



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —



Πανεπιστήμιο Κύπρου
University of Cyprus

Τμήμα Μαθηματικών

Παιδαγωγικό Τμήμα Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης

Τμήμα Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης

Τμήμα Μαθηματικών και Στατιστικής

Τμήμα Επιστημών της Αγωγής

Διδρυματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Σχεδιασμός εκπαιδευτικού υλικού στα μαθηματικά

για μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες

Λιονή Αικατερίνη

Δ201831

Επιβλέπουσα Συμβουλευτικής Επιτροπής

Πόταρη Δέσποινα

Καθηγήτρια

Αθήνα

Φεβρουάριος, 2021

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
που απονέμει το
Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη
«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 23^η Φεβρουαρίου 2021 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

Όνοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Δ. Πόταρη (Επιβλέπουσα)	Καθηγήτρια
▪ Γ. Ψυχάρης	Επικ. Καθηγητής
▪ Δ. Χριστοπούλου	Επικ. Καθηγήτρια

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

Όνοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Δ. Πόταρη (Επιβλέπουσα)	Καθηγήτρια
▪ Γ. Ψυχάρης	Επικ. Καθηγητής
▪ Τ. Τριανταφυλλίδης	Καθηγητής

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά:

- Την επιβλέπουσα μου καθηγήτρια κα. Πόταρη για τις συμβουλές και την βοήθεια της κατά τη διάρκεια συγγραφής της διπλωματικής εργασίας μου, την υποστήριξη και την ενθάρρυνση της, που μου έδωσαν δύναμη να συνεχίσω, καθώς και για όλα όσα με δίδαξε κατά τη διάρκεια τόσο στις μεταπτυχιακές όσο και στις προπτυχιακές σπουδές μου.
- Τον κ. Ψυχάρη για την συμμετοχή του στην Συμβουλευτική και Εξεταστική Επιτροπή μου, καθώς όλα όσα με δίδαξε σε όλη την διάρκεια του μεταπτυχιακού και προπτυχιακού μου προγράμματος.
- Την κα. Χριστοπούλου για την στήριξη της και την βοήθεια της ως Σύμβουλος Καθηγήτρια στην διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών, καθώς και για την συμμετοχή της στην Εξεταστική μου Επιτροπή.
- Τον κ. Τριανταφυλλίδη για την συμμετοχή του στην Συμβουλευτική Επιτροπή μου, καθώς η βοήθεια του ήταν πολύτιμη.
- Τον κ. Στουραΐτη για την πολύτιμη υποστήριξη και συνεχή προθυμία του για βοήθεια από τις προπτυχιακές έως και τις μεταπτυχιακές μου σπουδές.
- Την κα. Μπακογιάννη που από τη θέση της γραμματείας, αλλά και της διδάσκουσας μας στηρίζει και κάνει το καλύτερο για όλους μας.
- Την κα. Τριανταφύλλου για τις πολύτιμες γνώσεις και την πρωτοβουλία της να με ωθήσει στην συμμετοχή μου στην ΕΝΕΔΙΜ.
- Την κα. Πετροπούλου για τις πολύτιμες γνώσεις και όμορφες συζητήσεις.
- Γενικά, όλους τους διδάσκοντες και τις διδάσκουσες του μεταπτυχιακού προγράμματος για τις ανεκτίμητες γνώσεις που μου παρείχαν.
- Τους σχεδιαστές του εκπαιδευτικού υλικού για την συνεργασία τους και τις όμορφες συζητήσεις μαζί τους.
- Τους γονείς και τα αδέρφια μου για τα εφόδια, την στήριξη και την αγάπη που μου παρέχουν όλα αυτά τα χρόνια. Η βοήθεια τους στη διπλωματική μου ήταν αναντικατάστατη.
- Τους φίλους και τις φίλες μου για την καθημερινή συμπαράσταση τους. Ιδιαίτερα την Μαίρη και την Ειρήνη για την ατελείωτη ανοχή και βοήθεια τους.
- Τους συμφοιτητές και τις συμφοιτήτριές μου για τις όμορφες συζητήσεις και στιγμές που μοιραστήκαμε.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη	6
Abstract	7
1. Εισαγωγή	7
2. Θεωρητικό υπόβαθρο - Βιβλιογραφική ανασκόπηση	9
2.1 Σχεδιασμός ενός προγράμματος σπουδών	9
2.1.1 Επίπεδα προγράμματος σπουδών και προϊόντα προγράμματος σπουδών	9
2.1.2 Αναπαραστάσεις προγράμματος σπουδών	10
2.1.3 Δομικά συστατικά του προγράμματος σπουδών – ιστός αράχνης	11
2.1.4 Προοπτικές για ουσιώδεις επιλογές	13
2.1.5 Εκπαιδευτικοί στο ρόλο του σχεδιαστή	13
2.2 Διδασκαλία μαθηματικών σε μία πολυπολιτισμική τάξη	15
2.2.1 Βασικές θεωρητικές κατασκευές	15
2.2.2 Πρόγραμμα σπουδών και βιβλία μιας πολυπολιτισμικής τάξης	18
2.3 Ο παράγοντας της γλώσσας	19
2.3.1 Μεταβάσεις μεταξύ πρώτης και δεύτερης γλώσσας: Εναλλαγή κώδικα (code switching)	20
2.3.2 Μεταβάσεις μεταξύ άτυπων και τυπικών γλωσσικών ιδιωμάτων	21
2.3.3 Μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών αναπαραστάσεων	22
2.3.4 Ενσωμάτωση των τριών μεταβάσεων	23
2.4 Λήψη αποφάσεων εκπαιδευτικών	26
3. Μεθοδολογία της έρευνας	29
3.1 Ερευνητικό πρόβλημα και Ερευνητικά ερωτήματα	29
3.2 Το πρόγραμμα της Unicef	29
3.3 Ερευνητικό πλαίσιο	30
3.4 Διαδικασία ανάπτυξης του εκπαιδευτικού υλικού	31

3.5 Ανάλυση δεδομένων	32
3.5.1 Ανάλυση εκπαιδευτικού υλικού	32
3.5.2 Ανάλυση συνεντεύξεων των σχεδιαστών	33
4. Αποτελέσματα	34
4.1 Εκπαιδευτικό υλικό	34
4.1.1 Συστημικό δίκτυο εκπαιδευτικού υλικού	34
4.1.2 Περιεχόμενο – Τι μαθαίνουν;	38
4.1.2.1 Μαθησιακές τροχιές	38
4.1.3 Κατηγοριοποίηση – Με ποιον μαθαίνουν;	39
4.1.3.1 Ομαδική εργασία	39
4.1.3.2 Ατομική εργασία	41
4.1.4 Μαθησιακές δραστηριότητες – Πώς μαθαίνουν;	43
4.1.4.1 Συμβολικό ιδίωμα	43
4.1.4.2 Γλωσσικό ιδίωμα	44
4.1.4.3 Αναπαραστασιακό ιδίωμα	50
4.1.5 Αξιολόγηση – Πώς αξιολογείται η μάθηση τους;	58
4.1.5.1 Διαδικαστικές ασκήσεις	58
4.1.5.2 Ρεαλιστικά προβλήματα	58
4.2 Συνεντεύξεις σχεδιαστών	59
4.2.1 Συστημικό δίκτυο πλαισίου σχεδίασης υλικού	59
4.2.2 Ο Παύλος	63
4.2.2.1 Πηγή έμπνευσης	63
4.2.2.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής	66
4.2.2.3 Σκιαγράφηση μαθητών	67
4.2.2.4 Διαδικασία της μάθησης	69
4.2.2.5 Φύση των μαθηματικών	71

4.2.3 Η Δώρα	72
4.2.3.1 Πηγή έμπνευσης	72
4.2.3.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής	75
4.2.3.3 Σκιαγράφηση μαθητών	76
4.2.3.4 Διαδικασία της μάθησης	78
4.2.3.5 Φύση των μαθηματικών	80
4.2.4 Ο Χαλίλ	82
4.2.4.1 Πηγή έμπνευσης	82
4.2.4.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής	85
4.2.4.3 Σκιαγράφηση μαθητών	86
4.2.4.4 Διαδικασία της μάθησης	88
4.2.4.5 Φύση των μαθηματικών	90
4.2.5 Η Ταμάρ	91
4.2.5.1 Πηγή έμπνευσης	91
4.2.5.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής	95
4.2.5.3 Σκιαγράφηση μαθητών	97
4.2.5.4 Διαδικασία της μάθησης	99
4.2.5.5 Φύση των μαθηματικών	100
4.2.6 Σύγκριση περιπτώσεων	101
5. Συμπεράσματα	103
6. Βιβλιογραφία	106

Περίληψη

Η παρούσα εργασία μελετά τον σχεδιασμό ενός εκπαιδευτικού υλικού που απευθύνεται σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες. Τα ερευνητικά ερωτήματα που διαμορφώθηκαν αφορούν το είδος των αποφάσεων που έλαβε η ομάδα σχεδίασης κατά τον σχεδιασμό του υλικού αυτού, καθώς και το ποιοι παράγοντες επηρέασαν τους σχεδιαστές στην λήψη αποφάσεων κατά τον σχεδιασμό. Για τις ανάγκες της έρευνας έγινε ανάλυση περιεχομένου του εκπαιδευτικού υλικού, καθώς και συνεντεύξεων των σχεδιαστών. Βασικά ευρήματα είναι η ποικιλομορφία αποφάσεων, καθώς και η πολυπαραγοντική φύση της πλαισίωσης τους. Το εκπαιδευτικό υλικό σχεδιάστηκε σύμφωνα με α) τα δομικά στοιχεία σχεδιασμού (ιστός αράχνης), ενώ παράλληλα λήφθηκαν αποφάσεις σχετικά με τον β) συσχετισμό ιδιωμάτων. Ο πολιτισμός των μαθητών, καθώς και οι γλωσσικοί περιορισμοί επηρέασαν άμεσα την διαμόρφωση του υλικού. Οι παράγοντες που επηρέασαν τις αποφάσεις των σχεδιαστών περιγράφονται α) από την ομαδικότητα των μελών σχεδίασης, β) από την επιρροή της οποιαδήποτε εμπειρίας τους (προσωπική, ερευνητική, διδακτική, σχεδίασης), γ) από την σκιαγράφηση των μαθητών, από τις κατευθύνσεις της εκπαιδευτικής πολιτικής, δ) από την επιθυμητή αξιοποίηση του υλικού, καθώς και ε) από τις πεποιθήσεις των σχεδιαστών για τη φύση των μαθηματικών. Ωστόσο, όμως, παρατηρήθηκαν περιπτώσεις αποφάσεων που απόκλιναν, καθώς υπάρχουν διαφορετικές απόψεις, οπτικές και προσεγγίσεις μεταξύ των μελών σχεδίασης.

Λέξεις κλειδιά: σχεδιασμός εκπαιδευτικού υλικού, μαθητές προσφύγων και μεταναστών, λήψη αποφάσεων σχεδιαστών

Abstract

This paper studies the design of an educational material aimed at refugee and immigrant students. The research questions were about the type of decisions made by the design team when designing this material, as well as what factors influenced the designers to make the design decisions. For the needs of the research, I used content analysis for the educational material and the interviews of the designers. Key findings are the diversity of decisions, as well as the multifactorial nature of their framing. The educational material was designed according to a) the structural design elements (spider's web), while at the same time decisions were made regarding b) the relating register. The culture of the students, as well as the language restrictions directly influenced the configuration of the material. The factors that influenced the decisions of the designers are described, a) by the teamwork of the design members, b) by the influence of any of their experiences (personal, research, teaching, design), c) by the sketching of the students, d) by the directions of the educational policy, e) by the desired utilization of the material, and finally f) by the designers' beliefs about the nature of mathematics. However, there were cases of divergent decisions, as there were different views, perspectives and approaches among design members.

Key words: design educational material, immigrants and refugees students, designer's decision making

1. Εισαγωγή

Τα μαθηματικά αποτελούν αναπόσπαστα στοιχεία της πολιτισμικής κληρονομιάς του κόσμου. Σύμφωνα με την έρευνα, κάθε τάξη είναι πολυπολιτισμική, καθώς η κουλτούρα κάθε μαθητή όχι μόνο χαρακτηρίζεται από την εθνικότητα του, αλλά και από τις ομάδες στις οποίες ανήκει. Μέσα από αυτήν την προσέγγιση, η διδασκαλία των μαθηματικών αποκτά έναν κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα.

Με κατεύθυνση την παραπάνω οπτική, υπάρχουν πολλές έρευνες που μελετούν την ένταξη κοινωνικοπολιτισμικών στοιχείων στην εκπαίδευση των μαθηματικών. Παραδείγματος χάριν, η Bonnoto (2001) τονίζει την αξία της σύνδεσης σχολικών μαθηματικών με τις γνώσεις μαθητών εκτός σχολείου, με τη χρήση ορισμένων πολιτιστικών αντικειμένων (π.χ. απόδειξη σούπερ μάρκετ). Επιπλέον, οι Civil, Stoehr & Salazar (2020) ερευνώντας τη μάθηση με και από μετανάστες μητέρες κατά την ενασχόληση με προβλήματα αριθμητικής αναδεικνύοντας τα πολιτισμικά στοιχεία της εκπαίδευσης των μαθηματικών. Τέλος, τα εθνομαθηματικά (D'Ambrosio, 2001; Shirley, 2001) είναι μια ακόμα προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών που εστιάζει στον κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα της.

Επιπλέον, κεντρικό ρόλο στη διδασκαλία και στην εκμάθηση των μαθηματικών λαμβάνει η γλώσσα (Moschkovich, 2002). Οι Stathoroulou & Kalabasis (2007) ασχολήθηκαν με την πτυχή της γλώσσας και του πολιτισμού που πληροφορεί την ταυτότητα μιας ομάδας μαθητών Ρομά, καθώς μαθαίνουν μαθηματικά, αναζητώντας τον τρόπο με τον οποίο οι ρόλοι και τα χαρακτηριστικά της γλώσσας τους επηρεάζουν σημαντικά τη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών. Συνεπώς, τυχόν γλωσσικές δυσκολίες περιορίζουν την μάθηση, καθώς δημιουργούνται παρανοήσεις και γνωστικά κενά.

Παράλληλα, εάν παρακολουθήσει κάποιος μία τυπική ώρα διδασκαλίας των μαθηματικών, θα παρατηρήσει ότι το σχολικό βιβλίο αποτελεί αναπόσπαστο στοιχείο της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Οι εκπαιδευτικοί στηρίζουν και προσανατολίζουν το μάθημά τους σύμφωνα με το σχολικό εγχειρίδιο. Επίσης, υπάρχουν περιπτώσεις που οι εκπαιδευτικοί καλούνται να συμμετέχουν στην ανάπτυξη σχολικών βιβλίων (Even & Olsher, 2014). Τα σχολικά βιβλία έχουν τη δυνατότητα να είναι ισχυρά εργαλεία ώστε να βοηθήσουν τους μαθητές να αναπτύξουν την κατανόηση των μαθηματικών. Για παράδειγμα, ο Draisma (2018) μελέτησε εάν τα βιβλία (και τα προγράμματα σπουδών) μαθηματικών υποστηρίζουν στρατηγικές καταμέτρησης ή/και στρατηγικές υπολογισμού σε γλώσσες της Μοζαμβίκης.

Οι Moschkovich & William (2018) με θεωρητικό πλαίσιο το ALM (academic literacy in mathematics) μελετούν τον σχεδιασμό μαθησιακών εμπειριών μάθησης σε πολύγλωσσες αίθουσες διδασκαλίας. Σημειώνουν την αξία σύνδεσης της διδασκαλίας μιας πολυπολιτισμικής τάξης με τον σχεδιασμό εργασιών και εκπαιδευτικών υλικών, καθώς και τονίζουν την ανάγκη για μελέτη των υλικών, όχι μεμονωμένα αλλά όπως πλαισιώνονται από τους κανόνες στην τάξη. Επίσης, επισημαίνουν τη δομή δραστηριότητας για κάθε εργασία, τα κείμενα που εμπλέκονται, και άλλες σχετικές πλευρές της μαθηματικής δραστηριότητας όπως συμβαίνει σε κάθε τάξη.

Επιπροσθέτως, οι Prediger, Clarkson & Bose (2012) αναδεικνύουν τρεις παραδόσεις γλωσσικής μετάβασης, που βρίσκουν εφαρμογή τόσο θεωρητικά όσο και πρακτικά στην ανάπτυξη προγραμμάτων σπουδών και την εξερεύνηση ολοκληρωμένων εκπαιδευτικών στρατηγικών. Ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον ερώτημα που θέτουν είναι, ποιές οι αλλαγές στα εκπαιδευτικά υλικά των μαθηματικών, εκτός από την προσθήκη λεξιλογίων, θα αναδείξουν ζητήματα όπως η γλώσσα και ο τρόπος με τον οποίο διδάσκονται και χρησιμοποιούνται από μαθητές (πολυγλωσσικούς και μη), ως ένα από τα βασικά συστατικά γύρω από τα οποία συγκεντρώνεται το περιεχόμενο και οι διαδικασίες;

Ο συνδυασμός των κοινωνικοπολιτισμικών χαρακτηριστικών των μαθηματικών, αλλά και της αξίας των εκπαιδευτικών υλικών και του εγχειριδίου, επηρεάζει την μαθητική πορεία μιας πολυπολιτισμικής τάξης. Παρόλα αυτά, κατά τον σχεδιασμό ενός εκπαιδευτικού υλικού εμφανίζονται διάφοροι παράμετροι που επηρεάζουν τις αποφάσεις της ομάδας σχεδίασης και διαμορφώνουν τους στόχους και τη φιλοσοφία του υλικού.

Οι Stahnke et al. (2016) αναφέρονται σε ποικιλόμορφες μελέτες που μελετούν τη λήψη αποφάσεων των εκπαιδευτικών. Συμπεραίνουν ότι οι γνώσεις των εκπαιδευτικών, οι πεποιθήσεις και το κλίμα εμπιστοσύνης των σχολείων, έχουν αντίκτυπο στην λήψη των αποφάσεων τους. Επιπλέον, σύμφωνα με τους Potari, Psycharis, Sakonidis & Zachariades (2019), συμπεραίνει κανείς ότι η συμμετοχή των εκπαιδευτικών στο σχεδιασμό των σχολικών εγχειριδίων σε συνεργασία με συγγραφείς προγραμμάτων σπουδών, ακαδημαϊκούς μαθηματικούς και ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών, παρόλο που μπορεί να δημιουργήσει συγκρούσεις ρόλων και αντιφάσεις, μπορεί να συνεισφέρει και να οδηγήσει στην βελτίωση και ανάπτυξη ενός προγράμματος σπουδών, ιδιαίτερα στην περίπτωση που οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί έχουν επιπλέον ιδιότητες όπως ενασχόληση με την έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών. Καταλήγουμε, λοιπόν, στο συμπέρασμα ότι η λήψη αποφάσεων από τους σχεδιαστές αποκτά ερευνητικό ενδιαφέρον.

Συνεπώς, η δημιουργία υλικού η οποία υποστηρίζει μαθητές που η μητρική τους γλώσσα δεν είναι η ελληνική και προέρχονται από διαφορετικούς πολιτισμούς, καθώς και η σκιαγράφηση των παραγόντων που επηρεάζουν στο σχεδιασμό του εκπαιδευτικού υλικού, αποκτούν ιδιαίτερη ερευνητική σημασία. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η παρούσα εργασία μελετά ένα εκπαιδευτικό υλικό το οποίο απευθύνεται σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες, καθώς και το πλαίσιο που παρακίνησε τους σχεδιαστές να λάβουν αποφάσεις. Αρχικά γίνεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση σύμφωνα με την έρευνα του σχεδιασμού του υλικού, την διδασκαλία σε πολυπολιτισμικές τάξεις, την αξία της γλώσσας, καθώς και την λήψη αποφάσεων. Έπειτα, περιγράφεται η μεθοδολογία της έρευνας που ακολουθήθηκε. Σε επόμενη ενότητα, περιγράφονται αναλυτικά τα αποτελέσματα της εργασίας, ενώ η εργασία ολοκληρώνεται με συμπεράσματα και συζήτηση για επέκταση της έρευνας.

2. Θεωρητικό υπόβαθρο - Βιβλιογραφική ανασκόπηση

2.1 Σχεδιασμός ενός προγράμματος σπουδών

Κατά τους Sarama & Clements (2019), η σύνδεση της ανάπτυξης προγραμμάτων σπουδών και της έρευνας, ωφελεί και τα δύο. Εκείνοι που σχεδιάζουν οποιοδήποτε είδος προγράμματος σπουδών ή μέρος αυτού (παρέμβαση, εκπαιδευτική ενότητα ή απλά μια σύντομη σειρά δραστηριοτήτων) είναι σημαντικό να διασφαλίζουν ότι το έργο τους βασίζεται σε επιστημονικά δεδομένα. Επιπλέον, σύμφωνα με τους Lloyd et al. (2017), η έρευνα προγράμματος σπουδών είναι επωφελής, αφού μπορεί να παράγει άμεσες συνεισφορές στην πρακτική, όπως αντίστοιχα και τα προγράμματα σπουδών παραμένουν σημαντική συμβολή στην πρακτική (στο Sarama & Clements, 2019).

Το «πρόγραμμα σπουδών» μπορεί να θεωρηθεί ως «σχέδιο μάθησης», επομένως κάθε χώρα δημιουργεί το εθνικό της πρόγραμμα σπουδών, ένα σχέδιο ανάλογο με τις προσδοκίες μάθησης που έχει από τους μαθητές της. (Pepin, Artigue, Gitirana, Miyakawa, Ruthven & Xu, 2019; van den Akker, 2003; 2010). Ταυτόχρονα, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα σπουδών δρα σε συγκεκριμένα επίπεδα, πλαίσια, και έχει συγκεκριμένες παραστάσεις.

Για την καλύτερη περιγραφή της πολυπλοκότητας ενός προγράμματος σπουδών και του σχεδιασμού του, γίνεται παρακάτω μία προσπάθεια περιγραφής ορισμένων παραμέτρων τους:

- Επίπεδα προγράμματος σπουδών και προϊόντα προγράμματος σπουδών
- Αναπαραστάσεις προγράμματος σπουδών
- Δομικά συστατικά του προγράμματος σπουδών – ιστός αράχνης
- Προοπτικές για ουσιώδεις επιλογές

2.1.1 Επίπεδα προγράμματος σπουδών και προϊόντα προγράμματος σπουδών

Αρχικά, μια διαφοροποίηση μεταξύ των διαφόρων επιπέδων του προγράμματος σπουδών είναι πολύ χρήσιμη, αφού σε διαφορετικά επίπεδα μπορούν να προσδιοριστούν συγκεκριμένα «προϊόντα» προγράμματος σπουδών (van den Akker, 2003) (Πίνακας 1). Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι τα προϊόντα αυτά διαφέρουν πολύ στη φύση και το πεδίο εφαρμογής τους, ανάλογα επίσης με το κοινό (Pepin et al., 2019).

Η ανάπτυξη του προγράμματος σπουδών σε επίπεδα supra και macro είναι συνήθως «γενικής» φύσεως, ενώ οι προσεγγίσεις «ανάλογες με το χώρο» είναι πιο κοντά στην πρακτική του σχολείου και της τάξης (van den Akker, 2010). Για παράδειγμα, τα σχολικά εγχειρίδια σε ορισμένα πλαίσια χρησιμοποιούνται σε εθνικό επίπεδο, ενώ τα σχέδια διδασκαλίας χρησιμοποιούνται από έναν ή περισσότερους εκπαιδευτικούς για τη δική τους πρακτική.

Επιπλέον, σύμφωνα με τον van den Akker (2003, 2010), η διαδικασία ανάπτυξης ενός προγράμματος σπουδών μπορεί να θεωρηθεί είτε στενή (ανάπτυξη ενός

συγκεκριμένου προγράμματος σπουδών) είτε ευρεία (μια μακροπρόθεσμη, συνεχής διαδικασία βελτίωσης του προγράμματος σπουδών, που συχνά περιλαμβάνει πολλές σχετικές πτυχές της εκπαιδευτικής αλλαγής, όπως για παράδειγμα, εκπαίδευση εκπαιδευτικών, σχολείο ανάπτυξη και εξετάσεις).

Επίπεδο	Περιγραφή	Παραδείγματα
Supra	Διεθνές	Κοινό ευρωπαϊκό πλαίσιο αναφορών για γλώσσες
Macro	Σύστημα, εθνικό	Βασικοί στόχοι, επίπεδα επίτευξης
		Εξεταστικά προγράμματα
Meso	Σχολείο, ινστιτούτο	Σχολικό πρόγραμμα
		Εκπαιδευτικό πρόγραμμα
Micro	Τάξη, εκπαιδευτικός	Σχέδιο μαθήματος, εκπαιδευτικό υλικό
		Ενότητα, μάθημα
		Βιβλία
Nano	Μαθητής, ατομικό	Προσωπικό σχέδιο για μάθηση
		Ατομική πορεία μάθησης

Πίνακας 1: Επίπεδα και προϊόντα προγράμματος σπουδών
(van den Akker, 2003, σελ.3)

2.1.2 Αναπαραστάσεις προγράμματος σπουδών

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα σπουδών μπορεί να αναπαρασταθεί με διάφορες μορφές. Η έρευνα του προγράμματος σπουδών (van den Akker 2003) διακρίνει συνήθως τις αναπαραστάσεις σε τρία επίπεδα: του «επιδιωκόμενου», του «εφαρμοζόμενου» και του «επιτευχθέντος» προγράμματος σπουδών (Πίνακας 2). Παραδοσιακά, ο επιδιωκόμενος τομέας αναφέρεται κυρίως στην επιρροή των υπεύθυνων χάραξης πολιτικής και των προγραμματιστών, το εφαρμοζόμενο πρόγραμμα σπουδών σχετίζεται ειδικά με τον κόσμο των σχολείων και των εκπαιδευτικών και το επιτευχθέν πρόγραμμα σπουδών σχετίζεται με μαθητές.

Επιδιωκόμενο	Ιδανικό	Όραμα (βασική φιλοσοφία που βασίζεται σε πρόγραμμα σπουδών)
	Επίσημο / Γραπτό	Προθέσεις όπως ορίζονται στα έγγραφα και/ή τα υλικά του προγράμματος σπουδών
Εφαρμοζόμενο	Εκλαμβανόμενο	Το πρόγραμμα σπουδών όπως ερμηνεύεται από τους χρήστες του (ειδικά τους εκπαιδευτικούς)
	Λειτουργικό	Πραγματική διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης (επίσης: Πρόγραμμα σπουδών-σε-δράση)
Επιτευχθέν	Εμπειρικό	Βιωματική μάθηση όπως αντιλαμβάνονται οι μαθητές
	Μέσω μάθησης	Έκβαση των μαθησιακών αποτελεσμάτων των μαθητών

Πίνακας 2: Τυπολογία αναπαραστάσεων προγράμματος σπουδών (van den Akker, 2010, σελ.6)

2.1.3 Δομικά συστατικά του προγράμματος σπουδών – ιστός αράχνης

Μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις για τη βελτίωση του προγράμματος σπουδών είναι η δημιουργία ισορροπίας και συνέπειας μεταξύ των διαφόρων συνιστώσεων ενός προγράμματος σπουδών (σχέδιο για μάθηση) (van den Akker, 2003). Χρησιμοποιώντας τον ιστό της αράχνης (van den Akker 2003) υποδηλώνεται η στενή σύνδεση μεταξύ των στόχων και του περιεχομένου της μάθησης και των άλλων πτυχών του (π.χ. αξιολόγηση, πόροι, ρόλος εκπαιδευτικών) (Perin et al., 2019). Ο πυρήνας και τα εννέα νήματα του ιστού αράχνης αναφέρονται στα δέκα μέρη ενός προγράμματος σπουδών, όπου το καθένα αφορά μια πτυχή της μάθησης και το πρόγραμμα μάθησης για τους μαθητές (Πίνακα 3). Η φιλοσοφία (που αναφέρεται στις γενικές αρχές ή την κεντρικό σκοπό του σχεδίου) χρησιμεύει ως κύριο σημείο προσανατολισμού, και τα υπόλοιπα εννέα στοιχεία είναι ιδανικά συνδεδεμένα με αυτό το σκεπτικό και κατά προτίμηση επίσης συμβατά μεταξύ τους (van den Akker, 2010). Για καθένα από τα στοιχεία είναι δυνατές πολλές υποερωτήσεις.

Συστατικό	Βασική ερώτηση
Φιλοσοφία	Γιατί μαθαίνουν;
Σκοποί και στόχοι	Προς ποιους στόχους μαθαίνουν;
Περιεχόμενο	Τι μαθαίνουν;
Μαθησιακές δραστηριότητες	Πώς μαθαίνουν;
Ρόλος του εκπαιδευτικού	Πώς διευκολύνει ο εκπαιδευτικός τη μάθησή τους;
Υλικά και πόροι	Με τι μαθαίνουν;
Κατηγοριοποίηση	Με ποιον μαθαίνουν;
Τοποθεσία	Πού μαθαίνουν;
Χρόνος	Πότε μαθαίνουν;
Αξιολόγηση	Πώς αξιολογείται η μάθησή τους;

Πίνακας 3: Δομικά συστατικά προγράμματος σπουδών (van den Akker, 2010, σελ. 181)

Η συνάφεια αυτών των συνιστώσεων ποικίλλει στα προαναφερθέντα επίπεδα προγράμματος σπουδών (supra, macro, meso, micro, nano) και στις αναπαραστάσεις (επιδιωκόμενο, εφαρμοζόμενο, επιτευχθέν). Μερικά παραδείγματα μπορούν να τεκμηριώσουν τα παραπάνω (van den Akker, 2003):

- Τα έγγραφα του προγράμματος σπουδών σε macro επίπεδο συνήθως επικεντρώνονται στα πρώτα τρία συστατικά (λογική, σκοποί και στόχοι, περιεχόμενο), μερικές φορές συνοδευόμενα από ένα περίγραμμα κατανομής χρόνου για διάφορους τομείς θεμάτων.

- Όταν κάποιος λαμβάνει υπόψη το λειτουργικό πρόγραμμα σπουδών στα σχολεία και τις τάξεις, και τα δέκα στοιχεία πρέπει να αντιμετωπιστούν με συνέπεια για να αναμένεται επιτυχής εφαρμογή και συνεκτικότητα.

- Τα δομικά συστατικά των μαθησιακών δραστηριοτήτων, ο ρόλος των εκπαιδευτικών και τα υλικά και οι πόροι βρίσκονται στον πυρήνα του micro αναλυτικού προγράμματος.

- Η συνιστώσα της αξιολόγησης χρήζει ξεχωριστής προσοχής σε όλα τα επίπεδα και αναπαραστάσεις, καθώς η ευθυγράμμιση της αξιολόγησης και του υπόλοιπου προγράμματος σπουδών είναι κρίσιμη για ένα επιτυχημένο πρόγραμμα σπουδών.

Στο σχήμα 1 γίνεται μία προσπάθεια οπτικοποίησης των δέκα συστατικών ως ιστός αράχνης, όχι μόνο απεικονίζοντας τις πολλές διασυνδέσεις του, αλλά και υπογραμμίζοντας την ευπάθειά του. Ταυτόχρονα, όπως αναφέρουν οι Perin et al. (2019), η οπτικοποίηση της σχέσης μεταξύ των διαφόρων πτυχών ως ιστού αράχνης δείχνει επίσης την ευθραυστότητα των σχέσεων. Ως παράδειγμα αναφέρεται το γεγονός ότι λέγοντας ότι εάν ένας δάσκαλος σχεδιάζει να λαμβάνει υπόψη μόνο την αξιολόγηση (και να παραμελεί τις άλλες πτυχές), είναι πιθανό ότι ο ιστός τραβιέται προς μία κατεύθυνση και μπορεί να σπάσει. Ως εκ τούτου, το σχέδιο για μάθηση πιθανότατα θα στερείται συνοχής.

Ένα ακόμα παράδειγμα που αναφέρει ο van den Akker (2010) είναι η τάση για ένταξη των ΤΠΕ στο πρόγραμμα σπουδών, όπου δίνεται στην αρχή τουλάχιστον περισσότερη προσοχή στις αλλαγές υλικών και πόρων. Ο ιστός της αράχνης, λοιπόν, απεικονίζει επίσης μια οικεία έκφραση: κάθε αλυσίδα είναι τόσο ισχυρή όσο η πιο αδύναμη σύνδεση της (van den Akker, 2003). Συνεπώς, εάν κατά τον σχεδιασμό οποιουδήποτε είδους προγράμματος σπουδών δοθεί περισσότερη εστίαση και προσοχή σε κάποιες από τις πτυχές, παραμελώντας τις υπόλοιπες, αναμένεται να δημιουργηθούν προβλήματα. Οπότε πρέπει να τονιστεί η πολυπλοκότητα των προσπαθειών ανάπτυξης και βελτίωσης του προγράμματος σπουδών με ισορροπημένο και συνεπή τρόπο.



Σχήμα 1: Επίπεδα και προϊόντα προγράμματος σπουδών (van den Akker, 2010, σελ 182)

2.1.4 Προοπτικές για ουσιώδεις επιλογές

Σύμφωνα με τον van den Akker (2003; 2010) μια κλασική προσέγγιση στο αίτιο ερώτημα του τι πρέπει να συμπεριληφθεί στο πρόγραμμα σπουδών είναι η αναζήτηση ισορροπίας μεταξύ τριών σημαντικών πηγών/προσανατολισμών για επιλογή και ρύθμιση προτεραιότητας:

- **Γνώση:** Ποια είναι η ακαδημαϊκή και πολιτισμική κληρονομιά που φαίνεται απαραίτητη για τη μάθηση και τη μελλοντική ανάπτυξη;
- **Κοινωνία:** Ποια προβλήματα και ζητήματα φαίνονται συναφή για συμπερίληψη από την προοπτική των κοινωνικών τάσεων και αναγκών;
- **Μαθητής:** Ποια στοιχεία φαίνονται ζωτικής σημασίας για την εκμάθηση από τις προσωπικές ανάγκες, τις εκπαιδευτικές ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των ίδιων των εκπαιδευόμενων;

Παρόλο που, οι απαντήσεις σε αυτές τις ερωτήσεις αποτελούν συνήθως τη φιλοσοφία ενός προγράμματος σπουδών, συχνά οι προσπάθειες συμπερίληψης όλων των επιθυμιών δεν καταλήγουν σε γενικά αποδεκτές, σαφείς και πρακτικές λύσεις, καθώς έχει ως αποτέλεσμα τα προγράμματα σπουδών να είναι υπερφορτωμένα και κατακερματισμένα και εν τέλει η εφαρμογή τέτοιων προγραμμάτων σπουδών τείνει τελικά να οδηγήσει σε απογοήτευση, αποτυχία και εγκατάλειψη των μαθητών (van den Akker, 2003).

Είναι σημαντικό, όπως τονίζεται και από τον van den Akker (2003; 2010), να κατανοηθεί ότι δεν υπάρχουν εύκολες απαντήσεις για τα παραπάνω ερωτήματα. Παρόλα αυτά, αναφορικά με την γνώση, μερικές φορές η μείωση του μεγάλου όγκου ύλης σε έναν πιο περιορισμένο αριθμό ευρύτερων μαθησιακών περιοχών, σε συνδυασμό με πιο έντονες προτεραιότητες στους μαθησιακούς στόχους (εστίαση σε βασικές έννοιες και δεξιότητες) μπορεί να βοηθήσει. Επιπλέον, όσον αφορά την κοινωνία, η αλληλεπίδραση μεταξύ μάθησης μέσα και έξω από το σχολείο μπορεί να μειώσει το βάρος. Ωστόσο, εξετάζοντας την προοπτική των εκπαιδευόμενων, παγκοσμίως, η έρευνα υποστηρίζει προσπάθειες ώστε η μάθηση να είναι πιο προκλητική και παρακινητική.

2.1.5 Εκπαιδευτικοί στο ρόλο του σχεδιαστή

Ένας εκπαιδευτικός καλείται καθημερινά να λάβει το ρόλο του σχεδιαστή, καθώς σχεδιάζει και οργανώνει τις διδασκαλίες του για τις συγκεκριμένες τάξεις που έχει αναλάβει. Όπως αναφέρουν και οι Perin et al. (2019), οι εκπαιδευτικοί είναι συχνά (συν)σχεδιαστές του δικού τους ΠΣ και των σχετικών τροχιών μάθησης των μαθητών. Επίσης, συνέλεξαν διάφορους λόγους εμπλοκής από τους εκπαιδευτικούς σε εργασίες σχεδιασμού, αφού:

- 1) Οι εκπαιδευτικοί σχεδιάζουν για να παρέχουν πόρους προσαρμοσμένους για συγκεκριμένες αίθουσες διδασκαλίας με συγκεκριμένους μαθητές.

- 2) Οι εκπαιδευτικοί σχεδιάζουν ώστε να προσαρμοστούν σε μεταρρυθμίσεις προγράμματος σπουδών.
- 3) Η συμμετοχή τους στο σχεδιασμό μπορεί να αναζητηθεί από εξωτερικούς φορείς (π.χ. υπουργεία εκπαίδευσης) για να αυξηθεί η πρακτικότητα τους.
- 4) Οι εκπαιδευτικοί ενδέχεται να εκτιμήσουν την εμπλοκή τους σε συγκεκριμένες δράσεις σχεδιασμού, καθώς αποδίδουν αυξημένη ευθύνη και δέσμευση για την υλοποίηση τους.
- 5) Κατά τον σχεδιασμό τους παρέχεται ένα πλαίσιο για την γενικότερη εκμάθηση των εκπαιδευτικών και την επαγγελματική ανάπτυξη τους.

Εκτός από τους λόγους που πιθανόν ένας καθηγητής μαθηματικών θα καλεσθεί να λάβει το ρόλο του σχεδιαστή, είναι σημαντικό να πλαισιωθεί αυτή η δράση, με απώτερο στόχο την κατανόηση της ικανότητας σχεδιασμού των εκπαιδευτικών. Αποσκοπώντας την διερεύνηση της επιδιωκόμενης κατανόησης, σε προηγούμενη μελέτη των Perin, Gueudet & Trouche (2017), συλλέχθηκε η βιβλιογραφία όχι μόνο σχετικά με το σχεδιασμό των εκπαιδευτικών στη μαθηματική εκπαίδευση, αλλά και σε προγράμματα σπουδών. Σε αυτή τη μελέτη, η ικανότητα σχεδιασμού του εκπαιδευτικού ορίστηκε να περιλαμβάνει τα ακόλουθα στοιχεία:

- Έναν προσανατολισμό, ένα στόχο ή ένα σημείο αναφοράς για το σχεδιασμό:
 - Να γνωρίζουν το status quo¹ (π.χ. τι γνωρίζουν οι μαθητές, τι παρανοήσεις), καθώς και τι στοχεύουν οι εκπαιδευτικοί όσον αφορά τον σχεδιασμό τους.
 - Να κατανοήσουν τη μεγαλύτερη (π.χ. εθνικές οδηγίες για το πρόγραμμα σπουδών) και τη μικρότερη εικόνα (π.χ. πορεία εκμάθησης για ένα μαθηματικό θέμα) του σχεδιασμού τους σε σχέση με το πρόγραμμα σπουδών
 - Να διακρίνουν πού ταιριάζει βραχυπρόθεσμα (δηλαδή, για έναν κύκλο μαθήματος) καθώς και μακροπρόθεσμα (δηλαδή, να συνδέει περιοχές θεμάτων σε βαθμούς).

- Ένα σύνολο αρχών σχεδιασμού, που είναι σταθερές αλλά ευέλικτες:

Ένας εκπαιδευτικός χρειάζεται ένα σύνολο αρχών, οι οποίες είναι τεκμηριωμένες (π.χ. από τη δική τους πρακτική ή βασίζονται στην έρευνα) και υποστηρίζονται από αιτιολόγηση των επιλογών τους. Ταυτόχρονα, αυτές οι αρχές πρέπει να είναι διδακτικά ευέλικτες, ώστε να προσαρμόζονται σε νέες προκλήσεις και περιβάλλοντα, έτσι ώστε το πλαίσιο αναφοράς του εκπαιδευτικού να μπορεί να αναπτυχθεί και να επεκταθεί.

- "Σχεδιασμός εν δράσει", ένα είδος έμμεσης κατανόησης και προβληματισμού:

Ένας εκπαιδευτικός πρέπει να είναι σε θέση να κατανοήσει σχέσεις ή δράσεις, οι οποίες συχνά αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο ρόλος του σχεδιαστή δεν είναι ξένος για έναν εκπαιδευτικό. Για παράδειγμα, οι Nieveen & van der Hoeven (2011) με θεωρητικό

¹ Το status quo είναι λατινική φράση που σημαίνει το κατεστημένο, την υπάρχουσα κατάσταση των πραγμάτων, ιδιαίτερα όσον αφορά κοινωνικά ή πολιτικά ζητήματα.

πλαίσιο τον ιστό της αράχνης μελετούν τις ικανότητες και το επίπεδο επάρκειας που χρειάζονται οι εκπαιδευτικοί στην Ολλανδία κατά τον σχεδιασμό σχολικών προγραμμάτων με βάση το σχολείο (school-based curriculum design – SBCD). Στην μελέτη τους αναγνώρισαν έξι ικανότητες διδακτικού προγράμματος: θεματολογική εξειδίκευση, παιδαγωγική εμπειρογνωμοσύνη, ενδοπροσωπική εμπειρογνωμοσύνη, διαπροσωπικές ικανότητες, ικανότητες διδακτικής συνέπειας και ικανότητες επίλυσης προγραμμάτων σπουδών.

Ωστόσο, ορισμένες φορές ο εκπαιδευτικός περιορίζεται σε μικροσκελή σχεδιασμό, καθώς η συμμετοχή τους σε σχεδιασμό σχετικά με το σχολικό βιβλίο και το πρόγραμμα σπουδών δεν είναι τόσο συχνή. Για αυτό το λόγο, οι Even, Ayalon & Olsher (2016) συζητούν για το έργο M-TET (Mathematics Teachers Edit Textbooks - Μαθηματικοί Εκπαιδευτικοί Επεξεργάζονται Βιβλία) στο Ισραήλ. Το έργο M-TET εξετάζει τον τρόπο που συνδέσεις μεταξύ εκπαιδευτικών, προγραμματιστών προγραμμάτων σπουδών και μαθηματικών μπορούν να γίνουν παραγωγικές. Καλεί, λοιπόν, καθηγητές μαθηματικών να συνεργαστούν στην επεξεργασία βιβλίων, δηλαδή να ασχοληθούν σε ένα περιβάλλον που συνήθως δεν αποτελεί μέρος της πρακτικής τους. Οι δράσεις αυτές περιλαμβάνουν α) το σχεδιασμό ενός βιβλίου για έναν ευρύ πληθυσμό μαθητών και όχι σε αυτό που καλείται να διδάξει καθημερινά, β) την παραγωγή ενός βιβλίου πραγματοποιώντας αλλαγές σε ένα βιβλίο που σχεδιάστηκε από ειδικούς προγραμματιστές προγραμμάτων σπουδών και γ) τη διαβούλευση με άτομα που δεν ανήκουν στο συνηθισμένο περιβάλλον των εκπαιδευτικών: ακαδημαϊκοί μαθηματικοί και προγραμματιστές προγραμμάτων σπουδών.

Ένα από τα αποτελέσματα της έρευνας των Even, Ayalon & Olsher (2016) είναι ότι η συνεργασία των εκπαιδευτικών με συναδέλφους στο σχεδιασμό ενός εγχειριδίου για έναν ευρύ πληθυσμό μαθητών διευκόλυνε την ανάπτυξη κοινών ιδεών σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών, οι οποίες στη συνέχεια μπορούσαν να παρουσιαστούν και να συζητηθούν με αυτοπεποίθηση με τους συγγραφείς και μαθηματικούς του σχολικού βιβλίου. Παραδείγματα τέτοιων ζητημάτων ήταν εάν τα βιβλία πρέπει να παρουσιάζουν ψευδείς ισχυρισμούς και εάν χρειάζονται αποδείξεις σε εγχειρίδια για μαθητές με χαμηλή αποδοτικότητα.

2.2 Διδασκαλία μαθηματικών και βιβλία μια πολυπολιτισμικής τάξης

2.2.1 Θεωρητικές κατασκευές

Σύμφωνα με τους Barwell & Kaiser (2005), πολυπολιτισμική τάξη ορίζεται μια σειρά πολιτισμικών εκπροσώπων ή υπόβαθρα μεταξύ των μαθητών μέσα στην τάξη. Στην έρευνα, όπως αναφέρουν, υπάρχουν δύο αντικρουόμενες προσεγγίσεις σχετικά με την εκπαίδευση των μαθηματικών. Σύμφωνα με την μονολογική σκοπιά, το πλαίσιο δεν παίζει ρόλο, οι μαθητές μπορούν να μάθουν το αναλυτικό πρόγραμμα ισότιμα. Εν αντιθέσει, κατά την διαλογική προσέγγιση, η οποία προτιμάται στην εκπαίδευση μαθηματικών, εάν τα μαθηματικά αντιμετωπιστούν ως προϊόν της τάξης

των μαθηματικών παρά ως «είσοδος», καθίσταται δυνατή η ενσωμάτωση του πολιτισμικού πλαισίου, στο οποίο οι μαθητές μαθαίνουν μαθηματικά. Με αυτόν τον τρόπο, συμπεριλαμβάνεται το εύρος φωνών που συμμετέχουν στη διαδικασία της μάθησης.

Οι Gorgorió & Planas (2005), με τη σειρά τους, ασχολούνται με θεωρητικές κατασκευές που έχουν αποδειχθεί χρήσιμες για την κατανόησή μας για την πολυπλοκότητα των πολυπολιτισμικών μαθηματικών τάξεων. Αρχικά, υποστηρίζουν ότι ο πολιτισμός του ατόμου διαπλάθεται από την εθνικότητα του, καθώς και από τις ομάδες που ανήκει. Συνεπώς η ατομική πολιτισμική ταυτότητα εξισώνεται με τα χαρακτηριστικά της ταυτότητάς των μαθητών που διαμορφώνονται από τους πολιτισμούς των ομάδων στις οποίες αποτελούν μέρος. Τονίζουν ότι η έννοια του πολιτισμού δεν είναι στατική ή μονολιθική, αλλά ως κάτι με σταθερή διαδικασία δημιουργίας και επαναδημιουργίας. Επιπλέον, όταν οι μαθητές δημιουργούν τις ταυτότητές τους μέσα στην τάξη, δεν είναι μόνο τα πολιτισμικά πλαίσια αναφοράς ή το πολιτισμικό υπόβαθρο που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο, αλλά και τα «προσκήνια» (ευκαιρίες που προσφέρει η κοινωνική, πολιτική και πολιτισμική κατάσταση ενός ατόμου). Παράλληλα, οι ταυτότητες των μαθητών δεν συμορφώνονται μόνο με αυτό που έχουν ζήσει και βιώσει, που τους οδήγησε να είναι όπως είναι, αλλά και από το τι περιμένουν να είναι και τι θέλουν να είναι. Σύμφωνα με τα παραπάνω, υπογραμμίζουν ότι κάθε τάξη είναι πολυπολιτισμική, δεδομένου ότι η κουλτούρα του μαθητή είναι κάτι πολυεδρικό, με πολλές πτυχές, από τις οποίες είτε οι εκπαιδευτικοί είτε οι ερευνητές μπορούν να δουν μόνο μερικές.

Επιπρόσθετα, δημιουργείται η θεωρητική κατασκευή της πολιτισμικής απόστασης, δηλαδή της απόστασης μεταξύ του τρόπου με τον οποίο διαφορετικά άτομα ερμηνεύουν το ίδιο γεγονός, την κατάσταση, το άτομο, τον κανόνα, που προκύπτει από τη ζωή και την εμπειρία τους από τις προοπτικές των διαφορετικών πολιτισμών στους οποίους ανήκουν. Η πολιτισμική απόσταση μπορεί ακόμα να συσχετιστεί με πιθανά νοήματα και αξίες που σχετίζονται με τη μαθηματική γνώση και με ποιος είναι μαθηματικά γνώστης, με την ιδέα της εκμάθησης μαθηματικών, καθώς και με τον αναμενόμενο ρόλο ενός καθηγητή μαθηματικών ή την οργάνωση της τάξης των μαθηματικών. Λόγω αυτής, η διαδικασία μετάβασης ενός μαθητή που κινείται μεταξύ δύο (ή περισσότερων) πολιτισμών αποκτά ιδιαίτερη σημασία, καθώς είναι ένα βασικό στοιχείο για την κατανόηση της εκμάθησης των μαθηματικών των μεταναστών μαθητών στα τυπικά σχολεία.

Οι Gorgorió & Planas (2005) σημειώνουν ότι χάρις της πολιτισμικής απόστασης δημιουργούνται πολιτισμικές συγκρούσεις και διαταραχές μεταξύ των διαφόρων εννοιών που προσδίδουν διαφορετικά άτομα στην ίδια κατάσταση. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, όταν ένας μαθητής βιώνει πολιτισμική απόσταση και την αλληλεπίδραση γύρω του, αντί να οδηγεί σε διαπραγμάτευση νοημάτων, φέρνει εχθρότητα, αντιπαράθεση ή μη επικοινωνία, τότε η πολιτισμική σύγκρουση είναι έτοιμη να εμφανιστεί. Η πολιτισμική απόσταση, δηλαδή, ξεκινά καταστάσεις όπου τα άτομα βιώνουν συγκρούσεις, συγκρούσεις μεταξύ των ταυτοτήτων που αναπτύσσουν ως μέλη διαφορετικών κοινωνικών και πολιτισμικών ομάδων και συγκρούσεις μεταξύ των διαφορετικών ταυτοτήτων που αναπτύσσουν ως μαθητές σε μεταβατικό στάδιο.

