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, 6.

<sup>306</sup> Σελ. 7

<sup>307</sup> Σελ. 8

<sup>308</sup> Βούλγαρις 1767, 13.

<sup>309</sup> Σελ. 8 και 9

παράδειγμα.<sup>310</sup> Δεν γίνεται αναφορά σε βάσανο (= δοκιμή) της πράξης, όπως γίνεται στο *Γλυτζούνι* και στην *Αριθμητική* του πατέρα του.

Συνεχίζει ορίζοντας την αφαίρεση, ως «εύρεσις διαφοράς δύο αριθμών»,<sup>311</sup> συμπύσσοντας τον ορισμό του πατέρα του.<sup>312</sup> Δεν τη λέει «υφειλμόν» όπως ο Γλυζώνιος (ο οποίος αναφέρει εναλλακτικά και τον όρο «αφαίρεσις»),<sup>313</sup> ενώ ο Βούλγαρις ορίζει τη «διαφορά δυοίν αριθμών ανίσων», αμέσως μετά τον ορισμό του «Κεφαλαίου». Το «Παράδειγμα» και εδώ έχει τρία μέρη: πρώτα χωρίς κρατούμενο, κατόπιν με κρατούμενο, που για να βοηθηθούμε ώστε να μην το ξεχνάμε δίνει μια μέθοδο με την οποία εκτελεί μια τρίτη αφαίρεση. Το παράγγελμα, ας το πούμε, για να εκτελέσουμε αφαίρεση είναι από δύο δοθέντες αριθμούς «από του μείζονος τον ελάττω αφελείν», φράση που βλέπουμε και στη σελ. 15 του Βούλγαρι. Στο σημείο αυτό ο Κοσμάς παρουσιάζει τη «Βάσανο» των δύο πράξεων, τη σημερινή «δοκιμή».<sup>314</sup> Με σημερινή ορολογία, λέει απλά πως η μία πράξη είναι η δοκιμή της άλλης, αφιερώνοντας μία μόνο παράγραφο. Ο πατέρας του για τη δοκιμή της πρόσθεσης αφιερώνει μια πυκνογραμμένη σελίδα<sup>315</sup> με τρεις τρόπους και για τη δοκιμή της αφαίρεσης δίνει δύο παραδείγματα σε μία μακροσκελή παράγραφο.<sup>316</sup> Ο Γλυζώνιος μιλά, και αυτός, για «δοκιμή». Στην πρόσθεση, βγάζοντας όλα τα εννέα, πάνω και όλα τα εννέα, κάτω από τη γραμμή του «σουμαρισμού» και πρέπει να δρούμε το ίδιο ψηφίο.<sup>317</sup> Ο Βούλγαρις, απ' την άλλη, δεν ασχολείται με δοκιμή και προχωρά στον ορισμό «καταφατικών» και «αποφατικών» ποσοτήτων, για να ορίσει το αλγεβρικό άθροισμα (όπως το λέμε σήμερα) μεταξύ δοθέντων αριθμών. Ο Ασάνης την πράξη την ονομάζει Αφαίρεση και μιλά για Μειωτέο και Αφαιρετέο.<sup>318</sup>

Μετά από ένα παράδειγμα πρακτικής εφαρμογής πρόσθεσης και αφαίρεσης, με μνες, δραχμές και οβολούς, ο Κοσμάς προχωρά «Περί Πολλαπλασίσεως».<sup>319</sup> Μετά τον ορισμό του πολλαπλασιασμού, δίνεται ο ορθογώνιος πίνακας της προπαίδειας (όπως τη λέμε σήμερα), που τον λέει «Πυθαγόρειος πίναξ» τον οποίο ζητά από τον αναγνώστη να γνωρίζει απ' έξω. Οι αριθμοί λέγονται «πολλαπλασιαζών» και «πολλαπλασιαζόμενος» και το αποτέλεσμα «γινόμενος». Ο «πυθαγόρειος πίνακας» υπάρχει αυτούσιος και στο Βούλγαρι<sup>320</sup> και στον πατέρα του, με άλλη όμως μορφή, με τα ψηφία των αποτελεσμάτων να χωρίζονται με τη διαγώνιο από πάνω δεξιά προς κάτω αριστερά στο κάθε κουτάκι.<sup>321</sup> Ο Γλυζώνιος τον πίνακα δεν τον έχει σε ορθογώνια μορφή. Τον παρουσιάζει αμέσως μετά την παρουσίαση των ψηφίων και της αξίας τους, πριν την πρόσθεση και την αφαίρεση.<sup>322</sup> Έχει μόνο τα γινόμενα μεταξύ των μονοψηφίων αριθμών όπου ο πρώτος είναι μικρότερος ή ίσος από τον δεύτερο, όπως είδαμε στη σύντομη παρουσίαση στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Ο Ασάνης δεν έχει την προπαίδια του 2. Σε ξεχωριστούς πίνακες κι όχι σ' έναν ενιαίο «Πυθαγόρειο», έχει την προπαίδια του 3 μέχρι και του 9.<sup>323</sup> Ο Κοσμάς θα δείξει έναν μόνο τρόπο

<sup>310</sup> «Δύω, ή πλειόνων δοθέντων αριθμών, τον εξ αυτών συγκείμενον ευρείν».

<sup>311</sup> Σελ. 9.

<sup>312</sup> Ανθρακίτης – Βασιλόπουλος 1749, 6.

<sup>313</sup> Γλυτζούνι 1679, 17.

<sup>314</sup> Τον όρο «δοκιμή» χρησιμοποιεί εναλλακτικά και ο πατέρας του στο Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 5.

<sup>315</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 3-4.

<sup>316</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 7.

<sup>317</sup> Γλυτζούνι 1679, 16.

<sup>318</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, 9.

<sup>319</sup> Σελ. 15.

<sup>320</sup> Βούλγαρις 1767, 27.

<sup>321</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 10.

<sup>322</sup> Γλυτζούνι 1679, 14.

<sup>323</sup> Ασάνης Σπαρμιώτης 1797, 12.

πολλαπλασιασμού, τον σημερινό. Θα έχει παράδειγμα διψήφιο επί μονοψήφιο, διψήφιο επί διψήφιο, θα το γενικεύσει με τετραψήφιο επί τριψήφιο και θα παρουσιάσει, ως ειδικές, μία περίπτωση με την εμφάνιση του μηδενός μεταξύ των ψηφίων στα γινόμενα των επιμέρους πολλαπλασιασμών (432·42), μία με τους παράγοντες να είναι πολλαπλάσια του 10 και μία με παράγοντα που έχει εσωτερικό ψηφίο το 0. Όλα τα παραδείγματα θα γίνουν με ένα τρόπο. Δεν αντιμετωπίζει κανέναν από τους παραπάνω πολλαπλασιασμούς διαφορετικά. Αν βγει επιμέρους γινόμενο 0, γράφει 0000 για παράδειγμα και δεν το παραλείπει, όπως κάνουμε σήμερα. Ο πατέρας του παρουσιάζει τρεις τρόπους. Ο δεύτερος, μεταξύ πολυψηφίων αριθμών δεν μου ήταν γνωστός και παρουσιάζει (σε μένα, τουλάχιστον) εξαιρετικό ενδιαφέρον.<sup>324</sup> Ο Βούλγαρις αναφέρει «παράγοντες» και μετακινεί την υποδιαστολή, όπου χρειάζεται χωρίς να γράφει τα μηδενικά που γράφει ο Κοσμάς.<sup>325</sup>

Ο Κοσμάς ολοκληρώνει την παρουσίαση των τεσσάρων πράξεων με την παράγραφο «περί διαιρέσεως».<sup>326</sup> Ο ορισμός είναι «διαίρεσις αριθμητική (αφήνοντας να εννοηθεί ότι υπάρχει και άλλη) εστίν εύρεσις πηλικότητος του εν αριθμοίς λόγου». Οι αριθμοί είναι «Διαιρούμενος», «Διαιρέτης» και «Πηλίκον». Ο πατέρας του τη λέει και «μερισμόν» και η πράξη ορίζεται ως «διανομή ενός αριθμού υπό ενός άλλου». Τους αριθμούς τους λέει «μεριζόμενον», «μερίζων» (με μια λέξη «προβαλλόμενοι») και «πηλίκον».<sup>327</sup> Ορολογία που είναι πιο κοντά στο *Γλυτζούνι*, μόνο που ο Γλυζώνιος το διαιρέτη τον λέει «μεριστή».<sup>328</sup> Ο Βούλγαρις αναφέρει τη σημερινή ορολογία «διαιρετέος», «διαιρέτης», «πηλίκον»,<sup>329</sup> το ίδιο και ο Ασάνης.<sup>330</sup> Ο τρόπος που δείχνει για την εκτέλεση της διαίρεσης, ο Κοσμάς, είναι πιο κοντά στο σημερινό από όλους τους τρόπους του πατέρα του (τέσσερις τον αριθμό) και φυσικά από τον τρόπο στο *Γλυτζούνι* (ο οποίος περιλαμβάνεται στους τέσσερις του πατέρα του). Με το Βούλγαρι παρουσιάζουν τον ίδιο τρόπο, αλλά ο Βούλγαρις αφιερώνει 5 σελίδες, μαζί με μια δισέλιδη εισαγωγή, ενώ ο Κοσμάς μέσα σε μια σελίδα έχει περιγράψει τον τρόπο και έχει παρουσιάσει το πρώτο του παράδειγμα, τέλεια διαίρεση τετραψήφιο δια μονοψήφιο.<sup>331</sup> Η παρουσίαση της διαίρεσης γίνεται από τους συγγραφείς με ποικιλία παραδειγμάτων. Ο πατέρας του έχει δύσκολα παραδείγματα, όπου από το πρώτο κιάλας έχουμε ατελή διαίρεση και στο πηλίκο εμφανίζονται κλάσματα, χωρίς να έχουν οριστεί πιο πριν. Στο *Γλυτζούνι* το πρώτο είναι με διψήφιο διαιρέτη και το είδαμε στην παρουσίαση, ενώ στο Βούλγαρι είναι δύσκολο το πρώτο παράδειγμα, ενώ ακολουθείται από ευκολότερο με ατελή διαίρεση. Αλλά ο Βούλγαρις έχει ορίσει τα κλάσματα πριν ακόμα από τις πράξεις και δεν εμφανίζεται ανακόλουθος.

Το δεύτερο παράδειγμα του Κοσμά είναι και πάλι με μονοψήφιο διαιρέτη, αλλά η διαίρεση είναι ατελής αυτή τη φορά. Θα πει πως η διαίρεση στην περίπτωση αυτή μπορεί να ολοκληρωθεί με κλάσμα στο πηλίκο, «περί ων εν τοις έπειτα ερούμεν»,<sup>332</sup> προοικονομώντας το κεφάλαιο των κλασμάτων που θα παρουσιάσει στο μέρος της Άλγεβρας. Ακολουθεί πιο δύσκολο παράδειγμα με διψήφιο διαιρέτη και κατόπιν από το πηλίκο με κλάσμα θα περιγραφεί η διαδικασία που σήμερα τη λέμε απλοποίηση, χωρίς αναφορά σε αυτή την ορολογία, αλλά με την περιγραφή «εκ του

<sup>324</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 14.

<sup>325</sup> Βούλγαρις 1767, 27-28.

<sup>326</sup> Σελ. 18.

<sup>327</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 18.

<sup>328</sup> Γλυτζούνι 1679, 28.

<sup>329</sup> Βούλγαρις 1767, 34.

<sup>330</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, 16.

<sup>331</sup> Σελ. 19 – 20.

<sup>332</sup> Σελ. 21.

ομοίου δι' επαγωγής επί των καθ' ἑκάστα αριθμῶν».<sup>333</sup> Στην επόμενη σελίδα θα παρουσιάσει διαίρεση αριθμῶν πολλαπλασίων του 10, όπου μετά από σύντομο συλλογισμό, ο οποίος βασίζεται στην παραπάνω περιγραφή της απλοποίησης, οδηγούμαστε σε διαγραφή των αντίστοιχων μηδενικών. Πιο εξαντλητικός από όλους στα παραδείγματα είναι ο Γλυζώνιος, προσπαθώντας να καλύψει κάθε ανάγκη για διαίρεση στην καθημερινή ζωή και ιδίως στις συναλλαγές. Ο Ασάνης έχει το απλούστερο σκεπτικό για την εκτέλεση της διαίρεσης, αλλά η τοποθέτηση του διαιρέτη κάτω από τον διαιρετέο, όπως είδαμε στο *Γλυτζούνι*, κάνει την πράξη να φαίνεται πιο δύσκολη απ' ότι πραγματικά είναι. Γενικώς, η προσκόλληση στο να βρίσκεται το πηλίκο στην ίδια γραμμή με το διαιρετέο, όπως παρουσιάζεται η διάταξη των αριθμῶν στη διαίρεση σε όλα βιβλία, δεν επιτρέπει να αποκτήσει η πράξη πιο απλή εμφάνιση, πιο κοντά στη σημερινή.

Ο Κοσμάς θα κλείσει την παρουσίαση των πράξεων με τη «βάσανο» του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Προτείνει η μία πράξη να είναι η δοκιμή (με σημερινούς όρους) της άλλης. Ανακεφαλαιώνοντας περί της δοκιμής των πράξεων, αποτρέπει τη «βάσανο των 9» για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό, όπως την έχει ο Γλυζώνιος (χωρίς να αναφέρει το *Γλυτζούνι* ή κάποιο άλλο βιβλίο που την περιέχει, αλλά θεωρεί πως είναι γνωστή σε όλους), διότι ενδέχεται να δώσει, εσφαλμένα, αληθή την πράξη και δίνει αντιπαράδειγμα.<sup>334</sup> Έτσι εξηγείται το γιατί δεν παρουσιάζει δοκιμή σε κάθε πράξη, αλλά παρουσιάζει ανά ζεύγος πράξεων, μένοντας πιστός στο να δίνει έναν μόνο τρόπο εκτέλεσης της οποίας διαδικασίας παρουσιάζει και να μην παρουσιάζει εναλλακτικούς τρόπους. Ο Ασάνης, όπως και ο Βούλγαρις, δεν παρουσιάζει σε καμία πράξη δοκιμή. Ο Ασάνης βιάζεται να περάσει στο κεφάλαιο των κλασμάτων, που το παρουσιάζει στο μέρος της Αριθμητικής, ενώ όλα τα παραδείγματα διαιρέσεων που παρουσίασε ήταν ατελείς διαιρέσεις με πηλίκια μικτούς αριθμούς (με ακέραιο και κλασματικό μέρος, δηλαδή).

Ο Κοσμάς αλλάζει σελίδα και βάζει τίτλο «Περί Αναλογιών». Ορίζει την έννοια του Λόγου δύο αριθμῶν με αναφορά στο 5<sup>ο</sup> βιβλίο του «στοιχειωτή» (Ευκλείδη) και προχωρά στον ορισμό του λόγου δύο μεγεθῶν ομογενῶν και από κει στην Αναλογία, η οποία είναι τριῶν ειδῶν: «Γεωμετρική, Αριθμητική και Αρμονική». Δηλαδή ορίζει τις προόδους με τη σημερινή ορολογία. Δηλώνει πως θα μας απασχολήσει η «Γεωμετρική», η οποία διαιρείται σε «συνεχὴ και σε διεξυγμένη». Η δεύτερη διαιρείται, με τη σειρά της, σε «απλὴ και σύνθετο», όπως και σε «ορθὴ και πλάγια». Οι δύο τελευταίες κατηγορίες ἔχουν να κάνουν με το ζητούμενο ὄρο. Αν ζητούμε τον τέταρτο ὄρο, πρόκειται για «ορθὴ», αν ζητούμε τον πρώτο ὄρο ἢ τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, όπως θα λέγαμε σήμερα, λέγεται «πλάγια». Ολοκληρώνει τους ορισμούς με τη «σύνθετον αναλογία», όταν στους πέντε αριθμούς ζητείται ἔκτος ἢ στους επτά ζητείται ὄγδοος, αναφέροντας πως λεπτομέρειες θα δούμε πιο κάτω.

Ακολουθεῖ «Σχόλιον», όπου τις αναλογίες αυτές μας πληροφορεῖ πως «ἐπὶ το κοινότερον καλοῦνται μέθοδοι ἀπὸ τους αριθμητικούς».<sup>335</sup> Μέσα στο ἴδιο σχόλιο αναφέρει ὅτι «χρυσούς κανόν υπό των νεωτέρων δια το χρήσιμον οἱ ὄροι να εἶναι εἴτε ὅλοι ὁμοειδεῖς ἢ ἀνά δύο, ἀλλιῶς ἡ ἀναλογία εἶναι ἀσύστατος και ἡ ἀπάτη ἐγγύς». Ακολουθοῦν τρία υποδείγματα ορθῆς μεθόδου των τριῶν, ἕνα με ὅλους τους ὄρους «ὁμοειδεῖς» και δύο με τους ὄρους «ἀνά δύο ὁμοειδεῖς». Τα υποδείγματα της πλαγίας μεθόδου των τριῶν χωρίζονται σε δύο εἴδη: ἕνα για ἀνάλογα ποσά και ἕνα για αντιστρόφως ἀνάλογα, με σημερινὴ ορολογία. Πριν προχωρήσει στο κεφάλαιο

<sup>333</sup> Σελ. 23

<sup>334</sup> Σελ. 26

<sup>335</sup> Σελ. 30

«Περί Εταιρείας», τελειώνει με ένα «Σχόλιον», όπου εφιστά την προσοχή στο ποια ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα (όπως θα λέγαμε σήμερα). Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός πως σε όλα τα υποδείγματα αναλογιών δεν έχουμε τη διάταξη των δεδομένων σε κατάταξη, όπως κάνουμε σήμερα και το σημαντικότερο, οι πράξεις μόνο περιγράφονται, δε φαίνονται στο βιβλίο. Οι μόνες πράξεις που βλέπουμε είναι αυτές της επαλήθευσης των αποτελεσμάτων. Εκτιμώ πως αναμένεται να γίνουν από τον αναγνώστη, αφού γίνεται λεπτομερής περιγραφή ποιο ποσό πολλαπλασιάζεται με ποιο και ποιο διαιρείται με ποιο.

Στις σελίδες με τις οποίες ολοκληρώνεται το μέρος της Αριθμητικής,<sup>336</sup> γίνεται μια σύντομη παρουσίαση «Περί Εταιρείας», με υπόδειγμα επί της απλής και ορθής Εταιρείας. Σήμερα, τη διαδικασία «Περί Εταιρείας» τη λέμε «μερισμό σε μέρη ανάλογα».<sup>337</sup> Ακολουθεί υπόδειγμα «κατά πλάγιαν μέθοδον εταιρείας», και μετά έχει τις παραγράφους «Περί Ορθής Μεθόδου των 5», «Περί Συνθέτου Εταιρείας» (όπου εμφανίζεται μια πρώτη μορφή κατάταξης), «Περί της Πλάγιας των 5» (όπου εμφανίζεται κατάταξη αντιστρόφως ανάλογων ποσών), «Περί της μεθόδου των 7»,<sup>338</sup> για να κλείσει με μία παράγραφο «Περί αριθμητικής Αναλογίας» και μία «Περί αρμονικής αναλογίας».

Αυτό που για το Γλυζώνιο είναι το κύριο μέρος του βιβλίου του (οι μέθοδοι και οι εφαρμογές τους), για τον πατέρα του είναι 35 σελίδες από την *Αριθμητική* του και για το Βούλγαρι είναι μια εξαντλητική παρουσίαση, που παίρνει και θεωρητική μορφή, μιας και θα παρουσιάσει τα ιδιότητες των αναλογιών με τη βοήθεια μεταβλητών, για τον Κοσμά είναι 17 αραιογραμμένες σελίδες, όπου παρουσιάζονται μόνο οι βασικές κατηγορίες αναλογιών και μεθόδων, μέσα από απλά παραδείγματα. Σ' αυτές τις σελίδες εισαγάγει την κατάταξη σε δύο γραμμές,<sup>339</sup> ενώ ο πατέρας του την κάνει σε μία και ο Βούλγαρις δεν κάνει καμίας μορφής κατάταξη, σχηματίζοντας απευθείας αναλογίες. Στην αντίστοιχη περίπτωση του μερισμού σε μέρη ανάλογα, ο Γλυζώνιος φλυαρεί γεμίζοντας σελίδες με πράξεις. Ο Κοσμάς δείχνει να βιάζεται να μπει στο μέρος που ονομάζει «Άλγεβρα», παρουσιάζοντας, μέχρι τώρα, τον απλούστερο και ασφαλέστερο τρόπο για την αντιμετώπιση των προβλημάτων που παρουσιάζει στο βιβλίο του. Ο Ασάνης στο μέρος της Αριθμητικής δεν θα παρουσιάσει μεθόδους, αλλά τα κλάσματα. Ο Κοσμάς αυτό που έχει στο μυαλό του ως Αριθμητική το παρουσιάζει σε 45 σελίδες και ο Ασάνης σε 49, δείχνοντας παρόμοιο σκεπτικό. Πρόκειται για ένα εισαγωγικό κεφάλαιο, του οποίου η ύλη στο μεγαλύτερο μέρος της είναι γνωστό στον αναγνώστη και αποτελεί «γέφυρα» με το παρελθόν του μαθητή, που το βοηθά να μπει μετά από μια σύντομη υπενθύμιση στη νέα ύλη, της Άλγεβρας. Ο Ασάνης προσπάθησε να έχει στο βιβλίο του ευκλείδεια δομή, δίνοντάς μας περίπλοκους ορισμούς για την έννοια του αριθμού και της διαίρεσης (τον οποίο τα ελληνικά μου δε μου επιτρέπουν να καταλάβω τι λέει), την οποία δε μπορεί να κρατήσει, όπως απέδειξε η παρουσίαση των κλασμάτων. Ο Κοσμάς έχει ξεπεράσει τη σκόπελο της διατήρησης ευκλείδειας δομής στο βιβλίο του, δηλώνοντας πως με τα κλάσματα θα ασχοληθεί εκτενώς παρακάτω, στο μέρος της Άλγεβρας.

<sup>336</sup> Σελ. 37 μέχρι 44.

<sup>337</sup> Όπου και το πρώτο τυπογραφικό λάθος που εντοπίζω, 48 αντί του σωστού 46.

<sup>338</sup> Σελ. 43, όπου υπάρχουν δύο τυπογραφικά λάθη: εμφανίζονται οι αριθμοί 120 και 220, αντί του σωστού 210 και στις δύο περιπτώσεις.

<sup>339</sup> Σελ. 42. Δε λέει «κατάταξη», αλλά λέει: «οι όροι ευτάκτως κείμενοι».

