



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗΣ, ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ
Σε συνεργασία με
ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
&
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ & LASER – IPPL

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Καθοδήγηση της ύλης σε ακραίες καταστάσεις πλάσματος με τη βοήθεια των Laser

Σίμων – Γεράσιμος Βλάχος

A.M.: 1110201400033

Επιβλέπων: Αναπληρωτής Καθηγητής Δρ. Δημητρίου Βασίλειος
Συνεπιβλέπων: Αναπληρωτής Καθηγητής Δρ. Βλαχάκης Νεκτάριος

Αθήνα 2020

Ευχαριστίες

Στην περίπτωση που ο αναγνώστης θεωρήσει πως το παρόν έργο αποτελεί συγγραφή ενός μόνο ανθρώπου, θα ήθελα να εξηγήσω πως στο σύστημα του συγγραφέα η πραγματικότητα είναι πιο πολύπλοκη. Στο σημείο αυτό, αισθάνομαι την ανάγκη να αφιερώσω μερικές γραμμές, στους ανθρώπους που έκαναν την πτυχιακή αυτή εργασία πραγματικότητα και με βοήθησαν να ολοκληρώσω το ταξίδι μου στο τμήμα Φυσικής Αθήνας.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντά μου Αναπληρωτή Καθηγητή Βασίλειο Δημητρίου για την καθοδήγησή του καθόλη τη συγγραφή της πτυχιακής εργασίας και για την προθυμία του να με μνήσει στον κόσμο της επιστήμης laser-πλάσματος. Παράλληλα, οφείλω ευχαριστίες και στον Αναπληρωτή Καθηγητή Νεκτάριο Βλαχάκη, που με εισήγαγε στη φυσική πλάσματος και μου σύστησε το Ινστιτούτο Φυσικής Πλάσματος & Laser.

Θεωρώ κρίσιμο να ευχαριστήσω τους υποψήφιους διδάκτορες Ιωάννη Ταζέ και Στέλιο Πασσαλίδη, που παρόλο το φορτωμένο πρόγραμμά τους ήταν πρόθυμοι να προσφέρουν ανεκτίμητη βοήθεια και καθοδήγηση στη συγγραφή της εργασίας. Χάρη σε αυτούς, ο χρόνος ολοκλήρωσης του παρόντος έργου μειώθηκε σημαντικά.

Ευχαριστώ θερμά τους γονείς μου και τον αδερφό μου για την ατράνταχτη πίστη τους σε μένα και για την υλική υποστήριξη που μου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια. Τους είμαι πραγματικά ευγνώμων.

Αδύνατο βρίσκω να μην ευχαριστήσω τους φίλους μου, που έχουν σταθεί πλάι μου από τα σχολικά χρόνια, κυματοθραύστες του άγχους και των παραπόνων μου. Κυρίως όμως, τον Κωνσταντίνο Σαρκιοσέ για τη βοήθειά του σε θέματα προγραμματισμού και το Στρατή Δεμερτζή που βρισκόταν πάντοτε πρόθυμος να συζητήσει μαζί μου κάθε είδους απορία περί φυσικής.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τη συμφοιτήτριά, και πλέον συνάδελφο, Κατερίνα Πεσίνη για την καταλυτική της βοήθεια στην πορεία μου στο Φυσικό. Υπήρξε κίνητρο για επανάληψη και υποστηρίκτρια σε σημαντικές αποφάσεις της ζωής μου.

Θα ήθελα να κλείσω ανακαλώντας τα λόγια του Καθηγητή Κωνσταντίνου Βαρώτσου, κατά την τελετή υποδοχής πρωτοετών φοιτητών: «Δε θα βρείτε μεγαλύτερο καταφύγιο στη ζωή, από το να ανοίξετε ένα βιβλίο φυσικής». Λόγια τα οποία μέχρι σήμερα με βρίσκω να επιβεβαιώνω.

Περίληψη

Η παραγωγή πλάσματος με τη χρήση τύπων femtosecond και nanosecond laser είναι ένας καινούριος και συνεχώς αναπτυσσόμενος επιστημονικός κλάδος. Στην εργασία αυτή, μελετάται η περίπτωση εναπόθεσης ενέργειας σε αέριο στόχο από έναν υπέρ-βραχύ παλμό laser μήκους κύματος τάξης 10^{-9} m. Οι μηχανισμοί ιονισμού που λαμβάνουν χώρα σε παλμούς ηλεκτρικών πεδίων χαμηλότερων του δυναμικού Coulomb είναι ο πολυφωτονικός ιονισμός και το φαινόμενο σήραγγας, ενώ μέσω της παραμέτρου Keldysh μπορεί να ξεχωρισθεί ποιος θα κυριαρχήσει. Σε υψηλότερα πεδία εμφανίζεται και ιονισμός πάνω από το φράγμα του δυναμικού. Η επιλογή του αέριου στόχου αφορά την ικανότητα ιονισμού του, του ποσού ενέργειας που χρειάζεται να απορροφήσει για να καταρρεύσει σε πλάσμα και του χρόνου που μπορεί να παραμείνει σε αυτήν την κατάσταση. Συνολικά, η αλληλεπίδραση με τον παλμό laser προκαλεί ωστικό κύμα μορφής Sedon. Τα άκρα της έκρηξης φέρουν υψηλές πυκνότητες όπως προβλέπουν οι συνθήκες άλματος ωστικών κυμάτων. Το παραγόμενο πλάσμα κατηγοριοποιείται ανάλογα με τη μέγιστη πυκνότητα που αποκτά σε διαυγές, σχεδόν κρίσιμο και οπτικά συμπαγές, με το καθένα να φέρει διαφορετικό δείκτη διάθλασης. Στο τέλος της εργασίας γίνεται προσομοίωση εναπόθεσης ενέργειας σε ατμοσφαιρικό αέρα με τη χρήση του κώδικα FLASH. Μελετάται η δυναμική συμπεριφορά του πλάσματος και συγκεκριμένα προσδιορίζονται οι μέγιστες πυκνότητες που επιτυγχάνονται σε συνάρτηση και με το πλέγμα που επιλέγεται στον FLASH.

Abstract

Plasma generation using femtosecond and nanosecond type lasers is a new, hot and promising science. In this thesis the case of laser energy deposition on gas targets using an ultra-short laser pulse of wavelength $10^{-9} m$, is studied. The ionization mechanisms that take place at pulses of electric fields lower than the Coulomb potential are the polyphotonic ionization and the tunneling effect, while through the Keldysh parameter it is possible to distinguish which one will dominate. At higher electric fields, ionization also appears above the potential barrier. The choice of the gas target depends on its ionization capabilities, the amount of absorbed energy needed to collapse to plasma, and the time that is able to remain in the latter state. The interaction of a gas with such laser pulse causes a Sedov-type blast wave. The limits of the explosion sphere have high densities as predicted by the shock wave jump conditions. The plasma produced is categorized according to the maximum density that it acquires as under-dense, near critical and over-dense, each with a different refractive index. At the end of this work, the energy deposition on atmospheric air targets, is simulated using the FLASH code. The dynamic behavior of plasma is presented, focused on the identification of the maximum densities and the grid generation in FLASH.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	ii
Abstract	iii
Πρόλογος	4

Κεφάλαιο 1: Μηχανισμοί laser

1.1 Υπερβραχύς παλμός laser	5
1.1.1 Ηλεκτρικό πεδίο παλμού	5
1.1.2 Ένταση παλμού.....	7
1.2 Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου – φωτός	7
1.2.1 Μη σχετικιστική περίπτωση	7
1.2.2 Σχετικιστική περίπτωση.....	8
1.3 Δύναμη λόγω ανομοιογένειας Η/Μ πεδίου – Ponderomotive force	10
1.3.1 Μη σχετικιστική περίπτωση	11
1.3.2 Σχετικιστική περίπτωση.....	13
1.4 Μηχανισμοί ιονισμού	13
1.4.1 Φωτοϊονισμός	13
1.4.2 Πολυφωτονικός ιονισμός – Multiphoton ionization	14
1.4.3 Ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγας – Tunneling ionization	15
1.4.4 Παράμετρος Keldysh	16
1.4.5 Ιονισμός πάνω από το φράγμα δυναμικού – Barrier suppression ionization	17

Κεφάλαιο 2: Αλληλεπίδραση πλάσματος – Η/Μ κύματος

2.1 Χαρακτηριστικά πλάσματος.....	18
2.1.1 Μήκος και θωράκιση Debye	18
2.1.2 Συχνότητα πλάσματος	20
2.1.3 Κρίσιμη πυκνότητα	22
2.1.4 Συχνότητα ελαστικών σκεδάσεων Coulomb	22

2.2 Διάδοση παλμού laser σε πλάσμα	24
2.2.1 Δείκτης διάθλασης	25
2.2.2 Σχέση διασποράς	27
2.2.3 Ταχύτητα διάδοσης/ομάδας	27

Κεφάλαιο 3: Αέριοι στόχοι, κρουστικά & φωστικά κύματα

3.1 Κρουστικά και φωστικά κύματα	28
3.1.1 Συνθήκες άλματος	28
3.1.2 Σημειακές πηγές εκρήξεων	30
3.1 Επιλογή αέριου στόχου	31
3.2.1 Κατώφλι κατάρρευσης – Breakdown threshold	31
3.2.2 Εξάρτηση κατωφλίου από τη διάρκεια παλμού.....	33
3.2.3 Χρόνος ζωής ελεύθερων ηλεκτρονίων – Electron decay time	35

Κεφάλαιο 4: Φάση Sedon & επιτάχυνση σωματιδίων

4.1 Έκρηξη μορφής Sedon.....	37
4.1.1 Εξέλιξη διαταραγμένου αερίου	37
4.1.2 Κλίμακα μήκους πυκνότητας – Density length scale	38
4.2 Αντίστροφη ακτινοβολία πέδησης – Inverse bremsstrahlung	39

Κεφάλαιο 5: Κώδικας FLASH

5.1 Βασικές λειτουργίες	44
5.2 Προσομοίωση έκρηξης Sedon	45

Συμπεράσματα	58
---------------------------	-----------

Βιβλιογραφία	59
---------------------------	-----------

Πρόλογος

Η παραγωγή πλάσματος με τη χρήση laser αποτελεί έναν αναδυόμενο επιστημονικό κλάδο, που ξεκίνησε να αναπτύσσεται τις τελευταίες δεκαετίες. Τα εργαστήρια που ασχολούνται στον τομέα αυτό, αντιμετωπίζουν ένα εύρος ζητημάτων, με τα πιο αξιοσημείωτα να αποτελούν η επιτάχυνση σωματιδίων και η θερμοπυρηνική σύντηξη. Σήμερα, τα ζητήματα αυτά και η τεχνολογία που απαιτείται στη μελέτη τους, τοποθετούνται στην αιχμή της γνώσης και η κατανόησή τους απαιτεί πρωτίστως την αφομοίωση ορισμένων φυσικών εννοιών. Η παρούσα πτυχιακή εργασία, έχει ως βάση την εισαγωγή του αναγνώστη σε θέματα θεωρίας laser, πλάσματος, αέριων στόχων και ωστικών κυμάτων. Απώτερος σκοπός είναι η μελέτη συνδυασμού αυτών υπό μια μορφή ραγδαίας αλληλεπίδρασης της τάξης 10^{-9} sec . Δεδομένου ότι είναι ένας κλάδος βαθιά πειραματικός, αναδύεται η ανάγκη μοντελοποίησης της θεωρίας με μαγνητοϋδροδυναμικούς κώδικες. Με τη χρήση του διαδεδομένου κώδικα FLASH γίνεται η προσομοίωση ωστικού κύματος μορφής Sedov. Κατά αυτόν τον τρόπο, η εργασία αυτή μπορεί να χωριστεί σε δύο μέρη. Τα Κεφάλαια 1, 2, 3, 4 περιέχουν το θεωρητικό μέρος θεωρίας και το 5^ο Κεφάλαιο που το χρησιμοποιεί για την προσομοίωση με τη χρήση του κώδικα FLASH.

Κεφάλαιο 1

Μηχανισμοί laser

Εισαγωγή

Θα δοθεί βάση κυρίως στην αλληλεπίδραση υπερβραχέων (*ultra-short*) παλμών laser με πλάσμα. Με τον όρο «υπερβραχύς», θα εννοείται παλμός με διάρκεια τάξεως κάτω των 100 fs στο Full Width Half Maximum - FWHM. Δεδομένου αυτών, μια βασική ανάλυση της διάδοσης τέτοιων παλμών και του ιονισμού της ύλης οφείλεται να σημειωθεί.

1.1 Υπερβραχύς παλμός laser

1.1.1 Ηλεκτρικό πεδίο παλμού

Ένας παλμός laser γραμμικά πολωμένος στον άξονα-x που διαδίδεται στον άξονα-z και εστιάζεται σε κάποιο σημείο του, μπορεί να περιγραφεί από το ηλεκτρικό του πεδίο \vec{E} σε κυλινδρικές συντεταγμένες [1, 2]:

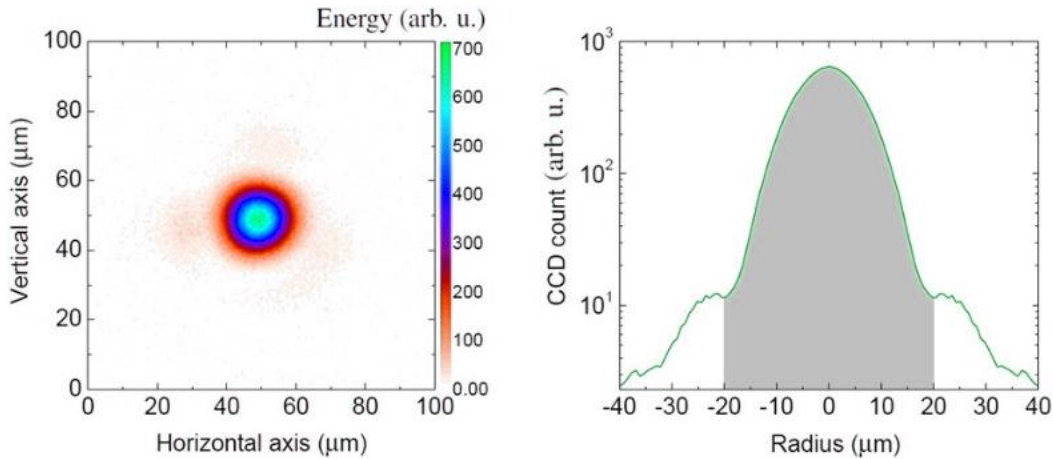
$$\vec{E}(r, z, t) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\left(\frac{r^2}{w(z)^2}\right)} e^{i(\omega_0 t - kz + \varphi_0(z, r))} \hat{x} \quad (1.1)$$

Στο πραγματικό μέρος της εξίσωσης, E_0 είναι το πλάτος του πεδίου, ενώ ο όρος $[w_0/w(z)] \exp[-r^2/w(z)^2]$ χαρακτηρίζει τη μεταβολή του. Διακρίνεται πως ο όρος $\exp[-r^2/w(z)^2]$ αποτελεί μορφή gaussian κατανομής, γι' αυτό και ο παλμός χαρακτηρίζεται ως gaussian (Σχήμα 1.1). Συγκεκριμένα, η παράμετρος $w_0 = d_0/\sqrt{2\ln 2}$ ονομάζεται *beam waist*. Χαρακτηρίζει την ελάχιστη ακτίνα της δέσμης d_0 στο σημείο εστίασης στο FWHM, κανονικοποιημένη ώστε για χρονικά σταθερό παλμό το πεδίο να έχει πλάτος $E_0 = 1/e$ στο σημείο $x^2 + y^2 = w_0$. Τέλος, λόγω εστίασης η ακτίνα της δέσμης μεταβάλλεται κατά τον άξονα διάδοσης z (Σχήμα 1.2) και θα είναι $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$, όπου $z_R = \pi w_0^2/\lambda_0$ ονομάζεται μήκος Rayleigh. Ο φασικός όρος $\exp[\omega_0 t - kz + \varphi_0(z, r)]$ εκφράζει την ταλάντωση του πεδίου, με ω_0 τη μέση συχνότητα του laser, $k = 2\pi/\lambda_0$ τον κυματαριθμό, όπου λ_0 είναι το μέσο μήκος κύματος του laser.

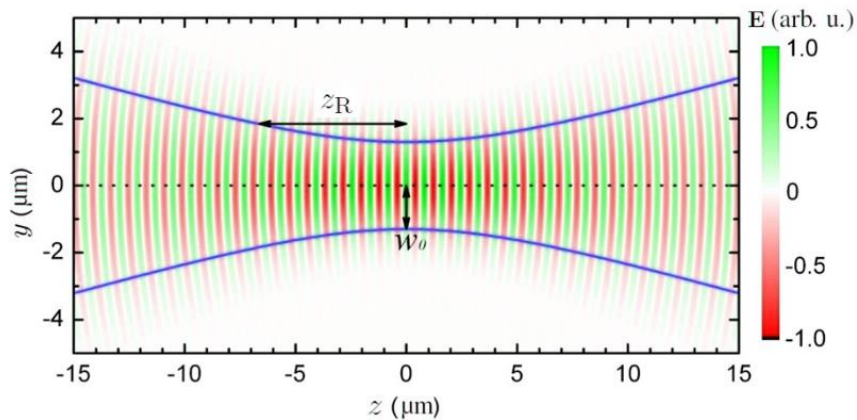
Όσον αφορά τον όρο $\varphi_0(z, r)$, είναι [2, 3]:

$$\varphi_0(z, r) = \frac{kr^2}{2R(z)} - \Phi_G(z) \quad (1.2)$$

όπου $R(z) = (z^2 + z_R^2)/z$ η καμπυλότητα του μετώπου του κύματος και $\Phi_G(z) = \tan^{-1}(z/z_R)$ ονομάζεται φάση Gouy . Η τελευταία οφείλεται στο γεγονός ότι ένας παλμός είναι μια υπέρθεση κυμάτων. Καθένα από αυτά τα κύματα που ο άξονας διάδοσής τους δεν είναι ο ίδιος με της δέσμης, υπόκειται σε διαφορετικές μεταβολές της φάσης στη z διεύθυνση. Αποτέλεσμα αυτού είναι, πως παρόλο που ο παλμός εκφράζεται από δύο χωρικές διαστάσεις (r, z), η συνολική φάση του παλμού δεν είναι η ίδια με ενός επίπεδου κύματος, . Για gaussian παλμούς είναι $\Phi_G = \pi$ στο σημείο εστίασης ($z \rightarrow 0$). Παρόλα αυτά, η επίδρασή της δεν παρατηρείται σε πειραματικό επίπεδο, παρά μόνο σε υψηλότερους τρόπους ταλάντωσης και για το λόγο αυτό, μπορεί να αγνοηθεί.



Σχήμα 1.1: (Αριστερά) Η γκαουσιανή κατανομή της ενέργειας της δέσμης σε σταθερό σημείο – σε αυθαίρετες μονάδες. (Δεξιά) Η αντίστοιχη ακτινική κατανομή της ενέργειας σε λογαριθμική κλίμακα. Η σκιαγραφημένη περιοχή (μέχρι το πρώτο τοπικό ελάχιστο) περιέχει το 84% της ενέργειας του παλμού [4].



Σχήμα 1.2: Ακτίνα laser η οποία εστιάζεται στο κενό. Διακρίνονται οι ταλαντώσεις του ηλεκτρικού πεδίου με χρώματα (σε αυθαίρετες μονάδες) [4].

1.1.2 Ένταση παλμού

Συχνά, είναι πιο χρήσιμο να υπολογίζεται η ένταση I του παλμού, καθώς μετρείται ευκολότερα σε σχέση με το ηλεκτρικό του πεδίο, που έχει χωροχρονική εξάρτηση. Έτσι, για μια δέσμη laser που εστιάζεται στο κενό, η κατανομή της έντασης στον άξονα διάδοσης z είναι [1]:

$$I(r, z, t) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{t}{\tau} \right)^2} \quad (1.3)$$

όπου τ η διάρκεια του παλμού στο FWHM και $I_0 = (c\epsilon_0 n/2)|E|^2$ το μέγιστο της έντασης στο σημείο εστίασης, με n το δείκτη διάθλασης ($n = 1$ στο κενό), c η ταχύτητα του φωτός και ϵ_0 τη διηλεκτρική σταθερά του κενού.

1.2 Αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου – φωτός

Η αλληλεπίδραση μιας ακτίνας laser με το πλάσμα, αποτελεί επέκταση ενός βασικότερου φαινομένου, της περίπτωσης ενός ηλεκτρονίου στο κενό μέσα σε ένα ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Θεωρούμε το εξής HM-πεδίο [5]:

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega_0 t) \hat{y} \quad (1.4\alpha)$$

$$\vec{B}(x, t) = B_0 \cos(kx - \omega_0 t) \hat{z} \quad (1.4\beta)$$

συμβολίζοντας με \vec{B} το μαγνητικό πεδίο και B_0 το πλάτος του.

1.2.1 Μη σχετικιστική περίπτωση

Για ασθενές HM-πεδίο η ταχύτητα ηλεκτρονίου είναι $v_e \ll c$, όπου c η ταχύτητα του φωτός στο κενό, και η εξίσωση της κίνησής του δίνεται μέσω της δύναμης Lorentz [5]:

$$\frac{d\vec{p}_e}{dt} = F_{Lorentz} \Leftrightarrow \frac{d}{dt}(m_e \vec{v}_e) = -e[\vec{E}(x, t) + \vec{v}_e \times \vec{B}(x, t)] \quad (1.5)$$

όπου \vec{p}_e , m_e , e η ορμή, η μάζα και το φορτίο του ηλεκτρονίου αντίστοιχα.

Στο κενό ισχύει ότι $B_0 = E_0/c$. Επομένως, η συνεισφορά της μαγνητικής δύναμης είναι αμελητέα καθώς $|\vec{v}_e \times \vec{B}| = |\vec{v}_e/c \times \vec{E}| \ll |\vec{E}|$. Η ολοκλήρωση της (1.5) ως προς το χρόνο – αγνοώντας τον όρο της μαγνητικής δύναμης – δίνει για αρχικές συνθήκες $t = 0$, $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$, $v_0 = 0$:

$$d(m_e \vec{v}_e) = -eE_0 \cos(kx - \omega_0 t) \hat{y} dt \Rightarrow m_e \vec{v}_e = \int -eE_0 \cos(kx - \omega_0 t) \hat{y} dt \Rightarrow$$

$$\vec{v}_e(t) = \frac{eE_0}{\omega_0 m_e} \sin(kx - \omega_0 t) \hat{y} \quad (1.6)$$

Ολοκληρώνοντας ξανά την παραπάνω ως προς το χρόνο υπολογίζεται η θέση:

$$y(t) = \frac{eE_0}{\omega_0^2 m_e} [\cos(kx - \omega_0 t) - 1] \quad (1.7)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις δείχνουν πως το ηλεκτρόνιο μέσα σε ένα ασθενές ΗΜ-πεδίο εκτελεί ταλάντωση στον άξονα-y, με σημείο ισορροπίας το $(0, eE_0/\omega_0^2 m_e, 0)$ και μέγιστη ταχύτητα $eE_0/\omega_0 m_e$, ενώ η κίνησή του στον άξονα-x είναι σταθερή [1].

1.2.2 Σχετικιστική περίπτωση

Σε υψηλής έντασης ΗΜ-πεδίο το ηλεκτρόνιο αποκτά σχετικιστική ταχύτητα. Για την ανάλυση διευκολύνει η χρήση του διανυσματικού δυναμικού \vec{A} . Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο μετατρέπονται ως εξής [5]:

$$\vec{E} = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\frac{d\vec{A}}{dt} + (v_e \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{A} \quad (1.8)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (1.9)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα της ολικής παραγώγου: $d\vec{A}/dt = \partial\vec{A}/\partial t + (\partial\vec{A}/\partial x)(\partial x/\partial t)$

Ο όρος $\vec{v}_e \times \vec{B}$ δεν μπορεί τώρα να αγνοηθεί αφού $v_e \sim c$ και γράφεται:

$$\vec{v}_e \times \vec{B} = \vec{v}_e \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{v}_e \cdot \vec{A}) - (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{A} \quad (1.10)$$

Από τις (1.8), (1.10) η σχετικιστική εξίσωση κίνησης του ηλεκτρονίου γράφεται:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_e}{dt} &= \frac{d}{dt}(\gamma_e m_e \vec{v}_e) = -e[\vec{E}(x, t) + \vec{v}_e \times \vec{B}(x, t)] = \\ &= -e \left[-\frac{d\vec{A}}{dt} + (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{A} + \vec{\nabla}(\vec{v}_e \cdot \vec{A}) - (\vec{v}_e \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{A} \right] = e \frac{d\vec{A}}{dt} - e \vec{\nabla}(\vec{v}_e \cdot \vec{A}) \end{aligned} \quad (1.11)$$

όπου $\gamma_e = 1/\sqrt{1 - (\vec{v}_e/c)^2} = \sqrt{1 + (\vec{p}_e/m_e c)^2}$ ο παράγοντας Lorentz του ηλεκτρονίου.

Από την (1.8) υπολογίζεται πως $\vec{A} = A_0 \sin(kx - \omega_0 t) \hat{y}$ με $A_0 = E_0/\omega_0$. Συνεπώς, από την παραπάνω εξίσωση μπορούμε να εξετάσουμε την y-συνιστώσα της ορμής.

$$\text{Ο όρος: } \vec{\nabla}(\vec{v}_e \cdot \vec{A}) = \frac{\partial}{\partial y} [v_{e,y} A_0 \sin(kx - \omega_0 t)] \hat{y} = 0$$

Επομένως:

$$\frac{d\vec{p}_e}{dt} = e \frac{d\vec{A}}{dt} \Rightarrow$$

$$p_{e,y} - eA = C_1 \quad (1.12)$$

όπου για αρχικές συνθήκες $t = 0, x = 0$: $\vec{A} = \vec{0}$ θα είναι $C_1 = 0$. Δηλαδή $p_{e,y} = eA$ κάθε χρονική στιγμή.