Όταν αυτές οι συγκρούσεις δεν επιλύονται θετικά από το άτομο, λόγω αρνητικών συναισθημάτων και λόγω εμποδίων στην επικοινωνία, ενδέχεται να επηρεάσουν τη μαθηματική μάθηση του μαθητή. Οι λόγοι μιας διαφορετικής αντίδρασης έχουν να κάνουν με την ταυτότητα που θέλουν να κατασκευάσουν.

Συνεπώς, καλείται αναγκαία η πολιτισμική αλληλεπίδραση στο πλαίσιο της τάξης. Οι Gorgorió & Planas (2005, σελ. 69) υποστηρίζουν ότι *«εάν προσπαθήσουμε να δημιουργήσουμε πιο δημοκρατικά περιβάλλοντα στην τάξη, όπου τα μαθηματικά νοούνται ως κοινωνικοπολιτισμικό έργο και η διδασκαλία θεωρείται κοινωνικοπολιτισμική προσπάθεια, τότε οι πολιτισμικές διαφορές μπορεί να αντιμετωπιστούν θετικά και να μετατραπούν σε θετικούς μαθησιακούς πόρους.»*

Αντίστοιχα οι Mellone, Ramploud, Di Paola & Martignone (2019) δέχονται τη θεωρητική κατασκευή της πολιτισμικής μεταφοράς ως μια διαδικασία που δημιουργείται από ερευνητές και εκπαιδευτικούς που αποικοδομούν τις εκπαιδευτικές πρακτικές οι οποίες υιοθετούνται σε άλλα πολιτισμικά πλαίσια προκειμένου να επανεξετάσουν τα θέματα της εκπαιδευτικής σκοπιμότητας, που είναι το υπόβαθρο κάθε εκπαιδευτικής πρακτικής. Θεωρώντας, λοιπόν, το υπόδειγμα της πολιτισμικής μεταφοράς ως μια διαδικασία αποκέντρωσης της εκπαιδευτικής πρακτικής κάποιου πολιτισμικού πλαισίου μέσω της επαφής με εκπαιδευτικές πρακτικές άλλων πολιτισμικών πλαισίων, έδειξαν ότι η επαφή με διαφορετικές προοπτικές που προέρχονται από την Κίνα και τη Ρωσία δημιούργησε εκπαιδευτικές πρακτικές και προβληματισμούς σχετικά με την αριθμητική εκπαίδευση. Ερμηνεύοντας τα αποτελέσματά τους, τα διαφορετικά πολιτισμικά υπόβαθρα δημιουργούν διαφορετικές δυνατότητες νοήματος και διαφορετικές προοπτικές εκπαίδευσης μαθηματικών που, με τη σειρά τους, οργανώνουν τα πλαίσια και τις πρακτικές σχολικών μαθηματικών με διαφορετικούς τρόπους.

Επιπλέον, οι Gorgorió, Planas & Vilella (2002) μελέτησαν παιδιά μεταναστών κατά την εκμάθηση των μαθηματικών σε τυπικά σχολεία, με στόχο να βρεθούν διδακτικές προσεγγίσεις που συμβάλλουν στη ομαλή μετάβαση τέτοιων μαθητών. Αντιμετωπίζουν την εκπαίδευση των παιδιών μεταναστών ως διαδικασία μετάβασης, διότι όταν φτάνουν σε μια νέα χώρα πρέπει να αντιμετωπίσουν τις πολλές αλλαγές που συνεπάγεται η μετάβαση από τη μία κουλτούρα στην άλλη. Συγκεκριμένα, σημειώνουν το γεγονός ότι αυτοί οι μαθητές έχουν μετακινηθεί από τη μια σχολική κουλτούρα στην άλλη, εάν έχουν παρακολουθήσει σχολείο ή ίσως έχουν μετακινηθεί από τον πολιτισμό «χωρίς σχολείο» σε σχολική κουλτούρα. Συνεπώς, έχουν την ανάγκη να χτίσουν μια γέφυρα από τις έννοιες της αρχικής τους κατάστασης σε εκείνες της παρούσας, με αποτέλεσμα το σχολείο να πρέπει να συμβάλλει για να τους βοηθήσει να δημιουργήσουν μια συνέχεια μεταξύ του πολιτισμού τους και των νοημάτων της φιλοξενίας. Επιπλέον, τονίζουν ότι κατά την ανάλυση των εννοιών που ένα παιδί φέρνει σε μια σχολική κατάσταση, πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι αυτά κατασκευάζονται σε σχέση όχι μόνο με το κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο της μάθησης, αλλά και με τα συναισθήματα, τις αξίες και τις πεποιθήσεις του. Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι Gorgorió, Planas & Vilella (2002) τονίζουν ότι η θεωρητική κατασκευή της πολιτισμικής μετάβασης δεν πρέπει να αντιμετωπίζεται ως στιγμιαία αλλαγή, αλλά ως εμπειρία μιας αλλαγής, όπως ζει κανείς μεταξύ διαφορετικών

σχολικών πολιτισμών και διδασκαλιών. Είναι, δηλαδή, μια διαδικασία μέσω της οποίας οι άνθρωποι προσαρμόζονται στη νέα κατάσταση χωρίς να πρέπει να εγκαταλείψουν το πολιτισμικό τους υπόβαθρο, αλλά μπορούν να την ερμηνεύσουν εκ νέου υπό το φως των σημερινών αναγκών τους.

2.2.2 Πρόγραμμα σπουδών και βιβλία μιας πολυπολιτισμικής τάξης

Στην κοινωνικοπολιτισμική προοπτική, η μάθηση δεν είναι απλώς μια ατομική και γνωστική δραστηριότητα, αλλά αντιμετωπίζεται λαμβάνοντας υπόψη και τους πολιτισμικούς πόρους που διατίθενται στους συμμετέχοντες (εκπαιδευτικούς, εκπαιδευομένους, γονείς κλπ) στα διαφορετικά πλαίσια (σχολείο, τάξη κλπ). Για αυτό το λόγο, υποστηρίζοντας την θέση των César & Oliveira (2005), ένα πρόγραμμα σπουδών δρα ως ένα πολιτισμικό εργαλείο, που γεφυρώνει ευρύτερα θεσμικά πλαίσια σχολικής εκπαίδευσης με το περιβάλλον της τάξης, όπου εκπαιδευτικοί και μαθητές ασχολούνται με την ακαδημαϊκή μάθηση. Έτσι, είναι ένα εργαλείο για κοινωνική διαμεσολάβηση μεταξύ της κουλτούρας και της γνώσης των εκπαιδευομένων, και της ακαδημαϊκής κουλτούρας και γνώσης.

Λόγω της πολιτισμικής σκοπιάς ενός προγράμματος σπουδών, στην Πορτογαλία, τα έγγραφα πολιτικής υποστηρίζουν ότι η κοινωνική και συναισθηματική ανάπτυξη αξίζει ιδιαίτερη προσοχή, με απώτερο σκοπό ένα πρόγραμμα σπουδών ευαίσθητο στην κουλτούρα των μαθητών που θα υποστηρίζει την κινητοποίηση και ανάπτυξη των ικανοτήτων τους (César & Oliveira, 2005). Αυτά τα έγγραφα στοχεύουν στον ενεργό ρόλο των μελών της εκπαιδευτικής κοινότητας, δίνοντας φωνή ακόμα και στους μαθητές, γονείς και άλλους συνεργάτες της εκπαιδευτικής διαδικασίας.

Η μελέτη των César & Oliveira (2005) έδειξε ότι το εναλλακτικό πρόγραμμα σπουδών που σχεδιάστηκε, προέβλεπε τη συμμετοχή των μαθητών σε πολλαπλές μαθησιακές εμπειρίες και πλαίσια, με αποτέλεσμα να θεωρηθεί ως εργαλείο διαμεσολάβησης μεταξύ των διαφορετικών συμμετεχόντων της εκπαιδευτικής κοινότητας. Οι στόχοι περιελάμβαναν μια κοινωνικοποίηση που συμπεριλάμβανε τους μαθητές στην εκπαιδευτική κοινότητα μέσω αλληλεπίδρασης σε κοινωνικές πρακτικές, με αποτέλεσμα, όπως φάνηκε, να τους προετοιμάσει ψυχολογικά να γίνουν συμμετέχοντες πολίτες της κοινωνίας.

Παράλληλα, σύμφωνα με την έρευνα των Novotná & Moraoná (2005), τα σχολικά εγχειρίδια αντικατροπτρίζουν τις κοινωνικοπολιτισμικές αξίες μιας χώρας. Μελετώντας πολιτισμικά και γλωσσικά προβλήματα στη χρήση βιβλίων μαθηματικών από αγγλόφωνες χώρες που χρησιμοποιούνται κατά τη διδασκαλία μαθηματικών στα Αγγλικά σε Τσέχους μαθητές, αναδείχθηκαν εμπόδια των εγχειριδίων στην επικοινωνία, που προέρχονται από τη διαδικασία εκμάθησης λεξιλογίου και γραμματικής μέσα σε ένα συγκεκριμένο πολυπολιτισμικό και κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο.

Συγκεκριμένα, το λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται σε αυθεντικά εγχειρίδια βασίζεται στη φυσική γνώση της αγγλικής ως μητρικής γλώσσας και οι λέξεις που χρησιμοποιούνται αναφέρονται σε καθημερινά αντικείμενα που τα περιβάλλουν στη

χώρα τους. Ορισμένες ομάδες λέξεων, δηλαδή, είναι φυσικές για παιδιά της Αμερικής, αλλά προκαλούν προβλήματα στους Τσέχους μαθητές, καθώς είναι είτε πολύ δύσκολα είτε είναι πολιτισμικά συνδεδεμένα και δεν έχουν αντίστοιχο στην τσεχική κουλτούρα. Επιπλέον, δημιουργούνται δυσκολίες αναφορικά με την μαθηματική ορολογία, αφού υπάρχουν διαφορές στην αναπαράσταση σε διάφορους τομείς των μαθηματικών, με την έννοια ότι ορισμένοι όροι είναι γνωστοί μόνο σε μια συγκεκριμένη γλώσσα (π.χ. ο αγγλικός μαθηματικός όρος βαρέλι δεν χρησιμοποιείται στα Τσεχικά). Κατά την προετοιμασία ενός μαθήματος, δηλαδή, είναι απαραίτητο να διεξαχθεί μια εννοιολογική ανάλυση της αντίστοιχης μαθηματικής περιοχής. Ακόμα, αναφορικά με την γραμματική, οι δομές της αγγλικής και της τσεχικής γλώσσας παρουσιάζουν βασικές διαφορές, με αποτέλεσμα ένας μαθητής που δεν κατανοεί τη διατύπωση του προβλήματος (γραμματική, λεξιλόγιο) συνήθως δεν μπορεί να το λύσει με επιτυχία.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το λεξιλόγιο, η γραμματική, οι εκφράσεις και γενικά η γλώσσα έχει πολιτισμικά στοιχεία που είναι άγνωστα σε ξένους μαθητές. Έτσι, η έλλειψη οικειότητας της γλώσσας που χρησιμοποιείται κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών και κυρίως στα μαθηματικά εγχειρίδια επηρεάζει την επιτυχία των μαθητών, καθώς εμφανίζεται πολιτισμική διαφορά που προκαλεί δυσκολίες στην κατανόηση και της γλώσσας και των μαθηματικών.

2.3 Ο παράγοντας της γλώσσας

Η σύνδεση της γλώσσας και της εννοιολογικής κατανόησης των μαθηματικών έχει μελετηθεί πολύ από την έρευνα. Ενδεικτικά παραδείγματα είναι η έρευνα της Planas (2020) και της Moschkovich (2012).

Σύμφωνα με την Planas (2020), η πρόοδος στη σύλληψη της γλώσσας ως πόρος για τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών καθιστά απαραίτητη την ενίσχυση της συζήτησης των παισίων του πολιτισμού και της αλληλεπίδρασης μαζί με τις γλωσσικές απαιτήσεις που δίνονται από την εξειδίκευση του μαθηματικού περιεχομένου. Στο ίδιο άρθρο, προσεγγίζει κοινωνικοπολιτισμικά τη μαθηματική-γλωσσική σκοπιά της γραμματικής ως πόρο για την σαφήνεια στην επικοινωνία. Μελετώντας δύο εκπαιδευτικούς σχετικά με τη διδασκαλία των αλγεβρικών εννοιών, ήρθε στην επιφάνεια το ζήτημα του πώς να μάθουν να επικοινωνούν με ρητά νοήματα για αυτές τις έννοιες στη μαθηματική ομιλία στην τάξη.

Επιπρόσθετα, η Moschkovich (2012) υπογραμμίζει την αξία σύνδεσης του μαθηματικού περιεχομένου με την γλώσσα και προτείνει κάποιες αρχές, με στόχο να βοηθηθούν εκπαιδευτικοί, σχεδιαστές προγραμμάτων σπουδών, εκπαιδευτικοί εκπαιδευτικών να αναπτύξουν τις δικές τους προσεγγίσεις για την υποστήριξη του μαθηματικού συλλογισμού και κατανόησης για μαθητές που μαθαίνουν αγγλικά. Προτείνει, ο καθένας από τους παραπάνω:

- Να εστιάζει στη μαθηματική συλλογιστική των μαθητών και όχι στην ακρίβεια στη χρήση γλώσσας.

- Να μεταβαίνει στην εστίαση των μαθηματικών πρακτικών του λόγου, ενώ ταυτόχρονα να απομακρύνετε από τις απλοποιημένες απόψεις της γλώσσας.
- Να αναγνωρίζει και να υποστηρίζει τους μαθητές να ασχοληθούν με την πολυπλοκότητα της γλώσσας στις αίθουσες μαθηματικών.
- Να αντιμετωπίζει την καθημερινή γλώσσα και τις εμπειρίες ως πόρους και όχι ως εμπόδια.
- Να εμφανίζει τα μαθηματικά σε αυτό που λένε και κάνουν οι μαθητές.

Στην βιβλιογραφία παρατηρούνται, επίσης, τρεις διαφορετικές ιδέες σχετικά με διαφορετικά γλωσσικά ιδιώματα σύμφωνα με τους Prediger, Clarkson & Bose (2012). Συγκεκριμένα είναι:

- Μεταβάσεις μεταξύ πρώτης και δεύτερης γλώσσας: Αλλαγή κώδικα (code switching)
- Μεταβάσεις μεταξύ άτυπων και τυπικών γλωσσικών ιδιωμάτων
- Μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών αναπαραστάσεων

2.3.1 Μεταβάσεις μεταξύ πρώτης και δεύτερης γλώσσας: Εναλλαγή κώδικα (code switching)

Η έρευνα αναφέρει συχνά την σύνδεση μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης γλώσσας ως *εναλλαγή κώδικα* (code-switching) που συμβαίνει φυσικά σε άτομα που χρησιμοποιούν δύο ή περισσότερες γλώσσες. Όπως ορίζει ο Farrugia (2009), η εναλλαγή κώδικα αναφέρεται στην πρακτική της εναλλαγής μεταξύ δύο ή περισσότερων γλωσσών σε μια συνομιλία ή μια έκφραση (Prediger, Clarkson & Bose, 2012).

Οι Prediger, Clarkson & Bose (2012) συνέλεξαν διάφορες εμπειρικές μελέτες, οι οποίες τονίζουν τα οφέλη της εναλλαγής κώδικα, καθώς επιτρέπουν την ταυτόχρονη εκμάθηση τόσο της γλώσσας όσο και των μαθηματικών. Η εναλλαγή κώδικα σε αυτές τις έρευνες εμφανίζεται κυρίως για την παροχή επεξηγήσεων στην μητρική γλώσσα των μαθητών. Φάνηκε, λοιπόν, ότι μερικές φορές η πρακτική αυτή προωθείται από συγκεκριμένα περιβάλλοντα. Επίσης, κατά τον λόγο πολύγλωσσων ανθρώπων γίνεται ασυνείδητα μία τέτοια εναλλαγή ή ανάμειξη πολλών λέξεων μιας γλώσσας, ενώ χρησιμοποιείται μια άλλη γλώσσα. Ακόμα, έχει φανεί ότι η εναλλαγή κώδικα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ένδειξη αλληλεγγύης που ενδυναμώνει τους μαθητές στην τάξη. Αντίστοιχες μελέτες ενθαρρύνουν τη χρήση των μητρικών γλωσσών των μαθητών στην εκμάθηση μαθηματικών, ώστε να υποστηριχθούν οι μαθητές όσο αναπτύσσουν επάρκεια στην γλώσσα διδασκαλίας ταυτόχρονα με την εκμάθηση μαθηματικών (Setati & Duma, 2009).

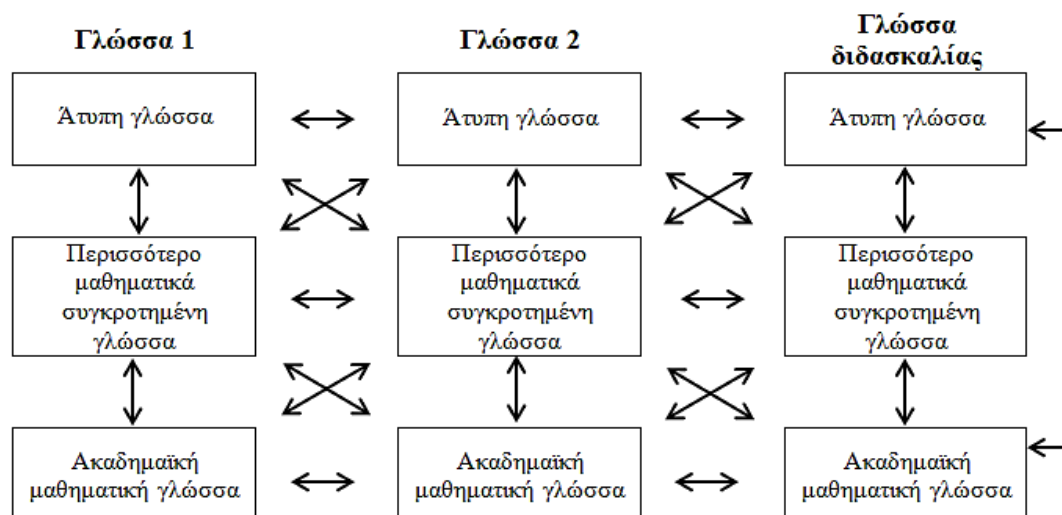
Παράδειγμα τέτοιας μελέτης είναι αυτή των Setati & Duma (2009), οι οποίοι μελέτησαν εμπειρικά μαθητές στην Νότια Αφρική. Η συζήτηση γύρω από τη γλώσσα και την διδασκαλία των μαθηματικών σε αυτές τις τάξεις διχοτομείται στο αν η γλώσσα διδασκαλίας θα είναι τα αγγλικά ή οι μητρικές γλώσσες των μαθητών. Κατά

την γνώμη των αρθρογράφων, για να είναι χρήσιμη η γλώσσα στην τάξη, πρέπει να είναι ορατή και αόρατη. Θα πρέπει, δηλαδή, να είναι ορατή έτσι ώστε να είναι ορατή και κατανοητή από όλους, αλλά και αόρατη ώστε κατά την αλληλεπίδραση με γραπτά κείμενα και τη συζήτηση των μαθηματικών, η χρήση της γλώσσας να μην αποσπά την προσοχή των μαθητών από την μαθηματική εργασία αλλά να διευκολύνει την εκμάθηση των μαθηματικών τους. Τα ευρήματα τους αποδεικνύουν ότι κατά την διαδικασία της συζήτησης και μάθησης των μαθηματικών, ενώ αντλούνται οι μητρικές γλώσσες των μαθητών, δεν έρχονται αντίθετες προς τα αγγλικά. Αντιθέτως, συνδυαστικά με τα αγγλικά κάνουν τα μαθηματικά πιο προσιτά στους μαθητές. Συνεπώς, για τη διευκόλυνση της συμμετοχής και της επιτυχίας των πολύγλωσσων εκπαιδευομένων στα μαθηματικά, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αντιμετωπίζουν τις γλώσσες των μαθητών ως αποδεκτές γλώσσες μαθηματικής επικοινωνίας.

Συνοψίζοντας, η εναλλαγή κώδικα παρέχει άνεση και ευελιξία στον τρόπο επικοινωνίας, επακολούθως γίνεται χρήσιμη διδακτική πηγή για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

2.3.2 Μεταβάσεις μεταξύ άτυπων και τυπικών γλωσσικών ιδιωμάτων

Μερικοί μαθητές φαίνεται να αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσκολίες στην πραγματοποίηση της μετάβασης από την καθημερινή γλώσσα στην πιο τεχνική γλώσσα των μαθηματικών. Η βιβλιογραφία έχει δείξει ότι η πηγή του προβλήματος συνδέεται με ένα ενδιάμεσο ιδίωμα μεταξύ του άτυπου καθημερινού ιδιώματος και της τυπικής τεχνικής γλώσσας. Επιπλέον, για την εκμάθηση γλωσσών (του καθημερινού, του σχολικού καθώς και του τεχνικού ιδιώματος), αποδεικνύεται



Σχήμα 2: Ένα μοντέλο της χρήσης της γλώσσας κατά την μάθηση μαθηματικών από πολύγλωσσους μαθητές, μία συνολική ροή της γλώσσας καθοδικά (Clarkson, 2009, σελ. 150)

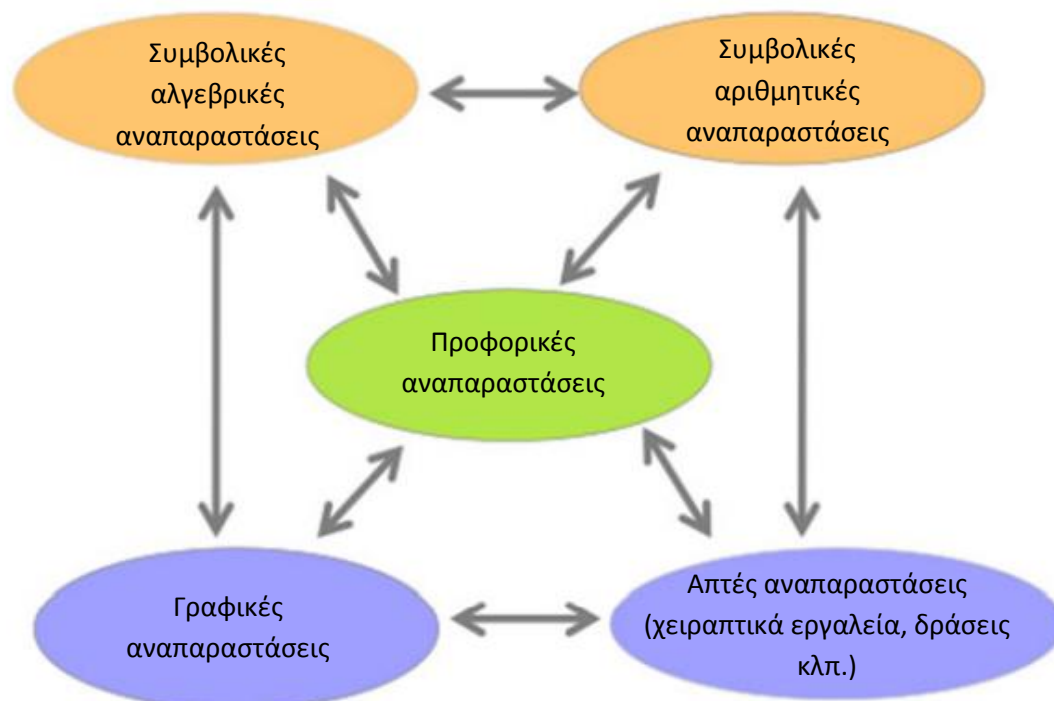
σημαντική όχι μόνο η μετάβαση από το καθημερινό ιδίωμα μέσω του σχολικού ιδιώματος στο τεχνικό ιδίωμα, αλλά και η ευελιξία κίνησης μεταξύ των τριών, όπως επεξεργάστηκε από τον Clarkson (2009) (στο Prediger, Clarkson & Bose, 2012).

Το σχήμα 2 αποτυπώνει την προσπάθεια του Clarkson (2009) επιχειρώντας την κατασκευή ενός μοντέλου, στο οποίο θα είναι εμφανής η ροή της γλώσσας κατά την εκμάθηση μαθηματικών από πολύγλωσσους μαθητές, καθώς προσθέτει τη σημαντική προοπτική ότι τα τρία ιδιώματα μπορεί να υπάρχουν σε περισσότερες από μία γλώσσες όταν απευθυνόμαστε σε πολύγλωσσους μαθητές. Τονίζει, βέβαια, ότι το μοντέλο απαιτεί προσαρμογή σε κάθε πλαίσιο, καθώς σε ορισμένες περιπτώσεις κάποια κελιά του μοντέλου μπορεί να είναι ανέφικτα ή χωρίς κάποια ιδιαίτερη χρησιμότητα στην διδακτική των μαθηματικών.

Ως *άτυπη γλώσσα* ορίζει την συχνή χρήση ιδιωμάτων συγκεκριμένα σε κάποια ηλικιακή ομάδα, σχολείο ή πόλη, καθώς και συντμήσεις και συντομογραφίες. Η *μαθηματικά συγκροτημένη γλώσσα* είναι αυτή που χρησιμοποιείται από τους εκπαιδευτικούς συχνά στο σχολείο, η οποία εμπεριέχει περισσότερο ολοκληρωμένες προτάσεις εν αντιθέσει με την άτυπη γλώσσα. Τέλος, ορίζεται η *ακαδημαϊκή μαθηματική γλώσσα*, η οποία αποτελείται από μια πιο εξειδικευμένη γλώσσα που χρησιμοποιείται στον κλάδο των μαθηματικών και είναι αναπτυγμένη έτσι ώστε να υποστηρίζει τον ακριβή μαθηματικό συλλογισμό.

2.3.3 Μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών αναπαραστάσεων

Η τρίτη ιδέα αναπτύσσεται και βρίσκει εφαρμογή για όλους τους μαθητές και όχι μόνο για αυτούς με κάποιο ιδιαίτερο γλωσσικό ιστορικό. Η έννοια των αφηρημένων



Σχήμα 3: Μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων
(Duval 2006 στο Prediger & Wessel, 2013)

μαθηματικών εννοιών και σχέσεων αναδεικνύει την σημασία των διαφορετικών αναπαραστάσεων. Έτσι, κατά τον Duval (2006), η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ

διαφορετικών μαθηματικών αναπαραστάσεων είναι μια σημαντική δραστηριότητα για την ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης των μαθητών. Συγκεκριμένα, η θεωρία του βασίζεται στις μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών τρόπων μαθηματικών αναπαραστάσεων, αφού είναι σημαντικές για την απόκτηση της εννοιολογικής κατανόησης. Με τη μετάβαση, δηλαδή, μεταξύ λεκτικών, συμβολικών, γραφικών και απτών αναπαραστάσεων, οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν τα νοητικά αντικείμενα και τις σχέσεις μιας μαθηματικής έννοιας (σχήμα 3). Κατά συνέπεια, η σύνδεση αναπαραστάσεων καθιερώνεται ως μια αποδοτική στρατηγική διδασκαλίας.

Από την αρχή, η γλώσσα θεωρήθηκε αναπόσπαστο μέρος αυτών των μαθηματικών αναπαραστάσεων, καθώς, όπως φαίνεται και στο σχήμα 3, οι λεκτικές αναπαραστάσεις είναι μια χρήσιμη δραστηριότητα για την ανάπτυξη της κατανόησης των μαθητών. Ωστόσο, αυτό το μοντέλο δεν λαμβάνει υπόψη ότι υπάρχουν διαφορετικά γλωσσικά ιδιώματα στις αίθουσες διδασκαλίας, δηλαδή ιδιώματα πρώτης και δεύτερης γλώσσας, μαθηματικά τεχνικά ιδιώματα, ιδίωμα της γλώσσας του σχολείου και καθημερινά ιδιώματα των μαθητών (Prediger & Wessel, 2013).

2.3.4 Ενσωμάτωση των τριών μεταβάσεων

Στο Prediger & Wessel (2011), προτάθηκε η ενσωμάτωση των παραπάνω τριών παραδόσεων ως προσέγγιση *συσχετισμός ιδιωμάτων* (relating registers) (Σχήμα 4). Παρουσιάζουν εμπειρικά στοιχεία και διερευνούν μερικές από τις πρακτικές υλοποίησης για να δείξουν τις δυνατότητες αυτού του πιο περίπλοκου μοντέλου. Ο



Σχήμα 4: Συσχετισμός διαφορετικών ιδιωμάτων και αναπαραστάσεων (Prediger & Wessel, 2011)

συσχετισμός ιδιωμάτων χαρακτηρίζεται ως «μια προσέγγιση για την εμβάθυνση της

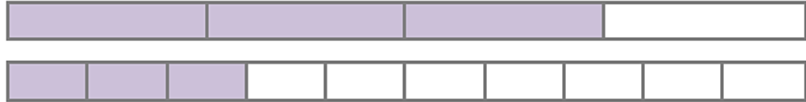
γλωσσικής επάρκειας που είναι πιο συγκεκριμένη στα μαθηματικά και εστιάζει στην εννοιολογική κατανόηση ως το κεντρικό μέρος του μαθηματικού γραμματισμού».

Υποστηρίζουν ότι η γλώσσα διδασκαλίας στις τάξεις των μαθηματικών αποτελείται από μια πολύ δομημένη, γραπτή γλώσσα, με πιο περίπλοκες γραμματικές δομές και πτυχές της τεχνικής μαθηματικής γλώσσας από ό,τι οι μαθητές θα συναντήσουν έξω από την τάξη των μαθηματικών. Αρχικά, υιοθέτησαν τις θεωρητικές απόψεις του Clarkson (2009) σχετικά με τις μεταβάσεις μεταξύ των τριών γλωσσικών ιδιωμάτων το τεχνικό γλωσσικό ιδίωμα, σχολικό γλωσσικό ιδίωμα και καθημερινό γλωσσικό ιδίωμα (βλέπε πράσινα επίπεδα στο σχήμα 4) στην πρώτη γλώσσα (σύντμηση Γ1) και στην γλώσσα που χρησιμοποιείται κατά την διδασκαλία (σύντμηση Γ2). Επιπλέον εστιάζουν στην ποικιλομορφία των αναπαραστάσεων πέρα από τις λεκτικές αναπαραστάσεις, όπως ανέφερε ο Duval (2006), καθώς η γνωστική ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών συνδέεται βαθιά με την ικανότητα συσχέτισης εννοιών σε διαφορετικούς τρόπους αναπαραγωγής.

Κατά την περιγραφή του μοντέλου, τονίζουν ότι τα διάφορα ιδιώματα δεν μπορούν να αντιμετωπίζονται ιεραρχικά όσον αφορά την ποιότητα, αλλά ότι η σειρά τους δείχνει μία αύξηση της αφαιρετικότητας. Με τον όρο «συσχετισμός ιδιωμάτων», εννοούνται διαφορετικές γνωστικές δραστηριότητες, όπως μετάφραση, εναλλαγή, εκχώρηση ή αντικρουόμενα διαφορετικά ύφη. Η διδακτική τους στρατηγική περιλαμβάνει ιδιαίτερα την ιδέα ότι η σκόπιμη χρήση των γραφικών και συμβολικών ιδιωμάτων μπορεί να υποστηρίξει την ανάπτυξη λεκτικών ικανοτήτων, μπορεί να βοηθήσει στη σύνδεση Γ1 και Γ2 και προσφέρει ευκαιρίες για την κατασκευή μαθηματικών νοήσεων και σχέσεων κρίσιμων εννοιών. Αποτελέσματα της εμπειρικής μελέτης των Meyer & Prediger (2011) δύο μαθητριών τουρκικής καταγωγής, που παρακολουθούσαν μάθημα στα γερμανικά, έδειξαν ότι θα μπορούσαμε να ανακατασκευάσουμε στιγμές αλληλεπίδρασης, γνωστικών και/ή μεταγνωστικών οφελών της χρήσης της πρώτης γλώσσας με στόχο την εννοιολογική κατανόηση των μαθητών.

Κατά την ανάλυση αυτού του μοντέλου, δημιουργήθηκε από τους Prediger & Wessel (2011) μία πλούσια συλλογή διαφορετικών τύπων δραστηριοτήτων για συσχετισμό ιδιωμάτων (Πίνακας 4) και συγκεκριμενοποιήθηκε με την ανάπτυξη παραδειγμάτων για τη «διάταξη κλασμάτων» (στο Prediger & Wessel, 2013). Οι εμπειρικές μελέτες έγιναν σε μαθητές που έχουν ως μητρική γλώσσα τα τούρκικα, ενώ παρακολουθούν μαθήματα μαθηματικών στην γερμανική γλώσσα. Οι μελέτες περιπτώσεων των Prediger & Wessel (2013) παρέχουν πληροφορίες για το πώς τα σχεδιαστικά στοιχεία προσέφεραν μαθησιακές ευκαιρίες, καθώς έδειξαν τη βαθιά διασύνδεση των γλωσσικών και μαθηματικών μαθησιακών διαδικασιών. Ως εκ τούτου, φαίνεται ότι μια μαθηματικά σημαντική δραστηριότητα όπως η συστηματική παραλλαγή των σχετικών ιδιωμάτων μπορεί να προσφέρει ευκαιρίες για μαθηματική συζήτηση και μεταβάσεις μεταξύ καθημερινών, σχολικών και τεχνικών ιδιωμάτων.

Πίνακας 4: Τύποι δραστηριοτήτων για συσχετισμό ιδιωμάτων (Prediger & Wessel, 2013, σελ. 440)

Δραστηριότητα	Παραδείγματα στα κλάσματα
<p>A. Μετάφραση από το ένα ύφος στο άλλο (ελεύθερη επιλογή ή καθορισμένα)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Εδώ είναι ένας <u>πολλαπλασιασμός κλασμάτων σε συμβολική μορφή</u>, βρείτε μια <u>κατάσταση</u> για αυτό ή <u>σχεδιάστε μια εικόνα</u>. • Εδώ είναι ένα <u>πρόβλημα λέξεων στα τουρκικά</u>, μεταφράστε το στα <u>γερμανικά</u>. • Εδώ είναι ένα <u>περίπλοκο κείμενο μιας εφημερίδας</u>. Γράψτε <u>κείμενο</u> που είναι πιο κατανοητό για τους φίλους σας. (Σχολική γλώσσα → καθημερινή γλώσσα)
<p>B. Εύρεση κατάλληλα ύφη, ακόμα και για κατοχύρωση λεξιλογίου</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Σε αυτά τα 15 φύλλα, βρείτε <u>κλάσματα</u>, <u>καταστάσεις</u> και <u>σχέδια</u>, εκχωρήστε αυτά που ανήκουν μαζί. Προσθέστε κάρτες που λείπουν. • Οι μαθηματικοί χρησιμοποιούν αυτές τις λέξεις για να περιγράψουν κλάσματα. Συνδέστε τα με το <u>δεδομένο παράδειγμα ενός συμβολικού κλάσματος</u>: παρονομαστή, αριθμητής, μέρος, ολόκληρο. Ποια είναι η σημασία τους σε μια <u>κατάσταση</u>;
<p>Γ. Εξέταση ή διόρθωση εάν εφαρμόζονται διαφορετικά ύφη</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ο Tim προσέφερε αυτήν την <u>εικόνα</u> για μια κατάσταση κοινής χρήσης. Αποφασίστε αν είναι σωστό. • 5 παιδιά εξήγησαν την έννοια του $3/5$. Ποιες εξηγήσεις είναι σωστές; Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε <u>εικόνες</u> και <u>καταστάσεις</u> για να υποστηρίξετε το συμπέρασμά σας
<p>Δ. Εξήγηση πώς να βρεθεί μία μαθηματική σχέση ή να κατασκευαστεί σε συγκεκριμένο ύφος</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Ποιο από τα κλάσματα <u>$3/4$ ή $3/10$</u> είναι μεγαλύτερο; Εξηγήστε με τη βοήθεια των <u>ράβδων των κλασμάτων</u>. • Βρείτε το ισοδύναμο κλάσμα με <u>$3/4$</u> με τη βοήθεια μιας <u>εικόνας</u> ή <u>κατάστασης</u>. <div style="text-align: center;">  </div>
<p>Ε. Συστηματικές μεταβλητές (Duval, 2006, σελ. 125)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Συστηματικά διαφοροποιεί μια αναπαράσταση και διερευνά τα αποτελέσματα των παραλλαγών σε άλλους καταχωρητές
<p>Z. Συλλογή και ανάκλαση διαφορετικών εννοιών μιας έκφρασης σε ένα ύφος</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Συλλέξτε <u>διαφορετικές ερωτήσεις</u> που ζητούν $3/4$. • Συλλέξτε <u>διαφορετικές εικόνες</u> για <u>$3/4$ και $3/10$</u>. Με ποιον τρόπο είναι καλύτερο να συγκρίνουμε τα μεγέθη των κλασμάτων;

2.4 Λήψη αποφάσεων εκπαιδευτικών

Κατά τη διαδικασία του σχεδιασμού, τα μέλη της ομάδας σχεδίασης είτε ατομικά είτε ομαδικά λαμβάνουν αποφάσεις σχετικά με το περιεχόμενο και την μορφολογία του υλικού που σχεδιάζουν. Αντίστοιχα, οι καθηγητές λαμβάνουν αποφάσεις για τη διδασκαλία τους τόσο στον σχεδιασμό της όσο και στην αλληλεπίδραση με τους μαθητές στην τάξη (Potari & Stouraitis, 2019). Με βάση αυτά, παρακάτω γίνεται ένας παραλληλισμός της λήψης αποφάσεων των σχεδιαστών με αυτή των εκπαιδευτικών.

Οι Potari & Stouraitis (2019) ασχολούνται με την έρευνα για τη λήψη αποφάσεων των καθηγητών μαθηματικών συλλέγοντας την βιβλιογραφία σχετικά με την εστίαση και τις θεωρητικές οπτικές της λήψης αποφάσεων των εκπαιδευτικών, καθώς επίσης παρουσιάζουν ένα εμπειρικό παράδειγμα σχετικά με το πώς το πλαίσιο και οι πηγές που ο εκπαιδευτικός βασίζεται τις αποφάσεις του πλαισιώνουν τη διαδικασία λήψης αποφάσεων υιοθετώντας μια προοπτική θεωρίας δραστηριότητας (activity theory). Σύμφωνα με βιβλιογραφική τους ανασκόπηση, σημειώνουν ότι η λήψη αποφάσεων για τους εκπαιδευτικούς διερευνάται σε υποθετικές διδακτικές καταστάσεις, στην πραγματική διδασκαλία, στο σχεδιασμό διδασκαλίας με χρήση πόρων, σε συνεργατική εργασία εκπαιδευτικών με άλλους εκπαιδευτικούς και ερευνητές, ενώ ως επί το πλείστον μελετάται ως στοιχείο γνωστοποίησης της διδασκαλίας ή σχετικά με τις γνώσεις των εκπαιδευτικών στα μαθηματικά.

Υιοθετώντας την θεωρητική άποψη του Engeström (2001) και χρησιμοποιώντας τις τέσσερις διαστάσεις λήψης αποφάσεων που προσδιορίζει: κοινωνική-χωρική, προγνωστική-χρονική, ηθική-ιδεολογική και συστημική-αναπτυξιακή, περιέγραψαν τη φύση και τους λόγους των αποφάσεων που λαμβάνουν οι εκπαιδευτικοί. Συγκεκριμένα, ο Engeström (2001) αναφέρει ότι:

«Οι αποφάσεις δεν λαμβάνονται μόνες τους, επηρεάζονται έμμεσα ή άμεσα από άλλους συμμετέχοντες στη δραστηριότητα. Οι αποφάσεις είναι συνήθως βήματα σε μια χρονικά κατανομημένη αλυσίδα διασυνδεδεμένων γεγονότων. Οι αποφάσεις δεν είναι καθαρά τεχνικές, έχουν ηθικούς και ιδεολογικούς λόγους ως προς την ευθύνη και την εξουσία. Και το περιεχόμενο των αποφάσεων δεν περιορίζεται στο φαινομενικό πρόβλημα ή στην υπόθεση εργασία, διαμορφώνουν επίσης το μέλλον του ευρύτερου συστήματος δραστηριοτήτων εντός του οποίου κατασκευάζονται. (σελ. 281)»

Τα εμπειρικά αποτελέσματα των Potari & Stouraitis (2019) έδειξαν ότι λήφθηκαν διαφορετικές αποφάσεις από εκπαιδευτικούς σχετικά με μία κοινή αντίφαση, καθώς πιθανολογούν ότι αυτό έγκειται στο διαφορετικό ιστορικό πλαίσιο των καθηγητών. Μάλιστα, αυτό επιβεβαίωσε ότι διαφορετικοί εκπαιδευτικοί μπορούν να έχουν «διαφορετικές θέσεις και ιστορίες και έτσι διαφορετικές γωνίες ή προοπτικές για το κοινό τους αντικείμενο» (Engeström, 2001, σελ. 286). Επιπλέον, υποστηρίζουν η εμφάνιση μιας αντίφασης και η συνειδητοποίηση της, η προθυμία να αντιμετωπιστεί και μια μελλοντική προσανατολισμένη εικόνα για τα αποτελέσματα της αντίστοιχης δραστηριότητας είναι απαραίτητα στοιχεία αποφάσεων που επηρεάζουν τη δραστηριότητα των εκπαιδευτικών. Σύμφωνα με αυτό, τα ευρήματα τους, επίσης, συμφωνούν με τον δυναμικό χαρακτήρα της λήψης αποφάσεων των εκπαιδευτικών, αφού ανέδειξαν πτυχές της πορείας που οδηγεί από τις αντιφάσεις που αντιμετωπίζει

ένας καθηγητής και τη διαδικασία χειρισμού τους στον μετασχηματισμό της διδακτικής δραστηριότητας.

Επιπλέον, η ισχύς των αποφάσεων των εκπαιδευτικών αντανακλάται στη λήψη αποφάσεων σε σχέση με τις δράσεις διδασκαλίας, τους στόχους και τον τρόπο με τον οποίο σχετίζονται με τη δραστηριότητα της διδασκαλίας των μαθηματικών, η οποία διαμορφώνεται από τα εργαλεία και τους πόρους που διαθέτει ένας καθηγητής και από τους κανόνες των κοινοτήτων στις οποίες συμμετέχει. Τέλος, υπογραμμίζουν ότι η παροχή ευκαιριών για προβληματισμό σχετικά με τις αποφάσεις των εκπαιδευτικών στην επαγγελματική ανάπτυξη και στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών είναι σημαντική για την ανάπτυξη της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών.

Στην βιβλιογραφία υπάρχουν παρόμοιες έρευνες που μελετούν τους παράγοντες της λήψης αποφάσεων των εκπαιδευτικών. Ο Watson (2019) ισχυρίζεται ότι η λήψη αποφάσεων για τον εκπαιδευτικό πρέπει να εξεταστεί μέσω μιας διεπιστημονικής προσέγγισης που λαμβάνει υπόψη τις πολιτισμικά ενσωματωμένες ρουτίνες και τις συναισθηματικές πτυχές βάσει των οποίων ο δάσκαλος λαμβάνει αποφάσεις. Επιπλέον, η Brown (2009) αναφέρεται σε ορισμένους τρόπους αλληλεπίδρασης των εκπαιδευτικών με αντικείμενα του προγράμματος σπουδών, καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι η αντίληψη του εκπαιδευτικού για τις προσδοκίες των μαθητών και η δική του δυσφορία που σχετίζεται με τη χρήση του νέου προγράμματος σπουδών ήταν βασικοί παράγοντες στις αποφάσεις του. Ένα ακόμα παράδειγμα μελέτης σχετικά με τις αποφάσεις των εκπαιδευτικών δείχνει ότι η αντιστοίχιση των πεποιθήσεων και των στόχων των εκπαιδευτικών με αυτά των σχολικών βιβλίων, οι απόψεις τους για το εγχειρίδιο, η ερμηνεία του προγράμματος σπουδών και οι οδηγίες αξιολόγησης και ο προσανατολισμός τους προς τη σκέψη των μαθητών είναι σημαντικοί παράγοντες που πλαισιώνουν τις αποφάσεις τους εκπαιδευτικών (Son and Kim, 2015).

Παρόλα αυτά, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι κατά την συνεργασία στην ανάπτυξη ενός προγράμματος σπουδών για την υποχρεωτική εκπαίδευση από εκπαιδευτικούς, ακαδημαϊκούς ερευνητές και υπεύθυνους πολιτικής δημιουργούνται διάφορες αντιφάσεις σύμφωνα με τους Potari, Psycharis, Sakonidis & Zachariades (2019). Παραδείγματα τέτοιων αντιφάσεων είναι η σύγκρουση της διδακτικής πραγματικότητας με την επιδιωκόμενη εκπαιδευτική καινοτομία, αντινομίες σχετικά με θεωρητικές ή πρακτικές ιδέες και αντιφάσεις αναφορικά με τις πηγές διδασκαλίας με γνώμονα την έρευνα ή των παραδοσιακών πόρων διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα της μελέτης τους, όμως, έδειξαν ότι παρά τις αντιφάσεις ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν σημαντικός, αφού το σύστημα διδακτικής δραστηριότητας εφαρμόστηκε σε όλες τις αναδυόμενες αντιφάσεις, δηλαδή το πώς να μεταδώσουν το αποτέλεσμα σαφώς στους εκπαιδευτικούς και τη χρήση του προτεινόμενου περιεχομένου και των πόρων στην καθημερινή διδασκαλία.

Επίσης, καθοριστικό για την διέλευση των ορίων και την επίλυση των αντιφάσεων ήταν το γεγονός ότι κατά το σχεδιασμό οι συμμετέχοντες δεν υποστήριζαν ένα συγκεκριμένο ρόλο στην όλη διαδικασία. Οι σύμβουλοι πολιτικής και οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί ήταν και οι ίδιοι ακαδημαϊκοί ερευνητές, ενώ ο συντονιστής, που λειτούργησε και ως μεσίτης, ήταν σχολικός σύμβουλος και

ερευνητής. Παρατηρείται, δηλαδή, ότι αυτή ποικιλομορφία των ρόλων και ιδιοτήτων, οδήγησε στην αλληλεπίδραση των τριών συστημάτων δραστηριότητας, πλαισιώνοντας τις ενέργειες των σχεδιαστών ενός ΠΣ και εν τέλει μοιράζοντας ένα κοινό όραμα, αντιμετωπίστηκαν οι αντιφάσεις που υπήρξαν.

3. Μεθοδολογία της έρευνας

3.1 Ερευνητικό πρόβλημα και Ερευνητικά ερωτήματα

Στην προηγούμενη ενότητα αναλύθηκαν ζητήματα σχετικά με τις αρχές σχεδιασμού ενός εκπαιδευτικού υλικού, καθώς και η διδασκαλία μαθηματικών σε πολυπολιτισμικές τάξεις. Επιπλέον, αναδείχθηκε η σύνδεση των παραπάνω, καθώς και η σημασία της γλώσσας στη διδασκαλία των μαθηματικών. Τέλος, η λήψη αποφάσεων αποκτά ιδιαίτερη αξία κατά τον σχεδιασμό ενός εκπαιδευτικού υλικού.

Με βασικό άξονα τα παραπάνω, ερευνητικό πρόβλημα είναι η σκιαγράφηση ενός εκπαιδευτικού υλικού που απευθύνεται σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες, σύμφωνα με τις αποφάσεις που έλαβε η ομάδα σχεδίασης. Επιπλέον, ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον αποκτά η μελέτη του πλαισίου που πάρθηκαν αυτές οι αποφάσεις κατά την σχεδίαση του εκπαιδευτικού υλικού. Αυτό το γεγονός οδήγησε στην διαμόρφωση των εξής ερευνητικών ερωτημάτων για τη συγκεκριμένη έρευνα:

1. Ποιες αποφάσεις λήφθηκαν κατά τον σχεδιασμό ενός εκπαιδευτικού υλικού για τα μαθηματικά για μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες;
2. Ποιοι παράγοντες επηρέασαν τους σχεδιαστές στην λήψη αποφάσεων κατά τον σχεδιασμό ενός εκπαιδευτικού υλικού για τα μαθηματικά για μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες;

3.2 Το πρόγραμμα και το εκπαιδευτικό υλικό

Το πρόγραμμα έχει σαν κύριο στόχο να υποστηρίξει και να βοηθήσει παιδιά προσφύγων και μεταναστών. Συγκεκριμένα, αφορά πληθυσμό που θα παρακολουθεί προγράμματα τμημάτων υποδοχής είτε σε δομές είτε σε σχολικές μονάδες, που βοηθούν να μάθουν την ελληνική γλώσσα, αλλά παράλληλα υποστηρίζουν τους μαθητές να μην δημιουργούνται γνωστικά κενά σε άλλα μαθήματα. Με βάση αυτό, σχεδιάστηκαν διδακτικά υλικά για μαθητές στην σχολική βαθμίδα του Γυμνασίου, αρχικά για το μάθημα της Νεοελληνικής Γλώσσας και μεταγενέστερα για τα μαθήματα των Μαθηματικών, της Ιστορίας, της Φυσικής, της Χημείας, της Βιολογίας και του ΚΠΑ².

