



Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τμήμα Φιλοσοφίας και Ιστορίας της Επιστήμης

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Τμήμα Ψυχολογίας

Τμήμα Φιλοσοφίας

“Αποδομώντας τη μαθηματική ικανότητα: Παρουσίαση και διερεύνηση ενός μοντέλου τεσσάρων διαστάσεων”

Ανατολή Παραστατίδου

Κατάθεση πτυχιακής εργασίας ως μέρος του διατμηματικού προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών «Γνωσιακή Επιστήμη»

Συμβουλευτική Επιτροπή

Πέτρος Ρούσσο




Κωνσταντίνος Μουτούσης

Αργυρώ Βατάκη

Αθήνα

Απρίλιος 2020

Έγκριση πτυχιακής εργασίας

Επώνυμο - Όνομα	Βαθμίδα	Παν/μιο	Υπογραφή
1. Ρούσσος Πέτρος	Αναπλ. Καθηγητής	ΕΚΠΑ	
2. Μουτούσης Κων/νος	Καθηγητής	ΕΚΠΑ	
3. Βατάκη Αργυρώ	Επικ. Καθηγήτρια	Πάντειο	

© 2020 Ανατολή Παραστατίδου

Διαθέσιμη στο διαδίκτυο σύμφωνα με την άδεια Creative Commons Attribution 4.0 Licence (International) (CC-BY 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Περίληψη

Η αριθμητική επεξεργασία και η μαθηματική ικανότητα αποτελούν πολύπλοκες γνωστικές διαδικασίες που περιλαμβάνουν σύνθεση επιμέρους γνωστικών μηχανισμών για την επιτέλεση τους. Για να εντοπιστούν οι μηχανισμοί αυτοί και τα προβλήματα που οδηγούν σε μαθηματικά ελλείμματα δημιουργήθηκε το τεστ Mathematical Profile & Dyscalculia (MathPro Test), το οποίο για να αντιμετωπίσει περιορισμούς προηγούμενων τεστ σχεδιάστηκε ώστε να καλύπτει μεγάλο εύρος γνωστικών διεργασιών, να μπορεί να χορηγηθεί συλλογικά και να χρειάζεται περιορισμένο χρόνο για να ολοκληρωθεί. Το τεστ βασίζεται θεωρητικά στο μοντέλο των Karagiannakis, Baccaglioni-Frank and Papadatos (2014), σύμφωνα με το οποίο προβλήματα στη μαθηματική κατανόηση μπορεί να οφείλονται σε αδυναμίες που έχουν σχέση με κάποιο από τα 4 παρακάτω πεδία: το βασικό αριθμητικό, το οπτικό-χωρικό, τη μνήμη ή το λογικό συμπέρασμα. Στο τεστ περιλαμβάνονται 18 έργα για την εξέταση των παραπάνω 4 γνωστικών πεδίων, βάσει των επιδόσεων ακρίβειας και χρόνου απόκρισης. Εξετάστηκε η αξιοπιστία και εγκυρότητα του τεστ και για το σκοπό αυτό χορηγήθηκε σε 1104 μαθητές 1^{ης} έως 6^{ης} τάξης. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως τα περισσότερα από τα έργα που αναπτύχθηκαν είχαν καλή εσωτερική συνέπεια. Η ανάλυση παραγόντων ανέδειξε τους παράγοντες μνήμης, αριθμού-μνήμης, οπτικο-χωρικής αντίληψης και λογικού συμπερασμού, οι οποίοι περιγράφουν τα πεδία ανάλυσης της δομής του τεστ βάσει των επιδόσεων. Το είδος της μετρικής του τεστ επηρέασε την ομαδοποίηση αυτή. Συνολικά, υπήρξε μερική αντιστοίχιση των έργων στα αναμενόμενα πεδία. Παρατηρήθηκε σημαντική διαφορά κατά τη σύγκριση των επιδόσεων τυπικών παιδιών και παιδιών με μαθηματική αδυναμία (δηλαδή εκείνων με επίδοση χαμηλότερη του 15ου εκατοστημορίου στο έργο Νοητικού Υπολογισμού), στα περισσότερα έργα. Το αποτέλεσμα αυτό και η σημαντική επίδραση της τάξης σε όλα τα έργα αποδεικνύουν την διακριτική ισχύ του τεστ. Τέλος, στο σύνολο των αποτελεσμάτων δεν παρατηρήθηκε διαφορά στις επιδόσεις μεταξύ των φύλων. Γενικά, τα αποτελέσματα του τεστ κρίνονται αρκετά ελπιδοφόρα, και συμπερασματικά το τεστ μπορεί να αποτελέσει βάση για την ανάπτυξη βελτιωμένων διαγνωστικών εργαλείων για τον εντοπισμό συγκεκριμένων γνωστικών ελλειμμάτων στα παιδιά με μαθηματικές δυσκολίες.

Abstract

Numerical and mathematic capacity are complex cognitive processes involving the synthesis of distinct cognitive mechanisms to function. To define those mechanisms and the problems that lead to mathematical deficits, the Mathematical Profile & Dyscalculia Test (MathPro Test) was created, and in order to address the limitations of previous tests, it was designed so as to cover a wide range of cognitive processes, to be administered collectively and to be fast to complete. This test is theoretically based on Karagiannakis, Baccaglioni-Frank and Papadatos (2014) model, according to which every problem in understanding mathematics could be pertain to deficits related to one of the following domains: the core number domain, the visual-spatial, the memory, or the reasoning domain. The battery includes 18 tasks for assessing the previous four cognitive domains, based on accuracy and reaction time measurements. In order to probe the reliability and validity of the test, it was administered to 1104 students of 1st - 6st grade. The results showed that most of the tasks designed had good internal consistency. The performed factor analysis revealed the factor of memory, number-memory, visual-spatial perception and reasoning, which describe the domains that outline the structure of the test based on performance. The type of metric influenced this grouping. Overall, there was partial correspondence of the tasks to the presumed domains. We observed significant difference in the comparison between typically developing children and mathematically disabled children (i.e., who performed below the 15th percentile in the Mental Calculations task), in most tasks. This result, along with the observed significant effect of school grade, proves the discriminative power of the battery. Finally, there was no observed difference in the performance between genders. In sum, these test result should be considered promising and thus the test could function as basis for developing advanced diagnostic tools for detecting specific cognitive deficits in children with mathematical difficulties.

Ευχαριστίες

Περιεχόμενα

Περίληψη	3
Abstract.....	4
Ευχαριστίες	5
Περιεχόμενα	6
1. Εισαγωγή.....	6
1.1. Ανασκόπηση βιβλιογραφίας.....	6
1.2. Η παρούσα έρευνα.....	15
2. Μέθοδος	19
2.1. Συμμετέχοντες.....	19
2.2. Διαδικασία	20
2.3. Υλικά	20
3. Αποτελέσματα	30
Βιβλιογραφία.....	49

1. Εισαγωγή

Οι καθημερινές πράξεις περιλαμβάνουν μια σειρά από υπολογισμούς, που απαιτούν ένα τεράστιο εύρος αριθμητικών και μαθηματικών επεξεργασιών. Ορισμένες από αυτές τις ικανότητες φαίνεται πως τις έχουμε από τη βρεφική ακόμη ηλικία (Xu & Spelke, 2000), ενώ αρκετές από τις βασικές αυτές ικανότητες τις μοιραζόμαστε και με άλλα πρωτεύοντα ζώα (Cantlon & Brannon, 2006; Merten & Nieder, 2009; Nieder & Dohaene, 2009). Ωστόσο, τις περισσότερες δυνατότητες επεξεργασίας αριθμητικών ποσοτήτων τις αποκτούμε μετά από πολύχρονες διαδικασίες εκμάθησης, οι οποίες σε μεγάλο βαθμό είναι επίπονες για πολλούς μαθητές. Οι μαθηματικές αυτές ικανότητες περιλαμβάνουν γνωσιακά πεδία όπως η αριθμητική, η γεωμετρία, η λογική, οι πιθανότητες, η στατιστική και η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Μέσα από αυτή τη διαδικασία εκμάθησης, τα παιδιά και οι ενήλικες αποκτούν αναβαθμισμένες ικανότητες που αφορούν στην αποκωδικοποίηση και επεξεργασία συμβόλων, την αντίληψη και απομνημόνευση ποσοτήτων για την εκτέλεση υπολογισμών, τη λογική ανάλυση και επαγωγική σκέψη. Ωστόσο ένα σημαντικό ποσοστό του πληθυσμού παρουσιάζει διάφορα προβλήματα στην απόκτηση των παραπάνω υπολογιστικών δυνατοτήτων (Haberstroh & Schulte-Körne, 2019), ενώ οι ακριβείς αιτίες για το φαινόμενο αυτό, το οποίο γενικά ονομάζεται δυσαριθμησία (ή δυσκαλκουλία), δεν είναι ακόμα ξεκάθαρες.

1.1. Ανασκόπηση βιβλιογραφίας

Στατιστικά στοιχεία, επιπτώσεις και συνεμφάνιση

Σύμφωνα με τον ορισμό IDC-10, η διαταραχή αφορά προβλήματα εφαρμογής βασικών αριθμητικών μεθόδων και έλλειψη γνώσης μαθηματικών δεδομένων (όπως ο πίνακας πολλαπλασιασμού), ενώ τα ελλείματα αυτά δεν οφείλονται σε χαμηλό IQ ή σε ανεπαρκή σχολική εκπαίδευση. Έχει υπολογιστεί πως σε παιδιά, εφήβους και ενήλικες το ποσοστό δυσαριθμησίας κυμαίνεται μεταξύ 3-7% (Shalev & Gross-Tsur, 2001). Στη Ελλάδα τα ποσοστά δυσαριθμησίας κυμαίνονται στα ίδια επίπεδα, ωστόσο το φαινόμενο αυτό δεν έτυχε της προσοχής που θα έπρεπε μέχρι πρόσφατα. Ανεξαρτήτως χώρας, τα άτομα με δυσαριθμησία αντιμετωπίζουν καθημερινά σημαντικά προβλήματα τα οποία συχνά αποκτούν ευρύτερες διαστάσεις. Στην Μεγάλη Βρετανία μεγάλης κλίμακας έρευνα κοόρτης έδειξε πως η παρουσία αδυναμίας στα μαθηματικά σχετίζεται με σημαντικά ψυχολογικά και οικονομικά προβλήματα (Hudson, Price & Gross, 2009). Πιο συγκεκριμένα, το 70 με 90% ατόμων με δυσαριθμησία σταμάτησαν πρόωρα το σχολείο στα 16 τους χρόνια, ενώ στην ηλικία των 30 πολύ λίγοι/ες έχουν εργασία. Για τον ίδιο πληθυσμό βρέθηκε πως οι άντρες παρουσιάζουν εντονότερα κατάθλιψη και προβλήματα με τις αρχές εξουσίας, ενώ οι γυναίκες, πέρα από κατάθλιψη και αίσθηση απώλειας ελέγχου στη ζωή τους, παρουσιάζουν ακόμη

προβλήματα στη φυσική τους υγεία και δυσκολεύονται περισσότερο από τους άνδρες να βρουν εργασία. Το οικονομικό κόστος της δυσαριθμησίας υπολογίστηκε πως ανέρχεται στα 2.4 εκατομμύρια λίρες στο Ηνωμένο Βασίλειο (Hudson, Price & Gross, 2009).

Η δυσαριθμησία είναι ένα πολυδιάστατο φαινόμενο που έχει μεγάλο ποσοστό συνεμφάνισης με άλλες διαταραχές (Krinzinger, 2019). Μία από αυτές είναι η Διαταραχή Ελλειμματικής Προσοχής και Υπερκινητικότητας (ΔΕΠΥ), σε ποσοστό συνεμφάνισης 10-20%, ενώ από γνωσιακές επιτελικές λειτουργίες, σημαντικό ρόλο φαίνεται να έχουν και οι κινητικές δυνατότητες στην επίδοση στα μαθηματικά. Επιπλέον το 30-40% ατόμων με δυσαριθμησία εμφανίζει επίσης προβλήματα στην ανάγνωση ή/και την ορθογραφία, με το ποσοστό δυσλεξίας να κυμαίνεται σε αυτό το επίπεδο. Τα παραπάνω στοιχεία υποδεικνύουν, όπως θα δούμε και αναλυτικότερα στη συνέχεια, πως ένα σύνολο γνωστικών και μη, λειτουργιών σχετίζεται με την εμφάνιση δυσαριθμησίας.

Βασικοί ορισμοί και κατηγοριοποίηση

Η παρουσία ενός συνόλου προβλημάτων σχετικών με τα μαθηματικά, όπως η επεξεργασία αριθμών και ποσοτήτων, η αρίθμηση, η σύγκριση μεταξύ αριθμών και η εκμάθηση υπολογιστικών κανόνων, έχουν ονομαστεί από τους ειδικών ως “αναπτυξιακή δυσαριθμησία” (Developmental Dyscalculia – DD), “Μαθηματική μαθησιακή ανικανότητα” (Mathematical Learning Disabilities – MLD) και “Μαθηματική Μαθησιακή Δυσκολία” (Mathematical Learning Difficulties). Οι ικανότητες αυτές εξελίσσονται σταδιακά, και βασίζονται σε γνωστικές διεργασίες όπως η γενική αίσθηση ποσότητας, η αποκωδικοποίηση συμβόλων, η λογική σκέψη, η μνήμη και η οπτικο-χωρική αντίληψη. Κάποιες από αυτές τις γνωστικές λειτουργίες θεωρούνται γενικού σκοπού ενώ άλλες είναι πιο στενά συνδεδεμένες με την αριθμητική επεξεργασία. Οι παραπάνω διαφορές στην ονοματολογία, ωστόσο, δεν αφορούν απλά διαφορές στην περιγραφή του φαινομένου, αλλά διαφορετικές προσεγγίσεις και αποκλίνουσες απόψεις σχετικά με τα αίτια της διαταραχής (Szűcs, 2016). Κάτι τέτοιο είναι δυνατό καθώς το ίδιο προφίλ συμπτωμάτων μπορεί να οφείλεται σε διαφορετικές μεταξύ τους αιτίες. Σε αυτό το πλαίσιο οι Rubinsten και Henik (2009) έκαναν τη διάκριση μεταξύ “developmental dyscalculia” και “mathematical learning disability” σύμφωνα με τη παρακάτω λογική. Η πρώτη θεωρείται κύρια ανικανότητα στα μαθηματικά που οφείλεται σε προβλήματα σχετικά με την αναπαράσταση αριθμητικών μεγεθών, ενώ η δεύτερη θεωρείται δευτερεύουσα διαταραχή που προκαλείται από γενικές γνωστικές λειτουργίες. Σε παρόμοια διάκριση μεταξύ κύριας και δευτερεύουσας δυσαριθμησίας προχώρησαν με άρθρο τους 14 από τους σημαντικότερους ερευνητές του πεδίου (Kaufmann et al., 2013).

Διαφορές φαίνεται να υπάρχουν και στο επίπεδο της εγκεφαλικής επεξεργασίας καθώς η DD σχετίζεται με δυσλειτουργία του βρεγματικού λοβού ενώ η MLD σχετίζεται με δυσλειτουργία του εμπρόσθιου λοβού (Rubinsten & Henik, 2009). Στοιχεία όπως τα παραπάνω που παρέχουν συσχετίσεις αριθμητικών επεξεργασιών με την εγκεφαλική λειτουργία είναι πολύ βοηθητικές στον εντοπισμό των αιτιών των σχετικών διαταραχών και στην ανάπτυξη μηχανιστικών εξηγήσεων.

Προτεινόμενοι μηχανισμοί αριθμητικής επεξεργασίας

Μια παρόμοια διάκριση είναι αυτή μεταξύ εξειδικευμένων (domain-specific) και γενικών (domain-general) γνωστικών μηχανισμών που σχετίζονται με την εμφάνιση προβλημάτων στα μαθηματικά. Για την επεξεργασία ποσοτήτων δύο είναι τα κύρια μη συμβολικά συστήματα που έχουν παρατηρηθεί. Για παράδειγμα κατά την άμεση εκτίμηση μικρών αριθμητικών ποσοτήτων (subitizing) θεωρείται πως ενεργοποιείται το σύστημα εντοπισμού αντικειμένου (object-tracking system - OTS), το οποίο με ακρίβεια δημιουργεί ένα φάκελο για την αποθήκευση πληροφορίας για κάθε αντικείμενο που παρατηρήθηκε (Desoete & Grégoire, 2006; Piazza, 2010). Για την επεξεργασία μεγαλύτερων αριθμών και ποσοτήτων έχει προταθεί το σύστημα προσεγγιστικής αρίθμησης (Approximate Number System - ANS), το οποίο εκτελεί προσεγγιστικές εκτιμήσεις λειτουργώντας εντός μιας συνεχούς βάσης αναπαράστασης (Piazza, 2010). Η συνεχής αυτή αναπαράστασιακή δομή έχει υποτεθεί επίσης πως αποτελεί τη βάση πάνω στην οποία απεικονίζονται οι αριθμοί του συμβολικού συστήματος (Lyons & Ansari, 2015). Δυσλειτουργία σε κάποιο από τα παραπάνω συστήματα ή σε κάποιο άλλο σχετικά με την επεξεργασία αριθμών οδηγεί, σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση των Andersson και Ostergren (2012), σε κάποιο από τα παρακάτω ελλείματα: ελλειμματικό ANS, ελλειμματικό OTS, ελλειμματική αριθμητική κωδικοποίηση, έλλειμμα πρόσβασης και πολλαπλό έλλειμμα. Επιπλέον, υπάρχει η υπόθεση (access deficit hypothesis) που υποστηρίζει πως τα προβλήματα δυσαριθμησίας οφείλονται σε μεγάλο βαθμό σε προβληματική σύνδεση μεταξύ αριθμητικών συμβόλων (αραβικά ψηφία) και της αναλογικής βάσης μη συμβολικής αναπαράστασης αριθμητικών μεγεθών. Σε αυτή την περίπτωση διαταραχές δυσαριθμησίας δεν σχετίζονται με έλλειμμα σε κάποιο έμφυτο σύστημα αναπαράστασης όπως το ANS. Ευρήματα που δείχνουν πως αδυναμία στην επεξεργασία συμβολικών αριθμητικών μεγεθών δεν ακολουθείται από έλλειμμα στην επεξεργασία μη συμβολικών αναπαράστασεων, υποστηρίζουν την παραπάνω υπόθεση (Castro, Reigosa, & González, 2012; Rousselle & Noel, 2007). Τέλος, υπάρχουν προσεγγίσεις που υποστηρίζουν πως ελλείματα σε κάποια γενική λειτουργία όπως η προσοχή, η οπτικο-χωρική αντίληψη, η εργαζόμενη μνήμη, ο λογικός συμπερασμός και ο έλεγχος αναστολής, μεταξύ άλλων, παίζουν επίσης σημαντικό ρόλο στην εμφάνιση αριθμητικών και μαθηματικών αδυναμιών (Geary, 2005;

Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014; Von Aster & Shaley, 2007). Πλήθος ευρημάτων από συμπεριφορικά δεδομένα και ειδικά σχεδιασμένα τεστ στη γνωστική ψυχολογία υποστηρίζουν την παραπάνω υπόθεση (Estévez-Pérez, et al., 2019; Gashai, Oberer, Mast & Roebbers, 2019; Geary, Hoard, & Bailey, 2012).

Βάσει της πληθώρας ευρημάτων των τελευταίων δεκαετιών σχετικά με τα αίτια της δυσαριθμησίας γνωστικοί ψυχολόγοι και ειδικοί εκπαιδευτικοί προσπαθούν να κατασκευάσουν τα κατάλληλα τεστ και διαγνωστικά εργαλεία για τον ακριβή και έγκαιρο εντοπισμό τέτοιων μαθησιακών αδυναμιών. Ωστόσο, ορισμένα διαγνωστικά τεστ παρέχουν διαφορετικά αποτελέσματα και μεγάλο ρόλο σε αυτό παίζει η ύπαρξη διαφορετικών κριτηρίων για τον προσδιορισμό της MLD. Χαρακτηριστικά, μια πρόσφατη μετα-ανάλυση (Lewis & Fisher, 2016) έδειξε πως το κατώφλι βάσει του οποίου κρίνεται αν ένα άτομο έχει MLD παρουσίαζε μεγάλη διακύμανση. Συγκεκριμένα, στο 90% των μελετών που εξετάστηκαν το κατώφλι κυμαινόταν από το 2ο έως το 46ο εκατοστημόριο. Ακόμη όμως και στις περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται τα πιο συχνά κατώφλια, δηλαδή στο 10ο και 25ο εκατοστημόριο, η κατηγοριοποίηση που προκύπτει αφορά ομάδες μαθητών με διαφορετικά γνωστικά προφίλ (Murphy, Mazzocco, Hanich & Early, 2007).

Πέρα από τους διαφορετικούς ορισμούς και τη διαφορά μεταξύ μηχανισμών ειδικού και γενικού σκοπού, ο αναλυτικός εντοπισμός των αιτιών της δυσαριθμησίας δεν είναι εύκολο να πραγματοποιηθεί, δυσκολεύοντας με αυτόν τον τρόπο την κατασκευή μοντέλων δυσαριθμησίας και κατάλληλων τεστ για τον εντοπισμό συγκεκριμένων υποκείμενων αδυναμιών. Στόχος τέτοιων τεστ είναι η αντιστοίχιση συγκεκριμένων γνωστικών λειτουργιών με την επίδοση σε συγκεκριμένα πεδία του τεστ (Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Roussos, 2017). Ωστόσο, ένα μεθοδολογικό ζήτημα είναι ότι η επίδοση σε αυτά το είδος τεστ σχετίζεται με το έλλειμμα ή μη σε κάποια γνωστική λειτουργία εντός του κάθε υποκειμένου. Τέλος, σε γενικές γραμμές, δε φαίνεται να υπάρχει συμφωνία μεταξύ των προτεινόμενων μοντέλων σχετικά με τον τρόπο σύνδεσης των γνωστικών ικανοτήτων και της εξωτερικά παρατηρούμενης επίδοσης.

Προτεινόμενα Μοντέλα

Το μοντέλο των von Aster και Shalev (2007) βασίστηκε σε κλινικές έρευνες και ποσοτική έρευνα όπου έγινε clustering στα δεδομένα της επίδοσης των μαθητών σε ειδικά τεστ. Το τετράπτυχο μοντέλο που προτείνουν περιλαμβάνει τις εξής διαδικασίες: την απόκτηση ενός βασικού συστήματος αναπαράστασης μεγέθους (ή της πληθικότητας), το προφορικό αριθμητικό σύστημα, το αραβικό αριθμητικό σύστημα και τη νοητική αριθμητική γραμμή, που περιλαμβάνει τις χωρικο-τακτικές ιδιότητες των αριθμών. Για την ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας, το παραπάνω

μοντέλο συνδέει την ανάπτυξη κάθε γνωστικής λειτουργίας με την ανάπτυξη συγκεκριμένων εγκεφαλικών δομών, από τη βρεφική ηλικία και στη συνέχεια στο σχολείο, παράλληλα με την αύξηση της εργαζόμενης μνήμης. Το μοντέλο αυτό οπότε επικεντρώνεται σε λειτουργίες σχετικές με μηχανισμούς που αφορούν κυρίως στην επεξεργασία αριθμητικών ποσοτήτων και συνδέει την επίδοση στα τεστ με τη λειτουργία συγκεκριμένων εγκεφαλικών περιοχών. Οι εγκεφαλικές αυτές περιοχές περιλαμβάνουν δομές στον αριστερό μετωπιαίο λοβό, στον ινιακό λοβό και στο βρεγματικό λοβό με την περιοχή του δεξιού ενδοβρεγματικού αύλακα να έχει τον βασικότερο και εξειδικευμένο ρόλο στην αναπαράσταση αριθμητικών μεγεθών, τόσο σε προσχολικές ηλικίες όσο και στους ενήλικες.

Ένα άλλο μοντέλο που έχει προταθεί αναφέρεται στη σημασία της “επίγνωσης μαθηματικών μοτίβων και δομών” “awareness of mathematical patterns and structure” (AMPS) (Mulligan, 2009, 2011; Mulligan & Mitchelmore, 2013). Στο μοντέλο αυτό περιγράφονται σταδιακής ανάπτυξης δομές μαθηματικής επίγνωσης. Τα επίπεδα αυτά ανάπτυξης της AMPS σχετίζονται στο μοντέλο αυτό με την γενική μαθηματική ικανότητα και από την άλλη με ένα εύρος ικανοτήτων και εννοιών που αφορούν γενικότερους γνωσιακούς παράγοντες, όπως η οπτική αναπαράσταση και μνήμη, η οπτικοποίηση, ο λογικός συμπερασμός και η επαγωγική ικανότητα (Mulligan, Mitchelmore, & Stephanou, 2015).

Ένα τρίτο μοντέλο που προτάθηκε από το Geary (2004) εστιάζει περισσότερο σε γενικές γνωσιακές λειτουργίες που επιδρούν στη μαθηματική ικανότητα. Σε αυτό επιχειρεί να περιγράψει υποτύπους της MLD κάνοντας μια ανάλυση των ελλειμάτων βάσει μια νευροψυχολογικές προσέγγισης της διαταραχής. Τα ελλείμματα αφορούν, πέρα από ένα ειδικό έλλειμμα στην αριθμητική γνώση, στις παρακάτω τρεις ευρύτερες γνωστικές λειτουργίες. Το πρώτο έλλειμμα ονομάζεται διαδικαστικό (procedural) και το εμφανίζουν παιδιά που καθυστερούν να αποκτήσουν απλές στρατηγικές αριθμητικής επεξεργασίας, ενώ εικάζεται πως το πρόβλημα μπορεί να οφείλεται σε ελλείμματα προφορικής εργαζόμενης μνήμης και σε ελλιπή εννοιακή γνώση. Το δεύτερο αφορά στη σημασιολογική μνήμη και αναφέρεται σε παιδιά που παρουσιάζουν ελλιπή ανάκληση δεδομένων λόγω κάποιου ελλείματος στη μακρόχρονη μνήμη. Το τρίτο έλλειμμα θεωρείται σχετικό με τη χωρική επεξεργασία και αφορά στην αναπαράσταση των αριθμών σε χωρική βάση.

Τα παραπάνω μοντέλα που παρουσιάστηκαν έχουν προσθέσει πολύτιμη γνώση για την κατανόηση της MLD και για την κατασκευή κατάλληλων διαγνωστικών εργαλείων. Ωστόσο, παρουσιάζουν και αρκετούς περιορισμούς, ελλείψεις ή θεωρητικά σφάλματα. Για παράδειγμα το μοντέλο των von Aster και Shalev (2007) αγνοεί πολλές γνωστικές λειτουργίες που αλληλοεπιδρούν με διαδικασίες

αριθμητικής επεξεργασίας. Επιπλέον, υποστηρίζεται από τους ίδιους πως η πληθικότητα αναπτύσσεται πριν από τη διατακτικότητα. Η υπόθεση αυτή ωστόσο αντιβαίνει με επιστημονικά ευρήματα. Συγκεκριμένα, φαίνεται πως η διατακτικότητα αναπτύσσεται στα παιδιά σε μικρότερη ηλικία από τη πληθικότητα, ενώ πιο πρόσφατα ευρήματα δείχνουν πως κατά την επεξεργασία της σειριακότητας διαφορετικά νευρωνικά δίκτυα επεξεργάζονται τη πληροφορία όταν αυτή προέρχεται από αριθμητικά σύμβολα και άλλα δίκτυα ενεργοποιούνται στην αντιληπτική διαδικασία υπολογισμού μη συμβολικής πληροφορίας (Lyons & Beilock, 2013). Επιπλέον, διαφορές παρατηρήθηκαν και στα συμπεριφορικά δεδομένα κατά την επεξεργασία της πληθικότητας και της σειριακότητας, ενώ σημαντική αλληλοεπικάλυψη παρατηρήθηκε ως προς τις εγκεφαλικές περιοχές που επεξεργάζονται την πληθικότητα και τη σειριακότητα. Από την άλλη, μοντέλα όπως του Geary (2004) προσπαθούν να ξεπεράσουν τους παραπάνω περιορισμούς παρουσιάζοντας ένα πιο ολοκληρωμένο μοντέλο ως προς τους γνωστικούς μηχανισμούς που εξετάζονται. Ωστόσο, δεν είναι ξεκάθαρο πώς οι γνωστικοί μηχανισμοί αυτοί αντιστοιχούν σε συγκεκριμένα εννοιακά και διαδικαστικά προβλήματα σχετικά με την επίδοση σε συγκεκριμένες πλευρές της μαθηματικής επίδοσης.

Το μοντέλο των Καραγιαννάκης, Baccaglioni-Frank και Παπαδάτος (2014)

Πρόσφατα, οι Καραγιαννάκης, Baccaglioni-Frank και Παπαδάτος (2014) βασιζόμενοι στην παραπάνω βιβλιογραφία και σε κλινικές παρατηρήσεις ανέπτυξαν ένα τετράπτυχο μοντέλο για την κατηγοριοποίηση των ελλειμμάτων στην MLD. Σε αυτό περιγράφονται 4 βασικά γνωστικά πεδία και αντιστοιχίζονται σε συγκεκριμένα ελλείμματα στη μαθηματική ικανότητα. Το πρώτο πεδίο είναι το βασικό αριθμητικό πεδίο το οποίο αφορά σε μεγάλο βαθμό στην ικανότητα αναπαράστασης ποσοτήτων. Τα υποσυστήματα που περιλαμβάνει το πεδίο αυτό είναι το ANS, το OTS, η κωδικοποίηση αριθμών, η αναπαράσταση συμβόλων και η πρόσβαση στην ποσοτικές αναπαραστάσεις. Δυσλειτουργία σε κάποιο από τα υποσυστήματα αυτά μπορεί να οδηγήσει σε προβλήματα όπως: στοιχειώδης αριθμητική αντίληψη και διαισθητική εκτίμηση μικρού αριθμού αντικειμένων (4-5), κατά προσέγγιση εκτίμηση διαφορετικών ποσοτήτων, τοποθέτηση αριθμών σε αριθμητική σειρά, χρήση αραβικών ψηφίων, μετασχηματισμός ενός αριθμού από τη μια μορφή αναπαράστασης σε μία άλλη, αντίληψη βασικών υπολογιστικών αρχών, αντίληψη της σημασίας αξίας θέσης και βασικών αριθμητικών τελεστών πράξης. Το δεύτερο είναι το πεδίο της μνήμης και αφορά στην εργαζομένη και σημασιολογική μνήμη και στην ικανότητα αποτροπής από την είσοδο στην εργαζόμενη μνήμη μη χρήσιμης πληροφορίας. Δυσλειτουργία σε κάποιο από τα μνημονικά υποσυστήματα μπορεί να προκαλέσει προβλήματα στα παρακάτω: ανάκληση αριθμητικών δεδομένων, αποκωδικοποίηση ορολογίας, μετάφραση προφορικών κανόνων, εκτέλεση νοητικών υπολογισμών και απομνημόνευση κανόνων και υπολογιστικών διαδικασιών. Το τρίτο πεδίο αφορά

στο λογικό συμπερασμό (reasoning) και περιλαμβάνει τους εξής εκτελεστικούς μηχανισμούς: συνεπαγωγή, αναστολή, ανανέωση σχετικής πληροφορίας και μετάβαση από τη μια διαδικασία σε άλλη, ανανέωση στρατηγικού σχεδιασμού και λήψη αποφάσεων. Τα υποσυστήματα σε αυτό το πεδίο υποστηρίζουν τις παρακάτω μαθηματικές ικανότητες: κατανόηση μαθηματικών εννοιών και σχέσεων, κατανόηση πολλαπλών βημάτων σε σύνθετες αλγοριθμικές διαδικασίες, αντίληψη βασικών αρχών λογικής και επίλυση προβλημάτων με λήψη αποφάσεων. Τέλος, το τέταρτο πεδίο είναι το οπτικο-χωρικό και περιλαμβάνει την οπτικο-χωρική εργαζόμενη μνήμη και την οπτικό-χωρική αντίληψη και συμπερασμό. Το γνωσιακό αυτό πεδίο υποστηρίζει τις παρακάτω μαθηματικές ικανότητες: αντίληψη και χρησιμοποίηση της χωρικής οργάνωσης των αναπαραστάσεων μαθηματικών αντικειμένων, τοποθέτηση αριθμών σε αριθμητική γραμμή, αναγνώριση αραβικών ψηφίων και άλλων μαθηματικών συμβόλων, γραπτός υπολογισμός, έλεγχος άσχετης οπτικο-χωρικής πληροφορίας, και οπτικοποίηση και ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων. Με την αντιστοίχιση γνωστικών λειτουργιών και μαθηματικών δυνατοτήτων όπως στο προηγούμενο μοντέλο που περιγράψαμε καθίσταται εφικτή, μέσω κατάλληλα σχεδιασμένων τεστ, η εκτίμηση συγκεκριμένων ελλειμμάτων και ικανοτήτων βάσει της επίδοσης σε κάθε ειδικό έργο του τεστ.

Από τα μοντέλα στα τεστ δυσαριθμσίας

Τα περισσότερα τεστ που σχεδιάστηκαν για την εξέταση της MLD μέχρι σήμερα βασίζονταν σε κάποια από τις θεωρητικές υποθέσεις που αναφέραμε προηγουμένως και αναπτύχθηκαν κυρίως για ερευνητικούς σκοπούς. Τα πρώτα τεστ για την MLD στα παιδιά είχαν ως θεωρητική βάση την υπόθεση παρουσίας ενός ειδικού ελλείμματος αναφορικά με την αναπαράσταση και επεξεργασία αριθμητικών ποσοτήτων. Ένα τέτοιο διαγνωστικό τεστ είναι το *Sympolic Magnitude Processing Test* (Τεστ επεξεργασίας συμβολικών μεγεθών; Brankaer, Ghesquiere, & De Smedt, 2016), ένα τεστ που χορηγείται έντυπα (paper-and-pencil test) και εξετάζει την ικανότητα επεξεργασίας αριθμητικών ποσοτήτων σε παιδιά όλων των τάξεων του δημοτικού σχολείου ενώ περιλαμβάνει δύο υποτέστ σύγκρισης μεγεθών (μονοψηφίων στο πρώτο και διψήφίων στο δεύτερο) που αναπαρίστανται με αραβικά ψηφία. Ένα άλλο έντυπο τεστ είναι το *Numeracy Screener*, (Nosworthy, Bugden, Archibald, & Ansari, 2013) το οποίο είναι σχεδιασμένο για παιδιά νηπιακής ηλικίας έως και την τρίτη τάξη του δημοτικού. Το τεστ αυτό αποτελείται από ένα έργο σύγκρισης αριθμών από ζεύγη αραβικών ψηφίων και ένα ακόμη έργο σύγκρισης αριθμών από ζεύγη σειρών από κουκίδες. Επιπλέον, το *Panamath* είναι ένα τεστ που πραγματοποιείται στο υπολογιστή (<http://panamath.org/>) και δημιουργήθηκε από τον Justin Halberda και σκοπεύει να εξετάσει την λειτουργία του ANS. Στο τεστ αυτό τα παιδιά πρέπει να κάνουν εκτίμηση αριθμητικών μεγεθών συγκρίνοντας σύνολα κουκίδων. Οι κουκίδες είναι τυχαία ανακατεμένες στο χώρο και έχουν 2 διαφορετικά χρώματα, ο συμμετέχοντας πρέπει να επιλέξει πιο χρωματικό σύνολο έχει τις

περισσότερες κουκίδες. Κοινό στοιχείο στα παραπάνω τεστ που περιγράψουμε είναι πως έχουν χρονικό περιορισμό, δηλαδή ζητείται από τους συμμετέχοντες να επιλέξουν την απάντηση τους όσο γρηγορότερα μπορούν. Σύγκριση των επιδόσεων στα τρία παραπάνω τεστ έδειξε σημαντική συσχέτιση μεταξύ των σκορ. Από την άλλη, λόγω των διαφορών μεταξύ των τεστ, επισημαίνεται (Nosworthy, Bugden, Archibald, & Ansari, 2013) πως το *Numeracy Screener* καθότι εστιάζει στην επεξεργασία αριθμητικών ποσοτήτων, πιθανή χαμηλή επίδοση σε αυτό δεν πρέπει να θεωρηθεί απαραίτητα σχετιζόμενη με συγκεκριμένη δυσκολία στα μαθηματικά καθώς μπορεί να υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που επιδρούν.

Ένα ακόμη τεστ που εξετάζει τη μαθηματική ικανότητα είναι το *Dyscalculia Screener* (Buuterworth, 2003). Το τεστ αυτό εξετάζει επίσης την ύπαρξη πιθανού ελλείμματος σε κάποιο τομέα εξειδικευμένο στην επεξεργασία και αναπαράσταση αριθμητικών ποσοτήτων, ωστόσο, σε αντίθεση με τα προηγούμενα τεστ, περιλαμβάνει περισσότερα έργα, και μπορεί να θεωρηθεί πιο πλήρες. Συγκεκριμένα, περιλαμβάνει τα εξής 4 έργα: 1) ένα υποτέστ που εξετάζει τη γενική ταχύτητα απόκρισης (Simple Reaction Time test), 2) ένα υποτέστ στο οποίο πρέπει να απαντήσουν οι μαθητές εάν ο αριθμός που εμφανίζεται αντιστοιχεί στο εικονιζόμενο αραβικό ψηφίο (Enumeration test, 3) ένα υποτέστ, σχεδιασμένο στη λογική ενός Stroop test, στο οποίο παρουσιάζονται ζεύγη αριθμών σε διαφορετικά μεγέθη και πρέπει να επιλεγεί ο αριθμός που αναπαριστά τη μεγαλύτερη αριθμητική ποσότητα (Number Comparison test) και 4) ένα υποτέστ, το οποίο περιλαμβάνει προσθέσεις και πολλαπλασιασμούς μονοψήφιων αριθμών, με τους μαθητές να πρέπει να αποφασίσουν αν η απάντηση που τους παρουσιάζεται είναι η σωστή (Arithmetic Achievement test). Για την εκτίμηση ύπαρξης διαταραχής δυσαριθμησίας εξετάζονται τα αποτελέσματα από τα δύο πρώτα υποτέστ. Βασικές ωστόσο αδυναμίες του *Dyscalculia Screener* είναι: η μη ακριβής μέτρηση του ANS, ενώ επίσης δεν εξετάζει τις δυνατότητες των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων με λέξεις που εξετάζουν την ικανότητα στην αριθμητική επεξεργασία. Επιπλέον, και ιδιαίτερα σημαντικό είναι το γεγονός πως δεν ελέγχονται εκτελεστικοί παράγοντες όπως η ικανότητα αναστολής, οι οποίοι μπορεί να σχετίζονται με χαμηλή επίδοση στο έργο της αριθμητικής σύγκρισης. Ένα έλλειμμα όπως αυτό, αφορά ωστόσο και τα τελευταία τέσσερα τεστ που παρουσιάσαμε καθώς βασίζονται στην υπόθεση ελλείμματος σε κάποιο μηχανισμό αναπαράστασης και επεξεργασίας αριθμητικών μεγεθών και δεν ελέγχουν την επίδραση των περισσότερων εκτελεστικών γνωστικών μηχανισμών που μπορεί να επιδρούν στην επίδοση στα παραπάνω έργα. Τέλος, άλλα τεστ όπως το *Tedi-math* (Van Nieuwenhoven, Grégoire, & Noël, 2002) και το *TediMath Grands* (Noël & Grégoire, 2015) παρότι έχουν μεγάλο επιστημονικό ενδιαφέρον καθώς εξετάζουν ένα μεγάλο εύρος αριθμητικών και μαθηματικών ικανοτήτων, δεν είναι κατάλληλα για μαζική χορήγηση καθώς απαιτούν πολύ χρόνο για την ολοκλήρωσή τους (περίπου

μια ώρα).

Το τεστ των Καραγιαννάκης, Baccaglini-Frank και Ρούσσο (2017)

Μια πιο ολοκληρωμένη προσπάθεια εκτίμησης της MLD και εντοπισμού συγκεκριμένων μαθησιακών δυσκολιών αποτελεί το τεστ που σχεδιάστηκε πρόσφατα από τους Καραγιαννάκης, Baccaglini-Frank και Ρούσσο (2017). Το τεστ αυτό βασίστηκε στο μοντέλο των Καραγιαννάκης κα. (2014) που παρουσιάσαμε αναλυτικά παραπάνω, και επειδή συνδυάζει τις περισσότερες από τις προηγούμενες προσεγγίσεις και ευρήματα της γνωστικής ψυχολογίας για τη δυσαριθμησία, παρέχει μια πληρέστερη θεωρητική βάση για την εξέταση των μαθηματικών αδυναμιών και τον εντοπισμό των παραγόντων που τις προκαλούν. Το τεστ κατασκευάστηκε βάσει μιας κατωφερούς (top-down) προσέγγισης, δηλαδή στηριζόμενο σε θεωρητικές υποθέσεις για το υπόβαθρο της MLD κατά την κατασκευή των έργων. Μια τέτοια προσέγγιση είναι αντίθετη με τις προσεγγίσεις που εκκινούν από τα “κάτω” (bottom-up), δηλαδή από τα δεδομένα προς τη θεωρητική συγκρότηση. Σύμφωνα με αυτές τις προσεγγίσεις η ομαδοποίηση προκύπτει βάσει των αποτελεσμάτων στα έργα του τεστ, σύμφωνα με την οποία στη συνέχεια προσαρμόζονται οι υποθέσεις και αντιστοιχούνται πιθανές γνωστικές λειτουργίες. Το τεστ όμως των Καραγιαννάκης κα. (2017), αντίθετα, έχει την εκ των προτέρων παραδοχή πως συγκεκριμένα έργα του τεστ σχετίζονται με λειτουργία ορισμένου γνωστικού μηχανισμού. Οι λειτουργίες αυτές όπως είδαμε στο τετράπτυχο μοντέλο των Καραγιαννάκης κα. (2014) αφορούν τα παρακάτω πεδία: βασικό αριθμητικό, οπτικό-χωρικό, μνήμη και λογικός συμπερασμός. Ωστόσο, μετά την ολοκλήρωση του τεστ και τη συλλογή των αποτελεσμάτων πραγματοποιήθηκε επιβεβαιωτική ανάλυση για να εξεταστεί κατά πόσο η υποτιθέμενη ομαδοποίηση των έργων εμφανίζεται βάσει των επιδόσεων των μαθητών. Το τεστ αυτό είναι σχεδιασμένο για εξέταση με χρήση υπολογιστή και χορηγήθηκε σε ένα σύνολο 165 τυπικών μαθητών 5ης και 6ης τάξης από σχολεία της Αθήνας. Η ομαδοποίηση των παραγόντων που προέκυψε για τα 13 έργα είναι η εξής: (1) ένας παράγοντας βασικής αριθμητικής ικανότητας που περιλάμβανε τα έργα σύγκρισης μεγέθους με κουκίδες, το έργο άμεσης αριθμητικής εκτίμησης και το εκείνο της σύγκρισης αριθμών, (2) ένας οπτικό-χωρικό παράγοντας που περιλάμβανε το έργο 0-100 αριθμητικών γραμμών, (3) ένας παράγοντας για τη μνήμη που περιλάμβανε τα έργα ανάκλησης γεγονότων πολλαπλασιασμού και πρόσθεσης και (4) ένας παράγοντας για το λογικό συμπερασμό που περιλάμβανε τις εξισώσεις νοητικών υπολογισμών, τα προβλήματα λέξεων, τις αριθμητικές γραμμές 0-1000, τους μαθηματικούς όρους και έργα αρχών υπολογισμού.

Το τεστ απέδωσε αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα και φάνηκε πως θα έχει σημαντική συμβολή στη διάγνωση της MLD, ωστόσο είχε και ορισμένους περιορισμούς. Όπως παρατηρούν στα συμπεράσματά τους και οι ίδιοι οι ερευνητές που το κατασκεύασαν, αρχικά, στο τεστ εξετάστηκαν

περιορισμένες πτυχές της μαθηματικής ικανότητας και κυρίως αυτές που σχετίζονται με την αριθμητική επεξεργασία, όπως και σε προηγούμενα τεστ. Επιπλέον, το οπτικό-χωρικό πεδίο εξετάστηκε μόνο μέσω ενός τεστ με αριθμητικές γραμμές. Δηλαδή, σε καμία περίπτωση δε θα μπορούσαν να εξαχθούν γενικά συμπεράσματα για την οπτικό-χωρική επεξεργασία μαθηματικών αναπαραστάσεων μόνο από ένα έργο, το οποίο έχει και συγκεκριμένα χαρακτηριστικά καθώς μπορεί εξετάσει τη χωρική αναπαράσταση σε μόνο μία διάσταση. Περιορισμός υπήρχε και ως προς τις κινητικές και εκτελεστικές λειτουργίες που εξετάστηκαν, καθώς παρότι υπήρχε καταγραφή των χρόνων απόκρισης, δεν εξετάστηκε η γενική ταχύτητα επεξεργασίας και απόκρισης, που θα μπορούσε να κυμαίνεται σε κάθε συμμετέχοντα σχετικά τη χρήση του πληκτρολογίου και του ποντικιού του υπολογιστή. Υπήρχαν επίσης κάποια πιθανά ζητήματα ως προς το σχεδιασμό κάποιων έργων. Ειδικότερα, στο έργο σύγκρισης ποσοτήτων με κουκίδες τα σύνολα από κουκίδες παρέμεναν στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι την απόκριση του μαθητή, επιτρέποντας με αυτό τον τρόπο να υπάρχει σε ένα βαθμό μέτρηση των κουκίδων αντί για άμεση εκτίμηση όπως προβλεπόταν, ειδικά όσο περισσότερο καθυστερούσε η απάντηση. Επιπλέον, στο έργο πολλαπλασιασμού και πρόσθεσης, υπήρχε η πιθανότητα οι μαθητές να απαντούν με τυχαίο τρόπο εφόσον είχαν να επιλέξουν μεταξύ δύο απαντήσεων, χωρίς να μπορεί να ελεγχθεί πως έχουν γίνει οι επιλογές των απαντήσεων. Τέλος, σημαντικός ακόμη ήταν ο περιορισμός που αφορούσε τη γενικευσιμότητα των αποτελεσμάτων καθώς εξετάστηκαν μαθητές από μόνο μια εθνικότητα (ελληνική) ενώ είχα και πολύ περιορισμένο ηλικιακό εύρος (11-12 έτη).

1.2. Η παρούσα έρευνα

Σκοπός της παρούσας έρευνας οπότε ήταν να αντιμετωπιστούν οι περιορισμοί του προηγούμενου τεστ, ώστε να πραγματοποιηθεί η εκτίμηση των 4 γνωστικών πεδίων των μαθηματικών ικανοτήτων με πιο επαρκή τρόπο, ενώ παράλληλα εξετάστηκε η επίδραση της ηλικίας και του φύλου. Γι' αυτό το σκοπό δημιουργήθηκε ένα αναβαθμισμένο διαγνωστικό εργαλείο με τις εξής κύριες τροποποιήσεις: 1) προστέθηκαν δύο νέα έργα που αναπτύχθηκαν για την εξέταση των οπτικό-χωρικών μαθηματικών ικανοτήτων, 2) προστέθηκε ένα έργο πληκτρολόγησης αριθμών το οποίο σχεδιάστηκε για την εκτίμηση του κινητικού χρόνου απόκρισης μέσω χρήσης του ποντικιού και του υπολογιστή της οθόνης για την πληκτρολόγηση αριθμών, 3) προστέθηκε ένα έργο σύγκρισης ποσοτήτων στο οποίο εμφανίζονται σειρές κουκίδων ενώ 4) χρησιμοποιήθηκε η παραγωγή αντί της επιβεβαίωσης για τα έργα ανάκλησης όπου οι μαθητές έπρεπε να πληκτρολογήσουν τις απαντήσεις τους. Επιπλέον, στο έργο του λεξικού προβλήματος αντί για την επίλυση του προβλήματος οι μαθητές έπρεπε μόνο να υποδείξουν την αριθμητική πράξη που χρειαζόταν για να επιλυθεί. Αυτή η αλλαγή βοήθησε ώστε να εξεταστούν μόνο οι ικανότητες λογικού συμπερασμού χωρίς επιδράσεις σχετικές με την επάρκεια των υπολογιστικών ικανοτήτων. Τέλος, προστέθηκαν 3 νέα έργα. Τα 2

έργα ονομάζονται Προηγούμενος Αριθμός και Επόμενος Αριθμός και σχετίζονται με την εκτίμηση της αριθμητικής διάταξης, ενώ το τρίτο έργο είναι ένα έργο υπαγόρευσης αριθμών που σχεδιάστηκε για την αξιολόγηση της μετατροπής αριθμών από την προφορική λεξική μορφή στην αραβική μορφή.

Το τεστ αυτό σχεδιάστηκε για να εκτιμηθούν οι μαθηματικές ικανότητες μαθητών από την 1η ως τη 6η τάξη. Καθώς είχε στόχο να μετρήσει τις δυνατότητες και αδυναμίες σε ένα ευρύ φάσμα μαθηματικών ικανοτήτων, το τεστ ονομάστηκε Mathematical Profile και Dyscalculia Test (MathPro Test). Τα έργα που περιλαμβάνονται στο τεστ MathPro έχουν ομαδοποιηθεί, όπως και στο τεστ των Καραγιαννάκης κα (2017), δηλαδή με βάση την παραδοχή ότι αντιστοιχούν σε ένα από τα πεδία του τετράπτυχο μοντέλου των Καραγιαννάκης κα. (2014). Πιο συγκεκριμένα, τα έργα που περιλαμβάνονται στο βασικό αριθμητικό πεδίο εξάγουν τα προσεγγιστικά και ακριβή επεξεργαστικά στοιχεία των επεξεργαστικών ικανοτήτων αριθμητικών μεγεθών και την ικανότητα άμεσης και ακριβούς διαισθητικής αντίληψης αριθμητικών μεγεθών (subitizing). Στο μνημονικό πεδίο περιλαμβάνονται έργα που επιχειρούν να εκτιμήσουν τις ικανότητες μετασχηματισμού λεκτικών αναπαραστάσεων σε εκείνες αραβικών ψηφίων, όπως και ικανότητες αριθμητικής διάταξης, ικανότητες απαρίθμησης και απλές ικανότητες ανάκλησης δεδομένων πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού. Στο πεδίο λογικού συμπερασμού υπάρχουν έργα για να αξιολογηθούν οι μαθηματικές ικανότητες που αναφέρονται στην ενοποίηση αξίας θέσης, στην επίλυση προβλημάτων λέξεων (λήψη απόφασης συγκεκριμένα), στην αντίληψη βασικών αρχών υπολογισμού (απαγωγικός συμπερασμός) και αριθμητικών μοτίβων (επαγωγικός συμπερασμός). Τέλος, στο οπτικό-χωρικό πεδίο επιχειρείται η εξέταση των ικανοτήτων σχετικών με την αντιστοίχιση αριθμών πάνω σε μια αριθμητική γραμμή όπως και με την ανάλυση γεωμετρικών σχημάτων σε 2 και 3 διαστάσεις.

Το τεστ που κατασκευάστηκε παρουσιάζει πολλά πλεονεκτήματα συγκριτικά με την προηγούμενη έκδοσή του αλλά και συγκριτικά με διάφορα άλλα τεστ για την MLD. Συγκεκριμένα, το γεγονός πως το τεστ χορηγείται μέσω υπολογιστή, και όχι έντυπα, επιτρέπει ακριβή χειρισμό των χρονικών παραμέτρων. Ειδικότερα, επιτρέπει την ελεγχόμενη καταγραφή των χρόνων απόκρισης και τη μέτρηση της αριθμητικής ικανότητας κατά τη χρονισμένη παρουσίαση των στοιχείων, καθώς στα έργα σύγκρισης ποσοτήτων με κουκίδες όπως και στο Subitizing, στα οποία τα ερεθίσματα πρέπει να παραμένουν στην οθόνη για πολύ περιορισμένο χρονικό διάστημα, για να αποφευχθούν στρατηγικές απαρίθμησης, όπως αναφέραμε προηγουμένως. Ένα δεύτερο πλεονέκτημα του Mathpro τεστ είναι πως δεν απαιτείται βοήθεια από τον ερευνητή στο παιδί για να εκτελέσει το τεστ, καθώς όλες οι οδηγίες παρέχονται μέσω υπολογιστή με τον ίδιο τρόπο σε όλα τα παιδιά διασφαλίζοντας με αυτό τον τρόπο πλήρη αμεροληψία. Οι απαντήσεις επίσης δίνονται όλες μέσω

της χρήσης του ποντικού του υπολογιστή, ενώ οι οδηγίες παρέχονται μέσω βίντεο, εικόνων, ήχων αλλά υπάρχουν και γραπτές οδηγίες. Οι οδηγίες περιλαμβάνουν μια παρουσίαση μέσω βίντεο του έργου σε κάθε έργο όπως και κάποιες συμβουλές (για παράδειγμα, “Δώσε προσοχή: Το μέγεθος των κουκίδων δεν έχει σημασία. Μπορούν να είναι είτε μικρές είτε μεγάλες” ή “Μπορεί να υπάρχουν κατασκευαστικά μπλοκ κρυμμένα πίσω από άλλα κατασκευαστικά μπλοκ”). Οι οδηγίες μπορούν να επαναλαμβάνονται αν ο μαθητής το ζητήσει. Μετά το βίντεο με των οδηγιών, ακολουθούν τρεις δοκιμές εξάσκησης. Κάθε δοκιμή εξάσκησης συνοδεύεται από ανατροφοδότηση που παρέχεται και μέσω οπτικού και ακουστικού σήματος, με σκοπό να υπάρχει η κατάλληλη επιδιόρθωση αν χρειάζεται. Μετά από λάθος απάντηση σε αυτό το στάδιο του τεστ ακολουθούν επιπλέον οδηγίες. Μεταξύ του σταδίου εξάσκησης και του πραγματικού έργου, υπάρχει μία ηχητική επισήμανση για να υπενθυμίσει πως υπολογίζεται επίσης και ο χρόνος απόκρισης: “Θυμήσου: Σε αυτό το έργο, ο χρόνος μετράει. Απάντησε όσο πιο γρήγορα μπορείς, χωρίς να κάνεις λάθος!”. Σύμφωνα με τα παραπάνω, συνεπώς, δε χρειάζεται να έχει κανείς συγκεκριμένη εκπαίδευση για να χορηγήσει το τεστ στους μαθητές. Ένα ακόμη πλεονέκτημα είναι πως η online χορήγηση του τεστ επιτρέπει μαζική χορήγηση του τεστ σε διάφορα παιδιά ανεξαρτήτων της τοποθεσίας τους. Τέταρτον, μετά την ολοκλήρωση του τεστ εξάγεται αυτόματα το πλήρες προφίλ ικανοτήτων του παιδιού μέσα σε χρονικό διάστημα 45 με 60 λεπτών. Πέρα από την αυτοματοποίηση και την ταχύτητα της διαδικασίας, με αυτό τον τρόπο αποφεύγονται και ανθρώπινα λάθη κατά την ανάλυση των δεδομένων. Τα αποτελέσματα που εξάγονται αφορούν τόσο τους χρόνους απόκρισης όσο και την ακρίβεια. Ένα ακόμη πλεονέκτημα του MathPro τεστ είναι ότι επιτρέπει να παραμετροποιηθεί η δυσκολία του τεστ ανάλογα με την τάξη στην οποία χορηγείται. Τέλος, το τεστ έχει κατασκευαστεί με τέτοιο τρόπο που να επιτρέπει την αυτόματη μετάφραση σε κάθε γλώσσα ώστε να μπορεί να χορηγείται εύκολα σε διεθνές πληθυσμό.

Η παρούσα έρευνα βασισμένη στο εργαλείο των Καραγιαννάκης κα. (2017), επιχειρεί να αντιμετωπίσει τους περιορισμούς του προηγούμενο τεστ και γι’ αυτό το σκοπό εξετάζεται ένα πολύ μεγαλύτερο δείγμα παιδιών. Ειδικότερα, διευρύνεται το ηλικικό εύρος καθώς εξετάζονται παιδιά 1ης έως την 6ης τάξης δημοτικού ενώ επίσης υπάρχουν και παράλληλες μελέτες με συμμετοχή παιδιών από άλλες εθνικότητες. Επιπλέον, καθώς οι περισσότερες μελέτες επικεντρώνονται στην ηλικία που τα παιδιά εισάγονται στα τυπικά μαθηματικά (Reigosa-Crespo κα. 2012), υπάρχει έλλειψη σε μελέτες που εξετάζουν την απόκτηση και την ανάπτυξη πιο σύνθετων μαθηματικών ικανοτήτων. Οπότε καθώς η παρούσα μελέτη περιλαμβάνει παιδιά από σχετικά μεγαλύτερες ηλικίες μπορεί να αποκτηθούν δεδομένα που να συμβάλουν στην παραπάνω κατανόηση όπως επίσης και στην καταγραφή της ανάπτυξης των αριθμητικών ικανοτήτων σε ένα μεγάλο ηλικιακό εύρος.

Επιπλέον, εφόσον τα δημογραφικά στοιχεία το επιτρέπουν εξετάστηκαν και πιθανές διαφορές μεταξύ των φύλων. Οι περισσότερες έρευνες που έχουν γίνει μέχρι τώρα δείχνουν πως τα αγόρια έχουν καλύτερη επίδοση στα μαθηματικά από τα κορίτσια υπάρχουν ωστόσο και αντίθετα δεδομένα προερχόμενα κυρίως από μικρές ηλικίες, δηλαδή από τις πρώτες τάξεις του σχολείου όπου τα κορίτσια έχουν σε πολλές δοκιμασίες καλύτερη επίδοση (Hyde, Fennema & Lamon, 1990; Lindberg, Hyde, Petersen & Lynn, 2010). Για το λόγο αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία να εξεταστούν πιθανές διαφορές μεταξύ των φύλων σε διάφορες ηλικίες. Καλύτερη επίδοση, ωστόσο, των αγοριών παρατηρείται κυρίως στα υψηλά επίπεδα επιδόσεων λόγω της μεγαλύτερης διασποράς που παρουσιάζουν τα αγόρια σε σχέση με τα κορίτσια (Hedges & Nowell, 1995). Η μεγαλύτερη διακύμανση της επίδοσης στα αγόρια, όμως, σημαίνει πως εκτός από πολύ υψηλές επιδόσεις παρατηρούνται και πολύ χαμηλές οπότε παρουσιάζουν και υψηλότερα ποσοστά δυσαριθμίας σε σχέση με τα κορίτσια, όπως έχει παρατηρηθεί σε προηγούμενες μελέτες (Barbaresi, 2005) αν και σε άλλες μετρήσεις, αντίθετα, δεν παρουσιάζεται διαφορά (Gross-Tsur, Manor & Shalev, 1996). Προηγούμενες μελέτες έχουν επίσης εντοπίσει διαφορές μεταξύ των φύλων σε αριθμητικές ικανότητες που σχετίζονται με συγκεκριμένες γνωστικές λειτουργίες (Halpem, Benbow, Geary, Gur, Hyde & Gernsbacher, 2007). Συνεπώς, λόγω της αναλυτικής ικανότητας του τεστ να εξετάζει πολλές πλευρές της μαθηματικής ικανότητας μπορούμε πιθανώς να εντοπίσουμε χρήσιμα στοιχεία σχετικά με συγκεκριμένες διαφορές μεταξύ των φύλων.

Για να εξεταστεί η αξιοπιστία του MathPro σε κάθε έργο του τεστ εκτελούμε μέτρηση για την εσωτερική συνέπεια και τη διακύμανση της επίδοσης των παιδιών σύμφωνα με τη σχολική τάξη και το βαθμό δυσκολίας του κάθε μέρους του τεστ. Για να εξεταστεί η δομή του τεστ και το κατά πόσο συμφωνεί με τις αρχικές θεωρητικές παραδοχές, πραγματοποιήθηκε ανάλυση παραγόντων (Principal Component Analysis – PCA). Με αυτό τον τρόπο μπορεί να διερευνηθεί εάν οι παράγοντες που θα εξαχθούν αντιστοιχούν στα 4 γνωστικά πεδία μαθηματικής ικανότητας του τετράπτυχου μοντέλου. Μια τέτοια ανάλυση (data driven) που έχει ως αφετηρία τα ανεπεξέργαστα δεδομένα είναι απαραίτητη για την κατασκευή γνωστικών μοντέλων που θα ενημερώνουν μηχανιστικές ερμηνείες των μαθησιακών αριθμητικών δυσκολιών. Αυτό είναι εφικτό καθώς η επίδοση σε κάθε τεστ ομαδοποιείται αυτόματα ανιχνεύοντας μοτίβα στα αρχικά δεδομένα. Έτσι τα τεστ εντάσσονται σε κατηγορίες βάσει των ομοιοτήτων της επίδοσης στο σύνολο των παιδιών. Με αυτό τον τρόπο παράγονται κατηγορίες που μπορεί να διαφέρουν από τις θεωρητικές υποθέσεις. Στην συνέχεια όμως μπορούν να ερμηνευθούν, να αντιστοιχηθούν σε συγκεκριμένες γνωστικές και εγκεφαλικές λειτουργίες και να οδηγήσουν σε σύνθεση νέων θεωρητικών μοντέλων της διαταραχής, φυσικά με αρκετές επιπλέον μελέτες και συλλογή δεδομένων.

Τέλος, για να αποτυπωθεί η διακριτική ισχύς του τεστ, θα γίνει σύγκριση των επιδόσεων από δύο ομάδες παιδιών, όπου ο διαχωρισμός των παιδιών στις δύο αυτές ομάδες θα γίνει βάσει της επίδοσης τους στο υποτέστ νοητικού υπολογισμού, ακολουθώντας την μεθοδολογία της παραπλήσιας μελέτης των Καραγιαννάκης και Νοël (Submitted). Με αυτό τον τρόπο θα γίνει διάκριση και σύγκριση στην συνέχεια μεταξύ της ομάδας με υψηλή επίδοση και της ομάδας με χαμηλή επίδοση.

2. Μέθοδος

2.1. Συμμετέχοντες

Οι συμμετέχοντες ήταν 1104 παιδιά 1ης έως 6ης τάξης από σχολεία πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης περιοχών της Αττικής. Όλα τα παιδιά μιλούσαν Ελληνικά. Γονική συγκατάθεση ζητήθηκε και αποκτήθηκε για όλα τα παιδιά. Οι συμμετέχοντες προέρχονταν από μια ποικιλία κοινωνικό-οικονομικών υποβάθρων. Στον πίνακα 1 παρουσιάζονται τα περιγραφικά στατιστικά των παιδιών αυτών. Ο αριθμός των αγοριών και των κοριτσιών δεν διέφερε για κάθε τάξη ($p = 0,69$).

Πίνακας 1

Περιγραφικά στοιχεία για την τάξη και το φύλο του δείγματος

Φύλο

Τάξη	Κορίτσια	Αγόρια	Σύνολο
1η	69	64	133
2η	86	110	196
3η	107	134	241
4η	167	145	312
5η	54	67	121
6η	58	43	101
Σύνολο	542	562	1104

Karagiannakis, G., & Roussos, P. (in preparation). The standardization of the Mathematical Profile & Dyscalculia Test in Greek population. The Journal of the Hellenic Psychological Society.

2.2. Διαδικασία

Τα σχολεία και οι γονείς έλαβαν πληροφόρηση για το σκοπό της έρευνας και τη διαδικασία. Όλοι έδωσαν γραπτή συγκατάθεση. Τα παιδιά εξετάστηκαν σε ομάδες σε τάξεις του σχολείου με

υπολογιστές φορώντας ακουστικά. Είχαν ενημερωθεί ότι μπορούσαν να σταματήσουν το έργο όποια στιγμή ήθελαν χωρίς καμία ποινή.

2.3. Υλικά

Το MathPro τεστ περιλαμβάνει 18 υποτέστ που μετρούν τις μαθηματικές ικανότητες στις ακόλουθα πεδία: Βασικό αριθμητικό, μνήμη, οπτικό-χωρικό, λογικός συμπερασμός, και ένα υποτέστ που μετρά την ταχύτητα πληκτρολόγησης. Τα υποτέστ είναι κατηγοριοποιημένα στα παραπάνω 4 πεδία με το κριτήριο των υποκείμενων γνωστικών ικανοτήτων κάθε πεδίου (δείτε Πίνακα 2), ενώ κάποια από αυτά (υποτέστ 12 και 14) έχουν θεωρήσει ότι ανήκουν τόσο στο πεδίο του λογικού συμπερασμού όσο και στο οπτικό-χωρικό. Στη συνέχεια θα περιγράψει κάθε έργο με λεπτομέρεια σύμφωνα με τη σειρά παρουσίασης όπως χορηγείται το τεστ.

Πίνακας 2

A priori κατηγοριοποίηση των έργων του τεστ

Βασικό Αριθμητικό	Μνήμη	Λογικός Συμπερασμός	Οπτικό-χωρικό
Σύγκριση κουκίδων	Υπαγόρευση	Προβλήματα λέξεων	Αριθμητικές γραμμές 0-100
Σύγκριση αραβικών ψηφίων	Επόμενος αριθμός	Αρχές υπολογισμού	Τετράγωνα
Άμεση εκτίμηση	Προηγούμενος αριθμός	Αριθμητικά μοτίβα	Κατασκευαστικά μπλοκ
	Απαρίθμηση		
	Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης	Αριθμητικές γραμμές 0-1000	
	Ανάκληση στοιχείων πολλαπλασιασμού		
	Νοητικοί υπολογισμοί		

2.3.1. Σύγκριση μεγεθών με κουκίδες

Στο έργο αυτό παρουσιάζονται δύο σύνολα κουκίδων την ίδια στιγμή στην οθόνη του υπολογιστή και ζητείται από τα παιδιά να επιλέξουν το σύνολο που έχει τις περισσότερες κουκίδες κάνοντας κλικ σε αυτό με το ποντίκι του υπολογιστή. Η ερώτηση τους γίνεται είναι: “Ποια εικόνα έχει τις περισσότερες κουκίδες;”. Τα σύνολα κουκίδων δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας κώδικα των Gebuis και Reynvoet (2012), γραμμένο σε MATLAB ο οποίος παρεχόταν από τους συγγραφείς

δημοσία. Τα σύνολα κουκίδων εμφανίστηκαν σε ζεύγη με αύξουσα σειρά δυσκολίας αναλογίας, δηλαδή, 2:3; 3:4; 4:5; 5:6; 6:7. Υπήρχαν, επιπλέον τρία ζεύγη συγκρίσεων για κάθε αναλογία (10-15, 14-21, 20-30; 9-12, 15-20, 21-28; 8-10, 16-20, 24-30; 10-12, 15-18, 25-30; 12-14, 18-21, 24-28), τα οποία εμφανίζονται δύο φορές, μία φορά σε αύξουσα σειρά και μία σε φθίνουσα. Στις μισές δοκιμασίες σε κάθε αναλογία, οι αριθμοί ήταν σε συμφωνία με φυσικές παραμέτρους εμφάνισης, ενώ στις υπόλοιπες μισές δεν ήταν σε συμφωνία. Οι φυσικές παράμετροι παρουσίασης ήταν η κυρτότητα κοίτης, το μέγεθος και η πυκνότητα των κουκίδων. Τα στοιχεία παρουσιάζονταν με συγκεκριμένη ψευδοτυχαία σειρά όπου το ίδιο στοιχείο δεν εμφανίζεται σε δυο διαδοχικές δοκιμές, ούτε περισσότερες από δύο (α)σύμφωνες δοκιμές και ούτε με περισσότερα από δύο ίδια μεγέθη διαδοχικά. Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης (σχέδιο ματιού) το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Μετά από μια παύση 1000 ms, εμφανίζεται για 1000 ms ένα ζεύγος ερεθισμάτων ώστε να αποτραπεί το ενδεχόμενο απαρίθμησης. Το έργο υπολογίζεται η ακρίβεια των απαντήσεων ενώ αρχίζει με 3 δοκιμές εξάσκησης για λόγους εξοικείωσης.

2.3.2 Σύγκριση μεγεθών με αραβικά ψηφία

Στο έργο αυτό παρουσιάζονται δύο αραβικοί αριθμοί και τα παιδιά πρέπει να αποφασίσουν όσο το δυνατόν γρηγορότερα ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός (ερώτηση: “Ποιος είναι ο μεγαλύτερος;”) κλικάροντας πάνω σε αυτόν με το ποντίκι του υπολογιστή. Οι αραβικοί αριθμοί είναι σε μαύρο χρώμα και εμφανίζονται πάνω σε λευκό φόντο. Συνολικά παρουσιάζονται 36 ζεύγη σύγκρισης: 24 ζεύγη μονοψήφιων αριθμών (υποτέστ 2α) και 12 ζεύγη πολυψήφιων αριθμών (υποτέστ 2β). Τα ζεύγη μονοψήφιων αριθμών αποτελούνται από 6 κοντινά ζεύγη (απόσταση 2, π.χ. 5-6) και 6 ζεύγη σε σχετικά μεγαλύτερη απόσταση (απόσταση 4-5, π.χ. 9-4) Τα ζεύγη αυτά εμφανίζονται μία φορά σε αύξουσα σειρά και μία σε φθίνουσα. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τρία ζεύγη διψήφιων (π.χ., 27-31) με ασυμβατότητα δεκάδας (δηλαδή, ο μεγαλύτερος αριθμός έχει μικρότερο ψηφίο στη θέση της μονάδας). Και ακολουθούν με τον ίδιο τρόπο: τρία ζεύγη τριψήφιων (π.χ., 109-170), τρία ζεύγη τετραψήφιων (π.χ., 1100-1080), και τρία ζεύγη δεκαδικών αριθμών (π.χ., .3-.20) Οι δεκαδικά συγκεκριμένα, σύμφωνα με προηγούμενη έρευνα, κρίνονται συχνά με μεροληπτικά κριτήρια (Desmet, Grégoire, & Mussolin, 2010). Τα ζεύγη μονοψήφιων σκοπεύουν να εξετάσουν την ταχύτητα εκτίμησης μεγέθους με αραβικά ψηφία. Τα στοιχεία των δεκαδικών υπάρχουν για να αξιολογηθεί η παιδική κατανόηση της αξιακής θέσης που είναι απαραίτητη στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα. Πραγματοποιείται αντιστάθμιση για την πλευρά απόκρισης. Ως προς τη γενική διαδικασία παρουσίασης, κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης (σχέδιο ματιού) το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Έπειτα, μετά από μια παύση 1000 ms, ένα ζεύγος ερεθισμάτων εμφανίζεται και παραμένει στην οθόνη μέχρι την απόκριση του

μαθητή. Ένα σχέδιο ρολογιού στην πάνω δεξιά γωνία της οθόνης υποδεικνύει ότι γίνεται μέτρηση του χρόνου απόκρισης σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας. Το έργο ξεκινά με τρεις δοκιμές εξάσκησης και υπολογίζεται τόσο η ακρίβεια όσο και ο χρόνος απόκρισης. Στους μαθητές πρώτης τάξης παρουσιάζονται μόνο μονοψήφιοι αριθμοί (24 στοιχεία), στους μαθητές δεύτερης τάξης παρουσιάζονται επιπλέον διψήφιοι και τριψήφιοι (30 στοιχεία), στους μαθητές τρίτης τάξης παρουσιάζονται επίσης τετραψήφιοι αριθμοί (33 στοιχεία) και όλα τα στοιχεία παρουσιάζονται στους μεγαλύτερους μαθητές.

2.3.3. Πληκτρολόγηση αριθμών

Το έργο της πληκτρολόγησης αριθμών σχεδιάστηκε για την εξέταση της εκτελεστικής ταχύτητας μέσω της καταγραφής των χρόνων απόκρισης. Στο έργο αυτό παρουσιάζονται στα παιδιά στην οθόνη του υπολογιστή ένας μονοψήφιος ή διψήφιος αριθμός και τους ζητείται να πληκτρολογήσουν όσο το δυνατό γρηγορότερα χρησιμοποιώντας το ποντίκι για να κάνουν κλικ πάνω σε ένα ειδικό υπολογιστή στην οθόνη. Ο υπολογιστής αυτός εμφανίζεται στο επάνω δεξί μέρος της οθόνης και περιλαμβάνει ένα πλήκτρο για κάθε μονοψήφιο αριθμό (μαζί με το μηδέν), ένα πλήκτρο επιστροφής (backspace button – με μαύρο βέλος που δείχνει αριστερά σε κόκκινο φόντο) και ένα πλήκτρο για την επιλογή απόκρισης (με ένα μαύρο σύμβολο tik πάνω σε πράσινο φόντο). Οι μαθητές μπορούσαν με το πλήκτρο backspace επιστέψουν για να αλλάξουν την επιλογή τους. Εμφανίζονται 20 ερεθίσματα τα οποία ήταν: δέκα μονοψήφιοι αριθμοί ακολουθούμενοι από δέκα διψήφιους. Ως προς τη γενική διαδικασία παρουσίασης, κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Τα ερεθίσματα παραμένουν στην οθόνη μέχρι οι μαθητές να το πλήκτρο απόκρισης για να επικυρώσουν την απάντησή τους και έτσι να προχωρήσουν στην επόμενη δοκιμή. Ένα σχέδιο ρολογιού στην πάνω δεξιά γωνία της οθόνης υποδεικνύει ότι γίνεται μέτρηση του χρόνου απόκρισης σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας. Το έργο ξεκινά με τρεις δοκιμές εξάσκησης και υπολογίζεται τόσο η ακρίβεια όσο και ο χρόνος απόκρισης, ο οποίος καταγράφεται με ακρίβεια χιλιοστού του δευτερολέπτου. Το υποτέστ έχει σκοπό να μετρήσει το κινητικό χρόνο απόκρισης χρησιμοποιώντας το ποντίκι και τον υπολογιστή ώστε να γίνει συγκριτικός έλεγχος με το επόμενο αριθμητικό έργο.

2.3.4. Υπαγόρευση

Το έργο αυτό είναι ένα έργο υπαγόρευσης αριθμών. Αναλυτικότερα, παρουσιάζονται αριθμοί και λέξεις μέσω των ακουστικών του υπολογιστή και τα παιδιά πρέπει να κάνουν κλικ στον υπολογιστή της οθόνης στα αραβικά ψηφία που αντιστοιχούν στον αριθμό που ακούγεται (“Ποιον αριθμό άκουσες;”). Τα ερεθίσματα αποτελούνται από 20 αριθμητικά στοιχεία, κυμαινόμενα από μονοψήφιους σε πενταψήφιους αριθμούς. Καθώς η μετατροπή αριθμών με μηδενικά, και ιδιαίτερα

εσωτερικά μηδενικά, είναι περισσότερο δύσκολη για τα παιδιά (Noël & Turconi, 1999), όλοι οι τριψήφιοι αριθμοί περιείχαν ένα μηδενικό είτε στη μεσαία είτε στην τελευταία θέση (π.χ., 601 ή 520), όλοι οι τετραψήφιοι αριθμοί περιλάμβαναν δύο μηδενικά σε διαφορετικές θέσεις (π.χ., 2050 και 6008) και όλοι οι πενταψήφιοι αριθμοί περιείχαν τρία μηδενικά (π.χ., 30600 και 70020). Μετά από 250 ms εμφανίζεται ένα σχέδιο μαύρο ηχείου κατά τη διάρκεια που παρουσιάζεται ο αριθμός. Ένα σχέδιο ρολογιού στην πάνω δεξιά γωνία της οθόνης υποδεικνύει ότι γίνεται μέτρηση του χρόνου απόκρισης σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας. Το έργο σταματά έπειτα από τρία διαδοχικά λάθη. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης. Υπολογίζεται η ακρίβεια και ο χρόνος απόκρισης. Ο χρόνος απόκρισης ορίζεται από την αρχή του ηχητικού αρχείου και το κλικ του παιδιού στο τελευταίο ψηφίο της επιλογής του/της, με αυτό τον τρόπο προσμετράτε ο χρόνος καθυστέρησης μέχρι το πάτημα του πλήκτρου tik.

2.3.5. Διαδοχικός αριθμός

Στο έργο αυτό παρουσιάζονται αριθμοί και λέξεις μέσω των ηχείων του υπολογιστή και ζητείται από τα παιδιά να υποδείξουν όσο το δυνατόν γρηγορότερα τον αριθμό που ακολουθεί (ερώτηση: “Ποιος αριθμός έρχεται αμέσως μετά;”) με κλικ στα κατάλληλα ψηφία στον υπολογιστή που εμφανίζεται στην οθόνη. Παρουσιάζονται τα εξής 18 αριθμητικά στοιχεία: 6 μονοψήφιοι αριθμοί, 6 διψήφιοι και 6 τριψήφιοι. Τα στοιχεία παρουσιάζονται σε αύξουσα αριθμητική σειρά ψηφίων. Επειδή η μεταπήδηση από τη μία δεκάδα στην άλλη και από τη μία χιλιάδα στην άλλη έχει μεγαλύτερη δυσκολία, οι αριθμοί που τελειώνουν με 9 επιλέγονται πιο συχνά από εκείνους που με οποτεδήποτε άλλο ψηφίο (κάτι που εφαρμόστηκε για τους μισούς διψήφιους και τους μισούς τριψήφιους αριθμούς). Μετά από 250 ms ένα σχέδιο μαύρου ηχείου εμφανίζεται και η ακούγεται ο αριθμός μέσω των ακουστικών. Ένα σχέδιο ρολογιού στην πάνω δεξιά γωνία της οθόνης υποδεικνύει ότι γίνεται μέτρηση του χρόνου απόκρισης σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας. Η επόμενη δοκιμή ξεκινά αφού το παιδί πατήσει το πλήκτρο tik. Το έργο σταματά μετά από τρία συνεχόμενα λάθη. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης. Υπολογίζεται τόσο η ακρίβεια όσο και ο χρόνος απόκρισης. Μόνο οι πρώτες 12 δοκιμές παρουσιάζονται στους μαθητές πρώτης τάξης καθώς δεν έχουν οικειότητα με τριψήφιους αριθμούς.

2.3.6. Προηγούμενος αριθμός

Το έργο αυτό είναι και αυτό ένα έργο αξιολόγησης αντίληψης και επεξεργασίας αριθμητικής διαδοχής. Ειδικότερα, είναι ίδιο με το “Ο επόμενος αριθμός” που προηγείται, εκτός του ότι ζητείται από τα παιδιά να παράξουν τον αριθμό που προηγείται (ερώτηση: “Ποιος αριθμός είναι πριν;”). Υπάρχουν συνολικά 18 αριθμητικά στοιχεία, κυμαινόμενα από μονοψήφιους έως τριψήφιους αριθμούς. Καθώς η μεταπήδηση από τη μία δεκάδα στην προηγούμενη και από τη μία

χιλιάδα στην προηγούμενη έχει δυσκολίες, οι αριθμοί που τελειώνουν με 0 επιλέγονται πιο συχνά από εκείνους που με οποτεδήποτε άλλο ψηφίο. Τα στοιχεία παρουσιάζονται σε αύξουσα αριθμητική σειρά των ψηφίων. Όπως στα παραπάνω έργα έτσι και σε αυτό υπολογίζεται τόσο η ακρίβεια όσο και ο χρόνος απόκρισης. Στους μαθητές της πρώτης τάξης παρουσιάζονται μόνο τα πρώτα 12 στοιχεία, δηλαδή μονοψήφιοι και διψήφιοι αριθμοί.

2.3.7. Άμεση Εκτίμηση

Στο έργο αυτό εξετάζεται η άμεση, διαισθητική εκτίμηση μικρών αριθμητικών ποσοτήτων.

Συγκεκριμένα εμφανίζονται σύνολα μαύρων κουκίδων μικρού αριθμού, για μικρό χρονικό διάστημα στην οθόνη, και τα παιδιά πρέπει να υποδείξουν τον αριθμό των κουκίδων που είδαν (ερώτηση: “Πόσες κουκίδες υπάρχουν εκεί;”) με κλικ στον υπολογιστή της οθόνης.

Παρουσιάζονται διατάξεις 2 έως 6 κουκίδων με τυχαία χωρική διάταξη (4 διαφορετικές διατάξεις για κάθε αριθμό) και σε τυχαία σειρά, ώστε ο ίδιος αριθμός να μην εμφανίζεται η ίδια διάταξη σε δύο διαδοχικές δοκιμές. Επιπλέον, τρεις διαδοχικοί αριθμοί δεν εμφανίζονται ποτέ ο ένας μετά τον άλλο. Ως προς τη γενική διαδικασία παρουσίασης, κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Στη συνέχεια, μετά από παύση 500 ms, εμφανίζεται ένα ερέθισμα. Έπειτα από 300 ms, μετά το ερέθισμα προβάλλεται από ένα ασπρόμαυρο πλέγμα για την αποφυγή δημιουργία μετεικάσματος (afterimage). Το παιδί εισάγει την απάντησή του και μετά πατά το πλήκτρο tik. Υπολογίζεται η ακρίβεια ενώ και σε αυτό έργο υπάρχουν στην αρχή 3 δοκιμές εξάσκησης.

2.3.8. Απαρίθμηση

Στο έργο αυτό παρουσιάζονται σύνολο από κουκίδες, που κυμαίνονται από 7 ως 13, σε τυχαία χωρική διάταξη και τους ζητείται από τους μαθητές να τις μετρήσουν και να υποδείξουν τον αριθμό τους (ερώτηση: “Πόσες κουκίδες υπάρχουν εκεί;”) κάνοντας κλικ στον υπολογιστή της οθόνης. Συνολικά παρουσιάζονται 14 αριθμητικά στοιχεία (7 σύνολα μεγεθών, 2 επαναλήψεις) σε ψευδοτυχαία σειρά καθώς ποτέ το ίδιο μέγεθος συνόλου δεν εμφανίζεται διαδοχικά και ποτέ δεν εμφανίζονται τρεις διαδοχικοί αριθμοί ο ένας μετά τον άλλο. Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης (ένα σχέδιο ματιού) στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή το οποίο εμφανίζεται για 250 ms. Μετά από παύση 500 ms, εμφανίζεται το ερέθισμα και παραμένει στην οθόνη μέχρι την απόκριση του μαθητή. Το παιδί πρέπει να πατήσει τότε το πλήκτρο tik για να επιβεβαιώσει την απάντησή του και να προχωρήσει στην επόμενη δοκιμή. Ένα σχέδιο ρολογιού στην πάνω δεξιά γωνία της οθόνης υποδεικνύει ότι γίνεται μέτρηση του χρόνου απόκρισης σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης ενώ υπολογίζεται η ακρίβεια και ο χρόνος απόκρισης.

2.3.9. Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης

Στο έργο αυτό παρουσιάζονται προσθέσεις μονοψήφιων με όρους από το 2 στο 9 και άθροισμα μικρότερο ή ίσο του 10 σε αραβικά ψηφία, και ζητείται από τα παιδιά να πληκτρολογήσουν όσο το δυνατόν γρηγορότερα το σωστό άθροισμα κάνοντας κλικ στον υπολογιστή της οθόνης.

Εμφανίζονται συνολικά 12 ερεθίσματα. Κάθε δοκιμή ξεκινά με ένα σκούρο γκρι φόντο με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Μετά από 500 ms εμφανίζεται στην οθόνη μία πρόσθεση μονοψήφιων αριθμών που έχουν μαύρο χρώμα και απεικονίζονται μέσα σε άσπρο ορθογώνιο φόντο. Τα ερεθίσματα παραμένουν στην οθόνη μέχρι ο μαθητής να πατήσει το πλήκτρο tik για να επικυρώσει την απάντησή του και να προχωρήσει στην επόμενη δοκιμή. Ένα σχέδιο ρολογιού στην πάνω δεξιά γωνία της οθόνης υποδεικνύει ότι γίνεται μέτρηση του χρόνου απόκρισης σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης ενώ και εδώ υπολογίζεται τόσο η ακρίβεια όσο και ο χρόνος απόκρισης.

2.3.10. Ανάκληση στοιχείων πολλαπλασιασμού

Στο έργο αυτό ακολουθείται ακριβώς η ίδια διαδικασία με το προηγούμενο, με τη διαφορά ότι εδώ αντί για προσθέσεις, παρουσιάζονται 14 πολλαπλασιασμοί μονοψήφιων αριθμών. Οι παράγοντες του πολλαπλασιασμού κυμαίνονται από το 2 στο 9, αλλά με τον περιορισμό ότι τουλάχιστον ο ένας από τους δύο να είναι μικρότερος ή ίσος του 5. Το έργο αυτό παρουσιάζεται μόνο στους μαθητές τρίτης τάξης και μεγαλύτερους.

2.3.11. Νοητικοί υπολογισμοί (Προσθέσεις, Αφαιρέσεις, Πολλαπλασιασμοί, Διαιρέσεις)

Στο έργο αυτό εκτελούνται οι βασικές τέσσερις πράξεις με νοητικούς υπολογισμούς.

Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται στους μαθητές προσθέσεις, αφαιρέσεις, πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις και τους ζητείται να πληκτρολογήσουν όσο πιο γρήγορα μπορούν τη σωστή απάντηση. Όλες οι πράξεις αποτελούνται από αριθμούς που έχουν μέχρι τρία ψηφία. Συνολικά εμφανίζονται 24 ερεθίσματα: έξι προσθέσεις (από $9+6$ ως $375+42$), έξι αφαιρέσεις (από $13-7$ ως $200-38$), έξι πολλαπλασιασμοί (από 8×7 ως 38×3) και τέλος 6 διαιρέσεις (από 486 ως 847). Οι έξι δοκιμές κάθε πράξης παρουσιάζονται σε σειρά δυσκολίας. Όταν η επόμενη πράξη είναι διαφορετική από την προηγούμενη εμφανίζεται ένα προειδοποιητικό βίντεο με σκοπό να τραβήξει την προσοχή του παιδιού στην αλλαγή του είδους της πράξης. Με αυτό τον τρόπο περιορίζονται πιθανά σφάλματα από μη παρατήρηση της αλλαγής της πράξης. Ακολουθείται και σε αυτό το έργο η ίδια διαδικασία όπως στην ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης, ενώ επίσης υπολογίζεται η ακρίβεια και ο χρόνος απόκρισης. Το υποτέστ αυτό παρουσιάζεται στους μαθητές δεύτερης τάξης και σε μεγαλύτερους. Στους μαθητές δεύτερης τάξης παρουσιάζονται μόνο οι 12 πρώτες δοκιμές που περιλαμβάνουν

προσθέσεις και αφαιρέσεις.

2.3.12. Αριθμητικές γραμμές 0-100

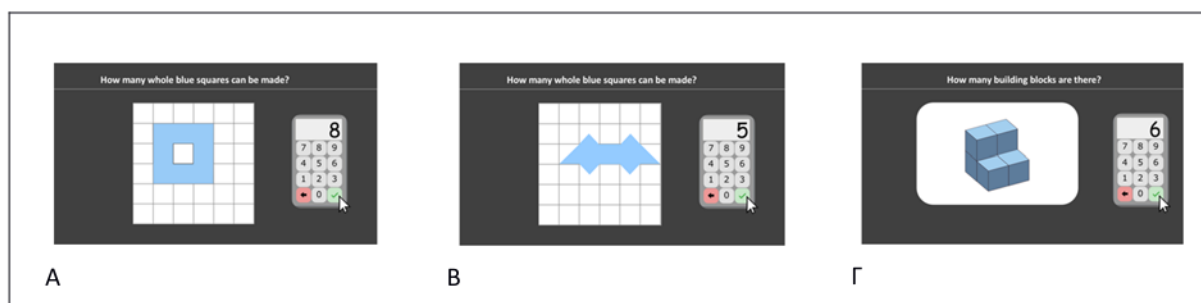
Στο έργο αυτό εξετάζεται η αριθμητική ικανότητα που σχετίζεται κυρίως επεξεργασία αναπαραστάσεων πάνω στη νοητική αριθμητική γραμμή. Πιο αναλυτικά, παρουσιάζονται γραμμές με αριθμούς στη σειρά με το 0 στο αριστερό μπροστά άκρο και το 100 στο δεξί άκρο. Οι γραμμές εμφανίζονται στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Ένας αραβικό ψηφίο που είναι ο αριθμός-στόχος και κυμαίνεται από το 0 στο 100 εμφανίζεται πάνω από το κέντρο της αριθμητικής γραμμής. Οι μαθητές πρέπει να σημειώσουν τη σωστή τοποθεσία του αριθμού-στόχου πάνω στη γραμμή (ερώτηση: “Πού θα έβαζες αυτό τον αριθμό;”) επιλέγοντας τη θέση αυτή με το ποντίκι. Μπορούν να αλλάξουν την θέση του αριθμού μετακινώντας τον δείκτη στην ευθεία αριστερά ή δεξιά. Όταν είναι ικανοποιημένη με την επιλογή τους, τους ζητείται να προχωρήσουν σε επικύρωση πατώντας το πλήκτρο tik. Οι αριθμοί-στόχοι που παρουσιάζονται είναι οι εξής: 4, 6, 8, 12, 17, 21, 23, 25, 29, 33, 39, 43, 48, 57, 61, 64, 72, 79, 81, 84, 90, και 96. Οι αριθμοί στο χαμηλότερο εύρος υπερ-παρουσιάζονται για να επιτραπεί η διάκριση μεταξύ λογαριθμικών και γραμμικών απεικονίσεων (δείτε Siegler & Opfer, 2003, Siegler & Booth, 2004). Η παρουσίαση των 22 αριθμητικών στοιχείων που εμφανίζονται συνολικά γίνεται με τυχαία σειρά. Κάθε δοκιμή ξεκινά με ένα σκούρο γκρι φόντο το οποίο μένει στην οθόνη για 250 ms. Στη συνέχεια εμφανίζεται μια μαύρη αριθμητική γραμμή μαζί με τον αριθμό-στόχο. Η γραμμή αυτή έχει μαύρο χρώμα και εμφανίζεται σε άσπρο ορθογώνιο φόντο και παραμένει στην οθόνη μέχρι ο μαθητής να επιβεβαιώσει την απάντησή του. Το έργο ξεκινά με τρεις δοκιμές εξάσκησης. Οι συντεταγμένες της αριθμητικής γραμμής σε κάθε απάντηση γίνεται καταγραφή των συντεταγμένων της θέσης που σημείωσε ο μαθητής πάνω στην αριθμητική γραμμή, Οι συντεταγμένες είναι βασισμένες στη μέτρηση των πίξελ κατά μήκος της γραμμής. Η μέτρηση ακρίβειας ορίζεται σε αυτό το έργο ως η απόλυτη διαφορά μεταξύ της εκτίμησης του μαθητή για τη θέση του αριθμού-στόχου και της σωστής του θέσης. Οπότε, έχουμε ως μετρική το απόλυτο σφάλμα (ΑΣ) από τον προηγούμενο υπολογισμό.

2.3.12. Αριθμητικές Γραμμές 0-1000

Το ίδιο ακριβώς έργο παρουσιάζεται στη συνέχεια σε μεγαλύτερη αριθμητική γραμμή. Η γραμμή εδώ αρχίζει με το 0 και τελειώνει στο δεξί άκρο με το 1000. Παρουσιάζονται τα εξής εικοσιδύο αριθμητικά στοιχεία: 2, 5, 18, 34, 56, 78, 100, 122, 147, 150, 163, 179, 246, 366, 486, 606, 722, 725, 738, 754, 818, και 938 (Opfer & Siegler, 2007). Το έργο αυτό παρουσιάζεται μόνο σε μαθητές από την τρίτη τάξη και μεγαλύτερους.

2.3.14. Τετράγωνα

Τα ερεθίσματα στο έργο αυτό είναι γεωμετρικά σχήματα σχεδιασμένα σε τετράγωνο λευκό πλέγμα ως φόντο. Υπάρχουν τρίγωνα σε διάφορα σχέδια τα οποία ενώνονται και δημιουργούν άλλα τριγωνικά σχήματα ή τετράγωνα. Συγκεκριμένα δημιουργούνται σχήματα από συνδυασμούς τετραγώνων, τριγώνων από μισά τετράγωνα, και τρίγωνα από τέταρτα τετραγώνων (δείτε εικόνες 1A,B). Τα τρίγωνα αυτά έχουν όλα μπλε χρώμα. Από τους μαθητές ζητείται να σημειώσουν το συνολικό αριθμό ολόκληρων τετραγώνων που μπορούν να φτιαχτούν;”) πληκτρολογώντας στον υπολογιστή της οθόνης. Τα ερεθίσματα διαφοροποιούνται σύμφωνα με τον συνδυασμό των επιμέρους στοιχείων (τετράγωνα, τρίγωνα από μισά τετράγωνα και τρίγωνα από τέταρτα τετραγώνων) και της αναλογία ορατών πλευρών σε σχέση με το σύνολο των πλευρών των τετραγώνων, οπότε υπάρχουν οι εξής αναλογίες: 1, 3:4, 2:3, 4:7, 2:5, 1:5, 0. Τα τρία πρώτα σχήματα περιλαμβάνουν αποκλειστικά ολόκληρα τετράγωνα, ενώ τα υπόλοιπα περιλαμβάνουν ένα συνδυασμό από ολόκληρα τετράγωνα και τρίγωνα-μισά τετράγωνα, και στη συνέχεια υπάρχουν και τρίγωνα-τέταρτα τετραγώνων. Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Μετά από ένα ενδιάμεσο διάστημα με διάρκεια 1000 ms όπου δεν εμφανίζεται τίποτα, παρουσιάζεται ένα ερέθισμα το οποίο και παραμένει στην οθόνη μέχρι να πατήσει το πλήκτρο tik ο μαθητής. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης και υπολογίζεται η ακρίβεια. Το έργο αυτό παρουσιάζεται μόνο σε μαθητές τρίτης τάξης και μεγαλύτερους.



Εικόνα 1: Στο Α και Β παρουσιάζονται στοιχεία του έργου με τα τετράγωνα και στο Γ στοιχείο του έργου με τα μπλοκ.

2.3.15. Κατασκευαστικά Μπλοκ

Τα ερεθίσματα στο έργο αυτό είναι κατασκευές φτιαγμένες από κυβικά κατασκευαστικά μπλοκ. Από τους μαθητές ζητείται να πληκτρολογήσουν τον αριθμό των κύβων που υπάρχουν συνολικά σε κάθε 3D κατασκευή (ερώτηση: “Πόσα κατασκευαστικά μπλοκ υπάρχουν;”) κάνοντας κλικ στον υπολογιστή της οθόνης. Οι κατασκευές αποτελούνται από 5 με 10 κυβικά μπλοκ, ενώ κάποια από

αυτά (έως 3) είναι κρυμμένα πίσω από αλλά (δείτε εικόνα 1C). Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Ακολουθεί παύση διάρκειας 1000 ms, και στη συνέχεια εμφανίζεται το ερέθισμα το οποίο παραμένει στην οθόνη μέχρι να πατήσει το πλήκτρο tik ο μαθητής. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης και υπολογίζεται η ακρίβεια.

2.3.16. Προβλήματα λέξεων

Το έργο διαφέρει με τα προηγούμενα καθώς περιλαμβάνει αριθμητικά προβλήματα με λέξεις. Τα προβλήματα λέξεων παρουσιάζονται στους μαθητές και τους ζητείται να διατυπώσουν τον υπολογισμό που θα έκαναν για να τα επιλύσουν. Δηλαδή τους γίνεται η εξής ερώτηση: “Πως θα το έλυνες αυτό;”. Οι μαθητές πρέπει να πληκτρολογήσουν μόνο τον τρόπο που λύνεται το πρόβλημα (π.χ., $28+17$) και όχι την τελική του λύση. Τα προβλήματα που παρουσιάζονται απαιτούν ένα μόνο βήμα για την επίλυσή τους. Το βήμα υπολογιστικό αυτό βήμα είναι μια από τις τέσσερις παρακάτω πράξεις: πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό και διαίρεση. Για να μειωθεί ενδεχόμενη επίδραση δυσκολιών ανάγνωσης, τα προβλήματα έχουν μέγεθος μίας έως τρεις προτάσεις. Τα προβλήματα προβάλλονται γραμμένα στην οθόνη του υπολογιστή και επίσης ακούγονται, με τη δυνατότητα να ζητηθεί επανάληψη του προβλήματος κάνοντας κλικ στο εικονίδιο του ηχείου. Συνολικά υπάρχουν 18 προβλήματα. Δεκατρία από αυτά είναι προβλήματα πρόσθεσης-αφαίρεσης (Carpenter & Moser, 1982), μεταξύ των οποίων είναι 5 προβλήματα σύγκρισης (π.χ., Η Ντένις έχει 65 σεντς. Η Μόλυ έχει 27 σεντς. Πόσα σεντς έχει παραπάνω η Ντένις από τη Μόλυ;”), πέντε προβλήματα αλλαγής (π.χ., Η Άννυ έχει 28 σεντς. Έπειτα ο Λουκάς της έδωσε 17 ακόμη σεντς. Πόσα σεντς έχει τώρα η Άννυ;”) δύο προβλήματα συνδιασμού (π.χ., Η Αμαλία έχει 43 σεντς. Ο Γιάννης έχει 38 σεντς. Πόσα σεντς έχουν μαζί;”) και ένα πρόβλημα εξισορρόπησης (π.χ., Η Κλαίρη έχει 53 σεντς. Ο Μπεν έχει 19 σεντς. Πόσα σεντς χρειάζεται ο Μπεν ώστε να έχει τόσα όσα η Κλαίρη;”). Οι υπόλοιπες 5 δοκιμές αποτελούνται από προβλήματα πολλαπλασιασμού-διαίρεσης (Vergnaud, 1983) (π.χ., “Υπάρχουν 27 τραπέζια σε ένα γαμήλιο δείπνο και 8 άνθρωποι κάθονται σε κάθε τραπέζι. Πόσοι άνθρωποι υπάρχουν συνολικά;”). Τα προβλήματα παρουσιάζονται σε μαύρο φόντο μέσα σε ένα γκρι ορθογώνιο. Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Ακολουθεί παύση διάρκειας 1000 ms, και στη συνέχεια εμφανίζεται το ερέθισμα το οποίο παραμένει στην οθόνη μέχρι να πατήσει το πλήκτρο tik ο μαθητής. Το έργο αρχίζει με τρεις δοκιμές εξάσκησης και υπολογίζεται η ακρίβεια. Το τεστ αυτό παρουσιάζεται μόνο σε μαθητές δευτέρας τάξης και μεγαλύτερους. Στους μαθητές δεύτερης τάξης ωστόσο παρουσιάζονται μόνο οι πρώτες δέκα δοκιμές.

2.3.17. Αρχές υπολογισμού

Στο έργο αυτό εξετάζονται διάφορες αλγοριθμικές πράξεις για την επεξεργασία αριθμών. Στους μαθητές παρουσιάζονται ζεύγη σχετικών πολυψήφιων πράξεων, εκ των οποίων μία έχει τη σωστή απάντηση, και η άλλη πράξη είναι χωρίς απάντηση. Στη συνέχεια οι μαθητές πρέπει να πληκτρολογήσουν την απάντηση στο δεύτερο πρόβλημα χωρίς να το υπολογίσουν. Για την επίλυση του προβλήματος πρέπει να βασιστούν στο πρώτο πρόβλημα: “Τι είναι το δεύτερο αν ξέρεις το πρώτο;”. Αξιολογούνται οι παρακάτω υπολογιστικές αρχές: η αντιμεταθετικότητα της πρόσθεσης (π.χ., “εάν $37 + 48 = 85$, τι είναι $48 + 37 =$ ”), αντιστροφή πρόσθεσης/αφαίρεσης (π.χ., “εάν $68 + 25 = 93$, τι είναι $93 - 68 =$ ”), άθροισμα μείον ένα (π.χ., “εάν $35 + 47 = 82$, τι είναι $35 + 48 =$ ”), διαφορά συν/πλην ένα (π.χ., “εάν $60 - 27 = 33$, τι είναι $61 - 27 =$ ”), $10a + 10b$ (π.χ., “εάν $57 + 86 = 143$, τι είναι $570 + 860 = ?$ ”), πολλαπλασιασμός ως επαναλαμβανόμενες προσθέσεις (π.χ., “εάν $78 \times 4 = 390$, τι είναι $78+78+78+78 =$ ”), αντιμεταθετικότητα του πολλαπλασιασμού (“εάν $47 \times 18 = 799$, τι είναι $18 \times 47 =$ ”), αντιστροφή πολλαπλασιασμού/διαίρεσης (π.χ., “εάν $518 \div 37 = 13$, τι είναι $37 \times 13 =$ ”), $a + 1 \times b$ (e.g., “εάν $146 \times 7 = 1022$, τι είναι $147 \times 7 =$ ”), και $10a \times 10b$ (π.χ., “εάν $36 \times 7 = 252$, τι είναι $360 \times 70 =$ ”). Συνολικά παρουσιάζονται 15 ερεθίσματα, τα οποία εμφανίζονται σε μαύρο φόντο μέσα σε άσπρο ορθογώνιο. Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Ακολουθεί παύση διάρκειας 1000 ms, και στη συνέχεια εμφανίζεται το ερέθισμα το οποίο παραμένει στην οθόνη μέχρι να πατήσει το πλήκτρο tik ο μαθητής. Τα ερεθίσματα παρουσιάζονται με σειρά αυξημένης δυσκολίας. Η δυσκολία κάθε υπολογισμού εκτιμήθηκε σε πιλοτική μελέτη που προηγήθηκε. Το έργο σταματά όταν κάποιος μαθητής δώσει τρεις διαδοχικά λάθος απαντήσεις. Το έργο αρχίζει με δύο δοκιμές εξάσκησης και υπολογίζεται η ακρίβεια. Το έργο αυτό παρουσιάζεται μόνο σε μαθητές δευτέρας τάξης και μεγαλύτερους, ενώ μόνο τα 6 πρώτα στοιχεία παρουσιάζονται στα παιδιά της δευτέρας τάξης.

2.3.18. Αναγνώριση μοτίβων

Στο έργο αυτό οι μαθητές πρέπει να αντιληφθούν ένα αριθμητικό μοτίβο ώστε να βρουν κάποιο αριθμό που λείπει. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται μια σειρά αριθμών, με τον ένα να λείπει. Οι αριθμοί παρουσιάζονται οριζόντια στο κέντρο της οθόνης και το παιδί πρέπει να βρει ποιος λείπει (ερώτηση: “Ποιος αριθμός λείπει;”) και να τον πληκτρολογήσει στον υπολογιστή της οθόνης. Τα αριθμητικά σύνολα περιλαμβάνουν αριθμητικές σειρές (π.χ., 1, 3, 5, 7, _), γεωμετρικές σειρές και (π.χ., 80, 40, 20, _) και ποιο σύνθετες σειρές (π.χ., 2, 4, 5, 10, 11, 22, _). Συνολικά παρουσιάζονται τα 18 ερεθίσματα τα οποία εμφανίζονται σε μαύρο φόντο μέσα σε ένα λευκό ορθογώνιο. Κάθε δοκιμή αρχίζει με ένα σημείο εστίασης το οποίο εμφανίζεται για 250 ms στο κέντρο της οθόνης του υπολογιστή. Ακολουθεί παύση διάρκειας 1000 ms, και στη συνέχεια εμφανίζεται το ερέθισμα το

οποίο παραμένει στην οθόνη μέχρι να πατήσει το πλήκτρο tik ο μαθητής. Τα ερεθίσματα διατάσσονται σε σειρά αυξημένης δυσκολίας βάσει των δεδομένων αντίστοιχης πιλοτικής μελέτης. Το έργο σταματά όταν κάποιος μαθητής δώσει τρεις διαδοχικά λάθος απαντήσεις. Το έργο ξεκινά με δύο δοκιμές εξάσκησης. Υπολογίζεται και εδώ η ακρίβεια (AK).

2.4 Στατιστική ανάλυση

Οι στατιστικές αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν με το πρόγραμμα SPSS. Αρχικά, εκτιμήθηκε η συνέπεια κάθε έργου υπολογίζοντας το συντελεστή Cronbach alpha. Δεύτερον, για να μετρηθεί η ευαισθησία κάθε έργου στη μεταβολή της δυσκολίας κάθε στοιχείου και για την βελτίωση του παιδιού, έγιναν επαναλαμβανόμενων μετρήσεων ANOVA για κάθε μέτρο με τη σχολική τάξη και το γένος των παιδιών ως μεταξύ των μαθητών παράγοντες, και όταν ήταν σημαντικό, το επίπεδο δυσκολίας του έργου ήταν ο εντός των μαθητών παράγοντας. Υποθέσαμε πως η επίδοση θα αυξάνεται με τη σχολική τάξη και θα μειώνεται με το επίπεδο δυσκολίας του έργου. Τρίτον, πραγματοποιήθηκε παραγοντική ανάλυση, και συγκεκριμένα PCA, για όλα τα έργα ώστε να δούμε εάν θα εξαχθούν παράγοντες που να αντιστοιχούν στα τέσσερα θεωρητικά πεδία στα οποία βασίζεται το τεστ. Τέλος, εκτελέστηκε MANOVA για τη σύγκριση των επιδόσεων σε δύο ομάδες παιδιών (από τη 4 ως την 6 τάξη), οι οποίες διαμορφώθηκαν βάσει των αποτελεσμάτων στο υποτέστ νοητικού υπολογισμού, ώστε να προκύψει η διάκριση: κανονική vs φτωχή επίδοση. Η ανάλυση αυτή είχε ως σκοπό να γίνει μια πρώτη εκτίμηση της διακριτικής ικανότητας του τεστ.

3. Αποτελέσματα

3.1. Εσωτερική συνοχή

Αρχικά υπολογίσαμε τους συντελεστές Cronbach alpha για κάθε τεστ, και παραθέσαμε τα αποτελέσματα στον Πίνακα 4. Ο συντελεστής αυτό εξετάζει την εσωτερική συνοχή ενός τεστ και γενικά θεωρείται πως τιμές πάνω από 0,7 είναι αρκετά αποδεκτές για την αξιοπιστία του τεστ, πάνω από 0.8 θεωρείται πως υπάρχει καλή συνοχή και για τιμές πάνω από 0,9 πως υπάρχει εξαιρετική συνοχή. Όπως φαίνεται στα αποτελέσματα, από τις 29 μετρήσεις του τεστ, είχαμε καλή ή εξαιρετική συνοχή ($\alpha > 0,8$) για 15 μετρήσεις. Αρκετά ικανοποιητική εσωτερική συνοχή ($0,8 < \alpha < 0,7$) είχαμε για 8 μετρήσεις. Χαμηλή εσωτερική συνοχή είχαμε για τις παρακάτω 4 μετρήσεις και τεστ: Σύγκριση αραβικών ψηφίων (AK) με $\alpha = 0,652$, στον Επόμενο αριθμό (XA) με $\alpha = 0,639$, στην Απαρίθμηση (AK) με $\alpha = 0,604$ και στα Τετράγωνα (AK) με $\alpha = 0,675$. Τέλος, αρκετά χαμηλή εσωτερική συνοχή ($\alpha < 0,6$) είχαμε μόνο την μέτρηση ακρίβειας στην Σύγκριση κουκίδων (AK) με $\alpha = 0,536$.

Πίνακας 3

Περιγραφικά στοιχεία (μέσος όρος και τυπική απόκλιση) για όλα τα έργα σε όλες τις τάξεις

	Τάξη 1		Τάξη 2		Τάξη 3		Τάξη 4		Τάξη 5		Τάξη 6	
Σύγκριση κουκίδων	.58	(.10)	.62	(.10)	.64	(.11)	.66	(.10)	.68	(.01)	.71	(.01)
Σύγκριση μονοψήφιων (ΑΚ)	.94	(.09)	.95	(.07)	.97	(.05)	.97	(.05)	.98	(.03)	.98	(.03)
Σύγκριση πολυψήφιων (ΑΚ)			.87	(.16)	.87	(.13)	.81	(.15)	.84	(.14)	.86	(.14)
Υπαγόρευση (ΑΚ)	.42	(.18)	.60	(.22)	.78	(.23)	.86	(.21)	.91	(.16)	.91	(.15)
Επόμενος αριθμός (ΑΚ)	.58	(.36)	.64	(.28)	.75	(.29)	.83	(.24)	.89	(.19)	.91	(.15)
Προηγούμενος αριθμός (ΑΚ)	.65	(.36)	.71	(.25)	.84	(.25)	.90	(.20)	.93	(.14)	.95	(.11)
Άμεση εκτίμηση (ΑΚ)	.65	(.19)	.73	(.17)	.78	(.16)	.81	(.16)	.85	(.14)	.86	(.13)
Απαρίθμηση (ΑΚ)	.74	(.26)	.84	(.22)	.86	(.18)	.89	(.18)	.89	(.16)	.89	(.15)
Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης (ΑΚ)	.83	(.21)	.91	(.18)	.94	(.12)	.96	(.11)	.97	(.07)	.97	(.09)
Ανάκληση στοιχείων πολ/μού (ΑΚ)					.83	(.21)	.85	(.20)	.90	(.16)	.90	(.15)
Νοητικοί υπολογισμοί (ΑΚ)					.61	(.27)	.62	(.26)	.72	(.23)	.72	(.23)
Αριθμητικές γραμμές 0-100 (ΑΣ)	16.04	(6.45)	10.96	(6.28)	8.54	(5.06)	6.86	(3.95)	5.74	(3.37)	5.26	(2.77)
Αριθμητικές γραμμές 0-1000 (ΑΣ)							114	(71.81)	90.90	(66.11)	73.16	(51.07)
Τετράγωνα (ΑΚ)	.34	(.20)	.46	(.22)	.53	(.23)	.62	(.22)	.69	(.19)	.70	(.19)
Κατασκευαστικά μπλοκ (ΑΚ)	.43	(.25)	.53	(.26)	.63	(.24)	.68	(.25)	.75	(.22)	.77	(.20)
Προβλήματα λέξεων (ΑΚ)					.47	(.28)	.57	(.29)	.72	(.26)	.75	(.25)
Αρχές υπολογισμού (ΑΚ)							.45	(.306)	.57	(.29)	.59	(.29)
Αναγνώριση μοτίβων (ΑΚ)	.25	(.16)	.34	(.17)	.40	(.20)	.44	(.21)	.56	(.19)	.56	(.18)

3.2. Τάξη και φύλο

Για να εξεταστούν η επίδραση της τάξης και του φύλου των μαθητών πραγματοποιήθηκαν παραγοντικές ANOVA (2x6), με παράγοντες μεταξύ μαθητών. Με αυτό τον τρόπο εκτελέστηκαν ξεχωριστές ANOVA (με 2 επίπεδα φύλου και 6 επίπεδα τάξης), για τις 29 μετρήσεις (ακρίβεια και χρόνος απόκρισης) που είχαμε στο σύνολο των έργων. Το συνολικά αποτελέσματα των αναλύσεων αυτών παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4

Συντελεστές εσωτερικής συνοχής και αποτελέσματα ANOVA για την επίδραση φύλου και τάξης για όλες τις μετρήσεις (*: $p < 0,05$, **: $p < 0,01$, ***: $p \leq 0,001$).

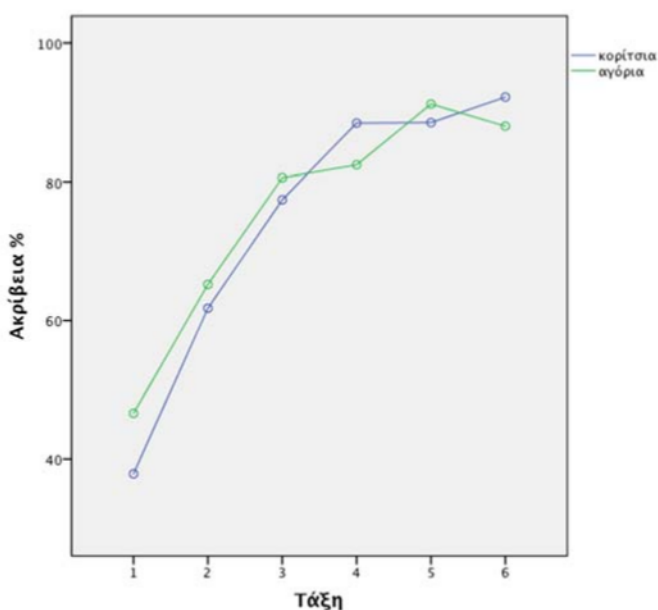
Έργο	Cronbach's alpha	Φύλο	ρ	Τάξη	ρ	αλληλεπίδραση Φύλο x Τάξη	ρ
Σύγκριση κουκίδων (AK)	0,536	F(1.588)=0,637	0,425	F(5.602)=22.522	0,001***	F(5,608)=0.658	0,655
Σύγκριση κουκίδων (XA)	0,721	F(1.347)=3,635	0,057	F(5.904)=9.592	0,001***	F(5,1458)=1.546	0,173
Σύγκριση αραβικών ψηφίων (AK)	0,652	F(1.666)=1,665	0,104	F(5.678)=450.386	0,001***	F(5,678)=0.240	0,945
Σύγκριση αραβικών ψηφίων (XA)	0,852	F(1.666)=0,419	0,518	F(5.678)=0.506	0,772	F(5,678)=0.235	0,947
Πληκτρολόγηση αριθμών (AK)	0,838	F(1.665)=3,559	0,06	F(5.677)=1.539	0,001***	F(5,677)=0.629	0,678
Πληκτρολόγηση αριθμών (XA)	0,773	F(1.665)=0,032	0,858	F(5,677)=96.289	0,001***	F(5,677)=1.087	0,366
Υπαγόρευση (AK)	0,963	F(1.640)=0,671	0,413	F(5,652)=96.563	0,001***	F(5,652)=2.403	0,036*
Υπαγόρευση (XA)	0,791	F(1.640)=5,253	0,022	F(5,652)=21.188	0,001***	F(5,629)=66.854	0,036*
Επόμενος αριθμός (AK)	0,945	F(1.617)=0,032	0,857	F(5,629)=66.854	0,001***	F(5,629)=0.559	0,731
Επόμενος αριθμός (XA)	0,639	F(1.617)=0,036	0,85	F(5,629)=14.912	0,001***	F(5,629)=0.593	0,705
Προηγούμενος αριθμός (AK)	0,95	F(1.621)=0,082	0,775	F(5,633)=103.670	0,001***	F(5,633)=0.258	0,936
Προηγούμενος αριθμός (XA)	0,72	F(1.621)=1,785	0,182	F(5,633)=18.859	0,001***	F(5,633)=0.471	0,798
Άμεση εκτίμηση (AK)	0,805	F(1.660)=3,948	0,049*	F(5,672)=24.034	0,001***	F(5,672)=0.549	0,739

Άμεση εκτίμηση (ΧΑ)	0,707	F(1.660)=2,228	0,136	F(5,672)=2.490	0,030*	F(5,672)=0.975	0,432
Απαρίθμηση (ΑΚ)	0,841	F(1.671)=0,717	0,398	F(5,671)=12.347	0,001***	F(5,671)=0.595	0,704
Απαρίθμηση (ΧΑ)	0,604	F(1.671)=0,217	0,642	F(5,671)=18.198	0,001***	F(5,671)=0.764	0,576
Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης (ΑΚ)	0,865	F(1.658)=1,904	0,168	F(5,658)=11.310	0,001***	F(5,658)=1.265	0,277
Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης (ΧΑ)	0,705	F(1.658)=0,301	0,584	F(5,658)=16.315	0,001***	F(5,658)=1.420	0,215
Ανάκληση στοιχείων πολ/μού (ΑΚ)	0,889	F(1.442)=2,883	0,09	F(5,442)=4.976	0,002**	F(5,442)=4.082	0,027*
Ανάκληση στοιχείων πολ/μού (ΧΑ)	0,722	F(1.442)=0,249	0,618	F(5,442)=20.515	0,001***	F(5,442)=0.389	0,761
Νοητικός υπολογισμός	0,834	F(1.438)=8,225	0,097	F(3,438)=108.542	0,001***	F(3,438)=1.510	0,211
Αριθμητικές γραμμές 0-100 (ΑΚ)	0,917	F(1.554)=8,210	0,004*	F(3,554)=15.828	0,001***	F(3,554)=0.443	0,778
Αριθμητικές γραμμές 0-1000 (ΑΚ)	0,929	F(1.309)=26,647	0,001**	F(2,309)=12.188	0,001***	F(2,309)=1.086	0,339
Τετράγωνα (ΑΚ)	0,675	F(1.650)=2,623	0,106	F(5,650)=46.236		F(5,650)=2.154	0,058
Μπλοκ (ΑΚ)	0,762	F(1.641)=21,713	0,001**	F(5,641)=27.162		F(5,641)=1.544	0,174
Προβλήματα λέξεων (ΑΚ)	0,924	F(1.438)=1,341	0,248	F(3,438)=31.727		F(3,438)=2.846	0,037*
Αρχές υπολογισμού (ΑΚ)	0,915	F(1.290)=1,293	0,042*	F(2,290)=4.391		F(2,290)=1.747	0,176
Αναγνώριση μοτίβων (ΑΚ)	0,864	F(1.533)=1,393	0,238	F(4,533)=17.504		F(4,533)=1.016	0,398

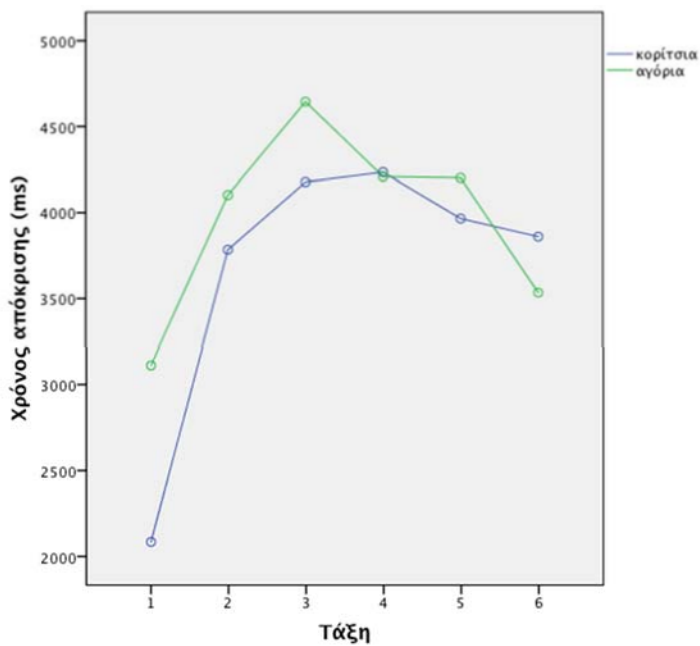
Οι αναλύσεις έδειξαν σημαντική επίδραση του φύλου των μαθητών σε 5 έργα. Πιο αναλυτικά, στην Άμεση εκτίμηση, τα κορίτσια MO=86 (TA=11) και τα αγόρια MO=83 (TA=12). Στις Αριθμητικές Γραμμές 0-100 τα κορίτσια είχαν χαμηλότερη ακρίβεια (MO=6,5, TA=3,1) από τα αγόρια (MO=5,3, TA=3,1). Ενώ το ίδιο μοτίβο υπήρχε και στις Αριθμητικές Γραμμές 0-100 όπου τα αγόρια είχαν μεγαλύτερη ακρίβεια (MO=76,8, TA=51,4) από τα κορίτσια (MO=117,6, TA=68,7). Στο έργο των Μπλοκ τα κορίτσια (MO=72,8, TA=21,1) είχαν σημαντικά χαμηλότερη επίδοση ως προς την ακρίβεια από τα αγόρια (MO=80,6, TA=17,6). Τέλος στις αρχές υπολογισμού βρέθηκε

πως τα κορίτσια (ΜΟ=60,3, ΤΑ=24,5) έδωσαν σημαντικά πιο σωστές απαντήσεις από τα αγόρια (ΜΟ=53,5, ΤΑ=30,6).

Η επίδραση της τάξης ήταν στατιστικά σημαντική (με $p < 0,001$ στις περισσότερες περιπτώσεις) σε όλα τα έργα και για όλες τις μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν. Γενικά η αλληλεπίδραση μεταξύ Τάξης και Φύλου δεν βρέθηκε στις περισσότερες στατιστικά σημαντική, με εξαίρεση όμως 4 μετρήσεις. Ειδικότερα, στατιστικά σημαντική ήταν η αλληλεπίδραση για την Υπαγόρευση τόσο ως προς τη μετρική της ορθότητας ($F(5,652)=2.403$, $p=0,036$, $\eta^2=0,018$) όσο και για το χρόνο απόκρισης ($F(5,640)=2.398$, $p=0,036$, $\eta^2=0,018$). Η ανάλυση έδειξε πως για τις τρεις πρώτες τάξεις τα αγόρια είχαν καλύτερη επίδοση στην ορθότητα από τα κορίτσια, όμως στην 4η και 6η δημοτικού τα κορίτσια είχαν μεγαλύτερη ορθότητα από τα αγόρια (δείτε γράφημα 1). Ίδιο ήταν και το μοτίβο ως προς τους χρόνους απόκρισης καθώς η διαφορά μεταξύ των δύο φύλων στις 3 πρώτες τάξεις (με τα αγόρια να είναι πιο γρήγορα) εξαφανίστηκε στις 3 μεγαλύτερες τάξεις, με τα κορίτσια να είναι γρηγορότερα από τα αγόρια στην 6η τάξη (δείτε γράφημα 2).

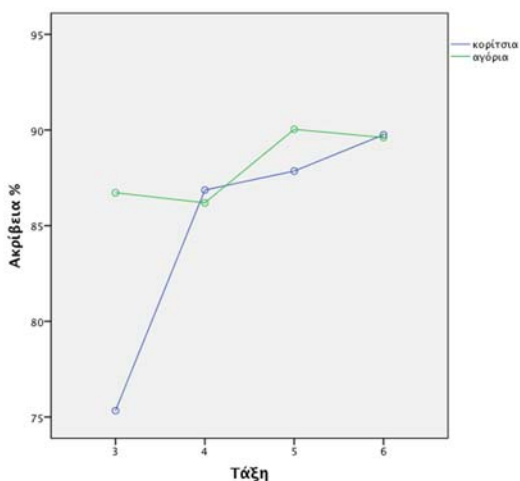


Γράφημα 1: Η μέτρησης ακρίβειας στο τεστ Υπαγόρευσης για τα κορίτσια και αγόρια σε όλες τις τάξεις του δημοτικού.

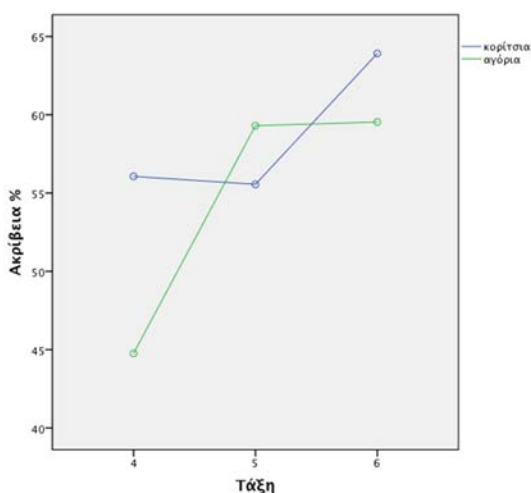


Γράφημα 2. Η μέτρησιες χρόνου απόκρισης στο τεστ Υπαγόρευσης για τα κορίτσια και αγόρια σε όλες τις τάξεις του δημοτικού.

Σημαντική βρέθηκε επίσης η αλληλεπίδραση Τάξης και Φύλου ($F(5,442)=4.082$, $p=0,027$, $\eta^2=0,020$) στο έργο Ανάκλησης στοιχείων πολλαπλασιασμού ως προς την ορθότητα των απαντήσεων. Πιο αναλυτικά, η μεγάλη διαφορά που υπήρχε στην τρίτη τάξη μεταξύ αγοριών και κοριτσιών, με τα αγόρια να είναι καλύτερα από τα κορίτσια σταμάτησε να υπάρχει στις επόμενες τρεις μεγαλύτερες τάξεις (δείτε γράφημα 3). Στο έργο αυτό συμμετείχαν μόνο παιδιά από την 3η τάξη και μεγαλύτερα. Τέλος, σημαντική ήταν και η αλληλεπίδραση Τάξης και Φύλου ($F(3,438)=4.082$, $p=0,027$, $\eta^2=0,020$) στο έργο Αρχών υπολογισμού ως προς την ορθότητα των απαντήσεων. Εδώ η αλληλεπίδραση είναι πιο σύνθετη καθώς, αρχικά, δηλαδή στην 3η τάξη τα κορίτσια ήταν καλύτερα από τα αγόρια, όπως και στην 5η και 6η τάξη, με τη διαφορά να αυξάνει στην τελευταία (δείτε γράφημα 4). Ωστόσο, στην 4η τάξη τα αγόρια είχαν καλύτερη επίδοση από τα κορίτσια.



Γράφημα 3: Η μέτρηση ακρίβειας στο έργο Ανάκλησης για τα κορίτσια και αγόρια στις τάξεις 3η-6η.



Γράφημα 4: Η μέτρηση ακρίβειας στο έργο Αρχές Υπολογισμού για τα κορίτσια και αγόρια στις τάξεις 3η-6η.

Πραγματοποιήθηκε επιπλέον ανάλυση των επιδράσεων του είδους της πράξης στην ορθότητα των απαντήσεων για το έργο Νοητικών Υπολογισμών. Συγκεκριμένα εκτελέστηκε μικτή ANOVA (4x3) με την Τάξη ως μεταξύ των μαθητών παράγοντα και τον Υπολογισμό ως εντός μαθητών παράγοντα. Η ανάλυση έγινε βάσει των δεδομένων μαθητών 4ης έως 6ης τάξης. Τα αποτελέσματα έδειξαν σημαντική επίδραση του υπολογισμού ($F(3, 2852)=86.584, p<0,001, \eta^2=0,205$), με την πρόσθεση να έχει το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας (MO=73,36, TA=29,35), ακολουθώντας η αφαίρεση (MO=62,84, TA=29,98), μετά η διαίρεση (MO=58,72, TA=36,38) και τέλος η χειρότερη επίδοση ήταν στον πολλαπλασιασμό (MO=44,45, TA=38,42). Επιπλέον, βρέθηκε σημαντική αλληλεπίδραση μεταξύ Τάξης και Υπολογισμού ($F(6, 5.703)=80.065, p<0,001, \eta^2=0,323$). Όπως

φαίνεται και στο γράφημα 5, η πρόσθεση είχε το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας σε όλες τις τάξεις, ακολουθούσε η αφαίρεση ωστόσο, στην 5η τάξη δεύτερη σε δυσκολία ήταν ο πολλαπλασιασμός ο οποίος είχε το μικρότερο στην 4η τάξη και ήταν τρίτος σε επιτυχία στην 6η. Τέλος, η διαίρεση ήταν τρίτη σε ποσοστό επιτυχία στην 4η και στην 5η τάξη, ενώ στην 6η τάξη ήταν η πιο δύσκολη πράξη.

3.3. Ανάλυση παραγόντων

Για να εξετάσουμε τη δομή του τεστ πραγματοποιήσαμε ανάλυση παραγόντων και ειδικότερα χρησιμοποιήσαμε την PCA. Στη ανάλυση αυτή συμπεριλάβαμε όλα τα τεστ και όλες τις μετρήσεις που είχαμε. Τα δεδομένα που εξετάσαμε περιλάμβαναν τα δεδομένα μόνο από τα παιδιά 4ης ως 6ης τάξης καθώς αυτά ολοκλήρωσαν πλήρως όλα τα έργα του τεστ. Για την ανάλυση παραγόντων δεν επιλέχθηκε a priori συγκεκριμένος αριθμός για τη ανάλυση. Επίσης προηγήθηκε ορθογώνια περιστροφή (varimax) ώστε τα διανύσματα να είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Εξετάσαμε το μέτρο *Kaiser–Meyer–Olkin* το οποίο είχε τιμή 0,893 το οποίο σημαίνει πως είχαμε επαρκή δειγματοληψία για την ανάλυση ($0,8 < KMO < 0,9$ πολύ ικανοποιητική τιμή). Το σφαιρικότητα *Bartlett* ($\chi^2_{(167)} = 7.439, p < ,001$) που υπολογίσαμε μας έδειξε ότι οι συσχετίσεις μεταξύ των στοιχείων/παραγόντων ήταν ικανοποιητικά μεγάλες για την PCA (Field, 2013).

Βρήκαμε πως 6 στοιχεία είχαν ιδιοτιμές πάνω από το κριτήριο Keiser. Αρχικά παρατηρήσαμε πως 2 παράγοντες είχαν ιδιοτιμή οριακά πάνω ένα. Στην συνέχεια κατασκευάσαμε το αντίστοιχο πίνακα βαρών στον οποίο παρατηρήσαμε πως 2 από τους 6 παράγοντες είχαν άθροισμα βαρών πολύ μικρότερο από τους υπόλοιπους. Αυτό μας οδήγησε στο να επαναλάβουμε τη διαδικασία για 4 παράγοντες καθώς οι άλλοι 2 θα είχαν προβλήματα ερμηνευσιμότητας. Η ανάλυση με 4 παράγοντες που εκτελέσαμε παρουσιάζεται στον πίνακα 5. Ο πίνακας αυτός δείχνει το βάρος των με τιμή πάνω από 0,3 μετά την περιστροφή. Η μέση *communality* ήταν 0,47. Οι 4 παράγοντες που εξήγαμε εξηγούν το 54% της διακύμανσης.

Προσπαθώντας να ερμηνεύσουμε τη θεωρητική γνωστική σημασία της κατηγοριοποίησης που προέκυψε βασιστήκαμε στο περιεχόμενο κάθε έργου και στη θεωρητική δομή του μοντέλου μαθηματικής ικανότητας σύμφωνα με το οποίο κατασκευάστηκε το τεστ. Στον 1ο παράγοντα ανήκαν τα παρακάτω έργα (που περιλάμβαναν αποκλειστικά μετρήσεις ορθότητας): Άμεση εκτίμηση, Ανάκληση στοιχείων πρόσθεση και πολλαπλασιασμού, Επόμενος και Προηγούμενος αριθμός, Απαρίθμηση, Υπαγόρευση αριθμών και Μπλοκ. Τα έργα αυτά σχετίζονται κυρίως με την εργαζόμενη μνήμη, οπότε ονομάσαμε τον 1ο παράγοντα: Μνημονικό Παράγοντα. Ο δεύτερος παράγοντας περιλαμβάνει μετρήσεις χρόνων απόκρισης για τα έργα: Σύγκριση κουκίδων, Σύγκριση αραβικών ψηφίων, Απαρίθμησης, Υπαγόρευσης και Επόμενου και Προηγούμενου αριθμού. Επειδή αυτά τα έργα τόσο ανήκουν στο μνημονικό πεδίο όσο και στο βασικό αριθμητικό ονομάσαμε τον

παράγοντα αυτό Αριθμητικό Μνημονικό παράγοντα. Ο τρίτος παράγοντας περιλαμβάνει μετρήσεις ορθότητας για τα εξής έργα: Αρχές υπολογισμού, Αναγνώριση μοτίβων και Μπλόκ και Τετράγωνα (σε μικρότερο βαθμό τα δύο τελευταία). Ο παράγοντας αυτός ονομάστηκε παράγοντας Λογικού Συμπερασμού καθώς τα έργα που περιλάμβανε απαιτούσαν κυρίως λογική ανάλυση. Τέλος, ο τέταρτος παράγοντας περιλάμβανε μετρήσεις ορθότητας των 2 έργων Αριθμητικών γραμμών και για αυτό ονομάστηκε Οπτικο-χωρικός παράγοντας.

Πίνακας 5

Παράγοντες που προέκυψαν από την PCA μετά από ορθογώνια περιστροφή

Έργο	Παράγοντας 1	Παράγοντας 2	Παράγοντας 3	Παράγοντας 4
Άμεση Εκτίμηση (AK)	0,67			
Σύγκριση κουκίδων (XA)		0,33		
Σύγκριση αραβικών ψηφίων (XA)		0,76		
Ανάκληση στοιχείων πολ/μού (AK)	0,60		0,48	
Επόμενος αριθμός (AK)	0,66			
Απαρίθμηση (AK)	0,71			
Υπαγόρευση (AK)	0,72			
Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης (AK)	0,74			
Προηγούμενος αριθμός (AK)	0,75			
Επόμενος αριθμός (XA)		0,60		
Απαρίθμηση (XA)		0,62		
Προηγούμενος αριθμός (XA)		0,65		
Υπαγόρευση (XA)		0,69		
Αρχές υπολογισμού (AK)			0,66	
Αναγνώριση μοτίβων	0,30		0,64	
Προβλήματα λέξεων (AK)	0,35		0,74	
Νοητικοί υπολογισμοί (AK)	0,43		0,67	
Μπλοκ (AK)	0,42		0,49	
Τετράγωνα (AK)	0,50		0,49	
Αριθμητικές γραμμές 0-100 (AK)				0,56
Αριθμητικές γραμμές 0-1000 (AK)				0,60

3.4. Διακριτική ισχύς του τεστ: σύγκριση μεταξύ παιδιών με φτωχή και τυπική επίδοση.

Για να εξετάσουμε σε ποιο βαθμό τα έργα που κατασκευάστηκαν για το τεστ μπορούν να διακρίνουν τους μαθητές ανάλογα με τις επιδόσεις τους στα μαθηματικά, προχωρήσαμε σε δημιουργία δύο ομάδων μαθητών όπου μία ήταν οι μαθητές με τη χαμηλότερη επίδοση και στο άλλο οι υπόλοιποι μαθητές. Προχωρήσαμε σε αυτή την ανάλυση ακολουθώντας τη μεθοδολογία της έρευνας των Καραγιαννάκης και Noel (Submitted). Η διάκριση έγινε βάσει της επίδοσης στο έργο Νοητικού υπολογισμού (και για τις 4 πράξεις συνολικά) όπου στην ομάδα που αναφερόταν στα παιδιά με MLD μπήκαν όσο παιδιά είχαν επίδοση χαμηλότερη του 15ου εκατοστημορίου. Έτσι δημιουργήθηκε μια ομάδα 92 παιδιών ως ομάδα MLD και μια ομάδα ελέγχου με 442 παιδιά. Στην συνέχεια πραγματοποιήθηκαν 2 MANOVA για όλα τα έργα με παράγοντα μεταξύ μαθητών τις 2 ομάδες που δημιουργήθηκαν. Η μια MANOVA έγινε για τη μετρική της ορθότητας των απαντήσεων και η άλλη για τους χρόνους απόκρισης. Τα αποτελέσματα από τις αναλύσεις αυτές παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 6 και 7. Γενικά, σύμφωνα με τις αναλύσεις βρέθηκε πως υπήρχε καθολική επίδραση της ομάδας τόσο στη MANOVA με την ορθότητα ($F(18, 533)=3.036$, $p<0,001$, $\eta^2=0,136$) όσο και σε εκείνη με τους χρόνους απόκρισης ($F(10,533)=265.648$, $p<0,01$, $\eta^2=0,058$). Ειδικότερα, στις μετρήσεις ορθότητας οι μαθητές της ομάδας ελέγχου είχαν σημαντικά καλύτερη από εκείνους της ομάδας MD στα έργα Σύγκριση κουκίδων, Υπαγόρευση αριθμών, Ανάκληση στοιχείων πολλαπλασιασμού, Νοητικός υπολογισμός, Προβλήματα λέξεων, Αρχές υπολογισμού και Αναγνώριση μοτίβων. Στις αναλύσεις βάσει των χρόνων απόκρισης στα 6 από τα 9 έργα οι μαθητές της ομάδας ελέγχου είχαν σημαντικά καλύτερη από εκείνους της ομάδας MD. Τα τρία έργα στα οποία δεν βρέθηκε σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων στις μετρήσεις χρόνου απόκρισης ήταν: η Σύγκριση κουκίδων, η Άμεση εκτίμηση και Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης.

Πίνακας 6

MANOVA βάσει της διάκρισης τυπικών μαθητών και μαθητών MLD για τις μετρήσεις ακρίβειας (*: $p < 0,05$, **: $p < 0,01$, ***: $p \leq 0,001$).

Έργο	Ομάδα MLD		Ομάδα ελέγχου		F(1.365)	p	η^2
	MO	TA	MO	TA			
Σύγκριση κουκίδων (AK)	56,67	5,79	67,07	3,05	5,042	0,025*	0,014
Σύγκριση αραβικών ψηφίων (AK)	91,11	5,79	93,28	1,10	0,857	0,355	0,002
Πληκτρολόγηση αριθμών (AK)	100,00		97,75		1,121	0,29	0,003
Υπαγόρευση (AK)	69,33	6,57	89,83	5,17	6,945	0,009**	0,019
Επόμενος αριθμός (AK)	85,56	2,30	89,22	3,19	0,211	0,646	0,001

Προηγούμενος αριθμός (ΑΚ)	85,56	2,30	94,33	1,81	3,77	0,053	0,01
Άμεση εκτίμηση (ΑΚ)	77,00	16,82	84,10	2,60	1,46	0,228	0,004
Απαρίθμηση (ΑΚ)	91,43	1,10	89,64	1,95	0,082	0,775	0,001
Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης (ΑΚ)	95,00	11,68	97,33	0,62	0,963	0,327	0,003
Ανάκληση στοιχείων πολ/μού (ΑΚ)	62,86	2,59	89,29	1,99	16,864	0,001***	0,044
Νοητικός υπολογισμός	8,33	0,71	59,13	5,18	27,676	0,001***	0,07
Αριθμητικές γραμμές 0-100 (ΑΚ)	36,36	6,07	27,50	3,43	1,592	0,208	0,004
Αριθμητικές γραμμές 0-1000 (ΑΚ)	614,36	48,10	440,32	61,60	1,915	0,167	0,005
Τετράγωνα (ΑΚ)	62,00	0,84	59,60	1,59	0,117	0,733	0
Μπλοκ (ΑΚ)	75,00	1,23	73,88	1,65	0,016	0,899	0
Προβλήματα λέξεων (ΑΚ)	36,67	4,56	67,11	4,37	7,741	0,006**	0,021
Αρχές υπολογισμού (ΑΚ)	12,00	0,45	54,00	4,25	10,936	0,001***	0,029
Αναγνώριση μοτίβων (ΑΚ)	24,44	3,13	49,56	3,28	9,358	0,002**	0,025

Πίνακας 7

MANOVA βάσει της διάκρισης τυπικών μαθητών και μαθητών MLD για τις μετρήσεις χρόνου απόκρισης (*: $p < 0.05$, **: $p < 0.01$).

Έργο	Ομάδα MLD		Ομάδα ελέγχου		F(1,435)	p	η ²
	ΜΟ	ΤΑ	ΜΟ	ΤΑ			
Σύγκριση κουκίδων (ΧΑ)	285,79	126,53	261,26	86,50	1,656	0,199	0,004
Σύγκριση αραβικών ψηφίων (ΧΑ)	256,14	47,86	45,29	51,30	17,908	0,001***	0,04
Υπαγόρευση (ΧΑ)	101,85	104,74	380,63	105,67	7,533	0,006**	0,017
Επόμενος αριθμός (ΧΑ)	201,76	217,07	351,22	100,69	15,98	0,001***	0,035
Προηγούμενος αριθμός (ΧΑ)	422,98	82,87	361,03	102,57	8,517	0,004**	0,019
Άμεση εκτίμηση (ΧΑ)	338,55	169,53	254,93	253,49	2,439	0,119	0,006
Απαρίθμηση (ΧΑ)	640,47	171,53	550,71	160,62	6,757	0,01*	0,015
Ανάκληση στοιχείων πρόσθεσης (ΧΑ)	477,12	175,07	347,93	532,69	1,342	0,247	0,003
Ανάκληση στοιχείων πολ/μού (ΧΑ)	831,23	666,17	605,12	500,23	4,285	0,039*	0,01

4. Συζήτηση

Η μελέτη που παρουσιάστηκε αφορούσε την ανάπτυξη και αξιολόγηση ενός διαγνωστικού εργαλείου για την εξέταση των μαθηματικών ικανοτήτων σε μαθητές. Το τεστ που αναπτύχθηκε βασίστηκε στο τεστ των Καραγιαννάκης, Baccaglioni-Frank και Ρούσσο (2017), και έγινε προσπάθεια να αντιμετωπιστούν οι περιορισμοί αυτού όπως και οι ελλείψεις άλλων τεστ που εξετάζουν ελλείμματα στα μαθηματικά σε μαθητές από την 1η ως την 6η τάξη δημοτικού. Βασικός σκοπός του τεστ ήταν η καταγραφή συγκεκριμένων αριθμητικών και μαθηματικών ελλειμμάτων και κατηγοριοποίηση βάσει των γνωστικών διεργασιών που σχετίζονται με αυτά. Οπότε, με αυτό τον τρόπο θα μπορούσαμε εξετάσουμε τα παιδιά ώστε να εξάγουμε διαφορετικούς υποτύπους MLD. Για να καταφέρουμε τα παραπάνω είχαμε ως επιμέρους στόχους να κατασκευάσουμε ένα τεστ με τα παρακάτω χαρακτηριστικά: να εξετάζει ένα ευρύ φάσμα αριθμητικών και μαθηματικών ικανοτήτων, να εξετάζει την αλληλεπίδραση της αριθμητικής επεξεργασίας με γενικούς γνωστικούς και εκτελεστικούς παράγοντες, να είναι κατάλληλο για μαζική και συλλογική χορήγηση και να μπορεί να ολοκληρωθεί μέσα σε ένα εύλογο χρονικό διάστημα. Σύμφωνα μετά παραπάνω κριτήρια και στόχους κατασκευάστηκε το MathPro and Dyscalculia Test, το οποίο περιλαμβάνει 20 έργα, τα δύο εκ των οποίων εξετάζουν την ταχύτητα χρήσης του υπολογιστή. Τα έργα αυτά κατασκευάστηκαν ώστε να εξετάζουν τα γνωστικά πεδία σχετικά με την μαθηματική ικανότητα όπως αναλύονται στο μοντέλο των Καραγιαννάκης, Baccaglioni-Frank και Παπαδάτος (2014). Με αυτό τον τρόπο τα έργα που αναπτύχθηκαν ανήκουν σε ένα από τα παρακάτω 4 πεδία: βασικό αριθμητικό, οπτικό-χωρικό, μνήμης και λογικού συμπερασμού. Το πεδίο επιδιώκεται να εξετάζει την αναπαράσταση και επεξεργασία στοιχείων που αφορούν αποκλειστικά αριθμητικά μεγέθη, ενώ τα τρία άλλα πεδία περιλαμβάνουν και ευρύτερες γνωστικές λειτουργίες. Παρόμοια τεστ που προσπαθούσαν να εξετάσουν λειτουργίες πέρα από την μεμονωμένη αριθμητική επεξεργασία είχαν κατασκευαστεί και στο παρελθόν, χωρίς ωστόσο να είναι τόσο πλήρης όσο η παρούσα μελέτη. Έργα όπως η Σύγκριση αριθμών με κουκίδες, η Σύγκριση αραβικών ψηφίων, και οι υπολογισμοί με προσθέσει και πολλαπλασιασμούς που περιλαμβάνονται στο MathPro τεστ υπήρχαν και σε παλαιότερα τεστ, όπως το Numeracy Screener (Nosworthy, Bugden, Archibald, & Ansari, 2013), το Panamath και το Dyscalculia Screener (Butterworth, 2003).

Για να εξεταστεί η αξιοπιστία του MathPro τεστ και για διερευνηθεί αν μπορεί να παράξει γενικεύσιμα αποτελέσματα, το τεστ χορηγήθηκε σε παιδιά 1ης έως 6ης τάξης δημοτικού από σχολεία της Αθήνας (Karagiannakis & Roussos, in preparation). Για τους παραπάνω λόγους χορηγήθηκε και σε 623 παιδιά ίδιας ηλικίας από σχολεία της Φλάνδρας του Βελγίου, με τα αποτελέσματα να παρουσιάζονται στο άρθρο των Καραγιαννάκης και Noel (submitted). Για λόγους σύγκρισης μεταξύ των πληθυσμών και για τον έλεγχο του διαγνωστικού εργαλείου

πραγματοποιήθηκαν παρόμοιες αναλύσεις στις δύο αυτές μελέτες. Αρχικά, βρήκαμε τους συντελεστές Cronbach alpha ώστε να εξεταστεί η εσωτερική συνοχή των υποθέστ του εργαλείου. Από τις 29 μετρήσεις βρήκαμε καλή ή εξαιρετική συνοχή ($\alpha > 0,8$) για 15 μετρήσεις και ικανοποιητική εσωτερική συνοχή για 8 μετρήσεις. Χαμηλή εσωτερική συνοχή ($\alpha < 0,07$) βρήκαμε στις παρακάτω 5 μετρήσεις στην Σύγκριση αραβικών ψηφίων (AK), στον Επόμενο αριθμό (XA), στην Απαρίθμηση (AK), στα Τετράγωνα (AK), και στη Σύγκριση κουκίδων (AK). Ωστόσο μόνο στη τελευταία μέτρηση η εσωτερική συνοχή που βρέθηκε ($\alpha = 0,53$) μπορεί να θεωρηθεί πως βρίσκεται στο όριο του μη αποδεκτού για ένα τέτοιο τεστ. Ο συντελεστής που εξετάσαμε αξιολογεί το βαθμό που σχετίζονται οι απαντήσεις εντός ενός έργου, δηλαδή μπορεί να μας ενημερώσει έμμεσα για το κατά πόσο έχει σχεδιαστεί κατάλληλα ώστε να μετρήσει μία συγκεκριμένη παράμετρο. Εμείς θέλαμε το τεστ αυτό να απομονώσει και εξετάσει συγκεκριμένες πτυχές γνωστικής λειτουργίας που σχετίζεται με τη μαθηματική επεξεργασία, οπότε τα αποτελέσματα για τις εσωτερική συνοχή μπορούν να θεωρηθούν αρκετά ικανοποιητικά στα περισσότερα έργα για το σκοπό που τα έργα αυτά σχεδιάστηκαν. Τα αποτελέσματα που πάρθηκαν από τις αναλύσεις των δεδομένων από τους μαθητές του Βελγίου ήταν επίσης ικανοποιητικά ως προς την εσωτερική συνοχή των έργων του εργαλείου. Συγκεκριμένα, βρέθηκε καλή ή εξαιρετική συνοχή για 22 μετρήσεις και χαμηλή συνοχή για μόνο 4 μετρήσεις (Karagiannakis & Noel, submitted).

Στη συνέχεια εξετάσαμε την επίδραση του φύλου και της τάξης των μαθητών στην επίδοση στα έργα του τεστ. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήσαν τις αντίστοιχες ANOVA μεταξύ μαθητών για τις μετρήσεις ορθότητας και χρόνου απόκρισης σε κάθε έργο. Τα αποτελέσματα που πήραμε έδειξαν σημαντική κύρια επίδραση του φύλου των μαθητών σε 5 έργα. Συγκεκριμένα, στο έργο Άμεσης εκτίμησης αριθμητικών μεγεθών και στις Αρχές υπολογισμού τα κορίτσια είχαν καλύτερα ποσοστά ορθότητας από τα αγόρια. Αντίθετα, στα έργα των Μπλοκ και των Αριθμητικών γραμμών 0-100 και 0-100 τα αγόρια είχαν μεγαλύτερη ορθότητα στις απαντήσεις από τα κορίτσια. Διαφορές μεταξύ των φύλων παρατηρήθηκαν μόνο σε μετρήσεις ακρίβεια και όχι σε μετρήσεις χρόνων απόκρισης. Ακόμη, σημαντικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ Φύλου και Τάξης βρέθηκαν σε 3 μετρήσεις, και ειδικότερα, στο έργο Υπαγόρευσης αριθμών, στο έργο Ανάκλησης στοιχείων πολλαπλασιασμού (AK) και στο έργο Αρχές υπολογισμού (AK). Στα δύο πρώτα έργα παρατηρήθηκε ένα κοινό μοτίβο αλληλεπίδρασης καθώς η διαφορά που υπήρχε στις πρώτες τρεις τάξεις, με τα αγόρια να είναι καλύτερα από τα κορίτσια στην ορθότητα των απαντήσεων, είτε ανατράπηκε προς την αντίθετη τάση (στην Υπαγόρευση αριθμών) είτε εξαφανίστηκε (στην Ανάκληση στοιχείων πολ/σμού). Και στις δύο περιπτώσεις τα κορίτσια είχαν σημαντικά καλύτερη απόδοση από τα αγόρια στην 6η τάξη. Το μοτίβο της αλληλεπίδρασης στις Αρχές υπολογισμού ήταν πιο σύνθετο και μάλλον δεν προσφέρεται για συγκεκριμένα συμπεράσματα.

Τα συνολικά αποτελέσματα για την επίδραση του φύλου που βρήκαμε αντιβαίνουν στην κοινή αντίληψη πως τα αγόρια είναι γενικά καλύτερα στα μαθηματικά από τα κορίτσια. Στην έρευνά μας τα κορίτσια ήταν καλύτερα σε 2 τεστ και τα αγόρια σε 3 τεστ (με τα δύο να είναι σχεδόν ίδια) από τις 29 συνολικά μετρήσεις που έγιναν. Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν σχετικά πιο πρόσφατες έρευνες που δείχνουν πως πλέον δεν παρατηρούνται σημαντικές αλλαγές μεταξύ των δυο φύλων στη μαθηματική επίδοση. Επιπλέον, τα αποτελέσματα μας φαίνεται να συμφωνούν με μελέτες που δείχνουν διαφορετική επεξεργαστική ικανότητα στην οπτικο-χωρική αντίληψη και μνήμη μεταξύ δύο φύλων, όπου οι άντρες είναι καλύτερη στην πρώτη και η γυναίκες στη δεύτερη. Τα έργα στα οποία τα κορίτσια είχαν καλύτερη επίδοση δηλαδή η Υπαγόρευση και η Άμεση Εκτίμηση είναι έργα στα οποία η εργαζόμενη μνήμη παίζει βασικό ρόλο. Από την άλλη στα κατασκευαστικά Μπλοκ και στα έργα των Αριθμητικών γραμμών στα οποία απαιτείται λεπτομερής επεξεργασία της οπτικο-χωρικής πληροφορίας, τα αγόρια ήταν εκείνα με την καλύτερη επίδοση. Το στοιχείο αυτό επίσης είναι υποστηρικτικό της ορθότητας του σχεδιασμού των έργων καθώς θέλαμε τα έργα αυτά να εξετάζουν τις συγκεκριμένες γνωστικές λειτουργίες. Ως προς τη επίδραση του φύλου στο πληθυσμό με δυσαριθμησία επίσης οι προηγούμενες μελέτες δεν έχουν ξεκάθαρα συμπεράσματα. Σε κάποιες μελέτες παρατηρείται παρόμοια αναλογία μεταξύ αγοριών και κοριτσιών με δυσαριθμησία ενώ σε άλλες μελέτες τα αγόρια παρουσιάζουν σε μεγαλύτερο ποσοστό ελλείμματα στη μαθηματική ικανότητα από τα κορίτσια. Οι αλληλεπιδράσεις που βρέθηκαν μεταξύ φύλου και τάξης δείχνουν επίσης πως η εκπαιδευτική διαδικασία μπορεί να εξαλείψει αρχικές διαφορές μεταξύ των δύο φύλων που πιθανώς οφείλεται σε αρχικά στερεότυπα. Οι επίδραση των στερεοτύπων και του άγχους στην χειροτέρευση της επίδοσης των κοριτσιών κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων έχει επίσης υποδειχθεί από ευρήματα προηγούμενων μελετών. Τέλος, τα αποτελέσματα μας για την επίδραση του Φύλου είχαν κοινά σημεία με εκείνα των Καραγιαννάκης και Noel (submitted), καθώς βρήκαν πως τα αγόρια ήταν πιο σωστά από τα κορίτσια στη σύγκριση Πολυψήφιων αριθμών, στην Υπαγόρευση αριθμών, και στα δύο έργα Αριθμητικών γραμμών και πιο γρήγορα στα έργα σύγκρισης Πολυψήφιων αριθμών και στα Δεδομένα Πρόσθεσης. Τα κορίτσια όμως ήταν πιο σωστά από τα αγόρια στην Άμεση εκτίμηση και στην Απαρίθμηση και ήταν γρηγορότερα στην Υπαγόρευση αριθμών. Οπότε μπορούμε να επιβεβαιώσουμε πως δεν υπάρχουν μεγάλες διαφορές μεταξύ των φύλων στα έργα του τεστ και οι διαφορές και στις δύο χώρες φαίνεται να υπάρχουν στο έργο της Άμεσης εκτίμησης (με τα κορίτσια να είναι καλύτερα) και στις Αριθμητικές γραμμές (με τα αγόρια να είναι καλύτερα).

Σχετικά με τον παράγοντα της τάξης οι αναλύσεις έδειξαν πως υπήρχε πολύ σημαντική επίδραση ($p < 0,001$) σε όλες τις μετρήσεις όλων των έργων του τεστ. Η επίδραση της τάξης δεν διέφερε σημαντικά μεταξύ των έργων καθώς ήταν παρόμοια σε όλα τα γνωστικά πεδία, ενώ συγκεκριμένα στο πεδίο που εξετάζεται η βασική αριθμητική ικανότητα υπήρχε αύξηση της επίδοσης τόσο των

έργων που περιλάμβαναν επεξεργασία συμβολικών αριθμητικών αναπαραστάσεων όσων και των έργων εκείνων που περιλάμβαναν επεξεργασία μη συμβολικών αριθμητικών αναπαραστάσεων. Αρκετές θεωρίες έχουν προταθεί για να εξηγηθεί η ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας εστιάζοντας τόσο στην ρόλο της επεξεργασίας αριθμητικών ποσοτήτων όσο και σε εκείνο ευρύτερο γνωστικών λειτουργιών. Ως προς την επεξεργασία αριθμητικών μεγεθών υπάρχει έχει μελετηθεί αρκετά η σχέση της αναπαράστασης συμβολικών και μη συμβολικών μεγεθών (Lyons & Ansari, 2015). Γενικά θεωρείται πως η επεξεργασία αριθμών με σύμβολα αναπτύσσεται πάνω στη βάση ενός μη συμβολικού συστήματος, του ANS, στο οποίο οι ποσότητες αναπαρίστανται προσεγγιστικά. Τη στενή σχέση των δύο συστημάτων αναπαράστασης αποδεικνύεται από τη διαφορά στην σύγκριση μεγεθών βάσει της μεταξύ τους διαφορά. Τόσο στη σύγκριση συμβολικών όσο και μη συμβολικών αριθμητικών μεγεθών η ταχύτητα και χρόνοι απόκρισης είναι καλύτεροι όσο μεγαλύτερη είναι η αριθμητική απόσταση μεταξύ τους (Sekuler, R., & Mierkiewicz, 1977). Οπότε έχει υποστηριχθεί πως η αριθμητική αναπαράσταση είναι κατά βάση αναλογική και όχι ψηφιακή όπως θα έπρεπε να είναι εάν λειτουργούσε σύμφωνα με συμβολικούς κανόνες επεξεργασίας (Lyons & Ansari, 2015). Η αναπαράσταση αυτή φαίνεται είναι εγγενής καθώς σε πειράματα με βρέφη έχει φανεί πως υπάρχει διαφορούς στους χρόνους παρατήρησης ανάλογα με το αριθμητικό πλήθος που εμφανίζεται (Xu & Spelke, 2000). Παρόμοια χαρακτηριστικά αριθμητικής επεξεργασίας με τα προηγούμενα υπάρχουν σε άλλα ζώα (Nieber & Merten, 2007; Nieber & Dahanne, 2009). Οπότε βάσει των παραπάνω ευρημάτων έχει θεωρηθεί πως το ANS παρουσιάζεται με καθολικό τρόπο ως βάση για την αριθμητική επεξεργασία και ίσως έχει εξελικτικό ρόλο (Feigenson, Dahanne & Spelke, 2004). Η μορφή της αριθμητικής αναπαράστασης ποσοτήτων υποστηρίζεται πως έχει τη μορφή μιας νοητής αριθμητικής γραμμής (Mental Number Line), η οποία ωστόσο επηρεάζεται κατά την ανάπτυξη από μαθησιακούς και πολιτισμικούς παράγοντες. Η σχέση μεταξύ του ANS και της επεξεργασίας αριθμητικών συμβόλων επηρεάζει και την επίδοση των παιδιών στο σχολείο στα μαθηματικά (Lyons & Ansari, 2015). Ειδικότερα, οι μελέτες δείχνουν πως η αίσθηση των αριθμών πριν το σχολείο όπως και η επίδοση σε έργο σύγκρισης κουκίδων προβλέπει την επίδοση στα μαθηματικά στη συνέχεια (Libertus, Feigenson & Halberba, 2011). Για το ρόλο που παίζουν οι αναπαραστάσεις μεγεθών στη σχολική ηλικία πολύ σημαντική ήταν η έρευνα των Lyons κα (2014). Εξετάζοντας παιδιά δημοτικού 1ης έως 6ης τάξης βρήκαν πως συνολικά η ικανότητα στην επεξεργασία συμβολικών αναπαραστάσεων ήταν πιο σημαντική από την επεξεργασία μη συμβολικών αναπαραστάσεων για την πρόβλεψη της μαθηματικής ικανότητας. Ωστόσο, υπήρχε διαφορά κατά την ανάπτυξη στον τρόπο επίδρασης των συμβολικών αναπαραστάσεων καθώς μέχρι την 2η τάξη σημαντικότερο ρόλο έπαιζε η ικανότητα σύγκρισης συμβολικών μεγεθών για την αριθμητική ικανότητα ενώ στις μεγαλύτερες τάξεις πιο προβλεπτική ήταν η ικανότητα επεξεργασίας της σχετικής διάταξης. Επιπλέον, άλλες μελέτες υποστηρίζουν πως

πέρα από την ανάπτυξη των συστημάτων αναπαράστασης αριθμητικών ποσοτήτων, κυριότερος προβλεπτικός παράγοντας της μαθηματικής ικανότητας κατά την ανάπτυξη είναι ευρύτερες γνωσιακές λειτουργίες (Geary, 2005; von Aster & Shalev, 2007). Βασικότερη λειτουργία για την επάρκεια σε σύνθετους νοητικούς υπολογισμούς και στην επίλυση ενός μεγάλου εύρους μαθηματικών προβλημάτων φαίνεται να είναι εργαζόμενη μνήμη (Siegel & Ryan, 1989).

Επιπρόσθετα, για να εξεταστεί η διακριτική ικανότητα του τεστ πραγματοποιήσαμε 2 MANOVA, μία για κάθε μετρική του τεστ, για όλα τα έργα. Στην ανάλυση αυτή κατηγοριοποιήσαμε ως μαθητές με MLD όσους είχαν επίδοση μικρότερη ή ίση του 15ου εκατοστημορίου στο έργο Νοητικού υπολογισμού ενώ οι υπόλοιποι μαθητές τοποθετήθηκαν στην ομάδα ελέγχου. Ακολουθήσαμε τη μεθοδολογία αυτή σύμφωνα με τη μελέτη των Καραγιαννάκης και Noel (submitted), ώστε να πραγματοποιηθεί σύγκριση των συγκεκριμένων αποτελεσμάτων, γνωρίζοντας ωστόσο, τους περιορισμούς της ανάλυσης αυτής, κυρίως λόγω της ευαισθησίας στα ειδικά χαρακτηριστικά που πιθανώς έχει το έργο Νοητικού υπολογισμού. Από τις 18 μετρήσεις ακρίβειας τα παιδιά με MLD είχαν σημαντικά χειρότερη επίδοση σε 7 από αυτές. Ως προς τις μετρήσεις χρόνου απόκρισης βρήκαμε πως τα παιδιά με MLD ήταν σημαντικά πιο αργά σε 6 από τα 8 έργα. Σχετικά με τους χρόνους απόκρισης παρόμοια ήταν τα αποτελέσματα της έρευνας των Καραγιαννάκης και Noel (submitted) αλλά και άλλων ερευνών (Reigosa-Crespo κ.α., 2012; Geary, Hoard, & Bailey, 2012). Αντίθετα, στην μελέτη των Καραγιαννάκης και Noel (submitted) βρέθηκε σημαντική διαφορά στην ορθότητα σχεδόν σε όλα τα έργα του τεστ, με εξαίρεση τη σύγκριση Κουκίδων, τη σύγκριση Μονοψήφιων και τον Προηγούμενο αριθμό. Πιθανές διαφορές στην εκπαιδευτική διαδικασία ή σε άλλα δημογραφικά στοιχεία του δείγματος ενδεχομένως ερμηνεύουν εν μέρει τη διαφορά αυτή μεταξύ της επίδοσης των παιδιών στο Βέλγιο και την Ελλάδα. Αποτελέσματα άλλων μελετών που δείχνουν πως τα παιδιά με MLD αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην ανάγνωση και γραφή αριθμών (Sullivan, 1996), στη καταμέτρηση συνόλων (Reigosa-Crespo κ.α., 2012) και στην άμεση διαισθητική εκτίμηση αριθμητικών ποσοτήτων (Schleifer & Landerl, 2010), μεταξύ άλλων, υποστηρίζουν τα βασικά παραπάνω ευρήματα. Συνολικά, τα αποτελέσματα των αναλύσεων τόσο από την Ελλάδα όσο και από το Βέλγιο, σε μεγαλύτερο βαθμό, αποτυπώνουν την καλή διακριτική ισχύ του τεστ και για τις δύο μετρικές. Η διακριτική ισχύς του τεστ κρίνεται επίσης αρκετά υψηλή λόγω και της μεγάλης ευαισθησίας όλων των έργων του τεστ σχετικά με την τάξη των μαθητών.

Τέλος, ιδιαίτερη σημασία ήταν η αξιολόγηση της θεωρητικής δομής του τεστ. Για αυτό το σκοπό πραγματοποιήσαμε ανάλυση παραγόντων με PCA. Οι σημαντικοί παράγοντες που αναδείχθηκαν ήταν 4 και εξηγούσαν το 54% της συνολικής διακύμανσης σε όλες τις επιδόσεις του τεστ. Ο πρώτος περιλάμβανε μετρήσεις ορθότητας για έργα κυρίως από μνημονικό πεδίο (όλα τα έργα του

πεδίου αυτού) αλλά και από όλα τα υπόλοιπα α ριγοι πεδία αλλά σε μικρότερο βαθμό, γι' αυτό ονομάστηκε Μνημονικός παράγοντας. Ο δεύτερος παράγοντας περιλάμβανε έργα που χρειάζονταν την λειτουργία της εργαζόμενης μνήμης όσο και βασικών αριθμητικών αναπαραστάσεων, οπότε γι' αυτό ονομάστηκε Αριθμητικός Μνημονικός παράγοντας. Ο τρίτος παράγοντας επειδή περιλάμβανε έργα που απαιτούσαν σε μεγάλο βαθμό λογική ανάλυση και επαγωγική σκέψη ονομάστηκε παράγοντας Λογικού Συμπερασμού. Ενώ ο τέταρτος παράγοντας με τα έργα Αριθμητικών γραμμών που χρειάζονται κυρίως οπτικο-χωρική επεξεργασία ονομάστηκε Οπτικο-χωρικός παράγοντας. Ο Αριθμητικός Μνημονικός Παράγοντας περιλάμβανε μετρήσεις ταχύτητας και οι υπόλοιποι παράγοντες προήλθαν από τα δεδομένα μετρήσεων ορθότητας. Οι τρεις παράγοντες που προέκυψαν από την PCA αντιστοιχούσαν στα γνωστικά πεδία που προέβλεπε η θεωρητική κατασκευή του τετράπτυχου μοντέλου των Καραγιαννάκης και Baccaglioni-Frank (2014). Ο Μνημονικός παράγοντας έχει την μεγαλύτερη ιδιοτιμή (8,3) και εξηγεί το μεγαλύτερο αναλογικά μέρος της διακύμανσης επιδόσεων στο σύνολο των έργων, και συγκεκριμένα το 29%. Ο Αριθμητικός Μνημονικός παράγοντας είχε ιδιοτιμή 3,7 και εξηγεί το 13% της διακύμανσης. Ο παράγοντας Λογικού Συμπερασμού με ιδιοτιμή 1,7 εξηγεί το 6% της διακύμανσης ενώ ο Οπτικοχωρικός παράγοντας με ιδιοτιμή 1,4 εξηγεί το 5% της διακύμανσης των επιδόσεων.

Ο πρώτος παράγοντας ενώ περιλαμβάνει όλα τα έργα του μνημονικού πεδίου, όπως αρχικά σχεδιάστηκε το τεστ, περιλαμβάνει πολλά ακόμα από όλα τα υπόλοιπα πεδία. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει πως πέρα από έργα που σχεδιάστηκαν για να την αξιολόγηση της εργαζόμενη μνήμης, όλα σχεδόν τα έργα του τεστ που εξετάζουν διαφορετικές πτυχές της μαθηματικής ικανότητας έχουν σαν απαραίτητο γνωστικό στοιχείο τη λειτουργία της εργαζόμενης μνήμης. Ο δεύτερος παράγοντας παρότι έχει τη μεγάλη βαρύτητα στη διάρθρωση της δομής του έργου, οπότε θα μπορούσαμε να βασιστούμε σε αυτό για να εξάγουμε συμπεράσματα ως προς τις γνωστικές απαιτήσεις που χρειάζονται για τα έργα που περιλαμβάνει, ωστόσο δεν φαίνεται να έχει ξεκάθαρη θεωρητική ερμηνεία. Αυτό συμβαίνει επειδή περιλαμβάνει αρκετά έργα που σχετίζονται τόσο με επεξεργασία βασικών αριθμητικών αναπαραστάσεων όσο και με την εργαζόμενη μνήμη. Το γεγονός επίσης ότι περιλαμβάνει μόνο μετρήσεις χρόνων απόκρισης υποδεικνύει πως η μετρική αποτελεί ισχυρό παράγοντα ομαδοποίησης ο οποίος αλληλοεπιδρά με το περιεχόμενο του έργου και δεν μας επιτρέπει να ερμηνεύσουμε με βεβαιότητα τις γνωστικές λειτουργίες που αντανακλώνται σε αυτή τη κατηγορία.

Στον οπτικο-χωρικό και λογικό παράγοντα η κατηγοριοποίηση των έργων είναι σχετικά πιο ξεκάθαρη. Στον οπτικο-χωρικό παράγοντα είχαμε τα δύο έργα των αριθμητικών γραμμών τα οποία σε μεγάλο βαθμό σχετίζονται με την αναπαράσταση της Νοητής Αριθμητικής Γραμμής, η οποία είναι γνωστό πως σχετίζεται με χωρικές αναπαραστάσεις. Στο παράγοντα Λογικού Συμπερασμού

περιλαμβάνονται όλα τα έργα που είχαν σχεδιαστεί για να εξετάσουν την αντίστοιχη γνωστική λειτουργία. Επίσης περιλαμβάνονται και τα έργα των Κατασκευαστικών Μπλοκ και Τετραγώνων με μικρότερα βάρη ωστόσο, τα οποία είχαν κατασκευαστεί αρχικά για τη εξέταση της οπτικο-χωρικής γνωστικής λειτουργίας. Τα δύο τελευταία έργα εντάσσονται και στον 1ο παράγοντα με παρόμοια βάρη. Φαίνεται πως έργα όπως αυτά απαιτούν ένα πολύπλευρο συνδυασμό γνωστικών λειτουργιών που περιλαμβάνουν λογική επαγωγική σκέψη, εργαζόμενη μνήμη και βασικές αριθμητικές αναπαραστάσεις. Το γεγονός πως τα έργα των Κατασκευαστικών Μπλοκ και Τετραγώνων δεν τοποθετήθηκαν στην ίδια κατηγορία με τα έργα αριθμητικών γραμμών όπως προβλέψαμε ενδεχομένως οφείλεται στο ότι τα δύο τελευταία είχαν διαφορετικό τρόπο μέτρησης της ακρίβειας από τα υπόλοιπα. Οπότε είναι πολύ πιθανό η ομαδοποίηση στο 4ο παράγοντα αποκλειστικά των δύο έργων αριθμητικών γραμμών να αντανακλά τα ειδικά χαρακτηριστικά του έργου. Αν εξετάσουμε μόνο τις μετρήσεις ορθότητα/ακρίβειας, παρατηρούμε πως από τα 18 έργα του τεστ τα 12 κατηγοριοποιήθηκαν μετά την PCA στο θεωρικά προβλεπόμενο πεδίο, τα 3 έργα εντάχθηκαν σε κάποιο από τα άλλα πεδία, ενώ 2 έργα δεν κατηγοριοποιήθηκαν σε κανένα παράγοντα από τους 4. Τα δύο αυτά έργα ήταν το έργο Σύγκρισης Κουκίδων και το έργο Σύγκρισης Αραβικών ψηφίων, έργα τα οποία είχαν σχεδιαστεί για την εξέταση του βασικού αριθμητικού πεδίου. Το γεγονός πως η ανάλυση PCA δεν ανέδειξε κάποιο παράγοντα που να ενοποιεί τα έργα του πεδίου αυτού ενδεχομένως εξηγεί γιατί τα δύο αυτά έργα δεν είχαν κάποια στοιχείο με βαρύτητα πάνω από 0.3 και δεν εντάχθηκαν σε κάποια κατηγορία. Όπως επίσης και το τρίτο έργο του βασικού αριθμητικού πεδίου, δηλαδή το έργο άμεσης εκτίμησης εντάχθηκε στο πρώτο πεδίο που περιλαμβάνει τη μνήμη και ενδεχομένως και άλλες λειτουργίες λόγω του μεγάλου εύρους του. Επίσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε πως 6 έργα είχαν συντελεστές βαρύτητας που τα κατέτασσαν σε 2 παράγοντες της PCA. Το αποτέλεσμα αυτό όπως και το γεγονός πως δεν προέκυψαν ξεκάθαρα τα γνωστικά πεδία που αναμέναμε θεωρητικά υποδεικνύουν πως πολλά έργα που εξετάζουν την αριθμητική επεξεργασία και μαθηματική ικανότητα απαιτούν πάνω από αρκετές γνωστικές λειτουργίες για την επίλυση τους, λειτουργίες που δεν μπορούμε να αποσυσχετίσουμε εύκολα ή που δεν αποσυσχετίζονται στα περισσότερα τεστ αριθμητικής και μαθηματικών.

Παρόμοια αποτελέσματα από την ανάλυση PCA πάρθηκαν βάσει των δεδομένων από σχολεία του Βελγίου που παρουσιάζονται στη μελέτη των Καραγιαννάκης και Noel (submitted). Συγκεκριμένα, αναδείχθηκαν 4 παράγοντες: ένας Λογικού Συμπερασμού, ένας Αριθμού στο Χώρο, ένας Μνήμης και ένας Βασικός Αριθμητικός. Ο παράγοντας Μνήμης περιλάμβανε μετρήσεις χρόνων απόκρισης και είχε παρόμοια χαρακτηριστικά με τον Αριθμητικό-Μνημονικό παράγοντα της ανάλυσης της παρούσας έρευνας. Ο παράγοντας Αριθμού στο χώρο περιλάμβανε τα δύο έργα Αριθμητικών Γραμμών, το έργο Σύγκρισης κουκίδων και εκείνο της Άμεσης εκτίμησης. Ενώ οι άλλες δύο κατηγορίες είχαν αρκετά στοιχεία με τις αντίστοιχες της δικής μας μελέτης. Συνεπώς και σε εκείνη

τη μελέτη υπήρξε αρκετά καλή διάκριση στους θεωρητικά προβλεπόμενους παράγοντες, ωστόσο επίσης παρατηρήθηκε πως ορισμένα έργα δεν κατηγοριοποιήθηκαν στην αναμενόμενη κατηγορία. Οπότε, μπορούμε να συμπεράνουμε από τις δύο μελέτες που εξετάζουν τη δομή του MathPro τεστ πως σε μεγάλο βαθμό το εργαλείο εξετάζει συγκεκριμένες γνωστικές λειτουργίες στα περισσότερα έργα του, ωστόσο σε πολλά η πολυπλοκότητα των επεξεργαστικών απαιτήσεων καθιστά δύσκολη την αντιστοίχιση τους με κάποια κατηγορία του τετράπτυχου μοντέλου για τη μαθηματική ικανότητα.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που παρουσιάσαμε εδώ αλλά βάσει των αποτελεσμάτων της μελέτης των Καραγιαννάκης και Noel (submitted) το MathPro τεστ παρουσιάζει αρκετά ελπιδοφόρα στοιχεία. Αντιμετωπίζει αρκετές από τις αδυναμίες του προηγούμενου τεστ των Καραγιαννάκης κα. (2017) και υποστηρίζει τις δυνατότητες του εργαλείου να διαγνώσει συγκεκριμένα ελλείμματα στα μαθηματικά τόσο σε παιδιά στην Ελλάδα όσο και στο Βέλγιο. Η διακριτική ισχύς του τεστ αποδείχθηκε αρκετά μεγάλη ωστόσο σε κάποια έργα δεν παρατηρήθηκε επίδραση βάσει της κατηγοριοποίησης των παιδιών σε MLD και τυπικής ανάπτυξης, κάτι που ενδεχομένως οφείλεται στις διαφορετικές απαιτήσεις κάθε έργου. Η ανάλυση παραγόντων που πραγματοποιήσαμε ανέδειξε τα 3 από τους 4 πεδία που αναμέναμε. Ωστόσο δεν αντιστοιχήθηκαν όλα τα έργα με το γνωστικό πεδίο που αναμέναμε, ενώ βασικό έλλειμμα αποτελεί πως δεν κατάφεραν να διακριθούν μεταξύ τους οι διεργασίες που σχετίζονταν με την επεξεργασία βασικών αριθμητικών μεγεθών και εκείνες της εργαζόμενης μνήμης. Θα ήταν πιθανώς καταλληλότερη μια ανάλυση παραγόντων των επιδόσεων στο μέλλον με έργα όπου υπήρχαν πλήρως όμοιες μετρικές. Ένα βασικό συμπέρασμα της μελέτης αυτής είναι πως στα περισσότερα έργα απαιτείται η λειτουργία πάνω από μιας γνωστικής λειτουργίας. Το γεγονός αυτό ωστόσο είναι κάτι που αφορά τόσο της ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας στο μόνο πλαίσιο ανάπτυξης της γενικότερης γνωστικής επάρκειας, αλλά και το γεγονός πως οι γνωστικές λειτουργίες αναπτύσσονται σε αλληλεπίδραση μεταξύ τους ώστε η μια να συντελεί στην ανάπτυξη της άλλης. Μια ακόμη αδυναμία αφορά στα χρήση θεωρητικά κατασκευασμένων μοντέλων για την ανάλυση γνωστικών λειτουργιών και τα οποία βρίσκονται σε πρώιμη φάση ανάπτυξης. Τα όρια μιας τέτοιας ανάλυσης αναδείχθηκαν σε αυτές τις έρευνες καθώς οι ομαδοποιήσεις που προέκυψαν από την PCA απέκλιναν από τις θεωρητικές προβλέψεις. Καθώς οι κατασκευές μοντέλων χρειάζονται απαραίτητα θεωρητικές υποθέσεις για να πραγματοποιηθούν, απαιτείται να ενημερώνονται συνεχώς από ένα σύνολο πειραματικών δεδομένων που αφορούν τόσο γνωστικές λειτουργίες αλλά και τη συσχέτιση τους με εγκεφαλικούς μηχανισμούς. Με αυτό τον τρόπο γίνεται δυνατή η ανάπτυξη έγκυρων μηχανιστικών ερμηνειών, με τη συνεχή, ωστόσο, παράλληλη επανεξέταση και αναδιαμόρφωση του θεωρητικού πλαισίου για το σκοπό αυτό.

Παρόλα αυτά, το τεστ καταφέρνει σε σημαντικό βαθμό να εντοπίσει συγκεκριμένες γνωστικές

αδυναμίες και αυτή η προσπάθεια πρέπει να συνεχιστεί ώστε να μπορούν να γίνονται στοχευμένες παρεμβάσεις στους μαθητές με ελλείμματα στα μαθηματικά. Σε αυτή την κατεύθυνση θα ήταν χρήσιμη η ανάπτυξη νέων έργων, ο έλεγχος επιπλέον παραγόντων όπως συναισθηματικών και κινητικών, η εξέταση της αλληλεπίδρασης γνωστικών λειτουργιών, ενώ θα έχουμε ακόμα πιο αξιόπιστα αποτελέσματα με την χορήγηση του τεστ σε σχολεία περισσότερων χωρών.

Βιβλιογραφία

- Andersson, U., and Östergren, R. (2012). Number magnitude processing and basic cognitive functions in children with mathematical learning disabilities. *Learn. Individ. Differ.* 22, 701–714.
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2017). Symbolic magnitude processing in elementary school children: A group administered paper-and-pencil measure (SYMP Test). *Behavior Research Methods*, 49, 1361-1373.
- Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia Screener*. London: InferNelson.
- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2006). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological Science*, 17(5), 401–406.
- Castro, D., Reigosa, V., & González, E. (2012). Symbolic and non-symbolic number magnitude processing in children with developmental dyscalculia. *The Spanish Journal of Psychology*, 15(3), 952–966.
- Desoete, A., & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, 16(4), 351–367.
- Estévez-Pérez, N., Castro-Cañizares, D., Martínez-Montes, E., & Reigosa-Crespo, V. (2019). Numerical processing profiles in children with varying degrees of arithmetical achievement. *Acta Psychologica*, 198, 102849.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314.
- Gashaj, V., Oberer, N., Mast, F. W., & Roebers, C. M. (2019). Individual differences in basic numerical skills: The role of executive functions and motor skills. *Journal of experimental child psychology*, 182, 187-195.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15.
- Geary, D. C. (2005). Role of Cognitive Theory in the Study of Learning Disability in Mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 305–307.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., & Bailey, D. H. (2012). Fact Retrieval Deficits in Low Achieving Children and Children With Mathematical Learning Disability. *Journal of Learning Disabilities*, 45(4), 291–307.
- Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). Clinical practice guideline: The diagnosis and

treatment of dyscalculia. *Dtsch Arztebl Int* 2019; 116: 107–14.

Karagiannakis, G. & Baccaglioni-Frank, A. (2014). The DeDiMa Battery: A Tool for Identifying Students' Mathematical Learning Profiles. *Health Psychology Report*. 2. 10.5114

Karagiannakis, G., Baccaglioni-Frank, A. & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8:57

Karagiannakis, G., Baccaglioni-Frank, A. & Roussos, P. (2017). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*. 21. 115-141.

Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Göbel, S. M., Grabner, R. H., & Rubinsten, O. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, 4, 516.

Krinzinger, H. (2019). Comorbidity and Differential Diagnosis of Dyscalculia and ADHD. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 385-405). Springer, Cham.

Lyons, I., & Beilock, S. (2013). Ordinality and the nature of symbolic numbers. *Journal of Neuroscience*, 33, 17052–17061.

Lyons, I. M., & Ansari, D. (2015). Foundations of children's numerical and mathematical skills: the roles of symbolic and nonsymbolic representations of numerical magnitude. In *Advances in child development and behavior* (Vol. 48, pp. 93-116). JAI.

Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L. and Ansari, D. (2014), Numerical predictors of arithmetic success in grades 1–6. *Dev Sci*, 17, 714-726.

Merten K, Nieder A. 2009. Compressed scaling of abstract numerosity representations in adult humans and monkeys. *J. Cogn. Neurosci*. 21, 333–46.

Mulligan, J. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, 21, 33–49.

Mulligan, J. (2011). Towards understanding the origins of children's difficulties in mathematics learning. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 16, 19–39.

Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. C. (2013). Early awareness of mathematical pattern and structure. In L. English & J. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 29–45). Dordrecht: Springer Science-Business Media.

Mulligan, J. T., Mitchelmore, M. C., & Stephanou, A. (2015). *Pattern and structure assessment (PASA): An assessment program for early mathematics (Years F-2) teacher guide*. Australian Council for Educational Research. Melbourne: ACER Press.

Nieder, A., & Merten, K. (2007). A labeled-line code for small and large numerosities in the monkey prefrontal cortex. *J. Neurosci*. 27, 5986–93.

Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of Number in the Brain. *Annual Review of Neuroscience*, 32(1), 185–208.

Noël, M-P. & Grégoire, J. (2015). *TediMath Grands, Test diagnostique des compétences de base en*

mathématiques du CE2 à la 5^e. [TediMath Big, a diagnostic test of basic mathematical abilities for grade 3 to grade 7] Pearson France – ECPA, Montreuil, 145 pages.

- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L. E., & Ansari, D. (2013). *A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children's Arithmetic Competence*. *PLoS ONE* 8(7): e67918.
- Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 542–551.
- Reigosa-Crespo, V., Valdés-Sosa, M., Butterworth, B., Estévez, N., Rodríguez, M., Santos, E., & al. (2012). Basic numerical capacities and prevalence of developmental dyscalculia: The Havana Survey. *Developmental Psychology*, 48(1), 123-135.
- Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: different mechanisms might not mean different mechanisms. *Trends in Cognitive Sciences*, 13, 92–99.
- Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102, 361–395.
- Schleifer, P. & Landerl, K. (2011). Subitizing and counting in typical and atypical development. *Developmental Science*, 14(2), 280-291.
- Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric Neurology*, 24(5), 337–342.
- Sekuler, R., & Mierkiewicz, D. (1977). Children's judgments of numerical inequality. *Child Development*, 630–633.
- Siegel, L. S., & Ryan, E. B. (1989). The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. *Child development*, 973-980.
- Szücs, D. (2016). Subtypes and co-morbidity in mathematical learning disabilities: Multidimensional study of verbal and visual memory processes is key to understanding. *Progress in Brain Research*, 227, 277–304.
- Von Aster, M. G. and Shalev, R. S. (2007), Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49, 868-873.
- Van Nieuwenhoven, C., Grégoire, J. & Noël, MP. (2002). *Tedi-math: test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. [Tedi-math: a diagnostic test for basic mathematical competences] ECPA, Paris, France.
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Larger number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, B1–B11.