



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΜΕΛΕΤΗ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΔΕΣΜΗΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ
ΣΕ ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΩΝ

Δημήτριος Β. Πεπόνης

Διδακτορική Διατριβή

Αθήνα, Ιούνιος 2020

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Μελέτη φαινομένων αλληλεπίδρασης ηλεκτρονικής δέσμης και ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε σύνθετες διατάξεις κυματοδηγών

Δημήτριος Β. Πεπόνης

A.M. 20130512

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΣΥΜΒΟΥΛΕΥΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Ιωάννης Γ. Τίγκελης, Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ (κύριος επιβλέπων)

Δημήτριος Φραντζεσκάκης, Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ

Εμμανουήλ Τσίλης, Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ

ΕΠΤΑΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Ηλίας Γλύτσης, Καθηγητής, Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ

Νικόλαος Κανταρτζής, Καθηγητής, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, ΑΠΘ

Ιωάννης Κομίνης, Επίκουρος Καθηγητής, Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, ΕΜΠ

Έκτωρ-Εμμανουήλ Νισταζάκης, Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ

Ιωάννης Γ. Τίγκελης, Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ

Εμμανουήλ Τσίλης, Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ

Δημήτριος Φραντζεσκάκης, Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής, ΕΚΠΑ

*Στη μνήμη του Δημήτρη Ζαντέ
Στους γονείς μου
Στη Χριστίνα*



Η εργασία αυτή εκπονήθηκε στο πλαίσιο του Ευρωπαϊκού ερευνητικού προγράμματος EUROfusion EURATOM 2014-2019 και 2019-2020 (συμφωνία Νο 633053). Οι αριθμητικές προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στους υπερ-υπολογιστές Marconi του ιταλικού κέντρου πληροφορικής CINECA και ARIS του Εθνικού Δικτύου Υποδομών Τεχνολογίας και Έρευνας (ΕΔΥΤΕ Α.Ε.).

Το περιεχόμενο της παρούσας διδακτορικής διατριβής αποτελεί αποκλειστική ευθύνη του συγγραφέα και δεν αντιπροσωπεύει κατ' ανάγκην τις θέσεις ή τις απόψεις κανενός από τους χρηματοδότες, οι οποίοι δεν φέρουν καμία ευθύνη για το περιεχόμενο της διατριβής.

Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή μελετάται το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε σύνθετες διατάξεις κυματοδηγών, με εφαρμογές σε λυχνίες παραγωγής μικροκυματικής και χιλιοστομετρικής ακτινοβολίας. Η μελέτη του φυσικού προβλήματος γίνεται με χρήση των εξισώσεων Maxwell σε διαφορική μορφή, ώστε να μπορούν να εισάγονται και οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες στα όρια της διάταξης. Επειδή η γεωμετρία της διάταξης μπορεί να είναι πολύπλοκη, η επίλυση του προβλήματος απαιτεί κατάλληλο αριθμητικό κώδικα, ο οποίος εκτός των εξισώσεων Maxwell θα επιλύει με αυτοσυνεπή τρόπο και τις εξισώσεις κίνησης της ηλεκτρονικής δέσμης. Ο κώδικας αυτός εφαρμόζει τη μέθοδο FDTD για την επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος σε κυλινδρικές συντεταγμένες και τη μέθοδο PIC για το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης δέσμης-κυμάτων. Αρχικά, χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη διατάξεων κυλινδρικών κυματοδηγών χωρίς την παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης (πρόβλημα ψυχρής διάταξης) και στη συνέχεια μελετήθηκαν διατάξεις και με την παρουσία δέσμης (πρόβλημα θερμής διάταξης). Στις διατάξεις αυτές περιλαμβάνονται κυματοηγοί με περιοδική αξονική επιφανειακή αυλάκωση (με ή χωρίς διηλεκτρικό υλικό) καθώς και κυματοηγοί με περιοδική αζιμουθιακή επιφανειακή αυλάκωση. Για τις διατάξεις αυτές υπολογίστηκαν αρχικά οι πεδιακές κατανομές και στη συνέχεια από αυτές βρέθηκαν τα χαρακτηριστικά διάδοσης των διαφόρων ρυθμών καθώς και οι παράμετροι σκέδασης. Επιπλέον, για την περίπτωση του λείου κυματοηγού καθώς και αυτού με αξονική αυλάκωση, υπολογίστηκαν οι πεδιακές κατανομές και τα χαρακτηριστικά της αλληλεπίδρασης των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων με την ηλεκτρονική δέσμη, ενώ έγιναν και παραμετρικές μελέτες για την επίδραση των χαρακτηριστικών της διάταξης και της ηλεκτρονικής δέσμης στην αλληλεπίδραση αυτή. Τα αριθμητικά αποτελέσματα εμφανίζουν ικανοποιητική συμφωνία με τα αντίστοιχα θεωρητικά καθώς και με τα αποτελέσματα από άλλους αριθμητικούς κώδικες και εμπορικά εργαλεία.

Θεματική περιοχή: Υπολογιστικός εφαρμοσμένος ηλεκτρομαγνητισμός.

Λέξεις κλειδιά: Εφαρμοσμένος ηλεκτρομαγνητισμός, μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου, τέλεια προσαρμοσμένο στρώμα, μέθοδος PIC, σύνθετες διατάξεις κυματοδηγών, αλληλεπίδραση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων με ηλεκτρονική δέσμη.

Abstract

In this thesis, we study the problem of the interaction between an electron beam and the electromagnetic waves in complex waveguide structures with applications in millimeter-wave oscillators. The study of the underlying physical phenomena has been performed using the differential form of Maxwell equations and the appropriate boundary conditions are applied. Due to the complexity of the geometry of the structure, the solution of the corresponding electromagnetic problem has been performed using a numerical code, which solves self-consistently the Maxwell equations and the equations of motion. The code employs the FDTD method in cylindrical coordinates for the electromagnetic part and the PIC one for the beam-wave interaction. This code has been initially used for the study of cylindrical waveguides without an electron beam (cold case) and then for the study with the presence of an electron beam (hot case). These structures include waveguides with periodic axial corrugations (with or without dielectric material) as well as with periodic azimuthal corrugations. The field distributions have been derived and the dispersion characteristics and the scattering parameters have been calculated. In addition, the field distributions and the propagation characteristics have been found for the beam-wave interaction in a smooth and in an axially corrugated waveguide. Finally, a parametric study has been performed for the effect of the geometrical and beam properties on the interaction. The numerical results present very good agreement with the theoretical ones as well as with those obtained by other in-house and commercial codes.

Subject area: Computational electromagnetism

Keywords: Applied electromagnetism, Finite Difference Time Domain method, Perfectly matched layer, PIC method, complex waveguide structures, beam-wave interaction.

Πρόλογος

Το παρόν κείμενο αποτελεί την εργασία που υποβάλλεται για την απόκτηση διδακτορικού διπλώματος φυσικών επιστημών. Πρόκειται για την καταγραφή και παρουσίαση με τον πλέον συνεκτικό τρόπο της δουλειάς που πραγματοποιήθηκε το χρονικό διάστημα 2014-2020 στον Τομέα Ε, Ηλεκτρονικής Φυσικής και Συστημάτων, του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ. Η εργασία αυτή χρηματοδοτήθηκε από το Ευρωπαϊκό ερευνητικό πρόγραμμα EUROfusion μέσω των πακέτων εργασίας Heating and Current Drive (WPHCD) και Education (WPEDU) και έδωσε τη δυνατότητα επισκέψεων για επιστημονική συνεργασία και συμμετοχή σε συναφή πειράματα σε ερευνητικά κέντρα της Ευρώπης καθώς και παρουσίασης των αποτελεσμάτων της σε επιστημονικά συνέδρια.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όσους συνέβαλαν στην ολοκλήρωση της εργασίας αυτής προσφέροντας άμεση βοήθεια, χρήσιμες συμβουλές αλλά και ηθική υποστήριξη. Ειδικότερα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής, κ. Ιωάννη Τίγκελη (κύριος επιβλέπων), κ. Δημήτριο Φραντζεσκάκη και κ. Εμμανουήλ Τσίλη, μέλη Δ.Ε.Π. του Τμήματος Φυσικής, για τον πολύτιμο χρόνο που αφιέρωσαν, την πολύ καλή συνεργασία που είχαμε και για τις συμβουλές που προσέφεραν σε όλη τη διάρκεια της διατριβής μου. Ειδικότερα, ευχαριστώ τον κύριο επιβλέποντα της διατριβής για τη διαρκή καθοδήγησή του και τη βοήθεια σε όλη τη διάρκεια εκπόνησής της. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της ομάδας Μικροκυματικών και Οπτικών Εφαρμογών, και ιδιαίτερα τον Δρ. Γ. Λάτσα, μέλος Ε.ΔΙ.Π. του Τμήματος Φυσικής, του οποίου οι συμβουλές και η εμπειρία του σε θέματα εφαρμοσμένου ηλεκτρομαγνητισμού και μικροκυματικών πηγών υψηλής ισχύος και μεγάλης συχνότητας ήταν ανεκτίμητες. Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τον μεταδιδακτορικό ερευνητή Δρ. Ι. Χέλη, με τον οποίον είχαμε εκτενείς συζητήσεις χρήσιμες για την ολοκλήρωση της διατριβής. Φυσικά ευχαριστίες αναλογούν και στα υπόλοιπα μέλη του Τομέα (μέλη Δ.Ε.Π., γραμματεία, λοιπό προσωπικό, υποψήφιοι διδάκτορες, φοιτητές) για το εξαιρετικό ακαδημαϊκό περιβάλλον που υπάρχει στον Τομέα, το οποίο ευνοεί τη συνεργασία και την πρόοδο όλων.

Θα ήθελα επιπλέον να ευχαριστήσω τους διακεκριμένους επιστήμονες από ερευνητικά κέντρα της Ευρώπης με τους οποίους συνεργάστηκα στο πλαίσιο της διατριβής. Ειδικότερα, τους ερευνητές Δρ. Κ. Αβραμίδη, Δρ. Ζ. Ιωαννίδη και Δρ. Ι. Παγωνάκη από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Καρλσρούης (KIT), με τους οποίους είχα εκτενή συνεργασία στα θέματα της διατριβής. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Paolo Ricci, Επίκουρο Καθηγητή του Ομοσπονδιακού Πολυτεχνείου της Λωζάνης (EPFL), για τις συμβουλές του σε θέματα αλληλεπίδρασης δέσμης-πεδίων. Δε θα μπορούσα να παραλείψω να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους ερευνητές Δρ. Michele Martone και Δρ. Huw Leggate, του Τμήματος High Level Support του EUROfusion, για την πολύτιμη

βοήθειά τους σε θέματα παραλληλοποίησης και βελτιστοποίησης του αριθμητικού κώδικα. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιστημονικό υπεύθυνο (Project Leader) του πακέτου εργασίας Heating and Current Drive (WPHCD) Minh Quang Tran, Ομότιμο Καθηγητή του EPFL, για τις πολύ εύστοχες παρατηρήσεις του σε επιστημονικά θέματα καθώς και σε όλες τις τεχνικές εκθέσεις και δημοσιεύσεις που προέκυψαν από τα αποτελέσματα της διατριβής.

Δε θα μπορούσα να μην ευχαριστήσω την οικογένειά μου, που με στήριξε ηθικά σε όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διατριβής, καθώς και όλους εκείνους που με τη στάση τους στάθηκαν δίπλα μου σε αυτή την προσπάθεια.

Αθήνα, Ιούνιος 2020

Δ.Β. Πεπόνης

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή.....	19
1.1 Γενικά περί μικροκυματικών λυχνιών	19
1.2 Βασικά υποσυστήματα μιας μικροκυματικής λυχνίας	19
1.2.1 Κατηγορίες μικροκυματικών λυχνιών	21
1.2.2 Διατάξεις αργών κυμάτων (slow-wave tubes).....	21
1.2.3 Διατάξεις γρήγορων κυμάτων (fast-wave tubes).....	22
1.3 Το γυροτρόνιο.....	23
1.3.1 Αρχή λειτουργίας.....	23
1.3.2 Βασικά υποσυστήματα του γυροτρονίου.....	23
1.3.3 Τύποι γυροτρονίων.....	27
1.4 Μηχανισμοί αλληλεπίδρασης.....	28
1.4.1 Αλληλεπίδραση με κύματα φορτίων χώρου.....	28
1.4.2 Κυκλοτρονική αλληλεπίδραση	28
1.4.3 Μηχανισμός ανταλλαγής ενέργειας - πακετοποίηση στο εγκάρσιο επίπεδο	32
1.4.4 Αλληλεπίδραση δέσμης με ρυθμούς λείου κυματοδηγού	33
1.5 Αριθμητική μελέτη του προβλήματος αλληλεπίδρασης	35
1.5.1 Διαθέσιμα υπολογιστικά εργαλεία	35
1.6 Αντικείμενο και δομή της διατριβής	37
Κεφάλαιο 2. Φυσικό Πρόβλημα και Αριθμητικές Μέθοδοι Επίλυσης.....	41
2.1 Ορισμός φυσικού προβλήματος	41
2.2 Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος.....	42
2.3 Πεπερασμένες διαφορές για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων.....	43
2.4 Πεπερασμένες διαφορές στο πεδίο του χρόνου	44
2.5 Διακριτοποίηση των εξισώσεων στροβιλισμού Maxwell.....	45
2.6 Διαχείριση ιδιάζοντος σημείου $r = 0$	48
2.7 Τέλεια προσαρμοσμένο στρώμα	51
2.7.1 Σύντομη περιγραφή.....	51
2.7.2 Προσαρμοσμένο στρώμα με μιγαδική μετατόπιση στη συχνότητα	53
2.7.3 Κλιμάκωση παραμέτρων του στρώματος PML.....	54
2.7.4 Διακριτοποίηση του στρώματος CFS-PML.....	55
2.8 Αριθμητική διασπορά.....	58
2.9 Παράμετροι σκέδασης.....	59

2.10	Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων και επαγόμενη πυκνότητα ρεύματος	61
2.10.1	Υπολογισμός της τροχιάς των σωματιδίων σε τυχαίο σύστημα συντεταγμένων	62
2.10.2	Υπολογισμός της τροχιάς των σωματιδίων στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων	64
2.10.3	Υπολογισμός του πεδίου στη θέση των σωματιδίων.....	65
2.10.4	Υπολογισμός της επαγόμενης πυκνότητας ρεύματος στις πλεγματικές θέσεις.....	67
2.10.5	Καθορισμός αριθμού και φορτίου σωματιδίων.....	72
2.11	Υπολογισμός της σχέσης διασποράς	73
Κεφάλαιο 3. Αριθμητικός Κώδικας.....		75
3.1	Βασική δομή	75
3.2	Επιλύτης των εξισώσεων κίνησης.....	77
3.3	Αποθήκευση αποτελεσμάτων	78
3.4	Παραλληλοποίηση του αριθμητικού κώδικα.....	78
Κεφάλαιο 4. Αριθμητικά Αποτελέσματα		81
4.1	Τεκμηρίωση της υλοποίησης του κώδικα.....	81
4.1.1	Αριθμητική διασπορά.....	81
4.1.2	Απορροφητικότητα του στρώματος CFS-PML.....	82
4.1.3	Σύγκλιση των πεδιακών κατανομών.....	85
4.1.4	Σύγκλιση της χρονικά μέσης τιμής της ισχύος	88
4.1.5	Συντελεστής απωλειών σε κυματοδηγό με διηλεκτρικό υλικό.....	89
4.1.6	Εξάρτηση των παραμέτρων σκέδασης από τη γεωμετρία της διάταξης	90
4.1.7	Σύγκλιση της υλοποίησης του αλγορίθμου Boris	96
4.1.8	Μελέτη του προβλήματος του μαγνητικού καθρέπτη.....	98
4.2	Ψυχρή διάταξη (απουσία δέσμης).....	100
4.2.1	Κυματοδηγός με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση.....	100
4.2.2	Κυματοδηγός με επιφανειακή περιοδική αζιμουθιακή αυλάκωση.....	113
4.3	Κίνηση ηλεκτρονικής δέσμης σε μαγνητοστατικό πεδίο	123
4.4	Θερμή διάταξη	124
4.4.1	Αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης με τα πεδία λείου κυματοδηγού	124
4.4.2	Αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης με τα πεδία κυματοδηγού με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση.....	137

Κεφάλαιο 5. Κύρια Συμπεράσματα - Μελλοντικές Επεκτάσεις.....	143
5.1 Ανασκόπηση	143
5.2 Κύρια συμπεράσματα.....	143
5.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου και του κώδικα.....	145
5.4 Μελλοντικές επεκτάσεις της διατριβής.....	145
Δημοσιευμένο Έργο	149
Βιβλιογραφία.....	153

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

1.1 Γενικά περί μικροκυματικών λυχνιών

Οι μικροκυματικές λυχνίες είναι διατάξεις οι οποίες παράγουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα στην περιοχή συχνοτήτων 300 MHz-300 GHz. Κυριότερος μηχανισμός παραγωγής μικροκυμάτων είναι η αλληλεπίδραση μιας ηλεκτρονικής δέσμης με μια διάταξη συντονισμού, έτσι ώστε τα ηλεκτρόνια της να αποδώσουν την κινητική τους ενέργεια στο ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Το κύμα αυτό μπορεί είτε να επιβάλλεται εξωτερικά στη διάταξη, οπότε οι διατάξεις αυτές καλούνται ενισχυτές, ή να αναπτύσσεται από την εγγενή στάθμη ηλεκτρομαγνητικού θορύβου, οπότε λέγονται ταλαντωτές.

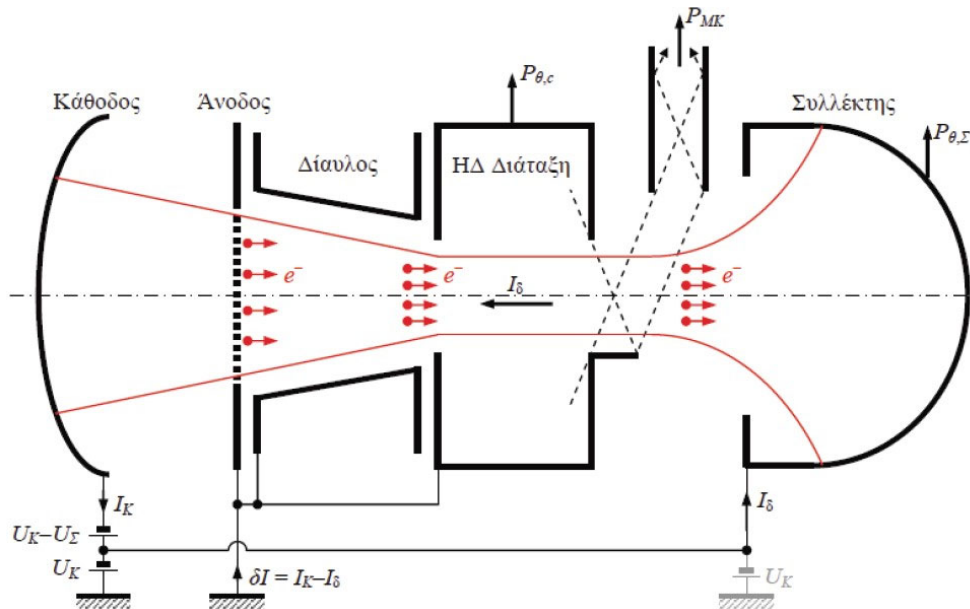
Οι μικροκυματικές λυχνίες παρουσιάζουν ένα μεγάλο εύρος εφαρμογών, από τη θέρμανση υλικών και τις εφαρμογές εντοπισμού κινητών στόχων, μέχρι την υγεία και τις τηλεπικοινωνίες. Οι εφαρμογές θέρμανσης περιλαμβάνουν τόσο τους γνωστούς οικιακούς φούρνους όσο και πιο εξειδικευμένες χρήσεις, όπως η θέρμανση κεραμικών υλικών αλλά και η κοπή μετάλλων [1]. Οι εφαρμογές εντοπισμού και τα ραντάρ αποτελούν επίσης έναν σημαντικό τομέα χρήσης των μικροκυματικών λυχνιών, τόσο για εμπορικές όσο και για στρατιωτικές χρήσεις [2]. Στον τομέα της υγείας, αυτές βρίσκουν εφαρμογή στα υποσυστήματα συσκευών πυρηνικής και σωματιδιακής ιατρικής, καθώς και σε διάφορες διαγνωστικές διατάξεις [3]. Επιπλέον, οι τηλεπικοινωνίες έχουν ωφεληθεί αρκετά από τη χρήση των μικροκυματικών πηγών, αφού αυτές αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι των συστημάτων μετάδοσης [4]. Σημαντικό πεδίο χρήσης αυτών αποτελούν επίσης και διάφορες επιστημονικές εφαρμογές, όπως η επιτάχυνση υποατομικών σωματιδίων [5], [6], η θέρμανση του πλάσματος [7] καθώς και η καταπολέμηση των ασταθειών του (μαγνητικές νησίδες) [8] στην ελεγχόμενη θερμοπυρηνική σύντηξη, οι διαγνωστικοί έλεγχοι αυτού [9]-[11] κ.α.

1.2 Βασικά υποσυστήματα μιας μικροκυματικής λυχνίας

Βασικά υποσυστήματα μιας μικροκυματικής λυχνίας είναι η πηγή ηλεκτρονίων (γνωστή και ως ηλεκτρονικό πυροβόλο, electron gun), ο διάυλος δέσμης (beam tunnel), η ηλεκτροδυναμική διάταξη αλληλεπίδρασης (κοιλότητα συντονισμού, interaction cavity) και ο συλλέκτης (collector). Τα ηλεκτρόνια παράγονται με θερμιονική εκπομπή σε ένα μικρό τμήμα της καθόδου και επιταχύνονται εξαιτίας της διαφοράς δυναμικού μεταξύ ανόδου και καθόδου. Στη συνέχεια, η ηλεκτρονική δέσμη οδηγείται στον διάυλο δέσμης, όπου και αποκτά τα επιθυμητά χαρακτηριστικά για την αλληλεπίδρασή της με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο στην ηλεκτροδυναμική διάταξη,

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

που βρίσκεται αμέσως μετά. Αυτή μπορεί να αποτελείται από μία ή περισσότερες κοιλότητες συντονισμού και εκεί τα ηλεκτρόνια αποδίδουν την κινητική τους ενέργεια στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Τέλος, τα ηλεκτρόνια οδηγούνται στον συλλέκτη, όπου η εναπομένουσα κινητική τους ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική στα αγωγίμα τοιχώματά του. Σε αρκετές εφαρμογές, όπου απαιτείται η απόδοση της λυχνίας να είναι μεγάλη ($> 40\%$), ο συλλέκτης βρίσκεται σε αρνητικό δυναμικό, επιβραδύνοντας τα ηλεκτρόνια ώστε μέρος της ενέργειάς τους να ανακτάται ηλεκτροστατικά.



Σχήμα 1.1: Τυπικό διάγραμμα μικροκυματικής λυχνίας [12].

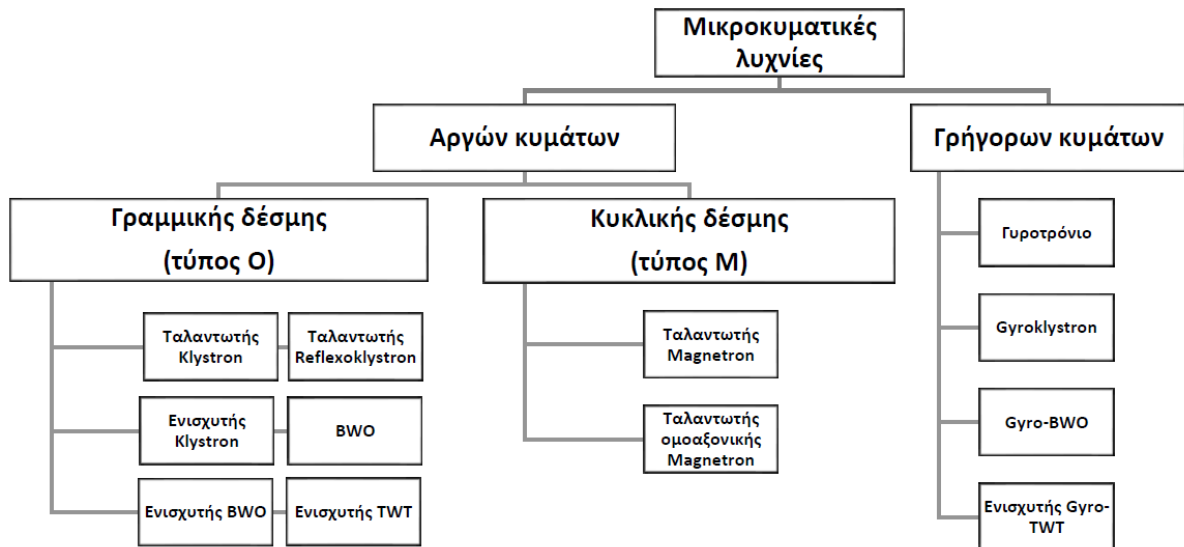
Στις μικροκυματικές πηγές ισχύος, για την επιτάχυνση των ηλεκτρονίων μεταξύ ανόδου και καθόδου απαιτούνται συνήθως μεγάλες τιμές της διαφοράς δυναμικού, της τάξης των δεκάδων kV. Επιπλέον, η διαμόρφωση των απαιτούμενων χαρακτηριστικών της δέσμης επιτυγχάνεται συνήθως από εξωτερικά επιβαλλόμενο μαγνητοστατικό πεδίο, το οποίο μπορεί να παραχθεί από κατάλληλο μαγνήτη. Για την αποφυγή ιονισμού της δέσμης και της αλληλεπίδρασής της με τα αιωρούμενα σωματίδια που μπορεί να υπάρχουν μέσα στις διατάξεις, οι τελευταίες επιλέγεται να βρίσκονται σε συνθήκες υψηλού κενού, της τάξης των 10^{-11} atm, το οποίο επιτυγχάνεται από κατάλληλες αντλίες κενού (ion pumps). Τα υποσυστήματα αυτά (τροφοδοτικό υψηλής τάσης, μαγνήτες, αντλίες κενού) αποτελούν το βοηθητικό σύστημα (auxiliary system) κάθε μικροκυματικής λυχνίας και είναι διακριτά (non-integrated) στις περιπτώσεις λυχνιών μεγάλης ισχύος. Αντίθετα, σε λυχνίες μικρής ισχύος η ηλεκτροδυναμική διάταξη και τα βοηθητικά υποσυστήματα είναι συνήθως ενσωματωμένα (integrated).

Ιστορικά, η χρήση των μικροκυματικών λυχνιών ξεκινά τη δεκαετία του 1920 με την ανακάλυψη της μάγνητρον (magnetron) από τον Hull [13] και ανεξάρτητα από τους Habban και Zacek [14]. Σημαντική ώθηση έλαβαν στη διάρκεια του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου, όπου χρησιμοποιήθηκαν για στρατιωτικές εφαρμογές. Η

ανακάλυψη τόσο της κλύστρον (klystron) [15] όσο και της λυχνίας οδεύοντος κύματος (Travelling Wave Tube, TWT) [16], [17] έδωσαν σημαντική ώθηση στην περαιτέρω μελέτη, ανάπτυξη και χρήση τέτοιων λυχνιών.

1.2.1 Κατηγορίες μικροκυματικών λυχνιών

Η κατηγοριοποίηση αυτών μπορεί να γίνει με διάφορα κριτήρια. Ο βασικότερος διαχωρισμός είναι με βάση το είδος των κυμάτων που αναπτύσσονται μέσα στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα και συνοπτικά φαίνεται στο Σχήμα 1.2, ενώ αναλυτικότερη περιγραφή τους γίνεται στις επόμενες ενότητες.



Σχήμα 1.2: Κατηγοριοποίηση μικροκυματικών λυχνιών ανάλογα με το είδος των κυμάτων (αργών-γρήγορων) που υποστηρίζουν. Οι λυχνίες αργών κυμάτων τύπου O αναφέρονται σε αυτές που η αλληλεπίδραση είναι διαμήκης, ενώ οι τύπου M σε εκείνες που η αλληλεπίδραση είναι εγκάρσια.

1.2.2 Διατάξεις αργών κυμάτων (slow-wave tubes)

Με τον όρο αργά κύματα αναφέρονται τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, των οποίων η φασική ταχύτητα είναι μικρότερη από αυτή του φωτός. Στις λυχνίες αργών κυμάτων η αλληλεπίδραση των κυμάτων με τη δέσμη είναι διαμήκης [18]. Είναι γνωστό ότι σε λείους κυματοδηγούς η φασική ταχύτητα των κυμάτων είναι μεγαλύτερη από αυτή του φωτός. Επομένως, τα ηλεκτρόνια δεν μπορούν να συγχρονιστούν με την κίνηση των κυμάτων. Αυτή η έλλειψη συγχρονισμού δεν επιτρέπει τη διαμήκη αλληλεπίδραση και έτσι οι διατάξεις αυτές δεν μπορούν να λειτουργήσουν ως μικροκυματικές πηγές. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό, οι κυματοδηγοί τροποποιούνται κατάλληλα με την εισαγωγή ανομοιομορφίας ώστε να είναι δυνατή η διάδοση κυμάτων με φασική ταχύτητα μικρότερη του φωτός και έτσι να είναι εφικτή η αλληλεπίδραση μεταξύ των ηλεκτρονίων και των αργών κυμάτων, που οδηγεί στην παραγωγή μικροκυματικής ισχύος. Η μείωση στη φασική ταχύτητα των κυμάτων μπορεί να επιτευχθεί με την εισαγωγή είτε αυλακώσεων είτε κάποιου διηλεκτρικού υλικού στη διάταξη. ενώ είναι συνηθισμένο οι ανομοιομορφίες

αυτές να εμφανίζουν και κάποια μορφή περιοδικότητας. Στις λυχνίες αργών κυμάτων ανήκουν οι λυχνίες οδεύοντος κύματος (TWT) καθώς και ο ταλαντωτής «όπισθεν» διαδιδόμενου κύματος (Backward Wave Oscillator, BWO) [19]. Επιπλέον, στις διατάξεις αργών κυμάτων περιλαμβάνονται και εκείνες που έχουν απομονωμένες κοιλότητες, όπως είναι η μάγνητρον και η κλύστρον. Σε αυτές, η ακτινοβολία προκύπτει εξαιτίας φαινομένων μετάβασης [20]. Το μήκος κύματος στις διατάξεις αργών κυμάτων είναι πολύ κοντά στο μήκος περιοδικότητας της ανομοιογένειας, ενώ η πηγή της ηλεκτρονικής δέσμης βρίσκεται κοντά στο ηλεκτροδυναμικό σύστημα, μειώνοντας τις διαστάσεις της λυχνίας. Οι μικρές διαστάσεις περιορίζουν όμως τη δυνατότητα παραγωγής ακτινοβολίας μεγάλης ισχύος. Ωστόσο, η απαίτηση για μεγαλύτερη συχνότητα οδηγεί σε περαιτέρω σμίκρυνση των διατάξεων, η οποία σε συνδυασμό με την απαίτηση για μεγάλη ισχύ, έχει ως συνέπεια την ανάπτυξη μεγάλων ρευμάτων στα τοιχώματά τους, τα οποία υπερθερμαίνονται, ενώ δεν αποκλείεται και η εμφάνιση ηλεκτρικών τόξων. Έτσι, οι διατάξεις αυτές εμφανίζουν μειωμένη διάρκεια ζωής ή ακόμα μπορούν και να καταστραφούν. Να σημειωθεί ότι και στις διατάξεις αυτές το μεγαλύτερο ρεύμα που μπορεί να διέλθει περιορίζεται στην τιμή του οριακού ρεύματος (limiting current) [21]. Η παραπάνω ανάγκη για μεγαλύτερη ισχύ σε υψηλές συχνότητες λειτουργίας οδήγησε στην ανάπτυξη των διατάξεων γρήγορων κυμάτων.

1.2.3 Διατάξεις γρήγορων κυμάτων (fast-wave tubes)

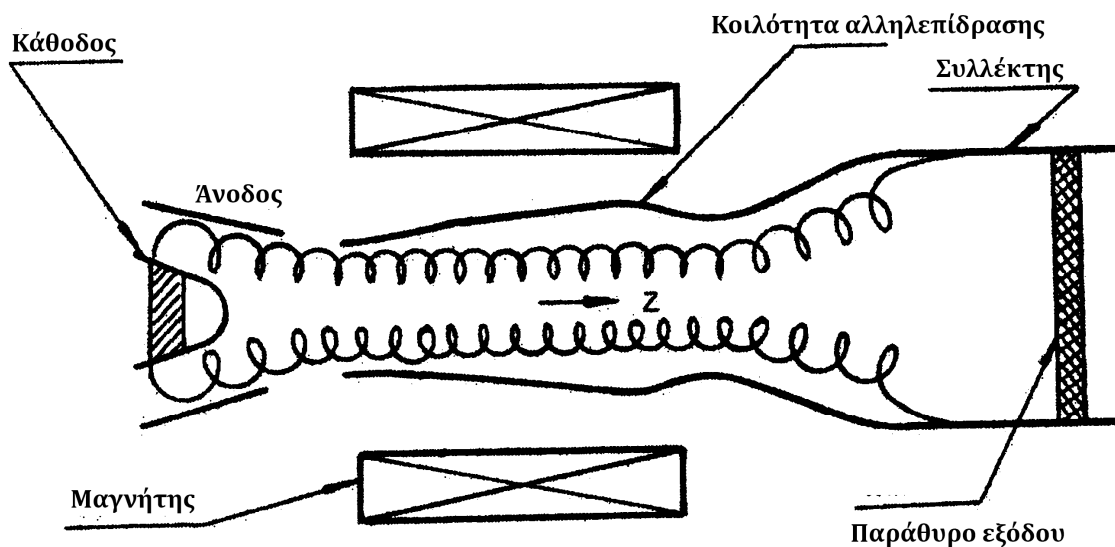
Γρήγορα κύματα είναι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, η φασική ταχύτητα των οποίων είναι μεγαλύτερη από αυτή του φωτός. Στις αντίστοιχες διατάξεις η αλληλεπίδραση δέσμης-κύματος πραγματοποιείται στο εγκάρσιο επίπεδο και η επιλογή των παραμέτρων λειτουργίας εξαρτάται κύρια από τα χαρακτηριστικά της ηλεκτρονικής δέσμης [22]. Έτσι, η αναγκαία περιοδικότητα μεταφέρεται στη δέσμη και πλέον αυτή μπορεί να αλληλεπιδράσει με τα γρήγορα κύματα που μπορούν να αναπτυχθούν στη διάταξη. Επιπλέον, η δέσμη μπορεί να απομακρυνθεί από τα τοιχώματα του κυματοδηγού επιτρέποντας τη διέλευση ακόμα μεγαλύτερων ρευμάτων, άρα και ισχύος εξόδου. Η εγκάρσια περιοδικότητα στην ηλεκτρονική δέσμη μπορεί να πραγματοποιηθεί από εξωτερικά επιβαλλόμενο ηλεκτρικό ή μαγνητικό πεδίο είτε από την κυκλοτρονική κίνηση των ηλεκτρονίων λόγω του εξωτερικά επιβαλλόμενου μαγνητοστατικού πεδίου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα διάταξης της πρώτης κατηγορίας είναι τα λέιζερ ελευθέρων ηλεκτρονίων (Free Electron Lasers, FEL) [23], όπου εξωτερικά τοποθετημένοι μαγνήτες δημιουργούν μια εγκάρσια περιοδικότητα στη δέσμη και τα χαρακτηριστικά της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας καθορίζονται από την περιοδικότητα της δέσμης. Στη δεύτερη κατηγορία διατάξεων εντάσσονται οι γυροδιατάξεις, όπου η περιοδικότητα στη δέσμη εισάγεται μέσω της κυκλοτρονικής κίνησης που λαμβάνει χώρα εξαιτίας της ύπαρξης μαγνητοστατικού πεδίου στην ίδια διεύθυνση με αυτή της κίνησης των ηλεκτρονίων. Σε αυτές, τα ηλεκτρόνια κινούνται σε ελικοειδείς τροχιές εκτελώντας αρμονική κίνηση. Στις διατάξεις αυτές ανήκουν τα πηνίωτρα (Peniotron) [24] και τα μείζερ ηλεκτρονικού κυκλοτρονικού συντονισμού (Electron Cyclotron Resonance Maser, ECRM) [25]. Ο

μηχανισμός αλληλεπίδρασης στα πρώτα δεν είναι σχετικιστικός, ενώ απαιτείται ύπαρξη εγκάρσιας ανομοιογένειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου κατά μήκος της κίνησης. Στα ECRM, μολονότι η δέσμη είναι ήπια σχετικιστική, η συχνότητα της αλληλεπίδρασης εξαρτάται από την κυκλοτρονική και από τον σχετικιστικό παράγοντα. Η απαραίτητη ανομοιογένεια για τη λειτουργία του ταλαντωτή μπορεί να επιτευχθεί είτε με μεταβολή του μαγνητοστατικού πεδίου, είτε των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της διάταξης. Κυριότερος εκπρόσωπος αυτής της κατηγορίας είναι το γυροτρόνιο.

1.3 Το γυροτρόνιο

1.3.1 Αρχή λειτουργίας

Βασική αρχή λειτουργίας του είναι η διέγερση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων μέσα σε μια κατάλληλη κοιλότητα από μια ηλεκτρονική δέσμη υπό την επίδραση εξωτερικά επιβαλλόμενου μαγνητοστατικού πεδίου. Η αλληλεπίδραση πραγματοποιείται στο εγκάρσιο επίπεδο μέσω του μηχανισμού του κυκλοτρονικού συντονισμού, σύμφωνα με τον οποίο η ηλεκτρονική δέσμη αποδίδει την κινητική της ενέργεια στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο της κοιλότητας. Στη συνέχεια, έχοντας πλέον χάσει μεγάλο μέρος της κινητικής της ενέργειας οδεύει στην περιοχή του συλλέκτη, όπου και μέρος αυτής της ενέργειας μπορεί να ανακτηθεί ηλεκτροστατικά (Σχήμα 1.3).



Σχήμα 1.3: Τυπική μορφή γυροτρονίου. Απεικονίζονται η πηγή ηλεκτρονίων, η κοιλότητα αλληλεπίδρασης και ο συλλέκτης [26].

1.3.2 Βασικά υποσυστήματα του γυροτρονίου

Πηγή ηλεκτρονίων

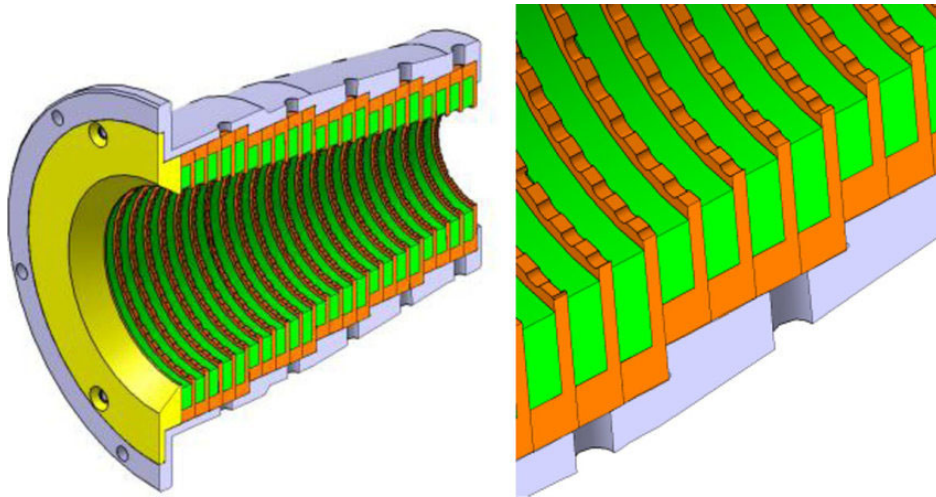
Η πηγή ηλεκτρονίων είναι τύπου Magnetron Injection Gun (MIG) [22] και κύριο μέρος της είναι η θερμαινόμενη κάθοδος. Από ένα τμήμα της επιφάνειάς της

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

εκπέμπονται ηλεκτρόνια σύμφωνα με την αρχή της θερμοϊονικής εκπομπής, τα οποία και επιταχύνονται εξαιτίας της διαφοράς δυναμικού μεταξύ ανόδου και καθόδου. Οι πηγές ηλεκτρονίων διαχωρίζονται με βάση τον αριθμό των ηλεκτροδίων ανόδου. Στη δίοδο χρησιμοποιείται ένα ηλεκτρόδιο, ενώ στην τρίοδο δύο με το επιπλέον να τοποθετείται για μεγαλύτερο έλεγχο των χαρακτηριστικών της δέσμης. Η λειτουργία της πηγής ηλεκτρονίων γίνεται σε συνθήκες θερμοκρασιακού περιορισμού, ώστε όλα τα ηλεκτρόνια να έχουν σχεδόν την ίδια ταχύτητα και έτσι να αποφεύγεται το φαινόμενο της διασποράς των ταχυτήτων. Εξαιτίας της ύπαρξης ισχυρού μαγνητοστατικού πεδίου παράλληλου στην αξονική διεύθυνση της διάταξης, οι τροχιές των ηλεκτρονίων ακολουθούν τις μαγνητικές δυναμικές γραμμές εκτελώντας με αυτό τον τρόπο ελικοειδή κίνηση.

Διάυλος δέσμης

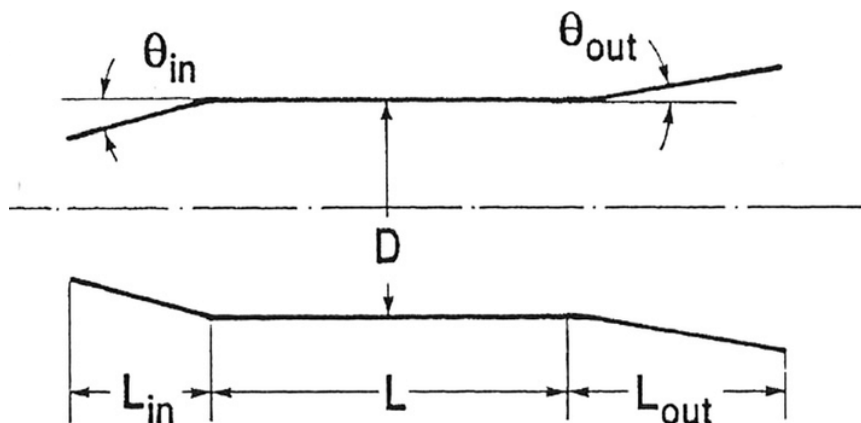
Η ηλεκτρονική δέσμη, όπως έχει δημιουργηθεί από την πηγή ηλεκτρονίων, δεν έχει τα απαιτούμενα χαρακτηριστικά για την αλληλεπίδραση στην κοιλότητα συντονισμού. Θα πρέπει η ακτίνα της να μειωθεί αρκετά, ώστε ο λόγος της εγκάρσιας προς τη διαμήκη ταχύτητα και η πυκνότητα ρεύματος της δέσμης να αυξηθούν. Η προσαρμογή των χαρακτηριστικών αυτών πραγματοποιείται στον διάυλο δέσμης, στον οποίο εφαρμόζεται αυξανόμενο - κατά τη διεύθυνση διάδοσης - μαγνητοστατικό πεδίο, τέτοιο ώστε η κίνηση των ηλεκτρονίων να μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατική. Να σημειωθεί ότι στην αδιαβατική κίνηση ο λόγος του τετραγώνου της εγκάρσιας ορμής (που συνδέεται με την κινητική ενέργεια) των ηλεκτρονίων προς το αξονικό μαγνητοστατικό πεδίο παραμένει σταθερός. Έτσι, η ακτίνα της δέσμης μειώνεται και παράλληλα ο λόγος των ταχυτήτων αυξάνεται χωρίς όμως απώλεια ενέργειας [12]. Για να ικανοποιείται η αδιαβατική προσέγγιση θα πρέπει η αξονική μεταβολή του μαγνητοστατικού πεδίου να είναι ήπια, ώστε σε κάθε βήμα της ελικοειδούς τροχιάς των ηλεκτρονίων το πεδίο αυτό να μπορεί να θεωρηθεί σταθερό. Γίνεται αντιληπτό πως ενδεχόμενη ανάπτυξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στον διάυλο δέσμης αποτελεί ανεπιθύμητο χαρακτηριστικό, το οποίο υποβαθμίζει την ποιότητα της ηλεκτρονικής δέσμης που εισέρχεται στην κοιλότητα. Τα κύματα, τα οποία ενδεχομένως θα αναπτυχθούν στον διάυλο δέσμης, ονομάζονται παρασιτικά και μπορούν να καταπιεστούν με κατάλληλη σχεδίασή του. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται διάυλοι με αξονική τομή μορφής κώνου (Σχήμα 1.4), οι οποίοι είτε είναι αξονικά ρυτιδωμένοι κυματοδηγοί, με μεταβλητή ακτίνα και με διηλεκτρικό υλικό στις αυλακώσεις [27], είτε έχουν και αζιμουθιακές αυλακώσεις [28], [29], ή έχουν επίστρωση διηλεκτρικού υλικού SiC [30] σε όλο το μήκος τους.



Σχήμα 1.4: Δίαυλος δέσμης γυροτρονίου με αξονικές αυλακώσεις που περιέχουν διηλεκτρικό υλικό (πράσινο χρώμα). Στους δακτυλίους χαλκού είναι χαραγμένες αζιμουθιακές αυλακώσεις.

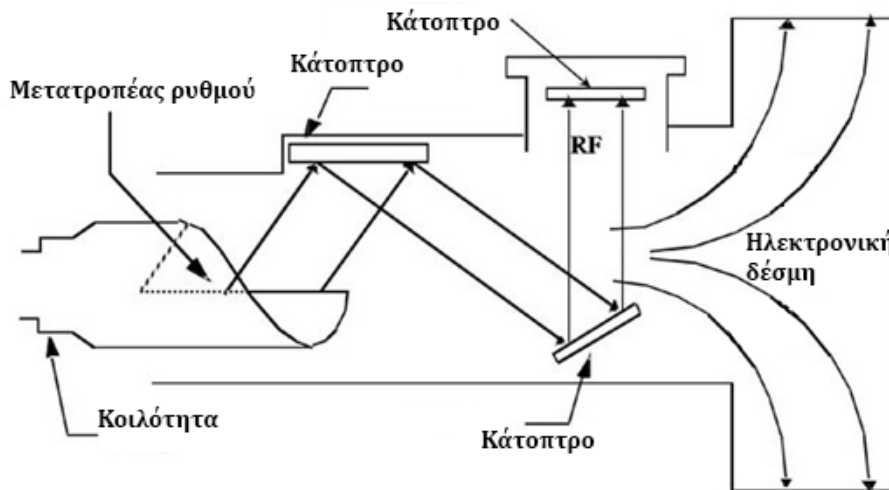
Κοιλότητα αλληλεπίδρασης και σύστημα εξαγωγής ακτινοβολίας

Η κοιλότητα αλληλεπίδρασης αποτελεί το τμήμα εκείνο της λυχνίας, όπου λαμβάνει χώρα η αλληλεπίδραση μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και των κυμάτων [22], [26]. Πρόκειται για τμήμα λείου ή ομοαξονικού κυματοδηγού με ήπια αξονική μεταβολή της ακτίνας του. Σύγχρονοι τύποι γυροτρονίων περιλαμβάνουν και αζιμουθιακές αυλακώσεις τόσο στο εξωτερικό τοίχωμα όσο και στο ομοαξονικό στέλεχος, στην περίπτωση των ομοαξονικών γυροτρονίων. Οι αυλακώσεις αυτές βοηθούν στην καταπίεση των ανταγωνιστικών ρυθμών και στην αραίωση του φάσματός τους. Το τμήμα της κοιλότητας, που βρίσκεται σε επαφή με τον διάυλο δέσμης, έχει μικρή ακτίνα ώστε η παραγόμενη ακτινοβολία να βρίσκεται σε αυτό το σημείο στην αποκοπή και να μην οδεύει προς την κατεύθυνση του διαύλου. Αντίθετα, το άλλο άκρο της κοιλότητας έχει μεγαλύτερη ακτίνα και έτσι τα υψίσυχνα κύματα εξέρχονται από την κοιλότητα με ευκολία (Σχήμα 1.5).



Σχήμα 1.5: Αξονική τομή κοιλότητας συμβατικού γυροτρονίου.

Η εξαγωγή της ακτινοβολίας μπορεί να γίνει είτε αξονικά στη διεύθυνση κίνησης της δέσμης είτε εγκάρσια (ακτινικά). Ο πρώτος τρόπος παρουσιάζει ευκολία στην κατασκευή της λυχνίας, όμως παράλληλα εμφανίζει και μεγάλες ωμικές απώλειες και έτσι δεν προτιμάται στα σύγχρονα γυροτρόνια υψηλής ισχύος. Αντίθετα, στην εγκάρσια έξοδο χρησιμοποιείται ένα ημι-οπτικό σύστημα κατόπτρων [22], [26]. Με τον όρο ημι-οπτικά αναφέρονται τα συστήματα, στα οποία γίνεται εφαρμογή των μεθόδων της οπτικής σε μικροκυματικές και χιλιοστομετρικές συχνότητες, και στα οποία η εξαγόμενη ακτινοβολία μέσω διαδοχικών ανακλάσεων μετασχηματίζεται σε δέσμη με γκαουσιανή κατανομή ισχύος στο εγκάρσιο επίπεδο και οδεύει προς το παράθυρο των μικροκυμάτων (Σχήμα 1.6). Το παράθυρο αυτό αποτελείται από έναν δίσκο τεχνητού αδάμαντα, με υψηλή διαπερατότητα στις μικροκυματικές συχνότητες [26]. Εξαιτίας της μεγάλης ισχύος εξόδου σε συνεχή λειτουργία (Continuous Wave, CW), το υλικό πρέπει να παρουσιάζει μεγάλη μηχανική και θερμική αντοχή.



Σχήμα 1.6: Σύστημα ημι-οπτικού κατόπτρου και μετατροπέα ρυθμών.

Συλλέκτης

Πρόκειται για το τελευταίο τμήμα του γυροτρονίου κατά μήκος της πορείας της ηλεκτρονικής δέσμης [22], [26] και αποτελεί τη διάταξη στην οποία προσκρούουν τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κοιλότητα έχοντας χάσει μέρος της ενέργειάς τους. Για την ομοιόμορφη κατανομή της θερμικής φόρτισης πάνω στην αγωγίμη επιφάνειά του, εφαρμόζεται αποκλίνον μαγνητοστατικό πεδίο, με μεγάλη κλίση, ώστε η ακτίνα της δέσμης να αυξηθεί και τα ηλεκτρόνια να προσκρούσουν τελικά σε μεγαλύτερη επιφάνεια. Επιπλέον, εάν ο συλλέκτης βρίσκεται σε αρνητικό δυναμικό, τότε επιτυγχάνεται ακόμα μικρότερη θερμική επιβάρυνση των τοιχωμάτων του και αυξάνεται ο συντελεστής απόδοσης της λυχνίας. Τέλος, έχει πρόσφατα προταθεί συνδυασμένη χρήση ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου με σκοπό την αύξηση της συνολικής απόδοσης του γυροτρονίου και ακόμα μικρότερη θερμική φόρτιση της επιφάνειας του συλλέκτη [31], [32].

1.3.3 Τύποι γυροτρονίων

Ομοαξονικό γυροτρόνιο

Σε αυτή την παραλλαγή, το γυροτρόνιο διαθέτει ένα αγωγίμο ομοαξονικό στέλεχος, το οποίο στερεώνεται στην πηγή ηλεκτρονίων [26]. Με τη συγκεκριμένη προσθήκη βελτιώνεται η καταπίεση των ανταγωνιστικών ρυθμών στην κοιλότητα και διευκολύνεται η επιλογή του επιθυμητού ρυθμού λειτουργίας. Καθώς το στέλεχος αποτελεί έναν επιπλέον παράγοντα σχεδίασης, οι απώλειες περίθλασης μπορούν να τροποποιηθούν κατά βούληση. Ειδικότερα, τα σύγχρονα ευρωπαϊκά γυροτρόνια παρουσιάζουν ήπια μεταβολή της ακτίνας του στελέχους καθώς και μεγάλο πλήθος αζιμουθιακών αυλακώσεων σε αυτό. Με αυτό τον τρόπο οι συντελεστές ποιότητας των ανταγωνιστικών ρυθμών μειώνονται με συνέπεια να αυξάνονται τα ρεύματα εκκίνησής τους. Πρόσφατα, ως ένα επιπλέον μέσο επιλεξιμότητας των ρυθμών έχει προταθεί η προσθήκη ρυτιδώσεων και στο εξωτερικό τοίχωμα της κοιλότητας [33].

Ημι-οπτικό γυροτρόνιο

Κυριότερο χαρακτηριστικό του είναι το διαφορετικό ηλεκτροδυναμικό σύστημα σε σχέση με το συμβατικό και το ομοαξονικό γυροτρόνιο [34], [35], το οποίο αποτελείται από έναν ταλαντωτή δύο κοίλων κατόπτρων, με μια σχισμή από όπου εξάγεται η ακτινοβολία, σχηματίζοντας έτσι μια ανοικτή κοιλότητα συντονισμού. Εξαιτίας των μεγάλων απωλειών περίθλασης του συντονιστή, το φάσμα των συντονιζόμενων ρυθμών είναι αραιό. Οι ρυθμοί εμφανίζουν σημαντικές απώλειες περίθλασης και μπορούν να εξαχθούν με σχετική ευκολία από την κοιλότητα. Έτσι, η συνολική απόδοση της λυχνίας είναι σημαντικά αυξημένη σε σχέση με το συμβατικό και το ομοαξονικό γυροτρόνιο. Κυριότερο πρόβλημα είναι η ασυμβατότητα των υπαρχόντων πηγών ηλεκτρονίων με το ημι-οπτικό γυροτρόνιο, αφού αυτές παράγουν δέσμη κυκλικής διατομής, που είναι ασύμβατη με τα πεδία ορθογωνικής διατομής που υποστηρίζονται από αυτό. Μια λύση αποτελεί η χρήση επίπεδης ηλεκτρονικής δέσμης, η οποία όμως παρουσιάζει το μειονέκτημα της παραμόρφωσης εξαιτίας της ολίσθησης $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$.

Γυροτρόνιο μεγάλης τροχιάς

Σε αυτή την παραλλαγή του γυροτρονίου η ακτίνα της δέσμης είναι ίση με την ακτίνα περιστροφής των ηλεκτρονίων, ενώ το κέντρο περιστροφής βρίσκεται πάνω στον άξονα της λυχνίας [26]. Τα ηλεκτρόνια μπορούν να αλληλεπιδρούν με ρυθμούς που περιστρέφονται ομόρροπα με αυτά δίνοντας τη δυνατότητα λειτουργίας σε υψηλότερες αρμονικές. Κυριότερο μειονέκτημά τους είναι η δυσκολία κατασκευής πηγών ηλεκτρονίων που να παράγουν συμβατές με αυτά δέσμες.

1.4 Μηχανισμοί αλληλεπίδρασης

1.4.1 Αλληλεπίδραση με κύματα φορτίων χώρου

Τα κύματα φορτίων χώρου (space-charge waves) [36] είναι ηλεκτροστατικής φύσης και μπορούν να διαδοθούν σε πλάσμα και άρα στην ηλεκτρονική δέσμη. Οφείλονται στη διαταραχή της χωρικής κατανομής του φορτίου της δέσμης, η οποία διαδίδεται με τη μορφή κυμάτων χώρου (κύματα Langmuir). Τα κύματα αυτά επιβραδύνουν ή επιταχύνουν τα ηλεκτρόνια της δέσμης δημιουργώντας μια διαμόρφωση των ταχυτήτων, δηλαδή πακετοποιώντας τα ηλεκτρόνια με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορούν να βρεθούν σε συγχρονισμό με τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα αποδίδοντας την ενέργειά τους σε αυτά. Η αλληλεπίδραση είναι αξονική και τα ηλεκτρόνια πακετοποιούνται στα σημεία μηδενισμού της αξονικής συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου.

1.4.2 Κυκλοτρονική αλληλεπίδραση

Σε γυροδιατάξεις ο βασικότερος μηχανισμός αλληλεπίδρασης είναι ο κυκλοτρονικός [22], [26]. Σε αυτόν, μια ηλεκτρονική δέσμη, που η τροχιά της έχει τη μορφή έλικας, πακετοποιείται στον χώρο των φάσεων και έτσι ενισχύεται το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που υπάρχει σε διατάξεις συντονισμού με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικού θορύβου. Η αλληλεπίδραση λαμβάνει χώρα σε περιοχή όπου υπάρχει μαγνητοστατικό πεδίο B_0 , το οποίο καθορίζει τη συχνότητα της παραγόμενης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Η ηλεκτρονική δέσμη έχει ενέργεια W , παράλληλη ταχύτητα u_{\parallel} και εγκάρσια ταχύτητα u_{\perp} , από τις οποίες ορίζεται ο λόγος ταχυτήτων a

$$a = \frac{u_{\perp}}{u_{\parallel}} \quad (1.1)$$

Στην περίπτωση σχετικιστικής δέσμης, πρέπει να εισαχθεί και ο σχετικιστικός παράγοντας γ , ο οποίος δίνεται από τη σχέση

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - |\mathbf{u}|^2 / c^2}} \quad (1.2)$$

Από τις σχέσεις (1.1) και (1.2) προκύπτουν οι παρακάτω εκφράσεις για την παράλληλη και την εγκάρσια ταχύτητα

$$u_{\perp} = a \frac{c}{\gamma} \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{a^2 + 1}}, \quad u_{\parallel} = \frac{c}{\gamma} \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{a^2 + 1}} \quad (1.3)$$

Σε μαγνητοστατικό πεδίο, το κέντρο περιστροφής των ηλεκτρονίων βρίσκεται πάνω στη μαγνητική δυναμική γραμμή και η συχνότητα περιστροφής είναι ίση με την κυκλοτρονική

$$\omega_c = \frac{eB_0}{\gamma m} = \frac{\Omega_0}{\gamma} \quad (1.4)$$

όπου e είναι το στοιχειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου και m η μάζα του. Η ακτίνα περιστροφής δίνεται από τη σχέση

$$R_L = \frac{m\gamma u_{\perp}}{eB_0} \quad (1.5)$$

που είναι γνωστή στη βιβλιογραφία ως ακτίνα Larmor.

Η σχέση διασποράς των κυμάτων (ρυθμών) ενός κυματοδηγού είναι

$$\omega^2 = \omega_{cutoff}^2 + k_{\parallel}^2 c^2 \quad (1.6)$$

όπου ω_{cutoff} είναι η συχνότητα αποκοπής του ρυθμού, k_{\parallel} ο παράλληλος (αξονικός) κυματαριθμός και c η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Για να μπορέσει να υπάρξει αλληλεπίδραση μεταξύ της ηλεκτρονικής δέσμης και του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, θα πρέπει αυτά να οδεύουν «μαζί», δηλαδή η φασική ταχύτητα του κύματος να είναι περίπου ίση με την παράλληλη ταχύτητα της δέσμης. Συνεπώς, συντονισμός θα επιτευχθεί όταν

$$u_{ph} \approx u_{\parallel} \quad (1.7)$$

και ειδικότερα όταν ικανοποιείται η συνθήκη συντονισμού

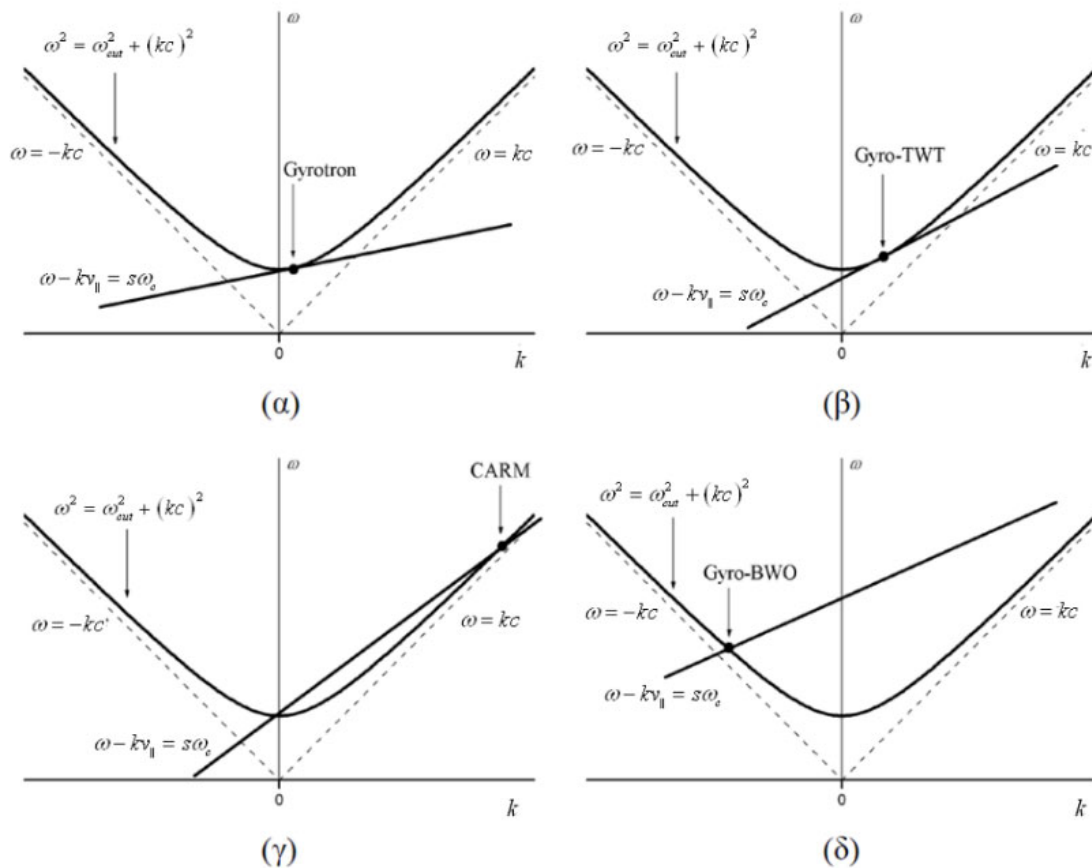
$$\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} = s\omega_c, \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (1.8)$$

όπου ω είναι η συχνότητα της παραγόμενης ακτινοβολίας και s η τάξη της αρμονικής. Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι ακτινοβολία μπορεί να παραχθεί και σε συχνότητες ακέραιο πολλαπλάσιο (αρμονικές) της κυκλοτρονικής συχνότητας ω_c . Αυτό σημαίνει ότι η κυκλική συχνότητα περιστροφής των ηλεκτρονίων στο εγκάρσιο επίπεδο παίζει σημαντικό ρόλο και επομένως τα ηλεκτρόνια θα πρέπει να έχουν αρκετά μεγάλη εγκάρσια ταχύτητα, δηλαδή ο λόγος ταχυτήτων a πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τη μονάδα.

Εξαιτίας της επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων από μεγάλες διαφορές δυναμικού, αυτά αποκτούν μεγάλη ενέργεια και ο σχετικιστικός τους παράγοντας είναι ανάλογα μεγάλος. Όπως φαίνεται και από τη σχέση (1.4), η τιμή του σχετικιστικού παράγοντα παίζει σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της τιμής της συχνότητας περιστροφής των ηλεκτρονίων. Έτσι, ακόμα και μεταβολές της τάξης του 1% επηρεάζουν τη συχνότητα περιστροφής τους. Επιπλέον, παρατηρείται το φαινόμενο της σχετικιστικής μετατόπισης Doppler (Doppler shift), όπου η συχνότητα σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς εξαρτάται από την ταχύτητα της πηγής, στην προκειμένη περίπτωση των ηλεκτρονίων. Η μετατόπιση της συχνότητας ισούται με $k_{\parallel} v_{\parallel}$ και επηρεάζει τη συχνότητα του παραγόμενου κύματος. Η αλληλεπίδραση μπορεί να κατανοηθεί καλύτερα από το διάγραμμα διασποράς ενός ρυθμού λείου κυματοδηγού και την

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

ευθεία της δέσμης, σχέση (1.8). Τα διαγράμματα διασποράς για χαρακτηριστικές λυχνίες, όπου κυριαρχεί η κυκλοτρονική αλληλεπίδραση, φαίνονται στο Σχήμα 1.7. Τα σημεία τομής των καμπυλών αντιστοιχούν στα σημεία όπου αναμένεται να πραγματοποιηθεί η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ της δέσμης και των πεδίων.



Σχήμα 1.7: Διαγράμματα διασποράς για χαρακτηριστικές γυροδιατάξεις (α) γυροτρόνιο, (β) gyro-TWT, (γ) CARM και (δ) gyro-BWO [37].

Η αλληλεπίδραση στον ενισχυτή gyro-TWT πραγματοποιείται σε σημείο, όπου η ευθεία της δέσμης εφάπτεται της καμπύλης διασποράς του ρυθμού, ώστε η ταχύτητα ομάδας να είναι ίση με την αξονική ταχύτητα της δέσμης. Επιπλέον, το κύμα και η δέσμη οδεύουν προς την ίδια κατεύθυνση και η αλληλεπίδραση προκύπτει λόγω εμφάνισης συνεκτικής αστάθειας (convective instability).

Στο μείζερ κυκλοτρονικού αυτοσυντονισμού (Cyclotron AutoResonance Maser, CARM), η αξονική ταχύτητα των ηλεκτρονίων πλησιάζει αυτή του φωτός και η μετατόπιση Doppler παίζει σημαντικό ρόλο. Στην περιοχή λειτουργίας η συνθήκη συντονισμού ικανοποιείται κατά προσέγγιση, και η αύξηση της κυκλοτρονικής συχνότητας (μείωση της ενέργειας των ηλεκτρονίων) αντισταθμίζεται από τη μεταβολή του όρου της μετατόπισης Doppler (μείωση της αξονικής ταχύτητας). Με αυτόν τον τρόπο, θεωρητικά, όλη η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων μπορεί να μετασχηματιστεί σε ενέργεια ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Στη λυχνία gyro-BWO, η ταχύτητα ομάδας και η φασική ταχύτητα έχουν αντίθετη φορά με την αξονική ταχύτητα της δέσμης. Η απαιτούμενη ανάδραση για την αλληλεπίδραση δεν είναι εξωτερική μέσω ανακλάσεων, αλλά εσωτερική μέσα από την ίδια τη δέσμη (απόλυτη αστάθεια, absolute instability). Η αλληλεπίδραση αυτή επιτρέπει τη συνεχή αλλαγή της συχνότητας λειτουργίας σε συνάρτηση με το μαγνητικό πεδίο, όμως η δυνατότητα αυτή δεν συνδυάζεται με υψηλό βαθμό απόδοσης σε σύγκριση με τις άλλες λυχνίες.

Το γυροτρόνιο είναι σχεδιασμένο να λειτουργεί κοντά στη συχνότητα αποκοπής με τον εγκάρσιο κυματαριθμό να είναι πολύ μεγαλύτερος από τον διαμήκη ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$), και επομένως η συχνότητα της παραγόμενης ακτινοβολίας να είναι ίση με

$$\omega \approx s\omega_c \quad (1.9)$$

η οποία εξαρτάται από τον σχετικιστικό παράγοντα γ και το μαγνητοστατικό πεδίο B_0 . Σε διατάξεις αργών κυμάτων η παραπάνω συνθήκη δεν ισχύει και η συχνότητα της παραγόμενης ακτινοβολίας δεν εξαρτάται από το πεδίο.