Όσον αφορά το μάθημα των μαθηματικών, το πρόγραμμα συνεργάστηκε με τον ακαδημαϊκό τομέα, με απώτερο σκοπό την δημιουργία ενός υλικού, το οποίο στηρίζεται στην έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών. Το υλικό που σχεδιάστηκε είναι ταχύρρυθμης εκπαίδευσης, ενώ αφορά την ύλη των μαθηματικών από την Ε΄ Δημοτικού έως και την Γ΄ Γυμνασίου. Επιπλέον, αποσκοπεί σε μαθητές που θα παρακολουθήσουν το μάθημα των μαθηματικών και σε 1,5 χρόνο θα έχουν λάβει τις απαραίτητες γνώσεις της βαθμίδας του Γυμνασίου, ώστε να είναι ικανοί να ενταχθούν σε κάποιο επαγγελματικό ή τεχνικό Λύκειο. Τέλος, είναι το σχολικό εγχειρίδιο που σχεδιάστηκε και θα μεταφραστεί σε παραπάνω γλώσσες (δεν είναι γνωστές ακόμα ποιες), αν και δεν είναι γνωστό ακόμα τι χρήση θα έχουν αυτές οι μεταφράσεις. Είναι

² Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή

πιθανόν είτε να δοθούν στους μαθητές για προσωπική χρήση, είτε να χρησιμοποιείται παράλληλα με την ελληνική έκδοση κατά την ώρα της διδασκαλίας.

Το εκπαιδευτικό υλικό εμπεριέχει:

- το κύριο μέρος τους, το οποίο είναι το βασικό βιβλίο που θα δοθεί στους μαθητές,
- το επιπλέον υλικό (β' μέρος), το οποίο λαμβάνει συμπληρωματικό και υποστηρικτικό ρόλο για τον εκπαιδευτικό,
- το γλωσσάρι, που συλλέγει τις μαθηματικές έννοιες κάθε κεφαλαίου,
- κάποια φύλλα αξιολόγησης, που προτείνουν ενδεικτικά οι σχεδιαστές σε κάθε κεφάλαιο,
- έναν οδηγό εκπαιδευτικού.

3.3 Ερευνητικό πλαίσιο

Η ομάδα σχεδίασης του προγράμματος σπουδών των μαθηματικών στο πλαίσιο του προγράμματος της Unicef απαρτίζεται από 5 άτομα, τον συντονιστή και 4 σχεδιαστές. Στην παρούσα εργασία μελετάται και αναλύεται το εκπαιδευτικό υλικό, ενώ έγιναν συνεντεύξεις με 4 από τα 5 μέλη σχεδίασης, τον συντονιστή (Παύλο) και 3 σχεδιαστές (Δώρα, Χαλίλ, Ταμάρ).

- Συγκεκριμένα, ο Παύλος ήταν ο συντονιστής του παρόντος προγράμματος, ενώ δεν σχεδίασε κάποιο κεφάλαιο στο εκπαιδευτικό υλικό που μελετάται. Είναι ερευνητής της διδακτικής των μαθηματικών στο Δημοτικό και εκπαιδευτής εκπαιδευτικών. Έχει λάβει και παλαιότερα το ρόλο του σχεδιαστή σε άλλα προγράμματα, όπου ένα από τα οποία αποσκοπούσε σε σχεδιασμό υλικού για συγκεκριμένες μειονότητες μαθητών με διαφορετική καταγωγή.
- Η Δώρα, μία από τις σχεδιάστριες, είναι εκπαιδευτικός Λυκείου με περίπου 20 χρόνια διδακτικής εμπειρίας γενικά στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Εκτός αυτού, διανύει την περίοδο που κάνει την διατριβή της στην διδακτική της Γεωμετρίας, ενώ δεν έχει ξανασυμμετάσχει σε αντίστοιχο πρόγραμμα σχεδίασης υλικού.
- Ο Χαλίλ είναι επίσης μέλος της ομάδας σχεδίασης. Είναι εκπαιδευτικός σε Γυμνάσιο με μία μακροσκελή διδακτική εμπειρία σχεδόν 26 χρόνια σε όλες τις τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Επιπλέον, έχει ερευνητική εμπειρία, καθώς βρίσκεται στη συγγραφή της διπλωματικής του εργασίας στο μεταπτυχιακό του, ενώ ακόμα έχει έρθει αντιμέτωπος ξανά στο παρελθόν με προκλήσεις σχεδίασης υλικού, χωρίς όμως κάποια να στόχευε σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες.
- Τέλος, η Ταμάρ είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι δεν έχει ελληνική καταγωγή. Έχει διδακτική εμπειρία σε ξένες χώρες όχι μόνο σε επίπεδο δευτεροβάθμιας, αλλά και σε τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Ασχολείται, δηλαδή, με την έρευνα

στην διδακτική των μαθηματικών και ιδιαίτερα για πολυπολιτισμικές τάξεις. Βέβαια, η εμπειρία σχεδίασης ενός υλικού είναι πρωτόγνωρη για αυτήν, αφού δεν της είχε δοθεί παλαιότερα αντίστοιχη ευκαιρία.

Για τις ανάγκες της έρευνας έγιναν 3 συνεντεύξεις με τον συντονιστή και τους 3 σχεδιαστές. Από εδώ και στο εξής για λόγους συντομίας ως «σχεδιαστές» θα αναφέρονται όλα τα μέλη της ομάδας σχεδίασης και όχι μόνο αυτοί που σχεδίασαν κάποιο κεφάλαιο. Σε περίπτωση που χρειαστεί να επισημανθεί ο ρόλος του καθενός θα αναφέρεται ο ρόλος του συντονιστή.

Η κάθε συνέντευξη είχε διάρκεια κατά μέσο όρο μισής ώρας η κάθε μία. Οι συνεντεύξεις ήταν ημιδομημένες, με ένα συγκεκριμένο σύνολο ερωτήσεων και ζητημάτων, αλλά με την ελευθερία προσαρμογής σύμφωνα με τις απαντήσεις που δόθηκαν. Στόχος ήταν να συγκεντρωθούν στοιχεία αναφορικά με:

- Την σκιαγράφιση των μελών της ομάδας σχεδίασης
- Την προσωπική άποψη τους σχετικά με την έννοια τους πολιτισμού του ατόμου
- Τους στόχους και την φιλοσοφία του υλικού που σχεδίασαν
- Τις τεχνικές και μεθόδους που χρησιμοποίησαν για την υποστήριξη του στόχων τους, καθώς και τους λόγους χρήσης αυτών (π.χ. χρήση ομαδοποίησης, τεχνολογίας, αναπαραστάσεων κλπ.)
- Την αξία της γλώσσας στο υλικό και την προσωπική άποψη για το ζήτημα αυτό

3.4 Διαδικασία ανάπτυξης του εκπαιδευτικού υλικού

Αρχικά, οι σχεδιαστές εργάστηκαν ομαδικά σχετικά με τις τροχιές μάθησης που θα συμπεριλάβουν στο υλικό και την κατανομή τους. Μετέπειτα, διαμοιράζοντας τα κεφάλαια μεταξύ τους, ο κάθε σχεδιαστής εργάστηκε ατομικά για τον σχεδιασμό όσων του είχε ανατεθεί. Παρόλα αυτά, η ομαδική εργασία δεν ήταν απύσχα, καθώς η ομάδα συζητούσε συνεχώς για κάθε κεφάλαιο δίνοντας σχόλια και προτάσεις στον αντίστοιχο υπεύθυνο. Συνεπώς, η τελική μορφή των κεφαλαίων είναι συνδυασμός ατομικής και ομαδικής εργασίας.

Περίπου τέσσερις μήνες μετά την ανάθεση της εργασίας του σχεδιασμού του εκπαιδευτικού υλικού, έγινε η πρώτη παράδοση με τα κεφάλαια Ακέραιοι, Εξίσωση, Ανίσωση και Γεωμετρικές έννοιες. Η δεύτερη παράδοση που ακολούθησε ένα μήνα μετά, περιλάμβανε τα κεφάλαια της Στατιστικής και των Συναρτήσεων. Εν συνεχεία, οι Αναλογίες-Ομοιότητα, Εμβαδά, Άρρητοι και Κλάσματα παραδόθηκαν τον επόμενο μήνα. Τέλος, σχεδόν ένα χρόνο μετά την έναρξη της διαδικασίας, παραδόθηκαν τα τελικά κεφάλαια των Φυσικών αριθμών και των Αλγεβρικών παραστάσεων.

3.5 Ανάλυση δεδομένων

Στην παρούσα εργασία έγινε ανάλυση περιεχομένου (content analysis) των δεδομένων. Όπως ερμηνεύουν οι Hsieh & Shannon (2005), η ποιοτική ανάλυση περιεχομένου ορίζεται ως μια ερευνητική μέθοδος για την υποκειμενική ερμηνεία του περιεχομένου των δεδομένων κειμένου μέσω της συστηματικής διαδικασίας ταξινόμησης κωδικοποίησης και προσδιορισμού θεμάτων ή προτύπων. Οι κατηγορίες των μοτίβων ή θεμάτων που παρατηρούνται, εκφράζονται άμεσα στο κείμενο ή προέρχονται από αυτά μέσω ανάλυσης. Συγκεκριμένα, κατά την συμβατική ανάλυση περιεχομένου που ακολουθείται εδώ, οι κατηγορίες προέρχονται από δεδομένα κατά την ανάλυση δεδομένων (Πίνακας 5).

<i>Τύπος Ανάλυσης Περιεχομένου</i>	<i>Η έρευνα αρχίζει με</i>	<i>Χρόνος καθορισμού πηγής κωδικών ή λέξεων-κλειδιών</i>	<i>Πηγή των κωδικών και των λέξεων-κλειδιών</i>
Συμβατική ανάλυση περιεχομένου	Παρατήρηση	Οι κωδικοί ορίζονται κατά την ανάλυση των δεδομένων	Οι κωδικοί προέρχονται από τα δεδομένα

Πίνακας 5: Κωδικοποίηση κατά την συμβατική ανάλυση περιεχομένου (Hsieh & Shannon, 2005, σελ.10)

3.5.1 Ανάλυση εκπαιδευτικού υλικού

Για την ανάλυση του εκπαιδευτικού υλικού, αρχικά έκανα μία επιφανειακή ανάγνωση του υλικού για να συλλάβω τον χαρακτήρα και το ύφος του. Παράλληλα έκανα μία καταγραφή των κεφαλαίων και των παραγράφων, ώστε να συλλέξω τις μαθηματικές έννοιες που διδάσκονται στο υλικό. Στη συνέχεια, άρχισα να μελετώ αναλυτικότερα και μεμονωμένα το κάθε κεφάλαιο κρατώντας σημειώσεις, με απώτερο σκοπό την κατανόηση της φιλοσοφίας του υλικού και την αναγνώριση τυχόν μοτίβων στον σχεδιασμό του. Η ανάγνωση των κεφαλαίων δεν έγινε με τυχαία σειρά, αλλά με την σειρά που προτείνουν οι σχεδιαστές για τη διδασκαλία των μαθησιακών τροχιών (Πίνακας 6). Έτσι, κάνοντας ανάγνωση λέξη προς λέξη το κάθε κεφάλαιο και συλλέγοντας αποσπάσματα στο κείμενο που αποτυπώνουν βασικές σκέψεις των σχεδιαστών, δημιούργησα τους πρώτους κωδικούς. Μετέπειτα, με χρήση των δομικών συστατικών ενός προγράμματος σπουδών που αναδεικνύονται στον

Πίνακας 6: Μαθησιακές τροχιές

1.	Φυσικοί Αριθμοί
2.	Κλασματικοί Αριθμοί
3.	Δεκαδικοί Αριθμοί
4.	Ακέραιοι Αριθμοί
5.	Ρητοί Αριθμοί
6.	Άρρητοι Αριθμοί
7.	Συναρτήσεις
8.	Αλγεβρικές παραστάσεις
9.	Ισότητες – Ανισότητες
10.	Γεωμετρικά Σχήματα & τρίγωνα & άθροισμα γωνιών τριγώνου
11.	Συμμετρία & Μεσοκάθετος & Διχοτόμος γωνίας
12.	Αναλογίες - Ομοιότητα
13.	Μέτρηση μήκους & γωνίας
14.	Εμβαδά
15.	Στοχαστικά Μαθηματικά

ιστό της αράχνης, έγινε απόπειρα να συνδεθούν οι διαφορετικοί κωδικοί και να εμφανιστούν νέες κατηγορίες που οργανώνουν και ομαδοποιούν τους κώδικες.

3.5.2 Ανάλυση συνεντεύξεων των σχεδιαστών

Κατά την ανάλυση των συνεντεύξεων των σχεδιαστών, αρχικά, σύλλεξα τις συνεντεύξεις κάθε σχεδιαστή μεμονωμένα. Κατά την ανάγνωση τους, υπογράμμισα και σχολιάζα αποσπάσματα, τα οποία θεωρούσα ότι σκιαγραφούσαν το πλαίσιο σχεδίασης του κάθε σχεδιαστή. Μετά την ολοκλήρωση του σχολιασμού και των τεσσάρων μελών της ομάδας σχεδίασης, συνέκρινα και ομαδοποίησα τους κωδικούς που παρουσιάστηκαν.

4. Αποτελέσματα

4.1 Εκπαιδευτικό υλικό

4.1.1 Συστημικό δίκτυο εκπαιδευτικού υλικού

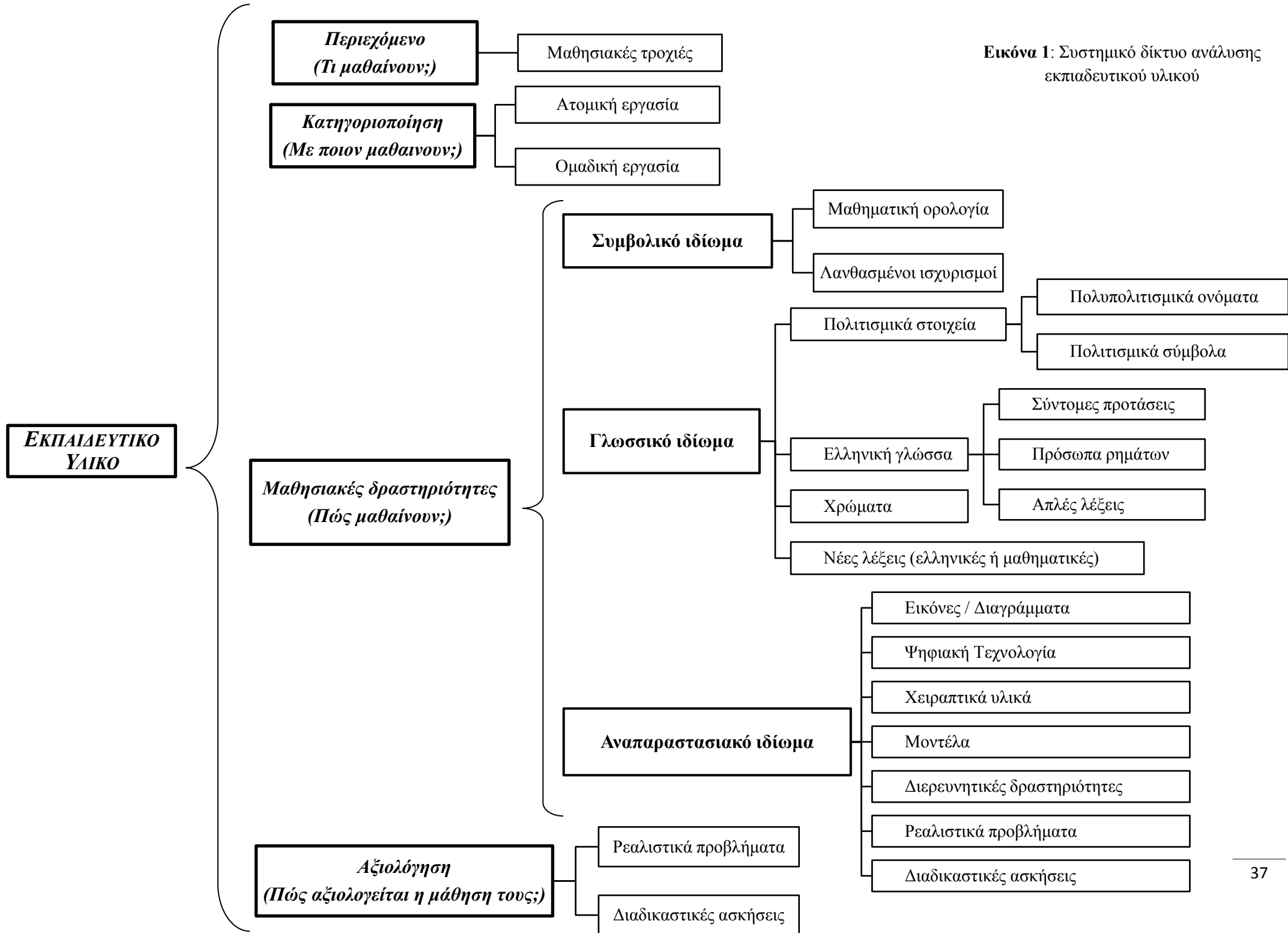
Τα αποτελέσματα κατά την ανάλυση του εκπαιδευτικού υλικού παρατίθενται και οπτικοποιούνται με τη μορφή ενός συστημικού δικτύου (Grize, Bliss & Obgorn, 1982) στην εικόνα 1. Συγκεκριμένα, παρατηρούνται οι ακόλουθες κατηγορίες:

- Στην κατηγορία «**Περιεχόμενο – Τι μαθαίνουν;**» εντάσσεται ο κωδικός «Τροχιές μάθησης».
 - *Τροχιές μάθησης:* Οι ενότητες και οι μαθηματικές έννοιες που διδάσκονται στο υλικό.
- Στην κατηγορία «**Κατηγοριοποίηση – Με ποιον μαθαίνουν;**», η οποία περιγράφει το τρόπο που οι μαθητές εργάζονται κατά την ενασχόληση τους με το υλικό, υπάρχουν οι κωδικοί «Ομαδική εργασία» και «Ατομική εργασία».
 - *Ομαδική εργασία:* Αποσπάσματα που επιζητούν την ομαδική εργασία των μαθητών
 - *Ατομική εργασία:* Δραστηριότητες με στόχο την ατομική εργασία του μαθητή
- Στην κατηγορία «**Μαθησιακές δραστηριότητες – Πώς μαθαίνουν;**», ενσωματώνονται οι κωδικοί που περιγράφουν την μορφολογία και τα χαρακτηριστικά που έχουν οι δραστηριότητες στο υλικό σύμφωνα με τη θεωρία περί Συσχετισμού διαφορετικών ιδιωμάτων και αναπαραστάσεων των Prediger & Wessel (2011). Πιο αναλυτικά:
 - Η κατηγορία «**Συμβολικό ιδίωμα**» ερμηνεύεται αναφορικά με τα τυπικά μαθηματικά και τα χαρακτηριστικά τους στο υλικό. Με βάση αυτό, παρατηρούνται οι κωδικοί «Μαθηματική ορολογία» και «Λανθασμένοι ισχυρισμοί»
 - *Μαθηματική ορολογία:* Απλοποίηση μαθηματικής ορολογίας λεκτικά σε σύγκριση με το ελληνικό βιβλίο
 - *Λανθασμένοι ισχυρισμοί:* Δραστηριότητες που πηγάζουν σε παρανοήσεις μαθητών και μέσω ενός λανθασμένου ισχυρισμού κατανοείται καλύτερα η μαθηματική έννοια
 - Η κατηγορία «**Γλωσσικό ιδίωμα**» ερμηνεύεται από τα γλωσσικά χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού υλικού και των δραστηριοτήτων του. Με βάση αυτό, σκεπτόμενοι ότι το Γλωσσικό ιδίωμα και ιδιαίτερα το καθημερινό Γλωσσικό ιδίωμα, όπως λέει η θεωρία, επηρεάζεται από τον πολιτισμό και την καθημερινότητα του ατόμου, εντάσσεται η υποκατηγορία «Πολιτισμικά στοιχεία», στην οποία υπάρχουν οι κωδικοί «Πολυπολιτισμικά ονόματα» και «Πολιτισμικά σύμβολα». Επιπλέον, εμπεριέχεται η υποκατηγορία «Ελληνική γλώσσα», η οποία ερμηνεύει τους κωδικούς «Σύντομες προτάσεις», «Πρόσωπα

ρημάτων» και «Απλές λέξεις». Τέλος, θεωρώντας ότι η χρήση χρωμάτων αποτελεί καθημερινή συνήθεια του ατόμου να τονίσει λέξεις και φράσεις στον λόγο του, ο κωδικός «Χρώματα» ενσωματώνεται στην κατηγορία «Γλωσσικό ιδίωμα», ομοίως και ο κωδικός «Νέες λέξεις (ελληνικές ή μαθηματικές)», που αποσκοπεί στη γλωσσική υποστήριξη του μαθητή.

- *Πολυπολιτισμικά ονόματα:* Ονόματα που συναντάμε σε διαφορετικούς πολιτισμούς από τον ελληνικό.
 - *Πολιτισμικά σύμβολα:* Εικόνες που αναδεικνύουν χαρακτηριστικά διαφόρων πολιτισμών.
 - *Σύντομες προτάσεις:* Προτάσεις και φράσεις που έχουν απλοποιηθεί συντακτικά και γραμματικά σύμφωνα με την ελληνική γλώσσα.
 - *Πρόσωπα ρημάτων:* Χρήση διαφορετικών προσώπων στα ρήματα π.χ. γ'ενικό/πληθυντικό – αυτός/αυτοί, α' πληθυντικό – εμείς, β' πληθυντικό – εσείς.
 - *Απλές λέξεις:* Απλοϊκές λέξεις (π.χ. ρήματα), που επαναλαμβάνονται χωρίς να χρησιμοποιούνται πιο σύνθετες συνώνυμες τους.
 - *Χρώματα:* Λέξεις, σύμβολα ή φράσεις που τονίζονται με κάποιο χρώμα.
 - *Νέες λέξεις (ελληνικές ή μαθηματικές):* Πλαίσια στο τέλος ενός κεφαλαίου ή μιας παραγράφου που ζητούνται οι νέες ελληνικές και οι νέες μαθηματικές λέξεις των μαθητών.
- ο Η κατηγορία «**Αναπαραστασιακό ιδίωμα**» ερμηνεύεται από το Εικονιστικό και Χειραπτικό Αναπαραστασιακό ιδίωμα σύμφωνα με τη θεωρία. Σύμφωνα με αυτή την οπτική, η κατηγορία αυτή εμπεριέχει τους κωδικούς «Εικόνες / Διαγράμματα», «Ψηφιακή Τεχνολογία», «Χειραπτικά υλικά», «Μοντέλα». Επιπλέον, εντάσσονται οι κωδικοί «Διερευνητικές δραστηριότητες» και «Ρεαλιστικά προβλήματα», καθώς αφορούν τη μορφολογία των δραστηριοτήτων, προσεγγίζονται ως αναπαραστάσεις που λαμβάνει μια μαθηματική έννοια στο πλαίσιο της δραστηριότητας. Τέλος, για την καλύτερη περιγραφή του υλικού εντάσσεται και ο κωδικός «Διαδικαστικές ασκήσεις».
- *Εικόνες / Διαγράμματα:* Εικόνες, πίνακες, σχήματα, σχεδιαγράμματα και γενικά οπτικοποιήσεις στην έκταση του υλικού.
 - *Ψηφιακή Τεχνολογία:* Σημεία του υλικού που προτείνουν την χρήση μικροπειραμάτων στο Φωτόδεντρο ή βιντεάκια στο Khan Academy.
 - *Χειραπτικά υλικά:* Δραστηριότητες που χρησιμοποιούν χειραπτικά υλικά.
 - *Μοντέλα:* Μαθηματικές έννοιες που διδάσκονται με τη χρήση μοντέλων (π.χ. μοντέλο ζυγαριάς).
 - *Διερευνητικές δραστηριότητες:* Δραστηριότητες που ο μαθητής καλείται να διερευνήσει μία μαθηματική έννοια είτε ατομικά είτε ομαδικά.

- *Ρεαλιστικά προβλήματα:* Δραστηριότητες που πηγάζουν σε πραγματικές καταστάσεις.
- *Διαδικαστικές ασκήσεις:* Ασκήσεις, οι οποίες αποζητούν την εξάσκηση των μαθητών σε μαθηματικές έννοιες, διαδικασίες και μεθοδολογίες.
- Στην κατηγορία «*Αξιολόγηση – Πώς αξιολογείται η μάθηση τους;*», που αφορά τα προτεινόμενα φύλλα αξιολόγησης, εντάσσονται οι κωδικοί «Ρεαλιστικά προβλήματα» και «Διαδικαστικές ασκήσεις», όπως ορίστηκαν προηγουμένως.
 - *Διαδικαστικές ασκήσεις:* Ασκήσεις, οι οποίες αποζητούν την εξάσκηση των μαθητών σε μαθηματικές έννοιες, διαδικασίες και μεθοδολογίες.
 - *Ρεαλιστικά προβλήματα:* Δραστηριότητες που πηγάζουν σε πραγματικές καταστάσεις



Εικόνα 1: Συστημικό δίκτυο ανάλυσης εκπαιδευτικού υλικού

4.1.2 Περιεχόμενο – Τι μαθαίνουν;

4.1.2.1 Μαθησιακές τροχιές

Το εκπαιδευτικό υλικό αποσκοπεί στην ένταξη των μεταναστών και προσφύγων μαθητών στο ελληνικό σχολείο, συνεπώς λαμβάνεται ως γραμμής έναρξης το ελληνικό αναλυτικό πρόγραμμα και συγκεκριμένα των τάξεων Ε' Δημοτικού έως Γ' Γυμνασίου. Παρατηρώντας το σχεδιάγραμμα της ύλης που ασχολείται το υλικό στον πίνακα 7, γίνονται εμφανείς κάποιες μεταποιήσεις ως προς το μαθηματικό περιεχόμενο συγκριτικά με το ελληνικό αναλυτικό πρόγραμμα.

Αριθμοί	Άλγεβρα	Στοχαστικά Μαθηματικά	Μέτρηση	Γεωμετρία
<ul style="list-style-type: none">• Φυσικοί• Ακέραιοι• Δεκαδικοί• Κλασματικοί• Ρητοί• Άρρητοι	<ul style="list-style-type: none">• Άλγεβρικές παραστάσεις• Ισότητες - Ανισότητες• Κανονικότητες - Συναρτήσεις	<ul style="list-style-type: none">• Δεδομένα• Πείραμα τύχης• Πιθανότητα ενδεχομένου• Μέτρα θέσης	<ul style="list-style-type: none">• Γωνίας• Μήκους• Επιφάνειας	<ul style="list-style-type: none">• Γεωμετρικά σχήματα• Πυθαγόρειο Θεώρημα• Συμμετρία• Ομοιότητα

Πίνακα 7: Περιεχόμενου του εκπαιδευτικού υλικού

Συγκεκριμένα, οι εκπαιδευόμενοι που θα παρακολουθήσουν το παρόν εκπαιδευτικό υλικό, στην μαθησιακή τροχιά των Αριθμών ασχολούνται με τους φυσικούς, τους ακέραιους, τους δεκαδικούς, τους κλασματικούς, τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς. Η τροχιά αυτή δεν αλλοιώθηκε και παραμένει ίδια και στα δύο προγράμματα σπουδών. Όσον αφορά την μαθησιακή τροχιά της Άλγεβρας, το υλικό αναπτύσσεται γύρω από τις αλγεβρικές παραστάσεις, τις ισότητες και ανισότητες, καθώς και με τις συναρτήσεις. Παρατηρείται ότι δεν γίνεται αναφορά στις δευτεροβάθμιες εξισώσεις, στην επίλυση γραμμικού συστήματος και στην πολυωνυμική συνάρτηση δευτέρου βαθμού, οι οποίες είναι μαθηματικές έννοιες που ασχολείται η Γ' Γυμνασίου. Στα Στοχαστικά μαθηματικά, οι πρόσφυγες και μετανάστες μαθητές αναμένεται να ασχοληθούν με δεδομένα, πειράματα τύχης, την έννοια της πιθανότητας ενδεχομένου και με μέτρα θέσης (μέση τιμή και εύρος). Η διάμεσος δεν διδάσκεται, παρόλο που στο επιπλέον υλικό προτείνεται και υπάρχουν σύνδεσμοι στο ψηφιακό υλικό για αυτή την μαθηματική έννοια. Όσον αφορά την μαθησιακή τροχιά της Μέτρησης, οι εκπαιδευόμενοι ασχολούνται με την μέτρηση της γωνίας, του μήκους και της επιφάνειας. Υπάρχουν αλλαγές με το πρόγραμμα σπουδών του τυπικού σχολείου, καθώς δεν εμφανίζεται η μέτρηση του όγκου. Μάλιστα το υλικό που μελετάται στην παρούσα εργασία, δεν ασχολείται ούτε με την Στερεομετρία γενικότερα ούτε με την Τριγωνομετρία. Τέλος, αναφορικά με την Γεωμετρία, διδάσκονται τα βασικά γεωμετρικά σχήματα, το πυθαγόρειο θεώρημα (στο κεφάλαιο του εμβαδού) και τους μετασχηματισμούς της συμμετρίας και της

ομοιότητας. Παρατηρείται, λοιπόν, η επιλογή των σχεδιαστών να αφαιρέσουν τον μετασχηματισμό της Ισότητας από την τυπική ύλη.

4.1.3 Κατηγοριοποίηση – Με ποιον μαθαίνουν;

Σε όλη την έκταση του υλικού παρατηρείται η προσπάθεια των σχεδιαστών να θέσουν τον μαθητή να εργαστεί σε διάφορα πλαίσια, καλώντας τον είτε να αλληλοεπιδράσει στο πλαίσιο της ομάδας και στον πλαίσιο της τάξης, είτε να δράσει σε ατομικό επίπεδο.

4.1.3.1 Ομαδική εργασία

Από την συχνότητα της φράσης «συζητήστε το με την ομάδα σας» ή «συζητήστε το με την ομάδα σας και πείτε την γνώμη σας στην υπόλοιπη τάξη» φαίνεται η ανάγκη και ώθηση από τους σχεδιαστές για ομαδοσυνεργασία των μαθητών. Παράλληλα η τοποθέτηση του μαθητή να περιγράψει την απάντηση στην τάξη αναδεικνύει την αξία για κοινωνική αλληλεπίδραση που δίνουν οι σχεδιαστές.

Η χρήση ομάδων, βέβαια, παρατηρείται σε πολλές και ποικίλες περιπτώσεις. Ορισμένες φορές ζητείται από τον μαθητή να συζητήσει με τους συμμαθητές του κατά την επίλυση δραστηριοτήτων εφαρμογής μιας έννοιας με απώτερο σκοπό την πληρέστερη κατανόηση της. Ενδεικτική περίπτωση είναι στο κεφάλαιο «Αναλογίες – Ομοιότητα» (εικόνα 2α), όπου οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να συνεργαστούν με την ομάδα τους, λαμβάνοντας διαφορετικό ρόλο ο καθένας με κοινό στόχο την εύρεση

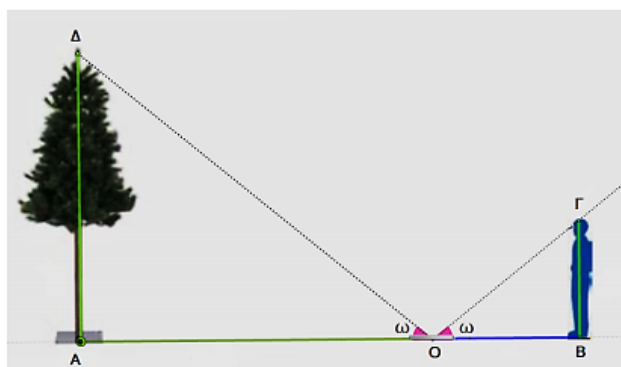
Ομαδική Δραστηριότητα Γ5.2: Εφαρμογή της ομοιότητας σε ένα πραγματικό πρόβλημα

Ας δούμε πώς μπορούμε να μετρήσετε με την ομάδα σας, το ύψος από το σχολείο σας ή από κάποιο άλλο ψηλό αντικείμενο, δέντρο κ.λπ. στην αυλή σας.

Τοποθετήστε το καθρεφτάκι στο έδαφος. Ένας από εσάς θα σταθεί όρθιος και θα απομακρυνθεί από τον καθρέπτη τόσο, ώστε να μπορεί να δει μέσα από αυτό την κορυφή από το αντικείμενο. Τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας θα πρέπει να μετρήσουν:

- α) την απόσταση του αντικειμένου από τον καθρέπτη (d_1)
- β) την απόσταση του μέλους που στέκεται από τον καθρέπτη και
- γ) το ύψος του παιδιού που στέκεται.

Τότε: $\frac{OA}{OB} = \frac{OA}{OB}$



Παραδείγματα:

- β)
- Οι εξισώσεις $2x = 10$ και $-2x = -10$ έχουν την ίδια λύση.
 - Οι εξισώσεις $30x = 10x + 20$ και $3x = x + 2$ έχουν την ίδια λύση.
- Συνεργαστείτε σε ομάδες και εξηγήστε γιατί.

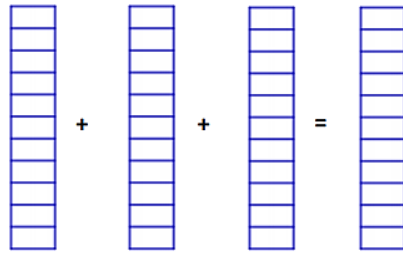
Εικόνα 2: Εργασία μαθητών σε ομάδες

ενός λόγου ομοιότητας και εν τέλει την εννοιολογική κατανόηση της ομοιότητας μέσα από ένα ρεαλιστικό πρόβλημα. Ένα ακόμα παράδειγμα είναι στο κεφάλαιο των «Εξισώσεων (εικόνα 2β), όταν μετά την μελέτη των ιδιοτήτων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης κατά την επίλυση πρωτοβάθμιων εξισώσεων, καλούνται να εφαρμόσουν και να ελέγξουν την γνώση τους με την ομάδα τους.

β) Πόσο κάνει $3 \cdot \frac{2}{11}$; Συμπληρώστε τα κενά και σχεδιάστε από κάτω τα αντίστοιχα κλάσματα

$$3 \cdot \frac{2}{11} = \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad = \quad -$$

α)



Πως πολλαπλασιάζουμε έναν φυσικό αριθμό με έναν κλάσμα; Συζητήστε με την ομάδα σας και πείτε τη γνώμη σας σε όλη την τάξη.

β)

Μπορείτε να βρείτε έναν κανόνα για την πρόσθεση ομόσημων αριθμών; Συζητήστε με την ομάδα σας και πείτε τη γνώμη σας σε όλη την τάξη.

Εικόνα 3: Εργασία μαθητών σε ομάδες και έπειτα με όλη την τάξη

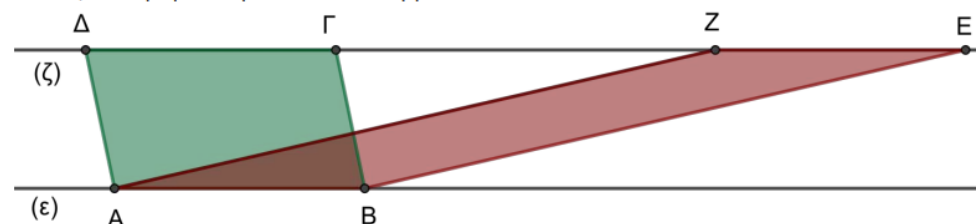
Μία άλλη περίπτωση, η οποία είναι η πιο συνηθισμένη και επιζητείται η συνεργασία των εκπαιδευόμενων είναι σε διερευνητικές δραστηριότητες. Για παράδειγμα, στο κεφάλαιο των «Κλασμάτων» (εικόνα 3α) ή στο κεφάλαιο των «Ακεραίων Αριθμών» (εικόνα 3β) ζητείται από τους μαθητές να αναγνωρίσουν, να γενικεύσουν, να διατυπώσουν και να αιτιολογήσουν μία μαθηματική διαδικασία, όπως αυτής του πολλαπλασιασμού ενός φυσικού αριθμού με κλάσμα ή της πρόσθεσης ομόσημων αριθμών αντίστοιχα.

α)

ε) Ο καθηγητής ζήτησε από τους μαθητές να φτιάξουν ισοδύναμα κλάσματα με το $\frac{2}{3}$. Ο Φαρούκ σκέφτηκε να προσθέσει τον ίδιο αριθμό σε αριθμητή και παρονομαστή. Για παράδειγμα: $\frac{2}{3} = \frac{2+4}{3+4} = \frac{6}{7}$. Έχει δίκιο ο Φαρούκ; Συζητήστε με την ομάδα σας και πείτε τη γνώμη σας σε όλη την τάξη.

β)

Ο παππούς του Θανάση που είναι μαθηματικός, είτε στους φίλους του Θανάση, ένα πρόβλημα: «σας δίνω δύο παραλληλόγραμμα. Ποιο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;». Ο Θανάσης είπε το ΑΒΓΔ και η Ντελαμάρ το ΑΒΕΖ. Η Ντελαμάρ είπε: «όσο πιο μακριά είναι τα Ε και Ζ, τόσο μεγαλύτερο θα είναι το εμβαδόν».



Εσείς τι λέτε; Ποιο από το δύο παραλληλόγραμμα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν; Συζητήστε με την ομάδα σας και πείτε την γνώμη σας σε όλη την τάξη.

Εικόνα 4: Εργασία μαθητών σε ομάδες για την εννοιολογική κατανόηση της έννοιας α) του κλάσματος β) του εμβαδού

Η ομαδοσυνεργασία παρατηρείται, επίσης σε ερωτήματα που εστιάζουν σε συνηθισμένες παρανοήσεις των μαθητών και στοχεύουν στην εννοιολογική κατανόηση μίας μαθηματικής έννοιας. Ένα τέτοιο παράδειγμα βλέπουμε στην εικόνα 4α, όπου στο κεφάλαιο «Η έννοια του κλάσματος – Ισοδύναμα κλάσματα», οι μαθητές συχνά προσθέτουν/αφαιρούν αντί για να πολλαπλασιάζουν/διαιρούν στον αριθμητή και παρονομαστή τον ίδιο αριθμό ώστε να βρουν ισοδύναμα κλάσματα. Αντίστοιχη περίπτωση συμβαίνει κατά τη μελέτη του εμβαδού των παραλληλογράμμων (εικόνα 4β) στο κεφάλαιο του Εμβαδού, όπου πολλές φορές η μορφή του σχήματος ενός παραλληλογράμμου οδηγεί τους μαθητές σε λανθασμένους ισχυρισμούς σχετικά με το εμβαδόν του.

Τέλος, η ικανότητα αιτιολόγησης της σκέψης και η ανάπτυξη της επιχειρηματολογίας έχουν κεντρικό ρόλο στην εκμάθηση των μαθηματικών. Για αυτό το λόγο, βλέπουμε συνθήκες ομαδοσυνεργασίας που αποζητούν την απάντηση στο «γιατί», όπως παραδείγματος χάριν στο κεφάλαιο «Στατιστική» (εικόνα 5), όπου οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν διάφορα ερωτήματα και να αιτιολογήσουν τις ιδέες τους σχετικά με την σχετική συχνότητα.

Συζητήσε με την ομάδα σου:

- Γιατί είναι χρήσιμο να χρησιμοποιούμε κάποιες φορές τη σχετική συχνότητα αντί για τη συχνότητα;
- Γιατί είναι χρήσιμο κάποιες φορές να γράφουμε τη σχετική συχνότητα ως ποσοστό;
- Ο Χαλίλ σκέφτεται ότι η σχετική συχνότητα είναι ένας αριθμός πάντα μικρότερος από το 1. Έχει δίκιο; Γιατί;

Εικόνα 5: Εργασία μαθητών σε ομάδες για ανάπτυξη της επιχειρηματολογίας

4.1.3.2 Ατομική εργασία

Παρόλα αυτά, το υλικό δεν είναι ελλιπές όσον αφορά την εργασία σε ατομικό επίπεδο και τις αντίστοιχες προκλήσεις που αντιμετωπίζει ένας μαθητής σε τέτοιες περιπτώσεις. Μάλιστα, τις περισσότερες φορές πρώτα καλείται ο μαθητής να εργαστεί ατομικά και έπειτα σε ομαδικό επίπεδο. Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στην εικόνα 6. Στο κεφάλαιο των «Συναρτήσεων», παρατηρούμε ότι ο εκπαιδευόμενος πρώτα εμπλέκεται με την μαθηματική δραστηριότητα ατομικά και έπειτα ομαδικά.

4.4 – Διερεύνηση (από τη γραφική παράσταση στον τύπο)

α) Ο καθηγητής σχεδίασε τη διπλανή γραφική παράσταση μιας συνάρτησης και ζήτησε από τους μαθητές να βρουν τον τύπο της.

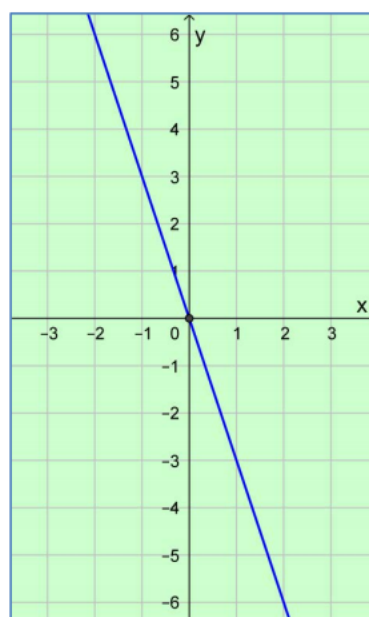
Ο Αφράν είπε ότι αφού είναι μια ευθεία που περνά από το (0,0) θα έχει τη μορφή $y=ax$. Έχει δίκιο ο Αφράν; Γιατί ναι ή γιατί όχι;

β) Συμπληρώστε τον πίνακα με συντεταγμένες από σημεία της ευθείας που έχουν ακέραιες συντεταγμένες

x					
y					

γ) Μπορείτε να βρείτε τον τύπο της ευθείας;

Συζητήστε με την ομάδα σας και πείτε στην τάξη με ποιον τρόπο λύσατε το πρόβλημα.



Εικόνα 6: Εργασία μαθητών ατομικά και έπειτα σε ομάδες

Άλλες ατομικές διεργασίες είναι είτε κατά την εκμάθηση μιας έννοιας, είτε όπως γίνεται κατά την διερεύνηση των ιδιοτήτων της ανισότητας σχετικά με τον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση (εικόνα 7β) είτε κατά την εξάσκηση σε μία μαθηματική έννοια, όπως στην μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε δεκαδικό κλάσμα (εικόνα 7α).

Άσκηση 1.2

Γράψτε κάθε αριθμό από τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς ως δεκαδικό κλάσμα.

Παραδείγματα: $21,59 = \frac{2159}{100}$. $0,5 = \frac{5}{10}$.

α)

$3,7 =$ $0,07 =$ $119,5 =$
 $4,399 =$ $23,07 =$ $0,001 =$

Δραστηριότητα 2.2 (Οι ιδιότητες της ανισότητας σχετικά με τον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση)

A) Έχουμε την ανισότητα $3 < 5$.

1) Ο Χαλίλ πολλαπλασιάζει τα δύο μέλη με 2 και λέει

Έχει δίκιο; Συμπληρώνουμε:

$3 \cdot 2 = \dots$ και $5 \cdot 2 = \dots$ Άρα $3 \cdot 2 \dots 5 \cdot 2$.



Είμαι σίγουρος ότι η ανισότητα δεν αλλάζει!

2) Η Νάντα ρωτάει

Θα έχουμε το ίδιο σύμβολο αν πολλαπλασιάσουμε με (-2);



Βοηθάμε τη Νάντα και συμπληρώνουμε: $3 \cdot (-2) = \dots$ και $5 \cdot (-2) = \dots$ Άρα $3 \cdot (-2) \dots 5 \cdot (-2)$.

β)

B) Έχουμε την ανισότητα $6 < 10$. Συμπληρώνουμε:

$6 \div 2 = \dots$ και $10 \div 2 = \dots$
 Άρα $6 \div 2 \dots 10 \div 2$.

$6 \div (-2) = \dots$ και $10 \div (-2) = \dots$
 Άρα $6 \div (-2) \dots 10 \div (-2)$.

Πότε αλλάζει το σύμβολο της ανισότητας;

Εικόνα 7: Ατομική εργασία μαθητών
α) σε άσκηση κλασμάτων **β)** σε διερεύνηση ανισοτήτων

4.1.4 Μαθησιακές δραστηριότητες – Πώς μαθαίνουν;

4.1.4.1 Συμβολικό ιδίωμα

Μαθηματική ορολογία

Η μαθηματική ορολογία δεν έχει υποστεί μεγάλη αλλοίωση στην έκταση του υλικού. Μάλιστα, αυτό που παρατηρείται κυρίως είναι ότι οι μαθηματικοί όροι δεν απαλείφθηκαν, αλλά επιδέχθηκαν απλοποίηση στην φρασεολογία των ορισμών τους.

Αν και δεν είναι συχνό φαινόμενο, ορισμένοι μαθηματικοί όροι έχουν επιδεχθεί αυτή την γλωσσική απλοποίηση ή δεν αναλύονται ιδιαίτερος. Για παράδειγμα, οι σχεδιαστές φαίνεται να αποφεύγουν την χρήση των όρων «τετμημένη» και «τεταγμένη», μετατρέποντας τις σε «x-συντεταγμένη» και «y-συντεταγμένη αντίστοιχα» (εικόνα 8α). Από την άλλη, οι όροι «αύξουσα» και «φθίνουσα σειρά», παρόλο που αναγράφονται στον τίτλο της δραστηριότητας, δεν δίνεται ο ορισμός αυτών (εικόνα 8β). Εν αντιθέση, οι μαθηματικοί όροι έχουν απλοποιηθεί και έχουν περιγραφεί περιφραστικά με τις φράσεις «από τον μικρότερο στο μεγαλύτερο» και «από τον μεγαλύτερο στο μικρότερο».

α)	β)
<p>γ) Γενικά, συμβολίζουμε ένα τυχαίο σημείο M με $M(\alpha, \beta)$. Τους αριθμούς (α, β) θα τους λέμε συντεταγμένες του M. Το α θα το λέμε x-συντεταγμένη, ενώ το β y-συντεταγμένη.</p>	<p>1.8-Διερεύνηση (αριθμοί σε αύξουσα και φθίνουσα)</p> <p>α) Βάλτε τους παρακάτω αριθμούς από τον μικρότερο στο μεγαλύτερο: -4, -8, 6, -3, 0, 9 <..... <.....<.....<.....<.....</p> <p>β) Βάλτε από το μεγαλύτερο στο μικρότερο τους αριθμούς: -2021, 1999, 0, -50, 100, -8;>.....>.....>.....>..... >.....,</p>

Εικόνα 8:

- α)** Μεταποίηση των τετμημένης/τεταγμένης σε x-συντεταγμένη/y-συντεταγμένη
β) Περιγραφή της αύξουσας και της φθίνουσας σειρά περιφραστικά

Λανθασμένοι ισχυρισμοί

Κλείνοντας με το συμβολικό ιδίωμα, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι υπάρχουν δραστηριότητες που καλούν τους μαθητές να ασχοληθούν με συνηθισμένες παρανοήσεις που έχει δείξει η έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών. Συγκεκριμένα, τίθεται ένα πλαίσιο, στο οποίο οι πρωταγωνιστές θέτουν έναν λανθασμένο ισχυρισμό σχετικά με την μαθηματική έννοια της παραγράφου. Οι μαθητές, με τη σειρά τους, είτε ατομικά είτε ομαδικά, λαμβάνουν θέση για τον ισχυρισμό αυτό. Για παράδειγμα, αναφορικά με την πυκνότητα των ρητών αριθμών, οι εκπαιδευόμενοι παρακολουθούν ένα υποθετικό μάθημα, στο οποίο οι υποθετικοί μαθητές συζητούν για τον επόμενο αριθμό του 2 (εικόνα 9α). Στο σημείο αυτό, καλούνται να θέσουν την άποψη τους για αυτό και να την αιτιολογήσουν. Παρεμφερές παράδειγμα είναι η συζήτηση για την έννοια της αναλογίας δύο ποσών.

Συχνή παρανόηση των μαθητών είναι να ταυτίζουν τα ανάλογα ποσά με την πεποίθηση ότι «όσο μεγαλώνει το ένα, τόσο μεγαλώνει και το άλλο». Για την αποφυγή τέτοιων παρανοήσεων δίνεται η δραστηριότητα στην εικόνα 9β, όπου πάλι υποθετικοί μαθητές συζητούν και οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να λάβουν θέση και να επεξηγήσουν της επιλογής τους.

Οι περισσότεροι μαθητές είπαν ότι ο επόμενος του 2 είναι ο 2,01, γιατί είναι πιο κοντά στο 2. Συμφωνείτε;

Η Μαρία είπε:

α) - «Αυτό δεν είναι σωστό, γιατί ο 2,001 είναι ακόμα πιο κοντά στο 2 και αυτός θα είναι ο επόμενος του 2». Συμφωνείτε;

- Ο Μουσταφά είπε: «Ούτε αυτό είναι σωστό γιατί ο 2,0001 είναι ακόμα πιο κοντά στο 2. Μπορούμε πάντα να βρούμε έναν αριθμό που είναι πιο κοντά στο 2 από έναν άλλον».

Συμφωνείτε με την άποψη του Μουσταφά; Συζητήστε με την ομάδα σας και πείτε τη γνώμη σας σε όλη την τάξη.

