

**ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών

Σχολή Επιστημών της Αγωγής

Ιστορία και Φιλοσοφία των μαθηματικών στην

Εκπαίδευση

Πτυχιακή

«Διερευνώντας τα προβλήματα με πλαίσιο στα

σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών της

πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης»

Χάλιου Ελένη

A.M: 217305

Αθήνα 2020

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Καρούση Σόνια, Καθηγήτρια, Τμήμα Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Μπαράλης Γεώργιος, Αναπληρωτής Καθηγητής, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Βουδούρη Αγγελική, Καθηγήτρια, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ευχαριστίες

Για την διεξαγωγή αυτής της μελέτης ευχαριστώ θερμά την καθηγήτριά μου κ. Καφούση Σόνια για τη συνεχή και πολύτιμη βοήθειά της αλλά και την αμέριστη καθοδήγησή της καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας.

Περίληψη

Το σχολικό εγχειρίδιο, αποτελεί ένα πολύ σημαντικό εργαλείο και σε ορισμένες περιπτώσεις το αποκλειστικό μέσο για την υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών. Οφείλει λοιπόν να προσφέρει καινοτόμους πόρους και η εγγενής πρόθεση της χρήσης του πρέπει να είναι η υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης. Μια εργασία είναι ουσιαστική όταν σκοπός της είναι να παρωθήσει τους/τις μαθητές/τριες σε μια σειρά λύσεων, όπου καθεμία χρησιμοποιεί και διαφορετικές πτυχές της μαθηματικής δομής του διδακτικού στόχου, έτσι στο τέλος του μαθήματος το ενδιαφέρον και η προσοχή των μαθητών/τριών στρέφεται στα ουσιαστικά μαθηματικά, τα οποία προκύπτουν ως συνιστώσα των διαφορετικών πτυχών. Οι δραστηριότητες αυτές μοιάζουν πολύ με τα προβλήματα που μπορεί να συναντήσει κάποιος στην καθημερινή ζωή. Σκοπός αυτής της μελέτης είναι η καταγραφή και η ανάλυση των προβλημάτων με πλαίσιο στα σχολικά εγχειρίδια των Α', Γ' και Ε' τάξεων του δημοτικού σχολείου. Τα πλαισιωμένα προβλήματα αναλύθηκαν άλλοτε με βάση τον τύπο του πλαισίου, άλλοτε με βάση την πληροφορία που παρέχεται αλλά και τον τύπο της γνωστικής απαίτησης. Βρέθηκε πως παρά το γεγονός πως σημαντικό πλήθος των προβλημάτων είναι πλαισιωμένα, γίνεται με τρόπο που δεν προωθείται η σύνδεση και ο συλλογισμός των μαθητών/τριών σε σχέση με τις μαθηματικές έννοιες.

Λέξεις κλειδιά: σχολικά εγχειρίδια, προβλήματα με πλαίσιο, δραστηριότητες, μαθηματικές έννοιες

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Σχολικά εγχειρίδια και μαθηματικά	6
Περίληψη	6
Εισαγωγή	7
1. Αναλυτικά προγράμματα σπουδών μαθηματικών και σχολικά εγχειρίδια στην Ελλάδα	9
2. Χαρακτηριστικά ενός σύγχρονου σχολικού εγχειριδίου μαθηματικών	11
3. Τα προβλήματα πλαισίου στο σχολικό εγχειρίδιο των μαθηματικών	15
4. Έρευνες για τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και τα προβλήματα σε πλαίσιο	17
5. Σκοπός και Ερευνητικά ερωτήματα	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. Σχεδιασμός της έρευνας	24
Περίληψη	24
1. Προβληματική της έρευνας	25
2. Στοιχεία για τα σχολικά εγχειρίδια που μελετήθηκαν	26
3. Μέθοδος ανάλυσης των προβλημάτων των σχολικών βιβλίων των μαθηματικών	27
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. Αποτελέσματα	32
Εισαγωγή	32
1. Προβλήματα με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο	33
1.1 Ανάλυση προβλημάτων με βάση τον τύπο πλαισίου	34
2. Ανάλυση προβλημάτων με βάση τον τύπο πληροφορίας	36
3. Ανάλυση προβλημάτων με βάση τον τύπο γνωστικής απαίτησης	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Συζήτηση – Συμπεράσματα	42
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	46
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	52

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Σχολικά εγχειρίδια και Μαθηματικά

Περίληψη

Στο κεφάλαιο αυτό επιχειρείται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση, που στόχος της είναι να αναδειχθεί η σπουδαιότητα τους σχολικού εγχειριδίου ως εργαλείο διδασκαλίας και μάθησης. Στη συνέχεια γίνεται αναφορά στα αναλυτικά προγράμματα σπουδών (Α.Π.Σ.) 2003 πάνω στα οποία βασίστηκαν οι συγγραφείς των μαθηματικών εγχειριδίων που θα μελετήσουμε. Επίσης τονίζονται, ιδιαίτερα, οι στόχοι και τα χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει ένα σύγχρονο σχολικό εγχειρίδιο. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα πλαισιωμένα προβλήματα ως δραστηριότητες υψίστης σημασίας για την ουσιαστική κατανόηση των μαθηματικών. Ακόμα παρατίθεται πλήθος ερευνών σχετικά με τα σχολικά εγχειρίδια. Άλλες καταπιάνονται με το περιεχόμενο αυτών, άλλες με την χρήση τους από εκπαιδευτικούς και μαθητές/τριες και άλλες με την μελέτη των προβλημάτων σε πλαίσιο. Στο κλείσιμο του κεφαλαίου παρατίθενται ο σκοπός καθώς και τα ερευνητικά ερωτήματα της παρούσας έρευνας.

Εισαγωγή

Τα σχολικά εγχειρίδια, αποτελούν ένα πολύ σημαντικό εργαλείο και σε ορισμένες περιπτώσεις το αποκλειστικό μέσο για την υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών σε πολλές χώρες (Fan & Zhu, 2007; Newton & Newton, 2007; Σκουμπουρδή, 2014; Μαστρογιάννης, 2015) και τυγχάνουν αυξημένης προσοχής από τη διεθνή εκπαιδευτική κοινότητα τις δύο τελευταίες δεκαετίες. Οφείλουν περίπου να είναι μια έκφραση του προτεινόμενου αναλυτικού προγράμματος σπουδών, όπου αντικατοπτρίζονται οι στόχοι και το αντικείμενο της μαθηματικής γνώσης, που προορίζεται για διδασκαλία και μάθηση σε εθνικό ή σε περιφερειακό επίπεδο (Mesa, 2004).

Στο χώρο της Ελληνικής Εκπαίδευσης το σχολικό εγχειρίδιο φαίνεται να έχει κεφαλαιώδη σημασία αποτελώντας τον κύριο μοχλό και το έρεισμα της διδακτικής και μαθησιακής διαδικασίας. Αρχικά οργανώνει τον τρόπο με τον οποίο ο εκπαιδευτικός θα καθορίσει την ακολουθία των θεμάτων της ύλης, στη συνέχεια παρουσιάζει το περιεχόμενο που θα διδαχθεί στους/στις μαθητές/τριες και τέλος καθορίζει τις δραστηριότητες (Ξωχέλλης, 2005; Reys, Reys, & Chavez, 2004). Επηρεάζει, δηλαδή, το τι μαθαίνουν οι μαθητές/τριες και με ποιον τρόπο κατακτούν τη γνώση μέσα από αυτό, αλλά και το τι διδάσκουν οι εκπαιδευτικοί και με ποιον τρόπο (Ogan-Bekiroglou, 2007).

Οι εκπαιδευτικοί φαίνεται ότι στηρίζονται στα βιβλία περισσότερο από όσο πιστεύουν και τους παρέχεται μια συγκεκριμένη κατεύθυνση από την οποία λίγοι/ες αποκλίνουν σε σημαντικό βαθμό (Tyson & Woodward, 1989), καθώς τα εγχειρίδια αποτελούν γι' αυτούς/ές την κύρια πηγή γνώσης ως προς το περιεχόμενο (Garner, 1992. Jo & Bednarz, 2009). Υπάρχουν πολλοί λόγοι που δικαιολογούν αυτήν την εξάρτηση των εκπαιδευτικών από το εγχειρίδιο, ανάμεσα στους οποίους αναφέρονται η αποτελεσματικότητα στη προετοιμασία και η ευκολία στη χρήση (Elsaleh, 2010). Σημαντικός αριθμός εκπαιδευτικών θεωρούν το εγχειρίδιο ως την κυρίαρχη έκφραση του αναλυτικού προγράμματος, το οποίο πρέπει να εφαρμόσουν (Mesa, 2004; Organ-

Bekiroglou, 2007). Την άποψη αυτή ενισχύουν και οι Hedrick, Harmon & Linerode (2004), οι οποίοι αναφέρουν ότι το μεγαλύτερο μέρος του διδακτικού χρόνου μέσα στην τάξη αφιερώνεται από τους εκπαιδευτικούς στο εγχειρίδιο, οι εργασίες για το σπίτι είναι προσανατολισμένες στο περιεχόμενο των εγχειριδίων, ενώ οι διδακτικές επιλογές στηρίζονται συνήθως σ' αυτά.

Διατυπώνεται η άποψη ότι οι μαθητές/τριες νιώθουν περισσότερη ασφάλεια έχοντας ένα σχολικό βιβλίο ως σημείο αναφοράς, γιατί τους επισημαίνονται σημαντικές έννοιες, τους παρέχεται καθοδήγηση σχετικά με τις δραστηριότητες, τους κοινοποιούνται οι μαθησιακοί στόχοι στη μελέτη ενός συγκεκριμένου μαθήματος (Ogan-Bekiroglou, 2007), αποτελεί την κύρια πηγή από την οποία αντλούν πληροφορίες και τους προσφέρει υλικό που είναι αυτόνομο, έγκυρο και αποδεκτό απ' όλους, το οποίο μπορούν να το επεξεργαστούν χωρίς να αντιμετωπίσουν ιδιαίτερες δυσκολίες (Μπονίδης, 2005). Κατά συνέπεια, το σχολικό εγχειρίδιο κατευθύνει τον/την μαθητή/τρια στη διαδικασία τη μάθησης, προωθεί την εμπέδωση της νέας γνώσης και του δημιουργεί κίνητρα για μάθηση (Ξωχέλλης, 2005).

Πριν από την δεκαετία του 1980, η έρευνα σχετικά με τα σχολικά εγχειρίδια ήταν περιορισμένη. Ένας από τους λόγους για το γεγονός αυτό, ήταν ότι μάλλον υποτιμήθηκε η σχέση μεταξύ του περιεχομένου και της δομής τους αφ' ενός, και των μαθησιακών συμπεριφορών των μαθητών/τριών αφ' ετέρου, με το σκεπτικό ότι οι δάσκαλοι διαμεσολαβούν μεταξύ των σχολικών εγχειριδίων και της μάθησης από τους/τις μαθητές/τριες. Θεωρήθηκε έτσι, ότι η ανάλυση του περιεχομένου των εγχειριδίων δεν έχει να προσφέρει σημαντικές πληροφορίες που αφορούν την διαδικασία μάθησης. Συνέπεια αυτού ήταν, οι ερευνητές να στραφούν, κυρίως, στην διερεύνηση των μαθηματικών και παιδαγωγικών ικανοτήτων των δασκάλων, υπό την επικρατούσα άποψη, ότι ένας κατηρτισμένος δάσκαλος, τόσο παιδαγωγικά, όσο και μαθηματικά, είναι σε θέση να χρησιμοποιήσει το εγχειρίδιο με κριτικό και ευέλικτο τρόπο (Κολέζα, 2017).

Σήμερα πια εγκαταλείπεται η άποψη αυτή, αρκετοί ερευνητές στρέφουν το ενδιαφέρον τους προς τα σχολικά εγχειρίδια και τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η ποιότητα των εγχειριδίων έχει επίδραση στην ποιότητα της μάθησης (Κολέζα, 2017). Τα εγχειρίδια αποτελούν τον ενδιάμεσο κρίκο μεταξύ του Αναλυτικού Προγράμματος

και της παιδαγωγικής πρακτικής που ακολουθείται από τον εκπαιδευτικό στην τάξη (Καφούση, Σκουμπουρδή, & Τάτσης, 2009).

1. Αναλυτικά προγράμματα σπουδών μαθηματικών και σχολικά εγχειρίδια στην Ελλάδα

Τα Προγράμματα Σπουδών στην ελληνική εκπαίδευση, μέχρι το 1997, παρέμειναν παραδοσιακά, παρά τις αλλεπάλληλες μεταρρυθμίσεις (Νταραδήμος, 2015). Κατά την περίοδο 1997-2003, επιχειρήθηκαν αλλαγές, έτσι ώστε τα Π.Σ. να αποκτήσουν σταδιακά χαρακτήρα ευέλικτων προγραμμάτων, με στόχο να αντιμετωπιστεί η μάθηση όχι ως συσσώρευση γνώσεων, αλλά ως δημιουργική καλλιέργεια μιας πολυδιάστατης κατάκτησης της γνώσης, μέσα από συμμετοχικές και βιωματικές διαδικασίες (Δ.Ε.Π.Π.Σ-Α.Π.Σ., 2003). Αποτέλεσμα της παραπάνω διαδικασίας, τα σχολικά έτη 2006-2007 και 2007-2008 κυκλοφόρησαν νέα σχολικά εγχειρίδια για τα Μαθηματικά στο Δημοτικό και στο Γυμνάσιο αντίστοιχα. Είναι γραμμένα σύμφωνα με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) και τα νέα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) για τα Μαθηματικά του Δημοτικού (Δ.Ε.Π.Π.Σ-Α.Π.Σ., 2003).

Σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ και τα Α.Π.Σ Δημοτικού των Μαθηματικών (Δ.Ε.Π.Π.Σ-Α.Π.Σ., 2003), ο κύριος σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών εντάσσεται στους γενικότερους σκοπούς της εκπαίδευσης και αφορά τη συμβολή στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του/της μαθητή/τριας και την επιτυχή κοινωνική ένταξή του. Αυτό δύναται να επιτευχθεί, εφόσον τα Μαθηματικά ασκούν τον/τη μαθητή/τρια στη μεθοδική σκέψη, την ανάλυση, την αφαίρεση, τη γενίκευση, την εφαρμογή, την κριτική και τις λογικές διεργασίες και τον διδάσκουν να διατυπώνει τα διανοήματά του με τάξη, σαφήνεια, λιτότητα και ακρίβεια. Επιπροσθέτως, αναπτύσσουν την παρατηρητικότητα, την προσοχή, τη δύναμη αυτοσυγκέντρωσης, την επιμονή, την πρωτοβουλία, τη δημιουργική φαντασία, την ελεύθερη σκέψη, καλλιεργούν την αίσθηση της αρμονίας, της τάξης και του ωραίου και διεγείρουν το κριτικό πνεύμα. Τέλος, τα Μαθηματικά είναι απαραίτητα στην καθημερινή ζωή, ιδιαίτερα στον χώρο εργασίας, αλλά και για την ανάπτυξη και εξέλιξη των άλλων

επιστημών, κυρίως της Τεχνολογίας, της Οικονομίας, αλλά και των Κοινωνικών Επιστημών.

Επιπλέον, σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ.-Α.Π.Σ. (2003), με τη διδασκαλία των Μαθηματικών επιδιώκονται οι παρακάτω επιμέρους σκοποί: Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων, η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας, η κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων, η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία, η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων, η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών, η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης της μαθηματικής επιστήμης (ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών) και η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά.

Η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν αφορά μόνο γνώσεις και κατάκτηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων, αλλά περιλαμβάνει διαδικασίες μάθησης που καλύπτουν τις διαστάσεις που έχουν ήδη περιγραφεί. Κατ' αυτόν τον τρόπο, οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους δραστηριοτήτων, παρά με όρους παρατηρήσιμων συμπεριφορών. Στο Α.Π.Σ. (2003), τονίζεται πως η επιλογή των δραστηριοτήτων γίνεται με βάση συγκεκριμένα κριτήρια που αναφέρονται στους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και η διατύπωσή τους επιτρέπει την εμπλοκή των μαθητών/τριών της τάξης. Για τους/τις μαθητές/τριες, αυτό σημαίνει ότι έχουν την ευκαιρία να σκεφτούν και να ενεργήσουν στο δικό τους προσωπικό επίπεδο και να διατυπώσουν τους δικούς τους επιμέρους στόχους. Για τον/την εκπαιδευτικό, αυτό σημαίνει υψηλό βαθμό αυτενέργειας και πρωτοβουλίας. Επομένως, πρέπει να είναι ικανός/ή να διακρίνει, πίσω από τη διατύπωση μιας δραστηριότητας, τους γενικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης και να τους προσαρμόσει στις ιδιαιτερότητες της τάξης του. Εκτός από τις δραστηριότητες που αναπτύσσει ο/η εκπαιδευτικός, το σχολικό εγχειρίδιο καθορίζει σε μεγάλο βαθμό και τις μαθησιακές δραστηριότητες που αναπτύσσουν οι μαθητές/τριες (Ματσαγγούρας, 2006). Το σχολικό εγχειρίδιο πρέπει να παρέχει ευκαιρίες μάθησης σε όλους/ες τους/τις μαθητές/τριες, καθοδηγώντας την διδακτική διαδικασία και καθορίζοντας τις αποφάσεις του/της εκπαιδευτικού. Το εγχειρίδιο διαδραματίζει ρόλο καθοριστικό και αναντικατάστατο.