Από τις σχέσεις (1.4) και (1.5) είναι προφανές ότι η κυκλοτρονική συχνότητα καθώς και η ακτίνα περιστροφής εξαρτώνται από το γ . Έτσι, όταν υπάρχει ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ της δέσμης και του κύματος, το γ αλλάζει μαζί με την αντίστοιχη συχνότητα περιστροφής των ηλεκτρονίων και μάλιστα ακόμα και για μικρές μεταβολές του εμφανίζεται αλληλεπίδραση [12]. Με μια πρώτη ματιά, η αύξηση της ενέργειας των ηλεκτρονίων (και του γ) επιφέρει και αύξηση της παραγόμενης ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Κάτι τέτοιο όμως δεν ισχύει καθώς με την αύξηση του γ , σύμφωνα με τη σχέση (1.4), η συχνότητα της παραγόμενης ακτινοβολίας μειώνεται, συνοδευόμενη από μια απότομη μεταβολή της ενέργειας των ηλεκτρονίων. Καθώς τα ηλεκτρόνια αλληλεπιδρούν με το ηλεκτρομαγνητικό κύμα η ενέργεια και το γ μειώνονται, ενώ η κυκλοτρονική συχνότητα αυξάνεται. Στο γυροτρόνιο, η αλληλεπίδραση συμβαίνει στο εγκάρσιο επίπεδο με ρυθμούς TE, οι οποίοι έχουν ισχυρό εγκάρσιο - στη διεύθυνση διάδοσης - ηλεκτρικό πεδίο. Συνεπώς, η απόδοση της αλληλεπίδρασης εξαρτάται άμεσα από τον λόγο a της εγκάρσιας προς τη διαμήκη ταχύτητα, με την απόδοση n_{\max} να δίνεται από τη σχέση

$$n_{\max} = \frac{a^2}{a^2 + 1} \quad (1.10)$$

και η ανταλλαγή ενέργειας από το γινόμενο

$$\Delta W = \Delta\gamma mc^2 \quad (1.11)$$

όπου W είναι η ενέργεια της ηλεκτρονικής δέσμης και $\Delta\gamma$ η μεταβολή του σχετικιστικού παράγοντα.

1.4.3 Μηχανισμός ανταλλαγής ενέργειας - πακετοποίηση στο εγκάρσιο επίπεδο

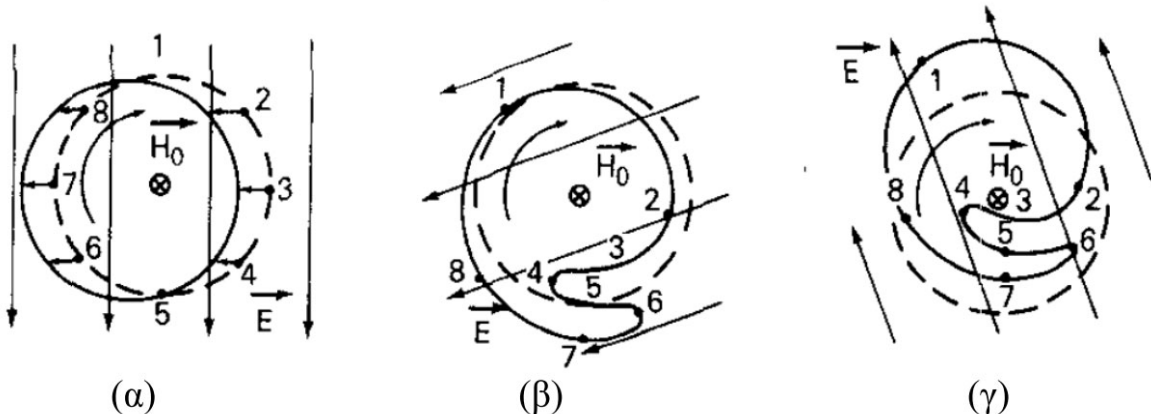
Με την παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου τα ηλεκτρόνια «αισθάνονται» μια δύναμη που είτε τα επιταχύνει είτε τα επιβραδύνει, ανάλογα αν το πρόσημο του γινομένου $u_{\perp}E_{\perp}$ είναι αρνητικό ή θετικό, αντίστοιχα. Τα επιβραδυνόμενα και τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια παρουσιάζουν διαφορετική συχνότητα περιστροφής, ενώ σχηματίζονται αντίστοιχα πακέτα ηλεκτρονίων. Η πακετοποίηση αυτή γίνεται στον χώρο των φάσεων, όπου διακρίνονται περιοχές ευνοϊκής φάσης, όπου τα ηλεκτρόνια χάνουν ενέργεια προς όφελος της ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, και περιοχές δυσμενούς φάσης, όπου τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται κερδίζοντας ενέργεια από το κύμα. Στο σημείο αυτό ορίζεται ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ενός ηλεκτρονίου [22]

$$\frac{dW}{dt} = -e(\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}) \quad (1.12)$$

όπου \mathbf{u} είναι η ταχύτητα του ηλεκτρονίου και \mathbf{E} το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου. Η μεταβολή της ενέργειας μπορεί να γραφεί ως

$$|\Delta W| \approx eu_{\perp}E\tau \quad (1.13)$$

όπου τ είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος της αλληλεπίδρασης. Το πρόσημο της μεταβολής της ενέργειας εξαρτάται από το πρόσημο του γινομένου $\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}$, όπου θετικό πρόσημο αντιστοιχεί σε μεταφορά ενέργειας προς το ηλεκτρόνιο (επιτάχυνση) και αρνητικό προς το κύμα (επιβράδυνση). Στο Σχήμα 1.8 αναπαρίσταται η διαδικασία κίνησης μιας ηλεκτρονικής δέσμης (σωματίδια 1-8) υπό την επίδραση ενός κυκλικά πολωμένου κύματος. Στην περίπτωση ύπαρξης μόνο εγκάρσιας συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου, το γινόμενο $\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}$ αντικαθίσταται από το $u_{\perp}E_{\perp}$.



Σχήμα 1.8: Στιγμιότυπα διαμόρφωσης ηλεκτρονικής δέσμης υπό την επίδραση κυκλικά πολωμένου ηλεκτρικού πεδίου (α) αρχική κατάσταση, (β) πακετοποίηση και (γ) επιβράδυνση πακέτου [26].

Γίνεται αντιληπτό ότι, όταν το πρόσημο του γινομένου $u_{\perp}E_{\perp}$ είναι θετικό (αντίστοιχα αρνητικό), τα ηλεκτρόνια επιβραδύνονται (αντ. επιταχύνονται). Συνεπώς,

κατά μήκος της τροχιάς στο εγκάρσιο επίπεδο κάποια ηλεκτρόνια θα επιταχύνονται και κάποια θα επιβραδύνονται. Η μεταβολή της ενέργειας των πακέτων, που δημιουργούνται, οδηγεί σε μεταβολή της κυκλοτρονικής συχνότητας Ω

$$\Delta\Omega = -\Omega_0 \left(\frac{\Delta E}{\varepsilon_0} \right) \quad (1.14)$$

όπου Ω_0 είναι η κυκλοτρονική συχνότητα του ηλεκτρονίου για κίνηση στο μαγνητοστατικό πεδίο B_0 . Έτσι, τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια αρχίζουν να περιστρέφονται πιο αργά, ενώ τα επιβραδυνόμενα γρηγορότερα, δημιουργώντας «πακέτα» (bunches) ηλεκτρονίων στον χώρο των φάσεων.

1.4.4 Αλληλεπίδραση δέσμης με ρυθμούς λείου κυματοδηγού

Μια πρώτη προσεγγιστική εύρεση του σημείου αλληλεπίδρασης είναι η λύση του συστήματος της καμπύλης διασποράς του ρυθμού του κυματοδηγού (1.6) και της ευθείας της δέσμης (1.8). Η συχνότητα της δέσμης ω_Δ δίνεται από τη σχέση

$$\omega_\Delta = k_{\parallel} u_{\parallel} + \Omega_c \quad (1.15)$$

όπου Ω_c είναι η σχετικιστική κυκλοτρονική συχνότητα

$$\Omega_c = \frac{qB}{\gamma m} \quad (1.16)$$

ενώ η σχέση διασποράς του ρυθμού δίνεται από τη σχέση (1.6)

$$\omega^2 = c^2 (k_{\parallel}^2 + h^2) \quad (1.17)$$

όπου h είναι ο εγκάρσιος κυματαριθμός. Στη συνθήκη συντονισμού η ευθεία της δέσμης έρχεται σε σύζευξη με την καμπύλη διασποράς του ρυθμού και για τη διευκόλυνση των υπολογισμών, υποτίθεται ότι αυτές τέμνονται, δηλαδή

$$\omega_\Delta = \omega \quad (1.18)$$

Θεωρώντας γνωστά τα k_{\parallel} και h , η σχέση (1.18) μπορεί να επιλυθεί ως προς το μαγνητικό πεδίο B , το οποίο στο σημείο της αλληλεπίδρασης δίνεται από τη σχέση

$$B = \frac{\gamma m}{q} \left[-k_{\parallel} \frac{c}{\gamma} \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{a^2 + 1}} + c \sqrt{k_{\parallel}^2 + h^2} \right] \quad (1.19)$$

Η σχέση (1.19) δηλώνει ότι μπορεί να υπολογιστεί το βέλτιστο μαγνητοστατικό πεδίο, ώστε να υπάρξει αλληλεπίδραση για δεδομένο k_{\parallel} .

Όμως η ευθεία της δέσμης και η καμπύλη διασποράς του ρυθμού δεν μπορούν να τέμνονται και έτσι δεν ισχύει η ισότητα (1.18). Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι για ρυθμούς TE ισχύει η σχέση [38]

$$\left(\bar{\omega}^2 - \bar{k}^2 - 1\right)\left(\bar{\omega}^2 - \bar{k}\beta_{\parallel} - b\right) = -\varepsilon \quad (1.20)$$

όπου $\bar{\omega}$ είναι η συχνότητα κανονικοποιημένη ως προς τη συχνότητα αποκοπής, \bar{k} είναι ο αξονικός κυματαριθμός κανονικοποιημένος ως προς τον εγκάρσιο και b η κυκλοτρονική συχνότητα κανονικοποιημένη ως προς τη συχνότητα αποκοπής του ρυθμού. Τέλος, ε είναι ποσότητα που σχετίζεται με την τάξη του ρυθμού, τον εγκάρσιο κυματαριθμό h και την ακτίνα του κυματοδηγού, η οποία αναφέρεται και ως «δύναμη της δέσμης» (beam strength). Για $\varepsilon = 0$ η εξίσωση (1.20) διακρίνεται σε δύο ξεχωριστές λύσεις:

$$\text{καμπύλη του κυματοδηγού} \quad \bar{\omega}^2 - \bar{k}^2 - 1 = 0 \quad (1.21)$$

$$\text{καμπύλη της δέσμης} \quad \bar{\omega}^2 - \bar{k}\beta_{\parallel} - b = 0 \quad (1.22)$$

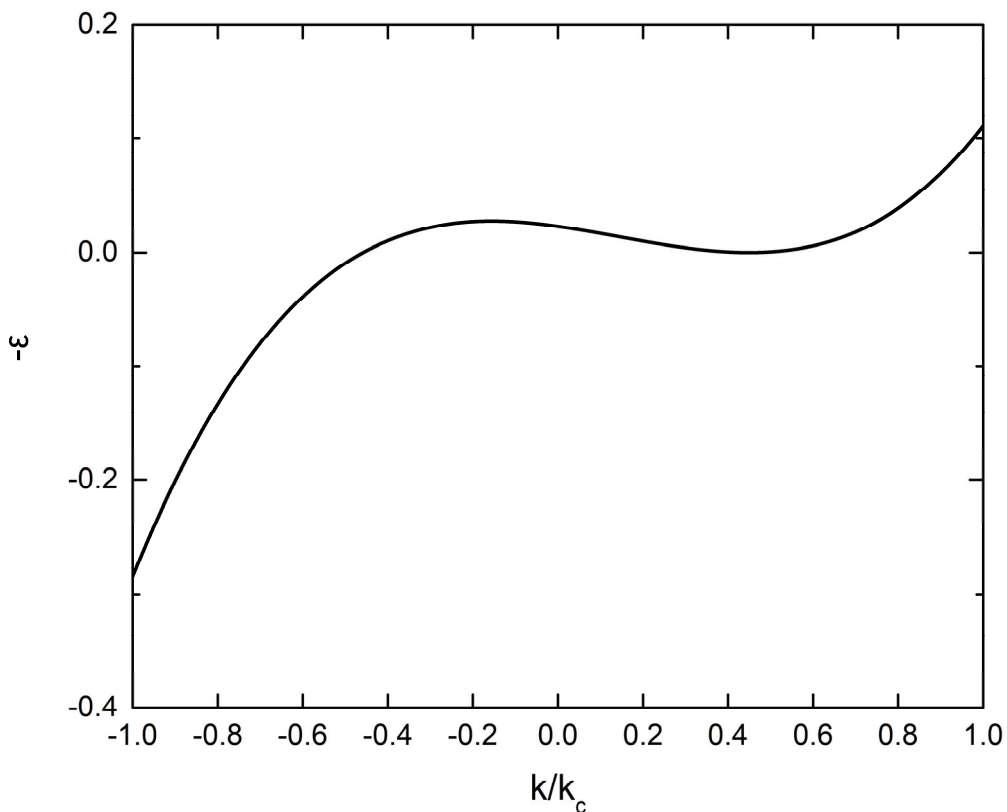
Η σύζευξη των καμπυλών αυτών είναι ισχυρότερη, όταν η καμπύλη διασποράς της δέσμης είναι εφαπτόμενη σε αυτή του κυματοδηγού, κάτι το οποίο επιτυγχάνεται όταν το κανονικοποιημένο μαγνητικό πεδίο είναι ίσο με:

$$b_0 = \left(1 - \beta_{\parallel}^2\right)^{1/2} \quad (1.23)$$

Με τις κατάλληλες συνθήκες για το μαγνητικό πεδίο αλλά και τον παράγοντα ε εμφανίζεται αστάθεια στο σύστημα, η οποία οδηγεί στην ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ πεδίου και δέσμης. Η αστάθεια αυτή είναι είτε συνεκτική (convective) είτε απόλυτη (absolute) [39]-[41]. Η πρώτη συμβαίνει όταν η διάδοση της δέσμης και του κύματος είναι προς την ίδια κατεύθυνση και είναι εκτεταμένη χωρικά, ενώ η δεύτερη όταν δέσμη και κύμα οδεύουν σε αντίθετες κατευθύνσεις και είναι εντοπισμένη χωρικά. Μάλιστα, ισχύουν οι παρακάτω συνθήκες [38]:

- Αν $b > b_0$ τότε εμφανίζεται αστάθεια για θετική τιμή του ε , η οποία είναι είτε συνεκτική είτε απόλυτη.
- Αν $b = b_0$ (εφαπτομένες καμπύλες) εμφανίζεται συνεκτική αστάθεια για ε μικρότερο από μια κρίσιμη τιμή ε_{cr} .
- Αν $b \cong b_0$ εμφανίζεται απόλυτη αστάθεια, όταν $\varepsilon = \varepsilon_{cr}$, με $\varepsilon_{cr} \neq \varepsilon_{cg}$.

Συνεπώς, οι αστάθειες, και κατ' επέκταση οι συντονισμοί που θα λάβουν χώρα σε μια διάταξη, δεν μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια από την απλή απαίτηση τομής των καμπυλών. Σε πραγματικά συστήματα οι συντονισμοί ενδέχεται να παρουσιάζουν συχνοτικό εύρος, ενώ σε περιπτώσεις πολυρυθμικής λειτουργίας και πιο σύνθετων διατάξεων εμφανίζονται καμπύλες με πολλαπλούς κλάδους. Στο Σχήμα 1.9 παρουσιάζεται ενδεικτικά η μορφή της σχέσης (1.20) για $b = 1.1$, $\bar{\omega} = 1.1$ και $\beta_{\parallel} = 0.25$ ως συνάρτηση του \bar{k} για συχνότητα αποκοπής $f_c = 35$ GHz.



Σχήμα 1.9: Ενδεικτική μορφή της καμπύλης της σχέσης (1.20) [38].

1.5 Αριθμητική μελέτη του προβλήματος αλληλεπίδρασης

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για τη βελτιστοποίηση της λειτουργίας των μικροκυματικών λυχνιών είναι απαραίτητη η μελέτη της αλληλεπίδρασης της ηλεκτρονικής δέσμης με τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Στην πράξη το πρόβλημα αυτό αποτελείται από δύο επιμέρους: το πρώτο αφορά τη μελέτη των ηλεκτροδυναμικών διατάξεων στις οποίες λαμβάνει χώρα η αλληλεπίδραση (γνωστό και ως πρόβλημα ψυχρής διάταξης), ενώ το δεύτερο περιλαμβάνει τη συζευγμένη (αυτοσυνεπή) επίλυση των εξισώσεων Maxwell και των εξισώσεων κίνησης (πρόβλημα θερμής διάταξης). Η μελέτη του προβλήματος της ψυχρής διάταξης περιλαμβάνει την εύρεση των χαρακτηριστικών διάδοσης όλων των υποστηριζόμενων από αυτή ιδιορρυθμών και δίνει τις κατευθυντήριες γραμμές για τη μελέτη του προβλήματος της θερμής διάταξης. Επιπλέον, για το πρόβλημα της θερμής διάταξης απαιτούνται τα χαρακτηριστικά της δέσμης και του εξωτερικά επιβαλλόμενου μαγνητοστατικού πεδίου και στα αποτελέσματά του περιλαμβάνονται η δυναμική εξέλιξη της τροχιάς και της ενέργειας της δέσμης.

1.5.1 Διαθέσιμα υπολογιστικά εργαλεία

Εξαιτίας της πολυπλοκότητας των διατάξεων των λυχνιών, η αναλυτική επίλυση των εξισώσεων Maxwell και κίνησης είναι αδύνατη και πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας ημιαναλυτικές και αριθμητικές μεθόδους.

Οι ημιαναλυτικές μέθοδοι βασίζονται στη μελέτη απλοποιημένων διατάξεων με αρκετές παραδοχές για τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους και για τη μορφή των πεδίων σε αυτές. Στις μεθόδους αυτές, η μαθηματική ανάλυση γίνεται για συγκεκριμένες μορφές γεωμετριών, περιορίζοντας την εφαρμογή του αντίστοιχου αριθμητικού κώδικα μόνο σε αυτές (problem oriented). Συχνά, επιλύονται απλοποιημένες εκφράσεις των εξισώσεων Maxwell και Helmholtz στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση (steady state), αγνοώντας τα όποια μεταβατικά φαινόμενα. Ενδεικτικά, αναφέρεται η κατηγορία των μεθόδων των χωρικών αρμονικών, όπου ο υπολογισμός των πεδίων ανάγεται σε επίλυση γραμμικών συστημάτων έχοντας εφαρμόσει τις κατάλληλες οριακές συνθήκες.

Μέχρι σήμερα, η μελέτη του διαύλου δέσμης του γυροτρονίου έχει γίνει με μεθόδους που βασίζονται είτε σε ανάπτυξη των πεδίων σε κύματα Bloch (λόγω των επιβαλλόμενων περιοδικών οριακών συνθηκών στα άκρα της διάταξης) [42]-[44] είτε με μεθόδους, όπου το πεδίο μπορεί να γραφεί ως ένα ολοκλήρωμα αξονικών αρμονικών με οριακές συνθήκες της μορφής εξερχομένων κυμάτων από τη διάταξη [45]. Επίσης, το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης δέσμης-κύματος στον δίαυλο δέσμης ενός γυροτρονίου έχει εξεταστεί με τη συζευγμένη επίλυση των εξισώσεων Maxwell και Vlasov στο όριο του μικρού σήματος [46] καθώς και με αυτοσυνεπή επίλυση των εξισώσεων Maxwell και κίνησης [47]. Επιπρόσθετα, οι κοιλότητες αλληλεπίδρασης ενός γυροτρονίου έχουν μελετηθεί με τη μέθοδο των χωρικών αρμονικών (Space Harmonic Method, SHM) [33], [48], [49], με τη μέθοδο της επιφανειακής εμπέδησης (Surface Impedance Mode, SIM) [50], με τη μέθοδο των ολοκληρωτικών εξισώσεων [51] και με τη μέθοδο πολυωνυμικής ανάπτυξης πεδίων [52]. Τέλος, το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης δέσμης-κύματος σε κοιλότητες συντονισμού έχει μελετηθεί με τη μέθοδο της αργής χρονικής κλίμακας [53]-[55]. Σημειώνεται ότι μεγάλο πλεονέκτημα των ημιαναλυτικών μεθόδων αποτελεί η ταχύτητα εκτέλεσής τους, η οποία επιτρέπει τη χρήση τους στη σχεδίαση τέτοιων διατάξεων.

Στο πρόσφατο παρελθόν, αναπτύχθηκαν αμιγώς αριθμητικές μέθοδοι για τη μελέτη των προβλημάτων της ψυχρής και της θερμής διάταξης. Στις μεθόδους αυτές υπάρχει ανεξαρτησία των εξισώσεων που επιλύονται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της κάθε γεωμετρίας, κάτι που αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα, δίνοντας τη δυνατότητα μελέτης πολλών διαφορετικών γεωμετρικά διατάξεων, δηλαδή πρόκειται για γενικές (generic) μεθόδους. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η επίλυση των εξισώσεων Maxwell είτε στο πεδίο του χρόνου είτε στο πεδίο της συχνότητας καθώς και η ύπαρξη κατάλληλου διακριτοποιημένου υπολογιστικού χωρίου, όπου σε καθένα από αυτά επιλύονται αλγεβρικά οι κατάλληλες εξισώσεις. Στις μεθόδους αυτές περιλαμβάνονται η μέθοδος πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (Finite Difference in Time Domain method, FDTD) [56], όπου επιλύονται οι εξισώσεις στροβιλισμού Maxwell στο πεδίο του χρόνου, η μέθοδος πεπερασμένων ολοκληρωμάτων (Finite Integral Technique, FIT) [57], η οποία είναι αντίστοιχη με την FDTD, με τη διαφορά ότι επιλύονται οι ολοκληρωτικές εξισώσεις Maxwell, η μέθοδος

Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Elements Method) [58], όπου επιλύονται οι εξισώσεις Maxwell αφού πρώτα αυτές έχουν εκφραστεί ως ένα άθροισμα πάνω σε συγκεκριμένες συναρτήσεις χώρου, η μέθοδος των ροπών (Method Of Moments, MOM), η μέθοδος των γραμμών μεταφοράς (Transmission Line Matrix method, TLM) [59], και άλλες υβριδικές των παραπάνω. Με τις προαναφερθείσες μεθόδους μπορεί να μελετηθεί μόνο το πρόβλημα της ψυχρής διάταξης.

Για τη μελέτη του προβλήματος της θερμής διάταξης συχνά χρησιμοποιούνται οι παραπάνω μέθοδοι σε συνδυασμό με μεθόδους επίλυσης των εξισώσεων κίνησης των σωματιδίων της δέσμης (δύναμη Lorentz). Αυτές μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε μεθόδους που αντιμετωπίζουν τη δέσμη ως διακριτά σωματίδια (μέθοδοι Particle-In-Cell, PIC) [60], [61] και σε αυτές που την αντιμετωπίζουν ως φορτισμένο ρευστό [43]. Στην πρώτη κατηγορία, η διακριτοποιημένη δύναμη Lorentz ολοκληρώνεται στον χρόνο ώστε να βρεθούν οι θέσεις και οι ταχύτητες των σωματιδίων, από τις οποίες στη συνέχεια υπολογίζεται η πυκνότητα ρεύματος, που με τη σειρά της χρησιμοποιείται στις εξισώσεις Maxwell ως όρος πηγής. Στις ρευστοδυναμικές μεθόδους, η δυναμική εξέλιξη της δέσμης προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων της μαγνητοϋδροδυναμικής (MHD) [62], από τις οποίες προκύπτουν αντίστοιχα οι όροι πηγής. Ενδεικτικά, αναφέρονται εμπορικά πακέτα λογισμικού, τα οποία κάνουν χρήση μιας ή περισσότερων αριθμητικών μεθόδων:

- Dassault Systemes CST Studio Suite: FIT, PIC, TLM [63]
- Comsol Multiphysics: FEM, MoM [64]
- Ansys HFSS: FEM, MoM [65]
- Tech-X VORPAL: FDTD, PIC [66]
- Northrop Grumman MAGIC3D: FDTD, PIC [67]

1.6 Αντικείμενο και δομή της διατριβής

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής αποτελεί η μελέτη της αλληλεπίδρασης της ηλεκτρονικής δέσμης με τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα σε σύνθετες διατάξεις κυματοδηγών, οι οποίες έχουν σταθερό άξονα διάδοσης, με σκοπό την καλύτερη κατανόηση των φαινομένων στα σύνθετα υποσυστήματα του γυροτρονίου. Για τον σκοπό αυτό επιλέχθηκε η μέθοδος FDTD για την επίλυση των εξισώσεων Maxwell σε κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων και η μέθοδος PIC για τη μελέτη της κίνησης των σωματιδίων της δέσμης και αναπτύχθηκε ένας γενικός (generic) αριθμητικός κώδικας. Ο κώδικας χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη της διάδοσης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων και της αλληλεπίδρασης αυτών με την ηλεκτρονική δέσμη σε διάφορες διατάξεις κυματοδηγών. Ειδικότερα, υπολογίστηκαν τα πεδία, η σχέση διασποράς και οι παράμετροι σκέδασης σε κυλινδρικό κυματοδηγό με επιφανειακή περιοδική αξονική ή αξιμουθιακή αυλάκωση. Χρησιμοποιήθηκε επίσης στη μελέτη της αλληλεπίδρασης ηλεκτρονικής δέσμης και ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε λείο κυματοδηγό καθώς και σε κυματοδηγό με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση,

Κεφάλαιο 1. Εισαγωγή

από την οποία βρέθηκαν τα χαρακτηριστικά των πεδίων και τα κινηματικά χαρακτηριστικά της δέσμης. Το υπόλοιπο μέρος της διατριβής χωρίζεται σε τέσσερα κεφάλαια.

Ειδικότερα, στο δεύτερο κεφάλαιο ορίζεται το φυσικό πρόβλημα και δίνεται ο μαθηματικός φορμαλισμός της μεθόδου FDTD σε κυλινδρικές συντεταγμένες. Παράλληλα, παρουσιάζονται οι μαθηματικές εκφράσεις της οριακής συνθήκης τύπου CFS-PML. Το στρώμα CFS-PML αποτελεί οριακή συνθήκη τερματισμού, η οποία χρησιμοποιείται για την προσομοίωση ανοικτών διατάξεων που δεν εμφανίζουν ανακλάσεις. Στο ίδιο κεφάλαιο παρουσιάζεται και η μέθοδος PIC, η οποία αποτελείται από τη μέθοδο του Boris για την ολοκλήρωση της δύναμης Lorentz και τη μέθοδο υπολογισμού της πυκνότητας ρεύματος της δέσμης. Δίνεται επιπλέον η τεχνική εύρεσης των πεδίων στη θέση των σωματιδίων καθώς και η μέθοδος εναπόθεσης ρεύματος στο πλέγμα. Τέλος, παρουσιάζεται η τεχνική υπολογισμού των παραμέτρων σκέδασης, η οποία βασίζεται στην ανάπτυξη των πεδιακών κατανομών στη βάση των ιδιορυθμών της εγκάρσιας διατομής του λείου κυματοδηγού.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται το διάγραμμα ροής του κώδικα, ο ορισμός της γεωμετρίας, οι τρόποι διέγερσης της διάταξης, τα χαρακτηριστικά της δέσμης και οι απαραίτητες παράμετροι για την εκτέλεσή του. Επίσης, δίνονται πληροφορίες για τον επιλύτη των εξισώσεων κίνησης και για τα αρχεία αποτελεσμάτων. Τέλος, περιγράφονται οι τεχνικές παραλληλοποίησης που εφαρμόστηκαν σε διάφορα τμήματα του κώδικα.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιλαμβάνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα από τη χρήση του κώδικα. Αρχικά, γίνεται η τεκμηρίωση του κώδικα παρουσιάζοντας αποτελέσματα για τη σύγκλιση της αριθμητικής μεθόδου FDTD, τη συμπεριφορά του στρώματος PML, τη σύγκλιση των πεδιακών κατανομών, τη σύγκλιση της μέσης ισχύος, του συντελεστή εξασθένησης σε κυματοδηγό με διηλεκτρικό υλικό, τη σύγκλιση της υλοποίησης του αλγορίθμου Boris, ενώ μελετάται το πρόβλημα του μαγνητικού καθρέπτη για το οποίο υπάρχει αναλυτική λύση. Στη συνέχεια, εξετάζεται το πρόβλημα της ψυχρής διάταξης, και βρίσκονται τα χαρακτηριστικά διάδοσης σε κυματοδηγό με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση και τα αποτελέσματά του συγκρίνονται με αυτά του αριθμητικού κώδικα FISHBONE, για την περίπτωση που οι αυλακώσεις περιέχουν αέρα ή διηλεκτρικό υλικό με απώλειες. Δίνονται επίσης αποτελέσματα για κυματοδηγούς με επιφανειακή περιοδική αζιμουθιακή αυλάκωση, και υπολογίζονται οι παράμετροι σκέδασης στην είσοδο και στην έξοδο καθώς και οι κατανομές των πεδίων σε όλο τον χώρο. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με τα αντίστοιχα του εμπορικού εργαλείου CST Studio Suite. Γίνεται επίσης παραμετρική μελέτη της εξάρτησης των παραμέτρων σκέδασης και των πεδιακών κατανομών από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της υπό μελέτη διάταξης. Στο ίδιο κεφάλαιο δίνονται αποτελέσματα για την κίνηση μιας δέσμης υπό την επίδραση μαγνητοστατικού πεδίου. Τέλος, παρουσιάζονται αποτελέσματα για το πρόβλημα της θερμής διάταξης (με την παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης) και ειδικότερα ενός λείου κυματοδηγού και

γίνεται παραμετρική μελέτη της επίδρασης των χαρακτηριστικών της δέσμης, του μαγνητικού πεδίου και της γεωμετρίας στην αλληλεπίδραση. Τέλος, παρουσιάζονται αποτελέσματα για την αλληλεπίδραση δέσμης-κύματος σε κυματοδηγό με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα του κώδικα BEAM FISHBONE.

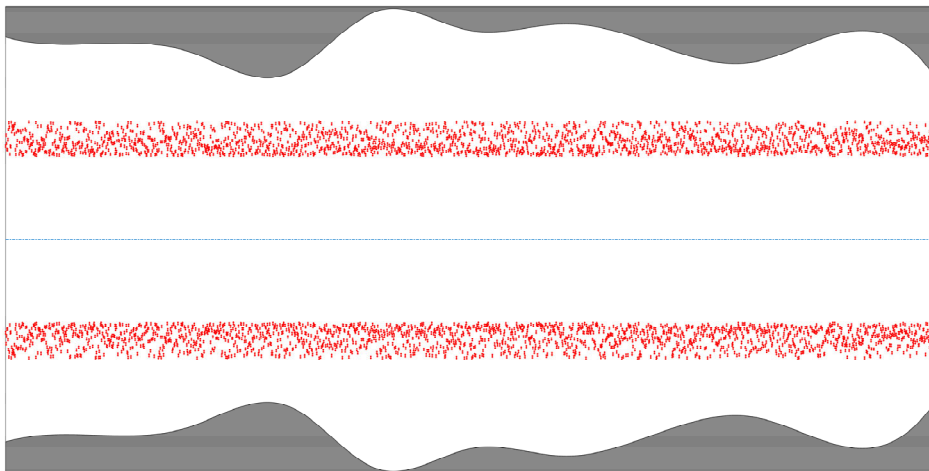
Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται μια σύντομη ανασκόπηση της διατριβής, αναφέρονται συνοπτικά τα κυριότερα συμπεράσματα αυτής, παρατίθενται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν και δίνονται μελλοντικές επεκτάσεις της εργασίας.

Κεφάλαιο 2. Φυσικό Πρόβλημα και Αριθμητικές Μέθοδοι Επίλυσης

2.1 Ορισμός φυσικού προβλήματος

Το φυσικό πρόβλημα είναι η αλληλεπίδραση της ηλεκτρονικής δέσμης με τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα σε ηλεκτροδυναμικά συστήματα πεπερασμένων διαστάσεων, όπως κυματοδηγοί με ασυμμετρίες, κοιλότητες συντονισμού και διάφορα υποσυστήματα των μικροκυματικών λυχνιών. Τέτοιο πρόβλημα αποτελεί η ανάπτυξη παρασιτικών ταλαντώσεων στον δίαυλο δέσμης γυροτρονίου, οι οποίες έχουν παρατηρηθεί και πειραματικά [28], η αλληλεπίδραση σε διάφορες λυχνίες (TWT, κλύστρον κ.α.) [18], [38], κ.α.

Οι υπό μελέτη διατάξεις έχουν σταθερό άξονα διάδοσης, ενώ στο εγκάρσιο επίπεδο οι τομές τους μπορούν να μεταβάλλονται κατά μήκος του άξονα, ενώ μπορεί να περιλαμβάνουν περιοχές με διηλεκτρικό υλικό με απώλειες. Η αξονική τομή μιας τέτοιας ενδεικτικής διάταξης παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.1, όπου με κόκκινες κουκίδες παριστάνονται τα φορτισμένα σωματίδια της ηλεκτρονικής δέσμης.



Σχήμα 2.1: Αξονική τομή κυματοδηγού με τυχαίο εξωτερικό τοίχωμα. Απεικονίζονται οι θέσεις των ηλεκτρονίων της δέσμης καθώς και ο άξονας διάδοσης του κυματοδηγού.

Ο υπολογισμός των πεδιακών συνιστωσών γίνεται με επίλυση των εξισώσεων Maxwell εφαρμόζοντας τις κατάλληλες οριακές συνθήκες χρησιμοποιώντας ως πηγή είτε εξωτερικά επιβαλλόμενο πεδίο είτε τη ρευματική κατανομή που προκύπτει από τη δυναμική εξέλιξη της δέσμης. Η τελευταία υπολογίζεται από την επίλυση των εξισώσεων κίνησης για το σύνολο των σωματιδίων της. Στη γενικότερη περίπτωση το πρόβλημα παρουσιάζει γεωμετρική πολυπλοκότητα και «ηλεκτρικά» μεγάλο μέγεθος, δηλαδή οι διαστάσεις της διάταξης είναι πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος. Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε η αριθμητική επίλυση των αντίστοιχων εξισώσεων.

Ο αριθμητικός κώδικας υπολογίζει τη χρονική εξέλιξη των πεδίων και τις θέσεις και τις ταχύτητες των σωματιδίων της δέσμης από τη συζευγμένη επίλυση των εξισώσεων Maxwell και των εξισώσεων κίνησης. Η επίλυση πραγματοποιείται στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιώντας τις αριθμητικές μεθόδους FDTD και PIC. Οι διατάξεις έχουν πεπερασμένο μήκος και στα άκρα τους εφαρμόζονται οριακές συνθήκες ανοικτών άκρων. Οι μέθοδοι αυτές επιτρέπουν τη μελέτη σύνθετων γεωμετριών, ενώ ο φορμαλισμός τους είναι ανεξάρτητος από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της κάθε διάταξης, καθιστώντας τον αντίστοιχο αριθμητικό κώδικα γενικό (generic). Στην περίπτωση, όπου τα τοιχώματα της διάταξης δεν συμπίπτουν με τους κύριους άξονες του κυλινδρικού συστήματος, αυτά μοντελοποιούνται με την προσέγγιση «σκάλας» (staircase approximation) [68], [69]. Τα αποτελέσματα του κώδικα χρησιμοποιούνται για τον μετέπειτα υπολογισμό της ενέργειας, της ισχύος, των παραμέτρων σκέδασης και των κινηματικών χαρακτηριστικών της ηλεκτρονικής δέσμης.

2.2 Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης του προβλήματος

Στη διατριβή επιλέχθηκε η μέθοδος FDTD για την επίλυση των εξισώσεων Maxwell σε συνδυασμό με τη μέθοδο PIC για την επίλυση των εξισώσεων κίνησης. Η επιλογή αυτή έγινε καθώς οι αλγόριθμοι FDTD είναι αρκετά διαδεδομένοι στον χώρο του υπολογιστικού εφαρμοσμένου ηλεκτρομαγνητισμού και χρησιμοποιούνται σε πλήθος διαφορετικών εφαρμογών. Σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου FDTD αποτελεί η επίλυση των εξισώσεων Maxwell στο πεδίο του χρόνου, η οποία επιτρέπει τη μελέτη και των μεταβατικών φαινομένων καθώς και της απόκρισης για σήματα μεγάλου συχνοτικού περιεχομένου (εύρους ζώνης, broadband). Στη μέθοδο αυτή η επίλυση των διαφορικών εξισώσεων ανάγεται σε επίλυση ενός πλήθους αλγεβρικών εξισώσεων επαναληπτικά για ένα σύνολο χρονικών βημάτων, ενώ για τον υπολογισμό των τιμών του πεδίου απαιτείται η γνώση των τιμών του μόνο στο προηγούμενο χρονικό βήμα, ελαχιστοποιώντας έτσι τις απαιτήσεις σε μνήμη.

Για τη μελέτη της δυναμικής των σωματιδίων επιλέχθηκε η μέθοδος PIC, η οποία αποτελεί την κυριότερη μέθοδο που χρησιμοποιείται για την αλληλεπίδραση φορτισμένων σωματιδίων με ηλεκτρομαγνητικά κύματα και στην περιοχή των μικροκυματικών λυχνιών [70]-[72]. Στη μέθοδο αυτή, η δέσμη μοντελοποιείται ως ένα μεγάλο πλήθος διακριτών σωματιδίων (μακροηλεκτρόνια). Το κάθε σωματίδιο παρουσιάζει μάζα $M_{\sigma\omega\mu}$ και φορτίο $Q_{\sigma\omega\mu}$ τέτοια, ώστε αφενός το φορτίο της δέσμης στη μονάδα του χρόνου (ρεύμα I) να ισούται με το γινόμενο του αριθμού των σωματιδίων επί το φορτίο κάθε σωματιδίου, και αφετέρου ο λόγος $Q_{\sigma\omega\mu}/M_{\sigma\omega\mu}$ να παραμένει σταθερός και ίσος με αυτόν του ηλεκτρονίου (e/m). Για καθένα σωματίδιο ολοκληρώνεται η δύναμη Lorentz στον χρόνο, από την οποία προκύπτουν η θέση και η ταχύτητά του και από αυτά στη συνέχεια υπολογίζεται η συνεισφορά του στη

συνολική πυκνότητα ρεύματος, η οποία κατόπιν χρησιμοποιείται ως όρος πηγής στον ηλεκτρομαγνητικό επιλύτη στο επόμενο χρονικό βήμα.

2.3 Πεπερασμένες διαφορές για την επίλυση διαφορικών εξισώσεων

Ο αλγόριθμος, που χρησιμοποιείται στον αριθμητικό κώδικα, βασίζεται σε διακριτοποίηση των εξισώσεων στροβιλισμού του Maxwell και στην αντικατάσταση των διαφορικών εκφράσεων με αντίστοιχες αλγεβρικές εξισώσεις διαφορών. Είναι γνωστό από τα μαθηματικά ότι η παράγωγος μιας βαθμωτής συνάρτησης f δίνεται από τη σχέση

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2.1)$$

η οποία προσεγγιστικά (για μικρό h) μπορεί να γραφεί ως

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (2.2)$$

Από την τελευταία σχέση είναι φανερό ότι οι διαφορικές εξισώσεις μπορούν να επιλυθούν ως ένα πλήθος αλγεβρικών εξισώσεων. Στη βιβλιογραφία συναντώνται διάφοροι τρόποι διακριτοποίησης (stencils) των αλγεβρικών εξισώσεων, οι οποίοι σχετίζονται με τον τρόπο υπολογισμού των παραγώγων. Οι μέθοδοι αυτές κατηγοριοποιούνται στην άμεση μέθοδο (explicit method), στην έμμεση μέθοδο (implicit method) καθώς και στη μέθοδο Crank-Nicolson [68], που αποτελεί υβριδική των δύο προηγούμενων.

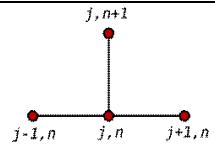
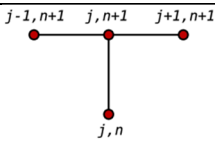
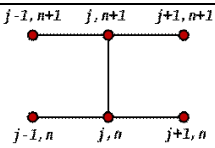
Σε αυτό το σημείο παρατίθενται οι έννοιες της «εμπρός» (*forward*), της «όπισθεν» (*backward*) και της κεντρικής διαφοράς (central difference), που χρησιμοποιούνται στην περιγραφή των παραπάνω μεθόδων. Σε αυτές η συνάρτηση είναι ορισμένη σε συγκεκριμένα σημεία του υπολογιστικού χωρίου. Η *forward* διαφορά αναφέρεται στη διαφορά των τιμών της συνάρτησης μεταξύ του επόμενου και του τρέχοντος σημείου του χωρίου, η *backward* στη διαφορά των τιμών στο τρέχον και στο προηγούμενο σημείο και η κεντρική στη διαφορά των τιμών του επόμενου και του προηγούμενου σημείου σε σχέση με το τρέχον.

Στην άμεση μέθοδο, για τη χρονική παράγωγο χρησιμοποιείται η *forward* διαφορά, ενώ για τη χωρική η κεντρική. Στην έμμεση, για τη χρονική παράγωγο χρησιμοποιείται η *backward* διαφορά και για τη χωρική η κεντρική. Τέλος, στη μέθοδο Crank-Nicolson για την χρονική παράγωγο χρησιμοποιείται η κεντρική διαφορά και για τη χωρική η κεντρική δεύτερης τάξης. Για τη διαφορική εξίσωση

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2.3)$$

οι διακριτοποιήσεις και οι γραφικές αναπαραστάσεις αυτών δίνονται στον Πίνακα 2.1, όπου h και k τα βήματα στη διεύθυνση x και στον χρόνο t , αντίστοιχα. Η επίλυση των άμεσων μεθόδων μπορεί να γίνει με επαναληπτικό τρόπο, καθώς διαπιστώνεται ότι οι τιμές σε κάθε χρονικό σημείο εξαρτώνται από τις αντίστοιχες στο προηγούμενο. Αντίθετα, στις έμμεσες μεθόδους καθώς και στη μέθοδο Crank-Nicolson απαιτείται η δημιουργία ενός γραμμικού συστήματος με αγνώστους τις τιμές της συνάρτησης στο επόμενο χρονικό βήμα. Παρότι οι έμμεσες μέθοδοι είναι ευσταθείς, η υλοποίησή τους παρουσιάζει δυσκολίες και παράλληλα απαιτούν αυξημένους υπολογιστικούς πόρους.

Πίνακας 2.1: Σχήματα διακριτοποιήσεων πεπερασμένων διαφορών.

Άμεση	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{k} = \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2}$	
Έμμεση	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{k} = \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2}$	
Crank-Nicolson	$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{k} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2} + \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{h^2} \right)$	

2.4 Πεπερασμένες διαφορές στο πεδίο του χρόνου

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η διακριτοποίηση των εξισώσεων στροβιλισμού του Maxwell συμπεριλαμβανομένων των όρων πηγής \mathbf{J} και αγωγιμότητας σ

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (2.4)$$

Οι στροβιλισμοί των πεδίων σε κυλινδρικές συντεταγμένες γράφονται ως

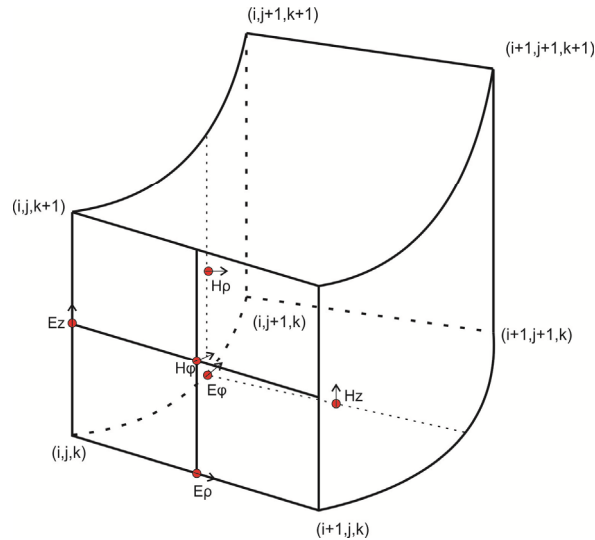
$$\nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \hat{\varphi} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \right) \hat{z} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \hat{\varphi} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right) \hat{z} \quad (2.6)$$

Προκειμένου να ικανοποιούνται τοπικά οι εξισώσεις στροβιλισμού του Maxwell, τα πεδία είναι ορισμένα σε συγκεκριμένες θέσεις στο υπολογιστικό χωρίο (κόμβοι ή σημεία του πλέγματος) και ο σχετικός αλγόριθμος είναι γνωστός ως Πεπερασμένες Διαφορές στο Πεδίο του Χρόνου (Finite Difference in Time Domain method, FDTD) [68]. Η μέθοδος αρχικά αναπτύχθηκε για καρτεσιανή γεωμετρία από τον Yee [73] και αργότερα επεκτάθηκε και σε κυλινδρική [74]-[76].

Επειδή οι γεωμετρίες των υπό μελέτη διατάξεων εμφανίζουν σταθερό άξονα διάδοσης και καμπύλες επιφάνειες, χρησιμοποιείται η FDTD σε κυλινδρικές

συντεταγμένες. Έτσι, ορίζεται ένα πλέγμα με χωρικά βήματα Δr , $\Delta\varphi$, Δz στις διευθύνσεις r , φ , z , αντίστοιχα, και τα οποία ορίζουν ένα θεμελιώδες κελί (κελί του Yee), το οποίο έχει τη μορφή τμήματος τόρου. Κάθε συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου περικλείεται από τέσσερις συνιστώσες του μαγνητικού στο ίδιο επίπεδο, έτσι ώστε από τον στροβιλισμό των ηλεκτρικών συνιστωσών να υπολογίζεται συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου και αντίστροφα (Σχήμα 2.2). Επιπλέον, οι θέσεις των πεδίων είναι τέτοιες ώστε οι δύο νόμοι του Gauss να ικανοποιούνται εξ'ορισμού [68].



Σχήμα 2.2: Μοναδιαίο κελί του Yee στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων.

Εξαιτίας του πεπερασμένου υπολογιστικού χώρου, οι πεδιακές τιμές εκτός αυτού θεωρούνται ότι έχουν μηδενική τιμή. Από μαθηματικής σκοπιάς αυτό ισοδυναμεί με οριακές συνθήκες τύπου Dirichlet. Οι τιμές στο προηγούμενο χρονικό βήμα χρησιμοποιούνται ως αρχικές συνθήκες για κάθε επόμενο βήμα και οι αλγεβρικές εξισώσεις που προκύπτουν επιλύονται σειριακά (sequential).

2.5 Διακριτοποίηση των εξισώσεων στροβιλισμού Maxwell

Με βάση το κελί του Yee (Σχήμα 2.2) και τις πεδιακές συνιστώσες των σχέσεων (2.4) έως (2.6), προκύπτουν οι αντίστοιχες διακριτοποιημένες εκφράσεις των εξισώσεων Maxwell. Η διακριτοποίηση στον χρόνο ακολουθεί τη μέθοδο *leapfrog*, σύμφωνα με την οποία οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου είναι ορισμένες με χρονική διαφορά $\Delta t/2$ από τις αντίστοιχες του μαγνητικού [68]. Συνεπώς, την ίδια χρονική στιγμή και στο ίδιο σημείο του χώρου ορίζεται μόνο μια πεδιακή συνιστώσα, είτε του ηλεκτρικού είτε του μαγνητικού πεδίου. Για τη διακριτοποίηση τόσο της χωρικής όσο και της χρονικής παραγώγου χρησιμοποιούνται οι κεντρικές διαφορές. Με ακέραιους δείκτες i, j, k δηλώνονται οι πλεγματικές θέσεις στη r , φ , z , αντίστοιχα, διεύθυνση και με n τα χρονικά στιγμιότυπα. Σημειώνεται πως ο γενικότερος ορισμός των πεδίων $F_{i,j,k}^n$ αναφέρεται στο πεδίο F ορισμένο στη θέση $(r, \varphi, z) = (i\Delta r, j\Delta\varphi, k\Delta z)$ τη χρονική στιγμή $n\Delta t$. Ο ορισμός των πεδίων έχει γίνει με άμεσο τρόπο (explicit) και

έτσι κάθε συνιστώσα υπολογίζεται από τις πεδιακές τιμές σε προηγούμενα χρονικά στιγμιότυπα. Οι θέσεις των πεδιακών συνιστωσών δίνονται στον Πίνακα 2.2.

Πίνακας 2.2: Θέσεις πεδιακών συνιστωσών στο πλέγμα.

Πεδιακή συνιστώσα	Θέση
E_r και J_r	$(i+1/2)\Delta r, j\Delta\varphi, k\Delta z, n\Delta t$
E_φ και J_φ	$i\Delta r, (j+1/2)\Delta\varphi, k\Delta z, n\Delta t$
E_z και J_z	$i\Delta r, j\Delta\varphi, (k+1/2)\Delta z, n\Delta t$
H_r	$i\Delta r, (j+1/2)\Delta\varphi, (k+1/2)\Delta z, (n+1/2)\Delta t$
H_φ	$(i+1/2)\Delta r, j\Delta\varphi, (k+1/2)\Delta z, (n+1/2)\Delta t$
H_z	$(i+1/2)\Delta r, (j+1/2)\Delta\varphi, k\Delta z, (n+1/2)\Delta t$

Οι ιδιότητες του υλικού (ηλεκτρική επιτρεπτότητα ϵ , μαγνητική διαπερατότητα μ , αγωγιμότητα σ) ορίζονται στις ίδιες πλεγματικές θέσεις με τις αντίστοιχες πεδιακές συνιστώσες με τις οποίες συνδέονται. Έτσι, αναφερόμενοι στην πεδιακή συνιστώσα $E_r|_{i+1/2,j,k}$, η διηλεκτρική σταθερά και αγωγιμότητα ορίζονται στις ίδιες θέσεις ως $\epsilon|_{i+1/2,j,k}$ και $\sigma|_{i+1/2,j,k}$, αντίστοιχα. Οι χρονικές παράγωγοι εκφράζονται ως ο λόγος της διαφοράς των πεδιακών συνιστωσών σε δύο διαδοχικά στιγμιότυπα προς τη διάρκεια του χρονικού βήματος

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{E|^{n+1} - E|^n}{\Delta t}, \quad \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H|^{n+1/2} - H|^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (2.7)$$

Εφαρμόζοντας τα προηγούμενα και λύνοντας για $\mathbf{E}|^{n+1}$ και $\mathbf{H}|^{n+1/2}$ προκύπτουν οι σχέσεις (2.8) έως (2.13), οι οποίες αποτελούν τις σχέσεις εξέλιξης των πεδιακών τιμών (field update equations).

$$H_r|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} = H_r|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu|_{i,j+1/2,k+1/2}} \left[\frac{E_\varphi|_{i,j+1/2,k+1}^n - E_\varphi|_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} - \frac{E_z|_{i,j+1,k+1/2}^n - E_z|_{i,j,k+1/2}^n}{i\Delta r\Delta\varphi} \right] \quad (2.8)$$

$$H_\varphi|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} = H_\varphi|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu|_{i+1/2,j,k+1/2}} \left[\frac{E_z|_{i+1,j,k+1/2}^n - E_z|_{i,j,k+1/2}^n}{\Delta r} - \frac{E_r|_{i+1/2,j,k+1}^n - E_r|_{i+1/2,j,k}^n}{\Delta z} \right] \quad (2.9)$$

$$H_z|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} = H_z|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu|_{i+1/2,j+1/2,k}} \left[\frac{E_r|_{i+1/2,j+1,k}^n - E_r|_{i+1/2,j,k}^n}{(i+1/2)\Delta r\Delta\varphi} - \frac{(i+1)E_\varphi|_{i+1,j+1/2,k}^n - iE_\varphi|_{i,j+1/2,k}^n}{(i+1/2)\Delta r} \right] \quad (2.10)$$

$$E_r^{n+1}|_{i+1/2,j,k} = \frac{2\varepsilon|_{i+1/2,j,k} - \sigma|_{i+1/2,j,k} \Delta t}{2\varepsilon|_{i+1/2,j,k} + \sigma|_{i+1/2,j,k} \Delta t} E_r^n|_{i+1/2,j,k} + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon|_{i+1/2,j,k} + \sigma|_{i+1/2,j,k} \Delta t} \left[-J_r^{n+1/2}|_{i+1/2,j,k} + \frac{H_z^{n+1/2}|_{i+1/2,j+1/2,k} - H_z^{n+1/2}|_{i+1/2,j-1/2,k}}{(i+1/2)\Delta r \Delta \varphi} - \frac{H_\varphi^{n+1/2}|_{i+1/2,j,k+1/2} - H_\varphi^{n+1/2}|_{i+1/2,j,k-1/2}}{\Delta z} \right] \quad (2.11)$$

$$E_\varphi^{n+1}|_{i,j+1/2,k} = \frac{2\varepsilon|_{i,j+1/2,k} - \sigma|_{i,j+1/2,k} \Delta t}{2\varepsilon|_{i,j+1/2,k} + \sigma|_{i,j+1/2,k} \Delta t} E_\varphi^n|_{i,j+1/2,k} + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon|_{i,j+1/2,k} + \sigma|_{i,j+1/2,k} \Delta t} \left[-J_\varphi^{n+1/2}|_{i,j+1/2,k} + \frac{H_r^{n+1/2}|_{i,j+1/2,k+1/2} - H_r^{n+1/2}|_{i,j+1/2,k-1/2}}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+1/2}|_{i+1/2,j+1/2,k} - H_z^{n+1/2}|_{i-1/2,j+1/2,k}}{\Delta r} \right] \quad (2.12)$$

$$E_z^{n+1}|_{i,j,k+1/2} = \frac{2\varepsilon|_{i,j,k+1/2} - \sigma|_{i,j,k+1/2} \Delta t}{2\varepsilon|_{i,j,k+1/2} + \sigma|_{i,j,k+1/2} \Delta t} E_z^n|_{i,j,k+1/2} + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon|_{i,j,k+1/2} + \sigma|_{i,j,k+1/2} \Delta t} \left[-J_z^{n+1/2}|_{i,j,k+1/2} + \frac{(i+1/2)H_\varphi^{n+1/2}|_{i+1/2,j,k+1/2} - (i-1/2)H_\varphi^{n+1/2}|_{i-1/2,j,k+1/2}}{i\Delta r} - \frac{H_r^{n+1/2}|_{i,j+1/2,k+1/2} - H_r^{n+1/2}|_{i,j-1/2,k+1/2}}{i\Delta r \Delta \varphi} \right] \quad (2.13)$$

Οι εξισώσεις εξέλιξης πεδίου επιλύονται με αναδρομικό τρόπο: αρχικά, υπολογίζεται το μαγνητικό πεδίο \mathbf{H} και ύστερα το ηλεκτρικό πεδίο \mathbf{E} . Ο λόγος, που επιλέγεται η συγκεκριμένη σειρά επίλυσης, είναι γιατί το μαγνητικό πεδίο είναι ορισμένο με διαφορά μισού χρονικού βήματος νωρίτερα από το αντίστοιχο ηλεκτρικό.

Παρά τη σχετική ευκολία στην ανάπτυξη του φορμαλισμού του, ο αλγόριθμος FDTD δεν είναι ευσταθής για οποιαδήποτε επιλογή του χρονικού βήματος. Η επιλογή των βημάτων στον χώρο και στον χρόνο γίνεται με βάση το κριτήριο Courant-Friedrichs-Lewy [75]. Συγκεκριμένα, ο χρόνος, που απαιτείται για να «ταξιδέψει» το κύμα μεταξύ δύο διαδοχικών χωρικών θέσεων, δεν θα πρέπει να ξεπερνά τον χρόνο, που χρειάζεται ένα επίπεδο κύμα ίσης συχνότητας, το οποίο ταξιδεύει με τη μέγιστη ταχύτητα στο μέσο διάδοσης. Στη γενική περίπτωση, η μέγιστη ταχύτητα είναι αυτή του φωτός και έτσι το κριτήριο γράφεται ως

$$\Delta t \leq \frac{1}{c} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{2}{\Delta r \Delta \varphi}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (2.14)$$

Ιδιαίτερη προσοχή δίνεται στον δεύτερο όρο του παρονομαστή, όπου το μικρότερο χωρικό βήμα στην αζιμουθιακή κατεύθυνση δεν είναι το $\Delta r \cdot \Delta \varphi$, όπως αναμενόταν, αλλά το $\frac{1}{2} \Delta r \cdot \Delta \varphi$, όπως προκύπτει από τη διάταξη των πεδιακών συνιστωσών στο πλέγμα. Η σχέση (2.14) τροποποιείται κατάλληλα, όταν στη διάταξη υπάρχουν υλικά με διαφορετική διηλεκτρική σταθερά ε_r , οπότε και αλλάζει η μέγιστη φασική ταχύτητα στο μέσο από c σε $c/\sqrt{\varepsilon_r}$. Η ανισότητα (2.14) ορίζει το μέγιστο χρονικό βήμα, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων Maxwell.

Ο συγκεκριμένος τρόπος διακριτοποίησης (scheme) αποτελεί συμβατικό τρόπο (σχήμα) 2ης τάξης. Στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί και σχήματα

ανώτερης τάξης [77], [78], που εμφανίζουν μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα, αλλά απαιτούν σημαντικά μεγαλύτερους υπολογιστικούς πόρους. Επειδή το υπό μελέτη πρόβλημα είναι «ηλεκτρικά» μεγάλο, επιλέχθηκε το σχήμα 2^{ης} τάξης, το οποίο έχει μικρότερες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους, ευκολία στην ανάπτυξη και στην ενσωμάτωση νέων χαρακτηριστικών και είναι πάντα ευσταθές σύμφωνα με το κριτήριο Courant-Friendrichs-Lewy.

2.6 Διαχείριση ιδιάζοντος σημείου $r = 0$

Παρατηρώντας προσεκτικότερα τις σχέσεις (2.8), (2.9) και (2.13) διαπιστώνεται η ύπαρξη ιδιάζουσας συμπεριφοράς για την τιμή $i = 0$, που αντιστοιχεί σε θέση πάνω στον άξονα συμμετρίας $r = 0$. Από φυσική σκοπιά, οι πεδιακές τιμές δεν μπορούν να απειρίζονται στο συγκεκριμένο σημείο και πρέπει να έχουν πεπερασμένη τιμή. Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί τρεις μέθοδοι αντιμετώπισης του προβλήματος αυτού:

- Μέθοδος επέκτασης σε σειρά (series expansion).
- Μέθοδος εφαρμογής των νόμων Ampere και Faraday.
- Μέθοδος μετατροπής των κυλινδρικών συντεταγμένων σε καρτεσιανές.

Μέθοδος επέκτασης σε σειρά

Σύμφωνα με αυτή [79], το πεδίο στο ιδιάζον σημείο αναπτύσσεται σε σειρά ημιτόνων και συνημιτόνων για τις H_r και E_φ , ενώ για την E_z εφαρμόζεται ο νόμος του Ampere σε διακριτοποιημένη μορφή. Συγκεκριμένα, οι εξισώσεις εξέλιξης γράφονται:

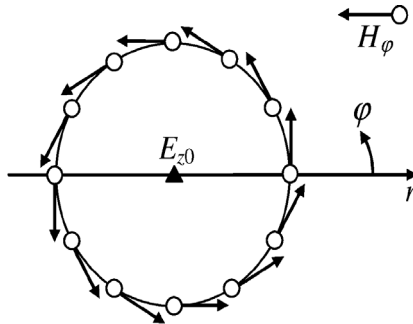
$$H_r |_{0,j+1/2,k}^{n+1/2} = \frac{1}{N_\varphi} \left[\sin \varphi_{j+1/2} \sum_{m=0}^{N_\varphi} (H_\varphi |_{1/2,m,k+1/2}^{n+1/2} \cos \varphi_{m+1/2}) + \cos \varphi_{j+1/2} \sum_{m=0}^{N_\varphi} (H_\varphi |_{1/2,m,k+1/2}^{n+1/2} \sin \varphi_{m+1/2}) \right] \quad (2.15)$$

$$E_\varphi |_{0,j+1/2,k}^{n+1} = \frac{1}{N_\varphi} \left[\cos \varphi_{j+1/2} \sum_{m=0}^{N_\varphi} (E_r |_{1/2,m,k}^{n+1} \sin \varphi_{m+1/2}) + \sin \varphi_{j+1/2} \sum_{m=0}^{N_\varphi} (E_r |_{1/2,m,k}^{n+1} \cos \varphi_{m+1/2}) \right] \quad (2.16)$$

$$E_z |_{0,j,k+1/2}^{n+1} = \frac{2\varepsilon |_{0,j,k+1/2} - \sigma |_{0,j,k+1/2} \Delta t}{2\varepsilon |_{0,j,k+1/2} + \sigma |_{0,j,k+1/2} \Delta t} E_z |_{0,j,k+1/2}^n + \frac{4}{\Delta r} \frac{2\delta t}{2\varepsilon |_{0,j,k+1/2} + \sigma |_{0,j,k+1/2} \Delta t} \frac{1}{N_\varphi} \sum_{m=0}^{N_\varphi} H_\varphi |_{1/2,m,k+1/2}^{n+1/2} \quad (2.17)$$

Η εφαρμογή του νόμου Ampere εξηγείται καλύτερα στο Σχήμα 2.3, όπου απεικονίζεται η θέση της E_z και της H_φ στο πλέγμα. Ειδικότερα, η εύρεση της E_z μπορεί

να γίνει από το ολοκλήρωμα της H_φ πάνω στον κύκλο με ακτίνα $0.5\Delta r$. Επειδή η ακτίνα αυτή είναι μικρή και στο μαθηματικό φορμαλισμό της FDTD η H_φ είναι γνωστή σε συγκεκριμένα σημεία του πλέγματος, το ολοκλήρωμα μπορεί να προσεγγιστεί με μεγάλη ακρίβεια από το άθροισμα των γνωστών τιμών της H_φ πάνω στον κύκλο.



Σχήμα 2.3: Εφαρμογή του νόμου του Ampere για υπολογισμό της E_z στο $r = 0$ μέσω του ολοκληρώματος της H_φ

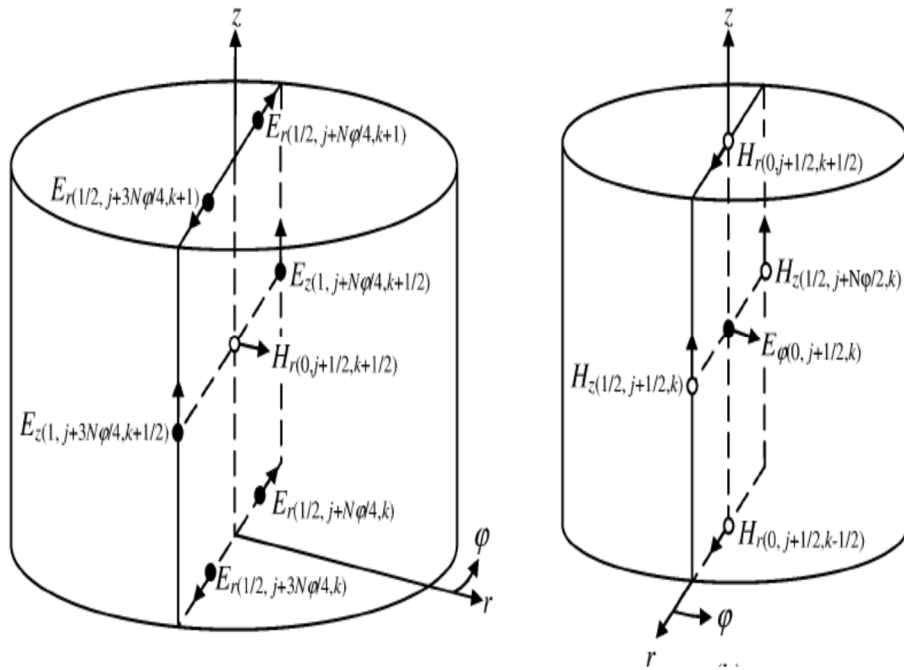
Μέθοδος εφαρμογής των νόμων Faraday και Ampere

Σύμφωνα με αυτή [75], για τον υπολογισμό της E_φ χρησιμοποιούνται οι H_z και H_r , ενώ αντίστοιχα για την H_z οι E_z και E_r (Σχήμα 2.4) και οι αντίστοιχες εξισώσεις εξέλιξης του πεδίου δίνονται στις παρακάτω σχέσεις (2.18) έως (2.20). Η μέθοδος αυτή απαιτεί ο αριθμός των αζιμουθιακών κελιών να είναι πολλαπλάσιο του 4.

$$H_r \Big|_{0,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} = H_r \Big|_{0,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{2\mu \Big|_{0,j,k+1/2}} \left(\frac{E_z \Big|_{i,j+3N_\varphi/4,k+1/2}^n - E_z \Big|_{i,j+N_\varphi/4,k+1/2}^n}{\Delta r} + \frac{E_r \Big|_{1/2,j+N_\varphi/4,k+1}^n - E_r \Big|_{1/2,j+3N_\varphi/4,k+1}^n + E_r \Big|_{1/2,j+N_\varphi/4,k+1}^n - E_r \Big|_{1/2,j+3N_\varphi/4,k}^n}{\Delta z} \right) \quad (2.18)$$

$$E_\varphi \Big|_{0,j+1/2,k}^{n+1} = \frac{2\varepsilon \Big|_{0,j+1/2,k} - \sigma \Big|_{0,j+1/2,k} \Delta t}{2\varepsilon \Big|_{0,j+1/2,k} + \sigma \Big|_{0,j+1/2,k} \Delta t} E_\varphi \Big|_{0,j+1/2,k}^n + \frac{2\Delta t}{2\varepsilon \Big|_{0,j+1/2,k} + \sigma \Big|_{0,j+1/2,k} \Delta t} \left(\frac{H_r \Big|_{0,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - H_r \Big|_{0,j+1/2,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} - \frac{H_z \Big|_{1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z \Big|_{1/2,j+N_\varphi/2,k}^{n+1/2}}{\Delta r} \right) \quad (2.19)$$

$$E_z \Big|_{0,j,k+1/2}^{n+1} = \frac{2\varepsilon \Big|_{0,j,k+1/2} - \sigma \Big|_{0,j,k+1/2} \Delta t}{2\varepsilon \Big|_{0,j,k+1/2} + \sigma \Big|_{0,j,k+1/2} \Delta t} E_z \Big|_{0,j,k+1/2}^n + \frac{4}{\Delta r} \frac{2\delta t}{2\varepsilon \Big|_{0,j,k+1/2} + \sigma \Big|_{0,j,k+1/2} \Delta t} \frac{1}{N_\varphi} \sum_{m=0}^{N_\varphi} H_\varphi \Big|_{1/2,m,k+1/2}^{n+1/2} \quad (2.20)$$



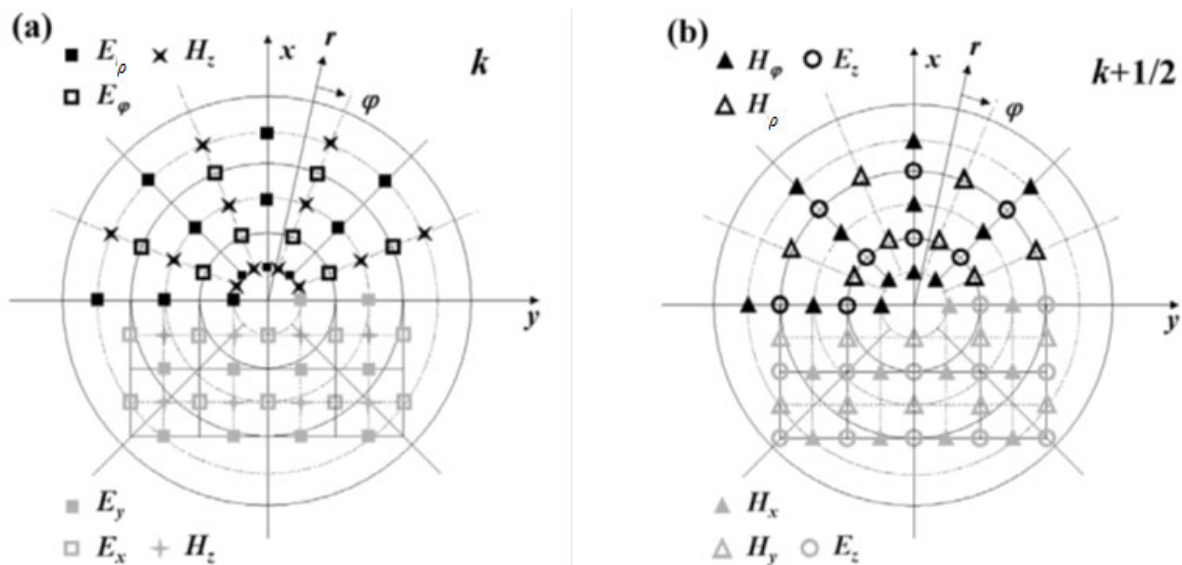
Σχήμα 2.4: Θέση συνιστωσών γύρω από το $r = 0$ και εφαρμογή των νόμων Faraday και Ampere.

Μέθοδος μετατροπής των συντεταγμένων

Στη μέθοδο αυτή [80], γίνεται μετατροπή συντεταγμένων γύρω από το ιδιαίτον σημείο από το κυλινδρικό σύστημα σε καρτεσιανό, δηλαδή για οποιοδήποτε διάνυσμα e ισχύει:

$$e_r = e_x \cos \varphi + e_y \sin \varphi, \quad e_\varphi = -e_x \sin \varphi + e_y \cos \varphi \quad (2.21)$$

Οι σχέσεις (2.21) εφαρμόζονται στο ιδιαίτον σημείο $r = 0$ και στο Σχήμα 2.5 δίνονται οι θέσεις των πεδιακών συνιστωσών στα δύο συστήματα συντεταγμένων.



Σχήμα 2.5: Θέση πεδιακών συνιστωσών στο καρτεσιανό και στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων γύρω από το $r = 0$.

Μεταξύ των δύο συστημάτων και γύρω από το ιδιαίζον σημείο ισχύουν:

$$\begin{aligned} H_x \Big|_{\frac{0}{2}, \frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} &= -H_\varphi \Big|_{\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} & H_x \Big|_{\frac{0}{2}, -\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} &= H_\varphi \Big|_{\frac{1}{2}, \frac{3\pi}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} \\ H_y \Big|_{\frac{1}{2}, \frac{0}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} &= H_\varphi \Big|_{\frac{1}{2}, \frac{0}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} & H_y \Big|_{\frac{1}{2}, -\frac{0}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} &= -H_\varphi \Big|_{\frac{1}{2}, \pi, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

όπου με υπογράμμιση δηλώνονται οι δείκτες στο καρτεσιανό σύστημα συντεταμένων.

Συνεπώς, η εξίσωση εξέλιξης της H_r γράφεται

$$\begin{aligned} H_r \Big|_{0, j+1/2, k+1/2}^{n+1/2} &= \frac{1}{2} \left(H_\varphi \Big|_{1/2, 0, k+1/2}^{n+1/2} - H_\varphi \Big|_{1/2, \pi/2, k+1/2}^{n+1/2} \right) \sin(\varphi|_{j+1/2}) \\ &+ \frac{1}{2} \left(H_\varphi \Big|_{1/2, 3\pi/2, k+1/2}^{n+1/2} - H_\varphi \Big|_{1/2, \pi/2, k+1/2}^{n+1/2} \right) \cos(\varphi|_{j+1/2}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

όπου $\varphi|_{j+1/2} = (j+1/2)\Delta\varphi$.

Ανάλογα, η E_φ δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned} E_\varphi \Big|_{0, j+1/2, k}^{n+1} &= \frac{1}{2} \left(E_r \Big|_{1/2, \pi, k}^{n+1} - H_\varphi \Big|_{1/2, 0, k}^{n+1} \right) \sin(\varphi|_{j+1/2}) \\ &+ \frac{1}{2} \left(E_r \Big|_{1/2, \pi/2, k}^{n+1} - H_\varphi \Big|_{1/2, 3\pi/2, k}^{n+1} \right) \cos(\varphi|_{j+1/2}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Η έκφραση της E_z δεν παρουσιάζει καμία διαφορά από την αντίστοιχη για κυλινδρικές συντεταγμένες και δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned} E_z \Big|_{0, 0, k+1/2}^{n+1} &= E_z \Big|_{0, 0, k+1/2}^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(H_y \Big|_{\frac{1}{2}, \frac{0}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} - H_y \Big|_{\frac{1}{2}, -\frac{0}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} \right) \\ &- \frac{\Delta t}{\Delta y} \left(H_x \Big|_{\frac{0}{2}, \frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} - H_x \Big|_{\frac{0}{2}, -\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^{n+1/2} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο, έτσι και σε αυτή το πλήθος των αζιμουθιακών κελιών θα πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 4.

2.7 Τέλεια προσαρμοσμένο στρώμα

2.7.1 Σύντομη περιγραφή

Για να μπορούν να προσομοιωθούν διατάξεις, οι οποίες δεν θα εμφανίζουν ανακλάσεις στα άκρα τους, οι οριακές συνθήκες του υπολογιστικού χωρίου θα πρέπει να είναι κατάλληλες ώστε να ικανοποιούν την παραπάνω απαίτηση. Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε η διάταξη να τερματίζεται σε ένα τέλεια προσαρμοσμένο στρώμα (Perfectly Matched Layer, PML), το οποίο αποτελεί ένα τεχνητό, ανισοτροπικό και απορροφητικό υλικό μεταβλητής αγωγιμότητας.

Η πρώτη χρονικά υλοποίηση ενός τέτοιου στρώματος πραγματοποιήθηκε από τον Berenger [81], στην οποία οι πεδιακές συνιστώσες διαχωρίζονται σε δύο μη-φυσικές συνιστώσες μέσα στο PML. Η υλοποίηση αυτή παρουσιάζει αρκετές τεχνικές δυσκολίες και τα χαρακτηριστικά απορρόφησης του στρώματος εξαρτώνται από τη γωνία πρόσπτωσης του οδεύοντος κύματος πάνω σε αυτό, καθιστώντας τη χρήση του στρώματος (και προφανώς της οριακής συνθήκης που αυτό επιβάλλει) μη αποδοτική σε πλήθος εφαρμογών.

Μια μεταγενέστερη υλοποίηση είναι αυτή του μετασχηματισμού συντεταγμένων με χρήση των εκτεινόμενων ισοδύναμων (stretched coordinates) [82]. Σύμφωνα με αυτή, οι πεδιακές συνιστώσες στο πεδίο της συχνότητας μπορούν να γραφούν ως

$$\tilde{E}_i = s_i E_i, \quad i = x, y, z \quad (2.26)$$

με

$$s_i = k_i + \frac{\sigma_i}{j\omega\epsilon_0}, \quad i = x, y, z \quad (2.27)$$

όπου σ_i είναι η αγωγιμότητα στην i -διεύθυνση και k_i η παράμετρος επέκτασης του μήκους (stretching factor) του στρώματος, αντίστοιχα. Αποδεικνύεται ότι ο τελεστής της παραγωγίσης ως προς μια από τις διευθύνσεις x, y, z μπορεί να γραφεί

$$\frac{\partial}{\partial i'} \rightarrow \frac{1}{s_i} \frac{\partial}{\partial i}, \quad i = x, y, z \quad (2.28)$$

Ο πολλαπλασιασμός αυτός ισοδυναμεί με μετασχηματισμό σε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων i' , όπου

$$di' = s_i(i) di \quad (2.29)$$

ή ισοδύναμα

$$i' = \int_{i_1}^{i_2} s_i(\tilde{i}) d\tilde{i}, \quad i = x, y, z \quad (2.30)$$

Ο μετασχηματισμός αυτός επιτρέπει την ενσωμάτωση των χαρακτηριστικών του στρώματος PML στο σύστημα συντεταγμένων, ώστε η μορφή των εξισώσεων Maxwell να μην αλλάζει μέσα στο στρώμα. Για παράδειγμα, η x -συνιστώσα γράφεται

$$j\omega\epsilon_0 E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y'} - \frac{\partial H_y}{\partial z'} \quad (2.31)$$

Έτσι, οι εκφράσεις των εξισώσεων Maxwell είναι οι ίδιες και στο μέσο και στο στρώμα PML με τη διαφορά ότι στο μέσο οι συντεταγμένες είναι οι συνήθεις x, y, z και όχι οι εκτεινόμενες (stretched) x', y', z' .

Μια άλλη υλοποίηση αποτελεί το λεγόμενο τέλεια προσαρμοσμένο στρώμα καθολικού άξονα (Uniaxial Perfect Matched Layer, UPML), στο οποίο οι πεδιακές

συνιστώσες στο πεδίο της συχνότητας πολλαπλασιάζονται κατάλληλα με τον τανυστή του μέσου, ο οποίος σε καρτεσιανές συντεταγμένες δίνεται από τη σχέση

$$\bar{\bar{S}} = \begin{bmatrix} \frac{S_y S_z}{S_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_x S_z}{S_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x S_y}{S_z} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Ο τανυστής είναι ορισμένος έτσι ώστε να αποφεύγεται η πράξη της συνέλιξης στο πεδίο του χρόνου, χωρίς όμως να αλλοιώνονται τα χαρακτηριστικά απορρόφησης του PML. Όμως, η υλοποίηση αυτή έχει το μειονέκτημα της αδυναμίας απορρόφησης των αποσβενύμενων κυμάτων εξαιτίας του πόλου της σχέσης (2.27) για $\omega = 0$.

2.7.2 Προσαρμοσμένο στρώμα με μιγαδική μετατόπιση στη συχνότητα

Λύση στο τελευταίο πρόβλημα δίνει η υλοποίηση του προσαρμοσμένου στρώματος με μιγαδική μετατόπιση στη συχνότητα. Ειδικότερα, με την εισαγωγή ενός σταθερού, μη μηδενικού όρου στον παρονομαστή της σχέσης (2.27), οι εκτεινόμενες συντεταγμένες γράφονται [83]

$$s_i = k_i + \frac{\sigma_i}{a_i + j\omega\epsilon_0}, \quad i = x, y, z \quad (2.33)$$

Αποφεύγεται έτσι η εμφάνιση πόλου για $\omega = 0$ και τα αποσβενύμενα κύματα απορροφούνται το ίδιο ικανοποιητικά με τα οδεύοντα. Ο φορμαλισμός δεν αλλάζει, καθώς ακολουθείται αυτός των εκτεινόμενων συντεταγμένων και οι εξισώσεις μέσα στο στρώμα παραμένουν σχεδόν ίδιες με αυτές στο υπόλοιπο μέσο. Η παράμετρος a_i (με μονάδες αγωγιμότητας) εισάγει μια επιπλέον εξασθένηση στο πεδίο του χρόνου.

Η κρίσιμη συχνότητα ορίζεται ως

$$f_a = \frac{a_i}{2\pi\epsilon_0} \quad (2.34)$$

κάτω από την οποία το στρώμα δεν παρουσιάζει απορρόφηση, ενώ πάνω από αυτή εμφανίζει. Η παράμετρος a_i είναι ελεύθερη παράμετρος και μπορεί να οριστεί κατάλληλα ώστε να επιτυγχάνεται απορρόφηση και κάτω από την κρίσιμη συχνότητα. Ορίζεται έτσι μια τιμή μετάβασης της συχνότητας f_c , η οποία αποδεικνύεται ότι σχετίζεται με τη χαρακτηριστική συχνότητα της διάταξης [82], όπου αυτή αναφέρεται είτε σε συχνότητα αποκοπής κάποιου ρυθμού (αν πρόκειται για κυματοδηγό) είτε σε συχνότητα συντονισμού (αν πρόκειται για κοιλότητα). Η τιμή, που αντιστοιχεί σε αυτή τη συχνότητα f_c της ποσότητας a_i , είναι

$$a_c = 2\pi\varepsilon_0 f_c \quad (2.35)$$

Με την επιλογή κατάλληλης τιμής για την a_i αποδεικνύεται ότι το στρώμα CFS-PML, εκτός των οδεύοντων κυμάτων, απορροφά και τα αποσβενύμενα κύματα, εκτός όμως από εκείνα, των οποίων η συχνότητα συχνότητα είναι πολύ κοντά στις ιδιοσυχνότητες των διατάξεων [68], [82].

2.7.3 Κλιμάκωση παραμέτρων του στρώματος PML

Η απορρόφηση των κυμάτων πάνω στο στρώμα PML πραγματοποιείται σταδιακά ώστε να μειωθούν τα φαινόμενα ανακλάσεων εξαιτίας των ασυνεχειών, που εμφανίζονται λόγω διακριτοποίησης των χαρακτηριστικών των στρωμάτων PML. Εστιάζοντας στο πρόβλημα διάδοσης σε κυλινδρικό κυματοδηγό, οι ποσότητες του CFS-PML προσαρμόζονται κατάλληλα, αφού η διάδοση σε κυλινδρικό κυματοδηγό γίνεται κατά μήκος του άξονα z , κάθετα στο επίπεδο r - φ . Ακολουθώντας τις οδηγίες της εργασίας [68] και υποθέτοντας ότι η εξάρτηση των ποσοτήτων του CFS-PML είναι μονοδιάστατη κατά μήκος του άξονα απορρόφησης, η κλιμάκωση (scaling) αυτών γίνεται κατά μήκος του άξονα διάδοσης. Τότε, ο τελεστής της μερικής παραγώγου ως προς z γράφεται ως

$$\frac{\partial}{\partial z'} \rightarrow \frac{1}{s_z} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.36)$$

και εφαρμόζεται μόνο στις εξισώσεις εξέλιξης των $E_r, E_\varphi, H_r, H_\varphi$, αφού σε αυτές υπάρχει μερική παραγωγή ως προς z . Αυτό σημαίνει ότι όλες οι συνιστώσες (άμεσα οι εγκάρσιες και έμμεσα οι διαμήκεις) εξασθενούν λόγω της ύπαρξης του PML.

Η κλιμάκωση των παραμέτρων του CFS-PML μπορεί να παρουσιάζει είτε γεωμετρική είτε πολυωνυμική εξάρτηση από την απόσταση z , και περιγράφεται από τις σχέσεις (2.37) και (2.38), αντίστοιχα.

$$f(z) = (g^{1/\Delta z})^z f_{\max} \quad (2.37)$$

$$f(z) = (z/d)^m f_{\max} \quad (2.38)$$

Στη (2.37) με g δηλώνεται ο γεωμετρικός παράγοντας, d το πάχος του CFS-PML και f_{\max} η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η παράμετρος f που κλιμακώνεται, ενώ στη (2.38) m είναι η τάξη του πολυωνύμου.

Στη διατριβή αυτή χρησιμοποιείται η κλιμάκωση πολυωνυμικής μορφής και η αγωγιμότητα του CFS-PML δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_z(z) = (z/d)^m \sigma_{z,\max} \quad (2.39)$$

όπου $\sigma_{z,\max}$ είναι η μέγιστη τιμή της, η οποία προφανώς θα αναφέρεται σε αξονική θέση ίση με το πάχος του CFS-PML, αφού είναι επιθυμητή η σταδιακή αύξησή της για την ελαχιστοποίηση των ανακλάσεων μεταξύ των διαδοχικών στρωμάτων του CFS-PML.

Η μέγιστη τιμή της αγωγιμότητας σ_z σχετίζεται με τον συντελεστή ανάκλασης, όταν το κύμα προσπίπτει κάθετα στο PML, και αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση [68]

$$\sigma_{z,\max} = -\frac{(m+1)\ln[R(0)]}{2nd} \quad (2.40)$$

όπου $R(0)$ είναι ο επιθυμητός συντελεστής ανάκλασης για κάθετη πρόπτωση στη διεπιφάνεια διάταξης-PML και n η κυματική αντίσταση του προσπίπτοντος κύματος.

Η αντίστοιχη σχέση για τον παράγοντα επιμήκυνσης κ_z προκύπτει

$$\kappa_z(z) = 1 + (\kappa_{z,\max} - 1)(z/d)^m \quad (2.41)$$

όπου $\kappa_{z,\max}$ είναι η μέγιστη τιμή του παράγοντα επιμήκυνσης (stretching factor), η οποία δηλώνει τη μέγιστη φαινομενική επιμήκυνση των κελιών κατά μήκος του άξονα του CFS-PML, και για τις συνήθεις εφαρμογές, τίθεται ίση με τη μονάδα. Η κλιμάκωση της παραμέτρου a ακολουθεί διαφορετική λογική από αυτή των παραμέτρων σ_z και κ_z . Το CFS-PML απορροφά με μικρότερο χωρικό ρυθμό τα οδεύοντα κύματα από ότι οι υπόλοιπες υλοποιήσεις PML, με την απορρόφηση αυτή να εξαρτάται από την παράμετρο a . Αποδεικνύεται ότι αυτή θα πρέπει να εμφανίζει τη μέγιστη τιμή της στη διεπιφάνεια μεταξύ της διατάξης και του PML και να τείνει στο μηδέν στο μέγιστο βάθος του, ώστε και τα οδεύοντα και τα αποσβεννύμενα κύματα να απορροφούνται περίπου με τον ίδιο τρόπο. Εφαρμόζοντας την πολυωνυμική κλιμάκωση και θεωρώντας τη μέγιστη τιμή αυτή της σχέσης (2.35), η κλιμάκωση της a κατά μήκος του άξονα z είναι

$$a_z(z) = a_{z,\max} \left(\frac{d-z}{d} \right)^{m_a}, 0 \leq z \leq d \quad (2.42)$$

ενώ η τιμή του πολυωνυμικού παράγοντα m_a είναι στη γενικότερη περίπτωση διαφορετική από την τιμή του m των εξισώσεων (2.39) και (2.41).

2.7.4 Διακριτοποίηση του στρώματος CFS-PML

Οι εκφράσεις για τις παραμέτρους του CFS-PML, που δόθηκαν παραπάνω, είναι για το πεδίο της συχνότητας και για να χρησιμοποιηθούν στον φορμαλισμό της FDTD θα πρέπει πρώτα να γραφούν οι ισοδύναμες εκφράσεις τους στο πεδίο του χρόνου. Επειδή η διεπιφάνεια μεταξύ της διάταξης και του PML είναι κάθετη στον άξονα z , χρησιμοποιούνται εκτεινόμενες συντεταγμένες μόνο κατά μήκος του z , και οι αντίστοιχες παράγωγοι ως προς z μετασχηματίζονται κατάλληλα σύμφωνα με τη σχέση (2.36). Ο πολλαπλασιασμός της (2.36) ανάμεσα στο $1/s_z$ και στην παράγωγο $\partial/\partial z$ «μεταφέρεται» στο πεδίο του χρόνου ως συνέλιξη των δύο αυτών ποσοτήτων, όπου η ποσότητα $1/s_z$ δίνεται από τον αντίστοιχο αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier

$$s_z(t) = F^{-1} \left(\frac{1}{\kappa_z + \frac{\sigma_z}{a_z + j\omega\epsilon_0}} \right) \quad (2.43)$$

η οποία με εφαρμογή των ιδιοτήτων του μετασχηματισμού Fourier γράφεται

$$s_z(t) = \frac{\delta(t)}{\kappa_z} - \frac{\sigma_z}{\epsilon_0\kappa_z} e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\epsilon_0\kappa_z} + \epsilon_0\right)t} u(t) \quad (2.44)$$

όπου $\delta(t)$ είναι η συνάρτηση Dirac και $u(t)$ η βηματική συνάρτηση. Η έκφραση (2.44) μπορεί να γραφεί και ως

$$\frac{\delta(t)}{\kappa_z} + \zeta_z(t) \quad (2.45)$$

όπου

$$\zeta_z(t) = -\frac{\sigma_z}{\epsilon_0\kappa_z} e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\epsilon_0\kappa_z} + \epsilon_0\right)t} u(t) \quad (2.46)$$

Επειδή ενδιαφέρει ο υπολογισμός άμεσων (explicit) εκφράσεων για τις εξισώσεις εξέλιξης των πεδιακών συνιστωσών (για συμβατότητα με τον αλγόριθμο της FDTD), θα πρέπει οι διακριτοποιημένες συνελίξεις της μορφής $\zeta_z^* \partial/\partial z$ να υπολογιστούν με το μικρότερο δυνατό υπολογιστικό κόστος. Η μορφή της (2.46) επιτρέπει την εφαρμογή της τεχνικής της επαναληπτικής συνελίξης (Recursive Convolution, RC) [84] για τη μείωση των αριθμητικών πράξεων. Στη συνέχεια, υπολογίζεται η διακριτή κρουστική απόκριση της (2.46) για χρόνο Δt

$$Z_z(n) = \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} \zeta_z(\tau) d\tau = -\frac{\sigma_z}{\epsilon_0\kappa_z} \int_{n\Delta t}^{(n+1)\Delta t} e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\epsilon_0\kappa_z} + \epsilon_0\right)\tau} d\tau = c_z e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\epsilon_0\kappa_z} + \epsilon_0\right)m\Delta t} \quad (2.47)$$

όπου

$$c_z = \frac{\sigma_z}{\sigma_z\kappa_z + \kappa_z^2 a_z} \left[e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\epsilon_0\kappa_z} + \epsilon_0\right)\Delta t} - 1 \right] \quad (2.48)$$

Η συνέλιξη μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι γραμμική κατά τμήματα (piecewise linear) και η συνέλιξη της ζ_z με την πεδιακή κατανομή F μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\psi_z(n) = \zeta_z(t) * \frac{\partial F(t)}{\partial z} \Big|_{t=n\Delta t} \approx \sum_{m=0}^{n-1} Z_z(m) \frac{\partial F(n-m)}{\partial z} \quad (2.49)$$

Η μέθοδος FDTD διευκολύνει την αποτελεσματική υλοποίηση της (2.49), καθώς η άθροιση σε όλα τα στιγμιότυπα, που απαιτεί η πράξη της συνέλιξης, μπορεί να υλοποιηθεί στον αλγόριθμο ορίζοντας μια επιπλέον χρονοεξαρτώμενη ποσότητα, την $\psi_z(n)$ (συνέλιξη), η εξέλιξη της οποίας στον χρόνο δίνεται από τη σχέση

$$\psi_z(n) = b_z \psi_z(n-1) + c_z \frac{\partial F(n)}{\partial z} \quad (2.50)$$

όπου

$$b_z = e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\epsilon_0 \kappa_z \epsilon_0}\right) \Delta t} \quad (2.51)$$

και οι παράμετροι σ_z , κ_z και a εξαρτώνται από την αξονική θέση z . Αντικαθιστώντας την (2.50) στις σχέσεις (2.8) έως (2.13), προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις εξέλιξης του πεδίου για το στρώμα CFS-PML.

$$\begin{aligned} E_r |_{i+1/2,j,k}^{n+1} &= a_{1,r} |_{i+1/2,j,k} E_r |_{i+1/2,j,k}^n \\ &+ a_{2,r} |_{i+1/2,j,k} \left[-J_r |_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - \psi_{E_{z,\varphi}^r} |_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{H_z |_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z |_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2}}{(i+1/2)\Delta r \Delta \varphi} - \frac{H_\varphi |_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_\varphi |_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} E_\varphi |_{i,j+1/2,k}^{n+1} &= a_{1,\varphi} |_{i,j+1/2,k} E_\varphi |_{i,j+1/2,k}^n \\ &+ a_{2,\varphi} |_{i,j+1/2,k} \left(-J_\varphi |_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} + \psi_{E_{z,r}^\varphi} |_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{H_r |_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - H_r |_{i,j+1/2,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} - \frac{H_z |_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z |_{i-1/2,j+1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} H_r |_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} &= H_r |_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu |_{i,j+1/2,k+1/2}} \left(\psi_{H_{z,\varphi}^r} |_{i,j+1/2,k+1/2}^n + \frac{E_\varphi |_{i,j+1/2,k+1}^n - E_\varphi |_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} - \frac{E_z |_{i,j+1,k+1/2}^n - E_z |_{i,j,k+1/2}^n}{i \Delta r \Delta \varphi} \right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} H_\varphi |_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} &= H_\varphi |_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu |_{i+1/2,j,k+1/2}} \left(\frac{E_z |_{i+1,j,k+1/2}^n - E_z |_{i,j,k+1/2}^n}{\Delta r} - \frac{E_r |_{i+1/2,j,k+1}^n - E_r |_{i+1/2,j,k}^n}{\Delta z} - \psi_{H_{z,r}^\varphi} |_{i+1/2,j,k+1/2}^n \right) \end{aligned} \quad (2.55)$$

όπου

$$a_{1,r} |_{i+1/2,j,k} = \frac{2\varepsilon |_{i+1/2,j,k} - \sigma |_{i+1/2,j,k} \Delta t}{2\varepsilon |_{i+1/2,j,k} + \sigma |_{i+1/2,j,k} \Delta t}, \quad a_{2,r} |_{i+1/2,j,k} = \frac{2\Delta t}{2\varepsilon |_{i+1/2,j,k} + \sigma |_{i+1/2,j,k} \Delta t} \quad (2.56)$$

$$a_{1,\varphi} |_{i,j+1/2,k} = \frac{2\varepsilon |_{i,j+1/2,k} - \sigma |_{i,j+1/2,k} \Delta t}{2\varepsilon |_{i,j+1/2,k} + \sigma |_{i,j+1/2,k} \Delta t}, \quad a_{2,\varphi} |_{i,j+1/2,k} = \frac{2\Delta t}{2\varepsilon |_{i,j+1/2,k} + \sigma |_{i,j+1/2,k} \Delta t} \quad (2.57)$$

ενώ οι εξισώσεις εξέλιξης της ψ δίνονται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} \psi_{E_{z,\varphi}^r} |_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} &= b_z |_{i+1/2,j,k} \psi_{E_{z,\varphi}^r} |_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} + c_z |_{i+1/2,j,k} \frac{H_\varphi |_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_\varphi |_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \\ b_z |_{i+1/2,j,k} &= e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\varepsilon_0 \kappa_z} + \frac{a_z}{\varepsilon_0}\right) \Delta t} \Bigg|_{i+1/2,j,k}, \quad c_z |_{i+1/2,j,k} = \frac{\sigma_z}{\sigma_z \kappa_z + \kappa_z^2 a_z} \Bigg|_{i+1/2,j,k} (b_z |_{i+1/2,j,k} - 1) \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} \psi_{E_{z,r}^\varphi} |_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} &= b_z |_{i,j+1/2,k} \psi_{E_{z,r}^\varphi} |_{i,j+1/2,k}^{n-1/2} + c_z |_{i,j+1/2,k} \frac{H_r |_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - H_r |_{i,j+1/2,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \\ b_z |_{i,j+1/2,k} &= e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\varepsilon_0 \kappa_z} + \frac{a_z}{\varepsilon_0}\right) \Delta t} \Bigg|_{i,j+1/2,k}, \quad c_z |_{i,j+1/2,k} = \frac{\sigma_z}{\sigma_z \kappa_z + \kappa_z^2 a_z} \Bigg|_{i,j+1/2,k} (b_z |_{i,j+1/2,k} - 1) \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \psi_{H_{z,\varphi}^r} |_{i,j+1/2,k+1/2}^n &= b_z |_{i,j+1/2,k+1/2} \psi_{H_{z,\varphi}^r} |_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1} + c_z |_{i,j+1/2,k+1/2} \frac{E_\varphi |_{i,j+1/2,k+1}^n - E_\varphi |_{i,j+1/2,k}^n}{\Delta z} \\ b_z |_{i,j+1/2,k+1/2} &= e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\varepsilon_0 \kappa_z} + \frac{a_z}{\varepsilon_0}\right) \Delta t} \Bigg|_{i,j+1/2,k+1/2}, \quad c_z |_{i,j+1/2,k+1/2} = \frac{\sigma_z}{\sigma_z \kappa_z + \kappa_z^2 a_z} \Bigg|_{i,j+1/2,k+1/2} (b_z |_{i,j+1/2,k+1/2} - 1) \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \psi_{H_{z,r}^\varphi} |_{i+1/2,j,k+1/2}^n &= b_z |_{i+1/2,j,k+1/2} \psi_{H_{z,r}^\varphi} |_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1} + c_z |_{i+1/2,j,k+1/2} \frac{E_r |_{i+1/2,j,k+1}^n - E_r |_{i+1/2,j,k}^n}{\Delta z} \\ b_z |_{i+1/2,j,k+1/2} &= e^{-\left(\frac{\sigma_z + a_z}{\varepsilon_0 \kappa_z} + \frac{a_z}{\varepsilon_0}\right) \Delta t} \Bigg|_{i+1/2,j,k+1/2}, \quad c_z |_{i+1/2,j,k+1/2} = \frac{\sigma_z}{\sigma_z \kappa_z + \kappa_z^2 a_z} \Bigg|_{i+1/2,j,k+1/2} (b_z |_{i+1/2,j,k+1/2} - 1) \end{aligned} \quad (2.61)$$

Οι όροι με δείκτες i, j, k αναφέρονται στις διάφορες παραμέτρους και πεδία του PML ορισμένα στα αντίστοιχα σημεία του πλέγματος. Επιπλέον, είναι προφανές ότι οι σχέσεις εξέλιξης των πεδριακών συνιστωσών για το CFS-PML μοιάζουν με τις αντίστοιχες της υπόλοιπης διάταξης, συνεπώς, μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε όλο το εύρος της. Αυτό σημαίνει ότι ο φορμαλισμός του προβλήματος γίνεται ανεξάρτητα από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και τα διαφορετικά υλικά της διάταξης, κάτι που αποτελεί σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου [68], [85].

2.8 Αριθμητική διασπορά

Εξαιτίας της διακριτοποίησης των εξισώσεων στον χώρο και στον χρόνο αναμένεται να εμφανίζεται το φαινόμενο της αριθμητικής διασποράς (numerical dispersion) [68]. Πρόκειται για ένα μη φυσικό φαινόμενο, στο οποίο η φασική ταχύτητα και η ταχύτητα ομάδας ενός κύματος επηρεάζονται από τα χαρακτηριστικά της διακριτοποίησης, δηλαδή την πυκνότητα του πλέγματος και το χρονικό βήμα.

Αναλυτικές σχέσεις της ταχύτητας ομάδας υπάρχουν σε καρτεσιανές συντεταγμένες και για σχετικά απλές διατάξεις, όπως ο λείος κυματοδηγός [68].

Στην παρούσα διατριβή, η αριθμητική διασπορά εκφράζεται μέσω της ταχύτητας ομάδας (group velocity) και της καθυστέρησης ομάδας (group delay) [86]. Συγκεκριμένα, οι πεδιακές κατανομές F μπορούν να γραφούν [87]

$$F(r, \varphi, z, \omega) e^{j\omega t} = |F(r, \varphi, z, \omega)| e^{j(\omega t - \varphi(\omega))} \quad (2.62)$$

όπου ω είναι η κυκλική συχνότητα του κύματος και $\varphi(\omega)$ μια φάση που εξαρτάται από την ω . Θεωρώντας διάδοση χωρίς απώλειες, για τη φάση $\varphi(\omega)$ ισχύει:

$$\varphi(\omega) = \beta(\omega) z \quad (2.63)$$

όπου $\beta(\omega)$ είναι η σταθερά διάδοσης του κύματος. Η καθυστέρηση ομάδας δίνεται από τη σχέση [88]-[90]:

$$\tau_g = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = z \frac{d\beta(\omega)}{d\omega} \quad (2.64)$$

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της ταχύτητας ομάδας $u_g = d\omega/d\beta(\omega)$, προκύπτει ότι η καθυστέρηση ομάδας είναι ίση με

$$\tau_g = \frac{z}{u_g} \quad (2.65)$$

Συνεπώς, υπολογίζοντας τη καθυστέρηση ομάδας του σήματος μεταξύ δύο θέσεων που απέχουν κατά z , βρίσκεται η ταχύτητα ομάδας μέσω της οποίας εκφράζεται η αριθμητική διασπορά. Για έναν λείο κυματοδηγό μικρού μήκους, ο οποίος διεγείρεται από έναν παλμό στενού εύρους ζώνης, θεωρείται πως η (φυσική) διασπορά είναι αρκετά μικρότερη από την αριθμητική και μπορεί να αγνοηθεί, και τα φαινόμενα διασποράς θα οφείλονται μόνο στα χαρακτηριστικά του πλέγματος.

2.9 Παράμετροι σκέδασης

Σημαντικό ρόλο σε μια διάταξη παίζουν τα χαρακτηριστικά διάδοσης και ανάκλασης των κυμάτων, τα οποία συνήθως εκφράζονται από τις παραμέτρους σκέδασης. Στη βιβλιογραφία, χρησιμοποιείται συχνά η αριθμητική υλοποίηση της μεθόδου των κυμάτων ισχύος του Kurokawa [91], η οποία αναπτύχθηκε για τον υπολογισμό των παραμέτρων σκέδασης σε γραμμές μεταφοράς. Σε κυματοδηγούς οι έννοιες της τάσης V και του ρεύματος I ορίζονται μέσα από την ισοδύναμη τάση και το ισοδύναμο ρεύμα, αντίστοιχα, ποσότητες που προκύπτουν ως τα επιφανειακά ολοκληρώματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου στη διατομή της διάταξης. Για την εύρεση των παραμέτρων σκέδασης, οι πεδιακές κατανομές πρέπει να είναι γνωστές στο πεδίο της συχνότητας. Όμως, για μεθόδους, όπως η FDTD, πρέπει πρώτα να γίνει η μετατροπή των πεδιακών κατανομών στο πεδίο της συχνότητας. Ειδικά για

τη μέθοδο FDTD έχουν αναπτυχθεί τεχνικές υπολογισμού των παραμέτρων σκέδασης είτε γνωρίζοντας τους ιδιορυθμούς της διάταξης [92]-[94] είτε υπολογίζοντας αυτούς στη διάρκεια των προσομοιώσεων [95], [96]. Εφόσον η επιφάνεια μέτρησης των πεδίων (field monitor) είναι ορθογωνικής ή κυκλικής διατομής, οι ρυθμοί που υποστηρίζει αυτή μπορούν να βρεθούν αναλυτικά.

Στην παρούσα διατριβή επιλέχθηκε η μέθοδος της [93], επειδή ο φορμαλισμός της επιτρέπει τη χρήση των αναλυτικών εκφράσεων των ρυθμών πάνω και κάτω από τη συχνότητα αποκοπής τους. Σύμφωνα με αυτή, το πεδίο σε έναν κυματοδηγό μπορεί να γραφεί ως υπέρθεση των πεδίων των διάφορων ρυθμών του και μάλιστα ο κάθε ρυθμός αποτελείται από δύο όρους, που περιγράφουν αντίστοιχα το οδεύον (*forward*) κύμα και το ανακλώμενο ή «όπισθεν» διαδιδόμενο (*backward*), δηλαδή

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_u [a_u \mathbf{E}_u^+(\mathbf{r}) + b_u \mathbf{E}_u^-(\mathbf{r})] \quad (2.66)$$

όπου a_u και b_u είναι οι συντελεστές του οδεύοντος και του ανακλώμενου, αντίστοιχα, όρου του ρυθμού u , ενώ με \mathbf{E}_u^+ και \mathbf{E}_u^- συμβολίζεται το ιδιοδιάνυσμα του *forward* και του *backward*, αντίστοιχα, κύματος. Επειδή η μόνη διαφορά μεταξύ των δύο ιδιοδιανυσμάτων είναι η φορά διάδοσης, ενώ στο εγκάρσιο επίπεδο αυτά είναι ίδια, $\mathbf{e}_u(r, \varphi)$, η εγκάρσια συνιστώσα \mathbf{E}_t του ηλεκτρικού πεδίου γράφεται

$$\mathbf{E}_t = \sum_u (a_u e^{-\gamma_u z} + b_u e^{+\gamma_u z}) \mathbf{e}_{tu}(r, \varphi) \quad (2.67)$$

όπου γ_u είναι η μιγαδική σταθερά διάδοσης του u ρυθμού.

Ορίζοντας δύο επίπεδα υπολογισμού του ηλεκτρικού πεδίου στις αξονικές θέσεις z_1 και z_2 , αυτό γράφεται

$$\mathbf{E}_{1t} = \sum_u (A_u + B_u) \mathbf{e}_{tu}(r, \varphi) \quad \mathbf{E}_{2t} = \sum_u (A_u e^{-\gamma_u d} + B_u e^{+\gamma_u d}) \mathbf{e}_{tu}(r, \varphi) \quad (2.68)$$

όπου $d = z_2 - z_1$ και

$$A_u = a_u e^{-\gamma_u z_1}, \quad B_u = b_u e^{+\gamma_u z_1} \quad (2.69)$$

Τα δύο εγκάρσια επίπεδα z_1 και z_2 ορίζουν την εικονική θύρα (virtual port).

Είναι γνωστό ότι τα ιδιοδιανύσματα διαφορετικών ρυθμών είναι ορθογώνια μεταξύ τους και επομένως ολοκληρώνοντας το γινόμενο της σχέσης (2.68) με τον όρο $\mathbf{e}_{tv}(r, \varphi) / Z_v$ (όπου Z_v η κυματική αντίσταση του v ρυθμού), προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$Q_{1tu} = A_u + B_u, \quad Q_{2tu} = A_u e^{-\gamma_u d} + B_u e^{+\gamma_u d} \quad (2.70)$$

με

$$Q_{itu} = \frac{1}{Z_u} \iint_S \mathbf{E}_{it} \cdot \mathbf{e}_{tu} dS, \quad i=1,2 \quad (2.71)$$

Από τις σχέσεις (2.70) προκύπτουν οι παρακάτω εκφράσεις για τους όρους A_u και B_u :

$$A_u = \frac{-Q_{1tu}e^{-\gamma_u d} + Q_{2tu}}{e^{+\gamma_u d} - e^{-\gamma_u d}}, \quad B_u = \frac{-Q_{1tu}e^{-\gamma_u d} + Q_{2tu}}{e^{+\gamma_u d} - e^{-\gamma_u d}} \quad (2.72)$$

Έτσι, ο συντελεστής ανάκλασης ορίζεται ως το πηλίκο του συντελεστή του *backward* κύματος προς τον συντελεστή του *forward* στην είσοδο της διάταξης ($z = z_1$)

$$S_{11} = \frac{b_u}{a_u} = \frac{B_u}{A_u} e^{-2\gamma_u d} \quad (2.73)$$

ενώ, αντίστοιχα, ο συντελεστής διέλευσης (μετάδοσης) ορίζεται ως το πηλίκο των συντελεστών του *forward* στην έξοδο και στην είσοδο της διάταξης

$$S_{21} = \frac{a_{u,2}}{a_{u,1}} = \frac{A_{u,2}}{A_{u,1}} \quad (2.74)$$

Σημειώνεται ότι σε ένα δίθυρο μικροκυματικό στοιχείο χωρίς απώλειες ισχύει η σχέση:

$$S_B = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \quad (2.75)$$

2.10 Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων και επαγόμενη πυκνότητα ρεύματος

Η αυτοσυνεπής μελέτη της αλληλεπίδρασης της ηλεκτρονικής δέσμης και των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε σύνθετες διατάξεις κυματοδότησης αποτελεί τον κύριο στόχο της διατριβής αυτής. Πρόκειται για ένα ιδιαίτερα απαιτητικό πρόβλημα, αφού απαιτεί την «ταυτόχρονη» επίλυση των εξισώσεων Maxwell και των εξισώσεων κίνησης των σωματιδίων της ηλεκτρονικής δέσμης. Για τον σκοπό αυτό επιλέχθηκε και υλοποιήθηκε στον αριθμητικό κώδικα η μέθοδος Particle-In-Cell (PIC), στην οποία η ηλεκτρονική δέσμη θεωρείται ότι αποτελείται από έναν μεγάλο αλλά πεπερασμένο αριθμό διακριτών σωματιδίων (γνωστά και ως μακροηλεκτρόνια), που παρουσιάζουν συλλογική συμπεριφορά κινούμενα υπό την επίδραση στατικών και χρονικά μεταβαλλόμενων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων. Από την κίνησή τους υπολογίζεται η στιγμιαία πυκνότητα ρεύματος, η οποία στη συνέχεια χρησιμοποιείται ως όρος πηγής των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Οι μέθοδοι PIC αποτελούνται κυρίως από τέσσερα βασικά βήματα:

1. Ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης.
2. Υπολογισμός της πυκνότητας ρεύματος.
3. Επίλυση του ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος με χρήση της πυκνότητας ρεύματος ως όρου πηγής.
4. Υπολογισμός των πεδίων στη θέση των σωματιδίων.

Οι αλγόριθμοι PIC μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε αυτούς, όπου η επίλυση των εξισώσεων κίνησης πραγματοποιείται για κάθε σωματίδιο ξεχωριστά (πλαίσιο Langrange), και σε αυτούς, όπου η επίλυση πραγματοποιείται σε συγκεκριμένα σημεία του διακριτοποιημένου χώρου και χρόνου (πλαίσιο Euler) [97]. Στην παρούσα διατριβή επιλέχθηκε το πλαίσιο Lagrange. Επιπλέον, η ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Runge-Kutta είτε τη μέθοδο Boris [98], με τη δεύτερη να παρουσιάζει ευκολία υλοποίησης και μικρότερες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στον υπολογισμό της επαγόμενης πυκνότητας ρεύματος καθώς και των τιμών των πεδίων στη θέση των σωματιδίων. Εφόσον τα σωματίδια μπορούν να κινούνται ελεύθερα στον χώρο, απαιτείται ο υπολογισμός των πεδίων στη θέση τους (field gather), και αντίστροφα η εύρεση της πυκνότητας ρεύματος που αυτά επάγουν στις πλεγματικές θέσεις (current deposition).

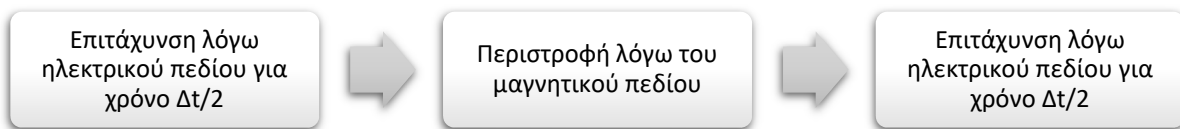
2.10.1 Υπολογισμός της τροχιάς των σωματιδίων σε τυχαίο σύστημα συντεταγμένων

Για την εύρεση της θέσης και της ταχύτητας των σωματιδίων σε κάθε χρονικό βήμα είναι απαραίτητη η ολοκλήρωση της εξίσωσης κίνησης, η οποία δίνεται από τη σχέση (δύναμη Lorentz)

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.76)$$

όπου \mathbf{v} είναι η ταχύτητα των σωματιδίων.

Στην περίπτωση σχετικιστικής κίνησης, για λόγους απλοποίησης των πράξεων, χρησιμοποιείται η γενικευμένη ταχύτητα $\mathbf{u} = \gamma \mathbf{v}$, όπου γ ο σχετικιστικός παράγοντας Lorentz που δίνεται από τη σχέση $\gamma^2 = 1 + |\mathbf{u}|^2/c^2$. Ο Boris πρότεινε στην εργασία [97] η ολοκλήρωση της (2.76) να γίνεται σε τρία βήματα, διαχωρίζοντας έτσι την επιτάχυνση εξαιτίας ηλεκτρικού πεδίου και την περιστροφή εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου. Έτσι, στο πρώτο μισό βήμα το σωματίδιο κινείται υπό την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου, έπειτα στρέφεται εξαιτίας του μαγνητικού και στο τελευταίο μισό χρονικό βήμα κινείται ξανά υπό την επίδραση του ηλεκτρικού. Στο Σχήμα 2.6 φαίνεται η μέθοδος διαχωρισμού των κινήσεων που πρότεινε ο Boris.



Σχήμα 2.6: Διάγραμμα ροής της μεθόδου διαχωρισμού των κινήσεων κατά Boris.

Αντικαθιστώντας τη γενικευμένη ταχύτητα στη σχέση (2.76) προκύπτει:

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1/2} - \mathbf{u}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left[\mathbf{E}^n + \frac{1}{c} \frac{\mathbf{u}^{n+1/2} + \mathbf{u}^{n-1/2}}{2\gamma^n} \times \mathbf{B}^n \right] \quad (2.77)$$

Η επίλυση της (2.77) γίνεται με τα βήματα που αναφέρθηκαν, χρησιμοποιώντας τις βοηθητικές ποσότητες \mathbf{u}^- και \mathbf{u}^+ , που συμβολίζουν την ταχύτητα του σωματιδίου μετά τη δράση του ηλεκτρικού πεδίου στο πρώτο μισό χρονικό βήμα και αυτή, που έχει αποκτήσει μετά την περιστροφή του, αντίστοιχα, και δίνονται από τις σχέσεις

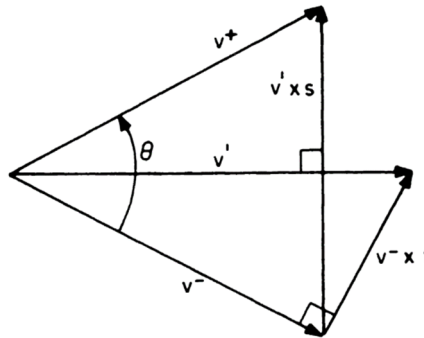
$$\mathbf{u}^{n-1/2} = \mathbf{u}^- - \frac{q\mathbf{E}^n \Delta t}{m} \quad (2.78)$$

$$\mathbf{u}^{n+1/2} = \mathbf{u}^+ + \frac{q\mathbf{E}^n \Delta t}{m} \quad (2.79)$$

Χρησιμοποιώντας αυτές στη σχέση (2.77), η τελευταία γράφεται

$$\frac{\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-}{\Delta t} = \frac{q}{2\gamma^n mc} [(\mathbf{u}^+ + \mathbf{u}^-) \times \mathbf{B}^n] \quad (2.80)$$

Η εξίσωση (2.80) είναι πεπλεγμένη για τις μεταβλητές \mathbf{u}^- και \mathbf{u}^+ , επομένως απαιτεί ιδιαίτερο χειρισμό για την επίλυσή της. Η ύπαρξη του εξωτερικού γινομένου σε αυτήν υποδεικνύει ότι το σωματίδιο εκτελεί περιστροφική κίνηση, η οποία μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια του Σχήματος 2.7.



Σχήμα 2.7: Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας υπολογισμού βοηθητικών διανυσμάτων.

Αρχικά, ο όρος ταχύτητας \mathbf{u}^- χρησιμοποιείται για να βρεθεί ο βοηθητικός όρος ταχύτητας \mathbf{u}' , ο οποίος είναι κάθετος στη διαφορά $\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ καθώς και στο μαγνητικό πεδίο \mathbf{B} . Η γωνία μεταξύ των \mathbf{u}^- και \mathbf{u}' είναι $\theta/2$, ενώ το διάνυσμα \mathbf{t} δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{t} \equiv -\hat{\mathbf{b}} \tan \frac{\theta}{2} = q\mathbf{B}^n \Delta t / 2\gamma^n m \quad (2.81)$$

στην οποία έχει εφαρμοστεί η σχετικιστική διόρθωση που έχει προταθεί από τους Langdon και Birdshall [97]. Τέλος, το διάνυσμα $\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ είναι παράλληλο στο $\mathbf{u}' \times \mathbf{B}$ και συνεπώς το \mathbf{u}^+ δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}^- + \mathbf{u}' \times \mathbf{s} \quad (2.82)$$

όπου

$$\mathbf{s} = \frac{2\mathbf{t}}{(1 + |\mathbf{t}|^2)} \quad (2.83)$$

είναι το βοηθητικό διάνυσμα παράλληλο στο \mathbf{B} , το μέτρο του οποίου είναι τέτοιο ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη $|\mathbf{u}^+|^2 = |\mathbf{u}^-|^2$. Από τη σχέση (2.79) υπολογίζεται η τελική ταχύτητα $\mathbf{u}^{n+1/2}$.

Η νέα θέση του σωματιδίου υπολογίζεται από τη διακριτοποιημένη έκφραση της ταχύτητας

$$\mathbf{v}^{n+1/2} = \frac{\mathbf{r}^{n+1} - \mathbf{r}^n}{\Delta t} \quad (2.84)$$

δηλαδή

$$\mathbf{r}^{n+1} = \mathbf{r}^n + \frac{\mathbf{u}^{n+1/2}}{\gamma^{n+1/2}} \Delta t \quad (2.85)$$

όπου

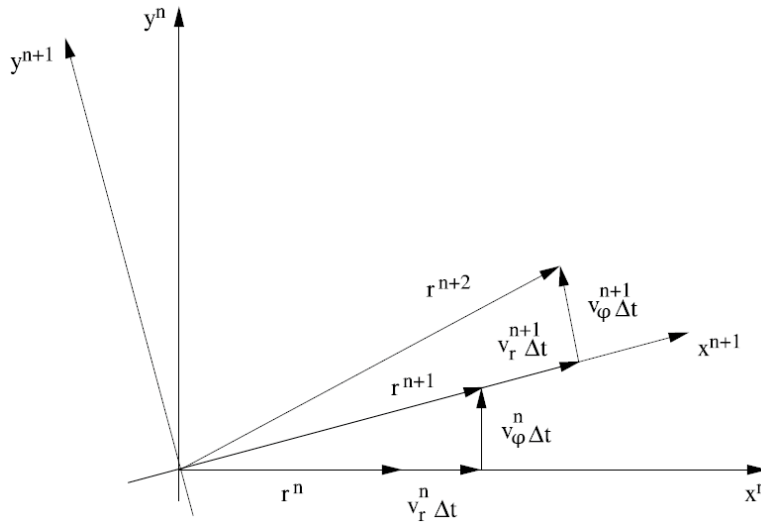
$$\gamma^{n+1/2} = \sqrt{1 + |\mathbf{u}^+|^2 / c^2} \quad (2.86)$$

2.10.2 Υπολογισμός της τροχιάς των σωματιδίων στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων

Η παραπάνω μέθοδος είναι διανυσματική και ανεξάρτητη του συστήματος συντεταγμένων. Ωστόσο η εφαρμογή της στο κυλινδρικό σύστημα απαιτεί κάποια επιπλέον βήματα, αφού αυτό αποτελεί ένα μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς [99]. Έστω ότι το σωματίδιο βρίσκεται στη θέση $\mathbf{r}(r, \varphi, z)$ έχοντας ταχύτητα $\mathbf{v}(v_r, v_\varphi, v_z)$ και επομένως η δύναμη Lorentz γράφεται στη μορφή

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \mathbf{F}_{in} \quad (2.87)$$

όπου \mathbf{F}_{in} είναι η απαραίτητη αδρανειακή δύναμη. Από την εξίσωση (2.87) γίνεται αντιληπτό ότι η μέθοδος διαχωρισμού των κινήσεων κατά Boris δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ολοκλήρωση της σχέσης αυτής, επειδή δεν μπορεί να διαχωριστεί η κίνηση υπό την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου από αυτή του μαγνητικού λόγω της παρουσίας της \mathbf{F}_{in} . Για να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος διαχωρισμού των κινήσεων, ο Boris πρότεινε μια νέα τεχνική [99], στην οποία οι ταχύτητες των σωματιδίων υπολογίζονται στις κυλινδρικές συντεταγμένες, ενώ οι θέσεις τους αρχικά εκφράζονται στις καρτεσιανές συντεταγμένες και ύστερα στις κυλινδρικές. Ειδικότερα, επιλέγεται ο άξονας x να ταυτίζεται με τον άξονα r και ο y με τον φ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.8, και οι ταχύτητες υπολογίζονται χωρίς να απαιτείται η χρήση ψευδοδυνάμεων, αντικαθιστώντας έτσι το v_x με το v_r και το v_y με το v_φ .



Σχήμα 2.8: Γραφική απεικόνιση της διαδικασίας υπολογισμού των θέσεων σε κυλινδρικές συντεταγμένες με την τεχνική του Boris.

Με βάση τα παραπάνω, οι θέσεις στο καρτεσιανό σύστημα υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$x^{n+1} = r^n + v_r^{n+1/2} \Delta t, \quad y^{n+1} = v_\phi^{n+1/2} \Delta t \quad (2.88)$$

από τις οποίες προκύπτουν οι αντίστοιχες θέσεις σε κυλινδρικές συντεταγμένες:

$$r^{n+1} = \sqrt{(x^{n+1})^2 + (y^{n+1})^2}, \quad \phi^{n+1} = \phi^n + \psi \quad (2.89)$$

όπου ψ είναι η γωνία κατά την οποία έχει στραφεί η θέση του σωματιδίου σε χρόνο Δt . Εξαιτίας της στροφής του συστήματος συντεταγμένων πρέπει να στραφούν και οι ταχύτητες κατά την ίδια γωνία ψ . Συνεπώς ισχύει:

$$v_r^{n+1/2} = v_r^{n+1/2} \cos \psi + v_\phi^{n+1/2} \sin \psi, \quad v_\phi^{n+1/2} = -v_r^{n+1/2} \sin \psi + v_\phi^{n+1/2} \cos \psi \quad (2.90)$$

όπου

$$\sin \psi = \frac{y^{n+1}}{r^{n+1}}, \quad \cos \psi = \frac{x^{n+1}}{r^{n+1}}, \quad \psi = \tan^{-1} \left(\frac{y^{n+1}}{x^{n+1}} \right) \quad (2.91)$$

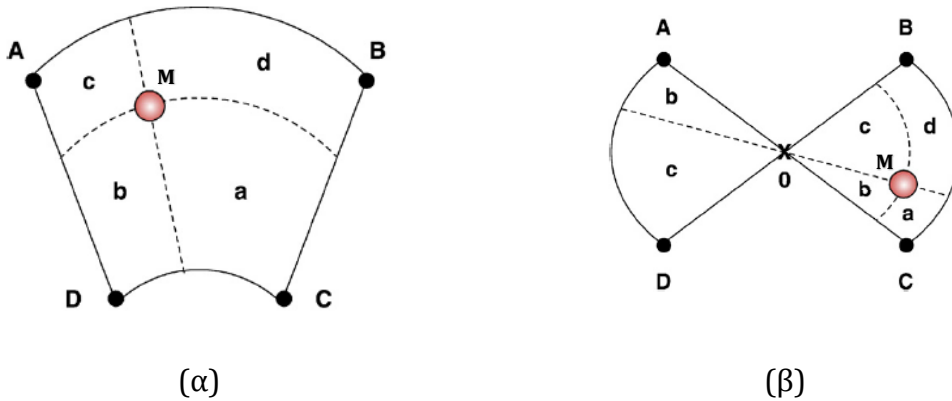
και οι νέες θέσεις υπολογίζονται από τις εκφράσεις

$$r^{n+1} = r^n + v_r^{n+1/2} \Delta t, \quad \phi^{n+1} = \phi^n + \psi, \quad z^{n+1} = z^n + v_z^{n+1/2} \Delta t \quad (2.92)$$

2.10.3 Υπολογισμός του πεδίου στη θέση των σωματιδίων

Ενώ τα σωματίδια κινούνται ελεύθερα σε όλο το εύρος της διάταξης, τα πεδία είναι ορισμένα σε συγκεκριμένες πλεγματικές θέσεις. Για την εύρεση του πεδίου στη θέση των σωματιδίων συχνά απαιτείται υπέρθεση των τιμών του στις γειτονικές πλεγματικές θέσεις (σε σχέση με τη θέση των σωματιδίων) με χρήση της μεθόδου των βαρών επιφανείας και βαρών όγκου [100]. Σύμφωνα με αυτή, η συνεισφορά του κάθε πεδίου στη θέση του σωματιδίου είναι ίση με το πεδίο της κάθε γειτονικής

πλεγματικής θέσης πολλαπλασιασμένη με έναν κατάλληλο λόγο επιφανειών (συντελεστής βάρους, Σχήμα 2.9). Οι πλεγματικές θέσεις χαρακτηρίζονται από τα γράμματα A, B, C, D, ενώ με πεζά συμβολίζονται τα αντίστοιχα εμβαδά a, b, c, d . Ο συντελεστής βάρους της συνεισφοράς του πεδίου στην πλεγματική θέση A στο πεδίο στη θέση M του σωματιδίου (κόκκινος κύκλος στο Σχήμα 2.9α) ισούται με τον λόγο a/S , όπου S είναι το εμβαδό της διατομής του κελιού.



Σχήμα 2.9: Γραφική αναπαράσταση της τεχνικής υπολογισμού του πεδίου στο σημείο του σωματιδίου (κόκκινος κύκλος) (α): για $r \neq 0$ και (β): για $r = 0$ [100].

Χρησιμοποιώντας φορμαλισμό δεικτών, το σωματίδιο βρίσκεται στη θέση (r, φ) , η οποία αντιστοιχεί στην πλεγματική θέση (i, j) , και το εμβαδό του κελιού δίνεται από τη σχέση:

$$S = \Delta\varphi \Delta r^2 (2i + 1) \quad (2.93)$$

Τα εμβαδά a, b, c, d δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} a &= [\varphi - j\Delta\varphi] [r^2 - (i\Delta r)^2], & b &= [(j+1)\Delta\varphi - \varphi] [r^2 - (i\Delta r)^2] \\ c &= [(j+1)\Delta\varphi - \varphi] [(i+1)\Delta r)^2 - r^2], & d &= [\varphi - j\Delta\varphi] [(i+1)\Delta r)^2 - r^2] \end{aligned} \quad (2.94)$$

Ειδικότερα, για τα σημεία γύρω από το $r = 0$ λαμβάνονται υπόψη και οι τιμές πεδίου σε αντιδιαμετρικές με αυτά θέσεις (Σχήμα 2.9β).

Στον αριθμητικό κώδικα γίνεται χρήση της μεθόδου βαρών όγκου, που αποτελεί την τρισδιάστατη επέκταση της μεθόδου βαρών επιφανείας, και στην οποία τα αντίστοιχα εμβαδά πολλαπλασιάζονται με τον όρο $|z-z_k|$, όπου z είναι η θέση του σωματιδίου στο z άξονα και z_k η αξονική θέση του γειτονικού πλεγματικού σημείου (στον αλγόριθμο λαμβάνονται υπόψη η αμέσως μεγαλύτερη και αμέσως μικρότερη αξονικά γειτονική πλεγματική θέση). Έτσι, τα αντίστοιχα βάρη δίνονται από τις σχέσεις

$$\begin{aligned}
 a_k &= [\varphi - j\Delta\varphi] \left[r^2 - (i\Delta r)^2 \right] |z - z_k| \\
 b_k &= [(j+1)\Delta\varphi - \varphi] \left[r^2 - (i\Delta r)^2 \right] |z - z_k| \\
 c_k &= [(j+1)\Delta\varphi - \varphi] \left[((i+1)\Delta r)^2 - r^2 \right] |z - z_k| \\
 d_k &= [\varphi - j\Delta\varphi] \left[((i+1)\Delta r)^2 - r^2 \right] |z - z_k|
 \end{aligned} \tag{2.95}$$

Ο συνολικός όγκος είναι

$$V = \sum_{l=1}^2 (a_l + b_l + c_l + d_l) \tag{2.96}$$

και το πεδίο στη θέση του σωματιδίου γράφεται

$$F = \frac{1}{V} \sum_{l=1}^2 (a_l F_{A_l} + b_l F_{B_l} + c_l F_{C_l} + d_l F_{D_l}) \tag{2.97}$$

όπου με F_{X_Y} δηλώνεται το πεδίο F στο σημείο X του επιπέδου r - φ στην αξονική θέση Y .

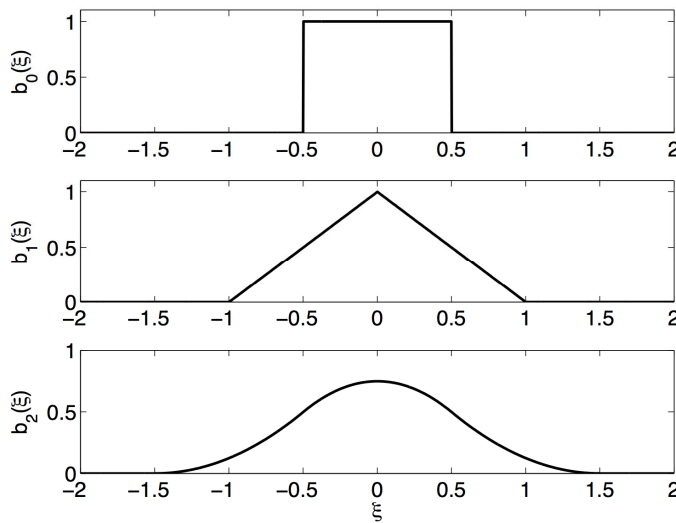
2.10.4 Υπολογισμός της επαγόμενης πυκνότητας ρεύματος στις πλεγματικές θέσεις

Η πυκνότητα του επαγόμενου ρεύματος χρησιμοποιείται ως όρος πηγής στις εξισώσεις Maxwell για την αυτοσυνεπή επίλυσή τους σε συνδυασμό με τις εξισώσεις κίνησης. Θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι η πυκνότητα ρεύματος δίνεται από τη σχέση $\mathbf{J} = Q_i \mathbf{u}_i / V_i$, όπου Q_i είναι το φορτίο του i σωματιδίου, \mathbf{u}_i η ταχύτητά του και V_i ο όγκος που περικλείεται στην κίνησή του. Όμως, ο υπολογισμός της πυκνότητας ρεύματος από μια τέτοια σχέση δεν εξασφαλίζει την ικανοποίηση της εξίσωσης συνέχειας $d\rho/dt + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ [97]. Για είναι ακριβής ο υπολογισμός της θα πρέπει είτε να επιλυθεί η εξίσωση συνέχειας μαζί με τις εξισώσεις του Maxwell, είτε να εναποτεθεί φορτίο στο πλέγμα, από το οποίο μέσω της εξίσωσης του Poisson $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$ θα βρεθεί μια διόρθωση του ηλεκτρικού πεδίου [101]. Είναι σαφές ότι και στις δύο περιπτώσεις ο αριθμός των πράξεων του αλγορίθμου αυξάνεται, ενώ απαιτούνται και περισσότεροι υπολογιστικοί πόροι. Ειδικά με τον δεύτερο τρόπο, απαιτείται σε κάθε βήμα εκτέλεσης του αλγορίθμου να επιλύεται η εξίσωση Poisson, κάτι που από μόνο του είναι αρκετά απαιτητικό υπολογιστικά. Στη βιβλιογραφία υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι, με τους οποίους επιλύεται η εξίσωση συνέχειας, η οποία θα πρέπει να πραγματοποιείται άμεσα και τοπικά στην περιοχή γύρω από κάθε σωματίδιο ώστε να είναι συμβατή με τη μέθοδο FDTD. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται μερικές τέτοιες μέθοδοι.

Μέθοδος Esirkepon

Ένας αρκετά διαδεδομένος αλγόριθμος είναι αυτός του Esirkepon [102], στον οποίο το σωματίδιο υποτίθεται ότι μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών κινείται

σε ευθεία τροχιά, ενώ οι μετατοπίσεις του σε κάθε άξονα είναι μικρότερες από το αντίστοιχο μήκος του κελιού. Επιπλέον, ο όρος της χρονικής μεταβολής της πυκνότητας φορτίου dp/dt εκφράζεται ως ένα άθροισμα της συνεισφοράς του κάθε σωματιδίου. Οι συνεισφορές αυτές εκφράζονται μέσω των αντιστοιχών συναρτήσεων σχήματος (shape function). Η συνάρτηση σχήματος καθορίζει την πυκνότητα του φορτίου γύρω από τις πλεγματικές θέσεις και μπορεί να είναι πρώτης τάξης (γραμμική), δεύτερης, γκαουσιανή κλπ. (Σχήμα 2.10). Η μέθοδος αυτή πλεονεκτεί στο ότι οι συναρτήσεις σχήματος μπορούν να είναι οποιασδήποτε μορφής, όμως έχει το μειονέκτημα ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποκλειστικά σε καρτεσιανές συντεταγμένες, γεγονός που την καθιστά ακατάλληλη για χρήση σε κυλινδρικές.



Σχήμα 2.10: Συναρτήσεις σχήματος: Σταθερή, γραμμική και γκαουσιανή. Ο οριζόντιος άξονας απεικονίζει τη σχετική θέση σε σχέση με την κοντινότερη πλεγματική θέση.

Μέθοδος zig-zag

Στη μέθοδο αυτή, που προτάθηκε από τους Umeda et al. [103], ο αντίστοιχος αλγόριθμος βασίζεται στον διαχωρισμό της κίνησης σε επιμέρους κινήσεις, όπου η καθεμία πραγματοποιείται σε διαφορετικό κελί. Η ροή φορτίου (charge flux) σε κάθε διεύθυνση υπολογίζεται ξεχωριστά μέσω της σχέσης

$$F_s = q \frac{s_f - s_i}{\Delta t} \quad (2.98)$$

όπου s_f είναι η τελική θέση στη διεύθυνση, s_i η αντίστοιχη αρχική θέση και q το φορτίο του σωματιδίου. Επιπλέον, για κάθε διάσταση s ορίζεται η αντίστοιχη εξίσωση σχήματος πρώτης τάξης $W_s = j + (s_i + s_f)/2\Delta s$, όπου j η κοντινότερη πλεγματική θέση και Δs το μήκος του κελιού στη διάσταση αυτή. Τότε, η πυκνότητα ρεύματος υπολογίζεται στις τρεις διαστάσεις ως η συνεισφορά των επιμέρους ροών σε καθένα πλεγματικό σημείο. Ως παράδειγμα, αναφέρεται ο υπολογισμός της συνιστώσας x της πυκνότητας ρεύματος στο καρτεσιανό σύστημα

$$J_x(i, j, k) = \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} F_x W_y W_z \quad (2.99)$$

Από τη σχέση (2.98) γίνεται φανερό πως η ροή έχει διαστάσεις ταχύτητας επί φορτίο. Στις καρτεσιανές συντεταγμένες η μέση ταχύτητα σε οποιοδήποτε άξονα μπορεί να υπολογιστεί από τον λόγο της διαφοράς των θέσεων προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Αυτό δεν ισχύει στις κυλινδρικές συντεταγμένες, όπου η ταχύτητα στην αζιμουθιακή διεύθυνση δεν ισούται με τη διαφορά των γωνιών προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Επιπλέον, ο παρονομαστής της (2.99) εκφράζει τον όγκο του κελιού, ο οποίος παραμένει σταθερός στις καρτεσιανές συντεταγμένες, κάτι που δεν ισχύει στις κυλινδρικές. Για τους λόγους αυτούς, η μέθοδος αυτή κρίνεται ακατάλληλη για εφαρμογή στον παρόντα αριθμητικό κώδικα.

Μέθοδος Villasenor-Buneman

Στη μέθοδο αυτή [104], [105], το σωματίδιο υποτίθεται ότι εκτελεί ευθεία τροχιά μεταξύ της αρχικής και της τελικής του θέσης. Σε περίπτωση κίνησης σε περισσότερα από ένα κελιά μεταξύ δύο διαδοχικών χρονικών στιγμών, η κίνηση επιμερίζεται σε κινήσεις μέσα σε ένα κελί. Σε αντίθεση με τη μέθοδο Umeda, η πυκνότητα ρεύματος στις πλεγματικές θέσεις υπολογίζεται από τη χρονική μεταβολή της σχετικής θέσης μέσα στο κελί. Ειδικότερα, ως σχετικό μήκος ορίζεται η ποσότητα

$$w_p = \frac{\Delta l_p}{\Delta p} \quad (2.100)$$

όπου Δl_p είναι η απόσταση από τον κοντινότερο κόμβο του πλέγματος στη p διεύθυνση και Δp το μήκος του κελιού στη διεύθυνση αυτή. Ορίζονται επίσης η μέση τιμή καθώς και η χρονική μεταβολή της σχετικής θέσης

$$\Delta w_p = w_p^{t+\Delta t} - w_p^t \quad (2.101)$$

$$\bar{w}_p = \frac{w_p^{t+\Delta t} + w_p^t}{2} \quad (2.102)$$

για καθεμία διεύθυνση p του πλέγματος ξεχωριστά, οπότε η πυκνότητα ρεύματος στη διεύθυνση αυτή δίνεται από το άθροισμα της συνεισφοράς του κάθε σωματιδίου i

$$J_p = \sum_i \frac{q_i}{\Delta t S_{p,\perp}} \Delta w_p \bar{w}_m \bar{w}_n \quad (2.103)$$

όπου $S_{p,\perp}$ είναι το εμβαδόν της κάθετης επιφάνειας στο διεύθυνση p , δηλαδή στις εγκάρσιες διευθύνσεις m και n , ενώ \bar{w}_m και \bar{w}_n είναι οι μέσες τιμές των μετατοπίσεων στις αντίστοιχες διευθύνσεις. Προφανώς η μέθοδος αυτή είναι ανεξάρτητη του συστήματος συντεταγμένων και μπορεί να εφαρμοστεί και στο κυλινδρικό σύστημα. Η κίνηση μέσα σε ένα μόνο κελί επάγει ρεύμα σε 8 διαφορετικές θέσεις, που αντιστοιχούν στις κορυφές του κελιού. Όμως λόγω των διαφορετικών θέσεων των

συνιστωσών της πυκνότητας ρεύματος στο μοναδιαίο κελί, επάγεται τελικά ρεύμα σε 4 θέσεις για καθεμία συνιστώσα. Επιπλέον, η κίνηση μπορεί να αναχθεί σε τρεις διαφορετικές κινήσεις, στον r , φ και z άξονα, και οι αντίστοιχες πυκνότητες ρεύματος υπολογίζονται από τις σχέσεις:

r -συνιστώσα:

$$\begin{aligned} J_r|_{i+1/2,j,k} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{r,\perp}} \Delta w_r (1 - \bar{w}_\varphi)(1 - \bar{w}_z) \\ J_r|_{i+1/2,j+1,k} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{r,\perp}} \Delta w_r \bar{w}_\varphi (1 - \bar{w}_z) \\ J_r|_{i+1/2,j,k+1} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{r,\perp}} \Delta w_r (1 - \bar{w}_\varphi) \bar{w}_z \\ J_r|_{i+1/2,j+1,k+1} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{r,\perp}} \Delta w_r \bar{w}_\varphi \bar{w}_z \end{aligned} \quad (2.104)$$

φ -συνιστώσα:

$$\begin{aligned} J_\varphi|_{i,j+1/2,k} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{\varphi,\perp}} \Delta w_\varphi (1 - \bar{w}_r)(1 - \bar{w}_z) \\ J_\varphi|_{i+1,j+1/2,k} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{\varphi,\perp}} \Delta w_\varphi \bar{w}_r (1 - \bar{w}_z) \\ J_\varphi|_{i,j+1/2,k+1} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{\varphi,\perp}} \Delta w_\varphi (1 - \bar{w}_r) \bar{w}_z \\ J_\varphi|_{i+1,j+1/2,k+1} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{\varphi,\perp}} \Delta w_\varphi \bar{w}_r \bar{w}_z \end{aligned} \quad (2.105)$$

z -συνιστώσα:

$$\begin{aligned} J_z|_{i,j,k+1/2} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{z,\perp}} \Delta w_z (1 - \bar{w}_r)(1 - \bar{w}_\varphi) \\ J_z|_{i+1,j,k+1/2} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{z,\perp}} \Delta w_z \bar{w}_r (1 - \bar{w}_\varphi) \\ J_z|_{i,j+1,k+1/2} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{z,\perp}} \Delta w_z (1 - \bar{w}_r) \bar{w}_\varphi \\ J_z|_{i+1,j+1,k+1/2} &= \sum_n \frac{q_n}{S_{z,\perp}} \Delta w_z \bar{w}_r \bar{w}_\varphi \end{aligned} \quad (2.106)$$

όπου $S_{r,\perp}, S_{\varphi,\perp}, S_{z,\perp}$ είναι οι κάθετες επιφάνειες του κελιού και αντιστοιχούν στα σημεία

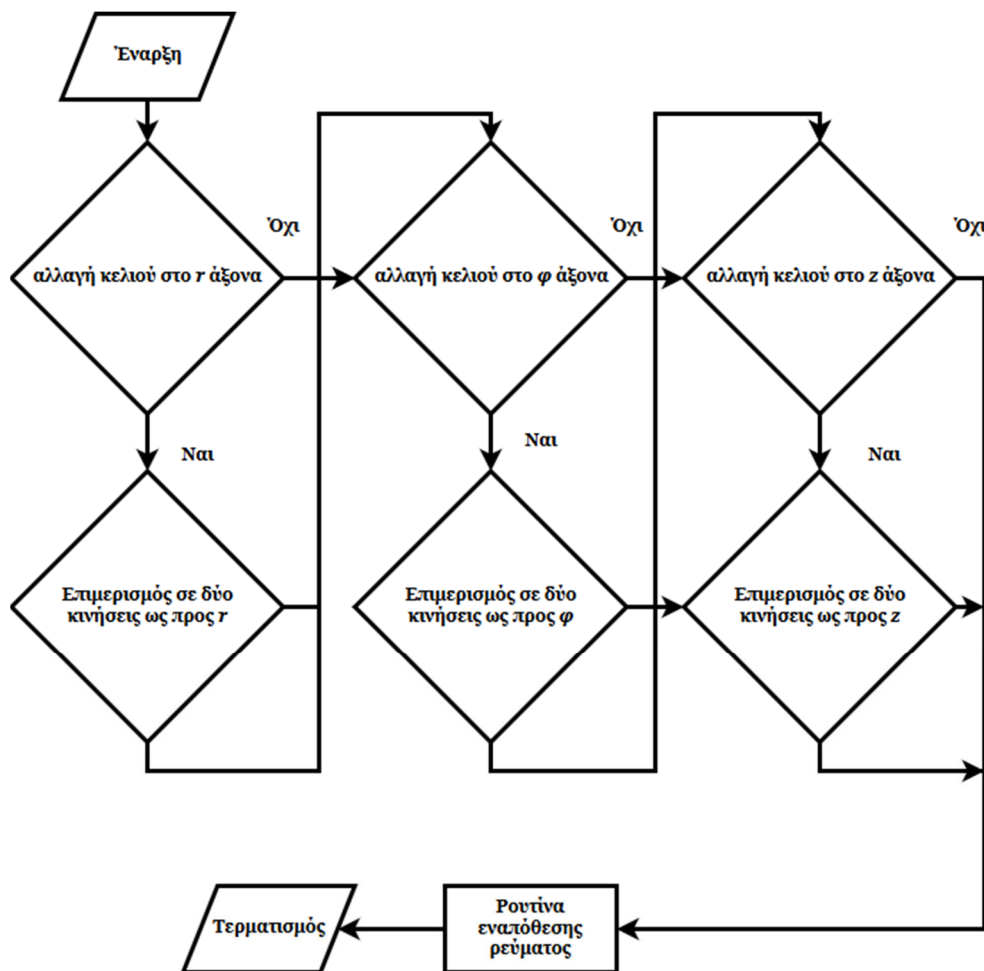
$$S_{r,\perp} \rightarrow (i+1/2, j, k), \quad S_{\varphi,\perp} \rightarrow (i, j+1/2, k), \quad S_{z,\perp} \rightarrow (i, j, k+1/2) \quad (2.107)$$

Οι επιφάνειες έχουν τη μορφή ορθογωνίου με πλευρές $(i+1/2)\Delta r \Delta \varphi \Delta z$ για την $S_{r,\perp}$, $\Delta r \Delta z$ για την $S_{\varphi,\perp}$ και τμήμα κυκλικού δακτυλίου με εξωτερική ακτίνα $(i+3/2)\Delta r$ και

εσωτερική $(i+1/2)\Delta r$ ανοίγματος $\Delta\varphi$ για την $S_{z,\perp}$. Για $r=0$ (πάνω στον άξονα) το αντίστοιχο εμβαδόν ορίζεται ως δύο φορές το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ακτίνας $(i+1/2)\Delta r$. Οι παρατηρήσεις αυτές συνοψίζονται στις σχέσεις:

$$S_{r,\perp}|_{i+1/2} = (i/2)\Delta r\Delta\varphi\Delta z, \quad S_{\varphi,\perp}|_i = \Delta r\Delta z, \quad S_{z,\perp}|_i = \begin{cases} \frac{1}{2}(2i+2)\Delta r^2\Delta\varphi, & i > 0 \\ \frac{\Delta r^2\Delta\varphi}{4}, & i = 0 \end{cases} \quad (2.108)$$

Όταν η κίνηση του σωματιδίου γίνεται σε περισσότερα από ένα κελιά, τότε αυτή θεωρείται ως υπέρθεση των κινήσεων στα διαφορετικά κελιά. Υποθετώντας μονοδιάστατη κίνηση του σωματιδίου στη διεύθυνση x , όταν αυτό κινηθεί από τη θέση x_1 , που ανήκει στο κελί με δείκτη i , στη θέση x_2 , που ανήκει στο κελί με δείκτη $i+1$, τότε αυτή ισοδυναμεί με δύο κινήσεις, μια μεταξύ x_1 και $i\Delta x$ (όπου Δx είναι το μήκος του κελιού) και μια μεταξύ $i\Delta x$ και x_2 . Η τεχνική αυτή εφαρμόζεται και στις τρεις διαστάσεις τόσο στο καρτεσιανό όσο και στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων. Γραφικά, ο αλγόριθμος εναπόθεσης ρεύματος δίνεται στο Σχήμα 2.11. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για κάθε σωματίδιο της διάταξης, ενώ η συνολική πυκνότητα ρεύματος είναι το άθροισμα των συνεισφορών όλων των σωματιδίων.



Σχήμα 2.11: Διάγραμμα ροής της τεχνικής υπολογισμού της πυκνότητας ρεύματος σύμφωνα με τη μέθοδο Villasenor-Buneman.

2.10.5 Καθορισμός αριθμού και φορτίου σωματιδίων

Σε ένα πραγματικό σύστημα, ο αριθμός των κινούμενων σωματιδίων (πραγματικά ηλεκτρόνια) είναι τεράστιος και το φορτίο του καθενός είναι ίσο με αυτό του ηλεκτρονίου. Προφανώς, για τους αριθμητικούς υπολογισμούς μια τέτοια επιλογή αριθμού σωματιδίων δεν είναι εφικτή. Για τον λόγο αυτό, θεωρείται ότι η ηλεκτρονική δέσμη αποτελείται από N (πεπερασμένος μικρός αριθμός) σωματίδια, το καθένα από τα οποία έχει κατάλληλο φορτίο Q , τα οποία διέρχονται από επιφάνεια στο χρονικό διάστημα Δt . Επομένως, το ρεύμα I ισούται με

$$I = \frac{NQ}{\Delta t} \quad (2.109)$$

Για δεδομένο ρεύμα I από τη σχέση (2.109) προκύπτει ότι το φορτίο Q του κάθε σωματιδίου δίνεται από τη σχέση

$$Q = \frac{I\Delta t}{N} \quad (2.110)$$

Σε μια πραγματική πηγή ηλεκτρονίων το ρεύμα δεν αυξάνει απότομα από τη μηδενική τιμή στην τελική του, αλλά αυτή η μεταβολή γίνεται σταδιακά για φυσικούς λόγους. Και στην αριθμητική υλοποίηση, μια απότομη και ακαριαία τέτοια μεταβολή θα προκαλούσε εμφάνιση ασυνεχειών και ισχυρών μεταβατικών πεδίων. Για τον λόγο αυτό, το φορτίο του κάθε σωματιδίου πολλαπλασιάζεται με μια κατάλληλη συνάρτηση του χρόνου, ώστε μετά από κάποιο μικρό χρόνο (t_{rise}) να αποκτήσει την τελική του τιμή. Η συνάρτηση αυτή επιλέγεται έτσι ώστε να είναι συνεχής και με συνεχείς παραγώγους, όπως π.χ. η σιγμοειδής [106], που δίνεται από τη σχέση

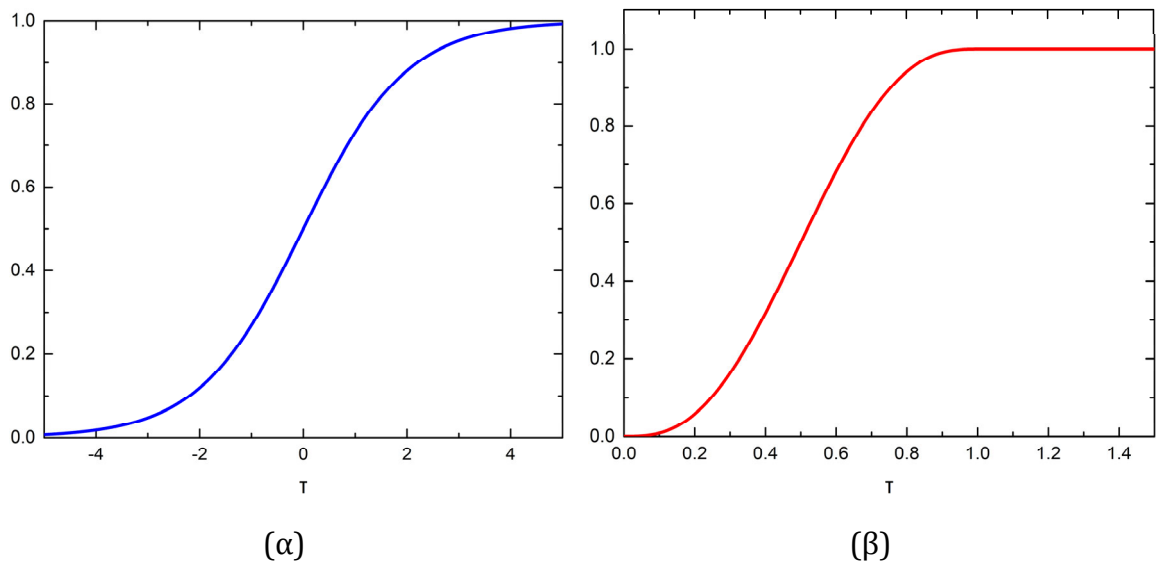
$$S(\tau) = \frac{1}{1 + e^{-\tau}} \quad (2.111)$$

και η γραφική της παράσταση δίνεται στο Σχήμα 2.12α.

Στη διατριβή επιλέχθηκε η συνάρτηση ομαλού βήματος (smootherstep function) [107], [108], η οποία δίνεται στο Σχήμα 2.12β, έχει τη μορφή

$$S(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau \leq 0 \\ 6\tau^5 - 15\tau^4 + 10\tau^3, & 0 \leq \tau \leq 1 \\ 1, & \tau \geq 1 \end{cases} \quad (2.112)$$

και εμφανίζει συμπεριφορά σιγμοειδούς στο διάστημα $0 < \tau < 1$, όπου $\tau = t/t_{rise}$, και έχει πρώτη και δεύτερη παράγωγο μηδενικές στα άκρα του διαστήματος 0 και 1.



Σχήμα 2.12: Γραφικές αναπαραστάσεις (α) της σιγμοειδούς συνάρτησης και (β) της συνάρτησης ομαλού βήματος.

2.11 Υπολογισμός της σχέσης διασποράς

Επειδή ενδιαφέρει η εύρεση των σχέσεων διασποράς σε διάφορες διατάξεις κυματοδηγών, στην παρούσα διατριβή αυτό γίνεται με τον υπολογισμό των αξονικών κυματαριθμών με την εφαρμογή του χωρικού μετασχηματισμού Fourier (Spatial Fast Fourier Transform, SFFT) στην αξονική κατανομή κάποιας συνιστώσας του πεδίου για δεδομένη συχνότητα διέγερσης. Ειδικότερα, χρησιμοποιώντας ως διέγερση κάποιον ρυθμό του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού και για χρόνο προσομοίωσης πολύ μεγαλύτερο από τον χρόνο, που απαιτείται να φτάσει η διέγερση στην έξοδο του κυματοδηγού (steady state), βρίσκεται η τιμή της συνιστώσας αυτής σε συγκεκριμένη θέση (r, φ) σε όλο το μήκος της διάταξης. Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στην επιλογή της θέσης αυτής, ώστε να μην είναι σε σημεία μηδενισμού της πεδιακής συνιστώσας. Τα μέγιστα του SFFT αντιστοιχούν στους αξονικούς κυματαριθμούς.

Η ακρίβεια του υπολογισμού των κυματαριθμών εξαρτάται από τη συχνότητα δειγματοληψίας και το πλήθος των δειγμάτων του SFFT μέσω της σχέσης

$$\frac{f_s}{N} \quad (2.113)$$

όπου f_s είναι η συχνότητα δειγματοληψίας και N ο αριθμός των δειγμάτων, στα οποία εφαρμόστηκε ο SFFT. Δεδομένου ότι το σήμα αποτελείται από δείγματα, τα οποία απέχουν μεταξύ τους κατά Δz , ο χωρικός ρυθμός είναι

$$f_z = \frac{1}{\Delta z} \quad (2.114)$$

και $N = N_z$ είναι ο συνολικός αριθμός σημείων στον άξονα z . Συνεπώς, η ακρίβεια δίνεται από τη σχέση

$$\delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{\Delta z \cdot N} \quad (2.115)$$

Σε αντιστοιχία με τον FFT στο πεδίο του χρόνου, ο αντίστοιχος στο πεδίο του χώρου καθορίζει τον κυματαριθμό, ο οποίος είναι ανάλογος με το αντίστροφο του μήκους κύματος, και σε κανονικοποιημένες τιμές δίνεται από τη σχέση

$$\bar{k} = \frac{kL}{2\pi} \quad (2.116)$$

ή ισοδύναμα

$$\bar{k} = \frac{L}{\lambda} \quad (2.117)$$

Σημειώνεται ότι με L συμβολίζεται το μήκος μιας περιόδου της διάταξης. Συνεπώς, το αντίστοιχο σφάλμα στον κανονικοποιημένο κυματαριθμό \bar{k} είναι

$$\delta\bar{k} = L\delta\left(\frac{1}{\lambda}\right) = L\frac{1}{\Delta z \cdot N} \quad (2.118)$$

Έτσι, για τη μείωση του σφάλματος πρέπει είτε να μειωθεί το μήκος περιοδικότητας L , το οποίο έχει ως συνέπεια τη μείωση των σημείων N , είτε να αυξηθεί το γινόμενο $\Delta z \cdot N$, που ισοδυναμεί με αύξηση του συνολικού μήκους της διάταξης. Συνεπώς, η απαίτηση για μεγάλο μήκος, εκτός του ότι προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την άπειρη περιοδική διάταξη, μειώνει σημαντικά και το σφάλμα του SFFT.

Κεφάλαιο 3. Αριθμητικός Κώδικας

Οι μαθηματικές εκφράσεις του δεύτερου κεφαλαίου είναι πολύπλοκες και απαιτούν την ανάπτυξη κατάλληλου αριθμητικού κώδικα για την επίλυσή τους. Ο κώδικας COCHLEA αναπτύχθηκε σε γλώσσα C, ενώ ορισμένα τμήματά του σε C++, και μπορεί να εκτελεστεί σε λειτουργικό περιβάλλον Linux αλλά και σε Microsoft Windows χρησιμοποιώντας το περιβάλλον εξομοίωσης Cygwin. Για την επιτάχυνση της εκτέλεσής του, αρκετά τμήματά του παραλληλοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας τα πρότυπα OpenMP και MPI, και έτσι δόθηκε η δυνατότητα να μπορεί να εκτελείται και σε συστήματα υπερυπολογιστών. Στις επόμενες ενότητες περιγράφονται η βασική δομή καθώς και οι τεχνικές παραλληλοποίησης του κώδικα.

3.1 Βασική δομή

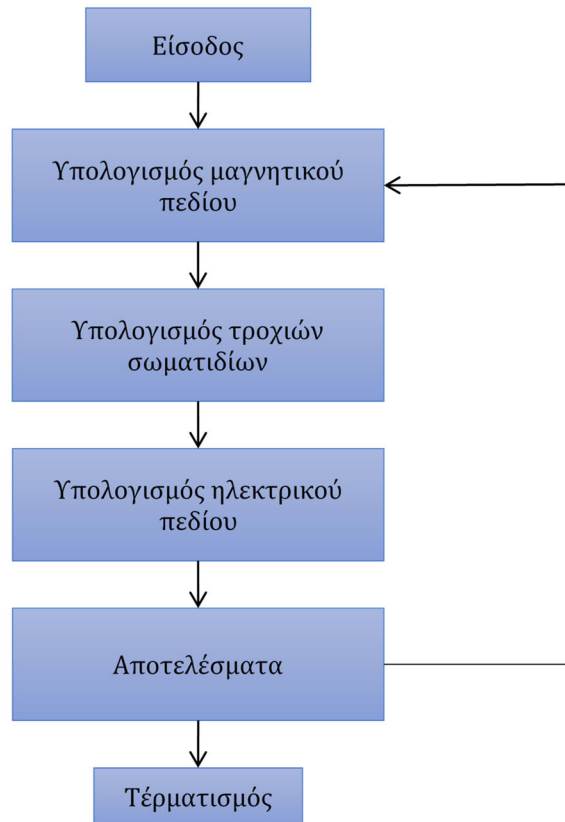
Ο αριθμητικός κώδικας περιλαμβάνει τα παρακάτω κύρια βήματα:

1. Είσοδος παραμέτρων.
2. Υπολογισμός του μαγνητικού πεδίου.
3. Υπολογισμός της τροχιάς των σωματιδίων της δέσμης.
4. Υπολογισμός του ηλεκτρικού πεδίου.
5. Αριθμητικά αποτελέσματα.
6. Τερματισμός.

Τα βήματα 2 έως 5 εκτελούνται επαναληπτικά με βάση τις παραμέτρους εισόδου που επέλεξε ο χρήστης. Το διάγραμμα ροής δίνεται στο Σχήμα 3.1. Προφανώς στο πρόβλημα της ψυχρής διάταξης το βήμα 3 παραλείπεται.

Περιγραφή γεωμετρίας και τρόπων διέγερσης

Στον αριθμητικό κώδικα η γεωμετρία εισάγεται ως ένα σύνολο σημείων στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων. Από τα σημεία αυτά ορίζονται οι καμπύλες και τα επίπεδα, στα οποία εφαρμόζονται οι κατάλληλες οριακές συνθήκες. Ανάλογα, ορίζονται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και οι ιδιότητες (σχετική διηλεκτρική σταθερά, απώλειες) των διαφόρων (διηλεκτρικών ή αγωγικών) υλικών της διάταξης. Η διέγερση της διάταξης πραγματοποιείται είτε από ηλεκτρονική δέσμη είτε από ένα εξωτερικά επιβαλλόμενο πεδίο ή και από συνδυασμό αυτών.



Σχήμα 3.1: Διάγραμμα ροής του κώδικα COCHLEA.

Το εξωτερικά επιβαλλόμενο πεδίο \mathbf{F} εκφράζεται ως το γινόμενο μιας χωρικής $\mathbf{S}(r, \varphi, z)$ και μιας χρονικής κατανομής $T(t)$, δηλαδή

$$\mathbf{F}(r, \varphi, z, t) = \mathbf{S}(r, \varphi, z)T(t) \quad (3.1)$$

Οι χωρικές διεγέρσεις $\mathbf{S}(r, \varphi, z)$, που υποστηρίζονται από τον κώδικα, μπορεί να είναι είτε ρυθμός TE ή TM λείου κυλινδρικού ή ομοαξονικού κυματοδηγού με κατάλληλη ακτίνα ή ρευματική κατανομή (εγκάρσια ή διαμήκης) ή και συνδυασμός αυτών. Ειδικότερα, για την περίπτωση διέγερσης με ρυθμό, επιλέγονται από τον χρήστη το είδος του ρυθμού (TE ή TM), ο ακτινικός και ο αζιμουθιακός δείκτης του καθώς και η ισχύς του. Επίσης, επιλέγεται το είδος της διέγερσης, δηλαδή αν σε αυτή λαμβάνεται υπόψη η λύση του αντίστοιχου ηλεκτρομαγνητικού προβλήματος (soft source) ή όχι (hard source) [109]. Στη διέγερση με ρευματική κατανομή καθορίζεται επιπλέον η τιμή της επιβαλλόμενης πυκνότητας ρεύματος (σε A/m²). Σημειώνεται ότι υπάρχει δυνατότητα διέγερσης με πολλαπλούς ρυθμούς ταυτόχρονα, οπότε η διέγερση \mathbf{F} είναι της μορφής

$$\mathbf{F}(r, \varphi, z, t) = T(t) \sum_v \mathbf{F}_v(r, \varphi, z) \quad (3.2)$$

όπου v ακέραιος που δηλώνει τον v -οστό ρυθμό.

Η χρονική κατανομή μπορεί να είναι είτε συνεχές ημίτονο είτε γκαουσιανός παλμός. Στην πρώτη περίπτωση, ορίζονται ο χρόνος ανόδου και η συχνότητά του, ενώ στη δεύτερη ο παλμός ορίζεται αρχικά στο πεδίο συχνότητας

$$F(f) = Ae^{-\frac{(f-f_0)^2}{2\sigma_f^2}} \quad (3.3)$$

όπου f_0 είναι η κεντρική συχνότητα, σ_f τυπική απόκλιση του παλμού και A το πλάτος που συνδέεται με την ισχύ, ενώ στο πεδίο του χρόνου ο παλμός δίνεται από τη σχέση:

$$f(t) = Be^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_t^2}} \quad (3.4)$$

όπου t_0 είναι ο κεντρικός χρόνος, σ_t η τυπική απόκλιση στο πεδίο του χρόνου και B το αντίστοιχο πλάτος. Προφανώς μεταξύ της τυπικής απόκλισης στο πεδίο του χρόνου και στο πεδίο της συχνότητας ισχύει η σχέση:

$$\sigma_t = \frac{1}{\sigma_f} \quad (3.5)$$

Η χρονική διάρκεια του παλμού επιλέγεται ίση με $10\sigma_t$, ώστε το πλάτος του να έχει ουσιαστικά μηδενιστεί στα άκρα της, ενώ ο κεντρικός χρόνος του παλμού επιλέγεται $t_0 = 5\sigma_t$ ώστε να είναι συμμετρικός. Τέλος, ο συνολικός χρόνος προσομοίωσης επιλέγεται πολλαπλάσιο της χρονικής διάρκειας του παλμού.

3.2 Επιλύτης των εξισώσεων κίνησης

Η επίλυση των εξισώσεων κίνησης πραγματοποιείται μετά τον υπολογισμό των μαγνητικών πεδριακών συνιστωσών και πριν από την εύρεση των αντίστοιχων ηλεκτρικών. Σε κάθε χρονικό βήμα υπολογίζεται το ρεύμα που επάγεται στα διάφορα σημεία του χώρου. Στη μνήμη είναι αποθηκευμένος ένας πίνακας **A**, ο οποίος περιέχει τα κινηματικά χαρακτηριστικά (θέσεις και ταχύτητες) των σωματιδίων που υπάρχουν στη διάταξη. Να τονιστεί ότι για κάθε σωματίδιο ορίζεται μια παράμετρος, η οποία παίρνει την τιμή 1 ή 0, ανάλογα αν το σωματίδιο βρίσκεται μέσα στη διάταξη ή όχι. Καθώς σωματίδια εισέρχονται συνεχώς σε αυτή, ο συνολικός αριθμός αυτών αυξάνει και επομένως ο αλγόριθμος επίλυσης των εξισώσεων κίνησης θα χρειαζόταν να εκτελείται όλο και περισσότερες φορές.

Η παραλληλοποίηση του αλγορίθμου βελτιώνει την απόδοση του κώδικα, αλλά όχι σε σημαντικό βαθμό. Για την περαιτέρω βελτίωσή της χρησιμοποιήθηκε μια τεχνική, σύμφωνα με την οποία ορίζεται ένας νέος πίνακας-στήλη **B**, ίδιας διάστασης με τον **A**, ο οποίος περιέχει στις πρώτες γραμμές του μόνο τους δείκτες των σωματιδίων του **A** που βρίσκονται τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή μέσα στη διάταξη, ενώ σε κάθε χρονικό βήμα με την τεχνική της ταξινόμησης φουσαλλίδας μεταφέρονται στις πρώτες γραμμές του **B** οι αντίστοιχοι δείκτες των σωματιδίων. Έτσι, περιορίζεται

σημαντικά ο αριθμός των επαναλήψεων του αλγορίθμου, αφού υπολογίζονται οι τροχιές μόνο των σωματιδίων που βρίσκονται στη διάταξη.

Συνήθως είναι γνωστές τιμές της αξονικής συνιστώσας του μαγνητοστατικού πεδίου πάνω στον άξονα z . Προφανώς, τυχόν μεταβολή του B_z κατά μήκος του z συνεπάγεται και ύπαρξη μη μηδενικής ακτινικής συνιστώσας, η οποία υπολογίζεται από τον νόμο του Gauss

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.6)$$

οπότε το πεδίο μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\mathbf{B} = \hat{r}B_r + \hat{\phi}B_\phi + \hat{z}B_z = \hat{r}\left(-\frac{r}{2}\frac{\partial B_z}{\partial z}\right) + \hat{\phi}C + \hat{z}B_z \quad (3.7)$$

όπου χωρίς βλάβη της γενικότητας μπορεί να επιλεγεί $C = 0$. Είναι φανερό ότι η παραπάνω σχέση επιτρέπει τον υπολογισμό της ακτινικής συνιστώσας του μαγνητοστατικού πεδίου. Σημειώνεται ότι οι τιμές της αξονικής συνιστώσας του μαγνητοστατικού πεδίου καθώς και της παραγώγου αυτής σε θέσεις που δεν ταυτίζονται με τις πλεγματικές υπολογίζονται με μεθόδους γραμμικής παρεμβολής.

3.3 Αποθήκευση αποτελεσμάτων

Τα αριθμητικά αποτελέσματα του κώδικα είναι οι πεδιακές συνιστώσες στον χώρο και στον χρόνο καθώς και η χρονική εξέλιξη των κινηματικών μεγεθών των σωματιδίων. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει πόσο συχνά (ακέραιο πολλαπλάσιο του χρονικού βήματος) εξάγονται τα αποτελέσματα καθώς και ποια από αυτά θα αποθηκεύονται σε αρχεία. Τα αρχεία είναι τύπου ASCII και netCDF, με τα τελευταία να υπερτερούν λόγω της ευκολίας χειρισμού τους στην όποια μετέπειτα επεξεργασία (post-processing) τους καθώς του σημαντικά μικρότερου μεγέθους τους.

3.4 Παραλληλοποίηση του αριθμητικού κώδικα

Εξαιτίας του μεγάλου αριθμού των απαιτούμενων πράξεων, η σειριακή εκτέλεση του κώδικα δεν είναι αποδοτική. Λύση στο πρόβλημα αυτό δίνει η παραλληλοποίηση διαφόρων τμημάτων του κάνοντας χρήση τεχνικών κοινόχρηστης (shared) και κατανεμημένης (distributed) μνήμης.

Με την πρώτη τεχνική, οι ανεξάρτητες πράξεις με χρήση στοιχείων πινάκων γίνονται παράλληλα χρησιμοποιώντας τον ίδιο χώρο μνήμης και υλοποιείται με σχετική ευκολία. Με τον τρόπο αυτό, η εκτέλεση του κώδικα (διεργασία, process) χωρίζεται σε επιμέρους νήματα (threads), καθένα από τα οποία πραγματοποιεί παράλληλα ένα σύνολο πράξεων. Αυτό συνεπάγεται ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των νημάτων, τόσο επιταχύνεται η εκτέλεση του κώδικα. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιείται το πρωτόκολλο OpenMP. Η τεχνική αυτή εφαρμόστηκε στην

παραλληλοποίηση των χωρικών επαναλήψεων, οι οποίες απαιτούνται για τη χρονική εξέλιξη του πεδίου, αλλά και στον υπολογισμό των χωρικών ολοκληρωμάτων για την εύρεση της ισχύος.

Με τη δεύτερη τεχνική, το υπολογιστικό χωρίο διαχωρίζεται σε μικρότερα υποχωρία στην αξονική και στην ακτινική διεύθυνση. Αυτό επιτρέπεται από τον ίδιο τον αλγόριθμο του Yee, επειδή οι τιμές του πεδίου σε κάποιο σημείο της διάταξης εξαρτώνται μόνο από τις τιμές του στις άμεσα γειτονικές θέσεις. Έτσι, κάθε υπολογιστικό υποχωρίο ανατίθεται σε ξεχωριστή διεργασία (process), η οποία εκτελείται ανεξάρτητα με τις διεργασίες των υπολοίπων υποχωρίων και έχει τον δικό της ανεξάρτητο χώρο μνήμης. Στο τέλος εκτέλεσης κάθε χρονικού βήματος οι τιμές στο σύνορο κάθε υποχωρίου αποστέλλονται στα γειτονικά του, για να εφαρμοστούν οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες μεταξύ των διαφορετικών υποχωρίων.

Για τον υπολογισμό των κινηματικών χαρακτηριστικών των σωματιδίων, σε κάθε διεργασία υπολογίζεται η τροχιά αυτών που βρίσκονται μέσα στο αντίστοιχο υποχωρίο. Αν η κίνηση πραγματοποιείται μεταξύ γειτονικών υποχωρίων, τα χαρακτηριστικά τους «αποστέλλονται» από το ένα υποχωρίο στο γειτονικό. Εφόσον κάθε υποχωρίο αντιστοιχίζεται σε διαφορετική διεργασία, εφαρμόζεται σε αυτή και η μέθοδος OpenMP για τις χωρικές επαναλήψεις. Η απαραίτητη επικοινωνία πραγματοποιείται μέσα από κατάλληλη διεπαφή χρησιμοποιώντας το πρωτόκολλο MPI. Έτσι, η παραλληλοποίηση αυτή αποτελεί ένα υβριδικό σχήμα OpenMP/MPI. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται ακόμα μεγαλύτερη επιτάχυνση της εκτέλεσης του αριθμητικού κώδικα. Σημειώνεται ότι η μέθοδος παραλληλοποίησης MPI είναι η συνηθέστερη που χρησιμοποιείται σε συστοιχίες υπολογιστών υψηλής απόδοσης και επιτρέπει την αποδοτική εκτέλεση του κώδικα σε συστήματα, όπως το ARIS του ΕΔΥΤΕ και το Marconi του CINECA.

Κεφάλαιο 4. Αριθμητικά Αποτελέσματα

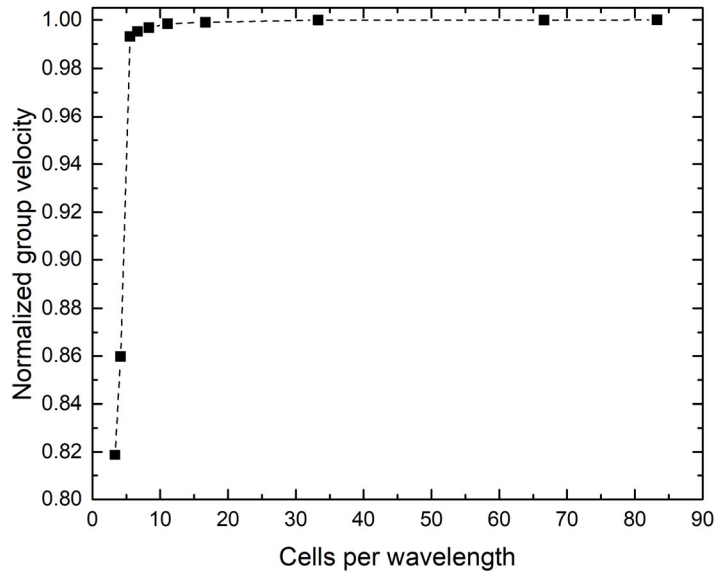
Στο κεφάλαιο αυτό δίνονται όλα τα αριθμητικά αποτελέσματα της διατριβής. Αρχικά, γίνεται η τεκμηρίωση του κώδικα για διάφορες περιπτώσεις με αναλυτικές λύσεις ή αναμενόμενα αποτελέσματα. Ειδικότερα, μελετώνται το φαινόμενο της αριθμητικής διασποράς, η απορροφητικότητα του στρώματος CFS-PML, η σύγκλιση των πεδιακών κατανομών, η σύγκλιση της μέσης ισχύος, ο συντελεστής απωλειών για την περίπτωση κυματοδηγού και διηλεκτρικό υλικό, η εξάρτηση των παραμέτρων σκέδασης από τα χαρακτηριστικά της διάταξης, η σύγκλιση του αλγορίθμου Boris καθώς και το πρόβλημα του μαγνητικού καθρέπτη. Στη συνέχεια, δίνονται αποτελέσματα για τη ψυχρή διάταξη κυματοδηγού με αξονική και αζιμουθιακή επιφανειακή αυλάκωση, καθώς και για την κίνηση της ηλεκτρονικής δέσμης σε μαγνητοστατικό πεδίο. Τέλος, για την περίπτωση της θερμής διάταξης, δίνονται αποτελέσματα για την αλληλεπίδραση σε λείο κυματοδηγό καθώς και σε κυματοδηγό με επιφανειακή αξονική αυλάκωση. Τα αποτελέσματα αυτά συγκρίνονται με αντίστοιχα από άλλους διαθέσιμους *in-house* και εμπορικούς κώδικες.

4.1 Τεκμηρίωση της υλοποίησης του κώδικα

4.1.1 Αριθμητική διασπορά

Για τη μελέτη του φαινομένου αυτού λόγω της εφαρμοζόμενης διακριτοποίησης, υπολογίστηκε η κανονικοποιημένη (ως προς τη μέγιστη τιμή της) ταχύτητα ομάδας ενός παλμού με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, ο οποίος διαδίδεται σε λείο κυλινδρικό κυματοδηγό. Θεωρήθηκε σήμα, το οποίο στο πεδίο του χρόνου είναι ένας γκαουσιανός παλμός κεντρικής συχνότητας $f_0 = 8$ GHz και τυπικής απόκλισης $\sigma_f = 0.2$ GHz, με χωρική κατανομή του ρυθμού TE_{11} . Η διέγερση αυτή εφαρμόστηκε σε κυματοδηγό ακτίνας $R = 14$ mm και μήκους $L = 1200$ mm, ενώ ο συνολικός χρόνος προσομοίωσης επιλέχθηκε ίσος με 10 ns. Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται ότι αφενός ο παλμός θα έχει «σβήσει» επαρκώς στην είσοδο και αφετέρου δεν θα υπάρχει ανάκλαση από την έξοδο του κυματοδηγού (λόγω του μεγάλου μήκους του), κάτι το οποίο θα επηρέαζε τα αποτελέσματα. Συνεπώς, η υπολογιζόμενη τιμή της ταχύτητας ομάδας εξαρτάται κυρίως από την πυκνότητα του πλέγματος και το χρονικό βήμα Δt . Μειώνοντας τις διαστάσεις των κελιών αυξάνεται η πυκνότητά τους, ενώ παράλληλα μειώνεται και το χρονικό βήμα (2.14). Για διάφορες τιμές του Δz βρέθηκαν οι τιμές της καθυστέρησης ομάδας μεταξύ των σημείων $p_1(7$ mm, 45° , 12 mm) και $p_2(7$ mm, 45° , 72 mm) και κανονικοποιήθηκαν στη μέγιστη τιμή αυτής. Οι τιμές των Δr και N_ϕ ήταν ίσες με 1 mm και 64, αντίστοιχα, που ισοδυναμούν με αντίστοιχες πυκνότητες πλέγματος 33 και 23 κελιά ανά μήκος κύματος. Τα αποτελέσματα δίνονται

στο Σχήμα 4.1. Όπως προαναφέρθηκε, η καθυστέρηση ομάδας αντιστοιχεί στην ταχύτητα ομάδας του παλμού, η οποία μειώνεται όταν εμφανίζεται ισχυρή αριθμητική διασπορά. Από τα αποτελέσματα του Σχήματος 4.1 είναι φανερό ότι, καθώς αυξάνεται η πυκνότητα του πλέγματος (δηλαδή μικραίνει το Δz), η αριθμητική ταχύτητα ομάδας συγκλίνει σε μια σταθερή τιμή, όπως αναμενόταν. Μάλιστα, για τιμές κελιών ανά μήκος κύματος (Cells Per Wavelength, CPW) μεγαλύτερες του 20, η κανονικοποιημένη ταχύτητα ομάδας έχει σταθεροποιηθεί και μεγαλύτερες τιμές του CPW όχι μόνο δεν επιφέρουν καμία ουσιαστική βελτίωση στα αποτελέσματα, αλλά αυξάνουν σημαντικά τους απαιτούμενους υπολογιστικούς πόρους.

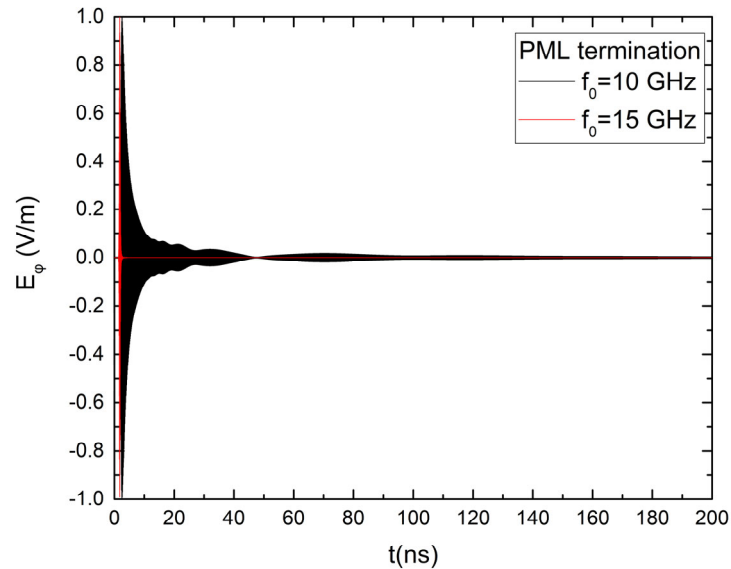


Σχήμα 4.1: Κανονικοποιημένη αριθμητική ταχύτητα ομάδας για διάφορες τιμές της πυκνότητας πλέγματος.

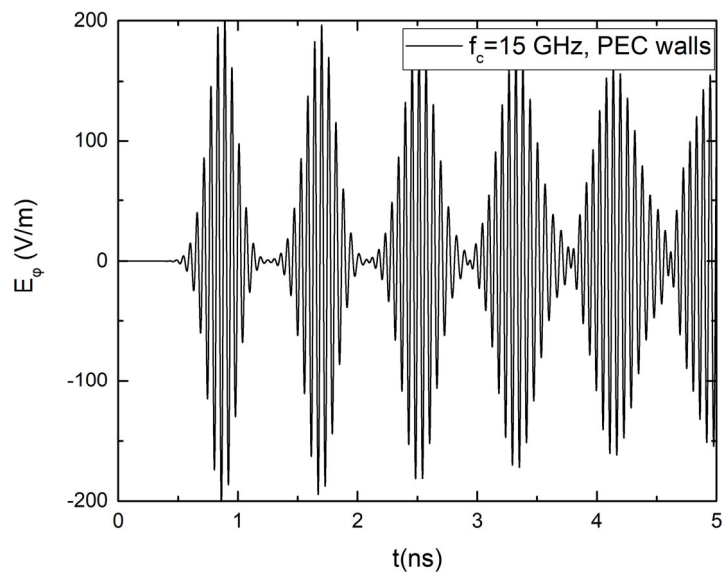
4.1.2 Απορροφητικότητα του στρώματος CFS-PML

Στην ενότητα αυτή μελετάται η απορροφητικότητα του CFS-PML. Ειδικότερα, θεωρήθηκε διάταξη λείου κυματοδηγού ακτίνας $R = 9$ mm και μήκους $L = 400$ mm, ο οποίος διεγέρθηκε με τη χωρική κατανομή του TE_{11} (με συχνότητα αποκοπής $f_c \approx 9.76$ GHz) και τη χρονική κατανομή ενός γκαουσιανού παλμού στο εύρος συχνοτήτων $f_0 \pm \Delta f$, για χρόνο προσομοίωσης ίσο με 250 παλμούς. Το μήκος του κυματοδηγού επιλέχθηκε τέτοιο ώστε οι ρυθμοί με συχνότητες κάτω από την αποκοπή να έχουν εξασθενήσει, ενώ ο χρόνος προσομοίωσης επιλέχθηκε αρκετά μεγάλος ώστε τα κύματα να έχουν φτάσει στα άκρα της διάταξης. Εξετάστηκαν δύο περιπτώσεις παλμών (A) $f_0 \pm \Delta f = (10 \pm 3)$ GHz και (B) $f_0 \pm \Delta f = (15 \pm 3)$ GHz. Για λόγους πληρότητας, για τον παλμό B, εξετάστηκε και η περίπτωση τερματισμού του κυματοδηγού με τέλειο αγωγίμο ηλεκτρικό τοίχωμα (Perfect Electric Conductor, PEC) ώστε να υπάρχει πλήρης ανάκλαση. Σημειώνεται ότι παλμός A έχει φασματικό περιεχόμενο και κάτω από τη συχνότητα αποκοπής του TE_{11} . Για διέγερση με τους παλμούς A και B υπολογίστηκε η συνιστώσα E_φ στην αξονική θέση $z = 300$ mm και σε κατάλληλο σημείο στο εγκάρσιο επίπεδο, στο οποίο αυτή μεγιστοποιείται (Σχήμα 4.2).

Είναι εμφανές ότι στην περίπτωση του παλμού A, το πεδίο δε αποσβένει με τον χρόνο με τον ίδιο ρυθμό, όπως για την περίπτωση του παλμού B, το οποίο αποτελεί σαφή ένδειξη ότι το στρώμα CFS-PML δεν απορροφά όλες τις συχνότητες του παλμού A. Επιπλέον, στην περίπτωση τερματισμού με PEC, εμφανίζονται πολλαπλές ανακλάσεις του αρχικού παλμού (Σχήμα 4.3).



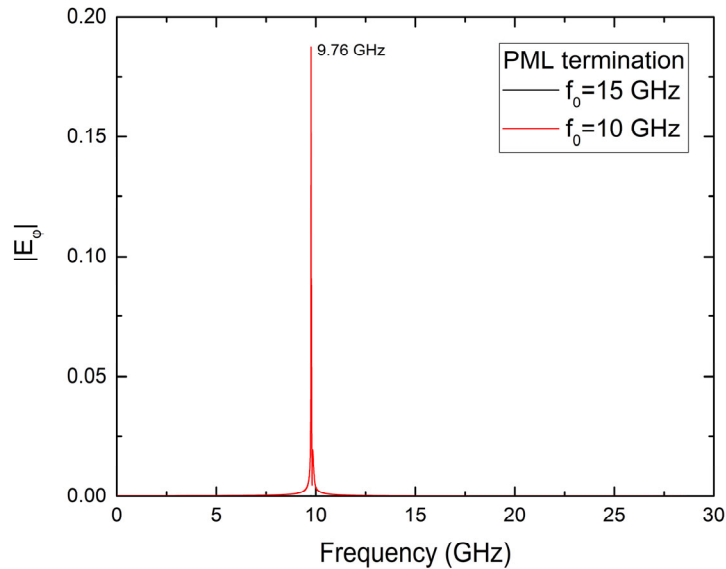
Σχήμα 4.2: Χρονική εξέλιξη της E_φ για τους παλμούς A και B. Οι τιμές είναι κανονικοποιημένες ως προς τη μέγιστη τιμή της κάθε περίπτωσης.



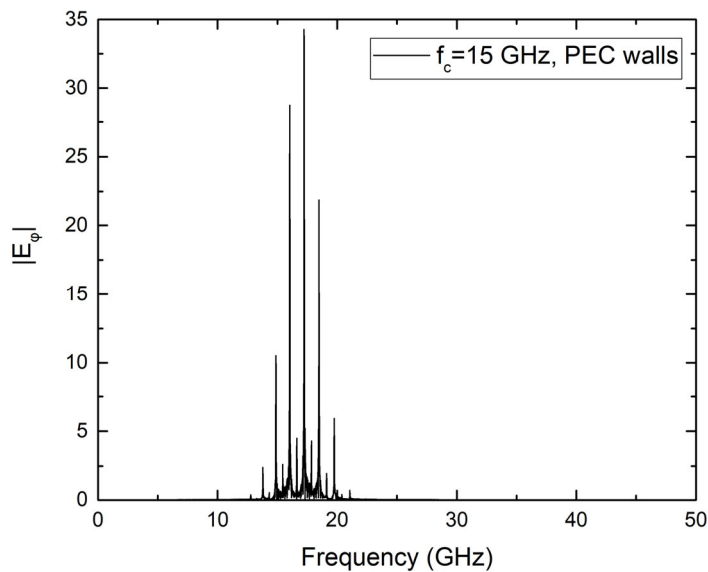
Σχήμα 4.3: Χρονική εξέλιξη της E_φ για τον παλμό B στην περίπτωση τερματισμού με PEC.

Για τις παραπάνω περιπτώσεις υπολογίστηκαν και τα συχνοτικά φάσματα της E_φ για χρονικό διάστημα αρκετά μεγαλύτερο από τη διάρκεια του παλμού για τις περιπτώσεις τερματισμού με PML και PEC, τα οποία δίνονται στο Σχήμα 4.4 και στο Σχήμα 4.5, αντίστοιχα. Από τα αποτελέσματα αυτά είναι φανερό ότι εμφανίζεται ένα οξύ μέγιστο στη συχνότητα f_c , κάτι που δηλώνει πως η συγκεκριμένη συνιστώσα του

παλμού δεν έχει απορροφηθεί από το CFS-PML. Στην περίπτωση τερματισμού με PEC, εμφανίζονται πολλαπλά μέγιστα σε συχνότητες που αντιστοιχούν στους διαμήκεις συντονισμούς.



Σχήμα 4.4: Συχνотικό φάσμα της E_ϕ για τους παλμούς A και B για $t > 20$ ns.



Σχήμα 4.5: Συχνотικό φάσμα της E_ϕ για τον παλμό B για $t > 20$ ns.

Η συμπεριφορά της μη απορρόφησης όλων των συχνοτήτων αποτελεί ένα εγγενές χαρακτηριστικό του CFS-PML, σύμφωνα με το οποίο συχνότητες κοντά στη συχνότητα αποκοπής ή συντονισμού δεν μπορούν να απορροφηθούν [68], [82]. Προφανώς κοντά στην αποκοπή το κύμα διαδίδεται με πολύ μικρή ταχύτητα ομάδας. Όταν το κυματοπακέτο «φτάσει» στην άκρη του κυματοδηγού οι συνιστώσες του με συχνότητες μικρότερη από αυτή της αποκοπής έχουν εξασθενήσει, αφού το μήκος του κυματοδηγού είναι πολύ μεγαλύτερο από το χαρακτηριστικό μήκος απόσβεσης, το οποίο δίνεται από τη σχέση

$$L_a = \frac{5}{a} = \frac{5}{\sqrt{h^2 - (\omega/c)^2}} \quad (4.1)$$

όπου a είναι ο συντελεστής εξασθένησης του κύματος, h ο εγκάρσιος κυματαριθμός και ω η συχνότητα. Η μέγιστη τιμή του L_a είναι περίπου 150 mm για συχνότητα $f = 9.76$ GHz.

4.1.3 Σύγκλιση των πεδιακών κατανομών

Στη συνέχεια, μελετήθηκε η σύγκλιση των τιμών των πεδιακών κατανομών για την περίπτωση λείου κυλινδρικού κυματοδηγού ακτίνας $R = 14$ mm και μήκους $L = 25$ mm, ο οποίος διεγείρεται με τον ρυθμό TE_{11} με συνεχές ημίτονο συχνότητας 30 GHz. Ειδικότερα, για χρόνο ίσο με τον συνολικό χρόνο της προσομοίωσης (5 ns) υπολογίστηκε η κατανομή της E_φ ως προς z στο σημείο $(r, \varphi) = (6.25 \text{ mm}, \pi/4)$ για διαφορετικά μεγέθη κελιών στην αξονική (Δz) και στην ακτινική (Δr) διεύθυνση και συγκεκριμένα για (α) μεταβλητό Δz με σταθερό $\Delta r = 1$ mm και (β) μεταβλητό Δr με σταθερό $\Delta z = 0.5$ mm. Για τον έλεγχο της σύγκλισης υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα ε μεταξύ των υπολογισμένων (με δείκτη *calc*) και των αντίστοιχων θεωρητικά αναμενόμενων τιμών (με δείκτη *theor*) του πεδίου [110]

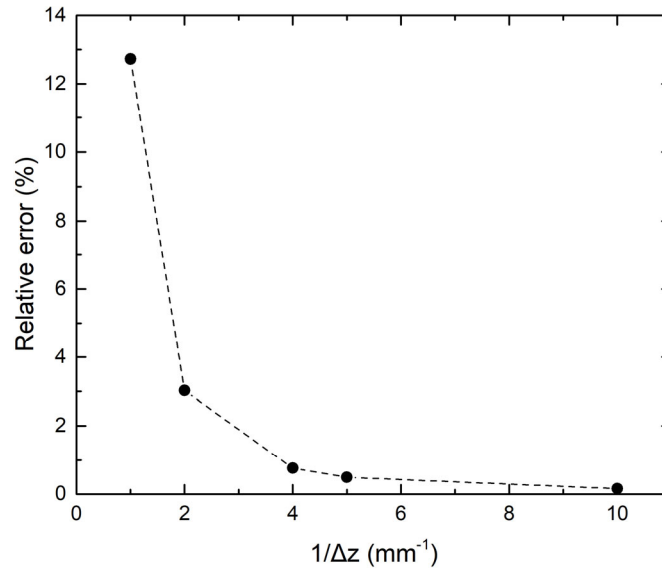
$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{E_{theor}} \quad (4.2)$$

όπου

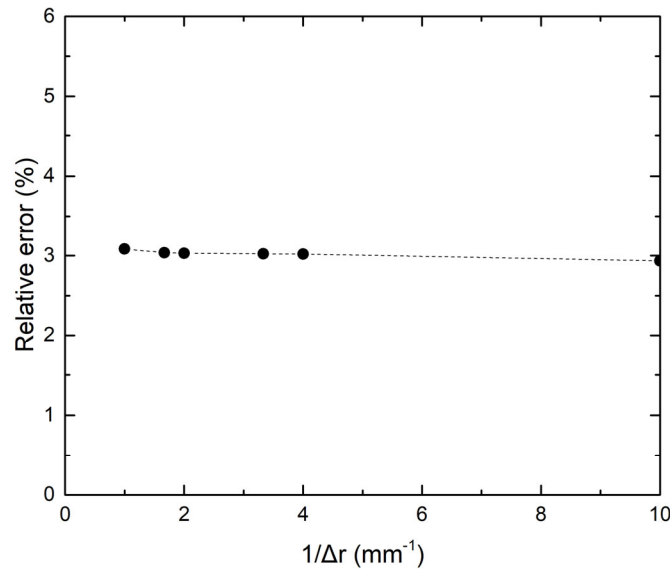
$$\Delta E^2 = \sum_{i=1}^{Nz} (E_{\varphi,calc,i} - E_{\varphi,theor,i})^2 \quad (4.3)$$

$$E_{theor}^2 = \sum_{i=1}^{Nz} E_{\varphi,theor,i}^2 \quad (4.4)$$

Στο Σχήμα 4.6 και στο Σχήμα 4.7 δίνεται το ε για διάφορες τιμές του Δz και Δr , αντίστοιχα, με τον οριζόντιο άξονα να έχει διαστάσεις αντίστροφου μήκους. Από αυτά είναι φανερό ότι η σύγκλιση με το Δz είναι πολύ γρήγορη και το σφάλμα είναι της τάξης του 1% για $\Delta z = 0.25$ mm. Αντίθετα, η σύγκλιση με το Δr δείχνει να μην επηρεάζεται από την τιμή αυτού και να είναι σχεδόν σταθερή (3%) ακόμα και για $\Delta r = 0.1$ mm.



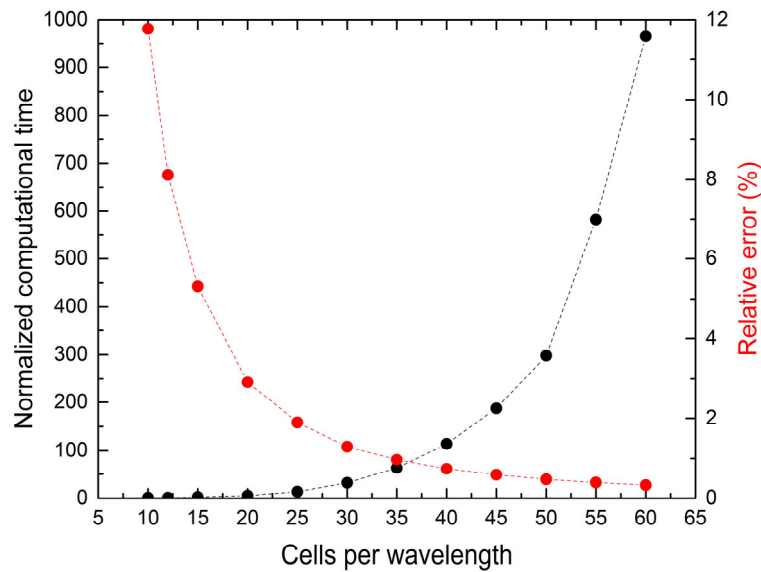
Σχήμα 4.6: Σχετικό σφάλμα της E_φ σε συνάρτηση με το $1/\Delta z$.



Σχήμα 4.7: Σχετικό σφάλμα της E_φ σε συνάρτηση με το $1/\Delta r$.

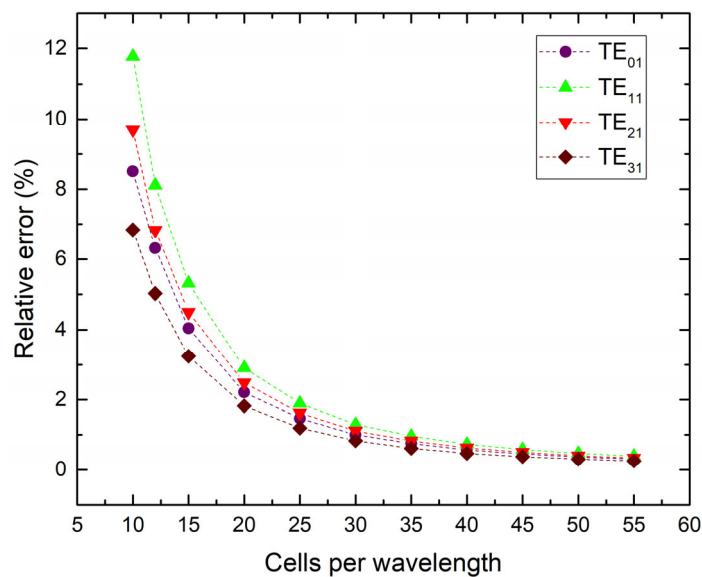
Στη συνέχεια, έγινε μεταβολή του αριθμού των κελιών ανά μήκος κύματος (Cells Per Wavelength, CPW), που συνεπάγεται αντίστοιχες μεταβολές των Δr , N_φ και Δz . Για τις διάφορες τιμές του CPW υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα ε (Σχήμα 4.8), από το οποίο προκύπτει ότι, όπως ήταν αναμενόμενο, αύξηση του CPW οδηγεί σε μείωση του ε . Στο ίδιο σχήμα δίνεται (με κόκκινο χρώμα) ο σχετικός υπολογιστικός χρόνος για κάθε περίπτωση, όπου η τιμή ίση με τη μονάδα αντιστοιχεί στον χρόνο που απαιτείται για τους υπολογισμούς με 10 CPW. Είναι προφανές ότι αύξηση του CPW οδηγεί σε δραματική αύξηση του υπολογιστικού χρόνου και αναγκαστικά πρέπει να επιλεγεί κατάλληλη τιμή αυτού ώστε να λαμβάνονται αριθμητικά αποτελέσματα με ικανοποιητική ακρίβεια σε εύλογο χρονικό διάστημα. Ενδεικτικά αύξηση του CPW από 40 σε 50, ενώ απαιτεί 4 φορές περισσότερο υπολογιστικό χρόνο, η αντίστοιχη μείωση του σφάλματος είναι πολύ μικρή. Για τον σκοπό αυτό, στις περισσότερες εφαρμογές,

χρησιμοποιούνται τιμές της πυκνότητας πλέγματος (CPW) μεγαλύτερες από 10 και μικρότερες από 30, ώστε να επιτυγχάνεται ικανοποιητική ακρίβεια σε σχετικά σύντομο υπολογιστικό χρόνο.



Σχήμα 4.8: Σχετικό σφάλμα και κανονικοποιημένος υπολογιστικός χρόνος σε συνάρτηση με τον αριθμό των κελιών ανά μήκος κύματος (CPW).

Για την περαιτέρω διερεύνηση της παραπάνω συμπεριφοράς μελετήθηκε το σχετικό σφάλμα ε σε συνάρτηση με τον αριθμό των κελιών ανά μήκος κύματος για διάφορους ρυθμούς (TE_{01} , TE_{11} , TE_{21} και TE_{31}). Από το Σχήμα 4.10 είναι φανερό ότι το σφάλμα μειώνεται με τον ίδιο τρόπο ανεξάρτητα από τον ρυθμό διέγερσης και για τιμές κελιών ανά μήκος κύματος μεγαλύτερες του 25 έχει πρακτικά συγκλίνει. Να σημειωθεί ότι στις παραπάνω προσομοιώσεις η διάταξη ήταν τερματισμένη με στρώμα PML πάχους 10 κελιών και χρησιμοποιήθηκε πηγή επιβαλλόμενου τύπου (hard source).



Σχήμα 4.9: Σχετικό σφάλμα τιμών πεδιακών κατανομών για διέγερση με τους ρυθμούς TE_{01} , TE_{11} , TE_{21} και TE_{31} .

4.1.4 Σύγκλιση της χρονικά μέσης τιμής της ισχύος

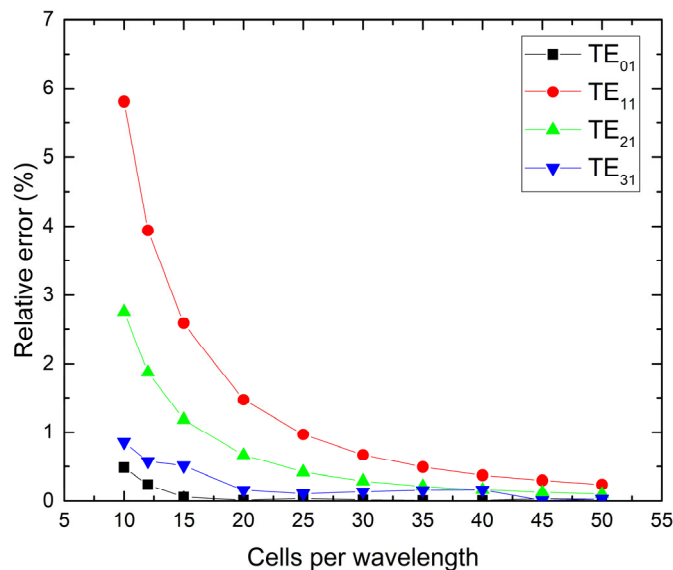
Η μέση χρονική τιμή της διαδιδόμενης ισχύος βρίσκεται από τη μέση χρονική τιμή της z συνιστώσας του διανύσματος Poynting

$$\langle P_z(z) \rangle_t = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ \int_0^{2\pi} \left(\int_0^R E_r H_\phi r dr - \int_0^R E_\phi H_r r dr \right) d\phi \right\}_{z,t} dt \quad (4.5)$$

όπου το T πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου του κύματος, γιατί σε αντίθετη περίπτωση η ισχύς εμφανίζει εξάρτηση από το z . Για την απαλοιφή αυτής, υπολογίστηκε η μέση τιμή της σχέσης (4.5) ως προς την αξονική μεταβλητή z

$$\langle P_z(z) \rangle_z = \frac{1}{L} \int_0^L \langle P_z(z,t) \rangle_t dz \quad (4.6)$$

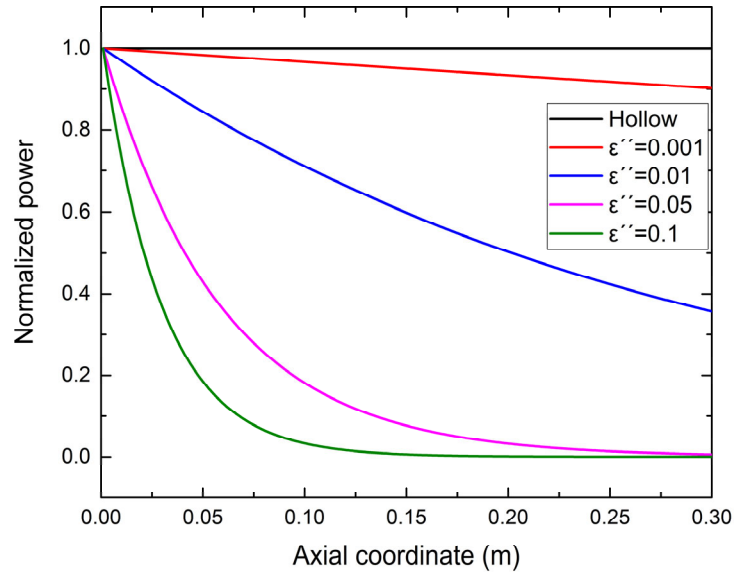
Για τη μελέτη αυτής προσομοιώθηκε λείος κυματοδηγός με ακτίνα $R = 9$ mm, μήκος $L = 100$ mm και ημινοοειδές σήμα συχνότητας $f = 25$ GHz, του οποίου το πλάτος κανονικοποιήθηκε έτσι ώστε η ισχύς του σήματος εισόδου να είναι 100 W. Για κάθε χρονικό βήμα βρέθηκε το ολοκλήρωμα της (4.5) και στο τέλος της προσομοίωσης αυτό της (4.6). Στο Σχήμα 4.10 δίνεται το σχετικό σφάλμα της ισχύος σε σχέση με τη θεωρητικά αναμενόμενη τιμή σε συνάρτηση με την πυκνότητα του πλέγματος (CPW). Είναι προφανές ότι η μέση τιμή της ισχύος συγκλίνει καθώς αυξάνεται η τιμή του CPW, με το σφάλμα να εξαρτάται από τον αριθμό των σημείων, που έχει υπολογιστεί το πεδίο στο εγκάρσιο επίπεδο και στον διαμήκη άξονα, αφού αυτά χρησιμοποιούνται στις ολοκληρώσεις των σχέσεων (4.5) και (4.6). Παρόλα αυτά, σε όλες τις περιπτώσεις και για πυκνότητα πλέγματος μεγαλύτερη από 20 κελιά ανά μήκος κύματος το σφάλμα είναι αρκετά μικρό (< 1.5%) και επομένως ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει ικανοποιητικά.



Σχήμα 4.10: Σχετικό σφάλμα της μέσης τιμής της ισχύος σε συνάρτηση με την πυκνότητα του πλέγματος για διαφόρους ρυθμούς διέγερσης.

4.1.5 Συντελεστής απωλειών σε κυματοδηγό με διηλεκτρικό υλικό

Στη συνέχεια, μελετήθηκε λείος κυματοδηγός ακτίνας $R = 15$ mm, μήκους $L = 300$ mm, τερματισμένος σε CFS-PML με διηλεκτρικό υλικό σε όλο τον όγκο του με σχετική διηλεκτρική σταθερά $\epsilon_r = 1 - j\epsilon''$ ($\epsilon'' = 0.001, 0.01, 0.05$ και 0.1) και διέγερση με τον ρυθμό TE_{11} συχνότητας $f = 15$ GHz. Για λόγους σύγκρισης προσομοιώθηκε η ίδια διάταξη και χωρίς διηλεκτρικό υλικό. Για όλες τις περιπτώσεις υπολογίστηκε η μέση τιμή της ισχύος σε κάθε αξονική πλεγματική θέση και οι τιμές της παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.11. Να σημειωθεί ότι η ισχύς έχει κανονικοποιηθεί με την τιμή αυτής στο $z = 0$ mm.



Σχήμα 4.11: Μέση τιμή της ισχύος στην περίπτωση λείου κυματοδηγού με και χωρίς διηλεκτρικό υλικό με απώλειες σε συνάρτηση με την αξονική συντενταγμένη.

Από τα αποτελέσματα του Σχήματος 4.11 βρέθηκε η σταθερά εξασθένησης της ισχύος και από αυτή η σταθερά εξασθένησης του πεδίου a_d λόγω του διηλεκτρικού. Από τη θεωρία είναι γνωστό ότι ο συντελεστής εξασθένησης λόγω απωλειών δίνεται από τη σχέση [111]

$$a_d = \frac{k^2 \tan \delta}{2\beta} \quad (4.7)$$

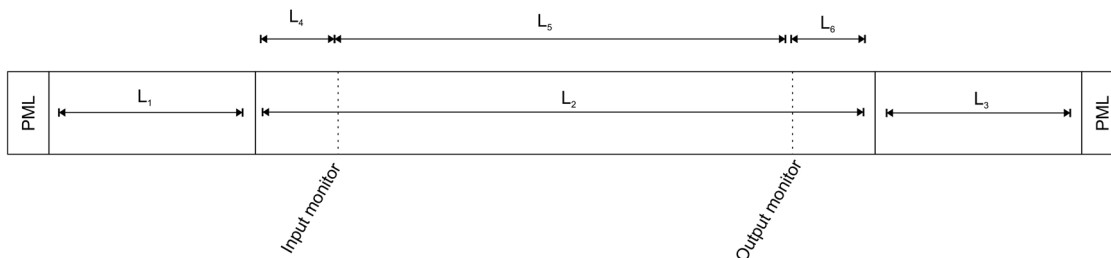
όπου $k = \omega/c$ και $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon'$ είναι η εφαπτόμενη των απωλειών (loss tangent). Στον Πίνακα 4.1 δίνονται οι τιμές του συντελεστή εξασθένησης για διάφορες τιμές των διηλεκτρικών απωλειών, όπως προέκυψαν από τις προσομοιώσεις και από τη θεωρία αντίστοιχα καθώς και το σχετικό τους σφάλμα, το οποίο είναι της τάξης του 1%.

Πίνακας 4.1: Τιμές και σχετικό σφάλμα του συντελεστή εξασθένησης για διάφορες τιμές του φανταστικού μέρους της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς.

ϵ''	$\alpha_{d,simulation}$	$\alpha_{d,theoretical}$	Σχετικό σφάλμα (%)
0.001	0.173	0.171	1.055
0.010	1.725	1.707	1.052
0.050	8.623	8.537	1.010
0.100	17.224	17.074	0.881

4.1.6 Εξάρτηση των παραμέτρων σκέδασης από τη γεωμετρία της διάταξης

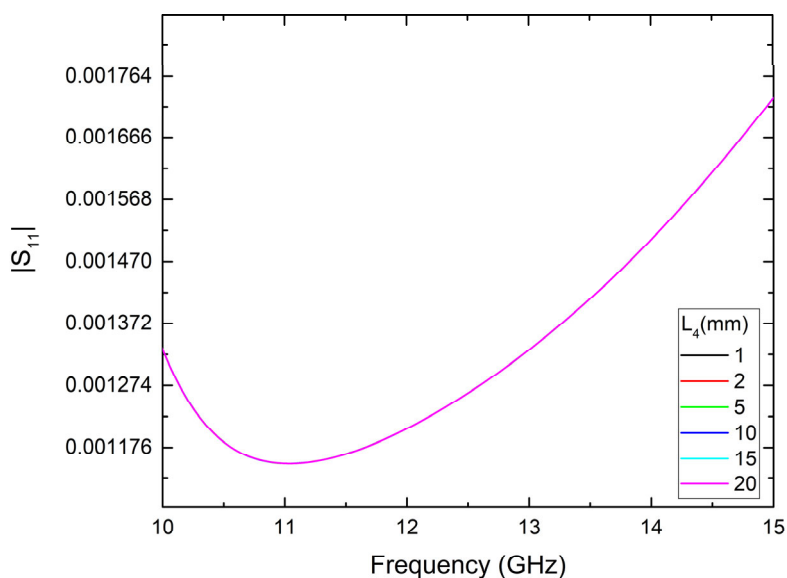
Στη συνέχεια, μελετήθηκε η εξάρτηση των παραμέτρων σκέδασης από το μήκος της διάταξης για έναν λείο κυματοδηγό ακτίνας $R = 23 \text{ mm}$, που διεγείρεται με τον TE_{01} . Στο Σχήμα 4.13 δίνεται η αξονική τομή της διάταξης, όπου φαίνονται οι θέσεις της εικονικής θύρας εισόδου (input monitor) και εξόδου (output monitor). Η διέγερση εφαρμόστηκε ως *soft source* σε απόσταση L_1 από το PML, ενώ η χρονική εξάρτησή της είναι γκαουσιανός παλμός με εύρος συχνοτήτων από 10 GHz έως 15 GHz. Στους υπολογισμούς το πεδίο θεωρήθηκε ότι αποτελείται από υπέρθεση ρυθμών TE και TM, οι οποίοι έχουν συχνότητα αποκοπής μεγαλύτερη από τα 10 GHz και αζιμουθιακό δείκτη m μέχρι και 2. Στις προσομοιώσεις υπολογίστηκε το μέτρο των παραμέτρων σκέδασης, αφού πρόκειται για μιγαδικές ποσότητες.



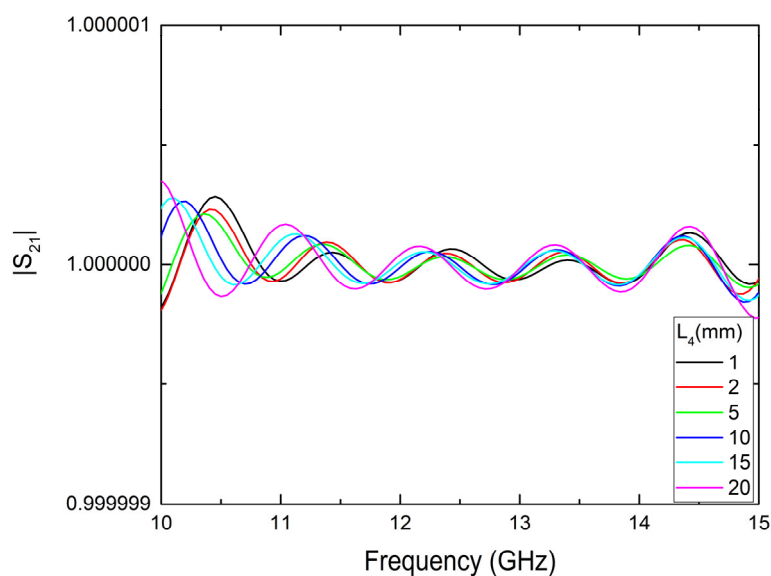
Σχήμα 4.12: Αξονική τομή της διάταξης που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των παραμέτρων σκέδασης.

Επίδραση της απόστασης της πηγής από την εικονική θύρα

Αρχικά, μελετήθηκε η επίδραση της απόστασης της πηγής από την εικονική θύρα εισόδου (L_4) στις τιμές των παραμέτρων σκέδασης, διατηρώντας σταθερή την απόσταση μεταξύ των δύο εικονικών θυρών (L_5). Τα μήκη L_1 και L_2 επιλέχθηκαν ίσα με 10 mm ώστε να ελαχιστοποιηθούν τυχόν ανακλάσεις από το PML, ενώ το L_6 τέθηκε ίσο με 2 mm. Στο Σχήμα 4.13 παρουσιάζεται το $|S_{11}|$ και στο Σχήμα 4.14 το $|S_{21}|$. Από αυτά είναι φανερό ότι το $|S_{11}|$ δεν μεταβάλλεται με τη μεταβολή του L_4 , ενώ το $|S_{21}|$ μεταβάλλεται ελάχιστα. Και στις δύο περιπτώσεις, οι τιμές βρίσκονται κοντά στις θεωρητικά αναμενόμενες. Η ανεξαρτησία του $|S_{11}|$ από το L_4 οδηγεί στο συμπέρασμα πως η πηγή μπορεί να βρίσκεται αρκετά κοντά στην εικονική θύρα, κάτι το οποίο οδηγεί στη μείωση του συνολικού μήκους του υπολογιστικού χωρίου και συνεπώς και των απαιτούμενων υπολογιστικών πόρων.



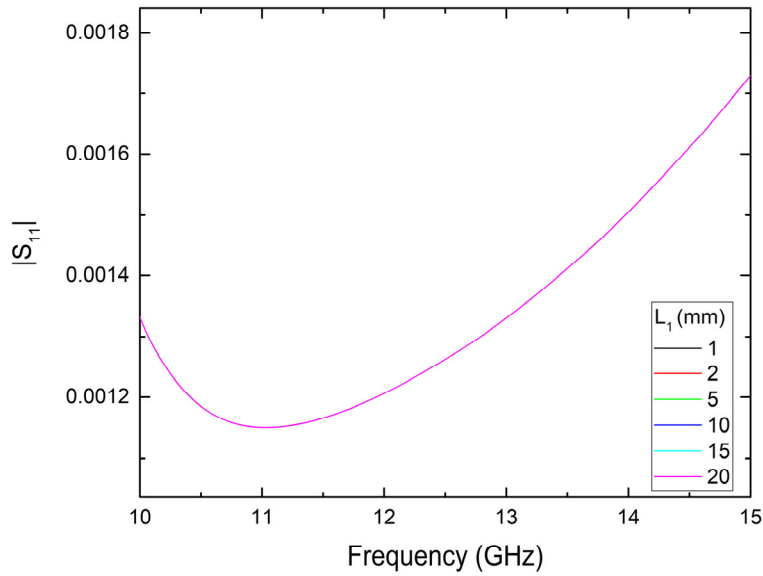
Σχήμα 4.13: $|S_{11}|$ για διάφορες τιμές της απόστασης της πηγής από την εικονική θύρα.



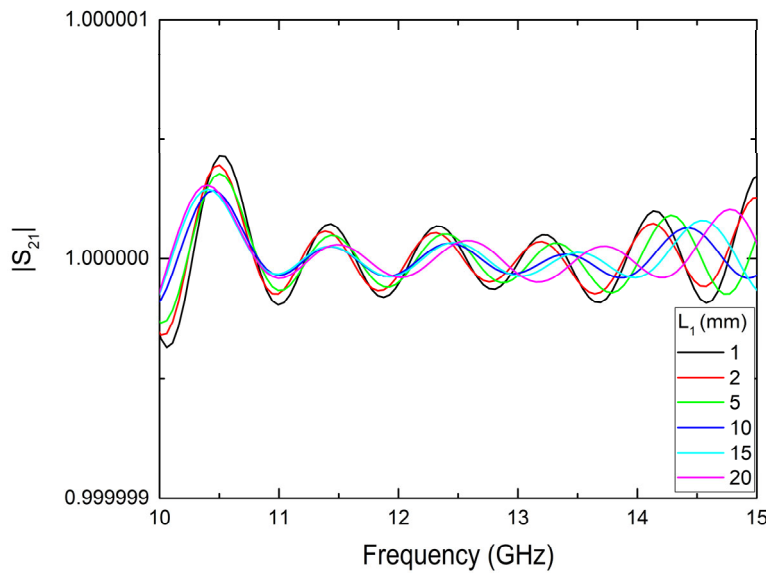
Σχήμα 4.14: $|S_{21}|$ για διάφορες τιμές της απόστασης της πηγής από την εικονική θύρα.

Επίδραση της απόστασης του στρώματος (εισόδου) PML από την πηγή

Έπειτα, για $L_4 = L_6 = 2$ mm, $L_3 = 10$ mm και $L_5 = 10$ mm, υπολογίστηκαν οι παραμέτροι σκέδασης για τις διάφορες τιμές του L_1 και τα αποτελέσματα δίνονται για το $|S_{11}|$ στο Σχήμα 4.15 και για το $|S_{21}|$ στο Σχήμα 4.16. Είναι προφανές ότι η τιμή του μήκους L_1 δεν επηρεάζει τα $|S_{11}|$ και $|S_{21}|$, αποτέλεσμα αναμενόμενο, αφού το PML δεν επιτρέπει τις ανακλάσεις. Μάλιστα, η θεωρητικά αναμενόμενη τιμή για το $|S_{11}|$ είναι μηδέν και για το $|S_{21}|$ μονάδα, που συγκρινόμενες με τις τιμές των προσομοιώσεων, εμφανίζουν σχετικό σφάλμα της τάξης του 10^{-5} και 10^{-4} , αντίστοιχα.



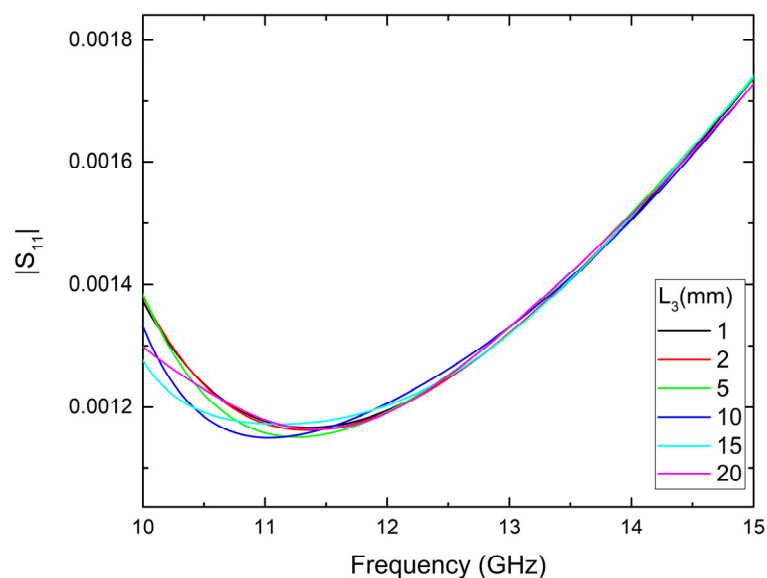
Σχήμα 4.15: $|S_{11}|$ για διάφορες τιμές της απόστασης της πηγής από το «πίσω» στρώμα PML.



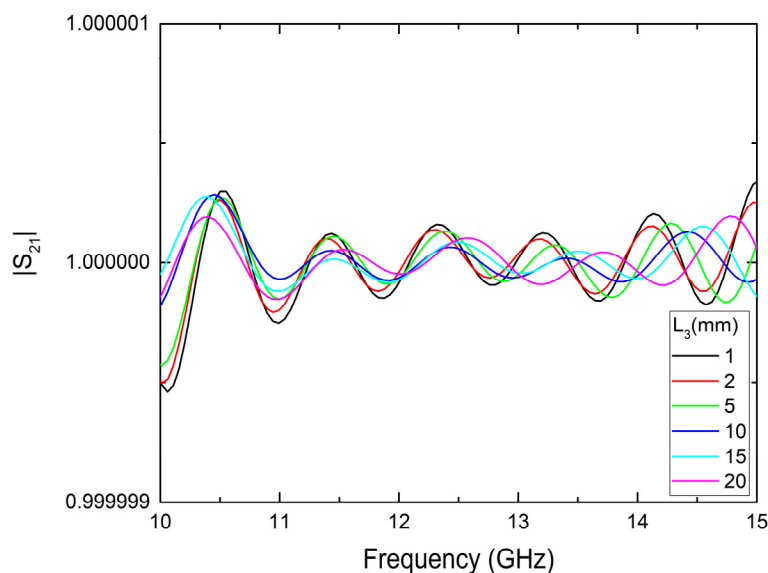
Σχήμα 4.16: $|S_{21}|$ για διάφορες τιμές της απόστασης της πηγής από το «πίσω» στρώμα PML.

Επίδραση της απόστασης του στρώματος (εξόδου) PML από το τέλος της διάταξης

Η ίδια διαδικασία επαναλήφθηκε για μεταβλητό L_3 διατηρώντας σταθερά τα $L_4 = L_6 = 2$ mm, $L_1 = 10$ mm και $L_5 = 10$ mm, και τα αποτελέσματα δίνονται στο Σχήμα 4.17 για το $|S_{11}|$ και στο Σχήμα 4.18 για το $|S_{21}|$. Όπως είναι προφανές η μεταβολή του L_3 δεν επηρεάζει σημαντικά τα $|S_{11}|$ και $|S_{21}|$.



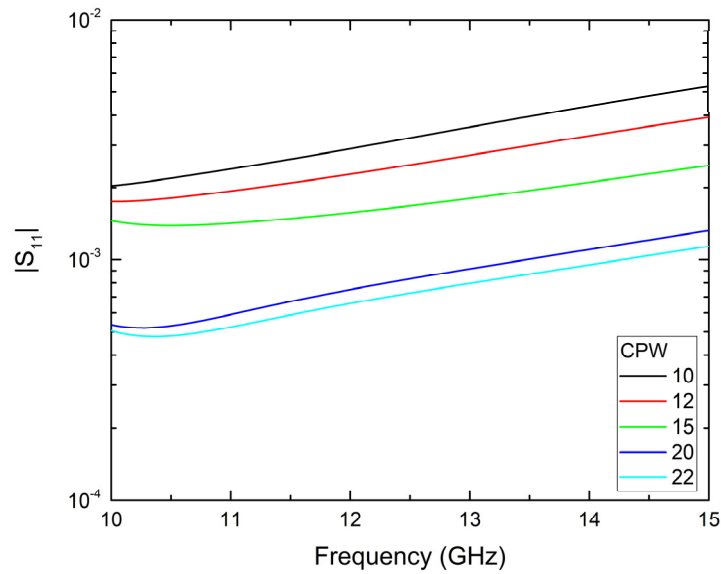
Σχήμα 4.17: $|S_{11}|$ για διάφορες τιμές της απόστασης του τέλους της διάταξης από το «εμπρός» στρώμα PML.



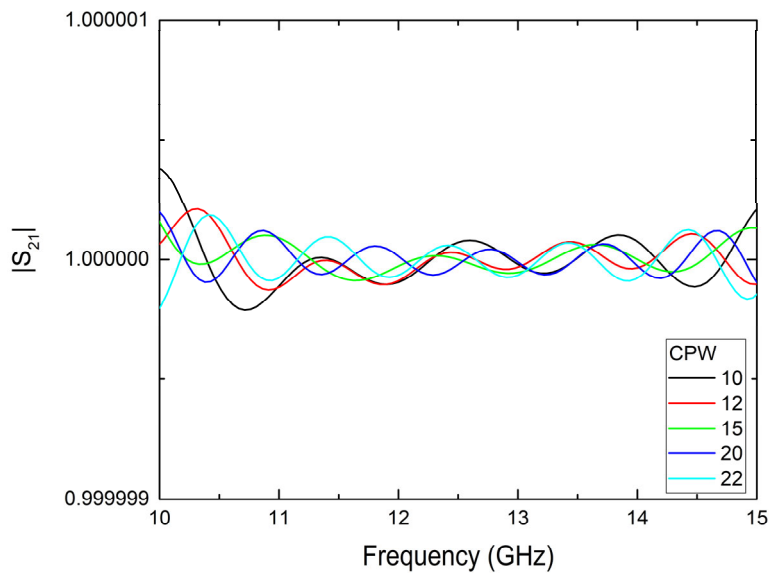
Σχήμα 4.18: $|S_{21}|$ για διάφορες τιμές της απόστασης του τέλους της διάταξης από το «εμπρός» στρώμα PML.

Επίδραση της πυκνότητας του πλέγματος

Μελετήθηκε επίσης η εξάρτηση των παραμέτρων σκέδασης από την πυκνότητα του πλέγματος έχοντας επιλέξει $L_1 = L_5 = L_3 = 10$ mm και $L_4 = L_6 = 2$ mm. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.19 για το $|S_{11}|$ και στο Σχήμα 4.20 για το $|S_{21}|$. Όπως αναμενόταν, με την αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος τα αριθμητικά αποτελέσματα εμφανίζεται καλύτερη σύγκλιση των παραμέτρων σκέδασης στις θεωρητικά αναμενόμενες τιμές, αφού οι πεδιακές τιμές συγκλίνουν στις αντίστοιχες θεωρητικές. Μάλιστα, με την αύξηση του αριθμού των κελιών ο συντελεστής ανάκλασης μειώνεται δραστικά προσεγγίζοντας την αναμενόμενη τιμή μηδέν, ενώ ο συντελεστής μετάδοσης είναι πρακτικά ίσος με μονάδα.

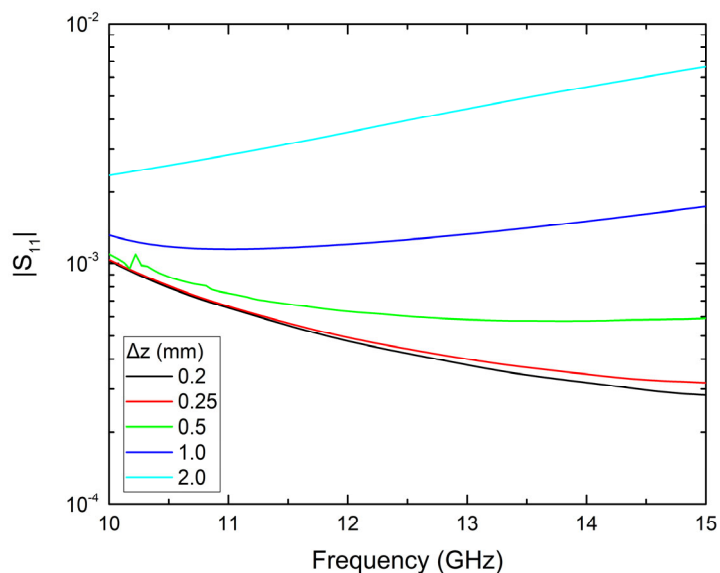


Σχήμα 4.19: $|S_{11}|$ για διάφορες τιμές της πυκνότητας του πλέγματος.

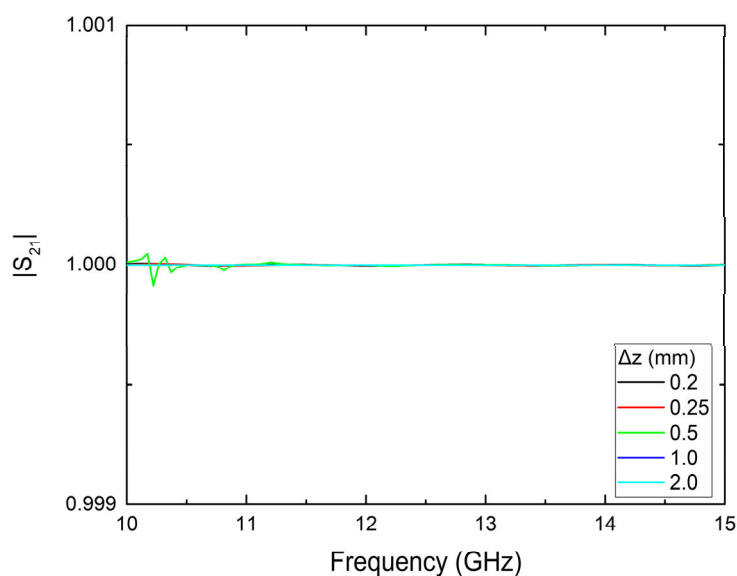


Σχήμα 4.20: $|S_{21}|$ για διάφορες τιμές της πυκνότητας του πλέγματος.

Στη συνέχεια, μελετήθηκε η εξάρτηση των παραμέτρων σκέδασης από το μήκος κελιού Δz . Σημειώνεται ότι η απόσταση αυτή είναι και η απόσταση μεταξύ των δύο επιπέδων μέτρησης της εικονικής θύρας. Για τον σκοπό αυτό, ένας λείος κυλινδρικός κυματοδηγός ακτίνας $R = 23$ mm διεγέρθηκε με τον ρυθμό TE_{01} στο εύρος συχνοτήτων 10-15 GHz. Τα μήκη L_1 και L_3 επιλέχθηκαν αρκετά μεγάλα και ο χρόνος προσομοίωσης μικρός, ώστε ο παλμός να μη προλάβει να «φτάσει» στα στρώματα PML και να μην εμφανιστούν ανακλάσεις από αυτά. Οι παράμετροι σκέδασης υπολογίστηκαν για διάφορες τιμές του Δz (2 mm, 1 mm, 0.5 mm, 0.25 mm και 0.2 mm), ενώ οι τιμές των Δr και N_ϕ ήταν 1 mm και 100, αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα δίνονται στο Σχήμα 4.21 για το $|S_{11}|$ και στο Σχήμα 4.22 για το $|S_{21}|$, από τα οποία φανερό ότι με τη μείωση του Δz εμφανίζεται μια μικρή μείωση στο μέτρο του $|S_{11}|$, ενώ το $|S_{21}|$ παραμένει κοντά στη μονάδα, όπως αναμενόταν.



Σχήμα 4.21: $|S_{11}|$ για διάφορα μήκη κελιού Δz .



Σχήμα 4.22: $|S_{21}|$ για διάφορα μήκη κελιού Δz .

Από τα παραπάνω αποτελέσματα συμπεραίνεται ότι οι τιμές των παραμέτρων σκέδασης εμφανίζουν μικρές αποκλίσεις από τις θεωρητικά αναμενόμενες, οι οποίες οφείλονται στους παρακάτω λόγους:

- Ακρίβεια του αλγορίθμου FDTD.
- Μη ιδανική απορρόφηση των στρωμάτων PML.
- Ακρίβεια του μετασχηματισμού Fourier.
- Ακρίβεια του αριθμητικού υπολογισμού των εγκάρσιων ολοκληρωμάτων.

Ο αλγόριθμος FDTD εμφανίζει σφάλματα διακριτοποίησης και σφάλματα εξαιτίας του φαινομένου της αριθμητικής διασποράς. Είναι γνωστό ότι αυξάνοντας την πυκνότητα του πλέγματος, τα σφάλματα αυτά μειώνονται, αλλά παράλληλα αυξάνονται τα αριθμητικά σφάλματα στρογγυλοποίησης (round-off errors), τα οποία όμως είναι συνήθως πολύ μικρότερα σε σχέση με τα προηγούμενα. Επιπρόσθετα, το στρώμα PML,

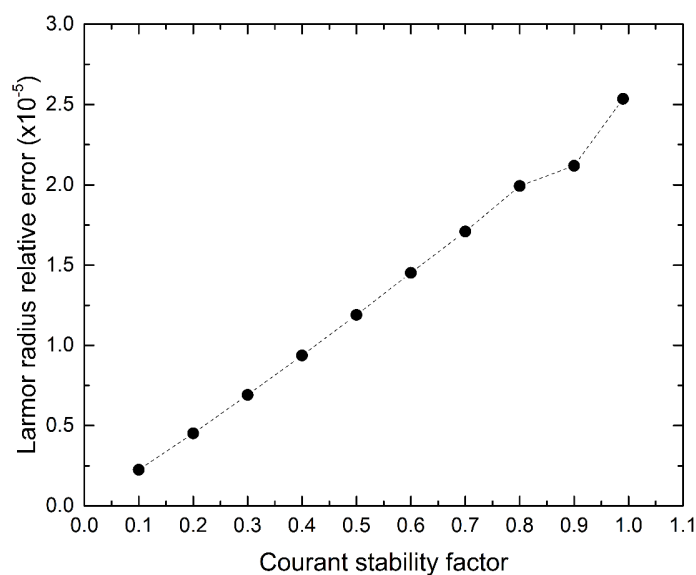
αν και θα έπρεπε να προσφέρει τέλεια προσαρμογή, στην πράξη αυτό δεν συμβαίνει, καθώς η διακριτοποίησή του εισάγει ψευδοανακλάσεις, που αποτελούν ένα «τεχνητό» φαινόμενο. Μάλιστα, η απορρόφησή του δεν είναι η ίδια σε όλες τις συχνότητες, καθώς όπως προαναφέρθηκε κοντά στις συχνότητες συντονισμού και αποκοπής το στρώμα δεν απορροφά ικανοποιητικά τα προσπίπτοντα κύματα. Αν και επιλέγεται ο παλμός διέγερσης να έχει συχνотικό περιεχόμενο μεγαλύτερο από τη συχνότητα αποκοπής του ρυθμού διέγερσης, λόγω του πεπερασμένου μήκους της διάταξης συχνά εμφανίζονται και αξονικοί συντονισμοί, οι οποίοι αλλοιώνουν το φάσμα εξόδου με συνέπεια οι παράμετροι σκέδασης να έχουν συμπεριφορά ταλάντωσης, η οποία αποδίδεται στις πολλαπλές ανακλάσεις μέσα στο PML [112] καθώς και στην πεπερασμένη διάρκεια του σήματος εξόδου, στο οποίο εφαρμόζεται ο χρονικός FFT. Τέλος, η ολοκλήρωση των πεδιακών συνιστωσών στο εγκάρσιο επίπεδο γίνεται με χρήση του κανόνα του τραπεζίου, του οποίου η ακρίβεια εξαρτάται από τον αριθμό των σημείων που λαμβάνονται υπόψη. Στον αριθμητικό κώδικα η επιλογή αριθμού κελιών ανά μήκος κύματος μεγαλύτερου του 20 δίνει αποτελέσματα με πολύ μεγάλη ακρίβεια. Να τονιστεί ότι η επιλογή του κανόνα του Simpson για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος απαιτεί ο αριθμός των σημείων να είναι άρτιος, το οποίο δεν είναι πάντα εφικτό με τον επιλεγέντα αλγόριθμο της FDTD.

Συνοψίζοντας, η απόσταση Δz μεταξύ των επιπέδων μέτρησης μιας εικονικής θύρας είναι η σημαντικότερη παράμετρος για την ακρίβεια των υπολογισμών των παραμέτρων σκέδασης και όσο μικρότερη είναι η απόσταση αυτή τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια των αποτελεσμάτων και συνεπώς τόσο μικρότερο το σφάλμα.

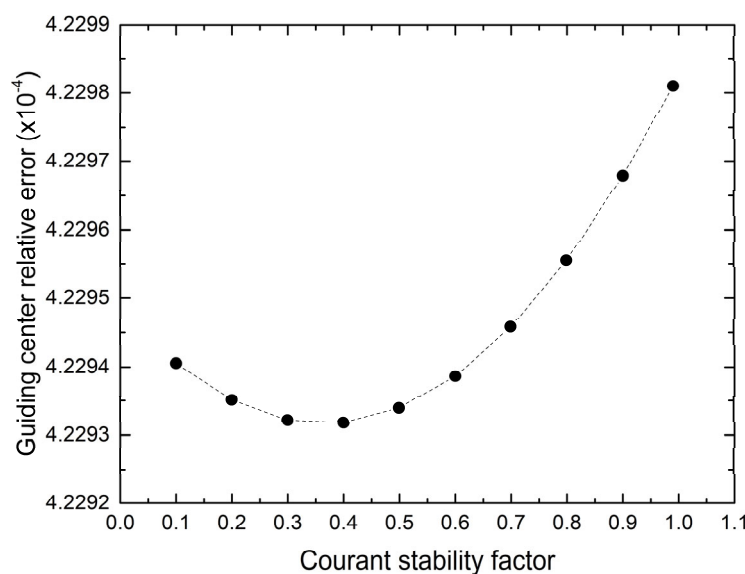
4.1.7 Σύγκλιση της υλοποίησης του αλγορίθμου Boris

Για τον έλεγχο της υλοποίησης αυτής, μελετήθηκε η τροχιά μια δέσμης με λόγο ταχυτήτων $a = 1.13$, τάση $V_b = 70$ kV και ακτίνα $R_b = 5$ mm σε μαγνητοστατικό πεδίο $B_z = 0.49$ T. Ο πληθυσμός των σωματιδίων ισούται με το γινόμενο του αριθμού M των κέντρων περιστροφής επί τον αριθμό N των τροχιακών φάσεων του κάθε κέντρου. Βρέθηκαν η μέση ακτίνα περιστροφής ως ο μέσος όρος των ακτινικών θέσεων όλων των σωματιδίων R_b και η ακτίνα Larmor R_L ως το μισό της διαφοράς της ελάχιστης από τη μέγιστη ακτινική θέση όλων των σωματιδίων. Για το συγκεκριμένο B_z η αναμενόμενη τιμή ήταν $R_L = 1.488$ mm. Αρχικά, μελετήθηκε η επίδραση του αριθμού M των κέντρων επιστροφής στον υπολογισμό των R_L και R_b για $N = 10$. Από τα αποτελέσματα αυτά προέκυψε ότι τα σχετικά σφάλματα ΔR_L της ακτίνας Larmor και ΔR_b της ακτίνας της δέσμης είναι 5.3×10^{-6} και 10^{-4} , αντίστοιχα, ανεξάρτητα από τον αριθμό M , αποτέλεσμα που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος έχει συγκλίνει ικανοποιητικά. Στη συνέχεια, εξετάστηκε η επίδραση του αριθμού N (για $M = 50$). Από τα αποτελέσματα προέκυψε ότι για $N > 6$ τα ΔR_L και ΔR_b έχουν συγκλίνει στις τιμές 5.2×10^{-6} και 4.2×10^{-4} , αντίστοιχα, που είναι αρκετά ικανοποιητικές. Τέλος, μελετήθηκε η σύγκλιση της υλοποίησης με το χρονικό βήμα. Όπως προαναφέρθηκε, απαίτηση για

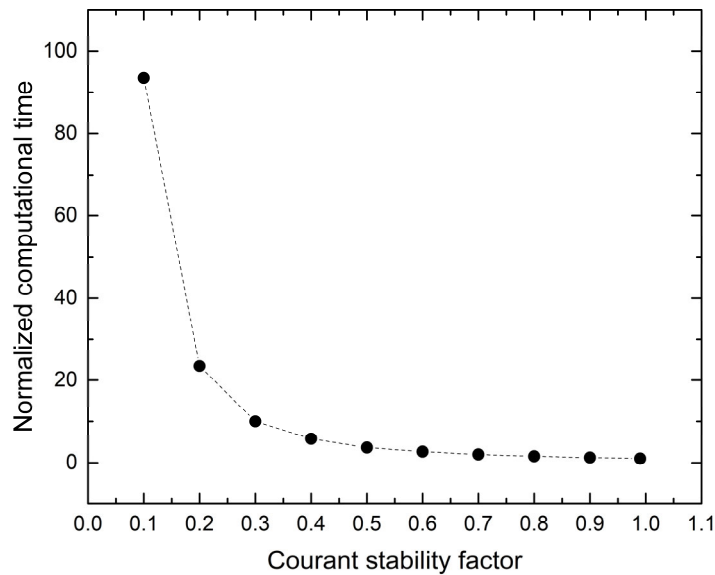
σύγκλιση της FDTD είναι το χρονικό βήμα Δt να είναι μικρότερο από την τιμή Δt_{\max} , η οποία δίνεται από την ισότητα της σχέσης (2.14). Η τιμή του Δt εκφράστηκε ως το γινόμενο του Δt_{\max} επί τον πολλαπλασιαστικό παράγοντα Courant C (<1) κρατώντας σταθερά τον αριθμό των κέντρων περιστροφής ($M = 10$) και τον αριθμό των φάσεων ($N = 6$). Τα σχετικά σφάλματα ΔR_L και ΔR_b δίνονται στο Σχήμα 4.23 και στο Σχήμα 4.24, αντίστοιχα, από τα οποία φαίνεται ότι το ΔR_L είναι πρακτικά σταθερό (της τάξης του 4.23×10^{-4}), ενώ το ΔR_b (της τάξης του 10^{-5}) αυξάνεται με την αύξηση του παράγοντα Courant. Προφανώς περαιτέρω μείωση του ΔR_b μπορεί να επιτευχθεί με σημαντικά μικρότερη τιμή του C , όμως κάτι τέτοιο συνεπάγεται σημαντική αύξηση του αριθμού των χρονικών βημάτων και συνεπώς του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου, όπως είναι εμφανές και από το Σχήμα 4.25.



Σχήμα 4.23: Σχετικό σφάλμα ΔR_L σε συνάρτηση με τον παράγοντα Courant.



Σχήμα 4.24: Σχετικό σφάλμα ΔR_b σε συνάρτηση με τον παράγοντα Courant.



Σχήμα 4.25: Κανονικοποιημένος υπολογιστικός χρόνος σε συνάρτηση με τον παράγοντα Courant.

Σε κάθε περίπτωση πρέπει να γίνεται συμβιβασμός μεταξύ της ακρίβειας και των υπολογιστικών πόρων. Για να επιτευχθεί αρκετά μικρό σφάλμα απαιτείται μεγάλος αριθμός σωματιδίων αλλά και πολύ μικρό χρονικό βήμα, όμως μια τέτοια επιλογή αυξάνει σημαντικά τους απαιτούμενους υπολογιστικούς πόρους χωρίς όμως να μειώνεται ανάλογα και το αριθμητικό σφάλμα. Επιπλέον, η ηλεκτρονική δέσμη πρέπει να περιγραφεί ως μια αζιμουθιακά ομογενής κατανομή σωματιδίων στο εγκάρσιο επίπεδο. Συνεπώς, χρειάζονται αρχικά αρκετά κέντρα περιστροφής καθώς και αρκετές τροχιακές φάσεις για τη σωστή μοντελοποίησή της.

4.1.8 Μελέτη του προβλήματος του μαγνητικού καθρέπτη

Για τον περαιτέρω έλεγχο της υλοποίησης του αλγορίθμου Boris μελετήθηκε το φαινόμενο του μαγνητικού καθρέπτη, για το οποίο υπάρχει αναλυτική λύση. Σε αυτό μια ηλεκτρονική δέσμη ανακλάται σε ένα σημείο της τροχιάς της εξαιτίας της αύξησης του μαγνητοστατικού πεδίου. Υποθέτοντας αδιαβατική την κίνηση των σωματιδίων της δέσμης, η μαγνητική τους ροπή διατηρείται σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης και ίση με [12]

$$\mu = \frac{\gamma m u_{0,\perp}^2}{2B_0} = \frac{\gamma m u_{1,\perp}^2}{2B_1} \quad (4.8)$$

Αύξηση του μαγνητοστατικού πεδίου έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται η εγκάρσια ταχύτητα. Εξαιτίας όμως της αρχής διατήρησης της ενέργειας, η παράλληλη ταχύτητα θα πρέπει να μειώνεται αντίστοιχα και σε κάποιο σημείο της διαδρομής αυτή θα μηδενιστεί. Από τη διατήρηση της μαγνητικής ροπής στο σημείο μηδενισμού της παράλληλης ταχύτητας προκύπτει:

$$\frac{u_{\perp,0}^2}{u_{\perp,1}^2} = \frac{B_0}{B_1} \quad (4.9)$$

Με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας στα δύο σημεία προκύπτει:

$$\frac{1}{2}\gamma m u_{\perp,1}^2 = \frac{1}{2}\gamma m (u_{\perp,0}^2 + u_{\parallel,0}^2) \quad (4.10)$$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (4.9) στη (4.10) και χρησιμοποιώντας τον λόγο ταχυτήτων $a = u_{\perp}/u_{\parallel}$ προκύπτει ότι:

$$\frac{B_1}{B_0} a^2 = a^2 + 1 \Rightarrow \frac{B_1}{B_0} = 1 + \frac{1}{a^2} \quad (4.11)$$

Συνεπώς, το μαγνητοστατικό πεδίο B_1 στο σημείο ανάκλασης μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση του λόγου ταχυτήτων και της τιμής του B_0 στην είσοδο της διάταξης

$$B_1 = B_0 (a^{-2} + 1) \quad (4.12).$$

Για ένα γραμμικά μεταβαλλόμενο μαγνητοστατικό πεδίο της μορφής

$$B(z) = B_0 + \frac{dB_z}{dz} z \quad (4.13)$$

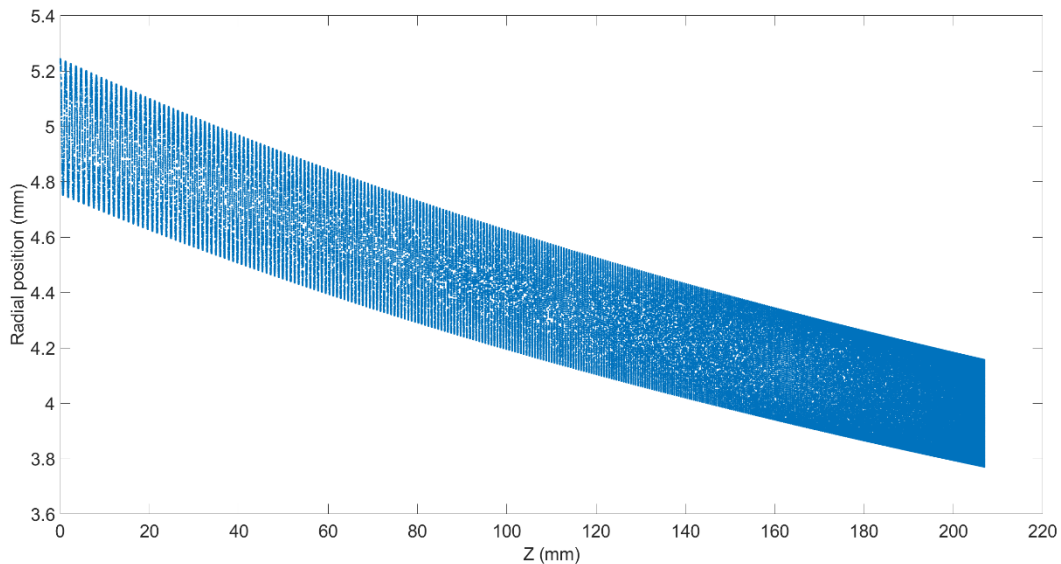
η αξονική θέση του καθρέπτη δίνεται από τη σχέση

$$z_{\max} = B_0 a^{-2} \left(\frac{dB_z}{dz} \right)^{-1} \quad (4.14)$$

Για τις προσομοιώσεις επιλέχθηκε ηλεκτρονική δέσμη με λόγο ταχυτήτων $a = 1.3$ και τάση 70 kV ($\gamma = 1.13$), αποτελούμενη από 32 σωματίδια κατανομημένα ομοιόμορφα στο διάστημα 0 έως 2π στην ακτινική θέση $R_b + R_L$, όπου $R_b = 5$ mm και $R_L = 0.24$ mm (στην είσοδο). Η κίνηση αυτών έγινε υπό την επίδραση του μαγνητοστατικού πεδίου της μορφής

$$B_z(z) = 3 + 8.574z \quad (4.15)$$

Από τη θεωρία βρέθηκε ότι το μαγνητοστατικό πεδίο στο σημείο της ανάκλασης, αξονική θέση $z_{\max} = 207.10$ mm, είναι ίσο με $B_{\max} = 4.775$ T. Από τις προσομοιώσεις, αρχικά υπολογίστηκαν οι στιγμιαίες θέσεις και ταχύτητες των σωματιδίων, και από αυτές στη συνέχεια η μέγιστη αξονική θέση αυτών (σημείο ανάκλασης) βρέθηκε $z_{\max, \text{sim}} = 207.084$ mm, τιμή που εμφανίζει πολύ μικρό σχετικό σφάλμα (2×10^{-5}) με τη θεωρητικά αναμενόμενη. Στο Σχήμα 4.26 δίνεται η ακτινική θέση του κάθε σωματιδίου σε συνάρτηση με την αξονική του, ενώ διαπιστώθηκε ότι το γ διατηρείται σταθερό, όπως και αναμενόταν για κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ήπια μεταβαλλόμενο μαγνητοστατικό πεδίο χωρίς την ύπαρξη αλληλεπίδρασης [12].



Σχήμα 4.26: Διάγραμμα ακτινικής και αξονικής θέσης κάθε σωματιδίου κατά την κίνησή του υπό την επίδραση ενός ήπια μεταβαλλόμενου μαγνητοστατικού πεδίου.

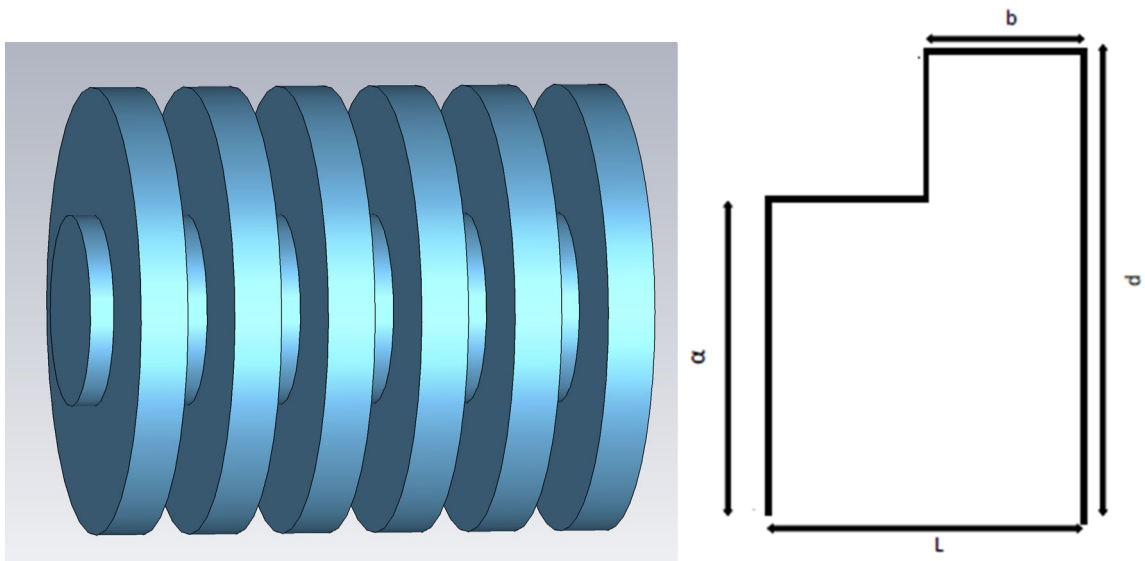
4.2 Ψυχρή διάταξη (απουσία δέσμης)

4.2.1 Κυματοδηγός με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση

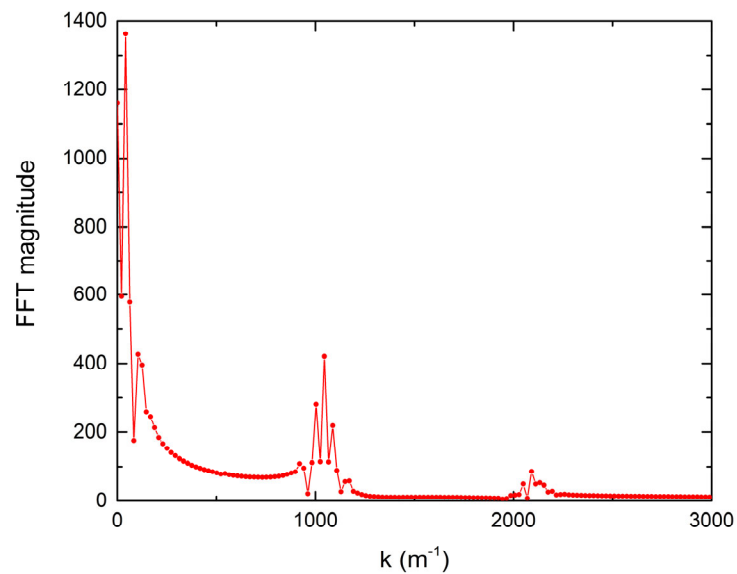
Στην παρούσα ενότητα μελετήθηκε η διάταξη ενός κυλινδρικού κυματοδηγού, ο οποίος έχει επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση, μία περίοδος του οποίου έχει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.2, ενώ στο Σχήμα 4.27 έχουν σχεδιαστεί ο κυματοδηγός και η μια περίοδος του. Στην είσοδο και στην έξοδο του κυματοδηγού υπάρχουν στρώματα PML, ενώ αυτός διεγέρθηκε με κάποιο ρυθμό (TE ή TM) του λείου κυματοδηγού. Αρχικά, ως διέγερση επιλέχθηκε ο TE_{01} με χρόνο προσομοίωσης 10 ns και συχνότητες διέγερσης στην περιοχή 29-35.5 GHz με βήμα 0.5 GHz και υπολογίστηκαν οι τιμές της E_φ στην θέση $(r, \varphi) = (5.5 \text{ mm}, \pi/2)$ σε όλο το μήκος του κυματοδηγού και για χρόνο πολύ μεγαλύτερο από τον χρόνο που απαιτείται να φτάσει η διέγερση στην έξοδο του κυματοδηγού (steady state). Έτσι προέκυψε η αξονική κατανομή της E_φ , στην οποία εφαρμόστηκε ο χωρικός μετασχηματισμός Fourier (SFFT), από τον οποίο βρέθηκαν οι αξονικοί κυματαριθμοί. Η επιλογή της συγκεκριμένης ακτινικής θέσης έγινε με κριτήριο να είναι κοντά (αλλά όχι πάνω) στη διεπιφάνεια του λείου κυματοδηγού και της αυλάκωσης, ώστε η κατανομή της E_φ ως προς z να εμφανίζει περιοδικότητα. Στο Σχήμα 4.28 παρουσιάζεται το πλάτος του SFFT για την E_φ και συχνότητα διέγερσης $f = 29 \text{ GHz}$, από το οποίο είναι φανερό ότι το φάσμα των κυματαριθμών εμφανίζει τοπικά μέγιστα και για την εύρεση των τιμών τους με μεγαλύτερη ακρίβεια εφαρμόστηκε πολυωνυμική παρεμβολή τριών σημείων. Ενδεικτικά, στο Σχήμα 4.29 δίνεται το φάσμα κυματαριθμών μετά την πολυωνυμική παρεμβολή για την περιοχή γύρω από το 1000 m^{-1} .

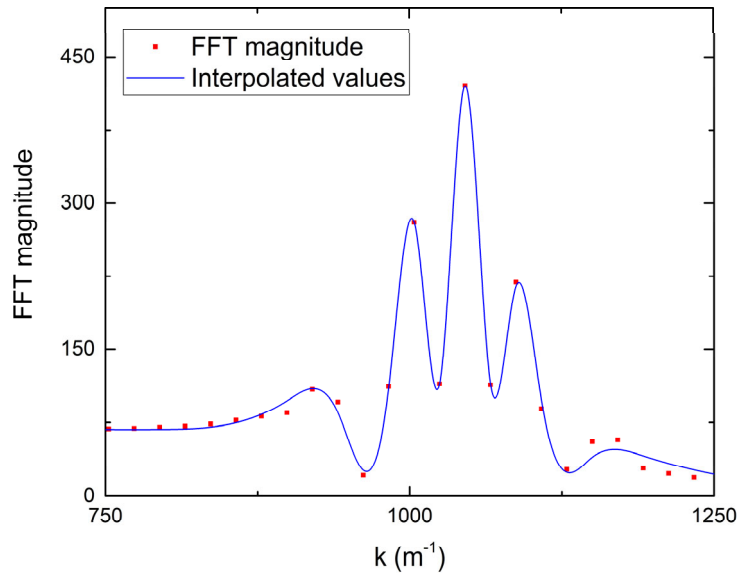
Πίνακας 4.2: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας περιόδου του κυματοδηγού.

a (mm)	b (mm)	D (mm)	L (mm)
6	3	14	6



Σχήμα 4.27: Κυλινδρικός κυματοδηγός με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση (τριδιάστατη απεικόνιση και αξονική τομή μιας περιόδου).

Σχήμα 4.28: Πλάτος του SFFT σε συνάρτηση με την τιμή του αξονικού κυματάριθμου για την αξονική κατανομή της E_φ για διέγερση με τον TE_{01} και συχνότητα $f = 29$ GHz.

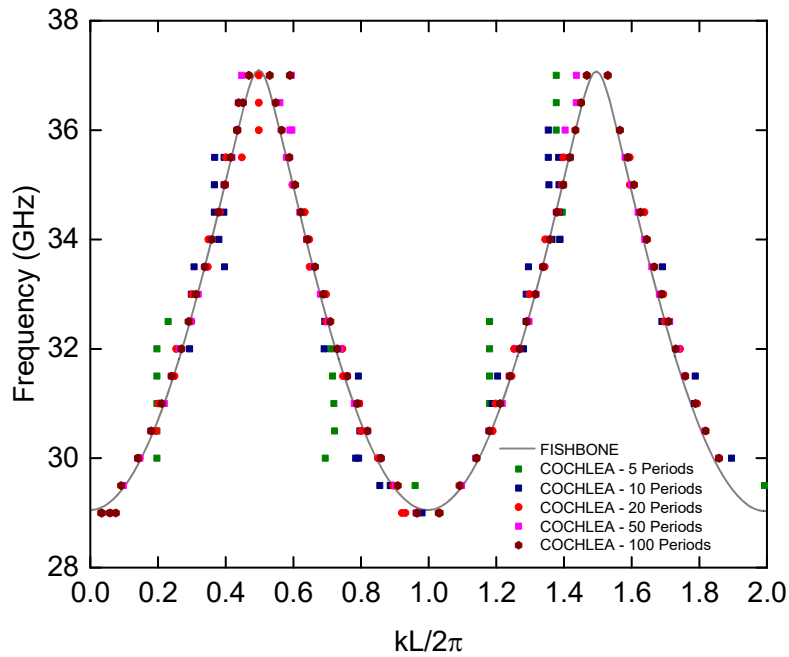


Σχήμα 4.29: Φάσμα κυματαριθμών γύρω από την τιμή $k = 1000\text{m}^{-1}$ της αξονικής κατανομής της E_φ για διέγερση με τον TE_{01} και συχνότητα $f = 29\text{ GHz}$. Με μπλε γραμμή απεικονίζεται η πολυωνυμική παρεμβολή.

Για την παραπάνω γεωμετρία και για ρυθμό διέγερσης TE_{01} υπολογίστηκε το διάγραμμα διασποράς (Σχήμα 4.30), όπου στον οριζόντιο άξονα παριστάνεται το γινόμενο του αξονικού κυματαριθμού επί τον παράγοντα $L/2\pi$, όπου L το μήκος της περιοδικότητας. Οι υπολογισμοί έγιναν για κυματοδηγό με 5, 10, 20, 50 και 100 περιόδους, ώστε αφενός να μελετηθεί η σύγκλιση των αποτελεσμάτων με τον αριθμό των περιόδων, αφετέρου να μπορεί να γίνει σύγκριση με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του αριθμητικού κώδικα FISHBONE. Τα αριθμητικά αποτελέσματα του COCHLEA για τη διάταξη με πέντε περιόδους είναι φανερό ότι διαφέρουν σημαντικά από τα αντίστοιχα του FISHBONE, αποτέλεσμα αναμενόμενο, αφού η γεωμετρία αυτή δεν μπορεί να προσεγγίσει την άπειρου μήκους διάταξη που προσομοιώνει ο FISHBONE. Σημειώνεται ότι οι δύο κώδικες έχουν διαφορές ως προς την εύρεση της καμπύλης διασποράς, αφού ο COCHLEA υπολογίζει τους κυματαριθμούς εφαρμόζοντας SFFT στην αξονική κατανομή κάποιας πεδιακής συνιστώσας σε διάταξη πεπερασμένου μήκους (τερματισμένη σε PML) και συγκεκριμένη συχνότητα διέγερσης, ενώ ο FISHBONE μελετά άπειρου μήκους διάταξη για δεδομένο αξονικό κυματαριθμό και υπολογίζει τις συχνότητες που αυτή υποστηρίζει. Επομένως, στα αριθμητικά αποτελέσματα του κώδικα COCHLEA θα υπάρχουν και συντονισμοί λόγω του πεπερασμένου μήκους της διάταξης, οι κυματαριθμοί των οποίων μπορούν να βρεθούν προσεγγιστικά από τη σχέση

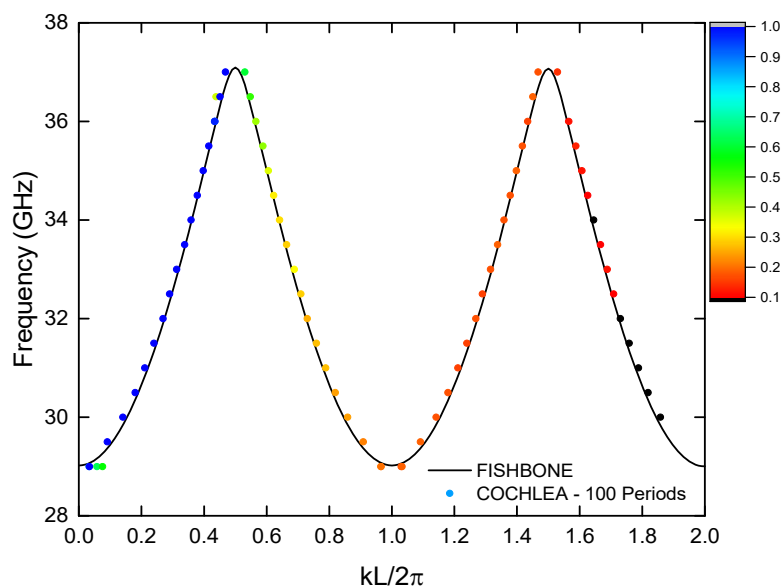
$$k = \frac{n\pi}{L_{tot}}, n \in Z \quad (4.16)$$

όπου L_{tot} είναι το συνολικό μήκος της διάταξης (χωρίς τα στρώματα PML).



Σχήμα 4.30: Διάγραμμα διασποράς όπως υπολογίζεται από τους κώδικες COCHLEA και FISHBONE.

Αντίθετα, με την αύξηση των περιόδων της διάταξης, και ειδικά για τις περιπτώσεις των 50 και 100 περιόδων, είναι φανερό ότι οι τιμές των κυματαριθμών του COCHLEA συγκλίνουν στην καμπύλη διασποράς του FISHBONE. Η ύπαρξη πολλαπλών κυματαριθμών με κοντινές τιμές είναι αποτέλεσμα του φαινομένου *aliasing* του μετασχηματισμού Fourier, οι οποίοι έχουν πλάτος πολύ μικρότερο από τον ισχυρότερο, κάτι που επιβεβαιώνεται και στη διάταξη των 100 περιόδων (Σχήμα 4.31), όπου το κανονικοποιημένο πλάτος του SFFT των κυματαριθμών που εμφανίζονται πολλαπλώς για την ίδια συχνότητα (σημείο A) είναι πολύ μικρότερο από το αντίστοιχο των κυματαριθμών με το μεγαλύτερο πλάτος.



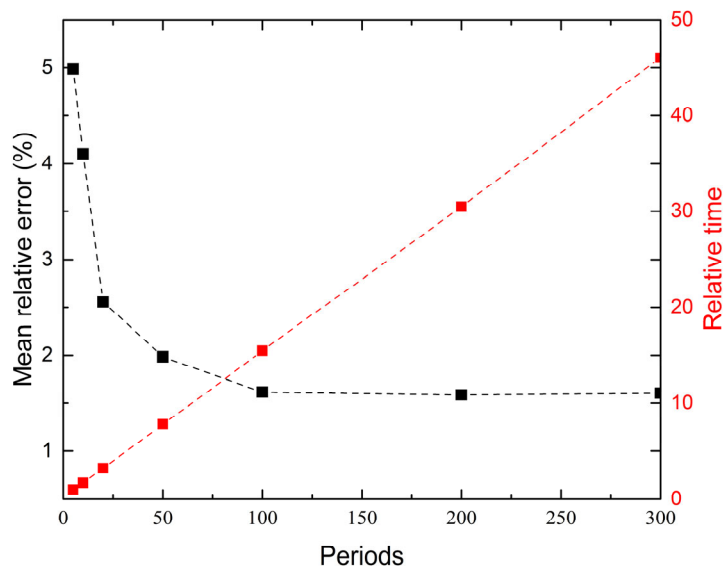
Σχήμα 4.31: Κυματαριθμοί και κανονικοποιημένο πλάτος του SFFT (χρωματική κλίματα) για τη διάταξη των 100 περιόδων.

Σχετικό σφάλμα των αποτελεσμάτων μεταξύ COCHLEA και FISHBONE

Για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο κωδίκων, υπολογίστηκε το σχετικό σφάλμα στον κανονικοποιημένο αξονικό κυματαριθμό, όπως αυτός βρίσκεται από τον κώδικα COCHLEA, σε σχέση με τον αντίστοιχο κυματαριθμό του FISHBONE για κάθε συχνότητα. Ειδικότερα, επειδή ο κώδικας COCHLEA έχει είσοδο τη συχνότητα, για κάθε τιμή του αξονικού κυματαριθμού (k_C) που προκύπτει από αυτόν, υπολογίζεται ο αντίστοιχος κυματαριθμός (k_F) του FISHBONE για την ίδια συχνότητα. Έτσι το σφάλμα δίνεται από τη σχέση

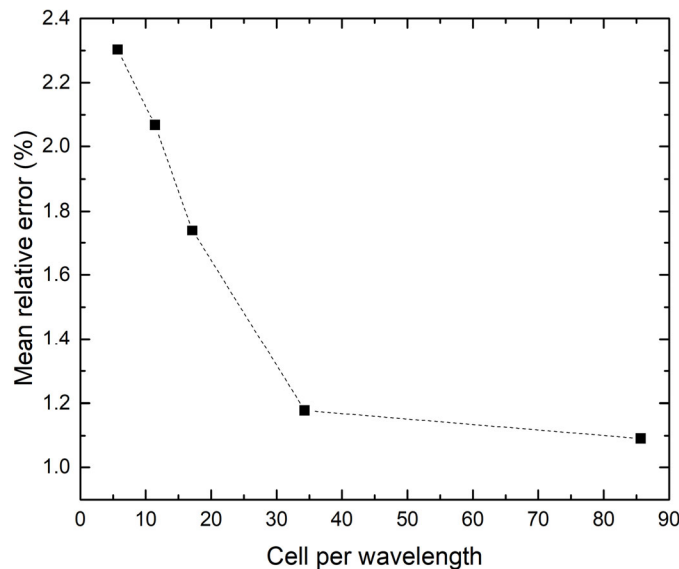
$$\varepsilon = \frac{|k_F - k_C|}{k_F} \times 100\% \quad (4.17)$$

Στο Σχήμα 4.32 απεικονίζεται το μέσο (ως προς το σύνολο των σημείων του αξονικού κυματαριθμού) σχετικό σφάλμα μεταξύ των κωδίκων COCHLEA και FISHBONE σε συνάρτηση με τον αριθμό των περιόδων (το μήκος της διάταξης). Είναι προφανές ότι επιλογή 100 περιόδων δίνει σχετικό σφάλμα περίπου 1.5%, ενώ μεγαλύτερος αριθμός περιόδων δεν το βελτιώνει σχεδόν καθόλου. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι 100 περίοδοι είναι μια ικανοποιητική επιλογή για την προσομοίωση μιας παρόμοιας περιοδικής γεωμετρίας. Στο ίδιο σχήμα δίνεται και ο υπολογιστικός χρόνος για μια συχνότητα, κανονικοποιημένος ως προς αυτόν που απαιτείται για διάταξη πέντε περιόδων. Είναι προφανές ότι, όπως αναμενόταν, ο χρόνος αυξάνει γραμμικά με τον αριθμό των περιόδων. Σημειώνεται ότι ο χρόνος προσομοίωσης για όλες τις περιπτώσεις επιλέχθηκε ίδιος και ίσος με το δεκαπλάσιο του χρόνου που απαιτείται ώστε το σήμα από την είσοδο να φτάσει στην έξοδο και να επιστρέψει για τη διάταξη των 100 περιόδων.



Σχήμα 4.32: Μέσο σχετικό σφάλμα των αποτελεσμάτων μεταξύ COCHLEA και FISHBONE και κανονικοποιημένος υπολογιστικός χρόνος σε συνάρτηση με τον αριθμό των περιόδων της διάταξης.

Τέλος, στο Σχήμα 4.33, παρουσιάζονται αποτελέσματα για το μέσο σχετικό σφάλμα των αποτελεσμάτων των COCHLEA και FISHBONE σε συνάρτηση με τον αριθμό των κελιών ανά μήκος κύματος για τη διάταξη των 50 περιόδων. Από αυτό είναι προφανές ότι για τιμές μεγαλύτερες του 20 το σφάλμα είναι αρκετά μικρό (<1.5%), αλλά θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι απαιτούμενοι υπολογιστικοί πόροι.

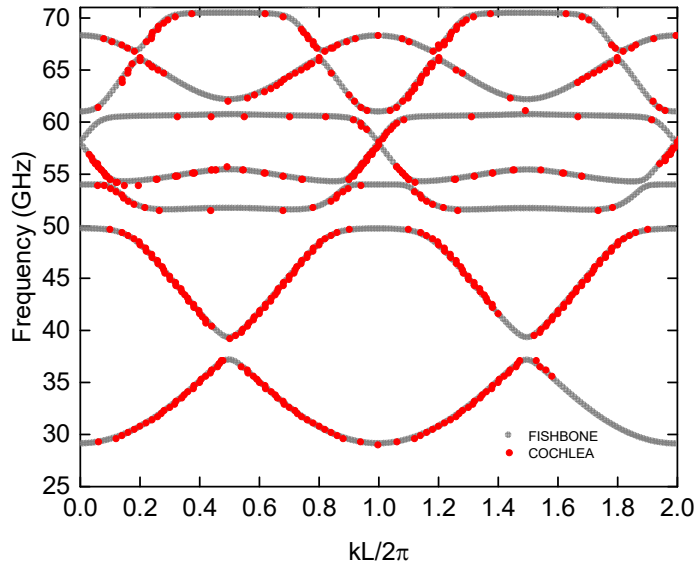


Σχήμα 4.33: Μέσο σχετικό σφάλμα σε σύγκριση με το FISHBONE σε συνάρτηση με τον αριθμό κελιών ανά μήκος κύματος.

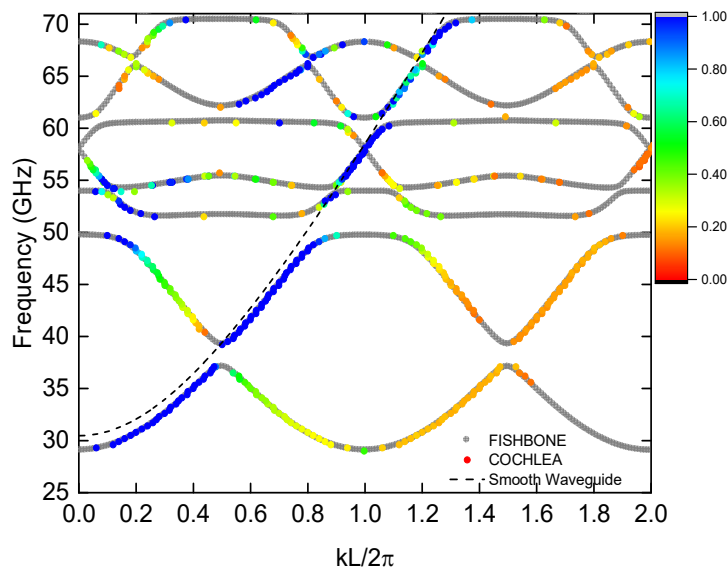
Υπολογισμός του διαγράμματος διασποράς των ρυθμών με $m = 0$

Στη συνέχεια, υπολογίστηκε το διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TE (με ανεξαρτησία από τη γωνία φ , $m = 0$, Σχήμα 4.34) για την περίπτωση της διάταξης 100 περιόδων με τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.2, η οποία διεγέρθηκε με τον TE_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού. Ο αριθμός των κελιών ανά μήκος κύματος ήταν ίσος με 20, ώστε να αποφεύγονται προβλήματα αριθμητικής διασποράς και ευστάθειας. Στην αξονική κατανομή της E_φ στην ακτινική θέση $r = 5.5$ mm, που υπολογίστηκε από τον κώδικα COCHLEA, εφαρμόστηκε SFFT. Στο ίδιο σχήμα με γκρι χρώμα δίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα του κώδικα FISHBONE. Από αυτά είναι φανερό ότι υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ των δύο κωδίκων, με τους περισσότερους κυματαριθμούς να βρίσκονται στην πρώτη ζώνη Brillouin. Είναι επίσης εμφανές ότι ένα μεγάλο μέρος των σημείων βρίσκεται κοντά στην καμπύλη του TE_{01} του λείου κυματοδηγού, το οποίο γίνεται ακόμα περισσότερο φανερό από το Σχήμα 4.35, όπου δίνεται το ίδιο διάγραμμα διασποράς με χρωματική κλίμακα το κανονικοποιημένο πλάτος του SFFT ως προς τη μέγιστη τιμή του. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο, επειδή ο ρυθμός διέγερσης είναι ο TE_{01} και τα σημεία αυτά αντιστοιχούν είτε σε οδεύοντα (*forward*) είτε σε ανακλώμενα (*backward*) κύματα, ενώ υπάρχουν και σημεία που αντιστοιχούν σε ανώτερης τάξης ρυθμούς λόγω μετατροπής ρυθμού εξαιτίας των ασυνεχειών στον άξονα της διάταξης. Να σημειωθεί ότι οι κυματαριθμοί, που αντιστοιχούν σε τμήματα του διαγράμματος διασποράς με πολύ μικρή κλίση

(οριζόντια τμήματα, που αντιστοιχούν σε ρυθμούς συντονισμού της διάταξης), δεν μπορούν να υπολογιστούν εύκολα με τον κώδικα COCHLEA, γιατί σε αυτά η ταχύτητα ομάδας γίνεται πολύ μικρή και συνεπώς το μήκος κύματος πολύ μεγάλο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, χρειάζεται πολύ μεγάλος χρόνος προσομοίωσης ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση, κάτι που δεν είναι εύκολα εφικτό με τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους. Επιπλέον, το πεδίο των ρυθμών αυτών είναι έντονα εντοπισμένο μέσα στην αυλάκωση και επόμενως δεν υπάρχει επαρκής σύζευξη με τον TE_{01} .



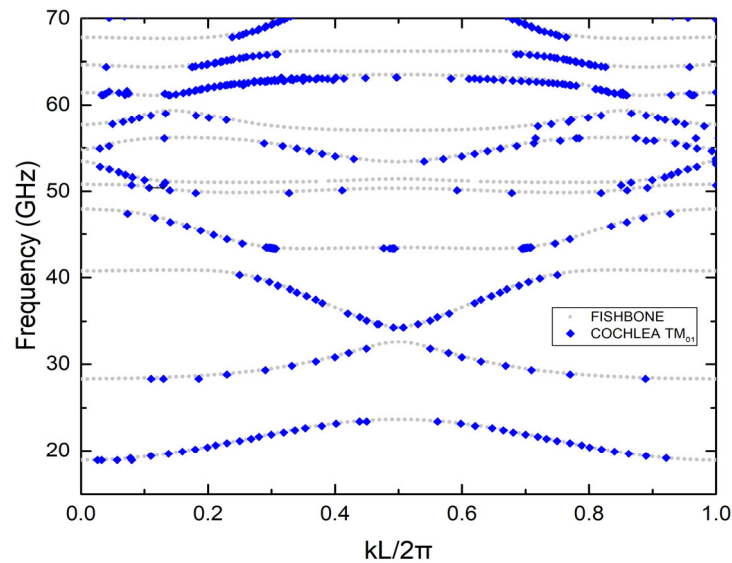
Σχήμα 4.34: Διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TE με $m = 0$ για τη διάταξη των 100 περιόδων και διέγερση με τον TE_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού.



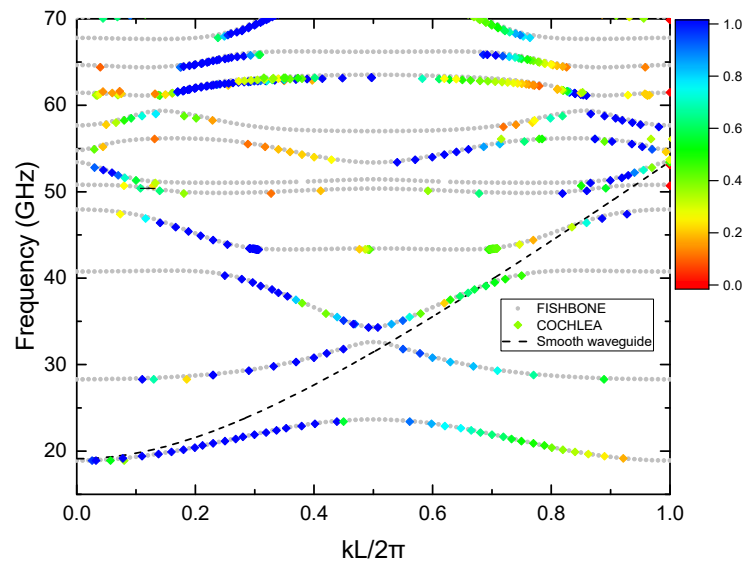
Σχήμα 4.35: Διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TE με $m = 0$ για τη διάταξη των 100 περιόδων και διέγερση με τον TE_{01} . Η χρωματική κλίμακα δηλώνει το κανονικοποιημένο πλάτος του $SFFT$ ως προς τη μέγιστη τιμή του.

Για την ίδια διάταξη βρέθηκε το διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TM με ανεξαρτησία από τη γωνία φ ($m = 0$) και διέγερση τον TM_{01} και δίνεται στο Σχήμα 4.36

μαζί με τα αποτελέσματα του FISHBONE (γκρί σημεία) στην πρώτη ζώνη Brillouin. Στο Σχήμα 4.37 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα διασποράς, με κάθε σημείο του να είναι χρωματισμένο ανάλογα με το πλάτος του SFFT. Είναι φανερό ότι το μεγαλύτερο πλάτος εμφανίζουν τα σημεία, που βρίσκονται πολύ κοντά στην καμπύλη διασποράς του TM_{01} του λείου κυματοδηγού. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς η διάταξη διεγείρεται με τον συγκεκριμένο ρυθμό και συνεπώς το μεγαλύτερο ποσοστό ισχύος αποδίδεται σε αυτόν. Πρέπει να σημειωθεί ότι αρκετά σημεία, που βρίσκονται εκτός της καμπύλης διασποράς του TM_{01} , εμφανίζουν μεγάλες τιμές πλάτους του SFFT και προέκυψαν ως αποτέλεσμα της μετατροπής του ρυθμού διέγερσης TM_{01} σε ρυθμούς ανώτερης ακτινικής τάξης.



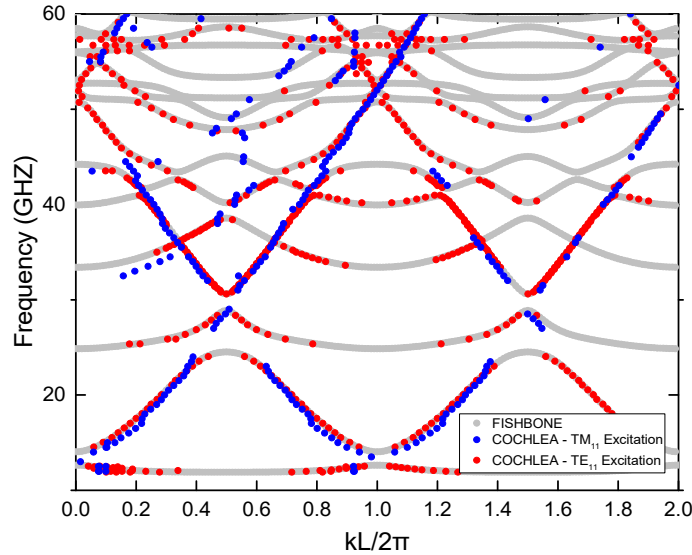
Σχήμα 4.36: Διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TM με $m = 0$ για τη διάταξη των 100 περιόδων και ρυθμό διέγερσης τον TM_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού.



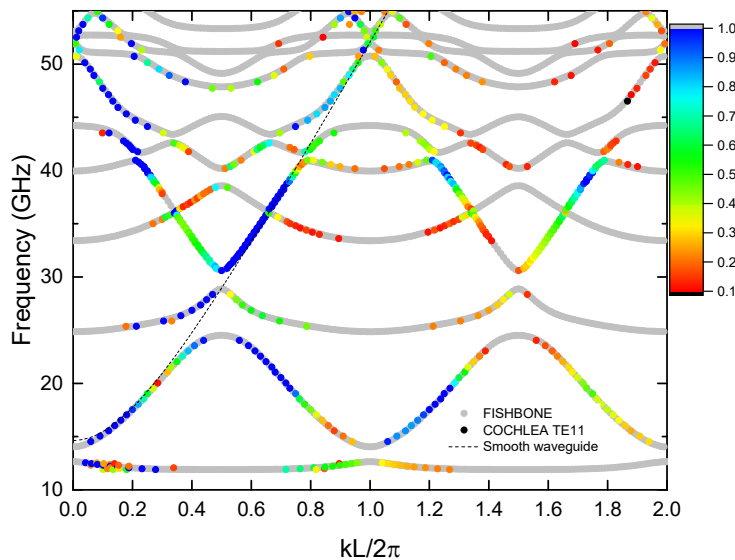
Σχήμα 4.37: Διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TM με $m = 0$ για τη διάταξη των 100 περιόδων για διέγερση με τον TM_{01} . Η χρωματική κλίμακα δηλώνει το κανονικοποιημένο πλάτος του SFFT ως προς τη μέγιστη τιμή.

Υπολογισμός του διαγράμματος διασποράς των ρυθμών με $m = 1$

Στο Σχήμα 4.38 δίνονται τα αποτελέσματα για την ίδια διάταξη και διέγερση με τον ρυθμό TE_{11} (κόκκινο χρώμα) ή TM_{11} (μπλε) και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα του FISHBONE (γκρι), και τα οποία βρίσκονται σε ικανοποιητική συμφωνία. Επιπλέον, στο Σχήμα 4.39 απεικονίζεται με χρωματική κλίμακα το πλάτος του SFFT, από το οποίο είναι σαφές ότι σημεία με μεγάλο πλάτος βρίσκονται στην καμπύλη διασποράς του TE_{11} του λείου κυματοδηγού είτε ως *backward* είτε ως *forward*.



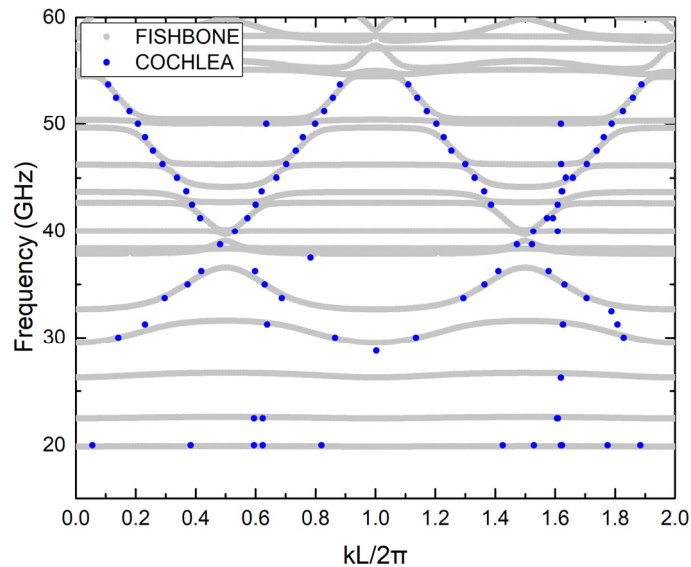
Σχήμα 4.38: Διάγραμμα διασποράς ρυθμών με $m = 1$ για τη διάταξη των 100 περιόδων και διέγερση με τον TE_{11} ή τον TM_{11} .



Σχήμα 4.39: Πλάτος του SFFT για τον ρυθμούς με $m = 1$ (χρωματική κλίμακα).

Υπολογισμός του διαγράμματος διασποράς για κυματοδηγό με επιφανειακή αυλάκωση γεμάτη με διηλεκτρικό υλικό με απώλειες

Στην ενότητα αυτή υπολογίστηκε το διάγραμμα διασποράς της διάταξης των προηγούμενων ενοτήτων με την προσθήκη υλικού με σχετική διηλεκτρική σταθερά $\epsilon = 7 - j0.5$ στην περιοχή της αυλάκωσης ($r > 6$ mm) και ρυθμό διέγερσης τον TE_{01} . Στο Σχήμα 4.40 δίνονται τα αποτελέσματα του κώδικα COCHLEA καθώς και τα αντίστοιχα του FISHBONE, τα οποία βρίσκονται σε πολύ ικανοποιητική συμφωνία, εκτός από τις περιοχές όπου η κλίση του διαγράμματος διασποράς είναι πολύ μικρή.



Σχήμα 4.40: Διάγραμμα διασποράς των ρυθμών TE με $m = 0$ για τη διάταξη των 100 περιόδων με επιφανειακή αυλάκωση γεμάτη με διηλεκτρικό υλικό και διέγερση με τον TE_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού.

Πεδιακές κατανομές των ρυθμών TE με $m = 0$

Για τη διάταξη των 100 περιόδων χωρίς διηλεκτρικό υλικό υπολογίστηκαν οι πεδιακές κατανομές από τους κώδικες COCHLEA και FISHBONE. Από τα προηγούμενα αποτελέσματα βρέθηκε ότι για δεδομένη συχνότητα διέγερσης το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο δεν έχει έναν αξονικό κυματαριθμό, αλλά περισσότερους, και επομένως αυτό μπορεί να γραφεί ως επαλληλία των πεδίων του κώδικα FISHBONE για τους κυματαριθμούς αυτούς, δηλαδή

$$E_{\varphi}(r, \varphi, z) = \sum_i A_i S_{F,i}(r, \varphi) \exp[-j(\beta_i z + \theta_i)] \quad (4.18)$$

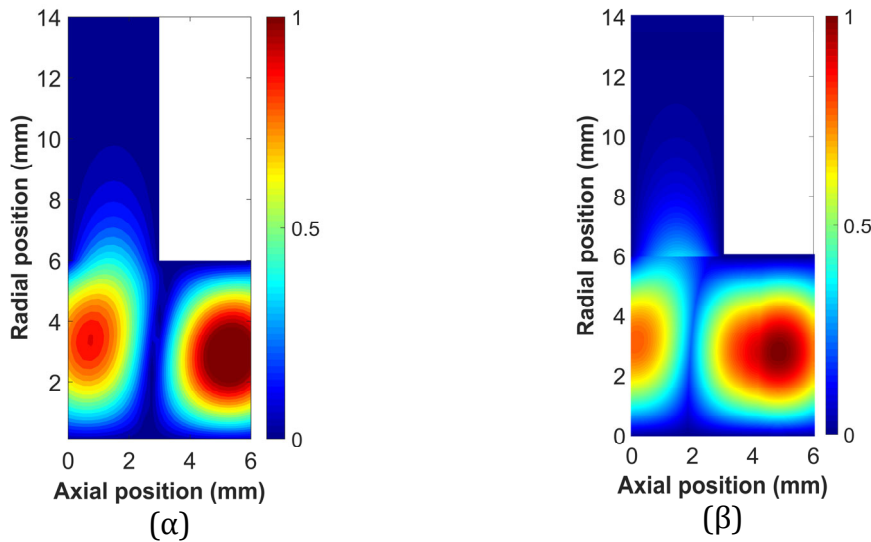
όπου A_i και θ_i είναι το πλάτος και η φάση των μέγιστων τιμών του SFFT στην αξονική κατανομή της E_{φ} από τον COCHLEA, και $S_{F,i}(r, \varphi)$ η πεδιακή κατανομή του FISHBONE για τον κυματαριθμό β_i . Επειδή ο COCHLEA υπολογίζει πραγματικές τιμές πεδίων, ενώ ο FISHBONE μιγαδικές, η μεταξύ τους σύγκριση γίνεται για τα μέτρα των πεδίων.

Για συχνότητα διέγερσης $f = 43.1$ GHz, υπολογίζονται οι κυματαριθμοί, τα πλάτη και οι φάσεις για τις δύο πρώτες ζώνες Brillouin (Πίνακας 4.3), αφού στις

υπόλοιπες ζώνες οι τιμές του μέτρου του SFFT είναι σημαντικά μικρότερες. Για τους κυματαριθμούς αυτούς υπολογίστηκαν στο επίπεδο r - z η κατανομή της E_φ από τον COCHLEA καθώς και με χρήση της (4.18) από τον FISHBONE και δίνονται στο Σχήμα 4.41. Για την αποφυγή τυχόν ανακλάσεων από τα άκρα της διάταξης, επιλέχθηκε αξονική θέση στο μέσο αυτής για τον υπολογισμό της E_φ από τον COCHLEA. Από το σχήμα αυτό προκύπτει ότι τα αποτελέσματα των δύο κωδίκων βρίσκονται σε πολύ καλή συμφωνία, ενώ οι διαφορές, που εντοπίζονται κυρίως στη διεπιφάνεια λείου μέρους και αυλάκωσης, οφείλονται εν μέρει στις διαφορετικές οριακές συνθήκες που έχουν οι δύο κώδικες καθώς και στις προσεγγίσεις στην ανακατασκευή των πεδίων, αφού σε αυτή λαμβάνεται υπόψη μικρός αριθμός κυματαριθμών. Να σημειωθεί ότι η E_φ πρέπει να είναι συνεχής στη διεπιφάνεια του λείου κυματοδηγού και της αυλάκωσης, το οποίο δεν είναι εμφανές για τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την ανακατασκευή αυτών του κώδικα FISHBONE, καθώς σε αυτά δεν έχει ληφθεί υπόψη και η συνεισφορά των κυματαριθμών από ανώτερες (μεγαλύτερες από δύο) ζώνες Brillouin.

Πίνακας 4.3: Κανονικοποιημένοι κυματαριθμοί, πλάτη και φάσεις του SFFT για διέγερση με τον TE_{01} .

Κανονικοποιημένος κυματαριθμός	Πλάτος SFFT A_i	Φάση SFFT φ_i (rad)
0.357	0.284	-1.81
0.642	1	-1.465
1.356	0.122	1.482
1.643	0.125	2.073



Σχήμα 4.41: $|E_\varphi|$ (α) COCHLEA και (β) FISHBONE, για τη διάταξη των 100 περιόδων και διέγερση με τον TE_{01} του λείου κυματοδηγού με συχνότητα $f = 43.1$ GHz.

Πεδιακές κατανομές των ρυθμών TM με $m = 0$

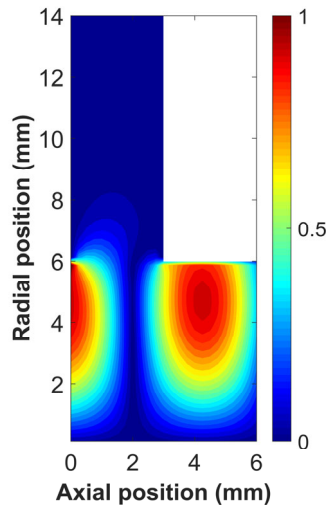
Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία, υπολογίστηκε η πεδιακή κατανομή της E_r της ίδιας διάταξης (100 περίοδοι) για διέγερση με τον ρυθμό TM_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού και συχνότητα $f = 39.2$ GHz. Η αξονική θέση, στην οποία έγιναν οι υπολογισμοί του COCHLEA, είναι στο μέσο της διάταξης, ώστε να ελαχιστοποιηθούν τυχόν ανακλάσεις από τα άκρα της. Όπως και προηγούμενα, η E_r μπορεί να θεωρηθεί ως άθροισμα των ρυθμών του κώδικα FISHBONE για τους διάφορους κυματαριθμούς και μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$E_r(r, \varphi, z) = \sum_i A_i S_{F,i}(r, \varphi) \exp[-j(\beta_i z + \theta_i)] \quad (4.19)$$

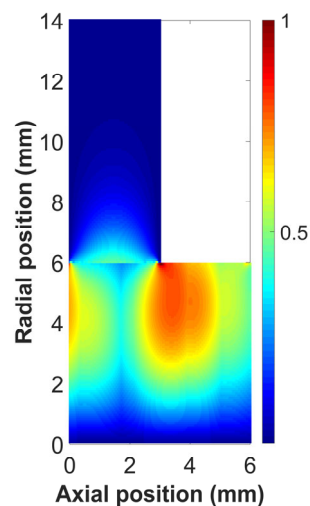
Οι κανονικοποιημένοι κυματαριθμοί, τα πλάτη και οι φάσεις των μέγιστων τιμών του SFFT στην αξονική κατανομή της E_r δίνονται στον Πίνακα 4.4, ενώ στο Σχήμα 4.42 απεικονίζονται οι πεδιακές κατανομές, όπως υπολογίστηκαν από τον COCHLEA και τον FISHBONE, και οι οποίες εμφανίζουν ικανοποιητική συμφωνία.

Πίνακας 4.4: Κανονικοποιημένοι κυματαριθμοί, πλάτη και φάσεις του SFFT για διέγερση με τον TM_{01} .

Κανονικοποιημένος κυματαριθμός	Πλάτος SFFT A_i	Φάση SFFT φ_i (rad)
0.358	0.586	-1.247
0.642	1	1.986
1.358	0.072	-1.726
1.642	0.373	2.113



(α)



(β)

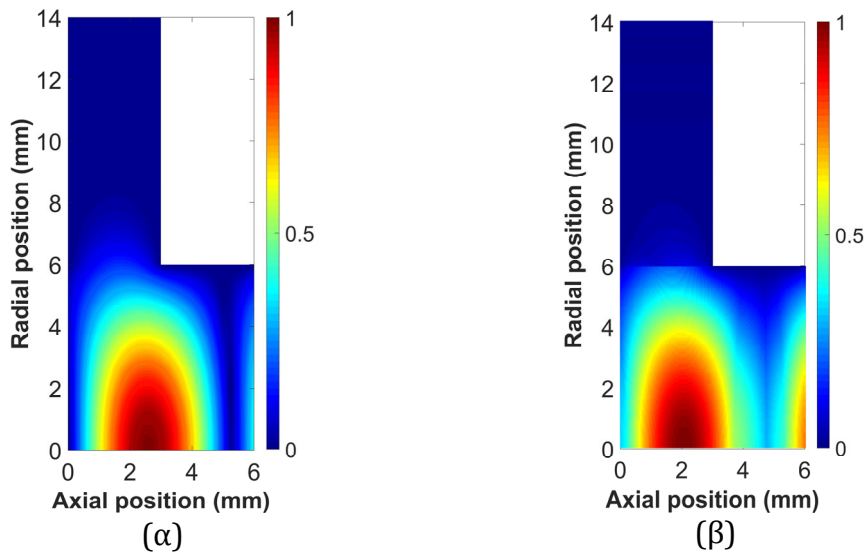
Σχήμα 4.42: $|E_r|$ (α) COCHLEA και (β) FISHBONE για τη διάταξη των 100 περιόδων και διέγερση με τον TM_{01} του λείου κυματοδηγού με συχνότητα $f = 39.2$ GHz.

Πεδιακές κατανομές ρυθμού TE με $m = 1$

Ακολουθώντας τη διαδικασία της προηγούμενης ενότητας, υπολογίστηκε η E_φ της ίδιας διάταξης (100 περίοδοι) για διέγερση με τον ρυθμό TE_{11} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού και συχνότητα $f = 32.6$ GHz. Η αξονική θέση, στην οποία έγιναν οι υπολογισμοί του COCHLEA, είναι στο μέσο της διάταξης, ώστε να ελαχιστοποιηθούν τυχόν ανακλάσεις από τα άκρα της. Οι κανονικοποιημένοι κυματαριθμοί, τα πλάτη και οι φάσεις των μέγιστων τιμών του SFFT στην αξονική κατανομή της E_φ δίνονται στον Πίνακα 4.5. Στο Σχήμα 4.43 οι πεδιακές κατανομές, όπως βρέθηκαν από τον COCHLEA και τον FISHBONE, εμφανίζουν ικανοποιητική συμφωνία.

Πίνακας 4.5: Κανονικοποιημένοι κυματαριθμοί, πλάτη και φάσεις του SFFT για διέγερση με τον ρυθμό TE_{11} .

Κανονικοποιημένος κυματαριθμός	Πλάτος SFFT A_i	Φάση SFFT φ_i (rad)
0.429	0.586	2.269
0.570	1	1.116
1.429	0.292	2.604
1.570	0.373	-1.767



Σχήμα 4.43: $|E_\varphi|$ (α) COCHLEA και (β) FISHBONE για τη διάταξη των 100 περιόδων και διέγερση με τον TE_{11} του λείου κυματοδηγού με συχνότητα $f = 32.6$ GHz.

Συμπερασματικά, τα αποτελέσματα των κωδίκων COCHLEA και FISHBONE παρουσιάζουν ικανοποιητική συμφωνία τόσο στον υπολογισμό των κυματαριθμών όσο και των πεδιακών συνιστωσών. Σημειώνεται η δυσκολία του κώδικα COCHLEA στον υπολογισμό των κυματαριθμών σε περιοχές, όπου η ταχύτητα ομάδας είναι πολύ μικρή (περιοχές συντονισμού), αφού εκεί απαιτούνται μεγάλοι χρόνοι προσομοίωσης και υπολογιστικοί πόροι. Τέτοια προβλήματα θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν με εισαγωγή κατάλληλων πεδιακών κατανομών για τη διέγερση της διάταξης, χρονικό

σήμα ευρείας ζώνης και εφαρμογή περιοδικών οριακών συνθηκών. Στην συνέχεια, στη κατανομή του πεδίου εφαρμόζεται ο χρονικός FFT, που τα μέγιστα του αντιστοιχούν σε συντονισμούς. Στο παρελθόν τέτοιες μέθοδοι έχουν χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη των διαγραμμάτων διασποράς φωτονικών κρυστάλλων [113].

4.2.2 Κυματοδηγός με επιφανειακή περιοδική αζιμουθιακή αυλάκωση

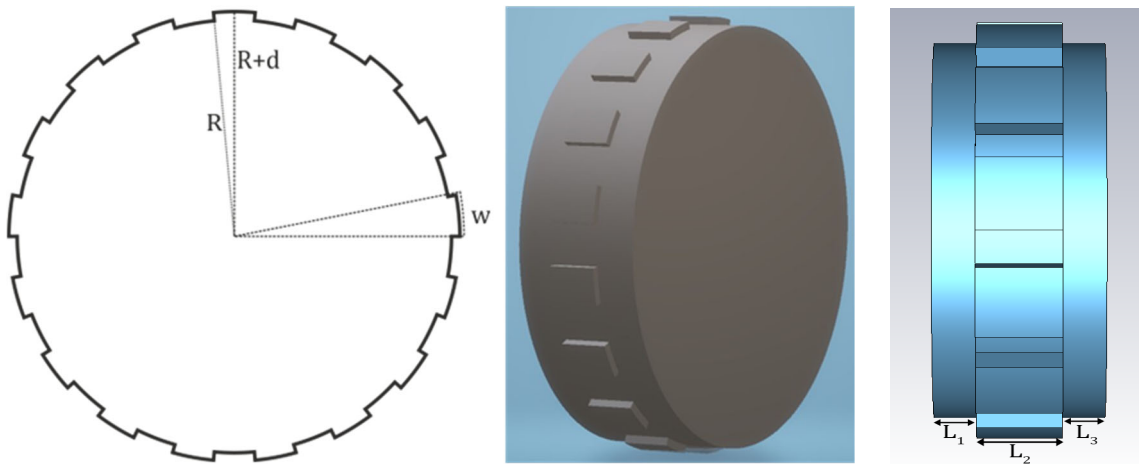
Για την εξάλειψη των παρασιτικών ταλαντώσεων στους διαύλους δέσμης γυροτρονίων έχει προταθεί και υλοποιηθεί η εισαγωγή αζιμουθιακών αυλακώσεων στην εσωτερική επιφάνεια των μεταλλικών δακτυλίων [28], οι οποίες έχουν σφηνοειδές σχήμα (wedge shaped) και θυμίζουν το σχήμα του κελιού FDTD (Σχήμα 2.2). Οι αυλακώσεις αυτές (και γενικότερα οι ανομοιογένειες του εξωτερικού τοιχώματος) λειτουργούν ως μετατροπέας ρυθμών [114]-[116]. Να τονιστεί ότι αζιμουθιακές αυλακώσεις έχουν χρησιμοποιηθεί στις κοιλότητες των γυροτρονίων, αφού έτσι βελτιώνεται η επιλεκτικότητα του ρυθμού λειτουργίας καταπιέζοντας τους ανταγωνιστικούς ρυθμούς. Μάλιστα, οι αυλακώσεις αυτές μπορούν να υπάρξουν στον εσωτερικό αγωγό της ομοαξονικής κοιλότητας [33], [50], [117], [118], αλλά έχουν προταθεί και για την εξωτερική επιφάνεια αυτής [49], [119]. Επιπρόσθετα, τέτοιες αυλακώσεις βρίσκουν εφαρμογή και στις λυχνίες οδεύοντος κύματος (gyro-TWA) ως διατάξεις αργού κύματος (slow-wave structures) [120]-[123]. Για τις παραπάνω διατάξεις, οι ιδιοτιμές καθώς και τα διαγράμματα διασποράς μπορούν να υπολογιστούν με την υπόθεση ότι η διάταξη έχει άπειρο μήκος.

Στην παρούσα διατριβή, οι διατάξεις αυτές αντιμετωπίζονται ως μετατροπείς ρυθμών ή σκεδαστές και υπολογίζονται οι αντίστοιχοι παράμετροι σκέδασης. Έτσι, η διάταξη διεγείρεται με συγκεκριμένο ρυθμό TE του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού. Το χρονικό σήμα είναι γκαουσιανός παλμός, ώστε να μπορεί να μελετηθεί ένα εύρος συχνοτήτων με μια μόνο προσομοίωση. Σημειώνεται ότι όπως και προηγούμενα η διάταξη είναι τερματισμένη με δύο ίδια στρώματα CFS-PML.

Αρχικά, μελετήθηκε η διάταξη ενός λείου κυματοδηγού κυλινδρικής διατομής μήκους L και ακτίνας R , ο οποίος σε συγκεκριμένη αξονική περιοχή (τμήμα μήκους L_2) εμφανίζει περιοδική αζιμουθιακή αυλάκωση, δηλαδή έχει N επιφανειακές αυλακώσεις με άνοιγμα W (σε μοίρες) και βάθος d . Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας τέτοιας διάταξης δίνονται στον Πίνακα 4.6 και η αξονική τομή της καθώς και η τριδιάστατη απεικόνισή της στο Σχήμα 4.44.

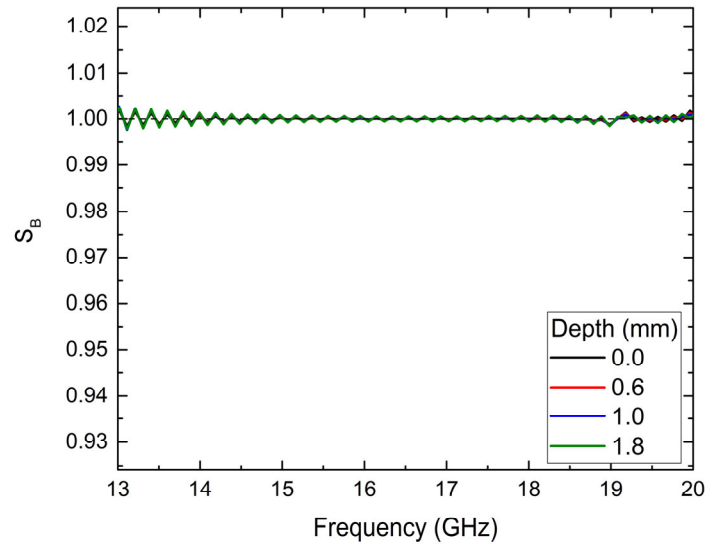
Πίνακας 4.6: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κυματοδηγού με αξονικά εντοπισμένη επιφανειακή περιοδική αζιμουθιακή αυλάκωση.

R (mm)	L_1 (mm)	L_2 (mm)	L_3 (mm)	N	d (mm)	W (μοίρες)
15.6	2.5	5	2.5	12	0.6-1.8	20

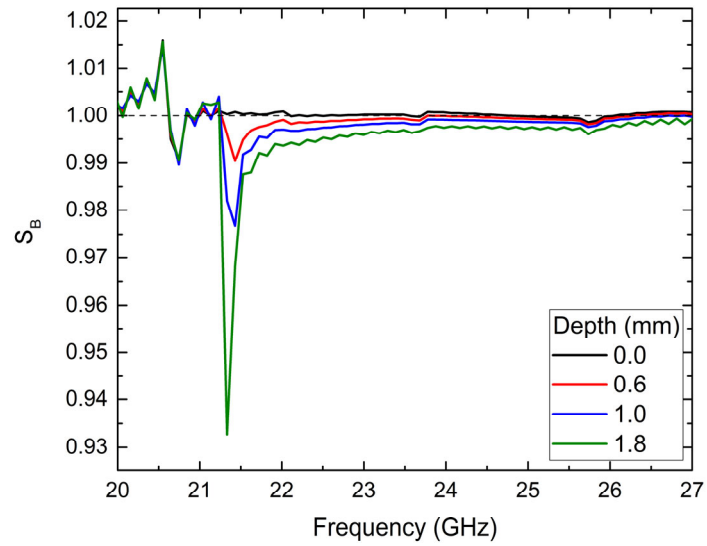


Σχήμα 4.44: Διδιάστατη τομή και τρισδιάστατη απεικόνιση του κυματοδηγού με αξονικά εντοπισμένη επιφανειακή περιοδική αζιμουθιακή αυλάκωση.

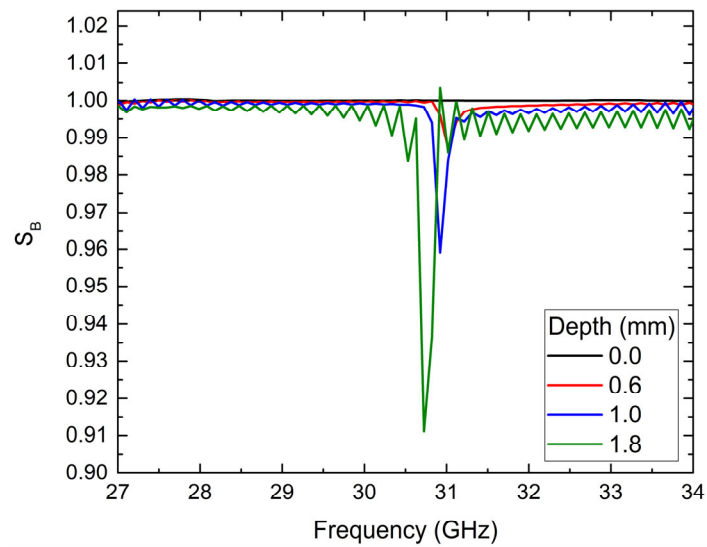
Για τις αριθμητικές προσομοιώσεις, επιλέχθηκε το εύρος συχνοτήτων να είναι τέτοιο ώστε να μην αντιστοιχεί σε παλμούς πολύ μικρής χρονικής διάρκειας. Έτσι, εξετάστηκαν τρεις περιοχές: 13-20 GHz, 20-27 GHz και 27-34 GHz. Για κάθε περιοχή συχνοτήτων υπολογίστηκε η τιμή της παραμέτρου S_B της σχέσης (2.75) για διάφορα βάθη d και για διέγερση με τον ρυθμό TE_{01} και τα αντίστοιχα αποτελέσματα δίνονται στα Σχήματα 4.45 έως 4.47. Από τα αποτελέσματα αυτών προκύπτει ότι η τιμή της S_B είναι κοντά στη μονάδα για το σύνολο σχεδόν των συχνοτήτων, όπως αναμενόταν, αφού τα τοιχώματα του κυματοδηγού θεωρούνται τέλεια αγωγιμα. Η εμφανιζόμενη κυμάτωση αποδίδεται στο πεπερασμένο εύρος του χρονικού παραθύρου, το οποίο χρησιμοποιήθηκε για τον χρονικό FFT, και αυτή μπορεί να απαλειφθεί λαμβάνοντας υπόψη μεγαλύτερο αριθμό δειγμάτων έχοντας ως συνέπεια και μεγαλύτερο χρόνο προσομοίωσης. Είναι επίσης εμφανή δύο έντονα «βυθίσματα» σε συχνότητες κοντά στα 21.5 GHz και 30.7 GHz, που αντιστοιχούν σε συντονισμούς της διάταξης και οφείλονται σε ισχύ που παραμένει σε αυτή. Το βάθος της αυλάκωσης παίζει ρόλο τόσο στην τιμή της S_B όσο και στη συχνότητα εμφάνισης των βυθισμάτων, τα οποία μετατοπίζονται σε μικρότερες συχνότητες με την αύξηση του βάθους, αφού αυτή συνεπάγεται και αύξηση του συντονιζόμενου όγκου της διάταξης. Τέλος, τιμές της S_B μεγαλύτερες της μονάδας οφείλονται σε αριθμητικά σφάλματα της μεθόδου.



Σχήμα 4.45: S_B για τον ρυθμό TE_{01} στην περιοχή συχνοτήτων 13-20 GHz.

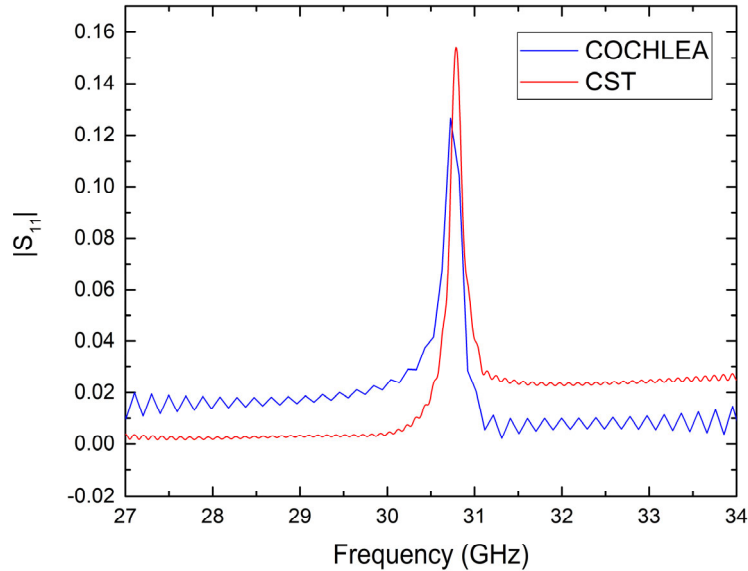


Σχήμα 4.46: S_B για τον ρυθμό TE_{01} στην περιοχή συχνοτήτων 20-27 GHz.

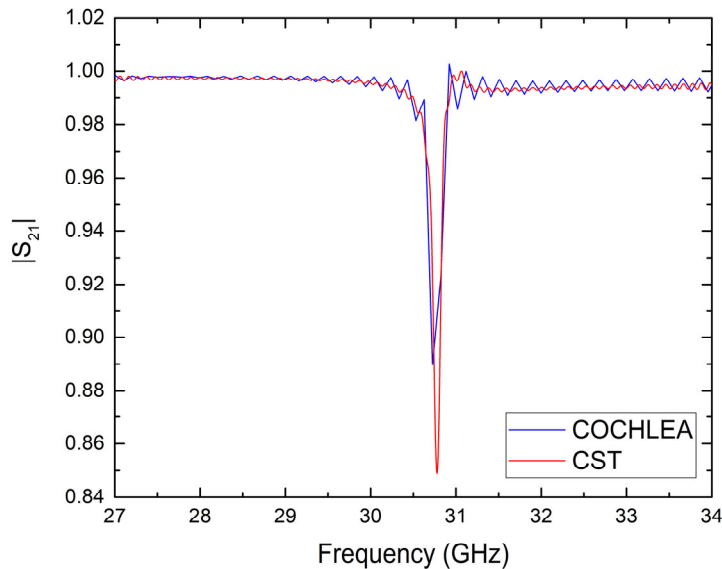


Σχήμα 4.47: S_B για τον ρυθμό TE_{01} στην περιοχή συχνοτήτων 27-34 GHz.

Η μελέτη της διάταξης με βάθος αυλάκωσης $d = 1.8 \text{ mm}$ έγινε και με το πακέτο λογισμικού CST Studio Suite [63] και τα αποτελέσματά της δίνονται στο Σχήμα 4.48 ($|S_{11}|$) και Σχήμα 4.49 ($|S_{21}|$) και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα του COCHLEA. Από αυτά συμπεραίνεται ότι οι δύο κώδικες έχουν μικρές διαφορές στις απόλυτες τιμές των $|S_{11}|$ και $|S_{21}|$, αλλά οι μέγιστες τιμές εμφανίζονται σε πολύ κοντινές συχνότητες.

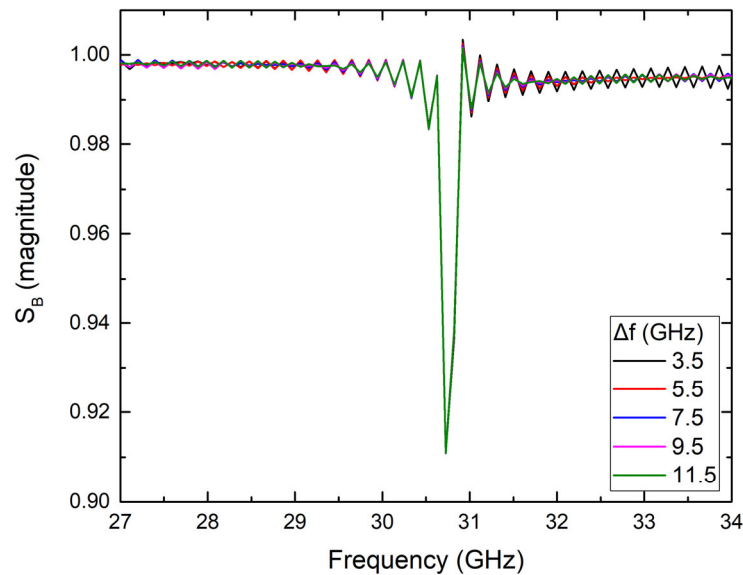


Σχήμα 4.48: $|S_{11}|$ της διάταξης με αζιμουθιακή αυλάκωση βάθους $d = 1.8 \text{ mm}$.



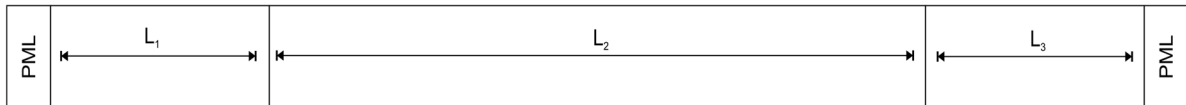
Σχήμα 4.49: $|S_{21}|$ της διάταξης με αζιμουθιακή αυλάκωση βάθους $d = 1.8 \text{ mm}$.

Για τη διάταξη με τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.6 και βάθος αυλάκωσης $d = 1.8 \text{ mm}$ έγινε παραμετρική μελέτη για την επίδραση των χαρακτηριστικών του σήματος διέγερσης, ο οποίος θεωρείται παλμός κεντρικής συχνότητας $f_0 = 30.5 \text{ GHz}$ και εύρους $2\Delta f$, με το Δf μεταξύ 3.5 GHz και 11.5 GHz. Η παράμετρος S_B απεικονίζεται στο Σχήμα 4.50 για την περιοχή συχνοτήτων 27-34 GHz, από το οποίο είναι φανερό ότι η τιμή της S_B είναι ανεξάρτητη από το εύρος ζώνης του σήματος διέγερσης.



Σχήμα 4.50: S_B για διάφορες τιμές του εύρους ζώνης του σήματος διέγερσης.

Για τη διάταξη του Πίνακα 4.6, με βάθος αυλάκωσης $d = 1.8$ mm, ρυθμό διέγερσης TE_{01} και εύρος συχνοτήτων 27-34 GHz, μελετήθηκε η επίδραση του ανοίγματος των αυλακώσεων W , του αριθμού αυτών N , του μήκους της περιοχής της αυλάκωσης L_2 καθώς και των μήκων L_1 και L_3 στις παραμέτρους σκέδασης. Η αξονική τομή της διάταξης δίνεται στο Σχήμα 4.51.

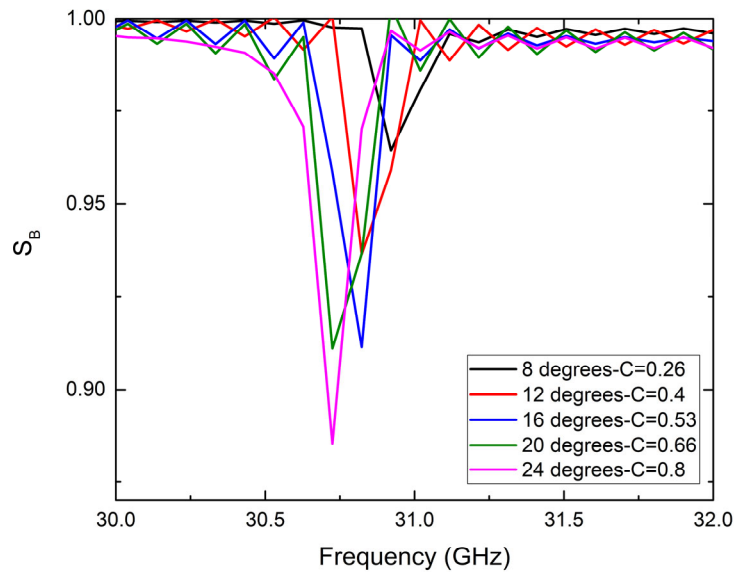


Σχήμα 4.51: Αξονική τομή της διάταξης που χρησιμοποιήθηκε για τη μελέτη της επίδρασης των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της στις παραμέτρους σκέδασης.

Επίδραση του ανοίγματος των αυλακώσεων

Για τις προσομοιώσεις επιλέχθηκαν αριθμός των αυλακώσεων $N = 12$, που αντιστοιχεί σε περίοδο 30° και μήκος της περιοχής με τις αυλακώσεις $L_2 = 5$ mm. Στο Σχήμα 4.52 δίνεται η μεταβολή της S_B με τη συχνότητα για διάφορες τιμές του W . Στο ίδιο σχήμα δίνεται και ο λόγος του συνολικού ανοίγματος των αυλακώσεων προς την περιφέρεια, $C = NW/2\pi$. Από τα αποτελέσματα αυτά προκύπτει ότι αύξηση του W έχει ως συνέπεια μικρή μετατόπιση της ελάχιστης τιμής της S_B σε μικρότερες συχνότητες. Επιπλέον, για τιμές του C μεγαλύτερες από 0.5, η συχνότητα συντονισμού παραμένει αμετάβλητη, ενώ η τιμή της S_B στον συντονισμό μειώνεται, φαινόμενο που συνδέεται με την αύξηση του συντονιζόμενου όγκου της διάταξης. Σημειώνεται ότι ο όγκος αυτός δίνεται από τη σχέση

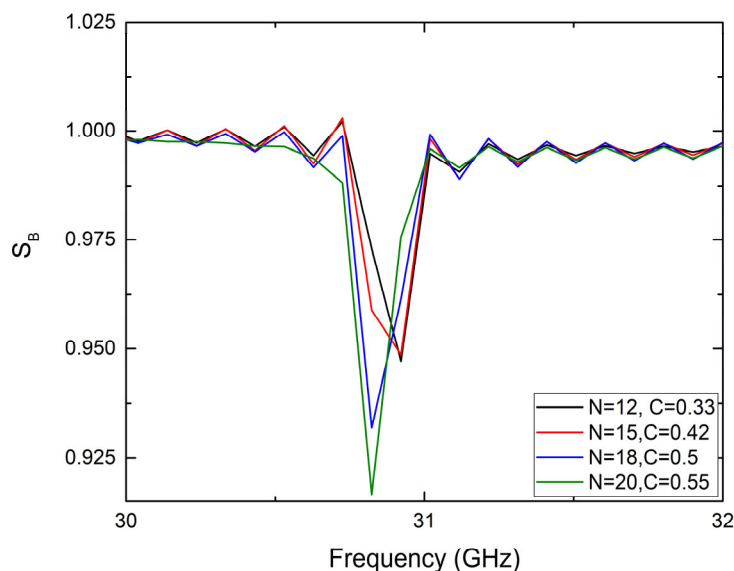
$$V_{res} = \pi C d (2R + d) L_2 + \pi R^2 L_2 \quad (4.20)$$



Σχήμα 4.52: S_B για διάφορες τιμές του ανοίγματος της αυλάκωσης W .

Επίδραση του αριθμού αυλακώσεων

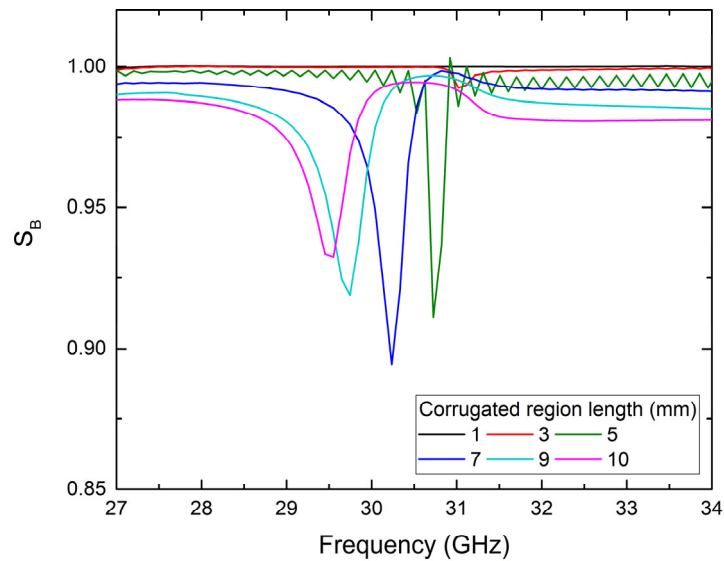
Στη συνέχεια, επιλέχθηκε σταθερό άνοιγμα αυλακώσεων $W = 10^\circ$, τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της γεωμετρίας και της προσομοίωσης είναι ίδια με αυτά της προηγούμενης ενότητας, εκτός του αριθμού των αυλακώσεων N που είναι μεταβλητός, δηλαδή ο λόγος C μεταβάλλεται. Τα αποτελέσματα δίνονται στο Σχήμα 4.53, από το οποίο είναι εμφανές ότι αύξηση του C συνεπάγεται μετατόπιση της συχνότητας συντονισμού σε μικρότερες τιμές, όπως και προηγούμενα. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού από φυσική σκοπιά, αυξάνοντας το N με σταθερό το W αυξάνεται ο συντονιζόμενος όγκος της διάταξης.



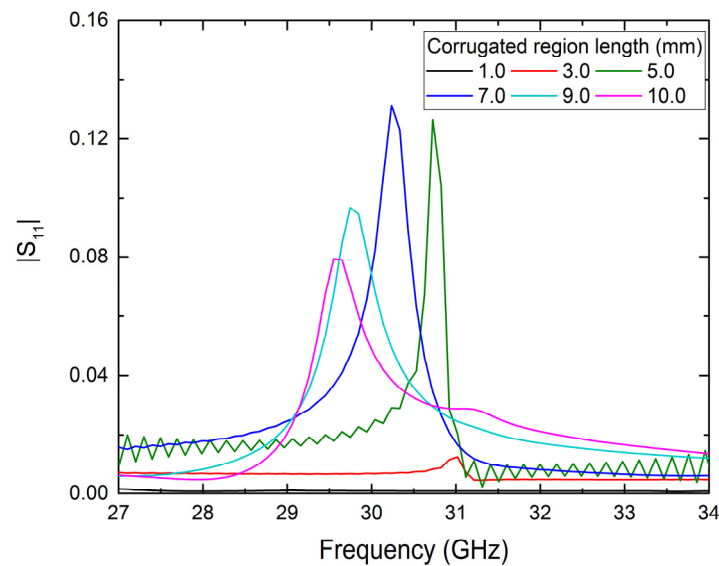
Σχήμα 4.53: S_B για διάφορες τιμές του αριθμού των αυλακώσεων N .

Επίδραση του μήκους της περιοχής των αυλακώσεων

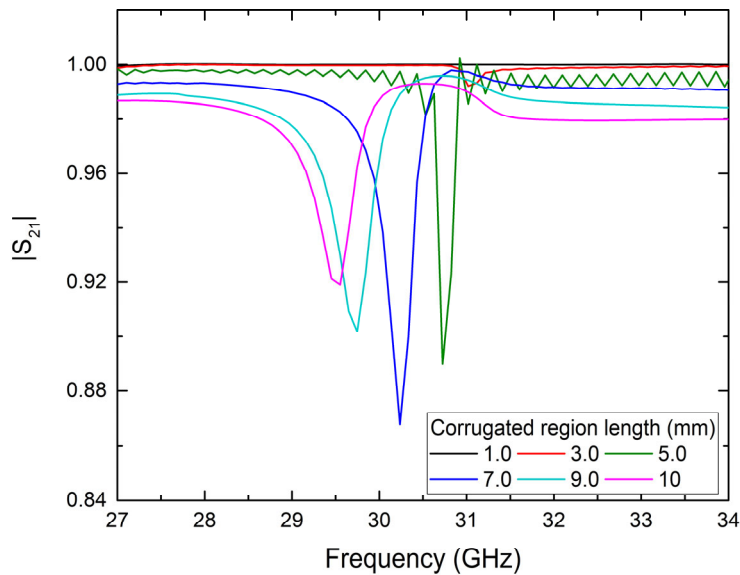
Για τη διάταξη του Πίνακα 4.6 και βάθος αυλακώσεων $d = 1.8$ mm, το μήκος L_2 επιλέχθηκε μεταξύ 1 mm και 10 mm. Στο Σχήμα 4.54 δίνεται η μεταβολή του S_B με τη συχνότητα, ενώ στο Σχήμα 4.55 και στο Σχήμα 4.56 τα αποτελέσματα για τα $|S_{11}|$ και $|S_{21}|$, αντίστοιχα. Από αυτά, παρατηρείται ότι για μικρές τιμές του L_2 (≤ 3 mm) οι τιμές των S_B και $|S_{21}|$ παραμένουν ουσιαστικά αμετάβλητες και κοντά στη μονάδα. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι ο συγκεκριμένος ρυθμός δεν «αισθάνεται» την ύπαρξη των αυλακώσεων. Για μεγαλύτερες τιμές του L_2 , η επίδραση των αυλακώσεων γίνεται εντονότερη και εμφανίζεται συντονισμός, ο οποίος μετατοπίζεται προς μικρότερες συχνότητες. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στην αύξηση του συντονιζόμενου όγκου εξαιτίας της αύξησης του μήκους της περιοχής με αυλακώσεις.



Σχήμα 4.54: S_B για διάφορες τιμές του μήκους της περιοχής με αυλακώσεις.



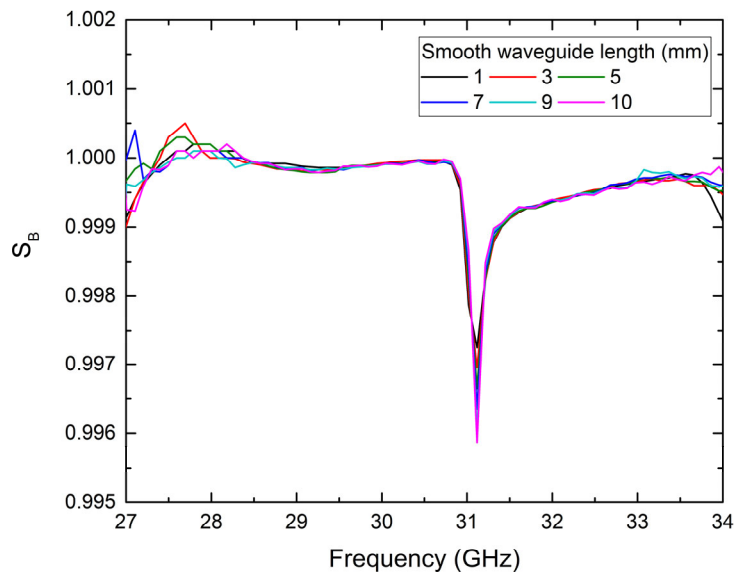
Σχήμα 4.55: $|S_{11}|$ για διάφορες τιμές του μήκους της περιοχής με αυλακώσεις.



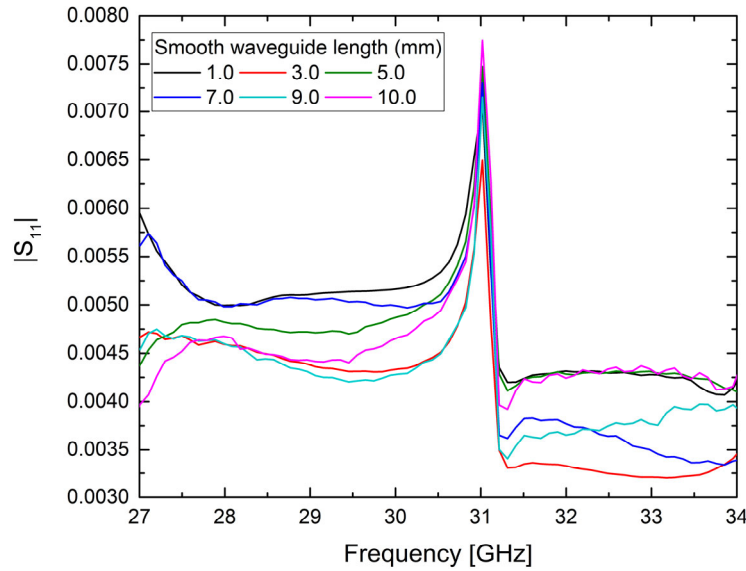
Σχήμα 4.56: $|S_{21}|$ για διάφορες τιμές του μήκους της περιοχής με αυλακώσεις.

Επίδραση του μήκους των τμημάτων χωρίς αυλακώσεις

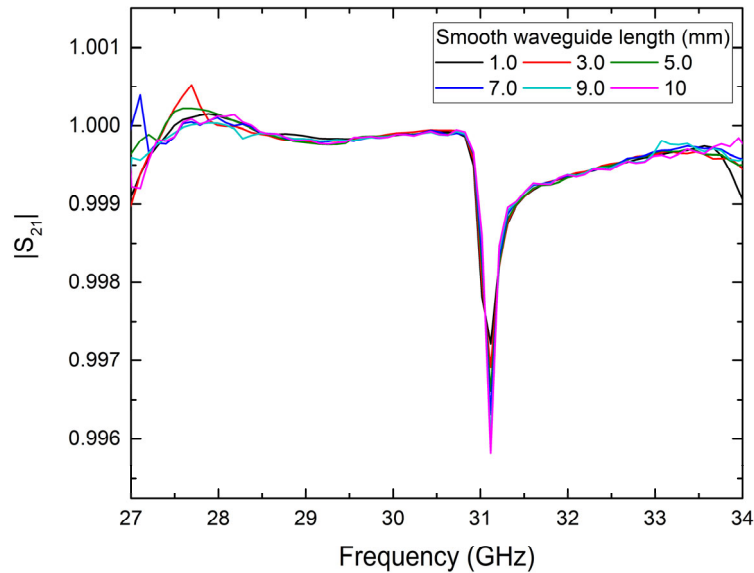
Έπειτα, για τη διάταξη του Πίνακα 4.6 και βάθος αυλακώσεων $d = 1.8$ mm, μήκος της περιοχής των αυλακώσεων $L_2 = 5$ mm, εξετάστηκε η επίδραση του μήκους των τμημάτων L_1 και L_3 στις παραμέτρους σκέδασης. Τα αποτελέσματα δίνονται στο Σχήμα 4.57 για το S_B , στο Σχήμα 4.58 για το $|S_{11}|$ και στο Σχήμα 4.59 για το $|S_{21}|$, από τα οποία προκύπτει ότι η θέση της συχνότητας συντονισμού είναι ανεξάρτητη από τις τιμές των L_1 και L_3 , αποτέλεσμα αναμενόμενο, καθώς τα άκρα της διάταξης είναι προσαρμοσμένα με PML. Παρόλα αυτά κάποιες μικρές ανακλάσεις υπάρχουν, όπως φαίνεται από τη μεταβολή του συντελεστή ανάκλασης με το μήκος, όμως η μεταβολή αυτή είναι πολύ μικρή και πρακτικά μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.



Σχήμα 4.57: S_B για διάφορες τιμές των L_1 και L_3 .



Σχήμα 4.58: $|S_{11}|$ για διάφορες τιμές των L_1 και L_3 .

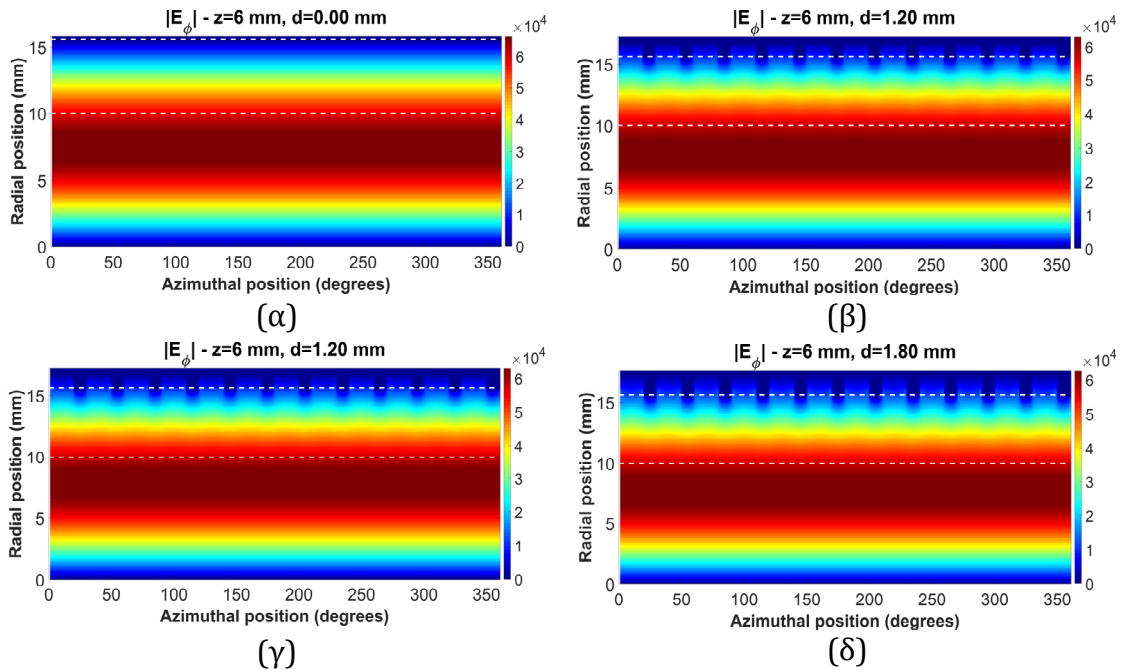


Σχήμα 4.59: $|S_{21}|$ για διάφορες τιμές των L_1 και L_3 .

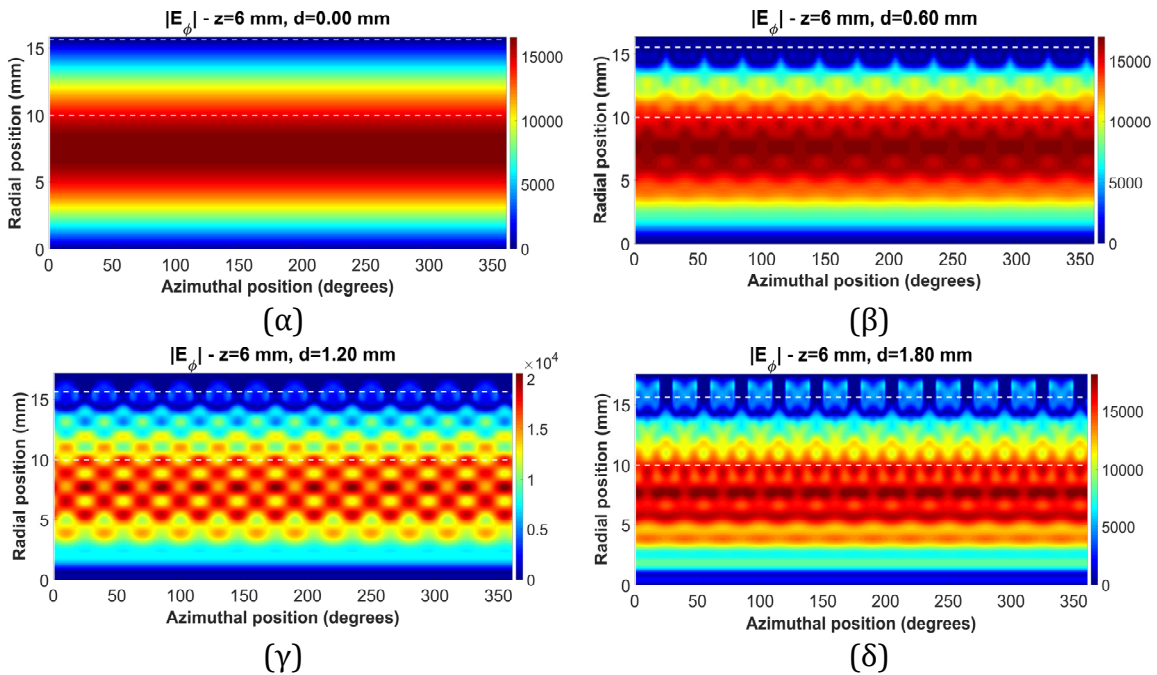
Πεδιακές κατανομές

Στο Σχήμα 4.60 δίνονται οι κατανομές της E_φ στο επίπεδο $r-\varphi$ για $z = 6$ mm (αντιστοιχεί σε σημείο με αυλακώσεις) για διάφορα βάθη αυλακώσεων για τη διάταξη με τα χαρακτηριστικά του Πίνακα 4.6 και διέγερση με τον TE_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού με σήμα συχνότητας $f = 20$ GHz. Στο ίδιο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ακτινικές θέσεις των αυλακώσεων (πάνω λευκή γραμμή) και μια τυπική ακτινική θέση της δέσμης (κάτω λευκή γραμμή). Είναι προφανές ότι οι κατανομές σε περιοχές μακριά από τις αυλακώσεις φαίνονται ανεπηρέαστες από την ύπαρξη αυτών, ενώ κοντά σε αυτές εμφανίζουν μικρή διαταραχή με περιοδικότητα ίδια των αυλακώσεων, αλλά με σημαντικά μικρότερο πλάτος. Ειδικά στη θέση της δέσμης, οι κατανομές μοιάζουν σε μεγάλο βαθμό με αυτές του TE_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού. Η ίδια διαδικασία επαναλήφθηκε για συχνότητα $f = 150$ GHz, και τα αποτελέσματα δίνονται

στο Σχήμα 4.61, από το οποίο προκύπτει ότι ακόμα και για μικρό βάθος οι κατανομές εμφανίζουν σημαντική διαταραχή. Μάλιστα, με την αύξηση του βάθους, αυτή γίνεται εντονότερη και σε αντίθεση με πριν, εντοπίζεται σε όλη την ακτινική διεύθυνση, με το πεδίο να εμφανίζει περισσότερα του ενός τοπικά ακρότατα. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να εξηγηθεί ότι με την αύξηση του βάθους διεγείρονται ρυθμοί με μεγαλύτερο ακτινικό δείκτη και το φάσμα των ρυθμών γίνεται πυκνότερο.



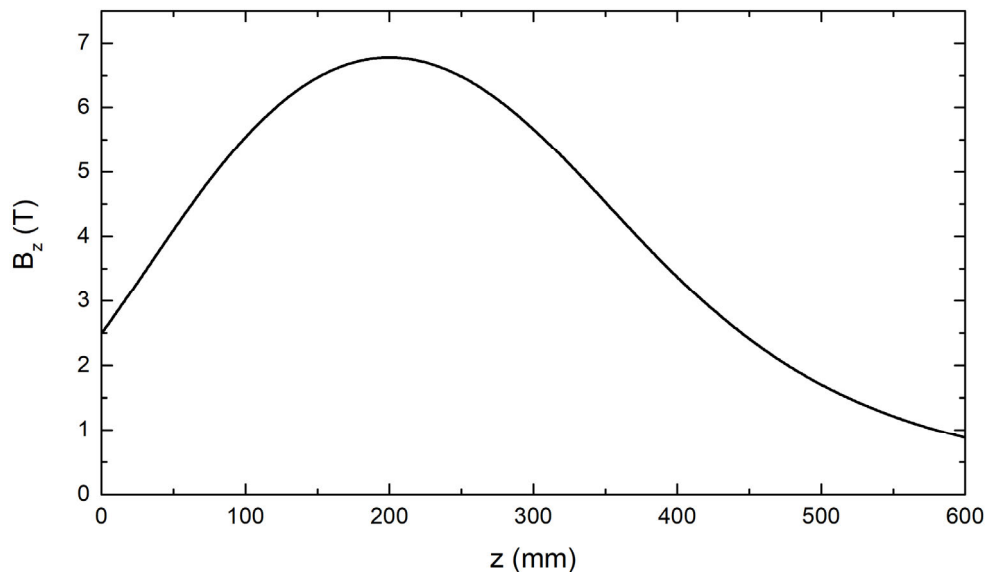
Σχήμα 4.60: $|E_\phi|$ για διέγερση με τον TE_{01} του λείου κυματοδηγού με συχνότητα $f = 20 \text{ GHz}$ και βάθος αυλακώσεων (α) 0 mm , (β) 0.6 mm , (γ) 1.2 mm και (δ) 1.8 mm .



Σχήμα 4.61: $|E_\phi|$ για διέγερση με τον ρυθμό TE_{01} του λείου κυματοδηγού με συχνότητα $f = 150 \text{ GHz}$ και βάθος αυλακώσεων (α) 0 mm , (β) 0.6 mm , (γ) 1.2 mm και (δ) 1.8 mm .

4.3 Κίνηση ηλεκτρονικής δέσμης σε μαγνητοστατικό πεδίο

Υποθέτοντας ότι τα χαρακτηριστικά της δέσμης σε μια θέση αναφοράς είναι γνωστά ($a = 1.5$, $\gamma = 1.13$), τότε με την προσέγγιση της αδιαβατικής κίνησης μπορούν να υπολογιστούν τα χαρακτηριστικά της στη θέση εισόδου ($z = 0$). Σημειώνεται ότι τα χαρακτηριστικά της δέσμης αναφέρονται στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του μαγνητοστατικού πεδίου, το προφίλ του οποίου δίνεται στο Σχήμα 4.62. Επειδή ο αριθμητικός κώδικας χρησιμοποιεί το καθολικό κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων, οι αρχικές θέσεις και ταχύτητες των σωματιδίων πρέπει να στραφούν κατάλληλα στο καθολικό (global) σύστημα συντεταγμένων κατά γωνία $\theta = \text{atan}(B_r/B_z)$.



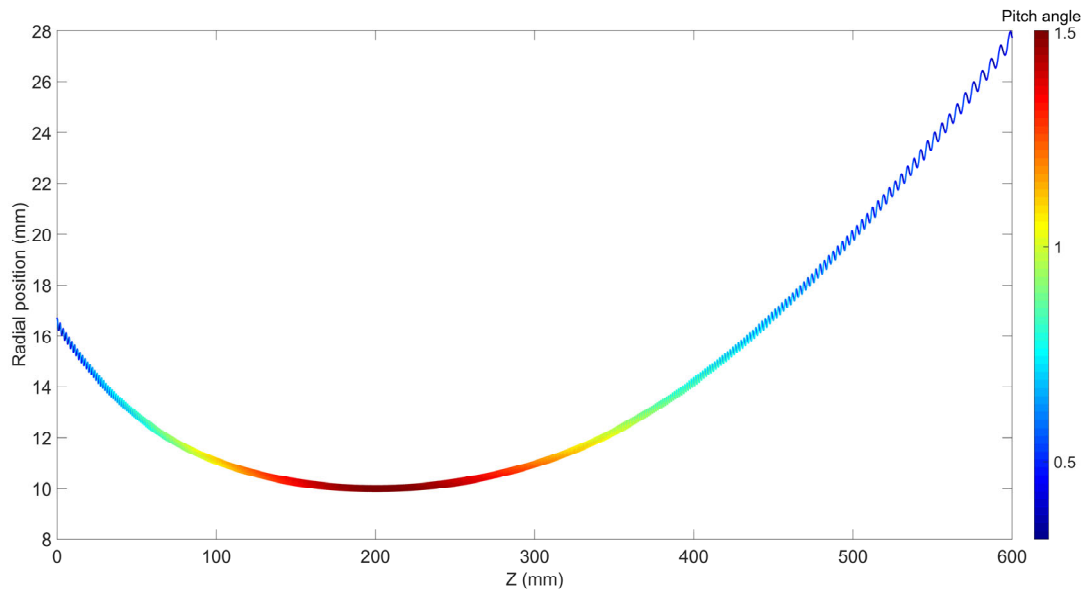
Σχήμα 4.62: Προφίλ του μαγνητοστατικού πεδίου.

Αρχικά, πραγματοποιήθηκε μια παραμετρική μελέτη της σύγκλισης του λόγου ταχυτήτων a με τον αριθμό των σωματιδίων που εισάγονται στη διάταξη σε κάθε χρονικό βήμα. Ειδικότερα, υπολογίστηκαν η μέση τιμή του a καθώς και η σχετική διασπορά του, η οποία ορίζεται από τη σχέση

$$\delta a = \frac{\sigma_a}{\langle a \rangle} \times 100\% \quad (4.21)$$

στην αξονική θέση αναφοράς $z_{ref} = 200$ mm. Η μέση τιμή του a βρέθηκε ανεξάρτητη από τον αριθμό των σωματιδίων, εμφανίζοντας σχετικό σφάλμα 0.26% σε σχέση με τη θεωρητικά αναμενόμενη τιμή. Επιπλέον, η σχετική διασπορά των τιμών του a βρέθηκε μικρότερη από 2×10^{-5} για οποιαδήποτε τιμή του αριθμού των σωματιδίων, ενώ μειώνεται με την αύξηση αυτού. Στο Σχήμα 4.63 δίνεται το διάγραμμα της ακτινικής και αξονικής θέσης των σωματιδίων της δέσμης, όπου κάθε σημείο του αντιστοιχεί σε ένα σωματίδιο, ενώ η χρωματική κλίμακα αναπαριστά την τιμή του λόγου ταχυτήτων a . Είναι φανερό ότι καθώς αυξάνεται το μαγνητικό πεδίο, ο λόγος ταχυτήτων αυξάνεται, ενώ η ακτινική θέση μειώνεται. Η αύξηση του λόγου ταχυτήτων ισοδυναμεί με μετατροπή της ορμής του σωματιδίου από διαμήκη σε εγκάρσια, ενώ η

μείωση της ακτινικής θέσης είναι σε συμφωνία με την προσέγγιση αδιαβατικής κίνησης. Από κάποιο σημείο ($z = 200$ mm) και έπειτα το μαγνητοστατικό πεδίο μειώνεται και το φαινόμενο αυτό αντιστρέφεται παρακολουθώντας τη μεταβολή αυτή, δηλαδή, ο λόγος ταχυτήτων μειώνεται και η ακτινική θέση των σωματιδίων αυξάνεται.

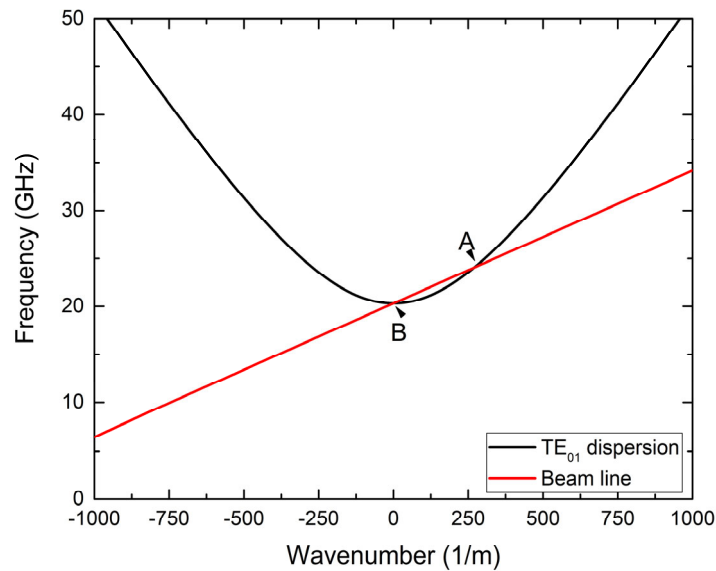


Σχήμα 4.63: Διάγραμμα ακτινικής και αξονικής θέσης των σωματιδίων της δέσμης. Η χρωματική κλίμακα αναπαριστά τον λόγο ταχυτήτων α .

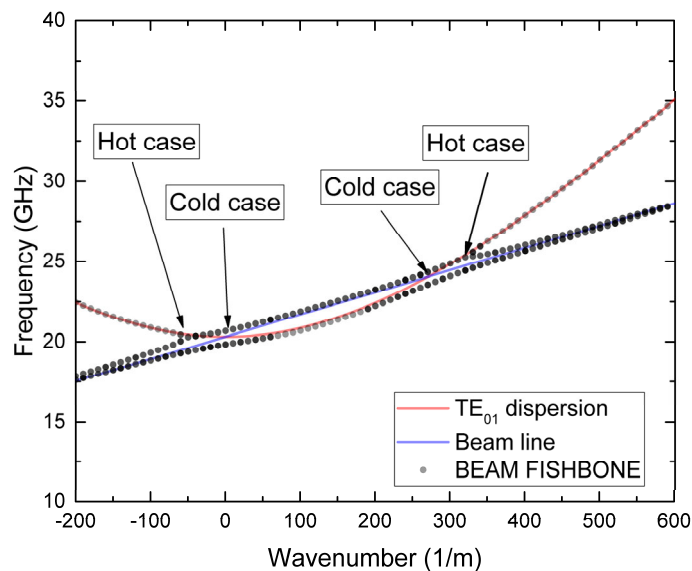
4.4 Θερμή διάταξη

4.4.1 Αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης με τα πεδία λείου κυματοδηγού

Για λείο κυματοδηγό ακτίνας $R = 9$ mm η καμπύλη διασποράς του ρυθμού TE_{01} δίνεται στο Σχήμα 4.64 (μαύρη καμπύλη), ενώ η ηλεκτρονική δέσμη επιλέχθηκε με τάση $V_b = 70$ kV ($\gamma = 1.13$) και λόγο ταχυτήτων $\alpha = 1.3$. Το μαγνητοστατικό πεδίο επιλέχθηκε $B_0 = 0.825$ T, τέτοιο ώστε η ευθεία της δέσμης να τέμνει την καμπύλη διασποράς του TE_{01} (ψυχρή διάταξη) σε δύο σημεία (Σχήμα 4.64, κόκκινη καμπύλη). Τα σημεία αυτά αντιστοιχούν στο *forward* (A) και *backward* (B) κύμα αλληλεπίδρασης, με το A να έχει συντεταγμένες $k_A = 270$ m⁻¹, $f_A = 24.054$ GHz και το B $k_B = -0.2$ m⁻¹, $f_B = 20.314$ GHz. Υπολογίστηκε επίσης με χρήση του κώδικα BEAM FISHBONE [46] η καμπύλη διασποράς της θερμής διάταξης και δίνεται στο Σχήμα 4.65 (με μαύρες κουκίδες), από τα οποία προκύπτει ότι η αλληλεπίδραση αναμένεται να εμφανιστεί στις περιοχές που υποδεικνύονται ως *hot case* στο σχήμα και οι οποίες βρίσκονται κοντά στα σημεία A και B (*cold case*).



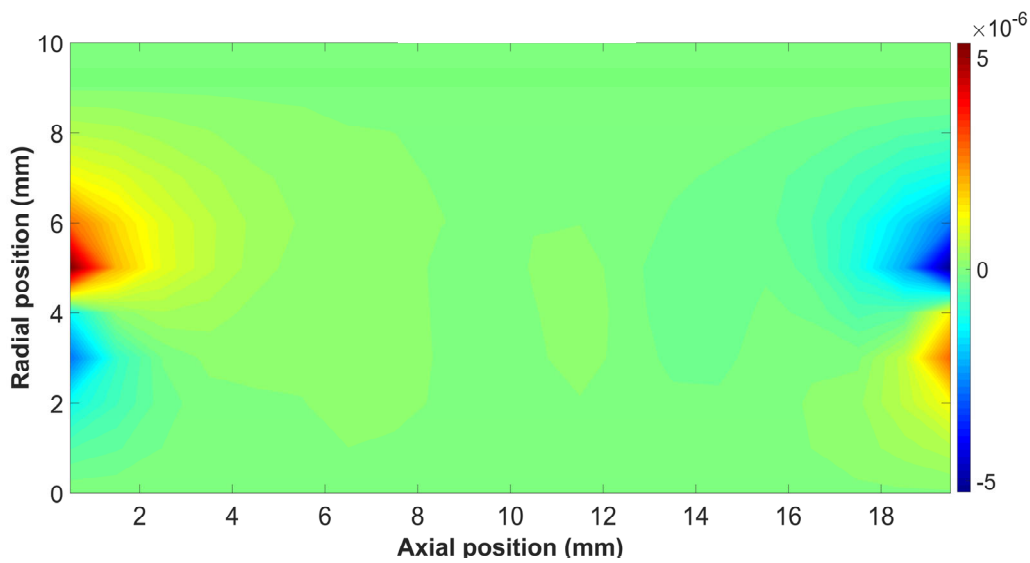
Σχήμα 4.64: Σχέση διασποράς του ρυθμού TE_{01} (ψυχρή διάταξη) και ευθεία της δέσμης.



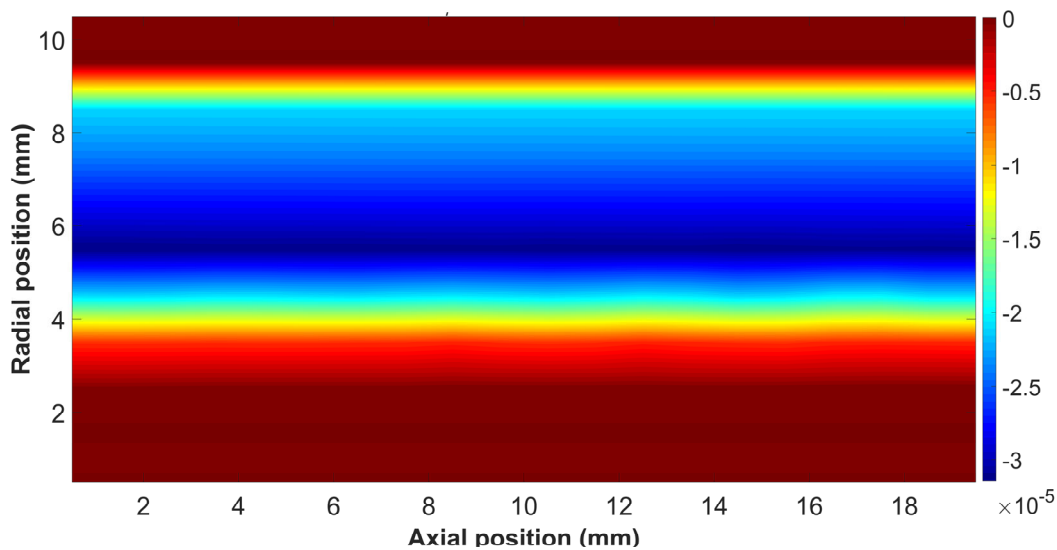
Σχήμα 4.65: Αποτελέσματα για την καμπύλη διασποράς του TE_{01} του λείου κυματοδηγού από τον κώδικα BEAM FISHBONE (θερμή διάταξη).

Είναι γνωστό ότι ένας λείος κυματοδηγός σταθερής ακτίνας και άπειρου μήκους δεν μπορεί να λειτουργήσει ως συντονιστής και αναμένεται να αναπτυχθούν σε αυτόν μόνο στατικά πεδία από την παρουσία της δέσμης. Ειδικότερα, το μαγνητικό πεδίο θα έχει ισχυρή αξιμουθιακή συνιστώσα για ακτίνα μεγαλύτερη της δέσμης, ενώ για μικρότερες ακτίνες θα είναι μηδέν. Η ακτινική συνιστώσα του θα είναι ισχυρή στα (αξονικά) άκρα της δέσμης (για την ικανοποίηση του νόμου του Gauss) και μηδενική στο μέσο της (λόγω συμμετρίας). Από την περιστροφική κίνηση των σωματιδίων της δέσμης, θα δημιουργηθεί αξιμουθιακή συνιστώσα της πυκνότητας ρεύματος, η οποία θα οδηγήσει στην ανάπτυξη αξονικής συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου στην ακτινική περιοχή που κινούνται τα σωματίδια.

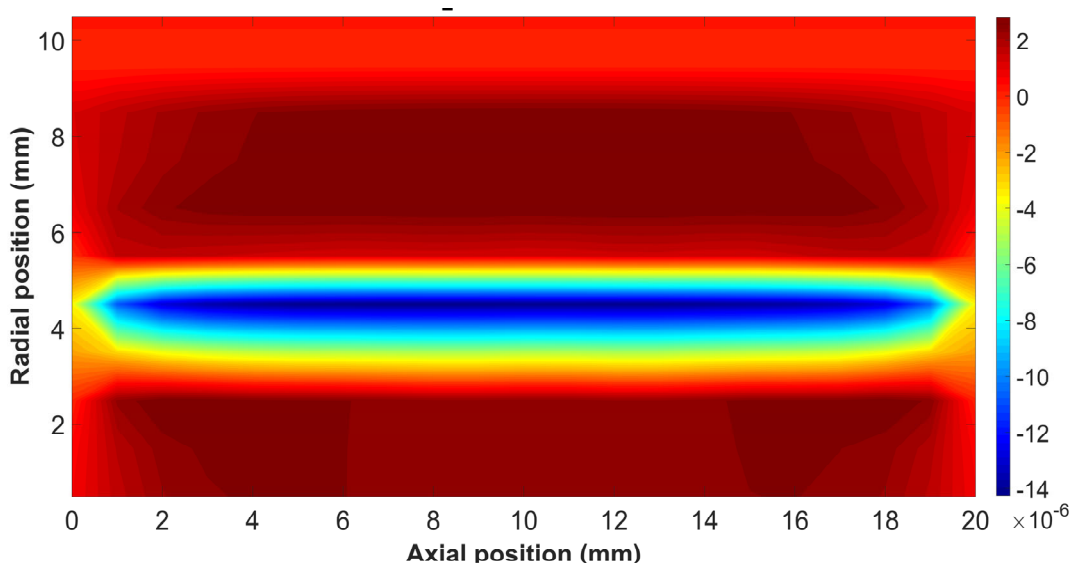
Στις προσομοιώσεις με τον κώδικα COCHLEA επιλέχθηκε ο κυματοδηγός να έχει μήκος $L = 20$ mm, η ηλεκτρονική δέσμη να έχει ρεύμα $I_b = 1$ A και το κέντρο περιστροφής των σωματιδίων να βρίσκεται στην ακτινική θέση $R_b = 4.88$ mm. Οι συνιστώσες της έντασης του μαγνητικού πεδίου \mathbf{H} στο επίπεδο r - z δίνονται στα Σχήματα 4.66 έως 4.68, από τα οποία επιβεβαιώνεται η αναμενόμενη μορφή του μαγνητικού πεδίου, ενώ στα Σχήματα 4.69 έως 4.71 δίνονται οι αντίστοιχες κατανομές του ηλεκτρικού πεδίου \mathbf{E} στο επίπεδο r - φ για $z = 10$ mm. Από αυτά προκύπτει ότι οι E_r και E_z παρουσιάζουν μέγιστο στην περιοχή κίνησης των σωματιδίων της δέσμης ($R_b \pm R_L$) και η E_φ εμφανίζει περιοδική συμπεριφορά ως προς φ . Από τα αποτελέσματα του κώδικα διαπιστώθηκε επίσης ότι αυτά δεν επηρεάζονται από τον αριθμό των κέντρων περιστροφής και φάσεων, υπό την προϋπόθεση ότι ο αριθμός σωματιδίων είναι μεγαλύτερος από 300 ανά χρονικό βήμα εκπομπής.



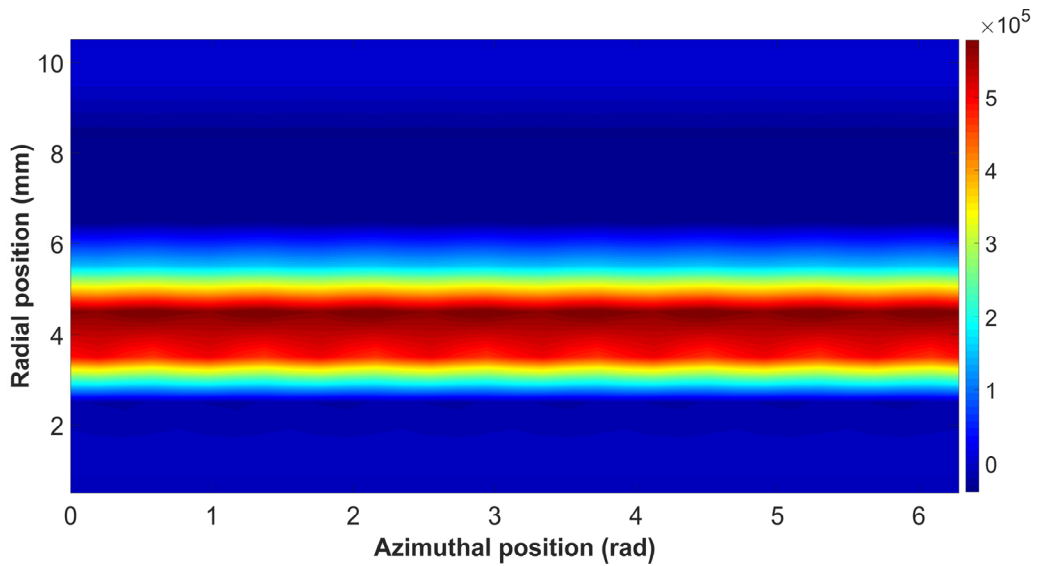
Σχήμα 4.66: Κατανομή της H_r στο επίπεδο r - z .



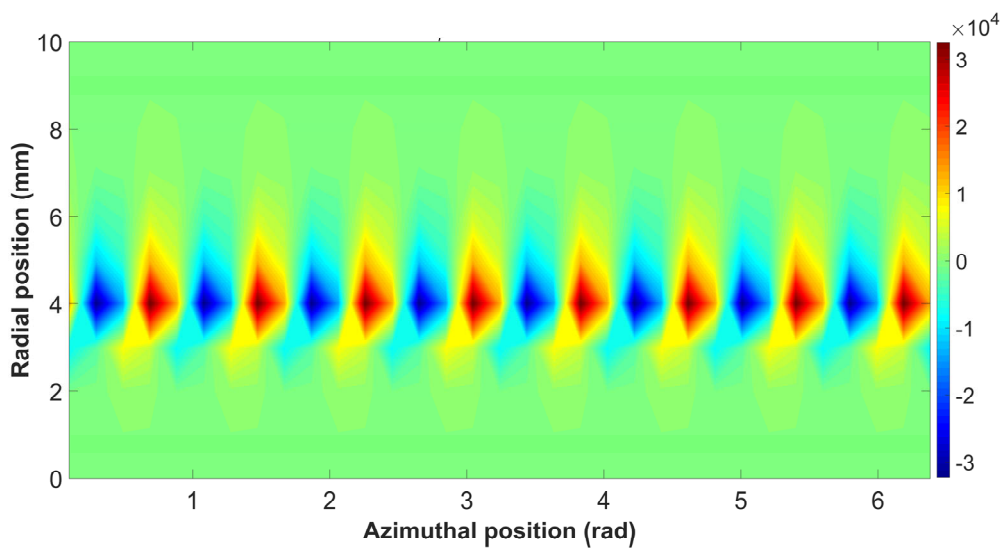
Σχήμα 4.67: Κατανομή της H_φ στο επίπεδο r - z .



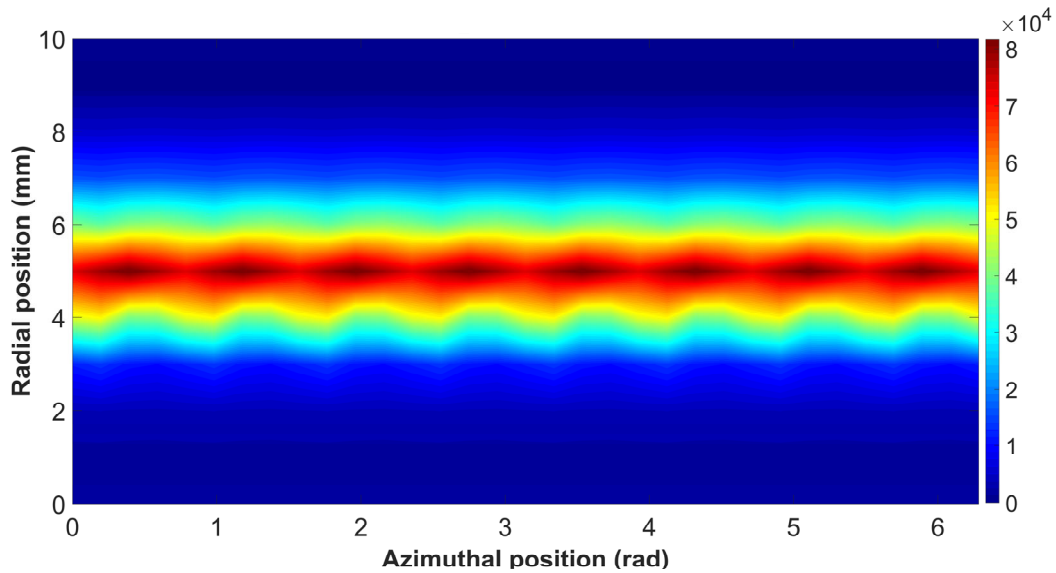
Σχήμα 4.68: Κατανομή της H_z στο επίπεδο r - z .



Σχήμα 4.69: Κατανομή της E_r στο επίπεδο r - ϕ για $z = 10$ mm.



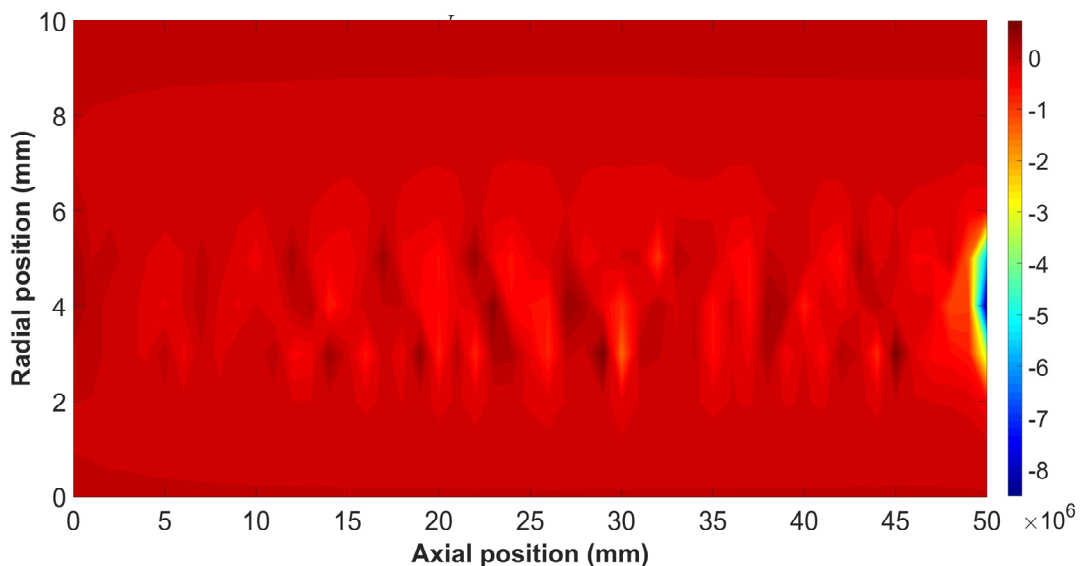
Σχήμα 4.70: Κατανομή της E_ϕ στο επίπεδο r - ϕ για $z = 10$ mm.



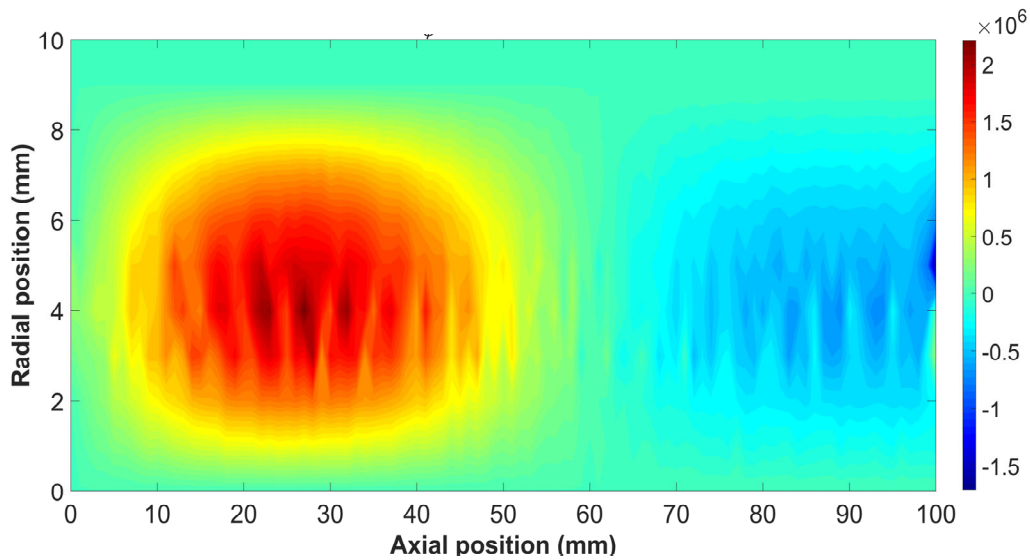
Σχήμα 4.71: Κατανομή της E_z στο επίπεδο r - ϕ για $z = 10$ mm.

Επίδραση του μήκους κυματοδηγού

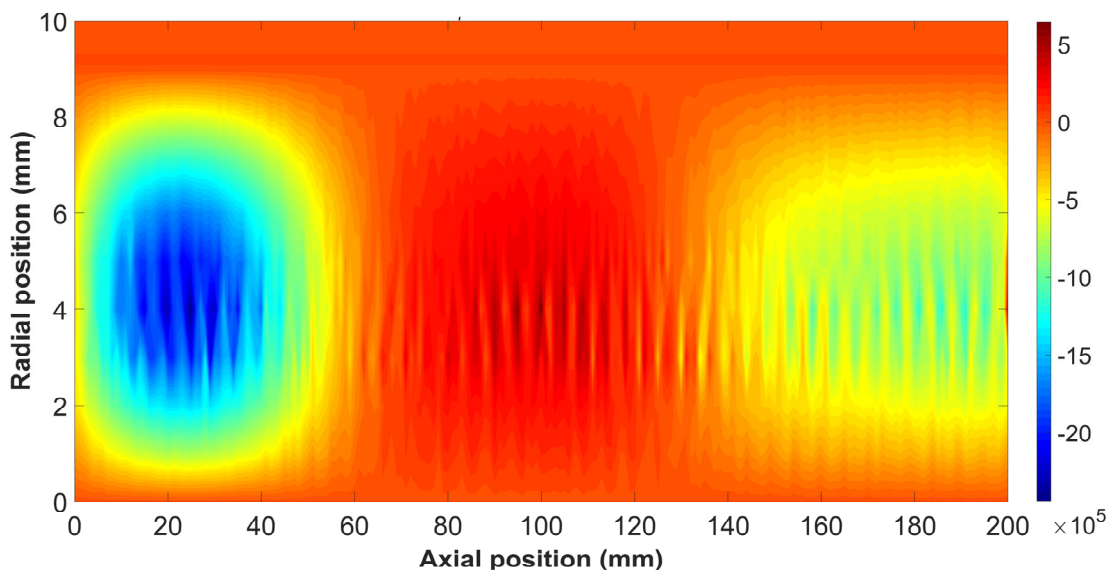
Στη συνέχεια, για τον ίδιας ακτίνας κυματοδηγό και με μεγαλύτερο ρεύμα δέσμης 8 A, μελετήθηκε η συμπεριφορά των πεδίων για μήκος $L = 50$ mm, 100 mm και 200 mm. Ο χρόνος των προσομοιώσεων επιλέχθηκε $t = 25$ ns, τέτοιος ώστε να υπάρχει μόνιμη κατάσταση, και υπολογίστηκε η E_ϕ στο επίπεδο r - z (Σχήμα 4.72 έως Σχήμα 4.74). Από αυτά είναι φανερό ότι αυξάνοντας το μήκος της διάταξης, η κατανομή του πεδίου στον χώρο προσεγγίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια αυτή του TE_{01} . Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο, δεδομένου ότι η «ένταση» της αλληλεπίδρασης εξαρτάται και από το μήκος της διάταξης [20].



Σχήμα 4.72: Κατανομή της E_ϕ στο επίπεδο r - z για μήκος $L = 50$ mm.

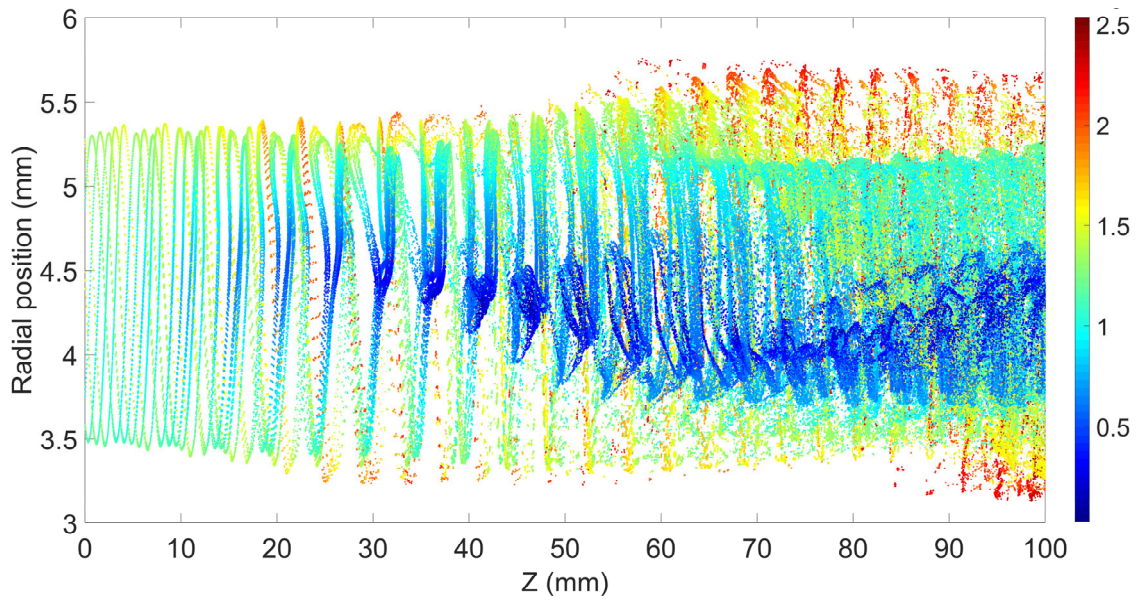


Σχήμα 4.73: Κατανομή της E_φ στο επίπεδο r - z για μήκος $L = 100$ mm.

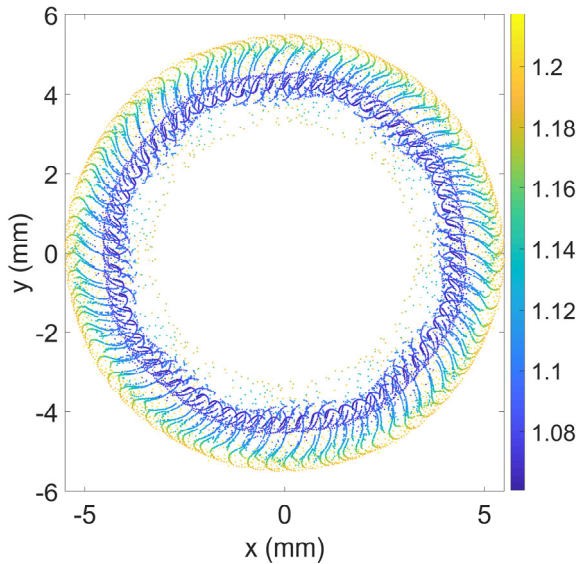


Σχήμα 4.74: Κατανομή της E_φ στο επίπεδο r - z για μήκος $L = 200$ mm.

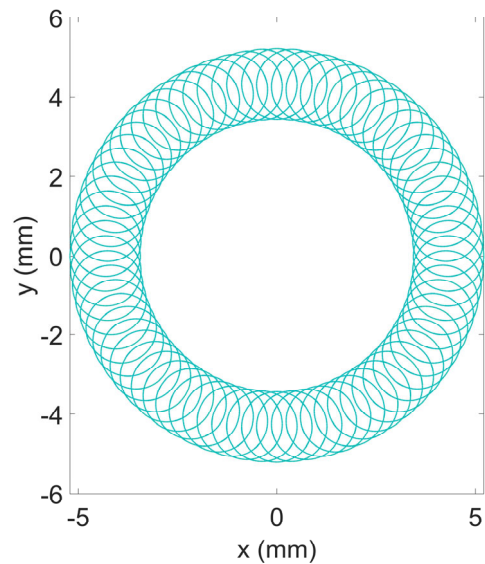
Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι κινηματικές παράμετροι των σωματιδίων. Στο Σχήμα 4.75 παρουσιάζεται η ακτινική θέση τους σε συνάρτηση με την αξονική τους, με τη χρωματική κλίμακα να αντιστοιχεί στην τιμή του λόγου ταχυτήτων. Καθώς η δέσμη αρχίζει να αλληλεπιδρά με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, εμφανίζεται το φαινόμενο της πακετοποίησης (Σχήμα 4.76), όπου η κίνηση των σωματιδίων γύρω από το κέντρο περιστροφής παύει να είναι κυκλική, αλλά εμφανίζει μεταβαλλόμενη ακτίνα περιστροφής [7]. Η αντίστοιχη κίνηση των σωματιδίων μόνο με την επίδραση του μαγνητοστατικού πεδίου δίνεται στο Σχήμα 4.77, η οποία είναι κυκλική και το γ σταθερό. Τέλος, στο Σχήμα 4.78 δίνεται το γ σε συνάρτηση με την αξονική θέση z , από το οποίο προκύπτει ότι αυτό μειώνεται καθώς το z αυξάνει, το οποίο οφείλεται στη μεταφορά μέρους της κινητικής ενέργειας των σωματιδίων στα πεδία.



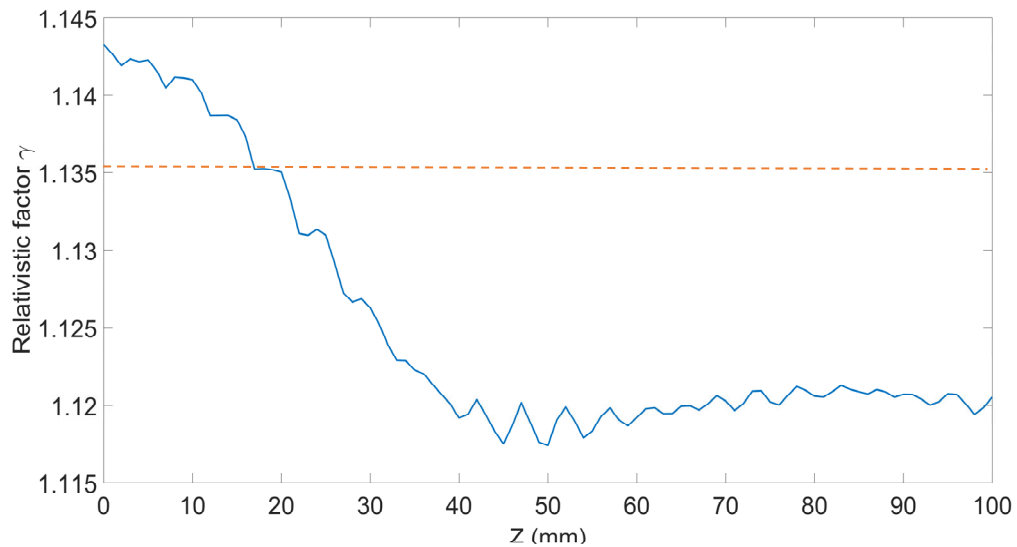
Σχήμα 4.75: Ακτινική θέση των σωματιδίων σε συνάρτηση με την αξονική. Η χρωματική κλίμακα δηλώνει την τιμή του λόγου ταχυτήτων.



Σχήμα 4.76: Κατανομή των σωματιδίων στο εγκάρσιο επίπεδο στην αξονική θέση $z = 50$ mm. Η χρωματική κλίμακα δηλώνει την τιμή του γ .

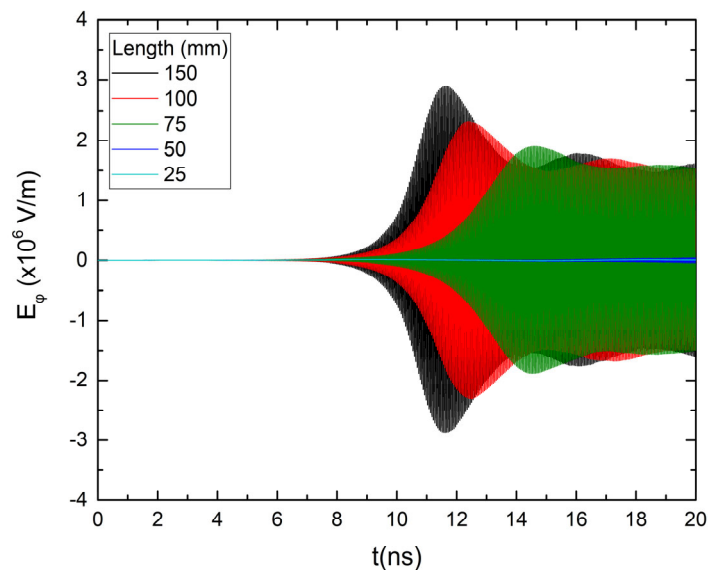


Σχήμα 4.77: Κατανομή των σωματιδίων στο εγκάρσιο επίπεδο στην αξονική θέση $z = 50$ mm υπό την επίδραση μόνο του μαγνητοστατικού πεδίου (σταθερή τιμή του γ).

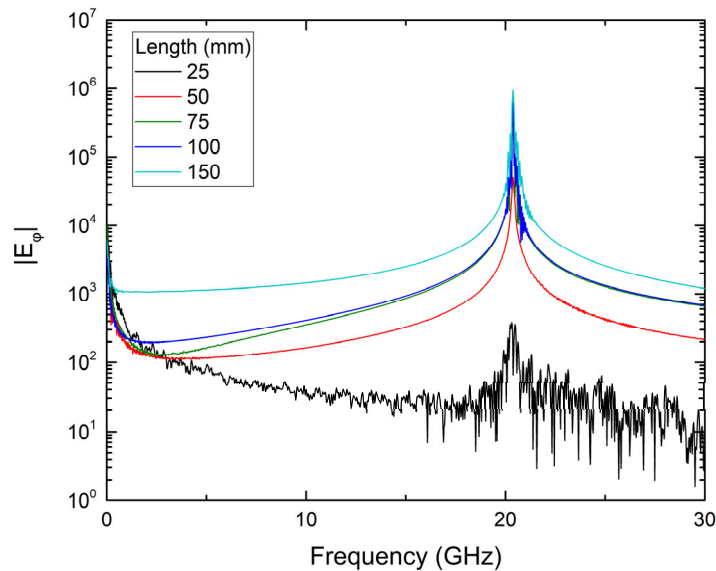


Σχήμα 4.78: Κατανομή του μέσου γ σε συνάρτηση με την αξονική θέση για την περίπτωση αλληλεπίδρασης (μπλε καμπύλη) και χωρίς αυτή (πορτοκαλί ευθεία).

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 4.79 παρουσιάζεται η χρονική κατανομή της E_ϕ στο σημείο (6 mm, 0° , 3 mm) για διάφορα μήκη κυματοδηγού. Από αυτό είναι φανερό ότι το πεδίο αποκτά σημαντικά μεγαλύτερο πλάτος σε μικρότερο χρόνο με την αύξηση του μήκους. Εφαρμόζοντας χρονικό FFT στις κατανομές του Σχήματος 4.79, προκύπτουν τα φάσματα του Σχήματος 4.80, από τα οποία συμπεραίνεται ότι για μήκος μεγαλύτερο των 25 mm υπάρχει ένα ξεκάθαρο μέγιστο κοντά στη συχνότητα $f = 20.3$ GHz, η οποία βρίσκεται κοντά στη συχνότητα αποκοπής του TE_{01} και φυσικά κοντά στη συχνότητα του *backward* ρυθμού (B, Σχήμα 4.64) που προαναφέρθηκε. Αυτό επιβεβαιώνεται και πειραματικά, αφού συχνά είναι ευκολότερη η διέγερση του *backward* από τον *forward*.



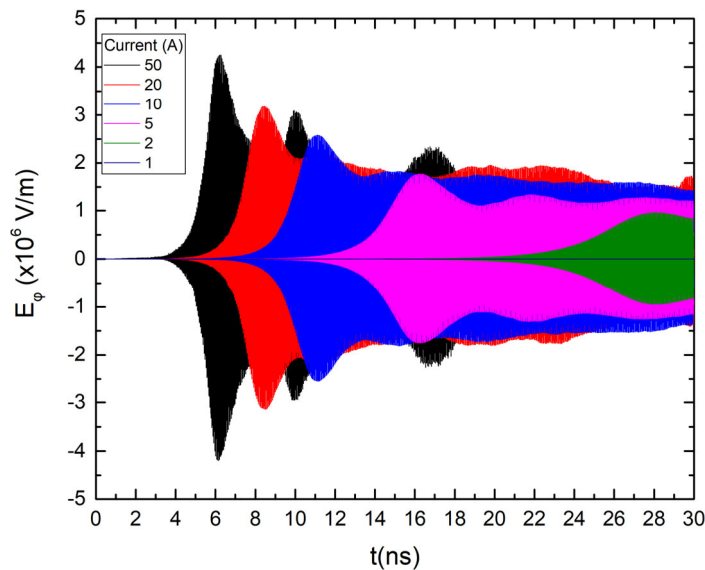
Σχήμα 4.79: Χρονική εξέλιξη της E_ϕ για διάφορα μήκη διάταξης.



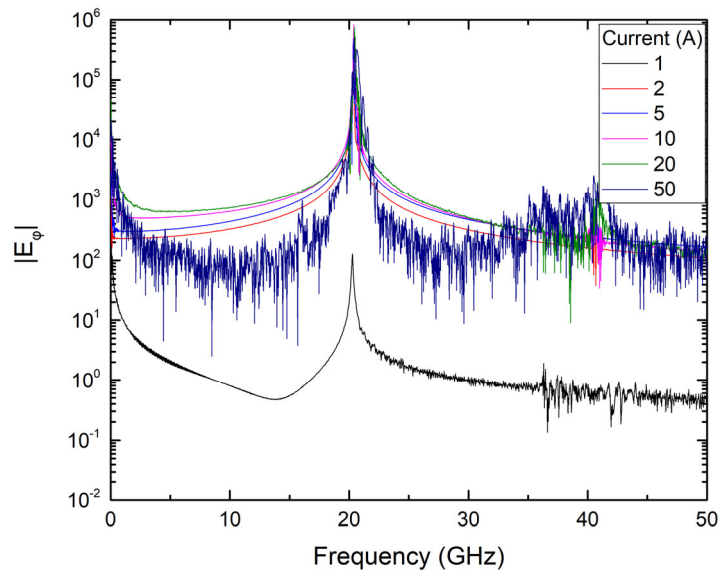
Σχήμα 4.80: Συχνολογικό φάσμα της E_ϕ για διάφορα μήκη διάταξης.

Επίδραση της τιμής του ρεύματος της δέσμης

Στη συνέχεια, εξετάστηκε η επίδραση της τιμής του ρεύματος της δέσμης στην αλληλεπίδραση. Ειδικότερα, για την ίδια διάταξη με μήκος $L = 100$ mm υπολογίστηκε η E_ϕ στο σημείο $(6 \text{ mm}, 0^\circ, 3 \text{ mm})$ διάφορες τιμές του ρεύματος (Σχήμα 4.81), ενώ στο Σχήμα 4.82 δίνονται τα αντίστοιχα συχνολογικά φάσματα. Από το Σχήμα 4.81 προκύπτει ότι όσο μεγαλύτερο είναι το ρεύμα, τόσο μεγαλύτερη είναι η τιμή πλάτους της E_ϕ και παράλληλα αυτή εμφανίζεται σε μικρότερο χρόνο. Επιπρόσθετα, από το Σχήμα 4.82 είναι προφανές ότι το συχνολογικό περιεχόμενο του πεδίου είναι έντονα εντοπισμένο γύρω από τη συχνότητα $f = 20.3$ GHz, όπως και προηγούμενα, και είναι ανεξάρτητο της έντασης του ρεύματος.



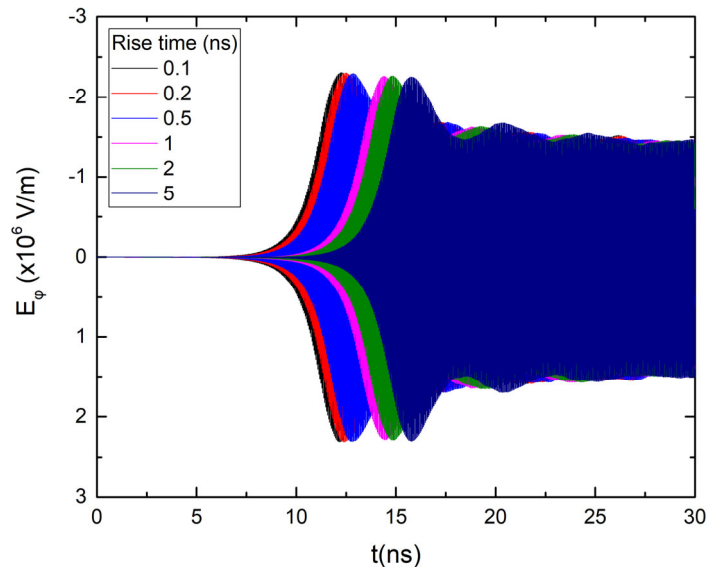
Σχήμα 4.81: Χρονική εξέλιξη της E_ϕ για διάφορες τιμές του ρεύματος της δέσμης.



Σχήμα 4.82: Συχνотικό φάσμα της E_ϕ για διάφορες τιμές του ρεύματος της δέσμης.

Επίδραση του χρόνου ανόδου του ρεύματος της δέσμης

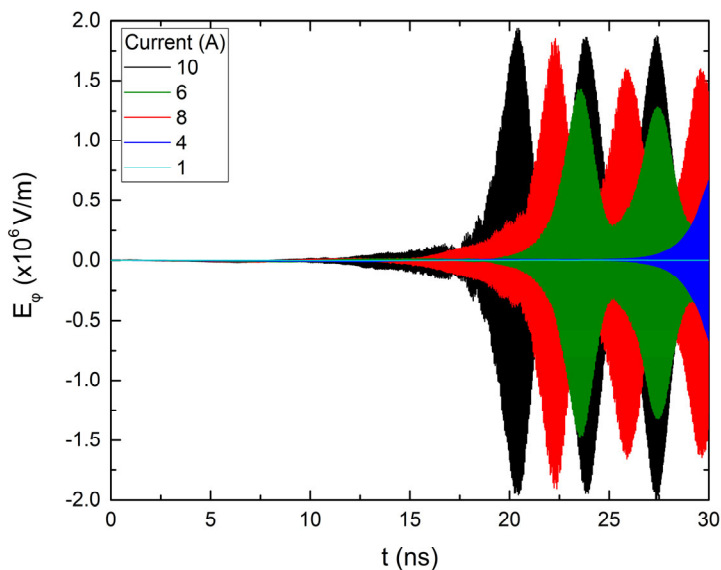
Στις παραπάνω προσομοιώσεις ο χρόνος ανόδου του ρεύματος είχε τεθεί ίσος με 0.2 ns, με σκοπό την αποφυγή εμφάνισης ισχυρού στατικού πεδίου κατά την έναρξη της προσομοίωσης. Στη συνέχεια, μελετήθηκε η εξάρτηση της εξέλιξης του πεδίου από τον χρόνο ανόδου του ρεύματος t_{rise} και στο Σχήμα 4.83 δίνεται η χρονική εξέλιξη της E_ϕ στο σημείο (6 mm, 0°, 3 mm), από το οποίο είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος ανόδου, τόσο καθυστερεί η ανάπτυξη του πεδίου, ενώ η μέγιστη τιμή του πεδίου παραμένει σταθερή. Το ίδιο προφανώς ισχύει και για τη συχνότητα.



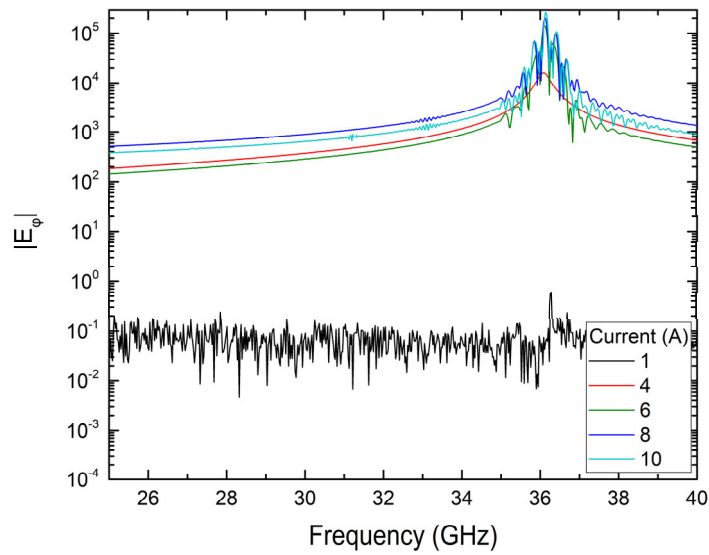
Σχήμα 4.83: Χρονική εξέλιξη της E_ϕ για διάφορες τιμές του χρόνου ανόδου του ρεύματος.

Επίδραση της τιμής του μαγνητοστατικού πεδίου

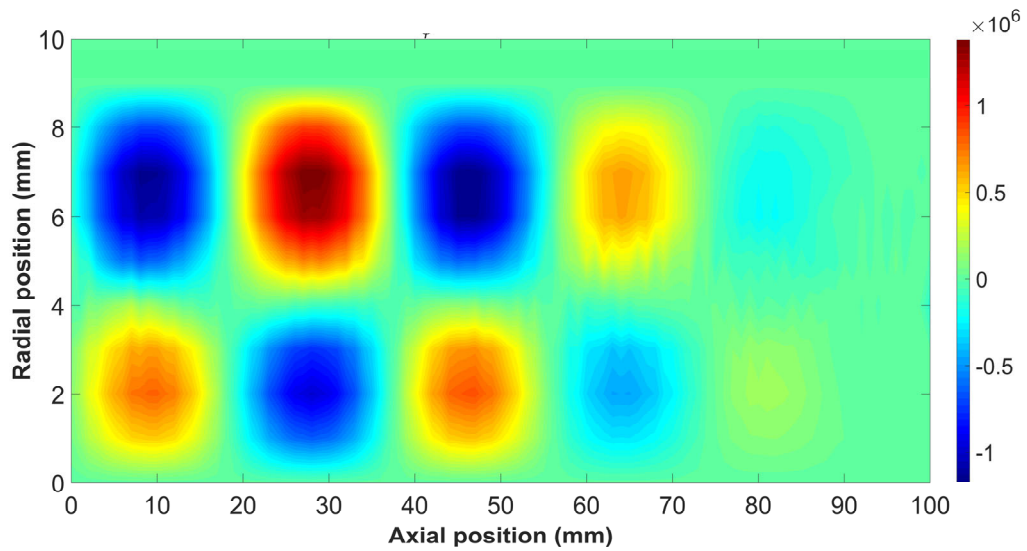
Κατόπιν, η τιμή του μαγνητοστατικού πεδίου μεταβλήθηκε σε $B_0 = 1.54$ T, και από τη λύση της σχέσης διασποράς του TE_{01} και της ευθείας της δέσμης τα σημεία τομής μετακινήθηκαν στα $k_A = 1000$ m^{-1} $f_A = 51.8$ GHz (*forward*) και $k_B = -495.1$ m^{-1} και $f_B = 31.16$ GHz (*backward*). Για τον ίδιο κυματοδηγό με μήκος $L = 100$ mm και ίδιες παραμέτρους δέσμης, υπολογίστηκε η χρονική εξέλιξη της E_φ στο ίδιο σημείο (6 mm, 0° , 3 mm) για διάφορες τιμές του ρεύματος της δέσμης και παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.84, ενώ στο Σχήμα 4.85 δίνεται το αντίστοιχο συχνοτικό φάσμα. Είναι προφανές ότι με την αύξηση της τιμής του ρεύματος, το πεδίο αποκτά μεγαλύτερες τιμές πλάτους σε μικρότερο χρόνο. Επιπλέον, η κατανομή αυτή παρουσιάζει μορφή διακροτήματος, κάτι που οφείλεται στην παρουσία ανακλάσεων παρά τη χρήση του PML. Από την άλλη πλευρά, από το συχνοτικό φάσμα της E_φ διαπιστώνεται ότι για τη νέα τιμή του μαγνητοστατικού πεδίου προέκυψε ένα οξύ μέγιστο κοντά στη συχνότητα $f = 36.2$ GHz (για τιμές ρεύματος μεγαλύτερες του 1 A). Για τη διερεύνηση της παραπάνω μη αναμενόμενης συμπεριφοράς, από το σύστημα εξισώσεων καμπύλης διασποράς του λείου κυματοδηγού (περίπτωση ψυχρής διάταξης) και ευθείας δέσμης, βρέθηκαν τα σημεία τομής μεταξύ των αυτών για ένα εύρος ρυθμών TE και διαπιστώθηκε ότι η συχνότητα $f = 36.2$ GHz αντιστοιχεί στο σημείο τομής της ευθείας της δέσμης και του *backward* ρυθμού TE_{22} , κάτι που επιβεβαιώθηκε και από τις χωρικές κατανομές της E_φ στο επίπεδο $r-z$ (για $\varphi = 130^\circ$ ώστε να αντιστοιχεί σε σημείο μέγιστης τιμής του πεδίου και όχι κοντά σε μηδενισμό του, Σχήμα 4.99) και $r-\varphi$ (για $z = 10$ mm, Σχήμα 4.100). Στον Πίνακα 4.7 παρουσιάζονται τα σημεία τομής της ευθείας της δέσμης με τις καμπύλες διασποράς των διαφόρων ρυθμών, όπως προκύπτουν από το Σχήμα 4.101, όπου έχουν σχεδιαστεί οι καμπύλες διασποράς των ρυθμών TE της ψυχρής διάταξης και της ευθείας της δέσμης.



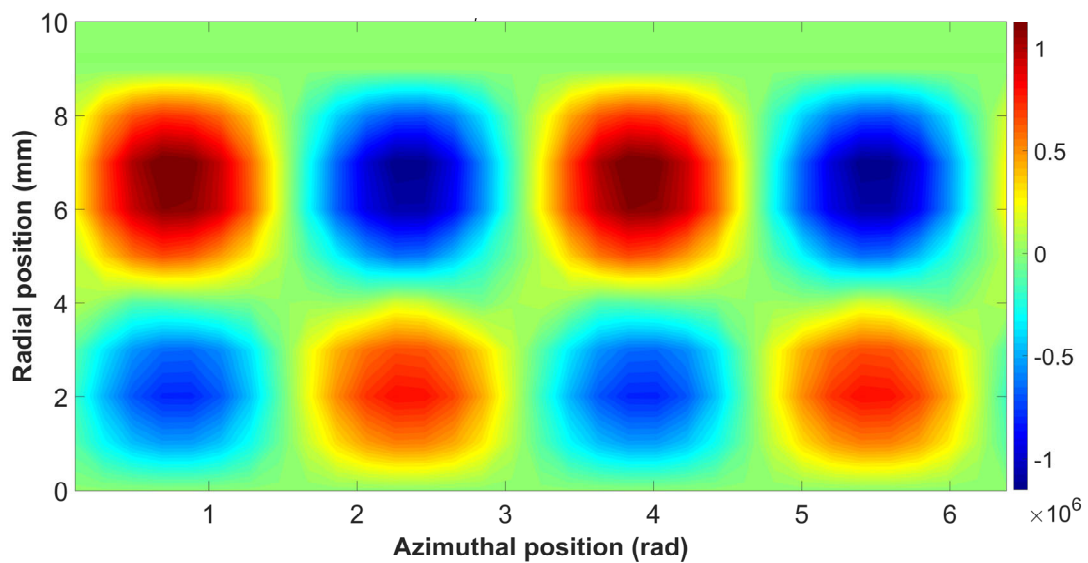
Σχήμα 4.84: Χρονική εξέλιξη της E_φ για διάφορες τιμές του ρεύματος και $B_0=1.54$ T.



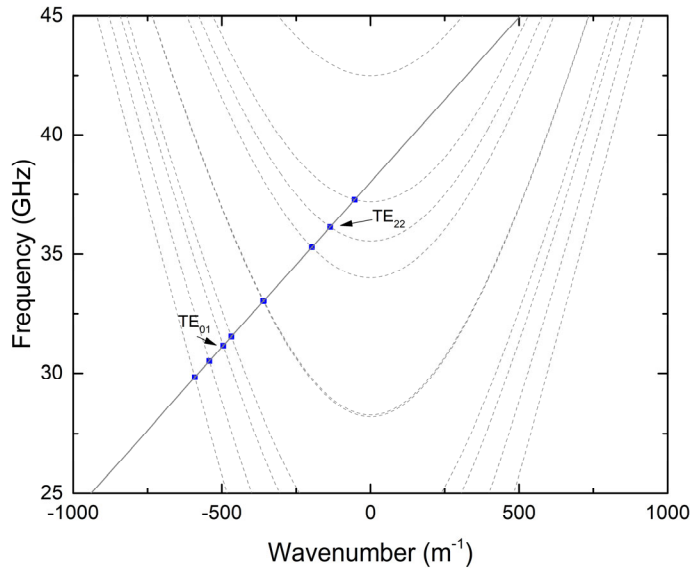
Σχήμα 4.85: Συχνотικό φάσμα της E_ϕ για διάφορες τιμές του ρεύματος και $B_0=1.54$ T.



Σχήμα 4.86: Χωρική κατανομή της E_ϕ στο επίπεδο $r-z$ για $B_0=1.54$ T.



Σχήμα 4.87: Χωρική κατανομή της E_ϕ στο επίπεδο $r-\phi$ για $B_0=1.54$ T.



Σχήμα 4.88: Σημεία τομής της ευθείας της δέσμης με τις καμπύλες διασποράς των ρυθμών TE. Με διακεκομμένη γραμμή απεικονίζονται οι καμπύλες των ρυθμών του λείου κυματοδηγού, ενώ με συμπαγή η ευθεία της δέσμης.

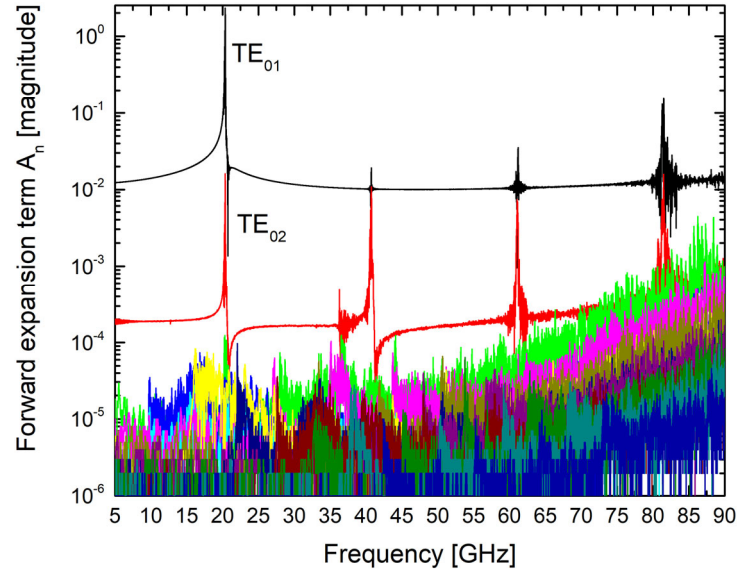
Πίνακας 4.7: Σημεία τομής της ευθείας της δέσμης με τις καμπύλες διασποράς των TE.

Ρυθμός	Συχνότητα <i>forward</i> f_A (GHz)	Συχνότητα <i>backward</i> f_B (GHz)
TE ₁₁	53.181	29.834
TE ₂₁	52.504	30.510
TE ₀₁	51.856	31.158
TE ₃₁	51.479	31.536
TE ₄₁	49.991	33.023
TE ₁₂	49.969	33.046
TE ₅₁	47.728	35.287
TE ₂₂	46.878	36.136

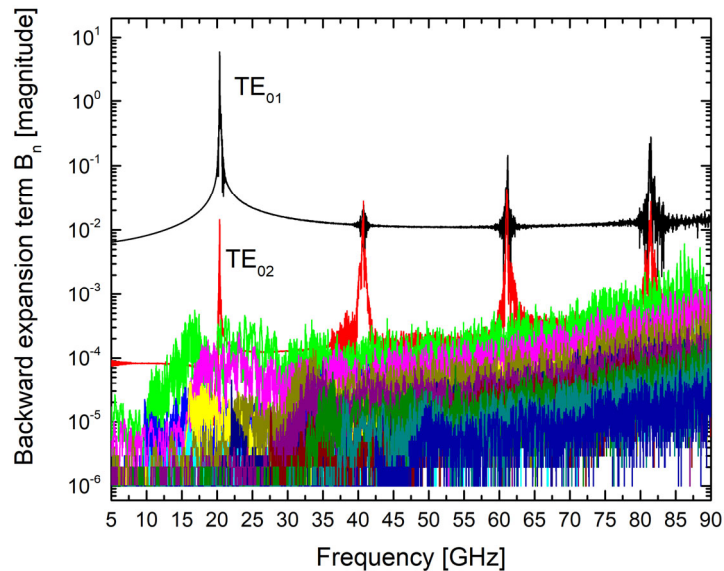
Ανάλυση του πεδίου σε ρυθμούς

Για τη διάταξη του λείου κυματοδηγού ακτίνας $R = 9$ mm και μήκους $L = 100$ mm, ηλεκτρονική δέσμη με τάση $V_b = 70$ kV ($\gamma = 1.13$), λόγο ταχυτήτων $a = 1.3$, ακτινική θέση $R_b = 4.88$ mm και ρεύμα $I_B = 1$ A και μαγνητοστατικό πεδίο $B_0 = 0.825$ T, υπολογίστηκαν τα πεδία στην είσοδο ($z_1 = 5$ mm) και στην έξοδο του κυματοδηγού. Στις πεδιακές κατανομές αυτές εφαρμόστηκε ο χρονικός FFT, από τα αποτελέσματα του οποίου βρέθηκαν τα πλάτη των συντελεστών ανάπτυξης των *forward* A_n και των *backward* B_n κυμάτων με χρήση των σχέσεων (2.67) έως (2.72). Στους υπολογισμούς αυτούς ελήφθησαν υπόψη οι ρυθμοί TE και TM με συχνότητα αποκοπής έως 40 GHz, περίπου διπλάσια της συχνότητας ($f = 20.314$ GHz) στην οποία το πεδίο εμφανίζει μέγιστο. Στο Σχήμα 4.108 και στο Σχήμα 4.109 δίνονται, αντίστοιχα, οι τιμές των A_n και B_n (για κάθε ρυθμό). Από τα σχήματα αυτά είναι φανερό ότι μεγαλύτερο πλάτος

εμφανίζουν οι όροι ανάπτυξης του TE_{01} και ειδικά ο *backward*, αποτέλεσμα που επιβεβαιώνει όσα προαναφέρθηκαν. Επιπλέον, φαίνεται και μια περιοδικότητα που παρουσιάζει τόσο ο συγκεκριμένος ρυθμός, όσο και οι ανώτερης τάξης (TE_{02} , κλπ.), με μικρότερο πλάτος. Επομένως, το πεδίο μπορεί να θεωρηθεί ως υπέρθεση πολλών ρυθμών και αρμονικών αυτών, αλλά στην ουσία κυριαρχεί μόνο ο *backward* TE_{01} .