Η Αζάρ είναι 12 χρονών και ο αδελφός της Εχσάν, είναι 6 χρονών. Η Αζάρ λέει ότι οι ηλικίες τους είναι ποσά ανάλογα, αφού όσα χρόνια μεγαλώνει αυτή, τόσα θα μεγαλώνει και ο αδελφός της.

β)

Ηλικία Αζάρ	12	13	14	15	16
Ηλικία Εχσάν	6	7	8	9	10

Έχει δίκιο η Αζάρ;

Εικόνα 9: Λανθασμένοι ισχυρισμοί

α) Στην πυκνότητα των ρητών αριθμών

β) Στον ορισμό της αναλογίας δύο ποσών

4.1.4.2 Γλωσσικό ιδίωμα

Πολιτισμικά στοιχεία

Κάνοντας ανάγνωση ένα τυπικό ελληνικό σχολικό εγχειρίδιο, θα παρατηρήσει κανείς ότι τα ονόματα των πρωταγωνιστών πηγάζουν από τον ελληνικό πολιτισμό. Παρόλα αυτά, στο παρόν εκπαιδευτικό υλικό, τα ονόματα είναι μία μίξη πολλών διαφορετικών πολιτισμών. Κατά την ανάγνωση ενός κεφαλαίου, για παράδειγμα στους Κλασματικούς αριθμούς, ο αναγνώστης θα συναντήσει ελληνικά ονόματα, όπως Γιώργος, Κατερίνα, Δανάη, Δημήτρης, Μαρία κλπ, αλλά και ονόματα από άλλους πολιτισμούς, όπως Αρήφ, Φαρούκ, Τζεμάλ, Ραμίρ, Ταμάρ κλπ.

Επιπλέον, το υλικό εμπεριέχει ποικίλα πολιτισμικά σύμβολα, προσδίδοντας του έναν

1.1- Διερεύνηση (το κλάσμα ως μέρος ενός όλου)

Η σημαία της Νιγηρίας είναι χωρισμένη σε τρία ίσα μέρη χρωματισμένα είτε με πράσινο είτε με άσπρο.

-Από τα τρία μέρη πόσα είναι άσπρα;

Λέμε ότι το άσπρο κομμάτι είναι το $\frac{1}{3}$ από τη σημαία.

-Από τα τρία μέρη πόσα είναι πράσινα;

Λέμε ότι το πράσινο κομμάτι είναι το $\frac{2}{3}$ από τη σημαία.

Το $\frac{1}{3}$ και το $\frac{2}{3}$ είναι αριθμοί και τα λέμε **κλάσματα**.



Εικόνα 10: Πολιτισμικό σύμβολο της σημαίας

πολυπολιτισμικό χαρακτήρα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η σημαία της Νιγηρίας (εικόνα 10) που παρατηρεί κανείς στα Κλάσματα, της οποίας η χρήση αποσκοπεί στην κατανόηση της έννοιας του κλάσματος ως μέρος ενός όλου.

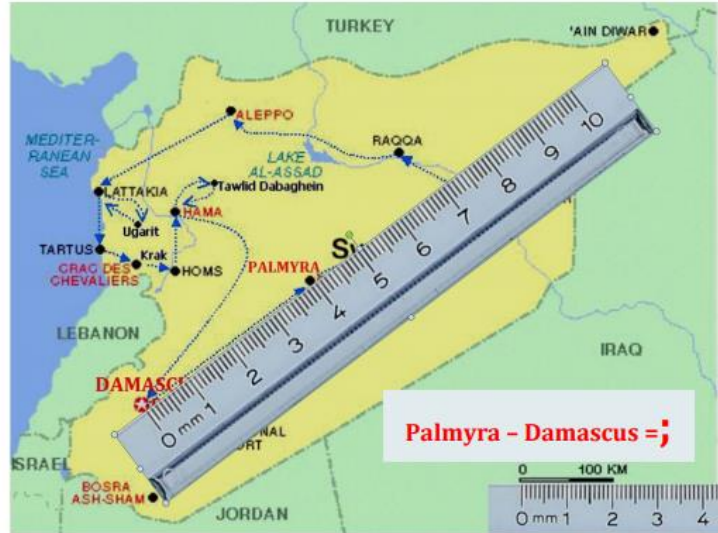
Επιπλέον, υπάρχουν χάρτες από διάφορα σημεία της Γης αναδεικνύοντας γεωγραφικά χαρακτηριστικά διαφορετικών πολιτισμών. Για παράδειγμα, για την

κατανόηση της έννοιας της κλίμακας, ο μαθητής έρχεται αντιμέτωπος με έναν χάρτη και πόλεις της Μέσης Ανατολής (εικόνα 11α).

Από την άλλη πλευρά, βέβαια, δεν περιορίζονται οι ευρωπαϊκές εικόνες, καθώς στο κεφάλαιο των Ακέραιων Αριθμών γίνεται ενασχόληση με σημαία της Ευρώπης (εικόνα 11β). Τέλος, το υλικό αναδεικνύει και το ελληνικό στοιχείο

χρησιμοποιώντας δραστηριότητες εμπλουτισμένες με ελληνικά σύμβολα, όπως η Πύλη των Λεόντων στην ενότητα της Αναλογίας (εικόνα 11γ).

α)



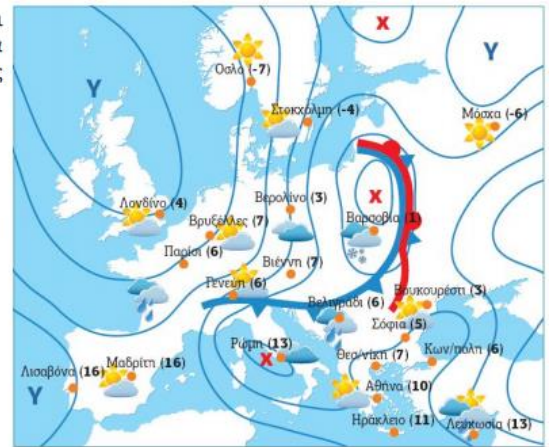
Τι μας λέει η κλίμακα από αυτόν τον χάρτη;

Ότι κάθε απόσταση που είναι ίση με 2cm αντιστοιχεί σε 100km. Μπορείς να βρεις την πραγματική απόσταση Παλμύρα-Δαμασκός;

β)

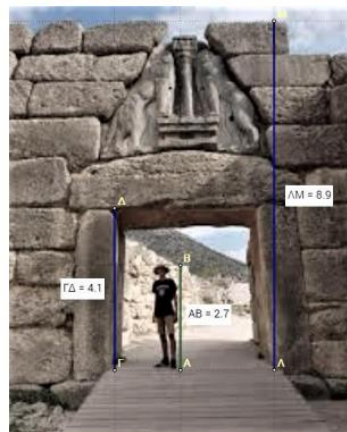
Στο διπλανό χάρτη είναι οι θερμοκρασίες που είχαν μία ημέρα κάποιες πόλεις. Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

- Το Βελιγράδι ή το Βουκουρέστι ήταν η πιο ζεστή πόλη;
- Η Στοκχόλμη ή το Όσλο ήταν η πιο ζεστή πόλη;
- Η Στοκχόλμη ή η Μόσχα ήταν η πιο κρύα πόλη;
- Από όλες τις πόλεις, ποια ήταν η πιο ζεστή και ποια ήταν η πιο κρύα;



Ο Χαλίλ ταξιδεύει συχνά και βγάζει φωτογραφίες από τα μέρη που επισκέπτεται. Η φωτογραφία που βλέπεις είναι από την Πελοπόννησο και δείχνει την **Πύλη² των Λεόντων** στις Μυκήνες. Η Πύλη των Λεόντων είναι ένα πέτρινο μνημείο που μπορεί να συγκριθεί με τις πύλες της Χεττικής πόλης Χαττούσα³, στη Μικρά Ασία.

Το ύψος του Χαλίλ είναι 1,90m. Χρησιμοποίησε το πραγματικό ύψος του Χαλίλ και τους λόγους από τα ύψη στη φωτογραφία για να βρεις:



- α. το ύψος του μνημείου ΛΜ
- β. το ύψος της πύλης ΓΔ

	Χαλίλ	Πύλη	Μνημείο
Ύψος στην εικόνα			
	h	x	γ
Πραγματικό ύψος			

Εικόνα 11: Πολιτισμικά σύμβολα

α) Χάρτης της Μέσης Ανατολής

β) Χάρτης της Ευρώπης

γ) Ελληνικό στοιχείο: Πύλη των Λεόντων

Ελληνική γλώσσα

Διαβάζοντας το εκπαιδευτικό υλικό, παρατηρείται μια απλοποίηση της ελληνικής γλώσσας καθ' όλη την έκταση του. Οι προτάσεις που χρησιμοποιούνται, δηλαδή, είναι απλές αναφορικά με την σύνταξη και την γραμματική της ελληνικής γλώσσας. Συγκεκριμένα, λαμβάνοντας υπόψη τις δραστηριότητες στις εικόνες 12 α, β, ανεξάρτητα από το μαθηματικό αντικείμενο, οι προτάσεις είναι απλές, σύντομες, με ελάχιστες εμφανίσεις μεγάλων περιόδων και δευτερευουσών προτάσεων. Για παράδειγμα, συναντάμε προτάσεις, όπως «Η Μίριαμ περπατάει κάθε μέρα το βράδυ» (εικόνα 12α), που έχει την στοιχειώδη σύνταξη Υποκείμενο – Ρήμα – Αντικείμενο. Αντίστοιχα, στην δραστηριότητα της εικόνας 12β, βλέπουμε τις προτάσεις «Η Νέλλη έχει δύο κουτιά: ένα κίτρινο και ένα μπλε. Δεν ξέρει πόσα κιλά είναι το κάθε κουτί», οι οποίες θα μπορούσαν άνετα να συγχωνευτούν σε μία περίοδο με δευτερεύουσα πρόταση. Παρόλα αυτά, οι σχεδιαστές αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν προτάσεις με απλοποιημένη σύνταξη.

Αναλύοντας την δραστηριότητα για την έννοια του μέσου όρου στην Στατιστική (εικόνα 12α), παρατηρούνται κι άλλες απλοποιήσεις της γλώσσας. Οι λέξεις που χρησιμοποιούνται, δεν είναι σύνθετες ή δύσκολες, ενώ επαναλαμβάνονται χωρίς να

Δραστηριότητα 5.1 (Η έννοια του μέσου όρου)

Η Μίριαμ περπατάει κάθε μέρα το βράδυ. Την προηγούμενη εβδομάδα περπάτησε 28 χιλιόμετρα όπως το εξής:

Ημέρα	Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή	Σάββατο	Κυριακή	Σύνολο
Χιλιόμετρα	3,8	1,7	2,9	5	3,4	5,4	5,8	28

Η Μίριαμ θέλει να περπατήσει την επόμενη εβδομάδα συνολικά τα ίδια χιλιόμετρα, δηλαδή 28 χιλιόμετρα. Όμως, θέλει να κάνει κάθε μέρα τα ίδια χιλιόμετρα.

Πόσα χιλιόμετρα θα πρέπει να κάνει κάθε μέρα;

Αυτός ο αριθμός είναι ο μέσος όρος για τα χιλιόμετρα 3,8 , 1,7 , 2,9 , 5 , 3,4 , 5,4 , 5,8, ανά μέρα σε μία εβδομάδα. Δηλαδή, θα πρέπει να περπατάει χιλιόμετρα την ημέρα.

α)

Ο μέσος όρος ή μέση τιμή για τα δεδομένα είναι ένας αριθμός. Πολλές φορές σκεφτόμαστε ότι αυτός ο αριθμός εκφράζει 'το δίκαιο' μοίρασμα γι' αυτά τα δεδομένα.

Μαθαίνω

Για να υπολογίσουμε τον μέσο όρο (ή την μέση τιμή) για κάποια δεδομένα, προσθέτουμε όλα τα δεδομένα και μετά διαιρούμε με τον αριθμό από όλα τα δεδομένα.

$$\text{Μέση τιμή} = \frac{\text{άθροισμα για τα δεδομένα}}{\text{αριθμός των δεδομένων}}$$

Δραστηριότητα 2.1 (Εισαγωγή στην έννοια της εξίσωσης 1ου βαθμού με έναν άγνωστο)

Η Νέλλη έχει δύο κουτιά: ένα κίτρινο και ένα μπλε. Δεν ξέρει πόσα κιλά είναι το κάθε κουτί.

Γι' αυτό γράφει πάνω στο κίτρινο x kg και πάνω στο μπλε y kg. Τα βάζει σε μία ζυγαριά όπως στην παρακάτω εικόνα και βρίσκει ισορροπία. Για κάθε εικόνα, γράφουμε την **ισότητα** που έχει.

β)



Εικόνα 12: α) Στοιχειώδης σύνταξη Υποκείμενο-Ρήμα-Αντικείμενο
β) Απλές και σύντομες προτάσεις

γίνεται χρήση κάποιων συνώνυμων. Για παράδειγμα, χρησιμοποιείται συνεχώς το ρήμα «περπάτησε» αντί π.χ. διένυσε, διέσχισε ή κάτι αντίστοιχο. Επίσης, πριν την παράθεση του τύπου για τον υπολογισμό της μέσης τιμής, δίνεται μία απλοποιημένη περιγραφή της έννοιας ως «δίκαιο μοίρασμα».

Όσον αφορά την γραμματική, κάνοντας ανάγνωση το υλικό, παρατηρεί κανείς ότι ο εκπαιδευόμενος τοποθετείται σε διάφορα πλαίσια κατά την ενασχόληση του με τις δραστηριότητες. Συγκεκριμένα, ορισμένες φορές, παρακολουθεί ένα υποθετικό μάθημα και μέσα από τις δράσεις της υποθετικής τάξης και τις σκέψεις των υποθετικών μαθητών, μαθαίνει, σκέφτεται και συζητά. Για παράδειγμα, όλη η ενότητα της Στατιστικής εξελίσσεται στην «Τάξη του Χαλίλ», όπου ο μαθητής

§1. Η ορολογία της Στατιστικής

1.1 Πληθυσμός – μεταβλητή.

Δραστηριότητα 1.1

Ο Χαλίλ είναι στην Β' Γυμνασίου. Ο κ. Κώστας είναι ο δάσκαλός του.



Εικόνα 13: Πρόσωπα ρημάτων

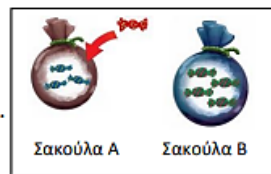
- α) γ' ενικού και γ' πληθυντικού
- β) α' πληθυντικού
- γ) β' πληθυντικού
- δ) β' ενικού

- α) Ο κ. Κώστας θέλει να μάθει κάποιες πληροφορίες για τους μαθητές του. Αυτές οι πληροφορίες θα τον βοηθήσουν για να πάρει κάποιες αποφάσεις. Ένα από τα πράγματα που θέλει να μάθει, είναι το χρώμα που αρέσει στους περισσότερους. Αυτό θα τον βοηθήσει για να φτιάξει μία σημαία για την τάξη.

Δραστηριότητα 1.1 (Η έννοια της ισότητας μέσα από διαφορετικά παραδείγματα)

A) Βλέπουμε την εικόνα και επιλέγουμε τη σωστή απάντηση:

- Στη σακούλα Α κάνουμε: i) $3 + 1$ ii) $3 - 1$
- Τελικά στις δύο σακούλες, έχουμε αριθμό από καραμέλες.
 - i) ίδιο ii) διαφορετικό



β)

§1. Τα δεκαδικά κλάσματα και οι δεκαδικοί αριθμοί

Δραστηριότητα 1.1 (Τα δεκαδικά κλάσματα)

Κυκλώστε από τα παρακάτω κλάσματα αυτά που έχουν παρανομαστή μία δύναμη του 10, δηλαδή 10, 100, 1000,

γ)

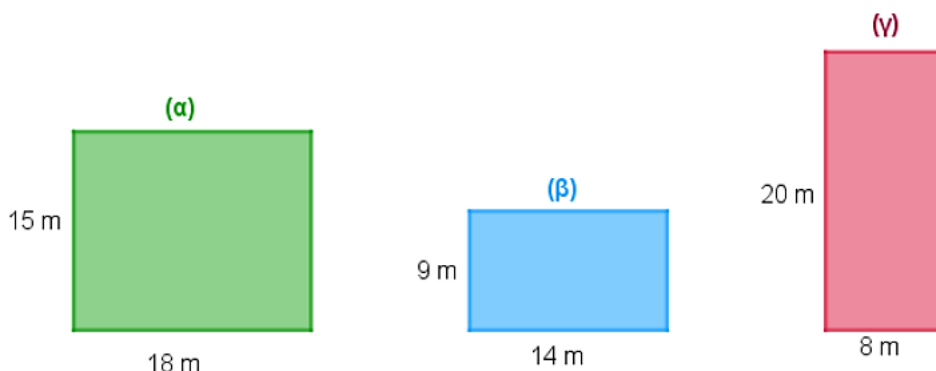
$\frac{7}{30}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{59}{1000}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{10}{100}$
$\frac{8}{100}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{19}{3}$	$\frac{7258}{100}$	$\frac{40}{10}$

Τα κλάσματα που κυκλώσατε λέγονται δεκαδικά κλάσματα.

Στα παρακάτω σχέδια υπάρχουν οι διαστάσεις από τρία οικόπεδα. Υπολόγισε το εμβαδόν τους σε **τετραγωνικά μέτρα** (m^2)

Εμβαδόν (α): m^2 Εμβαδόν (β): m^2 Εμβαδόν (γ): m^2

δ)



λειτουργεί ως παρατηρητής των δράσεων του κ. Κώστα – εκπαιδευτικού της τάξης του Χαλίλ και των μαθητών του, οπότε και μαθαίνει μέσα από αυτές (εικόνα 13α). Σε άλλες περιπτώσεις, η δραστηριότητα εξελίσσεται στα γ' ενικό και γ' πληθυντικό. Για παράδειγμα, στο κεφάλαιο των Εξισώσεων (εικόνα 13β) ο μαθητής εντάσσεται στην διαδικασία της εκμάθησης και μάλιστα μαζί με τους σχεδιαστές, τον εκπαιδευτικό, τους συμμαθητές του και γενικά την μαθηματική κοινότητα, αφού μαζί «βλέπουμε», «επιλέγουμε», «κάνουμε» κλπ (α' πληθυντικό). Τέλος, υπάρχουν περιπτώσεις δραστηριοτήτων ή ασκήσεων που γίνεται χρήση του β' ενικού ή β' πληθυντικού, όπου ο ρόλος του μαθητή είναι πιο άμεσος, καθώς καλείται να κινητοποιηθεί πιο ενεργά στην μαθηματική διαδικασία. Παραδείγματα παραθέτονται στις εικόνες 13γ, δ.

Είναι σημαντικό, βέβαια, να γίνει ξανά αναφορά ότι οι παραπάνω απλοποιήσεις και επιλογές στην γλώσσα από τους σχεδιαστές, μπορεί στην αρχή να φανούν ελαφρώς υπερβολικές, αλλά παρατηρούνται συνεχώς σε όλο το κείμενο του υλικού.

Χρώματα

Κατά την προσπάθεια των σχεδιαστών να παραθέσουν λιτά, καθαρά και κατανοητά όλα όσα θα διδαχθούν τα παιδιά, γίνεται εμφανής η προσπάθεια τους να χρησιμοποιήσουν χρώματα. Τα χρώματα αυτά έχουν σαν στόχο να τονίσουν και να υπογραμμίσουν σημαντικά σύμβολα, λέξεις ή φράσεις. Η χρήση των χρωμάτων ποικίλει στο υλικό, ενώ δεν παρατηρείται κάποιο μοτίβο στην χρωματική παλέτα. Πιο αναλυτικά,

κάποιες φορές τα χρώματα χρησιμοποιούνται με στόχο την προσοχή και επικέντρωση του αναγνώστη σε κάποια νέα μαθηματική έννοια, π.χ. σε κάποιον ορισμό (εικόνα 14α: ροζ για το σύμβολο του μεγαλύτερου και του μικρότερου), σε κάποιο σχεδιάγραμμα (π.χ. εικόνα 14β: διάφορα χρώματα για την διάκριση της κάθε μονάδας μέτρησης, αλλά και για τις σχέσεις τους) ή σε κάποια λέξη που βοηθάει την κατανόηση της (εικόνα 14β: ροζ για τις φράσεις «αλλάζει» και «δεν αλλάζει» για την συσχέτιση της πράξης με την διαδικασία επίλυσης ανισοτήτων). Από την άλλη

α) **Μαθαίνω**

Όταν δύο αριθμοί είναι άνισοι, μπορούμε να τους συγκρίνουμε.

- Αν ο πρώτος είναι πιο μικρός από τον άλλο, βάζουμε το σύμβολο $<$.
Για παράδειγμα, γράφουμε $2 < 9$ και διαβάζουμε: το 2 είναι **μικρότερο από** το 9.
- Αν ο πρώτος είναι πιο μεγάλος από τον άλλο, βάζουμε το σύμβολο $>$.
Για παράδειγμα, γράφουμε $8 > 5$ και διαβάζουμε: το 8 είναι **μεγαλύτερο από** το 5.

Για μεγάλες αποστάσεις χρησιμοποιούμε ως μονάδα μέτρησης το **χιλιόμετρο (Km)**.
 $1\text{km} = 1000\text{m}$

β)

Τα παρακάτω σχήματα μας δείχνουν τη μετάβαση από μία μονάδα σε μία άλλη.
Για παράδειγμα:
 $3\text{cm} = (3 \times 10) = 30\text{mm}$
 $12\text{dm} = (12 \times 100) = 1200\text{mm}$
 $3,2\text{m} = (3,2 \times 100) = 320\text{cm}$
 $2,1\text{km} = (2,1 \times 1000) = 2100\text{m}$
 $200\text{cm} = (200 : 100) = 2\text{m}$
 $120\text{mm} = (120 : 100) = 1,2\text{dm}$

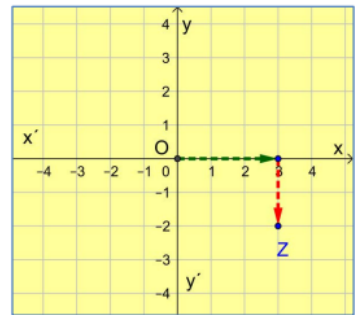
Εικόνα 14: α) Χρήση του ροζ χρώματος σε ορισμό
β) Χρήση χρωμάτων σε σχεδιάγραμμα

πλευρά, ορισμένες φορές επιτυγχάνεται μία σύνδεση ενός χρώματος και της

αντίστοιχης μαθηματικής έννοιας που διδάσκεται. Για παράδειγμα, στο κεφάλαιο της Συνάρτησης, γίνεται χρήση του πράσινου και του κόκκινου χρώματος για την τετμημένη και την τεταγμένη αντίστοιχα (εικόνα 15α) σε όλη την διάρκεια διδασκαλίας αυτών των εννοιών. Αντίστοιχο παράδειγμα παρατηρείται στις Ανισότητες, όπου το μπλε χρώμα συνδέεται με την πράξη του πολλαπλασιασμού, ενώ το κόκκινο με την πράξη της διαίρεσης (εικόνα 15β). Με τον τρόπο αυτό, ο εκπαιδευόμενος εντοπίζοντας το χρώμα κάνει τις απαραίτητες συνδέσεις με την αντίστοιχη έννοια που τονίζεται.

β) Πως θα πούμε σε κάποιον που είναι στο Ο να πάει στο σημείο Ζ;
(Θα λέμε **δεξιά**, για να κινηθεί στον Οχ, **αριστερά** για τον Οχ', **πάνω** για τον Ογ και **κάτω** για τον Ογ').

Θα πούμε, πήγαινε **δεξιά 3 μονάδες** και **κάτω 2 μονάδες**. Το σημείο Ζ, θα το λέμε (3,-2).



α)

Μαθαίνω

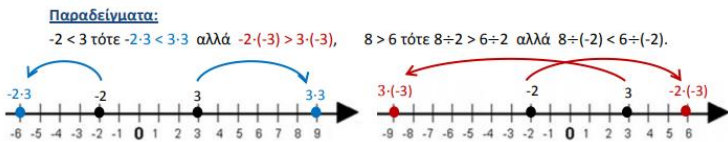
- Η ανισότητα **δεν αλλάζει** όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε με τον ίδιο **θετικό** αριθμό τα δύο μέλη.

Δηλαδή, αν $a > b$, και γ **θετικός** τότε $a \cdot \gamma > b \cdot \gamma$ και $a \div \gamma > b \div \gamma$
αν $a < b$, και γ **θετικός** τότε $a \cdot \gamma < b \cdot \gamma$ και $a \div \gamma < b \div \gamma$

- Η ανισότητα **αλλάζει** όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε με τον ίδιο **αρνητικό** αριθμό τα δύο μέλη.

Δηλαδή, αν $a > b$, και γ **αρνητικός** τότε $a \cdot \gamma < b \cdot \gamma$ και $a \div \gamma < b \div \gamma$
αν $a < b$, και γ **αρνητικός** τότε $a \cdot \gamma > b \cdot \gamma$ και $a \div \gamma > b \div \gamma$

β)



Εικόνα 15:

- α) Χρήση πράσινου και κόκκινου χρώματος για τις συντεταγμένες
 β) Χρήση μπλε και κόκκινου χρώματος για τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης αντίστοιχα

Νέες λέξεις (ελληνικές ή μαθηματικές)

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά το γεγονός ότι οι σχεδιαστές προσπαθούν να υποστηρίξουν γλωσσικά τους μαθητές, βάζοντας τους να καταγράψουν τις νέες λέξεις που μαθαίνουν. Συγκεκριμένα, στο τέλος κάποιου κεφαλαίου ή ακόμα και παραγράφου, ζητούνται από τους μαθητές οι νέες ελληνικές και μαθηματικές λέξεις που συνάντησαν κατά την μάθησή τους, όπως βλέπουμε στην εικόνα 16.

Οι καινούριες μου λέξεις

Γράψε τρεις καινούριες ελληνικές λέξεις που συνάντησες σε αυτή την ενότητα.

.....

.....

.....

Γράψε τις καινούριες μαθηματικές λέξεις που συνάντησες.

.....

.....

.....

Εικόνα 16: Πλαίσιο στο υλικό για την καταγραφή νέων ελληνικών και μαθηματικών λέξεων

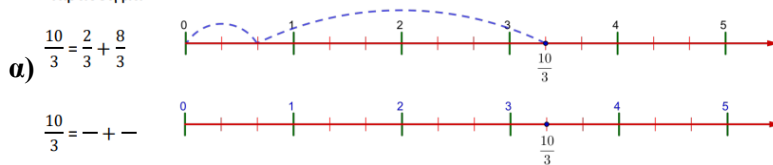
4.1.4.3 Αναπαραστασιακό ιδίωμα

Εικόνες / Διαγράμματα

Κάνοντας μία γρήγορη αποσπασματική ανάγνωση του υλικού, εύκολα διακρίνεται η πληθώρα εικόνων, πινάκων, σχημάτων και σχεδιαγραμμάτων. Εστιάζοντας περισσότερο σε αυτό, παρατηρείται ότι οι μαθηματικές έννοιες συνοδεύονται και υποστηρίζονται από πολλαπλές αναπαραστάσεις. Για παράδειγμα, η έννοια του κλάσματος, σε κάθε σχεδόν δραστηριότητα, συνοδεύεται από κάποια εικόνα ή σχεδιάγραμμα, που αναπαριστά το αντίστοιχο κλάσμα. Μάλιστα, υπάρχουν δραστηριότητες που αποσκοπούν στην οπτικοποίηση της έννοιας και εν τέλει στηρίζουν την εννοιολογική κατανόηση μιας μαθηματικής έννοιας σε κάποιο σχήμα, όπως παραδείγματος χάρη γίνεται στην εικόνα 17α για την μαθηματική έννοια της αναλογίας κλασμάτων ή στην εικόνα 17β για το άθροισμα κλασμάτων.

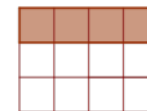
Επίσης, κάποιες αφηρημένες μαθηματικές έννοιες, όπως η έννοια του σημείου και της ευθείας (εικόνα 18), συνοδεύονται από κάποιο ρεαλιστικό παράδειγμα και εικόνα ώστε να καταφέρει ο μαθητής να τις προσεγγίσει και να σχηματίσει μία νοητική εικόνα. Αντίστοιχα παραδείγματα είναι η έννοια της συμμετρίας, της ομοιότητας κλπ. Τέλος, υπάρχουν εικόνες που δεν αποσκοπούν στην εννοιολογική κατανόηση μιας έννοιας, αλλά

γ) Γράψτε το κλάσμα $\frac{10}{3}$ ως άθροισμα δύο κλασμάτων, με 2 διαφορετικούς τρόπους, όπως στο παράδειγμα.



1.5- Διερεύνηση (ιδιότητες ισοδύναμων κλασμάτων)

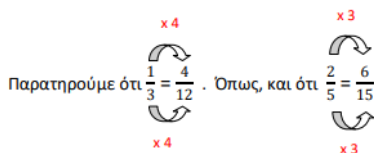
α) - Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ότι: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$



- Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ότι: $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$



β)



Ιδιότητα

Αν πολλαπλασιάσουμε με τον ίδιο αριθμό τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος, τότε το κλάσμα είναι ισοδύναμο με το αρχικό, π.χ. $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}$. Δηλαδή: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \gamma}$

Εικόνα 17:

α) Σχεδιάγραμμα για την έννοια της αναλογίας κλασμάτων



Το σημείο: η τομή δύο γραμμών, το ίχνος από το μολύβι μας σ' ένα χαρτί, μια τελεία, μας δίνουν μία εικόνα για το σημείο.

+	,	-	.	/
;	<	=	>	?

Το σημείο δεν έχει ούτε μήκος, ούτε πλάτος.



Η ευθεία: ένα τεντωμένο σχοινί μας δίνει την εικόνα μιας ευθείας. Αν προεκτείνουμε με τη βοήθεια του κανόνα ένα ευθύγραμμο τμήμα AB αριστερά του Α και δεξιά του Β όσο θέλουμε, τότε έχουμε μία ευθεία. Η ευθεία δεν έχει άκρα.



Το όνομα μιας ευθείας μπορεί να είναι...

ένα μικρό γράμμα, π.χ. η ευθεία Ε.



ή δύο ίδια μικρά γράμματα (το ένα με τόνο) π.χ. η ευθεία χ'χ'.



ή το όνομα δύο σημείων πάνω στην ευθεία, π.χ. η ευθεία ΑΒ.



Εικόνα 18: Εικόνες για την οπτικοποίηση της έννοιας του σημείου και της ευθείας

Παραδείγματα για τον πληθυσμό

☞ Ο πληθυσμός σε μία έρευνα μπορεί να είναι

προσδίδουν μία ομορφιά και παιδικότητα στο υλικό. Για παράδειγμα, στην Στατιστική υπάρχουν εικόνες για διάφορα είδη πληθυσμών (εικόνα 19).

Μία ομάδα από άτομα όπως για παράδειγμα:
οι μαθητές ενός σχολείου, οι παίκτες μιας ποδοσφαιρικής ομάδας, οι άνθρωποι που μένουν σε μία πόλη, κ.αλ.



Μία ομάδα από πράγματα όπως για παράδειγμα:
αυτοκίνητα που περνάνε σ' ένα δρόμο, τα κινητά μιας παρέας, προϊόντα που φτιάχνει μία εταιρία, κ.αλ.



Εικόνα 19: Εικόνες – Παραδείγματα για τον πληθυσμό σε μία έρευνα

Ψηφιακή Τεχνολογία

Το εκπαιδευτικό υλικό χωρίζεται σε πρώτο και δεύτερο μέρος. Το πρώτο μέρος αποτελείται από το κεντρικό υλικό που θα έχουν πρόσβαση οι μαθητές και θα βασίζεται όλη η διδασκαλία, ενώ το δεύτερο μέρος αποτελείται από πρόσθετο υλικό, στο οποίο μπορεί ο εκπαιδευτικός να βρει επιπλέον δραστηριότητες, αλλά και πολλαπλούς συνδέσμους που παραπέμπουν στο Φωτόδεντρο ή στο Khan Academy. Η εμφάνιση της τεχνολογίας και η προτροπή για χρήση της παρατηρείται σε όλα τις μαθησιακές τροχές και κεφάλαια. Για μία καλύτερη οπτικοποίηση των αναφορών αυτών δίνεται κομμάτι από το επιπλέον υλικό αναφορικά με το κεφάλαιο Ακέραιοι αριθμοί και πράξεις στην εικόνα 20.

Πιο συγκεκριμένα το ψηφιακό υλικό από το Φωτόδεντρο εμπεριέχει με πολύ λίγες εξαιρέσεις δραστηριότητες στο λογισμικό Geogebra. Από την άλλη στα βίντεο από τον ιστότοπο Khan Academy είναι ενδιαφέρον ότι τονίζεται η ικανότητα αλλαγής της γλώσσας των υπότιτλων. Κάθε σύνδεσμος και στις δύο περιπτώσεις έχει έναν τίτλο σχετικά με την μαθηματική έννοια που αντιστοιχεί.

Στο κύριο μέρος του υλικού, η εμφάνιση της τεχνολογίας γίνεται έντονα

Ψηφιακό υλικό από το Φωτόδεντρο

- Πρόβλεψη Μετεωρολογικής υπηρεσίας: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2215>
- Αντίθετοι ρητοί αριθμοί: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1995>
- Απόλυτη τιμή ρητού αριθμού: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1997>
- Βάλτε τους αριθμούς σε σειρά: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2249>
- Παίξτε με τις κάρτες: <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2314>

Ψηφιακό υλικό στα Αγγλικά (βίντεο)

Αν είναι κάτι που θες να το ξαναδείς με άλλον τρόπο, δες αυτούς τους συνδέσμους (διάλεξε τη γλώσσα, αν δεν υπάρχει αυτή που θέλεις, τότε διάλεξε αυτόματη μετάφραση και επίλεξε ξανά τη γλώσσα που θέλεις). Ο κάθε ένας από αυτούς τους συνδέσμους, οδηγούν σε μια σειρά από βίντεο και ασκήσεις:

Εισαγωγή στους αρνητικούς αριθμούς: <https://www.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-negative-numbers/arith-review-neg-num-intro/v/negative-numbers-introduction>

Διάταξη αρνητικών αριθμών: <https://www.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-negative-numbers/arith-review-order-neg-numbers/v/ordering-negative-numbers>

Αντίθετοι αριθμοί: <https://www.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-negative-numbers/arith-review-number-opposites/v/opposite-of-a-number>

Απόλυτη τιμή: <https://www.khanacademy.org/math/arithmetic/arith-review-negative-numbers/arith-review-abs-value/v/absolute-value-of-integers>

Εικόνα 20: Ψηφιακή Τεχνολογία στο Επιπλέον υλικό

2.4 - Διερεύνηση (γραφική παράσταση δύο ανάλογων ποσών)

Η Μίριαμ αγοράζει λεμόνια. Το κάθε κιλό έχει 1,5 €.

α) Συμπληρώστε τον διπλανό πίνακα τιμών με τα χρήματα σε € που θα πληρώσει η Μίριαμ.

x (κιλά λεμόνια)	1	2	3	4	5	6
γ (χρήματα σε €)						

Η ποσότητα από λεμόνια και τα χρήματα που θα πληρώσει, είναι ποσά ανάλογα; Γιατί;

β) Βάλτε τα σημεία από τον παραπάνω πίνακα στο διπλανό σύστημα ημιαξόνων.

γ) Τι παρατηρείτε για τα σημεία αυτά;



Η δραστηριότητα μπορεί να γίνει και με το μικροπείραμα (από το Φωτόδεντρο):
Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας
<http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2344>

Εικόνα 21: Ψηφιακή Τεχνολογία στο κύριο μέρος του υλικού

κυρίως στο κεφάλαιο των Συναρτήσεων με λίγες αναφορές σε υπόλοιπα κεφάλαια. Στις Συναρτήσεις, δηλαδή, παρατηρεί κανείς ότι μετά από μία δραστηριότητα παραπέμπεται ένας σύνδεσμος στο Φωτόδεντρο, που εμπεριέχει αντίστοιχο μικροπείραμα στο Geogebra. Για παράδειγμα, στην παράγραφο «Ποσά ανάλογα και ποσά αντιστρόφως ανάλογα», μετά την διερεύνηση για την γραφική παράσταση δύο ανάλογων ποσών, υπάρχει μία αναφορά ότι η δραστηριότητα μπορεί να γίνει με το μικροπείραμα του συνδέσμου που αναγράφεται (εικόνα 21).

Χειραπτικά υλικά

Εκτός από την χρήση της τεχνολογίας, φαίνεται κατά την ανάγνωση του υλικού η προσπάθεια των σχεδιαστών να συμπεριλάβουν την χρήση χειραπτικών υλικών. Για παράδειγμα, όλες οι πράξεις των ακεραίων αριθμών εισάγονται, μελετώνται και διδάσκονται με τη χρήση θετικών και αρνητικών καρτών (εικόνα 22α), οι οποίες βρίσκονται στο τέλος του κεφαλαίου και ο μαθητής μπορεί να τις κόψει και να τις χρησιμοποιήσει κατά την διάρκεια της μάθησης του. Αντίστοιχη νοοτροπία εμφανίζεται και στο κεφάλαιο της Συμμετρίας, στο οποίο δίνονται δύο πανομοιότυπα σχήματα, τα οποία καλούνται να επεξεργαστούν οι εκπαιδευόμενοι, ώστε να κατανοήσουν πληρέστερα

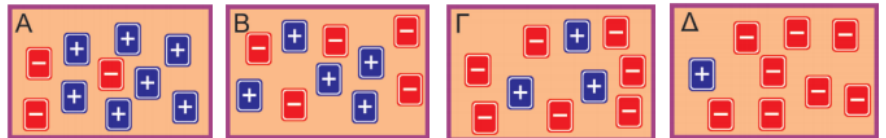
Εικόνα 22:

- α) Καρτέλες για το μοντέλο των θετικών και αρνητικών καρτών
- β) Σχήματα για την εξοικείωση με την αξονική συμμετρία
- γ) Χαρτί και μολύβι για την εξοικείωση με την αξονική συμμετρία

α)

2.1-Διερεύνηση (θετικοί και αρνητικοί μετρητές)

Σε μία τάξη οι μαθητές παίζουν ένα παιχνίδι με ερωτήσεις. Ο καθηγητής τους χωρίζει σε τέσσερις ομάδες. Για κάθε σωστή απάντηση ο καθηγητής δίνει μία κάρτα «+» και για κάθε λάθος απάντηση δίνει μία κάρτα «-». Στο τέλος του παιχνιδιού, οι ομάδες έχουν αυτές τις κάρτες:



Η Α ομάδα πήρε 7 θετικές κάρτες και 3 αρνητικές. Για να βρουν τη βαθμολογία τους, η ομάδα Α' σκέφτηκε ότι οι 3 θετικές με τις 3 αρνητικές κάρτες που έχουν, δίνουν άθροισμα 0 (+3 και -3 είναι αντίθετοι). Έτσι, η τελική τους βαθμολογία είναι +4.

β)

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β1.3 (δημιουργική εξοικείωση με την αξονική συμμετρία)

Κόψτε τα δύο αυτά σχήματα που θα βρείτε στο πίσω μέρος του βιβλίου σας. Δοκιμάστε να φτιάξετε με αυτά τρία διαφορετικά σχήματα με άλλο άξονα συμμετρίας κάθε φορά.

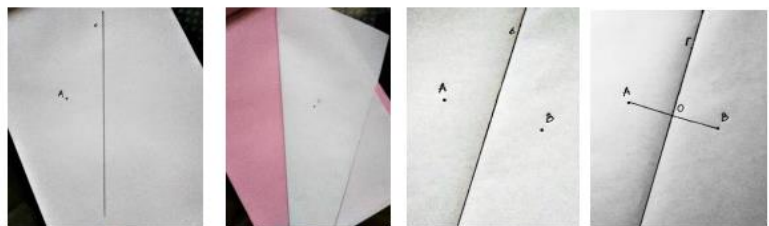


γ)

Δραστηριότητα Β1.2 (Εφαρμογή της συμμετρίας σημείου ως προς μία ευθεία και οι ιδιότητες που προκύπτουν)

Σχεδιάζουμε μία ευθεία ϵ πάνω σε ένα φύλλο χαρτί κι ένα σημείο Α έξω από αυτήν. Διπλώνουμε το χαρτί κατά μήκος αυτής ευθείας. Σημειώνουμε το ίχνος που αφήνει το Α από την άλλη πλευρά της ευθείας (σημείο Β).

Τα σημεία Α και Β τότε, είναι συμμετρικά ως προς την ευθεία ϵ . Ξεδιπλώνουμε το χαρτί και σχεδιάζουμε το τμήμα ΑΒ. Ονομάζουμε Ο το σημείο τομής του ΑΒ με την ευθεία. Σημειώνουμε κι ένα σημείο Γ πάνω στην ευθεία ϵ .



- Τι σχέση έχουν τα τμήματα ΟΑ, ΟΒ; Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;
- Τι θα είναι το Ο για το τμήμα ΑΒ;
- Ποια σχέση έχουν οι γωνίες $\widehat{ΓΟΒ}$ και $\widehat{ΓΟΑ}$ και τι είδους γωνίες είναι; Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;

την έννοια της αξονικής συμμετρίας (εικόνα 22β). Τέλος, εκτός από παραδείγματα που το υλικό παρέχει το ίδιο τα απαραίτητα χειραπτικά υλικά, υπάρχουν περιπτώσεις, όπως της εικόνας 22γ, όπου ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει υλικά της καθημερινότητας του άμεσα, όπως χαρτί, μολύβι και χάρακα, ώστε να οπτικοποιήσει και να κατανοήσει την έννοια – στην εικόνα την έννοια της αξονικής συμμετρίας.

Μοντέλα

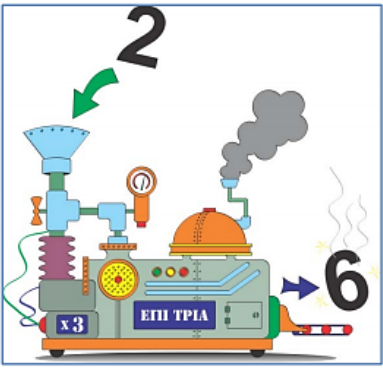
Μία ακόμα διδακτική μέθοδος που γίνεται εμφανής στο υλικό κατά την ανάγνωση του είναι η χρήση μοντέλων για την εισαγωγή ή εξοικείωση σε μια μαθηματική έννοια. Ενδεικτικά παραδείγματα είναι η έννοια της συνάρτησης που εισάγεται με το μοντέλο της μηχανής (εικόνα 23α) και η έννοια της ισότητας που εισάγεται και μελετάται με το μοντέλο της ζυγαριάς και της τραμπάλας (εικόνα 23β). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά το γεγονός ότι οι πράξεις των ακέραιων αριθμών και οι ιδιότητες τους διερευνώνται με παράλληλη χρήση δύο διαφορετικών μοντέλων. Συγκεκριμένα εισάγονται με το μοντέλο των θετικών και αρνητικών καρτών (όπως είδαμε στην εικόνα 24α), αλλά έπειτα χρησιμοποιείται και το μοντέλο του ρομπότ (εικόνα 24β). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, οι μαθητές να διδάσκονται τις πράξεις των ακέραιων αριθμών με τη χρήση δύο διαφορετικών μοντέλων. Για καλύτερη κατανόηση αυτού του παραλληλισμού βλέπουμε στο α ερώτημα τις κάρτες, ενώ στο β ερώτημα της ίδιας δραστηριότητας το ρομπότ (εικόνες 24α, β).

3.1 – Διερεύνηση (η συνάρτηση ως μηχανή)

Σε μια μηχανή μπορούμε να βάζουμε τιμές και να μας βγάλει άλλες τιμές, σύμφωνα με έναν κανόνα.

1. Στη δυτλανή εικόνα έχουμε μια μηχανή που πολλαπλασιάζει με 3 τον αριθμό που βάζουμε. Έτσι αν βάλουμε το 2 η μηχανή βγάλει 6 (γιατί $2 \cdot 3 = 6$).

α) Τι αποτέλεσμα θα έχουμε όταν βάζουμε το 3;
β) Για να έχουμε αποτέλεσμα 27, ποιός αριθμός μπήκε στη μηχανή;




Δραστηριότητα 2.2 (Η εξίσωση ως ισορροπία σε μία τραμπάλα)

Η εξίσωση είναι μία ισότητα. Μπορούμε να την παρουσιάσουμε με μία ισορροπία σε μία τραμπάλα. Σ' αυτήν την τραμπάλα, χρησιμοποιούμε το x για κάθε x και το 1 για κάθε θετική μονάδα. Χρησιμοποιούμε και το -1 για τους αντίθετούς τους, δηλαδή το -1 είναι το αντίθετο του 1 και το αντίθετο του x είναι $-x$.

Α) Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί υπάρχει ισορροπία σε καθεμιά από τις παρακάτω τραμπάλες;

β)



Εικόνα 23: Χρήση μοντέλων

- α) Η έννοια της συνάρτησης με το μοντέλο της μηχανής
β) Η έννοια της ισότητας με το μοντέλο της τραμπάλας

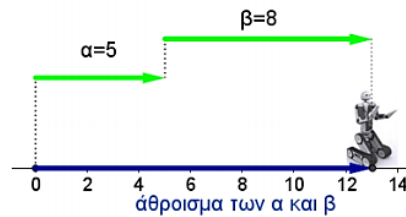
α) Σε κάθε ομάδα δίνουμε στην αρχή κάποιες κάρτες (1^η στήλη του παρακάτω πίνακα). Μετά, δίνουμε σε κάθε ομάδα άλλες κάρτες (2^η στήλη). Βλέπουμε στην 3^η στήλη τις τελικές κάρτες για κάθε ομάδα. Μπορείτε να συμπληρώσετε την τελευταία στήλη του πίνακα;

	Αρχικές κάρτες	Δόθηκαν	Τελικές κάρτες	Αντίστοιχη πράξη
α)				$(+7)+(+3)=\dots\dots\dots$

β) Στο μάθημα της τεχνολογίας, μία ομάδα μαθητών έβαλε ένα ρομπότ σε μία αριθμογραμμή. Κοιτά προς τους θετικούς αριθμούς.

β

Το ρομπότ προχωράει μπροστά και πίσω δίνοντας τιμές σε δύο αριθμούς α και β. Όταν ο αριθμός είναι θετικός, το ρομπότ προχωρά μπροστά. Όταν ο αριθμός είναι αρνητικός, το ρομπότ προχωρά προς τα πίσω.



Βάζουμε το ρομπότ στο 0. Δίνουμε τις τιμές α=5 και β=8.

Εικόνα 24: Χρήση μοντέλων

- α) Η πρόσθεση ακέραιων αριθμών με το μοντέλο των καρτών
- β) Η πρόσθεση ακέραιων αριθμών με το μοντέλο του ρομπότ

Διερευνητικές δραστηριότητες

Αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον ότι σε όλο το υλικό πρωταγωνιστούν οι διερευνητικές δραστηριότητες. Παρόλο που γίνεται μία ποσοτική ανάλυση των δεδομένων, είναι άξιο αναφοράς να αναφερθεί ότι το πλήθος των διερευνητικών

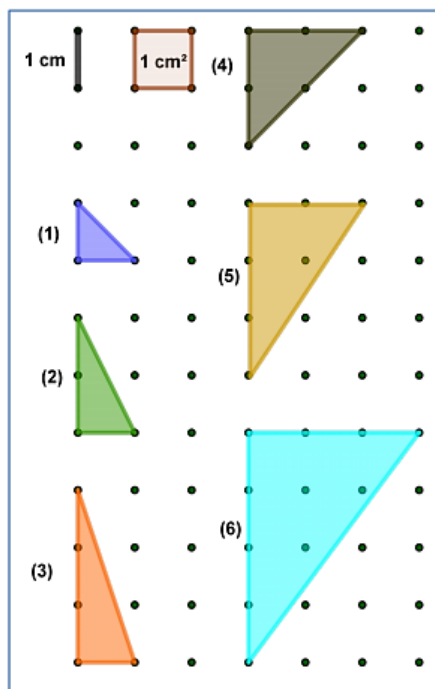
1.7- Διερεύνηση (εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου)

A) Το πλέγμα αντί για γραμμές μπορεί να έχει τελείες, όπως στο διπλανό σχήμα. Συμπληρώστε τα εμβαδά των σχημάτων:

- σχήμα (1): cm^2
- σχήμα (2): cm^2
- σχήμα (3): cm^2
- σχήμα (4): cm^2
- σχήμα (5): cm^2
- σχήμα (6): cm^2

Τι σχέση έχει το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου με το εμβαδόν του αντίστοιχου ορθογωνίου;

Μπορείτε να βρείτε έναν τύπο, για να βρίσκετε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου;



Εικόνα 25: Διερευνητική δραστηριότητα για το εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου

δραστηριοτήτων είναι πολύ μεγάλο, σε αντίθεση με ασκήσεις και μεθοδολογικές δραστηριότητες που είναι ελάχιστες, ειδικά σε ορισμένα κεφάλαια. Πιο αναλυτικά, η ιδεολογία του υλικού φαίνεται να είναι ότι ο μαθητής καλείται πρώτα να μελετήσει και να διερευνήσει μία μαθηματική έννοια, ελαφρώς κατευθυνόμενα βέβαια από το υλικό και έπειτα ακολουθούν οι ορισμοί και η επικύρωση όσων παρατηρήθηκαν κατά την διερεύνηση. Έτσι, υποστηρίζεται και η ομαδοσυνεργασία που αναφέρθηκε προηγουμένως, καθώς ορισμένες διερευνητικές δραστηριότητες προβλέπονται να γίνουν στο πλαίσιο της ομάδας.