2. Χαρακτηριστικά ενός σύγχρονου σχολικού εγχειριδίου μαθηματικών

Τα εγχειρίδια πρέπει να προσφέρουν καινοτόμους πόρους και η εγγενής πρόθεση της χρήσης τους πρέπει να είναι η υποστήριξη της διδασκαλίας και της μάθησης. Κύριος στόχος ενός σχολικού εγχειριδίου των Μαθηματικών είναι η διδασκαλία ιδεών, η καλλιέργεια δεξιοτήτων, η ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων και η παροχή ευκαιριών για πρακτική άσκηση (Ο'Keeffe & Ο'Donoghue, 2011). Σύμφωνα με τον Οργανισμό Επιμόρφωσης των Εκπαιδευτικών (ΟΕΠΕΚ) το 2008, οι δάσκαλοι αφιερώνουν το 90 έως 95% της διδασκαλίας τους στην χρήση έτοιμου και επιλεγμένου διδακτικού υλικού, ενώ στο 80% του διδακτικού χρόνου διαπραγματεύονται θέματα που προέρχονται από τα σχολικά εγχειρίδια (Μαστρογιάννης, 2015).

Λόγω της σπουδαιότητας της ύπαρξης και χρήσης του επιβάλλεται να έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά, όπως τα καταγράφει ο Εξαρχάκος (1993):

1. Να είναι επιστημονικά άρτιο: Να μην έχει επιστημονικές ανακρίβειες και να μην παρουσιάζει επιστημονικά σφάλματα, αντιφάσεις και ασάφειες, που ενδεχομένως θα αποπροσανατολίσουν τους/τις μαθητές/τριες.

Οι διάφορες μαθηματικές έννοιες πρέπει να προσφέρονται με απλότητα, σαφήνεια και προσαρμοσμένες στις ικανότητες των μαθητών, αλλά πάντοτε με επιστημονική βάση και συνέπεια. Πολλές φορές, ιδιαίτερα όταν το βιβλίο απευθύνεται σε μικρούς/ες μαθητές/τριες, για χάρη της διδακτικής σκοπιμότητας παρουσιάζονται διάφορες μαθηματικές έννοιες και ορισμοί όχι με την αυστηρή επιστημονική ορολογία και ακριβολογία, αλλά εμπειρικά και απλά, ώστε να μπορούν να γίνουν κατανοητοί από τους/τις μαθητές/τριες. Και στις περιπτώσεις αυτές πρέπει να καταβάλλεται κάθε δυνατή προσπάθεια, ώστε οι έννοιες αυτές και οι ορισμοί που δίνονται ν' αποδίδουν το σωστό επιστημονικό νόημα και να μην παρουσιάζονται αλλοιωμένοι και διαστρεβλωμένοι. Η τυχόν αλλοίωση τέτοιων εννοιών θα δημιουργήσει πολλά προβλήματα στους/στις μαθητές/τριες, ιδιαίτερα όταν σε μεγαλύτερες τάξεις δώσουμε αυτούς τους ορισμούς μαθηματικά θεμελιωμένους. Πρέπει να υπάρχει σαφής ιεράρχηση στον καθορισμό των εννοιών, ώστε να μην ορίζεται μια έννοια με βάση μια δεύτερη και στη συνέχεια ορίζεται η δεύτερη με βάση την πρώτη.

2. Να είναι παιδαγωγικά σωστό: Η διάταξη και η παρουσίαση της ύλης πρέπει να γίνεται πολύ προσεγμένα και με πολλή μεθοδικότητα, ώστε από τη μια μεριά να ικανοποιούνται τόσο οι γενικοί όσο και οι ειδικοί σκοποί διδασκαλίας του μαθήματος, όπως έχουν δοθεί στο αναλυτικό πρόγραμμα και από την άλλη να τηρούνται οι βασικές προϋποθέσεις και οι γενικές αρχές της παιδαγωγικής και διδακτικής επιστήμης. Ένα διδακτικό βιβλίο για να έχει παιδαγωγική παρουσίαση πρέπει τουλάχιστον να ικανοποιεί τις παρακάτω βασικές αρχές:

i. Απλή γραφή: Πρέπει να είναι απλά γραμμένο. Οι διάφορες έννοιες να είναι προσαρμοσμένες στην αντιληπτική ικανότητα των μαθητών/τριών στους οποίους απευθύνεται το βιβλίο. Να είναι γραμμένο με σαφήνεια, ώστε να γίνεται κατανοητό απ' όλους. Οι έννοιες που χρησιμοποιούνται δεν πρέπει να υπερτιμούν τις ικανότητες των διδασκόμενων, ούτε όμως και να τις υποτιμούν.

ii. Συνέχεια: Η παρουσίαση της ύλης πρέπει να έχει αυστηρή συνέχεια. Να υπάρχει μια ιεράρχηση της διδακτέας ύλης και κάθε διδακτική ενότητα να είναι συνέχεια της προηγούμενης της. Η συνέχεια αυτή να μην παρουσιάζεται μόνο από ενότητα σε ενότητα, αλλά και από βαθμίδα σε βαθμίδα. Για να εξυπηρετείται αυτή η συνέχεια θα πρέπει η έκταση της ύλης να είναι τόση, ώστε να μπορεί να ολοκληρωθεί μέσα στο χρονικό διάστημα που προβλέπεται από το πρόγραμμα για τη διδασκαλία της.

iii. Συνέπεια και ενιαία φιλοσοφία: Ο τρόπος παρουσίασης των εννοιών και ενοτήτων, καθώς και οι μέθοδοι αποδείξεων των προτάσεων και θεωρημάτων, πρέπει να έχουν ενιαία φιλοσοφία και συνέπεια.

Δεν πρέπει για παράδειγμα, στους/ις ίδιους/ες μαθητές/τριες η παρουσίαση της ύλης να γίνεται τη μια φορά απλοϊκά, εμπειρικά, πρακτικά και την άλλη εξεζητημένα, δύσκολα, θεωρητικά και αφηρημένα. Να αποφεύγεται να δίνονται διαφορετικοί ορισμοί για το ίδιο αντικείμενο.

Στην περίπτωση που είναι τελείως απαραίτητο να δοθεί και δεύτερος θα πρέπει να εξηγηθεί ότι οι ορισμοί αυτοί είναι ισοδύναμοι μεταξύ τους.

iv. Σωστό και αναγκαίο συμβολισμό: Να γίνεται σωστή χρήση των μαθηματικών συμβόλων. Τα σύμβολα εξυπηρετούν την άνετη, γρήγορη και ακριβή παρουσίαση των μαθηματικών εννοιών. Πρέπει όμως να χρησιμοποιούνται με πολλή προσοχή και μόνο τότε που είναι εντελώς απαραίτητα. Να χρησιμοποιείται ο συνηθισμένος και καθιερωμένος συμβολισμός και να αποφεύγονται νέα σύμβολα,

αδόκιμα, που μπορεί να έχουν αρνητικά αποτελέσματα. Εκείνο που πρέπει εντελώς αποφεύγεται είναι η χρησιμοποίηση διαφορετικών συμβόλων για το ίδιο αντικείμενο, καθώς επίσης και ο συμβολισμός μιας έννοιας με σύμβολο το οποίο είναι καθιερωμένο για το συμβολισμό άλλης έννοιας. Γενικά η άσκοπη και αψυχολόγητη χρήση των μαθηματικών συμβόλων κουράζει το μαθητή και μπορεί να προκαλέσει απέχθεια και αποστροφή προς το μάθημα

v. Αποφυγή του αυθαίρετου: Το αυθαίρετο πρέπει να αποφεύγεται. Οι διάφορες έννοιες πρέπει να παρουσιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε φυσιολογικά να διαδέχεται η μια την άλλη και η διαδοχή αυτή να προκαλεί το ενδιαφέρον και την περιέργεια του μαθητή. Σε ότι διδάσκεται να δίνεται και η κατάλληλη εξήγηση και να μην παρουσιάζεται στα μάτια των μαθητών αυθαίρετα, γιατί το αυθαίρετο και το άγνωστο τρομάζουν.

vi. Πρόκληση προβληματισμού και ενδιαφέροντος: Να δίνει ερέθισμα για προβληματισμό και συζήτηση. Μέσα στη διαδοχική παρουσίαση των εννοιών πρέπει να εμφανίζονται ερεθίσματα που θα προβληματίσουν τους/τις μαθητές/τριες και θα τους δώσουν θέματα για συζήτηση. Αυτό θα συμβάλει από τη μια μεριά στην κατανόηση και το ξεκαθάρισμα του ρόλου που παίζουν οι διάφορες έννοιες και ορισμοί και από την άλλη θα μυήσει τους/τις μαθητές/τριες στην αναζήτηση και στην έρευνα, που είναι βασικές προϋποθέσεις για επέκταση και γενίκευση των διδασκομένων. Γίνεται έτσι μια μεθοδευμένη και σωστή τοποθέτηση των πραγμάτων, που διευκολύνει, ώστε η διδασκαλία να είναι ουσιαστική και αποδοτική.

vii. Επιλογή κατάλληλων εφαρμογών: Για να προκληθεί το ενδιαφέρον των μαθητών/τριών πρέπει η διδασκόμενη ύλη να μπορεί να εφαρμοστεί και ν' αξιοποιηθεί κατάλληλα. Οι γνώσεις που προσφέρονται δεν πρέπει μόνο να ανταποκρίνονται στις νοητικές ικανότητες των μαθητών/τριών, αλλά να μπορούν να χρησιμοποιηθούν και αξιοποιηθούν.

viii. Να είναι διδακτικά πρόσφορο: Πρέπει να είναι γραμμένο κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορεί να μεθοδευτεί ο καλύτερος τρόπος διδασκαλίας του. Η ύλη να είναι ταξινομημένη, ιεραρχημένη και τοποθετημένη κατά διδακτικές ενότητες έτσι ώστε κάθε ενότητα να μπορεί να ολοκληρωθεί σε μία, δύο ή το πολύ τρεις διδακτικές ώρες. Αυτό που θα προβλέπεται να διδαχτεί σε κάθε διδακτική ώρα πρέπει να έχει μια σχετική αυτοτέλεια, ώστε να μη μένουν διδακτικές εκκρεμότητες από τη μια διδασκαλία στην επόμενη. Γιατί οι εκκρεμότητες αυτές διακόπτουν τη συνέχεια της διδασκαλίας, διαταράσσουν το βήμα της μάθησης και δημιουργούν στους/στις

μαθητές/τριες αβεβαιότητες και ασάφειες με τρομακτικές συνέπειες για την όλη πορεία μάθησης.

3. Να είναι γλωσσικά προσεγμένο: Η γλώσσα στην οποία είναι γραμμένο το διδακτικό βιβλίο, επιβάλλεται να είναι βαθιά και κατανοητή από τους/τις μαθητές/τριες. Να είναι η γλώσσα που γνωρίζουν και χρησιμοποιούν. Δεν πρέπει να υπάρχουν σφάλματα, ασυνταξίες και ασάφειες που κουράζουν και μπορούν να δημιουργήσουν σύγχυση εννοιών και αποστροφή προς το βιβλίο. Η γλώσσα πρέπει να είναι φυσική στη ροή της, συνεπής και να έχει μέσα της την αρμονία και την ομορφιά που θέλουμε να αποδώσουμε στις έννοιες που παρουσιάζονται.

4. Να έχει καλαίσθητη εμφάνιση: Ένα καλό διδακτικό βιβλίο πρέπει να είναι και τεχνικά προσεγμένο. Να είναι κομψό στην εμφάνιση, να μην είναι ογκώδες, να είναι καλογραμμένο και προσεγμένο στο σύνολο και τα μέρη του. Τα σχήματα, οι εικόνες και τα διάφορα διαγράμματα να είναι προσεκτικά διαλεγμένα και τοποθετημένα στις καταλληλότερες θέσεις, γιατί η διδακτική τους αξία είναι σημαντική. Γενικά η εμφάνιση του βιβλίου πρέπει να είναι καλαίσθητη και τέτοια ώστε να ξεκουράζει και να προσελκύει το ενδιαφέρον του μαθητή για όσο το δυνατόν περισσότερη και ουσιαστικότερη χρησιμοποίηση του.

Συνοψίζοντας, μπορούμε να πούμε ότι ένα διδακτικό εγχειρίδιο, για να μπορεί να ανταποκριθεί στην αποστολή του πρέπει να διαθέτει:

- Επιστημονικότητα, με τη έννοια της ακρίβειας και ορθότητας των προσφερόμενων γνώσεων,
- Παιδαγωγική και διδακτική επάρκεια. Δηλαδή, να είναι παιδαγωγικά προσεγμένο και η διδακτική του δομή να είναι τέτοια ώστε να διευκολύνει διδάσκοντες και διδασκόμενους.
 - Γλωσσική συνέπεια. Να είναι γλωσσικά βατό και πάντοτε γραμμένο στη γλώσσα που χρησιμοποιούν οι μαθητές στους οποίους απονέμεται και
 - Καλαίσθητη εμφάνιση, ώστε να προκαλεί ενδιαφέρον και να ξεκουράζει.

Αντίθετα ένα βιβλίο με επιστημονικά σφάλματα, με απρόσεκτη διάταξη της ύλης, κενά, πρωθύστερα, άστοχα παραδείγματα, αντιπαιδαγωγική παρουσίαση των διαφόρων εννοιών, με ύλη που υπερτιμά ή υποτιμά τη νοημοσύνη των

μαθητών/τριών, με κακή γλωσσική διατύπωση, ασάφειες, φραστικά και συντακτικά σφάλματα, ένα βιβλίο ογκώδες και κακογραμμένο, θα τρομοκρατήσει και θα δημιουργήσει αισθήματα απέχθειας και αποστροφής όχι μόνο για το βιβλίο, αλλά και για το μάθημα (Εξαρχάκος, 1993).

Τα σχολικά εγχειρίδια επιτελούν έναν πολλαπλό ρόλο:

1. Χρησιμεύουν ως οδηγός γι' αυτά που πρέπει να διδαχτούν και προσδιορίζουν το περιεχόμενο («de facto curriculum»).
2. Υποδεικνύουν μία οργάνωση του μαθηματικού περιεχομένου. Η διαδοχή των εννοιών στη διδασκαλία, σε μεγάλο βαθμό, ταυτίζεται με αυτή του εγχειριδίου.
3. Χρησιμεύουν ως πηγή ιδεών σχετικά με το πώς μπορεί κάποιος να διδάξει το συγκεκριμένο περιεχόμενο και υποκινούν αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας.
4. «Περνούν» μία άποψη για το «τι είναι Μαθηματικά» και τι σημαίνει «ξέρω Μαθηματικά».
5. Καθορίζουν τι θεωρείται «σημαντική γνώση», σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή.
6. Επιλέγουν τι θα αξιολογηθεί άμεσα ή έμμεσα.
7. Ορίζουν την εργασία για το σπίτι.
- 8 Διαβιβάζουν στους γονείς πληροφορίες για το τι συμβαίνει στην τάξη.
9. Αποτελούν ιστορικές καταγραφές του περιεχομένου της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.
10. Καθίστανται η «εικόνα» του κοινωνικό-πολιτισμικού επιπέδου μίας χώρας Κολέζα (2009).

Τέλος στόχος είναι να καταστήσουμε τα μαθηματικά ενδιαφέροντα στους μαθητές και σημαντικά ως προς το μαθηματικό τους περιεχόμενο. « Η διανοητική και συναισθηματική εμπλοκή των μαθητών κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών είναι από τους πρωταρχικούς στόχους της μαθηματικής εκπαίδευσης» (Κολέζα, 2006).

3. Τα προβλήματα πλαισίου στο σχολικό εγχειρίδιο των μαθηματικών

Σημαντικό μέρος των σχολικών εγχειριδίων και ως προς την ποσότητα, αλλά και ως προς την ποιότητα αποτελούν οι δραστηριότητες που εμπεριέχονται σε αυτά. Είναι κοινός τόπος στο χώρο της μαθηματικής παιδείας η άποψη ότι τα μαθηματικά συνδέονται στενά με το πραγματικό κόσμο. Σύμφωνα με την άποψη αυτή θα πρέπει η

πραγματικότητα να αποτελεί το σημείο εκκίνησης και τον τελικό στόχο της διδασκαλίας. Στην περίπτωση αυτή είμαστε σε θέση να μιλάμε για μία ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση. Βασικό εργαλείο και έκφραση αυτής της προσέγγισης αποτελεί η δραστηριότητα. Ξεκινώντας ο/η μαθητής/τρια από την παρατήρηση και την ανάλυση οικείων καταστάσεων, να μπορεί να αντιμετωπίζει τις μαθηματικές έννοιες, να τις αναγνωρίζει και να τις χρησιμοποιεί σε μία ποικιλία άλλων καταστάσεων (Κολέζα, 1997). Η δραστηριότητα μπορεί να βοηθήσει τον/την μαθητή/τρια στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και κατά την διάρκεια της διδασκαλίας, αλλά και μετά από αυτήν (Υεο, 2017).

Υπάρχει αυξανόμενη ανάγκη για είδη εργασιών, όπως μαθηματικά προβλήματα που διεγείρουν την σκέψη, αυτά χαρακτηρίζονται ως «ανοικτά» προβλήματα και απαιτούν δημιουργική προσπάθεια και ανώτερες νοητικές διεργασίες. Ένα ανοικτό πρόβλημα εμπεριέχει την ερευνητική διάσταση και απομακρύνεται από την εκτεταμένη χρήση αλγοριθμικών διαδικασιών.

Μια εργασία είναι ουσιαστική όταν σκοπός της είναι να παρωθήσει τους/τις μαθητές/τριες σε μια σειρά λύσεων, όπου καθεμία χρησιμοποιεί και διαφορετικές πτυχές της μαθηματικής δομής του διδακτικού στόχου, έτσι στο τέλος του μαθήματος το ενδιαφέρον και η προσοχή των μαθητών/τριών στρέφεται στα ουσιαστικά μαθηματικά, τα οποία προκύπτουν ως συνιστώσα των διαφορετικών πτυχών. Μπορεί να είναι διατυπωμένη λεκτικά, να έχει τη μορφή παιχνιδιού, ιστορίας, παραμυθιού και να συνοδεύεται από εικόνες, σχήματα, ή γραφήματα, ή να είναι συνδυασμός όλων των παραπάνω. Οι δραστηριότητες μοιάζουν πολύ με τα προβλήματα που μπορεί να συναντήσει κάποιος στην καθημερινή ζωή (Κολέζα, 2017). Τα προβλήματα σε πλαίσιο (context problem) δεν μπορούν να λυθούν απλώς συνδυάζοντας τις πληροφορίες που δίνονται (Verschaffel, Van Dooren, Greer, & Mukhopadhyay., 2010). Για την επίλυσή τους απαιτείται αλληλεπίδραση μεταξύ της καθημερινότητας και των μαθηματικών (Schwarzkopf, 2007) ακολουθώντας σε γενικές γραμμές τα παρακάτω βήματα: 1). Κατανόηση του προβλήματος της καθημερινότητας, 2). Μετάφραση του προβλήματος με μαθηματικούς όρους, 3). Επίλυση του μαθηματικού προβλήματος και 4). Μεταφορά της λύσης στην καθημερινότητα (Wijaya., Van den Heuvel-Panhuizen, & Doorman, 2015).

Τα προβλήματα πλαισίου έχουν διττό χαρακτήρα: αποτελούν τις φαινομενολογικές πηγές μιας έννοιας ή διαδικασίας, ενώ συγχρόνως λειτουργούν ως πεδίο εφαρμογής μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων. Όταν οι μαθητές/τριες εργάζονται με τα προβλήματα πλαισίου μπορούν να ανακαλύπτουν μαθηματικά εργαλεία και να αναπτύξουν την κατανόησή τους. Αυτού του τύπου τα προβλήματα δίνουν συχνά λίγες ή και περισσότερες από όσες χρειάζονται πληροφορίες και απαιτούν από τους μαθητές να διερευνήσουν την κατάσταση, να διατυπώσουν υποθέσεις ή να κάνουν εκτιμήσεις. Σχεδόν πάντα τίθεται ένα ερώτημα, αντί να ζητείται μία ποσοτική απάντηση. Έτσι παρακινούνται οι μαθητές να σκεφτούν τι είδους μαθηματικά πρέπει να χρησιμοποιήσουν, προκειμένου να απαντήσουν στην ερώτηση. (Κολέζα, 2017) .

4. Έρευνες για τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και τα προβλήματα σε πλαίσιο

Οι Fan κ.ά. (2013) σε μια εκτεταμένη και εξαντλητική ανασκόπηση της βιβλιογραφίας με σκοπό τη συστηματική εξέταση, μελέτη και ανάλυση της έρευνας που έχει επίκεντρο τα εγχειρίδια των Μαθηματικών, ταξινομούν τις ερευνητικές μελέτες που βρήκαν σε τέσσερις κατηγορίες, αναφορικά με αυτό που μελετούν στα εγχειρίδια:

1. Οι ερευνητικές μελέτες που εξετάζουν τον ρόλο των εγχειριδίων στην διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών: Αυτή η κατηγορία είναι η περισσότερο ενδιαφέρουσα, αλλά και αναγκαία, γιατί περιλαμβάνει τις μελέτες που επικεντρώνονται στα σχολικά Μαθηματικά.
2. Οι μελέτες που κάνουν ανάλυση και σύγκριση εγχειριδίων: Εστιάζουν στην ανάλυση των σχετικών χαρακτηριστικών των υπό μελέτη μαθηματικών εγχειριδίων και, στην περίπτωση σύγκρισης σχολικών βιβλίων, συγκρίνουν τις ομοιότητες και τις διαφορές δύο ή περισσότερων σειρών μαθηματικών εγχειριδίων.
3. Οι μελέτες που εξετάζουν τη χρήση των σχολικών εγχειριδίων: Επικεντρώνονται στο πώς τα σχολικά εγχειρίδια χρησιμοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς και τους/τις μαθητές/τριες δηλαδή, πώς τα εγχειρίδια διαμορφώνουν τον τρόπο διδασκαλίας και μάθησης των μαθηματικών.

4. Άλλες μελέτες: Στην κατηγορία αυτή ανήκουν όλες οι υπόλοιπες μελέτες, όπως αυτές για τα ηλεκτρονικά εγχειρίδια και εκείνες που εξετάζουν τη σχέση μεταξύ των σχολικών εγχειριδίων και της απόδοσης των μαθητών/τριών.

Τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν ότι οι περισσότερες μελέτες (63%), επικεντρώνονται στην ανάλυση και την σύγκριση των σχολικών εγχειριδίων (εξετάζοντας πώς έχουν αντιμετωπισθεί και παρουσιασθεί διαφορετικά θέματα των Μαθηματικών στα σχετικά εγχειρίδια), ενώ το 25% των μελετών αφορούν τη χρήση.

Οι Perin και Haggarty (2002) προτείνουν μια προοπτική ανάλυσης ενός σχολικού εγχειριδίου, η οποία αφορά τόσο το περιεχόμενο και τη δομή του, όσο και τη χρήση του στις σχολικές τάξεις από τους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς. Οι περιοχές με βάση τις οποίες μπορεί να αναλυθεί το περιεχόμενο και η δομή των εγχειριδίων είναι:

- Μαθηματικές προθέσεις: αναφέρονται στην επιλογή και τον τρόπο παρουσίασης της μαθηματικής γνώσης στα εγχειρίδια (ποια θέματα εισάγονται, πού δίνεται έμφαση, σειρά παρουσίασης, υπονοούμενες αντιλήψεις για τα μαθηματικά).
- Παιδαγωγικές προθέσεις: αναφέρονται στους τρόπους με τους οποίους το εγχειρίδιο βοηθά ή όχι τον/την μαθητή/τρια να μάθει με βάση τα λεκτικά και μη λεκτικά χαρακτηριστικά του κειμένου (γλώσσα, εικόνες, σύμβολα).
- Κοινωνιολογικά χαρακτηριστικά: αναφέρονται σε κοινωνιολογικά στοιχεία που επηρεάζουν τους συγγραφείς και τους αναγνώστες ή χρήστες του εγχειριδίου.
- Πολιτισμικές παραδόσεις: αναφέρονται στις πολιτισμικές παραδόσεις και τα στερεότυπα που εμφανίζονται στα σχολικά εγχειρίδια μιας χώρας

Οι μελέτες οι παρατίθενται στη συνέχεια αφορούν άλλοτε το περιεχόμενο των σχολικών εγχειριδίων, άλλοτε τη χρήση των εγχειριδίων από τους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές/τριες και άλλοτε επικεντρώνονται στη μελέτη των πλαισιωμένων προβλημάτων όπως αυτά παρουσιάζονται στα εν λόγω βιβλία.

Πλήθος μελετών με θέμα την ανάλυση των εγχειριδίων ανέδειξαν, σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό, την ανεπάρκεια αυτών, ως προς την παρουσίαση του μαθηματικού περιεχομένου για ποικίλα θέματα (Fan et al., 2013). Σημαντικές διαφορές

παρατηρήθηκαν στα εγχειρίδια διαφορετικών σειρών και χωρών, γεγονός που αποδεικνύει την έλλειψη ομοφωνίας στην ανάπτυξη των εγχειριδίων, αλλά και την διαφοροποίησή τους, εξαιτίας του πολιτισμικού και κοινωνικού υπόβαθρου των χωρών που αυτά χρησιμοποιούνται. Επιπλέον, οι σχετικές μελέτες υπογράμμισαν το κενό που υπάρχει μεταξύ των εγχειριδίων και του επιδιωκόμενου Προγράμματος Σπουδών (Π.Σ)..

Για παράδειγμα ο Howson (2001) βρήκε ότι το περιεχόμενο στα εγχειρίδια των μαθηματικών μεταξύ διαφόρων χωρών ποικίλει ως προς το «βαθμό κατανόησης των διαφόρων πτυχών των μαθηματικών και πώς παρουσιάζονται με κείμενο ή εικονογράφηση».

Στην εργασία τους, η Καφούση κ. συν. (2009) εστίασαν στο θέμα του περιεχομένου των σχολικών εγχειριδίων, στηριζόμενοι στην άποψη των Perin και Haggarty (2001) ότι αυτά περιλαμβάνουν την πολιτισμικά σημαντική γνώση που το σχολείο καλείται να μεταφέρει στη νέα γενιά. Συγκεκριμένα, μελέτησαν χαρακτηριστικά των σχολικών εγχειριδίων και διερεύνησαν τη δυναμική τους, αναφορικά με το αν και πώς αναδεικνύουν κάποιους παράγοντες σχετικούς με τη μαθηματική εκπαίδευση. Για το σκοπό αυτό, επέλεξαν να αναλύσουν το σχολικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών της Α΄ Δημοτικού (εγχειρίδιο μαθητή). Στήριζαν αυτή την επιλογή τους στη παραδοχή ότι αυτό το εγχειρίδιο αποτελεί την πρώτη επαφή του παιδιού με το συγκεκριμένο μάθημα, μέσα από ένα δομημένο κείμενο. Όσον αφορά στην ανάλυση που επέλεξαν, εστίασαν στη γλωσσική ανάλυση του μαθηματικού κειμένου. Για αυτόν τον λόγο, μελέτησαν χαρακτηριστικά του κειμένου, σε σχέση με τη φύση της μαθηματικής δραστηριότητας και την εμπλοκή του/της μαθητή/τριας σε αυτή, τη σχέση αναγνώστη-συγγραφέα, την ύπαρξη και ποιότητα εξηγήσεων και τη θεματολογία των δραστηριοτήτων. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι στα σχολικά εγχειρίδια της Α΄ δημοτικού:1). Τα Μαθηματικά παρουσιάζονται ως μία επιστήμη μελέτης σχέσεων μεταξύ αντικειμένων, τις οποίες ο μαθητής καλείται να παρατηρήσει και να καταγράψει.

2). Η προσωπική εργασία φαίνεται να προτιμάται έναντι της ομαδικής και επίσης η επικοινωνία περιορίζεται στο γραπτό λόγο.

- 3). Ο μαθητής καλείται να εκτελέσει κυρίως προκαθορισμένες ενέργειες, οι οποίες περιγράφονται στις δραστηριότητες και να γράψει μία αριθμητική συνήθως απάντηση.
- 4). Αποφεύγονται οι εκφράσεις της ασύμμετρης σχέσης μαθητή-δασκάλου μέσω της χρήσης του 1ου ενικού προσώπου στα ρήματα.
- 5). Η παρουσία εξηγήσεων είναι ελάχιστη.
- 6). Αν και υπάρχει ποικιλία θεμάτων στο βιβλίο του μαθητή, υπάρχει και ένας μεγάλος αριθμός δραστηριοτήτων που δεν έχουν κάποιο θέμα.

Σε σχέση με το μαθηματικό περιεχόμενο ή τις μαθηματικές προθέσεις των σχολικών εγχειριδίων στην Ελλάδα, σχετικές έρευνες έχουν διενεργήσει οι Κολέζα και Φακούδης (2008). Οι συγκεκριμένοι ερευνητές διαπίστωσαν πως υπάρχουν πολλοί τρόποι αναπαράστασης της έννοιας της συνάρτησης (γραφικές παραστάσεις, βελοδιαγράμματα, τύποι, πίνακες, συμβολικές εκφράσεις, λεκτικές περιγραφές, διατεταγμένα ζεύγη) καθένας από τους οποίους υποστηρίζει και μια διαφορετική πτυχή της έννοιας. Αρχικά η κατανόηση της έννοιας προϋποθέτει την κατασκευή πολλαπλών αλληλοσυνδεόμενων (με την έννοια της ικανότητας μετάφρασης από μια μορφή αναπαράστασης σε μια άλλη) νοητικών αναπαραστάσεων. Δεύτερον, η έννοια της συνάρτησης εμπεριέχει ένα σύνολο άλλων εννοιών (πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών, αντιστροφή, σύνθεση κλπ) και συνδέεται άμεσα με άλλες έννοιες (ποσότητα, μεταβλητή, λόγος κλπ) των οποίων το νόημα δεν είναι προφανές για τους μαθητές. Δεν μπορείς να συζητήσεις για τη συνάρτηση χωρίς αναφορά σε αυτές τις έννοιες. Τρίτον υπάρχουν πολλοί ορισμοί για τη συνάρτηση (σχέση εξάρτησης, αντιστοίχιση, σύνολο διατεταγμένων ζευγών) που παρά το γεγονός ότι είναι μαθηματικά ισοδύναμοι, δεν είναι γνωστικά ισοδύναμοι.

Όλες αυτές οι δυσκολίες κάνουν τη διατύπωση μιας διδακτικής πρότασης -και κατά προέκταση την διατύπωση μιας άποψης για τον τρόπο παρουσίασης της έννοιας στα σχολικά εγχειρίδια-, ένα εξαιρετικά δύσκολο εγχείρημα.

Οι Zhu και Fan (2002) διερεύνησαν πώς οι δάσκαλοι των Μαθηματικών, στη Σιγκαπούρη, χρησιμοποιούν δύο από τα πιο διαδεδομένα εγχειρίδια στις πρώτες τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι τα

εγχειρίδια αποτέλεσαν σημαντική πηγή για τη διδασκαλία, χωρίς όμως να είναι η μοναδική.

Την άποψη αυτή ενισχύουν και οι Hedrick, Harmon & Linerode (2004), οι οποίοι αναφέρουν ότι το μεγαλύτερο μέρος του διδακτικού χρόνου μέσα στην τάξη αφιερώνεται από τους εκπαιδευτικούς στο εγχειρίδιο, οι εργασίες για το σπίτι είναι προσανατολισμένες στο περιεχόμενο των εγχειριδίων, ενώ οι διδακτικές επιλογές στηρίζονται συνήθως σ' αυτά.

Οι επιλογές των εκπαιδευτικών ως προς το περιεχόμενο της διδασκαλίας αλλά και οι στρατηγικές που ακολουθούν καθορίζονται συχνά από τη χρήση των διδακτικών βιβλίων (Freeman & Porter, 1989; Reys, Reys & Chavez, 2004). Οπότε, αν τα διδακτικά εγχειρίδια διαφέρουν, οι μαθητές/τριες θα διδαχθούν διαφορετικές στρατηγικές (Haggarty & Pepin, 2002). Το αποτέλεσμα είναι διαφορετικά μαθησιακά αποτελέσματα, γεγονός που αποδεικνύει την ισχυρή συσχέτιση μεταξύ χρησιμοποιούμενου εγχειριδίου και των επιδόσεων των μαθητών (βλ. π.χ., Tornroos, 2005; Xin, 2007).

Μελέτη των Fan, Chen, Zhu, Qiu και Hu (2004), στην Κίνα, με αντικείμενο τη χρήση των εγχειριδίων από τους εκπαιδευτικούς, αλλά και από τους/τις μαθητές/τριες, μέσα και έξω από τη σχολική τάξη κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούσαν το εγχειρίδιο ως την κύρια, αλλά όχι την μοναδική πηγή της διδασκαλίας τους. Εν αντιθέσει, οι μαθητές/τριες εξαρτιόνταν πολύ περισσότερο από το σχολικό εγχειρίδιο, μέσα και έξω από την τάξη. Επιπροσθέτως, οι μαθητές/τριες διέφεραν μεταξύ τους σημαντικά στον τρόπο χρήσης των εγχειριδίων, ενώ οι εκπαιδευτικοί δε διέφεραν στο πώς χρησιμοποιούσαν το εγχειρίδιο, ανάλογα με το φύλο, την πείρα, το σχολείο ή την περιοχή στην οποία εργάζονταν.

Οι μαθητές/τριες νιώθουν περισσότερη ασφάλεια έχοντας ένα σχολικό βιβλίο ως σημείο αναφοράς, γιατί τους επισημαίνονται σημαντικές έννοιες, τους παρέχεται καθοδήγηση σχετικά με τις δραστηριότητες, τους κοινοποιούνται οι μαθησιακοί στόχοι στη μελέτη ενός συγκεκριμένου μαθήματος (Ogan-Bekiroglou, 2007), αποτελεί την κύρια πηγή από την οποία αντλούν πληροφορίες και τους προσφέρει

υλικό που είναι αυτόνομο, έγκυρο και αποδεκτό απ' όλους, το οποίο μπορούν να το επεξεργαστούν χωρίς να αντιμετωπίσουν ιδιαίτερες δυσκολίες (Μπονίδης, 2005).

Σε έρευνα που διενεργήθηκε σε σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών στην Ινδονησία το 2015 από τους Wijaya et al βρέθηκε ότι τα προβλήματα που δίνονται, σπάνια έχουν ρεαλιστικό περιεχόμενο. Με αποτέλεσμα οι μαθητές/τριες να μην χρειάζεται να κατανοήσουν το πρόβλημα για να το επιλύσουν αλλά απλά να συνδυάσουν τα αριθμητικά δεδομένα που τους παρέχονται. Πρόκειται για χαμηλής γνωστικής απαίτησης διαδικασίες. Στην ίδια έρευνα βρέθηκε ότι απουσίαζαν εντελώς προβλήματα με λιγότερες ή περισσότερες πληροφορίες από αυτές που χρειάζονται για την επίλυσή τους, οι οποίες σύμφωνα με τους Forman και Steen (2001), και Greer, Verschaffel, και Mukhopadhyay (2007) είναι πολύ σημαντικές ώστε οι μαθητές να εξοικειωθούν με προβλήματα από την καθημερινότητα. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι μαθητές μαθαίνουν ό,τι διδάσκονται από τα «βιβλία» (Tommeos, 2005; Xin, 2007) φτάνουμε στο σημείο να μην έχουν εμπειρίες ρεαλιστικών μαθηματικών.

Σε μελέτη που έγινε στην Ελλάδα στο σχολικό εγχειρίδιο των μαθηματικών της Α' Δημοτικού από τους Τάτση, Σκουμπουρδή το 2009 παρατηρήθηκε μια ισορροπία μεταξύ των προβλημάτων με πλαίσιο κι εκείνων χωρίς πλαίσιο. Συγκεκριμένα οι κατηγορίες που χρησιμοποίησαν αφορούσαν τόσο το περιεχόμενο του σχεδίου, της εικόνας ή της φωτογραφίας, όσο και το περιεχόμενο του κειμένου που χρησιμοποιείτο για την περιγραφή της δραστηριότητας. Όσον αφορά το περιεχόμενο του κειμένου κατηγοριοποιήθηκε στις εξής 4 κατηγορίες: μαθηματικό, μαθηματικό-τεχνητά ρεαλιστικό, τεχνητά ρεαλιστικό και ρεαλιστικό πλαίσιο. Αναλυτικότερα το μαθηματικό πλαίσιο περιλαμβάνει τις δραστηριότητες οι οποίες περιέχουν αυστηρά και μόνο στοιχεία της μαθηματικής γλώσσας, δηλαδή αριθμούς, σχεδιαγράμματα και άλλα, και το ζητούμενο είναι μια μαθηματική διαδικασία εκτός ρεαλιστικού πλαισίου. Το μαθηματικό-τεχνητά ρεαλιστικό πλαίσιο περιλαμβάνει τα προβλήματα εκείνα που περιέχουν στοιχεία της πραγματικότητας τα οποία δε συνδέουν τη δραστηριότητα με την καθημερινή ζωή. Οι συγκεκριμένες δραστηριότητες εμπίπτουν στην κατηγορία «πλαίσιο μηδενικής αξίας (De Lange, 1999) και περιέχουν μια κατασκευασμένη ιστορία που χρησιμοποιείται για να μετατρέψει ένα μαθηματικό πρόβλημα σε ρεαλιστικό. Το τεχνητά ρεαλιστικό πλαίσιο αφορά στις δραστηριότητες εκείνες που περιέχουν αληθοφανή στοιχεία της πραγματικότητας. Ο μαθητής/τρια

καλείται να πραγματοποιήσει μια ενέργεια εντός ρεαλιστικού πλαισίου (με νόημα για την περίπτωση). Και τέλος το ρεαλιστικό πλαίσιο περιλαμβάνει τα προβλήματα εκείνα που έχουν στοιχεία από την καθημερινότητα των μαθητών και ζητούν από αυτά να πραγματοποιήσουν ενέργειες με νόημα. Τα αποτελέσματα της έρευνα αυτής έδειξαν πως οι δραστηριότητες των δύο πρώτων των κατηγοριών υπερτερούν αριθμητικά αυτών των δυο τελευταίων, χωρίς η διαφορά να είναι πολύ μεγάλη (59% έναντι 41%).

Η ανάλυση ενός εγχειριδίου είναι δυνατόν να θεωρηθεί από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Τα χαρακτηριστικά που αναλύουμε δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Για παράδειγμα το είδος των δραστηριοτήτων σχετίζεται άμεσα με τη θεματολογία τους, αλλά και τις ενέργειες των μαθητών/τριών που προωθούν, οι οποίες εκφράζονται με τις γλωσσικές λειτουργίες του κειμένου. Έτσι όλα συντελούν στην διαμόρφωση του περιεχομένου και της δομής του μαθήματος (Καφούση, κ.ά., 2009).

5. Σκοπός και Ερευνητικά ερωτήματα

Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι να διερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζονται τα προβλήματα με πλαίσιο στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών τριών τάξεων (Α', Γ' και Ε') του δημοτικού σχολείου αλλά και η συχνότητα με την οποία εμφανίζονται.

Τα ερευνητικά ερωτήματα που θα επιχειρήσουμε να απαντηθούν είναι:

1. Πόσο συχνά παρουσιάζονται προβλήματα με πλαίσιο στα σχολικά βιβλία;
2. Ποιος είναι ο τύπος που πλαισίου αυτών των προβλημάτων
3. Ποιες πληροφορίες παρέχονται στα προβλήματα με πλαίσιο των μαθηματικών εγχειριδίων;
4. Ποιες είναι οι γνωστικές απαιτήσεις αυτών των προβλημάτων;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Σχεδιασμός της έρευνας

Περίληψη

Σκοπός αυτό του κεφαλαίου είναι να παρουσιαστεί η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των προβλημάτων με πλαίσιο αλλά και χωρίς πλαίσιο που συναντάμε στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών των Α', Γ' και Ε' τάξης του Δημοτικού σχολείου. Συγκεκριμένα παρουσιάζονται τα στοιχεία των σχολικών εγχειριδίων που μελετήθηκαν, στη συνέχεια περιγράφεται η μέθοδος ανάλυσης που χρησιμοποιήθηκε για την παρούσα έρευνα, οι κατηγορίες κωδικοποίησης καθώς και ενδεικτικά παραδείγματα κάθε μιας από αυτές.

1. Προβληματική της έρευνας

Παρά τις εκτεταμένες ερευνητικές προσπάθειες, η διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών εννοιών συνεχίζει να αποτελεί πρόκληση για εκπαιδευτικούς και μαθητές/τριες, αλλά και να αποτελεί ταυτόχρονα πρόσφορη περιοχή για καινούργιες έρευνες. Αν και πολλοί παράγοντες επηρεάζουν τα αποτελέσματα της διδασκαλίας και την επιτυχία των μαθητών/τριών, ο τρόπος που ενσωματώνονται στα εγχειρίδια οι μαθηματικές έννοιες, συνιστούν δυνητικά έναν καταλυτικό παράγοντα για την αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας και την κατανόησή τους τελικά. Τα σχολικά εγχειρίδια μπορεί να θεωρηθούν η γέφυρα, που συνδέει το επίσημο προτεινόμενο πρόγραμμα σπουδών με το πρόγραμμα που εφαρμόζεται στην καθημερινή διδακτική πρακτική μέσα στις σχολικές αίθουσες διδασκαλίας. Το μεγαλύτερο πλήθος της διδακτέας ύλης επηρεάζεται άμεσα από τα εγχειρίδια που έχουν στην διάθεσή τους οι μαθητές/τριες. Τα βιβλία, εκτός των άλλων, λειτουργούν ως διάλογο επικοινωνίας, του/της μαθητή/τριας με την επίσημη οργανωμένη μαθηματική γνώση. Η ποιότητα της επικοινωνίας αυτής θα καθορίσει εν πολλοίς τα αποτελέσματα της διδασκαλίας. Συνεπώς, ο τρόπος που εισάγεται και παρουσιάζεται η νέα μαθηματική γνώση στα εγχειρίδια θα διαμορφώσει σε μεγάλο βαθμό αυτή την επικοινωνία.

Η δραστηριότητα, όταν είναι σωστά σχεδιασμένη, αποτελεί κατάλληλο διδακτικό μέσο για την εισαγωγή, ή την παρουσίαση, ή την εφαρμογή της νέας γνώσης, η οποία προσφέρεται στον/στην μαθητή/τρια. Η δραστηριότητα είναι ένα «πολυεργαλείο» της διδασκαλίας, που θα βοηθήσει τον/την μαθητή/τρια να συνδέσει την βιωματική του/της γνώση με τις γνωστικές του/της εμπειρίες. Το πλαίσιο είναι η «πηγή ενέργειας» της δραστηριότητας και της δίνει την αναγκαία δυναμική που θα προκαλέσει και την κινητοποίηση των μαθητών/τριών, ώστε με την παρότρυνση του διδάσκοντος, να καταστεί το μαθηματικό γνωστικό αντικείμενο ενδιαφέρον.

Προκειμένου να απαντηθούν τα ερωτήματα που τέθηκαν στο τέλος του πρώτου κεφαλαίου θα γίνει ανάλυση των μαθηματικών εγχειριδίων τριών τάξεων του δημοτικού σχολείου. Η επιλογή των τάξεων βασίζεται στο γεγονός πως κατά την Α', τη Γ' και την Ε' τάξη εισάγονται νέες έννοιες στην ύλη των μαθηματικών της

πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Μπορούμε, λοιπόν, να έχουμε μια πιο συνολική εικόνα της εξέλιξης της μαθηματικής γνώσης που παρέχεται με τη μορφή προβλήματος σε πλαίσιο. Τα σχολικά εγχειρίδια προς μελέτη σε κάθε τάξη αποτελούνται από το βιβλίο μαθητή/τριας και από το τετράδιο εργασιών.

2. Στοιχεία για τα σχολικά εγχειρίδια που μελετήθηκαν

Μελετήθηκαν τα σχολικά εγχειρίδια τριών τάξεων του δημοτικού σχολείου, της Α΄τάξης, της Γ΄τάξης και της Ε΄τάξης. Επιλέχθηκαν αυτές οι τρεις τάξεις καθώς σε αυτές εισάγονται οι κάθε φορά νέες έννοιες ενώ συγχρόνως φαίνεται η εξελικτική πορεία της γνώσης που παρέχεται στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Σε κάθε τάξη υπάρχουν ένα ή και περισσότερα βιβλία και αρκετά τετράδια εργασιών (βλ. Πίνακας 1).

Το σύνολο των προβλημάτων (με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο) είναι 1.875 από τα οποία τα 863 βρίσκονται στα βιβλία και τα 1.012 στα τετράδια εργασιών.

		Τάξεις					
		Α΄τάξη		Γ΄τάξη		Ε΄τάξη	
		Βιβλία	Τετράδια εργασιών	Βιβλία	Τετράδια εργασιών	Βιβλία	Τετράδια εργασιών
Φυσικά χαρακτηριστικά	Τεύχη	2	4	1	4	2	2
	Αριθμός σελίδων	172	176	154	172	172	156
Εκπαιδευτικά στοιχεία	Αριθμός προβλημάτων	239	300	202	293	422	419

ΠΙΝΑΚΑΣ 1. Χαρακτηριστικά σχολικών εγχειριδίων στα μαθηματικά

3. Μέθοδος ανάλυσης των προβλημάτων των σχολικών βιβλίων των μαθηματικών

Ακολουθώντας τον Charalambous et al. (2010), αναλύσαμε τα βιβλία από δύο όψεις, τα φυσικά χαρακτηριστικά τους (οριζόντια ανάλυση) και τα χαρακτηριστικά των εργασιών (κάθετη ανάλυση). Τα φυσικά χαρακτηριστικά των σχολικών βιβλίων ερευνήθηκαν για την παροχή πληροφορίες σχετικά με την ποσότητα έκθεσης στο περιεχόμενο του εγχειριδίου. Συλλέξαμε δεδομένα σχετικά με τον αριθμό των τευχών και των σελίδων.

Η κάθετη ανάλυση αποσκοπεί στη διερεύνηση των προβλημάτων με πλαίσιο σε σχέση με τις διαδικασίες επίλυσής τους. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε το πλαίσιο ανάλυσης που χρησιμοποίησαν οι Wijaya et al. (2015) σε έρευνα που έγινε στην Ινδονησία. Στην ανάλυσή τους χρησιμοποίησαν τις κατηγορίες που καθιέρωσε ο De Lange (1995) συμπεριλαμβανομένου των κατηγοριών «χωρίς πλαίσιο», «Πλαίσιο ως καμουφλάζ» και «Πλαίσιο με ουσία». Για τους τύπους των πληροφοριών οι Wijaya et al. (2015) χρησιμοποιούν τρεις τύπους όπως περιγράφονται από τον Maass (2010). Ενώ οι κατηγορίες σχετικά με τις γνωστικές απαιτήσεις καθορίστηκαν με βάση την PISA (OECD,2003b).

Η κωδικοποίηση των χαρακτηριστικών των προβλημάτων έγινε σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα (βλ. ΠΙΝΑΚΑ 2).

Είδος έργου	Υποκατηγορία	Ανάλυση
Τύπος πλαισίου	Χωρίς πλαίσιο	Αναφέρεται μόνο σε μαθηματικά αντικείμενα, σύμβολα ή δομές
	Πλαίσιο ως καμουφλάζ	Εμπειρίες από την καθημερινή ζωή που θα μπορούσαν να παραληφθούν αφού δεν προσθέτουν πληροφορία
		Οι μαθηματικές διαδικασίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων είναι ήδη προφανείς
		Η λύση μπορεί να βρεθεί συνδυάζοντας όλους τους αριθμούς που δίνονται στο Κείμενο

	Πλαίσιο με ουσία	Το πλαίσιο περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και επίλυση του προβλήματος
		Η μαθηματική διαδικασία δεν δίνεται ρητά
		Απαιτείται μαθηματική μοντελοποίηση
Τύπος πληροφορίας	Ταιριάζουν ακριβώς	Δίνονται ακριβώς οι πληροφορίες που χρειάζονται για τη Λύση
	Λείπουν	Δίνονται λιγότερες πληροφορίες από αυτές που χρειάζονται για τη λύση, έτσι οι μαθητές πρέπει να εξάγουν πρόσθετα δεδομένα
	Περισσεύουν	Δίνονται περισσότερες πληροφορίες από αυτές που χρειάζονται για τη λύση, έτσι οι μαθητές πρέπει να επιλέξουν τις απαραίτητες
Τύπος γνωστικής απαίτησης	Αναπαραγωγή	-Αναπαραγωγή παραστάσεων, ορισμών ή γεγονότων - Ερμηνεία απλών και γνωστών παραστάσεων - Απομνημόνευση ή εκτέλεση ρητών υπολογισμών ρουτίνας / Διαδικασίες
	Σύνδεση	- Ενσωμάτωση και σύνδεση μεταξύ περιχομένου και καταστάσεων - Μη συνηθισμένη επίλυση προβλημάτων - Ερμηνεία προβληματικών καταστάσεων - Χρήση απλής μαθηματικής λογικής
	Συλλογισμός	-Κατανόηση και επίγνωση των μαθηματικών - Δημιουργία πρωτότυπων μαθηματικών προσεγγίσεων - Χρήση σύνθετων επιχειρημάτων και περίπλοκου σκεπτικού - Γενικεύσεις

ΠΙΝΑΚΑΣ 2. Ανάλυση των προβλημάτων με πλαίσιο

Επίσης καταγράφηκε η συχνότητα των προβλημάτων στα εγχειρίδια κάθε τάξης (βιβλία και τετράδια εργασιών) τόσο ξεχωριστά όσο και ως σύνολο.

Στη συνέχεια παρατίθενται προβλήματα από τα βιβλία της Ε΄τάξης του δημοτικού σχολείου για τις κατηγορίες, όπου βρέθηκαν, σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα (Πίνακας 2) .

Αντιστοιχίζουμε τις ευθείες με τις ονομασίες τους:



Εικ. 1. Χωρίς πλαίσιο



Η Δανάη ανοίγει τον κουμπαρά της και βρίσκει 146 κέρματα των 50 λεπτών του €. Με αυτά αγοράζει μία μπλούζα των 15 €, ένα παντελόνι των 20 € κι ένα μπουφάν. Με πόσα € αγοράζει το μπουφάν χωρίς να πάρει ρέστα;

Εικ.2 Πλαίσιο ως καμουφλάζ



Συζητάμε άλλες περιπτώσεις αριθμών στις οποίες δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία της στρογγυλοποίησης.



Εξηγούμε γιατί ο αριθμός κυκλοφορίας ενός αυτοκινήτου αναφέρεται πάντα με ακρίβεια.

Εικ.3 Πλαίσιο με ουσία

Η μητέρα της Αγγελικής στη λαϊκή αγορά πλήρωσε 1,8 € για μία δωδεκάδα αυγών. Πόσο κόστιζε το ένα αυγό;



Εικ.4 Πληροφορίες που ταιριάζουν ακριβώς

ΔΟΣΟΛΟΓΙΑ ΑΠΟΡΡΥΠΑΝΤΙΚΟΥ			
	λίγο λερωμένα	αρκετά λερωμένα	πολύ λερωμένα
4-5 κιλά			
μαλακό μέτριο νερό	50 ml	75 ml	100ml
σκληρό νερό	+25 ml		
Για πλύσιμο στο χέρι διαλύστε 45 ml σε σκόνη σε 5 l νερού και στη συνέχεια προσθέστε τα ρούχα.			

Σε μια ετικέτα απορρυπαντικού αναγράφεται η συνιστώμενη δόση απορρυπαντικού σε ml, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

α. Ο πατέρας του Νίκου χρησιμοποίησε 0,1 l απορρυπαντικού. Ποια από τις οδηγίες της ετικέτας ακολούθησε;

β. Ο πατέρας του Νίκου έπλυσε στο χέρι τα αθλητικά ρούχα του και χρησιμοποίησε 0,09 l απορρυπαντικού. Πόσα λίτρα νερού χρησιμοποίησε;

Εικ.5 Πληροφορίες που περισσεύουν



Ένα πάρκο έχει σχήμα ορθογωνίου με διαστάσεις 60 μ. και 35 μ. Τα παιδιά ενός σχολείου το παρουσίασαν σε σχέδιο με διαστάσεις 6 δεκ. και 3,5 δεκ. Σε ποια κλίμακα σχεδίασαν το πάρκο;

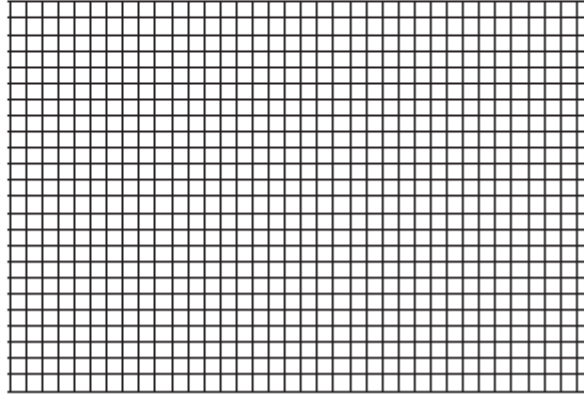
Εικ.6 Αναπαραγωγή



Το δωμάτιο δύο αδερφών έχει μήκος 6 μ. και πλάτος 4,5 μ.
Να το σχεδιάσεις:

- α. σε κλίμακα 1:150,
 - β. σε κλίμακα 1:300.
- Να σχεδιάσεις τα έπιπλα που μπορεί να έχουν στο δωμάτιό τους.

Συζητάμε στην τάξη την κλίμακα του σχεδίου στο οποίο μπορούμε να σχεδιάσουμε με περισσότερες λεπτομέρειες.



Εικ.7 Σύνδεση

Να παρατηρήσεις στα παρακάτω σχήματα πώς σχηματίζεται κάθε αριθμός από τον προηγούμενό του. Να σχεδιάσεις, με τον ίδιο τρόπο, τα υπόλοιπα σχήματα για τους φυσικούς αριθμούς ως το 10.

Άρτιοι αριθμοί	
	2 4 6
Περιττοί αριθμοί	
	1 3 5

Να παρατηρήσεις τα σχήματα των αθροισμάτων: 2 + 4, 1 + 3, 2 + 1 και 2 + 3

Αθροίσματα	
	2 + 4 1 + 3 2 + 1 2 + 3

Να σχεδιάσεις τα σχήματα των αθροισμάτων: 4 + 6, 3 + 5, 4 + 1 και 3 + 6

Αθροίσματα	

Συζητάμε στην τάξη αν είναι άρτιος ή περιττός αριθμός καθένα από τα παρακάτω αθροίσματα:

- α. άρτιος + άρτιος =
- β. περιττός + περιττός =
- γ. άρτιος + περιττός =

Εικ.8 Συλλογισμός

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Αποτελέσματα

Εισαγωγή

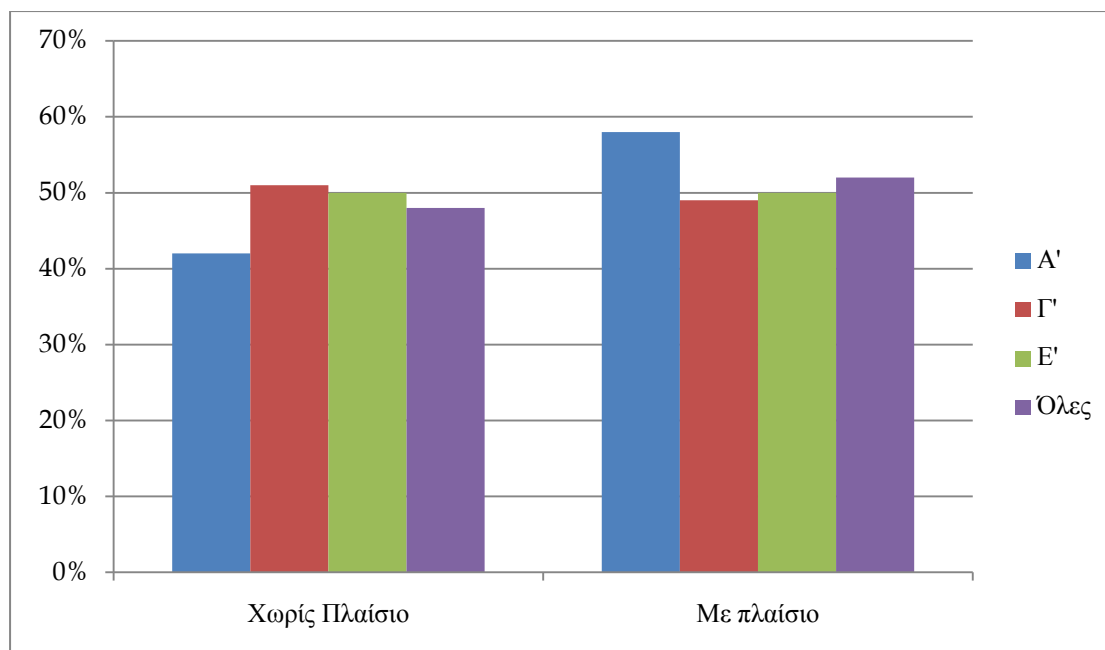
Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνάς αυτής. Πρώτα γίνεται παρουσίαση της συχνότητας που συναντώνται στα εγχειρίδια των μαθηματικών των τριών, υπό μελέτη, τάξεων του δημοτικού τα προβλήματα χωρίς πλαίσιο και τα προβλήματα με πλαίσιο. Στη συνέχεια γίνεται ανάλυση των προβλημάτων με πλαίσιο, ανάλογά με τον τύπο του πλαισίου (πλαίσιο ως καμουφλάζ ή πλαίσιο με ουσία). Το επόμενο στάδιο της ανάλυσης αφορά τα προβλήματα με πλαίσιο με βάση τον τύπο της πληροφορίας που παρέχεται κάθε φορά (πληροφορίες που ταιριάζουν ακριβώς, που λείπουν ή που περισσεύουν. Και τέλος η ανάλυση ολοκληρώνεται με την μελέτη των προβλημάτων με πλαίσιο με βάση τον τύπο γνωστικής απαίτησής τους (αναπαραγωγή, σύνδεση ή συλλογισμό).

1. Προβλήματα με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο

Μελετήθηκε το σύνολο των προβλημάτων-ασκήσεων τριών τάξεων του δημοτικού σχολείου (Α', Γ' και Ε') και όπως φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί βρήκαμε πως στο σύνολο των τριών τάξεων το 48% πρόκειται για προβλήματα χωρίς κανένα πλαίσιο και το 52% αυτών είναι προβλήματα με πλαίσιο, τα οποία θα αναλυθούν εκτενέστερα παρακάτω. Το ποσοστό αυτό διαφοροποιείται όταν μελετήσουμε ξεχωριστά τα βιβλία του μαθητή (40% δίχως πλαίσιο και 60% με πλαίσιο), που χρησιμοποιούνται συνήθως για την διδασκαλία των εννοιών και τα τετράδια εργασιών (55% χωρίς πλαίσιο και 45% με πλαίσιο) που χρησιμοποιούνται συνήθως για την εμπέδωση και εξάσκηση.

		Χωρίς Πλαίσιο (%)	Με Πλαίσιο (%)
Α' τάξη	Βιβλία	80 (33%)	159 (67%)
	Τετράδια εργασιών	146 (49%)	154 (51%)
	Βιβλία και Τετράδια εργασιών	226 (42%)	313 (58%)
Γ' τάξη	Βιβλίο	66 (33%)	136 (67%)
	Τετράδια εργασιών	188 (64%)	105 (36%)
	Βιβλία και Τετράδια εργασιών	254 (51%)	241 (49%)
Ε' τάξη	Βιβλία	196 (46%)	226 (54%)
	Τετράδια εργασιών	222 (53%)	197 (47%)
	Βιβλία και Τετράδια εργασιών	418 (50%)	423 (50%)
Α', Γ', Ε' τάξεις	Βιβλία	342 (40%)	521 (60%)
	Τετράδια εργασιών	556 (55%)	456 (45%)
	Βιβλία και Τετράδια εργασιών	898 (48%)	977 (52%)

ΠΙΝΑΚΑΣ 3. Συχνότητα προβλημάτων με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο ανά τάξη



Σχήμα 1. Συνολική συχνότητα προβλημάτων με πλαίσιο και χωρίς πλαίσιο

Φαίνεται πως οι συγγραφείς των βιβλίων της Α' και Γ' τάξης προτιμούν τα προβλήματα με πλαίσιο, με ποσοστό 67%. Ενώ οι συγγραφείς των τετραδίων εργασιών της Γ' τάξης στη συνέχεια παραθέτουν πλήθος προβλημάτων χωρίς πλαίσιο (64%). Στα βιβλία και τετράδια εργασιών της Ε' τάξης φαίνεται οι συγγραφείς να χρησιμοποιούν προβλήματα με πλαίσιο και χωρίς με παρόμοια συχνότητα (πίνακας 3).

1.1 Ανάλυση προβλημάτων με βάση τον τύπο πλαισίου

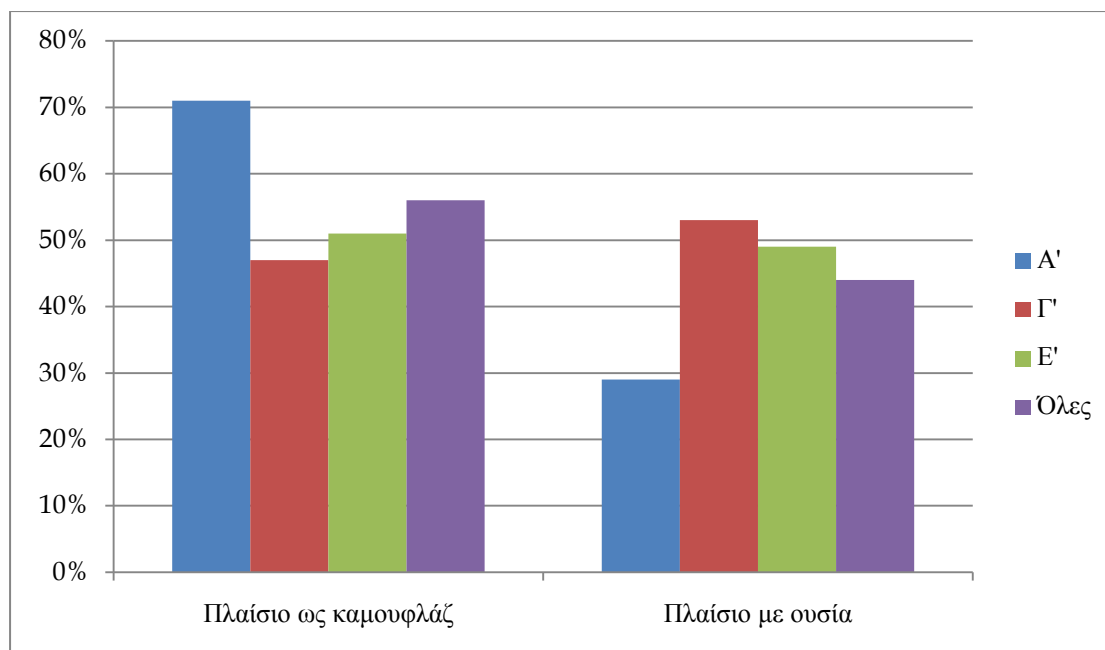
Τα προβλήματα με πλαίσιο τα χωρίσαμε σε δύο κατηγορίες. Στα προβλήματα με πλαίσιο ως καμουφλάζ και στα προβλήματα με πλαίσιο ουσίας. Τα προβλήματα με πλαίσιο ως καμουφλάζ αφορούν εμπειρίες από τη καθημερινή ζωή που θα μπορούσαν να παραληφθούν καθώς δεν προσθέτουν ουσιαστική πληροφορία. Οι μαθηματικές διαδικασίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων αυτών είναι ήδη προφανείς και η λύση συνήθως είναι πολύ απλή αφού μπορεί να βρεθεί συνδυάζοντας

όλους τους αριθμούς που δίνονται στο κείμενο. Από την άλλη πλευρά στα προβλήματα με πλαίσιο με ουσία, το πλαίσιο που χρησιμοποιείται περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και επίλυση του προβλήματος. Επίσης η μαθηματική διαδικασία που απαιτείται δεν δίνεται ρητά και συνήθως χρειάζεται μαθηματική μοντελοποίηση.

Αφού αναλύθηκαν τα προβλήματα με πλαίσιο και των τριών τάξεων του δημοτικού σχολείου (Α, Γ', Ε') βρέθηκε, πως το μεγαλύτερο ποσοστό προβλημάτων με πλαίσιο καμουφλάζ εντοπίζεται στα τετράδια εργασιών της Α' τάξης του δημοτικού σχολείου, 81% (βλ. Πίνακας 4). Ακολουθούν τα βιβλία της Α' τάξης και τα τετράδια εργασιών της Γ' τάξης με 61% και τα τετράδια εργασιών της Ε' τάξης με 58%.

			Α' τάξη	Γ' τάξη	Ε' τάξη	Α', Γ', Ε'
Τύπος Πλαισίου	Πλαίσιο ως καμουφλάζ	Βιβλία	97 (61%)	50 (37%)	100 (44%)	247 (47%)
		Τετράδια εργασιών	125 (81%)	64 (61%)	115 (58%)	304 (67%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	222 (71%)	114 (47%)	215 (51%)	551 (56%)
	Πλαίσιο με ουσία	Βιβλία	62 (39%)	86 (63%)	126 (56%)	274 (53%)
		Τετράδια εργασιών	29 (19%)	41 (39%)	82 (42%)	152 (33%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	91 (29%)	127 (53%)	208 (49%)	426 (44%)

ΠΙΝΑΚΑΣ 4. Συχνότητα προβλημάτων ανάλογα με τον τύπο πλαισίου και ανά τάξη



Σχήμα 2. Συνολική συχνότητα προβλημάτων ανάλογα με τον τύπο πλαισίου

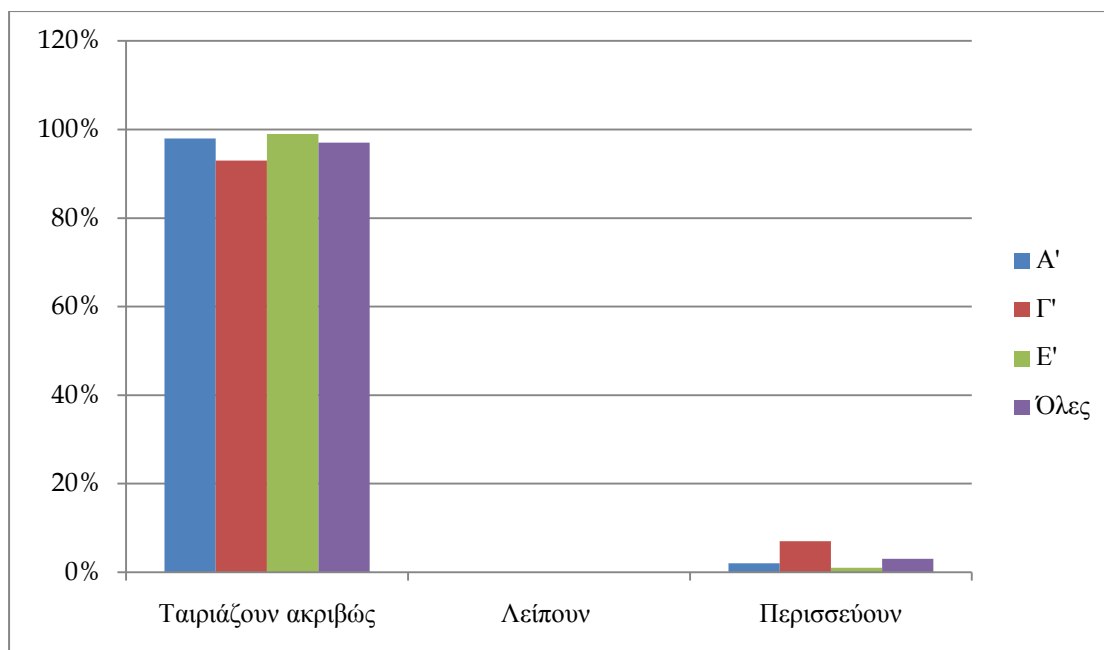
Προβλήματα με ουσία σε υψηλά ποσοστά βρέθηκαν στα βιβλία των Γ' και Ε' τάξεων, 63% και 56% αντίστοιχα.

2. Ανάλυση προβλημάτων με βάση τον τύπο πληροφορίας

Τα προβλήματα με πλαίσιο και των τριών τάξεων του δημοτικού σχολείου μελετήθηκαν και με βάση τον τύπο της πληροφορίας που παρέχεται. Οι κατηγορίες στις οποίες χωρίστηκαν είναι τρεις. Στην πρώτη κατηγορία οι πληροφορίες που δίνονται ταιριάζουν ακριβώς με τις πληροφορίες που απαιτούνται για τη λύση του προβλήματος (εικ.4). Στη δεύτερη κατηγορία δίνονται λιγότερες πληροφορίες από αυτές που χρειάζονται για τη λύση, έτσι οι μαθητές πρέπει να εξάγουν πρόσθετα δεδομένα. Και στην τρίτη κατηγορία δίνονται περισσότερες πληροφορίες από αυτές που χρειάζονται για τη λύση, έτσι οι μαθητές πρέπει να επιλέξουν τις απαραίτητες (εικ.5).

			Α΄ τάξη	Γ΄ τάξη	Ε΄ τάξη	Α΄, Γ΄, Ε΄
Τύπος Πληροφορίας	Ταιριάζουν ακριβώς	Βιβλία	153 (96%)	121 (89%)	224 (99%)	498 (96%)
		Τετράδια εργασιών	153 (99%)	103 (98%)	195 (99%)	451 (99%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	306 (98%)	224 (93%)	419 (99%)	949 (97%)
	Λείπουν	Βιβλία	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
		Τετράδια εργασιών	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
	Περισσεύουν	Βιβλία	6 (4%)	15 (11%)	2 (1%)	23 (4%)
		Τετράδια εργασιών	1 (1%)	2 (2%)	2 (1%)	5 (1%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	7 (2%)	17 (7%)	4 (1%)	28 (3%)

ΠΙΝΑΚΑΣ 5. Συχνότητα προβλημάτων ανάλογα με τον τύπο πληροφορίας και ανά τάξη



Σχήμα 3. Συνολική συχνότητα προβλημάτων ανάλογα με τον τύπο πληροφορίας



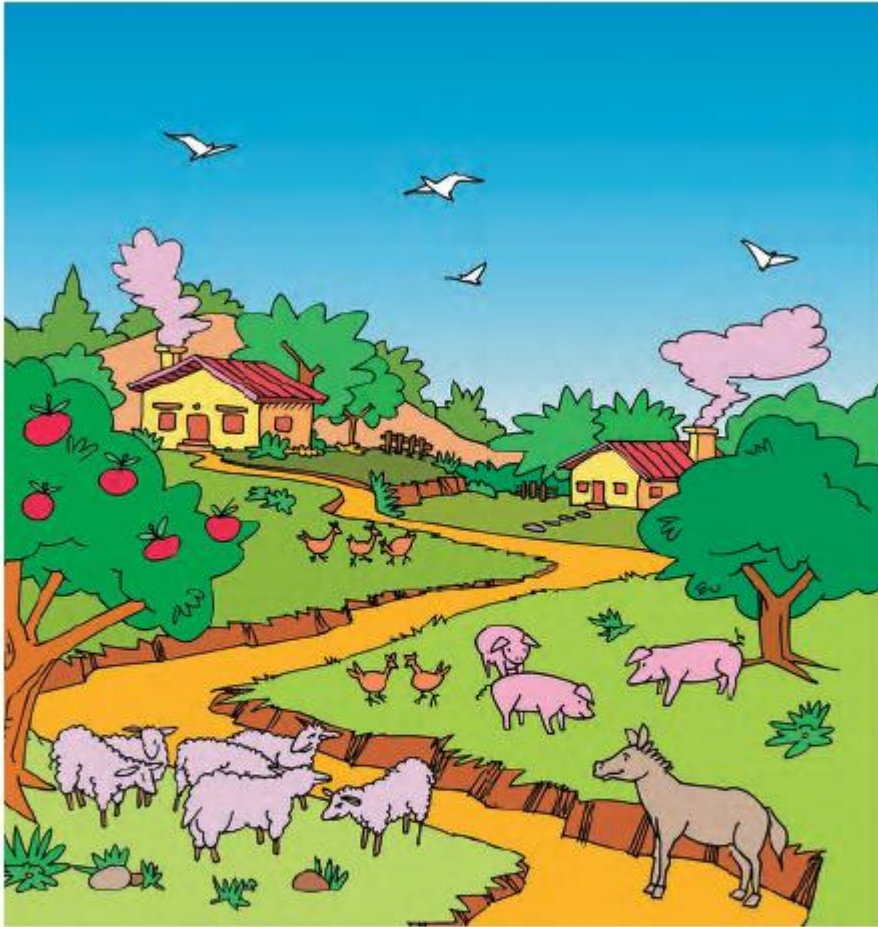
Σε 3 τελάρα χωράνε 12 κιλά μήλα. Πόσα κιλά μήλα χωράνε σε 246 τελάρα;

Εικ.4 Πρόβλημα όπου οι πληροφορίες ταιριάζουν ακριβώς

Όπως φαίνεται και στον παραπάνω πίνακα οι πληροφορίες που παρέχονται στα προβλήματα που μελετήθηκαν και για τις τρεις τάξεις του δημοτικού σχολείου (A', Γ', E') στην συντριπτική τους πλειοψηφία ταιριάζουν ακριβώς. Ενώ δεν υπάρχει κανένα πρόβλημα με ελλιπείς πληροφορίες. Περισσότερες πληροφορίες από αυτές που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων συναντάμε μόνο στο 3% των περιπτώσεων (Πίνακας 5).



Τι δείχνει το τοπίο;



Πόσα είναι τα ζώα στο χωράφι;

Πόσα είναι τα πουλιά στον ουρανό;

Πόσα είναι τα γουρούνια μαζί με τις κόττες;

Εικ.5 Πρόβλημα όπου οι πληροφορίες περισσεύουν

3. Ανάλυση προβλημάτων με βάση τον τύπο γνωστικής απαίτησης

Τέλος τα προβλήματα με πλαίσιο και των τριών τάξεων του δημοτικού σχολείου αναλύθηκαν σύμφωνα με τον τύπο γνωστικής τους απαίτησης. Οι κατηγορίες είναι οι εξής:

α). Αναπαραγωγή

Αυτή η κατηγορία αφορά την αναπαραγωγή παραστάσεων, ορισμών ή γεγονότων, την ερμηνεία απλών και γνωστών παραστάσεων, την απομνημόνευση ή εκτέλεση ρητών υπολογισμών ρουτίνας ή διαδικασίες.

β). Σύνδεση

Όπου απαιτείται ενσωμάτωση και σύνδεση μεταξύ περιεχομένου και καταστάσεων, μη συνηθισμένη επίλυση προβλημάτων, ερμηνεία προβληματικών καταστάσεων και χρήση απλής μαθηματικής λογικής.

Και

γ). Συλλογισμός

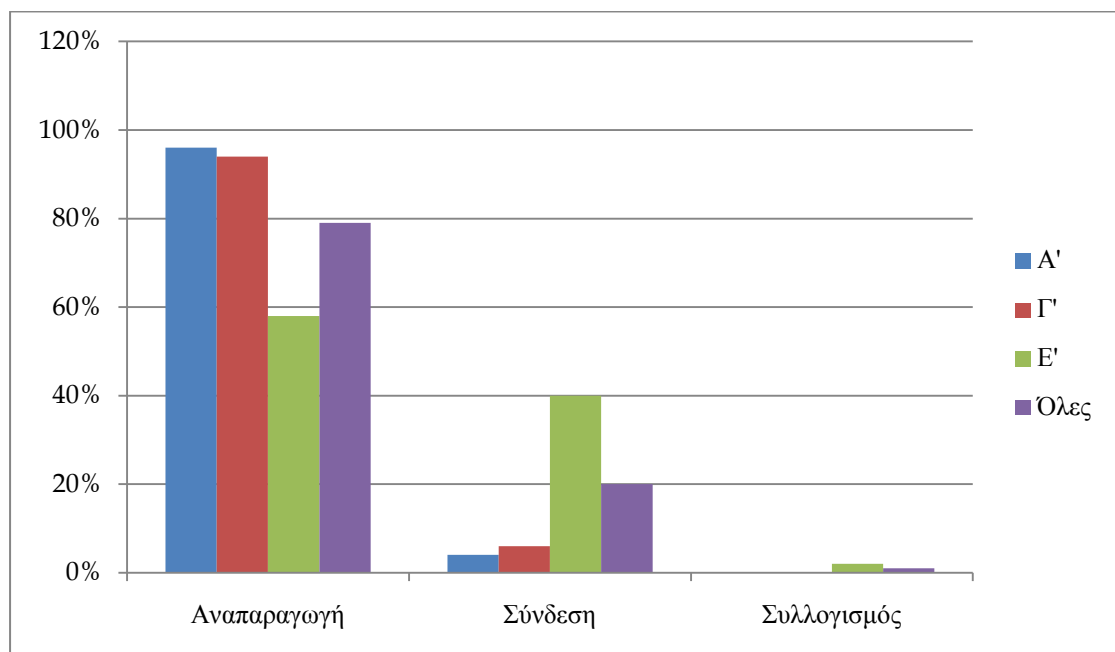
Η τελευταία κατηγορία αφορά στην κατανόηση και επίγνωση των μαθηματικών, στη δημιουργία πρωτότυπων μαθηματικών προσεγγίσεων, στη χρήση σύνθετων επιχειρημάτων και περίπλοκου σκεπτικού και σε γενικεύσεις.

Η ανάλυση των προβλημάτων έδειξε πως τόσο στην Α΄ όσο και στην Γ΄ τάξη τα μεγαλύτερα ποσοστά των προβλημάτων με πλαίσιο που μελετήθηκαν αφορούν περιπτώσεις αναπαραγωγής ενώ κανένα πρόβλημα δεν απαιτεί συλλογισμό. Στην Ε΄ τάξη συνολικά, σε βιβλία και τετράδια εργασιών, «αναπαραγωγή» απαιτείται στο 58% των περιπτώσεων, «σύνδεση» στο 40% και «συλλογισμό» στο 2% (πίνακας 6).

			Α΄τάξη	Γ΄τάξη	Ε΄τάξη	Α΄, Γ΄, Ε΄
Τύπος	Αναπαραγωγή	Βιβλία	147 (92%)	127 (93%)	119 (53%)	393 (76%)
Γνωστικής		Τετράδια	152 (99%)	100 (95%)	127 (64%)	379 (83%)
Απαίτησης		Βιβλία και	299 (96%)	227 (94%)	246 (58%)	772 (79%)
		Τετράδια				

		εργασιών				
	Σύνδεση	Βιβλία	12 (8%)	9 (7%)	100 (44%)	121 (23%)
		Τετράδια εργασιών	2 (1%)	5 (5%)	68 (35%)	75 (16%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	14 (4%)	14 (6%)	168 (40%)	196 (20%)
	Συλλογισμός	Βιβλία	0 (0%)	0 (0%)	7 (3%)	7 (1%)
		Τετράδια εργασιών	0 (0%)	0 (0%)	2 (1%)	2 (1%)
		Βιβλία και Τετράδια εργασιών	0 (0%)	0 (0%)	9 (2%)	9 (1%)

ΠΙΝΑΚΑΣ 6. Συχνότητα προβλημάτων ανάλογα με τον τύπο γνωστικής απαίτησης και ανά τάξη



Σχήμα 4. Συνολική συχνότητα προβλημάτων ανάλογα με τον τύπο γνωστικής απαίτησης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Συμπεράσματα – Συζήτηση

Η παραπάνω μελέτη της οποίας σκοπός ήταν να διερευνηθεί ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζονται τα προβλήματα με πλαίσιο στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών τριών τάξεων (Α', Γ' και Ε') του δημοτικού σχολείου αλλά και η συχνότητα με την οποία εμφανίζονται απαντώντας στα εξής τέσσερα ερωτήματα:

Πόσο συχνά παρουσιάζονται προβλήματα με πλαίσιο στα σχολικά βιβλία; Ποιος είναι ο τύπος του πλαισίου αυτών των προβλημάτων; Ποιες πληροφορίες παρέχονται στα προβλήματα με πλαίσιο των μαθηματικών εγχειριδίων; Και ποιες είναι οι γνωστικές απαιτήσεις αυτών των προβλημάτων;

Έδειξε ότι τα προβλήματα με πλαίσιο υπερτερούν ελάχιστα σε σχέση με τα προβλήματα χωρίς πλαίσιο στο σύνολο των σχολικών εγχειριδίων που μελετήθηκαν. Σε έρευνα των Τάτσης και Σκουμπουρδή (2009), όπου μελέτησαν την παρουσία δραστηριότητες με πλαίσιο και δραστηριότητες χωρίς πλαίσιο σε εγχειρίδια μόνον της Α' τάξης του δημοτικού σχολείου παρατηρήθηκε μια ισορροπία ανάμεσα σε αυτές τις δυο κατηγορίες.

Ωστόσο από τα προβλήματα που χαρακτηρίστηκαν ως προβλήματα με πλαίσιο λίγο παρακάτω από τα μισά (44%) είχαν πλαίσιο ουσίας. Με άλλα λόγια από το σύνολο

των 977 συνολικά προβλημάτων με πλαίσιο τα 426 ήταν προβλήματα με πλαίσιο ουσίας ώστε οι μαθητές να συνδέουν τα μαθηματικά με προβλήματα που σχετίζονται και με άλλους τομείς της ζωής τους. Τα υπόλοιπα προβλήματα με πλαίσιο αφορούσαν προβλήματα με πλαίσιο ως καμουφλάζ (56%), δηλαδή το πλαίσιο λειτουργούσε ως διακοσμητικό, δίχως ουσιαστική επιρροή στην επίλυση των προβλημάτων.

Ο μεγαλύτερος αριθμός των προβλημάτων με πλαίσιο περιείχαν τις ακριβείς πληροφορίες που απαιτούνταν για την επίλυσή τους. Ένας ελάχιστος αριθμός προβλημάτων (3%) είχαν πληροφορίες που περίσσευαν, μόλις 28 από το σύνολο των 977 με πλαίσιο, και κανένα πρόβλημα δεν περιείχε λιγότερες πληροφορίες από όσες απαιτούνταν για την επίλυσή τους. Το γεγονός αυτό, σύμφωνα με τους Steen (2001), και Greer, Verschaffel, και Mukhopadhyay (2007), είναι ουσιώδες για να αναπτύξουν οι μαθητές την ικανότητα να εφαρμόζουν τα μαθηματικά και σε προβλήματα της καθημερινής ζωής. Ο Charman (2006) τονίζει πως όταν οι μαθητές ενθαρρύνονται να χρησιμοποιούν εμπειρίες τους από την καθημερινότητα στην επίλυση προβλημάτων τους δίνεται η δυνατότητα να κατανοήσουν καλύτερα τα προς επίλυση προβλήματα.

Επίσης, με βάση τα ευρήματα της παραπάνω μελέτης ένα μικρό ποσοστό (20%) των προβλημάτων με πλαίσιο απαιτούν σύνδεση και ένα ελάχιστο (1%) συλλογισμό. Συγκεκριμένα από το σύνολο των 977 προβλημάτων με πλαίσιο που βρέθηκαν στο σύνολο των σχολικών εγχειριδίων υπό μελέτη μόνο 196 από αυτά απαιτούν ενσωμάτωση και σύνδεση μεταξύ περιεχομένου και καταστάσεων, μη συνηθισμένη επίλυση προβλημάτων, ερμηνεία προβληματικών καταστάσεων ή χρήση απλής μαθηματικής λογικής και μόλις σε 9 από αυτά χρειάζεται κατανόηση και επίγνωση των μαθηματικών, δημιουργία πρωτότυπων μαθηματικών προσεγγίσεων, χρήση σύνθετων επιχειρημάτων και περίπλοκου σκεπτικού ή γενικεύσεις. Τα παραπάνω ευρήματα συνάδουν με την έρευνα των Wijaya et al. (2015) που διεξήχθη στην Ινδονησία. Σε αυτήν την έρευνα μπόρεσαν να

εξηγήσουν τις χαμηλές επιδόσεις των μαθητών σε τεστ όταν αυτά περιείχαν προβλήματα με ρεαλιστικό πλαίσιο που απαιτούσαν βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών. Φαίνεται πως η ελλιπής εξάσκησή τους στα σχολικά εγχειρίδια παίζει αποφασιστικό ρόλο.

Σε σχέση με την κάθε τάξη η μεγαλύτερη συχνότητα προβλημάτων με πλαίσιο ως καμουφλάζ βρέθηκε στα εγχειρίδια των μαθηματικών της Α΄ τάξης με 222 περιπτώσεις (71%). Ενώ στα βιβλία των μαθηματικών της Γ΄τάξης βρέθηκε το μεγαλύτερο ποσοστό προβλημάτων με πλαίσιο ουσίας 127 προβλήματα (53%). Επίσης στην Γ΄τάξη εντοπίστηκαν τα περισσότερα, σε σχέση με τις άλλες δύο τάξεις, προβλήματα με πληροφορίες που περίσσευαν (7%). Τέλος φαίνεται πως στα βιβλία των μαθηματικών της Ε΄τάξης του δημοτικού παρατηρείται το μικρότερο ποσοστό προβλημάτων με πλαίσιο που απαιτεί αναπαραγωγή (58%), σε σχέση με τις άλλες δύο τάξεις. Ενώ στην Ε΄τάξη παρατηρείται το μεγαλύτερο ποσοστό προβλημάτων που απαιτούν σύνδεση (40%) αλλά και συλλογισμό 9%. Γεγονός που εξηγείται αν αναλογιστεί κανείς ότι η Ε΄τάξη απαιτεί πιο πολύπλοκες γνωστικές διαδικασίες.

Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα προτείνεται να αυξηθεί αρκετά ο αριθμός των δραστηριοτήτων που περιέχουν πλαίσιο ουσίας στα σχολικά εγχειρίδια. Συγχρόνως, θεωρούμε, πως πρέπει να βελτιωθεί και η ποιότητα των δραστηριοτήτων αυτών. Τα βιβλία θα πρέπει να συμπεριλάβουν προβλήματα που απαιτούν μαθηματικούς συλλογισμούς (Freudenthal, 1986; Van den Heuvel-Panhuizen, 2005) ανώτερου επιπέδου κι όχι απλά αναπαραγωγή-εφαρμογή όσων έχουν πρότερα ειπωθεί και μάλιστα με τον ίδιο ή σχεδόν ίδιο τρόπο. Επίσης τα προβλήματα με πλαίσιο ουσίας θα πρέπει να έχουν άλλοτε λιγότερες κι άλλοτε περισσότερες πληροφορίες από όσες

απαιτούνται για την επίλυσή τους ώστε οι μαθητές/τριες (Maass, 2010) να εξασκηθούν στη επιλογή των αναγκαίων κάθε φορά πληροφοριών.

Ένας από τους περιορισμούς την έρευνας αυτής είναι ότι ασχοληθήκαμε μόνο με τις μισές από της τάξεις του δημοτικού σχολείου. Η μελέτη και των υπόλοιπων πιθανόν να έδινε μια πιο ευρεία εικόνα της κατάστασης. Επίσης μελετήθηκαν ορισμένες μόνο πτυχές της παρουσίασης των προβλημάτων. Η συστηματικότερη μελέτη των χαρακτηριστικών των σχολικών εγχειριδίων όλων των τάξεων είναι αναγκαία για τη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης στη χώρα μας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*, 62(2), 211–230.
- Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117–151.
- De Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. In T. A. Romberg (Ed.), *Reform in school mathematics* (pp. 87–172). Albany: SUNY Press.
- De Lange, J. (1999). *Framework for classroom assessment in mathematics*. Freudental Intitute, the Netherlands & NCISLA, USA, unpublished manuscript.
- Elsaleh, I. (2010). Teachers' Interactions with Curriculum Materials in Mathematics. *School Science and Mathematics*, 110(4), 177-179.
- Εξαρχάκος, Θ. Γ. (1993). *Διδακτική των Μαθηματικών: Εκπαίδευση και Μαθηματικά Ειδική Διδακτική των Μαθηματικών Ειδικά Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Fan, L., Chen, J., Zhu, Y., Qiu, X., & Hu, Q. (2004). Textbook use within and beyond Chinese mathematics classrooms: A study o 12 secondary schools in Kunming and Fuzhou of China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp Singapore: WorldScientific.
- Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 61–75.
- Fan, L., Zhu, Y., Miao, Z. (2013) Textbook research in mathematics education: development status and directions *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 45 (5)), 633–646.

Forman, S. L., & Steen, L. A. (2001). *Why math? Applications in science, engineering, and technological programs* (Research Brief No. AACB-RB-00-2). Washington, D.C: American Association of Community Colleges.

Freeman, D. J., & Porter, A. C. (1989). Do textbooks dictate the content of mathematics instruction in elementary schools? *American Educational Research Journal*, 26(3), 403–421.

Freudenthal, H. (1986). Didactical principles in mathematics instruction. In J. A. Barroso (Ed.), *Aspects of mathematics and its applications* (pp. 351–357). Amsterdam: Elsevier Science Publishers BV.

Garner, R. (1992). Learning From School Texts. *Educational Psychologist*, 27(1), 53-63.

Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 89–98). New York: Springer.

Haggarty, L. and Pepin, B. (2002) 'An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German Classrooms: who gets an opportune ty to learn what?' *British Educational Research Journal* 28 (4).

Hedrick, W., Harmon, J.M., & Linerode, P. (2004). Teachers' Beliefs and Practices of Vocabulary Instruction With Social Studies Textbooks in Grades 4-8. *Reading Horizons*, 45(2), 103-125.

Howson, G. (2001), 'What can we learn from international comparison?' In L. Haggarty (ed.), *Teaching Mathematics in Secondary Schools* (pp. 259–272)., Open University, London,.

Καφούση, Σ., Σκουμπουρδή, Χ. & Τάτσης, Κ. (2009). Αναλύοντας ένα σχολικό εγχειρίδιο των Μαθηματικών: Η περίπτωση της Α΄ Δημοτικού. *Ευκλείδης Γ΄*, 71, 42-62.

Κολέζα, Ε. (1997). Ο ρόλος των δραστηριοτήτων στη διδασκαλία των μαθηματικών. Πρακτικά του 14ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας: *Τα Μαθηματικά στο σχολείο του 2000*, (5), 71-81. Μυτιλήνη: ΕΜΕ.

Κολέζα, Ε. (2006). Τα μαθηματικά μέσα από τον καθρέφτη της Λογοτεχνίας: ένα ταξίδι στη χώρα των θαυμάτων, *Πρακτικά 6^{ου} Διήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, Θεσσαλονίκη

Κολέζα, Ε. & Φακούδης, Ε. (2008). Προλεγόμενα μιας ανάλυσης των εγχειριδίων σχετικά με την έννοια της συνάρτησης. Στο Δ. Χασάπης (Επιμ.), *Το βιβλίο στη διδασκαλία των Μαθηματικών, 7ο Διήμερο Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, 225-243. Θεσσαλονίκη.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Εκδόσεις Τόπος.

Κολέζα, Ε. (2017). *Θεωρία και Πράξη στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*. Αθήνα: GUTENBERG.

Maass, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311.

Μαστρογιάννης, Α. (2015). Η οργάνωση, η κατανόηση και η αναγνωσιμότητα του εγχειριδίου των Μαθηματικών της Έκτης Δημοτικού ως καθοριστικές πτυχές αξιολόγησής του. *Θεωρία και Έρευνα στις Επιστήμες της αγωγής* (1), 149-172.

Ματσαγγούρας, Η. (2006). Διδακτικά εγχειρίδια: Κριτική αξιολόγηση της Γνωσιακής, Διδακτικής και Μαθησιακής Λειτουργίας τους. *Συγκριτική και Διεθνής Εκπαιδευτική Επιθεώρηση*, 7, 60-92.

Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: An empirical approach. *Educational studies in mathematics*, 56(2-3), 255-286.

Μπονίδης, Κ. (2005). _Διαδικασία και κριτήρια αξιολόγησης των σχολικών βιβλίων. Στο Χ. Δελή, & _, Α. Δημητράσκου (Επιμ.). _Διδακτικό Βιβλίο και Εκπαιδευτικό Υλικό στο σχολείο: Προβληματισμοί – Δυνατότητες – Προοπτικές (σ. 106-119). Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο,.

Muller, E., & Burkhardt, H. (2007). Applications and modelling for mathematics—overview. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 267–274). New York: Springer.

Newton, D. P., & Newton, L. D. (2007). Could elementary mathematics textbooks help give attention to reasons in the classroom? *Educational Studies in Mathematics*, 64(1), 69–84.

Νταραδήμος, Λ. (2015). Η μετάβαση από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο μέσα από τη σύγκριση των σχολικών βιβλίων των Μαθηματικών της ΣΤ΄ Δημοτικού και της Α΄ Γυμνασίου. *Μεταπτυχιακή διατριβή στο πλαίσιο του Διαπανεπιστημιακού-100 Διατμηματικού προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών «Διδακτική και μεθοδολογία των Μαθηματικών»*. [http://www.math.uoa.gr/me/dipl/2014-15/dipl_Ntaradimos.pdf]

OECD. (2003b). *The PISA 2003 assessment framework—mathematics, reading, science, and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.

O’Keeffe, L., & O’Donoghue, J. (2011). Mathematics textbook analysis: The significance of textbook features to student learning. In M. Pytlak, T. Rowland, E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów, Poland: University of Rzeszów

Organ-Bekiroglu, F. (2007). To What Degree Do the Currently Used Physics Textbooks Meet the Expectations? *Journal of Science Teacher Education*, 18,

599-628.

Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt for the Didactics of Mathematics*, 33(5), 158–175.

Ξωχέλλης, Π. (2005). Τα κριτήρια εγκυρότητας, αξιοπιστίας και παιδαγωγικής καταλληλότητας των σχολικών βιβλίων. Στο Δελή, Χ. & Δημητράσκου, Α. (Επιμ.), *Διδακτικό Βιβλίο και Εκπαιδευτικό Υλικό στο σχολείο: Προβληματισμοί Δυνατότητες – Προοπτικές* (σ. 32-38). Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο,.

Reys, B., Reys, R., & Chavez, O. (2004). Why Mathematics Textbooks Matter. *Educational Leadership*, 61(5), 61-66.

Schwarzkopf, R. (2007). Elementary modeling in mathematics lessons: The interplay between Breal-world knowledge and Bmathematics structures. In W. Blum, P. L.Galbraith,H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 209–216). New York: Springer.

Σκουμπουρδή, Χ. (2014). Το εκπαιδευτικό υλικό στη σχέση διδακτικής μαθηματικών και μαθηματικής εκπαίδευσης. Παρέμβαση στην ομάδα ανταλλαγών Α. Μούτσιος-Ρέντζος & Φ. Καλαβάσης: ‘‘Μια Συστημική Αναζήτηση της σχέσης Διδακτικής των Μαθηματικών με τη Μαθηματική Εκπαίδευση’’. Πρακτικά του 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕνΕΔιΜ): Τα Μαθηματικά στο σχολείο και στην καθημερινή ζωή, Φλώρινα: ΕΝΕΔΙΜ https://www.researchgate.net/publication/262560398_Skoumpourde_CH_2014_To_ekpaideutiko_yliko_ste_schese_didaktikes_mathematikon_kai_mathematikes_ekpaideuses_Parembasesthen_omada_antallagon_A_MoutsiosRentzos_PH_Kalabases_'Mia_SystemikeAnazetese_tes_s

Τάτσης, Κ. και Σκουμπουρδή, Χ. (2009). Μελέτη του πλαισίου των δραστηριοτήτων του σχολικού εγχειριδίου των μαθηματικών της Α΄ Δημοτικού *Πρακτικά του 3^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου της Εν.Ε.Δι.Μ.*, Επιμ. Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Χ. Σκουμπουρδή & Γ. Φεσάκης, Ρόδος.

Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315-327.

Tyson, H. & Woodward, A. (1989). Why Students Aren't learning very much from textbooks. *Educational Leadership*, 47(3), 14-17.

ΦΕΚ 303 Β (2003). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών. (Δ.Ε.Π.Π.Σ) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) Δημοτικού – Γυμνασίου.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of context in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 2–9 and 23.

Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 9–29.

Wijaya, A., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 89, 41-65.

Xin, Y. P. (2007). Word problem solving tasks in textbooks and their relation to student performance. *The Journal of Educational Research*, 100(6), 347–359.

Yeo, J. B. (2017). Development of a framework to characterise the openness of mathematical tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 175–191.

Zhu, Y., & Fan, L. (2002). Textbook use by Singaporean mathematics teachers at lower secondary level. In D. Edge & Y. B. Har (Eds.), *Mathematics education for a knowledge-based era* (Vol. 2, pp. 194–201). Singapore: AME

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στο παράρτημα παρουσιάζονται παραδείγματα ανάλυσης των δραστηριοτήτων από τις τρεις τάξεις.

Α΄ τάξη

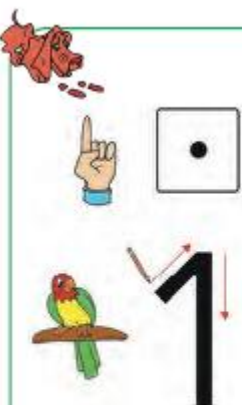
Αναλύθηκαν τα δύο τεύχη του βιβλίου μαθηματικών και τα τέσσερα τεύχη του τετραδίου εργασιών της Α΄τάξης και παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα των προβλημάτων που μελετήσαμε.


Παράδειγμα 1

Στις παρακάτω δύο εικόνες (Εικ. 1 και 2) μπορούμε να δούμε δυο προβλήματα με πλαίσιο καμουφλάζ καθώς πρόκειται για εμπειρίες από την καθημερινή ζωή που θα μπορούσαν να παραληφθούν, αφού δεν προσθέτουν πληροφορία, ενώ ταυτόχρονα οι μαθηματικές διαδικασίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων είναι ήδη προφανείς. Επίσης δίνονται ακριβώς οι πληροφορίες που χρειάζονται για τη λύση. Και τέλος ο τύπος της γνωστικής απαίτησης είναι η «Αναπαραγωγή» καθώς ζητείται αναπαραγωγή παραστάσεων και εκτέλεση ρητών διαδικασιών.

2

Παρατηρώ και γράφω τον αριθμό 1.










1						
1						

Εικ. 1

3

Πόσα είναι τα νομίσματα;
Συνδέω τις ποσότητες με τις αντίστοιχες λέξεις και τους αριθμούς.

ένα (1)

τρία (3)

πέντε (5)

τέσσερα (4)

δύο (2)

(Note: A line connects the single coin to the 'ένα (1)' label.)

Εικ.2

Παράδειγμα 2



Εικ. 3

Στην εικόνα 3 έχουμε ένα πρόβλημα με ουσιαστικό πλαίσιο. Το πλαίσιο περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και επίλυση του προβλήματος ενώ την ίδια στιγμή η μαθηματική διαδικασία δεν δίνεται ρητά. Οι πληροφορίες που δίνονται ταιριάζουν ακριβώς με όσα απαιτούνται για τη λύση του. Τέλος «Αναπαραγωγή» είναι ο τύπος της γνωστικής απαίτησης καθώς πρόκειται για ερμηνεία απλών παραστάσεων.

Παράδειγμα 3

Στην εικόνα 4 που ακολουθεί έχουμε να κάνουμε με πρόβλημα όπου το πλαίσιό του είναι πλαίσιο με ουσία κι αυτό γιατί το πλαίσιο περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και απάντηση των ερωτημάτων. Οι πληροφορίες περισσεύουν, αφού δίνονται περισσότερες πληροφορίες από αυτές που χρειάζονται για τη λύση, έτσι οι μαθητές πρέπει να επιλέξουν τις απαραίτητες ώστε να απαντήσουν στα ερωτήματα που ακολουθούν. Τέλος «Αναπαραγωγή» είναι ο τύπος της γνωστικής απαίτησης καθώς πρόκειται για ερμηνεία απλών παραστάσεων.

Τι δείχνει το τοπίο;

Πόσα είναι τα ζώα στο χωράφι;
 Πόσα είναι τα πουλιά στον ουρανό;
 Πόσα είναι τα γουρούνια μαζί με τις κότες;

Εικ. 4

Παράδειγμα 4

Τα δυο τελευταία παραδείγματα είναι προβλήματα δίχως πλαίσιο (Εικ. 5 και 6)

Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν.

10		13		17		
----	--	----	--	----	--	--

Εικ.5



Υπολογίζω το αποτέλεσμα. Αν δυσκολεύομαι, σχεδιάζω τα ζάρια.



$7 - 6 = \dots$



$10 - 7 = \dots$

$5 - 4 = \dots$

$8 - 4 = \dots$

$8 - 7 = \dots$

$5 - 3 = \dots$

Εικ. 6

Γ΄ τάξη

Αναλύθηκε το βιβλίο μαθηματικών καθώς και τα τέσσερα τεύχη του τετραδίου εργασιών της Γ΄ τάξης και παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα των προβλημάτων που μελετήσαμε.

Παράδειγμα 1

Στις παρακάτω δύο εικόνες (Εικ. 1 και 2) μπορούμε να δούμε δυο προβλήματα με πλαίσιο καμουφλάζ καθώς πρόκειται για εμπειρίες από την καθημερινή ζωή που θα μπορούσαν να παραληφθούν αφού δεν προσθέτουν πληροφορία ενώ ταυτόχρονα οι μαθηματικές διαδικασίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων είναι ήδη προφανείς. Επίσης δίνονται ακριβώς οι πληροφορίες που χρειάζονται για τη λύση. Και τέλος ο τύπος της γνωστικής απαίτησης είναι η «Αναπαραγωγή» καθώς ζητείται αναπαραγωγή παραστάσεων και εκτέλεση ρητών διαδικασιών.

Τα ζώα πολλαπλασιάζονται



Από τα αυγά μιας πάπιας βγήκαν 11 παπάκια. Πόσα παπάκια θα έχουν συνολικά 4 πάπιες, αν αποκτήσουν και αυτές από 11 παπάκια;

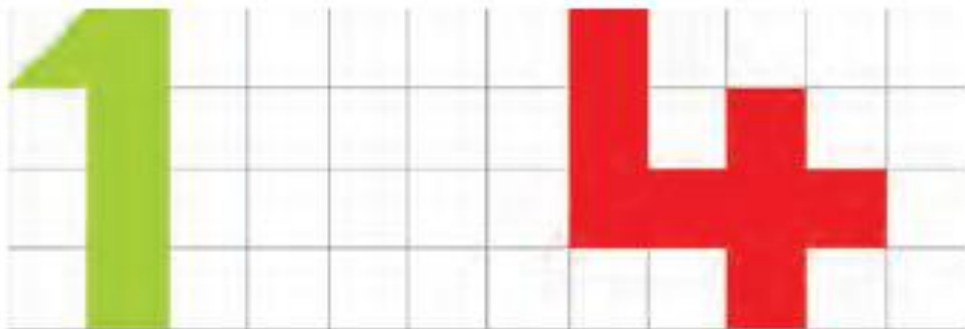
.....

Πόσα παπάκια θα αποκτήσουν συνολικά 6 πάπιες;

.....

Εικ.1

Μετρώ τα δύο ψηφία και βρίσκω ποιο έχει μεγαλύτερη επιφάνεια.



Είναι τετραγωνάκια.

Είναι τετραγωνάκια.

Εικ.2

Παράδειγμα 2

 **Ταξίδι στη Ρώμη** 

Ο Αποστόλης σχεδιάζει να πάει με τους γονείς του ένα ταξίδι στη Ρώμη για 3 μέρες.

Εξοδα ταξιδιού χωρίς μεσολάβηση τουριστικού γραφείου

Εξοδα ταξιδιού μέσω τουριστικού γραφείου

Τουριστικό γραφείο
Άνεση

3ήμερη εκδρομή στη Ρώμη 530 ευρώ το άτομο (στην τιμή περιλαμβάνονται: Αεροπορικό εισιτήριο με επιστροφή, διαμονή σε ξενοδοχείο Β' κατηγορίας τρίκλινο δωμάτιο με όλα τα γεύματα και ξεναγήσεις)

Μοναδική Προσφορά: Οικογενειακό πακέτο 2 ενήλικων και 1 παιδί μόνο 1.100 ευρώ

Ειδική Προσφορά:

Αεροπορικό εισιτήριο: 230 ευρώ το άτομο με επιστροφή.
Διαμονή σε ξενοδοχείο Β' κατηγορίας με όλα τα γεύματα: μονόκλινο 78€ την ημέρα, δίκλινο 89€ την ημέρα, τρίκλινο 103€ την ημέρα.
Ξεναγήσεις: 45€ το άτομο.

- Πόσο θα στοιχίσουν τα αεροπορικά εισιτήρια για τους τρεις τους συνολικά, αν ταξιδέψουν χωρίς μεσολάβηση τουριστικού γραφείου;
.....
- Πόσο θα στοιχίσουν το ξενοδοχείο με τρίκλινο δωμάτιο και οι ξεναγήσεις για τους τρεις τους, αν ταξιδέψουν χωρίς μεσολάβηση τουριστικού γραφείου;
.....
- Τους συμφέρει να πάνε μέσω τουριστικού γραφείου ή όχι και γιατί;
.....

Εικ.3

Πόσο νερό καταναλώθηκε αυτό το τετράμηνο;

ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΥΔΡΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ
ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΣ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗΣ
ΑΠΟ: 25/05/2003 ΕΩΣ: 24/09/2003

ΕΝΔΕΙΞΕΙΣ ΥΔΡΟΜΕΤΡΟΥ
ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΗ: 987 ΝΕΑ: 1.102

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ: 03/10/2003
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΛΗΞΗΣ: 05/11/2003

Εικ.4

Στις εικόνες 3 και 4 έχουμε προβλήματα με ουσιαστικό πλαίσιο. Το πλαίσιο περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και επίλυση του προβλήματος ενώ την ίδια στιγμή η μαθηματική διαδικασία δεν δίνεται ρητά.

Οι πληροφορίες που δίνονται είναι περισσότερες από αυτές που απαιτούνται για τη λύση του, έτσι οι μαθητές πρέπει να επιλέξουν τις απαραίτητες.

Τέλος «Αναπαραγωγή» είναι ο τύπος της γνωστικής απαίτησης καθώς πρόκειται για ερμηνεία απλών παραστάσεων.

Παράδειγμα 3

Παραγγελία πίτσας

Σε μια πιτσαρία τα μεγέθη της πίτσας είναι μικρό, μεσαίο και μεγάλο. Τα είδη της πίτσας είναι: σπέσιαλ, μαργαρίτα, με θαλασσινά και με τέσσερα τυριά. Πόσες διαφορετικές πίτσες έχει η πιτσαρία κατά μέγεθος και κατά είδος; Δικαιολογώ την απάντησή μου. Ζωγραφίζω.



Εικ. 5

Στην εικόνα 5 έχουμε ένα πρόβλημα με ουσία καθώς το πλαίσιο του προβλήματος περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και επίλυση του.

Οι πληροφορίες που δίνονται είναι ακριβώς αυτές που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος.

Τέλος όσον αφορά τον τύπο γνωστικής απαίτησης πρόκειται για «Σύνδεση» αφού για την επίλυση του προβλήματος απαιτείται ερμηνεία της προβληματικής κατάστασης με χρήση απλής μαθηματικής λογικής.

Παράδειγμα 4

Τα δυο τελευταία παραδείγματα είναι προβλήματα δίχως πλαίσιο (Εικ. 6 και 7)

Εκτελώ τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \\ \times 43 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 54 \\ \hline \end{array}$$

.....

 $14 \times 3 = \dots\dots\dots$

$26 \times 10 = \dots\dots\dots$

$33 \times 3 = \dots\dots\dots$

$30 \times 5 = \dots\dots\dots$

$43 \times 100 = \dots\dots\dots$

$45 \times 2 = \dots\dots\dots$

Εικ.6

Μετατρέπω τους δεκαδικούς αριθμούς σε δεκαδικά κλάσματα.

$5,36 = \frac{536}{100}$

$24,65 =$

$3,05 =$

$0,65 =$

$0,5 =$

$0,246 =$

$0,02 =$

$0,004 =$

Εικ.7

Ε΄ τάξη

Αναλύθηκαν τα δύο τεύχη μαθηματικών καθώς και τα δύο τεύχη του τετραδίου εργασιών της Ε΄ τάξης και παρακάτω παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα των προβλημάτων που μελετήσαμε.

Παράδειγμα 1


Στις παρακάτω δύο εικόνες (Εικ. 1 και 2) μπορούμε να δούμε δυο προβλήματα με πλαίσιο καμουφλάζ καθώς πρόκειται για εμπειρίες από την καθημερινή ζωή που θα μπορούσαν να παραληφθούν αφού δεν προσθέτουν πληροφορία ενώ ταυτόχρονα οι μαθηματικές διαδικασίες που απαιτούνται για την επίλυση των προβλημάτων είναι ήδη προφανείς..

Επίσης δίνονται ακριβώς οι πληροφορίες που χρειάζονται για τη λύση.

Και τέλος ο τύπος της γνωστικής απαίτησης είναι η «Αναπαραγωγή» καθώς ζητείται αναπαραγωγή παραστάσεων και εκτέλεση ρητών διαδικασιών.

Ένας κήπος σε σχήμα τετραγώνου έχει εμβαδό 36 τ.μ. Να βρείτε την περίμετρό του.

Το εμβαδό ενός τετραγώνου είναι ίσο με το γινόμενο του μήκους της πλευράς του επί τον εαυτό της. Ο αριθμός που, όταν πολλαπλασιαστεί με τον εαυτό του, δίνει γινόμενο 36, είναι ο 6. Επομένως το τετράγωνο με εμβαδό 36 τ.μ. έχει μήκος πλευράς, άρα η περίμετρός του είναι:




Εικ.1

Ο Νίκος έχει κύβους καθένας από τους οποίους έχει μήκος ακμής 2 εκ. Θέλει να γεμίσει με αυτούς ένα κουτί που εσωτερικά έχει μήκος 6 εκ., πλάτος 10 εκ. και ύψος 12 εκ. Πόσους κύβους χρειάζεται ο Νίκος, για να γεμίσει το κουτί του;

Λύση

Ο όγκος κάθε κύβου είναι Ο όγκος του κουτιού είναι

Για να γεμίσει το κουτί του, ο Νίκος χρειάζεται



Εικ.2

Παράδειγμα 2

Στις εικόνες που ακολουθούν έχουμε προβλήματα με ουσιαστικό πλαίσιο. Το πλαίσιο περιέχει αναγκαία συλλογιστική για την κατανόηση και επίλυση του προβλήματος ενώ την ίδια στιγμή η μαθηματική διαδικασία δεν δίνεται ρητά.

Στις εικόνες 7 και 8 οι πληροφορίες που δίνονται είναι περισσότερες από αυτές που απαιτούνται για τη λύση του, έτσι οι μαθητές πρέπει να επιλέξουν τις απαραίτητες. Ενώ στις εικόνες 3,4,5 και 6 δίνονται ακριβώς οι πληροφορίες που χρειάζονται για τη λύση των προβλημάτων.

«Σύνδεση» είναι ο τύπος της γνωστικής απαίτησης στα προβλήματα που παρατίθενται παρακάτω καθώς πρόκειται για ερμηνεία προβληματικών καταστάσεων με τη χρήση απλής μαθηματικής λογικής.



Ο Αντρέι, για να φτιάξει το γλυκό που του αρέσει, χρειάζεται ακριβώς ένα λίτρο νερό. Βρήκε στην κουζίνα ένα δοχείο των 5 λίτρων κι ένα δοχείο των 3 λίτρων. Πώς μπορεί να μετρήσει με αυτά τα δοχεία το νερό που χρειάζεται;

Εικ.3

1. Συχνά στην καθημερινή ζωή κάνουμε εκτιμήσεις για διάφορες καταστάσεις.

Για να αγοράσω 2 κιλά κουτσομούρες και 1 κιλό μουρμούρες, θα χρειαστώ περίπου 43 €.

Το ύψος του πεύκου είναι περίπου 16 μέτρα.



- Υπολόγισε σωστά η Αγγελική τα χρήματα που θα χρειαστεί, για να αγοράσει ψάρια; Γιατί πολλοί έμποροι δίνουν στα προϊόντα τους τιμές που τελειώνουν σε 0,99;
- Τι νομίζετε ότι έλαβε υπόψη του ο Νίκος, για να εκτιμήσει το ύψος του πεύκου;

Εικ.4



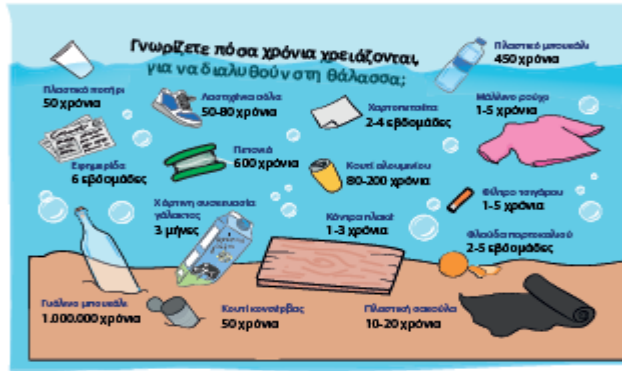
- Τι δείχνει κάθε ψηφίο του διπλανού ψηφιακού ρολογιού;
- Κάθε πότε αλλάζει;
- Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός που μπορεί να δείχνει το ψηφιακό ρολόι και τι εκφράζει ο καθένας από αυτούς;



... Συζητάμε με ποια μορφή αριθμού μπορούμε να γράψουμε την ένδειξη του ψηφιακού ρολογιού.

Σχεδιάζουμε τους δείκτες στο αναλογικό ρολόι, έτσι ώστε να έχει την ίδια ένδειξη με το ψηφιακό.

Μια οικολογική οργάνωση για την προστασία του θαλάσσιου οικοσυστήματος κυκλοφόρησε την παρακάτω αφίσα.



... Συζητάμε πώς μπορούμε να συγκρίνουμε τη χρονική διάρκεια που χρειάζονται τα διάφορα αντικείμενα, για να διαλυθούν στη θάλασσα.

Εικ.5



Ο Γιάννης γεννήθηκε στις 31 Δεκεμβρίου 2010. Η αδερφή του, η Μαρία, είναι έναν χρόνο και μία ημέρα μεγαλύτερή του. Πότε γεννήθηκε η Μαρία;

Εικ.6

ΔΟΣΟΛΟΓΙΑ ΑΠΟΡΡΥΠΑΝΤΙΚΟΥ			
4-5 κιλιά	λίγο λερωμένα	αρκετά λερωμένα	πολύ λερωμένα
	50 ml	75 ml	100ml
	+25 ml		
Για πλύσιμο στο χέρι διαλύστε 45 ml σε σκόνη σε 5 l νερού και στη συνέχεια προσθέστε τα ρούχα.			

Σε μια ετικέτα απορρυπαντικού αναγράφεται η συνιστώμενη δόση απορρυπαντικού σε ml, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

α. Ο πατέρας του Νίκου χρησιμοποίησε 0,1 l απορρυπαντικού. Ποια από τις οδηγίες της ετικέτας ακολούθησε;

β. Ο πατέρας του Νίκου έπλυσε στο χέρι τα αθλητικά ρούχα του και χρησιμοποίησε 0,09 l απορρυπαντικού. Πόσα λίτρα νερού χρησιμοποίησε;

Εικ.7

Πόσα γραμμάρια πρωτεΐνης περιέχονται σε 75 γραμμάρια ταχινιού;

Διατροφικά στοιχεία σε 15 γραμμάρια ταχινιού (μία κουταλιά της σούπας)	
ενέργεια	89 kcal
πρωτεΐνη	2,6 γρ.
υδατάνθρακες	3,2 γρ.
φυτικές ίνες	1,4 γρ.



Εικ.8

Παράδειγμα 3

Το παράδειγμα της εικόνας 9 είναι πρόβλημα δίχως πλαίσιο.

Να συμπληρώσεις τις παρακάτω ισότητες:

α. $22 + \square = 30$

ε. $15 + \square = 30 - 5$

β. $30 - \square = 22$

στ. $40 - \square = 22 + 8$

γ. $30 - \square = 8$

ζ. $50 - \square = 8 \times 6$

δ. $45 : \square = 5$

η. $45 : \square = 5 + 4$

Εικ.9