## *Ηρωελέγεια Επιγράμματα*

Ο Κοσμάς πριν μπει στην Άλγεβρα θα παραθέσει τις καθιερωμένες ελεγείες. Ο Ιωνάς έχει επίσης παραθέσει Ηρωελέγεια Επιγράμματα. Τα παραθέτει μεταξύ της αφιέρωσης που κάνει προς τον Ηγεμόνα – προστάτη του και του Προοιμίου. Του Ιωνά τα «Ηρωελέγεια» σημειώματα αφορούν στον ηγεμόνα και στο μεταφραστή, δηλαδή στον Ασάνη. Του Κοσμά αφορούν στην Άλγεβρα. Είναι τέσσερα και μεταξύ του δεύτερου και του τρίτου αναφέρεται: «Επίγραμμα Αναστασίου Μπαλανίδου αυταδέλφου του συγγραφέως Ηρωελεγείων».<sup>340</sup> Αν και ο τίτλος αυτός είναι στο ενικό αριθμό και φέρεται σαν επικεφαλίδα της τρίτης ελεγείας, εκτιμώ πως και τα τέσσερα τα έχει γράψει ο Αναστάσιος. Το καθένα έχει ως εξής:

Το πρώτο έχει επικεφαλίδα «Εις την Άλγχεβραν. Επίγραμμα Ηρωελεγείων». Αναφέρει, χρησιμοποιώντας πολύ δύσκολη σύνταξη, πως παλιά η Ελλάδα εξαιτίας της υποδούλωσης δεν αναμίχθηκε με τις Μούσες και άφησε την ξακουστή Άλγεβρα, η οποία πήγε στην Εσπερία, χωριστά από την Ελλάδα, και εκεί ήταν για όλους θαυμαστή και θεσπέσια, αλλά τώρα ξανασυλλαμβάνεται και πάει στην πατρίδα, χάρη στους δικούς σου πόνους Κοσμά και έρχεται πετώντας (αν το αποδίδω σωστά) στο σπίτι της. Η αναφορά στο όνομα του Κοσμά και η ανάδειξη των κόπων του με κάνει να πιστεύω πως, αν ο Κοσμάς δεν έχει κάποια ψυχική διαταραχή, η ελεγεία είναι γραμμένη από άλλον, ο οποίος δεν αναφέρεται. Αν είναι κάποιος άλλος από τον Αναστάσιο, είναι σοβαρή παράληψη, που δε νομίζω να διέφευγε από τον Κοσμά ή οποιοδήποτε λόγιο του καιρού του. Εκτιμώ, λοιπόν, πως και τα τέσσερα επιγράμματα είναι γραμμένα από τον Αναστάσιο.

Ακολουθεί ένα δίστιχο, με τον τίτλο «Άλλο». Λέει, Ελλάδα που είσαι το σπίτι των Μουσών και των σοφών εσύ μητέρα, δέξου την Άλγεβρα, την οποία σου παρέχουν οι τύποι. Τον τίτλο της τρίτης ελεγείας τον είδαμε πιο πάνω. Είναι αυτός που αναφέρει ως δημιουργό της τον Αναστάσιο. Αυτή λέει πως πρώτα η Ελλάδα ήταν καλότυχη και ζηλευτή για τα ωφέλιμα που πλούτιζαν το βίο και είχε στέμμα τους σοφούς της. Εύκολα όμως ο φθόνος άρπαξε γρήγορα όλη τη δόξα και εξαιτίας του έγινε πανδυστυχής και άθλια. Αλλά, πάλι λαμπρύνεται σφόδρα και τα μάτια σηκώνει, τώρα μάλιστα που δέχεται και σύγγραμμα της Άλγεβρας. Το τελευταίο δίστιχο έχει τον τίτλο «Έτερον». Λέει, Ελλάδα άθλια που περιέπεσες, σήκωσε το βλέμμα σου. Έχεις την ευχή να έχεις τώρα Άλγεβρα από τους κόπους σου.<sup>341</sup>

Και οι τέσσερεις ελεγείες, πέρα από την καθιερωμένη εξύψωση του συγγραφέα στα μάτια του αναγνώστη, εκφράζουν το πόσο σημαντική θεωρείται η Άλγεβρα και η διδασκαλία της στον ελληνόφωνο κόσμο, από τα αδέρφια Μπαλάνους. Επαναλαμβάνουν το αφήγημα περί ανάτασης μετά την υποδούλωση, που αναφέρει ο Γλυζώνιος όπως και ο πατέρας Μπαλάνος, ο οποίος στην προμετωπίδα της *Οδού* έχει γκραβούρα με τον αναγεννώμενο από τις στάχτες του φοινικά που τον κοιτά ο ήλιος και από πάνω της γράφει «Μετά το πεπρωμένο ανίστημι. Και εκ του ολισθήματος ισχυρωτέρα».<sup>342</sup> Ανάλογα γράφει ο Ρήγας και άλλοι νεωτερικοί λόγιοι.

## *Η Άλγεβρα*

Το μέρος της Άλγεβρας στον Κοσμά χωρίζεται σε τέσσερα μέρη και στον Ασάνη χωρίζεται σε τρία μέρη. Στον Κοσμά το 1<sup>ο</sup> μέρος ονομάζεται «Αλγγέβρας

<sup>340</sup> Σελ. 46.

<sup>341</sup> Ο. π.

<sup>342</sup> Μετά το θάνατο θα αναστηθώ. Και από το γλίστρημα [την πτώση], θα είμαι πιο δυνατή.



Βιβλίον Πρώτον», όπου στη γενική πτώση κατεβάζει τον τόνο της Άλγεβρας, κάτι που δεν κάνει στον τίτλο του βιβλίου. Στο «βιβλίο» αυτό ασχολείται με το συμβολισμό και τις πράξεις των πολυωνύμων, το 2<sup>ο</sup> «βιβλίο» με τα κλάσματα, όπως είχε προαναγγείλει και τους δεκαδικούς αριθμούς, στο 3<sup>ο</sup> «βιβλίο» προχωρά στη χρήση της Άλγεβρας, με την επίλυση εξισώσεων και προβλημάτων α' βαθμού και στο 4<sup>ο</sup> με την εξαγωγή ριζών και την επίλυση εξισώσεων και προβλημάτων β' βαθμού. Ο Ασάνης, έχοντας κάνει αναφορά στα κλάσματα στο μέρος της αριθμητικής, στο 1<sup>ο</sup> μέρος περιλαμβάνει συμβολισμό, δυνάμεις – ταυτότητες και ρίζες, στο 2<sup>ο</sup> με τη χρήση των εξισώσεων προχωρά στην επίλυση προβλημάτων ακόμα και μεγάλου βαθμού και στο 3<sup>ο</sup> με τις προόδους, τους λογαρίθμους και τις ρίζες.

### *Βιβλίον Πρώτον*

Και οι δύο ξεκινούν με τον ορισμό της Άλγεβρας. Ο Ασάνης είδαμε πως προσπαθεί να δώσει στο βιβλίο μια Ευκλείδεια μορφή στη διάταξη της ύλης, δίνει έναν αρκετά καλό ορισμό, αν και μάλλον έχει «ψυχαγωγική» μορφή, μιας και για τον ίδιο όρο χρησιμοποιεί δύο ονόματα, όπως φανερώνουν τα επαναλαμβανόμενα «ήτοι»: «Αριθμητική για γραμμάτων ήτοι Άλγεβρά εστιν Αριθμητική τις καθόλου: ήτοι Επιστήμη Ποσοτήτων γενικώς: ώσπερ και η αριθμητική, επιστήμη Αριθμών». <sup>343</sup> Ο Κοσμάς δίνει έναν κακό ορισμό, όπως θα λέγαμε σήμερα: «Η καλουμένη Άλγεβρα, επιστήμη εστί περί το ποσόν καταγινόμενη, των αλγεβρικών προβαλλομένων θηρώμενη την λύσιν δια των οικείων αυτής αρχών». <sup>344</sup> Χρησιμοποιεί την περιγραφή «αλγεβρικός» για να ορίσει την Άλγεβρα. Προτιμά να προοικονομεί το τι θα δει ο αναγνώστης παρακάτω, παρά να είναι επιστημονικά ορθός, για άλλη μια φορά.

Αμέσως περνά στην παράγραφο «Περί Συμβόλων». Εξηγεί ότι στην Αριθμητική οι πράξεις γίνονταν με τη βοήθεια των «χαρακτήρων», δηλαδή συγκεκριμένων αριθμών, ενώ εδώ (στην Άλγεβρα) «δια στοιχείων». Φαίνεται ξεκάθαρα η διαφορά σε σχέση με τον πατέρα του για το τι σημαίνει «χαρακτήρας». Ο πατέρας του εννοεί το ψηφίο, ενώ ο Κοσμάς τον αριθμό, ο οποίος γράφεται με τη βοήθεια «κυφρών». Τα πρώτα γράμματα της αλφαβήτου θα τα χρησιμοποιεί για τα διδόμενα (παραμέτρους) ενώ τα τελευταία για τα «άδηλα» ή αλλιώς «ζητούμενα» (τους αγνώστους). Ακολουθώντας, μη έχοντας χρησιμοποιήσει τα σύμβολα των πράξεων στο μέρος της Αριθμητικής, παρά μόνο το =, εξηγεί τα σύμβολα = (εκ νέου), +, -, X, με τα ονόματα των πράξεων κατά Διόφαντο και ακολουθούν τα  $\cdot$ ,  $\div$ ,  $\frac{\alpha}{\beta}$ ,  $<$ ,  $>$  και  $\infty$ .

Τους συντελεστές των «στοιχείων» (πολυωνύμων) τους λέει «συζύγους». Προχωρά, χωρίς να αλλάζει ούτε καν παράγραφο, στην παρουσίαση των δυνάμεων. Είναι η πρώτη φορά που εντοπίζω στον Κοσμά διάθεση να περιγράψει κάτι με πολλούς τρόπους. Δε δείχνει διάθεση «ψυχαγωγίας», νομίζω, αλλά αναζητά τον καλύτερο όρο, αυτόν που αποδίδει καλύτερα αυτό που θέλει να περιγράψει. Συγκεκριμένα για τον «χαρακτήρ (αριθμός) ... εν τοις δεξιούς υπεράνω των στοιχείων (πολυωνύμων), δηλαδή για τον εκθέτη λέει: υπό τινων (όπως τον πατέρα του) μεν λογάριθμος λέγεται, κοινότερον δε εκθέτης, εξελληνιζόντων των πλείστων το εξπόνενς λατινικόν ημίν δέ καλείσθω βαθμοδείκτης, ως του βαθμού παραστατικού ...». <sup>345</sup> Εδώ γίνεται σαφής αναφορά σε απόδοση ξένου όρου στα ελληνικά. Ο όρος «εξπόνενς», πράγματι, απαντά στα Λατινικά και στα (νέα) Ιταλικά είναι εσπονέντε. Είναι μία ακόμα ένδειξη, μετά τις «κύφραις» πως, αν δεν ξέρει Λατινικά ο Κοσμάς, τουλάχιστον γνωρίζει τη

<sup>343</sup> Ασάνης – Σπαρμώτης 1797, 50.

<sup>344</sup> Σελ. 47.

<sup>345</sup> Σελ. 50.

λατινική μαθηματική ορολογία σε πολύ καλό βαθμό. Ο Ασάνης τον εκθέτη πρέπει να τον θεωρεί γνωστή έννοια, αφού δεν έχει παρουσιαστεί προηγουμένως στην Αριθμητική. Σαν ο όρος «εκθέτης» να είναι γνωστός στον αναγνώστη, και να έχει για αυτόν την έννοια του σημαδιού στο πάνω δεξί μέρος μιας λέξης, ενός γράμματος, ενός εικονιδίου ή ενός συμβόλου, μας λέει πως με τον εκθέτη, στα Μαθηματικά, συμβολίζουμε επαναλαμβανόμενο πολλαπλασιασμό της ίδιας ποσότητας. Ο Κοσμάς συνεχίζει συστήνοντας προσοχή στη διαφορά συντελεστή και εκθέτη και ως προς το σε ποιο στοιχείο αντιστοιχεί ο κάθε εκθέτης. Κλείνει τα περί εκθέτη παρουσιάζοντας εκθέτη που συμβολίζεται με μεταβλητή.

Προχωρά με τα είδη των αλγεβρικών παραστάσεων («στοιχεία»), όμοια και μη όμοια μονώνυμα («ομοειδή – ετεροειδή»), μονώνυμα και πολυώνυμα («απλά και μικτά στοιχεία»), διώνυμα, τριώνυμα πολυώνυμα («διμερή, τριμερή, πολυμερή») και αποτελούνται από όρους. Ο Ασάνης μιλά για Μονόμιον, Δινόμιον, Τρινόμιον και Πολυωνόμιον, αν διαβάσω σωστά τα γράμματα. Ο Κοσμάς κλείνει την πρώτη παρουσίαση με την παρατήρηση πως στα πολυώνυμα δεν ισχύει το θεσιακό σύστημα.

Αλλάζει ενότητα, με επικεφαλίδα «Περί Δυνάμεων Αλγεβρικών». Τη βάση, όπως λέμε σήμερα, τη λέει «ρίζα» ή «πλευρά», ενώ μας ενημερώνει τα αποτελέσματα των επαναλαμβανόμενων πολλαπλασιασμών οι νεώτεροι τα λένε «δυνάμεις». Αυτός θα χρησιμοποιεί την ορολογία του Διόφαντου (περί «πλευρών και ριζών»), ενώ τα σύμβολα των νεωτέρων. Κατόπιν, δίνει την ορολογία των δυνάμεων κατά Διόφαντο «πλευρά», «τετράγωνο», «κύβο», «δυναμοδύναμη», «δυναμόκυβος» και «κυβόκυβος» (πρώτη, δεύτερα, τρίτη, τέταρτη, πέμπτη και έκτη, αντίστοιχα, «κατά των νεωτέρων»). Τη μηδενική δύναμη τη λέει «Μονάδα». Με την αντίστροφη διαδικασία ορίζει τις ρίζες των διαφόρων τάξεων. Τις χωρίζει «κατ' Ευκλείδην» σε «ρηταί», «άλογοι» και «κατ' επίνοιαν» (ρητές, άρρητες και φανταστικές). Στην επόμενη σελίδα παραθέτει από ένα παράδειγμα σε κάθε περίπτωση.<sup>346</sup> Ο Ασάνης τις ρίζες τις παρουσιάζει μετά τις πράξεις των πολυωνύμων σε ξεχωριστό κεφάλαιο, πιο αναλυτικά. Ο δε Βούλγαρις είναι εξαντλητικός και ως προς τις δυνάμεις, ακόμα και με αρνητικό εκθέτη και ως προς τις ρίζες, ακόμη και τις φανταστικές. Είναι το κύριο μέρος του βιβλίου του.

Ο Κοσμάς θα κλείσει το πρώτο μέρος της Άλγεβρας του με την παρουσίαση των πράξεων των πολυωνύμων. Τα παραδείγματα που θα παρουσιάσει αφορούν σε πολυώνυμα πολλών μεταβλητών, με συντελεστές συγκεκριμένους ακέραιους αριθμούς, θετικούς και αρνητικούς. Πρώτη πράξη η Πρόσθεση («σύναυσις»), βέβαια. Γίνεται με τέσσερεις «κανόνες», βήματα θα λέγαμε σήμερα. Ο πρώτος αφορά στη στοίχιση των πολυωνύμων το ένα κάτω από το άλλο. Ο δεύτερος στην πρόσθεση ομοίων και ομόσημων («ταυτοσύμβολα») όρων. Ο τρίτος στην πρόσθεση ομοίων και ετερόσημων («ετεροσύμβολών») όρων και ο τέταρτος στα αθροίσματα μη όμοιων όρων των πολυωνύμων. Ακολουθεί παράδειγμα με επεξήγηση και ακόμα τρία παραδείγματα, χωρίς επεξήγηση.<sup>347</sup>

Προχωρά στην Αφαίρεση. Σχολιάζει, πως μετά την παρουσίαση της πρόσθεσης είναι εύκολη πράξη. Αλλάζουμε τα πρόσημα του «ελάττονος» πολυωνύμου και κάνουμε πρόσθεση. Παραθέτει ένα παράδειγμα με επεξήγηση και τρία χωρίς, όπως και στην πρόσθεση. Ακολουθεί «Υποσημείωσις» όπου χωρίς τη χρήση παρενθέσεων, προσπαθεί να εξηγήσει το + και το - μπροστά από πολυώνυμο. Η «υποσημείωσις» προσπαθεί να δώσει φυσική σημασία στο πρόσημο - , είτε ως χρέος είτε ως προσανατολισμό, με παράδειγμα κίνησης προς τη δύση ή την ανατολή, χωρίς σχήμα. Ολοκληρώνοντας την παρουσίαση των δύο πράξεων, επαναλαμβάνει

<sup>346</sup> Σελ. 59.

<sup>347</sup> Σελ. 60 – 62.

όσα έχει αναφέρει περί δοκιμής και στην αριθμητική, κάνοντας τη δοκιμή σε δύο προηγούμενα παραδείγματα, όπου υπάρχει τυπογραφικό λάθος σε κάποιους εκθέτες.<sup>348</sup>

Η παρουσίαση του πολλαπλασιασμού («Πολλαπλασιάσεις») ξεκινά με μια μικρή εισαγωγή που προετοιμάζει τον αναγνώστη για την επιμεριστική ιδιότητα και κατόπιν αναφέρει και πάλι τέσσερις κανόνες. Ο πρώτος αφορά στον πολλαπλασιασμό των συντελεστών, ο δεύτερος είναι ο κανόνας των προσήμων. Μέσα σε μία παράγραφο προσπαθεί να δικαιολογήσει ότι  $- \cdot -$  δίνει  $+$ , με τις έννοιες της «απόφασης» και της «κατάφασης».<sup>349</sup> Ακολουθούν παραδείγματα με τη βοήθεια της έννοιας του χρέους. Ο τρίτος κανόνας αφορά στους εκθέτες («βαθμοδείκτας») και ο τέταρτος είναι η επιμεριστική ιδιότητα (περί πολυμερών), στην οποία δίνει τέσσερα παραδείγματα και κάνει και μία υπόδειξη.<sup>350</sup> Η υπόδειξη λέει πως για τον πολλαπλασιασμό διωνύμων και πολυπλοκότερων πολυωνύμων αυτά πρέπει να εγκλωβίζονται σε «γραμμάς» (παρενθέσεις).

Η Διαίρεση παρουσιάζεται σε δύο μέρη.<sup>351</sup> Πρώτα των μονώνυμων, με την παράθεση τεσσάρων κανόνων, ανάλογων με αυτών του πολλαπλασιασμού: ο πρώτος αφορά σε μονώνυμα που έχουν κοινές μεταβλητές, ο δεύτερος σε μονώνυμα με συντελεστές (διάφορους της μονάδας), ο τρίτος στους εκθέτες («βαθμοδείκτας») και ο τέταρτος στα πρόσημα. Κατόπιν παρουσιάζεται η διαίρεση πολυωνύμων. Ο πρώτος κανόνας είναι και μοναδικός. Δεν ακολουθεί δεύτερος. Μοιάζει με τη διαίρεση των αριθμών που παρουσίασε στην Αριθμητική και είναι πολύ βολικός τρόπος. Ο σύγχρονος αναγνώστης, αν εξοικειωθεί με το διαιρέτη να είναι αριστερά του διαιρετέου, εκτελεί την πράξη με την ίδια απλότητα και ταχύτητα με τη σημερινή διάταξη. Κλείνει το 1<sup>ο</sup> μέρος της Άλγεβρας με τη γνωστή συμβουλή για δοκιμή του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης της, με την εκτέλεση της αντίστοιχης άλλης πράξης.

### *Βιβλίον Β΄*

Στο «Βιβλίον Β΄» ο Κοσμάς ασχολείται με τα κλάσματα. Δεν είναι ιδιαίτερα εξαντλητικός στα παραδείγματά του, σε αντίθεση με τον πατέρα του και αφιερώνει μεγάλο μέρος των περιγραφών στην κατανόηση των εννοιών, χωρίς την παράθεση πολλών και δύσκολων παραδειγμάτων. Τα κλάσματα στα παραδείγματά του είναι συγκεκριμένα και όχι με μεταβλητές, εκτός από ελάχιστες εξαιρέσεις.

Αρχικά, ορίζει το κλάσμα ως μέρος της μονάδας, επιστώντας την προσοχή του τι εννοούμε μονάδα στους αριθμούς, η οποία είναι αδιαίρετη και τι μονάδα των αισθητών πραγμάτων που είναι απείρως διαιρετή. Τα αναφέρει, επίσης, ως «λεπτά» και οι όροι τους ονομάζονται από τον Κοσμά «αριθμητής» και «παρωνυμών». Παρουσιάζει τρεις περιπτώσεις κλασμάτων, τα μικρότερα της μονάδας, τα ίσα με τη μονάδα και τα μεγαλύτερα με τη μονάδα, τα οποία τα ονομάζει «καταχρηστικώτερα». Το «πόρισμα» που ακολουθεί, είναι μια παράγραφος με το τι εκφράζει ο κάθε όρος του κλάσματος. Κατόπιν τα χωρίζει σε «παρωνύμια» (ομώνυμα) και «μη τοιαύτα» (ετερώνυμα).<sup>352</sup>

Με δύο «θεωρήματα» ορίζει τα ίσα και τα άνισα κλάσματα και προχωρά στη σύγκριση κλασμάτων. Δίνει παραδείγματα σε σχέση με το πώς όρισε τις σχέσεις

<sup>348</sup>Σελ. 62 - 65.

<sup>349</sup>Σελ. 68.

<sup>350</sup>Σελ. 70 - 72.

<sup>351</sup>Σελ. 72 - 78.

<sup>352</sup>Σελ. 79 - 82.

αυτές και μετά συγκρίνει τα ομώνυμα κλάσματα.<sup>353</sup> Με τη βοήθεια «προβλημάτων» παρουσιάζει την απλοποίηση, τα ανάγωγα κλάσματα, τους πρώτους μεταξύ τους αριθμούς, την εύρεση του μέγιστου κοινού διαιρέτη (μέγιστον κοινόν μέτρον) των όρων του κλάσματος (όπου εδώ, στα προβλήματα, πρώτη φορά ο αριθμητής και παρονομαστής παρουσιάζονται με ένα όνομα), με σκοπό την επίτευξη απλοποίησης. Με τη βοήθεια «προβλήματος» και πάλι, προχωρά στη μετατροπή ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα με τη βοήθεια του γινομένου των παρονομαστών κι όχι του ελάχιστου κοινού πολλαπλασίου των. Δίνει την ίδια μέθοδο και για την περίπτωση των δύο κλασμάτων, αλλά και για περισσότερα από δύο. Το τελικό παράδειγμα είναι με μεταβλητές στους όρους πέντε κλασμάτων.<sup>354</sup>

Συνεχίζοντας, με την παράθεση «προβλημάτων» τρέπει κλάσμα σε ισοδύναμο με άλλο παρονομαστή από τον αρχικό και εφαρμόζει τη μέθοδο στην εύρεση τετάρτης αναλόγου. Το πρόβλημα το θεωρεί σημαντικό και αφιερώνει μια μεγάλη παράγραφο στη χρησιμότητά του (χρήσις και λυσιτέλεια του προβλήματος).<sup>355</sup> Με τα επόμενα προβλήματα παρουσιάζονται η μετατροπή ακεραίου σε κλάσμα, το πόσες ακέραιες μονάδες περιέχονται στο καταχρηστικό κλάσμα με δύο παραδείγματα. Ένα που δίνει ακέραιο αριθμό και ένα που δίνει μικτό.<sup>356</sup> Μετά από όλα αυτά, θα προχωρήσει στις πράξεις μεταξύ κλασμάτων. Η μέθοδος που χρησιμοποιεί είναι η περιγραφή της διαδικασίας για την κάθε πράξη και την κάθε περίπτωση που παρουσιάζει και, όπου κρίνει απαραίτητο, παραθέτει ένα παράδειγμα με κλάσματα που έχουν μονοψήφιους όρους ή με μονοψήφιους ακέραιους και κλάσματα σαν αυτά που μόλις περιέγραψα.

Η «σύνναμις» παρουσιάζεται με ένα παράδειγμα δύο ομώνυμων κλασμάτων, ένα παράδειγμα δύο ετερόνυμων κλασμάτων, τη δικαιολόγηση του τελευταίου αποτελέσματος και την παρατήρηση πως με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να προσθέσουμε περισσότερα κλάσματα. Ακολούθως, χωρίς παράδειγμα, όπως και στην περίπτωση της πρόσθεσης περισσότερων από δύο κλασμάτων, αναφέρει πως αν ένας από τους προσθετέους είναι ακέραιος, βάζουμε μονάδα στον παρονομαστή και εκτελούμε την πράξη σύμφωνα με τα προηγούμενα.<sup>357</sup>

Στην παρουσίαση της αφαίρεσης, απλά περιγράφει την πράξη για την περίπτωση δύο ομώνυμων κλασμάτων, δίνει ένα παράδειγμα για την περίπτωση των ετερόνυμων κλασμάτων και την δικαιολόγηση του αποτελέσματος, περιγράφει την περίπτωση διαδοχικών αφαιρέσεων χωρίς να παραθέτει παράδειγμα και με ένα παράδειγμα κάθε φορά εξετάζει την περίπτωση της αφαίρεσης ακεραίου με γνήσιο κλάσμα και ακεραίου με καταχρηστικό.<sup>358</sup>

Όμοια με τις δύο προηγούμενες πράξεις, παρουσιάζει τον πολλαπλασιασμό, με περιγραφή του γινομένου ως το κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών. Ακολουθεί η απαραίτητη για τον Κοσμά δικαιολόγηση του αποτελέσματος, με τη σύγκριση του λόγου των όρων του γινομένου με το τι σημαίνει να χωρίζω το πρώτο κλάσμα σε τόσα μέρη όσα λέει ο παρονομαστής του δεύτερου και να παίρνω όσα μέρη ορίζει ο αριθμητής του. Στην περίπτωση του πολλαπλασιασμού ακεραίου με κλάσμα, δεν πολλαπλασιάζει τον ακέραιο με τον αριθμητή, αλλά και σε αυτή την περίπτωση τον τρέπει σε κλάσμα με παρονομαστή το 1 και κατόπιν εκτελεί την πράξη. Στην τελευταία πρόταση της

<sup>353</sup> Σελ. 82 – 84.

<sup>354</sup> Σελ. 84 – 88.

<sup>355</sup> Σελ. 89 – 90.

<sup>356</sup> Σελ. 90 – 92.

<sup>357</sup> Σελ. 92 – 93.

<sup>358</sup> Σελ. 93 – 95.

παραγράφου που αφορά στον πολλαπλασιασμό, αναφέρει τη δυνατότητα απλοποίησης του τελικού αποτελέσματος.<sup>359</sup>

Στην περίπτωση της διαίρεσης ακολουθεί λίγο διαφορετική διαδρομή απ' ότι προηγουμένως. Η τάση που έχει εμφανίσει ο Κοσμάς είναι να μας παραθέτει για οποιαδήποτε διαδικασία, έναν τρόπο, αυτόν που θεωρεί πιο απλό κάθε φορά. Για την εκτέλεση της διαίρεσης κλασμάτων, αρχικά περιγράφει τον τρόπο που βρίσκουμε και στο βιβλίο του πατέρα του.<sup>360</sup> Πολλαπλασιάζει χιαστί τους όρους διαιρέτου και διαιρέτη. Κατόπιν το γινόμενο του αριθμητή του διαιρέτου με τον παρονομαστή του διαιρέτη το βάζει αριθμητή του γινομένου κλάσματος και το άλλο επιμέρους γινόμενο το βάζει παρονομαστή του. Το παράδειγμά του είναι το  $\frac{6}{20} : \frac{3}{4}$ . Πολλαπλασιάζει  $6 \cdot 4 = 24$  και  $3 \cdot 20 = 60$ . Το αποτέλεσμα είναι  $\frac{24}{60}$ . Το ίδιο κάνει και στη διαίρεση ακεραίου με κλάσμα, αφού πριν τον μετατρέψει σε κλάσμα με παρονομαστή το 1.<sup>361</sup> Όμως, ολοκληρώνοντας αυτή την παρουσίαση, ακολουθούν δύο πορίσματα. Στο πρώτο λέει πως από τη διαδικασία γίνεται φανερό αυτό που ρωτούν κάποιιοι, το γιατί οι περισσότεροι από όσους ασχολούνται με τα αριθμητικά, όταν πρόκειται για διαίρεση δρουν «αντιστρέφοντας τους όρους του διαιρέτου» και πολλαπλασιάζουν τα νέα κλάσματα «επ' ευθείας» (σε αντιδιαστολή με τον τρόπο χιαστί). Στο δεύτερο πόρισμα ο δεύτερος τρόπος είναι «ευχερέστερος».<sup>362</sup>

Χωρίς άλλη παρατήρηση, ακολουθεί «υποσημειώσεις» όπου παρατηρεί πως το να διαιρέσουμε δε σημαίνει πως θα βρούμε μικρότερο αποτέλεσμα.<sup>363</sup> Ολοκληρώνει την παρουσίαση των πράξεων με την έκφραση «κλάμα κλάσματος» ή αλλιώς «κλάσμα δεύτερον» και παραθέτει παραδείγματα του πώς καταλήγουμε σε ένα κλάσμα. Μοιάζει με αυτό που λέμε σήμερα, μετατροπή σύνθετου κλάσματος σε απλό, αν και δεν εμφανίζεται η σημερινή γραφή του σύνθετου κλάσματος.<sup>364</sup>

Η παρουσίαση των κλασμάτων θα ολοκληρωθεί με την παρουσίαση των «κλασμάτων δεκαδικών». Πρόκειται, βέβαια, για τα κλάσματα με παρονομαστές δυνάμεις του 10. Ο όρος «δεκαδικά κλάσματα» μας πληροφορεί πως προέρχεται από τους «νεώτερους». Η ονοματολογία τους είναι «δέκατα», «εκατοστά», «χιλιοστά» κ.τ.λ. Κατόπιν μετατρέπει τον ακέραιο 5 σε δεκαδικό κλάσμα και στις τρεις παραπάνω μορφές.<sup>365</sup> Η παρουσίαση αυτών των κλασμάτων θα ακολουθήσει την ιστορική τους διαδρομή. Λέει, λοιπόν, ο Κοσμάς πως οι νεώτεροι αναγκάστηκαν να τα επινοήσουν διότι οι πράξεις με τα κλάσματα είναι δύσκολες και επίπονες και έτσι προσπάθησαν να τις αναγάγουν σε πράξεις μεταξύ ακεραίων. Πρώτος φαίνεται να επινόησε τους δεκαδικούς αριθμούς, είτε ο «Μουλλέρος Ρεγιομοντάνος» (Johann(es) Müller von Königsberg (1436 – 1476), γνωστός με το εκλατινισμένο του όνομα Ρεγιομοντάνος (Regiomontanus)), το 1464, είτε ο Σίμων ο Στεβίνιος (Simon Stevin (1548–1620), εκλατινισμένα Stevinus) περί το αχπε' (1685).<sup>366</sup> Το γεγονός ότι αναφέρει ως έτος επινόησης των δεκαδικών αριθμών, από τον Ολλανδό Μαθηματικό, έτος μετά το θάνατό του, θα μπορούσε να είναι ένδειξη της βιβλιογραφίας που χρησιμοποιεί ο Κοσμάς. Το πιθανότερο, όμως, είναι να οφείλεται σε τυπογραφικό λάθος, διότι ο Σίμον Στέβιν την εργασία του πάνω στα δεκαδικά κλάσματα τη δημοσιεύει το 1585 σε φλαμανδική έκδοση με τίτλο *La Thiende* και σε γαλλική με

<sup>359</sup> Σελ. 95 – 97.

<sup>360</sup> Βασιλόπουλος Μπαλάνος 1803, 85 – 86.

<sup>361</sup> Σελ. 97 – 98.

<sup>362</sup> Σελ. 99.

<sup>363</sup> Σελ. 100 – 101.

<sup>364</sup> Σελ. 101 – 103.

<sup>365</sup> Σελ. 104.

<sup>366</sup> Σελ. 105.

τίτλο *La Disma*, δηλαδή η Δεκάτη.<sup>367</sup> Ίσως, δηλαδή, στη χρονολογία που παραθέτει ο Κοσμάς να τυπώθηκε κατά λάθος «χ» στη θέση του «φ» που είναι το σωστό.

Ακολουθεί ένας πρώτος συμβολισμός των αριθμών αυτών με τόνους πάνω δεξιά, σαν εκθέτες. Το πλήθος των τόνων δείχνει ποια αδύναμη του 10 είναι ο παρονομαστής. π.χ. το 357', με σημερινή ελληνική γραφή των δεκαδικών αριθμών είναι ο 3,57. Όσον αφορά στις πράξεις, ο Κοσμάς δίνει πολύ βιαστικά κατά τη γνώμη μου από δύο παραδείγματα σε κάθε πράξη με τα παραδείγματα της πρόσθεσης να παρουσιάζουν την μεγαλύτερη σε έκταση αβλεψία σε όλο το βιβλίο.<sup>368</sup> Σε κάθε παράδειγμα η πράξη γίνεται μεταξύ ακεραίων και δίπλα από την πράξη γράφει ποιους δεκαδικούς εννοεί κάθε φορά. Οι δεκαδικοί του δεύτερου παραδείγματος της πρόσθεσης παρατίθενται δίπλα από τους αριθμούς του πρώτου παραδείγματος και μάλιστα έχοντας δύο τυπογραφικά λάθη, ενώ οι δεκαδικοί του δεύτερου παραδείγματος δεν υπάρχουν.<sup>369</sup>

Ακολουθούν τρεις υποσημειώσεις.<sup>370</sup> Στην πρώτη λέει πως έτσι τα έκαναν οι πρωτοπόροι και οι μαθητές τους. Οι «εκείνων μεταγενέστεροι» τοποθέτησαν «υποδιαστολή» και μας παρουσιάζει το «νέο» τρόπο γραφής. Η δεύτερη σημειώνει πως τα μηδενικά μετά την υποδιαστολή, που τοποθετούμε μετά τη γραφή του δεκαδικού αριθμού, δεν έχουν αξία. Η τρίτη υποσημείωση δίνει έμφαση στη αξία των δεκαδικών ψηφίων. Συνοψίζει τα συμπεράσματα των τριών υποσημειώσεων με «πόρισμα» για την αξία των ψηφίων και στο ακέραιο και στο δεκαδικό μέρος και περιγράφει το θεσιακό σύστημα που περιλαμβάνει ακέραιους και δεκαδικούς.<sup>371</sup> Δείχνει πώς τα κλάσματα μετατρέπονται σε δεκαδικούς αναφέρει πως η διαίρεση των όρων του κλάσματος μπορεί να είναι ατελής με άπειρα δεκαδικά ψηφία. Δεν αναφέρει, όμως, για την περιοδικότητα των δεκαδικών ψηφίων σε μια τέτοια περίπτωση.<sup>372</sup>

Ολοκληρώνει το ΒΙΒΛΙΟ Β' με τις πράξεις μεταξύ δεκαδικών με τη νέα γραφή, με τη βοήθεια υποδιαστολής.<sup>373</sup>

### *Βιβλίον Γ'*

Το τρίτο μέρος της Άλγεβρας λέγεται ΒΙΒΛΙΟΝ Γ' και σε αυτό για πρώτη φορά περιέχεται ύλη που δεν υπάρχει αντίστοιχη στην *Αριθμητική* του πατέρα του ή στα *Στοιχεία* του Βούλγαρι. Όπως στο «τμήμα τρίτον» του Ασάνη, και στον Κοσμά, η περιγραφή ξεκινά «περί Αναλύσεως». Στον Ασάνη ο πλήρης τίτλος είναι «Περί Εξισώσεων, ήτοι περί Αναλύσεως»,<sup>374</sup> ενώ στον Κοσμά «Περί αλγεβρικής Αναλύσεως».<sup>375</sup> Και οι δύο προσπαθούν να ορίσουν τι είναι η «ανάλυσις». Ο Ασάνης λέει πως είναι ερμηνεία, μέσω αλγεβρικού υπολογισμού «τα των μεγεθών προβαλλόμενα προβλήματα αναλύειν» και ο Κοσμάς λέει πως είναι «μέθοδος ... ακριβής και επιστημονική του λύειν τα αινιγματώδη προβλήματα».<sup>376</sup> Δεν ορίζει τα «αινιγματώδη» προβλήματα, ούτε τα διαφοροποιεί από κάποια άλλα. Αναφέρει, όμως, ότι χωρίζονται σε απλά και σύνθετα, όπως διαιρούνται σε ορισμένα και

<sup>367</sup> Howard Eves 1990, 286.

<sup>368</sup> Σελ. 106 -108.

<sup>369</sup> Σελ. 106.

<sup>370</sup> Σελ. 108 – 111.

<sup>371</sup> Σελ. 111.

<sup>372</sup> Σελ. 112 – 113.

<sup>373</sup> Σελ. 113 – 118.

<sup>374</sup> Ασάνης – Σπαρμώτης 1797, 107.

<sup>375</sup> Σελ. 119.

<sup>376</sup> Ο. π.

αόριστα και τέλος σε «λύσιμα» και «άλυτα» (αδύνατα, θα λέγαμε σήμερα). Αναφέρει παραδείγματα, πρώτα για άλυτο πρόβλημα και μετά για λύσιμο, με δύσκολη εκφώνηση, ώστε να φανεί η ανάγκη εξεύρεσης άλλου τρόπου για να λυθεί, πέρα από αυτόν που κάναμε μέχρι τώρα, αναζητώντας τις κατάλληλες πράξεις της αριθμητικής.

Τις εξισώσεις ο Κοσμάς τις λέει και θα τις λέει σε όλο το βιβλίο «ισώσεις». Ο Ασάνης χρησιμοποιεί ορολογία πιο κοντά στη σημερινή με τους όρους «εξισώσεις» ή «ισότητες». Ενώ ο Ασάνης προχωρά αμέσως στην περιγραφή της εξίσωσης, των όρων της, των παραμέτρων, των αγνώστων και των μελών της, ο Κοσμάς πρώτα περιγράφει το πού χρησιμεύει μια εξίσωση ή ένα σύστημα εξισώσεων, χωρίς να παρουσιάζει τον τρόπο γραφής τους. Αυτή την παρουσίαση την ονομάζει «Πρώτη Πράξις αναλυτική», για να περάσει στην «Πράξις Δευτέρα». Δηλαδή στη, με μικρά βήματα, επίδειξη του τρόπου μεταγραφής των στοιχείων, που μας δίνει η εκφώνηση ενός προβλήματος, σε αλγεβρική παράσταση. Με μικρογράμματη γραφή των πρώτων γραμμάτων της αλφαβήτου συμβολίζονται οι «πρόδηλοι», οι γνωστοί όπως λέμε σήμερα. Με μικρογράμματη γραφή των τελευταίων γραμμάτων οι «άδηλοι», οι άγνωστοι. Κατόπιν πως γράφουμε αλγεβρικά ένα γινόμενο ή το πηλίκο άγνωστης, δηλαδή της ζητούμενης, ποσότητας με γνωστό αριθμό, πώς το άθροισμά της ή τη διαφορά της με γνωστό αριθμό και πώς όταν η εκφώνηση συνδυάζει και τα δύο π.χ. ημιάθροισμα ή ημιδιαφορά.<sup>377</sup>

Μετά από τρία «υποδείγματα» περνά στην ενότητα που ονομάζει «Πράξις Γ΄».<sup>378</sup> Πρόκειται για το σχηματισμό εξισώσεων και ισχυρίζεται πως πρόκειται για τη δυσκολότερη διαδικασία στην Ανάλυση. Είναι επίπονη, αναφέρει χαρακτηριστικά, μέσα από αυτή λάμπει σαν μέσα στην Λυδία λίθο το «οξύ της διανοίας του αναλύοντος» και χρειάζεται πολλή εκγύμναση και εξάσκηση, όπως λέει θέλοντας με τον πλεονασμό αυτό να εξηγήσει πως πρέπει να επαναληφθούν τα προηγούμενα υποδείγματα και ο αναγνώστης να καταλήξει σε εξίσωση, για το καθένα. Στην επόμενη σελίδα θα δείξει τη διαδικασία της σκέψης και τα αποτελέσματα που πρέπει να φτάσει ο αναγνώστης. Καταλήγει σε «πόρισμα» όπου συμπεραίνει πως όσοι οι άγνωστοι σε ένα πρόβλημα, τόσες πρέπει να είναι και οι εξισώσεις που πρέπει να σχηματιστούν για να λυθεί.<sup>379</sup>

Προχωρά στους κανόνες επίλυσης των εξισώσεων παραθέτοντας «αξιώματα», «λήμματα» και «θεωρήματα» για τη δημιουργία ισοδύναμων εξισώσεων όπως θα λέγαμε σήμερα. Ο Ασάνης παρουσιάζει τις εξισώσεις σαν ένα εργαλείο που πρέπει να ξέρει κανείς και δεν αναλώνεται στην αρχή της παρουσίασης του με το να πείσει για την αναγκαιότητά τους μέσω της επίλυσης προβλημάτων. Έτσι, σε ένα λιτό Κεφάλαιον Α΄ πέντε σελίδων έχει ολοκληρώσει όλα όσα έχει παρουσιάσει μέχρι τώρα ο Κοσμάς για τις εξισώσεις και όσα θα παρουσιάσει μέχρι το τέλος του Βιβλίου Γ΄.<sup>380</sup> Ως «αξιώματα», ο Κοσμάς, δίνει τη ιδιότητα της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης της ίδιας ποσότητας και στα δύο μέλη μιας ισότητας. Ως λήμμα την αλλαγή μέλους ενός όρου με ταυτόχρονη αλλαγή του προσήμου του. Ως πόρισμα ότι μπορούμε να μεταφέρουμε όλα τα μέλη μιας εξίσωσης στο 1<sup>ο</sup> μέλος με το δεύτερο να είναι ίσο με «μηθέν».<sup>381</sup> Μέχρι τώρα το μηδέν, θυμίζουμε ότι αναφέρονταν ως «ζηρός». Ακολουθεί δεύτερο πόρισμα, όπου συμπεραίνει πως, αν αυτό μας βολεύει, μπορούμε να αλλάξουμε όλα τα πρόσημα, όλων των όρων μιας εξίσωσης. Στο «πόρισμα τρίτον»

<sup>377</sup> Σελ. 120 – 123.

<sup>378</sup> Σελ. 123 – 125.

<sup>379</sup> Σελ. 125 – 127.

<sup>380</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, 107 – 112.

<sup>381</sup> Σελ. 129.

παρουσιάζει την ιδιότητα της διαγραφής ως προς την πρόσθεση ή την αφαίρεση, ως συνέπεια των δύο αξιωμάτων.<sup>382</sup>

Με παρόμοιο αξίωμα με αυτό της πρόσθεσης, για τον πολλαπλασιασμό με τον ίδιο αριθμό των δύο μελών μιας ισότητας, προχωρά σε λήμμα για την απαλοιφή των παρονομαστών σε μια εξίσωση, όπου παρατίθεται και παράδειγμα με παρονομαστή που περιέχει παράμετρο.<sup>383</sup> Μετά από ένα πόρισμα που δίνει συγκεκριμένη εφαρμογή της προηγούμενης ιδιότητας, στην περίπτωση που τα δύο μέλη μιας εξίσωσης είναι κλάσματα με τον ίδιο παρονομαστή, προχωρά σε «Θεώρημα» το οποίο το ονομάζει «τρίτον», συνεχίζοντας την αρίθμηση που υπήρχε από τα λήμματα. Στο θεώρημα δείχνει πως αν διαιρέσουμε τους συντελεστές των όρων μιας ισότητας με τον ίδιο αριθμό, τότε παίρνουμε και πάλι ισότητα. Έτσι, στο πόρισμα που ακολουθεί λέει πως αν όλοι οι όροι μιας εξίσωσης έχουν τον ίδιο συντελεστή, τότε μπορούμε να τον διαγράψουμε. Το τέταρτο και τελευταίο θεώρημα λέει αν υψώσουμε κατά μέλη στην ίδια δύναμη μια ισότητα ή βάλουμε τα μέλη της σε ίδιας τάξης ρίζα, τότε παίρνουμε και πάλι ισότητα. Δεν είναι αυστηρός στη χρήση των μεταβλητών. Δεν παίρνει κανένα περιορισμό. Ούτε τα μέλη να είναι ομόσημα, ώστε να έχουμε ισοδυναμία, ούτε οι υπόριζες ποσότητες να είναι μη αρνητικές. Κλείνει με την υποσημείωση πως όσα αναφέρθηκαν είναι προεκτάσεις των αντίστοιχων αξιωμάτων και θεωρημάτων του 5<sup>ου</sup> βιβλίου των *Στοιχείων* (του Ευκλείδη).<sup>384</sup>

Οι τρεις προηγούμενες «πράξεις» θα οδηγήσουν στην παρουσίαση της ενότητας «Πράξις Δ'», όπου περιγράφεται η διαδικασία της επίλυσης των εξισώσεων πρώτου βαθμού.<sup>385</sup> Με την ένδειξη «πρώτον» περιγράφει την απαλοιφή των παρονομαστών. Το «δεύτερον» είναι να μεταφέρουμε όλους τους άγνωστους όρους σε ένα μέλος της εξίσωσης, χωρίς κατ' ανάγκη να μεταφερθούν στο άλλο μέλος όλοι οι γνωστοί όροι. Αυτή η κίνηση είναι το «τρίτον». Το «τέταρτον» είναι η διαίρεση με το συντελεστή του αγνώστου και το «πέμπτον» είναι εύρεση του αγνώστου, αν μετά από όλη την προηγούμενη διαδικασία, είναι μέσα σε ρίζα ή υψωμένος σε κάποια δύναμη.

Για να κλείσει με την Πράξη Δ', αναφέρει σε «υποσημείωση» πως η απαλοιφή παρονομαστών γίνεται πολλαπλασιάζοντας τους όρους της εξίσωσης με το γινόμενο όλων των παρονομαστών (και όχι με ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιό τους, όπως κάνουμε σήμερα) και πως για να είναι πιο σαφές ποιος είναι ο άγνωστος, αυτός να αποδίδεται με ένα και μόνο κλάσμα και όχι ως άθροισμα ή διαφορά δύο ή περισσότερων κλασμάτων. Προτρέποντας να απομνημονευτούν τα βήματα της επίλυσης των εξισώσεων, δίνει τις λύσεις όλων των προαναφερθέντων από αυτόν προβλημάτων.<sup>386</sup> Σε κάθε ένα γράφει την εξίσωση που σχηματίζεται από την εκφώνηση του προβλήματος (την οποία δεν επαναλαμβάνει) και εφαρμόζει τα βήματα, ένα – ένα, μέχρι την εύρεση του αγνώστου, χ. Κατά την προσφιλή του τακτική, ο Κοσμάς προτρέπει τον αναγνώστη μετά τη λύση κάθε προβλήματος με εξίσωση να κάνει επαλήθευση του προβλήματος, τη γνωστή μας «βάσανο».

Πριν προχωρήσει στην παρουσίαση νέων προβλημάτων, κάνει μια ανακεφαλαίωση στα είδη των προβλημάτων με τα οποία έχει ασχοληθεί μέχρι τώρα. Έτσι, θα λύσει απορίες που δημιουργούνται στο σύγχρονο αναγνώστη και ίσως και στον αναγνώστη της εποχής. Ασχολήθηκε, λέει, με τέσσερα είδη «λύσιμων» προβλημάτων: απλά, σύνθετα, ορισμένα και αόριστα. Τα απλά μας ενημερώνει πως

<sup>382</sup> Σελ. 130.

<sup>383</sup> Σελ. 131.

<sup>384</sup> Σελ. 132 – 134.

<sup>385</sup> Σελ. 134 – 137.