Για τον υπολογισμό της x-συνιστώσας της ορμής, πολλαπλασιάζοντας με \vec{p}_e την εξίσωση κίνησης:

$$\frac{d\vec{p}_e}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) \Rightarrow$$

$$\vec{p}_e \frac{d\vec{p}_e}{dt} = -e \cdot \vec{p}_e \cdot \vec{E} - \underbrace{e \cdot \vec{p}_e \cdot (\vec{v}_e \times \vec{B})}_{\vec{p}_e \perp \vec{v}_e \times \vec{B}} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{d\vec{p}_e^2}{dt} = -e \cdot \vec{p}_e \cdot \vec{E} \quad (1.13)$$

Από τον παράγοντα Lorentz και από την (1.13) ισχύει: $\gamma_e = \sqrt{1 + (\vec{p}_e/m_e c)^2} \Rightarrow$

$$\frac{d\gamma_e}{dt} = \frac{1}{\gamma_e m_e} \frac{1}{2} \frac{d\vec{p}_e^2}{dt} = \frac{1}{\gamma_e m_e} (-e \cdot \vec{p}_e \cdot \vec{E}) = -e \cdot v_e \cdot \vec{E} \Rightarrow$$

$$\frac{d\gamma_e}{dt} = -e v_{e,y} E_0 \cos(kx - \omega_0 t) \quad (1.14)$$

Από την εξίσωση της κίνησης για τη x-συνιστώσα:

$$\frac{d\vec{p}_e}{dt} = -e[\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}] \Rightarrow$$

$$\frac{dp_{e,x}}{dt} = -e v_{e,y} B_0 \cos(kx - \omega_0 t) = -\frac{eE_0}{c} v_{e,y} \cos(kx - \omega_0 t) \Rightarrow \frac{dp_{e,x}}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} \frac{1}{c} \Rightarrow$$

$$\gamma - c p_{e,x} = C_2 \quad (1.15)$$

όπου $C_2 = 1$ για ηλεκτρόνιο που βρίσκεται αρχικά ακίνητο.

Οι εξισώσεις (1.12) και (1.15) εκφράζουν την κίνηση ενός ηλεκτρονίου σε ισχυρό ΗΜ-πεδίο. Στον άξονα-z δεν υπάρχει κίνηση αφού τότε $\vec{v}_e \times \vec{B} = 0$. Κανονικοποιώντας τις ορμές ως $\tilde{p}_{e,x} = p_{e,x}/m_e c$ και $\tilde{p}_{e,y} = p_{e,y}/m_e c$, στο σύστημα του ΗΜ-κύματος ($\tau = t - x/c$), για ηλεκτρόνιο αρχικά σε ηρεμία ($C_1 = 0, C_2 = 1$), γίνεται ολοκλήρωση των (1.12) και (1.15) υπολογίζοντας έτσι τη θέση του ηλεκτρονίου:

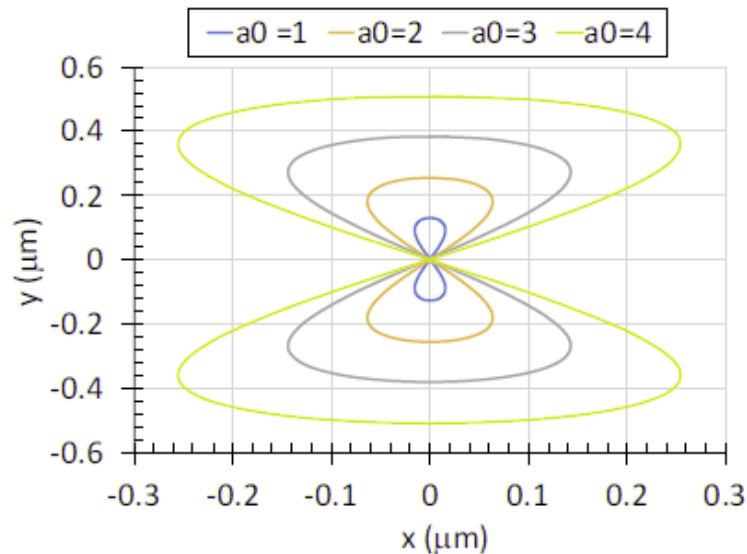
$$x(\tau) = \frac{c}{4} a_0^2 \left[\tau - \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega_0\tau) \right] \quad (1.16\alpha)$$

$$y(\tau) = \frac{c}{\omega_0} a_0 [1 - \cos(\omega_0\tau)] \quad (1.16\beta)$$

$$z(\tau) = 0 \quad (1.16\gamma)$$

με $a_0 = eA_0/m_e c^2 = eE_0/\omega_0 m_e c^2$.

Στον y -άξονα (1.16β), η κίνηση που εκτελεί το ηλεκτρόνιο είναι ταλάντωση παρόμοιας μορφής με τη μη σχετικιστική περίπτωση (1.7). Παρατηρείται όμως, κίνηση στο x -άξονα (1.16α) η οποία αποτελείται από ταλάντωση μορφής $(a_0^2 c/8\omega) \sin(2\omega_0\tau)$ η οποία έχει διπλάσια συχνότητα του laser και επίσης μια κίνηση ολίσθησης $ca_0^2\tau/4$. Παραγωγίζοντας την τελευταία υπολογίζεται η ταχύτητα ολίσθησης: $v_{x,drift} = ca_0^2/(a_0^2 + 4)$. Στο σύστημα του ηλεκτρονίου ($v_{x,drift} = 0$) η κίνηση που εκτελεί, έχει χαρακτηριστικό σχήμα '8' (Σχήμα 1.3) [1].



Σχήμα 1.3: Κίνηση ηλεκτρονίου σε ισχυρό HM-πεδίο - στο σύστημα του ηλεκτρονίου - για διαφορετικές τιμές του a_0 [1].

1.3 Δύναμη λόγω ανομοιογένειας HM-πεδίου – Ponderomotive force

Η ανάλυση που έχει γίνει μέχρι στιγμής, αφορά την κίνηση ηλεκτρονίου σε ομογενές ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Παρολ'αυτά, μια ακτίνα laser που εστιάζεται, φέρει πεδίο μεταβαλλόμενου πλάτους: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_s(\vec{r}) \cos(\omega_0 t)$ όπου $\vec{E}_s(\vec{r})$ το μεταβαλλόμενο πλάτος του πεδίου.

1.3.1 Μη Σχετικιστική περίπτωση

Εφόσον η ανομοιογένεια βρίσκεται στο πλάτος του πεδίου $\vec{E}_s(\vec{r})$, τότε επεκτείνοντας το σε μορφή Taylor γύρω από το σημείο \vec{r}_0 θα ισχύει [1]:

$$\vec{E}_s(\vec{r}) = \underbrace{\vec{E}_s(\vec{r})|_{\vec{r}_0}}_{1^{\text{ης τάξης}} + \underbrace{[(\vec{r}_1 - \vec{r}_0) \cdot \nabla] \vec{E}_s(\vec{r})|_{\vec{r}_0}}_{2^{\text{ης τάξης}} + \dots \quad (1.17)$$

Έτσι, το πεδίο μπορεί να αναλυθεί ως ένα ομογενές με μία διαταραχή. Ο όρος 1^{ης} τάξης εκφράζει το ομογενές μέρος, που αντιστοιχεί στις εξισώσεις (1.6), (1.7). Δηλαδή, για ηλεκτρόνιο αρχικά σε ηρεμία στη θέση $\vec{r}_0 = 0$ η εξίσωση κίνησης είναι [5]:

$$\frac{d}{dt}(m_e \vec{v}_e) = -e \vec{E}_s(\vec{r}_0) \cos(\omega_0 t) \quad (1.18)$$

Να σημειωθεί, πως για τη μαγνητική δύναμη $\vec{v}_e \times \vec{B}$ η ιδιότητα $B_0 = E_0/c$ δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε ανομοιογενές ΗΜ-πεδίο. Ο λόγος που δε συμπεριλήφθηκε στην εξίσωση της κίνησης (1.18), είναι γιατί αποτελεί όρο 2^{ης} τάξης. Αυτό αποδεικνύεται από το νόμο του Faraday:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E}|_{\vec{r}_0} &= -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}_0, t)}{\partial t} \Rightarrow \int \vec{\nabla} \times \vec{E}|_{\vec{r}_0} dt = \vec{B}(\vec{r}_0, t) \Rightarrow \\ \int \vec{\nabla} \times \vec{E}_s(\vec{r}_0) \cos(\omega_0 t) dt &= \vec{B}(\vec{r}_0, t) \Rightarrow -\frac{1}{\omega_0} \vec{\nabla} \times \vec{E}_s(\vec{r}_0) \sin(\omega_0 t) = \vec{B}(\vec{r}_0, t) \end{aligned} \quad (1.19)$$

όπου $\vec{\nabla} \times \vec{E}_s(\vec{r}_0)$ είναι όρος 2^{ης} τάξης.

Ολοκληρώνοντας την (1.18) βρίσκουμε την ταχύτητα \vec{v}_1 και τη θέση \vec{r}_1 του ηλεκτρονίου σε ομογενές πεδίο:

$$\vec{v}_1 = -\frac{e}{\omega_0 m_e} \vec{E}_s(\vec{r}_0) \sin(\omega_0 t) \quad (1.20\alpha)$$

$$\vec{r}_1 = \frac{e}{m_e \omega_0^2} \vec{E}_s(\vec{r}_0) \cos(\omega_0 t) \quad (1.20\beta)$$

Ο όρος 2^{ης} τάξης της (1.17) εκφράζει τη χωρική εξάρτηση του πεδίου (την ανομοιογένεια). Σε αυτήν την περίπτωση, η μαγνητική δύναμη συμβάλλει, αφού είναι 2^{ης} τάξης. Η εξίσωση της κίνησης επομένως θα είναι:

$$\frac{d}{dt}(m_e \vec{v}_2) = -e[(\vec{r}_1 - \vec{r}_0) \cdot \nabla] \vec{E}_s(\vec{r})|_{\vec{r}_0} \cos(\omega_0 t) + \vec{v}_1 \times \vec{B}(\vec{r}_0, t) \quad (1.21)$$

με \vec{v}_2 τη διαταραχή στην ταχύτητα του ηλεκτρονίου.

Όπως προαναφέρθηκε, η κίνηση αυτή χαρακτηρίζει τη διαταραχή του ομογενούς πεδίου κι επομένως θα πρέπει να αποτελεί γρηγορότερες και μικρότερου πλάτους ταλαντώσεις. Υπολογίζοντας τη χρονική μέση τιμή της (1.21) στην περίοδο του παλμού ($T = 2\pi/\omega_0$), μπορεί να βρεθεί η συνολική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο λόγω ανομοιογένειας. Ο όρος $\langle \bullet \rangle$ αντιπροσωπεύει τη μέση τιμή του μεγέθους:

$$m_e \left\langle \frac{d\vec{v}_2}{dt} \right\rangle = -e \left[\underbrace{\frac{e}{m_e \omega_0^2} (\vec{E}_s \langle \cos^2(\omega_0 t) \rangle \cdot \nabla) \vec{E}_s}_{\vec{r}_1 \cdot \nabla \vec{E}_s|_{\vec{r}_0}} + \underbrace{\frac{e}{\omega_0^2 m_e} \vec{E}_s \langle \sin^2(\omega_0 t) \rangle \times (\nabla \times \vec{E}_s)}_{\vec{v}_1 \times \vec{B}(\vec{r}_0, t)} \right] \Rightarrow$$

$$m_e \left\langle \frac{d\vec{v}_2}{dt} \right\rangle = -\frac{e^2}{2m_e \omega_0^2} \left[\underbrace{(\vec{E}_s \cdot \nabla) \vec{E}_s}_{\frac{1}{2} \nabla (\vec{E}_s^2)} + \underbrace{\vec{E}_s \times (\nabla \times \vec{E}_s)}_{-\vec{E}_s \cdot \nabla \vec{E}_s} \right] \Rightarrow$$

$$m_e \left\langle \frac{d\vec{v}_2}{dt} \right\rangle = -\frac{e^2}{4m_e \omega_0^2} \nabla (\vec{E}_s^2) = \vec{F}_{pond} \quad (1.22)$$

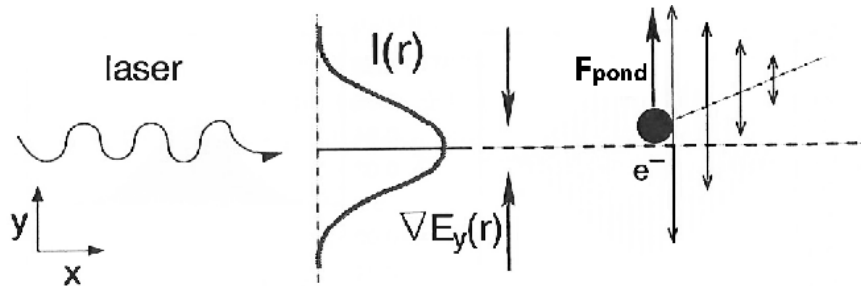
όπου $\vec{r}_0 = 0$ και $\langle \cos^2(\omega_0 t) \rangle = \langle \sin^2(\omega_0 t) \rangle = 1/2$.

Παρατηρείται πως η δύναμη αυτή, είναι μια μορφή πίεσης του φωτός, που οδηγεί τα ηλεκτρόνια από περιοχές υψηλής έντασης του πεδίου σε περιοχές χαμηλής (Σχήμα 1.4). Το δυναμικό της μπορεί να υπολογισθεί θεωρώντας $\vec{F}_{pond} = -\nabla \Phi_{pond}$, όπου:

$$\Phi_{pond} = \frac{e^2}{4m_e \omega_0^2} \cdot \vec{E}_s^2 \quad (1.23)$$

Το οποίο ισούται με τη μέση κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} m_e \langle v_1^2 \rangle = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{e}{\omega_0 m_e} \vec{E}_s(\vec{r}_0) \right)^2 \langle \sin^2(\omega_0 t) \rangle = \frac{1}{4} \frac{e^2}{m_e \omega_0^2} E_s^2 = \Phi_{pond} \quad (1.24)$$



Σχήμα 1.4: Δύναμη λόγω ανομοιογένειας πεδίου. Διακρίνεται πως η κίνηση που θα ακολουθήσει το ηλεκτρόνιο γίνεται προς τις χαμηλότερες εντάσεις [6].

1.3.2 Σχετικιστική περίπτωση

Για ηλεκτρόνια με ταχύτητες $v_e \sim c$ η αντίστοιχη δύναμη μπορεί να υπολογιστεί από τη σχετικιστική εξίσωση κίνησης του ηλεκτρονίου. Η επίλυση γίνεται αρκετά περίπλοκη, οπότε παρουσιάζεται μόνο το τελικό αποτέλεσμα [1]:

$$\vec{F}_{pond} = -\vec{\nabla}\Phi_{pond} = -\frac{e^2}{4(\gamma_e)m_e\omega_0^2}\nabla(\vec{E}_s^2) \quad (1.25)$$

όπου $\langle\gamma_e\rangle$ ο χρονικά μέσος παράγοντας Lorentz του ηλεκτρονίου. Διακρίνεται πως η δύναμη λόγω ανομοιογένειας δρα ανεξαρτήτως του φορτίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, να είναι σημαντικά μεγαλύτερη στα ηλεκτρόνια σε σύγκριση με τα ιόντα, λόγω διαφοράς μάζας.

1.4 Μηχανισμοί ιονισμού

Προκειμένου να δημιουργηθεί πλάσμα, με το οποίο θα αλληλεπιδράσει ο παλμός του laser, απαιτείται ο ιονισμός κάποιου μέσου. Στην εργασία αυτή, θα αναλυθούν μόνο μηχανισμοί ιονισμού με laser και το μέσο που θα χρησιμοποιηθεί, θα είναι ένας αέριος στόχος. Οι κύριοι μηχανισμοί ιονισμού είναι ο φωτοϊονισμός (*photo-ionization*), ο πολυφωτονικός ιονισμός (*multi-photon ionization, MPI*), ο ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγας (*tunneling ionization*) και ο ιονισμός πάνω από το φράγμα δυναμικού (*barrier suppression ionization, BSI*). Τέλος, θα χρησιμοποιηθούν παραδείγματα με ορισμένες αριθμητικές τιμές που θα αντιστοιχούν στα χαρακτηριστικά fs-συστήματος laser Ti:Sapphire «Zeus TW-class ultrafast laser system» που είναι εγκατεστημένο στο Ινστιτούτο Φυσικής Πλάσματος & Λείζερ (IPPL).

1.4.1 Φωτοϊονισμός

Μηχανισμός γνωστός και ως φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, αφορά την απελευθέρωση ηλεκτρονίου από το άτομο, όταν η ενέργεια που μεταφέρεται σε αυτό από ένα φωτόνιο, είναι μεγαλύτερη ή ίση της ενέργειας ιονισμού. Για έναν παλμό laser Ti:Sa μήκους κύματος $\lambda = 800 \text{ nm}$ η ενέργεια φωτονίου είναι $h(c/\lambda) \sim [4.135 \cdot 10^{-15}(\text{eV/s})3 \cdot 10^8(\text{m/s})]/8 \cdot 10^{-7}(\text{m}) \cong 1.55 \text{ eV}$, με h τη σταθερά του Planck. Δεν υπάρχει ατομικό ή μοριακό αέριο που να χρησιμοποιείται και να διαθέτει τόσο μικρή ενέργεια ιονισμού. Δεδομένου αυτού, ο φωτοϊονισμός δε συμβάλλει [1]. Πληροφορικά, παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.1 οι ενέργειες ιονισμού (E.I) ορισμένων διαδεδομένων μοριακών και ατομικών αέριων στόχων που χρησιμοποιούνται.

Μόριο	E.I (eV)	Άτομο	E.I (eV)
CO	13.99	H	13.6
N ₂	15.56	Ne	20.18
CO ₂	13.77	Ar	15.76
O ₂	12.06	Kr	14.00
NO	9.54	Xe	12.13

Πίνακας 1.1: Ενέργειες ιονισμού μοριακών και ατομικών αερίων [7].

1.4.2 Πολυφωτονικός ιονισμός – Multiphoton ionization

Ενώ ο φωτοϊονισμός αναφέρεται στην απορρόφηση ενός φωτονίου, δύναται ένα άτομο να απορροφήσει περισσότερα από ένα και – πρακτικά – ταυτοχρόνως. Δεδομένου ότι οι ενεργειακές καταστάσεις ενός ατόμου δεν ισαπέχουν, μπορούν να απορροφηθούν φωτόνια διαφορετικής ενέργειας, το καθένα με ενέργεια που αντιστοιχεί στην εκάστοτε στάθμη μέχρι να επιτευχθεί ιονισμός (Σχήμα 1.5 (α)). Η διαδικασία αυτή ονομάζεται συντονισμένος πολυφωτονικός ιονισμός [8].

Σε μια ακτίνα laser που τα φωτόνια έχουν ίσες ενέργειες, κατά την απορρόφηση ενός φωτονίου, το ηλεκτρόνιο διεγείρεται σε μια εν δυνάμει (virtual) κατάσταση. Ο χρόνος ζωής αυτής της κατάστασης προκύπτει από την αρχή της αβεβαιότητας: $\Delta t = \hbar/\Delta E$ όπου ΔE η ενεργειακή διαφορά μεταξύ της εν δυνάμει κατάστασης και της πιο κοντινής διακριτής και $\hbar = h/2\pi$. Παρατηρείται πως όσο πλησιέστερα (ενεργειακά) βρίσκεται η εν δυνάμει στη διακριτή, ο χρόνος ζωής αυξάνεται. Για να είναι επιτρεπτή η μετάβαση από τη μία διακριτή στάθμη στην επόμενη, πρέπει μέσα σε αυτό το χρονικό διάστημα να απορροφηθεί επόμενο φωτόνιο [8]. Σε ακτίνα laser έντασης $45 \text{ TW}/\text{cm}^2$ αντιστοιχεί πυκνότητα φωτονίων $\sim 10^{21}$ φωτόνια/ cm^3 [5]. Για $\lambda = 800 \text{ nm}$ όπου τα φωτόνια έχουν ενέργεια 1.55 eV , ο αριθμός των φωτονίων που απαιτείται για ιονισμό, μπορεί να βρεθεί από την ενέργεια ιονισμού ως $E_{ion}/1.55$. Για παράδειγμα για τον ιονισμό υδρογόνου απαιτούνται:

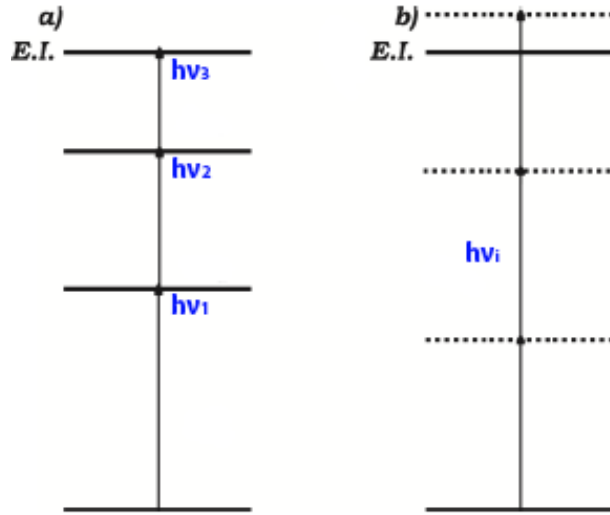
$$E_{ion}(H^+) = 13.6 \text{ eV} = \frac{13.6}{1.55} \text{ φωτόνια} = 9 \text{ φωτόνια}$$

Από τον Πίνακα 1.1, καμία ενέργεια ιονισμού δεν ξεπερνά τα 13 φωτόνια. Συνεπάγεται, πως με πυκνότητα 10^{21} φωτόνια/ cm^3 η πιθανότητα απορρόφησης περισσότερων από 1 φωτόνιο είναι

μη αμελητέα και άρα το άτομο μπορεί να ιονιστεί. Συγκεκριμένα, το ποσοστό ιονισμού Γ_n για αλληλεπίδραση με n -φωτόνια δίνεται [5]:

$$\Gamma_n = \sigma_n \cdot I \quad (1.26)$$

με σ_n την ενεργό διατομή για αλληλεπίδραση με n -φωτόνια και I την ένταση του laser. Η παραπάνω διαδικασία ονομάζεται μη συντονισμένος πολυφωτονικός ιονισμός (Σχήμα 1.5 (b)). Γενικά, για την εφαρμογή αυτού του μηχανισμού είναι επιθυμητές υψηλές συχνότητες laser, και άρα υψηλό ενεργειακά φωτόνια, ώστε κάθε ηλεκτρόνιο να απορροφά μικρό αριθμό φωτονίων.



Σχήμα 1.5: (α) Συντονισμένος και (β) Μη Συντονισμένος πολυφωτονικός ιονισμός [8].

1.4.3 Ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγας – Tunneling ionization

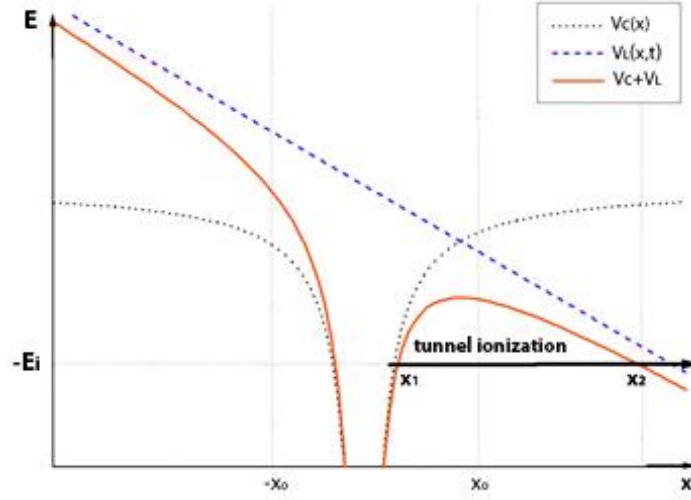
Το δυναμικό φράγμα που θέτει το πεδίο Coulomb του ατόμου $V_C(x) = -Ze^2/4\pi\epsilon_0|x|$, με Z τον ατομικό αριθμό, προσαρμόζεται με την εφαρμογή του πεδίου της δέσμης laser $V_L(x) = -eE_0x$, για μια αρχική στιγμή όπου το ηλεκτρικό πεδίο έχει ένταση E_0 . Το συνολικό πεδίο είναι επαλληλία των δύο [1, 5]:

$$V(x) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{|x|} - eE_0x \quad (1.27)$$

Συνεπώς, το δυναμικό είναι ισχυρότερο για $x < 0$ και ασθενέστερο για $x > 0$. Το ηλεκτρόνιο μπορεί να διέλθει μέσα από το ασθενέστερο πεδίο ($x > 0$) και να απελευθερωθεί από το άτομο (Σχήμα 1.6). Η διαδικασία αυτή ονομάζεται φαινόμενο σήραγγας. Η πιθανότητα των ηλεκτρονίων να διέλθουν, ονομάζεται συντελεστής διέλευσης (T) και ισούται με [5]:

$$T = \exp \left[-\frac{2}{\hbar} \left| \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m_e(V(x) - E_{tot})} dx \right| \right] \quad (1.28)$$

όπου $|x_1 - x_2|$ το πλάτος του δυναμικού και E_{tot} η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου.



Σχήμα 1.6: Το δυναμικό του ατόμου (μαύρο), του laser (κόκκινο) και το συνολικό (πράσινο). Για $|x| < x_0$ το δυναμικό του ατόμου κυριαρχεί έναντι του laser, ενώ για $|x| > x_0$ το δυναμικό Coulomb είναι αμελητέο και συμβάλλει κυρίως του laser [9].

Πρέπει να σημειωθεί, πως επειδή το δυναμικό του laser ταλαντώνεται, το δυναμικό φράγμα δεν έχει σταθερό ενεργειακό ύψος. Συνεπώς, το φράγμα μειώνεται μόνο κατά την περίοδο μίας ταλάντωσης του πεδίου. Το φαινόμενο σήραγγας μπορεί να εφαρμοστεί, αν ο χρόνος που βρίσκεται το ηλεκτρόνιο μέσα στο φράγμα είναι μικρότερος της περιόδου ταλάντωσης. Αυτό, θέτει ως προϋπόθεση, η συχνότητα του laser να είναι χαμηλή, προκειμένου να επιτευχθούν οι επιθυμητές χρονικές κλίμακες φαινομένου σήραγγας [10].