Παρά τον όγκο των δραστηριοτήτων αυτών παραθέτονται ορισμένες ενδεικτικά, ώστε να φανεί καλύτερα ο χαρακτήρας τους. Ένα παράδειγμα είναι μία διερευνητική δραστηριότητα για το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου (εικόνα 25). Οι μαθητές μέσα από κάποια παραδείγματα ορθογωνίων τριγώνων και την έννοια του εμβαδού ως επιφάνεια, υπολογίζουν ορισμένα εμβαδά και καλούνται να παρατηρήσουν τη σχέση εμβαδού ορθογωνίου τριγώνου με του αντίστοιχου ορθογωνίου, να μπουν στην διαδικασία να γενικεύσουν τη σχέση που αναγνώρισαν και εν τέλει να την τυποποιήσουν.

Παρεμφερές παράδειγμα είναι αυτό στην παράγραφο των ανάλογων ποσών. Κατά την ενασχόληση των μαθητών με τα ανάλογα ποσά, εισάγεται η έννοια του συντελεστή διεύθυνσης πριν την συνάρτηση της μορφής $y=ax$. Συνεπώς οι μαθητές καλούνται διερευνήσουν την έννοια των ανάλογων ποσών, ώστε να αναδειχθεί μέσω παρατήρησης ιδιότητα του σταθερού συντελεστή και εν τέλει να καταλήξουν στον τύπο της συνάρτησης. Ενδεικτικό παράδειγμα μίας από τις διερευνητικές δραστηριότητες αυτής της παραγράφου είναι αυτό της εικόνας 26, όπου μέσα από μία περίπτωση ανάλογων ποσών της καθημερινότητας των μαθητών (ποσότητα – χρήματα), χρησιμοποιούν τον πίνακα τιμών (κεκτημένη γνώση), υπολογίζουν τον λόγο $\frac{y}{x}$, παρατηρούν και εικάζουν.

2.1 - Διερεύνηση (ποσά ανάλογα)

α) Η Ερντέμ αγόρασε ντομάτες που έχουν 2 € το Kg. Αν αγοράσει δύο κιλά θα πληρώσει €. Αν αγοράσει 3 κιλά θα πληρώσει €. Αν αγοράσει 4 κιλά θα πληρώσει €.

Συμβολίζουμε με x την ποσότητα που αγόρασε (σε kg). Συμβολίζουμε με y τα χρήματα (σε €) που θα πληρώσει. Μπορείτε να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα;

Η Ερντέμ λέει ότι αν πολλαπλασιάσουμε τις τιμές του x με έναν αριθμό (π.χ το 1 με 2) τότε και η αντίστοιχη τιμή του y πολλαπλασιάζεται με τον ίδιο αριθμό ($2 \cdot 2 = 4$). Είναι σωστό αυτό που λέει η Ερντέμ;

Συμπληρώστε τα κενά για τους λόγους $\frac{y}{x}$

$$\frac{2}{1} = \dots, \frac{4}{2} = \dots, \frac{\dots}{3} = \dots, \frac{\dots}{4} = \dots, \frac{\dots}{8} = \dots, \frac{20}{\dots} = \dots$$

Τι παρατηρείτε;

Κιλά (x)	Χρήματα (y)
1	2
2	4
3
4
8
....	20

Εικόνα 26: Διερευνητική δραστηριότητα για τα ανάλογα ποσά

εξοικειωθεί με την έννοια της κάθετης ως την μικρότερη απόσταση σημείου από ευθεία. Τέλος, παρόλο που δεν είναι πρόβλημα εφαρμογής μίας μαθηματικής έννοιας, πολλά κεφάλαια εισαγάγουν των μαθητή μέσω της καθημερινότητας. Για παράδειγμα, η έννοια της Αξονικής Συμμετρίας εισάγεται στο ρεαλιστικό πλαίσιο ανακαλώντας τον καθρέπτη και το είδωλο στην θάλασσα (εικόνα 29).



Όταν κοιταζόμαστε στον καθρέπτη βλέπουμε ένα αντίγραφο του εαυτού μας (είδωλο). Λέμε ότι ο εαυτός μας και το είδωλό του είναι συμμετρικά ως προς την ευθεία του καθρέφτη. Το ίδιο συμβαίνει και με τη βάρκα που καθρεφτίζεται στην επιφάνεια της θάλασσας. Η βάρκα και το είδωλό της είναι *συμμετρικά ως προς την ευθεία της επιφάνειας*. Η ευθεία αυτή ονομάζεται **άξονας συμμετρίας** και λέμε ότι έχουμε *αξονική συμμετρία*.

Εικόνα 29: Ρεαλιστική προσέγγιση της έννοιας της αξονικής συμμετρίας

Διαδικαστικές ασκήσεις

Φυσικά, αν και λίγες στο πλήθος τους συγκριτικά με τις υπόλοιπες δραστηριότητες, δεν λείπουν από το υλικό, διαδικαστικές ασκήσεις. Οι ασκήσεις αυτές αποσκοπούν στο να βάλουν τον μαθητή σε μία διαδικασία να εφαρμόσει την μαθηματική έννοια ή μεθοδολογία που έμαθε στο αντίστοιχο κεφάλαιο. Παραδείγματα αποτυπώνονται στην παράγραφο της Μέτρησης μήκους με την άσκηση για τις μετατροπές ανάμεσα στις μονάδες μέτρησης (εικόνα 30α) και στην παράγραφο «Ο μέσος όρος και το εύρος» με μία άσκηση για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και του εύρους (εικόνα 30β).

α)

Άσκηση 1

Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

- i. $320\text{cm} = \dots\dots\dots \text{dm} = \dots\dots\dots \text{m}$
- ii. $5,2 \text{ km} = \dots\dots\dots \text{m} = \dots\dots\dots \text{mm}$
- iii. $45000 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{m}$
- iv. $20\text{dm} = \dots\dots\dots \text{mm}$
- v. $780 \text{ cm} = \dots\dots\dots \text{m} = \dots\dots\dots \text{km}$

β)

Άσκηση 5.3

Η Εκίν, ο Μουσταφά και η Μελέκ συγκρίνουν τους βαθμούς τους στα Μαθηματικά. Έχουν κάνει 6 τεστ. Οι βαθμοί τους είναι στον παρακάτω πίνακα. Η βαθμολογία είναι στα 20.

	Τεστ 1	Τεστ 2	Τεστ 3	Τεστ 4	Τεστ 5	Τεστ 6
Εκίν	17	16,5	13	13,5	15	10
Μουσταφά	14	12	20	9	16,5	7
Μελέκ	7	9	14	9,5	13,5	9

Συμπληρώνουμε με σωστό ή λάθος;

- Η μέση τιμή για τους βαθμούς της Εκίν είναι ανάμεσα στα 10 και στα 17
- Η μέση τιμή για τους βαθμούς της Μελέκ είναι πιο μικρή από 10 επειδή έχει τους περισσότερους βαθμούς κάτω από τα 10
- Ο Μουσταφά είναι ο καλύτερος στα Μαθηματικά επειδή έχει έναν βαθμό ίσον με 20
- Το εύρος από τους βαθμούς για την Εκίν είναι 7
- Η Εκίν και η Μελέκ έχουν την ίδια μέση τιμή
- Κατά μέσο όρο, ο Μουσταφά έχει 10 στα Μαθηματικά

Εικόνα 30: Διαδικαστικές ασκήσεις
α) Μετατροπή μονάδων μέτρησης μήκους
β) Υπολογισμός μέσης τιμής και εύρους

4.1.5 Αξιολόγηση – Πώς αξιολογείται η μάθηση τους;

Εκτός από το κύριο μέρος του υλικού, το επιπλέον υλικό που προτείνεται, αλλά και το γλωσσάρι μαθηματικών εννοιών, οι σχεδιαστές σχεδίασαν κάποια ενδεικτικά φύλλα αξιολόγησης για το κάθε κεφάλαιο.

4.1.5.1 Διαδικαστικές ασκήσεις

Τα φύλλα αξιολόγησης αποτελούνται κυρίως από διαδικαστικές ασκήσεις, εξετάζοντας την ικανότητα των μαθητών να εφαρμόσουν μία μαθηματική έννοια ή διεργασία. Ενδεικτικά παραδείγματα παραθέτονται στις εικόνες 31 α,β στα κεφάλαια Δεκαδικών αριθμών και Ανισώσεων αντίστοιχα, όπου βλέπουμε ότι καλείται ο μαθητής να εφαρμόσει τις γνώσεις στη μεθοδολογία των πράξεων των δεκαδικών αριθμών και της επίλυσης των ανισώσεων.

ΘΕΜΑ 2^ο

Υπολόγισε κατακόρυφα τις παρακάτω προσθέσεις και αφαιρέσεις:

$$22,15 + 13,16 = \qquad 35 + 27,42 =$$

α) $18,42 - 12,11 =$ $29,5 - 2,7 =$

ΘΕΜΑ 3^ο

Λύσε τις παρακάτω ανισώσεις και δείξε τις λύσεις στην αριθμογραμμή.

$$4x - 16 \leq 4 \qquad -x - 1 > 2$$

β) $5x - 5 \geq 2x + 1$ $2x - 5 < 3x + 10$

Εικόνα 31: α) Άσκηση στις κατακόρυφες προσθέσεις και αφαιρέσεις
β) Άσκηση για την επίλυση ανισώσεων

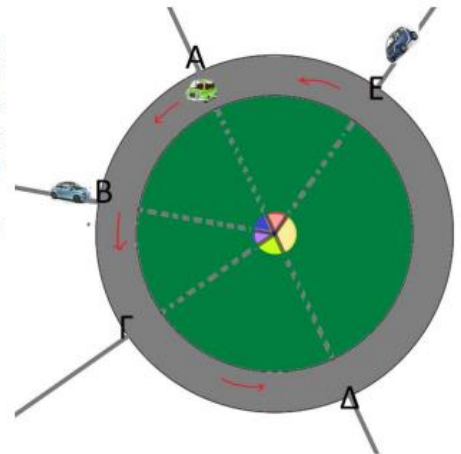
4.1.5.2 Ρεαλιστικά προβλήματα

Παρόλα αυτά, σε ορισμένα κεφάλαια εντοπίζονται επίσης ρεαλιστικά προβλήματα κατά την αξιολόγηση του μαθητή. Συγκεκριμένα, γίνεται εμφανές στην Στατιστική και στις Συναρτήσεις με κύριο πρωταγωνιστή όμως το κεφάλαιο της Γεωμετρίας. Παραδείγματος χάριν, στις εικόνες 32 α, β, ζητείται από τον μαθητή αρχικά να μοντελοποιήσει την ρεαλιστική κατάσταση και έπειτα εφαρμόσει τις γνώσεις του.

ΑΣΚΗΣΗ 1

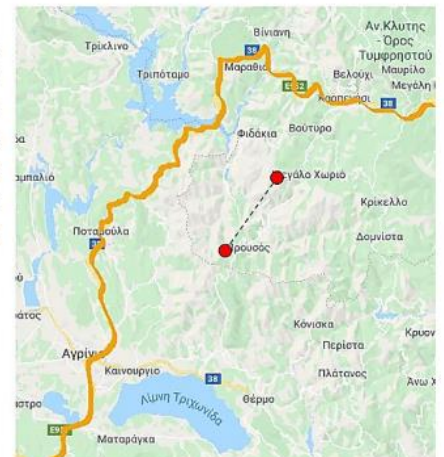
α) Στην εικόνα βλέπετε έναν κυκλικό κόμβο. Υπάρχουν 5 εισοδοί /έξοδοι, οι Α, Β, Γ, Δ και Ε. Να βρείτε πόσες μοίρες στροφή θα κάνει ένα αυτοκίνητο που:

- α) μπαίνει στη είσοδο Β και βγαίνει από την έξοδο Γ.
- β) μπαίνει στην είσοδο Γ και βγαίνει στην έξοδο Β.
- γ) μπαίνει στην είσοδο Α και βγαίνει στην έξοδο Δ.
- δ) μπαίνει στην είσοδο Δ και βγαίνει στην έξοδο Β.



ΑΣΚΗΣΗ 3

β) Ο Γιάννης θέλει να ανοίξει ένα βενζινάδικο πάνω στο δρόμο (πορτοκαλί γραμμή). Σε ποιο σημείο του δρόμου θα πρέπει να το κάνει για να απέχει την ίδια απόσταση από τα δύο χωριά στο χάρτη; (κόκκινα σημεία). Εξηγήστε τη λύση που θα δώσετε.



Εικόνα 32: α) Χρήση του κυκλικού κόμβου για την έννοια της γωνίας ως στροφή
β) Χρήση του χάρτη και ρεαλιστικής κατάστασης για την έννοια της απόστασης σημείου από ευθεία.

4.2 Συνεντεύξεις σχεδιαστών

4.2.1 Συστημικό δίκτυο πλαισίου σχεδίασης υλικού

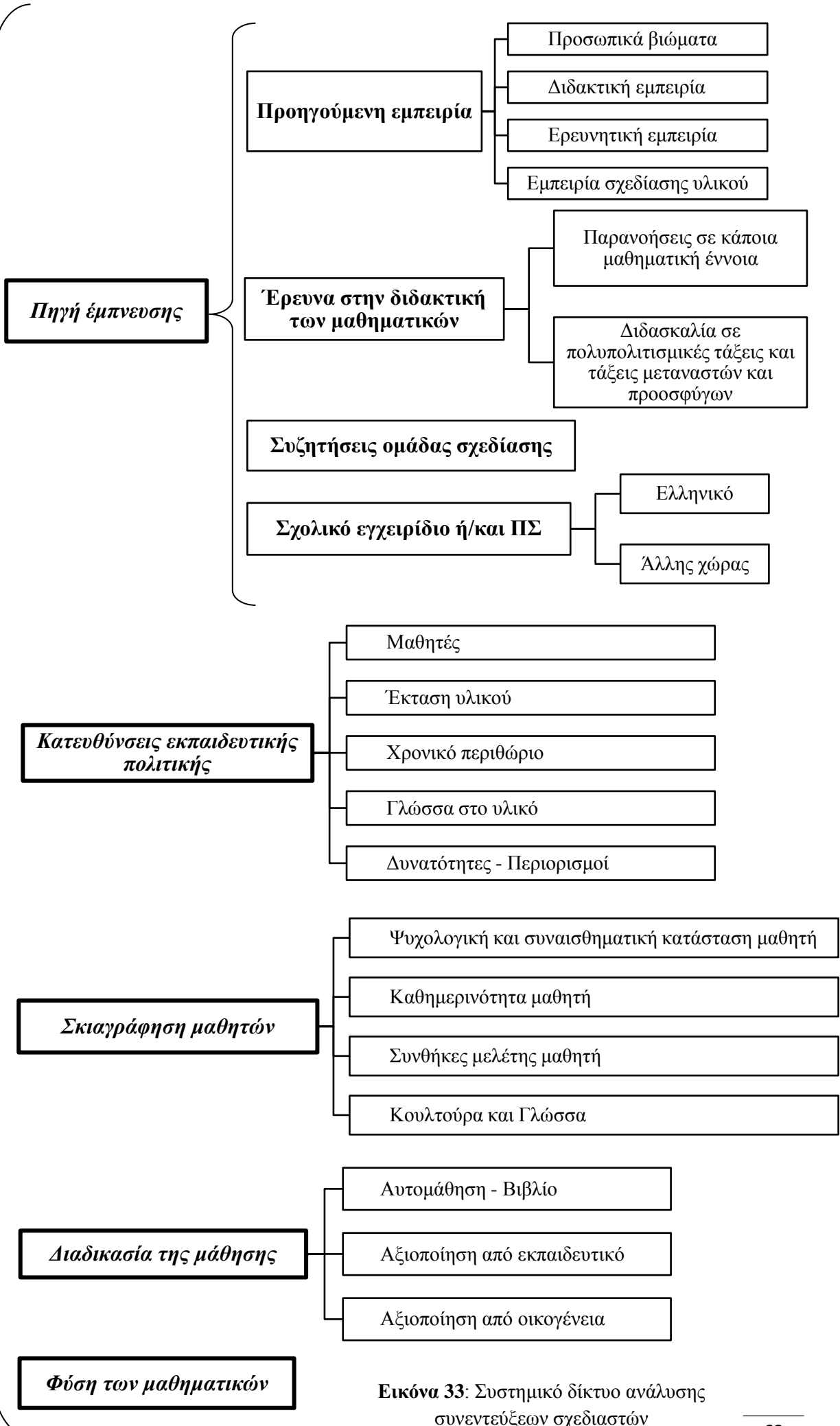
Αναφορικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, δηλαδή τους παράγοντες που επηρέασαν τις αποφάσεις των σχεδιαστών κατά τον σχεδιασμό του υλικού, παρατίθενται τα αποτελέσματα της ανάλυσης των συνεντεύξεων των σχεδιαστών στο παρακάτω συστημικό δίκτυο (εικόνα 33), σύμφωνα με την προσέγγιση που δίνουν οι Grize, Bliss & Obgorn (1982). Πιο αναλυτικά:

- Η κατηγορία «**Πηγή έμπνευσης**» εντάσσονται στοιχεία που ενέπνευσαν και λειτούργησαν ως πόροι για τους σχεδιαστές και το έργο τους. Πιο αναλυτικά:
 - Η υποκατηγορία «**Προηγούμενη εμπειρία**» εμπεριέχει στοιχεία της εμπειρίας των σχεδιαστών που φαίνεται να επηρέασαν την σχεδίαση του υλικού. Συγκεκριμένα:
 - Στον κωδικό «*Προσωπικά βιώματα*» ενσωματώνονται χωρία των συνεντεύξεων που ο σχεδιαστής έρχεται στην θέση των μαθητών, καθώς αποκτά παρόμοιες προσωπικές εμπειρίες με αυτούς.
 - Στον κωδικό «*Διδακτική εμπειρία*» περιγράφονται στοιχεία της εμπειρίας τους από τις προσωπικές διδασκαλίες τους και γενικότερα όταν λαμβάνουν τον ρόλο του εκπαιδευτικού.
 - Στον κωδικό «*Ερευνητική εμπειρία*» εντάσσεται η εμπειρία τους στον ερευνητικό κλάδο της διδακτικής των μαθηματικών και της διδακτικής σε πολυπολιτισμικές τάξεις.
 - Στον κωδικό «*Εμπειρία σχεδίασης υλικού*» αναφέρεται κάποια παρόμοια εμπειρία σχεδίασης κάποιου άλλου εκπαιδευτικού υλικού.
 - Η υποκατηγορία «**Έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών**» περιγράφει την ερευνητική προσέγγιση των σχεδιαστών και η επαφή τους με ερευνητικά άρθρα κατά την διάρκεια της σχεδίασης του υλικού. Η υποκατηγορία αυτή εμπεριέχει, λοιπόν, του παρακάτω κωδικούς:
 - Ο κωδικός «*Παρανοήσεις σε κάποια μαθηματική έννοια*» αναφέρεται στην αναζήτηση βιβλιογραφίας σχετικά με παρανοήσεις και δυσκολίες μαθητών.
 - Ο κωδικός «*Διδασκαλία σε πολυπολιτισμικές τάξεις και τάξεις μεταναστών και προσφύγων*» αφορά την αντίστοιχη έρευνα που υπάρχει στην διδακτική των μαθηματικών.
 - Η υποκατηγορία «**Συζητήσεις ομάδας σχεδίασης**» εμπεριέχει την ομαδικότητα των σχεδιαστών και το επίπεδο της συνεργασίας τους που επηρέασε το αποτέλεσμα του υλικού.
 - Η υποκατηγορία «**Σχολικό εγχειρίδιο ή/και ΠΣ**» αναφέρεται στην χρήση κάποιου σχολικού βιβλίου ή/και προγράμματος σπουδών ως πόρος κατά τον σχεδιασμό, και ιδιαίτερα:

- Στον κωδικό «*Ελληνικό*» εντάσσονται τα ελληνικά βιβλία και το ελληνικό αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών.
- Στον κωδικό «*Άλλης χώρας*» ενσωματώνονται ξενόγλωσσα βιβλία μαθηματικών.
- Η κατηγορία «*Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής*» περιγράφει τις πολιτικές επιλογές και αποφάσεις που επηρέασαν είτε άμεσα είτε έμμεσα τον σχεδιασμό του υλικού. Πιο αναλυτικά ενσωματώνονται οι παρακάτω υποκατηγορίες:
 - Η υποκατηγορία «*Μαθητές*» σημαίνει τον πληθυσμό που αποφασίστηκε να αποσκοπεί το υλικό.
 - Η υποκατηγορία «*Έκταση υλικού*» εμπεριέχει τις πολιτικές οδηγίες σχετικά με τον αριθμό σελίδων του υλικού.
 - Η υποκατηγορία «*Χρονικό περιθώριο*» ερμηνεύεται με τους χρονικούς περιορισμούς που είχαν, είτε για προσωπικούς λόγους, είτε λόγω πίεσης από την εκπαιδευτική πολιτική.
 - Η υποκατηγορία «*Γλώσσα στο υλικό*» αφορά τις κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής σχετικά με το γλωσσικό επίπεδο του υλικού.
 - Η υποκατηγορία «*Δυνατότητες – Περιορισμοί*» περιγράφει το επίπεδο ελευθερίας που δόθηκε στους σχεδιαστές για το τι θα συμπεριλάβουν στο υλικό.
- Η κατηγορία «*Σκιαγράφηση μαθητών*» αναφέρεται στο προφίλ του μαθητή που δημιούργησε ο κάθε σχεδιαστής ξεχωριστά, το οποίο επηρέασε πολύ τη θέση τους και τις αποφάσεις του για τον σχεδιασμό. Η σκιαγράφηση του μαθητή εμπεριέχει στοιχεία σχετικά με της παρακάτω υποκατηγορίες:
 - Η υποκατηγορία «*Ψυχολογική και συναισθηματική κατάσταση μαθητή*», όπως γίνεται κατανοητό και από την ονομασία, περιγράφει την περιγραφή του μαθητή σύμφωνα με την ψυχολογική και συναισθηματική του κατάσταση με στόχο την υποστήριξη αυτής.
 - Η υποκατηγορία «*Καθημερινότητα μαθητή*» περιγράφει τις καθημερινές συνήθειες του που επηρεάζουν την μάθηση του.
 - Η υποκατηγορία «*Συνθήκες μελέτης μαθητή*» αφορά τον τρόπο εργασία των μαθητών στην καθημερινότητα τους (π.χ. ομάδες).
 - Η υποκατηγορία «*Κουλτούρα και Γλώσσα*» εμπεριέχει την πολιτισμική εικόνα των μαθητών που φαντάζεται ο κάθε σχεδιαστής και τις τυχόν γλωσσικές δυσκολίες τους.
- Η κατηγορία «*Διαδικασία της μάθησης*» εστιάζει στην οποιαδήποτε αξιοποίηση του υλικού ώστε εν τέλει να βοηθήσει την διαδικασία της μάθησης του μαθητή. Συγκεκριμένα:
 - Η υποκατηγορία «*Αυτομάθηση – Βιβλίο*» αφορά την διεργασία της αυτομάθησης του μαθητή, καθώς και τον ρόλο του βιβλίου, το οποίο λαμβάνει για να υποστηρίξει τη μάθηση του.

- Η υποκατηγορία «**Αξιοποίηση από εκπαιδευτικό**» ερμηνεύει τον ρόλο του καθηγητή των μαθηματικών, καθώς και την χρήση του υλικού του στην τάξη του.
- Η υποκατηγορία «**Αξιοποίηση από εκπαιδευτικό**» περιγράφει κάποια πιθανή βοήθεια του μαθητή από την οικογένεια του και γενικότερα την εργασία του στο σπίτι.
- Τέλος, η κατηγορία «**Φύση των μαθηματικών**» αφορά την θέση των σχεδιαστών για τα μαθηματικά είτε ως επιστημονικός κλάδος είτε από εκπαιδευτικής πλευράς, η οποία επηρέασε τις απόψεις και τις επιλογές τους για το υλικό.

**ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ
ΕΠΙΡΡΟΗΣ
ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ
ΤΩΝ
ΣΧΕΔΙΑΣΤΩΝ**



Εικόνα 33: Συστημικό δίκτυο ανάλυσης συνεντεύξεων σχεδιαστών

4.2.2 Ο Παύλος

4.2.2.1 Πηγή έμπνευσης

Η εμπειρία του Παύλου σε διάφορους τομείς δεν απουσίαζε κατά την διαδικασία σχεδίασης. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά η εμπειρία του σε παρόμοιες καταστάσεις σχεδιασμού που είχε εργαστεί παλαιότερα, η οποία ήταν εμφανής κατά την οργάνωση και τον συντονισμό της ομάδας σχεδίασης.

Π: Από το Γυμνάσιο δεν έχω εμπειρία, ούτε διδακτική, αλλά ούτε ερευνητική. Επομένως το πλαίσιο για εμένα δεν είναι οικείο. Ο ρόλος μου ήταν να οργανώνω τις συζητήσεις που αφορούσαν τον σχεδιασμό, τις αρχές του σχεδιασμού, στην αρχή ουσιαστικά, στην απόφαση.

Όπως φαίνεται στο προηγούμενο απόσπασμα, ο Παύλος δεν έχει διδακτική και ερευνητική εμπειρία στην μαθηματική εκπαίδευση του Γυμνασίου. Παρόλα αυτά, η διδακτική εμπειρία του ως εκπαιδευτής εκπαιδευτικών και η ερευνητική εμπειρία του στην διδακτική μαθηματικών στο Δημοτικό αναδείχθηκαν και αξιοποιήθηκαν στον σχεδιασμό του υλικού.

Π: [...] πιο πολύ σε αντικείμενα που μπαίνουν στο Δημοτικό από μένα ή και από το πλαίσιο της προσπάθειας να διδάξω αυτά τα πράγματα σε υποψήφιους εκπαιδευτικούς.[...]

Π: Εγώ όσο μπορούσα είχε να κάνει με έννοιες κυρίως αριθμούς. Για παράδειγμα για άλγεβρα δεν έχω ασχοληθεί. Αλλά το μοντέλο της ζυγαριάς είναι ένα μοντέλο που χρησιμοποιούμε και στο Δημοτικό, στην εξίσωση. Επομένως οι εμπειρίες που έχω σε χρήση του αναπαραστατικού μοντέλου του σχολείου και με δασκάλων, περνούσαν μέσα στο περιεχόμενο που επέτρεπε να φέρω δικές μου εμπειρίες.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά η αξία της προσωπικής εμπειρίας για τον Παύλο, η οποία φαίνεται να άσκησε σημαντική επιρροή στον σχεδιασμό. Όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα, η σχέση και η γνώμη του με τα μαθηματικά θυμίζουν πολύ κάποιες επιλογές που έχουν γίνει στο υλικό. Συγκεκριμένα, η εμφάνιση μαθηματικών προκλήσεων, η αξία του πλαισίου και του περιεχομένου, η απεικόνιση των μαθηματικών για να είναι πιο προσβάσιμα και επικοινωνιακά είναι χαρακτηριστικά που αναδεικνύονται καθ' όλη την έκταση του υλικού, όπως είδαμε στην ανάλυση του.

Π: Η σχέση μου με τα μαθηματικά ήρθε μέσα από την ικανοποίηση που έπαιρνα λύνοντας προβλήματα. Δηλαδή τις προκλήσεις που ξεπερνούσα που μου δίνονταν μέσα από τις λύσεις προβλημάτων, στην προσπάθεια να λύσεις κάτι καινούργιο, στηριζόμενοι σε κάτι που ήξερα ήδη.[...] Επομένως η σχέση μου με τα μαθηματικά

συχνά είχε να κάνει με τους ανθρώπους που σου άνοιγαν το πλαίσιο των μαθηματικών, έτσι; Και αυτό νομίζω συνεχίζεται και τώρα.[...] Μου αρέσει πολύ η απεικόνιση των μαθηματικών γιατί με αυτό τον τρόπο βλέπει ότι μπορεί να γίνουν πιο φιλόξενα, πιο επικοινωνιακά και αναπτύσσουν ακόμη περισσότερο αυτό που μου άρεσε, που σου είπα ότι με βοήθησε να επιλέξω τα μαθηματικά, δηλαδή η επαφή που έχεις με το αντικείμενο και με αυτούς που οργανώνουν το πλαίσιο στο οποίο δουλεύεις με το αντικείμενο.

Η εμπειρία του Παύλου όμως δεν επηρέασε μόνο τις μεθοδολογίες και την διδακτική προσέγγιση του υλικού, αλλά αξιοποιήθηκε και στην πολιτισμική προσέγγιση του. Συγκεκριμένα, ο Παύλος περιγράφει ένα μάθημα που είχε παρακολουθήσει ως εκπαιδευτής εκπαιδευτικών, στο οποίο τμήμα υπήρχαν δύο μαθήτριες αλβανικής καταγωγής. Έχοντας αυτή την εμπειρία ως κινητήρια δύναμη, επιθυμεί το υλικό να αποσκοπεί παρεμφερώς στην ενσυναίσθηση των μαθητών ως προς την ποικιλομορφία των πολιτισμών.

Π: Είχα τυπώσει από τα αντίστοιχα βιβλία της Αλβανίας το αντίστοιχο κεφάλαιο που κάνουν προβλήματα στα ποσοστά στην 6^η Δημοτικού και είχα τυπώσει κάποια αντίστοιχα προβλήματα και τα είχα φέρει στην τάξη. [...] Αντιλαμβάνεσαι λοιπόν την έκπληξη των παιδιών, γιατί λες αλβανικά.. Δεν έχεις δει ποτέ την αλφάβητο, κάτι γραμμένο, δεν λέω να μάθεις αλβανικά, να μπεις με αυτόν τον τρόπο στη θέση του κοριτσιού που μόλις ήρθε από την Αλβανία, να νιώσεις την προσπάθειά της να κατανοήσει ένα κείμενο που για σένα είναι όπως το αλβανικό κείμενο που κοιτάξεις τώρα. Μετά, με τη βοήθεια και των δύο κοριτσιών που ήξεραν και αλβανικά, η τάξη προσπάθησε, κατάλαβε τι έλεγε το πρόβλημα, το έλυσε και παρουσίασαν τις λύσεις. Δηλαδή θες τέτοιες ευκαιρίες που θα γνωρίσει ο άλλος πραγματικά τον άλλον πολιτισμό μέσα από εκφράσεις του. Μπορεί αυτές να έχουν να κάνουν με το φαγητό και με κάποιες γιορτές και με το τι συμβαίνει εκεί στο σχολείο. Επομένως θέλει ευκαιρίες ώστε τα παιδιά να γνωρίσουν τον άλλον πολιτισμό και όχι απλά να ακούσουν για αυτόν.

Η αξιοποίηση της έρευνας στην διδακτική των μαθηματικών ήταν εμφανής και από την πλευρά του Παύλου, ο οποίος ασχολήθηκε κυρίως με τα επίπεδα αναπαράστασης μιας μαθηματικής έννοιας και τις σχέσεις με την επικοινωνία (καθημερινή γλώσσα του μαθητή, σχολικό μαθηματικό ιδίωμα και γλώσσα των μαθηματικών).

Π: Υπάρχουν κάποια κείμενα που ανέβασαν και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί, και κάποια πιθανόν ανέβασα κι εγώ [...] Είναι ένα διάγραμμα το οποίο δίνει ουσιαστικά τα επίπεδα αναπαράστασης μιας έννοιας. Που ξεκινάς από κάτι πιο απλό, χειραπτικό, και μετά πηγαίνεις σε αναπαραστατικό. Μετά πηγαίνεις στο λόγο τον γραπτό και τον προφορικό πριν φτάσεις σε ένα ακόμη πιο αφαιρετικό επίπεδο. Αλλά ταυτόχρονα

κάπου εκεί ενδιάμεσα, το μοντέλο αυτό έχει να εμπλέκεται η επικοινωνία, εκεί που φτάνει δηλαδή μετά την αναπαράσταση είτε με υλικά είτε με απεικόνιση στο χαρτί υπάρχει η σύνδεση της Γ1 και της Γ2. Δηλαδή που δείχνει ουσιαστικά σε εκείνον τον χώρο που το παιδί πρέπει να εκφραστεί, να γράψει και να μιλήσει για όλα αυτά, υπάρχει το τι γίνεται με τη Γλώσσα 1 και τη Γλώσσα 2 και τα διαφορετικά ύφη που έχει αυτή η γλώσσα, είτε είναι η πρώτη είτε η δεύτερη. Δηλαδή κυρίως το καθημερινό. Καθομιλουμένη, ας το πούμε έτσι, ενδιάμεσο στάδιο που είναι το σχολικό μαθηματικό ύφος, και μετά το πιο αφηρημένο, επίσημο μαθηματικό ύφος. Η γλώσσα των μαθηματικών, ας το πούμε έτσι. Πριν μπορέσει να μιλήσει για αυτές τις έννοιες με έναν τρόπο ακαδημαϊκά σωστό στα μαθηματικά.

Η αξία της ομαδικής εργασίας φαίνεται επανειλημμένως στις συνεντεύξεις του Παύλου, καθώς υπογραμμίζει συχνά την συνεργασία μεταξύ των σχεδιαστών που υπήρχε. Συγκεκριμένα, παρατηρεί κανείς στα παρακάτω αποσπάσματα ότι ο Παύλος αναφέρει τις συναντήσεις που οργάνωνε η ομάδα, στις οποίες συζητούσαν για το κάθε κεφάλαιο ανεξαρτήτου σχεδιαστή. Αυτό που αναδεικνύει την ομαδικότητα του Παύλου είναι ότι καθ' όλη τη διάρκεια όλων των συνεντεύξεων, απαντούσε σε α' πληθυντικό. Για παράδειγμα, προσπαθώντας να περιγράψει την αξία που είχε η διατύπωση και η γλώσσα στο υλικό τους, χρησιμοποιεί ρήματα στο «εμείς», υπενθυμίζοντας την ομαδική εργασία των μελών σχεδίασης. Είναι σημαντικό να σημειωθεί, ότι μία τέτοια συμπεριφορά πιθανόν να επηρεάζεται από το ρόλο του στην ομάδα σχεδίασης, καθώς ως συντονιστής, δεν σχεδίασε προσωπικά κάποιο κεφάλαιο.

Π: [...] πληθώρα συναντήσεων με κάθε φορά που έβγαινε ένα draft από ένα κεφάλαιο [...] Αυτά τα κεφάλαια τα ανέλαβαν οι 4 της ομάδας. Αλλά καθετί που έβγαινε ως draft, αυτό περνούσε από τουλάχιστον 2-3 συναντήσεις όλων μας μέχρι να καταλήξει να πάρει την τελική μορφή, με διαφωνίες, με προτάσεις για αλλαγές.

Π: [...] Κουβεντιάζαμε πάντοτε για το αν το υλικό αυτό θα δημιουργούσε κάποιες δεύτερες σκέψεις σε παιδιά που προέρχονται από άλλο πολιτισμικό περιβάλλον [...]

Παρόλο που ο Παύλος αρνήθηκε ότι χρησιμοποιήθηκαν άλλα σχολικά βιβλία κατά τον σχεδιασμό του υλικού, στα παρακάτω αποσπάσματα παρατηρείται μία έμμεση επιρροή από τα βιβλία των μαθηματικών του ελληνικού τυπικού σχολείου. Πιο αναλυτικά, φαίνεται να λαμβάνει σαν βάση τα σχολικά βιβλία των μαθηματικών του Δημοτικού και Γυμνασίου, που θεωρεί αφιλόξενα προς τον μαθητή, ώστε εν τέλει πάνω σε αυτή την άποψη λήφθηκαν αποφάσεις για το υλικό που σχεδιάστηκε. Επιπλέον, περιγράφει το στόχο των πλαισίων στο τέλος κάθε παραγράφου του υλικού, όπου ζητούνται από τους μαθητές οι νέες ελληνικές και μαθηματικές λέξεις τους. Κατά την αιτιολόγηση μίας τέτοιας απόφασης, ο Παύλος ανακαλεί τα βιβλία του Δημοτικού, τα οποία λειτουργούν με παρόμοιο τρόπο.

Π: [...] Τα βιβλία του Γυμνασίου και του Δημοτικού μεγάλων τάξεων είναι πολύ αφιλόξενα και θέλαμε πολύ να έχουμε μέσα στη Γεωμετρία πολλές εικόνες... να παίρνει πράγματα από τις εικόνες το κείμενο για να χρησιμοποιήσει μετρήσεις ή προβληματισμούς που βγαίνουν από τις εικόνες, πολλές αναπαραστάσεις στην άλγεβρα, στις εξισώσεις, δηλαδή ήταν πάντα στη σκέψη μας να έχει αναπαραστάσεις στις δραστηριότητες.

Π: [...] Στο δημοτικό τα βιβλία δίνουν τέτοιες ευκαιρίες. Να γράψεις, δηλαδή τι έμαθες, τι κατάλαβες. Το οποίο αυτό είναι λίγο δύσκολο, αλλά αν γράψεις λέξεις ενδεχομένως αυτές οι λέξεις που έκαναν εντύπωση, ή ενδεχομένως να είναι μια ευκαιρία τότε που γράφει το βιβλίο γράψε μου κάτι που έμαθες, μια λέξη που έμαθες ελληνική γράψε μου και μια από τα μαθηματικά, είναι μια ευκαιρία να μιλήσει και για τις λέξεις.[...]

4.2.2.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής

Οι κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής φαίνεται να επηρέασαν πολύ τον Παύλο, αφού έχουν κεντρικό ρόλο στις συνεντεύξεις του. Μία γενική εικόνα της επίδρασης της εκπαιδευτικής πολιτικής φαίνεται στο ακόλουθο απόσπασμα, όπου ο Παύλος αναφέρει διάφορες δυσκολίες του προγράμματος, όπως το γεγονός ότι οι στόχοι δεν ήταν ξεκάθαροι και συγκεκριμένοι στην αρχή. Η μεγαλύτερη, βέβαια, δυσκολία φαίνεται να είναι ότι το υλικό είναι ταχύρρυθμης εκπαίδευσης, άρα οι σχεδιαστές κλήθηκαν να σχεδιάσουν ένα συμπιεσμένο υλικό, που παράλληλα σε ένα πεπερασμένο χρονικό διάστημα να προσφέρει όλα τα απαραίτητα εφόδια για έναν μαθητή Γυμνασίου.

Π: Η αλήθεια είναι ότι το πρόγραμμα, η στόχευση του δεν συγκεκριμενοποιούταν μόνο, αλλά και εξειδικευόταν καθ' οδόν [...] Οπότε η προσπάθεια ήταν αρκετά ενδιαφέρουσα από την αρχή, απλά είχε πολλές δυσκολίες γιατί θέλανε.. και θέλουν ακόμη.. το υλικό να είναι ένα υλικό ταχύρρυθμης εκπαίδευσης, θα μπορεί δηλαδή ένας μαθητής που θα μπει στο υλικό αυτό μέσα σε ενάμιση χρόνο να πάρει μία πολύ μεγάλη μπουκιά από τα πιο σημαντικά πράγματα του Γυμνασίου και να μπορεί μετά να τη συνεχίσει πιο πέρα. [...] Επομένως μιλάμε για ένα *accelerated program* (ταχύρρυθμο). Αυτό όμως έχει πολλές δυσκολίες. Δηλαδή έλεγε ότι με αυτό το πρόγραμμα να μπορείς να δώσεις εξετάσεις και να πάρεις το απολυτήριο του Γυμνασίου. Έλεγε να είναι υψηλής ποιότητας ώστε το παιδί να μην υπολείπεται από προκλήσεις σε σχέση με το πρόγραμμα της Γενικής Παιδείας. Έμπαιναν δηλαδή πολλά πράγματα πολλές απαιτήσεις κάτω από ένα ενάμιση χρόνο που ήταν αρκετά απαιτητικό για να το ισορροπήσει κανείς σε αυτή τη φάση.

Σύμφωνα με τον Παύλο, μία ακόμα επιρροή των κατευθύνσεων της εκπαιδευτικής πολιτικής στον σχεδιασμό του υλικού είναι οι δυνατότητες και οι περιορισμοί που προσφέρονταν. Για παράδειγμα, το γεγονός ότι υπήρχε συγκεκριμένος αριθμός σελίδων περιόρισε το πλήθος των αναπαραστάσεων. Από την άλλη πλευρά, η δυνατότητα για ψηφιακή έκδοση του υλικού υποστήριξε την χρήση ψηφιακής τεχνολογίας. Επιπλέον, η έγχρωμη μορφή των βιβλίων αξιοποιήθηκε με τη χρήση χρωμάτων στο υλικό, τα οποία αποσκοπούν στην υποστήριξη των. Τέλος, η μετάφραση του υλικού σε διάφορες γλώσσες βοήθησε τους στόχους των σχεδιαστών ώστε να υποστηρίξουν γλωσσικά τους μαθητές.

Π: Πολλές φορές θα θέλαμε περισσότερη αναπαράσταση, αλλά μας προβλημάτιζε η έκταση των κεφαλαίων, η σελιδοποίηση, γιατί όλα αυτά μετά δεν είναι άμοιρα.

Π: Σκεφτόμασταν το αν η τεχνολογία θα είναι διαθέσιμη, αλλά από την άλλη σκεφτήκαμε ότι από τη στιγμή που το πρόγραμμα είπε ότι όλα αυτά τα υλικά, κάποια στιγμή, κάπως αμέσως μετά το χάρτινο θα βγει και το ψηφιακό μέρος, η ψηφιακή έκδοση του υλικού [...]

Π: Υπάρχει η δυνατότητα, γιατί φαντάζομαι και στα σχολικά βιβλία υπάρχει τώρα τετραχρωμία, αλλά ήταν κι αυτό μια επιλογή.

Π: [...] Δηλαδή αφού θα μεταφραστεί το υλικό και το γλωσσάρι σε 7-8 γλώσσες, μπορείς έμμεσα από εκεί κάποιες λέξεις-κλειδιά να τις διαβάσεις στην γλώσσα σου και να καταφέρεις να τις συνδέσεις καλύτερα στο μυαλό σου.

4.2.2.3 Σκιαγράφηση μαθητών

Ορίζοντας το πλαίσιο μαθητών που απευθύνεται το υλικό, ο Παύλος σημειώνει ότι το υλικό απευθύνεται σε μαθητές που δεν έχουν ως μητρική γλώσσα την ελληνική, ώστε να στηριχθούν «γλωσσικά και εννοιολογικά».

Π: Για πληθυσμό που θα παρακολουθεί είτε σε δομές είτε σε σχολικές μονάδες προγράμματα τμημάτων ένταξης, που βοηθούν να μάθουν τη γλώσσα την ελληνική, αλλά ταυτόχρονα μην μένουν πίσω στα γνωστικά αντικείμενα. [...] όλο το υλικό είναι προσαρμοσμένο γλωσσικά και εννοιολογικά για παιδιά που δεν έχουν την ελληνική γλώσσα ως πρώτη.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά το γεγονός, ότι παρόλο που το υλικό σχεδιάστηκε έτσι ώστε να απευθύνεται σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες, μία ιδιαίτερη κατηγορία μαθητών, ο Παύλος γενικεύει την χρήση του σε μία οποιαδήποτε τυπική τάξη. Σκιαγραφώντας, λοιπόν, τον μαθητή όχι τόσο ως προς τον γλωσσικό

περιορισμό, αλλά στην ικανότητα του να επικεντρώνεται στο επίπεδο της συζήτησης σε μία τάξη μαθηματικών, στην επιχειρηματολογία και στην χρήση της τυπικής γλώσσας των μαθηματικών, ο Παύλος θεωρεί ότι το υλικό που σχεδιάστηκε, παύει να στοχεύει σε μία ειδική περίπτωση μαθητών, αφού η δυσκολία της γλώσσας υπάρχει σε όλες τις τάξεις.

Π: Το ξέρω ή δεν ξέρω μία γλώσσα από πίσω κρύβει αρκετή κουβέντα. Δηλαδή το ύφος που αναπτύσσεται στη συζήτηση μέσα σε μία τάξη μαθηματικών στο Γυμνάσιο είναι αρκετά μακριά από το ύφος ενδεχομένως που αναπτύσσει η δασκάλα της Ιστορίας, των Αρχαίων ή οτιδήποτε [...]. Προσπαθώ να πω δηλαδή το ότι μιλάω μία γλώσσα, αυτό δεν σημαίνει πολλά πράγματα αν δεν κουβεντιάζεις για τα ήθη που ταιριάζουν με τις ταυτότητες που υποδύεσαι κάθε μέρα στην καθημερινή σου ζωή [...] Εδώ θα σε πάω λίγο στο Δημοτικό. [...] Τα παιδιά δεν παράγουν λόγο στο Δημοτικό. Δηλαδή τα παιδιά δεν μπορούν να βάλουν σε λόγο μία σκέψη και αυτό έχει να κάνει και με την επιχειρηματολογία στα μαθηματικά, αλλά έχει να κάνει και με την ανάπτυξη την γλωσσική, την ακαδημαϊκή χρήση της γλώσσας στα μαθηματικά. Επομένως το υλικό δεν είναι υλικό για πρόσφυγες, νομίζουμε ότι είναι ένα υλικό που μπορεί να αντλήσει ιδέες, δραστηριότητες και προβλήματα για μία τυπική τάξη.

Όπως για όλους τους σχεδιαστές, έτσι και για τον Παύλο, η κουλτούρα των μαθητών που απευθύνεται το υλικό είναι υψίστης σημασίας. Είναι εμφανές σε πολλά παραδείγματα η προσπάθεια να υπάρχει μία ισορροπία μεταξύ της ποικιλομορφίας των πολιτισμών και της ψυχολογικής και συναισθηματικής κατάστασης των μαθητών. Ενδεικτικά παραδείγματα είναι η απόρριψη δραστηριοτήτων σχετικά με τη θρησκεία, αφού πιθανόν θα προκαλέσουν κάποιο είδος ασέβειας. Επιπλέον, είναι ιδιαίτερο ότι τίποτα δεν θεωρήθηκε δεδομένο από την ομάδα σχεδίασης, όπως η επαφή των μαθητών με δραστηριότητες διερευνητικής φύσεως, αφού ο πολιτισμός σύμφωνα με τον Παύλο δεν είναι απλά η καταγωγή του ατόμου.

Π: Ο σεβασμός που επιβάλλεται προς την θρησκεία, σε τι πιστεύει, ή κάποια πράγματα που αφορούν την οικογένεια... όλα αυτά μας απασχολούσαν. [...] Επίσης προσπαθήσαμε οι αναπαραστάσεις όπου έχει πόλεις από περιοχές να είναι κάπως ουδέτερες. [...] Οι αναφορές που θα μπορούσαν να επιστρέψουν στην θρησκεία και αυτές τις αφαιρέσαμε. Δηλαδή δεν είναι ότι απογυμνώσαμε το υλικό από πράγματα που θα μπορούσαν να έχουν κάποιο πολιτισμικό υπόβαθρο. Προσπαθήσαμε να μην βάλουμε πράγματα που θα είναι ξένα για κάποια άλλα παιδιά, που έρχονται από ένα άλλο πολιτισμικό περιβάλλον.

Π: Προσπαθήσαμε να είναι πράγματα που ούτε να θεωρήσεις ότι αν μιλήσεις για δυτικό πολιτισμό ή για χριστιανισμό θα θίξεις, ανθρώπους που πιστεύουν σε κάποια άλλη θρησκεία[...] Προσπαθήσαμε να μην πειράζουμε ευαίσθητες χορδές.

Π: [...] Η έμφαση στην διερευνητική μάθηση μπορεί να είναι κάτι πολύ ξένο για τις εμπειρίες των παιδιών που έρχονται από μία άλλη χώρα. Ή μπορεί και να μην είναι, δεν το γνωρίζουμε αυτό [...] Δεν είναι μόνο το από πού είσαι, δηλαδή την καταγωγή σου, είναι και το πώς έχεις μεγαλώσει, τι ευκαιρίες σου έχουν παρουσιαστεί, τις έχεις εκμεταλλευτεί. [...]

4.2.2.4 Διαδικασία της μάθησης

Στις συνεντεύξεις εξελίχθηκε ένας διάλογος αναφορικά με την άποψη του Παύλου σχετικά με τον ρόλο του βιβλίου κατά την διαδικασία της μάθησης. Κατά τη γνώμη του, το βιβλίο απευθύνεται και αποτελεί πηγή «και για τον εκπαιδευτικό και για τον μαθητή». Υπογραμμίζει την σημασία της χρήσης του από έναν καθηγητή, ο οποίος καλείται να το χρησιμοποιήσει και να το αξιοποιήσει ξεφεύγοντας «από τις σελίδες του βιβλίου». Ειδικότερα για μαθητές με γλωσσικούς περιορισμούς, όπως αναφέρει ο Παύλος, το βιβλίο αποκτά περισσότερη αξία, αφού μπορεί να λειτουργήσει ως πόρος υποστήριξης της γλώσσας και εν τέλει μάθησης και εξάσκησης της ελληνικής. Είναι σημαντικό να σημειωθεί, ότι το εγχειρίδιο είτε απευθύνεται σε έναν μέσο τυπικό μαθητή είτε σε μαθητές με γλωσσικές δυσκολίες, πρέπει σύμφωνα με τον Παύλο, να μην είναι απλά ένα «σημειωματάριο».

