

ΔΠΜΣ ΙΣΤΟΡΙΑ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΤΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

Θέμα:

«Λογική και φιλοσοφία στην υπηρεσία της ανάπτυξης της
κριτικής και μαθηματικής σκέψης των παιδιών της
πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης»

Μεταπτυχιακός φοιτητής: Παντελής Τσιώτας

A.M. 022/17

Συμβουλευτική επιτροπή:

Κωνσταντίνος Δημητρακόπουλος

Διονύσιος Αναπολιτάνος

Ευστάθιος Ψύλλος

ΑΘΗΝΑ 2019

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η διπλωματική αυτή εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια του διαπανεπιστημιακού μεταπτυχιακού προγράμματος Ιστορία και Φιλοσοφία των Επιστημών και της Τεχνολογίας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα της διπλωματικής κύριο Δημητρακόπουλο για τη στήριξη και τη βοήθεια που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας μου, καθώς και τα μέλη της Συμβουλευτικής Επιτροπής κυρίους Διονύσιο Αναπολιτάνο και Στάθη Ψύλλο.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τη σύζυγο και σύντροφο της ζωής μου Γιάννα Νιαχοπέτρου και τα παιδιά μας Γιάννη και Ανδρέα για τις πολύτιμες συμβουλές τους και την τεράστια υπομονή τους.

Παντελής Τσιώτας

Σεπτέμβριος 2019

Περίληψη

Με την εργασία αυτή επιχειρήσαμε να διερευνήσουμε κατά πόσο η εισαγωγή στις σχολικές αίθουσες της διδασκαλίας της λογικής (τυπικής και άτυπης) καθώς και της επιχειρηματολογίας στα πλαίσια του φιλοσοφικού στοχασμού, είναι δυνατόν να επηρεάσει την ανάπτυξη της μαθηματικής και κριτικής σκέψης των μαθητών της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Έρευνες δείχνουν πώς, ακολουθώντας την κατάλληλη μεθοδολογία, ακόμη και παιδιά των πρώτων τάξεων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, έχουν τη δυνατότητα να φθάσουν σε παραγωγικούς συλλογισμούς.

Τα αποτελέσματα άλλων ερευνών δείχνουν θετική επίδραση της διδασκαλίας της άτυπης λογικής και της επιχειρηματολογίας στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης των μαθητών όλων των βαθμίδων. Ασχοληθήκαμε ιδιαίτερα με την κίνηση «Φιλοσοφία για παιδιά» που υποστηρίζει την εισαγωγή της επιχειρηματολογίας, στα πλαίσια του φιλοσοφικού στοχασμού, από τις πρώτες τάξεις της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Αναφερθήκαμε επίσης σε έρευνες που μελετούν τις ικανότητες των εκπαιδευτικών στους παραγωγικούς συλλογισμούς.

Αντίθετα, έρευνες που ασχολήθηκαν με την επίδραση της διδασκαλίας της τυπικής λογικής στην απόδοση των μαθητών στα μαθηματικά έδωσαν αντιφατικά αποτελέσματα, τόσο στο επίπεδο της πρωτοβάθμιας όσο και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Αρκετές από αυτές έδειξαν συνάφεια ανάμεσα στη διδασκαλία της λογικής και τη βελτίωση της επίδοσης στα μαθηματικά, ειδικά αν η διδασκαλία της λογικής δίνει έμφαση στα αντιπαραδείγματα, άλλες όμως δεν έδειξαν καμία πρόοδο στη μαθηματική σκέψη των μαθητών. Διαφωνίες σχετικά με τη σχέση λογικής και μαθηματικών υπάρχουν και σε θεωρητικό επίπεδο. Η εργασία επιχειρεί να παρουσιάσει αυτές τις διαφορές τόσο στο θεωρητικό όσο και στο επίπεδο των συμπερασμάτων εμπειρικών ερευνών.

Τέλος παραθέτουμε κάποιες ενέργειες που μπορεί να γίνουν στην τάξη ώστε να εξυπηρετηθεί ο στόχος της ανάπτυξης της κριτικής και μαθηματικής σκέψης των μαθητών.

Λέξεις κλειδιά: Λογική, κριτική σκέψη, μαθηματικά, εκπαίδευση.

Abstract

This study examines the role of logic training (formal and informal) and argumentation in the context of philosophical reasoning, in improving mathematical and critical thinking of primary and secondary school.

According to researches, primary school pupils are capable for deductive reasoning, if the appropriate methodology is implemented.

The positive effect of informal logic training and argumentation in improving critical thinking of pupils is well documented. We have been particularly concerned with the 'Philosophy for Children' movement which supports the introduction of argumentation, in the context of philosophical reasoning, from the first grades of primary education. We also referred to studies examining teachers' abilities in deductive reasoning.

On the contrary, review of the studies focused on the effects of formal logic training on student performance in mathematics has yielded contradictory results, both at the primary and secondary school levels. Part of them showed relevance between logic training and improvement in mathematics performance, especially when logic training emphasized counter-examples, whereas others showed no progress in students' mathematical thinking. There are also disagreements about the relation between logic and mathematics at the theoretical level. The paper attempts to present these differences both at the theoretical level and at the level of empirical research conclusions.

Finally, we list some actions that can be taken in the classroom to serve the purpose of developing students' critical and mathematical thinking.

Keywords: Logic, Critical Thinking, Mathematics, Education.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή	7
2. Γνωστικές θεωρίες για την ανάπτυξη των παιδιών και οι επιπτώσεις στην εκπαίδευση. ..	9
2.1. Piaget	9
2.2. Vygotsky.....	12
2.3. Θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών.....	14
2.4. Βασικές αρχές διδασκαλίας σύμφωνα με έρευνες της σύγχρονης γνωσιακής επιστήμης.	15
2.5. Σε ποια ηλικία τα παιδιά είναι ικανά να σκέφτονται λογικά; Ερευνητικά δεδομένα. ...	21
3. Κριτική σκέψη.....	36
3.1. Άτυπη Λογική και Κριτική σκέψη	36
3.2. Η καταγωγή της έννοιας της κριτικής σκέψης.	38
3.3. Η σημασία του φιλοσοφικού στοχασμού, και του φιλοσοφικού επιχειρήματος για την καλλιέργεια και την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.	40
4. Εισαγωγή της Φιλοσοφίας και της Λογικής στο Δημοτικό σχολείο για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης.....	45
4.1. Η κίνηση «Φιλοσοφία για παιδιά» (P4C).....	45
4.2. Λογικές πλάνες.....	53
4.3. Η P4C είναι κατάλληλη για το Δημοτικό σχολείο; Ερευνητικά δεδομένα	58
4.4. Υπεύθυνη συζήτηση (Accountable Talk)	61
4.5. Και μια αντίρρηση	70
5. Λογική και μαθηματικά.....	71
5.1 Τρία βασικά φιλοσοφικά ρεύματα.	71
5.2. Μαθηματικά και Λογική. Είναι χρήσιμη η διδασκαλία της τελευταίας στην οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών;.....	74
5.3. Αναλυτική παρουσίαση ερευνών που υποστηρίζουν την εισαγωγή της Λογικής στην εκπαίδευση	89
5.3.1. Έρευνα των Patrick Suppes και Frederick Binford	89
5.3.2. Έρευνα των Anne Watson και John Mason.....	93
5.3.3. Έρευνα των Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros.....	94
5.3.4 Έρευνα των Terezinha Nunes Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner και Julia Carraher	98
5.3.5. Έρευνα του KoSze Lee	102
5.3.6. Διαφωνίες για τη χρησιμότητα της διδασκαλίας της Λογικής.....	112
6. Συμπεράσματα	118

7. Ενέργειες εκπαιδευτικών που θα βοηθούσαν την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και των λογικών συλλογισμών.....	120
Βιβλιογραφία	128

1. Εισαγωγή

Οι εξελίξεις και τα επιτεύγματα της τεχνολογίας και της επιστήμης είναι τέτοια, που αλλάζουν ταχύτατα τον τρόπο με τον οποίο ζουν και εργάζονται οι άνθρωποι. Το γεγονός αυτό επηρεάζει άμεσα τις αξίες και τους στόχους της σχολικής εκπαίδευσης, δεδομένου ότι αυτή θα πρέπει να εφοδιάσει τους νέους ανθρώπους με τις απαραίτητες δεξιότητες, που θα τους επιτρέπουν να προσαρμόζονται στις ραγδαίες αλλαγές που συντελούνται στο περιβάλλον τους και να αποτελούν αύριο ενεργούς πολίτες της κοινωνίας. Η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και η κατοχή μαθηματικών ικανοτήτων θεωρούνται από τους περισσότερους ανθρώπους κορυφαίες τέτοιες δεξιότητες.

Η ανάπτυξη και καλλιέργεια της κριτικής σκέψης θεωρείται σαν ένας από τους κεντρικούς στόχους του σύγχρονου εκπαιδευτικού συστήματος και έχει αντικαταστήσει τη στείρα απομνημόνευση γνώσεων. Σήμερα, με το τεράστιο πλήθος της πληροφορίας που είναι διαθέσιμο, σημαντικό είναι το να έχει κάποιος την ικανότητα να κρίνει και να αξιολογεί την κάθε μία από αυτές τις πληροφορίες ώστε να σχηματίζει προσωπική άποψη βασισμένη σε λογικά επιχειρήματα.

Η ανάγκη καλλιέργειας του ορθολογισμού είναι παντού παρούσα μέσα σε μια σύγχρονη κοινωνία. Το όλο πολιτισμικό «παράδειγμα», οι κοινωνικοί θεσμοί και η καθημερινή λειτουργία μας, δεν μπορεί παρά να συμβαδίζουν με την ορθολογική κουλτούρα. Πώς λοιπόν το σχολείο θα λείπει από την πρωταρχική λειτουργία της κοινωνίας; Πολλοί – όπως θα δούμε στη συνέχεια της εργασίας – πιστεύουν ότι η καλλιέργεια του ορθολογισμού χρειάζεται να ξεκινά από τα πρώτα μορφωτικά βήματα των παιδιών. Η πανθομολογούμενη περιέργεια του παιδιού και τα άπειρα ερωτήματά του συνδέονται με την ανάγκη του να κατανοεί την πραγματικότητα, γι' αυτό η εκπαίδευσή του πρέπει να το στρέφει στη διαρκή ερμηνεία των γεγονότων, στη συστηματική πρόσβαση στην αιτιότητα των πραγμάτων. Αρχικά το άτομο μαθαίνει να στέκεται κριτικά όταν γνωρίζει τι να ρωτά, πώς και πότε, και στη συνέχεια πώς να σκέφτεται λογικά, πότε και ποιες μεθόδους και στρατηγικές να χρησιμοποιεί για να αντιμετωπίσει μια κατάσταση.

Όπως παρατηρεί ο Matthew Lipman στο έργο του «Η σκέψη στην εκπαίδευση», χρησιμοποιώντας ορολογία του Kuhn, το καθιερωμένο παράδειγμα εκπαιδευτικής πρακτικής περιλαμβάνει τις εξής παραδοχές: α) Εκπαίδευση σημαίνει μεταβίβαση γνώσης από τους γνωρίζοντες στους μη γνωρίζοντες. β) Η γνώση αυτή αφορά τον κόσμο, είναι σαφής και ξεκάθαρη και κατανέμεται μεταξύ μαθημάτων που δεν επικαλύπτονται. γ) Ο

δάσκαλος έχει το ρόλο της αυθεντίας, ενώ ο ρόλος των μαθητών είναι να αποκτούν γνώση απορροφώντας τις πληροφορίες που εκείνος τους μεταδίδει. Αντίθετα το νέο, το αναστοχαστικό όπως το ονομάζει, παράδειγμα αποδέχεται ότι η εκπαίδευση είναι το αποτέλεσμα της συμμετοχής σε μια κοινότητα διερεύνησης καθοδηγούμενη από το δάσκαλο, στόχοι της οποίας είναι, μεταξύ άλλων, η επίτευξη κατανόησης και ορθής κρίσης. Η γνώση μας για τον κόσμο παρουσιάζεται στους μαθητές ως ασαφής και αινιγματική και παρωθούνται να σκεφτούν οι ίδιοι γι' αυτόν. Τα μαθήματα στο πλαίσιο των οποίων διεξάγεται η διερεύνηση θεωρούνται ως επικαλυπτόμενα. Ο δάσκαλος υιοθετεί μια στάση που αποδέχεται την επισφάλεια της γνώσης του, έχει επίγνωση ότι υπόκειται σε σφάλματα και θεωρεί τους μαθητές ως σκεπτόμενα άτομα με αναστοχαστική διάθεση, λογική και κριτικό πνεύμα που εξελίσσονται συνεχώς. Η εκπαιδευτική διαδικασία δεν εστιάζεται πια στην απόκτηση πληροφοριών αλλά στην ανακάλυψη και κατανόηση σχέσεων ανάμεσα στα αντικείμενα που διερευνώνται.

Όσον αφορά τώρα στη σχέση μαθηματικών με τη λογική, πολλοί θα συμφωνούσαν ότι η λογική σκέψη είναι αναγκαία συνθήκη για τα μαθηματικά, αφού τα τελευταία βασίζονται στην απόδειξη. Η λογική είναι η μελέτη του τρόπου με τον οποίο μια πρόταση έπεται από άλλες προτάσεις. Η λογική λοιπόν ασχολείται με τους κανόνες που μας βοηθούν να βγάζουμε ορθά συμπεράσματα. Είναι ο πιο θεμελιώδης κλάδος των μαθηματικών και στηρίζει όλη τη μαθηματική σκέψη, αφού, κατά γενική ομολογία, τα μαθηματικά έγιναν επιστήμη όταν προχώρησαν πέρα από τις υπολογιστικές μεθόδους στη θεωρητική απόδειξη, δηλαδή στη λογική σκέψη.

Οι μαθηματικές μέθοδοι προϋποθέτουν τη λογική¹. Ως λογική σκέψη θεωρούνται από το σύνολο των μελετητών οι αποδεικτικές διαδικασίες και η αξιωματική θεμελίωση με τους κανόνες της, όπως αυτές πρωτοπαρουσιάστηκαν στα Στοιχεία του Ευκλείδη. Ο R.L. Wilder² αναφέρει «... η λογική βρίσκεται στην καρδιά της αξιωματικής μεθόδου. Και δε χρειάζεται να επισημάνουμε τι σήμαινε για τα μαθηματικά η εμφάνιση της λογικής μέσα σ' αυτά. Επιπλέον η σημασία που είχε για τις μεθόδους αποδείξεων είναι τόσο μεγάλη, ώστε μερικοί έφτασαν να υποστηρίζουν ότι τα μαθηματικά είναι στην πραγματικότητα επέκταση της λογικής και ότι η ουσία των μαθηματικών είναι η λογική παραγωγή. Οι ορισμοί των

¹ Μιχαήλ Μυτιληναίος 2000 «Λογική», εκδόσεις Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών. όπως παρουσιάζεται στη διπλωματική εργασία του Αθανάσιου Βλάχου με θέμα «Η διαισθητική σκέψη σε αντιδιαστολή με τη λογική σκέψη στη μαθηματική εκπαίδευση»

² arud διπλωματική εργασία του Αθανάσιου Βλάχου με θέμα «Η διαισθητική σκέψη σε αντιδιαστολή με τη λογική σκέψη στη μαθηματική εκπαίδευση»

μαθηματικών όπως αυτών που οφείλονται στον μαθηματικό του Χάρβαρντ Β. Peirce («Μαθηματικά είναι η επιστήμη συναγωγής αναγκαίων συμπερασμάτων» 1881)³, στον Α. Ν. Whitehead⁴ («Τα μαθηματικά στην ευρύτερη έννοιά τους είναι η ανάπτυξη όλων των μορφών τυπικού, αναγκαίου και παραγωγικού συλλογισμού» 1898) και στον Β. Russell («Καθαρά μαθηματικά είναι η κλάση όλων των προτάσεων της μορφής « p συνεπάγεται q » όπου p , q είναι προτάσεις», 1903) είναι ενδεικτική των συμπερασμάτων στα οποία είχε φτάσει η μεγάλη πλειοψηφία της μαθηματικής κοινότητας στις αρχές του 20^{ου} αιώνα»⁵.

Σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας είναι να εξετάσει κατ' αρχάς αν είναι δυνατή η διδασκαλία της λογικής στα σχολεία πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Αν η απάντηση είναι καταφατική, θα διερευνήσει αν η παιδαγωγική χρήση της λογικής είναι ωφέλιμη για την ανάπτυξη της κριτικής και μαθηματικής σκέψης των μαθητών. Τέλος θα εξετάσει πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Φιλοσοφία στις σχολικές αίθουσες ώστε να βοηθήσει στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης των μαθητών.

2. Γνωστικές θεωρίες για την ανάπτυξη των παιδιών και οι επιπτώσεις στην εκπαίδευση.

2.1. Piaget

Η ανθρώπινη νοημοσύνη αντιμετωπίζεται από τον Piaget ως ένα μέσο με το οποίο ο άνθρωπος επιτυγχάνει την προσαρμογή του στο περιβάλλον. Χαρακτηριστικά της βιολογικής προσαρμογής είναι η αυτορρύθμιση και η ισορροπία, η αφομοίωση και η συμμόρφωση. Κατά την άποψή του, βασικό χαρακτηριστικό των ζωντανών οργανισμών είναι ότι είναι συστήματα που αυτορυθμίζονται.

Κεντρικής θεωρητικής σπουδαιότητας κατά τον Piaget είναι η γνώση ότι υπάρχουν διακεκριμένα στάδια ανάπτυξης, το καθένα με τις δικές του ιδιότητες και χαρακτηριστικά, από τα οποία πρέπει να περάσουν τα παιδιά με μια προκαθορισμένη σειρά από τη γέννηση έως την ενηλικίωση. Οι ικανότητες του παιδιού για μάθηση και κατανόηση καθορίζονται από το στάδιο ανάπτυξης στο οποίο βρίσκεται.

Το πρώτο στάδιο ονομάζεται *αισθησιοκινητική περίοδος* και εκτείνεται από τη γέννηση ως τους 18 περίπου μήνες. Στην περίοδο αυτή τα παιδιά διαπιστώνουν ότι είναι διαφορετικά από τον υπόλοιπο κόσμο και ότι υπάρχει ένας κόσμος με αντικείμενα που είναι

³ Το ίδιο

⁴ Το ίδιο

⁵ Το ίδιο

ανεξάρτητος από τις δικές τους πράξεις. Ένα μωρό κάτω των 6 μηνών δε φαίνεται να γνωρίζει ότι τα αντικείμενα υπάρχουν ακόμα κι όταν δεν είναι ορατά από αυτό.

Το δεύτερο στάδιο ανάπτυξης, η *προεγνοιολογική περίοδος*, καλύπτει την περίοδο από 18 μηνών έως 7 ετών. Χαρακτηρίζεται από την εμφάνιση της συμβολικής σκέψης, το παιχνίδι υπόκρισης, την ανακλητική μνήμη και τη γλώσσα. Τα παιδιά στο στάδιο αυτό είναι εγωκεντρικά, με την έννοια ότι είναι ανίκανα να δουν την άποψη του άλλου και να κατανοήσουν απλά λογικά συμπεράσματα.

Στα 7 περίπου χρόνια ξεκινά η περίοδος των *συγκεκριμένων λογικών λειτουργιών*. Το κύριο χαρακτηριστικό αυτής της γνωστικής δομής είναι η αντιστρεψιμότητα. Τα παιδιά σε αυτό το στάδιο γνωρίζουν ότι κάποιες αλλαγές μπορούν να αντιστραφούν και αναγνωρίζουν τις συνέπειες αυτού του γεγονότος. Τρία είδη λογικής σκέψης εμφανίζονται στις γνωστικές δομές του παιδιού αυτής της ηλικίας: α) Η λογική των συνόλων, που κάνει το παιδί ικανό να βάζει μαζί αντικείμενα και να δημιουργεί σύνολα β) Η λογική των σχέσεων, που κάνει το παιδί ικανό να συνδυάζει αντικείμενα σύμφωνα με τις σχέσεις τους γ) Η λογική των αριθμών, που κάνει τα παιδιά ικανά για προσθετικές και πολλαπλασιαστικές συνθέσεις.

Η περίοδος των *τυπικών λογικών ενεργειών* (12 ετών και άνω). Οι γνωστικές διαδικασίες γίνονται τυπικές με την έννοια ότι αποσυνδέονται από συγκεκριμένα αντικείμενα και συμβάντα που συμβαίνουν στον πραγματικό χώρο και χρόνο και μπορεί να εφαρμοστούν σε υποθετικές περιπτώσεις. Οι λειτουργίες που χαρακτηρίζουν τη σκέψη του εφήβου είναι οι ακόλουθες: α) Δημιουργεί υποθέσεις που εξετάζουν το πρόβλημα από πολλές πλευρές β) Λειτουργεί συστηματικά για να επαληθεύσει τις υποθέσεις του, βρίσκοντας ποιες από αυτές εξηγούν καλύτερα ένα φαινόμενο γ) Διατυπώνει αρχές και κανόνες που μπορούν να εφαρμοστούν σε περισσότερες από μία περιπτώσεις, ανεξάρτητα από το αν διαφέρουν ως προς το περιεχόμενό τους ή όχι.

Αντιλαμβανόμαστε ότι η θεωρία του Piaget δεν αφήνει ιδιαίτερα περιθώρια για λογική εκπαίδευση στα παιδιά του Δημοτικού, μια και αυτά βρίσκονται στο στάδιο των συγκεκριμένων λογικών λειτουργιών και είναι ανίκανα να αποσυνδεθούν από συγκεκριμένα αντικείμενα. Τα παιδιά δεν μπορούν να συλλάβουν αφηρημένες ιδέες, τις οποίες αναγκαστικά διαστρεβλώνουν και παρερμηνεύουν. Εκπαίδευση κατ' αυτόν ήταν να δοθεί στα παιδιά ο απαραίτητος χρόνος για να εγκαταλείψουν τους «παιδιάστικους» τρόπους σκέψης τους και να αποδεχτούν τον τρόπο με τον οποίο οι ενήλικοι αντιλαμβάνονται τα πράγματα. Η ικανότητα της λογικής σκέψης, που ξεκινά από τις

προκείμενες για να καταλήξει στα συμπεράσματα που έπονται, είναι χαρακτηριστικό της περιόδου της τυπικής λειτουργικής σκέψης. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι, στα χρόνια που στην εκπαίδευση κυριαρχούσε η θεωρία του, πρωτοπόροι του αναστοχαστικού παραδείγματος όπως ο Dewey και ο Bloom είδαν ότι οι ιδέες τους, τοποθετημένες σε ένα περιβάλλον το οποίο δεν ήταν προετοιμασμένο να τις δεχτεί, παρερμηνεύτηκαν και τελικά μετατράπηκαν σε κάτι εντελώς αντίθετο από τις προθέσεις τους. Η ιεράρχηση του Bloom για παράδειγμα, έγινε αντιληπτή ως μια θεωρία εξελικτικών σταδίων: Τα παιδιά στα πρώτα τους χρόνια δεν μπορούσαν παρά να πραγματοποιούν μόνο πράξεις απομνημόνευσης, όμως μπορούσαν να ανελιχθούν από στάδιο σε στάδιο, μέχρι, στην ενηλικίωσή τους πια, να φτάσουν στο ανώτατο στάδιο της αξιολόγησης.⁶

Οι μελετητές όμως της θεωρίας αυτής έθεσαν τρία βασικά ερωτήματα:

α) Τα παιδιά αποτυγχάνουν στα πειράματα του Piaget γιατί δεν έχουν τις απαιτούμενες λογικές ικανότητες ή γιατί τα πειράματα απαιτούν άλλες γνώσεις και ικανότητες που τα παιδιά δε διαθέτουν; Οι ερευνητές καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι τα πειράματα αυτά είναι περισσότερο πολύπλοκα απ' ό,τι χρειάζεται για να εξεταστούν οι συγκεκριμένες γνωστικές ικανότητες και απαιτούν γνώσεις και διεργασίες που δεν τις αφορούν. (πολύπλοκες λεκτικές οδηγίες, απομνημόνευση μεγάλου πλήθους πληροφοριών κλπ)⁷

β) Μπορούν τα παιδιά να λύσουν τα διάφορα προβλήματα που απαιτούν συγκεκριμένες λογικές ικανότητες αν διδαχθούν εντατικά; Στη θεωρία του Piaget δε λαμβάνεται υπόψη το κοινωνικό και πολιτιστικό περιβάλλον μέσα στο οποίο μεγαλώνει το παιδί. Τα αποτελέσματα διαπολιτισμικών ερευνών έχουν δείξει ότι το κοινωνικό και μορφωτικό περιβάλλον ασκεί μεγάλη επίδραση στη γνωστική ανάπτυξη.

γ) Υπάρχουν κοινωνίες στις οποίες παιδιά και ενήλικοι δεν αναπτύσσουν ποτέ τις ικανότητες που απαιτούνται για την επιτυχή επίλυση των προβλημάτων του Piaget. Διαπολιτισμικές μελέτες αποδεικνύουν ότι οι περισσότεροι άνθρωποι στις χώρες του τρίτου κόσμου δεν έχουν φτάσει στην περίοδο των τυπικών λογικών ενεργειών. Ακόμη σε πολλές χώρες που η τεχνολογία δεν έχει αναπτυχθεί και υπάρχει μεγάλο ποσοστό αναλφαβητισμού, πολλοί ενήλικοι δεν μπορούν να λύσουν τα προβλήματα του Piaget. Αυτό δεν αποτελεί καίριο πλήγμα στη θεωρία των σταδίων;

⁶ Matthew Lipman «Η σκέψη στην εκπαίδευση», εκδόσεις Πατάκη 2006.

⁷ «Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας» Β τόμος «Σκέψη», εκδόσεις Gutenberg, επιμέλεια Στέλλα Βοσνιάδου.

2.2. Vygotsky

Για τον Vygotsky η ανθρώπινη νοητική δραστηριότητα είναι μια δραστηριότητα διαμεσολαβούμενη από ιστορικά και κοινωνικά διαμορφωμένα συστήματα συμβολικών αναπαραστάσεων, με κυριότερο από αυτά τη γλώσσα. Ο όρος «διαμεσολαβούμενη» σημαίνει μια δραστηριότητα που έχει ως αντικείμενο όχι τα καθεαυτά στοιχεία της πραγματικότητας, αλλά τις νοητικές αναπαραστάσεις αυτών των στοιχείων, οι οποίες συγκροτούνται ατομικά από κάθε άνθρωπο ξεχωριστά. Όμως οι νοητικές αυτές αναπαραστάσεις συγκροτούνται από τα ιστορικά διαμορφωμένα και κοινωνικά καθιερωμένα συστήματα συμβολικών αναπαραστάσεων. Αυτά τα συστήματα (όπως πχ το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης) αποτελούν νοητικά εργαλεία, των οποίων η ιδιοποίηση και χρήση διαμορφώνει τη νοητική συγκρότηση και εξέλιξη του ατόμου, συνδέοντας παράλληλα το κάθε άτομο με τις συλλογικές πρακτικές της κοινωνίας του. Η ιδιοποίηση των καθιερωμένων συμβολικών συστημάτων και γενικότερα η συγκρότηση της γνώσης, είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο τύπων μαθησιακών εμπειριών, των αυθόρμητων και των μη αυθόρμητων. Ορίζει ως αυθόρμητες τις έννοιες στων οποίων την εξέλιξη παίζει καθοριστικό ρόλο η εργασία της ίδιας της παιδικής σκέψης, ενώ ως μη αυθόρμητες (στις οποίες συμπεριλαμβάνει τις επιστημονικές) τις έννοιες εκείνες στην απόκτηση των οποίων καθοριστικό ρόλο παίζει η παρέμβαση των ενηλίκων. Κατά τον Vygotsky οι μη αυθόρμητες έννοιες δε μαθαίνονται, δεν καταγράφονται στη μνήμη, αλλά γεννιούνται και διαμορφώνονται με εξαιρετική ένταση όλης της δραστηριότητας της σκέψης του παιδιού. Στις αυθόρμητες έννοιες το παιδί έχει πολύ μεγαλύτερη συνείδηση του αντικειμένου παρά της ίδιας της έννοιας. Π.χ. το παιδί έχει την άμεση εμπειρία του «αδερφού» δεν μπορεί όμως να περιγράψει την έννοια. Η μάθηση αρχίζει από την συγκεκριμένη εμπειρία και οδηγεί στη γενικότερη θεώρηση. Αντίθετα στις επιστημονικές έννοιες το παιδί αρχικά συνειδητοποιεί πολύ καλύτερα την ίδια την έννοια, παρά το αντικείμενο που αναπαριστά. Εδώ ο Vygotsky φέρνει ως παράδειγμα την έννοια «δουλοπάροικος» την οποία το παιδί μπορεί να περιγράψει πολύ καλά χωρίς να έχει καμιά σχέση με το αντικείμενο που την αναπαριστά. Η εξέλιξη των επιστημονικών εννοιών προϋποθέτει ένα ορισμένο επίπεδο των αυθόρμητων. Επίσης οι επιστημονικές έννοιες μεταμορφώνουν τις αυθόρμητες και τις ανυψώνουν σε ένα ανώτερο επίπεδο. Η εξέλιξη και των δύο τύπων συνίσταται σε στενά συνδεδεμένες μεταξύ τους διαδικασίες που ακατάπαυστα αλληλεπιδρούν. Οι γενικεύσεις που προσιδιάζουν στις επιστημονικές έννοιες προκαλούν διαφοροποιήσεις των δομών των αυθόρμητων εννοιών. Η μάθηση λοιπόν προηγείται και οδηγεί στην ανάπτυξη, αρκεί να βρίσκεται μέσα στα όρια της «ζώνης επικείμενης ανάπτυξης», η οποία αναπαριστά τη

δυνατότητα ανάπτυξης ενός ατόμου σε οποιοδήποτε τομέα, η οποία όμως πραγματώνεται με τη βοήθεια του περιβάλλοντος.

Ο Vygotsky δεν απομονώνει τη μάθηση από το πλαίσιο που λαμβάνει χώρα. Ο δάσκαλος είναι ένας ενεργός μέτοχος στη διαδικασία της μαθησιακής επικοινωνίας, ένας διαμεσολαβητής της επίσημης κουλτούρας και, συχνά, ένας διαπραγματευτής εννοιών. Χρειάζεται να κατανοεί το πλαίσιο αναφοράς των μαθητών του και να τους βοηθάει με κατάλληλα πολιτισμικά εργαλεία, δραστηριότητες και εμπειρίες να μάθουν τον επιστημονικό – κριτικό τρόπο σκέψης και, ενδεχομένως, να επέμβουν μελλοντικά και να τον αλλάξουν.

Η λογική σκέψη όμως των παιδιών περιλαμβάνεται στις ικανότητες που μπορούν να καλλιεργηθούν; Ανήκει στη «ζώνη επικείμενης ανάπτυξης;» Ο Vygotsky ισχυρίζεται ότι λογική σκέψη υπάρχει στα παιδιά ακόμη και της πρώτης Δημοτικού και αναφέρει το εξής παράδειγμα⁸ για το διανοητικό έργο ενός εξάχρονου παιδιού στην προσπάθειά του να ταξινομήσει αντικείμενα: Μπροστά στο παιδί, το οποίο παίζει το παιχνίδι «Ο τέταρτος περισεύει» τοποθετούνται τέσσερις πίνακες με εικόνες από μια κούπα, ένα ποτήρι, ένα πιατάκι και ένα κομμάτι ψωμί. Ενώ τα μεγαλύτερα παιδιά διαχωρίζουν την εικόνα του ψωμιού και λένε ότι οι υπόλοιπες εικόνες μπορούν να παραμείνουν μια και παριστάνουν σερβίτσια, τα μικρότερα παιδιά προσεγγίζουν το θέμα αρκετά διαφορετικά. Το μικρό παιδί αναφέρεται στο πρόβλημα όχι σαν ένα καθαρό πρόβλημα γενίκευσης, αλλά καθοδηγείται από κίνητρα μιας εμπειρικής, πρακτικής ωφελιμότητας. Απορρίπτει την εικόνα του ποτηριού και αιτιολογεί την πράξη του με τον ακόλουθο τρόπο: «Αν έπαιρνα πρωινό, θα έχυνα το γάλα μέσα στην κούπα και θα το έτρωγα με ψωμί». Έτσι το ποτήρι δεν είναι αναγκαίο, είναι περιττό. Οφείλουμε να ομολογήσουμε, λέει ο Vygotsky, ότι από την άποψη των λογικών λειτουργιών, η παραπάνω λογική σκέψη είναι άμεμπτη.

Όπως αναφέρουν οι A.V. Zaporozhets, V.P. Zinchenko και D.B. Elkonin: «Συχνά οι ενήλικοι πιστεύουν ότι οι λόγοι για την ανικανότητα του παιδιού να λύσει τα προβλήματα που του δίνονται, είναι ο ανεπαρκής έλεγχος των αντίστοιχων διανοητικών λειτουργιών ή η ανικανότητά του να πετύχει το αναγκαίο επίπεδο σκέψης. Στην πραγματικότητα, ο λόγος

⁸ Από τα «Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας» Β τόμος «Σκέψη», εκδόσεις Gutenberg, επιμέλεια Στέλλα Βοσνιάδου.

για τον οποίο δίνεται μια ιδιαίτερη λύση είναι γιατί το παιδί έχει αλλάξει τη φύση του προβλήματος, έτσι ώστε να ταιριάζει με τα κίνητρα που το υποκινούν».⁹

Αντίστοιχη άλλωστε λογική σκέψη διαπιστώνει και ο Σοβιετικός ψυχολόγος Alexander R. Luria το 1975 μελετώντας δυο ομάδες ενήλικων χωρικών της κεντρικής Ασίας¹⁰: Οι αγρότες της πρώτης ομάδας δεν είχαν κανενός είδους εκπαίδευση ενώ της δεύτερης είχαν περάσει κάποια χρόνια από σχολεία. Στην έρευνα παρουσιάστηκαν στους αγρότες τέσσερις φωτογραφίες οι οποίες απεικόνιζαν ένα πριόνι, ένα φτυάρι, ένα τσεκούρι και ένα κομμάτι ξύλο. Ενώ οι αγρότες που διέθεταν κάποια εμπειρία εκπαίδευσης ομαδοποιούσαν τα εργαλεία σε μια κατηγορία αφήνοντας έξω το ξύλο, οι αγρότες της πρώτης ομάδας επέλεξαν με βάση συγκεκριμένες πρακτικές καταστάσεις, στις οποίες θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν μαζί τα διάφορα αντικείμενα, όπως ακριβώς έκανε και το εξάχρονο παιδί. Έτσι μπορούσαν να ομαδοποιήσουν το τσεκούρι, το πριόνι και το ξύλο αφού «είναι απαραίτητα για να ρίξουμε το δέντρο και μετά να το κόψουμε σε κομμάτια» ενώ άφηναν έξω το φτυάρι αφού αυτό «χρειάζεται απλώς στον κήπο». Ο Luria διερεύνησε ακόμα τον τρόπο με τον οποίο οι δυο ομάδες έλυναν λεκτικά προβλήματα συλλογιστικής σκέψης. Όταν τους έδιναν λογικούς συλλογισμούς οι αμόρφωτοι αγρότες αρνούσαν να δεχτούν το σύστημα των υποθέσεων που υπήρχαν στα προβλήματα και να εξάγουν συμπεράσματα από αυτά, ενώ οι πιο μορφωμένοι το κατόρθωναν.¹¹ Ο τρόπος λοιπόν με τον οποίο αναπτύχθηκε η λογική σκέψη σε αυτούς τους ανθρώπους φαίνεται να έχει άμεση σχέση με την εκπαίδευση που είχαν πάρει.

Τα περιθώρια λοιπόν για τη διδασκαλία της λογικής αυξάνονται με τη θεωρία του Vygotsky.

2.3. Θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών.

Η θεωρία αυτή εντάσσεται στο πλαίσιο των γνωστικών θεωριών και ασχολείται με το πώς τα παιδιά αναγνωρίζουν, κωδικοποιούν, αποθηκεύουν και επανακτούν τις πληροφορίες που απαιτούνται ώστε να αντιμετωπίζουν με επιτυχία γνωστικά προβλήματα. Δέχεται τη σκέψη του υποκειμένου ως μέσο επεξεργασίας της πληροφορίας. Όπως ο υπολογιστής έτσι και ο ανθρώπινος εγκέφαλος προσλαμβάνει τις πληροφορίες (εισερχόμενα ερεθίσματα) τις

⁹ «Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας» Β τόμος «Σκέψη», εκδόσεις Gutenberg, επιμέλεια Στέλλα Βοσνιάδου

¹⁰ Από άρθρο των Sylvia Scibner και Michael Cole με τίτλο «Συνέπειες της τυπικής και άτυπης εκπαίδευσης στη γνωστική ανάπτυξη» που περιλαμβάνεται στο βιβλίο «Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας» Β τόμος «Σκέψη», εκδόσεις Gutenberg, επιμέλεια Στέλλα Βοσνιάδου

¹¹ Το ίδιο.

κωδικοποιεί, τις οργανώνει, τις αποθηκεύει σε κατάλληλες δομές του μνημονικού συστήματος που τις επεξεργάζεται και τις αναπλάθει με έμφαση στις ήδη καταχωρημένες πληροφορίες και παράγει νέες μορφές συμπεριφοράς. Εστιάζει λοιπόν στην αναπαράσταση από το γνωστικό σύστημα της πληροφοριακής ροής και την επεξεργασία της. Η επεξεργασία της πληροφορίας νοείται ως υπολογισμός, δηλαδή ως χειρισμός συμβόλων.¹² Η μάθηση είναι ενεργή ατομική διαδικασία οικοδόμησης νοήματος μέσω εμπειριών και συνίσταται στην τροποποίηση γνώσεων. Επομένως εξαρτάται άμεσα από τις προϋπάρχουσες γνώσεις. Βασικοί εκπρόσωποί της είναι οι R. Gagne, A. Newell και H. Simon.

Οι περισσότεροι υποστηρικτές της θεωρούν τα παιδιά ικανά για σύνθετες νοητικές διεργασίες από πολύ μικρή ηλικία. Η ανάπτυξη μάλλον τελειοποιεί τις προϋπάρχουσες γνωστικές διαδικασίες παρά τις δημιουργεί. Μεγαλώνοντας το παιδί εμφανίζει ένα ευρύτερο οπλοστάσιο γνωστικών στρατηγικών τις οποίες χρησιμοποιεί πιο συστηματικά. Θέση τους είναι ότι ναι μεν τα παιδιά έχουν περιορισμούς στη νοητική ανάπτυξη που σχετίζονται με την ηλικία αλλά, ταυτόχρονα, έχουν τεράστιες δυνατότητες να μάθουν και ικανότητες να σκέφτονται.

Τα λάθη των παιδιών στην εκτέλεση εργασιών οφείλονται, σύμφωνα με τους υποστηρικτές της θεωρίας, στο γεγονός ότι οι εργασίες αυτές τους παρουσιάζονται με τρόπο που δεν συμβαδίζει με το δικό τους επίπεδο σκέψης.

2.4. Βασικές αρχές διδασκαλίας σύμφωνα με έρευνες της σύγχρονης γνωσιακής επιστήμης.

Οι έρευνες της σύγχρονης γνωσιακής επιστήμης κατέληξαν σε σημαντικά συμπεράσματα που σχετίζονται με την εκπαίδευση, και αφορούν την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης των παιδιών. Ενσωματώνοντας την έρευνα που προέρχεται από διάφορους τομείς της ψυχολογίας, συμπεριλαμβανομένης της εκπαιδευτικής, αναπτυξιακής, γνωστικής, κοινωνικής και κλινικής ψυχολογίας, κατέληξαν σε κάποιες βασικές αρχές, με τις οποίες πρέπει να οργανώνεται η μαθησιακή διαδικασία. Δώδεκα από τις αρχές αυτές παρουσιάζει η Στέλλα Βοσνιάδου στο άρθρο της «How children learn» που αποτελεί το 7^ο φυλλάδιο της σειράς «Educational Practices Series» η οποία εκδίδεται από τη Διεθνή Ακαδημία

¹² Σμυρναίου Ζαχαρούλα, Διαδικτυακό άρθρο με τίτλο «Η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών»

Εκπαίδευσης (IAE) σε συνεργασία με το Διεθνές Γραφείο Εκπαίδευσης (IBE).¹³ Τις αναφέρουμε:

1. Ενεργός συμμετοχή των μαθητών.

Η μάθηση στο σχολείο απαιτεί από τους μαθητές να δώσουν προσοχή, να παρατηρήσουν, να απομνημονεύσουν, να κατανοήσουν, να θέσουν στόχους και να αναλάβουν την ευθύνη για τη δική τους εκμάθηση. Αυτές οι γνωστικές δραστηριότητες δεν είναι δυνατές χωρίς την ενεργό συμμετοχή και δέσμευση του εκπαιδευόμενου. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να βοηθήσουν τους μαθητές να γίνουν ενεργοί και να στοχεύσουν στο στόχο, βασιζόμενοι στη φυσική τους επιθυμία να εξερευνήσουν, να κατανοήσουν νέα πράγματα και να τους καταστήσουν κυρίαρχους. Πρόκειται για μια πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν ενδιαφέροντα και προκλητικά περιβάλλοντα μάθησης που ενθαρρύνουν την ενεργό συμμετοχή των μαθητών.

2. Κοινωνική συμμετοχή.

Για πολλούς ερευνητές, η κοινωνική συμμετοχή είναι η κύρια δραστηριότητα μέσω της οποίας εκτυλίσσεται η μάθηση. Η κοινωνική δραστηριότητα και η συμμετοχή αρχίζουν νωρίς. Οι γονείς αλληλεπιδρούν με τα παιδιά τους και μέσω αυτών των αλληλεπιδράσεων τα παιδιά αποκτούν τις συμπεριφορές που τους επιτρέπουν να γίνουν αποτελεσματικά μέλη της κοινωνίας. Όπως είπαμε, σύμφωνα με τον Lev Vygotsky ο τρόπος με τον οποίο μαθαίνουν τα παιδιά είναι η εσωτερικοποίηση των δραστηριοτήτων, των συνηθειών, του λεξιλογίου και των ιδεών των μελών της κοινότητας στην οποία μεγαλώνουν. Η δημιουργία μιας γόνιμης συνεργατικής και συνεταιριστικής ατμόσφαιρας αποτελεί ουσιαστικό μέρος

¹³ Η Διεθνής Ακαδημία Εκπαίδευσης (International Academy of Education) είναι ένας μη κερδοσκοπικός επιστημονικός σύλλογος που προάγει την εκπαιδευτική έρευνα, τη διάδοσή της και την εφαρμογή της. Ιδρύθηκε το 1986 και είναι αφιερωμένη στην ενίσχυση της συμβολής της έρευνας, στην επίλυση των εκπαιδευτικών προβλημάτων σε ολόκληρο τον κόσμο και στην καλύτερη επικοινωνία μεταξύ των πολιτικών ιθυνόντων, των ερευνητών και των επαγγελματιών. Η έδρα της είναι στη Βασιλική Ακαδημία Επιστημών, Λογοτεχνίας και Τεχνών και το συντονιστικό της κέντρο βρίσκεται στο Curtin University of Technology στο Perth της Αυστραλίας.

Το Διεθνές Γραφείο Εκπαίδευσης (International Bureau of Education) ιδρύθηκε το 1925 ως ιδιωτική μη κυβερνητική οργάνωση από κορυφαίους εκπαιδευτικούς της Ελβετίας, με στόχο την παροχή πνευματικής ηγεσίας και την προώθηση της διεθνούς συνεργασίας στην εκπαίδευση. Διευθυντής υπήρξε μεταξύ άλλων και ο Jean Piaget. Το IBE είναι πλέον ένα ινστιτούτο κατηγορίας Ι της UNESCO και ένα κέντρο αριστείας στα προγράμματα σπουδών και συναφή θέματα. Αποστολή του είναι να ενισχύσει τις ικανότητες των κρατών μελών να σχεδιάζουν, να αναπτύσσουν και να εφαρμόζουν προγράμματα σπουδών που εξασφαλίζουν την ισότητα, την ποιότητα, την ανάπτυξη και την αποδοτικότητα των συστημάτων εκπαίδευσης και μάθησης.

της σχολικής μάθησης. Οι έρευνες έχουν δείξει ότι η κοινωνική συνεργασία μπορεί να ενισχύσει τα μαθησιακά επιτεύγματα, υπό τον όρο ότι τα είδη των αλληλεπιδράσεων που ενθαρρύνονται συμβάλλουν στη μάθηση. Τέλος, οι κοινωνικές δραστηριότητες είναι ενδιαφέρουσες από μόνες τους και βοηθούν τους μαθητές να συμμετέχουν στην ακαδημαϊκή τους εργασία. Οι μαθητές εργάζονται σκληρότερα για να βελτιώσουν την ποιότητα των προϊόντων τους (δοκίμια, έργα κλπ).

3. Σημαντικές για τους μαθητές δραστηριότητες.

Πολλές σχολικές δραστηριότητες δεν έχουν νόημα, καθώς οι μαθητές δεν κατανοούν ούτε το γιατί τις κάνουν ούτε το σκοπό και τη χρησιμότητά τους. Άλλες φορές δεν έχουν νόημα, επειδή δεν είναι πολιτιστικά κατάλληλες. Πολλά σχολεία είναι κοινότητες όπου τα παιδιά από διαφορετικούς πολιτισμούς μαθαίνουν από κοινού. Υπάρχουν συστηματικές πολιτισμικές διαφορές στις πρακτικές, στις συνήθειες, στους κοινωνικούς ρόλους κ.λπ., που επηρεάζουν τη μάθηση. Μερικές φορές σημαντικές δραστηριότητες για μαθητές που προέρχονται από μια πολιτιστική ομάδα δεν έχουν νόημα για μαθητές που προέρχονται από άλλη πολιτιστική ομάδα. Οι άνθρωποι μαθαίνουν καλύτερα όταν συμμετέχουν σε δραστηριότητες που θεωρούνται χρήσιμες στην πραγματική ζωή και είναι πολιτιστικά σημαντικές. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να καταστήσουν τις δραστηριότητες στην τάξη πιο ουσιαστικές τοποθετώντας τις σε ένα αυθεντικό πλαίσιο. Είναι επίσης σημαντικό οι εκπαιδευτικοί να γνωρίζουν τις πολιτισμικές διαφορές των παιδιών στην τάξη τους και να σέβονται αυτές τις διαφορές. Πρέπει να τις δουν ως δυνάμεις για να αξιοποιήσουν, παρά ως ελαττώματα. Τα παιδιά θα αισθάνονται διαφορετικά στην αίθουσα διδασκαλίας αν η κουλτούρα τους αντικατοπτρίζεται στις κοινές δραστηριότητες. Οι σχολικές ρουτίνες που δεν είναι εξοικειωμένες με μερικά παιδιά μπορούν να εισαχθούν σταδιακά, έτσι ώστε η μετάβαση να είναι λιγότερο τραυματική για τις εθνοτικά διαφορετικές ομάδες.

4. Συσχετισμός των νέων πληροφοριών με προηγούμενες γνώσεις.

Η ιδέα ότι η ικανότητα των ανθρώπων να μαθαίνουν κάτι καινούργιο από αυτά που ήδη γνωρίζουν δεν είναι νέα, αλλά πιο πρόσφατα ευρήματα έδειξαν ότι η ικανότητα να συνδέονται νέες πληροφορίες με προηγούμενες γνώσεις είναι κρίσιμη για τη μάθηση. Δεν είναι δυνατόν κάποιος να καταλάβει, να θυμηθεί ή να μάθει κάτι που είναι εντελώς άγνωστο. Ορισμένες προηγούμενες γνώσεις είναι απαραίτητες για την κατανόηση του συγκεκριμένου έργου. Ωστόσο, η προϋπάρχουσα γνώση δεν επαρκεί για την εξασφάλιση επαρκών αποτελεσμάτων. Οι άνθρωποι πρέπει να ενεργοποιήσουν τις προηγούμενες

γνώσεις τους για να μπορέσουν να τις χρησιμοποιήσουν για κατανόηση και μάθηση. Οι έρευνες δείχνουν ότι οι μαθητές δε βλέπουν σταθερά τις σχέσεις μεταξύ του νέου υλικού που διαβάζουν και αυτού που ήδη γνωρίζουν. Η έρευνα δείχνει επίσης ότι η μάθηση ενισχύεται όταν οι εκπαιδευτικοί δίνουν ιδιαίτερη προσοχή στην προηγούμενη γνώση του εκπαιδευόμενου και χρησιμοποιούν αυτή τη γνώση ως σημείο εκκίνησης για διδασκαλία. Οι νέες γνώσεις κατασκευάζονται με βάση αυτά που έχουν ήδη κατανοηθεί και πιστεύονται.

5. Ύπαρξη στρατηγικής.

Τα παιδιά αναπτύσσουν στρατηγικές για να βοηθήσουν τον εαυτό τους να λύσει προβλήματα από νεαρή ηλικία. Για παράδειγμα, όταν τα παιδιά προσχολικής ηλικίας καλούνται να πάνε στο σούπερ μάρκετ για να αγοράσουν μια λίστα ειδών διατροφής, συχνά επαναλαμβάνουν τα στοιχεία στο δρόμο τους για να τα θυμούνται καλύτερα. Αυτά τα παιδιά έχουν ανακαλύψει την πρόβα σαν στρατηγική για να βελτιώσουν τη μνήμη τους χωρίς να τους πει κανείς να το κάνουν. Όταν πηγαίνουν στο σχολείο, τα παιδιά χρειάζονται βοήθεια από τους δασκάλους για να αναπτύξουν κατάλληλες στρατηγικές για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, να κατανοούν τα κείμενα, να μαθαίνουν από άλλους μαθητές κλπ. Η έρευνα δείχνει ότι όταν οι εκπαιδευτικοί κάνουν συστηματικές προσπάθειες διδασκαλίας μαθησιακών στρατηγικών στους μαθητές μπορούν να προκύψουν σημαντικά κέρδη. Οι άνθρωποι μαθαίνουν χρησιμοποιώντας αποτελεσματικές και ευέλικτες στρατηγικές που τους βοηθούν να κατανοήσουν, να αιτιολογήσουν, να απομνημονεύσουν και να λύσουν προβλήματα. Οι στρατηγικές είναι σημαντικές επειδή βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν και να λύσουν τα προβλήματα με τρόπους που είναι κατάλληλοι για την κατάσταση. Μπορούν ακόμη να βελτιώσουν τη μάθηση και να την καταστήσουν ταχύτερη. Ενδέχεται να διαφέρουν ως προς την ακρίβειά τους, τη δυσκολία εκτέλεσης, τις απαιτήσεις επεξεργασίας και το φάσμα των προβλημάτων στα οποία εφαρμόζονται. Όσο ευρύτερο είναι το φάσμα των στρατηγικών που μπορούν να χρησιμοποιήσουν κατάλληλα τα παιδιά, τόσο πιο επιτυχημένη μπορεί να είναι η επίλυση προβλημάτων, η ανάγνωση, η κατανόηση κειμένων και η απομνημόνευση.

6. Αυτοέλεγχος (αυτορρύθμιση).

Ο όρος αυτοέλεγχος (ή αυτορρύθμιση) χρησιμοποιείται εδώ για να δείξει την ικανότητα των μαθητών να παρακολουθούν τη δική τους εκμάθηση, να κατανοούν πότε κάνουν λάθη και να ξέρουν πώς να τα διορθώσουν. Η αυτορρύθμιση δεν είναι η ίδια με τη στρατηγική.

Οι άνθρωποι μπορούν να χρησιμοποιήσουν στρατηγικές για να μάθουν μηχανικά χωρίς να έχουν πλήρη επίγνωση του τι κάνουν. Η αυτορρύθμιση συνεπάγεται την ανάπτυξη συγκεκριμένων στρατηγικών που βοηθούν τους εκπαιδευόμενους να αξιολογήσουν τη μάθηση, να ελέγξουν την κατανόησή τους και να διορθώσουν τα λάθη όταν είναι απαραίτητο. Η αυτορρύθμιση απαιτεί προβληματισμό με την έννοια της γνώσης των πεποιθήσεων και των στρατηγικών. Ο προβληματισμός μπορεί να αναπτυχθεί μέσα από συζητήσεις, διαλόγους και εργασίες, όπου τα παιδιά ενθαρρύνονται να εκφράσουν τις απόψεις τους και να τις υπερασπιστούν. Μια άλλη σημαντική πτυχή του προβληματισμού είναι να μπορεί να διακρίνει τις κοινές πεποιθήσεις από την επιστημονική γνώση.

7. Μετασχηματισμός προηγούμενης γνώσης.

Αναφέρθηκε ότι η νέα γνώση πρέπει να συνδεθεί με προηγούμενες γνώσεις. Ορισμένες φορές όμως η υπάρχουσα γνώση μπορεί να εμποδίσει την κατανόηση νέων πληροφοριών. Παρόλο που αυτό το συναντάμε πιο συχνά στην εκμάθηση της επιστήμης και των μαθηματικών, μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα. Αυτό συμβαίνει επειδή η τρέχουσα κατανόηση του φυσικού και κοινωνικού κόσμου, της ιστορίας, της θεωρίας για τους αριθμούς κ.λπ., είναι προϊόν χιλιάδων ετών πολιτιστικής δραστηριότητας που έχει αλλάξει ριζικά διαισθητικούς τρόπους εξήγησης των φαινομένων. Για παράδειγμα, στον τομέα των μαθηματικών, πολλά παιδιά κάνουν λάθη όταν χρησιμοποιούν κλάσματα επειδή χρησιμοποιούν κανόνες που ισχύουν μόνο για φυσικούς αριθμούς. Ομοίως, στις φυσικές επιστήμες, οι μαθητές διαμορφώνουν διάφορες παρερμηνείες. Η ιδέα ότι η Γη είναι στρογγυλή σαν τηγανίτα ή σαν μια σφαίρα επίπεδη στην κορυφή συμβαίνει επειδή συμβιβάζει τις επιστημονικές πληροφορίες που λένε ότι η Γη είναι στρογγυλή με την διαισθητική πεποίθηση ότι είναι επίπεδη και ότι οι άνθρωποι ζουν στην κορυφή της. Τέτοιες παρανοήσεις δεν ισχύουν μόνο για μικρά παιδιά. Είναι κοινές στους μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου.

8. Η μάθηση είναι καλύτερη όταν το υλικό οργανώνεται γύρω από γενικές αρχές και εξηγήσεις, παρά όταν βασίζεται στην απομνημόνευση μεμονωμένων γεγονότων και στις διαδικασίες.

Οι έρευνες δείχνουν ότι όταν η πληροφορία είναι επιφανειακά απομνημονευμένη ξεχνάμε εύκολα. Αντίθετα, όταν γίνεται κατανοητή, δεν ξεχνιέται εύκολα και μπορεί να μεταφερθεί σε άλλες καταστάσεις. Για να κατανοήσουν τι διδάσκονται, πρέπει να δοθεί η ευκαιρία στους μαθητές να σκεφτούν τι κάνουν, να μιλήσουν γι' αυτό με άλλους μαθητές και με τους

δασκάλους, να το διευκρινίσουν και να καταλάβουν πώς εφαρμόζεται σε πολλές περιπτώσεις.

9. Η μάθηση γίνεται πιο σημαντική όταν εφαρμόζονται τα μαθήματα σε πραγματικές καταστάσεις.

Οι μαθητές συχνά δεν μπορούν να εφαρμόσουν αυτό που έχουν μάθει στο σχολείο για να λύσουν προβλήματα του πραγματικού κόσμου. Για παράδειγμα, μπορεί να μάθουν για τους νόμους του Νεύτωνα στο σχολείο, αλλά δεν καταλαβαίνουν πώς εφαρμόζονται σε πραγματικές καταστάσεις. Η μεταφορά είναι πολύ σημαντική. Γιατί κάποιος πρέπει να πάει στο σχολείο, αν αυτό που έχει μάθει δεν μεταφέρεται σε άλλες καταστάσεις και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί εκτός σχολείου;

10. Η μάθηση είναι πιο αποτελεσματική όταν δίνεται χρόνος στην πρακτική εξάσκηση.

Η μάθηση είναι μια πολύπλοκη γνωστική δραστηριότητα που δεν μπορεί να επισπευσθεί. Χρειάζεται αρκετός χρόνος και περίοδοι πρακτικής εξάσκησης για να ξεκινήσει η δημιουργία εμπειρογνωμοσύνης (ειδημοσύνης) σε μια περιοχή γνώσης. Οι έρευνες δείχνουν ότι οι άνθρωποι πρέπει να εφαρμόσουν μια μεγάλη πρακτική εξάσκηση για να αποκτήσουν εμπειρογνωμοσύνη σε μια περιοχή. Ακόμη και οι μικρές διαφορές στο χρονικό διάστημα κατά το οποίο οι άνθρωποι εκτίθενται σε πληροφορίες μπορούν να οδηγήσουν σε μεγάλες διαφορές στις πληροφορίες που έχουν αποκτήσει.

11. Ανάπτυξη και ατομικές διαφορές.

Οι έρευνες δείχνουν ότι υπάρχουν σημαντικές αναπτυξιακές διαφορές στη μάθηση. Καθώς τα παιδιά αναπτύσσονται, δημιουργούν νέους τρόπους αναπαράστασης του κόσμου και αλλάζουν επίσης τις διαδικασίες και τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν για να χειραγωγούν αυτές τις αναπαραστάσεις. Ο αναπτυξιακός ψυχολόγος Howard Gardner υποστήριξε ότι υπάρχουν πολλές διαστάσεις της ανθρώπινης νοημοσύνης εκτός από τις λογικές και γλωσσικές δεξιότητες που συνήθως αποτιμώνται στα περισσότερα σχολικά περιβάλλοντα. Ορισμένα παιδιά είναι προικισμένα στη μουσική, άλλα έχουν εξαιρετικές δεξιότητες που αφορούν στο χώρο (απαιτούνται, για παράδειγμα, από αρχιτέκτονες και καλλιτέχνες) ή σωματικές / κινητικές ικανότητες (απαιτούνται από τους αθλητές) ή ικανότητες να σχετίζονται με άλλους ανθρώπους κλπ. Τα σχολεία πρέπει να δημιουργούν το καλύτερο περιβάλλον για την ανάπτυξη των παιδιών, λαμβάνοντας υπόψη αυτές τις ατομικές διαφορές.

12. Δημιουργία κινήτρων στους μαθητές.

Η μάθηση επηρεάζεται αποφασιστικά από το κίνητρο των μαθητών. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να έχουν περισσότερα κίνητρα με τη συμπεριφορά τους και τις δηλώσεις τους. Οι μαθητευόμενοι που έχουν κίνητρο είναι εύκολο να αναγνωριστούν επειδή έχουν πάθος για την επίτευξη των στόχων τους και είναι έτοιμοι να καταβάλουν μεγάλες προσπάθειες. Δείχνουν επίσης μεγάλη αποφασιστικότητα και επιμονή. Αυτό επηρεάζει την ποσότητα και την ποιότητα αυτού που έχουν μάθει.

Οι ψυχολόγοι διακρίνουν δύο είδη κινήτρων: Τα εξωγενή και τα εγγενή κίνητρα. Τα αποτελέσματα των εξωτερικών κινήτρων προκύπτουν όταν χρησιμοποιούνται θετικά οφέλη για την αύξηση της συχνότητας μιας συμπεριφοράς - στόχου. Γι' αυτόν τον λόγο μπορούν να χρησιμοποιούν επαίνους, υψηλούς βαθμούς, βραβεία, χρήματα και τρόφιμα. Εγγενές κίνητρο έχουν οι μαθητές όταν συμμετέχουν ενεργά σε δραστηριότητες χωρίς να πρέπει να ανταμειφθούν γι' αυτό. Το παιδί που θέλει να βάλει μαζί τα κομμάτια του παζλ για τη διασκέδασή του έχει εγγενές κίνητρο.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των εγγενώς υποκινούμενων μαθητών είναι η πεποίθησή τους ότι η προσπάθεια είναι σημαντική για την επιτυχία. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να επηρεάσουν την αποφασιστικότητα των μαθητών να επιτύχουν, με τη συμπεριφορά τους και τις δηλώσεις που κάνουν.

Όπως θα δούμε αυτές ακριβώς οι αρχές είναι αυτές που προτείνει και το κίνημα της διδασκαλίας της κριτικής σκέψης.

2.5. Σε ποια ηλικία τα παιδιά είναι ικανά να σκέφτονται λογικά; Ερευνητικά δεδομένα.

Θα ξεκινήσουμε με την παρουσίαση ερευνών για τον τρόπο με τον οποίο σκέφτονται τα παιδιά της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Ο Braine (1959), (apud Bouwmeester, Vermunt & Sijtsma, 2012)¹⁴ ισχυρίστηκε ότι, στην ηλικία των 5 ετών, ένα παιδί μπορεί να προβεί σε γραμμικούς συμπερασμούς (linear inferences) εάν οι πληροφορίες στις υποθέσεις είναι σαφείς. Το πραγματικό πρόβλημα δεν είναι η λογική σκέψη, αλλά η ενημέρωση για τις υποθέσεις.

¹⁴ Denisa Ardelean «How Do Primary School Pupils Think. Syllogistic Reasoning in Primary School Children».

Σε αντίθεση με τη θεωρία του Piaget, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας μπορούν να απαντήσουν σωστά στους συλλογισμούς και να δώσουν επαρκή αιτιολόγηση στις απαντήσεις τους. (Hawkins et al., 1984, apud Galotti, Komatsu & Voelz, 1997 apud Denisa Ardelean). Τα παιδιά επιτυγχάνουν πολύ καλές επιδόσεις με παρόμοια προβλήματα (κατά μέσο όρο 94% σωστές απαντήσεις) και φτωχότερη απόδοση σε ασυμβίβαστα προβλήματα (κατά μέσο όρο 13% σωστές απαντήσεις).

Τα παιδιά ηλικίας μεταξύ 6 και 8 ετών αντιμετωπίζουν δυσκολίες στο να ξεχωρίζουν συλλογισμούς με παρόμοιες υποθέσεις και συλλογισμούς με διαφορετικές υποθέσεις. (Markovits, Schleifer & Fortier, 1989, apud Galotti, Komatsu & Voelz, 1997)¹⁵ Ακόμη και αν αυτά τα αποτελέσματα υπογραμμίσουν ότι σε μικρή ηλικία τα παιδιά μπορούν να καταλήξουν σε ένα παραγωγικό συμπέρασμα, δεν εκδηλώνουν την κατανόηση της σχέσης μεταξύ των υποθέσεων και των συμπερασμάτων πριν από την ηλικία των 11.

Σε μια μελέτη που αναπτύχθηκε από τους Moshman & Franks (1986, apud Galotti, Komatsu & Voelz, 1997)¹⁶, σε μαθητές Δημοτικού και Γυμνασίου προσφέρθηκαν διάφορα επιχειρήματα που διαφέρουν ως προς την αξία της αλήθειας των υποθέσεων, των συμπερασμάτων και της εγκυρότητας των επιχειρημάτων. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι μαθητές της Δ τάξης (Δημοτικού) έχουν μεγάλη δυσκολία στην επιλογή έγκυρων επιχειρημάτων. Πριν από την ηλικία των 12 ετών, τα παιδιά παρουσιάζουν χαμηλή σαφή συνειδητοποίηση της εγκυρότητας της λογικής. Παρατηρείται ελλιπής κατανόηση της ιδέας της λογικής εγκυρότητας.

Η πειραματική έρευνα καταδεικνύει ότι τα μικρά παιδιά μπορούν να εξάγουν παραγωγικά συμπεράσματα σχετικά με τις αντιγεγονοτικές υποθέσεις. Οι Dias & Harris (1990, apud Goswami, 2008)¹⁷ έδειξαν ότι τα παιδιά μπορούν να λύσουν τα αντιγεγονοτικά προβλήματα με τη χρήση της γνώσης της πραγματικότητας παρά με τη χρήση παραγωγικής λογικής. Αυτό είναι εφικτό όσο τα λογικά προβλήματα παρουσιάζονται στο πλαίσιο του παιχνιδιού.

Οι Leever και Harris (2000, apud Goswami, 2008)¹⁸ προσπάθησαν να αποδείξουν ότι το παιχνίδι δεν έχει επιρροή στην παραγωγική λογική. Οι συγγραφείς παρέιχαν σε παιδιά ηλικίας 4 ετών αντιγεγονοτικούς συλλογισμούς παρόμοιους με εκείνους που προσέφεραν οι Dias και Harris. Τα παιδιά ηλικίας 4 ετών επιλύουν σωστά τα προβλήματα λογικής

¹⁵ Το ίδιο

¹⁶ Το ίδιο

¹⁷ Το ίδιο

¹⁸ Το ίδιο

σκέψης και αυτή η ικανότητα μεταφέρθηκε σε νέα αντιγεγονοτικά προβλήματα 2-3 εβδομάδες αργότερα, χωρίς οδηγίες διανοητικής απεικόνισης. Οι χειρισμοί των συγγραφέων βελτιώνουν το συλλογιστικό σκεπτικό, επειδή αυτοί ενθάρρυναν τα παιδιά να επεξεργάζονται νοερά τις υποθέσεις, χωρίς να τις θεωρούν παράλογες. Θυμίζουμε ότι, σύμφωνα με τη θεωρία του Piaget, τα παιδιά μπορούν να επιτύχουν γραμμικά συμπεράσματα όταν μπορούν να χρησιμοποιήσουν ορισμένους κανόνες λογικής. Αυτή η ικανότητα εμφανίζεται στο στάδιο των συγκεκριμένων πράξεων, γύρω στην ηλικία των 7 ετών.

Τα παιδιά στην προ-λειτουργική φάση θεωρούν αντικείμενα και χαρακτηριστικά κατά ονομαστικό τρόπο, απομονωμένα από άλλα αντικείμενα ή χαρακτηριστικά (Bouwmeester, Vermunt & Sijtsma, 2012). Σε μια μελέτη που αναπτύχθηκε από τους Galotti, Komatsu και Voelz (1997)¹⁹, μερικά παιδιά κλήθηκαν να λύσουν 16 παραδοσιακούς συλλογισμούς, εκ των οποίων καθένας είχε μια επαγωγική και μια παραγωγική εκδοχή και να δικαιολογήσουν τις απαντήσεις τους. Οι τύποι των εξηγήσεων που προσφέρονται από τα παιδιά διαφέρουν. Έτσι, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας δείχνουν χαμηλή κατανόηση της διάκρισης μεταξύ της επαγωγικής και της παραγωγικής εκδοχής. Υπάρχει μια βελτίωση στην κατανόηση κατά τα πρώτα χρόνια του σχολείου.

Η Denisa Ardelean²⁰ στη μελέτη της «How Do Primary School Pupils Think? Syllogistic Reasoning in Primary School Children.» («Πώς σκέφτονται οι μαθητές της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης; Συλλογιστική σκέψη στα Παιδιά Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης») ανέλυσε πτυχές που σχετίζονται με την ανάπτυξη συλλογιστικής σκέψης κατά τη διάρκεια του Δημοτικού σχολείου.

Η Denisa Ardelean έθεσε ως στόχο να αναλύσει τη συλλογιστική σκέψη των παιδιών του Δημοτικού σχολείου. Η υπόθεση που εξετάστηκε σε αυτή τη μελέτη είναι ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές όσον αφορά την ικανότητα της συλλογιστικής σκέψης σύμφωνα με τη χρονολογική ηλικία.

Για την έρευνα επέλεξε 215 παιδιά πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, από το No.11 Middle School της Oradea. Η μέση ηλικία ήταν 9,6 έτη, ενώ από το σύνολο των συμμετεχόντων, 85

¹⁹ Το ίδιο.

²⁰ Εισήγηση στη διεθνή διάσκεψη με θέμα «Εκπαίδευση και ψυχολογικές προκλήσεις – δάσκαλοι για την κοινωνία της γνώσης» 2015, Πανεπιστήμιο Oradea, Ρουμανία. Δημοσιεύθηκε από την Elsevier Ltd.

ήταν της δευτέρας τάξης, 74 μαθητές ήταν τρίτης τάξης και 56 μαθητές ήταν τετάρτης τάξης²¹. Εκατό μαθητές ήταν κορίτσια και 115 αγόρια.

Τα παιδιά αυτά κλήθηκαν να λύσουν δύο καταλόγους συλλογισμών. Χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο 16 συλλογισμών. Αυτοί οι συλλογισμοί ομαδοποιήθηκαν σε τέσσερις κατηγορίες: καθολικά θετικοί, καθολικά αρνητικοί, μερικά θετικοί και μερικά αρνητικοί.²² Κάθε κατηγορία περιλαμβάνει τέσσερις συλλογισμούς. Κάθε συλλογισμός αποτελείται από δύο υποθέσεις και ένα συμπέρασμα που είναι διατυπωμένο ως ερώτημα. Οι μαθητές πρέπει να απαντήσουν σε αυτό το ερώτημα. Σε κάθε έναν από αυτούς τους συλλογισμούς, τα παιδιά είχαν τη δυνατότητα να επιλέξουν μία από τις ακόλουθες επιλογές: "ναι", "όχι" ή "δεν είμαι σίγουρος". Εάν επέλεξαν σωστά, τους δόθηκε ένας πόντος. Εκτός από αυτόν τον κατάλογο, χρησιμοποιήθηκε ένας κατάλογος αντιγεγονοτικών συλλογισμών, δύο από κάθε κατηγορία.

Αναλύοντας τις συνολικές βαθμολογίες που ελήφθησαν από τους μαθητές στη μελέτη, στην περίπτωση των συλλογισμών παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μελετώμενων ηλικιακών ομάδων. Από την άλλη πλευρά, για τις βαθμολογίες που λαμβάνονται σε αντιγεγονοτικούς συλλογισμούς, οι διαφορές είναι πολύ σημαντικές. Έτσι, η σχέση μεταξύ της βαθμίδας που ανήκαν οι μαθητές και των αντιγεγονοτικών συλλογισμών είναι ισχυρή και εξηγείται από τη χρονολογική ηλικία. Υπάρχουν σημαντικές διαφορές στο επίπεδο των μαθητών της Β τάξης, ανάλογα με το είδος του χρησιμοποιούμενου συλλογιστικού συστήματος, με την έννοια ότι, στην περίπτωση των

²¹ Στη Ρουμανία τα παιδιά πηγαίνουν στο Δημοτικό σε ηλικία 6-7 ετών. Το Δημοτικό έχει τέσσερις τάξεις. Η έρευνα δηλαδή αντιστοιχεί σε παιδιά που στο ελληνικό σχολείο θα πήγαιναν από Δευτέρα έως Τετάρτη Δημοτικού.

²² Παράδειγμα καθολικά θετικών συλλογισμών: «Όλα τα σπίτια έχουν παράθυρα. Όλα τα παράθυρα είναι κατασκευασμένα από γυαλί. Έχουν όλα τα σπίτια γυάλινα παράθυρα;»

Παράδειγμα καθολικά αρνητικών συλλογισμών: «Όλες οι αρκούδες είναι ζώα που ζουν στο δάσος. Κανένα ζώο στο δάσος δεν τρέφεται με μακαρόνια. Είναι οι αρκούδες ζώα που τρώνε μακαρόνια;»

Παράδειγμα μερικά θετικών συλλογισμών: «Όλα τα σπίτια έχουν παράθυρα. Ο Ανδρέας έχει σπίτι. Το σπίτι του Ανδρέα έχει παράθυρα;»

Παράδειγμα μερικά αρνητικών συλλογισμών: «Την άνοιξη, κανένα μεταναστευτικό πουλί δεν αφήνει τις ζεστές χώρες. Το χελιδόνι είναι ένα μεταναστευτικό πουλί. Το χελιδόνι φεύγει σε ζεστές χώρες, την άνοιξη;»

Παράδειγμα εργασιών αντιγεγονοτικής συλλογιστικής:

«Όλοι οι βάτραχοι τρέφονται με μέλι. Ένας βάτραχος ζει στη λίμνη. Αυτός ο βάτραχος τρέφεται με μέλι;»

καταφατικών, οι επιδόσεις είναι καλύτερες από ό,τι στην περίπτωση των αρνητικών. Η ποσοτική ανάλυση των αποτελεσμάτων επιτρέπει μια μερική επιβεβαίωση της υπόθεσης. Οι συγκρίσεις μεταξύ ομάδων σχετικά με τη συλλογιστική σκέψη δεν αποκάλυψαν σημαντικές διαφορές μεταξύ των τάξεων. Η αντιγεγονοτική συλλογιστική όμως διαφέρει σημαντικά στο επίπεδο των τριών τάξεων (Β, Γ, και Δ αντίστοιχα). Οι απαντήσεις των μαθητών στις τάξεις Γ και Δ είναι πιο συνεπείς, επομένως, μεταξύ τους δεν υπήρχαν σημαντικές διαφορές. Σε αυτήν την ηλικία, οι μαθητές είναι σε θέση να επεξεργάζονται περισσότερες διαστάσεις ταυτόχρονα.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων δείχνει ότι οι μαθητές χειρίζονται ευκολότερα τις θετικές υποθέσεις από τις αρνητικές. Στην καθημερινή μας δραστηριότητα, λειτουργούμε συχνότερα με επιβεβαιώσεις παρά με αρνητικές δηλώσεις. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η αρνητική μορφή αφορά τη βαθιά επεξεργασία, καθώς οι μαθητές πρέπει να αναζητήσουν έγκυρα αντιπαραδείγματα για να λύσουν σωστά τους συλλογισμούς.

Η επιτυχία στην περίπτωση των συλλογιστικών προβλημάτων εξαρτάται από την ικανότητα κατανόησης των υποθέσεων, από το συνδυασμό των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτές και από την εξαγωγή έγκυρων συμπερασμάτων από αυτά. Η παραγωγική συλλογιστική περιλαμβάνει μια πλήρη κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των υποθέσεων.²³ Στην ηλικία των 6 ετών, υπάρχουν αρκετοί δείκτες που διαφοροποιούν τις συνεπείς λογικές υποθέσεις από τις ασυνεπείς. Παρόλο που στην ηλικία των 6 ετών υπάρχει περιορισμένη ικανότητα από την άποψη αυτή, μέχρι την ηλικία των 11 ετών, δεν μπορούμε να μιλάμε για σαφή διάκριση μεταξύ λογικών και παράλογων συλλογισμών. Μια πιθανή εξήγηση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την αναπτυξιακή προοπτική είναι συνεπής με την προσέγγιση των Chi, Glaser και Rees (1982, apud Byrnes & Overton, 1986). Οι συγγραφείς παρατήρησαν ότι η επίδραση της χρονολογικής ηλικίας δεν αντικατοπτρίζει τις διαφορές στη λογική ικανότητα, αλλά αντανακλά την καλύτερη ικανότητα των μεγαλύτερων παιδιών να χρησιμοποιούν επίσημες γλωσσικές συμβάσεις.

Η συλλογιστική, η αξιοποίηση πληροφοριών με σκοπό τη χρήση τεκμηρίων για την εξαγωγή συμπερασμάτων αποτελεί θεμελιώδη γνωστική και αναπόσπαστη δραστηριότητα της καθημερινής σκέψης. Ο τρόπος με τον οποίο τα άτομα κατανοούν τις πτυχές της καθημερινής πραγματικότητας, ο τρόπος με τον οποίο λαμβάνουν αποφάσεις εξαρτάται από την ικανότητα να χειρίζονται και να μεταφέρουν τη γνώση σε διαφορετικές συναφείς

²³ Markovits, Schleifer & Fortier, 1989 apud Denisa Ardelean.

καταστάσεις. Η ανθρώπινη διάνοια αναπτύσσει διανοητικά μοντέλα που προορίζονται να αντιπροσωπεύουν τις σχέσεις μεταξύ των όρων κατά την επίλυση προβλημάτων (Perret, Bailleux & Dauvier, 2011). Η επίδοση των παιδιών μπορεί να προσδιοριστεί συνδυάζοντας την ικανότητα επεξεργασίας του παιδιού και τη σχετική πολυπλοκότητα της εργασίας.

Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι, στην περίπτωση συγκρίσεων μεταξύ ηλικιακών ομάδων, δεν παρατηρούνται σημαντικές διαφορές μεταξύ των νεαρών μαθητών για την επίλυση των συλλογισμών. Αυτές οι διαφορές προκύπτουν από την επίλυση των αντιγεγονοτικών (counterfactual) συλλογισμών. Οι συγκρίσεις εντός των ομάδων επιτρέπουν τη δήλωση ότι η θετική μορφή των συλλογισμών έχει καλύτερα αποτελέσματα από την αρνητική.

Άρθρο του NRICH (ιστότοπου που είναι αφιερωμένος σε μελέτες που αφορούν στη διδασκαλία μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση) που δημοσιεύτηκε τον Φεβρουάριο του 2011 με τίτλο «Logic, and How it Should Influence Our Teaching» αναφέρεται στις έρευνες των Clotilde Pontecorvo και Laura Sterponi τις οποίες διεξήγαγαν για να διερευνήσουν πώς τα νεαρά παιδιά των Ιταλών κοινωνικοποιούνται στην διαλεκτική συζήτηση, που συνοψίζουν στο βιβλίο «Μάθηση για τη ζωή στον 21ο αιώνα». Προσέγγιζαν την επιχειρηματολογική συζήτηση ως τρόπους συλλογισμού, που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια διαφορετικών δραστηριοτήτων ομιλίας μέσα σε διαφορετικά πλαίσια. Τα δύο περιβάλλοντα που επέλεξαν ήταν μια αφηγηματική δραστηριότητα σε παιδιά Νηπιαγωγείου (παιδιά μεταξύ 3 και 5 ετών) και οικογενειακές συζητήσεις κατά τη διάρκεια του δείπνου.

Στο σχολικό περιβάλλον, η αφήγηση ήταν πάντα από κοινού κατασκευασμένη έτσι ώστε τα παιδιά να μην αποδέχονται τις αντίθετες απόψεις του άλλου, αλλά τις χρησιμοποιούσαν για να αναδιατυπώσουν ιδέες. Στη συζήτηση που ακολούθησε χρησιμοποιήθηκαν σύνθετα πρότυπα που περιελάμβαναν τη χρήση υποθετικών δηλώσεων με πιθανές αρνητικές ή αντιγεγονοτικές συνέπειες.

Για παράδειγμα, στην ιστορία που διαβάζουν τα παιδιά, ένα κορίτσι είχε φύγει από το σπίτι της. Έγινε συζήτηση σχετικά με την ηλικία της. Ένα αγόρι πρότεινε ότι δεν θα μπορούσε να είναι πολύ νεαρή (υποθετική δήλωση), γιατί τότε δεν θα ήταν αρκετά έξυπνη για να φύγει από το σπίτι της. (αντιγεγονοτικές συνέπειες).

Στο δείπνο το παιδί συνεργάζεται και πάλι για να παράγει αφήγηση. Ωστόσο, σε αυτή την κατάσταση, οι ρόλοι των συμμετεχόντων αλλάζουν και αυτό απαιτεί τη χρήση πιο σύνθετων

γνωστικών διαδικασιών. Αυτό είναι αποτέλεσμα της φύσης των σχέσεων μέσα σε μια οικογένεια. Όσο πιο οικείοι είναι οι άνθρωποι γύρω σας, τόσο περισσότερους κινδύνους είστε διατεθειμένοι να αναλάβετε για να εκφράσετε γνώμη. Συχνά στο σπίτι, ο διαλεκτικός λόγος (με διαφωνίες) συνδέεται με παραβίαση κανόνων. Αυτό δημιουργεί ένα υπόδειγμα υποθετικής πρότασης με αρνητικές συνέπειες με τις οποίες τα παιδιά εξοικειώνονται. Για παράδειγμα, στη μελέτη η μητέρα προειδοποιεί την 3χρονη κόρη της ότι αν κοιμηθεί αργά (υποθετική πρόταση) μετά θα αισθάνεται άρρωστη, (αρνητική συνέπεια) γιατί αυτό έπαθε παλιότερα όταν έκανε το ίδιο.

Οι Pontecorvo και Sterponi υποδεικνύουν ότι αυτές οι δύο δομές συζήτησης (μία που λαμβάνει χώρα στο σπίτι, μία στο σχολείο) είναι στην πραγματικότητα πολύ παρόμοιες. Ως εκ τούτου, πριν πάνε στο σχολείο, τα παιδιά θα έχουν ήδη εμπλακεί σε πολύπλοκα συλλογιστικά σχέδια. Όταν τα παιδιά συμμετέχουν σε μια αφήγηση ως μέρος μιας ομάδας, οι αντίθετες απόψεις τους οδηγούν σε ένα υψηλό επίπεδο αναθεώρησης και βελτίωσης της σκέψης τους.

Συμπεραίνουν ότι οι δάσκαλοι, έχοντας υπ' όψιν τα παραπάνω, πρέπει να παρέχουν ευκαιρίες για αυτό το είδος αφήγησης στις αίθουσες διδασκαλίας, αλλά εξίσου σημαντικός είναι και ο τρόπος με τον οποίο χειρίζονται αυτές τις αφηγήσεις. Ο δάσκαλος πρέπει να προσπαθήσει να ανταποκρίνεται στις συνεισφορές των παιδιών, διευκολύνοντας παράλληλα την πολυφωνία. Αν μπορούμε να οικοδομήσουμε σχέσεις με τα παιδιά που προωθούν την εξοικείωση και την ευκολία, ενώ ταυτόχρονα ενθαρρύνουμε αυτό το είδος αλληλεπίδρασης μεταξύ των ίδιων των μαθητών, τότε θα βελτιωθεί η ποιότητα της λογικής.

Η πρόταση των Nicla Palladino, Nicolina Pastena: Χρησιμοποιώντας την κίνηση για την ανάπτυξη της λογικής .

Οι Nicla Palladino και Nicolina Pastenab ξεκινώντας από τη θέση ότι «η λογική φαίνεται να έχει έναν σημαντικό ρόλο στη διδασκαλία των στοιχειωδών μαθηματικών και οι λόγοι προέρχονται από πολλούς παράγοντες», προτείνουν ένα πρωτότυπο τρόπο να διδαχθούν κανόνες της λογικής παιδιά των πρώτων τάξεων του Δημοτικού. Στην εργασία τους «Thought and body. An activity of logic in primary school» («Σκέψη και σώμα. Μια δραστηριότητα λογικής στο Δημοτικό σχολείο») σχεδίασαν ένα έργο που απευθύνεται σε μαθητές των πρώτων τάξεων του Δημοτικού σχολείου, για να προωθήσει την ανάπτυξη της γλώσσας και της λογικής, που βασίζεται στη σωματική κίνηση, και το οποίο απαιτεί πειραματική διερεύνηση.

«Η ανάγκη προσδιορισμού ενός επιστημολογικού πλαισίου», γράφουν «ικανού να επικυρώσει και να επιβεβαιώσει τη σημασία των κινητικών δεξιοτήτων και την κίνηση του σώματος στις διαδικασίες της απόκτησης της γνώσης, αποτελεί μια πρόσφατη απαίτηση. Μόνο κατά τη δεκαετία του '70 στην Ιταλία αναπτύχθηκε η ιδέα της σπουδαιότητας της χρήσης μαθηματικών μοντέλων βασισμένων στην ψυχοκινητική, κοινωνικοκινητική και ψυχοκινητική δυναμική στις εκπαιδευτικές διαδικασίες των νέων γενεών. Ωστόσο, η στενή σχέση μεταξύ της σωματικής πραγματικότητας και των εκπαιδευτικών διαδικασιών έχει βαθιές και ενοποιημένες ρίζες στην ανθρώπινη ιστορία...»

Θεωρώντας τη γλώσσα και την κίνηση ως όργανα σκέψης, προτείνουν δραστηριότητες που προορίζονται να προσφέρουν στα παιδιά «ένα πλούσιο κληροδότημα το οποίο καθορίζει ορισμένες πτυχές και στοιχεία του περιβάλλοντος και των καθημερινών ενεργειών. Αυτές οι δραστηριότητες θα μεταφράσουν επίσης τα συναισθήματα και τις αντιλήψεις σε λέξεις». Επιδίωξή τους είναι να προωθήσουν δραστηριότητες που συμβάλλουν στη λογική οργάνωση γεγονότων και περιστάσεων. Για να διδάξουν στα παιδιά έννοιες όπως «αληθής» και «ψευδής» πρόταση, την ισοδυναμία μιας δήλωσης υπό όρους και της αντιθετοαντίστροφής της, προτείνουν μια διαδρομή που είναι αρθρωμένη σε διάφορα σημεία:

1. Πρώτο βήμα της σωματικής συμμετοχής: Οι μαθητές αρχίζουν να περπατούν σε μια προκαθορισμένη πορεία. Ο δάσκαλος απεικονίζει αυτό που μπορούν να δουν γύρω, υπογραμμίζει ορισμένα σημεία και αντικείμενα.
2. Το δεύτερο βήμα συμβαίνει στην τάξη: Κατά τη διάρκεια μιας συλλογικής συζήτησης, οι μαθητές θα αποφασίσουν τα σημεία αναφοράς που θα τους βοηθήσουν να αναδημιουργήσουν το μονοπάτι. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού θα είναι να τονώσει τη συζήτηση μέσω ερωτήσεων σχετικά με τα χαρακτηριστικά του τις αναφορές που επιλέγουν οι μαθητές και τα χαρακτηριστικά που δεν τους ανήκουν.
3. Το τρίτο βήμα συνίσταται στην αναπαράσταση των αναφορών ως σχεδίων τα οποία θα αναπαραχθούν στην περιγραφή τους με καταφατικές και αρνητικές προτάσεις. Άλλα ερωτήματα θα τονώσουν την αντίληψή τους για το σώμα σε ένα τρισδιάστατο πλαίσιο.

Οι ερωτήσεις θα μπορούσαν να είναι: Ήταν το αντικείμενο στα δεξιά σας ή στα αριστερά σας; Σε αυτό το σημείο, έχουμε γυρίσει προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά; Ήταν αυτό το αντικείμενο πριν ή μετά από το άλλο;

Προτείνουν μια λογική εκπαίδευση που, αντί να αποτελεί αντικείμενο ρητής και επίσημης διδασκαλίας, να αποτελεί αντικείμενο προβληματισμού και συνεχούς φροντίδας των εκπαιδευτικών, οι οποίοι πρέπει να προωθήσουν και να τονώσουν τη γνωστική ανάπτυξη του παιδιού, ανακαλύπτοντας γρήγορα πιθανά προβλήματα ή ελλείψεις. Συνιστούν να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην κατάκτηση της ακρίβειας και της πληρότητας της γλώσσας, λαμβάνοντας υπόψη ότι, ειδικά στα πρώτα χρόνια του σχολείου, η φυσική γλώσσα δεν έχει έναν εκφραστικό πλούτο και μια λογική δυνατότητα που να ανταποκρίνεται στην αναγκαιότητα της μάθησης.

Οι δάσκαλοι θα προτείνουν, από την αρχή, στο επίπεδο της εμπειρίας και των συγκεκριμένων χειρισμών, δραστηριότητες πλούσιες σε λογική δυνατότητα που θα χρησιμοποιηθούν για την αριθμητική, τη γεωμετρία, τις επιστήμες, τη γλώσσα κλπ. Μεταξύ των στόχων για τις πρώτες δύο τάξεις του Δημοτικού σχολείου, περιλαμβάνονται:

- Να ταξινομούν οι μαθητές αντικείμενα, εικόνες, αριθμούς σύμφωνα με ένα δεδομένο γεγονός και αντίστροφα, και να υποδεικνύουν ένα χαρακτηριστικό που μπορεί να εξηγήσει τη δεδομένη ταξινόμηση.
- Να εντοπίσουν, σε πολύ απλό προβληματικό και συγκεκριμένο πλαίσιο, όλες τις πιθανές περιπτώσεις συνδυασμών αντικειμένων και χαρακτηριστικών.
- Να ανακαλύψουν και να εκφράσουν με λέξεις την κανονικότητα και τους ρυθμούς σε μια δεδομένη διαδοχή αντικειμένων, εικόνων, ήχων και αντιστρόφως να ακολουθήσουν τους κανόνες – προτεινόμενους προφορικά ή γραπτά – για την κατασκευή αυτών των διαδοχών.
- Να παρουσιάζουν με στοιχειώδη σχήματα (παραδείγματα με βέλη) χωροχρονικές ακολουθίες, σχέσεις τάξης, αντιστοιχίες που σχετίζονται με συγκεκριμένες καταστάσεις.

Επομένως, προτείνουν ένα πειραματισμό που θα μπορούσε να οδηγήσει στην κατανόηση (και αργότερα στην αναπαράσταση και στην τυποποίηση) του κύριου στοιχείου της προτεινόμενης λογικής, με άμεση επαφή με το περιβάλλον της καθημερινής ζωής ή με καταστάσεις που τα παιδιά ξέρουν καλά.

Η δομή το έργου τους είναι η εξής: Το πρώτο βήμα είναι η σωματική εμπλοκή.

Αυτό προβλέπει ότι ο δάσκαλος έχει σχεδιάσει μια εξερευνητική έξοδο, η οποία μπορεί να συμβεί κοντά στο σχολικό κτίριο ή στον εσωτερικό χώρο του σχολείου, εφόσον είναι

κατάλληλος για τον καθορισμό διαφορετικών σημείων αναφοράς. Θα καθοδηγήσει τους μαθητές σε μια προκαθορισμένη πορεία, κάνοντάς τους να εστιάζουν συνεχώς στη δράση που εκτελούν. Για παράδειγμα, κοντά στο μικρό λευκό σπίτι όλα τα παιδιά θα στραφούν προς τα αριστερά, ή κοντά στο μεγάλο πράσινο δέντρο όλοι θα πάνε ίσια. Το σημαντικό είναι να προσδιοριστούν τα χαρακτηριστικά των αντικειμένων που συναντούν και να θυμούνται τις δραστηριότητες που πραγματοποιήθηκαν σε σχέση με αυτές.

Το δεύτερο βήμα λαμβάνει χώρα στην τάξη: Κατά τη διάρκεια μιας συλλογικής συζήτησης, οι μαθητές θα επαναπροσδιορίσουν τα σημεία αναφοράς, στα οποία ο δάσκαλος τους έκανε να επικεντρωθούν, προκειμένου να ανοικοδομήσουν την πορεία που έγινε. Οι εκπαιδευτικοί θα τονώσουν τη συζήτηση με ερωτήσεις σχετικά με τα χαρακτηριστικά των αναφορών που επιλέγουν και σχετικά με τα χαρακτηριστικά που δεν τους ανήκουν. Επιπλέον, είναι δυνατό να προχωρήσουν περαιτέρω, επιλέγοντας την αναπαράσταση των αναφορών με σχέδια.

Μια πρόταση είναι ένας ισχυρισμός που εκφράζει την αξία της αλήθειας, με άλλα λόγια δέχεται τις τιμές «αληθής» ή «ψευδής». Για παράδειγμα οι προτάσεις «Το πέντε είναι περιττός αριθμός» και «Η Ρώμη είναι η πρωτεύουσα της Γαλλίας» δέχονται τους όρους «αληθής» και «ψευδής» πρόταση. Αντίθετα, ο ισχυρισμός «Θα ήθελα να περάσω τις εξετάσεις χωρίς να διαβάσω» δεν είναι μια πρόταση (εκφράζει μια επιθυμία, δεν είναι κάτι αληθινό ή ψευδές). Οι προτάσεις μπορούν να συνδυαστούν για να δημιουργήσουν πιο πολύπλοκες (σύνθετες) θέσεις χρησιμοποιώντας τις συνδέσεις «και», «ή», «όχι», «εάν ... τότε» κ.λπ. Στη φάση της περιγραφής ορισμένων παραπομπών, τα παιδιά ενθαρρύνονται να περιγράψουν τα αντικείμενα που παρατηρούσαν με όλες τις καταφατικές προτάσεις. Αργότερα, η περιγραφή θα διεξαχθεί χρησιμοποιώντας τις αρνητικές προτάσεις. Μια διαπίστωση την οποία μπορούμε να κάνουμε είναι ότι το προαναφερθέν μικρό σπίτι είναι λευκό, που σημαίνει ταυτόχρονα ότι δεν είναι κόκκινο, κίτρινο, πράσινο κλπ. Με αυτόν τον τρόπο αρχίζουν να κατανοούν την έννοια της «πρότασης» και τι σημαίνει ότι η πρόταση είναι αληθινή ή ψευδής.

Εάν είναι αλήθεια ότι «το μικρό σπίτι στο οποίο έχουμε στραφεί προς τα δεξιά είναι λευκό», τότε όλες οι άλλες προτάσεις όπως «Το μικρό σπίτι στο οποίο έχουμε στραφεί προς τα δεξιά είναι κόκκινο» ή «Το μικρό σπίτι όπου έχουμε στραφεί προς τα δεξιά είναι κίτρινο» θα είναι ψευδείς. Η γραφική αναπαράσταση των εντοπισμένων αντικειμένων μπορεί να επιτρέψει τη διευκόλυνση και τη σχηματοποίηση όλων αυτών των πληροφοριών. Κοντά στην αναπαράσταση θα εισαχθούν όλες οι αληθινές προτάσεις που την περιγράφουν αλλά

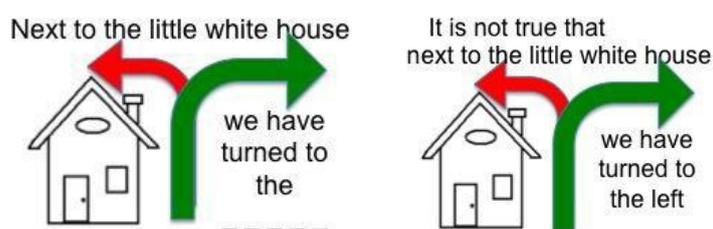
θα αποκλειστούν ψευδείς προτάσεις. Ο τύπος των ερωτήσεων θα τονώσει την αντίληψη των παιδιών για το σώμα τους σε ένα τρισδιάστατο πλαίσιο.

Για παράδειγμα: «Συναντήσαμε το μικρό λευκό σπίτι στα δεξιά μας ή στα αριστερά μας;». «Κοντά στο μικρό λευκό σπίτι, στρίψαμε δεξιά ή αριστερά;». «Είναι το μικρό σπίτι που βρίσκεται πριν ή μετά το δέντρο;». Αυτές οι σκέψεις συνδέονται όλες με την κίνηση που έχουν κάνει τα παιδιά και μπορούν ακόμα να οργανωθούν με αληθινές ή ψευδείς προτάσεις.

Το φυσικό σώμα που πειραματίζεται, γίνεται ένα συμβολικό σώμα και ως εκ τούτου ένα «λογικό μαθηματικό σώμα». Οι κινήσεις γίνονται χειρονομίες, σημάδια, σύμβολα, κώδικες που εναλλάσσουν τις συμβολικές-αντιπροσωπευτικές λειτουργίες της πραγματικότητας. Από αυτή την άποψη, η λογική μάθησης μέσω του σώματος είναι ζωτικής σημασίας για την ανάπτυξη ενός δημιουργικού τρόπου ζωής και για μια παραγωγική σκέψη που αναδύεται και αποκλίνει.

Έτσι τα παιδιά μπορούν εύκολα να μάθουν τη λογική εάν αυτή παρουσιάζεται σε μια παιχνιδιάρικη μορφή: Με αυτόν τον τρόπο αναρωτιούνται για το «γιατί» και τους «λόγους» των διαφορετικών εμπειριών που κάνουν και ανακαλύπτουν και μαθαίνουν να διασκεδάζουν ταυτόχρονα.²⁴

Είναι δυνατό, συνιστούν, να δημιουργηθούν σχέδια ως εξής:



Εικόνα 1. Εικόνες για το «true» και «false».

Η έννοια της προτεινόμενης λογικής που θέλουν να φτάσουν είναι η άρνηση μιας πρότασης. Εάν είναι αλήθεια ότι το μικρό σπίτι ήταν λευκό, τότε δεν είναι αλήθεια ότι το μικρό σπίτι ήταν κόκκινο. Αν είναι αλήθεια ότι στρίψαμε δεξιά στο μικρό σπίτι, τότε δεν

²⁴ Pesci, 1991 apud Nicla Palladino, Nicolina Pastena «Thought and body. An activity of logic in primary school»

είναι αλήθεια ότι στρίψαμε αριστερά κοντά στο μικρό σπίτι. Αυτό που δεν είναι αληθινό ορίζεται με τον όρο «ψευδές».

Επίσης σε αυτή την περίπτωση, μερικά σχέδια που σχετίζονται με τη σωματική δράση μπορούν να βοηθήσουν τα παιδιά να ενσωματώσουν την έννοια που σχετίζεται με τη δράση. Από τα πρώτα χρόνια της ζωής, τα παιδιά δημιουργούν συστήματα λογικών ενεργειών που βασίζονται στα αντικείμενα (που δεν είναι ακόμα στην ίδια την πρόταση) οργανώνοντας ομάδες, τάξεις, ομάδες και σχέσεις μέσω του χειρισμού. Αυτή η πρώτη ομάδα δεν αφορά πλήρως στη λογική των τάξεων ή στη λογική των σχέσεων, δημιουργώντας μόνο μερικές στοιχειώδεις δομές των ομάδων. Έχουμε συνειδητοποιήσει ότι ορισμένες πράξεις, όπως για παράδειγμα οι ταξινομήσεις, είναι σχετικά ανεξάρτητες από τη λεκτική γλώσσα, δεδομένου ότι ορίζονται ξεκινώντας από τις κινητικές εμπειρίες και πριν από τη λειτουργία της σκέψης είναι λειτουργίες με τη στενή έννοια. Επομένως, οι λειτουργίες είναι ο συντονισμός των ενεργειών, των χειρισμών αντικειμένων: Τότε η γλώσσα θα είναι σε θέση να διευρύνει τις επεκτάσεις τους δίνοντας μεγαλύτερη κινητικότητα και καθολικότητα στην εννοιολογική άρθρωση. Έτσι, η βάση είναι η αισθητηριοκινητική νοημοσύνη στην οποία έχουμε στοιχειώδη και πρακτικό συντονισμό.

Μια σύζευξη είναι μια σύνθετη πρόταση που σχηματίζεται συνδυάζοντας δύο δηλώσεις με τη λέξη «και». Μια τέτοια σύζευξη ισχύει μόνο όταν και τα δύο μέρη είναι αληθή.

Αρχίζουμε από την αρχή ότι η λογική δεν είναι έμφυτη, αλλά καθίσταται αναγκαία σε ένα ορισμένο επίπεδο και επομένως είναι κάτι που το παιδί πρέπει να μάθει. Εμφανίζεται κυρίως στο βρέφος με τη μορφή δομής λειτουργίας (που ενεργεί πάνω στον εαυτό του, στα υλικά, πάνω στους και με τους άλλους). Η ίδρυση των λειτουργικών δομών και η σταδιακή πρόοδος της έννοιας της αναστρεψιμότητας επιτρέπουν την κατανόηση της έννοιας της διατήρησης.

Όταν ένα παιδί είναι σχεδόν πέντε ετών, είναι σε θέση να δημιουργήσει λογικές και συγκεκριμένες λειτουργικές δομές (για παράδειγμα τη διατήρηση των ποσοτήτων). (Piaget 1974). Οι πράξεις δεν βασίζονται ακόμα σε προτάσεις ή λεκτικούς ορισμούς, αλλά στα ίδια αντικείμενα που ομαδοποιούνται και ταξινομούνται σε αντιστοιχία. Ωστόσο, αυτή η συγκεκριμένη λειτουργία, ξεκινώντας από τη δράση, σχηματίζει ήδη αναστρέψιμες δομές σκέψης (προτού εφαρμοσθεί στην ποσότητα της ύλης και στη συνέχεια στο βάρος και τον όγκο). Όταν ένα παιδί είναι σχεδόν εννιά είναι σε θέση να βασίσει τη λογική των αναλογιών σε λεκτικούς ορισμούς (υποθέσεις) και όχι πλέον μόνο στα αντικείμενα. Το παιδί

θα είναι σε θέση να βρει συστηματικές μεθόδους ομαδοποίησης αντικειμένων σύμφωνα με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς.

«Μπορούμε», γράφουν, «να προχωρήσουμε πιο πέρα, ερχόμενοι σε μια πιο περίπλοκη αντίληψη που συνήθως δεν αντιμετωπίζεται από τις πρωτοβάθμιες τάξεις, δηλαδή εκείνη της «συνεπαγωγής», δηλαδή τις υπό όρους δηλώσεις της μορφής «Εάν... τότε ..». Για παράδειγμα, «Αν συναντήσουμε το πράσινο δέντρο, τότε θα πάμε πίσω».

Μια υπό όρους δήλωση είναι μια δήλωση με υπόθεση και συμπέρασμα.

Όταν μια υπό όρους δήλωση γράφεται σε μορφή «Εάν... τότε ..» , η υπόθεση είναι το τμήμα «εάν» και το συμπέρασμα είναι το τμήμα «τότε» (A ->B).

Η αντίστροφη (converse) μιας δήλωσης εξαρτάται από την αλλαγή της υπόθεσης και του συμπεράσματος (B -> A). Η αντίθετη (inverse) μιας υπό όρους δήλωσης βρίσκεται στην άρνηση τόσο της υπόθεσης όσο και του συμπεράσματος της δήλωσης ($\neg A \rightarrow \neg B$). Η αντιθετοαντίστροφη μιας υπό όρους δήλωσης βρίσκεται στην άρνηση τόσο της υπόθεσης όσο και του συμπεράσματος της αντίστροφης ($\neg B \rightarrow \neg A$). Εάν η αρχική δήλωση είναι αληθής, η αντιθετοαντίστροφη είναι επίσης αληθής. Αν η αρχική δήλωση είναι ψευδής, η αντιθετοαντίστροφη είναι επίσης ψευδής. Αυτό σημαίνει ότι μια υπό όρους δήλωση και η αντιθετοαντίστροφη είναι λογικά ισοδύναμες. Άρα και η αντίθετη και η αντίστροφη μιας συνεπαγωγής είναι επίσης λογικά ισοδύναμες αφού: $(\neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow \neg \neg B \rightarrow \neg \neg A \Leftrightarrow B \rightarrow A)$

Αν έχουμε την αρχική υπό συνθήκες πρόταση «Αν συναντήσουμε το πράσινο δέντρο, τότε θα επιστρέψουμε» και σε άλλη πρόταση προσθέταμε τον ισχυρισμό ότι δεν επιστρέψαμε, τότε θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι δεν έχουμε συναντήσει το μεγάλο πράσινο δέντρο.

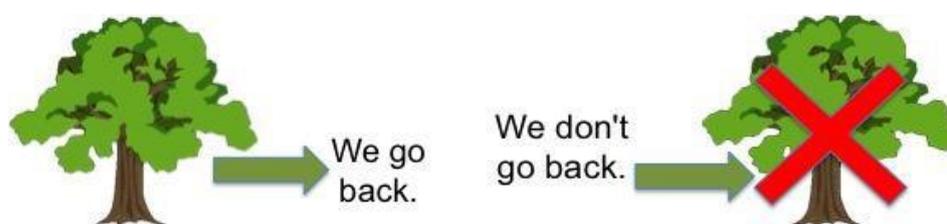
Εάν στην αρχική υπό συνθήκες πρόταση προσθέταμε τον ισχυρισμό ότι «επιστρέφουμε», δεν θα ήταν απαραίτητο ότι «έχουμε συναντήσει το πράσινο δέντρο». Εάν στην αρχική υπό όρους πρόταση προσθέταμε αντ' αυτού τον ισχυρισμό ότι «δεν έχουμε συναντήσει το πράσινο δέντρο», τότε δεν θα συνέβαινε κατ' ανάγκη ότι «δεν επιστρέφουμε». Λόγω των διαδοχικών ενεργειών, είναι δυνατό να προγραμματιστεί, πριν το περπάτημα, τι πρέπει να κάνουν τα παιδιά όταν θα συναντήσουν ορισμένες αποφασισμένες αναφορές.

Για παράδειγμα, με έναν χάρτη οι δάσκαλοι μπορούν να αποφασίσουν ότι όταν οι μαθητές συναντήσουν το πράσινο δέντρο, πρέπει να γυρίσουν πίσω. Επιπλέον, μπορούν να διαπιστώσουν ότι μόλις τα παιδιά συναντήσουν το λευκό σπίτι θα στρίψουν δεξιά. Με άλλα

λόγια οι δάσκαλοι δίνουν μια σειρά οδηγιών, οι οποίες είναι η συνέπεια όσων είναι δυνατόν να συναντήσουν κατά τη διάρκεια του εξερευνητικού περπατήματος.

Έτσι τώρα μπορούν να δώσουν την έννοια της «συνεπαγωγής», της «απαραίτητης κατάστασης» κλπ. Επιστρέφοντας στην τάξη, ανασυνθέτουν την εμπειρία συζητώντας όλοι μαζί. Επιπλέον, είναι επίσης δυνατή η τοποθέτηση των «δράσεων», που απεικονίζονται με σχέδια ή με προτάσεις που γράφονται σε χαρτιά και κάρτες σε σειρά.

Για παράδειγμα, εάν η διαδρομή υποθέτει ότι έπρεπε να επιστρέψουν όταν συναντήσουν το πράσινο δέντρο, τότε τα παιδιά θα τοποθετούσαν τα αντίστοιχα χαρτιά και κάρτες προκειμένου να ανακατασκευάσουν τη δράση.



Εικ. 2. Εικόνες για την υπό όρους δήλωση.

Καταλήγουν ως εξής: «Κάθε εκπαιδευτική-διδακτική διαδικασία παίρνει μια διπλή έννοια: Αφενός προχωρά στον εξορθολογισμό της σωματικής και πνευματικής ανάπτυξης των μαθητών (μέσω της ανακάλυψης, της γνώσης, της συνειδητοποίησης και της οργάνωσης της υπαρξιακής πραγματικότητάς τους) και από την άλλη πλευρά, οι τελευταίοι προχωρούν στην αποδοχή των ηθικών-κοινωνικών κανόνων και στην εκφραστική-επικοινωνιακή δυναμική (Pastena, 2012).

Η σύγχρονη παιδαγωγική απορρίπτει την ιδέα μιας αποσπασματικής και τεμαχισμένης σε διάφορους κλάδους της γνώσης εκπαίδευση. Αντίθετα προτείνει έναν τρόπο να μαθαίνουν οι μαθητές σε συνεχή συσχέτιση μέσω της ενοποίησης συγκεκριμένων στόχων σε ένα μοναδικό στόχο που τελικά είναι η πλήρης ανάπτυξη και εκπαίδευση του ατόμου ως ανθρώπου και ως πολίτη.

Υπό αυτή την έννοια, η σημερινή καινοτόμος ανακάλυψη του σώματος, της υλικής υπόστασης και της «σωματικότητας» έχει αναμφισβήτητα επιτείνει την κρίση σε ένα όραμα της μάθησης που επικεντρώνεται στα φιλοσοφικά κριτήρια του Πλάτωνα, του Descartes, του Leibniz και του Hegel που εστιάζουν στην ψυχή, στη σκέψη, την εσωτερικότητα και τη διάνοια και είχαν επανειλημμένα καταπνίξει ή μείωναν τη σωματική διάσταση. Το ανθρώπινο σώμα έχει πλούσια συμβολική δομή και εξαιρετική στάση απέναντι στην

εκπαίδευση. Επομένως, αποδεικνύεται ότι το σώμα δεν είναι μόνο απλή ύλη: Ο συμβολισμός και ο πολιτισμός δεν είναι υλικές ιδιότητες και δεν ανήκουν στην υλική προέκταση από μόνη της. Το φυσικό σώμα, με αυτή την έννοια, γίνεται επίσης ένα συμβολικό σώμα και, ως επακόλουθο, ένα λογικό – μαθηματικό σώμα. Οι κινήσεις γίνονται δράσεις, σημάδια, σύμβολα, κώδικες και ενσωματώνονται με όλες τις άλλες ανθρώπινες γλώσσες. Σε αυτό το πλαίσιο, αποκτήθηκε λογική μάθησης για το υποκείμενο που μελετά μια σημασία που έχει καθοριστική σημασία για την προσωπική εκπαίδευση ενός δημιουργικού τρόπου ζωής και για μια καινοτόμο αποκλίνουσα σκέψη».

Με βάση αυτές τις σκέψεις, προτείνουν να διεξαχθεί σύντομα ένα πείραμα σε μεγάλο αριθμό παιδιών στα Δημοτικά σχολεία, να δημοσιευθούν τα αποτελέσματα και να εξεταστεί ο λόγος των ολοένα και πιο προφανών δυσκολιών των μαθητών, οι οποίες είναι τόσο γλωσσικές όσο και λογικές. Ως τέτοιες δυσκολίες αναφέρουν:

α) Στην αρχή του εκπαιδευτικού κύκλου, η παιδική γλώσσα χαρακτηρίζεται από εξαιρετική φτώχεια σε λέξεις, οι οποίες έχουν γενικά ευρύτερες και γενικές έννοιες.

β) Συχνά τα παιδιά δε γνωρίζουν τη σημασία πολλών λέξεων που χρησιμοποιούν.

γ) Η γλώσσα δεν είναι πλήρως δομημένη σε όλα τα επίπεδα (λεξικά, συντακτικά και κειμενικά), η επικοινωνία είναι «θορυβώδης», η παραγωγή της είναι ασαφής και διφορούμενη, οπότε η κατανόηση είναι πολύ δύσκολη.

Ακόμη και στην αρχή της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, οι μαθητές επισημαίνουν δυσκολίες στην κατανόηση ορισμένων εννοιών και στη χρήση μιας έννοιας που αποκτάται με αυστηρό τρόπο. Ένας από τους λόγους έγκειται στην έλλειψη «κατασκευής» λογικών εννοιών, οι οποίες υποτίθεται ότι αντιμετωπίζονται επιφανειακά, σποραδικά και ανεπαρκώς δομημένα στο Δημοτικό σχολείο.

Στόχος των μελετών που προτείνονται εδώ είναι η ανάπτυξη, από τα πρώτα χρόνια του Δημοτικού σχολείου, δεξιοτήτων επικοινωνίας και λογικών γλωσσών που είναι αφηρημένες από τη φύση τους και είναι δύσκολο να κατανοηθούν, εκτός εάν παρουσιάζονται σταδιακά, με αναφορές σε συγκεκριμένα και πολύ απλά πλαίσια.

Οι αφηρημένες και λογικές έννοιες θα πρέπει να εισαχθούν σταδιακά μέσα από δραστηριότητες που εξετάζουν την πραγματικότητα στην οποία ζουν τα παιδιά και την πλούσια εμπειρία τους, επιτρέποντας την παρουσίαση των πρώτων στοιχείων της γλώσσας χωρίς αμφιβολία.

3. Κριτική σκέψη

3.1. Άτυπη Λογική και Κριτική σκέψη

Τι ακριβώς είναι όμως η κριτική σκέψη; Στη σχετική βιβλιογραφία δε συναντάμε ένα κοινά αποδεκτό ορισμό. Σε όλους όμως η επιχειρηματολογία και η λογική ανάλυση ιδεών διαδραματίζουν πρωτεύοντα ρόλο στην έννοια της κριτικής σκέψης. Έτσι αρκετοί ορισμοί επικεντρώνουν στην αξιολόγηση και παρουσίαση απόψεων, κρίσεων, επιχειρημάτων και συμπερασμάτων.²⁵

Έτσι, για να αναφέρουμε κάποιους από τους ορισμούς που έχουν δοθεί, ως κριτική σκέψη θεωρείται η «ενεργός, επίμονη και προσεκτική εκτίμηση μιας πεποιθήσης ή μορφής γνώσης υπό το φως των λόγων που την υποστηρίζουν και των συμπερασμάτων στα οποία τείνει»²⁶, «σκόπιμη αυτορρυθμιστική κρίση η οποία οδηγεί στην ερμηνεία, στην ανάλυση, στην αξιολόγηση και στο συμπέρασμα, όπως επίσης και στην εξήγηση των αποδεικτικών, εννοιολογικών, μεθοδολογικών εκτιμήσεων στις οποίες η κρίση είναι στηριγμένη»²⁷, «λογική στοχαστική σκέψη η οποία επικεντρώνεται στο τι θα πράξει ή θα πιστέψει το άτομο»²⁸, «νοητική – συναισθηματική λειτουργία που ενεργοποιεί επιλεκτικά και συνδυαστικά γνωστικές δεξιότητες, λογικούς συλλογισμούς και μεταγνωστικές στρατηγικές με τη βοήθεια των οποίων το άτομο επεξεργάζεται τα δεδομένα με λογικό τρόπο και αποστασιοποιημένο από τις προσωπικές του πεποιθήσεις και προκαταλήψεις ώστε τελικά να καταλήξει σε έγκυρα και λογικά συμπεράσματα, διαπιστώσεις, κρίσεις, πεποιθήσεις και επιλογές δράσης»²⁹, «η σκέψη που μας βοηθά να λύσουμε προβλήματα και να πάρουμε αποφάσεις»³⁰, «Σκέψη που υποκινείται καταλλήλως από λόγους»³¹.

Βασικό στοιχείο της κριτικής σκέψης είναι η επιχειρηματολογία³², η αιτιολόγηση δηλαδή υπέρ ή κατά κάποιων ισχυρισμών χρησιμοποιώντας διάφορες ενδείξεις ή αποδείξεις³³. Η

²⁵ Εισήγηση του Βασιλειάδη Γιαννάκη στο 11^ο Συνέδριο Παιδαγωγικής Εταιρίας Κύπρου με θέμα: «Καλλιέργεια Κριτικής Σκέψης σε μαθητές Δημοτικού Σχολείου μέσω ανάπτυξης επιχειρηματολογίας με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή»

²⁶ John Dewey 1910 apud Βασιλειάδη Γιαννάκη «Καλλιέργεια Κριτικής Σκέψης σε μαθητές του Δημοτικού Σχολείου μέσα από την ανάπτυξη επιχειρηματολογίας με τη χρήση Ηλεκτρονικού Υπολογιστή».

²⁷ American Philosophical Association 1990 apud το ίδιο

²⁸ Robert Ennis (Norris & Ennis 1989 στο Fisher 2001) apud Lipman

²⁹ Ματσαγγούρας 1998

³⁰ Stenberrg apud Lipman 2006.

³¹ Siegel apud Lipman 2006

³² van Gelder 2001

³³ Toulmin 1958

επιχειρηματολογία αποτελεί κεντρικό στοιχείο στη διανοητική ικανότητα που εμπλέκεται στη λύση προβλήματος, στη λήψη απόφασης και στη διαμόρφωση ιδεών και πιστεύω.³⁴ Το άτομο εντοπίζει τις διάφορες εναλλακτικές λύσεις, επιλέγει την πιο πρόσφορη και λογική και την υποστηρίζει με δεδομένα.

Με τον όρο «επιχείρημα» χαρακτηρίζουμε μια πλήρη συλλογιστική διαδικασία συναγωγής συμπεράσματος εκφρασμένη στη γλώσσα. Ακριβέστερα, ένα επιχείρημα (argument) είναι ένα σύνολο προτάσεων τέτοιο ώστε μερικές προτάσεις του συνόλου, οι οποίες ονομάζονται προκείμενες, θεωρούνται τεκμήρια για την αλήθεια μιας άλλης πρότασης στο ίδιο σύνολο, η οποία ονομάζεται συμπέρασμα.³⁵ Έρευνες έδειξαν ότι οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες στη συγκρότηση των επιχειρημάτων τους. Συχνά αδυνατούν να προσκομίσουν στοιχεία που στηρίζουν την άποψή τους, ενώ προσαρμόζουν τα δεδομένα στις προσωπικές τους θεωρίες, φτάνοντας στο σημείο να αμφισβητούν και πειραματικά δεδομένα αν τα τελευταία αντιτίθενται στις θεωρίες αυτές.³⁶ Τέλος, όπως θα δούμε και στη συνέχεια, έρευνες σε τάξεις δείχνουν ότι συχνά οι μαθητές στηρίζουν τις απόψεις τους σε παραδείγματα, αγνοώντας άλλα παραδείγματα που πιθανά αντιτίθενται σε αυτές.

Η κριτική σκέψη φαίνεται να στηρίζεται στην άτυπη ή εφαρμοσμένη λογική. Η λογική περιγράφεται συνήθως ως το σύνολο των αρχών, μεθόδων και κανόνων που χρησιμοποιούνται για τη διάκριση των «ορθών» από τους «εσφαλμένους» συλλογισμούς σε μια περιοχή της ανθρώπινης σκέψης.³⁷ Η λογική, λοιπόν, ασχολείται με τη διάκριση μεταξύ «καλών» ή «ορθών» και «κακών» ή «λανθασμένων» επιχειρημάτων.

Κάθε φορά που συνάγουμε ένα νέο συμπέρασμα από όσα ήδη γνωρίζαμε, ή προσπαθούμε να εκτιμήσουμε τις μελλοντικές συνέπειες των πράξεών μας, επιδιόμαστε σε συλλογιστικές διαδικασίες των οποίων η ορθότητα ελέγχεται με κριτήρια της λογικής. Συνεπώς, η λογική εφαρμόζεται σε κάθε τομέα ανθρώπινης δραστηριότητας που απαιτεί κριτική σκέψη - στην καθημερινή ζωή, στις επιστήμες, στην τεχνολογία, στην πολιτική, κλπ.

Η τυπική λογική, κάνοντας χρήση μιας τεχνητής, συμβολικής και αφηρημένης γλώσσας, εξετάζει τους κανόνες και τις διαδικασίες του «ορθώς σκέπτεσθαι». Αντίθετα, η άτυπη λογική είναι η πρακτική λογική ή συλλογιστική, η οποία συνίσταται στη μελέτη, την ανάλυση και την αξιολόγηση της εγκυρότητας των επιχειρημάτων κάνοντας χρήση της φυσικής γλώσσας, της γλώσσας δηλαδή που μεταχειριζόμαστε στην καθημερινή

³⁴ Kuhn 1991

³⁵ Αριστείδης Αραγεώργης, «Λογική, Κριτική Σκέψη και Φιλοσοφία»

³⁶ Kuhn 1993,1991

³⁷ Αριστείδης Αραγεώργης, «Λογική, Κριτική Σκέψη και Φιλοσοφία»

επικοινωνία μας, χωρίς να γίνεται χρήση αφηρημένων συμβόλων και γενικών τύπων. Χρειάζεται βέβαια να επισημανθεί ότι η χρήση της φυσικής γλώσσας από την άτυπη λογική είναι σε κάποιο βαθμό προβληματική, αφού η καθημερινή γλώσσα είναι συνυφασμένη με τις εκάστοτε προκαταλήψεις και συναισθηματικές φορτίσεις των χειριστών της καθώς και γενικότερα με αμφισημίες και ασάφειες των χρησιμοποιούμενων λέξεων. Η άτυπη λογική, επομένως, στερείται της αυστηρότητας και της ακρίβειας της τυπικής λογικής που μόνο η χρήση μιας τεχνητής, αφηρημένης και συμβολικής γλώσσας, όπως αυτή της τυπικής λογικής, είναι δυνατόν να εξασφαλίσει. Παρόλα αυτά η άτυπη λογική είναι αυτή, τελικά, που κατεξοχήν μας χρησιμεύει στην καθημερινή ζωή για να μπορούμε να σκεφτόμαστε κριτικά, κάνοντας χρήση του επιχειρήματος στα πλαίσια του φιλοσοφικού στοχασμού.³⁸

3.2. Η καταγωγή της έννοιας της κριτικής σκέψης.

Στις αρχές του εικοστού αιώνα, ο John Dewey, βασιζόμενος στο θεωρητικό μοντέλο του Charles Sanders Peirce, πρότεινε μια μέθοδο με πέντε βήματα για να παράσχει στα άτομα ένα εργαλείο για την αξιολόγηση των αιτιών και των συνεπειών των ενεργειών τους. (Dewey, 1903 / 1933) Ο Dewey υπογράμμισε τη σπουδαιότητα της διδασκαλίας / μάθησης του «σκέφτεσθαι», προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές να προβληματιστούν με αυτόνομο και κριτικό τρόπο. Στόχος του ήταν να βελτιώσει την ποιότητα του ατόμου και της δημοκρατικής εμπειρίας.

Η κίνηση της άτυπης ή πρακτικής λογικής συνέχισε να αναπτύσσεται στη δεκαετία του 1950 με φιλοσόφους όπως ο Max Black και ο Monroe Beardsley, οι οποίοι προσπάθησαν να καταστήσουν τη λογική προσιτή στους μαθητές. Ο Black το έπραξε συσχετίζοντας τη λογική με τη γλώσσα και ο Beardsley υπογραμμίζοντας την αναζήτηση εννοιών (ενάντια στην αναζήτηση της αλήθειας). Στους Αμερικανούς που το έργο τους συνδέεται με την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης περιλαμβάνεται και ο Josian Royce. Με το έργο του «Primer of Logical Analysis for the USE of Composition Students» («Εισαγωγή στη Λογική Ανάλυση για το μάθημα της έκθεσης») προσπάθησε να δείξει τη μεγάλη χρησιμότητα της λογικής στην εκπαίδευση. Στη συνέχεια, το 1962, ο Robert Ennis πρότεινε έναν πρώτο ορισμό της έννοιας της κριτικής σκέψης με βάση τη λογική σκέψη σε άρθρο του με τίτλο «Ένας ορισμός της κριτικής σκέψης». Εκεί όρισε την κριτική σκέψη ως «Τη λογική, ορθολογική σκέψη που

³⁸ Ελένη Γ. Λεοντοίνη, Πρακτικά του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης, 3^ο Πανελλήνιο Συνέδριο με θέμα «Κριτική, Δημιουργική, Διαλεκτική σκέψη στην Εκπαίδευση: Θεωρία και Πράξη», Αθήνα Μάιος 2006

μας βοηθά να αποφασίσουμε τι θα πιστέψουμε και τι θα πράξουμε». Αργότερα, ο ορισμός του Ennis για την κριτική σκέψη περιλάμβανε δύο τρόπους σκέψης, λογικούς και δημιουργικούς, και τις πνευματικές προδιαθέσεις που συνδέονταν με αυτές τις λειτουργίες. Αυτοί οι δύο τρόποι σκέψης περιλαμβάνονται στο πρόγραμμα «Φιλοσοφία για παιδιά» του Lipman.

Κατά τη δεκαετία του 1970 νέα ώθηση στην ορμή του κινήματος της κριτικής σκέψης έδωσε η προσπάθεια να βασιστεί στην «άτυπη λογική». Επιστήμονες της λογικής αναζητούσαν μια λογική που να σχετίζεται περισσότερο με τη φυσική γλώσσα ώστε να βοηθά τους μαθητές να σκέφτονται με πιο αποτελεσματικό τρόπο. Για το σκοπό αυτό έγινε ένα συνέδριο του Πανεπιστημίου του Windsor στον Καναδά το 1978 στο οποίο συμμετείχαν επιστήμονες που θα ονομάζαμε φιλοσόφους της άτυπης λογικής (στους οποίους θα μπορούσαμε μεταξύ άλλων να συμπεριλάβουμε τους Ralph Johnson, J. Anthony Blair, Michael Scriven, Robert Ennis, Douglas Walton κ.α.) αλλά και άλλοι που προσπάθησαν να γεφυρώσουν τις έννοιες «γλωσσολογική ανάλυση» και «κριτική σκέψη» μέσω της άτυπης λογικής (όπως οι Robert Fogelin, CL Hamblin, Paul Grise κ.α.). Με τη λήξη του συνεδρίου εξέδωσαν το «Δελτίο Άτυπης Λογικής» («Newsletter of Informal Logic») στο πρώτο τεύχος του οποίου περιγράφουν τις αντιλήψεις τους: «Οι αρχές και οι ιδέες μας είναι πολύ ευρείες και φιλελεύθερες και καλύπτουν όλα τα θέματα είτε θεωρητικά (όπως η θεωρία της λογικής πλάνης και του επιχειρήματος) είτε πρακτικά (όπως ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος να δομηθούν συνηθισμένα επιχειρήματα), καθώς και παιδαγωγικά ερωτήματα (πώς σχεδιάζεται ένα μάθημα σκέψης ή τι υλικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί)»³⁹ Οι φιλόσοφοι επικεντρώθηκαν στο συλλογιστικό στοιχείο της κριτικής σκέψης. Έτσι δημιουργήθηκε μια σύνδεση κριτικής σκέψης και φιλοσοφίας, προϊόν της οποίας είναι η «Φιλοσοφία για παιδιά», με κύριο εκπρόσωπο τον Matthew Lipman.

Για το Lipman, η κριτική σκέψη συμβάλλει στην ενίσχυση της πολύπλοκης σκέψης, η οποία κινητοποιείται μέσω του διαλόγου μεταξύ των συνομηλίκων σχετικά με καταστάσεις, έννοιες ή αρχές που σχετίζονται με την καθημερινή ζωή.⁴⁰ Αν η τάξη μετατραπεί σε μια κοινότητα διερεύνησης, τα μέλη της θα αρχίσουν να αναζητούν και να διορθώνουν τις μεθόδους και τις διαδικασίες ο ένας του άλλου. Έτσι, στο βαθμό που το κάθε μέλος είναι σε θέση να εσωτερικεύσει τη μεθοδολογία της κοινότητας στο σύνολό της, ο καθένας μπορεί

³⁹ Lipman 2006.

⁴⁰ Lipman, 1995 2003 apud Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk «Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School».

να αυτοδιορθώνει την ίδια του τη σκέψη.⁴¹ Τα άτομα χρειάζονται κριτική σκέψη για να σκέφτονται καλά και να αξιολογούν, μεταξύ όλων των πληροφοριών που λαμβάνονται, το πιο σημαντικό, σύμφωνα με τους στόχους που επιδιώκουν. Ο πυρήνας του ορισμού του Lipman είναι η έννοια της «ορθής κρίσης», δηλαδή η κρίση που λαμβάνει υπόψη τα κεντρικά στοιχεία ενός προβλήματος και ακολουθεί τα ερευνητικά βήματα για την επίλυσή του. Υπό αυτή την έννοια, η κριτική σκέψη διέπεται από κριτήρια, αυτορυθμίζεται και είναι ευαίσθητη στο περιβάλλον.⁴²

Στη δεκαετία του 1980, η έννοια της κριτικής σκέψης αναπτύχθηκε περαιτέρω από φιλόσοφους όπως οι Richard-Stanley Peters, John Passmore και Michael Scriven, για να αναφέρουμε μόνο λίγους.⁴³ Τα έργα τους συνιστούν σημαντική συμβολή στην αναγνώριση της σημασίας της σκέψης στην εκπαίδευση. Για περισσότερους ορισμούς της κριτικής σκέψης μπορεί κάποιος να ανατρέξει στον Auriac- Slusarczyk, Adami & Daniel, 2011⁴⁴.

Ένα ερώτημα λοιπόν που απασχολεί την εκπαιδευτική κοινότητα είναι με ποιο τρόπο μπορούν οι μαθητές να ξεπεράσουν τις αδυναμίες τους και στη συγκεκριμένη εργασία θα διερευνήσουμε αν η φιλοσοφία και η λογική εκπαίδευση μπορεί να συμβάλουν στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και στην ανάπτυξη στοιχείων του επιστημονικού λογισμού, πράγμα που, όπως προείπαμε, είναι το μεγάλο ζητούμενο της σύγχρονης εκπαίδευσης.

3.3. Η σημασία της διδασκαλίας του επιχειρήματος, στα πλαίσια του φιλοσοφικού στοχασμού, για την καλλιέργεια και την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

Η Ελένη Λεοντσίνη⁴⁵ σε εισήγησή της με τίτλο «Το φιλοσοφικό επιχείρημα και η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης», υποστηρίζει τη σημασία του φιλοσοφικού στοχασμού, και του τρόπου φιλοσοφικής επιχειρηματολογίας ειδικότερα, για την καλλιέργεια και την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης αλλά και στον καθημερινό βίο γενικότερα. Η συμβολή του φιλοσοφικού λόγου στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης

⁴¹ Lipman 2006

⁴² Lipman, 1988, 2003 2003 apud Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk apud Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk

⁴³ Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk «Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School».

⁴⁴ Το ίδιο

⁴⁵ Πρακτικά του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης, 3^ο Πανελλήνιο Συνέδριο με θέμα «Κριτική, Δημιουργική, Διαλεκτική σκέψη στην Εκπαίδευση: Θεωρία και Πράξη», Αθήνα Μάιος 2006.

υπήρξε, κατά τη γνώμη της, περισσότερο από καθοριστική, αφού η φιλοσοφία λόγω της ιδιαιτερότητας του γνωστικού αντικειμένου της και μέσω φιλοσοφικών πεδίων, όπως η λογική και η μεθοδολογία, αλλά και μέσω των ποικίλων φιλοσοφικών μεθόδων (σωκρατική απορία, σκεπτική αμφιβολία, ανάλυση- σύνθεση, διαλεκτική, ερμηνευτική, φαινομενολογική αναγωγή, γλωσσική ανάλυση) όχι απλώς αναπτύσσει την κριτική σκέψη, αλλά ήταν, και εξακολουθεί να είναι, η πηγή της προέλευσής της. Η φιλοσοφία αποτελεί το φυσικό χώρο ανάπτυξης της κριτικής σκέψης και μας εφοδιάζει με τα απαραίτητα λογικά και μεθοδολογικά εργαλεία ώστε να καταστούμε ικανοί να την καλλιεργήσουμε και να την υιοθετήσουμε ως τρόπο ζωής σε όλους τους τομείς του ανθρώπινου βίου και ιδιαίτερα στον ευαίσθητο χώρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Γράφει:

«Στην καθημερινή ζωή διαρκώς ερχόμαστε αντιμέτωποι με τις προσπάθειες των άλλων προσώπων που ως στόχο τους έχουν να μας πείσουν για τις απόψεις τους ή να μας παροτρύνουν να πράξουμε με κάποιο συγκεκριμένο τρόπο. Στόχος της κριτικής σκέψης ή της άτυπης λογικής, όπως αυτή ονομάζεται στη φιλοσοφία, είναι να παρουσιάσει τεχνικές ανάλυσης των επιχειρημάτων και τρόπους αξιολόγησης, ώστε να είναι κανείς σε θέση να αξιολογήσει τη δύναμη οποιουδήποτε επιχειρήματος που ενδέχεται να συναντήσει και, επομένως, να είναι σε θέση να αποφασίσει για το κατά πόσον οφείλει να πεισθεί από αυτό και να πράξει αναλόγως.

Δύο κλάδοι της φιλοσοφίας έχουν ως αντικείμενό τους τον παραπάνω στόχο, η λογική και η μεθοδολογία. Ο φιλοσοφικός κλάδος της λογικής επεξεργάζεται μεθόδους κατάλληλες, ώστε να μπορέσουμε να διακρίνουμε το σωστό από το λάθος και προσδιορίζει τους νόμους, τις αρχές και τους κανόνες που οφείλει να ακολουθεί όποιος αναζητεί την αλήθεια. Η λογική είναι η γενική επιστήμη της εξαγωγής συμπερασμάτων. Η λογική, δηλαδή, προσπαθεί να απαντήσει σε ερωτήματα, όπως «Πόσο καλά υποστηρίζουν τις απόψεις τα προβαλλόμενα επιχειρήματα;», «Υποστηρίζουν επαρκώς οι συλλογισμοί μας τα συμπεράσματα;», «Τι πρέπει να δεχτούμε και τι να απορρίψουμε από μια σειρά προτάσεων;», «Πώς μπορούμε να προβάλλουμε τις απόψεις μας με τους λιγότερο δυνατούς ισχυρισμούς;». Η μεθοδολογία αποτελεί τομέα της λογικής, στο πλαίσιο του οποίου εξετάζονται οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στη φιλοσοφία και τις επιστήμες. Η μέθοδος ορίζεται κατά τον Αριστοτέλη ως «οδός επί τι» και ως «τρόπος ζητήσεως». Η μέθοδος είναι, δηλαδή, «ο τρόπος σύμφωνα με τον οποίο πρέπει να εξετάζει κανείς τα πράγματα, η πορεία που οφείλει να ακολουθεί κάποιος, για να αποκτήσει την αλήθεια, η συστηματική, βάσει ορισμένων κανόνων, μορφή προσέγγισης του εκάστοτε υπό εξέταση ζητήματος, ο επιστημονικός τρόπος έρευνας».

Όπως επισημαίνουν η Tracy Bowell και ο Gary Kemp (apud Eleni Leontsini) σε διδακτικό εγχειρίδιό τους για την φιλοσοφική κριτική σκέψη, «καθημερινά βομβαρδιζόμαστε με μηνύματα που, απ' ό,τι φαίνεται, προσπαθούν να μας πουν τι να κάνουμε ή τι να μην κάνουμε, τι να πιστέψουμε και τι να μην πιστέψουμε, όπως για παράδειγμα να αγοράσουμε κάποιο αναψυκτικό, να φάμε κάποιο συγκεκριμένο δημητριακό για πρωινό, να ψηφίσουμε τον κύριο Τάδε, να κάνουμε ασφαλές σεξ, να μην οδηγούμε μεθυσμένοι, να μην παίρνουμε ναρκωτικά, να μπούκοτάρουμε τα προϊόντα από μια συγκεκριμένη χώρα, ότι η άμβλωση είναι φόνος, ότι το να τρως ζώα είναι φόνος, ότι εξωγήινοι έχουν επισκεφτεί τον πλανήτη μας, ότι η οικονομία πάει καλά, ότι ο καπιταλισμός είναι ένα δίκαιο σύστημα, ότι τα μεταλλαγμένα προϊόντα είναι ασφαλή κτλ. Ορισμένα από τα μηνύματα αυτά απλώς τα αγνοούμε, μερικά τα υπακούμε χωρίς καν να τα σκεφτούμε, και άλλα τα απορρίπτουμε χωρίς δεύτερη σκέψη. Μερικά από αυτά όμως τα σκεφτόμαστε και τα αμφισβητούμε, ρωτώντας «Γιατί θα έπρεπε να το πράξω αυτό ή να μην το πράξω;» ή «Γιατί θα έπρεπε να το πιστέψω αυτό ή να μην το πιστέψω;». Όταν ερωτούμε «γιατί;», επιζητούμε να βρούμε ένα λόγο (reason) για να κάνουμε αυτό που μας έχει ζητηθεί να κάνουμε ή για να πιστέψουμε αυτό που μας ζητείται να πιστέψουμε. Όταν επιζητούμε να βρούμε ένα λόγο κατά αυτόν τον τρόπο, ζητούμε μια δικαιολόγηση. Δε ζητάμε απλώς ένα λόγο, αλλά ένα «καλό» λόγο που θα μας παρωθήσει να πράξουμε ή να πιστέψουμε κάτι. Το να προσπαθήσουμε να πείσουμε παρουσιάζοντας καλούς και ικανοποιητικούς λόγους, δεν είναι τίποτε λιγότερο ή περισσότερο από το να παρουσιάσουμε ένα επιχειρήμα...

... Υπό την έννοια αυτή, επιχειρήματα είναι οι αποδεικτικοί λόγοι ή οι αρχές απόδειξης. Ένα επιχειρήμα θεωρείται αδύναμο, εφόσον δεν τηρούνται οι κανόνες απόδειξης. Αντίθετα, αν κατά τη συναγωγή του συμπεράσματος τηρούνται οι κανόνες απόδειξης, το επιχειρήμα θεωρείται έγκυρο. Ένα έγκυρο επιχειρήμα μπορεί να θεμελιωθεί είτε βάσει της παραγωγής είτε βάσει της επαγωγής. Σε ένα παραγωγικά έγκυρο επιχειρήμα είναι λογικά υποχρεωμένος κανείς, έχοντας δεχθεί ως ακριβείς τις προκείμενες προτάσεις, να υιοθετήσει το συμπέρασμα και, αντίστροφα, έχοντας απορρίψει το συμπέρασμα, είναι λογικά υποχρεωμένος να αμφισβητήσει κάποια από τις προκείμενες προτάσεις. Σε ένα επαγωγικά έγκυρο επιχειρήμα είναι λογικά υποχρεωμένος κανείς, έχοντας υιοθετήσει τις προκείμενες προτάσεις, να θεωρήσει το συμπέρασμα ως πιθανό. Μεταξύ των δύο τύπων επιχειρημάτων, των παραγωγικών και των επαγωγικών, από ορισμένους φιλοσόφους, ως έγκυρα μπορούν να χαρακτηριστούν μόνο τα παραγωγικά.

Η κριτική σκέψη επιτρέπει σε εμάς να είμαστε βέβαιοι ότι έχουμε ικανούς λόγους να πιστεύουμε ή να πράττουμε αυτά που οι άνθρωποι προσπαθούν να μας πείσουν να

πράξουμε ή να πιστεύουμε. Οι απόπειρες της πειθούς ενδέχεται να στηρίζονται σε λογικά επιχειρήματα ή όχι. Όταν δεν στηρίζονται σε λογικά επιχειρήματα, εμπίπτουν, ως επί το πλείστον, στον τομέα της ρητορικής τέχνης, η οποία είναι δυνατόν να οριστεί ως οποιαδήποτε προσπάθεια να πείσει χωρίς να επιχειρεί να δώσει επαρκείς λόγους για την εν λόγω άποψη, επιθυμία ή πράξη, αλλά αντιθέτως επιχειρεί να παρακινήσει την εν λόγω άποψη, επιθυμία ή πράξη αποκλειστικά μέσω της δύναμης των λόγων που χρησιμοποιεί. Ο λόγος του επιχειρήματος όμως μας πείθει, παρέχοντας σε εμάς λόγους για να δεχθούμε έναν ισχυρισμό ή για να πράξουμε αυτό που μας προτείνεται. Δεν είναι όμως όλα τα επιχειρήματα επιτυχημένα επιχειρήματα. Επιτυχημένα επιχειρήματα είναι αυτά που μας παρουσιάζουν ικανούς λόγους για να πράξουμε ή να αποδεχθούμε τη θέση που υποστηρίζουν. Υπάρχουν ποικίλα γλωσσικά φαινόμενα που είναι δυνατόν να δυσκολέψουν την αναγνώριση και την ερμηνεία των επιχειρημάτων. Περιπτώσεις, όπως αυτές της αμφισημίας, της ασάφειας, της μεταφοράς, των ρητορικών ερωτήσεων και της ειρωνείας, των ρητορικών σχημάτων, των σοφισμάτων και των λογικών πλανών (πλάνη των πολλαπλών ερωτήσεων,⁴⁶ ψευδώνυμος συλλογισμός⁴⁷ κ.α.) ενδέχεται να είναι προβληματικές, γιατί καλύπτουν τα προθετικά νοήματα του συγγραφέα ή του ομιλούντος ή αξιολογούντος προσώπου. Στην περίπτωση των έμμεσων σχετικών προτάσεων και των προτάσεων που χρησιμοποιούν ποσοδείκτες εσφαλμένα, το νόημα του συγγραφέα δεν δύναται να γίνει αντιληπτό...

Η σπουδή της λογικής αναπτύσσει τις ικανότητές μας να λύνουμε προβλήματα που αφορούν τις πιο γενικές και έσχατες πλευρές των πραγμάτων, μας καθιστά ικανούς να αναλύουμε έννοιες, ορισμούς, επιχειρήματα και προβλήματα. Επιπλέον, η μελέτη της φιλοσοφίας, όταν γίνεται ακολουθώντας αναλυτική και διαλεκτική μέθοδο – δηλαδή με την τέχνη της συζήτησης, του φιλοσοφικού επιχειρήματος και της διαμάχης, βασικό χαρακτηριστικό της οποίας είναι η αντιπαράθεση και η διατύπωση ενός ισχυρισμού ενάντια σε κάποιον άλλο – μας επιτρέπει να οργανώνουμε λογικά τις προτάσεις μας, τις ιδέες και τις εμπειρίες μας ώστε να οδηγούμαστε σε συμπεράσματα λογικώς έγκυρα, μας βοηθάει να διατυπώνουμε προτάσεις με νόημα στηριγμένες στη λογική και την επιχειρηματολογία. Αναπτύσσει επίσης τις συνθετικές ικανότητές μας, μας βοηθάει δηλαδή στη σύνθεση

⁴⁶ Η πλάνη των πολλαπλών ερωτήσεων αποτελεί λογική πλάνη η οποία συντελείται όταν αυτός που κάνει την ερώτηση λαμβάνει ως δεδομένο κάτι το οποίο ούτε έχει αποδειχτεί ούτε έχει γίνει αποδεκτό από τους συνομιλητές. π.χ ο δικηγόρος ρωτάει τον κατηγορούμενο: «Σταμάτησες να κλέβεις αυτοκίνητα;»

⁴⁷ Η αλλιώς σόφισμα. Χαρακτηρίζεται έτσι ένας συλλογισμός που έχει αφετηρία κάποιες αληθινές προτάσεις ή κάποιες προτάσεις που λαμβάνονται ως αληθινές αλλά καταλήγει αφαιρετικά ή προσθετικά είτε με κάποιο άλλο δυσδιάκριτο λογικό σφάλμα, σε συμπέρασμα που παρουσιάζεται ως αληθές. (πηγή: Βικιπαίδεια)

ποικίλων απόψεων και προοπτικών μέσα σ' ένα σύνολο, έτσι που να παρουσιάζεται η ενότητα της ανθρώπινης εμπειρίας.

Σε σχέση με την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, όπως έχει ήδη επισημανθεί, η φιλοσοφία μας μαθαίνει πώς να χρησιμοποιούμε προτάσεις απλές, σαφείς και έγκυρες, να κατασκευάζουμε επιχειρήματα ισχυρά και να προβάλλουμε τις απόψεις μας με εμπειρίες και παραδείγματα κατάλληλα για την προώθηση των σκοπών μας». Όπως επισήμανε ο Θεόφιλος Βέικος (apud Eleni Leontsini), «η πιο σημαντική ίσως προσφορά της φιλοσοφικής παιδείας είναι η καλλιέργεια λογικά συγκροτημένου λόγου σε πλαίσια διαλόγου όπου περνά πιο πολύ το ισχυρό επιχείρημα. Με τέτοια παιδεία δεν αναπτύσσονται μόνο ικανότητες που χρειάζεται ο μελλοντικός φιλόσοφος, παρά ικανότητες χρήσιμες σ' όλες τις επιστήμες και τις πρακτικές δραστηριότητες. Μαθαίνει κανείς να διατυπώνει και να υπερασπίζεται τις απόψεις του, να διακρίνει λεπτές διαφορές ανάμεσα σε παρόμοιες απόψεις και να ανακαλύπτει κοινές προϋποθέσεις που υπόκεινται σε διαφορετικές ή αντίθετες απόψεις, να αξιολογεί και να συγκρίνει αντίμαχες θέσεις και να εξηγεί την πραγματική τους διαφορά, να αποδειχθεί πειστικά τη λογική τους βαρύτητα και να δικαιολογεί γιατί προτιμά αυτή τη θέση από την άλλη».

Η φιλοσοφία, παρόλο που διαρκώς αναζητεί την αλήθεια, όπως αυτή έχει αναπτυχθεί ιστορικά, δεν προσφέρει τελικώς την αλήθεια ή έστω επιμέρους αλήθειες. Παρόλα αυτά όμως είναι δυνατόν να μας παρέχει τη δυνατότητα, αν πραγματικά τη θεραπεύσουμε, να επιλύσουμε πολλαπλά προβλήματα (γενικά, αναλυτικά, λογικής οργάνωσης, λογικής σύνθεσης, επικοινωνίας, πειθούς). Όπως, άλλωστε, διαπιστώνει ο Thomas Nagel, «ο καλύτερος τρόπος να μάθουμε κάτι για τη φιλοσοφία είναι να στοχαστούμε οι ίδιοι πάνω σε ορισμένα προβλήματα».⁴⁸

Στο ερώτημα «τι είναι η φιλοσοφία και τι μπορεί να μας προσφέρει:» μια σύντομη απάντηση θα ήταν αυτή που θα έλεγε πως η φιλοσοφία είναι μια συλλογή προβλημάτων και προσπαθειών να τα επιλύσουμε. Προβλήματα που αφορούν την αντίληψη, την αξιολόγηση, την ανθρώπινη ύπαρξη, τον ηθικό και πολιτικό βίο, το Θεό και τον κόσμο, προβλήματα που συνδέονται με δέσμη ερωτημάτων και συνεπάγονται την ανάλυση ή ανάπτυξη εννοιών, όπως λόγος, ευδαιμονία, ευτυχία, αρετή, δικαιοσύνη, ελευθερία, ύπαρξη, γνώση ή αιτιότητα, καθώς και προβλήματα που συνδέονται μεταξύ τους και

⁴⁸ Ελένη Λεοντοίνη «Κριτική, Δημιουργική, Διαλεκτική σκέψη στην Εκπαίδευση: Θεωρία και Πράξη», Αθήνα Μάιος 2006.

απαιτούν τη σωστή χρήση της γλώσσας και της κριτικής δύναμης του νου με την οποία διασαφηνίζονται, μέσω των διαφόρων φιλοσοφικών μεθόδων.⁴⁹

4. Εισαγωγή της Φιλοσοφίας και της Λογικής στο Δημοτικό σχολείο για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης.

4.1. Η κίνηση «Φιλοσοφία για παιδιά» (P4C)

Ο ιδρυτής της κίνησης «Φιλοσοφία για παιδιά» («Philosophy for Children», σύντομα: P4C) Matthew Lipman⁵⁰ είναι από εκείνους που υποστηρίζουν έντονα την εισαγωγή της διδασκαλίας της λογικής από το Δημοτικό σχολείο. Ο Matthew Lipman, πιστεύει ότι τα παιδιά μπορούν να κινητοποιήσουν την κριτική σκέψη, ιδίως όταν υποκινούνται προς αυτή την κατεύθυνση μέσω του προγράμματος «Φιλοσοφία για παιδιά» και ότι πρέπει να ενθαρρύνονται να το κάνουν σύντομα καθώς αρχίζουν το σχολείο (Lipman, Sharp & Oscanyan, 1980). Η βεβαιότητά του, ενάντια στις γνώσεις απόψεις του Piaget, ότι τα παιδιά έχουν την ικανότητα να σκέφτονται αφηρημένα από νεαρή ηλικία τον οδήγησε στην πεποίθηση ότι η εισαγωγή της λογικής στην εκπαίδευση των παιδιών νωρίτερα θα τα βοηθούσε να βελτιώσουν τις δεξιότητες συλλογιστικής τους.

Η φιλοσοφία για τα παιδιά είναι ένα κίνημα που στοχεύει να διδάξει στους μαθητές συλλογιστική και επιχειρηματολογικές ικανότητες. Το P4C δεν αποτελεί μάθημα φιλοσοφίας. Πρόκειται για την εισαγωγή συζητήσεων φιλοσοφικών προβλημάτων στο σχολικό πρόγραμμα. Τι είναι όμως ένα «φιλοσοφικό πρόβλημα»; Φιλοσοφικό είναι ένα πρόβλημα που δεν μπορεί να απαντηθεί διαβάζοντας ένα βιβλίο, σερφάροντας στο διαδίκτυο ή εκτελώντας ένα πείραμα.⁵¹ Βασική αρχή της είναι ότι για να σκεφτόμαστε λογικά πρέπει να εκπαιδευτούμε σε αυτή τη μορφή σκέψης από μικρή ηλικία. Στόχοι της είναι να αναπτύξει την κριτική ικανότητα, τη γλωσσική επάρκεια, τη δυνατότητα συμμετοχής στη συζήτηση, την κοινωνικότητα καθώς και την ανεκτικότητα στη διαφορετική γνώμη. Αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συσχετίζουν τα διάφορα γνωστικά

⁴⁹ Το ίδιο

⁵⁰ Ο Matthew Lipman ήταν καθηγητής φιλοσοφίας στο Πανεπιστήμιο Montclair του New Jersey. Είχε διατελέσει καθηγητής φιλοσοφίας στο Πανεπιστήμιο Columbia για δεκαοκτώ χρόνια. Είχε συγγράψει ο ίδιος ή είχε συμμετάσχει στη συγγραφή πολλών βιβλίων. Υπήρξε επίσης σύμβουλος στο αμερικανικό Υπουργείο Παιδείας, στην Ένωση για την Επίβλεψη και το Σχεδιασμό του Αναλυτικού Προγράμματος στο Υπουργείο Παιδείας του New Jersey, στο Υπουργείο Ανώτατης Εκπαίδευσης του New Jersey και στην UNESCO. Πέθανε στις 26 Δεκεμβρίου 2010 σε ηλικία 87 ετών στο West Orange του New Jersey

⁵¹ Γασπαράτου Ρένια «Φιλοσοφία της παιδείας», Ανοικτά ακαδημαϊκά μαθήματα του Πανεπιστημίου Πατρών

αντικείμενα. Σημαντικές διαδικασίες για την εφαρμογή της P4C είναι η σωστή προετοιμασία της συνεδρίας, ο διαμεσολαβητής (ρόλο που παίζει ο δάσκαλος/α), οι κανόνες της συζήτησης, το ερέθισμα, η συζήτηση και η αξιολόγηση του προγράμματος. Τα παιδιά εργάζονται σε ομάδες (ιδανικά 8-10 ατόμων) σε χαλαρή και συνεργατική ατμόσφαιρα.

Ο δάσκαλος – διαμεσολαβητής θέτει το ερέθισμα, βοηθά τη συζήτηση με ερωτήσεις και αντιπαραδείγματα, αποτρέπει την παρεκτροπή της συζήτησης σε περιπτώσιολογία, κατήχηση κλπ και επιβλέπει την εφαρμογή των βασικών κανόνων διαλόγου. Δε λέει τη γνώμη του και δεν κάνει κατήχηση. Απαραίτητη προϋπόθεση να είναι εξοικειωμένος με τη φιλοσοφία.

Πολύ σημαντικοί είναι οι κανόνες του διαλόγου. Τα παιδιά δέκα ετών πχ πρέπει: Να ακούνε τα σχόλια των συμμαθητών τους, να δίνουν σε όλους χρόνο για να μιλήσουν, να μη διακόπτουν τους άλλους όταν μιλούν, να σκέφτονται αυτά που είπαν οι συμμαθητές τους και να συζητούν όλες τις ιδέες, να μη φοβούνται να διατυπώσουν τη γνώμη τους και να είναι ευγενικοί μεταξύ τους.

Ως ερέθισμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα παραμύθι ή μια ιστορία, ένα νοητικό πείραμα, ή μια ερώτηση όπως «Τι είναι φίλος;» ή «Είμαστε όλοι ίδιοι;».⁵² Ας δούμε ένα παράδειγμα:⁵³

Ιστορία 1^η: Η μητέρα της Χριστίνας τη ρώτησε αν είχε μαζέψει τα παιχνίδια της. Η Χριστίνα απάντησε «Βέβαια τα έχω μαζέψει» ενώ ήξερε ότι δεν το είχε κάνει. Κάποια στιγμή έπιασε βροχή και η μαμά, τρέχοντας να μαζέψει την μπουγάδα, σκόνταψε στο αυτοκινητάκι της Χριστίνας. Πιστεύεις ότι η Χριστίνα έπρεπε να είχε πει την αλήθεια στη μαμά της; Γιατί; (1^{ος} γύρος συζήτησης)

Ιστορία 2^η: Το απόγευμα έρχεται για επίσκεψη η γιαγιά της Χριστίνας και της φέρνει δώρο ένα καπέλο. «Έψαξα πολύ για να βρω κάτι που θα σου αρέσει», της είπε ενώ της το έδινε. Η Χριστίνα σκέφτηκε: «Τι απαίσιο καπέλο! Δε θα το φορέσω ποτέ». Στη γιαγιά της είπε: «Τι όμορφο δώρο! Ανυπομονώ να το φορέσω στο σχολείο!» Η γιαγιά χαμογέλασε και είπε: «Πολύ χαίρομαι που σου αρέσει. Δεν κουράστηκα τζάμπα». Νομίζεις ότι η Χριστίνα έπρεπε να πει την αλήθεια στη γιαγιά της; (2^{ος} γύρος συζήτησης) Τα θέματα που θα συζητηθούν μπορεί να είναι: Πρέπει να λέμε πάντα την αλήθεια; Με ποιο κριτήριο θα αποφασίζω αν πρέπει ή δεν πρέπει να την πω;

⁵² Το ίδιο

⁵³ Διασκευασμένο από το Fisher 1999, «First Stories for Thinking» από την Γασπαράτου Ρένια.

Η P4C θεωρείται μια πολύ χρήσιμη παιδαγωγική που συμβάλλει στη βελτίωση της ποιότητας της εκπαίδευσης (Lipman, 1995, 2005). Η κριτική σκέψη αποτελεί ένα από τα συστατικά της συλλογιστικής δραστηριότητας και συνδυάζει καρποφόρα τη λογική και τη δημιουργική σκέψη με τη φροντίδα της νοητικής σκέψης για τον κόσμο, όπως προτείνεται στο πρόγραμμα P4C (Lipman, 1995).

Όπως και ο Lipman, πολλοί υποστηρικτές του P4C θεωρούν ότι το «σκέφτεσθαι κριτικά» είναι ένα σημαντικό εργαλείο για την ανασυγκρότηση της κοινωνίας, αλλά μόνο στο βαθμό που είναι ενσωματωμένο σε μια μη δογματική παιδαγωγική όπως η κοινότητα έρευνας.⁵⁴ Μερικοί υποστηρίζουν ότι η κριτική σκέψη επιδιώκει την ορθολογική επικύρωση των επιτευγμάτων, δομών και αξιών βάσει κριτηρίων (Weinstein, 1988, 1994). Άλλοι ορίζουν την κριτική σκέψη ως σκέψη που είναι φανταστική (Pritchard, 1987), αυτόνομη και ανοιχτή στις διαφορές (Matt, 1985) και εμπίπτει στο πεδίο της ενδοεπαγγελματικής και διαλογικής ηθικής (Boe & Hognestad, 2010)⁵⁵.

Κατά τον Lipman η χρήση της φιλοσοφίας, που εμπεριέχει τη λογική, από τις πρώτες τάξεις της σχολικής εκπαίδευσης είναι πολύ αποτελεσματική στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης. Στο έργο του «Η σκέψη στην εκπαίδευση» υποστηρίζει ότι η ενίσχυση της σκέψης του παιδιού θα πρέπει να είναι η βασική δουλειά του σχολείου και όχι απλώς ένα συμπτωματικό αποτέλεσμα. Συνδέει μάλιστα το ζήτημα με τη λειτουργία της Δημοκρατίας: Όταν εκπαιδεύονται οι μελλοντικοί πολίτες μιας Δημοκρατίας σημαίνει ότι διδάσκονται να είναι λογικοί, και ότι αυτό γίνεται καλλιεργώντας στους μαθητές το συλλογισμό και την κρίση. Τη στιγμή μάλιστα που τα κοινωνικά συστήματα (οικονομικό, γραφειοκρατικό, νομικό) γίνεται προσπάθεια να ορθολογικοποιηθούν, η καλλιέργεια της ορθολογικότητας στο σχολείο είναι απαραίτητη για να προετοιμαστούν τα παιδιά με τον καλύτερο τρόπο να αντιμετωπίσουν τον κόσμο στον οποίο θα ζήσουν.

Ήδη από τις περασμένες δεκαετίες έγιναν προσπάθειες να εισαχθούν «δεξιότητες σκέψης» στα σχολεία και να μην περιορίζεται η διδασκαλία στην απόκτηση πληροφοριών. Ωστόσο, υποστηρίζει, οι προσδοκίες σχετικά με την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης δεν έχουν επαληθευτεί, πράγμα που αποδίδει σε μια σειρά ελλείψεων που υπονόμισαν από την αρχή τη σχετική προσπάθεια. Ως τέτοιες αναφέρει:⁵⁶

⁵⁴ Fisherman, 2010, Matt, 1985; Τσιπλακίδης, 2011, Weinstein, 1988 2003 apud Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk

⁵⁵ Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk «Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School».

⁵⁶ Matthew Lipman «Η σκέψη στην εκπαίδευση»

α) Η προσέγγιση της κριτικής σκέψης έπρεπε να βασίζεται πολύ περισσότερο στην άτυπη και τυπική λογική, την εκπαιδευτική και την εξελικτική ψυχολογία καθώς και στη φιλοσοφία. Η λογική κατά τον Lirman έχει τρεις σημασίες στη «Φιλοσοφία για παιδιά». Σημαίνει:

i) Τυπική λογική σκέψη.

ii) Ικανότητα του να δίνεις επιχειρήματα, βάσει της οποίας το άτομο αναζητά και εκτιμά τα επιχειρήματα που αναπτύσσονται για κάτι που ειπώθηκε ή έγινε.

iii) Ορθολογική δράση.⁵⁷

Η λογικότητα της P4C, υποστηρίζει ο Lirman, δεν είναι καθαρή ορθολογικότητα.⁵⁸ Δεν είναι η ορθολογικότητα που χαρακτηρίζει παραδείγματος χάριν μια επιχείρηση που εφαρμόζει ποικίλες πολιτικές για τη μεγιστοποίηση των κερδών της, αδιαφορώντας για οτιδήποτε άλλο. Είναι ορθολογικότητα με κριτική διάθεση. Πώς μπορούμε να διδάξουμε μια τέτοια ορθολογικότητα; Κατ' αρχάς, προτείνει, πρέπει οι μαθητές να αντιμετωπίζονται λογικά, σε μια προσπάθεια να γίνουν και οι ίδιοι πιο λογικά όντα. Αυτό σημαίνει ότι κάθε όψη της σχολικής εκπαίδευσης πρέπει να είναι, σε ένα μεγάλο βαθμό τουλάχιστον, λογικά υπερασπίσιμη. Θα πρέπει να υπάρχουν βάσιμοι λόγοι και αιτιολόγηση για τη χρήση μιας συγκεκριμένης διδακτέας ύλης, ενός τεστ αξιολόγησης, διδακτικών μεθόδων απέναντι σε εναλλακτικές επιλογές.

Διαπιστώνει ότι ενώ τα παιδιά που έρχονται στο Νηπιαγωγείο και το Δημοτικό αρχικά χαρακτηρίζονται από ζωντάνια, φαντασία, περιέργεια και διάθεση για εξερεύνηση, σιγά σιγά τα χαρακτηριστικά αυτά – που σε πολλές περιπτώσεις άντεξαν σε δύσκολες οικογενειακές συνθήκες – αρχίζουν να φθίνουν. Αυτό το αποδίδει στο ότι τα παιδιά συναντούν στο σχολείο ένα αυστηρά δομημένο περιβάλλον. Στη θέση της διαδοχής γεγονότων που αντιμετώπιζαν μέχρι τότε, τώρα έχουν ένα αυστηρό πρόγραμμα με το οποίο πρέπει να συμμορφωθούν.⁵⁹ Η λύση του προβλήματος, ίσως είναι η ανακάλυψη διαδικασιών που θα ενθαρρύνουν τόσο τη δημιουργικότητα όσο και την οργανωτικότητα, η δημιουργία συνθηκών που θα διεγείρουν αλλά και θα καθοδηγούν την περιέργεια. Προς αυτή την κατεύθυνση είναι πχ να ζητηθεί από τα παιδιά να επινοούν ιστορίες και να τις διηγηθούν στους συμμαθητές τους, τα διδακτικά εγχειρίδια να περιέχουν αφηγηματικές ιστορίες και να μην είναι βιβλία – πηγές πληροφοριών, ώστε να έχουν διαρκώς συναίσθηση

⁵⁷ Lirman 1980 apud Νικολιδάκη Σοφία «Φιλοσοφία για παιδιά».

⁵⁸ Matthew Lirman «Η σκέψη στην εκπαίδευση».

⁵⁹ Το ίδιο

της ανάπτυξης και της εξέλιξης, μέσα από θέματα που επανέρχονται και τις παραλλαγές τους.

β) Δεύτερο πρόβλημα που εντοπίζει είναι ότι η εκπαίδευση των δασκάλων, ακόμη και όταν υπήρχε, ήταν ανεπαρκής. Σπάνια γινόταν σαφές τι σήμαινε «διδασκαλία της κριτικής ικανότητας». Πολλοί μάλιστα εκπαιδευτικοί δε θεωρούσαν τη διδασκαλία της κριτικής σκέψης ως σημαντικό εκπαιδευτικό στόχο ή θεωρούσαν ότι δεν ήταν δυνατόν να διδαχθεί. Θα συμπληρώναμε ότι υπάρχουν απόψεις των εκπαιδευτικών, σύμφωνα με τις οποίες η κριτική σκέψη είναι μια δύσκολη διαδικασία για παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας. Οι αμφιβολίες που έθεταν είναι του τύπου: «Μήπως η διδασκαλία της κριτικής σκέψης πιέζει τα παιδιά να ωριμάσουν πολύ γρήγορα;», «Βάζουμε ένα παιδί να σκέφτεται σαν ενήλικας;», «Μήπως του στερούμε την παιδική ηλικία;» «Είναι ηθικό ο δάσκαλος, για να πετύχει εντυπωσιακές επιδόσεις, να ρισκάρει συνέπειες που μπορεί να έχει το παιδί αργότερα;»⁶⁰ Η απάντηση σε όλες αυτές τις ερωτήσεις είναι βεβαίως «όχι». Δεν έχει υπάρξει κάτι που να μας κάνει να υποψιαστούμε ότι μπορεί να υπάρξουν αρνητικές συνέπειες. Αντίθετα πολλές έρευνες δείχνουν ότι τα παιδιά αποκτούν καλύτερη λογική σκέψη καθώς οι μέθοδοι και οι τεχνικές τους βελτιώνονται, αιτιολογούν καλύτερα τις απόψεις τους, αποκτούν εμπιστοσύνη στις επιδόσεις τους και όλα αυτά συμβάλλουν στην πνευματική και ηθική τους ανάπτυξη καθώς και στην κοινωνικοποίηση. Τα παιδιά συμμετέχουν πραγματικά στην πράξη μάθησης και αυξάνουν την υπευθυνότητα και το βαθμό συμμετοχής τους. Δεν βλάπτουν οι πρώιμες πρακτικές κριτικής σκέψης, αντίθετα βλάπτουν πρακτικές που αποσκοπούν στο να αναπτύξουν μια τυπική συμπεριφορά ενός παθητικού παιδιού από το οποίο δεν απαιτείται να κάνει καμιά πνευματική προσπάθεια. Αναφέρω ενδεικτικά την έρευνα των Nadia Mirela Florea και Elena Hurjui με τίτλο «Critical thinking in elementary school children» που έγινε σε παιδιά προσχολικής και πρώτης σχολικής ηλικίας και κατέληξε ότι «...η εφαρμογή ενεργών συμμετοχικών μεθόδων και η οργάνωση της εργασίας με μικρές ομάδες μαθητών δείχνει ότι τα παιδιά των νέων σχολείων είναι σε θέση να εκτελούν τις λειτουργίες της κριτικής σκέψης... Με την εφαρμογή προγράμματος για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης [συγκεκριμένα του RWCT (Reading and Writing for Critical Thinking) με το οποίο δε θα ασχοληθούμε αναλυτικά στην παρούσα εργασία] οι μαθητές κερδίζουν ταχύτητα στην επίλυση των καθηκόντων, κάνουν αποτελεσματική επιλογή δεδομένων, αναπτύσσουν ικανότητες για να διατυπώνουν επιχειρήματα και απόψεις, έχουν αποδεδειγμένη αυτονομία σκέψης και επίλυσης προβλημάτων, οι λογικές διαδρομές τους δείχνουν πολλαπλές δυνατότητες επίλυσης και

⁶⁰ Nadia Mirela Florea, Elena Hurjui «Critical thinking in elementary school children»

εύρεσης της καταλληλότερης λύσης για ένα συγκεκριμένο πλαίσιο. Μόλις οι τεχνικές κατακτηθούν, τόσο ο δάσκαλος όσο και οι μαθητές, «ξεδιπλώνονται» αποφεύγοντας τη ρουτίνα, καθώς το περιεχόμενο των μαθησιακών εργασιών αλλάζει από ώρα σε ώρα. Η κριτική σκέψη μαθαίνεται μέσω της πρακτικής και της συνειδητοποίησης. Είναι μια ικανότητα που ενθαρρύνεται και αναπτύσσεται σε ένα κατάλληλο μαθησιακό περιβάλλον στο οποίο τα παιδιά αποκτούν πρακτικές δεξιότητες και πνευματικές ικανότητες.

Για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αναφέρουν: «...Για να χειριστούν καλύτερα τις πληροφορίες, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας πρέπει να είναι σε θέση να εφαρμόζουν πράξεις σκέψης, να μάθουν κριτικά να ταξινομούν αποτελεσματικά τα δεδομένα για να παρέχουν κατευθύνσεις οι οποίες με τη σειρά τους θα εκπροσωπούνται από ορισμένες συμπεριφορές. Η επίδραση δε συμβαίνει αυτόματα, τα παιδιά προσχολικής ηλικίας θα συνηθίσουν να αναγνωρίζουν, η διαδικασία για την απόκτηση και τη χρήση πληροφοριών και ιδεών θα είναι επίσης αναλυτική και ικανότητα κριτικής σκέψης».

Και πιο κάτω «...Για να χειριστεί καλύτερα τις πληροφορίες, το παιδί θα πρέπει να εφαρμόσει ένα σύνολο δεξιοτήτων σκέψης που θα παρέχουν τη δυνατότητα αποτελεσματικής ταξινόμησης των πληροφοριών. Γι' αυτό πρέπει να περάσουν (οι εκπαιδευτικοί) μια συστηματική διαδικασία ανάλυσης και κριτικού στοχασμού. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να προσφέρει εξίσου ένα πλαίσιο για τη μάθηση και τη σκέψη ... οι κατάλληλες ερωτήσεις για τα παιδιά παρέχουν μια αφηρημένη σκέψη, εκλεπτυσμένη και εξελιγμένη. Σε αυτή την ηλικία η ικανότητα να σκέπτονται κριτικά αποκτάται με την πάροδο του χρόνου, με το να επιτρέπεις στα παιδιά να εκδηλώνονται αυθόρμητα, χωρίς περιορισμό, όποτε υπάρχει μια μαθησιακή κατάσταση. Ανάμεσα στις ιδιότητες και τα οφέλη της ανάπτυξης της κριτικής σκέψης στα παιδιά σχολικής ηλικίας περιλαμβάνονται η βασική ανάγνωση, η γραφή, η ομιλία και η ακρόαση – βασικά στοιχεία επικοινωνίας. Η βοήθεια στην ανακάλυψη σφαλμάτων και προκαταλήψεων είναι μια πορεία προς την ελευθερία από τις μισές αλήθειες και τα ψέματα. Προσφέρει τη δυνατότητα αλλαγής μιας άποψης καθώς εξετάζουμε και επανεξετάζουμε ιδέες που φαίνονται προφανείς. Παρέχει την ελευθερία να εκφράζουν τις απόψεις τους, βοηθάει τα παιδιά να λύσουν προβλήματα που δεν έχουν λυθεί με συμβατικές μεθόδους, τους διδάσκει να δουν τα πράγματα από πολλαπλές προοπτικές, αναπτύσσει την ικανότητα να σκέφτονται διαφορετικά... Χρησιμοποιώντας μεθόδους ανάπτυξης κριτικής σκέψης, οι μαθητές έφτασαν στα υψηλότερα επίπεδα γνωστικών στόχων (σύνθεση, αξιολόγηση, δημιουργία) της ταξινομίας του Bloom. Από την άποψη της κοινωνικής μάθησης μέσω στρατηγικών κριτικής σκέψης,

επωφελήθηκαν από μια εργασία υψηλότερου επιπέδου, συμπεριλαμβανομένης της δημιουργικής εργασίας που διεξάγεται στην ομάδα».

Στο σημείο αυτό μπορούμε να δούμε την έρευνα της Iuliana Marchis με τίτλο «Pre-service Primary School Teachers' Logical Reasoning Skills» («Ικανότητες Λογικής σκέψης των υποψήφιων δασκάλων Α/θμιας») στην οποία μελέτησε τις δεξιότητες λογικής σκέψης των υποψήφιων δασκάλων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που επιμορφώνονται πριν διοριστούν. «Κατά την επίλυση προβλημάτων», αναφέρει, «σε πολλές περιπτώσεις, πρέπει να εξηγήσουμε τη λύση μας, επομένως είναι επίσης σημαντική η ικανότητα αιτιολογίας. Αυτό είναι ακόμη σημαντικότερο για ένα δάσκαλο, οπότε είναι απαραίτητη η ανάπτυξη της ικανότητας λογικής δεξιότητας των εκπαιδευτικών, αφού η ικανότητα συλλογιστικής των μαθητών μπορεί να επηρεαστεί από την ικανότητα του εκπαιδευτικού».⁶¹

Η αξιολόγηση από τους δασκάλους της λογικής συλλογιστικής των μαθητών θα μπορούσε να βελτιώσει την διδασκαλία τους.⁶² Εάν οι εκπαιδευτικοί καταλάβουν πώς σκέφτονται οι μαθητές τους για να επιχειρηματολογήσουν, μπορούν να βασιστούν στις μεθόδους τους για να αναπτύξουν τις δεξιότητες συλλογιστικής τους.⁶³

Η έρευνα έγινε τον Νοέμβριο του 2013 μεταξύ των σπουδαστών ειδίκευσης στην πρωτοβάθμια και προσχολική παιδαγωγική στο Πανεπιστήμιο Babes-Bolyai, Cluj-Napoca της Ρουμανίας. Το δείγμα της έρευνας ήταν 74 υποψήφιοι δάσκαλοι Δημοτικών σχολείων, από τους οποίους 72 (97,30%) γυναίκες και 2 (2,70%) άντρες. 46 φοιτητές (62,16%) βρίσκονται στο δεύτερο έτος των σπουδών τους και 28 φοιτητές (37,84) στο τρίτο έτος σπουδών τους.

Το ερευνητικό εργαλείο ήταν ένα φύλλο προβλημάτων με πέντε προβλήματα, τα οποία δεν απαιτούσαν καμία μαθηματική γνώση, μόνο λογικές σκέψεις και δεξιότητες μαθηματικών συλλογισμών. Αυτό το φύλλο προβλημάτων λύθηκε από τους φοιτητές κατά τη διάρκεια των μαθημάτων μαθηματικών για την ειδίκευση των δασκάλων Νηπιαγωγείων και Δημοτικής εκπαίδευσης.

Είχαν επιλέξει ένα λογικό πρόβλημα για μια ποιοτική ανάλυση.⁶⁴

⁶¹ Brown & Campione, 1994 apud Iuliana Marchis.

⁶² Moska & Magone, 2000 apud Iuliana Marchis

⁶³ Flores, 2006 apud Iuliana Marchis.

⁶⁴ Το πρόβλημα ήταν: Πέντε συμμετέχοντες σε μαθηματικό διαγωνισμό που ζουν σε πέντε διαφορετικές πόλεις Γγόν, Kecskemét, Miskolc, Pécs και Szeged δηλώνουν τα εξής: **Anna**: Ο Dezsó είναι από την Kecskemét. Εγώ είμαι από τη Szeged. **Béla**: Είμαι από τη Szeged. Η Csilla είναι από την

Το 64,86% των φοιτητών απάντησε σωστά στο πρόβλημα αυτό. Το 31,08% των φοιτητών έδωσαν λανθασμένη απάντηση. και το 4,05% των σπουδαστών δεν λύνουν το πρόβλημα όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

		Αριθμός μαθητών
Σωστή απάντηση		48 / 64.86 %
	Σωστή λογική σκέψη	4 / 5.41 %
	Μη πλήρης λογική σκέψη	15 / 20.27 %
	Λανθασμένη λογική σκέψη	7 / 9.46 %
	χωρίς λογική αιτιολόγηση	22 / 29.73 %
Λανθασμένη απάντηση		23 / 31.08 %
Δεν απάντησαν		3 / 4.05 %

Βλέπουμε ότι μόνο το 5,41% από αυτούς που απάντησαν σωστά αιτιολόγησε τη σωστή απάντηση με πλήρη λογική επιχειρηματολογία. Το 20,27% έδωσε μια σωστή απάντηση, αλλά η επιχειρηματολογία τους ήταν ατελής αφού παρέλειψαν σημαντικά βήματα στη λογική συλλογιστική. Ένα 9,46% των φοιτητών έδωσαν μεν τη σωστή απάντηση αλλά είχαν λανθασμένη επιχειρηματολογία. Τέλος ένα 29,73% δεν έδωσε καμία αιτιολόγηση της (σωστής) απάντησής τους.

Πολύ λίγοι φοιτητές επιχειρήσαν διαφορετικές οπτικοποιήσεις της λογικής τους συλλογιστικής. Η απεικόνιση είναι επίσης πολύ σημαντική στο Δημοτικό σχολείο, οπότε οι εκπαιδευτικοί πρέπει να εξοικειωθούν με μια ποικιλία οπτικοποιήσεων. Τα αποτελέσματα αυτά υπογραμμίζουν τη σημασία της ανάπτυξης των δεξιοτήτων λογικής συλλογιστικής των μελλοντικών εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης.

Η ανεπαρκής εκπαίδευση των δασκάλων, ισχυρίζεται ο Lirman, και οι ενδιαρμοί τους είχαν ως αποτέλεσμα οι περισσότερες παιδαγωγικές μέθοδοι του κινήματος της «σκέψης στην εκπαίδευση» που χρησιμοποιήθηκαν να είναι ακατάλληλες. Η μόνη ενδεδειγμένη μέθοδος, αυτή της «προσέγγισης της κοινότητας διερεύνησης» σπάνια χρησιμοποιήθηκε αφού ήταν λίγοι οι δάσκαλοι που είχαν προετοιμαστεί όπως έπρεπε για κάτι τέτοιο.

γ) Τέλος, ισχυρίζεται, δεν έγινε μια σοβαρή προσπάθεια για την οικοδόμηση μιας αξιακής συνιστώσας, η οποία θα έδινε τη δυνατότητα στους μαθητές/τριες να συζητούν ελεύθερα για τα διάφορα είδη αξιών, καθώς και τον τρόπο αποτίμησής τους. Ελάχιστη προσπάθεια

Pécs. **Csilla:** Ζω στη Szeged. Ο Dezső είναι από το Miskolc. **Dezső:** Είμαι από την Kecskemét. Ο Ernő είναι από την Győr. **Ernő:** Είμαι πραγματικά από το Győr. Η Anna είναι από το Miskolc. Ποιος/α συμμετέχων/ουσα ζει στη Szeged, αν κάθε παιδί είχε μια αληθινή και μια ψεύτικη δήλωση;

έγινε ακόμη για να συμπεριληφθεί ως μέρος της προσέγγισης μια συνιστώσα δημιουργικής σκέψης που θα μούσε τους μαθητές στη σκέψη για τη φαντασία καθώς και για να συσχετιστούν οι ποικίλες διαστάσεις της σκέψης (κριτική, δημιουργική, φιλόστοργη⁶⁵) σε ένα ενιαίο σύνολο.

4.2. Λογικές πλάνες

Ιδιαίτερο βάρος δίνει ο Lipman στον εντοπισμό και την αντιμετώπιση των λογικών πλανών. Διευκρινίζει⁶⁶ ότι αναφέρεται σε άτυπες πλάνες που αποκαλύπτουν συλλογιστικά σφάλματα και δεν παραβιάζουν αυστηρούς κανόνες της εξαγωγής συμπερασμάτων όπως κάνουν οι τυπικές πλάνες. Η κριτική σκέψη, γράφει, ονομάζεται έτσι γιατί ικανοποιεί ένα μικρό αριθμό χαρακτηριστικών αρχών. τις οποίες ονομάζει «αξιακές αρχές». Οι άτυπες πλάνες αντιπροσωπεύουν παραβιάσεις των θεμελιωδών αυτών αρχών της άτυπης λογικής και ως εκ τούτου της κριτικής σκέψης. Η εξέταση ενός μεγάλου αριθμού από παραδοσιακές λογικές πλάνες δείχνει ότι ο εσφαλμένος συλλογισμός παραβιάζει ένα μικρό αριθμό (συγκεκριμένα πέντε) αξιακών αρχών:

α) Την ακρίβεια. Μπορεί να είναι ποσοτική με αντιπροσωπευτικότερο παράδειγμα τη μέτρηση ή ποιοτική με αντιπροσωπευτικότερο παράδειγμα τη «συγκεκριμενότητα» (specificity).

β) Τη συνέπεια. Ένα άτομο λέμε ότι είναι ασυνεπές αν ισχυριστεί ή πιστέψει δυο προκείμενες που δεν μπορεί να είναι ταυτόχρονα αληθείς.

⁶⁵ Για την «φιλόστοργη» σκέψη στο βιβλίο του «Η σκέψη στην εκπαίδευση», εκδόσεις Πατάκη 2017 σελ. 289, γράφει: «Δε νιώθω ότι είμαι σε θέση να προσφέρω έναν ορισμό της φιλόστοργης σκέψης με τον ίδιο τρόπο που μπορώ να ισχυριστώ ότι τα κριτήρια που παρέθεσα για την κριτική σκέψη θα μπορούσαν να συνδυαστούν για να διαμορφώσουν έναν ορισμό αυτής της όψης της νόησης. Αυτό που μπορώ να κάνω είναι να καταγράψω έναν αριθμό παραλλαγών της φιλόστοργης σκέψης, χωρίς να θεωρώ ότι η απαρίθμηση είναι εξαντλητική ή ότι τα είδη που καταγράφονται δεν επικαλύπτονται». Και πιο πριν: «Το φιλόστοργο ενδιαφέρον αποτελεί είδος σκέψης όταν εκτελεί γνωστικές λειτουργίες όπως είναι η αναζήτηση εναλλακτικών προσεγγίσεων, η ανακάλυψη ή η επινόηση σχέσεων, η θεμελίωση σχέσεων ανάμεσα σε σχέσεις και ο ακριβής υπολογισμός διαφορών. Ωστόσο είναι στην ίδια τη φύση του φιλόστοργου ενδιαφέροντος να απαλείφει διακρίσεις και ιεραρχίες όταν αρχίζουν να γίνονται αντικείμενο αποδοκιμασίας και, ως εκ τούτου, συνεχίζουν να υπάρχουν και αφού πάψουν να είναι χρήσιμες.... (Όσοι είναι φιλόστοργοι) αναγνωρίζουν ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές οπτικής, ώστε τα πράγματα να έχουν διαφορετικές διαστάσεις αν θεωρηθούν μέσα από μία οπτική από ότι μέσα από άλλη. Για το λόγο αυτό παλεύουν διαρκώς να βρουν μια ισορροπία ανάμεσα αφενός στην οντολογική ισότητα που αντιμετωπίζει όλα τα όντα σαν να στέκονται στο ίδιο επίπεδο και αφετέρου στις διαφορές οπτικής και τις αποχρώσεις αντίληψης που οφείλονται στις συναισθηματικές μας διακρίσεις».

⁶⁶ Το ίδιο

γ) Τη συνάφεια. Για να υποστηρίξουμε το συμπέρασμα μιας συλλογιστικής οι προκείμενες πρέπει να σχετίζονται με αυτό.

δ) Την αποδεκτότητα. Οι προκείμενες ενός συλλογισμού είναι μη αποδεκτές αν ισχύει μια από τις παρακάτω συνθήκες: i) Μία ή περισσότερες προκείμενες γνωρίζουμε ότι είναι ψευδείς. ii) Μερικές προκείμενες μαζί παράγουν μια αντίφαση. iii) Τουλάχιστον μια προκείμενη εξαρτάται από μια παραδοχή που είτε είναι ψευδής είτε αμφιλεγόμενη. iv) Οι προκείμενες είναι λιγότερο βέβαιες από ότι το συμπέρασμα.⁶⁷

ε) Την επάρκεια. Οι προκείμενες ενός συλλογισμού μπορεί μεμονωμένα να είναι αποδεκτές, όμως όλες μαζί να είναι ανεπαρκείς είτε γιατί δεν παρέχουν επαρκές δείγμα των ποικίλων ειδών συναφών αποδεικτικών στοιχείων είτε επειδή αγνοούν την παρουσία είτε την πιθανότητα ύπαρξης αντίθετων αποδεικτικών στοιχείων.⁶⁸

Ο πίνακας που ακολουθεί εξετάζει ορισμένες λογικές πλάνες και υποδεικνύει τις αρχές που παραβιάζονται από τον εσφαλμένο συλλογισμό:⁶⁹ Η γνώση των λογικών αυτών πλανών από τους μικρούς φιλοσόφους διευκολύνει τη διατήρηση υψηλού επιπέδου συζήτησης.

Ονομασία λογικής πλάνης	Περιγραφή λογικής πλάνης	Λάθος της σκέψης	Αρχή που παραβιάστηκε.
Εναντίον του ανθρώπου	Επίθεση στο πρόσωπο του συνομιλητή και όχι στη συλλογιστική του συνομιλητή (πχ Τι περιμένεις από μια γυναίκα...)	Μη συνάφεια	Συνάφεια

⁶⁷ Ralph H.. Johnson και J. Anthony Blair, «*Logical Self – Defense*» apud Matthew Lipman.

⁶⁸ Matthew Lipman «Η σκέψη στην εκπαίδευση», εκδόσεις Πατάκη.

⁶⁹ Το ίδιο σελ 259

Αμφισημία	Η χρησιμοποίηση όρου που έχει πολλαπλές σημασίες σε ένα κείμενο χωρίς κανείς να μπορεί να καταλάβει με ποια σημασία χρησιμοποιείται.	Αοριστία	Ακρίβεια
Επίκληση ακατάλληλης αυθεντίας	Επίκληση κάποιας υποτιθέμενης αυθεντίας η οποία δεν είναι σε θέση να έχει δικαιοδοσία ή δεν είναι αξιόπιστη ως προς το ζήτημα που εξετάζεται.	Μη συνάφεια	Συνάφεια/ αποδεκτότητα
Επίκληση στο φόβο	Χρήση απειλών αντί επιχειρημάτων για την επίτευξη συμφωνίας.	Βία αντί συλλογισμού	Συνάφεια.
Επίκληση ακατάλληλης πρακτικής	Η υπεράσπιση μιας ενέργειας με την αιτιολόγηση ότι αποτελεί μέρος μιας συνήθους ή παραδοσιακής τακτικής.	Ανεπαρκή ή άσχετα αποδεικτικά στοιχεία.	Συνάφεια/ επάρκεια
Εσφαλμένη αναλογία	Όταν ισχυρίζεται κανείς ότι δυο πράγματα είναι όμοια, ένα συμπέρασμα που ισχύει για το ένα μπορεί να θεωρηθεί ότι ισχύει για το άλλο. Αν οι οπτικές μέτρα από τις οποίες γίνεται η σύγκριση στερούνται ομοιότητας, η αναλογία είναι εσφαλμένη και δε στηρίζει το συμπέρασμα.	Αναιτιολόγητη παραδοχή	Αποδεκτότητα
Πλάνη που οδηγεί από το επιμέρους στο γενικό	Ο ισχυρισμός ότι αυτό που είναι αληθές για το μέρος είναι αληθές και για το όλο.	Δε συνεπάγεται απαραίτητα	Συνάφεια

Παραβίαση του κανόνα ή των κανόνων του ορισμού	Ο ορισμός μιας λέξης με ένα συνώνυμο όρο.	Αόριστοι και ανακριβείς όροι.	Συνάφεια
Λήψη του ζητούμενου	Το να υποθέτει κανείς ή να εκλαμβάνει ως δεδομένο αυτό που προσπαθεί να αποδείξει.	Κυκλικός συλλογισμός	Αποδεκτότητα.
Αμφισβητήσιμη παραδοχή	Χρήση παραδοχής που επιδέχεται λογική αμφισβήτηση ή που στερείται προκείμενης.	Αναιτιολόγητη παραδοχή	Αποδεκτότητα
Παρά την ομωνυμία	Η χρήση του ίδιου όρου με διαφορετικές σημασίες στο ίδιο συγκείμενο.	Αλλαγή σημασίας	Συνέπεια.
Ενοχή εκ συσχετισμού	Η επίθεση στο συνομιλητή λόγω υποτιθέμενης συσχέτισής με κάτι εναντίον του οποίου έχουν διατυπωθεί κατηγορίες.	Αναιτιολόγητη παραδοχή	Αποδεκτότητα
Βεβιασμένα συμπεράσματα	Η υποστήριξη μιας συλλογιστικής με ανεπαρκές δείγμα αποδεικτικών στοιχείων και ενώ αγνοείται η παρουσία αντίθετων αποδεικτικών στοιχείων.	Απερίσκεπτη γενίκευση	Επάρκεια
Ασυνέπεια	Η υποστήριξη δύο προτάσεων που δεν μπορούν να είναι αληθείς την ίδια στιγμή ή ενός συμπεράσματος βασιζόμενου σε λόγους που αναιρούν ο ένας τον άλλο.	Αυτοαντίφαση	Συνέπεια

Λογική ανακολουθία	Η επίκληση ενός λόγου που δεν είναι συναφής με αποτέλεσμα ο συλλογισμός να είναι άκυρος.	Μη συνάφεια	Συνάφεια
Παραπλάνηση	Η παράθεση άσχετων ή ανύπαρκτων ζητημάτων προκειμένου να αποσπαστεί η προσοχή από την εγκυρότητα του συλλογισμού.	Μη συνάφεια	Συνάφεια
Αχυράνθρωπος	Η ψευδής απόδοση μιας θέσης στο συνομιλητή μας και έπειτα η προσπάθεια κατάρριψης αυτής της θέσης και όχι της πραγματικής θέσης του συνομιλητή. Επίθεση σε μια πιο αδύναμη θέση από αυτή που έχει στην πραγματικότητα ο συνομιλητής.	Παραποίηση	Συνάφεια
Κατόπιν τούτου άρα εξ αιτίας τούτου	Ο ισχυρισμός ότι η αιτία κάποιου πράγματος πρέπει να είναι ένα γεγονός που συνέβη αμέσως πριν το ζήτημα που εξετάζουμε.	Η εξαγωγή του βεβιασμένου συμπεράσματος ότι δυο γεγονότα συνδέονται αιτιωδώς.	Επάρκεια
Δυο λάθη δεν κάνουν ένα σωστό	Η απαλλαγή μιας πράξης από μια κατηγορία με μόνη αιτιολογία ότι παρόμοια πράξη στο παρελθόν δεν επικρίθηκε	Εσφαλμένη αναλογία/ Ασυνέπεια	Αποδεκτότητα/ Συνέπεια

Ασάφεια	Η χρήση μιας τουλάχιστον προκειμένης σε ένα συλλογισμό η οποία είναι τόσο αόριστη ώστε στερείται σημασίας.	Απουσία διαχωριστικών σημείων να οριοθετούν σημασίες	Αποδεκτότητα/ ακρίβεια.
---------	--	--	-------------------------

4.3. Η P4C είναι κατάλληλη για το Δημοτικό σχολείο; Ερευνητικά δεδομένα

Οι θέσεις του Lirman παραμένουν αμφιλεγόμενες στην κοινότητα των ακαδημαϊκών φιλόσοφων και ερευνητών και συνεχίζουν να πυροδοτούν τη συζήτηση. Για να διαλευκανθεί αυτή η διαμάχη, είναι απαραίτητο να αξιολογηθεί η γνωστική και επιστημολογική εξέλιξη των μαθητών προκειμένου να διερευνηθεί καταρχήν η φιλοσοφική ποιότητα των ανταλλαγών και, ως επακόλουθο, να παρουσιαστεί ο θετικός αντίκτυπος του P4C στη μάθηση στα σχολεία.

Για το σκοπό αυτό, πολλοί φιλόσοφοι και ερευνητές που συμμετέχουν στο P4C έχουν μελετήσει την «εξέλιξη» ή την «επιστημονική πρόοδο» που εκδηλώνεται μέσα από τον λόγο των μαθητών.⁷⁰ Επίσης, από τη δεκαετία του '80, πολλές μελέτες έχουν αποδείξει τη θετική επίδραση των συνόδων του P4C στην ανάπτυξη λογικών συλλογισμών στους μαθητές των Δημοτικών και των σχολείων δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.⁷¹

Ωστόσο, μια ανασκόπηση της βιβλιογραφίας σχετικά με την P4C δείχνει ότι οι περισσότερες από τις υπάρχουσες εμπειρικές μελέτες για την κριτική σκέψη διεξάγονται με εφήβους στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (μεταξύ άλλων: Collins, 2004; Gagnon, 2011; Haynes & Haynes, 2000; Lam, 2012; Othman & Hashim, 2006, Hofer & Pintrich, 2011 apud Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk).⁷² Για να μετρηθεί η εξέλιξη της κριτικής σκέψης,

⁷⁰ Μεταξύ άλλων: Auriac-Slusarczyk & Colletta, 2015; Golding, 2009, 2013; McCall, 2009; Millett & Tapper, 2012; Rondhuis, 2006 apud Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk «Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School».

⁷¹ Topping & Trickey, 2007, Trickey & Topping, 2004 apud το ίδιο.

⁷² Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk «Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School».

οι περισσότεροι ερευνητές χρησιμοποιούν συνεντεύξεις ή μεμονωμένες εξετάσεις που σχετίζονται κυρίως με την εφαρμογή των κανόνων της λογικής (Kwak, 2007).

Το κενό αυτό έρχεται να καλύψει η έρευνα των Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk «Διαλογική κριτική σκέψη στο Νηπιαγωγείο και το Δημοτικό σχολείο» («Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School») η οποία έθεσε τις ακόλουθες ερωτήσεις: Μπορεί η P4C να συμβάλει στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης σε μαθητές Νηπιαγωγείου και Δημοτικού σχολείου; Ποια στοιχεία πρέπει να ενσωματωθούν στον ορισμό της κριτικής σκέψης;

Αρχικά η μελέτη παρουσιάζει την έννοια της κριτικής σκέψης όπως διερευνήθηκε από τους φιλόσοφους. Στη συνέχεια περιγράφει συνοπτικά το εμπειρικό μοντέλο της αναπτυξιακής διαδικασίας της κριτικής σκέψης που προέκυψε από τις αναλύσεις μας για τις ανταλλαγές των μαθητών κατά τη διάρκεια της πρακτικής P4C. Τέλος, χρησιμοποιώντας αυτό το μοντέλο ως πλέγμα ανάλυσης, παρουσιάζει τα αποτελέσματα ερευνητικών προγραμμάτων που πραγματοποίησαν με μαθητευόμενους φιλόσοφους ηλικίας πέντε έως δώδεκα ετών. Γράφουν:

«Οι υποστηρικτές της P4C θεωρούν ότι η κριτική σκέψη, σε αντίθεση με την προσέγγιση επίλυσης προβλημάτων με την οποία συγχέεται μερικές φορές, δεν μπορεί να αξιολογηθεί με τυποποιημένες δοκιμές, οι οποίες είναι υπερβολικά περιοριστικές.⁷³

Τα τελευταία τριάντα χρόνια, ερευνητές από διάφορους τομείς (π.χ. επιστήμες υγείας, αναπτυξιακή ψυχολογία, επιστημολογία) έχουν διερευνήσει εμπειρικά την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης σε μαθητές (μαθητές που δεν εμπλέκονται στο P4C). Μεταξύ αυτών, ορισμένοι δημιουργούν μια συσχέτιση μεταξύ της εξέλιξης της κριτικής σκέψης και της προσωπικής επιστημολογικής εξέλιξης των μαθητών.

Οι Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk κατά τη διάρκεια δέκα ετών, πραγματοποίησαν ερευνητικά προγράμματα για την κριτική σκέψη σε 28 ομάδες μαθητών ηλικίας 5 έως 12 ετών από διάφορες χώρες (Κεμπέκ, Οντάριο, Γαλλία, Μεξικό και Αυστραλία). Διεξήγαγαν αναλύσεις σε απομαγνητοφωνημένες συζητήσεις των μαθητών κατά τη διάρκεια των συνεδριάσεων του P4C.

⁷³ Gagnon, 2011, Matt, 1985, Pritchard, 1987 apud Marie-France Daniel, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk

Μια αναπτυξιακή διαδικασία διαλογικής κριτικής σκέψης προέκυψε από τις αναλύσεις τους για τις ανταλλαγές απόψεων των μαθητών. Σε αυτή τη διαδικασία, η κριτική σκέψη (ΚΣ) αναφέρεται ως «διαλογική» κριτική σκέψη (ΔΚΣ) για να τονιστεί και να αποσαφηνιστεί ότι η κινητοποιημένη κριτική σκέψη στην ερευνητική κοινότητα P4C προκύπτει από αλληλεπιδράσεις και διάλογο μεταξύ συνομηλίκων. Ο φιλοσοφικός διάλογος διεγείρει την απόκλιση από άποψη που δημιουργεί αμφιβολίες ή γνωστικές συγκρούσεις στο μυαλό των μαθητών. Ο δάσκαλος μπορεί να συμμετάσχει στην ανάκληση αυτών των αμφιβολιών ζητώντας από τους μαθητές αντιπαραδείγματα, διαφορετικές εναλλακτικές λύσεις κ.ο.κ. Αυτές οι αμφιβολίες και οι γνωστικές συγκρούσεις αντιπροσωπεύουν το σημείο εκκίνησης της αντανάκλαστικής και κρίσιμης διαδικασίας (Dewey, 1903/1933). Οι αναλύσεις αποκάλυψαν ότι η ΔΚΣ δεν είναι αποκλειστικά προσανατολισμένη στην επιχειρηματολογία και την σύλληψη μιας ιδέας (λογική σκέψη). Η ΔΚΣ περιλαμβάνει επίσης τον προβληματισμό που βασίζεται σε αποκλίνουσες σχέσεις με την πρόθεση να μετασχηματισθούν οι προοπτικές (δημιουργική σκέψη), να εκτιμηθούν οι συμπεριφορές και οι κοινωνικές / ηθικές αξίες για τη βελτίωση των κοινωνικών βάσεων για την ανθρώπινη ζωή (υπεύθυνη σκέψη) και να επανεξεταστούν οι σκέψεις και οι προοπτικές με σκοπό την αυτοδιόρθωση της αναπαράστασης του κόσμου και τη δέσμευση στον κόσμο (μεταγνωστική σκέψη)».

Οι αναλύσεις των απομαγνητοφωνήσεων αποκάλυψαν επίσης ότι οι εκδηλώσεις των τεσσάρων τρόπων σκέψης (λογική, δημιουργική, υπεύθυνη, μεταγνωστική) που περιλαμβάνονται στο ερμηνευτικό τους μοντέλο είναι αρθρωμένες κατά μήκος ενός φάσματος από το απλούστερο στο πιο πολύπλοκο. Χρησιμοποίησαν την έννοια Διαλογική κριτική σκέψη στο Νηπιαγωγείο και το Δημοτικό σχολείο των «επιστημολογικών προοπτικών» για να εκφράσουν την ποικιλομορφία των εκδηλώσεων που είναι εγγενείς σε κάθε τρόπο σκέψης και επίσης να εξηγήσουν την όλο και πιο περίπλοκη διαδικασία της ΔΚΣ στους μαθητές.

Τα ερευνητικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τη θέση του Lipman ότι μαθητευόμενοι φιλόσοφοι από το Νηπιαγωγείο και το Δημοτικό μπορούν να εμπλακούν στη συν-κατασκευή του ΔΚΣ όταν ωθούνται από μια προσέγγιση όπως το P4C. Αυτά τα αποτελέσματα δε δείχνουν ότι τα παιδιά κινητοποιούν μία επιτυχημένη ΔΚΣ που σταθεροποιείται στη διυποκειμενικότητα, αλλά δείχνουν ότι οι αναπαραστάσεις των παιδιών των εννοιών που συζητήθηκαν υπερβαίνουν την απλή αντίληψη που συνδέεται με τον εγωκεντρισμό.

Επιπλέον, το αναπτυξιακό μοντέλο της ΔΚΣ προμηθεύει τους ερευνητές και τους δασκάλους με ένα εργαλείο για να αξιολογούν συστηματικά την γνωστική και επιστημολογική ανάπτυξη και πρόοδο των μαθητών όταν εμπλέκονται στην πράξη του P4C κι έτσι να αξιολογούν την αξία της φιλοσοφικής ποιότητας των συζητήσεων τους.

4.4. Υπεύθυνη συζήτηση (Accountable Talk)

Παρεμφερής είναι η προσέγγιση της «υπεύθυνης συζήτησης»,⁷⁴ η οποία προτείνει τη διαλογική συζήτηση στην τάξη, με την οποία οι μαθητές αντιμετωπίζουν διάφορα σύνθετα προβλήματα. Όταν σκεφτόμαστε την ομιλία στην τάξη, οι περισσότεροι από εμάς βλέπουμε το δάσκαλο να στέκεται μπροστά από τους μαθητές, να θέτει ερωτήσεις, να ζητά από τους μαθητές σύντομες απαντήσεις και να αξιολογεί τις απαντήσεις τους. Αυτή η μορφή διαλόγου στην τάξη, επιτρέπει στους δασκάλους και τους καθηγητές να μεταδίδουν γεγονότα και να διαχειρίζονται αποτελεσματικά μεγάλες ομάδες μαθητών. Η παραδοχή στην οποία βασίζεται αυτός ο τρόπος διδασκαλίας είναι ότι το σχολείο σκοπό έχει τα παιδιά να μαθαίνουν να επαναλαμβάνουν αυτό που άλλοι θεωρούν ότι είναι σημαντική γνώση.

Ωστόσο, μπορούμε και πρέπει να θέσουμε υψηλότερους στόχους για όλους τους μαθητές. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ευκαιρία της ομιλίας στην τάξη για να διδάξουμε τους μαθητές να σκέφτονται, να παράγουν γνώση. Ο χρόνος που αφιερώνεται τώρα στην ανάκληση των γεγονότων μπορεί να αφιερωθεί στην παροχή βοήθειας στους μαθητές να αντιμετωπίζουν περίπλοκες ερωτήσεις, να δημιουργούν παζλ με νέα είδη προβλημάτων και να ερμηνεύουν πολύπλοκα κείμενα. Αντί να επιδιώκει να απορροφήσουν παθητικά ένα μικρό σώμα της γνώσης, ο δάσκαλος είναι σε θέση να μεταδώσει δεξιότητες συλλογισμών, μιλώντας και υποστηρίζοντας τις δικές τους προτάσεις ώστε να οδηγηθούν μέσα από προβλήματα σε συμπεράσματα και λύσεις.

Ο στόχος αυτός μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή στην τάξη ενός είδους δομημένης συζήτησης που υποστηρίζει τη μάθηση και που οι συγγραφείς ονομάζουν «Υπεύθυνη

⁷⁴ Η ιδέα για τάξεις όπου κυριαρχεί η «υπεύθυνη συζήτηση» προτάθηκε στο 29^ο φυλλάδιο της Educational Practices Series με τίτλο «Accountable Talk: Instructional dialogue that builds the mind» από τους Lauren B. Resnick, Christa S. C. Asterhan, και Sherice N. Clarke. Οι Educational Practices Series εκδίδονται από τη Διεθνή Ακαδημία Εκπαίδευσης (IAE) σε συνεργασία με το Διεθνές Γραφείο Εκπαίδευσης (IBE).

συζήτηση» («Accountable Talk»). Οι διαφορές μεταξύ της απομνημόνευσης και της υπεύθυνης συζήτησης ξεπερνούν κατά πολύ το ποιος μιλάει και πότε. Η φύση και η ποιότητα της ομιλίας, ο τρόπος με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν συζητήσεις και προσκαλούν τους μαθητές να συμμετάσχουν, το κίνητρο των μαθητών να μάθουν, οι προσδοκίες των εκπαιδευτικών από τους μαθητές και οι προσδοκίες των μαθητών του ενός από τον άλλο και από τον εαυτό τους επηρεάζονται.

Υπάρχουν σαφή πρότυπα για αυτό που μετράει ως μια καλή συζήτηση, που συχνά περιγράφεται ως «τρεις λογοδοσίες»: α) λογοδοσία στη γνώση (Να επιμένουμε στην ορθότητα των γεγονότων ακόμα και αν είναι ένας αγώνας το να βρούμε τη σωστή διατύπωση), β) λογοδοσία στη λογική (Να παρέχουμε μια λογική αιτιολόγηση για κάθε αξίωση) και γ) λογοδοσία στην κοινότητα (Να δείχνουμε σεβασμό στις ιδέες και τα συναισθήματα των συμμαθητών μας). Γενικά, ο στόχος του δασκάλου είναι να διατηρήσει μια διαδικασία κοινής συλλογιστικής που υποβοηθείται διακριτικά από το δάσκαλο, αλλά είναι ο μαθητής που τελικά οδηγεί σε ένα πληρέστερα αναπτυγμένο, τεκμηριωμένο συμπέρασμα, λύση ή εξήγηση.

Τι είναι αυτό το ιδιαίτερο είδος ομιλίας; Αρχίζει με τους μαθητές να σκέπτονται δυνατά για ένα πολύπλοκο πρόβλημα που απαιτεί συνεργασία: Παρατηρώντας κάτι για το πρόβλημα, διερευνώντας μια εκπληκτική διαπίστωση, αρθρώνουν, εξηγούν και αντανακλούν τη δική τους συλλογιστική. Ο δάσκαλος εργάζεται για να εκμαιεύσει μια σειρά από ιδέες, οι οποίες μπορεί να είναι ελλιπείς. Με την καθοδήγηση των εκπαιδευτικών, άλλοι μαθητές διαχειρίζονται τις δηλώσεις των συμμαθητών τους: Χτίζουν πάνω τους, τις αμφισβητούν ή διευκρινίζουν μια αξίωση (συμπεριλαμβανομένης της αξίωσης ενός δασκάλου). Θέτουν ερωτήσεις, σκέφτονται για μια προτεινόμενη λύση ή προτείνουν μια εναλλακτική εξήγηση.

Μια κοινή αντίρρηση για την υπεύθυνη συζήτηση που προβάλλεται από τους εκπαιδευτικούς είναι η εξής: «Οι μαθητές μας δεν γνωρίζουν αρκετά ώστε να έχουν μια ουσιαστική συζήτηση». Ορισμένοι εκπαιδευτικοί πιστεύουν ότι θα πρέπει να διδάξουν μαθήματα σύμφωνα με την ταξινόμηση του Bloom (1956), η οποία διατάσσει γνωστικές δεξιότητες σε μια ιεραρχία. Αν κάποιος θεωρεί δεξιότητες χαμηλής τάξης ως προϋποθέσεις για δεξιότητες υψηλότερης τάξης, τότε οι ευκαιρίες συζήτησης θα μπορούσαν να ωφελήσουν μόνο τους μαθητές που έχουν προχωρήσει πέρα από τα βασικά. Ωστόσο, η έρευνα (Resnick, Asterhan, και Clarke 2015 apud Lauren B. Resnick, Christa S. C. Asterhan, και Sherice N. Clarke) σχετικά με τη μάθηση που βασίζεται στη συζήτηση, δεν υποστηρίζει αυτή την άποψη. Οι μελέτες δείχνουν ότι οι μαθητές σε σχολεία μέσης και χαμηλής

απόδοσης όχι μόνο μπόρεσαν να συμμετάσχουν στις συζητήσεις αλλά βελτίωσαν σημαντικά τις γενικές ικανότητες μάθησης σε σύγκριση με τους συμμαθητές τους που δεν διδάχθηκαν μέσω μιας μεθόδου συζήτησης.

Ας δούμε τα βασικά χαρακτηριστικά που έχει η «υπεύθυνη συζήτηση»:

1. Η έρευνα που αναφέραμε προηγουμένως (καθώς και άλλες έρευνες) έδειξαν ότι ένας συγκεκριμένος τρόπος συζήτησης στην τάξη παράγει περισσότερη μάθηση από άλλες μορφές, ακόμη και για θέματα πέρα από την συγκεκριμένη συζήτηση. Όταν οι μαθητές μαθαίνουν μαθηματικά, για παράδειγμα, υποστηρίζοντας το δρόμο τους προς την κατανόηση, γίνονται καλύτεροι όχι μόνο στα μαθηματικά αλλά και σε άλλα θέματα όπως η επιστήμη και η λογοτεχνία. Στις τάξεις που ακολουθείται η «υπεύθυνη συζήτηση», οι μαθητές είναι υπεύθυνοι για τη σωστή διερεύνηση των γεγονότων, για να σκεφτούν μαζί τις προκλήσεις και για να ακολουθήσουν κανόνες που ενθαρρύνουν τη συμμετοχή (όπως η ακρόαση με σεβασμό). Με άλλα λόγια, η ομιλία τους είναι υπεύθυνη για τη γνώση, την αιτιολογία και την κοινότητα.

Η υπεύθυνη συζήτηση συμβαίνει όταν οι μαθητές λένε «Πώς το ξέρετε αυτό;», «Γιατί το κάνετε αυτό, όταν λέει εδώ ότι ...;», «Δεν είχαμε τα ίδια αποτελέσματα τη δεύτερη φορά και προσπαθούμε να καταλάβουμε γιατί», «Συμφώνησα αρχικά μαζί σας, αλλά τώρα σκέφτομαι ...». Ο στόχος είναι να αναπτυχθεί η ικανότητα των μαθητών να σκέφτονται. Με την εξάσκηση των δεξιοτήτων και των συνηθειών των επιχειρημάτων μέσω της κοινωνικής αλληλεπίδρασης, οι μαθητές μαθαίνουν να αιτιολογούν. Όταν την εφαρμόζουμε στην τάξη πρέπει να έχουμε υπόψη ότι:

- Η υπεύθυνη συζήτηση αναπτύσσεται με την πάροδο του χρόνου. Οι μαθητές μαθαίνουν συμμετέχοντας.
- Η υπεύθυνη συζήτηση είναι αυτοσυντηρούμενη. Η πράξη παράγει καλύτερα επιχειρήματα. Οι μαθητές είναι πιο πιθανό να είναι έτοιμοι να υποστηρίξουν τις δηλώσεις τους όταν προκληθούν («Ποιες είναι οι αποδείξεις σας;»). Η τάξη αναπτύσσει επίσης τη συλλογική γνώση της με την πάροδο του χρόνου. Οι μαθητές έχουν πρόσβαση σε ένα αυξανόμενο σύνολο πληροφοριών για να αναπτύξουν ισχυρισμούς και να παράγουν επιχειρήματα.
- Η υπεύθυνη συζήτηση τους περιλαμβάνει όλους. Η ποιότητα του επιχειρήματος, όχι η μορφή της έκφρασής του, αποτιμάται στις αίθουσες που τη χρησιμοποιούν. Ο καθένας

μπορεί να συμμετάσχει επειδή όλοι έχουν ιδέες, συμπεριλαμβανομένων των μαθητών που δεν κατέχουν άπταιστα τη γλώσσα που χρησιμοποιείται στην τάξη.

2. Λογική συζήτηση: Καθορισμός προσδοκιών

Η θέσπιση των βασικών κανόνων για τις συζητήσεις της υπεύθυνης συζήτησης βοηθά τη συμμετοχή των μαθητών. Οι αναπτυξιακές μελέτες έχουν δείξει ότι οι άνθρωποι είναι ικανοί να επιχειρηματολογήσουν σύντομα αφού μάθουν να μιλάνε. Για να υποστηρίξουν τη θέση τους με εκλεπτυσμένους τρόπους όμως, τα άτομα χρειάζονται ευκαιρίες να αναπτύξουν ένα σύνολο πνευματικών και κοινωνικών ικανοτήτων. Στις τάξεις της υπεύθυνης συζήτησης, ο δάσκαλος διαμορφώνει τους κανόνες της επιχειρηματολογίας και ενθαρρύνει τους μαθητές να τους υιοθετήσουν. Τελικά, οι μαθητές γίνονται πιο εκλεπτυσμένοι, αυτοκατευθυνόμενοι και ευέλικτοι υποστηρικτές. Η προετοιμασία μιας αίθουσας διδασκαλίας για τέτοιου είδους συζητήσεις είναι ένα σημαντικό πρώτο βήμα σε αυτή τη διαδικασία.

3. Λογοδοσία στην κοινότητα: Το δικαίωμα να μιλάς.

Η αντιμετώπιση όλων των μαθητών ως έγκυρων και αξιόλογων συντελεστών στην οικοδόμηση συλλογικής κατανόησης υποστηρίζει τα κίνητρα και τη συμμετοχή στην υπεύθυνη συζήτηση.

Γνωρίζουμε ότι όλοι οι μαθητές έχουν την έμφυτη ικανότητα να συμμετάσχουν στην υπεύθυνη συζήτηση και μια ισχυρή ερευνητική βάση υποστηρίζει τα οφέλη της. Ωστόσο, μελέτες παρατήρησης έδειξαν ότι δεν συμμετέχουν όλοι οι μαθητές στις συζητήσεις. Μερικοί μαθητές συμμετέχουν μόνο όταν αντιλαμβάνονται ότι οι συνεισφορές τους είναι έγκυρες και πολύτιμες. Για παράδειγμα, οι μαθητές μπορεί να πιστεύουν ότι πρέπει να απαντήσουν μόνο όταν σε μια ερώτηση ενός δασκάλου γνωρίζουν με βεβαιότητα τη «σωστή απάντηση». Οι μαθητές που δυσκολεύονται να κοινοποιήσουν τη γνώμη τους μπορούν να υποστηριχθούν με πολλούς τρόπους. Κατά τη διαχείριση της συζήτησης, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αποδείξουν ότι όλοι έχουν ιδέες να συνεισφέρουν. Όταν οι μαθητές αρχίζουν να συμμετέχουν, μια επιτυχημένη ανταπόκριση σε μια πρόκληση τους δείχνει ότι το μυαλό τους μπορεί να αναπτύσσεται. Η έρευνα επιβεβαίωσε ότι οι μαθητές που πιστεύουν ότι ο νους τους μπορεί να αναπτυχθεί είναι πιο επιτυχημένοι σε ακαδημαϊκό επίπεδο από εκείνους που θεωρούν ότι η νοημοσύνη τους παραμένει σταθερή. Στις αίθουσες που επικρατεί η υπεύθυνη συζήτηση, οι μαθητές υποστηρίζουν ο ένας τον άλλο. Όταν οι μαθητές παρατηρούν τους συμμαθητές τους χρησιμοποιώντας

στρατηγικές συζήτησης, οι τάξεις συνολικά αρχίζουν να χρησιμοποιούν αυτές τις στρατηγικές πιο συχνά. Με την πάροδο του χρόνου, οι μαθητές αναγνωρίζουν ότι η κοινή χρήση της σκέψης τους αποτελεί νόμιμη και αξιόλογη προσφορά σε μια συζήτηση. Η ομιλία τους προσφέρει στην κοινότητα.

4. Εκμαιεύοντας τις εξηγήσεις των μαθητών.

Η δημοσιοποίηση της σκέψης και των ιδεών των μαθητών επιτρέπει τον εντοπισμό των λαθών και των παρερμηνειών και βελτιώνει τη μάθηση.

Συχνά, οι μαθητές έχουν ελλειπείς ή ακόμη και εσφαλμένες αντιλήψεις βασικών εννοιών ή διαδικασιών στο πρόγραμμα σπουδών. Μπορούν να χρησιμοποιούν τους σωστούς όρους, αλλά χωρίς να κατανοούν πραγματικά τι εννοούν. Προκειμένου να εντοπιστούν αυτά τα κενά και λάθη, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να «κάνουν ορατή» τη σκέψη των μαθητών τους, ζητώντας τους να εξηγήσουν την κατανόησή τους ή να επεξεργαστούν τις δηλώσεις τους. Η εξήγηση έχει οφέλη για τον εκπαιδευόμενο. Η προσπάθεια να εξηγηθεί η κατανόηση κάποιου συγκεκριμένου φαινομένου απαιτεί από τους μαθητές να οργανώσουν τη σκέψη τους και να την διατυπώσουν με τρόπο που θα μπορούσε να έχει νόημα σε κάποιον άλλο. Κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας, ενδέχεται να αναγνωρίζουν τα δικά τους κενά και λάθη. Η προσπάθεια εξήγησης, από μόνη της, έχει αποδειχθεί ότι βελτιώνει την επεξεργασία πληροφοριών και την ενσωμάτωση της γνώσης. Η περαιτέρω διατύπωση ιδεών ωφελεί και το επιχείρημα. Ιδέες που εκφράζονται ελλιπώς και υποθέσεις που δεν εκφράζονται ποτέ, δεν παίζουν χρήσιμο ρόλο στη συζήτηση. Αντιθέτως, οι ιδέες που είναι αρθρωμένες έτσι ώστε να τις κατανοήσουν όλοι, γίνονται αντικείμενα που πρέπει να συζητηθούν, να διαπραγματευθούν και να εξευγενιστούν. Για τους εκπαιδευτικούς, η προβολή των ιδεών των μαθητών στο μάθημα είναι ζωτικής σημασίας για τον εντοπισμό και την κατανόηση του τι γνωρίζουν ήδη οι μαθητές τους και για τον εντοπισμό παρανοήσεων και σφαλμάτων που θα μπορούσαν να παρεμποδίσουν την κατανόηση νέων γνώσεων.

5. Λογοδοσία στη συλλογιστική: Η ελκυστικότητα των διαφορών.

Μέσω της συμμετοχής στην υπεύθυνη συζήτηση, οι μαθητές εξασκούν, βελτιώνουν και αναπτύσσουν τις ικανότητες λογικής τους. Όπως είπαμε, με την υπεύθυνη συζήτηση κάθε μαθητής έχει δικαίωμα – και αναμένεται – να μοιραστεί τις ιδέες του και είναι σημαντικό να ζητήσουμε εξειδικευμένες εξηγήσεις από διαφορετικούς μαθητές. Ωστόσο, δεν σταματάμε εδώ. Στην υπεύθυνη συζήτηση, οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί σκέφτονται για

τις διαφορετικές λύσεις ή τις απόψεις που εισάγονται στη συζήτηση. Οι διαφορές επισημαίνονται και οι συμμετέχοντες συνεργάζονται για να τις διευκρινίσουν και να τις επιλύσουν με λογική συλλογιστική. Οι μαθητές είναι υπεύθυνοι για να κάνουν λογικές συνδέσεις και να καταλήξουν σε λογικά συμπεράσματα. Η συζήτηση περιλαμβάνει την αναζήτηση υποθέσεων και αποδεικτικών στοιχείων αντί για απλή υποστήριξη ή παράθεση συμπερασμάτων. Οι έρευνητες υποδηλώνουν ότι η τήρηση των βασικών προτύπων λογικής είναι κάτι που οι άνθρωποι κάνουν φυσικά, και ότι, δεδομένης της ευκαιρίας, ακόμη και πολύ μικρά παιδιά μπορούν να χτίσουν επιχειρήματα. Ωστόσο, οι απαιτήσεις των ειδικευμένων, ακαδημαϊκών επιχειρημάτων είναι σημαντικές. Οι μελέτες δείχνουν ότι ακόμη και οι ενήλικες δυσκολεύονται να διακρίνουν μεταξύ αποδεικτικών στοιχείων και εξηγήσεων, να παράσχουν έγκυρη υποστήριξη για τους ισχυρισμούς τους, να λάβουν υπόψη τα αποδεικτικά στοιχεία υπέρ των δηλώσεων των αντιπάλων τους και να αντικρούσουν τα αντεπιχειρήματα. Μελέτες δείχνουν επίσης ότι τέτοιες ικανότητες επιχειρηματολογίας αναπτύσσονται καλύτερα μέσω κοινωνικής αλληλεπίδρασης και διαλόγου. Με άλλα λόγια, οι μαθητές γίνονται καλύτεροι στοχαστές με το να σκέπτονται δυνατά με τους άλλους.

6. Τη λογοδοσία στη γνώση: Εργασία με και προς τη γνώση

Οι μαθητές θεωρούνται υπεύθυνοι για τη γέννηση των αιτημάτων τους στη γνώση. Η συζήτηση που είναι υπεύθυνη για τη γνώση βασίζεται ρητά σε γεγονότα, γραπτά κείμενα ή άλλες πληροφορίες που μπορούν να έχουν όλοι οι μαθητές. Στην υπεύθυνη συζήτηση, οι ομιλητές καταβάλλουν προσπάθειες για να ερμηνεύσουν σωστά τα γεγονότα και να καταστήσουν σαφή τα αποδεικτικά στοιχεία πίσω από τις αξιώσεις ή τις εξηγήσεις τους. Προκαλούν ο ένας τον άλλο όταν υπάρχουν ελλείψεις ή δεν υπάρχουν διαθέσιμα τεκμήρια. Ένας εξειδικευμένος δάσκαλος απαιτείται τόσο για να παράσχει έγκυρες γνώσεις όταν είναι απαραίτητο, όσο και για να καθοδηγήσει τη συνομιλία προς ακαδημαϊκά σωστές γνώσεις.

Μερικοί εκπαιδευτικοί πιστεύουν ότι οι μαθητές δεν μπορούν να έχουν ουσιαστικές συζητήσεις μέχρι να αποκτήσουν κάποια γνώση. Η καλή λογική εξαρτάται από την καλή γνώση. Η γνωστική έρευνα για την απόκτηση γνώσεων δείχνει ότι το αντίθετο ισχύει: Η διαδικασία της απόκτησης βαθιάς γνώσης (σε αντίθεση με την επιφανειακή) περιλαμβάνει την ενεργητική επεξεργασία και τη συλλογιστική, όχι την παθητική απομνημόνευση των γεγονότων. Έτσι, στην υπεύθυνη συζήτηση μαθητές και δάσκαλοι είναι αφοσιωμένοι στο

να προωθούν τα όριά τους στην κατανόηση και να βελτιώνουν τις γνώσεις τους μέσω της συλλογιστικής και της εξερεύνησης.

7. Λογοδοσία στη γνώση: Πειθαρχημένη γνώση .

Οι μαθητές μαθαίνουν να επιχειρηματολογούν με διαφορετικούς τρόπους ανάλογα με τον κλάδο που αφορά η συζήτηση. Οι μαθητές όχι μόνο πρέπει να γνωρίσουν ένα αποδεκτό σύνολο γνώσεων σε κάθε τομέα, αλλά πρέπει επίσης να αναπτύξουν κάποια κατανόηση για το πώς αυτά τα συστήματα γνώσης ήρθαν να εγκατασταθούν. Για παράδειγμα, σε όλες τις επιστήμες η επιχειρηματολογία είναι ένα από τα κεντρικά μέσα, μέσω των οποίων οι ασκούμενοι δοκιμάζουν νέες ιδέες και θεωρίες. Χωρίς επιχειρήματα και αξιολόγηση, η κατασκευή αξιόπιστων γνώσεων στις επιστήμες θα ήταν αδύνατη. Όπως ακριβώς ο μαθητής που διδάσκεται φυσικές επιστήμες πρέπει να μάθει πώς να στηρίξει μια υπόθεση με εμπειρικά δεδομένα, ένας μαθητής στο μάθημα της ιστορίας θα πρέπει να εξηγεί και να ερμηνεύει ιστορικά γεγονότα από πολλαπλές πηγές αποδεικτικών στοιχείων. Επειδή κάθε κλάδος έχει το δικό του είδος συζήτησης και τα δικά του κριτήρια για την αξιολόγηση ορθών επιχειρημάτων, οι μαθητές χρειάζονται ευκαιρίες να παρατηρούν και να εξασκούν αυτές τις διάφορες μορφές.

8. Δίνονται φόρμες για διάλογο στην τάξη.

Οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν μορφές συζήτησης που να ταιριάζουν με τους στόχους της συζήτησης. Οι ερευνητές έχουν μελετήσει τον διάλογο στην τάξη σε ποικίλες μορφές: Τον διάλογο με την τάξη που καθοδηγείται από τους δασκάλους, τις συζητήσεις μικρών ομάδων, τις συζητήσεις συνεργατών και τις συζητήσεις με μεσολάβηση υπολογιστών. Καθεμιά από αυτές έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα για ορισμένους σκοπούς διδασκαλίας και μάθησης και συγκεκριμένα φυσικά περιβάλλοντα.

Σε διάλογο καθοδηγούμενο από τους δασκάλους, ο δάσκαλος καθοδηγεί μια συζήτηση στην οποία όλοι οι μαθητές σε μια τάξη καλούνται να συμμετάσχουν. Συνήθως δίνει το λόγο σε συγκεκριμένους μαθητές, οι μαθητές σηκώνουν τα χέρια τους πριν μιλήσουν και μόνο ένα άτομο μπορεί να μιλήσει κάθε φορά (δάσκαλος ή μαθητής). Ο δάσκαλος καθοδηγεί το περιεχόμενο της συζήτησης εξετάζοντας τις απαντήσεις των μαθητών, σχολιάζοντας, προσθέτοντας πληροφορίες, διευκρινίζοντας, επαληθεύοντας και ενθαρρύνοντας τη συμμετοχή. Το πλεονέκτημα αυτής της μορφής είναι ότι ο δάσκαλος καθοδηγεί τους μαθητές μέσω του τομέα της γνώσης και ενορχηστρώνει την κοινωνική

αλληλεπίδραση. Ωστόσο, μόνο ένα άτομο μπορεί να μιλήσει κάθε φορά, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλά ποσοστά συμμετοχής.

Στις συζητήσεις μικρών ομάδων και μαθητών, ο δάσκαλος χωρίζει τους μαθητές σε ομάδες περίπου 3-6 για να συζητήσουν ένα συγκεκριμένο θέμα. Η σύνθεση των ομάδων μπορεί να βασίζεται ετερογενώς ή ομοιογενώς στην ακαδημαϊκή επάρκεια, στο φύλο, στην κοινωνική κατάσταση των μαθητών ή σε οποιοδήποτε άλλο χαρακτηριστικό που θεωρείται σημαντικό από τον δάσκαλο. Τυπικά, ο δάσκαλος πραγματοποιεί γύρους για να παρακολουθεί την πρόοδο κάθε ομάδας και, όταν χρειάζεται, να προσφέρει υποστήριξη. Οι έρευνες δείχνουν ότι η αποτελεσματική υποστήριξη των εκπαιδευτικών κατά τη διάρκεια των συζητήσεων μικρών ομάδων εξαρτάται από την προσεκτική αξιολόγηση της ανάγκης της ομάδας και κάθε ατόμου για γνωστική υποστήριξη, καθώς και για ομαδικές λειτουργίες και διαπροσωπικές διαδικασίες. Σε σύγκριση με το διάλογο με την τάξη που διδάσκεται από τους διδάσκοντες, οι συζητήσεις ισάξιων μικρών ομάδων έχουν περισσότερες εξηγήσεις και συλλογιστική από τους μαθητές και περισσότερη συμμετοχή των μαθητών συνολικά. Ωστόσο, δεδομένου ότι οι μαθητές αναπτύσσουν ακόμη τις ικανότητες συζήτησης και συνεργασίας, η ποιότητα του διαλόγου μπορεί να μην είναι τόσο υψηλή. Μερικοί μαθητές μπορούν να κυριαρχούν στη συζήτηση. Η ποιότητα και η παραγωγικότητα της συζήτησης που διεξάγεται από ισότιμους και μικρούς ομίλους μπορεί να ενισχυθεί, παρέχοντας στους μαθητές εργαλεία υποστήριξης που ρυθμίζουν τη συμπεριφορά τους κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης.

Σε «συνομιλία με συνεργάτη», ο δάσκαλος θέτει μια ερώτηση και ζητά από τους μαθητές να τη συζητήσουν για λίγα λεπτά με το άτομο που κάθεται δίπλα τους. Μετά από αυτό, ο δάσκαλος ζητά από τα μέλη των ζευγαριών να μοιραστούν αυτά που συζήτησαν. Το πλεονέκτημα αυτής της μορφής είναι ότι όλοι οι μαθητές - όχι μόνο μερικοί - μπορούν να σκεφτούν, να δημιουργήσουν λύσεις και να συμμετάσχουν στη συζήτηση σε επιλεγμένα βασικά ζητήματα. Το μειονέκτημα είναι ότι η συζήτηση με συνεργάτη είναι συνήθως σύντομη.

Η ομιλία με τη μεσολάβηση υπολογιστών μπορεί να πραγματοποιηθεί σε μαθητικά σπίτια ή στην τάξη. Μερικοί μαθητές μπορεί να αισθάνονται πιο άνετα να συμμετέχουν σε απευθείας σύνδεση παρά σε επαφές πρόσωπο με πρόσωπο. Ο διαδικτυακός διάλογος μέσω κειμένου προσκαλεί τον προβληματισμό και παραμένει πιο επίκαιρος σε σχέση με τη συζήτηση πρόσωπο με πρόσωπο. Ωστόσο, η ηλεκτρονική μορφή μπορεί επίσης να περιορίσει την εμπλοκή και τα κίνητρα. Όταν υπάρχει χρονική υστέρηση μεταξύ των

επικοινωνιών, η φύση του διαλόγου μπορεί να αλλάξει. Οι εταιρείες τεχνολογίας αναπτύσσουν συνεχώς νέα εργαλεία για την ηλεκτρονική επικοινωνία και κάθε εργαλείο προσφέρει συγκεκριμένες δυνατότητες για διαφορετικούς τύπους της αλληλεπίδρασης. Για το λόγο αυτό, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να επιλέξουν προσεκτικά το εργαλείο ηλεκτρονικής επικοινωνίας, ανάλογα με τους στόχους τους για τη συζήτηση. Για παράδειγμα, οι σύγχρονες συνομιλίες CHAT διεξάγονται καλύτερα σε ομάδες 4-6 συμμετεχόντων, όπου οι μαθητές μπορούν αμέσως - και μαζί - να αντιδράσουν, να μοιραστούν και να καταλήξουν σε ένα συμπέρασμα. Οι πίνακες ασύγχρονου φόρουμ μπορεί να είναι κατάλληλοι όταν ο κύριος στόχος είναι να μοιραστούν και να προβληματιστούν σε μια σειρά διαφορετικών λύσεων για μαθητές.

Από τα προηγούμενα συμπεραίνουμε ότι η ομιλία στην τάξη είναι μια ευκαιρία που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πολύ καλύτερο σκοπό στα περισσότερα σχολεία σε όλο τον κόσμο. Σχεδόν όλοι οι μαθητές μπορούν να προετοιμαστούν για να συμμετάσχουν σε προκλητικές συζητήσεις.

Στις σχολικές τάξεις υπεύθυνης συζήτησης, οι ιδέες κάθε μαθητή έχουν σημασία. Η διαδικασία της κατανόησης θεωρείται συνεργατική προσπάθεια. Ο χώρος της συζήτησης μπορεί και περιέχει λάθη, διαφωνίες, ελλειπείς δηλώσεις και ιδέες που εκφράζονται στις ανεπίσημες γλώσσες των μαθητών. Όλα αυτά θεωρούνται ως συμβολή στη διαδικασία μάθησης. Η συνομιλία αναζητά την προσέγγιση της αλήθειας. ο σκοπός της δεν είναι απλά να επιτρέψει σε όλους να ακουστούν ή να προσδιορίσουν έναν νικητή των συζητήσεων. Επειδή ο στόχος είναι μια πλήρως αναπτυγμένη λύση, συμπέρασμα ή εξήγηση για το συγκεκριμένο πρόβλημα, οι συμμετέχοντες πρέπει να υποστηρίξουν τις δηλώσεις τους με γεγονότα και αποδεικτικά στοιχεία. Οι πηγές, συμπεριλαμβανομένου ενός δασκάλου με γνώση του θέματος, διατίθενται στην αίθουσα διδασκαλίας. Η συζήτηση αφορά γνήσιες ερωτήσεις και προβλήματα που ζητούν από τους μαθητές να κοιτάξουν πέρα από τις εξηγήσεις της επιφάνειας. Παρέχεται σε μορφές συνεργατών, μικρών ομάδων, ολόκληρων κατηγοριών και σε απευθείας σύνδεση.

Τελικά, μέσω της συμμετοχής στην υπεύθυνη συζήτηση, οι μαθητές μαθαίνουν να αιτιολογούν το δρόμο τους προς την κατανόηση. Η συλλογιστική – η επεξεργασία, η ερμηνεία και η δυνατότητα να κάνουμε κάτι νέο με πληροφορίες – είναι ο τρόπος με τον οποίο λύνουμε τα προβλήματα στον κόσμο των ενηλίκων. Αντί να επιτρέπουν παθητικά σε μερικούς μαθητές να μάθουν αυτές τις δεξιότητες κατά λάθος, τα σχολεία μπορούν να τα διδάξουν σκόπιμα, αλλάζοντας τον τρόπο που γίνεται η συζήτηση στην τάξη.

4.5. Και μια αντίρρηση

Η συντριπτική πλειοψηφία όσων ασχολήθηκαν με το θέμα συμφωνεί ως προς τη χρησιμότητα της εισαγωγής της φιλοσοφίας – και συνακόλουθα της άτυπης Λογικής – στις σχολικές αίθουσες. Μια διαφορετική οπτική έχει ο Αθανάσιος Χαλάτσης⁷⁵ την οποία παρουσιάζουμε χωρίς να την υιοθετούμε. Υποστηρίζει ότι αφού η σκέψη (επομένως και η κριτική σκέψη) εμφανίζεται πάντα σε συνδυασμό με μια ορισμένη δραστηριότητα ή ένα αντικείμενο μελέτης και ποτέ από μόνη της, δεν έχουμε λόγους να πιστεύουμε ότι αν κάποιος σκέφτεται κριτικά σε ένα τομέα θα σκέφτεται κριτικά και σε οποιονδήποτε άλλο τομέα. Παραδείγματος χάρη η κριτική σκέψη που καλλιεργήθηκε μέσα από την ενασχόληση με τα μαθηματικά, θα έχει αξία το πολύ σε ότι συνδέεται άμεσα με τα μαθηματικά.⁷⁶

Από τη θέση αυτή καταλήγει ότι δεν μπορούμε να ισχυριζόμαστε ότι υπάρχουν γενικές νοητικές ικανότητες, οι οποίες μάλιστα μπορούν να αποκτηθούν με τη διδασκαλία κάποιου ιδιαίτερου αντικειμένου γνώσης και οι οποίες θα κάνουν τους μαθητές να σκέφτονται κριτικά σε οποιονδήποτε τομέα γνώσης ή δραστηριότητας. Έτσι απορρίπτει τη διδασκαλία της Λογικής (τυπικής ή μη) καθώς και την άσκηση των μαθητών πάνω στον έλεγχο των λογικών σφαλμάτων. Πιστεύει ότι η επαρκής ενασχόληση με ένα αντικείμενο αποτελεί «θεμελιώδη και αναγκαία προϋπόθεση για να μπορώ να σκέφτομαι κριτικά πάνω σε αυτό το αντικείμενο». Η αιτιολόγηση των αμφιβολιών και των ερωτημάτων δεν μπορεί να εδραιωθεί παρά μόνο πάνω στη γνώση του αντικειμένου της σκέψης. Άρα, συνεχίζει, «...η τυπική λογική δεν έχει καμιά σχέση με την κριτική σκέψη, παρά μόνο αν το αντικείμενο μελέτης είναι η ίδια η τυπική λογική. Η άτυπη λογική είναι μια συνιστώσα της κριτικής σκέψης αλλά όχι η πιο ισχυρή. Η άτυπη λογική ελέγχει τη συνέπεια των προτάσεων. Όμως όταν έχουμε φτάσει στον έλεγχο της συνέπειας των προτάσεων τότε το κύριο μέρος της κριτικής σκέψης έχει ήδη επιτελεστεί. Οι προτάσεις έχουν διατυπωθεί και αυτό είναι το ουσιαστικό. Η λογική από μόνη της είναι ανίκανη να οδηγήσει σε καινούριες ιδέες όπως ακριβώς η γραμματική από μόνη της, είναι ανίκανη να οδηγήσει στην ποίηση».

⁷⁵ Αθανάσιος Χαλάτσης «Κριτική σκέψη και μαθηματικά», Ευκλείδης Γ, τόμος 10 τεύχη 36-37, 1993.

⁷⁶ Έρευνες όπως πχ αυτή των Resnick, Asterhan, και Clarke 2015 apud Lauren B. Resnick, Christa S. C. Asterhan, και Sherice N. Clarke ή των Patrick Suppes και Frederick Binford «Experimental teaching of mathematical logic in the elementary school» στο σημείο αυτό δεν τον δικαιώνουν.

5. Λογική και μαθηματικά

5.1 Τρία βασικά φιλοσοφικά ρεύματα.

Θα ασχοληθούμε τώρα με το πώς αντιλαμβάνεται η επιστημονική κοινότητα τη σχέση των μαθηματικών με τη λογική σκέψη. Υπάρχουν τρεις βασικές σχολές: Των λογικιστών, των φορμαλιστών και των ιντουισιονιστών.

Οι λογικιστές αναζήτησαν τη βάση θεμελίωσης των μαθηματικών στο πλαίσιο της λογικής και οι φορμαλιστές στην απόδειξη της συνέπειας των συνθετότερων αξιωματικών συστημάτων από βασικές και κοινές μαθηματικές αλήθειες όπως οι φυσικοί αριθμοί.⁷⁷ Οι λογικιστές πιστεύουν στην πρωτοκαθεδρία της λογικής και θεωρούν τα μαθηματικά προέκτασή της. Αρχικά ο Leibniz προσπαθεί να ενοποιήσει τα μαθηματικά με τη λογική, προσπάθεια που συνεχίζεται από τον Frege με τα έργα του «Ο λογισμός των εννοιών» και «Τα θεμέλια της Αριθμητικής». Η στρατηγική του Frege ήταν να δείξει ότι η αριθμητική είναι κλάδος της λογικής. Το 1902 ο Russell ανακάλυψε μια αντίφαση στο λογικό σύστημα του Frege με το «παράδοξο του Russell»⁷⁸, που έκανε τον τελευταίο να δηλώσει «Όταν το κτήριο ολοκληρώθηκε τα θεμέλια κατέρρευσαν». Το έργο του συνέχισαν οι Russell και Whitehead με το «Principia Mathematica». Οι δυο τους έδειξαν ότι όλα τα κλασικά μαθηματικά που ήταν γνωστά στην εποχή τους είναι δυνατόν να παραχθούν από τη θεωρία συνόλων και άρα από τα αξιώματα του «Principia Mathematica». Επομένως αρκούσε να αποδειχτεί ότι όλα τα αξιώματα του Principia ανήκουν στη λογική. Η προσπάθειά τους ήταν να ξεπεράσουν τις αδυναμίες του Leibniz και να πετύχουν με καθαρά λογικά μέσα την αναγωγή των μαθηματικών αντικειμένων (όπως πχ οι φυσικοί αριθμοί) σε καθαρά λογικές κατηγορίες.⁷⁹ Ήθελαν δηλαδή να αναπτύξουν ένα συνεπές εσωτερικά μαθηματικό σύστημα, μέσω των λογικών σχέσεων, χωρίς εξωτερικές αναφορές.

Ο Λογικισμός κατηγορήθηκε για την επιμονή του στον ακριβή λογικό συλλογισμό, ο οποίος άφηνε λίγα περιθώρια στη διαίσθηση, που από πολλούς θεωρείται βασικό στήριγμα των μαθηματικών και της δημιουργικής σκέψης.

⁷⁷ Δ. Αναπολιτάνος «Εισαγωγή στη φιλοσοφία των μαθηματικών» εκδόσεις Νεφέλη 1985

⁷⁸ Το παράδοξο του Russell είναι το εξής: «Έστω Σ το σύνολο όλων των συνόλων που δεν είναι μέλη του εαυτού τους. Είναι το Σ μέλος του εαυτού του;». Αν η απάντηση είναι «ναι» τότε το Σ δεν ανήκει στο Σ . Αν είναι «όχι», δηλαδή το Σ δεν είναι μέλος του εαυτού του τότε, σύμφωνα με τον ορισμό του Σ , ανήκει στο Σ .

⁷⁹ Δ. Αναπολιτάνος «Εισαγωγή στη φιλοσοφία των μαθηματικών» εκδόσεις Νεφέλη 1985

Έντονη αμφισβήτηση στο Λογικισμό προκάλεσε το Θεώρημα Μη Πληρότητας του Gödel. Ο Gödel απέδειξε ότι η πληρότητα ενός αξιωματικού συστήματος δεν είναι δυνατό να επιτευχθεί στα πλαίσιά του. Είναι αδύνατο δηλαδή, να αποδειχθεί για κάθε πρόταση η αλήθεια της ίδιας ή της άρνησής της, στα πλαίσια του ίδιου συστήματος. Επομένως ο Λογικισμός δεν μπορεί να αντιμετωπίσει το πρόβλημα της κυκλικής απόδειξης.

Ο Φορμαλισμός εμφανίστηκε ως φιλοσοφικό ρεύμα γύρω στο 1910. Οι φορμαλιστές συμμαρτίζονται την άποψη των λογικιστών ότι η λογική είναι απαραίτητη για τη θεμελίωση των μαθηματικών, ωστόσο υποστηρίζουν ότι η μαθηματική γνώση αποκτάται μέσω του χειρισμού - βάσει ορισμένων κανόνων και τύπων - των συμβόλων, των οποίων η κατανόηση πρέπει να προηγηθεί. Σύμφωνα με τους φορμαλιστές τα μαθηματικά δεν έχουν κανένα νόημα με την έννοια του αντικειμένου. Είναι απλά ένα παιχνίδι με σύμβολα, που παίζεται με σαφώς καθορισμένους αλλά αυθαίρετους κανόνες, όπως παραδείγματος χάρη το σκάκι.

Ο ιδρυτής του Φορμαλισμού David Hilbert προσπάθησε οι αρχικοί όροι και τα αξιώματα των μαθηματικών να παράγουν νέους ορισμούς και νέες προτάσεις με βάση τους κανόνες της τυπικής μαθηματικής λογικής. Ο Hilbert είχε προτείνει την πλήρη τυποποίηση όλων των μαθηματικών. Κατ' αυτόν κατά την επιλογή των αξιωμάτων (της Γεωμετρίας) πρέπει να τηρούνται τα ακόλουθα:

1. Το σύστημα αξιωμάτων να είναι χωρίς αντιφάσεις.
2. Οι προτάσεις του συστήματος να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
3. Το σύστημα των αξιωμάτων να είναι πλήρες.

Τα δύο πρώτα έγιναν πραγματικότητα. Το τελευταίο σκόνταψε και πάλι στο θεώρημα μη πληρότητας του Gödel, το οποίο ναι μεν δεν αναιρεί τον κεντρικό ρόλο της παραγωγικής λογικής στη μαθηματική σκέψη, ωστόσο αφήνει ένα ράγισμα στην εικόνα της απεριόριστης δυνατότητας της λογικής να φέρει σε πέρας το έργο της⁸⁰. Ράγισμα που έρχεται να προστεθεί σε αυτά που είχαν ήδη επιφέρει τα λογικομαθηματικά παράδοξα του Ζήνωνα⁸¹, του κουρέα⁸² κλπ. Ωστόσο ο ίδιος ο Gödel δε θεώρησε ότι το θεώρημά του αποδεικνύει την ανεπάρκεια της αξιωματικής μεθόδου, αλλά ότι η εξαγωγή των θεωρημάτων δεν μπορεί να

⁸⁰ Stephen Brown, «Προς μια Ανθρωπιστική Μαθηματική Εκπαίδευση» apud Αθανάσιο Βλάχο.

⁸¹ Στον Ζήνωνα αποδίδονται 40 παράδοχοι λόγοι (συλλογισμοί) από τους οποίους πιο γνωστοί είναι αυτοί του «Αχιλλέα και της χελώνας», της «Διχοτομίας» κλπ

⁸² «Σε ένα χωριό στο οποίο όλοι οι άντρες ξυρίζονται καθημερινά, υπάρχει ένας κουρέας που επίσης ξυρίζεται καθημερινά. Ο κουρέας ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Το ερώτημα είναι ποιος ξυρίζει τον κουρέα»

γίνει τελείως μηχανικά. Είχε την άποψη ότι το θεώρημά του δικαιώνει το ρόλο της ενόρασης και της διαίσθησης στα μαθηματικά.⁸³

Ο Frege ήρθε σε αντίθεση με τους φορμαλιστές γιατί φοβόταν ότι θα περιόριζαν τα μαθηματικά σε ένα χωρίς νόημα παιχνίδι συμβόλων. Επέμενε ότι το σύμβολο (σημαίνον) πρέπει να διακρίνεται σαφώς από το μαθηματικό αντικείμενο (σημαινόμενο). Έτσι υποστήριξε τη διάκριση μεταξύ σημείου, νοήματος και αναφοράς.⁸⁴

Οι λογικιστές χρησιμοποίησαν την τυποποίηση για να δείξουν ότι τα μαθηματικά ανάγονται στη λογική. Οι φορμαλιστές τη χρησιμοποίησαν για να αποδείξουν ότι τα μαθηματικά δεν υπόκεινται σε αντιφάσεις.

Η αντίδραση των Λογικών Θετικιστών στην κρίση του Λογικισμού και του Φορμαλισμού ήταν να θεωρήσει τα βασικά αξιώματα των μαθηματικών και της λογικής ως υπονοούμενους ορισμούς των όρων που περιέχουν. Υποστηρίζουν δηλαδή ότι οι βασικές παραδοχές των μαθηματικών δε χρειάζονται δικαιολόγηση, αφού έχουμε επιλέξει έτσι τη γλώσσα μας ώστε αυτές οι παραδοχές να είναι αληθείς. Είναι αληθείς δυνάμει των συμβάσεων σύμφωνα με τις οποίες ορίζουμε τις σημασίες (τα νοήματα) των λέξεων που υπεισέρχονται σ' αυτές τις προτάσεις. Υιοθέτησαν το κριτήριο επαληθευσιμότητας. Σύμφωνα με αυτό, μια πρόταση δεν έχει νόημα αν η επαλήθευσή της δεν είναι δυνατή ή τα κριτήρια για την επαλήθευσή της δεν είναι σαφή. Ο Rudolf Carnap αντιμετώπιζε τους αριθμούς ως λογικά αντικείμενα, αποδεχόμενος την άποψη ότι τα μαθηματικά είναι δυνατόν να αναχθούν στη λογική.

Ο Ιντουισιονισμός (Διαισθησιαρχία), ιδρυτής του οποίου είναι ο Ολλανδός μαθηματικός L.E.J. Brouwer, θεώρησε ότι τα παράδοξα που είχαν εντοπιστεί στη θεωρία συνόλων του Cantor, τόσο από τον ίδιο όσο και από τον Russell, ήταν σαφής ένδειξη ότι τα κλασικά μαθηματικά κάθε άλλο παρά ιδανικά ήταν. Οι ιντουισιονιστές θεώρησαν ότι τα μαθηματικά πρέπει να επανοικοδομηθούν ξεκινώντας από τη βάση. Ο Brouwer προβάλλει την κατασκευαστική θεμελίωση των μαθηματικών, αρνούμενος την αρχή του αποκλειόμενου τρίτου (δηλαδή ότι για κάθε P ισχύει $(P \vee \neg P)$). Κατ' αυτόν η λογική δεν είναι το απολύτως αξιόπιστο εργαλείο για την ανακάλυψη των αληθειών που αφορούν στα μαθηματικά. Επικέντρωσε στη φύση των νοητών μαθηματικών κατασκευών και όχι των

⁸³ Αθανάσιος Βλάχος, «Διαισθητική και λογική σκέψη στη μαθηματική εκπαίδευση» 2005.

⁸⁴ Ένα παράδειγμα του Frege είναι αυτό του «Αυγερινού» και του «Αποσπερίτη». Αυτά τα ονόματα (σημεία) έχουν την ίδια αναφορά (Αφροδίτη) αλλά το νόημά τους είναι διαφορετικό αφού αναφέρονται σε διαφορετικές πτυχές του ίδιου αντικειμένου (το ποια χρονική στιγμή το παρατηρούμε).

νοητών μαθηματικών αντικειμένων⁸⁵ (Κατασκευαστικά Μαθηματικά). Η λογική δε θεμελιώνει τα μαθηματικά, αντίθετα είναι ένα τμήμα των μαθηματικών. Τα θεωρήματά της είναι μαθηματικά θεωρήματα. Η κατασκευαστική αντίληψη απαιτεί από τα μαθηματικά μια σαφήνεια σχετικά με τα αντικείμενα που μελετώνται. Αυτά πρέπει να είναι ρητά προσδιορισμένα και επιδεικτικά διερεύνησης ως νοητικές κατασκευές. Τα κατασκευαστικά μαθηματικά χαρακτηρίζονται από την απαίτηση κάθε απόδειξη ύπαρξης ενός μαθηματικού αντικειμένου, που έχει ορισμένες ιδιότητες, να στηρίζεται σε μια νοερή κατασκευή του. Να μην είναι έμμεση όπως πχ συμβαίνει όταν χρησιμοποιούμε την απαγωγή σε άτοπο.

Ο Ιντουισιονισμός λοιπόν αμφισβητεί απόλυτα την αξιοπιστία της λογικής ως εργαλείου για τα μαθηματικά. Έτσι δημιουργούνται δύο αντιμαχόμενες παρατάξεις σε σχέση με το ζήτημα αυτό.

5.2. Μαθηματικά και Λογική. Είναι χρήσιμη η διδασκαλία της τελευταίας στην οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών;

Αρκετοί υποστηρίζουν ότι η ικανότητα μαθηματικής συλλογιστικής είναι απαραίτητη για μια επιτυχή μαθηματική μάθηση,⁸⁶ αφού η ικανότητα μαθηματικών συλλογισμών περιλαμβάνει τις ακόλουθες δεξιότητες: α) Κατανόηση των εξηγήσεων των άλλων σχετικά με τη μέθοδο επίλυσης προβλημάτων. β) Τη διατύπωση μαθηματικών επιχειρημάτων για να δικαιολογήσουν έναν μαθηματικό ισχυρισμό ή να εξηγήσουν μια λύση. γ) Το να γνωρίζουν τι είναι μια μαθηματική απόδειξη.⁸⁷

Μια πληθώρα ερευνητικών εργασιών σχετικά με τη διδασκαλία και εκμάθηση της απόδειξης και τη σχέση της με άλλες μορφές δικαιολόγησης και επιχειρηματολογίας δημιουργήθηκε πρόσφατα και οδήγησε σε καρποφόρες συζητήσεις.

Οι ερευνητές έχουν εντοπίσει πολυάριθμες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην τυπική συλλογιστική σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης. Σε μια μελέτη των μαθημάτων των φοιτητών του πρώτου έτους στο Πανεπιστήμιο σχετικά με τις λογικές συνεπαγωγές, οι Durand-Guerrier 2003⁸⁸ τόνισαν ότι οι δυσκολίες των φοιτητών οφείλονται στην πολυπλοκότητα αυτής της έννοιας και στη σιωπηρή χρήση των

⁸⁵ Δ. Αναπολιτάνος «Εισαγωγή στη φιλοσοφία των μαθηματικών» εκδόσεις Νεφέλη 1985

⁸⁶ Nunes et al., 2007 apud Iuliana Marchis.

⁸⁷ Niss, 2011 apud Iuliana Marchis

⁸⁸ apud Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros «The Role of Logic in Teaching Learning and Analyzing Proof

ποσοδεικτών στις αίθουσες μαθηματικών των Γυμνασίων που εμποδίζει την εμφάνιση ενδεχομενικών προτάσεων σε ανοικτές προτάσεις όπως « $p(x) \rightarrow q(x)$ ». Ακόμη και οι προχωρημένοι μαθητές αντιμετωπίζουν προβλήματα στην άρνηση μιας δεδομένης συνεπαγωγής ή μιας πρότασης με ποσοδείκτες.⁸⁹ Ομοίως, οι Küchemann & Hoyles (2002)⁹⁰ έδειξαν ότι μόνο μια μειοψηφία των μαθητών υψηλού επιπέδου αγγλικών σχολείων δήλωσε ότι μια υπό όρους πρόταση και η αντιθετοαντίστροφή της είναι ισοδύναμες και χρησιμοποίησαν παραγωγικές μεθόδους για να δικαιολογήσουν τα συμπεράσματά τους ενώ η πλειοψηφία των μαθητών επέλεξε εμπειρικά στοιχεία για να τα δικαιολογήσει. Ο Tall (1989) ανέφερε τα προβλήματα των μαθητών της Γ Λυκείου στο διαχωρισμό μεταξύ των δηλώσεων «Εάν P τότε Q» και «Εάν Q τότε P».

Οι ακόλουθες μελέτες έχουν επίσης τεκμηριώσει τρόπους με τους οποίους η αδυναμία των μαθητών να αντιμετωπίσουν τη λογική πίσω από την απόδειξη και να ξεμπλέξουν τα λογικά στοιχεία από το περιεχόμενο των μαθηματικών δηλώσεων τους στερεί από την κατανόηση και την κατασκευή αποδείξεων. Έτσι, οι Selden & Selden (1995)⁹¹ αποδεικνύουν την αδυναμία των μαθητών να εκφράσουν άτυπες γραπτές μαθηματικές δηλώσεις στη γλώσσα της λογικής και να τις συνδέουν αξιόπιστα με τη λογική δομή των αποδείξεών τους. Αναγνωρίζουν ως σημαντική πηγή των δυσκολιών των μαθητών να διακρίνουν τη λογική δομή των θεωρημάτων, την έλλειψη κατανόησης της σημασίας των ποσοδεικτών.

Η Err (2003)⁹² προσδιόρισε ως κύρια πηγή των προβλημάτων των μαθητών με την τυπική μαθηματική λογική τις διαφορές μεταξύ τυπικού και άτυπου λόγου που σχετίζονται με τις δηλώσεις «Εάν ...τότε...» και με τις δηλώσεις με ποσοδείκτες. Η λογική διάκριση μιας υπό όρους δήλωσης με την αντίστροφή της και την άρνησή της τόσο των δηλώσεων με ποσοδείκτες όσο και των δηλώσεων της μορφής «Εάν ... τότε ...», καθώς και η προηγούμενη ανεπαρκής διδασκαλία των μαθητών, προκαλούν σε πολλούς μαθητές δυσκολίες. Ορισμένες πρακτικές των εκπαιδευτικών που παραλείπουν τις αποδείξεις των θεωρημάτων, στηριζόμενοι μόνο στην εμπειρική δικαιολόγηση και υπογραμμίζοντας τις γενικές αρχές και τις μη τυπικές αποδείξεις (συνήθως λόγω περιορισμένου χρόνου) μπορούν να οδηγήσουν σε ακόμα μεγαλύτερους αριθμούς μαθητών που εγκαταλείπουν τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση χωρίς να έχουν επιτύχει πραγματική κατανόηση για το παραγωγικό επιχείρημα.

⁸⁹ Durand-Guerrier, 2006 apud Artemis P. Morou και Nicholas A.E. Kalospyros.

⁹⁰ apud Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros «The Role of Logic in Teaching Learning and Analyzing Proof

⁹¹ Το ίδιο

⁹² Το ίδιο

Οι Durand-Guerrier (2005) ισχυρίζονται⁹³ ότι η χρήση ποσοδεικτών παρέχει ένα ισχυρό εργαλείο που χρησιμοποιείται στη διδασκαλία των μαθηματικών για την ανάλυση των αποδείξεων και την κατανόηση των δυσκολιών των μαθητών με τις αποδείξεις, δεδομένου ότι «η λογική εγκυρότητα είναι ένα εξέχον κριτήριο για την ανάλυση των αποδείξεων στη διδακτική, προγενέστερο της εστίασης στην απόδειξη για να πείσει ή να εξηγήσει». Ο ίδιος ισχυρισμός προωθείται από τον Dubinsky, Elterman & Gong (1988)⁹⁴: Η χρήση ποσοδεικτών είναι εξαιρετικά σημαντική για την ανάπτυξη μιας εκλεπτυσμένης κατανόησης των θεωριών λογισμού όπως τα όρια και η συνέχεια, αλλά είναι μια από τις λιγότερο συχνά αποκτηθείσες και σπάνια κατανοητές έννοιες σε όλα τα επίπεδα, από το Γυμνάσιο μέχρι και σε αποφοίτους Λυκείου. Περιγράφουν ένα επιστημολογικό σχήμα ποσόδειξης κατά μήκος των γραμμών της θεωρίας του Piaget, μια γενετική αποσύνθεση της ποσόδειξης, σύμφωνα με την οποία οι μαθητές πρέπει να κάνουν τις διανοητικές δομές συντονισμού, γενίκευσης, εσωτερικοποίησης και εγκλεισμού, προκειμένου να χειριστούν επαρκώς έναν / πολλαπλούς ποσοτικούς προσδιορισμούς και άρνηση δηλώσεων με ποσοδείκτες. Οι μελέτες των Dubinsky & Yiparaki (1996, 2000)⁹⁵ παρέχουν στοιχεία που δείχνουν ότι οι μαθητές έχουν τόσο συντακτικές όσο και σημασιολογικές δυσκολίες, δηλαδή προβλήματα τόσο με τις ερμηνείες όσο και με τη λογική δομή των δηλώσεων. Για παράδειγμα, ένα σημαντικό μέρος των μαθητών ερμήνευσε μια δήλωση $(\exists x)(\forall y)P(x,y)$ ως το ίδιο με μια δήλωση $(\forall s)(\exists t)R(s,t)$. Τα προβλήματα μεταφοράς εντοπίστηκαν επίσης από πραγματικές καταστάσεις σε μαθηματικά. Εξ ου και η πρόταση των συγγραφέων να βοηθήσουν τους μαθητές όχι με αναλογίες και εξηγήσεις από τη φυσική γλώσσα, αλλά με την παραμονή τους στο μαθηματικό πεδίο, ειδικά στον υπολογισμό των κατηγορημάτων όταν ασχολούνται με τις έννοιες που δεν είναι καλά κατανοητές και για τις οποίες οι αναλογίες και οι νοητικές εικόνες είναι δύσκολο να εντοπιστούν (1996).

Από τις παραπάνω μελέτες προκύπτει ότι η επιτυχία των μαθητών σε σχέση με τις συνεπαγωγές, την ποσόδειξη και τις λογικές δομές – που είναι πολύτιμες για την εκμάθηση της διαδικασίας αποδείξεως από τους μαθητές – είναι σχετικά χαμηλή. Οι θεωρητικοί της λογικής καταγγέλλουν τη «θλιβερή παραμέληση της βασικής λογικής στα σχολικά προγράμματα σπουδών μας. Οι πτυχιούχοι μας του Γυμνασίου στερούνται την έννοια της συνέπειας ή της δυνατότητας παραγωγικού συλλογισμού (deducibility). Δεν απαιτείται από αυτούς να έχουν εσωτερικεύσει τους βασικούς κανόνες του συμπερασμού της σύγχρονης

⁹³ Το ίδιο

⁹⁴ Το ίδιο

⁹⁵ apud Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros,

λογικής ενώ η μαθηματική απόδειξη είναι το παράδειγμα μιας λογικά αυστηρής συλλογιστικής.

Χωρίς να κατανοήσουν τη δυνατότητα παραγωγικού συλλογισμού, δεν μπορούν να αποκτήσουν τις έννοιες της συνέπειας και της ασυνέπειας. Ούτε μπορούν να επιτύχουν την έννοια της λογικής ανεξαρτησίας⁹⁶. Συμπεραίνουν ότι πρέπει να βρουν τρόπους να εξοικειώσουν τους μαθητές με τα πρότυπα της μαθηματικής επιχειρηματολογίας και ισχυρίζονται ότι η διδασκαλία της λογικής είναι ένας τέτοιος τρόπος.

Επιχειρήθηκε να διερευνηθεί η σχέση της απόδειξης με την επιχειρηματολογία, τη φύση και τις αντιλήψεις της. Οι Hanna & de Villiers (2007)⁹⁷ ισχυρίζονται ότι η κατανόηση της σχέσης μεταξύ επιχειρηματολογίας και μαθηματικής απόδειξης είναι απαραίτητη για το σχεδιασμό μαθησιακών εργασιών και προγραμμάτων διδασκαλίας με στόχο τη διδασκαλία της απόδειξης και του αποδεικνύειν. Όταν οι ερευνητές θεωρούν ότι η μαθηματική απόδειξη είναι διακριτή από την επιχειρηματολογία, οι εκπαιδευτικές επιπτώσεις είναι πολύ διαφορετικές από εκείνες που βλέπουν την επιχειρηματολογία και την απόδειξη ως μέρη ενός συνεχούς. Ο Duval (1991)⁹⁸ επεσήμανε μια δραματική ασυνέχεια μεταξύ του «να βγάλω παραγωγικό συμπέρασμα» (deduction) και της επιχειρηματολογίας: Στην πρώτη πρέπει να γίνει διάκριση μεταξύ της κατάστασης και του περιεχομένου μιας δήλωσης και η κατάσταση (π.χ. υπόθεση, συμπέρασμα), σε αντίθεση με το περιεχόμενο, εξαρτάται μόνο από την οργάνωση του παραγωγικού συμπεράσματος και, επομένως, ισχυρίζεται ότι η εγκυρότητα μιας μαθηματικής δήλωσης, σε αντίθεση με οποιοδήποτε άλλο πεδίο, βασίζεται μόνο στη λογική / επιχειρησιακή αξία όχι στην γνωσιολογική αξία.

Οι Boero et al (1996)⁹⁹ ισχυρίζονται ότι μόνο με την εμπλοκή σε υποθέσεις και την επιχειρηματολογία οι μαθητές αναπτύσσουν μια κατανόηση των μαθηματικών αποδείξεων. Ισχυρίζονται ότι υπάρχει μια «γνωστική ενότητα» μεταξύ της παραγωγής μιας εικασίας κατά τη διάρκεια της επιχειρηματολογίας και της επιτυχούς κατασκευής της απόδειξής της. Αυτή η προσέγγιση υπόθεσης / επιχειρηματολογίας στην απόδειξη επικρίθηκε πολύ, καθώς η φυσική γλώσσα που χρησιμοποιείται στα επιχειρήματα των μαθητών φαίνεται να έρχεται σε αντίθεση με τη λογική που συνδέεται με την παραγωγική συλλογιστική. Έτσι, ο

⁹⁶ Tennant, 2007 apud Artemis P Morou και Nicholas A.E. Kalospyros.

⁹⁷ apud Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros,

⁹⁸ Το ίδιο

⁹⁹ Το ίδιο

Balacheff (1991,1999)¹⁰⁰ υποστηρίζει ότι η επιχειρηματολογία αποτελεί εμπόδιο στη διδασκαλία της απόδειξης. Ο Balacheff (1999)¹⁰¹ υποστηρίζει ότι η μαθηματική απόδειξη στην πιο τέλεια μορφή της είναι μια σειρά δομών και μορφών των οποίων η πρόοδος δεν μπορεί να αμφισβητηθεί, ενώ η επιχειρηματολογία έχει έναν μη περιοριστικό χαρακτήρα. Αφήνει στον συγγραφέα δισταγμό, αμφιβολία, ελευθερία επιλογής. ακόμη και όταν προτείνει λογικές λύσεις, κανένας δεν εγγυάται «ότι θα φέρει το φως». Υποστηρίζει ότι η κύρια πηγή της ρήξης μεταξύ απόδειξης και επιχειρηματολογίας είναι «η αναγκαιότητα ύπαρξης της τελευταίας σε σχέση με ένα ρητό αξιωματικό σύστημα».

Οι Barrier et al (2009) υποστηρίζουν ότι η μοντέρνα-θεωρητική προσέγγισή τους απαιτεί συνέχεια μεταξύ επιχειρηματολογίας και απόδειξης. Κατά τη γνώμη τους, η διαδικασία απόδειξης είναι διαλεκτική μεταξύ των συντακτικών και σημασιολογικών πτυχών της κατασκευής των αποδείξεων. Η υποστήριξη αυτής της άποψης προέρχεται από τον Azzouini (2005), ο οποίος λέει ότι οι παραδοσιακές μαθηματικές αποδείξεις, σε αντίθεση με τις τυπικές παραλλαγές, φαίνεται να είναι εγγενώς σημασιολογικές, όχι συντακτικές, με την αναγνώριση των ιδιοτήτων των αντικειμένων που αποτελούν τα συμπεράσματα. Ο ισχυρισμός ότι η βεβαιότητα των μαθηματικών σχετικά με τις επιτυχείς συνήθειες αποδείξεις τους δεν προέρχεται από παραγωγική δικαιολόγηση, αλλά από αυτό που αποκαλεί «πακέτα συμπερασμάτων», τα οποία εξηγούν τη μαθηματική διαίσθηση, τη σημασιολογική παρουσία των αντικειμένων σε αποδείξεις και τη σιωπηρή συλλογιστική. Η κατανόηση μιας απόδειξης σημαίνει την εξοικείωση με ένα πακέτο συμπερασμάτων, δηλαδή οι έννοιες που χρησιμοποιούνται σε μια απόδειξη διευκολύνουν τη χρήση ενός πακέτου συμπερασμάτων.¹⁰² Τα πακέτα συμπερασμάτων του Azzouini σχετίζονται επίσης με την αντίληψη του Rav ως προς την απόδειξη ως γενική μέθοδο, ως εργαλειοθήκη στρατηγικών και αναλυτικών διαδικασιών. Εδώ το κριτήριο της αξίας της απόδειξης είναι αν η απόδειξη προσφέρει μια νέα μέθοδο, διευρύνοντας έτσι τους μαθηματικούς μας μηχανισμούς. Τα γραπτά του Rav αμφισβήτησαν την παραδοσιακή αντίληψη των μαθηματικών αποδείξεων, δηλαδή τις λογικιστικές θέσεις του Frege ή τις αποκαλούμενες «θέσεις του Hilbert» ότι κάθε μαθηματική απόδειξη θα πρέπει να είναι μετατρέψιμη σε τυπική παραγωγή σε ένα κατάλληλο τυπικό σύστημα.¹⁰³ Από αυτή την παραδοσιακή άποψη, η οποία προέκυψε στις αρχές του 20ου αιώνα, η αυστηρότητα και η χρήση τυπικού

¹⁰⁰ Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros, «The Role of Logic in Teaching Learning and Analyzing Proof»

¹⁰¹ Το ίδιο

¹⁰² Το ίδιο

¹⁰³ Το ίδιο

συμβολισμού (formalizability) θεωρούνται απαραίτητα στοιχεία απόδειξης. Ωστόσο, αν και μια τέτοια σύλληψη προσφέρει ένα ουσιαστικό τυπικό εργαλείο για τη μαθηματική πρακτική, δεν είναι σε θέση να μοντελοποιήσει επαρκώς τις πραγματικές μαθηματικές αποδείξεις και την πρακτική της απόδειξης και συνεπώς αδυνατεί να εξηγήσει τη φύση και την κατανόηση της μαθηματικής γνώσης. Αυτό που προέκυψε είναι η «υπεράσπιση» τόσο της δραστηριότητας της κατασκευής αποδείξεων θεωρημάτων στα αξιωματικά συστήματα όσο και των δραστηριοτήτων που οδηγούν στην ανακάλυψη μαθηματικών γεγονότων, στη δημιουργία εικασιών, στην εξερεύνηση, στη γενίκευση και στη συλλογιστική.¹⁰⁴ Η Resnik (στο Detlefsen, 1992), ισχυρίζεται ότι οι περισσότερες ιστορικές αποδείξεις είναι άτυπες, μη αξιωματικές παρουσιάσεις, τις οποίες ονομάζει αποδείξεις εργασίας (working proofs).

Από τη θεωρητική αυτή συζήτηση βλέπουμε μια συγκεκριμένη αντίληψη της απόδειξης, την οποία πολλοί εκπαιδευτικοί και φιλόσοφοι των μαθηματικών θεωρούν κρίσιμη για την εκμάθηση και διδασκαλία της απόδειξης, που συνδυάζεται σε μια ήπια συνύπαρξη τυπικής γλώσσας και φυσικής γλώσσας. Όταν οι εκπαιδευτικοί διδάσκουν την απόδειξη και τη λογική, η κατανόηση των αποδεικτικών στοιχείων, η ταυτοποίηση των σημαντικών συνιστωσών της απόδειξης και η σωστή λογική γι' αυτήν είναι πρακτικής σημασίας. Ο Balacheff (2008 apud Artemis P Morou και Nicholas A.E. Kalospyros) λέει ότι η επιστημολογία της απόδειξής μας, δηλαδή η θεωρία μας για την αλήθεια και την εγκυρότητα, ορίζει σαφώς το θεωρητικό και ερευνητικό μας πλαίσιο, ακόμη και πριν επιλέξουμε μια προβληματική.

Ιδιαίτερα για το Δημοτικό σχολείο, η συζήτηση περιλαμβάνει περισσότερους προβληματισμούς, οι οποίοι αφορούν και στην ικανότητα των παιδιών για παραγωγικούς συλλογισμούς. Όμως οι λογικές σχέσεις βρίσκονται στην καρδιά πολλών πεδίων διερεύνησης. Ας πάρουμε τη σχέση μεταβατικότητας, εάν $A = B$ και $B = C$, τότε $A = C$. Αυτή η σχέση σχετίζεται με τον αριθμό αντικειμένων σε σύνολο, σε μήκος, όγκο, χρώμα, στην ευφυΐα των ανθρώπων, στην αντιστοίχιση φωτογραφιών δακτυλικών αποτυπωμάτων, στη γεύση του χυμού πορτοκαλιού κλπ. Η μεταβατικότητα είναι σημαντική στους τομείς του αριθμού και των μετρήσεων, αλλά δεν είναι ούτε αριθμός ούτε μετρήσεις. Δεν είναι όλες οι σχέσεις μεταβατικές: Αν ο Α είναι ο πατέρας του Β και ο Β είναι ο πατέρας του Γ, δε

¹⁰⁴ Το ίδιο

σημαίνει ότι ο Α είναι ο πατέρας του Γ. Για το λόγο αυτό, ο Piaget (1950) υποστήριξε ότι η εμπειρία δίνει νόημα για τη συνάφεια μιας λογικής σχέσης σε ένα τομέα.¹⁰⁵

Ένα παρόμοιο επιχείρημα προωθήθηκε από τους Simon και Klahr (1995, Klahr, 1982)¹⁰⁶ σχετικά με τη διατήρηση της ποσότητας. Οι μετασχηματισμοί, ισχυρίστηκαν, έχουν διαφορετικές επιπτώσεις σε διαφορετικές ποσότητες και τα παιδιά μαθαίνουν για αυτές τις διαφορές από την εμπειρία. Εάν προσθέσουμε ένα βάζο με νερό στους 20°C σε ένα άλλο βάζο με νερό επίσης στους 20°C η ποσότητα νερού (η εκτεταμένη ποσότητα) αυξάνεται, αλλά η θερμοκρασία (μια εντατική (εκτενής) ποσότητα) παραμένει η ίδια. Τα παιδιά πρέπει να μάθουν τους τομείς όπου έχουν εφαρμογή διαφορετικές λογικές σχέσεις.

Επίσης πρέπει να κατανοήσουν τις λογικές σχέσεις μεταξύ των ποσοτήτων για να μάθουν πώς να αναπαριστούν τους αριθμούς και την αριθμητική. Αυτές οι σχέσεις δεν είναι ίδιες με την αριθμητική ή το σύστημα αρίθμησης, αλλά είναι σχετικές με αυτές. Μια τέτοια σχέση είναι η: «Αν δύο σύνολα περιέχουν τον ίδιο αριθμό αντικειμένων, τότε τα αντικείμενα του ενός συνόλου είναι σε αντιστοιχία ένα προς ένα με αυτά του άλλου». Αν το σύνολο Β είναι σε αντιστοιχία δύο προς ένα με το σύνολο Α και το C είναι σε αντιστοιχία δύο προς ένα με το Α, τότε τα Β και Γ είναι ισοδύναμα. Η αντιστοιχία ενός προς ένα εμπλέκεται στην κατανόηση του απόλυτου αριθμητικού (π.χ., Gelman & Gallistel, 1978) και η αντιστοιχία ενός προς πολλά στην κατανόηση του πολλαπλασιασμού (Park & Nunes, 2001).¹⁰⁷

Μια άλλη λογική σχέση που σχετίζεται με την αριθμητική των ακέραιων αριθμών είναι η αντίστροφη σχέση μεταξύ των συναρτήσεων, για παράδειγμα, το $A + B - B = A$. Οι Bryant, Christie και Rendu (1999)¹⁰⁸ έδειξαν ότι τα παιδιά έχουν αρχικά μια μη ποσοτική κατανόηση αυτής της αντίστροφης σχέσης, μη κατανοώντας τον ποσοτικό χαρακτήρα της. Υποθέτουμε ότι μια ποσοτική κατανόηση αυτής της αντίστροφης σχέσης είναι ένα σημαντικό θεμέλιο για την αριθμητική μάθηση. Τα παιδιά διδάσκονται, για παράδειγμα, ότι αντί να προσθέσουν 9 σε έναν αριθμό, μπορούν ευκολότερα να προσθέσουν 10 και να

¹⁰⁵ Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner, and Julia Carraher «The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school».

¹⁰⁶ apud Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner, and Julia Carraher

¹⁰⁷ apud το ίδιο.

¹⁰⁸ apud Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner and Julia Carraher.

αφαιρέσουν 1 – μια διαδικασία που έχει νόημα μόνο αν κατανοούν την αντίστροφη σχέση μεταξύ πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Ένα τρίτο παράδειγμα είναι η σχέση που είναι γνωστή ως σύνθεση προσθετών, η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε συναρτήσεις και σχέσεις καθώς και σε αριθμούς. Οι Piaget και Inhelder (1969) ισχυρίστηκαν ότι τα δίχρονα κατανοούν τη σύνθεση προσθετών με κινήσεις στο χώρο: Μια κίνηση από το Α στο Β σε συνδυασμό με μια κίνηση από το Β στο Γ είναι η ίδια με μια κίνηση από το Α στο Γ. Στην εφαρμογή της σε αριθμό, σύνθεση προσθετού σημαίνει ότι οποιοσδήποτε αριθμός μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα δύο άλλων αριθμών (ή να αποσυντεθεί σε δύο άλλους αριθμούς): Το 8 μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα $7 + 1$, ή $6 + 2$ ή $5 + 3$ κ.λπ. και η τιμή του συνόλου δεν αλλάζει. Η σύνθεση προσθετού είναι κεντρική στην προσθήκη στήλης, όπου προσθέτουμε μονάδες και δεκάδες ξεχωριστά: Εδώ, αναλύουμε σιωπηρά τους αριθμούς σε δεκάδες και μονάδες και τις προσθέτουμε χωριστά. Ενώ η σύνθεση των αριθμών γίνεται αντιληπτή από το 60% των παιδιών γύρω στην ηλικία των έξι (Nunes & Bryant, 1996), ο Vergnaud (1982) και ο Brown (1981) ανεξάρτητα διαπίστωσαν ότι η σύνθεση σχέσεων και μετασχηματισμών επιτυγχάνεται πολύ αργότερα, γύρω στα 11 έτη.

Στα στοιχειώδη μαθηματικά, τα παιδιά πρέπει να κατανοήσουν τις σχέσεις τάξης. Οι Mix, Huttenlocher και Levine (2002)¹⁰⁹ υποστήριξαν ότι οι σχέσεις τάξης είναι απαραίτητες για τα παιδιά για την αξιολόγηση της πρώιμης μάθησης των συναρτήσεων: Τα παιδιά πρέπει να συνειδητοποιήσουν π.χ. ότι το $3 + 1$ δεν μπορεί να είναι 2 επειδή το 2 είναι μικρότερο από 3. Από την πρωτοπόρα εργασία του Piaget (Piaget, 1952) και μετά, πολλές μελέτες έχουν διερευνήσει την κατανόηση της σειροθέτησης των παιδιών. Έχει αποδειχθεί ότι τα παιδιά διαφέρουν στην κατανόησή τους για τη σειροθέτηση στην αρχή του σχολείου.

Οι Inhelder και Piaget είχαν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η ανάπτυξη της ικανότητας για «υποθετική» συλλογιστική ή οι τυπικές πτυχές της λογικής αρχίζουν περίπου στην ηλικία των έντεκα ετών. Ωστόσο, μια μελέτη της Hill¹¹⁰ δείχνει ότι παιδιά ηλικίας έξι, επτά και οκτώ ετών έχουν μια σημαντική διαισθητική κατανόηση πολλών αρχών λογικής συμπερασματολογίας και, επιπλέον, μπορούν να καταδείξουν την κατανόησή τους στη συλλογιστική από υποθετικές προϋποθέσεις. Τα αποτελέσματά της δείχνουν επίσης ότι οι απλές παρουσιάσεις ορθών παραγωγικών αποδείξεων βελτιώνουν την απόδοση των παιδιών στην αναγνώριση της έγκυρης συμπερασματολογίας. Επίσης μια μελέτη του

¹⁰⁹ Το ίδιο.

¹¹⁰ Patrick Suppes και Frederick Binford «Experimental teaching of mathematical logic in the elementary school»

Hyam¹¹¹ έχει προτείνει ότι η βελτίωση των συμπερασμάτων των παιδιών μπορεί να επιτευχθεί με την άμεση διδασκαλία των λογικών κανόνων.

Οι Patrick Suppes και Frederick Binford ισχυρίζονται ότι αφού η κριτική σκέψη απαιτεί την ικανότητα εξαγωγής λογικά σωστών συμπερασμάτων, αναγνώριση της πλάνης και προσδιορισμού ασυνεπειών, η διδασκαλία θα πρέπει να ασχοληθεί με την εξαγωγή λογικών συμπερασμάτων από δεδομένα σύνολα υποθέσεων, στοιχείων ή δεδομένων. Μέσω της διδασκαλίας της λογικής το παιδί μπορεί να έρθει σε επαφή με την ακριβή και σαφή χρήση της γλώσσας. Μπορεί να δοθεί έμφαση στο διπλό στόχο της αυστηρής, σαφούς σκέψης και της ακριβούς και αποτελεσματικής διαμόρφωσης ιδεών. Ο μαθητής εισάγεται στη λογική δομή της γλώσσας και έτσι μαθαίνει να αναγνωρίζει και να αναλύει τους τύπους των προτάσεων, να κατανοεί τη σύνδεση μεταξύ της τυπικής δομής και της λογικής εγκυρότητας.

Η διδασκαλία της μαθηματικής λογικής, ισχυρίζονται, δεν αναπτύσσει μόνο την ικανότητα συλλογισμού, αλλά προσφέρει μια πιο διεισδυτική μελέτη των μαθηματικών και των μαθηματικών μεθόδων. Ο μαθητής μπορεί να μάθει να προσεγγίζει τα μαθηματικά ως μελέτη αξιωματικών συστημάτων και τα αξιωματικά συστήματα ως την πηγή των θεωρημάτων. Η εφαρμογή όμως των εννοιών και των προσόντων που αποκτώνται δεν περιορίζεται μόνο στα μαθηματικά. Οι αρχές της συμπερασματικής λογικής εφαρμόζονται σε κάθε τομέα συστηματικής γνώσης. Μια τάξη που διδάσκεται τυπική λογική, γράφουν, έχει την ευκαιρία για ανάπτυξη της δύναμης του συλλογισμού.

Ωστόσο πολλές εκπαιδευτικές μελέτες σχετικά με τις συνέπειες της κατάρτισης των μαθητών σε λογικούς συλλογισμούς σχετικά με τις ικανότητες των μαθητών στη μαθηματική τεκμηρίωση δεν παρήγαγαν ισχυρά επιθυμητά οφέλη.¹¹² Οι παρατηρούμενες βελτιώσεις στη δοκιμασία περιορίζονται σε μαθητές με καλύτερη μαθηματική ικανότητα. Οι γνωστικές μελέτες σχετικά με τα αποτελέσματα της εκπαίδευσης με οδηγίες λογικής σχετικά με τη βελτίωση της λογικής σκέψης των μαθητών αποκάλυψαν επίσης συχνά μικρά έως μέτρια οφέλη.¹¹³ Σε γενικές γραμμές, οι λογικές οδηγίες και η λογική σκέψη των μαθητών φαίνονται μη αποτελεσματικές ως προς την ικανότητά τους να αποδείξουν στα μαθηματικά.

Η ανάλυση των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές τόσο με τη λογική όσο και με τη μαθηματική απόδειξη υποδεικνύει ότι μια κοινή πηγή δυσκολίας έγκειται στην τάση των

¹¹¹ Το ίδιο.

¹¹² Deer, 1969, Durand-Guerrier, 2003, Epp, 2003, Mueller, 1975 apud KoSze Lee

¹¹³ Cheng, Holyoak, Nisbett, & Oliver, 1986, Leighton, 2006 apud KoSze Lee

μαθητών για εμπειρικές επαληθεύσεις και στην έλλειψη γνώσης των πιθανών αντιπαραδειγμάτων.

Οι Hoyles και Küchemann (2003) διενήργησαν μια μακρόχρονη, διαχρονική μελέτη για να μάθουν πώς οι μαθητές του Ηνωμένου Βασιλείου κατανόησαν τις λογικές συνεπαγωγές. Στους μαθητές παρουσιάστηκαν δυο μαθηματικές συνεπαγωγές: «Αν το γινόμενο δύο αριθμών είναι περιττός, τότε το άθροισμά τους είναι άρτιος» και το αντίστροφο «Αν το άθροισμα των δύο αριθμών είναι άρτιο, τότε το γινόμενό τους είναι περιττός». Η πρώτη ήταν μαθηματικά έγκυρη ενώ η δεύτερη όχι. Το 36% των μαθητών κατάφεραν να βγάλουν λανθασμένη την τελευταία συνεπαγωγή παρέχοντας αντιπαραδείγματα – το 8% χρησιμοποίησε ένα συγκεκριμένο αντιπαραδείγμα ενώ το 28% χρησιμοποίησε περισσότερα γενικά αντιπαραδείγματα. Για την πρώτη έγκυρη συνεπαγωγή το 24% των μαθητών θεωρούσαν τον κανόνα ως σωστό αλλά παρείχαν δικαιολογίες βασιζόμενες στην εμπειρική επαλήθευση των παραδειγμάτων. Μόνο το 9% των μαθητών βασίστηκαν σε λογικές συνεπαγωγές για να δικαιολογήσουν τον κανόνα, παρέχοντας κωδικοποιημένα επιχειρήματα όπως «Αφού το γινόμενο είναι περιττός πρέπει να είναι και οι δύο περιττοί»¹¹⁴

Στην αρχή της μελέτης, το 71% των μαθητών αντιμετώπισαν τη συνεπαγωγή και την αντίστροφή της ως μαθηματικά ισοδύναμες συνεπαγωγές. Μια βασική πτυχή της ικανότητας απόδειξης είναι η ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίσουν τη λογική μη ισοδυναμία μεταξύ της απόδειξης για τη συνεπαγωγή και την αντίστροφή της.¹¹⁵ Μετά από ένα έτος μαθηματικών στη μέση εκπαίδευση με έμφαση στη μαθηματική τεκμηρίωση, πάνω από το 60% των μαθητών εξακολουθούσε να υποστηρίζει ότι οι μαθηματικές συνεπαγωγές λογικά ισοδυναμούν με τις αντίστροφές τους. Οι Knuth, Choppin & Bieda 2009 (apud KoSze Lee) εξέτασαν τα στοιχεία που προέκυψαν από την αξιολόγηση των εργασιών 40 μαθητών μέσης εκπαίδευσης μετά από ένα έτος εφαρμογής ενός αναλυτικού προγράμματος σπουδών. Από τα έξι στοιχεία αξιολόγησης που δόθηκαν στους μαθητές, τα τρία θεωρήθηκαν ως συνεπαγωγές που αφορούν στις ιδιότητες των αριθμών. Διαπιστώθηκε ότι αντί να παράγουν μια λογική απόδειξη που να δείχνει ότι τα αντιπαραδείγματα ήταν μαθηματικά πιθανά, άρχισαν με ένα συγκεκριμένο αριθμό και έδειξαν ότι ικανοποιούσε την αρχική υπόθεση και το συμπέρασμα. Η δυσκολία των μαθητών με λογικές συνεπαγωγές φάνηκε να επιμένει, παρά τη μετάβαση σε ένα

¹¹⁴ Durand-Guerrier, 2003, Hoyles & Küchemann, 2003 apud KoSze Lee

¹¹⁵ Για μια συνεπαγωγή της μορφής «Εάν [δήλωση P] τότε [δήλωση Q]», η αντίστροφή της είναι η «Αν [δήλωση Q] τότε [δήλωση P]». Αυτές οι συνεπαγωγές δεν είναι λογικά ισοδύναμες.

μαθηματικό πρόγραμμα σπουδών που τόνιζε την απόδειξη και τη διαδικασία της απόδειξης.¹¹⁶

Αντίστοιχα αποτελέσματα είχαν έρευνες σε φοιτητές κολεγίου. Το γενικό συμπέρασμα είναι ότι μαθητές και φοιτητές δυσκολεύονται στην κατανόηση των λογικών συνεπαγωγών και ότι η διδασκαλία της μαθηματικής λογικής δεν ωφελεί ιδιαίτερα τη συλλογιστική των μαθητών για λογικές συνεπαγωγές. Οι μαθητές εξακολουθούν να βγάζουν άκυρα συμπεράσματα υποθέτοντας λογική ισοδυναμία μεταξύ των λογικών συνεπαγωγών και των αντιστρόφων τους και παρέχοντας εμπειρικές επαληθεύσεις για να αιτιολογούν την αλήθεια των λογικών συνεπαγωγών. Η έλλειψη αυτή της ικανότητας να αντιληφθούν τον παραγωγικό συλλογισμό των συνεπαγωγών, τους εμποδίζει να κατασκευάσουν ή να επικυρώσουν τις αποδείξεις για μαθηματικές δηλώσεις.

Οι γνωσιακές μελέτες έχουν δείξει παρόμοιες δυσκολίες με την αιτιολόγηση υπό όρους, δηλαδή την αιτιολογία των λογικών συνεπαγωγών, σε αυθαίρετα και αφηρημένα πλαίσια.¹¹⁷

Αυτές οι μελέτες διεξήχθησαν ως επί το πλείστον βασισμένες στο τεστ Wason (1968) ή σε άλλες εκδοχές των εργασιών επιλογής, όπου οι μαθητές κλήθηκαν να αιτιολογήσουν μια αφηρημένη υπό όρους δήλωση. Σε αυτό το είδος της εργασίας τα θέματα παρουσιάζονται με τέσσερις κάρτες και μια υπό όρους δήλωση «Αν P τότε Q». Η υπό όρους δήλωση συνήθως δηλώνει την προκειμένη P και την συνεπαγόμενη Q με τη μορφή «Αν υπάρχει ... στη μια πλευρά των καρτών, τότε υπάρχει ... στην άλλη». Παρουσιάζονται τέσσερις κάρτες με εικόνες ώστε οι μαθητές να βλέπουν μόνο τη μία όψη τους. Κάθε όψη δείχνει είτε μία θετική είτε μία αρνητική περίπτωση του συγκεκριμένου P ή Q που αναφέρεται στη δήλωση. Έτσι οι κάρτες δείχνουν τις περιπτώσεις P, ~P, Q και ~Q. Παραδείγματος χάρη η δήλωση για κανόνα είναι: «Εάν υπάρχει ένα φωνήεν από τη μια πλευρά μιας κάρτας, τότε υπάρχει ένας ζυγός αριθμός από την άλλη» και οι κάρτες δείχνουν «Α», «Κ», «4» και «7».

Στα υποκείμενα λέγεται ότι η άλλη (αόρατη) πλευρά της κάρτας περιέχει πληροφορίες σχετικά με το αντίστοιχο της υπό όρους δήλωσης της όψης που βλέπουν. Στη συνέχεια, καλούνται να υποδείξουν ποιες κάρτες πρέπει να αναποδογυρίσουν ώστε να αναζητήσουν στοιχεία που λογικά υποστηρίζουν ή απορρίπτουν τον κανόνα υπό όρους. Σύμφωνα με την έννοια των λογικών συνεπαγωγών, ένας κανόνας υπό όρους αποδεικνύεται λανθασμένος από ένα αντιπαράδειγμα της μορφής «P και όχι Q». Η σωστή απάντηση αποτελείται

¹¹⁶ Hoyles & Küchemann, 2003 apud KoSze Lee

¹¹⁷ Johnson-Laird & Byrne, 1991, Stenning & Lambalgen, 2004, Wason, 1968 apud KoSze Lee.

επομένως από μια συνδυασμένη επιλογή δύο καρτών, την εκδοχή P και την $\sim Q$, η οποία ενδεχομένως να είναι αντιπαράδειγμα στη δήλωση «Αν P τότε Q».

Στο παράδειγμά μας ένα φωνήεν από τη μία πλευρά και ένας μονός αριθμός από την άλλη θα συνιστούσαν παραδείγματα που βγάζουν λανθασμένη την υπό όρους δήλωση. Οι πιθανές επιλογές καρτών περιορίζονται στις κάρτες «A» και «7» δηλαδή μια περίπτωση ενός φωνήεντος και μία περίπτωση ενός μονού αριθμού.

Τα αποτελέσματα της επίδοσης των υποκειμένων στις εργασίες επιλογής Wason ήταν ανησυχητικά. Λιγότερο από το 10% των ατόμων που δοκιμάστηκαν επέλεξαν τον συνδυασμό των καρτών P και όχι Q. Οι περισσότεροι επέλεξαν τον συνδυασμό καρτών P και Q, προφανώς αναζητώντας επιβεβαιωτικά στοιχεία και όχι αποδεικτικά στοιχεία του λάθους. Παρόμοια ευρήματα επαναλαμβανόταν συνεχώς με διάφορα εκπαιδευτικά επίπεδα όπως σε φοιτητές, σε απόφοιτους Γυμνασίου, σε μαθητές Γυμνασίου.¹¹⁸ Οι μαθητές είχαν την τάση να προβαίνουν σε εμπειρική επαλήθευση των συνεπαγωγών που βασίζονται σε εμπειρικά παραδείγματα και όχι σε αντιρρήσεις βασιζόμενες σε αντιπαράδειγματα.

Μελέτες έχουν δείξει ότι η παροχή συμβατικών οδηγιών στη λογική που δίνει έμφαση στους πίνακες αλήθειας και στην κατασκευή αφηρημένων αποδείξεων δεν επηρέασε πάρα πολύ θετικά τη συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών των μαθητών. Σε μελέτη των Cheng et al. (1986), οι επιδόσεις 53 μαθητών στη συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών πριν και μετά από μια 40ωρη διδασκαλία μαθημάτων λογικής, συγκρίθηκαν και διαπιστώθηκε ότι δεν έχουν καμία διαφορά. Λαμβάνοντας υπόψη τις εργασίες που ανατέθηκαν στους μαθητές και χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της απόδοσής τους, το αποτέλεσμα μπορεί να οφείλεται στη δυσκολία του έργου. Ωστόσο, λιγότεροι μαθητές έκαναν λάθη συστηματικά πριν και μετά το μάθημα για μια συγκεκριμένη μορφή των εργασιών επιλογής, γνωστές ως "εργασίες αδειοδότησης", πράγμα που υποδεικνύει ότι η δυσκολία της εργασίας μπορεί να μην αποτελεί την αιτία της αποτυχίας εδώ.

Στις «εργασίες αδειοδότησης» δίνονται στους μαθητές πλαίσια πραγματικής ζωής και οι συνεπαγωγές δημιουργούνται ως κανόνες που επιτρέπουν σε κάποιον να αναλάβει κάποια συγκεκριμένη δράση όταν πληρούνται κάποιες προϋποθέσεις. Ένα κλασικό παράδειγμα αυτού του τύπου εργασίας είναι το πρόβλημα της κατανάλωσης αλκοόλ¹¹⁹: Η εργασία

¹¹⁸ Cheng et al., 1986, Griggs & Cox 1982, Jackson & Griggs, 1988, Lawson, 1990, Stenning & Lambalgen, 2004 apud KoSze Lee.

¹¹⁹ Griggs & Cox, 1982 · Lawson, 1990 apud KoSze Lee.

περιγράφει ένα πραγματικό πλαίσιο ζωής στο οποίο ένας αστυνομικός ελέγχει την τήρηση του εξής νόμου περί της κατανάλωσης οινοπνεύματος: «Αν ένα άτομο πίνει μύρα, το άτομο πρέπει να είναι πάνω από 19 χρονών». Ο αστυνομικός θέλει να ελέγξει τις παραβιάσεις που έγιναν από τους πελάτες ενός εστιατορίου. Οι μαθητές καλούνται να επιλέξουν, εξ ονόματος του εικονικού αστυνομικού, ποιους πελάτες θα ελέγξουν με βάση τις παρεχόμενες περιγραφές της ηλικίας τους ή των ποτών τους. Η μια πλευρά της κάρτας γράφει την ηλικία και η άλλη το ποτό που καταναλώνει κάποιος. Μεταξύ των τεσσάρων καρτών «Πίνει μύρα», «Πίνει σόδα», «Είναι 16 ετών» και «Είναι 22 ετών», οι περισσότεροι μαθητές, μετά τη λογική εκπαίδευση με αντιπαραδείγματα, επιλέγουν τις κάρτες «Πίνει μύρα» και «Είναι 16 ετών». Το γεγονός αυτό δείχνει ότι η αναζήτηση αντιπαραδειγμάτων βοηθούσε τους μαθητές να συλλογίζονται με λογικές συνεπαγωγές.

Ο KoSze Lee αναφέρει τα αποτελέσματα άλλων παρόμοιων ερευνών: Μία παρόμοια μελέτη (Leighton, 2006) που χρησιμοποίησε λιγότερο δύσκολα επιχειρήματα συλλογιστικής ανέφερε επίσης τα αποτελέσματα της συμβατικής λογικής εκπαίδευσης στη συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών των μαθητών. Σαράντα εννιά μαθητές καταρτίστηκαν για 12 εβδομάδες στη συμβολική λογική που περιελάμβανε ποσοδείκτες και συνεπαγωγές. Πριν και μετά την εκπαίδευση, τους ζητήθηκε να αντλήσουν τα έγκυρα συμπεράσματα από μια υπό όρους δήλωση της μορφής «Εάν A τότε B» και μια προϋπόθεση που αφορά την υπόθεση ή το συμπέρασμα. Και αυτή η έρευνα έδειξε ότι είναι μικρή η επίδραση της συμβατικής λογικής εκπαίδευσης στη βελτίωση της αιτιολόγησης των μαθητών.

Αντίθετα μια έρευνα των Platt & Griggs (1993) διαπίστωσε ότι η εξήγηση της συνεπαγωγής και η παροχή ρητών οδηγιών για την αναζήτηση παραβιάσεων της συνεπαγωγής, θα μπορούσε να ενισχύσει την απόδοση του υποκειμένου. Με διευκρινίσεις σχετικά με το νόημα της συνεπαγωγής και της συνάφειας των καρτών με τον κανόνα, τα υποκείμενα τείνουν να επιλέγουν κάρτες που μπορεί να αποτελούν ενδεχόμενα αντιπαραδείγματα.

Επιπλέον, ζητήθηκε από τους υποψήφιους να αιτιολογήσουν τις επιλογές των καρτών τους και να αναζητήσουν ρητά τις παραβιάσεις, προκειμένου να κατευθύνουν την προσοχή τους στα αντιπαραδείγματα με τις λογικές συνεπαγωγές. Ως αποτέλεσμα, πάνω από το 80% των υποκειμένων επέλεξαν τις λογικά σωστές απαντήσεις.

Ο Mueller (1975) (απud KoSze Lee) διεξήγαγε μια πειραματική μελέτη των επιπτώσεων της λογικής διδασκαλίας στις ικανότητες 146 μαθητών Γυμνασίου να γράφουν γεωμετρικές αποδείξεις. Αυτοί οι μαθητές χωρίστηκαν σε έξι τάξεις ταξινομημένες σε 2 διαφορετικές

κατηγορίες. Η μια κατηγορία είχε διδαχθεί ενότητα της λογικής πριν από το περιεχόμενο γεωμετρίας. Στην άλλη κατηγορία παρείχτο λογική εκπαίδευση που εισήχθη ανάμεσα στο βασικό και το προχωρημένο περιεχόμενο γεωμετρίας. Μετά από 14 έως 16 εβδομάδες οδηγιών σε λογικό και γεωμετρικό περιεχόμενο, οι μαθητές έδειξαν ότι απέκτησαν κάποια λογική γνώση αρκετά επιτυχημένα και ήταν σε θέση να ερμηνεύσουν γενικά αξιώματα για να συμπεράνουν την εγκυρότητα του προτεινόμενου μοντέλου. Ωστόσο, διαπιστώθηκε ότι η διδασκαλία εννοιών της λογικής έχει μικρή επίδραση στην ικανότητα των μαθητών να κατασκευάζουν γεωμετρικές αποδείξεις. Επίσης, παρέμεινε ασαφές αν οι μαθητές αποκτούν λογική ικανότητα συλλογιστικής και πώς αυτό θα μπορούσε να έχει επηρεάσει (ή όχι) την ικανότητα των μαθητών να κατασκευάζουν αποδείξεις. Παρόμοιες μελέτες σχετικά με τα μικρά οφέλη λογικής εκπαίδευσης σε μαθηματικές αποδείξεις είχαν επίσης αναφερθεί προηγουμένως (βλ. Mueller, 1975 για ανασκόπηση αυτών των μελετών).¹²⁰

Ωστόσο, η ανάγκη και τα πιθανά οφέλη της λογικής εκπαίδευσης για την απόδειξη έχουν υποστηριχθεί από πολλούς εκπαιδευτικούς των μαθηματικών. Η Epp¹²¹ ισχυρίστηκε ότι απαιτούνται οδηγίες σε λογική συλλογιστική για να αποκτήσουν οι μαθητές τις αρχές λογικής που βασίζονται σε μεθόδους απόδειξης, όπως η απόδειξη με αντίφαση.

Οι Durand-Guerrier (2003) πρότειναν ότι οι οδηγίες λογικής βασισμένες στη σημασιολογική προσέγγιση του Tarski μπορούν να ωφελήσουν τους μαθητές στην κατανόηση των μαθηματικών συνεπαγωγών και της μαθηματικής απόδειξης γενικότερα. Ένας μικρός αριθμός μελετών φαινόταν επίσης ότι υποστηρίζουν αυτή την εκπαιδευτική στάση, αν και τα οφέλη φαίνεται να περιορίζονται σε μαθητές με υψηλές μαθηματικές ικανότητες.¹²²

Τελικά, παρά την ενασχόληση με το θέμα πολλών εκπαιδευτικών, δεν έχει ακόμη αναπτυχθεί μια ισχυρή εμπειρική περίπτωση για την αποτελεσματικότητα της λογικής εκπαίδευσης, αν και ανέφεραν ανεπίσημα στοιχεία επιτυχίας.¹²³ Μία πιθανή εξήγηση για την ασυμφωνία μεταξύ της προσέγγισης του πίνακα της αλήθειας και της απαιτούμενης αναζήτησης ενός αντιπαραδείγματος που σχετίζεται με λογικές συνεπαγωγές, είναι η έλλειψη έμφασης στα αντιπαραδείγματα στη λογική εκπαίδευση.

Παρόμοια ζητήματα, αναφέρει ο KoSze Lee, φαινόταν να επιμένουν στις μαθηματικές αποδείξεις των μαθητών. Όταν ζητήθηκε να παράσχουν αποδείξεις για να δικαιολογήσουν

¹²⁰ KoSze Lee «Students' logical reasoning and mathematical proving of implications»

¹²¹ Epp 2003 apud KoSze Lee.

¹²² Mueller, 1975, J. L. Platt, 1967 apud KoSze Lee.

¹²³ Epp, 2003; Selden & Selden, 2003 apud KoSze Lee.

ένα μαθηματικό ισχυρισμό, οι περισσότεροι από τους μαθητές ασχολούνται με την εμπειρική επαλήθευση, δηλαδή κατασκευάζουν μια σειρά συγκεκριμένων παραδειγμάτων που επιβεβαιώνουν τον ισχυρισμό. Πολλοί επίσης από τους μαθητές έδωσαν επιχειρήματα βασισμένα στην έγκριση της εξωτερικής αυθεντίας (π.χ., ο δάσκαλος στην τάξη).

Οι δάσκαλοι δυσκολεύτηκαν επίσης με την παραγωγική συλλογιστική. Προτιμούν να δουλεύουν με εμπειρικά παραδείγματα ενώ δίνουν μαθηματικές εξηγήσεις.¹²⁴ Φαίνεται ότι δεν είναι ενήμεροι για την αναζήτηση πιθανών αντιπαραδειγμάτων, τα οποία θα μπορούσαν να βγάλουν λανθασμένη μια μαθηματική δήλωση, ή να εξακριβώσουν ότι τέτοια αντιπαραδείγματα δεν υπάρχουν.

Επιπλέον, οι Healy & Hoyles (2000)¹²⁵ διαπίστωσαν επίσης ότι οι μαθητές είχαν δύο διαφορετικές αντιλήψεις για τις αποδείξεις της άλγεβρας: Μία που ήταν πειστική για τον εαυτό τους και μια άλλη που θα έδινε την έγκριση του δασκάλου με τη μορφή υψηλών σημείων ελέγχου. Όσον αφορά τη χρήση της εμπειρικής επαλήθευσης με παραδείγματα, οι μαθητές τις βρήκαν χρήσιμες για να πεισθούν για την αλήθεια των δηλώσεων. Το ίδιο εύρημα παρατηρήθηκε και στην πλειοψηφία των μαθητών του πρώτου έτους του κολλεγίου που θεωρούσαν εμπειρικά αποδεικτικά στοιχεία ως πειστικά για τον εαυτό τους, αλλά άκυρα για το κοινό.¹²⁶

Οι Fischbein (1982) και Healy & Hoyles (2000) ανέφεραν επίσης ότι οι μαθητές που φαίνεται να κατανοούν σωστά την παραγωγική απόδειξη μιας μαθηματικής δήλωσης εξακολουθούν να χρειάζονται την κατασκευή παραδειγμάτων που «απεικονίζουν» τη δήλωση για να πειστούν. Αυτές οι μελέτες υποδεικνύουν ότι η ικανότητα των μαθητών στη μαθηματική απόδειξη γενικά αντιμετώπισε τη γνωστική πρόκληση της μετάβασης από την εμπειρική επαλήθευση σε αντικειμενικά ή γενικά επιχειρήματα. Οι μαθητές βασίστηκαν σε εμπειρικά παραδείγματα για να κατανοήσουν και να αποδείξουν τις μαθηματικές δηλώσεις, αλλά σπάνια ασχολούνται με το να εξαλειφθούν τα ενδεχόμενα αντιπαραδείγματα. Στο εννοιολογικό επίπεδο, η δυσκολία των μαθητών με λογικές συνεπαγωγές και μαθηματικές αποδείξεις συγκλίνει προς μια κοινή πηγή: Οι μαθητές δεν γνώριζαν τα αντιπαραδείγματα και τους ρόλους τους τόσο στη συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών όσο και στη μαθηματική απόδειξη.

¹²⁴ Simon & Blume, 1996 apud KoSze Lee.

¹²⁵ KoSze Lee «Students' logical reasoning and mathematical proving of implications»

¹²⁶ Segal, 1999 Fischbein 1982 and Healy & Hoyles 2000 apud KoSze Lee.

5.3. Αναλυτική παρουσίαση ερευνών που υποστηρίζουν την εισαγωγή της Λογικής στην εκπαίδευση

Θα παρουσιάσουμε τώρα πιο αναλυτικά κάποιες έρευνες που προσπαθούν να απαντήσουν στα ερωτήματα που έχουν τεθεί.

5.3.1. Έρευνα των Patrick Suppes και Frederick Binford

Η πρώτη έρευνα στην οποία θα αναφερθούμε είναι των Patrick Suppes και Frederick Binford του Πανεπιστημίου Stanford της Καλιφόρνια¹²⁷ η οποία δημοσιεύτηκε με τίτλο «Experimental teaching of mathematical logic in the elementary school» («Πειραματική διδασκαλία της μαθηματικής λογικής στο Δημοτικό Σχολείο»).

Οι ερευνητές προειδοποιούν ότι τα αποτελέσματα της έρευνάς τους δεν κλείνουν οριστικά το θέμα. Γράφουν: «Η έρευνα σχετικά με τις ικανότητες των παιδιών της συγκεκριμένης ηλικίας να σκέφτονται λογικά δεν είναι καθόλου οριστική».

Η έρευνά τους έβγαλε το συμπέρασμα ότι η μελέτη παραγωγικής μεθοδολογίας και της θεωρίας της απόδειξης μπορεί να εμπλουτίσει τη μαθηματική εμπειρία των παιδιών του Δημοτικού σχολείου. Σε αυτό το θεμελιώδες επίπεδο το θέμα παρουσιάστηκε σε αυστηρή εκδοχή, όμως η παρουσίαση και το πλαίσιο ήταν αρκετά απλά ώστε να επιτρέψουν την κατανόηση τουλάχιστον από τους πιο ικανούς μαθητές.

Ειδικότερα, στόχος του project ήταν να πειραματιστεί με τη διδασκαλία της μαθηματικής λογικής σε τάξεις ακαδημαϊκά ταλαντούχων μαθητών Ε και Στ τάξης Δημοτικού. Ένα ερώτημα ιδιαίτερου ενδιαφέροντος ήταν η ικανότητα μαθητών Ε και Στ Δημοτικού να κάνουν παραγωγικές αποδείξεις. Άλλα ερωτήματα αφορούσαν τη δυσκολία και την πιθανή μεταφορά δεξιοτήτων στην ανάλυση και το σωστό συλλογισμό σε άλλες περιοχές όπως αριθμητική, ανάγνωση και γλώσσα.

Η εφαρμογή αυτών των στόχων εγείρει το πρόβλημα της προετοιμασίας του δασκάλου. Έτσι, ένας δευτερεύων στόχος ήταν η οργάνωση ενός επιμορφωτικού προγράμματος για

¹²⁷ Ο Dr. Suppes ήταν καθηγητής φιλοσοφίας και στατιστικής και πρόεδρος του τμήματος φιλοσοφίας στο Πανεπιστήμιο του Stanford. Επίσης, ήταν διευθυντής του Ινστιτούτου για τις Μαθηματικές Σπουδές στις Κοινωνικές Επιστήμες και είχε κάνει πειραματικές εργασίες στο πρόγραμμα σπουδών μαθηματικών Δημοτικών σχολείων από το 1956. Ο κ. Binford ήταν ερευνητικός συνεργάτης στο Ινστιτούτο Μαθηματικών Σπουδών στις Κοινωνικές Επιστήμες για πολλά χρόνια και επεδίωξε με τον Dr Suppes να επεκτείνει τη διδασκαλία της μαθηματικής λογικής σε ένα περιβάλλον υπολογιστή.

τους εκπαιδευτικούς. Ήταν απαραίτητο να προσδιοριστεί πόση προετοιμασία χρειάζεται ο εκπαιδευτικός για να διδάξει ικανοποιητικά λογική στην Ε και Στ τάξη Δημοτικού.

Η έρευνα άρχισε το φθινόπωρο του 1960 με πιλοτική έρευνα στη διδασκαλία της μαθηματικής λογικής σε Δημοτικό σχολείο κοντά στο Πανεπιστήμιο του Stanford. Η πειραματική ομάδα περιλάμβανε 25 μαθητές από όλες τις τάξεις της Στ Δημοτικού στη βάση της βαθμολογίας τους στα μαθηματικά όταν ήταν στη Δ τάξη. Μόνο οι μαθητές που είχαν υψηλή βαθμολογία επελέγησαν.

Η τάξη συναντιόνταν τρεις φορές την εβδομάδα για μάθημα διάρκειας 30-35 λεπτών. Χρησιμοποιούσε για διδακτικό υλικό ένα εγχειρίδιο που είχε προετοιμαστεί από τους ερευνητές. Το καλοκαίρι του 1961, 10 δάσκαλοι και 3 διευθυντές συμμετείχαν σε ένα εντατικό πρόγραμμα κατάρτισης 4 εβδομάδων, με διδακτικό υλικό αυτό που χρησιμοποιούνταν στην τάξη. Ένα δεύτερο πρόγραμμα από 17 δασκάλους έγινε το φθινόπωρο του 1962 κι ένα τρίτο από 26 δασκάλους την άνοιξη του 1963.

Δώδεκα τάξεις με σύνολο 350 μαθητές Ε τάξης από 11 διαφορετικά σχολεία του Σαν Φρανσίσκο, άρχισαν την εκπαίδευση στη λογική το φθινόπωρο του 1961. Σε 10 σχολεία η διεύθυνση του σχολείου επέλεξε το 25-30% περίπου των μαθητών στη βάση της ικανότητας και της υψηλής απόδοσης στα μαθηματικά. Στα άλλα 2 σχολεία όλοι οι μαθητές Ε τάξης διδάχτηκαν λογική. Όμως και στα 2 σχολεία σε λίγους μήνες αναγκαστικά οι τάξεις χωρίστηκαν σε χαμηλό και υψηλό επίπεδο.

Οι περισσότερες τάξεις συναντιόνταν 3 φορές την εβδομάδα για 30 περίπου λεπτά, παρότι λίγες συναντιόνταν πιο συχνά για μεγαλύτερης διάρκειας μάθημα. Κάθε τάξη διδασκόταν από ένα δάσκαλο του σχολείου, με την εξαίρεση μιας τάξης που διδασκόταν από ένα μέλος του project.

Το μάθημα στις πειραματικές τάξεις ακολούθησε κυρίως τη σειρά του εγχειριδίου. Δεν έγινε προσπάθεια για κοινή πρόοδο σε όλες τις ομάδες. Αντίθετα, κάθε δάσκαλος ακολουθούσε τον πλέον κατάλληλο ρυθμό για την κάθε τάξη. Στη διάρκεια του χρόνου αυτές οι τάξεις συμπλήρωσαν από 115 έως 195 σελίδες του εγχειριδίου «Μαθηματική Λογική για τα σχολεία» των Patrick Suppes και Shirley Hill.

Μια δεύτερη χρονιά λογικής ολοκληρώθηκε από 11 τάξεις 215 μαθητών της Στ τάξης που εκπαιδεύτηκαν για πρώτη χρονιά στη λογική όταν ήταν στην Ε τάξη. Επιπλέον 12 νέες τάξεις 269 μαθητών Ε τάξης έκαναν την πρώτη χρονιά λογικής.

Οι ομάδες ελέγχου ήταν 2 τάξεις λογικής του Πανεπιστημίου του Stanford, που συναντήθηκαν η μία την άνοιξη και η άλλη το φθινόπωρο του 1962. Το εγχειρίδιο που

ετοιμάστηκε για τα παιδιά Δημοτικού χρησιμοποιήθηκε και εδώ. Το συμπέρασμα είναι ότι η εγγενής ικανότητα των παιδιών Δημοτικού του προγράμματος είναι συγκρίσιμη με αυτή των φοιτητών του Stanford.

Τα επιτεύγματα κάθε τάξης, πειραματικής ή ελέγχου, μετρήθηκαν από μια σειρά διαγωνισμάτων που τα έδιναν σε κάθε ομάδα όταν έφτανε στο κατάλληλο σημείο του εγχειριδίου. Η σειρά του 61-62 περιλάμβανε 2 διαγωνίσματα, το ένα το έδιναν όταν η τάξη είχε τελειώσει τους παραγωγικούς κανόνες και το άλλο όταν η τάξη είχε τελειώσει τους πίνακες αληθείας. Αυτά τα διαγωνίσματα βαθμολογούνταν από το δάσκαλο, που ακολουθούσε προσεκτικά προετοιμασμένες οδηγίες.

Η τάξη του 62-63 περιλάμβανε 3 διαγωνίσματα, τα πρώτα 2 κάλυπταν το ίδιο υλικό όπως τα διαγωνίσματα του 61-62 και το τρίτο κάλυπτε τα 2 πρώτα κεφάλαια κατηγορηματικής λογικής. Τα διαγωνίσματα βαθμολογούνταν αντικειμενικά.

Το καλοκαίρι του 1961 το αρχικό υλικό που δημιουργήθηκε για τις τάξεις – πιλότους επεκτάθηκε και αναθεωρήθηκε με τίτλο «Μαθηματική Λογική για τα σχολεία» και χρησιμοποιήθηκε στις τάξεις του 61-62. Το καλοκαίρι του 1962 αναθεωρήθηκε και πάλι, στη βάση της εμπειρίας παιδιών και δασκάλων. Το προσωπικό του project επόπτευε τακτικά τους δασκάλους. Το 61-62 κάθε 6 εβδομάδες ένα μέλος του προσωπικού επισκεπτόταν τα σχολεία για να παρατηρήσει, να μιλήσει με τους δασκάλους και να διδάξει. Το φθινόπωρο του 1962 οι δάσκαλοι παρακολούθησαν το δεύτερο τμήμα της επιμόρφωσής τους και συναντιόντουσαν με το προσωπικό κάθε εβδομάδα. Το υπόλοιπο του χρόνου ένα μέλος του προσωπικού επισκεπτόταν την τάξη και μιλούσε με το δάσκαλο περίπου κάθε 3 εβδομάδες.

Οι 26 πιο επιτυχημένοι μαθητές που είχαν εκπαιδευτεί στη λογική στην Ε και Στ τάξη επελέγησαν μετά από σύσταση των δασκάλων και, αφού έδωσαν εξετάσεις, συνέχισαν σε μια ειδική τάξη εθελοντικά. Η τάξη είχε διάρκεια 4 εβδομάδων, 5 μέρες τη βδομάδα για 1 ώρα. Χρησιμοποιήθηκε νέο υλικό σε συνέχεια του προηγούμενου, το οποίο παρουσίαζε ισοδυναμίες και ανέπτυξε τη θεωρία του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης από συγκεκριμένα αξιώματα. Στο τέλος των 4 εβδομάδων ανακοινώθηκε μια εθελοντική επέκταση 2 εβδομάδων, στην οποία συμμετείχαν 10 μαθητές.

Η έρευνα δείχνει ότι τα επιτεύγματα των μαθητών Δημοτικού είναι συγκρίσιμα με αυτά των μαθητών κολλεγίου. Όμως οι μαθητές κολλεγίου διάβασαν 10 φορές περισσότερες ώρες την εβδομάδα λογική, από τους μαθητές Δημοτικού. Έτσι παρόλο που οι μαθητές κολλεγίου ολοκλήρωσαν σε 4 βδομάδες το υλικό που οι μαθητές Δημοτικού κάλυψαν σε ένα ακαδημαϊκό έτος, τα επιτεύγματα τους ανά ώρα ήταν συγκρίσιμα. Κάθε ομάδα

εξεταζόταν όταν έφτανε σε συγκεκριμένα σημεία του εγχειριδίου. Δύο διαγωνίσματα δόθηκαν στην ομάδα των 186 μαθητών κολλεγίου την άνοιξη του 1962. Το πρώτο από αυτά δόθηκε και στους 260 μαθητές της Ε τάξης. Το διαγώνισμα αφορούσε την αναγνώριση της λογικής δομής των προτάσεων. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι χειρισμοί συμβόλων στις τυπικές αποδείξεις είναι συγκριτικά ευκολότεροι για τους μαθητές Δημοτικού από τα προβλήματα αναγνώρισης της λογικής δομής των προτάσεων στην αγγλική γλώσσα.

Τα διαγωνίσματα του 62-63 ήταν πολλαπλών επιλογών. Τα 3 πρώτα μέρη αφορούσαν τη μετάφραση προτάσεων σε λογικά σύμβολα, την κατασκευή αρνήσεων και την ταξινόμηση διαφορετικών λογικών τύπων προτάσεων, δηλαδή κυρίως γλωσσικές ικανότητες. Το τέταρτο μέρος αφορούσε εφαρμογές κανόνων παραγωγής. Το πέμπτο μέρος εξέταζε το λεξιλόγιο της λογικής και το έκτο την κατασκευή πολλαπλής παραγωγής.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα παιδιά Δημοτικού σε σύγκριση με τους μαθητές κολλεγίου τα πήγαν καλύτερα στα καθαρά, συμβολικά, λογικά συμπεράσματα (5^ο και 6^ο μέρος) παρά στις ενότητες που απαιτούσαν γλωσσικές ικανότητες. Τα αποτελέσματα ήταν παρόμοια με αυτά του 61-62. Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν είναι:

1. Τα παιδιά του Δημοτικού με καλές επιδόσεις (στο ανώτερο τέταρτο σε επίδοση) μπορεί να επιτύχουν σημαντική εννοιολογική και πρακτική κατανόηση της στοιχειώδους μαθηματικής λογικής. Το επίπεδο της κατανόησης είναι 85-90% αυτού που κατάφεραν οι αντίστοιχοι φοιτητές.
2. Αυτή η κατανόηση του θέματος μπορεί να επιτευχθεί σε χρόνο μελέτης συγκρίσιμο με αυτόν που χρειάζονται οι φοιτητές αν η μελέτη κατανέμεται σε περισσότερο χρόνο ή αν οι μαθητές διδάσκονται περισσότερο.
3. Οι πιο ικανοί και αφοσιωμένοι δάσκαλοι μπορούν να εκπαιδευτούν επαρκώς σε 5 ή 6 ώρες επί ένα ακαδημαϊκό εξάμηνο για να διδάξουν στοιχειώδη μαθηματική λογική. Είναι ουσιώδες αυτό το εκπαιδευτικό πρόγραμμα να είναι σχετικό με το πρόγραμμα που θα ακολουθήσει ο δάσκαλος στην τάξη.
4. Τα στοιχεία που δίνουν οι δάσκαλοι δείχνουν ότι υπάρχει μεταφορά κριτικής σκέψης σε άλλα πεδία, ιδιαίτερα στην αριθμητική, το διάβασμα και τη γλώσσα.
5. Ικανοί μαθητές Δημοτικού που έχουν προηγούμενη μαθηματική γνώση έχουν γρήγορη πρόοδο σε άλλους τομείς των μαθηματικών που οργανώνονται σε παραγωγική βάση.

5.3.2. Έρευνα των Anne Watson και John Mason

Άρθρο του ιστότοπου NRICH που ασχολείται με μελέτες που αφορούν στη διδασκαλία μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση με τίτλο «Logic, and How it Should Influence Our Teaching» αναφέρεται σε έρευνα των Anne Watson και John Mason, των οποίων η άποψη για τα μαθηματικά βασίζεται στις δομές των καθαρών μαθηματικών και της μαθηματικής σκέψης. Σε κάθε θέμα στα μαθηματικά υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τύποι δηλώσεων που μπορούν να γίνουν. Οι δηλώσεις που σχετίζονται με ένα συγκεκριμένο θέμα θα μπορούσαν να ονομαστούν η δομή του.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζουν κάποιες μαθηματικές δηλώσεις:

Πίνακας 1. Μαθηματικές δηλώσεις (προτάσεις)

Ορισμοί	Γεγονότα	Ιδιότητες	Θεωρήματα
Παραδείγματα	Αντιπαραδείγματα	Τεχνικές	Οδηγίες
Εικασίες (Υποθέσεις)	Προβλήματα	Αναπαραστάσεις	Συμβολισμός
Συμβολισμός	Επεξηγήσεις	Αιτιολόγηση	Αποδείξεις
Συλλογιστική	Παραπομπές	Σχέσεις	Συνδέσεις

Οι Watson και Mason ισχυρίζονται ότι υπάρχουν και πολλοί διαφορετικοί κλάδοι της μαθηματικής σκέψης που ομαδοποίησαν για ευκολία:

Πίνακας 2. Μαθηματική λογική σκέψη:

Δείχνοντας με παραδείγματα (πρότυπα)	Ολοκληρώνοντας (συμπληρώνοντας)	Συγκρίνοντας	Αλλάζοντας	Γενικεύοντας	Εξηγώντας
(εξειδικεύοντας)	Διαγράφοντας	Ταξινομώντας	Μεταβάλλοντας	Υποθέτοντας	Δικαιολογώντας
	Διορθώνοντας	Οργανώνοντας	Αντιστρέφοντας		Επαληθεύοντας
			Τροποποιώντας		Πείθοντας
					Αντικρούοντας

Η φιλοσοφία τους είναι ότι οι μαθητές μπορούν να πετύχουν μαθηματική σκέψη υψηλότερης τάξης αν εστιάσουν με την κατάλληλη χρήση ερωτήσεων και υπενθυμίσεων του δασκάλου τους. Προτείνουν ότι οι ερωτήσεις που προάγουν αυτές τις 6 περιοχές μαθηματικής σκέψης θα μπορούσαν να γίνουν σε συνδυασμό με τις μαθηματικές προτάσεις του πρώτου πίνακα. Στον πίνακα 2 μπορούμε να δούμε ότι οι τρόποι σκέψης που συνδέονται πιο στενά με τη λογική και τη σκέψη περιέχονται στην τελευταία στήλη. Οι Watson και Mason δίνουν πολλά παραδείγματα του είδους των ερωτήσεων που θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει ένας δάσκαλος για να αναπτύξει αυτή την διαδικασία της συγκεκριμένης σκέψης. Παρακάτω δίνονται μερικά παραδείγματα. Κάθε ερώτηση συνδέεται με μια διαφορετική πρόταση στον πίνακα 1.

«Υπάρχει κάτι άλλο που δεν είναι X που περιγράφεται από αυτό;»

«Γιατί είναι τοπαράδειγμα του.....;»

«Πώς μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι ...;»

Οι Watson και Mason προτείνουν 3 διαφορετικούς τρόπους χρήσης των ερωτήσεων για να δοθεί ώθηση στη μαθηματική σκέψη:

1. Διάλεξε ένα θέμα και χρησιμοποίησε συγκεκριμένες ερωτήσεις στο πλαίσιο συγκεκριμένων προτάσεων και συγκεκριμένων ομάδων μαθηματικής σκέψης.

2. Διάλεξε μια μαθηματική διαδικασία από τον Πίνακα 2 π.χ «εξήγηση» και προσπάθησε να βρεις παρόμοια παραδείγματα σε διαφορετικά θέματα που θα σε βοηθήσουν να κάνεις τη σύνδεση μεταξύ των θεμάτων.

3. Διάλεξε μια συγκεκριμένη μαθηματική πρόταση από τον Πίνακα 1 και ψάξε για παρόμοιες ερωτήσεις σε διαφορετικά θέματα που θα σε βοηθήσουν και να κάνεις τις συνδέσεις και να καταλάβεις πως διαφοροποιείται η πρόταση μεταξύ των θεμάτων.

5.3.3. Έρευνα των Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros

Οι Artemis P. Morou και Nicholas A.E. Kalospyros στην εργασία τους «The Role of Logic in Teaching Learning and Analyzing Proof» («Ο ρόλος της Λογικής στη Διδασκαλία, τη Μάθηση και την Ανάλυση των Αποδείξεων») ασχολούνται με τη σημασία των μορφών και τη χρήση

λογικής-μαθηματικής συλλογιστικής στη διδασκαλία, τη μάθηση και την ανάλυση της απόδειξης και του «αποδεικνύει» και τη συνάφειά τους στην κατανόηση των διαδικασιών συλλογιστικής των μαθητών. Εξετάζεται το ερώτημα κατά πόσο οι μαθητές των ανώτερων τάξεων του Λυκείου μπορούν να βελτιώσουν τη συλλογιστική τους και τις ικανότητες απόδειξης, λαμβάνοντας ένα εισαγωγικό μάθημα λογικής. Για το σκοπό αυτό παρουσιάζεται μια συγκεκριμένη αντίληψη της απόδειξης και η σχέση της με την επιχειρηματολογία, η οποία διαμορφώνει ολόκληρη τη διδακτική κατάσταση που εμπλέκεται στην ελληνική δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αναλύονται ορισμένα προκαταρκτικά αποτελέσματα που δείχνουν ότι το μάθημα επιτυγχάνει κυρίως την ενίσχυση των δεξιοτήτων των μαθητών και προσφέροντας τους μεθόδους επίλυσης προβλημάτων για χρήση σε άλλα μαθήματα.

Ένα εισαγωγικό μάθημα λογικής προσφέρεται και από τους δύο συγγραφείς σε ένα πειραματικό σχολείο δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στην Αθήνα. Το μάθημα βασίζεται στο εγχειρίδιο «Λογική: Θεωρία και Πρακτική» των Δ. Αναπολιτάνου, Δ. Γαβαλά, Α. Δέμη, Κ. Δημητρακόπουλου και Β. Καρασμάνη. Πρόκειται για ένα προαιρετικό μάθημα για μαθητές ηλικίας 17-18 ετών που φοιτούν στην Γ τάξη του Λυκείου Αναβρύτων και προσφέρεται στους μαθητές από το ακαδημαϊκό έτος 2003-2004. Το μάθημα παρέχεται κατά τη διάρκεια ολόκληρου του ακαδημαϊκού έτους δύο φορές την εβδομάδα για μαθητές τόσο από τάξεις μαθηματικά προσανατολισμένες (Ομάδα Ι) όσο και από τάξεις θεωρητικά προσανατολισμένες, οι οποίες όμως συνήθως έχουν καλό υπόβαθρο στα μαθηματικά (Ομάδα ΙΙ). Οι ομάδες μπορεί να έχουν από 20-27 μαθητές ανά τάξη. Υπάρχει γραπτή εξέταση στο τέλος του έτους.

Το μάθημα διδάσκεται από μια μαθηματική (Ομάδα Ι) ή από μια (περισσότερο) θεωρητική / πρακτική (Ομάδα ΙΙ) προοπτική από κάθε συγγραφέα της παρουσιαζόμενης εργασίας. Γράφουν: «Το μάθημα προσελκύει κυρίως μαθητές που επιλέγουν να σπουδάσουν τις λεγόμενες «θετικές» σχολές και των οποίων τα ενδιαφέροντα είναι κυρίως στις επίσημες πτυχές του μαθήματος. Οι μαθητές που προσδοκούν τη σταδιοδρομία στη Νομική ή στις πολιτικές επιστήμες δείχνουν σαφές ενδιαφέρον για τους σωστούς τρόπους λογικής που εφαρμόζονται στις στρατηγικές επιχειρηματολογίας και στη «ρητορική της πεποίθησης». Επίσης υπάρχουν και μαθητές χωρίς συγκεκριμένα σχέδια σταδιοδρομίας που θέλουν να εξοικειωθούν με τις ορθές τεχνικές επιχειρηματολογίας για πραγματικές καταστάσεις συλλογιστικής. Σε κάθε περίπτωση, χρησιμοποιώντας κατάλληλες τεχνικές και εύρεση κατάλληλων εργαλείων για τη διδασκαλία της λογικής και της συλλογιστικής, απαιτούνται

ιδιαίτερες φροντίδες από διάφορες ομάδες μαθητών. Θεωρούμε αυτούς τους περιορισμούς ως ευκαιρίες για τη δημιουργία λογικομαθηματικών εργασιών και εμπειριών για τη «Λογική για όλους». Για τους μαθητές της Ομάδας II επιχειρείται μια πιο ήπια εισαγωγή σε λογικά ζητήματα».

Η έμφαση δίνεται στην κοινωνική διάσταση της απόδειξης και στους βαθμούς πειθούς στη διαδικασία επικοινωνίας και όχι στην καθαρή διατύπωση. Οι μαθητές χρησιμοποιούν αυτή τη θεωρία για να διακρίνουν τις διαρθρωτικές δομές από τα κείμενα και να αξιολογούν τα επιχειρήματά τους στα μαθήματα γλώσσας, φιλοσοφίας και δεοντολογίας. Πολλοί από αυτούς προετοιμάζονται για μαθήματα συζήτησης και συμμετέχουν σε διαγωνισμούς τεκμηρίωσης (επίθεση και εξαπάτηση) στο Κοινοβούλιο εναντίον των ανταγωνιστών από άλλα σχολεία.

Οι ερευνητές δημιούργησαν ένα βιβλίο εργασίας με φυλλάδια και σημειώσεις διαλέξεων που περιλάμβαναν ασκήσεις με λύσεις και σύντομες εργασίες. Περιλάμβανε επίσης λογικά παζλ και παράδοξα που είναι διασκεδαστικά και πολύ καλά στην εισαγωγή της έννοιας της συλλογιστικής. Το πακέτο λογισμικού Tarski's World, το οποίο επεξεργάζεται μαζί τη σύνταξη και τη σημασιολογία με φυσικό και παιχνιδιάρικο τρόπο, χρησιμοποιήθηκε ως συμπλήρωμα στο λογικό εγχειρίδιο. Χρησιμοποίησαν επίσης τις γνώσεις του Bray (2006) για τα παιχνίδια ποδοσφαίρου και για γρίφους Gardner (2001) για να μεταφράσουν φράσεις και προτάσεις από κοινή επιχειρηματολογία σε συμβολική λογική. Οι φανταστικές περιπτώσεις που βασίζονται στα βιβλία της Agatha Christie αποτέλεσαν μια άλλη πρόκληση. Τέλος, εμπλούτιζαν το μάθημα με εξωσχολικές δραστηριότητες, όπως βίντεο κλπ.

Οι μαθητές (και στις δύο Ομάδες) που επέλεξαν το μάθημα τα προηγούμενα χρόνια έκαναν τις ακόλουθες παρατηρήσεις: Το μάθημα αποδείχτηκε ανεκτίμητο, υποστηρίζοντας λογικά και σωστά την αξιολόγηση των μοτίβων λογικής ως προς την εγκυρότητα και την ευρωστία τους, κατά τις εξετάσεις εισόδου στο Πανεπιστήμιο. Τους βοήθησε να οικοδομήσουν γέφυρες μεταξύ των κλάδων και να σκάψουν βαθύτερα για να διακρίνουν τις σωστές δομές. Εφαρμόζουν αυτά που διδάχτηκαν για να αποκαλύπτουν σιωπηρές μορφές λογικής και η απόδοσή τους βελτιώνεται σημαντικά. Οι μαθητές που παρακολούθησαν το μάθημα λογικής το βρίσκουν πολύ χρήσιμο, ειδικά όταν αντιμετωπίζουν ένα πρόβλημα να κάνουν τη σωστή σύνδεση με την απαιτούμενη λογική, δηλαδή την ποσοτικοποίηση (μεταφορά λογικών γνώσεων) και βιώνουν την «aha momentum» (σχέση μεταξύ της λογικής που διδάσκεται στη λογική της χρήσης). Υπάρχουν επίσης ενδείξεις ωφελημάτων για τη γενική

πνευματική ανάπτυξη των μαθητών, αφού η σαφήνεια της σκέψης και οι ορθές μορφές συλλογισμού έχουν αξία πολύ πέρα από την τάξη. Η ίδια παραγωγική λογική που χρησιμοποιείται σε προσεκτικό μαθηματικό συλλογισμό χρησιμοποιείται για την αντιμετώπιση δύσκολων προβλημάτων σε άλλους τομείς.

Αναφέρουν στην εργασία τους κάποια λογικά θέματα που οι μαθητές τους χαρακτήρισαν τόσο ενδιαφέροντα όσο και προκλητικά με την πάροδο των ετών:

1. Η διάκριση μεταξύ αλήθειας και εγκυρότητας. Οι μαθητές εκπλήσσονται όταν μαθαίνουν ότι οι προτάσεις όπως «Το επιχείρημα είναι αληθές» ή «Η πρόταση είναι έγκυρη» που χρησιμοποιούνται τόσο συχνά στην καθημερινή ζωή είναι ανακριβείς, καθώς η εγκυρότητα είναι ιδιότητα των επιχειρημάτων, ενώ η αλήθεια είναι ιδιότητα των ατομικών προτάσεων. Οι πρώτες συζητήσεις έδειξαν ότι αυτά τα λάθη είναι πολύ συχνά και μερικές φορές ενισχύονται από τη χαλαρή χρήση της φυσικής γλώσσας.

2. Υποθετικές προτάσεις. Οι υποθέσεις και η μαθηματική έννοια της συνεπαγωγής τόσο στην επιχειρηματολογία όσο και στην απόδειξη είναι απολύτως απαραίτητες ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν διάφορα είδη συλλογισμών. Αυτή η περιοχή εστίασης προκαλεί ορισμένες συγχύσεις ακόμα και σε επιτυχημένους στα μαθηματικά μαθητές. Φυσικά τέτοιοι μαθητές είναι πιο προετοιμασμένοι να χειριστούν την έννοια των συνεπαγωγών. Οι Deloustal-Jorrand 2004 (apud Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros) αναφέρουν ότι για την καλή κατανόηση των συνεπαγωγών είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε και να δημιουργούμε δεσμούς μεταξύ των διαφόρων αντιλήψεων μας, από τη θεωρία των συνόλων, από την τυπική λογική και από τις παραγωγικές συλλογιστικές-περιοχές με τις οποίες οι μαθητές με υψηλή επίδοση είναι πιο εξοικειωμένοι.

Διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές έχουν μεγάλη δυσκολία να δεχτούν ότι το « p μόνο αν q » είναι λογικά ισοδύναμο με το «αν p τότε q ». Ένας λόγος μπορεί να είναι ότι σε ορισμένες πραγματικές καταστάσεις οι δηλώσεις δεν είναι εναλλάξιμες.

3. Χρήση ποσοδεικτών. Η χρήση ποσοδεικτών, σημαντική τόσο στη συλλογιστική όσο και στα μαθηματικά, παραμένει συχνά υπονοούμενη κάτι που οδηγεί σε πολλές παρερμηνείες και έλλειψη κατανόησης. Πιο σχετικό με το λογισμικό και τα σχεσιακά πλαίσια, προκαλεί πολλές προκλήσεις στους μαθητές. Οι μαθητές με ισχυρό μαθηματικό υπόβαθρο είναι πιο προετοιμασμένοι να χειριστούν τη χρήση ποσοδεικτών και το αντίστροφο.

Τελικά συμπεραίνουν ότι η μελέτη τους δίνει αρκετές ενδείξεις ότι μια σειρά μαθημάτων λογικής σε ολόκληρο το σχολικό πρόγραμμα σπουδών παρέχει μια εξαιρετική ευκαιρία για

να αναπτύξουν οι μαθητές δεξιότητες υψηλού επιπέδου ώστε να τις εφαρμόζουν σωστά στις πραγματικές καταστάσεις συλλογιστικής. Είναι αλήθεια ότι η μεταφορά από τη λογική που διδάσκεται, όπως η λογική πρώτης τάξης με τους ποσοδείκτες, στη λογική που εφαρμόζεται στην κατανόηση της παραγωγικής δομής των μαθηματικών και στην κατασκευή των αποδείξεων δε συμβαίνει αυτόματα. Ωστόσο, πολλοί εκπαιδευτικοί υποδεικνύουν ότι οι μαθητές πρέπει να εξοικειωθούν με τις αρχές της μαθηματικής επιχειρηματολογίας, δηλαδή πρέπει να διδαχθούν απόδειξη. Σε κάθε περίπτωση οι μαθηματικοί (και οι άλλοι εκπαιδευτικοί) πρέπει να είναι απολύτως σίγουροι για το δικό τους λογικό μηχανισμό για να διδάξουν αποτελεσματικά τους μαθητές τους.

Οι συγγραφείς παραδέχονται ότι απαιτείται περισσότερη έρευνα για τη σχέση της διδασκαλίας της λογικής με την ικανότητα μαθηματικών αποδείξεων των μαθητών.

5.3.4 Έρευνα των Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner και Julia Carraher

Οι Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner και Julia Carraher του Department of Educational Studies του Πανεπιστημίου της Οξφόρδης, δημοσίευσαν μία μελέτη με τίτλο «The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school» («Η συμβολή της λογικής σκέψης στην εκμάθηση των μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο»). Στη μελέτη αυτή παρουσίαζαν δύο έρευνες που εξετάζαν αν υπάρχει αιτιώδης συνάφεια μεταξύ της λογικής σκέψης και της μαθηματικής μάθησης.

Παρ' ότι έχει συχνά υποστηριχθεί ότι η μαθηματική κατανόηση των παιδιών βασίζεται στην ικανότητά τους να σκέφτονται λογικά, δεν υπάρχουν επαρκή αποδεικτικά στοιχεία για την υπόθεση ότι υπάρχει αιτιώδης σύνδεσμος λογικής ικανότητας και μαθηματικής πρόοδου. Για να διερευνήσουν την υπόθεση αυτή συγκέντρωσαν δύο ειδών αποδεικτικά στοιχεία:

α) Αν η λογική των παιδιών καθορίζει πόσο καλά μαθαίνουν τα μαθηματικά, η μέτρηση της κατανόησης των μαθητών στη λογική των μαθηματικών όταν ξεκινούν το σχολείο θα προβλέψει την πρόοδο που κάνει το κάθε παιδί στα μαθηματικά τους επόμενους μήνες.

β) Η δεύτερη βασική δοκιμή της υπόθεσης αιτιώδους σχέσης λογικής – μαθηματικών είναι μια πειραματική παρέμβαση. Αν η κατανόηση των λογικών σχέσεων στα μαθηματικά είναι ένας γνήσιος αιτιώδης παράγοντας, μια παρέμβαση που αυξάνει την κατανόηση των σχέσεων αυτών από τα παιδιά θα πρέπει επίσης να βελτιώσει τα μαθηματικά τους.

Αυτή η διπλή προσέγγιση για τη δοκιμή μιας αιτιώδους υπόθεσης¹²⁸ στηρίζεται στην ιδέα ότι τα δυνατά σημεία κάθε μεθόδου ακυρώνουν τις αδυναμίες των άλλων. Οι επιτυχείς προβλέψεις καταδεικνύουν σίγουρα μια πραγματική σύνδεση μεταξύ δύο μεταβλητών, αλλά δεν απομακρύνουν τον κίνδυνο μιας τρίτης άγνωστης μεταβλητής που καθορίζει τόσο την πρόβλεψη όσο και το αποτέλεσμα. Από την άλλη πλευρά, τα πειράματα παρέμβασης καταδεικνύουν μια αιτιώδη σύνδεση στο πλαίσιο του πειράματος. Η αδυναμία των πειραμάτων παρέμβασης είναι ότι αυτή η σύνδεση μπορεί να είναι τεχνητή. Μια μεταβλητή που έχει αποτέλεσμα σε ένα εργαστηριακό πείραμα ενδέχεται να μην είναι σχετική στην πραγματική ζωή. Ωστόσο, όταν η παρέμβαση συμπληρώνεται από μια επιτυχή διαχρονική πρόβλεψη, ο κίνδυνος τεχνητού χαρακτήρα εξαφανίζεται. Αυτός ο ισχυρός συνδυασμός συμπληρωματικών μεθόδων δεν έχει δοκιμαστεί στην εργασία σχετικά με τους δεσμούς μεταξύ της λογικής των παιδιών και της μαθηματικής τους ανάπτυξης.

Δημιούργησαν ένα τεστ με δύο μέρη για την υπόθεση ότι η κατανόηση των παιδιών της λογικής βάσης των μαθηματικών είναι ένας καθοριστικός παράγοντας για το πόσο καλά μαθαίνουν τα μαθηματικά. Το πρώτο μέρος ήταν μια διαχρονική μελέτη στην οποία ο κύριος δείκτης πρόβλεψης ήταν ένα μέτρο της κατανόησης των λογικών σχέσεων των παιδιών σχετικά με την αριθμητική αναπαράσταση και την αριθμητική. Το αποτέλεσμα ήταν η πρόοδός τους στα μαθηματικά στο σχολείο.

Περιέλαβαν το μέτρο της μνήμης εργασίας ως έλεγχο. Όπως εξηγούν οι ίδιοι υπάρχουν ενδείξεις ότι η μνήμη εργασίας παίζει ρόλο στις διαδικασίες που εμπλέκονται στην αριθμητική που γίνεται νοερά στο Ηνωμένο Βασίλειο¹²⁹ και σε άλλες χώρες.¹³⁰ Έτσι, κάποιος πρέπει να ελέγχει για τις επιδράσεις της μνήμης εργασίας όταν αναλύει εάν η λογική σκέψη προβλέπει την εκμάθηση των μαθηματικών. Σκοπός τους ήταν να δουν αν οι δύο μεταβλητές έχουν ανεξάρτητη συμβολή στο επίτευγμα της μάθησης των μαθηματικών από τα παιδιά.

¹²⁸ Bradley & Bryant, 1983, Wagner & Torgesen, 1987 apud Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner, and Julia Carraher «The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school».

¹²⁹ Adams & Hitch, 1997 · Gathercole & Pickering, 2000 · Hitch & McAuley, 1991 · McLean & Hitch, 1999 · Towse & Hitch, 1995) , US (Fuchs et al., 2005; Geary, Hamson, & Hoard, 2000. Siegel & Linder, 1984; Siegel & Ryan, 1989 apud Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner, and Julia Carraher

¹³⁰ Barrouillet & Le'pine, 2005, Passolunghi & Siegel, 2004 apud Terezinha Nunes, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner and Julia Carraher

Το δεύτερο μέρος της μελέτης ήταν μια παρέμβαση στην οποία δίδαξαν μια πειραματική ομάδα σχετικά με τις λογικές σχέσεις (και πάλι η έμφαση δόθηκε στη λογική και καθόλου στον υπολογισμό) και εξέτασαν τις επιδράσεις στη μαθηματική πρόοδο.

Για την πρώτη έρευνα που αφορούσε στην πρόβλεψη των επιτευγμάτων τυποποιημένων μαθηματικών δοκιμών, επελέγησαν 53 παιδιά από 4 σχολεία της Οξφόρδης, τα οποία καλύπτουν μια ευρεία κλίμακα με κοινωνικο-οικονομικούς όρους. Τα παιδιά εξετάστηκαν σε τρεις περιόδους. Η μέση ηλικία τους ήταν 6 έτη κατά την πρώτη δοκιμαστική περίοδο, 6 έτη και 4 μήνες στη δεύτερη και 7 έτη και 4 μήνες στην τρίτη.

Η πρώτη συλλογή δεδομένων έγινε στην αρχή της δεύτερης περιόδου στο σχολείο. Εξετάστηκαν ατομικά από έναν πειραματιστή κατά τη διάρκεια δύο συνεδριών δοκιμών, όταν ολοκλήρωσαν τέσσερα επιμέρους τεστ της Βρετανικής Βαθμολογίας Ικανοτήτων (BASII, Elliott, 1997) ως μέτρο γενικής γνωστικής ικανότητας, δύο επιμέρους τεστ μνήμης εργασίας από τη Working Memory Test Battery for Children (Pickering & Gathercole, 2001) και την εκτίμηση της ομάδας της Nunes της λογικής ικανότητας. Στη δεύτερη δοκιμαστική περίοδο, τους έδωσαν το τεστ λογικής ικανότητας για να εδραιώσουν την αξιοπιστία της δοκιμής – επανεξέτασης. Η τρίτη δοκιμαστική περίοδος περιελάμβανε τη μέτρηση των αποτελεσμάτων και τα καθήκοντα τυποποιημένων επιτεύξεων του σχολείου στον τομέα των μαθηματικών (SATs-Maths, βλέπε <http://www.qca.org.uk>). Το διάστημα μεταξύ της πρώτης συλλογής δεδομένων και των μαθημάτων SATs-Maths ήταν 16 μήνες.

Τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξαν ήταν ότι οι λογικές ικανότητες στην αρχή της σχολικής τους σταδιοδρομίας προέβλεπαν τη μάθηση μαθηματικών των παιδιών 16 μήνες αργότερα και θα μπορούσαν συνεπώς να αποτελέσουν αιτιώδη παράγοντα αυτής της μάθησης. Η συμβολή τους ήταν ανεξάρτητη από τη γενική γνωστική ικανότητα και τη μνήμη εργασίας. Η σχέση μνήμης εργασίας με τη μάθηση των μαθηματικών των παιδιών αλληλοεπικαλύφθηκε με γενικές γνωστικές και λογικές ικανότητες. Τέλος, μετά από ελέγχους για τη λογική ικανότητα των παιδιών και τη μνήμη εργασίας, η γενική γνωστική ικανότητα συνέχισε να συμβάλλει σημαντικά στην πρόβλεψη του επιπέδου μαθημάτων SATs-Maths για παιδιά. Αυτά τα αποτελέσματα συμφωνούν με την υπόθεση ότι η λογική σκέψη σχετίζεται αιτιωδώς με τη μάθηση των μαθηματικών.

Όσον αφορά στη δεύτερη έρευνα για το αν βελτιώνεται η μάθηση των μαθηματικών όταν βελτιώνεται η λογική ικανότητα, αυτή διεξήχθη στα σχολεία στα οποία είχαν κάνει τη διαχρονική μελέτη. Τα παιδιά στη διαχρονική μελέτη σχημάτισαν μια ομάδα ελέγχου. Τα

παιδιά της ομάδας παρέμβασης εγγράφηκαν στα ίδια σχολεία ένα χρόνο μετά τα παιδιά της ομάδας ελέγχου. Η παρέμβαση έλαβε χώρα κατά τη διάρκεια των ωρών της διδασκαλίας της αριθμητικής, έτσι ώστε τα παιδιά της ομάδας παρέμβασης να μην εκπαιδευτούν επιπλέον, αλλά να διδαχθούν ειδικά λογική συλλογιστική. Συμμετείχαν στις συνεδριάσεις παρέμβασης μία φορά την εβδομάδα, πάνω από 12 εβδομάδες, ξεκινώντας από την άνοιξη και τελειώνοντας στις αρχές της θερινής περιόδου. Το μεγαλύτερο μέρος της διδασκαλίας της αριθμητικής πραγματοποιήθηκε στην κανονική τάξη από τον δάσκαλο της τάξης.

Η μελέτη διεξήχθη σε διάστημα 3 ετών, χρησιμοποιώντας ένα προ-δοκιμαστικό, ένα αμέσως μετά-τεστ (post-test) και ένα μεταγενέστερο μετά-τεστ (delayed post-test design).

Συνολικά συμμετείχαν 27 παιδιά, 14 στην ομάδα ελέγχου και 13 στην ομάδα παρέμβασης. Τα παιδιά εργάστηκαν σε μικρές ομάδες (τριών έως πέντε παιδιών) με έναν ερευνητή (έναν από τους συγγραφείς) έξω από την τάξη, μία φορά την εβδομάδα κατά τη διάρκεια 12 εβδομάδων. Κάθε συνεδρία διαρκούσε περίπου 40 λεπτά.

Οι μετρήσεις έδειξαν ότι η παρέμβαση των ερευνητών βελτίωσε σημαντικά τη λογική ικανότητα των παιδιών. Η ομάδα παρέμβασης υπερέβη σημαντικά την ομάδα ελέγχου. Τελικά, οι αναλύσεις έδειξαν ότι η διδασκαλία σχετικά με τις λογικές ικανότητες ήταν εξαιρετικά επιτυχημένη και ότι αυτή η διδασκαλία είχε ισχυρές και ευεργετικές επιπτώσεις στα μαθηματικά των παιδιών που μαθαίνουν ακόμα και μετά από ένα διάστημα 13 μηνών. Διαπίστωσαν ότι η λογική ικανότητα των παιδιών στην αρχή του Δημοτικού σχολείου συμβάλλει σημαντικά στην πρόβλεψη της σχολικής τους προόδου στα μαθηματικά, μετά τον έλεγχο της αλληλεπικάλυψής της με τη γενική νοημοσύνη και τη μνήμη εργασίας. Έτσι, η λογική ικανότητα έχει μεγάλες πιθανότητες να είναι αιτιώδης παράγοντας στην πρόοδο των μαθηματικών.

Η μελέτη παρέμβασης παρέχει ισχυρή υποστήριξη για την υπόθεση ότι η λογική παίζει έναν αιτιώδη ρόλο στην επίτευξη των μαθηματικών επιτυχιών στο σχολείο. Μέσα από σχετικά μικρή εκπαίδευση, που δεν αύξησε την ποσότητα της διδασκαλίας αριθμητικής που έλαβαν τα παιδιά, έγινε δυνατό να βελτιωθεί η απόδοσή τους σε ένα τεστ λογικής ικανότητας αμέσως μετά το post-test, σε ένα τεστ μαθηματικών σε μεταγενέστερο post-test και στην αξιολόγηση του σχολείου για την πρόοδο των παιδιών. Η διδασκαλία σχετικά με τη λογική των ποσοδεικτών και των συναρτήσεων βελτίωσε τη μαθηματική μάθηση σε παιδιά των οποίων τα αποτελέσματα λογικής ικανότητας υποδηλώνουν τις μεταγενέστερες δυσκολίες

στην εκμάθηση των μαθηματικών. Η βελτίωσή τους δεν μπορεί απλώς να εξηγηθεί ως παλινδρόμηση ως προς τον μέσο όρο: Ξεπέρασαν τα παιδιά από μια ομάδα ελέγχου με παρόμοιες χαμηλές επιδόσεις κατά την έναρξη του σχολείου.

Επομένως, τα αποτελέσματα αυτά υποδηλώνουν ότι η λογική αποτελεί τη βάση για την αφομοίωση της διδασκαλίας των μαθηματικών από τα παιδιά στο σχολείο. Οι ερευνητές θεωρούν ότι υπάρχει άμεση σχέση ανάμεσα στην κατανόηση των παιδιών στη λογική των ποσοτήτων στην αρχή του σχολείου και την εκμάθηση για το πώς να αναπαριστούν τις ποσότητες και να λειτουργούν με αυτές τις αναπαραστάσεις στο σχολείο.

Τέλος, οι ερευνητές προτείνουν να εξεταστούν οι εκπαιδευτικές επιπτώσεις αυτών των μελετών. Υπάρχει μια συζήτηση μεταξύ εκείνων που υποστηρίζουν τη διδασκαλία των μαθηματικών με τις κονστρουκτιβιστικές μεθόδους, οι οποίες υπογραμμίζουν στη λογική των παιδιών και του κινήματος «πίσω στα βασικά», το οποίο επικεντρώνεται στην εκμάθηση αριθμητικών γεγονότων. Τα αποτελέσματά της έρευνας δεν αφήνουν καμία αμφιβολία ότι η λογική έχει σημαντικό ρόλο στην επίτευξη των μαθηματικών των παιδιών, πέρα από και πάνω από αυτό στο οποίο ασκούνται οι μαθητές με ασκήσεις στην αριθμητική αναπαράσταση και στις υπολογιστικές δεξιότητες. Έτσι, η μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών πρέπει να τους παρέχει μια σταθερή βάση για την κατανόηση της λογικής των αριθμών και των συναρτήσεων. Ο χρόνος που επενδύεται στην προώθηση της λογικής κατανόησης των παιδιών είναι μια καλή επένδυση.

5.3.5. Έρευνα του KoSze Lee

Οι δυσκολίες των μαθητών στη συλλογιστική με λογικές συνεπαγωγές και μαθηματική απόδειξη έχουν τεκμηριωθεί ευρέως.¹³¹ Μελέτες σχετικά με τη συλλογιστική των μαθητών με λογικές συνεπαγωγές και μαθηματικές αποδείξεις αποκάλυψε ότι η έλλειψη γνώσης αντιπαραδειγμάτων μπορεί να είναι ένας κρίσιμος παράγοντας. Πρόσφατες γνωσιακές μελέτες έχουν επινοήσει τρόπους βελτίωσης της λογικής σκέψης των μαθητών μέσω του προσανατολισμού των μαθητών στην αναζήτηση πιθανών αντιπαραδειγμάτων¹³².

Οι μελέτες που ανέφεραν περιορισμένες επιδράσεις της λογικής εκπαίδευσης, δεν διερεύνησαν τη χρήση αντιπαραδειγμάτων ως εναλλακτική μορφή της λογικής εκπαίδευσης

¹³¹ Healy & Hoyles, 2000, Knuth, Choppin, & Bieda, 2009 apud KoSze Lee

¹³² Cheng κ.ά., 1986, Griggs & Cox, 1982, R. Platt & Griggs, 1993, apud KoSze Lee

ούτε τα αποτελέσματα αυτής της εκπαίδευσης στην επικύρωση των μαθηματικών αποδείξεων και της λογικής γνώσης των διαφορετικών προσεγγίσεων απόδειξης¹³³.

Η μελέτη του KoSze Lee με τίτλο «Students' Logical Reasoning and Mathematical Proving of Implications» («Η λογική σκέψη των μαθητών και η μαθηματική απόδειξη των συνεπαγωγών») εξέτασε το ρόλο της λογικής εκπαίδευσης στην ενίσχυση της λογικής σκέψης των μαθητών και των διαφόρων πτυχών της μαθηματικής απόδειξης. Στόχευε στο να διαπιστώσει αν η κατασκευή των πιθανών αντιπαραδειγμάτων από τους μαθητές μπορεί να έχει ευεργετικές συνέπειες στη συλλογιστική τους σχετικά με τις μαθηματικές συνεπαγωγές και τις μαθηματικές αποδείξεις. Η υπόθεση της μελέτης ήταν ότι λογική κατάρτιση που δίνει έμφαση στα αντιπαραδείγματα μπορούσε να βελτιώσει τη συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών των μαθητών καθώς και την ικανότητά τους για μαθηματική απόδειξη σε σύγκριση με τις άλλες δύο προσεγγίσεις που υπογράμμισαν τις παραβιάσεις των κανόνων και τους πίνακες αλήθειας. Μέχρι τότε η λογική εκπαίδευση βασιζόταν συνήθως σε πίνακες αλήθειας ακολουθούμενους από πρακτικές αποδείξεις. Αυτή η μελέτη στόχευε στη διερεύνηση της σκοπιμότητας άλλων προσεγγίσεων κατάρτισης που χρησιμοποιούν αντιπαραδείγματα, όπως υποδηλώνουν οι τεκμηριωμένες εμπειρικές μελέτες.¹³⁴

Πριν προχωρήσουμε στα στοιχεία της μελέτης είναι ίσως σκόπιμο να διευκρινίσουμε την έννοια του «αντιπαραδείγματος». Οι μαθηματικές συνεπαγωγές εκφράζονται συχνά με μια υπό όρους δήλωση της μορφής «Αν [δήλωση P] τότε [δήλωση Q]». Η αρχική δήλωση P και η συνεπαγόμενη Q είναι μαθηματικές προτάσεις σχετικά με μαθηματικές έννοιες και ιδιότητες. Η συνεπαγωγή θεωρείται λογικά και μαθηματικά αληθής όταν δεν μπορεί να βρεθεί μαθηματικό παράδειγμα που να ικανοποιεί την υπόθεση P αλλά όχι τη συνεπαγόμενη Q. Η συνεπαγωγή είναι λανθασμένη όταν η δήλωση «μια μαθηματική περίπτωση που ικανοποιεί την P αλλά όχι τη συνεπαγόμενη Q μπορεί να βρεθεί» είναι αληθής, δηλαδή υπάρχει ένα αντιπαραδείγμα της συνεπαγωγής (Durand-Guerrier, 2003,2008 apud KoSze Lee). Με άλλα λόγια, η λογική συνεπαγωγή χαρακτηρίζεται ως μια δήλωση που είναι λανθασμένη μόνο από το αντιπαραδείγμα που παράγει η πρόταση «Η P είναι αληθής και η δήλωση Q είναι ψευδής».

Υπάρχει μια λεπτή διαφορά μεταξύ της χρήσης των όρων, των λογικών συνεπαγωγών και των μαθηματικών συνεπαγωγών. Μια δήλωση θεωρείται «αληθής» ή «ψευδής» σύμφωνα

¹³³ Deer, 1969; Durand-Guerrier, 2003, Epp, 2003, Mueller, 1975, JL Platt, 1967 apud KoSze Lee

¹³⁴ (Cheng, et al 1986, Stylianides & Stylianides 2008 apud KoSze Lee

με το λογικό κριτήριο του αν υπάρχει ένα αντιπαράδειγμα. Δεν φέρει κανένα κριτήριο για το ποια σύνολα αντικειμένων εξετάζονται και πώς προέκυψε αυτό το αντιπαράδειγμα. Ο μαθηματικός χαρακτήρας μιας συνεπαγωγής, δηλαδή οι μαθηματικοί κανόνες και οι νόμοι, χρησιμοποιούνται ως κριτήριο για να διαπιστωθεί αν ένα αντιπαράδειγμα είναι μαθηματικά δυνατό.

Με τη σύνδεση μαθηματικά σημαντικών αλυσίδων λογικών συνεπαγωγών, τα μαθηματικά συμπεράσματα μπορούν να αποδειχθούν με βεβαιότητα και να παραμείνουν ισχυρά στη δυνατότητα των μαθηματικών αντιπαραδειγμάτων.¹³⁵ Η κατανόηση της μαθηματικής βεβαιότητας και της ανθεκτικότητας στην οποία βασίζεται η μαθηματική απόδειξη προέρχεται από την κατανόηση των λογικών συνεπαγωγών ως ισχυρισμών μαθηματικής σχέσης που δεν δέχονται αντιπαραδείγματα¹³⁶. Ως εκ τούτου, η ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν και να κατανοούν τις λογικές συνεπαγωγές είναι απαραίτητη για την επικύρωση των μαθηματικών εικασιών και την κατασκευή τυπικών ή άτυπων μαθηματικών αποδείξεων, αφού μια μαθηματική συνεπαγωγή σχετίζεται με ένα συμπέρασμα Q ως λογική συνέπεια της υπόθεσης P που περιορίζεται από τις μαθηματικές ιδιότητες που είναι σχετικές με την υπόθεση και το συμπέρασμα.

Όπως αναφέρει ο KoSze Lee, οι μαθητές συχνά παρουσίαζαν μικρή ικανότητα στην κατανόηση και τη χρήση των λογικών συνεπαγωγών στην μαθηματική απόδειξη.¹³⁷

Όλα τα παραπάνω υποδεικνύουν μια απάντηση στο ερώτημα αν η λογική κατάρτιση μπορεί να βελτιώσει τη συλλογιστική των μαθητών σχετικά με τις λογικές συνεπαγωγές και τη μαθηματική απόδειξη. Κατ' αρχάς η υπάρχουσα προσέγγιση της διδασκαλίας της λογικής με έμφαση στους πίνακες αληθείας και τους αφηρημένους κανόνες των λογικών συμπερασμάτων, φάνηκε να μη βοηθά τους μαθητές να περάσουν από την εμπειρική επαλήθευση στη λογική σκέψη. Όσον αφορά στο γνωστικό χάσμα μεταξύ της ικανότητας των μαθητών για λογική σκέψη και της μαθηματικής απόδειξης, φαίνεται ότι η ενίσχυση της ικανότητας των μαθητών σε λογικές συνεπαγωγές δεν ενισχύει την ικανότητα απόδειξης των μαθητών. Η απόδειξη των μαθητών ακολουθεί ένα εμπειρικό σχέδιο και η μετάβαση σε ένα σύστημα που βασίζεται στην παραγωγή φαίνεται να απαιτεί κάτι περισσότερο από την παραδοσιακή κατάρτιση στη λογική. Μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι η βελτίωση των δεξιοτήτων λογικής σκέψης των μαθητών και των μαθηματικών ικανοτήτων

¹³⁵ Benacerraf & Putnam, 1964 · Jahnke, 2008 apud KoSze Lee

¹³⁶ Durand-Guerrier, 2003 apud KoSze Lee

¹³⁷ Coe & Ruthven, 1994 · Durand-Guerrier, 2003 · Hoyles & Küchemann, 2003 · Knuth, et al., 2009 · Recio & Godino, 2001 apud KoSze Lee

απόδειξης είναι συνολικά δύο διαφορετικά ζητήματα. Ωστόσο, και τα δύο ζητήματα μπορούν να αναχθούν σε ένα θεμελιώδες γνωστικό ζήτημα που σχετίζεται με την διανοητική επεξεργασία των αντιπαραδειγμάτων από τους μαθητές.

Η κατασκευή αποδείξεων αναφέρεται στην ικανότητα των μαθητών να κατασκευάσουν παραγωγικά επιχειρήματα που συνδέουν τα δοσμένα μαθηματικά δεδομένα με τα υποτιθέμενα μαθηματικά συμπεράσματα. Η κατασκευή αποδείξεων δίνει έμφαση στον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές χρησιμοποιούν τις μαθηματικές γνώσεις τους για να συνδέσουν τα επιχειρήματα σε μια απόδειξη, επιπλέον της λογικής εγκυρότητας της απόδειξης.¹³⁸ Οι τύποι των αποδείξεων περιλαμβάνουν τυπικές ή άτυπες αναπαραστάσεις όπως μαθηματικές σημειώσεις ή διαγράμματα, επιχειρήματα που παρουσιάζονται σε αφηγηματική μορφή κλπ. Επομένως, η κατασκευή αποδείξεων περιλαμβάνει την ερμηνεία μαθηματικών αντικειμένων που σχετίζονται με τη συνεπαγωγή, τις παραστάσεις μαθηματικών αντικειμένων και τη χρήση αυτών των μαθηματικών παραστάσεων για να κάνουν λογικές και παραγωγικές συνδέσεις των μαθηματικών δηλώσεων.

Η αξιολόγηση της απόδειξης αναφέρεται στην ικανότητα των μαθητών να αξιολογήσουν μια παρουσιαζόμενη απόδειξη για την εγκυρότητά της ως μαθηματική απόδειξη. Οι μαθητές πρέπει να αξιολογήσουν αν γίνεται χρήση μη έγκυρων μαθηματικών ιδιοτήτων ή και παραπλανητικών λογικών αρχών. Η ικανότητα των σπουδαστών να επικυρώσουν την απόδειξη ήταν επίσης σχετικά ανεξάρτητη από την ικανότητά τους να κατασκευάσουν αποδείξεις.¹³⁹

Μια κρίσιμη ένδειξη της ικανότητας των μαθητών είναι η αξιολόγηση της (μη έγκυρης) εμπειρικής απόδειξης. Εάν καμία από τις περιπτώσεις που εξέταζαν οι μαθητές δεν αποδείκνυε λανθασμένη τη συνεπαγωγή, η συνεπαγωγή θεωρείτο ως μαθηματικά αληθής, κάτι το οποίο είναι λογικά επισφαλές αφού δεν αποδείχθηκε ότι όλες οι περιπτώσεις ικανοποιούν τη συνεπαγωγή.

Μία κοινή μέθοδος έμμεσης απόδειξης που διδάσκεται στις τάξεις του Λυκείου είναι η απόδειξη με χρήση αντίφασης – διαφορετικά γνωστή ως μέθοδος της «εις άτοπο απαγωγή». Η απόδειξη ξεκινά υποθέτοντας αρχικά την ύπαρξη ενός αντιπαραδείγματος που ικανοποιεί την υπόθεση αλλά όχι το συμπέρασμα και στη συνέχεια ότι ένα τέτοιο αντιπαραδείγμα είναι μαθηματικά και λογικά αδύνατο, αποδείχνοντας έτσι την αρχική συνεπαγωγή.

¹³⁸ Weber & Alcock, 2004 apud KoSze Lee

¹³⁹ A. Stylianides & Stylianides, 2009a, Weber, 2010 apud KoSze Lee.

Μια άλλη πτυχή της ικανότητας απόδειξης είναι η ικανότητα των μαθητών να αναγνωρίσουν τη λογική ισοδυναμία μεταξύ των αποδείξεων για τη συνεπαγωγή και αυτών για την αντιθετοαντίστροφή της.¹⁴⁰

Ο KoSze Lee υπέθεσε ότι η λογική κατάρτιση που δίνει έμφαση στη δημιουργία αντιπαραδειγμάτων μπορεί να αποφέρει ευεργετικά αποτελέσματα στη συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών των σπουδαστών καθώς και στην ικανότητα των μαθητών να αποδείξουν μαθηματικά. Επιπλέον, η διατύπωση των καθηκόντων συλλογιστικής μπορεί να ενισχύσει περαιτέρω τη λογική τους συλλογιστική, προβάλλοντας τα συλλογιστικά τους σχήματα κανόνων άδειας και υποχρεώσεων ή λογικής ερμηνείας. Με βάση την υπόθεσή του έθεσε τα παρακάτω ερωτήματα για την έρευνά του:

- 1) Σε σύγκριση με τη συμβατική προσέγγιση, πώς η λογική κατάρτιση που δίνει έμφαση στη δημιουργία αντιπαραδειγμάτων επηρεάζει τη συλλογιστική των μαθητών με λογικές συνεπαγωγές σε διαφορετικές διατυπώσεις;
- 2) Σε σύγκριση με τη συμβατική προσέγγιση, πώς η λογική κατάρτιση που δίνει έμφαση στη δημιουργία αντιπαραδειγμάτων επηρεάζει την επικύρωση των αποδείξεων από τους μαθητές σε διαφορετικές διατυπώσεις;
- 3) Πώς η λογική κατάρτιση που δίνει έμφαση στη δημιουργία αντιπαραδειγμάτων επηρεάζει τη γνώση των μεθόδων απόδειξης των μαθητών σε διαφορετικές διατυπώσεις;
- 4) Σε ποιο βαθμό η συλλογιστική των λογικών συνεπαγωγών των μαθητών συσχετίζεται με την ικανότητά τους να αποδείξουν μαθηματικά;
- 5) Πώς οι μαθητές τροποποιούν μια λανθασμένη μαθηματική συνεπαγωγή σε μια μαθηματικά αληθινή συνεπαγωγή με βάση τα παραδείγματα και αντιπαραδείγματα που παράγουν οι ίδιοι;

Στην έρευνα συμμετείχαν συνολικά 60 μαθητές ηλικίας 14-15 ετών από τρεις σχολικές μονάδες της Σιγκαπούρης. Δεκατρείς μαθητές ήρθαν από την πρώτη μονάδα, 39 από τη δεύτερη και 8 από την τρίτη.

¹⁴⁰ Για μια συνεπαγωγή της μορφής «Εάν [δήλωση P] τότε [δήλωση Q]», η αντιθετοαντίστροφή της είναι η «Εάν [όχι Q] τότε [όχι P]». Αυτές είναι λογικά ισοδύναμες.

Σχεδιασμός:

Διαδικασία/ Κατάσταση	Έλεγχος (E)	Αντιμετώπιση (παραγωγή)	
		Άδεια και υποχρέωση (AY)	Wason (W)
Μέρα 1η : Pretest Προεπιλογή	pre-test		
Μέρα 2 ^η : Εκπαίδευση I	Εκπαίδευση που χρησιμοποιήσε λογικούς πίνακες αλήθειας με εφαρμογή στην	Εκπαίδευση με επιλογή εργασιών που αφορούν περιπτώσεις άδειας και υποχρέωσης.	Εκπαίδευση που χρησιμοποίησε εργασίες επιλογής Wason
Μέρα 3 ^η : Εκπαίδευση II	Κατασκευή απόδειξης και αξιολόγηση απόδειξης	Παρόμοιες εργασίες επιλογής, δημιουργία παραβιάσεων του κανόνα και	Παρόμοιες εργασίες επιλογής, δημιουργία αντιπαραδειγμάτων των συνεπαγωγών και αξιολόγηση
Μέρα 4 ^η : Τελικό τεστ/ Συνέντευξη μετά τη μελέτη	Τελική -δοκιμή και ημι-δομημένη συνέντευξη τυχαία επιλεγμένων μαθητών		

Κατά τη διάρκεια των δύο ημερών κατάρτισης εκπαιδεύτηκαν για λογική αιτιολόγηση των συνεπαγωγών που βασίζονται σε διαφορετικές προσεγγίσεις, που στη συνέχεια οδήγησαν στην απόδειξη κατασκευής, στην παραγωγή παραβιάσεων είτε σε αντιπαραδείγματα του κανόνα. Η εκπαίδευση που χρησιμοποιήθηκε στη συνθήκη ελέγχου ήταν μια απλοποιημένη εκδοχή της χρήσης λογικών πινάκων αλήθειας για την απεικόνιση και εφαρμογή της διαδικασίας λογικής αιτιολογίας των συνεπαγωγών στις μαθηματικές κατασκευές απόδειξης, χρησιμοποιώντας επεξεργασμένα (worked-out) παραδείγματα. Στην κατάσταση Ελέγχου (E), εισήχθησαν πίνακες λογικής αλήθειας για να τονιστεί η λογική σχέση μεταξύ των δύο συστατικών μερών οποιασδήποτε συνεπαγωγής, δηλαδή της προκείμενης και της επόμενης πρότασης.

. Τα υποκείμενα ακολούθως εφάρμοσαν την κατανόησή τους για να κατασκευάσουν τις αλυσίδες των παραγωγικών συμπερασμάτων που προέκυψαν από το προηγούμενο για να αποδείξουν τις μαθηματικές συνεπαγωγές.

Αποτελέσματα: Η μαθηματική απόδειξη των παιδιών στη συνέντευξη επηρεάστηκε από την ερμηνεία των μαθητών στη συνεπαγωγή, την επιλογή και χρήση αναπαραστάσεων και την αναγνώριση μαθηματικών προτύπων (μοτίβων).

Επίδραση της λογικής εκπαίδευσης σε διάφορους τομείς μαθηματικής απόδειξης:

Η εκπαίδευση των μαθητών στη λογική έχει βελτιώσει τη χρήση παραγωγικών συμπερασμάτων στη μαθηματική απόδειξη. Παρόλα αυτά οι επιτυχίες των μαθητών περιορίστηκαν από άλλους παράγοντες, που υποτέθηκε ότι ήταν η ερμηνεία των μαθηματικών προτάσεων και της μαθηματικής γνώσης. Η επιλογή και χρήση αναπαραστάσεων και η αναγνώριση μαθηματικών προτύπων (μοτίβων) θεωρήθηκαν συστατικά της μαθηματικής γνώσης.

Επίδραση της λογικής εκπαίδευσης στην χρήση παραγωγικών συμπερασμάτων:

Για να δείξει ότι η λογική εκπαίδευση βελτίωσε στα παιδιά τη χρήση των παραγωγικών συμπερασμάτων στη μαθηματική απόδειξη, παρουσιάζει στοιχεία από τα πειραματικά δεδομένα και τις συνεντεύξεις στις επιδόσεις των παιδιών στην κατασκευή παραγωγικών αποδείξεων, στην επικύρωση της απόδειξης με αντίφαση («εις άτοπο απαγωγή»), γνώση της απόδειξης που συνδέεται με την αντίθετη και την αντιθετοαντίστροφη.

Η κατασκευή παραγωγικών αποδείξεων έδειξε αυξημένη χρήση παραγωγικών συμπερασμάτων, πιθανόν λόγω των λυμένων παραδειγμάτων που έδειξαν τη διαδικασία των παραγωγικών συμπερασμάτων, χρησιμοποιώντας το ίδιο σύνολο αναπαραστάσεων και συναρτήσεων για την απόδειξη της ίδιας μαθηματικής έννοιας.

Οι μαθητές βελτίωσαν την επίδοσή τους στις εργασίες επικύρωσης της απόδειξης με αντίφαση, το οποίο επιβεβαιώνει ότι η λογική εκπαίδευση βελτιώνει την εξαγωγή παραγωγικών συμπερασμάτων.

Γνώση της απόδειξης που συνδέεται με την αντίθετη και αντιθετοαντίστροφη:

Παρομοίως, η βελτιωμένη επίδοση στον προσδιορισμό λογικών ισοδυναμιών ή μη των αντίθετων και αντιθετοαντίστροφων συνεπαγωγών αποδίδεται εύλογα στη βελτίωση των παραγωγικών συμπερασμάτων των μαθητών με τη λογική εκπαίδευση.

Συμπεραίνει ότι η λογική εκπαίδευση έχει τη θέση της στην ανάπτυξη της λογικής σκέψης και λογικής απόδειξης. Η προσέγγιση αυτής της μελέτης που βασίστηκε σε πίνακες αληθείας με έμφαση στην καταστρατήγηση κανόνων και τα αντιπαραδείγματα, ήταν εξίσου βοηθητική στη βελτίωση της χρήσης των παραγωγικών συμπερασματικών διαδικασιών από τους μαθητές κατά τη διάρκεια κατασκευής παραγωγικών αποδείξεων, για να δικαιολογήσει μαθηματικά συμπεράσματα, στην αξιολόγηση λογικών ισοδυναμιών σε παρόμοιες μαθηματικές προτάσεις (αντίστροφες και αντιθετοαντίστροφες) και τη σκέψη με αντίφαση.

«Όπως έχει υποστηριχτεί και σε άλλες μελέτες», αναφέρει, «η λογική σκέψη προμηθεύει στους μαθητές τα λογικά θεμέλια για να αποδεικνύουν μαθηματικές προτάσεις μέσω της βελτίωσης της χρήσης από τους μαθητές παραγωγικών συμπερασμάτων. Σε αντίθεση με τη σύσταση των Stylianides & Stylianides που προτείνουν τη χρήση εργασιών επιλογής (selection task) που δίνουν έμφαση σε παραβιάσεις κανόνων στο πλαίσιο της πραγματικής ζωής, αυτή η μελέτη πρότεινε τη χρήση του εργασιών επιλογής Wason (Wason selection task) ως μέρος της λογικής εκπαίδευσης για τη βελτίωση της λογικής σκέψης. Η έμφαση στα αντιπαραδείγματα βελτιώνει τη λογική σκέψη των παιδιών σχετικά με προτάσεις της μορφής «Αν.....τότε.....» σε μαθηματικό πλαίσιο.

Η διδασκαλία των μαθηματικών, θα έπρεπε να παίρνει υπόψη της τη λογική εκπαίδευση στην τάξη, βασισμένη σε πίνακες αληθείας ή άλλες προσεγγίσεις όπως η χρήση των εργασιών επιλογής Wason. Πολλές μαθηματικές έννοιες και σχέσεις μπορούν να δηλωθούν ως μαθηματικές συνεπαγωγές. Από τη στιγμή που η λογική εκπαίδευση βελτίωσε την παραγωγή παραγωγικών συμπερασμάτων στους μαθητές θα μπορούσε να υποστηρίξει τις μαθηματικές κρίσεις αυτών των εννοιών και σχέσεων στην τάξη».

Ο ρόλος των αντιπαραδειγμάτων στη μαθηματική σκέψη και απόδειξη:

Η χρήση αντιπαραδειγμάτων είναι μια αποτελεσματική προσέγγιση που βελτιώνει τη λογική σκέψη των παιδιών και τη μαθηματική απόδειξη. Η αναπαράσταση των αντιπαραδειγμάτων και η κατανόηση της δυνατότητας αντιπαραδειγμάτων, υποστήριξε την κατασκευή μαθηματικών αποδείξεων από τους μαθητές στον ίδιο βαθμό με άλλους μαθητές που εκπαιδεύτηκαν στη χρήση πινάκων αληθείας και παρουσιάσεις αποδείξεων. (proof demonstration)

Άλλος ρόλος της χρήσης αντιπαραδειγμάτων μπορεί να είναι η υποστήριξη των μαθητών στην απόδειξη με αντίφαση (εις άτοπον απαγωγή). Συχνά οι μαθητές είχαν δυσκολία να

κατανοήσουν την απόδειξη με εις άτοπον απαγωγή γιατί η απόδειξη υπέθετε ότι η άρνηση του συμπεράσματος είναι αληθής και κατέληγε σε αντίφαση αντί να αποδεικνύει ευθέως γιατί η πρόταση είναι αληθής. Δεν μπορούσαν να κατανοήσουν το σκεπτικό της απόδειξης ενός συμπεράσματος μέσω της απόδειξης ότι το αντίθετό του είναι ψευδές. Η χρήση αντιπαραδειγμάτων θα μπορούσε να βοηθήσει στην εξήγηση γιατί η απόδειξη με εις άτοπον έχει έννοια μαθηματικά.

Αν το ίδιο είδος εκπαίδευσης εφαρμοζόταν στην τάξη, οι μαθητές και οι καθηγητές θα μπορούσαν να περιμένουν τα εξής: Η κατανόηση των μαθητών σε παραγωγικά συμπεράσματα θα είχε ενισχυθεί. Θα μπορούσαν να έχουν κατανοήσει τη σχέση ανάμεσα στην αλήθεια ενός συμπεράσματος και το αντιπαραδείγμα και να είναι ικανοί να κατασκευάζουν παραγωγική απόδειξη. Παρ' όλα αυτά οι επιδόσεις τους περιορίζονταν από την προηγούμενη μαθηματική γνώση, ειδικότερα την ερμηνεία και αναπαράσταση του συμπεράσματος. Με άλλα λόγια, με βάση τα ευρήματα της έρευνας, η καλύτερη λογική σκέψη των μαθητών είναι χρήσιμη, αλλά πιθανόν ανεπαρκής να διευκολύνει βελτιωμένες μαθηματικές κατασκευές αποδείξεων. Αντίστροφα, η απόδοση στους μαθητές χαμηλών επιδόσεων στην κατασκευή μαθηματικής απόδειξης, θα μπορούσε να οφείλεται στην έλλειψη ευχέρειας λογικής σκέψης, θα μπορούσε να είναι επιπολαιότητα και ίσως υπάρχουν κι άλλοι παράγοντες.

Να σημειωθεί ότι μια από τις εκπαιδευτικές προσεγγίσεις βασίστηκε σε μια συμβατική προσέγγιση που χρησιμοποιείται στο Πανεπιστήμιο. Εισήγαγε αρχικά τους λογικούς πίνακες αληθείας, τους συνδεδεμένους λογικούς νόμους παραγωγής και, επακόλουθα, την εφαρμογή τους στη μαθηματική απόδειξη. Έτσι ο προηγούμενος ισχυρισμός ταιριάζει και στις πανεπιστημιακές τάξεις: Η λογική εκπαίδευση που βασίζεται σε συμβατικές προσεγγίσεις είναι αναγκαία αλλά πιθανόν ανεπαρκής για να διευκολύνει την επίδοση των φοιτητών στην κατασκευή αποδείξεων. Η έλλειψη λογικής σκέψης είναι ένας από τους πολλούς παράγοντες που παίζουν ρόλο.

Παρομοίως η καλύτερη λογική σκέψη δε μεταφράζεται απαραίτητα σε καλύτερη επικύρωση και γνώση αποδείξεων. Τα αποτελέσματα αυτής της έρευνας, αλλά και άλλων ερευνών, δείχνουν για παράδειγμα ότι ένα μεγάλο μέρος μαθητών, αντιμετώπισε την αντίστροφη μιας συνεπαγωγής, ως λογικά ισοδύναμο με την αρχική πρόταση. Πολλοί μαθητές αποδέχτηκαν την εμπειρική απόδειξη ως έγκυρη. Φαίνεται ότι οι μαθητές είχαν δυσκολίες να ξεχωρίσουν την αλήθεια από την εγκυρότητα και η λογική εκπαίδευση που δόθηκε σε αυτή τη μελέτη είναι ανεπαρκής να αντιμετωπίσει αυτό το θέμα.

Μια ισχυρή κριτική της λογικής εκπαίδευσης, γράφει, είναι η εξής: Μια διδακτική θεωρία λογικής σκέψης για τα μαθηματικά είναι περισσότερο χρήσιμη για να δομήσει τις μαθηματικές δραστηριότητες και να επιτύχει τους διδακτικούς στόχους τους σχετικούς με τη μαθηματική σκέψη και απόδειξη. Τουλάχιστον η θεωρία θα έπρεπε να σκιαγραφεί τα διάφορα γνωστικά συστατικά της διαδικασίας λογικής σκέψης των παιδιών και να προτείνει παιδαγωγικές δραστηριότητες που βελτιώνουν ένα ιδιαίτερο συστατικό. Οι παιδαγωγικές συστάσεις που έχουν γίνει από τους Epp και Stylianides & Stylianides και αφορούν τη χρήση των εργασιών επιλογής (selection tasks) και συγκεκριμένων παραδειγμάτων είναι τμήματα της διδακτικής θεωρίας για τη βελτίωση της χρήσης λογικών αρχών στα μαθηματικά από τους μαθητές. Πρόσθετα στοιχεία της διδακτικής θεωρίας περιλαμβάνουν την ερμηνεία των συμπερασμάτων και τη μαθηματική γνώση των μαθητών, και άλλα σημαντικά στοιχεία που αναφέρθηκαν σε αυτή τη μελέτη.

Πολλή από τη διδακτική θεωρία έχει επικεντρωθεί στους κανόνες συμπερασμάτων από τους λογικούς πίνακες αληθείας όπως αυτοί επεκτείνονται άτυπα σε εφαρμογές της πραγματικής ζωής. Συγχρόνως υπάρχει προσδοκία ότι αυτές οι διδακτικές θα μπορούσαν να αναπτύξουν την ικανότητα των μαθητών να κρίνουν τις μαθηματικές τους ιδέες και να εμβαθύνουν τη μαθηματική κατανόηση μέσω της λογικής σκέψης και απόδειξης. Παρ' όλα αυτά αυτή η μελέτη υπαινίσσεται μερικά κενά που απαιτούν την προσοχή των διδασκόντων όταν σκέφτονται για τη λογική σκέψη στα μαθηματικά.

Το πρώτο κενό αφορά την ικανότητα των μαθητών να ερμηνεύουν μαθηματικές προτάσεις λογικά χωρίς να γενικεύουν ή να εξειδικεύουν. Στις συνεντεύξεις φάνηκε ότι αν οι μαθητές δεν είχαν αντίληψη της παρερμηνείας ενός συμπεράσματος (π.χ. το «τουλάχιστον τρία», γίνεται «τρία», οι «πρώτοι αριθμοί», «μονοί πρώτοι αριθμοί») θα ήταν απίθανο να διορθώσουν το συλλογιστικό τους λάθος, που δεν οφειλόταν σε λάθος της διαδικασίας απόδειξης αλλά σε λάθος ερμηνείας. Η ανάπτυξη των ικανοτήτων των μαθητών στον εξονυχιστικό έλεγχο της ερμηνείας της λογικής σκέψης πριν τα επακόλουθα διδακτικά συμπεράσματα φαίνεται καίρια.

Το δεύτερο κενό αφορούσε την προηγούμενη γνώση μαθηματικών προτύπων (μοτίβων) (π.χ. η αναγνώριση ότι όλοι οι πρώτοι αριθμοί είναι περιττοί εκτός από το 2). Οι μαθητές είχαν την τάση να παράγουν μαθηματικά σύνολα βασισμένα σε μαθηματικά πρότυπα και να τα αντιμετωπίζουν ως αληθοφανή πεδία αιτιολόγησης. Δεδομένου ότι η σκέψη βάσει προτύπων είναι αναπόφευκτο μέρος των ανθρώπινων συμπερασμάτων, η αξιοποίηση αυτής της διαδικασίας σκέψης για να υποστηρίξει τη λογική σκέψη φαινόταν λογική

διδασκτικά. Ένα θετικό παράδειγμα θα ήταν οι μαθητές να γενικεύουν το πρότυπο που παρατηρούσαν και να το χρησιμοποιούν για να οικοδομήσουν μια παραγωγική μαθηματική απόδειξη.

Με λίγα λόγια, μια διδακτική θεωρία λογικής σκέψης για τα μαθηματικά πρέπει να προσδιορίσει τα διάφορα γνωστικά συστατικά της λογικής σκέψης των μαθητών. Ταυτόχρονα με το κύριο στοιχείο της λογικής σκέψης των μαθητών στην ερμηνεία των μαθηματικών προτάσεων, χρειάζεται να προσδιοριστούν και άλλα στοιχεία που συχνά παραμελούνται. Η βελτίωση της λογικής σκέψης των μαθητών με όρους αυτών των στοιχείων είναι κεντρική στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και απόδειξης.

Η επιτυχία των μαθητών στην κατασκευή μαθηματικών αποδείξεων προσδιορίστηκε από τη γνώση στα μαθηματικά. Η επιλογή των αναπαραστάσεων των μαθητών που ήταν μέρος της μαθηματικής τους γνώσης είχε την ίδια σημασία με τη λογική τους γνώση, ίσως γιατί οι αναπαραστάσεις μπορούσαν να ταξινομήσουν πολλές μαθηματικές περιπτώσεις σε διαχειρίσιμους αριθμούς π.χ. 3 διαδοχικοί αριθμοί εκφράζονται με x , $x+1$, $x+2$. Οι μαθητές που μπορούσαν να εκμεταλλευτούν τη μαθηματική χρησιμότητα των αναπαραστάσεων, ήταν ικανοί να κατασκευάσουν παραγωγικές αποδείξεις ενώ οι μαθητές που δεν είχαν πρόσβαση σε πιο χρήσιμες αναπαραστάσεις, έβρισκαν καταφύγιο σε πρότυπα παρόμοια με τις μαθηματικές τους αιτιολογήσεις. Για την υποστήριξη της απόδειξης, η διδασκαλία των μαθητών στην τάξη πρέπει να τονίσει τα πλεονεκτήματα των διαφορετικών αναπαραστάσεων για να μειώσει το άπειρο πλήθος περιπτώσεων σε πεπερασμένο πλήθος συνόλων. Οι συγκρίσεις της χρήσης τουλάχιστον δύο διαφορετικών αναπαραστάσεων μερικών συμπερασμάτων, μπορεί να είναι πηγή για συζήτηση στην τάξη, που τονίζει τη χρησιμότητα κάθε αναπαράστασης για κάθε συμπέρασμα.

5.3.6. Διαφωνίες για τη χρησιμότητα της διδασκαλίας της λογικής

Εκτός από αυτούς που υποστηρίζουν, υπάρχουν κι εκείνοι που αντιτίθενται στη διδασκαλία της λογικής στα σχολεία όλων των βαθμίδων, με το επιχείρημα ότι όχι μόνο δε βοηθά στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών αλλά μπορεί να τη δυσκολέψει.

Στην αμερικανική εκπαίδευση είχε ξεσπάσει μια έντονη διαμάχη ανάμεσα στους υποστηρικτές της ενορατικής και της παραγωγικής – αξιωματικής προσέγγισης στη διδασκαλία των μαθηματικών. Ένας από τους ένθερμους υποστηρικτές της πρώτης

προσέγγισης είναι ο Morris Kline.¹⁴¹ Στο άρθρο του «Λογική εναντίον Παιδαγωγικής»¹⁴² ισχυρίζεται ότι η κατανόηση των μαθηματικών γίνεται διαισθητικά και η λογική παρουσίαση είναι, στην καλύτερη περίπτωση, ένα βοηθητικό μέσο μάθησης και στην χειρότερη ένα σημαντικό εμπόδιο.

Ξεκινά από τη διαπίστωση ότι τα μαθηματικά διακρίνονται για την εμμονή τους στην παραγωγική απόδειξη, που βασίζεται σε ρητά διατυπωμένα αξιώματα, σαν προϋπόθεση για την αποδοχή των συμπερασμάτων τους. Η παραγωγική απόδειξη έχει δώσει κύρος στα μαθηματικά αφού έχει ενδυναμώσει την όλη δομή τους και έχει δώσει συνοχή στο περιεχόμενό τους. Παρατηρεί στη συνέχεια ότι η παραγωγική αυτή οργάνωση των μαθηματικών έχει υιοθετηθεί και είναι σήμερα ο διαδεδομένος τρόπος διδασκαλίας σε όλα τα επίπεδα της εκπαίδευσης. Η παραγωγική μέθοδος παρουσίασης των μαθηματικών προβάλλεται και σαν παιδαγωγική μέθοδος διδασκαλίας τους. Ο ίδιος διαφωνεί με την προσέγγιση αυτή και αντιπροτείνει την εννοιακή μέθοδο, αν και αποδέχεται ότι η φύση και η λειτουργία της είναι κάπως ασαφής. Ενόραση σημαίνει κάποια άμεση σύλληψη μιας ιδέας είτε πρόκειται για έννοια είτε για απόδειξη.

Κατά τη γνώμη του εκτός από το γεγονός ότι η παραγωγική μέθοδος δεν είναι η παιδαγωγικά καλύτερη μέθοδος προσέγγισης των μαθηματικών, εισάγει και διαστρεβλωμένες απόψεις για τα μαθηματικά. Τα μαθηματικά είναι κύρια «μια δημιουργική δραστηριότητα κι αυτό σημαίνει φαντασία, γεωμετρική ενόραση, πειραματισμό, κριτική υπόθεση, δοκιμές και πλάνες, χρήση αναλογικών μεθόδων και λάθη». Όπως είπε ο Gauss «έχω το συμπέρασμά μου, αλλά δεν ξέρω ακόμα πώς να το βγάλω». Η διατύπωση της τελικής παραγωγικής μορφής είναι μια κουραστική υπόθεση.

Η δημιουργικότητα προϋποθέτει ευελιξία στη λύση προβλημάτων και οποιεσδήποτε ιδέες από οποιαδήποτε περιοχή των μαθηματικών πρέπει να μας ικανοποιούν ανεξάρτητα από το αν περικλείονται ή όχι στα όρια μιας συγκεκριμένης αξιωματικής δομής. Η τελευταία λειτουργεί σαν χαλινάρι του νου. Τι συνεισφέρει η λογική στη δημιουργία των εννοιών; Ο ορισμός πχ της καμπυλότητας μιας επιφάνειας δεν μπορεί να εξαχθεί με παραγωγική σκέψη με βάση κάποια αξιώματα. Απαιτείται διορατικότητα για να εκτιμηθεί ότι η έννοια

¹⁴¹ Ο Morris Kline ήταν καθηγητής και διευθυντής των προπτυχιακών σπουδών του Πανεπιστημίου της Νέας Υόρκης, είχε διατελέσει ερευνητής στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Σπουδών, διευθυντής στο Ινστιτούτο Courant, και πανεπιστημιακός δάσκαλος στα Πανεπιστήμια του Stanford, του Aachen και του New York. Δημοσίευσε πολλά κείμενα τοπολογίας, ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας, ιστορίας, φιλοσοφίας των μαθηματικών και παιδαγωγικής.

¹⁴² Μετάφραση Δημήτρη Χασάπη

αυτή μπορεί να παρασταθεί με το γινόμενο της μέγιστης επί την ελάχιστη καμπυλότητα των καμπυλών που διέρχονται από ένα σημείο της επιφάνειας.

Μερικές από τις σπουδαιότερες μαθηματικές ιδέες δεν ήταν με κανένα τρόπο αποτέλεσμα λογικής σκέψης, ισχυρίζεται, και φέρνει ως παράδειγμα την ιδέα της εφαρμογής των μη Ευκλείδειων γεωμετριών στο φυσικό χώρο. Η λογική πλευρά, δηλαδή τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την υπόθεση ενός μη – ευκλείδειου αξιώματος παραλληλίας, ήταν σχετικά εύκολη δουλειά.

Η λογική, γράφει, δεν ανακαλύπτει τίποτε, ούτε ένα θεώρημα ούτε την απόδειξή του, ακόμα και στην περίπτωση της αξιωματικής διατύπωσης γνωστών συμπερασμάτων. Η προσήλωση στην παραγωγική μέθοδο αφαιρεί κάθε ουσιαστική δραστηριότητα. Η λογική τυποποίηση μπορεί να είναι ένα πρότυπο και μια αναγκαιότητα για τα μαθηματικά δεν είναι όμως η ουσία. Ο μαθητής πρέπει να δημιουργεί μαθηματικά – για την ακρίβεια να τα αναδημιουργεί με τη βοήθεια του δασκάλου. Ο μαθητής μπορεί να ωθηθεί στην «ανακάλυψη» αν καλλιεργηθεί η ενορατική του σκέψη, αλλά είναι αδύνατο να αυτενεργήσει στα πλαίσια μιας λογικής τυποποίησης, η οποία είναι πάντα μια τεχνητή ανακατασκευή της αρχικής δημιουργικής εργασίας.

Η λογική παραγωγή, συνεχίζει, είναι διαστρέβλωση των μαθηματικών για έναν ακόμη λόγο: Οι έννοιες, τα θεωρήματα και οι αποδείξεις ξεπηδούν από τις εμπειρίες του πραγματικού κόσμου και είναι η πράξη που επιβεβαιώνει ή απορρίπτει την ορθότητά τους. Αφού έχουμε προσδιορίσει τις ιδιότητες των μαθηματικών εννοιών και πράξεων με βάση τη χρήση τους, τότε επινοούμε μια λογική δομή που αιτιολογεί τεχνικά αυτές τις ιδιότητες. Η λογική δηλαδή δεν υπαγορεύει το περιεχόμενο των μαθηματικών, αλλά, αντίστροφα, η πράξη υπαγορεύει τη λογική δομή τους. Η λογική οργάνωση είναι απλά μια μετα – σκέψη που επικυρώνει τις κατακτήσεις της ενόρασης. Έτσι για να προσθέσουμε κλάσματα, βρίσκουμε ένα κοινό παρονομαστή και προσθέτουμε τους αριθμητές, ενώ για να τα πολλαπλασιάσουμε πολλαπλασιάζουμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή. Αφού έχουμε προσδιορίσει τις ιδιότητες των κλασμάτων με βάση τη χρήση τους, κατόπιν επινοούμε μια λογική δομή, που αιτιολογεί αυτές τις ιδιότητες.

Σε άλλο σημείο του άρθρου του διατυπώνει την άποψη ότι η παραγωγική ανάπτυξη ενός κλάδου των μαθηματικών είναι συχνά τόσο τεχνικά κατασκευασμένη που δε σημαίνει τίποτα. Φέρνει ως παράδειγμα την παραγωγική θεμελίωση του συστήματος των πραγματικών αριθμών: Η εισαγωγή των κλασμάτων και των αρνητικών αριθμών σαν

ζευγών με ειδικούς ορισμούς για τις πράξεις τους είναι τόσο εξωπραγματικές και ξένες προς το νόημα και τις χρήσεις αυτών των αριθμών, ώστε αποκλείουν κάθε ουσιαστική κατανόησή τους. Σε αυτές τις θεμελιώσεις το -2 ορίζεται ως ο αριθμός που προστιθέμενος στο 2 μας δίνει το 0. Ένας τέτοιος ορισμός δεν αφήνει κανένα περιθώριο στο μαθητή να κατανοήσει το -2. Στην περίπτωση δε που ο μαθητής έχει καταφέρει να κατανοήσει (ενορατικά) το αριθμητικό σύστημα, η λογική ανάπτυξη όχι μόνο δε θα ενισχύσει αλλά θα καταστρέψει αυτή την κατανόηση. Επίσης στο συγκεκριμένο παράδειγμα η παραγωγική προσέγγιση παραπλανεί: Επεκτείνοντας το σύστημα των αριθμών από τους φυσικούς στα άλλα είδη αριθμών επιμένουμε στη διατήρηση κάποιων ιδιοτήτων όπως η αντιμεταθετική ή η προσεταιριστική ιδιότητα των πράξεων, δημιουργώντας έτσι την εντύπωση στους μαθητές ότι αυτές είναι αναγκαίες ιδιότητες όλων των μαθηματικών μεγεθών. Τότε όμως γιατί δεν επεκτείνουμε τις ιδιότητες της διάταξης στους μιγαδικούς; Η λογική παρουσίαση δίνει στο μαθητή μια εντελώς λανθασμένη εντύπωση για το πώς αναπτύσσονται τα μαθηματικά. Επίσης τον οδηγεί στην πίστη ότι τα μαθηματικά είναι δημιουργήματα ιδιοφυών ανθρώπων που, ξεκινώντας από τα αξιώματα, καταλήγουν στα θεωρήματα, κάνοντάς τον έτσι να αισθάνεται ματαιοπονία και πνευματική κατωτερότητα. Τον κάνει να δεχτεί ότι τα μαθηματικά είναι η συναγωγή συμπερασμάτων από σαφώς διατυπωμένες υποθέσεις, και ότι σε αυτή τη διαδικασία δεν έχει σημασία το νόημα των υποθέσεων η αλήθεια ή το ψεύδος τους. Στην πραγματικότητα όμως ο ερευνητής μαθηματικός δεν εργάζεται με αυτόν τον αυστηρά λογικό τρόπο. Κάνει ουσιαστική χρήση της φαντασίας του και προχωρεί ενορατικά με τη βοήθεια δοκιμαστικών υποθέσεων. Είναι πολλά τα παραδείγματα μαθηματικών οι οποίοι διατύπωσαν μεγάλης σημασίας θεωρήματα, χωρίς να μπορέσουν να τα αποδείξουν.¹⁴³

Η εμμονή στην παραγωγική λογική στερεί το μαθητή από τη διάσταση αυτή που αποτελεί και την ουσία των μαθηματικών. Δημιουργεί όμως και πρακτικά προβλήματα. Αν ο μαθητής έχει να αποδείξει μια σχέση όπως την $a(a^3 + b^2) = a^4 + ab^2$ και πρέπει να δικαιολογήσει κάθε βήμα, είναι υποχρεωμένος να σκέφτεται προσεκτικά και να δίνει εξηγήσεις σε τόσα πολλά σημεία, καταναλώνοντας χρόνο για πράγματα που θα έκανε αυτόματα χρησιμοποιώντας την εμπειρία του με τους αριθμούς. Είναι προτιμότερο να αποστηθίζει ο μαθητής τις βασικές ιδιότητες (προσεταιριστική, αντιμεταθετική, επιμεριστική) ώστε να τις χρησιμοποιεί αυτόματα. Θα έπρεπε να είμαστε ευτυχείς που οι μαθητές δέχονται

¹⁴³ Η «εικασία του Poincaré» χρειάστηκε να περάσουν 100 χρόνια για να αποδειχτεί από τον Grigori Perelman ενώ υπάρχουν αρκετές που παραμένουν άλυτες έως και σήμερα όπως η υπόθεση Riemann, η εικασία του Hodge κ.α.

αναντίρρητα συμπεράσματα, που τα θεωρούν λογικά εξ' αιτίας των εμπειριών τους. Θα 'πρεπε, τονίζει, να κάνουμε ό,τι μπορούμε «για να γίνουν οι στοιχειώδεις πράξεις τόσο οικείες στους μαθητές, ώστε να μην απασχολούν το μυαλό τους μ' αυτές, περισσότερο απ' ότι με το δέσιμο των παπουτσιών τους».

Η αυστηρή προσέγγιση στη θεμελίωση των μαθηματικών απαιτεί ένα τόσο μεγάλο πλήθος επιμέρους θεωρημάτων, ώστε τελικά επικαλύπτεται η σπουδαιότητα των βασικών συμπερασμάτων. Όπως το έθεσε ο Poincaré: «Στο οικοδόμημα που κτίστηκε από τους μεγάλους μαθηματικούς, τι νόημα έχει να θαυμάζουμε την τέχνη του κτίστη, αφού δεν μπορούμε να αντιληφθούμε το σχέδιο του αρχιτέκτονα; Τώρα η καθαρή λογική δεν μπορεί να μας δώσει μια εκτίμηση για το συνολικό αποτέλεσμα και γι' αυτό πρέπει να απευθυνθούμε στην ενόραση».

Θεωρεί ευκολότερη τη δημιουργία κινήτρων μάθησης για όλους τους μαθητές – και όχι μόνο μια μικρή μειοψηφία που εκδηλώνει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά – όταν ακολουθείται ο ενορατικός τρόπος διδασκαλίας. Η παραγωγική παρουσίαση πολύ δύσκολα δημιουργεί κίνητρα αφού η αυστηρά λογική προσέγγιση απέχει πολύ από την πραγματικότητα. Πόσες φορές οι εκπαιδευτικοί δεν έχουν ακούσει, την ώρα που διδάσκουν μαθηματικά, την ερώτηση «Σε τι θα μας χρησιμεύσουν, κύριε, αυτά;» Δεν αρνείται τελείως τη χρησιμότητα της λογικής επιμένει όμως ότι η πρώτη προσέγγιση κάθε προβλήματος θα πρέπει να γίνεται ενορατικά. Η απόδειξη πρέπει να εισάγεται βαθμιαία και το επίπεδο αυστηρότητας θα πρέπει να καθορίζεται από το επίπεδο ανάπτυξης του μαθητή. Η απόδειξη χρειάζεται μόνο για να πείθεται ο μαθητής.

Ασφαλώς ο Morris Kline δεν είναι ο μοναδικός με αυτές τις απόψεις. Θα αναφέρουμε κάποιους από τους Έλληνες εκπαιδευτικούς που συμφωνούν μαζί του. Ο Βαγγέλης Πολυδούρης¹⁴⁴ μιλώντας για τη διδασκαλία των μαθηματικών γράφει: «...θεμελιώδεις σφάλμα της κατεστημένης μαθηματικής εκπαίδευσης είναι ότι επιζητεί να στηρίξει τη σκέψη και τη διδασκαλία των μαθηματικών στην a priori αξιωματική μέθοδο. Αλλά ο άνθρωπος, και μάλιστα όταν είναι ακόμη μαθητής, δεν μπορεί να τοποθετήσει τη σκέψη του επί αξιωμάτων και ορισμών ελεύθερης επινόησης που τις περισσότερες φορές είναι αφηρημένα και προκαλούν πλήθος αμφιβολιών». Και πιο κάτω «...και όχι να οικοδομήσουμε τη σκέψη του μαθητή, για να είναι αποτελεσματική η στήριξη, στα «ορίζουμε», «συμφωνούμε» και «δεχόμαστε», γιατί όλα αυτά παρέχουν έντονη την

¹⁴⁴ Από την ομιλία του στο 7^ο πανελλήνιο συνέδριο της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρίας για τη μαθηματική παιδεία. (Δεκέμβριος 1990)

εντύπωση του αυθαίρετου, δεν πείθουν το μαθητή και συνεπώς δεν μπορούν να χρησιμεύσουν σαν θεμέλιο της σκέψης του». Επίσης στην ίδια ομιλία υποστηρίζει ότι είναι αδύνατο να προκληθεί το ενδιαφέρον (των μαθητών) όταν το προσφερόμενο προς μάθηση υλικό είναι δυσνόητο ή ακατανόητο, βασισμένο στη μαθηματική λογική όπου «τα «εξ' ορισμού» και τα a priori αξιώματα προκαλούν σύγχυση και εμποδίζουν τη σκέψη».

Ο Τηλέμαχος Αυδής στο άρθρο του με τίτλο «Η διαισθητική και κριτική σκέψη ως παράγοντας για την άρση του μαθηματικού αναλφαριθμητισμού»¹⁴⁵ διατείνεται ότι τα μαθηματικά είναι εξοστρακισμένα από την καθημερινή ζωή και υπεύθυνο γι' αυτό θεωρεί τον τρόπο διδασκαλίας τους, που εστιάζεται στη διδασκαλία αξιωμάτων, θεωρημάτων και αποδείξεων αδιαφορώντας για τη διδασκαλία της διαδικασίας που παρήγαγε αυτή τη γνώση. Κατά τη γνώμη του, στα σχολεία δεν πρέπει να επιδιώκεται να διδαχθεί μια ολόκληρη επιστήμη αλλά ένας τρόπος σκέψης. Ο δάσκαλος οφείλει, πέρα από τις τεχνικές λεπτομέρειες, «να διδάξει πώς η πραγματικότητα μετατρέπεται σε μαθηματικά». «Όλες οι μαθηματικές έννοιες», γράφει, «προκύπτουν από μια συσσωρευμένη ιστορικά εμπειρία. Είναι χρήσιμο προτού οι μαθητές εισαχθούν στην άλγεβρα της απόδειξης και στο λογιστικό μέρος των μαθηματικών, να έχουν συσσωρεύσει πλούσια εμπειρία από διαισθητικά παραδείγματα και σχήματα. Έτσι βεβαιώνονται για την αλήθεια των μαθηματικών θεωρημάτων, κατέχουν καλά τις μαθηματικές έννοιες και τις χειρίζονται με αυτοπεποίθηση προτού εμπλακούν στον αντίστοιχο λογισμό». Επομένως αν και δέχεται ότι η αυστηρή θεμελίωση είναι ο ακρογωνιαίος λίθος των μαθηματικών, υποστηρίζει ότι πρέπει να γίνει διάκριση ανάμεσα στο επιστημονικά ακριβές και στο παιδαγωγικά λειτουργικό. Τα σχολικά μαθηματικά δε πρέπει να παρουσιάζονται στους μαθητές με τον αυστηρά παραγωγικό τρόπο με τον οποίο παρουσιάζονται οι εργασίες των μαθηματικών. Ο δάσκαλος πρέπει να επικεντρωθεί στην καλλιέργεια της διαισθητικής σκέψης και προτείνει ως διδακτική μέθοδο τα ακόλουθα βήματα:

α) Ξεκίνημα από το συγκεκριμένο.

β) Αυτόνομη εργασία του μαθητή που εμπεριέχει το στοιχείο της ανακάλυψης εννοιών.

γ) Βοήθεια στο μαθητή ώστε να μετατρέψει σε μαθηματικά τις γνώσεις και εμπειρίες που αποκόμισε.

δ) Εφαρμογή σε προβλήματα με συγκεκριμένα παραδείγματα και αντιπαραδείγματα.

¹⁴⁵ 18ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας 2001, δημοσιεύεται στον ιστότοπο της Ελληνικής Μαθηματικής Ψηφιακής Βιβλιοθήκης

Ο εκπαιδευτικός Αθανάσιος Χαλάτσης στο άρθρο του με τίτλο «Κριτική σκέψη και μαθηματικά», διαπιστώνει ότι εκείνο που κυριαρχεί στα σχολικά εγχειρίδια, επομένως και στη διδασκαλία, είναι η τάση να παρουσιάζουμε τελειωμένα και φινιρισμένα μαθηματικά και ότι κύριος στόχος είναι η εκμάθηση αλγορίθμων και γενικά η μύηση σε «συνταγές» ενώ ως η σπουδαιότερη αρετή θεωρείται η ακριβολογία. Η δυνατότητα για αμφισβήτηση, διερεύνηση και για συνειδητή αποδοχή ή απόρριψη είναι περιορισμένη. Η διδασκαλία επικεντρώνεται στην τελευταία πράξη της μαθηματικής δημιουργίας την τυπική απόδειξη και την ακριβή διατύπωση.

Ο ίδιος απορρίπτει ως μη κατάλληλο για την καλλιέργεια της κριτικής σκέψης τον παραγωγικό τρόπο προσέγγισης της διδασκαλίας, αφού το μόνο που επιτυγχάνει είναι η συσσώρευση των πληροφοριών στο μυαλό των μαθητών. Η πληροφορία βέβαια δεν είναι άχρηστη όμως δεν είναι αρκετή. Επίσης είναι αδύνατο να απαντήσει στην πιο συνηθισμένη απορία των μαθητών: «Γιατί τα μαθαίνουμε όλα αυτά, κύριε;».

Προτείνει να ακολουθήσουμε τα μονοπάτια της δημιουργίας των μαθηματικών. Η μαθηματική γνώση, εν μέρει τουλάχιστον, πρέπει να επαναανακαλύπτεται και να οικοδομείται μέσα στην τάξη με συμμετοχική διδασκαλία. Αναφέρει το παράδειγμα της αντιμετώπισης της δευτεροβάθμιας εξίσωσης από το βιβλίο μαθηματικών της Α Λυκείου: Δίνεται ορισμός της, ένα παράδειγμα χρησιμότητάς της από την επιταχυνόμενη κίνηση και ακολουθεί η τυπική επίλυση της γενικής της μορφής. Ωστόσο το θέμα της επίλυσης της εξίσωσης Β βαθμού δεν τέθηκε ξαφνικά ως λύση παλιότερα από κάποιο μαθηματικό. Ήρθε να καλύψει υπαρκτές ανάγκες και η προσπάθειά τους έφερε την τυπική λύση. Θα έπρεπε κατά τη γνώμη του να ακολουθηθεί η αντίστροφη πορεία: Προσεκτική μελέτη της διαδρομής που διέγραψε το θέμα αυτό με τελική κατάληξη την εύρεση του τύπου. Θα έπρεπε να δημιουργηθεί το ενδιαφέρον στους μαθητές ώστε να προσπαθήσουν να βρουν τις ρίζες συγκεκριμένων, απλής μορφής, εξισώσεων Β βαθμού. Έτσι στις σχολικές τάξεις, αν δεν ξεκίναμε τη μαθηματική γνώση από την προηγούμενη διανοητική περιπέτεια που τη γέννησε, θα αναπτυσσόταν ένα κλίμα ερευνητικής διάθεσης, το οποίο θα έφερνε ξαφνικές αναλαμπές κατανόησης. Τελικά καταλήγει ότι η κριτική σκέψη και η μαθηματική διαίσθηση δημιουργούν τα μαθηματικά.

6. Συμπεράσματα

Πολλές έρευνες παρέχουν ισχυρές ενδείξεις για τη σύνδεση της διδασκαλίας της τυπικής λογικής με την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών. Φαίνεται ότι η διδασκαλία της λογικής μπορεί να αρχίζει ακόμη και από το Δημοτικό σχολείο εάν παρουσιάζεται

σταδιακά, με αναφορές σε συγκεκριμένα και πολύ απλά πλαίσια. Τουλάχιστον οι ικανότεροι μαθητές των μεγάλων τάξεων του Δημοτικού, έχουν τη δυνατότητα να κάνουν παραγωγικούς συλλογισμούς .

Αρκετές έρευνες έχουν δείξει συνάφεια ανάμεσα στη διδασκαλία της λογικής και στις επιδόσεις στα μαθηματικά, ειδικά αν η διδασκαλία της λογικής δίνει έμφαση στα αντιπαραδείγματα. Ωστόσο υπάρχουν και σοβαρές θεωρητικές αντιρρήσεις καθώς και έρευνες που έχουν καταλήξει σε αντίθετα συμπεράσματα, ειδικά αν η διδασκαλία της λογικής έχει επικεντρωθεί στους κανόνες συμπερασμάτων από τους λογικούς πίνακες αληθείας.

Όλα αυτά δείχνουν ότι χρειαζόμαστε περισσότερα στοιχεία για να υποστηρίξουμε ή να διαψεύσουμε την ιδέα ότι η διδασκαλία στους μαθητές των αρχών της τυπικής λογικής αυξάνει την ικανότητά τους να αποδείξουν ή να κατανοήσουν τα μαθηματικά. Απαιτούνται περισσότερες έρευνες και περισσότερη ανάλυση των δεδομένων τους για να αποδειχθεί αν η ικανότητα σκέψης του μαθητή και η εκπαίδευσή του στη λογική συνεπάγεται αυξημένη ικανότητα να κάνει μαθηματική απόδειξη.

Παράλληλα φαίνεται ότι η διδασκαλία της άτυπης λογικής και η καλλιέργεια της κριτικής σκέψης είναι εφικτή από τις πρώτες τάξεις της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Η λογική σκέψη είναι βασικό στοιχείο της φιλοσοφίας. Οι μαθητές μπορούν να μάθουν να αναλύουν επιχειρήματα και να δικαιολογούν τις απόψεις τους. Μπορούν να εισαχθούν στη λογική σκέψη σε όλες τις περιοχές του κύριου προγράμματος σπουδών. Να μερικά παραδείγματα: Στο μάθημα της Γλώσσας οι μαθητές μπορεί να εξηγήσουν τι πιστεύουν ότι ένας χαρακτήρας θα κάνει στη συνέχεια σε ένα μυθιστόρημα ή να αιτιολογήσουν τις ενέργειες που ο χαρακτήρας έχει κάνει μέχρι στιγμής. Στη Φυσική οι μαθητές χρησιμοποιούν λογικές σκέψεις για να κάνουν προβλέψεις σε πειράματα (π.χ. τι θα συμβεί στο φυτό μου αν το βάλω σε ένα σκοτεινό ντουλάπι; Γιατί;). Στην Ιστορία οι μαθητές μπορούν να συζητούν τις λογικές συνδέσεις μεταξύ αιτίας και αποτελέσματος. Στα Μαθηματικά οι μαθητές χρησιμοποιούν λογική συλλογιστική για τον υπολογισμό του κανόνα για μια ακολουθία αριθμών, χρησιμοποιώντας μοτίβα που μπορούν να δουν μεταξύ των αριθμών.

Η καλύτερη μέθοδος φαίνεται να είναι ο διάλογος μεταξύ των μαθητών που βασίζεται σε συγκεκριμένους κανόνες.

Οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί παρουσιάζουν αρκετές αδυναμίες στη λογική συλλογιστική γι' αυτό απαιτείται να δίνεται βάρος στην εκπαίδευσή τους σ' αυτή κατά τη διάρκεια των σπουδών τους.

Τελειώνοντας παραθέτουμε κάποιες οδηγίες που μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς στην επίτευξη του στόχου να γίνουν οι μαθητές κριτικά σκεπτόμενα άτομα. Οι περισσότερες από αυτές περιέχονται στα τεύχη 7 («How children learn» της Στέλλας Βοσνιάδου) και 29 (των Lauren B. Resnick, Christa S. C. Asterhan, και Sherice N. Clarke.) της σειράς Educational Practices Series που εκδίδεται από τη Διεθνή Ακαδημία Εκπαίδευσης (IAE) σε συνεργασία με το Διεθνές Γραφείο Εκπαίδευσης (IBE).

7. Ενέργειες εκπαιδευτικών που θα βοηθούσαν την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και των λογικών συλλογισμών.

Πώς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν την ανάπτυξη της κριτικής και μαθηματικής σκέψης των μαθητών τους;

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν την ενεργό συμμετοχή των μαθητών τους με το να αποφεύγουν καταστάσεις όπου οι μαθητές είναι παθητικοί ακροατές για μεγάλες χρονικές περιόδους. Παρέχοντας στους μαθητές πρακτικές δραστηριότητες, όπως εμπειρίες, παρατηρήσεις, έργα κλπ. Ενθαρρύνοντας τη συμμετοχή σε **συζητήσεις** στην τάξη και σε άλλες συνεργατικές δραστηριότητες. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να δημιουργούν συνθήκες που επιτρέπουν στις δεξιότητες των μαθητών και στις γνώσεις της επιχειρηματολογίας να αναπτυχθούν κατά τη διάρκεια αυτών των συζητήσεων. Επομένως χρειάζεται:

Να καθιερωθούν κανόνες για τη συζήτηση. Οι δάσκαλοι θα πρέπει να διαμορφώσουν και να συζητήσουν τα πρότυπα με τους μαθητές, όπως η ακρόαση με σεβασμό και ο «χρόνος αναμονής» (το να περιμένουν με σεβασμό ένα συμμαθητή και να του δίνουν το χρόνο που χρειάζεται για να διατυπώσει μια δήλωση ή να απαντήσει σε μια ερώτηση).

Να σηματοδοτηθούν οι στόχοι των συζητήσεων στην τάξη. Αυτό βοηθά τους μαθητές να προβλέψουν το είδος των συνεισφορών που σχετίζονται και είναι κατάλληλες για τη συγκεκριμένη συζήτηση. Για παράδειγμα, σε μια συζήτηση σχετικά με τα αποτελέσματα ενός επιστημονικού πειράματος, ένας δάσκαλος θα πρέπει να τονίσει ότι ο στόχος είναι να ερμηνεύσει τα αποτελέσματα, χρησιμοποιώντας στοιχεία από τα δεδομένα για την υποστήριξη ισχυρισμών.

Να σημειώνεται επίσης η κατάλληλη χρήση των κανόνων της συζήτησης. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να τονίζουν και να ονομάζουν τι κάνουν οι μαθητές. «Γιάννη, αυτό είναι ένα καλό παράδειγμα εξήγησης της σκέψης σου». Η σήμανση βοηθά να καταστεί σαφής τόσο η μορφή αυτών των κανόνων όσο και η λειτουργία τους (γιατί χρησιμοποιούμε αυτά τα πρότυπα για να οικοδομήσουμε και να μοιραστούμε την κατανόηση).

Να δίνουν αξία σε όλες τις συνεισφορές. Είναι σημαντικό να διασφαλιστεί ότι η ατμόσφαιρα είναι εποικοδομητική και όχι ανταγωνιστική. Δεν πρόκειται για το ποιος έχει δίκιο. Αντίθετα, οι μαθητές συχνά μαθαίνουν πολλά, διερευνούν διεξοδικά τις παρανοήσεις, τα λάθη και τις ελλειπείς εξηγήσεις.

Οι δάσκαλοι μπορούν να οικοδομήσουν την εμπλοκή των μαθητών, αναθέτοντάς τους **ρόλους** κατά τη διάρκεια της συζήτησης. Για παράδειγμα, στις συζητήσεις μικρών ομάδων, στους μαθητές μπορούν να ανατεθούν οι ρόλοι αυτού που συνοψίζει, του αξιολογητή, του γραμματέα, του «δικηγόρου του διαβόλου» κ.λπ. Οι ρόλοι εστιάζουν την προσοχή των μαθητών, τους δίνουν τη δυνατότητα να αναλάβουν την ευθύνη και τους επιτρέπουν να συνεισφέρουν στην κοινή δραστηριότητα. Είναι σημαντικό να ανταλλάξουμε αυτούς τους γνωστικούς ρόλους έτσι ώστε οι μαθητές να αποκτήσουν εμπειρία διατρέχοντας όλο το φάσμα. Καθώς οι ρόλοι αυτοί καθιερώνονται στην τάξη, μπορεί να μην είναι απαραίτητο να εκχωρηθούν ρητά στους μαθητές, αλλά θα εξακολουθούν να ενθαρρύνονται οι μαθητές να υιοθετούν τις πρακτικές που προωθούν οι ρόλοι κατά τη διάρκεια της συζήτησης.

Να ωθούν οι εκπαιδευτικοί τους μαθητές να σκέφτονται μαζί. Οι ίδιοι οι μαθητές μπορούν να αρχίσουν να χρησιμοποιούν τη λογική για να συζητήσουν με τους συνομηλίκους τους. Στον παρακάτω πίνακα μπορούμε να δούμε με ποιο τρόπο ένας δάσκαλος μπορεί να καθοδηγήσει τους μαθητές του στην έρευνα:

Ο δάσκαλος καθοδηγεί	Κέρδος για το μαθητή
«Επιτρέψτε μου να δω αν έχω σωστά καταλάβει τη σκέψη σας. Λες ότι ...;»	Ο μαθητής αντανακλά την δική του σκέψη και την επαληθεύει ή τη διευκρινίζει.
«Συμφωνείς ή διαφωνείς με ...; Γιατί;»	Ο μαθητής επεξεργάζεται το συλλογισμό ενός συμμαθητή.
«Γιατί το πιστεύεις αυτό;»	Ο μαθητής επεξεργάζεται τη δική του συλλογιστική.
«Είναι πάντα αλήθεια ότι ...;»	Ο μαθητής αξιολογεί τη σκέψη του ή τη σκέψη του συμμαθητή του.

Να δημιουργήσουν ένα περιβάλλον στην τάξη που περιλαμβάνει χώρους εργασίας ομάδας όπου οι πηγές είναι κοινόχρηστες. Να δημιουργήσουν συνθήκες ώστε οι μαθητές να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, να εκφράζουν τις απόψεις τους και να αξιολογούν τα επιχειρήματα των άλλων μαθητών. Μια σημαντική πτυχή της κοινωνικής μάθησης είναι η σύνδεση του σχολείου με την κοινότητα.

Για να διευκολύνουν τη συμμετοχή όλων πρέπει να μοιράζουν την ευθύνη. Δείχνουν έτσι ότι οι μαθητές αναμένεται να συνομιλήσουν. «Ανδρέα, συμφωνείς ή διαφωνείς με την Αλίκη; Γιατί;» Η κατανομή της ευθύνης στέλνει στους μαθητές το μήνυμα ότι όλοι τους έχουν αξία στη διαδικασία της κατανόησης ενός θέματος στη συζήτηση. Γνωστικά προκαλεί την προσδοκία να μοιραστεί κανείς τη σκέψη του και να βασιστεί στη σκέψη των συμμαθητών του. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να δεσμεύσουν όλους τους εκπαιδευόμενους να είναι υπεύθυνοι ομιλητές. Ακόμα κι αν μια ιδέα δεν είναι καλά διατυπωμένη ή είναι λανθασμένη, αξίζει να σταματήσουμε και να την εξερευνήσουμε περαιτέρω. Η ενθάρρυνση της ευρείας συμμετοχής δείχνει ότι οι ιδέες κάθε μαθητή έχουν σημασία και η διαδικασία κατασκευής της κατανόησης και της εργασίας μέσω παρερμηνειών είναι μια προσπάθεια συνεργασίας.

Για την ανάπτυξη της επιχειρηματολογίας των μαθητών τους οι εκπαιδευτικοί μπορούν:

Να ζητούν από τους μαθητές να αναλύουν δίνοντας λεπτομέρειες. Οι απαντήσεις της μιας λέξης συνήθως δεν υποστηρίζουν ένα επιχείρημα. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να εξετάζουν καλά τους μαθητές, «Τι εννοείτε ακριβώς;», «Μπορείτε να πείτε περισσότερα γι' αυτό;», «Μπορείτε να μας δώσετε ένα παράδειγμα;»

Να ακολουθούν τη διαδικασία των εξηγήσεων. Κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων επίλυσης προβλημάτων, ζητήστε από τους μαθητές να δείξουν πώς έφθασαν σε μια συγκεκριμένη λύση, ποια βήματα ακολούθησαν και γιατί επέλεξαν να το λύσουν με αυτόν τον τρόπο.

Να εκμαιεύουν διαφορετικές λύσεις. Να καθοδηγούν τους μαθητές να βρουν μια σειρά από λύσεις και εξηγήσεις.

Ακόμη να επιδιώκουν: Την προβολή διαφορετικών απόψεων. Με τον τρόπο αυτό ο εκπαιδευτικός δηλώνει ότι μπορεί να υπάρχουν εναλλακτικοί τρόποι σκέψης για το θέμα

και γι' αυτό είναι πάντοτε χρήσιμο να εξετάζουμε διαφορετικές επιλογές. «Ποιος θα ήθελε να σχολιάσει το;», «Μπορούμε να σκεφτούμε μια διαφορετική λύση ή λόγο;»

Την αποφυγή γρήγορης συναίνεσης. Η δημιουργία εναλλακτικών ιδεών ή λύσεων δεν είναι εύκολη για τα παιδιά (αλλά και για τους ενήλικες), διανοητικά και μερικές φορές κοινωνικά. Οι δάσκαλοι πρέπει να είναι προετοιμασμένοι για καταστάσεις στις οποίες όλοι φαίνεται να συμφωνούν για μια συγκεκριμένη άποψη. Χρειάζεται να αποφεύγουν τη γρήγορη αναζήτηση συναίνεσης, εισάγοντας αποκλίνουσες απόψεις, εναλλακτικούς τρόπους ανίχνευσης ενός προβλήματος και προκλητικές ερωτήσεις για να ανοίξουν ξανά τη συζήτηση.

Τη διερεύνηση και την επισήμανση των διαφορών. Δεν αρκεί να συγκεντρωθούν διαφορετικές απόψεις. Οι μαθητές θα πρέπει να διερευνήσουν πώς εκφράζονται οι ιδέες. Οι δάσκαλοι μπορούν να ζητήσουν από τους μαθητές να εκφράσουν τη δέσμευσή τους σε μια ιδέα («Έχει κάποιος αντίρρηση να συμφωνήσει με το Χ;») ή να τους ζητήσει ρητά να συγκρίνουν ιδέες («Πώς λοιπόν είναι διαφορετικό από το Χ;»)

Την υπογράμμιση κινήσεων λογικής αιτιολόγησης στις συζητήσεις. Οι κινήσεις αιτιολογικής σήμανσης βοηθούν τους μαθητές να εξοικειωθούν με τους κανόνες και την ορολογία της συλλογιστικής. Για παράδειγμα, στο διάλογο με καθοδήγηση του δασκάλου, όταν ένας μαθητής παρέχει μια αιτιολόγηση ο δάσκαλος μπορεί να επισημάνει. «Έτσι, η Άντα δικαιολογεί την άποψή της δίνοντάς μας έναν λόγο για τον οποίο η ιδέα της είναι ισχυρή. Τι σκέφτεστε για το λόγο της; Υποστηρίζει την ιδέα της καλά;» Σε δραστηριότητες που διεξάγονται από μαθητές (διάλογος μικρών ομάδων), οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιούν εκφράσεις όπως «Ο ισχυρισμός μου είναι ότι ...», «Ξέρω ότι επειδή ...», «Τα αποδεικτικά στοιχεία για την αξίωσή μου βασίζονται ...».

Να δίνουν ερωτήσεις που παρακινούν τους μαθητές να αιτιολογούν τον συλλογισμό του άλλου. «Μάριε, μπορείς να επαναλάβεις τι είπε ο Τζαμάλ; Τι πιστεύεις γι' αυτό;» Η προτροπή των μαθητών να ασχοληθούν με τις ιδέες του άλλου υπογραμμίζει τη σημασία της ιδέας του αρχικού μαθητή και ωθεί τη συζήτηση προς την κατασκευή της κατανόησης.

Να αποσαφηνίζουν και να επαληθεύουν τις δηλώσεις των μαθητών. Το ξαναάκουσμα της ιδέας των μαθητών, τους δίνει την ευκαιρία να προβληματιστούν και να τελειοποιήσουν την άρθρωση της σκέψης τους. «Λοιπόν, εννοείτε ότι ...;» Αυτή η κίνηση βοηθά να γνωστοποιήσουν στους μαθητές ότι οι ιδέες τους έχουν σημασία στη συνεργατική κατασκευή της κατανόησης.

Να παρέχουν στους μαθητές απαιτητικά γνωστικά καθήκοντα. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αναπτύξουν εργασίες συζήτησης που ζητούν από τους μαθητές να αιτιολογούν, να εξηγούν και να επεξεργάζονται τη σκέψη τους – τις γνωστικές διαδικασίες που υποστηρίζουν τη δημιουργία γνώσης. Αυτά τα καθήκοντα θα είναι σύνθετα και ανοιχτά (που θα περιλαμβάνουν ερωτήσεις χωρίς μια μοναδική, σωστή απάντηση), προσφέροντας στους μαθητές τη δυνατότητα να συνεισφέρουν και να συνεργάζονται για την επίλυση προβλημάτων.

Είπαμε ότι επειδή κάθε κλάδος έχει το δικό του είδος συζήτησης και τα δικά του κριτήρια για την αξιολόγηση ορθών επιχειρημάτων, οι μαθητές χρειάζονται ευκαιρίες να παρατηρούν και να εξασκούν αυτές τις διάφορες μορφές. Έτσι:

Παρουσιάζονται μοντέλα για το πόσο ισχυρά επιχειρήματα γίνονται σε ένα κλάδο. Τα είδη των αποδεικτικών στοιχείων που είναι κατάλληλα σε ένα συγκεκριμένο τομέα έχουν διάφορες μορφές. Για παράδειγμα, η απόδειξη σε τάξη μαθηματικών, πειράματα σε τάξη επιστημών ή αναφορές στο κείμενο σε μια τάξη λογοτεχνίας.

Εξηγείται στους μαθητές πώς να αναζητούν τις κατάλληλες πηγές που θα μπορούσαν να χρησιμεύσουν ως έγκυρη απόδειξη σε ένα συγκεκριμένο επιστημονικό πεδίο. Τους ζητούν να δικαιολογήσουν τις πηγές τους με βάση τα κριτήρια για την απόδειξη. Για παράδειγμα, μια προσωπική επιστολή μπορεί να χρησιμεύσει ως αποδεικτικό στοιχείο σε μια τάξη ιστορίας, αλλά δεν μπορεί να θεωρηθεί ως αποδεικτικό στοιχείο σε μια τάξη επιστήμης.

Παρέχονται στους μαθητές αυθεντικά καθήκοντα. Τα καθήκοντα πρέπει να θέτουν γνήσια προβλήματα στον αντίστοιχο τομέα ή να μιμούνται ένα πραγματικό πρόβλημα μέσα σε αυτόν τον κλάδο. Για παράδειγμα, σε μια τάξη επιστήμης, οι μαθητές θα μπορούσαν να κρίνουν τις παρουσιάσεις των συμμαθητών τους χρησιμοποιώντας κανόνες για αυτό που μετρά ως αποδεικτικό στοιχείο.

Έχουμε αναφέρει ότι μερικές φορές σημαντικές δραστηριότητες για μαθητές που προέρχονται από μια πολιτιστική ομάδα δεν έχουν νόημα σε μαθητές που προέρχονται από άλλη πολιτιστική ομάδα. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να καταστήσουν τις δραστηριότητες στην τάξη πιο ουσιαστικές τοποθετώντας τους σε ένα αυθεντικό πλαίσιο. Ένα παράδειγμα αυθεντικού πλαισίου είναι η αναπαράσταση μιας κατάστασης την οποία συναντάμε συνήθως στην πραγματική ζωή. Για παράδειγμα, οι μαθητές μπορούν να βελτιώσουν τις προφορικές γνώσεις τους και τις επικοινωνιακές δεξιότητες, συμμετέχοντας σε συζητήσεις. Μπορούν να βελτιώσουν τις γραπτές τους ικανότητες συμμετέχοντας στην προετοιμασία

μιας εφημερίδας στην τάξη. Οι μαθητές μπορούν να μάθουν την επιστήμη συμμετέχοντας σε ένα κοινοτικό ή σχολικό περιβαλλοντικό πρόγραμμα. Το σχολείο μπορεί να έρθει σε επαφή με τους τοπικούς επιστήμονες και να τους προσκαλέσει να διδάξουν ή να επιτρέψουν στους μαθητές να επισκεφθούν τα εργαστήρια τους.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βελτιώσουν την ικανότητα των μαθητών να μεταφέρουν στην πραγματική ζωή αυτά που έμαθαν στο σχολείο αρχικά με το να επιμένουν στη γνώση του αντικειμένου. Χωρίς επαρκή κατανόηση, η μεταφορά δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί. Να βοηθούν τους μαθητές να δουν τις συνέπειες μεταφοράς των πληροφοριών που έχουν μάθει. Να φροντίζουν για την εφαρμογή όσων έχουν μάθει οι μαθητές σε μια περιοχή αντικειμένων σε άλλους τομείς στους οποίους μπορεί να σχετίζεται. Να δείξουν στους μαθητές πώς να καταλήγουν στις γενικές αρχές από συγκεκριμένα παραδείγματα. Τέλος να βοηθούν τους μαθητές να μάθουν πώς να παρακολουθούν την εκμάθησή τους και πώς να αναζητούν και να χρησιμοποιούν ανατροφοδότηση σχετικά με την πρόοδό τους.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να ενεργοποιήσουν τις προηγούμενες γνώσεις και να τις χρησιμοποιήσουν για να στερεώσουν τις επόμενες. Αυτό μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους: Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να συζητήσουν το περιεχόμενο ενός μαθήματος πριν από την έναρξη, προκειμένου να διασφαλίσουν ότι οι μαθητές έχουν τις απαραίτητες προηγούμενες γνώσεις και για να ενεργοποιήσουν αυτή τη γνώση. Συχνά οι προηγούμενες γνώσεις των μαθητών είναι ελλιπείς ή υπάρχουν ψευδείς πεποιθήσεις και κρίσιμες παρανοήσεις. Οι δάσκαλοι λοιπόν δεν χρειάζεται απλώς να ξέρουν ότι οι μαθητές γνωρίζουν κάτι για το θέμα που πρόκειται να εισαχθεί. Πρέπει να διερευνήσουν λεπτομερώς τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών, ώστε να εντοπιστούν ψευδείς πεποιθήσεις και παρανοήσεις. Οι εκπαιδευτικοί, αν διαπιστώσουν κάτι τέτοιο, ίσως χρειαστεί να επιστρέψουν για να καλύψουν ένα σημαντικό προαπαιτούμενο υλικό ή να ζητήσουν από τους μαθητές να κάνουν κάποια προπαρασκευαστική εργασία από μόνοι τους. Μπορούν να κάνουν ερωτήσεις που βοηθούν τους μαθητές να δουν τις σχέσεις ανάμεσα σε αυτό που διαβάζουν και σε αυτό που ήδη γνωρίζουν. Για να βοηθήσουν τους μαθητές να συλλάβουν τις σχέσεις και να κάνουν συνδέσεις, μπορούν να τους παρέχουν ένα μοντέλο ή μια «σκαλωσιά» που οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν ως υποστήριξη στις προσπάθειές τους να βελτιώσουν την απόδοσή τους.

Βέβαια πολλές φορές υπάρχουν παρανοήσεις και λανθασμένες πεποιθήσεις στους μαθητές. Οι εκπαιδευτικοί για να διευκολύνουν την κατανόηση των πληροφοριών που έρχονται σε αντίθεση με τη διαίσθησή των μαθητών πρέπει κατ' αρχήν να γνωρίζουν ότι οι

τελευταίοι έχουν προηγούμενες πεποιθήσεις και ατελείς αντιλήψεις που μπορούν να έρθουν σε αντίθεση με όσα διδάσκονται στο σχολείο και να επιδιώκουν να δημιουργηθούν οι συνθήκες όπου οι εναλλακτικές πεποιθήσεις και εξηγήσεις μπορούν να εκφραστούν ώστε, αξιοποιώντας τις υπάρχουσες ιδέες των μαθητών, να τους οδηγήσουν αργά σε πιο ώριμες αντιλήψεις. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να εξοικειωθούν με τις κοινές παρανοήσεις που έχουν οι μαθητές σχετικά με ένα θέμα προκειμένου να κατευθύνουν τους μαθητές προς μια σαφή εννοιολογική κατανόηση. Η πρόβλεψη παρερμηνειών βοηθά επίσης τους εκπαιδευτικούς να μαντέψουν το νόημα όταν η δήλωση ενός μαθητή είναι ελλιπής ή δεν είναι πλήρως κατανοητή (και στη συνέχεια να διερευνηθεί ανάλογα) και να εντοπίσουν παρανοήσεις που αξίζει να συζητήσουν μαζί.

Να εφοδιάσουν τους μαθητές με παρατηρήσεις και εμπειρίες που έχουν τη δυνατότητα να τους δείξουν ότι μερικές από τις πεποιθήσεις τους μπορεί να είναι λανθασμένες. Παραδείγματα από την ιστορία της επιστήμης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σκοπό αυτό. Να παρουσιάζουν τις επιστημονικές εξηγήσεις με σαφήνεια και, όταν είναι δυνατόν, με παραδείγματα. Να εξασφαλίζουν στους μαθητές αρκετό χρόνο για να αναδιαρθρώσουν τις προηγούμενες αντιλήψεις τους. Προκειμένου να γίνει αυτό, είναι καλύτερο να σχεδιάζονται προγράμματα σπουδών που θα ασχολούνται με λιγότερα θέματα σε βάθος, από το να γίνεται προσπάθεια να καλυφθούν πολλά θέματα με επιφανειακό τρόπο.

Να τονίζουν την αξία του λάθους. Το να σκεφτόμαστε μαζί σημαίνει ότι μερικοί μαθητές θα μοιράζονται ελαττωματικές ή ελλιπείς κατανοήσεις. Οι ιδέες αυτές διερευνώνται προκειμένου να προωθηθεί ο στόχος της σύλληψης αυτού που επιδιώκεται. «Μαρία, αυτή είναι μια ενδιαφέρουσα ιδέα. Πιστεύετε ότι αυτό συμβαίνει πάντα; Ας το σκεφτούμε μαζί.» Οι εσφαλμένες ιδέες ή παρανοήσεις μπορούν να χρησιμεύσουν ως σημαντικές άγκυρες στη διαδικασία οικοδόμησης συλλογικής κατανόησης. Η αντιμετώπιση αυτών των ιδεών συμβάλλει στην επισήμανση της αξίας όλων των συνεισφορών.

Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αναγνωρίσουν τη σπουδαιότητα του να γνωρίζουν και να χρησιμοποιούν οι μαθητές ποικίλες στρατηγικές. Η διδασκαλία τους μπορεί να γίνει άμεσα ή έμμεσα. Στην τελευταία περίπτωση, ο δάσκαλος μπορεί να δώσει στους μαθητές ένα έργο και να παράσχει ένα υπόδειγμα της διαδικασίας διερεύνησης ή να θέσει βασικές ερωτήσεις. Για παράδειγμα, κατά την ανάγνωση, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δείξουν ρητά στους μαθητές πώς να περιγράψουν τα σημαντικά σημεία ενός κειμένου και πώς να τα συνοψίσουν. Εναλλακτικά, μπορούν να ζητήσουν από μια ομάδα μαθητών να συζητήσουν ένα κείμενο και να το συνοψίσουν. Μπορούν να βοηθήσουν σε αυτή τη διαδικασία

συμμετέχοντας στη συζήτηση και θέτοντας κρίσιμες ερωτήσεις. Στη φυσική οι δάσκαλοι μπορούν να δείξουν στους μαθητές πώς να διεξάγουν πειράματα, πώς να διαμορφώνουν υποθέσεις, πώς να διατηρούν ένα συστηματικό αρχείο των ευρημάτων τους και πώς να τα αξιολογούν.

Είναι σημαντικό να διασφαλιστεί ότι οι μαθητές μαθαίνουν να χρησιμοποιούν αυτές τις στρατηγικές από μόνοι τους και δεν εξαρτώνται πάντα από τους εκπαιδευτικούς για να παρέχουν την απαραίτητη υποστήριξη. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να εξασθενίσουν σταδιακά τη βοήθειά τους και να επιτρέψουν στους μαθητές να αναλάβουν μεγαλύτερη ευθύνη για τη μάθησή τους.

Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να αυτορυθμίζονται παρέχοντας ευκαιρίες για να σχεδιάσουν τον τρόπο επίλυσης προβλημάτων, να σχεδιάσουν πειράματα και να διαβάσουν βιβλία. Να αξιολογούν τις δηλώσεις, τα επιχειρήματα, τις λύσεις σε προβλήματα άλλων καθώς και του εαυτού τους. Να ελέγξουν τη σκέψη τους και να ρωτήσουν τους εαυτούς τους σχετικά με την κατανόησή τους (Γιατί κάνω αυτό που κάνω; Πόσο καλά κάνω αυτό που πρέπει να γίνει;). Να αναπτύξουν ρεαλιστικές γνώσεις για τους εαυτούς τους ως μαθητευομένους (είμαι καλός στην ανάγνωση, αλλά πρέπει να δουλέψω στα μαθηματικά μου). Να καθορίσουν οι ίδιοι τους δικούς τους μαθησιακούς στόχους.

Ας δούμε ορισμένες ενέργειες που μπορούν να κάνουν οι εκπαιδευτικοί για να προωθήσουν την κατανόηση του υλικού που διδάχθηκε: Να ζητούν από τους μαθητές να εξηγήσουν ένα φαινόμενο ή μια έννοια με τα δικά τους λόγια. Να καθοδηγούν τους μαθητές ώστε να παράσχουν παραδείγματα που να απεικονίζουν πώς εφαρμόζεται μια αρχή ή πώς λειτουργεί ένας νόμος. Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να επιλύσουν χαρακτηριστικά προβλήματα στην περιοχή του αντικειμένου. Τα προβλήματα μπορεί να αυξηθούν σε δυσκολία καθώς οι μαθητές αποκτούν μεγαλύτερη εμπειρία. Να βοηθούν τους μαθητές να μπορούν να δουν ομοιομορφίες και διαφορές, να συγκρίνουν και να αντιπαραβάλλουν, να μπορούν να κατανοήσουν και να δημιουργήσουν αναλογίες. Να διδάσκουν τους μαθητές πώς να εξάγουν γενικές αρχές από συγκεκριμένες περιπτώσεις και να γενικεύουν από συγκεκριμένα παραδείγματα.

Για τη δημιουργία κινήτρων στους μαθητές τους οι εκπαιδευτικοί πρέπει να χρησιμοποιούν ενθαρρυντικές δηλώσεις που αντικατοπτρίζουν μια έντιμη αξιολόγηση της απόδοσης των μαθητών, να αναγνωρίζουν τα επιτεύγματά τους, να αποδίδουν τις επιτυχίες των μαθητών σε εσωτερικούς και όχι εξωτερικούς παράγοντες (π.χ. «Έχετε καλές ιδέες»). Να βοηθούν

τους μαθητές να πιστεύουν στον εαυτό τους (π.χ. «Κάνετε μεγάλη προσπάθεια στα μαθηματικά και οι βαθμοί σας έχουν βελτιωθεί πολύ»). Να σχολιάζουν τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές και να δίνουν οδηγίες για τον τρόπο βελτίωσής τους. Να βοηθούν τους μαθητές να θέσουν ρεαλιστικούς στόχους. Είναι επίσης σημαντικό να αποφεύγουν να ομαδοποιούν τους μαθητές ανάλογα με τις ικανότητές τους. Η ομαδοποίηση με βάση τις δυνατότητες δίνει το μήνυμα ότι η ικανότητα εκτιμάται περισσότερο από την προσπάθεια. Να προωθούν τη συνεργασία και όχι τον ανταγωνισμό. Οι έρευνες δείχνουν ότι οι ανταγωνιστικές ρυθμίσεις που ενθαρρύνουν τους μαθητές να εργάζονται μόνοι τους για να επιτύχουν υψηλούς βαθμούς και ανταμοιβές, τείνουν να δώσουν το μήνυμα ότι αυτό που αποτιμάται είναι η ικανότητα και μειώνουν τα εσωτερικά κίνητρα.

Οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να υπηρετήσουν την ανάγκη για ουσιαστική συζήτηση με το να: Ρωτούν ανοιχτές ερωτήσεις. Οι ανοικτές ερωτήσεις ενθαρρύνουν την εμπλοκή και την ομιλία των μαθητών. Ωστόσο, οι δάσκαλοι πρέπει να έχουν στο μυαλό τους έναν τελικό στόχο, προκειμένου να καθοδηγήσουν τη συζήτηση προς την κανονική ορθή γνώση και να αποφύγουν παρερμηνείες. Είναι σημαντικό για τους εκπαιδευτικούς να σκέφτονται προσεκτικά τη συζήτηση και τις κατευθύνσεις που μπορεί να πάρει. Για παράδειγμα, ένας δάσκαλος μπορεί να προετοιμάσει σενάρια, προτροπές και εννοιολογικά διαγράμματα των εννοιών-στόχων (και των παρανοήσεων). Υπάρχει μια λεπτή ισορροπία μεταξύ του να αφήσουμε τους μαθητές να διεξάγουν τη συζήτηση και στο να οδηγήσουμε τη σκέψη τους προς ένα συγκεκριμένο τελικό σημείο.

Έτσι οι εκπαιδευτικοί πρέπει να προβλέπουν παρανοήσεις. Να παρέχουν πηγές γνώσης. Να είναι βέβαιοι ότι οι μαθητές ξέρουν πού να βρουν τα γεγονότα και άλλα είδη πληροφοριών που χρειάζονται για να διατυπώσουν με σαφήνεια τους ισχυρισμούς τους (δοκίμια, κείμενα, δεδομένα). Να ρωτούν τους μαθητές για τις πηγές από τις οποίες άντλησαν τις πληροφορίες τους. Να ζητούν από τους μαθητές να δικαιολογήσουν τις απαντήσεις τους και να εξηγήσουν σε τι τις στηρίζουν.

Βιβλιογραφία

Ελληνική βιβλιογραφία

1. Αναπολιτάνος Διονύσιος, *Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών*, Εκδόσεις Νεφέλη, 1985.
2. Αραγεώργης Αριστείδης, *Λογική, Κριτική Σκέψη και Φιλοσοφία*, 2006.

3. Αυδής Τηλέμαχος *Η διαισθητική και κριτική σκέψη ως παράγοντας για την άρση του μαθηματικού αναλφαριθμητισμού*, Ελληνική Ψηφιακή Μαθηματική Βιβλιοθήκη

<http://www.hdml.gr/el/item/%CE%A3%CF%85%CE%BD%CE%AD%CE%B4%CF%81%CE%B9%CE%B1/18%20%CE%A0%CE%B1%CE%BD%CE%B5%CE%BB%CE%BB%CE%AE%CE%BD%CE%B9%CE%BF%20%CE%A3%CF%85%CE%BD%CE%AD%CE%B4%CF%81%CE%B9%CE%BF%20%CE%9C%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%CF%82%20%CE%A0%CE%B1%CE%B9%CE%B4%CE%B5%CE%AF%CE%B1%CF%82/165/>

4. Βασιλειάδη Γιαννάκη, *Καλλιέργεια Κριτικής Σκέψης σε μαθητές Δημοτικού Σχολείου μέσω ανάπτυξης επιχειρηματολογίας με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή*, Πρακτικά 11^{ου} Συνεδρίου Παιδαγωγικής Εταιρείας Κύπρου, 2018.
5. Βλάχος Αθανάσιος *Η διαισθητική σκέψη σε αντιδιαστολή με τη λογική σκέψη στη μαθηματική εκπαίδευση*. Διπλωματική εργασία στα πλαίσια του Διαπανεπιστημικού – Διατμηματικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών», ΕΚΠΑ, 2005.
6. Βοσνιάδου Στέλλα *Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας Β τόμος Σκέψη*, Εκδόσεις Gutenberg, 2003.
7. Βοσνιάδου Στέλλα *How children learn*, *Educational Practices Series – 7* International Academy of Education (IAE), International Bureau of Education (IBE), 2019.
8. Γασπαράτου Ρένια *Φιλοσοφία της παιδείας*, Ενότητα 10, Ανοικτά ακαδημαϊκά μαθήματα του Πανεπιστημίου Πατρών, 2007.

https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/PN1471/0.%20Ανοικτά%20Μαθήματα/10_Φιλοσοφική%20πρακτική%20-%20Φιλοσοφία%20με%20παιδιά%2C%20εφήβους%20%26%20νέους.pdf

9. Λεοντσίνη Ελένη *Το φιλοσοφικό επιχείρημα και η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης* 2006, διαδικτυακό άρθρο.

<https://braining.gr/blog/%CF%84%CE%BF-%CF%86%CE%B9%CE%BB%CE%BF%CF%83%CE%BF%CF%86%CE%B9%CE%BA%CF%8C-%CE%B5%CF%80%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%81%CE%B7%CE%BC%CE%B1-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CE%B7-%CE%B1%CE%BD%CE%AC%CF%80%CF%84%CF%85%CE%BE%CE%B7-%CF%84%CE%B7%CF%82->

[%CE%BA%CF%81%CE%B9%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%CF%82-%CF%83%CE%BA%CE%AD%CF%88%CE%B7%CF%82.html](#)

10. Νικολιδάκη Σοφία *Φιλοσοφία για παιδιά*, Διπλωματική Εργασία, Τμήμα Φιλοσοφικών και Κοινωνικών Σπουδών, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2005.
11. Σμυρναίου Ζαχαρούλα *Η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών*, διαδικτυακό άρθρο

https://www.google.com/search?q=%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1+%CE%B5%CF%80%CE%B5%CE%BE%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1%CF%82+%CF%80%CE%BB%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CF%8E%CE%BD.&rlz=1C1AVNE_enGR711GR716&oq=%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1+%CE%B5%CF%80%CE%B5%CE%BE%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1%CF%82+%CF%80%CE%BB%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CF%8E%CE%BD.&aqs=chrome..69i57j0.1166j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8

12. Χαλάτσης Αθανάσιος *Κριτική σκέψη και μαθηματικά*, Ευκλείδης Γ, Τόμος 10, τεύχη 36-37, 1993, 103-114.
13. Χριστοφορίδης Μιχαήλ, *Η ανάπτυξη της υποθετικοπαραγωγικής σκέψης παιδιών του Δημοτικού σχολείου: Προεκτάσεις μιας παρεμβατικής προσπάθειας*, Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Κύπρου, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, 2010.

Ξενόγλωσση βιβλιογραφία

1. Ardelean Denisa, How Do Primary School Pupils Think? Syllogistic Reasoning in Primary School Children, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 203, 2015, 57-62.
2. Daniel Marie-France, Mathieu Gagnon, Emmanuèle Auriac – Slusarczyk *Dialogical Critical Thinking in Kindergarten and Elementary School: Studies on the impact of philosophical praxis in pupils*, The Routledge International Handbook of Philosophy for Children, M. R. Gregory, J. Haynes and K. Murriss (eds.), Routledge, 2016.
3. Florea Nadia Mirela, Elena Hurjui *Critical thinking in elementary school children*, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 180, 2015, 565-572.
4. Kline Morris *Λογική εναντίον Παιδαγωγικής, Μαθηματική Επιθεώρηση*, τεύχος 22, μετάφραση Δημήτρης Χασάπη, 1981, 3-34.
5. KoSze Lee *Students' logical reasoning and mathematical proving of implications*, Διδακτορική Διατριβή, Michigan State University, 2011.

6. Lipman Matthew *Η σκέψη στην εκπαίδευση*, Εκδόσεις Πατάκη, 2006.
7. Marchis Iuliana *Pre-Service Primary School Teachers' Logical Reasoning Skills*, *Acta Didactica Napocensia*, vol. 6, number 4, 2013, 59-65.
8. Artemis P. Morou, Nicholas A.E. Kalospyros *The Role of Logic in Teaching Learning and Analyzing Proof*

http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/WG/1/CERME7_WG1_Morou&Kalospyros.pdf

9. Nunes Terezinha, Peter Bryant, Deborah Evans, Daniel Bell, Selina Gardner, Adelina Gardner, and Julia Carraher *The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school*, *British Journal of Developmental Psychology*, vol.25, 2007, 147-166.
10. Palladino Nicla και Nicolina Pastena *Thought and body. An activity of logic in primary school*, *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, vol. 174, 2015, 3689-3695.
11. Pontecorvo Clotilde, Laura Sterponi *Logic, and How it Should Influence Our Teaching*, ιστότοπος NRICH, 2011 (<https://nrich.maths.org/2588>).
12. Lauren B. Resnick, Christa S. C. Asterhan, Sherice N. Clarke. *Accountable Talk: Instructional dialogue that builds the mind Educational Practices Series – 29* International Academy of Education (IAE), International Bureau of Education (IBE), 2019.
13. Scibner Sylvia και Michael Cole *Συνέπειες της τυπικής και άτυπης εκπαίδευσης στη γνωστική ανάπτυξη*, στο *Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας*, Β τόμος *Σκέψη*, εκδόσεις Gutenberg, 2003.
14. Suppes Patrick and Frederick Binford *Experimental teaching of mathematical logic in the elementary school*, *The Arithmetic Teacher*, vol. 12, no. 3, 1965, 187-195.
15. Watson Anne, John Mason *Logic, and How it Should Influence Our Teaching* ιστότοπος NRICH, 2011 (<https://nrich.maths.org/2588>).