<sup>386</sup> Σελ. 140 – 141.



είναι αυτά που περιγράφονται από εξισώσεις πρώτου βαθμού. Τα σύνθετα είναι αυτά που περιγράφονται από εξισώσεις μεγαλύτερου βαθμού. Τα ορισμένα αυτά που εκτός από τον άγνωστο οι άλλες ποσότητες έχουν τιμή συγκεκριμένο αριθμό, ενώ τα αόριστα περιγράφονται από εξισώσεις που περιέχουν παραμέτρους. Στην τελευταία παράγραφο υπενθυμίζει πως υπάρχουν και προβλήματα με παραπάνω από έναν άγνωστο.<sup>387</sup>

Κλείνει τη συνόψιση αυτή με ένα κατατοπιστικό σχήμα:<sup>388</sup>



Ακολουθούν, μέχρι το τέλος του ΒΙΒΛΙΟΥ Γ', πολλά νέα προβλήματα με τη λύση τους. Ποικίλουν ως προς τη μορφή της εκφώνησης, την κατηγορία στην οποία ανήκουν και ως προς τη δυσκολία τους. Το πρώτο με εντυπωσιακή εκφώνηση εμφανίζει τον Πολυκράτη, τύρανο της Σάμου, να ρωτά τον Πυθαγόρα πόσους ἄριστους έχει μαθητές. Στο επόμενο οδοιπόρος που κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από ἄλλον, προπορευόμενό του, προς την ίδια κατεύθυνση, τότε θα τον φτάσει. Έπεται θεώρημα που θα βοηθήσει σε λύση συστημάτων με αντικατάσταση. Τα επόμενα δύο προβλήματα είναι εύκολα προβλήματα με νομίσματα, ενώ το επόμενο είναι πρόβλημα που θα χρειαστεί να εκφράσουμε τον ένα άγνωστο με τη βοήθεια του άλλου, ώστε να λύσουμε γραμμικό σύστημα 2 x 2.<sup>389</sup>

Αφού εφοδίασε τον αναγνώστη με τη διαδικασία που θα τον βοηθήσει να λύνει γραμμικά συστήματα με τη μέθοδο της αντικατάστασης, προχωρά σε ενότητα που την ονομάζει «Περί επιλύσεως απλών και ᾠρισμένων προβλημάτων, εν οἷς συμβαίνει πλείω του ενός ενυπάρχει τα ἀδῆλα».<sup>390</sup> Το πρώτο πρόβλημα περιγράφεται από γραμμικό σύστημα 3 x 3 της μορφής:

$$\begin{cases}
 \chi + \psi = \alpha \\
 \psi + \omega = \beta \\
 \chi + \omega = \gamma
 \end{cases}$$

Ακολουθεί πρόβλημα με εργάτη γης και την πληρωμή του, πρόβλημα με κατανάλωση τροφής, πρόβλημα με την πώληση δύο ειδών εμπορεύματος, ἄλλο με δύο είδη νομισμάτων και τέλος, τρία απλά προβλήματα αόριστα, δηλαδή πρωτοβάθμιων με παράμετρο και κλείνει το ΒΙΒΛΙΟΝ Γ'.<sup>391</sup>

### Βιβλίον Δ'

Στο ΒΙΒΛΙΟΝ Δ', ο Κοσμάς ασχολείται με δύο, κυρίως, ζητήματα. Κατά πρώτον με την εξαγωγή ριζών διαφόρων τάξεων και κατά δεύτερον με την επίλυση

<sup>387</sup> Σελ. 142 – 144.

<sup>388</sup> Σελ. 144.

<sup>389</sup> Σελ. 145 – 153.

<sup>390</sup> Σελ. 153.

<sup>391</sup> Σελ. 155 – 164.

εξισώσεων δευτέρου βαθμού και επίλυση προβλημάτων που μεταγράφονται σε εξισώσεις δευτέρου βαθμού.

Η εξαγωγή τετραγωνικής ρίζας με αλγεβρικό τρόπο παρουσιάζεται μέσα από την ανεύρεση πλευρών τετραγώνων στο δεύτερο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Βάζοντας γράμματα στα τμήματα του σχήματος της τέταρτης πρότασης του εν λόγω βιβλίου καταλήγει στο αλγεβρικό συμπέρασμα  $(\alpha+\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$ , και  $(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\gamma) = \alpha^2+2\alpha\beta+2\alpha\gamma+\beta^2+2\beta\gamma+\gamma^2$ .<sup>392</sup> Με τη βοήθεια των τύπων αυτών περιγράφει πώς εξάγουμε τετραγωνικές ρίζες. Οι επόμενες σελίδες έχουν αριθμητικά παραδείγματα. Στην αρχή όπου επαληθεύονται οι τύποι, π.χ. ότι ο 32 είναι η ρίζα του 1024, αφού  $30 \cdot 30=900$ ,  $2 \cdot 30 \cdot 2=120$  και  $2 \cdot 2=4$ , οπότε  $900+120+4=1024$ . Κατόπιν, χωρίζονται τα ψηφία των αριθμών ανά δύο, μαθαίνουμε απ' έξω τα τετράγωνα και τους κύβους των μονοψήφιων αριθμών και εξάγουμε την τετραγωνική ρίζα ψηφίο με ψηφίο. Δίνει το παράδειγμα της τετραγωνικής ρίζας του 1.156. Χωρίζει τα ψηφία 11,56. Από τον πίνακα που έχουμε μάθει απ' έξω ξέρουμε ότι  $3^2=9$  και  $4^2=16$ . Το 16 είναι μεγαλύτερο από το 11, οπότε κρατάμε το ψηφίο 3. Η διαφορά του τετραγώνου του 3 από το 11 είναι 2 και το γράφουμε κάτω από το 11, κατεβάζοντας και τα ψηφία 5 και 6, παίρνοντας 256. Κάνουμε την πράξη  $2 \cdot 3=6$  (η οποία υποκρύπτει  $2 \cdot 30=60$ ) και αναρωτιόμαστε πόσες το 6 χωρά στο 25 (τα δύο πρώτα ψηφία του 256). Προφανώς, η απάντηση είναι 4. Το βάζουμε δεξιά του ψηφίου 3 και υπολογίζουμε το  $4^2=16$ . Οπότε έχουμε  $34^2=30^2+2 \cdot 30 \cdot 4+4^2=256$ . Το αποτέλεσμα το τοποθετούμε κάτω από το 256 που βρήκαμε προηγουμένως και παίρνουμε μηδέν. Άρα,  $\sqrt{1156}=34$ .

393

$\alpha$ 11,56	$\beta$ 34.
9	
2,56	υπόδειγμα
2 56	πρώτων.
ο	

Μετά την εξήγηση ακολουθεί δεύτερο υπόδειγμα:<sup>394</sup>

"Υπόδειγμα δεύτερον."	
$\beta$ . 41,21,64	$\gamma$ 642
$\delta$ . 36	
5,21	124
4 96	4
25,64	496
25,64	64
ο	2
	1282
	2
	2564

$6^2=36$ . Το αφαιρούμε από το 41 και μένουν 5. Κατεβάζουμε το 21. Πόσες φορές χωρά το διπλάσιο του 6 (θυμίζουμε ότι υποκρύπτεται  $2 \cdot 60=120$ ) στο 52; Απάντηση 4. Το γράφουμε δίπλα από το 6. Εκτελούμε  $4(120+4)=496$ . Αφαιρούμε από το 521 και μένουν 25. Κατεβάζουμε και το 64. Πόσες φορές χωράει το διπλάσιο του 64 (υποκρύπτεται  $2 \cdot 640=1280$ ) στο 256; Απάντηση, 2. Γράφουμε το 2 δίπλα από τα ψηφία 6 και 4. Βρίσκουμε  $2(1280+2)=2564$ . Ακολουθούν άλλα δύο υποδείγματα, όπου και σε αυτά η τετραγωνική ρίζα είναι ακέραιος αριθμός.

<sup>392</sup> Σελ. 165 – 167.

<sup>393</sup> Σελ. 173.

<sup>394</sup> Σελ. 176.

Ακολουθεί τετραγωνική ρίζα κλάσματος, για να περάσει ευθύς στην εξαγωγή τετραγωνικής ρίζας δεκαδικών αριθμών.<sup>395</sup> Η αξία των ψηφίων των δεκαδικών δεν αποτελεί εμπόδιο και είναι σα να δουλεύει κανείς με ακεραίους, με μόνη προσοχή την τοποθέτηση της υποδιαστολής στο τέλος. Μπορούμε έτσι, να προσεγγίσουμε την τετραγωνική ρίζα ακεραίων που δεν είναι τέλεια τετράγωνα, με την προσθήκη μηδενικών μετά την υποδιαστολή, μετατρέποντάς τους έτσι σε δεκαδικούς. Ο Κοσμάς εργάζεται στην περίπτωση των δεκαδικών με το συμβολισμό των τόνων.<sup>396</sup>

Για την εξαγωγή της κυβικής ρίζας, χρησιμοποιεί την ταυτότητα  $(a+b)^3$ .<sup>397</sup> Τα ψηφία, τώρα, χωρίζονται 3 – 3 και ακολουθεί ανάλογη διαδικασία με τις τετραγωνικές ρίζες, με τριπλασιασμό των ποσοτήτων, εκεί που πριν είχαμε διπλασιασμό. Παρουσιάζει αναλυτικά μόνο το παράδειγμα της εύρεσης της κυβικής ρίζας του 12.167, όπου μετά από δύο σελίδες συλλογισμών και υπολογισμών βρίσκει το σωστό αποτέλεσμα, που είναι 23.<sup>398</sup>

Μετά από αυτά, φθάνει στο στόχο του, όπως εκτιμώ, την επίλυση προβλημάτων που μεταγράφονται σε εξισώσεις δευτέρου βαθμού.<sup>399</sup> Θυμίζει πρώτα πως τα προβλήματα χωρίζονται σε απλά και σύνθετα και κατόπιν δηλώνει πως από τα σύνθετα θα ασχοληθεί μόνο με όσα είναι δευτέρου βαθμού. Ακολουθούν πέντε κανόνες ανάλυσεως «ωρισμένων» (με συντελεστές συγκεκριμένους αριθμούς και όχι παραμέτρους) προβλημάτων δευτέρου βαθμού. Τα παραδείγματα, όμως, που ακολουθούν κάθε κανόνα υπάρχει μια τάση είναι γενικής μορφής, οπότε έχουν παράμετρο.

«Κανών πρώτος» είναι αυτός που θα λέγαμε σήμερα «χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους όρους»,<sup>400</sup> ο οποίος δεν έχει πια εφαρμογή σε εξισώσεις βαθμού μεγαλύτερου του πρώτου. Δίνει το παράδειγμα:  $4αχ=2β-2χ^2$  που γίνεται  $χ^2+2αχ=β$ , έχοντας προφανώς διαιρέσει, ταυτόχρονα, κατά μέλη, με το 2.

Ο «Κανών δεύτερος» λέει πως αν από την παραπάνω διαδικασία δεν έχουμε όρο πρώτου βαθμού τότε η λύση της εξίσωσης είναι η τετραγωνική ρίζα το 2<sup>ο</sup> μέλους. π.χ.  $χ^2=α-β$ , που δίνει  $χ=\sqrt{α-β}$ , χωρίς περιορισμούς για τα α και β και χωρίς να αναφέρει αν πρόκειται για δύο λύσεις ή μόνο για την μη αρνητική, αν είναι πραγματικές, ούτε αν είναι αποδεκτές οι «κατ'επίνοιαν». Αν δε συμβαίνει κάτι τέτοιο και στο 1<sup>ο</sup> μέλος έχουμε «κολοβόν τετράγωνον»,<sup>401</sup> αναφέρει ως παράδειγμα το  $χ^2-4αχ$ , και υπάρχει όρος που το συμπληρώνει στο 2<sup>ο</sup> μέλος, τότε το μεταφέρουμε με αλλαγή προσήμου στο 1<sup>ο</sup> μέλος, ώστε να επιτύχουμε «συμπλήρωσιν του όλου τετραγώνου»,<sup>402</sup> διαδικασία που αποτελεί τον επονομαζόμενο «Κανών τρίτος». Εδώ μεταφέρει το  $4α^2$ , αφού το παράδειγμα είναι η εξίσωση  $χ^2-4αχ=2β-4α^2$ . Η εύρεση του αποτελέσματος, μετά από αυτή τη διαδικασία, δεν έρχεται απλά ως συνέχεια της σκέψης, αλλά ως «Κανών τέταρτος». Έχει ξεκινήσει από τον τρίτο κανόνα να παρουσιάζει το  $χ^2-4αχ=2β-4α^2$ , που τώρα μετατρέπεται ισοδύναμα σε  $χ^2-4αχ+4α^2=2β$  και δίνει  $χ-2α=\sqrt{2β}$ , χωρίς να μεσολαβεί κάτι άλλο, όπως η παράσταση  $(χ-2α)^2$ , οπότε καταλήγει  $χ=(\sqrt{2β})+2α$ . Πάλι δε διευκρινίζει πόσες είναι αυτές οι λύσεις, που εκφράζονται με τη γραφή αυτή.<sup>403</sup>

<sup>395</sup> Σελ. 179 – 180.

<sup>396</sup> Σελ. 180 – 184.

<sup>397</sup> Σελ. 185.

<sup>398</sup> Σελ. 186 – 189.

<sup>399</sup> Σελ. 190.

<sup>400</sup> Σελ. 191.

<sup>401</sup> Σελ. 192.

<sup>402</sup> Σελ. 193.

<sup>403</sup> Σελ. 194 – 195.

Κλείνει την περιπτώσιολογία με τον «Κανών πέμπτος», ο οποίος αφορά στη συμπλήρωση του τετραγώνου με την πρόσθεση και στα δύο μέλη της εξίσωσης του κατάλληλου όρου, που λείπει από το «κολοβόν» τετράγωνο του πρώτου μέλους. Το παράδειγμα εδώ είναι η εξίσωση  $x^2+2ax=\beta$ , η οποία θα γίνει  $x^2+2ax+a^2=\beta+a^2$  και θα δώσει  $x=\sqrt{(\beta+a^2)}-a$ .<sup>404</sup> Ολοκληρώνει την παρουσίαση των κανόνων λέγοντας πως αν  $a=5$  και  $\beta=24$  παίρνουμε λύση την  $x=..=2$ .<sup>405</sup> Σήμερα θα επιμέναμε στο μαθητή να «καταλάβει» ότι ρίζα της εξίσωσης είναι και ο  $-12$ . Ο Κοσμάς, όμως, δεν ασχολείται με την ανεύρεση αρνητικών απαντήσεων στα προβλήματα. Ακολουθεί «υποσημείωσις» μιας σελίδας για το πόσο σημαντική είναι η συμπλήρωση του τετραγώνου του 1<sup>ου</sup> μέλους μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης.<sup>406</sup>

Ο Κοσμάς για να δείξει τη χρησιμότητα και αυτών των εξισώσεων θα παραθέσει πέντε προβλήματα που λύνονται με εξισώσεις δευτέρου βαθμού.<sup>407</sup> Το πρώτο είναι ένας απλός γρίφος, που λύνεται με την εξίσωση  $x^2=625$ . Τα άλλα προβλήματα, όμως, είναι προβλήματα από το χώρο του εμπορίου, της σοδειάς γεωργού, εύρεσης αριθμού και διαφορετικών νομισμάτων. Νομίζω, πως ο Κοσμάς δίνει έμφαση στη μεταγραφή της εκφώνησης σε εξίσωση, όπου η περιγραφή του είναι πολύ λεπτομερής, και λιγότερο στον τρόπο επίλυσης της εξίσωσης. Το ποιον καλούμε  $x$ , ποιος όρος περιγράφεται σε κάθε φράση του προβλήματος και πώς συνδέονται μεταξύ τους όλοι αυτοί οι όροι είναι η διαδικασία που καταλαμβάνει το μεγαλύτερο χώρο στα υποδείγματά του. Αφού σχηματιστεί η εξίσωση, η επίλυσή της γίνεται τάχιστα, παραλείποντας ισοδύναμες εκφράσεις της.

Θα κάνει μια σύντομη αναφορά στα «αόριστα» προβλήματα μίας μόνο σελίδας, μαζί με το παράδειγμα που παραθέτει.<sup>408</sup> Ο τρόπος, όμως, που έχουν εξηγηθεί τα «ωρισμένα» δεν είναι πολύ διαφορετικός και έτσι δε χρειάζεται να πλατιάσει. Θα κλείσει την Άλγεβρα με την παράθεση επτά άλυτων προβλημάτων με εκφωνήσεις που αναφέρονται σε ήρωες της μυθολογίας και της αρχαιότητας και μετά από αυτά, τελευταίο, είναι ένα όγδοο πρόβλημα του ίδιου τρόπου εκφώνησης, το οποίο παρατίθεται με τη λύση του. Είναι το γνωστό θρυλούμενο πρόβλημα από τον τάφο του Διόφαντου με το οποίο ζητείται η ηλικία του, όταν πέθανε.<sup>409</sup>

### *Ανακεφαλαίωση*

Ο Κοσμάς ξεκίνησε με τον Διόφαντο στο προοίμιο, πέρασε από τον Βιετά, τον Πάπα Σιλβέστρο, το Ρεγιομοντάνο και τον Στέβιν, για να επιστρέψει στον Διόφαντο και πάλι. Η Άλγεβρα του Κοσμά δίνει έμφαση στο πρόβλημα και η εξίσωση αποτελεί εργαλείο για τη λύση του και όχι παράσταση που μελετάται αυτόνομα. Δηλαδή, η Άλγεβρα του Κοσμά ανήκει στη λεγόμενη Προ-νεοτερική και όχι στη Μοντέρνα. Ασχολείται με την Άλγεβρα ως αρχαιοελληνική παρακαταθήκη. Αισθάνεται πως το χρέος του είναι να την παραλάβει από το Διόφαντο και, μετά την ανάπτυξή της από άλλους λαούς, να την ξαναπαρουσιάσει στους Έλληνες. Δεν μεταφέρει τις νέες αντιλήψεις για τη Μοντέρνα Άλγεβρα. Μένει, θα λέγαμε, στη διδασκαλία της Άλγεβρας δύο αιώνες πίσω, όσο πιο κοντά γίνεται προς το Διόφαντο.

Σε σύγκριση με το αντίστοιχο κεφάλαιο στο βιβλίο του Ασάνη το κεφάλαιο των εξισώσεων δευτέρου βαθμού του Κοσμά είναι πολύ πιο λιτό. Ο Ασάνης, από τη

<sup>404</sup> Σελ. 195 – 196.

<sup>405</sup> Σελ. 196.

<sup>406</sup> Σελ. 197.

<sup>407</sup> Σελ. 198 – 204.

<sup>408</sup> Σελ. 204.

<sup>409</sup> Σελ. 209 – 210.

στιγμή που δεν παραθέτει γενικό τρόπο επίλυσης των εξισώσεων δευτέρου βαθμού, έχει πολύ περισσότερες εξισώσεις, μέσα στις τετραγωνικές ρίζες εμφανίζονται και κλάσματα και τα λυμένα προβλήματα έχουν πιο δύσκολες πράξεις. Αν υπήρχε συνεργασία μεταξύ του Ιωνά και του Κοσμά, θα λέγαμε πως το βιβλίο του Κοσμά είναι «εισαγωγικό» για το βιβλίο του Ασάνη. Στο βιβλίο του Βούλγαρι, η εξαγωγή ριζών ενώ παρουσιάζεται λεπτομερώς και σε μεγάλη έκταση, δεν εμφανίζεται να προκύπτει από την ανάγκη επίλυσης εξισώσεων. Στους Ασάνη και Κοσμά συμβαίνει το αντίθετο. Ο Ασάνης, όμως, παρουσιάζει μεγαλύτερη ποικιλία παραδειγμάτων και τάξεων των ριζών. Αρνητικοί και φανταστικοί αριθμοί στους δύο τελευταίους απλά παρουσιάζονται, αλλά δεν ασχολούνται μαζί τους μιας και στα προβλήματα αναζητούν ποσότητες που υπάρχουν κι όχι ποσότητες που λείπουν. Ο Βούλγαρης, αν και προηγείται χρονικά κατά πολύ στην έκδοση του βιβλίου του, εξακολουθεί να είναι πληρέστερος στην παρουσίαση των αρνητικών και των φανταστικών αριθμών, κάτι που δε φαίνεται να απασχολεί τους άλλους δύο. Το μέλημά τους είναι το πρόβλημα και η παρουσίαση μιας επιπλέον μεθόδου επίλυσής του, πέρα από τις γνωστές στους μαθητές τους «μεθόδους». Η νέα μέθοδος είναι η επίλυση με εξισώσεις.

Ο Ασάνης δε θα περιοριστεί στις εξισώσεις δευτέρου βαθμού, αλλά θα επεκταθεί και σε τρίτου, τετάρτου και μεγαλύτερου βαθμού, όπου αναφέρεται και το όνομα του Cardano. Οι δύο συγγραφείς κινούνται ανεξάρτητα. Εκδίδουν Άλγεβρα ο Ασάνης κατά παραγγελία του Ιωνά μεταφράζοντας, ενώ ο Κοσμάς μεταφράζει είτε κάποιο βιβλίο, είτε μέρη κάποιων βιβλίων από τα Λατινικά, χωρίς να φαίνεται πως ακολουθεί κάποιο υπόδειγμα, αλλά παρουσιάζει τον κλάδο αυτό των Μαθηματικών όπως αυτός αντιλαμβάνεται τη χρήση της Άλγεβρας.

Οι νέες έννοιες δεν είναι ξεκάθαρο, ακόμα, πώς αποδίδονται στα ελληνικά. Ο κάθε συγγραφέας προτείνει κάποιον ή κάποιους όρους. Ο Κοσμάς προτείνει ορολογία πιο κοντά στους λατινικούς όρους. Γράφει «Άλγεβρα», «κύφρα», «ζήρος» και μόνο όταν δε μένει ικανοποιημένος από τη μεταφορά του λατινικού όρου, όπως στην περίπτωση του «λογάριθμου» για τον εκθέτη, εξελληνίζει τον όρο ώστε να αποδώσει με τον καλύτερο τρόπο τη λειτουργία του και τον καλεί «βαθμοδείκτη». Δε γράφει «επί το ελληνικότερον» όπως ο πατέρας του ή ο Ιωνάς. Εκεί που ακολουθεί τον πατέρα του είναι στην παράθεση, σύντομων είναι αλήθεια, ιστορικών αναφορών. Στις αναφορές αυτές είναι ειλικρινής. Δεν αποδίδει τα πάντα στους Αρχαίους Έλληνες, αν και αναφέρει πολλούς από αυτούς. Δεν αποκρύπτει, όμως, τη συνεισφορά των Αράβων και των Δυτικών, παραθέτοντας, όπου γνωρίζει, ονόματα. Αν και κληρικός δεν κάνει αναφορά σε θρησκεία και στο αφήγημά του έχουν θέση οι Φοίνικες, οι Αιγύπτιοι, οι Αρχαίοι Έλληνες, οι Καθολικοί (π.χ. Πάπας Συλβέστρος), αλλά και οι Καλβινιστές (π.χ. Στέβιν). Το μόνο κριτήριο του Κοσμά για να αναφέρει κάποιον είναι η προσφορά, που γνωρίζει ο Κοσμάς, να έχει ο εν λόγω στα Μαθηματικά.

Τέλος, η γλώσσα του δεν είναι, κατά τη γνώμη μου, αρχαϊζουσα, αλλά είναι μιας πρώτης μορφής καθαρεύουσα, την οποία διατηρεί και στον πρόλογο και στα προοίμια και στο μαθηματικό κείμενο. Ο πατέρας του είχε πολύ δύσκολη γλώσσα στις αφιερώσεις και στους προλόγους, ενώ γινόταν κάπως πιο κατανοητός στο μαθηματικό κείμενο. Ο Βούλγαρης, σα να κάνει επίδειξη λογιосύνης, είναι πολύ δύσκολος σε όλη την έκταση του βιβλίου του. Ο Ιωνάς αναλαμβάνει να αποδώσει στην ατκίζουσα τη μετάφραση του Ασάνη. Από τα τέσσερα βιβλία, μόνο αυτό του Κοσμά διαβάζεται κάποιον σαν εμένα που δε γνωρίζει αρχαία ελληνικά, σε επίπεδο πάνω από του σημερινού Λυκείου, χωρίς ιδιαίτερη βοήθεια από κάποιο φιλόλογο, αν εξαιρέσουμε την περίπτωση των ηρωελέγειων επιγραμμάτων, όπου η σύνταξη είναι εμφανώς δυσκολότερη από αυτή που υπάρχει στο υπόλοιπο βιβλίο.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4<sup>ο</sup> : ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### Τα αίτια και ο τρόπος εισαγωγής της Άλγεβρας στη Μπαλαναία Σχολή

Για την ύλη των Μαθηματικών που διδάσκονταν στην Πρώτη Σχολή των Ιωαννίνων, σε κάθε περίοδο, μόνο εικασίες μπορούν να γίνουν. Δε σώζονται μαθηματάρια και τα όποια συμπεράσματα βασίζονται στις λίγες μαρτυρίες (οι οποίες δεν είναι πάντα σύγχρονες της εποχής που εξετάζουμε κάθε φορά), τα έργα που εκδόθηκαν από τους δασκάλους και τις πληροφορίες που έχουμε για το βίο τους.

Τα συμπεράσματα των μελετητών διαφέρουν μεταξύ τους κατά πολύ. Ιδιαίτερα για τη μακρά περίοδο της διεύθυνσης της σχολής από τους Μπαλάνους. Από πολύ αισιόδοξες εκτιμήσεις, μέχρι αφορισμούς. Από την εκτίμηση πως η Άλγεβρα εισάγεται για πρώτη φορά στα ελληνικά σχολεία από τον Ανθρακίτη,<sup>410</sup> μέχρι το συμπέρασμα πως επειδή δε σώζεται κάποιο μαθηματάριο από την *Οδό Μαθηματικής*, αυτή δε χρησιμοποιήθηκε, τουλάχιστον όλη, ως διδακτικό εγχειρίδιο.<sup>411</sup> Όμως, όπως είδαμε, ούτε ο ίδιος ο Ανθρακίτης δεν αναφέρει, στην επιστολή του προς τους άρχοντες των Ιωαννίνων, ότι τα μαθηματάρια των παραδόσεων του περιείχαν Άλγεβρα, αν και αναφέρει αρκετά από τα περιεχόμενά τους. Το ίδιο και ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος στο Προοίμιο της *Οδού Μαθηματικής*, αναφέρει πως ο Ανθρακίτης δίδαξε πολλά αντικείμενα των Μαθηματικών, αλλά δεν αναφέρει μεταξύ αυτών την Άλγεβρα. Απ' την άλλη, η *Οδός Μαθηματικής* είδαμε πως ήταν βιβλίο που διδάσκονταν κατά βάση στα σχολεία τη δεκαετία του 1750. Ο Μπαλάνος, άλλωστε, γράφει στο Προοίμιο πως ο Ανθρακίτης δίδαξε τη μεγαλύτερη ύλη της *Οδού Μαθηματικής* από τον καιρό που ήταν δάσκαλος στην Καστοριά.<sup>412</sup> Ο Κοσμάς στην αφιέρωση του βιβλίου του κάνοντας μια μικρή ιστορική επισκόπηση της προσφοράς της σχολής Γκιούμα, αναφέρει πως ο πατέρας του εξέδωσε την *Οδό Μαθηματικής* και «παρέδωκε φιλοπόνως εις τους εραστάς της μαθήσεως εν αυτώ τω σχολείο ... με μεγάλην ωφέλειαν των διδασκομένων».<sup>413</sup> Νομίζω πως στην εικασία ότι η *Οδός* ήταν βιβλίο απευθυνόμενο σε μαθητές συνηγορεί και η αλλαγή του τρόπου γραφής στο κυρίως μαθηματικό κείμενο, όπου η κάθε πρόταση είναι πολύ μικρότερης έκτασης, σε σχέση με τις προτάσεις στα προλογικά σημειώματα. Μελετώντας, λοιπόν, με προσοχή βλέπουμε πως και οι δύο ακραίες υποθέσεις δεν ευσταθούν.

Όσον αφορά στη διδασκαλία της Άλγεβρας από τον Κοσμά, είδαμε πως το βιβλίο του Κοσμά, που εξετάσαμε λεπτομερώς στο προηγούμενο κεφάλαιο, είναι ένα εύκολο βιβλίο εισαγωγής στην Άλγεβρα. Με γλώσσα απλούστερη από όσα βιβλία εξετάσαμε και με τη σημείωση στον πρόλογο πως σκοπός της έκδοσής του είναι να σηκώσει το βάρος της αντιγραφής από τους μαθητές, είναι ένα βιβλίο καθαρά προορισμένο για διδασκαλία. Άρα, μπορούμε να πούμε με σιγουριά, πως ο Κοσμάς διδάσκει Άλγεβρα στη Μπαλαναία σχολή πριν το 1796, οπότε γράφτηκε ο πρόλογος του βιβλίου. Το πότε ακριβώς ξεκινά να διδάσκει το αντικείμενο αυτό είναι, μέχρι τώρα, άγνωστο. Δεν αναφέρει κάτι σχετικά σε κάποιο σημείο του βιβλίου. Δεν αναφέρει ούτε καν πού μαθαίνει ο ίδιος Άλγεβρα. Η γνώμη μου είναι ότι πρέπει να έρχεται σε επαφή με το αντικείμενο σε μεγάλη σχετικά ηλικία. Νομίζω πως προσπαθεί μόνος του, με τις γνώσεις που έχει, να μεταφράσει βιβλία Άλγεβρας γραμμένα στα Λατινικά.

<sup>410</sup> Τερδήμου 1998, 53, όπου κάνει παραπομπή στον Ζαβίρα 1972, 212.

<sup>411</sup> Τερδήμου 1998, 52 και Καράς 1991, 198.

<sup>412</sup> Ανθρακίτης – Βασιλόπουλος 1749, xii.

<sup>413</sup> Μπαλάνος Κοσμάς 1798, xii.

Η γενική πεποίθηση είναι πως ο Κοσμάς δεν γνωρίζει ξένες γλώσσες.<sup>414</sup> Όμως, μέσα από τον πρόλογο του βιβλίου, αλλά και από την όλη προσπάθεια απόδοσης των μαθηματικών όρων στα ελληνικά είδαμε πως χρησιμοποιεί όρους πιο κοντά στους λατινικούς, περισσότερο από κάθε άλλο συγγραφέα. Μέχρι και την ίδια τη λέξη Άλγεβρα είδαμε πως τη γράφει όπως προφέρεται στα Λατινικά «Άλγεβρα», κάτι που δεν το κάνει κανείς άλλος από τους συγγραφείς Άλγεβρας. Γνωρίζει πώς προφέρονται τα γράμματα στα λατινικά και το είδαμε με τις «κύφραις» και το «εξπόνενς». Από κάπου, δε, γνωρίζει τη βασική ιστορία της Άλγεβρας, ενώ δεν έχει εκδοθεί σχετικό βιβλίο στα ελληνικά. Συμπεραίνω πως την έχει διαβάσει σε ξενόγλωσσο βιβλίο. Το θεωρώ απίθανο να του την έχει υπαγορεύσει κάποιος άλλος κι αυτός να μετέφερε ό,τι άκουσε άκριτα και χωρίς να κάνει αναφορά στη ζωντανή πηγή του. Ο Κοσμάς είμαι πεπεισμένος πως γνωρίζει Λατινικά και θα ενισχύσω το επιχείρημά μου, με αναφορές εκτός του βιβλίου του, σε επόμενη ενότητα του 4<sup>ου</sup> κεφαλαίου.

Γενικά, φαίνεται να είναι πολλά αυτά που δεν ξέρουμε για τον Κοσμά. Για παράδειγμα, είδαμε στον πρόλογο του βιβλίου του να διαφοροποιείται από τη διαδεδομένη μέθοδο, της υπαγόρευσης από το δάσκαλο και της αντιγραφής από τους μαθητές. Επιθυμεί οι μαθητές να παρακολουθούν και να μην αντιγράφουν. Την αντιγραφή τη βλέπει «βάρος». Φαίνεται να την έχει υποστεί να μη τη θεωρεί αποδεκτή μέθοδο εκμάθησης. Η γνώμη του αυτή είναι, μάλλον, σε διάσταση με τη διαδεδομένη μέθοδο της «πολλαπλής ψυχαγωγίας». Γεγονός που φαίνεται και στο μικρό αριθμό παραδειγμάτων που δίνει σε κάθε περίπτωση και στην παράθεση ενός μόνο ονόματος για τον ορισμό κάθε στοιχείου ή πράξης της Αριθμητικής. Αντίθετα με τον πατέρα του και το Βούλγαρη, οι οποίοι είναι εξαντλητικοί. Παραθέτουν πληθώρα παραδειγμάτων και τρόπων εκτέλεσης των διαδικασιών και κάθε όρος του μαθήματος λέγεται με όσο τον δυνατόν περισσότερα, διαφορετικά, ονόματα. Ο Κοσμάς, βέβαια, στο μέρος της Άλγεβρας είναι φορές που δε μπορεί να ακολουθήσει αυτό το μοντέλο εισαγωγής όρων και τον βλέπουμε να παραθέτει παραπάνω από ένα όνομα για τον ίδιο όρο, μιας και το αντικείμενο είναι καινούριο στην ελληνική γραμματεία και όλοι οι συγγραφείς παραθέτουν πολλές προτεινόμενες ονομασίες για τους νεοεισαχθέντες όρους, μέχρι να καταλήξουμε στον 19<sup>ο</sup> αιώνα στην πιο εύχρηστη ή πιο αποδεκτή κάθε φορά.

Ο Κοσμάς, επίσης, φαίνεται να διαφοροποιείται με την περιρρέουσα ατμόσφαιρα και στην προτίμηση μεταξύ Αριστοτέλη και Πλάτωνα. Ο Αριστοτέλης δεν αναφέρεται πουθενά στο βιβλίο του, ενώ ο Πλάτωνας αναφέρεται δύο φορές. Τη μία ως «θείος» και την άλλη ως ένας από τους πατέρες της αναλυτικής μεθόδου. Ο πατέρας του κάνει αναφορά και στους δύο. Ασχολούμενος, όμως, κι αυτός με τα Μαθηματικά, εκθειάζει τον Πλάτωνα και δεν τον αναφέρει μόνο ως ιστορική πηγή. Η Ακαδημία Πλάτωνος ανεδείχθη Κέρας της Αμάθειας και στόλισε με τα Μαθηματικά την Ελλάδα, γράφει χαρακτηριστικά.<sup>415</sup> Το ενδεχόμενο της επιρροής του Πλάτωνα στη Φιλοσοφία και στα έργα των Μπαλάνων είναι μια ακόμα πτυχή που δεν έχει εξεταστεί επαρκώς και χρειάζεται να ερευνηθεί. Άλλωστε ο Κοσμάς δε δείχνει να ασπάζεται την υποταγή σε κάποια αυθεντία, όπως έπρατταν οι αριστοτελικοί. Δεν το κάνει ούτε για τον εαυτό του απέναντι στους μαθητές του. Αν και Αρχιπρεσβύτερος και Μέγας Οικονόμος, προτείνει στους μαθητές του, που επιθυμούν να μάθουν περισσότερα για την Άλγεβρα, να συνεχίσουν τις σπουδές τους σε άλλους που γνωρίζουν αυτή την επιστήμη, όπως λέει, καλύτερα.

<sup>414</sup> Γκανιάτσας 1986, 15.

<sup>415</sup> Ανθρακίτης – Βασιλόπουλος 1749, xvii.

Είναι, λοιπόν, αυτός που εισαγάγει την Άλγεβρα στη Μπαλαναία σχολή και το κάνει με έναν αρκετά πρωτοποριακό, μαθητοκεντρικό, τρόπο. Η αιτία που τον οδηγεί στην εισαγωγή της διδασκαλίας της Άλγεβρας στη σχολή του δε νομίζω ότι είναι προϊόν αντίδρασης στις επιλογές και τη διδακτική αξιοποίηση μαθηματικών εγχειριδίων που αντιπροσώπευαν τον Καθολικισμό.<sup>416</sup> Ούτε σε ανταγωνισμό με τις παραδόσεις του Αθανάσιου Ψαλίδα, ο οποίος διδάσκει στην άλλη σχολή των Ιωαννίνων, την Καπλαναία.<sup>417</sup> Διότι, δεν έχει εκδώσει Άλγεβρα ο Ψαλίδας, άρα δε μπορεί το βιβλίο του Κοσμά να θεωρηθεί απάντηση σε κάποια κίνησή του. Ούτε μπορεί να θεωρηθεί, κατά τη γνώμη μου ως αντίδραση στην Καθολική επίδραση που αρχίζει να διαφαίνεται στα Ελληνικά Μαθηματικά, αφού το πρώτο εκδοθέν βιβλίο Άλγεβρας γράφτηκε, όπως είδαμε, ταυτόχρονα με αυτό του Κοσμά και μάλιστα ο Κοσμάς παραδίδει το χειρόγραφο του νωρίτερα στον εκδότη. Το γεγονός ότι ο συγγραφέας του πρωτότυπου βιβλίου είναι Καθολικός νομίζω πως είναι σύμπτωση.

Οι παραπάνω σκέψεις, περί αντίδρασης, από μεριάς του Κοσμά, σε προσπάθεια εισβολής Καθολικών συγγραμμάτων στις ελληνικές σχολές ως αφορμή της έκδοσης βιβλίου του για την Άλγεβρα, βασίζονται στο γεγονός πως ο Κοσμάς φέρεται να είχε καταργήσει τη διδασκαλία των μαθηματικών στη Σχολή του, πράγμα που λαμβάνεται ως ένδειξη συντηρητικότητας. Παρακάτω θα εξετάσουμε κατά πόσο ευσταθεί το γεγονός αυτό. Την αιτία για την έκδοση του βιβλίου την περιγράφει ο Κοσμάς στον πρόλογο του και τα ηρωελέγια επιγράμματα του βιβλίου. Πιστεύει πως η Άλγεβρα είναι προέκταση της αρχαίας ελληνικής γραμματείας. Είναι γέννημα Ελλήνων, το οποίο παρέλαβαν οι Άραβες και οι Δυτικοί και που τώρα πρέπει να επιστρέψει στην πατρίδα του. Δεν τον ενδιαφέρουν οι θρησκευτικές πεποιθήσεις των πρωτοπόρων της Άλγεβρας και γι' αυτό τους αναφέρει όλους, όσοι του είναι γνωστοί.

### Οι αιτίες της απλότητας του βιβλίου

Το βιβλίο κρίνεται απλό. Είναι, άλλωστε, επιδίωξη του Κοσμά που την αναφέρει στον πρόλογο. Το κομμάτι της Αριθμητικής είναι πιο απλό κι από το *Γλυτζόνι*. Τα παραδείγματα έχουν μόνο ακέραιους αριθμούς και δείχνουν να είναι προορισμένα για να υπενθυμίσουν, επί τροχάδην, μία διαδικασία, η οποία θα είναι χρήσιμη για τα γνωστικά αντικείμενα που θα παρουσιαστούν παρακάτω. Δεν ενδιαφέρεται για καμία περίπλοκη διαδικασία. Όχι από άγνοια, μιας και στο βιβλίο του πατέρα του, το οποίο έχει διδαχθεί και ο ίδιος, παρατίθενται παρά πολλές. Η Αριθμητική του πατέρα του είναι, όπως και η Γεωμετρία του, ό,τι πιο πλήρες εκδίδεται στους τομείς αυτούς. Όμως, εδώ, ο στόχος είναι η εισαγωγή του αδαούς αναγνώστη στην Άλγεβρα και όχι αξιοσημείωτα αποτελέσματα με όλα τα ψηφία ίδια ή «κόλπα» με ορθογώνιες διατάξεις για την εξεύρεση γινομένων πολυψηφίων παραγόντων.

Ο Κοσμάς κρίνει πως η εισαγωγή στην Άλγεβρα πρέπει να γίνει από μια γνωστή αφετηρία, η οποία δεν θα αποτρέψει το μαθητή να προχωρήσει. Το κεφάλαιο της Αριθμητικής είναι έτσι δοσμένο, ώστε να εξυπηρετεί το σκοπό αυτό. Γι' αυτό το λόγο, πιστεύω, πως και η όλη δομή του βιβλίου δεν είναι «Ευκλείδεια». Παρουσιάζονται, μεν, προαπαιτούμενες ενότητες για την επίλυση των εξισώσεων 1<sup>ου</sup> και 2<sup>ου</sup> βαθμού και των αντίστοιχων προβλημάτων, αλλά χωρίς αυστηρότητα. Η

<sup>416</sup>Καστάνης 2001, 96 – 97.

<sup>417</sup>Καστάνης 1998, 98.



Άλγεβρα, για παράδειγμα, δεν είναι καλώς ορισμένη, όπως θα λέγαμε σήμερα. Ο ορισμός που δίνεται, περισσότερο ιντριγκάρει τον αναγνώστη να δει πού το πάει ο συγγραφέας και να δει τι υπάρχει παρακάτω, παρά προσδίδει στην «επιστημονικότητα» του βιβλίου και του συγγραφέα.

Θα μπορούσε το βιβλίο του Κοσμά να προχωρήσει σε ανώτερο επίπεδο από αυτό; Είμαι σίγουρος, πως όχι. Για δύο λόγους. Πρώτον ο Κοσμάς προσπαθεί μόνος του να «ερανιστεί» και να συνθέσει ό,τι μπορεί, ώστε να παρουσιάσει μια συνεκτική εργασία στην Άλγεβρα, την οποία, όλα δείχνουν, πως δεν έχει διδαχθεί ως μαθητής. Ο δεύτερος και πιο σημαντικός λόγος είναι πως, δεδομένης της αντιπαλότητας των Μπαλάνων με το Βούλγαρι, το μάθημα της Άλγεβρας θα πρέπει να διδαχθεί στη σχολή Γκιούμα μετά τη διδασκαλία της Αριθμητικής του πατέρα του, κι όχι μετά τη διδασκαλία του βιβλίου του Σέγκνερ που έχει εκδώσει ο Βούλγαρις, όπως γίνεται στους μαθητές του Ιωνά. Ο Ιωνάς επιθυμεί να υπερβεί τη διδασκαλία των βιβλίων του Βούλγαρι και του Θεοτόκη.<sup>418</sup> Αναθέτει, λοιπόν, στον Ασάνη τη μετάφραση βιβλίου ανωτέρου επιπέδου, διότι δεν χρειάζεται να επαναλάβει ύλη γνωστή στους μαθητές του, κάτι το οποίο δεν ισχύει για τους μαθητές του Κοσμά. Ο Κοσμάς προσπαθεί στο πρώτο μέρος (βιβλίο) της Άλγεβράς του να καλύψει το «χαμένο έδαφος», αλλά η διαδικασία που θα παρουσιάσει και η ύλη που έχει να καλύψει πρέπει να ολοκληρωθούν σε κάποιο συγκεκριμένο χρόνο διδασκαλίας.

Μη έχοντας εκδοθεί άλλο ελληνικό βιβλίο Άλγεβρας, δεν αισθάνεται μειονεκτικά για την απλοϊκή παρουσίαση που κάνει και το χαμηλό επίπεδο της ύλης που παραθέτει. Προχωρά, λοιπόν, στην έκδοση του βιβλίου, που καλύπτει το εκδοτικό κενό που έχουν δημιουργήσει οι παραδόσεις των δασκάλων της εποχής του. Όμως αφού δε μπορεί, δε θα προχωρήσει σε μεγαλύτερο βάθος, αλλά θα σταματήσει, προτρέποντας ταυτόχρονα τους αναγνώστες στη συνέχιση των σπουδών τους στην Άλγεβρα με άλλους δάσκαλους πιο ικανούς από αυτόν στο εν λόγω αντικείμενο.

### **Κριτική στη διδασκαλία των Μπαλάνων και του έργου τους**

Για τους Μπαλάνους και το έργο τους θα διαβάσουμε στη δευτερογενή βιβλιογραφία τα πιο αντιφατικά σχόλια. Σχεδόν όλα έχουν αρνητικούς χαρακτηρισμούς για αυτούς και το έργο τους, ενώ ταυτόχρονα γίνεται, σχεδόν σε κάθε σχόλιο, αναφορά στην πρωτοπορία τους και στην καθοριστική συμβολή τους στη μόρφωση των Έλλληνων του 18<sup>ου</sup> αιώνα.

Μια αναζήτηση στο διαδίκτυο στο λήμμα «Μπαλάνος Βασιλόπουλος» μας εμφανίζει πάνω από 4.000 αποτελέσματα με πρώτο το αντίστοιχο λήμμα της Wikipedia. Στη δεύτερη παράγραφο της βιογραφίας του διαβάζουμε:

«Ήταν υπερσυντηρητικός στις απόψεις του, επέμενε στην παραδοσιακή παιδεία και μεθόδους και καταδίκασε τους νεωτερισμούς. Τόσο ο ίδιος, όσο και οι επίγονοί του διευθυντές της Μπαλαναίας Σχολής, απέκρουε τις ριζοσπαστικές ιδέες που αναπτύσσονταν στη Δύση, τη σύγχρονη φιλοσοφία, τα νέα επιστημονικά αντικείμενα, όπως η φυσική, αλλά και τις ξένες γλώσσες. Αντίθετα, έδινε προβάδισμα στη βυζαντινή θεολογία και τη διδασκαλία ορισμένων αρχαίων

<sup>418</sup> Ασάνης – Σπαρμιώτης 1797, ε΄.

συγγραφέων (σχολαστικούς), ενώ στο γλωσσικό ζήτημα υποστήριξε τον εξαρχαϊσμό». <sup>419</sup>

Το λήμμα παραπέμπει στο άρθρο της Ελένης Κουμαρτζή Παναγιωτάκου, η οποία έχει τίτλο παραγράφου «Οι Μπαλάνοι και η Συντηρητικοποίηση των Σχολών». <sup>420</sup> Ο τίτλος προδιαθέτει τον αναγνώστη για τον πρόλογο του άρθρου, όπου αναφέρεται:

«οι Σχολές των Ιωαννίνων χάνουν την πρότερή τους αίγλη, γεγονός που πιστοποιείται με την επικράτηση σε αυτές της οικογένειας των διδασκάλων Μπαλάνων. Πράγματι, με τους Μπαλάνους, προσκολλημένους στη σχολαστική Φιλοσοφία των αρχαίων και στα θεολογικά συγγράμματα των βυζαντινών συγγραφέων, αποπέμπεται σταδιακά κάθε δυτική επήρεια από τη διδασκαλία τους, μέχρι του σημείου τού αποκλεισμού και των ξένων γλωσσών». <sup>421</sup>

Όμως, στην *Οδό Μαθηματικής*, παρελαύνουν Ευκλείδης, Θεοδόσιος, Νικόμαχος, Θεοδόσιος, Πρόκλος, Πάππος και όχι ο Αριστοτέλης. Εκθειάζεται η προσφορά του Πλάτωνα, στον πρόλογο του 1<sup>ου</sup> τόμου, ενώ ο Αριστοτέλης αναφέρεται μόνο ως ιστορική πηγή. Η ίδια η συγγραφέας του άρθρου αναφέρει σε άλλο σημείο ότι «αν οι Μπαλάνοι μπορούν να «κατηγορηθούν» για τον συντηρητισμό τους, μπορούν όμως από την άλλη πλευρά, να «απαλλαγούν» εν μέρει από την κατηγορία αυτή, κατατασσόμενοι σε μια «άτονη» μερίδα τού νεοελληνικού διαφωτισμού: Δεν είναι τυχαίο άλλωστε και το «μόττο» στο εσώφυλλο του «Οδός Μαθηματικής», «*Μετά το πεπρωμένον ανίστημι. Καί εκ του ολισθήματος ισχυρωτέρα*». <sup>422</sup> Το «μόττο» είναι υπερκείμενο γκραβούρας, η οποία στο κέντρο έχει φοίνικα που αναγεννιέται από τις στάχτες του με τον Ήλιο να σταματά και να τον κοιτά και στις άκρες της εμφανίζονται διαβήτης, γνώμονας, κονδυλοφόρος και δύο υδρόγειες σφαίρες με την εκλειπτική. Ο συμβολισμός είναι σαφής και το θηλυκό γένος της λέξεως «ισχυρωτέρα» δεν αφήνει αμφιβολία. Ο Μπαλάνος πιστεύει στην αναγέννηση της πατρίδας μέσω των Μαθηματικών επιστημών. Και η ύλη που παραθέτει συνδέεται με το απώτατο παρελθόν του γένους και όχι με τους Βυζαντινούς.

Το άρθρο μας πληροφορεί πως για τους Μπαλάνους θα βασιστεί στο έργο του Παναγιώτη Αραβαντινού. <sup>423</sup> Σύμφωνα με τον Αραβαντινό, ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος στην *Οδό Μαθηματικής* παίρνει το έργο του Ανθρακίτη και το εκτείνει, το παραλλάσσει και το μεταμορφώνει σε τραγέλαφο. <sup>424</sup> Αλλά, παίρνοντας τα πράγματα από την αρχή, η αναφορά του Αραβαντινού περί «τραγέλαφου» δεν μπορεί να γίνει σήμερα αποδεκτή. Κανείς δεν έχει δει τι έγραψε ο Ανθρακίτης. Τα μαθηματάρια κήκαν. Ο Μπαλάνος δεν λέει σε ποια σημεία έχει επέμβει, πού έχει εμπλουτίσει το έργο του δασκάλου του, πώς ήταν η γλώσσα που χρησιμοποιούσε ή κάποια άλλη πληροφορία. Άρα δε μπορούμε να ξέρουμε αν το έργο του Μπαλάνου είναι «τραγέλαφος» ή «επιμέλεια αναβάθμισης» ή «εκλεπτυσμένη παρουσίαση».

Επίσης, βασίζεται στην επιστολή του λόγιου Δημήτριου Αθανασίου στο Λόγιο Ερμή του 1817. <sup>425</sup> Στην επιστολή του ο Αθανασίου βάλει εναντίων του

<sup>419</sup> [https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CF%80%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CE%BF%CF%82\\_%CE%92%CE%B1%CF%83%CE%B9%CE%BB%CF%8C%CF%80%CE%BF%CF%85%CE%BB%CE%BF%CF%82](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CF%80%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%BD%CE%BF%CF%82_%CE%92%CE%B1%CF%83%CE%B9%CE%BB%CF%8C%CF%80%CE%BF%CF%85%CE%BB%CE%BF%CF%82)

<sup>420</sup> Κουμαρτζή Παναγιωτάκου 1991, 135.

<sup>421</sup> Ο. π., 106 – 107.

<sup>422</sup> Ο. π., 114.

<sup>423</sup> Εννοεί το Αραβαντινός 1960.

<sup>424</sup> Τερδήμου 1998, 51.

<sup>425</sup> Εννοεί το Αθανασίου Δημήτριος 1817.

Κωνσταντίνου Μπαλανίδη και όχι εναντίων του αδελφού του Κοσμά, ο οποίος έχει πεθάνει πριν από 9 χρόνια και φυσικά όχι εναντίων του πατέρα τους. Η επιστολή φαίνεται πως δεν είναι αξιόπιστη, αφού στην παραπομπή στον Αραβαντινό βλέπουμε πως ακόμη και ο Κωνσταντίνος, που δεν έχει τις περγαμηνές του πατέρα του και του αδελφού του Κοσμά, προχωρά σε νεωτερικά βήματα, όπως: «...ἐπί δέ του Κωνσταντίνου Καμινάρη παραγκωνισθείσης τῆς τού Κορυδαλέως Λογικῆς παρεισῆχθη ἢ τού Εὐγενίου»,<sup>426</sup> τα οποία δείχνει να αγνοεί ο Αθανασίου, ο οποίος γράφει υπερβολές, όπως ότι ο Κων. Μπαλάνος

«...θέλει ν' ἀφήση διάδοχόν του ἓνα καλόγηρον φίλον του, οστις παραδίδει τόν Κορυδαλέα, ἐξηγών μόνον λέξεις, καί ἀντί μέ μίαν ἐρμηνεύουν ἐκάστην μέ πέντε ἐξ, χωρίς διαφοράν τῆς σημασίας, καί τούτο θλιβερά μέθοδος τών σχολαστικῶν τῆς Ἑλλάδος χρόνων, τῆς ὁποίας τήν χρήσιν ἐξούρισαν ολα σχεδόν τῆς Ἑλλάδος τά σχολεῖα καί δυστυχία, ἀν μόνα τά σχολεῖα τών Ἰωαννίνων φανῶσι πρεσβευόμενα μέχρι τού νύν τήν κατηραμένην ταύτην μέθοδον».<sup>427</sup>

Για το διαβόητο αποκλεισμό των μαθητών από την εκμάθηση ξένων γλωσσών από τους Μπαλάνους υπάρχει μόνο μια μαρτυρία και αυτή από τον Αθανασίου:

«Ἐκτος τούτου ἐμποδίζει μεγάλως ὁ ρηθεῖς νά μανθάνωσιν οἱ μαθηταὶ Εὐρωπαϊκὰς διαλέκτους, λέγων οτι αὐταί, γέμουσαι ἀπό ἄθεα βιβλία, κάμνουν νά ἀθειςουν, ὅσοι τάς μανθάνουσι. Αὐτοὶ ἔχοντες κλίσιν νά ἐναγκαλισθῶσι τό ἐμπορικόν ἐπάγγελμα, ἠθέλησαν νά μάθωσι τήν Ἰταλικήν γλῶσσαν παρά τίνος Μεσσολογίτου, εἰς τού ὁποίου τήν κατοικίαν ἐσύχναζον. Τούτο μαθῶν ὁ διδάσκαλος τούς ἐξώρισεν ἀπό τό σχολεῖον, τούς ἐρριψε κακήν κακῶς τά φορέματα ἐξω τών κελλίων, ὅπου ἑκατοικούσαν, τούς ὠνόμασεν ἄθεους καί νεωτεριστάς κ.τ.λ...».<sup>428</sup>

Η αναφορά είναι και πάλι εναντίων του Κωνσταντίνου Μπαλανίδη (Καμινάρι) και όχι εναντίων όλων των Μπαλάνων. Και αυτή όμως δείχνει αδύνατη. Πιο κάτω, στην ίδια επιστολή, θα δούμε πως ο Αθανασίου στρέφει τις ελπίδες του για αντιστροφή του κλίματος στα Γιάννενα, εκτός από τον Αθανάσιο Ψαλίδα, φυσικά, και στον επαναπατρισμό από την Πίζα του Γρηγοράσκου Μπαλανίδη.<sup>429</sup> Κάτι τέτοιο, όπως οι σπουδές στην Ιταλία, δεν ταιριάζει με το να ήταν οι Μπαλάνοι υιοί ενάντιοι στην εκμάθηση ξένων γλωσσών. Μάλιστα, ο Γρηγοράσκος θα έχει την ατυχία, λίγα χρόνια αργότερα, να είναι ο τελευταίος σχολάρχης της σχολής Γκιούμα, όταν θα την κάψει ο Αλή Πασάς.

Θέλοντας να αποδομήσω κι άλλο τον ισχυρισμό αυτό εναντίων των Μπαλάνων, αναφέρω ότι ο ίδιος ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος, αναφέρει πως το τρίτομο έργο *Οδός Μαθηματικής* που εκδίδει είναι μεταφρασμένο «εκ της Λατινίδος φωνής».<sup>430</sup> Αργότερα, πάλι ο πατέρας Μπαλάνος, θα αναθέσει στο γλωσσομαθή μαθητή του Νικόλαο Ζερζούλη να επικοινωνήσει με τους μεγάλους δασκάλους των ευρωπαϊκών Πανεπιστημίων για να τους παρουσιάσει μεταφρασμένη τη μέθοδο «επίλυσης» του Δηλίου Προβλήματος του Μπαλάνου. Μάλιστα, ο γλωσσομαθής

<sup>426</sup> Κουρμαντζή Παναγιωτάκου 1991, 139. Υπάρχει παραπομπή στο Αραβαντινός, «Ἱστορία της Ἑλληνικῆς Παιδείας παρ' Ἑλλησιν», σελ. 118.

<sup>427</sup> Αθανασίου Δημήτριος 1817, 86 – 87.

<sup>428</sup> Ο.π., 85 -86.

<sup>429</sup> Αθανασίου Δημήτριος 1817, παραπομπή της σελ. 89. Πρόκειται για τον Μπαλανίδη Γρηγόριο, γιο του Δημήτριου Μπαλάνου, αδελφού των Κοσμά και Κωνσταντίνου, διδασκάλου στη Μολδοβλαχία.

<sup>430</sup> Ανθρακίτης – Βασιλόπουλος 1749, υπότιτλος.

Ζερζούλης θα μείνει μέχρι το θάνατο του Μπαλάνου φίλος του. Ανάλογα και για τον Κοσμά της «Άλγεβρας», της «κύφρας» και του «ζηρού». Φαίνεται πως δεν έχει πέσει σε γνώση των ιστορικών ή να μην έχει αξιολογηθεί αναλόγως της αξίας της η παρακάτω μαρτυρία:

«Ο Χριστοφ. Φιλητάς παρατηρεί άναγράφων τόν τίτλον έν Πανδώρφ Η', 1858, σ. 550 ταύτα: «ότι εν Ίωαννίνους από τής συστάσεως τών σχολείων και έφεξής **οι διδάξαντες** ήνωναν, έκτος ενός ή δύο **άπαντες** με τήν τής **πάτριον και την τής λατινικής** ακόμη φωνής γνώσιν, ό Σουγδουρής, ό Παπαβασιλόπουλος, ο Ανθρακίτης, ο Ευγένιος, ό Τρύφων, ό **Κοσμάς (Μπαλάνος)** και έσχάτως, ό μακ. ήμέτερος διδάσκαλος ο Αθαν. Ψαλλίδας, όστις και ποίημα λατινιστί έξέδωκε, έπιγραφόμενον Devera felicitateήτοι περί άληθοϋς εύδαιμονίας».<sup>431</sup> [τα έντονα γράμματα δικά μου]

Η παραπάνω μαρτυρία, όχι μόνο δεν αποκλείει τη γνώση της λατινικής από τον Κοσμά Μπαλάνο, αλλά από τους μεγάλους δασκάλους των Ιωαννίνων, που έχουν τοποθετηθεί σε χρονολογική σειρά, αυτός που επιδεικτικά δεν αναφέρεται είναι ο πατέρας Μπαλάνος. Προφανώς είναι ένας από αυτούς που εννοεί ο Φιλητάς με το «εκτός ενός ή δύο», ενώ το όνομα του Κοσμά αναφέρεται στη θέση που κατέχει μέσα στη χρονική ακολουθία της παράθεσης των ονομαστών δασκάλων που διδάσκουν εκτός από τα ελληνικά και στα Λατινικά, σύμφωνα με τον Φιλητά.

Προς ενίσχυση του ισχυρισμού πως όχι μόνο ο Κοσμάς ήξερε ξένες γλώσσες, αλλά και πως είναι πολύ πιθανό να τις διδάχθηκε στη Μπαλαναία σχολή είναι η νεώτερη αναφορά πως ο Οδυσσέας Ανδρούτσος διδάχθηκε στη Μπαλαναία σχολή Αρβανίτικα και Ιταλικά.<sup>432</sup> Τα γεγονότα, σύμφωνα με την αναφορά, εκτυλίσσονται την πρώτη δεκαετία του 19<sup>ου</sup> αιώνα. Ο Κοσμάς είναι εν ζωή και σχολάρχης είναι ο Κωνσταντίνος Μπαλανίδης, τον οποίο λειδορεί ο Αθανασίου.

Ο Αραβαντινός με αυτά περί «τραγέλαφου», που είδαμε πιο πάνω, δημιουργεί μια ιστοριογραφική παράδοση περί συντηρητικότητας των Μπαλάνων, που υιοθετείται σχεδόν απ' όλους τους ιστορικούς. Ενδεικτικά αναφέρουμε: Ο Δ. Σ. Μπαλάνος, το 1930 αποδίδει και για το Μπαλάνο Βασιλόπουλο και για τον Κοσμά Μπαλάνο τον τίτλο: «Άγαν συντηρητικός»,<sup>433</sup> χωρίς αιτιολόγηση ή αναφορά σε άλλο κείμενο. Μάλιστα, αναφέρει πως «Λόγω των υπέρσυντηρητικών του τάσεων (ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος) ήλθεν εις προστριβάς προς τον Ευγένιον Βούλγαριν ...»<sup>434</sup> και πάλι χωρίς να αναφέρονται οι τάσεις του ενός και του άλλου. Στην Ιστορία του Ελληνικού Έθνους κάτω από το πορτραίτο του Μπαλάνου Βασιλόπουλου υπάρχει η «πληροφορία» πως «προσέδωσε στη Σχολή [του Γκιούνμα, όπως την αναφέρει πιο πάνω] συντηρητικό χαρακτήρα».<sup>435</sup> Ο Παπανούτσος παρουσιάζοντας τον Αθανάσιο Ψαλίδα αναφέρει: «... οι υπέρσυντηρητικοί δάσκαλοι της Μπαλαναίας Σχολής με επί κεφαλής τον Κοσμά Μπαλάνο, τον χαρακτηρίζουν ά θ ε ο και β ο λ τ α ρ ι σ τ ή, τον διαβάλουν όπως μπορούν και τον καταγγέλουν στον Αλή Πασά ως αχρείο και επικίνδυνο».<sup>436</sup> Δεν υπάρχει για όλα τα παραπάνω καμία παραπομπή, ενώ πριν, στην

<sup>431</sup>Κουρίλας 1958, 342, σημείωση αριθμ.2

<http://olympias.lib.uoi.gr/jspui/bitstream/123456789/27457/1/%CE%97%CF%80%CE%B5%CE%B9%CF%81%CF%89%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%83%CF%84%CE%AF%CE%B1%20%CF%84%CE%B5%CF%85%CF%87.%2048.%201956.pdf>

<sup>432</sup> Παπασταύρος 2013, 74.

<sup>433</sup> Μπαλάνος Δ. Σ. 1930, 230 και 233.

<sup>434</sup> Ο. π., 230.

<sup>435</sup> Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, Εκδοτική Αθηνών, τομ. ια', 317.

<sup>436</sup> Παπανούτσος 1953, 34.

αναφορά που κάνει για το έργο του Ιώσηπου Μοισιόδακα βλέπουμε παραπομπές σε κάθε γραμμή.

Αποφεύγει, όπως όλοι οι ιστορικοί που περιορίζονται στο επιστημονικό έργο του Ψαλίδα, να περιγράψουν τι ήταν ο Ψαλίδας για τον Αλή Πασά. Ίσως από το φόβο να συνδεθεί το όνομά του με τον διαβόητο, στις μέρες μας, Αλή και να αμαυρωθεί η προσφορά του στα ελληνικά γράμματα και να κινδυνεύσει η θέση του ως «δασκάλου του Γένους», δεν αναφέρουν ότι στην ουσία πρόκειται για Υπουργό του Αλή Πασά. Στο σπίτι στο νησάκι εκτίθεται επιστολή με την υπογραφή του, ως Γραμματέας του Αλή. Είναι ο Μυστικός του Σύμβουλος, τον οποίο ο Αλής του είχε μεγάλη εκτίμηση και πάντοτε ζητούσε τη γνώμη του. Λέγεται πως του είχε ζητήσει μέχρι και να δηλητηριάσει τον Γάλλο Πρόξενο και γνωστό περιηγητή Πούκεβιλ, κάτι που φαίνεται πως αρνήθηκε ο Ψαλίδας.<sup>437</sup> Δε μου φαίνεται σοφή κίνηση να προσπαθήσει να διαβάσει κάποιος τον Ψαλίδα, ενώ μένει και αυτός και η οικογένειά του στα Γιάννενα, και με τον Ψαλίδα να είναι στο στενό περιβάλλον του Αλή..

Το 1986 ο Κων. Α. Γκανιάτσας στην Ηπειρωτική Εστία γράφει: «Οι Μπαλάνοι ήταν συντηρητικοί και εχθροί κάθε νεωτεριστού ... στυλοβάτες της συντηρήσεως», για να καταλήξει πως:

«Η σχολή Μπαλάνου με το αναχρονιστικό σύστημα διδασκαλίας, δεν επηρέασε κοινωφελώς την Εθνότητα και η Παιδεία στα Γιάννενα κατέρρευε και από πρωτεύουσα πόλη των γραμμάτων κατέλαβε τη δεύτερη θέση [πίσω από ποια άραγε;] Σε τέτοια χάλια είχε καταπέσει από τους Μπαλάνους η άλλοτε περίφημη σχολή Γκιούμα, όπου είχαν διδάξει εκείνοι οι φωτεινοί δάσκαλοι, Βησ. Μακρής, Γ. Σουγδουρής, Μεθοδ. Ανθρακίτης. Από το 1723 που η σχολή Γκιούμα έπεσε στα χέρια των Μπαλάνων, έδυσε και ο χρυσός αιώνας, η πρώτη περίοδος των ελληνικών γραμμάτων ...»,<sup>438</sup>

χωρίς παραπομπές για τους ισχυρισμούς. Αφού μας έχει πληροφορήσει πιο πριν ότι:

«Παρ' όλα ταύτα όμως, αναφέρεται πως οι πολυάριθμοι μαθητές της σχολής Μπαλάνου χαρακτηρίζονταν για τη γερή ελληνομάθεια, την ευρυμάθεια και την άκρατη φιλοπατρία, γιατί οι δάσκαλοί τους ήταν κατά τα άλλα άριστοι αρχαιογνώστες. Οι Μπαλάνοι δε γνώριζαν καμία ξένη γλώσσα, ούτε επέτρεπαν τη διδασκαλία της και ήταν ως εκ τούτου ακατατόπιστοι για την πρόοδο της επιστήμης. Έλεγαν ότι τα ξένα βιβλία γέμουν αθεΐας και φέρουν την αθεΐα σε εκείνους που τα διαβάζουν»,<sup>439</sup>

χωρίς παραπομπή και πάλι.

Ο Ανδρέας Πούλος γράφει, με τη σειρά του: « Μπαλάνος Βασιλόπουλος ... Ήταν υπερβολικά συντηρητικός και οι αντιλήψεις του τον εμπόδισαν να μάθει ξένες γλώσσες, το ίδιο συμβούλευε και τους μαθητές του, επειδή κατά τη γνώμη του αυτές ήταν πηγή αθεΐας» και για τον Κοσμά Μπαλάνο λέει: «Ακολούθησε πιστά τις ιδέες του πατέρα του, με αποτέλεσμα η υπέρμετρη συντηρητικότητά του να τον φέρει σε σύγκρουση με τον Αθανάσιο Ψαλίδα».<sup>440</sup> Η Μαρία Τερδήμου στο Διδακτορικό της, αναφέρει: «Τη σχολαρχία ... αναλαμβάνει... ο Κοσμάς Μπαλάνος, άνθρωπος με συντηρητικότερες αντιλήψεις και από τον ίδιο τον πατέρα του ...»,<sup>441</sup> χωρίς

<sup>437</sup> Παπασταύρος 2013, 73.

<sup>438</sup> Γκανιάτσας 1986, 14 και 16-17.

<sup>439</sup> Ο. π., 15.

<sup>440</sup> Πούλος 1988, 182.

<sup>441</sup> Τερδήμου 1998, 52.

παραπομπή για τον ισχυρισμό αυτό. Ο Νίκος Καστάνης, που στο βιβλίο του *Όψεις της Νεοελληνικής Μαθηματικής Παιδείας, Θεσσαλονίκη 1998*, αποφεύγει τους χαρακτηρισμούς, στο διδακτορικό του με τίτλο *Η Εισαγωγή των Μαθηματικών στη Νεοελληνική Παιδεία*, με υπότιτλο *Η Άλγεβρα και ο Απειροστικός Λογισμός*, το 2001, η επικεφαλίδα της σύντομης παρουσίασης του βιβλίου του Κοσμά Μπαλάνου είναι: «Η Αναπήδηση του Ενδιαφέροντος για την Άλγεβρα ενός Συντηρητικού Λογίου».<sup>442</sup> Αναφέρει, μάλιστα, την άλλη σοβαρή αιτία για την απόδοση του χαρακτηρισμού του «συντηρητικού» στον Κοσμά και στους Μπαλάνους γενικότερα. Πρόκειται για τη φημολογούμενη κατάργηση του μαθήματος των Μαθηματικών από τη Σχολή Γκιούμα (Μπαλαναία) το 1797.

Κούμας, Γεδεών, Σάθας δεν αναφέρουν κάτι τέτοιο. Δεν υπάρχει παραπομπή κάπου. Μόνο στο έργο του Στάικου, που ανέφερα παραπάνω,<sup>443</sup> υπάρχει αναφορά καυτηριασμού από τον Κοραή του Κοσμά Μπαλάνου εξαιτίας της διαγραφής της διδασκαλίας των μαθηματικών από τη σχολή και του Αθανάσιου Πάριου, που θεωρούσε τα μαθηματικά πηγή αθεΐας. Φαίνεται η αναφορά στο ίδιο κείμενο του Κοραή των Μπαλάνου και Πάριου πως προκαλεί τη σύγχυση πως οι Μπαλάνοι πίστευαν στα περί αθεΐας για τα μαθηματικά και τις ξένες γλώσσες. Για την κατάργηση της διδασκαλίας των μαθηματικών πιστεύω πως, αν είναι αληθής η αναφορά, τα αίτια βρίσκονται στην περιπέτεια που θα περάσουν οι σχολές που λειτουργούν με τη βοήθεια κληροδοτημάτων στην Ιταλία, η οποία καταλαμβάνεται από το Ναπολέοντα. Αν και ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος φαίνεται πως παντρεύτηκε πλούσια γυναίκα, η ενασχόλησή της οικογένειας με τη σχολή Γκιούμα και τη διδασκαλία ακόμα και των «ενδεών» μαθητών φέρνει το γιο του, Κοσμά, να αγωνίζεται πολύ για να διατηρήσει σε λειτουργία τη Σχολή, επειδή είχαν μειωθεί πολύ οι επιχορηγήσεις από τους ευεργέτες, ακόμα και πριν τα 1797. Όταν, λοιπόν, στα 1797 η Σχολή χάνει το κληροδοτήμα του Γκιούμα στη Βενετία, η Σχολή θα λειτουργήσει μόνο χάρη στους Ζωσιμάδες. Ίσως εδώ κρύβεται και η αιτία της κατάργησης του μαθήματος των Μαθηματικών από τον Κοσμά Μπαλάνο, αν έλαβε χώρα ποτέ, διότι δεν έχω πειστεί για το γεγονός, εξαιτίας της έλλειψής παραπομπών από όσους την ισχυρίζονται. Μη λησμονούμε πως η άλλη σχολή των Ιωαννίνων, η Μαρουτσαία σχολή, θα κλείσει το ίδιο έτος από τα οικονομικά προβλήματα.<sup>444</sup> Θα ξαναλειτουργήσει ως Καπλαναία, μετά την αγωνιώδη προσπάθεια του Αθανάσιου Ψαλίδα για νέες πηγές χρηματοδότησης.

Άλλωστε, η Σταματίνα Ζήση μας πληροφορεί πως: «Ο Αδαμάντιος Κοραΐς στις επιστολές του προς τον Αλέξανδρο Βασιλείου ήδη από τις 25/4 και τις 26/11/1803, ανέφερε την ανάληψη της χρηματοδότησης από τους αδερφούς Ζωσιμά της Ελληνικής Βιβλιοθήκης και της αποστολής 4.000 φράγκων από τον Μιχαήλ Ζωσιμά, που βρισκόταν στο Λιβόρνο, ώστε να αγοράσει ο Κοραΐς τα απαραίτητα βιβλία για τη στελέχωση της βιβλιοθήκης της Μπαλαναίας σχολής στα Ιωάννινα».<sup>445</sup> Ο Κοραΐς συνεργάζεται με τη Μπαλαναία σχολή, λοιπόν, ενώ ο Κοσμάς είναι εν ζωή και τη σχολαρχία έχει ο αδελφός του Κωνσταντίνος, τον οποίο ψέγει μόνο ο Αθανάσιου από τους σύγχρονους του.

<sup>442</sup> Καστάνης 2001, 96.

<sup>443</sup> Στάϊκος 1998, 222.

<sup>444</sup> Κουρμαντζή Παναγιωτάκου 1991, 126. Η Σχολή Μαρουτζή, η οποία πιθανότατα δεν είχε άλλο διδάσκαλο μέχρι το 1796, προσλαμβάνει το παραπάνω έτος τον Αθανάσιο Ψαλίδα, και το 1797, για το γνωστό λόγο της κατάσχεσης από το ναπολεόντειο στρατό των κεφαλαίων της Zecca (Νομισματοκοπείου, Τράπεζας) της Βενετίας, παύει τη λειτουργία της.

<sup>445</sup> Ζήση Σταματίνα 2017, 55. Παραπέμπει σε 4 πηγές, οι οποίες αναφέρονται στην επόμενη σελίδα, 56.

Όμως, και πάλι, οι περισσότεροι από τους παραπάνω συγγραφείς δε μπορούν να παραβλέψουν τα πραγματικά στοιχεία που έχουμε στη διάθεσή μας και αναφέρουν, ταυτόχρονα με τις επικρίσεις τους για τους Μπαλάνους, ότι ο Κοσμάς Μπαλάνος δεν διστάζει να κάνει κριτική στη διαχείριση των προσόδων από κληροδοτήματα, και στα επικρατούντα έθνη «μερικών μοναστηρίων», προκειμένου να επιτύχει έσοδα για το Σχολείο του, «εις παρηγοριάν και τροφάς των ενδεών μαθητών». Και πρέπει να σημειώσουμε τέλος, ότι από τους πολυάριθμους μαθητές τής Σχολής των Μπαλάνων, «πολλοί διέπρεψαν στον ελλαδικό χώρο και στις παροικίες».<sup>446</sup> Και παρακάτω:

«Παρ' όλα αυτά, η Σχολή των Μπαλάνων ευτύχησε να αποστείλει διδάσκαλους και λόγιους, όπως και οι άλλες Σχολές, σε όλο τον ελλαδικό χώρο (Τύρναβος, Σιάτιστα, Κοζάνη, Σέρρες, Κωνσταντινούπολη, κ.α.), αλλά και στο εξωτερικό. Αναφέρονται μαθητές τού Μπαλάνου Βασιλόπουλου, αποκαταστημένοι σε μεγάλα από πνευματική άποψη αστικά κέντρα, βλ. Π. Αραβαντινού, «Ίστορία τής Έλληνικής Παιδείας παρ' Έλλησιν», Εισαγωγή — Επιμέλεια Ε. Ι. Νικολαΐδου, Εκδ. Ε. Η. Μ., Ιωάννινα, 1986, σ. 119, οι περιώνυμοι, Ν. Ζερζούλης (Ιάσιο), Γ. Κωνσταντίνου (Βενετία, Βουκουρέστι), Παγκράτιος Δήμαρος (Κωνσταντινούπολη), Αν. Μοσπινιώτης (Ιταλία, Γκιένγκες Ουγγαρίας), Καλλίνικος Μπάρκοσης (Ιάσιο), Δ. Μπαλάνος (Βουκουρέστι), Κ. Μπαλάνος—Καμινάρης (Βουκουρέστι), Δοσίθεος Φιλίτης (ο και Ουγγροβλαχίας) μαθητές δε του Κοσμά, Μπαλάνου, ό.π., σ. 119-120, οι Λάμπρος Φωτιάδης (Βουκουρέστι), Ι. Στάνος (Βενετία), Λάμπρος Δήμαρος (Βουκουρέστι, κατά τον Ευλ. Κουρίλα, Η. Ε., 1955, Τεύχ. 35, ό. π., σ. 237), Πολυζώης Κοντός (Βιέννη, Ουγγαρία, Βλαχία), Χρ. Εμποροκωμήτης (Βουκουρέστι, κατά τον Ευλ. Κουρίλα, ό. π.), Γ. Κρομμύδης (Νίζνα, Μόσχα), Αλ. Βασιλείου (Βιέννη), Κ. Χρυσίδα (Βουκουρέστι), Ι. Βηλαράς (Βενετία), Δημήτριος Ιατρός (Νικολίδης, συμμάρτυρας του Ρήγα, Βιέννη), Αλ. Βηλαράς (Βουκουρέστι), Κ. Καραϊωάννης (Ιάσιο), Ι. Φραγκόπουλος (Κωνσταντινούπολη), Κυρίτζης Χατζή Πολύζου (σύντροφος του Ρήγα, Βιέννη), Αλ. Γκάγκας (Παρίσι), Γ. Μόστρας (Κωνσταντινούπολη), Χρ. Φιλητάς (κατόπιν μαθητής Ψαλίδα, Τεργέστη, Αγγλία), κ.ά.»<sup>447</sup>

Ο Γκανιάτσας θα κλείσει την παρουσίαση των Μπαλάνων:

«Παρ' όλα όσα γράφονται κατά των Μπαλάνων, δεν αμφισβητείται ο ζήλος και η **προσφορά** τους στα γράμματα και στην προαγωγή τους στα Γιάννινα, γιατί ήταν άριστοι ελληνιστές και βαθείς αρχαιογνώστες και οι πολυάριθμοι μαθητές της σχολής τους χαρακτηρίζονταν για την ευρυμάθεια και την φιλοπατρία, όπως σημειώθηκε παραπάνω. Αναγνωρίζεται πως οι Μπαλάνοι με κόπους και θυσίες κατόρθωσαν να ανυψώσουν τη σχολή τους σε α ρ χ ι γ υ μ ν ά σ ι ο των Ιωαννίνων, που την επλούτισαν με βιβλιοθήκη και με ανέκδοτα χειρόγραφα. Αναφέρεται [δε λέει πού] ότι **η σχολή Μπαλάνου υπήρξε επί έναν αιώνα κιβωτός του νεογραικικού κόσμου.**(!)»<sup>448</sup>

[τα έντονα γράμματα και οι αγκύλες δικά μου, όχι οι παρενθέσεις και το θαυμαστικό]

Η σύγχυση που παρατηρούμε, οι Μπαλάνοι να παρουσιάζονται συντηρητικοί και ταυτόχρονα να θαυμάζεται το μαθηματικό τους έργο και η προσφορά τους στο φωτισμό του Γένους, επιτείνεται από τον εμπνευστή του όρου «Νεοελληνικός

<sup>446</sup> Κουρμαντζή Παναγιωτάκου 1991, 114 – 115.

<sup>447</sup> Ο. π., 137.

<sup>448</sup> Γκανιάτσας 1986, 17.

Διαφωτισμός», Κ. Θ. Δημαρά. Ο κορυφαίος ιστορικός στο ομώνυμο πόνημά του γράφει:

«Ο Ιερόθεος από τη Σύμωρη, ζητάει να μην πηγαίνουν οι νέοι μας στη Δύση για σπουδές, γιατί διδάσκονται την αθεΐα, και γυρίζοντας στα χώματά μας την μεταδίδουν στους άλλους· ο Μπαλάνος,<sup>449</sup> στα Γιάννινα, καταδικάζει την εκμάθηση των ξένων γλωσσών, γιατί έχει ανάλογα αποτελέσματα»,

χωρίς να εμφανίζει παραπομπή.<sup>450</sup> Νομίζω πως συγγέει τον Κ. Μπαλανίδη που αναφέρει στην επιστολή του στο *Λόγιο Ερμής* ο Δημήτριος Αθανασίου με τον Κοσμά Μπαλάνο, επειδή το μικρό όνομα και των δύο έχει αρχικό γράμμα το «Κ», ενώ ο Κοσμάς έχει πεθάνει και έχει αναλάβει ο αδελφός του Κωνσταντίνος, όπως είδαμε.

Σε άλλη εργασία, του Πανεπιστημίου του Γιοχάνεσμπουργκ; βρίσκουμε: «Ο Μπαλάνος Βασιλόπουλος είχε σπουδάσει μαθηματικά και ελληνικά. Υπήρξε συντηρητικός και επικριτής κάθε νεότερης θεωρίας»<sup>451</sup> και

«η παρακμή που ακολούθησε την αποχώρηση του Μεθοδίου Ανθρακίτη απ' τη Σχολή του Εμμανουήλ Γκιόμνα, μετέτρεψε αυτή σε εφελτήριο πνευματικής συντήρησης. Κάτω από τον έλεγχο της οικογένειας των Μπαλάνων, η Σχολή Γκιόμνα έγινε το προπύργιο του σχολαστικισμού και της παράδοσης.» Επίσης, μας πληροφορεί πως ο Κιτρομηλίδης αναφέρει πως οι έριδες του Βούλγαρη με το Μπαλάνο [Βασιλόπουλο], εκφρασμένες σε επιστημονικό επίπεδο, συμβόλιζαν στην πραγματικότητα την αρχή μιας κοινωνικής σύγκρουσης μεταξύ των κόσμων της συντήρησης και του εκσυγχρονισμού».<sup>452</sup>

Μόνοι ουδέτεροι απέναντι στην απόδοση χαρακτηρισμών προς τους Μπαλάνους, έχουν πέσει στην αντίληψή μου να είναι ιστορικοί του περιβάλλοντος του Πανεπιστημίου Αθηνών. Για παράδειγμα, στο τμήμα Μεθοδολογίας της Ιστορίας των Θετικών Επιστημών,<sup>453</sup> στη Διδακτορική Διατριβή του Μανώλη Πατηνιώτη, η οποία αφορά στο έργο των Βούλγαρη και Θεοτόκη, αναφέρεται<sup>454</sup>: «Όλοι οι ιστορικοί συγκλίνουν στην άποψη ότι οι νεωτερισμοί του Βούλγαρη προκάλεσαν την αντίδραση του Μπαλάνου Βασιλόπουλου (1690-1760), "συντηρητικού" δασκάλου της αντίπαλης σχολής Γκιούνμα των Ιωαννίνων». Τα εισαγωγικά στα οποία κλείνεται ο χαρακτηρισμός δείχνουν τη νοοτροπία της απομάκρυνσης από την απόδοση τέτοιων χαρακτηρισμών, ακόμα κι αν αυτοί αποδίδονται από όλους τους άλλους, όπως αναφέρει χαρακτηριστικά, ο Πατηνιώτης. Άλλωστε, έχει προειδοποιήσει πιο πάνω, μελετώντας το έργο στον τομέα της Φυσικής:

«Ισχυρίζομαι ότι μια διεξοδική μελέτη του ζητήματος είναι σε θέση να αναδείξει μια εξαιρετικά πιο πλούσια εικόνα από αυτή που υπονοούν οι τοποθετήσεις που προηγήθηκαν. Και αν πράγματι ο ισχυρισμός μου αυτός είναι σωστός, τότε οφείλουμε να αναθεωρήσουμε άρδην τη σχέση των ελλήνων λογίων του 18ου αιώνα με το επιστημονικό γίνεσθαι της εποχής

<sup>449</sup> Δε λέει ποιος Μπαλάνος, αλλά στο ευρετήριο εντός παρενθέσεως γράφει πως εννοεί τον Κοσμά Βασιλόπουλο.

<sup>450</sup> Δημαράς 2007, 306.

<sup>451</sup> Φλώρος 2005, 46 και 55, με παραπομπή στο άρθρο του Πασχάλη Κιτρομηλίδη με τίτλο «Αγώνες» στο Αντί σ.28

<sup>452</sup> Φλώρος 2005, 60.

<sup>453</sup> ΜΙΘΕ, σημερινό ΙΦΕ: Ιστορία και Φιλοσοφία της Επιστήμης.

<sup>454</sup> Πατηνιώτης 2001, 270.



τους. Η σχέση τους με τον ευρωπαϊκό επιστημονικό και φιλοσοφικό *στοχασμό* δεν συνίσταται ούτε σε μια εκλεκτική αφομοίωση της "νεότερης φυσικής" σε ένα, κατά βάση, "συντηρητικό" πνευματικό πλαίσιο, ούτε στην άνευ όρων παράδοση στις δυνάμεις του επερχόμενου επιστημονικού θριάμβου· αντιθέτως, αποτελεί μια εξαιρετικά πιο σύνθετη και δημιουργική διαδικασία, στο πλαίσιο της οποίας συγκλίνουν, αφομοιώνονται και μετασχηματίζονται πολλαπλές φιλοσοφικές θεωρήσεις της φύσης». <sup>455</sup>

Κάτι που προσπάθησα να δείξω κι εγώ, όσον αφορά στις μαθηματικές επιστήμες, μέσα από το παράδειγμα της Άλγεβρας, με την παρουσίαση του βιβλίου του Κοσμά Μπαλάνου.

### **Ήταν ο Κοσμάς συντηρητικός;**

Νομίζω πως από ότι είπαμε πιο πάνω η απάντηση είναι προφανής. Ο Κοσμάς Μπαλάνος είναι θύμα της κακής φήμης που απέκτησε ο πατέρας του εξαιτίας της σύγκρουσης που είχε με το Βούλγαρι. Οι Μπαλάνοι μπορεί να έχουν ελαττώματα, όπως όλοι οι άνθρωποι, αλλά όσον αφορά στη διδασκαλία των γραμματίων, δε μπορεί να τους προσάπτουμε το χαρακτηρισμό του συντηρητικού.

Ο πατέρας είναι αυτός που ακολούθησε ως μαθητής το Μεθόδιο Ανθρακίτη σε κάθε πόλη που δίδαξε. Είναι αυτός που, ενδεχομένως με φόβο, διέσωσε τη διδασκαλία του των Μαθηματικών. Οι τέσσερεις τόμοι Μαθηματικών, που κατόπιν εξέδωσε, δε μπορεί να είχαν απομνημονευτεί. Καταλαμβάνουν έκταση περίπου 2.000 πυκνογραμμένων σελίδων. Την ώρα που καίγονταν δημόσια τα μαθηματάρια του Ανθρακίτη, ο Μπαλάνος διέσωζε, άγνωστο με ποιον τρόπο τα δικά του. Η διδασκαλία του Ανθρακίτη που ήταν απαγορευμένη για πάνω από δύο χρόνια διασώθηκε, στο μέρος των Μαθηματικών από το Μπαλάνο. Ήταν τόσο πρωτοποριακή και τόσο πλήρης που Γεωμετρία θα εκδοθεί πάλι το 1805, μια μετάφραση του Tacque από τον Ευγένιο Βούλγαρι. Μπορεί να μην ήξερε ξένες γλώσσες, αλλά ο Ιώσηπος Μοσιόδακας δεν τον κατηγορεί για αυτό. Δεν έτυχε να ξέρει, λέει. Δεν προκύπτει από κάπου ότι δεν ήθελε να ξέρει. Μόνος του δηλώνει πως ο δάσκαλός του μεταφέρει γνώσεις από τα λατινικά και βρίσκουμε πλήθος μαθητών του που είναι γλωσσομαθείς, με επιφανέστερο το Ζερζούλη.

Για το γιο του, Κοσμά, που το έργο του εξετάσαμε με κάθε λεπτομέρεια, η κρίση είναι ακόμα ευκολότερη. Ως δάσκαλος, ο Κοσμάς δε δείχνει να ασπάζεται την υποταγή σε κάποια αυθεντία. Αν και φέρει τους βαρύγδουπους τίτλους του Αρχιπρεσβύτερου και ισόβιου Μέγα Οικονόμου της Ιεράς Μητρόπολης των Ιωαννίνων, προτείνει στους μαθητές του, που επιθυμούν να μάθουν περισσότερα για την Άλγεβρα, να συνεχίσουν τις σπουδές τους σε άλλους που γνωρίζουν αυτή την επιστήμη, όπως λέει, καλύτερα. Η παρότρυνση δείχνει το μεγαλείο της ψυχής του. Είναι ένας άνθρωπος που ενώ κρατά τη σχολή του σε λειτουργία με νύχια και με δόντια, λέει και μάλιστα το γράφει ώστε να μη μπορεί να το ανακαλέσει, πως η γνώση του σε κάποιον συγκεκριμένο τομέα έχει όρια. Όρια που τα ξεπερνούν άλλοι, σύγχρονοί του και δε διστάζει να προτείνει σε όσους τον παρακολουθούν στα μαθήματα της Άλγεβρας ή διαβάζουν το βιβλίο του να τους αναζητήσουν και να συνεχίσουν τις σπουδές τους στις σχολές τους. Υπάρχει μάλιστα μια αναφορά στο διαδίκτυο, η οποία χρήζει διερεύνησης, πως ο Νεόφυτος Δούκας συνεχίζει τις σπουδές του στο Βουκουρέστι το 1786, με τη βοήθεια και τις συμβουλές των Κοσμά

---

<sup>455</sup> Ο. π., 124.

Μπαλάνου και Δημητρίου Βαρδάκα, έχοντας συστατική επιστολή του τότε Μητροπολίτη Ιωαννίνων, ώστε να αποδεικνύει την ιδιότητα του ως κληρικού, αναχώρησε από το Μέτσοβο και εγκαταστάθηκε στο Βουκουρέστι.<sup>456</sup>

Ο Κοσμάς, ως μαθηματικός, είναι αυτός που εισαγάγει την Άλγεβρα στη Μπαλαναία σχολή και το κάνει με έναν αρκετά πρωτοποριακό, μαθητοκεντρικό, τρόπο. Δε μένει στα καθιερωμένα και στη διδασκαλία του πατέρα του, αλλά προχωρά σε νέα, πιο σύγχρονα μονοπάτια. Κοπιάζει να συνθέσει ένα εγχειρίδιο απλό και πρακτικό, πάνω σ' ένα κλάδο που ο ίδιος δε φαίνεται να έχει διδαχθεί, με μια διδακτική μέθοδο, η οποία μπορεί να μην είναι τόσο πρωτοποριακή όπως η αλληλοδιδασκτική του Κοραή, αλλά είναι κάτι νέο με σκοπό την προσέλευση του μαθητή. Μπορεί τον καιρό που εκδίδεται το βιβλίο, να είναι αρκετοί οι δάσκαλοι που διδάσκουν Άλγεβρα, αλλά αξίζει σε μια κατοπινή έρευνα να δούμε πόσοι μαθητές πριν την έκδοση του βιβλίου έμαθαν τα βασικά στοιχεία της Άλγεβρας από τον Κοσμά και ποια ήταν η εξέλιξή τους στα Μαθηματικά.

Αν εξετάσουμε, πάλι, τον Κοσμά ως συγγραφέα, η γλώσσα του δεν είναι αττικίζουσα, με δύσκολη σύνταξη, σαν του Βούλγαρι ή του Ιωνά ή των προλόγων του πατέρα του. Θα την έλεγα μιας πρώτης μορφής Καθαρεύουσα. Έχει γνώση της απλότητάς της, γι' αυτό τη διατηρεί και στο μαθηματικό κείμενο. Αν και εδώ θα μπει το υποκειμενικό κριτήριο, είναι μια μορφή της ελληνικής που μπορεί να διαβαστεί από κάποιον σαν εμένα, που η γνώση των ελληνικών έχει έρθει με την εμπειρία και όχι με τη σπουδή, μιας και το πτυχίο μου είναι στα Μαθηματικά και όχι στα Ελληνικά. Τα προλογικά σημειώματα του πατέρα του και του Γλυζώνιου, όπως και το βιβλίο των Ιωνά και Ασάνη δυσκολεύομαι να τα διαβάσω. Για να διαβάσω το βιβλίο του Βούλγαρι χρειάστηκα σε πολλά σημεία τη βοήθεια φιλόλογου. Ενώ, το βιβλίο του Κοσμά διαβάζεται με άνεση από οποιοδήποτε μαθητή του καιρού του. Ο Κοσμάς το ξέρει, αφού το κάνει επίτηδες, και διατηρεί την ίδια γλώσσα σε όλη την έκταση του κειμένου. Πρόλογος (αφιέρωση στους χορηγούς), προοίμιο και μαθηματικό κείμενο είναι γραμμένα με τον ίδιο τρόπο. Το *Γλυτζόνι* και η *Οδός Μαθηματικής* αλλάζουν μορφή στη γλώσσα στο μαθηματικό κείμενο, ώστε να μπορούν να γίνουν κατανοητά όσα γράφονται από τον άπειρο αναγνώστη.

Όποιο κριτήριο κι αν βάλουμε για τον όρο «συντηρητικός», ο Κοσμάς δεν το ικανοποιεί. Είναι ο πρώτος που θα θίξει το θέμα της διαχείρισης της μοναστικής περιουσίας και μάλιστα θα λάβει τη θέση υπέρ της χρηματοδότησης των σχολείων από αυτή. Θα φτάσει στο σημείο να παραιτηθεί από τη σχολαρχία της σχολής, μετά από 40 χρόνια στη θέση αυτή, προκειμένου να επιτύχει το σκοπό του, που δεν είναι άλλος από τη συνέχιση της λειτουργίας της σχολής. Είναι, σίγουρα, πρωτοποριακός.

### **Νεοελληνική Αναγέννηση, Νεοελληνικός Διαφωτισμός και η θέση του Κοσμά**

Ο Σβορώνος την περίοδο μετά τον Κορυδαλέα την αναφέρει ως «Νεοελληνική Αναγέννηση». Ο Δημαράς ισχυρίζεται πως με τον Ανθρακίτη και το Βούλγαρι ξεκινούν οι ζυμώσεις στο χώρο της Παιδείας που θα μας οδηγήσουν στο

---

<sup>456</sup> [http://el.metapedia.org/wiki/%CE%9D%CE%B5%CF%8C%CF%86%CF%85%CF%84%CE%BF%CF%82\\_%CE%94%CE%BF%CF%8D%CE%BA%CE%B1%CF%82](http://el.metapedia.org/wiki/%CE%9D%CE%B5%CF%8C%CF%86%CF%85%CF%84%CE%BF%CF%82_%CE%94%CE%BF%CF%8D%CE%BA%CE%B1%CF%82)

«Νεοελληνικό Διαφωτισμό». Άλλοι, πάλι, διαπιστώνουν πως περάσαμε στο Διαφωτισμό, χωρίς να έχουμε περάσει από την Αναγέννηση.

Σε κάθε περίπτωση, είναι γεγονός πως μετά την εμφάνιση του Κορυδαλέα στα ελληνικά γράμματα, βλέπουμε πως στα Μαθηματικά με το Σουγδουρή, τον Ανθρακίτη και το Μπαλάνο Βασιλόπουλο εγκαταλείπονται οι Βυζαντινοί φιλόσοφοι και μαθηματικοί (Ψελλός, Βαρλαάμ, Χρυσολωράς, Χαλκοκονδύλης κ.τ.λ.) και το ενδιαφέρον στρέφεται στους Αρχαίους (Αριστοτέλης, Πλάτωνας, Ευκλείδης, Αρχιμήδης, Νικόμαχος, Θεοδόσιος, Πάππος, Πρόκλος, Ιπποκρατικά κείμενα, Γαληνός κ.τ.λ.). Για 100 -150 χρόνια οι δάσκαλοι κοιτούν το απώτατο παρελθόν και συνδέουν το Έθνος και την Παιδεία του με τους Αρχαίους. Την κίνηση αυτή, θα έπρεπε, κατά τη γνώμη μου, να την ονομάσουμε *Νεοελληνική Αναγέννηση*, και όχι «Αιώνα των Φαναριωτών», τουλάχιστον, όσον αφορά στα Μαθηματικά. Σαφώς ό,τι γίνεται αφορά σε ελάχιστους, κυρίως τους διδάσκालους, και αποτυπώνεται κατά βάση στα βιβλία των Μπαλάνων και σε κάποια χειρόγραφα. Το φαινόμενο δε λαμβάνει ευρείες διαστάσεις στις κοινότητες των Ελλήνων της εποχής. Αλλά και στην Ευρώπη την περίοδο που ονομάζουμε «Αναγέννηση» η διάχυση των ιδεών δε νομίζω να ξεφεύγει πέρα από κάποιους κύκλους λογίων και καλλιτεχνών των αστικών κέντρων.

Κατόπιν, από την εποχή του Βούλγαρι και του Θεοτόκη και μέχρι τον Ψαλίδα, το Ρήγα και τον Κοραή, αρχίζει η εισαγωγή των Φυσικών Επιστημών στη διδασκαλία και η αίσθηση πως η Παιδεία που πρέπει να λάβει το Έθνος είναι αυτή που θα «μετακενωθεί» από τη «Φωτισμένη» Ευρώπη. Αυτή η κίνηση έχει εκείνα τα χαρακτηριστικά που μπορούν να της αποδώσουν τον τίτλο του «Νεοελληνικού Διαφωτισμού», διαχωρίζοντάς της από αυτήν που περιγράψανε πιο πάνω ως «Νεοελληνική Αναγέννηση». Το φαινόμενο, αυτή τη φορά, αφορά σε περισσότερους, θα έχει μεγαλύτερο αντίκτυπο στους υπόδουλους Έλληνες και θα επηρεάσει ακόμα και κάποιους από τους αγράμματους πληθυσμούς.

Ανάμεσα στις δύο τάσεις βρίσκουμε τον Κοσμά. Θα παραμείνει υπερασπιστής του έργου του πατέρα του, ως το θάνατό του το 1808. Ολοκληρώνει την έκδοση της *Οδού Μαθηματικής* με τον τόμο της Αριθμητικής το 1803. Αλλά και μετά το θάνατό του, η *Αντιπελάργησις* εκδίδεται το 1816 προς υπεράσπιση του πατέρα του για τη «λύση» που βρήκε στο Δήλιο Πρόβλημα και την κριτική που δέχτηκε.<sup>457</sup> Ταυτόχρονα διαδίδει την Άλγεβρα, φέρνει τον αναγνώστη του σε επαφή με το Βιετά, τον Πάπα Σιλβέστρο, το Ρεγιομοντάνο και τον Στέβιν, κρατά τη σχολή ανοικτή κάτω από ιδιαίτερα δύσκολες οικονομικές συνθήκες, προτρέπει τους μαθητές του που επιθυμούν περισσότερα στο αντικείμενο της Άλγεβρας να συνεχίσουν με άλλους δάσκαλους, εμπλουτίζει σε συνεργασία με τον Κοραή τη βιβλιοθήκη που του έχει παραδώσει ο πατέρας του, αλλάζει μέθοδο διδασκαλίας περιορίζοντας την αντιγραφή από την παράδοση των μαθημάτων, εισηγείται και πετυχαίνει σ' ένα βαθμό διαχείριση της μοναστικής περιουσίας προς όφελος των σχολείων (κάτι που θα του στοιχίσει τη σχολαρχία) και η οικογένειά του, μετά το θάνατό του σε μια ακόμα προσπάθεια προσαρμογής στέλνει τον Γρηγοράσκο Μπαλανίδη για σπουδές στην Πίζα.

Αν ήταν να περιγράψω με μια φράση τη δράση του Κοσμά, θα έλεγα πως διδάσκει στο πνεύμα της Νεοελληνικής Αναγέννησης και μελετά μόνος του στο πνεύμα του Νεοελληνικού Διαφωτισμού!

<sup>457</sup> Σύντομη εξιστόρηση των γεγονότων που οδηγούν στην έκδοση της *Αντιπελάργησις* δεξ στο Παπαϊωάννου 2009, 302 – 303.

## ΑΠΟΣΠΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΑ ΒΙΒΛΙΑ

Κοσμά Μπαλάνου: Έκθεσις Συνοπτική

Σελ. 2:

σαν, ἢ ὠνομάθησαν· οἱ μὲν ἐν ἀρχαίοις ἢ τὰ ἀναλυ-  
τικῆς μεθόδου ἐχόμενα, ἢ πατέρας οἱ πλείστοι Πυθα-  
γόραν, ἢ Πλάτωνα ἀνακηρύττουσιν, ἀριθμητικὰ προ-  
σηγόρευον, ὡς δηλοῖ τὰ τῶν Διοφάντου, ὅσα σώζεται,

Πατέρες της αναλυτικής μεθόδου είναι ο Πυθαγόρας, ο Πλάτωνας και ο Διόφαντος

.....

τιων γὰρ ἰσώσεω, καὶ προδιαφαιρέσεων ἀνάγει τῆς  
μετιόντας αὐτὴν εἰς εὐρεσιν τῶν ζητημῶν, ἢ θήσαν  
τῶν ἀληθῶν, ἢ περὶ τὸ διωρισμένον μόνον καταγινω-  
μένη ποσόν, ὡς περὶ ἢ ἀριθμητικῆ· ἀλλὰ περὶ τὸ ἀ-  
πλῶς ποσόν, ἢ ὅσα ὑπὸ τὸ ποσόν ἐπάγεται, οἷον

Περιγραφή του σε τι χρησιμεύει η Άλγεβρα

Σελ. 3:

σοικείων εὐχερέστερόν τε καὶ ἀπονώτερον. Περὶ ταύ-  
της τοίνυν τῆς ἐπιστήμης, ὡς ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς ἔχει  
χρόνοις, καὶ μοι πρόκειται, βραχέα τινὰ περὶ ἀριθ-  
μῶν προανακηρυσσάμενον, σοικεῶδη τινὰ τοῖς μαθη-  
τιῶσι παραδέναι διδασκαλίαν, ὡς ἐνι, συντετμημένως  
ἢ σαφῶς, ἢ εἰσαγωγικοῖς μᾶλλον προσήκεσαν. τοῖς  
δ' ἀκορῆτως ἔχουσι περὶ τὰ τοιαῦτα ἔξει τὰ πλείω  
ἀναλέξασθαι παρ' ἄλλων, πλατύτερον, καὶ τελειότερον  
περὶ τῆς ἐπιστήμης ταύτης διαληφόντων.

Παρέναιση για συνέχιση της διδασκαλίας της Άλγεβρας με άλλους δάσκαλους.

**Βούλγαρις Ευγένιος:** *Των μαθηματικῶν στοιχείων αι πραγματεΐαι αι αρχοειδέσταται εκ των του μαθηματικοτάτου Ιωαν. Ανδρ. Σεγνέρου, Λειψία το 1767*

Σελ.12:

12 ΤΜΗΜΑ ΠΡΩΤΟΝ

5 | 339" | 870 | 325' | 743 | 270°, 274.

.....

*σχεῖος κείται. Κατὰ ταῦτα ἐν τὸν προτεθέντα  
ἀριθμὸν ἀπαγγέλλειν ἐστὶν ὡς πρὸς. 5 χιλιάδες, καὶ  
329 διλλιόνια. 870 χιλιάδες, καὶ 325 μιλλιόνια.  
743 χιλιάδες, καὶ 297 μονάδες.*

Παράδειγμα πολυψήφιου αριθμού, όπου μονάδες και διλλιόνια έχουν τυπογραφικά λάθη.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Davis P. J. –Hersh R.: Η Μαθηματική Εμπειρία, (πρώτη έκδοση 1980), στα ελληνικά από τις Εκδόσεις Τροχαλία

Eves Howard: Μεγάλες Στιγμές των Μαθηματικών, τόμος 2 μετά το 1650 Τροχαλία 1990,

Henderson G. P.: The Revival of Greek Thought 1620 – 1830, Μετάφραση Φ. Κ. Βώρου: Η αναβίωση του Ελληνικού στοχασμού 1620 – 1830, Ακαδημία Αθηνών, Αθήνα 1977

Αγγέλου, Άλκης: Ιωσήπου του Μοισιόδακος, Απολογία, Αθήνα, Ερμής 1992

Αγγέλου Άλκης: Των Φώτων, Αθήνα, Ερμής 2000

Αθανασίου Δημήτριος: Προς τους Ιωαννίτας, τους φίλους μου συμπολίτας. Ερμής ο Λόγιος 1817

Ανθρακίτης Μεθόδιος – Βασιλόπουλος Μπαλάνος: Οδός Μαθηματικής, Βενετία 1749

Αραβαντινός Π.: Ιστορία της Ελληνικής Παιδείας παρ' Έλλησιν, Εταιρία Ηπειρωτικών μελετών 1986

Αραβαντινός Π.: Βιογραφική συλλογή λογίων της Τουρκοκρατίας, επιμέλεια Κ. Θ. Δημαρά, Ιωάννινα 1960

Αργυροπούλου - Λουγγή Ρωξάνη: Νεοελληνική Φιλοσοφία: Κριτικός απολογισμός 1953 - 1977, Περιοδικό Δευκαλίων τομ.21, Μάρτιος 1978

Ασάνης Σπυρίδων – Ιωνάς Σπαρμιώτης: Στοιχείων Αριθμητικής τε και Άλγεβρας του του Αββά de la Caille, 1797

Βακαλόπουλος Απόστολος: Ιστορία του Νέου Ελληνισμού, τομ. Β1 Τουρκοκρατία 1453-1669. Οι ιστορικές βάσεις της νεοελληνικής κοινωνίας και οικονομίας, Θεσσαλονίκη, 1964

Βασιλόπουλος Μπαλάνος: Αριθμητική, Βενετία 1803

Βούλγαρις Ευγένιος: Των μαθηματικών στοιχείων αι πραγματεΐαι αι αρχοειδέσταται εκ των του μαθηματικοτάτου Ιωαν. Ανδρ. Σεγνέρου, Λειψία το 1767

Γκανιάτσας Κων.: Η Παιδεία στην Ήπειρο και ιδιαίτερα στα Γιάννινα στην Τουρκοκρατία: Ήπειρος, Ετήσια έκδοση της Ηπειρωτικής Εστίας Θεσσαλονίκης, Τόμος Θ', 1986

Γλυζώνιος Μανουήλ: Βιβλίον πρόχειρον τοις πάσι περιέχον την τε πρακτικήν αριθμητικήν, ή μάλλον ειπείν την λογαριαστικήν. Και περί του πώς ευρίσκει έκαστον το άγιον Πάσχα, και τέλειον πασχάλιον αεί και πάντοτε. Και περί ευρέσεως σελήνης εν ποία ημέρα γίνεται η γέννα αυτής, Βενετία 1679

Δημαράς Κ. Θ.: Νεοελληνικός Διαφωτισμός, Ερμής, Τρίτη έκδοση, 1983

- Δημαράς Κ. Θ.: Ιστορία της Νεοελληνικής Λογοτεχνίας, Γνώση, Αθήνα 2000
- Δημαράς Κ. Θ.: Ιστορία της Νεοελληνικής Λογοτεχνίας, Ίκαρος 1975
- Δημαράς Κ. Θ.: Νεοελληνικός Διαφωτισμός, Εκδόσεις Ερμής, Ένατη έκδοση, Αθήνα 2007
- Δυοβουνιώτου Κ.Ι.: Νικηφόρος Θεοτόκης, εν Ιεροσολύμοις 1913
- Ευαγγελλίδης Τρύφων: Η Παιδεία επί Τουρκοκρατίας, τόμος πρώτος, Αθήνα 1936
- Ευαγγελλίδης Τρύφων: Η Παιδεία επί Τουρκοκρατίας, τόμος δεύτερος, Αθήνα 1936
- Ζαβίρας Γ.: Νέα Ελλάδα ή Ελληνικόν Θέατρον, Αθήνα 1972
- Ζήση Σταματίνα, Έλληνες Έμποροι και Λόγιοι σε κοινά Δίκτυα, τέλος 17<sup>ου</sup> – 19<sup>ου</sup> αιώνας, Μεταπτυχιακή Εργασία, στο Τμήμα Ιστορίας και Αρχαιολογίας, Αθήνα Ιούλιος 2017
- Ηλιού Φίλιππος: Βιβλία με συνδρομητές Ι. Τα χρόνια του Διαφωτισμού (1749 –1821), Ο Εραμιστής, Αθήνα 1975
- Θωμαΐδης Γιάννης, Καστάνης Νίκος: Οι δρόμοι του ημιτόνου: Από τη Βενετία στη Νεοελληνική παιδεία και πίσω στη βυζαντινή παράδοση, 3-11-2003 [http://users.auth.gr/~nioka/Files/OI\\_DROMOI\\_TOU\\_IMITONOU.pdf](http://users.auth.gr/~nioka/Files/OI_DROMOI_TOU_IMITONOU.pdf)
- Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, Εκδοτική Αθηνών, τόμος ια΄,
- Καράς Γιάννης: Οι θετικές επιστήμες στον ελληνικό χώρο, εκδόσεις Δαίδαλος, Ι. Ζαχαρόπουλος, Αθήνα 1991
- Καράς Γιάννης: Οι επιστήμες στην Τουρκοκρατία, τομ. Α΄: Μαθηματικά, Βιβλιοπωλείο της Εστίας, Δεκέμβριος 1992
- Καστάνης Νίκος: Το Πρώτο Βιβλίο Άλγεβρας στη Νεοελληνική Παιδεία, στο βιβλίο: ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΣΤΗΝ ΤΟΥΡΚΟΚΡΑΤΙΑ, επιμέλεια Ε. Νικολαΐδη, συνέκδοση της ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ και του ΚΕΝΤΡΟΥ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ ΤΟΥ Ε.Ι.Ε., Αθήνα, 1992
- Καστάνης Νίκος: Όψεις της νεοελληνικής Μαθηματικής Παιδείας, Εκδόσεις: Μαθηματική Βιβλιοθήκη Βαφειάδη, Θεσσαλονίκη 1998
- Καστάνης Νίκος: Η εισαγωγή των Μαθηματικών στη Νεοελληνική Παιδεία – Η Άλγεβρα και ο Απειροστικός Λογισμός, Διδακτορική διατριβή, Θεσσαλονίκη 2001
- Κονδύλης Παναγιώτης: Ο Νεοελληνικός Διαφωτισμός, Οι Φιλοσοφικές Ιδέες, εκδόσεις Θεμέλιο, Ιστορική Βιβλιοθήκη, Αθήνα 1988
- Κούκου Ελένη: Νικηφόρος Θεοτόκης, Εκκλησιαστικές εκδόσεις 1973

Κούμας Κωνσταντίνος: Σύνοψις της Ιστορίας της Φιλοσοφίας συγγραφείσα μεν γερμανιστί ... μεταφρασθείσα ... υπό Κ. Μ. Κούμα, Βιέννη, 1818.

Κούμας: Ιστορίαι Ανθρωπίνων Πράξεων, τόμος 12, Βιέννη 1832.

Κουρίλας Ευλόγιος: Ηπειρωτικά Ανάλεκτα, Ηπειρωτική Εστία, Τεύχος 48<sup>ον</sup>, Ιωάννινα 1958.

Κουρμαντζή Παναγιωτάκου Ελένη: Η Εκπαίδευση στα Γιάννενα και οι Ιδεολογίες της: Οι «Νεωτεριστικές» Σχολές και οι Σχολές Μπαλάνων και Ψαλίδα (1645-1820), Ιωάννινα, 1991.

Λάμπρου Μιχάλης: Μια προσπάθεια διπλασιασμού του κύβου την εποχή της Τουρκοκρατίας και το κείμενο της Αντιπελάργησης, Ευκλείδης Γ', τεύχος 11, 1994.

Μηνάογλου Αθ. Χαράλαμπος: Ο Αναστάσιος Μιχαήλ ο Μακεδών και ο Λόγος περί Ελληνισμού, Αθήνα 2013

Μιχαλόπουλος: Τα Γιάννενα και η Νεοελληνική Επανάσταση 1648 - 1820, Αθήνα 1930

Μοισιόδαξ Ιώσηπος: Ηθική Φιλοσοφία, τομ.Α', Βενετία 1761

Μουρούτη – Γκενάκου Ξ.: Ο Νικηφόρος Θεοτόκης και η συμβολή αυτού στην παιδεία του Γένους, Διδακτορική Διατριβή, Αθήνα 1979

Μπαλάνου Κοσμά: Έκθεσις Συνοπτική Αριθμητικής, Άλγεβρας και Χρονολογίας, Βιέννη 1798

Μπαλάνος Κοσμάς: Αντιπελάργησις, Βιέννη 1816

Μπαλάνος Δ. Σ.: Οι Μπαλάνοι Διδάσκαλοι του Γένους, Ηπειρωτικά Χρονικά 1930

Μπόμπου – Σταμάτη Βασιλική: Ο Μεθόδιος Ανθρακίτης και τα Τετράδια, Περιοδικό «Ελληνικά», τόμος 45ος, τεύχος 1ο, Θεσσαλονίκη 1995

Μυστακίδου Β. Α.: Περί συμβολής εις την ιστορίαν των εν Ιωαννίνους σχολείων (σχολή Γκιούμα – Ανέκδοτα ταύτης συγγίλια), Παρνασσός, Σύγγραμμα Περιοδικόν, Τόμος Ι', Τεύχος Β', Οκτώβριος 1886

Νικολαΐδης Ε.: Η επιλογή της γνωστικής ύλης: βιβλία των φυσικών και θετικών επιστημών του ελληνικού διαφωτισμού, ΤΑ ΙΣΤΟΡΙΚΑ HISTORICA, ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΟ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ, Τόμος 2, Τεύχος 4, Δεκέμβριος 1985

Νικολάου Γ. Χαράλαμπος: Διεθνείς Πολιτικές και Στρατιωτικές Συνθήκες – Συμφωνίες και Συμβάσεις, Ελλάς – Βαλκανική Χερσόνησος από του 1453 μέχρι σήμερον, Διεύθυνση Εκδόσεων Γενικού Επιτελείου Στρατού, Αθήνα, 1980

Παπαϊωάννου Α. Νικόλαος: Αντιπελάργιση: Μια Όμορφη Λέξη, Φιλολογική Πρωτοχρονιά, Μαυρίδης, 2009



- Παπανούτσος Ε.Π.: Νεοελληνική Φιλοσοφία Α΄, Αετός Α.Ε. Αθήνα, 1953
- Παπασταύρος Αναστάσιος: Αλή Πασάς από λήσταρχος ηγεμόνας, εκδόσεις ΑΠΕΙΡΩΤΑΝ, τόμος πρώτος, 2013
- Πατηνιώτης Μανώλης: Απόπειρες Διαμόρφωσης Επιστημονικού Λόγου στον Ελληνικό Χώρο του 18<sup>ο</sup> Αιώνα, Αρχές της φυσικής φιλοσοφίας στο έργο του Ευγένιου Βούλγαρη, και του Νικηφόρου Θεοτόκη, Διδακτορική Διατριβή, Αθήνα, 2001
- Πατηνιώτης Μανώλης: Στοιχεία Φυσικής Φιλοσοφίας, ο Ελληνικός Επιστημονικός Στοχασμός τον 17<sup>ο</sup> και 18<sup>ο</sup> αιώνα, Gutenberg 2013
- Πέτσιος Κώστας: Γεώργιος Σουγδουρής, Άγνωστα Στοιχεία για τη Ζωή, τη Διδασκαλία και το Φιλοσοφικό του Έργο, Μέρος Α΄, Δωδώνη 31, 2002, σ.241 - 308
- Πολυζωίδης Αναστάσιος: Γενική Ιστορία από αρχαιοτάτων χρόνων μέχρι των καθ' ημάς, Εκδόσεις Βλαστού, Εν Αθήναις, 1889, τόμος τρίτος
- Πούλος Ανδρέας: Ελληνική Μαθηματική Βιβλιογραφία 1500 – 1900, Ε.Μ.Ε. 1988
- Σάθας Κωνσταντίνος: Νεοελληνική Φιλολογία Βιογραφία των εν τοις Γράμμασι Διαλαμψάντων Ελλήνων, Αθήνα 1868
- Σβορώνος Νίκος: Ανέλεκτα Νεοελληνικής Ιστορίας και Ιστοριογραφίας, Θεμέλιο, γ΄ έκδοση, Νοέμβριος 1999
- Σβορώνος Νίκος: Επισκόπηση της Νεοελληνικής Ιστορίας, Μετάφραση Αικατερίνη Ασδραχά, Το Βήμα, 2015
- Στάϊκου Σπ. Κωνσταντίνου: Ελληνικές Εκδόσεις στα Χρόνια του Νεοελληνικού Διαφωτισμού, Ευρωπαϊκό Πολιτιστικό Κέντρο Δελφών, Αθήνα, 1998
- Σφυρής Παναγιώτης: Η φιλοσοφική σκέψη μέσα από τις θετικές επιστήμες στην περίοδο της Τουρκοκρατίας (μια ιστορική προσέγγιση), Περιοδικό Λόγος και Πράξη, τεύχος 54 Φθινόπωρο 1993
- Τερδήμου Μαρία: Τα Μαθηματικά στην Ελληνική Σκέψη κατά την περίοδο της Τουρκοκρατίας, Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων 1998
- Τσιγώνη Αναστασία: Μεθόδιος Ανθρακίτης ένας Πρόδρομος του Νεοελληνικού Διαφωτισμού, Μαθηματική Επιθεώρηση, Τεύχος 59, 2003
- Φλώρος Ιωάννης: Η Παιδεία στα Ιωάννινα κατά την Τουρκοκρατία (18<sup>ος</sup> αιώνας – αρχές 20<sup>ου</sup> αιώνα), University of Johannesburg, 2005
- Χασιάκος Α Γεώργιος: Ερμηνευτικό Λεξικό των «-ισμών», Επικαιρότητα, Αθήνα 1992
- Ψαλίδας Αθανάσιος, Καλοκινήματα, ήτοι εγχειρίδιον κατά φθόνου και κατά της Λογικής του Ευγενίου... , 1795