Π: Το βιβλίο να μην είναι το σημειωματάριο, γιατί έχει καταλήξει να είναι.. Ψάχνω να βρω μια μεταφορά.. κάπως κατευθύνει και τον εκπαιδευτικό και τον μαθητή.. δηλαδή όλα όσα κάνεις είναι εκεί. Αυτό που λέμε «μπούσουλα», αλλά δεν θα ήθελα να το πω έτσι γιατί είναι νεκρή μεταφορά.. Είναι ένα πλαίσιο που βάζει τα όρια της σελίδας.[...] [Έχει πει το πρόγραμμα] ότι το υλικό αυτό θα είναι και ψηφιακό [...] όταν με το καλό γίνει αυτή η βάση και μπουν τα links.. Προτείνουμε, δηλαδή, στο Β' μέρος, δραστηριότητες, οι οποίες θα μπορούσαν να είναι και εισαγωγικές.. Θεωρώ ότι έχουν περισσότερο διερευνητικό χαρακτήρα, δηλαδή θα αρχίσεις έτσι το μάθημα, να συζητήσεις και μετά να επιστρέψεις και να κάνεις εξάσκηση ή μετά στο βιβλίο να διαβάσεις ένα πρόβλημα και να προσπαθήσεις να το λύσεις. Θέλει ένα παιχνίδι που θα σε κάνει να φεύγεις από τις σελίδες του βιβλίου. [...] Αυτό που έλεγα είναι να δίνεις ευκαιρίες και ο εκπαιδευτικός στον εαυτό του και στον μαθητή να βγαίνει από τα όρια της σελίδας. Επομένως αυτή είναι μία σημαντική επιδίωξη, η οποία χρειάζεται μία εμπειρία από έναν εκπαιδευτικό.

Κ: Κατάλαβα, το ίδιο ισχύει και για μία πολυπολιτισμική τάξη;

Π: Εδώ θα έλεγα όχι.. Μάλλον και ναι και όχι. [...] Ήθελα να πω ότι έχουμε βάλει κάποιες ευκαιρίες, έχουμε δημιουργήσει κάποιες ευκαιρίες, ώστε να γράψει το παιδί, ο μαθητής/η μαθήτρια στο βιβλίο. Γράφοντας είναι σαν να ενισχύεις τη δουλειά που γίνεται στο μάθημα της Νεοελληνικής Γλώσσας. Η αναγνωρίζοντας ο μαθηματικός ζητώντας από τα παιδιά να διαβάσουν μεγαλοφώνως μία εκφώνηση και μετά να γράψουν τι έμαθες σήμερα. Αυτό που προσπερνάμε με τα σχολικά βιβλία του Γυμνασίου ή του Δημοτικού, τα παιδιά των προσφύγων καθίσταται ανάγκη γιατί

αυτό θα τους βοηθήσεις ακόμα περισσότερο να αυξήσουν την γλωσσική τους επάρκεια στην ελληνική. Οπότε το γράψιμο εδώ είναι μια επιπλέον στήριξη για τα παιδιά που δεν γνωρίζουν καλά την ελληνική. Οπότε η επιστροφή στο βιβλίο για τα παιδιά αυτά είναι σημαντική. Αλλά θα ξαναπώ ότι είναι εξίσου σημαντική για οποιοδήποτε παιδί. Γιατί όταν του πεις «πες το με δικά σου λόγια» ή «γράψε μου πώς το έλυσες» και να μην περιμένεις απλώς «32 τετραγωνικά εκατοστά» ως απάντηση, δηλαδή να γράψει κάτι ή να ζωγραφίσει πώς το έκανε. Όταν αυτό δεν μπορεί να συμβεί με τα παιδιά τα άλλα με Γ1 την ελληνική, αντιλαμβάνεσαι ότι κάτι δεν πάει καλά. Επομένως η επιστροφή στο βιβλίο είναι σημαντική, αλλά το θέμα είναι να βγαίνεις από τα όρια του βιβλίου και να επιστρέφεις. Αυτό, δηλαδή, θα ήταν μία επιδίωξη.

Όπως παρατηρείται και στο προηγούμενο απόσπασμα, ο Παύλος τονίζει ότι η αποτελεσματικότητα του υλικού εξαρτάται από την αξιοποίηση του από τον εκπαιδευτικό. Με βάση αυτήν την άποψη, ότι η ομάδα σχεδίασης προσαρμόστηκε με την θεωρητική εικόνα του μέσου εκπαιδευτικού, ώστε το υλικό να μην του είναι αποξενωτικό.

16 Π: Να σου πω για την ισορροπία που θέλαμε να φέρουμε στις σελίδες του βιβλίου μας γιατί αντιλαμβάνεσαι ότι ακριβώς επειδή το Γυμνάσιο είναι ένας χώρος της υποχρεωτικής εκπαίδευσης που δεν είναι τόσο εξοικειωμένος με την έρευνα στην μαθηματική εκπαίδευση. [...] Το Γυμνάσιο ακόμη πιο μακριά από αυτό. [...] καταλήξαμε δηλαδή στο αν πειράζαμε πολύ αυτή την οπτική ως προς αυτήν την διάσταση ενδεχομένως να αποξενώναμε τους εκπαιδευτικούς που θα κληθούν να το δοκιμάσουν.

Σκιαγραφώντας έτσι τον εκπαιδευτικό που καλείται να χρησιμοποιήσει το υλικό, η ομάδα σχεδίασης προσπαθώντας να οικειοποιηθεί τον καθηγητή στην ιδεολογία του υλικού, φαίνεται να έλαβε διάφορες αποφάσεις που επηρέασαν την μορφολογία του υλικού. Για παράδειγμα, η μείωση των αναπαραστάσεων ή ευρύτερα οι δραστηριότητες στο α' και β' μέρος του υλικού επηρεάστηκαν από αυτή την προσέγγιση. Μάλιστα, ο Παύλος προτείνει τον σχεδιασμό ενός βιβλίου που απευθύνεται συγκεκριμένα στον καθηγητή, με απώτερο στόχο να τον μυήσει στο παρόν εκπαιδευτικό υλικό.

Π: Αν μιλάς την ίδια γλώσσα με τον άλλον και πόσο θα διαρκέσει στις σελίδες ενός βιβλίου που αφορά τον μαθητή χρειάζεται.. μάλλον θα χρειαζόσουν ένα μεγαλύτερο βιβλίο δασκάλου για να εξηγήσει πράγματα [...] Όσο λιγότερο οικείο είναι αυτό για το εκπαιδευτικό... Είναι προτιμότερο να μειώσεις αυτήν την προσφορά σε αναπαραστάσεις, να μην ικανοποιήσει την ανάγκη σε τέτοιο βαθμό ώστε να κερδίσεις τον εκπαιδευτικό.

Π: [...] περιοριστήκαμε στο τι μπαίνει στο πρώτο μέρος, και κυρίως στο τι πρέπει ο εκπαιδευτικός να χρησιμοποιήσει ανοίγοντας το αυτός, ώστε να το ξεκινήσει και να το δουλέψει μαζί με τα παιδιά. Ο δεύτερος λόγος που έμεινε πιο περιορισμένη η χρήση τους στο πρώτο μέρος είναι γιατί μπορεί και ο εκπαιδευτικός να μην είναι εξοικειωμένος με αυτά τα πράγματα [...] Αλλά μένει ως μια επιλογή εκεί που οι συνθήκες το επιτρέπουν, να υπάρχουν αυτές οι πηγές στο β μέρος ώστε να μπορεί ο δάσκαλος να φέρει πράγματα στο πρώτο.

Άλλα ενδεικτικά παραδείγματα που περιγράφουν την επιρροή της εικόνας του εκπαιδευτικού περιγράφονται παρακάτω. Αρχικά, παρόλο που έχουν ενταχθεί διάφορα πολυπολιτισμικά στοιχεία, ο Παύλος αναφέρει ότι η ανάδειξη τους εξαρτάται καθαρά από τον καθηγητή. Παρεμφερής άποψη έχει για την μαθηματική δραστηριότητα και την επικοινωνία μες την τάξη, αφού ο εκπαιδευτικός τελικά λαμβάνει αποφάσεις για την προώθηση τους.

Π: Το πώς τελικά ο εκπαιδευτικός θα πάρει αφορμή από αυτά τα μικρά αναχώματα ώστε να σκοντάψει όλη η τάξη και να γνωρίσει κάτι από τον άλλο πολιτισμό.

Π: [...] Ζητάς από τον εκπαιδευτικό να προκαλέσει συζήτηση σε μικρές ομάδες και μετά στην υπόλοιπη τάξη, αναπτύσσει πρακτικές που βοηθούν και την κατανόηση των εννοιών, του περιεχομένου αλλά και την ανάπτυξη της γλωσσικής επάρκειας στην γλώσσα Ι. [...] Όλα αυτά είναι στάδια που αν τα εκμεταλλευτείς καταλήγεις σε δυο πράγματα: να καταλαβαίνεις καλύτερα τι κάνεις στα μαθηματικά, αλλά και να χρησιμοποιείς λόγο ώστε να αναπτύξεις τη γλώσσα στην οποία μιλάς.

4.2.2.5 Φύση των μαθηματικών

Τα μαθηματικά, όπως είδαμε και προηγουμένως, προσεγγίζονται από τον Παύλο με βάση την προσωπική του εμπειρία στον χώρο της εκπαίδευσης των μαθηματικών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να προσδίδει μία πολλαπλή προσωπικότητα στα μαθηματικά, αφού ο καθένας μας τα αντιλαμβάνεται και τα αντιμετωπίζει διαφορετικά. Για παράδειγμα, αναδεικνύεται ο τομέας της επίλυσης προβλήματος που του προκαλεί ικανοποίηση κατά την ενασχόληση με τις προκλήσεις που εμφανίζονται.

Π: Κοίτα τα μαθηματικά και το mathematics, όπως λέμε, είναι στον πληθυντικό, οπότε.. το ποια μαθηματικά μιλάμε είναι τα μαθηματικά που μιλάνε μόνο σε εμάς.. Η σχέση μου με τα μαθηματικά ήρθε μέσα από την ικανοποίηση που έπαιρνα λύνοντας προβλήματα. Δηλαδή τις προκλήσεις που ξεπερνούσα που μου δίνονταν μέσα από τις λύσεις προβλημάτων, στην προσπάθεια να λύσεις κάτι καινούργιο, στηριζόμενοι σε

κάτι που ήξερα ήδη. Και αυτή η ικανοποίηση συνεχίστηκε και μέσα από τα χρόνια βασικής εκπαίδευσης μαθηματικών. [...]

Η μαθηματική ορολογία για τον Παύλο είναι απροσπέλαστη. Παρόλο που κάθε μαθητής δυσκολεύεται στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και όρων, δεν μπορεί να υπάρξει παράκαμψη και «έκπτωση» στην μαθηματική ορολογία.

Π: Η μαθηματική ορολογία, κάποιες έννοιες.. που λέγανε του Γυμνασίου [οι υπόλοιποι σχεδιαστές] που ξέρουν πολύ καλά, αυτό ούτε οι δικοί μας δεν το καταλαβαίνουν. Παιδιά με πρώτη την ελληνική δεν το καταλαβαίνουν οπότε όταν σου λέει ο δάσκαλος ότι αυτό ούτε ο Έλληνας δεν το καταλαβαίνει, προσπαθείς να το αποφύγεις... Αλλά δεν υπήρχε έκπτωση, γιατί δεν μπορεί να ξεπέσει τόσο πολύ η έννοια. Δηλαδή, πώς αλλιώς να την πεις; Το Πυθαγόρειο δηλαδή πώς αλλιώς να το πεις; Ή αν μιλήσεις για κλάσματα, την παραγοντοποίηση. Πώς αλλιώς να το αναφέρεις αυτό;

4.2.3 Η Δώρα

4.2.3.1 Πηγή έμπνευσης

Η Δώρα, όπως και όλοι οι σχεδιαστές, επηρεάστηκε από την προηγούμενη εμπειρία της. Πιο αναλυτικά, η μακροχρόνια διδακτική εμπειρία της Δώρας φαίνεται να ήταν ένας παράγοντας που την επηρέασε. Συγκεκριμένα, περιγράφει μια ιστορία από την τάξη της, η οποία αναδεικνύει την σημασία που δίνει για την αποδοχή των διαφορετικών προσεγγίσεων σε ένα μαθηματικό πρόβλημα, καθώς και την αξία να παρέχει τέτοιες ευκαιρίες σε μια πολυπολιτισμική τάξη.

Δ: Θυμάμαι κάποτε έχει έρθει στην τάξη από την Αμερική μία κοπέλα [...]την είχα στην Β' Λυκείου, κάναμε τριγωνομετρία και τη ρώτησα πώς κάνουν αυτοί, είδα ότι έκανε με ένα διαφορετικό τρόπο την άσκηση που είχε ενδιαφέρον να δεις πώς αντιμετώπιζαν αυτοί ένα θέμα, το οποίο πρακτικά ήταν πολύ ωραίο, το υιοθέτησα και θέλω να πω ότι μπορεί να προκύψουν και ευκαιρίες τέτοιες σε μία πολυπολιτισμική τάξη, να ανταλλάξει κανείς διαφορετικό τρόπο αντιμετώπισης

Επιπρόσθετα, ο συνδυασμός της διδακτικής της εμπειρίας και η ενασχόληση της με την έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών φαίνεται να ήταν βασικός άξονας στις αποφάσεις και τις επιλογές της κατά τον σχεδιασμό, αφού της παρέιχαν εφόδια σχετικά με τις δυσκολίες και τις παρανοήσεις των μαθητών. Παρατηρείται, επίσης, ότι κατά τον σχεδιασμό της βασίστηκε στις διδασκαλίες της και στο ερευνητικό της

ενδιαφέρον, όπως φαίνεται από την απόφαση της να χρησιμοποιήσει χρώματα στις δραστηριότητες της.

Δ: [...]έχοντας διδάξει αυτά τα πράγματα πολλά χρόνια έχεις μια εμπειρία του τι δυσκολεύει τους μαθητές και που μπορεί να συναντήσεις πρόβλημα.

Δ: Υπάρχει ένα μεγάλο ζήτημα με το θεώρημα του Θαλή, εξάλλου είναι από τα κύρια θέματά μου στο διδασκτορικό, οπότε το ξέρω πολύ καλά. Ξέρω τις δυσκολίες που έχει αυτό...

Δ: [...]το χρώμα το χρησιμοποιώ παρά πολύ στη γεωμετρία, και στην τάξη. Επιβεβαιώνεται και από την βιβλιογραφία ότι η γεωμετρία έχει έτσι κι αλλιώς μια δυσκολία, λόγω των πολλών γραμμών...

Τέλος, αναδεικνύεται η αξία που προσδίδει η Δώρα στην συνεργασία των μαθητών, η οποία πηγάζει στην προσωπική της εμπειρία σε ομάδες, τονίζοντας την αλληλοϋποστήριξη που υπάρχει σε μία τέτοια δράση.

Δ: [...]όταν ο άλλος θέλει να συνεργαστεί με τον άλλον γίνεται πολύ ενδιαφέρον, γιατί το έχω διαπιστώσει και στον εαυτό μου. Είναι άλλο πράγμα να σκέφτομαι μόνος μου κάτι και άλλο πράγμα να συνεργάζομαι με κάποιον άλλο. Μου λέει αυτός κάτι, εγώ το παίρνω το κάνω κάτι άλλο και αυτό δημιουργεί ωραίες ιδέες. Δηλαδή, η συνεργασία πραγματικά είναι πολύτιμη. Ένας λόγος είναι ότι μπορώ να βοηθήσω κάποιους να βρουν κι άλλες λύσεις, να ακούσουν απόψεις, να προβληματιστεί κάποιος που μόνος του μπορεί να το περνούσε, ενώ ο άλλος θα του πει κάτι και θα τον κάνει να σκεφτεί και αυτός αντίστοιχα...

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών αποκτά κυρίαρχο ρόλο στον σχεδιασμό της Δώρας. Η βιβλιογραφία που ασχολήθηκε η Δώρα, εμπειρείχε στοιχεία για τη διδασκαλία σε πρόσφυγες μαθητές ή ζητήματα σχετικά με τη γλώσσα. Ακόμα, η χρήση πολυπολιτισμικών ονομάτων στην έκταση του υλικού αντλήθηκε από την αντίστοιχη έρευνα.

Δ: [...]στην αρχή είχαμε ανταλλάξει κάποια άρθρα σε σχέση με.. με πρόσφυγες.. [...] σε σχέση με τη γλώσσα.

Δ: Αυτό είναι μια από τις βασικές αρχές της διδασκαλίας στις πολυπολιτισμικές τάξεις. Με βάση άρθρα που έχουμε διαβάσει για αυτό. Αυτό που επιτυγχάνεις είναι ότι δίνεις την αίσθηση της πολυπολιτισμικότητας μέσα από το υλικό σου, με [ονόματα από] παιδιά πρωταγωνιστές που είναι από διάφορες χώρες, άρα έχεις ήδη μια απεικόνιση της πραγματικότητας της τάξης[...]

Η ομαδοσυνεργασία των σχεδιαστών αναφέρεται επίσης από την Δώρα. Βέβαια, παρόλο που αποδέχεται την αποτελεσματικότητα της, σημειώνει κάποιες δυσκολίες που εμφανίστηκαν κατά την όλη διαδικασία. Συγκεκριμένα, αναφέρει ότι η διαφορετικότητα στις προσεγγίσεις των μελών σχεδίασης, καθώς και η αξία της προηγούμενη συνεργασίας με τα ίδια άτομα επηρεάζει τον σχεδιασμό και το αποτέλεσμα του υλικού.

Δ: [...] τα μέλη ήταν καλή η συνεργασία, δηλαδή δούλεψε όλο αυτό. Τώρα σίγουρα ήταν ένα δύσκολο εγχείρημα, γιατί ήμασταν τέσσερις, οι δύο, γνωρίζονταν και έχουν ξανασυνεργαστεί έχω την εντύπωση... Εγώ δεν γνώριζα κάποιον άλλον και σίγουρα υπάρχει πάντα μία δυσκολία όταν είναι κάποιοι άνθρωποι διαφορετικοί που δεν έχουν συνεργαστεί στο παρελθόν, άρα να έχουν ήδη κάποιους κώδικες εδραιωμένους ή ότι αυτό στην αρχή σου τρώει χρόνο μέχρι να... [...]

Ωστόσο περιγράφοντας τη διαδικασία της συνεργασίας τους, τονίζει τις πολλαπλές συζητήσεις σχετικά με την ύλη και το περιεχόμενο του εκπαιδευτικού υλικού. Επίσης σημειώνει ότι παρά τις διαφωνίες τους, η ομάδα σεβόταν και αποδεχόταν την τελική απόφαση του δημιουργού κάθε κεφαλαίου. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η Δώρα αναζητούσε και αποδεχόταν την γνώμη των υπόλοιπων σχεδιαστών για τα κεφάλαια που είχε αναλάβει. Για παράδειγμα, προβληματισμένη με την έννοια της συμμετρίας, συζήτησε το ζήτημα αυτό με την Ταμάρ.

Δ: [...]όταν κάποιος έφτιαχνε κάτι, κάθε φορά αυτό περνούσε μέσα από το σχολιασμό των υπολοίπων, δηλαδή το παίρναμε βήμα βήμα όλοι μαζί, πάρα πολλές ώρες Skype να συζητάμε αφού πρώτα ο καθένας το διάβαζε και έκανε τα σχόλιά του γραπτώς, και δια ζώσης και έτσι εξ' αποστάσεως με Skype συζητούσαμε αν μπορούμε να αλλάξουμε κάτι, αν διαφωνούμε, τι θεωρούμε καλύτερο, δηλαδή όλοι έχουν περάσει από το υλικό των άλλων και όλοι έχουν συμβάλει στην τελική διαμόρφωσή του.

Δ: [...] ακόμα όταν αποφασίσαμε την ύλη ή το αν θέλεις το δικό μας μικρό αναλυτικό πρόγραμμα ήτανε και μέσα στο εσωτερικό της ίδιας της ενότητας πόσα θα βάλεις από αυτήν, πόσο θα αναπτυχθείς σε αυτήν. Την έχεις μεσ' την ύλη τις συναρτήσεις ας πούμε αλλά τι κομμάτι θα κάνεις από αυτό, σε τι εύρος, σε τι βάθος, εκεί υπήρχαν πιστεύω οι διαφωνίες.. αλλά μέχρι ένα σημείο, αφήναμε και την ελευθερία του δημιουργού δηλαδή λες τη γνώμη σου μέχρι ένα σημείο αλλά από κει και πέρα τον τελικό λόγο τον είχε ο συγγραφέας της ενότητας.

Δ: Συζητούσαμε πάντα με τη [Ταμάρ], που ήταν μια σημαντική πηγή, που είχε κάνει στη Γαλλία... Δηλαδή σε σχέση με τη συμμετρία συζήτησα μαζί της το θέμα... [...]

Τα ελληνικά βιβλία και το ελληνικό πρόγραμμα σπουδών δεν αξιοποιήθηκαν άμεσα από την Δώρα. Η χρήση τους κυρίως έγινε για να προσανατολιστεί σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες που ασχολούνται, παρόλο που εν τέλει προσθαφαίρεσε και έκανε ανακατανομή σε διάφορα θέματα στην Γεωμετρία.

Δ: Δεν το έλαβα υπόψη... Δεν πάτησα πολύ σε αυτό. Σίγουρα, όπως θα είδες, στις γεωμετρικές έννοιες ακολούθησα μια διαφορετική σειρά σε κάποιες περιπτώσεις, στον τρόπο που τα έβαλα [...] Κοιτούσα το σχολικό να θυμηθώ, γιατί η αλήθεια είναι ότι τα τελευταία έξι χρόνια είμαι σε Λύκειο, έχω φύγει από το γυμνάσιο, να θυμηθώ πάλι... [...] Σαφώς είδαμε τι υπάρχει, πατήσαμε σε αυτό, έπρεπε να βάλουμε κομμάτια που ήταν εκεί μέσα, αλλά έχουμε αφαιρέσει άλλα και έχουμε αλλάξει και τη σειρά των πραγμάτων σε σχέση με τη Γεωμετρία.

Αξιοσημείωτη είναι το ενδιαφέρον που ανέδειξε για ξενόγλωσσα βιβλία μαθηματικών, καθώς η Δώρα αναζήτησε και διάβασε κάποια στα αραβικά, της Αμερικής, ενώ επιθυμούσε να ασχοληθεί και με αντίστοιχα γερμανικά. Ο λόγος μιας τέτοιας πρωτοβουλίας ήταν διττός. Από την μία, ήθελα να μπει και να κατανοήσει τη θέση των μαθητών που έχουν γλωσσικές δυσκολίες, ενώ από την άλλη την ενδιέφερε το περιεχόμενο των βιβλίων αυτών, ώστε να προσεγγίσει τα μαθηματικά που κάνουν διαφορετικοί πολιτισμοί.

Δ: Στην αρχή η πρώτη απορία που είχα και ζήτησα από τη [Ταμάρ] να το κάνει αυτό και λέω θα ήθελα να ξέρω, πώς νιώθει κάποιος που διαβάζει ένα βιβλίο μαθηματικών και δεν ξέρει τη γλώσσα κι έτσι ζήτησα από τη [Ταμάρ] να μου βρει βιβλία γραμμένα στα αραβικά.. που δεν καταλαβαίνεις τίποτα! Και πράγματι αυτό έκανε και είχε πάρα πολύ ενδιαφέρον να το δω αυτό, γιατί ήθελα να το δω, μα ήταν η απορία μας από την αρχή, τι κάνουν αυτά τα παιδιά, δηλαδή αυτοί τι μαθηματικά κάνουν, τι έχουν κάνει από Γεωμετρία.. [...] τα βιβλία της είναι στα αραβικά, παρόλο που δεν είναι επίσημη γλώσσα, τα βρήκα εξαιρετικά! Μ' άρεσαν πάρα πολύ! Μ' άρεσαν περισσότερο από τα δικά μας! Δεν ήταν φορτωμένα, δεν καταλάβαινες γρι, αλλά επειδή καταλάβαινα τα μαθηματικά, καταλάβαινα περί τίνος πρόκειται. [...] είδα κι άλλα βιβλία, είδα και μια σειρά από την Αμερική που είχαν κάνει επίσης για πολυπολιτισμικές τάξεις, κάποια βιβλία από τη Γερμανία δεν κατάφερα να δω εν τέλει.

4.2.3.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής

Οι κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής είχαν έντονη επίδραση στον σχεδιασμό της Δώρας. Η συνεχή εναλλαγή των οδηγιών και η ασάφεια του πλαισίου προβληματίσε τους σχεδιαστές κατά την διαμόρφωση του υλικού. Επιπλέον, η

ομάδας σχεδίασης έλαβε συμβουλές και οδηγίες σχετικά με την γλώσσα του υλικού, το οποίο φαίνεται να δημιούργησε σχετικές δυσκολίες στη διατύπωση των ορισμών.

Δ: [...] Στο πρόγραμμα νομίζω ήταν αρκετά ασαφές το πλαίσιο, γιατί δεν είχαμε δεδομένα. Η μεγαλύτερη δυσκολία για μας ήταν ότι δεν γνωρίζαμε καθόλου το υπόβαθρο αυτών των παιδιών.. [...]

Δ: [...] συμβουλές κάποια στιγμή ως προς τη γλώσσα, κάποιες παρατηρήσεις σε σχέση με το να μη χρησιμοποιούμε ως πούμε, μας είχαν πει να μη χρησιμοποιούμε γενική, ότι είναι δύσκολη η γενική για κάποιον που δεν ξέρει τη γλώσσα και αυτό μας δημιούργησε προβλήματα στους ορισμούς.

4.2.3.3 Σκιαγράφιση μαθητών

Σε όλη την έκταση των συνεντεύξεων γίνεται εμφανές ότι η Δώρα έχει δημιουργήσει ένα προφίλ για τους μαθητές. Αρχικά, ο παράγοντας της γλώσσας και η υποστήριξη μαθητών με γλωσσικές δυσκολίες μέσω συζητήσεων αποτελεί έναν από τους βασικούς της στόχους.

Δ: [...] ο άλλος [τρόπος] ήταν να προκαλέσουμε τη συζήτηση, γιατί στόχος του προγράμματος ήταν αυτά τα παιδιά να τα βοηθήσουμε να μιλήσουν, γενικά να μάθουν τη γλώσσα. Δηλαδή ήταν διττός ο στόχος από τη μία να μάθουν μαθηματικά κι από την άλλη να μάθουν και τη γλώσσα την ελληνική.

Παράλληλα, ανασύρεται από τα λόγια της η άποψη της για τον πολιτισμό του ατόμου. Η Δώρα ορίζει την κουλτούρα ως κάτι πολυπαραγοντικό, τονίζοντας την διαφορετικότητα που υπάρχει ακόμα και στον τρόπο ομιλίας. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, φαίνεται να δημιουργεί την άποψη ότι όλες οι τάξεις είναι πολυπολιτισμικές παρά την κοινή γλώσσα.

Δ: [...] μας είπε η [Ταμάρ] κάποια στιγμή ότι αυτό που χρησιμοποιούμε στην Ελλάδα «να λύσετε την άσκηση», «να σχεδιάσετε..», αυτό λέει για τους Άραβες είναι πολύ προσβλητικό, τους σοκάρει.. δηλαδή δεν χρησιμοποιούν την προστακτική με αυτόν τον τρόπο και αυτό πρώτη φορά το σκέφτηκα με αυτόν τον τρόπο! Λέω κοίταξε να δεις δε φανταζόμουν κάτι τέτοιο.. θέλω να πω ότι ακόμα και στον τρόπο που μιλάμε, που συμπεριφερόμαστε, πέρα από τις αντιλήψεις που μπορεί να έχουμε περί διαφόρων πραγμάτων, περί φύλου, περί θρησκείας, περί πολιτικής ή δε ξέρω γω.. νομίζω ότι κατά βάση ο πολιτισμός είναι η παράδοση που κουβαλάει ο καθένας μαζί του.

Δ: [...] ακόμα και οι τάξεις με παιδιά που δεν είναι από διαφορετικές χώρες είναι κατά βάση πολυπολιτισμικές, γιατί ουσιαστικά δεν έχουν όλοι το ίδιο υπόβαθρο... [...] στην ουσία μπορεί τυπικά να μη λέμε ότι είναι πολυπολιτισμικές επειδή μιλάνε την ίδια γλώσσα, αλλά πολυπολιτισμικές είναι και πάλι.. Τώρα προφανώς το να είναι από διαφορετικές χώρες είναι ακόμα πιο έντονα τα πράγματα.. [...]

Αναγνωρίζοντας τον κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα της διδασκαλίας των μαθηματικών, παρατηρείται σε πολλά αποσπάσματα ότι η Δώρα είχε πολλούς ενδοιασμούς με το πλαίσιο των δραστηριοτήτων της, ώστε να μην προκαλέσει πολιτισμική σύγκρουση. Παράλληλα η ψυχολογική και συναισθηματική υποστήριξη των μαθητών αποκτούσε πρωταγωνιστικό ρόλο κατά την διάρκεια του σχεδιασμού.

Δ: Να τους διευκολύνω, να μη τους σοκάρω με κάτι.. δηλαδή μία σημαντική παράμετρος ήταν αυτή να μη τους σοκάρω ή προσβάλλω ή κάπως τους φέρω σε δύσκολη θέση σε σχέση με τις συνήθειές τους...

Ενδεικτικά παραδείγματα είναι η αποφυγή μιας εικόνας με παιδιά που φορούσαν μαγιό ή η χρήση της τέχνης στην Γεωμετρία, που αναδεικνύει ήθη και έθιμα άλλων πολιτισμών. Επιπλέον, η υπεράσπιση της χρήσης του β' ενικού στις δραστηριότητες της στοχεύει στην ψυχολογική παρότρυνση των μαθητών.

Δ: προσπαθήσαμε να λάβουμε υπόψη ήθη και έθιμα διαφορετικών πολιτισμών, όπως για παράδειγμα τελικά έβγαλα μια εικόνα που τα παιδάκια ήταν με μαγιό που κι αυτό θεωρείται απαράδεκτο [από κάποιους πολιτισμούς] [...] όπως είδες έκανα και τη σύνδεση με την Τέχνη στη Γεωμετρία που τη θεωρώ πολύ σημαντική.. Προσπάθησα να το δώσω αυτό. Στις αραβικές χώρες είναι εξαιρετική η Γεωμετρία που έχουν τα γνωστά αραβουργήματα ας πούμε και η αραβική Γεωμετρία σε σχέση με τα σχέδια

Δ: Το «εσύ» είναι πιο άμεσο... Σου δίνει μια αίσθηση, «εσύ κάντο». Σε εμπλέκει, αν θέλεις, περισσότερο σε αυτό που σου ζητάει. [...] Σε παροτρύνει περισσότερο. Μια παρότρυνση. Είναι πιο προσωπικό.

Ωστόσο, δημιουργήθηκαν διάφοροι προβληματισμοί για τη Δώρα για θρησκευτικά ζητήματα, καθώς περιγράφει την απαλοιφή ενός θρησκευτικού πίνακα σε μια δραστηριότητα ώστε να μην προκληθούν πολιτισμικές συγκρούσεις. Παρόλα αυτά, η Δώρα είναι της άποψης ότι όσο οι σχεδιαστές καλούνται να σχεδιάσουν ένα υλικό που σέβεται τον πολιτισμό του μαθητή, τόσο αναμένεται αντίστοιχος σεβασμός από τα παιδιά για την ελληνική κουλτούρα. Στο ίδιο απόσπασμα, αναφέρει μια ακόμα δραστηριότητα με το θαλασσινό στοιχείο, την οποία δεν την χρησιμοποίησε εν τέλει, για να μην πιέσει ψυχολογικά και συναισθηματικά μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες.

Δ: Και όλες οι εικόνες, όλες οι τοιχογραφίες, όλοι οι πίνακες ήταν θρησκευτικού περιεχομένου..όταν έβαλα έναν άλλον πίνακα μου τον «κόψανε» σε εισαγωγικά να πω, για να μη προσβάλλουμε, να μη θιχτεί κάποιο παιδί που είναι ξέρω γω από μουσουλμανικές χώρες.. Εγώ διαφωνώ σε αυτό, αλλά υποχώρησα... διαφωνώ όμως, γιατί θεωρώ ότι δεν προσβάλλω κανέναν, ο καθένας που αλλάζει.. είναι πρόθυμος να πάει να ζήσει σε μία άλλη χώρα θα πρέπει να σεβαστεί και τον πολιτισμό αυτής της χώρας, όπως κι αυτή τον δικό της, αλλά κι αυτός το δικό του. Δηλαδή δεν καταλαβαίνω γιατί να προσβληθεί κάποιος ή να θιχτεί βλέποντας μία εικόνα από το Μεσαίωνα που απεικονίζει έναν Άγιο, ξέρω γω δεν καταλαβαίνω..υπήρξαν και τέτοια θέματα.. Επίσης εκεί με το παιδάκι που προσπαθώ να δείξω την απόσταση σημείο από ευθεία, στην αρχή εγώ είχα σχεδιάσει ένα παιδάκι που πήγαινε στην θάλασσα, στην παραλία, ήταν στην άμμο..και σκέψου τώρα μπήκαν και τέτοια θέματα, ότι επειδή κάποια παιδιά μπορεί να είχαν κακή εμπειρία από τη θάλασσα λόγω όλων αυτών που συμβαίνουν, βγάλαμε τη φωτογραφία, την εικόνα με τη θάλασσα..

4.2.3.4 Διαδικασία της μάθησης

Η άποψη της Δώρας για το ρόλο του βιβλίου στην διαδικασία της μάθησης φαίνεται να λαμβάνει σημαντικό ρόλο στις αποφάσεις της. Υποστηρίζοντας ότι το βιβλίο καλείται να διηγηθεί μια ιστορία, όπου προκύπτουν οι έννοιες και οι στόχοι, σημειώνει την αξία του να μπορεί ο μαθητής να επιστρέφει μόνος του για υπενθύμιση. Με βάση αυτή την ιδεολογία, στόχευσαν σε ένα υλικό που βασίζεται στο ρόλο της δραστηριότητας.

Δ: Ο ρόλος του βιβλίου.. θα πρέπει να μπορεί με σαφήνεια να σου διηγηθεί την ιστορία στην οποία αναφέρεται, να είναι αρκετά διαφανείς οι έννοιες μέσα σε αυτό, το τι περιμένεις εσύ να μάθεις, ποιοι είναι οι στόχοι σου κάθε φορά σε αυτήν την καινούρια έννοια που διαπραγματεύεται το βιβλίο, θα πρέπει να έχει αρκετά παραδείγματα που να σε καθοδηγούν, γενικά ένα σημείο αναφοράς στο οποίο θα μπορείς πάντα να επιστρέφεις θέλοντας να ξαναδείς κάτι από τις έννοιες...

Δ: Η λογική μας ήταν όχι να βάλουμε ασκήσεις [...] μπορεί να βρει κανείς ένα σωρό στα κοινά βιβλία άρα εμείς αυτό που θέλαμε είναι να δώσουμε πραγματικά το ρόλο της δραστηριότητας, κάτι διαφορετικό, όχι την κοινή άσκηση.

Επιπλέον, όπως υποστήριξε και ο Παύλος, είναι σημαντική η ύπαρξη δύο διαφορετικών εγχειριδίων, τα οποία απευθύνονται στον μαθητή ή στον εκπαιδευτικό, ενώ τονίζει τη σημασία αξιοποίησης των χαρακτηριστικών μιας πολυπολιτισμικής τάξης σε ένα υλικό που απευθύνεται σε αντίστοιχο κοινό.

Δ: Για μένα θα ήταν καλύτερα να υπάρχουν δύο βιβλία αν θέλουμε να είμαστε πραγματικά σωστοί. Δηλαδή θα έπρεπε να υπάρχει ένα βιβλίο για το παιδί [...] κάτι που θα τον βοηθήσει στο να μάθει, σαν φύλλο εργασίας, αν θέλεις, ένας μπουσουλας τι γίνεται, αλλά για τον εκπαιδευτικό πρέπει να είναι άλλο. Με άλλα στοιχεία μέσα που δεν χρειάζεται να ξέρει ο μαθητής. [...] στην πολυπολιτισμική τάξη πάλι θα μπορούσες να έχεις ένα βιβλίο, που όμως θα έπρεπε να έχει λάβει υπόψη τα χαρακτηριστικά μιας πολυπολιτισμικής τάξης, άρα θα έπρεπε να έχει κάποιες παρεμβάσεις.

Η αξιοποίηση του υλικού από τον εκπαιδευτικό αποκτά ιδιαίτερη σημασία για την Δώρα. Αρχικά, αναμένεται από τον καθηγητή να αναζητήσει ο ίδιος ασκήσεις που θα χρησιμοποιήσει, καθώς ο στόχος του υλικού δεν ήταν η δημιουργία ασκησιολόγιου. Παρόλο που η χρήση του KhanAcademy αποσκοπεί στην υποστήριξη της αυτομάθησης των μαθητών, η ένταξη της Ψηφιακής Τεχνολογίας και των μικροπειραμάτων απαιτεί επίσης την ενασχόληση από πλευράς του εκπαιδευτικού. Αντίστοιχο στόχο έχει και η καταγραφή των νέων λέξεων από τον μαθητή, η οποία τοποθετεί τον μαθητή σε μία δράση αυτομάθησης και έπειτα καλείται ο καθηγητής να την αξιοποιήσει.

Δ: [...] Δεν ήταν ο στόχος να φτιάξουμε μια συλλογή ασκήσεων. Αυτή μπορεί να τη βρει ένας εκπαιδευτικός και από το σχολικό το υπάρχον, δεν είχαμε να συνεισφέρουμε κάτι σε αυτό.

Δ: [...] τα ψηφιακά αυτά να είναι στο δεύτερο μέρος και κυρίως είναι για τον εκπαιδευτικό, να έχει κάποιες πηγές που του προτείνουμε, αν θέλει να τις αξιοποιήσει. Αυτό όμως σημαίνει ότι ο ίδιος πρέπει να κάτσει να ασχοληθεί. [...] το KhanAcademy το βάλουμε, γιατί έχει βιντεάκια. Μπορεί ένας μαθητής αν θέλει να μπει να δει ένα βιντεάκι όπου περιγράφονται ξανά κάποια πράγματα. Άρα να ακούσει ξανά έναν καθηγητή αν θέλει. [...]. Για τις άλλες δραστηριότητες τώρα σε Φωτόδεντρο, τα θεωρώ πολύ πιο δύσκολα. Δηλαδή αυτό απαιτεί κάποια γνώση από τον καθηγητή και να ασχοληθεί αρκετά ο ίδιος.

Δ: Ο στόχος ήταν όταν θα παίρνει ο μαθητής αυτό, οι ίδιοι να επιλέξουν σε πρώτη φάση, τις λέξεις που αντιστοιχούν στο καθένα, τις ελληνικές που πιθανόν τους έκαναν εντύπωση, και αντίστοιχα τις μαθηματικές. Σε δεύτερο επίπεδο θα έρθει ο εκπαιδευτικός να συζητήσει μετά είτε τις ελληνικές είτε τις μαθηματικές.

Τέλος, η Δώρα δεν προσπερνάει το γεγονός ότι οι μαθητές πιθανόν να μην έχουν υποστήριξη από την οικογένεια τους, με αποτέλεσμα να προσαρμόζει το υλικό σε αυτό το πλαίσιο μειώνοντας το πλήθος των ασκήσεων.

Δ: Δεν ξέρω κατά πόσο αυτά τα παιδιά θα είχαν τη δυνατότητα να εργάζονται στο σπίτι. Ήταν συνειδητή επιλογή πάντως.. Έχουμε ενδεικτικές ασκήσεις.

4.2.3.5 Φύση των μαθηματικών

Σε όλη την έκταση των συνεντεύξεων, η Δώρα συχνά αιτιολογούσε τις επιλογές της αναφέροντας την άποψη της για τα μαθηματικά και την φύση τους. Για παράδειγμα, υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά αποκτούν πολιτισμικό χαρακτήρα, καθώς είναι ένα συνονθύλευμα πολλών διαφορετικών πολιτισμών. Συνεπώς, αντιμετωπίζει τα μαθηματικά ως απόρεια κοινωνικών και ιστορικών αναγκών, με αποτέλεσμα να προσπαθεί να το αναδείξει μέσω της διδασκαλίας των μαθηματικών. Στόχος της, δηλαδή είναι οι μαθητές να έρθουν σε επαφή με αυτή την άποψη μέσω του υλικού.

Δ: Για μένα ένα βασικό μήνυμα είναι ότι τα παιδιά πρέπει να καταλάβουν ότι όλος ο πολιτισμός που έχει αναπτυχθεί έχει επιτευχθεί και έχει προχωρήσει ακριβώς λόγω της ανταλλαγής πολιτισμών... και ειδικά μέσα από τα μαθηματικά αυτό θα έπρεπε να το δείχνουμε, διότι βλέπεις ακριβώς την επίδραση ανά διαφορετικές χρονικές περιόδους των διαφόρων πολιτισμών... οι Άραβες ανέπτυξαν την Άλγεβρα.. τον καιρό που η Δύση ήταν στον Μεσαίωνα, ήταν οι Άραβες που έσωζαν τα μαθηματικά.. και πιο πριν ήταν οι Έλληνες, μετά οι Ιταλοί, μετά ήρθε η Αναγέννηση...[...] Όλα είναι ένας διαχρονικός διάλογος μεταξύ λαών, πολιτισμών και σκέψεων...

Επιπλέον, η κατανόηση των μαθηματικών επηρεάζει την στάση ζωής του ατόμου, καθώς έρχεται συνεχώς στην καθημερινότητα του αντιμετώπος με προβλήματα και προκλήσεις. Στο ίδιο απόσπασμα, υπογραμμίζει την ομορφιά των μαθηματικών, ενώ μετέπειτα τονίζει την αξία της εκπαίδευσης των μαθηματικών στην γενικότερη παιδεία του μαθητή.

Δ: [...] για μένα τα μαθηματικά δεν είναι μόνο η γνώση είναι στάση ζωής που υιοθετείς, δηλαδή ο τρόπος που λειτουργείς στα μαθηματικά. [...] Χτίζεις χαρακτήρα, διότι αν μη τι άλλο στα μαθηματικά αυτό που μαθαίνεις είναι να αντέχεις την απογοήτευση. Αντιμετωπίζεις συνεχώς προβλήματα άρα οκ αυτό παύει να σε φοβίζει ή να βλέπεις μία πρόκληση που πρέπει να αντιμετωπίσεις και το χαίρεσαι [...] δε με ενδιαφέρει αν θα μάθουν όλοι μαθηματικά, με ενδιαφέρει να δουν την ομορφιά τους. Ακόμη κι αν δεν την καταλάβουν απολύτως είναι πολύ σημαντικό.

Δ: Δηλαδή για μένα είναι πολύ σημαντικό να αναβαθμιστεί η εκπαίδευση στα μαθηματικά γιατί έτσι φτιάχνεις τους καλούς πολίτες.. Είναι θέμα καθαρά και παιδέματος εκπαίδευσης χαρακτήρα όχι μόνο γνώσης πέρα από.. ντάζει το ξέρουμε

αυτό και είναι χρήσιμο για πολλά πράγματα, αλλά δεν είναι μόνο για αυτά τα πράγματα είναι και για όλα αυτά που δεν φαίνονται.

Επιπρόσθετα, αναφέρει την αναπαραστασιακή φύση της Γεωμετρίας, η οποία προάγει εκ φύσεως την οπτικοποίηση και την σύνδεση της με την καθημερινότητα των μαθητών, γεγονός που αξιοποιήθηκε από την Δώρα για να βοηθήσει εννοιολογικά του μαθητές.

Δ: Τώρα στη γεωμετρία πώς να μην κάνεις αναπαράσταση; Είναι αναπαραστατική από μόνη της. [...] Τα μαθηματικά είναι κάτι αφηρημένο. Η γεωμετρία είναι εκείνο το κομμάτι που κρατάει ακόμα τη σύνδεσή της με τη γη... Με το αισθητό. Παρόλο που τα μαθηματικά έχουν βασικό στόχο την απεξάρτηση από αυτό. Είναι επίσης γνωστό ότι μια φυσική αναπαράσταση δίνει μια νοηματοδότηση. [...] επιδιώκουμε να προσεγγίσουμε το μαθητή και να του δώσουμε μια εννοιολόγηση. Μια ερμηνεία που θα έχει ένα νόημα για αυτόν.

Αναφορικά με την μαθηματική ορολογία των μαθηματικών, θεωρεί ότι είναι αναπόφευκτη η εκμάθησή τους. Παρόλο που αναγνωρίζει την δυσκολία των μαθητών γενικά, υποστηρίζει ότι είναι κομμάτι των μαθηματικών που αργά οι γρήγορα τα παιδιά θα έρθουν αντιμέτωπα. Λόγω αυτού η προσπάθεια εξισορρόπησης της μαθηματικής αυστηρότητας και της απλοποίησης της γλώσσας ήταν μία προκλήση για τους σχεδιαστές.

Δ: Ένα που είχαμε συζητήσει παράδειγμα, είχαμε κάνει κουβέντα, είναι για τις πάγιες εκφράσεις που συναντάμε στα μαθηματικά. Αν αυτό ...τότε εκείνο. [...] Αυτό το «αν» θα μπερδεύει τους μαθητές. Δηλαδή θα σκέφτονταν ισχύει ή δεν ισχύει; [...] Από την άλλη συζητήθηκε το θέμα και είπαμε ότι αν δεν το κάνουν αυτό, όταν θα βρεθείς σε ένα περιβάλλον που χρησιμοποιεί αυτή τη φόρμα, αυτό το σχήμα και εσύ δεν το χρησιμοποιείς, μετά θα έχουν πρόβλημα να ενταχθούν. Οπότε αποφασίσαμε ότι θα το αφήσουμε έτσι γιατί θα πρέπει να το μάθουν.

Δ: Με τους ορισμούς είχαμε τη μεγαλύτερη δυσκολία. Προσπαθείς να ισορροπήσεις ανάμεσα στη μαθηματική πληρότητα, ακρίβεια, αρτιότητα και την απλοποίηση εννοιών.

4.2.4 Ο Χαλίλ

4.2.4.1 Πηγή έμπνευσης

Η εμπειρία στην περίπτωση του Χαλίλ είναι επίσης κυρίαρχη στις επιλογές που έκανε στον σχεδιασμό του υλικού. Ιδιαίτερα σημαντικό ρόλο φαίνεται σε όλες τις συνεντεύξεις να αποκτά η διδακτική του εμπειρία. Παραδείγματος χάριν, λαμβάνει θέση για την αποτελεσματικότητα του ίδιου του υλικού χρησιμοποιώντας δεδομένα, τα οποία αντλεί από την τάξη του. Επιπλέον, σκιαγραφεί τον μαθητή που απευθύνεται το υλικό σύμφωνα με το προφίλ των δικών του μαθητών, περιγράφοντας έτσι κοινωνικοπολιτισμικές δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές του.

X: Εγώ το χρησιμοποιώ ήδη στην τάξη μου δηλαδή στην 1^η, 2^α και στην 3^η Γυμνασίου βγάζω φωτοτυπίες, μοιράζω και δουλεύω αυτό το υλικό.

X: Τα δικά μου παιδιά οι οποίοι είναι μαθητές που δεν έχουν μητρική γλώσσα τα ελληνικά, οι μουσουλμάνοι μαθητές, αντιμετωπίζουν πάρα πολύ μεγάλα προβλήματα [...]

Επίσης, παρατηρείται ότι ο Χαλίλ βασίστηκε και χρησιμοποίησε σε σημαντικό βαθμό προσωπικές δραστηριότητες και φύλλα εργασίας που εφαρμόζει κατά την διδασκαλία του. Τέλος, η άποψη του Χαλίλ για ενσωμάτωση της Ψηφιακής Τεχνολογίας στο υλικό και για την αναμενόμενη χρήση της πηγάζει επίσης από την προσωπική του χρήση στις διδασκαλίες του.

X: [Βασίστηκα σε] προηγούμενες δικές μου δραστηριότητες δηλαδή εγώ ασχολήθηκα με πέντε κεφάλαια τα κλάσματα, τους ακέραιους, τους ρητούς, τα εμβαδά και τις συναρτήσεις. Στους ακεραίους, στις συναρτήσεις και στους ρητούς έχω ασχοληθεί εδώ και πολλά χρόνια που είχα δικά μου φυλλάδια, τα έχω χρησιμοποιήσει μέσα στην τάξη, τα έχω αναπροσαρμόσει, χρόνια τώρα τα αναπροσαρμόζω... [...] Τώρα, στο κεφάλαιο των εμβαδών, εμβαδόν - Πυθαγόρειο, και συναρτήσεις, έκανα πέρσι την πρακτική μου, που ας πούμε στο εμβαδόν δεν είχα υλικό, οπότε είχα ετοιμάσει για τη διπλωματική μου, οπότε ήρθε καπάκι μετά και το έδεσα αυτό και το βελτίωσα..

X: Ακόμα και για τα βίντεο να πω ότι μπορεί από τον εκπαιδευτικό.. αν χρησιμοποιηθεί από τον εκπαιδευτικό να είναι πολύ λειτουργικό. Δηλαδή εγώ το κάνω. Το έκανα πέρσι, το κάνω και τώρα. Τα βάζω τα βιντεάκια δουλεύουν, τα σταματάω και το συζητάμε. Πριν απαντηθεί από αυτόν που μιλάει, τους ρωτάω, λένε τα παιδιά ιδέες, ωραία το συνεχίζουμε. Αν δηλαδή χρησιμοποιηθεί με τέτοιο τρόπο είναι μια χαρά. Όπως επίσης αυτές τις μέρες αυτά κάνω, κάνω παρόμοια βιντεάκια και τα ανεβάζω στο YouTube στη σελίδα μου για να βλέπουν οι μαθητές της 3^{ης}

Γυμνασίου κυρίως. Βλέπω ότι τα καταλαβαίνουν, δηλαδή τα ίδια τα παιδιά μου λένε ότι έτσι τα καταλάβαμε, γιατί μπορούν να το ξαναγυρίσουν πίσω.