Σχήμα 4.89: Όροι ανάπτυξης των ρυθμών *forward* στη θέση z_1 .



Σχήμα 4.90: Όροι ανάπτυξης των ρυθμών *backward* στη θέση z_1 .

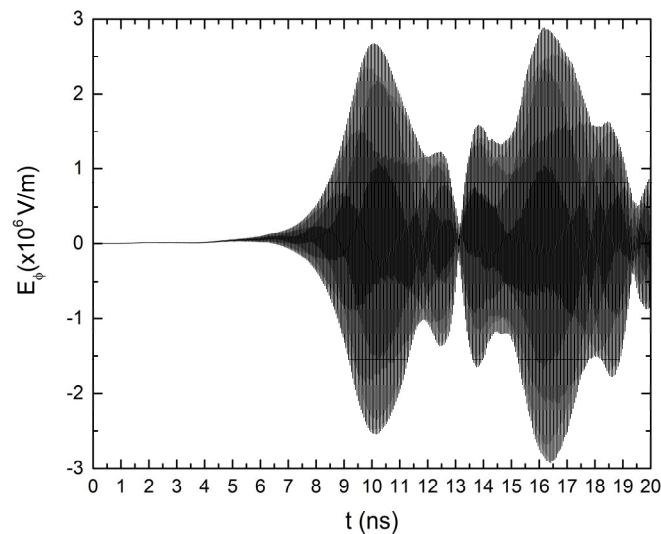
4.4.2 Αλληλεπίδραση ηλεκτρονικής δέσμης με τα πεδία κυματοδηγού με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση

Στις προσομοιώσεις, τα χαρακτηριστικά της δέσμης ήταν $I_b = 8$ A, $a = 1.3$, $\gamma = 1.13$ και $R_b = 4.32$ mm, το μαγνητοστατικό πεδίο $B_0 = 0.82$ T, και ο κυματοδηγός αποτελείται από 10 περιόδους, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των οποίων δίνονται στον Πίνακα 4.8, ενώ η μία περίοδος απεικονίζεται στο Σχήμα 4.27. Στο Σχήμα 4.91

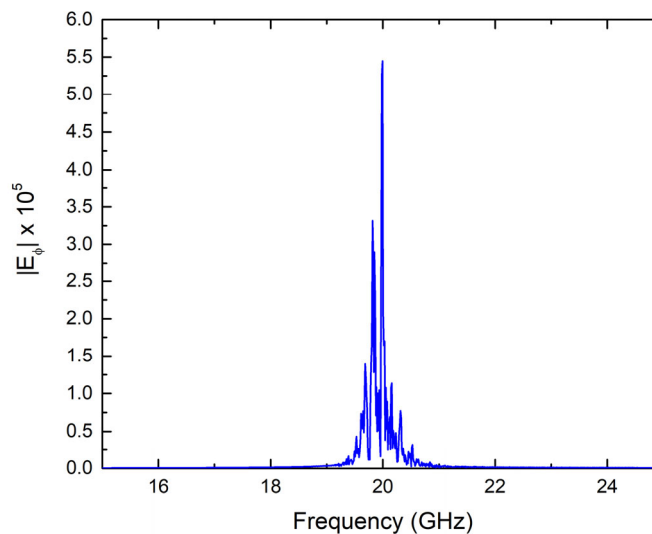
απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη της E_φ στο σημείο (6 mm, 0 °, 3 mm), ενώ στο Σχήμα 4.95 το αντίστοιχο συχνοτικό της φάσμα, από το οποίο προκύπτει ότι υπάρχει ένα μέγιστο στη συχνότητα 20.171 GHz. Για την ίδια γεωμετρία, με χρήση του κώδικα BEAM FISHBONE, υπολογίστηκε η σχέση διασποράς των ρυθμών TE με $m = 0$ και στο Σχήμα 4.93 δίνεται το φανταστικό μέρος της συχνότητας σε συνάρτηση με τον κανονικοποιημένο κυματαριθμό. Σημειώνεται ότι το αρνητικό μέρος του φανταστικού μέρους της συχνότητας δηλώνει χρονικό ρυθμό ανάπτυξης (growth rate) του πεδίου και οι περιοχές σε μπλε κύκλο αντιστοιχούν σε σημεία ισχυρής αλληλεπίδρασης [124].

Πίνακας 4.8: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά μιας περιόδου της διάταξης.

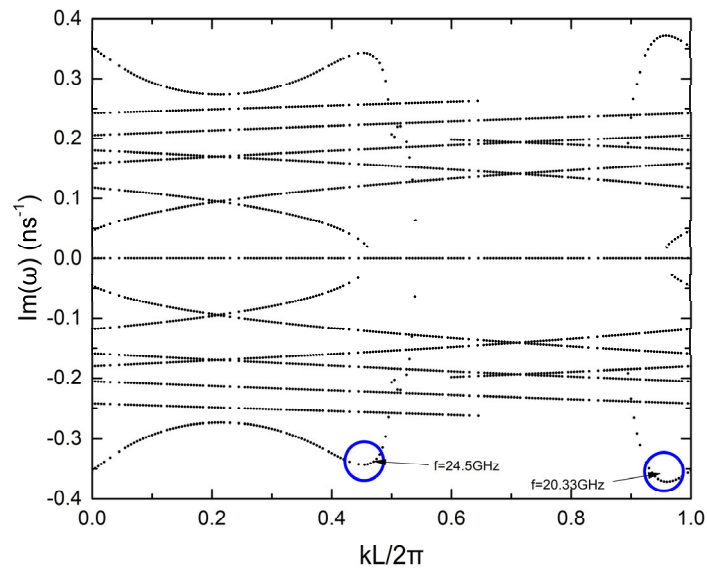
a (mm)	b (mm)	D (mm)	L (mm)
9	4	12	10



Σχήμα 4.91: Χρονική εξέλιξη της E_φ στη διάταξη με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση.

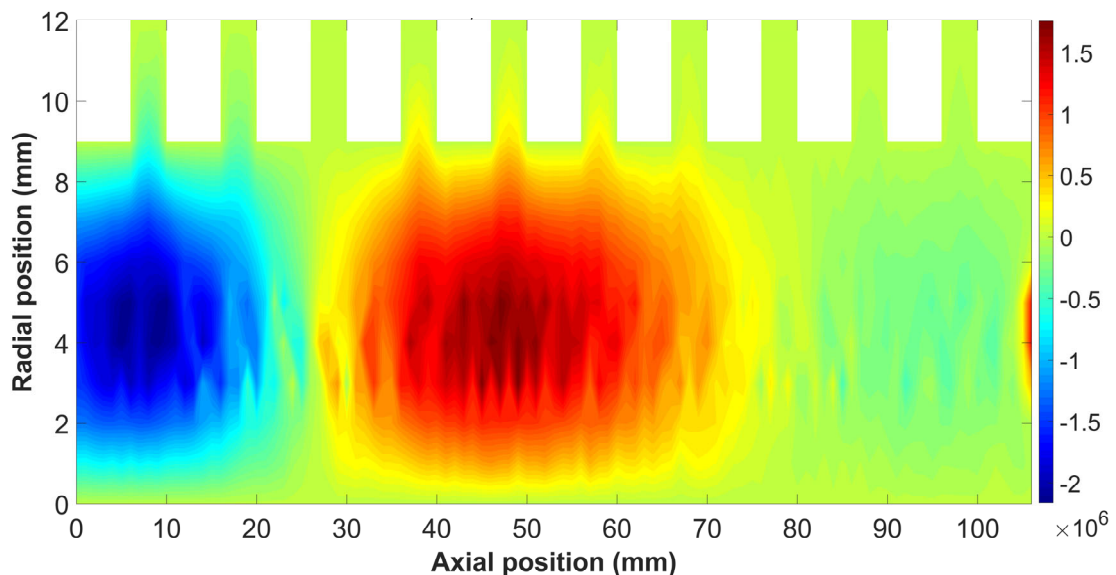


Σχήμα 4.92: Συχνοτικό φάσμα της E_φ στη διάταξη με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση.



Σχήμα 4.93: Φανταστικό μέρος συχνότητας ως συνάρτηση του κανονικοποιημένου κυματαριθμού για ρυθμούς TE με $m = 0$ από τον κώδικα BEAM FISHBONE. Στις περιοχές σε μπλε κύκλο αναμένεται να υπάρχει ισχυρή αλληλεπίδραση.

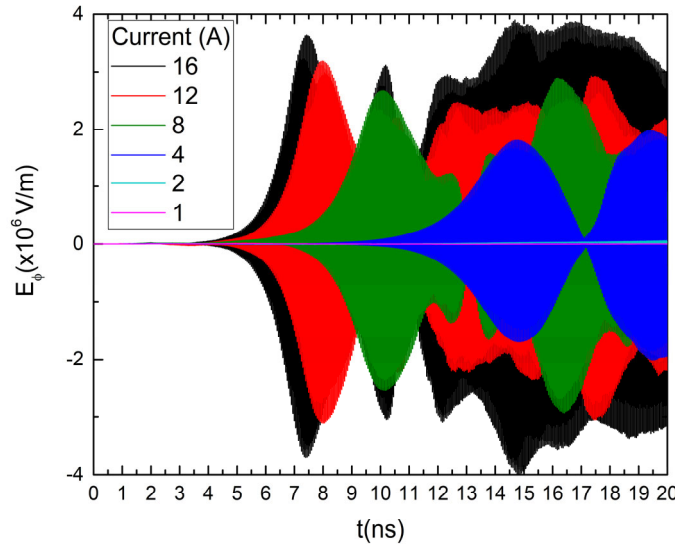
Στο Σχήμα 4.94 δίνεται η κατανομή E_φ στο επίπεδο r - z για $t = 25$ ns και $\varphi = 0^\circ$, από το οποίο είναι προφανές ότι ο ρυθμός που έχει αναπτυχθεί εμφανίζει ένα μέγιστο στην ακτινική διεύθυνση, με μορφή που μοιάζει με το πεδίο του TE_{01} του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού, ενώ παρατηρείται διείσδυση του πεδίου μέσα στις αυλακώσεις. Λαμβάνοντας υπόψη τη μορφή του πεδίου στο εγκάρσιο επίπεδο, τη συχνότητα του σήματος και τη σχέση διασποράς που βρέθηκε από το FISHBONE, προκύπτει ότι το πεδίο αντιστοιχεί στον ρυθμό TE_{01} με συχνότητα πολύ κοντά στην αναμενόμενη ($f = 20.3$ GHz, σχετικό σφάλμα 0.8%).



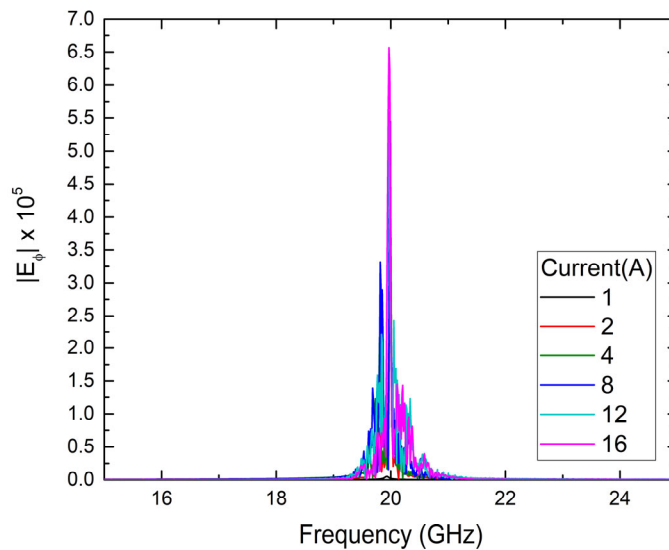
Σχήμα 4.94: Χωρική κατανομή E_φ στο επίπεδο r - z στη διάταξη με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση.

Επίδραση της τιμής του ρεύματος της δέσμης

Η χρονική εξέλιξη της E_ϕ στο σημείο (6 mm, 0°, 3 mm) για διάφορες τιμές του ρεύματος της δέσμης δίνεται στο Σχήμα 4.95 και το αντίστοιχο συχνοτικό της φάσμα στο Σχήμα 4.96. Από αυτά είναι προφανές ότι, καθώς το ρεύμα της δέσμης αυξάνεται, ο χρόνος στον οποίο το πεδίο αποκτά σημαντική τιμή μειώνεται, αποτέλεσμα που είναι σε συμφωνία με εκείνο της περίπτωσης του λείου κυματοδηγού.



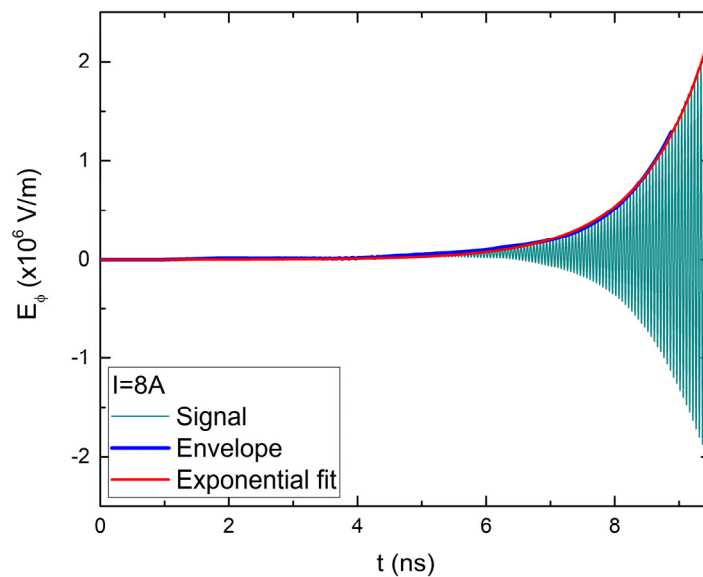
Σχήμα 4.95: Χρονική εξέλιξη της E_ϕ για διάφορες τιμές του ρεύματος της δέσμης.



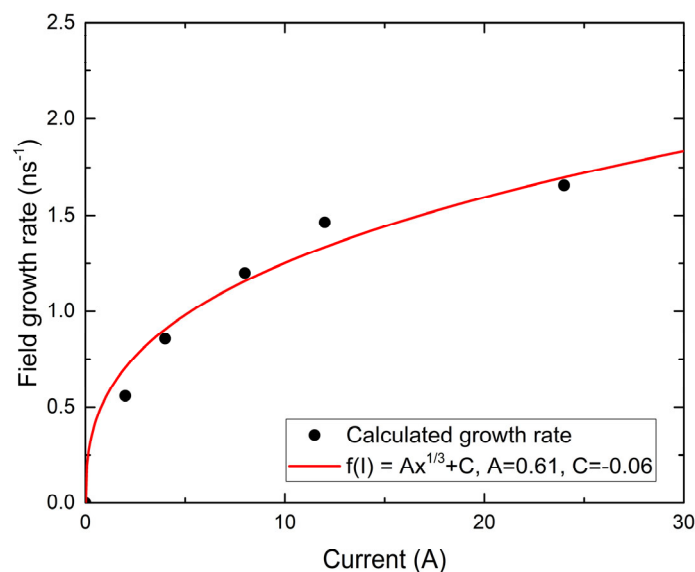
Σχήμα 4.96: Συχνοτικό φάσμα E_ϕ για διάφορες τιμές του ρεύματος της δέσμης.

Η «ένταση» της αλληλεπίδρασης μπορεί να εκφραστεί μέσω του χρόνου, που απαιτείται ώστε το πεδίο να αποκτήσει σημαντική τιμή πλάτους. Όπως ειπώθηκε προηγουμένα, όταν η τιμή του ρεύματος αυξάνει, το πεδίο αποκτά μεγαλύτερες τιμές πλάτους σε μικρότερο χρόνο. Στο όριο του «ασθενούς» σήματος και για μονορυθμική λειτουργία ως ρυθμός ανάπτυξης Γ του ρυθμού (growth rate) ορίζεται η παράμετρος της εκθετικής αύξησης της μέγιστης τιμής του πεδίου αυτού, με την τιμή του Γ να είναι

ανάλογη της τρίτης ρίζας του ρεύματος I , δηλ. $\Gamma \propto I^{1/3}$ [124]-[127]. Κάτι τέτοιο δε μπορεί να εφαρμοστεί εδώ, καθώς δεν ισχύει η συνθήκη για μονορυθμική λειτουργία. Για τον λόγο αυτό, υπολογίστηκε ο ρυθμός ανάπτυξης του πεδίου με την ακόλουθη διαδικασία: αρχικά, βρέθηκε η περιβάλλουσα της χρονικής εξέλιξης του πεδίου καθώς και η μέγιστη τιμή του. Στη συνέχεια, για το χρονικό διάστημα $(0, t_f)$, όπου t_f είναι η χρονική στιγμή στην οποία το πλάτος του πεδίου είναι το 25% της μέγιστης τιμής του, υπολογίστηκε συνάρτηση της μορφής $\exp(\xi t + \psi)$, που προσεγγίζει καλύτερα (curve fitting) την περιβάλλουσα του πεδίου. Η τιμή της ξ αντιστοιχεί στον ρυθμό ανάπτυξης Γ . Η διαδικασία αυτή για $I = 8 \text{ A}$ απεικονίζεται στο Σχήμα 4.97. Επιπλέον, στο Σχήμα 4.98 δίνονται οι τιμές του Γ (μαύρα σημεία) για διάφορες τιμές του ρεύματος καθώς και η καμπύλη της μορφής $I^{1/3}$, η οποία προσεγγίζει βέλτιστα τις παραπάνω τιμές. Από τα αποτελέσματα αυτά είναι προφανές ότι ο ρυθμός ανάπτυξης ακολουθεί με ικανοποιητική ακρίβεια την αναμενόμενη μορφή [124]-[127].



Σχήμα 4.97: Αναπαράσταση της διαδικασίας εύρεσης του ρυθμού ανάπτυξης του πεδίου.



Σχήμα 4.98: Ρυθμός ανάπτυξης σε συνάρτηση με τις τιμές του ρεύματος της δέσμης.

Κεφάλαιο 5. Κύρια Συμπεράσματα - Μελλοντικές Επεκτάσεις

5.1 Ανασκόπηση

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκε το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης της ηλεκτρονικής δέσμης και των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε σύνθετες διατάξεις κυματοδηγών. Για την ψυχρή διάταξη (απουσία δέσμης) χρησιμοποιήθηκε η διαφορική μορφή των εξισώσεων Maxwell σε κυλινδρικές συντεταγμένες στο πεδίο του χρόνου, από τις οποίες αναπτύχθηκε αριθμητικός κώδικας με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων διαφορών στο πεδίο του χρόνου (FDTD). Η ηλεκτρονική δέσμη μοντελοποιήθηκε ως ένα μεγάλο πλήθος διακριτών σωματιδίων, από την κίνηση των οποίων υπό την επίδραση ηλεκτρομαγνητικών και εξωτερικά επιβαλλόμενων στατικών πεδίων προέκυψαν όροι πηγής που χρησιμοποιήθηκαν στις εξισώσεις Maxwell για την αυτοσυνεπή μελέτη του προβλήματος της αλληλεπίδρασης (PIC). Για να μπορούν να μελετηθούν διατάξεις με άπειρο μήκος χρησιμοποιήθηκε κατάλληλο απορροφητικό στρώμα (CFS-PML) ώστε να ελαχιστοποιούνται οι ανακλάσεις από αυτό. Η υλοποίηση των μαθηματικών εξισώσεων στον αριθμητικό κώδικα έγινε σε γλώσσα C, ενώ αυτός παραλληλοποιήθηκε χρησιμοποιώντας την τεχνική της διάσπασης χωρίου (domain decomposition) και των βιβλιοθηκών OpenMP και MPI. Ο κώδικας είναι γενικός και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη διατάξεων, που έχουν σταθερό άξονα, και εμφανίζουν ασυνέχειες και ανομοιομορφίες. Για την τεκμηρίωση του κώδικα μελετήθηκαν απλά προβλήματα, για τα οποία υπάρχουν αναλυτικές λύσεις. Στη συνέχεια, εξετάστηκαν ξεχωριστά τα προβλήματα της ψυχρής (χωρίς την παρουσία δέσμης) και της θερμής διάταξης (με την παρουσία δέσμης).

5.2 Κύρια συμπεράσματα

Από την τεκμηρίωση του αριθμητικού κώδικα προέκυψαν τα παρακάτω συμπεράσματα. Ειδικότερα, από τη μελέτη του φαινομένου της αριθμητικής διασποράς, το οποίο οφείλεται στη διακριτοποίηση του υπολογιστικού χωρίου, διαπιστώθηκε ότι η αριθμητική διασπορά μειώνεται σημαντικά με την αύξηση της πυκνότητας του πλέγματος (αριθμού κελιών ανά μήκος κύματος, CPW) και η αριθμητική ταχύτητα ομάδας συγκλίνει για τιμές $CPW > 20$. Επιπρόσθετα, επιλογή μεγαλύτερου αριθμού κελιών απαιτεί σημαντικά περισσότερους υπολογιστικούς πόρους χωρίς να συνοδεύεται από αντίστοιχη βελτίωση της ακρίβειας. Αντίστοιχο συμπέρασμα προκύπτει και για τη συμπεριφορά των πεδιακών κατανομών καθώς και της μέσης ισχύος. Από την εξέταση της συμπεριφοράς του απορροφητικού στρώματος διαπιστώθηκε, ότι αυτό πράγματι δεν απορροφά συχνότητες που βρίσκονται κοντά

σε συχνότητες αποκοπής ρυθμών του κυματοδηγού, όπως αναμενόταν. Επιπλέον, ο συντελεστής εξασθένησης λόγω διηλεκτρικών απωλειών για διάφορες τιμές του $\tan\delta$ βρέθηκε με πολύ καλή ακρίβεια σε σύγκριση με τις θεωρητικά αναμενόμενες. Διαπιστώθηκε επίσης ότι η απόσταση της πηγής από την εικονική θύρα εισόδου καθώς και οι αντίστοιχες αποστάσεις των απορροφητικών στρωμάτων από την υπό μελέτη διάταξη δεν επηρεάζουν τις τιμές των παραμέτρων σκέδασης. Αντίθετα, ο αριθμός των κελιών ανά μήκος κύματος και ειδικότερα αυτός στην αξονική διεύθυνση επηρεάζει σημαντικά την τιμή του συντελεστή ανάκλασης. Μάλιστα, τα αποτελέσματα αυτά βρέθηκαν σε συμφωνία με τα αντίστοιχα του εμπορικού εργαλείου CST Studio Suite. Τέλος, από τα αποτελέσματα του ελέγχου της υλοποίησης του αλγορίθμου Boris προέκυψε ότι υπάρχει ικανοποιητική σύγκλιση και τα σχετικά σφάλματα ΔR_L της ακτίνας L_{armor} και ΔR_b της ακτινικής θέσης του κέντρου περιστροφής των σωματιδίων της δέσμης είναι ανεξάρτητα από τον αριθμό M των τροχιακών φάσεων καθώς και του αριθμού των κέντρων περιστροφής (εφόσον αυτός είναι μεγαλύτερος από 6), υπό την προϋπόθεση ότι σε κάθε χρονικό βήμα ο συνολικός αριθμός των σωματιδίων υπερβαίνει το 300. Επιπλέον, όσο μικρότερο είναι το χρονικό βήμα τόσο μικρότερα είναι και τα σφάλματα αυτά, όμως κάτι τέτοιο συνεπάγεται σημαντική αύξηση του αριθμού των χρονικών βημάτων και συνεπώς του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου. Συνεπώς, σε κάθε περίπτωση πρέπει να γίνεται συμβιβασμός μεταξύ της ακρίβειας και των απαιτούμενων υπολογιστικών πόρων. Για να επιτευχθεί αρκετά μικρό σφάλμα απαιτείται μεγάλος αριθμός σωματιδίων αλλά και πολύ μικρό χρονικό βήμα, που όμως οδηγούν σε σημαντική αύξηση των απαιτούμενων υπολογιστικών πόρων χωρίς όμως να μειώνεται ανάλογα και το αριθμητικό σφάλμα.

Από τα αριθμητικά αποτελέσματα ενός λείου κυματοδηγού με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση (ψυχρή διάταξη) υπολογίστηκε η καμπύλη διασποράς με εφαρμογή του χωρικού μετασχηματισμού Fourier στις αξονικές κατανομές του πεδίου και βρέθηκε σε πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα του κώδικα FISHBONE, παρά τις εγγενείς τους διαφορές. Σημειώνεται ότι για να μπορεί να προσεγγιστεί με ικανοποιητική ακρίβεια η διάταξη με άπειρο μήκος απαιτούνται περισσότερες από 100 περίοδοι. Από τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τις πεδιακές κατανομές διαπιστώθηκε ότι αυτές μπορούν να γραφούν ως επαλληλία των ρυθμών του FISHBONE. Επιπλέον, από τη μελέτη κυλινδρικών κυματοδηγών με αζιμουθιακές αυλακώσεις βρέθηκε ότι αυτοί εμφανίζουν συντονισμούς, η θέση και η ένταση των οποίων εξαρτώνται από το βάθος και το μήκος της περιοχής των αυλακώσεων και λιγότερο από το άνοιγμά τους. Επιπλέον, οι πεδιακές κατανομές για μικρές συχνότητες και μακριά από τις αυλακώσεις φαίνονται ανεπηρέαστες από την ύπαρξη αυτών, ενώ κοντά σε αυτές εμφανίζουν μικρή διαταραχή με περιοδικότητα ίδια των αυλακώσεων, αλλά με σημαντικά μικρότερο πλάτος. Ειδικά, στην ακτινική θέση της ηλεκτρονικής δέσμης, οι κατανομές μοιάζουν σε μεγάλο βαθμό με αυτές του αντίστοιχου λείου κυματοδηγού. Όμως, για μεγαλύτερες συχνότητες ακόμα και για μικρό βάθος οι κατανομές εμφανίζουν σημαντική διαταραχή, η οποία με την αύξηση του βάθους

γίνεται ακόμα εντονότερη και σε αντίθεση με πριν, εντοπίζεται σε όλη την ακτινική διεύθυνση, με το πεδίο να εμφανίζει περισσότερα του ενός τοπικά ακρότατα. Η συμπεριφορά αυτή μπορεί να εξηγηθεί ότι με την αύξηση του βάθους διεγείρονται ρυθμοί με μεγαλύτερο ακτινικό δείκτη και το φάσμα των ρυθμών γίνεται πυκνότερο.

Από τη μελέτη θερμών διατάξεων βρέθηκε ότι με την αύξηση του μήκους της διάταξης καθώς και της τιμής του ρεύματος της δέσμης αυξάνεται η μέγιστη τιμή του πεδίου της αλληλεπίδρασης και παράλληλα μειώνεται ο χρόνος στον οποίο αυτό επιτυγχάνεται. Να σημειωθεί ότι η αλληλεπίδραση εμφανίζεται πολύ κοντά στα σημεία που προβλέπονται από τη θεωρία (σημεία τομής ευθείας της δέσμης και καμπυλών διασποράς του κυματοδηγού). Τέλος, για τον κυματοδηγό με επιφανειακή περιοδική αξονική αυλάκωση τα αποτελέσματα βρίσκονται σε ικανοποιητική συμφωνία με τα αντίστοιχα του BEAM FISHBONE και της σχετικής βιβλιογραφίας.

5.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου και του κώδικα

Εξαιτίας της γενικότητας του αριθμητικού κώδικα μπορεί να προσομοιωθεί ένα πλήθος διαφορετικών διατάξεων τόσο απουσία όσο και παρουσία της ηλεκτρονικής δέσμης, αφού ο φορμαλισμός, εκτός της παραδοχής για σταθερό άξονα διάδοσης, δεν εμπεριέχει άλλες απλοποιήσεις. Αυτό αποτελεί ισχυρό πλεονέκτημα του κώδικα COCHLEA έναντι άλλων κωδίκων που βασίζονται σε ημιαναλυτικές μεθόδους, των οποίων ο μαθηματικός φορμαλισμός είναι ισχυρά εξαρτώμενος από τη γεωμετρία. Έτσι, δίνεται η δυνατότητα μελέτης μικροκυματικών ή χιλιοστομετρικών διατάξεων [128], [129], διατάξεις που περιλαμβάνουν λυχνίες οδεύοντος κύματος (TWT), λυχνίες όπισθεν διαδιδόμενου κύματος (BWO), κλύστρα, μάγνητρον, κ.α. Επιπλέον, εξαιτίας του τρόπου ανάπτυξης του αριθμητικού κώδικα, η επέκτασή του είναι εφικτή με απλό τρόπο χωρίς να επηρεάζονται οι υπάρχοντες επιλύτες.

Όμως, λόγω της διακριτοποίησης των εξισώσεων και της μοντελοποίησης της δέσμης ως αριθμό σωματιδίων, εμφανίζεται μεγάλη εξάρτηση των αποτελεσμάτων του κώδικα από τις παραμέτρους της προσομοίωσης καθώς και αριθμητικά σφάλματα σε περιπτώσεις μη σωστής επιλογής των παραμέτρων αυτών. Πρέπει να επισημανθεί ότι οι απαιτούμενοι υπολογιστικοί πόροι είναι γενικά μεγάλοι, πρόβλημα που μπορεί να αντισταθμιστεί με περαιτέρω παραλληλοποίηση του κώδικα και αποδοτική χρήση των σύγχρονων συστημάτων υπερυπολογιστών.

5.4 Μελλοντικές επεκτάσεις της διατριβής

Ο κώδικας αναπτύχθηκε με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εύκολη η περαιτέρω επέκτασή του στο μέλλον. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται μερικές τέτοιες επεκτάσεις.

Επέκταση του τρόπου μοντελοποίησης σύνθετων γεωμετρικών με τη μέθοδο Conformal FDTD

Στην παρούσα υλοποίηση του αριθμητικού κώδικα, οι οριακές συνθήκες, συμπεριλαμβανομένων και των διαφορετικών υλικών που μπορεί να περιέχονται στη διάταξη, βρίσκονται πάνω στους κύριους άξονες του συστήματος συντεταγμένων. Η υλοποίηση αυτή περιορίζει τις προσομοιώσεις μόνο σε διατάξεις, των οποίων οι οριακές συνθήκες εφαρμόζονται αυστηρά στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων. Προφανώς, η προσομοίωση διατάξεων με οριακές συνθήκες, οι οποίες δεν βρίσκονται πάνω στους κύριους άξονες (r, φ, z), όπως κυματοδηγοί με συνεχώς μεταβαλλόμενη ακτίνα κατά μήκος του άξονα διάδοσης (tapered waveguides) καθώς και διατάξεις με ανομοιογένειες, [130], [131], απαιτούν διαφορετική μοντελοποίηση. Για την επέκταση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τεχνική Conformal FDTD (CFDTD) [68], [132]-[134], στην οποία τα κελιά που βρίσκονται στο όριο της διάταξης παραμορφώνονται κατάλληλα, ενώ τα πεδία των κόμβων του πλέγματος πολλαπλασιάζονται με έναν παράγοντα που εξαρτάται από την απόσταση του κόμβου από το όριο της διάταξης. Με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται η προσομοίωση οποιασδήποτε οριακής επιφάνειας. Εξαιτίας όμως της μείωσης της επιφάνειας των κελιών κοντά στο όριο, μειώνεται το μέγιστο χρονικό βήμα και συνεπώς αυξάνεται ο χρόνος προσομοίωσης.

Εισαγωγή γεωμετρίας μέσω CAD

Στην παρούσα υλοποίηση του κώδικα, η γεωμετρία εισάγεται μέσω ενός αρχείου, στο οποίο δίνονται οι θέσεις στον χώρο των διαφόρων τμημάτων της. Σε πιο σύνθετες γεωμετρίες και για οριακές συνθήκες όχι πάνω στους κύριους άξονες, είναι προτιμότερη η εισαγωγή της γεωμετρίας μέσω αρχείου CAD, η οποία δίνει τη δυνατότητα να μοντελοποιηθούν πολύπλοκες γεωμετρίες και να χρησιμοποιηθούν τα βιομηχανικά σχέδια χωρίς να αλλάζουν οι επιλύτες.

Εισαγωγή διηλεκτρικών υλικών με συχνοτική εξάρτηση των απωλειών

Τα χαρακτηριστικά των διηλεκτρικών υλικών της παρούσας διατριβής θεωρήθηκαν ανεξάρτητα της συχνότητας. Προφανώς, μια σημαντική επέκταση του κώδικα είναι η υποστήριξη και διηλεκτρικών υλικών, τα χαρακτηριστικά των οποίων μεταβάλλονται με τη συχνότητα, κάτι που θα βοηθήσει στη μελέτη πιο πολύπλοκων διατάξεων. Σε μια τέτοια επέκταση, τα υλικά μπορούν να ακολουθούν κάποιο μοντέλο (π.χ. Drude) και να εμφανίζουν συχνοτική εξάρτηση.

Τροποποίηση του κώδικα από αυτοσυνεπή σε τροχιακό

Σε αρκετά προβλήματα κυρίως χαμηλών συχνοτήτων, όπως η μελέτη της πηγής ηλεκτρονίων (electron gun) που συνήθως γίνεται ηλεκτροστατικά, η χρήση ενός αυτοσυνεπή κώδικα δεν προσφέρει σημαντικά οφέλη, αφού τα αποτελέσματα λαμβάνονται σε σημαντικά μεγαλύτερο υπολογιστικό χρόνο. Σε μια τέτοια επέκταση του κώδικα, η δέσμη κινείται υπό την επίδραση στατικού ηλεκτρικού και μαγνητικού

πεδίου, ενώ πραγματοποιούνται περιοδικές διορθώσεις της τροχιάς της εξαιτίας του ιδιοπεδίου που αυτή παράγει, δηλαδή παράλληλα με τις εξισώσεις κίνησης, επιλύεται και η εξίσωση Poisson σε τακτά χρονικά διαστήματα ώστε να υπολογίζεται η διόρθωση αυτή.

Ενοποίηση εργαλείων επεξεργασίας αποτελεσμάτων

Τα εργαλεία επεξεργασίας των αποτελεσμάτων περιλαμβάνουν τον υπολογισμό των παραμέτρων σκέδασης, την εξαγωγή συγκεκριμένων πεδιακών κατανομών καθώς και τον υπολογισμό των κυματοαριθμών σε διάφορες διατάξεις. Η ανάπτυξη τους έχει πραγματοποιηθεί σε περιβάλλον MATLAB, κάτι που διευκολύνει τη χρήση τους, αλλά ταυτόχρονα περιορίζει την εκτέλεση αυτών σε συγκεκριμένα υπολογιστικά συστήματα. Για να είναι εφικτή η χρήση τους και σε συστήματα υπερυπολογιστών, η ανάπτυξη των εργαλείων αυτών σε γλώσσα C και Python είναι απαραίτητη. Σε ένα τέτοιο ενδεχόμενο, δεν θα είναι πλέον απαραίτητη η άδεια χρήσης του συγκεκριμένου περιβάλλοντος, θα υπάρχει μεγαλύτερη ευελιξία ως προς τα συστήματα, αλλά και αύξηση της απόδοσης των εργαλείων, αφού πλέον θα μπορούν να χρησιμοποιούνται παράλληλες τεχνικές (OpenMP και MPI) και σε αυτά.

Εκτενέστερη μελέτη συμπεριφοράς κυματοδηγών με αζιμουθιακές αυλακώσεις

Στην παρούσα διατριβή μελετήθηκαν μόνο ρυθμοί TE χαμηλής τάξης σε κυματοδηγό με αζιμουθιακές αυλακώσεις. Προφανώς, για την πλήρη εξέταση της συμπεριφοράς των αζιμουθιακών αυλακώσεων απαιτείται εκτενέστερη μελέτη όλων των ρυθμών TE, TM και υβριδικών που υποστηρίζει μια τέτοια διάταξη, με ή χωρίς την παρουσία ηλεκτρονικής δέσμης. Μια τέτοια μελέτη είναι εκτός των ορίων της παρούσας διατριβής, αλλά είναι πολύ σημαντική για να κατανοηθεί πλήρως η επίδραση των αυλακώσεων σε τέτοιες διατάξεις, π.χ. σε διαύλους δέσμης γυροτρονίων για την κατάπνιξη των παρασιτικών ταλαντώσεων [28], [135].

Δημοσιευμένο Έργο

Δημοσιεύσεις άμεσα σχετιζόμενες με τη διατριβή

1. **D. V. Peponis**, G. P. Latsas, Z. C. Ioannidis, and I. G. Tigelis, “FDTD simulation of a cylindrical waveguide using longitudinal current distribution as an excitation scheme”, *36th Progress in Electromagnetic Research Symposium (PIERS 2015)*, 6-9 July 2015, Prague, Czech Republic.
2. **D. V. Peponis**, G. P. Latsas, Z. C. Ioannidis, and I. G. Tigelis “Dispersion properties of rectangularly corrugated waveguide structures by an in-house 3D FDTD code in cylindrical coordinates”, *IET Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 13, no. 1, pp. 28-34, 2019.
3. **D. V. Peponis**, G. P. Latsas, I. G. Chelis, and I. G. Tigelis, “Calculation of electron beam properties under the presence of an axially varying magnetostatic field by using the FDTD code COCHLEA”, *41st Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2019)*, 16-20 June 2019, Rome, Italy.
4. **D. V. Peponis**, G. P. Latsas, I. G. Chelis, and I. G. Tigelis, “Propagation characteristics of periodic azimuthally corrugated waveguides derived by the FDTD code COCHLEA”, *44th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz 2019)*, 1-6 September 2019, Paris, France.

Δημοσιεύσεις από τη συμμετοχή στο πακέτο εργασίας Heating and Current Drive του EUROfusion

1. **D. V. Peponis**, Z. C. Ioannidis, K. A. Avramidis, and I. G. Tigelis, “Sensitivity analysis of a 140-GHz coaxial gyrotron cavity with corrugations on the inner and outer walls”, *41st International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, 25-28 September 2016, Copenhagen, Denmark.
2. K. A. Avramidis et al., “Simulations of the experimental operation of the EU 170 GHz, 1 MW short-pulse prototype gyrotron for ITER”, *41st International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, 25-28 September 2016, Copenhagen, Denmark.
3. G. Granucci et al., “Conceptual design of the EU DEMO EC-dystem: Main developments and R&D achievements”, *Nuclear Fusion*, vol. 57, no. 11, 116009 (8pp), 2017.
4. J. Jelonnek et al., “European research activities towards a future DEMO gyrotron”, *10th International Workshop on Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications*, 22-17 July 2017, Nizgy Novgorod-Moscow, Russian Federation.
5. J. Jelonnek et al., “2017 status of gyrotron R&D and advanced developments within KIT and EUROfusion”, *US-EU-JPN Heating Technology Workshop*, 5-8 September 2017, Santa Monica, CA, USA.

6. S. Garavaglia et al., "EU DEMO EC system preliminary conceptual design", *13th International Symposium on Fusion Nuclear Technology (ISFNT)*, 25-29 September 2017 Kyoto, Japan.
7. S. Garavaglia et al., "EU DEMO EC system preliminary conceptual design", *Fusion Engineering Design*, vol. 136, pp. 1173-1177, 2018.
8. J. Jelonnek et al., "Towards advanced fusion gyrotrons: 2018 update on activities within EUROfusion", *20th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission (ECE) and Electron Cyclotron Resonance Heating (ECRH)*, 14-17 May 2018, Greifswald, Germany.
9. J. Jelonnek et al., "2018 status of gyrotron R&D for W7-X, TCV, ITER and EU DEMO within Europe", *US-EU-JPN Heating Technology Workshop*, 5-8 September 2018, Shizuoka, Japan.
10. J. Jelonnek et al., "From W7-X towards ITER and beyond: 2019 status on EU fusion gyrotron developments", *2019 International Vacuum Electronics Conference (IVEC)*, 28 April - 1 May 2019, Busan, South Korea.
11. K. A. Avramidis et al., "Overview of recent gyrotron R&D towards DEMO within EUROfusion Work Package Heating and Current Drive", *Nuclear Fusion*, vol. 59, no. 6, 066014 (9pp), 2019.
12. I. G. Chelis, **D. V. Peponis**, G. P. Latsas, and I. G. Tigelis, "Increasing the diffraction losses in gyrotron beam tunnels for improved suppression of parasitic oscillations", *44th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, 1-6 September 2019, Paris, France.
13. J. Jelonnek et al., "2019 status and focus areas in the development of an advanced gyrotron for EU DEMO", *US-EU-JPN Heating Technology Workshop*, 8-12 September 2019, Freiburg, Germany.
14. I. G. Tigelis, K. A. Avramidis, J. Jelonnek, Z. C. Ioannidis, and **D. V. Peponis**, "Gyrotron coaxial cavities with corrugations on both the inner and outer walls", *US-EU-JPN Heating Technology Workshop*, 8-12 September 2019, Freiburg, Germany.

Ετήσιες εκθέσεις προόδου από τη συμμετοχή στο πακέτο εργασίας Heating and Current Drive του EUROfusion

1. HCD-4.2.03-T010-D001: "Report on development and use of COCHLEA code", EUROfusion, WPHCD, 2016 Annual Report.
2. HCD-4.2.03-T010-D003: "Report on the theoretical studies on coaxial cavities with double corrugations on the inner and outer walls", EUROfusion, WPHCD, 2016 Annual Report.
3. HCD-4.2.03-T013-D001: "Report on development and use of COCHLEA code", EUROfusion, WPHCD, 2017 Annual Report.
4. HCD-4.2.03-T013-D003: "Report on the theoretical studies on coaxial cavities with double corrugations on the inner and outer walls", EUROfusion, WPHCD, 2017 Annual Report.

5. HCD-4.2.03-T013-D004: *“Report on development and use of COCHLEA code”*, EUROfusion, WPHCD, 2018 Annual Report.
6. HCD-4.2.03-T013-D006: *“Report on the theoretical studies on coaxial cavities with double corrugations on the inner and outer walls”*, WPHCD, 2018 Annual Report.
7. HCD-4.2.03-T018-D001: *“Report on development and use of COCHLEA code”*, EUROfusion, WPHCD, 2019 Annual Report.
8. HCD-4.2.03-T018-D003: *“Report on the theoretical studies on coaxial cavities with double corrugations on the inner and outer walls”*, WPHCD, 2019 Annual Report.

Βιβλιογραφία

- [1] S. Horikoshi, R. F. Schiffmann, J. Fukushima, and N. Serpone, *Microwave Chemical and Materials Processing*, Springer, Singapore, 2018.
- [2] N. Thi Phuoc Van et al., “Review-microwave radar sensing systems for search and rescue purposes”, *Sensors*, vol. 19, no. 13, p. 2879, Jun. 2019.
- [3] J. Vrba, “Medical applications of microwaves”, *Electromagn. Biol. Med.*, vol. 24, no. 3, pp. 441-448, 2005.
- [4] T. S. Laverghetta, *Microwave and Wireless Simplified*, 2nd ed., Artech House, Boston, 2005.
- [5] J. A. Eichmeier and M. K. Thumm, *Vacuum electronics: Components and Devices*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [6] D. Wisnivesky, “High power microwave applications in particle accelerators”, *1999 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, 1999, vol. 1, pp. 327-331.
- [7] V. Erckmann and U. Gasparino, “Electron cyclotron resonance heating and current drive in toroidal fusion plasmas”, *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 36, no. 36, pp. 1869-1962, 1994.
- [8] F. L. Waelbroeck, “Theory and observations of magnetic islands”, *Nucl. Fusion*, vol. 49, no. 10, 2009.
- [9] F. Leipold et al., “Millimeter-wave receiver design for plasma diagnostics”, *41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, 2016.
- [10] M. Thumm, “Recent advances in the worldwide fusion gyrotron development”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 42, no. 3, pp. 590-599, 2014.
- [11] S. B. Korsholm et al., “High-power microwave diagnostic for the fusion energy experiment ITER”, *41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, 2016.
- [12] Γ. Α. Βομβορίδης, *Μικροκυματικές Πηγές Ισχύος*, Εκδόσεις Συμείων, Αθήνα, 2009.
- [13] A. W. Hull, “The magnetron”, *J. Am. Inst. Electr. Eng.*, vol. 40, no. 9, pp. 715-723, Sep. 1921.
- [14] A. Žáček, “A new method for realization of persistent oscillations (in Czech)”, *Časopis pro pěstování Mat. a Fys.*, vol. 53, no. 4, 1924.
- [15] R. H. Varian and S. F. Varian, “A high frequency oscillator and amplifier”, *J. Appl. Phys.*, vol. 10, no. 5, pp. 321-327, 1939.
- [16] R. Kompfner, “The invention of traveling wave tubes”, *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 23, no. 7, pp. 730-738, 1976.
- [17] D. F. G. Minenna et al., “The traveling-wave tube in the history of telecommunication”, *Eur. Phys. J. H*, vol. 44, no. 1, pp. 1-49, 2019.

- [18] A. S. Gilmour, *Klystrons, Traveling Wave Tubes, Magnetrons, Crossed-Field Amplifiers, and Gyrotrons*, Artech House, Boston, 2011.
- [19] H. Johnson, "Backward-wave oscillators", *Proc. IRE*, vol. 43, no. 6, pp. 684-697, 1955.
- [20] S. E. Tsimring, *Electron Beams and Microwave Vacuum Electronics*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, 2006.
- [21] A. K. Ganguly and K. R. Chu, "Limiting current in gyrotrons", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 5, no. 1, pp. 103-121, 1984.
- [22] G. S. Nusinovich, *Introduction to the Physics of Gyrotrons*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2004.
- [23] C. Pellegrini, "The history of X-ray free-electron lasers", *Eur. Phys. J. H*, vol. 37, no. 5, pp. 659-708, 2012.
- [24] G. Dohler, D. Gallagher, and R. Moats, "The peniotron: A fast wave device for efficient high-power mm-wave generation", *1978 International Electron Devices Meeting*, 1978, pp. 400-403.
- [25] G. F. Brand, "Gyrotron or electron cyclotron resonance maser: An introduction", *Am. J. Phys.*, vol. 50, no. 3, pp. 254-258, 1982.
- [26] M. V. Kartikeyan, E. Borie, and M. K. A. Thumm, *Gyrotrons*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2004.
- [27] T. Rzesnicki *et al.*, "Experimental verification of the European 1 MW, 170 GHz industrial CW prototype gyrotron for ITER", *Fusion Eng. Des.*, vol. 123, pp. 490-494, 2017.
- [28] G. Gantenbein *et al.*, "Experimental investigations and analysis of parasitic RF oscillations in high-power gyrotrons", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 38, no. 6, pp. 1168-1177, 2010.
- [29] G. P. Latsas, A. I. Zisis, and I. G. Tigelis, "Computational studies on the suppression of parasitic oscillations in gyrotron beam tunnels", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 65, no. 8, pp. 3479-3485, 2018.
- [30] H. Shoyama *et al.*, "High-efficiency oscillation of 170 GHz high-power gyrotron at TE_{31,8} mode using depressed collector", *Japanese J. Appl. Physics, Part 2 Lett.*, vol. 40, no. 8, 2001.
- [31] I. G. Pagonakis, G. Gantenbein, S. Illy, M. Thumm, and J. Jelonnek, "Conceptual designs of E×B multistage depressed collectors for gyrotrons", *Phys. Plasmas*, vol. 24, no. 4, p. 043102 (pp.8), 2017.
- [32] O. I. Louksha and P. A. Trofimov, "A multistage depressed collector with azimuthal magnetic field for gyrotrons", *41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, 2016.
- [33] Z. C. Ioannidis, K. A. Avramides, G. P. Latsas, and I. G. Tigelis, "Azimuthal mode coupling in coaxial waveguides and cavities with longitudinally corrugated insert", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 39, no. 5, pp. 1213-1221, 2011.
- [34] T. A. Hargreaves, W. M. Manheimer, P. Sprangle, R. P. Fischer, and A. W. Fliflet, "Review of quasi-optical gyrotron development", *J. Fusion Energy*, vol. 9, no. 1, pp. 31-58, 2005.

- [35] P. Sprangle, J. L. Vomvroidis, and W. M. Manheimer, "Theory of the quasioptical electron cyclotron maser", *Phys. Rev. A*, vol. 23, no. 6, pp. 3127-3138, 1981.
- [36] V. Kesari and B. N. Basu, *High Power Microwave Tubes: Basics and Trends, Volume 1*, IOP Publishing, 2018.
- [37] Μ. Δ. Μωραΐτου, "Μελέτη των χαρακτηριστικών διάδοσης των η/μ κυμάτων σε δίαυλο δέσμης ομοαξονικού γυροτρονίου", *Διδακτορική διατριβή*, ΕΚΠΑ, Αθήνα, 2012.
- [38] Y. Y. Lau, K. R. Chu, L. R. Barnett, and V. L. Granatstein, "Gyrotron travelling wave amplifier: I. Analysis of oscillations", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 2, no. 3, pp. 373-393, 1981.
- [39] P. A. Sturrock, "Kinematics of growing waves", *Phys. Rev.*, vol. 112, no. 5, pp. 1488-1503, 1958.
- [40] R. J. Briggs, *Electron-Stream Interaction with Plasmas*, M.I.T. Press, Cambridge MA, 1964.
- [41] T. H. Stix, *Waves in Plasmas*, AIP-Press, New York, 1992.
- [42] L. G. Tigelis, M. Pedrozzi, P. G. Cottis, and J. L. Vomvroidis, "Calculation of eigenmodes in a nonperiodic corrugated waveguide", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 45, no. 2, pp. 236-244, 1997.
- [43] A. Samartsev *et al.*, "Numerical simulation of parasitic gyro-BWO interaction in a gyrotron beam tunnel", *36th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 2011, vol. 37, no. 10.
- [44] I. G. Tigelis, J. L. Vomvroidis, and S. Tzima, "High-frequency electromagnetic modes in a dielectric-ring loaded beam tunnel", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 26, no. 3, pp. 922-930, 1998.
- [45] I. G. Chelis, K. A. Avramidis, and J. L. Vomvroidis, "Resonant modes of disk-loaded cylindrical structures with open boundaries", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 63, no. 6, pp. 1781-1790, 2015.,
- [46] G. P. Latsas, I. G. Tigelis, J. L. Vomvroidis, and K. A. Avramides, "Beam-Wave interaction in corrugated structures in the small-signal regime", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 37, no. 10, pp. 2020-2030, 2009.
- [47] J. Genoud *et al.*, "Novel linear analysis for a gyrotron oscillator based on a spectral approach", *Phys. Plasmas*, vol. 23, no. 4, 2016.
- [48] Z. C. Ioannidis, O. Dumbrajs, and I. G. Tigelis, "Linear and non-linear inserts for genuinely wideband continuous frequency tunable coaxial gyrotron cavities", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 29, no. 4, pp. 416-423, 2008.
- [49] Z. C. Ioannidis, K. A. Avramidis, and I. G. Tigelis, "Selectivity properties of coaxial gyrotron cavities with mode converting corrugations", *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 63, no. 3, pp. 1299-1306, 2016.
- [50] C. T. Iatrou, S. Kern, and A. B. Pavelyev, "Coaxial cavities with corrugated inner conductor for gyrotrons", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 44, no. 1, pp. 56-64, 1996.

- [51] G. I. Zaginaylov *et al.*, “Full-wave analysis of the field distribution of natural modes in the rectangular waveguide grating based on singular integral equation method”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 30, no. 3, pp. 1151-1159, 2002.
- [52] G. I. Zaginaylov and S. S. Iaremenko, “Efficient method for analysis of gyrodevices with slotted cavities”, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 41, no. 10, pp. 3005-3011, 2013.
- [53] K. A. Avramides, I. G. Pagonakis, C. T. Iatrou, and J. L. Vomvouridis, “EURIDICE: A code-package for gyrotron interaction simulations and cavity design”, *EPJ Web Conf.*, vol. 32, p. 04016, 2012.
- [54] F. Braunmueller *et al.*, “TWANG-PIC, a novel gyro-averaged one-dimensional particle-in-cell code for interpretation of gyrotron experiments”, *Phys. Plasmas*, vol. 22, no. 6, 2015.
- [55] Κ. Αβραμίδης, “Σχεδίαση και προσομοίωση ομοαξονικών γυροτρονίων με έμφαση στη λειτουργία δεύτερης αρμονικής”, *Διδακτορική διατριβή*, ΕΜΠ, Αθήνα, 2006.
- [56] K. S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media”, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 3, pp. 302-307, 1966.
- [57] R. Marklein, “The finite integration technique as a general tool to compute acoustic, electromagnetic, elastodynamic, and coupled wave fields”, *Rev. Radio Sci.*, pp. 201-244, 1999.
- [58] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, John Wiley & Sons Inc., New York, 2002.
- [59] C. Christopoulos, *The Transmission-Line Modeling (TLM) Method in Electromagnetics*, Morgan & Claypool, Williston, 2006.
- [60] C. K. Birdsall, *Plasma Physics via Computer Simulation*, CRC Press, 2004.
- [61] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, *Computer Simulation Using Particles*, Adam Hilger, Bristol and New York, 2004.
- [62] A. Mignone, G. Bodo, B. Vaidya, and G. Mattia, “A Particle module for the PLUTO code. I. An implementation of the MHD-PIC equations”, *Astrophys. J.*, vol. 859, no. 1, p. 22, 2018.
- [63] “CST Studio Suite”, [online], available: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/cst-studio-suite/>.
- [64] “Comsol multiphysics”, [online], available: <https://www.comsol.com/>.
- [65] “ANSYS HFSS”, [online], available: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss>.
- [66] “Tech-X Vorpal”, [online], available: <https://www.txcorp.com/vsim>.
- [67] “MAGIC Tool suite”, [online], available: <https://www.northropgrumman.com/Capabilities/PICCodeSoftware/MAGIC/Pages/default.aspx>.
- [68] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, 3rd ed., Artech House, Boston, 2005.

- [69] Y. S. Rickard and N. K. Nikolova, "Off-grid perfect boundary conditions for the FDTD method", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 53, no. 7, pp. 2274-2283, 2005.
- [70] D. H. Kim, H. C. Jung, Y. B. Kang, and G. S. Park, "Numerical study on a rippled-wall slow-wave structure for a backward wave oscillator", *J. Korean Phys. Soc.*, vol. 44, no. 5, pp. 1298-1302, 2004.
- [71] S. Maurya, V. P. Singh, and P. K. Jain, "Relativistic magnetron priming by loading the resonators through dielectric rods", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 41, no. 12, pp. 3619-3623, 2013.
- [72] M. A. Belyaev, "PICsar: A 2.5D axisymmetric, relativistic, electromagnetic, Particle in Cell code with a radiation absorbing boundary", *New Astron.*, vol. 36, pp. 37-49, 2015.
- [73] Kane Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 3, pp. 302-307, 1966.
- [74] Q. Chen, "Three dimensional cylindrical coordinate finite-difference time-domain analysis of curved slotline", *2nd International Conference on Computation in Electromagnetics*, 1994, pp. 323-326.
- [75] J. Chi, F. Liu, L. Xia, T. Shao, and S. Crozier, "An improved cylindrical FDTD algorithm and its application to field-tissue interaction study in MRI", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 2, pp. 466-470, 2011.
- [76] F. L. Teixeira and W. C. Chew, "Finite-difference computation of transient electromagnetic waves for cylindrical geometries in complex media", *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 38, no. 4, pp. 1530-1543, 2000.
- [77] N. V. Kantartzis and T. D. Tsiboukis, *Higher Order FDTD Schemes for Waveguide and Antenna Structures*, Morgan & Claypool, 2006.
- [78] T. T. Zygiridis and T. D. Tsiboukis, "Development of higher order FDTD schemes with controllable dispersion error", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 9, pp. 2952-2960, 2005.
- [79] A. Trakic, H. Wang, F. Liu, H. Lopez, and S. Crozier, "Cylindrical 3D FDTD algorithm for the computation of low frequency transient eddy currents in MRI", *4th Scientific Meeting, International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 2006, vol. 3, no. 2004, p. 1373.
- [80] Ž. Kancleris, "Handling of singularity in finite-difference time-domain procedure for solving Maxwell's equations in cylindrical coordinate system", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 2, pp. 610-613, 2008.
- [81] J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *J. Comput. Phys.*, vol. 114, no. 2, pp. 185-200, Oct. 1994.
- [82] J.-P. Bérenger, *Perfectly Matched Layer (PML) for Computational Electromagnetics*, Morgan & Claypool, London, 2007.
- [83] J. A. Roden and S. D. Gedney, "Convolution PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media", *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 27, no. 5, pp. 334-339, 2000.

- [84] F. L. Teixeira and W. C. Chew, "Perfectly matched layer in cylindrical coordinates", *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium 1997*, vol. 3, pp. 1908-1911.
- [85] J. A. Roden and S. Gedney, "An efficient FDTD implementation of the PML with CFS in general media", *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Transmitting Waves of Progress to the Next Millennium, 2000 Digest, Held in conjunction with: USNC/URSI National Radio Science Meeting (Cat. No.00CH37118)*, vol. 3, no. 3, pp. 1362-1365.
- [86] T. F. Leutenegger, "Detection of defects in cylindrical structures using a time reverse numerical simulation method", *PhD Thesis*, ETH Zurich, 2002.
- [87] D. Sjoberg, "Electromagnetic wave propagation lecture 6 : Scattering problems with FDTD pulse propagation", 2016, [online], available: <https://www.eit.lth.se/fileadmin/eit/courses/eten05/ht2011/lecture6.pdf>.
- [88] "Group delay and phase delay", [online], available: https://en.wikipedia.org/wiki/Group_delay_and_phase_delay.
- [89] K. Suzuki, T. Kashiwa, and Y. Hosoya, "Reducing the numerical dispersion in the FDTD analysis by modifying anisotropically the speed of light", vol. 85, no. 5, pp. 50-58, 2002.
- [90] Guilin Sun and C. W. Trueman, "Numerical dispersion and numerical loss in explicit finite-difference time-domain methods in lossy media", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 11, pp. 3684-3690, 2005.
- [91] K. Kurokawa, "Power waves and the scattering matrix", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 13, no. 2, pp. 194-202, 1965.
- [92] T-W Huang, B. Houshmand, and T. Itoh, "Efficient FDTD wideband matched sources for a homogeneous waveguide cross-section", *Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting*, 1994, vol. 3, pp. 1434-1437.
- [93] T. Hirano, A. Nishikata, J. Hirokawa, and M. Ando, "FDTD analysis of S-parameters for a multi-mode waveguide with CW excitation", *IEEE Antennas and Propagation Society, AP-S International Symposium (Digest)*, 2006, no. 1, pp. 1587-1590.
- [94] D. V. Krupezevic, V. J. Brankovic, and F. Arndt, "The wave-equation FD-TD method for the efficient eigenvalue analysis and S-matrix computation of waveguide structures", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 41, no. 12, pp. 2109-2115, 1993.
- [95] W. K. Gwarek and M. Celuch-Marcysiak, "A differential method of reflection coefficient extraction from FDTD simulations", *IEEE Microw. Guid. Wave Lett.*, vol. 6, no. 5, pp. 215-217, 1996.
- [96] W. K. Gwarek and M. Celuch-Marcysiak, "Wide-band S-parameter extraction from FD-TD simulations for propagating and evanescent modes in inhomogeneous guides", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 51, no. 8, pp. 1920-1928, 2003.
- [97] C. K. Birdsall, *Plasma Physics via Computer Simulation*, CRC Press, Boca Raton, Florida, 2004.

- [98] J. P. Boris, "Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code", *Numer. Simul. Plasma*, no. 11, 1971.
- [99] G. L. Delzanno and E. Camporeale, "On particle movers in cylindrical geometry for Particle-In-Cell simulations", *J. Comput. Phys.*, vol. 253, pp. 259-277, 2013.
- [100] R. Ringle, "3DCylPIC-A 3D particle-in-cell code in cylindrical coordinates for space charge simulations of ion trap and ion transport devices", *Int. J. Mass Spectrom.*, vol. 303, no. 1, pp. 42-50, 2011.
- [101] A. Bruce Langdon, "On enforcing Gauss' law in electromagnetic particle-in-cell codes", *Comput. Phys. Commun.*, vol. 70, no. 3, pp. 447-450, 1992.
- [102] T. Z. Esirkepov, "Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation with an arbitrary form-factor", *Comput. Phys. Commun.*, vol. 135, no. 2, pp. 144-153, 2001.
- [103] T. Umeda, Y. Omura, T. Tominaga, and H. Matsumoto, "A new charge conservation method in electromagnetic particle-in-cell simulations", *Comput. Phys. Commun.*, vol. 156, no. 1, pp. 73-85, 2003.
- [104] J. Villasenor and O. Buneman, "Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers", *Comput. Phys. Commun.*, vol. 69, no. 2-3, pp. 306-316, 1992.
- [105] J. Zhou, D. Liu, C. Liao, and Z. Li, "CHIPIC : An efficient code for electromagnetic PIC modeling and simulation", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 37, no. 1, pp. 2002-2011, 2009.
- [106] "Sigmoid function", [online], available: https://en.wikipedia.org/wiki/Sigmoid_function.
- [107] "Smoothstep function", [online], available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Smoothstep>.
- [108] D. S. Ebert, F. K. Musgrave, D. Peachey, K. Perlin, and S. Worley, *Texturing and Modeling: A Procedural Approach*, 3rd ed., Elsevier, San Francisco, 2003.
- [109] F. Costen, J. P. Bérenger, and A. K. Brown, "Comparison of FDTD hard source with FDTD soft source and accuracy assessment in Debye media", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 7, pp. 2014-2022, 2009.
- [110] A. Taflove, A. Oskooi, and S. G. Johnson, *Advances in FDTD Computational Electrodynamics: Photonics and Nanotechnology*, Artech House, Boston, 2013.
- [111] D. Pozar, *Microwave Engineering Fourth Edition*, 4th ed., John Wiley & Sons Inc., Hoboken NJ, 2005.
- [112] J. P. Bérenger, "Evanescent waves in PML's: Origin of the numerical reflection in wave-structure interaction problems", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 47, no. 10, pp. 1497-1503, 1999.
- [113] A. Mock, "Efficient modeling of photonic crystal fibers and surface plasmon waveguides using cylindrical coordinates FDTD", *Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics*, 2014.
- [114] C. Moeller, "Mode converters used in the Doublet III ECH microwave system", *Int. J. Electron.*, vol. 53, no. 6, pp. 587-593, 1982.

- [115] M. Thumm and H. Kumric, "High-power TE_{11} and TM_{11} circular polarizers in oversized waveguides at 70 GHz", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 10, no. 9, pp. 1059-1075, 1989.
- [116] G. G. Denisov and M. L. Kulygin, "Numerical simulation of waveguide TM_{01} - TE_{11} mode converter using FDTD method", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 26, no. 3, pp. 341-361, 2005.
- [117] J. J. Barroso, R. A. Corrêa, and P. J. De Castro, "Gyrotron coaxial cylindrical resonators with corrugated inner conductor: Theory and experiment", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 46, no. 9, pp. 1221-1230, 1998.
- [118] Z. C. Ioannidis, O. Dumbrajs, and I. G. Tigelis, "Eigenvalues and ohmic losses in coaxial gyrotron cavity", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 34, no. 4, pp. 1516-1522, 2006.
- [119] D. V. Peponis, Z. C. Ioannidis, K. A. Avramidis, and I. G. Tigelis, "Sensitivity analysis of a 140-GHz coaxial gyrotron cavity with corrugations on the inner and outer walls", *41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, 2016, pp. 1-2.
- [120] G. Singh, "Analytical study of the interaction structure of vane-loaded gyro-traveling wave tube amplifier", *Prog. Electromagn. Res. B*, vol. 4, pp. 41-66, 2008.
- [121] S. Peng, Z. Zhang, and J. Luo, "Analysis of vane loading for a disc-loaded waveguide in gyro-TWT", *2012 IEEE MTT-S International Microwave Workshop Series on Millimeter Wave Wireless Technology and Applications*, 2012, pp. 1-3.
- [122] G. Singh, S. M. S. Ravi Chandra, P. V. Bhaskar, P. K. Jain, and B. N. Basu, "Analysis of an azimuthally periodic vane-loaded cylindrical waveguide for a gyro-travelling-wave tube", *Int. J. Electron.*, vol. 86, no. 12, pp. 1463-1479, 1999.
- [123] M. Agrawal, G. Singh, P. K. Jain, and B. N. Basu, "Analysis of a tapered vane loaded broad-band gyro-TWT", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 29, no. 3, pp. 439-444, 2001.
- [124] Γ. Π. Λάτσας, "Διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε μεταλλικούς κυματοδηγούς και αλληλεπίδραση με ηλεκτρονικές δέσμες", *Διδακτορική διατριβή*, ΕΚΠΑ, Αθήνα, 2006.
- [125] J. A. Swegle, J. W. Poukey, and G. T. Leifeste, "Backward wave oscillators with rippled wall resonators: Analytic theory and numerical simulation", *Phys. Fluids*, vol. 28, no. 9, pp. 2882-2894, 1985.
- [126] C. Chen, "Pierce-type dispersion relation for an intense relativistic electron beam interacting with a slow-wave structure", *Phys. Plasmas*, vol. 1, no. 1, pp. 167-170, 1994.
- [127] H. E. Brandt and H. S. Uhm, "Cubic dispersion relation for a relativistic backward-wave oscillator", *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol. 16, no. 2, pp. 264-269, 1988.
- [128] E. J. Kowalski *et al.*, "Linearly polarized modes of a corrugated metallic waveguide", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 58, no. 11, pp. 2772-2780, 2010.
- [129] A. Fernández *et al.*, "Quasioptical transmission lines for ECRH at TJ-II stellarator", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 21, no. 12, pp. 1945-1957, 2000.
- [130] J. J. Barroso, J. E. Leite Neto, and K. G. Kostov, "Cylindrical waveguide with axially rippled wall", *J. Microwaves Optoelectron.*, vol. 2, no. 6, pp. 75-89, 2002.

- [131] R. A. Corrêa and J. J. Barroso, "Electromagnetic field and cutoff frequencies of the azimuthally rippled wall waveguide", *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 21, no. 6, pp. 1019-1029, 2000.
- [132] W. Yu, R. Mittra, D. Arakaki, and D. H. Werner, "A conformal Finite Difference Time Domain (CFDTD) algorithm for modelling perfectly conducting objects", *Proceedings of the 16th ACES Conference*, 2000, no. 2, pp. 944-950.
- [133] S. Dey and R. Mittra, "A conformal finite-difference time-domain technique for modeling cylindrical dielectric resonators", *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 47, no. 9, pp. 1737-1739, 1999.
- [134] J. Lee and N. Myung, "Locally tensor conformal FDTD method for modeling arbitrary dielectric surfaces", *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 23, no. 4, pp. 245-249, Nov. 1999.
- [135] I. G. Chelis, K. A. Avramidis, Z. C. Ioannidis, and I. G. Tigelis, "Improved suppression of parasitic oscillations in gyrotron beam tunnels by proper selection of the lossy ceramic material", *IEEE Trans. Electron Devices*, pp. 1-6, 2018.