ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ

ΠΟΛΙΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ ΚΑΙ ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Διπλωματική εργασία του
Σκοπελίτη Παναγιώτη

Μεταπτυχιακό πρόγραμμα Στατιστικής και Επιχειρησιακής έρευνας

Επιβλέπων καθηγητής:
Μπουρνέτας Απόστολος

2019

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εκπονήθηκε
στα πλαίσια των σπουδών για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στη
Στατιστική και Επιχειρησιακή Έρευνα
που απονέμει το Τμήμα Μαθηματικών του
Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών.

Εγκρίθηκε στις …………………… από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**	**Υπογραφή**
Αντώνιος Οικονόμου	Καθηγητής	……………………
Λουκία Μελιγκοτσίδου	Επίκουρη Καθηγήτρια	……………………
Απόστολος Μπουρνέτας (επιβλέπων)	Καθηγητής	……………………

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Εισαγωγή

Η διπλωματική εργασία ασχολείται με πολιτικές παραγωγής και τιμολόγησης σε διάφορα συστήματα, στα οποία η ζήτηση είναι στοχαστική και υπάρχουν γενικές προτιμήσεις κινδύνου. Συγκεκριμένα, εξετάζονται πολιτικές που μπορεί να εφαρμόσει ένας έμπορος ή μια εταιρεία για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της, σε μια αγορά που λειτουργεί κάτω από στοχαστική ζήτηση. Όμως, η στάση κάθε παράγοντα ως προς το κίνδυνο ποικίλει, καθώς υπάρχουν αυτοί που επιδιώκουν το ρίσκο προσδοκώντας μεγαλύτερα κέρδη, αυτοί που το αποφεύγουν προσδοκώντας ασφαλή, αλλά και χαμηλότερα κέρδη και οι ουδέτεροι ως προς αυτό. Προκύπτουν, επομένως, διάφορες περιπτώσεις που πρέπει αρχικά να αναλυθούν ξεχωριστά και έπειτα να γίνουν οι απαραίτητες συγκρίσεις, που θα οδηγήσουν στα κατάλληλα συμπεράσματα.

Το αντικείμενο της εργασίας παρουσιάζει θεωρητικό ενδιαφέρον, αφού εμπλουτίζει τα διάφορα υπάρχοντα μοντέλα τιμολόγησης με την παράμετρο του κινδύνου. Μάλιστα, είναι ιδιαίτερα χρήσιμο όταν αντιμετωπίζουμε προβλήματα βελτιστοποίησης σε περιορισμένο χρονικό διάστημα, καθώς σε αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει περιθώριο για την εξαγωγή συμπερασμάτων μέσω του νόμου των μεγάλων αριθμών.

Το πρακτικό ενδιαφέρον της εργασίας έγκειται στη λειτουργία των επιχειρήσεων, οι οποίες ακολουθούν συγκεκριμένες πολιτικές παραγωγής και τιμολόγησης με σκοπό την κερδοφορία τους. Παράλληλα, οι πολιτικές αυτές επηρεάζουν τις σχέσεις των επιχειρήσεων με τους καταναλωτές και τους συνεργάτες τους, κατά συνέπεια επιδρούν σε ολόκληρη την αγορά.

Η δομή της διπλωματικής διαμορφώνεται ως εξής:

Στο πρώτο κεφάλαιο, αρχικά παρουσιάζεται το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη, ένα κλασσικό μαθηματικό πρόβλημα. Έπειτα, παρατίθενται τρόποι αντιμετώπισης της αβεβαιότητας που προκύπτει από τη στοχαστική ζήτηση, με σημαντικότερο το μοντέλο των Van Mieghem και Maqbool Dada, «Price Versus Postponement: Capacity and Competition», το οποίο βρίσκεται στη βιβλιογραφία και έχει βασικό ρόλο στη συνέχεια της εργασίας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, παρουσιάζονται δύο μοντέλα από τη βιβλιογραφία, το <<Risk tolerance and a retailer's pricing and ordering policies within a newsvendor framework>>, των Arcelus, Satyendra Kumar, Srinivasan και το «A price-setting newsvendor problem under mean-variance criteria», των τους Javier Rubio-Herrero, Melike Baykal-Gursoy και Anna Jaskiewicz, που εισάγουν την παράμετρο του κινδύου σε συστήματα με στοχαστική ζήτηση, με διαφορετικό τρόπο το καθένα. Στόχος δεν είναι η σύγκριση αυτών των δύο μοντέλων, αλλά η επισήμανση ότι με διαφορετικές μεθόδους μπορούν να εμπλουτιστούν τα συστήματα με τον παράγοντα του ρίσκου.

Τέλος, στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύσσεται ένα νέο μοντέλο με το οποίο το μοντέλο των Van Mieghem και Maqbool Dada εμπλουτίζεται με την έννοια του ρίσκου, με βάση τη δεύτερη μέθοδο που αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ακολουθεί μια υπολογιστική μελέτη σε περιβάλλον Matlab που οδηγεί στα απαραίτητα διαγράμματα, για την εξαγωγή σχολίων και συμπερασμάτων.

Κεφάλαιο 1

Το κεφάλαιο αυτό ασχολείται με το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων που είναι γνωστό ως πρόβλημα του εφημεριδοπώλη (newsvendor problem). Ορίζεται το πρόβλημα, αναλύονται οι παράμετροί του και εισάγεται η βασική ορολογία και ο απαραίτητος συμβολισμός που θα χρησιμοποιηθεί σε όλη την εργασία. Έπειτα, αναπτύσσεται η έννοια των εφοδιαστικών αλυσίδων, γίνεται αναφορά στα προβλήματα που δημιουργούνται μέσα σε αυτές και παρουσιάζονται τρόποι αντιμετώπισης.

1.1 Παρουσίαση προβλήματος εφημεριδοπώλη

Το μοντέλο του εφημεριδοπώλη είναι ένα μαθηματικό μοντέλο, που χρησιμοποιείται στη Διοίκηση Λειτουργιών και στην Εφαρμοσμένη Οικονομία, με σκοπό τη βέλτιστη επιλογή επιπέδου αποθέματος ενός προϊόντος. Το πρόβλημα αυτό πρωτοεμφανίστηκε το 1888, όταν ο Edgeworth χρησιμοποίησε το κεντρικό οριακό θεώρημα για να αποφασίσει τα βέλτιστα ταμειακά αποθέματα για την ικανοποίηση τυχαίων αποσύρσεων από τους καταθέτες.

Έστω ένας πωλητής εφημερίδων, ο οποίος κάθε πρωί πρέπει να αποφασίσει πόσες εφημερίδες θα αγοράσει σε μια χονδρική τιμή. Ο πωλητής, έπειτα, πουλάει τις εφημερίδες σε μια λιανική τιμή, μεγαλύτερη από την χονδρική. Στο τέλος της ημέρας, οι απούλητες εφημερίδες μπορεί να αποφέρουν κάποια μικρά έσοδα, πχ να πουληθούν πίσω στον χονδρέμπορο σε μια τιμή μικρότερη της χονδρικής. Το ερώτημα λοιπόν που τίθεται είναι πόσες εφημερίδες πρέπει να αγοράσει ο εφημεριδοπώλης;

Μια πρώτη σκέψη είναι να αγοράσει όσες περισσότερες μπορεί, για να μεγιστοποιήσει τα έσοδα του. Οι εφημερίδες, όμως, πωλούνται μόνο μια ημέρα, πράγμα που σημαίνει ότι η πλεονάζουσα ποσότητα θα χαθεί. Η επόμενη σκέψη είναι να αγοράσει τόσες εφημερίδες, όσοι οι πελάτες που θα ζητήσουν το προϊόν. Ούτε αυτό μπορεί να αποτελέσει λύση, καθώς ο αριθμός των πελατών δεν είναι σταθερός κάθε μέρα.

Συνεπώς, γίνεται αντιληπτό ότι το πρόβλημα αυτό δεν έχει προφανή λύση και χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση. Μάλιστα, το συγκεκριμένο πρόβλημα ανήκει σε μια μεγάλη κατηγορία προβλημάτων, της οποίας βασικό χαρακτηριστικό είναι ότι δεν διατηρούνται αποθέματα για μελλοντικές περιόδους. Υπάρχουν πολλές περιπτώσεις στην πράξη που δεν μπορούμε να κρατάμε αποθέματα και για το λόγο αυτό τα μοντέλα αυτά είναι πολύ χρήσιμα. Μερικά παραδείγματα είναι ο προγραμματισμός του μεγέθους παραγωγής εποχιακών προϊόντων ρουχισμού ή η απόφαση για ποσότητες προϊόντων με μικρή ημερομηνία λήξης, όπως γάλα, ψωμί, κτλ.

1.2 Μοντέλο

Τα χαρακτηριστικά του προβλήματος του εφημεριδοπώλη είναι τα εξής:

- Είναι πρόβλημα μιας περιόδου, κάθε μέρα ο πωλητής παίρνει μια απόφαση για το μέγεθος της παραγγελίας που θα πραγματοποιήσει.
- Η ζήτηση είναι αβέβαιη, για αυτό θεωρείται ως μια τυχαία μεταβλητή.
- Η παραγγελία γίνεται μόνο στην αρχή της περιόδου, πριν γνωστοποιηθεί η ζήτηση.
- Η ζήτηση δεν μπορεί να ικανοποιηθεί μελλοντικά, δηλαδή δεν υπάρχουν αποθέματα.

Παρακάτω εισάγονται οι παράμετροι του προβλήματος:

Q: το μέγεθος της παραγγελίας του πωλητή

w: χονδρική τιμή, το ανά μονάδα κόστος του πωλητή να αγοράσει το προϊόν από τον χονδρέμπορο

p: λιανική τιμή, η ανά μονάδα τιμή πώλησης του προϊόντος στην αγορά

v: η αξία ανά μονάδα προϊόντος που μένει απούλητο στο τέλος της περιόδου

s: κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης

X: ζήτηση, μια μη αρνητική συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f(x) και συνάρτηση κατανομής F(x), μέση τιμή μ και διασπορά σ^2

Προφανώς, ισχύουν οι ανισότητες $p > w, p > v, w > s$, οι οποίες εξασφαλίζουν ότι η λύση δεν είναι τετριμμένη.

Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω, κατασκευάζεται η αντικειμενική συνάρτηση κέρδους:

$$R(Q,X) = pmin(Q,X) - wQ + vmax(Q - X,0) - smax(Q - X,0).$$

Το αναμενόμενο κέρδος είναι ίσο με:

$$P(Q) = E[R(Q,X)] = p\int_0^Q xf(x)dx + pQ\int_Q^{+\infty} f(x)dx - wQ + v\int_0^Q (Q - v)f(x)dx - s\int_Q^{+\infty}(x - Q)f(x)dx.$$

Όμως, χρησιμοποιώντας την παρακάτω σχέση

$$\int_0^Q xf(x)dx = \int_0^x xf(x)dx - \int_Q^{+\infty} xf(x)dx = \mu - \int_Q^{+\infty} xf(x)dx$$

η συνάρτηση αναμενόμενου κέρδους γράφεται ως εξής:

$$P(Q) = -wQ - (p+s)\int_{Q}^{+\infty}(x-Q)f(x)dx + p\mu + v\int_{0}^{Q}(Q-x)f(x)dx$$

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση της συνάρτησης αυτής, για αυτό θα χρειαστούν οι παραγώγοι πρώτης και δεύτερης τάξης:

- $\frac{\partial P(Q)}{\partial Q} = -w + (p+s)\big(1-F(Q)\big) + vF(Q) = 0 \rightarrow F(Q) = \frac{p+s-w}{p+s-v}$ (1)

- $\frac{\partial^2 P(Q)}{\partial Q^2} = -(p+s)f(Q) + vf(Q) = f(Q)(v-p-s) < 0, \alpha\varphi o\acute{\upsilon}\, p > v$

Παρατηρώντας ότι $w > v$, έχουμε $0 \leq \frac{p+s-w}{p+s-v} \leq 1$ και επειδή η F είναι συνεχής συνάρτηση, συμπεραίνεται ότι η εξίσωση (1) έχει πάντα λύση. Επομένως, η βέλτιστη ποσότητα που πρέπει να παραγγείλει ο έμπορος δίνεται από τη σχέση (1).

1.3 Ανάλυση Εφοδιαστικών Αλυσίδων

Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναλύθηκε το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη, το οποίο αφορά ένα μόνο λιανοπωλητή. Στην πραγματικότητα, όμως, στις περιπτώσεις παραγωγής και διανομής προϊόντων εμπλέκονται περισσότεροι από ένας οικονομικοί συντελεστές, όπως προμηθευτές πρώτων υλών, μεταφορείς, παραγωγοί. Δημιουργείται έτσι η ανάγκη να εισάγουμε την έννοια της εφοδιαστικής αλυσίδας, η οποία περιλαμβάνει όλους τους συντελεστές της παραγωγής και διανομής.

Οι εφοδιαστικές αλυσίδες αποτελούνται συνήθως από ανεξάρτητους εταίρους, καθένας εκ των οποίων έχει τους δικούς του στόχους και επιδιώκει την μεγιστοποίηση των προσωπικών του κερδών. Για να το κατορθώσει, όμως, αυτό είναι πιθανό να προβεί σε αποφάσεις που επιφέρουν σημαντικά κόστη στους υπόλοιπους εταίρους και κατά επέκταση σε ολόκληρη την αλυσίδα. Συνεπώς, δημιουργείται το ερώτημα αν και με ποιον τρόπο μπορεί να οργανωθεί μια εφοδιαστική αλυσίδα, έτσι ώστε να επιτευχθεί η μεγιστοποίηση των συνολικών κερδών αυτής.

Σημαντικό ρόλο για το ερώτημα αυτό θα διαδραματίσει το ποιος θα παίρνει τις αποφάσεις, η συνεργασία των εταίρων, καθώς και ο συνολικός συντονισμός της αλυσίδας. Κρίσιμη παράμετρος είναι, επίσης, η ζήτηση και, συγκεκριμένα, οι ιδιότητες αυτής. Η πιο ευρεία διάκριση είναι αυτή ανάμεσα στη ντετερμινιστική και στοχαστική ζήτηση, όπου η πρώτη εκφράζεται μέσω κάποιας αναλυτικής συνάρτησης, ενώ η δεύτερη μέσω μιας στατιστικής διαδικασίας ή αλλιώς τυχαίας μεταβλητής.

Αρχικά, θα μελετηθεί ένα απλό μοντέλο εφοδιαστικής αλυσίδας με ντετερμινιστική ζήτηση, στο οποίο συμμετέχουν ένας προμηθευτής που πουλά χονδρικά ένα προϊόν σε ένα λιανοπωλητή που με την σειρά του διαθέτει το προϊόν στην αγορά. Στο τέλος θα γίνει αναφορά στα προβλήματα που προκύπτουν λόγω έλλειψης συντονισμού μεταξύ των δύο εταίρων και θα ανοιχτεί το έδαφος για την αντιμετώπιση τους.

1.3.1 Απλό μοντέλο με ντετερμινιστική ζήτηση

Όπως προαναφέρθηκε, η υπόθεση αφορά ένα προμηθευτή που παράγει το προϊόν με κόστος c και το πουλάει στον λιανοπωλητή σε τιμή w. Αυτός με την σειρά του το διαθέτει στη αγορά σε τιμή p. Όμοια με το μοντέλο του εφημεριδοπώλη, αποθέματα δεν υφίστανται. Αρχικά, ο προμηθευτής ανακοινώνει την τιμή χονδρικής και έπειτα ο λιανοπωλητής αποφασίζει την τιμή λιανικής και θέτει την παραγγελία της ποσότητας που ξέρει ότι θα πωληθεί στην τιμή αυτή. Το ζήτημα έγκειται στο να βρεθεί η βέλτιστη τιμή w^* που μεγιστοποιεί το κέρδος του προμηθευτή, καθώς και η βέλτιστη απάντηση p^* του λιανοπωλητή. Αναγκαίος είναι ο ορισμός της συνάρτησης ζήτησης D, που για το παράδειγμά μας θα θεωρείται γραμμική, φθίνουσα ως προς p, δηλαδή θα έχει τη μορφή $D(p) = a - bp$. Συγκεκριμένα, το a αντιπροσωπεύει το μέγεθος της αγοράς και το a/b τη μέγιστη δυνατή τιμή λιανικής. Συνεπώς, για να έχει λύση το πρόβλημα από τη μεριά του προμηθευτή πρέπει να ισχύει $c < w < p < a/b$.

Θα αναλυθούν οι πολιτικές του προμηθευτή και του λιανοπωλητή, ξεκινώντας με την βέλτιστη απάντηση του δεύτερου, σε κάθε χονδρική τιμή που μπορεί να τεθεί από τον πρώτο.

Η συνάρτηση κέρδους του λιανοπωλητή είναι:

$$\Pi_R(p; w) = (p - w)(a - bp)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι κοίλη, επομένως μεγιστοποιείται στο σημείο μηδενισμού της πρώτης παραγώγου:

$$\frac{\partial \Pi_R(p; w)}{\partial p} = a - bp - (b(p - w) = a + bw - 2bp = 0$$

$$p^*(w) = \frac{1}{2}\left(w + \frac{a}{b}\right)$$

Σε αυτή την τιμή, η ζήτηση και επομένως η ποσότητα που θα παραγγείλει ο λιανοπωλητής, είναι:

$$D\big(p^*(w)\big) = a - b\frac{a + bw}{2b} = \frac{a - bw}{2}$$

Κατά συνέπεια, η συνάρτηση κέρδους του προμηθευτή δίνεται από την σχέση:

$$\Pi_S(w) = (w - c)\left(\frac{a - bw}{2}\right)$$

Έτσι, το πρόβλημα του προμηθευτή έγκειται στην μεγιστοποίηση αυτής της συνάρτησης, η οποία είναι κοίλη και μεγιστοποιείται στο σημείο μηδενισμού της πρώτης παραγώγου, δηλαδή:

$$\frac{\partial \Pi_S(w)}{\partial w} = \frac{a - bw}{2} + (w - c)\left(-\frac{b}{2}\right) = \frac{a - 2bw + bc}{2} = 0$$
$$w^* = \frac{1}{2}\left(c + \frac{a}{b}\right)$$

Πλέον, με μια απλή αντικατάσταση προκύπτει:

$$p^*(w^*) = \frac{1}{2}\left(w^* + \frac{a}{b}\right) = \frac{c}{4} + \frac{3a}{4b}$$
$$D^*(w^*) = \frac{a - bw^*}{2} = \frac{a - bc}{4}$$

Τέλος, τα κέρδη του προμηθευτή και του λιανοπωλητή είναι:

$$\Pi_R^*(p^*; w^*) = (p^* - w^*)(a - bp^*) = \frac{(a - bc)^2}{16b} \quad (1)$$
$$\Pi_S^*(w^*; p^*) = (w^* - c)\left(\frac{a - bw^*}{2}\right) = \frac{(a - bc)^2}{8b} \quad (2)$$

Παρατηρείται ότι τα κέρδη του προμηθευτή είναι διπλάσια από τα αντίστοιχα του λιανοπωλητή, κάτω από την συγκεκριμένη μορφή ζήτησης (γραμμική, φθίνουσα ως προς p).

Άμεσα προκύπτει το ερώτημα αν το άθροισμα των δυο αυτών κερδών αποτελεί το βέλτιστο συνολικό κέρδος που μπορεί να επιτευχθεί για την αλυσίδα συνολικά. Η απάντηση είναι αρνητική, καθώς όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η σύγκρουση συμφερόντων μεταξύ των εταίρων ζημιώνει την εφοδιαστική αλυσίδα ως σύνολο. Για να το αποδειχθεί αυτό, αρκεί να γίνει η υπόθεση για την ύπαρξη ενός τρίτου προσώπου, ο οποίος θα λαμβάνει τις αποφάσεις με σκοπό τη μεγιστοποίηση των συνολικών κερδών.

Με αυτό τον τρόπο, η συνάρτηση συνολικού κέρδους δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi_C(p;w) = (p-c)(a-bp)$$

Παρατηρείται ότι η ποσότητα αυτή είναι ανεξάρτητη από την χονδρική τιμή w. Αυτό συμβαίνει διότι η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει πληρωμή από τον λιανοπωλητή στον προμηθευτή και, επομένως, δεν αποτελεί ούτε έσοδο ούτε έξοδο για την αλυσίδα. Τέτοιου είδους πληρωμές ονομάζονται πληρωμές μεταφοράς (transfer payments) στην οικονομική ορολογία.
Όπως προηγουμένως:

$$\frac{\partial \Pi_C(p;w)}{\partial p} = a - bp + (p-c)(-b) = a - 2bp + bc = 0$$

$$p_C^* = \frac{1}{2}\left(c + \frac{a}{b}\right)$$

Αντίστοιχα, η ζήτηση και συγχρόνως η ποσότητα παραγγελίας είναι

$$D_C^* = \frac{a-bc}{2}$$

και το βέλτιστο συνολικό κέρδος

$$\Pi_C^*(p_C^*) = (p_C^* - w)(a - bp_C^*) = \frac{(a-bc)^2}{4c} \qquad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2), (3) προκύπτει

$$\Pi_R^* + \Pi_S^* = \frac{3}{4}\Pi_C^*$$

Επομένως, όταν ο προμηθευτής και ο λιανοπωλητής δρουν ανταγωνιστικά, το συνολικό τους κέρδος είναι μικρότερο από το αντίστοιχο που θα μπορούσαν να καταφέρουν με την βοήθεια ενός τρίτου προσώπου.

Μια σημαντική επισήμανση είναι ότι το παραπάνω συμπέρασμα δεν εξαρτάται από την συγκεκριμένη ζήτηση που εμείς θεωρήσαμε, αλλά για κάθε μορφής συνάρτηση ζήτησης ισχύει η σχέση:

$$\Pi_R^* + \Pi_S^* \leq \Pi_C^*$$

Αυτό προκύπτει άμεσα ως εξής:

$$\Pi_C^* = \max(\Pi_C) = \max(\Pi_R + \Pi_C) \geq \max(\Pi_R) + \max(\Pi_S) = \Pi_R^* + \Pi_S^*$$

Το συμπέρασμα, επομένως, που εξάγεται είναι ότι δεν υπάρχει τρόπος να επιτευχθεί συντονισμός και κατ' επέκταση βέλτιστο κέρδος στην αλυσίδα, παρά μόνο εάν χρησιμοποιηθούν ειδικότερες συμφωνίες ή συμβόλαια μεταξύ των εταίρων.

Το πρόβλημα αυτό είναι ακόμα μεγαλύτερο στην περίπτωση που η ζήτηση είναι στοχαστική. Συγκεκριμένα, ο λιανοπωλητής πρέπει να αποφασίσει για το μέγεθος της παραγγελίας προτού η ζήτηση γίνει γνωστή. Η αβεβαιότητα αυτή είναι πιθανό να τον οδηγήσει να παραγγείλει πολύ μικρές ποσότητες, αν η τιμή χονδρικής είναι μεγάλη, σκεπτόμενος την ζημιά που θα υποστεί αν παραγγείλει ποσότητες μεγαλύτερες της ζήτησης. Έτσι, το ρίσκο πηγαίνει φαινομενικά εξ ολοκλήρου στον λιανοπωλητή, καθώς ο προμηθευτής απλά ικανοποιεί την παραγγελία που θα του ζητηθεί. Ωστόσο, τον ίδιο τον προμηθευτή δεν τον συμφέρει να έχει μικρές παραγγελίες, δηλαδή μικρά κέρδη.

Για αυτό επιδιώκει να προτρέψει τον λιανοπωλητή να παραγγείλει σε μεγαλύτερες ποσότητες, αναλαμβάνοντας με την σειρά του ένα μέρος του ρίσκου. Επανέρχεται, λοιπόν, η ανάγκη της ύπαρξης κάποιον συμβολαίων ή συμφωνιών, μέσω των οποίων θα μοιραστεί το ρίσκο στους εταίρους.

Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί πολλές ιδέες γύρω από το ζήτημα της αντιμετώπισης της αβεβαιότητας και παρακάτω θα γίνει αναφορά στις βασικότερες από αυτές.

1.3.2 Τρόποι Αντιμετώπισης Αβεβαιότητας

Η μοναδική διαφορά των μοντέλων που αναλύονται εδώ από την προηγούμενη υποενότητα είναι στη ζήτηση. Στα παρακάτω η ζήτηση είναι στοχαστική, με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ και συνάρτηση κατανομής $F(x)$.