Στις συνεντεύξεις αναδεικνύεται ακόμα ο ρόλος της ερευνητικής εμπειρίας του Χαλίλ, ο οποίος φαίνεται να επηρέασε αρκετά τον σχεδιασμό του. Συγκεκριμένα, η ενασχόληση του με την διπλωματική εργασία του επίδρασε στον σχεδιασμό της μαθησιακής τροχιάς του Εμβαδού. Ακόμα, η χρήση ονομάτων από ένα ευρύτερο πολυπολιτισμικό πλαίσιο ήταν εμπνευσμένη από παλαιότερο ανάγνωσμα του. Συνεπώς, η ερευνητική εμπειρία και η ενασχόληση του με τον ερευνητικό κλάδο της διδακτικής των μαθηματικών φαίνεται να επηρέασαν τις αποφάσεις του Χαλίλ για τον σχεδιασμό του υλικού.

X: [...] Τώρα, στο κεφάλαιο των εμβαδών, εμβαδόν - Πυθαγόρειο, και συναρτήσεις, έκανα πέρσι την πρακτική μου, που ας πούμε στο εμβαδόν δεν είχα υλικό, οπότε είχα ετοιμάσει για τη διπλωματική μου, οπότε ήρθε καπάκι μετά και το έδεσα αυτό και το βελτίωσα.

X: [...] το είχα διαβάσει σε ένα βιβλίο [...]. Δεν έλεγε για τα ονόματα. Έλεγε το κατά πόσο ένα υλικό σέβεται τις ταυτότητες των αναγνωστών ας πούμε.

Εκτός από την επίδραση της διδακτικής και ερευνητικής του εμπειρίας, εμφανής γίνεται και η επιρροή της εμπλοκής του με διαδικασία σχεδιασμού υλικού σε άλλα προγράμματα.

X: [...] και από εκεί είχα εμπειρία από σχεδιασμό δραστηριοτήτων όλα αυτά έρχονται και δένουν καταλαβαίνεις.

Στις συνεντεύξεις του Χαλίλ φάνηκε ότι πριν τη διαδικασία του σχεδιασμού, αναζήτησε και διάβασε ερευνητικά άρθρα στην διδακτική των μαθηματικών. Συγκεκριμένα, το ερευνητικό πεδίο περιείχε βιβλιογραφία σχετικά με τη διδασκαλία σε πολυπολιτισμικές τάξεις και σχετικά με τις παρανοήσεις των μαθητών στις μαθηματικές έννοιες των κεφαλαίων που είχε αναλάβει να σχεδιάσει.

X: Υπήρχε μία θεωρητική αναζήτηση πριν για το τι κάνουμε σε τάξεις πολυπολιτισμικές, καταλήξαμε σε κάποια πράγματα διαβάσαμε κάποια κείμενα.[...] Είδα ζανά μεταπτυχιακά, διπλωματικές, διδακτορικά γύρω από αυτά τα θέματα, να θυμηθώ ζανά ποιες είναι οι παρανοήσεις τους

X: [...] για το πώς διδάσκουμε σε πολυπολιτισμικές τάξεις και για τις δυσκολίες των μαθητών στην κατανόηση τους, όσον αφορά τα κλάσματα, τους ακέραιους, τις συναρτήσεις, αυτά που έχει καταγράψει η έρευνα..

Η ομαδικότητα μεταξύ των μελών της ομάδας σχεδίασης λαμβάνει ιδιαίτερη αξία από τον Χαλίλ. Στα παρακάτω αποσπάσματα δείχνει ικανοποιημένος από την ομαδοσυνεργασία με τους υπόλοιπους σχεδιαστές, ενώ αναγνωρίζει την δυσκολία να εκθέσει κάποιος σχεδιαστής το έργο του λόγω της πιθανής κριτικής. Επιπλέον, ενδιαφέρον αποκτά η απάντηση του Χαλίλ στην ερώτηση αναφορικά με την πηγή έμπνευσης χρήσης πολλαπλών χρωμάτων στο υλικό, αναφέροντας ότι ήταν αποτέλεσμα των συζητήσεων και κυρίτερα της αξιοποίησης απόψεων και ιδεών κάθε μέλους.

X: Η ομάδα που είχαμε νομίζω ότι δούλεψε πολύ καλά. Έτσι με πολύ μεράκι, συντροφικότητα, αλληλοβοήθεια, αλληλοϋποστήριξη... Γιατί είναι δύσκολο να εκθέσεις το υλικό σου σε κάποιον, η κριτική που θα σου γίνει είναι κάτι (δύσκολο) για όποιον δεν έχει εμπλακεί ή επιλέγεται για πρώτη φορά σε τέτοια κοινότητα [...].

X: Νομίζω ότι βγήκε αυτόματα. Δηλαδή καθώς προσπαθούσαμε να.. μάλιστα η ιδέα ήταν της [Δώρας].. όταν το πρωτοέκανε το πρώτο υλικό και μας άρεσε πολύ σαν ιδέα.. και αυτό το τέτοιο έχει η ομάδα.. δηλαδή το να κάνει κάποιος κάτι και το καλό το παίρνουν οι υπόλοιποι και πάει λέγοντας.. Και έτσι γίνονται όλοι καλύτεροι.

Στο παρακάτω απόσπασμα της συνέντευξης παρατηρείται ότι ανέτρεξε και βασίστηκε σε σχολικά εγχειρίδια και αναλυτικά προγράμματα. Συγκεκριμένα, το νέο ελληνικό Πρόγραμμα σπουδών αποτέλεσε για τον Χαλίλ γραμμή διεύθυνσης για τις τροχιές μάθησης, όπως για το εμβαδόν. Αναλυτικότερα, αναζήτησε στα σχολικά βιβλία από το Δημοτικό έως το Γυμνάσιο, τις μαθηματικές έννοιες και τους διδακτικούς στόχους σχετικά με το εμβαδόν, με απώτερο σκοπό την αξιοποίηση τους στον σχεδιασμό του υλικού.

K: [...] Ποιες πηγές και εργαλεία χρησιμοποιήσατε κατά τον σχεδιασμό;

X: [...] Ένα ήταν το πρόγραμμα σπουδών στο οποίο ήμουν μέλος, δηλαδή το νέο πρόγραμμα σπουδών που θεωρώ ότι το ήξερα καλά. [...] είδα τα βιβλία του Δημοτικού μήπως πάρω καμιά ιδέα, είδα ξένα βιβλία, αμερικάνικα και κάποια άλλα στα αγγλικά. Και τα σχολικά βιβλία μου δώσαν ιδέες.[...]

K: Αναφερθήκατε στο ελληνικό πρόγραμμα σπουδών οτι το χρησιμοποιήσατε. Πώς το χρησιμοποιήσατε και γιατί το χρησιμοποιήσατε θα ήθελα να ρωτήσω.

X: Λοιπόν καταρχήν ήταν απαραίτητο αυτό για να καταλάβουμε ποια είναι η τροχιά μάθησης. Δηλαδή όταν ξεκινάς και μιλάς, ας πούμε για τα εμβαδά, τι έχει πίσω το εμβαδόν; Πήγα δηλαδή στην τροχιά εμβαδά και είδα πως εισάγετε το εμβαδόν από την 2^α Δημοτικού ας πούμε, με μέτρηση με άτυπες μονάδες και λοιπά, δηλαδή ακολούθησα την τροχιά προς τα κάτω, και είδα όχι μόνο για τα εμβαδά αλλά και

όλες τις έννοιες. Οπότε αυτό με βοήθησε πολύ για να το στήσω στο μυαλό μου γιατί το υλικό που φτιάξαμε ξεκινάει σχεδόν από το μηδέν. Για τα εμβαδά ξεκινήσαμε από το τι είναι επιφάνεια; πως μετράμε με άτυπες μονάδες και πάει λέγοντας.. το ίδιο και οι συναρτήσεις, το ίδιο και οι ακέραιοι και λοιπά. Μου ήταν πολύ χρήσιμο δηλαδή, με βοήθησε πολύ και επειδή είχα εμπλακεί οπότε μου ήταν πολύ εύκολο να καθίσω να το κάνω αυτό και το έκανα, το μοίρασα και στους άλλους συναδέλφους για τις άλλες ενότητες.

Εκτός από το ελληνικό πλαίσιο, ο Χαλίλ φαίνεται να ανέτρεξε και σε ξενόγλωσσα βιβλία μαθηματικών για ανατροφοδότηση ιδεών.

X: Για να πάρω ιδέες. Προφανώς δεν αντέγραφα. Έβλεπα μία δραστηριότητα η οποία ήταν έξυπνη... [...] δηλαδή έπαιρνα ιδέες, ή μπορεί η ιδέα να μην ήταν ακριβώς αυτή αλλά μου ανοίγει ένα πεδίο που με βοηθούσε να φτιάξω μία δραστηριότητα που θα ταν.

4.2.4.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής

Η εκπαιδευτική πολιτική και οι αποφάσεις της προβλημάτισαν τον Χαλίλ και την ομάδα σχεδίασης. Αρχικά, το γεγονός ότι το υλικό απευθυνόταν σε μαθητές που σε συμπιεσμένο χρόνο πρέπει να καλύψουν κάποια διδακτική ύλη οδήγησε στην ανάγκη σχεδιασμού ενός υλικού που αφορά 150-170 διδακτικές ώρες. Αυτό προκάλεσε διάφορους προβληματισμούς αναφορικά με την ύλη ή τα πολιτισμικά στοιχεία που θα ήθελαν να υπάρχουν στο υλικό. Παράλληλα το χρονικό περιθώριο κατάθεσης του εκπαιδευτικού υλικού φαίνεται να περιόρισε την εργασία των σχεδιαστών.

X: Είναι ένα θέμα που ναι το σκεφτήκαμε να φτιάξουμε κάποιες δραστηριότητες που είχαν τέτοια πολιτισμικά στοιχεία αλλά και με το δεδομένο ότι ο χρόνος μας είναι περιορισμένος, δηλαδή θέλουμε να βγάλουμε λίγο και 150 διδακτικές ώρες ξέρω γω και ήδη είχαμε κάνει εμείς 170 ήταν πολύ δύσκολο. [...] Άρα ένα ζήτημα που μπήκε και έγινε μεγάλη συζήτηση για το τι θα συμπεριλάβουμε και τι όχι.

Επιπλέον, σύμφωνα με τον Χαλίλ, δημιουργήθηκε προβληματισμός λόγω της κατεύθυνσης της εκπαιδευτικής πολιτικής αναφορικά με την έκταση του υλικού. Λόγω του περιορισμένου αριθμών σελίδων παρόλο τους χρονικούς περιορισμούς, οι σχεδιαστές αποφάσισαν με δική τους πρωτοβουλία να σχεδιάσουν ένα δεύτερο μέρος του υλικού, το οποίο θα συμπληρώνει το κύριο μέρος.

X: Το επιπλέον υλικό λέω σαν β μέρος γιατί δεν είχαμε την ικανότητα και αυτό έγινε από δική μας διάθεση και πολλές φορές ήταν ενάντια στον χρόνο μας και στο χρόνο για να κάνουμε υλικό για το Α μέρος.

X: Όπου μπορούσαμε το χρησιμοποιούσαμε. Απλώς υπήρχε και ένα όριο όσον αφορά τις σελίδες. Δεν μπορούσαμε να βγάλουμε το υλικό, ξέρω γω, 1.000 σελίδες. Οπότε για αυτό και υπήρχε και το δεύτερο μέρος. Θα θέλαμε να είναι όλα στο πρώτο μέρος και να αφήσουμε να μπουν ακόμα περισσότερες αναπαραστάσεις, οι οποίες πάντα θέλουν και χώρο.

4.2.4.3 Σκιαγράφηση μαθητών

Ο Χαλίλ φαίνεται όπως όλα τα μέλη της ομάδας σχεδίασης να έχει οραματιστεί τους μαθητές που απευθύνεται το υλικό σύμφωνα με διάφορα πλαίσια. Στα παρακάτω αποσπάσματα, παρατηρεί κανείς ότι ο Χαλίλ ορίζει μια τάξη με μαθητές προσφύγων και μεταναστών ως μία πολυπολιτισμική τάξη, η οποία αποτελείται από ένα σύνολο παιδιών που το καθένα «κουβαλάει μαζί του τις ταυτότητες του», όπως η θρησκεία, η οικογένεια ή ακόμα και τα ίδια τα ονόματα τους.

X: [...] δηλαδή εγώ όταν έφτιαχνα τις δραστηριότητες σκεφτόμουνα μια οποιαδήποτε πολυπολιτισμική τάξη που τελικά όλες οι τάξεις είναι πολυπολιτισμικές [...]

X: Κάθε τάξη είναι μία πολυπολιτισμική τάξη. Μιλάμε πολυπολιτισμική με την έννοια το ότι έχει παιδιά με διαφορετικές κουλτούρες, διαφορετικές γλώσσες και λοιπά και πιστεύω ότι ισχύει και για πολυπολιτισμικές [...] Η κοινότητα της τάξης [...] είναι ένα σύνολο ανθρώπων οποίος κουβαλάει μαζί του τις ταυτότητες του και οι ταυτότητες αυτές πάλι καθορίζονται από τις κοινότητες στις οποίες είναι συμμετοχος η κοινότητα του αγοριού, την κοινότητα του χριστιανού ή του μουσουλμάνου, την κοινότητα το ότι είναι παιδί από χωριό είτε είναι μέσα από το Σουφλί ας πούμε την κοινότητα της οικογένειας του αν οι γονείς του είναι μορφωμένοι δεν είναι μορφωμένοι οπότε ο λόγος μέσα στο στο σπίτι είναι διαφορετικός πιθανόν από το λόγο του σχολείου και λοιπά [...]

Λαμβάνοντας την γλώσσα ως πολιτισμικό στοιχείο, ο Χαλίλ και η ομάδα σχεδίασης φαίνεται να προβληματίστηκαν με το γεγονός ότι οι μαθητές δεν γνωρίζουν την ελληνική γλώσσα. Λόγω αυτού, είτε χρησιμοποίησαν Ψηφιακή τεχνολογία είτε χρώματα ώστε να υποστηρίξουν τέτοιους μαθητές και να δημιουργηθούν ευκαιρίες που η γλώσσα δεν θα σταθεί εμπόδιο στην μάθηση τους. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον η προσέγγιση της επικοινωνίας που δίνει ο Χαλίλ. Υποστηρίζοντας ότι η καλύτερη υποστήριξη για την εκμάθηση της ελληνικής γλώσσας είναι η επικοινωνία των μαθητών, αποδέχεται κάθε μορφής επικοινωνίας.

X: [Με τη χρήση των Ψηφιακών] ίσως είναι και ένας τρόπος παραπάνω για τους μαθητές που δεν ξέρουν την Ελληνική, δηλαδή το γεγονός ότι δεν διαμεσολαβεί η

γλώσσα αλλά βλέπουν κάτι, εφαρμόζουν κάτι, βλέπουν να μετακινείται, βλέπουν κάτι να παραμένει σταθερό, βλέπουν ένα γεωμετρικό τόπο. Αναπαράστασιακα λειτουργεί χωρίς να μεσολαβεί γλώσσα. Οπότε ίσως πιθανόν πιστεύω δηλαδή ότι μπορεί να βοηθήσει περισσότερο.

X: Ο στόχος είναι... χωρίς πιθανόν να μπορούν να διαβάσουν τα ελληνικά να τους είναι εύκολο να κάνουν συνδέσεις, δηλαδή με ίδιο χρώμα, αυτό το κόκκινο και το κόκκινο, το πράσινο και το πράσινο δηλαδή να κάνω τέτοιου είδους αντιστοιχίσεις και θα το δείτε στο γλωσσάρι αυτό. [...] Δεν χρειάζεται να του εξηγήσεις με άλλα λόγια.

X: [...] Τώρα, εγώ νομίζω ότι η μεγαλύτερη υποστήριξη σε τέτοιου είδους τάξεις είναι η επικοινωνία ανάμεσά τους. Δηλαδή να τους χωρίσεις σε ομάδες και να τους βάλεις να επικοινωνήσουν. Με νοήματα, με τη γλώσσα τη δική τους, στα αγγλικά... Μέσα από αυτή την επικοινωνία.. Με τα ελληνικά.. θα αρχίσουν να γνωρίζουν καλύτερα την ελληνική γλώσσα, που μας ενδιαφέρει περισσότερο.

Ένα ακόμα ζήτημα που φαίνεται να απασχόλησε τον Χαλίλ είναι η ψυχολογική και συναισθηματική κατάσταση του μαθητή στον οποίο απευθύνεται το υλικό. Για παράδειγμα, αναλύθηκε η περίπτωση σύγκρουσης πολιτισμικών ταυτοτήτων, με αποτέλεσμα ένας μαθητής να έρχεται αντίθετος με το υλικό. Μάλιστα, τονίζοντας την ισχύ των ταυτοτήτων, πολλές φορές υποστηρίζει ο Χαλίλ ότι υπάρχει ο φόβος της αφομοίωσης από τους μαθητές, δηλαδή ο φόβος και η ανασφάλεια ότι θα χαθεί η πολιτισμική κληρονομιά τους λόγω της επαφής με κάποια άλλη κουλτούρα. Ακόμα, το πλαίσιο και η θεματολογία των δραστηριοτήτων φαίνεται να απασχόλησε τον Χαλίλ, καθώς κάποιες ιστορίες πιθανόν να ανασύρουν αρνητικές εμπειρίες των μαθητών.

X: [...] Βάλαμε ονόματα μαθητών σε αυτό το παιχνίδι για να στήσουμε ένα αφήγημα από διάφορες χώρες προσπαθώντας να το μοιράσουμε κιόλας να μην είναι όλα ξέρω εγώ από την Συρία ή από να μην είναι από Αλβανία. Θα μπορούσε να είναι και πολύ περισσότερα. Αν και είναι λίγο επικίνδυνο και λίγο περίεργο γιατί υπάρχει περίπτωση να δείξει ένα πολιτισμικό στοιχείο μιας χώρας και αυτό να είναι αντίθετο με άλλα παιδιά ή το παιδί που ήρθε από εκείνη τη χώρα να μην το να είναι αντίθετος αυτό.

X: [...] Πιστεύω ότι υπάρχει ο φόβος ίσως της αφομοίωσης.. Δηλαδή γίνεται ένα ισχυρό παιχνίδι με τις ταυτότητες.. ένας μειονοτικός έχει πολύ ισχυρή.. Έτσι μεταφέρεται και στο παιδί, ενώ λογικά λέει ότι είναι «Θέλω να μάθω Ελληνικά» από πίσω υπάρχει και ένας κίνδυνος της αφομοίωσης τους.

X: [...] Ας πούμε το να το βάλεις να πει ιστορίες, να πει για τη Συρία, για τον πόλεμο, να μιλήσει για τα λεφτά ή ότι έχασε τη μάνα του ας πούμε, δεν είναι ιστορίες

καλές... Ας πούμε σκεφτόμασταν να μην βάζουμε εικόνες με θάλασσα γιατί πολλοί έχασαν τους δικούς τους στη θάλασσα.[...]

Τέλος, η σκιαγράφιση του μαθητή από τον Χαλίλ εμπεριέχει στοιχεία και από τις συνθήκες της καθημερινότητας του. Συγκεκριμένα, ο Χαλίλ φαίνεται να δείχνει προβληματισμένος από τη αδυνατότητα των μαθητών να έχουν την απαραίτητη γραφική ύλη ώστε να μελετήσουν στο σπίτι. Αυτό επηρέασε την μορφολογία των δραστηριοτήτων, ώστε να δίνεται η δυνατότητα αξιοποίησης των σελίδων και του χώρου του υλικού από τους μαθητές.

X: Γιατί έβαλα δραστηριότητες και ασκήσεις μαζί; Γιατί από την εμπειρία μου πολλά παιδιά, ιδίως τέτοιοι μαθητές, όταν τους λες να τους βάλεις ασκήσεις δεν έχουν τετράδιο ή τις γράφουν σε ένα χαρτί και μετά το χάνουν κτλ. Οπότε το να είναι πάνω στο φύλλο εργασίας, πάνω στο βιβλίο είναι όλα μαζί τουλάχιστον.

4.2.4.4 Διαδικασία της μάθησης

Σύμφωνα με τις συνεντεύξεις του Χαλίλ, το πλαίσιο για τον σχεδιασμό του εκπαιδευτικού υλικού δεν ήταν πλήρως καθορισμένο εξ αρχής. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να στοχεύσουν σε ένα υλικό, το οποίο έχει διττό χαρακτήρα, ικανοποιώντας και τις απαιτήσεις ενός εκπαιδευτικού, αλλά και την περίπτωση αυτομάθησης από τον ίδιο τον μαθητή. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά το γεγονός ότι ο Χαλίλ προσπαθώντας να περιγράψει την άποψη του για τον ρόλο του βιβλίου, προσδίδει αυτήν τη διττότητα, υποστηρίζοντας ότι ένα εγχειρίδιο καλείται να υποστηρίξει και έναν εκπαιδευτικό, αλλά και έναν μαθητή.

X: Προτιμήσαμε τελικά επειδή δεν ξέραμε το πλαίσιο, δηλαδή δεν είναι σαφές ακόμα πώς θα το χρησιμοποιήσει ο εκπαιδευτικός... δηλαδή για παράδειγμα μπορεί να το χρησιμοποιεί κάποια σε μία πολυπολιτισμική τάξη που έχει τρία παιδιά τα οποία είναι μετανάστες που δεν είναι η μητρική τους η ελληνική και να πει ότι αυτά τα παιδιά θα δουλεύουν χωριά με αυτό το λίγο και θα πρέπει να το υποστηρίζει αλλά δεν θα είναι συνέχεια εκεί όποτε θα έπρεπε οι δραστηριότητες μέσα να ξεδιπλώνουν τη σκέψη που να θέτει ερωτήματα να βάζει ερωτήματα σιγά-σιγά μέχρι να πάμε εκεί που θέλουμε.

X: Κοίταξε ο ρόλος του βιβλίου νομίζω ότι είναι ότι έχει δύο διαστάσεις [...] ένα πλαίσιο για τον εκπαιδευτικό για να τον υποστηρίξει και δηλαδή δίνει ιδέες των εκπαιδευτικών [...] είναι ένα υλικό και για το μαθητή δηλαδή να πάει στο σπίτι και να πει ότι δεν κατάλαβε ή θέλει να θυμηθεί [...] το πιάσει από την αρχή για να φτάσει το τέλος και να το καταλάβει και αλλά δεν είναι Ευαγγέλιο.

Στοχεύοντας στην υποστήριξη της αυτομάθησης, το υλικό εμπεριέχει μικροπειράματα για τον δυναμικό χειρισμό και την εννοιολογική κατανόηση από τον ίδιο τον μαθητή. Επίσης, το πλαίσιο για την καταγραφή των νέων ελληνικών και μαθηματικών λέξεων στο τέλος κάθε παραγράφου αποσκοπεί στην υποστήριξη του μαθητή, καθώς αναμένεται να το αξιοποιήσει την οργάνωση των άγνωστων λέξεων και εννοιών του.

X: [...] Τα μικροπειράματα είναι δυναμικά, μπορεί ο μαθητής να μεταβάλλει δρομείς, να βλέπει ποιο μαθηματικό αντικείμενο μένει ως έχει και πιο μεταβάλλεται και να αναρωτιέται γιατί, να πειραματίζεται πάνω σε αυτά ή να κατασκευάζει ο ίδιος αλλά δεν χρησιμοποιήσαμε.. [...] Μέσα από την τεχνολογία μπορεί οι έννοιες οι ίδιες να δείχνουν άλλες δυναμικές που δεν είχε προβλέψει ο μαθητής και στην αρχή να δυσκολευτεί, αλλά ουσιαστικά διευρύνει τον ορίζοντα του ως προς το τι είναι τα μαθηματικά.

X: [...] να πάει να το ξαναδιαβάσει, να θυμηθεί ότι αυτή εδώ η λέξη σημαίνει κάτι.. να μπει σε μία λογική τις καινούργιες λέξεις κάπου να τις σημειώνει... που μπορεί να μην είναι τελικά εδώ.. να είναι σε ένα δικό του τετράδιο.. να τις σημειώνει και να κάνει μία αναπαράσταση από δίπλα ή να το γράφει στη δικιά μου γλώσσα.

Από την άλλη πλευρά, η αξιοποίηση του υλικού από τον εκπαιδευτικό λαμβάνει σημαντικό ρόλο στην αποτελεσματικότητα του κατά την γνώμη του Χαλίλ. Για παράδειγμα, αναφέρει ότι είναι «στην κρίση του εκπαιδευτικού» εάν αξιοποιήσει τις δραστηριότητες μες την τάξη ή θα τις αναθέσει ως ασκησολόγιο για το σπίτι. Για αυτό το λόγο, συζητώντας για την αξία της διαλογικότητας από τους εκπαιδευτικούς, αναφέρει την επιθυμία του να έρθει σε επαφή με τους εκπαιδευτικούς που θα αξιοποιήσουν το υλικό, ώστε να τους περιγράψει την ιδεολογία του υλικού και να τους ωθήσει στην συνεργατική μάθηση και στην διαφοροποιημένη διδασκαλία.

X: Αυτό που στοχεύουμε είναι οι εκπαιδευτικοί να μπουν σε μία λογική να αναπτύξουν το διάλογο ανάμεσα στους μαθητές, αλλά και στην ολομέλεια της τάξης. Οπότε βάλουμε αυτό ως παρακίνηση και θα πρέπει να υπάρχει και μέσα στο υλικό για να δείχνει ποιες είναι οι νόρμες, τι περιμένουμε. Περιμένουμε αυτές να συνεργαστούν, να συζητήσουν, να καταλήξουν, να μην καταλήξουν σε συμφωνία, αλλά να υπάρχει κοινωνική αλληλεπίδραση. Ναι και είναι κάτι που θα ήθελα να το συζητήσω και με τους εκπαιδευτικούς, δηλαδή αν πουν ότι κάποιος θα εφαρμόσουν, θα ήθελα να κάνω μία επιμόρφωση μόνο για αυτό. Δηλαδή τι σημαίνει συνεργασία σε ομάδες, τι σημαίνει διαφοροποιημένη διδασκαλία και πού υπάρχουν αυτά τα σημεία μέσα στο δικό μας κείμενο.

X: [...] Είναι στην κρίση του εκπαιδευτικού κάποιες που είναι για το σπίτι να τις αναθέτει, μάλλον κάποιες από αυτές, όποιες θεωρεί να τις αναθέτει ή να γράφει κάποιες παρόμοιες δικές του. [...]

Τέλος, υποστηρίζει τη θέση του καθηγητή ως συμμετοχο της διαδικασίας της μάθησης παράλληλα με τα παιδιά, αιτιολογώντας την άποψη του για την χρήση του α' πληθυντικού στις δραστηριότητες του υλικού.

X: Κοίταξε, ένα βιβλίο είναι μια φωνή. Κάποιος μιλάει σε ένα βιβλίο. Εγώ θα προτιμούσα αν αυτά ήταν φύλλα εργασίας για την τάξη μου να είναι α' πληθυντικό. Δηλαδή «διερευνούμε». Αυτή η φωνή είναι ο εκπαιδευτικός που συμμετέχει σε αυτή τη διερεύνηση. [...] Γιατί βάζει τον εκπαιδευτικό σε ένα ρόλο ότι είναι δίπλα στα παιδιά και όχι απέναντι. [...]

4.2.4.5 Φύση των μαθηματικών

Την άποψη του Χαλίλ για τη φύση των μαθηματικών θα χαρακτήριζε κανείς ως ισχυρή. Αρχικά, ο Χαλίλ προσδίδει έναν κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα στην διδασκαλία των μαθηματικών, υπογραμμίζοντας την αξία να αναδεικνύονται πολλές κουλτούρες. Έπειτα, τονίζει την ισχύ και την αξία που έχουν τα μαθηματικά στην εκπαίδευση και περαιτέρω στην κοινωνία, καθώς αποτελούν κριτήριο ικανότητας/ανικανότητας.

60 *X: Τα μαθηματικά πρέπει να είναι μέσα από την ζωή δηλαδή να στήνεις παραμύθια και αφηγήματα που αφορούν και μέσα σε αυτήν την αναφορά που κάνεις πολλές φορές [...] Δεν είναι δυνατόν να είναι μόνο τα πολιτισμικά στοιχεία του δυτικού κόσμου. [...] Ως πολίτης του κόσμου να εμπλέξεις τους μαθητές σου σε πολλά αφηγήματα σε πολλές κουλτούρες. [...] ένας μαθητής ο οποίος δεν τα καταφέρνει στα μαθηματικά ουσιαστικά κλείνει πολλές πόρτες στη ζωή, δηλαδή λειτουργεί ως ένας φραγμός και λειτουργεί δυστυχώς με κριτήρια κοινωνικό-πολιτισμικά και οικονομικά [...] Τα μαθηματικά βάζουν μία σφραγίδα ικανότητας ότι ένας άνθρωπος μπορεί να τα καταφέρει και ένας άνθρωπος δεν μπορεί να τα καταφέρει... ένας είναι ικανός και άλλος είναι ανίκανος αλλά πίσω από αυτό αυτό που δεν λέμε στον μαθητή είναι ότι κρύβονται άλλα πράγματα.*

Δίνοντας έναν κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα στην εκπαίδευση, ο Χαλίλ δίνει ιδιαίτερη βάση στην οικοδόμηση του μαθηματικού λόγου. Πιθανόν αυτός είναι ο λόγος που προσπαθεί να ωθήσει την συνεργατική μάθηση.

X: [...] Αυτό που θέλουμε να κερδίσει ο μαθητής είναι να γίνει συμμετοχός της κοινότητας των μαθηματικών, δηλαδή να μάθει μαθηματικά να τα δει τα μαθηματικά όχι τόσο ως διαδικασία αλλά ως έναν τρόπο σκέψης [...] δηλαδή τα μαθηματικά είναι ένα μάθημα οικοδόμησης λόγου, [...] Να έρθουν να επικοινωνήσουν, να είναι μαζί, να δημιουργηθούν γέφυρες ανάμεσα στους μαθητές, να αναπτύξουν τον μαθηματικό λόγο γιατί μαθαίνω μαθηματικά σημαίνει μαθαίνω να χειρίζομαι το μαθηματικό λόγο, και χίλια δυο άλλα που έχει η συνεργατική μάθηση.

Όσον αφορά τη μαθηματική ορολογία παρατηρείται μια σύγκρουση στις απόψεις του Χαλίλ. Από την μια αλλάζει τις έννοιες της τετμημένης και τεταγμένης για να βοηθήσει τους μαθητές, αλλά από την άλλη υποστηρίζει ότι η μαθηματική ορολογία έχει κυρίαρχο ρόλο στην μαθηματική επικοινωνία. Το δίλημμα αυτό πιθανόν δημιουργείται από την σύγκρουση της άποψης του για την φύση των μαθηματικών, αλλά και της προσπάθειας του για γλωσσική υποστήριξη των μαθητών.

X: [...] λέξεις που είναι δύσκολες κάποιες, για παράδειγμα τετμημένη τεταγμένη δεν τις χρησιμοποίησα είπαμε χ-συντεταγμένη και γ-συντεταγμένη δεν χάθηκε ο κόσμος αν δεν ξέρουν το τετμημένη οπότε το μεγάλο πρόβλημα είναι αυτό το θέμα της γλώσσας [...]

X: Προφανώς είναι σημαντική γιατί είναι ένας τρόπος να επικοινωνείς. Πώς θα κάνεις μαθηματικά, αν δεν μπορείς να επικοινωνήσεις στα μαθηματικά; Άρα ήταν ένας τρόπος... Ξεκινούσαμε από τη φυσική γλώσσα και πηγαίναμε προοδευτικά στη γλώσσα των μαθηματικών. Με προσοχή όμως αυτό ώστε να γίνονται κατανοητά από τους μαθητές [...] Είναι σημαντική η μαθηματική ορολογία γιατί όπως σου είπα.. τον κύκλο πρέπει να τον πεις κύκλο, την απόλυτη τιμή απόλυτη τιμή. Στην αρχή θα την πούμε απόσταση από το 0, αλλά κάποια στιγμή θα πρέπει να την πεις και απόλυτη τιμή [...]

4.2.5 Η Ταμάρ

4.2.5.1 Πηγή έμπνευσης

Η έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών διαδραμάτισε σημαντικό ρόλο κατά τον σχεδιασμό για την Ταμάρ. Απαντώντας σε ερωτήσεις όπως «πώς εργάστηκε κατά την διαδικασία του σχεδιασμού», καθώς και «ποιες πηγές και εργαλεία χρησιμοποίησε», φαίνεται από τις απαντήσεις της ότι ανέτρεξε στα ερευνητικά άρθρα και στην εμπειρία της στην έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών.

Ενδεικτικά, φαίνεται ότι η έρευνα είχε τόσο ιδιαίτερο ρόλο, αφού πριν σχεδιάσει την συμβουλευτόταν. Σύμφωνα με τα παρακάτω αποσπάσματα, η βιβλιογραφία

περιλάμβανε άρθρα σχετικά με παρανοήσεις και δυσκολίες των μαθητών σε μαθηματικές έννοιες, καθώς επίσης και άρθρα σχετικά με την έρευνα στη διδακτική σε πολυπολιτισμικές τάξεις και σε τάξεις προσφύγων και μεταναστών

T: [...] πριν το σχεδιάσω εγώ διάβασα και σχετικά άρθρα, έψαξα, είδα πράγματα και επειδή είχα δουλέψει και ερευνητικά στη διδασκαλία των μαθηματικών σε πολυπολιτισμικές τάξεις, είχα μια ιδέα. [...]

T: Άρθρα... Είχα διαβάσει άρθρα για μελέτη. Για παράδειγμα, για την ενότητα εξίσωση πρώτου βαθμού, διάβασα για τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές, και κάποια σχετικά άρθρα. Πιο πολύ στα γαλλικά εγώ διαβάζω, και τι προτείνουν, πώς να αντιμετωπίζονται, με διαφορετικούς τρόπους, και τι πετυχαίνει και τι όχι.

Όσον αφορά την διδακτική της εμπειρία, φαίνεται ότι έπαιξε, επίσης, σημαντικό ρόλο κατά τον σχεδιασμό, αφού εμπνεύστηκε από διδακτικές πρακτικές που έχει χρησιμοποιήσει στην δική της τάξη και τις ενσωμάτωσε στο υλικό.

T: [...] είναι η εμπειρία. Εγώ πάντα έκανα δραστηριότητες για να εξοικειωθούν τα παιδιά με τις ιδέες, και μετά βάζαμε τον ορισμό. Αυτό προσπάθησα να εφαρμόσω.

T: [...] είναι πιο ωραίο να έχεις διαφορετικά χρώματα. Και στις μαθησιακές δυσκολίες βοηθάει. Εγώ είχα μια μαθήτριά, που δυσκολευόταν πολύ να καταλάβει, όταν υπήρχαν πολλές γραμμές μαζί και μετά δοκιμάσαμε μαζί κάποια πράγματα και βρήκαμε ότι αν γράφει κάθε γραμμή με ένα χρώμα τη βοηθάει πολύ. [...]

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά η επιρροή που άσκησε η προσωπική της εμπειρία επαφής με πρόσφυγες και μετανάστες, αλλά και οι προσωπικές γλωσσικές δυσκολίες και πολιτισμικές συγκρούσεις που αντιμετώπισε όταν ήρθε στην Ελλάδα, δηλαδή αντίστοιχες προκλήσεις που ζουν μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες. Συγκεκριμένα, η προηγούμενη συναναστροφή της με πρόσφυγες και μετανάστες, την οδήγησε να δημιουργήσει ένα προφίλ μαθητών.

T: Ο μαθητής παίζει τον πιο σημαντικό ρόλο στην εκμάθησή του. Όλοι ξέρουμε ότι αν ένα παιδί δεν θέλει να μάθει, δεν θέλει. Με τίποτα. Και ειδικά αυτοί οι μαθητές, από την μικρή μου εμπειρία, οι περισσότεροι θέλουν να φύγουν από την Ελλάδα. Για αυτό, δεν είναι εδώ για να ενσωματωθούν και να μάθουν. Πηγαίνουν στο σχολείο γιατί είναι υποχρεωτικό. Από αυτό που ξέρω εγώ, βέβαια. Δεν είναι γενικό. [...]

Η προσωπική της εμπειρία σε αντίστοιχες καταστάσεις και δυσκολίες που αντιμετωπίζουν μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες κυριαρχεί σε όλη την διάρκεια των συνεντεύξεων. Η έντονη επιρροή της από τις προσωπικές της προκλήσεις και

δυσκολίες και η αξιοποίηση τους κατά τον σχεδιασμό φαίνονται ενδεικτικά στο παρακάτω απόσπασμα. Αναλυτικά, αναφορικά με τους προβληματισμούς για τη σύνταξη και τη γραμματική του υλικού, οι γλωσσικές δυσκολίες που αντιμετώπισε κατά την εκμάθηση των ελληνικών, αξιοποιήθηκαν στον σχεδιασμό του υλικού.

K: Τι προβληματισμοί υπήρχαν αναφορικά με τη σύνταξη και τη γραμματική;

T: Προσέχαμε πολλά σημεία. Εγώ αυτά τα ήξερα γιατί αντιμετώπισα την ελληνική ως ξένη γλώσσα και ήξερα τι με δυσκόλευε όταν μάθαινα την ελληνική. Έμαθα τα ελληνικά στο διδασκαλείο ελληνικής γλώσσας στη φιλοσοφική, και αυτό είναι πάντα ωραίο όταν έρχεσαι από την άλλη πλευρά και μπαίνεις στη θέση του μαθητή. [...] Όλα αυτά που προέρχονται από προφορικό λόγο και μπερδεύουν αυτόν που μαθαίνει τη γλώσσα προσπαθήσαμε να τα αφαιρέσουμε. Για παράδειγμα, εμένα μου πήρε πολύ να καταλάβω την έννοια του «μα». Αλήθεια δεν το λέω ψέματα. Ακόμα και τώρα με μπερδεύει το «μα». Δεν καταλαβαίνω εγώ με το «μα» τι θέλει να μου πει. Κριτικάρει, δεν καταλαβαίνει, θέλει να ρωτήσει... Είναι πολύ λεπτό το θέμα. Πάρα πολύ.

Αντίστοιχη συμπεριφορά παρατηρείται από την Ταμάρ στην συζήτηση περί των προσώπων των ρημάτων στο κείμενο του υλικού (3^η συνέντευξη: σειρές 28, 30). Συγκεκριμένα, περιγράφοντας το φαινόμενο πολλαπλών προσώπων ρημάτων καθ' όλη την έκταση του υλικού και τίθοντας το ερώτημα του λόγου μίας τέτοιας ενέργειας, η Ταμάρ ανακάλεσε προσωπικές γλωσσικές δυσκολίες στα ελληνικά, αλλά και πολιτισμικές συγκρούσεις που θεωρεί ότι δημιουργούνται κατά την χρήση του α' πληθυντικού («εμείς») ή του γ' πληθυντικού («εσείς») κατά την διατύπωση ενός ερωτήματος. Οι δυσκολίες και οι συγκρούσεις αυτές αξιοποιήθηκαν διδακτικά κατά τον σχεδιασμό του υλικού.

T: [...] Θα σου πω αυτό που είπα [και στους υπόλοιπους σχεδιαστές] στην αρχή για το «εμείς». Τους είπα ότι αυτό το εμείς είναι πολύ χαρακτηριστικό για την κουλτούρα στην Ελλάδα, και το ακούω πολύ και δεν μου αρέσει καθόλου γιατί για παράδειγμα, σπάει για παράδειγμα κάτι ο άντρας μου στο σπίτι και λέει «Πω τι κάναμε;». Μα δεν το έκανα εγώ, εσύ το έκανες. Άλλο παράδειγμα, είμαστε παρέα και λέμε να πάρουμε να κλείσουμε ένα τραπέζι; Και περιμένεις; Ποιος θα το κάνει τελικά; Εμένα αυτή είναι η γνώμη μου με το εμείς. Πολύ με δυσκολεύει και δεν μου αρέσει καθόλου ακόμη και μέχρι τώρα. Και το χρησιμοποιείτε πολύ γενικά. Γράφουμε, παίρνουμε, κάνουμε, τί κάνουμε, θα κάνουμε; Ποιος θα το κάνει τελικά; Εγώ ή εσύ; Πολύ το έχετε γιατί είστε της παρέας γενικά. Το έχετε στην κουλτούρα. Και έχει και ειδικό σκοπό στην εκπαίδευση. Μπαίνει ο εκπαιδευτικός και λέει, «σήμερα θα μάθουμε», εκεί το καταλαβαίνω. Είναι σαν συνεργασία. Όλοι μαζί θα το κάνουμε. Εμένα δεν μου αρέσει αυτό αλλά επειδή συμφώνησε η ομάδα και είναι και η κουλτούρα. Αλλά για εμάς τους Άραβες όταν λέμε κάνουμε, τελικά εγώ τι κάνω; Όταν λέμε κάνουμε όλοι μαζί αυτό; Μπορεί να φανεί, για εμένα, ότι δεν είναι κάτι συγκεκριμένο για το μαθητή. Όταν θα διαβάσει αυτός ο μαθητής και δει «κάνουμε» θα πει «οκ»

«κάνουμε», δεν είμαι εγώ που θα το «κάνω». Μπορεί κι εγώ να σκέφτομαι έτσι επειδή είμαι Λιβανέζα και για εσάς είναι πολύ προφανές.[...]

Ο σχεδιασμός υλικού φαίνεται από τις απαντήσεις της Ταμάρ ότι ήταν ομαδική εργασία. Συγκεκριμένα, κατά την διαδικασία σχεδιασμού, ο καθένας σχεδιαστής, παρόλο που αρχικά εργάστηκε ατομικά στα κεφάλαια που ήταν υπεύθυνος, έπειτα υπήρχαν ομαδικές συναντήσεις και συζητήσεις αναφορικά με την εργασία του καθενός.

T: [...] Ήταν ομαδική εργασία... Να αποφασίσουμε το πλαίσιο μάθησης, μετά μοιράσαμε μεταξύ μας τις ενότητες... Ο καθένας πήρε κάποιες ενότητες. [...]όταν κάποιος τελείωνε μια ενότητα, την έστειλε σε όλους, οι άλλοι έκαναν παρατηρήσεις, κάναμε πολλές συναντήσεις, το συζητούσαμε και τέτοια.

Το πόσο επηρέασε η ομαδοσυνεργασία των σχεδιαστών, φαίνεται μάλιστα, στο ακόλουθο απόσπασμα. Στο σημείο αυτό, η Ταμάρ δίνει την θέση της για τον μαθηματικό όρο «ρίζα της εξίσωσης», ο οποίος χάρις την άποψη της ομάδας τοποθετήθηκε στο υλικό, παρόλο που η Ταμάρ είχε διαφορετική γνώμη για αυτό. Φαίνεται, λοιπόν, η συνεργασία των σχεδιαστών να επηρέασαν τα κεφάλαια που σχεδίασε.

T: Κάναμε κάποιες επιλογές. Όπως για παράδειγμα, η «λύση μιας εξίσωσης». Μπορείς να πεις «λύση» ή μπορείς να πεις «ρίζα». Στην αρχή εγώ δεν ήθελα να αναφέρω καν τη λέξη «ρίζα». Αλλά μετά από συζήτηση οι συνάδελφοι πρότειναν να τη βάλουμε γιατί είναι ορολογία που πρέπει να τη μάθουν.

Από την Ταμάρ παρατηρεί κανείς ότι αξιοποιήθηκαν τα ελληνικά βιβλία που διδάσκονται στις τάξεις της Ε΄ Δημοτικού έως την Γ΄ Γυμνασίου, καθώς και το αντίστοιχο Πρόγραμμα Σπουδών. Συγκεκριμένα, η Ταμάρ παρόλο που δεν έχει διδάξει σε ελληνικό σχολείο, αναζήτησε και βασίστηκε στα ελληνικά βιβλία. Το πλαίσιο για τις μαθησιακές τροχιές βασίστηκε επίσης στο ελληνικό πρόγραμμα σπουδών, Τέλος, το γαλλικό πρόγραμμα σπουδών που έχει διδακτική εμπειρία δεν αξιοποιήθηκε αυτό καθαυτό, αλλά ως πρόσθετη πηγή έμπνευσης μέσω της εμπειρίας της.

K: Είπατε ότι χρησιμοποιήσατε το ελληνικό βιβλίο. Αξιοποιήθηκε και το ελληνικό πρόγραμμα σπουδών;

T: Ναι, βασιστήκαμε στο ελληνικό πρόγραμμα σπουδών. Εμείς έπρεπε να φτιάξουμε πλαίσιο μάθησης. Είδαμε τι γίνεται εδώ, το βασικό πρόγραμμα σπουδών και από αυτό πήραμε ιδέες για τις βασικές έννοιες. Δεν κάναμε κάτι από το μυαλό μας. Πρέπει να βασιστούμε γιατί εντάσσεται στο ελληνικό πρόγραμμα αυτό.

K: Αξιοποιήθηκε άλλο πρόγραμμα σπουδών; Πιθανόν της Γαλλίας όπως είχατε αναφερθεί;

T: Α, ναι. Μόνο έτσι. Κάποιες βασικές έννοιες που συζητήσαμε... Όχι πολλά πράγματα. Όχι ότι πήραμε... Εγώ από την εμπειρία μου, τους έλεγα για παράδειγμα αυτό είναι σημαντικό... Αλλά βασικά ήταν το ελληνικό μόνο.

4.2.5.2 Κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής

Σύμφωνα με τα λεγόμενα της Ταμάρ, οι κατευθύνσεις εκπαιδευτικής πολιτικής που έπρεπε να ληφθούν υπόψη, δεν επηρέασε μόνο το πλαίσιο μαθητών που απευθύνεται το υλικό και τους στόχους του, αλλά και την εργασία των σχεδιαστών. Συγκεκριμένα, κατά την συζήτηση για το πρόγραμμα και τους στόχους του, η Ταμάρ αναφέρει την δυσκολία να συμπειστεί η ύλη των μαθηματικών λόγω των πλαισίων που έδωσε το πρόγραμμα.

T: Το πρόγραμμα είναι, η ιδέα, για να βοηθήσουμε αυτά τα παιδιά. Βασικά, να πάρουν το απολυτήριο του γυμνασίου. [...] Και εμείς προσπαθήσαμε να μαζέψουμε τις βασικές έννοιες των μαθηματικών που χρειάζεται για να πάρει ιδέες και να μπορέσει να συνεχίσει στην Τρίτη γυμνασίου. Τα βασικά πράγματα. Δεν μπορούμε να κάνουμε θαύματα. [...] Δηλαδή το πρόγραμμα είπαμε ότι θα πιάσουμε το πλαίσιο μάθησης, δηλαδή το πρόγραμμα σπουδών από την 5η Δημοτικού. Πήραμε, δηλαδή, από την 5η Δημοτικού μέχρι 3η Γυμνασίου και είδαμε. Ήταν πολύ δύσκολο στην αρχή να κάνουμε μια επιλογή γιατί όπως ξέρεις στα μαθηματικά είναι όλα σημαντικά. Χτίζονται το ένα μετά το άλλο δεν μπορείς να μην βάλεις αυτήν την πέτρα που είναι από κάτω. Ήταν πάρα πολύ δύσκολο αυτό, μας πήρε πολύ χρόνο, το συζητήσαμε, να αποφασίσουμε: να μη βάλουμε κι αυτό, μα κι αυτό είναι σημαντικό, να βγάλουμε αυτό, τι να πούμε για αυτό; Ήταν πολύ δύσκολο στην αρχή.

Επιπλέον, στην ερώτηση εάν θα άλλαζε κάτι στο υλικό τώρα που είναι ολοκληρωμένο, η Ταμάρ δεν εστίασε σε κάποιο κεφάλαιο ή μαθηματική έννοια, αλλά στους περιορισμούς έκτασης του υλικού και στην αοριστία του πλαισίου. Παρόμοιος προβληματισμός φαίνεται να υπάρχει στην απάντηση της για τον μικρό αριθμό ασκήσεων που υπάρχει στο Α' μέρος του υλικού, αφού δεν υπήρχε δυνατότητα για περισσότερες σελίδες. Μάλιστα, οι περιορισμοί στην έκταση του υλικού φαίνεται ότι οδήγησαν την ομάδα στον σχεδιασμό του Β' μέρους, όπως φαίνεται σε διάφορα σημεία των συνεντεύξεων.

T: Έχουμε πολλούς περιορισμούς. Για παράδειγμα, στην αρχή μας είπαν μόνο 200 σελίδες, ή 150 σελίδες. Είχαμε πολλούς περιορισμούς. Τώρα αν θα αλλάζαμε κάτι εξαρτάται και από αυτούς τους περιορισμούς αν θα αλλάξουν. Στην αρχή για παράδειγμα μας είπαν ότι είναι για αυτομάθηση, και τις αρχικές ενότητες έτσι τις

συντάξαμε, και μετά άλλαξε αυτό. Μετά μας είπαν ότι μπορείτε να βάλετε και παραπάνω σελίδες.[...]