1.4.4 Παράμετρος Keldysh

Από τους δύο παραπάνω μηχανισμούς συμπεραίνεται, πως ο πολυφωτονικός ιονισμός κυριαρχεί για υψηλές συχνότητες φωτονίων, ενώ ο ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγας για χαμηλές. Προκειμένου να γίνει διάκριση μεταξύ του ποιος μηχανισμός θα υπερισχύσει, χρησιμοποιείται η παράμετρος Keldysh (γ_K). Στην ουσία, γίνεται σύγκριση μεταξύ της συχνότητας του laser (ω_0) και της συχνότητας κατωφλίου (ω_t), πάνω από την οποία τα ηλεκτρόνια δεν έχουν αρκετό χρόνο να διέλθουν μέσα από το δυναμικό φράγμα [10]. Η παράμετρος Keldysh εκφράζεται ως [1]:

$$\gamma_K = \frac{\omega_0}{\omega_t} = \frac{\omega_0}{eE_0/\sqrt{2m_e E_{ion}}} = \sqrt{\frac{4m_e \omega_0^2}{e^2 E_0^2}} \frac{E_{ion}}{2} = \sqrt{\frac{E_{ion}}{2\Phi_{pond}}} \quad (1.29)$$

όπου η συχνότητα κατωφλίου ω_t καθορίζεται από την ένταση του \vec{E} -πεδίου του laser και από την ενέργεια ιονισμού του ατόμου ώστε $\omega_t = eE_0/\sqrt{2m_e E_{ion}}$. Έτσι, για $\gamma_K < 1$ κυριαρχεί ο ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγας, ενώ για $\gamma_K > 1$ ο πολυφωτονικός ιονισμός. Παρατηρείται επίσης, πως το φαινόμενο σήραγγας υπερισχύει για υψηλά \vec{E} -πεδία και χαμηλές ενέργειες ιονισμού, ενώ ο πολυφωτονικός ιονισμός στην αντίθετη περίπτωση.

1.4.5 Ιονισμός Πάνω Από Το Φράγμα Δυναμικού – Barrier Suppression Ionization

Οι δύο παραπάνω τρόποι ιονισμού αφορούν δέσμες laser με ασθενή ηλεκτρικά πεδία. Για αρκετά υψηλή ένταση, το ύψος του δυναμικού φράγματος μπορεί να μειωθεί – όπως φαίνεται από την (1.27) αυξάνοντας το \vec{E} -πεδίο του laser – και το ηλεκτρόνιο να το ξεπεράσει κλασικά, χωρίς φαινόμενο σήραγγας. Η κορυφή του φράγματος βρίσκεται μηδενίζοντας την πρώτη χωρική παράγωγο της (1.27) [5]:

$$\frac{dV(x_{max})}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dV(x_{max})}{dx} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{x^2} - eE_0 = 0 \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{x^2} = eE_0 \Rightarrow$$

$$x_{max} = \sqrt{\frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 E_0}} \quad (1.29\alpha)$$

$$V(x_{max}) = \sqrt{\frac{Ze^3}{\pi\epsilon_0}} E_0 \quad (1.29\beta)$$

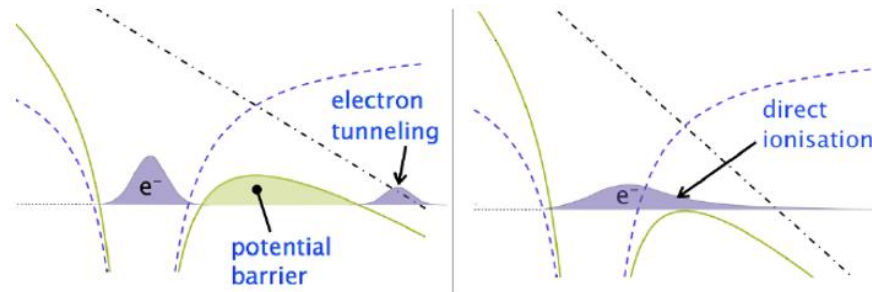
Εάν το μέγιστο του δυναμικού ισούται με την ενέργεια ιονισμού του ατόμου και το ηλεκτρόνιο έχει τουλάχιστον ίση ενέργεια με την ενέργεια ιονισμού, τότε μπορεί να ιονιστεί απευθείας (Σχήμα 1.7). Η κρίσιμη τιμή του ηλεκτρικού πεδίου που απαιτείται για να συμβεί αυτό υπολογίζεται εξισώνοντας:

$$|V(x_{max})| = E_{ion} \Rightarrow \sqrt{\frac{Ze^3 E_c}{\pi\epsilon_0}} = E_{ion} \Rightarrow E_c = (4\pi\epsilon_0) \frac{E_{ion}^2}{4Ze^3} \quad (1.30)$$

και άρα η αντίστοιχη κρίσιμη ένταση θα είναι:

$$I_c = \frac{1}{2\mu_0} E_0 B_0 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = \frac{c\epsilon_0 (4\pi\epsilon_0)^2}{32Z^2 e^6} E_{ion}^4 \quad (1.31)$$

όπου μ_0 η μαγνητική διαπερατότητα του κενού.



Σχήμα 1.7: (Αριστερά) Ιονισμός μέσω φαινομένου σήραγγας. (Δεξιά) Ιονισμός πάνω από το δυναμικό φράγμα: Το φράγμα μειώνεται σημαντικότερα λόγω υψηλότερης έντασης του laser, σε βαθμό που ισούται με την ενέργεια ιονισμού [1].

Κεφάλαιο 2

Αλληλεπίδραση πλάσματος – Η/Μ κύματος

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό, θα γίνει αναφορά στη διάδοση παλμών laser μέσα σε πλάσμα. Προκειμένου να γίνει κατανοητή η μεταξύ τους αλληλεπίδραση, θα χρειαστεί αρχικά να σημειωθούν ορισμένες βασικές ιδιότητες του πλάσματος.

2.1 Χαρακτηριστικά πλάσματος

2.1.1 Μήκος και θωράκιση Debye

Έστω πλάσμα το οποίο αποτελείται από πληθυσμούς ηλεκτρονίων και ιόντων, πυκνότητας n_e και n_i αντίστοιχα, ώστε $n_e = n_i$. Εάν σε κάποιο σημείο του χώρου η συγκέντρωση των ιόντων είναι μεγαλύτερη με συνολικό φορτίο $Q > 0$, τότε τα ηλεκτρόνια θα προσελκυστούν γύρω από αυτά, ώστε το συνολικό φορτίο $Q_{ολ}$ της περιοχής να είναι μηδέν. Ορίζεται επομένως, μια σφαίρα μέσα στην οποία $Q_{ολ} = 0$. Εξωτερικά του νέφους των ηλεκτρονίων που έχει συγκεντρωθεί, το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι $\vec{E} = \vec{0}$, ενώ στο εσωτερικό $\vec{E} \neq \vec{0}$. Έτσι, ορίζεται ως μήκος Debye η ακτίνα της σφαίρας γύρω από κάθε συγκέντρωση θετικού φορτίου, μέσα στην οποία υπάρχει απόκλιση από την ηλεκτρική ουδετερότητα.

Αν το πλάσμα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία, οι πυκνότητες n_i και n_e φορτίων που συγκεντρώνονται γύρω από το φορτίο Q , μπορούν να εκφραστούν από την κατανομή Boltzmann [11]:

$$n_e = n_0 e^{\frac{eV(r)}{k_B T_e}} \quad (2.1\alpha)$$

$$n_i = n_0 e^{-\frac{eV(r)}{k_B T_i}} \quad (2.1\beta)$$

όπου T_e, T_i οι θερμοκρασίες (σε Kelvin) των ηλεκτρονίων και των ιόντων αντίστοιχα, k_B η σταθερά Boltzmann, n_0 η πυκνότητα του πλάσματος μακριά από το φορτίο Q και $V(r)$ το ηλεκτρικό δυναμικό που δημιουργείται λόγω της ύπαρξης φορτίων. Από την εξίσωση Poisson ισχύει:

$$\nabla^2 V(r) = 4\pi\rho(r) \quad (2.2)$$

με τη συνολική πυκνότητα φορτίου να είναι:

$$\rho(r) = Q\delta(r) + en_i - en_e = Q\delta(r) + en_0 \left[e^{-\frac{eV(r)}{k_B T_i}} - e^{\frac{eV(r)}{k_B T_e}} \right] \quad (2.3)$$

όπου θεωρήθηκε πως το φορτίο Q έχει πυκνότητα $\delta(r)$.

Αν η θερμική κίνηση των φορτίων είναι αρκετά μεγαλύτερη του συνολικού πεδίου Coulomb, ($k_B T_e \gg eV(r)$ και $k_B T_i \gg eV(r)$) η επανασύνδεση μεταξύ ηλεκτρονίων και ιόντων εμποδίζεται. Κατά αυτόν τον τρόπο οι (2.1) μπορούν να αναπτυχθούν μέσω Taylor ως $e^x \cong 1 + x$, για $x \ll 1$. Χρησιμοποιώντας σφαιρική συμμετρία η (2.2) συνολικά γράφεται:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV(r)}{dr} \right) = -4\pi Q \delta(r) + \left[\frac{4\pi e^2 n_0}{k_B T_i} + \frac{4\pi e^2 n_0}{k_B T_e} \right] V(r) \quad (2.4)$$

όπου ορίζεται το μήκος Debye για ηλεκτρόνια λ_{De} και για ιόντα λ_{Di} τέτοιο ώστε:

$$\frac{1}{\lambda_{De}^2} = \frac{4\pi e^2 n_0}{k_B T_e} \quad (2.5\alpha)$$

$$\frac{1}{\lambda_{Di}^2} = \frac{4\pi e^2 n_0}{k_B T_i} \quad (2.5\beta)$$

Έτσι, μπορεί να οριστεί το μήκος Debye του πλάσματος λ_D ως:

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} = \frac{4\pi n_0 e^2}{k_B} \left[\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right] \quad (2.6)$$

το οποίο μπορεί να γραφεί σε σύντομη μορφή, λαμβάνοντας τη μέση θερμοκρασία $1/T = 1/T_e + 1/T_i$:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{k_B T}{4\pi n_0 e^2}} \cong 6.9 \sqrt{\frac{T}{n_0}} \text{ cm} \quad (2.7)$$

με n_0 σε cm^{-3} .

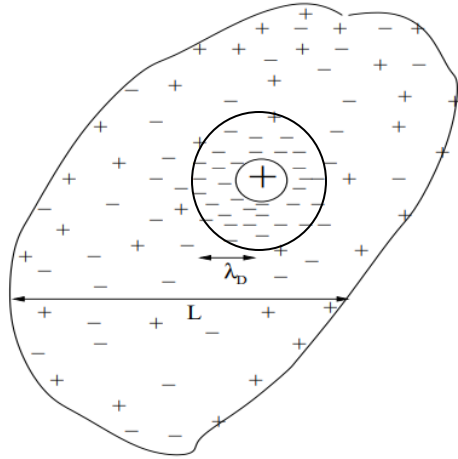
Τελικά, η (2.4) μπορεί να γραφτεί ως:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV(r)}{dr} \right) = -4\pi Q \delta(r) + \left[\frac{1}{\lambda_{Di}^2} + \frac{1}{\lambda_{De}^2} \right] V(r) = -4\pi Q \delta(r) + \frac{1}{\lambda_D^2} V(r) \quad (2.8)$$

Η λύση αυτής της διαφορικής προκύπτει από τις συνοριακές $V \rightarrow Q/r$ για $r \rightarrow 0$, διότι κοντά στο φορτίο Q υπερισχύει το πεδίο του και $V \rightarrow 0$ για $r \rightarrow \infty$:

$$V(r) = \frac{Q}{r} e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (2.9)$$

Δηλαδή το νέφος ηλεκτρονίων θωρακίζει τη συγκέντρωση ιόντων φορτίου Q , ώστε σε μεγάλες αποστάσεις $r > \lambda_D$ να μειώνεται το πεδίο του εκθετικά. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *θωράκιση Debye* (Σχήμα 2.1). Κατ' αυτόν τον τρόπο, αν η διάσταση του πλάσματος L είναι πολύ μεγαλύτερη του μήκους Debye ($L \gg \lambda_D$) τότε σε αποστάσεις $r \gg \lambda_D$ το πεδίο $V(r) \rightarrow 0$ και το πλάσμα μπορεί να θεωρηθεί – μακροσκοπικά – ηλεκτρικά ουδέτερο. Στην πραγματικότητα, θεωρείται ψευδο-ουδέτερο για δύο λόγους. Πρώτον, σε κλίμακες μικρότερες του λ_D υπάρχει απόκλιση από την ουδετερότητα και δεύτερον τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στα άκρα του νέφους, μπορούν να διαφύγουν λόγω θερμικών κινήσεων και επομένως στη σφαίρα Debye του φορτίου Q το συνολικό φορτίο να μην είναι σταθερά μηδέν [11].

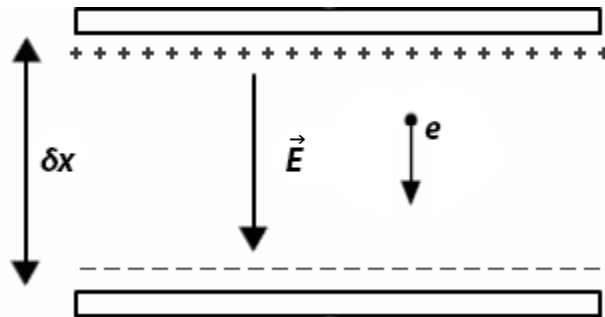


Σχήμα 2.1: Γύρω από τη συγκέντρωση θετικού φορτίου (μεγάλο +) προσελκύνονται ηλεκτρόνια ώστε έξω από την ακτίνα λ_D το ηλεκτρικό πεδίο να είναι 0. Για $\lambda_D \ll L$ οι αποκλίσεις από την ουδετερότητα μπορούν να αγνοηθούν [8].

2.1.2 Συχνότητα πλάσματος

Η συχνότητα του πλάσματος εκφράζει την αντίδραση των ηλεκτρονίων σε εξωτερικές διαταραχές. Γενικότερα, η περιγραφή των φαινομένων του πλάσματος συνηθίζεται να γίνεται μόνο για τα ηλεκτρόνια, καθώς τα ιόντα είναι πολύ βαρύτερα. Ως εκ τούτου, κάθε φαινόμενο που προκαλείται στον πληθυσμό των ιόντων, μπορεί να περιγραφεί ως απόρροια της κίνησης των ηλεκτρονίων [1].

Δεδομένου των παραπάνω, μπορεί να θεωρηθεί διαταραχή, που θα μετατοπίσει μόνο τα ηλεκτρόνια κατά δx . Η κίνηση θα προκαλέσει περίσσεια θετικού φορτίου (ιόντων) στο σημείο που βρίσκονται τα ηλεκτρόνια και αρνητικού φορτίου στο σημείο που μετατοπίστηκαν. Μια τέτοια μετατόπιση μπορεί να προκληθεί λόγω της δύναμης ανομοιογένειας του πεδίου (Ponderomotive Force) του παλμού laser. Συνεπάγεται, πως θα δημιουργηθεί πυκνωτής στο εσωτερικό του οποίου θα υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} λόγω διαφοράς φορτίου (Σχήμα 2.2) [12].



Σχήμα 2.2: Η μετατόπιση των ηλεκτρονίων λόγω κάποιας διαταραχής μπορεί να περιγραφεί ως πυκνωτής με ηλεκτροστατικό πεδίο.

Η κίνηση θα είναι στον άξονα-x και το μέγεθος της δύναμης που θα ασκείται στα ηλεκτρόνια κατά τη μετατόπιση θα είναι [12]:

$$m_e \delta \ddot{x} = -e \vec{E} \quad (2.9)$$

Σε ένα πυκνωτή το ηλεκτρικό πεδίο είναι: $\vec{E} = \sigma/4\pi\epsilon_0 \hat{x}$, όπου σ η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου:

$$\sigma = \frac{\delta q}{\delta a} = \frac{\delta q}{\delta a \delta x} \delta x = n_e e \delta x \quad (2.10)$$

όπου ο όρος $\delta q/\delta a \delta x$ αντιστοιχεί στη χωρική πυκνότητα φορτίου, η οποία εφόσον αποτελείται από διακριτά φορτία, μπορεί να γραφτεί ως en_e . Άρα η (2.9) μετατρέπεται ως εξής:

$$m_e \delta \ddot{\vec{x}} = -\frac{n_e e^2}{4\pi\epsilon_0} \delta \vec{x} \Rightarrow \delta \ddot{\vec{x}} + \frac{n_e e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \delta \vec{x} = 0 \quad (2.11)$$

Η οποία αποτελεί διαφορική μορφή απλής αρμονικής ταλάντωσης με συχνότητα:

$$\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e} \Rightarrow \omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e}} \quad (2.12)$$

Η παραπάνω αποτελεί τη συχνότητα που ταλαντώνονται τα ηλεκτρόνια και αντιστοιχεί στη συχνότητα του πλάσματος. Η ταλάντωση γίνεται γύρω από το σημείο που βρισκόταν κάθε ηλεκτρόνιο πριν τη διαταραχή, με δύναμη επαναφοράς να αποτελεί η δύναμη Coulomb. Να σημειωθεί πως η συχνότητα εξαρτάται μόνο από την πυκνότητα κι όχι από τη θερμοκρασία. Αυτό διότι, η παραπάνω ισχύει μόνο για ψυχρό πλάσμα, όπου οι θερμικές κινήσεις των ηλεκτρονίων μπορούν να αγνοηθούν. Στην περίπτωση, όμως, που το πλάσμα έχει αρκετά υψηλή θερμοκρασία τότε η θερμική πίεση συνεισφέρει στη δύναμη επαναφοράς. Τότε, η (2.9) μετατρέπεται ως εξής [5]:

$$m_e \delta \ddot{\vec{x}} = -e\vec{E} + \frac{\vec{\nabla} p_{th,e}}{n_e} \quad (2.13)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η κλίση της θερμικής πίεσης: $p_{th,e} = 3k_B T_e n_e \Rightarrow \vec{\nabla} p_{th,e} = 3k_B T_e \vec{\nabla} n_e$ διαιρεμένη με n_e για να έχει μονάδες δύναμης. Η (2.13) δείχνει πως η ταλάντωση δεν παραμένει γύρω από σταθερό σημείο αλλά η θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων μεταφέρει την πληροφορία της διαταραχής σε γειτονικές περιοχές του πλάσματος. Η συχνότητα που ταλαντώνονται τώρα τα ηλεκτρόνια, προκύπτει από τη λύση της (2.13) και ονομάζεται εξίσωση Gross-Bohm:

$$\omega_{p,hot}^2 = \omega_{p,cold}^2 + k^2 v_{th,e}^2 \quad (2.14)$$

όπου $\omega_{p,cold} \equiv \omega_p$, $v_{th,e}^2 = 3k_B T_e/m_e$ η θερμική ταχύτητα των ηλεκτρονίων, k ο κυματαριθμός. Διακρίνεται πως σε κρύο πλάσμα μπορούν να αγνοηθούν οι θερμικές κινήσεις και άρα η (2.14) γίνεται ίδια με τη (2.12).

Τέλος, στην περίπτωση που τα ηλεκτρόνια κινούνται με σχετικιστικές ταχύτητες, στη συχνότητα ταλάντωσης συμπεριλαμβάνεται ο χρονικά μέσος παράγοντας Lorentz $\langle \gamma_e \rangle$ των ηλεκτρονίων ως $\omega_{rel,p}^2 = \omega_p^2 / \langle \gamma_e \rangle$.

2.1.3 Κρίσιμη πυκνότητα

Η συχνότητα του πλάσματος εκφράζει ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του. Ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητες $\omega < \omega_p$ ανακλώνται στο πλάσμα, ενώ κύματα με $\omega \geq \omega_p$ διαδίδονται μέσα σε αυτό και το διαπερνούν [11, 12]. Συνεπώς, εάν γίνεται προσπάθεια διάδοσης παλμού laser μέσα στο πλάσμα, ο παλμός θα πρέπει να έχει συχνότητα τουλάχιστον $\omega_0 = \omega_p$. Από τη (2.12) λύνοντας ως προς n_e μπορεί να υπολογιστεί η κρίσιμη πυκνότητα, που πρέπει να έχει το πλάσμα, πάνω από την οποία ο παλμός θα ανακλάται [1]:

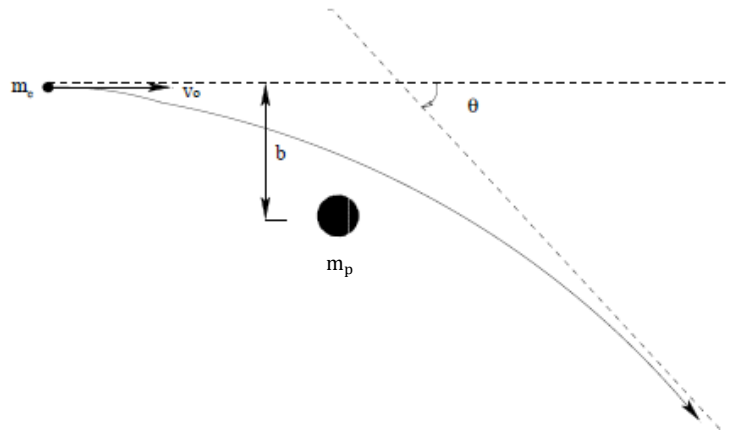
$$n_c = \frac{\epsilon_0 m_e \omega_0^2}{e^2} \sim 2.8 \cdot 10^{19} \left(\frac{1}{\lambda^2} \right) \text{ cm}^{-3} \quad (2.15)$$

Χαρακτηριστικά, εκπέμποντας παλμό $\lambda = 800 \text{ nm}$ από το fs-σύστημα Ti:Sapphire «Zeus TW-class ultrafast laser system», η κρίσιμη πυκνότητα του πλάσματος θα είναι $n_c \sim 4.37 \cdot 10^{27} \text{ cm}^{-3}$.

Συνηθίζεται η χρήση της κρίσιμης πυκνότητας έναντι της συχνότητας, καθώς οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ παλμού laser και πλάσματος εξαρτώνται κυρίως από την πυκνότητα. Έτσι το πλάσμα μπορεί να χαρακτηριστεί ως υπό-πυκνό/διαυγές (*under-dense*) για $n_e \ll n_c$, σχεδόν κρίσιμο (*near-critical*) για $0.1n_c < n_e < n_c$ και υπέρ-πυκνό/οπτικά συμπαγές (*over-dense*) για $n_e > n_c$. Σε κάθε περίπτωση εμφανίζονται ξεχωριστά φαινόμενα αλληλεπίδρασης. Για σχετικιστικά ηλεκτρόνια, η κρίσιμη πυκνότητα αυξάνεται ως $n_c(\gamma_e)$.

2.1.4 Συχνότητα ελαστικών σκεδάσεων Coulomb

Η ύπαρξη ηλεκτρονίων και ιόντων στο πλάσμα, οδηγεί σε μια συνεχή αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Ενώ τα ηλεκτρόνια μέσα στο πλάσμα έχουν αρκετή θερμική κινητική ενέργεια ώστε να μην επανασυνδέονται με τα ιόντα, η έλξη μεταξύ των δύο λόγω αντίθετων φορτίων προκαλεί ελαστικές σκεδάσεις.



Σχήμα 2.3: Σκέδαση ηλεκτρονίου από ακίνητο πρωτόνιο σε απόσταση b από αυτό, με γωνία εκτροπής θ [11].

Έστω πως ένα ηλεκτρόνιο ερχόμενο από το άπειρο με ταχύτητα v_e , σκεδάζεται από ένα ακίνητο πρωτόνιο (Σχήμα 2.3). Ορίζεται ως παράμετρος κρούσης b , η κάθετη απόσταση από το κέντρο του πρωτονίου. Μέσω αυτής, καθορίζεται και η γωνία εκτροπής για την οποία ισχύει [12]:

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{e^2}{bm_e v_e^2} \quad (2.16)$$

Στο πλάσμα, οι σκεδάσεις έχουν σε μεγάλο βαθμό μικρές γωνίες εκτροπής. Επομένως, για $\theta \ll 1$ μπορεί να γίνει η προσέγγιση:

$$\tan \frac{\theta}{2} \simeq \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2e^2}{bm_e v_e^2} \quad (2.17)$$

Επίσης, η ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι αντιστοιχεί στη θερμική ταχύτητα, καθώς από την ισοκατανομή ενέργειας ισχύει:

$$\frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{3}{2} k_B T_e \Rightarrow v_e^2 \equiv v_{th}^2 = \frac{3k_B T_e}{m_e} \quad (2.18)$$

επομένως η (2.17) γίνεται:

$$\theta = \frac{2e^2}{3bk_B T} \quad (2.19)$$

Στην περίπτωση που N ηλεκτρόνια σκεδάζονται από το ιόν, τότε το καθένα θα έχει διαφορετική παράμετρο κρούσης b_i και άρα διαφορετική γωνία εκτροπής θ_i . Το πρόβλημα μετατρέπεται σε πρόβλημα διάχυσης και αφού $\langle \theta_i(b) \rangle = 0$, θα πρέπει:

$$\sqrt{\sum_i \langle \theta_i(b_i)^2 \rangle} = 1 \quad (2.20)$$

Αν το μήκος ελεύθερης διαδρομής είναι l , τότε μεταξύ διαδοχικών κρούσεων ορίζεται κύλινδρος μήκους l και ακτίνας b . Πέραν τούτου, οι σκεδάσεις μπορούν να γίνουν μόνο σε ακτίνες $r_0 < b < \lambda_D$, όπου $r_0 = e^2/3k_B T$ η ακτίνα Bohr. Ολοκληρώνοντας τη (2.20) ως προς όλες τις ακτίνες μέσα στον όγκο αυτού του κυλίνδρου υπολογίζεται το μήκος l :

$$\int_{r_0}^{\lambda_D} \langle \theta(b)^2 \rangle n_e 2\pi l b db = 1 \Rightarrow \int_{r_0}^{\lambda_D} \left(\frac{2e^2}{3bk_B T_e} \right)^2 n_e 2\pi l b db = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{2^3 \pi n_e e^4}{3^2 k_B^2 T_e^2} \ln \left(\frac{\lambda_D}{r_0} \right) l = 1 \Rightarrow l = \frac{3^2}{2^3 \pi n_e e^4} \frac{k_B^2 T_e^2}{\ln \Lambda} \quad (2.21)$$

όπου συμβολίζεται η παράμετρος του πλάσματος $\Lambda = \lambda_D/r_0$.

Επομένως, ο χρόνος μεταξύ διαδοχικών σκεδάσεων είναι:

$$l = v_{th} \tau_{ei} \Rightarrow \tau_{ei} = \frac{3^{3/2} m_e^{1/2} (k_B T)^{3/2}}{2^3 \pi n_e e^4 \ln \Lambda} \quad (2.22)$$

και ο αντίστροφος χρόνος θα είναι η συχνότητα σκεδάσεων μεταξύ ηλεκτρονίων-ιόντων:

$v_{ei} = \frac{2^3 \pi n_e e^4 \ln \Lambda}{3^{3/2} m_e^{1/2} (k_B T)^{3/2}} \quad (2.23)$

Στην περίπτωση που αντί για πρωτόνιο υπάρχει ιόν, η συχνότητα γίνεται:

$$v_{ei} = \frac{2^3 \pi n_e Z e^4 \ln \Lambda}{3^{3/2} m_e^{1/2} (k_B T)^{3/2}} \quad (2.24)$$

2.2 Διάδοση παλμού laser σε πλάσμα

Η ανάλυση της διάδοσης ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος μέσα σε πλάσμα, γίνεται θεωρώντας το πλάσμα ως γραμμικό διηλεκτρικό μέσο. Παρόλο που γίνεται να αναλυθεί και ως μη γραμμικό διηλεκτρικό, στην παρούσα εργασία θα καλυφθεί μόνο η γραμμική αλληλεπίδραση. Η υπόθεση αυτή είναι βάσιμη, καθώς λόγω της ψευδο-ουδετερότητας μπορεί να θεωρηθεί πως η πυκνότητα ελεύθερου ρεύματος $\vec{J}_f = \vec{0}$ και τα ελεύθερα χωρικά φορτία $\rho_f = 0$. Τα ελεύθερα επιφανειακά φορτία είναι επίσης $\sigma_f = 0$ για τον ίδιο λόγο. Οι εξισώσεις του Maxwell στο εσωτερικό της ύλης, δεδομένου των παραπάνω, είναι [13]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \quad (2.25\alpha)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.25\beta)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.25\gamma)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J} \quad (2.25\delta)$$

όπου \vec{E} το ηλεκτρικό και \vec{B} το μαγνητικό πεδίο του παλμού/HM-κύματος, \vec{P} η πόλωση του πλάσματος που προκύπτει λόγω της διάδοσης του παλμού μέσα στο πλάσμα, $\vec{J} = -en_e \vec{v}_e$ η πυκνότητα ρεύματος των ηλεκτρονίων του πλάσματος.

Σε ένα γραμμικό διηλεκτρικό η πόλωση και το ηλεκτρικό πεδίο συνδέονται μέσω της σχέσης [13]:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (2.26)$$

με χ_e η ηλεκτρική επιδεκτικότητα, η οποία εξαρτάται από το υλικό.

Τα δέσμια χωρικά φορτία είναι ανάλογα των ελεύθερων φορτίων καθώς:

$$\rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\vec{\nabla} \cdot \left(\epsilon_0 \frac{\chi_e}{\epsilon} \vec{D} \right) = -\left(\frac{\chi_e}{1 + \chi_e} \right) \rho_f \quad (2.27)$$

όπου $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}$ η ηλεκτρική μετατόπιση για γραμμικά διηλεκτρικά ενώ ο όρος $(1 + \chi_e) \equiv \epsilon_r$ ονομάζεται δείκτης διηλεκτρικής σταθεράς και ισούται με $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ και ϵ είναι η διηλεκτρική σταθερά του μέσου. Εφόσον $\rho_f = 0$ συνεπάγεται πως και $\rho_b = 0$. Έπεται πως και $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0$ και άρα από τη (2.25α) θα είναι $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$.

Ο στροβιλισμός της (2.25γ) και η χρονική παράγωγος της (2.25δ) δίνουν:

$$\underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}}_{\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] \Rightarrow$$

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad (2.28)$$

όπου $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Η παραπάνω αποτελεί την κυματική εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου του παλμού μέσα στο πλάσμα.

Η πυκνότητα ρεύματος \vec{J} θα είναι ουσιαστικά η πυκνότητα ρεύματος πόλωσης, που ισούται με $\vec{J} = \partial \vec{P}/\partial t$, αφού δείχθηκε πως η χωρική πυκνότητα ελεύθερου και δέσμιου ρεύματος είναι $\vec{J}_f = \vec{J}_b = 0$. Επομένως η (2.28) μέσω της (2.26) μπορεί να γραφτεί:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \epsilon_0 \mu_0 \chi_e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \chi_e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \left(\frac{1 + \chi_e}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.29)$$

2.2.1 Δείκτης διάθλασης

Ως δείκτης διάθλασης ενός υλικού ορίζεται $\eta = c/v$ ώστε [13]:

$$\eta = \left(\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \right) \frac{1}{v} \Rightarrow \eta = \frac{\sqrt{\mu \epsilon}}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2.30)$$

όπου μ η μαγνητική διαπερατότητα του μέσου αντίστοιχα και $v = 1/\sqrt{\mu \epsilon}$ η ταχύτητα φάσης. Στους περισσότερους τύπους πλάσματος ισχύει $\mu \sim \mu_0$. Επομένως ο δείκτης διάθλασης είναι:

$$\eta \cong \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.31)$$

Τελικά, η (2.28) γράφεται:

$$\nabla^2 \vec{E} = \left(\frac{\eta}{c} \right)^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.32)$$

Ένας διαφορετικός τρόπος να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης είναι μέσω του αρχικού ορισμού της πυκνότητας ρεύματος $\vec{J} = \partial \vec{P}/\partial t = -en_e \vec{v}_e$. Έτσι η (2.26) γίνεται:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \Rightarrow \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} = \epsilon_0 \chi_e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow -en_e \frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} = \epsilon_0 \chi_e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.33)$$

Για ένα Η/Μ κύμα με $\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(kx - \omega_0 t) \hat{y}$ που αλληλεπιδρά με ηλεκτρόνιο, υπολογίστηκε στην παράγραφο 1.2.1 η μη σχετικιστική κίνηση που θα εκτελέσει. Μέσω της (1.5) βρέθηκε πως $\partial \vec{v}_e / \partial t = -e\vec{E}/m_e$ και άρα η (2.33) εκφράζεται ως:

$$\frac{e^2 n_e}{m_e} \vec{E} = \varepsilon_0 \chi_e \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{e^2 n_e}{m_e} E_0 \cos(kx - \omega_0 t) = -\varepsilon_0 \chi_e \omega_0^2 E_0 \cos(kx - \omega_0 t) \Rightarrow$$

$$\chi_e = -\frac{e^2 n_e}{m_e \varepsilon_0 \omega_0^2} = -\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \quad (2.34)$$

από την οποία μπορεί να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης μέσω της κρίσιμης πυκνότητας:

$$\eta = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 + \chi_e} = \frac{c}{v} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \quad (2.35)$$

Αντικαθιστώντας τη συχνότητα του παλμού ω_0 (2.12) και του πλάσματος ω_p (2.15), συμπεραίνεται:

$$\eta = \frac{c}{v} = \sqrt{1 - \frac{n_e}{n_c}} \quad (2.36)$$

Διακρίνεται πως ο δείκτης διάθλασης επιτρέπει τη διάδοση του Η/Μ κύματος μέσα στο πλάσμα στην περίπτωση που $\eta < 1$. Αν $n_e > n_c$ ο δείκτης είναι φανταστικός αριθμός και το Η/Μ κύμα τότε ανακλάται στο πλάσμα.

Για σχετικιστικά ηλεκτρόνια η συχνότητα, όπως προαναφέρθηκε, γράφεται $\omega_{rel,p}^2 = \omega_p^2 / \langle \gamma_e \rangle$. Άρα ο δείκτης διάθλασης γράφεται:

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\langle \gamma_e \rangle \omega_0^2}} = \sqrt{1 - \frac{n_e}{\langle \gamma_e \rangle n_c}} \quad (2.37)$$

Να σημειωθεί πως ένας παλμός laser, μπορεί να αναλυθεί ως υπέρθεση μονοχρωματικών κυμάτων με διαφορετική συχνότητα το καθένα. Παραπάνω, ο δείκτης διάθλασης έχει οριστεί για τη μέση συχνότητα του κύματος ω_0 . Εφόσον όμως, ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από τη συχνότητα, τότε θα πρέπει να είναι διαφορετικός για κάθε επιμέρους κύμα του παλμού – αρκεί να αντικατασταθεί η συχνότητα ω_0 στις παραπάνω εξισώσεις με ω τη συχνότητα του κάθε κύματος. Έτσι, όταν ο παλμός εισέρχεται στο πλάσμα, κάθε επιμέρους κύμα υπόκειται σε διαφορετικές μεταβολές της φασικής του ταχύτητας. Οι μεταβολές αυτές, ονομάζονται φαινόμενο διασποράς και οδηγούν σε μεταβολές της δομής του παλμού [1].

2.2.2 Σχέση διασποράς

Κάθε επιμέρους κύμα του παλμού θα αντιστοιχεί σε δείκτη διάθλασης του πλάσματος:

$$\eta^2 = \frac{c^2}{v^2} = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2} \Rightarrow v^2 = \frac{c^2 \omega^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (2.38)$$

Η ταχύτητα φάσης είναι $v = \omega/k$ (μπορεί να βρεθεί και από την κυματική εξίσωση (2.32) για $\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t) \hat{y}$) και άρα η σχέση διασποράς κάθε επιμέρους κύμα δίνεται ως [1]:

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{c^2 \omega^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2 \quad (2.39)$$

στην οποία διακρίνεται πως η ελάχιστη συχνότητα που πρέπει να έχει για να μην ανακλαστεί είναι $\omega = \omega_p$.

2.2.3 Ταχύτητα διάδοσης/ομάδας

Η ταχύτητα ομάδας αναφέρεται στην ταχύτητα με την οποία όλα τα επιμέρους κύματα του παλμού διαδίδονται στο πλάσμα και άρα αντιστοιχεί στην ταχύτητα διάδοσης του συνολικού παλμού. Ορίζεται ως $v_{gr} = \partial\omega/\partial k$. Επομένως, η παράγωγος της ρίζας της (2.39) ως προς k θα είναι:

$$v_{gr} = \frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{kc^2}{\sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}} = \frac{kc^2}{\sqrt{\omega^2}} = c \frac{c}{\omega} = c \frac{c}{v} \Rightarrow$$

$$v_{gr} = c\eta \quad (2.40)$$

η οποία είναι $v_{gr} < c$ καθώς $\eta < 1$.

Κεφάλαιο 3

Αέριοι στόχοι, κρουστικά & ωστικά κύματα

Εισαγωγή

Η δημιουργία πλάσματος συμβαίνει ύστερα από αλληλεπίδραση του παλμού laser με έναν αέριο στόχο. Η αλληλεπίδραση είναι εκρηκτική παράγοντας ένα σφαιρικά επεκτεινόμενο ωστικό κύμα. Στο κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιαστούν οι ιδιαιτερότητες που πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν στην επιλογή ενός αέριου στόχου, καθώς επίσης θα γίνει μια αναφορά στη φυσική των κρουστικών κυμάτων.

3.1 Κρουστικά και ωστικά κύματα

Συνηθίζεται να συσχετίζονται τα κρουστικά κύματα (shock waves) με τα ωστικά κύματα (blast waves) ως όμοια. Αν και τα δεύτερα αποτελούν υποκατηγορία των πρώτων, η διαφορά έπεται στην αιτία δημιουργίας τους και στο ότι είναι ισχυρότερα. Κρουστικό ονομάζεται το κύμα, που διαδίδεται με ταχύτητα μεγαλύτερη της ταχύτητας του ήχου του μέσου. Πράγματι, ένα ωστικό κύμα είναι ακριβώς αυτό, μόνο που η αιτία πρόκλησής του αποτελεί κάποια έκρηξη. Η παρούσα εργασία θα μελετήσει έναν παλμό laser, που εναποθέτει την ενέργειά του σε ένα σημείο του αέριου στόχου. Κατά αυτόν τον τρόπο, το αέριο αυξάνει σημαντικά τη θερμοκρασία του και μετατρέπεται σε πλάσμα που επεκτείνεται υπό τη μορφή ωστικού κύματος. Στο κεφάλαιο 4 θα δειχθεί πως μια τέτοια έκρηξη αποτελεί λύση Sedov.

3.1.1 Συνθήκες άλματος

Η πιο απλή εφαρμογή κρουστικού κύματος είναι η συμπίεση ενός αερίου μέσα σε δοχείο με τη χρήση εμβόλου. Αν το έμβολο κινηθεί με ταχύτητα v_E τότε η διαταραχή που θα προκαλέσει, θα διαδοθεί ως ηχητικό κύμα με ταχύτητα c_s την ταχύτητα του ήχου του αερίου. Στην περίπτωση που $v_E < c_s$ η διάδοση γίνεται ομαλά, κινείται μπροστά από το έμβολο και τα τελευταία άτομα που θα διαταραχθούν, βρίσκονται σε απόσταση $\Delta x = (c_s - v_E)t$ από αυτό. Αν το έμβολο αποκτήσει ταχύτητα $v_E > c_s$, τότε σε μια περιοχή κοντά στο έμβολο η ταχύτητα του ήχου του αερίου αυξάνεται, προκειμένου να διαδοθεί η διαταραχή πριν το έμβολο. Η ταχύτητα του ήχου c_s εξαρτάται από [14]:

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \propto T^{\frac{1}{2}} \propto P^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \quad (3.1)$$

όπου γ ο αδιαβατικός συντελεστής, P η πίεση του αερίου και ρ η πυκνότητά του.

Συνεπώς, η ταχύτητα του ήχου αυξάνεται, όταν αυξάνεται η πίεση. Δημιουργείται δηλαδή, ένα πύκνωμα (αφού $P \propto \rho^\gamma$) στην περιοχή μπροστά από το έμβολο. Στο άκρο του πυκνώματος θα υπάρχει ασυνέχεια μεταξύ της περιοχής υψηλής πίεσης και του αδιατάρακτου αερίου με

χαμηλότερη πίεση. Η ασυνέχεια αυτή, αποτελεί και το κρουστικό κύμα που κινείται προς ένα επίπεδο – το επίπεδο κίνησης του εμβόλου. Η ταχύτητα της ασυνέχειας είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Να σημειωθεί, πως από την (3.1) με την αύξηση της πίεσης θα αυξηθεί και η θερμοκρασία. Στην περίπτωση που αυξηθεί σημαντικά, το αέριο μπορεί να εκραγεί και κατά επέκταση να δημιουργηθεί ωστικό κύμα.

Η ανάλυση της ασυνέχειας γίνεται ευκολότερη στο σύστημα της, όπου είναι ακίνητη. Έτσι, το αέριο μπορεί να μελετηθεί στην περιοχή που είναι αδιατάρακτο με πυκνότητα ρ_1 , πίεση P_1 και ταχύτητα v_1 ως προς την ασυνέχεια. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται το κρουστικό κύμα θα είναι επίσης v_1 στο σύστημά της. Στην περιοχή που έχει διαταραχθεί το αέριο θα είναι ρ_2 , P_2 και v_2 (Σχήμα 3.1). Οι δύο αυτές περιοχές συνδέονται μέσω των εξής συνθηκών άλματος [14]:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1 + \frac{2}{M_1^2}} \quad (3.2\alpha)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - \gamma + 1}{\gamma + 1} \quad (3.2\beta)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{1}{M_1^2} \right) \quad (3.2\gamma)$$

όπου $M_1 = v_1/c_{s1}$ ο αριθμός Mach της αδιατάρακτης περιοχής, με c_{s1} η ταχύτητα του ήχου σε αυτήν την περιοχή. Οι παραπάνω ονομάζονται και εξισώσεις Rankine-Hugoniot [13].

Συμπεραίνεται πως αφού $\rho_2 > \rho_1$ τότε $M_1 > 1$, ενώ αντιστρόφως $\rho_1 < \rho_2 \Leftrightarrow M_2 < 1$, με $M_2 = v_2/c_{s2}$, όπου c_{s2} η ταχύτητα του ήχου στη διαταραγμένη περιοχή. Άρα κατά τη διάδοση ενός κρουστικού κύματος, το αέριο μεταβαίνει πάντοτε από υποηχητική ροή σε υπερηχητική.



Σχήμα 3.2: Στο σύστημα της ασυνέχειας, φαίνεται πως το αδιατάρακτο αέριο κινείται προς την ασυνέχεια υπερηχητικά, ενώ το αέριο από το οποίο έχει περάσει η ασυνέχεια, κινείται υποηχητικά.

Στην περίπτωση ισχυρού κρουστικού κύματος (ή ωστικού κύματος) ισχύει $M_1 \gg 1$ και από τις (3.2):

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \quad (3.3\alpha)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma M_1^2}{\gamma + 1} \quad (3.3\beta)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{\gamma + 1} \quad (3.3\gamma)$$

Για ιδανικά μονοατομικά αέρια ($\gamma = 5/3$) ο λόγος της πυκνότητας ισούται με $\rho_2 = 4\rho_1$ και της ταχύτητας με $v_2 = (3/4)v_1$ ενώ για διατομικά ($\gamma = 7/5$) είναι $\rho_2 = 6\rho_1$ και $v_2 = (1/1.2)v_1$.

3.1.2 Σημειακές πηγές εκρήξεων

Αν θεωρηθεί πως ένα μεγάλο ποσό ενέργειας απελευθερώνεται σε έναν απειροστά μικρό χώρο, το ωστικό κύμα που δημιουργείται, διαδίδεται σφαιρικά [13]. Η ενέργεια που απελευθερώνεται ισούται με [16]:

$$E = \frac{1}{2}(M + m_s)v_1^2(r) \quad (3.4)$$

όπου M η αρχική μάζα που ξεκινάει με το ωστικό κύμα, m_s η μάζα του αδιατάρακτου αερίου που συμπαρασέρνει το ωστικό κύμα όταν περάσει από αυτό, $v_1(r)$ η ταχύτητα του κύματος. Προκειμένου να διατηρείται η ενέργεια, αναμένεται πως όση περισσότερη μάζα συμπαρασέρνεται, η ταχύτητα θα μειώνεται.

Επειδή η έκρηξη ξεκινάει από σημείο στο χώρο, μπορεί να θεωρηθεί πως $M \ll m_s$. Επίσης, η συμπαρασυρόμενη μάζα θα εξαρτάται από τη θέση του ωστικού κύματος ως $m_s = (4/3)\pi r^3(t)\rho_2$. Έτσι, από την (3.4) μπορεί να βρεθεί η εξίσωση της [15, 16]:

$$E = \frac{1}{2}m_s v^2(r) \Rightarrow E = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3(t)\rho_2\right)\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)^2 \Rightarrow r^3 dr^2 = \frac{3}{2\pi\rho_2} E dt^2 \Rightarrow$$

$$\int_0^r r^3 dr^2 = \frac{3}{2\pi\rho_2} E \int_0^t dt^2 \Rightarrow \frac{r^5}{4 \cdot 5} = \frac{3}{2\pi\rho_2} \frac{E t^2}{2} \stackrel{(3.3\alpha)}{\Rightarrow} r^5 = \frac{15}{\pi\rho_1} C_\gamma t^2 \Rightarrow$$

$$r(t) = \tilde{C}_\gamma \rho_1^{-1/5} E^{1/5} t^{2/5} \quad (3.5)$$

όπου ορίστηκε $\tilde{C}_\gamma \equiv \tilde{C}(\gamma)$ αδιάστατη σταθερά που εξαρτάται από το δείκτη γ του αερίου.

Συνεπάγεται πως η ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα είναι:

$$v(t) = \tilde{C}_\gamma \rho_1^{-1/5} E^{1/5} t^{-3/5} \quad (3.6)$$

με $\tilde{C}_\gamma = \frac{2}{5} \tilde{C}_\gamma$. Επιβεβαιώνεται, λοιπόν, πως το κύμα επιβραδύνει με το χρόνο.

Επιλύοντας την (3.5) ως προς το χρόνο t , η (3.6) γράφεται ως μεταβλητή της θέσης $r(t)$:

$$v(r) = \tilde{C}_\gamma^{5/2} \sqrt{\frac{E}{\rho_1}} r^{-3/2} \quad (3.7)$$

Σε πιο γενική μορφή, αν το ωστικό κύμα μελετάται ως προς ένα επίπεδο ή σε κυλινδρικές συντεταγμένες, η παραπάνω γράφεται [17]:

$$v(t) = \frac{2}{2+a} \tilde{C}_\gamma^{\frac{2+a}{2}} \sqrt{\frac{E}{\rho_1}} r(t)^{-\frac{a}{2}} \quad (3.8)$$

όπου $a = 1, 2, 3$ στην περίπτωση επίπεδου, κυλινδρικού και σφαιρικού κύματος αντίστοιχα. Έτσι ανάλογα με τη μελέτη που γίνεται, η ταχύτητα του κύματος μειώνεται αναλόγως ($\propto r^{-1/2}$, $\propto r^{-1}$, $\propto r^{-3/2}$).

Να σημειωθεί, πως η (3.8) δεν ισχύει σε κάθε σημείο, αφού για $t \rightarrow 0$ (ή $r(t) \rightarrow 0$) η ταχύτητα τείνει στο άπειρο [17]. Επιπλέον, καθώς το κύμα συνεχίζει να διαδίδεται η ταχύτητά του θα μειώνεται όλο και περισσότερο. Σε κάποια $r(t_c)$ θα ισούται με την ταχύτητα του ήχου του αδιατάρακτου αερίου c_{s1} . Συνεπώς, σε πολύ μεγάλες αποστάσεις το ωστικό κύμα θα μετατραπεί σε ηχητικό, που θα διαδίδεται ομαλά ως $r(t) = c_{s1} t$ μέχρις ότου να ισορροπήσει με το αδιατάρακτο αέριο [18].

3.2 Επιλογή αερίου στόχου

Η σωστή επιλογή αερίου για την παραγωγή πλάσματος είναι κρίσιμη. Κάθε αέριο εμφανίζει διαφορετικά χαρακτηριστικά κάτω από τις ίδιες συνθήκες και η επιλογή έχει να κάνει με το επιθυμητό αποτέλεσμα. Τα αέρια που μελετώνται σήμερα, μοριακά και ατομικά, οργανικά κι ανόργανα, αποτελούν έναν ξεχωριστό επιστημονικό κλάδο, με διάφορες αναδυόμενες τεχνικές παρατήρησης [19]. Μερικά από τα πιο διαδεδομένα είναι Ar, Xe, N₂, O₂, He, H₂. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί και αέρας για απλά πειράματα, ο οποίος φέρει παρόμοια συμπεριφορά με το N₂, καθώς αποτελείται από ~78% N₂ [20].

3.2.1 Κατώφλι κατάρρευσης – Breakdown threshold

Ένα αέριο καταρρέει όταν απορροφήσει αρκετή ενέργεια από τον παλμό, ώστε να μετατραπεί σε πλάσμα. Η ελάχιστη απαιτούμενη ενέργεια για να συμβεί αυτό, ονομάζεται *κατώφλι κατάρρευσης*

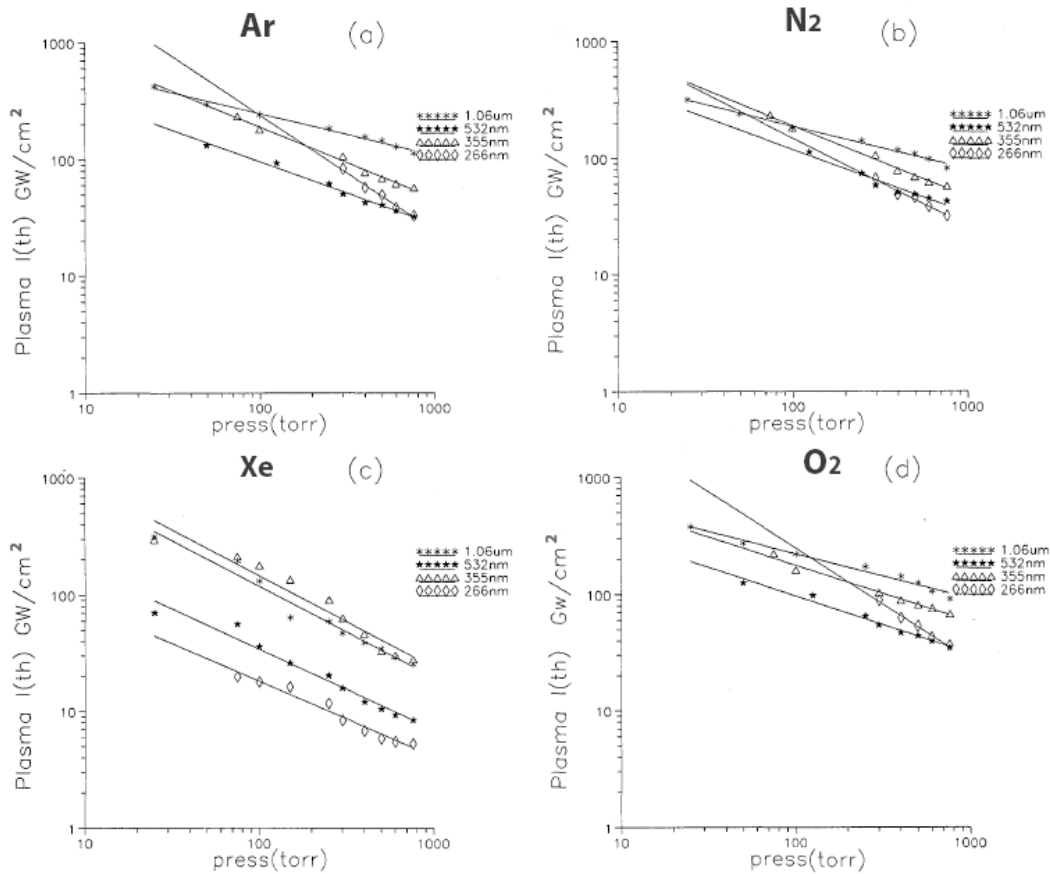
και αντιστοιχεί στην εκπεμπόμενη ένταση του αερίου τη στιγμή που καταρρέει [21]. Προφανώς, την απαιτούμενη ενέργεια την προσφέρει ο παλμός και άρα η ένταση του παλμού ορίζει και ποια αέρια θα καταρρεύσουν. Παρόλα αυτά, για fs και ns-laser οι εντάσεις είναι τόσο υψηλές, που δεν τίθεται ζήτημα μη μετατροπής σε πλάσμα, αν και αέρια όπως το He έχουν σημαντικά υψηλό κατώφλι (Σχήμα 3.3).

Το κατώφλι κατάρρευσης υπολογίζεται μέσω της εκπεμπόμενης έντασης του πλάσματος που δημιουργείται. Εξαρτάται από την πίεση P του αερίου ως νόμος δύναμης [22]:

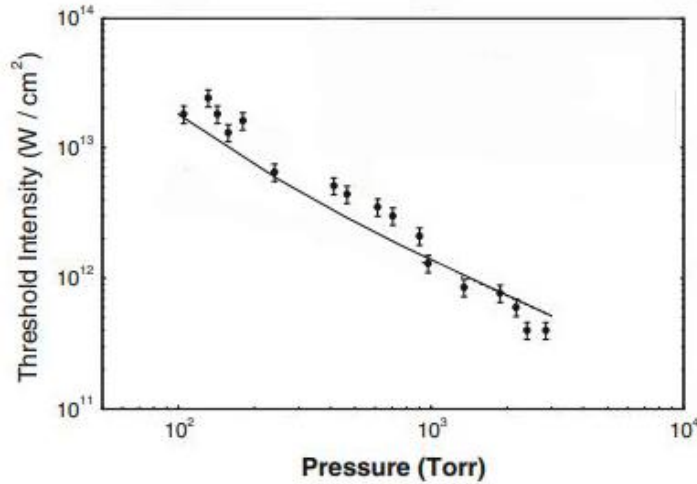
$$I_{th} \propto P^\beta \quad (3.9)$$

όπου I_{th} η ένταση κατωφλίου που εκπέμπεται τη στιγμή που το αέριο καταρρέει και $\beta < 0$ σταθερά. Διακρίνεται επίσης πως επειδή $\beta < 0$, το κατώφλι κατάρρευσης μειώνεται σε υψηλότερες πιέσεις.

Παρακάτω (Σχήμα 3.2) εμφανίζονται ως παράδειγμα τα λογαριθμικά διαγράμματα της (3.9) για τα Ar, N₂, Xe, O₂ για ένα εύρος πιέσεων και για διαφορετικά μήκη κύματος παλμούς με διάρκεια ~ 7 ns. Ενδεικτικά, το υψηλό κατώφλι του He διακρίνεται στο Σχήμα 3.3 που ξεπερνάει τα 10^{13} W/cm^2 σε πίεση 100 Torr.



Σχήμα 3.2 : Κατώφλια κατάρρευσης για Ar (a), N₂ (b), Xe (c), O₂ (d) για μήκη κύματος 1.05 μm , 532 nm, 355 nm και 266 nm. Η απαιτούμενη ενέργεια μειώνεται με την αύξηση της πίεσης σε κάθε αέριο [22].



Σχήμα 3.3: Κατώφλι κατάρρευσης He. Το πείραμα έγινε για παλμό με $\lambda = 248 \text{ nm}$ με διάρκεια 18 ns [19].

Να τονισθεί, πως τα παραπάνω αποτελούν παραδείγματα κι όχι κανόνα, καθώς όσο μειώνεται η διάρκεια του παλμού, η απαιτούμενη ένταση για κατάρρευση αυξάνεται. Έτσι, παρόλο που στο Σχήμα 3.2 οι εντάσεις δεν ξεπερνούν τα $3 \cdot 10^{11} \text{ W/cm}^2$, σ' ένα fs-παλμό η κατάρρευση γίνεται σε τάξεις $\sim 10^{14} \text{ W/cm}^2$ [21].

3.2.2 Εξάρτηση κατωφλίου από τη διάρκεια παλμού

Έστω πως μια πυκνότητα ελεύθερων ηλεκτρονίων $n(t)$ δημιουργείται στο αέριο, λόγω αλληλεπίδρασης με έναν παλμό laser. Η πυκνότητα κατά τη διάρκεια και με το πέρας του παλμού υπόκειται σε φαινόμενα ιονισμού, επανασύνδεσης και διάχυσης. Όλα αυτά, έχουν επίδραση στο χρόνο που θα παραμείνουν τα ηλεκτρόνια ελεύθερα. Η εξάρτηση της πυκνότητας από το χρόνο δίνεται από την εξίσωση Bloembergen [23] ως:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \beta n(t) - \gamma n^2(t) - \delta n(t) \quad (3.10)$$

όπου βn αντιστοιχεί στον ιονισμό μέσω φαινομένου χιονοστιβάδας. Συγκεκριμένα, τα ηλεκτρόνια του αερίου αποκτούν ενέργεια από το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο του παλμού, με αποτέλεσμα να απελευθερώνονται από το άτομο. Στη συνέχεια, κινούνται ελεύθερα ιονίζοντας γειτονικά άτομα, τα ηλεκτρόνια των οποίων θα σκεδαστούν με επόμενα άτομα κ.ο.κ.. Συνεπώς, ο όρος αυτός πρέπει να αυξάνει το χρόνο ζωής των ελεύθερων ηλεκτρονίων και να εξαρτάται γραμμικά μόνο από την πυκνότητα $n(t)$. Επίσης, επειδή ο παλμός laser αλληλεπιδρά με το αέριο για πολύ μικρή χρονική διάρκεια, μπορεί να θεωρηθεί πως έχει σταθερή ένταση $I(t) = I_0$. Ορίζεται, λοιπόν, για την παράμετρο β :

$$\beta = \begin{cases} \eta I_0, & \text{για } 0 \leq t \leq \tau \\ 0, & \text{για } t \geq \tau \end{cases}$$

με τ τη διάρκεια που ο παλμός αλληλεπιδρά με το αέριο/πλάσμα και η την πιθανότητα ιονισμού. Προφανώς όταν ο παλμός εξέλθει από το πλάσμα ($t \geq \tau$) δε θα προκαλεί επιπλέον ιονισμό. Ο

δεύτερος όρος $\gamma n^2(t)$ εκφράζει την επανασύνδεση μεταξύ ηλεκτρονίων-ιόντων. Αποδεικνύεται πως $\gamma = 1/n(\tau)\tau_E$ [23] όπου τ_E είναι ο χρόνος που διαρκεί η επανασύνδεση. Η εξάρτηση από το $n^2(t)$ οφείλεται στο ότι η επανασύνδεση αφορά την παρουσία δύο φορτισμένων σωματιδίων – ηλεκτρονίου και ιόντος. Επειδή η επανασύνδεση μειώνει την πυκνότητα ελεύθερων ηλεκτρονίων, φέρει αρνητικό πρόσημο. Τέλος, ο όρος $\delta n(t)$ αφορά τη διάχυση των ηλεκτρονίων. Ισχύει ότι $\delta = 1/\tau_\Delta$ [23] όπου τ_Δ ο χρόνος που διαρκεί η διάχυση. Τα ηλεκτρόνια αυτά διαφεύγουν από το πλάσμα και επομένως πρέπει να μειώνουν την πυκνότητα $n(t)$. Επειδή ο όρος αυτός αφορά μόνο τα ηλεκτρόνια, έχει γραμμική εξάρτηση με την πυκνότητα.

Αντικαθιστώντας $u(t) = 1/n(t)$ η (3.10) φέρνεται σε διαφορική μορφή:

$$\frac{du}{dt} + (\beta - \delta)u(t) - \gamma = 0 \quad (3.11)$$

η οποία έχει λύση:

$$u(t) = c(t)e^{-\int_0^t (\beta - \delta) dt'} \quad (3.12)$$

με

$$c(t) = c_0 + \gamma \int_0^t e^{\int_0^{t'} (\beta - \delta) dt''} dt' \quad (3.13)$$

Για αρχικές συνθήκες $u(0) = 1/n_0$ όπου n_0 η αρχική πυκνότητα ελεύθερων ηλεκτρονίων, θα είναι $c(0) \equiv c_0 = 1/n_0$.

Παρακάτω αναλύεται η περίπτωση $0 \leq t \leq \tau$:

Αντικαθιστώντας $n(t) = 1/u(t)$ και έχοντας προαναφέρει πως οι παράμετροι β, γ, δ δεν εξαρτώνται από το χρόνο, η γενική λύση της (3.10) μπορεί να γραφεί:

$$n(t) = \frac{e^{(\beta - \delta)t}}{\frac{1}{n_0} + \frac{\gamma(e^{(\beta - \delta)t} - 1)}{\beta - \delta}} \quad (3.14)$$

Μπορεί να θεωρηθεί, πως η κατάρρευση του αερίου σε πλάσμα, τουλάχιστον οπτικά, συμβαίνει στο τέλος της αλληλεπίδρασης του με τον παλμό ($t = \tau$). Άρα, μέγιστη πυκνότητα ελεύθερων ηλεκτρονίων n_{max} βρίσκεται τη στιγμή αυτή, αφού καθόλη τη διάρκεια αλληλεπίδρασης ($\Delta t = \tau$) συμβαίνει ιονισμός [23]. Επομένως από την (3.10):

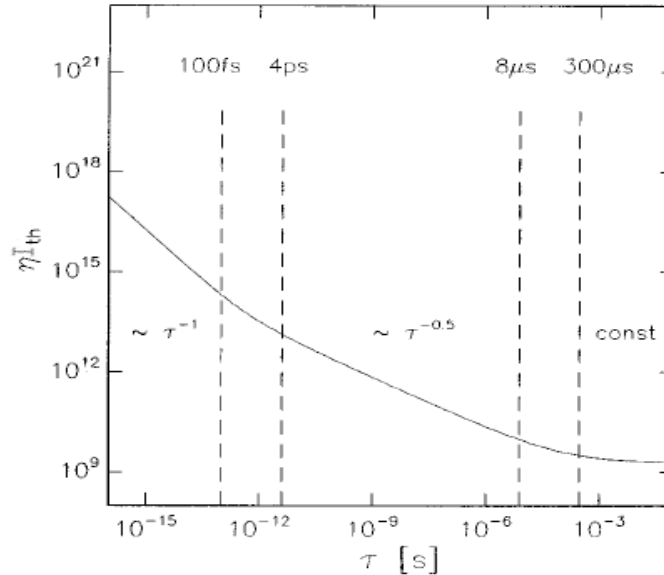
$$\left. \frac{dn(t)}{dt} \right|_{t=\tau} = 0 \Rightarrow \beta n(\tau) - \gamma n^2(\tau) - \delta n(\tau) = 0 \Rightarrow \beta - \gamma n(\tau) - \delta = 0 \Rightarrow$$

$$n(\tau) \equiv n_{max} = \frac{\beta - \delta}{\gamma} \quad (3.15)$$

Η απόδειξη της σχέσης μεταξύ I_{th} και διάρκειας παλμού τ γίνεται αρκετά περίπλοκη. Δίνεται [23]:

$$\eta I_{th} = \frac{s}{2\tau} + \sqrt{\left(\frac{s}{2\tau}\right)^2 + \frac{1}{2\tau\tau_E} + \frac{1}{\tau_\Delta}} \quad (3.16)$$

Γραφικά, για $\tau_E \sim 1 \text{ fs}$ και $\tau_\Delta \sim 500 \text{ ps}$, η (3.16) παρουσιάζεται στο παρακάτω Σχήμα 3.4 :



Σχήμα 3.4: Εξάρτηση έντασης κατωφλίου I_{th} [W/cm^2] από τη διάρκεια του παλμού laser τ [23].

Γίνεται εμφανές πως η ένταση που απαιτείται για κατάρρευση μειώνεται σημαντικά όσο αυξάνεται η διάρκεια του παλμού. Η εξάρτηση μάλιστα είναι τόσο σημαντική, που από fs σε μs η ένταση κατωφλίου μειώνεται τουλάχιστον 8 τάξεις μεγέθους. Για την παρούσα εργασία που ασχολείται με fs-παλμούς laser, διακρίνεται και ο λόγος που απαιτούνται τόσο υψηλές εντάσεις. Όσο μικρότερος ο παλμός, τόσο λιγότερα άτομα θα ιονίζονται και η παράμετρος β θα μειώνεται. Αποτέλεσμα αυτού, είναι τα φαινόμενα επανασύνδεσης και διάχυσης να έχουν μεγαλύτερη ισχύ και το αέριο να μην «προλαβαίνει» να καταρρεύσει σε πλάσμα. Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα, χρειάζεται η αύξηση της έντασης του παλμού, ώστε να αυξηθεί η πιθανότητα ιονισμού.

3.2.3 Χρόνος ζωής ελεύθερων ηλεκτρονίων – Electron decay time

Στην προηγούμενη παράγραφο δόθηκε η εξάρτηση της πυκνότητας των ελεύθερων ηλεκτρονίων από το χρόνο κατά την περίοδο του παλμού. Συνεχίζοντας την ανάλυση για $t > \tau$ αποδεικνύεται πως η πυκνότητα μειώνεται εκθετικά με το πέρασμα του παλμού ως [23]:

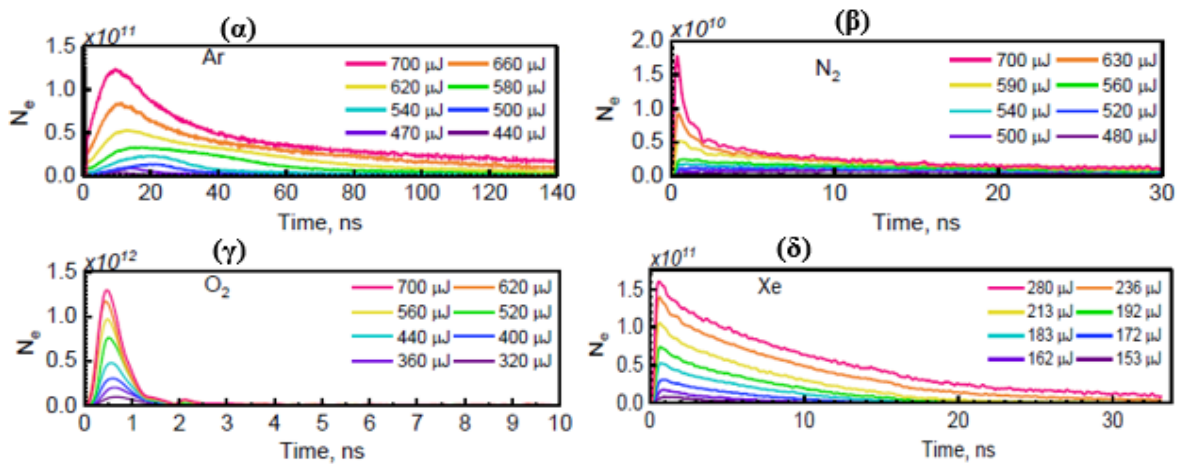
$$n(t) = n_0 e^{-\delta t} \frac{e^{\beta t}}{1 + \frac{\gamma n_0}{\beta - \delta} (e^{(\beta - \delta)t} - 1) - \frac{\gamma n_0}{\delta} e^{\beta t} (e^{-\delta t} - e^{-\delta t})} \quad (3.17)$$

Η παραπάνω δείχνει πως η πυκνότητα ελεύθερων ηλεκτρονίων μειώνεται όχι μόνο από τον αριθμό των ηλεκτρονίων που απελευθερώθηκαν, αλλά και από το πόσο γρήγορα συμβαίνει η επανασύνδεση και η διάχυση στο αέριο. Γενικότερα, η επανασύνδεση συμβαίνει σε πολύ μικρότερες χρονικές κλίμακες από τη διάχυση (π.χ. στην προηγούμενη παράγραφο δόθηκε παράδειγμα που η διαφορά μεταξύ τους ήταν περίπου 5 τάξεις μεγέθους) και ο υπολογισμός της πυκνότητας δε διαφέρει σημαντικά αν δε ληφθεί υπόψιν η διάχυση. Αρκετές πηγές στη βιβλιογραφία μάλιστα, δεν τη συνυπολογίζουν [20, 24], καθώς φαίνεται να γίνεται σημαντική σε χρόνους ~ 100 ns από το πέρας του παλμού [24]. Το πλάσμα όμως, μετατρέπεται σε αέριο σε χρόνους πολύ μικρότερους λόγω επανασύνδεσης.

Συνεπάγεται πως ο χρόνος ζωής του πλάσματος αντιστοιχεί στο χρόνο, που θα χρειαστούν τα ηλεκτρόνια, για να επανασυνδεθούν με τα ιόντα. Ο χαρακτηριστικός αυτός χρόνος ορίζεται ως [20]:

$$\tau_e = \frac{1}{k(T_e)n_{max}^2} \quad (3.18)$$

όπου $k(T_e)$ ο συντελεστής ρυθμού αντίδρασης, που εξαρτάται από τη θερμοκρασία των ηλεκτρονίων ως $k \propto T_e^{-x}$ ($x > 0$) τη στιγμή που $n(t) = n_{max}$. Συνεπώς, αν μειωθεί η πίεση του αερίου – και άρα η θερμοκρασία του – ο χρόνος ζωής θα αυξηθεί. Αναλόγως το αέριο, ο συντελεστής k είναι διαφορετικός, καθώς ακολουθείται διαφορετική αντίδραση επανασύνδεσης [20]. Στο Σχήμα 3.5 εμφανίζεται ως παράδειγμα η μείωση του αριθμού των ηλεκτρονίων για τα αέρια O_2 , N_2 , Xe και Ar για διαφορετικές ενέργειες παλμού σε σύγκριση με το χρόνο. Διακρίνεται πως σε όλα $\tau_e < 100$ ns και άρα η διάχυση μπορεί να αγνοηθεί. Να σημειωθεί η αποτελεσματικότητα του O_2 να μηδενίζει τον αριθμό ελεύθερων ηλεκτρονίων σε χρόνο $\tau_e < 2$ ns.



Σχήμα 3.5: Η μείωση του αριθμού των ηλεκτρονίων για τα αέρια (α) Ar, (β) N_2 , (γ) O_2 , (δ) Xe. Η πίεση είναι στη 1 atm. Το laser είναι τύπου Ti:Sa με παλμό μήκους κύματος 800 nm και διάρκειας 134 fs στο FWHM [24].

Κεφάλαιο 4

Φάση Sedon & επιτάχυνση σωματιδίων

Εισαγωγή

Η ανάλυση των ωστικών κυμάτων από σημειακές πηγές εκρήξεων που έγινε στο προηγούμενο κεφάλαιο, χρήζει περισσότερης εμβάθυνσης. Οι λύσεις που βρέθηκαν για την ακτίνα και την ταχύτητα ονομάζονται λύσεις Sedon και αφορούν σφαιρικές εκρήξεις, η έκταση των οποίων είναι πολύ μεγαλύτερη της αρχικής πηγής που τις προκάλεσε. Στα φαινόμενα μορφής Sedon συμπεριλαμβάνονται η αδιαβατική φάση των υπερκαινοφανών και η ατομική βόμβα. Η μελέτη τους καθίσταται σημαντική, καθώς αποτελούν ιδανικά συστήματα για την επιτάχυνση σωματιδίων.

4.1 Έκρηξη μορφής Sedon

4.1.1 Εξέλιξη διαταραγμένου αερίου

Μέχρι στιγμής η μελέτη που έχει γίνει, αφορούσε το ωστικό κύμα και μια περιοχή κοντά σε αυτό η οποία εκφράζεται από τις συνθήκες άλματος. Ωστόσο, εκκρεμεί να δοθούν τα χαρακτηριστικά του διαταραγμένου αερίου. Για το λόγο αυτό, γίνεται χρήση των εξισώσεων διατήρησης μάζας (4.1), ορμής (4.2) και ενέργειας (4.3) [25]:

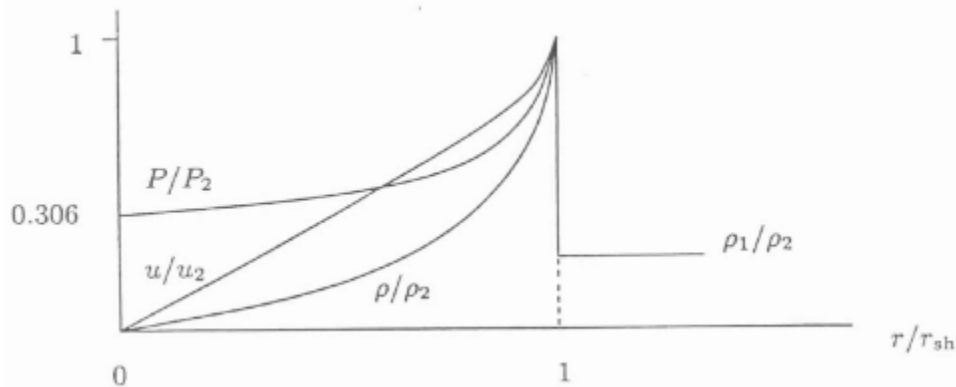
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 \rho \vec{u})}{\partial r} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \frac{\partial \vec{u}}{\partial r} = - \frac{\partial \vec{P}}{\partial r} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \vec{\varepsilon} + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \rho \vec{u} \left(\vec{\varepsilon} + \frac{\vec{P}}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 \right) \right] = 0 \quad (4.3)$$

όπου συμβολίζονται με ρ, \vec{u}, \vec{P} η πυκνότητα, η ταχύτητα και η πίεση του αερίου αντίστοιχα στην περιοχή $0 < r < r_{sh}(t)$ και $\vec{\varepsilon} = \vec{P}/[(\gamma - 1)\rho]$.

Ο Sedon υπολόγισε αναλυτικές λύσεις των παραπάνω, θεωρώντας μορφές λύσεις που ικανοποιούν τις συνθήκες άλματος ως συνοριακές. Η μορφή των λύσεων δίνονται στο Σχήμα 4.1 για $\gamma = 5/3$. Γίνεται εμφανές, πως η πυκνότητα μεταφέρεται προς τα άκρα του ωστικού κύματος δημιουργώντας μια κοιλότητα στο εσωτερικό της σφαιρικής έκρηξης. Μια τέτοια συμπίκνωση προαναφέρθηκε πως φτάνει τιμές έως $\rho_2 = 6\rho_1$ στα άκρα και δύναται το πλάσμα να μετατραπεί σε υπέρ-πυκνό στην περιοχή αυτή. Τέλος, για $r \rightarrow 0$ η αδιάστατη πίεση αποκτά ελάχιστη τιμή $P/P_2 = 0.306$. Αυτό σημαίνει, πως στην αρχή της έκρηξης, ενώ η πυκνότητα $\rho \rightarrow 0$ η θερμοκρασία θα τείνει στο άπειρο καθώς $T \propto P/\rho$ [25].

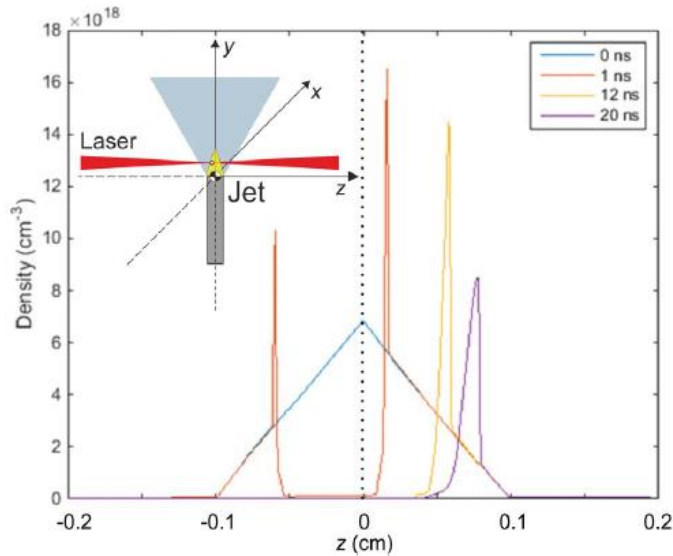


Σχήμα 4.1: Οι λύσεις Sedon για σφαιρικό ωστικό κύμα. Οι λύσεις είναι συμμετρικές για $r/r_{sh} < 0$ [25].

4.1.2 Κλίμακα μήκους πυκνότητας – Density length scale

Μια σημαντική παράμετρος που πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν όταν επιχειρείται επιτάχυνση σωματιδίων, είναι η κλίμακα μήκους πυκνότητας. Ορίζεται ως η απόσταση, στην οποία η πυκνότητα μειώνεται κατά ένα παράγοντα e . Πειραματικά αποδεικνύεται [26], πως μεγάλες κλίσεις πυκνότητας, επιταχύνουν σωματίδια σε διάφορες ενέργειες, ενώ μικρές, απότομες κλίσεις δημιουργούν οιονεί μονοενεργητικά σωματίδια. Επομένως, ο έλεγχος μιας τέτοιας παραμέτρου, επηρεάζει όχι μόνο τη δυνατότητα επιτάχυνσης, αλλά και το φάσμα των σωματιδίων.

Ως παράδειγμα, παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.2 η εξέλιξη της πυκνότητας ενός ωστικού κύματος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Το ωστικό κύμα δημιουργήθηκε από πίδακα αερίου H_2 , το οποίο βρισκόταν αρχικά σε πίεση 4 bar και απορρόφησε ενέργεια $E = 20 \text{ mJ}$. Οι λύσεις δεν είναι συμμετρικές, γιατί το laser δεν εστιάστηκε ακριβώς στο κέντρο του πίδακα ($z = 0$) αλλά στη θέση $z = -0.02 \text{ cm}$. Έτσι, η δεξιά πλευρά του ωστικού κύματος φαίνεται να συμπαρασέρνει περισσότερη μάζα κι άρα να έχει υψηλότερη πυκνότητα [27].



Σχήμα 4.2: Προφίλ πυκνότητας πίδακα αερίου H_2 για $t = 0, 1, 12, 20$ ns. Χρησιμοποιήθηκε laser BNL CO_2 για τη δημιουργία ωστικού κύματος [27].

Κοντά στην έξοδο του ακροφυσίου, πριν προκληθεί ωστικό κύμα ($t = 0$), η πυκνότητα του αερίου μπορεί να προσεγγισθεί από τη μορφή ενός τριγώνου [26]. Παρατηρείται επίσης, πως η κλίση της πυκνότητας είναι πολύ μικρότερη τη στιγμή $t = 1$ ns, ενώ αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.

4.2 Αντίστροφη ακτινοβολία πέδησης – Inverse bremsstrahlung

Στην αλληλεπίδραση laser-αερίου ο κύριος μηχανισμός επιτάχυνσης είναι η θέρμανση μέσω αντιστρόφου φαινομένου ακτινοβολίας πέδησης (inverse bremsstrahlung) [27]. Εφόσον, όμως, το φαινόμενο που μελετάει η παρούσα εργασία, είναι επιτάχυνση μέσω έκρηξης Sedov, γίνεται εύλογο το ερώτημα αν υπάρχει επιτάχυνση Fermi $1^{η}$ ς τάξης (diffusive shock acceleration) και κατά πόσο είναι σημαντική. Ενώ τα θεωρητικά μοντέλα δείχνουν πως εμφανίζεται, πειραματικά δεν έχει γίνει ακόμη παρατηρήσιμη κι είναι ένα θέμα που βρίσκεται ακόμη υπό έρευνα [28]. Για το λόγο αυτό, παρακάτω θα αναλυθεί μόνο ο πρώτος μηχανισμός.

Ακτινοβολία πέδησης (*bremsstrahlung*) ονομάζεται η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπεται από ένα φορτισμένο σωματίδιο, όταν επιβραδύνεται από το ηλεκτρικό πεδίο κάποιου άλλου φορτισμένου σωματιδίου. Στο πλάσμα, η ακτινοβολία εκπέμπεται από ηλεκτρόνια μέσω της επιβράδυνσής τους από ιόντα ή από άλλα ηλεκτρόνια. Το αντίστροφο φαινόμενο (*inverse bremsstrahlung*) συμβαίνει στην περίπτωση που υπάρχει ένα εξωτερικό ηλεκτρομαγνητικό πεδίο - όπως το πεδίο του παλμού. Τα ηλεκτρόνια τότε, κατά τη σκέδασή τους με τα ιόντα ή με άλλα ηλεκτρόνια απορροφούν φωτόνια από το πεδίο, ενώ παράλληλα εκπέμπουν μέσω ακτινοβολίας πέδησης. Αν η απορρόφηση ξεπερνάει κατά μέσο όρο την εκπομπή, τα ηλεκτρόνια θα επιταχυνθούν και το πλάσμα θα θερμανθεί [29].

Να σημειωθεί, πως η απορρόφηση και η εκπομπή φωτονίου απαιτούν την ύπαρξη δεύτερου φορτίου, ώστε να διατηρείται η ορμή. Ως απόδειξη, θα δοθεί η περίπτωση απορρόφησης φωτονίου

από ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Με δείκτες 1, 2 συμβολίζεται η κατάσταση του ηλεκτρονίου πριν και μετά την απορρόφηση φωτονίου αντίστοιχα και με δείκτη γ το μέγεθος του φωτονίου. Από τη διατήρηση της ορμής ισχύει:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_\gamma = \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{p}_\gamma \quad (4.4)$$

και η διατήρηση ενέργειας είναι:

$$\begin{aligned} E_1 + E_\gamma &= E_2 \Rightarrow \\ \sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4} + \vec{p}_\gamma c &= \sqrt{p_2^2 c^2 + m_e^2 c^4} \Rightarrow \\ \left[\sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4} + (\vec{p}_2 - \vec{p}_1) c \right]^2 &= p_2^2 c^2 + m_e^2 c^4 \Rightarrow \\ p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4 + 2c(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) \sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4} &+ (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)^2 c^2 = p_2^2 c^2 + m_e^2 c^4 \Rightarrow \\ (\vec{p}_2 - \vec{p}_1)^2 c^2 - (p_2^2 - p_1^2) c^2 + 2(\vec{p}_2 - \vec{p}_1) c \sqrt{p_1^2 c^2 + m_e^2 c^4} &= 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Είναι προφανές πως η λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι: $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = 0$. Όμως, από τη διατήρηση ορμής (4.4) αυτό σημαίνει πως το φωτόνιο έχει μηδενική ορμή, το οποίο είναι άτοπο γιατί τότε δε συνέβη απορρόφηση. Συνεπάγεται, πως ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να απορροφήσει φωτόνιο χωρίς την ύπαρξη πυρήνα ή ηλεκτρονίου. Ομοίως αποδεικνύεται και η περίπτωση εκπομπής φωτονίου, εκφράζοντας τη διατήρηση ορμής $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_\gamma$ και ενέργειας $E_1 = E_2 + E_\gamma$.

Για την ανάλυση της αντίστροφης ακτινοβολίας πέδησης, θα λυθεί η εξίσωση κίνησης των ηλεκτρονίων. Λαμβάνονται υπόψη μόνο οι σκεδάσεις μεταξύ ηλεκτρονίων-ιόντων καθώς οδηγούν σε μεγαλύτερες μεταβολές της ταχύτητας (αφού $m_i \gg m_e$). Έτσι, η κίνηση περιγράφεται ως εξής [29]:

$$\frac{d\vec{v}_e}{dt} = -\frac{e\vec{E}}{m_e} - \frac{\vec{v}_e}{\tau_{ei}} \quad (4.6)$$

με \vec{v}_e την ταχύτητα του ηλεκτρονίου, \vec{E} το ηλεκτρικό πεδίο του παλμού, τ_{ei} το χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών σκεδάσεων. Σκοπός είναι, να βρεθεί η σχέση διασποράς της συχνότητας του πλάσματος συναρτήσει της συχνότητας σκεδάσεων ν_{ei} .

Στην παράγραφο 2.2 το πρόβλημα διάδοσης ενός παλμού laser μέσα στο πλάσμα προσεγγίστηκε λύνοντας της εξισώσεις Maxwell στο εσωτερικό της ύλης. Εδώ, θα λυθεί το ίδιο πρόβλημα, απλοποιώντας το περισσότερο. Συγκεκριμένα, το πλάσμα μπορεί να θεωρηθεί ως άπειρος κενός χώρος, που περιέχει ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρικό ρεύμα [29]. Έτσι, οι εξισώσεις του Maxwell στο κενό δίνονται:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi en_e \quad (4.7\alpha)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.7\beta)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.7\gamma)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{4\pi en_e \vec{v}}{c} \quad (4.7\delta)$$

όπου το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο του παλμού περιγράφεται:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E} \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t)] \quad (4.8\alpha)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B} \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t)] \quad (4.8\beta)$$

και η ταχύτητα των ηλεκτρονίων, δεδομένου ότι θα εκτελέσουν ταλαντωτική κίνηση με βάση τον παλμό (βλ. §1.2.1), είναι:

$$\vec{v}_e(\vec{r}, t) = \vec{v}_e \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t)] \quad (4.9)$$

Αντικαθιστώντας τις (4.8), (4.9) στις (4.6) και (4.7), υπολογίζονται:

$$i\omega_0 \vec{v}_e = \frac{e\vec{E}}{m_e} + v_{ei} \vec{v}_e \quad (4.10\alpha)$$

$$i\vec{k} \times \vec{E} = \frac{1}{c} i\omega_0 \vec{B} \quad (4.10\beta)$$

$$i\vec{k} \times \vec{B} = -\frac{1}{c} i\omega_0 \vec{E} - \frac{4\pi}{c} n_e e \vec{v}_e \quad (4.10\gamma)$$

$$i\vec{k} \cdot \vec{E} = -4\pi n_e e \quad (4.10\delta)$$

$$i\vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.10\epsilon)$$

και πολλαπλασιάζοντας τις παραπάνω με $\times \vec{k}$ βρίσκεται η γενική μορφή της σχέσης διασποράς της συχνότητας:

$$(\vec{k} \cdot \vec{E})\vec{k} - \left[k^2 - \frac{\omega_0^2}{c^2} + \frac{\omega_p^2 \omega_0^2}{c^2(\omega_0^2 + i\nu_{ei})} \right] \vec{E} = 0 \quad (4.11)$$

όπου αντικαταστάθηκε ο όρος $4\pi e^2 n_e / m_e$ με ω_p και χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα εξωτερικού γινομένου:

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{B}) = \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\vec{k} \cdot \vec{k}) = -\vec{B}|k|$$

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}) - \vec{E}(\vec{k} \cdot \vec{k}) = 4\pi n_e e i \vec{k} - \vec{E}|k|$$

Εφόσον ο παλμός laser είναι κύμα κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης (βλ. §1.1.1), θα ισχύει $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$ κι άρα η (4.11) γίνεται:

$$k^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} + \frac{\omega_p^2 \omega_0^2}{c^2(\omega_0^2 + i\nu_{ei})} = \frac{\omega_0^2}{c^2} + \frac{\omega_p^2}{c^2 \left(1 + \frac{i\nu_{ei}}{\omega_0^2}\right)} \quad (4.12)$$

Για ισχυρά laser, η συχνότητα ω_0 είναι πολύ μεγαλύτερη της ν_{ei} κι επομένως η (4.12) μπορεί να αναπτυχθεί κατά Taylor για $\nu_{ei}/\omega_0 \ll 1$:

$$k^2 \cong \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} + \frac{i\nu_{ei}\omega_p^2}{\omega_0^3}\right) \Rightarrow k = \pm \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} + \frac{i\nu_{ei}\omega_p^2}{\omega_0^3}\right)} \Rightarrow$$

$$\vec{k} \cong \pm \frac{\omega_0}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \left[1 + i \left(\frac{\nu_{ei}}{2\omega_0}\right) \left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2}\right] \hat{k} \quad (4.13)$$

όπου στο δεύτερο βήμα η ρίζα αναπτύχθηκε περαιτέρω καθώς εμφανίστηκε ο όρος $\nu_{ei}/\omega_0 \ll 1$.

Ο συντελεστής απορρόφησης της ενέργειας του παλμού από το πλάσμα λόγω αντίστροφης πέδησης ορίζεται ως [29]:

$$K = 2\text{Im}(k) = \frac{\nu_{ei}}{c} \left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_0}\right)^2} \quad (4.14)$$

Αντικαθιστώντας με την κρίσιμη πυκνότητα $n_c = m_e \omega_0^2 / 4\pi e^2$, γίνεται:

$$K = \frac{\nu_{ei}}{c} \left(\frac{n_e}{n_c}\right) \left(1 - \frac{n_e}{n_c}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.15)$$

από την οποία φαίνεται, πως μεγαλύτερη απορρόφηση συμβαίνει όσο το πλάσμα πλησιάζει στην κρίσιμη πυκνότητα $n_e \rightarrow n_c$.

Γνωρίζοντας το συντελεστή απορρόφησης μπορεί να υπολογιστεί η μεταβολή της έντασης I της δέσμης laser όταν εξέλθει από το πλάσμα. Είναι γνωστό ότι [16]:

$$\frac{dI}{dz} = -KI \quad (4.16)$$

Λύνοντας την παραπάνω για ένα κομμάτι του πλάσματος μήκους L :

$$\frac{dI}{I} = -Kdz \Rightarrow \int_{I_{in}}^{I_{out}} \frac{dI}{I} = \int_0^L -Kdz \Rightarrow \ln\left(\frac{I_{out}}{I_{in}}\right) = -KL \Rightarrow$$

$$I_{out} = I_{in} \exp(-KL) \quad (4.17)$$

όπου I_{in} είναι η ένταση του παλμού όταν εισέρχεται στο πλάσμα και I_{out} αυτή που παρατηρείται όταν εξέρχεται. Συνεπώς, το ποσοστό της ενέργειας που απορροφήθηκε από το πλάσμα είναι:

$$\eta = \frac{I_{in} - I_{out}}{I_{in}} = 1 - \exp(-KL) \quad (4.18)$$

Τέλος, γίνεται κατανοητό, πως όσο το πλάσμα απορροφά ενέργεια, θα πλησιάζει την κρίσιμη πυκνότητά του και θα θερμαίνεται. Επομένως, ο συντελεστής K , εφόσον περιέχει την παράμετρο v_{ei} θα πρέπει να εξαρτάται από το χρόνο. Υπενθυμίζεται, πως η συχνότητα σκέδασης εξαρτάται από τη θερμοκρασία T_e (βλ. §2.1.4) ως:

$$v_{ei} \approx \frac{2.9 \cdot 10^{-12} Z n_e [m^{-3}]}{(T_e [eV])^{3/2}} \quad (4.19)$$

Επομένως, η θερμοκρασία του πλάσματος μπορεί να βρεθεί ως συνάρτηση του χρόνου [27]:

$$T_e(t) [eV] = \frac{1}{Z n_e L e} \int_0^t I \{1 - \exp(-K(t)L)\} dt \quad (4.20)$$

Κεφάλαιο 5

Κώδικας FLASH

Εισαγωγή

Έχοντας παρουσιάσει τη βασική θεωρία και τους μηχανισμούς της καθοδήγησης ενός αερίου σε πλάσμα, στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή της με τη βοήθεια προσομοιώσεων στον κώδικα FLASH. Στο τελευταίο λοιπόν μέρος της εργασίας, γίνεται εισαγωγή στη λειτουργία του κώδικα και παρουσιάζεται μια προσέγγιση στην προσομοίωση εκρήξεων Sedov.

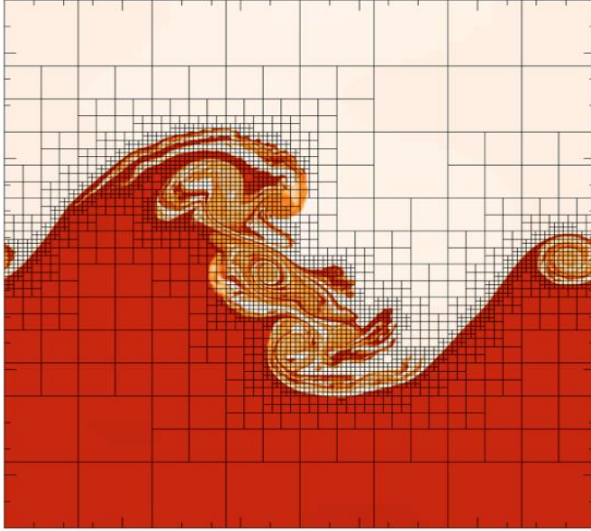
5.1 Βασικές λειτουργίες

Ο κώδικας FLASH ξεκίνησε με σκοπό την προσομοίωση αστροφυσικών φαινομένων και πλέον έχει εξελιχθεί για να ικανοποιεί ένα ευρύ φάσμα φυσικής (μαγνητοϋδροδυναμική, εναπόθεση ενέργειας με laser, πυρηνική φυσική, διάχυση ακτινοβολίας κ.ά.) [30]. Μέχρι στιγμής, αποτελεί τον πιο διαδεδομένο κώδικα στον κλάδο της υπολογιστικής φυσικής.

Ο τρόπος που αντιμετωπίζει τις προσομοιώσεις ρευστών, είναι με τη χρήση πλέγματος (grid). Το πλέγμα αποτελείται από κελιά (cells) και κάθε γωνία του κελιού ορίζει έναν κόμβο (node). Σε κάθε κόμβο υπολογίζονται οι εξισώσεις διατήρησης μάζας (4.1), ορμής (4.2) και ενέργειας (4.3). Με βάση τα αποτελέσματα επιχειρείται μια προσέγγιση των τιμών των παραπάνω εξισώσεων στον εσωτερικό χώρο του κελιού. Το μέγεθος του κελιού χαρακτηρίζεται από τη διακριτοποίηση του πλέγματος [31]. Προφανώς, όσο μικρότερο είναι το κελί, τόσο ακριβέστερη η προσέγγιση και τόσο περισσότερη η υπολογιστική ισχύς που απαιτείται.

Ένα βασικό πλεονέκτημα του κώδικα FLASH είναι η χρήση του πλέγματος με προσαρμοζόμενη διακριτοποίηση (Adaptively Mesh Refined – AMR grid) [31]. Στις περιοχές του πλέγματος όπου απαιτούνται περισσότεροι υπολογισμοί, αυξάνεται η διακριτοποίηση με αποτέλεσμα το μέγεθος των κελιών να μικραίνει (Σχήμα 5.1). Η προσομοίωση ξεκινάει με ένα αρχικό πλέγμα που έχει ορίσει ο χρήστης. Τα κελιά αυτά (parent cells), ανάλογα με τη δυναμική του φαινομένου, χωρίζονται σε μικρότερα (children cells), τα οποία με τη σειρά τους υποδιαιρούνται περισσότερο, μέχρι το σημείο που έχει οριστεί. Κατά αυτόν τον τρόπο, η απαιτούμενη υπολογιστική ισχύς μειώνεται σημαντικά, έναντι της χρήσης ενός πλέγματος με ομοιόμορφη υψηλή διακριτοποίηση.

Τέλος, ορίζονται πόσοι πυρήνες του υπολογιστή θα αναλάβουν την επεξεργασία της προσομοίωσης. Σε κάθε πυρήνα ανατίθεται ένας αριθμός κελιών του πλέγματος. Γίνεται εμφανές, πως όσοι περισσότεροι πυρήνες ορίζονται, το φόρτο εργασίας στον καθένα μειώνεται και επομένως η προσομοίωση απαιτεί λιγότερο χρόνο για την ολοκλήρωσή της.



Σχήμα 5.1: Η λειτουργία του AMR σε προσομοίωση ρευστού. Διακρίνεται η αρχική μορφή των κελιών στα άκρα και η διακριτοποίηση τους όσο πλησιάζουν πιο περιοχές εξέλιξης [32].

5.2 Προσομοίωση έκρηξης Sedov

Η παραπάνω προσέγγιση χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση μιας έκρηξης μορφής Sedov, σε δύο διαστάσεις, με αέριο στόχο τον ατμοσφαιρικό αέρα. Το πείραμα απλοποιήθηκε θεωρώντας ως αρχική στιγμή, τη στιγμή εναπόθεσης της ενέργειας από τη δέσμη του laser στο αέριο και υποθέτοντας πως όλη η ενέργεια της δέσμης μεταφέρεται ακαριαία στο αέριο.

Οι προσομοιώσεις έγιναν για δύο διαφορετικές ενέργειες δέσμης: $E_1 = 10^6 \text{ erg}$, $E_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ erg}$. Η εναπόθεση της ενέργειας έγινε ομοιόμορφα κυλινδρικά. Η προσομοίωση επαναλήφθηκε για κάθε ενέργεια, με την αρχική ακτίνα εναπόθεσης/διαταραχής να λαμβάνει τιμές: $r_{init,1} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, $r_{init,2} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, $r_{init,3} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. Θεωρήθηκε πως ο αέρας βρίσκεται σε ιδανικές συνθήκες με $\gamma = 7/5$, καθώς αποτελείται κυρίως από διατομικά αέρια ($\sim 78\% \text{ N}_2$ και $\sim 21\% \text{ O}_2$), με πίεση που διατηρήθηκε σταθερή σε κάθε περίπτωση ως $p_{atm} = 1013250 \text{ Ba}$ και πυκνότητα $\rho_{atm} = 0.001225 \text{ g/cm}^3$. Οι μονάδες είναι γραμμένες στο cgs σύστημα, καθώς σε αυτό το σύστημα είναι προκαθορισμένα ο κώδικας FLASH να λειτουργεί. Τέλος, οι συνοριακές συνθήκες τέθηκαν ως outflow, ο κώδικας ορίστηκε να δημιουργεί αρχείο με αποτελέσματα κάθε 1 ns και το χρονικό βήμα μεταξύ μετρήσεων να ξεκινάει από $dt_{init} = 10^{-13} \text{ sec}$, να πολλαπλασιάζεται ανά μέτρηση με 1.1 και να αποκτά μέγιστη τιμή $dt_{max} = 10^{-11} \text{ sec}$.

Στη συνέχεια θα μελετηθούν οι τρεις περιπτώσεις κάθε ενέργειας λαμβάνοντας υπόψη το πλέγμα και την πυκνότητα. Ξεκινώντας από την ενέργεια $E_1 = 10^6 \text{ erg}$, η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι η εξής:

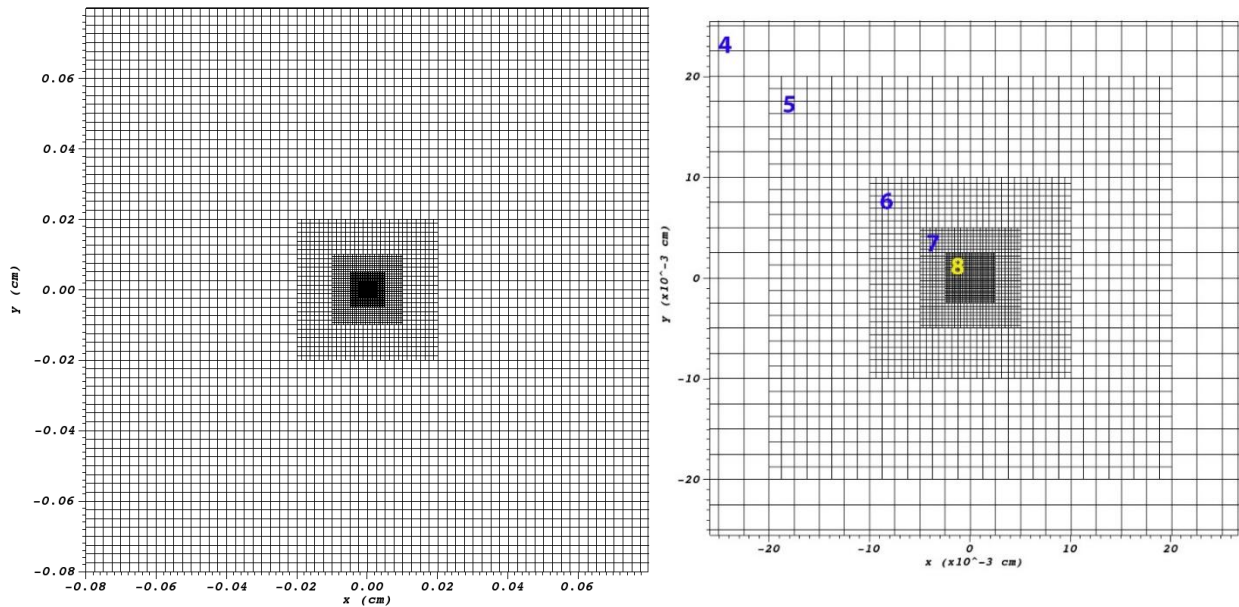
Σε πρώτο στάδιο ορίστηκε το παράθυρο της προσομοίωσης με άξονες $x = [-0.08, 0.08] \text{ cm}$ και $y = [-0.08, 0.08] \text{ cm}$ και πλέγμα με 28 κελιά στον x-άξονα και 28 κελιά στον y-άξονα. Το κέντρο της έκρηξης τοποθετήθηκε στο σημείο (0,0). Η ελάχιστη διακριτοποίηση του πλέγματος ορίστηκε να έχει βαθμό 4 και η μέγιστη βαθμό 8. Αυτό σημαίνει, πως τα αρχικά κελιά του 28x28 πλέγματος διακριτοποιήθηκαν 4 φορές τη χρονική στιγμή $t = 0$ και επιτράπηκε να υπο-διαιρεθούν περαιτέρω έως και 4 φορές. Ο βαθμός της διακριτοποίησης, καθώς επίσης και η μεταβολή που

προκαλεί στη στοιχειώδη μονάδα του χώρου, εμφανίζεται στον Πίνακα 5.1. Επειδή τα κελιά είναι τετράγωνα, η μείωση του στοιχείου dx , θα είναι ίδια με του στοιχείου dy . Να σημειωθεί πως ανάλογο το παράθυρο και το πλέγμα που ορίζεται, οι τιμές του πίνακα διαφέρουν.

l_{refine}	dx	dy
4	0.003	0.003
5	0.001	0.001
6	6.250E-04	6.250E-04
7	3.125E-04	3.125E-04
8	1.563E-04	1.563E-04

Πίνακας 5.1: Οι 4 βαθμίδες διακριτοποίησης (l_{refine}) και η μεταβολή που προκαλεί η καθεμία στα στοιχεία dx, dy του χώρου. Η εικόνα πάρθηκε από τον τερματικό.

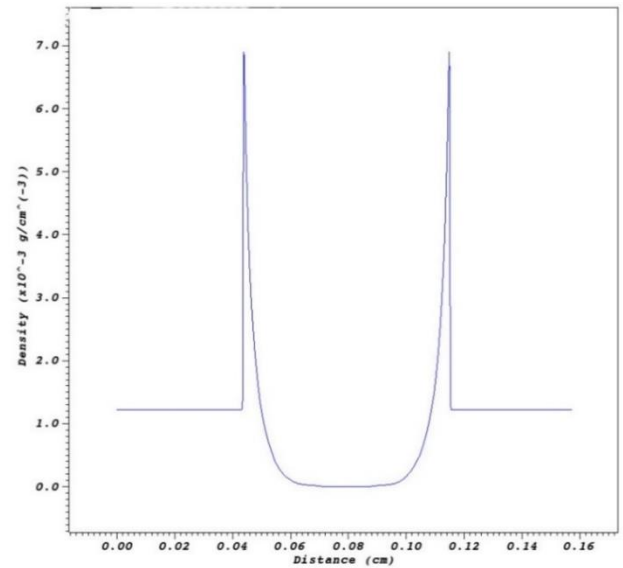
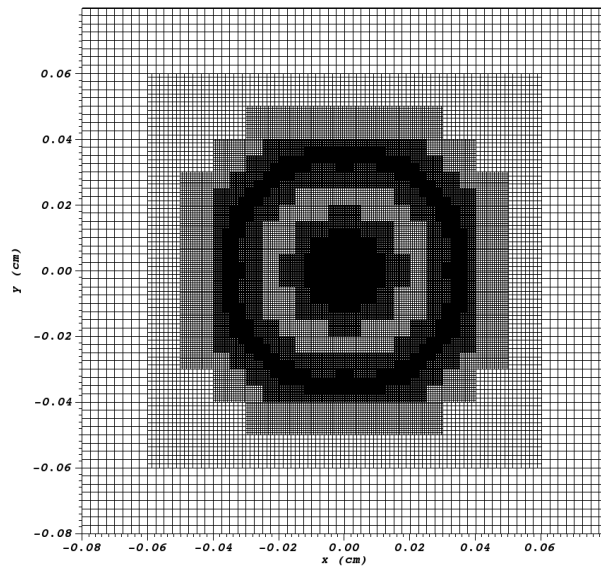
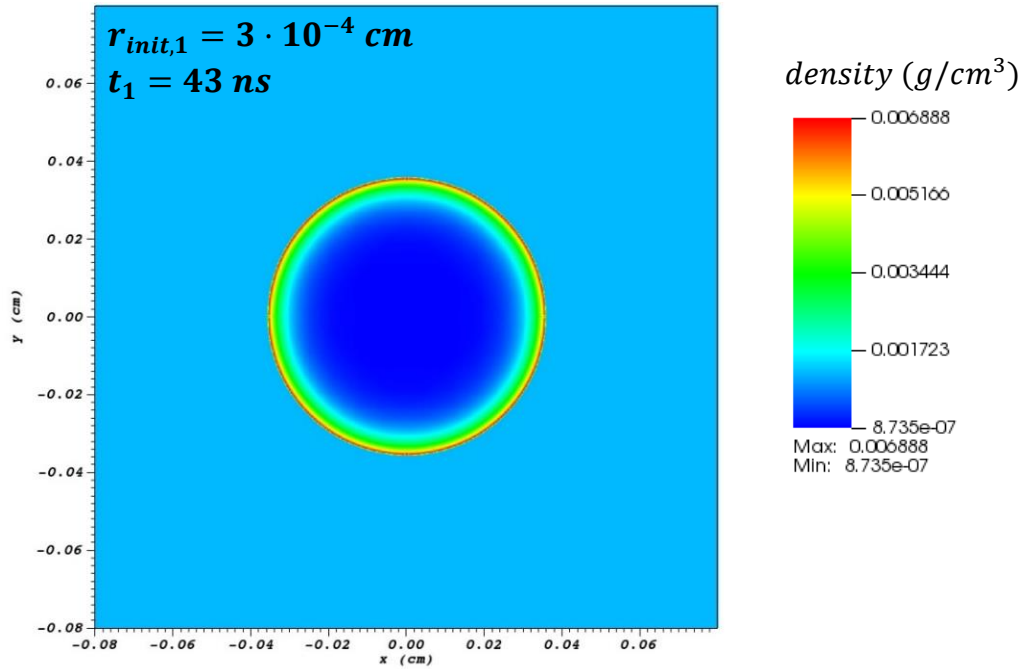
Το τελικό πλέγμα με το οποίο έγινε η προσομοίωση για τις τρεις ακτίνες $r_{init,1}, r_{init,2}, r_{init,3}$ για τη στιγμή $t = 0$ παρουσιάζεται στην εικόνα 5.2.



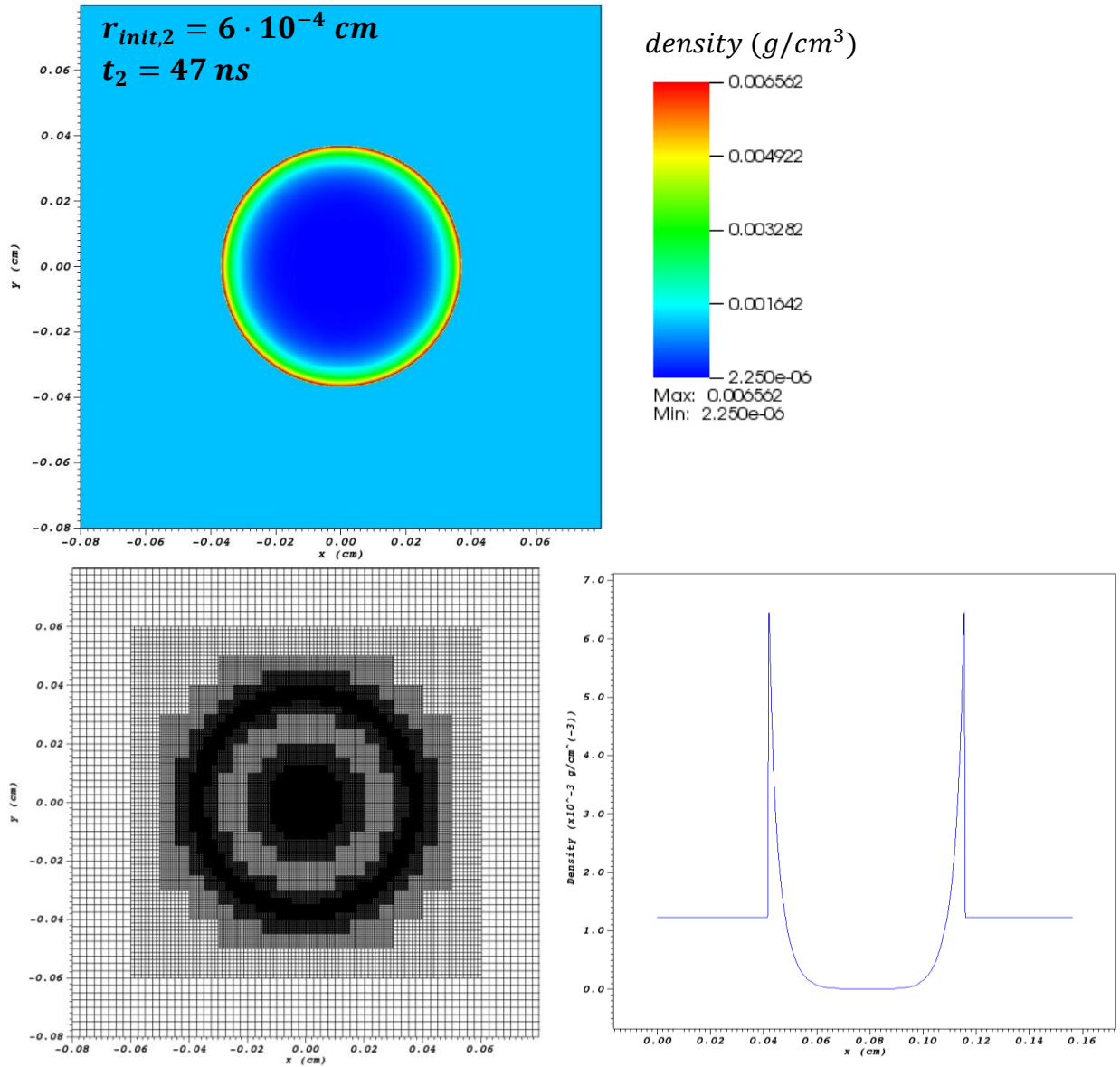
Σχήμα 5.2: (Αριστερά) Το πλέγμα της προσομοίωσης για $E_1 = 10^6 \text{ erg}$ (Δεξιά) Μια μεγέθυνση κοντά στην κεντρική περιοχή του πλέγματος, όπου απεικονίζονται οι 4 βαθμοί διακριτοποίησης.

Γίνεται εμφανές, πως πλησιάζοντας στο σημείο $(0,0)$ η διακριτοποίηση αυξάνεται καθώς εκεί έχει τεθεί το κέντρο της έκρηξης και άρα σε εκείνη την περιοχή απαιτούνται επιπλέον υπολογισμοί.

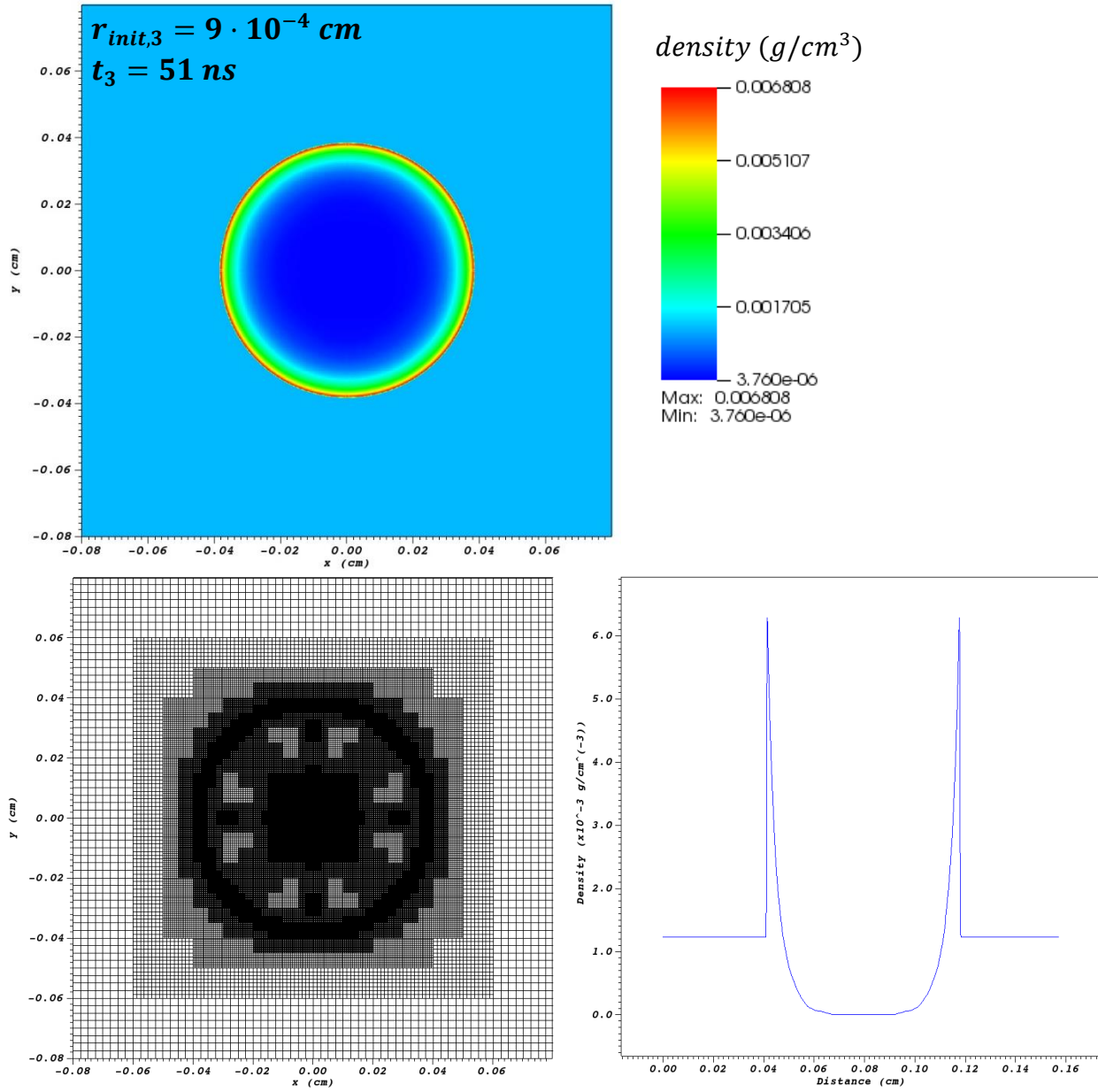
Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι χρονικές στιγμές μέγιστης πυκνότητας για τις τρεις διαφορετικές ακτίνες, το αντίστοιχο πλέγμα και τέλος σε μονοδιάστατη μορφή η πυκνότητα συναρτήσει της απόστασης.



Σχήμα 5.3: (Πάνω) Η χρονική στιγμή $t_1 = 43 \text{ ns}$ μέγιστης πυκνότητας $\rho_{max,1} = 0.006888 \text{ g/cm}^3$ για $r_{init,1} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. (Κάτω αριστερά) Το αντίστοιχο πλέγμα. (Κάτω δεξιά) Η απεικόνιση της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης.



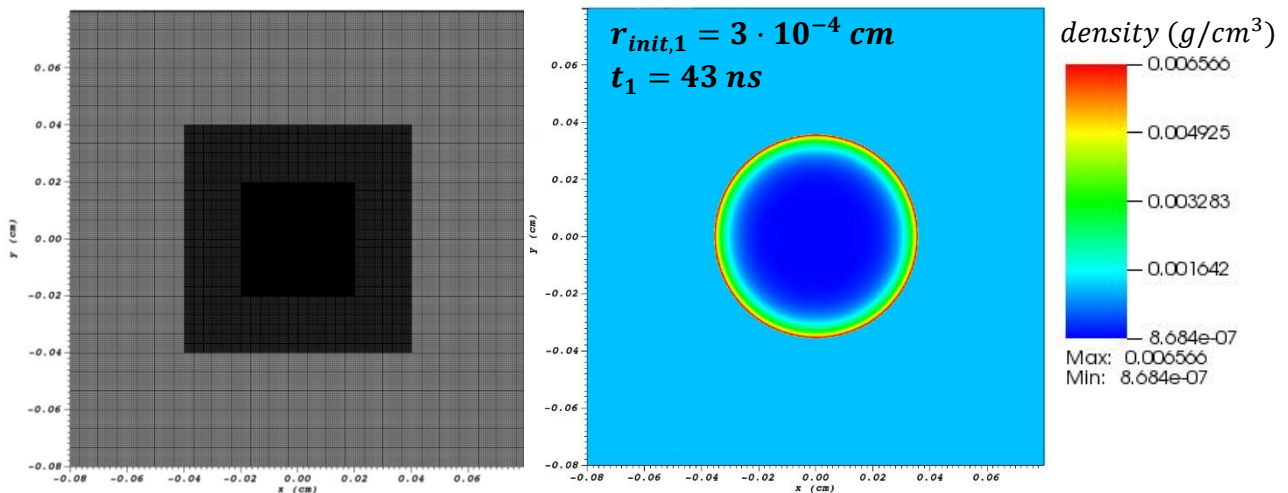
Σχήμα 5.4: : (Πάνω) Η χρονική στιγμή $t_2 = 47 \text{ ns}$ μέγιστης πυκνότητας $\rho_{max,2} = 0.006562 \text{ g/cm}^3$ για $r_{init,2} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. (Κάτω αριστερά) Το αντίστοιχο πλέγμα (Κάτω δεξιά) Η απεικόνιση της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης.



Σχήμα 5.5: : (Πάνω) Η χρονική στιγμή $t_3 = 51 \text{ ns}$ μέγιστης πυκνότητας $\rho_{max,3} = 0.006808 \text{ g/cm}^3$ για $r_{init,3} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. (Κάτω αριστερά) Το αντίστοιχο πλέγμα (Κάτω δεξιά) Η απεικόνιση της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης.

Η αύξηση της αρχικής ακτίνας οδηγεί σε μικρότερα πλατό πυκνοτήτων λόγω της εξάρτησης $r(t) \propto \rho_1^{-1/4}$, όπως φαίνεται από την εξίσωση (3.5), εάν προσαρμοσθεί για κυλινδρικές συντεταγμένες: $r(t) = \tilde{C}_\gamma \rho_1^{-1/4} E^{1/4} t^{2/4}$ και αντικατασταθεί $\rho_1 = \rho_2/6$, σύμφωνα με τις συνθήκες άλματος διατομικών αερίων. Να σημειωθεί πως εδώ ρ_1 και ρ_2 είναι οι συμβολισμοί αδιατάρακτης και διαταραγμένης πυκνότητας αερίου αντίστοιχα, όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3, και δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ $\rho_{max,1}$ και $\rho_{max,2}$. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα επίσης, παρατηρήθηκαν μικρές μεταβολές στην πυκνότητα μετά το πέρας της μέγιστης, παρά του ότι αναμενόταν μόνο μείωση. Αυτή η συμπεριφορά οφείλεται στην αριθμητική προσέγγιση του FLASH. Πιο συγκεκριμένα, οι τιμές της πυκνότητας καθώς και η ποιότητα της χρωματικής απεικόνισης διαφέρουν ανάλογως με τη μορφή του πλέγματος σε συνδυασμό με τη διάσταση του χώρου επίλυσης και το βαθμό επανα-διακριτοποίησης.

Όλα τα παραπάνω είναι επιλογές του χρήστη και η ακρίβεια της προσομοίωσης αφορά το επιθυμητό αποτέλεσμα. Ως παράδειγμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 5.6 η μέγιστη πυκνότητα τη στιγμή $t_1 = 43 \text{ ns}$ για $r_{init,1} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$, χρησιμοποιώντας ένα πυκνότερο πλέγμα με 64×64 κελιά, ελάχιστη διακριτοποίηση βαθμού 1 και μέγιστη βαθμού 6 και ίδιο χρονικό βήμα dt . Η μέγιστη πυκνότητα βρέθηκε όπως και προηγουμένως τη στιγμή $t_1 = 43 \text{ ns}$, αλλά με τιμή $\rho'_{max,1} = 0.006566 \text{ g/cm}^3$ έναντι της $\rho_{max,1} = 0.006888 \text{ g/cm}^3$. Δεδομένου ότι για $\rho'_{max,1}$ το πλέγμα είναι πυκνότερο, η τιμή αυτή θα είναι και ακριβέστερη. Πληροφοριακά, ο χρόνος που χρειάστηκε για να φτάσει η προσομοίωση τα 43 ns με αυτό το πλέγμα και 8 πυρήνες ήταν $\sim 131 \text{ min}$, ενώ με το 28×28 κελιά πλέγμα ήταν $\sim 20 \text{ min}$. Αυτό διότι, πέραν του μικρότερου μεγέθους parent κελιού, ένα μεγάλο μέρος της υπολογιστικής ισχύς καταναλώνεται στον υπολογισμό σημείων του αδιατάρακτου αερίου. Οι υπολογισμοί αυτοί δεν είναι ουσιώδεις, αφού το αδιατάρακτο αέριο βρίσκεται σταθερά σε πυκνότητα $\rho_{atm} = 0.001225 \text{ g/cm}^3$. Επειδή σκοπός του πειράματος δεν είναι η ακριβής μέτρηση της πυκνότητας, αλλά η μελέτη του κώδικα FLASH, το πλέγμα που κρατήθηκε είναι το 28×28 .

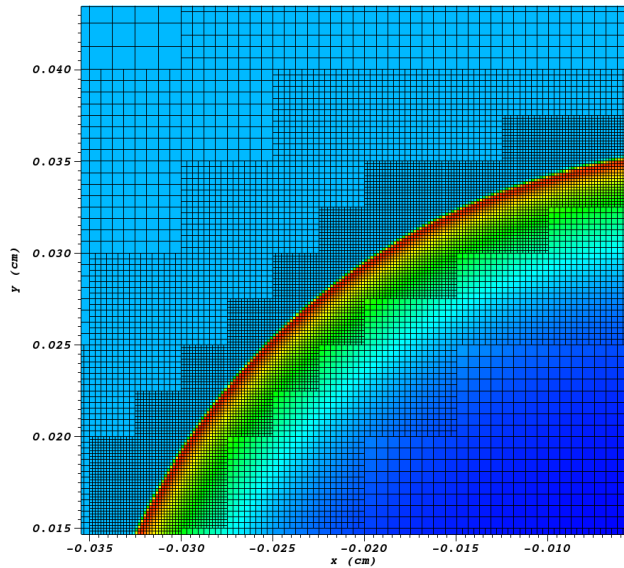


Σχήμα 5.6: (Αριστερά) Το πλέγμα 64×64 κελιών τη στιγμή $t = 0$. (Δεξιά) Η μέγιστη πυκνότητα τη στιγμή $t_1 = 43 \text{ ns}$ για $r_{init,1}$.

Συνεχίζοντας τη μελέτη, τα διαγράμματα της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης των Σχημάτων 5.3, 5.4, 5.5, έρχονται σε συμφωνία με τη θεωρία. Παρατηρείται όμως, πως η

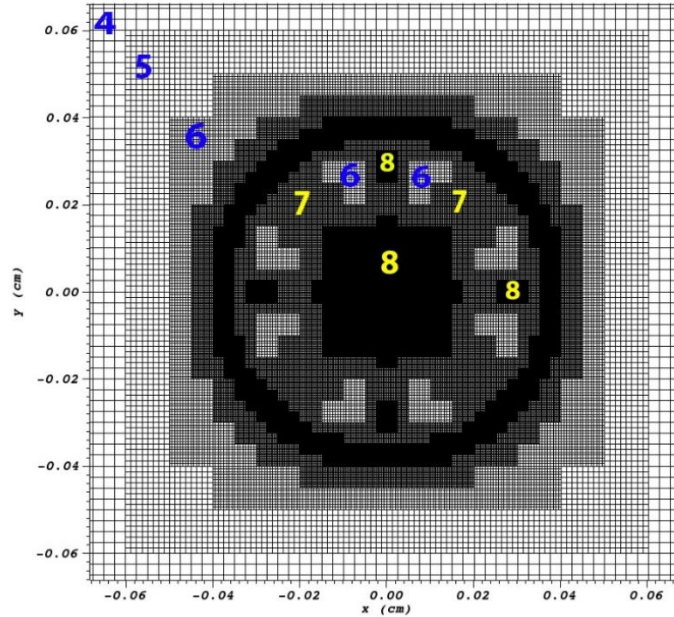
πυκνότητα έχει μηδενιστεί πλήρως σε μια περιοχή κοντά στο κέντρο της έκρηξης. Αντιθέτως, στη θεωρία υπάρχει μόνο ένα σημείο μηδενισμού, το κέντρο (0,0) (Σχήμα 4.1). Στην πραγματικότητα το διάγραμμα αποτελεί προσέγγιση, αφού στα δισδιάστατα διαγράμματα διακρίνεται πως η ελάχιστη πυκνότητα είναι της τάξης $10^{-7} g/cm^3$. Επιπλέον, όσο αυξάνεται η ένταση, διακρίνονται κορυφές που αλλοιώνουν τα διαγράμματα. Αυτό οφείλεται στους προαναφερθέντες παράγοντες που επηρεάζουν την ποιότητα της προσεγγιστικής απεικόνισης. Τέλος, μπορεί να υπολογιστεί με ευκολία η ακτίνα που έχει αποκτήσει η έκρηξη τη στιγμή αυτή. Συγκεκριμένα, συμβολίζοντας με R_i την ακτίνα της αντίστοιχης περίπτωσης $r_{init,i}$ ($i = 1, 2, 3$), ισχύει πως $R_1 = 0.036 cm$, $R_2 = 0.037 cm$, $R_3 = 0.038 cm$. Υπολογίζοντας τη θεωρητική εξίσωση $r(t) = \tilde{C}_\gamma \rho_1^{-1/4} E^{1/4} t^{2/4}$, μπορούν να επαληθευτούν τα αποτελέσματα του κώδικα. Δεδομένου ότι $\rho_1 \equiv \rho_{atm} = 0.001225 g/cm^{-3}$, $E \equiv E_1 = 10^6 erg$ και για διατομικά αέρια $\tilde{C}_\gamma \sim 1$ [32] οι υπολογισμοί με ακρίβεια τριών δεκαδικών ψηφίων δίνουν για τους αντίστοιχους χρόνους $t_1 = 43 ns$, $t_2 = 47 ns$, $t_3 = 51 ns$: $r(t_1) = 0.036 cm = R_1$, $r(t_2) = 0.037 cm = R_2$, $r(t_3) = 0.038 cm = R_3$. Από την ίδια εξίσωση μπορεί να γίνει κατανοητό γιατί μεγαλύτερες ακτίνες οδηγούν σε χρονικά μεγαλύτερα πλατό, αφού $r(t) \propto t^{2/4}$.

Παρατηρώντας τα πλέγματα των Σχημάτων 5.3, 5.4, 5.5 διακρίνεται η βασική λειτουργία του AMR πλέγματος. Στα άκρα της έκρηξης η διακριτοποίηση αποκτά το μέγιστο βαθμό 8, ενώ στα σημεία μακριά από την έκρηξη ο βαθμός μειώνεται σταδιακά (Σχήμα 5.7). Ακόμη, στο εσωτερικό του κύκλου, επειδή η πυκνότητα συνεχίζει να μειώνεται, καθώς μεταφέρεται στα άκρα, η διακριτοποίηση είναι επίσης αυξημένη. Η περιοχή κοντά στο κέντρο φέρει το μέγιστο βαθμό διακριτοποίησης, καθώς η πυκνότητα μεταβάλλεται αποκτώντας τις χαμηλότερες τιμές της.



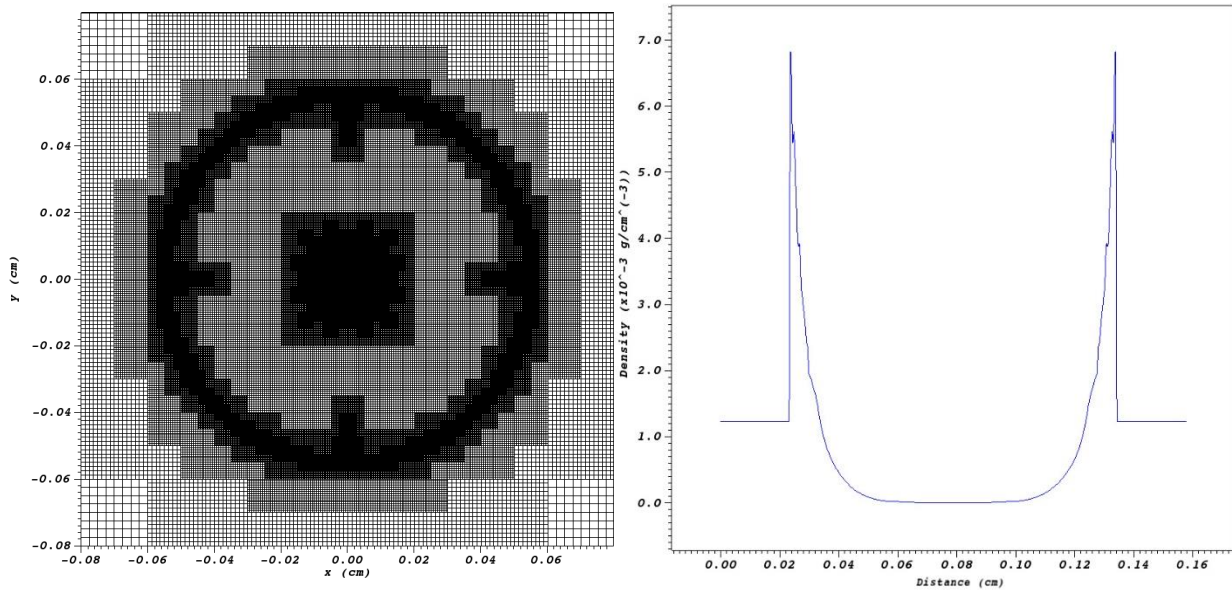
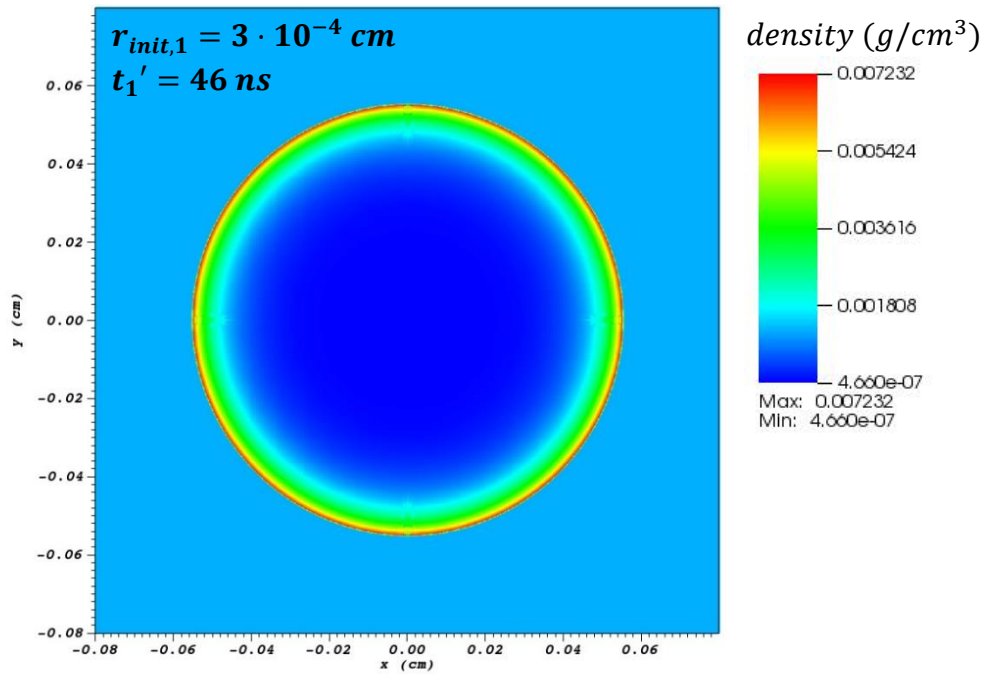
Σχήμα 5.7: Παράδειγμα της λειτουργίας του AMR πλέγματος. Εμφανίζεται σε μεγέθυνση μια περιοχή του άκρου της έκρηξης της περίπτωσης $r_{init,1}$ (Σχήμα 5.3) σε συνδυασμό με το πλέγμα.

Τέλος, ενδιαφέρουσα είναι η επιλογή του κώδικα να διακριτοποιήσει την περίπτωση της μεγαλύτερης έντασης με $r_{init,3} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ (Σχήμα 5.5). Στο εσωτερικό του κύκλου, παρατηρούνται νησίδες διακριτοποίησης βαθμού 8 και βαθμού 6 (Σχήμα 5.8). Οι νησίδες είναι προφανώς συμμετρικές σε κάθε τεταρτημόριο του κύκλου, λόγω της συμμετρίας του φαινομένου βάση της λειτουργίας του AMR πλέγματος.

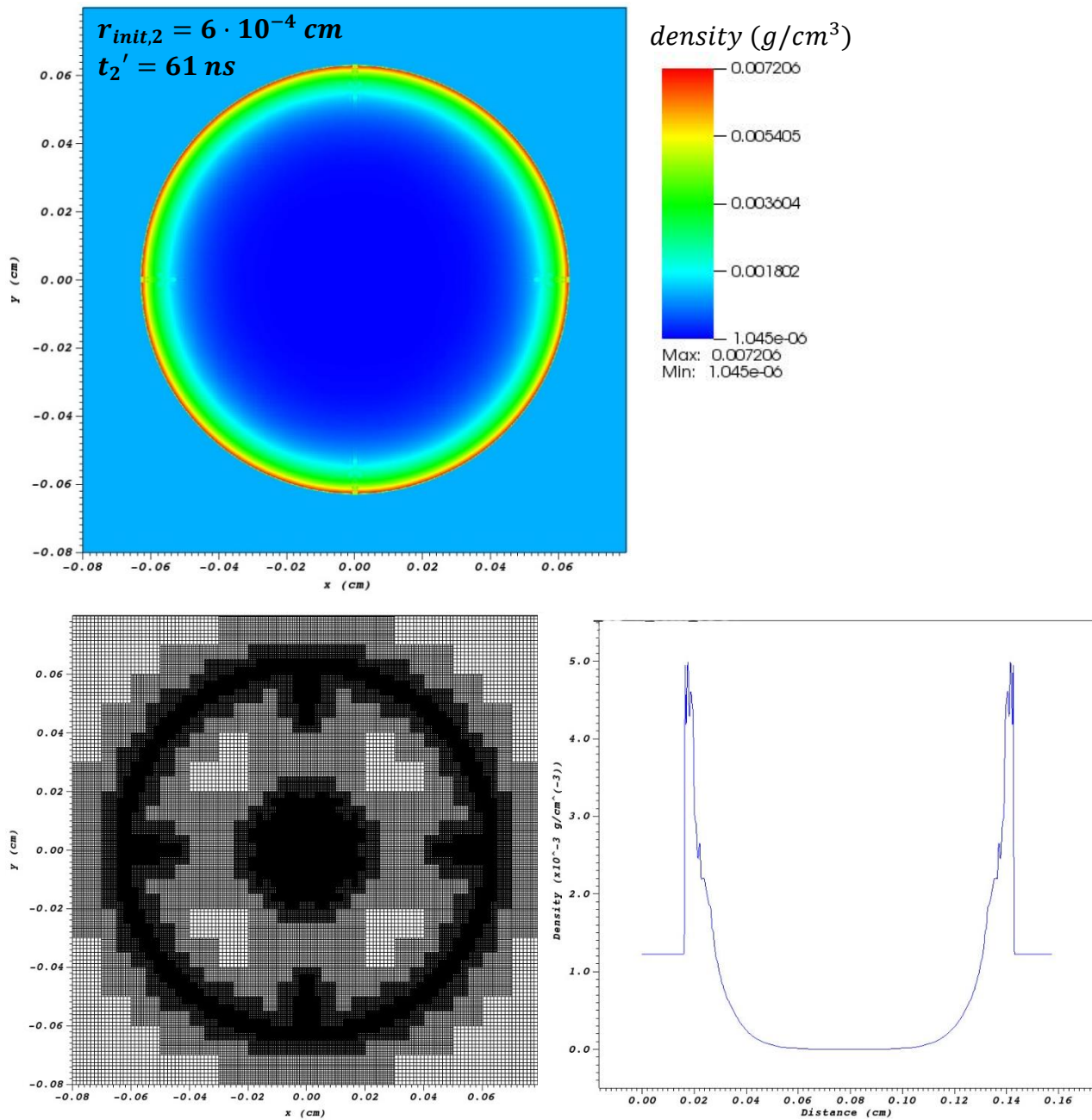


Σχήμα 5.8: Νησίδες διαφορετικών βαθμών διακριτοποίησης στην περίπτωση $r_{init,3} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$.

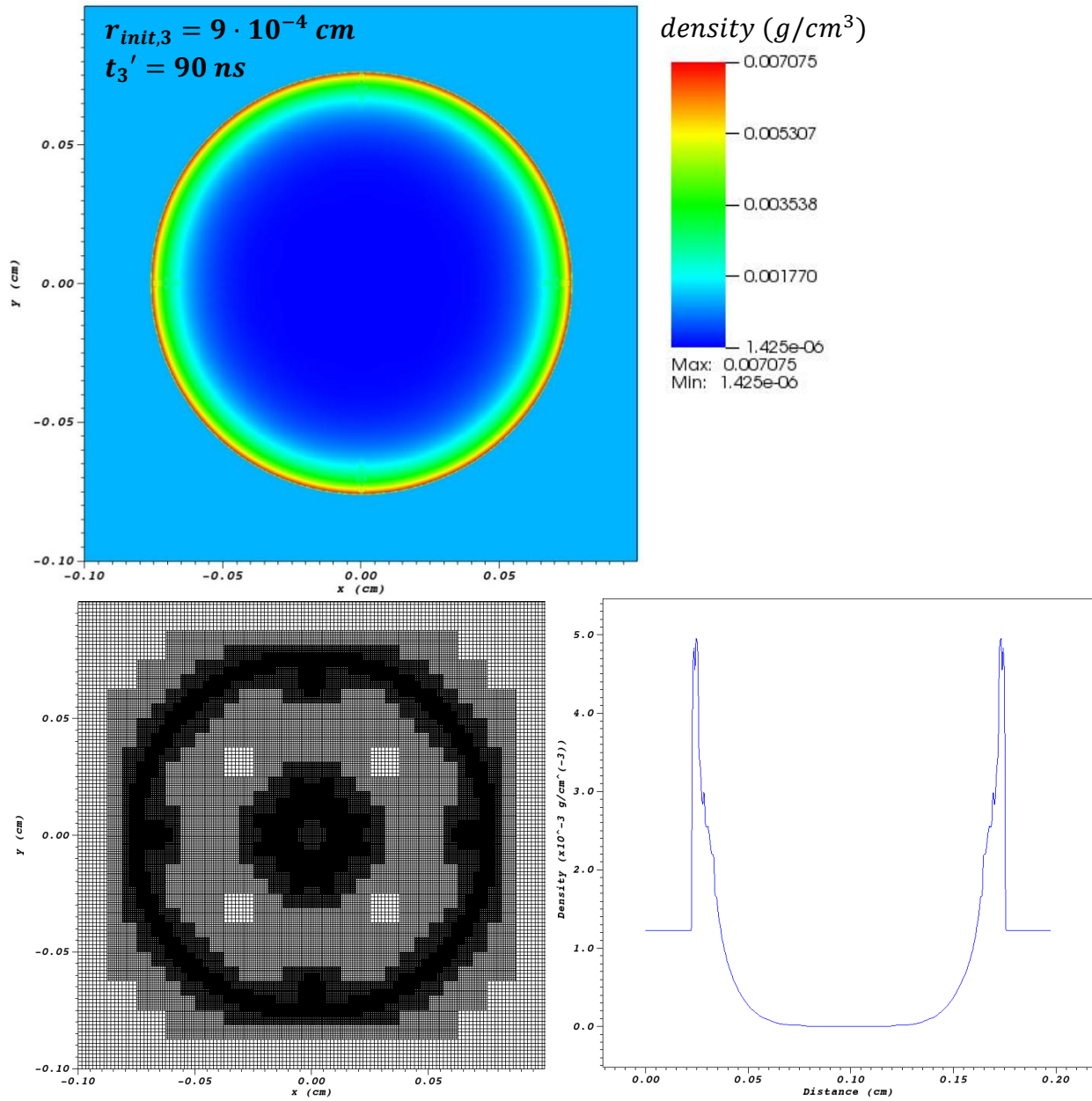
Αυξάνοντας την ενέργεια σε $E_2 = 5 \cdot 10^6 \text{ erg}$ και επαναλαμβάνοντας το πείραμα, οι υπολογισμοί των μεγίστων πυκνοτήτων είναι οι παρακάτω:



Σχήμα 5.9: : (Πάνω) Η χρονική στιγμή $t_1' = 46 \text{ ns}$ μέγιστης πυκνότητας $\rho_{max,1}' = 0.007232 \text{ g}/\text{cm}^3$ για $r_{init,1} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. (Κάτω αριστερά) Το αντίστοιχο πλέγμα (Κάτω δεξιά) Η απεικόνιση της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης.

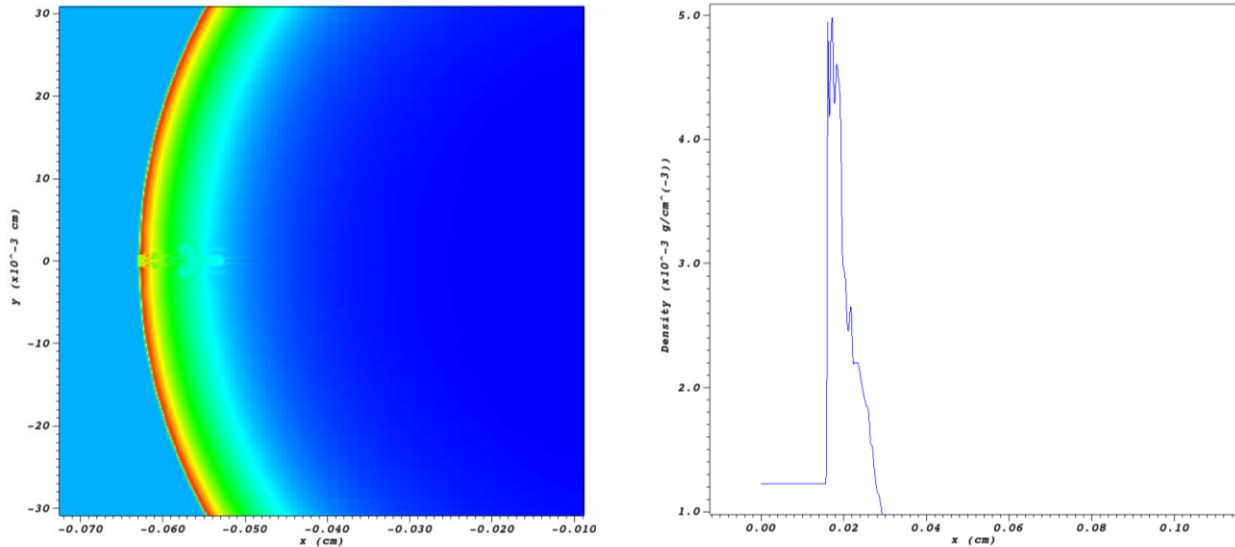


Σχήμα 5.10: : (Πάνω) Η χρονική στιγμή $t_2' = 61 \text{ ns}$ μέγιστης πυκνότητας $\rho_{max,2}' = 0.007206 \text{ g/cm}^3$ για $r_{init,2} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. (Κάτω αριστερά) Το αντίστοιχο πλέγμα (Κάτω δεξιά) Η απεικόνιση της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης.



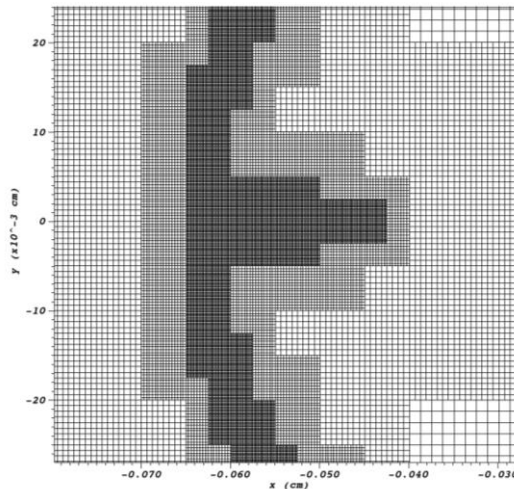
Σχήμα 5.11: : (Πάνω) Η χρονική στιγμή $t_3' = 90 \text{ ns}$ μέγιστης πυκνότητας $\rho_{max,2}' = 0.007075 \text{ g/cm}^3$ για $r_{init,3} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. (Κάτω αριστερά) Το αντίστοιχο πλέγμα (Κάτω δεξιά) Η απεικόνιση της μέγιστης πυκνότητας συναρτήσει της θέσης.

Διακρίνεται, πως η αύξηση της ενέργειας εναπόθεσης προκάλεσε μεγαλύτερα πλατό πυκνότητας, όπως προβλέπει η εξίσωση $r(t) = \tilde{C}_\gamma \rho_1^{-1/4} E^{1/4} t^{2/4}$. Επίσης, παρατηρείται πλέον η μείωση της μέγιστης πυκνότητας με την αύξηση της ακτίνας διαταραχής. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα πως σε αραιότερα πλέγματα οι υψηλότερες ενέργειες δίνουν ακριβέστερα αποτελέσματα. Όσον αφορά τα δισδιάστατα διαγράμματα, απεικονίζονται ορισμένες συμμετρικές αλλοιώσεις (Σχήμα 5.12). Χαράζοντας το διάγραμμα της πυκνότητας συναρτήσει της θέσης πάνω σε αυτές τις αλλοιώσεις, παρατηρούνται καλύτερα και στα τρία σχήματα (5.9, 5.10, 5.11) κορυφές. Το φαινόμενο φαίνεται να είναι εντονότερο από την περίπτωση της ενέργειας E_1 .



Σχήμα 5.12: (Αριστερά) Μία από τις αλλοιώσεις της περίπτωσης $r_{init,2} = 6 \cdot 10^{-4}$ cm. (Δεξιά) Σε μεγέθυνση το μέγιστο της πυκνότητας στην περιοχή της αλλοίωσης.

Ανακαλώντας το διάγραμμα του πλέγματος (Σχήμα 5.13) μπορεί να παρατηρηθεί πως η αλλοίωση αυτή, οφείλεται στον τρόπο λειτουργίας του AMR πλέγματος. Συγκεκριμένα, στην περιοχή της AMR έχει επιλεχθεί μεγαλύτερος βαθμός διακριτοποίησης σε σχέση με τη γύρω περιοχή. Το πρόβλημα μπορεί να λυθεί αυξάνοντας το βαθμό της μέγιστης διακριτοποίησης και πυκνώνοντας το πλέγμα.



Σχήμα 5.13: Σε μεγέθυνση η περιοχή της αλλοίωσης. Παρατηρείται σε οποιαδήποτε περίπτωση $r_{init,i}$. Γίνεται εμφανές ότι οφείλεται στο μεγαλύτερο βαθμό διακριτοποίησης.

Όσον αφορά την ακτίνα της κάθε έκρηξης τα αποτελέσματα είναι $R'_1 = 0.055 \text{ cm}$ για $r_{init,1}$, $R'_2 = 0.062 \text{ cm}$ για $r_{init,2}$ και $R'_3 = 0.074 \text{ cm}$ για $r_{init,3}$. Είναι αναμενόμενο να αυξήθηκαν οι ακτίνες με την αύξηση της ενέργειας καθώς $r(t) \propto E^{1/4}$. Εφόσον αυξήθηκαν οι τιμές των ακτινών, το ίδιο θα συμβεί και με τα χρονικά πλατό λόγω της εξάρτησης $r(t) \propto t^{2/4}$. Τέλος, υπολογίζεται ο λόγος μεταξύ των ακτινών που βρέθηκαν για τις ενέργειες E_1 και E_2 : $R'_1/R_1 = 1.53$, $R'_2/R_2 = 1.67$, $R'_3/R_3 = 1.95$.

Να σημειωθεί πως στην περίπτωση της $r_{init,3}$ χρειάστηκε να μεγαλώσει το παράθυρο από χωρικές διαστάσεις $0.08 \text{ cm} \times 0.08 \text{ cm}$ σε $0.1 \text{ cm} \times 0.1 \text{ cm}$. Η αλλαγή αυτή φυσιολογικά επηρεάζει τη δυνατότητα σύγκρισης των τριών περιπτώσεων $r_{init,i}$, καθώς σημαίνει πως πρέπει να επαναληφθούν οι περιπτώσεις $r_{init,1}$ και $r_{init,2}$ χρησιμοποιώντας το νέο παράθυρο. Κατά την προσπάθεια επανάληψης, ο κώδικας δεν έδινε αποτελέσματα για αυτές τις ακτίνες διαταραχής. Το πρόβλημα οφείλεται στο ότι το πλέγμα που χρησιμοποιείται, θεωρείται πλέον πολύ μεγάλο για την προσομοίωση των δύο περιπτώσεων. Η λύση δίνεται αυξάνοντας την ελάχιστη διακριτοποίηση από βαθμό 4 σε 5. Τότε όμως, θα χρειαστεί να επαναληφθεί και η περίπτωση της $r_{init,3}$, αφού έγινε για ελάχιστη διακριτοποίηση 4. Συμπεραίνεται, πως για ακριβέστερο προσδιορισμό της πυκνότητας και σύγκρισή της μεταξύ διαφορετικών ενεργειών, χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο πλέγμα, θα χρειαστεί ελάχιστη διακριτοποίηση βαθμού 5.

Συμπεράσματα

Στην πτυχιακή αυτή εργασία έγινε εισαγωγή στις βασικές έννοιες των laser, των αερίων και της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης για την παραγωγή πλάσματος. Από τη θεωρία συμπεράνθηκε πως η αλληλεπίδραση αυτή, χαρακτηρίζεται από ωστικό κύμα παρόμοιο με εκείνο της φάσης Sedon των υπερκαινοφανών και της ατομικής βόμβας. Τέθηκε το ερώτημα μοντελοποίησης και προσομοίωσης της υδροδυναμικής συμπεριφοράς τέτοιων ωστικών κυμάτων. Μέσω του κώδικα FLASH παρατηρήθηκε, πως δύναται να προβλεφθεί υπολογιστικά η χωροχρονική εξέλιξη της πυκνότητας του παραγόμενου πλάσματος.

Από την όλη μελέτη του φαινομένου, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα πως η καθοδήγηση ενός αερίου σε πλάσμα υψηλής πυκνότητας, αποτελεί ιδανικό στόχο για επιτάχυνση σωματιδίων. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την εναπόθεση επιπλέον ενέργειας πάνω στο υψηλό-πυκνο μέτωπο της έκρηξης, μέσω μιας δεύτερης δέσμης laser. Επομένως, η προσομοίωση μιας έκρηξης Sedon, μπορεί να καθορίσει τις αρχικές συνθήκες για κώδικες που μελετούν μεμονωμένα την εξέλιξη του κάθε σωματιδίου.

Εμβαθύνοντας στο παραπάνω, αναδύονται περαιτέρω ερωτήματα για την επιλογή του αερίου στόχου. Αναλόγως το επιθυμητό αποτέλεσμα, πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν και η ικανότητα σκέδασης του κάθε στόχου, αλλά και η περίπτωση ανάμιξης αερίων για τη βελτιστοποίηση του. Επιπλέον, στην εργασία αυτή μελετήθηκε η περίπτωση ενός αερίου που εκρήγνυται. Γεννάται το ερώτημα, πως επηρεάζεται η μέγιστη πυκνότητα κατά τη σύγκρουση των μετώπων δύο ή και περισσότερων ωστικών κυμάτων που κατευθύνονται προς το ίδιο σημείο.

Κλείνοντας, κρίνεται αναγκαίο να αναφερθούν ορισμένα ζητήματα θεωρίας που δεν αντιμετωπίστηκαν αλλά αποτελούν επόμενο στάδιο της πτυχιακής εργασίας. Μερικά από τα πιο αξιοσημείωτα είναι η μη γραμμική αλληλεπίδραση laser-πλάσματος, οι αστάθειες του πλάσματος, η παραγόμενη ακτινοβολία, η χρήση στερεών στόχων, ο τρόπος που προσεγγίζονται σφάλματα με τη χρήση του κώδικα FLASH, καθώς επίσης και η προσομοίωση έκρηξης Sedon με την ύπαρξη laser.

Βιβλιογραφία

1. Arunachalam AK. Investigation of Laser-Plasma Interactions at Near-critical Densities [Dr. rer. nat.]. Friedrich-Schiller-Universität Jena; 2017.
2. Svelto O. Principles of Lasers. 5η έκδ. Boston, MA: Springer US; 2010. 625 σ. Διαθέσιμο στο: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-1302-9>
3. Paschotta DR. Gouy Phase Shift. Διαθέσιμο στο: https://www.rpphotonics.com/gouy_phase_shift.html
4. Cros B. Laser-driven Plasma Wakefield: Propagation Effects. CERN Yellow Report. CERN; 2017. σ. 207–30. Διαθέσιμο στο: <https://cds.cern.ch/record/2203636>
5. Fakultät für Physik - LMU München. Διαθέσιμο στο: https://www.physik.uni-muenchen.de/lehre/vorlesungen/sose_17/applications_of_high-intensity_laser-pulses/vorlesung/lasermatter.pdf
6. Gibbon P. Short Pulse Laser Interactions with Matter. 2005. 328 σ.
7. curtis.suplee@nist.gov. Periodic Table of the Elements. NIST. 2009. Διαθέσιμο στο: <https://www.nist.gov/pml/periodic-table-elements>
8. Καρράς Γ. Μελέτη της αλληλεπίδρασης μοριακών συσσωματωμάτων αλκυλο-αλογονιδίων με ισχυρά πεδία laser [Dr. rer. nat.]. [Ιωάννινα]: Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων; 2011.
9. Tunnel ionization. Στο: Wikipedia. 2020. Διαθέσιμο στο: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Tunnel_ionization&oldid=953272058
10. C. P. S. Dissociation dynamics of molecular ions [Dr. rer. nat.]. [Mumbai]: Tata Institute of Fundamental Research; 2010. Διαθέσιμο στο: http://www.iuac.res.in/atmol/~safvan/safvan_thesis/thesis.html
11. Τσίγκανος ΚΧ. Αστροφυσική Πλάσματος. Αθήνα; 2017. 503 σ.
12. Βλαχάκης Ν. Διαλέξεις Αστροφυσικής Πλάσματος. Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών; 2018.
13. Griffiths DJ. Εισαγωγή στην Ηλεκτροδυναμική. 2η έκδ. Εκδόσεις Κρήτης; 2015. 639 σ.
14. Μαστιχιάδης Α., Βλαχάκης Ν. Αστροφυσική Υψηλών Ενεργειών. 2015. 123 σ.
15. Taylor G. The formation of a blast wave by a very intense explosion I. Theoretical discussion. Proc R Soc Lond Ser Math Phys Sci. 22 Μάρτιος 1950;201(1065):159–74.
16. Μαστιχιάδης Α. Διαλέξεις Φυσικής των Αστέρων. Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών; 2018.

17. Passalidis S. Hydrodynamic simulations of collisional shockwaves in gas targets for improved ion acceleration [Master Thesis]. London Imperial College, Centre for Plasma Physics & Lasers, TEI of Crete; 2017.
18. Kandula M, Freeman R. On the interaction and coalescence of spherical blast waves. *Shock Waves*. Ιούνιος 2008;18(1):21–33.
19. Gamal YEE-D, Abdellatif G. Investigation of the threshold intensity versus gas pressure in the breakdown of helium by 248 nm laser radiation. *Appl Phys B*. Οκτώβριος 2014;117(1):103–11.
20. Aleksandrov NL, Bodrov SB, Tsarev MV, Murzanev AA, Sergeev YuA, Malkov YuA, κ.ά. Decay of femtosecond laser-induced plasma filaments in air, nitrogen, and argon for atmospheric and subatmospheric pressures. *Phys Rev E*. 20 Ιούλιος 2016;94(1):013204.
21. Paschotta DR. Laser-induced Breakdown [Διαδίκτυο]. [παρατίθεται 8 Απρίλιος 2020]. Διαθέσιμο στο: https://www.rp-photonics.com/laser_induced_breakdown.html
22. Davis JP, Smith AL, Giranda C, Squicciarini M. Laser-induced plasma formation in Xe, Ar, N₂, and O₂ at the first four Nd:YAG harmonics. :7.
23. Niemz MH. Threshold dependence of laser-induced optical breakdown on pulse duration. *Appl Phys Lett*. 6 Μάρτιος 1995;66(10):1181–3.
24. Sharma A, Slipchenko MN, Rahman KA, Shneider MN, Shashurin A. Direct measurement of electron numbers created at near-infrared laser-induced ionization of various gases. *J Appl Phys*. 21 Μάιος 2019;125(19):193301.
25. Ryden BS. Department of Astronomy - Ohio State University. Διαθέσιμο στο: <http://www.astronomy.ohio-state.edu/~ryden/ast825/ch5-6.pdf>
26. Najmudin Z, Palmer CAJ, Dover NP, Pogorelsky I, Babzien M, Dangor AE, κ.ά. Observation of impurity free monoenergetic proton beams from the interaction of a CO₂ laser with a gaseous target. *Phys Plasmas*. Μάιος 2011;18(5):056705.
27. Passalidis S, Ettliger OC, Hicks GS, Dover NP, Najmudin Z, Benis EP, κ.ά. Hydrodynamic computational modelling and simulations of collisional shock waves in gas jet targets. *High Power Laser Sci Eng*. 2020;8:e7.
28. Reville B, Bell AR, Gregori G. Diffusive shock acceleration at laser-driven shocks: studying cosmic-ray accelerators in the laboratory. *New J Phys*. 22 Ιανουάριος 2013;15(1):015015.
29. Eliezer S. The Interaction of High-Power Lasers with Plasmas. Plasma Physics Department, Soreq N.R.C., Yavne, Israel & Institute of Nuclear Fusion, Madrid Polytechnic University, Madrid, Spain: Institute of Physics Publishing; 2002. 335 σ. (Plasma Physics).

30. Flash Center for Computational Science. Διαθέσιμο στο:
<http://flash.uchicago.edu/site/flashcode/>
31. Flash4 User Guide. Διαθέσιμο στο:
http://flash.uchicago.edu/site/flashcode/user_support/flash4_ug_4p62/
32. Hydrodynamics Test Problems in Flash. Διαθέσιμο στο:
http://flash.uchicago.edu/site/flashcode/user_support/flash_ug_devel/node184.html