Buy-back Contracts: Το μοντέλο αυτό μελετήθηκε από τον Pasternack (1985). Ο προμηθευτής αγοράζει τα απούλητα προϊόντα από τον λιανοπωλητή σε τιμή b . Η διαδικασία είναι η εξής: Πρώτα ο προμηθευτής ανακοινώνει την τιμή χονδρικής w και το b. Έπειτα, ο λιανοπωλητής θέτει την παραγγελία Q και ο προμηθευτής παράγει την ποσότητα αυτή με μοναδιαίο κόστος c και του την διαθέτει. Τέλος, η ζήτηση γίνεται γνωστή και οι περισσευούμενες μονάδες επιστρέφονται στον προμηθευτή.

Η συνάρτηση συνολικού κέρδους της αλυσίδας δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi_C(Q) = -cQ + p\left[Q\int_Q^{+\infty} f(x)dx\ + \int_0^Q xf(x)dx\right]$$
$$= -cQ + p\left[Q\big(1 - F(Q)\big) + \int_0^Q xf(x)dx\right]$$

όπου ο πρώτος όρος του δεύτερου μέλους είναι το κόστος παραγωγής και ο δεύτερος όρος το κέρδος πώλησης του προϊόντος στην αγορά ανάλογα με το αν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη ή όχι της παραγγελίας.
Η βέλτιστη λύση Q° βρίσκεται εύκολα, παραγωγίζοντας την κοίλη αυτή συνάρτηση:

$$\frac{\partial \Pi_C(Q)}{\partial Q} = -c + p\big(1 - F(Q)\big) - pQf(Q) + pQf(Q) = 0$$

$$F(Q^{\circ}) = \frac{p-c}{p}$$

Για τον λιανοπωλητή, η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$\Pi_R(Q) = -wQ + p\left[Q(1 - F(Q) + \int_0^Q xf(x)dx\right] + b\int_0^Q (Q-x)f(x)dx$$

όπου ο πρώτος όρος αποτελεί το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον προμηθευτή, ο δεύτερος το κέρδος από την διάθεση του προϊόντος στην αγορά ανάλογα με το ύψος της ζήτησης και ο τρίτος τα έσοδα από την πώληση των απούλητων μονάδων στον προμηθευτή.
Κάτω από την λογική συνθήκη $p > w > b$ και με τη βοήθεια της παραγώγου πρώτης τάξης, είναι

$$\frac{\partial \Pi_R(Q)}{\partial Q} = -w + p\big(1 - F(Q)\big) - pQf(Q) + pQf(Q) + bF(Q) = 0$$

$$F(Q^{*}) = \frac{p-w}{p-b}$$

Παρατηρήσεις:

- Αν $b = 0$ τότε $Q^{\circ} > Q^{*}$ και τα κέρδη δεν είναι βέλτιστα, εκτός εάν $w = c$, το οποίο όμως δεν ελκύει τον προμηθευτή αφού δεν του αποφέρει κέρδη.
- Αν ο προμηθευτής αυξήσει το b, δηλαδή την τιμή αγοράς των απούλητων προϊόντων, τότε ο λιανοπωλητής θα αυξήσει το Q, δηλαδή την ποσότητα της παραγγελίας.
- Αν ισχύει $\frac{p-w}{p-b} = \frac{p-c}{p}$ (1) , τότε ο έμπορος θα διαλέξει Q° και θα επιτευχθούν τα βέλτιστα κέρδη.

Έστω $\tilde{b}$ η τιμή που ικανοποιεί την σχέση (1), δηλαδή $\tilde{b}(w) = p\left(\frac{w-c}{p-c}\right) = \frac{w-c}{F(Q^{\circ})}$.

Για τον λιανοπωλητή, η συνάρτηση κέρδους είναι:

$$\Pi_S(w;Q) = Q(w-c) - b\int_0^Q xf(x)dx$$

όπου ο πρώτος όρος είναι το κέρδος από την πώληση του προϊόντος στον λιανοπωλητή και ο δεύτερος το κόστος αγοράς των απούλητων μονάδων από αυτόν.

Αν $b = \breve{b}(w)$ και επομένως $Q = Q^{\circ}$, τότε $\Pi_S(w;Q^{\circ}) = Q^{\circ}(w-c) - \breve{b}(w)\int_0^Q xf(x)dx$

Παραγωγίζοντας και χρησιμοποιώντας ολοκλήρωση κατά παράγοντες

$$\frac{\partial \Pi_S}{\partial w} = Q^{\circ} - \frac{P}{P-C}\int_0^{Q^{\circ}} xf(x)dx = \frac{1}{F(Q^{\circ})}\int_0^{Q^{\circ}} F(x)dx \geq 0$$

Συνεπώς, η συνάρτηση αυτή είναι αύξουσα ως προς w. Είναι λογικό, επομένως, ο προμηθευτής να θέλει να αυξήσει την χονδρική τιμή όσο το δυνατόν μπορεί. Σε αυτή την περίπτωση, δηλαδή όταν $w = p - \varepsilon$, όπου $\varepsilon \approx 0$, ο προμηθευτής θα καρπωθεί όλα τα κέρδη της αλυσίδας και ο λιανοπωλητής θα έχει οριακά μηδενικό κέρδος. Ωστόσο, ακόμα και σε αυτή την ακραία περίπτωση, ο λιανοπωλητής θα παραγγέλνει Q°, οπότε επιτυγχάνεται πάλι το βέλτιστο κέρδος για το σύνολο της αλυσίδας.

Σε μεταγενέστερες εργασίες μελετήθηκαν διάφορες παραλλαγές και επεκτάσεις του μοντέλου του Pasternack. Μερικά από αυτά είναι του Kadel (1996) και των Emmons,Gilbert (1998), οι οποίοι χαλάρωσαν την υπόθεση της σταθερής λιανικής τιμής, καθώς και των Anupindi, Bassok (1998) που ερεύνησαν το μοντέλο με ένα προμηθευτή και δύο λιανοπωλητές.

Quantity Discounts: Υπάρχει ένας μεγάλος όγκος βιβλιογραφίας για την μέθοδο αυτή, με πολλές παραλλαγές και διαφορετικές χρήσεις, για αυτό στα παρακάτω θα γίνει μια αναφορά στη γενική ιδέα της μεθόδου και στα προβλήματα που αυτή είναι χρήσιμη.

Αρχικά, οι Jeuland και Shugan (1983) υποστήριξαν ότι μπορούν να μετριάσουν τα προβλήματα που προκύπτουν από την αβεβαιότητα ως εξής:

Έστω ότι ο λιανοπωλητής αγοράζει σε τιμή $w(Q)$ για Q μονάδες παραγγελίας, όπου για ποσότητες μικρότερες του Q° η λιανική τιμή είναι μεγαλύτερη από το κόστος παραγωγής, δηλαδή ισχύει $w(Q\,/\,Q < Q^{\circ}) > c$, $w(Q^{\circ}) = c$. Είναι εύκολο να δειχθεί ότι κάτω από αυτές τις συνθήκες ο λιανοπωλητής θα επιλέξει παραγγελία ίση με Q° και ο προμηθευτής θα έχει θετικά κέρδη αφού η μέση χονδρική τιμή θα είναι μεγαλύτερη από το κόστος παραγωγής c.

Ειδικότερα, η συνάρτηση κέρδους του λιανοπωλητή διαμορφώνεται ως εξής:

$$\Pi_R(Q) = -wQ + p\left[Q\big(1 - F(Q)\big) + \int_0^Q x f(x)dx\right]$$

Κατά τα γνωστά

$$\frac{\partial \Pi_R(Q)}{\partial Q} = -w + p\big(1 - F(Q)\big) = 0$$
$$F(Q) = \frac{p-w}{p}$$

Όμως

$$\textit{Για}\ Q < Q^{\circ}:\ F(Q) = \frac{p-w}{p} < \frac{p-c}{p} = F(Q^{\circ}), \textit{αφού}\ w > c.$$

Επομένως, ο λιανοπωλητής παραγγέλνει Q° και επιτυγχάνεται το βέλτιστο αποτέλεσμα για την αλυσίδα.

Η μέθοδος αυτή μπορεί να φανεί χρήσιμη σε προβλήματα με λειτουργικά κόστη. Για παράδειγμα, ο προμηθευτής αντιμετωπίζει ένα σταθερό κόστος επεξεργασίας, όμως αυτό δεν επηρεάζει άμεσα τον λιανοπωλητή. Συνεπώς, ο τελευταίος θα παραγγείλει μικρότερες μονάδες από τις βέλτιστες για την αλυσίδα. Με την βοήθεια των ποσοτικών εκπτώσεων το πρόβλημα αυτό μπορεί να αντιμετωπιστεί.
Ομοίως, σημαντικός είναι ο ρόλος της μεθόδου σε μοντέλα που ο προμηθευτής έχει κόστη αποθήκευσης και αναγκάζεται να διαθέτει το προϊόν σε τεμάχια.

<u>Revenue sharing contract:</u> Στη μέθοδο αυτή, ο χονδρέμπορος υπογράφει ένα συμβόλαιο με τον λιανοπωλητή για τη κατανομή των εσόδων ανάμεσα σε αυτούς τους δύο. Κατά τα γνωστά, ο χονδρέμπορος προμηθεύεται το προϊόν με κόστος c ανά μονάδα και το πουλάει στον λιανοπωλητή σε τιμή w ανά μονάδα. Με την σειρά του, ο λιανοπωλητής διαθέτει το προϊόν στην αγορά σε τιμή p ανά μονάδα και αντιμετωπίζει μια τυχαία ζήτηση, με συνάρτηση πιθανότητας πυκνότητας f. Καθένας από τους δυο εμπόρους επιδιώκει την

μεγιστοποίηση του κέρδους του, έχοντας ως μεταβλητές απόφασης την τιμή χονδρικής w και την ποσότητα Q της παραγγελίας.
Η συνάρτηση κέρδους της αλυσίδας δίνεται από τον τύπο

$$\Pi_C(Q) = R(Q) - Qc$$

όπου $R(Q)$ είναι τα αναμενόμενα έσοδα του λιανοπωλητή από την διάθεση του προϊόντος στην αγορά. Από τη συνθήκη πρώτης τάξης βρίσκουμε ότι η βέλτιστη παραγγελία Q^* ικανοποιεί την σχέση

$$R'(Q^*) = c. \qquad (1)$$

Το συμβόλαιο που καλούνται να υπογράψουν οι δυο έμποροι αποτελεί ένα μηχανισμό συντονισμού της αλυσίδας και λειτουργεί ως εξής:
Ο προμηθευτής στην αρχή της περιόδου θέτει τις παραμέτρους (w,Φ), όπου w είναι η τιμή χονδρικής και Φ το ποσοστό των εσόδων του λιανοπωλητή που θα κρατήσει για τον εαυτό του, ενώ $1-\Phi$ το ποσοστό των εσόδων που θα δώσει στον προμηθευτή.

Κάτω από αυτές τις συνθήκες, η συνάρτηση κέρδους του λιανοπωλητή γίνεται

$$\Pi_R(Q) = \Phi R(Q) - Qw$$

Με τη βοήθεια της δεύτερης παραγώγου διαπιστώνουμε εύκολα ότι η βέλτιστη παραγγελία Q° ικανοποιεί την σχέση

$$\Phi R'(Q^{\circ}) = w \qquad (2)$$

Για να επιτευχθεί ο συντονισμός πρέπει η λύση Q° να αντιστοιχεί στη λύση Q^*.
Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1),(2) συμπεραίνουμε ότι ο προμηθευτής επιλέγει τις παραμέτρους (w,Φ) έτσι ώστε να ισχύει $\mathrm{w} = \Phi c$.

Παρατηρούμε ότι ο προμηθευτής θέτει χονδρική τιμή w μικρότερη από το κόστος προμήθειας c. Όμως, θα εισπράξει ένα ποσοστό $(1-\Phi)$ από τα έσοδα του λιανοπωλητή.

Από όλα τα παραπάνω γίνεται σαφής η ανάγκη να αντιμετωπιστούν με διάφορους τρόπους τα προβλήματα που προκύπτουν από την αβεβαιότητα της ζήτησης. Συγκεκριμένα, το πρόβλημα εντοπίζεται στη μεγάλη χρονική διαφορά μεταξύ της στιγμής που πρέπει να ληφθούν οι σημαντικές αποφάσεις για την παραγωγή και στη στιγμή που γίνεται γνωστή η ζήτηση.

Εύλογα, επομένως, προκύπτει η ιδέα της αναβολής ορισμένων αποφάσεων, όταν αυτό είναι δυνατό, δηλαδή κάποιες αποφάσεις να προγραμματιστούν πριν την γνωστοποίηση της ζήτησης και κάποιες μετά. Αυτό θα προσδώσει μια ευελιξία στο σύστημα, διαφορετική από τις περιπτώσεις αντιμετώπισης που αναφέρθηκαν προηγουμένως.
Για τον λόγο αυτό, στα παρακάτω αναλύεται ένα μοντέλο στο οποίο ο έμπορος-εταιρεία έχει την ευχέρεια να αναβάλλει ορισμένες αποφάσεις και αναζητείται η βέλτιστη στρατηγική που θα πρέπει να ακολουθήσει, σε σχέση πάντα με τις συνθήκες της αγοράς.

1.4 Εκτίμηση πλεονεκτημάτων από την αναβολή αποφάσεων

Η παρακάτω ανάλυση στηρίζεται στο άρθρο των Van Mieghem και Dada,1999, «Price Versus Postponement: Capacity and Competition».

Ο συγγραφέας παρουσιάζει ένα μοντέλο με δυο στάδια, στο οποίο η εταιρεία λαμβάνει τρεις αποφάσεις: την χωρητικότητα των αποθεμάτων, την ποσότητα παραγωγής και την τιμή πώλησης. Το πρώτο στάδιο αφορά την λήψη των αποφάσεων πριν γίνει γνωστή η ζήτηση, ενώ το δεύτερο τις αποφάσεις που θα ληφθούν υπό την γνώση αυτής. Ανάλογα με το ποιες από τις τρεις αποφάσεις θα πραγματοποιηθούν σε κάθε στάδιο, επηρεάζονται και οι ενέργειες που θα πραγματοποιήσει η εταιρεία για να βελτιστοποιήσει τα κέρδη της. Για αυτό τον λόγο, διακρίνονται διαφορετικές στρατηγικές, για τις οποίες γίνεται η χρήση των λέξεις «πριν» και «μετά», εννοώντας πριν την γνωστοποίηση της ζήτησης και μετά, αντίστοιχα. Τελικός στόχος είναι να συγκριθεί τις περιπτώσεις αυτές μεταξύ τους και να βγουν χρήσιμα συμπεράσματα για το πώς η αβεβαιότητα της ζήτησης και ο χρόνος λήψης των αποφάσεων επηρεάζουν την στρατηγική που θα ακολουθήσει η εταιρεία.

Αρχικά, ορίζουμε τις παραμέτρους του μοντέλου:
K: μέγεθος της χωρητικότητας των αποθεμάτων(μέγιστης ποσότητας παραγωγής)
p: τιμή πώλησης
Q: ποσότητα παραγωγής
C_K: μοναδιαίο κόστος αποθέματος
w: μοναδιαίο κόστος παραγωγής
h: μοναδιαίο κόστος αποθήκευσης προϊόντων στο πρώτο στάδιο
s: ποσότητα πωλήσεων
D: ζήτηση, που έχει τη μορφή $D = (\varepsilon - p)^+$, όπου ε τυχαία μεταβλητή, μη αρνητική, με μέτρο πιθανότητας P, συνάρτηση κατανομής F και συνάρτηση πιθανότητας πυκνότητας f, μέση τιμή 1 και τυπική απόκλιση σ

Για την ακόλουθη ανάλυση είναι χρήσιμη η διαμέριση του συνόλου τιμών της τυχαίας μεταβλητής ε ως εξής:

$$R_+ = \Omega_0 \cup \Omega_1 \cup \Omega_2,$$

όπου

$$\Omega_0(p) = [0, p], \qquad \Omega_1(p, K) = [p, p + K), \qquad \Omega_2(p, K) = [p + K, +\infty).$$

Τα τρία αυτά διαστήματα αντιπροσωπεύουν τρία πιθανά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, το πρώτο αφορά την περίπτωση που δεν υπάρχει καθόλου ζήτηση μετά την ανακοίνωση της τιμής p, το δεύτερο την περίπτωση που υπάρχει επαρκής χωρητικότητα για την ικανοποίηση της ζήτησης και το τρίτο όταν η ζήτηση ξεπερνά την διαθέσιμη χωρητικότητα και κάποιες πωλήσεις χάνονται. Δηλαδή, $D(p) = 0, D(p) < K \; και \; D(p) \geq K$, αντίστοιχα.

Επόμενο βήμα είναι η εύρεση της αντικειμενικής συνάρτησης που θα πρέπει να μεγιστοποιηθεί. Οι όροι της συνάρτησης αυτής διαμορφώνονται ανάλογα με την χρονική στιγμή λήψης των αποφάσεων, σε σχέση με την παρατήρηση της τυχαίας μεταβλητής ε. Στην συνέχεια ο συγγραφέας παραθέτει τις έξι διαφορετικές στρατηγικές και τις συναρτήσεις αναμενόμενου κέρδους, αντιστοίχως:

1. **$\underline{K\ \pi\rho\iota\nu, Q\ \pi\rho\iota\nu, p\ \pi\rho\iota\nu}$:**

   Εδώ η εταιρεία λαμβάνει και τις τρεις αποφάσεις στο στάδιο 1, δηλαδή πριν γνωστοποιηθεί η ζήτηση. Προφανώς, η χωρητικότητα του αποθέματος θα είναι ίση με το μέγεθος της παραγγελίας, δηλαδή $K = Q$. Τα κόστη προκύπτουν όλα στο πρώτο στάδιο και είναι $(C_K + w + h)K$. Στο δεύτερο στάδιο, αφότου λυθεί η αβεβαιότητα της ζήτησης, οι πωλήσεις θα είναι

$$s = \min(Q, D) = \min(K, (\varepsilon - p)^+)$$

Συνεπώς, η συνάρτηση αναμενόμενου κέρδους είναι:

$$V_1(K,p) = -(C_K + w + h)K + pE[\min(\mathrm{K}, (\varepsilon - p)^+] =$$
$$= -(C_K + w + h)K + p\left[\int_{\Omega_1} (\varepsilon - p)dP + \int_{\Omega_2} KdP\right].$$

2. ***Κ πριν, Q μετά, p πριν:***

Στην περίπτωση αυτή, η εταιρεία ορίζει την χωρητικότητα και την τιμή πώλησης πριν γίνει γνωστή η ζήτηση και έπειτα θέτει την ποσότητα παραγωγής. Επομένως, θα παράγει μόνο όσα μπορεί να πουλήσει, δηλαδή $Q = \pi = \min(K, (\varepsilon - p)^{+}$. Το κόστος αποθήκευσης είναι μηδενικό, αφού στο πρώτο στάδιο δεν αποθηκεύονται προϊόντα.

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$V_2(K, p) = -C_K K + (p - w)E[\min(\mathrm{K}, (\varepsilon - p)^{+}]$$
$$= -C_K K + (p - w)\left[\int_{\Omega_1} (\varepsilon - p)\, dP + \int_{\Omega_2} K\, dP\right]$$

3. ***Κ πριν, Q πριν, p μετά:***

Εδώ, η εταιρεία πρέπει να θέσει την χωρητικότητα και την ποσότητα παραγωγής προτού αρθεί η αβεβαιότητα και μετά να ορίσει την τιμή πώλησης.

Προφανώς, δεν υπάρχει ανάγκη για επιπλέον απόθεμα, δηλαδή $Q = K$. Στο δεύτερο στάδιο, παρατηρώντας την ζήτηση, η εταιρεία επιδιώκει να «καθαρίσει» την αγορά, δηλαδή να θέσει τέτοια τιμή πώλησης ώστε να πουλήσει όλα τα προϊόντα, ακόμα και σε μηδενική τιμή αν χρειαστεί. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται clearance sales.

Προκύπτει, λοιπόν, ότι $s = Q = K$ και επειδή $s = \min(K, D)$, θα δείξουμε ότι $p = (\varepsilon - K)^{+}$.

Συγκεκριμένα, $K = \min(K, (\varepsilon - p)^{+})$, δηλαδή $\varepsilon - p \geq K \rightarrow p \leq \varepsilon - K$. Επομένως, $p = (\varepsilon - K)^{+}$, αφού το βέλτιστο για τον έμπορο είναι να επιλέξει την μέγιστη δυνατή τιμή πώλησης.

Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση είναι

$$V_3(K) = -(C_K + w + h)K + KE[(\varepsilon - K)^+]$$
$$= -(C_K + w + h)K + \int_{\Omega_{1+2}} K(\varepsilon - K)\, dP$$

Ωστόσο, είναι φανερό ότι η τιμή πώλησης αυτής της στρατηγικής δεν είναι πάντοτε η βέλτιστη τιμή. Όταν η μέγιστη ζήτηση είναι μικρότερη από τα διαθέσιμα προϊόντα, δεν δημιουργούνται έσοδα, με αποτέλεσμα να είναι καλύτερο να πουλήσει σε υψηλότερη τιμή και ας μείνουν απούλητες μονάδες. Έτσι, οι συγγραφείς οδηγούνται στην επόμενη στρατηγική.

4. ***K πριν, Q πριν, p μετά*:**

Όπως προηγουμένως, η εταιρεία θέτει χωρητικότητα και ποσότητα παραγωγής στο στάδιο 1 και τιμή πώλησης στο στάδιο 2. Εδώ πάλι $K = Q$, αλλά η τιμή πώλησης καθορίζεται έτσι ώστε να μεγιστοποιεί τα έσοδα από τις πωλήσεις $s = \min(K, D)$, η οποία θα αποδειχθεί ότι δίνεται από την σχέση $p = \max\left(\frac{\varepsilon}{2}, \varepsilon - K\right)$.
Συγκεκριμένα, αν $s = (\varepsilon - p)^+$ έχουμε $s = \varepsilon - p \rightarrow p = \varepsilon - s$.
Τα έσοδα, λοιπόν, θα είναι

$$H(s) = s \cdot p = s \cdot (\varepsilon - s).$$

Παραγωγίζοντας την συνάρτηση εσόδων H είναι

$$H'(s) = \varepsilon - s + s \cdot (-1) = 0 \rightarrow s = \frac{\varepsilon}{2}.$$

Άρα, $s = \min\left(\frac{\varepsilon}{2}, K\right)$ και $p = \varepsilon - s = \max\left(\frac{\varepsilon}{2}, \varepsilon - K\right)$.

Κάτω από κακές συνθήκες αγοράς, δηλαδή $\varepsilon \in \Omega_0(2K)$, η εταιρεία προτιμάει να πουλήσει μόνο $\frac{\varepsilon}{2}$ και να αποθηκεύσει-καταστρέψει την απούλητη ποσότητα. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις ακολουθεί ίδια τακτική με προηγουμένως.

Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$V_4(K) = -(C_K + w + h)K + E\left[\min\left(\frac{\varepsilon^2}{4}, K(\varepsilon - K)^+\right)\right]$$
$$= -(C_K + w + h)K + \int_{\Omega_{0(2K)}} \frac{1}{4}\varepsilon^2 dP + \int_{\Omega_{1+2}(K)} K(\varepsilon - K)dP.$$

5. ***Κ πριν, Q μετά, p μετά:***

Στην περίπτωση αυτή, μόνο το μέγεθος της χωρητικότητας του αποθέματος πρέπει να οριστεί πριν την γνωστοποίηση της ζήτησης. Στο δεύτερο στάδιο παρατηρείται η ζήτηση και επιλέγεται η βέλτιστη τιμή, όπως στην στρατηγική 4, με την διαφορά ότι η απόφαση για την ποσότητα παραγωγής γίνεται γνωρίζοντας πλήρως την ζήτηση.

Έτσι, έχουμε $s = Q = \min(K, D)$. Αν $s = D = \varepsilon - p \rightarrow p = \varepsilon - s$, τότε τα έσοδα θα είναι $H(s) = s \cdot (p - w) = s \cdot (\varepsilon - s - w)$.

Για τη μεγιστοποίηση των εσόδων γίνεται χρήση της πρώτης παραγώγου:

$H'(s) = \varepsilon - s - w + s \cdot (-1) = 0 \rightarrow s = \frac{\varepsilon - w}{2}$.

Άρα, $s = \min(\frac{\varepsilon - w}{2}, K)$ και $p = \varepsilon - s = \max\left(\frac{\varepsilon + w}{2}, \varepsilon - K\right)$.

Με αυτόν τον τρόπο, δεν γίνεται παραγωγή κάτω από κακές συνθήκες αγοράς, δηλαδή $\varepsilon \in \Omega_{\circ}(C_K)$, ενώ παράγεται και πουλιέται ποσότητα μικρότερη από τη μέγιστη δυνατή υπό «φτωχή» ζήτηση, δηλαδή όταν $\varepsilon \in \Omega_1(w, 2K)$. Η συνάρτηση κέρδους έχει την μορφή:

$$V_5(K) = -C_K K + \int_{\Omega_1(w,2K)} \frac{1}{4}(\varepsilon - w)^2 dP + \int_{\Omega_2(w,2K)} K(\varepsilon - K - w)dP$$

6. ***K μετά, Q μετά, p μετά*:**

Τέλος, στην στρατηγική αυτή και οι τρεις αποφάσεις θα παρθούν στο δεύτερο στάδιο, με πλήρη γνώση της ζήτησης. Η εταιρεία μπορεί να μηδενίσει όλες τις ελλείψεις, τις χαμένες ποσότητες, την έξτρα χωρητικότητα και τα κόστη αποθήκευσης, αφού έχει πλήρη πληροφόρηση. Έτσι, έχουμε $Q = K = s = \varepsilon - p$ και αντικειμενική συνάρτηση ίση με $V_6(\varepsilon) = (\varepsilon - K)K - (C_K + w)K$. Με την βοήθεια της πρώτης παραγώγου βρίσκουμε εύκολα την λύση

$$K(\varepsilon) = \frac{1}{2}(\varepsilon - C_K - w)^+.$$

Επομένως, η αναμενόμενη τιμή θα είναι

$$V_6 = \frac{1}{4}E[(\varepsilon - C_K - w)^+]^2 \leq \frac{(\varepsilon - C_K - w)^+ + \sigma^2}{4}$$

Έχοντας αναλύσει τις παραπάνω στρατηγικές, το επόμενο βήμα είναι να συγκριθεί η αξία τους. Για αυτό το λόγο, διατυπώνεται η ακόλουθη πρόταση:

Πρόταση: Οι βέλτιστες τιμές των διαφορετικών στρατηγικών κατατάσσονται ως εξής:

$$\left.\begin{matrix} V_1 \leq (V_2, V_4)\ ) \\ V_3 \leq V_4 \end{matrix}\right\} \leq V_5 \leq V_6 \leq \frac{(\varepsilon - C_K - w)^2 + \sigma^2}{4}$$

Απόδειξη: Προφανώς, η στρατηγική 6 υπερτερεί όλων, καθώς η λήψη αποφάσεων με πλήρη πληροφόρηση της ζήτησης οδηγεί σε βέλτιστο αποτέλεσμα. Επίσης, προφανής είναι η σχέση μεταξύ των στρατηγικών 4 και 5, διότι στη 5 η παραγωγή και η τιμή καθορίζονται στο δεύτερο στάδιο, σε αντίθεση με τη 4 που μόνο η τιμή γίνεται μετά την γνωστοποίηση της ζήτησης, με αποτέλεσμα τη μείωση των εξόδων παραγωγής.

Ομοίως, η στρατηγική 5 υπερτερεί της 2, στην οποία η απόφαση για την τιμή γίνεται στο πρώτο στάδιο, με ελλιπή πληροφόρηση.
Για τις στρατηγικές 1,2 έχουμε $V_2(K,p) - V_1(K,p) = wE[(\varepsilon - p)^+] + hK \geq 0$, με αποτέλεσμα η 2 να υπερτερεί ασθενώς της 1. Επίσης, ασθενώς καλύτερη είναι η στρατηγική 4 της 1, καθώς η τιμή καθορίζεται στο δεύτερο στάδιο στη 4,φέρνοντας καλύτερα αποτελέσματα. Τέλος, όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η στρατηγική 4 είναι καλύτερη της 3, αφού η τιμή που «καθαρίζει» την αγορά στρατηγική 3 δεν είναι πάντα η βέλτιστη.■

Από την παραπάνω ανάλυση προκύπτουν κάποια σχόλια:

- Η σχέση μεταξύ των στρατηγικών 2 και 4 είναι ασαφής.
- Ομοίως, δεν είναι δυνατή η σύγκριση των στρατηγικών 1 και 3, διότι στη 3 δεν λαμβάνονται πάντα οι βέλτιστες αποφάσεις.
- Αν η παραγωγή γινόταν με μηδενικά κόστη, δηλαδή $w = h = 0$, τότε η παραγωγή στο στάδιο δύο δεν εξοικονομεί χρήματα, με αποτέλεσμα η σχέση μεταξύ των στρατηγικών να διαμορφώνεται ως εξής:

$$V_1 = V_2 \leq V_4 \leq V_5 \leq V_6$$

Στην συνέχεια του άρθρου, ο συγγραφέας αναλύει πιο διεξοδικά τις στρατηγικές και εξετάζει την επίδραση του ανταγωνισμού πάνω σε αυτές. Στο τέλος, τονίζει πώς οι διαφορετικές στρατηγικές που αναλύθηκαν βοηθάνε στο να παρθούν οι βέλτιστες αποφάσεις ανάλογα με τις εκάστοτε συνθήκες της αγοράς.

Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειωθεί ότι σε όλα τα παραπάνω γίνεται λόγος για εταιρείες που χαρακτηρίζονται ως risk neutral, δηλαδή παίρνουν αποφάσεις χωρίς να επηρεάζονται από τον βαθμό της αβεβαιότητας. Ωστόσο, δεν υπάρχουν μόνο τέτοιου είδους εταιρείες. Πολλές φορές οι εταιρείες αποφεύγουν τις κινήσεις που περιέχουν περισσότερο ρίσκο, διαλέγοντας ένα πιο συντηρητικό πλάνο (risk averse). Το ερώτημα, λοιπόν, που γεννάται είναι πόσο διαφορετικά αποτελέσματα θα προκύψουν για εταιρείες που δεν προτιμούν το ρίσκο. Για να απαντηθεί αυτό, εισάγεται αρχικά η έννοια του ρίσκου στα προβλήματα τύπου εφημεριδοπώλη, παρουσιάζοντας δύο ξεχωριστά μοντέλα (Κεφάλαιο 2) και έπειτα συγκρίνονται τα αποτελέσματα αυτών με τα αντίστοιχα του άρθρου των Van Mieghiem και Dada (Κεφάλαιο 3).

Κεφάλαιο 2

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται δύο μοντέλα, καθένα από τα οποία εντάσσει με διαφορετικό τρόπο την έννοια του ρίσκου στα προβλήματα που αναλύθηκαν έως τώρα. Το πρώτο στηρίζεται στο άρθρο των Arcelus, Satyendra Kumar, Srinivasan με τίτλο «Risk tolerance and a retailer's pricing and ordering policies within a newsvendor framework», *Omega* 40.2 (2012): 188-198. Το δεύτερο μοντέλο έχει αναπτυχθεί από τους Javier Rubio-Herrero, Melike Baykal-Gursoy και Anna Jaskiewicz με τίτλο «A price-setting newsvendor problem under mean-variance criteria», *European Journal of Operational Research*247.2 (2015): 575-587. Στόχος και των δύο αυτών μοντέλων είναι να διερευνήσουν πώς μεταβάλλονται οι βέλτιστες λύσεις σε προβλήματα τύπου εφημεριδοπώλη, ανάλογα με την τάση του εμπόρου ως προς το ρίσκο.

2.1 Μοντελοποίηση κινδύνου στις αναμενόμενες απώλειες

Όπως στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη, οι συγγραφείς θεωρούν έναν έμπορο (λιανοπωλητή) που αντιμετωπίζει μια άγνωστη ζήτηση και πρέπει να λάβει δύο αποφάσεις για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του: την ποσότητα της παραγγελίας Q και την τιμή πώλησης ανά μονάδα p. Ο ίδιος αγοράζει το προϊόν από ένα προμηθευτή με μοναδιαίο κόστος w και χρεώνεται με ένα πέναλτι s ανά μονάδα έλλειψης προϊόντος. Επίσης, για κάθε απούλητη μονάδα ο έμπορος κερδίζει $v < w$. Η ζήτηση που αντιμετωπίζει ο έμπορος είναι στοχαστική, συγκεκριμένα έχει τη μορφή $X(p) = g(p) + \varepsilon$, όπου $g(p) = a - bp, a > 0, b > o$ και ε το σφάλμα, που ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά σ^2, ορισμένη σε ένα διάστημα $[A,B]$,με συνάρτηση πιθανότητα πυκνότητας f και συνάρτηση κατανομής F.

Βασει όλων των παραπάνω η συνάρτηση κέρδους του εμπόρου είναι:

$$\Pi(p,Q)=\begin{cases} X(p)p-Qw+[Q-X(p)]v, \alpha\nu\ Q\geq X(p) \\ Qp-Qw-[X(p)-Q]s, \alpha\nu\ Q<X(p)\end{cases}$$

Επιπλέον, εισάγεται η μεταβλητή απόφασης z, που εκφράζει το επίπεδο αποθεμάτων, δηλαδή ισχύει $z = Q - g(p)$. Με αυτόν τον μετασχηματισμό, η αναμενόμενη τιμή κέρδους γίνεται $E[P(p,z)] = \Psi(p) - L(p,z)$, όπου ο όρος $\Psi(p)$ αντιπροσωπεύει τα αναμενόμενα κέρδη του εμπόρου από την αναμενόμενη ζήτηση και ο όρος $L(p,z)$ την αναμενόμενη ζημιά που οφείλεται στις αναμενόμενες ελλείψεις ή απούλητες ποσότητες.
Συγκεκριμένα:

$$\Psi(p) = (p-w)(g+\mu)$$
$$L(p,z) = (w-v)\Lambda + (p-w+s)\Theta$$

όπου $\Lambda = \int_A^z (z-\varepsilon)f(\varepsilon)d\varepsilon$, $\Theta = \int_z^B (\varepsilon - z)f(\varepsilon)d\varepsilon$ και $\Lambda - \Theta = z - \mu$.

Ο αριθμός Λ αντιστοιχεί στην πιθανότητα η ζήτηση να είναι μικρότερη από το επίπεδο αποθεμάτων, επομένως υπάρχουν κέρδη από τις απούλητες μονάδες. Αντίθετα, το Θ αντιπροσωπεύει την πιθανότητα η ζήτηση να είναι μεγαλύτερη από τα διαθέσιμα αποθέματα, συνεπώς υφίσταται κόστος για την ανικανοποίητη ζήτηση.

Παρατηρείται ότι τα αναμενόμενα κέρδη $\Psi(p)$ είναι ανεξάρτητα από την κατανομή του τυχαίου σφάλματος ε, ενώ στον όρο $L(p,z)$ έχουμε εξάρτηση. Για τον λόγο αυτό, αν κάποιος θέλει να εντάξει και να υπολογίσει την τάση προς τον κίνδυνο που έχει ο έμπορος στο παραπάνω μοντέλο, πρέπει να προσαρμόσει τον κίνδυνο αυτό κατάλληλα στον όρο $L(p,z)$.

Έστω, λοιπόν, $\lambda \geq 0$, ο συντελεστής ρίσκου ενός εμπόρου. Οι συγγραφείς χωρίζουν τις κατηγορίες ρίσκου ως εξής:

- $\lambda = 0$, όταν δεν υπάρχει καθόλου κίνδυνος ρίσκου (riskless)
- $\lambda = 1$, όταν ο έμπορος δεν επηρεάζεται από τον κίνδυνο της αβεβαιότητας (risk neutral)
- $\lambda > 1$, όταν ο έμπορος αποφεύγει να ρισκάρει (risk averse)
- $0 \leq \lambda < 1$, όταν ο έμπορος επιδιώκει να ρισκάρει στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό (risk seeker)

Προσαρμόζοντας τον συντελεστή ρίσκου στο μοντέλο, το αναμενόμενο κέρδος παίρνει τη μορφή $E_\lambda = \Psi(p_\lambda) - \lambda L(z_\lambda, p_\lambda)$,
όπου $\Psi(p_\lambda) = (p_\lambda - w)(g_\lambda + \mu)$
και $L(z_\lambda, p_\lambda) = (w - v)\Lambda_\lambda + (p_\lambda + s - w)\Theta_\lambda = (z_\lambda - \mu)(w - v) + (p_\lambda + s - v)\Theta_\lambda$.

Πλέον, οι μεταβλητές θα φέρουν δείκτη λ, υποδηλώνοντας την συσχέτιση τους με τον συντελεστή ρίσκου και κάνοντας σαφή τη διαφορά τους με τις προηγούμενες μεταβλητές.

Η μορφή της συνάρτησης E_λ έχει τη βάση της στη Θεωρία Αποφάσεων, από την οποία προκύπτουν οι εξής προτάσεις:

- Η λήψη των αποφάσεων κάτω από συνθήκες ρίσκου στηρίζεται σε όρους κέρδους και ζημίας και όχι σε όρους συνολικού πλούτου.
- Ο έμπορος τείνει να αξιολογήσει τις επιλογές του σε συσχέτιση με ένα σημείο αναφοράς, που στο δικό μας μοντέλο είναι ο όρος $\Psi(p_\lambda)$. Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ο όρος αυτός περιλαμβάνει το καθαρό βέβαιο κέρδος, $(p_\lambda - w)\mu$, συν το καθαρό κέρδος $(p_\lambda - w)\mu$ υπολογισμένο κατά μέσο όρο, ανεξάρτητα από τη συγκεκριμένη κατανομή σφάλματος που χρησιμοποιείται.
- Η δεύτερη συνιστώσα της συνάρτησης E_λ, δηλαδή το $L(p_\lambda, z_\lambda)$, αντιπροσωπεύει τις απώλειες που οφείλονται στην αβεβαιότητα της ζήτησης.

- Ο έμπορος αξιολογεί τα ποσά που προκύπτουν από τις δύο συνιστώσες ξεχωριστά, έχοντας μεγαλύτερη ευαισθησία στις αβέβαιες απώλειες, $L(p_\lambda, z_\lambda)$ παρά στα σίγουρα κέρδη, $\Psi(p_\lambda)$.

Η χρήση του συντελεστή ρίσκου λ εντοπίζεται στη διάκριση των διαφόρων συνθηκών ρίσκου, δηλαδή στον βαθμό που ο έμπορος επηρεάζεται από τον κίνδυνο. Συγκεκριμένα, για $\lambda > 1$ ο έμπορος δίνει βάρος στην αποφυγή απώλειας χρημάτων, επομένως στοχεύει στην ελαχιστοποίηση του L(p,z). Αντίθετα, για $\lambda < 1$ εστιάζει στην αύξηση των κερδών, επιδιώκοντας τη μεγιστοποίηση του όρου $\Psi(p_\lambda)$. Όμοια συμπεριφέρεται και ο έμπορος για $\lambda = 0$, δηλαδή στην περίπτωση μηδενικού κινδύνου. Τέλος, για την περίπτωση $\lambda = 1$, ο έμπορος εμφανίζεται ουδέτερος όσον αφορά τον κίνδυνο της αβεβαιότητας και για τον λόγο αυτό δίνει την ίδια βαρύτητα τόσο στα αναμενόμενα κέρδη όσο και στις αναμενόμενες απώλειες.

Μια σημαντική πρόταση, που θα αποδεχθεί παρακάτω, καθορίζει την σχέση μεταξύ του αναμενόμενου κέρδους E_λ και της διασποράς σ^2 του τυχαίου σφάλματος. Συγκεκριμένα, τα δύο αυτά μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα. Για την απόδειξη της πρότασης αυτής, αρκεί να δειχθεί ότι ο όρος $L(p_\lambda, z_\lambda)$ είναι θετικά συσχετισμένος με την διασπορά σ^2, αφού τότε το $E[P(p,z)] = \Psi(p) - L(p,z)$ θα είναι αρνητικά συσχετισμένο.

Πρόταση: Το αναμενόμενο κέρδος E_λ, προσαρμοσμένο με τον συντελεστή ρίσκου λ, είναι φθίνουσα συνάρτηση της διασποράς της κατανομής του σφάλματος, σ^2.

Απόδειξη: Αρκεί να δειχθεί ότι το L είναι αύξουσα συνάρτηση ως προς σ, συνεπώς το E_λ θα είναι φθίνουσα. Λόγω της υπόθεσης για το τυχαίο σφάλμα ότι ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο $[A, B]$, έχουμε:

$$\begin{cases}\mu = \dfrac{A+B}{2} \\ \sigma = \dfrac{B-A}{2\sqrt{3}}\end{cases} \rightarrow \begin{cases} A+B=2\mu \\ B-A=2\sqrt{3}\sigma\end{cases} \rightarrow \begin{cases} B=\mu+\sqrt{3}\sigma \\ A=\mu-\sqrt{3}\sigma\end{cases} \rightarrow \begin{cases}\dfrac{\partial B}{\partial \sigma}=\sqrt{3} \\ \dfrac{\partial A}{\partial \sigma}=-\sqrt{3}\end{cases}$$

Από τις σχέσεις αυτές και τον ορισμό των Λ,Θ είναι

$$\Lambda = \int_A^z (z-\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{(z-A)^2}{4\sqrt{3}\sigma} \rightarrow \frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma} = \frac{2(z-A)\sqrt{3}\sigma-(z-A)^2}{4\sqrt{3}\sigma^2}$$
$$= \frac{z-A}{4\sqrt{3}\sigma^2}(B-z) > 0$$
$$\Theta = \int_z^B (\varepsilon-z) f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{(B-z)^2}{4\sqrt{3}\sigma} \rightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial \sigma} = \frac{2(B-z)\sqrt{3}\sigma-(B-z)^2}{4\sqrt{3}\sigma^2}$$
$$= \frac{B-z}{4\sqrt{3}\sigma^2}(z-A) > 0$$

Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω και γνωρίζοντας ότι $p \geq w$, $s \geq 0$ και $w \geq v$ ισχύει ότι

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = (w-v)\frac{\partial \Lambda}{\partial \sigma} + (p-w+s)\frac{\partial \Theta}{\partial \sigma} > 0\,,$$

δηλαδή η συνάρτηση L είναι αύξουσα ως προς σ. ■

Έχοντας κατασκευάσει την συνάρτηση αναμενόμενου κέρδους E_λ, το επόμενο βήμα είναι βρεθούν οι βέλτιστες αποφάσεις που οδηγούν στη μεγιστοποίηση αυτής. Χρειάζονται, λοιπόν, οι συνθήκες πρώτης τάξης, που απαιτούν την εύρεση των σημείων μηδενισμού της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης E_λ.
Συνεπώς

$$\frac{\partial E_\lambda}{\partial p_\lambda} = 0, \forall \lambda \geq 0 \; \kappa\alpha\iota \; \frac{\partial E_\lambda}{\partial z_\lambda} = 0, \forall \lambda > 0$$

Άρα

$$\frac{\partial E_\lambda}{\partial p_\lambda} = (g_\lambda + \mu) + (p_\lambda - w)\frac{\partial g_\lambda}{\partial p_\lambda} - \lambda\Theta_\lambda = 0$$

$$\lambda\Theta_\lambda = (p_\lambda - w)\frac{\partial g_\lambda}{\partial p_\lambda} + (g_\lambda + \mu) \quad (1)$$

και

$$\frac{\partial E_\lambda}{\partial z_\lambda} = -\lambda(p_\lambda + s - v)(F(z_\lambda) - 1) - \lambda(w - v) = 0$$

$$F(z_\lambda) = \frac{p_\lambda + s - w}{p_\lambda + s - v} \qquad (2)$$

Η πρώτη συνθήκη (1) υποδεικνύει ότι η βέλτιστη πολιτική του εμπόρου αντιστοιχεί σε ένα συμβιβασμό μεταξύ οριακών κερδών και ζημιών. Αν η τιμή πώλησης αυξηθεί κατά μία μονάδα, τότε θα υπάρξει αύξηση $g_\lambda + \mu$ στα κέρδη κατά μέσο όρο, ενώ θα μειωθούν τα κέρδη αν μειωθεί η ζήτηση. Από την άλλη μεριά, υπάρχουν οι οριακές απώλειες, που είναι συσχετισμένες με τις αλλαγές στα κόστη από τις ελλείψεις και τις απούλητες ποσότητες, προκύπτουν από τις διακυμάνσεις της αβεβαιότητας της ζήτησης.

Η δεύτερη συνθήκη (2) οδηγεί στη γνωστή έκφραση για το επίπεδο αποθεμάτων, $F(z_{\lambda)}$, που συναντάται στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη. Λόγω της σχέσης $v < w$, οι τιμές που μπορεί να πάρει σχέση (2) είναι από 0 έως 1. Μια σημαντική παρατήρηση είναι ότι η σχέση αυτή είναι ανεξάρτητη από την κατανομή του τυχαίου σφάλματος ε, δηλαδή ισχύει για οποιαδήποτε κατανομή. Τέλος, επισημαίνεται ότι η σχέση αυτή είναι κατά ένα μεγάλο βαθμό όμοια με την αντίστοιχη για την περίπτωση ενός risk neutral εμπόρου, όπως έχει αναπτυχθεί διεξοδικά στην εργασία των Petruzzi, Nicholas C., and Maqbool Dada, "Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions." *Operations research* 47.2 (1999): 183-194.

Στη συνέχεια, διατυπώνεται μια πρόταση που θα συμβάλλει στην εύρεση των σχετικών διαφορών στις τιμές, p_λ, ανάλογα με την τάση προς το ρίσκο που δείχνει ο έμπορος, δηλαδή ανάλογα με τις διάφορες τιμές του συντελεστή ρίσκου λ.

Πρόταση: Υπό την γραμμική ζήτηση $X = g_\lambda + \mu$, με $g_\lambda = a - bp_\lambda$ έχουμε:

I. $p_\lambda = \begin{cases} \frac{a+bw}{2b}, & αν\ \lambda = 0 \\ p_0 - \frac{\lambda\Theta_\lambda}{2b}, & αν\ \lambda > 0 \end{cases}$

II. $p_\lambda < p_0\ για\ \lambda > 0$.

Το πρώτο συμπέρασμα που βγαίνει από την παραπάνω πρόταση είναι ότι η τιμή πώλησης που προκύπτει για την περίπτωση $\lambda = 0$, δηλαδή την περίπτωση έλλειψης ρίσκου, είναι μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες τιμές για κάθε άλλη περίπτωση, $\lambda > 0$. Επιπλέον, συνδυάζοντας τα αποτελέσματα της πρότασης με την σχέση $z_\lambda = Q_\lambda - g(p_\lambda)$, συμπεραίνεται ότι το επίπεδο υπηρεσιών για έναν έμπορο που αποφεύγει να ρισκάρει $(\lambda > 1)$ είναι το χαμηλότερο, ακολουθούμενο κατά σειρά από το αντίστοιχο ενός ουδέτερου εμπόρου $(\lambda = 1)$ και ενός που επιδιώκει στο έπακρον το ρίσκο $(0 < \lambda < 1)$. Συνοψίζοντας, συγκρίνοντας με την περίπτωση ενός ουδέτερου ως προς την τάση για ρίσκο εμπόρου, η στρατηγική ενός εμπόρου που αντιτίθεται στο ρίσκο οδηγεί σε μικρότερες τιμές πώλησης, μεγαλύτερη ζήτηση, χαμηλότερα επίπεδα αποθεμάτων και σε μικρότερο συντελεστή διακύμανσης.
Αντίστοιχα, για την περίπτωση ενός εμπόρου που τείνει να ρισκάρει σε μεγάλο βαθμό είναι μεγαλύτερες οι τιμές πώλησης, μικρότερη ζήτηση, υψηλότερα επίπεδα αποθεμάτων και μεγαλύτερος συντελεστής διακύμανσης.

Οι δυο προτάσεις που ακολουθούν σχετίζονται με το πώς αλλάζουν οι αποφάσεις του εμπόρου για την τιμή πώλησης και το μέγεθος της παραγγελίας, ανάλογα με τη διακύμανση του βαθμού ρίσκου. Για τον λόγο αυτό, ερευνώνται οι ιδιότητες των παραγώγων $\frac{\partial p_\lambda}{\partial \lambda}$ και $\frac{\partial Q_\lambda}{\partial \lambda}$ σε σχέση με τον συντελεστή ρίσκου λ.

Πρόταση: Η μεταβολή της τιμής πώλησης p_λ σε σχέση με τον συντελεστή ρίσκου λ, υπό ζήτηση $X = g_\lambda + \mu$, με $g_\lambda = a - bp_\lambda$, καθορίζεται από τις παραγώγους πρώτης και δεύτερης τάξης:

$$\frac{\partial p_\lambda}{\partial \lambda} = -\frac{\frac{\Theta_\lambda}{2}(p_\lambda + s - v)}{b(p_\lambda + s - v) - \lambda\Theta_\lambda} \gtrless 0$$

$$\alpha\nu\ \lambda\Theta_\lambda \gtrless b(p_\lambda + s - v), \delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}\ \alpha\nu\ p_\lambda \lessgtr (2p_0 + v - s)/3$$

και

$$\frac{\partial^2 p_\lambda}{\partial \lambda^2} = \frac{\Theta_\lambda}{2}(\frac{\left[(\lambda\Theta_\lambda + 2b)\frac{\partial p_\lambda}{\partial \lambda} - \Theta_\lambda(p_\lambda + s - v)\right]}{[b(p_\lambda + s - v) - \lambda\Theta_\lambda]^2} \gtrless 0$$

$$\alpha\nu\ \frac{\partial p_\lambda}{\partial \lambda} \gtrless \Theta_\lambda(p_\lambda + s - v)/(\lambda\Theta_\lambda + 2b).$$

Η παραπάνω πρόταση καθορίζει τις συνθήκες κάτω από τις οποίες η τιμή πώλησης p_λ είναι μια αύξουσα ή φθίνουσα συνάρτηση ως προς τον συντελεστή ρίσκου λ.

Πρόταση: Οι διακυμάνσεις στο μέγεθος της παραγγελίας Q σε σχέση με τον συντελεστή ρίσκου λ, υπό ζήτηση $X = g_\lambda + \mu$, με $g_\lambda = a - bp_\lambda$, καθορίζονται από την παράγωγο πρώτης τάξης:

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} = \frac{\partial z_\lambda}{\partial \lambda} + \frac{\partial g_\lambda}{\partial \lambda} = \frac{\partial p_\lambda}{\partial \lambda}[2\Theta_\lambda - b(w - v]/(w - v).$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} \lessgtr 0\ \alpha\nu\ \begin{matrix} [\partial p_\lambda/\partial\lambda < 0\ \cap 2\Theta_\lambda > b(w - v)]\ \acute{\eta}\ [\partial p_\lambda/\partial\lambda > 0\ \cap 2\Theta_\lambda < b(w - v)] \\ [\partial p_\lambda/\partial\lambda < 0\ \cap 2\Theta_\lambda < b(w - v)]\ \acute{\eta}\ [\partial p_\lambda/\partial\lambda > 0\ \cap 2\Theta_\lambda > b(w - v)] \end{matrix}.$$

Από την παραπάνω πρόταση συμπεραίνεται ότι η επίδραση στο μέγεθος της παραγγελίας Q, καθώς ο συντελεστής ρίσκου λ αυξάνεται, αντανακλά της αυξήσεις (μειώσεις) στη ζήτηση, που προέρχονται από τις χαμηλές (υψηλές) τιμές έναντι των χαμηλών (υψηλών) επιπέδων υπηρεσιών.

Συνοπτικά, οι συγγραφείς του άρθρου ενσωμάτωσαν σε ένα πρόβλημα αντίστοιχο με αυτό του εφημεριδοπώλη την έννοια του ρίσκου και μελέτησαν τις μεταβολές των μεταβλητών απόφασης, δηλαδή του μεγέθους της παραγγελίας και της τιμής πώλησης, σε σχέση με την τάση προς το ρίσκο που έχει ο εκάστοτε έμπορος. Όπως ήταν αναμενόμενο, η διαφορετική αντιμετώπιση ως προς τον κίνδυνο που πηγάζει από το ρίσκο φέρνει και διαφορετικά αποτελέσματα στα προσδοκώμενα κέρδη και στις βέλτιστες στρατηγικές. Το άρθρο αυτό μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο ευρέων γενικεύσεων και επεκτάσεων, προσαρμόζοντας την κατάλληλη δομή για την οποιαδήποτε εφαρμογή.

2.2 Μοντελοποίηση κινδύνου στη διασπορά των εσόδων

Βασισμένοι σε προβλήματα αντίστοιχα με αυτό του εφημεριδοπώλη, οι συγγραφείς θεωρούν έναν έμπορο, ο οποίος προμηθεύεται ένα προϊόν από ένα χονδρέμπορο και το πουλάει στην αγορά. Έτσι, πρέπει να πάρει δύο αποφάσεις, το μέγεθος της παραγγελίας που θα θέσει στον προμηθευτή και την τιμή πώλησης του προϊόντος στην αγορά. Έστω p η τιμή πώλησης του προϊόντος στην αγορά και x το επίπεδο των αποθεμάτων του προϊόντος, ενώ w είναι το κόστος αγοράς του προϊόντος από τον προμηθευτή. Ο έμπορος αντιμετωπίζει μια τυχαία ζήτηση, που συμβολίζεται με D. Η ζήτηση είναι γραμμική και εξαρτάται από την τιμή πώλησης p και μια τυχαία μεταβλητή ε, η οποία είναι συνεχής στο διάστημα $[A,B]$ με $A<0, B>0$ και έχει συνάρτηση πιθανότητας πυκνότητας f και συνάρτηση κατανομής F. Δηλαδή, έχουμε $D(p,\varepsilon)=g(p)+\varepsilon=a-bp+\varepsilon$, όπου

$a, b > 0$. Παρατηρείται ότι η διασπορά της ζήτησης δεν εξαρτάται από την απόφαση για την τιμή πώλησης, αφού $Var[D(p, \varepsilon)] = Var(\varepsilon)$. Τέλος, εισάγεται η μεταβλητή λ, που αποτελεί μια παράμετρο ρίσκου. Συγκεκριμένα, η περίπτωση $\lambda > 0$ αντιπροσωπεύει έναν έμπορο που αποφεύγει να ρισκάρει (risk averse), ενώ για $\lambda < 0$ αυτόν που επιδιώκει το ρίσκο σε μεγάλο βαθμό (risk seeker). Προφανώς, όταν $\lambda = 0$, έχουμε έναν ουδέτερο ως προς την τάση για ρίσκο έμπορο (risk neutral).

Από όλα τα παραπάνω, κατασκευάζεται η συνάρτηση κέρδους του εμπόρου:

$$P(p, x) = pE[\min(D(p, \varepsilon), x)] - wx - \lambda Var[p \cdot \min(D(p, \varepsilon), x)] \quad (1)$$

Στόχος του εμπόρου είναι η μεγιστοποίηση αυτής της συνάρτησης και επομένως, η λήψη των βέλτιστων αποφάσεων για την επίτευξη του στόχου αυτού. Για έναν risk averse έμπορο ο στόχος έγκειται στην παράλληλη μεγιστοποίηση του κέρδους και της διασποράς, ενώ για έναν risk averse η μεγιστοποίηση του κέρδους και η ελαχιστοποίηση της διασποράς. Η παράμετρος ρίσκου λ είναι ένας παράγοντας που ισορροπεί το αναμενόμενο κέρδος με την διασπορά του κέρδους.

Στη συνέχεια οι συγγραφεί αναλύουν ξεχωριστά την συνάρτηση κέρδους (1) για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ και εντοπίζουν τις διαφορές στα βέλτιστα αποτελέσματα.

2.2.1 Risk Averse

Προτού προχωρήσουν σε περαιτέρω ανάλυση της συνάρτησης κέρδους, οι συγγραφείς πραγματοποιούν τις ακόλουθες υποθέσεις:

(Y1) $p \in (w, p_{max})$ $\mu\varepsilon$ $p_{max} \leq \frac{a}{b}$ $\kappa\alpha\iota$ $g(p) = 0$ $\forall p \in (w, p_{max})'$

(Y2) $\frac{a+E(\varepsilon)}{b} - p_{max} \leq p_{max} - w$

(Y3) $\lambda < \frac{1}{4(B-E(\varepsilon))p_{max}}$

(Y4) $A + g(w) > 0.$

Η υπόθεση (Y1) δηλώνει ότι η τιμή πώλησης πρέπει να είναι μεγαλύτερη από το κόστος αγοράς του προϊόντος και μικρότερη από την τιμή που μηδενίζει την γραμμική συνάρτηση $g(p) = a - bp$, δηλαδή $\frac{a}{b}$.

Η δεύτερη υπόθεση (Y2) απαιτεί η μέγιστη τιμή p_{max} να είναι τόσο κοντά στο $\frac{a+E(\varepsilon)}{b}$ όσο και στο w.

Η υπόθεση (Y3) είναι σημαντική για την μετέπειτα μέθοδο που θα χρησιμοποιηθεί για την εύρεση βέλτιστης απόφασης.

Η τελευταία υπόθεση (Y4) επιβάλλει ότι, ασχέτως με το πόσο μικρό είναι το A, η μικρότερη τιμή πώλησης που μπορεί να τεθεί εγγυάται ότι η ζήτηση θα είναι θετική.

Θέτοντας $z = x - g(p)$, η συνάρτηση κέρδους (1) διαμορφώνεται ως εξής:

$$P(p,z) = pE[\min(\varepsilon, z)] + pg(p) - w\big(z + g(p)\big) - \lambda \cdot Var(p \cdot \min(\varepsilon, z)) =$$
$$= p\mu(z) - \lambda p^2\sigma^2(z) + pg(p) - w\big(z + g(p)\big),$$

όπου

$$\mu(z) = E[\min(\varepsilon, z)] = E(\varepsilon) + \int_z^B (z-u)f(u)du, \;\; z \in [A, B]$$

$$\sigma^2(z) = Var[\min(\varepsilon, z)] =$$

$$= Var(\varepsilon) + \int_z^B (z^2 - u^2)f(u)du - \left[\int_z^B (z-u)f(u)du\right]^2 - 2E(\varepsilon)\int_z^B (z-u)f(u)du,$$

$z \in [A, B]$

Η μεταβλητή z ερμηνεύεται ως το επίπεδο ασφαλείας, για αυτό ορίζεται ως η διαφορά του πραγματικού επιπέδου αποθεμάτων και της αναμενόμενης ζήτησης.

Η συνάρτηση $\mu(z)$ είναι αύξουσα συνάρτηση ως προς z στο διάστημα $[A, B]$,

με $\mu(A) = A < 0,\; \mu(B) = E(\varepsilon)$ και $\frac{\partial \mu(z)}{\partial z} = 1 - F(z)$.

Επομένως, στόχος του εμπόρου είναι η μεγιστοποίηση αυτής της συνάρτησης, δηλαδή το πρόβλημα μπορεί να γραφεί

$$\max_{p,z} P(p, z) = \max_{p,z}(-p^2[\lambda\sigma^2(z) + b] + p[\mu(z) + a + wb] - w(z + a)).$$

Για την λύση του προβλήματος θα χρησιμοποιηθούν οι παράγωγοι πρώτης και δεύτερης τάξης, αρχικά ως προς την τιμή πώλησης p και έπειτα ως προς το επίπεδο ασφαλείας z.

Είναι

$$\frac{\partial P(p, z)}{\partial p} = -2p(\lambda\sigma^2(z) + b) + (\mu(z) + a + wb)$$

$$\frac{\partial^2 P(p, z)}{\partial p^2} = -2(\lambda\sigma^2(z) + b)$$

Παρατηρώντας ότι $\lambda > 0$, λόγω risk averse εμπόρου, και ότι $\sigma^2(z), b \geq 0$, είναι $\frac{\partial^2 P(p,z)}{\partial p^2} < 0$. Επομένως, η συνάρτηση $P(p,z)$ είναι κοίλη ως προς p. Αρκεί, λοιπόν, να βρεθεί το σημείο μηδενισμού της πρώτης παραγώγου, το οποίο θα είναι και μέγιστο της συνάρτησης.

$$\frac{\partial P(p,z)}{\partial p} = 0 \rightarrow p^*(z) = \frac{\mu(z) + a + wb}{2[\lambda\sigma^2(z) + b]}.$$

Στο παρακάτω λήμμα αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη λύση $p^*(z)$ είναι δεκτή και αύξουσα ως προς z.

Λήμμα 1: Για την βέλτιστη λύση p^* ισχύει $p^*(z) \in (w, p_{max}]$, $\forall z \in [A, B]$ και ότι είναι αύξουσα ως προς z.

Απόδειξη: Είναι

$p^*(A) = \frac{A+a+wb}{2b} = \frac{A}{2b} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{b} + \frac{1}{2} \cdot w \geq \frac{A}{2b} + \frac{1}{2} p_{max} + \frac{1}{2} w \geq \frac{A}{2b} + \frac{1}{2} w + \frac{1}{2} w > w$, λόγω (Υ1).

Από την άλλη, ένα άνω όριο δίνεται από την σχέση

$$p^*(z) \leq \frac{E(\varepsilon) + a + wb}{2b} \leq p_{max}$$

που προκύπτει από την υπόθεση (Υ2).

Απομένει να δειχθεί ότι η συνάρτηση $p^*(z)$ είναι αύξουσα ως προς z.

Έχουμε $\frac{\partial p^*(z)}{\partial z} = \frac{1-F(z)}{2[\lambda\sigma^2(z)+b]}[1 - 4\lambda(z - \mu(z))p^*(z)]$.

Αρκεί να δειχθεί ότι $1 - 4\lambda(z - \mu(z))p^*(z) > 0$, γιατί τότε θα είναι $\frac{\partial p^*(z)}{\partial z} > 0$.

Έχουμε $1 - 4\lambda\big(z - \mu(z)\big)p^*(z) \geq 1 - 4\lambda(B - E(\varepsilon))p_{max} > 0$, αφού από υπόθεση (Υ3) ισχύει $\lambda < \frac{1}{4(B-E(\varepsilon))p_{max}}$.

■

Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι για ένα δοσμένο z, η τιμή $p^*(z)$ είναι μικρότερη στην περίπτωση ενός risk averse εμπόρου ($\lambda > 0$), από ότι στην περίπτωση ενός risk neutral. Η παρατήρησή αυτή γίνεται αντιληπτή τόσο μαθηματικά όσο και διαισθητικά, καθώς ένας έμπορος που αποφεύγει το ρίσκο θα θέσει μικρότερη τιμή πώλησης, ώστε να επιτύχει όσον το δυνατόν υψηλότερες πωλήσεις. Αντίστοιχα, η τιμή πώλησης στην περίπτωση ενός εμπόρου που έχει μεγάλη τάση προς το ρίσκο είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ενός ουδέτερου εμπόρου.

Στη συνέχεια οι συγγραφείς παραθέτουν δύο ορισμούς που θα βοηθήσουν στη διατύπωση του βασικού θεωρήματος του άρθρου.

Ορισμός 1: Υπό τη βέλτιστη τιμή πώλησης $p^*(z)$ η συνάρτηση κέρδους διαμορφώνεται ως εξής:

$$P^*(z) = P(p^*(z), z) = \frac{1}{4} \cdot \frac{(\mu(z) + a + wb)^2}{\lambda\sigma^2(z) + b} - w(z + a) =$$
$$= \frac{1}{2} p^*(z)(\mu(z) + a + wb) - w(z + a).$$

Επίσης, η πρώτη παράγωγος είναι

$$\frac{\partial P^*(z)}{\partial z} = p^*(z)\big(1 - F(z)\big)[1 - 2\lambda(z - \mu(z))p^*(z)] - w.$$

Ορισμός 2: Σύμφωνα με τους Kocabiyikoglu & Popescu(2011), ο ρυθμός ελαστικότητας χαμένων πωλήσεων για μια δοσμένη τιμή πώλησης p και ένα επίπεδο αποθεμάτων x ορίζεται ως: $\tilde{\kappa}(p, x) = \frac{p\frac{\partial G(p,x)}{\partial p}}{1 - G(p,x)}$, όπου $G(p, x) = P(D(p, \varepsilon) \leq x)$.

Με βάση αυτό, ορίζουμε την χρήσιμη ποσότητα $\tilde{\varepsilon}(p, z) = \frac{pbf(z)}{1 - F(z)}$.

<u>Θεώρημα 1:</u> Αν $\tilde{\varepsilon}(p^*(z), z) = \frac{p^*(z)bf(z)}{1-F(z)} \geq \frac{1}{2}$, τότε η βέλτιστη στρατηγική για τον έμπορο είναι να αποθηκεύσει $x^* = g(p^*) + z^*$ μονάδες, τις οποίες θα πουλήσει σε τιμή p^* (Λήμμα 1), έχοντας ως επίπεδο ασφάλειας z^* την λύση της εξίσωσης $p^*(z)\big(1 - F(z)\big)[1 - 2\lambda(z - \mu(z))p^*(z)] - w = 0$.

Απόδειξη: Αρχικά, θα δειχθεί ότι η συνάρτηση $p^*(z)$ είναι κοίλη. Παίρνοντας δεύτερη παράγωγο είναι

$$\frac{\partial^2 p^*(z)}{\partial z^2} = -4\lambda \frac{1 - F(z)}{2(\lambda\sigma^2(z) + b)}\left[F(z)p^*(z) + \big(z - \mu(z)\big)\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right],$$

η οποία είναι μη θετική, αφού $z - \mu(z) \geq 0, \forall z \in [A, B]$ και η συνάρτηση $p^*(z)$ είναι αύξουσα.

Για τα ακραία σημεία της παραγώγου της συνάρτησης P^* είναι

$$\left.\frac{\partial P^*(z)}{\partial z}\right|_{z=A} = \frac{A + a + wb}{2b} - \frac{2bw}{2b} = \frac{A + a - wb}{2b} > 0, \text{από υπόθεση (Υ4)}$$

$$\left.\frac{\partial P^*(z)}{\partial z}\right|_{z=B} = -W < 0.$$

Επομένως, υπάρχει ένα σημείο $z^* \in (A, B)$, στο οποίο η συνάρτηση $P^*(z)$ μεγιστοποιείται. Θα δειχθεί ότι η συνάρτηση $P^*(z)$ είναι κοίλη και άρα το σημείο μεγιστοποίησης θα είναι μοναδικό.
Έχουμε

$$\frac{\partial^2 P^*(z)}{\partial z^2} = \left[\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\big(1 - F(z)\big) - f(z)p^*(z)\right] \times \left[1 - 2\lambda\big(z - \mu(z)\big)p^*(z)\right]$$
$$- 2\lambda p^*(z)\big(1 - F(z)\big)\left[F(z)p^*(z) + \big(z - \mu(z)\big)\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right].$$

Ο δεύτερος όρος είναι μη αρνητικός λόγω της τρίτης υπόθεσης (Υ3). Ακόμη, ο τρίτος όρος είναι μη θετικός, αφού $z-\mu(z) \geq 0, \forall z \in [A,B]$ και η συνάρτηση $p^*(z)$ είναι αύξουσα. Όμως, δεν είναι σαφές το πρόσημο του πρώτου όρου. Απαιτούμε να ισχύει η σχέση
$\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\big(1-F(z)\big)-f(z)p^*(z) \leq 0.$
Έχοντας δείξει ότι η συνάρτηση $p^*(z)$ είναι κοίλη, συμπεραίνεται ότι η πρώτη παράγωγος $\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}$ είναι φθίνουσα, επομένως παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο A,
το

$$\left.\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right|_{z=A} = \frac{1}{2b}.$$

Άρα,

$$\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\big(1-F(z)\big)-f(z)p^*(z) \leq \frac{1}{2b}\big(1-F(z)\big)-f(z)p^*(z) \leq 0$$

ή ισοδύναμα

\

$$\frac{bp^*(z)f(z)}{1-F(z)} \geq \frac{1}{2}.$$

Αν ισχύει, επομένως, η τελευταία ανισότητα, είναι $\frac{\partial^2 P^*(z)}{\partial z^2} \leq 0$, δηλαδή η συνάρτηση P^* είναι κοίλη.

■

Έχοντας βρει την βέλτιστη απόφαση για την τιμή πώλησης, μένει να αναλυθεί το $z^*(p)$, δηλαδή την τιμή του z που μεγιστοποιεί το κέρδος για μια δοσμένη τιμή πώλησης p.
Με την χρήση πάλι παραγώγων πρώτης και δεύτερης τάξης, είναι

$$\frac{\partial P(p,z)}{\partial z} = p\big(1-F(z)\big)\big[1-2\lambda p\big(z-\mu(z)\big)\big]-w$$

$$\frac{\partial^2 P(p,z)}{\partial z^2} = pf(z)\big[2\lambda p\big(z-\mu(z)\big)-1\big] - 2\lambda p^2 F(z)\big(1-F(z)\big)$$

$$\frac{\partial^2 P(p,z)}{\partial p \partial z} = [1-F(z)]\cdot\big[1-4\lambda p\big(z-\mu(z)\big)\big].$$

Παρατηρώντας την δεύτερη σχέση, συμπεραίνεται ότι για $\lambda = 0$, δηλαδή για έναν risk neutral έμπορο, η συνάρτηση κέρδους είναι κοίλη, αφού $\frac{\partial^2 P(p,z)}{\partial z^2} < 0$.

Έτσι, προκύπτει το γνωστό μας αποτέλεσμα για την βέλτιστη λύση $z^* = F^{-1}(1-\frac{w}{p})$.

Για $\lambda > 0$, ισχύει πάλι ότι η συνάρτηση είναι κοίλη εξαιτίας της υπόθεσης (Υ3), που εξασφαλίζει ότι $2\lambda p\big(z-\mu(z)\big)-1<0$. Όμως, δεν υπάρχει κλειστός τύπος για την βέλτιστη λύση z^*, παρά μόνο ότι είναι λύση της εξίσωσης:

$$\big(1-F(z)\big)\left[1-2\lambda p(z-E(\varepsilon)-\int_z^B (z-u)f(u)du)\right]-\frac{w}{p}=0.$$

Κλείνοντας την ενότητα αυτή, οι συγγραφείς μελετούν πώς αλλάζει η βέλτιστη απόφαση z^* δοσμένης μιας τιμής πώλησης $p \in (w, p_{max}]$, ανάλογα με την παράμετρο ρίσκου λ. Το ακόλουθο λήμμα αποδεικνύει ότι η βέλτιστη απόφαση για το επίπεδο ασφαλείας είναι φθίνουσα ως προς λ.

Λήμμα 2: Η συνάρτηση $z^*(\lambda)$ είναι φθίνουσα.

Απόδειξη: Αρχικά, έστω

$$h(\lambda,z) = \big(1-F(z)\big)\left[1-2\lambda p(z-E(\varepsilon)-\int_z^B (z-u)f(u)du)\right]-\frac{w}{p}.$$

Παραγωγίζοντας ως προς τις δυο μεταβλητές είναι

$$\frac{\partial h(\lambda,z)}{\partial \lambda} = -2p(1-F(z))[z-\mu(z)]$$
$$\frac{\partial h(\lambda,z)}{\partial z} = f(z)\big[2\lambda p\big(z-\mu(z)\big)-1\big]-2\lambda pF(z)$$

Μέσω του Implicit Function Theorem (Stewart,2011) προκύπτει ότι

$$\frac{\partial z^*(\lambda)}{\partial \lambda} = \frac{2p(1-F\big(z^*(\lambda)\big))[z^*(\lambda)-\mu(z^*(\lambda))]}{f\big(z^*(\lambda)\big)\left[2\lambda p\left(z^*(\lambda)-\mu\big(z^*(\lambda)\big)\right)-1\right]-2\lambda pF\big(z^*(\lambda)\big)(1-F\big(z^*(\lambda)\big))}.$$

Ο αριθμητής του παραπάνω κλάσματος είναι πάντα μη αρνητικός. Ο δεύτερος όρος του παρονομαστή $2\lambda pF\big(z^*(\lambda)\big)(1-F\big(z^*(\lambda)\big))$ είναι επίσης μη αρνητικός.

Άρα, αρκεί να δειχθεί ότι ο πρώτος όρος του παρονομαστή είναι αρνητικός, έτσι ώστε όλο το κλάσμα να είναι αρνητικό.

Αυτό συμβαίνει αν $2\lambda p\left(z^*(\lambda)-\mu\big(z^*(\lambda)\big)\right)-1<0$ ή $\lambda < \frac{1}{2p\left(z^*(\lambda)-\mu\left(z^*(\lambda)\right)\right)} \leq \frac{1}{2p_{max}(B-E(\varepsilon))}$.

Όμως, αυτό προκύπτει από την υπόθεση (Υ3).

Επομένως, ισχύει $\frac{\partial z^*(\lambda)}{\partial \lambda} \leq 0$, δηλαδή η συνάρτηση είναι φθίνουσα.

■

Στο επόμενο κεφάλαιο οι συγγραφείς εργάζονται με τον ίδιο τρόπο για την περίπτωση ενός εμπόρου που επιδιώκει το ρίσκο (risk seeker).

2.2.2 Risk seeker

Οι εκφράσεις για την συνάρτηση κέρδους, καθώς και τις παραγώγους πρώτης και δεύτερης τάξη είναι ακριβώς ίδιες με το προηγούμενο κεφάλαιο. Αυτό που αλλάζει, όμως, είναι οι συνθήκες κάτω από τις οποίες η συνάρτηση κέρδους είναι κοίλη, αφού σε αυτή την περίπτωση η παράμετρος κινδύνου είναι $\lambda < 0$.
Στόχος και εδώ είναι η μεγιστοποίηση της παρακάτω συνάρτησης κέρδους:

$$P(p,z) = p\mu(z) - \lambda p^2\sigma^2(z) + pg(p) - w\big(z + g(p)\big).$$

Χρήσιμες θα φανούν οι ακόλουθες υποθέσεις, τρεις εκ των οποίων είναι ίδιες με του προηγούμενου κεφαλαίου, ενώ η τέταρτη θα φανεί χρήσιμη σε μια μετέπειτα απόδειξη ενός σημαντικού λήμματος:

(Υ1) $p \in (w, p_{max})$ $\mu\varepsilon$ $p_{max} \leq \frac{a}{b}$ $\kappa\alpha\iota$ $g(p) = 0\ \forall p \in (w, p_{max})'$

(Υ2) $\frac{a+E(\varepsilon)}{b} - p_{max} \leq p_{max} - w$

(Υ3) $A + g(w) > 0$

(Υ4) $E(\varepsilon) < g(w)$.

Αρχικά, θα αναζητηθεί η συνθήκη κάτω από την οποία η συνάρτηση κέρδους είναι κοίλη ως προς p. Έχοντας υπολογίσει από το προηγούμενο κεφάλαιο τη δεύτερη παράγωγο $\frac{\partial^2 P(p,z)}{\partial p^2} = -2(\lambda\sigma^2(z) + b)$, διατυπώνεται το ακόλουθο λήμμα:

<u>Λήμμα 3:</u> Η συνάρτηση κέρδους $P(p, z)$ είναι κοίλη ως προς z αν $\lambda \geq \frac{-b}{Var(\varepsilon)}$.

Απόδειξη: Για να ισχύει η σχέση $\frac{\partial^2 P(p,z)}{\partial p^2} = -2(\lambda\sigma^2(z) + b) < 0$, πρέπει $\lambda \geq \max_z \frac{b}{\sigma^2(z)}$.

Όμως, επειδή η συνάρτηση $\sigma^2(\cdot)$ είναι γνησίως αύξουσα, αρκεί να ισχύει ότι

$$\lambda \geq \frac{-b}{\sigma^2(B)} = \frac{-b}{Var(\varepsilon)}.$$

■

Το αποτέλεσμα αυτού του λήμματος είναι πιθανό να αντικρούει την πρώτη υπόθεση (Υ1). Για τον λόγο αυτό, χρειάζεται περιορισμός των περαιτέρω πιθανών τιμών της παραμέτρου λ.

<u>Λήμμα 4:</u> Δοθέντος ενός z και για $\lambda \in \left[\frac{b(E(\varepsilon)-g(p))}{2aVar(\varepsilon)}, 0\right)$, η βέλτιστη τιμή πώλησης είναι μοναδική, δίνεται από την σχέση $p^*(z) = \frac{\mu(z)+a+wb}{2[\lambda\sigma^2(z)+b]}$ και ανήκει στο διάστημα $(w, p_{max}]$.

Απόδειξη: Έχοντας αποδείξει την σχέση $p^*(z) = \frac{\mu(z)+a+wb}{2[\lambda\sigma^2(z)+b]}$ στο προηγούμενο κεφάλαιο, αρκεί να δειχθεί ότι $w < p^* \leq p_{max}$.

Αν $\lambda \in \left(\frac{-b}{Var(\varepsilon)}, 0\right)$, η πρώτη παράγωγος $\frac{\partial p^*(z)}{\partial z} = \frac{1-F(z)}{2[\lambda\sigma^2(z)+b]}[1 - 4\lambda(z - \mu(z))p^*(z)]$ είναι παντού θετική, επομένως η συνάρτηση $p^*(z)$ είναι αύξουσα. Όμως, όπως έχει δειχθεί ισχύει $p^*(A) = \frac{A+a+wb}{2b} > w$, με την βοήθεια της υπόθεσης (Υ1).

Άρα, ισχύει $p^*(z) > w, \forall z \in [A, B]$.

Παρόλα αυτά, η συνάρτηση $p^*(z)$ μπορεί να πάρει τιμές μεγαλύτερες από p_{max}.
Για αυτό, απαιτείται $p^*(B) \leq p_{max} \leq \frac{a}{b}$, έτσι ώστε να ισχύει $p^*(z) \leq p_{max}, \forall z \in [A, B]$.
Συνεπώς, $p^*(B) = \frac{E(\varepsilon)+a+wb}{2(\lambda Var(\varepsilon)+b)} \leq \frac{a}{b}$ ή $\lambda \geq \frac{b\left(E(\varepsilon)-g(p)\right)}{2aVar(\varepsilon)}$.
Εδώ, χρειάζεται η υπόθεση (Υ4), ώστε το δεξί μέλος της παραπάνω σχέσης να είναι αρνητικό. Το μόνο που μένει να δειχθεί για να ολοκληρωθεί η απόδειξη είναι ότι $\frac{b\left(E(\varepsilon)-g(p)\right)}{2aVar(\varepsilon)} \in \left(\frac{-b}{Var(\varepsilon)}, 0\right)$. Αυτό συμβαίνει εάν $\frac{b\left(E(\varepsilon)-g(p)\right)}{2aVar(\varepsilon)} > \frac{-b}{Var(\varepsilon)}$, δηλαδή αν $E(\varepsilon) \geq -g(-w)$.
Όμως, από την υπόθεση (Υ3) και την σχέση $E(\varepsilon) > A$ είναι

$$-g(w) < A < E(\varepsilon) \rightarrow -g(-w) < E(\varepsilon) - 2bw < E(\varepsilon),$$

δηλαδή ισχύει η ζητούμενη σχέση $E(\varepsilon) \geq -g(-w)$.
Ως εκ τούτου, για $\lambda \in \left[\frac{b\left(E(\varepsilon)-g(p)\right)}{2aVar(\varepsilon)}, 0\right]$ η συνάρτηση $P(p, z)$ είναι κοίλη ως προς p για κάθε $z \in [A, B]$ και $p^*(z) \leq p_{max}$.

■

Όπως έχει ήδη ειπωθεί, η βέλτιστη τιμή πώλησης δοσμένου ενός επιπέδου ασφαλείας z, $p^*(z)$, είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη για την περίπτωση ενός ουδέτερου εμπόρου. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι ένας έμπορος που τείνει να ρισκάρει, θέτει υψηλότερες τιμές πώλησης, αποσκοπώντας σε μεγαλύτερα κέρδη, δεχόμενος το ρίσκο να πουλήσει λιγότερα.

Κλείνοντας διατυπώνεται το παρακάτω θεώρημα που ορίζει τις βέλτιστες αποφάσεις για τον risk seeker έμπορο.

<u>Θεώρημα 2:</u> Αν $\tilde{\varepsilon}(p^*(z),z) \geq b\frac{\partial p^*(z)}{\partial z} - \frac{2\lambda p^*(z)b\left[F(z)p^*(z)+(z-\mu(z))\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right]}{1-2\lambda(z-\mu(z))p^*(z)}$, τότε η βέλτιστη στρατηγική για τον έμπορο είναι να αποθηκεύσει $x^* = g(p^*) + z^*$ μονάδες, τις οποίες θα πουλήσει σε τιμή p^* (Λήμμα 4), έχοντας ως επίπεδο ασφάλειας z^* την λύση της εξίσωσης: $\frac{\partial P(p,z)}{\partial z} = 0$ ή $p^*(z)(1-F(z))[1-2\lambda p^*(z)(z-\mu(z))] - w$.

Απόδειξη: Οι τιμές της πρώτης παραγώγου της συνάρτησης P^* στα ακραία σημεία A, B έχουν προσδιοριστεί στην απόδειξη του Θεωρήματος 1.
Με τον ίδιο επιχείρημα, λοιπόν, προκύπτει ότι υπάρχει σημείο z^*, στο οποίο η συνάρτηση P^* παρουσιάζει μέγιστο. Για την μοναδικότητα, θα δειχθεί ότι η συνάρτηση P^* είναι κοίλη.
Όπως και στην απόδειξη του Θεωρήματος 1 είναι

$$\frac{\partial^2 P^*(z)}{\partial z^2} = \left[\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}(1-F(z)) - f(z)p^*(z)\right] \times [1-2\lambda(z-\mu(z))p^*(z)] - 2\lambda p^*(z)(1-F(z))\left[F(z)p^*(z) + (z-\mu(z))\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right].$$

Απαραίτητη προϋπόθεση για να είναι η δεύτερη παράγωγος μη θετική είναι

$$2\lambda p^*(z)(1-F(z))\left[F(z)p^*(z) + (z-\mu(z))\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right] \leq \left[\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}(1-F(z)) - f(z)p^*(z)\right][1-2\lambda(z-\mu(z))p^*(z)].$$

Η συνθήκη αυτή ισχύει για $z = B$. Για τις υπόλοιπες τιμές του z, διαιρώντας τα δύο μέρη της ανισότητας με $1 - F(z)$ και πολλαπλασιάζοντας με b προκύπτει η ζητούμενη ανισότητα

$$\tilde{\varepsilon}(p^*(z),z) \geq b\frac{\partial p^*(z)}{\partial z} - \frac{2\lambda p^*(z) b\left[F(z)p^*(z) + (z-\mu(z))\frac{\partial p^*(z)}{\partial z}\right]}{1-2\lambda(z-\mu(z))p^*(z)}.$$

■

2.2.3 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύθηκε μια παραλλαγή του προβλήματος του εφημεριδοπώλη, μιας περιόδου, με ζήτηση γραμμική, εξαρτημένη από την τιμή πώλησης και δύο μεταβλητές απόφασης, συμπεριλαμβάνοντας την τάση προς το ρίσκο που έχει ο εκάστοτε έμπορος, με την εισαγωγή της παραμέτρου λ.
Συγκεκριμένα, έγινε η διάκριση δύο είδη εμπόρων, αυτόν που αποφεύγει το ρίσκο (risk averse) και αυτόν που τείνει να ρισκάρει σε μεγάλο βαθμό (risk seeker). Το συμπέρασμα που προέκυψε είναι ότι η βέλτιστη τιμή πώλησης, δοθέντος ενός επιπέδου ασφαλείας z είναι μικρότερη στην περίπτωση risk averse από την περίπτωση ενός ουδέτερου ως προς το ρίσκο εμπόρου. Αντίστοιχα, η τιμή πώλησης είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση risk seeker. Όμως, και στα δύο αυτά σενάρια η τιμή πώλησης είναι μια αύξουσα συνάρτηση ως προς z. Ακόμη, η τιμή αυτή είναι κοίλη ως προς z για την κατάσταση risk averse, ενώ για περιορισμένα λ είναι κοίλη στην κατάσταση risk seeker.

Επιπλέον, αποδείχθηκε ότι το βέλτιστο απόθεμα ασφαλείας μειώνεται όταν αυξάνεται η τιμή πώλησης στην περίπτωση risk averse. Αντίστοιχα, θα περίμενε κανείς το αντίθετο στην περίπτωση risk seeker, πράγμα που ισχύει αλλά υπό περιορισμούς.

Τέλος, οι περιορισμοί για την παράμετρο ρίσκου λ που πάρθηκαν στο κεφάλαιο αυτό, μπορούν να θεωρηθούν ως ένα μέτρο κλιμάκωσης του κινδύνου. Εκτός των προτεινόμενων ορίων για το λ, η κοιλότητα της αντικειμενικής συνάρτησης δεν εξασφαλίζεται, μπορεί ωστόσο να συμβεί. Έτσι, η περίπτωση ενός εμπόρου που τείνει να αποφύγει το ρίσκο στο μεγαλύτερο δυνατό βαθμό, αντιπροσωπεύεται από τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το λ, κάτω από τους αναφερθέντες περιορισμούς. Όμοια, για την περίπτωση ενός εμπόρου που έχει τη μέγιστη τάση προς το ρίσκο. Ωστόσο, στα προβλήματα της πραγματικής ζωής η παράμετρος λ παίρνει συνήθως πολύ μικρές τιμές, για αυτό τα αποτελέσματα για μεγάλα λ δεν έχουν ουσιαστικό νόημα.

Κεφάλαιο 3

Το κεφάλαιο αυτό περιέχει το πρωτότυπο κομμάτι της εργασίας. Στόχος είναι η σύνδεση του μοντέλου «Price Versus Postponement: Capacity and Competition» των Van Mieghem και Dada,το οποίο παρουσιάστηκε εκτενώς στο κεφάλαιο **1.4**, με το μοντέλο με τίτλο «A price-setting newsvendor problem under mean-variance criteria» των Javier Rubio-Herrero, Melike Baykal-Gursoy και Anna Jaskiewicz που αναλύθηκε στο κεφάλαιο **2.2**.

Θυμίζουμε ότι ο Van Mieghem πραγματοποιεί μια παραλλαγή του μοντέλου του εφημεριδοπώλη, βάζοντας τρεις μεταβλητές απόφασης (τιμή πώλησης, ποσότητα παραγγελίας και μέγεθος αποθεμάτων) και χωρίζοντας τον χρονικό ορίζοντα σε δύο περιόδους, μια πριν την γνωστοποίηση της ζήτησης και μια μετά από αυτή. Οδηγείται με αυτόν τον τρόπο σε έξι διαφορετικές στρατηγικές, ανάλογα με το ποιες αποφάσεις γίνονται σε κάθε χρονική περίοδο, και τις διατάσσει σε σχέση με την αξία τους.

Έπειτα, στο κεφάλαιο **2** μελετήσαμε δύο ξεχωριστά μοντέλα, τα οποία στόχευαν στην ένταξη της έννοιας του ρίσκου στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη. Το ρίσκο έγκειται στο πόσο επικίνδυνη θεωρεί ο έμπορος την αβεβαιότητα της ζήτησης. Το βασικό συμπέρασμα ήταν ότι ανάλογα με την τάση του εμπόρου προς το ρίσκο, διαμορφώνονται και οι αντίστοιχες βέλτιστες αποφάσεις.

Στα παρακάτω, λοιπόν, εργαζόμαστε πάνω στο μοντέλο των Van Mieghem και Dada και εντάσσουμε σε αυτό τον παράγοντα ρίσκο, ακολουθώντας την λογική του μοντέλου του κεφαλαίου **2**. Απώτερος σκοπός είναι να παρατηρήσουμε πώς διαμορφώνονται τα αποτελέσματα του Van Mieghem λόγω του ρίσκου και να προχωρήσουμε σε μια σύγκριση των διαφορετικών στρατηγικών, που θα είναι εφοδιασμένες πλέον με τον παράγοντα ρίσκου.

3.1 Μοντελοποίηση κινδύνου με αναβολή αποφάσεων

Εδώ θα ασχοληθούμε με το ίδιο μοντέλο που αναπτύξαμε στην ενότητα **1.4**, δηλαδή με το μοντέλο των Van Mieghem και Dada. Συγκεκριμένα, θα εισάγουμε στο μοντέλο αυτό την έννοια του ρίσκου, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο που αναλύσαμε στην ενότητα **2.2**.

Αρχικά, υπενθυμίζουμε εν συντομία τη βασική δομή του μοντέλου: Μια εταιρεία αποφασίζει για την τιμή πώλησης του προϊόντος που θα διαθέσει στην αγορά p, το μέγεθος της παραγγελίας που θα πραγματοποιήσει για να προμηθευτεί το προϊόν από ένα χονδρέμπορο Q και την χωρητικότητα μιας αποθήκης που θα δεσμεύσει για να φυλάξει το προϊόν K. Συγχρόνως, στην εταιρεία κοστίζει w κάθε μονάδα που παραγγέλνει και h κάθε μονάδα που αποθηκεύει στο πρώτο στάδιο. Ακόμη, υπάρχει και ένα κόστος για τη δέσμευση της χωρητικότητας K της αποθήκης C_K ανά μονάδα αποθηκευμένου προϊόντος. Τέλος, η ζήτηση για το συγκεκριμένο προϊόν θεωρείται γραμμική και φθίνουσα ως προς την τιμή πώλησης, δηλαδή $X(p) = g(p) + \varepsilon = \varepsilon - p$, όπου το ε είναι το τυχαίο σφάλμα, δηλαδή μια τυχαία μεταβλητή ορισμένο στο $[A, B]$ με μέση τιμή μ, διασπορά σ^2, συνάρτηση πιθανότητας πυκνότητας f και συνάρτηση κατανομής F. Η ιδιαιτερότητα του μοντέλου έγκειται στον χωρισμό του χρονικού ορίζοντα σε δύο στάδια, το πρώτο πριν γίνει γνωστή η ζήτηση και το δεύτερο μετά. Έτσι, προκύπτουν έξι διαφορετικές στρατηγικές, ανάλογα με το ποιες από τις τρεις αποφάσεις που θα λάβει η εταιρεία θα πραγματοποιηθούν στο πρώτο στάδιο και ποιες στο δεύτερο.

Στην ενότητα **1.4** αναλύσαμε τις έξι στρατηγικές και παρουσιάσαμε τις αντίστοιχες αντικειμενικές συναρτήσεις. Στο σημείο αυτό, επιδιώκοντας να εισάγουμε την έννοια του ρίσκου στο μοντέλο, θα διαμορφώσουμε τις αντικειμενικές συναρτήσεις με βάση τη μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε στην ενότητα **2.2**. Συγκεκριμένα, θεωρούμε αρχικά την παράμετρο ρίσκου λ, η οποία όταν παίρνει θετικές τιμές αντιπροσωπεύει μια εταιρεία που αποφεύγει να ρισκάρει(risk averse), ενώ όταν παίρνει αρνητικές μια εταιρεία που επιδιώκει το ρίσκο(risk seeker). Στη συνέχεια, λοιπόν, εντάσσουμε την παράμετρο ρίσκου στις αντικειμενικές συναρτήσεις που αντιστοιχούν στις διαφορετικές στρατηγικές και τις διαμορφώνουμε κατάλληλα. Σημειώνουμε ότι στα παρακάτω οι αντικειμενικές συναρτήσεις θεωρούνται γνωστές, αφού έχουν αναλυθεί διεξοδικά στην ενότητα **1.4**.

1. $\underline{\boldsymbol{K\ \pi\rho\iota\nu, Q\ \pi\rho\iota\nu, p\ \pi\rho\iota\nu}}$**:**

Στην στρατηγική αυτή η εταιρεία λαμβάνει και τις τρεις αποφάσεις στο πρώτο στάδιο, άρα $K = Q$ και η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$\Pi_1 = p \cdot \min\big(Q, X(p)\big) - (C_K + w + h)Q.$$

Προσαρμόζοντας κατάλληλα την παράμετρο ρίσκου λ, το αναμενόμενο κέρδος διαμορφώνεται ως εξής:

$$P_1 = p \cdot E\big[\min\big(Q, X(p)\big)\big] - (C_K + w + h)Q - \lambda Var\big[p \cdot \min\big(Q, X(p)\big)\big].$$

Θέτοντας $z = Q - g(p) = Q + \varepsilon$, όπου το z παίζει το ρόλο του επιπέδου αποθεμάτων έχουμε:

$$\begin{aligned} P_1(z,p) = p \cdot E[\min(z-p, \varepsilon - p)] - (C_K + w + h)(z - p) \\ - \lambda p^2 Var[\min(z-p, \varepsilon - p)] \\ = p \cdot E[\min(z, \varepsilon)] - p^2 - (z-p)(C_K + w + h) - \lambda Var[\min(z, \varepsilon)] \\ = p\mu(z) - p^2 - (z-p)(C_K + w + h) - \lambda p^2 \sigma^2(z), \end{aligned}$$

Όπου

$$\mu(z) = E[\min(z,\varepsilon)] = E[\varepsilon + (z-\varepsilon)^-] = E(\varepsilon) + E[(z-\varepsilon)^-]$$
$$= \mu + \int_z^B (z-u)f(u)du$$

και

$$\sigma^2(z) = \ Var[\min(z,\varepsilon)] = Var[\varepsilon + (z-\varepsilon)^-]$$
$$= Var(\varepsilon) + Var[(z-\varepsilon)^-] + 2Cov[\varepsilon,(z-\varepsilon)^-]$$
$$= \sigma^2 + E[(z-\varepsilon)^-]^2 - E^2[(z-\varepsilon)^-]$$
$$+ 2\{E[\varepsilon(z-\varepsilon)^- - E(\varepsilon)E(z-\varepsilon)^-\}$$
$$= \sigma^2 + \int_z^B (z-u)^2 f(u)du - \left[\int_z^B (z-u)f(u)du\right]^2$$
$$+ 2\left[\int_z^B u(z-u)f(u)du - \mu\int_z^B (z-u)f(u)du\right] =$$
$$\sigma^2 + \int_z^B (z^2-u^2)f(u)du - \left[\int_z^B (z-u)f(u)du\right]^2 - 2\mu\int_z^B (z-u)f(u)du \ .$$

2. ***<u>K πριν, Q μετά, p πριν</u>*:**

Εδώ, η εταιρεία αποφασίζει στο πρώτο στάδιο την τιμή πώλησης και την χωρητικότητα της αποθήκης, ενώ στο δεύτερο το μέγεθος της παραγγελίας.

Έτσι, η εταιρεία θα παράγει $Q = \min(K, X(p))$ και η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$\Pi_2 = (p-w)\cdot\min(K,X(p)) - C_K K.$$

Με την εισαγωγή της παραμέτρου ρίσκου έχουμε:

$$
\begin{aligned}
P_2(p,K) &= (p-w)E\big[\min\big(K,X(p)\big)\big] - C_K K \\
&\quad - \lambda Var\big[(p-w)\min\big(K,X(p)\big)\big] \\
&= (p-w)E[X(p)-(X(p)-K)^+] - C_K K \\
&\quad - \lambda (p-w)^2 Var[X(p)-(X(p)-K)^+] \\
&= (p-w)[E(\varepsilon-p)-E(\varepsilon-p-K)^+] - C_K K \\
&\quad - \lambda (p-w)^2 [Var(\varepsilon-p)+Var(\varepsilon-p-K)^+ \\
&\quad - 2Cov(\varepsilon-p,(\varepsilon-p-K)^+)] \\
&= (p-w)\left(\mu-p-\int_{p+K}^{B}(u-p-K)f(u)du\right) - C_K K - \lambda(p-w)^2 \cdot \\
&\quad \left[\sigma^2+\int_{p+K}^{B}(u-p-K)f(u)du-\left(\int_{p+K}^{B}(u-p-K)f(u)du\right)^2\right. \\
&\quad\quad - 2\int_{p+K}^{B}(u-p)(u-p-K)f(u)du \\
&\quad\quad \left. + 2(\mu-p)\int_{p+K}^{B}(u-p-K)f(u)du\right].
\end{aligned}
$$

3. *<u>K πριν, Q πριν, p μετά</u>*:

Στην στρατηγική αυτή η εταιρεία αποφασίζει για την χωρητικότητα της αποθήκης και το μέγεθος της παραγγελίας προτού γνωστοποιηθεί η ζήτηση, ενώ ορίζει την τιμή πώλησης μετά την γνωστοποίηση αυτής. Όπως έχουμε δει, η εταιρεία επιδιώκει να τον «καθαρισμό» της αγοράς, δηλαδή ορίζει τέτοια τιμή πώλησης ώστε να πουλήσει όλο το μέγεθος της παραγγελίας, ακόμα και σε μηδενική τιμή.

Η τιμή πώλησης που το επιτυγχάνει είναι $p = (\varepsilon - K)^+$.

Κατά συνέπεια, η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$\Pi_3 = pK - (C_K + w + h)K = K(\varepsilon - K)^+ - (C_K + w + h)K$$

Με την κατάλληλη προσαρμογή της παραμέτρου ρίσκου έχουμε:

$$P_3(K) = K \cdot E[(\varepsilon - K)^+] - (C_K + w + h)K - \lambda Var[K \cdot (\varepsilon - K)^+]$$
$$= K \int_K^B (u-K) f(u) du - (C_K + w + h)K - \lambda K^2 [\int_K^B (u-K)^2 f(u) du$$
$$- \left(\int_K^B (u-K) f(u) du \right).$$

4. ***K πριν, Q πριν, p μετ**ά*:

Σε αυτή τη στρατηγική η εταιρεία λαμβάνει τις αποφάσεις όμοια με την προηγούμενη στρατηγική. Υπάρχει, όμως, μια σημαντική διαφορά που έγκειται στον στόχο που έχει εδώ η εταιρεία. Ειδικότερα, δεν επιδιώκει τον «καθαρισμό» της αγοράς, αλλά να πουλήσει στην καλύτερη δυνατή τιμή που μεγιστοποιεί τα κέρδη. Έτσι, προκύπτει ότι το μέγεθος της παραγγελίας είναι $Q = K$, οι πωλήσεις $s = \min\left(\frac{\varepsilon}{2}, K\right)$ και η βέλτιστη τιμή πώλησης $p = \max\left(\frac{\varepsilon}{2}, \varepsilon - K\right)$.

Η αντικειμενική συνάρτηση έχει τη μορφή:

$$\Pi_4 = s \cdot p - (C_K + w + h)K.$$

Για $\varepsilon \geq 2K \rightarrow \frac{\varepsilon}{2} \geq K \; και \; \frac{\varepsilon}{2} \leq \varepsilon - K$:

$$s \cdot p = K(\varepsilon - K),$$

ενώ για $\varepsilon < 2K \rightarrow \frac{\varepsilon}{2} < K \; και \; \frac{\varepsilon}{2} > \varepsilon - K$:

$$s \cdot p = \frac{\varepsilon^2}{4}.$$

Άρα, η ζητούμενη αναμενόμενη συνάρτηση κέρδους, προσαρτημένη με την παράμετρο ρίσκου είναι:

$$
\begin{aligned}
P_4 = E(s \cdot p) - (C_K + w + h)K - \lambda Var(s \cdot p) \\
&= \int_{2K}^{B} K(u-K) f(u) du + \int_{A}^{2K} \frac{u^2}{4} f(u) du - (C_K + w + h)K \\
&- \lambda \left\{ \int_{2K}^{B} K^2 (u-K)^2 f(u) du + \int_{A}^{2K} \frac{u^4}{16} f(u) du \right. \\
&\left. - \left[\int_{2K}^{B} K(u-K) f(u) du + \int_{A}^{2K} \frac{u^2}{4} f(u) du \right]^2 \right\}.
\end{aligned}
$$

5. ***K πριν, Q μετά, p μετά:***

Εδώ η εταιρεία θέτει την χωρητικότητα της αποθήκης στο πρώτο στάδιο, ενώ ορίζει ποσότητα παραγγελίας και τιμή πώλησης στο δεύτερο. Έχουμε δείξει αναλυτικά ότι θα πραγματοποιήσει παραγγελία ίδια με τις πωλήσεις, δηλαδή $Q = s = \min\left(\frac{1}{2}(\varepsilon - w)^+, K\right)$. Η βέλτιστη τιμή πώλησης είναι

$$p = \max\left(\frac{1}{2}(\varepsilon + w), \varepsilon - K\right).$$

Η αντικειμενική συνάρτηση δίνεται από τη σχέση:

$$\Pi_5 = Q(p - w) - C_K K.$$

Με την κατάλληλη εισαγωγή της παραμέτρου του ρίσκου έχουμε:

$$P_5 = E[Q(p - w)] - C_K K - \lambda Var[Q(p - w)].$$

Για $w < \varepsilon < 2K + w \rightarrow \frac{1}{2}(\varepsilon - w) < K$ ή $\varepsilon - K < \frac{1}{2}(\varepsilon + w)$:

$$Q(p-w)=\frac{1}{2}(\varepsilon-w)\left[\frac{1}{2}(\varepsilon+w)-w\right]=\frac{1}{4}(\varepsilon-w)^2,$$

ενώ για $\varepsilon \geq 2K+w \rightarrow \frac{1}{2}(\varepsilon-w) \geq K$ ή $\varepsilon-K \geq \frac{1}{2}(\varepsilon+w)$:

$$Q(p-w)=K(\varepsilon-K-w).$$

Επομένως

$$\begin{aligned} P_5 = &\int_w^{2K+w}\frac{1}{4}(u-w)^2 f(u)du+\int_{2K+w}^{B}K(u-K-w)f(u)du-C_K K \\ &-\lambda\left\{\int_w^{2K+w}\frac{1}{16}(u-w)^4 f(u)du+\int_{2K+w}^{B}K^2(u-K-w)^2 f(u)du\right. \\ &\left.-\left[\int_w^{2K+w}\frac{1}{4}(u-w)^2 f(u)du+\int_{2K+w}^{B}K(u-K-w)f(u)du\right]^2\right\}. \end{aligned}$$

6. ***K μετά, Q μετά, p μετά:***

Στην τελευταία στρατηγική που μελετάμε, η εταιρεία λαμβάνει και τις τρεις αποφάσεις στο δεύτερο στάδιο, αφότου έχει δει την ζήτηση. Επομένως, δεν μπορεί να τεθεί θέμα ρίσκου, καθώς δεν υπάρχει καμία αβεβαιότητα ως προς τη ζήτηση. Για τον λόγο αυτό, η στρατηγική αυτή δεν θα μας απασχολήσει και θα παραθέσουμε απλά το γνωστό μας από προηγούμενο κεφάλαιο αναμενόμενο κέρδος.

Εδώ έχουμε $Q=K=X(p)=\varepsilon-p$ και οι πωλήσεις θα είναι ακριβώς $s=\varepsilon-p$.

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$\Pi_6=(\varepsilon-K)K-(C_K+w)K$$

με βέλτιστη λύση $K(\varepsilon)=\frac{1}{2}(\varepsilon-C_K-w)^+$ και αναμενόμενο κέρδος $\Pi_6=\frac{1}{4}[(\varepsilon-C_K-w)^+]^2$.

Στη συνέχεια θα γίνει περαιτέρω ανάλυση, αλλά και σύγκριση των στρατηγικών 4 και 5. Από το κεφάλαιο **1.4** είχε προκύψει ότι η στρατηγική 5 είναι αυστηρά μεγαλύτερη από τη στρατηγική 4, καθώς το μόνο που αλλάζει σε αυτές τις δύο είναι η απόφαση για το μέγεθος παραγγελίας. Συγκεκριμένα, στη στρατηγική 5 η απόφαση λαμβάνεται στο δεύτερο στάδιο, αφού έχει γίνει γνωστή η ζήτηση, ενώ στη στρατηγική 4 στο πρώτο. Συνεπώς, υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία, που οδηγεί και σε μεγαλύτερο αναμενόμενο κέρδος. Παρακάτω θα εξετάσουμε κατά πόσο αυτό το συμπέρασμα ισχύει και στην περίπτωση που εισάγουμε το ρίσκο στο μοντέλο.

3.2 Εφαρμογές στις στρατηγικές 4 και 5

Για την ανάλυση των στρατηγικών 4 και 5 θα χρησιμοποιηθούν αριθμητικά παραδείγματα, καθώς και διαγράμματα βασισμένα σε αυτά. Για αυτό το λόγο πρέπει να οριστεί η κατανομή που θα ακολουθεί το τυχαίο σφάλμα ε που διαμορφώνει αντίστοιχα τη ζήτηση. Η πιο συνηθισμένη επιλογή είναι η ομοιόμορφη, αφού όχι μόνο είναι αρκετά απλή στη χρήση της, αλλά μπορεί να προσομοιώσει άλλες τυχαίες κατανομές. Μία γενική μέθοδος είναι αυτή του αντίστροφου μετασχηματισμού, η οποία χρησιμοποιεί την συνάρτηση της αθροιστικής κατανομής με στόχο την τυχαία μεταβλητή. Όμως, για τη μέθοδο αυτή είναι αναγκαία η εύρεση της συνάρτησης αθροιστικής κατανομής σε κλειστή μορφή, πράγμα που δεν είναι πάντα δυνατό. Το γεγονός αυτό δημιούργησε την ανάγκη για νέες μεθόδους προσομοίωσης, όπως τη δειγματοληψία απόρριψης.

Στα παρακάτω θεωρούμε ότι το τυχαίο σφάλμα ε ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(0, \alpha)$, όπου $\alpha > 0$. Επομένως, οι συναρτήσεις κέρδους των στρατηγικών 4 και 5 μπορούν πλέον να αναλυθούν περαιτέρω:

Στρατηγική 4: $P_4 = E[s \cdot p] - (C_K + w + h)K - \lambda Var(\pi \cdot p)$

Έχουμε

$$E[s\cdot p]=\begin{cases}\int_0^{a}\frac{u^2}{4}\cdot\frac{1}{a}du, \alpha\nu\ K\geq\frac{a}{2}\\ \int_0^{2K}\frac{u^2}{4}\cdot\frac{1}{a}du+\int_{2K}^{a}K(u-K)\cdot\frac{1}{a}du, \alpha\nu\ K<\frac{a}{2}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\frac{a^2}{12}, \alpha\nu\ \ K\geq\frac{a}{2}\\ \frac{K^3}{6a}+\frac{K(a-K)^2}{2a}, \alpha\nu\ K<\frac{a}{2}\end{cases}$$

και

$$Var(s\cdot p)=$$

$$=\begin{cases}\int_0^{a}\frac{u^4}{16}\cdot\frac{1}{16}du-\left(\frac{a^2}{12}\right)^2, \alpha\nu\ \ K\geq\frac{a}{2}\\ \int_0^{2K}\frac{u^4}{16}\cdot\frac{1}{a}du+\int_{2K}^{a}K^2(u-K)^2\cdot\frac{1}{a}du-\left[\frac{K^3}{6\alpha}+\frac{K(a-K)^2}{2a}\right]^2, \alpha\nu\ K<\frac{a}{2}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\frac{7a^4}{1250}, \alpha\nu\ \ K\geq\frac{a}{2}\\ \frac{2K^5}{5a}+\frac{K^2(u-K)^3-K^5}{3a}-\left[\frac{K^3}{6\alpha}+\frac{K(a-K)^2}{2a}\right]^2, \alpha\nu\ K<\frac{a}{2}\end{cases}.$$

Επομένως, η αντικειμενική συνάρτηση είναι

$$P_4(K)$$

$$=\begin{cases}\frac{a^2}{12}-(C_K+w+h)K-\lambda\cdot\frac{7a^4}{1250}, \alpha\nu\ K\geq\frac{a}{2}\\ \frac{K^3}{6a}+\frac{K(a-K)^2}{2a}-(C_K+w+h)K-\lambda\left[\frac{2K^5}{5a}+\frac{K^2(u-K)^3-K^5}{3a}-\left[\frac{K^3}{6\alpha}+\frac{K(a-K)^2}{2a}\right]^2\right], \alpha\nu\ K<\frac{a}{2}\end{cases}$$

Στρατηγική 5: $P_5 = E[Q(p-w)] - C_K K - \lambda Var[Q(p-w)]$

Έχουμε

$$E[Q(p-w)] = \begin{cases} \int_w^a \frac{(u-w)^2}{4} \cdot \frac{1}{a} du \,, \alpha\nu\ K \geq \frac{a-w}{2} \\ \int_w^{2K+w} \frac{(u-w)^2}{4} \cdot \frac{1}{a} du + \int_{2K+w}^a K(u-K-w) \cdot \frac{1}{a} du \,, \alpha\nu\ K < \frac{a-w}{2} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{(a-w)^3}{12a}, \alpha\nu\ K \geq \frac{a-w}{2} \\ \frac{2K^3}{3a} + \frac{K(a-K-w)^2 - K^3}{2a}, \alpha\nu\ K < \frac{a-w}{2} \end{cases}$$

και

$Var(\pi \cdot p)$

$$= \begin{cases} \int_w^a \frac{(u-w)^2}{16} \cdot \frac{1}{a} du - \left[\frac{(a-w)^3}{12a}\right]^2, \alpha\nu\ K \geq \frac{a-w}{2} \\ \int_w^{2K} \frac{(u-w)^2}{16} \cdot \frac{1}{a} du + \int_{2K}^a K^2(u-K-w)^2 \cdot \frac{1}{a} du - \left[\frac{2K^3}{3a} + \frac{K(a-K-w)^2 - K^3}{2a}\right]^2, \alpha\nu\ K < \frac{a-w}{2} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{(a-w)^5}{80a} - \frac{(a-w)^6}{144a^2}, \alpha\nu\ K \geq \frac{a-w}{2} \\ \frac{2K^5}{5a} + \frac{K^2(a-K-w)^3 - K^5}{3a} - \left[\frac{2K^3}{3a} + \frac{K(a-K-w)^2 - K^3}{2a}\right]^2, \alpha\nu\ K < \frac{a-w}{2} \end{cases}$$

Οπότε, η αντικειμενική συνάρτηση είναι

$P_5(K)$

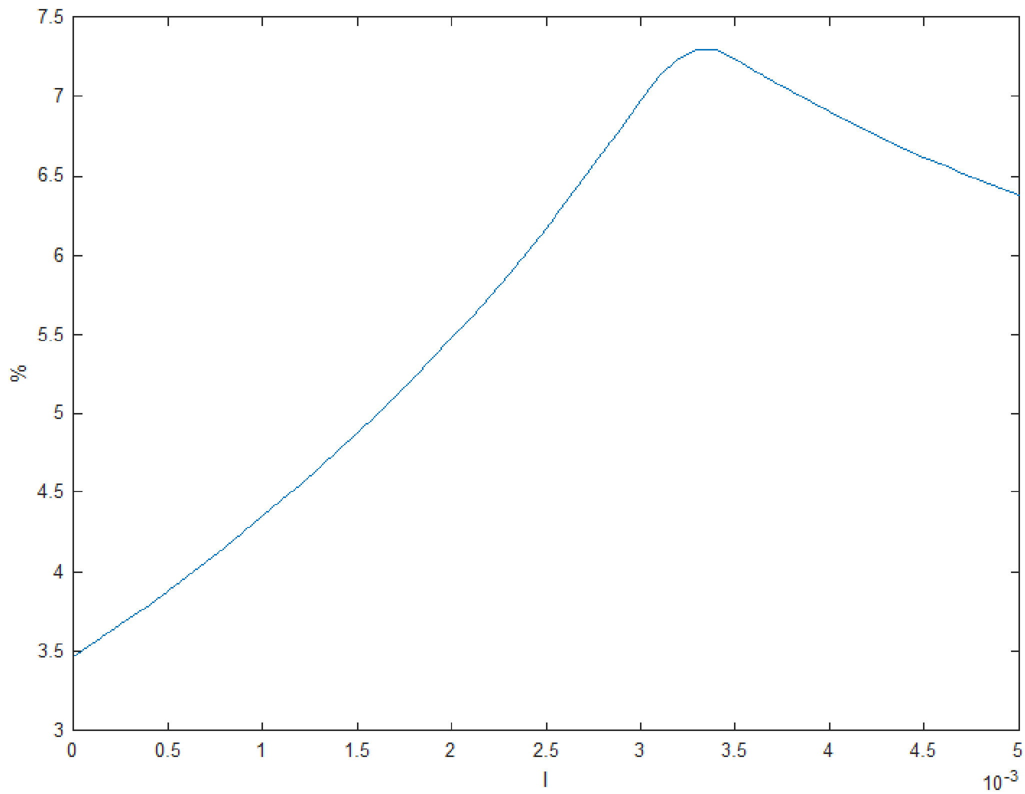
$$= \begin{cases} \frac{(a-w)^3}{12a} - C_K K - \lambda\left[\frac{(a-w)^5}{80a} - \frac{(a-w)^6}{144a^2}\right], \alpha\nu\ K \geq \frac{a-w}{2} \\ \frac{2K^3}{3a} + \frac{K(a-K-w)^2 - K^3}{2a} - C_K K - \lambda\left[\frac{2K^5}{5a} + \frac{K^2(a-K-w)^3 - K^5}{3a} - \left[\frac{2K^3}{3a} + \frac{K(a-K-w)^2 - K^3}{2a}\right]^2\right], \\ \alpha\nu\ K < \frac{a-w}{2} \end{cases}$$

Έχοντας αναπτύξει τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις για τις στρατηγικές 4,5, θα προβούμε σε διαφόρων ειδών συγκρίσεις αυτών. Για την επίτευξη αυτών των συγκρίσεων, θα χρησιμοποιηθεί η προγραμματιστική γλώσσα Matlab. Με τη βοήθεια αυτής, θα βρεθούν τα μέγιστα των αντικειμενικών συναρτήσεων και θα δημιουργηθούν τα απαραίτητα διαγράμματα, καθώς και πίνακες για την καλύτερη κατανόηση και την εξαγωγή συμπερασμάτων. Όλα αυτά θα πραγματοποιηθούν κάτω από συγκεκριμένες τιμές που θα δοθούν στις παραμέτρους του προβλήματος, τιμές που προκύπτουν με βάση τις αντίστοιχες εφαρμογές σε κάποια άρθρα της βιβλιογραφίας, αλλά και τη γενικότερη εμπειρία σε οικονομικά ζητήματα. Παρακάτω ακολουθούν τρεις υποενότητες, σε καθεμιά από τις οποίες αναλύουμε-συγκρίνουμε τις δύο στρατηγικές ως προς διαφορετική παράμετρο κάθε φορά.

3.2.1 Παράμετρος κινδύνου

Εδώ θα μελετήσουμε τη μεταβολή των βέλτιστων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων P_4, P_5 ως προς την παράμετρο ρίσκου λ. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι το σφάλμα ε ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή $U(0{,}50)$, το κόστος παραγωγής είναι ίσο με τη μονάδα, $w = 1$, ενώ τα κόστη που αφορούν την αποθήκευση ίσα με το 30% του κόστους παραγωγής, δηλαδή $h = 0.3, ck = 0.3$. Η παράμετρος ρίσκου λ παίρνει θετικές τιμές στην περίπτωση ενός εμπόρου που αποφεύγει να ρισκάρει και αρνητικές όταν ο έμπορος τείνει να ρισκάρει. Επομένως, θα αναλύσουμε τις δύο αυτές περιπτώσεις, δίνοντας στη μεταβλητή λ τιμές που πληρούν τις ανισότητες που έχουν αναφερθεί στην ενότητα **2.2** . Υπενθυμίζουμε την παρατήρηση που είχαμε κάνει στο τέλος της ενότητας αυτής, ότι δηλαδή στα προβλήματα της πραγματικής ζωής η παράμετρος λ παίρνει συνήθως πολύ μικρές τιμές.

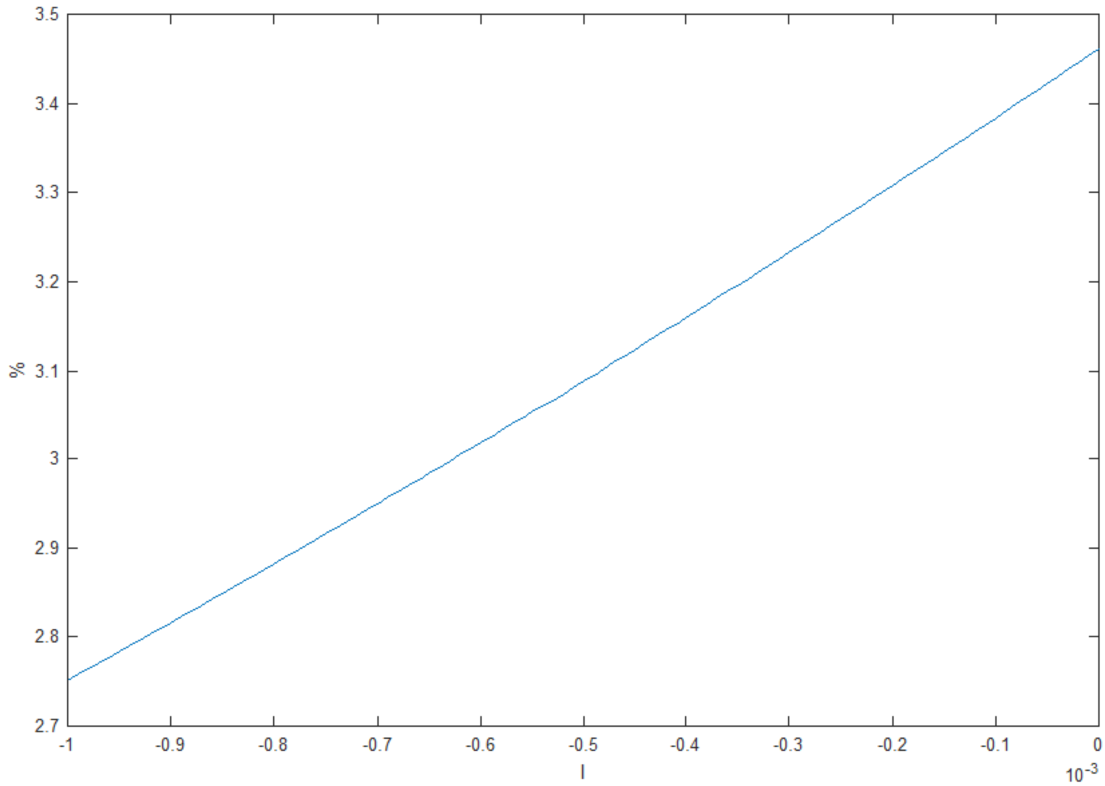
Αρχικά, ορίζουμε τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις P_4, P_5 (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 1). Ξεκινώντας από την περίπτωση ενός εμπόρου που αποφεύγει το ρίσκο, δίνοντας στην παράμετρο λ τιμές στο σύνολο $[0, 0{,}005]$, κατασκευάζουμε το διάγραμμα που αναπαριστά την ποσοστιαία αύξηση της βέλτιστης τιμής της στρατηγικής 5 από την αντίστοιχη βέλτιστη τιμή της στρατηγικής 4, ως προς την παράμετρο λ (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 2):



***Διάγραμμα* 1.** *Ποσοστιαία βελτίωση της στρατηγικής 5 από την 4 ως προς την παράμετρο ρίσκου(risk averse)*

Παρατηρούμε ότι το βέλτιστο κέρδος που βγάζεις ο έμπορος μέσω της στρατηγικής 5 είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο βέλτιστο κέρδος της στρατηγικής 4 και μάλιστα η διαφορά κυμαίνεται από 3,5% έως περίπου 7,5%.

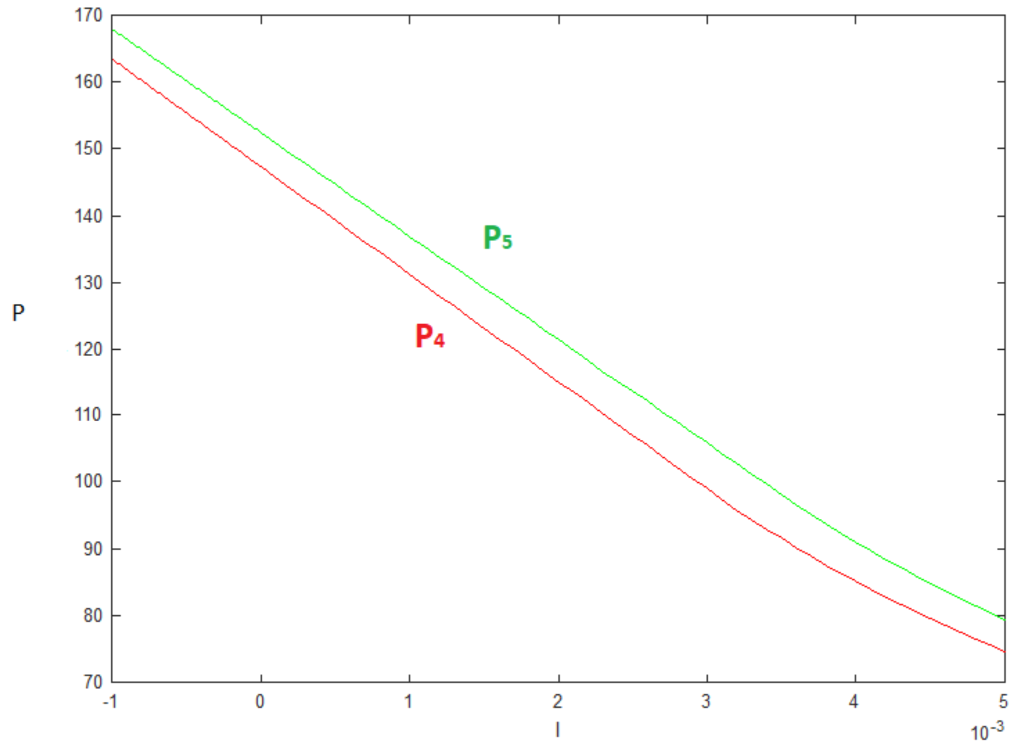
Ομοίως, για την περίπτωση ενός εμπόρου που τείνει να ρισκάρει και για τιμές της παραμέτρου λ στο διάστημα $[-0{,}001\,,0]$, κατασκευάζουμε το αντίστοιχο διάγραμμα της ποσοστιαίας αύξησης της βέλτιστης τιμής της στρατηγικής 5 από την στρατηγική 4, ως προς την παράμετρο λ (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 3):



***Διάγραμμα* 2.** *Ποσοστιαία βελτίωση της στρατηγικής* 5 *από την* 4 *ως προς την παράμετρο ρίσκου* (*risk seeker*)

Και σε αυτό το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το κέρδος που απορρέει από την
στρατηγική 5 είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της στρατηγικής 4, συγκεκριμένα υπάρχει αύξηση σε ποσοστό από 2,5% έως 3,5% περίπου.

Τέλος, παρουσιάζουμε την συνολική εικόνα των βέλτιστων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων για τις στρατηγικές 4,5, για όλες τις δυνατές τιμές της παραμέτρου $\lambda \in [-0{,}001\,,0{,}005]$ στο ακόλουθο διάγραμμα (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 4):



***Διάγραμμα* 3.** *Βέλτιστα κέρδη στρατηγικών* 4,5 *ως προς την παράμετρο ρίσκου*.

Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτουν δύο σημαντικά συμπεράσματα:

Αφενός οι αντικειμενικές συναρτήσεις των δύο στρατηγικών είναι φθίνουσες ως προς την παράμετρο ρίσκου. Δηλαδή ο έμπορος που τείνει να ρισκάρει περισσότερο, θα έχει και μεγαλύτερα αναμενόμενα κέρδη, σε αντίθεση με τον έμπορο που αποφεύγει το ρίσκο. Το συμπέρασμα αυτό είχε προκύψει και στην εργασία των Rubio-Herrero, Javier, Melike Baykal-Gürsoy, and Anna Jaśkiewicz.,

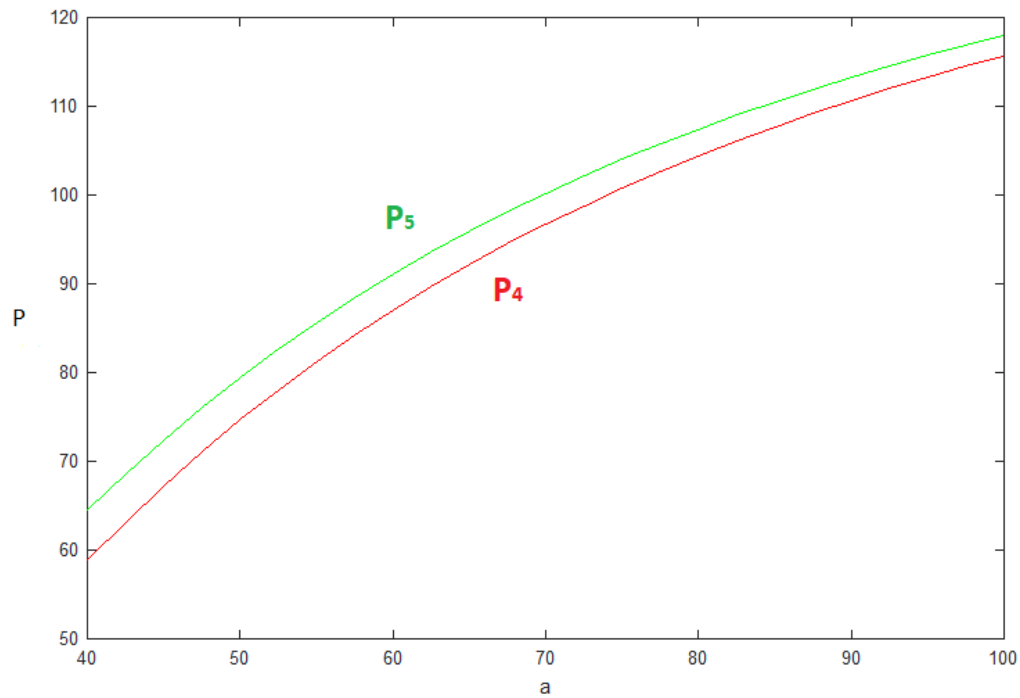
"A price-setting newsvendor problem under mean-variance criteria." *European Journal of Operational Research*247.2 (2015): 575-587, που αναλύσαμε εκτενώς στην ενότητα **2.2** .
Αφετέρου η στρατηγική 5 δίνει μεγαλύτερα κέρδη από την στρατηγική 4, τόσο στην περίπτωση ενός εμπόρου που αποφεύγει το ρίσκο, όσο και για έναν έμπορο που τείνει να ρισκάρει. Το αποτέλεσμα αυτό συμφωνεί πλήρως με την ανωτερότητα της στρατηγικής 5 από την 4 που είχε αποδειχθεί στην εργασία των Van Mieghem, Jan A., and Maqbool Dada, "Price versus production postponement: Capacity and competition." *Management Science* 45.12 (1999): 1639-1649 , η οποία παρουσιάστηκε στην ενότητα **1.4** .

Παρόλα αυτά, από τα διαγράμματα 1,2 προκύπτουν κάποιες χρήσιμες παρατηρήσεις επί του τελευταίου συμπεράσματος:
Συγκεκριμένα, όσο περισσότερο αποφεύγει το ρίσκο ένας έμπορος, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η διαφορά των κερδών των δύο στρατηγικών. Αντίστοιχα, ο έμπορος που έχει μεγάλη τάση ως προς το ρίσκο μειώνει τη διαφορά των κερδών στις δύο στρατηγικές. Κατά συνέπεια, αν ένας έμπορος αδυνατεί να διαλέξει τη στρατηγική 5, δηλαδή δεν μπορεί να πραγματοποιήσει την παραγγελία μετά τη γνωστοποίηση της ζήτησης, τότε ο κίνδυνος λειτουργεί ευεργετικά, μειώνοντας τις απώλειες.

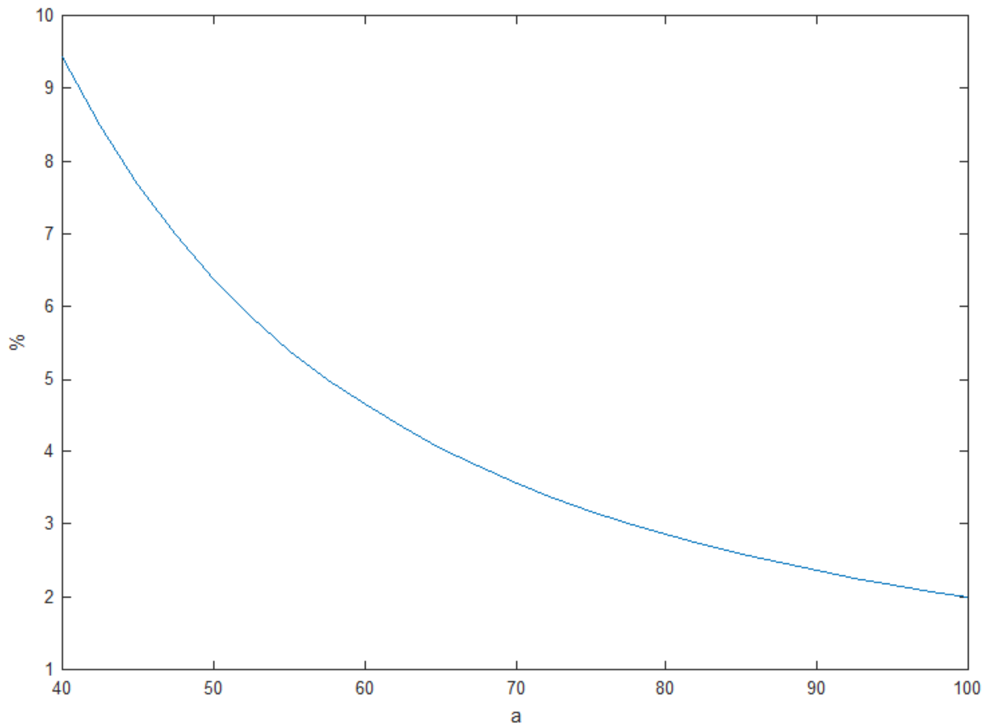
3.2.2 Παράμετρος ζήτησης

Σε αυτή την υποενότητα, θα μελετήσουμε τη συμπεριφορά των αντικειμενικών συναρτήσεων των στρατηγικών 4,5 ως προς τη μεταβολή της ζήτησης. Συγκεκριμένα, θεωρούμε ότι το τυχαίο σφάλμα ε ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, \alpha]$. Στόχος είναι να βρούμε τα βέλτιστα κέρδη για τις διάφορες τιμές της μεταβλητής $\alpha \in [40, 100]$. Όπως προηγουμένως, τα κόστη είναι σταθερά και ειδικότερα $w = 1, h = 0.3, ck = 0.3$. Θα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις για την παράμετρο ρίσκου, συγκεκριμένα $\lambda = 0{,}005$ για την περίπτωση ενός εμπόρου που αποφεύγει το ρίσκο και $\lambda = -0{,}001$ για τον έμπορο που τείνει να ρισκάρει.

Αρχικά, για την πρώτη περίπτωση εμπόρου τα παρακάτω διαγράμματα αναπαριστούν τα αναμενόμενα κέρδη των στρατηγικών 4,5 , καθώς και την ποσοστιαία βελτίωση στρατηγικής 5 από την στρατηγική 4 ως προς το μέγεθος της ζήτησης (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 5):



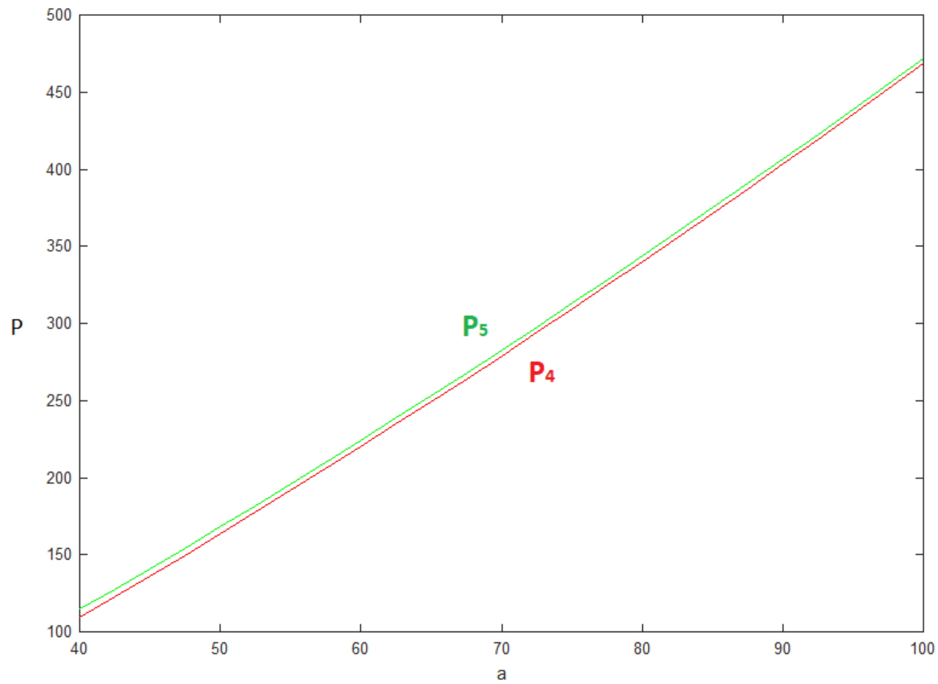
***Διάγραμμα* 4.** *Βέλτιστα κέρδη στρατηγικών* 4,5 *ως προς το μέγεθος της ζήτησης*(*risk averse*)



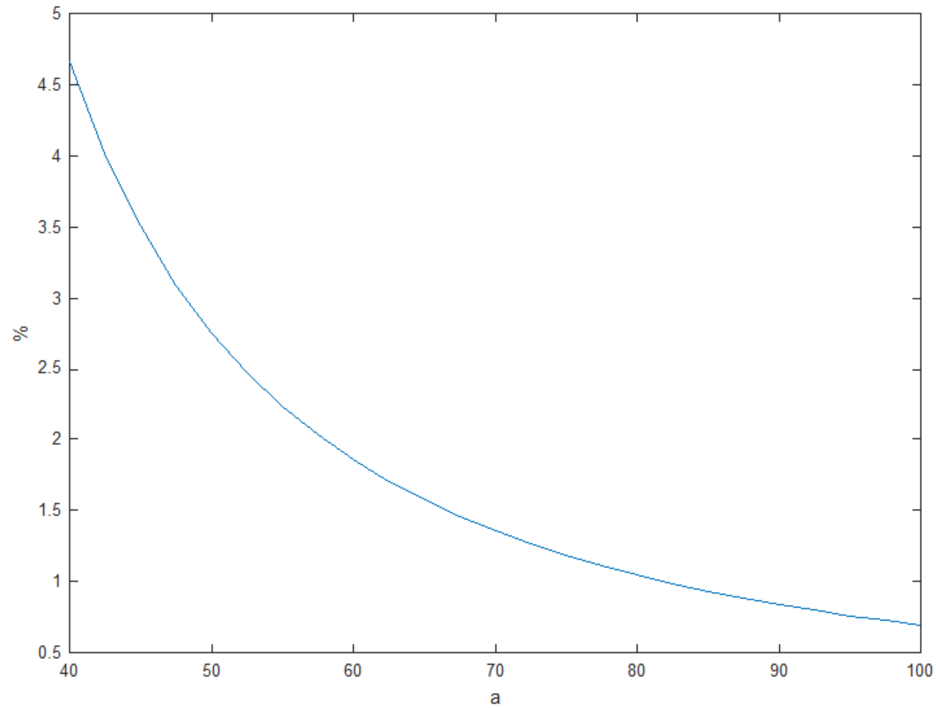
***Διάγραμμα* 5**. *Ποσοστιαία βελτίωση στρατηγικής* 5 *από* 4 *ως προς τη ζήτηση* (*risk averse*)

Παρατηρούμε ότι προφανώς οι δύο συναρτήσεις κέρδους είναι αύξουσες ως προς τη ζήτηση, ωστόσο το βέλτιστο κέρδος που απορρέει από την στρατηγική 5 είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της στρατηγικής 4, γεγονός που οφείλεται στην αποδεδειγμένη ανωτερότητα της στρατηγικής 5 έναντι της 4 (Διάγραμμα 4). Όμως, όσο αυξάνεται η ζήτηση, η διαφορά ανάμεσα στα δύο κέρδη μειώνεται (Διάγραμμα 5). Αυτό συμβαίνει επειδή στην στρατηγική 5 ο έμπορος έχει ήδη θέσει την χωρητικότητα αποθέματος που θα χρησιμοποιήσει, η οποία μάλιστα θα κυμαίνεται σε μικρά επίπεδα λόγω της αποφυγής ρίσκου, πριν μάθει το μέγεθος της ζήτησης. Επομένως, αν η ζήτηση είναι μικρή, στο δεύτερο στάδιο ο έμπορος θα ορίσει το μέγεθος της παραγγελίας και την τιμή πώλησης έτσι ώστε να εκμεταλλευτεί ολόκληρη σχεδόν τη ζήτηση. Αντίθετα, αν η ζήτηση είναι μεγάλη, ο έμπορος δεσμεύεται από τη συντηρητική απόφαση που πήρε στο πρώτο στάδιο για την χωρητικότητα και έτσι δεν μπορεί να θέσει την κατάλληλη παραγγελία που θα του εξασφάλιζε μεγάλα κέρδη. Αντίθετα, ένας έμπορος που ακολουθεί την στρατηγική 4, δεν επηρεάζεται τόσο από την αύξηση της ζήτησης, καθώς η συντηρητική απόφαση για την χωρητικότητα-παραγγελία που έχει κάνει στο πρώτο στάδιο αποτελεί εμπόδιο για ην καλύτερη εκμετάλλευση της αυξανόμενης ζήτησης.

Δουλεύοντας όμοια με προηγουμένως, παραθέτουμε τα αντίστοιχα διαγράμματα για την περίπτωση ενός εμπόρου που τείνει να ρισκάρει (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 6):



Διάγραμμα 6. *Βέλτιστα κέρδη στρατηγικών* 4,5 *ως προς το μέγεθος της ζήτησης*(*risk seeker*)



Διάγραμμα 6. *Ποσοστιαία βελτίωση στρατηγικής 5 από 4 ως προς τη ζήτηση (risk seeker)*

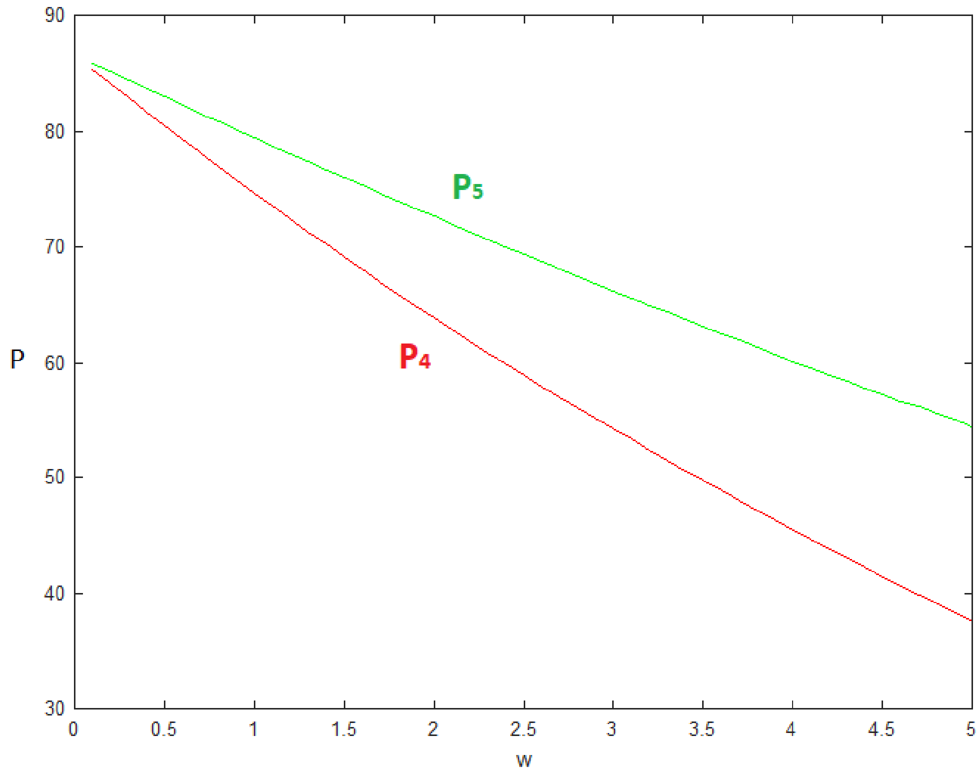
Από το Διάγραμμα 5 φαίνεται ότι οι δύο συναρτήσεις κέρδους είναι αύξουσες ως προς τη ζήτηση και ότι η στρατηγική 5 αποτελεί καλύτερη επιλογή από την στρατηγική 4. Στο Διάγραμμα 6, όμως, παρατηρείται η μείωση της διαφοράς των κερδών για τις δύο στρατηγικές, καθώς η ζήτηση αυξάνεται.

Για να το εξηγήσουμε αυτό ας σκεφτούμε τα εξής: όταν η ζήτηση είναι μικρή, ο έμπορος που ακολουθεί την στρατηγική 4, έχοντας πάρει στο πρώτο στάδιο μια τολμηρή απόφαση για τη χωρητικότητα-παραγγελία, έρχεται αντιμέτωπος με μεγάλα κόστη παραγωγής και αποθέματος, τα οποία δεν μπορεί να αντικρούσει όπως θα ήθελε, λόγω της χαμηλής ζήτησης. Αντίθετα, ο έμπορος που ακολουθεί τη στρατηγική 5 έχει το πλεονέκτημα να ορίσει την παραγγελία μετά τη γνωστοποίηση της ζήτησης, επομένως παρατηρώντας μικρή ζήτηση, ορίζει αντίστοιχα μικρή παραγγελία, άρα μικρό κόστος παραγωγής και εκμετάλλευση του μεγαλύτερου ποσοστού της ζήτησης. Από την άλλη μεριά, όταν η ζήτηση είναι μεγάλη, ο έμπορος που ακολουθεί την στρατηγική 4 θα αντισταθμίσει τα μεγάλα κόστη με τα έσοδα από τη μεγάλη ζήτηση. Με αυτό τον τρόπο, καθώς η ζήτηση μεγαλώνει, η διαφορά των αναμενόμενων κερδών των δύο στρατηγικών τείνει να μηδενιστεί.

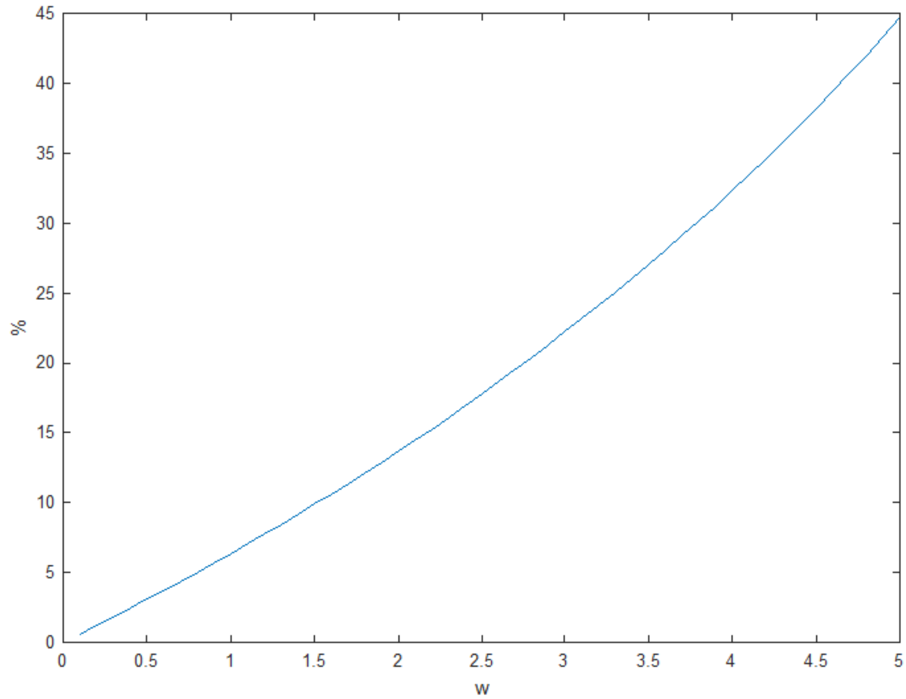
3.2.3 Παράμετρος κόστους παραγγελίας

Στην τελευταία αυτή υποενότητα, θα μελετήσουμε τις αντικειμενικές συναρτήσεις P_4, P_5 ως προς τη μεταβολή του μοναδιαίου κόστους παραγγελίας. Συγχρόνως, κάνουμε την υπόθεση ότι τα κόστη αποθήκευσης, ck, h, ισούνται με το 30% του κόστους παραγγελίας. Το τυχαίο σφάλμα ε ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $(0, 50)$. Όπως και στη προηγούμενη παράγραφο, διακρίνουμε δύο τιμές για την παράμετρο ρίσκου, ειδικότερα $\lambda = 0{,}005$ και $\lambda = -0{,}001$, που αντιπροσωπεύουν τον έμπορο που αποφεύγει το ρίσκο και αυτόν που τείνει να ρισκάρει, αντίστοιχα. Στα παρακάτω μελετάται η συμπεριφορά των συναρτήσεων κέρδους των στρατηγικών 4,5 , καθώς το κόστος παραγγελίας w παίρνει τιμές στο σύνολο $[0{,}1 , 5]$.

Αρχικά, για $\lambda = 0{,}005$ έχουμε (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 7):



***Διάγραμμα* 7.** *Βέλτιστα κέρδη στρατηγικών* 4,5 *ως προς το κόστος παραγγελίας*(*risk averse*)

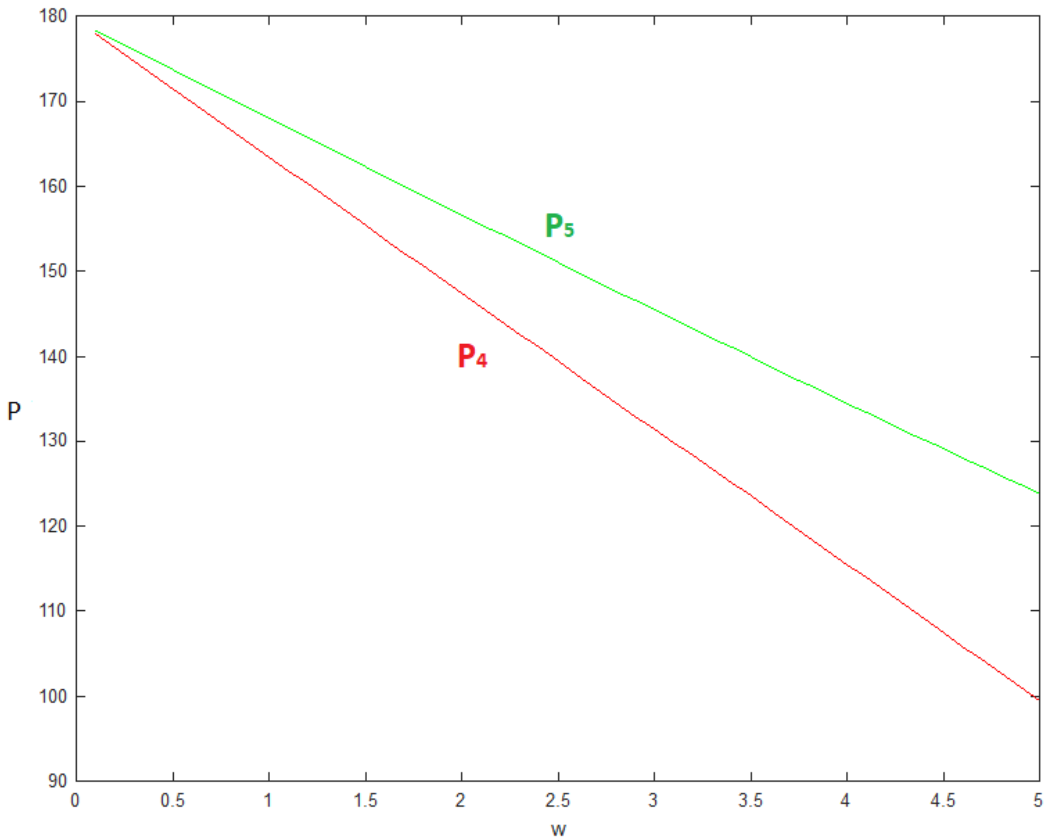


***Διάγραμμα* 8.** *Ποσοστιαία βελτίωση στρατηγικής* 5 *από* 4
ως προς το κόστος παραγγελίας (*risk averse*)

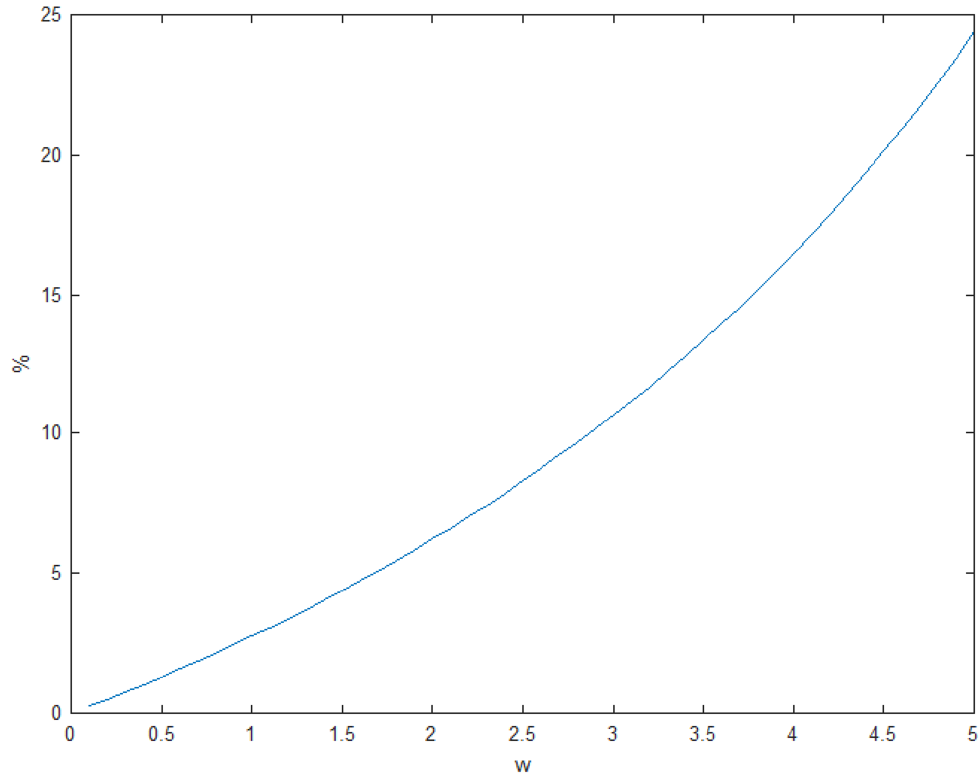
Το Διάγραμμα 7 αναπαριστά τα αναμενόμενα κέρδη των στρατηγικών 4,5 ως προς το κόστος παραγωγής και κατά συνέπεια και ως προς τα κόστη αποθήκευσης, αφού η αρχική μας υπόθεση τα συσχετίζει. Προφανώς, τα κέρδη αυτά μειώνονται όσο αυξάνονται τα κόστη. Ακόμη, παρατηρείται η ανωτερότητα της στρατηγικής 5 ως προς τη 4, η οποία εμφανίζεται σε όλη την έκταση αυτής της ενότητας.

Το Διάγραμμα 8 αναπαριστά την ποσοστιαία βελτίωση της στρατηγικής 5 ως προς τη 4, καθώς τα κόστη αυξάνονται. Όμως, παρατηρείται μια ραγδαία αύξηση της διαφοράς των κερδών στις δύο στρατηγικές όταν τα κόστη μεγαλώνουν. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο έμπορος που ακολουθεί την στρατηγική 5, παρατηρώντας μεγάλο κόστος παραγγελίας, έχει τη δυνατότητα να πάρει μια συντηρητική, αλλά και κατάλληλη απόφαση για το μέγεθος της παραγγελίας στο δεύτερο στάδιο, αφού έχει ήδη πληροφορηθεί για τη ζήτηση. Αυτό το πλεονέκτημα στερείται ο έμπορος που ακολουθεί την στρατηγική 4, με αποτέλεσμα να πληρώνει ολόκληρο το κόστος παραγγελίας, εφόσον η απόφαση του για το μέγεθος αυτής γίνεται στο πρώτο στάδιο, δηλαδή πριν τη γνωστοποίηση της ζήτησης. Επομένως, τα κέρδη του εμπόρου που αποφασίζει με βάση την στρατηγική 4, μειώνονται με πολύ μεγαλύτερο ρυθμό, από τα αντίστοιχα κέρδη του εμπόρου που ακολουθεί την στρατηγική 5.

Τέλος, για $\lambda = -0{,}001$ έχουμε (βλέπε Παράρτημα, Κώδικας 8):



$\boldsymbol{\Delta\iota\acute{\alpha}\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha\ 9}$. $\textit{Βέλτιστα κέρδη στρατηγικών}$ 4,5 $\textit{ως προς το κόστος παραγγελίας}(\textit{risk seeker})$



$\boldsymbol{\Delta\iota\acute{\alpha}\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha\ 10}$. $\Pi o\sigma o\sigma\tau\iota\alpha\acute{\iota}\alpha\ \beta\varepsilon\lambda\tau\acute{\iota}\omega\sigma\eta\ \sigma\tau\rho\alpha\tau\eta\gamma\iota\kappa\acute{\eta}\varsigma\ 5\ \alpha\pi\acute{o}\ 4$
$\omega\varsigma\ \pi\rho o\varsigma\ \tau o\ \kappa\acute{o}\sigma\tau o\varsigma\ \pi\alpha\rho\alpha\gamma\gamma\varepsilon\lambda\acute{\iota}\alpha\varsigma\ (risk\ seeker)$

Όπως προηγουμένως, έτσι και στην περίπτωση του εμπόρου που τείνει να ρισκάρει, τα αναμενόμενα κέρδη μειώνονται, καθώς τα κόστη αυξάνονται, τόσο για την στρατηγική 4, όσο και για την 5 (Διάγραμμα 9). Προφανώς, η στρατηγική 5 είναι προτιμότερη από την 4. Η διαφορά στα κέρδη τους, όμως, αυξάνεται καθώς μεγαλώνουν τα κόστη. Το γεγονός αυτό εξηγείται ως εξής: ο ριψοκίνδυνος έμπορος που ακολουθεί τη στρατηγική 4, θέτει αρχικά μεγάλο μέγεθος παραγγελίας-αποθέματος, με αποτέλεσμα όταν η ζήτηση είναι μέτρια (όπως στο παράδειγμα μας), δεν μπορεί να αντισταθμίσει τα μεγάλα κόστη, που τον επιβαρύνουν ακόμα περισσότερο λόγω της τολμηρής του απόφασης. Αντίθετα, ο έμπορος που προτιμά τη στρατηγική 5, εκμεταλλεύεται το πλεονέκτημα να ορίσει το μέγεθος παραγγελίας στο δεύτερο στάδιο, αφότου μάθει τη ζήτηση, με αποτέλεσμα να κάνει καταλληλότερη απόφαση παραγγελίας, ώστε να αποφύγει τα μεγάλα κόστη ή να τα αντισταθμίσει μέσω της γνωστής πλέον ζήτησης. Για τον λόγο αυτόν, ο ρυθμός μείωσης των κερδών στη στρατηγική 4 είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο της στρατηγικής 5, καθώς τα κόστη αυξάνονται.

Επίλογος

Κλείνοντας την εργασία αυτή, ανακεφαλαιώνουμε τα θέματα που αναλύθηκαν και τονίζουμε τα σημεία που μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο περαιτέρω έρευνας στο μέλλον.

Στο Κεφάλαιο 1 ασχοληθήκαμε με το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη και γενικότερα με την έννοια των εφοδιαστικών αλυσίδων. Η αβεβαιότητα της ζήτησης αποτέλεσε κίνητρο για να παρουσιαστούν τρόποι αντιμετώπισης της, με σημαντικότερο αυτόν που πρότεινε ο Van Mieghem στο άρθρο του με τίτλο «Price Versus Postponement: Capacity and Competition». Σε αυτό ο συγγραφέας χωρίζει τον χρονικό ορίζοντα σε δύο στάδια, το πρώτο πριν τη γνωστοποίηση της ζήτησης και το δεύτερο μετά. Έτσι, δημιουργούνται έξι στρατηγικές που μπορεί να ακολουθήσει ένας έμπορος, ανάλογα με το πότε θα πάρει τις αποφάσεις του. Στο τέλος του κεφαλαίου έγινε μια σύγκριση των στρατηγικών αυτών, που θα απασχολήσει και στη συνέχεια της εργασίας.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάσαμε την έννοια του ρίσκου και πώς αυτή μπορεί να ενσωματωθεί σε μοντέλα παρόμοια με αυτό του εφημεριδοπώλη. Συγκεκριμένα, αναλύσαμε δύο άρθρα της βιβλιογραφίας, που το καθένα εντάσσει το ρίσκο και τις συνέπειες αυτού σε συστήματα με στοχαστική ζήτηση. Μεγαλύτερο ενδιαφέρον για την εργασία παρουσιάζει το δεύτερο άρθρο, με τίτλο «A price-setting newsvendor problem under mean-variance criteria», των συγγραφέων Javier Rubio-Herrero, Melike Baykal-Gursoy και Anna Jaskiewicz. Σε αυτό χρησιμοποιείται μια παράμετρος ρίσκου, λ, η οποία παίρνει θετικές τιμές στη περίπτωση που ο έμπορος αποφεύγει να ρισκάρει και αρνητικές στην περίπτωση ενός ριψοκίνδυνου εμπόρου. Η παράμετρος αυτή εντάσσεται στην αντικειμενική συνάρτηση κέρδους του εμπόρου και έπειτα αναζητούνται οι βέλτιστες πολιτικές σε συνάρτηση αυτής. Το πιο χρήσιμο συμπέρασμα του κεφαλαίου ήταν ότι όσο περισσότερο ρισκάρει ένας έμπορος, τόσο μεγαλύτερα θα είναι τα αναμενόμενα κέρδη του.

Στο Κεφάλαιο 3 εμπλουτίσαμε την ιδέα του συγγραφέα Van Mieghem, ο οποίος χώρισε τον χρονικό ορίζοντα σε δύο στάδια και δημιούργησε έξι στρατηγικές, με την έννοια του ρίσκου, όπως την παρουσίασαν οι συγγραφείς στο άρθρο του Κεφαλαίου 2 που προαναφέρθηκε. Παραθέσαμε τις νέες πλέον στρατηγικές, οι οποίες περιέχουν μια νέα μεταβλητή, λ, που αντιπροσωπεύει την τάση ως προς το ρίσκο. Στη συνέχεια, κάνοντας την υπόθεση για μια ζήτηση που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, προχωρήσαμε σε περαιτέρω ανάλυση των αντικειμενικών συναρτήσεων κέρδους για κάθε στρατηγική. Ειδικότερα, εστιάσαμε στις στρατηγικές 4,5 , οι οποίες είχαν συγκριθεί στο Κεφάλαιο 1, με την 5 να είναι ανώτερη από την 4. Παρατηρήσαμε ότι η σύγκριση αυτή εξακολουθεί να ισχύει και στο εμπλουτισμένο με τη έννοια του ρίσκου μοντέλο. Όμως, επισημάναμε με τη βοήθεια διαγραμμάτων πώς αλλάζει το μέγεθος της διαφοράς στις στρατηγικές αυτές , καθώς οι παράγοντες ρίσκο, ζήτηση και κόστη μεταβάλλονται.

Η εργασία αυτή αποτελεί ένα κίνητρο για περαιτέρω έρευνα πολλών ενδιαφερόντων ζητημάτων. Αρχικά, χρήσιμη θα ήταν η σύγκριση των υπολοίπων στρατηγικών κάτω από το φάσμα του ρίσκου, καθώς και η διερεύνηση των μεταβολών των διαφορών τους ως προς διάφορους παράγοντες, όπως η ζήτηση και τα κόστη. Ακόμη, έχοντας σαν εφόδιο την ανάλυση με μια ζήτηση που ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή, μπορούμε να προσομοιώσουμε εύκολα άλλες κατανομές και έτσι να βγάλουμε συμπεράσματα για ένα ευρύ φάσμα ζητήσεων της αγοράς. Τέλος, η εργασία έχει εστιάσει σε έναν έμπορο μέσα σε μία αγορά. Τις περισσότερες φορές, όμως, η αγορά δεν αποτελείται από ένα μονοπώλιο, αλλά από πολλούς ανταγωνιστές που οι πολιτικές τους επηρεάζουν τόσο τους ίδιους όσο και την αγορά. Επομένως, θα είχε πρακτικό ενδιαφέρον η επέκταση της ανάλυσης σε συστήματα με παραπάνω από έναν εμπόρους, καθένας από τους οποίους έχει τις δικές του βλέψεις και διαφορετικό τρόπο που αντιμετωπίζει τον κίνδυνο.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στο παράρτημα παραθέτουμε τους κώδικες που χρησιμοποιήσαμε για τη δημιουργία των διαγραμμάτων της ενότητας **3.2**, στη προγραμματιστική γλώσσα Matlab.

Κομμάτι κώδικα 1:

```
function [f]=kerdos4(a,l,H)
f=@(x) -((a^2/12-H*x-l*(7*a^4/1250))*(x>=a/2)+(x^3/(6*a)+x*(a-
x)^2/(2*a)-H*x-l*(2*x^5/(5*a)+(x^2*(a-x)^3-x^5)/(3*a)-
(x^3/(6*a)+x*(a-x)^2/(2*a))^2))*(x<a/2));
end
```

```
function [f]=kerdos5(a,l,w,ck)
f=@(x) -((2*x^3/(3*a)+(x*(a-x-w)^2-x^3)/(2*a)-ck*x-
l*(2*x^5/(5*a)+(x^2*(a-x-w)^3-x^5)/(3*a)- (2*x^3/(3*a)+(x*(a-x-
w)^2-x^3)/(2*a))^2))*(x<(a-w)/2)+(x>=(a-w)/2)*((a-w)^3/(12*a) -
ck*x -l*((a-w)^5/(80*a)-(a-w)^6/(144*a^2))));
end
```

Κομμάτι κώδικα 2:

```
a=50;
H=11.3;
i=1;
for l=0.005:-0.0001:0
 f=kerdos4(a,l,H);
 [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
 results4(i,:)=[l,-fval];
 i=i+1;
end
```

```
a=50;
w=1;
ck=0.3;
i=1;
for l=0.005:-0.0001:0
f=kerdos5(a,l,w,ck);
[x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
results5(i,:)=[l,-fval];
i=i+1;
end;
percdif=(results5(:,2)-results4(:,2))./results4(:,2);
plot(results5(:,1), 100*percdif)
xlabel('l')
ylabel('%')
```

Κομμάτι κώδικα 3:

```
a=50;
H=1.6;
i=1;
for l=0.00:-0.00001:-0.001
f=kerdos4(a,l,H);
[x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
results_4(i,:)=[l,-fval];
i=i+1;
end
```

```
a=50;
w=1;
ck=0.3;
i=1;
for l=0:-0.00001:-0.001
f=kerdos5(a,l,w,ck);
[x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
results_5(i,:)=[l,-fval];
i=i+1;
end;
percdif=(results_5(:,2)-results_4(:,2))./results_4(:,2);
plot(results_5(:,1), 100*percdif)
xlabel('l')
ylabel('%')
```

Κομμάτι κώδικα 4:

```
P4=[results4; results_4];
P5=[results5; results_5];
figure(2)
plot(P4(:,1), P4(:,2), 'r', P5(:,1), P5(:,2), 'g')
xlabel('l')
ylabel('E(P)')
```

Κομμάτι κώδικα 5:

```
H=1.6;
i=1;
l=0.005;
for a=40:2.5:100
    f=kerdos4(a,l,H);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    re4(i,:)=[a, -fval];
    i=i+1;
end
```

```
w=1;
ck=0.3;
i=1;
l=0.005;
for a=40:2.5:100
    f=kerdos5(a,l,w,ck);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    re5(i,:)=[a, -fval];
    i=i+1;
end
plot(re5(:,1), re5(:,2), 'g', re4(:,1), re4(:,2), 'r')
xlabel('a')
ylabel('E(P)')
percdif=(re5(:,2)-re4(:,2))./re4(:,2);
figure(2)
plot(re5(:,1), 100*percdif)
xlabel('a')
ylabel('%')
```

Κομμάτι κώδικα 6:

```
H=1.6;
i=1;
l=-0.001;
for a=40:2.5:100
    f=kerdos4(a,l,H);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    re_4(i,:)=[a, -fval];
    i=i+1;
end
```

```
w=1;
ck=0.3;
i=1;
l=-0.001;
for a=40:2.5:100
    f=kerdos5(a,l,w,ck);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    re_5(i,:)=[a, -fval];
    i=i+1;
end
plot(re_5(:,1), re_5(:,2), 'g', re_4(:,1), re_4(:,2), 'r')
xlabel('a')
ylabel('E(P)')
percdif=(re_5(:,2)-re_4(:,2))./re_4(:,2);
figure(2)
plot(re_5(:,1), 100*percdif)
xlabel('a')
ylabel(%')
```

Κομμάτι κώδικα 7:

```
a=50;
l=0.005;
i=1;
for w=0.1:0.1:5
    ck=0.3*w;
    H=10+w+2*ck;
    f=kerdos4(a,l,H);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    r4(i,:)=[w, -fval];
    i=i+1;
end
```

```
a=50;
l=0.005;
i=1;
for w=0.1:0.1:5
    ck=0.3*w;
    f=kerdos5(a,l,w,ck);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    r5(i,:)=[w, -fval];
    i=i+1;
end
plot(r5(:,1), r5(:,2), 'g', r4(:,1), r4(:,2), 'r')
xlabel('w')
ylabel('E(P)')
percdif=(r5(:,2)-r4(:,2))./r4(:,2);
figure(2)
plot(r5(:,1), 100*percdif)
xlabel('w')
ylabel('%')
```

Κομμάτι κώδικα 8:

```
a=50;
l=-0.001;
i=1;
for w=0.1:0.1:5
    ck=0.3*w;
    H=10+w+2*ck;
    f=kerdos4(a,l,H);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    r_4(i,:)=[w, -fval];
    i=i+1;
end
```

```
a=50;
l=-0.001;
i=1;
for w=0.1:0.1:5
    ck=0.3*w;
    f=kerdos5(a,l,w,ck);
    [x, fval]=fminbnd(f, 0,10);
    r_5(i,:)=[w, -fval];
    i=i+1;
end
plot(r_5(:,1), r_5(:,2), 'g', r_4(:,1), r_4(:,2), 'r')
xlabel('w')
ylabel('E(P)')
percdif=(r_5(:,2)-r_4(:,2))./r_4(:,2);
figure(2)
plot(r_5(:,1), 100*percdif)
xlabel('w')
ylabel('%')
```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Απόστολος Μπουρνέτας. "Σημειώσεις: Μοντέλα ανταγωνισμού και συνεργασίας σε εφοδιαστικές αλυσίδες ." Πανεπιστήμιο Αθηνών (2008).

[2] Agrawal, Vipul, and Sridhar Seshadri. "Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem." *Manufacturing & Service Operations Management* 2.4 (2000): 410-423.

[3] Ahmed, Shabbir, Ulaş Çakmak, and Alexander Shapiro. "Coherent risk measures in inventory problems." *European Journal of Operational Research* 182.1 (2007): 226-238.

[4] Amihud, Yakov, and Haim Mendelson. "Multiperiod sales-production decisions under uncertainty." *Journal of Economic Dynamics and Control* 5 (1983): 249-265.

[5] Anand, Krishnan S., and Haim Mendelson. *Postponement and information in a supply chain*. Center for mathematical studies in economics and management Science, Northwestern University, 1998.

[6] Anvari, M. "Optimality criteria and risk in inventory models: The case of the newsboy problem." *Journal of the Operational Research Society* 38.7 (1987): 625-632.

[7] Arcelus, Francisco J., Satyendra Kumar, and G. Srinivasan. "Risk tolerance and a retailer's pricing and ordering policies within a newsvendor framework." *Omega* 40.2 (2012): 188-198.

[8] Bashyam, T. C. A. "Competitive capacity expansion under demand uncertainty." *European Journal of Operational Research* 95.1 (1996): 89-114.

[9] Bertsimas, Dimitris, and John N. Tsitsiklis. *Introduction to linear optimization*. Vol. 6. Belmont, MA: Athena Scientific, 1997.

[10] Besbes, Omar, and Alp Muharremoglu. "On implications of demand censoring in the newsvendor problem." *Management Science* 59.6 (2013): 1407-1424.

[11] Cachon, Gérard P. "Supply chain coordination with contracts." *Handbooks in operations research and management science*11 (2003): 227-339.

[12] Chen, Youhua, Minghui Xu, and Zhe George Zhang. "A risk-averse newsvendor model under the CVaR criterion." *Operations research* 57.4 (2009): 1040-1044.

[13] Deneckere, Raymond, Howard P. Marvel, and James Peck. "Demand uncertainty, inventories, and resale price maintenance." *The Quarterly Journal of Economics* 111.3 (1996): 885-913

[14] Eppen, Gary D., and Ananth V. Iyer. "Backup agreements in fashion buying—the value of upstream flexibility." *Management Science* 43.11 (1997): 1469-1484.

[15] Federgruen, Awi, and Aliza Heching. "Combined pricing and inventory control under uncertainty." *Operations research* 47.3 (1999): 454-475.

[16] Ho, William, et al. "Supply chain risk management: a literature review." *International Journal of Production Research* 53.16 (2015): 5031-5069.

[17] Lippman, Steven A., and Kevin F. McCardle. "The competitive newsboy." *Operations research* 45.1 (1997): 54-65.

[18] Pasternack, Barry Alan. "Optimal pricing and return policies for perishable commodities." *Marketing science* 4.2 (1985): 166-176.

[19] Petruzzi, Nicholas C., and Maqbool Dada. "Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions." *Operations research* 47.2 (1999): 183-194.

[20] Ray, Pritee, and Mamata Jenamani. "Mean-variance analysis of sourcing decision under disruption risk." *European Journal of Operational Research* 250.2 (2016): 679-689.

[21] Rubio-Herrero, Javier, Melike Baykal-Gürsoy, and Anna Jaśkiewicz. "A price-setting newsvendor problem under mean-variance criteria." *European Journal of Operational Research*247.2 (2015): 575-587.

[22] Savaskan, R. Canan, Shantanu Bhattacharya, and Luk N. Van Wassenhove. "Closed-loop supply chain models with product remanufacturing." *Management science* 50.2 (2004): 239-252.

[23] Shah, Nita H., Hardik N. Soni, and Kamlesh A. Patel. "Optimizing inventory and marketing policy for non-instantaneous deteriorating items with generalized type deterioration and holding cost rates." *Omega* 41.2 (2013): 421-430.

[24] Tang, Christopher S. "Perspectives in supply chain risk management." *International journal of production economics* 103.2 (2006): 451-488.

[25] Tayur, Sridhar, Ram Ganeshan, and Michael Magazine, eds. *Quantitative models for supply chain management*. Vol. 17. Springer Science & Business Media, 2012.

[26] Tsay, Andy A. "The quantity flexibility contract and supplier-customer incentives." *Management science* 45.10 (1999): 1339-1358.

[27] Van Mieghem, Jan A. "Coordinating investment, production, and subcontracting." *Management Science* 45.7 (1999): 954-971.

[28] Van Mieghem, Jan A., and Maqbool Dada. "Price versus production postponement: Capacity and competition." *Management Science* 45.12 (1999): 1639-1649.

[29] Wang, Charles X., Scott Webster, and Nallan C. Suresh. "Would a risk-averse newsvendor order less at a higher selling price?." *European Journal of Operational Research* 196.2 (2009): 544-553.

[30] Young, Leslie. "Price, inventory and the structure of uncertain demand." *New Zealand Operations Research* 6.2 (1978): 157-177.