T: Είχαμε πολλούς περιορισμούς. Για αυτό μετά φτιάξαμε το δεύτερο μέρος. Γιατί είχαμε πολλά να βάλουμε, στην αρχή που είχαμε και πολύ χρόνο, και δεν μπορούσαμε γιατί μας έλεγαν ότι πρέπει να φτιάξετε το βασικό υλικό από την Πέμπτη δημοτικού μέχρι την 3^η Γυμνασίου, και να υπολογίσουμε για ένα χρόνο 4 ώρες την εβδομάδα μόνο. Δηλαδή πρέπει να φτιάξουμε ένα υλικό μαζεμένο που θα διδαχθεί μέσα σε 4ώρες την εβδομάδα.

Οι χρονικές πιέσεις φαίνεται να επηρέασαν επίσης την συγγραφική ομάδα και τις επιλογές τους. Για παράδειγμα, η απλοποίηση της γλώσσας φαίνεται να ήταν κάτι χρονοβόρο, το οποίο δημιούργησε δυσκολίες λόγω των χρονικών περιορισμών, όπως φαίνεται στο παρακάτω χωρίο.

T: [...] πολλές φορές ψάχναμε που έχει που να το βγάλουμε, να βάλουμε κάτι άλλο. Ήταν δύσκολο αυτό στην αρχή. Δεν είχαμε πολύ χρόνο και δεν μπορέσαμε ίσως να το κάνουμε παντού, σε όλες τις ενότητες, γιατί μετά έτρεχε ο χρόνος, μετά με την καραντίνα ήταν δύσκολο. Αλλά αυτό προσπαθήσαμε. [...]

Όσον αφορά την γλώσσα, παρόλο που η ίδια η ομάδα των σχεδιαστών προσπάθησε να απλοποιήσει την ελληνική γλώσσα στο υλικό, φαίνεται ότι υπήρχαν και πολιτικές οδηγίες για μία τέτοια δράση. Μάλιστα, το πρόγραμμα πρότεινε ένα λογισμικό, στο οποίο οι σχεδιαστές θα έλεγχαν το επίπεδο της γλώσσας. Οι υπεύθυνοι του προγράμματος έδωσαν ακόμα συμβουλές όσον αφορά την απλοποίηση της, όπως φαίνεται στην απάντηση της Ταμάρ στην 3^η συνέντευξη, σειρά 24. Συνεπώς, οι πολιτικές οδηγίες επηρέασαν τις επιλογές των σχεδιαστών και εν τέλει τον σχεδιασμό του υλικού.

T: [...] που είναι ειδική στην ελληνική γλώσσα ως ξένη γλώσσα, μας έδωσαν για παράδειγμα αυτό το λογισμικό, για να δοκιμάσουμε εκεί να δούμε το επίπεδο της γλώσσας. Δηλαδή από το πρόγραμμα αυτό.

T: [...] Αλλά ήταν αυτό με τη σύνταξη, με το «που»... να μην χρησιμοποιούμε πολύ «που», και όχι πολλά ρήματα μαζί. Για παράδειγμα... κάποιες φορές μπορεί να μας φανεί πολύ λάθος... για παράδειγμα, «ο Γιώργος πήγε σχολείο». «Ο Γιώργος θέλει να μάθει.» Αυτό απλά. Μετά από συζήτηση με τον (υπεύθυνο του προγράμματος) που είναι εκεί γνωστοί με το θέμα της ελληνικής ως ξένη.. είναι πιο εύκολο για το μαθητή που μαθαίνει την ελληνική. Ακόμα κι αν επαναλαμβάνεται το υποκείμενο. [...]

4.2.5.3 Σκιαγράφηση μαθητών

Από όλες τις απαντήσεις της Ταμάρ, φαίνεται ότι κατά την διαδικασία του σχεδιασμού είχε σχηματίσει ένα προφίλ μαθητή, το οποίο αποκτά κυρίαρχο ρόλο στις επιλογές της. Πιο αναλυτικά, φαίνεται ότι ο προσωπικός της στόχος είναι η συναισθηματική και ψυχολογική στήριξη αυτών των μαθητών, καθώς έχει περισσότερη αξία η ενθάρρυνση, το κίνητρο και η θέληση του μαθητή.

T: Για αυτό, δεν είναι εδώ για να ενσωματωθούν και να μάθουν. Πηγαίνουν στο σχολείο γιατί είναι υποχρεωτικό. Από αυτό που ξέρω εγώ, βέβαια. Δεν είναι γενικό. Για αυτό είναι σημαντικό, καταρχάς και πάνω από όλα, να δώσουμε την ενθάρρυνση, το κίνητρο, τη θέληση σε αυτόν τον μαθητή που παρόλα τα κενά που έχει, τις δυσκολίες της γλώσσας και τη δύσκολη πραγματικότητά του, τουλάχιστον να θέλει να δοκιμάσει να μάθει κάτι. Για αυτό το πιο σημαντικό είναι ο μαθητής να θέλει.[...]

Ιδιαίτερη αξία αποκτά η προσέγγιση της κουλτούρας των μαθητών από την Ταμάρ. Εντάσσοντας στον πολιτισμό ενός ατόμου την νοοτροπία, την γλώσσα, την θρησκεία και γενικά τον τρόπο σκέψης και τις συνήθειες τους, υπογραμμίζει τον πολιτισμικό χαρακτήρα της εκπαίδευσης των μαθηματικών. Υποστηρίζει, ιδιαίτερα, ότι ο πολιτισμός επηρεάζει τη διδασκαλία των μαθηματικών με την ιστορία και τις κοινωνικές ανάγκες του.

T: [...] τα μαθηματικά είναι μαθηματικά, τα σύμβολα είναι σύμβολα, αλλά ο τρόπος ερμηνείας, οι μέθοδοι, η χρήση των μαθηματικών επηρεάζεται από κάθε πολιτισμό. Ένα παράδειγμα, κάποιες έρευνες έδειξαν ότι οι Ρομά είναι πολύ καλοί στον mental calculism (νοητικό υπολογισμό), επειδή τον χρησιμοποιούν. Δεν είναι για παράδειγμα ότι δεν υπάρχει αυτό σε άλλους. Υπάρχει. Αλλά επηρεάζεται και από την κουλτούρα. Αλλάζει από κουλτούρα σε κουλτούρα. Για παράδειγμα, κάποιες χώρες δίνουν περισσότερη σημασία στη γεωμετρία κάποιες όχι. Γιατί το χρειάζονται. Και η χρήση των μαθηματικών επηρεάζεται, το πώς να γράφουμε. Για παράδειγμα στα αραβικά που γράφουμε από δεξιά στα αριστερά. Και αυτό επηρεάζει. Είναι και η σημασία που δίνουμε σε κάθε χώρα για τα μαθηματικά. Αν έχουν παρελθόν ή όχι. Για παράδειγμα, στις αραβικές χώρες, δίνουμε μεγάλη σημασία στην άλγεβρα επειδή λέμε ότι είναι οι Άραβες που το έκαναν. Και βέβαια, επηρεάζεται. Έχει το κοινωνικό στοιχείο αλλά στη βάση είναι το ίδιο. Όλοι μιλάμε το ίδιο αλλά με διαφορετικό τρόπο, και διαφορετική σημασία, προτεραιότητα σε κάθε χώρα και κάθε πολιτισμό.

Οι πρόσφυγες μαθητές, μάλιστα, χρειάζονται, κατά την γνώμη της, ιδιαίτερη μεταχείριση, τονίζοντας ακόμα μία φορά τη συναισθηματική και ψυχολογική κατάσταση των μαθητών. Επιπλέον, η πολυπολιτισμικότητα που περιγράφει τους

μαθητές στους οποίους απευθύνεται το υλικό, φαίνεται να δημιουργήσει δυσκολίες στην Ταμάρ και το σχεδιασμό.

T: Ο πολιτισμός πρώτα από όλα είναι η γροστροπία, η γλώσσα, η θρησκεία. Είναι η πραγματικότητα, οι συνήθειες που έχουμε, ο τρόπος που μιλάμε, που σκεφτόμαστε. [...] Είναι ο τρόπος ζωής, είναι όλα διαφορετικά. Για αυτό είναι πιο δύσκολο να αγγίζουμε κάποια πολιτισμικά στοιχεία σε ένα βιβλίο που απευθύνεται σε διαφορετικές κουλτούρες. [...] Για παράδειγμα, μια μουσουλμάνα ανάλογα με τη θρησκεία της δεν μπορεί να βρεθεί μόνη της σε μια τάξη με ένα αγόρι. Ένα παράδειγμα, αν ο καθηγητής των μαθηματικών ή άλλου μαθήματος, θέλει να της μιλήσει ή να της εξηγήσει κάτι, δεν μπορεί να μείνει μόνη της. [...] Η κάτι άλλο που μια καθηγήτρια μου το είπε: είναι μια καθηγήτρια μαθηματικών, που είχε μια φορά έναν πρόσφυγα, είναι στην Καλλιθέα, ήθελε να του εξηγήσει τι σημαίνει ένα σημείο, και του είπε στο Γυμνάσιο, σε ένα αγόρι, πρόσφυγα «Δώσε μου το χέρι να σου κάνω αυτό. Να σου εξηγήσω τι σημαίνει σημείο. Αυτό είναι σημείο», δεν της έδωσε το χέρι να κάνει έτσι, γιατί αυτό δεν επιτρέπεται. [...] Εδώ μιλάμε για πρόσφυγες, όχι απλά πολυπολιτισμική τάξη. Δηλαδή, είναι και οι πρόσφυγες που έχουν προβλήματα, που έχουν περάσει δύσκολα. [...] Και κάποιος μπορεί να φοβηθούν αν ο εκπαιδευτικός -λέω τώρα- για παράδειγμα, υψώσει λίγο τη φωνή του ή δεν ξέρω... Διαφορετικά πράγματα που μπορεί να φοβηθεί... [...] Αυτό το φέρνει μαζί του και ο μαθητής. Για παράδειγμα μπορεί να μην τολμήσει να συζητήσει, ή να ζητήσει εξηγήσεις γιατί έχει μάθει διαφορετικά. Εκεί έχει άλλο ρόλο ο εκπαιδευτικός. Είναι πολλά πράγματα.

Η σκιαγράφηση των μαθητών σύμφωνα με το πολιτισμικό ιστορικό τους επηρέασε ακόμα τις επιλογές της Ταμάρ για την θεματολογία των δραστηριοτήτων. Θεωρεί ότι τα προβλήματα και οι ερωτήσεις που τίθενται στον μαθητή πρέπει να βασίζονται σε οικείες καταστάσεις και στην καθημερινότητα τους, χωρίς φυσικά να ανασύρεται η αρνητική της εικόνα. Τέλος, η απλοποίηση της γλώσσας και οι πολλαπλές αναπαραστάσεις φαίνεται να αποσκοπούσαν στην υποστήριξη του προφίλ των μαθητών που είχε σχηματίσει, δηλαδή μαθητών που δεν γνωρίζουν την ελληνική γλώσσα και δημιουργούνται γνωστικές δυσκολίες λόγω αυτού.

T: Πρώτα από όλα για να τους μοιάζει. Να τους «μιλάει» το υλικό. Να νιώθουν ότι δεν είναι κάτι εξωτικό, πώς το λένε αυτό... Τα μαθηματικά είναι, στο τέλος, τώρα σε αυτό το επίπεδο, όπως αυτά που χρησιμοποιούμε στο σπίτι. Για παράδειγμα, να ξέρουν ότι εγώ δεν μπορώ ας πούμε να μιλήσω.... Να βάλουμε ένα παράδειγμα... Ένα πρόβλημα στην εξίσωση μιλούσε για ένα παιδί που βοηθάει τους γονείς του και πουλάει τριαντάφυλλα. Αυτό μιλάει στους πρόσφυγες. Έτσι είναι. Έχουν δύσκολη καθημερινή ζωή. Αν εγώ βάλω ένα πρόβλημα που λέει «έχω 100€ και παίρνω μια μπλούζα που κάνει 45€ και ένα παντελόνι που κάνει 50€, πόσα μένουν;» Μπορούν να το λύσουν αλλά δεν τους ταιριάζει. Έτσι δεν είναι; Αν βάλω μια άσκηση που λέει «πηγαίνω στη λαϊκή για να πάρω φρούτα και λαχανικά για όλη την εβδομάδα, έχω μόνο 5€ και χρειάζομαι άλλα 4€, θα δανειστώ από τον γείτονα, πόσα πρέπει να

δανειστώ αν μου κόστισαν τόσο και τόσο;» Αυτό, έτσι είναι η ζωή τους και εκεί χρησιμοποιούν τα μαθηματικά, και έτσι τα χρησιμοποιούν. Όταν κάνουμε αυτή την προσπάθεια είναι πιο εύκολο για μας να γράψουμε ένα πρόβλημα και να το δώσουμε: Πηγαίνεις στο σινεμά, θέλεις να αγοράσεις δυο εισιτήρια, πόσο θα κοστίσει; Αλλά αυτοί δεν πηγαίνουν στο σινεμά. Τώρα δεν είναι εύκολο πάντα, [...] να τους εκφράζουν τα προβλήματα αλλά ταυτόχρονα να μην τους θυμίζουμε τη δύσκολη καθημερινότητά τους.[...]

4.2.5.4 Διαδικασία της μάθησης

Σύμφωνα με την Ταμάρ, το σχολικό εγχειρίδιο καλείται να αποτελέσει βάση για τον μαθητή να τον υποστηρίξει στο προσωπικό του διάβασμα. Από την άλλη, βέβαια, το βιβλίο αφορά και τον εκπαιδευτικό, καθώς λειτουργεί ως βοήθεια για την διαχείριση των μαθητών και συγκεκριμένα για τους μαθητές που απευθύνεται το υλικό. Η αμοιβαία σχέση του βιβλίου και του καθηγητή των μαθηματικών που υποστηρίζει η Ταμάρ αναλύεται καλύτερα στον παρακάτω διάλογο. Αναλύοντας τις απαντήσεις της, σημειώνει ο εκπαιδευτικός αποκτά κυρίαρχο ρόλο στην κατανόηση του μαθητή, με αποτέλεσμα οι σχεδιαστές αποσκοπούσαν στον σχεδιασμό ενός υλικού που θα μπορεί να υποστηρίξει να βοηθήσει αυτό το έργο του. Ιδιαίτερα, η αξία του σχολικού εγχειριδίου αυξάνεται όταν αφορά πολυπολιτισμικές τάξεις, αφού καλείται να βοηθήσει σε τυχούσες γλωσσικές δυσκολίες που έχουν οι μαθητές.

T: [...] Πρωταγωνιστικός ρόλος στην εξήγηση είναι ο καθηγητής. Τώρα, το εγχειρίδιο βοηθάει. Για αυτό εμείς το θέλαμε να είναι με έναν τρόπο. Για να βοηθήσει, να κάνει αυτή την σχέση. Έρχεται να εξηγήσει στο μαθητή, εκεί που δεν καταλαβαίνει πολύ καλά, ίσως, αυτά που λέει το εγχειρίδιο που χρησιμοποιούν οι άλλοι μαθητές, και να βοηθήσουμε τον εκπαιδευτικό, να του δώσουμε κάποια εργαλεία, παραπάνω, από αυτά που ξέρει, να τον βοηθήσουμε να αντιμετωπίσει αυτούς τους μαθητές.

K: Άρα ο ρόλος του βιβλίου σε μια τυπική τάξη και σε μια πολυπολιτισμική τάξη θεωρείτε ότι είναι ο ίδιος;

T: Πιστεύω πως δεν είναι ο ίδιος, με την άποψη ότι σε μια πολυπολιτισμική τάξη πρέπει να δώσουμε περισσότερη έμφαση στο εγχειρίδιο γιατί είναι πολύ σημαντικό. Σε μια τυπική τάξη οι μαθητές μπορεί να καταλάβουν πολύ καλά αυτό που λέει ο εκπαιδευτικός χωρίς να κοιτάζουν το εγχειρίδιο. Σε μια πολυπολιτισμική τάξη, αν υπάρχουν προβλήματα στη γλώσσα, γιατί πολυπολιτισμική τάξη μπορεί να είναι διαφορετικά πράγματα δεν είναι μόνο γλώσσα, αλλά αυτό είναι μετά βασικό.. Το βιβλίο παίζει μεγαλύτερο ρόλο. Είναι η βάση που θα βασιστεί ο μαθητής και ο εκπαιδευτικός.

Επιπλέον, η Ταμάρ αναγνωρίζει προκλήσεις που μπορεί να έρθει αντιμέτωπος ο εκπαιδευτικός σύμφωνα με πολιτισμικές συγκρούσεις της προσωπικής κουλτούρας του και αυτής των μαθητών του. Υπενθυμίζοντας ότι ο καθηγητής είναι επίσης παιδαγωγός, στοχεύει δηλαδή την ψυχολογική και συναισθηματική υποστήριξη των μαθητών, η Ταμάρ αναγνωρίζει τον δύσκολο ρόλο του.

T: [...] Βέβαια, αυτές είναι δυσκολίες για τον εκπαιδευτικό. Πάρα πολύ. Γιατί προσπαθεί να εξηγήσει κάτι με όποιον τρόπο και μετά έχει εμπόδια, και όχι μόνο. Επειδή ο εκπαιδευτικός δεν είναι εκεί μόνο για να διδάξει και να πει πράγματα, πληροφορίες και να φύγει, θέλει να νιώθει και καλά ο μαθητής. [...]

Τέλος, όσον αφορά την διαδικασία της μάθησης, φαίνεται ότι η Ταμάρ σχεδίασε το υλικό θεωρώντας ότι δεν υπάρχει κάποια υποστήριξη από την οικογένεια του μαθητή. Με βάση την προσωπική της εμπειρία, η Ταμάρ υιοθετεί την ιδέα ότι η εργασία του μαθητή στο σπίτι είναι δύσκολη έως αδύνατη. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα, να μην γίνει εστίαση στο ασκησιολόγιο του υλικού.

12 *T: Μετά για ασκήσεις στο σπίτι, από την εμπειρία μου, αυτό που είδα στον ξενώνα που ήμουν δεν μπορούν εύκολα να δουλέψουν όλοι οι μαθητές. Βέβαια δεν μπορούμε να γενικεύσουμε, αλλά δυσκολεύονται. Καλύτερα δηλαδή να μάθουν καλά, κάτι απλό βασικό στην τάξη... και θα τους δώσουμε από το επιπλέον υλικό, από το δεύτερο μέρος ή από το ίντερνετ. Αλλά κατά πόσο είναι εύκολο να το κάνουν στο σπίτι δεν το ξέρω. Δεν πιστεύω ότι είναι πολύ εύκολο. Υπάρχουν για παράδειγμα πολλά ασυνόδευτα παιδιά. Ειδικά στο γυμνάσιο. Πολλά παιδιά που είναι σε έναν ξενώνα μόνο αγόρια ή μόνο κορίτσια. Δεν είναι εύκολο εκεί να διαβάσουν. Αλλά εμείς είπαμε ότι θα βάλουμε λίγες ασκήσεις και δραστηριότητες για να κατανοήσουν, αυτό είναι το βασικό, να καταλάβουν βασικά πράγματα.*

4.2.5.5 Φύση των μαθηματικών

Η Ταμάρ προσδίδει μία ποικιλόμορφη αξία στα μαθηματικά και τη φύση τους. Αρχικά, υπογραμμίζει ότι τα μαθηματικά διαμορφώνουν τον τρόπο σκέψης του μαθητή, ένα χαρακτηριστικό που είναι σημαντικό στην καθημερινότητα των παιδιών. Εστιάζοντας στην ανάπτυξη του συλλογισμού των μαθητών, αναγνωρίζει ότι η εκπαίδευση των μαθηματικών δεν πρέπει να αποσκοπεί μόνο στην υποστήριξη μαθητών που θα ακολουθήσουν ακαδημαϊκά τον επιστημονικό κλάδο.

T: Ναι, τα μαθηματικά χρησιμεύουν σε όλα τα πράγματα. Θέλω να πω σε αυτό το επίπεδο. Όταν μιλάμε για 5^η - 6^η Δημοτικού και αρχές Γυμνασίου τα μαθηματικά διαμορφώνουν τον τρόπο σκέψης. Τον συλλογισμό. Χρησιμεύουν στην καθημερινότητά μας. Δεν ζητάμε από όλα τα παιδιά, και δεν θα είναι όλα τα παιδιά

επιστήμονες, βέβαια, και δεν θα κάνουν μαθηματικά, αλλά πρέπει να ξέρουν να κάνουν κάποιους υπολογισμούς, να καταλάβουν έννοιες, να ανοίξουν το μυαλό τους και τη συλλογή τους. Reasoning είναι ο συλλογισμός. Αυτό δηλαδή. Είναι αυτός ο ρόλος που παίζει. Στην καθημερινότητα, στο συλλογισμό, βοηθάει σε άλλες επιστήμες. Γενικά σε αυτές τις μικρές τάξεις, το επίπεδο, αυτό. Είναι ανάγκη για αυτό. Τα βασικά.

Παρόλο που τα μαθηματικά αποκτούν έναν απρόσωπο χαρακτήρα ως αντικείμενο, όπως αναφέρθηκε και στην σκιαγράφηση του υλικού, η Ταμάρ προσδίδει έναν κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα στην εκπαίδευση των μαθηματικών, καθώς ο τρόπος χρήσης τους και η αντιμετώπιση τους «επηρεάζεται από κάθε πολιτισμό».

T: [...] τα μαθηματικά είναι μαθηματικά, τα σύμβολα είναι σύμβολα, αλλά ο τρόπος ερμηνείας, οι μέθοδοι, η χρήση των μαθηματικών επηρεάζεται από κάθε πολιτισμό. Ένα παράδειγμα, κάποιες έρευνες έδειξαν ότι οι Ρομά είναι πολύ καλοί στον mental calculism (νοητικό υπολογισμό), επειδή τον χρησιμοποιούν. Δεν είναι για παράδειγμα ότι δεν υπάρχει αυτό σε άλλους. Υπάρχει. Αλλά επηρεάζεται και από την κουλτούρα. Αλλάζει από κουλτούρα σε κουλτούρα. Για παράδειγμα, κάποιες χώρες δίνουν περισσότερη σημασία στη γεωμετρία κάποιες όχι. Γιατί το χρειάζονται. Και η χρήση των μαθηματικών επηρεάζεται, το πώς να γράφουμε. Για παράδειγμα στα αραβικά που γράφουμε από δεξιά στα αριστερά. Και αυτό επηρεάζει. Είναι και η σημασία που δίνουμε σε κάθε χώρα για τα μαθηματικά. Αν έχουν παρελθόν ή όχι. Για παράδειγμα, στις αραβικές χώρες, τώρα μιλάω για το Λίβανο δεν ξέρω για άλλες χώρες, δίνουμε μεγάλη σημασία στην Άλγεβρα επειδή λέμε ότι είναι οι Άραβες που το έκαναν. Τώρα αυτό λέμε εκεί. Και βέβαια, επηρεάζεται. Έχει το κοινωνικό στοιχείο αλλά στη βάση είναι το ίδιο. Όλοι μιλάμε το ίδιο αλλά με διαφορετικό τρόπο, και διαφορετική σημασία, προτεραιότητα σε κάθε χώρα και κάθε πολιτισμό.

4.2.6 Σύγκριση περιπτώσεων

Συγκρίνοντας τις περιπτώσεις των σχεδιαστών, καθώς και τους παράγοντες που επηρεάστηκε ο καθένας κατά τον σχεδιασμό του εκπαιδευτικού υλικού, παρατηρούνται ποικίλες ομοιότητες και διαφορές.

Όσον αφορά τις ομοιότητες, όλοι οι σχεδιαστές βασίστηκαν και επηρεάστηκαν από την έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών. Όχι μόνο είχαν προηγούμενη εμπειρία, αλλά αποκτά ενδιαφέρον το γεγονός ότι διαμοιράστηκαν και διάβασαν όλοι άρθρα σχετικά με την διδασκαλία σε πολυπολιτισμικές τάξεις. Επιπλέον, οι κατευθύνσεις της εκπαιδευτικής πολιτικής φαίνεται να επηρέασαν τις αποφάσεις όλων των σχεδιαστών, καθώς σε όλη την έκταση των συνεντεύξεων τους φαίνεται ο προβληματισμός τους και ο περιορισμός που είχαν κατά την προσπάθεια τους να ακολουθήσουν τις απαραίτητες οδηγίες. Τέλος, μια ακόμα ομοιότητα είναι η άποψη όλης της ομάδας σχεδίασης για τον ρόλο του βιβλίου.

Συγκεκριμένα, τονίζουν όλοι την ανάγκη σχεδιασμού ενός βιβλίου αφιερωμένο στον εκπαιδευτικό και ένα για τον μαθητή. Μάλιστα, ένα βιβλίο που απευθύνεται σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες έχει ιδιαίτερη αξία λόγω των γλωσσικών δυσκολιών, με αποτέλεσμα να στοχεύεται ένα βιβλίο που μπορεί να υποστηρίξει τα παιδιά αυτά. Παράλληλα, ο ρόλος του εκπαιδευτικού, όπως σκιαγράφεται από όλους τους σχεδιαστές, είναι καθοριστικός. Λόγω αυτού, προσπάθησαν να τον υποστηρίξουν μέσω του υλικού που σχεδίασαν, παρόλο που όλοι τονίζουν την ανάγκη προσωπικής του εργασίας και αναζήτησης.

Αναφορικά με τις διαφορές, ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτούν οι διαφορετικές προσεγγίσεις της Ταμάρ και του Παύλου σε σύγκριση με των υπολοίπων σχεδιαστών. Όσον αφορά την περίπτωση του Παύλου, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι δεν σχεδίασε κάποιο συγκεκριμένο κεφάλαιο, καθώς επίσης σκιαγραφείται ως συντονιστής της ομάδας σχεδίασης με μεγάλη εμπειρία στην διδακτική των μαθηματικών στο Δημοτικό. Λόγω αυτών των στοιχείων, παρατηρούνται διαφορετικές προσεγγίσεις και επιρροές σε σύγκριση με την υπόλοιπη ομάδα σχεδίασης. Παραδείγματος χάριν, παρόλο που οι κατευθύνσεις της εκπαιδευτικής πολιτικής προβλημάτισε όλους τους σχεδιαστές, παρατηρείται ότι ο Παύλος εστιάζει ιδιαίτερα σε αυτές και την επίδραση τους στην εργασία της σχεδίασης. Επιπλέον, ο ρόλος του βιβλίου και του εκπαιδευτικού είναι ιδιαίτερα σημαντικός στη διαδικασία της μάθησης, κάτι που τον προβληματίζει σε όλη την έκταση των συνεντεύξεων του. Μία πιθανή ερμηνεία είναι ότι βασίζεται στην συχνή επαφή του με τα σχολικά βιβλία του Δημοτικού, καθώς και στην ειδίκευση του ως εκπαιδευτής εκπαιδευτικός. Τέλος, λόγω της θέσης του συντονιστή, φαίνεται ότι η ομαδικότητα και η συνεργασία των μελών σχεδίασης να αποτελεί σημαντικό παράγοντα στις αποφάσεις του.

Αναλύοντας την περίπτωση της Ταμάρ, φαίνεται ότι ο πιο σημαντικός παράγοντας που επηρέασε όλες τις αποφάσεις της είναι η προσωπική εμπειρία της. Συγκεκριμένα, η διαφορετικότητα στην εθνικότητα της, η οποία επηρεάζει πολύ την κουλτούρα της, καθώς επίσης και τα αντίστοιχα βιώματα πολιτισμικής μεταφοράς που έζησε, φαίνεται να την επηρέασαν πολύ στις αποφάσεις της. Κατανοώντας την θέση και την ψυχολογία των μαθητών προσφύγων και μεταναστών, σχεδίασε δραστηριότητες που ως κυρίαρχο στόχο είχαν την ψυχολογική και συναισθηματική υποστήριξη των παιδιών. Η προσπάθεια της αυτή φαίνεται έντονα στην διαφοροποίηση που κάνει μεταξύ των μαθητών μιας τυπικής τάξης και των παιδιών προσφύγων και μεταναστών. Είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον ότι όλοι οι σχεδιαστές είχαν σαν σύμβουλο την Ταμάρ, καθώς η γνώμη της και η διαφορετικότητα στην οπτική της θεωρήθηκε σημαντικό εργαλείο στον σχεδιασμό του συγκεκριμένου υλικού.

5. Συμπεράσματα - Συζήτηση

Η παρούσα εργασία ασχολείται και μελετάει ένα εκπαιδευτικό υλικό που απευθύνεται σε μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες. Οι αποφάσεις που λήφθηκαν από την ομάδα σχεδίασης, καθώς και η πλαισίωση αυτών βοηθάει να σκιαγραφήσουμε καλύτερα το υλικό και τη διαδικασία του σχεδιασμού του. Λαμβάνοντας υπόψη την μορφολογία του, καθώς και τις συνεντεύξεις των σχεδιαστών δημιουργούνται διάφορα συμπεράσματα που περιγράφονται στην παρούσα ενότητα.

Όσον αφορά το πρώτο ερευνητικό ερώτημα και τις αποφάσεις που λήφθηκαν κατά τον σχεδιασμό του εκπαιδευτικού υλικού αναδεικνύουν τα δομικά συστατικά σχεδιασμού, δηλαδή ο ιστός αράχνης (van den Akker, 2010). Αρχικά, οι αποφάσεις των σχεδιαστών αφορούσαν το περιεχόμενο, δηλαδή τις μαθησιακές τροχιές που διδάσκονται στο υλικό. Οι αποφάσεις σχετικά με το ζήτημα αυτό επηρεάστηκαν από την εμπειρία (διδασκική, ερευνητική) των σχεδιαστών, αλλά και από τα ήδη υπάρχοντα ελληνικά βιβλία, τα οποία όμως δεν ακολουθήθηκαν άβουλα από τους σχεδιαστές. Επίσης, από τις συνεντεύξεις φαίνεται ότι το περιεχόμενο ήταν αποτέλεσμα ομαδικής εργασίας των μελών σχεδίασης, γεγονός που δείχνει την αξία της συνεργασίας τους.

Επιπρόσθετα, όχι μόνο στο υλικό, αλλά και στις συνεντεύξεις προβάλλεται η σημασία της κατηγοριοποίησης των μαθητών. Μια απόφαση των σχεδιαστών φαίνεται να είναι η προώθηση της ομαδοσυνεργασίας, η οποία λήφθηκε, έτσι ώστε σε συνθήκες συνεργασίας η γλώσσα και η επικοινωνία να βοηθήσουν τους μαθητές να διευρύνουν τους γνωστικούς και γλωσσικούς τους ορίζοντες, ο οποίος ήταν και ο στόχος του προγράμματος. Επίσης, κατά την σκιαγράφηση των μαθητών, όλοι οι σχεδιαστές εστίασαν στην διαφορετικότητα των πολιτισμών, καθώς και στην ανάγκη να στηριχθούν ψυχολογικά και συναισθηματικά αυτοί οι μαθητές. Συνεπώς, όπως αναφέρει και η μελέτη των César & Oliveira (2005), η ομαδοσυνεργασία στοχεύει σε μια κοινωνικοποίηση που θα συμπεριλάβει τους μαθητές στην εκπαιδευτική κοινότητα μέσω αλληλεπίδρασης σε κοινωνικές πρακτικές, έτσι ώστε να τους προετοιμάσει ψυχολογικά να αφομοιωθούν στην κοινωνία της τάξης. Φυσικά, δεν μειώνεται η αξία της ατομικής εργασίας, καθώς παρατηρείται ότι δίνονται πολλές τέτοιες ευκαιρίες στο υλικό. Μάλιστα, από τις συνεντεύξεις φαίνεται ότι όλοι οι εκπαιδευτικοί επιζητούν ένα βιβλίο στο οποίο ο μαθητής μπορεί να επιστρέψει και να βασιστεί σε αυτό, να τον υποστηρίξει δηλαδή σε δράσεις αυτομάθησης.

Πρωταγωνιστές στις αποφάσεις των σχεδιαστών είναι οι μαθησιακές δραστηριότητες και τα υλικά/πόροι που χρησιμοποιεί ένας μαθητής. Είτε από το υλικό είτε από τις συνεντεύξεις φαίνεται ότι η ομάδα σχεδίασης προσπάθησε μέσω των έργων που σχεδίασε να υποστηρίξει τον συσχετισμό ιδιωμάτων (Prediger & Wessel, 2011). Συγκεκριμένα, η μαθηματική ορολογία και γενικά το συμβολικό ιδίωμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί σύμφωνα με την άποψη για τη φύση των μαθηματικών όλων των σχεδιαστών. Παρόλα αυτά, η επιθυμία για γλωσσική υποστήριξη των μαθητών, οδήγησε σε απλοποίηση της διατύπωσης των ορισμών, δηλαδή του τεχνικού γλωσσικού ιδιώματος.

Ωστόσο, όμως, το γλωσσικό ιδίωμα απασχόλησε εκτενώς τους σχεδιαστές. Πιο αναλυτικά, κατά την ανάγνωση του υλικού παρατηρείται έντονα η απόφαση της ομάδας σχεδίασης να απλοποιήσει τη γλώσσα του, με στόχο να προσεγγίζει το καθημερινό γλωσσικό ιδίωμα κυρίως. Οι αποφάσεις αυτές λήφθηκαν είτε λόγω των κατευθύνσεων της εκπαιδευτικής πολιτικής είτε λόγω των προσωπικών πεποιθήσεων και επιδιώξεων των σχεδιαστών για υποστήριξη των μαθητών. Μάλιστα, στις συνεντεύξεις τους αναφέρουν την διασύνδεση των γλωσσικών και μαθηματικών μαθησιακών διαδικασιών, όπως σημειώνουν και οι Prediger & Wessel (2013). Η συμμετοχή της Ταμάρ έπαιξε σημαντικό ρόλο σε αυτό το εγχείρημα, πράγμα που αποδέχονται όλα τα υπόλοιπα μέλη. Σημειώνεται, δηλαδή, ότι η προσωπική εμπειρία σε αντίστοιχες καταστάσεις και δυσκολίες αναγνωρίστηκαν και αξιοποιήθηκαν από τους σχεδιαστές.

Κατά την ανάλυση του καθημερινού γλωσσικού ιδιώματος του εκπαιδευτικού υλικού, παρατηρείται η προσπάθεια ένταξης πολυπολιτισμικών στοιχείων από τους σχεδιαστές. Μία τέτοια απόφαση ήταν ιδιαίτερα σημαντική για αυτούς, καθώς στις συνεντεύξεις υπογραμμίζουν την πιθανή ψυχολογική και συναισθηματική φθορά που μπορεί να προκαλέσει μια δραστηριότητα σε κάποιον μαθητή. Παράλληλα, προσδίδοντας έναν κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα στην διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών, οι σχεδιαστές προσπαθούν με διάφορες διδακτικές τεχνικές (πολυπολιτισμικά ονόματα, πολιτισμικά σύμβολα, χρώματα κλπ) να αποφύγουν πιθανές πολιτισμικές συγκρούσεις (Gorgorió & Planas, 2005), αλλά να ευνοήσουν την πολιτισμική μεταφορά των μαθητών (Mellone, Ramproud, Di Paola & Martignone, 2019). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά ότι οι σχεδιαστές στόχευαν σε ένα εκπαιδευτικό υλικό που αφορά όλες τις τάξεις, καθώς ορίζουν ότι κάθε τάξη είναι πολυπολιτισμική (Gorgorió & Planas, 2005). Παρόλα αυτά, η Ταμάρ, πιθανόν λόγω της προσωπικής της εμπειρίας, λαμβάνει μία ελαφρώς διαφορετική στάση απέναντι στους μαθητές πρόσφυγες και μετανάστες, καθώς σημειώνει τον αντίκτυπο και τις δυσκολίες της μετακίνηση τους, όπως αντίστοιχα αναφέρουν σε παρόμοιες περιπτώσεις οι Gorgorió, Planas & Vilella (2002).

Το αναπαραστασιακό ιδίωμα αναδεικνύεται καθ' όλη την έκταση του υλικού, αλλά και από τις συνεντεύξεις των σχεδιαστών. Η αξία της αναπαραστάση, όπως ορίζει ο Duval (2006), με στόχο την ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης των μαθητών τονίζεται από τις απόψεις των σχεδιαστών. Χάρης αυτού, λήφθηκαν αποφάσεις όπως χρήσης πολλαπλών εικόνων, διαγραμμάτων, ένταξης ψηφιακής τεχνολογίας, προσέγγιση με χρήση χειραπτικών υλικών και μοντέλων, μάθηση μέσω διερευνητικών και ρεαλιστικών δραστηριοτήτων. Οι ασκήσεις ήταν περιορισμένες στο πλήθος, αφού οι σχεδιαστές θεωρούν ότι υπάρχει τεράστια βιβλιοθήκη που μπορεί να χρησιμοποιήσει ένας εκπαιδευτικός.

Εκτός από τα παραπάνω, το ζήτημα της αξιολόγησης ήταν επίσης κάτι που απασχόλησε τους σχεδιαστές, με αποτέλεσμα να σχεδιαστούν προτεινόμενα φύλλα αξιολόγησης. Αναφέρουν στις συνεντεύξεις τους, βέβαια, ότι ο εκπαιδευτικός έχει την τελική απόφαση για την αξιοποίηση τους. Σχετικά με τα δομικά στοιχεία της τοποθεσίας και του χρόνου, πάντως, παρατηρείται από τις συνεντεύξεις των σχεδιαστών ότι η εκπαιδευτική πολιτική έλαβε τις αντίστοιχες αποφάσεις.

Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι το πλαίσιο που λαμβάνουν αποφάσεις οι σχεδιαστές είναι πολυπαραγοντικό. Κάποιες επιπλέον παράμετροι που επηρέασαν τα μέλη σχεδίασης και εν τέλει τη διαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού είναι επαφή και συμμετοχή όλων των σχεδιαστών στην έρευνα της διδακτικής των μαθηματικών. Είτε προηγούμενης εμπειρίας είτε κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού, οι σχεδιαστές αναζήτησαν βιβλιογραφία που θα μπορούσε να τους υποστηρίξει στο όλο εγχείρημα τους.

Επιπλέον, η ομαδικότητα των σχεδιαστών διαδραμάτισε σημαντικό ρόλο στη λήψη αποφάσεων. Κάθε ατομική επιλογή και απόφαση συζητήθηκε και αναλύθηκε από όλη την ομάδα σχεδίασης, γεγονός που προσδίδει μία συλλογική ευθύνη και εργασία στο τελικό αποτέλεσμα. Παρόλα αυτά, είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι υπήρχαν πολλές διαφορετικές απόψεις και προσεγγίσεις μεταξύ των μελών σχεδίασης. Για παράδειγμα, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η Ταμάρ δίνει ιδιαίτερη σημασία στο γεγονός ότι οι μαθητές είναι πρόσφυγες και μετανάστες, εν αντιθέσει με τους υπόλοιπους σχεδιαστές που προσεγγίζουν τα παιδιά αυτά όπως σε κάθε πολυπολιτισμική τάξη. Επίσης, η άποψη για την κουλτούρα προβλημάτισε την Δώρα για το αν θα έπρεπε να απορρίψει κάποιες δραστηριότητες που πηγάζουν από τον δικό της πολιτισμό, αλλά πιθανόν να δημιουργούσε κάποια πολιτισμική σύγκρουση στους μαθητές. Ακόμα, ο Παύλος υποστήριξε την ανάγκη παράθεσης της μαθηματικής ορολογία χωρίς κάποια «έκπτωση», όπως αναφέρει. Εν αντιθέσει, ο Χαλίλ αντικατέστησε τις έννοιες τετμημένη και τεταγμένη με αντίστοιχες απλοποιημένες. Όλα αυτά τα παραδείγματα επιβεβαιώνουν την αντίστοιχη έρευνα για την λήψη αποφάσεων των Potari & Stouraitis (2019), καθώς διαφορετικοί σχεδιαστές μπορούν να έχουν «διαφορετικές θέσεις και ιστορίες και έτσι διαφορετικές γωνίες ή προοπτικές για το κοινό τους αντικείμενο» (Engeström, 2001, σελ. 286).

Κλείνοντας, στην παρούσα εργασία αναδεικνύεται η σημασία μελέτης του σχεδιασμού ενός εκπαιδευτικού υλικού, καθώς λειτουργεί ως πόρος στην διαδικασία της εκμάθησης των μαθηματικών. Οι σχεδιαστές υπενθυμίζεται και υπογραμμίζεται ότι είναι επίσης μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας που επηρεάζουν έμμεσα τη διδασκαλία και την μάθηση των μαθηματικών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να λαμβάνει ιδιαίτερη αξία η σκιαγράφηση των ιδίων και των αποφάσεων τους. Η σημασία διογκώνεται, μάλιστα, όταν το εκπαιδευτικό υλικό που σχεδιάζουν απευθύνεται σε μια ειδική περίπτωση μαθητών, οι οποίοι παρουσιάζουν κάποιες ιδιαιτερότητες που επηρεάζουν την εννοιολογική κατανόηση τους, την πεποίθησή τους για τα μαθηματικά, και γενικά την μαθητική τους πορεία. Ενδεικτικό παράδειγμα είναι τα παιδιά προσφύγων και μεταναστών που αφορά το εκπαιδευτικό υλικό της παρούσας εργασίας. Συνεπώς, θα είχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η μελέτη παρόμοιων υλικών, καθώς και η πιθανή σύγκριση των αποφάσεων της αντίστοιχης ομάδας σχεδίασης.

Ωστόσο, όμως, είναι απαραίτητο να αναφερθεί ότι η μελέτη έγινε μεταγενέστερα του σχεδιασμού του εκπαιδευτικού υλικού. Αυτό δημιουργεί κάποιους περιορισμούς στην έρευνα, καθώς θα ήταν περισσότερο κερδοφόρο να μελετηθούν οι αποφάσεις των σχεδιαστών κατά την διαδικασία του σχεδιασμού.

Ως επέκταση της παρούσας εργασίας προτείνεται η αξιοποίηση του εκπαιδευτικού υλικού από τους εκπαιδευτικούς και από τους μαθητές, καθώς είναι ιδιαίτερης

ερευνητικής σημασίας. Αυτό μάλιστα φαίνεται και από τις συνεντεύξεις των σχεδιαστών, καθώς περιγράφουν συνεχώς τι αναμένουν κατά την αξιοποίηση του υλικού στην τάξη. Συνεπώς, ως επέκταση της παρούσας έρευνας προτείνεται η μελέτη του σε μαθητές και τάξεις, η οποία είναι διττής φύσεως. Από την μία, καλείται σημαντικό να μελετηθεί η αξιοποίηση του υλικού από τους εκπαιδευτικούς, η προσέγγιση που θα του δώσουν, καθώς και οι αποφάσεις και επιλογές που θα λάβουν. Από την άλλη, η ανατροφοδότηση από τους μαθητές και την τάξη είναι ύψιστης ερευνητικής σημασίας, καθώς έτσι θα αναδειχθούν κρίσιμα σημεία ή πιθανές αστοχίες του υλικού, οπότε και θα είναι εφικτό να γίνει μία καλύτερη σκιαγράφηση του. Με τους τρόπους αυτούς, θα γνωστοποιηθεί επίσης, εάν οι στόχοι της ομάδας σχεδίασης και οι διδακτικές πρακτικές που εφάρμοσαν για υποστήριξη αυτών των μαθητών έχουν τον αναμενόμενο αντίκτυπο στην διαδικασία της εκμάθησης των μαθηματικών.

6. Βιβλιογραφία

- Barwell, R., & Kaiser, G. (2005). Mathematics education in culturally diverse classrooms. *ZDM*, 37(2), 61-63.
- Bonotto, C. (2001). How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge. *ZDM*, 33(3), 75-84.
- Brown, M. W. (2009). The teacher–tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Heisenmann, & G. M. Lloyd (Ed.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 19-36). New York & London: Routledge.
- César, M., & Oliveira, I. (2005). The curriculum as a tool for inclusive participation: Students' voices in a case study in a Portuguese multicultural school. *European journal of psychology of education*, 20(1), 29-43.
- Civil, M., Stoehr, K. J., & Salazar, F. (2020). Learning with and from immigrant mothers: implications for adult numeracy. *ZDM*, 52(3), 489-500.
- Clarkson, P. C. (2009). Mathematics teaching in Australian multilingual classrooms: Developing an approach to the use of classroom languages. In R. Barwell, *Multilingualism in mathematics classrooms: Global perspectives* (pp. 145 - 160). Multilingual Matters.

- D'Ambrosio, U. (2001). General remarks on ethnomathematics. *ZDM*, 33(3), 67-69.
- Draisma, J. (2018). Mathematics textbook development for primary grades and its teachers in Mozambique. *ZDM*, 50(5), 949-963.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61(1), 103-131.
- Engeström, Y. (2001). Making expansive decisions: An activity-theoretical study of practitioners building collaborative medical care for children. In C. M. Allwood, & M. Selart (Ed.), *Decision making: Social and creative dimensions* (pp. 281-301). Dordrecht: Springer Science+Business Media.
- Even, R., & Olsher, S. (2014). Teachers as participants in textbook development: The Integrated Mathematics Wiki-book Project. In *Mathematics curriculum in school education* (pp. 333-350). Springer, Dordrecht.
- Grize, F., Bliss, J., & Obgorn, J. (1982). Use of Systemic Networks for Text Analysis. In *COMPSTAT 1982 5th Symposium held at Toulouse 1982* (pp. 248-253). Physica, Heidelberg.
- Gorgorió, N., & Planas, N. (2005). Cultural distance and identities-in-construction within the multicultural mathematics classroom. *ZDM*, 37(2), 64-71.
- Gorgorió, N., Planas, N., & Vilella, X. (2002). Immigrant children learning mathematics in mainstream schools. In *Transitions between contexts of mathematical practices* (pp. 23-52). Springer, Dordrecht.
- Lloyd, G. M., Cai, J., & Tarr, J. E. (2017). Issues in curriculum studies: Evidence-based insights and future directions. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 824-852). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Mellone, M., Ramploud, A., Di Paola, B., & Martignone, F. (2019). Cultural transposition: Italian didactic experiences inspired by Chinese and Russian perspectives on whole number arithmetic. *ZDM*, 51(1), 199-212.

- Meyer, M., & Prediger, S. (2011). The use of first language Turkish as a resource—A German case study on chances and limits for building conceptual understanding. *Proceedings of the ICMI Study, 21*, 225-234.
- Moschkovich, J. (2012). Mathematics, the Common Core, and language: Recommendations for mathematics instruction for ELs aligned with the Common Core. *Commissioned papers on language and literacy issues in the Common Core State Standards and Next Generation Science Standards, 94*, 17.
- Moschkovich, J., & Zahner, W. (2018). Using the academic literacy in mathematics framework to uncover multiple aspects of activity during peer mathematical discussions. *ZDM, 50*(6), 999-1011.
- Nieveen, N., & van der Hoeven, M. (2011). Building the curricular capacity of teachers: insights from the Netherlands. In P. Picard, & L. Ria, *Beginning teachers: a challenge for educational systems – CIDREE Yearbook 2011* (pp. 49-64). Lyon, France: ENS de Lyon, Institut français de l'Éducation.
- Novotná, J., & Moraová, H. (2005). Cultural and linguistic problems in the use of authentic textbooks when teaching mathematics in a foreign language. *ZDM, 37*(2), 109-115.
- Pepin, B., Artigue, M., Gitirana, V., Miyakawa, T., Ruthven, K., & Xu, B. (2019). Mathematics teachers as curriculum designers: an international perspective to develop a deeper understanding of the concept. In *The 'Resource' Approach to Mathematics Education* (pp. 121-143). Springer, Cham.
- Planas, N. (2020). How specific can language as resource become for the teaching of algebraic concepts?. *ZDM, 1*-12.
- Potari, D., Psycharis, G., Sakonidis, C., & Zachariades, T. (2019). Collaborative design of a reform-oriented mathematics curriculum: contradictions and boundaries across teaching, research, and policy. *Educational Studies in Mathematics, 102*(3), 417-434.
- Potari, D., & Stouraitis, K. (2019). Teacher Decision Making: Developments in Research and Theory. In *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 1* (pp. 303-325). Brill Sense.

- Prediger, S., Clarkson, P., & Bose, A. (2012). A way forward for teaching in multilingual contexts: Purposefully relating multilingual registers. In *Preconference Proceedings of 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 6213-6222).
- Prediger, S., & Wessel, L. (2011). Relating registers for fractions—multilingual students on their way to conceptual understanding. In *Proceedings of the 21 ICMI study conference* (pp. 324-333).
- Prediger, S., & Wessel, L. (2013). Fostering German-language learners' constructions of meanings for fractions—design and effects of a language-and mathematics-integrated intervention. *Mathematics Education Research Journal*, 25(3), 435-456.
- Sarama, J., & Clements, D. (2019). Research and Curricula. In K. Leatham, *Designing, Conducting, and Publishing Quality Research in Mathematics Education* (pp. 61-83). Springer.
- Setati, M., & Duma, B. (2009). When language is transparent: supporting mathematics learning multilingual contexts. In *AMESA Congress 2009 proceedings* (pp. 235-241).
- Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a fundamental of instructional methodology. *Zdm*, 33(3), 85-87.
- Son, J.-W., & Kim, O.-K. (2015). Teachers' selection and enactment of mathematical problems from textbooks. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 491–518.
- Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM*, 48(1), 1-27.
- van den Akker, J. (2003). Curriculum perspectives: An introduction. In J. van den Akker, W. Kuiper, & U. Hameyer, *Curriculum landscapes and trends* (pp. 1-10). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

van den Akker, J. (2010). Building bridges: How research may improve curriculum policies and classroom practices. *Beyond lisbon*, 201(0), 175-195. (Clarkson, 2009)

Watson, S. (2019). Revisiting teacher decision making in the mathematics classroom: a multidisciplinary approach. In *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (No. 35). Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME.