ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Η ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΑΞΕΩΝ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ Τ.Π.Ε.

ΑΓΓΕΛΟΣ ΝΙΚ. ΧΑΛΙΔΑΣ

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

Ομότιμος Καθηγητής Ιωάννης Μιχ. Ρασσιάς

Καθηγήτρια Αγγελική Παν. Βουδούρη

Καθηγητής Νικόλαος Ζαράνης

ΑΘΗΝΑ 2021

Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή

Ιωάννης Μιχ. Ρασσιάς, Ομότιμος Καθηγητής, *Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.*

Αγγελική Παν. Βουδούρη, Καθηγήτρια, *Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.*

Νικόλαος Ζαράνης, Καθηγητής, *Παιδαγωγικό Τμήμα Προσχολικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Κρήτης.*

Γεώργιος Μπαραλής, Καθηγητής, *Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.*

Βασίλειος Γιαλαμάς, Καθηγητής, *Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.*

Γεώργιος Κουτρομάνος, Επίκουρος Καθηγητής, *Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.*

Κωνσταντίνα Τσώλη, Επίκουρη Καθηγήτρια, *Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περιληπτική παρουσίαση της έρευνας…… 7
Abstract…… 9
Συντομογραφίες…….. 11
Πίνακας Εικόνων……. 12
Πίνακας Πινάκων…… 15
Πίνακας Γραφημάτων……. 16
Ευχαριστίες……. 17

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1. Εισαγωγή…….. 19

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΓΕΝΙΚΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΗ

2.1. Εισαγωγή…… 22
2.2. Υπόβαθρο της Έρευνας…… 22
2.3. Στόχοι της μελέτης…… 25
2.4. Ερευνητικά ερωτήματα……. 26
2.5. Σχεδιασμός της μελέτης…… 26

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

3.1. Εισαγωγή…… 27
3.2. Αναδρομή στις διδακτικές προσεγγίσεις των Μαθηματικών…… 27
3.2.1. Παραδοσιακές θεωρίες μάθησης…… 31
3.2.2. Βασικές θεωρίες μάθησης……44
3.2.3. Σύγχρονες προσεγγίσεις μάθησης……50
3.3. Η ψηφιακή προσέγγιση……...53
3.4. Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά (Realistic Mathematics Education)……...56

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ (Τ.Π.Ε.)

4.1. Εισαγωγή…… 68
4.2. Οι Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία……... 69
4.3. Η συμβολή των Τ.Π.Ε. στη μαθησιακή διαδικασία……... 73

4.4. Η Εισαγωγή των Τ.Π.Ε. στην Εκπαίδευση…….79
4.5. Τ.Π.Ε. και Μαθηματική Εκπαίδευση……. 81
4.5.1. Αριθμομηχανές Τσέπης…….. 86
4.5.2. Υπολογιστικά Φύλλα…….. 87
4.5.3. GCompris…….88
4.5.4. Cabri Geometry……... 89
4.5.5. The Geometer's Sketchpad……. 90
4.5.6. Function Probe…… 91
4.5.7. MicroWorlds Pro…… 93
4.5.8. Modellus…….. 94
4.5.9. Tabletop και Tabletop Junior…….. 95

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ Τ.Π.Ε. ΣΤΗΝ ΠΡΩΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

5.1. Εισαγωγή…… 98
5.2. Το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα……... 98
5.3. Χαρακτηριστικά της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης…… 100
5.4. Χρήση Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση……104
5.4.1. Οι ψηφιακές εγκυκλοπαίδειες……. 104
5.4.2. Ηλεκτρονικά εκπαιδευτικά παιχνίδια…….. 104
5.4.3. Οι Μικρόκοσμοι και το εκπαιδευτικό λογισμικό προσομοίωσης……105
5.4.4. Εκπαιδευτικό λογισμικό καθοδηγούμενης μάθησης με ανακάλυψη...105
5.4.5. Λογισμικά για τις Θετικές Επιστήμες……..106
5.4.6. Συστήματα συνεργατικής μάθησης……. 109
5.4.7. Συστήματα διαχείρισης μαθησιακής διαδικασίας……110
5.4.8. Αξιολόγηση με τη χρήση λογισμικού…….. 111
5.5. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού για την επιτυχημένη χρήση των Τ.Π.Ε…….. 115
5.6. Στόχοι για τη χρήση των Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση……120

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ Τ.Π.Ε. ΣΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

6.1. Εισαγωγή…… 122
6.2. Η ελληνική πραγματικότητα για τη χρήση των Τ.Π.Ε. στη μαθηματική εκπαίδευση…….122

6.2.1. Η ανάπτυξη των Μαθηματικών πριν την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση…… 122
6.2.2. Το Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση…… 130
6.3. Οι Τ.Π.Ε. στα Μαθηματικά της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης…….. 130
Α΄ Δημοτικού…… 131
Β΄ Δημοτικού…… 132
Γ΄ Δημοτικού……. 135
Δ΄ Δημοτικού……. 139
Ε΄ Δημοτικού……. 147
ΣΤ΄ Δημοτικού……... 155
6.4. Η χρήση των Τ.Π.Ε. στη μαθηματική εκπαίδευση……160
6.5. Έρευνες σχετιζόμενες με τη χρήση των Τ.Π.Ε. στη Μαθηματική Εκπαίδευση…… 164
6.6. Υποθέσεις ελέγχου της έρευνας……. 166

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7
Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

7.1. Εισαγωγή…… 168
7.2. Ερευνητική προσέγγιση…….. 168
7.3. Στρατηγική συγκρότησης του δείγματος…… 178
7.4. Καθορισμός της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου…… 179
7.5. Ανάπτυξη και αξιολόγηση ερευνητικών εργαλείων…….. 179
7.5.1. Περιγραφή του τεστ αξιολόγησης ΤΕΜΑ-3…….. 180
7.5.2. Εργαλεία ανάπτυξης της πειραματικής διδασκαλίας…….. 185
7.5.2.1. Περιγραφή των φύλλων εργασίας…… 187
7.5.2.2. Περιγραφή των δραστηριοτήτων με τη χρήση χειραπτικών εργαλείων……..197
7.5.2.3. Περιγραφή των δραστηριοτήτων με τη χρήση των Τ.Π.Ε... 202
7.6. Διεξαγωγή και πρακτικά προβλήματα της έρευνας……214

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

8.1. Εισαγωγή…… 219
8.2. Περιγραφικές αναλύσεις…….219

8.2.1. Η σύσταση του δείγματος…… 219
8.2.2. Η απόδοση των μαθητών σύμφωνα με την αρχική και την τελική δοκιμασία……....220
8.2.3. Η απόδοση των μαθητών στη γενική γνώση των αριθμών…… 222
8.2.4. Η απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης…… 225
8.2.5. Η απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης……228
8.3. Στατιστική συμπερασματολογία…….231
8.3.1. Έλεγχος της πρώτης ερευνητικής υπόθεσης……231
8.3.2. Έλεγχος της δεύτερης ερευνητικής υπόθεσης……. 233
8.3.3. Έλεγχος της τρίτης ερευνητικής υπόθεσης……..234
8.3.4. Έλεγχος της τέταρτης ερευνητικής υπόθεσης……. 235

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

9.1. Εισαγωγή…… 236
9.2. Συμπεράσματα…… 236
9.3. Περιορισμοί της έρευνας…… 238
9.4. Προεκτάσεις της έρευνας……239

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική…… 242
Ξενόγλωσση……...246
Παράρτημα Α…….263
Παράρτημα Β…….273
Παράρτημα Γ…… 281

Περιληπτική παρουσίαση της έρευνας

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών κατά τη χρονική περίοδο 2012-2017. Ο τίτλος της εργασίας είναι: «**Η βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων στο Δημοτικό σχολείο με τη χρήση των Τ.Π.Ε.».**

Η επίβλεψη της εργασίας, κατά τη διάρκεια της υλοποίησης της έγινε από τον Ομότιμο Καθηγητή Μαθηματικών του Π.Τ.Δ.Ε. Αθηνών **κ. Ρασσιά Ιωάννη,** την Καθηγήτρια Μαθηματικών Π.Τ.Δ.Ε. Αθηνών **κα. Βουδούρη Αγγελική** και τον Καθηγητή Πληροφορικής του Π.Τ.Π.Ε. Κρήτης **κ. Ζαράνη Νικόλαο,** οι οποίοι βοήθησαν στη βελτίωσή της με τις εύστοχες παρατηρήσεις τους.

Αρχικά στην εισαγωγή της διατριβής, στο **Κεφάλαιο 1**, αναφέρονται σκέψεις για τη διδασκαλία των Μαθηματικών με τη βοήθεια υπολογιστή και μια περιληπτική παρουσίαση όλων των κεφαλαίων.

Στη συνέχεια στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζεται η Γενική Προβληματική της έρευνας. Συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στο υπόβαθρο της έρευνας, στους στόχους της μελέτης, στα ερευνητικά ερωτήματα και στο σχεδιασμό της μελέτης.

Η αναδρομή στις διδακτικές προσεγγίσεις των Μαθηματικών παρουσιάζεται στο **Κεφάλαιο 3.** Στη συνέχεια, αναφέρονται οι παραδοσιακές και οι βασικές θεωρίες μάθησης, καθώς επίσης σύγχρονες προσεγγίσεις μάθησης. Επιπλέον περιγράφεται η ψηφιακή προσέγγιση και τέλος γίνεται ανάπτυξη στη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών, βάσει της οποίας ερευνάται η βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων στο Δημοτικό σχολείο.

Στο **Κεφάλαιο 4** παρουσιάζονται οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνίας στην εκπαιδευτική διαδικασία, η συμβολή τους στη μαθησιακή διαδικασία και γενικότερα η εισαγωγή τους στην εκπαίδευση. Τέλος γίνεται αναφορά σε διάφορα λογισμικά που αφορούν τη μαθηματική εκπαίδευση.

Το **Κεφάλαιο 5** ασχολείται με τη χρήση των Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζεται το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, τα χαρακτηριστικά της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης και η χρήση των Τ.Π.Ε. σε αυτή.

Επιπλέον αναλύεται ο ρόλος του εκπαιδευτικού για την επιτυχημένη χρήση των Τ.Π.Ε., καθώς επίσης και οι στόχοι για τη χρήση των Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση.

Ακολουθεί μια πιο εμπεριστατωμένη ανάλυση της χρήσης των Τ.Π.Ε. στη Μαθηματική Εκπαίδευση. Στο **Κεφάλαιο 6** λοιπόν παρουσιάζεται η ελληνική πραγματικότητα για τη χρήση των Τ.Π.Ε. στη Μαθηματική Εκπαίδευση, αναλυτικά οι Τ.Π.Ε. στα Μαθηματικά όλων των τάξεων της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης στην Ελλάδα. Τέλος, δίνονται περιληπτικά οι κυριότερες επιστημονικές έρευνες που σχετίζονται με τη διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με τη χρήση των Τ.Π.Ε.

Στο **Κεφάλαιο 7** παρουσιάζεται η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε για την πραγματοποίηση της έρευνας και οι λόγοι που μας οδήγησαν στην επιλογή της. Επίσης, αναφερόμαστε στο δείγμα του πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκε, καθώς και στον τρόπο καθορισμού της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου. Ακόμα, αναπτύσσονται και αξιολογούνται τα ερευνητικά εργαλεία και τέλος, περιγράφουμε τη διεξαγωγή της έρευνας και επισημαίνουμε τα προβλήματα που αναδύθηκαν στη μέθοδο που επιλέξαμε.

Στο **Κεφάλαιο 8** της ερευνητικής έκθεσης παρουσιάζονται και περιγράφονται τα ευρήματα που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων, σύμφωνα με το εννοιολογικό και μεθοδολογικό πλαίσιο. Συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος εκθέτονται παραστατικά οι περιγραφικές αναλύσεις με τη χρήση πινάκων και ιστογραμμάτων. Στο δεύτερο τμήμα η παρουσίαση των αποτελεσμάτων δομείται με βάση τις ερευνητικές υποθέσεις και χρησιμοποιούνται επαγωγικά στατιστικά κριτήρια για τη λήψη αποφάσεων.

Τέλος, στο **Κεφάλαιο 9** αναφέρονται τα συμπεράσματα, οι προεκτάσεις του προγράμματος και της εργασίας, και στη συνέχεια παρουσιάζεται η Βιβλιογραφία και τα Παραρτήματα.

Λέξεις κλειδιά: Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Εκπαίδευση, Δημοτικό Σχολείο, Τεχνολογίες της Πληροφορίας και Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση, ΤΕΜΑ-3, Εκπαιδευτικό Λογισμικό, πρόσθεση και αφαίρεση στην Α’ Τάξη Δημοτικού Σχολείου

Abstract

The present PhD dissertation carried out in the faculty of Primary Education of the National and Kapodistrian University of Athens during 2012-2017. The title of the dissertation is: «**The improvement of the understanding of mathematical operations in Primary school using ICT**».

The aim of this thesis is to answer the question if ICT combined with Realistic Mathematics Education theory helps students of the First Grade of Primary School improve their understanding of addition and subtraction of numbers 1-10.

At first, in the thesis introduction, in **Chapter 1**, there are thoughts concerning teaching Mathematics using ICT as well as an abstracted presentation of all chapters included in the specific thesis.

Furthermore, in **Chapter 2** general questioning is presented. More specifically, the research background, the aims of the study, the research questions as well as the planning of the study are mentioned and presented.

There is a flashback concerning Mathematics teaching approaches in **Chapter 3**. Moreover, both traditional and basic learning theories as well as modern ones are presented. We also present approaches based on digital technology, and finally the Realistic Mathematics Education theory through which the improvement of the understanding of mathematical operations in Primary School is researched.

In **Chapter 4**, ICT in teaching process, its contribution to the learning process and its introduction to Education are presented. There is also a detailed reference on a variety of educational software.

Chapter 5 deals with the use of ICT in Primary Education. The Greek educational system is reported, the characteristics of Primary Education and the use of ICT. We refer to the teacher's role concerning the effective use of ICT as well as the aims of the use of ICT in Primary Education.

A more in-depth analysis follows concerning the use of ICT in Mathematics Education. In **Chapter 6**, the reality concerning the use of ICT in Mathematics Education is reported as far as all levels of Primary Education are concerned both in Greece. Finally, the chapter deals with scientific researches which focus on the effective use of ICT in Education generally, as well as in Mathematics and more specifically on addition and subtraction.

In **Chapter 7**, the method that was used for our research and the reasons that led us to select and research on the specific mathematical topic are referred. Further information is given concerning the sample of our experimental research, and how the experimental group and the control group were assigned respectively. The development and the evaluation of the research tools follows and the chapter is concluded with a description of the research conduction, discussing also about the problems which were created through the selected method.

In **Chapter 8**, we present and describe the research findings after analyzing the data according to a conceptual and methodological framework. Tables and histograms of the findings after an SPPS statistical analysis computer program was carried out are presented and finally a detailed analysis on the research hypotheses results takes place.

To conclude with, in **Chapter 9**, conclusions and the research extension is presented and finally there is foreign and Greek Bibliography as well as the annex.

Keywords: Realistic Mathematics in Education, Primary School, Information and Communication in Education, Test of Early Mathematics Ability-3, Educational Software, addition and subtraction in first grade of primary school

Συντομογραφίες

Τ.Π.Ε.: Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας

Π.Ι.: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

Η/Υ: Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές

Τ.Π.Γ.Π.: Τεχνολογική Παιδαγωγική Γνώση Περιεχομένου

Α.Π.: Αναλυτικό Πρόγραμμα

Ψ.Σ.: Ψηφιακό Σχολείο

F.A.I.D.P.: Framework for Action on ICT for Development in the Pacific

T.I.M.S.S.: Trends in International Mathematics and Science Study

P.I.R.L.S.: Progress in International Reading Literacy Study

P.I.S.A.: Program for International Student Assessment

U.I.S.: Unesco Institute for Statistics

N.C.T.M: National Council of Teachers of Mathematics

O.E.C.D: Organisation for Economic Co-operation and Development

R.M.E.: Realistic Mathematics Education

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 4.5.1.: Στιγμιότυπο οθόνης του GCompris κατά το οποίο ζητείται από τον μαθητή να μετακινήσει τους αριθμούς, ώστε να δημιουργήσει μια αυξανόμενη σειρά: από το μικρότερο στο μεγαλύτερο……..……..88
Εικόνα 4.5.2.: Στιγμιότυπο οθόνης του Cabri Geometry κατά το οποίο εξερευνάται ένας κύβος...……89
Εικόνα 4.5.3.: Στιγμιότυπο οθόνης The Geometer's Sketchpad κατά το οποίο εξερευνώνται οι αλλαγές στο γράφημα κατά την αλλαγή της μαθηματικής τιμής.....91
Εικόνα 4.5.4.: Στιγμιότυπο οθόνης Function Probe για εξερεύνηση συναρτησιακών σχέσεων……..…..92
Εικόνα 4.5.5.: Στιγμιότυπο οθόνης MicroWorlds Pro-εξερεύνηση βασικών γεωμετρικών σχημάτων……..93
Εικόνα 4.5.6.: Στιγμιότυπο οθόνης Modellus για την εξερεύνηση μαθηματικών σχέσεων σε πραγματικές καταστάσεις……95
Εικόνα 4.5.7.: Στιγμιότυπο οθόνης Tabletop Jr-εργασία για την συλλογή και καταχώριση δεδομένων……96
Εικόνα 6.3.1.: Στιγμιότυπο αρχικής οθόνης του λογισμικού Μαθηματικών του ΥΠΑΙΘ……...132
Εικόνα 6.3.2.: Στιγμιότυπο οθόνης του λογισμικού «Τα Παιδιά Κάνουν Μαθηματικά» για την Α΄ Δημοτικού……132
Εικόνα 6.3.3.: Στιγμιότυπο οθόνης του λογισμικού «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά» για την Β΄ Δημοτικού……..134
Εικόνα 6.3.4.: Η εισαγωγική σελίδα που επεξηγεί τη δομή του διαδραστικού βιβλίου των Μαθηματικών της Γ΄ Δημοτικού……137
Εικόνα 6.3.5.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την πρόσθεση τριψήφιων αριθμών στο GeoGebra……... …138
Εικόνα 6.3.6.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την εκτίμηση του αθροίσματος δυο αριθμών…….……142
Εικόνα 6.3.7.: Δραστηριότητα «Πόσα πούλια να βγάλω;» του ΨΣ για την αξία αριθμών μικρότερων του 7.000……..……143
Εικόνα 6.3.8.: Δραστηριότητα του ΨΣ «Πολλαπλάσιος του 5 και ζυγός» για την διαχείριση των αριθμών έως το 10.000……..144
Εικόνα 6.3.9.: Δραστηριότητα του ΨΣ για τη διαίρεση……..…145
Εικόνα 6.3.10.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την πρόσθεση κλασμάτων…….....146

Εικόνα 6.3.11.: Δραστηριότητα για τη σύγκριση κλασμάτων στον ιστότοπο Math Playground……..146
Εικόνα 6.3.12.: Δραστηριότητα του ΨΣ για εκτιμήσεις και στρογγυλοποιήσεις δεκαδικών και κλασματικών αριθμών……... …147
Εικόνα 6.3.13.: Δραστηριότητα του ΨΣ «Χαλασμένη Αριθμομηχανή»…….....151
Εικόνα 6.3.14.: Δραστηριότητα του Ινστιτούτου του Freudenthal «Χαλασμένη Αριθμομηχανή»……..152
Εικόνα 6.3.15.: Δραστηριότητα του ΨΣ «Με δυο πούλια φτιάχνω αριθμούς»……153
Εικόνα 6.3.16.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την διερεύνηση ιδιοτήτων των δεκαδικών αριθμών……154
Εικόνα 6.3.17.: Δραστηριότητα του ΨΣ «Αριθμητική παράσταση στον χαλασμένο υπολογιστή»……..…155
Εικόνα 6.3.18.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την έννοια της αναλογίας……158
Εικόνα 6.3.19.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την εύρεση κοινού διαιρέτη……158
Εικόνα 6.3.20.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την εισαγωγή της έννοιας του κοινού πολλαπλάσιου……159
Εικόνα 6.3.21.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την δημιουργία πρωτοβάθμιων εξισώσεων……...160
Εικόνα 7.5.2.2.1.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-ξυλάκια: Μέτρηση ένα-ένα από το 1-10…....…….....197
Εικόνα 7.5.2.2.2.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-ξυλάκια: Μέτρηση δύο-δύο από το 1-10..…….....198
Εικόνα 7.5.2.2.3.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-φρούτα: Βιωματική πρόσθεση με φρούτα……..…199
Εικόνα 7.5.2.2.4.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-φρούτα: Βιωματική πρόσθεση με κάρτες…….....199
Εικόνα 7.5.2.2.5.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-κέρματα: Βιωματική πρόσθεση με κέρματα……200
Εικόνα 7.5.2.2.6.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-κέρματα: Βιωματική πρόσθεση με κέρματα……200
Εικόνα 7.5.2.2.7.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-φρούτα: Βιωματική πρόσθεση και αφαίρεση με φρούτα……...…201
Εικόνα 7.5.2.2.8.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-ρουλέτα: Βιωματικό παιχνίδι με προσθετέο και αφαιρετέο…….....202

Εικόνα 7.5.2.2.9.: Δραστηριότητα με χειραπτικά εργαλεία-ρουλέτα: Βιωματικό παιχνίδι με προσθετέο και αφαιρετέο…….202
Εικόνα 7.5.2.3.1.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Ανεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους……..…204
Εικόνα 7.5.2.3.2.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Ανεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους……..…204
Εικόνα 7.5.2.3.3.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Ανεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους……..205
Εικόνα 7.5.2.3.4.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Κατεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους……..…205
Εικόνα 7.5.2.3.5.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Κατεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους……..…205
Εικόνα 7.5.2.3.6.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Κατεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους……..…206
Εικόνα 7.5.2.3.7.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Ανεβαίνω δύο-δύο τους δέκα ορόφους……..…206
Εικόνα 7.5.2.3.8.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Ανεβαίνω δύο-δύο τους δέκα ορόφους……..…207
Εικόνα 7.5.2.3.9.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Κατεβαίνω δύο-δύο τους δέκα ορόφους……..…207
Εικόνα 7.5.2.3.10.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πάμε να ψωνίσουμε με 5€……..…208
Εικόνα 7.5.2.3.11.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πόσα ρέστα θα πάρω από 5€;…….208
Εικόνα 7.5.2.3.12.: Εικόνα Λογισμικού: α) Μπράβο τα κατάφερες! β) Ξαναπροσπάθησε!…….....…209
Εικόνα 7.5.2.3.13.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πάμε να ψωνίσουμε με 10€……209
Εικόνα 7.5.2.3.14.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πόσα ευρώ θέλω ακόμα;……209
Εικόνα 7.5.2.3.15.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πόσα ευρώ θέλω ακόμα;……210
Εικόνα 7.5.2.3.16.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πάμε να ψωνίσουμε δύο προϊόντα με 10€……210
Εικόνα 7.5.2.3.17.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πάμε να ψωνίσουμε δύο προϊόντα με 5€…….....210
Εικόνα 7.5.2.3.18.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Πόσα ευρώ θέλω ακόμα;……211
Εικόνα 7.5.2.3.19.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Βρες πόσα είναι τα κρυμμένα;…….211
Εικόνα 7.5.2.3.20.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Συμπλήρωσε την πράξη……...212
Εικόνα 7.5.2.3.21.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Μπράβο, τα κατάφερες…….....212

Εικόνα 7.5.2.3.22.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Μπράβο, τα κατάφερες…….....212
Εικόνα 7.5.2.3.23.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Βρες τον κρυμμένο αριθμό στην πρόσθεση…….....213
Εικόνα 7.5.2.3.24.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Μπράβο, τα κατάφερες…….....213
Εικόνα 7.5.2.3.25.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Βρες τον κρυμμένο αριθμό στην αφαίρεση……214
Εικόνα 7.5.2.3.26.: Δραστηριότητα Λογισμικού: Μπράβο, τα κατάφερες……214

Πίνακας Πινάκων

Πίνακας 7.2.1.: Μαθητές πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου……170
Πίνακας 7.2.2.: Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας…….171
Πίνακας 7.2.3.: Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου…….....171
Πίνακας 7.2.4.: Μαθητές Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα…….172
Πίνακας 7.2.5.: Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα……...173
Πίνακας 7.2.6.: Εθνικότητα μαθητών Πειραματικής Ομάδας……...174
Πίνακας 7.2.7.: Μαθητές Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα…….175
Πίνακας 7.2.8.: Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα……176
Πίνακας 7.2.9.: Εθνικότητα μαθητών Ομάδας Ελέγχου……176
Πίνακας 8.2.2.1.: Στατιστική ανάλυση στο pre-test για τη συνολική μαθηματική γνώση των μαθητών……..220
Πίνακας 8.2.2.2.: T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για τη συνολική μαθηματική γνώση των μαθητών……..221
Πίνακας 8.2.2.3.: Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών συνολικά στο post-test: Ανάλυση ANCOVA…….....221
Πίνακας 8.2.2.4.: Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της συνολικής απόδοσης των μαθητών στο post-test……...222
Πίνακας 8.2.3.1.: Στατιστική ανάλυση στο pre-test για τη γενική γνώση των αριθμών……..……...223
Πίνακας 8.2.3.2.: T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για τη γενική γνώση των αριθμών…….223
Πίνακας 8.2.3.3.: Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών για τη γενική γνώση των αριθμών στο post-test: Ανάλυση ANCOVA……224
Πίνακας 8.2.3.4.: Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις για την γενική γνώση των αριθμών των μαθητών στο post -test…….....224
Πίνακας 8.2.4.1.: Στατιστική ανάλυση στο pre-test για την πράξη της πρόσθεσης.....225

Πίνακας 8.2.4.2.: T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για την πράξη της πρόσθεσης…….226
Πίνακας 8.2.4.3.: Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών για την πράξη της πρόσθεσης στο post-test: Ανάλυση ANCOVA……...227
Πίνακας 8.2.4.4.: Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις για την πράξη της πρόσθεσης στο post-test……....227
Πίνακας 8.2.5.1.: Στατιστική ανάλυση στο pre-test για την πράξη της αφαίρεσης…...228
Πίνακας 8.2.5.2.: T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για την πράξη της αφαίρεσης……...229
Πίνακας 8.2.5.3.: Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών για την πράξη της αφαίρεσης στο post-test: Ανάλυση ANCOVA…….230
Πίνακας 8.2.5.4.: Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις για την πράξη της αφαίρεσης στο post-test……230

Πίνακας Γραφημάτων

Γράφημα 6.4.1.: Οι ανάγκες για τους διαφορετικούς τύπους Τ.Π.Ε. σε συνάρτηση με το χρονικό διάστημα της ένταξής τους στο εκπαιδευτικό σύστημα……163
Γράφημα 7.2.1.: Μαθητές πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου…….....170
Γράφημα 7.2.2.: Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας……171
Γράφημα 7.2.3.: Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου…….172
Γράφημα 7.2.4.: Μαθητές Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα……...173
Γράφημα 7.2.5.: Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα……..174
Γράφημα 7.2.6.: Εθνικότητα μαθητών Πειραματικής Ομάδας……..174
Γράφημα 7.2.7.: Μαθητές Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα……175
Γράφημα 7.2.8.: Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα……...176
Γράφημα 7.2.9.: Εθνικότητα μαθητών Ομάδας Ελέγχου…….....177
Γράφημα 8.2.2.1.: Συνολική μαθηματική απόδοση των μαθητών στο pre-test…….220
Γράφημα 8.2.2.2.: Συνολική μαθηματική απόδοση των μαθητών στο post-test……222
Γράφημα 8.2.3.1.: Γενική γνώση των αριθμών των μαθητών στο pre-test……223
Γράφημα 8.2.3.2.: Γενική γνώση των αριθμών των μαθητών στο post -test…….225
Γράφημα 8.2.4.1.: Απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης στο pre-test…226
Γράφημα 8.2.4.2.: Απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης στο post-test...228
Γράφημα 8.2.5.1.: Απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης στο pre-test….229
Γράφημα 8.2.5.2.: Απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης στο post-test...231

Ευχαριστίες

Η συγγραφή των ευχαριστιών στην ολοκλήρωση κάθε ακαδημαϊκής διαδρομής αποτελεί σημαντική στιγμή για κάθε ερευνητή. Στη συγγραφή της παρούσας έρευνας η υποστήριξη πολλών και σημαντικών ανθρώπων υπήρξε καθοριστικής σημασίας για την επιτυχή ολοκλήρωσή της. Στο σημείο αυτό επιθυμώ να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου σε κάθε πρόσωπο ξεχωριστά που με τον τρόπο του συνέβαλε στην προσπάθεια αυτή.

Πρωτίστως οφείλω να ευχαριστήσω θερμά τον εποπτεύοντα καθηγητή μου κ. Ιωάννη Ρασσιά, ομότιμο καθηγητή του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών για όλα όσα μου έδωσε, για τη συνεχή εμπιστοσύνη και στήριξή του στην προσωπική μου πορεία.

Ευχαριστώ θερμά την κ. Αγγελική Βουδούρη, καθηγήτρια του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, η οποία δεν ήταν για μένα απλά επιβλέπουσα καθηγήτρια μου, αλλά μια σπουδαία καθοδηγήτρια που με επηρέασε συνολικά ως προσωπικότητα – με τη δυναμική της στάση απέναντι στη ζωή και στους ανθρώπους – προσφέροντας μου δύναμη, γνώση, έμπνευση και πίστη να κατακτήσω στόχους, που αρχικά φάνταζαν ανυπέρβλητοι. Αναγνωρίζοντας συνολικά τη σπουδαία της ακαδημαϊκή πορεία και την επιστημονική της εμβρίθεια στην παιδαγωγική επιστήμη, είμαι πολύ περήφανος όταν ανακοινώνω, ότι υπήρξε καθηγήτρια μου σε προπτυχιακό και σε πρώτο και δεύτερο μεταπτυχιακό πρόγραμμα σπουδών.

Θα ήταν μεγάλη παράλειψη να μην ευχαριστήσω τον κ. Νικόλαο Ζαράνη, καθηγητή του Παιδαγωγικού Τμήματος Προσχολικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Κρήτης, ο οποίος με βοήθησε στον προγραμματισμό και τη διεξαγωγή της ερευνητικής μου εργασίας. Ιδιαίτερα θα ήθελα να αναφερθώ στην εμπιστοσύνη, με την οποία με περιέβαλε και πάνω απ' όλα στη συνεχή φιλική και ουσιαστική υποστήριξή του, καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της παρούσας εργασίας. Χωρίς την πολύτιμη συνδρομή του η εργασία αυτή δε θα μπορούσε να έχει ολοκληρωθεί. Η συμβολή του ήταν καταλυτική στον προσδιορισμό της κατεύθυνσης των αρχικών μου ερευνητικών αναζητήσεων και μου παρείχε αρκετές εποικοδομητικές παρεμβάσεις.

Ευχαριστίες επίσης εκφράζονται σε όλους τους διευθυντές και διευθύντριες των σχολικών μονάδων Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης της Α΄ και Γ΄ Αθήνας, οι οποίοι δέχτηκαν πρόθυμα να συμβάλλουν στην ερευνητική μου προσπάθεια και τους οφείλω ευγνωμοσύνη για την έγκρισή τους, για διεξαγωγή της έρευνας στο σχολείο τους.

Νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω τη σύζυγό μου Μαρίνα για την αμέριστη συμπαράσταση, την κατανόηση και υπομονή, που επέδειξε σε όλη τη διάρκεια συγγραφής της διδακτορικής μου διατριβής και κυρίως για την ικανότητά της να συμμερίζεται ανιδιοτελώς όνειρα και στόχους.

Ιδιαίτερα ευχαριστώ την αγαπημένη μου αδερφή Κωνσταντίνα, η οποία αποτέλεσε τον πιο πολύτιμο σύμμαχό μου. Κλείνοντας οφείλω ένα πολύ μεγάλο, βαθύ και θερμό ευχαριστώ στους γονείς μου, Νικόλαο και Μαρία, που μου εμφύσησαν από μικρή ηλικία την αγάπη για τη μάθηση, τη σπουδαιότητα της διαρκούς αυτό-βελτίωσης, τη δύναμη της γνώσης και που δε φείδονται θυσιών για τον ευγενή αυτό αγώνα. Τους οφείλω το ζην και το ευ ζην.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Εισαγωγή

Η τεχνολογία σε ολόκληρο το παγκόσμιο στερέωμα έχει τη δυνατότητα να αίρει τα εμπόδια μεταξύ του μαθητή και του δασκάλου. Τα λογισμικά και το διαδίκτυο αλλάζουν διαρκώς τον τρόπο πρόσβασής μας στη γνώση. Καινοτόμοι τρόποι διδασκαλίας και μάθησης οριοθετούν ξανά την εμπειρία της σχολικής αίθουσας. Ο λόγος που άρχισαν να αποτελούν μέρος των αναλυτικών προγραμμάτων σε όλο τον κόσμο ήταν για να ενισχυθεί η μάθηση και η διδασκαλία (Drenoyianni & Selwood, 1998). Έτσι γεννιούνται νέες προσδοκίες για τους μαθητές, που πέρα από τις βασικές δεξιότητες, χρήζουν ικανότητα συνεργασίας, επικοινωνίας και διαχείρισης της πληροφορίας-όλες δεξιότητες του 21ου αιώνα-και απεριόριστη πρόσβαση σε εργαλεία μάθησης που κάνουν προσιτές τις δεξιότητες αυτές (Merenyi, Szabe & Takacs, 2010).

Η ψηφιακή τεχνολογία περικλείει την τεχνολογία και ως ένα εργαλείο πειραματισμού των αναπαραστάσεων των μαθηματικών αντικειμένων, αλλά κι ως ένα μέσο μέσω του οποίου βρίσκουμε και επικοινωνούμε πληροφορίες (Hegedus & Moreno-Armella, 2009). Οι εφαρμογές και οι χρήσεις των Νέων Τεχνολογιών δημιουργούν νέα ερεθίσματα, προβάλλουν την αξία της διερευνητικής και συνεργατικής μάθησης σε ένα περιβάλλον, όπου οι μαθητές μαθαίνουν να συνεργάζονται και να επικοινωνούν άριστα με τους συμμαθητές τους (Καράμηνας, 2001). Σύμφωνα με τους Ράπτη & Ράπτη (1998) ο ηλεκτρονικός υπολογιστής μπορεί να διαδραματίσει κι έναν άλλο ρόλο στην εκπαίδευση, αυτόν του νοητικού ή γνωστικού εργαλείου, μέσω του οποίου μπορεί να διευκολυνθεί η ανάπτυξη της δημιουργικής μάθησης σε όλα τα σχολικά μαθήματα ακόμα και στα πιο απαιτητικά, όπως αυτό των Μαθηματικών και να οδηγήσει σε προωθημένους μαθησιακούς στόχους, καινοτόμες μεθόδους διδασκαλίας και σημαντικές παιδαγωγικές αρχές με την βοήθεια προσομοιώσεων, μοντελοποιήσεων κι αναπαραστάσεων. Έρευνες αναφορικά με τη σχετική δύναμη των παιχνιδιών και των διαδραστικών προσομοιώσεων έναντι των παραδοσιακών διδακτικών μεθόδων έδειξαν, πως παράγουν καλύτερα γνωστικά αποτελέσματα (Wu et al, 2012).

Οι ερευνητές τα τελευταία χρόνια τονίζουν την εκπαιδευτική αξία της διδασκαλίας με τη χρήση υπολογιστών για πολλούς λόγους, από τους οποίους σημαντικότεροι είναι οι εξής:

Τα εκπαιδευτικά προγράμματα των υπολογιστών που βασίζονται στην εικόνα, το χρώμα, τον ήχο και την κίνηση, κεντρίζουν το ενδιαφέρον των μαθητών, με αποτέλεσμα το μάθημα να γίνεται πιο κατανοητό, πιο ευχάριστο και να δίνει αυξημένα ερεθίσματα για περισσότερη εμβάθυνση.

Ένας ακόμα καταλυτικός λόγος που αποδεικνύει την εκπαιδευτική αξία των υπολογιστών είναι, ότι οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να κατακτούν τα γνωστικά αντικείμενα ανάλογα με το νοητικό τους επίπεδο και βάση των ατομικών τους ιδιαιτεροτήτων, με αποτέλεσμα να μειώνεται σε αισθητό σημείο η ισοπέδωση του τρόπου μάθησης των παιδιών.

Συνοπτικά, ο υπολογιστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν εποπτικό μέσο διδασκαλίας προσφέροντας τη δυνατότητα να συνδυαστεί άμεσα η θεωρία με τις εφαρμογές της στην καθημερινή ζωή κατά την πορεία του μαθήματος, με συνεπαγόμενο αποτέλεσμα ο μαθητής να αποκτά ολοκληρωμένη άποψη ακόμα και για μαθήματα που έχουν κυρίως θεωρητικό υπόβαθρο.

Μια πολυμεσική εφαρμογή δημιουργεί νέες ευκαιρίες για την προώθηση και την στήριξη των διδακτικών στόχων, που οι εκπαιδευτικοί αντιμετωπίζουν δυσκολίες να επιτύχουν στις παρούσες συνθήκες της σχολικής πραγματικότητας (Ράπτης & Ράπτη, 1998) μιας κι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής αξιοποιείται όχι μόνο ως ένα εποπτικό μέσο διδασκαλίας, αλλά και ως ένα εργαλείο γνωστικής ανάπτυξης, που ευνοεί τη δημιουργία ενός γόνιμου μαθησιακού περιβάλλοντος, χάρη στις αναρίθμητες ιδιότητές του.

Η μη γραμμική διάταξη του λόγου, η συμμετοχή εικόνας και ήχου, τα πολυαισθητηριακά κείμενα διευκολύνουν τη χρήση πολλαπλών τρόπων αναπαράστασης της νέας πληροφορίας, οικοδομείται προσωπικό νόημα για τους μαθητές, επιτυγχάνεται προσέλκυση της προσοχής και του ενδιαφέροντος τους, ενώ παράλληλα το μάθημα γίνεται πιο κατανοητό, πιο ευχάριστο και με κίνητρα για την περαιτέρω διερεύνηση κι εμβάθυνση. Η μάθηση από την παραδοσιακά γραμμική μετατρέπεται σε διαδραστική υποβοηθώντας τη διδασκαλία και συμπληρώνοντας τον εκπαιδευτικό (Ράπτης & Ράπτη, 1998).

Αξιοποιώντας τις Τ.Π.Ε. ο ρόλος του εκπαιδευτικού μετατρέπεται σε συντονιστή κι εμψυχωτή μιας συλλογικής προσπάθειας, ενώ παράλληλα κατέχει και το ρόλο ενισχυτή για την συγκρότηση των νέων νοητικών δομών των μαθητών του (Καράμηνας, 2001). Ο ρόλος του θα είναι λιγότερο αυτός του μεταδότη γνώσεων και πληροφοριών και περισσότερο διευκολυντικός (Ράπτης & Ράπτη, 1998). Η παρουσία του δασκάλου μέσα σε μία τάξη διανθισμένη από τη χρήση των Τ.Π.Ε., παρέχει μια δυναμική προοπτική στην εξέλιξη της γνώσης και της πείρας του ίδιου (Clark-Wilson et al, 2014).

Οι Τ.Π.Ε. διαφέρουν από τα παραδοσιακά μέσα διδασκαλίας καθώς αλληλεπιδρούν με τον μαθητή παρέχοντάς του ανάδραση, που αφορά την ορθότητα των απαντήσεών του, ενδυναμώνοντας με αυτόν τον τρόπο τα κίνητρά του για μάθηση, ενώ ταυτόχρονα δίνεται στον μαθητή η δυνατότητα να ενημερώνεται για την πορεία της επίδοσής του. Τέλος, επειδή απαιτείται ο χειρισμός του υπολογιστή από τον ίδιο τον μαθητή, ευνοείται και η αυτοσυγκέντρωσή του (Ράπτης & Ράπτη, 1998).

Τα τελευταία χρόνια εισήχθη στο χώρο της εκπαίδευσης ο όρος : gamification= μάθηση μέσω ψηφιακού παιχνιδιού. Είναι μια εκπαιδευτική προσέγγιση που δίνει κίνητρο στον μαθητή να μάθει κάνοντας χρήση παιχνιδιών μέσα στο μαθησιακό περιβάλλον (Hsin-Yuan Huang & Soman, 2013). Στόχος είναι να αυξηθεί η απόλαυση κεντρίζοντας το ενδιαφέρον, εμπνέοντας τον μαθητή να συνεχίσει να μαθαίνει, να λύνει προβλήματα και να παίρνει πρωτοβουλίες με δραστηριότητες, που μοιάζουν με παιχνίδια (Kapp, 2012). Τα παιχνίδια άλλωστε απαιτούν και δημιουργούν εμπλοκή, κάτι που είναι απαραίτητο σε οποιαδήποτε μαθησιακή διαδικασία (Gogos, 2013).

Με γνώμονα την παραπάνω τοποθέτηση η παρούσα μελέτη εξετάζει τη βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων, πρόσθεσης και αφαίρεσης από το 1 έως το 10 στο Δημοτικό σχολείο με τη χρήση των Τ.Π.Ε., αξιοποιώντας τη θεωρία RME (Realistic Mathematics Education), όπως παρουσιάζεται περιληπτικά στην επόμενη ενότητα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1. Εισαγωγή

Οι θετικές επιστήμες και η τεχνολογία συνδέονται άρρηκτα με μια μοναδική σχέση αλληλεπίδρασης. Η τεχνολογία υποστηρίζει σε ύψιστο βαθμό τις θετικές επιστήμες και αυτές καθιστούν δυνατή και αδιαμφισβήτητη τη νέα τεχνολογία. Και οι δύο θα διαδραματίσουν έναν κομβικό ρόλο στο μέλλον των μαθητών μας (Reynolds, Treharne & Tripp, 2003). Επομένως, δεν προκαλεί έκπληξη ότι υπάρχουν προσπάθειες για τη μεταρρύθμιση της διδασκαλίας και της μάθησης σε αυτές τις δύο περιοχές, που βρίσκονται στο επίκεντρο του κινήματος για τα εθνικά πρότυπα στις Η.Π.Α. (Hennessy, Ruthven & Brindley, 2005). Η τεχνολογία παρέχει συνεχώς πολλές ευκαιρίες για την οικοδόμηση της εννοιολογικής γνώσης των μαθητών, καθώς και για τη σύνδεση της μάθησης με τα υπαρκτά προβλήματα που υφίστανται. Αυτή η ενότητα επισημαίνει με σαφήνεια τα τρέχοντα ζητήματα στην εκπαίδευση των Μαθηματικών που διαμορφώνουν τις στρατηγικές ενσωμάτωσης της τεχνολογίας σε αυτή την περιοχή (Mercer, 2009).

2.2. Υπόβαθρο της Έρευνας

Έξι αρχές αφορούν κρίσιμα ζητήματα, θεμελιώδη για όλα τα προγράμματα Μαθηματικών του σχολείου:

1. Ισοτιμία
2. Αναλυτικό Πρόγραμμα
3. Διδασκαλία
4. Μάθηση
5. Αξιολόγηση
6. Τεχνολογία

Η τεχνολογία είναι άκρως απαραίτητη στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών, επηρεάζει τα Μαθηματικά που διδάσκονται και ενισχύει τη μάθηση των μαθητών.

Η ύπαρξη, η ευελιξία και η δύναμη της τεχνολογίας καθιστούν δυνατή και αναγκαία την επανεξέταση του τι Μαθηματικά θα πρέπει οι μαθητές να μάθουν, καθώς και του πως μπορούν να τα μάθουν καλύτερα (Condie & Munro, 2007).

Το να βοηθήσουμε το εκπαιδευτικό προσωπικό να αλλάξει νοοτροπία και τον τρόπο διδασκαλίας του προκειμένου να ανταποκριθεί καταλλήλως δεν αποτελεί εύκολο έργο (Wood & Ashfield, 2008). Η τεχνολογία μπορεί να λειτουργήσει ως καταλύτης για τη μετακίνηση των εκπαιδευτικών προς ένα διδακτικό στυλ, που είναι περισσότερο μαθητοκεντρικό, ενεργητικό και σχετικό με τον κόσμο στον οποίο ζούμε.

Η τεχνολογία επίσης παρέχει στους μαθητές την ευκαιρία να οπτικοποιήσουν και να καταστήσουν πιο συγκεκριμένο το γενικά αφηρημένο κόσμο των Μαθηματικών.

Τρία σημεία υποδεικνύονται που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για την επιλογή και χρήση τεχνολογίας στην εκπαίδευση των Μαθηματικών.

1. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να σκεφτούν έναν κατάλληλο συνδυασμό δραστηριοτήτων με και χωρίς υπολογιστή.
2. Θα πρέπει να θεωρήσουν τη τεχνολογία ως ένα μαθηματικό και όχι ως ένα παιδαγωγικό εργαλείο.
3. Θα πρέπει να δουν την τεχνολογία ως ένα εργαλείο για την ανάπτυξη της σκέψης των μαθητών (Haddad & Jurich, 2002).

Ένας τρόπος επίτευξης αυτών των στόχων είναι η χρήση λογισμικού και εφαρμογών υπολογιστή παρατεταμένα και για διάφορα θέματα, για να εμπλακούν οι μαθητές σε προβλήματα και έργα με νόημα, αντί να τους παρέχεται μια ποικιλία εφαρμογών χωρίς καμία εσωτερική συνοχή (Baggott La Velle, McFarlane & Brawn, 2003).

Η Sparks και Lovette, στο άρθρο τους το 2011, παρουσιάζουν τα αποτελέσματα από μελέτες σε αναλυτικά προγράμματα Μαθηματικών για τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου και παρατηρούν, ότι οι «πόλεμοι για τα Μαθηματικά» συνεχίζονται. Αυτό αμέσως υποδεικνύει ότι τα αποτελέσματα των μελετών δεν επιλύουν τη διαρκή σύγκρουση μεταξύ εκείνων που πιστεύουν, ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών θα πρέπει να είναι άμεση και καθοδηγούμενη από τον εκπαιδευτικό και εκείνων που είναι σαφώς υπέρ της μαθητοκεντρικής μάθησης, μιας πιο εποικοδομητικής προσέγγισης, στην οποία οι μαθητές αναπτύσσουν εννοιολογική κατανόηση μέσω της ομαδικής εργασίας, πρακτικών έργων, ή συζητήσεων με άλλους μαθητές (Jang & Tsai, 2012).

Η Kinach, το 2010, λέει ότι πρόσφατη έρευνα του εγκεφάλου σχετικά με το πώς οι μαθητές μαθαίνουν Μαθηματικά τάσσεται υπέρ διδακτικών στρατηγικών πιο εποικοδομητικής φύσεως, αλλά η διαφωνία δεν έχει σε καμία περίπτωση επιλυθεί. Υπάρχουν διαθέσιμες τεχνολογίες για να υποστηρίξουν και τα δύο είδη μεθόδων, όμως η προσέγγιση που οι εκπαιδευτικοί ακολουθούν για να διδάξουν Μαθηματικά οπωσδήποτε καθορίζει το είδος των στρατηγικών ενσωμάτωσης που θα θεωρήσουν κατάλληλες (Jang & Tsai, 2012; Voogt, 2003).

Οι τεχνολογικοί πόροι έχουν καταστήσει δυνατές ποικίλες στρατηγικές διδασκαλίας και μάθησης που συμβάλουν στην ικανοποίηση των αρχών και προτύπων για τα Μαθηματικά του σχολείου. Τα φυσικά χειρωνακτικά υλικά είναι πραγματικά αντικείμενα όπως τα τουβλάκια, οι ράβδοι αρίθμησης και τα νομίσματα. Έχουν σημαντική συνεισφορά σε όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου, γιατί βοηθούν τους μαθητές να γεφυρώσουν την εννοιολογική απόσταση μεταξύ συγκεκριμένων και αφηρημένων μαθηματικών εννοιών (Bottino, 2004).

Τα εικονικά χειρωνακτικά υλικά είναι ομοιώματα των πραγματικών χειρωνακτικών υλικών, που μπορεί κάποιος να χειριστεί με το πληκτρολόγιο ή άλλη συσκευή εισόδου. Η έρευνα έχει διαπιστώσει ότι τα εικονικά χειρωνακτικά υλικά έχουν θετική επίδραση τόσο στις στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά όσο και στις επιδόσεις των μαθητών (Nikolopoulou, 2020). Μολονότι οι αναφορές σε αυτά τα εργαλεία αφορούν συχνότερα στη χρήση τους σε μαθήματα της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, τα εικονικά χειρωνακτικά υλικά μπορούν να βελτιώσουν τις στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά των μαθητών. Αυτές οι δραστηριότητες προσομοίωσης είναι δημοφιλείς, γιατί δίνουν τη δυνατότητα για μεγαλύτερη ευελιξία από ότι οι δραστηριότητες, στις οποίες χρησιμοποιούνται πραγματικά αντικείμενα ως προς τον τρόπο, που οι εκπαιδευτικοί μπορούν να τα χρησιμοποιήσουν για να παρουσιάσουν έννοιες (Yelland, 2005).

Τα εικονικά χειρωνακτικά υλικά δύνανται στην πραγματικότητα να είναι σε κάποιο βαθμό καλύτερα από τα φυσικά για τα μικρά παιδιά, που μαθαίνουν να συνδέουν συγκεκριμένες και αφηρημένες έννοιες των αριθμών (Ruthven & Hennessy, 2002). Συγκρινόμενες με τα φυσικά υλικά αντίστοιχα, οι αναπαραστάσεις στον υπολογιστή μπορεί να είναι πιο διαχειρίσιμες, ευέλικτες, επεκτάσιμες, και «καθαρές», δηλαδή απαλλαγμένες από πάσης φύσεως στοιχεία που πιθανότατα να αποσπούν την προσοχή (Yelland, 2005; Ruthven & Hennessy, 2002; Beauchamp, 2004).

Για να υποστηρίξουν αυτόν τον ανωτέρω ισχυρισμό, περιγράφουν επτά «δυνατότητες» ή μοναδικά χαρακτηριστικά που διαθέτουν τα εικονικά χειρωνακτικά υλικά για την υποστήριξη της μάθησης, καθώς και τις έρευνες στις οποίες βασίζεται καθένα από αυτά. Ένας τρόπος είναι να διατηρούνται τα εικονικά χειρωνακτικά υλικά σε μια βιβλιοθήκη για όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου, τα οποία να συνδέονται άμεσα με καθέναν από τους άξονες για το περιεχόμενο, που ορίζουν τα πρότυπα για τα Μαθηματικά (Voogt, 2003; Yelland, 2005).

Τα Μαθηματικά είναι ένα αφηρημένο θέμα. Η κατανόηση των μαθηματικών ιδεών και εννοιών συνδέεται στενά με τον τρόπο, που αναπαριστούμε τις αφαιρέσεις των Μαθηματικών. Για κάποιους, η έννοια «πέντε» σημαίνει κυριολεκτικά πέντε αντικείμενα, ενώ για άλλους το αριθμητικό ψηφίο 5. Εντωμεταξύ, οι αρχαίοι Ρωμαίοι, το αναπαριστούσαν με το ψηφίο V (Ruthven & Hennessy, 2002; Beauchamp, 2004). Η τεχνολογία έχει εμπλουτίσει σε μέγιστο βαθμό, τον τρόπο που οι αφαιρέσεις των Μαθηματικών μπορούν να αναπαρασταθούν και οι σημερινοί μαθητές πρέπει να μάθουν Μαθηματικά, χρησιμοποιώντας διάφορες αναπαραστάσεις: συμβολικές, λεκτικές, γραφικές και αριθμητικές. Για καθεμία από αυτές έχουν αναπτυχθεί τεχνολογικοί πόροι, που επιτρέπουν στους μαθητές να εξερευνήσουν τα Μαθηματικά μέσω αυτής της αναπαράστασης και να διερευνήσουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των διαφορετικών αναπαραστάσεων (Glover, Miller, Averis, & Door, 2005). Οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες ως προς την οπτικοποίηση των τρισδιάστατων στερεών, παρόλα αυτά, χρησιμοποιώντας φυσικά μοντέλα σε συνδυασμό με κατάλληλο λογισμικό, μπορούν να αναπτύξουν την απαιτούμενη χωρική αίσθηση (Glover et al., 2005; Chai, Koh, Tsai & Tan, 2011).

2.3. Στόχοι της μελέτης

Μέσα από βιβλιογραφική ανασκόπηση να παρατηρηθούν διάφοροι τρόποι που μπορούν να βοηθήσουν στη βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων στο Δημοτικό Σχολείο με τη χρήση των Τ.Π.Ε., να ονοματιστούν αυτοί οι τρόποι καθώς και να αναλυθούν (Papadakis, Kalogiannakis & Zaranis, 2018).

Επιπλέον, θα γίνει ανάλυση των μεθόδων που χρησιμοποιούνται στο εξωτερικό καθώς και σύγκρισή τους με τα ελληνικά δεδομένα.

2.4. Ερευνητικά ερωτήματα

Μέσω της παρούσης μελέτης, θα εκπονηθεί μια προσπάθεια να απαντηθεί το εξής ερώτημα:

Με ποιους τρόπους μπορεί να βοηθηθεί η κατανόηση των μαθηματικών πράξεων στο Δημοτικό Σχολείο μέσω της χρήσης των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Εκπαίδευσης;

Η παραπάνω προσπάθεια θα ολοκληρωθεί μέσω της απάντησης στα παρακάτω ζητήματα:

- Ποια η σημασία της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων;
- Με ποιόν τρόπο αντιμετωπίζονται τα Μαθηματικά στην εκπαιδευτική διαδικασία;
- Ποιες υπήρξαν οι προσεγγίσεις στην μαθηματική εκπαίδευση;

  Καθώς και:
- Ποια η χρήση των Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία;
- Ποια η χρήση των Τ.Π.Ε. στην διαδικασία μαθηματικής εκπαίδευσης;
- Ποια η χρήση των Τ.Π.Ε. στις χώρες του εξωτερικού, και ποια η χρήση τους στην Ελλάδα;

2.5. Σχεδιασμός της μελέτης

Το μεθοδολογικό υπόβαθρο της παρούσας εργασίας βασίζεται κυρίως στη συστηματική έρευνα. Για την αναζήτηση και συλλογή της βιβλιογραφίας και τη βιβλιογραφική ανασκόπηση χρησιμοποιήθηκαν επιστημονικά βιβλία, πρωτότυπες μελέτες, βιβλιογραφικές ανασκοπήσεις και περιλήψεις ερευνών στις περιπτώσεις, που δεν υπήρχε πλήρης πρόσβαση στο άρθρο. Για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποιήθηκαν οι ηλεκτρονικές βάσεις PubMed και Google Scholar.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3.1. Εισαγωγή

Στη σημερινή εποχή, οι περισσότεροι γονείς επιθυμούν για τα παιδιά τους μια πολλά υποσχόμενη επαγγελματική σταδιοδρομία. Για να είναι κάποιος επιτυχημένος σε αυτούς τους τομείς, αλλά και γενικότερα στη ζωή, υπάρχει ανάγκη να είναι επαρκώς εγγραματισμένος σε σχέση με θέματα Μαθηματικών και των λοιπών Φυσικών Επιστημών (Papadakis, Zaranis, & Kalogiannakis, 2019). Συγκεκριμένα, ο Μαθηματικός εγγραματισμός μπορεί να διδάξει στο άτομο διαφορετικούς τρόπους σκέψης από αυτούς που ήδη διαθέτει, οι οποίοι έχουν χρήση τόσο στην μέλλουσα επαγγελματική ζωή του ατόμου, αλλά και στην ακαδημαϊκή-σχολική ζωή του, αλλά και τη ζωή του γενικά (Mirra, 2005). Τα Μαθηματικά δεν αποτελούν μόνο μια σειρά αριθμητικών συμβόλων και θεωριών, αλλά αποτελούν έναν τέλειο γλωσσικό κώδικα, ο οποίος είναι βασισμένος στην λογική και την απόδειξη, ενώ παράλληλα είναι ενσωματωμένα σε κάθε πτυχή της ανθρώπινης ζωής. Γι’ αυτόν τον λόγο το μάθημα των Μαθηματικών έχει έναν πρωτεύοντα ρόλο σε όλες τις βαθμίδες της Εκπαίδευσης.

Σε αυτό το Κεφάλαιο θα γίνει μια αναφορά στον ρόλο των Μαθηματικών στην εκπαίδευση, και στη συνέχεια αναδρομή στις «παραδοσιακές» αλλά και τις «σύγχρονες» προσεγγίσεις της διδακτικής των Μαθηματικών, με σκοπό να καλυφθεί το θεωρητικό πλαίσιο που βρίσκεται πίσω από την σημερινή ανάγκη ενσωμάτωσης των νέων τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία και συγκεκριμένα αυτή των Μαθηματικών.

3.2. Αναδρομή στις διδακτικές προσεγγίσεις των Μαθηματικών

Οι θεωρίες μάθησης όσον αφορά το μάθημα των Μαθηματικών έχουν θεμελιωθεί κατά βάση από ψυχολόγους και όχι από παιδαγωγούς, όπως συμβαίνει με τις θεωρίες μάθησης άλλων τομέων. Αυτό είναι αποτέλεσμα της «Ψυχολογίας των Μαθηματικών», η οποία μελετά τις γνωσιακές διαδικασίες, οι οποίες λαμβάνουν χώρα έτσι ώστε να επιτευχθεί η απόκτηση μαθηματικών γνώσεων, ικανοτήτων και δεξιοτήτων (Sousa & Rocha, 2019).

Ο λόγος, που η κατανόηση του τρόπου, με τον οποίον αποκτάται η μαθηματική γνώση και ποιες διεργασίες λαμβάνουν χώρα γι’ αυτόν τον σκοπό, κέντρισε σε τέτοιο

βαθμό το ενδιαφέρον των επιστημόνων του κλάδου της Ψυχολογίας, αφορούσε την πεποίθηση, ότι μέσα από την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο ο άνθρωπος φτάνει στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, και μέσω της επαγωγικής μεθόδου συλλογισμού, τότε η επιστήμη θα είχε στη διάθεσή της το βασικό συστατικό για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο δουλεύει γενικά η ανθρώπινη νόηση και σκέψη (Οικονομοπούλου, 2011).

Οι θεωρίες μάθησης που αναπτύχθηκαν από τον κλάδο της Ψυχολογίας, αποτέλεσαν θεμέλιους λίθους για την οργάνωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών, από έναν κλάδο της επιστήμης που αναπτύχθηκε αργότερα, τη διδακτική των Μαθηματικών. Λόγω των πολλών επιρροών που έλαβε η διδακτική των Μαθηματικών από άλλες επιστήμες εκτός της Ψυχολογίας, όπως τη Φιλοσοφία, την Κοινωνιολογία, την Παιδαγωγική και τον ίδιο τον κλάδο των Μαθηματικών, αναπτύχθηκαν πολλές διαφορετικές τεχνικές διδασκαλίας, οι οποίες, αναλόγως με το ποια θεωρία μάθησης και ποια παιδαγωγική θεωρία ακολουθούνται κάθε φορά, χρησιμοποιούν διαφορετικές δραστηριότητες για τη διεκπεραίωση της κατοχύρωσης γνώσεων (Kalogiannakis et al, 2018).

Γεγονός είναι πως στην εκπαίδευση για πολλά χρόνια κυριαρχούσε ένα πρότυπο, το οποίο είχε ως κέντρο του τον εκπαιδευτικό, ο οποίος είναι ένα πρόσωπο που κατέχει την πληροφορία και τη μεταδίδει στους μαθητές. Το σύστημα αυτό ήταν βασισμένο σε έναν μεγάλο βαθμό στη στείρα απομνημόνευση της πληροφορίας, καθώς και στην εξάσκηση των νέων γνώσεων, που αυτόματα θεωρούνταν αποκτημένες σε πεδία ακατανόητα και αποστασιοποιημένα από το περιβάλλον του μαθητή. Ως αποτέλεσμα, και η διδακτική των Μαθηματικών για πολλές δεκαετίες είχε τις ίδιες βάσεις. Υπήρχε ιδιαίτερη έμφαση στον εμπλουτισμό των δεξιοτήτων του μαθητή, αλλά και των ξύλινων γνώσεων. Ο δάσκαλος είχε τον ρόλο του «πομπού» και καλούνταν να μεταδώσει τις γνώσεις που κατείχε στους μαθητές, οι οποίοι, με τη σειρά τους, ως «δέκτες» καλούνταν να συλλάβουν και να αφομοιώσουν αυτές τις γνώσεις (Θωμαΐδης, 1999). Ως αποτέλεσμα, οι γνώσεις οι οποίες παρέχονταν από τον εκπαιδευτικό δεν μπορούσαν σε καμία περίπτωση να αμφισβητηθούν από τους μαθητές. Βέβαια, η διδασκαλία των Μαθηματικών, όπως και τα ίδια τα Μαθηματικά εξ ’ορισμού, δεν μπορούν να εγκλειστούν σε ένα περιορισμένο πλαίσιο απλής μεταφοράς γνώσεων και ανάπτυξης συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων.

Έτσι, η οργάνωση της διδασκαλίας του οποιουδήποτε μαθήματος πρέπει να έχει ως βάση συγκεκριμένους στόχους, τους οποίους οι μαθητές καλούνται να κατακτήσουν, και ο δάσκαλος να υλοποιήσει, και μετά το πέρας αυτού να αξιολογήσει τόσο το επίπεδο

αφομοίωσής τους, όσο και το ρόλο του ίδιου, με κεντρικό άξονα, πάντα, τον ίδιο τον μαθητή (Harmer, 2007).

Έτσι, καθώς στην δεκαετία του 1970 οι μέθοδοι διδασκαλίας άρχισαν να αλλάζουν και να αναδιαμορφώνονται, αποσπώντας την προσοχή τους από τον εκπαιδευτικό και τις ενέργειές του ως κεντρικούς άξονες της διδασκαλίας και στράφηκαν προς τον μαθητή και τις δράσεις του (Harmer, 2007). Συνεπώς, την τάση αυτή ακολούθησε και η διδακτική των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα, από την δεκαετία του ’70, η διδακτική των Μαθηματικών αποτελεί έναν τύπο «μαθητοκεντρικής» μάθησης (Χατζηθεολόγου, 2000). Έτσι, ο μαθητής αντιμετωπίζεται πλέον ως ξεχωριστή οντότητα, με προσωπικότητα, συναισθήματα, αξίες, «πιστεύω» που φέρνει εντός του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος και προσωπικό τρόπο μάθησης. Ως αποτέλεσμα, δίνεται μεγάλη βάση και λαμβάνεται ιδιαίτερη μέριμνα ως προς την αύξηση της δημιουργικότητας του μαθητή, καθώς και στην ενεργοποίηση των νοητικών του ικανοτήτων κατά τη διαδικασία της μάθησης, τόσο εντός του σχολικού περιβάλλοντος, όσο και εκτός αυτού. Έτσι, ο μαθητής, πλέον, δεν αποτελεί έναν παθητικό δέκτη ο οποίος δέχεται αδρανή γνώση απρόκλητα, αλλά είναι μια οντότητα με «είναι», εργάζεται μέσα στη δική του μάθηση, αποκαλύπτει δικές του στρατηγικές εκμάθησης και απόκτησης γνώσεων, και δομεί τα προσωπικά του νοήματα γι’ αυτήν. Επομένως, λόγω της παραπάνω αλλαγής στον τρόπο που παρουσιάζεται ο μαθητής εντός των εκπαιδευτικών πλαισίων, δημιουργείται μια προσέγγιση, η οποία έχει ως σκοπό την ανάπτυξη μιας στάσης για νοητική αναζήτηση και εμπλοκή σε νοηματικές δραστηριότητες και εμπειρίες και έχει ως βασικό στόχο την αυτονομία της μαθησιακής συμπεριφοράς (Κλαουδάτος, 1999). Έτσι, οι μαθητές πλέον διαθέτουν την ικανότητα να θέτουν σε κρίση και να αμφισβητούν όλα όσα έχουν μάθει ανά πάσα στιγμή.

Σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρίες για τη διαδικασία της μάθησης, η διδασκαλία και η μάθηση των Μαθηματικών αποτελεί μια διαδικασία, η οποία είναι στον πυρήνα της ενεργητική και κατασκευαστική και αποτελεί ιδιαίτερη και προσωπική υπόθεση για τον κάθε μαθητή ξεχωριστά. Η υλοποίηση της διαδικασίας αυτής, γίνεται με τη βοήθεια διάφορων εργαλείων, όμως ο κυρίαρχος ρόλος είναι αυτός των δραστηριοτήτων.

Βάσει των σύγχρονων αυτών θεωριών, ο δάσκαλος έχει πολλούς ρόλους, αλλά ο βασικότερος αυτών είναι αυτός του δημιουργού καταλλήλων μαθησιακών περιβαλλόντων, είτε με την υιοθέτηση και χρήση της τεχνολογίας είτε όχι. Μέσα από αυτά τα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, ο εκπαιδευτικός πρέπει να δίνει ευκαιρίες στον μαθητή να ενεργοποιείται, να εκφράζει τις δικές του ιδέες, αλλά και να κατασκευάζει τη δική του γνώση.

Αν και οι σύγχρονες προσεγγίσεις είναι μαθητοκεντρικές, ο εκπαιδευτικός συνεχίζει να έχει βασικό ρόλο, αφού οι δραστηριότητες που οργανώνει είναι αυτές που δημιουργούν κίνητρο στους μαθητές να τις υλοποιήσουν (Nardi, 1996).

Επομένως, βάσει των παραπάνω, οι στόχοι που θέτει η εκπαίδευση στα Μαθηματικά είναι ακριβέστερα εκφράσιμοι με τη χρήση όρων, που αφορούν τις δραστηριότητες και όχι με όρους που έχουν να κάνουν με παρατηρήσιμες συμπεριφορές. Έτσι, στην προσπάθειά τους να πραγματοποιήσουν επιτυχώς μια μαθηματική δραστηριότητα, οι μαθητές καλούνται όχι μόνο να προσδιορίσουν το πρόβλημα, αλλά και να εικάσουν τα πιθανά αποτελέσματα, να πειραματιστούν με διάφορα παραδείγματα και να συνθέσουν ένα μαθηματικό συλλογισμό βάσει του οποίου θα καταλήξουν στην διατύπωση μιας λύσης. Ύστερα, οι μαθητές καλούνται να ελέγξουν κριτικά τα αποτελέσματα στα οποία κατέληξαν, αλλά και να αξιολογήσουν την ορθότητα της λύσης στην οποία κατέληξαν, σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα.

Γίνεται προφανές, πως οι κλασσικές και παραδοσιακές ασκήσεις εξάσκησης και εφαρμογής αδυνατούν να βοηθήσουν τον μαθητή να αναπτύξει τις νοητικές του ικανότητες σε τέτοια έκταση και βάθος έτσι ώστε να υλοποιηθούν όλα τα παραπάνω.

Βέβαια, η αλήθεια είναι πως ακόμη και σήμερα το κύριο στοιχείο που καλλιεργείται εντός των σχολικών πλαισίων και περιβαλλόντων είναι η απομνημόνευση πληροφοριών. Ύστερα από τόσες δεκαετίες εξέλιξης της Παιδαγωγικής και της Διδακτικής, το εκπαιδευτικό σύστημα λειτουργεί με τον ίδιο λανθασμένο τρόπο, κατά τον οποίο αντιμετωπίζεται και η εκπαίδευση. Αυτό φανερώνει το πόσο δύσκολο είναι να έρθει αλλαγή εντός του εκπαιδευτικού συστήματος. Είναι σημαντικό να αναφερθεί, βέβαια, πως η στερεοτυπική άποψη που υιοθετούνταν για την απόκτηση και μεταβίβαση της γνώσης έχει αρχίσει να καταρρίπτεται. Αυτό, πιθανώς, είναι αποτέλεσμα των ερευνών που έχουν εκπονηθεί από της επιστήμες της αγωγής, οι οποίες ασκούν πίεση στην πεπατημένη της εκπαίδευσης και επηρεάζουν την οργάνωσή της.

Έτσι, αναγνωρίζεται πλέον ότι η ανθρώπινη γνώση αποτελεί κάτι το υποκειμενικό, το οποίο διαμορφώνεται και μεταλλάσσεται μέσα από τις οπτικές γωνίες κάθε ανθρώπου, επηρεάζεται από τις αξίες του, καθώς επίσης δέχεται παράλληλα και επιρροές από το περιβάλλον του. Παράλληλα, η ανθρώπινη γνώση δεν αποτελεί απλά μια πληροφορία, την οποία κατέχει ο εκάστοτε εκπαιδευτικός και απλά μεταλαμπαδεύει αυτούσια στον μαθητή. Η γνώση που διαθέτει ο εκπαιδευτικός είναι δυνατόν να αμφισβητηθεί από τον μαθητή, να καταρριφθεί και τέλος να οργανωθεί ξανά σε νέες βάσεις. Η συγκεκριμένη προσέγγιση για τη διαδικασία της μάθησης φαίνεται να γίνεται σταδιακά αποδεκτή και να επηρεάζει ολοένα και περισσότερους εκπαιδευτικούς.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να οργανώνουν τον τρόπο της διδασκαλίας τους με άξονα την παραπάνω προσέγγιση, χρησιμοποιώντας πληθώρα διαφορετικών δραστηριοτήτων, άλλες φορές με τη βοήθεια των νέων τεχνολογιών και άλλες όχι, έτσι ώστε να καταφέρουν να ενεργοποιήσουν τους μαθητές από κάθε πλευρά.

Εν ολίγοις, ο τρόπος με τον οποίο διενεργούνται μελέτες από τη μαθηματική κοινότητα για τον τρόπο εκμάθησης, καθώς και η εστίαση και η περιγραφή των στοιχείων που συνθέτουν τις μαθηματικές δραστηριότητες έχουν αλλάξει σε έναν τεράστιο βαθμό μέσα στις τελευταίες μόλις δεκαετίες (Hoyles, Newman & Noss, 2001).

Αρχικά, η εστίαση ήταν στα αντικείμενα των Μαθηματικών και στο πως τα αντιλαμβανόντουσαν αυτά οι τελικοί αποδέκτες, δηλαδή οι μαθητές, αλλά και στις κατάλληλες μεθόδους, όπου θα έπρεπε αυτοί να ακολουθήσουν για την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος. Στη συνέχεια, το ερευνητικό ενδιαφέρον στράφηκε στον τρόπο, με τον οποίο η νέα γνώση οικοδομείται από τους μαθητές.

3.2.1. Παραδοσιακές θεωρίες μάθησης

Η θεωρία του Συμπεριφορισμού

Μια από τις κύριες θεωρίες της εκμάθησης των Μαθηματικών είναι ο *Συμπεριφορισμός*, ο οποίος αποτέλεσε θεμέλιο λίθο στην ανάπτυξη της διδακτικής των Μαθηματικών. Η σχολή των Συμπεριφοριστών επηρεάζει την διδασκαλία των Μαθηματικών ακόμη και σήμερα. Οι εκφραστές και οι ψυχολόγοι οι οποίοι υποστήριξαν τον Συμπεριφορισμό πραγματοποιούσαν πειράματα σε ζώα και επέκτειναν μέσω γενικεύσεων τα αποτελέσματά τους στην ανθρώπινη συμπεριφορά.

Θεωρούσαν, πως ο άνθρωπος αποτελεί έναν παθητικό δέκτη των όποιων ερεθισμάτων δέχεται από το περιβάλλον και τον περίγυρό του, εκφράζοντας ως συνέπεια κάποια ανάλογη αντίδραση σε αυτά. Έτσι, ισχυρίζονταν πως η ανθρώπινη μάθηση θα επιτευχθεί αν η αντίδραση στο ερέθισμα συσχετιστεί με κάποια ανταμοιβή και η κατάσταση η οποία την επιφέρει, επαναληφθεί αρκετές φορές. Ως αποτέλεσμα, ο μαθητής αντιμετωπίζεται ως ένας “άγραφος πίνακας” πάνω στον οποίο ο εκπαιδευτικός μπορεί να μεταδώσει και να αποτυπώσει τις γνώσεις. Παράλληλα, θεωρούνταν απαραίτητη η ενίσχυση μιας επιθυμητής και επαναλαμβανόμενης συμπεριφοράς από μέρους του μαθητή, έτσι ώστε αυτή να καταγραφεί υποσυνείδητα ως θετική και ως αποτέλεσμα να αναπαράγεται όποτε ζητηθεί από τον εκπαιδευτικό (Duit & Treagust, 1998).

Ο Συμπεριφορισμός ως θεωρία είναι ισχυρά συνδεδεμένος με την *συνειρμική θεωρία* ή *θεωρία των συνδέσμων* που αναπτύχθηκε από τον Edward Thorndike, καθότι ως αντίληψη είναι βασισμένη σε αυτήν. Η θεωρία των συνδέσμων δηλώνει την απαράβατη σχέση μεταξύ των εξωτερικών ερεθισμάτων και της αντίδρασης του ατόμου, και εξελίχθηκε μέσω πειραμάτων σε ζώα. Βάσει των πειραμάτων του, ο Thorndike οδηγήθηκε στο συμπέρασμα πως η μάθηση είναι κάτι το οποίο επιτυγχάνεται σιγά-σιγά και σταδιακά. Κατά τον Thorndike (1922), η απόκτηση οποιασδήποτε συμπεριφοράς και γνώσης μπορεί να διασπαστεί σε βασικά στοιχεία-αντιδράσεις. Έτσι, διατείνεται ότι για την ενεργοποίηση των στοιχείων-αντιδράσεων, χρειάζονται εξωτερικά ερεθίσματα.

Παράλληλα, αναφέρει ότι ο δεσμός μεταξύ αντίδρασης και ερεθίσματος αρχίζει να σχηματίζεται και να γίνεται εμφανής, εφόσον η αντίδραση στο ερέθισμα ακολουθείται από κάποιο είδος ανταμοιβής. Επιπροσθέτως, όσο πιο συχνή είναι η επανάληψη ερεθίσματος-αντίδρασης, τόσο πιο ισχυρός γίνεται και ο δεσμός μεταξύ αυτών. Ο Thorndike, διατυπώνοντας την θεωρία του, καταλήγει σε τρεις βασικούς νόμους για την περιγραφή της:

1. Ο Νόμος του Αποτελέσματος, κατά τον οποίο οι απαντήσεις στο ερέθισμα, οι οποίες ακολουθούνται από κάποιο είδος επιβράβευσης ενισχύονται και σταδιακά μεταβάλλονται σε αντιδράσεις στο συγκεκριμένο εξωτερικό ερέθισμα. Επομένως, εκείνες οι απαντήσεις που οδηγούν σε μη επιθυμητά αποτελέσματα θα πρέπει να μην τυγχάνουν ανταμοιβής και ενίσχυσης, έτσι ώστε να μην επαναλαμβάνονται.
2. Ο Νόμος της Ετοιμότητας σύμφωνα με τον οποίο σε μια σειρά αντιδράσεων, οι αντιδράσεις συνδέονται μεταξύ τους και η ρίψη ενός εκ των δεσμών ανάμεσα στις αντιδράσεις μπορεί να προκαλέσει ενόχληση του συνόλου.
3. Ο Νόμος της Εξάσκησης, όπου αναφέρει πως η σύνδεση μεταξύ εξωτερικού ερεθίσματος και αντίδρασης που προκαλείται γίνεται πιο ισχυρή στην περίπτωση που η κατάσταση που την δημιουργεί επαναλαμβάνεται. Εν αντιθέσει με αυτό, όταν η κατάσταση αυτή πάψει να εμφανίζεται, η παραπάνω σχέση εξασθενεί.

Ο Thorndike θέλησε να εφαρμόσει τις παραπάνω αρχές και στην εκμάθηση των Μαθηματικών. Διατείνονταν πως οι εκπαιδευτικοί θα έπρεπε να ανακαλύψουν το σύνολο των δεσμών που απαρτίζουν κάθε μαθηματική ενότητα και να εφαρμόσουν την πρακτική της επιβράβευσης και της ανταμοιβής προς τους μαθητές. Έτσι, θεωρούσε πως η επανάληψη παρόμοιων πρακτικών θα οδηγούσε, εν τέλει, στην κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης. Παράλληλα, ο Thorndike υπογράμμισε πως για την επίτευξη της απόκτησης της γνώσης, τα μαθηματικά προβλήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται για την

εξάσκηση θα πρέπει να προξενούν το ενδιαφέρον των μαθητών. Αντί αυτού, η θεωρία που σχηματίστηκε από τον Thorndike βοήθησε στο να αναγνωριστεί η ξύλινη πρακτική και εξάσκηση ως η βέλτιστη μέθοδος για την εκμάθηση των Μαθηματικών.

Παράλληλα, εκτός από τον Thorndike, στη συμπεριφοριστική σχολή άσκησε μεγάλη επιρροή ο Ρώσος ψυχολόγος Pavlov. Ο Pavlov είναι γνωστός για το πείραμά του με το σκύλο και το καμπανάκι, όπου έδινε τροφή σε ένα σκύλο, τον οποίο κρατούσε μέσα σε ένα κλουβί, αφού πρώτα χτυπούσε ένα καμπανάκι. Μετά από υπεράριθμες επαναλήψεις της ίδιας κατάστασης, ο Pavlov παρατήρησε ότι η έκκριση σάλιου από τον σκύλο δεν ξεκινούσε αντικρίζοντας την τροφή του, αλλά με τον ήχο από το καμπανάκι (Mackintosh, 1977). Τα συμπεράσματα στα οποία έφτασε ο Pavlov χρησιμοποιήθηκαν από τους συμπεριφοριστές έτσι ώστε να καταφέρουν να κατανοήσουν τον τρόπο με τον οποίο μαθαίνουν τα μικρά παιδιά. Έτσι, υιοθέτησαν την άποψη ότι η επανάληψη της ίδιας κατάστασης πολλές φορές κάτω από τις ίδιες συνθήκες, επιφέρει εν τέλει και το ίδιο αποτέλεσμα. Επομένως, θεώρησαν ότι η ίδια ακριβώς διαδικασία ακολουθείται και στην μάθηση, και έτσι λόγω αυτού οι μαθητές θα πρέπει να εξασκούνται σε ίδιες μορφές δραστηριοτήτων και ασκήσεων, έτσι ώστε να τις εμπεδώνουν και να καταφέρνουν να τις φέρνουν εις πέρας χωρίς κανένα πρόβλημα, ενισχύοντας έτσι την άποψη περί εξάσκησης και επανάληψης.

Στα παραπάνω, βέβαια, δεν λαμβάνουν καθόλου υπόψη τις ποιοτικές διαφορές, που γνωρίζουμε ότι υπάρχουν ανάμεσα στους μαθητές. Πιο συγκεκριμένα, το γεγονός πως δεν γίνεται όλοι οι μαθητές να οδηγηθούν στην ίδια αντίδραση από το ερέθισμα, στο οποίο θα εκτεθούν, αφού κάθε μαθητής έχει την δυνατότητα να αναπτύξει μια πολύ διαφοροποιημένη τεχνική αντιμετώπισης ενός μαθηματικού-και όχι μόνο- προβλήματος.

Παράλληλα, χρησιμοποιώντας μια μέθοδο απλής πρακτικής και εξάσκησης, υπερτονίζεται το αποτέλεσμα, το οποίο εκφέρεται από την έκθεση σε ένα εξωτερικό ερέθισμα και ως αποτέλεσμα μειώνει την αξία της πορείας, η οποία οδήγησε στο εκάστοτε αποτέλεσμα. Αυτό επιφέρει κινδύνους για τον μαθητή, με βασικότερο το να φτάσει στο αποτέλεσμα και τη λύση με έναν εντελώς μηχανικό τρόπο, δίχως να έχει κατανοήσει πλήρως ούτε το τι κάνει, ούτε το για ποιο λόγο το κάνει. Βέβαια, στον αντίποδα, η πρακτική και η εξάσκηση αποτελούν την καλύτερη τεχνική για την ανάπτυξη υπολογιστικών δεξιοτήτων.

Η Συμπεριφοριστική Ψυχολογία έφτασε στο αποκορύφωμά της με το έργο του Skinner, ο οποίος ακολουθώντας τη θεωρία του Thorndike, στηρίζει τη θεωρία του στο μοντέλο που απαιτεί ένα ερέθισμα, την αντίδραση σε αυτό, την ενίσχυση της σωστής αντίδρασης και τέλος της επανάληψης.

Ο Skinner διατυπώνει τη μάθηση ως τη σταδιακή διαμόρφωση μια συγκεκριμένης συμπεριφοράς από μέρους του μαθητή, η οποία συμπεριφορά αποτελεί αποτέλεσμα ενός εξωτερικού ερεθίσματος. Η θεωρία του Skinner, αναπτύχθηκε επίσης μέσω πειραμάτων σε ζώα, τα οποία καλούνταν να αναπτύξουν συγκεκριμένες επιθυμητές συμπεριφορές μέσω της ενίσχυσης μιας συγκεκριμένης αντίδρασης σε κάποιο εξωτερικό ερέθισμα. Ο Skinner υποστήριξε την ενεργό συμμετοχή του μαθητή στην διαδικασία της απόκτησης γνώσεων. Πιο συγκεκριμένα, αναφέρει πως η διδακτική ύλη θα πρέπει να είναι δομημένη σε σύντομες διδακτικές ενότητες, καθώς και πως πρέπει να παρουσιάζεται στον μαθητή βάσει των ρυθμών του. Στη συνέχεια, υποστήριξε, πως πρέπει να λαμβάνουν χώρα οι κατάλληλες ερωτήσεις και ασκήσεις από μέρους του εκπαιδευτικού, καθώς και πως ως βασική τακτική της διδασκαλίας θα πρέπει να υιοθετηθεί η ενίσχυση των προσπαθειών του μαθητή. Επιπλέον, ο Skinner έκρινε απαραίτητη την άμεση επαλήθευση ή διόρθωση της απάντησης του μαθητή και την επιβράβευση της σωστής απάντησης, έτσι ώστε να ενισχυθεί η συγκεκριμένη συμπεριφορά, δηλαδή η σωστή απάντηση (Skinner, 2013).

Επομένως, γίνεται σαφές πως το διδακτικό μοντέλο, το οποίο υποστηρίζεται από την θεωρία του Συμπεριφορισμού είναι δασκαλοκεντρικό. Ο εκπαιδευτικός αποτελεί έναν άριστο γνώστη της διδακτικής ύλης, του οποίου η υποχρέωση είναι να μεταδώσει αυτήν τη γνώση στους μαθητές. Συνεπώς, ο εκπαιδευτικός πρέπει να εξασφαλίσει τις κατάλληλες συνθήκες κάτω από τις οποίες οι μαθητές θα αναπτύξουν τις επιθυμητές αντιδράσεις στα αντίστοιχα ερεθίσματα που θα δοθούν από τον εκπαιδευτικό. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού εμφανίζεται ενισχυμένος, καθώς εκτός από τα παραπάνω, ο εκπαιδευτικός είναι εκείνος που θα επιβραβεύσει το μαθητή για μια σωστή απάντηση, ή θα τον αποθαρρύνει από τη λανθασμένη, είναι εκείνος που θα οργανώσει την ύλη σε μικρές κατηγορίες βάσει των αναγκών των μαθητών και εκείνος που θα υλοποιήσει κατάλληλες ασκήσεις που θα βοηθούν τον μαθητή να επαναλάβει και αφομοιώσει την γνώση. Αντίθετα, ο ρόλος του μαθητή είναι αισθητά υποβαθμισμένος, αφού δεν φαίνεται να έχει καμία συμμετοχή στη διαδικασία της μάθησης, πέρα από το ρόλο του παθητικού δέκτη.

Όπως προαναφέρθηκε η διδασκαλία των Μαθηματικών έχει εξελιχθεί σε διδακτικές μεθόδους, οι οποίες είναι περισσότερο μαθητοκεντρικές. Αυτό δεν ισούται αυτόματα, πως οι δασκαλοκεντρικές θεωρίες δεν είναι κατάλληλες για κάποια ζητήματα, ούτε πως η εφαρμογή τους είναι πλέον υπό εξαφάνιση. Στη διδασκαλία των Μαθηματικών, ο Συμπεριφορισμός συνεχίζει να χρησιμοποιείται για τη διδασκαλία των μηχανικών υπολογιστικών πράξεων.

Για την εκμάθηση εκτέλεσης μαθηματικών πράξεων, η εξάσκηση θεωρείται βασική και αποτελεσματική μέθοδος, ενώ παράλληλα, οι προκαθορισμένες και επαναλαμβανόμενες ασκήσεις συμβάλλουν στην καλύτερη εμπέδωση του αλγορίθμου των μαθηματικών πράξεων. Επιπλέον, βασικός ρυθμιστής για τη διαδικασία της μάθησης αποτελούν τόσο η ενίσχυση της σωστής απάντησης μέσω λεκτικής επιβράβευσης ή καλής βαθμολογίας, όσο και η αποθάρρυνση των λαθών.

Βέβαια, η αξιολόγηση με βάση την συμπεριφοριστική θεωρία θα πρέπει να γίνεται μόνο σε δραστηριότητες, οι οποίες αφορούν παρόμοια προβλήματα με αυτά που έχουν διδαχθεί οι μαθητές, τα οποία απαιτούν τη συγκεκριμένη μέθοδο και όχι σε μαθηματικά προβλήματα και ασκήσεις, τα οποία επιδέχονται πολλαπλούς τρόπους επίλυσης και δημιουργική σκέψη.

Η θεωρία Επεξεργασίας Πληροφοριών

Μια άλλη θεωρία εκμάθησης των Μαθηματικών είναι η *Θεωρία Επεξεργασίας των Πληροφοριών*, μέσω της οποίας υποστηρίζεται, πως η συμπεριφορά του ανθρώπου αποτελεί αποτέλεσμα της νοητικής επεξεργασίας δεδομένων, τα οποία προέρχονται από το εξωτερικό ή το εσωτερικό περιβάλλον. Ο ανθρώπινος εγκέφαλος μέσω μιας σειράς από μνήμες, επεξεργάζεται τις πληροφορίες που λαμβάνει και τις αποθηκεύει στην βραχυπρόθεσμη μνήμη. Στη συνέχεια, και μετά από εσωτερική επανάληψη, η πληροφορία κωδικοποιείται και περνά στην μακροπρόθεσμη μνήμη, από την οποία ο μαθητής μπορεί και να την ανασύρει κατά το δοκούν (Axelrod, 1973).

Πιο συγκεκριμένα, η Θεωρία Επεξεργασίας των Πληροφοριών χωρίζει τη μάθηση σε φάσεις, οι οποίες διεξάγονται στο κεντρικό νευρικό σύστημα του παιδιού. Η *φάση της παρότρυνσης* αποτελεί την πρώτη φάση, βάσει της οποίας ο κάθε μαθητής θα πρέπει να διαθέτει ένα κίνητρο, το οποίο θα τον παροτρύνει και θα τον προσελκύει για να ξεκινήσει η διαδικασία της μάθησης. Επομένως, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να βρίσκεται σε θέση να δημιουργήσει στο μαθητή μια έντονη προσδοκία για την ικανοποίηση ή την αμοιβή που θα λάβει μετά την πραγματοποίηση του στόχου του. Ως δεύτερη φάση ορίζεται η *φάση της σύλληψης*, κατά την οποία ο μαθητής αφού έχει πρώτα κινητοποιηθεί επαρκώς και είναι έτοιμος για τη διαδικασία της μάθησης, λαμβάνει το εξωτερικό ερέθισμα από το περιβάλλον του, το επεξεργάζεται και τέλος το αποθηκεύει στη μνήμη του.

Στη συγκεκριμένη φάση ο εκπαιδευτικός καλείται να ενεργοποιήσει την προσοχή του μαθητή, αφού η προσοχή που επιδεικνύει ο μαθητής καθορίζει την έκταση της πρόσληψης του ερεθίσματος. Έπειτα, στην τρίτη φάση, τη *φάση της απόκτησης*, ο μαθητής είναι σε θέση να επεξεργαστεί το ερέθισμα κατάλληλα, έτσι ώστε να το μετατρέψει και να το αποθηκεύσει στην βραχυπρόθεσμη μνήμη του.

Βασικό ρόλο σε αυτήν την φάση παίζει η επανάληψη, αφού μέσω αυτής η νέα κωδικοποιημένη πλέον πληροφορία μπορεί να διατηρηθεί στη μνήμη του μαθητή για μεγάλο χρονικό διάστημα. Έπειτα, ακολουθεί η *φάση της συγκράτησης*, κατά την οποία ο μαθητής κωδικοποιεί περαιτέρω την πληροφορία, έτσι ώστε να γίνει πιο εύκολη η αποθήκευσή της στην μακροπρόθεσμη μνήμη του. Σε αυτήν την φάση, ο εκπαιδευτικός παροτρύνει τους μαθητές να χρησιμοποιούν ο καθένας το δικό του τρόπο κωδικοποίησης, άλλοι με την απομνημόνευση, άλλοι μέσω οπτικών εικόνων και σχημάτων, έτσι ώστε η πληροφορία να γίνει κτήμα του μαθητή και να αποθηκευτεί στην μακροπρόθεσμη μνήμη του (Dittert, Thestrup & Robinson, 2021).

Έπειτα, ακολουθεί η *φάση της ανάκλησης*, κατά την οποία ο μαθητής είναι πλέον σε θέση τόσο να εντοπίσει την πληροφορία όσο και να την ανακαλέσει από την μακροπρόθεσμη μνήμη του. Σε αυτήν τη φάση, ο ρόλος του εκπαιδευτικού περιορίζεται σε κάποιες πιθανές νύξεις με σκοπό τη διευκόλυνση του μαθητή στην ανάκληση της πληροφορίας. Η επόμενη φάση είναι η *φάση της γενίκευσης*, κατά την οποία υπάρχει η δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί η ανακληθείσα πληροφορία σε καινούριες καταστάσεις μάθησης. Αυτή η μάθηση μεταφέρεται με τη βοήθεια των οδηγιών, καθώς και των παραδειγμάτων, που προσφέρει ο εκπαιδευτικός. Τέλος, με την ολοκλήρωση της φάσης της γενίκευσης, ο μαθητής καλείται να προβεί σε μια πράξη με στόχο να επιβεβαιώσει, ότι έμαθε την εκάστοτε πληροφορία. Σε αυτήν τη φάση, τη *φάση της εκτέλεσης*, εξετάζεται εάν ο στόχος της μάθησης υλοποιήθηκε, εφόσον η πράξη, στην οποία προβαίνει ο μαθητής για την επιβεβαίωση της μάθησης είναι επιτυχής.

Αρχικά, οι υποστηρικτές της συγκεκριμένης θεωρίας, της Θεωρίας της Επεξεργασίας Πληροφοριών, όριζαν τη μάθηση ως μια διαδικασία διασύνδεσης στοιχείων-πληροφοριών. Έπειτα, ο ορισμός αυτός άλλαξε, και θεώρησαν τη μάθηση ως μια στιγμιαία και μοναδική κατασκευή νοημάτων και στήριξαν, ότι επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες, όπως την προηγούμενη γνώση του μαθητή, το συναισθηματικό του κόσμο, αλλά και το πολιτισμικό και κοινωνικό περιβάλλον, στο οποίο βρίσκεται και μεγαλώνει. Οι οπαδοί της θεωρίας, όρισαν το ρόλο του εκπαιδευτικού ως αυτόν του βοηθού στην πρόσληψη πληροφοριών.

Παράλληλα, έδωσαν μεγάλη σημασία στην κατασκευή δραστηριοτήτων από τον εκπαιδευτικό, οι οποίες λειτουργούν ως βοήθεια στους μαθητές για την κατανόηση της λογικής αλληλουχίας, που υπάρχει ανάμεσα στα μαθηματικά νοήματα και αποθάρρυναν τη χρήση και οργάνωση ασκήσεων και δραστηριοτήτων, οι οποίες προωθούν μηχανικές διαδικασίες επίλυσης, τις οποίες οι μαθητές εν τέλει δεν κατανοούν. Έτσι, μέσω της Θεωρίας της Επεξεργασίας Πληροφοριών, δίνεται βάση στο γεγονός, πως οι μαθητές θα πρέπει να καταλαβαίνουν τις μαθηματικές πληροφορίες, τις οποίες προσλαμβάνουν, έτσι ώστε να καταφέρουν να τις συνδέουν μετέπειτα με λογική σειρά, έτσι ώστε να διαθέτουν την ικανότητα εν τέλει να τις αποθηκεύσουν με ευκολία στην μακροπρόθεσμη μνήμη τους και να μπορούν να τις ανακαλέσουν ανά πάσα ώρα που τις χρειάζονται.

Η επισωρευτική θεωρία

Επιπλέον, ο Gagne (1970) ανέπτυξε τη δική του θεωρία σε μια προσπάθεια να εξηγήσει τη διαδικασία της μάθησης. Η θεωρία του Gagne ονομάζεται *επισωρευτική θεωρία* και σύμφωνα με αυτήν, η κατάκτηση γνώσης πιο απλουστευμένων δραστηριοτήτων και ασκήσεων είναι αυτό που συμβάλλει στην επίλυση και αντιμετώπιση πιο σύνθετων δραστηριοτήτων από τους μαθητές. Βάσει αυτής της θεώρησης, ο Gagne ανέπτυξε μια μέθοδο την οποία ονόμασε *ανάλυση θέματος* και βάση της οποίας, κάθε πολύπλοκος και σύνθετος διδακτικός στόχος μπορεί και πρέπει να αναλυθεί σε μικρότερους, απλούστερους, τους οποίους ο μαθητής θα πρέπει να έχει ήδη κατακτήσει ως γνώση. Συνεπώς, ορίζει μια ιεραρχία μάθησης και θεωρεί πως για να επιτευχθεί η εκμάθηση μιας έννοιας χρειάζεται πρωτίστως την κατάκτηση όλων των υπόλοιπων εκείνων συμπεριφορών και νοητικών δεξιοτήτων, οι οποίες προηγούνται στην εν λόγω ιεραρχία. Έτσι, υπάρχει ένας συσχετισμός ανάμεσα στη νέα πληροφορία, την επόμενη και την προηγούμενη, αφού κάθε νέα έννοια προς εκμάθηση στηρίζεται στην επιτυχή αφομοίωση των προηγούμενων, ενώ παράλληλα αποτελεί τη βάση για την εκμάθηση της επόμενης.

Παράλληλα, ο Gagne υποστήριζε ότι δεν είναι ίδιες όλες οι διαδικασίες της μάθησης και λόγω αυτού πρότεινε μια κατάταξη οκτώ τρόπων μάθησης, βασισμένος και σε άλλες θεωρίες. Έτσι ξεκίνησε από τους πιο απλούς τρόπους μάθησης και κατέληξε σε πιο σύνθετους. Οι κατηγορίες είναι οι εξής:

1. Η *μάθηση σημάτων*, η οποία είναι η αντίστοιχη κατηγορία μάθησης με εκείνη που πρότεινε ο ψυχολόγος Pavlov, τη μάθηση μέσω της κλασσικής εξάρτησης. Έτσι, ο Gagne περιέγραψε, πως ένα ανεξάρτητο εξωτερικό ερέθισμα προκαλεί μια φυσική και αυτόματη αντίδραση από τον δέκτη του ερεθίσματος, την οποία αποκαλεί ανεξάρτητη αντίδραση.
2. Η *μάθηση μέσω ερεθισμών-αντιδράσεων*. Η δεύτερη αυτή κατηγορία στηρίζεται σε ένα μεγάλο βαθμό στη θεωρία μάθησης, την οποία εισηγήθηκε ο Thorndike και την οποία αναλύσαμε παραπάνω. Έτσι, ο Gagne υποστηρίζει την ύπαρξη σύνδεσης μεταξύ του ερεθίσματος, της επιθυμητής αντίδρασης και της ανταμοιβής της.
3. Η *μάθηση αλυσιδώσεων*. Η τρίτη αυτή κατηγορία μάθησης, την οποία υποστηρίζει ο Gagne στηρίζεται στην αντίληψη, ότι για να επιτευχθεί η μάθηση σε κάποιον, τότε είναι αναγκαία η ύπαρξη μιας σειράς από αλυσιδωτές αντιδράσεις. Για το συγκεκριμένο είδος μάθησης, κρίνεται απαραίτητη η επανάληψη ολόκληρης της αλυσίδας ενεργειών και όχι μέρους αυτής, έτσι ώστε να ενισχυθεί ο τελικός στόχος προς επίτευξη, αλλά και να αποτελέσει ικανοποιητικό και ισχυρό κίνητρο.
4. Η *μάθηση λεκτικών συνειρμών*, η οποία αναφέρεται στη σύνδεση αντικειμένων με τα ονόματά τους, μια σύνδεση, η οποία συμβαίνει συνειρμικά.
5. Η *μάθηση πολλαπλής διάκρισης*, μέσω της οποίας τονίζεται η δυνατότητα του μαθητή να διαφοροποιεί τις αντιδράσεις του ανάλογα με τους διαφορετικούς τύπους ερεθισμάτων. Συγκεκριμένα στη διδασκαλία των Μαθηματικών, η μάθηση πολλαπλής διάκρισης και η ικανότητα αυτή των μαθητών είναι ιδιαίτερα σημαντική, αφού συχνά οι μαθητές φαίνονται να αδυνατούν να κατανοήσουν ή και να αναγνωρίσουν μια μαθηματική έννοια ή ενός γεωμετρικού σχήματος λόγω του ότι δεν έχει υπάρξει ποτέ ουσιαστική εστίαση στη μάθηση των επιμέρους χαρακτηριστικών τους.
6. Η *μάθηση των εννοιών*, η οποία υπογραμμίζει τη διαδικασία, μέσω της οποίας οι μαθητές διαχωρίζουν τις έννοιες, τις κατανοούν ή ακόμη και τις σχηματίζουν. Σε αυτήν την κατηγορία μάθησης περιλαμβάνεται επίσης, η απόκτηση της ικανότητας από τους μαθητές να διακρίνουν ανάμεσα από τους προαναφερθέντες λεκτικούς συνειρμούς και την παρουσίαση των διαφορετικών εκφάνσεων και παραδειγμάτων μιας έννοιας.

7. Η *μάθηση των κανόνων,* η οποία αφορά κατά κύριο λόγο την εκμάθηση και αφομοίωση των ορισμών, καθώς και των σχέσεων που διέπουν τις έννοιες των Μαθηματικών. Τονίζει πως η απομνημόνευση ενός κανόνα από μόνη της δεν αρκεί για να χρησιμοποιηθεί ο κανόνας αυτός στην επίλυση του μαθηματικού προβλήματος, αφού πρέπει να είναι σε θέση να ολοκληρώσουν μια σειρά ενεργειών, οι οποίες θα τους οδηγήσουν εν τέλει στο επιθυμητό αποτέλεσμα και τη λύση.
8. Επομένως, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να εξασφαλίσει ότι ο μαθητής θα έχει όλες τις απαραίτητες βάσεις έτσι ώστε να καταστεί ικανός να εφαρμόσει επαρκώς και με επιτυχία τον κανόνα, όποτε αυτό κρίνεται απαραίτητο. Έτσι, και βάσει των παραπάνω, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να εξασφαλίσει ότι όλες εκείνες οι έννοιες, οι οποίες απαρτίζουν τα χαμηλότερα στρώματα της ιεραρχίας της μάθησης έχουν ήδη εμπεδωθεί από το μαθητή, ενώ παράλληλα θα πρέπει να είναι σε θέση να διατυπώνει καθαρά το λόγο πίσω από την εκμάθηση του κανόνα και το σκοπό του, αλλά και να δίνει καθαρές και συγκεκριμένες οδηγίες στους μαθητές και να τους παρουσιάζει παραδείγματα τα οποία είναι βοηθητικά προς τους μαθητές με σκοπό να καταφέρουν να συλλάβουν και τη δομή και την κεντρική ιδέα του κανόνα που παρουσιάζεται. Έτσι, θα επιτευχθεί η χρήση και η εφαρμογή του κανόνα από τους μαθητές σε πλήθος διαφορετικών αλλά και σχετικών με τον κανόνα καταστάσεων.
9. Η *μάθηση επίλυσης προβλημάτων*, η οποία κατά τον Gagne είναι η ανώτερη μορφή νοητικής δεξιότητας. Για την επίτευξη της επίλυσης προβλημάτων απαιτείται όχι μόνο η σύνθεση μαθηματικών κανόνων, αλλά και η χρήση άλλων ποικίλλων νοητικών δεξιοτήτων, έτσι ώστε να καταστεί δυνατή η αντιμετώπιση προβλημάτων, τα οποία ο μαθητής βλέπει για πρώτη φορά. Ο Gagne τη θεωρεί την ανώτερη μορφή νοητικής δεξιότητας, διότι εντός αυτής περικλείονται ικανότητες, όπως η κατανόηση της φύσης του προβλήματος, η διατύπωση εικασιών και υποθέσεων σχετικές με το πρόβλημα για τη λύση αυτού, ο έλεγχος των υποθέσεων και των εικασιών, η τροποποίησή τους και τέλος η επαλήθευσή τους.

Η θεωρία, η οποία εισήχθη από τον Gagne έχει βασικά πλεονεκτήματα, αλλά και μειονεκτήματα. Καταρχήν, αποτελεί μια σπουδαία θεωρία, αφού μέσω της ανάλυσης των γνωστικών υποθεμάτων του θέματος της διδασκαλίας, την οποία πρεσβεύει, δίνει τη δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να εντοπίζει τους κινδύνους που έγκεινται στην αποτυχία του διδακτικού στόχου, εφόσον αυτοί αφορούν στη μη εμπέδωση κάποιας από τις επιμέρους διδακτικές υποενότητες.

Αυτές βρίσκονται χαμηλότερα στην ιεραρχία μάθησης και αποτελούν προαπαιτούμενες κατακτημένες γνώσεις του μαθητή. Από την άλλη μεριά, το βασικό μειονέκτημα της θεωρίας του Gagne αφορά στο γεγονός, πως οι μαθητές δεν είναι όλοι ίδιοι και διαφέρουν ως προς τον τρόπο με τον οποίον κατακτούν τη γνώση, αλλά και ως προς την ταχύτητα με την οποία αυτή αφομοιώνεται.

Παράλληλα, ένα αρνητικό στοιχείο της θεωρίας αυτής είναι πως δεν είναι δυνατόν να έχουν «κενά» στη γνώση τους όλοι οι μαθητές στα ίδια σημεία της διδακτικής ύλης, με αποτέλεσμα να είναι αδύνατον να καλυφθούν από τον εκπαιδευτικό στο διδακτικό χρόνο που του είναι διαθέσιμος. Συνεπώς, ο εκπαιδευτικός αδυνατεί να αποκαλύψει τα γνωστικά κενά του κάθε μαθητή και να τα αντιμετωπίσει, κάτι το οποίο οφείλεται στην περιορισμένη έκταση του χρόνου εντός των διδακτικών πλαισίων που διαθέτει ο εκπαιδευτικός, ενώ παράλληλα πρέπει να διδάξει έναν μεγάλο όγκο διδακτικής ύλης.

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, να διογκώνονται τα γνωστικά κενά, που έχουν οι μαθητές και εν τέλει, οδηγούν τον μαθητή στην αδυναμία παρακολούθησης και εκμάθησης πιο σύνθετων εννοιών και πληροφοριών, εφόσον δεν κατέχει γνωστικά τις προαπαιτούμενες πληροφορίες. Έτσι, κρίνεται απαραίτητη η υιοθέτηση και ο προγραμματισμός ενισχυτικής και εξατομικευμένης διδασκαλίας, βάσει των αναγκών του κάθε μαθητή, έτσι ώστε να καλυφθούν τα γνωστικά κενά του μαθητή και να ενισχυθεί ο ίδιος, έτσι ώστε να μπορέσει να δεχθεί τις επικείμενες πληροφορίες και να τις κατακτήσει ως δικές του γνώσεις.

Ένα άλλο αρνητικό στοιχείο που αφορά τη θεωρία του Gagne για τη διαδικασία της μάθησης αφορά στο γεγονός πως πολλές φορές, οι μαθητές φαίνεται να καταφέρνουν να ανταπεξέρχονται και να κατακτούν τις σύνθετες δραστηριότητες στα πλαίσια της μαθησιακής ιεραρχίας, χωρίς αναγκαστικά να έχουν λάβει την κατάλληλη εξάσκηση στα προαπαιτούμενα απλούστερα επίπεδα της ιεραρχίας, τα οποία θεωρούνται απαραίτητα από τον Gagne. Ο Dienes (1963), συγκεκριμένα, υποστηρίζει μέσω έρευνάς του, πως οι μαθητές, οι οποίοι κατάφεραν να μάθουν και να ανταπεξέλθουν σε πιο πολύπλοκες καταστάσεις, συνέχισαν τη μάθησή τους σε λιγότερο χρόνο από εκείνον που χρειάστηκε για τους μαθητές, οι οποίοι προχώρησαν εντός της ιεραρχίας που θέτει ο Gagne, δηλαδή από τα απλά προς τα σύνθετα. Έτσι, γίνεται προφανής η πολυπλοκότητα της διαδικασίας της μάθησης, η οποία εξαρτάται από πολυάριθμους παράγοντες, και καταρχήν από την ιδιοσυγκρασία και την προσωπικότητα του ίδιου του μαθητή, αλλά και από την αλληλεπίδρασή του με άλλα γνωστικά αντικείμενα, τα οποία έχει διδαχθεί είτε εντός του σχολικού ή γενικού εκπαιδευτικού περιβάλλοντος, είτε εκτός αυτού, ως γνώση που προέρχεται από την καθημερινή ζωή.

Η θεωρία των σταδίων της νοητικής ανάπτυξης

Πριν να πραγματοποιηθεί αναφορά στην επόμενη θεωρία που αναπτύχθηκε για τη μάθηση, είναι σημαντικό να αναφερθεί, πως κατά τις αρχές του 20ου αιώνα η κοινή γνώμη θεωρούσε, πως οι ανήλικοι μαθητές, ασχέτως της ηλικίας τους, σκέφτονταν με τον ίδιο τρόπο, όπως τα ενήλικα άτομα. Κατά το ίδιο σκεπτικό λειτουργούσαν και οι εκπαιδευτικοί και έτσι η μόνη διαφοροποίηση βάσει της ηλικίας των μαθητών αφορούσε στον όγκο των εργασιών και των ασκήσεων που τους δίνονταν. Παράλληλα, το μάθημα διεξαγόταν με τον πλέον παραδοσιακό και δασκαλοκεντρικό τρόπο, ως μια μορφή διάλεξης και οι μαθητές καλούνταν να δίνουν απόλυτη προσοχή, να κρατούν σημειώσεις και να εξασκούνται με διάφορες ασκήσεις, τις οποίες ανέθετε ο εκπαιδευτικός. Η οπτική αυτή, ότι δεν διαφοροποιείται ο τρόπος σκέψης αναλόγως με την ηλικία, διερευνήθηκε από τον Ελβετό Jean Piaget, ο οποίος ασχολούνταν με την επιστήμη της Γενετικής, και μέσω πειραμάτων, κατέληξε στο συμπέρασμα, ότι η γνωστική λειτουργία και ανάπτυξη των παιδιών διαφέρει ανάλογα με το περιβάλλον και την ηλικία τους.

Τα πειράματα, τα οποία διεξήγαγε ο Piaget έδειξαν, πως οι ικανότητες, οι οποίες αναπτύσσουν τα παιδιά διαφέρουν τόσο από παιδί σε παιδί, όσο και βάσει των γεωγραφικών τους περιβαλλόντων, δηλαδή από περιοχή σε περιοχή. Παρόλα αυτά, παρατήρησε ότι η σειρά, με την οποία εμφανίζονται οι ικανότητες αυτές είναι η ίδια ανεξαρτήτως. Πιο συγκεκριμένα, ανέφερε ότι η κάθε φάση της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών αποτελεί συνέχεια της προηγούμενης φάσης. Έτσι, σύμφωνα με τον Piaget, τα στάδια της νοητικής ανάπτυξης των παιδιών είναι τέσσερα και διαμορφώνονται ως εξής:

1. Το *αισθησιοκινητικό στάδιο* είναι το πρώτο στάδιο, το οποίο ορίζει ο Piaget και ορίζεται από τη στιγμή της γέννησης του ατόμου έως και τα δύο του έτη. Σε αυτήν την ηλικία, τα μωρά χρησιμοποιούν κυρίως την όραση, την ακοή και την αφή για να γνωρίσουν τον κόσμο γύρω τους, δηλαδή χρησιμοποιούν τρεις από τις πέντε ανθρώπινες αισθήσεις. Σε αυτήν την ηλικία, δεν έχει αναπτυχθεί η ικανότητα της γλωσσικής επικοινωνίας και εξαιτίας αυτού η προσοχή του ατόμου είναι στραμμένη προς την παρατήρηση του κόσμου γύρω του. Το παιδί σε αυτήν την ηλικία, σκέφτεται και δρα κατά έναν εγωκεντρικό τρόπο λόγω του γεγονότος, ότι δε διαθέτει την ικανότητα να αντιληφθεί το περιβάλλον του με άλλη οπτική γωνία, πέραν αυτήν του ίδιου.

2. Το επόμενο στάδιο είναι το *προσυλλογικό στάδιο*, το οποίο ορίζεται από τα δύο έως τα επτά έτη ζωής του ατόμου. Κατά τη διάρκεια αυτού του σταδίου, το άτομο αρχίζει να δημιουργεί απλές ταξινομήσεις, οι οποίες έχουν ως βάση την ομοιότητα μεταξύ των αντικειμένων, καθώς και να σχηματίζει στοιχειώδεις έννοιες. Παράλληλα, το παιδί διαμορφώνει σιγά-σιγά γλωσσικές ικανότητες, κάτι το οποίο το βοηθά σε τεράστιο βαθμό στην επικοινωνία με τον περίγυρό του. Εκτός αυτού, αναπτύσσει ικανότητες μίμησης και δραστηριότητες παιχνιδιού. Όσον αφορά τις μαθηματικές του δεξιότητες, σε αυτό το στάδιο, είναι περιορισμένες σε ένα βασικό επίπεδο διαχωρισμού, κυρίως σχημάτων, ενώ προς το τέλος του συγκεκριμένου σταδίου, το παιδί αρχίζει να αναπτύσσει την ικανότητά του να επεξεργάζεται βασικές μαθηματικές έννοιες και να αρχίζει να λύνει διάφορα προβλήματα.
3. Το τρίτο στάδιο που αναγνωρίζεται από τον Piaget, αφορά την ηλικία των επτά έως δώδεκα με δεκατριών ετών και ονομάζεται *στάδιο των συγκεκριμένων λειτουργιών*. Κατά τη διάρκεια αυτών των πέντε ή έξι ετών, το άτομο διαμορφώνει διάφορες ικανότητες.

Καταρχήν, μπορεί πλέον να ελέγχει την σκέψη του, κατανοώντας πλέον την αλληλουχία των λειτουργιών, οι οποίες λαμβάνουν χώρα στο μυαλό του. Παράλληλα, παύει να δρα εγωκεντρικά, αφού υποχωρεί αυτό το στοιχείο της προσωπικότητάς του και μαθαίνει να συνεργάζεται ουσιαστικά με άλλα άτομα.

Παράλληλα, αντιλαμβάνεται τις πιθανές σχέσεις ανάμεσα σε πράγματα ή πρόσωπα, διαθέτει την ικανότητα να εκτελεί αντιστρέψιμες πράξεις, καθώς επίσης και να αποδέχεται την αντιστροφή ορισμένων ενεργειών. Έτσι, η σκέψη του αναπτύσσεται και μεταμορφώνεται σε πιο λογική και περισσότερο συστηματική. Επιπλέον, αντιλαμβάνεται και κατανοεί τη διατήρηση της ποσότητας, μπορεί να συγκρίνει και να συσχετίζει ορισμένες καταστάσεις αλλά και αντικείμενα, τα οποία, επίσης, διαθέτει την ικανότητα να κατατάσσει και να κατηγοριοποιεί βάσει κάποιου χαρακτηριστικού τους.

Τέλος, αναπτύσσει την ικανότητα της νοητικής αναπαράστασης. Επομένως, σε αυτήν την ηλικία, το παιδί έχει την ικανότητα να σχηματίσει και να κατανοήσει τις βασικές μαθηματικές έννοιες, να οικοδομεί την έννοια του συνόλου, της διάταξης, της ακολουθίας, του εμβαδού, του μήκους και του πλάτους και του βάρους.

Από την άλλη μεριά, το παιδί στο στάδιο αυτό δε διαθέτει ακόμη την ικανότητα να κατανοήσει και να επεξεργαστεί πιο σύνθετες μαθηματικές έννοιες, καθώς επίσης δεν διαθέτει ακόμη τη δεξιότητα της αφηρημένης σκέψης.

Επομένως, ο εκπαιδευτικός που ασχολείται με μαθητές αυτής της ηλικιακής ομάδας, είναι σημαντικό να χρησιμοποιεί απτά παραδείγματα, στα οποία δε θα χρησιμοποιεί αφηρημένες έννοιες και καταστάσεις.

Μετά τα δεκατρία έτη της ζωής του, το άτομο κατά τον Piaget μπαίνει στο *στάδιο των τυπικών λειτουργιών* ή αλλιώς το *στάδιο των αφηρημένων νοητικών ενεργημάτων*.

Σε αυτό το στάδιο το άτομο αρχίζει να αναπτύσσει την ικανότητα της αφαιρετικής σκέψης. Έτσι, στην εφηβεία πλέον, το άτομο για να καταλάβει μια έννοια δεν απαιτεί πλέον συγκεκριμένα παραδείγματα, αλλά μπορεί να κατανοήσει πληροφορίες με βάση διάφορες υποθέσεις, έτσι ώστε να καταλήξει στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Επομένως, λόγω της ανάπτυξης της αφαιρετικής του σκέψης, ο έφηβος καταφέρνει να αναπτύξει την κριτική του ικανότητα και συνεπώς να οικοδομήσει τις προσωπικές του θεωρίες.

Παράλληλα, μπορεί να σκέφτεται με ένα συνδυαστικό, αντιστροφικό τρόπο αλλά και να κατανοήσει την έννοια της αμοιβαιότητας των συλλογισμών του.

Επομένως, οι θεωρίες που αναπτύσσονται ή και αφομοιώνονται από το άτομο σε αυτήν την ηλικιακή ομάδα διαθέτουν ευελιξία και είναι δυνατόν να συνδυαστούν με κάποιες άλλες θεωρίες, είτε με αντιστροφικό χαρακτήρα, είτε με αμοιβαία σχέση.

Ο Piaget θεώρησε πως για να φτάσει ένας άνθρωπος σε ένα στάδιο θα πρέπει να έχει περάσει επιτυχώς πρώτα από το προηγούμενο. Επιπροσθέτως, ο Piaget έδειξε ενδιαφέρον περισσότερο για τη λειτουργικότητα του ανθρώπινου εγκεφάλου και θεώρησε πως η διανοητική ανάπτυξη, η μετάβαση σε ένα ανώτερο νοητικό επίπεδο, επιτυγχάνεται μέσω της απόκτησης νέων γνωστικών αντικειμένων, τα οποία το άτομο δεν κατείχε πριν, δηλαδή μέσω της διαδικασίας της μάθησης. Έτσι, η θεωρία του Piaget είναι μια θεωρία αναπτυξιακή, η οποία όμως αφορά τη μάθηση και έχει αποτελέσει σημαντικό παράγοντα επιρροής στις μεθόδους διδασκαλίας, όπως έχουν διαμορφωθεί. Βάσει αυτής της θεωρίας, έχουν προκύψει κάποιες συνέπειες για τη διδασκαλία και τη μάθηση (Τουμάσης, 1994).

Κύρια συνέπεια είναι το γεγονός, πως οι διανοητικές ικανότητες του ατόμου δεν στοιβάζονται η μια πάνω από την άλλη. Αντίθετα, οι νέες ικανότητες τροποποιούν τις παλιές. Παράλληλα, η εξέλιξη της νοημοσύνης των μαθητών είναι κάτι, το οποίο λαμβάνει χώρα μέσω αυθόρμητων ενεργειών ή με τη βοήθεια της εκπαίδευσης, ενώ παράλληλα ο χρόνος, ο οποίος χρειάζεται ένας μαθητής να διασχίσει ένα από τα στάδια που προαναφέρθηκαν μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί ανάλογα με τα οικογενειακά και τα σχολικά πλαίσια, στα οποία βρίσκεται το παιδί, αλλά δε μπορούν τα στάδια αυτά καθ' αυτά να διαφοροποιηθούν, αφού η αλληλουχία τους παραμένει στάσιμη.

Επιπροσθέτως, το σχολικό περιβάλλον υποχρεούται να αναπτύσσει την ερευνητική δραστηριότητα και την πειραματική διάθεση των μαθητών, αφού τα δυο αυτά στοιχεία αποτελούν βασικές λειτουργίες για την επίτευξη της μάθησης και της νοητικής ανάπτυξης, ενώ παράλληλα το σχολικό περιβάλλον δε θα πρέπει να επιβάλλει γνώσεις στο μαθητή, αλλά να είναι βοήθημα στην κατάκτησή τους από το μαθητή μέσω ενεργητικών δραστηριοτήτων.

Έπειτα, το σχολείο θα πρέπει να χρησιμοποιεί κατάλληλα τεχνολογικά μέσα για την ενεργό συμμετοχή των μαθητών, καθώς επίσης και να χρησιμοποιεί τα ενδιαφέροντα, τις εμπειρίες και τις ανάγκες του κάθε μαθητή για την κατάκτηση νέων γνώσεων (Dorouka, Papadakis & Kalogiannakis, 2021).

Έτσι, η διαδικασία της μάθησης δεν είναι μια παθητική διεργασία, αλλά ένα οικοδόμημα, το οποίο κατασκευάζεται από τον ίδιο το μαθητή. Σε αυτά τα πλαίσια, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να είναι σε θέση να οργανώνει κατάλληλες δραστηριότητες, οι οποίες θεωρούν το μαθητή ενεργό στη διαδικασία της εκπαίδευσης μέσω μεθόδων και τεχνικών διδασκαλίας, οι οποίες ενθαρρύνουν τη συζήτηση μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή και υποστηρίζει συνεργατικές μεθόδους μάθησης.

3.2.2. Βασικές θεωρίες μάθησης

Η ανακαλυπτική θεωρία

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η θεωρία στην οποία κατέληξε ο Piaget επηρέασε την επιστήμη της Παιδαγωγικής σε ένα μεγάλο βαθμό. Ο Brunner (1970 στο Menn, 1976), για παράδειγμα, στηρίχθηκε σε μεγάλο βαθμό στην αναπτυξιακή θεωρία του Piaget για τον τρόπο με τον οποίο σκέφτεται και μαθαίνει ένα παιδί. Αυτό οδήγησε τον ψυχολόγο Brunner να διατυπώσει μια δική του παιδαγωγική θεωρία για τη μάθηση. Ο Brunner κατά κύριο λόγο αναφέρθηκε σε μια *ανακαλυπτική προσέγγιση* για τη μάθηση.

Διατεινόταν πως οι μαθητές δε θα πρέπει να αποτελούν δέκτες έτοιμης γνώσης από τον εκπαιδευτικό, αλλά ο ίδιος ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ενθαρρύνει τους μαθητές να ανακαλύψουν από μόνοι τους τις εκάστοτε μαθηματικές έννοιες. Έτσι, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να οργανώνει τη διδασκαλία του με τέτοιον τρόπο, έτσι ώστε να παρακινεί το μαθητή προς την ανακάλυψη μέσω συγκεκριμένων δραστηριοτήτων. Ο Brunner, βέβαια, αντιμετωπίζει την ανακαλυπτική μάθηση, όχι ως ένα προϊόν προς εξερεύνηση, αλλά σαν όλες εκείνες τις διαδικασίες πειραματισμού, που πρέπει να διεξαχθούν για να επιτευχθεί η εξερεύνηση.

Έτσι, η εκμάθηση και η διαδικασία μάθησης των Μαθηματικών είναι μια διαδικασία, η οποία απαιτεί ενεργό συμμετοχή, πειραματισμούς και εξερεύνηση, ανακάλυψη και ανακατασκευή της γνώσης. Έτσι, η ανακάλυψη, η οποία έχει ως αποτέλεσμα την κατανόηση της μαθηματικής έννοιας ή και ιδέας από το μαθητή, μετατρέπεται από μόνη της αυτόματα σε ένα είδος ανταμοιβής για το μαθητή, για τη δημιουργική του εργασία. Για άλλη μια φορά, όμως, προκύπτει το πρόβλημα του ανεπαρκούς διδακτικού χρόνου, ο οποίος είναι πολύ λίγος για την εφαρμογή και την υλοποίηση μιας διδασκαλίας, η οποία είναι βασισμένη στην ανακαλυπτική θεωρία του Brunner.

Επιπλέον, ο Brunner, όσον αφορά τη διδασκαλία των Μαθηματικών, θεώρησε ως κυρίαρχο στόχο την καλλιέργεια της διαισθητικής σκέψης στο μαθητή, αφού οδηγεί σε εικασίες και υποθέσεις, οι οποίες είναι άξιες ελέγχου και διερεύνησης, και συνεπώς σε λύσεις, οι οποίες δεν θα ήταν εφικτές μόνο με τη χρήση του αναλυτικού τρόπου σκέψης. Επομένως, είναι σημαντικό για τους εκπαιδευτικούς να προωθήσουν και να επιτυγχάνουν τον τρόπο διαισθητικής σκέψης, πριν προχωρήσουν στην καθοδήγηση του μαθητή σε τυπικότερους τρόπους κατάληξης σε κάποιο συμπέρασμα και απόδειξη.

Κατά τον Brunner, για να μπορέσει ο μαθητής να κατανοήσει μια έννοια και να επιτευχθεί ο στόχος της γνώσης, θα πρέπει να κατανοήσει πρώτα τη δομή της, δηλαδή τις βασικές αρχές, οι οποίες συνθέτουν την προκειμένη έννοια. Αυτό είναι κάτι το οποίο θα βοηθήσει το μαθητή τόσο εντός των σχολικών πλαισίων, όσο και εκτός αυτών, στην προσωπική καθημερινή του ζωή, ή στην κατάρτιση σε ανώτερες μορφές σπουδών.

Έχοντας κατανοήσει πλήρως τη φύση και τη δομή μιας μαθηματικής έννοιας, ο μαθητής βρίσκεται πλέον σε θέση να εξετάσει και να αντιληφθεί, αν αυτή η έννοια είναι εφαρμόσιμη και εκτός της σχολικής τάξης ή του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος.

Παράλληλα, όσο περισσότερο εμβαθύνει στην κατανόηση της δομής της έννοιας, τόσο περισσότερο θα καταφέρει ο μαθητής να διευρύνει τα πεδία, στα οποία είναι εφαρμόσιμη.

Βασικό προς αναφορά αποτελεί το γεγονός, πως παρότι ο Brunner επηρεάστηκε σε μεγάλο βαθμό από την αναπτυξιακή θεωρία του Piaget, δεν ήταν σύμφωνος και επομένως δεν υιοθέτησε την αντιστοιχία ηλικιακής ανάπτυξης και νοητικής ωρίμανσης που υποστήριξε ο Piaget. Συγκεκριμένα, ο Brunner υποστήριξε πως ανεξάρτητα από το στάδιο ανάπτυξής τους, όλα τα γνωστικά αντικείμενα μπορούν να διδαχθούν σε όλους τους μαθητές. Ο Brunner διατείνεται, πως καμία έννοια δεν είναι δυσνόητη και αυτή η άποψη θεωρήθηκε ριζοσπαστική και ως αποτέλεσμα επηρέασε σε μεγάλο βαθμό την εκπαίδευση.

Έτσι, εισάγεται η έννοια του *σπειροειδούς αναλυτικού προγράμματος* (spiral curriculum) με τη χρήση του οποίου οι έννοιες εισάγονται από νωρίς, ενώ είναι προσαρμοσμένες στις ανάγκες και νοητικές ικανότητες των παιδιών αναλόγως με την ηλικία τους και στη συνέχεια επαναλαμβάνονται και εμβαθύνονται, περνώντας σε μεγαλύτερες τάξεις, ενώ κάθε επανάληψη προσφέρει εμπλουτισμένη γνώση για την εκάστοτε έννοια και προωθεί την επεξεργασία της σε ένα ανώτερο νοητικό επίπεδο.

Μέσω της θεωρίας του, ο Brunner υποστήριξε τη μαθητοκεντρική εκπαίδευση και περιόρισε το ρόλο που διαθέτει ο εκπαιδευτικός σε αυτήν. Ο μαθητής είναι υπεύθυνος για τον πειραματισμό του, για τη διατύπωση διάφορων εικασιών και τη μετέπειτα απόρριψη ή επιβεβαίωσή τους, την εξερεύνηση και τέλος, την ανακάλυψη νέων γνωστικών αντικειμένων. Ο περιορισμένος ρόλος του εκπαιδευτικού δε συνεπάγεται, ότι παύει να είναι κρίσιμος και απαραίτητος στη διαδικασία της μάθησης, αλλά παραμένει να είναι εκείνος, ο οποίος πρέπει να οργανώσει και να υλοποιήσει κατάλληλες δραστηριότητες, μέσω των οποίων θα χρησιμοποιηθούν οι εμπειρίες των μαθητών αλλά και θα προάγουν τους διδακτικούς στόχους που πρέπει να επιτευχθούν, ενώ παράλληλα κεντρίζουν το ενδιαφέρον των μαθητών για να λάβουν δράση.

Αναφέροντας τις θεωρίες, στις οποίες υπήρξε ως βάση η αναπτυξιακή θεωρία του Piaget, είναι σημαντική αναφοράς η *θεωρία κατασκευής της γνώσης*, η οποία αποτελεί την πιο σύγχρονη και την πιο ευρέως αποδεκτή θεωρία για την εκπαίδευση. Η *Κατασκευαστική Θεωρία* βασίζεται τόσο στη θεωρία του Piaget, όσο και σε μελέτες θεωρητικών και ερευνητών παιδαγωγών στο πεδίο της εκπαίδευσης στα Μαθηματικά (Sinclair, 1987; Steffe, 1988).

Η κατασκευαστική θεωρία

Όπως αναφέρει και το όνομά της, η Κατασκευαστική θεωρία βασίζεται στη νόηση, ότι η γνώση αποτελεί ένα προϊόν, το οποίο κατασκευάζεται από τον ενεργό μαθητή και δεν είναι κάτι το οποίο μεταβιβάζεται σε αυτόν με έναν παθητικό τρόπο μέσω του εκπαιδευτικού περιβάλλοντός του. Ο μαθητής, έτσι, καταφέρνει να κατανοεί τις νέες έννοιες, τις οποίες διδάσκεται μέσω της χρήσης των δικών του προηγούμενων γνώσεων και παύει πλέον να απορροφά γνώσεις παθητικά από τον εκπαιδευτικό, ενώ παράλληλα δεν αποδέχεται τυφλά και ενστερνίζεται τις απόψεις του εκπαιδευτικού. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι αυτός του ασυμβίβαστου με τις ήδη υπάρχουσες γνώσεις

του παιδιού, επιχειρώντας τον εμπλουτισμό τους μέσω της έκθεσης του μαθητή σε μια καινούρια προβληματική κατάσταση με τελικό σκοπό να δώσει το ερέθισμα για την κατασκευή γνώσης. Το ερέθισμα αυτό είναι επαρκές και επιτυχημένο υπό την προϋπόθεση, ότι οι ήδη υπάρχουσες γνώσεις του μαθητή δεν επαρκούν για την επίλυση του προβλήματος, που του έχει παρουσιαστεί. Έτσι, ο μαθητής καταβάλλει μια προσπάθεια αντιμετώπισης του προβλήματος που εξετάζει και μέσω αυτής της προσπάθειας του αναδιαμορφώνει και τροποποιεί κατάλληλα τις προηγούμενες ιδέες και αντιλήψεις του, με τελικό σκοπό την ερμηνεία της προβληματικής αυτής κατάστασης (Dias & Brito, 2021).

Επομένως, οι λύσεις στο εκάστοτε πρόβλημα που προτείνονται από τον κάθε μαθητή είναι φυσικό επόμενο να διαφέρουν, από τη στιγμή που αποτελούν ερμηνείες βασισμένες στις προσωπικές απόψεις, εμπειρίες, αντιλήψεις, προϋπάρχουσες γνώσεις και νέες γνώσεις κατασκευασμένες από τον κάθε μαθητή.

Παράλληλα, όμως, εκτός από το σχολικό του περιβάλλον, ο μαθητής δέχεται επιρροές από την οικογένειά του, τους φίλους του και το γενικό κοινωνικό και πολιτισμικό περιβάλλον του. Έτσι, η ικανότητα του μαθητή να κατασκευάσει τη γνώση του επηρεάζεται από τον περίγυρό του, αφού μέσω αυτού εμπλουτίζονται και τροποποιούνται οι γνώσεις που διαθέτει ο κάθε μαθητής.

Όσον αφορά τη διδασκαλία των Μαθηματικών, η κατασκευαστική θεωρία υποστηρίζει, πως η διαδικασία εκμάθησης των Μαθηματικών αποτελεί μια ανθρώπινη δραστηριότητα, η οποία είναι ζωντανή και στην οποία παίζουν καθοριστικό ρόλο τόσο η κοινωνική αλληλεπίδραση εντός των εκπαιδευτικών πλαισίων, όσο και η αλληλεπίδραση εκτός αυτών των πλαισίων της τάξης. Επομένως, η ύπαρξη μιας ατμόσφαιρας εντός του σχολείου, η οποία προωθεί τη συνεργατική μάθηση είναι κάτι το οποίο συμβάλλει σε ύψιστο βαθμό στην εκπαίδευση των μαθητών σε πολλά γνωστικά αντικείμενα πέρα από τις αυστηρές μαθηματικές έννοιες και ιδέες.

Μέσω της συνεργατικής μάθησης αναπτύσσονται από τους μαθητές θετικές απόψεις για το μάθημα των Μαθηματικών, για τη χρησιμότητα που έχουν τα Μαθηματικά, για το ρόλο του δασκάλου στην εκπαίδευσή τους, ενώ παράλληλα μειώνεται και ο φόβος που πιθανόν να υπάρχει απέναντι από τα Μαθηματικά και τον αυστηρό τρόπο διδασκαλίας, μέσω του οποίου αποκτάται η γνώση. Παράλληλα, μέσω της ομαδοσυνεργατικής μάθησης, οι μαθητές ενθαρρύνονται να συζητούν ζητήματα τα οποία προκύπτουν, να διαπραγματεύονται πιθανές λύσεις και ερμηνείες των μαθηματικών προβλημάτων και όχι μόνο και καλλιεργεί την εμπιστοσύνη ανάμεσα σε όλα τα μέλη της τάξης, δημιουργώντας καλές σχέσεις ανάμεσα στους μαθητές, αλλά και

μεταξύ των μαθητών και του εκπαιδευτικού, κάτι το οποίο είναι ιδιαίτερα καταλυτικό για να υπάρξει περισσότερη μάθηση.

Εξίσου βασική ιδέα της κατασκευαστικής θεωρίας αποτελεί το γεγονός, πως η μάθηση ενεργοποιείται μέσα από καταστάσεις, οι οποίες είναι προβληματικές (Thompson, 1985). Εν ολίγοις, κάθε μαθητής προσπαθεί να λύσει τα προβλήματα, τα οποία βρίσκει ενδιαφέροντα και αυτό είναι κάτι το οποίο διαφέρει, ανάλογα με τις γνώσεις, τις εμπειρίες και τους σκοπούς, που θέτουν οι ίδιοι οι μαθητές.

Παράλληλα, το στάδιο της νοητικής ανάπτυξης και μαθηματικής κατανόησης, στο οποίο βρίσκεται ο κάθε μαθητής διαμορφώνει και επιβάλλει ποικίλους τύπους λύσεων και διαφορετικούς τρόπους ερμηνείας των μαθηματικών προβλημάτων από την οπτική γωνία των μαθητών. Έτσι, τα μαθηματικά προβλήματα, τα οποία προσπαθεί και καταφέρνει να λύσει ο μαθητής είναι άμεσα συνδεδεμένα με το προσωπικό του ενδιαφέρον σε αυτά, αλλά και του νοητικού επιπέδου που έχει κατακτήσει, καθώς και των γνώσεων και δεξιοτήτων του στα Μαθηματικά.

Η κοινωνικοπολιτισμική θεωρία

Οι θεωρίες, οι οποίες θέτουν τη μάθηση ως μια καθαρά ατομική διαδικασία, καταρρίφθηκαν από νέες θεωρίες, επιστημολογικές, αλλά και ψυχολογικές, κοινωνικές, οι οποίες υιοθέτησαν την ιδέα, ότι η απόκτηση γνώσεων αποτελεί μια διαδικασία, η οποία αφορά κοινωνικά και πολιτισμικά ζητήματα (Cobb & Bowers, 1999; Kieran, Forman & Sfard, 2002). Έτσι, η διαδικασία απόκτησης γνώσεων θεωρείται πλέον μια διαδικασία, η οποία απαιτεί συλλογική δράση και αλληλοεπιδρά με τον κοινωνικό περίγυρο και το πολιτισμικό περιβάλλον.

Τη βάση για τη σύγχρονη αυτή θεωρία αποτελούν οι ιδέες του Vygotsky, αλλά και των συναδέλφων του (ψυχολόγοι) Leontev και Luria. Ο πυρήνας της κοινωνικοπολιτισμικής θεωρίας είναι η αντίληψη, ότι όλες οι δραστηριότητες του ανθρώπου γίνονται εντός συγκεκριμένων κοινωνικών πλαισίων, ενώ παράλληλα επηρεάζονται από ένα σύνολο πολιτισμικών διαστάσεων, όπως είναι η γλώσσα και τα λοιπά συστήματα συμβόλων (όπως οι αριθμοί) (Wertsch, 1991). Ο Vygotsky (1878 στο Kozulin, 2004) θεωρεί τη νοητική ανάπτυξη ως μια διαδικασία, η οποία συνδέεται τόσο με την ιστορική, όσο και με την πολιτισμική διάσταση και τα αντίστοιχα πλαίσια εντός των οποίων λαμβάνει χώρα. Συνεπώς, όπως αναφέρουν οι Daniels & Walker (2001), ένα παιδί δεν αποτελεί παθητικό δέκτη των καταστάσεων, αλλά μέσω των πράξεων του, διαμορφώνει τη δική του πραγματικότητα.

Η εκπαίδευση των Μαθηματικών επηρεάστηκε σε μεγάλο βαθμό από αυτήν τη σύγχρονη θεωρία, αναγνωρίζοντας, έτσι, την επιρροή του κοινωνικοπολιτισμικού περιβάλλοντος στην οικοδόμηση της γνώσης. Συνεπώς, η έρευνα της μαθηματικής εκπαίδευσης παύει να μελετά το άτομο, και επικεντρώνεται στο κοινωνικό και πολιτισμικό φόντο εντός του οποίου αποκτάται η μάθηση (Van Oers, 1998; Κολέζα & Σκορδούλης, 2000; Lerman, 2001; Kaldrimidou, Sakonidis, & Tzekaki, 2008; Jaworski & Potari, 2009). Μέσω της μελέτης αυτής, παρατηρούνται κάποια συμπεράσματα για την εκπαίδευση των Μαθηματικών. Αυτά είναι τα εξής:

- Ο μαθητής κατακτά την γνώση μόνο σε περίπτωση που το επιθυμεί.

Παράλληλα, ο μαθητής κατακτά μόνο εκείνη τη γνώση, η οποία του φαίνεται ενδιαφέρουσα. Επομένως, η ύλη, η οποία διδάσκεται θα πρέπει να οργανώνεται με βάση τις ανάγκες των μαθητών σαν σύνολο, αλλά και σαν μεμονωμένα άτομα.

Ταυτόχρονα, θα πρέπει να έχει ως βάση και τα ενδιαφέροντα και τις αξίες των μαθητών, τις κλίσεις τους, τις ικανότητές τους, αλλά και τους προσωπικούς τους σκοπούς.

- Ο μαθητής αποκτά γνώση μόνον όταν βρίσκεται σε πνευματική, αλλά και φυσική θέση για την μάθηση.

Έτσι, η ύλη, η οποία προσφέρεται θα πρέπει να οργανώνεται σύμφωνα με τις ικανότητες που διαθέτει ο μαθητής, τόσο σε σωματικά όσο και σε πνευματικά επίπεδα.

- Η γνώση κατακτάται μέσω εμπειριών.

Η διαδικασία της μάθησης αφορά σε μεγάλο βαθμό την τροποποίηση και αλλαγή της συμπεριφοράς του μαθητή. Η νέα γνώση είναι άμεσα συνδεδεμένη με τη γνώση, η οποία προϋπάρχει. Συνεπώς, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να βρίσκεται σε τέτοια θέση, έτσι ώστε να συνδέσει με επαρκή και κατάλληλο τρόπο την προϋπάρχουσα γνώση με την καινούρια.

- Η κατάκτηση της γνώσης γίνεται με την ενεργό συμμετοχή του μαθητή.

Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να δίνει βήμα στο μαθητή, έτσι ώστε ο δεύτερος να έχει ελευθερία σκέψης και δράσης, αλλά και έκφρασης. Ως αποτέλεσμα, ο μαθητής νιώθει άνετα για να λάβει δράση εντός των εκπαιδευτικών πλαισίων, καθώς και για τη γενική συμμετοχή του στη διαδικασία της μάθησης.

- Χρειάζεται κατάλληλη ατμόσφαιρα.

Εντός του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος θα πρέπει να υπάρχει μια ευχάριστη ατμόσφαιρα, μέσω της οποίας, ο μαθητής θα αισθάνεται ασφαλής και ελεύθερος, ενώ παράλληλα να αισθάνεται, ότι του δίνονται ευκαιρίες. Έτσι, η ατμόσφαιρα του εκπαιδευτικού περιβάλλοντος θα πρέπει να εμπνέει συναισθήματα ψυχικής άνεσης και διανοητικής επάρκειας.

- Η γενική γνώση κατακτάται μέσω επιμέρους τμημάτων.

Οι γνώσεις, τις οποίες καλείται ο μαθητής να αποκτήσει θα πρέπει να προσφέρονται με ένα σαφή και ξεκάθαρο τρόπο. Παράλληλα, θα πρέπει να είναι συγκεκριμένες και να μην αλλοιώνεται η σημασία τους από άλλες μη σχετικές πληροφορίες. Επιπλέον, η κάθε δραστηριότητα που προσφέρεται με σκοπό την απόκτηση γνώσης θα πρέπει να έχει συγκεκριμένο στόχο, ο οποίος θα αφορά μια έννοια τη φορά. Με αυτόν τον τρόπο, ελαχιστοποιείται ο κίνδυνος διάσπασης της συγκέντρωσης ή της προσοχής του μαθητή, και εστιάζει την προσοχή του στη συγκεκριμένη διδασκόμενη έννοια.

- Ο κάθε μαθητής διαθέτει προσωπικό τρόπο κατάκτησης γνώσεων.

Η διαδικασία με την οποία κατακτά κανείς γνώση αποτελεί ένα προσωπικό ζήτημα. Βάσει αυτού, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να ενθαρρύνει το μαθητή να οικοδομήσει τη γνώση του με τον κατάλληλο-για το δεύτερο-τρόπο.

- Ο κάθε μαθητής διαθέτει προσωπικό ρυθμό κατάκτησης γνώσεων.

Η ταχύτητα και ο ρυθμός με τον οποίο μαθαίνει καθένας διαφέρουν από μαθητή σε μαθητή. Επομένως, ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι να προσαρμόζει τη διδασκαλία του με βάση τις ανάγκες και τους ρυθμούς μάθησης των μαθητών.

- Η διαδικασία της μάθησης μπορεί να βοηθηθεί από την επανάληψη.

Η εδραίωση, μονιμοποίηση και σταθεροποίηση των νέων γνώσεων αποτελούν διαδικασίες, οι οποίες λαμβάνουν χώρα με καλύτερα αποτελέσματα, όταν οι νέες γνώσεις συναντώνται από τους μαθητές ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Με αυτόν τον τρόπο, η γνώση ανακαλείται και επαναλαμβάνεται.

3.2.3. Σύγχρονες προσεγγίσεις μάθησης

Η εξέλιξη της έρευνας στη Διδακτική των Μαθηματικών μέσα στις προηγούμενες δεκαετίες, έχει ως σημερινή απόρροια την έμφαση της σχετικής έρευνας στην ανάλυση της σχέσης, η οποία υπάρχει ανάμεσα στα γεγονότα, τα οποία λαμβάνουν χώρα εντός του γενικού κοινωνικού και πολιτισμικού πλαισίου και πως επηρεάζουν το πλαίσιο της σχολικής τάξης (de Abreu, 2000). Το κυρίαρχο ερευνητικό ζήτημα στη σημερινή εποχή είναι, όπως υποστηρίζει ο Lerman (2001), είναι η σχέση μεταξύ των ενεργειών των εμπλεκόμενων-ως άτομα αλλά και ως ομάδα-εντός της σχολικής αίθουσας, και της ιστορίας και του πολιτισμού τους. Λόγω αυτού, έχει υπάρξει, παράλληλα, και ένας ακαδημαϊκός προβληματισμός για τη μεθοδολογική προσέγγιση του θέματος εντός της σχολικής αίθουσας.

Για τη μεθοδολογική αυτή προσέγγιση έχουν αναπτυχθεί θεωρητικά πλαίσια, όπως η *πολιτισμική διαλογική ψυχολογία*, η *κριτική παιδαγωγική* και η *επικοινωνιακή προσέγγιση*.

Πολιτισμική διαλογική ψυχολογία και κριτική παιδαγωγική

Η *πολιτισμική διαλογική ψυχολογία* έχει ως αφετηρία την υπόθεση, ότι η ανθρώπινη νόηση γίνεται αισθητή στους τρόπους, με τους οποίους το άτομο εκφράζεται (Lerman, 2001). Εν ολίγοις, αναφέρει ότι κάθε ενέργεια, η οποία γίνεται με σκοπό την επικοινωνία έχει ως προϋπόθεση την ύπαρξη κάποιων αποδεκτών κοινωνικών εννοιών και νοημάτων, μέσω των οποίων αντιπροσωπεύεται μια κουλτούρα. Έχοντας ως εφαλτήρια έννοια τον γλωσσικό κώδικα, τον πολιτισμό αλλά και το νόημα των πραγμάτων, τα οποία προϋπάρχουν της ύπαρξης του ατόμου, συμπεραίνεται ότι το περιεχόμενο της γνώσης που αποκτάται αλλά και αυτής της οποίας η απόκτηση είναι ο στόχος, υπάρχουν εντός των πλαισίων της κουλτούρας, στην οποία το άτομο ανατρέφεται και ζει. Βέβαια, κάθε έκφραση μπορεί να έχει πλήθος νοημάτων, τα οποία το άτομο καλείται να «δοκιμάσει», έτσι ώστε με μια πρακτική προσέγγιση να φτάσει στην προσδόκιμη απάντηση για το νόημα της εκάστοτε έκφρασης. Έτσι, οι σχετικοί ερευνητές δίνουν έμφαση στο θέμα της μελέτης της προσωπικότητας του μαθητή ως ένα ενεργό μέλος της σχολικής αίθουσας και γενικά της διδακτικής διαδικασίας.

Συγκεκριμένα, για το μάθημα των Μαθηματικών, αυτή η μελέτη αφορά την προσωπικότητα των μαθητών και τον τρόπο που αυτή αναπτύσσεται και εμφανίζεται τόσο μέσα από τους τρόπους, με τους οποίους διαπραγματεύεται ο δάσκαλος τις δραστηριότητες των Μαθηματικών και τα σχολικά εγχειρίδια, όσο και τις προηγούμενες εμπειρίες του μαθητή, τις οποίες αναπόφευκτα «φέρνει» εντός της σχολικής αίθουσας (Harmer, 2007), τις κοινωνικές σχέσεις, τις οποίες αναπτύσσει με τους υπόλοιπους μαθητές και εκπαιδευτικούς, αλλά και τη χρήση των πολιτισμικών μαθηματικών εργαλείων (Lerman, 2001). Συνεπώς, στη συγκεκριμένη προσέγγιση, βασικό ρόλο διαδραματίζουν το *φύλο* των μαθητών, η *εθνικότητά* τους, καθώς και η *κοινωνική θέση* τους.

Η *κριτική παιδαγωγική*, από την άλλη μεριά, εστιάζει σε μια άλλη σχέση: αυτή της γνώσης με την εξουσία. Επομένως, η έμφαση στην προσέγγιση της Κριτικής Παιδαγωγικής δίνεται σε μορφές εξουσίας, τόσο *θεσμικές*, όσο και *πολιτισμικές*.

Τέτοιες είναι η *κοινωνική τάξη*, το *φύλο*, η *φυλή* και η *οικονομία*, που επηρεάζουν τη συμπεριφορά του μαθητή.

Όσον αφορά τη συγκεκριμένη προσέγγιση, οι μελέτες εστιάζουν στη διερεύνηση των σχέσεων, που υπάρχουν ανάμεσα στα παραπάνω και της ανάπτυξης της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών, αλλά και στη διερεύνηση των παραγόντων, οι οποίοι εμποδίζουν συγκεκριμένα άτομα και ομάδες ατόμων να λαμβάνουν αποφάσεις εντός αυτών των πλαισίων (Matthews, 2003).

Επικοινωνιακή προσέγγιση

Η *επικοινωνιακή προσέγγιση* έχει ως βάση την υπόθεση, πως η ανθρώπινη σκέψη έχει τη δυνατότητα να διερευνηθεί ως ένα είδος επικοινωνίας, αφού μπορεί να θεωρηθεί ως ένας συνεχής εσωτερικός διάλογος του ατόμου (Sfard, 2001).

Οι ερευνητές-υποστηρικτές της επικοινωνιακής προσέγγισης θεωρούν, πως κάθε δραστηριότητα και γεγονός της εκπαιδευτικής διαδικασίας μπορεί να ερμηνευθεί ως ένα είδος επικοινωνιακής διαδικασίας-αφού αφορά την ανταλλαγή μηνυμάτων-όπου λαμβάνει χώρα εντός συγκεκριμένων κοινωνικών και πολιτισμικών συγκυριών και περιβαλλόντων. Έτσι, οι σχετικοί ερευνητές θεωρούν, πως οποιαδήποτε ενέργεια ενός εκ των συνομιλητών στη μάθηση αποτελεί ένα προϊόν ομαδικής δραστηριότητας και όχι μια απόρροια αποκλειστικά προσωπικών ικανοτήτων σε σχέση με τη μαθηματική δυνατότητα του κάθε μαθητή.

Επομένως, ορίζουν τη «*μαθηματική επικοινωνία*», ένας όρος, ο οποίος αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίον οι άμεσα εμπλεκόμενοι στην εκπαιδευτική διαδικασία (μαθητές, εκπαιδευτικοί) μπορούν να δηλώνουν τις προθέσεις τους με ένα σαφή τρόπο, αλλά και πως μπορούν να αναπτυχθούν θετικές αλληλοεπιδράσεις ανάμεσα στα μέλη της σχολικής τάξης με γνώμονα τις κατάλληλες μαθηματικές δραστηριότητες (Χαβιάρης, Καφούση & Καλαβάσης, 2003).

3.2. Η ψηφιακή προσέγγιση

Ο Papert, Μαθηματικός και παιδαγωγός του Media Lab του MIT (Massachusetts Institute of Technology), θεώρησε ορθή τη χρήση των σύγχρονων τεχνολογικών εργαλείων για την εκμάθηση των Μαθηματικών. Η θεωρία αυτή του Papert έχει ως βάση την αξιοποίηση των τεχνολογικών μέσων, τα οποία αποτελούν ένα «πολιτισμικό αγαθό». Παράλληλα, η συγκεκριμένη προσέγγιση έχει άμεση σχέση με τη θεωρία του Piaget (βλ. *Η θεωρία των σταδίων της νοητικής ανάπτυξης*), η οποία αποτέλεσε μια εναλλακτική θεώρηση από την προγενέστερη, δηλαδή του *Συμπεριφορισμού*.

Για τον Papert, η μάθηση αποτελεί μια διαδικασία της ανθρώπινης φύσης, ενώ θεωρεί τη μάθηση των Μαθηματικών ως μια δραστηριότητα φυσικής εξέλιξης της λογικής (μαθηματικής) σκέψης, την οποία και θεωρεί όμοια διαδικασία με την εκμάθηση της γλώσσας (Papert, 1980).

Η πρόταση του Papert είναι η σχεδίαση τεχνητών περιβαλλόντων, τα οποία οφείλουν να είναι πλούσια σε δυνατότητες, έτσι ώστε να προσφέρουν στους μαθητές τις κατάλληλες εμπειρίες για να δημιουργούν μαθηματικά νοήματα, αφού, κατ' αυτόν, τα παιδιά διαθέτουν την ικανότητα της σκέψης με αρκετά ανώτερους τρόπους από εκείνων που υποστηρίζονταν στην μέχρι τότε βιβλιογραφία (Papert, 1980).

Έτσι, αφιερώνει χρόνο μελέτης στα νοήματα, τα οποία μπορούν να δομηθούν από τα παιδιά, σε μια προσπάθεια να κατανοήσει τι καταλαβαίνουν και τι όχι, καθώς και ποια από τα ήδη υπάρχοντα νοήματα ίσως παρανοούν. Το 1971 αναπτύσσει σε συνεργασία με άλλους στο MIT, τη γλώσσα «*Logo*» (Feurzig & Papert, 1971 στο Kynigos, 2015), χρησιμοποιώντας, με αυτόν τον τρόπο, τον προγραμματισμό ως ένα μέσο για την ανάπτυξη των διαισθητικών εννοιών στους μαθητές, καθώς επίσης και ως ένα εργαλείο, που του επιτρέπει τη δοκιμή και την παρατήρηση αποτελεσμάτων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Αυτό επιτρέπει στους μαθητές να ομαδοποιούν ένα σύνολο ιδεών και στη συνέχεια να το χρησιμοποιούν ως καινούριο αντικείμενο σε «υψηλότερο αφαιρετικό επίπεδο», αλλά και να στοχαστούν πάνω σε αυτό το νέο αντικείμενο (Douady, 1985).

Στη Διδακτική των Μαθηματικών, η χρήση του προγραμματισμού αποτελεί ένα εργαλείο για τη δόμηση ιδεών, και την έκφραση ή τη διερεύνησή τους, καθώς θεωρείται πως μπορεί να δημιουργήσει σημαντικές ευκαιρίες για την κοινωνική κατασκευή νοημάτων εντός των σχολικών πλαισίων.

Τα νοήματα, τα οποία κατασκευάζονται από τους μαθητές είναι άμεσα συνδεδεμένα με το περιβάλλον εντός του οποίου τα αναπτύσσουν, καθώς και με τα μέσα τα οποία χρησιμοποιούν για να φτάσουν στην ανάπτυξη νοημάτων. Οι μαθητές αλληλεπιδρούν με τα παραπάνω, και από αυτά επηρεάζεται η σκέψη τους. Η παραπάνω σχέση αποτυπώνεται από τους Noss και Hoyles (1996) με τον όρο «*εγκαθιδρυμένες αφαιρέσεις*», συμφωνώντας με τον Papert, ότι οι μαθητές διαθέτουν την ικανότητα μαθηματικής αφαιρετικής σκέψης και τονίζουν τη σημασία, που έχει η περιγραφή αυτών των αφαιρετικών σκέψεων.

Παράλληλα, οι Noss και Hoyles (1996) υποστηρίζουν ότι οι αφαιρετικές αυτές σκέψεις είναι *μερικές*, αφού αυτές έρχονται στην επιφάνεια μετά από πολύ συγκεκριμένες καταστάσεις, οι οποίες δημιουργούνται μέσω των τεχνολογικών μέσων, τα οποία χρησιμοποιούνται από το περιβάλλον της σχολικής αίθουσας, από τις δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα εντός των εκπαιδευτικών πλαισίων, καθώς και από τις παρεμβάσεις που κάνει ο εκπαιδευτικός. Όπως και ο Papert, δίνουν έμφαση σε έννοιες, τις οποίες δημιουργούν οι ίδιοι οι μαθητές και τονίζουν τη σημασία του να τις κατανοήσουμε, καθώς και να καταλάβουμε τον τρόπο, με τον οποίο δημιουργούνται. Τελικό σκοπό αποτελεί η διαμόρφωση κατάλληλων τεχνολογικών περιβαλλόντων, τα οποία προωθούν εύρος ευκαιριών στους μαθητές, έτσι ώστε οι τελευταίοι να παράγουν τις έννοιες.

Με τον όρο «μαθηματική έννοια» δίνεται η σημασία των κατασκευασμάτων των μαθητών μέσα από την κοινωνική δράση τους, όταν αυτό γίνεται σε εκπαιδευτικό περικείμενο. Ο Vergnaud (1991 στο Καλλιβρετάκη, 2011), Γάλλος ψυχολόγος, αναφέρει πως η *μαθηματική έννοια* δε μπορεί να εκτιμηθεί σε απομόνωση, μιας και έχει άμεση σχέση με:

1. Διαφορετικές έννοιες, οι οποίες συνδέονται με αυτήν,
2. Τις καταστάσεις, στις οποίες υπάρχει η δυνατότητα χρήσης της, και
3. Μια ομάδα αναπαραστάσεών της.

Ο Vergnaud ονομάζει την παραπάνω τριάδα «*νοητικό πεδίο»* και τονίζει, ότι αυτός είναι ο τρόπος κατάλληλης αναφοράς στις μαθηματικές έννοιες.

Η Mariotti (2002) προσπάθησε μέσα από έρευνές της σε μαθησιακά περιβάλλοντα, τα οποία αξιοποιούν την τεχνολογία, να αποδώσει ένα πλαίσιο κατανόησης της δημιουργίας των μαθηματικών νοημάτων.

Έχοντας ως βάση την έννοια της «κοινωνικής διαμεσολάβησης του νοήματος» (Vygotsky, 1978, βλ. *Η κοινωνικοπολιτισμική θεωρία*), ενέταξε την δραστηριότητα αναπαράστασης με τη χρήση ψηφιακών μέσων στο ίδιο πλαίσιο εργαλείων αναπαράστασης της γραπτής και προφορικής γλώσσας. Έτσι, «η μαθηματική δραστηριότητα με ψηφιακά μέσα εκλαμβάνεται ως κοινωνική διαμεσολάβηση του μαθηματικού νοήματος, που μπορεί να επιτευχθεί εναλλακτικά με το γραπτό και προφορικό λόγο» (Καλλιβρετάκη, 2011).

Από την άλλη μεριά, υπάρχει ο όρος «*εκφραστικά μέσα*» ο οποίος χρησιμοποιείται από τους Hoyles και Noss για να διακρίνουν ανάμεσα στα λογισμικά των Μαθηματικών, τα οποία έχουν να κάνουν με τη διερεύνηση, και εκείνων των λογισμικών που αποτελούν «μικρόκοσμους», στα οποία δίνεται μεγάλη έμφαση στη διαδικασία της *κατασκευής* (Kafai & Resnick, 1996) καθώς και στην χρήση του προγραμματισμού για την έκφραση των μαθηματικών νοημάτων.

Η διερευνητική δραστηριότητα με «μικρόκοσμους» αποτελεί ένα κεντρικό σημείο στη μάθηση των Μαθηματικών με τη χρήση των εκφραστικών ψηφιακών μέσων. Ο όρος «μικρόκοσμος» αποτελεί «δάνειο», το οποίο πήρε ο Papert από τον τομέα της τεχνητής νοημοσύνης, δίνοντάς του στη συνέχεια, ένα διευρυμένο νόημα, κατάλληλο για τη χρήση του στη Διδακτική των Μαθηματικών. Ο *μικρόκοσμος* «είναι ένα λογισμικό, αλλά και ένας αυτοτελής κόσμος, όπου οι μαθητές μπορούν να μάθουν να μεταφέρουν συνήθειες διερεύνησης από την προσωπική τους εμπειρία», όπως αναφέρει ο ίδιος (Papert, 1980). Συνεπώς, ο *μικρόκοσμος* μπορεί να χαρακτηριστεί ως ένα είδος *υπολογιστικού περιβάλλοντος*. Ως όρος εμπεριέχει ένα κράμα μαθηματικών εννοιών και σχέσεων και αν συνοδευτεί από τις κατάλληλες μαθηματικές δραστηριότητες και εκπαιδευτική καθοδήγηση, προσδίδει στους μαθητές την ευκαιρία να παράγουν μαθηματικά νοήματα σε δραστηριότητες, οι οποίες είναι δημιουργικές και διερευνητικές.

Ο παραπάνω διαχωρισμός των μικρόκοσμων από τα υπόλοιπα ψηφιακά εργαλεία, δεν σημαίνει απαραίτητα πως οι πρώτοι δεν αποτελούν εργαλεία μέσα από τα οποία μπορούν να εκφραστούν νοήματα (Liu & Hwang, 2020).

Τέλος, ο diSessa (2000) αναφέρει, ότι οι «*διεπιφάνειες συμβολικής γλώσσας*» δίνουν στους μαθητές την ευκαιρία να εμπλέκονται σε δραστηριότητες, όπου ο «φορμαλισμός», δηλαδή η προσκόλληση σε μορφοποιημένα και τυπικά πλαίσια, τα οποία αρκετές φορές λειτουργούν εις βάρος της ουσίας, έχει νόημα.

Σε περίπτωση που οι μαθητές προσπαθούν να διαμορφώσουν μαθηματικές έννοιες, ο παραπάνω φορμαλισμός αποτελεί εμπόδιο και οι μαθητές δε βρίσκουν νόημα στην χρήση του, εκτός από τη διεξαγωγή τυπικών δραστηριοτήτων (Dubinsky, 2000).

Από την άλλη μεριά, οι *δυναμικές διεπιφάνειες* δίνουν την δυνατότητα στους μαθητές να παρακάμψουν την τυπική αναπαράσταση των μαθηματικών ιδεών, καθώς τους επιτρέπεται ο χειρισμός (Laborde & Laborde, 1995; Laborde et al.,2006).

Εν ολίγοις, κατά τον ίδιο τρόπο με τον οποίο η ψηφιακή τεχνολογία επιτρέπει την παράκαμψη του φορμαλισμού, έτσι δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να εκφράσουν μαθηματικά νοήματα (Kynigos, 2002).

3.4. Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά (Realistic Mathematics Education)

Η Εκπαίδευση των Ρεαλιστικών Μαθηματικών (RME) είναι μία προσέγγιση της μαθηματικής εκπαίδευσης, που αναπτύχθηκε στην Ολλανδία από μαθηματικούς του Ινστιτούτου Freudenthal. Είναι η ολλανδική «απάντηση» στην ανάγκη να υπάρξει μια μεταρρύθμιση στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Η εξέλιξη αυτού που τώρα είναι γνωστού ως RME (Realistic Mathematics Education) ξεκίνησε γύρω στα 1970.

Τα θεμέλια μπήκαν από τον Hans Freudenthal και τους συνεργάτες του. Ο ίδιος ο Hans Freudenthal ήταν εκείνος που θεώρησε πως τα Μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα και γι’ αυτό το λόγο θα πρέπει να συνδεθούν με την πραγματικότητα, να είναι κοντά στις εμπειρίες των παιδιών και να είναι σχετικά με την κοινωνία, έτσι ώστε να είναι μια ανθρώπινη αξία. Τα μαθήματα των Μαθηματικών, σύμφωνα με τον Freudenthal θα πρέπει να δίνουν στους μαθητές την καθοδηγούμενη ευκαιρία να τα « επαναφεύρουν». Δε θα πρέπει βέβαια να εστιάζουμε στα Μαθηματικά σαν να είναι ένα κλειστό σύστημα, αλλά η βαρύτητα θα πρέπει να δίνεται στη δραστηριότητα, στη διαδικασία της μαθηματικοποίησης.

Σύμφωνα με τον Van den Heuvel-Panhuizen (2000), ο λόγος που οι Ολλανδοί ονόμασαν ρεαλιστική τη μεταρρύθμιση της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν οφείλεται στη σύνδεσή της με τον αληθινό, ρεαλιστικό κόσμο, αλλά συσχετίζεται με την έμφαση που δίνεται από τα RME στο να προσφέρει στους μαθητές προβληματικές καταστάσεις, τις οποίες θα μπορούν να φανταστούν και να «οπτικοποιήσουν». Η έμφαση λοιπόν δίνεται στο να κατασκευάσει κάτι αληθινό στο μυαλό του ο μαθητής.

Όσον αφορά τα προβλήματα που του δίνονται, δεν είναι απαραίτητο το περιεχόμενό τους να είναι πάντα συνδεδεμένο με τον πραγματικό κόσμο.

Ακολουθεί μία λίστα με αρχές που αντικατοπτρίζουν μέρος της ταυτότητας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών κατά τον Van den Heuvel-Panhuizen (2000).

1. Η αρχή της δραστηριότητας

Η ιδέα της μαθηματικοποίησης ξεκάθαρα αναφέρεται στην ιδέα των Μαθηματικών ως μία δραστηριότητα η οποία, σύμφωνα με τον Freudenthal μπορεί να τη μάθει ο μαθητής πράττοντας. Οι μαθητές, αντί να είναι οι λήπτες «έτοιμων» Μαθηματικών, θα πάρουν το ρόλο ενός ενεργού συμμετέχοντα στην εκπαιδευτική διαδικασία, κατά την οποία αναπτύσσουν μόνοι τους όλων των ειδών τα μαθηματικά εργαλεία και την επίγνωση.

2. Η αρχή της πραγματικότητας

Όπως συμβαίνει και με τις περισσότερες προσεγγίσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης, η Ρεαλιστική Μαθηματική Εκπαίδευση στοχεύει στο να δώσει τη δυνατότητα στο μαθητή να εφαρμόσει τα Μαθηματικά. Ο γενικότερος στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι ο μαθητής να μπορέσει να χρησιμοποιήσει τη μαθηματική κατανόηση και εργαλεία για να λύσει προβλήματα. Αυτό συνεπάγεται πως πρέπει να μάθουν «Μαθηματικά που να είναι χρήσιμα» (Papadakis, Kalogiannakis & Zaranis, 2021).

3. Η αρχή του επιπέδου

Το να μάθεις Μαθηματικά σημαίνει, πως οι μαθητές περνούν μέσα από διάφορα επίπεδα κατανόησης: από την ικανότητα να εφευρίσκουν άτυπες λύσεις που σχετίζονται με το περιεχόμενο, μέχρι τη δημιουργία ποικίλων επιπέδων συντομεύσεων και σχηματοποιήσεων, αλλά και την απόκτηση επίγνωσης από τις υποκείμενες αρχές και τη διάκριση ακόμα μεγαλύτερων σχέσεων.

4. Η αρχή της ενδυνάμωσης

Είναι επίσης χαρακτηριστικό των Ρεαλιστικών Μαθηματικών, πως τα Μαθηματικά ως μάθημα δεν είναι χωρισμένο σε διακριτικά μέρη μάθησης. Από μια πιο βαθιά μαθηματική προοπτική, τα κεφάλαια των Μαθηματικών δε μπορούν να διαχωριστούν. Επιπλέον, η λύση προβλημάτων με πλούσιο περιεχόμενο μπορεί να σημαίνει τη χρήση μιας μεγάλης ποικιλίας μαθηματικών εργαλείων αλλά και κατανόησης.

5. Η αρχή της αλληλεπίδρασης

Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά θεωρούν την εκμάθηση Μαθηματικών μια κοινωνική δραστηριότητα. Η Εκπαίδευση θα έπρεπε να προσφέρει στους μαθητές ευκαιρίες να μοιραστούν τις στρατηγικές και τις επινοήσεις τους. Ακούγοντας τι ανακάλυψαν οι άλλοι και κάνοντας στη συνέχεια μία συζήτηση, ο κάθε μαθητής θα μπορέσει με αυτόν τον τρόπο να βελτιώσει και τις δικές του στρατηγικές. Επιπλέον, η αλληλεπίδραση μπορεί να προκαλέσει αντίδραση, η οποία θα επιτρέψει στους μαθητές να φτάσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο κατανόησης.

6. Η αρχή της καθοδήγησης

Μία από τις βασικές αρχές του Freudenthal για τη μαθηματική εκπαίδευση είναι, πως θα πρέπει να προσφέρεται στους μαθητές μια «καθοδηγούμενη» ευκαιρία να επαναφεύρουν τα Μαθηματικά. Αυτό συνεπάγεται, πως στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά και οι εκπαιδευτικοί, αλλά και τα εκπαιδευτικά προγράμματα έχουν έναν κρίσιμο ρόλο στο πως οι μαθητές θα αποκτήσουν τη γνώση.

Αυτοί είναι που καθοδηγούν τη διαδικασία μάθησης, αλλά όχι με έναν προκαθορισμένο τρόπο επιδεικνύοντας τι πρέπει να μάθουν οι μαθητές. Αυτό θα ερχόταν σε αντίθεση με την αρχή της δραστηριότητας και θα οδηγούσε σε ψευδείς κατανοήσεις. Αντιθέτως, οι μαθητές χρειάζονται χώρο για να κατασκευάσουν μόνοι τους την μαθηματική επίγνωση και τα εργαλεία. Για να φτάσει λοιπόν κάποιος σε αυτή την επιθυμητή κατάσταση, οι δάσκαλοι πρέπει να παρέχουν στους μαθητές ένα τέτοιο μαθησιακό περιβάλλον, όπου θα μπορέσει να αναδυθεί η κατασκευαστική αυτή διαδικασία (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000).

Σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών υπάρχουν τέσσερα επίπεδα (μηδενικό επίπεδο, πρώτο επίπεδο, δεύτερο επίπεδο, τρίτο επίπεδο) βάσει των οποίων λαμβάνει χώρα η παρέμβαση του δασκάλου (Arvanitaki & Zaranis, 2020).

Στο μηδενικό επίπεδο (ground or zero level) οι μαθητές κάνουν χρήση της προϋπάρχουσας γνώσης που έχουν αποκτήσει από το Νηπιαγωγείο. Στο πρώτο επίπεδο (first level), το οποίο αφορά το περιεχόμενο, που προορίζεται για την αρίθμηση και τον υπολογισμό, οι μαθητές αναγνωρίζουν αντικείμενα πρόσθεσης και αφαίρεσης υπολογίζοντας τα σε ένα συγκεκριμένο περιεχόμενο.

Τίθενται ερωτήσεις σύγκρισης ή «πόσα;» έτσι ώστε να είναι νοητές για τους μαθητές και σχετικές με τις εμπειρίες τους, για παράδειγμα «πόσο κοστίζει;», «πόσο μακριά;». Το δεύτερο επίπεδο (second level) αφορά το αντικείμενο, που προορίζεται για την αρίθμηση και τον υπολογισμό με τη χρήση αρχικά ορατών και απτών αντικειμένων και στη συνέχεια με τη χρήση μη ορατών αντικειμένων. Στο επίπεδο αυτό οι μαθητές κάνουν χρήση των μαθηματικών συμβόλων με σκοπό να εμπλέξουν άμεσα πια τους αριθμούς ως σύμβολα σύμφωνα με το δεύτερο επίπεδο της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών.

Σε αυτό το επίπεδο οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να οργανώνουν τον τρόπο αρίθμησης των αντικειμένων, χρησιμοποιώντας ευδιάκριτα μοτίβα για την αποφυγή λαθών. Είναι σημαντικό να αλλάζεται το σημείο έναρξης, όταν χρησιμοποιείται η αριθμητική συχνότητα, έτσι ώστε τα παιδιά να αντιμετωπίζουν διαφορετικές καταστάσεις υπολογισμού των αριθμών. Στο τρίτο επίπεδο η εκπαιδευτική διαδικασία εστιάζει σε καθαρούς πια υπολογισμούς, όπου ο μαθητής ασχολείται με προσθέσεις και αφαιρέσεις, στις οποίες ο ένας προσθετέος ή αφαιρετέος αντίστοιχα είναι άγνωστος. Η φυσική παρουσία αντικειμένων προς αρίθμηση δεν είναι πλέον αναγκαία, αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν φυσικές ή νοερές αναπαραστάσεις όπως αριθμοί, γραμμές, τελείες. Μια καλή δραστηριότητα βασισμένη στο συγκεκριμένο επίπεδο θα ήταν να ζητήσουμε από το μαθητή να δείξει την ηλικία του χωρίς τη χρήση λέξεων, αλλά δείχνοντας για παράδειγμα τον αριθμό πέντε (5) (Zaranis, 2017).

Βάσει των παραπάνω προαναφερθέντων επιπέδων της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών βασίστηκε η διδασκαλία των μαθητών της πειραματικής ομάδας, η κατασκευή και η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού, που χρησιμοποιήθηκε από την πειραματική ομάδα επίσης, όπως και η κατασκευή των ερωτηματολογίων, που χρησιμοποιήθηκαν για τη διεξαγωγή της συγκεκριμένης ερευνητικής μελέτης.

Όσον αφορά το στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης των Ρεαλιστικών Μαθηματικών αναζητείται ένα διαφορετικό περιβάλλον της τάξης, που αυτό περιλαμβάνει: Συζητήσεις από ολόκληρη την τάξη που θα περιλαμβάνουν εικασίες, εξήγηση και δικαιολόγηση σε προβλήματα, σχετικά με τις κοινωνικές τους εμπειρίες, που θα μπορούν να κατανοούν.

Επίσης, γίνεται αντικατάσταση της παραδοσιακής θέσης: διδάσκω μιλώντας, ώστε οι μαθητές να «οικοδομούν». Δίνεται λοιπόν έμφαση στο τι κάνουν οι μαθητές κι όχι στο τι κάνει ο δάσκαλος, δηλαδή οι ιδέες και οι αντιλήψεις των μαθητών έρχονται σε «πρώτη γραμμή». Στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι επίσης η αξιοποίηση των γνώσεων των μαθητών μέσω ενός πλήρους αλλά διαφορετικού πλέον σχεδιασμού.

Το σχέδιο διδασκαλίας που ενισχύει τη διδασκαλία βοηθά τους μαθητές να εξελίξουν τους δικούς τους άτυπους τρόπους αιτιολόγησης σε πιο τυποποιημένους τρόπους μαθηματικής αιτιολόγησης (μαθηματικοποίηση).

Για να επιτευχθεί η συγκεκριμένη τύπου έρευνα σχεδιασμού, ο δάσκαλος στοχεύει στη συμμετοχή των μαθητών του, έχοντας στην κατοχή του παραδειγματικές διδακτικές δραστηριότητες, που έχουν την προοπτική να δώσουν μια ποικιλία λύσεων και ερμηνειών. Ο δάσκαλος, επίσης, χρειάζεται ένα σκελετό αναφοράς, που θα τους οδηγήσει στις εκπαιδευτικές του αποφάσεις.

Σύμφωνα με τον Gravemeijer (2004) παρέχοντας τα δυο παραπάνω, στόχος είναι αυτό που αποκαλούμε έρευνα σχεδιασμού στην εκπαίδευση των ρεαλιστικών μαθηματικών, δηλαδή να αναπτύσσει και τις πρωτότυπες διδασκαλικές ακολουθίες, που περιλαμβάνουν μια σειρά παραδειγματικών διδακτικών ασκήσεων, αλλά και τις τοπικές θεωρίες διδασκαλίας , οι οποίες υποστηρίζουν τις ακολουθίες αυτές.

Το πρόβλημα με το μοντέλο μετάδοσης της διδασκαλίας είναι πως γενικότερα το διδακτικό μοντέλο μετάδοσης μαθηματικών δε βγάζει νόημα στους μαθητές, επειδή αποδέχονται τα πάντα αξιωματικά.

Κατά τον Freudenthal (1991) η λύση έγκειται στο ότι η μαθηματική εκπαίδευση θα έπρεπε να ξεκινά και να παραμένει στα πλαίσια της πραγματικότητας και να ασχολείται με εφαρμοσμένα προβλήματα σε πρακτικά ή αυθεντικά περιβάλλοντα.

Η πραγματικότητα είναι κατά τον Freudenthal (1991), είναι αυτό που εκλαμβάνει η κοινή λογική ως αληθινό. Κατά τους Davis and Hersh (1986), οι μαθηματικοί συζητούν μεταξύ τους για μαθηματικά αντικείμενα σαν να είναι πραγματικά, ενώ για τον μέσο άνθρωπο θεωρούνται άκρως φανταστικά, ίσως γιατί η κοινή λογική ενός λαϊκού-μέσου ανθρώπου είναι διαφορετική από αυτή ενός μαθηματικού.

Τελικά, η πραγματικότητα είναι κάτι, που ο κάθε μαθητής μπορεί να φανταστεί και να κατανοήσει αλλά και που συνεχώς εξελίσσεται.

Για να κατανοήσουμε αυτή την εξέλιξη της μαθηματικής πραγματικότητας αντλούμε και παραθέτουμε το παρακάτω παράδειγμα ρεαλιστικών μαθηματικών από τον Gravemeijer (2004).

Για το μέσο αναγνώστη 1 + 1 = 2 είναι κοινή λογική, για ένα μικρό παιδί όμως δεν ισχύει η παραπάνω ισότητα. Μέχρι μια συγκεκριμένη ηλικία δε μπορούν να απαντήσουν στο ερώτημα 4 + 4 = ; αλλά μπορούν να κατανοήσουν πως 4 μήλα κι άλλα 4 μας κάνουν 8. Οι αριθμοί είναι άρρηκτα δεμένοι με αντικείμενα, όπως τα 4 μήλα. Σε υψηλότερο επίπεδο το 4 θα συνδυαστεί με διάφορες αριθμητικές σχέσεις (4 = 2 + 2 = 3 + 1 = 5 – 1 = 8 : 2 κλπ.).

Έτσι οι αριθμοί έχουν γίνει μαθηματικά αντικείμενα, που παράγουν την έννοιά τους μέσω ενός δικτύου αριθμητικών σχέσεων. Έτσι δημιουργείται μια νέα μαθηματική πραγματικότητα, η οποία αποτελείται από μαθηματικά αντικείμενα μέσα σ' ένα δίκτυο αριθμητικών σχέσεων.

Ο δάσκαλος διαδραματίζει έναν προληπτικό ρόλο στην εκπαίδευση των μαθηματικών κοινής λογικής, δηλαδή πώς να κάνεις τους μαθητές να ανακαλύψουν αυτό που θέλεις εσύ να ανακαλύψουν. Επικουρικά, εάν θέλεις οι μαθητές να ανακαλύψουν σημαντικά μαθηματικά, πρόσφερέ τους υποστήριξη. Εάν θέλεις οι δάσκαλοι να βοηθήσουν τους μαθητές να ανακαλύψουν σημαντικά μαθηματικά, πρόσφερε και στους δασκάλους υποστήριξη (Gravemeijer, 2004). Εάν θέλεις οι συγγραφείς σχολικών εγχειριδίων να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι με τη σειρά τους θα βοηθήσουν τους μαθητές να ανακαλύψουν σημαντικά μαθηματικά, πρόσφερε και σ' αυτούς υποστήριξη.

Πιο συγκεκριμένα, τώρα και αναλύοντας τον προληπτικό ρόλο του δασκάλου θα πρέπει: να σχεδιάσει ή να επιλέξει διδακτικές δραστηριότητες και εργαλεία, να εδραιώσει ένα μαθηματικό περιβάλλον έρευνας μέσα στην τάξη, να σχεδιάσει θέματα προς συζήτηση και να διευθύνει τις συζητήσεις ολόκληρης της τάξης και τέλος να κάνει τις συνδέσεις με τις μαθηματικές συνήθειες και πρακτικές της ευρύτερης κοινωνίας. Σημαντικό είναι επίσης να φροντίσει για τη διαχείριση της τάξης και να οργανώσει την ομαδική και αυτόνομη εργασία των μαθητών (Arvanitaki & Zaranis, 2020).

Σύμφωνα με το «Διδακτικό Συμβόλαιο» (Brousseau, 1988) πρέπει να υπάρξει μια σιωπηρή συμφωνία μεταξύ δασκάλου και μαθητών σχετική με τους κανόνες του παιχνιδιού, «τι σημαίνει να διδάσκεις και να μαθαίνεις Μαθηματικά στο σχολείο», εδραιώνοντας έτσι ένα μαθηματικό περιβάλλον έρευνας.

Ο δάσκαλος κάνει ερωτήσεις που ξέρει τις απαντήσεις τους και οι μαθητές του ξέρουν, πως ο δάσκαλος ξέρει τις απαντήσεις αυτές. Οι μαθητές περιμένουν από τον δάσκαλο να εκτιμήσει την απάντησή τους ως μέρος της σιωπηρής συμφωνίας. Πρέπει να δώσουν μια οποιαδήποτε απάντηση, χωρίς να ξέρουν συχνά την απάντηση, το ρόλο της συγκεκριμένης ερώτησης ή το ότι αν δε δώσουν απάντηση, η διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης σταματά.

Σύμφωνα με τον παραδοσιακό διδακτικό συμβόλαιο σχολικών μαθηματικών, οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν τις γνώσεις, που κατέχει ο δάσκαλος. Ο ρόλος του δασκάλου είναι να εξηγήσει και να διευκρινίσει, ενώ ο ρόλος του μαθητή είναι να καταλάβει τι έχει ο δάσκαλος στο μυαλό του.

Το ερευνητικό διδακτικό συμβόλαιο σχολικών μαθηματικών είναι όμως τελείως διαφορετικό, γιατί ο ρόλος του μαθητή είναι να καταλάβει από μόνος του, αντί να δίνει απαντήσεις (νοητική αυτονομία του μαθητή) και η τάξη πρέπει να κατασκευάσει αυτόνομη μαθηματική γνώση, ως μία μαθησιακή κοινότητα, αφού οι μαθητές εξηγούν και δικαιολογούν τις λύσεις τους, προσπαθούν να καταλάβουν τις επεξηγήσεις και να δικαιολογήσουν τους άλλους μαθητές, να ζητήσουν διευκρινίσεις, αν απαιτούνται, και τέλος να προκαλέσουν τους τρόπους σκέψης, με τους οποίους δε συμφωνούν.

Από την άλλη ο δάσκαλος δε χάνει την «εξουσία» μέσα στην τάξη, γιατί είναι αυτός που καθορίζει τι σημαίνει να μαθαίνεις Μαθηματικά, τι είναι Μαθηματικά και ποια είναι τα μαθηματικά επιχειρήματα.

Ο δάσκαλος επίσης καθοδηγεί και ενισχύει τη διαδικασία θέτοντας εργασίες, πλαισιώνει τα θέματα για συζήτηση, διευθύνει τις συζητήσεις κι όταν χρειάζεται, κάνει τις συνδέσεις των μαθηματικών συνηθειών και πρακτικών της ευρύτερης κοινωνίας (Gravemeijer, 2004).

Για να γίνει αλλαγή του διδακτικού συμβολαίου των σχολικών μαθηματικών σε ερευνητικά μαθηματικά θα πρέπει να υπάρξει συντονισμός μιας κοινωνικής (παίρνοντας την τάξη ως ομάδα ανάλυσης) και ψυχολογικής (παίρνοντας τον αυτόνομο μαθητή) προοπτικής. Απ’ τη μια, τα κοινωνικά πρότυπα της τάξης απαρτίζονται από τα πιστεύω του κάθε μαθητή, κι από την άλλη τα ατομικά πιστεύω σχηματοποιούνται από τα κοινωνικά πρότυπα της τάξης.

Αλλάζοντας τα κοινωνικά πρότυπα, αλλάζουμε και τα ατομικά, ενώ τα πιστεύω των μαθητών για τις υποχρεώσεις τους, αλλά κι εκείνα του δασκάλου δημιουργούνται βάσει εμπειρίας. Οι μαθητές ανταμείβονται για την αναπαραγωγή της αιτιολόγησης του δασκάλου και των διαδικασιών και γνωρίζουν, πως όλα θα παραμείνουν ως έχουν εκτός κι αν γνωρίσουν κάτι καινούριο.

Ο δάσκαλος πρέπει να πείσει τους μαθητές του, πως αυτό που έχει αξία και ανταμοιβή έχει αλλάξει. Για να το επιτύχει αυτό πρέπει να τους δώσει συγκεκριμένα παραδείγματα με σκοπό να διευκρινίσει τα πρότυπα.

Βασιζόμενοι στα κοινωνικομαθηματικά πρότυπα (Cobb & Yackel, 1996) τι νοείται μαθηματικό πρόβλημα, τι νοείται μαθηματική λύση, τι νοείται μια διαφορετική λύση και τι νοείται μια πιο εκλεπτυσμένη λύση, ο δάσκαλος παρέχει σημαντικά για τους μαθητές κριτήρια δικαιολόγησης επιχειρημάτων και λύσεων.

Έτσι, οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να κάνουν τις δικές τους εκτιμήσεις, χωρίς να περιμένουν την τελική κρίση του δασκάλου.

Υπάρχει μια υπονοούμενη κατανόηση μεταξύ των εκπαιδευτικών, που δεν είναι αναμενόμενη. Πώς όμως οι μαθητές θα έπρεπε να ξέρουν; Δεν υπάρχουν κανόνες για κάθε περίπτωση. Οι μαθητές θα πρέπει να μάθουν μέσω της εμπειρίας τους να αντιμετωπίζουν τέτοια θέματα μέσα στην τάξη γνωρίζοντας ποια είναι τα πρότυπα. Όλα τα πρότυπα της τάξης βασίζονται στην εμπειρία. Η εμπειρία είναι αυτό που θα εκτιμηθεί και θα αξιολογηθεί από το δάσκαλο (Arvanitaki & Zaranis, 2020).

Όσον αφορά το σχεδιασμό ή την επιλογή διδακτικών δραστηριοτήτων και εργαλείων, ο ρόλος του μαθητή είναι να εφεύρει την νέα γνώση. Ο δάσκαλος δε μεταδίδει, αλλά επηρεάζει έμμεσα τους μαθητές του και θέτει τον εαυτό του στη θέση των μαθητών.

Άρα για το σχεδιασμό δραστηριοτήτων που θα ενισχύσουν συγκεκριμένες μαθητικές «ευρέσεις», ο δάσκαλος πρέπει να λάβει υπόψη την άποψη ή τη θέση των μαθητών (σκέψη), να μαντέψει τις αντιδράσεις τους (μάθηση) και να σχεδιάσει δραστηριότητες που θα επιτύχουν τον παιδαγωγικό στόχο που έχει θέσει, προσαρμόζοντας τις ίδιες, ανάλογα με την απήχηση και την αποτελεσματικότητά τους. Σε σχέση με αυτό ο Simon (1995) μιλάει για μια μαθηματική τροχιά μάθησης. Κατά τον ίδιο τρόπο ο Freudenthal (1973) μιλάει για πειράματα σκέψης, τα οποία ακολουθούνται από διδακτικά πειράματα με μια κυκλική διαδικασία δοκιμής και εφαρμογής.

Ο δάσκαλος θα πρέπει να ερμηνεύσει και να αναθεωρήσει τις υποθετικές τροχιές μάθησης. Χρειάζεται έναν συνδυασμό υποδειγματικών δραστηριοτήτων μάθησης και μια τυπική διδακτική θεωρία που θα τις υποστηρίζει.

Οι τυπικές διδακτικές θεωρίες δημιουργούνται από την έρευνα σχεδιασμού, μέσω των οποίων εξελίσσονται πρωτότυπες διδακτικές ακολουθίες, ακολουθώντας μια συσσωρευτική διαδικασία σχεδιασμού και αναθεώρησης διδακτικών δραστηριοτήτων.

Περικλείουν θεωρίες για την διαδικασία μάθησης συγκεκριμένων θεματικών, αλλά και θεωρίες για τα μέσα σχεδιασμού στήριξης του δασκάλου. Επίσης προσδιορίζουν το απαιτούμενο σχολικό περιβάλλον και δεν περιλαμβάνουν «έτοιμα» μαθήματα, αλλά προσφέρουν ένα πλαίσιο αναφοράς για το σχεδιασμό μιας υποθετικής τροχιάς μάθησης. Κάθε δάσκαλος θα πρέπει να σχεδιάσει τις δικές του δραστηριότητες κατάλληλες για τον συγκεκριμένο δάσκαλο, τους συγκεκριμένους μαθητές και τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Έχοντας κατά νου, πως οι τυπικές διδακτικές θεωρίες είναι ένας κύκλος που δε σταματά μιας και σκοπός τους είναι η βελτίωση των θεωριών (Zaranis & Valla, 2019).

Η έρευνα ανάπτυξης ή σχεδιασμού οδήγησε σε μια διδακτική θεωρία συγκεκριμένου πεδίου ορισμού, η οποία χαρακτηρίζεται από τις εξής τρεις ευρετικές σχεδιασμού ρεαλιστικών μαθηματικών.

1. Καθοδηγούμενη ανακάλυψη
2. Διδακτική φαινομενολογία
3. Αναδυόμενη μοντελοποίηση

Αναλυτικότερα και όσον αφορά την καθοδηγούμενη ανακάλυψη πρέπει να χαραχτεί μια πορεία, μέσω της οποίας οι μαθητές θα έχουν την ικανότητα να ανακαλύψουν από μόνοι τους την μαθηματική θεματική ενότητα που έχει τεθεί ως στόχος. Ο ερευνητής ή ο σχεδιαστής μπορεί να εμπνευστεί από την ιστορία των Μαθηματικών (Freudenthal, 1973) ή να λάβει υπόψη τις πρακτικές μεθόδους επίλυσης προβλημάτων των μαθητών, οι οποίες έχουν την τάση να επηρεάζονται από «επίσημες» μαθηματικές μεθόδους.

Η δεύτερη κατά σειρά ευρετική σχεδιασμού, διδακτική φαινομενολογία εστιάζει στις μαθηματικές έννοιες, διαδικασίες ή εργαλεία που βοηθούν στην οργάνωση συγκεκριμένων φαινομένων (Freudenthal, 1973).

Στόχος είναι να βρεθεί πως τα παραπάνω μέσα οργανώνουν συγκεκριμένα φαινόμενα, άρα ο ρόλος του σχεδιαστή είναι να θέσει τις κατάλληλες συνθήκες για να συντελεστεί μια τέτοια διαδικασία. Επομένως, οι συνθήκες προβλήματος οδηγούν στις διαδικασίες λύσης συγκεκριμένων συνθηκών, αυτές με τη σειρά τους στη μαθηματικοποίησης και η τελευταία στις συμβατικές μαθηματικές διαδικασίες.

Η ευρετική σχεδιασμού της αναδυόμενης μοντελοποίησης αναφέρεται στην ιδέα ενός μοντέλου που αρχικά θα εμφανιστεί ως μοντέλο ανεπίσημης μαθηματικής δραστηριότητας και θα εξελιχθεί σε επίσημη μαθηματική αιτιολόγηση (Zaranis & Valla, 2019).

Για να αποσαφηνίσουμε τι αποτυπώνεται με τον όρο αναδυόμενη μοντελοποίηση θα ήταν χρήσιμο να διακρίνουμε τρία είδη μοντέλων :

1. Διδακτικό μοντέλο (συγκεκριμένη εξειδικευμένη γνώση)
2. Μαθηματικό μοντέλο (χρήση υπάρχουσας γνώσης)
3. Αναδυόμενο μοντέλο (αποτελείται από συμβολισμούς, υποκατηγορίες μοντέλων).

   Περιγράφοντας τη διαδικασία, στην οποία στοχεύουμε με τη βοήθεια διαφόρων επιπέδων της μαθηματικής δραστηριότητας διακρίνουμε τέσσερα επίπεδα, μέσω των οποίων θα δραστηριοποιηθεί ο μαθητής.

1. Κατάσταση (τίθεται το πρόβλημα)
2. Αναφορά (χρήση εμπειριών/καταστάσεων)
3. Γενίκευση (μαθηματικοί συσχετισμοί)
4. Επισημοποίηση(τυποποίηση και μοντελοποίηση της μαθηματικής γνώσης) (Gravemeijer, 2004).

Η παραδειγματική διδακτική ακολουθία έχει σαν στόχο να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύσσουν ευέλικτες στρατηγικές για την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών ως το 100.

Βασίζεται στην ευέλικτη χρήση ενός δικτύου αριθμητικών σχέσεων, όπου τα πολλαπλάσια του 10 έχουν σημαίνοντα ρόλο. Βασιζόμενοι στη φαινομενολογική ανάλυση, (Freudenthal, 1973) διακρίνουμε τις εξής αριθμητικές έννοιες:

- Αριθμός ετικέτας (label number)
- Αριθμός αρίθμησης (για επίλυση ποσοτικών προβλημάτων) (counting number)
- Αριθμός ποσότητας (quantity number)
- Αριθμός μέτρησης (περιλαμβάνει τους αριθμούς αρίθμησης και ποσότητας) (measuring number)
- Αριθμητική σειρά (arithmetical number)

Η διδακτική ακολουθία δημιουργήθηκε από μια γραμμική μέτρηση και πρόσθεση κι αφαίρεση αριθμών ως το 100. (Διδακτικό πείραμα στο Πανεπιστήμιο Vanderbilt) (Stephan et al., 2004; Cobb et al., 2001; Gravemeijer, McClain, & Stephan, 1998).

Αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

- Μετρώντας και επαναλαμβάνοντας τις μονάδες μέτρησης
- Μετρώντας δεκάδες και μονάδες χωριστά
- Μοντελοποιώντας τη δραστηριότητα επανάληψης με ένα χάρακα
- Επεξηγώντας τις μετρήσεις (αυξάνοντας, μειώνοντας και συγκρίνοντας τα μήκη ή αναπτύσσοντας αριθμητικές μεθόδους λύσης)
- Συμβολίζοντας τις αριθμητικές μεθόδους λύσης με τόξα πάνω σ’ έναν τυπωμένο χάρακα
- Χρησιμοποιώντας τόξα πάνω σε μια κενή αριθμογραμμή ως τρόπο σκαλωσιάς (scaffolding), αλλά και παρουσιάζοντας τις μεθόδους λύσεις για όλων των ειδών προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης).

Ως αντανάκλαση της παραπάνω διδακτικής ακολουθίας παρατηρούνται τρεις παρεμφερείς διαδικασίες (Zaranis, 2018):

1. Διαδικασία μετατροπής του μοντέλου της άτυπης μαθηματικής δραστηριότητας (model-of) σε εξέλιξη του γενικευμένου και τυποποιημένου μοντέλου (model-for).
2. Διαδικασία σχεδιασμού νέας μαθηματικής πραγματικότητας, που αποτελείται από αριθμούς (ως μαθηματικά αντικείμενα) στο πλαίσιο αριθμητικών σχέσεων.
3. Διαδικασία συμβολισμού που περικλείει μια σειρά συμβόλων ή και εργαλείων (βασική μονάδα μέτρησης, οι δεκάδες ως βασική μονάδα μέτρησης, χάρτινος/τυπωμένος χάρακας, κενή αριθμογραμμή).

Το αναδυόμενο μοντέλο έχει ως στόχο να βοηθήσει τους μαθητές, ώστε να αναπτύξουν μαθηματικές ικανότητες και γνώσεις, που θα εφαρμόσουν και μετέπειτα, άρα εστιάζει στη διαδικασία μάθησης. Σε αντίθεση, το μαθηματικό μοντέλο, έχει στόχο την λύση ενός προβλήματος. Ο μαθητής χρειάζεται το αναδυόμενο μοντέλο, ώστε να μπορέσει να λύσει οποιοδήποτε μαθηματικό πρόβλημα (Zaranis, 2018).

Συμπερασματικά, για να οδηγήσουμε τους μαθητές στο να ανακαλύψουν νέα μαθηματική γνώση, θα πρέπει να εστιάσουμε στο περιβάλλον της τάξης (διδακτικό συμβόλαιο, κοινωνικοί και κοινωνικομαθηματικοί κανόνες), καθώς επίσης και στις διδακτικές δραστηριότητες (σχεδιασμός, υποθετική τροχιά μάθησης, παραδειγματικές διδακτικές δραστηριότητες, τυπικές διδακτικές θεωρίες).

Δεν περιμένουμε όλοι οι μαθητές να ακολουθήσουν σε αρμονία την ίδια μαθησιακή τροχιά. Θα υπάρξει μια ζητούμενη ποικιλία στη διαδικασία εύρεσης λύσης ενός προβλήματος, αλλά και στην κατανόηση του κάθε μαθητή. Με τον προσεκτικό σχεδιασμό, ο δάσκαλος θα επιτύχει την ποικιλία αυτή, υποβοηθούμενος, έτσι ώστε να συμβάλλει αποτελεσματικά στη μαγική ανακάλυψη των μαθηματικών γνώσεων από τους μαθητές του (Gravemeijer, 2004).

Όσον αφορά τους αριθμούς, ο Freudenthal (1973) επέδειξε τη σημασία της αριθμητικής αλληλουχίας, τον ακρογωνιαίο λίθο των Μαθηματικών και τοποθέτησε την αρίθμηση στην κορυφή της διδακτικής και μαθησιακής προτεραιότητας, η οποία μπορεί αργότερα να βοηθήσει τους μαθητές να μάθουν πώς να υπολογίζουν.

Το 1983 εισήχθη το TEMA (test of early mathematics ability) για να καλύψει δύο μακροχρόνιες ανάγκες στον τομέα της εκπαίδευσης από τους Ginsburg H.P. & Baroody A.J.. Βασιζόμενοι στην παραπάνω θεωρία σχεδίασαν αυτό το τεστ για να ταυτοποιήσουν παιδιά ηλικίας 8 χρονών και 11 μηνών, τα οποία έχουν μαθησιακές δυσκολίες ή έχουν την τάση να αναπτύξουν τέτοιου είδους προβλήματα.

Η δεύτερη ανάγκη ήταν να σχεδιάσουν ένα εργαλείο, το οποίο θα μπορούσε να παρέχει χρήσιμες πληροφορίες για τις μαθηματικές δυνατότητες και αδυναμίες των παιδιών με και χωρίς μαθησιακές δυσκολίες. Οι συγγραφείς πίστευαν και εξακολουθούν να πιστεύουν, πως για να καλυφθούν αυτές οι ανάγκες, το τεστ θα έπρεπε να μετρά τη μαθηματική γνώση, την οποία τα παιδιά προσλαμβάνουν από τις καθημερινές τους εμπειρίες, καθώς επίσης και τις προσλαμβάνουσες γνώσεις από το σχολείο. Θα έπρεπε να αξιολογεί την εννοιολογική κατανόηση και τις δεξιότητες ιδιαιτέρως στους υπολογισμούς (Zaranis, 2018). Δυστυχώς, την περίοδο εκείνη δεν υπήρχε ένα τόσο περιεκτικό και αποτελεσματικό τεστ, που να καλύπτει τις προαναφερθείσες ανάγκες.

Θεωρήθηκε λοιπόν απαραίτητο και χρηστικό το συγκεκριμένο τεστ, ώστε να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο της έρευνας. Επιλέχθηκε η τρίτη έκδοσή του για τη διεξαγωγή της προ-μέτρησης (pre-test) αλλά και της μετά-μέτρησης (post-test) της πειραματικής έρευνας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

4.1. Εισαγωγή

Στη σημερινή εποχή, η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει αυξηθεί κατά μεγάλο βαθμό, αφού τα τελευταία χρόνια, με την ανάπτυξη της τεχνολογίας, οι υπολογιστές έχουν γίνει πιο οικονομικοί και έχουν εξελιχθεί ανάλογα. Οι μαθητές χρησιμοποιούν τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές για πολλούς λόγους: για διασκέδαση, για επικοινωνία, αλλά και για τη μάθηση (Bano et al., 2018). Εξαιτίας αυτού, οι γονείς επιθυμούν και μπορούν πλέον να αγοράζουν ηλεκτρονικούς υπολογιστές για τα παιδιά τους. Μέσω αυτού, ευελπιστούν ότι τα παιδιά τους θα καταφέρουν να εναρμονιστούν πιο πολύ με τη νέα εποχή. Όπως ανέφερε και ο Lauman (2000) «όχι μόνο ο αριθμός των υπολογιστών στην εκπαίδευση αυξάνεται με γεωμετρική πρόοδο, αλλά και ο αριθμός των υπολογιστών στο σπίτι αυξάνεται με ταχύ ρυθμό». Βέβαια, παρά την αύξηση του αριθμού των ηλεκτρονικών υπολογιστών και των νέων τεχνολογιών γενικά, δε διαθέτουν όλοι ίσες ευκαιρίες πρόσβασης σε αυτές, αφού η πρόσβαση σε αυτά τα μέσα ποικίλλει ανάλογα με την ηλικία, το φύλο, τη φυλή ή την εθνικότητα, και την οικογενειακή κοινωνικοοικονομική κατάσταση του μαθητή (Roberts et al., 1996).

Παράλληλα, οι γονείς θεωρούν, πως η χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών έχει τη δυνατότητα να αυξήσει την ακαδημαϊκή επίδοση των παιδιών τους, αλλά και τις μελλοντικές ευκαιρίες επαγγελματικής απασχόλησής τους (Ortiz, Green & Lim, 2011). Ως εκ τούτου, αγοράζουν ηλεκτρονικούς υπολογιστές με σύνδεση στο διαδίκτυο με απώτερο σκοπό να βοηθήσουν τα παιδιά τους στη βελτίωση της επίδοσής τους στο σχολείο (Turow, 1999). Η σημερινή επανάσταση στον τομέα των ηλεκτρονικών υπολογιστών παρέχει οικονομικότερους, αλλά και καλύτερους οικιακούς υπολογιστές, κάτι το οποίο δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να εξασκήσουν αυτά που έχουν μάθει στο σχολείο (Stock & Fishman, 2010). Παρά το γεγονός, ότι υπάρχει μια γενική συμφωνία μεταξύ των ερευνητών για τη χρησιμότητα των ηλεκτρονικών υπολογιστών σε σχέση με τις ευκαιρίες για μάθηση που παρέχουν, ο Becker (2000) διαπίστωσε, ότι οι μαθητές είναι πιο πιθανό να χρησιμοποιήσουν τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές στο σπίτι για την ψυχαγωγία, παρά για σκοπούς, οι οποίοι σχετίζονται με το σχολείο.

4.2. Οι Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία

Υπάρχει επιτακτική ανάγκη για τον επαναπροσδιορισμό των στόχων της εκπαίδευσης, καθώς και για την ανάπτυξη νέων εκπαιδευτικών πρακτικών, οι οποίες θα συμβαδίζουν με τις ανάγκες των μαθητών. Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές γίνονται ολοένα και περισσότερο ένα αναπόσπαστο τμήμα της ζωής τόσο των ενηλίκων, όσο και των μαθητών. Σύμφωνα με τη Σολομωνίδου (2006), οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές και οι Τ.Π.Ε. αποτελούν ισχυρότατα μέσα, τα οποία αποτελούν εργαλεία για την επεξεργασία πληροφοριών, την άμεση αναζήτηση δεδομένων, την αποθήκευση, αλλά και τη διάδοση πληροφοριών, την επικοινωνία ανάμεσα σε ανθρώπους σε οποιοδήποτε μήκος και πλάτος του πλανήτη ανά πάσα χρονική στιγμή.

Η αξιοποίηση της τεχνολογίας στην εκπαιδευτική διαδικασία σαν νόηση ξεκίνησε με την εμφάνιση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ουσιαστική αξιοποίηση έλαβε χώρα στα μέσα της δεκαετίας του 1970. Αυτά τα πρώτα προγράμματα που δημιουργήθηκαν κατά την περίοδο του 1970-1980, αποτελούσαν προγράμματα «*drill and practice*», δηλαδή προγράμματα εξάσκησης και πρακτικής. Αυτό μπορεί να δικαιολογηθεί εύκολα, αφού αναφερόμαστε σε μια περίοδο, κατά την οποία κυριαρχούσε η θεωρία του Συμπεριφορισμού, κατά την οποία η διαδικασία της μάθησης θεωρούνταν επιτυχημένη μέσω της εξάσκησης και πρακτικής εφαρμογής κανόνων στη διδακτέα ύλη, την οποία παρέδιδε ο εκπαιδευτικός (αναλυτικότερα βλ. «*Η θεωρία του Συμπεριφορισμού*» στο *Κεφάλαιο 2*).

Αναλυτικότερα, με βάση την θεωρία του Skinner (βλ. «*Η θεωρία του Συμπεριφορισμού*» στο *Κεφάλαιο 2)* δημιουργήθηκαν ορισμένα υπολογιστικά προγράμματα, τα οποία προορίζονταν για χρήση στη διαδικασία της εκπαίδευσης. Η κατηγοριοποίηση των προγραμμάτων αυτών γίνεται ως εξής:

- **Computer Assisted Instruction (CAI)**. Τα συγκεκριμένα εκπαιδευτικά υπολογιστικά προγράμματα διδάσκουν το μαθητή μέσω μιας καθοδηγητικής διαδικασίας με τη μορφή ερωτήσεων και απαντήσεων. Έτσι, ο Η/Υ χρησιμοποιείται ως εκπαιδευτικός, ο οποίος μεταφέρει τη γνώση στους εκπαιδευόμενους μέσω ερωτήσεων και απαντήσεων,
- **Computer Assisted Learning (CAL)**. Αυτά τα εκπαιδευτικά προγράμματα αποτελούν προγράμματα εκμάθησης. Χρησιμοποιούν, επίσης, τη μέθοδο ερωτήσεων και απαντήσεων, αλλά είναι περισσότερο φιλικά προς το χρήστη σε σχέση με τα CAI. Τα CAL ναι μεν παρέχουν οδηγίες, αλλά δίνουν τις πληροφορίες στο μαθητή με πιο οργανωμένο τρόπο και

- **Intelligent Tutoring Systems (ITS)**. Τα ITS αποτελούν τα πιο σύγχρονα προγράμματα από τα τρία αυτά είδη. Διαθέτουν ένα τμήμα, το οποίο ελέγχει τις προσπάθειες του μαθητή και καθορίζει τι είναι αυτό, το οποίο ο μαθητής έχει κατανοήσει και τι όχι αλλά και την πρόοδο την οποία έχει σημειώσει.

Αναφέρθηκε ήδη ότι το 1970-1980 η εκπαιδευτική διαδικασία υποβοηθούμενη από Η/Υ στηριζόταν σε προγράμματα, των οποίων βασικό χαρακτηριστικό ήταν το «drill and practice». Έτσι, οι εκπαιδευτικοί παρουσίαζαν στους μαθητές ηλεκτρονικά φύλλα με προβλήματα, τα οποία αφορούσαν κυρίως τα Μαθηματικά και οι μαθητές καλούνταν να τα λύσουν. Οι μαθητές εισήγαγαν στον Η/Υ τις απαντήσεις τους και έπαιρναν ανατροφοδότηση για το, αν οι απαντήσεις που έδωσαν ήταν σωστές ή λανθασμένες. Ως ανταπόκριση στις σωστές απαντήσεις λάμβαναν συχνά και «ανταμοιβές» όπως χαμογελαστά πρόσωπα και εκρήξεις. Οι ασκήσεις, οι οποίες δημιουργούνταν ήταν βασισμένες στις αρχές του Συμπεριφορισμού για τη μάθηση, δηλαδή στις σχέσεις μεταξύ ερεθίσματος, αντίδρασης και ανταμοιβής. Ουσιαστικά, αυτά τα υπολογιστικά προγράμματα, αντικατέστησαν τη μηχανιστική μάθηση και βοήθησαν τους μαθητές στην εξάσκηση, αλλά δεν ήταν αρκετά για να ανταποκριθούν στην πολύπλοκη σκέψη των μαθητών, με αποτέλεσμα να μη χρησιμοποιείται η τεχνολογία αυτή με έναν αποτελεσματικό τρόπο.

Η εξέλιξη αυτών των προγραμμάτων drill and practice οδήγησε στη δημιουργία tutorials, δηλαδή «***περιβαλλόντων καθοδήγησης***». Τα προγράμματα αυτά αλληλεπιδρούν με το μαθητή και μέσω αυτής της αλληλεπίδρασης, ο δεύτερος καθοδηγείται στην κατάλληλη διδακτική ύλη. Βέβαια, σε αυτά συνεχίζει να λείπει η εφαρμογή της γνώσης, με αποτέλεσμα η γνώση να παραμένει αδρανής και καθαρά θεωρητική. Παράλληλα, οι μαθητές δε διαθέτουν τη δυνατότητα ανάπτυξης δικών τους νοημάτων, κρίσεων και αξιολογήσεων μέσω του προγράμματος και επιπλέον, δεν υπάρχει η δυνατότητα πρόβλεψης του πως θα ερμηνευτούν τα δεδομένα ενός προβλήματος από το μαθητή.

Αναλυτικότερα, τα ***Intelligent Tutoring Systems*** (Εξυπνα Περιβάλλοντα Καθοδήγησης) επιδίωκαν να διδάξουν την επίλυση προβλημάτων και τη γνώση σε διάφορα πεδία. Τα ειδικά μοντέλα που χρησιμοποιούν αυτά τα περιβάλλοντα περιγράφουν τις σκέψεις και τις στρατηγικές ,τις οποίες θα χρησιμοποιούσε ένας ειδικός στο θέμα στην προσπάθειά του να επιλύσει το πρόβλημα. Στη συνέχεια, ο τρόπος με τον οποίο λύνει ένας μαθητής το πρόβλημα συγκρίνεται με αυτόν του ειδικού.

Σε περίπτωση που εντοπιστούν ασυμφωνίες ανάμεσα στους δυο τρόπους επίλυσης, το μοντέλο το οποίο χρησιμοποίησε ο μαθητής θεωρείται άμεσα ελαττωματικό και του παρέχονται διορθωτικές οδηγίες.

Παράλληλα, τα ***Interactive Learning Environments*** (ILE-Αλληλεπιδραστικά Μαθησιακά Περιβάλλοντα) έχουν ως βασικά χαρακτηριστικά το ανοιχτό περιβάλλον, το οποίο αναπτύσσουν, το οποίο επιτρέπει στο μαθητή να κάνει οτιδήποτε θελήσει, δίνοντάς του, έτσι, την ευκαιρία να εξερευνήσει πολλαπλές μορφές αναπαράστασης των εννοιών της διδακτέας ύλης μέσω των ενεργειών του. Τα ILE είναι περιβάλλοντα σχεδιασμού και προγραμματισμού κατά βάση και επιτρέπουν την αναπαράσταση μιας έννοιας με πολλά συμβολικά μέσα.

Η εκπαίδευση δεν αποτελεί κάτι το γραμμικό και σταθερό, αλλά οφείλει να εξελίσσεται ανάλογα με τις κοινωνικές συνθήκες, με έναν τρόπο συνεχές και ατέρμονο. Έτσι, ο εκ νέου προσδιορισμός των στόχων της εκπαίδευσης, αλλά και η αλλαγή των εκπαιδευτικών πρακτικών, κρίνονται αναγκαία, έτσι ώστε να είναι συμβατές με τις ιδιαίτερες ανάγκες που έχουν στη σημερινή εποχή οι μαθητές. Βέβαια, είναι άξιο αναφοράς το γεγονός, πως βάση των παλαιότερων αντιλήψεων, οι μαθητές θα έπρεπε πρώτα να διαχειρίζονται τα βασικά στάδια των γνωστικών αντικειμένων και έπειτα να τα επεξεργάζονται σε υπολογιστικό περιβάλλον. Νεότερες έρευνες, έδειξαν ότι κάτι τέτοιο δεν είναι αναγκαίο, αφού ακόμα και μικρά παιδιά, τα οποία ανήκουν στο *προσυλλογιστικό* στάδιο ανάπτυξης, μπορούν να χειριστούν προγράμματα ηλεκτρονικών υπολογιστών, τα οποία έχουν αναπτυχθεί κατάλληλα με τις ανάγκες και τις δεξιότητές τους (Clements & Nastasi, 1992). Παράλληλα, παλαιότερες αντιλήψεις για τη χρήση των τεχνολογιών υποδείκνυαν, ότι η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών είναι κάτι το οποίο απαιτεί *συμβολική* ικανότητα, δηλαδή δεν είναι κάτι το χειροπιαστό. Βέβαια, ένας τέτοιος ισχυρισμός φαίνεται, πως αγνοεί, ότι η έκφραση και η επικοινωνία των παιδιών γίνεται και με τη χρήση συμβόλων, μέσω των χειρονομιών ή και της ίδιας της γλώσσας (Clements, 2002).

Παράλληλα, το τι αποτελεί απτό και συγκεκριμένο για το παιδί, έχει σχέση με το αν είναι κάτι το οποίο έχει νόημα για το ίδιο, ή με το αν μπορεί ο μαθητής να το συσχετίσει και να το χειριστεί με βάση τα δικά του φυσικά χαρακτηριστικά. Αυτή είναι η άποψη που αποτυπώθηκε μετά από έρευνα, η οποία πραγματοποιήθηκε σε μαθητές της τρίτης τάξης του Δημοτικού σχολείου. Οι μαθητές κλήθηκαν να χρησιμοποιήσουν λογισμικό ηλεκτρονικού υπολογιστή και υλικά, τα οποία αφορούσαν την έννοια της ταξινόμησης και της λογικής σκέψης.

Οι μαθητές, οι οποίοι χρησιμοποίησαν τα χειρωνακτικά υλικά παρουσίασαν μεγαλύτερη ικανότητα πρόβλεψης και έδειχναν να μπορούν να συγκεντρώνουν τη σκέψη τους σε μεγαλύτερο βαθμό κατά τη διάρκεια της ταξινόμησης, σε σχέση με τους μαθητές που χρησιμοποιούσαν το λογισμικό στον ηλεκτρονικό υπολογιστή (Clements, 2002). Συνεπώς, το ουσιαστικό ερώτημα που προκύπτει, δεν είναι αν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές και το λογισμικό τους είναι απτά ή όχι, αλλά αν μπορούν να παρέχουν τις κατάλληλες εμπειρίες, οι οποίες να εξυπηρετούν τις γνωστικές ανάγκες και τη γνώση των μαθητών.

Επομένως, κρίνεται αναγκαία η χρήση των Τ.Π.Ε. εντός των σχολικών πλαισίων. Παράλληλα, οι εκπαιδευτικοί σε πολλές χώρες αρχίζουν να κάνουν ευρεία χρήση των Τ.Π.Ε. με σκοπό να αλλάξουν τη διδασκαλία στην τάξη, αλλά και τη μάθηση και παράλληλα να ενσωματώσουν την τεχνολογία στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών (Kozma, 2003). Έτσι, οι Τ.Π.Ε. μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μέσα διδασκαλίας και μάθησης σε πολλά γνωστικά αντικείμενα, λόγω των δυνατοτήτων αλληλεπίδρασης που παρέχουν στο χρήστη.

Σε αυτό το σημείο, θα ήταν συνετή η αναφορά στον όρο *μικρόκοσμος*, καθώς και στην αποσαφήνισή του. Ως μικρόκοσμος ορίζεται ένα περιβάλλον, στο οποίο οι μαθητές παίζουν και μέσω αυτού του παιχνιδιού τους παρέχεται η δυνατότητα να ξεπεράσουν τυχόν συγχύσεις και ύστερα να σκεφτούν και να εμπνευστούν νέες ιδέες. Είναι άμεσα συνυφασμένος όρος με αυτόν των ΙΛΕ που αναφέρθηκαν παραπάνω. Οι μικρόκοσμοι, όμως, εν αντιθέσει με τα ΙΛΕ, ενώ επιτρέπουν στο χρήστη να δράσει προς την κατεύθυνση που αυτός θέλει, διέπονται όμως από ορισμένους κανόνες, τους οποίους ο χρήστης καλείται να εφαρμόσει.

Στους μικρόκοσμους, ο μαθητής μπορεί να εξερευνήσει και συνεπώς, να μάθει από τις πληροφορίες, τις οποίες λαμβάνει από έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή κατά τη διάρκεια της εξερεύνησής του. Έτσι, οι μαθητές, μέσω των μικρόκοσμων, γίνονται σχεδιαστές αλλά και χρήστες παράλληλα, διότι δημιουργούν αντικείμενα και εργαλεία για την επίλυση των προβλημάτων τους (Hoyles, Noss & Adamson, 2002). Ο διπλός αυτός ρόλος του μαθητή οδηγεί ευθέως στην ιδέα του κονστρουκτιβισμού βάσει της οποίας, η μάθηση δεν έρχεται μέσω της προσπάθειας του εκπαιδευτικού να βρει εναλλακτικές πρακτικές στη διδασκαλία του, αλλά μέσω της παροχής ευκαιριών στο μαθητή να κατασκευάσει τις γνώσεις του (Papert & Harel, 1991) (αναλυτικότερα βλ. «*Η κατασκευαστική θεωρία*» στο *Κεφάλαιο 2*).

Βάσει των παραπάνω, καθώς και μέσω της εμπειρικής παρατήρησης της καθημερινής ζωής, γίνεται προφανές ότι η διάχυση των Τ.Π.Ε.-μια διάχυση, η οποία ολοένα αυξάνεται γεωμετρικά-στην κοινωνική ζωή όλων και κυρίως των μαθητών γίνεται ολοένα σε νεαρότερη ηλικία. Αυτό εγείρει ερωτήματα και προκλήσεις, αλλά και ευκαιρίες, τόσο στο εκπαιδευτικό σύστημα όσο και στους γονείς των μαθητών (Μαλισιόβα, 2009). Παράλληλα, γίνεται εμφανές, ότι ο αρχικός «αφορισμός» των Τ.Π.Ε. και η αγνόησή τους από μεριάς του εκπαιδευτικού συστήματος, δεν είναι πλέον κατάλληλες στρατηγικές, ούτε είναι αποτελεσματικές. Σταδιακά, αυτό αλλάζει και μέσω των σχετικών ερευνών, το εκπαιδευτικό σύστημα και οι γονείς ενστερνίζονται πιο ρεαλιστικές στάσεις και απόψεις, όσον αφορά την εισαγωγή των Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Έτσι, πλέον κρίνεται επιτακτική η χρήση των Τ.Π.Ε. αρκετά νωρίς, από την ηλικία των τριών ετών και τα ερωτήματα, που τίθενται δεν αφορούν πλέον στο αν θα πρέπει τα παιδιά να χρησιμοποιούν την τεχνολογία, ούτε στο σε ποια ηλικία αυτό είναι καταλληλότερο (Clements, 1999). Αντιθέτως, αυτά έχουν ήδη απαντηθεί και τα ζητήματα στρέφονται προς το με ποιον τρόπο μπορούν οι Τ.Π.Ε. να αυξήσουν και να βοηθήσουν τη μαθησιακή διαδικασία, ποια είναι η μαθησιακή διαδικασία την οποία ενισχύουν και με ποιον τρόπο θα τις εκμεταλλευτούμε, έτσι ώστε να εξυπηρετήσουν επαρκέστερα τις ανάγκες διαφορετικών πληθυσμών και διαφορετικών γνωστικών αντικειμένων (Clements, 1999).

Τέλος, οι σύγχρονοι ερευνητές διευρύνουν τις έννοιες, τις οποίες περικλείει ο όρος Τ.Π.Ε. και εκτός από τον επιτραπέζιο ηλεκτρονικό υπολογιστή, στρέφουν το ενδιαφέρον τους σε φορητές τεχνολογίες, οι οποίες ενσωματώνονται σε διάφορες συσκευές (π.χ. e-toys). Παράλληλα, το ερευνητικό ενδιαφέρον στρέφεται σε συσκευές όπως οι βιντεοκάμερες, οι ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές, οι ηλεκτρονικοί πίνακες, έξυπνα παιχνίδια και κινητές συσκευές όπως smartphones, PDAs και tablets (Φεσάκης, 2009).

4.3. Η συμβολή των Τ.Π.Ε. στη μαθησιακή διαδικασία

Η χρήση των νέων τεχνολογιών σε όλους τους τομείς της καθημερινότητας, αλλά και πιο συγκεκριμένα στην εκπαίδευση, έχει κυρίως θετικές επιπτώσεις στους μαθητές, χωρίς βέβαια να αποκλείονται και κάποιες αρνητικές συνέπειες.

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής στην εκπαιδευτική διαδικασία αποτελεί κίνητρο για τους μαθητές, κάνοντας τη μάθηση ελκυστική. Επιπλέον, όμως κάνει και τη διδασκαλία ενδιαφέρουσα, καθώς οι μαθητές ανυπομονούν να μάθουν και να χρησιμοποιήσουν περισσότερο τον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Έτσι, ο εκπαιδευτικός απολαμβάνει τη διδασκαλία σε μια τάξη που ενδιαφέρεται να μάθει.

Με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών οι μαθητές δύνανται να αναπτύξουν τη νοημοσύνη τους και να εμπλουτίσουν τις γνώσεις τους, όχι μόνο όσον αφορά συγκεκριμένα διδακτικά αντικείμενα, που αφορούν τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές, αλλά και σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα που διδάσκονται.

Σημαντικές επιπτώσεις υπάρχουν όσον αφορά τις μαθηματικές δεξιότητες. Ακόμα και οι μαθητές που δεν ενδιαφέρονται για τα Μαθηματικά, με την παρουσία του ηλεκτρονικού υπολογιστή στην τάξη αλλάζουν συμπεριφορά και προσπαθούν να δουν τα προγράμματά τους να «τρέχουν» και τις εργασίες τους να «βγάζουν» σωστά αποτελέσματα. Αυτό συμβαίνει κυρίως, γιατί ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι σαν ευχάριστο παιχνίδι για κάθε μαθητή, δεν κοροϊδεύει αυτόν που κάνει λάθος και μεταχειρίζεται όλους τους μαθητές ανεξαρτήτως ικανοτήτων, με τον ίδιο τρόπο (Schoevers et al, 2019).

Οι μαθητές με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών αναπτύσσουν τη μαθηματική σκέψη και την ικανότητα επίλυσης προβλήματος. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής δε μπορεί να κάνει τίποτα μόνος του. Πρέπει να του πούμε τι ακριβώς να κάνει και πώς να το κάνει. Κι αυτές τις πληροφορίες πρέπει να τις δώσει ο μαθητής, ο οποίος πρέπει να έχει κατανοήσει πλήρως τη λύση του προβλήματος βήμα προς βήμα (Zaranis, 2016).

Προκειμένου ο μαθητής να προγραμματίσει τον υπολογιστή πρέπει να χωρίσει το πρόβλημά του σε λογικά βήματα, να αναπτύξει δηλαδή έναν αλγόριθμο. Επομένως τα Μαθηματικά με τον υπολογιστή δεν παραμένουν μια άσκηση υπολογισμών, αλλά γίνονται μελέτη των αλγορίθμων και της επίλυσης προβλημάτων.

Επιπλέον οι μαθητές αποκτούν αφαιρετική σκέψη και ενισχύουν τη μνήμη τους και μπορούν να καλλιεργήσουν το κριτικό πνεύμα τους και να αναπτύξουν πνεύμα συνεργασίας μεταξύ τους, με τη διεκπεραίωση ομαδικών εργασιών με τη χρήση του υπολογιστή. Γενικότερα εξοικειώνονται με την τεχνολογία και έχουν μεγαλύτερη ευχέρεια στη χρήση μηχανών, που έτσι κι αλλιώς έχουν εισβάλλει καθοριστικά στη σύγχρονη κοινωνία.

Χρησιμοποιώντας τον υπολογιστή, ο μαθητής μαθαίνει να προσεγγίζει με αποτελεσματικότητα πραγματικά προβλήματα. Η δυνατότητα να κάνει προσεγγίσεις και υποθέσεις χωρίς να είναι υποχρεωμένος να εκτελεί κουραστικούς υπολογισμούς με το χέρι του επιτρέπει να ερευνήσει ένα ευρύ φάσμα δυνατοτήτων σε σχετικά μικρό χρόνο. Με τη χρήση του υπολογιστή για την επίλυση αριθμητικών προβλημάτων οι μαθητές αποκτούν εμπειρία των εφαρμογών των Μαθηματικών χωρίς να πλήττουν επαναλαμβάνοντας τα ίδια και τα ίδια, που συχνά μπορεί να οδηγήσει σε αποστροφή για τα Μαθηματικά.

Παρόλα αυτά, όπως προαναφέρθηκε, δε λείπουν και οι αρνητικές συνέπειες από τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Συγκεκριμένα, πολλές φορές αποσπάται η προσοχή των μαθητών, από τον εντυπωσιασμό που προκαλούν τα γραφικά και η μουσική επένδυση που συνδέεται με κάποια λογισμικά (Zaranis, 2016). Επίσης, κάποια λογισμικά δύνανται να είναι ακατάλληλα για κάποιες ηλικίες και κάποια άλλα απαιτούν ιδιαίτερη επίβλεψη από το διδάσκοντα με αποτέλεσμα η πορεία προς τη μάθηση να μην αποτελεί ατομική ενέργεια. Τέλος, ο ηλεκτρονικός υπολογιστής ως εργαλείο μάθησης, μπορεί να κυριεύσει το μαθητή και να τον κάνει παθητικό δέκτη της γνώσης, εμποδίζοντας τον αρκετές φορές ακόμα και από τη διαδικασία κοινωνικοποίησής του.

Οι Τ.Π.Ε. οι οποίες προσδίδουν ιδιαίτερη αξία στην εκπαιδευτική διαδικασία χωρίζονται σε δυο μεγάλες κατηγορίες. Αυτές είναι τα *νοητικά εργαλεία* και τα *επικοινωνιακά μέσα* (Κυνηγός & Δημαράκη, 2002). Αναλυτικότερα:

- Τα **νοητικά εργαλεία** συντελούν ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν μοντέλα φαινομένων, σχέσεων και καταστάσεων. Παρουσιάζουν μια ουδέτερη ανταπόκριση ως εργαλεία, η οποία αξιοποιείται αρκετά από τους μαθητές, οι οποίοι πειραματίζονται, διερευνούν, εκφράζουν, διατυπώνουν και αναπαριστούν ιδέες και έννοιες. Αυτά τα εργαλεία προσομοιώνουν φαινόμενα και καταστάσεις, οι οποίες επιτρέπουν στον τελικό χρήστη, δηλαδή το μαθητή, να δημιουργήσει και να επεκτείνει όσο το δυνατόν περισσότερο τα χαρακτηριστικά και τις λειτουργίες τους με ένα δημιουργικό τρόπο.
- Τα **επικοινωνιακά μέσα** συνδέονται με τη δυνατότητα του ηλεκτρονικού υπολογιστή να αποτελεί ένα «παράθυρο» σε πηγές πληροφοριών, καθώς και τη δυνατότητα για γραπτή ή και προφορική επικοινωνία σε συλλογικό επίπεδο. Συνήθως, τέτοιου είδους εφαρμογές επιτρέπουν στο μαθητή να αναζητήσει και να επεξεργαστεί δεδομένα και πληροφορίες.

Μέσω αυτών, δίνεται παράλληλα και ιδιαίτερη έμφαση στην εξ' αποστάσεως επικοινωνία ανάμεσα στους μαθητές-χρήστες καθώς και στη διαχείρισή της.

Παράλληλα, τα λογισμικά είναι δυνατόν να διαχωριστούν σε εκείνα, τα οποία έχουν δημιουργηθεί με σκοπό την *εκπαιδευτική χρήση* και εκείνα, τα οποία προορίζονται για *επαγγελματικούς* ή ευρύτερα *κοινωνικούς* λόγους και έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκπαίδευση. Τα πιο γνωστά και συνήθη εργαλεία «γενικής χρήσης», τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκπαιδευτική διαδικασία με ένα δημιουργικό τρόπο είναι εκείνα τα εργαλεία *σχεδίασης* και *ζωγραφικής*, τα εργαλεία *επεξεργασίας κειμένων*, τα *λογιστικά φύλλα*, οι *περιηγητές του διαδικτύου*, τα λογισμικά *ηλεκτρονικού ταχυδρομείου*, και τα λογισμικά *δυναμικών ιστοχώρων* (portals).

Ένας τρόπος ταξινόμησης των εργαλείων, τα οποία αξιοποιούνται για τη διερευνητική εκπαίδευση είναι βάσει της σύνθεσης του είδους της μαθησιακής δραστηριότητας και του είδους της τεχνολογίας που την υποστηρίζει, καθώς και με κριτήριο την αξία που μπορούν να προσθέσουν στην εκπαιδευτική διαδικασία από αυτήν τη δραστηριότητα. Έτσι, οι κατηγορίες δραστηριοτήτων με τη χρήση των εργαλείων που προσφέρονται από τις Τ.Π.Ε. είναι επτά και διαμορφώνονται ως εξής:

i) Γραπτή έκφραση,
ii) Έκφραση μαθηματικών εννοιών,
iii) Ελεύθερη έκφραση,
iv) Διαχείριση πληροφοριών,
v) Πειραματισμός με μοντέλα,
vi) Επικοινωνία και
vii) Έλεγχος μηχανών.

Συγκεκριμένα:

- Η «**Γραπτή Έκφραση**» αποτελεί βασικό τρόπο επικοινωνίας. Όταν ένας μαθητής χρειάζεται να συγγράψει ένα κείμενο, χρειάζεται να προσέξει τη νοηματική ευκρίνεια των προτάσεών του, τη δομή και τη λογική ροή του λόγου του, την ορθογραφία, τη σύνταξη που χρησιμοποιεί, καθώς και τη μορφοποίηση του τελικού προϊόντος. Κατά τον παραδοσιακό τρόπο συγγραφής (μολύβι και χαρτί), ο μαθητής θα έπρεπε να σκέφτεται, να παρατηρεί και να διορθώνει όλα αυτά την ίδια χρονική στιγμή.

Από την άλλη μεριά, αν χρησιμοποιεί έναν *επεξεργαστή κειμένων*, ο μαθητής έχει την ικανότητα να σχεδιάζει, να δοκιμάζει, και να αλλάζει οποιοδήποτε μέρος του κειμένου που έχει παράγει οποιαδήποτε στιγμή.

Εν ολίγοις, ο επεξεργαστής κειμένου «γράφει» ταυτόχρονα με το μαθητή. Αν αυτές οι δυνατότητες καθοδηγηθούν κατάλληλα εκπαιδευτικά, μπορούν να αποτελέσουν χρήσιμο εργαλείο, το οποίο θα αλλάξει τη στάση των μαθητών απέναντι στη γραπτή έκφραση και την τέχνη του «εκφράζεσθαι» (Κουτσογιάννης, 2002). Ούτως ή άλλως, η γραπτή έκφραση αποτελεί καθημερινότητα των μαθητών στην άμεση γραπτή επικοινωνία (chat), μέσω της ανταλλαγής γραπτών μηνυμάτων από το κινητό τηλέφωνο (τεχνολογία SMS) αλλά και από διάφορα παιχνίδια σε Η/Υ που υποστηρίζουν τέτοιες λειτουργίες. Το φαινόμενο αυτό, με την κατάλληλη υποστήριξη και καθοδήγηση-τόσο στους μαθητές όσο και στους εκπαιδευτικούς-μπορεί να προσθέσει αξία στη διδακτική διαδικασία.

Παράλληλα, υπάρχει η δυνατότητα διασύνδεσης μερών του κειμένου με άλλες πηγές, δημιουργώντας, έτσι διασυνδέσεις με μορφή δέντρου που απαιτούν ειδικές ικανότητες ανάγνωσης και αποκαλύπτουν διαφορετικές δυνατότητες γραφής.

- Χρησιμοποιώντας τεχνολογίες για την **έκφραση μαθηματικών εννοιών**, ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να εκφράζει έννοιες ή σκέψεις με μαθηματικά σύμβολα. Τα σύμβολα αυτά διαφοροποιούνται από εκείνα, τα οποία μπορούν να γράψουν σε ένα εργαλείο επεξεργασίας κειμένου, καθώς είναι το αποτέλεσμα της εκτέλεσης μιας εντολής. Αυτό προσδίδει στη διδασκαλία αξία, αφού ο μαθητής εκφράζεται απευθείας με τα σύμβολα και βιώνει τη σημασία τους από την παρατήρηση του τρόπου με τον οποίον ανταποκρίνεται το λογισμικό (diSessa, 2000).
- Τα λογισμικά εργαλεία **ελεύθερης έκφρασης** αφορούν τα εργαλεία *ζωγραφικής* και *επεξεργασίας εικόνων*. Η διδακτική τους αξία αφορά το γεγονός, ότι δίνουν στο μαθητή βήμα για να επεξεργαστεί και να δημιουργήσει οτιδήποτε μέσω διάφορων μικρο-εργαλείων.
- Έχουν αναπτυχθεί διάφορες ειδικές βάσεις δεδομένων για μαθησιακούς σκοπούς και συγκεκριμένα για την εξοικείωση των μαθητών με τη **διαχείριση των πληροφοριών**. Η πρόσθετη παιδαγωγική αξία τους εκπορεύεται από τις δραστηριότητες, στις οποίες μπορεί να εμπλακεί ο μαθητής με ένα δυναμικό τρόπο.

Δηλαδή στην *άμεση καταχώρηση*, *οργάνωση* και *ταξινόμηση* πληροφοριών, στην *ποικιλόμορφη αναπαράσταση*, τη δυνατότητα *ανάλυσης* και τις διαφορετικές δυνατότητες ως προς τον τρόπο της παρουσίασης των πληροφοριών (Hancock, 1995).

- Οι προσομοιωτές αποτελούν εργαλεία, τα οποία επιτρέπουν την απόκτηση εμπειριών μέσω εικονικών ιδεατών κόσμων και προάγουν τον **πειραματισμό με** αυτά τα **μοντέλα**. Οι προσομοιωτές αυτοί αποτελούν λεπτομερείς αναπαραστάσεις των φαινομένων ή και των καταστάσεων, τις οποίες προσομοιώνουν και δίνουν μεγάλη έμφαση στην πιστότητα αντιστοίχισης με το φυσικό φαινόμενο ή την πραγματική κατάσταση. Μέσω των δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούνται από αυτά τα εργαλεία μπορεί να καλλιεργηθεί ο πειραματισμός και η επιστημονική δράση στους μαθητές.
- Οι μαθητές, έτσι, έχουν τη δυνατότητα να αποκτήσουν εμπειρία φαινομένων, τα οποία είναι επικίνδυνα (όπως π.χ. στη Χημεία), έχουν μεγάλο οικονομικό κόστος ή είναι πρακτικά ανέφικτα (π.χ. βολή από τη Γη στο διάστημα). Παράλληλα, τέτοιου είδους εργαλεία διαθέτουν, επίσης, όργανα μέτρησης των φαινομένων ταυτόχρονα με την εξέλιξή τους, κάτι το οποίο στο φυσικό πείραμα είναι ανέφικτο.
- Η ψηφιακή τεχνολογία επιτρέπει την ευρύτατη διάδοση και χρήση της **επικοινωνίας**. Η δυνατότητα δημιουργίας διαφορετικών ομάδων και η καλλιέργεια της *συνεργατικής μάθησης* αποτελούν πρόσθετες παιδαγωγικές αξίες, τις οποίες εισάγουν στην διαδικασία της εκπαίδευσης οι Τ.Π.Ε..
- Τα λογισμικά, τα οποία επιτρέπουν τον **έλεγχο** κάποιας **μηχανής** ή αντικειμένου από τους μαθητές έχουν ιδιαίτερη σημασία στις τεχνικές σχολές (π.χ. των ηλεκτρολόγων), ενώ προσδίδουν παιδαγωγική αξία και στην εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία, αφού οι μαθητές-και στις δυο περιπτώσεις-μπορούν να συσχετίσουν τον εικονικό και το συμβολικό κόσμο με απτά φυσικά αντικείμενα.

Οι παραπάνω εφαρμογές έχουν τη δυνατότητα να προσδώσουν πρόσθετη παιδαγωγική αξία στην εκπαιδευτική διαδικασία και να συμβάλλουν στη βελτίωσή τους σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα. Συγκεκριμένα, αν τη συμβολή αυτήν την παρατηρήσουμε μέσα από το πρίσμα των Μαθηματικών, κάποιες εφαρμογές από τις παραπάνω υλοποιούν τους στόχους της διδασκαλίας των Μαθηματικών περισσότερο αποτελεσματικά από κάποιες άλλες. Η έκφραση των μαθηματικών ιδεών είναι η πιο προφανής από όλες.

Παράλληλα, όμως, η γραπτή έκφραση των μαθηματικών ιδεών και συλλογισμών ή των αιτιολογήσεων είναι εξίσου σημαντική και δύσκολη στην εκπόνησή της. Επιπλέον, τα πειράματα με προσομοιώσεις μπορούν να αναπτύξουν την ικανότητα παραγωγής υποθετικών και παραγωγικών συλλογισμών, καθώς και να επιτρέπουν στο μαθητή να εστιάσει την προσοχή του στην μαθηματική υπόσταση που διαθέτουν τα αντικείμενα, ξεπερνώντας την απτή τους υπόσταση (Ζαράνης & Αλεξανδράκη, 2019). Η επικοινωνία και η συνεργασία γύρω από μαθηματικές έννοιες, καθώς και η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων ενισχύονται, έτσι, από τα τεχνολογικά μέσα.

Επιπροσθέτως, η διαχείριση δεδομένων πληροφοριών θεωρείται εξ' ορισμού μαθηματική δραστηριότητα, και ο έλεγχος μηχανών αφορά άμεσα μαθηματικά πειράματα, στην περίπτωση, τουλάχιστον, που ο προγραμματισμός ή η λειτουργία της μηχανής, η οποία ελέγχεται εμπερικλείει μαθηματικές έννοιες.

4.4. Η Εισαγωγή των Τ.Π.Ε. στην Εκπαίδευση

Κατά την εισαγωγή και την ένταξη των νέων τεχνολογιών και της πληροφορικής στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, διακρίνουμε τέσσερα σημαντικά στάδια ή φάσεις εισαγωγής:

- Η περίοδος εκπαιδευτικής τεχνολογίας και διδακτικών μηχανών (πριν το 1970)
- Η πληροφορική προσέγγιση (1970-1980)
- Η πληροφορική ως μέσο και αντικείμενο εκπαίδευσης (1980-1989)
- Οι τεχνολογίες πληροφορίας και επικοινωνιών ως μέσο διδασκαλίας και μάθησης (μετά το 1990).

Η πρώτη φάση της ένταξης των Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, αποτελεί την έναρξη όλων των σταδίων που σχετίζονται με την ένταξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση και μπορεί να θεωρηθεί μια ολόκληρη περίοδος της εκπαιδευτικής τεχνολογίας, η οποία χαρακτηρίζεται από την προσπάθεια εισαγωγής και ένταξης των διαφόρων μέσων και τεχνολογιών (πριν το 1970) στην εκπαίδευση. Η συγκεκριμένη περίοδος χαρακτηρίζεται από την προβληματική των διδακτικών μηχανών.

Στη συνέχεια, η δεύτερη φάση ένταξης των Τ.Π.Ε. αποτελεί το πρώτο καθαρά πληροφορικό στάδιο, που αφορά την εισαγωγή της πληροφορικής. Βέβαια, δεν αναφερόμαστε ακόμα σε Τ.Π.Ε., αφού η σύγκλιση της πληροφορικής με τις άλλες τεχνολογίες επήλθε αργότερα. Η δεύτερη φάση εισαγωγής-αν και οι εκπαιδευτικές χρήσεις του υπολογιστή σποραδικά είχαν ξεκινήσει από τη δεκαετία του 1950-ξεκινά στις αρχές της δεκαετίας του 1970 και η προβληματική του σταδίου αυτού αποκρυσταλλώνεται στις πρώτες επίσημες εκθέσεις ειδικών σχετικά με την «πληροφοριοποίηση» της κοινωνίας και τις επιπτώσεις της στην εκπαίδευση. Στην περίοδο της δεκαετίας του 1980, γίνεται η μαζική εισαγωγή του ηλεκτρονικού υπολογιστή στο εκπαιδευτικό σύστημα, σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

Το συγκεκριμένο στάδιο προσδιορίζει κυρίως την πληροφορική προσέγγιση με κύριο στόχο τη διδασκαλία του προγραμματισμού και την προσπάθεια ανάπτυξης συστημάτων διδασκαλίας με τη συνδρομή ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών προγραμμάτων με την αρωγή του ηλεκτρονικού υπολογιστή, είναι προγράμματα εξάσκησης και πρακτικής εφαρμογής και ελάχιστα είναι αυτά που αφορούν εναλλακτικές εφαρμογές, όπως προγράμματα προσομοιώσεων και έμπειρα διδακτικά συστήματα.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1990 εισέρχεται η έννοια των Τ.Π.Ε.. Προτείνεται η χρήση των υπολογιστών στα σχολεία της Μεγάλης Βρετανίας, η πληροφορική για όλους στη Γαλλία και αντίστοιχα προγράμματα εισαγωγής των ηλεκτρονικών υπολογιστών στις ΗΠΑ και στις άλλες αναπτυγμένες χώρες. Πρόκειται για μια χρονική περίοδο εισαγωγής της πληροφορικής σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.

Τέλος, η τέταρτη φάση εισαγωγής των Τ.Π.Ε. ξεκίνησε από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 και βρίσκεται σε εξέλιξη ακόμα και σήμερα. Βασικό χαρακτηριστικό αυτής της φάσης είναι η γενικευμένη ένταξη των Τ.Π.Ε. στις διάφορες πτυχές της εκπαιδευτικής διαδικασίας και οι σημαντικές προσπάθειες που καταβάλλονται για την ενσωμάτωση των Τ.Π.Ε. σε όλο το εύρος του αναλυτικού προγράμματος σπουδών.

4.5. Τ.Π.Ε. και Μαθηματική Εκπαίδευση

Τα σύγχρονα αναλυτικά προγράμματα σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης προτείνουν την Πληροφορική ως κύριο γνωστικό αντικείμενο. Επιπλέον, σύμφωνα με το Ενσωματωμένο (Integrated) Πρότυπο, βάσει του οποίου τα θέματα, τα οποία αφορούν τους Η/Υ και τις Τ.Π.Ε. διδάσκονται μέσω όλων των αντικειμένων του Δημοτικού σχολείου και δεν αποτελούν ξεχωριστό γνωστικό πεδίο. Η Έκθεση Simon (1980) προτείνει την κατάρτιση για όλους στην Πληροφορική και τονίζει, ότι τα ψηφιακά εργαλεία δεν έχουν τη δυνατότητα να βοηθήσουν στην εκπαιδευτική διαδικασία ως ένα καθολικό εκπαιδευτικό μέσο, αλλά σε συγκεκριμένες περιπτώσεις παρουσιάζουν ιδιαίτερο παιδαγωγικό ενδιαφέρον.

Παράλληλα, πολλά πακέτα λογισμικού έχουν αναπτυχθεί, τα οποία ονομάζονται «*εκπαιδευτικό λογισμικό*». Από την άλλη μεριά, λίγα από αυτά επιτυγχάνουν τους στόχους της εκπαιδευτικής διαδικασίας (Ζαράνης & Αλεξανδράκη, 2019).

Αναφερόμενοι στον όρο «εκπαιδευτικό λογισμικό», περιγράφουμε ένα ψηφιακό λογισμικό, το οποίο «εμπεριέχει διδακτικούς στόχους, ολοκληρωμένα σενάρια, αλληγορίες με παιδαγωγική σημασία και επιφέρει συγκεκριμένα διδακτικά και μαθησιακά αποτελέσματα» (Καρακασιλιώτης, 2008).

Οι Dick και Hollebrands (2011) στο βιβλίο τους Focus in High School Mathematics, ορίζουν δυο τρόπους διαχωρισμού της χρήσης της τεχνολογίας πληροφοριών και επικοινωνίας στην τάξη που διδάσκονται Μαθηματικά: τις τεχνολογίες *μεταβίβασης* και τις τεχνολογίες *δράσης*.

Οι τεχνολογίες μεταβίβασης είναι εκείνες που χρησιμοποιούνται για τη μετάδοση και τη λήψη πληροφοριών. Χρήσεις, οι οποίες εμπίπτουν στην κατηγορία αυτήν αφορούν παρουσιάσεις με βιντεοπροβολείς, τη χρήση διαδραστικών πινάκων και του λογισμικού παρουσίασης ηλεκτρονικών διαφανειών (όπως *PowerPoint*, *Prezi*), αλλά και την παρουσίαση πληροφοριών μέσω βίντεο. Παράλληλα, η κατηγορία των τεχνολογιών μεταβίβασης παράγει χρήσεις, όπως αυτή του διαδικτύου και την εγκατάσταση ασυρμάτων δικτύων μέσα στο σχολικό πλαίσιο, αλλά και μέσων κοινής χρήσης δεδομένων όπως το *Google Drive*, των μέσων κοινωνικής δικτύωσης, όπως το *Facebook* και το *Twitter*, και διάφορες πλατφόρμες *blogging* (Bourbour, 2020).

Από την άλλη μεριά, οι τεχνολογίες δράσης, όσον αφορά τον τομέα των Μαθηματικών, αποτελούνται από όλα εκείνα τα τεχνολογικά εργαλεία, τα οποία μπορούν να εκτελέσουν μαθηματικές διεργασίες ή και να ανταποκρίνονται στις ενέργειες του χρήστη με ένα μαθηματικά καθορισμένο τρόπο. Παραδείγματα τέτοιου είδους τεχνολογιών αποτελούν τα υπολογιστικά συστήματα Άλγεβρας (*CAS*), το λογισμικό διαχείρισης δεδομένων *Excel*, το λογισμικό γραφημάτων *GeoGebra*, συγκεκριμένες εφαρμογές κινητών και tablet, όπως το *Dragon Box*, ένα παιχνίδι κινητού που διδάσκει την επίλυση απλών εξισώσεων, καθώς και προσομοιώσεις σε υπολογιστές, με γνώμονα την παράμετρο εικονικών αναπαραστάσεων των φυσικών φαινόμενων (π.χ. *Angry Birds*, εφαρμογές στο *GeoGebra Tube*).

Πιο αναλυτικά, για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, υπάρχουν συγκεκριμένα προγράμματα, τα οποία διαθέτουν ειδικά χαρακτηριστικά, τα οποία αντιστοιχούν σε διάφορες ενότητες της μαθηματικής εκπαίδευσης. Τα χαρακτηριστικά κάθε λογισμικού εξαρτώνται από τις παραμέτρους της θεματικής περιοχής, όπου αφορούν. Έτσι, σύμφωνα με τη μαθηματική περιοχή στη διδασκαλία των Μαθηματικών που υποστηρίζουν, τα εκπαιδευτικά αυτά λογισμικά κατηγοριοποιούνται ως εξής:

- **Αλγεβρικά**:

  Ορισμένες αλγεβρικές έννοιες αποτελούν πεδίο δυσνόητο για αρκετούς μαθητές. Ο γενικευμένος αριθμός, η μεταβλητή, οι συναρτησιακές σχέσεις αποτελούν έννοιες, οι οποίες απαιτούν αναπτυγμένη αφαιρετική ικανότητα εκ μέρους των μαθητών. Η δομή των αλγεβρικών παραστάσεων, αλλά και αρκετές άλλες αλγεβρικές σχέσεις, κανόνες και συμβολισμοί, αλλά και οι βασικές μαθηματικές πράξεις πολλές φορές αποτελούν σημείο, στο οποίο δυσκολεύονται οι μαθητές. Ο τυπικός συμβολισμός των μαθηματικών εννοιών, ενώ έχει καθιερωθεί ως μια από τις βασικές δομές αναπαράστασης για την έκφραση εννοιών, αλλά και την εκτέλεση μαθηματικών υπολογισμών, στους μαθητές φαίνεται αυθαίρετη και δυσνόητη (Dubinsky, 2000). Η Άλγεβρα θεωρείται προέκταση της αριθμητικής, αλλά οι μαθητές συχνά δυσκολεύονται στην κατανόηση του νέου τρόπου αναπαράστασης.

  Τα ψηφιακά εργαλεία, τα οποία αποσκοπούν στην εκμάθηση των Μαθηματικών δίνουν τη δυνατότητα διαφοροποίησης του τρόπου με τον οποίο χρησιμοποιούνται οι μαθηματικές έννοιες από τους μαθητές.

Η άμεση ανταπόκριση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και ο δυναμικός χαρακτήρας της τεχνολογίας παρέχουν την ευκαιρία στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τους μαθηματικούς κώδικες για να μάθουν Μαθηματικά με ένα διαφορετικό τρόπο από τον παραδοσιακό. Επομένως, ο μαθηματικός αυτός κώδικας γίνεται μια γλώσσα αναπαράστασης των μαθηματικών εννοιών, που είναι δυσνόητες και συνδέεται δυναμικά με εικονικές αναπαραστάσεις (π.χ. γραφήματα).

- **Γεωμετρικά**:

Τόσο οι δυνατότητες της Γεωμετρίας, όσο και τα προβλήματα που παρουσιάζονται στους μαθητές όσον αφορά αυτήν, είναι γνωστά. Η αναπαράσταση των γεωμετρικών εννοιών με τη χρήση συμβόλων μπορεί να συνδυαστεί με τη γραφική απεικόνισή τους.

Η σχηματική αυτή απεικόνιση μπορεί να μετασχηματιστεί σε οποιαδήποτε στιγμή, έτσι ώστε οι μαθητές να έχουν τη δυνατότητα να παρατηρήσουν το δυναμικό αυτό μετασχηματισμό τους. Έτσι, ο μαθητής «μεταλλάσσεται» σε έναν επιστήμονα των Μαθηματικών και μπορεί να προβεί στη διατύπωση εικασιών και υποθέσεων και ύστερα να πειραματίζεται με αυτά, καθώς και να συντάσσει δικά του θεωρήματα βάσει των γνώσεων του, να τα αξιολογεί και να τα ανατροφοδοτεί.

Τα υπολογιστικά εργαλεία, τα οποία έχουν σχεδιαστεί υπό το πρίσμα της διδασκαλίας της Γεωμετρίας διακρίνονται σε *προγραμματιστικά* και εργαλεία *δυναμικού χειρισμού* των γεωμετρικών αντικειμένων.

Τα προγραμματιστικά εργαλεία με βάση την «*Γεωμετρία της Χελώνας*» έχουν ως στόχο τη συνύπαρξη τριών αναπαραστάσεων της Γεωμετρίας: τη *συμβολική*, τη *σχηματική* και τη *σωματική μεταφορά*. Η συμβολική αναπαράσταση αποτελείται από τη γλώσσα προγραμματισμού *Logo*, η σχηματική αποτελείται από τη γραφική αναπαράσταση των εντολών, όπου δίνονται από το χρήστη μέσω συμβολικής γλώσσας, ενώ η σωματική μεταφορά της Γεωμετρίας έγκειται στη σκέψη του χρήστη-μαθητή, ο οποίος θέτει τον εαυτό του στη θέση και την κίνηση της χελώνας.

Από την άλλη μεριά, τα εργαλεία, τα οποία αποτελούν το δυναμικό χειρισμό των γεωμετρικών αντικειμένων, έφεραν επανάσταση στον τρόπο, με τον οποίο οι μαθητές χειρίζονται τα γεωμετρικά σχήματα (π.χ. Cabri Geometrie και The Geometer’s SketchPad).

Μέσω αυτών, δίνεται η δυνατότητα κατασκευής γεωμετρικών σχημάτων στο μαθητή, μέσω της χρήσης ενός συνόλου βασικών γεωμετρικών εντολών. Τα σχήματα αυτά εμφανίζονται στην οθόνη και δίνεται στο μαθητή η ικανότητα να τα μεταβάλλει με τη χρήση και το σύρσιμο του ποντικιού (drag and drop), χωρίς να μεταβληθούν οι βασικές ιδιότητες, με τις οποίες έγινε η αρχική κατασκευή του σχήματος (Zaranis & Exarchakos, 2018).

- **Στατιστικά**:

Μέσω της διαθέσιμης τεχνολογίας, δίνεται η δυνατότητα διαχείρισης μεγάλου πλήθους δεδομένων, καθώς και η δυνατότητα διαφορετικών καταχωρίσεων, ταξινομήσεων και παρουσιάσεων. Παράλληλα, δίνεται η δυνατότητα ανάλυσης των δεδομένων, τα οποία έχουν συλλεχθεί μετά από κάποια έρευνα, και να αναλυθούν ποσοτικά ή να επεξεργασθούν στατιστικά.

Οι έννοιες της στατιστικής αποτελούν πεδίο δυσνόητο για τους μαθητές, καθώς η χρήση τους γίνεται για την επεξεργασία σε καταστάσεις, οι οποίες είναι αβέβαιες. Παράλληλα, η Στατιστική δίνει τη δυνατότητα επεξεργασίας μεγάλου αριθμού δεδομένων, δεδομένα, τα οποία συχνά οι μαθητές βρίσκουν δύσκολα στην κατανόηση, αφού δε μπορούν να τα αριθμήσουν, καθώς δεν έχουν την κατάλληλη εμπειρία.

Με τη χρήση των Τ.Π.Ε. μπορούμε να βοηθήσουμε τους μαθητές αυτούς, μέσω των γραφικών αναπαραστάσεων αυτού του μεγάλου πλήθους δεδομένων με διαγράμματα Venn, «πίτες», ραβδογράμματα κλπ.

- **Πιθανοτήτων**:

Η έννοια των Μαθηματικών Πιθανοτήτων αποτελεί ένα ακόμη δυσνόητο πεδίο για τους μαθητές. Μέσω της ψηφιακής τεχνολογίας, δίνεται η δυνατότητα αναπαράστασης ορισμένων μοντέλων πιθανοτήτων, τα οποία παράγουν κάποια πειράματα μέσω της προσομοίωσης, όπως είναι-για παράδειγμα-το ρίξιμο του ζαριού, και ύστερα από αρκετές επαναλήψεις, δίνονται τα αποτελέσματα σε μαθηματική μορφή.

Από επιστημονικής πλευράς, η γνησιότητα τέτοιων πειραμάτων σε Η/Υ αμφισβητείται. Τα πειράματα αυτά-όταν γίνονται με την βοήθεια του Η/Υ-δε γίνεται να είναι εντελώς τυχαία. Η φύση του προγραμματισμού και της τεχνολογίας δεν το επιτρέπει αυτό.

Παρ' όλα αυτά, ορισμένα εργαλεία και εφαρμογές πιθανοτήτων (όπως η γλώσσα παράλληλου προγραμματισμού Logo, Chance Maker) δίνουν στους μαθητές τη δυνατότητα να μπουν στο ρόλο του δημιουργού τέτοιου είδους προσομοιώσεων και με αυτόν τον τρόπο, να ανακαλύψουν και να επεξεργαστούν τις έννοιες των πιθανοτήτων, οι οποίες κρίνονται απαραίτητες για την κατασκευή αυτών των προσομοιώσεων.

Ένα λογισμικό, για να είναι εύχρηστο και χρήσιμο στους μαθητές, πρέπει να έχει κάποια λειτουργικά στοιχεία, όπως να μετατρέπει τα δεδομένα σε στήλες πινάκων, να εκτελεί υπολογισμούς, να ταξινομεί τα δεδομένα, να αναζητά συγκεκριμένες τιμές, να δημιουργεί νέες ομάδες δεδομένων και να μετατρέπει σε γράφημα τα δεδομένα.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες λογισμικών. Τα λογισμικά γενικής χρήσης ή ανοιχτού τύπου και τα κλειστά λογισμικά. Τα λογισμικά γενικής χρήσης προσαρμόζονται σε πολλές διαφορετικές καταστάσεις (π.χ. ένα Λογιστικό Φύλλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ένα πλήθος εργασιών).

Αυτό προσθέτει στην αξία του σε θέμα κόστους, αλλά ο διδάσκων είναι μπροστά σε ένα πλήθος εργαλείων χωρίς συγκεκριμένο επιστημονικό περιεχόμενο. Αντίθετα, τα κλειστά λογισμικά αναφέρονται σε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο. Τέτοια λογισμικά είναι γραμμένα με ένα συγκεκριμένο περιεχόμενο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο σε συγκεκριμένες περιπτώσεις εφαρμογής σε συγκεκριμένο περιεχόμενο κι έτσι η λειτουργικότητά τους περιορίζεται στο να εξυπηρετεί τις ανάγκες του συγκεκριμένου θέματος.

Η επιλογή του λογισμικού που θα υποστηρίξει κάθε διδακτική δραστηριότητα πρέπει να προσαρμόζεται ακριβώς στο πρόγραμμα σπουδών του συγκεκριμένου μαθήματος. Οι αντικειμενικοί στόχοι του μαθήματος ορίζουν το περιεχόμενο του μαθήματος. Στρατηγικές και δραστηριότητες που επιλέγονται από το διδάσκοντα πρέπει να διευκολύνουν αυτούς τους αντικειμενικούς στόχους, να αντιμετωπίζονται όσο πιο αποτελεσματικά γίνεται από τις ομάδες των μαθητών που εμπλέκονται.

Έτσι, υπάρχει μια πληθώρα εκπαιδευτικών λογισμικών, τα οποία αφορούν τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Μερικά από αυτά είναι οι αριθμομηχανές τσέπης, τα *Υπολογιστικά Φύλλα Excel*, το *GCompris*, το *Cabri Geometry*, το *The Geometer's SketchPad*, το *Function Probe*, το *MicroWorlds Pro*, το *Modellus*, και το *Tabletop/ Tabletop Jr*. Αναλυτικότερα:

4.5.1. Αριθμομηχανές Τσέπης

Πριν γίνει αναφορά στα προγράμματα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, τα οποία δύνανται να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, θα πρέπει να γίνει αναφορά στο πιο σύνηθες, ίσως, τεχνολογικό μέσο για τα μαθηματικά: τον υπολογιστή τσέπης (calculator). Ο υπολογιστής τσέπης χρησιμοποιείται καθημερινά στην επαγγελματική και την καθημερινή ζωή του ανθρώπου.

Παράλληλα, αποτελεί τον πλέον παρεξηγημένο τρόπο εκμάθησης Μαθηματικών, αφού στην ιδέα και μόνο να χρησιμοποιούν οι μαθητές αριθμομηχανές τσέπης για την εκτέλεση ενός απλού ή σύνθετου υπολογισμού προκαλεί διαμαρτυρίες. Αυτό οφείλεται σε παραπληροφόρηση και στην ανθρώπινη αδυναμία να δεχτεί με ευκολία τις αλλαγές, αλλά και σε ένα γενικότερο φόβο απέναντι σε τεχνολογικές καινοτομίες. Κυρίως, όμως, αφορά τις αντιλήψεις που επικρατούν σχετικά με τη φύση, την αξία αλλά και τον τρόπο με τον οποίο κάποιος μαθαίνει Μαθηματικά (Pomerantz, 1997).

Σε γενικές γραμμές, η νόηση ότι τα Μαθηματικά είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με την ικανότητα ενός ατόμου να εκτελεί με ταχύτητα και ορθότητα υπολογισμούς προφορικά ή γραπτά «*ενισχύεται από την έμφαση που δίνει το σχολείο, χρόνια τώρα, στη διδασκαλία των αλγοριθμικών πράξεων περισσότερο και λιγότερο στην επίλυση προβλημάτων σε μαθηματικά και μη μαθηματικά πλαίσια, στην επιλογή της κατάλληλης μεθόδου για την επίλυσή τους, στη μαθηματική σκέψη, το συλλογισμό, την επικοινωνία και τη συνεργασία, στοιχεία απαραίτητα και για κάθε σύγχρονο εργασιακό χώρο*» (Van de Walle, 2005). Αυτό γίνεται ιδιαίτερα εμφανές, όταν αναλογιστεί κάποιος την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, στην οποία η εκμάθηση των τεσσάρων πράξεων αποτελεί την ουσία του αναλυτικού προγράμματος σπουδών των Μαθηματικών και για αυτό ακριβώς το λόγο, η χρήση των αριθμομηχανών τσέπης στη διδασκαλία αμφισβητείται έντονα από γονείς, εκπαιδευτικούς, μαθητές και ειδικούς της εκπαίδευσης (Τόκα, 2009).

Οι αριθμομηχανές τσέπης, παρατηρείται, ότι εκτός από μηχανές εκτέλεσης πάσης φύσεως υπολογισμών μπορούν να αποτελέσουν και μια ιδιαίτερα αποτελεσματική και γρήγορη μέθοδο διδασκαλίας των Μαθηματικών (Τρούλης 1992; Pomerantz, 1997). Κυρίως μέσω της χρήσης τους για εξερεύνηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργούν, αλλά και για την καταγραφή αριθμών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου, για την ανάπτυξη των δεξιοτήτων της αρίθμησης και στην ανακάλυψη και κατανόηση αριθμητικών μοτίβων, καθώς και για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων.

4.5.2. Υπολογιστικά Φύλλα

Τα Λογιστικά Φύλλα είναι ένα από τα πιο διαδεδομένα προγράμματα σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, που δύνανται να χρησιμοποιηθούν ως εργαλείο εξερεύνησης και ανακάλυψης στα Μαθηματικά. Πρόκειται για ένα λογισμικό εφαρμογών γενικής χρήσης και πιο συγκεκριμένα, για ένα εργαλείο υπολογισμού και ανάλυσης δεδομένων, που μπορεί να αξιοποιηθεί για οργάνωση, διαχείριση και ταξινόμηση δεδομένων, για γραφική και αριθμητική παρουσίαση δεδομένων και εξαγωγή συμπερασμάτων.

Τα Λογιστικά Φύλλα παρέχουν τη δυνατότητα στο χρήστη να χειρίζεται και να αναπαριστάνει τις πληροφορίες σε πίνακα. Συγκεκριμένα, ένα Λογιστικό Φύλλο μας επιτρέπει να οργανώσουμε τα δεδομένα μας σε γραμμές και στήλες και αν επιθυμούμε να αναλύσουμε αυτές τις πληροφορίες χρησιμοποιώντας τύπους, διαγράμματα κλπ.

Γενικά χρησιμοποιούμε Λογιστικά Φύλλα, όταν ασχολούμαστε με αριθμητικά δεδομένα και ιδιαίτερα για εκτέλεση οποιουδήποτε είδους ανάλυσης στα δεδομένα αυτά. Αυτό που κάνει τα Λογιστικά Φύλλα τόσο σημαντικά είναι, ότι υπάρχουν αρκετοί άνθρωποι και εταιρείες που άρχισαν να χρησιμοποιούν μικροϋπολογιστές, επειδή ήθελαν να έχουν τις δυνατότητες που προσέφεραν τα Λογιστικά Φύλλα.

Τα υπολογιστικά φύλλα, όπως είναι για παράδειγμα το *Excel*, μπορούν να έχουν πληθώρα χρήσεων στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα, έχουν τη δυνατότητα της ευρείας χρήσης στη μοντελοποίηση των μαθηματικών εννοιών και σχέσεων, στην αναζήτηση μαθηματικών σχέσεων μεταξύ των δεδομένων αριθμητικής φύσεως, στην επεξεργασία στατιστικών δεδομένων, αλλά και στον υπολογισμό αποτελεσμάτων μέσω της εκτέλεσης μαθηματικών πράξεων, οι οποίες συνδέουν αριθμητικά δεδομένα.

Η διδασκαλία των Μαθηματικών, η οποία είναι βασισμένη στη χρήση των υπολογιστικών φύλλων θεωρείται ιδιαίτερα εύστοχη, ,καθώς μέσω αυτής μπορούν να συνδυαστούν ποικίλα είδη αναπαράστασης κάθε μαθηματικής έννοιας. Εν ολίγοις, επιτρέπει το συνδυασμό εικονικής, γραφικής και αριθμητικής αναπαράστασης και της στατιστικής μελέτης αριθμητικών δεδομένων στο μαθητή-χρήστη.

4.5.3. GCompris

Το GCompris αποτελεί ένα εκπαιδευτικό λογισμικό, το οποίο έχει σχεδιαστεί για παιδιά από 2 έως 10 ετών. Διαθέτει ένα μεγάλο αριθμό δραστηριοτήτων με εκπαιδευτικό χαρακτήρα, οι οποίες προσφέρονται στους μαθητές ως παιχνίδια. Το GCompris βοηθά το παιδί να ανακαλύψει τις δυνατότητες του υπολογιστή μέσω του απτού λογισμικού (hardware) του, δηλαδή το ποντίκι και το πληκτρολόγιο.

Εικόνα 4.5.1.: Στιγμιότυπο οθόνης του GCompris, κατά το οποίο ζητείται από το μαθητή να μετακινήσει τους αριθμούς, ώστε να δημιουργήσει μια αυξανόμενη σειρά: από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

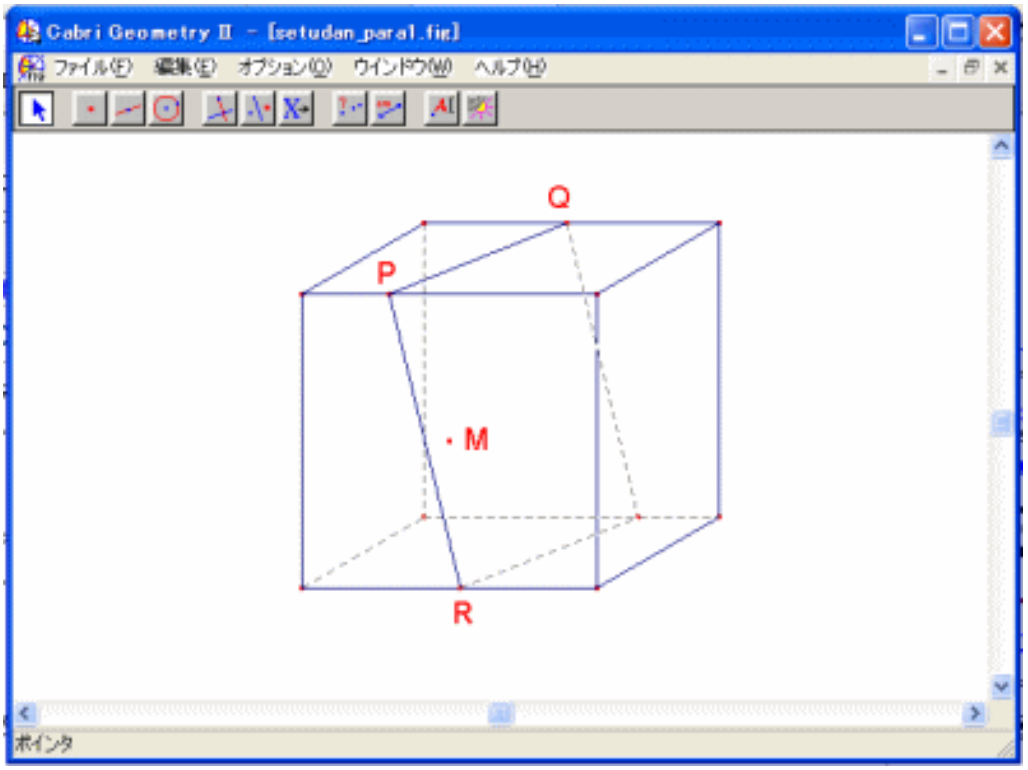
Επίσης, διαθέτει δραστηριότητες στην Άλγεβρα, τη Φυσική, τη Γεωγραφία και την Ανάγνωση, αλλά και δραστηριότητες γενικής παιδείας και παιχνίδια. Ενδεικτικά, οι αλγεβρικές δραστηριότητες που διαθέτει αφορούν την αρίθμηση και τις γεωμετρικές αναπαραστάσεις, οι δραστηριότητες Φυσικής αφορούν τον κύκλο του νερού και τα ηλεκτρικά κυκλώματα, ενώ κατά τις δραστηριότητες Γεωγραφίας, οι μαθητές καλούνται να τοποθετήσουν τις χώρες σωστά στο χάρτη με τη χρήση του ποντικιού.

Παράλληλα, διαθέτει δραστηριότητες εξάσκησης στην Ανάγνωση, εκμάθηση της ώρας, πάζλ με πίνακες ζωγραφικής, και παιχνίδια όπως το σκάκι και το Sudoku.

4.5.4. Cabri Geometry

Το Cabri Geometry χρησιμοποιείται για τη διδασκαλία και την εκμάθηση της Άλγεβρας, της Γεωμετρίας και της Τριγωνομετρίας. Διαθέτει ένα περιβάλλον για την κατασκευή γεωμετρικών εννοιών και παρέχει τη δυνατότητα στους μαθητές να πειραματιστούν και να διερευνήσουν αυτές τις έννοιες.

Ενσωματωμένα στο λογισμικό υπάρχουν μια αριθμομηχανή (calculator) και μέσω αυτού, εκτός από την επεξεργασία των γεωμετρικών σχημάτων, δίνεται η δυνατότητα πειραματισμού των αριθμητικών αποτελεσμάτων. Με αυτόν τον τρόπο, στο μαθητή δίνεται η ευκαιρία να κατασκευάσει ο ίδιος τη γνώση του.



Εικόνα 4.5.2.: Στιγμιότυπο οθόνης του Cabri Geometry κατά το οποίο εξερευνάται ένας κύβος.

Το Cabri Geometry προσφέρεται κυρίως για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών στο Γυμνάσιο και το Λύκειο, αλλά και στις τελευταίες τάξεις της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, ενώ μπορεί εκτός από τα Μαθηματικά, να χρησιμοποιηθεί και στη διδασκαλία της Φυσικής.

Χρησιμοποιεί ως βασικά εργαλεία το σημείο, τον κύκλο, την ευθεία και την ημιευθεία και επιτρέπει στο μαθητή-χρήστη να κατασκευάζει και να μεταποιεί οποιοδήποτε γεωμετρικό σχήμα, να μετρά τα βασικά του μεγέθη (μήκος, εμβαδόν, κλπ.).

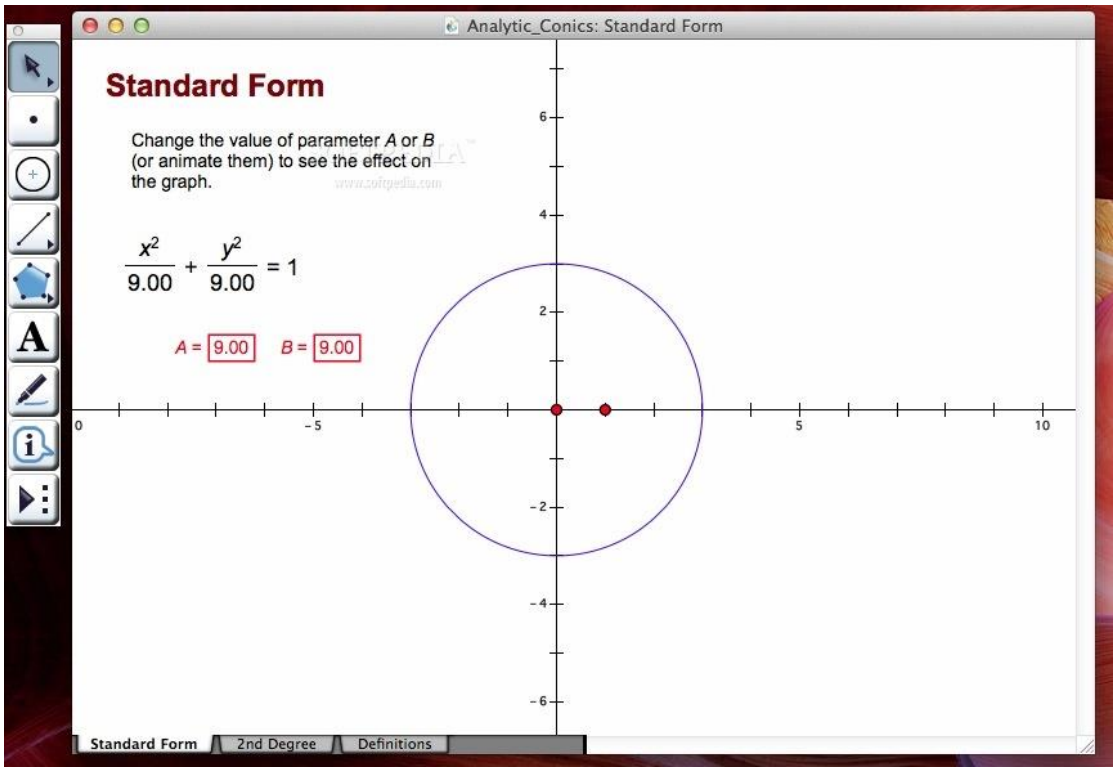
Μέσω αυτής της δυναμικής επεξεργασίας, καθώς και της επεξεργασίας των αριθμητικών αποτελεσμάτων-καθώς διαθέτει calculator-παρέχει τη δυνατότητα στο μαθητή-χρήστη να πειραματίζεται, να εξερευνά και κατ' επέκταση να «χτίζει» μόνος του τη γνώση του. Παράλληλα, δίνει την δυνατότητα δημιουργίας animations, δηλαδή κινούμενων γραφικών των γεωμετρικών σχημάτων.

Έτσι, το λογισμικό αυτό προκαλεί και διατηρεί την περιέργεια και κατά συνέπεια το ενδιαφέρον των μαθητών, προσθέτοντας, έτσι, αξία στη διδακτική πράξη. Αποτελεί ένα εργαλείο, το οποίο προωθεί την ανακαλυπτική (βλ. «*Η ανακαλυπτική θεωρία*» στο *Κεφάλαιο 2*) και την κονστρουκτιβιστική (βλ. «*Η κατασκευαστική θεωρία*» στο *Κεφάλαιο* 2) μάθηση.

4.5.5. The Geometer's Sketchpad

Το Geometer's SketchPad αποτελεί ένα ανοικτό εκπαιδευτικό περιβάλλον, το οποίο προωθεί την ερευνητική μάθηση, δίνοντας δυνατότητες άμεσης διαχείρισης των σχημάτων και των μαθηματικών αντικειμένων, αλλά και δυνατότητες επεξεργασίας τους. Δίνει δυνατότητες παρακολούθησης των αλλαγών των μεγεθών και των στοιχείων του σχήματος και προωθεί τον πειραματισμό, αλλά και διευκολύνει τη διαδικασία παραγωγής μαθηματικών εικασιών.

Όπως αναφέρεται και στο όνομά του, αποτελεί ένα εργαλείο για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας, αλλά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη διδασκαλία της Άλγεβρας και της Τριγωνομετρίας. Αποτελεί ένα λογισμικό εργαλείο, το οποίο είναι αποτέλεσμα πολύχρονων ερευνών και υπάρχει γι' αυτό εύρος βιβλιογραφίας και τεκμηρίωσης (Nordin et al., 2010; Idris, 2007; Leong, 2013).



Εικόνα 4.5.3.: Στιγμιότυπο οθόνης The Geometer's Sketchpad, κατά το οποίο εξερευνώνται οι αλλαγές στο γράφημα κατά την αλλαγή της μαθηματικής τιμής.

Το The Geometer's SketchPad αποτελεί ένα κατάλληλο εργαλείο για την οργάνωση δραστηριοτήτων, οι οποίες έχουν ως βάση την ερευνητική μάθηση και μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο στο σχολικό περιβάλλον, όσο και στο οικογενειακό περιβάλλον του μαθητή. Η σχεδίαση του λογισμικού, η οποία διαθέτει πολλαπλές αναπαραστάσεις των μαθηματικών σχημάτων και εννοιών και τον άμεσο χειρισμό τους, λαμβάνει υπόψη τις τάσεις διερευνητικής προσέγγισης της μάθησης και αξιοποιεί την τεχνολογία βάσει αυτών. Έτσι, βοηθά στην κατανόηση εννοιών των Μαθηματικών και των μαθηματικών διαδικασιών με έναν ολοκληρωμένο τρόπο μέσω της επίλυσης προβλημάτων και του πειραματισμού.

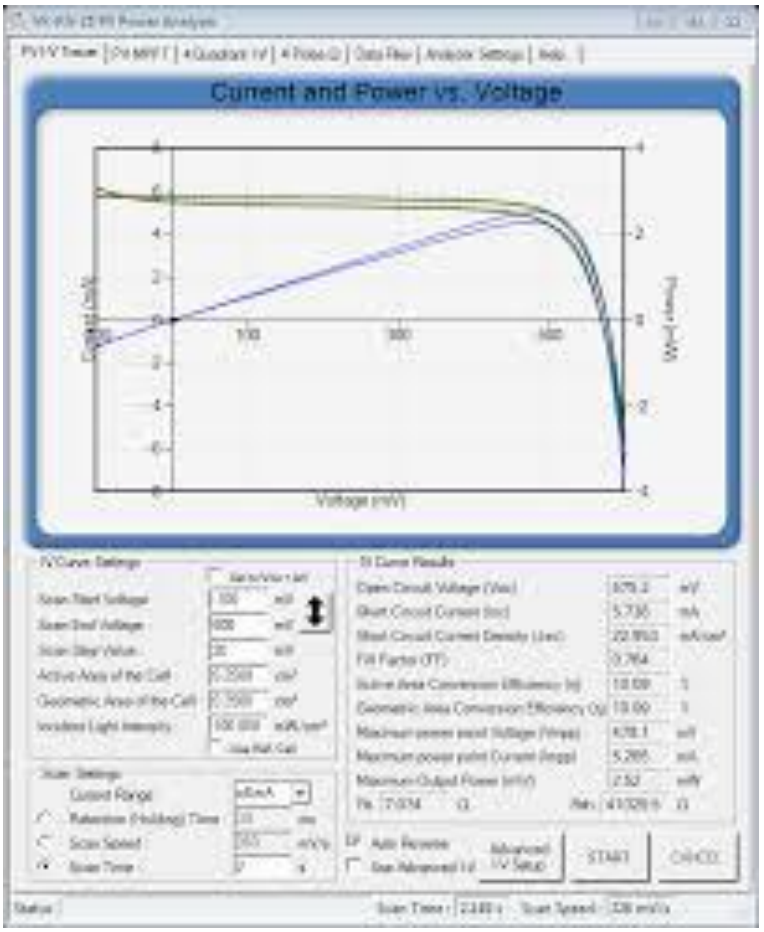
Οι δυνατότητες του The Geometer's SketchPad καλύπτουν ένα τόσο ευρύ πεδίο, όπου δύνανται να χρησιμοποιηθούν σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, αν και αρχικά σχεδιάστηκε για μαθητές του Γυμνασίου. Έτσι, σήμερα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τις δυο τελευταίες τάξεις του Δημοτικού, μέχρι και το Λύκειο.

4.5.6. Function Probe

Το Function Probe αποτελεί ένα εργαλείο για την Άλγεβρα, την Τριγωνομετρία και την Ανάλυση και επιτρέπει τη διερεύνηση των συναρτησιακών σχέσεων και τη

μοντελοποίηση των Μαθηματικών. Έτσι, απευθύνεται κυρίως σε μαθητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

Αποτελεί ένα εργαλείο, το οποίο δίνει ευελιξία, έτσι ώστε να γίνεται δυνατό να χρησιμοποιηθεί και από αρχάριους χρήστες των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Όπως αναφέρεται και στο όνομά του, αφορά τις συναρτησιακές σχέσεις (functions) και βοηθά τους μαθητές να λύσουν προβλήματα που αφορούν αυτές. Μεταξύ άλλων, χρησιμοποιείται και στη σχεδίαση γραφικών παραστάσεων, την επεξεργασία και την ανάλυση δεδομένων, τη δυναμική περιγραφή διαδικασιών που σχετίζονται με τις συναρτήσεις και σε γενικές μαθηματικές αρχές.

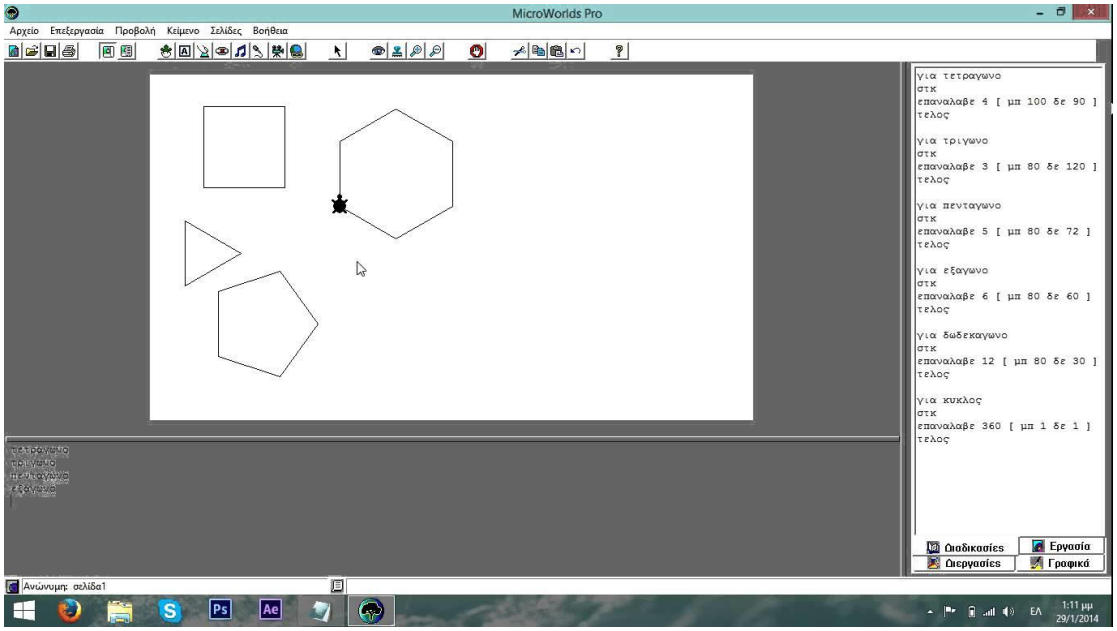


Εικόνα 4.5.4.: Στιγμιότυπο οθόνης Function Probe για εξερεύνηση συναρτησιακών σχέσεων.

Το πρόγραμμα αυτό σχεδιάστηκε έτσι ώστε να διευρύνει τις μαθηματικές αρχές με έναν τρόπο, ο οποίος γίνεται αποτελεσματικότερα κατανοητός από τους μαθητές, ενώ παράλληλα παρέχει την ευκαιρία στους μαθητές να διαλέγουν εκείνοι τους τρόπους, με τους οποίους ενεργούν στα πλαίσιά του και βοηθά στην πρόοδο των μαθητών των χρήσιμων μαθηματικών εννοιών.

4.5.7. MicroWorlds Pro

Το MicroWorlds Pro αποτελεί ένα εκπαιδευτικό λογισμικό, το οποίο είναι βασισμένο στην γλώσσα προγραμματισμού *Logo* και λειτουργεί μέσω του τριπτύχου «*διερεύνηση-επανάληψη-αξιολόγηση*».



Εικόνα 4.5.5.: Στιγμιότυπο οθόνης MicroWorlds Pro-εξερεύνηση βασικών γεωμετρικών σχημάτων

Το MicroWorlds Pro αποτελεί ένα μικρόκοσμο γενικής παιδείας και χρήσης, το οποίο καλλιεργεί σύνθετες δεξιότητες και διδακτικές τάσεις, οι οποίες καλλιεργούν τη διερεύνηση, την επανάληψη και την αξιολόγηση εννοιών, οι οποίες τυχόν θεωρούνται δύσκολες εκ μέρους των μαθητών. Η γλώσσα προγραμματισμού Logo, την οποία και χρησιμοποιεί το πρόγραμμα, σχεδιάστηκε αποκλειστικά για εκπαιδευτικούς λόγους. Η γλώσσα αυτή διαθέτει ορισμένα χαρακτηριστικά, τα οποία την κατατάσσουν ως εκπαιδευτικά κατάλληλη. Ενδεικτικά, αυτά είναι τα εξής:

- Είναι κατάλληλη για την αντιμετώπιση πλούσιων σε εκπαιδευτική και παιδαγωγική αξία εφαρμογών.
- Δίνει τη δυνατότητα χρήσης της σε ποικίλα επίπεδα του προγραμματισμού μέσω άμεσων και απλών οδηγιών, οι οποίες δεν έχουν απαιτήσεις κάποιου είδους προ-παιδείας στον τομέα του προγραμματισμού.

- Με την εμβάθυνση στην προγραμματιστική αυτή γλώσσα, αναπτύσσεται ένα στερεό υπόβαθρο στην παιδεία της Πληροφορικής.
- Δίνει από τη φύση της τη δυνατότητα της επέκτασής της. Μέσω αυτής, γίνεται με έναν επαγωγικό τρόπο να δομηθούν από απλές έννοιες και διαδικασίες, άλλες περισσότερο σύνθετες και πολύπλοκες. Έτσι, λόγω αυτού του χαρακτηριστικού, είναι ιδανική για την κατασκευαστική γνώση.
- Διαθέτει περιβάλλοντα για τη μελέτη αναδρομικών μοντέλων των Μαθηματικών και για προσομοιώσεις φαινομένων. Για παράδειγμα, η «Γεωμετρία της Χελώνας», η οποία έχει αναφερθεί παραπάνω, αποτελεί ένα βιωματικό εργαλείο διερεύνησης εννοιών, ακόμη και σε προσχολικές ηλικίες.
- Τα προγράμματα της γλώσσας αυτής διαθέτουν μια σπονδυλωτή δομή, η οποία επιτρέπει στους μαθητές τη συνεργασία και το καταμερισμό της εργασίας σε ομαδικές δραστηριότητες.

Έτσι, το περιβάλλον του MicroWorlds Pro αποτελεί ένα ειδικά σχεδιασμένο πολυμεσικό περιβάλλον, το οποίο ωφελεί με πληθώρα τρόπων την ανάπτυξη δεξιοτήτων σε πολλά γνωστικά πεδία, ένα από αυτά και τα Μαθηματικά. Αυτό οφείλεται στα παρακάτω χαρακτηριστικά του μικρόκοσμου αυτού:

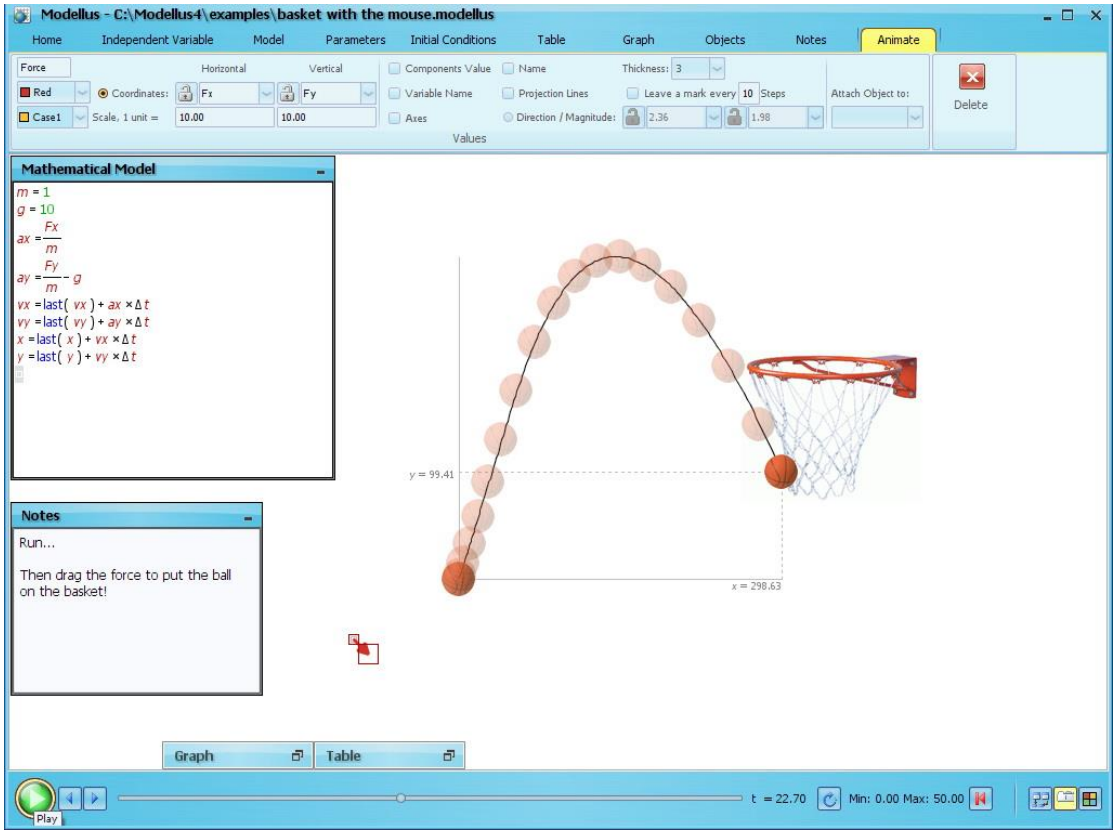
- Έχει τη δυνατότητα δημιουργίας και αναπαραγωγής πολυμεσικών σεναρίων και κινουμένων σχεδίων.
- Είναι ένα προγραμματιστικό περιβάλλον και κατά συνέπεια δεν περιορίζεται μόνο σε ορισμένα είδη εφαρμογών.
- Το πλήθος των «χελωνών» με την απεριόριστη γκάμα «κουστουμιών» και τη δυναμική τους κίνηση προσφέρουν τη δυνατότητα, αλλά και την ευκολία στη ρεαλιστική προσομοίωση διαφόρων φαινομένων.

Έτσι, το MicroWorlds Pro είναι ένα εκπαιδευτικό λογισμικό, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην Πρωτοβάθμια αλλά και στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

4.5.8. Modellus

Το Modellus αποτελεί ένα εργαλείο για την κατασκευή και τη διερεύνηση των μαθηματικών μοντέλων. Παράλληλα, παρέχει τη δυνατότητα στο χρήστη-μαθητή να κατασκευάζει, να προσομοιώνει και να αναλύει μοντέλα με ένα διαλογικό τρόπο. Το συγκεκριμένο λογισμικό δημιουργήθηκε από τον Vitor Duarte Teodoro του Πανεπιστημίου της Λισαβόνας και αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο λογισμικό για τη διδασκαλία των Θετικών Επιστημών.

Κυρίως χρησιμοποιείται για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, της Φυσικής και της Χημείας, των Οικονομικών, αλλά και της Βιολογίας.

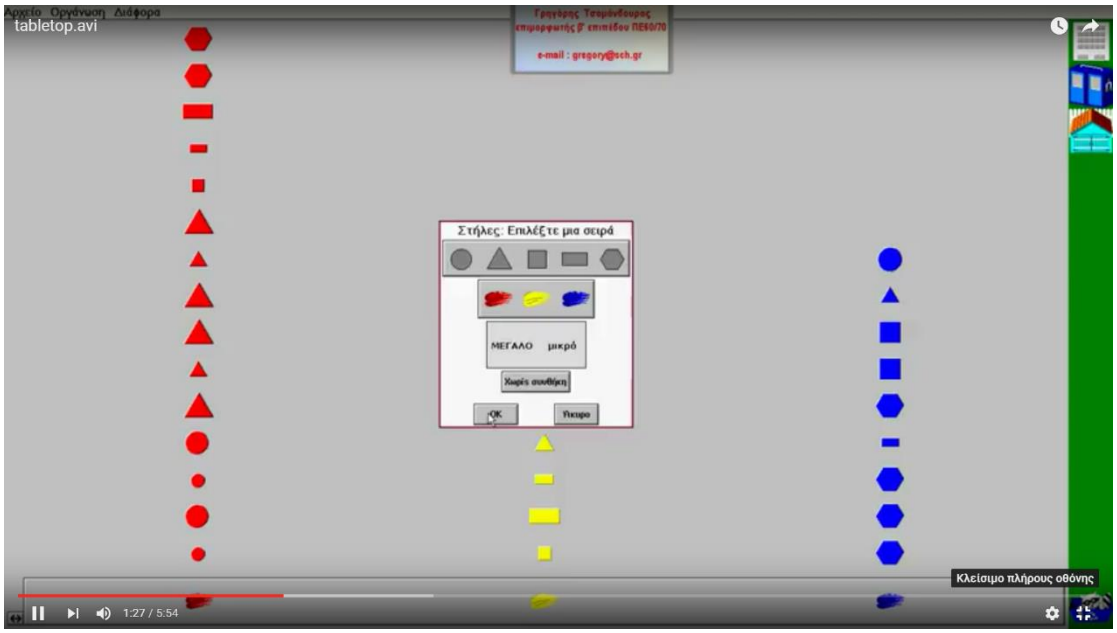


Εικόνα 4.5.6.: Στιγμιότυπο οθόνης Modellus για την εξερεύνηση μαθηματικών σχέσεων σε πραγματικές καταστάσεις

Το πρόγραμμα διαθέτει μια περιοχή εργασίας (window-παράθυρο), όπου δίνει στο χρήστη-μαθητή τη δυνατότητα να γράφει ένα μαθηματικό μοντέλο με τη χρήση εξισώσεων ή να ορίζει μεγέθη. Έπειτα, το πρόγραμμα αναπαριστά την εξέλιξη του φαινομένου, το οποίο βασίζεται στο μοντέλο που έχει πληκτρολογήσει ο μαθητής. Έτσι, αποτελεί ένα εργαλείο μοντελοποίησης, προσομοίωσης και προωθεί τον πειραματισμό.

4.5.9. Tabletop και Tabletop Junior

Το Tabletop και Tabletop Junior αποτελεί ένα εργαλείο διαχείρισης δεδομένων και βοηθά το χρήστη-μαθητή να κατανοεί έννοιες, που αφορούν τη συλλογή δεδομένων, την καταχώριση, την επεξεργασία αλλά και την απεικόνισή τους. Αυτό το εκπαιδευτικό εργαλείο λειτουργεί ως συμπλήρωμα της εκπαιδευτικής και διδακτικής διαδικασίας και συνοδεύεται από ένα πλήθος δραστηριοτήτων, οι οποίες μπορούν να αξιοποιηθούν στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.



Εικόνα 4.5.7.: Στιγμιότυπο οθόνης Tabletop Junior-εργασία για τη συλλογή και καταχώριση δεδομένων

Το Tabletop προσφέρει την πλήρη δυνατότητα δημιουργίας βάσεων δεδομένων με την αναπαράσταση πίνακα, ο οποίος αποτελείται από γραμμές και στήλες. Ο χρήστης μπορεί να καταχωρήσει, να αφαιρέσει, να προσθέσει ή να τροποποιήσει πληροφορίες με τη μορφή συμβολοσειράς, αριθμού, λογικού ή αλγοριθμικού τύπου σε βάσεις δεδομένων. Το Junior Tabletop επιτρέπει στους μαθητές να εξοικειώνονται σε μεγάλο βαθμό με βάσεις δεδομένων και να εκτελούν τις παραπάνω λειτουργίες με μεγάλη ευχέρεια και μάλιστα υπό τη μορφή παιχνιδιού, αφού τα δεδομένα, που έχουν ήδη καταχωρηθεί, παρουσιάζονται με τη μορφή σκίτσων, που απεικονίζουν ομοιώματα ανθρώπων.

Το χαρακτηριστικό όμως σημείο του Tabletop, που το καθιστά ιδιαίτερα λειτουργικό και αποτελεσματικό για τη μάθηση, είναι η ευκαιρία που παρέχει στο χρήστη να αναπαριστά τα δεδομένα οποιασδήποτε βάσης δεδομένων, που έχει ήδη κατασκευάσει και με τη μορφή επιφάνειας τραπεζιού. Επομένως, ο χρήστης μπορεί να συσχετίζει άμεσα την παρουσίαση κάποιων δεδομένων με τη μορφή πίνακα σε συνδυασμό με την αντίστοιχη αναπαράστασή τους, με τη μορφή επιφάνειας τραπεζιού, εξασκώντας έτσι σε μεγάλο βαθμό, διαφορετικά είδη συμβολικής σκέψης. Επιπροσθέτως, ο μαθητής έχει την ευχέρεια να παρεμβαίνει την ίδια χρονική στιγμή στις συμβολικές αναπαραστάσεις των δεδομένων, γεγονός που διευκολύνει την κατανόησή τους εκ μέρους των μαθητών.

Είναι, παράλληλα, εφικτή η οργανωτική δόμηση όλων των πληροφοριών, που περιέχονται σε μια βάση με τη μορφή συνόλου, καθώς και ο αυτόματος υπολογισμός της τομής και της ένωσης δύο ή περισσοτέρων συνόλων, όπως και ο υπολογισμός πράξεων σε γλώσσα Boole με βάση την προτασιακή λογική. Εκτός από την παρουσίαση και την ανάλυση των δεδομένων με τη μορφή συνόλων είναι εφικτή και η αντίστοιχη αναπαράσταση και ανάλυσή τους ταυτόχρονα με τη μορφή ραβδογράμματος, όχι μόνο μονοδιάστατου, αλλά και δισδιάστατου.

Μέσω του Tabletop, οι μαθητές μπορούν ανά πάσα στιγμή να μπαίνουν στη διαδικασία πειράματος, να διερευνούν και να αναλύουν με εναλλακτικούς τρόπους πληροφορίες, που τους δίνονται. Μπορούν να συσχετίζουν τις βάσεις που δημιουργεί η κάθε ομάδα με αυτές των άλλων ομάδων και να παράγουν συγκεντρωτικά πάντα επίκαιρη και σχετική με τα ενδιαφέροντα και τις ανάγκες τους γνώση, αντί να ενστερνίζονται με παθητικό τρόπο την παρωχημένη και αρκετές φορές αδιάφορη γι' αυτούς γνώση, που μπορεί να τους μεταδίδεται. Οι μαθητές τοποθετούνται μέσω αποκεντρωτικών ενεργειών στη θέση των συντακτών των αναλυτικών προγραμμάτων και διαδραματίζουν έναν πολύ πιο ενεργό, κομβικό και δημιουργικό ρόλο στην εκπαιδευτική διαδικασία. Τη διεκπεραίωση του ρόλου τους, διευκολύνει φυσικά το γεγονός ότι το Tabletop είναι «ανοικτό» λογισμικό και εύλογα το περιεχόμενο των εργασιών που εκτελούνται με τη βοήθειά του, μπορεί να αντλείται από όλα τα γνωστικά αντικείμενα που περιλαμβάνονται στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών.

Το Tabletop δεν αποτελεί μόνο ένα υπολογιστικό εργαλείο που σχετίζεται άμεσα με κάποιο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο πχ. Μαθηματικά ή Φυσική, αλλά και ένα εργαλείο, που κατά τεκμήριο προσφέρεται για διαθεματικές προσεγγίσεις πολλών γνωστικών αντικειμένων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5.1. Εισαγωγή

Το σχολείο αποτελεί ένα ανοιχτό σύστημα, το οποίο διατηρεί σχέσεις αλληλεξάρτησης και αλληλοεπίδρασης με το εξωτερικό περιβάλλον (Ζαβλανός, 2003). Παράλληλα, οι ίδιες σχέσεις ισχύουν και εντός του σχολικού περιβάλλοντος (ibid.). Έτσι, η δραστηριότητα καθενός από τα μέλη της σχολικής μονάδας τόσο επηρεάζει όσο και επηρεάζεται από τη δραστηριότητα των άλλων μελών, αλλά και των άλλων υποσυστημάτων. Λαμβάνει εισροές από το εξωτερικό περιβάλλον, τις οποίες σε μια κυκλική διαδικασία αλληλοτροφοδότησης τις μεταφράζει σε εξερχόμενα δεδομένα και το αντίστροφο (Katz & Kahn, 1978). Επιπλέον, το σχολείο εμφανίζει τα γνωρίσματα μιας οργάνωσης, που σημαίνει πως διαθέτει εξειδικευμένο χαρακτήρα, είναι στηριζόμενο σε μια συγκεκριμένη δομή και επιτελεί έναν κοινωνικό σκοπό μέσω του ανθρώπινου δυναμικού που το στελεχώνει. Συνεπώς, οι οργανισμοί εκπαιδευτικού χαρακτήρα, όπως οι σχολικές μονάδες, οφείλουν να είναι οργανωμένοι με αποτελεσματικό τρόπο, να διαχειρίζονται κατάλληλα τους πόρους, είτε αυτοί είναι υλικοί είτε όχι, καθώς επίσης και να βελτιώνουν συνεχώς την ποιότητα των παιδαγωγικών υπηρεσιών που παρέχουν (Πετρίδου, 1998).

5.2. Το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα

Σε περίπτωση που «*ο τρόπος οργάνωσης του και διοίκησης του εκπαιδευτικού συστήματος αφήνει περιθώρια πρωτοβουλίας στους οργανισμούς που το αποτελούν αυτό θα έχει επίπτωση και στον τρόπο διοίκησής τους*» (Ζιάκα, 2014). Ένας βασικός διαχωρισμός των εκπαιδευτικών συστημάτων είναι η διάκρισή τους σε *συγκεντρωτικά* και *αποκεντρωτικά*, ανάλογα με την κατανομή των αρμοδιοτήτων και της εξουσίας εντός τους στα διάφορα μέλη τους (Κωτσίκης, 1998).

Χώρες με αποκεντρωτικά εκπαιδευτικά συστήματα είναι, για παράδειγμα, οι αγγλοσαξονικές, όπου ο σχολικός οργανισμός θεωρείται βασικός παράγοντας στην οργάνωση της τοπικής εκπαιδευτικής πολιτικής, και διαθέτει πρωτοβουλίες, όπως η πρόταση και εισαγωγή αλλαγών και καινοτομιών τόσο στην εκπαίδευση, όσο και στα προγράμματα διδασκαλίας, στο ανθρώπινο δυναμικό που απαρτίζει τη μονάδα αλλά και ευθύνη για τον οικονομικό προϋπολογισμό και τη λήψη αποφάσεων (Bell & Ritchie, 1999).

Από την άλλη μεριά, υπάρχουν τα συγκεντρωτικά εκπαιδευτικά συστήματα, όπως είναι το ελληνικό. Στα συγκεντρωτικά συστήματα η σχολική μονάδα είναι ο ιεραρχικός τελικός δέκτης των αποφάσεων της εκπαιδευτικής πολιτικής, αφού διαθέτει έναν πολύ μικρό βαθμό αυτονομίας στη λήψη αποφάσεων και σε γενικές γραμμές αποτελεί τον τελευταίο τροχό της αμάξης σε ένα ελεγχόμενο σύστημα, το οποίο είναι κεντρικά σχεδιασμένο (Λαϊνάς, 2000). Όπως έδειξαν οι έρευνες των Purkey & Smith (1983) και του Reynolds (2010), η φοίτηση αλλά και η μαθητική πρόοδος των μαθητών δέχεται σημαντική επιρροή από τα χαρακτηριστικά της σχολικής μονάδας, όπως η συμμετοχή της στη λήψη αποφάσεων, αλλά και η εκπαιδευτική διοίκηση του σχολικού ιδρύματος.

Η τυπική εκπαίδευση στην Ελλάδα οργανώνεται με πρότυπο σύστημα, αυτό της *γραφειοκρατίας*. Ο όρος αυτός αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο τύπο οργάνωσης, του οποίου ο σχεδιασμός βοηθά στην επιτέλεση διοικητικών έργων σε μεγάλη κλίμακα μέσω ενός συστηματικού συντονισμού της εργασίας μεγάλου αριθμού ατόμων (Blau & Meyer, 1977). Ένα βασικό γνώρισμα των οργανισμών που λειτουργούν βάσει του γραφειοκρατικού συστήματος αποτελεί η «*πυραμιδοειδής και ιεραρχημένη διάρθρωση της δομής της*» (Μπρίνια, 2009), ενώ παράλληλα χαρακτηρίζονται και από «*συγκεντρωτισμό*» στην τελική λήψη των αποφάσεων, την τυποποίηση, το σαφή καταμερισμό της εργασίας και τις απρόσωπες σχέσεις ανάμεσα στα εμπλεκόμενα άτομα (Πασιαρδής, 2004).

Στα πλαίσια αυτά κινείται και η οργάνωση του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος, του οποίου βασικό οργανωτικό γνώρισμα είναι ο κεντρικός και συγκεντρωτικός χαρακτήρας, αφού σε ένα μεγάλο ποσοστό, οι αρμοδιότητες ασκούνται από το αρμόδιο Υπουργείο, το Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων. Βέβαια, αυτό είναι αντίθετο με το άρθρο 101 του Ελληνικού Συντάγματος, το οποίο αναφέρει ότι το διοικητικό σύστημα της χώρας πρέπει ρητά να είναι αποκεντρωμένο.

Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, η διαμόρφωση του οράματος, το οποίο καλείται να έρθει εις πέρας, καθώς και η στρατηγική, η οποία θα ακολουθηθεί για την επίτευξή του, αποφασίζονται από το κράτος. Παράλληλα, το σύστημα δομείται με συγκεκριμένο τρόπο για να επιτευχθεί το όραμα και οι επιμέρους στόχοι του. Βάσει των αρχών της Διοίκησης (Daft, 2005), τα χαρακτηριστικά του οποίου είναι: ο καταμερισμός της εργασίας, το εύρος του ελέγχου, η τμηματοποίηση, και η εκχώρηση αρμοδιοτήτων.

Έτσι, το Υπουργείο διαιρείται σε συγκεκριμένα καθήκοντα, μια υπηρεσιακή διαδικασία, η οποία συνδέεται άμεσα με την εξειδίκευση (Μπουραντάς, 2002; Πασιαρδής, 2004), διαθέτει ένα σύστημα συντονισμού και επίβλεψης, και τελικά, μεταβιβάζει καθήκοντα στους σχολικούς οργανισμούς.

Επομένως, αναφερόμαστε σε ένα Εκπαιδευτικό Σύστημα, το οποίο δίνει ελάχιστες ουσιαστικές διοικητικές αρμοδιότητες, ειδικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Μπρίνια, 2009), εν αντιθέσει με την επιθυμία για αλλαγή του συγκεντρωτικού χαρακτήρα του συστήματος (όπως φαίνεται από τον Νόμο 2817/2000, όπως αυτός τροποποιήθηκε με τον Νόμο 2986/2002). Για την επίτευξη της αλλαγής αυτής, αναγκαία είναι η ύπαρξη της κατάλληλης διοίκησης για να στελεχώσει τις σχολικές μονάδες.

Τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα να μη δύναται ένας εκπαιδευτικός οργανισμός να διαμορφωθεί ανάλογα με τις εκπαιδευτικές ανάγκες των μαθητών, όπου το δημιουργούν.

Διαπιστώνεται ότι το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα είναι ένα σύστημα, που χαρακτηρίζεται ως πολύπλοκο, λόγω του μεγέθους και του πλήθους των δομών του και ανταποκρίνεται στα μηχανιστικά γραφειοκρατικά μοντέλα με σχετικές ιδιομορφίες. Είναι ένα ιεραρχικά δομημένο σχήμα, όπου στην κορυφή της πυραμίδας βρίσκεται ο υπουργός Παιδείας και Θρησκευμάτων, ενώ στη βάση βρίσκεται το σύνολο των σχολικών μονάδων της χώρας. Τα διοικητικά υπηρεσιακά όργανα που εμπλέκονται στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση διαπιστώνεται, ότι ανάλογα με το χώρο άσκησης των συγκεκριμένων αρμοδιοτήτων τους κατηγοριοποιούνται σε εθνικό, περιφερειακό, νομαρχιακό, τοπικό και σε σχολικό επίπεδο.

5.3. Χαρακτηριστικά της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης

Από τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνεται το ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα, διαμορφώνεται και ο χαρακτήρας του Δημοτικού σχολείου στην Ελλάδα. Σύμφωνα με τους Ράπτη και Ράπτη (2006), η Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση στην Ελλάδα παραδοσιακά χαρακτηρίζεται από:

- τον δασκαλοκεντρικό της χαρακτήρα,
- την αφηρημένη γνώση και γλώσσα,
- το χαμηλό βαθμό αφομοίωσης της γνώσης,

- τα χαμηλού επιπέδου μαθησιακά προϊόντα,
- την απουσία ικανοποιητικών μέσων πληροφόρησης,
- το βιβλιοκεντρικό και εξεταστικοκεντρικό χαρακτήρα της,
- την ακατάλληλη αντιμετώπιση του λάθους,
- την ιεραρχία της γνώσης,
- την παραμέληση της παροχής εσωτερικών κινήτρων,
- την ποινική διαδικασία, η οποία προκύπτει από την αξιολόγηση της σχολικής επίδοσης και
- την έλλειψη σεβασμού προς την ιδιαιτερότητα.

Πιο αναλυτικά, το επίκεντρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας είναι ο εκπαιδευτικός, ενώ παράλληλα οι μαθητές δεν έχουν κανέναν ρόλο στη λήψη αποφάσεων εντός της σχολικής τάξης, έχοντας ταυτόχρονα ελάχιστες ευκαιρίες αυτό-διόρθωσης. Δε λαμβάνονται υπόψη και δεν αξιοποιούνται διδακτικά οι προγενέστερες εμπειρίες και τα γνωστικά δεδομένα των μαθητών. Η προ-υπάρχουσα γνώση των μαθητών για την πολυσημία, της οποίας έχουν γίνει πολλές έρευνες δε λαμβανόταν υπόψη από το δάσκαλο και δεν περιλαμβάνει όλα τα βιώματα και τις εμπειρίες των μαθητών στην εξωσχολική τους ζωή και θεωρείται σήμερα άκρως καταλυτική από τους εκπαιδευτικούς και απαραιτήτως αξιοποιήσιμη και εφαρμόσιμη στην εκπαιδευτική διαδικασία για την πλήρη κατανόηση των γνωστικών αντικειμένων που διδάσκονται, όπως υποστηρίζεται από τον Harmer (2007).

Παραδοσιακά, η «γλώσσα», την οποία χρησιμοποιεί ο εκπαιδευτικός μέσα στην τάξη ήταν η «γλώσσα» που ομιλούνταν από τα μεσαία και κυρίως τα ανώτερα κοινωνικά στρώματα με άμεσο επακόλουθο οι μαθητές των χαμηλών κοινωνικών στρωμάτων να αποκόπτονται από ίσες ευκαιρίες μάθησης. Παράλληλα, η «γλώσσα» των σχολικών εγχειριδίων εξέφραζε και αντανακλούσε τα υψηλά κοινωνικά στρώματα, τάσσοντας τα με το μέρος τους.

Ως άμεσο επακόλουθο, οι μαθητές κατανοούσαν σε ελάχιστο βαθμό, όσα διδάσκονταν, ενώ δε μπορούσαν να συνδέσουν και να μεταφέρουν όσα μάθαιναν με δεδομένα της πραγματικής τους ζωής. Συνεπώς, η εσωτερίκευση γνώσεων και ιδεών γινόταν με χαμηλό βαθμό αφομοίωσης, οικειοποίησης, μετασχηματισμού, αυτορρύθμισης και μεταφοράς σε νέες καταστάσεις.

Παράλληλα, αναπαραγωγικές γνωστικές διεργασίες και μαθησιακά προϊόντα είναι χαμηλού επιπέδου, αφού η γνώση θεωρείται δεδομένη, κλειστή, έτοιμη και αποσπασματική. Συνεπώς, όπως σημειώθηκε και προηγουμένως από τη στιγμή που οι μαθητές δε δύνανται να αξιοποιήσουν τα γνωστικά τους σχήματα στην καθημερινότητά τους, οι γνώσεις που διδάσκονταν είχαν από ελάχιστο έως ανύπαρκτο παιδαγωγικό περιεχόμενο.

Επιπροσθέτως, συχνά υποδεικνύεται ότι η μοναδική πηγή γνώσης είναι το σχολικό εγχειρίδιο, ενώ οποιοδήποτε άλλο εποπτικό μέσο διδασκαλίας απαξιώνεται και θεωρείται περιττό. Ενώ παράλληλα, οι μαθητές στηριζόμενοι, όπως αναφέραμε παραπάνω στο σχολικό εγχειρίδιο προετοιμάζονται καθ' όλη τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς για την εξεταστική περίοδο και μόνο. Η τελευταία αποτελεί αυτοσκοπό, χωρίς φυσικά να καλλιεργείται η αυτενέργεια, η πρωτοβουλία και η δυνατότητα λήψης οποιωνδήποτε αποφάσεων και παραγωγής κατάλληλων επιχειρημάτων από τους μαθητές κάτι που στο σύγχρονο σχολείο είναι απαραίτητο και κομβικής σημασίας εγχείρημα.

Ως αποτέλεσμα, το σφάλμα τιμωρείται και ελέγχεται εξωτερικά (συνήθως με χρονική καθυστέρηση) και οι δυνατότητες μάθησης στη σχολική τάξη μέσα από τις διαδικασίες γνωστικής σύγκρουσης και αυτοδιόρθωσης είναι ελάχιστες. Αποδίδεται ιδιαίτερη έμφαση στο αποτέλεσμα και όχι στη διαδικασία παραγωγής σκέψης. Ο εκπαιδευτικός αξιολογεί και ονοματίζει το μαθητή ως «άριστο» ή «κακό» από την τελική του επίδοση, τιμωρώντας τον και στιγματίζοντας τον.

Ταυτόχρονα, ο κατακερματισμός και η ιεραρχία της γνώσης έχει ως άμεσο αποτέλεσμα να υποβαθμίζεται ο καθολικός χαρακτήρας της γνώσης, χωρίς να αποδίδεται ουδεμία έμφαση στο συναισθηματικό και ψυχοκοινωνικό πεδίο της προσωπικότητας των μαθητών, ενώ δεν αναδεικνύονται οι κλίσεις και τα ταλέντα των μαθητών και κυριαρχεί διάχυτα η ρουτίνα με την παράδοση, την εξέταση, τις οδηγίες και την ανάθεση εργασιών.

Τέλος, η αξιολόγηση της σχολικής επίδοσης του κάθε μαθητή οδηγείται σε τιμωρητική διαδικασία και σε αξιολογική και κοινωνική ιεράρχηση-με αρκετά περιορισμένα μάλιστα κριτήρια-και δεν αξιοποιείται ως θετική ευκαιρία μάθησης.

Η παραδοσιακή μέθοδος διδασκαλίας αποτελούσε μέσο άσκησης εξουσίας και ελέγχου της τάξης, με συνεπαγόμενο αποτέλεσμα τις άνισες ευκαιρίες μάθησης για τους μαθητές. Συνέπεια αυτού, το παραδοσιακό σχολείο ήταν το σχολείο των ανισοτήτων και τροχοπέδη γνωστικής, συναισθηματικής και ψυχοκοινωνικής ανάπτυξης των μαθητών.

Σήμερα, οι μαθητές κάνουν ευρεία χρήση, με ή χωρίς τη συνδρομή του εκπαιδευτικού, του ηλεκτρονικού υπολογιστή ως «γνωστικό-διερευνητικό εργαλείο», αναζητούν πληροφορίες, επικοινωνούν και προσεγγίζουν βασικές αρχές που διέπουν τη χρήση της υπολογιστικής τεχνολογίας (σύμφωνα με το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών στην Πληροφορική και τις Νέες Τεχνολογίες, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο στο Ράπτης & Ράπτη, 2006).

Η εισαγωγή των Νέων Τεχνολογιών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, πρέπει να στοχεύει στη σφαιρική προσέγγιση από όλο το μαθητικό δυναμικό των διαφόρων χρήσεων της πληροφορικής τεχνολογίας στα πλαίσια των καθημερινών σχολικών τους δραστηριοτήτων σε μια χρονική περίοδο που αφομοιώνουν σε μικρό βαθμό και η εξοικείωση με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή πραγματοποιείται χωρίς ιδιαίτερη προσπάθεια (Ράπτης & Ράπτη, 1998). Η έμφαση αποδίδεται στο να αναπτύξουν οι μαθητές δραστηριότητες με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και να κατανοήσουν βασικές και πρωταρχικές αρχές που διέπουν τη χρήση της υπολογιστικής τεχνολογίας σε κομβικές ανθρώπινες δραστηριότητες, όπως η πληροφορία και η επεξεργασία της, η επικοινωνία, η ψυχαγωγία, οι νέες δυνατότητες προσέγγισης της γνώσης.

Η πρωταρχική επαφή του μαθητικού δυναμικού με την υπολογιστική τεχνολογία μπορεί να ξεκινήσει στο Δημοτικό σχολείο και στις δυο τελευταίες τάξεις του με την καθιέρωση εβδομαδιαίας ώρας Πληροφορικής. Η επαφή των μαθητών με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή δεν περιορίζεται μόνο στην ώρα της Πληροφορικής, αλλά μπορεί να επεκταθεί σε αρκετές από τις καθημερινές τους εργασίες ή φύλλα εργασίας στα πλαίσια της σχολικής τάξης, επιτρέποντας διαφοροποίηση και εξατομίκευση των μαθησιακών ευκαιριών και ευνοώντας μια παιδαγωγική επικέντρωση στο μαθητή.

Η υλοποίηση του παραπάνω γενικού σκοπού περνά μέσα από τέσσερις άξονες: ο υπολογιστής γνωστικό-διερευνητικό εργαλείο, εποπτικό μέσο διδασκαλίας σε βασικά γνωστικά αντικείμενα, εργαλείο επικοινωνίας και συζήτησης πληροφοριών και πληροφορικός αλφαβητισμός. Οι επιτελικοί άξονες αυτοί καλύπτουν το εύρος του γενικού σκοπού, αλλά δεν είναι απαραίτητο να υλοποιηθούν στην ολότητα τους και δεν είναι δεσμευτικοί για τους εκπαιδευτικούς.

5.4. Χρήση Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Τα τεχνολογικά εργαλεία αξιοποιούνται στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, διότι διευκολύνουν και υποστηρίζουν τη μαθησιακή διαδικασία με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Παρέχουν στο μαθητή τη δυνατότητα να αποκτήσει νέες γνώσεις και μαθησιακές εμπειρίες μέσα από τις δραστηριότητες που μπορούν να υποστηρίξουν. Ένα τεχνολογικό εργαλείο δύναται να υποστηρίξει σε ύψιστο βαθμό με αποτελεσματικότητα εκπαιδευτικές δραστηριότητες ενός σεναρίου και πρέπει να ενσωματώνει διάφορες διδακτικές στρατηγικές, να επιτρέπει την εξερεύνηση και την αλληλεπίδραση του μαθητή, και να είναι κατά το δυνατόν διαθεματικό ως προς άλλα γνωστικά αντικείμενα.

Με σκοπό την πιο ολιστική κατανόηση της χρήσης των Τ.Π.Ε. για το μάθημα των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, μερικές από τις κατηγορίες Τ.Π.Ε. που χρησιμοποιούνται γενικά στο Δημοτικό σχολείο αναφέρονται παρακάτω (Ζαράνης & Χαλίδας, 2018).

5.4.1. Οι ψηφιακές εγκυκλοπαίδειες

Οι ψηφιακές εγκυκλοπαίδειες είναι τα κατάλληλα λογισμικά συστήματα επίδειξης πληροφοριών, αρκετά χρήσιμα από εκπαιδευτικής απόψεως, διότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε επίπεδο διδασκαλίας ή συμπληρωματικά στη διδακτική διαδικασία για εμβάθυνση και κατανόηση των λεπτομερειών διαφόρων εννοιών. Παρέχουν τη δυνατότητα στο μαθητή να αντλήσει γρήγορα πληροφορίες για αντικείμενα που τον ενδιαφέρουν, να εμπλουτίσει σε βάθος τις γνώσεις του για ένα γνωστικό αντικείμενο. Βέβαια ο εκπαιδευτικός δε μπορεί να μετέχει και να επέμβει σε αυτόν τον τύπο της εκπαιδευτικής διαδικασίας και ενδεχομένως να βοηθήσει σημαντικά το μαθητή. Οι ψηφιακές εγκυκλοπαίδειες ανανεώνονται σε συχνή βάση και ουσιαστικά είναι δυναμικές, περιέχουν πολλές δυνατότητες, όπως απλή και σύνθετη αναζήτηση, κράτηση σημειώσεων, κ.α..

5.4.2. Ηλεκτρονικά εκπαιδευτικά παιχνίδια

Ένα ηλεκτρονικό εκπαιδευτικό παιχνίδι είναι μια κατηγορία εκπαιδευτικού λογισμικού, η οποία συνδυάζει με καλαίσθητο τρόπο την εκπαίδευση με την ψυχαγωγία (edutainement).

Τα εκπαιδευτικά παιχνίδια συμβάλλουν στην ανάπτυξη κινήτρων για μάθηση στο μαθητή. Κατ' αυτόν τον τρόπο, συμβάλλουν στην αφιέρωση χρόνου και προσπάθειας στο αντικείμενο του παιχνιδιού, πραγματοποιώντας τη μάθηση, μια διαδικασία ευχάριστη και διασκεδαστική.

Επίσης, οι μαθητές καλλιεργούν την επιμονή, την άμιλλα, τη φαντασία και τη δημιουργικότητα με την ενασχόλησή τους με τα εκπαιδευτικά παιχνίδια. Τα παιχνίδια μπορούν να διαχωριστούν σε: παιχνίδια περιπέτειας, γρίφων, ρόλων, προσομοίωσης, στρατηγικής κ.α..

5.4.3. Οι Μικρόκοσμοι και το εκπαιδευτικό λογισμικό προσομοίωσης

Το εκπαιδευτικό λογισμικό προσομοίωσης εμφανίζει ένα τεχνητό υπολογιστικό περιβάλλον στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή, που επιτρέπει να εκτελούνται προσομοιούμενες δραστηριότητες, οι οποίες παρουσιάζουν δυσκολία στην εκτέλεση τους εντός του σχολικού περιβάλλοντος. Ένα παράδειγμα που μπορεί να δοθεί, είναι η προσομοίωση μιας χημικής αντίδρασης. Χαρακτηριστικά λογισμικά αυτού του τύπου που υφίστανται στις περισσότερες σχολικές μονάδες είναι το Microworlds Pro, το Interactive Physics, κ.α.. Είναι κατάλληλα για την υποστήριξη σεναρίων, που επιτρέπουν στο μαθητή να πραγματοποιήσει σύνθετες δημιουργικές δραστηριότητες. Επίσης, προσφέρονται για σενάρια διερευνητικού χαρακτήρα.

Η εκπαιδευτική χρησιμότητα αυτής της κατηγορίας Τ.Π.Ε. συνίσταται στα εξής σημεία:

- Το μαθητικό δυναμικό εκπαιδεύεται μέσα από τη δράση, την αλληλεπίδραση με τα αντικείμενα της εφαρμογής, και τον πειραματισμό.
- Παρέχονται ίσες ευκαιρίες για ανάπτυξη της δημιουργικότητας, της κριτικής σκέψης και της ικανότητας των μαθητών για την επίλυση οποιωνδήποτε προβλημάτων προκύψουν.

5.4.4. Εκπαιδευτικό λογισμικό καθοδηγούμενης μάθησης με ανακάλυψη

Οι Τ.Π.Ε. δύνανται να χρησιμοποιηθούν για μάθηση με ανακάλυψη. Σε αυτή την περίπτωση ο μαθητής δεν είναι απλός αποδέκτης οποιωνδήποτε πληροφοριών. Μπορεί να οδηγηθεί στην ανακάλυψη και διερεύνηση αυτού, που παλαιότερα του προσφερόταν ως έτοιμη γνώση.

Η μάθηση έχει ρίζες στην έρευνα στο εκπαιδευτικό λογισμικό, καθώς και σε εξωτερικές πηγές, που αναφέρονται στο ίδιο. Ο βασικός στόχος του εκπαιδευτικού λογισμικού μάθησης με ανακάλυψη, είναι η παρουσίαση μιας σειράς γεγονότων και ερωτημάτων για να κατορθώσει ο μαθητής να διαμορφώσει δική του άποψη. Η ακολουθία ενεργειών ανήκει αποκλειστικά στην κρίση του μαθητή. Δηλαδή τα γεγονότα που θα επισκεφθεί και οι δραστηριότητες, στις οποίες θα εμπλακεί είναι δική του επιλογή (Ζαράνης & Χαλίδας, 2018).

Για παράδειγμα στο εκπαιδευτικό λογισμικό «Ανακαλύπτω τη Γη», ο μαθητής μπορεί να στραφεί στη μελέτη των θειούχων ορυκτών και να εξετάσει και να καθορίσει τη χρονολογική περίοδο που θέλει να μελετήσει. Στη συνέχεια μπορεί να μελετήσει και να εξάγει τα συμπεράσματα των ενεργειών του σε κάποια άλλη μεταγενέστερη περίοδο και έτσι να κατανοήσει πλήρως τη σημασία των επιλογών του.

Η παιδαγωγική τεχνική που προσεγγίζουν τα λογισμικά αυτού του τύπου προέρχεται από μια παιδαγωγική τεχνική που ονομάζεται συγκλίνουσα σκέψη. Ο εκπαιδευτικός επινοεί και παρουσιάζει μια αλληλουχία δηλώσεων ή ερωτήσεων που καθοδηγούν τον αρχάριο να κάνει μια σειρά ανακαλύψεων, που οδηγούν σε έναν ενιαίο προκαθορισμένο στόχο.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό αυτού του τύπου πρέπει να χρησιμοποιηθεί στα πλαίσια κάποιου γνωστικού αντικειμένου σε κλίμα συνεργασίας μαθητών και εκπαιδευτικού. Ο εκπαιδευτικός παρέχει τα πρωταρχικά ερεθίσματα στους μαθητές και τους θέτει ερωτήματα. Οι μαθητές χρησιμοποιώντας τις αρχικές πληροφορίες επιλέγουν την κατάλληλη αλληλουχία διδακτικού υλικού και οδηγούνται στο ζητούμενο αποτέλεσμα.

Ορισμένα από τα πακέτα εκπαιδευτικών εφαρμογών της υπό εξέτασης κατηγορίας προσδίδουν τον καθορισμό στόχων από τον εκπαιδευτικό και οδηγούν το μαθητή μέσα από προτάσεις και ερωτήματα που του θέτουν, όπως στο λογισμικό «Ανακαλύπτω την Παγκόσμια Ιστορία».

5.4.5. Λογισμικά για τις Θετικές Επιστήμες

Μερικά από τα διαθέσιμα περιβάλλοντα στο σύγχρονο εκπαιδευτικό περιβάλλον, που χαρακτηρίζονται ως «εκπαιδευτικό λογισμικό», επιτρέπουν στους εκπαιδευτικούς

και μαθητές να αναπτύξουν δημιουργικές πρωτοβουλίες, ενσωματώνουν την αντίληψη της «*ενεργητικής μάθησης*», καθώς διαδικασίες και μορφές, οι οποίες έχουν εξεταστεί και υποστηρίζονται σε μεγάλο βαθμό από ερευνητικές διαδικασίες (www.ypepth.gr/ktp/ktp_edu_soft.htm). Για παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε τα λογισμικά δυναμικής Γεωμετρίας (The Geometer's Sketchpad-Cabri Geometry) και το εξελληνισμένο πολυμεσικό περιβάλλον του Microworlds Pro, τα οποία έχουν παρουσιαστεί σε προηγούμενο κεφάλαιο.

Ένα εκπαιδευτικό λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας, έχει για τους εκπαιδευτικούς παιδαγωγική και διδακτική διάσταση γιατί:

- Προσφέρει την ευκαιρία για την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων**:** Η δυνατότητα αυτή δύναται να αξιοποιηθεί για την οπτικοποίηση στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή όλων των σχημάτων, ακόμα και των πιο δυσχερών κατασκευών, που βοηθούν στην επίλυση των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου. Η μέθοδος κατασκευής ακολουθεί τους νόμους της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και είναι συμβατή με τον τρόπο κατασκευής στο παραδοσιακό περιβάλλον του πίνακα, του χαρτιού και του μολυβιού.
- Παρέχει τη διευκόλυνση για την παραγωγή εκπαιδευτικού υλικού**:** Μετά τη σχεδίαση γεωμετρικών σχημάτων, το εκπαιδευτικό λογισμικό επιτρέπει τη μεταφορά και επικόλληση των σχημάτων σε άλλο πρόγραμμα (κειμενογράφο). Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κάνουν χρήση αυτής της δυνατότητας για τον εμπλουτισμό με στατικά σχήματα του διδακτικού υλικού (σημειώσεις) που δίνουν στους μαθητές τους.
- Επιτρέπει τον κατάλληλο χειρισμό αντικειμένων για το δυναμικό μετασχηματισμό των γεωμετρικών σχημάτων**:** Η δυνατότητα αυτή επιτρέπει στους μαθητές, χρησιμοποιώντας το ποντίκι του υπολογιστή, να μετασχηματίσουν τα γεωμετρικά σχήματα, έτσι ώστε να μπορούν να παρουσιάσουν διαπιστώσεις, να διερευνούν ή να ανακαλύπτουν το αναλλοίωτο ή τη σταθερότητα αυτών που ασχολούνται (για παράδειγμα το ορθόκεντρο ή το άθροισμα γωνιών τριγώνου κ.ά.) ή πραγματοποιούν υποθέσεις που συνδράμουν στη επίλυση ενός προβλήματος (για παράδειγμα να χρησιμοποιούν τα ίχνη των κινήσεων ενός σημείου για να υποθέσουν τη λύση σε προβλήματα μεγιστοποίησης-ελαχιστοποίησης κ.α.) ή να ανακαλύπτουν νέα δεδομένα και να διατυπώνουν διαπιστώσεις ή να απαντούν σε ερωτήματα (*black boxes*).

- Επιτρέπει τη δυνατότητα της πολλαπλής αναπαράστασης μιας έννοιας, η οποία με τη σειρά της αποτυπώνει την οπτικοποίηση εννοιών ή θεωρημάτων με εναλλακτικούς τρόπους, όπως αριθμητικά αποτελέσματα πράξεων, πίνακας τιμών, γραφική αναπαράσταση.
- Προσφέρει ατέρμονη διευκόλυνση στις διαθεματικές προσεγγίσεις, όπως το λογισμικό της δυναμικής Γεωμετρίας, δύναται να χρησιμοποιηθεί για τη γεωμετρική αναπαράσταση εννοιών και σχέσεων από διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα (Φυσική, Στατιστική, Οικονομία κ.α.) στη διαδικασία επίλυσης διαθεματικών ζητημάτων.
- Ευνοεί την εφαρμογή σεναρίων: Τα λογισμικά δυναμικής Γεωμετρίας μπορούν να αξιοποιηθούν στη διδακτική διαδικασία για την εφαρμογή σεναρίων, όπου με κατασκευές ή διερεύνηση έτοιμων γεωμετρικών προσομοιώσεων, οι μαθητές μπορούν να εργαστούν ομαδοσυνεργατικά για να εξερευνήσουν προβλήματα, να αναφέρουν, να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες, να δώσουν απαντήσεις σε ερωτήματα, να εξηγήσουν καταστάσεις και σχέσεις, να διατυπώσουν συμπεράσματα και γενικεύσεις κ.α..

Το πολυμεσικό περιβάλλον Microworlds Pro εμφανώς ικανοποιεί τις παραπάνω καταστάσεις, που αναφέρονται στο πλαίσιο αξιοποίησης των Τ.Π.Ε. (Δαπόντες κ.α., 2003) καθώς:

- Ενσωματώνει τη γλώσσα προγραμματισμού Logo, της οποίας η εκπαιδευτική σημασία αναγνωρίζεται από μεγάλο ποσοστό της επιστημονικής κοινότητας, καθώς μπορεί να βοηθήσει στη δημιουργία του κατάλληλου παιδαγωγικού πλαισίου για την ανάπτυξη δραστηριοτήτων στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Η Logo παρουσιάστηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1970 από τον Μαθηματικό S. Papert για εκπαιδευτική χρήση από μικρούς και μεγάλους μαθητές και ενσωματώνει μια παιδαγωγική αντίληψη της Πιαζετικής θεωρίας του «Εποικοδομητισμού».
- Παρέχει τη δημιουργία πολλαπλών δραστηριοτήτων, που υποχρεώνει την εγκατάλειψη των παραδοσιακών ρόλων σε μια διδασκαλία, όπου οι μαθητές ενθαρρύνονται στην ομαδική προσπάθεια. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να πειραματιστεί μαζί με τους μαθητές του και παροτρύνει το μαθητή να οικοδομήσει τις διαισθητικές του γνώσεις.
- Υπάρχει δυνατότητα αξιοποίησης και υποστήριξης όλων των δυνατών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μελών της μαθησιακής ομάδας και του περιβάλλοντος του εκπαιδευτικού λογισμικού.

- Επιτρέπει τη δημιουργία καταστάσεων που παραινεί ή και προκαλεί τους εκπαιδευτικούς να μετατραπούν οι ίδιοι, δημιουργοί των διδακτικών τους εργαλείων, αντί να είναι καταναλωτές έτοιμων προϊόντων, τα οποία πιθανόν να μην ταιριάζουν στις δικές τους εκπαιδευτικές ανάγκες.
- Παρέχει απεριόριστες δυνατότητες δημιουργίας ενός πλούσιου μαθησιακού περιβάλλοντος, κατάλληλου για την ανάπτυξη παιδαγωγικών προτάσεων, που να εξυπηρετούν τις ανάγκες του αναλυτικού προγράμματος σπουδών.

Ο πολυμεσικός του χαρακτήρας είναι ειδικά κατασκευασμένος για εκπαιδευτική χρήση. Στις εργασίες που θα δημιουργηθούν, μπορεί να ενσωματωθεί κείμενο, κινούμενα σχέδια, ήχοι, εικόνες και βίντεο. Όπως σημειώνει και ο Papert (1993) «*Μαθαίνουμε καλύτερα δρώντας, αλλά μαθαίνουμε καλύτερα, αν συνδυάσουμε τη δράση με την ομιλία και το στοχασμό πάνω σ' αυτά που κάνουμε*».

Το Logo-like περιβάλλον ικανοποιεί όλες τις απαιτήσεις του αναλυτικού προγράμματος σπουδών για την εξοικείωση των μαθητών με τα προγραμματιστικά εργαλεία για την επίλυση προβλημάτων.

- Επιτρέπει τη δημιουργία μικρόκοσμων με κατάλληλο συνδυασμό διαδικασιών, που μπορούν να περιέχουν τη γνωστή «χελώνα», πλαίσια κειμένου, μεταβολές και κουμπιά, τα οποία μπορούν να διαμεσολαβήσουν ως εργαλεία κατάλληλα για τη δημιουργία εργασιών που απαιτούν αλληλεπίδραση μαθητή-ηλεκτρονικού υπολογιστή. Οι μικρόκοσμοι που παρουσιάζονται με το Microworlds Pro ίσως να μην απαιτούν προγραμματισμό με τη γλώσσα Logo και αποτελούν μικρά εξειδικευμένα προγράμματα-μικρόκοσμοι, τα οποία ευνοούν τη δημιουργική έκφραση, τη διερεύνηση και τον πειραματισμό.
- Παρέχει τη δυνατότητα δημιουργίας πολλών εργασιών με τη μορφή ιστοσελίδων, γεγονός που διευκολύνει την επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και το διαμοιρασμό των εργασιών της ομάδας τους.
- Ευνοεί τη δημιουργία κατάλληλου μαθησιακού περιβάλλοντος διερευνητικού χαρακτήρα με θετικό πρόσημο για δημιουργικές δραστηριότητες, γνωστική ανάπτυξη και συνεργασία των μαθητών.

5.4.6. Συστήματα συνεργατικής μάθησης

Μεγάλο ποσοστό συστημάτων που ενισχύουν την επικοινωνία και συνεργασία μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών αξιοποιούνται στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Αυτό μπορεί να ερμηνευθεί ακριβώς, επειδή οι σημαντικοί παράγοντες της μάθησης είναι ο διάλογος μεταξύ μαθητών και εκπαιδευτικών, η συνεργασία των μαθητών για την πραγματοποίηση μαθησιακών δραστηριοτήτων και η παροχή ίσων ευκαιριών για ενεργητική συμμετοχή των μαθητών, σε αντίθεση με την παθητική παρακολούθηση διαλέξεων και τη μοναχική πραγματοποίηση εργασιών.

Η συνεισφορά των συστημάτων συνεργατικής μάθησης είναι ιδιαίτερα καταλυτική στην ανάπτυξη των σχέσεων μεταξύ των μαθητών, που αναλαμβάνουν ρόλους σε ομάδες, με τη συνεπακόλουθη ανάπτυξη των αισθημάτων αλληλοεκτίμησης, εμπιστοσύνης και ιδιαίτερα αποτελεσματικής διαδικασίας επίλυσης ενός προβλήματος μέσα από περιβάλλον συζήτησης και συνεργασίας.

Τα συστήματα συνεργατικής μάθησης μπορούν να διαχωριστούν στις ακόλουθες κατηγορίες:

- στα ασύγχρονα κειμενικά συστήματα, όπως το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο email,
- τα συστήματα ασύγχρονων συνδιασκέψεων παγκόσμιου ιστού (web discussion fora), όπως το FLE3 (http://fle3.uiah.FI/), KnowledgeForum (http://www.knowledgeforum.com/), το Synergeia (http://bscw.gmd.de/), κ.α.,
- στα σύγχρονα κειμενικά συστήματα, όπως το ICQ,
- στα σύγχρονα συνεργατικά συστήματα πολυμέσων, όπως τα συστήματα τηλεδιάσκεψης ή συστήματα σύγχρονης συνεργασίας, που προσφέρουν υπηρεσίες σαν το διαμοιραζόμενο ασπροπίνακα, όπως το NetMeeting, Centra ή πιο εξειδικευμένα όπως το Modelling Space, Synergo, CoolModes, κ.α..

5.4.7. Συστήματα διαχείρισης μαθησιακής διαδικασίας

Τα συστήματα διαχείρισης μαθησιακής διαδικασίας (Σ.Δ.Μ.Δ.) είναι ευρέως διαδεδομένα στο χώρο της εκπαίδευσης. Αποτελούν πολύπλοκα συστήματα εκπαιδευτικού λογισμικού, τα οποία μέσα από μια ενοποιημένη προσωπικότητα χρήστη, προσφέρουν υπηρεσίες, όπως η δημιουργία και η διανομή εκπαιδευτικού υλικού, η επικοινωνία και η συνεργασία μεταξύ των συμμετεχόντων, η διαχείριση της εκπαιδευτικής διαδικασίας, κ.α.. Οι υπηρεσίες που παρέχονται μέσα από ομάδες εργαλείων είναι τα ακόλουθα:

- Εργαλεία διαχείρισης μαθημάτων, τα οποία περιέχουν τα χαρακτηριστικά για τη δημιουργία, την ανάπτυξη, την προσαρμογή, τη διοίκηση και τον έλεγχο των μαθημάτων.
- Εργαλεία διαχείρισης τάξης, τα οποία περιέχουν τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα για τη διαχείριση των χρηστών, την οικοδόμηση της ομάδας, τις αναθέσεις εργασιών κ.λπ..
- Εργαλεία επικοινωνίας, τα οποία αποδίδουν τα χαρακτηριστικά για τη σύγχρονη και ασύγχρονη επικοινωνία, όπως το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο, τα φόρουμ συζήτησης, τον ήχο ή τη συνεδρίαση μέσω video, τις ανακοινώσεις και τις σύγχρονες συνεργατικές λειτουργίες.
- Εργαλεία σπουδαστών, που τους υποστηρίζουν στη διαχείριση και τη μελέτη των πόρων εκμάθησης, όπως ιδιωτικά και δημόσια σχόλια, κυριότερα σημεία, σελιδοδείκτες, off-line μελέτη, μηχανών αναζήτησης, κλπ..
- Εργαλεία διαχείρισης περιεχομένου, τα οποία περιέχουν τα χαρακτηριστικά για τη δημιουργία, την παράδοση και τη διαχείριση αρχείων.
- Εργαλεία αξιολόγησης, τα οποία περιέχουν τα χαρακτηριστικά για τη διαχείριση on-line πάσης φύσεως διαγωνισμών γνώσεων και τεστ, παράδοση εργασιών, ασκήσεις αυτοαξιολόγησης, κ.τ.λ.

Υφίστανται και εμπορικά συστήματα όπως τα: *Blackboard*, *IBM LearningSpace*, *TopClass*, *VirtualU* και ανοικτού κώδικα όπως *ATutor*, *eClass*, *Moodle*.

5.4.8. Αξιολόγηση με τη χρήση λογισμικού

Η αξιολόγηση με την ορθή χρήση λογισμικού είναι εφικτό να διενεργηθεί με δύο διαφορετικούς παράγοντες: μέσω ερωτήσεων ηλεκτρονικών ερωτηματολογίων (*ηλεκτρονική αξιολόγηση*) και μέσω ηλεκτρονικού φακέλου αξιολόγησης (*e-portfolio*).

- Οι κυρίαρχοι τύποι ερωτήσεων που χρησιμοποιούνται ευρέως για την αξιολόγηση μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή με τη χρήση ερωτηματολογίων περιγράφονται παρακάτω:
- Πολλαπλής επιλογής (multiple choice), όπου ο μαθητής καλείται να επιλέξει τη σωστή απάντηση από μια σειρά επιλογών που του δίνονται.

- Πολλαπλής απόκρισης (multiple response), όπου ο μαθητής καλείται να επιλέξει περισσότερες από μια απαντήσεις ως αποδιδόμενες σωστές.
- Αριθμητικές, όπου η απάντηση δίνεται ως ένα αριθμητικό αποτέλεσμα, που αξιολογείται μονολεκτικά ως σωστό ή λάθος.
- Ταιριάσματος κειμένου, όπου η σωστή απάντηση δίνεται με τη μορφή μιας λέξης ή περισσοτέρων λέξεων ή φράσεων σε ορθά καθορισμένα πλαίσια.
- Έκθεσης ή ανάπτυξης σύντομου κειμένου.
- Πίνακα που συνδυάζει περισσότερες από μια ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής σε ένα σύνθετο ερώτημα σχετικά με κάποιο συγκεκριμένο αντικείμενο που του δίνεται.
- Ενεργού σημείου (hot spot), όπου η απάντηση παρουσιάζεται, πατώντας με το ποντίκι πάνω σε μια συγκεκριμένη περιοχή μιας εικόνας στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.
- Συσχέτισης, όπου ο μαθητής καλείται να αντιστοιχίσει τις προσφερόμενες πληροφορίες δύο στηλών μεταξύ τους.
- Ταξινόμησης, όπου ο μαθητής καλείται να ελέγξει και να ταξινομήσει με σαφήνεια μια σειρά από επιλογές με βάση δεδομένα κριτήρια, που του προσφέρονται.

Σε αυτό το σημείο σημαντικό είναι να παρουσιαστεί μια άλλη κατηγορία συστημάτων δημιουργίας και διαχείρισης ερωτηματολογίων αυτοαξιολόγησης. Πρόκειται για συστήματα που έχουν δημιουργηθεί με απώτερο στόχο την αξιολόγηση και παρέχουν εκτεταμένες λειτουργίες, τις οποίες στερούνται σε όποιο βαθμό τα Συστήματα Διαχείρισης Γνώσης. Παραπέμπουν στην αυτοαξιολόγηση, τόσο στο περιβάλλον του ιστού, όσο και στο περιβάλλον ενός μεμονωμένου ηλεκτρονικού υπολογιστή, βασιζόμενοι στο μοντέλο της Εκπαίδευσης μέσω Υπολογιστή (*Computer Based Training*).

Συγκεκριμένα, υποδηλώνονται τα συστήματα *Perception*, *CourseBuilder*, *Hot Potatoes* και *CASTLE*. Μια εμπεριστατωμένη λίστα με συστήματα δημιουργίας ερωτηματολογίων αξιολόγησης αναδεικνύεται στην παρακάτω ηλεκτρονική διεύθυνση στο διαδίκτυο:(http://www.caacentre.ac.uk/resources/web/onlres4.shtml)

- **Perception**

Το Perception είναι μια εξαιρετική εφαρμογή δημιουργίας, διάθεσης και διαχείρισης ερωτήσεων αξιολόγησης στον ιστό από μια εταιρεία που ειδικεύεται στο συγκεκριμένο πλαίσιο. Η εφαρμογή προσφέρει ένα εργαλείο δημιουργίας ερωτημάτων με τη βοήθεια προτύπων (templates).

- **Course builder**

Πρόκειται για μια ακόμη εφαρμογή που δε μεταφράζεται ως σύστημα διαχείρισης μαθησιακών χώρων, αλλά εργαλείο δημιουργίας μαθησιακού υλικού στον ιστό. Το CourseBuilder ουσιαστικά είναι η επέκταση του *Dreamweave*r, εγνωσμένης αξίας εφαρμογή δημιουργίας ιστοσελίδων της εταιρείας Macromedia.

Με τη χρήση οδηγών (*wizards*), το CourseBuilder συνδράμει στη δημιουργία διαδραστικού μαθησιακού υλικού, κυρίως ερωτηματολογίων αξιολόγησης όλων των τύπων που έχουμε προαναφέρει. Παράγεται εύλογα κώδικας *HTML, DHTML* και *JavaScrip*t.

- **Hot Potatoes**

Το Hot Potatoes αποτελεί μια ακολουθία από έξι εργαλεία συγγραφής ερωτηματολογίων (http://telemathea.uom.gr/file.php/11/Hot_Potatoes_6_Tutorial.htm). Τα εργαλεία αυτά παρέχουν τη δυνατότητα δημιουργίας ερωτηματολογίων διαφόρων τύπων.

Τα ερωτηματολόγια προσφέρονται στους μαθητές μέσω του ιστού ως ιστοσελίδες. Η γλώσσα XHTML χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο για τη δόμηση και την παρουσίαση των σελίδων, ενώ η JavaScript για τον απρόσκοπτο έλεγχο της αλληλεπίδρασης με το χρήστη-μαθητή.

- **C.AS.T.LE.**

Το C.AS.T.L.E. (*Computer Assisted Teaching and Learning*) αποτελεί ένα σύνολο εργαλείων (εργαλειοθήκη) για την εκπλήρωση ενδιάμεσης αξιολόγησης με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Η πιο πρόσφατη έκδοση του CASTLE (2.0) προσφέρει τη δυνατότητα καταγραφής των αποτελεσμάτων των ερωτηματολογίων σε ένα αρχείο καταγραφής (log file). Πρόκειται για ένα αρχείο κειμένου με καθορισμένη δομή, που μπορεί να αναλυθεί ως προς την πληροφορία που παρέχει με τη χρήση μιας εφαρμογής όπως το Microsoft Excel.

Παράλληλα, ο ηλεκτρονικός φάκελος (*e-portfolio*) αποτελεί μια νέα καινοτομία για την αξιολόγηση στην τάξη, η οποία βασίζεται στις Τ.Π.Ε.. Η αξιολόγηση των μαθητών μέσω του ηλεκτρονικού φακέλου υλικού, που δίνει την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς να αξιολογήσουν την πρόοδο των μαθητών κατά τη διάρκεια χρονικών περιόδων, που εκτείνονται έως και αρκετά έτη. Συνεπαγόμενα είναι μια υλοποίηση στο περιβάλλον των Τ.Π.Ε. του φακέλου υλικού, ως μέσο αυθεντικής αξιολόγησης, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως.

Ένα e-portfolio είναι ένα σύστημα διαχείρισης πληροφοριών που βασίζεται στον Ιστό Παγκόσμιας Εμβέλειας (Web). Ο μαθητής συγκεντρώνει και συντονίζει ψηφιακά τα στοιχεία της εργασίας του, τα οποία μπορεί να χρησιμοποιήσει για να παρουσιάσει τις προσπάθειες, την πρόοδο, τις φιλοδοξίες και τα επιτεύγματά του στη διάρκεια του χρόνου και να συλλογιστεί πάνω στην εκμάθησή του. Έχοντας οποιαδήποτε χρονική στιγμή, πρόσβαση στα αρχεία του, την ψηφιακή αποθήκη, μπορεί να κατανοήσει σε βέλτιστο σημείο την ατομική του ανάπτυξη, την οικοδόμηση του βιογραφικού σημειώματος και τον προγραμματισμό της σταδιοδρομίας του.

Τα βασικά στοιχεία που τυπικά περιλαμβάνονται σε ένα ηλεκτρονικό φάκελο υλικού μαθητή είναι:

i) οι προσωπικές πληροφορίες των μαθητών,
ii) ένας πίνακας περιεχομένων,
iii) οι στόχοι των μαθητών,
iv) τα διδακτικά πρότυπα ή και κριτήρια,
v) οι κανόνες βαθμολόγησης,
vi) οι κατευθυντήριες γραμμές,
vii) τα αντικείμενα εργασίας του μαθητή,
viii) η ανατροφοδότηση και
ix) ο αυτο-στοχασμός.

Υπάρχουν ποικίλοι τρόποι με τους οποίους μπορεί να επιτευχθεί η αξιολόγηση μέσω ενός e-portfolio. Ένα από τα κυριότερα κριτήρια για την κατάλληλη επιλογή λογισμικού για την ανάπτυξη ηλεκτρονικού φακέλου υλικού, είναι η δυνατότητά του να παρέχει την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές να δημιουργούν συνδέσμους υπερκειμένου μεταξύ των στόχων, των εκβάσεων, και των διάφορων συλλεγόμενων αντικειμένων των μαθητών (προϊόντα και έργα), που παρουσιάζονται σε μορφή πολυμέσων. Άλλο βασικό κριτήριο είναι δυνατότητα πρόσβασης στο Διαδίκτυο.

Το μεγαλύτερο ποσοστό κοινών εργαλείων είναι:

- Σχεσιακές βάσεις δεδομένων (π.χ., FileMaker Pro, Microsoft Access).
- Προγράμματα ανάπτυξης εφαρμογών υπερμέσων με τη μεταφορά ηλεκτρονικών σελίδων (hyper cards metaphor) (π.χ., HyperStudio, Toolbook, SuperLink).
- Λογισμικό ανάπτυξης εφαρμογών πολυμέσων με τη μεταφορά του συγχρονισμού (Timeline metaphor) (π.χ., Director ή Authorware).
- Κειμενογράφοι της γλώσσας HTML (π.χ., HTML, Claris Home Page, Microsoft FrontPage, Netscape Composer).
- Έγγραφα PDF (Adobe Acrobat Reader). Τα αρχεία PDF προσφέρουν την ευκολία για πρόσβαση και ανάγνωση, μπορούν να δημιουργηθούν από πολλαπλές εφαρμογές, να συμπεριλάβουν στοιχεία πολυμέσων, να δημοσιευτούν εύκολα σε CD-ROM.
- Παρουσιάσεις πολυμέσων (π.χ., AppleWorks και Microsoft PowerPoint).
- Βίντεο (ψηφιακό και αναλογικό). Το ψηφιακό βίντεο δύναται να αποτελεί μια ισχυρή εισαγωγή σε πολλά από τα υπόλοιπα εργαλεία ανάπτυξης φακέλου.

Αρκετές εταιρείες ανάπτυξης και εκδότες έχουν ξεκινήσει να προσφέρουν εργαλεία για e-Portfolios. Εταιρείες, όπως οι *BlackBoard*, *WebCT*, *SCT*, *Nuventive*, *Concord*, και *McGraw-Hill*, είτε ήδη διαθέτουν, είτε αναπτύσσουν σε μεγάλο βαθμό εργαλεία για e-Portfolio.

5.5. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού για την επιτυχημένη χρήση των Τ.Π.Ε.

Από τα παραπάνω καθίσταται σαφές, πως ο εκπαιδευτικός πρέπει να επανεξετάσει τις απόψεις και τις μεθόδους του για τη διδασκαλία και τη μάθηση, για το μαθητή, ως ενεργό μαθησιακό υποκείμενο και για την τεχνολογία, τόσο ως εργαλείο ολοκλήρωσης, όσο και ως γνωστικό εργαλείο διαμεσολάβησης, που θα συντελέσει κομβικά στην ανάπτυξη των γνωστικών δεξιοτήτων των μαθητών του. Για να βαδίσει

όμως ο εκπαιδευτικός σε αυτή την επανεξέταση, αναθεώρηση και μετασχηματισμό της πρακτικής του και να προωθήσει καινοτόμες μορφές μάθησης, θα πρέπει να συνεξεταστούν και μια σειρά από άλλους αστάθμητους παράγοντες, οι οποίοι διαμορφώνουν σε καθοριστικό βαθμό την καθημερινή σχολική πραγματικότητα του εκπαιδευτικού, όπως π.χ. η ύλη των γνωστικών αντικειμένων , η πίεση χρόνου, ο μεγάλος αριθμός μαθητικού δυναμικού.

Σε ένα πρωταρχικό στάδιο ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να αξιοποιήσει την τεχνολογία σε συνδυασμό φυσικά με την υπάρχουσα πρακτική του. Σε δεύτερο στάδιο μπορεί να προχωρήσει σε μια πιο ελεύθερη προσέγγιση με ανοικτό λογισμικό για το μετασχηματισμό της πρακτικής του προς διαφορετικές μορφές διδασκαλίας και μάθησης. Η πραγμάτωση νέων και ποιοτικών τύπων μάθησης προϋποθέτει ριζική αναθεώρηση του ρόλου του εκπαιδευτικού. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να ενστερνιστούν μια εποικοδομιστική προσέγγιση, η οποία θα υπερβαίνει το τυπικό επίπεδο μιας παρουσίασης (αναμετάδοσης-εκπομπής) πληροφοριών. Τα λογισμικά αναφοράς παρέχουν τη διασύνδεση μιας διδακτικής προσέγγισης με μια μαθησιακή θεωρία.

Σε επόμενο στάδιο παρουσιάζεται η αξιοποίηση των ανοικτών λογισμικών (π.χ. εννοιολογικής χαρτογράφησης) και λογισμικού εφαρμογών γραφείου (π.χ. Microsoft Word, Microsoft Excel, Microsoft PowerPoint, Microsoft Access).

Σε αντίθεση με μια ενότητα ενός τυπικού εγχειριδίου (σε έντυπη μορφή), η οποία προσφέρει επιλεγμένη και καθορισμένη ποσότητα πληροφορίας (ασκήσεων, υλικού κτλ.), η στροφή προς το διαδίκτυο για την αναζήτηση υλικού αναδεικνύει ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα-στον εκπαιδευτικό-επιλογής των περιεχομένων, που είναι τα πιο κατάλληλα ή έχουν τη μεγαλύτερη μορφωτική αξία. Σε αντίθεση με το διδακτικό εγχειρίδιο, όπου ο εκπαιδευτικός απλώς αποπερατώνει (δηλαδή «παραδίδει») την προκαθορισμένη ύλη, στην περίπτωση που περιγράφεται εδώ, ο εκπαιδευτικός, επειδή καλείται να επιλέξει, θα πρέπει να επανεξετάσει θεμελιώδεις αντιλήψεις του, για το τι αποτελεί σημαντικό σε επίπεδο διδακτέας ύλης, πώς η ύλη αντιστοιχίζεται τελικώς σε έννοιες κτλ.

Σε αυτό το πλαίσιο ο εκπαιδευτικός μπορεί να εισέλθει αρχικά τουλάχιστον, στη λογική όχι να διδάξει ένα έτοιμο υλικό, αλλά να επιλέξει από μια τεράστια γκάμα εκπαιδευτικού υλικού την πληροφορία (έννοιες), που επιθυμεί να αναπτύξουν οι μαθητές.

Απαραίτητο βήμα στη διενέργεια αυτή αποτελεί ο προσεκτικός σχεδιασμός μιας δραστηριότητας, η οποία και θα αποδεχθεί την αξιοποίηση της πληροφορίας, καθότι, σε αντίθεση με μια πεπερασμένη πληροφορία σε μια ενότητα ενός διδακτικού εγχειριδίου, στην προκειμένη περίπτωση, δε μπορεί να αποδώσει στους μαθητές του απλώς «να μάθουν». Είναι φύσει αδύνατον για τους μαθητές να αποστηθίσουν μηχανικά το κείμενο κάποιων ιστοσελίδων, το οποίο ίσως να αντιστοιχεί σε μερικές δεκάδες σελίδες κειμένου του συμβατικού διδακτικού εγχειριδίου του μαθητή.

Το οποιοδήποτε υλικό σε μια εγκυκλοπαίδεια ή στον παγκόσμιο ιστό παρέχει ένα ορισμένο βάθος, μια ορισμένη δομή, δεν είναι εστιασμένο ή δουλεμένο γλωσσικά για μαθητές Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Στην περίπτωση αυτή είναι σημαντικό να εργαστεί ο εκπαιδευτικός για να κατασκευάσει ένα σχέδιο δραστηριότητας ή σενάριο, το οποίο και θα διαμεσολαβεί μεταξύ του μαθητή και της προς απόκτηση πληροφορίας. Εάν μυηθεί σε μια τέτοια φιλοσοφία σκέψης ο εκπαιδευτικός, παρουσιάζονται αυξημένες πιθανότητες να συνειδητοποιήσει τα όρια και την εμβέλεια της υπάρχουσας πρακτικής του, αναφορικά με την μάθηση.

Αυτό που δείχνει να είναι σημαντικό, αναφορικά με την εφαρμογή των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση είναι η κουλτούρα και η φιλοσοφία της μάθησης, η οποία θα επεκτείνεται με τη βοήθεια της τεχνολογίας. Το ουσιώδες αποτελεί την ένταξη της τεχνολογίας σε μια δραστηριότητα, η οποία θα έχει σχεδιαστεί με βάση τη γνωστική θεωρία και τα αντίστοιχα ερευνητικά ευρήματα. Επομένως το ζήτημα της μάθησης αναφέρεται ρητά στη σχεδίαση κατάλληλων δραστηριοτήτων για την υλοποίηση της μάθησης, οι οποίες και θα περιλαμβάνουν την αξιοποίηση της τεχνολογίας.

Σύμφωνα με τα προαναφερθέντα οι εκπαιδευτικοί προκειμένου να εντάξουν τις Τ.Π.Ε. στις διδακτικές τους μεθόδους οφείλουν να:

- λαμβάνουν υπόψη τα βασικά στοιχεία των εργαλείων υπολογιστικής τεχνολογίας (υλικό και εκπαιδευτικό λογισμικό) για τη μάθηση των γνωστικών αντικειμένων Πρωτοβάθμιας και Προσχολικής Εκπαίδευσης.
- λαμβάνουν υπόψη τις σύγχρονες τάσεις για τη διδακτική των γνωστικών αντικειμένων Πρωτοβάθμιας και Προσχολικής Εκπαίδευσης και τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στη μάθηση.
- λαμβάνουν υπόψη τις σύγχρονες αντιλήψεις και τις διδακτικές μεθόδους αξιοποίησης των τεχνολογικών εργαλείων στη μαθησιακή διαδικασία στα γνωστικά αντικείμενα Πρωτοβάθμιας και Προσχολικής Εκπαίδευσης, καθώς και τρόπους αντιμετώπισης των δυσκολιών των μαθητών τους.

Οι εκπαιδευτικοί οφείλουν επίσης να είναι σε θέση να:

- ενσωματώσουν τη χρήση των Τ.Π.Ε. στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (με παραδείγματα).
- εκπονούν εκπαιδευτικά σενάρια και δραστηριότητες.
- έχουν μυηθεί σε μεθόδους και εργαλεία αξιολόγησης εκπαιδευτικών σεναρίων.
- μπορούν να ενθαρρύνουν και να καθοδηγούν τους μαθητές τους στην παραγωγή μαθητικού υλικού.
- σχεδιάζουν σενάρια με δραστηριότητες σύμφωνα με τις αρχές της εποικοδομιστικής, για τη διδακτική αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στο πλαίσιο όλων των γνωστικών αντικειμένων του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών.

Τα δομικά στοιχεία της Διδακτικής Επιστημών, που θα πρέπει να γνωρίζουν οι εκπαιδευτικοί είναι τα ακόλουθα:

- Οι απεικονίσεις των μαθητών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης αναφορικά με βασικές έννοιες της Γλώσσας, των Μαθηματικών, των Φυσικών Επιστημών, της Μελέτης Περιβάλλοντος, της Ιστορίας. Βασικό μέλημα είναι να αξιοποιηθεί ο ηλεκτρονικός υπολογιστής (για παράδειγμα με περιβάλλοντα εννοιολογικής χαρτογράφησης) στην αποκάλυψη και καταγραφή αυτών των αναπαραστάσεων των μαθητών, αλλά και στη δημιουργία, τον πειραματισμό και την ενασχόληση με διαφορετικές αναπαραστάσεις (για παράδειγμα με περιβάλλοντα προσομοίωσης και μοντελοποίησης).
- Ο διδακτικός μετασχηματισμός, δηλαδή οι διενέργειες που αναδεικνύουν τη μετάβαση από την επιστημονική γνώση στη διδασκαλία.
- Το διδακτικό συμβόλαιο, που υποδεικνύει τους ρόλους, τη θέση και τις λειτουργίες, που πραγματοποιούνται ανάμεσα στον εκπαιδευτικό, τους μαθητές και τη γνώση.
- Η εννοιολογική αλλαγή, λαμβάνοντας υπόψη, ότι οι εννοιολογικές δομές που δημιουργούν οι μαθητές δεν είναι στατικές, αλλά δυναμικές, δηλαδή μεταλλάσσονται διαρκώς κατά την πορεία απόκτησης νέων γνώσεων. Η εκ του συστάδην προσέγγιση της εννοιολογικής αλλαγής ενσωματώνεται στα πλαίσια της εποικοδομιστικής προσέγγισης της μάθησης.
- Η γνωστική σύγκρουση, η οποία είναι μια από τις διαδικασίες, που έχουν ως στόχο την επίτευξη της αναδιοργάνωσης των νοητικών σχημάτων σε άλλα ευρύτερα, πληρέστερα και εγγύτερα στο επιστημονικό μοντέλο.

Η γνωστική σύγκρουση μπορεί να αποπερατωθεί, είτε με τη διάψευση που μπορεί να προκαλέσουν τα αποτελέσματα ενός πειράματος, είτε με τη συνειδητοποίηση της ύπαρξης διαφορετικών απόψεων στο πλαίσιο της σχολικής τάξης.

- Οι γνωστικές δυσκολίες που υφίστανται-σύμφωνα με τη βιβλιογραφία-από την πλευρά καθενός γνωστικού αντικειμένου θα αποτελέσουν σημεία αναφοράς και καταγραφής.
- Η βιωματική μέθοδος διδασκαλίας δίνει ιδιαίτερη έμφαση στην ενεργό συμμετοχή του μαθητή και η μάθηση πραγματώνεται μέσα από την ενασχόληση του μαθητή με πραγματικές καταστάσεις προβλημάτων.

  Η βιωματική μέθοδος στηρίζεται στην ενεργητική συμμετοχή του μαθητή και προτείνονται τα εξής στάδια διδασκαλίας:

  1.Ο εκπαιδευτικός εξετάζει την εμπειρία του μαθητή και διαπιστώνει, αν είναι έτοιμος να δεχθεί τις καινούργιες γνώσεις.

  2.Για να είναι σε θέση οι μαθητές να συνδέσουν το νέο αντικείμενο μάθησης με τα προηγούμενα, ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να σημειώσει γνωστικά κενά των μαθητών και στη συνέχεια να τα καλύψει.

  3.Στη συνέχεια, ο εκπαιδευτικός ιεραρχεί τα στοιχεία της νέας θεματικής ενότητας.

  4.Έπειτα παρουσιάζει τη διδασκαλία σύμφωνα με τα προηγούμενα.

  5.Στη συνέχεια επιβεβαιώνει την απόκτηση της νέας γνώσης με βάση τις προηγούμενες.

  6.Τέλος ο εκπαιδευτικός πραγματοποιεί εκτίμηση της διαδικασίας της μάθησης.
- Οι σύγχρονες μέθοδοι διδασκαλίας δε στοχεύουν στην απλή αποθήκευση γνώσεων από την πλευρά του μαθητή, αλλά στην ανάπτυξη της ικανότητας της σκέψης του. Παρατηρούν την αλληλεπίδραση των μαθητών, τόσο μεταξύ τους, όσο και με τον εκπαιδευτικό και μπορούν να εφαρμοστούν στη διδασκαλία όλων των γνωστικών αντικειμένων.
- Ο διαφορετικός τρόπος μάθησης των μαθητών, όπου η προσωπικότητα και ο χαρακτήρας του κάθε μαθητή διαμορφώνουν σε μεγάλο βαθμό την απόδοσή του. Οι διαφορές των μαθητών θέτουν εμπόδια στη διαδικασία διδασκαλίας και της μάθησης.

Οι κυρίαρχες ατομικές διαφορές που επιδρούν στη διδασκαλία, αλλά και στη μάθηση είναι:

- Το στάδιο νοητικής ανάπτυξης των μαθητών, όπου ένα ποσοστό κατανοεί τη συμβολική αναπαράσταση των εννοιών.
- Ο ρυθμός εκμάθησης των μαθητών.
- Ο τρόπος που αντιλαμβάνεται και μαθαίνει ο κάθε μαθητής δεν είναι ίδιος. Κάποιοι μαθητές είναι ηχητικοί τύποι, δηλαδή μαθαίνουν ευκολότερα ακούγοντας τον εκπαιδευτικό, ενώ κάποιοι άλλοι είναι παρατηρητικοί τύποι, δηλαδή μαθαίνουν καλύτερα βλέποντας την παρουσίαση της θεματικής ενότητας.

5.6. Στόχοι για τη χρήση των Τ.Π.Ε. στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να παρουσιαστεί η πρόταση και η φιλοσοφία που διέπει το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για το ελληνικό δημοτικό σχολείο, όπως αυτή έχει διατυπωθεί ύστερα από σχετική εισήγηση καθηγητών εκπαιδευτηρίων, παρουσιάζοντας στη συνέχεια αναλυτικά για κάθε τάξη, εφαρμογές των Τ.Π.Ε., μέσα από τις οποίες δύναται να διδαχθούν διάφορα γνωστικά αντικείμενα:

Στην Α' και Β' Δημοτικού οι μαθητές αρχίζουν να παίζουν με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και να έρχονται σε επαφή με αυτόν, γνωρίζοντας τα βασικά μέρη από τα οποία αποτελείται, δημιουργούν διάφορες απλές κατασκευές, όπως ένα ζωολογικό κήπο ή ένα ενυδρείο, συντάσσουν απλά κείμενα και την ορθογραφία τους και ζωγραφίζουν και συνθέτουν εικόνες, όπως ένα χιονισμένο τοπίο, τις τέσσερις εποχές, τη γιορτή της μητέρας και διάφορες εθνικές γιορτές (Ζαράνης & Χαλίδας, 2018).

Στη Γ' και Δ' Δημοτικού, τα παιδιά συντάσσουν και επεξεργάζονται κείμενα ομαδοσυνεργατικά, προγραμματίζουν με πολυμέσα, υλοποιώντας εργασίες με θέματα, όπως την κατασκευή της κάτοψης μια πόλης, ένα κάστρο, ένα τρένο ή τα σήματα του κώδικα οδικής κυκλοφορίας, δημιουργούν όμορφες παρουσιάσεις, δηλαδή προβαίνουν στη δημιουργία παρουσιάσεων και ηλεκτρονικών βιβλίων με δυνατότητα δημοσίευσής τους στο διαδίκτυο.

Τα θέματα απορροφώνται από την επικαιρότητα ή είναι γενικού ενδιαφέροντος, για παράδειγμα οι Ολυμπιακοί Αγώνες, οι πλανήτες του ηλιακού μας συστήματος και τα μέτρα προστασίας κατά των σεισμών.

Επίσης, κάνουν ευρεία χρήση τεχνολογικών συστημάτων, αναθέτοντας τους εργασίες ηχογράφησης και ψηφιοποίησης εικόνων. Τέλος, μαθαίνουν διάφορες εφαρμογές του ηλεκτρονικού υπολογιστή στην καθημερινή τους ζωή. Συγκεκριμένα, συζητούν για τις συσκευές ανάληψης χρημάτων των τραπεζών και παρουσιάζουν ομαδοσυνεργατικά τις εμπειρίες από την καθημερινότητα, αποκτώντας έτσι η μάθηση βιωματικό χαρακτήρα.

Στην Ε' και ΣΤ' Δημοτικού, οι μαθητές ασκούν έλεγχο και προγραμματίζουν τον ηλεκτρονικό υπολογιστή με πιο σύνθετες μεθόδους. Δηλαδή, προχωρούν στην παρουσίαση φάσεων κινουμένων σχεδίων και στη δημιουργία διαδικασιών κίνησης αντικειμένων, στο πλαίσιο του γενικότερου σχεδίου εργασίας, με θέματα όπως το «ηλιακό σύστημα». Κατασκευάζουν μια γέφυρα δουλεύοντας με τις έννοιες της επανάληψης, της μεταβλητής, των τόξων, των ημικυκλίων, τη δημιουργία τελικής διαδικασίας για το σχεδιασμό και χρωματισμό της γέφυρας.

Καταγράφουν και μορφοποιούν κείμενα, κάνοντας την περίληψη και την παρουσίαση ενός λογοτεχνικού βιβλίου, δημιουργώντας ασκήσεις για ένα σχολικό μάθημα, καθώς και ένα διαφημιστικό έντυπο, ωρολόγιο πρόγραμμα μαθημάτων και κρυπτόλεξο. Επίσης, διερευνούν, δημιουργούν και ανακαλύπτουν μέσα από τη δημιουργία ερωτηματολογίων, την επεξεργασία των συγκεντρωθέντων στοιχείων και τη δημιουργία πινάκων παρουσίασης αποτελεσμάτων για εξαγωγή συμπερασμάτων και παρουσίασή τους μέσω γραφημάτων-διαγραμμάτων.

Τέλος, ανακαλύπτουν διάφορες εφαρμογές του ηλεκτρονικού υπολογιστή επισκεπτόμενοι συγκεκριμένες ιστοσελίδες και από τη συλλογή επιλεγμένου εκπαιδευτικού υλικού, που θα χρησιμοποιηθεί υποστηρικτικά σε άλλα μαθήματα. Έρχονται σε επικοινωνία με μαθητές άλλων σχολείων της χώρας και παραθέτουν απόψεις και συμμετέχουν σε πανελλήνιους διαγωνισμούς γνώσεων μέσω του διαδικτύου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

6.1. Εισαγωγή

Η μαθηματική εκπαίδευση θα πρέπει, κατ' αρχήν να είναι ρεαλιστική. Ο στόχος της ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης περιλαμβάνει πάντα να γίνεται ενσωμάτωση της γνώσης και ποτέ απλά να υπάρχει εκμάθηση των απομονωμένων στοιχείων και δεξιοτήτων. Παράλληλα, οι στόχοι αυτοί δε θα πρέπει να περιορίζονται στην εκμάθηση των διαδικασιών, που μπορούν να εφαρμοστούν μόνο κατόπιν αιτήματος. Η εφαρμογή της γνώσης έχει μια ευρύτερη έννοια εντός των πλαισίων της ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008).

6.2. Η ελληνική πραγματικότητα για τη χρήση των Τ.Π.Ε. στη μαθηματική εκπαίδευση

6.2.1. Η ανάπτυξη των Μαθηματικών πριν την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Ο στόχος είναι να εξοπλίσει τους μαθητές με την ικανότητα να χρησιμοποιούν τις μαθηματικές δεξιότητες και τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει, που κυμαίνονται από γνώσεις, τις οποίες έχει μεταλαμπαδεύσει ο εκπαιδευτικός σε γνώσεις, τις οποίες έχει δημιουργήσει και ανακαλύψει μόνος του ο μαθητής, για την επίλυση μιας σειράς προβλημάτων, τόσο από την καθημερινή ζωή, όσο και από τον κόσμο των Μαθηματικών. Εκτός από την ανάπτυξη κριτικού πνεύματος και την εκμάθηση των μαθητών να εμπιστεύονται τη δική τους δύναμη σκέψης, ο εκπαιδευτικός οφείλει να βοηθήσει τους μαθητές να ανακαλύψουν τη χαρά στα Μαθηματικά (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008).

Για να επιτευχθούν αυτοί οι στόχοι από τους μαθητές, η διδασκαλία των Μαθηματικών οφείλει να παρέχει τα εργαλεία, που χρειάζονται και τα διδάγματα, τα οποία θα πρέπει να κατευθύνονται προς τους ίδιους στόχους. Ένα εύρωστο μαθησιακό περιβάλλον μέσα στο οποίο οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να αναπτύξουν μαθηματικές δεξιότητες και γνώσεις είναι μια αναγκαία, αλλά όχι αρκετή συνθήκη για την επίτευξη αυτών των στόχων.

Η ενεργητική μάθηση ενός μαθητή δύσκολα μπορεί να επιτευχθεί χωρίς τη συμβολή του δασκάλου για να παρακινήσει και να οδηγήσει τους μαθητές στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η ρεαλιστική εκπαίδευση των Μαθηματικών δύναται να θεωρηθεί ως η αλληλεπίδραση της καθοδήγησης του εκπαιδευτικού και των προσωπικών γνωστικών κατασκευασμάτων των μαθητών που λαμβάνουν χώρα κατά τη διάρκεια της μεταλαμπάδευσης μιας γνώσης ή την εκ νέου ανακάλυψη της μαθηματικής γνώσης και των ιδεών από το μαθητή. Όλα εκ των οποίων λαμβάνουν χώρα υπό την καθοδήγηση του δασκάλου (Zaranis & Alexandraki, 2019).

Το σημείο εκκίνησης για αυτή τη διαδικασία μάθησης αποτελείται από καταστάσεις των οποίων το πλαίσιο είναι προσιτό στα παιδιά. Είναι σε αυτές τις ειδικές περιβαλλοντικές καταστάσεις, που τα παιδιά αναπτύσσουν στρατηγικές, οι οποίες έχουν ουσιαστική σχέση με τη μάθηση και συμβολισμούς, οι οποίοι αργότερα γίνονται πιο γενικευμένοι, ιδίως εκείνων που βασίζονται σε περιβάλλοντα με ένα σαφή χαρακτήρα. Αυτή η διαδικασία της αύξησης του μαθηματικού επιπέδου μέσω της χρήσης μοντέλων άγεται από την αλληλεπίδραση με άλλους μαθητές. Η αντιπαράθεση με τις σκέψεις των άλλων ατόμων και μαθητών και με εναλλακτικές λύσεις και τρόπους για να βρεθεί η λύση, μπορεί να ωθήσει την προσωπική σκέψη του μαθητή σε νέες και εξαιρετικά καρποφόρες κατευθύνσεις (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008). Εκτός από την παροχή ευκαιριών για την ατομική πρακτική και την αφομοίωση, οι διαδραστικές μορφές ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας βρίσκονται επίσης στο επίκεντρο της ρεαλιστικής διδακτικής: οδηγούν τους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με το δικό τους τρόπο σκέψης και τον υπολογισμό των μεθόδων και με τον τρόπο αυτό, προετοιμάζουν το έδαφος για άνοδο του μαθηματικού τους επιπέδου.

Ο απώτερος στόχος είναι η ανάπτυξη της αριθμητικής ή της «μαθηματικής παιδείας». Αυτό υποδεικνύει, ότι η διδασκαλία θα πρέπει να ενθαρρύνει τα παιδιά να αναπτύξουν την ικανότητα να δώσουν νόημα σε αριθμούς και αριθμητικά στοιχεία στην καθημερινή ζωή και για την αντιμετώπισή τους κατάλληλα, καθώς και την ανάπτυξη αυτών των συγκεκριμένων δεξιοτήτων. Αυτό σημαίνει επίσης, τη διασφάλιση, ότι τα παιδιά αναπτύσσουν μια αίσθηση για τους αριθμούς και θα απολαύσουν την εργασία με αυτούς. Ως εκ τούτου, η μαθηματική παιδεία σημαίνει κάτι περισσότερο από την ικανότητα του ατόμου να κάνει αριθμητικές πράξεις.

Η κεντρική θέση που λαμβάνεται από την αριθμητική υπό το πρίσμα της διδασκαλίας των Μαθηματικών, αφορά τον υπολογισμό ακέραιου αριθμού, που σημαίνει, ότι όλοι οι ενδιάμεσοι στόχοι επίτευξης σε αυτή την πορεία θα πρέπει να εξετάζονται υπό το πρίσμα αυτού του στόχου.

Για την πραγμάτωση αυτού του στόχου της αριθμητικής εγγραματοσύνης, τα παιδιά πρέπει να αισθάνονται «σαν στο σπίτι τους» στον κόσμο των αριθμών και των πράξεων. Θα πρέπει επίσης να είναι σε θέση να ασχοληθεί με διαφορετικές μορφές υπολογισμού και νοητικής αριθμητικής, την εκτίμηση και τον υπολογισμό της στήλης και αλγορίθμων, και την κατάλληλη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή-καθώς επίσης να είναι σε θέση ο εκπαιδευτικός να επιλέξει τη σωστή μέθοδο για το πρόβλημα στο χέρι, συμπεριλαμβανομένης της απόφασης για το αν πρέπει ή όχι να χρησιμοποιούν οι μαθητές μια αριθμομηχανή τσέπης. Κατά συνέπεια, η αριθμητική παιδεία κατευθύνεται τόσο στην επίλυση αριθμητικών προβλημάτων στην καθημερινή ζωή κατά την ικανότητα να βρουν σχέσεις και έξυπνες στρατηγικές συντόμευσης στο πλαίσιο του αριθμητικού συστήματος. Σε αυτή τη συγκεκριμένη πορεία μάθησης-διδασκαλίας, όλες αυτές οι εκτιμήσεις ασχολούνται με τον τομέα υπολογισμού ενός ακέραιου αριθμού (Batool & Webber, 2019).

Συγκεκριμένα, κατά την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, αυτό μεταφράζεται ως εξής υπό το πρίσμα της διδακτικής τροχιάς και των δεξιοτήτων για τον υπολογισμό ακέραιων αριθμών:

Νηπιαγωγείο: Μέτρηση και στοιχειώδης αίσθηση των αριθμών.

Α' και Β' Τάξη: Αίσθηση των αριθμών και ικανότητα για τον υπολογισμό των ακέραιων που κυμαίνονται μέχρι το εκατό, με μια περιστασιακή επαφή με υψηλότερους αριθμούς, αν υπάρχει λόγος να πράξει κατ' αυτόν τον τρόπο ο εκπαιδευτικός και ο μαθητής. Οι εντολές της πρόσθεσης και της αφαίρεσης μέχρι και το είκοσι είναι εφικτές, καθώς και γίνεται μια αρχή με τις έννοιες του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.

Γ' και Δ' Τάξη: Υπολογισμός αριθμών που κυμαίνονται μέχρι δέκα χιλιάδες. Νοητική αριθμητική, εκτίμηση και αλγόριθμοι. Εφικτή η εντολή του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης.

Ε' και ΣΤ' Τάξη: Δυνατότητα των μαθητών να αποδώσουν νόημα σε πολύ μεγάλους αριθμούς. Η κατανόηση αριθμητικών προτύπων και κανόνων, οι ιδιότητες διαιρετότητας, και κατανόηση πρώτων αριθμών και τετραγωνικών αριθμών, ενώ υπάρχει και κατανόηση της στοιχειώδους θεωρίας των αριθμών.

Αν και η παραπάνω περιγραφή της τροχιάς μάθησης-διδασκαλίας αρχίζει πραγματικά στο Νηπιαγωγείο, αυτή η περίοδος προφανώς δεν είναι, όπου τα παιδιά αρχίζουν πραγματικά τη μαθηματική τους ανάπτυξη.

Από τη στιγμή που εισέρχονται στο Νηπιαγωγείο (δηλαδή είναι τεσσάρων ετών), θα έχουν ήδη συσσωρεύσει ένα ευρύ φάσμα των αριθμητικών γνώσεων και εμπειριών, είναι αυτή η γνώση που αποτελεί τη βάση για αυτό που έρχεται μετά.

Μόνο όταν λαμβάνονται επίσης αυτές οι πρώτες εμπειρίες μάθησης υπόψη μπορεί να χρησιμοποιείται η σωστή προοπτική και το πλαίσιο αναφοράς για να περιγράψει τη μάθηση και να καθορίσει τη διδασκαλία κατά την περίοδο του Νηπιαγωγείου και να αποφασίσει σχετικά με τους πιο σημαντικά ενδιάμεσους στόχους επίτευξης για αυτή την ηλικιακή ομάδα.

Οι αριθμοί και τα αριθμητικά φαινόμενα προξενούν το ενδιαφέρον των παιδιών από πολύ μικρή ηλικία. Οι αριθμοί αντιπροσωπεύουν μια ευρεία και ενδιαφέρουσα περιοχή της γνώσης που ξανά και ξανά προσφέρει νέες ευκαιρίες για την εφεύρεση. Από αυτή την άποψη, την καθημερινή ζωή του παιδιού παρέχει το καλύτερο μέρος για τη διαδικασία της μάθησης πρέπει να ενθαρρύνεται από σημαντικές αλληλεπιδράσεις. Όλα αυτά λαμβάνουν χώρα πριν από την έναρξη ακόμη της οργανωμένης τυπικής εκπαίδευσης. Η μάθηση, άλλωστε, είναι μια διαδικασία που λαμβάνει χώρα κατά κύριο λόγο «από μέσα» και οδηγείται από τη φυσική περιέργεια του παιδιού, την επιθυμία του να μάθει πώς ταιριάζουν μεταξύ τους τα πράγματα, και μέσα από την ανάγκη του να μιμηθεί το τι κάνουν οι μεγάλοι.

Η ικανότητα να αναγνωρίζουν το τι είναι δύο, τρία και πολλά, αναπτύσσεται σε πολύ πρώιμο στάδιο. Μέχρι την ηλικία των περίπου δύο ετών, τα παιδιά δίνουν γενικά κάποια ένδειξη πως ξέρουν τη διαφορά μεταξύ δύο και τριών σε μια συλλογή αντικειμένων. Δεδομένου ότι αυτές οι έννοιες και ο τρόπος χρήσης των αριθμών γίνονται πιο αλληλένδετες, οι αριθμοί αρχίζουν να αποκτούν περισσότερο νόημα από μόνοι τους, ως «πράγματα», που μπορεί κανείς να σκεφτεί και να αγγίξει, ανεξάρτητα από όλες τις καταστάσεις, στις οποίες συμβαίνουν στην καθημερινή ζωή. Λίγο-λίγο, η πιο επίσημη αριθμητική παρουσιάζεται εφικτή.

Αλλά συνήθως ένα παιδί δεν είναι τόσο μακριά από την ουσιαστική αριθμητική, όταν αρχίζει στο Νηπιαγωγείο. Σε εκείνο το σημείο, η διενέργεια της επέκτασης και διασύνδεσης της γνώσης είναι ακόμη σε πλήρη εξέλιξη.

Παράλληλα, η γνώση μπορεί να διαφέρει σημαντικά από μαθητή σε μαθητή. Μερικά παιδιά είναι αρκετά εξοικειωμένα με την καταμέτρηση, ενώ άλλα δεν είναι καθόλου. Ο βαθμός, στον οποίο είναι σε θέση να διακρίνουν μεταξύ των διαφόρων σημασιών των αριθμών ποικίλλει, επίσης, σημαντικά, πάρα πολύ.

Από την άλλη μεριά, η διαδικασία της μέτρησης μιας ποσότητας ένα προς ένα για τον προσδιορισμό του συνολικού αριθμού της ποσότητας είναι μια σύνθετη δεξιότητα, η οποία αναπτύσσεται μέσω δοκιμών και λαθών. Αυτό είναι ακόμη μια περίπτωση κατά την οποία τα παιδιά σε μικρή ηλικία, συχνά κατά το τρίτο έτος της ζωής τους μπορεί να είναι πλήρως απασχολημένα κάνοντας αυτά, τα οποία βλέπουν να κάνουν οι ενήλικες και τα μεγαλύτερα παιδιά δίχως να έχουν την πλήρη κατανόηση του νοήματος αυτών των δραστηριοτήτων. Σε καταστάσεις όπως αυτές, τα παιδιά εξακολουθούν να μην έχουν μια σαφή ιδέα για το τι είναι πραγματικά η έννοια της καταμέτρησης, ούτε έχουν ικανότητα να διακρίνουν τις διάφορες λειτουργίες της καταμέτρησης. Έτσι θα παραμείνει για κάποιο χρονικό διάστημα, αλλά θα προκύψει τελικά κάποια κατανόηση του νοήματος και του σκοπού της καταμέτρησης. Ένα παράδειγμα είναι η «αποτελεσματική» πτυχή της καταμέτρησης, δηλαδή, η αντίληψη ότι ο τελευταίος αυτός αριθμός δηλώνει το σύνολο της ποσότητας που μετρήθηκε.

Εκτός από το χειρισμό και τη σκέψη για πράγματα, τα οποία διαθέτουν φυσική παρουσία, πολλές δραστηριότητες για παιδιά σχετίζονται επίσης με «φανταστικές» ποσότητες. Φανταστικές, δηλαδή που είναι ακριβώς αυτό το είδος περιπτώσεων κατά τις οποίες τα παιδιά αισθάνονται την ανάγκη να εκπροσωπήσουν ποσότητες συμβολικά. Ίσως το πιο γνωστό παράδειγμα είναι όταν ένα παιδί χρησιμοποιώντας τα δάχτυλά του για να δείξει την ηλικία να σηκώσει επάνω τρία από τα δάχτυλά του για να δείξει ότι είναι τριών ετών, αλλά τα δάχτυλα μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθούν για να δείξουν κι άλλες ποσότητες. Η χρήση των δαχτύλων φαίνεται να είναι εξαιρετικά κατάλληλη για τη συγκεκριμένη παράσταση μικρών ποσοτήτων από πράγματα, τα οποία δεν είναι φυσικά παρόντα. Αυτό επιτρέπει τη δυνατότητα να σκεφτόμαστε τις ποσότητες αυτές με έναν πιο εστιασμένο τρόπο, ακόμα και όταν έχει επέλθει κάποιο είδος αλλαγής.

Φυσικά, η χρήση των δαχτύλων δεν είναι ο μόνος τρόπος να δείξει ένα παιδί ένα ποσό. Όπως η «αποτελεσματική» καταμέτρηση έρχεται σταθερά μέσα από την εννοιολογική κατανόηση της από ένα παιδί, η χρήση της ακολουθίας καταμέτρησης γίνεται όλο και πιο βιώσιμη εναλλακτική λύση. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται σε ένα πιο επίσημο τρόπο, διακριτή από την πραγματική καταμέτρηση με σκοπό να βρεθεί αποτέλεσμα.

Τα παιδιά αντιμετωπίζουν πολλές καταστάσεις που τους φέρνουν σε επαφή με τους ήχους, τα σύμβολα και τις έννοιες που σχετίζονται με αριθμούς. Παραδείγματα αυτών περιλαμβάνουν τα στοιχεία που καταμετρούν την ηλικία τους, τα ρολόγια και τα ημερολόγια, οι αριθμοί για τα σπίτια, τα λεωφορεία και τα πουκάμισα, αλλά, το σημαντικότερο, την καταμέτρηση και την αναγνώριση του μικρού αριθμού των

αντικειμένων, όπως σνακ και γλυκά ή τον αριθμό των κουκκίδων σε ένα καλούπι. Από όλα αυτά, μαθαίνουν ότι οι αριθμοί μπορεί να έχουν πολλές διαφορετικές σημασίες και λειτουργίες:

- το «μέγεθος», η ποσότητα των πέντε γλυκών
- «αριθμό σειράς», το πέμπτο στοιχείο σε μια σειρά
- «αριθμός-μέτρο», από την ηλικία των πέντε χρόνων
- «αριθμός-ετικέτα» το λεωφορείο νούμερο πέντε
- «αριθμός υπολογισμού», δύο συν τρία ίσον πέντε.

Αρχικά, αυτές οι διάφορες πτυχές του αριθμού είναι σχετικά αυτόνομες, αλλά τα παιδιά δεν έχουν αναπτύξει μια στοιχειώδη αίσθηση της έννοιας του αριθμού, το οποίο γίνεται σταδιακά. Αναγνωρίζουν εναλλακτικές λειτουργίες των αριθμών στην καθημερινή ζωή και μαθαίνουν να διακρίνουν και τη διασύνδεσή τους. Κατά τη χρονική διάρκεια αυτής της διαδικασίας, έρχονται σε θέση να δουν πιο καθαρά τις διαφορές και τις ομοιότητες μεταξύ αρίθμησης και καταμέτρησης και μεταξύ των καθορισμών του αριθμού. Τα παιδιά μαθαίνουν να αναγνωρίζουν και να μετρούν μικρό αριθμό ειδών και είναι τελικά σε θέση να κάνουν λογικές εκτιμήσεις, να οργανώνουν τους αριθμούς και να τους συγκρίνουν ως «περισσότερο», «λιγότερο», «το ίδιο» και ούτω καθεξής. Ποιοτικοί όροι όπως «πάρα πολλές», «παρτίδες», «αρκετά» και «πάρα πολλά» χρησιμοποιούνται για να υποδηλώσουν μεγαλύτερες ποσότητες.

Αργότερα, τα παιδιά έρχονται σε θέση να πραγματοποιήσουν απλές πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης, χωρίς να χρειάζεται να δουν πραγματικά τα σχετικά αντικείμενα. Η μέτρηση διαδραματίζει καίριο ρόλο στην ανάπτυξη μιας στοιχειώδους αίσθησης του αριθμού. Είναι ιδιαίτερα εύχρηστη και ευέλικτη η ικανότητα να μετρήσουν ποσότητες σε διάφορες καταστάσεις που αποτελούν ένα σημαντικό μέρος των βάσεων για τις απαρχές της δυνατότητας να υπολογίσουν. Θα πρέπει, επομένως, να υπάρχει έμφαση στη συμμετοχή στην πρώιμη διδασκαλία στα χρόνια του Νηπιαγωγείου. Αυτό μπορεί να συμβεί αυθόρμητα, είτε με προγραμματισμένες δραστηριότητες διδασκαλίας, οι οποίες είτε λαμβάνουν χώρα σε κάποιο χρονικό διάστημα, κατά μια «σχολική» εργασία, ή σε δραστηριότητες παιχνιδιού. Αυτό που είναι το χαρακτηριστικό-και μάλιστα απαραίτητο, για τη διδακτική προσέγγιση που αντικατοπτρίζεται εδώ είναι ότι ο μαθηματικός προσανατολισμός λαμβάνει χώρα μέσα σε ένα πλούσιο περιβάλλον μάθησης.

Το περιβάλλον αυτό πρέπει να συγχέεται με τον κόσμο, στον οποίο ζουν τα μικρά παιδιά και με τη φυσική τους περιέργεια. Στη συνέχεια, ακολουθεί μια περιγραφή του πως αυτό μπορεί να λάβει χώρα στο Νηπιαγωγείο και αναφέρονται τα τρία επίπεδα της στοιχειώδους αίσθησης των αριθμών. Δηλαδή:

1) Μαθαίνοντας να μετρούν
2) Μαθαίνοντας να μετρούν και να υπολογίζουν
   - Μαθαίνοντας να μετρούν και να υπολογίζουν σε πλαίσια περικειμένου
   - Μαθαίνοντας να μετρούν και να υπολογίζουν σε πλαίσια αντικειμένων
3) Προς καθαρή καταμέτρηση και υπολογισμό μέσω του συμβολισμού

Αρχικά, τα παιδιά μαθαίνουν να υπολογίζουν. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω της απαγγελίας ενός «ποιήματος», δηλαδή μια ακολουθία λέξεων, η οποία περικλείεται σε μια μελωδία ή συνοδεύεται από μια ρυθμική κίνηση. Στη συνέχεια, η μάθηση να μετρούν και να υπολογίζουν σε πλαίσια περικειμένου (επίπεδο 1) λαμβάνει χώρα σε πλαίσιο περικειμένου με προβληματισμούς όπως «πόσα;» και συγκριτικές ερωτήσεις, οι οποίες μπορούν να έχουν την κατάλληλη μορφή για την ηλικιακή ομάδα. Οι απλές ερωτήσεις «πόσα … ;» δίχως συμφραζόμενα και κατάλληλο περικείμενο αποτελούν χαρακτηριστικά του δεύτερου επιπέδου και δε θα γίνονταν κατανοητά, με αποτέλεσμα μια λανθασμένη απάντηση.

Το Επίπεδο 2, αυτό της καταμέτρησης και του υπολογισμού που δεσμεύεται σε αντικείμενα, εμφανίζεται σε προβληματικές καταστάσεις που επικεντρώνονται άμεσα στην ποσοτική πτυχή. Σε αντίθεση με το πρώτο επίπεδο, άμεσες ερωτήσεις που αναφέρονται σε ποσά γίνονται κατανοητές. Αυτό ισχύει, ωστόσο, μόνο στο μέτρο που τα ερωτήματα αφορούν συγκεκριμένα αντικείμενα, δηλαδή, κάθε φορά που οι φυσικοί αριθμοί που εμπλέκονται: «Πόσα γλυκά είναι στο κουτί;», «Πόσα κεριά είναι εκεί;», «Πόσα πολλά μπλοκ είναι στη στοίβα;», «Ποιο κουτί έχει τα περισσότερα γλυκά;», «Πόσα από τα κεριά θα μείνουν αναμμένα, αν σβήσω τα τρία;» κλπ. Στο επίπεδο της καταμέτρησης και του υπολογισμού που δεσμεύεται σε αντικείμενα διαδραματίζει κεντρικό ρόλο η ικανότητα οργάνωσης της μέτρησης, τα παιδιά πρέπει να τοποθετήσουν όλα τα αντικείμενα σε ένα τακτοποιημένο μοτίβο για να πάρουν μια καλύτερη πρόσφυση στο μέτρημα (Zaranis & Alexandraki, 2019).

Το πρώτο διδακτικό ερώτημα τώρα είναι, ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος για να άγουμε τη μετάβαση από το Επίπεδο 1 στο Επίπεδο 2. Η απάντηση φαίνεται να βρίσκεται σε σταδιακή αλλαγή του περικειμένου.

Στο περικείμενο ενός πάρτι γενεθλίων, για παράδειγμα, η προσοχή δύναται να μετατοπιστεί κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους, αλλάζοντας το ερώτημα «Πόσο χρονών;» στο «Πόσα κεριά;». Αυτά τα κεριά θα μπορούσαν στη συνέχεια να συνδεθούν με μια σειρά από κεριά για την τούρτα γενεθλίων. Μετρώντας μη διατεταγμένα αντικείμενα με μεθοδευμένο τρόπο, τοποθετώντας τα διαδοχικά ή σε ένα τακτοποιημένο σχέδιο, τότε προκύπτει φυσικά από το αρχικό περικείμενο. Το ίδιο μπορεί να επιτευχθεί με τη μετατόπιση του «πόσο ψηλά;» ερώτηση σχετικά με τη στοίβα των δομικών στοιχείων σε μια «Πόσα τετράγωνα;» ερώτηση, ή από πόσα παιδιά υπάρχουν στην ομάδα του παιδιού, στο πόσες υπάρχουν σε κάθε συγκεκριμένη ομάδα, ή από τελείες που υποδεικνύουν τις τιμές σε «καθαρή» καταμέτρηση των κουκίδων, και ούτω καθεξής.

Το διδακτικό όφελος από τη σταδιακή μετατόπιση της φύσης του ζητήματος είναι, ότι το αρχικό περικείμενο που σχετίζεται με την καταμέτρηση παραμένει ίδιο κατ' αρχήν και διαθέσιμο για εκείνα τα παιδιά που το χρειάζονται ακόμα. Με τον τρόπο αυτό, οι λειτουργίες πλαίσιο ως μοντέλο, στο οποίο αυτά τα παιδιά είναι σε θέση να αποκτήσουν τις βάσεις που χρειάζονται για να είναι σε θέση να ερμηνεύσουν και να απαντήσουν ποσοτικές ερωτήσεις και οδηγεί σε καταμετρήσεις με σκοπό το αποτέλεσμα. Μόλις τα παιδιά έχουν φτάσει στο Επίπεδο 2, μπορούν να ασκήσουν ένα ποικίλο και ευρύ φάσμα δραστηριοτήτων για την καταμέτρηση και τον υπολογισμό.

Σε αυτό το επίπεδο, η πρόσθεση και η αφαίρεση μπορεί να ασκούνται με την χρήση κεριών ή με την προσθήκη και αφαίρεση αντικειμένων από το οπτικό πεδίο των παιδιών. Η πράξη της αφαίρεσης αντικειμένων με απόκρυψη από το οπτικό πεδίο σηματοδοτεί συγκεκριμένα την ομαλή μετάβαση από το Επίπεδο 2 στο Επίπεδο 3, το οποίο θα αναλυθεί παρακάτω. Το επίπεδο της ικανότητας της καταμέτρησης των παιδιών είναι μεγαλύτερο πλέον, ωστόσο, οι δραστηριότητες που μπορούν να γίνουν κυμαίνονται μέχρι τον αριθμό 10.

Στο Επίπεδο 3, της «καθαρής» καταμέτρησης και υπολογισμού, η ερώτηση «Πόσο κάνει αν από 7 πάρω 3;» γίνεται κατανοητή εφόσον γίνει σωστή επεξεργασία, όπως η χρήση των δαχτύλων. Με την απόκρυψη των αντικειμένων στο Επίπεδο 2, τα παιδιά είναι υποχρεωμένα να χρησιμοποιούν τα δάχτυλα ή άλλα διαβήματα για πιο πολύπλοκες εργασίες. Με τον τρόπο αυτό, η καταμέτρηση παύει να είναι δεσμευμένη αποκλειστικά στα αντικείμενα-και είναι, αντί αυτού μετατοπισμένη σε νοητικές αναπαραστάσεις αντικειμένων. Βέβαια, οι δραστηριότητες σε αυτό το επίπεδο δεν ανήκουν στον πυρήνα των δραστηριοτήτων του Νηπιαγωγείου, αν και σίγουρα θα υπάρχουν παιδιά που μπορούν να τις αντιμετωπίσουν κατάλληλα τη στιγμή που θα εισέλθουν στην Α' τάξη του Δημοτικού σχολείου.

6.2.2. Το Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση

Για περίπου είκοσι πέντε χρόνια, από το 1982, το Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών στη χώρα μας, παρέμεινε το ίδιο (Τόκα, 2009). Όπως είναι προφανές, σε ένα Αναλυτικό Πρόγραμμα, το οποίο δε διαφοροποιείται για ένα τόσο μεγάλο χρονικό διάστημα, η χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση των Μαθηματικών ήταν ανύπαρκτη. Παράλληλα, όπως αναφέρουν οι Τρούλης (1992) και Τρέσσου (1997), δεν παρουσιάστηκε ποτέ κάποια δημόσια συζήτηση μεταξύ των εκπαιδευτικών, των ειδικών της εκπαίδευσης και της πολιτικής ηγεσίας για το ρόλο των Τ.Π.Ε. στη μαθησιακή διαδικασία, με φυσικό επακόλουθο τα άρθρα ή οι αναφορές σε βιβλία και περιοδικά που αφορούν τη μαθηματική εκπαίδευση να είναι ελάχιστα.

Ο κοινωνικός και ο μαθησιακός ρόλος των Τ.Π.Ε. αναγνωρίζεται επίσημα μέσα στο έτος 2003, όπου μέσω της δημοσίευσης του ΔΕΠΠΣ (Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών) προτείνεται η χρήση των Τ.Π.Ε. στις βασικές βαθμίδες του εκπαιδευτικού συστήματος.

Συνεπώς, τα σχολικά εγχειρίδια διαφοροποιούνται. Τα καινούρια βιβλία που γράφονται βάσει του ΔΕΠΠΣ και τίθενται σε εφαρμογή από τον Σεπτέμβρη του 2006 περιέχουν ασκήσεις στις οποίες συμπεριλαμβάνεται η χρήση των Τ.Π.Ε..

6.3. Οι Τ.Π.Ε. στα Μαθηματικά της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα, η χρήση των Τ.Π.Ε. στις σχολικές τάξεις εδραιώθηκε το 2006. Τα νέα βιβλία των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης περιέχουν και ασκήσεις που πραγματοποιούνται με τη βοήθεια των υπολογιστών τσέπης. Μάλιστα, οι συγγραφικές ομάδες, όντας υπεύθυνες για τη συγγραφή των βιβλίων για τις τάξεις Ε’ και Δ’, υπερέβησαν (ασφαλώς με την έγκριση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου) τα όρια, που προέβλεπε το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα ως προς τις τάξεις διδασκαλίας των αριθμομηχανών και πρόσθεσαν και στα αντίστοιχα βιβλία των τάξεων Ε’ και Δ' ασκήσεις με τη χρήση του υπολογιστή τσέπης (Τόκα, 2009).

Α’ Δημοτικού

Στην Α’ Δημοτικού, οι κύριες θεματικές ενότητες είναι οι φυσικοί αριθμοί και οι κλασματικοί αριθμοί. Βασικοί στόχοι της εκμάθησης των Μαθηματικών όσον αφορά τους φυσικούς αριθμούς, είναι να μπορούν οι μαθητές:

- να απαγγέλουν, να διαβάζουν και να γράφουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 100,
- να καταμετρούν πραγματικά αντικείμενα, εικόνες και άλλες μορφές συμβολικών παραστάσεων και να αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης,
- να μετρούν μέχρι το 100 με «βήματα» (ανά δύο, ανά πέντε, ανά δέκα),
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν αριθμούς (μέχρι το 100) και να βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού (μέχρι το 100) στην αριθμογραμμή,
- να κάνουν νοερές και γραπτές προσθέσεις και αφαιρέσεις, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα με μονοψήφιους και διψήφιους αριθμούς,
- να ομαδοποιούν αντικείμενα σε δυάδες, πεντάδες και δεκάδες,
- να βρίσκουν το διπλάσιο (και το μισό) μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών.

Όσον αφορά τους κλασματικούς αριθμούς, βασικοί στόχοι είναι οι μαθητές να μπορούν:

- να συγκρίνουν δύο ποσότητες με απλή σχέση μεγέθους 1/2, 1/4 και να περιγράφουν τη σχέση λεκτικά (μισή/διπλάσια, τριπλάσια),
- να χωρίζουν εμπράγματες διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 2, 4, 8 και
- να ορίζουν εμπράγματες και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10.

Κατ’ αρχήν πρέπει να γίνει αναφορά στο εκπαιδευτικό λογισμικό Μαθηματικών Α΄ και Β΄ Τάξης του Δημοτικού Σχολείου, το οποίο διανέμεται από το ΥΠΑΙΘ και η υλοποίησή του έγινε από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Έχει μηδαμινό κόστος για τη σχολική μονάδα, αφού διανέμεται δωρεάν και είναι συμβατό με το σχολικό εγχειρίδιο. Με την εκτέλεση του λογισμικού εμφανίζεται η εισαγωγική οθόνη (βλ. Εικόνα 6.3.1.) και στη συνέχεια ο μαθητής πατάει το κουμπί έναρξης και μεταφέρεται στην οθόνη επιλογών και διαλέγει τα Μαθηματικά Α΄ ή Β΄ Δημοτικού.

Εικόνα 6.3.1.: Στιγμιότυπο αρχικής οθόνης του λογισμικού Μαθηματικών του ΥΠΑΙΘ

Κατά την Α΄ Δημοτικού είναι εφικτό να χρησιμοποιηθεί το λογισμικό «*Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά*». Το λογισμικό αυτό δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να χρησιμοποιούν υπολογιστικά εργαλεία και να κάνουν δοκιμές και πειράματα, καθώς επίσης και στους εκπαιδευτικούς να σχεδιάζουν εκπαιδευτικές δραστηριότητες, βασιζόμενοι στο δικό τους διδακτικό υλικό και στο πλαίσιο του συγκεκριμένου μαθήματος.

Εικόνα 6.3.2.: Στιγμιότυπο οθόνης του λογισμικού «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά» για την Α΄ Δημοτικού.

Β΄ Δημοτικού

Στη Β΄ Δημοτικού, εκτός από τους φυσικούς και τους κλασματικούς αριθμούς, εισάγεται και η έννοια του δεκαδικού. Έτσι, οι αριθμητικοί μαθησιακοί στόχοι έχουν ως εξής:

Για τους φυσικούς αριθμούς, οι μαθητές οφείλουν μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς να είναι σε θέση:

- να απαγγέλουν, να διαβάζουν και να γράφουν αριθμούς (μέχρι το 1000, ψηφία και λέξεις), να αναγνωρίζουν αριθμούς (μέχρι το 1000) σε μια ποικιλία από πλαίσια και σχηματισμούς, χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης,
- να καταμετρούν αντικείμενα και να αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης,
- να αριθμούν και να καταμετρούν μέχρι 1000 αντικείμενα ανά 20, 50, 100 αναπαριστώντας τις αντίστοιχες διαδικασίες με διαφορετικούς τρόπους,
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν αριθμούς (μέχρι το 1000) και να βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού (μέχρι το 1000) στην αριθμογραμμή,
- να διερευνούν τις σχέσεις των αριθμών, να αναλύουν και να συνθέτουν αριθμούς μέχρι το 1000,
- να διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του,
- να εκτιμούν με διαφορετικούς τρόπους το πλήθος ενός συνόλου, που περιλαμβάνει μέχρι 100 στοιχεία,
- να προσθέτουν και να αφαιρούν διψήφιους αριθμούς και να διερευνούν αθροίσματα και διαφορές εκατοντάδων μέχρι το 1000,
- να διερευνούν κι να εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων κι αφαιρέσεων διψήφιων αριθμών,
- να βρίσκουν τα πολλαπλάσια των αριθμών 2, 4, 5, 10, να αναπτύσσουν και να εφαρμόζουν στρατηγικές για να υπολογίσουν το αποτέλεσμα διαίρεσης διψήφιου αριθμού με το 2, 4, 5 και 10 (διαίρεση τέλεια),
- να διερευνούν συνδυασμούς, που δίνουν τα αθροίσματα ή τις διαφορές των δεκάδων και των εκατοντάδων ως το 1000,
- να διερευνούν προσθετικές και πολλαπλασιαστικές καταστάσεις και να αναπτύσσουν στρατηγικές στην επίλυση κατασκευής και προβλημάτων και
- να χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν σε άλλους.

Όσον αφορά τους κλασματικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει:

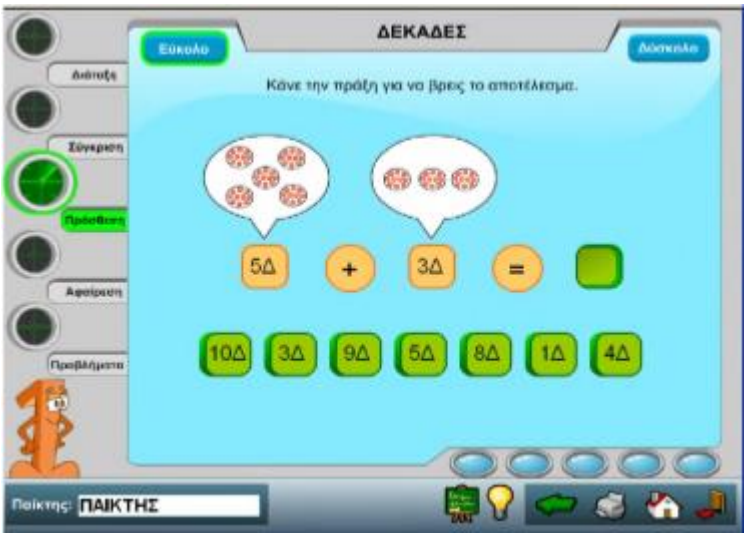
- να χωρίζουν εμπράγματες και μη, διακριτές και συνεχείς ποσότητες (γραμμές, δυσδιάστατα σχήματα) σε ίσα μέρη: 3, 6, 5, 10,

- να συγκρίνουν δύο ποσότητες, να προσδιορίζουν τη σχέση μεγέθους και να τη συνδέουν λεκτικά (τριπλάσια/ ένα τρίτο, πενταπλάσια/ένα πέμπτο, εξαπλάσια/ένα έκτο, δεκαπλάσια/ένα δέκατο) και συμβολικά 1/3, 1/6, 1/5, 1/10 και
- να διερευνούν με χειρωνακτικά υλικά και αναπαραστάσεις και να προσεγγίζουν διαισθητικά τα κλάσματα 2/4, 3/4, 2/3.

Ενώ για τους δεκαδικούς αριθμούς, οι μαθητές με το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- μπορούν να αναγνωρίζουν δεκαδικούς αριθμούς σε μια ποικιλία από καθημερινά πλαίσια (τιμές προϊόντων, μετρήσεις με χάρακα, χρόνος) και
- εισάγονται διερευνητικά στη γραφή και στην ορολογία, που αφορά απλούς δεκαδικούς αριθμούς μέσα σε καθημερινά πλαίσια, όπως τα χρήματα, αντιστοιχίζοντας τα κέρματα με τη δεκαδική τους μορφή και γραφή.

Το λογισμικό Μαθηματικών Α΄ και Β΄ Δημοτικού που διανέμεται από το ΥΠΑΙΘ (βλ. Κεφάλαιο 5.2.:Α), φυσικά, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και κατά την Β΄ Δημοτικού μέσω την κατάλληλης εντολής (Έναρξη > Β΄ Δημοτικού).Το λογισμικό «*Τα παιδιά κάνουν μαθηματικά*» (βλ. Κεφάλαιο 5.2.:Α) μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην Β΄ Τάξη του Δημοτικού.



Εικόνα 6.3.3.: Στιγμιότυπο οθόνης του λογισμικού «Τα παιδιά κάνουν Μαθηματικά» για την Β΄ Δημοτικού

Γ΄ Δημοτικού

Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα για την Γ΄ Δημοτικού όσον αφορά τις μαθηματικές πράξεις και αριθμούς είναι τα εξής:

Για τους φυσικούς αριθμούς οι μαθητές θα μπορούν:

- να απαγγέλουν, να διαβάζουν και να γράφουν φυσικούς αριθμούς, να αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια και σχηματισμούς, χρησιμοποιώντας στρατηγικές άμεσης αναγνώρισης και αντιστοίχισης,
- να αναπαριστούν φυσικούς αριθμούς με αντικείμενα, εικόνες, λέξεις και σημεία στην ευθεία και σύμβολα,
- να καταμετρούν αντικείμενα (σε ομάδες) και να αναπτύσσουν στρατηγικές μέτρησης,
- να αριθμούν και να καταμετρούν αντικείμενα ανά 20, 50, 100, αναπαριστώντας τις αντίστοιχες διαδικασίες με διαφορετικούς τρόπους,
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν φυσικούς αριθμούς και να βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού στην αριθμογραμμή,
- να αναλύουν και να συνθέτουν αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους,
- να διερευνούν πώς κατασκευάζονται οι φυσικοί αριθμοί, να κατανοούν τη σημασία του μηδενός στο σύνολο των φυσικών αριθμών και τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του,
- να εκτιμούν με διαφορετικούς τρόπους το πλήθος ενός συνόλου, που περιλαμβάνει μέχρι 1000 στοιχεία,
- να αναπτύσσουν και να εφαρμόζουν αλγόριθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού με τριψήφιους αριθμούς και της διαίρεσης με μονοψήφιο διαιρέτη, χρησιμοποιώντας μια ποικιλία από στρατηγικές, μέσα και αναπαραστάσεις,
- να διερευνούν και να εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων και αφαιρέσεων τριψήφιων αριθμών,
- να κατανοούν την προπαίδεια του πολλαπλασιασμού και τη διαίρεση ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού,
- να αναπτύσσουν στρατηγικές στην επίλυση και κατασκευή προβλημάτων και να χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν σε άλλους.

Για τους κλασματικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει να βρίσκονται σε θέση:

- να χωρίζουν σε ίσα μέρη διακριτές και συνεχείς ποσότητες (σε εικονική και συμβολική μορφή, π.χ. γραμμές),
- να συγκρίνουν δύο ποσότητες, να προσδιορίζουν τη σχέση μεγέθους τους, να χρησιμοποιούν την κλασματική αναπαράσταση και να την τοποθετούν στην αριθμογραμμή,
- να εκφράζουν την ίδια σχέση με διαφορετικές κλασματικές αναπαραστάσεις,
- να βρίσκουν έναν ενδιάμεσο κλασματικό αριθμό (μεταξύ 1/2 και 1/4 ή μεταξύ 2/3 και 3/4).

Για τους δεκαδικούς αριθμούς οι μαθητές πρέπει:

- να κατανοούν και να χρησιμοποιούν το δεκαδικό συμβολισμό για τα δέκατα και τα εκατοστά μέσα σε πλαίσια,
- να στρογγυλοποιούν έναν αριθμό με ένα ή δύο δεκαδικά ψηφία στον πλησιέστερο ακέραιο ή στο πλησιέστερο δέκατο.

Αναφορικά με τις συναρτήσεις και τις κανονικότητες οι μαθητές θα πρέπει:

- αναγνωρίζουν, να διερευνούν, να περιγράφουν και να συμπληρώνουν αριθμητικές και γεωμετρικές κανονικότητες,
- να αναπαριστούν μια κανονικότητα με διαφορετικά μέσα (λεκτικά, αριθμητικά, εικονικά),
- να συγκρίνουν απλές κανονικότητες,
- να διατυπώνουν τον κανόνα μιας κανονικότητας.

Για τις αλγεβρικές παραστάσεις και τις ισότητες και ανισότητες, οι οποίες εισάγονται, οι μαθητές θα πρέπει:

- να χρησιμοποιούν σύμβολα (ως αγνώστους και ως μεταβλητές) και να τα αντικαθιστούν με αριθμούς σε «κλειστές» αριθμητικές προτάσεις (π.χ. 3+x=9) και σε ανοιχτές αριθμητικές προτάσεις (πχ r+x=8),
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν αριθμούς από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο και από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο (φυσικούς αριθμούς),
- να χρησιμοποιούν κατάλληλο σύμβολο (ισότητας-ανισότητας) για την αναπαράσταση μιας σχέσης μεταξύ αριθμών (π.χ. 7+5 … 10+2 ή 6-1 … 5+2),
- να συμπληρώνουν ισότητες με τον κατάλληλο αριθμό (π.χ. 8+3=x+7 ή 6+x=10-1),

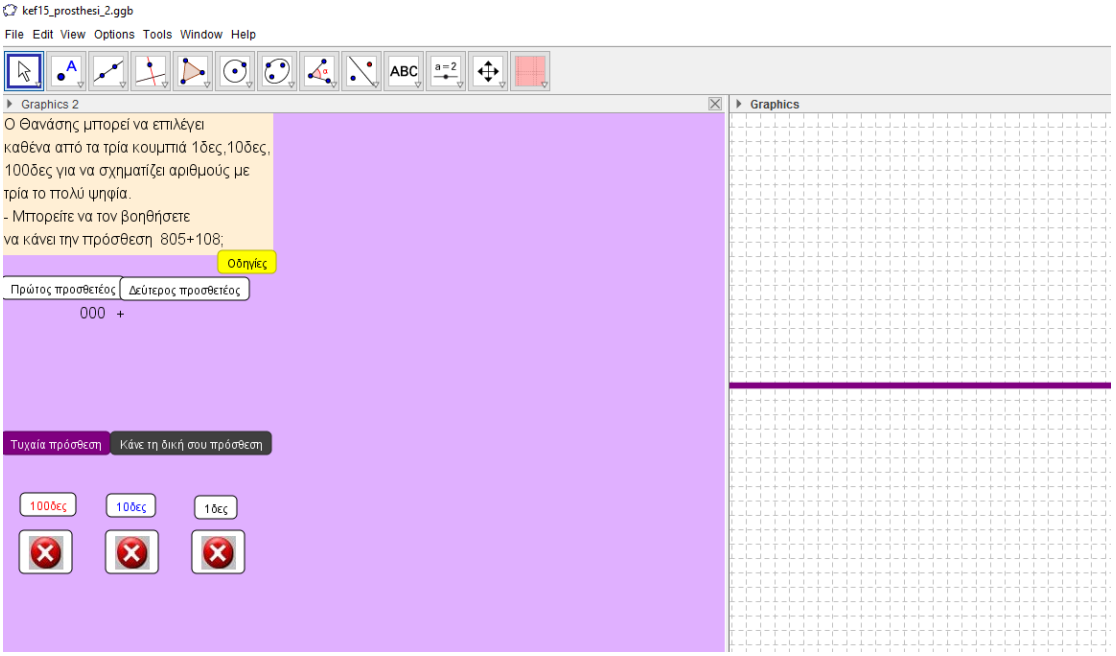
- να προσδιορίζουν τον αριθμό που πρέπει να προστεθεί σε έναν άλλο για να προκύψει ένας τρίτος αριθμός (π.χ. 7+x=21).

Για την περάτωση των παραπάνω εκπαιδευτικών στόχων, υπάρχει ο διαδικτυακός ιστότοπος του Ψηφιακού Σχολείου (http://dschool.edu.gr/), στον οποίο προσφέρεται πλήθος δραστηριοτήτων κατά τις οποίες αξιοποιούνται οι Τ.Π.Ε., όπως τα διαδραστικά σχολικά βιβλία, η ψηφιακή εκπαιδευτική πλατφόρμα «e-me» και ο Εθνικός Συσσωρευτής Εκπαιδευτικού περιεχομένου «Φωτόδεντρο».

Εικόνα 6.3.4.: Η εισαγωγική σελίδα που επεξηγεί τη δομή του διαδραστικού βιβλίου των Μαθηματικών της Γ΄ Δημοτικού

Στο «Φωτόδεντρο» βρίσκονται εργασίες για την Γ΄ Δημοτικού στο διαδικτυακό τόπο http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/731/simple-search?newQuery=yes/. Ενδεικτικά, η παρακάτω δραστηριότητα για την πρόσθεση τριψήφιων αριθμών αναπτύχθηκε από τους: *Γαβρίλης Κώστας*, *Σούφαρη Αθανασία* (δημιουργός, τεχνική υλοποίηση), *Χρόνης Κυνηγός* (υπεύθυνος παιδαγωγικού σχεδιασμού), *Ιωάννης Παπαδόπουλος*, *Γιώργος Ψυχάρης*, *Μαρία Λάτση* (παιδαγωγική επικύρωση αντικειμένου), *Στέλιος Παπανδρέου* (τεχνική επικύρωση αντικειμένου), και

Πολυχρόνης Κυνηγός (συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης) και αφορά την πρόσθεση τριψήφιων αριθμών, σε περιβάλλον μικροπειράματος, το οποίο έχει δημιουργηθεί με χρήση ψηφιακών εργαλείων (GeoGebra). Η δραστηριότητα είναι διαθέσιμη στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4271?locale=el.



Εικόνα 6.3.5.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την πρόσθεση τριψήφιων αριθμών στο GeoGebra.

Δ΄ Δημοτικού

Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα υπό το πρίσμα των μαθηματικών πράξεων στην Δ΄ Δημοτικού είναι τα εξής:

Σε σχέση με τους φυσικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να απαγγέλουν, να διαβάζουν και να γράφουν αριθμούς μέχρι το 1.000.000,
- να αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια και σχηματισμούς,
- να καταμετρούν αντικείμενα και να εξελίσσουν στρατηγικές μέτρησης,
- να αριθμούν και να καταμετρούν αντικείμενα (σε ομάδες),
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν αριθμούς και να βρίσκουν τη θέση ενός αριθμού στην αριθμογραμμή,
- να αναλύουν και να συνθέτουν αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους,
- να διερευνούν τη σχέση των φυσικών αριθμών με τους κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς,
- να διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του,
- να εκτιμούν με διαφορετικούς τρόπους το πλήθος ενός συνόλου,
- να αναγνωρίζουν και να αναπαριστούν με διαφορετικούς τρόπους, καταστάσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και (τέλειας και ατελούς) διαίρεσης,
- να διερευνούν και να εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών προσθέσεων και αφαιρέσεων τετραψήφιων αριθμών,
- να αναπτύσσουν και να εφαρμόζουν αλγόριθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού με τετραψήφιους αριθμούς, καθώς και της διαίρεσης με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων,
- να χρησιμοποιούν σε πράξεις και προβλήματα το ένα ως το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού, το μηδέν ως το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού, την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού, την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση,
- να αναπτύσσουν στρατηγικές στην επίλυση και κατασκευή προβλημάτων και να χρησιμοποιούν μοντέλα και αναπαραστάσεις για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν σε άλλους,

- να αναγνωρίζουν τον αλγόριθμο της Ευκλείδειας διαίρεσης δύο φυσικών αριθμών με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη και με τη βοήθειά του να κάνουν τη δοκιμή της διαίρεσης,
- να αναλύουν ένα φυσικό αριθμό σε γινόμενα,
- να ανακαλύπτουν, να διατυπώνουν και να εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας των αριθμών 2, 3, 5 και 9.

Σε σχέση με τους κλασματικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να έχουν εισαχθεί στην έννοια του κλάσματος ως αριθμού (ως έκφραση σχέσης μεταξύ ποσοτήτων, ανεξαρτήτως αριθμητικών τιμών, π.χ. κοινός τελεστής),
- να συγκρίνουν κλάσματα με διάφορους τρόπους (λεκτικά και συμβολικά),
- να προσθέτουν και να αφαιρούν ομώνυμα και μικρά ετερώνυμα κλάσματα.

Σε σχέση με τους δεκαδικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αναγνωρίζουν δεκαδικούς αριθμούς (μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία) σε μια ποικιλία από καθημερινά πλαίσια και να εισάγονται στη γραφή και στην ορολογία τους,
- να αναγνωρίζουν ως ειδική περίπτωση τα δεκαδικά κλάσματα (με παρονομαστή το 10 και το 100) και να τα μετατρέπουν σε δεκαδική μορφή,
- να συγκρίνουν και να διατάσσουν δεκαδικούς αριθμούς,
- να τοποθετούν/παρεμβάλλουν στην αριθμογραμμή ένα σύνολο αριθμών ή μετρήσεων, που περιλαμβάνουν δεκαδικούς αριθμούς,
- να προσθέτουν και να αφαιρούν αριθμούς που περιλαμβάνουν και δεκαδικούς,
- να χρησιμοποιούν προσεγγιστικές και άλλες στρατηγικές για να ελέγξουν αν οι απαντήσεις τους είναι λογικές,
- να εκτελούν σύντομους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις δεκαδικών αριθμών με μονοψήφιο ακέραιο και να χρησιμοποιούν προσεγγιστικές και άλλες στρατηγικές για να ελέγχουν τη λογικότητα των απαντήσεών τους,
- να χρησιμοποιούν την αριθμομηχανή για υπολογισμούς με πολλά δεκαδικά ψηφία.

Σε σχέση με τους ακέραιους αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αντιλαμβάνονται διαισθητικά τους ακέραιους αριθμούς μέσα από καθημερινές καταστάσεις (αισθητοποίηση),
- να διερευνούν διαισθητικά απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς ακέραιους αριθμούς.

Σε σχέση με τις κανονικότητες και τις συναρτήσεις, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αναγνωρίζουν, να διερευνούν, να περιγράφουν και να συμπληρώνουν γεωμετρικές, αριθμητικές και αναδρομικές κανονικότητες,
- να αναπαριστούν μια κανονικότητα με διαφορετικά μέσα (λεκτικά, αριθμητικά, εικονικά),
- να συγκρίνουν κανονικότητες μεταξύ τους,
- να βρίσκουν κάποιον «απομακρυσμένο» όρο μιας κανονικότητας.

Σε σχέση με τις αλγεβρικές παραστάσεις, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να χρησιμοποιούν σύμβολα (ως αγνώστους και ως μεταβλητές) και να τα αντικαθιστούν με αριθμούς σε σύνθετες ανοιχτές αριθμητικές προτάσεις (π.χ. $\Delta + \chi=8$),
- να εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση,
- να διερευνούν τον αλγεβρικό χαρακτήρα των ιδιοτήτων των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική και επιμεριστική) και τη γενίκευση της ισχύος τους,
- να υπολογίζουν την τιμή μιας απλής αριθμητικής παράστασης, με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (χωρίς παρενθέσεις).

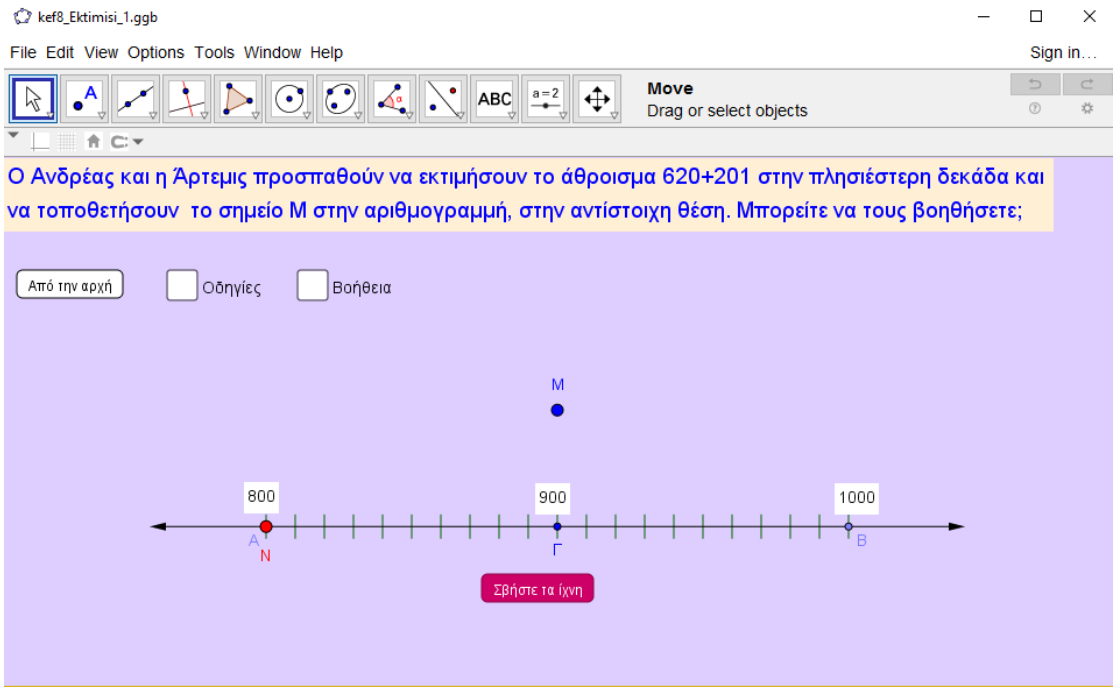
Σε σχέση με τις ισότητες και τις ανισότητες, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να συνδέουν ανισοτικές σχέσεις μεταξύ φυσικών και δεκαδικών αριθμών (με ένα δεκαδικό ψηφίο) με τη θέση τους στην αριθμογραμμή,

- να συμπληρώνουν ανισότητες με κατάλληλους αριθμούς (π.χ. 8+3 10-1),
- να προσδιορίζουν τον αριθμό που πρέπει να πολλαπλασιαστεί με έναν άλλο για να προκύψει ένας τρίτος αριθμός (π.χ. 7•χ=21)

Στην ιστοσελίδα του Ψηφιακού Σχολείου, όπως προαναφέρθηκε υπάρχει πληθώρα δραστηριοτήτων, οι οποίες αποπερατώνονται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ενδεικτικά:

Μικροπείραμα για την εκτίμηση του αθροίσματος δυο αριθμών, με τη χρήση του GeoGebra, το οποίο χρησιμοποιεί τη διερευνητική μάθηση και αποσκοπεί στην εννοιολογική και διαδικαστική γνώση των πράξεων, την κριτική και δημιουργική σκέψη, την ανταπόκριση και συμμετοχή των μαθητών και την προσαρμογή τους και την δημιουργική δράση. Το μικροπείραμα είναι διαθέσιμο στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4332.



Εικόνα 6.3.6.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την εκτίμηση του αθροίσματος δυο αριθμών.

Με τη χρήση της εφαρμογής Adobe Flash Player, έχει δημιουργηθεί το μικροπείραμα «πόσα πούλια να βγάλω;» για τη διάκριση και την αξία των ψηφίων αριθμών μικρότερων του 7.000, το οποίο είναι διαθέσιμο στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/3734.

Εικόνα 6.3.7.: Δραστηριότητα «Πόσα πούλια να βγάλω;» του ΨΣ για την αξία αριθμών μικρότερων του 7.000

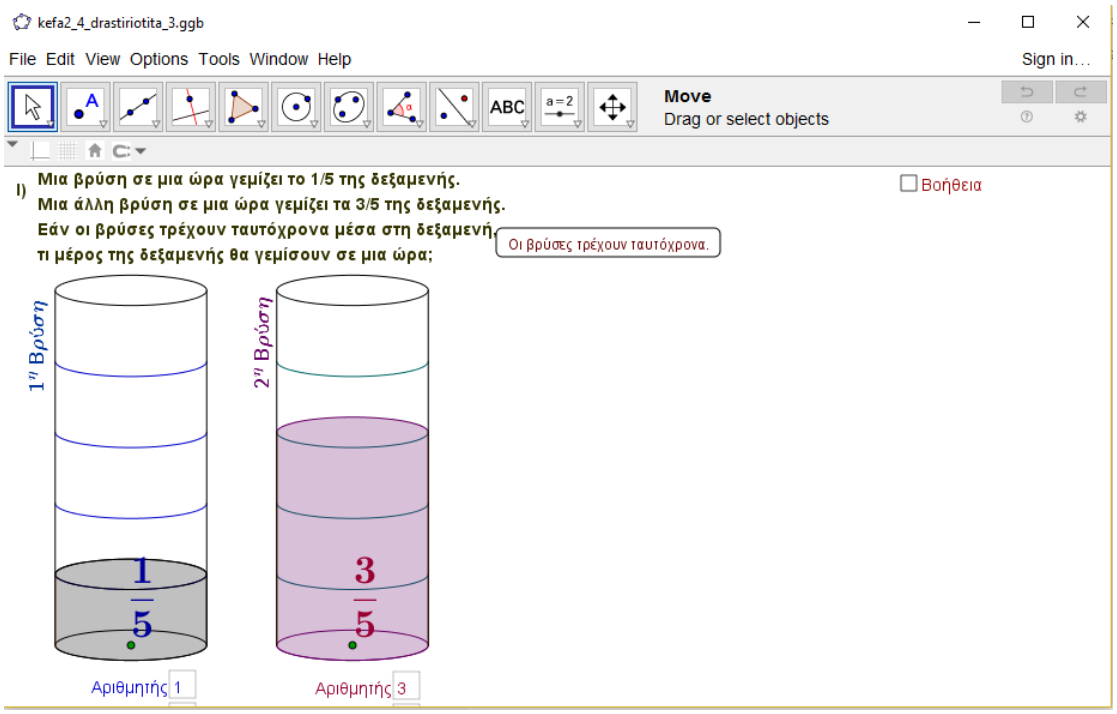
Για τη διαχείριση των αριθμών έως το 10.000, έχει δημιουργηθεί μικροπείραμα στο ΨΣ με την χρήση της εφαρμογής Adobe Flash Player, στο οποίο ο μαθητής δημιουργεί αριθμό ζυγό και πολλαπλάσιο του 5, στον άβακα. Το μικροπείραμα είναι διαθέσιμο στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4204.

Εικόνα 6.3.8.: Δραστηριότητα του ΨΣ «πολλαπλάσιος του 5 και ζυγός» για την διαχείριση των αριθμών έως το 10.000.

Για τη διαίρεση των φυσικών αριθμών, έχει δημιουργηθεί με την χρήση του Adobe Flash Player μικροπείραμα στο Ψηφιακό Σχολείο, το οποίο ονομάζεται «διαίρεση στο χαλασμένο υπολογιστή». Το μικροπείραμα είναι διαθέσιμο στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/3976.

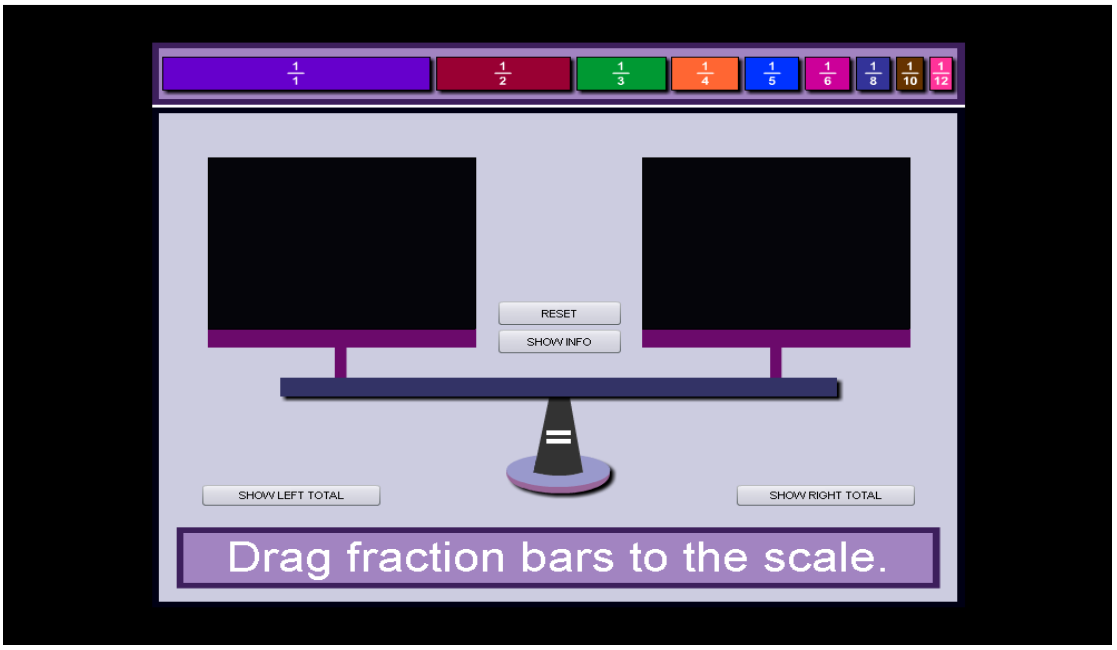
Εικόνα 6.3.9.: Δραστηριότητα του ΨΣ για τη «διαίρεση στο χαλασμένο υπολογιστή».

Μικροπείραμα για την κατανόηση της πρόσθεσης κλασμάτων. Οι μαθητές καλούνται να βρουν το άθροισμα δύο κλασμάτων μικρότερων της μονάδας χρησιμοποιώντας τη δυνατότητα του λογισμικού να αναπαριστά κάθε κλάσμα ως μέρος μιας κυλινδρικής δεξαμενής. Έχουν τη δυνατότητα επίσης να διαμερίζουν κατακόρυφα τη δεξαμενή με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορούν να αναγνωρίζουν τι μέρος της δεξαμενής είναι το άθροισμα των δύο μερών της. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων δυναμικής Γεωμετρίας και χειρισμού αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων (Geogebra). Ο τίτλος του πειράματος είναι «Τι μέρος της δεξαμενής γεμίζουν και οι δύο βρύσες μαζί;» και είναι διαθέσιμο στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/5598.



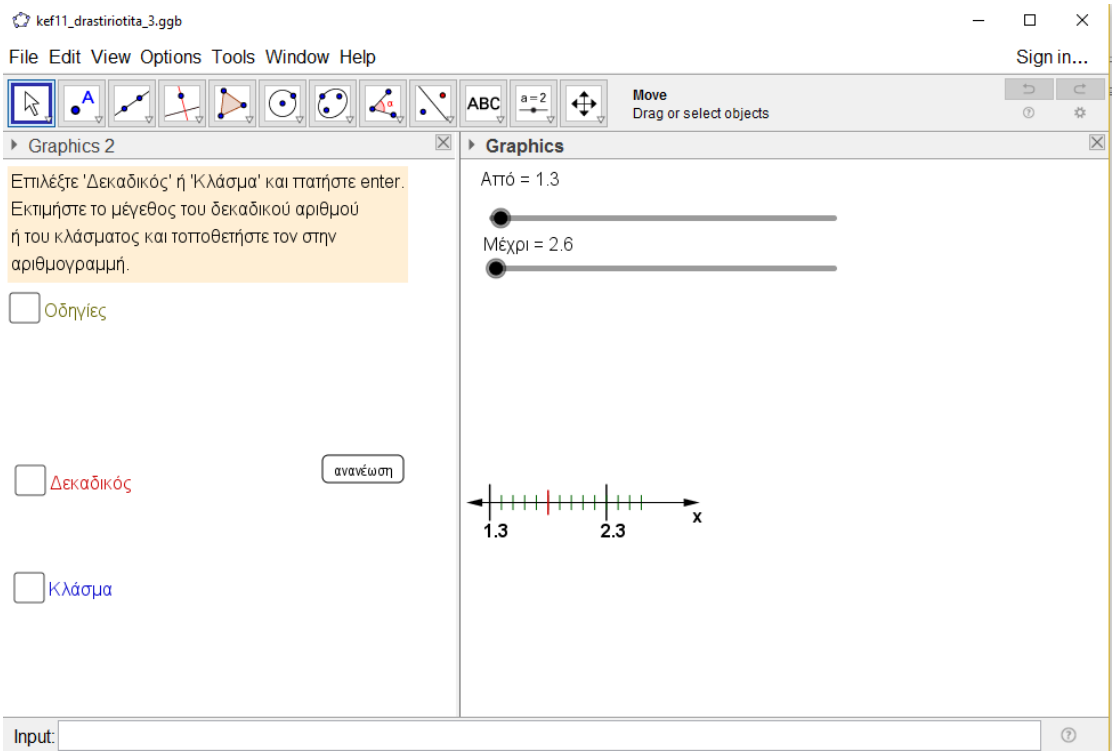
Εικόνα 6.3.10.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την πρόσθεση κλασμάτων.

Παράλληλα, στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://www.mathplayground.com/Scale_Fractions.html, υπάρχει η «ζυγαριά κλασμάτων», κατά την οποία οι μαθητές μπορούν να συγκρίνουν κλάσματα. Η δραστηριότητα χρησιμοποιεί Adobe Flash Player.



Εικόνα 6.3.11.: Δραστηριότητα για τη «σύγκριση κλασμάτων» στον ιστότοπο Math Playgroynd.

Για τις εκτιμήσεις και στρογγυλοποιήσεις δεκαδικών και κλασματικών αριθμών, στο Ψηφιακό Σχολείο, στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/1841, υπάρχει ένα μικροπείραμα για την εκτίμηση του μεγέθους δεκαδικών και κλασματικών αριθμών και την τοποθέτησή τους σε μια αριθμογραμμή. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων δυναμικής Γεωμετρίας (Geogebra).



Εικόνα 6.3.12.: Δραστηριότητα του ΨΣ για «εκτιμήσεις και στρογγυλοποιήσεις δεκαδικών και κλασματικών αριθμών».

Ε΄ Δημοτικού

Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα υπό το πρίσμα των μαθηματικών πράξεων στην Ε΄ Δημοτικού είναι τα εξής:

Σε σχέση με τους φυσικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να διαβάζουν, να γράφουν και να αναγνωρίζουν αριθμούς σε μια ποικιλία από πλαίσια,

- να διερευνούν τη σχέση μεταξύ ενός ψηφίου και της αξίας του,
- να αναλύουν και να συνθέτουν φυσικούς αριθμούς με διαφορετικούς τρόπους,
- να διερευνούν τη σχέση των φυσικών αριθμών με τους κλασματικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς,
- να αναγνωρίζουν και να αναπαριστούν με διαφορετικούς τρόπους καταστάσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και (τέλειας και ατελούς) διαίρεσης,
- να εκτιμούν και να υπολογίζουν το αποτέλεσμα αριθμητικών παραστάσεων που περιλαμβάνουν και τις τέσσερις πράξεις, συνειδητοποιώντας το ρόλο της παρένθεσης,
- να αναγνωρίζουν, να διατυπώνουν και να εφαρμόζουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών των τεσσάρων πράξεων (διαίρεση τέλεια, με μονοψήφιο διαιρέτη),
- να αναπτύσσουν και να αξιοποιούν διαδικασίες εκτέλεσης/ αλγορίθμους των τεσσάρων πράξεων, χρησιμοποιώντας διάφορες στρατηγικές, μέσα (ανάμεσα στα οποία και αριθμομηχανή) και αναπαραστάσεις,
- να αναπτύσσουν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων και μοντελοποίησης/ αναπαράστασης καταστάσεων για να τις τεκμηριώσουν και να τις κοινοποιήσουν,
- να διερευνούν τον αλγόριθμο της Ευκλείδειας διαίρεσης δύο φυσικών αριθμών και να το χρησιμοποιούν για να κάνουν τη δοκιμή της διαίρεσης,
- να διατυπώνουν, να αιτιολογούν και να εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας των 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 και 25.

Σε σχέση με τους κλασματικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να έχουν εισαχθεί σε κλάσματα μεγαλύτερα της μονάδας και στους μικτούς,
- να αναγνωρίζουν και να κατασκευάζουν ισοδύναμα κλάσματα και να απλοποιούν κλάσματα,

- να διατάσσουν ένα σύνολο κλασματικών αριθμών και να βρίσκουν ενδιάμεσους, μικρότερους και μεγαλύτερους κλασματικούς αριθμούς,
- να προσθέτουν και να αφαιρούν κλάσματα,
- να πολλαπλασιάζουν κλάσματα με φυσικούς αριθμούς και κλάσματα με κλάσματα,
- να διαιρούν κλάσματα με φυσικούς αριθμούς και κλάσματα με κλάσματα (διαίρεση ως αντίστροφος πολλαπλασιασμός).

Σε σχέση με τους δεκαδικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αναγνωρίζουν τα δεκαδικά κλάσματα και να τα μετατρέπουν σε δεκαδικούς αριθμούς και αντιστρόφως,
- να αναγνωρίζουν, ότι κάθε δεκαδικός αριθμός με πεπερασμένα δεκαδικά ψηφία (terminating decimal) είναι ένα κλάσμα,
- να ταξινομούν δεκαδικούς αριθμούς με περισσότερα από δύο δεκαδικά ψηφία,
- να εκτιμούν το αποτέλεσμα σε προβλήματα με δεκαδικούς αριθμούς.

Σε σχέση με τους ακέραιους αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αντιλαμβάνονται την ανάγκη επέκτασης της αριθμογραμμής, για να συμπεριλάβει αριθμούς μικρότερους από το μηδέν,
- να συγκρίνουν και διατάσσουν ακέραιους αριθμούς και ορίζουν τη θέση τους στην αριθμογραμμή.

Σε σχέση με τις κανονικότητες και τις συναρτήσεις, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αξιοποιούν κανονικότητες και τις ιδιότητές τους, για να επιλύσουν σχετικά προβλήματα,
- να διερευνούν με διαδικασίες δοκιμής και ελέγχου τις μεταβολές, που προκαλούνται σε μια ποσότητα λόγω μεταβολής μιας άλλης ποσότητας (ανεξάρτητη-εξαρτημένη μεταβλητή),
- να διερευνούν τη σχέση μεταξύ ανάλογων ποσών,
- να διερευνούν την έννοια της συνάρτησης μέσω απλών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών.

Σε σχέση με τις αλγεβρικές παραστάσεις, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

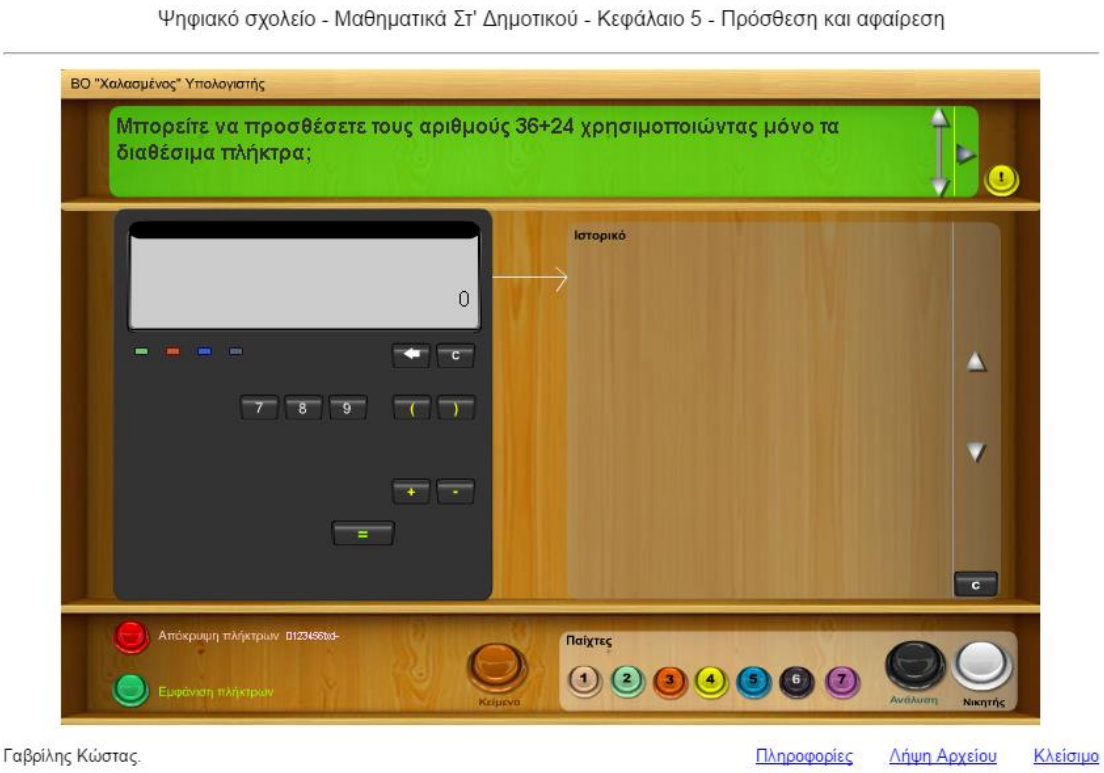
- να εκφράζουν συμβολικά ένα απλό πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση και να διατυπώνουν ένα πρόβλημα, που να μοντελοποιείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση (απλές περιπτώσεις),
- να υπολογίζουν την τιμή μιας απλής αριθμητικής παράστασης με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (και με παρενθέσεις),
- να χρησιμοποιούν γράμματα για να εκφράσουν μεγέθη σε τύπους και σχέσεις (από την καθημερινή ζωή και τις επιστήμες).

Σε σχέση με τις ισότητες και τις ανισότητες, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αριθμών, για να συμπληρώσουν σύνθετες αριθμητικές προτάσεις, όπως $(5+3) + \chi = 5+(3+4)$, $2\ (3+4) = \chi + 8$,
- να διερευνούν τις διαφορετικές χρήσεις του συμβόλου = σε αριθμητικές ισότητες με άγνωστη ποσότητα στο πρώτο ή στο 2ο μέλος.

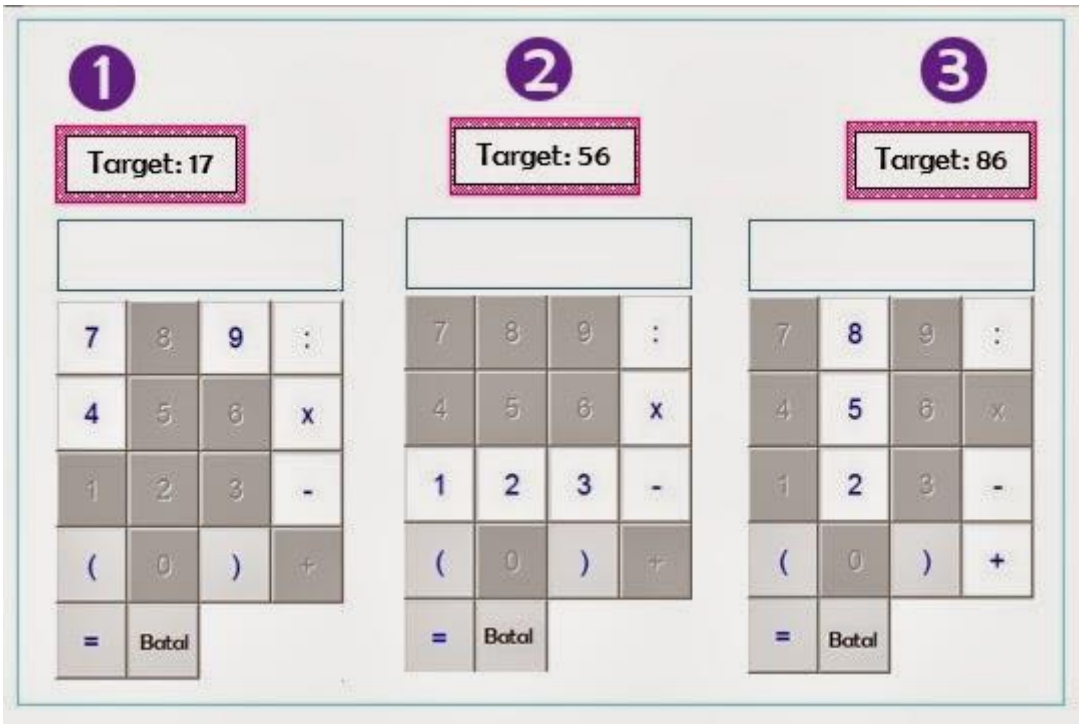
Για την Ε΄ Δημοτικού, στο Βιβλίο του μαθητή, στη σελίδα 26, υπάρχει το κεφάλαιο «Στο εργαστήρι πληροφορικής», του οποίου το αντίστοιχο υλικό βρίσκεται στο Ψηφιακό Σχολείο (http://dschool.edu.gr/), μέσω μορφών διαδραστικών βιβλίων, του Εθνικού Συσσωρευτή Εκπαιδευτικού Περιεχομένου «Φωτόδεντρο» και της ψηφιακής πλατφόρμας «e-me». Ενδεικτικά:

Αρχικά, στην εφαρμογή «Χαλασμένη Αριθμομηχανή» του ΨΣ, δίνεται στον εκπαιδευτικό η δυνατότητα να δημιουργήσει τη δική του δραστηριότητα και να εμφανίζει και να αποκρύπτει τα πλήκτρα, τα οποία εκείνος επιθυμεί, στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/4315.



Εικόνα 6.3.13.: Δραστηριότητα του ΨΣ «Χαλασμένη Αριθμομηχανή»

Η παραπάνω δραστηριότητα λειτουργεί κατά τη δραστηριότητα που έχει αναπτυχθεί από το Ινστιτούτο του Freudenthal (http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00014/toepassing_rekenweb.en.html). Κάποια κουμπιά λειτουργούν και κάποια όχι. Οι μαθητές θα πρέπει να προσεγγίσουν τον αριθμό που τους δίνεται χρησιμοποιώντας τα κουμπιά που λειτουργούν.



Εικόνα 6.3.14.: Δραστηριότητα του Ινστιτούτου του Freudenthal «Χαλασμένη Αριθμομηχανή»

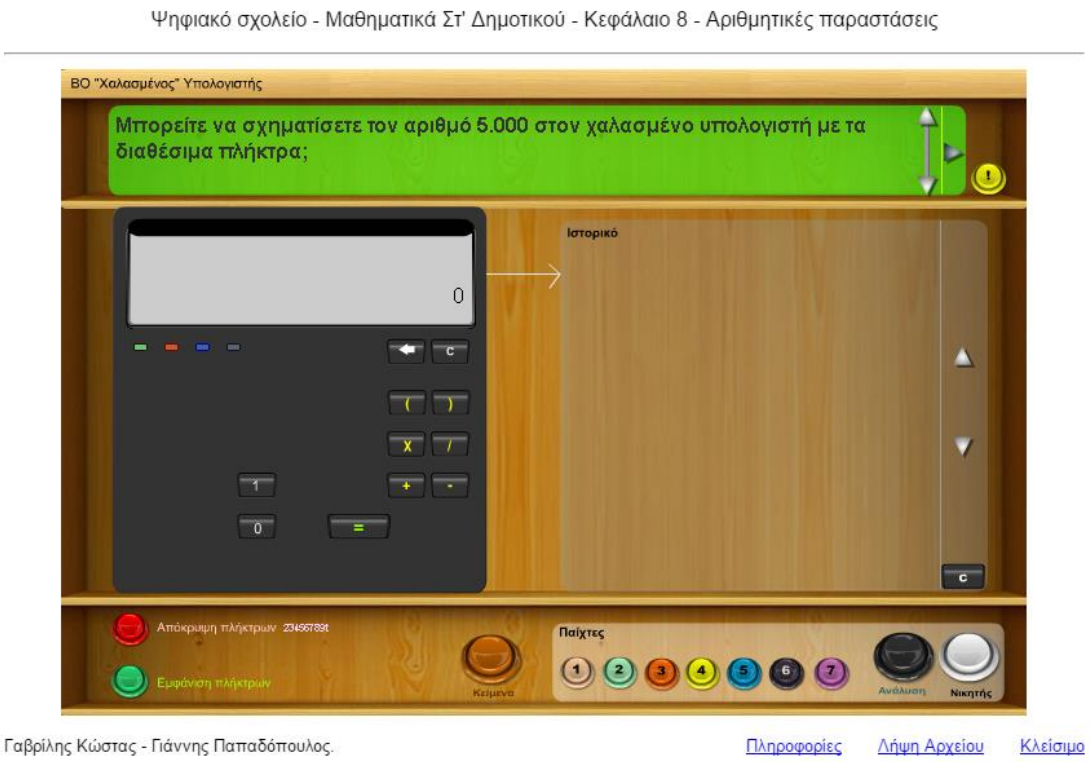
Το μικροπείραμα «με δύο πούλια φτιάχνω αριθμούς» του Ψηφιακού Σχολείου, ενδείκνυται για την κατασκευή αριθμών με δύο πούλια, την αναγνώριση της αξίας θέσης των ψηφίων τους και τη διάταξη τους, ενώ οι αριθμοί αγγίζουν το 1.000.000. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με την εφαρμογή Adobe Flash Player.

Εικόνα 6.3.15.: Δραστηριότητα του ΨΣ «με δυο πούλια φτιάχνω αριθμούς»

Για την διερεύνηση ιδιοτήτων των δεκαδικών αριθμών το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων αναπαράστασης των αριθμών στον ψηφιακό άβακα (Flash) και είναι διαθέσιμο στον ιστότοπο http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/1852.

Εικόνα 6.3.16.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την «διερεύνηση ιδιοτήτων των δεκαδικών αριθμών».

Για τις αλγεβρικές παραστάσεις στην Ε΄ Δημοτικού, στο Ψηφιακό Σχολείο υπάρχει μικροπείραμα για τη διερεύνηση των αριθμητικών παραστάσεων, το οποίο είναι διαθέσιμο στο http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/1965. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων αναπαράστασης των αριθμών στον ψηφιακό άβακα (Flash).



Εικόνα 6.3.17.: Δραστηριότητα του ΨΣ «αριθμητική παράσταση στο χαλασμένο υπολογιστή».

ΣΤ΄ Δημοτικού

Τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα υπό το πρίσμα των μαθηματικών πράξεων στην ΣΤ΄ Δημοτικού είναι τα εξής:

Σε σχέση με τους φυσικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να συνδέουν τις τέσσερις πράξεις μεταξύ τους και να χρησιμοποιούν τις ιδιότητές τους, για να επιλύσουν προβλήματα,
- να έχουν εισαχθεί στην έννοια της δύναμης, να υπολογίζουν και να εκφράζουν δυνάμεις φυσικών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό,
- να εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, στρογγυλοποιώντας στην πλησιέστερη δύναμη του 10,
- να διατυπώνουν και να επιλύουν προβλήματα με περισσότερες από μία πράξεις, ελέγχοντας τη λογικότητα του αποτελέσματος και να κοινοποιούν τις προσεγγίσεις τους σε άλλους,

- να έχουν εισαχθεί στην έννοια του λόγου και να επιλύουν αντίστοιχα προβλήματα,
- να αναλύουν και να εκφράζουν έναν αριθμό ως γινόμενο πρώτων παραγόντων,
- να υπολογίζουν και να διερευνούν το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών.

Σε σχέση με τους κλασματικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να έχουν εισαχθεί στα ποσοστά, να μετατρέπουν κλασματικούς αριθμούς σε ποσοστά και να τα χρησιμοποιούν στη μοντελοποίηση καταστάσεων και στην επίλυση προβλημάτων.

Σε σχέση με τους δεκαδικούς αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να προσθέτουν και να αφαιρούν νοερά αριθμούς, που έχουν μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία,
- να χρησιμοποιούν γνωστές διαδικασίες, για να εκτελέσουν τις τέσσερις πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς,
- να εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, στρογγυλοποιώντας στην πλησιέστερη δύναμη του 10 με αρνητικό εκθέτη,
- να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά την αριθμομηχανή για υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς.

Σε σχέση με τους ακέραιους αριθμούς, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να διερευνούν διαισθητικά απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς ακέραιους αριθμούς.

Σε σχέση με τις κανονικότητες και τις συναρτήσεις, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να αναπαριστούν και να μελετούν κανονικότητες σε διαφορετικά αναπαραστατικά συστήματα,
- να διερευνούν τη σχέση μεταξύ ανάλογων και αντιστρόφως ανάλογων ποσών,
- να διερευνούν την έννοια της συνάρτησης μέσω διαφορετικών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών,

- να διερευνούν την έννοια της μεταβλητής σε γνωστούς τύπους από τη Φυσική και τη Γεωμετρία.

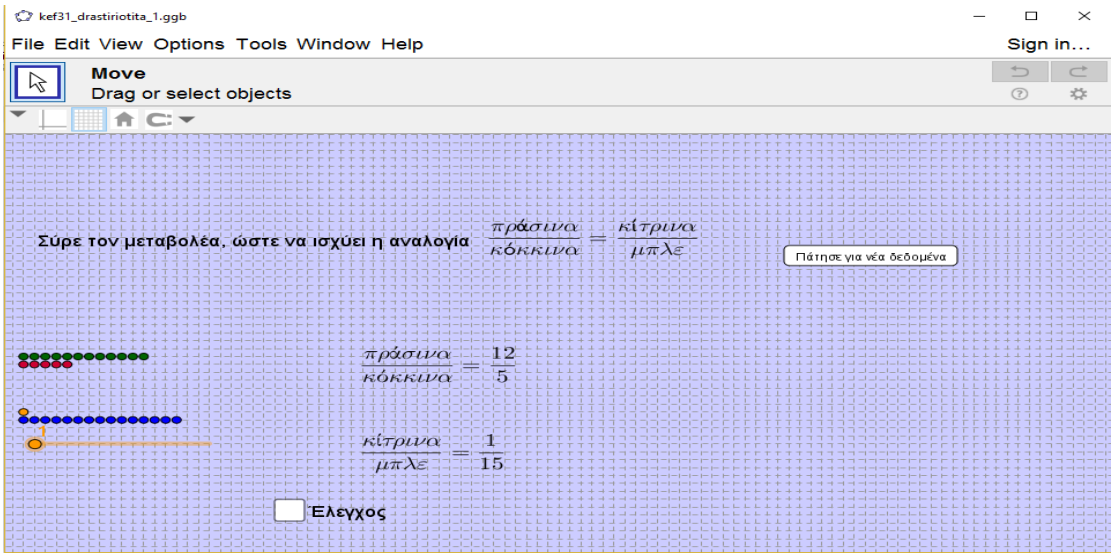
Σε σχέση με τις αλγεβρικές παραστάσεις, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να εκφράζουν συμβολικά ένα πρόβλημα με αριθμητική παράσταση ή σχέση, να διατυπώνουν ένα πρόβλημα, που να μοντελοποιείται από δεδομένη αριθμητική παράσταση ή σχέση,
- να συζητούν για τη δομή μιας αριθμητικής παράστασης, χρησιμοποιώντας κατάλληλη ορολογία (πχ. άθροισμα και όροι του, γινόμενο και παράγοντές του),
- να υπολογίζουν την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης με χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (με παρενθέσεις και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη μέχρι 4),
- να χρησιμοποιούν γράμματα ως μεταβλητές στο γενικό όρο κανονικοτήτων και συναρτήσεων.

Σε σχέση με τις ισότητες και τις ανισότητες, οι μαθητές θα πρέπει μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς:

- να χρησιμοποιούν γράμματα ως αγνώστους σε απλές αριθμητικές εξισώσεις ενός βήματος και να επιλύουν τις αντίστοιχες εξισώσεις.

Για την ΣΤ΄ Δημοτικού και το σχηματισμό αναλογιών και τη σύγκριση λόγων, στο Ψηφιακό Σχολείο υπάρχει το «παιχνίδι με μπίλιες» στη διεύθυνση: http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/1863. Αυτό αποτελεί ένα μικροπείραμα για την εισαγωγή στην έννοια της αναλογίας μέσα από το δυναμικό χειρισμό ενός από τους όρους μιας αναλογίας (του αριθμητή του 2ου λόγου). Οι μαθητές έχουν στη διάθεσή τους πολλαπλά παραδείγματα μιας εικονικής αναπαράστασης με διακριτά αντικείμενα, την οποία μπορούν να χειριστούν κιναισθητικά και να πειραματιστούν για να σχηματίσουν αναλογίες. Ταυτόχρονα η αναπαράσταση που δίνεται είναι και γεωμετρική, μοιάζει με μια ευθεία γραμμή, την οποία οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να αυξομειώσουν. Παράλληλα, δίνεται και συμβολική-αριθμητική αναπαράσταση, η οποία επιτρέπει στους μαθητές να ελέγξουν τη δραστηριότητά τους και βάσει αριθμητικών δεδομένων και αλγορίθμων. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων δυναμικής Γεωμετρίας και χειρισμού αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων (Geogebra).

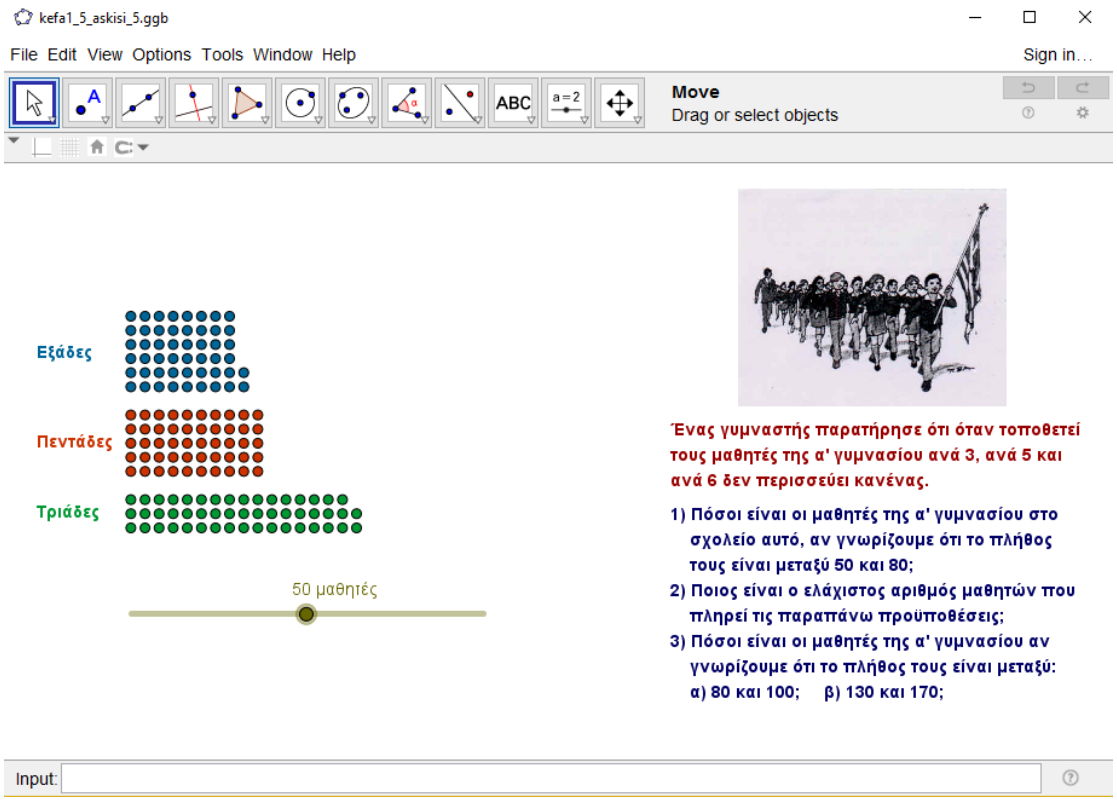


Εικόνα 6.3.18.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την έννοια της αναλογίας.

Για τους κοινούς διαιρέτες αριθμών, στο Ψηφιακό Σχολείο, υπάρχει το «πόσα γλυκά να βάλω σε κάθε συσκευασία;» στον ιστότοπο http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/3735. Το «πόσα γλυκά να βάλω σε κάθε συσκευασία;» αποτελεί μικροπείραμα, με το οποίο οι μαθητές μέσα από ένα πρόβλημα συσκευασίας, αισθητοποιούν την έννοια του κοινού διαιρέτη. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων δυναμικής Γεωμετρίας και χειρισμού αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων (Geogebra).

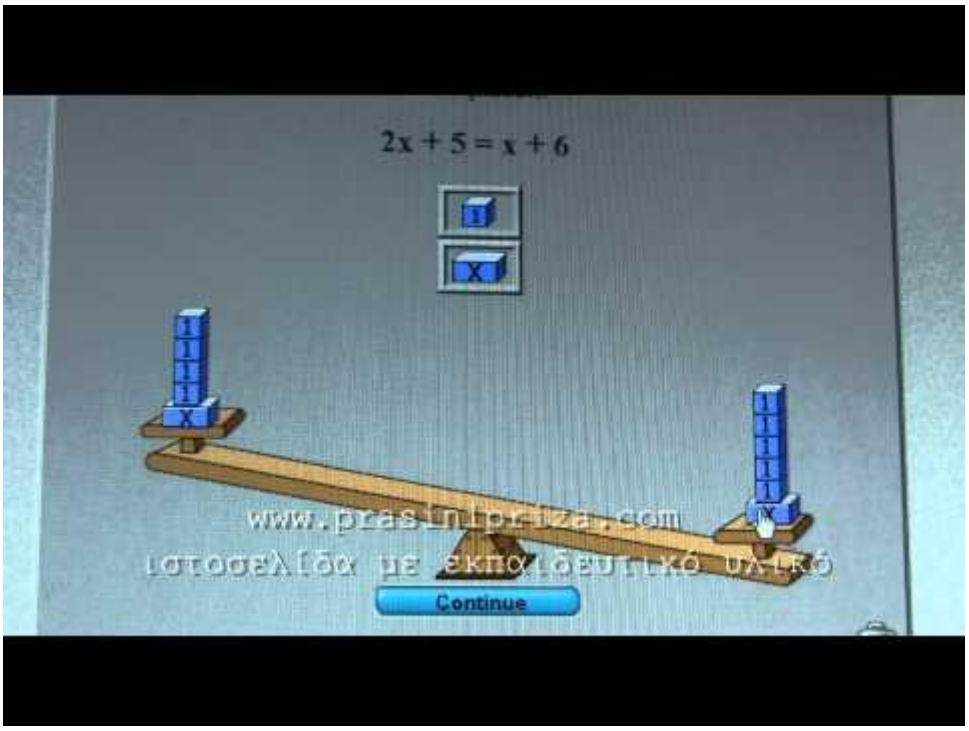
Εικόνα 6.3.19.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την «εύρεση κοινού διαιρέτη».

«Το πρόβλημα του γυμναστή στο σχολείο» αποτελεί ένα λογισμικό του Ψηφιακού Σχολείου και είναι μικροπείραμα για την εισαγωγή στην έννοια του κοινού πολλαπλάσιου μέσα από την παράταξη μαθητών για τη Γυμναστική στο σχολείο. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση εργαλείων δυναμικής Γεωμετρίας και χειρισμού αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων (Geogebra). Το μικροπείραμα είναι διαθέσιμο στον ιστότοπο http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/2238.



Εικόνα 6.3.20.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την εισαγωγή της έννοιας του «κοινού πολλαπλάσιου».

Για τη δημιουργία εξισώσεων της μορφής $\chi = \alpha + \beta$, στο Ψηφιακό Σχολείο υπάρχει το λογισμικό «η εξίσωση σαν ζυγαριά (2)». Στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/3765. Το εκπαιδευτικό λογισμικό «η εξίσωση σαν ζυγαριά (2)» αποτελεί μικροπείραμα για την εισαγωγή στην έννοια της εξίσωσης με δοκιμές και έλεγχο μέσα από το μοντέλο μιας ζυγαριάς. Το μικροπείραμα έχει δημιουργηθεί με χρήση του ελεύθερου λογισμικού Scratch.



Εικόνα 6.3.21.: Δραστηριότητα του ΨΣ για την δημιουργία «πρωτοβάθμιων εξισώσεων».

6.4. Η χρήση των Τ.Π.Ε. στη μαθηματική εκπαίδευση

Στα πλαίσια της Κοινωνίας της Πληροφορίας, οι Τ.Π.Ε. θεωρούνται ως ένα από τα πλέον σημαντικά εργαλεία για την αλλαγή της εκπαίδευσης, με βάση τις σύγχρονες ανάγκες της Κοινωνίας της Πληροφορίας (Blackwell, Lauricella, & Wartella, 2014). Ως εκ τούτου, πολλές χώρες έχουν εφαρμόσει πολιτικές που σχετίζονται με τις ΤΠΕ και έχουν επενδύσει σημαντικούς πόρους σε υποδομές ΤΠΕ στα σχολεία (De Witte & Rogge, 2014).

Η ενσωμάτωση των Τ.Π.Ε. στη διδασκαλία και τη μάθηση έχει ως στόχο τη βελτίωση των δεξιοτήτων των μαθητών του εικοστού πρώτου αιώνα (Anderson, 2008; Kim, Kil, και Shin, 2014) και την επίτευξη μεγάλων διεθνών στόχων, όπως η EFA (Education For All-Εκπαίδευση για όλους) και οι στόχοι της WSIS (World Summit of Information Society-Παγκόσμια Διάσκεψη Κορυφής για την Κοινωνία της Πληροφορίας) (WSIS, 2003).

Επιπλέον, η εφαρμογή των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση θα μπορούσε να είναι χρήσιμη για την αύξηση των ευκαιριών για μάθηση και τη μείωση του χάσματος μεταξύ των κοινωνικοοικονομικών παραγόντων και των αποτελεσμάτων του εκπαιδευτικού συστήματος.

Πιστεύεται επίσης ότι η ενσωμάτωση των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση θα δημιουργήσει κοινότητες, που θα απαρτίζονται από ταλαντούχους εκπαιδευτικούς και έτσι θα βελτιωθεί η ποιότητα της εκπαίδευσης. Ωστόσο, η προβλεπόμενη εφαρμογή των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση είναι αποφασισμένη σε μεγάλο βαθμό από την εθνική ανάπτυξη των Τ.Π.Ε., και στην εν λόγω εθνική ανάπτυξη των Τ.Π.Ε. πολιτικές και σχέδια προβλέπουν τα πρωτεύοντα μέσα, έτσι ώστε οι Τ.Π.Ε. να συμβάλουν σημαντικά στην αειφόρο ανάπτυξη μιας κοινωνίας (FAIDP, 2010).

Επιπλέον, η εθνική ανάπτυξη των Τ.Π.Ε. μπορεί επίσης να αποτελεί ένα πρόγραμμα-οδηγό για εκπαιδευτικές μεταρρυθμίσεις, μέσω της εισαγωγής των νέων διδασκαλιών και των μαθησιακών πρακτικών, διευκολύνοντας την αναδιάρθρωση του εκπαιδευτικού συστήματος (Kozma, 2003). Αν και η σημασία μιας πολύ ανεπτυγμένης εθνικής πολιτικής για το επίπεδο των Τ.Π.Ε. για τη συνολική ποιότητα της εκπαίδευσης έχει αναγνωριστεί από τις κυβερνήσεις, λίγες μελέτες έχουν ασχοληθεί με το αν το εθνικό επίπεδο Τ.Π.Ε. έχει επιρροή στα μαθησιακά αποτελέσματα φοίτησης των μαθητών. Όπως έδειξε η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που έλαβε χώρα για την παρούσα μελέτη, ένας μεγάλος αριθμός μελετών επικεντρώνεται σχετικά με τον αντίκτυπο των Τ.Π.Ε. στους μαθητές ως προς τα επιτεύγματα και τις ατομικές δεξιότητες (Carrasco & Torrecilla, 2012). Ωστόσο, οι περισσότερες από αυτές τις μελέτες διερεύνησαν τη χρήση των Τ.Π.Ε. στην τάξη ή στο σπίτι, αντί να θεωρηθούν οι Τ.Π.Ε. ως περιβαλλοντικός παράγοντας σε εθνικό επίπεδο.

Σκοπός του συγκεκριμένου κεφαλαίου είναι να παρουσιάσει τη σύνδεση της ανάπτυξης των Τ.Π.Ε. σε εθνικό και σε ατομικό επίπεδο μέσω της παρουσίασης των ακαδημαϊκών δεξιοτήτων στα Μαθηματικά και τις Επιστήμες (TIMSS, 2011), την Ανάγνωση (PIRLS, 2011) και μέσω του Προγράμματος Διεθνούς Αξιολόγησης Μαθητών (PISA, 2012).

Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (Τ.Π.Ε.) ορίζονται ως ένα «σύνολο των τεχνολογικών εργαλείων και των πόρων που χρησιμοποιούνται για την επικοινωνία και για τη δημιουργία, τη διάδοση, την αποθήκευση και τη διαχείριση των πληροφοριών» (Blurton, 1999). Ένας ευρύς ορισμός των Τ.Π.Ε. περιλαμβάνει ηλεκτρονικούς υπολογιστές, το Διαδίκτυο, τηλέφωνα, προσωπικοί ψηφιακοί βοηθοί (PDA) και κινητά τηλέφωνα, τηλεόραση, ραδιόφωνο και τον οπτικοακουστικό εξοπλισμό. Λαμβάνοντας υπόψη τη σημασία των Τ.Π.Ε. για την κοινωνική ανάπτυξη, υπάρχουν αρκετές πρωτοβουλίες για τη μέτρηση και παρακολούθηση του επιπέδου των Τ.Π.Ε. (UIS, 2009).

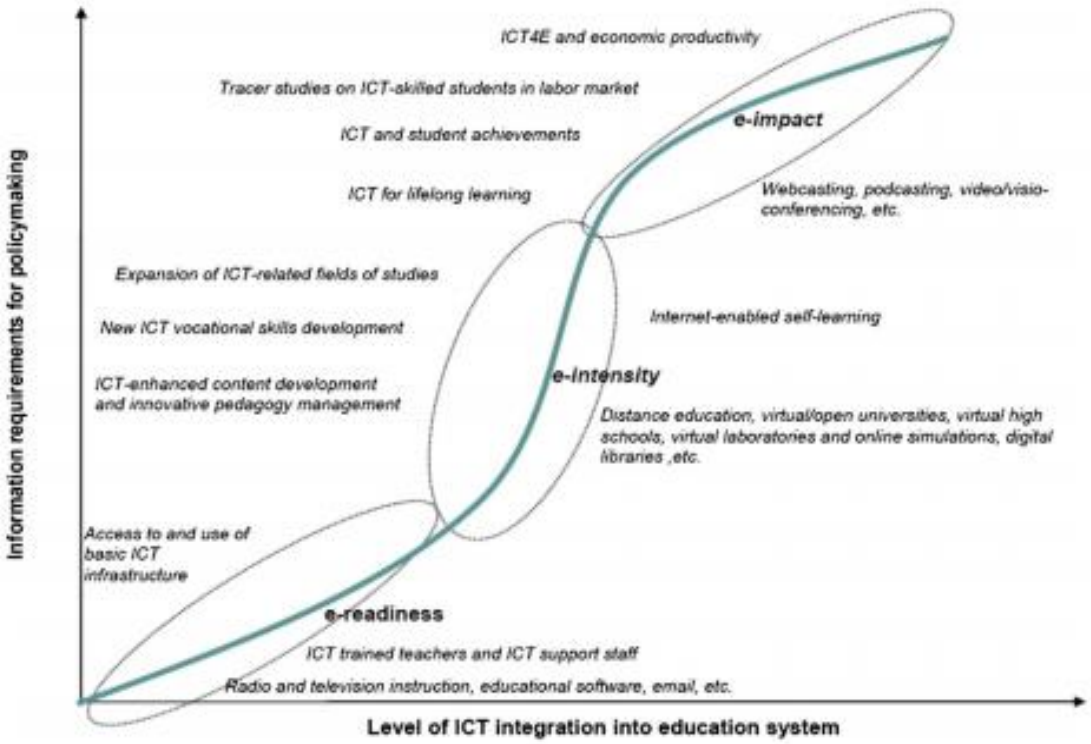
Η Διεθνής Ένωση Τηλεπικοινωνιών (ITU) αποτελεί τον εξειδικευμένο οργανισμό των Ηνωμένων Εθνών για τις τεχνολογίες της πληροφορίας και της επικοινωνίας.

Το 2006, η ITU κλήθηκε να αναπτύξει ένα ενιαίο δείκτη, το λεγόμενο Δείκτη Τ.Π.Ε. Ανάπτυξης (IDI), έτσι ώστε να μετράται η έκταση χρήσης των Τ.Π.Ε. μιας χώρας (ITU, 2010). Το συνολικό εθνικό επίπεδο στις Τ.Π.Ε. έχει την εγγενή δύναμη για την προώθηση του εκσυγχρονισμού της κοινωνίας, συμπεριλαμβανομένου του εκπαιδευτικού συστήματος.

Καθώς όλο και περισσότεροι εκπαιδευτικοί και φορείς χάραξης πολιτικής έχουν αρχίσει να εκτιμούν τα πιθανά οφέλη των Τ.Π.Ε. στην επανάσταση του σύγχρονου εκπαιδευτικού συστήματος, έχει εισαχθεί ολοένα και πιο προηγμένος εξοπλισμός Τ.Π.Ε. σε σχολεία και τάξεις. Το 2009, το Ινστιτούτο Στατιστικής της UNESCO (UIS) εισήγαγε ένα μοντέλο τριών επιπέδων αναφορικά με την ένταξη των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση (UIS, 2009). Αποτελείται από τρία επίπεδα (βλέπε Γράφημα 6.4.1. πηγή: UIS, 2009):

1. **Η ετοιμότητα**. *Η ετοιμότητα των υποδομών, της κοινωνίας και του εκπαιδευτικού συστήματος να αναλάβει τις δραστηριότητες των Τ.Π.Ε. στο εκπαιδευτικό σύστημα.* Τα βασικά κριτήρια είναι η πρόσβαση και χρήση των βασικών υποδομών Τ.Π.Ε., οι εκπαιδευτικοί να έχουν εκπαιδευτεί στις Τ.Π.Ε., η ύπαρξη προσωπικού υποστήριξης των Τ.Π.Ε., το εκπαιδευτικό λογισμικό, το e-mail και άλλες «απλές» εκπαιδευτικές τεχνολογίες.
2. **Η Ένταση.** *Η ένταση της χρήσης των Τ.Π.Ε. και ο βαθμός, στον οποίο οι δραστηριότητες των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση (όπως η εξ αποστάσεως εκπαίδευση και η κινητή μάθηση) διενεργούνται από την κυβέρνηση και τις επιχειρήσεις.* Τα βασικά κριτήρια είναι το περιεχόμενο της ανάπτυξης των Τ.Π.Ε. και η καινοτόμος παιδαγωγική διαχείριση, η ανάπτυξη νέων δεξιοτήτων επαγγελματικής Τ.Π.Ε., η επέκταση των πεδίων που σχετίζονται με τις Τ.Π.Ε., την εκπαίδευση εξ αποστάσεως, τα διαδικτυακά και τα ανοικτά πανεπιστήμια, τα διαδικτυακά γυμνάσια, τα διαδικτυακά εργαστήρια και τις προσομοιώσεις σε απευθείας σύνδεση, τις ψηφιακές βιβλιοθήκες και την αυτο-μάθηση με τη χρήση του Διαδικτύου.

3. **Η επίπτωση.** *Τα αποτελέσματα και οι επιπτώσεις των Τ.Π.Ε. στις επιχειρηματικές δραστηριότητες και την οικονομική ανάπτυξη σε χώρες με σχετικά υψηλό επίπεδο των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση.* Τα βασικά κριτήρια είναι η διαθεσιμότητα των Τ.Π.Ε. για τη δια βίου μάθηση, τα επιτεύγματα των σπουδαστών μέσω των Τ.Π.Ε., η σχέση μεταξύ των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση και την οικονομική παραγωγικότητα, το webcasting, το podcasting, και η χρήση τηλεδιάσκεψης.



Γράφημα 6.4.1.: Οι ανάγκες για τους διαφορετικούς τύπους Τ.Π.Ε. σε συνάρτηση με το χρονικό διάστημα της ένταξής τους στο εκπαιδευτικό σύστημα

Σύμφωνα με το παραπάνω μοντέλο τριών επιπέδων, η ανάπτυξη του συνολικού εθνικού επίπεδου στις Τ.Π.Ε. θα συμβάλει στην επίτευξη όχι μόνο των εθνικών αναπτυξιακών στόχων αλλά και τους μεγάλους διεθνείς στόχους που έχουν τεθεί από την WSIS (WSIS, 2003), την MDG (Millennium Development Goals), και την EFA (Εκπαίδευση για όλους), οι οποίες σχετίζονται με τη χρήση των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση για την επέκταση της διδασκαλίας και των ευκαιριών μάθησης, για τη βελτίωση των εκπαιδευτικών επιτευγμάτων, για την προώθηση της εκπαιδευτικής αναμόρφωσης, για την επίτευξη της ισότητας της εκπαίδευσης (Kozma, 2003), για την αύξηση της απασχόλησης και της ποικιλομορφίας των δεξιοτήτων ζωής των μαθητών, καθώς και για την ενσωμάτωση της εκπαίδευσης με τον ιδιωτικό τομέα (UIS, 2009). Έτσι, η ανάπτυξη των Τ.Π.Ε. έχει τοποθετηθεί ως μια σημαντική στρατηγική για τη βελτίωση της συνολικής παγκόσμιας οικονομίας (Luu & Freeman, 2011).

6.5. Έρευνες σχετιζόμενες με τη χρήση των Τ.Π.Ε. στη Μαθηματική Εκπαίδευση

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν γίνει πολλές έρευνες και αναφορές που αφορούν τη θετική επίδραση των Τ.Π.Ε. στην εκπαίδευση γενικώς, αλλά και ειδικότερα στο γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών. Πολλές όμως είναι και οι περιπτώσεις, όπου αμφισβητείται η θετική αυτή επίδραση (Higgins, 2009).

Το εφαλτήριο της συγκεκριμένης όμως έρευνας ήταν ένα μεγάλο μέρος της ξένης και ελληνικής βιβλιογραφίας βάσει της οποίας, τα στοιχεία για την αποτελεσματικότητα της χρήσης των Τ.Π.Ε. στη διδακτική και μαθησιακή διδασκαλία διαρκώς αυξάνονται (Dimakos & Zaranis, 2010; McKenney & Voogt, 2009; Papadakis, Kalogiannakis & Zaranis,2016; Trundle & Bell, 2010). Πιο συγκεκριμένα οι έρευνες έχουν δείξει ότι η χρήση των Τ.Π.Ε. ενισχύει την ανάπτυξη συγκεκριμένων ικανοτήτων της παιδικής μνήμης, της επίλυσης προβλήματος, της γλώσσας αλλά και των Μαθηματικών(Ihmedieh, 2010; Judge, 2005; Kroesbergen, Vande Rijt & Van Luit, 2007; Walcott et al. 2009; Zaranis, Kalogiannakis & Papadakis, 2013).

Βάσει της βιβλιογραφίας τα παιδιά μαθαίνουν ευκολότερα και γρηγορότερα σε ένα αλληλεπιδραστικό μαθησιακό περιβάλλον (Papadakis, Kalogiannakis & Zaranis, 2016). Αυτό πιθανότατα μπορεί να θεωρηθεί το πιο ουσιώδες πλεονέκτημα της χρήσης των Τ.Π.Ε. συγκριτικά με τις παραδοσιακές διδακτικές μεθόδους.

Η ορθή χρήση της τεχνολογίας μέσα στη σχολική αίθουσα αυξάνει την απόδοση και την αποτελεσματικότητα του μαθητή, την ενασχόληση και άμεσα την ευχαρίστησή του και τέλος προκαλεί τη θετική του συμπεριφορά κατά τη διαδικασία μάθησης. Οι νέες τεχνολογίες μας ωθούν να σκεφτόμαστε διαφορετικά για το πώς μαθαίνει ο μαθητής και για το πώς διδάσκει ο εκπαιδευτικός (Underwood, 2009).

Άλλες έρευνες έχουν αποδείξει πως η ενασχόληση των μαθητών με τις νέες τεχνολογίες συνδέεται θετικά και σημαντικά με την απόδοσή τους σε διαγωνισμούς Ανάγνωσης και Μαθηματικών (Furenes, Kucirkova & Bus, 2021). Η ενασχόληση των μαθητών μπορεί να εξελίσσεται μέσα αλλά και έξω από τις σχολικές τάξεις. Τα αποτελέσματα των ερευνών αυτών υποδεικνύουν πως κάποιες μορφές πρώιμης χρήσης με τον υπολογιστή έχουν σημαντικές συνδέσεις με την ακαδημαϊκή εξέλιξη των παιδιών στο Δημοτικό σχολείο (Casey et al., 2012).

Οι Ittigson & Zewe (2003) αναφέρουν ότι η τεχνολογία είναι σημαντική στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών. Οι Τ.Π.Ε. βελτιώνουν τον τρόπο, που τα Μαθηματικά θα έπρεπε να διδάσκονται, καθώς επίσης και την κατανόηση βασικών εννοιών από την πλευρά των μαθητών. Πολλοί ερευνητές έχουν διεξάγει έρευνες για να αξιολογήσουν τη χρήση των Τ.Π.Ε. στα Μαθηματικά. Τα βασικά προνόμια της χρήσης των Τ.Π.Ε. αφορούν στην προώθηση καλύτερης συνεργασίας μεταξύ των μαθητών, την ενθάρρυνση της επικοινωνίας και το διαμοιρασμό της γνώσης. Η ανατροφοδότηση προς τους μαθητές είναι πιο άμεση και ακριβής και αυτό συνεισφέρει σε θετικά κίνητρα. Επίσης επιτρέπει την εστίαση σε στρατηγικές και τις ερμηνείες των απαντήσεων χωρίς να γίνεται σπατάλη χρόνου σε ανώφελους υπολογισμούς.

Σύμφωνα με το Ζαράνη (2017) οι μαθηματικές δραστηριότητες και το εκπαιδευτικό λογισμικό που σχεδιάστηκαν βάσει της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών για να ερευνηθεί η επίδραση της διδακτικής παρέμβασης στην πρόσθεση και στην αφαίρεση σε μαθητές Νηπιαγωγείου, έδειξε πως υπάρχει σημαντική βελτίωση στη συνολική μαθηματική επίδοσή τους, συγκρινόμενη με την επίδοση των μαθητών που διδάχθηκαν με την παραδοσιακή διδασκαλία. Πιο συγκεκριμένα αποδείχθηκε μια θετική επίπτωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών που βασίζεται στη χρήση των Τ.Π.Ε. όπως έχει ήδη αποδειχθεί και από άλλες παλαιότερες έρευνες.

Γίνεται κατανοητό από τα προαναφερθέντα, πως ο ρόλος των Τ.Π.Ε. είναι καταλυτικός, αλλά δεν αποτελεί και πανάκεια. Εάν δε συνδυαστεί σωστά η χρήση των Τ.Π.Ε. με την κατάλληλη παιδαγωγική μέθοδο, τότε δε θα έχουμε μια σημαντική συνεισφορά στη μαθηματική βελτίωση των μαθητών.

6.6. Υποθέσεις ελέγχου της έρευνας

Η παρούσα έρευνα βασιζόμενη στη θεωρητική θεμελίωση, που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο προσπαθεί να απαντήσει στα παρακάτω ερωτήματα, με σκοπό να εξετάσει τη βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων στο Δημοτικό Σχολείο με τη χρήση των Τ.Π.Ε.

1. Πώς επηρεάζεται η συνολική βελτίωση της απόδοσης των μαθητών που διδάσκονται Μαθηματικά με τη χρησιμοποίηση δραστηριοτήτων με τη βοήθεια των Τ.Π.Ε. (πειραματική ομάδα), σε σχέση με την απόδοση εκείνων που διδάσκονται Μαθηματικά με την παραδοσιακή μέθοδο (ομάδα ελέγχου);
2. Πώς επηρεάζεται η βελτίωση της απόδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας ως προς τη γενική γνώση αριθμών σε σχέση με την απόδοση εκείνων της ομάδας ελέγχου;
3. Πώς επηρεάζεται η βελτίωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας ως προς την πρόσθεση από το 1 έως το 10 σε σχέση με την απόδοση εκείνων της ομάδας ελέγχου;
4. Πώς επηρεάζεται η βελτίωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας ως προς την αφαίρεση από το 1 έως το 10 σε σχέση με την απόδοση εκείνων της ομάδας ελέγχου;

Άμεσο επακόλουθο των παραπάνω ερωτήσεων είναι η δημιουργία των παρακάτω ερευνητικών υποθέσεων, που πρέπει να είναι αυστηρά ορισμένες για να υπάρχει η δυνατότητα αποδοχής ή απόρριψής τους.

Ερευνητική υπόθεση 1 (ΕΥ1): Η συνολική απόδοση των μαθητών στα Μαθηματικά σύμφωνα με την αρχική και τελική δοκιμασία της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μέσω του εκπαιδευτικού λογισμικού, που κατασκευάσαμε είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.), που διδάσκονται Μαθηματικά με την παραδοσιακή μέθοδο.

Ερευνητική υπόθεση 2 (ΕΥ2): Η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) ως προς τη γενική γνώση των αριθμών είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Ερευνητική υπόθεση 3 (ΕΥ3): Η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) ως προς την πράξη της πρόσθεσης είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Ερευνητική υπόθεση 4 (ΕΥ4): Η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) ως προς την πράξη της αφαίρεσης είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Η ισχύς των παραπάνω ερευνητικών υποθέσεων επαληθεύεται ή απορρίπτεται με τη χρησιμοποίηση στατιστικής συμπερασματολογίας, που αναλύεται σε επόμενο κεφάλαιο της μελέτης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

7.1.Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε για την πραγματοποίηση της έρευνας και οι αιτίες που μας κατεύθυναν στην επιλογή της. Επίσης, αναφερόμαστε στο δείγμα του πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκε, καθώς και στον τρόπο καθορισμού της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου. Ακόμα, αναπτύσσονται και αξιολογούνται τα ερευνητικά εργαλεία και τέλος, περιγράφουμε τη διεξαγωγή της έρευνας και επισημαίνουμε τα προβλήματα που ενυπήρχαν στη μέθοδο που επιλέξαμε.

7.2. Ερευνητική προσέγγιση

Η επιλογή του σχεδιασμού του μεθοδολογικού πλαισίου μιας έρευνας προϋποθέτει τον καθορισμό:

i) του θεωρητικού πλαισίου, μέσα στο οποίο θα αναπτυχθεί η έρευνα,
ii) της γενικής προβληματικής και
iii) των ερευνητικών υποθέσεων που έχουν αναπτυχθεί στα προηγούμενα κεφάλαια της εργασίας.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει στη γενική προβληματική, σκοπός της παρούσας έρευνας είναι η βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων βασισμένη στη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών με τη χρήση των Τ.Π.Ε.. Θα πρέπει λοιπόν να μετρηθεί η βελτίωση της απόδοσης των μαθητών στην πρόσθεση και την αφαίρεση που διδάχθηκαν βάσει της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών και με τη συμβολή των Τ.Π.Ε. και να συγκριθεί με την αντίστοιχη βελτίωση μιας ομάδας μαθητών, που διδάχθηκαν πρόσθεση και αφαίρεση με τον παραδοσιακό τρόπο. Ο συλλογισμός αυτός μας οδηγεί στην πειραματική έρευνα κατά την οποία: η φυσιολογική πορεία των γεγονότων δέχεται παρέμβαση από τον ερευνητή, έτσι ώστε να δημιουργήσει τις κατάλληλες καταστάσεις με σκοπό την έρευνα (Φίλιας,1994).

Η τυπική μεθοδολογική πορεία που ακολουθεί η πειραματική έρευνα είναι η ακόλουθη:

i) στην αρχή λαμβάνεται ένα δείγμα μαθητών, που είναι αντιπροσωπευτικό για τον πληθυσμό που πρόκειται να εξεταστεί,

ii) στη συνέχεια χωρίζεται το δείγμα σε δύο ισότιμες ομάδες (πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου), μέσω της διαδικασίας της τυχαίας δειγματοληψίας (Παρασκευόπουλος,1993),

iii) μετά εισάγεται σκόπιμα από τον ερευνητή η πειραματική μεταβλητή (Χ) μόνο στην πειραματική ομάδα,

iv) με τη χρησιμοποίηση των μέσων συλλογής δεδομένων, λαμβάνουμε μετρήσεις από τις δυο ομάδες και

v) τέλος, αξιολογούνται και συγκρίνονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων από τις δύο ομάδες.

Μέσα στο γενικό πλαίσιο της πειραματικής έρευνας που αναπτύξαμε συγκαταλέγονται πολλές μέθοδοι που διαφέρουν μεταξύ τους, τόσο ως προς τον τρόπο επιλογής των δυο ομάδων, όσο και ως προς τη λεπτομέρεια, με την οποία λαμβάνουμε μετρήσεις από το δείγμα. Μια από τις μεθόδους αυτές είναι η «πριν και μετά» με ομάδες ελέγχου (Φίλιας,1994). Κατά τη μέθοδο αυτή λαμβάνονται μετρήσεις από τις δύο ομάδες «πριν» (προ-μέτρηση = pre-test) την επίδραση της πειραματικής μεταβλητής (Χ) στην πειραματική ομάδα και «μετά» (μετά-μέτρηση = post-test) από αυτήν. Στην περίπτωση της συγκεκριμένης έρευνας, η μέθοδος «πριν και μετά» με ομάδες ελέγχου είναι η πλέον κατάλληλη, γιατί επιθυμούμε να μετρήσουμε τη βελτίωση της απόδοσης των μαθητών στην πρόσθεση και στην αφαίρεση, δηλαδή τη διαφορά βαθμολογίας πριν και μετά τις διδασκαλίες.

Τα προτερήματα της παραπάνω μεθόδου είναι, ότι βοηθάει να εξουδετερώσουμε σε κάποιο μέτρο, τις παραμορφωτικές επιδράσεις τόσο της προ-μέτρησης, όσο και των ανεξέλεγκτων περιστατικών ή αστάθμητων παραγόντων, δηλαδή των «τρίτων» παραγόντων. Υπαιτιότητα αυτού, ότι τόσο η ομάδα ελέγχου, όσο και η πειραματική ομάδα υπόκεινται στις ίδιες επιδράσεις, με επακόλουθο η διαφορά της προ-μέτρησης από τη μετά- μέτρηση, μεταξύ της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου πρέπει να είναι το αποτέλεσμα της επενέργειας της πειραματικής μεταβλητής.

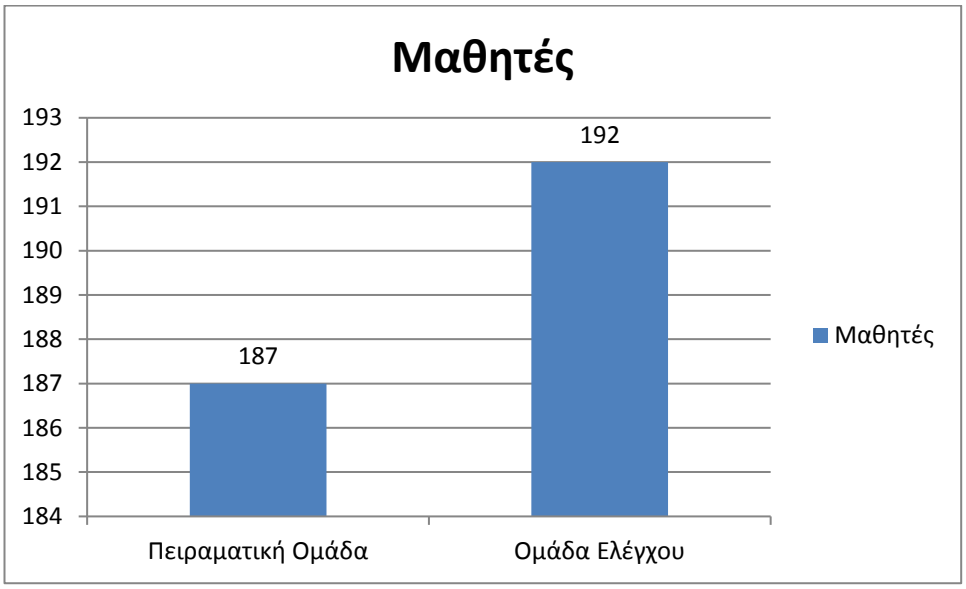
Στην ερευνητική προσέγγιση της παρούσας έρευνας, όπως αναφέρουμε αναλυτικά σε επόμενες ενότητες:

α)καθορίστηκε ως δείγμα τα τμήματα της Α΄ τάξης των δέκα Δημοτικών Σχολείων Αττικής: 1ο Δ.Σ., 2ο Δ.Σ., 3ο Δ.Σ., 4ο Δ.Σ. , 5ο Δ.Σ., 6ο Δ.Σ., 7ο Δ.Σ., 8ο Δ.Σ., 9ο Δ.Σ. , 10ο Δ.Σ. Για λόγους προσωπικών δεδομένων δε θα αναφερθούν τα Δημοτικά Σχολεία και θα τα κατονομάσουμε με αύξοντα αριθμό.

β)ορίστηκε ως πειραματική ομάδα τα σχολεία (1ο Δ.Σ., 4ο Δ.Σ., 6ο Δ.Σ. , 9ο Δ.Σ., 10ο Δ.Σ.) και ως ομάδα ελέγχου τα σχολεία (2ο Δ.Σ., 3ο Δ.Σ., 5ο Δ.Σ. , 7ο Δ.Σ., 8ο Δ.Σ.). Πιο αναλυτικά όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα η πειραματική ομάδα αποτελούνταν από 187 μαθητές ενώ η ομάδα ελέγχου από 192.

Ομάδες	Μαθητές
Πειραματική Ομάδα	187
Ομάδα Ελέγχου	192

Πίνακας 7.2.1. Μαθητές πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου

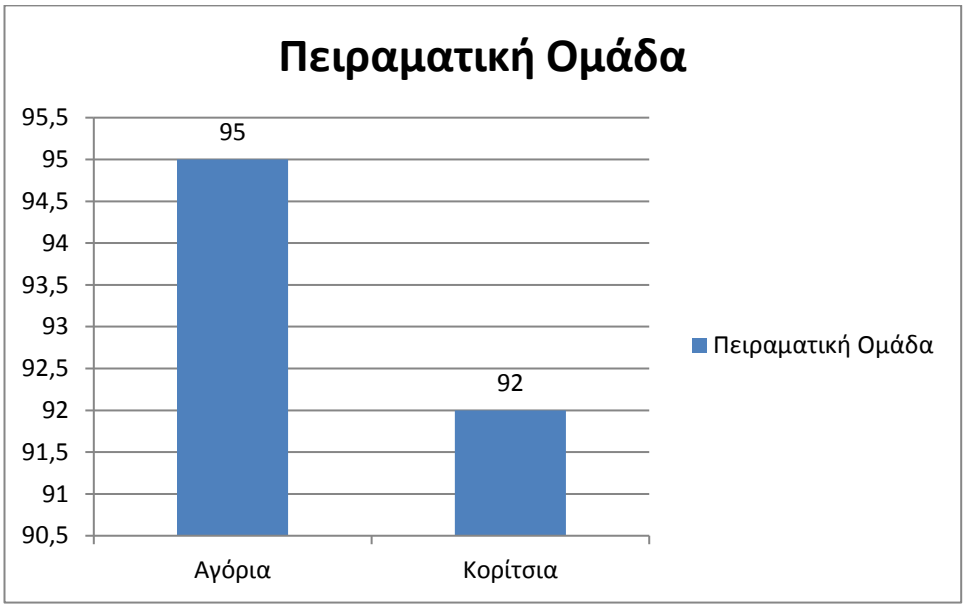


Γράφημα 7.2.1. Μαθητές πειραματικής ομάδας και ομάδας ελέγχου

Αναλυτικότερα, ακολουθούν πίνακες και γραφήματα που αφορούν το φύλο των μαθητών των δύο ομάδων, το φύλο των μαθητών των δύο ομάδων ανά σχολική μονάδα και τέλος την εθνικότητα των μαθητών των δύο ομάδων. Η Πειραματική Ομάδα αποτελείται από 95 αγόρια και 92 κορίτσια.

Φύλο	Πειραματική Ομάδα
Αγόρια	95
Κορίτσια	92

Πίνακας 7.2.2. Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας

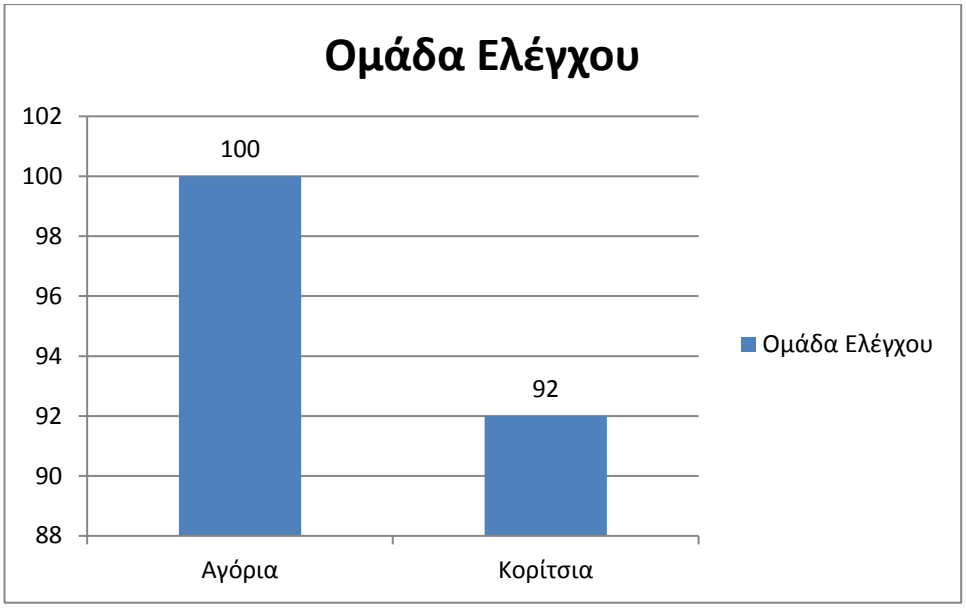


Γράφημα 7.2.2. Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας

Η Ομάδα Ελέγχου αποτελείται από 100 αγόρια και 92 κορίτσια.

Φύλο	Ομάδα Ελέγχου
Αγόρια	100
Κορίτσια	92

Πίνακας 7.2.3. Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου

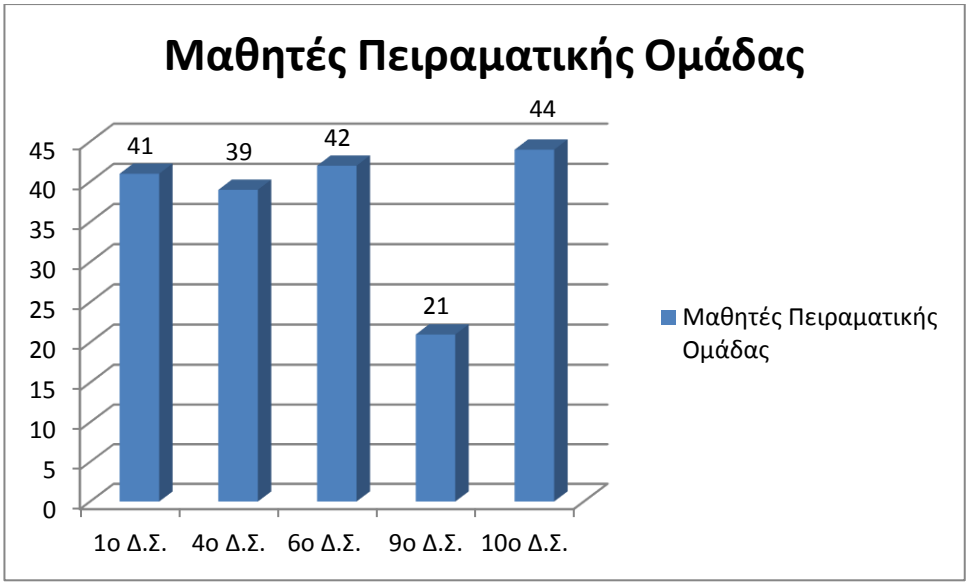


Γράφημα 7.2.3. Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου

Οι μαθητές της Πειραματικής Ομάδας αναλυτικά ανά σχολική μονάδα είναι: το 1ο Δ.Σ. αποτελείται από 41 μαθητές, το 4ο Δ.Σ. αποτελείται από 39 μαθητές, το 6ο Δ.Σ. αποτελείται από 42 μαθητές, το 9ο Δ.Σ. αποτελείται από 21 μαθητές, το 10ο Δ.Σ. αποτελείται από 44 μαθητές.

Δημοτικά Σχολεία	Μαθητές Πειραματικής Ομάδας
1ο Δ.Σ.	41
4ο Δ.Σ.	39
6ο Δ.Σ.	42
9ο Δ.Σ.	21
10ο Δ.Σ.	44

Πίνακας 7.2.4. Μαθητές Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα

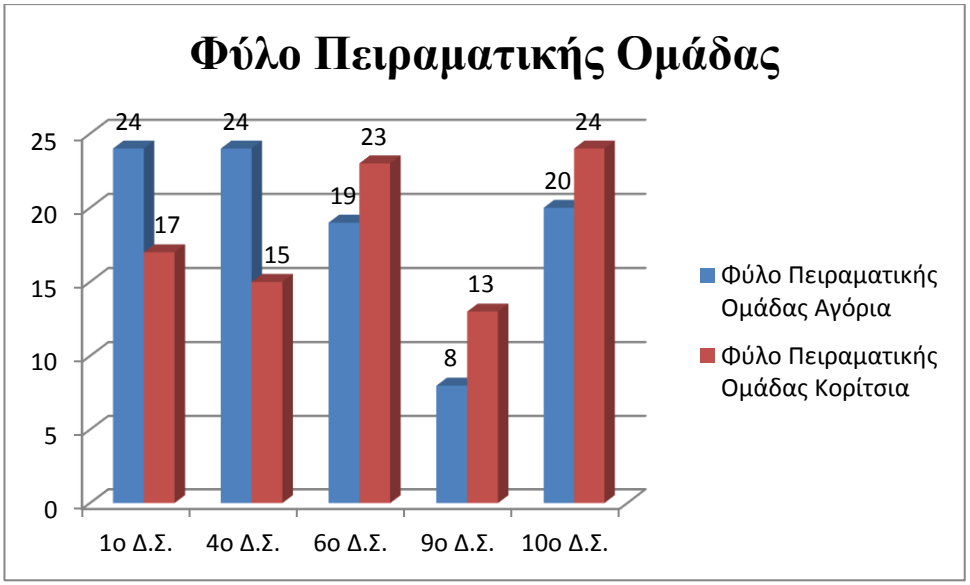


Γράφημα 7.2.4. Μαθητές Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα

Το φύλο των μαθητών της Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα είναι: το 1ο Δ.Σ. αποτελείται από 24 αγόρια και 17 κορίτσια, το 4ο Δ.Σ. αποτελείται από 24 αγόρια και 15 κορίτσια, το 6ο Δ.Σ. αποτελείται από 19 αγόρια και 23 κορίτσια , το 9ο Δ.Σ. αποτελείται από 8 αγόρια και 13 κορίτσια, το 10ο Δ.Σ. αποτελείται από 20 αγόρια και 24 κορίτσια.

	Μαθητές Πειραματικής Ομάδας	
Δημοτικά Σχολεία	Αγόρια	Κορίτσια
1ο Δ.Σ.	24	17
4ο Δ.Σ.	24	15
6ο Δ.Σ.	19	23
9ο Δ.Σ.	8	13
10ο Δ.Σ.	20	24

Πίνακας 7.2.5. Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα

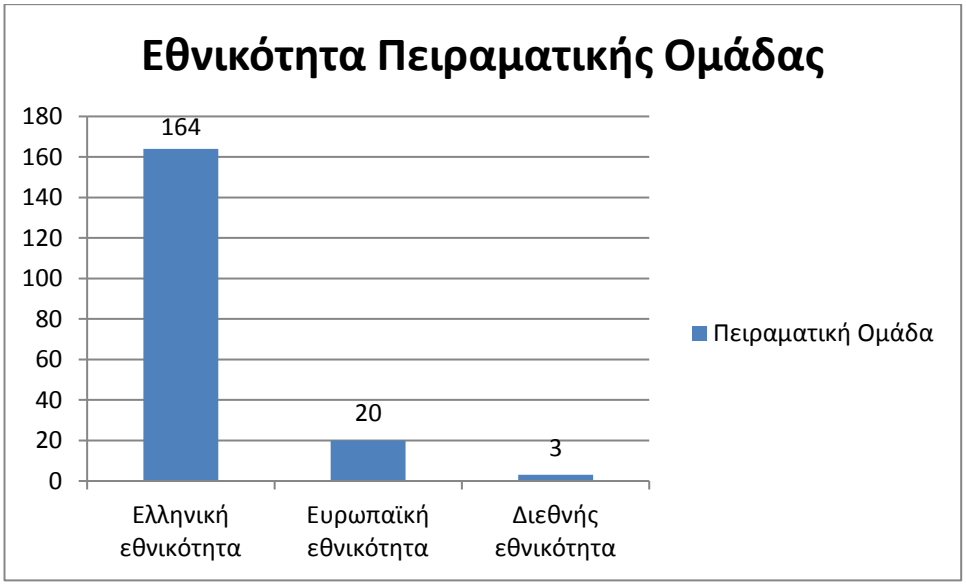


Γράφημα 7.2.5. Φύλο μαθητών Πειραματικής Ομάδας ανά σχολική μονάδα

Η εθνικότητα των μαθητών της Πειραματικής Ομάδας είναι: 164 μαθητές είχαν Ελληνική, 20 μαθητές είχαν Ευρωπαϊκή και 3 είχαν διεθνή εθνικότητα.

Εθνικότητα	Πειραματική Ομάδα
Ελληνική εθνικότητα	164
Ευρωπαϊκή εθνικότητα	20
Διεθνής εθνικότητα	3

Πίνακας 7.2.6. Εθνικότητα μαθητών Πειραματικής Ομάδας

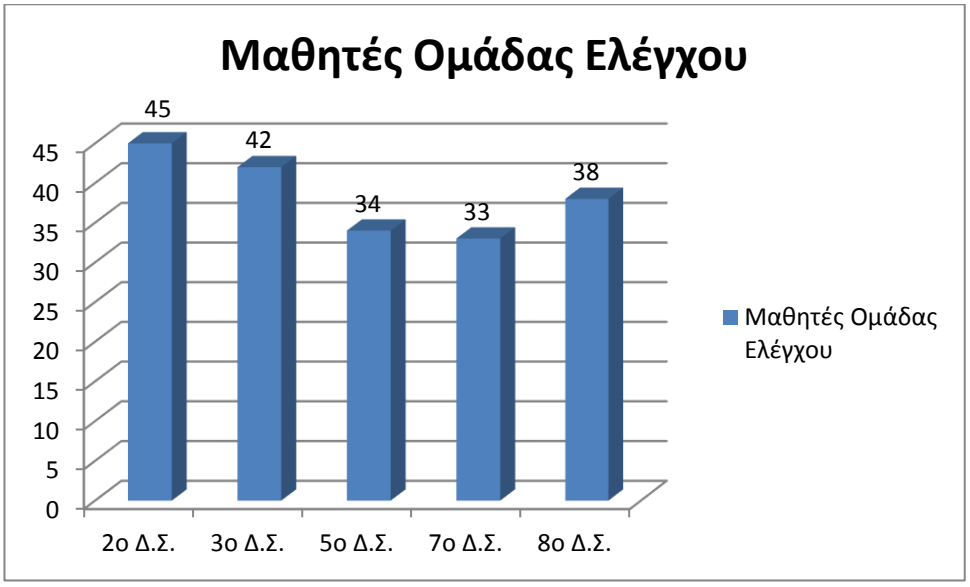


Γράφημα 7.2.6. Εθνικότητα μαθητών Πειραματικής Ομάδας

Οι μαθητές της Ομάδας Ελέγχου αναλυτικά ανά σχολική μονάδα είναι: το 2ο Δ.Σ. αποτελείται από 45 μαθητές, το 3ο Δ.Σ. αποτελείται από 42 μαθητές, το 5ο Δ.Σ. αποτελείται από 34 μαθητές, το 7ο Δ.Σ. αποτελείται από 33 μαθητές, το 8ο Δ.Σ. αποτελείται από 38 μαθητές.

Δημοτικά Σχολεία	Μαθητές Ομάδας Ελέγχου
2ο Δ.Σ.	45
3ο Δ.Σ.	42
5ο Δ.Σ.	34
7ο Δ.Σ.	33
8ο Δ.Σ.	38

Πίνακας 7.2.7. Μαθητές Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα

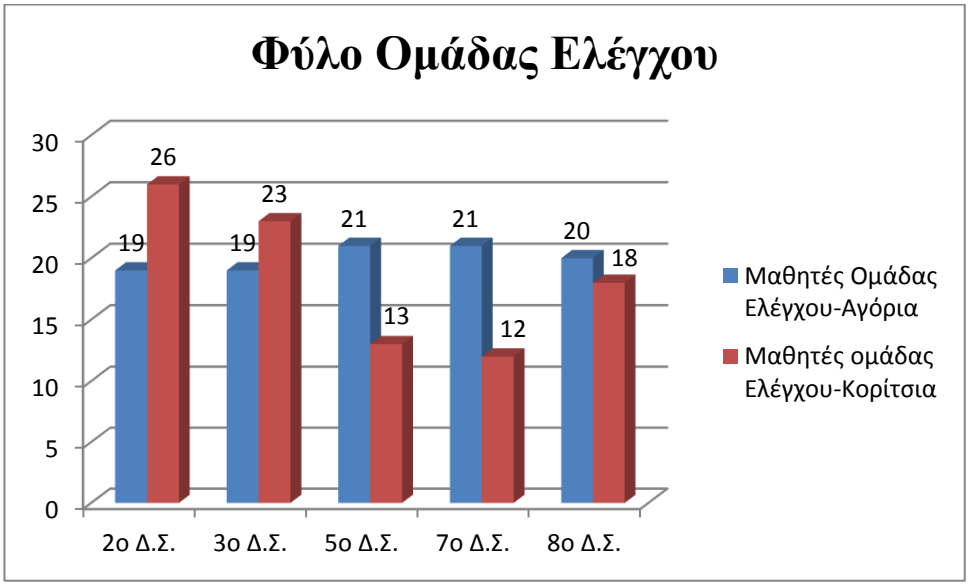


Γράφημα 7.2.7. Μαθητές Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα

Το φύλο των μαθητών της Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα είναι: το 2ο Δ.Σ. αποτελείται από 19 αγόρια και 26 κορίτσια, το 3ο Δ.Σ. αποτελείται από 19 αγόρια και 23 κορίτσια, το 5ο Δ.Σ. αποτελείται από 21 αγόρια και 13 κορίτσια, το 7ο Δ.Σ. αποτελείται από 21 αγόρια και 12 κορίτσια, το 8ο Δ.Σ. αποτελείται από 20 αγόρια και 18 κορίτσια.

	Μαθητές Ομάδας Ελέγχου	
Δημοτικά Σχολεία	Αγόρια	Κορίτσια
2ο Δ.Σ.	19	26
3ο Δ.Σ.	19	23
5ο Δ.Σ.	21	13
7ο Δ.Σ.	21	12
8ο Δ.Σ.	20	18

Πίνακας 7.2.8. Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα

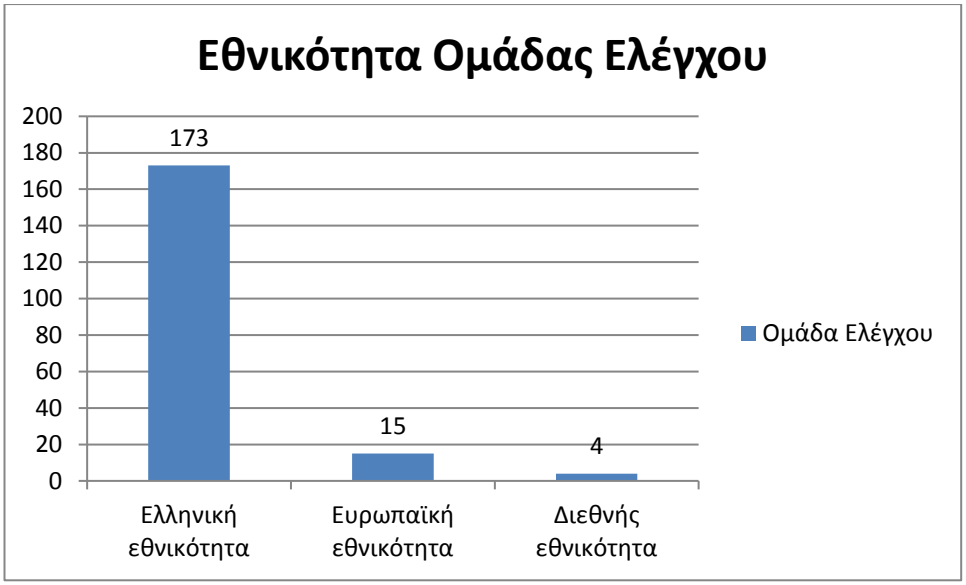


Γράφημα 7.2.8. Φύλο μαθητών Ομάδας Ελέγχου ανά σχολική μονάδα

Η εθνικότητα των μαθητών της Ομάδας Ελέγχου είναι: 173 μαθητές είχαν Ελληνική, 15 μαθητές είχαν Ευρωπαϊκή και 4 είχαν διεθνή εθνικότητα.

Εθνικότητα	Ομάδα Ελέγχου
Ελληνική εθνικότητα	173
Ευρωπαϊκή εθνικότητα	15
Διεθνής εθνικότητα	4

Πίνακας 7.2.9. Εθνικότητα μαθητών Ομάδας Ελέγχου



Γράφημα 7.2.9. Εθνικότητα μαθητών Ομάδας Ελέγχου

1) καταγράφηκαν προ-μετρήσεις (pre-tests) από όλο το δείγμα με τη χρησιμοποίηση του ερωτηματολογίου ΤΕΜΑ-3, για τον προσδιορισμό του επιπέδου γενικής γνώσης αριθμών του κάθε μαθητή,
2) διδάχθηκε η πειραματική ομάδα τις ενότητες της πρόσθεσης και αφαίρεσης σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών και με τη συμβολή των Τ.Π.Ε., ενώ η ομάδα ελέγχου με την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας,
3) καταγράφτηκαν μετά-μετρήσεις (post-tests) από όλο το δείγμα με τη χρησιμοποίηση του ερωτηματολογίου ΤΕΜΑ-3, με σκοπό τον καθορισμό της βελτίωσης, δηλαδή της διαφοράς της προ-μέτρησης από τη μετά-μέτρηση του κάθε μαθητή,
4) επιλέχθηκε και πραγματοποιήθηκε ένα είδος στατιστικής ανάλυσης για την εξαγωγή αποτελεσμάτων, έγινε έλεγχος των ερευνητικών υποθέσεων και
5) τέλος, αξιολογήθηκαν τα αποτελέσματα με σκοπό την εξαγωγή πορισμάτων και εντοπίσθηκαν τα σημεία, στα οποία μπορούν να βασιστούν μελλοντικές προεκτάσεις της έρευνας.

Η βασική καινοτομία της παραπάνω ερευνητικής προσέγγισης είναι, η δημιουργία και η χρησιμοποίηση εκπαιδευτικού λογισμικού για τη βοήθεια της

διδασκαλίας της πρόσθεσης και της αφαίρεσης σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών.

Η παρούσα πειραματική έρευνα που θα αναπτύξουμε αναλυτικά στη συνέχεια, αποτελεί μια συστηματική ερευνητική προσέγγιση και τα αποτελέσματά της είναι χρήσιμα για την προσέγγιση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης των αριθμών από το 1 έως το 10 με τη χρήση των Τ.Π.Ε.

7.3. Στρατηγική συγκρότησης του δείγματος

Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν μαθητές της Α΄ τάξης Δημοτικών Σχολείων της ευρύτερης περιοχής του νομού Αττικής. Ο προσδιορισμός του δείγματος δηλώνει, ότι ο πληθυσμός που αναφερόμαστε είναι μαθητές της Α΄ τάξης των Δημοτικών Σχολείων διαφόρων δήμων της Αττικής.

Το μέγεθος του δείγματος αποτέλεσε 379 μαθητές Α΄ τάξης των Δημοτικών Σχολείων που έχουν προαναφερθεί. Θεωρήσαμε ότι ένα τέτοιο μέγεθος δείγματος θα μας βοηθούσε στην αποφυγή σφαλμάτων της έρευνας.

Ο βασικός παράγοντας στην επιλογή των Δημοτικών Σχολείων ήταν οι σχέσεις συνεργασίας ανάμεσα στην ομάδα έρευνας και τους εκπαιδευτικούς. Κάποια από τα Δημοτικά Σχολεία που επιλέχθηκαν, έχουν συνεργασία με το Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Αθηνών και οι εκπαιδευτικοί τους έχουν πρότερη εμπειρία στη διεξαγωγή έρευνας και συνεργασίας με μέλη εκτός του συλλόγου διδασκόντων. Επίσης, απαιτείται και συνεργασία κατά τη «συνδιδασκαλία» του εκπαιδευτικού με τον ερευνητή στο εργαστήριο πληροφορικής, για τη διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών και με τη χρήση των Τ.Π.Ε..

Για πρακτικούς λόγους δόθηκε προτεραιότητα στο να βρεθούν σχολεία με εργαστήρια Πληροφορικής, που θα πληρούν τις τεχνικές προϋποθέσεις έτσι, ώστε να λειτουργεί το εκπαιδευτικό λογισμικό της έρευνας, με διαδραστικούς πίνακες και βιντεοπροβολείς.

7.4. Καθορισμός της πειραματικής ομάδας και της ομάδας ελέγχου

Μετά τον καθορισμό του δείγματος, ακολουθεί ο χωρισμός του σε δύο ομάδες με τη διαδικασία της τυχαίας δειγματοληψίας (Παρασκευόπουλος,1993), δηλαδή η επιλογή με κλήρωση, η οποία θα καταδείξει ποια σχολεία θα αποτελέσουν την πειραματική ομάδα και ποια την ομάδα ελέγχου. Θεωρήσαμε ότι η συγκεκριμένη επιλογή δεν αλλοιώνει την εσωτερική εγκυρότητα της έρευνας, αφού και τα δέκα Δημοτικά Σχολεία έχουν περίπου τον ίδιο αριθμό μαθητών και προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό.

Για το λόγο αυτό, δε διαχωρίσαμε σε πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου τα δυο τμήματα της Α΄ τάξης του κάθε σχολείου για την αποφυγή της δημιουργίας ενός «τρίτου» παράγοντα. Κατά τη διάρκεια της έρευνας πραγματοποιήσαμε επιπλέον ελέγχους για να αποδείξουμε, ότι οι δύο ομάδες είναι ισότιμες ως προς τα περισσότερα από τα χαρακτηριστικά των μελών τους.

Η πρώτη ομάδα που αποτελείται από τα Σχολεία: 1^{ο} Δ.Σ., 4^{ο} Δ.Σ., 6^{ο} Δ.Σ., 9^{ο} Δ.Σ., 10^{ο} Δ.Σ. ονομάζεται πειραματική ομάδα (Π.Ο.), ενώ η δεύτερη που απαρτίζεται από τα Σχολεία: 2^{ο} Δ.Σ., 3^{ο} Δ.Σ., 5^{ο} Δ.Σ., 7^{ο} Δ.Σ., 8^{ο} Δ.Σ. καλείται ομάδα ελέγχου (Ο.Ε.). Στην πειραματική ομάδα εφαρμόσαμε τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών στη διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με τη χρήση των Τ.Π.Ε.. Αντίθετα, η ομάδα ελέγχου διδάχτηκε την πρόσθεση και την αφαίρεση με την παραδοσιακή μέθοδο.

Επιπλέον, στη διάρκεια της έρευνας πραγματοποιήσαμε πρόσθετους ελέγχους για να αποδείξουμε, ότι η αλλαγή της επίδοσης των μαθητών της πειραματικής ομάδας στην πρόσθεση και στην αφαίρεση οφείλεται στη χρήση της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών κατά κύριο λόγο και όχι στην προσωπικότητα του εκάστοτε εκπαιδευτικού. Με αυτό τον τρόπο η πειραματική ομάδα και η ομάδα ελέγχου έχουν εξισωθεί (Παρασκευόπουλος, 1993) ως προς άλλους «τρίτους» παράγοντες.

7.5. Ανάπτυξη και αξιολόγηση ερευνητικών εργαλείων

Τα ερευνητικά εργαλεία της έρευνας είναι: ερωτηματολόγια, για τον προσδιορισμό της επίδοσης των μαθητών, ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση

αριθμών από το 1 έως το 10, φύλλα εργασιών και δραστηριότητες με εκπαιδευτικό λογισμικό, εποπτικά μέσα διδασκαλίας και χειραπτικά εργαλεία.

Ο σχεδιασμός και η διαμόρφωσή τους έγινε από την ερευνητική ομάδα με βάση τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Επίσης, έγιναν κάποιες παρατηρήσεις από «ενεργούς» εκπαιδευτικούς της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης.

7.5.1. Περιγραφή του τεστ αξιολόγησης TEMA-3

Το επόμενο βήμα μετά το χωρισμό του δείγματος σε πειραματική ομάδα και ομάδα ελέγχου ήταν να μετρηθεί το επίπεδο της γνώσης των μαθητών στην πρόσθεση και στην αφαίρεση. Για το σκοπό αυτό κατασκευάσαμε ερωτηματολόγια τροποποιώντας τη δομή των ερωτήσεων του TEMA-3 που προσδιόριζαν το επίπεδο γνώσεων των μαθητών.

Το TEMA (Ginsburg&Baroody,1983) χρησιμοποίησε μοντέρνες αναπτυξιακές και εκπαιδευτικές έρευνες και θεωρίες για να καλύψει το κενό στην αξιολόγηση της μαθηματικής γνώσης μικρής ηλικίας παιδιών. Σχεδιάστηκε για να χρησιμοποιείται από παιδιά ηλικίας 4 ετών και 0 μηνών έως 8 ετών και 11 μηνών. Η δομή του TEMA αποτελούνταν από 50 ερωτήματα. Σχεδόν όλα δημιουργήθηκαν από ερευνητικές μελέτες, τις οποίες είχαν διεξάγει οι συγγραφείς και άλλοι ερευνητές με σκοπό να εξετάσουν την άτυπη και τυπική μαθηματική γνώση των παιδιών.

Το TEMA μέτρησε τρεις εκφάνσεις των άτυπων Μαθηματικών: την αντίληψη σχετικών μεγεθών, την αρίθμηση και τον υπολογισμό. Επίσης μέτρησε τέσσερις εκφάνσεις των τυπικών Μαθηματικών: τη συμβατική γνώση, τα αριθμητικά δεδομένα, τον υπολογισμό και την αντίληψη των μαθητών για τους αριθμούς από το 1 έως το 10.

Το αποτέλεσμα του τεστ είναι μια συνολική βαθμολογία, ένα μαθηματικό αποτέλεσμα, το οποίο κατατάσσει σε βαθμίδες τη συνολική απόδοση του κάθε παιδιού σε σχέση με τους συμμαθητές του. Επίσης, παρείχε στον εξεταστή την ευκαιρία να εξετάσει την απόδοση μαθηματικών αντικειμένων, που έχουν σκοπό να μετρήσουν διαφορετικές εκφάνσεις της άτυπης και τυπικής μαθηματικής σκέψης. Μια τέτοια διαγνωστική ανάλυση του κάθε παιδιού είναι χρήσιμη στο να εντοπιστούν οι δυνατότητες και οι αδυναμίες του κάθε παιδιού.

Εξαιτίας κάποιων αδυναμιών στα τεχνικά χαρακτηριστικά του οι συγγραφείς κατασκεύασαν τη δεύτερη έκδοση του τεστ, το TEMA-2 (Ginsburg & Baroody,1990), το οποίο περιλάμβανε αρκετές προσθήκες και βελτιώσεις. Πρώτα χρησιμοποίησαν ένα μεγαλύτερο δείγμα και σχεδίασαν το τεστ, έτσι ώστε να παρέχει μια πιο ακριβή εικόνα των σημαντικών δημογραφικών χαρακτηριστικών του πληθυσμού. Δεύτερον προστέθηκαν ερωτήματα κατάλληλα για τον έλεγχο των παιδιών 3 και 4 ετών.

Τρίτον, δημιουργήθηκε ο ανιχνευτικός μηχανισμός αξιολόγησης και ένα εγχειρίδιο διδακτικών δραστηριοτήτων (Ginsburg, 1990) το οποίο περιλάμβανε ειδικές επιπλέον ερωτήσεις και δραστηριότητες, που δίνονταν σε μεμονωμένα παιδιά μετά τη διεξαγωγή του TEMA-2. Ο ανιχνευτικός μηχανισμός αξιολόγησης, ο οποίος εστιάζει σε καταλυτικά μαθηματικά αντικείμενα, στα οποία τα παιδιά αντιμετωπίζουν δυσκολία, σχεδιάστηκε για να βοηθήσει τον ερευνητή να αποκτήσει μια πιο έντονη επίγνωση των στρατηγικών και αντιλήψεων των παιδιών, καθώς επίσης να παράσχει πιο λεπτομερείς και πρακτικώς χρήσιμες προτάσεις σχεδιασμένες να βοηθήσουν μεμονωμένα παιδιά, ώστε να προσπελάσουν τις μαθηματικές τους δυσκολίες.

Συνοψίζοντας το TEMA-2 έκανε σπουδαίες βελτιώσεις σε σχέση με τον προκάτοχό του TEMA βελτιώνοντας τεχνικά χαρακτηριστικά, όπως εσωτερική συνοχή.

Από τη δημιουργία τους το TEMA και το TEMA-2 έχουν χρησιμοποιηθεί ευρέως από επαγγελματίες στον τομέα της Εκπαίδευσης και της Ψυχολογίας. Παρόλα αυτά έγινε σαφές ότι χρειάζονταν περαιτέρω βελτιώσεις σε κάποια τεχνικά χαρακτηριστικά του τεστ.

Η τρίτη έκδοση, το TEMA-3 προσφέρει μια σειρά από προσθήκες και σημαντικές αλλαγές. Το περιεχόμενο του τεστ έχει πλέον επεκταθεί και τα ερωτήματα έχουν σημαντικά βελτιωθεί. Για παράδειγμα, έχουν προστεθεί δυο μη λεκτικές δραστηριότητες, επίσης προστέθηκαν δραστηριότητες που μετρούν τη θεμελιώδη αντίληψη του μέρους και του όλου, την αντίληψη της ίσης κατανομής και τη συμβολική προσθετική μερισμού. Ακόμη προστέθηκαν αριθμητικοί συνδυασμοί που αφορούν τους αριθμούς από το 1 έως το 5 και νοερή πρόσθεση και αφαίρεση του 10.

Έγινε προσπάθεια να παρέχεται μια πιο εξειδικευμένη αξιολόγηση της γνώσης των χαρακτηριστικών βασικών αριθμών και τέλος χρησιμοποιήθηκε

ανατροφοδότηση από επαγγελματίες, οι οποίοι είχαν χρησιμοποιήσει το TEMA-2 για να γίνουν πιο ξεκάθαρες οι οδηγίες για τη διαχείριση και τη βαθμολογία των ερωτήσεων. Αυτή η αλλαγή βελτίωσε την αξιοπιστία και την εγκυρότητα των ερωτήσεων κάνοντας το τεστ ευκολότερο στη χρήση.

Βελτιώθηκε η χρηστικότητα του τεστ συμπεριλαμβάνοντας εναλλακτικές μορφές (μορφή Α και μορφή Β). Για παράδειγμα η μορφή Α μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην εδραίωση μιας βάσης (προ-μέτρηση) και η μορφή Β ως ένα ακόλουθο τεστ (μετά-μέτρηση μετά από διδακτική παρέμβαση). Εάν τα συγκεκριμένα ερωτήματα της μορφής Β δε συμπεριλαμβάνονται στη διδακτική παρέμβαση, τότε αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως γενίκευση σε παρόμοια αλλά μη διδαχθέντα αντικείμενα.

Επιπροσθέτως έχει βελτιωθεί η ευκολία της χρήσης του τεστ και των αναφερόμενων αποτελεσμάτων και τέλος βελτιώθηκαν σημαντικά οι τεχνικές εκφάνσεις του τεστ.

Όσον αφορά την περιγραφή του TEMA-3, αυτό περιλαμβάνει το εγχειρίδιο χρήσης του ερευνητή, βιβλία με εικόνες για τη μορφή Α και τη μορφή Β, δυο μικρά βιβλία για την καταγραφή βαθμολόγησης για τη μορφή Α και τη μορφή Β, βιβλία εξάσκησης και τέλος το εγχειρίδιο για τον ανιχνευτικό μηχανισμό αξιολόγησης και διδακτικών δραστηριοτήτων.

Τα αποτελέσματα από το TEMA-3 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιτύχει ο ερευνητής αρκετούς σημαντικούς σκοπούς. Οι κύριοι σκοποί του TEMA-3 είναι:

i) Να αναγνωρίσει εκείνα τα παιδιά τα οποία σε σχέση με τους συμμαθητές τους είναι σε πλεονεκτικότερη ή μειονεκτικότερη θέση στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης.
ii) Να αναγνωρίσει σημαντικές δυνατότητες και αδυναμίες στη μαθηματική σκέψη.
iii) Να προτείνει εξατομικευμένες διδακτικές πρακτικές.
iv) Να καταγράφει την πρόοδο των παιδιών στη μάθηση των αριθμών.
v) Να χρησιμοποιείται ως ένα μέτρο στη διεξαγωγή ερευνητικών προγραμμάτων.

Τα ερωτηματολόγια χωρίστηκαν όπως ήδη αναφέρθηκε σε αρχικές δοκιμασίες (pre-test) και τελικές δοκιμασίες (post-test), που δημιουργήθηκαν βασιζόμενα στα εξής επίπεδα επηρεασμένα από τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών:

- Μηδενικό επίπεδο (Level 0)
- Πρώτο επίπεδο (Level 1)
- Δεύτερο επίπεδο (Level 2)
- Τρίτο επίπεδο (Level 3)

Στο κάθε επίπεδο αντιστοιχεί ένας συγκεκριμένος αριθμός ερωτήσεων του ερωτηματολογίου. Θεωρήσαμε αναγκαίο για να μπορεί να γίνει η σύγκριση της απόδοσης των μαθητών «πριν» και «μετά» την πειραματική διδασκαλία, να δοθούν τα ίδια ερωτηματολόγια με τον ίδιο αριθμό ερωτήσεων και στις δύο ομάδες.

Το τεστ αξιολογεί τέσσερις κατηγορίες γνωρισμάτων που αφορούν τα άτυπα Μαθηματικά:

i) Ικανότητες αρίθμησης.
ii) Ευχέρεια στη σύγκριση των αριθμών.
iii) Ικανότητες υπολογισμού.
iv) Κατανόηση των εννοιών.

Από την άλλη το τεστ αξιολογεί και τέσσερις κατηγορίες γνωρισμάτων που αφορούν τα τυπικά Μαθηματικά, αλλά μοιάζουν με αυτές των άτυπων:

i) Ευχέρεια στη γραφή των αριθμών.
ii) Γνώση αριθμητικών πράξεων.
iii) Ικανότητες υπολογισμού.
iv) Κατανόηση των εννοιών.

Οι 46 ερωτήσεις του ερωτηματολογίου ασχολούνται επίσης με τις εξής διδακτικές ενότητες, που περιλαμβάνονται στη ύλη της Α΄ Δημοτικού:

i) Αθροίσματα μέχρι το 10-Αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης (κεφάλαιο 18^{ο})
ii) Οι τακτικοί αριθμοί-τα διπλά αθροίσματα (κεφάλαιο 19^{ο})
iii) Τα νομίσματα μέχρι το 10 (κεφάλαιο 20^{ο})

iv) Προσθετική ανάλυση αριθμών από το 6 μέχρι το 10 (κεφάλαιο 21ο)

v) Αφαίρεση με αφαιρετέο με μικρό αριθμό (κεφάλαιο 28ο)

vi) Διάκριση των συμβόλων (+) και του (-) (κεφάλαιο 29ο)

vii) Αφαίρεση με αφαιρετέο μεγάλο αριθμό (κεφάλαιο 30ο)

viii) Το συμπλήρωμα (κεφάλαιο 31ο)

Αναφορικά με τη δομή του ερωτηματολογίου, οι πρώτες ερωτήσεις αφορούσαν το μηδενικό επίπεδο και οι τελευταίες το τρίτο επίπεδο. Οι ενδιάμεσες ερωτήσεις αντιστοιχούσαν στο μηδενικό, στο πρώτο αλλά και στο δεύτερο επίπεδο χωρίς να υπάρχει ένα αυξανόμενο επίπεδο δυσκολίας, έτσι ώστε οι αδύναμοι μαθητές φτάνοντας σε κάποιο δύσκολο επίπεδο να παρατήσουν την προσπάθεια τους και να μην ολοκληρώσουν το ερωτηματολόγιο.

Το ΤΕΜΑ-3 δεν είναι ένα χρονομετρημένο τεστ και για αυτό το λόγο δεν τίθενται συγκεκριμένα χρονικά περιθώρια μέσα στα οποία τα παιδιά θα συμπληρώσουν το ερωτηματολόγιο. Έτσι τους δόθηκε επαρκής χρόνος για να συμπληρώσουν τις ερωτήσεις. Στις περιπτώσεις που ένα παιδί απέτυχε να απαντήσει σε κάποιο ερώτημα ελλείψει γνώσεων, το ερώτημα βαθμολογήθηκε ως λανθασμένο.

Στην περίπτωση που κάποιο παιδί χρειαζόταν περισσότερο χρόνο, του δόθηκε. Ο ερευνητής βασίστηκε στη δική του κρίση για να αντιμετωπίσει τυχόν τεχνικά προβλήματα που αφορούσαν την ομαλή διεξαγωγή συμπλήρωσης του ερωτηματολογίου.

Ακολουθώντας τις οδηγίες των συγγραφέων του ΤΕΜΑ-3 και σε συνεργασία με εκπαιδευτικό δόθηκε πειραματικά σε 4 μαθητές το ερωτηματολόγιο με σκοπό να εντοπίσουμε τυχόν παραλείψεις σε τεχνικά χαρακτηριστικά, να χρονομετρήσουμε τη διεξαγωγή του και να βεβαιωθούμε ότι το ερωτηματολόγιο θα είναι κατάλληλο και φιλικό στη χρήση και για τους 379 μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα.

Επίσης, δόθηκε προσοχή στη γενική παρουσίαση των ερωτηματολογίων, δηλαδή τα σχήματα, την ευκρίνεια των γραμμάτων και τον οπτικό διαχωρισμό των ερωτημάτων. Το ερωτηματολόγιο παρουσιάζεται στο παράρτημα και ενδεικτικά παρουσιάζουμε μέρος του.

7.5.2. Εργαλεία ανάπτυξης της πειραματικής διδασκαλίας

Πριν από την πειραματική διδασκαλία δόθηκαν πληροφορίες στους εκπαιδευτικούς των τμημάτων για τον τρόπο, με τον οποίο θα γινόταν η διδασκαλία σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών.

Έγιναν συζητήσεις και δόθηκαν παραδείγματα, που αφορούσαν τα επίπεδα της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών και έτσι αποφασίστηκε μια κοινή μέθοδος διδασκαλίας στα τμήματα της πειραματικής ομάδας.

Σε συνδυασμό με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών λάβαμε υπόψη και τους σκοπούς της διδασκαλίας του μαθήματος που αναφέρονται στο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) Μαθηματικών του Υπουργείου Παιδείας. Σύμφωνα με αυτό: Ο σκοπός της διδασκαλίας των Μαθηματικών εντάσσεται στους γενικότερους σκοπούς της Εκπαίδευσης και αφορά τη συμβολή στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή και την επιτυχή κοινωνική ένταξή του, εφόσον τα Μαθηματικά ασκούν τον μαθητή στη μεθοδική σκέψη, στην ανάλυση, στην αφαίρεση, στη γενίκευση, στην εφαρμογή, στην κριτική και στις λογικές διεργασίες και τον διδάσκουν να διατυπώνει τα διανοήματά του με τάξη, σαφήνεια, λιτότητα και ακρίβεια. Αναπτύσσουν την παρατηρητικότητα, την προσοχή, τη δύναμη αυτοσυγκέντρωσης, την επιμονή, την πρωτοβουλία, τη δημιουργική φαντασία, την ελεύθερη σκέψη, καλλιεργούν την αίσθηση της αρμονίας, της τάξης και του ωραίου και διεγείρουν το κριτικό πνεύμα.

Είναι απαραίτητα στην καθημερινή ζωή και ιδιαίτερα στο χώρο εργασίας αλλά και για την ανάπτυξη και εξέλιξη των άλλων επιστημών και ιδιαίτερα της Τεχνολογίας, της Οικονομίας και των Κοινωνικών Επιστημών.

Επίσης σύμφωνα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών (Α.Π.Σ.) οι ειδικοί σκοποί του μαθήματος είναι:

i) η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων.
ii) η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσου επικοινωνίας.
iii) η κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων.
iv) η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία.
v) η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων.
vi) η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών.

vii) η ανάδειξη της δυναμικής διάστασης της μαθηματικής επιστήμης (ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών εργαλείων, συμβόλων και εννοιών).

viii) η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά.

Αναφορικά με τους στόχους του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών, οι μαθητές επιδιώκεται:

i) να ενεργοποιούν τις υπάρχουσες γνώσεις
ii) να πραγματοποιούν δοκιμές και επαληθεύσεις
iii) να κάνουν συγκρίσεις μεταξύ των συλλογών διακριτών αντικειμένων με στόχο τη χρήση αριθμητικών (απαρίθμηση) ή μη αριθμητικών (αντιστοίχιση ένα προς ένα) διαδικασιών
iv) να γράφουν τα αριθμητικά σύμβολα (0-10)
v) να απαγγέλλουν προφορικά 2-2 την ακολουθία των αριθμών μέχρι το 10
vi) να απαγγέλλουν προφορικά 1-1 την ακολουθία των αριθμών μέχρι το 10
vii) να απαριθμούν συλλογές αντικειμένων που περιέχουν μέχρι 10 αντικείμενα
viii) να διαβάζουν τα αριθμητικά σύμβολα
ix) να απαγγέλλουν προφορικά αντίστροφα από 1-1 μέχρι το 10
x) να βρίσκουν τον προηγούμενο και τον επόμενο ενός αριθμού σε αριθμούς μέχρι το 10
xi) να αναγνωρίζουν γρήγορα ποσότητες με δομημένη μορφή ενός, δύο και τριών στοιχείων (άμεση εκτίμηση)
xii) να αναλύουν σε αθροίσματα τους αριθμούς μέχρι το 5
xiii) να υπολογίζουν αθροίσματα μέχρι το 5
xiv) να λύνουν προβλήματα πρόσθεσης και να κάνουν χρήση των συμβόλων (+) και (=)
xv) να αναπαριστάνουν με ποσότητες και να αναλύουν τους αριθμούς από το 6 μέχρι το 10 με βάση την πεντάδα και τα διπλά (ν + ν)
xvi) να αναγνωρίζουν, να διαβάζουν και να γράφουν τα αριθμητικά σύμβολα μέχρι το 20
xvii) να επαληθεύουν αποτελέσματα της πράξης της πρόσθεσης με την αφαίρεση και της αφαίρεσης με την πρόσθεση
xviii) να μετρούν προφορικά 5-5 και 10-10 μέχρι το 20
xix) να συγκρίνουν αριθμούς μεταξύ τους και να χρησιμοποιούν τα κατάλληλα σύμβολα

xx) να κάνουν προσθέσεις με αριθμούς μέχρι το 10, χρησιμοποιώντας τα διπλά και την πεντάδα

xxi) να χρησιμοποιούν εναλλακτικούς τρόπους υπολογισμών, μέσα από τους οποίους να αναδεικνύεται η αντιμεταθετική ιδιότητα

xxii) να κάνουν αφαιρέσεις και να χρησιμοποιούν το σύμβολο της αφαίρεση

Βάσει όλων των παραπάνω παραμέτρων και σε συνδυασμό με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών, η οποία αναλύθηκε λεπτομερώς στην ενότητα 3.4 σχεδιάστηκαν και ολοκληρώθηκαν τα φύλλα εργασίας, καθώς επίσης και οι δραστηριότητες του εκπαιδευτικού λογισμικού, που δόθηκαν στα τμήματα της πειραματικής ομάδας και θα γίνει πιο αναλυτικά η περιγραφή τους στις επόμενες ενότητες.

Στο σημείο αυτό αξίζει να αναφερθεί πως οι εκπαιδευτικοί των τμημάτων της πειραματικής ομάδας δεν ακολούθησαν την αλληλουχία των ενοτήτων του βιβλίου του μαθητή, εφόσον προτιμήθηκε να ακολουθηθεί η αλληλουχία που βασίζεται στη σειρά των τεσσάρων επιπέδων της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Κι έτσι τα σχέδια διδασκαλίας για την καθεμία ενότητα τροποποιήθηκαν μερικώς, ώστε να απαρτίζονται από όλα τα παραπάνω προαναφερθέντα χαρακτηριστικά.

7.5.2.1. Περιγραφή των φύλλων εργασίας

Στις συναντήσεις που πραγματοποιήθηκαν με τους εκπαιδευτικούς πριν τη διενέργεια της έρευνας συμφωνήθηκε να ακολουθηθεί το μοντέλο της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών για τα τμήματα της πειραματικής ομάδας, ενώ για τα τμήματα της ομάδας ελέγχου να ακολουθηθεί η πορεία των σχολικών εγχειριδίων. Για να μην υπάρξει μεγάλη απόκλιση στις διδασκαλίες των δυο ομάδων κατασκευάστηκαν φύλλα εργασίας για την κάθε ενότητα βασιζόμενα στο μοντέλο της θεωρίας που ακολουθήσαμε, τα οποία οι μαθητές θα συμπλήρωναν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας λειτουργώντας ομαδοσυνεργατικά.

Ο εκπαιδευτικός με την ενεργή σύμπραξη των μαθητών παρουσιάζει την κάθε νέα ενότητα και στη συνέχεια, η εκπαιδευτική διαδικασία τελείται με τη συμπλήρωση του αντίστοιχου φύλλου εργασίας. Παρακάτω παραθέτουμε κάποια από τα φύλλα εργασίας τα οποία παρουσιάζονται αναλυτικά στο Παράρτημα Β.

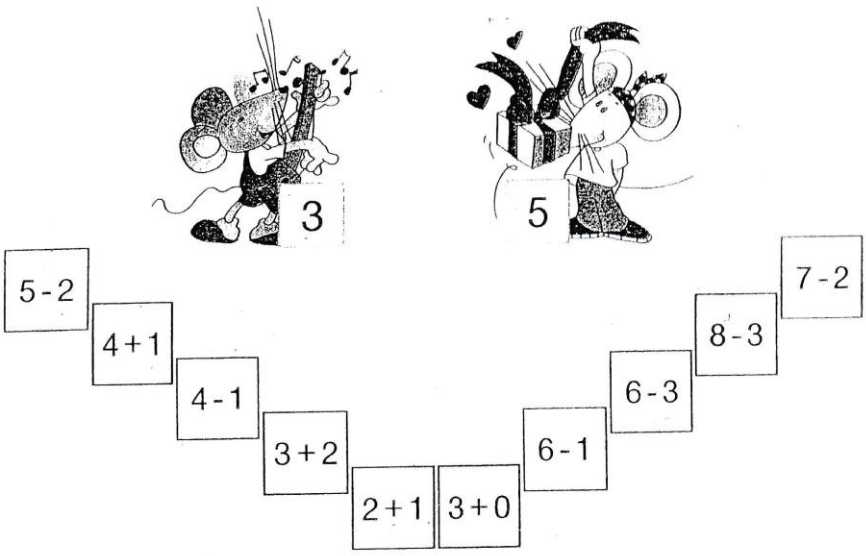
Κατά την πειραματική διδασκαλία ο εκπαιδευτικός έχει ως κύριο στόχο να ενθαρρύνει τη δραστηριοποίηση των μαθητών ώστε να μπορούν να αντιμετωπίζουν οποιεσδήποτε προβληματικές καταστάσεις. Μέσα από το συνεχή διάλογο των ομάδων δημιουργούνται πορίσματα, τα οποία μετασχηματίζονται σε μαθηματικά συμπεράσματα. Ο εκπαιδευτικός δεν είναι πλέον ο μοναδικός φορέας της γνώσης. Οργανώνει, συμβουλεύει, εμψυχώνει και απαντά σε τυχόν απορίες των μαθητών.

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 1 (Επίπεδο μηδενικό-zero level)

Εικόνα 1: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών

ΟΝΟΜΑ

Ενώνω με γραμμές τις πράξεις που αντιστοιχούν στα πονηκάκια ώστε να ταιριάζουν με τον αριθμό στο ταμπελάκι που βρίσκεται δίπλα τους.



Κυκλώνω όσα κάνουν 4.

5 + 1		3 + 1
2 + 2		3 + 3
8 - 2	4	5 - 1
6 + 0		6 - 2
1 + 3		4 + 2
9 - 3		4 + 0

Κυκλώνω όσα κάνουν 6.

5 + 1		3 + 1
2 + 2		3 + 3
8 - 2	6	5 - 1
6 + 0		6 - 2
1 + 3		4 + 2
9 - 3		4 + 0

Εικόνα 2: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών

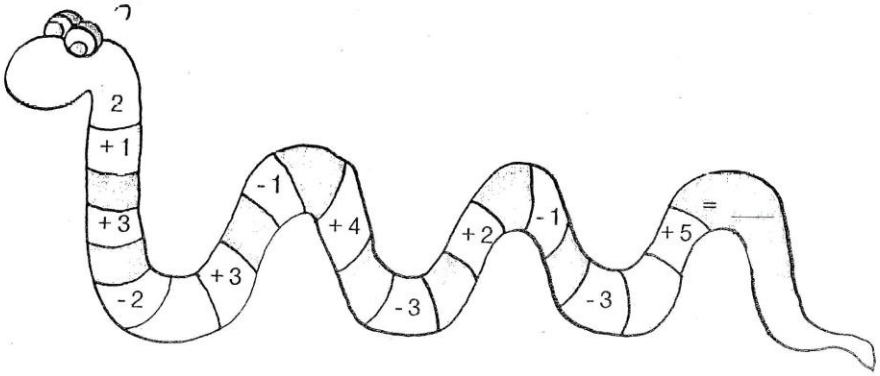
Κάνω μόνο τις προσθέσεις.

2 + 3 =	4 + 1 =	5 - 2 =	6 + 3 =
6 - 1 =	8 + 2 =	9 - 2 =	4 + 3 =
5 - 3 =	10 - 1	5 + 5 =	7 + 3 =
6 + 1 =	6 + 4 =	4 - 2 =	9 - 3 =

Κάνω μόνο τις αφαιρέσεις.

2 + 3 =	4 + 1 =	5 - 2 =	6 + 3 =
6 - 1 =	8 + 2 =	9 - 2 =	4 + 3 =
5 - 3 =	10 - 1	5 + 5 =	7 + 3 =
6 + 1 =	6 + 4 =	4 - 2 =	9 - 3 =

Προσέχω τι πράξη πρέπει να κάνω και συμπληρώνω ανάλογα τα τετράγωνα στο φιδάκι. Αν κάνω σωστά τις πράξεις, βρίσκω στο τέλος 10.



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 2 (Επίπεδο πρώτο-first level)

Εικόνα 3: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ..... ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1) Υπολογίζω το αποτέλεσμα κάθε πράξης και συμπληρώνω τα κενά.

α) 3 + 1 = ... β) 6 + 2 = ... γ) 7 – 1 = ...

δ) 8 – 3 = ... ε) 2 + 3 = ... στ) 4 – 2 = ...

2) Από κάθε πρόσθεση βρίσκω και γράφω τις δύο αφαιρέσεις.

α) 4 + 3 = 7 → 7 – 4 = ... , 7 – 3 = ...

β) 4 + 1 = 5 → ..... , ...

γ) 6 + 3 = 9 → ..... , ...

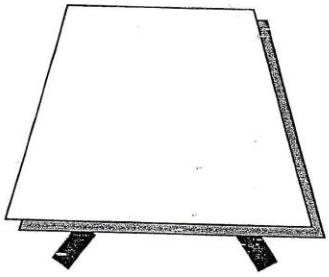
δ) 3 + 2 = 5 → ..... , ...

ε) 6 + 2 = 8 → ..... , ...

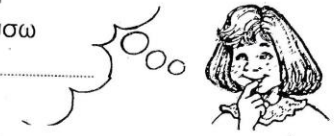
στ) 7 + 3 = 10 → ..... , ...

3) Η Μαρία είχε 8 χάντρες. Χάρισες τις 3 στη Νανά. Πόσες χάντρες της έμειναν;

Ζωγραφίζω:



Σκέφτομαι...
Για να το λύσω
θα κάνω.....



Γράφω την πράξη ○ □ ○ = ○

Απαντώ: Της **έμειναν** ____ χάντρες.

Εικόνα 4: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών

4) Βάζω το κατάλληλο σημάδι: (+) ή (-)

(5) □ (1) = (6) (2) □ (2) = (0)

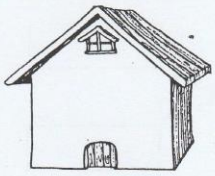
(4) □ (2) = (2) (5) □ (1) = (4)

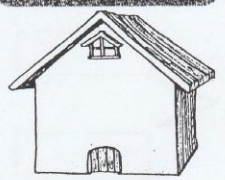
(6) □ (3) = (9) (3) □ (2) = (5)

5) Βάζω στο ένα σπιτάκι τις **προσθέσεις** (+) και στο άλλο τις **αφαιρέσεις** (-):

5+2 6-2 7+1 8-3

Προσθέσεις Αφαιρέσεις





6) Η Κατερίνα αγόρασε 6 κόκκινα και 4 λευκά τριαντάφυλλα και έφτιαξε μια ανθοδέσμη. Πόσα τραντάφυλλα είχε η ανθοδέσμη;

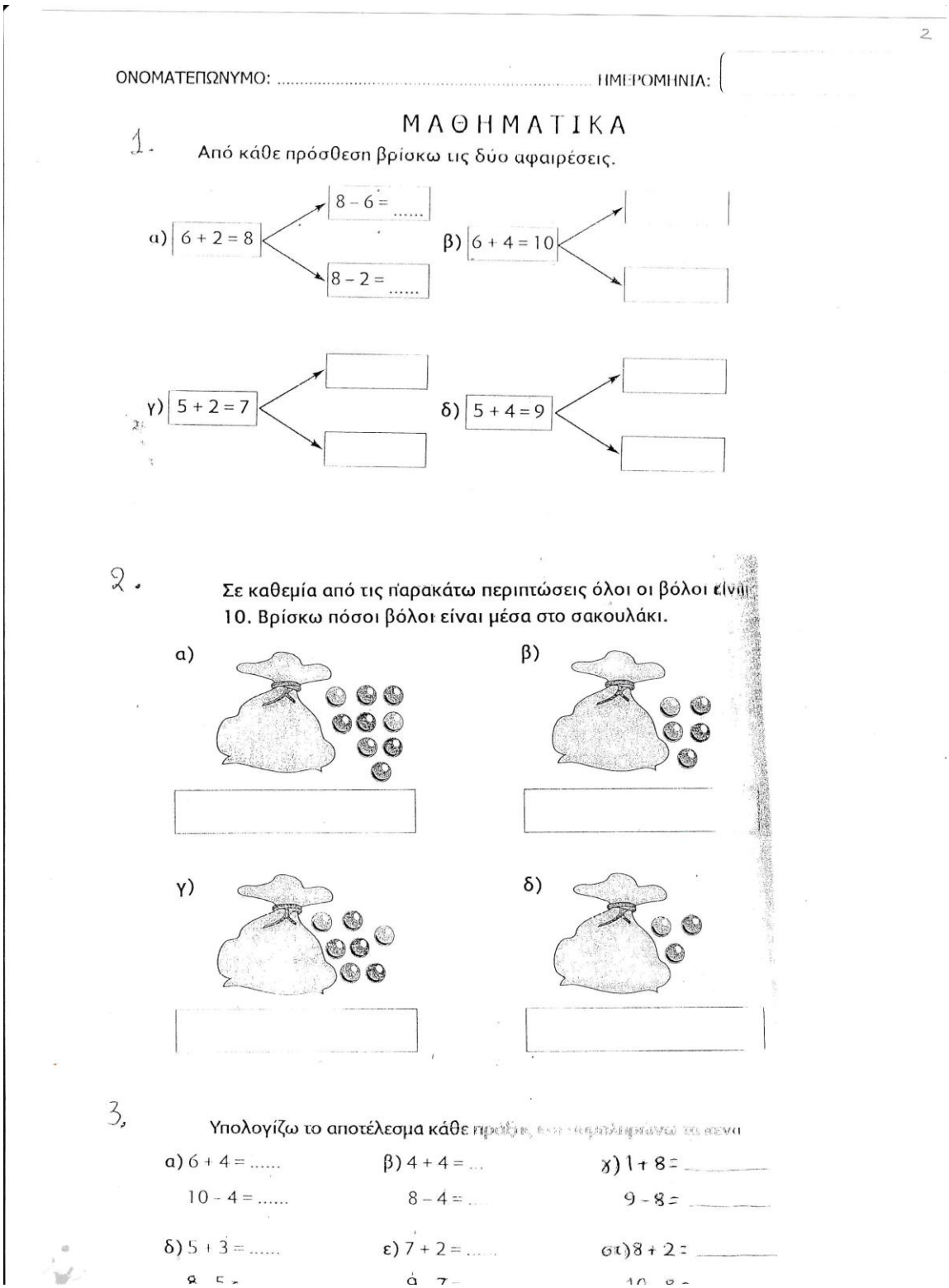
Ζωγραφίζω:

Για να λύσω το πρόβλημα θα κάνω .....

□ ○ □ = □

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3 (Επίπεδο δεύτερο-second level)

Εικόνα 5: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών



2

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ..... ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1. Από κάθε πρόσθεση βρίσκω τις δύο αφαιρέσεις.

α) 6 + 2 = 8 → 8 – 6 = ... , 8 – 2 = ...

β) 6 + 4 = 10 → ____ , ____

γ) 5 + 2 = 7 → ____ , ____

δ) 5 + 4 = 9 → ____ , ____

2. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις όλοι οι βόλοι είναι 10. Βρίσκω πόσοι βόλοι είναι μέσα στο σακουλάκι.

α) ____

β) ____

γ) ____

δ) ____

3. Υπολογίζω το αποτέλεσμα κάθε πράξης, ακολουθώντας τα ασκν

α) 6 + 4 = ...
10 – 4 = ...

β) 4 + 4 = ...
8 – 4 = ...

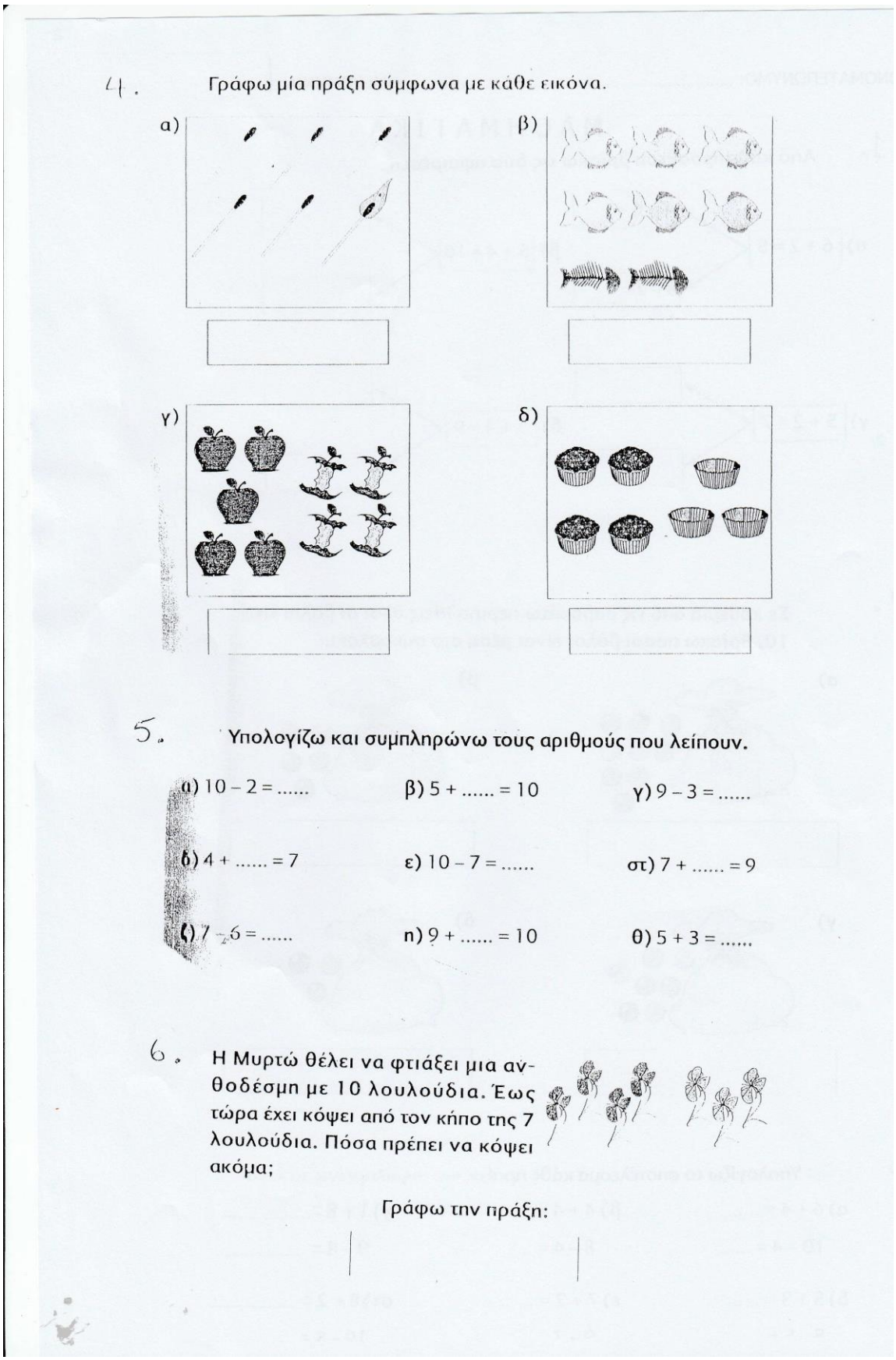
γ) 1 + 8 = ____
9 – 8 = ____

δ) 5 + 3 = ...
8 – 5 = ...

ε) 7 + 2 = ...
9 – 7 = ...

στ) 8 + 2 = ____
10 – 8 = ...

Εικόνα 6: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών



4. Γράφω μία πράξη σύμφωνα με κάθε εικόνα.

α) β)

γ) δ)

5. Υπολογίζω και συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν.

α) 10 – 2 = ... β) 5 + ... = 10 γ) 9 – 3 = ...

δ) 4 + ... = 7 ε) 10 – 7 = ... στ) 7 + ... = 9

ζ) 7 – 6 = ... η) 9 + ... = 10 θ) 5 + 3 = ...

6. Η Μυρτώ θέλει να φτιάξει μια ανθοδέσμη με 10 λουλούδια. Έως τώρα έχει κόψει από τον κήπο της 7 λουλούδια. Πόσα πρέπει να κόψει ακόμα;

Γράφω την πράξη:

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 4 (Επίπεδο τρίτο-third level)

Εικόνα 7: Φύλλο εργασίας από την πρόσθεση αριθμών

ΟΝΟΜΑ: _____ 3

2. Γράψε τους αριθμούς που είναι πριν και μετά από τους παρακάτω.

[ ] **8** [ ]	[ ] **4** [ ]	[ ] **7** [ ]	[ ] **9** [ ]

3. Σκέψου και συμπλήρωσε τους αριθμούς στα τετράγωνα.

0 + 6 = 6	0 + 7 = [ ]	3 + [ ] = 9	9 + [ ] = 10
1 + [ ] = 6	1 + [ ] = 7	4 + 5 = [ ]	8 + [ ] = 10
2 + 4 = [ ]	2 + 5 = [ ]	5 + [ ] = 9	7 + [ ] = 10
3 + [ ] = 6	3 + [ ] = 7	6 + 3 = [ ]	6 + [ ] = 10
4 + [ ] = 6	4 + 3 = [ ]	7 + [ ] = 9	5 + [ ] = 10
5 + [ ] = 6	5 + [ ] = 7	8 + 1 = [ ]	4 + [ ] = 10
6 + 0 = [ ]	6 + 1 = [ ]	9 + [ ] = 9	3 + [ ] = 10

4. Συμπλήρωσε τους πίνακες.

+	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4			6			
5						

+		
4	3	[ ]
2	1	[ ]
[ ]	[ ]	[ ]

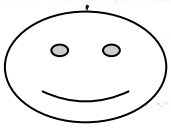
5. Σκέψου και συμπλήρωσε τους αριθμούς στα τετράγωνα.

4 + 3 + 2 = [ ]	5 + 1 + [ ] = 8	3 + [ ] + 1 = 7
6 + 1 + [ ] = 9	3 + [ ] + 2 = 7	[ ] + 1 + 2 = 9
1 + 3 + [ ] = 7	[ ] + [ ] + 7 = 10	5 + [ ] + [ ] = 8
4 + 2 + [ ] = 10	4 + [ ] + [ ] = 9	3 + [ ] + [ ] = 8

6. Στο δρόμο μέτρησα 5 αυτοκίνητα κόκκινα και 4 άσπρα. Πόσα αυτοκίνητα μέτρησα;

_____

_____



ΟΝΟΜΑ ……
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ……

Εικόνα 8: Φύλλο εργασίας από την αφαίρεση αριθμών

Σκέπτομαι και βάζω τον αριθμό που λείπει.

2 -…. = 0	5 -…. = 3	8 -….= .2
2 -…. = 1	5 -…. = 4	8 -…. = 7
3 -…. = 3	6 -…. = 5	9 -…. = 1
3 -…. = 2	6 -…. = 2	9 -…. = 3
4 -…. = 2	7 -…. = 1	10 -….= 5
4 -…. = 1	7 -…. = 6	10 -….= 4

Σκέπτομαι και βάζω τον αριθμό που λείπει.

9 -….= 2	10 -….= 6	4 -….= 3
2 -….= 1	5 -….= 2	9 -….= 6
3 -….= 1	8 -….= 4	7 -….= 2
7 -….= 5	6 -….= 5	10 -….= 3

Χρησιμοποιώ το μυαλό μου για να συμπληρώσω τις αφαιρέσεις !

7.5.2.2. Περιγραφή των δραστηριοτήτων με τη χρήση χειραπτικών εργαλείων

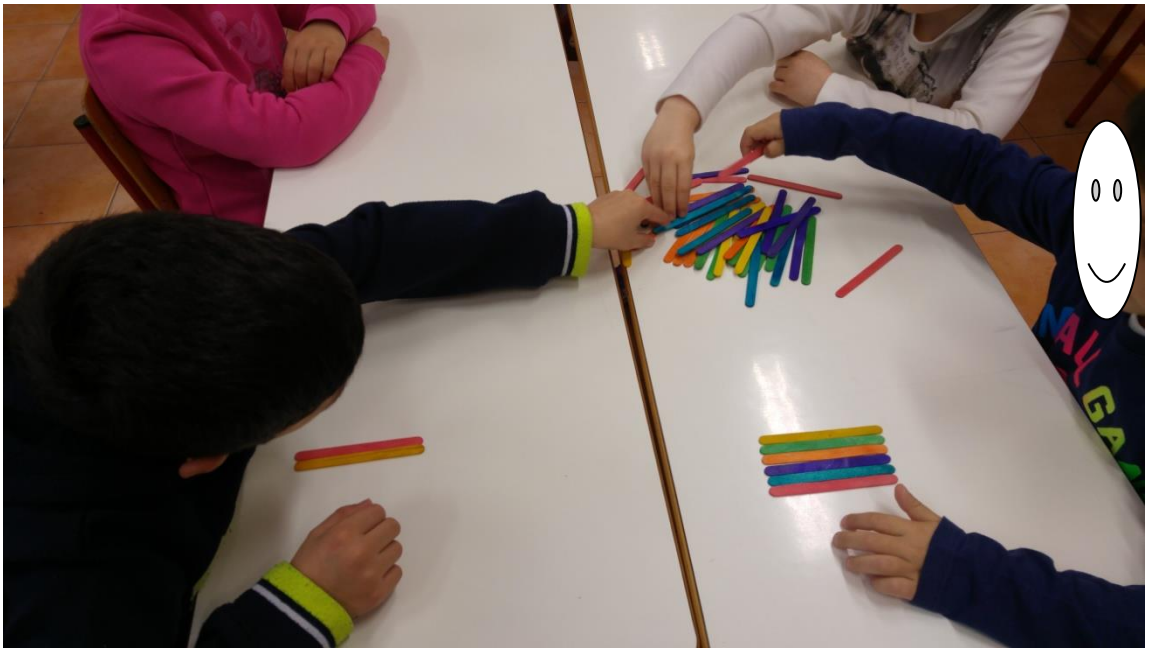
Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των νέων ενοτήτων στις πειραματικές ομάδες, εκτός από τη χρήση των φύλλων εργασίας κατασκευάσαμε και χρησιμοποιήσαμε χειραπτικά εργαλεία για τη διευκόλυνση της κατανόησης των νέων μαθηματικών εννοιών. Οι μαθητές, οι οποίοι ήταν ήδη χωρισμένοι σε μικρές ομάδες, έμαθαν παίζοντας. Η κατασκευή των συγκεκριμένων χειραπτικών εργαλείων, φωτογραφίες από
τη χρήση των οποίων θα ακολουθήσουν, βασίστηκε και αυτή στα τέσσερα επίπεδα της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Τα χειραπτικά εργαλεία ήταν ένας προάγγελος των δραστηριοτήτων με τη χρήση των Τ.Π.Ε. που θα ακολουθούσαν. Θεωρήθηκαν ως ένα μέσο ομαλής μετάβασης από τα γνώριμα φύλλα εργασίας στο εκπαιδευτικό λογισμικό.

(Επίπεδο μηδενικό-zero level)

Υλικά: Ξυλάκια

Περιγραφή: Πρώτη Δραστηριότητα: ο μαθητής μετρά από το 1 έως το 10 χρησιμοποιώντας τα ξυλάκια αρχικά ένα ένα και στη συνέχεια δύο δύο.

Δεύτερη Δραστηριότητα: ο μαθητής μετρά αντίστροφα από το 10 έως το 1 χρησιμοποιώντας τα ξυλάκια αρχικά ένα ένα και στη συνέχεια δύο δύο.



Εικόνα 7.5.2.2.1. Μέτρηση ένα-ένα από το 1-10

Εικόνα 7.5.2.2.2. Μέτρηση δύο-δύο από το 1-10

(Επίπεδο πρώτο-first level)

Υλικά: Πλαστικά φρούτα, καλάθι, τελάρο, κάρτες με αριθμούς από το 1-10.

Περιγραφή: Πρώτη Δραστηριότητα: Ζητάμε από κάθε μαθητή να πάρει από το πρώτο τελάρο 1 έως 5 φρούτα και από το δεύτερο τελάρο 1 έως 5 φρούτα και να τα βάλει στο καλάθι του. Ύστερα να δηλώσει στην τάξη πόσα φρούτα έχει τώρα στο καλάθι του (βιωματική πρόσθεση).

Δεύτερη Δραστηριότητα: Χωρίζουμε τους μαθητές σε ομάδες των τεσσάρων. Μοιράζουμε τις 20 κάρτες με τους αριθμούς, 5 σε κάθε μαθητή. Ο κάθε μαθητής ρίχνει από μια κάρτα, όποιος μαθητής έχει το άθροισμα 2 καρτών, με την κάρτα που ρίχνει στο θρανίο, παίρνει και τις 3 κάρτες.

Εικόνα 7.5.2.2.3. Βιωματική πρόσθεση με φρούτα

Εικόνα 7.5.2.2.4. Βιωματική πρόσθεση με κάρτες

(Επίπεδο δεύτερο-second level)

Υλικά: Πορτοφόλι, κέρματα του ενός και δυο ευρώ, πάνινη τσάντα, πλαστικά φρούτα.

Περιγραφή: Πρώτη Δραστηριότητα :Ζητάμε από κάθε μαθητή να πάρει 2 κέρματα την πρώτη φορά και να τα βάλει μέσα στο πορτοφόλι. Στη συνέχεια, να πάρει άλλα 2 κέρματα και να τα βάλει και αυτά μέσα στο πορτοφόλι. Τι αξία έχουν και τα 4 κέρματα;

Δεύτερη Δραστηριότητα**:** Ζητάμε από το μαθητή να βάλει ένα x αριθμό φρούτων στην τσάντα. Στη συνέχεια ένας άλλος μαθητής της ομάδας του προσθέτει ή του αφαιρεί ένα x αριθμό φρούτων. Πόσα φρούτα του έμειναν;

Εικόνα 7.5.2.2.5. Βιωματική πρόσθεση με κέρματα

Εικόνα 7.5.2.2.6. Βιωματική πρόσθεση με κέρματα

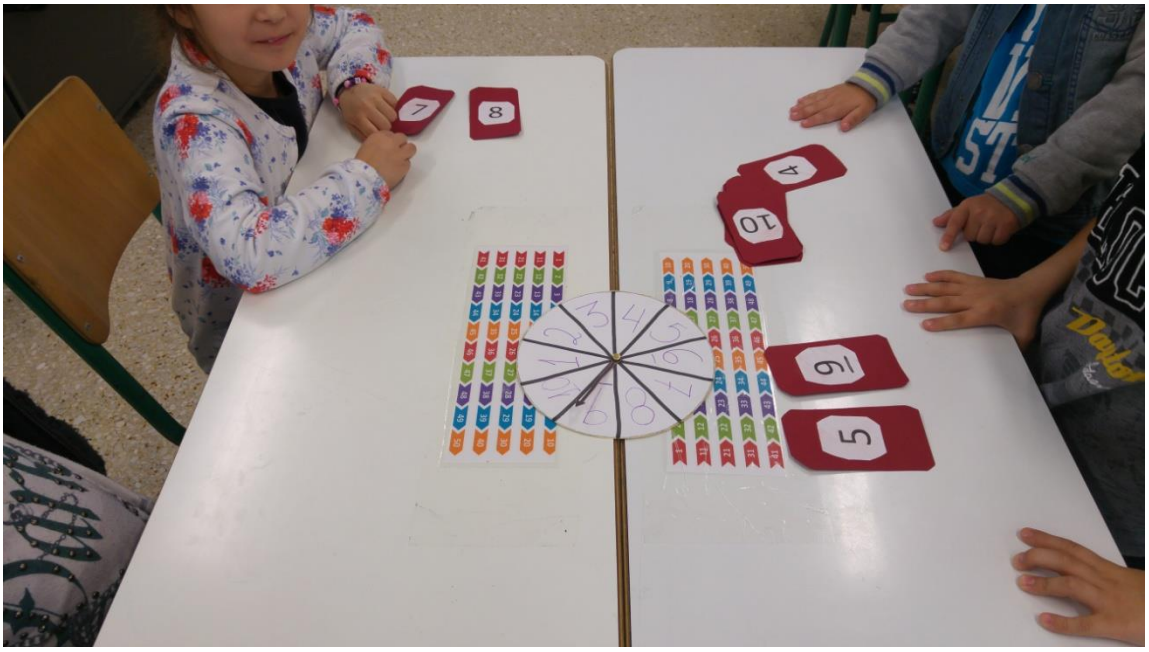
Εικόνα 7.5.2.2.7. Βιωματική πρόσθεση και αφαίρεση με φρούτα

(Επίπεδο τρίτο-third level)

Υλικά: Ρουλέτα με αριθμούς έως το 10 και κάρτες από το 1 έως το 10.

Περιγραφή: Πρώτη Δραστηριότητα: Ζητάμε από τον κάθε μαθητή να κάνει δυο περιστροφές της ρουλέτας και να ρίξει πάνω στο θρανίο τις αντίστοιχες κάρτες. Πόσο θέλει για να φτάσει από τον πρώτο έως το δεύτερο αριθμό;

π.χ.(7+x = 8) ή (9 – x = 5)



Εικόνα 7.5.2.2.8. Βιωματικό παιχνίδι με προσθετέο και αφαιρετέο

Εικόνα 7.5.2.2.9. Βιωματικό παιχνίδι με προσθετέο και αφαιρετέο

7.5.2.3. Περιγραφή των δραστηριοτήτων με τη χρήση των Τ.Π.Ε.

Τα τμήματα της πειραματικής ομάδας είχαν την εμπειρία της χρήσης ενός εκπαιδευτικού λογισμικού, το οποίο κατασκευάστηκε για τη συγκεκριμένη έρευνα.

Οι δραστηριότητές του αφορούν μόνο τις ενότητες του σχολικού εγχειριδίου, οι οποίες αποτελούν μέρος της ερευνητικής αυτής μελέτης.

Αναφορικά με τα πλεονεκτήματα της χρήσης των Τ.Π.Ε. στην εκπαιδευτική διαδικασία έγινε εκτενής ανάλυση σε προηγούμενα κεφάλαια της διατριβής αυτής, όπως και αναφορά σε προγενέστερες έρευνες, οι οποίες έδειξαν, ότι η χρήση τους αποτελεί το μέσο βελτίωσης μαθηματικών εννοιών. Αξίζει όμως να αναφέρουμε, πως ο ενθουσιασμός των μαθητών ήταν πρωτόγνωρος, αφού παίζοντας με ήρωες από αγαπημένα τους κινούμενα σχέδια σε πολλές περιπτώσεις χρειάστηκε να υπερβούμε το χρόνο διδασκαλίας, που είχαμε στη διάθεσή μας βάσει των σχεδίων διδασκαλίας.

Το εκπαιδευτικό λογισμικό κατασκευάστηκε με το πολυμεσικό πρόγραμμα macromedia flash, το οποίο είναι ένα ισχυρό εργαλείο, μέσω του οποίου μπορούν να δημιουργηθούν κινούμενα εφέ υψηλής ποιότητας, καθώς επίσης και ολοκληρωμένες παρουσιάσεις κινουμένων σχεδίων, κάτι που δημιουργήσαμε για τη συγκεκριμένη έρευνα. Είναι ένα πρόγραμμα δημιουργίας και επεξεργασίας διανυσματικών γραφικών και animation για χρήση στο διαδίκτυο. Επειδή συνδυάζει πολλά είδη ιδεών και τεχνολογιών, μας δίνεται η δυνατότητα δημιουργίας ολοκληρωμένων παρουσιάσεων πολυμέσων.

Οι δυνατότητες του συγκεκριμένου προγράμματος έχουν να κάνουν με τη δημιουργία κινούμενων εικόνων, οι οποίες μπορούν επίσης να περιλαμβάνουν στοιχεία πλοήγησης (μενού και κουμπιά).

Στο εκπαιδευτικό λογισμικό η επιλογή των ηρώων έγινε από τη σειρά ταινιών κινουμένων σχεδίων ο Άλβιν και η παρέα του, μια σειρά ιδιαίτερα δημοφιλής σε παιδιά ηλικίας του δείγματος της έρευνάς μας. Βασίστηκε δε στη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών, για αυτό το λόγο οι δραστηριότητές του είναι διαβαθμισμένες σε τέσσερα επίπεδα. Παρακάτω θα ακολουθήσει αναλυτικά η περιγραφή όλων των δραστηριοτήτων.

Δραστηριότητες με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού (1)

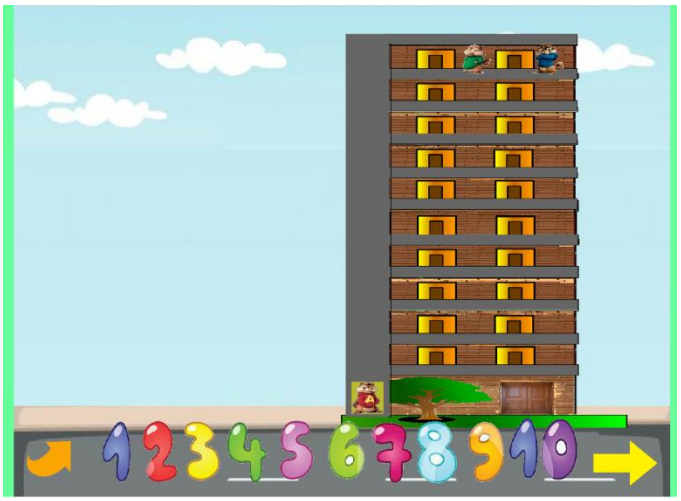
(Επίπεδο μηδενικό-zero level)

Περιγραφή: Τίτλος Δραστηριότητας: Ανεβαίνω-Κατεβαίνω

Έχουμε 2 ανελκυστήρες. Στον πρώτο ανελκυστήρα ζητάμε από τους μαθητές να οδηγήσουν τον ήρωα να ανέβει τον κάθε όροφο μέχρι και το $10^{ο}$ όροφο της πολυκατοικίας (Εικόνες 7.5.2.3.1 -7.5.2.3.3).

Στο δεύτερο ανελκυστήρα ζητάμε από τους μαθητές να οδηγήσουν τον ήρωα να κατέβει τον κάθε όροφο μέχρι και το 1ο όροφο της πολυκατοικίας (Εικόνες 7.5.2.3.4 -7.5.2.3.6).

ανεβαίνω – κατεβαίνω
ΕΝΑ -ΕΝΑ

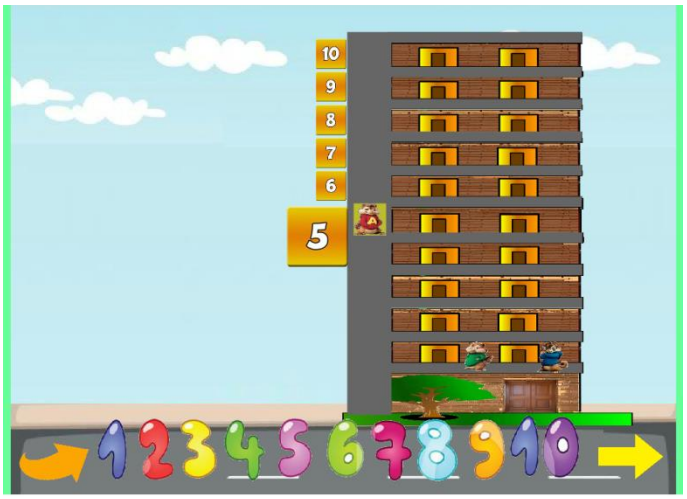


Εικόνα 7.5.2.3.1. Ανεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους

Εικόνα 7.5.2.3.2. Ανεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους

Εικόνα 7.5.2.3.3. Ανεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους

Εικόνα 7.5.2.3.4. Κατεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους

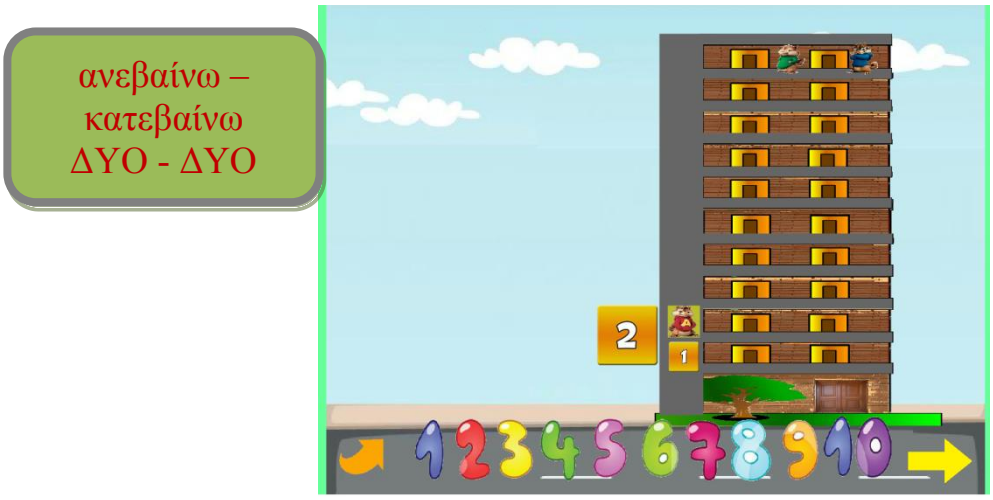


Εικόνα 7.5.2.3.5. Κατεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους

Εικόνα 7.5.2.3.6. Κατεβαίνω έναν-έναν τους δέκα ορόφους

Έχουμε 2 ανελκυστήρες. Στον πρώτο ανελκυστήρα ζητάμε από τους μαθητές να οδηγήσουν τον ήρωα να ανέβει τον κάθε όροφο μέχρι και το 10ο όροφο της πολυκατοικίας (Εικόνες 7.5.2.3.1-7.5.2.3.3).

Στο δεύτερο ανελκυστήρα ζητάμε από τους μαθητές να οδηγήσουν τον ήρωα να κατέβει τον κάθε όροφο μέχρι και το 1ο όροφο της πολυκατοικίας (Εικόνες 7.5.2.3.4-7.5.2.3.6).



Εικόνα 7.5.2.3.7. Ανεβαίνω δύο-δύο τους δέκα ορόφους

Εικόνα 7.5.2.3.8. Ανεβαίνω δύο-δύο τους δέκα ορόφους

Εικόνα 7.5.2.3.9. Κατεβαίνω δύο-δύο τους δέκα ορόφους

Δραστηριότητες με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού (2)

(Επίπεδο πρώτο-first level)

Περιγραφή: Τίτλος Δραστηριότητας: Πάμε να ψωνίσουμε

Σούπερ μάρκετ: Ζητάμε από το μαθητή να βάλει στο καλάθι του ήρωα 2 προϊόντα, που μπορεί να αγοράσει με 5 ευρώ.

Ζητάμε από το μαθητή να βάλει στο καλάθι του ήρωα 2 προϊόντα. Πόσο κάνουν τα προϊόντα;

Αν ο ήρωας έχει 5 ευρώ, πόσα χρήματα χρειάζεται ακόμα για να αγοράσει αυτά τα προϊόντα;

Αν ο ήρωας έχει 10 ευρώ, πόσα ρέστα θα πάρει αγοράζοντας αυτά τα 2 προϊόντα;

Σούπερ μάρκετ: Ζητάμε από το μαθητή να διαλέξει για τον ήρωα 2 προϊόντα που μπορεί να αγοράσει με 4 ευρώ.

Ζητάμε από το μαθητή να αγοράσει 2 προϊόντα. Πόσο κάνουν τα προϊόντα;

Αν ο ήρωας έχει 4 ευρώ, πόσα χρήματα χρειάζεται ακόμα για να αγοράσει αυτά τα προϊόντα;

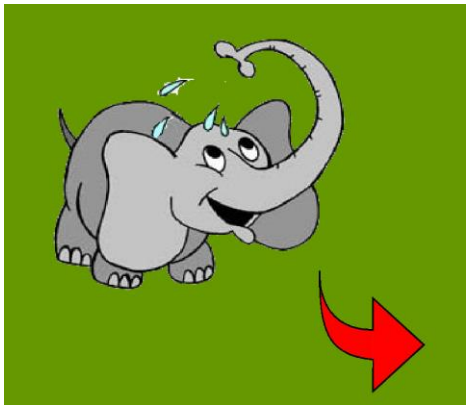
Αν ο ήρωας έχει 10 ευρώ, πόσα ρέστα θα πάρει αγοράζοντας αυτά τα 2 προϊόντα;

Πάμε να ψωνίσουμε!

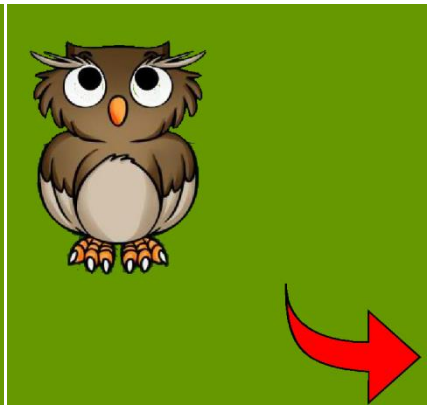
Εικόνα 7.5.2.3.10. Πάμε να ψωνίσουμε με 5€

Εικόνα 7.5.2.3.11. Πόσα ρέστα θα πάρω από 5€;

Μπράβο,τα κατάφερες!



α)



β)

Ξαναπροσπάθησε!

Εικόνα 7.5.2.3.12. α) Μπράβο τα κατάφερες! β) Ξαναπροσπάθησε!

Εικόνα 7.5.2.3.13. Πάμε να ψωνίσουμε με 10€

Εικόνα 7.5.2.3.14. Πόσα ευρώ θέλω ακόμα;

Εικόνα 7.5.2.3.15. Πόσα ευρώ θέλω ακόμα;

Εικόνα 7.5.2.3.16. Πάμε να ψωνίσουμε δύο προϊόντα με 10€

Εικόνα 7.5.2.3.17. Πάμε να ψωνίσουμε δύο προϊόντα με 5€

Εικόνα 7.5.2.3.18. Πόσα ευρώ θέλω ακόμα;

Δραστηριότητες με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού (3)

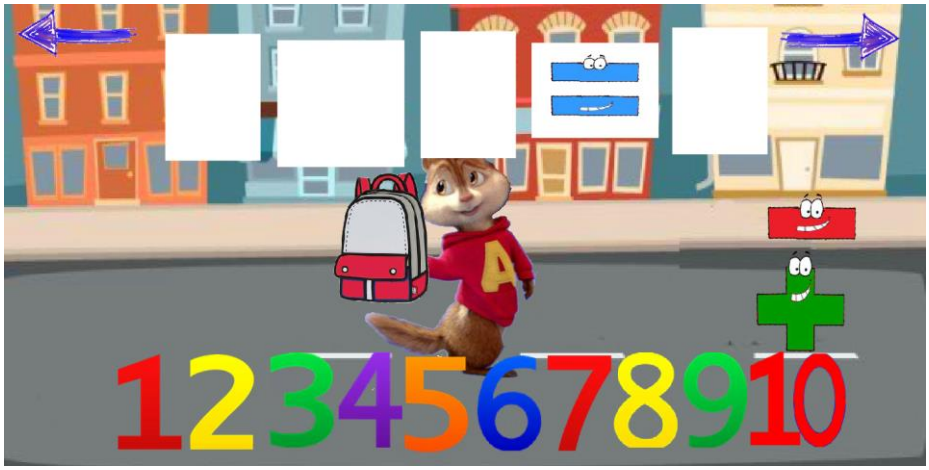
(Επίπεδο δεύτερο-second level)

Περιγραφή: Τίτλος Δραστηριότητας: Βρες πόσα είναι τα κρυμμένα;

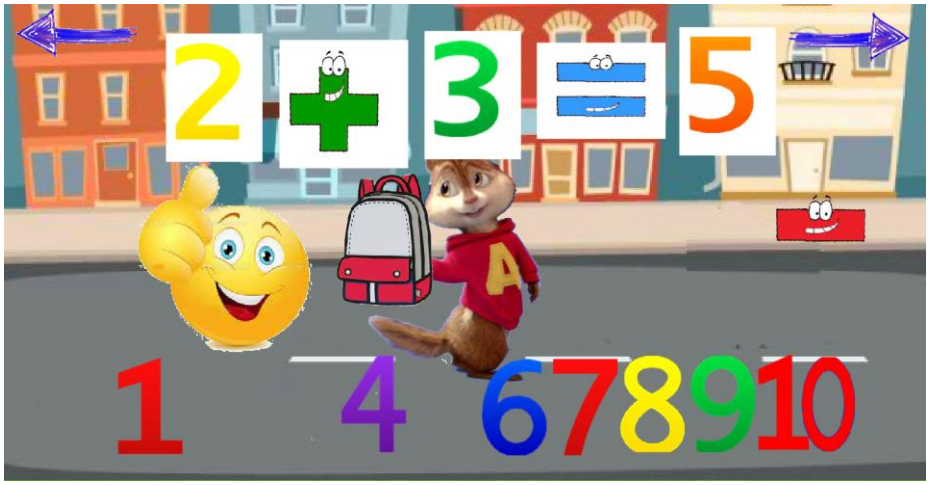
Ο ήρωας έχει στην τσάντα του x μήλα. Ένας φίλος του δίνει ή του παίρνει y μήλα και τα βάζει μέσα στην τσάντα του. Πόσα μήλα έχει τώρα στην τσάντα του; Ζητάμε από το μαθητή να κάνει την πράξη με σύμβολα.

Βρες πόσα είναι τα κρυμμένα

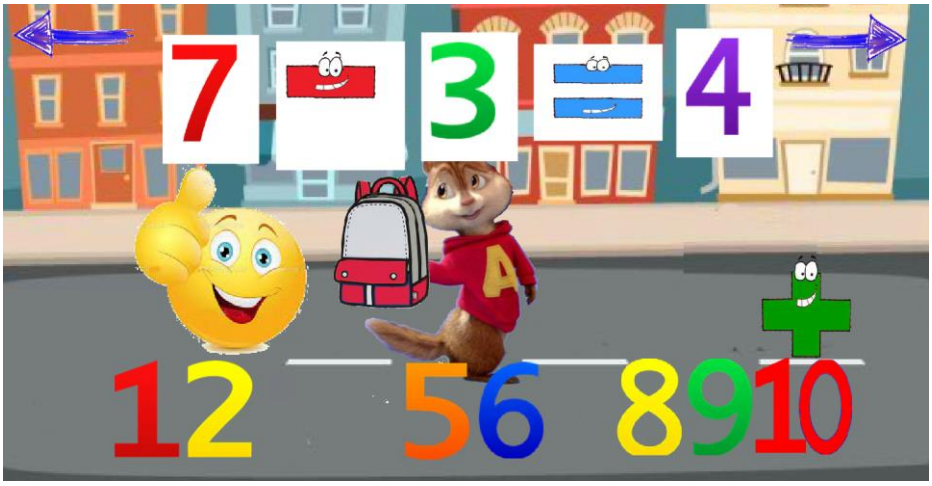
Εικόνα 7.5.2.3.19. Βρες πόσα είναι τα κρυμμένα;



Εικόνα 7.5.2.3.20. Συμπλήρωσε την πράξη



Εικόνα 7.5.2.3.21. Μπράβο, τα κατάφερες



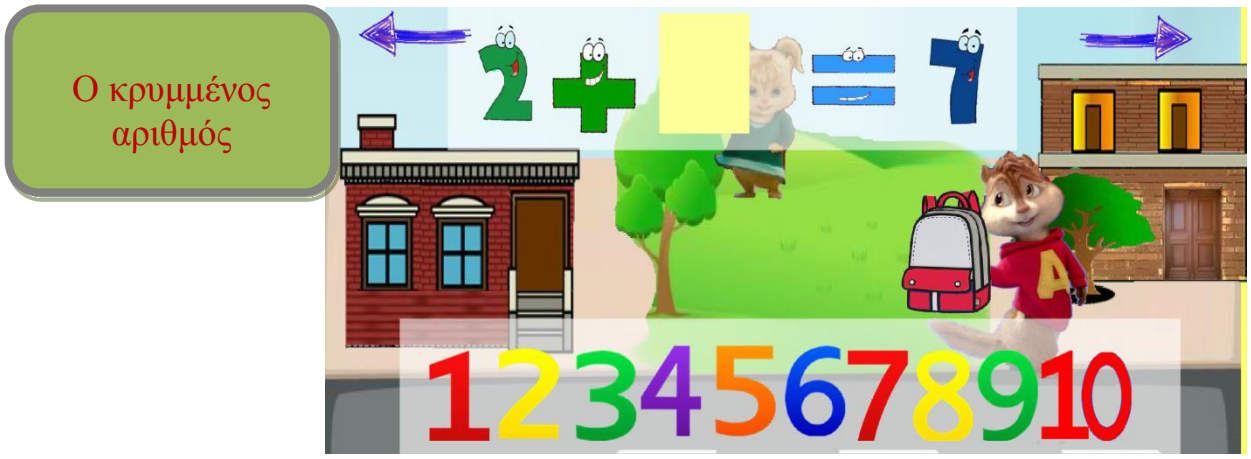
Εικόνα 7.5.2.3.22. Μπράβο, τα κατάφερες

Δραστηριότητες με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού (4)

(Επίπεδο τρίτο-third level)

Περιγραφή: Τίτλος Δραστηριότητας: Ο κρυμμένος αριθμός.

Ο ήρωας έχει στην τσάντα του x μήλα. Ένας φίλος του δίνει ή του παίρνει μήλα και τα βάζει μέσα στην τσάντα του. Τώρα στην τσάντα του έχει y μήλα. Ζητάμε από το μαθητή να βρει πόσα μήλα προστέθηκαν ή αφαιρέθηκαν από την τσάντα του.



Εικόνα 7.5.2.3.23. Βρες τον κρυμμένο αριθμό στην πρόσθεση

Εικόνα 7.5.2.3.24. Μπράβο, τα κατάφερες

Εικόνα 7.5.2.3.25. Βρες τον κρυμμένο αριθμό στην αφαίρεση

Εικόνα 7.5.2.3.26. Μπράβο, τα κατάφερες

7.6. Διεξαγωγή και πρακτικά προβλήματα της έρευνας

Η έρευνα άρχισε το σχολικό έτος 2015-2016, με παρακολούθηση των ενοτήτων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης της Α' τάξης στα παρακάτω Δημοτικά Σχολεία:

i) 1ο Δ.Σ.
ii) 2ο Δ.Σ.
iii) 3ο Δ.Σ.
iv) 4ο Δ.Σ.
v) 5ο Δ.Σ.
vi) 6ο Δ.Σ.

vii) 7^{ο} Δ.Σ.

viii) 8ο Δ.Σ.

ix) 9^{ο} Δ.Σ.

x) 10^{ο} Δ.Σ.

Μετά τη διαμόρφωση της φύσης του προβλήματος και της γενικής προβληματικής, η ενέργεια αυτή θεωρήθηκε απαραίτητη για να προσδιορίσουμε κατά τη διδασκαλία των ενοτήτων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης:

i) το κλίμα που επικρατεί στην Α΄ Τάξη,
ii) τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές,
iii) τους τρόπους διδασκαλίας που επικρατούν,
iv) τη βαρύτητα της κάθε διδακτικής ενότητας,
v) την ταχύτητα της ροής της διδακτέας ύλης,
vi) τις γνώσεις που κατέχουν από το Νηπιαγωγείο,
vii) τα εποπτικά μέσα που χρησιμοποιούνται και
viii) τέλος, τη συμμετοχή των μαθητών

Επίσης, οι παραπάνω διαπιστώσεις συμπληρώθηκαν με τις ανταλλαγές απόψεων και υποδείξεων από τους δασκάλους των τμημάτων. Στη συνέχεια, η ερευνητική ομάδα βασιζόμενη στη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών καθόρισε τη μορφή και το περιεχόμενο, που θα πρέπει να έχουν τα ερευνητικά εργαλεία, δηλαδή:

i) τα ερωτηματολόγια,
ii) τα φύλλα εργασίας,
iii) τα χειραπτικά υλικά,
iv) το εκπαιδευτικό λογισμικό

Η συνεργασία με τους δασκάλους των τμημάτων μας βοήθησε, ώστε με μικρές παρεμβάσεις τα ερευνητικά εργαλεία να διαμορφωθούν κατά τέτοιο τρόπο, που να είναι κατανοητά και να κεντρίσουν το ενδιαφέρον των μαθητών. Η βοήθεια αυτή υπήρξε καθοριστική, γιατί με την πείρα που διέθεταν οι συνάδελφοι, μπορούσαν

να εξετάζουν τα ερευνητικά εργαλεία που κατασκευάσαμε, όχι μόνο με την κρίση του εκπαιδευτικού αλλά και με την οπτική γωνία του μαθητή.

Η ανταπόκριση των περισσότερων εκπαιδευτικών, για να μας καθοδηγήσουν με υποδείξεις ήταν θερμή και συνεχίστηκε και το επόμενο σχολικό έτος 2016-2017. Ένας επιπλέον λόγος, που συντέλεσε στην επιλογή των συγκεκριμένων σχολείων για τη διεξαγωγή της έρευνας ήταν, πως όλοι οι εκπαιδευτικοί είχαν επιτυχώς αποκτήσει το πρώτο επίπεδο επιμόρφωσης στις Τ.Π.Ε., πρόγραμμα υπό την αιγίδα του Υπουργείου Παιδείας. Μια μερίδα εκπαιδευτικών είχαν επίσης αποκτήσει και το δεύτερο επίπεδο επιμόρφωσης του ίδιου προγράμματος.

Η διδασκαλία των ενοτήτων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης στην Α΄ Τάξη Δημοτικού Σχολείου, καθορίζεται χρονικά από το αναλυτικό πρόγραμμα, κατά το τέλος πρώτου τριμήνου (αρχές Δεκεμβρίου) του σχολικού έτους. Για το λόγο αυτό, αρχίσαμε την κατασκευή των εργαλείων μέτρησης της έρευνας στο τέλος του σχολικού έτους 2015-2016. Η τελική τους μορφή ολοκληρώθηκε κατά τον πρώτο μήνα του νέου σχολικού έτους 2016-2017, μετά από συνεχείς αλλαγές και διορθώσεις από την ερευνητική ομάδα.

Στο διάστημα 28 Νοεμβρίου έως 22 Δεκεμβρίου 2016, δόθηκε σε διαφορετικές ημερομηνίες, στα τμήματα της Α΄ τάξης, το ερωτηματολόγιο που προσδιόριζε το επίπεδο κατανόησης των μαθηματικών πράξεων του κάθε μαθητή (pre-test).

Για το σκοπό αυτό υπήρξε συνεργασία με τον εκπαιδευτικό του κάθε τμήματος, καθώς επίσης και με εκπαιδευτικούς άλλων ειδικοτήτων, γιατί διέθεσαν κάποιες ώρες από τη διδασκαλία τους, για να συμπληρωθούν τα ερωτηματολόγια.

Η παραπάνω διαδικασία συνετέλεσε, ώστε οι μαθητές, κατά τη διάρκεια που απαντούσαν στις ερωτήσεις, να μείνουν ανεπηρέαστοι από «τρίτους» παράγοντες. Το τελευταίο, ενισχύεται από το γεγονός, ότι αφενός δεν υπήρξε καμία παρότρυνση ή επιρροή των μαθητών από τους επιβλέποντες εκπαιδευτικούς και αφετέρου, ότι ο εκπαιδευτικός του κάθε τμήματος δεν παρευρισκόταν στην αίθουσα κατά τη συμπλήρωση των ερωτήσεων. Επιπλέον, οι μαθητές είχαν άγνοια της παραπάνω διαδικασίας, με αποτέλεσμα να μην είναι προετοιμασμένοι για τις απαντήσεις που θα έδιναν.

Ο ερευνητής έδινε στην αρχή οδηγίες και εξηγήσεις στους μαθητές, λέγοντας, ότι θα ελέγξει τις απαντήσεις ο εκπαιδευτικός του κάθε τμήματος. Το αποτέλεσμα αυτής της ενέργειας ήταν, όχι μόνο να μη θεωρηθούν οι ερωτήσεις αποκομμένες από

τη μέχρι τότε εκπαιδευτική διαδικασία, αλλά και να προσπαθήσουν οι μαθητές να απαντήσουν σωστά σε όσες περισσότερες ερωτήσεις μπορούσαν.

Σε επικοινωνία που ακολούθησε με τους εκπαιδευτικούς του σχολείου, καθορίστηκε το πλαίσιο, μέσα στο οποίο θα γινόταν η διδασκαλία της πειραματικής ομάδας σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Όπως έχουμε αναφέρει, ένα από τα προβλήματα που αντιμετωπίσαμε ήταν ότι, το εργαστήριο πληροφορικής δεν ήταν όλες τις ώρες «ελεύθερο». Το γεγονός αυτό άλλαξε τη μορφή διδασκαλίας που είχαμε σχεδιάσει αρχικά, δηλαδή τη χρήση των υπολογιστών από τους μαθητές καθ' όλη τη διάρκεια της εκμάθησης των ενοτήτων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Μετά από συμφωνία της ομάδας έρευνας καταλήξαμε, πρώτα να διδαχθούν οι ενότητες των μαθηματικών πράξεων βασισμένες στη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών στην τάξη και στη συνέχεια να ακολουθήσουν οι δραστηριότητες στο εργαστήριο με τη χρήση των Τ.Π.Ε.

Οι ενότητες που αφορούσαν την έρευνα χρειάστηκαν 16 ώρες διδασκαλίας. Σε μερικές περιπτώσεις, όταν μια διδακτική ώρα δεν επαρκούσε για την κάλυψη όλων των δραστηριοτήτων με τη χρήση των Τ.Π.Ε., χρησιμοποιούσαμε και μέρος από την επόμενη ώρα, βέβαια μετά από συνεννόηση με τους εκπαιδευτικούς των άλλων ειδικοτήτων.

Κατά την αρχή της διδακτικής ώρας στο εργαστήριο γίνεται μια συζήτηση για τις δραστηριότητες που θα ακολουθήσουν. Στη συνέχεια οι μαθητές προχωρούν στην αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων με τη βοήθεια του υπολογιστή.

Ο δάσκαλος κινείται στην τάξη, παρακολουθεί την πρόοδο των μαθητών, κάνει υποδείξεις, βοηθάει, απαντάει σε ερωτήσεις, ενισχύει τους μαθητές και συντονίζει τη δραστηριότητά τους στα περιθώρια του διαθέσιμου χρόνου, ώστε να περιορίζονται κατά το δυνατό οι «άσκοπες ενέργειες».

Αλλά και οι μαθητές, που κάθονται ανά ομάδες των δυο ατόμων σε κάθε υπολογιστή, συζητούν μεταξύ τους, ανταλλάσσουν απόψεις και αλληλοβοηθούνται. Στη διδασκαλία στο εργαστήριο ήταν υποχρεωτική η παρουσία του ερευνητή, τόσο για λόγους παρατήρησης, όσο και για υποστήριξη των μαθητών κατά τη διάρκεια χρησιμοποίησης των υπολογιστών.

Οι μαθητές της Α΄ Τάξης Δημοτικού, μέχρι την περίοδο του σχολικού έτους που έγινε η έρευνα, είχαν εξοικειωθεί με τη χρήση των Τ.Π.Ε. από τις γνώσεις και δεξιότητες που απόκτησαν από το μάθημα της Πληροφορικής, αλλά και

από προσωπική χρήση στο σπίτι. Αντίθετα, οι δάσκαλοι βοηθούσαν τους μαθητές όταν χρειαζόταν, χωρίς εκείνοι να κάνουν χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού.

Οι τελικές δοκιμασίες (post-test) για τον προσδιορισμό του επιπέδου κατανόησης των μαθηματικών πράξεων βάσει της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών των μαθητών δόθηκαν από 1 Μαρτίου έως 7 Απριλίου 2017, με την ίδια διαδικασία που είχαν δοθεί και οι αρχικές δοκιμασίες (pre-test).

Τέλος, τα ερωτηματολόγια συγκεντρώθηκαν, αξιολογήθηκαν και επεξεργάστηκαν για να προκύψουν από τη στατιστική ανάλυση τα αποτελέσματα της έρευνας, που παρουσιάζονται στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

8.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται και περιγράφονται τα ευρήματα, που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων, σύμφωνα με το εννοιολογικό και μεθοδολογικό πλαίσιο. Συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος εκθέτονται παραστατικά οι περιγραφικές αναλύσεις με τη χρήση πινάκων και γραφημάτων. Στο δεύτερο τμήμα, η παρουσίαση των αποτελεσμάτων δομείται με βάση τις ερευνητικές υποθέσεις και χρησιμοποιούνται επαγωγικά στατιστικά κριτήρια για τη λήψη αποφάσεων.

8.2. Περιγραφικές αναλύσεις

Η παρουσίαση και περιγραφή των πληροφοριών που προέκυψαν από την ανάλυση των δεδομένων είναι απαραίτητη για τη διεξαγωγή συμπερασμάτων. Οι περιγραφικές αναλύσεις που ακολουθούν αφορούν:

i) το δείγμα,
ii) την απόδοση των μαθητών σύμφωνα με την αρχική και την τελική δοκιμασία,
iii) την απόδοση των μαθητών στη γενική γνώση των αριθμών,
iv) την απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης,
v) την απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης.

8.2.1. Η σύσταση του δείγματος

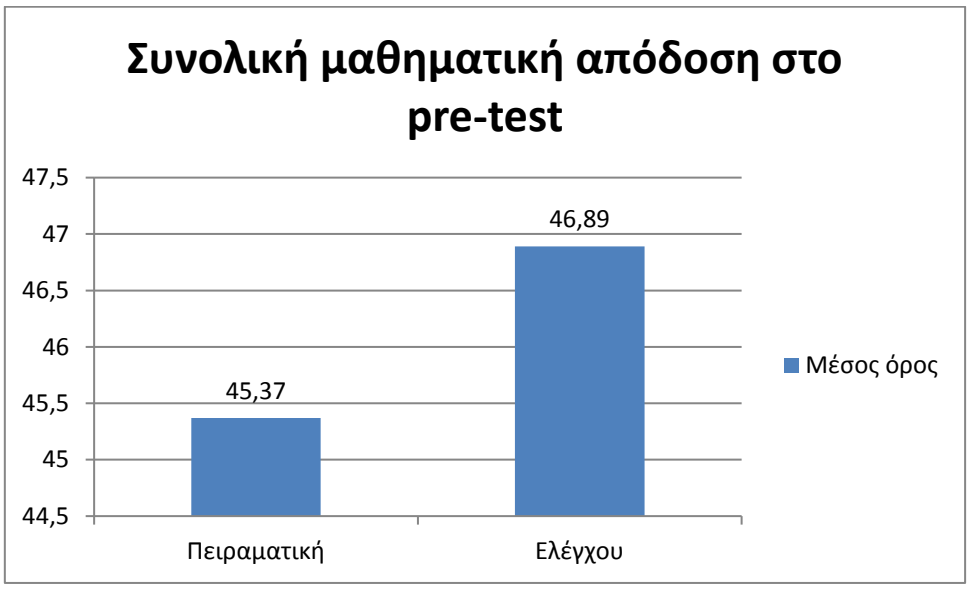
Η στατιστική επεξεργασία της βαθμολογίας των μαθητών έγινε με το στατιστικό πρόγραμμα SPSS (version 19.) Σκοπός της σύγκρισης πριν τη διδακτική παρέμβαση είναι να εξετάσουμε την ισοδυναμία των ομάδων, ενώ μετά τη διδακτική παρέμβαση είναι να εξάγουμε συμπέρασμα, αν κάποια από τις δύο ομάδες έχει καλύτερη επίδοση από την άλλη.

8.2.2. Η απόδοση των μαθητών σύμφωνα με την αρχική και την τελική δοκιμασία

Από τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων με το κριτήριο t-test στη βαθμολογία των μαθητών πριν τη διδακτική παρέμβαση προέκυψε, ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στη βαθμολογία της πειραματικής ομάδας (M=45,37, SD=11,969) ως προς τη συνολική μαθηματική γνώση των μαθητών και της ομάδας ελέγχου (M=46,89, SD=3,147), με t(210,960)= -1,671, p= 0,096. Επομένως, οι δύο ομάδες είναι ισοδύναμες, όσον αφορά το επίπεδό τους πριν την διδακτική παρέμβαση, δηλαδή η συνολική απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας έχουν όμοια γνώση των μαθηματικών εννοιών σε σχέση με την ομάδα ελέγχου πριν την διδασκαλία, όπως φαίνεται από τους πίνακες 8.2.2.1 και 8.2.2.2.

Ομάδα	N	Mean	Std. Dev.	Std. Error
Πειραματική	187	45,37	11,969	,875
Ελέγχου	192	46,89	3,147	,227

Πίνακας 8.2.2.1. Στατιστική ανάλυση στο pre-test για τη συνολική μαθηματική γνώση των μαθητών



Γράφημα 8.2.2.1. Συνολική μαθηματική απόδοση των μαθητών στο pre-test

Pre-test	t	df	Mean difference	Sig. (2-tailed)
t-test	-1,671	210,960	-1,511	,096

Πίνακας 8.2.2.2. T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για τη συνολική μαθηματική γνώση των μαθητών

Για τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων πραγματοποιήσαμε την ανάλυση συνδιακύμανσης (ANCOVA), μετά από προσαρμογή για την επίδοση των μαθητών συνολικά στο pre-test (συμμεταβλητή).

Μια στατιστικά **σημαντική κύρια επίδραση** βρέθηκε για τον τύπο παρέμβασης της επίδοσης των μαθητών μετά τη διδακτική παρέμβαση για την συνολική απόδοση των μαθητών,

F(1,376) = 359,715, p =0,004, η^2 = 0,21 όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.2.3.

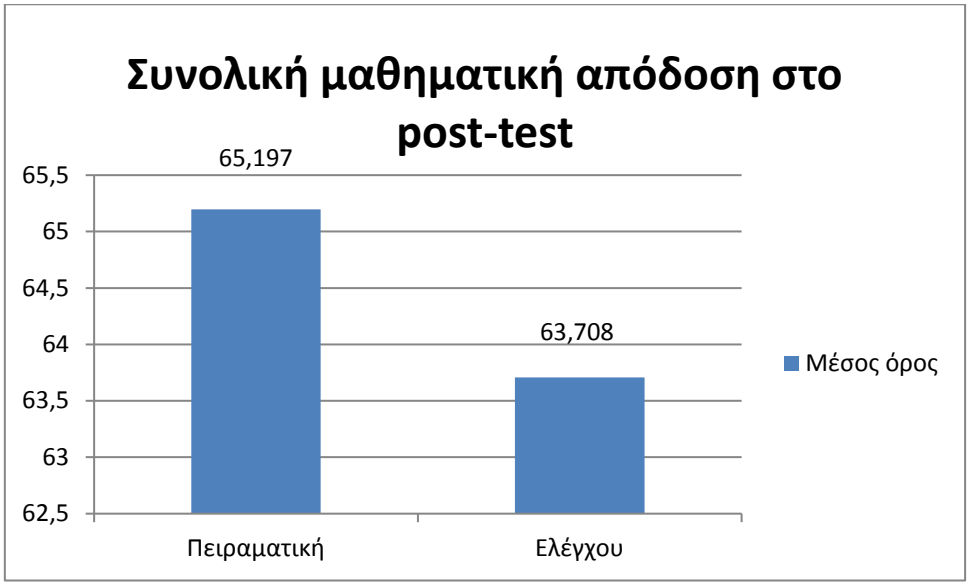
Πηγή Διακύμανσης	Άθροισμα τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας (df)	Μέσο τετράγωνο (Mean Squares)	F	Sig.	η^2
Συμμεταβλητή (pre-test)	2719,223	1	2719,223	61,935	,000	,141
Group	359,715	1	359,715	8,193	,004	,021
Error	16508,123	376	43,905			

Πίνακας 8.2.2.3. Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών συνολικά στο post-test: Ανάλυση ANCOVA

Παρατηρούμε ότι, η πειραματική ομάδα (M= 65,197) έχει στατιστικά σημαντικά υψηλότερες τιμές στη συνολική απόδοση των μαθητών στο post-test από ότι η ομάδα ελέγχου (M= 63,708), όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.2.4.

ΟΜΑΔΑ	Μέσος όρος (Mean)	Τυπική Απόκλιση (Std. Deviation)	N
Πειραματική	65,197	7,571	187
Ελέγχου	63,708	6,696	192
ΜΟ/Σύνολο	64,443	7,170	379

Πίνακας 8.2.2.4. Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της συνολικής απόδοσης των μαθητών στο post-test.



Γράφημα 8.2.2.2. Συνολική μαθηματική απόδοση των μαθητών στο post-test.

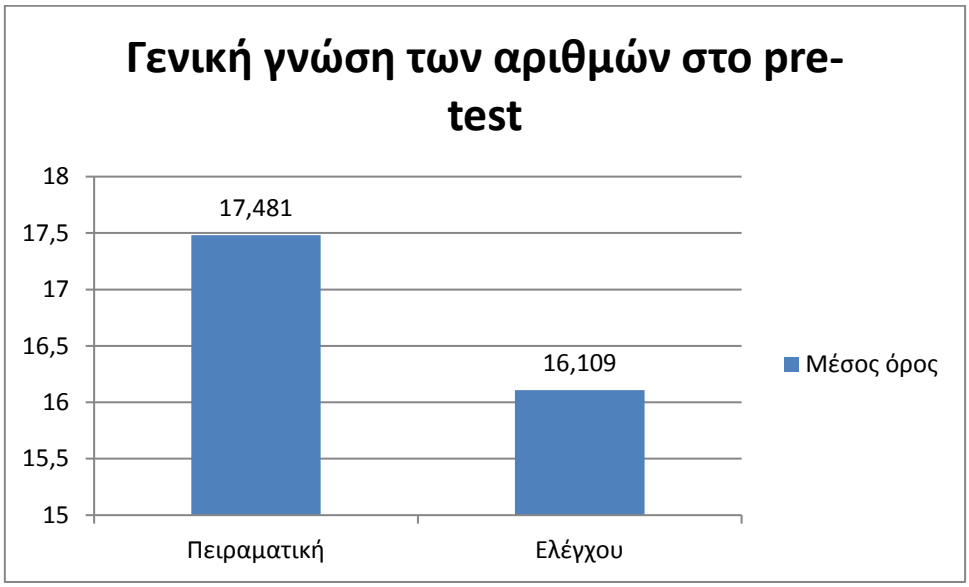
8.2.3. Η απόδοση των μαθητών στη γενική γνώση των αριθμών

Από τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων αναφορικά με τη γενική γνώση των αριθμών με το κριτήριο t-test στη βαθμολογία των μαθητών πριν τη διδακτική παρέμβαση προέκυψε, ότι υπάρχει σημαντική διαφορά στη βαθμολογία της πειραματικής ομάδας (M= 17,481, SD= 6,577) και της ομάδας ελέγχου (M= 16,109, SD= 0,983), με t(194,097)= 2,822 p= 0,005. Επομένως οι δύο ομάδες δεν είναι ισοδύναμες, όσον αφορά τη γενική γνώση των αριθμών πριν τη διδακτική παρέμβαση, δηλαδή η γενική γνώση των αριθμών των μαθητών της πειραματικής ομάδας (M=17,481) έχει καλύτερη απόδοση στη γενική γνώση των αριθμών σε σχέση

με την ομάδα ελέγχου (M=16,109) πριν τη διδασκαλία, όπως φαίνεται από τους πίνακες 8.2.3.1 και 8.2.3.2.

Ομάδα	N	Mean	Std. Dev.	Std. Error
Πειραματική	187	17,481	6,577	,480
Ελέγχου	192	16,109	,983	,070

Πίνακας 8.2.3.1. Στατιστική ανάλυση στο pre-test για τη γενική γνώση των αριθμών



Γράφημα 8.2.3.1. Γενική γνώση των αριθμών των μαθητών στο pre-test

Pre-test	t	df	Mean difference	Sig. (2-tailed)
t-test	2,822	194,097	1,37191	,005

Πίνακας 8.2.3.2. T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για τη γενική γνώση των αριθμών

Για τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων πραγματοποιήσαμε την ανάλυση συνδιακύμανσης (ANCOVA), μετά από προσαρμογή για την επίδοση των μαθητών συνολικά στο pre-test (συμμεταβλητή).

Μια στατιστικά **σημαντική κύρια επίδραση** βρέθηκε για τον τύπο παρέμβασης της επίδοσης των μαθητών μετά την διδακτική παρέμβαση για την γενική γνώση των αριθμών,

F(1,376) = 181,640, p =0,005, η^2 = 0,20 όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.3.3.

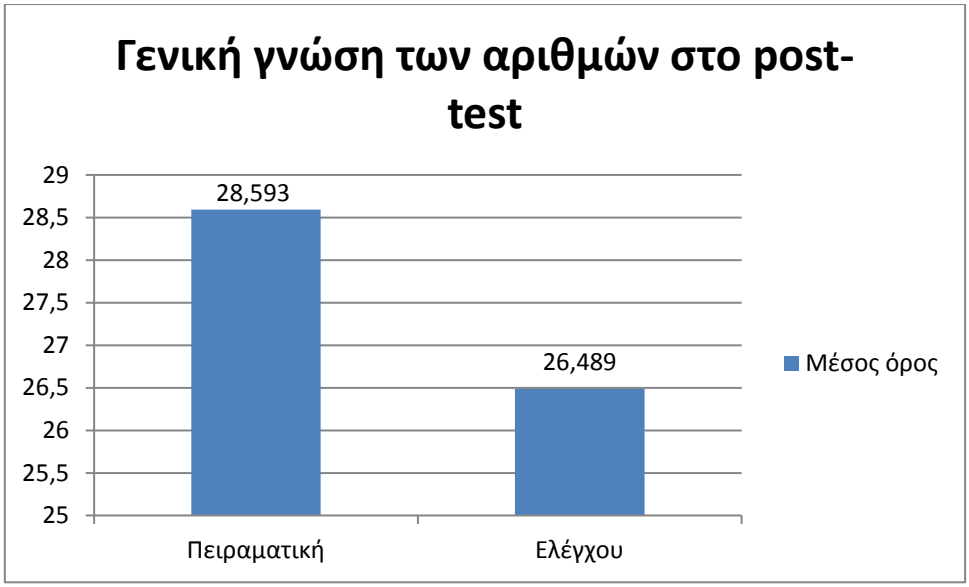
Πηγή Διακύμανσης	Άθροισμα τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας (df)	Μέσο τετράγωνο (Mean Squares)	F	Sig.	η^2
Συμμετα βλητή (pre-test)	2169,936	1	2169,936	93,404	,000	,199
Group	181,640	1	181,640	7,819	,005	,020
Error	8735,156	376	23,232			

Πίνακας 8.2.3.3. Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών για τη γενική γνώση των αριθμών στο post-test: Ανάλυση ANCOVA

Παρατηρούμε ότι, η πειραματική ομάδα (M=28,593) έχει στατιστικά σημαντικά υψηλότερες τιμές στη συνολική απόδοση των μαθητών στο post-test από ότι η ομάδα ελέγχου (M=26,489), όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.3.4.

ΟΜΑΔΑ	Μέσος όρος (Mean)	Τυπική Απόκλιση (Std. Deviation)	N
Πειραματική	28,593	6,201	187
Ελέγχου	26,489	4,432	192
ΜΟ/Σύνολο	27,527	5,473	379

Πίνακας 8.2.3.4. Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις για τη γενική γνώση των αριθμών των μαθητών στο post-test.



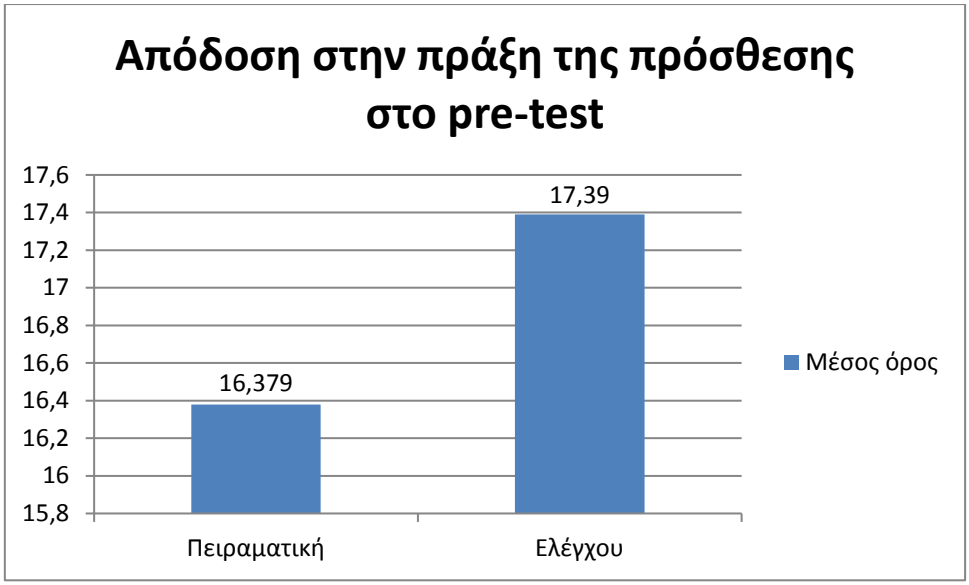
Γράφημα 8.2.3.2. Γενική γνώση των αριθμών των μαθητών στο post-test.

8.2.4. Η απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης

Από τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων στην πράξη της πρόσθεσης με το κριτήριο t-test στη βαθμολογία των μαθητών πριν τη διδακτική παρέμβαση προέκυψε ότι υπάρχει σημαντική διαφορά στη βαθμολογία της πειραματικής ομάδας (M=16,379, SD=3,479) και της ομάδας ελέγχου (M=17,390, SD=1,383), με t(242,114)= -3,698 p< 0,001. Επομένως οι δύο ομάδες δεν είναι ισοδύναμες, όσον αφορά την πρόσθεση πριν τη διδακτική παρέμβαση, δηλαδή οι γνώσεις των μαθητών της ομάδας ελέγχου (M=17,390) έχουν καλύτερη απόδοση στην πράξη της πρόσθεσης σε σχέση με την πειραματική ομάδα (M=16,379) πριν τη διδασκαλία όπως φαίνεται από τους πίνακες 8.2.4.1 και 8.2.4.2.

Ομάδα	N	Mean	Std. Dev.	Std. Error
Πειραματική	187	16,379	3,479	,254
Ελέγχου	192	17,390	1,383	,099

Πίνακας 8.2.4.1. Στατιστική ανάλυση στο pre-test για την πράξη της πρόσθεσης



Γράφημα 8.2.4.1. Απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης στο pre-test

Pre-test	**t**	**df**	**Mean difference**	**Sig. (2-tailed)**
t-test	-3,698	242,114	-1,010	,000

Πίνακας 8.2.4.2. T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για την πράξη της πρόσθεσης

Για τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων πραγματοποιήσαμε την ανάλυση συνδιακύμανσης (ANCOVA), μετά από προσαρμογή για την επίδοση των μαθητών συνολικά στο pre-test (συμμεταβλητή).

Μια στατιστικά **σημαντική κύρια επίδραση** βρέθηκε για τον τύπο παρέμβασης της επίδοσης των μαθητών μετά την διδακτική παρέμβαση για την πρόσθεση,

$\boldsymbol{F(1,376) = 7{,}604,\ p = 0{,}006,\ \eta^2 = 0{,}20}$ όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.4.3.

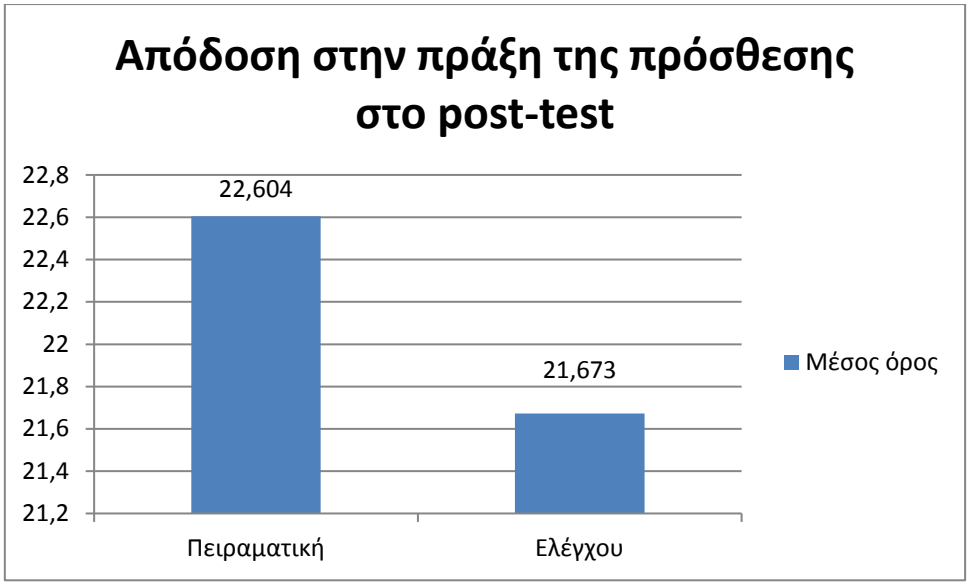
Πηγή Διακύμανσης	Άθροισμα τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας (df)	Μέσο τετράγωνο (Mean Squares)	F	Sig.	η^2
Συμμετα-βλητή (pre-test)	154,447	1	154,447	27,411	,000	,068
Group	42,842	1	42,842	7,604	,006	,020
Error	2118,571	376	5,634			

Πίνακας 8.2.4.3. Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών για την πράξη της πρόσθεσης στο post-test: Ανάλυση ANCOVA

Παρατηρούμε ότι, η ομάδα ελέγχου (M=21,673) έχει στατιστικά σημαντικά χαμηλότερες τιμές στη συνολική απόδοση των μαθητών στο post-test από ότι η πειραματική ομάδα (M=22,604), όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.4.4.

ΟΜΑΔΑ	Μέσος όρος (Mean)	Τυπική Απόκλιση (Std. Deviation)	N
Ελέγχου	21,673	2,183	187
Πειραματική	22,604	2,693	192
ΜΟ/Σύνολο	22,145	2,496	379

Πίνακας 8.2.4.4. Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις για την πράξη της πρόσθεσης στο post-test.



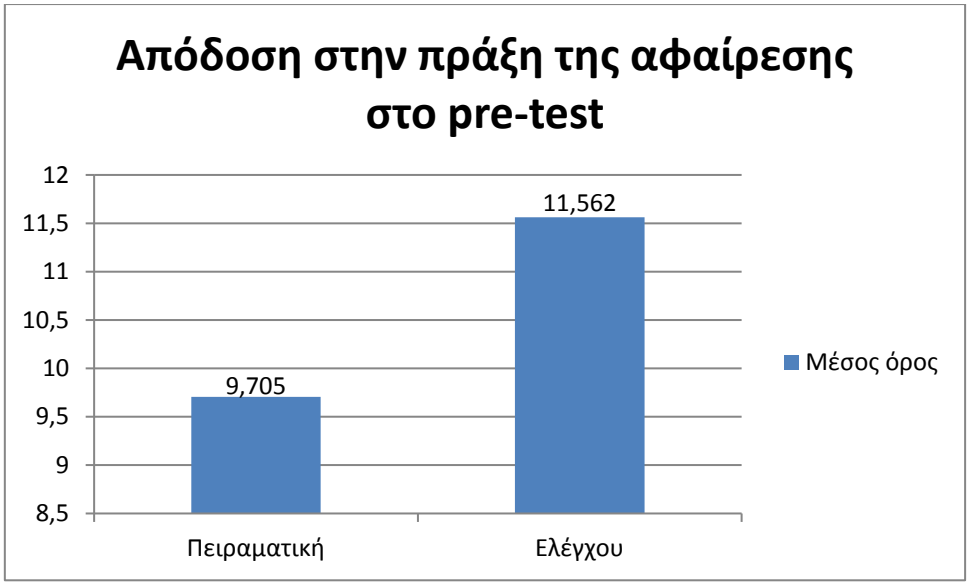
Γράφημα 8.2.4.2. Απόδοση των μαθητών στην πράξη της πρόσθεσης στο post-test

8.2.5. Η απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης

Από τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων στην πράξη της αφαίρεσης με το κριτήριο t-test στη βαθμολογία των μαθητών πριν τη διδακτική παρέμβαση προέκυψε, ότι υπάρχει σημαντική διαφορά στην βαθμολογία της πειραματικής ομάδας (M=9,705, SD=3,936) και της ομάδας ελέγχου (M=11,562, SD=2,280), με t(296,584)= -5,599 p< 0,001. Επομένως, οι δύο ομάδες δεν είναι ισοδύναμες, όσον αφορά την αφαίρεση πριν τη διδακτική παρέμβαση, δηλαδή οι γνώσεις των μαθητών της ομάδας ελέγχου (M=11,562) έχουν καλύτερη απόδοση στην πράξη της αφαίρεσης σε σχέση με την πειραματική ομάδα (M=9,705) πριν τη διδασκαλία όπως φαίνεται από τους πίνακες 8.2.5.1 και 8.2.5.2.

Ομάδα	N	Mean	Std. Dev.	Std. Error
Πειραματική	187	9,705	3,936	,287
Ελέγχου	192	11,562	2,280	,164

Πίνακας 8.2.5.1. Στατιστική ανάλυση στο pre-test για την πράξη της αφαίρεσης



Γράφημα 8.2.5.1. Απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης στο pre-test

Pre-test	t	df	Mean difference	Sig. (2-tailed)
t-test	-5,599	296,584	-1,85662	,000

Πίνακας 8.2.5.2. T-test σε ανεξάρτητα δείγματα στο pre-test για την πράξη της αφαίρεσης

Για τη σύγκριση της επίδοσης των δύο ομάδων πραγματοποιήσαμε την ανάλυση συνδιακύμανσης (ANCOVA), μετά από προσαρμογή για την επίδοση των μαθητών συνολικά στο pre-test (συμμεταβλητή).

Μια στατιστικά **σημαντική κύρια επίδραση** βρέθηκε για τον τύπο παρέμβασης της επίδοσης των μαθητών μετά τη διδακτική παρέμβαση για την πράξη της αφαίρεσης,

$\boldsymbol{F(1,376) = 26{,}648,\ p < 0{,}001,\ \eta^2 = 0{,}066}$ όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.5.3.

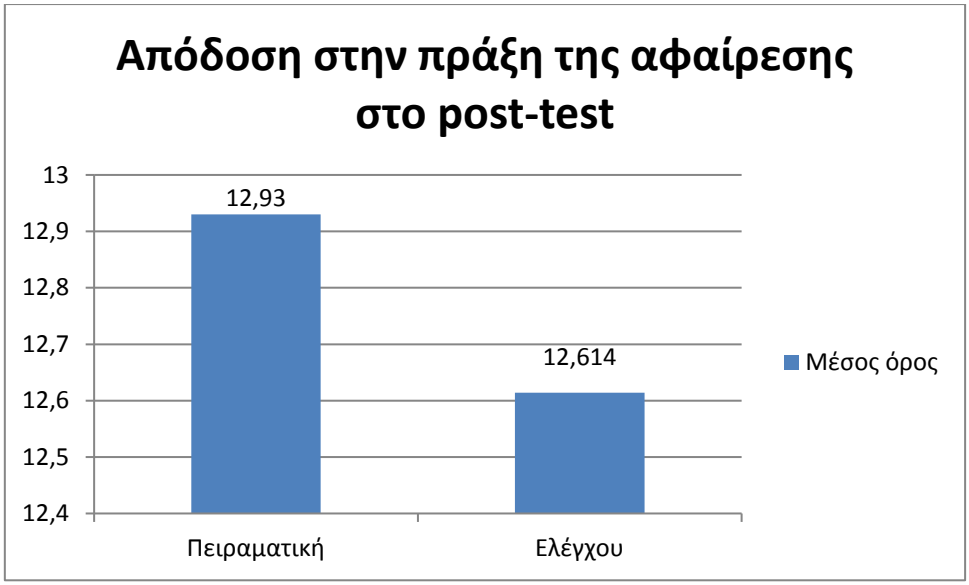
Πηγή Διακύμανσης	Άθροισμα τετραγώνων	Βαθμοί ελευθερίας (df)	Μέσο τετράγωνο (Mean Squares)	F	Sig.	η^2
Συμμεταβλητή (pre-test)	146,596	1	146,596	97,561	,000	,206
Group	40,041	1	40,041	26,648	,000	,066
Error	564,979	376	1,503			

Πίνακας 8.2.5.3. Σύγκριση των βαθμολογιών μαθητών για την πράξη της αφαίρεσης στο post-test: Ανάλυση ANCOVA

Παρατηρούμε ότι, η πειραματική ομάδα (M=12,930) έχει στατιστικά σημαντικά υψηλότερες τιμές στη συνολική απόδοση των μαθητών στο post-test από ότι η ομάδα ελέγχου (M=12,614), όπως φαίνεται στον πίνακα 8.2.5.4.

ΟΜΑΔΑ	Μέσος όρος (Mean)	Τυπική Απόκλιση (Std. Deviation)	N
Πειραματική	12,930	,688	187
Ελέγχου	12,614	1,806	192
ΜΟ/Σύνολο	12,770	1,381	379

Πίνακας 8.2.5.4. Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις για την πράξη της αφαίρεσης στο post-test.



Γράφημα 8.2.5.2. Απόδοση των μαθητών στην πράξη της αφαίρεσης στο post-test.

8.3. Στατιστική συμπερασματολογία

Σε αυτό το μέρος της έρευνας θα εξετάσουμε την ισχύ των ερευνητικών υποθέσεων χρησιμοποιώντας τους πίνακες της προηγούμενης ενότητας και βασιζόμενοι στις στατιστικές αναλύσεις για τους ελέγχους υποθέσεων και σημαντικότητας. Σκοπός του ελέγχου των υποθέσεων, όπως και των στατιστικών εκτιμήσεων, είναι να μας βοηθήσουν να εξάγουμε συμπεράσματα σχετικά με τον πληθυσμό της έρευνας, εξετάζοντας μόνο το δείγμα από τον πληθυσμό αυτό.

8.3.1. Έλεγχος της πρώτης ερευνητικής υπόθεσης

Η πρώτη ερευνητική υπόθεση όπως διατυπώθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρει ότι:

Ερευνητική υπόθεση 1 (ΕΥ1): Η συνολική απόδοση των μαθητών στα Μαθηματικά σύμφωνα με την αρχική και τελική δοκιμασία της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μέσω του εκπαιδευτικού λογισμικού, που κατασκευάσαμε είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.) που διδάσκονται Μαθηματικά με την παραδοσιακή μέθοδο.

Διατυπώσαμε την παραπάνω ερευνητική υπόθεση για να ελέγξουμε, αν στην αρχική και τελική δοκιμασία, η χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού που κατασκευάσαμε, ευθύνεται για την καλύτερη απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας έναντι των μαθητών της ομάδας ελέγχου, που διδάχτηκαν Μαθηματικά με την παραδοσιακή μέθοδο.

Στη συνέχεια ορίσαμε μια μηδενική υπόθεση H_0, η οποία αναφέρει ότι η συνολική απόδοση των μαθητών στα Μαθηματικά σύμφωνα με την αρχική και τελική δοκιμασία της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μέσω του εκπαιδευτικού λογισμικού, που κατασκευάσαμε δε διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.), που διδάσκονται Μαθηματικά με την παραδοσιακή μέθοδο.

Σε αντιδιαστολή, ορίσαμε μια εναλλακτική υπόθεση H_1, η οποία αναφέρει, ότι η συνολική απόδοση των μαθητών στα Μαθηματικά σύμφωνα με την αρχική και τελική δοκιμασία της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μέσω του εκπαιδευτικού λογισμικού που κατασκευάσαμε, διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.), που διδάσκονται Μαθηματικά με την παραδοσιακή μέθοδο.

Σύμφωνα λοιπόν με τις στατιστικές αναλύσεις που παρουσιάστηκαν στο υποκεφάλαιο 8.2.2. και τους παραπάνω πίνακες: 8.2.2.1., 8.2.2.2., 8.2.2.3. και 8.2.2.4. συμπεραίνουμε, ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 και γίνεται δεκτή η εναλλακτική υπόθεση H_1, δηλαδή η συνολική απόδοση των μαθητών στα Μαθηματικά σύμφωνα με την αρχική και τελική δοκιμασία της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.). Επομένως η στατιστικά καλύτερη απόδοση της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) οφείλεται στη χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού που κατασκευάσαμε και όχι στην παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας Μαθηματικών.

8.3.2. Έλεγχος της δεύτερης ερευνητικής υπόθεσης

Η δεύτερη ερευνητική υπόθεση όπως διατυπώθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρει ότι:

Ερευνητική υπόθεση 2 (ΕΥ2): Η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) ως προς τη γενική γνώση των αριθμών είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Διατυπώσαμε την παραπάνω ερευνητική υπόθεση για να ελέγξουμε την απόδοση, που αφορά τη γενική γνώση των αριθμών των δύο ομάδων- πειραματική ομάδα (Π.Ο.) και ομάδα ελέγχου (Ο.Ε.).

Στη συνέχεια, ορίσαμε μια μηδενική υπόθεση H_0, η οποία αναφέρει ότι η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς τη γενική γνώση των αριθμών δε διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Σε αντιπαράθεση, ορίσαμε μια εναλλακτική υπόθεση H_1, η οποία αναφέρει ότι η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς τη γενική γνώση των αριθμών διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Σύμφωνα λοιπόν με τις στατιστικές αναλύσεις που παρουσιάστηκαν στο υποκεφάλαιο 8.2.3. και τους παραπάνω πίνακες: 8.2.3.1., 8.2.3.2., 8.2.3.3. και 8.2.3.4. συμπεραίνουμε, ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 και γίνεται δεκτή η εναλλακτική υπόθεση H_1, δηλαδή η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς τη γενική γνώση των αριθμών είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

8.3.3. Έλεγχος της τρίτης ερευνητικής υπόθεσης

Η τρίτη ερευνητική υπόθεση όπως διατυπώθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρει ότι:

Ερευνητική υπόθεση 3 (ΕΥ3): Η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) ως προς την πράξη της πρόσθεσης είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Διατυπώσαμε την παραπάνω ερευνητική υπόθεση για να ελέγξουμε την απόδοση, που αφορά την πράξη της πρόσθεσης των δύο ομάδων- πειραματική ομάδα (Π.Ο.) και ομάδα ελέγχου (Ο.Ε.).

Στη συνέχεια, ορίσαμε μια μηδενική υπόθεση H_0, η οποία αναφέρει ότι η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς την πράξη της πρόσθεσης δε διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Σε αντιπαράθεση, ορίσαμε μια εναλλακτική υπόθεση H_1, η οποία αναφέρει ότι η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς την πράξη της πρόσθεσης διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Σύμφωνα λοιπόν με τις στατιστικές αναλύσεις που παρουσιάστηκαν στο υποκεφάλαιο 8.2.4. και τους παραπάνω πίνακες: 8.2.4.1., 8.2.4.2., 8.2.4.3. και 8.2.4.4. συμπεραίνουμε, ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 και γίνεται δεκτή η εναλλακτική υπόθεση H_1, δηλαδή η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς την πράξη της πρόσθεσης είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

8.3.4. Έλεγχος της τέταρτης ερευνητικής υπόθεσης

Η τέταρτη ερευνητική υπόθεση όπως διατυπώθηκε σε προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρει ότι:

Ερευνητική υπόθεση 4 (ΕΥ4): Η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) ως προς την πράξη της αφαίρεσης είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Διατυπώσαμε την παραπάνω ερευνητική υπόθεση για να ελέγξουμε την απόδοση που αφορά την πράξη της αφαίρεσης των δύο ομάδων- πειραματική ομάδα (Π.Ο.) και ομάδα ελέγχου (Ο.Ε.).

Στη συνέχεια, ορίσαμε μια μηδενική υπόθεση H_0, η οποία αναφέρει ότι η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς την πράξη της αφαίρεσης δε διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Σε αντιπαράθεση, ορίσαμε μια εναλλακτική υπόθεση H_1, η οποία αναφέρει ότι η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς την πράξη της αφαίρεσης διαφέρει στατιστικά από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.).

Σύμφωνα λοιπόν με τις στατιστικές αναλύσεις που παρουσιάστηκαν στο υποκεφάλαιο 8.2.5. και τους παραπάνω πίνακες: 8.2.5.1., 8.2.5.2., 8.2.5.3. και 8.2.5.4. συμπεραίνουμε, ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 και γίνεται δεκτή η εναλλακτική υπόθεση H_1, δηλαδή η απόδοση των μαθητών της πειραματικής ομάδας (Π.Ο.) μετά τη διδακτική παρέμβαση ως προς την πράξη της αφαίρεσης είναι στατιστικά σημαντικά καλύτερη από την απόδοση των μαθητών της ομάδας ελέγχου (Ο.Ε.). Τα παραπάνω αποτελέσματα βρίσκονται σε συμφωνία με τα αποτελέσματα άλλων παρόμοιων ερευνών σε παραπλήσια γνωστικά αντικείμενα (Arvanitaki & Zaranis, 2020; Zaranis & Valla, 2019; Zaranis, 2018; Zaranis, 2016; Zaranis & Alexandraki, 2019).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

9.1. Εισαγωγή

Το κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθεί με το σχολιασμό και την επεξήγηση των αποτελεσμάτων της έρευνας, όπως επίσης και με τη διατύπωση των συμπερασμάτων που προκύπτουν από αυτή. Όλα τα παραπάνω, θα οδηγήσουν στη εξαγωγή προτάσεων, οι οποίες θα σχετίζονται με τη βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων, πρόσθεσης και αφαίρεσης στο Δημοτικό Σχολείο με τη χρήση των Τ.Π.Ε. και οι πιθανές προεκτάσεις της μελέτης, οι οποίες πιθανόν να οδηγήσουν σε περαιτέρω μελλοντικές έρευνες.

9.2. Συμπεράσματα

Οι πιο σύγχρονες απόψεις της μαθηματικής κοινότητας αφορούν την ανάλυση των μαθηματικών γνώσεων στο σύνολό τους. Δηλαδή, η μαθηματική γνώση θα πρέπει να αποκτάται εν συναρτήσει με το κοινωνικοπολιτισμικό περιβάλλον εντός του οποίου μελετάται. Παράλληλα, μέσω των δραστηριοτήτων, που λαμβάνουν χώρα για την απόκτηση μαθηματικών γνώσεων, οφείλει να προάγεται η συνεργατικότητα μεταξύ των μαθητών αλλά και να προωθείται η χρήση των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνίας (Τ.Π.Ε.) όσο αυτό είναι δυνατόν.

Τα τελευταία χρόνια, οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (Τ.Π.Ε.) έχουν εισβάλει έντονα στη ζωή μας, επηρεάζοντας σημαντικά όλους τους τομείς της σύγχρονης κοινωνίας. Ένας απ' αυτούς τους τομείς είναι και η εκπαίδευση, όπου η είσοδος των νέων τεχνολογιών έγινε ιδιαίτερα αισθητή με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαίδευση απασχόλησε πολλούς ερευνητές, όχι μόνο όσον αφορά τον σχεδιασμό και την ανάπτυξη κατάλληλου εκπαιδευτικού λογισμικού, αλλά παράλληλα όσον αφορά τον τρόπο, που μπορεί να επηρεάσει τις διαδικασίες μάθησης και διδασκαλίας.

Η εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών στις σχολικές μονάδες σηματοδότησε παράλληλα την εισαγωγή ενός νέου μαθήματος, της Πληροφορικής. Η εισαγωγή της Πληροφορικής στην εκπαίδευση πραγματοποιήθηκε με γοργούς ρυθμούς με μια εκπαιδευτική πρακτική, που βασίζεται σε τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις: την τεχνοκεντρική προσέγγιση (η Πληροφορική σαν αυτόνομο γνωστικό αντικείμενο), την ολοκληρωμένη προσέγγιση (η Πληροφορική ως εργαλείο διδασκαλίας και μάθησης σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα και σαν μέσο για μια διαθεματική προσέγγιση) και την πραγματολογική προσέγγιση (η Πληροφορική ως συνδυασμός των δύο παραπάνω τρόπων).

Είναι φανερό, ότι η εποχή που βιώνουμε, χαρακτηρίζεται από τη ραγδαία εξέλιξη των νέων τεχνολογιών. Όλοι συνομολογούν, ότι οι υπολογιστικές και δικτυακές τεχνολογίες, λόγω του εγκάρσιου χαρακτήρα τους, διεισδύουν σταδιακά στο σύνολο της ανθρώπινης δραστηριότητας και είναι πλέον παρούσες σε μεγάλο μέρος των καθημερινών μας δραστηριοτήτων. Παρουσιάζουν έτσι, σημαντικά ζητήματα που αφορούν την οργάνωση και διαχείριση της πληροφορίας, την διαμεσολάβηση μέσω των ψηφιακών τρόπων μετάδοσης της γνώσης, την οργάνωση και τον καταμερισμό της εργασίας, την επικοινωνία από απόσταση.

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής και τα μέσα που τον συνοδεύουν, πέρα από τη χρησιμότητά τους ως εργαλεία διεκπεραίωσης καθημερινών εργασιών, μετατοπίζουν την ισχύουσα κατάσταση στην εκπαιδευτική διαδικασία και συνδράμουν τόσο στην καλλιέργεια μιας νέας παιδαγωγικής αντίληψης, παρέχοντας τόσο νέους ενεργητικούς τρόπους μάθησης, όσο και στην ανάπτυξη νέων στάσεων και δεξιοτήτων. Ο υπολογιστής κάτω από το πρίσμα αυτό καθίσταται διεπιστημονικό εργαλείο προσέγγισης της γνώσης σε όλο σχεδόν το φάσμα του προγράμματος σπουδών (Arvanitaki & Zaranis, 2020; Zaranis, & Valla, 2019).

Η εξέλιξη της τεχνολογίας είναι αυτή που καθορίζει σε μεγάλο βαθμό το πεδίο εφαρμογών των υπολογιστών μέσα στην τάξη. Μια από τις αρχικές εφαρμογές τους ήταν το μάθημα των Μαθηματικών κι αυτό, γιατί οι πρώτοι που χρησιμοποίησαν ηλεκτρονικούς υπολογιστές ήταν Μαθηματικοί, αλλά και γιατί οι υπολογιστές εκείνης της εποχής ήταν κατασκευασμένοι για να εξυπηρετούν κυρίως μαθηματικές ανάγκες.

Οι υπολογιστές θεωρούνται λοιπόν από τους εκπαιδευτικούς ως βοήθημα ή συμπλήρωμα της διδασκαλίας των Μαθηματικών κι αυτό γιατί με τη χρήση τους, η κουραστική δουλειά των υπολογισμών μπορεί να αντικατασταθεί από το γράψιμο προγραμμάτων, που δε λύνουν μόνο ένα πρόβλημα αλλά μια ομάδα ομοειδών προβλημάτων (Tavernier & Hu, 2020).

Το National Council of Teachers of Mathematics Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (1989) δίνει έμφαση στο γεγονός, ότι κάθε τι που έχει να κάνει με την τεχνολογία προσελκύει το ενδιαφέρον των μαθητών και αυξάνει την περιέργειά τους οδηγώντας τους σε μαθηματικές ανακαλύψεις. Εκτός όμως απ' τις μαθηματικές ανακαλύψεις, οι μαθητές χρησιμοποιώντας την τεχνολογία αναπτύσσουν και πολλές άλλες δεξιότητες.

Με τη χρήση των Τ.Π.Ε. οι μαθητές μπορούν να επιλέγουν τις κατάλληλες πηγές για να ανακαλύψουν και να επιλύσουν προβλήματα μέσα σε ένα συγκεκριμένο μαθησιακό πλαίσιο, να αναπτύξουν τον τρόπο σκέψης τους, το βαθμό φαντασίας τους, τη δημιουργικότητά τους, καθώς και τον πολύπλευρο συλλογισμό για την επίλυση προβλημάτων (Zaranis, 2018; Zaranis, 2016; Zaranis & Alexandraki, 2019). Επιπλέον, μπορούν να συνεργάζονται ομαδικά για την ανακάλυψη, ανάλυση και επίλυση προβλημάτων και να παίρνουν πρωτοβουλίες, συμμετέχοντας ενεργά στη διαδικασία της μάθησης. Τέλος, μπορούν να διερευνήσουν και να επεξηγήσουν την ευρύτερη χρήση των Τ.Π.Ε. στον εργασιακό χώρο και να συμπεριλάβουν τις συνέπειές τους.

9.3. Περιορισμοί της έρευνας

Η παρούσα μελέτη περιείχε μια διδακτική παρέμβαση για τη διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, που περιείχε διδακτικές τεχνικές, που στόχευαν στη διδασκαλία βασικών μαθηματικών εννοιών. Η διδακτική παρέμβαση πραγματοποιήθηκε μεταξύ των μηνών Ιανουαρίου και Μαρτίου του 2017 και όχι κατά την διάρκεια όλου του σχολικού έτους 2016-17.

Παρόλο που η χρονική διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης κρίνεται ικανοποιητική, ωστόσο δεν είναι πάντα επαρκής, για να καλυφθούν οι μαθησιακοί στόχοι των Μαθηματικών από τους μαθητές της Α΄ Τάξης Δημοτικού Σχολείου.

Περιορισμός, ακόμα, της παρούσας μελέτης αποτελεί το γεγονός, ότι το δείγμα της έρευνας ήταν εστιασμένο μόνο σε δημόσια Δημοτικά Σχολεία του Νομού Αττικής και δεν περιλάμβανε δείγμα από ολόκληρη την ελληνική επικράτεια. Για να έχουμε ένα πιο αντιπροσωπευτικό δείγμα, θα μπορούσε μια τέτοιου είδους έρευνα να περιλαμβάνει Δημοτικά σχολεία, ιδιωτικά και δημόσια από ολόκληρη τη χώρα.

Τέλος, το λογισμικό που κατασκευάστηκε με το προγραμματιστικό περιβάλλον Macromedia Flash και οι περισσότερες δραστηριότητες ήταν κλειστού τύπου. Αυτό δεν δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να αναπτύξουν διαφορετικούς τρόπους επίλυσης των προβλημάτων που παρουσιάζονται.

Λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω περιορισμούς γίνεται κατανοητό, ότι τα συμπεράσματα της έρευνας μπορούν να γενικευθούν μόνο σε πληθυσμό, που έχει παρόμοια χαρακτηριστικά με εκείνα της παρούσας έρευνας.

9.4. Προεκτάσεις της έρευνας

Στην παρούσα έρευνα δημιουργήσαμε, εκτός των φύλλων εργασίας, των χειραπτικών εργαλείων κι ένα εκπαιδευτικό λογισμικό για τη διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης των αριθμών από το 1 έως το 10 για την Α΄ Τάξη του Ελληνικού Δημοτικού Σχολείου, το οποίο βασίστηκε στα τέσσερα επίπεδα της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Η ύπαρξη του λογισμικού αυτού και η συνεισφορά του στη διδακτική διαδικασία αποκαλύπτει την αποτελεσματική προσφορά των Τ.Π.Ε. σε συνδυασμό με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών στη διδασκαλία των υπό έρευνα ενοτήτων του σχολικού εγχειριδίου του μαθήματος των Μαθηματικών της Α΄ Τάξης.

Η παρούσα πειραματική έρευνα, όπως επίσης και οι περισσότερες έρευνες και μελέτες, δεν εξαντλεί το υπάρχον ερευνητικό πεδίο, αλλά καθιστά νέα δεδομένα και κατευθύνσεις για περαιτέρω προεκτάσεις. Σύμφωνα με τον διαχωρισμό των μαθητών που έλαβε χώρα στην παρούσα έρευνα, σε ομάδα ελέγχου και σε πειραματική ομάδα,

θα μπορούσε να γίνει κι επιμέρους διαχωρισμός- κατηγοριοποίηση των μαθητών με βάση τον τρόπο διδασκαλίας τους. Η πρώτη κατηγορία θα αποτελούσε τους μαθητές οι οποίοι διδάσκονται με τον παραδοσιακό τρόπο, η δεύτερη εκείνους που διδάσκονται βάση της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών και τέλος εκείνους που διδάσκονται με τη βοήθεια της χρήσης των Τ.Π.Ε.

Όλες οι παράμετροι μπορούν να επεκταθούν σε όλες τις ενότητες των Μαθηματικών, σε όλες τις τάξεις και φυσικά σε όλα τα μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος σπουδών της Πρωτοβάθμιας αλλά και της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Στη συνέχεια, μια προτεινόμενη έρευνα, μετά την κατηγοριοποίηση αυτή, θα ακολουθούσε τα ίδια χνάρια με την παρούσα.

Επιπροσθέτως, βάσει των αποτελεσμάτων της πειραματικής αυτής έρευνας, όπου παρατηρήθηκε μεγαλύτερη βελτίωση των μαθητών της πειραματικής ομάδας αναφορικά με την κατανόηση των μαθηματικών πράξεων με τη χρήση των Τ.Π.Ε., θα ήταν ενδιαφέρουσα μια προέκτασή της, που ως περιεχόμενο και στόχο θα είχε την μελέτη της διατήρησης της βελτίωσης αυτής αλλά και τον ερευνητικό έλεγχο μιας περαιτέρω ειδικής ή γενικής βελτίωσης των μαθητών. Τα αποτελέσματα θα είχαν καταλυτική σημασία και για το διδακτικό έργο του εκπαιδευτικού, αλλά μια τέτοια έρευνα θα απαιτούσε και θα διαρκούσε πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

Μια ακόμα προέκταση, θα ήταν η κατασκευή και η χρήση ενός εκπαιδευτικού λογισμικού για την κάθε ενότητα, το οποίο θα αποτελούσε αναπόσπαστο μέρος της διδακτικής διαδικασίας αλλά και του σχεδίου διδασκαλίας. Ο ρόλος του θα ήταν αρχικά η παρουσίαση των νέων ενοτήτων, του νέου υλικού αλλά και ένα μέσο ελέγχου, εξάσκησης, κατανόησης, συνεργατικότητας, ενεργητικού τρόπου μάθησης και ανάπτυξης νέων δεξιοτήτων. Φυσικά και ο ρόλος του δεν αντικαθιστά τον εκπαιδευτικό της τάξης, μιας κι ο ίδιος ο εκπαιδευτικός είναι εκείνος που οργανώνει, προγραμματίζει, ελέγχει και πραγματοποιεί όλα τα παραπάνω.

Εν κατακλείδι, η παρούσα ερευνητική μελέτη συνέβαλε στο να κατανοήσουμε καλύτερα έναν από τους τρόπους που βοηθούν τους μαθητές στη βελτίωση της κατανόησης των μαθηματικών πράξεων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Κάθε μαθητής αποτελεί μια ξεχωριστή προσωπικότητα, που μπορεί να προσεγγιστεί με διαφορετικούς τρόπους ώστε να κατανοήσει αρχικά αλλά και να εξελιχθεί μεταγενέστερα μέσα από τη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης.

Στόχος της κάθε έρευνας, του κάθε σχεδίου διδασκαλίας, του κάθε εκπαιδευτικού θα πρέπει να είναι ο ίδιος ο μαθητής και οι τρόποι με τους οποίους θα τον κάνουμε να αγαπήσει, να προσέξει με ενδιαφέρον, να ακούσει, να κατανοήσει, να συνεργαστεί και να χρησιμοποιήσει στη μετέπειτα πορεία της ζωής του όσες νέες προσλαμβάνουσες γνώσεις έχει κατακτήσει.

Βιβλιογραφία

Ελληνική

Δαπόντες, Ν., Τζιμόπουλος, Ν., Τσοβόλας, Σ., Μαστρογιάννης, Ι., Ιωάννου, Σ., & Αλπάς, Α. (2003). *Ο δάσκαλος δημιουργός: Προτάσεις για παιδαγωγική αξιοποίηση του Microworlds Pro στο Νηπιαγωγείο και το Δημοτικό*. Αθήνα: Καστανιώτης.

Ζαβλανός, Μ. (2003*). Η ολική ποιότητα στην εκπαίδευση.* Αθήνα: Σταμούλης.

Ζαράνης, Ν., & Αλεξανδράκη, Φ. (2019). Η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης με τη βοήθεια των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στο Νηπιαγωγείο. Στο Γ. Κουτρομάνος, Λ. Γαλάνη, *Πρακτικά Εργασιών 6ου Πανελλήνιου Συνεδρίου «Ένταξη και Χρήση των Τ.Π.Ε. στην Εκπαιδευτική Διαδικασία»,* Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, *319-328,* 18-20 Οκτωβρίου 2019, Αθήνα.

Ζαράνης, Ν., & Χαλίδας, Α. (2018). Η βελτίωση της κατανόησης της πρόσθεσης στην Α΄ Τάξη του Δημοτικού Σχολείου με τη χρήση Τ.Π.Ε.. Στο *Πρακτικά Εργασιών 35ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας «Μαθηματικά: έρευνα και εκπαίδευση τον 21 αιώνα»*, Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, *380-391*, 7-9 Δεκεμβρίου 2018, Αθήνα.

Ζιάκα, Β. (2014). Ο Ρόλος του Διευθυντή στην Αποτελεσματική Λειτουργία μιας Σχολικής Μονάδας. *Ελληνικό Περιοδικό Διοίκησης Αθλητισμού & Αναψυχής*, *11*(1), 41-54.

Θωμαΐδης, Γ. (1999). Μια επισκόπηση ερευνών για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Ελληνική Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. *Ερευνητική Διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών*, *4*, 112-132.

Καλλιβρετάκη, Α. (2011). *Διερεύνηση του επιπέδου ανάπτυξης των δεξιοτήτων των εκπαιδευτικών Μαθηματικών, που αφορά στην παιδαγωγική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Τεχνολογίες Πληροφορικής και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Καρακασιλιώτης, Π. (2008). *Εκπαιδευτικό λογισμικό «Ενέργεια»*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Τεχνολογίες Πληροφορικής και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Καράμηνας, Ι. (2001). Διαδίκτυο και εκπαιδευτική διαδικασία. Θεωρητική προσέγγιση και μια πρόταση για τη διδακτική αξιοποίησή του στο Δημοτικό Σχολείο. Αθήνα: *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, *120-121*, 76-84.

Κλαουδάτος, Ν. (1999). Τι σημαίνει για την Μαθηματική Εκπαίδευση «Ενεργητική Στάση προς τα Μαθηματικά*»;*. *Επιθεώρηση Επιστημονικών και Εκπαιδευτικών Θεμάτων*. *1*(2), 62-77.

Κολέζα, Ε., & Σκορδούλης, Κ. (2000). Μαθηματικές Έννοιες και Πείραμα: Η Πορεία του Γαλιλαίου. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, *53*, 49-61.

Κουτσογιάννης, Δ. (2002). Τεχνολογίες της πληροφορικής και επικοινωνίας και διδασκαλία της ελληνικής γλώσσας: από το εκπαιδευτικό λογισμικό στον κριτικό τεχνοπρογραμματισμό στο *Νοητικά εργαλεία και πληροφοριακά μέσα*: Παιδαγωγική αξιοποίηση της σύγχρονης τεχνολογίας για τη μετεξέλιξη της εκπαιδευτικής πρακτικής, επιμέλεια Ε. Δημαράκη & Χρ. Κυνηγός, 393-420. Αθήνα: Καστανιώτης.

Κυνηγός, Χ., & Δημαράκη, Ε. (2002). *Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα*. Παιδαγωγική Αξιοποίηση της Σύγχρονης τεχνολογίας για τη Μετεξέλιξη της Εκπαιδευτικής Πρακτικής, Αθήνα: Καστανιώτης.

Κωτσίκης, Β.(1998). *Εκπαιδευτικά συστήματα: οργάνωση και διοίκηση, συστημική προσέγγιση*. Αθήνα: Έλλην.

Λαϊνάς, Α. (2000). «Διοίκηση και Προγραμματισμός Σχολικών Μονάδων: Επιστημονικές Προσεγγίσεις και Ελληνική Πραγματικότητα» στο Ζωή Παπαναούμ(επιμ.): *Ο Προγραμματισμός του Εκπαιδευτικού Έργου στη Σχολική Μονάδα: Από τη θεωρία στην Πράξη*. Θεσσαλονίκη: Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο & Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Μαλισιόβα, Ε. Κ. (2009). *Ανάπτυξη των στοχαστικών εννοιών με τη βοήθεια Τ.Π.Ε.*. Διπλωματική Εργασία, Σχολή Ανθρωπιστικών Σπουδών, Τμήμα Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού, Πανεπιστήμιο Αιγαίου.

Μπουραντάς, Δ. (2002). *Μάνατζμεντ: Θεωρητικό Υπόβαθρο και Σύγχρονες Πρακτικές*. Αθήνα: Μπενού.

Μπρίνια, Β. (2009). Βασικά στοιχεία σχεδιασμού της οργανωτικής δομής του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος. *SPOUDAI-Journal of Economics and Business*, *59*(1-2), 314-323.

Οικονομοπούλου, Β. (2011). *Εκπαιδευτικές δραστηριότητες με χρήση Τ.Π.Ε. στη διδασκαλία των Μαθηματικών: αναγκαιότητα, είδη και αξιολόγηση*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Τεχνολογίες Πληροφορικής και Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Παρασκευόπουλος, Ι. (1993). *Μεθοδολογία Επιστημονικής Έρευνας*, Τόμος Ζ. Αθήνα: Gutenberg.

Πασιαρδής, Π. (2004). *Εκπαιδευτική Ηγεσία. Από την περίοδο της ευμενούς αδιαφορίας στη σύγχρονη εποχή.* Αθήνα: Μεταίχμιο.

Πετρίδου, Ε. (1998). *Διοίκηση-Μάνατζμεντ.* Θεσσαλονίκη: Ζυγός.

Ράπτης Α., & Ράπτη Α. (2006). *Μάθηση και Διδασκαλία στην Εποχή της Πληροφορίας. Συνολική Προσέγγιση*. Α' Τόμος. Αθήνα: Αυτοέκδοση.

Ράπτης Α., & Ράπτη Α. (2006). *Μάθηση και Διδασκαλία στην Εποχή της Πληροφορίας. Συνολική Προσέγγιση*. Β' Τόμος. Αθήνα: Αυτοέκδοση.

Ράπτης Α., & Ράπτη Α. (1998). *Πληροφορική και Εκπαίδευση. Συνολική Προσέγγιση*. Αθήνα: Τελέθριον.

Ράπτης Α., & Ράπτη Α. (1999). *Πληροφορική και Εκπαίδευση. Συνολική Προσέγγιση*. Αθήνα: Τελέθριον.

Σολομωνίδου, Χ. (2006). *Νέες τάσεις στην εκπαιδευτική τεχνολογία, εποικοδομητισμός και σύγχρονα περιβάλλοντα μάθησης*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Τόκα, Α. (2009). *Αριθμομηχανές τσέπης «calculators» στη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση*. Μεταπτυχιακή Διπλωματική Εργασία, Σύγχρονα Περιβάλλοντα Μάθησης και Παραγωγή Διδακτικού Υλικού, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Βόλου, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας.

Τουμάσης, Μ. (1994). *Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

Τρέσσου, Ε. (1997). *Τα Μαθηματικά για Παιδιά από 5 έως 16 ετών*. Αθήνα: Λιβάνη.

Τρούλης, Γ. (1992). *Τα Μαθηματικά στο Δημοτικό Σχολείο. Διδακτική Προσέγγιση*. Αθήνα: Γρηγόρης.

Φεσάκης, Γ. (2009). Πρόσβαση νηπίων σε Τ.Π.Ε. εκτός σχολείου και σχετικές δραστηριότητές τους. *Θέματα Επιστημών και Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση, 2*(1-2), 5-27. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Φίλιας, Β. (1994). *Εισαγωγή στη Μεθοδολογία και τις Τεχνικές των Κοινωνικών Ερευνών*. Αθήνα: Gutenberg.

Χαβιάρης, Π., Καφούση, Σ., & Καλαβάσης, Φ. (2003). Εργαλεία για την ανάλυση της κοινωνικής αλληλεπίδρασης στην σχολική τάξη των Μαθηματικών. *Πρακτικά 2ου Συνεδρίου για τα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση*, με θέμα «Τα Μαθηματικά στο Γυμνάσιο», Αθήνα.

Χατζηθεολόγου, Α. (2000). Μάθηση: Προσωπικός ρυθμός και μαθησιακό στυλ. *Παιδαγωγικός Λόγος, 1*, 128-138.

Ξενόγλωσση

Anderson, T. (2008). *The Theory and Practice of online Learning*. Athabasca AB: Athabasca University Press.

Arvanitaki, M., & Zaranis, N. (2020). The use of ICT in teaching geometry in primary school. *Education and Information Technologies*, *25*, 5003-5016.

Axelrod, R. (1973). Schema theory: An information processing model of perception and cognition. *American Political Science Review*, *67*(4), 1248-1266.

Baggott La Velle, L., McFarlane, A., & Brawn, R. (2003). Knowledge transformation through ICT in science education: a case study in teacher-driven curriculum development-Case-Study. *British Journal of Educational Technology*, *34*(2), 183-199.

Bano, M., Zowghi, D., Kearney, M., Schuck, S., & Aubusson, P. (2018). Mobile learning for science and mathematics school education: A systematic review of empirical evidence. *Computers and Education*, *121*, 30-58.

Batool, S. H., & Webber, S. (2019). Mapping the state of information literacy education in primary schools: the case of Pakistan. *Library & Information Science Research*, *41*(2), 123-131.

Beauchamp, G. (2004). Teacher use of the interactive whiteboard in primary schools: Towards an effective transition framework. *Technology, pedagogy and education*, *13*(3), 327-348.

Becker, H. J. (2000). Findings from the teaching, learning, and computing survey. *Education policy analysis archives*, *14*, 51.

Bell, D., & Ritchie, R. (1999). *Towards effective subject leadership in the primary school*. UK: McGraw-Hill Education.

Blackwell, C. K., Lauricella, A. R., & Wartella, E. (2014). Factors influencing digital technology use in early childhood education. *Computers & Education*, *77*, 82-90.

Blau, P. M., & Meyer, M. W. (1977). *Bureaucracy in Modern Society*. New York: Random House.

Blurton, C. (1999). *New directions of ICT-use in education*. Ανακτημένο από: http://www.unesco.org/education/educprog/lwf/dl/edict.pdf.

Bottino, R. M. (2004). The evolution of ICT-based learning environments: Which perspectives for the school of the future?. *British Journal of Educational Technology*, *35*(5), 553-567.

Bourbour, M. (2020). Using digital technology in early education teaching: learning from teachers' teaching practice with interactive whiteboard. *International Journal of Early Years Education*, 1-18.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherche en didactique des mathematique*, *9*(3), 309-336.

Carrasco, M. R., & Torrecilla, F. M. (2012). Learning environments with technological resources: a look at their contribution to student performance in Latin American elementary schools. *Educational Technology Research and Development*, *60*(6), 1107-1128.

Casey, A., Layte, R., Lyons, S., & Silles, M. (2012). Home computer use and academic performance of nine-year-old. *Oxford Review of Education*, *38*(5), 617-634.

Chai, C. S., Koh, J. H. L., Tsai, C. C., & Tan, L. L. W. (2011). Modeling primary school pre-service teachers' Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) for meaningful learning with information and communication technology (ICT). *Computers & Education*, *57*(1), 1184-1193.

Clark-Wilson, A., Aldon, G., Cusi, A.,Goos, M., Haspekian, M., Robutti, O., & Thomas, M. (2014). The challenges of teaching Mathematics with digital technologies-the evolving role of the teacher. *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*. *38*(1), 87-116. Canada: University of British Columbia.

Clements, D. H. (1999). Young children and technology. Collection: *Dialogue on early childhood science, mathematics, and technology education*. American Association for the Advancement of Science.

Clements, D. H. (2002). Computers in early childhood mathematics. Contemporary issues in early childhood. *SAGE Journals*, *3*(2), 160-181.

Clements, D. H., & Nastasi, B. K. (1992). *Computers and early childhood education. Preschool and early childhood treatment directions*. Routledge: Taylor & Francis Group.

Cobb, P., & Bowers, J. (1999). Cognitive and situated learning perspectives in theory and practice. *Educational researcher*, *28*(2), 4-15.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, *31*, 175-190.

Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in Classroom Mathematical Practices. *Journal of the Learning Sciences*, *10*(1&2), 113-163.

Condie, R., & Munro, B. (2007). *The impact of ICT in schools: Landscape review*. UK: Becta.

Daft, R. (2005). *Οργανωσιακή Θεωρία και σχεδιασμός*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.

Daniels, S. E., & Walker, G. B. (2001). *Working through environmental conflict: The Collaborative Learning Approach*. Westport CT: Praeger Publishers.

Davis, Ph., & Hersh, R. (1986). *Descartes' Dream*. Boston: Houghton Mifflin Company.

De Abreu, G. (2000). Relationships between macro and micro socio-cultural contexts: Implications for the study of interactions in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *41*(1), 1-29.

De Witte, K., & Rogge, N. (2014). Does ICT matter for effectiveness and efficiency in mathematics education?. *Computers & Education*, *75*, 173-184.

Dias, P., & Brito, R. (2021). Criteria for selecting apps: Debating the perceptions of young children, parents and industry stakeholders. *Computers & Education*, *165*, 104-134.

Dick, T. P., & Hollebrands, K. F. (2011). *Focus in high school mathematics: Technology to support reasoning and sense making*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dienes, Z. P. (1963). On the learning of mathematics. *The Arithmetic Teacher*, *10*(3), 115-126.

Dimakos, G., & Zaranis, N. (2010). The influence of the Geometer's Sketchpad on the Geometry Achievement of Greek School Students. *The Teaching of Mathematics*, *13*, 113-124.

DiSessa, A. (2000). *Changing Minds, Computers, Learning and Literacy*. Cambridge, MA: MIT Press.

Dittert, N., Thestrup, K., & Robinson, S. (2021). The SEEDS pedagogy: Designing a new pedagogy for preschools using a technology-based toolkit. *International Journal of Child-Computer Interaction*, *27*, 100210.

Dorouka, P., Papadakis, St., & Kalogiannakis, M. (2021). Nanotechnology and Mobile Learning: Perspectives and Opportunities in Young Children's Education, *International Journal of Technology Enhanced Learning*, *13*(3), 237-252.

Douady, R. (1985). The interplay between different settings. Tool-object dialectic in the extension of mathematical ability. *Proceedings of the ninth international conference for the psychology of mathematics education*, *2*, 33-52.

Drenoyianni, H., & Selwood, I. D. (1998). Conceptions or misconceptions? Primary teachers' perceptions and use of computer in classrooms. *Education and Information Technologies*, *3*, 87-99.

Dubinsky, E. (2000). Meaning and Formalism in Mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 5*, 211-240.

Dubinsky, E. (2000). Using a theory of learning in college mathematics courses. *Teaching and Learning Undergraduate Mathematics, 12*.

Duit, R., & Treagust, D. (1998). Learning in science: From behaviorism towards social constructivism and beyond. In B. J. Fraser, & K. G. Tobin, *International handbook of science education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Finney, R. L., Demana, F. D., Waits, B. K., & Kennedy, D. (2000). *Calculus: A complete course*. USA: Addison-Wesley.

Framework for Action, (2010), on ICT For Development in the Pacific (FAIDP) Review Sakaio Manoa. ICT Outreach Coordinator USP.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Furenes, M. I., Kucirkova, N., & Bus, A. G. (2021). A comparison of children's reading on paper versus screen: A meta-analysis. *Review of Educational Research*. Prepublished March 9, 2021.

Gagne, R. M. (1970). *The conditions of learning* (2nd ed.) Holt, Rinehart, & Winston.

Georgiadis, P., Gyftodimos, G., Kotsanis, Y., & Kynigos, C. (1993). Logo-like Learning Environments: Reflection & Prospects. *In Proceedings of the 4th European Logo Conference, 93*, University of Athens, Athens.

Ginsburg, H., & Baroody, A. J. (1983). *Test of Early Mathematics Ability: TEMA*. Pro Ed.

Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (1990). *The Test of Early Mathematics Ability*, Second Edition. Austin, TX: Pro Ed.

Ginsburg, H. P. (1990). Assessment probes and instructional activities: *The Test of Early Mathematics Ability*, Second Edition. Austin, TX: Pro Ed.

Glover, D., Miller, D., Averis, D., & Door, V. (2005). The interactive whiteboard: a literature survey. Technology. *Pedagogy and Education*, *14*(2), 155-170.

Glover, D., Miller, D., Averis, D., & Door, V. (2007). The evolution of an effective pedagogy for teachers using the interactive whiteboard in mathematics and modern languages: An empirical analysis from the secondary sector. *Learning, Media and Technology*, *32*(1), 5-20.

Gogos, R. (2013). ELearning Resources from *EFront Blog*. EFront Blog.

Gravemeijer, K. P. E. (2004). Creating opportunities for students to reinvent mathematics. In *Regular lecture at the 10th International Congress on Mathematical Education* (ICME 10), Copenhagen, Denmark, Copenhagen.

Gravemeijer, K. P. E., McClain, K., & Stephan, M. (1998). Supporting students' construction of increasingly sophisticated ways of reasoning through problem solving. In: A. Olivier & K. Newstead. *Proceedings of the 22nd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *1*, 194-209.

Haddad, W. D., & Jurich, S. (2002). ICT for education: Potential and potency. In W.D. Haddad and A. Draxler. *Technologies for education: Potential, parameters and prospects*. UNESCO and Academy for Educational Development, 28-40.

Hancock, M. (1995). *Pronunciation Games*, Cambridge Copy Collection, University of Cambridge, Cambridge University Press.

Harmer, J. (2007). *The practice of English language teaching*. UK: Pearson.

Hegedus, S. J., & Moreno-Armella, L. (2009). Intersecting representation and communication infrastructures. *ZDM Mathematics Education*, *41*, 399-412.

Hennessy, S., Ruthven, K., & Brindley, S. (2005). Teacher perspectives on integrating ICT into subject teaching: commitment, constraints, caution, and change. *Journal of curriculum studies*, *37*(2), 155-192.

Higgins, S. (2009). *Interpreting the evidence base for the impact of digital technologies on learning*. Coventry: Becta.

Hoyles, C., Newman, K., & Noss, R. (2001). Changing patterns of transition from school to university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *32*(6), 829-845.

Hoyles, C., Noss, R., & Adamson, R. (2002). Rethinking the microworld idea. *Journal of educational computing research*, *27*(1), 29-53.

Hsin-Yuan Huang, W., & Soman, D. (2013). *A Practitioner's Guide To Gamification Of Education Research Report Series Behavioural Economics in Action Rotman School of Management*, University of Toronto.

Idris, N. (2007). The effect of Geometers' Sketchpad on the performance in geometry of Malaysian students' achievement and van Hiele geometric thinking. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, *1*(2), 169-180.

Ihmedieh, F. (2010). The role of computer technology in teaching reading and writing: Early childhood teachers' beliefs and practices. *Journal of research in Childhood Education*, *24*, 60-79.

Ittigson, R. J., & Zewe J. G. (2003). *Technology in the Mathematics Classroom*. USA: Information Science Publishing.

Jang, S. J., & Tsai, M. F. (2012). Exploring the TPACK of Taiwanese elementary mathematics and science teachers with respect to use of interactive whiteboards. *Computers & Education*, *59*(2), 327-338.

Jaworski, B., & Potari, D. (2009). Bridging the macro-and micro-divide: Using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(2), 219-236.

Judge, S. (2005). The impact of computer technology on academic achievement of young African American children. *Journal of Research in Childhood Education, 20*, 91-101.

Kafai, Y., & Resnick, M., (1996). *Constructionism in Practice. Designing, Thinking and Learning in a Digital World*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc..

Kaldrimidou, M., Sakonidis, C., & Tzekaki, M. (2008). On the Nature of the Mathematical Knowledge under construction in the classroom: In G. Philippou et al., *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society of Researches in Mathematics Education*, Department of Education, University of Cyprus.

Kaldrimidou, M., Sakonidis, H., & Tzekaki, M. (2007). On the mathematical knowledge under construction in the classroom: A comparative study. *Proceedings of the 31st conference of PME*, 89-96.

Kalogiannakis, M., Ampartzaki, M., Papadakis, St., & Skaraki, E. (2018). Teaching Natural Science Concepts to Young Children with Mobile Devices and Hands-on Activities. A Case Study. *International Journal of Teaching and Case Studies*, *9*(2), 171-183.

Kapp, K. M. (2012). *The gamification of learning and instruction: game-based methods and strategies for training and education*. USA: John Wiley & Sons.

Katz, D., & Kahn, R. L. (1978). *The social psychology of organizations*. New York: Wiley.

Kieran, C., Forman, E. A., & Sfard, A. (2002). *Learning discourse: discursive approaches to research in mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kim, H.-S., Kil, H.-J., & Shin, A. (2014). An analysis of variables affecting the ICT literacy level of Korean elementary school students. *Computers & Education*, *77*(19).

Kinach Barbara, M. (2010). A Review of How the Brain Learns Mathematics. *The Journal of Educational Research*, 368-369.

Kozma, R. B. (2003). Technology and classroom practices: An international study. *Journal of Research on Technology in Education, 36*(1), 1-14.

Kozulin, A. (2004). Vygotsky's theory in the classroom: Introduction. *European Journal of Psychology of Education, 19*(1), 3-7.

Kroesbergen, E. H., Van de Rijt, B. A. M., & Van Luit, J. E. H. (2007). Working memory and early mathematics: Possibilities for early identification of mathematics learning disabilities. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities, 20*, 1-19.

Kynigos, C. (2002). Generating Cultures for Mathematical Microworld Development in a Multi-Organizational Context. *Journal of Educational Computing Research, 27*(1), 185-211.

Kynigos, C. (2015). Constructionism: Theory of Learning or Theory of Design? In Selected Regular Lectures from the *12th International Congress on Mathematical Education*, 417-438, Springer International Publishing Cham Heidelberg New York Dordrecht London, Switzerland.

Laborde, C., & Laborde, J.-M. (1995). What about a learning environment where Euclidean concepts are manipulated with a mouse? *Computers and Exploratory Learning*. NATO ASI Series, Berlin: Springer Verlag.

Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutierrez & P. Boero, *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 275-304. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Lauman, D. J. (2000). Student Home Computer Use: A Review of the Literature. *Journal of Research on Computing in Education, 33*(2), 196-203.

Leong, K. E. (2013). Impact of Geometer's Sketchpad on Students Achievement in Graph Functions. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, *1*(2), 19-33.

Lerman, S. (2001). Accounting for accounts of learning mathematics: Reading the ZPD in videos and transcripts. *Perspectives on practice and meaning in mathematics and science classrooms*, 53-74. Netherlands: Springer.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. In: C. Kieran; E. Forman; A. Sfard., Learning discourse: sociocultural approaches to research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *46*(1-3).

Liu, C., & Hwang, G. J. (2020). Roles and research trends of touchscreen mobile devices in early childhood education: review of journal publications from 2010 to 2019 based on the technology enhanced learning model. *Interactive Learning Environments*, 1-20.

Lovett, B. J., Sparks, R. L. (2011). The Identification and Performance of Gifted Students With Learning Disability Diagnoses: A Quantitative Synthesis. *Journal of Learning Disabilities*, *46*(4), 304-316.

Luu, K., & Freeman J. G. (2011). An analysis of the relationship between information and communication technology (ICT) and scientific literacy in Canada and Australia. *Computers & Education*, *56*(4), 1072-1082.

Mackintosh, N. J. (1977). *Conditioning as the perception of causal relations. Foundational problems in the special sciences*, 241-250. Netherlands: Springer.

Mariotti, M. A. (2002). Influences of Technologies Advances in Students' Math Learning. In Handbook of *International Research in Mathematics Education*, *29*, 757-786. Lawrence Erlbaum Associates publishers, Mahwah, New Jersey.

Matthews, L. E. (2003). Babies overboard! The complexities of incorporation culturally relevant teaching into mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *53*(1), 61-82.

McKenney, S., & Voogt, J. (2009). Designing technology for emergent literacy: the pictopalinitiative. *Computers and Education*, *52*, 719-729.

Menn, L. (1976). *Evidence for an Interactionist-Discovery Theory of Child Phonology. Papers and Reports on Child Language Development*. ERIC Clearinghouse.

Mercer, N. (2009). Developing Argumentation: Lessons Learned in the Primary School. In: Muller Mirza N., Perret-Clermont AN. *Argumentation and Education*, 177-194. Boston: Springer.

Merenyi, A., Szabo, V., & Takacs, A. (2010). *101 ΙΔΕΕΣ για πρωτοπόρους Εκπαιδευτικούς*. Αθήνα: Καλειδοσκόπιο.

Mirra, A. (2005). A family's guide: fostering your child's success in school mathematics. *The National Council of Teachers of Mathematics*. INC. 1-33.

Nardi, B. A. (1996). *Context and consciousness: activity theory and human-computer interaction*. Cambridge, MA: MIT Press, 400.

National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Standards for School Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. UK: Reston.

Nikolopoulou, K. (2020). Preschool teachers' practices of ICT-supported early language and mathematics. *Creative Education*, *11*(10), 2038-2052.

Nordin, N., Zakaria, E., Mohamed, N. R. N., & Embi, M. A. (2010). Pedagogical usability of the Geometer's Sketchpad (GSP) digital module in the mathematics teaching. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *9*(4).

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical meanings. Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer.

OECD (2013), PISA (2012). Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. France: OECD Publishing.

Ortiz, R. W., Green, T., & Lim, H. (2011). Families and home computer use: Exploring parent perceptions of the importance of current technology. *Urban Education*, *46*(2), 202-215.

Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2016). Developing fundamental programming concepts and computational thinking with Scrather in Preschool Education. A case study. *International Journal of Mobile Learning and Organisation*, *10*, 187-202.

Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2018). The effectiveness of computer and tablet assisted intervention in early childhood students' understanding of numbers. An empirical study conducted in Greece. *Education and Information Technologies*, *23*(5), 1849-1871.

Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2021). Teaching mathematics with mobile devices and the Realistic Mathematical Education (RME) approach in kindergarten. *Advances in Mobile Learning Educational Research*, *1*(1), 5-18.

Papadakis, S., Zaranis, N., & Kalogiannakis, M. (2019). Parental involvement and attitudes towards young Greek children's mobile usage. *International Journal of Child-Computer Interaction*, *22*, 100144.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Basic Books, New York: Inc. Publishers.

Papert, S., & Harel, I. (1991). *Situating constructionism*. New Jersey: Ablex Publishing Corporation.

Pomerantz, H. (1997). The Role of Calculators in Mathematics Education, Dallas. Scott, BA (1995). *The Effect of Graphing Calculators in Algebra II Classrooms: A Study of Comparing Achievement, Attitude, and Confidence*. University of North Texas.

Purkey S. C., & Smith M. S. (1983). Effective Schools: A Review. *The Elementary School Journal*, *83*(4).

Reynolds, D. (2010). *School effectiveness*. A&C Black. University of Southampton.

Reynolds, D., Treharne, D., & Tripp, H. (2003). ICT-the hopes and the reality. *British journal of educational technology*, *34*(2), 151-167.

Ruthven, K., & Hennessy, S. (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational studies in mathematics*, *49*(1), 47-88.

Schoevers, E. M., Leseman, P. M., Slot, E. M., Bakker, A., Keijzer, R., & Kroesbergen, E. H. (2019). *Thinking Skills and Creativity*, *31*, 323-334.

Sfard, A. (2001). Learning mathematics as developing a discourse. *Proceedings of 21st Conference of PME-NA*, 23-44. Columbus, OH: Clearing House for Science, mathematics, and Environmental Education.

Shaughnessy, M., Chance, B. L., Kranendonk, H., & National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in high school mathematics: Reasoning and sense making in statistics and probability*. The National Council of Teachers of Mathematics. INC. USA: Reston.

Simon M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114-145.

Sinclair, H. (1987). Constructivism and the psychology of mathematics. *Proceedings of the Eleventh Annual Psychology of Mathematics Education Conference*, 28-41.

Skinner, B. (2013). *Περί συμπεριφορισμού*. (Μετάφραση) Ε. Τσούκαρης, Αθήνα: Πεδίο.

Sousa, M. J., & Rocha, A. (2019). Leadership styles and skills developed through game-based learning. *Journal of Business Research*, *94*, 360-366.

Steffe, L. P. (1988). Children's Construction of Number Sequences and Multiplying Schemes. In Hiebert J, Behr M, *Number concepts and operations in the middle grades*, National Council of Teachers of Mathematics. USA: Reston.

Stephan, M., Bowers, J., Cobb, P., & Gravemeijer, K. P. E. (2003). Supporting students' development of measuring conceptions: analyzing students' learning in social context. *Journal for research in mathematics education*, *12*, 51-66.

Stock, E., & Fishman, R. (2010). The not-so-simple debate about home computers and achievements. *Education week*, *30*(7), 24-26.

Tavernier, M., & Hu, X. (2020). Emerging Mobile Learning Pedagogy Practices: Using tablets and constructive apps in early childhood education. *Educational Media International*, *57*(3), 253-270.

Thompson, J. F., Warsi, Z. U., & Mastin, C. W. (1985). *Numerical grid generation: foundations and applications*, *45*. Amsterdam: North-Holland.

Thompson, P. (1985). A Piagetian Approach to Transformation Geometry via Microworlds. *Mathematics Teacher*, *78*(6), 465-471.

Thompson, P. W. (1985). Experience, problem solving, and learning mathematics: Considerations in developing mathematics curricula. In E. A. Silver, *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, 189–243. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Thorndike, E. L. (1922). *The psychology of arithmetic*. New York: Macmillan.

TIMSS & PIRLS. (2011). Assessment, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Publisher: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Trundle, K. C., & Bell, R. L. (2010). The use of a computer simulation to promote conceptual change: A quasi-experimental study. *Computers and Education*, *54*, 1078-1088.

Turow, J. (1999). *The Internet and the family: The view from parents, the view from the press*. Annenberg Public Policy Center of the University of Pennsylvania.

Underwood, J. (2009). *The impact of digital technology: a review of the evidence of the impact of digital technologies on formal education*. UK: Becta.

UNESCO-UIS (2009). Education Indicators Technical Guidelines. UNESCO-UIS Information Bulletin No. 14, Accessed September 2012.

Van de Walle, J. A. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο*, επιμέλεια Τριανταφυλλίδης Τρ. Αθήνα: Τυπωθήτω.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute CD-ROM for ICME9. Utrecht: Utrecht University.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & TAL Team. (2008). *Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Rotterdam: Sense Publishers.

Van Oers, B. (1998). From context to contextualizing. *Learning and instruction*, *8*(6), 473-488.

Voogt, J. (2003). Consequences of ICT for aims, contents, processes, and environments of learning. *Curriculum landscapes and trends*, 217-236.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of the higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Walcott, C., Mohr, D., & Kastberg, E. S. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *Journal of Mathematical Behavior*, *28*, 30-40.

Warschauer, M., Turbee, L., & Roberts, B. (1996). Computer learning networks and student empowerment. *System*, *24*(1), 1-14.

Wertsch, J. V. (1991). A sociocultural approach to socially shared cognition. In L. B. Resnick, J. M. Levine, & S. D. Teasley, *Perspectives on socially shared cognition*, 85-100. Washington, DC.: American Psychological Association.

Wood, R., & Ashfield, J. (2008). The use of the interactive whiteboard for creative teaching and learning in literacy and mathematics: A case study. *British Journal of educational technology*, *39*(1), 84-96.

Wu, W.-H., Chio, U, W.-B., Kao, H.-Y, Alex Hu, C.-H., & Huang, S.-H. (2012*)*. Re-exploring game-assisted learning research: the perspective of learning theoretical bases. *Computers & Education*, *59*, 1153-1161.

Yelland, N. (2005). The future is now: A review of the literature on the use of computers in early childhood education (1994-2004). *AACE Journal*, *13*(3), 201-232.

Zaranis N., & Alexandraki F. (2019). Comparing the Effectiveness of Using Tablet Computers for Teaching Division to Kindergarten Students. Tsitouridou M., A. Diniz J., & Mikropoulos T., Technology and Innovation in Learning, Teaching and Education. *TECH-EDU 2018. Communications in Computer and Information Science*, *993*, 280-295. Springer, Cham.

Zaranis, N. (2016). Does the use of Information and Communication Technology through the use of Realistic Mathematics Education help kindergarten students to enhance their effectiveness in addition and subtraction? *Preschool & Primary Education*, *5*(1), 46-62.

Zaranis, N. (2017). Does the use of Information and Communication Technology through the use of Realistic Mathematics Education help kindergarten students to enhance their effectiveness in addition and subtraction?. *Preschool and Primary Education*, *5*, 46-62.

Zaranis, N., & Exarchakos, G. M., (2018). The use of ICT and the Realistic Mathematic Education for understanding simple and advanced stereometry shapes among University students. In A. Micropoulos, *Research on e-Learning and ICT in Education: Technological, Pedagogical and Instructional Perspectives.* Springer International Publishing AG. 135–152.

Zaranis, N., & Valla, V., (2019). Tablets in Learning Mathematics for Kindergarten Students. In D. Linda *Didactics of Smart Pedagogy-Smart Pedagogy for Technology Enhanced Learning*, 267-284. Switzerland: Springer.

Zaranis, N., (2018). Comparing the Effectiveness of Using Tablet Computers for Teaching Addition and Subtraction. In D. Linda, & M. Lytras, *Learning Strategies and Constructionism in Modern Education Settings*, 131-151, IGI Global.

Zaranis, N., Kalogiannakis, M., & Papadakis, S. (2013). Using mobile devices for teaching realistic mathematics in kindergarten education. *Creative Education*, *4*, 1-10.

Παράρτημα Α

Ερωτηματολόγιο Έρευνας

TEST ΤΕΜΑ

Όνομα .....……**Αγόρι** ☐ **Κορίτσι** ☐
Δημοτικό……**Τμήμα**.....

Ημερομηνία τεστ	
Ημερομηνία γέννησης	
Ηλικία	

Ερώτηση 1	Ποιος αριθμός είναι μετά το:	**α)24→** ☐ **β)33→** ☐
Ερώτηση 2	Μέτρα αυτές τις κουκίδες με το δάκτυλό σου.	**α)** ☐ **β)** ☐
Ερώτηση 3	Γράψε τους αριθμούς **προς τα πίσω** αρχίζοντας από το **10**.	**10** **9** ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Ερώτηση 4	Πώς θα μοιράσει η μαμά 12 μπισκότα : **α)**σε 2 παιδιά; **β)**σε 3 παιδιά;	**α)** ☐ ☐ **β)** ☐ ☐ ☐
Ερώτηση 5	Στο ένα χέρι έχεις 2 κύβους και στο άλλο έχεις 1 .Πόσα είναι 2 και 1 μαζί; **α)** 3 και 2 μαζί; **β)** 4 και 3 μαζί; **γ)** 5 και 2 μαζί;	**2** **1** **ΟΛΑ** **3** **α)** **3** **2** **ΟΛΑ** ☐ **β)** **4** **3** **ΟΛΑ** ☐ **γ)** **5** **2** **ΟΛΑ** ☐

Ερώτηση 6	**Κυκλώστε** τον αριθμό που είναι πιο κοντά στο 6 **α)** στο 7 **β)** στο 6 **γ)** στο 3 **δ)** στο 5 **ε)** στο 8 **στ)** στο 3	**6** **5 ή 9** **α)** **7** **1 ή 9** **β)** **6** **4 ή 10** **γ)** **3** **5 ή 9** **δ)** **5** **1 ή 7** **ε)** **8** **1 ή 6** **στ)** **3** **1 ή 6**
Ερώτηση 7	Ζωγράφισε 9 κύκλους.	
Ερώτηση 8	Γράψε με λόγια ποιος αριθμός είναι αυτός	**α)** **β)** **γ)**
Ερώτηση 9	Γράψε τον αριθμό	**α)** **β)**
Ερώτηση 10	Γράψε τους αριθμούς στη σειρά από το 1 έως το 10.	1 2

Ερώτηση 11	Ο Γιώργος είχε 4 μπισκότα. Αγόρασε άλλο 1 . Πόσα έχει όλα μαζί; **5**	**α)** **β)** **γ)**
Ερώτηση 12	Μέτρα ανά 10 όπως εγώ 10, 20, 30, τώρα συνέχισε μόνος σου.	**10, 20, 30,**
Ερώτηση 13	**α)**Ο Γιώργος είχε 9 κύβους στο ένα χέρι και 7 στο άλλο. Πόσους κύβους έχει και στα δύο χέρια; **β)**Η Ελένη είχε 8 σοκολάτες και έφαγε τις 5. Πόσες σοκολάτες της έμειναν; **γ)** Ο Κώστας είχε 7 ευρώ και κέρδισε 6 ευρώ βοηθώντας τον παππού του. Πόσα ευρώ έχει ο Κώστας τώρα;	**α)** **β)** **γ)**
Ερώτηση 14	Γράψε με λόγια ποιος αριθμός είναι αυτός;	**α)** **β)** **γ)**
Ερώτηση 15	Ποιος αριθμός είναι μετά το 3 ;	**4** **α)** **β)**

Ερώτηση 16	Κυκλώστε τον αριθμό που είναι πιο κοντά στον 6, ο 5 ή ο 9;	6 (5) **ή 9** **α)** 32 **24 ή 61** **β)** 84 **51 ή 96** **γ)** 48 **24 ή 53** **δ)** 65 **49 ή 99** **ε)** 71 **49 ή 84** **στ)** 53 **22 ή 67**
Ερώτηση 17	Μέτρα αυτές τις κουκίδες με το δάκτυλό σου.	**α)** ☐ **β)** ☐
Ερώτηση 18	Ποιος αριθμός είναι μετά το 3;	4 **α)** ☐ **β)** ☐
Ερώτηση 19	Άρχισε να μετράς **προς τα πίσω** αρχίζοντας από το **20**.	**20, 19,** ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
Ερώτηση 20	Αν από τα 2 βγάλω τα 1, πόσα μένουν;	**2-1=** 1 **α)2-2=** ☐ **β)4-1=** ☐ **γ)7-7=** ☐ **δ)9-1=** ☐

Ερώτηση 21	Μέτρα ανά 10 όπως εγώ: 100, 110, 120, τώρα συνέχισε μόνος	**100, 110,120,**
Ερώτηση 22	Πόσα είναι 2και _2 μαζί;	**2+2=** 4 **α)3+4=** **β)6+3=**
Ερώτηση 23	Γράψε με λόγια ποιος αριθμός είναι αυτός;	**α)** **β)** **γ)**
Ερώτηση 24	Γράψε τον αριθμό.	**α)** **β)**
Ερώτηση 25	Πόσα είναι 2 και 2 μαζί;	**2+2=** 4 **α)6+4=** **β)3+3=** **γ)7+3=** **δ)4+4=**
Ερώτηση 26	Πόσα χαρτονομίσματα των 10 ευρώ πρέπει να μαζέψω για να τα κάνω 100 ευρώ.	

Ερώτηση 27	Ποιος αριθμός είναι μετά το 2 και μετά το 3;	**2,3,** 4 **α)148, 149,** **β)178, 179,**
Ερώτηση 28	Κάνε αυτά τα προβλήματα πρόσθεσης τώρα.	**α) 23 +15** **β) 64 +32**
Ερώτηση 29	Αν από τα 2 βγάλω 1, πόσα μένουν;	1 **α)** **β)**
Ερώτηση 30	Πόσα είναι 2 και 2 μαζί;	4 **α)** **β)**
Ερώτηση 31	Πόσους βαθμούς έχει ο Νίκος στο παιχνίδι τώρα;	**α)** **β)** **γ)** **δ)** **ε)** **στ)**
Ερώτηση 32	Πόσα χαρτονομίσματα των 100 ευρώ πρέπει να μαζέψω για να τα κάνω 1000 ευρώ;	
Ερώτηση 33	Πόσο κάνει 2 φορές το 1;	2

		α) ☐ **β)** ☐ **γ)** ☐ **δ)** ☐
Ερώτηση 34	Είπαμε στην Μαρία να γράψει την αφαίρεση 86 βγάζω 4. Το έγραψε σωστά ή λάθος; (**Σ** ή **Λ**)	**Σ** **α)** ☐ **β)** ☐ **γ)** ☐ **δ)** ☐
Ερώτηση 35	Αν από τα 2 βγάλω το 1, πόσα μένουν;	**1** **α)** ☐ **β)** ☐
Ερώτηση 36	Έχεις __ ευρώ και σου δίνω __ χαρτονομίσματα των 10 ευρώ. Πόσα ευρώ έχεις τώρα;	**α)** ☐ **β)** ☐ **γ)** ☐ **δ)** ☐ **ε)** ☐
Ερώτηση 37	Κυκλώστε τον αριθμό	**6** **5** **ή 9**

	που είναι πιο κοντά στο 6, ο 5 ή ο 9;	**α)** **200** **99 ή 400** **β)** **500** **1000 ή 8000** **γ)** **700** **300 ή 900** **δ)** **500** **2000 ή 9000** **ε)** **350** **2000 ή 7000**
Ερώτηση 38	Είπαμε στην Μαρία να γράψει την πρόσθεση 34 και 5. Το έγραψε σωστά ή λάθος; (**Σ** ή **Λ**)	**Λ** **α)** **β)** **γ)** **δ)**
Ερώτηση 39	Άρχισε να μετράς από το **10**, **κατεβαίνοντας** δύο δύο (**2-2**) έως το **2**.	
Ερώτηση 40	Άρχισε να μετράς από το **2**, **ανεβαίνοντας** δύο δύο (**2-2**) μέχρι το **10**.	
Ερώτηση 41	Ο Μάνος έχει **4** καπάκια και του δίνουν άλλα **3**. Πόσα είναι όλα τα καπάκια μαζί;	
Ερώτηση 42	Πόσα είναι **3** μήλα και **5** μήλα μαζί;	

Ερώτηση 43	Βάζω **3** μήλα μέσα στο καλάθι και τα κρύβω. Μετά βάζω ακόμα **2** μήλα μέσα στο καλάθι. **Πόσα μήλα έχω τώρα;**	
Ερώτηση 44	Βάζω **9** μήλα μέσα στο καλάθι και τα κρύβω. Μετά βγάζω **3**μήλα μέσα από το καλάθι. **Πόσα μήλα έχω τώρα;**	
Ερώτηση 45	Η Ελένη αγόρασε μερικές σοκολάτες. Η μαμά της έδωσε **2 .** Τώρα έχει **5** . Πόσες σοκολάτες είχε;	
Ερώτηση 46	Ο Γιώργος είχε **5** αυτοκινητάκια. Χάρισε μερικά στους φίλους του και τώρα έχει **1.** Πόσα αυτοκινητάκια χάρισε τους φίλους του;	

ΣΑΣ ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ

ΠΟΛΥ!

Παράρτημα Β

Παράδειγμα σχεδίου διδασκαλίας

ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

- **Ονοματεπώνυμο**: Χαλίδας Άγγελος
- **Α.Μ.:** 710
- **Μάθημα:** Μαθηματικά
- **Ενότητα 3η** : Κεφάλαιο 18 : «Αθροίσματα μέχρι το 10 »
- **Τάξη:** Α

Α. Δραστηριότητες ΠΡΙΝ από τη διδασκαλία

Α1. Μελέτη περιεχομένου:

(βιβλιογραφία, βοηθήματα, βιβλίο δασκάλου, άλλες πηγές γνώσης)

- Βιβλίο μαθητή Α Τεύχος
- Τετράδιο εργασιών Β Τεύχος
- Βιβλίο Δασκάλου
- Βοήθημα Μαθηματικών Α δημοτικού
- Μελέτη του ΔΕΠΠΣ και του ΑΠΣ για τα Μαθηματικά Α Δημοτικού
- Εκπαιδευτικό Λογισμικό CD-ROM Α-Β Δημοτικού

Α2. Γνωστικό υπόβαθρο μαθητών:

Τι πρέπει να γνωρίζουν οι μαθητές ώστε να διδαχθούν το συγκεκριμένο θέμα:

- Οι μαθητές θα πρέπει να είναι σε θέση να κάνουν αρίθμηση, ανάγνωση, απαγγελία, διάταξη και γραφή των φυσικών αριθμών έως το 10.

Α3. Καθορισμός διδακτικών στόχων:

- Η άσκηση των μαθητών στον υπολογισμό των αθροισμάτων μέχρι το 10.
- Η εισαγωγή και η άσκηση των μαθητών στην αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.

Α4. Ανάλυση διδακτικού έργου:

α. Είδος μάθησης:

- Πληροφορίες
- Γνώσεις
- Δεξιότητες
- Διαδικασίες
- Πεποιθήσεις
- Στάσεις
- Αξίες

β. Διδακτικές τεχνικές:

- Εισήγηση
- Επίδειξη
- Πείραμα
- Κατασκευή
- Προβολή
- Παρουσίαση και επανάληψη-μίμηση των μαθητών
- Ατομική ή ομαδική εργασία
- Βιωματικές-ανακαλυπτικές δραστηριότητες των μαθητών
- Διατύπωση υποθέσεων
- Διερεύνηση θεμάτων
- Λύση προβλήματος
- Οικοδόμηση γνώσης
- Ανάπτυξη κριτικής και δημιουργικής σκέψης

Οι μαθητές για να υπολογίσουν τα αθροίσματα μέχρι το 10, έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν διάφορες στρατηγικές όπως:

- Στρατηγικές με υλικά
- Στρατηγικές της αρίθμησης

  Α) στρατηγική της αρίθμησης όλων

  Β) στρατηγική της απαρίθμησης

- Στρατηγικές υπολογισμού

  Α) στρατηγική του υπολογισμού

  Β) στρατηγική της άμεσης ανάκλησης από τη μνήμη

Α5. Οργάνωση της τάξης

(ατομικά, σε ομάδες, σε μορφή σεμιναρίου)

Η τάξη θα είναι οργανωμένη σε τετραμελείς ομάδες με μαθητές διαβαθμισμένου γνωστικού επιπέδου.

Α6. Εποπτικά μέσα διδασκαλίας, υλικά, ασκήσεις:

- Αριθμητήριο
- Ζάρια
- Πλαστελίνη
- Αντικείμενα (ποτηράκια, ξυλάκια, χάρτινα νομίσματα, αυγοθήκες, μαγνητάκια, καλαμάκια)
- Δάχτυλα
- Καρτέλες
- Αριθμογραμμή
- Εκπαιδευτικό Λογισμικό (CD-ROM) Π.Ι.
- Εκπαιδευτικό Λογισμικό
- Φύλλα εργασίας
- Βιβλίο μαθητή
- Τετράδιο εργασιών
- Εργαστήριο Πληροφορικής
- Βιντεοπροβολέας
- Διαδραστικός πίνακας

Β. Δραστηριότητες ΚΑΤΑ τη διδασκαλία

Β1. Προδιάθεση των μαθητών για μάθηση: (1')

Ενεργοποίηση παρώθησης, προσέλκυση προσοχής, πρόκληση του ενδιαφέροντος, ψυχολογική προετοιμασία και προσανατολισμός μαθητών.

Για την ενεργοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών, ο εκπαιδευτικός ανακαλεί προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών με τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 10 και προσπαθεί να τα συνδυάσει με τη χρήση στην καθημερινή μας ζωή.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ: Βάζουμε τους μαθητές σε δυο ομάδες και να αντιστοιχεί ο καθένας στον εαυτό του έναν αριθμό από το 1 έως το 10:βλέπε παιχνίδι «μαντιλάκι».

Β2. Ανακοίνωση διδακτικών στόχων και προκαταβολικού οργανωτή:

(προφορικά, γραπτά, με χρήση εποπτικών μέσων διδασκαλίας) (1-2')

Η ανακοίνωση των διδακτικών στόχων ξετυλίγεται σιγά σιγά στη πορεία του μαθήματος και όχι ευθύς εξ' αρχής.

Β3. Ανάκληση προηγούμενης συναφούς εμπειρίας (εφόσον υπάρχει), επαναδραστηριοποίηση προηγούμενων απαραίτητων δεξιοτήτων και ανάδειξη των ιδεών των μαθητών: (1-2')

Οι μαθητές καλούνται να θυμηθούν την πρόσθεση και την ανάλυση των αριθμών μέχρι το 5.

Β4. Παρουσίαση της νέας ύλης.

Διάγραμμα Ροής-Πορεία Διδασκαλίας

1. **Προσανατολισμός και Εκμαίευση**

   Πριν να ανοίξουν οι μαθητές τα βιβλία ξεκινούν με την εισαγωγική δραστηριότητα «Παίζουμε με τους αριθμούς» που βρίσκεται στο Β.Δ. και μετά συνεχίζουν με την 1η δραστηριότητα του Β.Μ.

1ο παιχνίδι: «Το κυνήγι του 10»

Οι μαθητές παίζουν ανά δύο, όπως κάθονται στα θρανία. Κάθε μαθητής έχει το αριθμητήριό του. Οι μαθητές ανά δύο έχουν από ένα ζάρι με αριθμούς από το 1 μέχρι το 6 σε κουκκίδες ή ψηφία. Ρίχνουν εναλλάξ από μια φορά το ζάρι και τοποθετούν τις αντίστοιχες χάντρες στο αριθμητήριο. Νικητής είναι αυτός που θα συμπληρώσει πρώτος μια σειρά του αριθμητήριου, δηλαδή αυτός που θα φτάσει πρώτος στον αριθμό 10.

2ο παιχνίδι: «Παίζουμε με τους αριθμούς»

- ***1η φάση:*** Η δασκάλα λέει κάθε φορά έναν αριθμό από το 6 μέχρι το 10 και οι μαθητές δείχνουν ανάλογο αριθμό δαχτύλων. Ζητούμε από τους μαθητές να δείχνουν τα δάχτυλά τους όσο το δυνατόν πιο γρήγορα, για να μην καταφεύγουν στη μέτρηση ένα προς ένα. Κάθε φορά μετά την απάντηση των μαθητών εξηγούμε πώς σχηματίζεται ο αριθμός στα δάχτυλα των δύο χεριών. Για παράδειγμα, ο αριθμός 7 είναι 5 και 2. Με τον τρόπο αυτόν έχουμε την ανάλυση των αριθμών σε άθροισμα με βάση την πεντάδα.
- ***2η φάση:*** Η δασκάλα λέει κάθε φορά διαδοχικά δύο αριθμούς από το 1 μέχρι το 5. Οι μαθητές σχηματίζουν κάθε αριθμό με τα δάχτυλα του ενός χεριού και κατόπιν βρίσκουν το άθροισμα. Για παράδειγμα, η δασκάλα λέει τον αριθμό 4 και οι μαθητές δείχνουν τέσσερα δάχτυλα. Κατόπιν λέει τον αριθμό 3 και δείχνουν με το άλλο χέρι τρία δάχτυλα. Στη συνέχεια η δασκάλα ρωτά πόσα είναι όλα. Τέλος, ακολουθεί συζήτηση με όλους τους μαθητές γύρω από τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζουν το άθροισμα.

Σε συνέχεια των παιχνιδιών που περιλαμβάνονται στην εισαγωγική δραστηριότητα, οι μαθητές στη συγκεκριμένη περίπτωση πρέπει να υπολογίσουν στο πρώτο μέρος το άθροισμα των δαχτύλων των δύο χεριών. Στο δεύτερο μέρος, σύμφωνα με τους κανόνες του παιχνιδιού «Το κυνήγι του 10», καλούνται να υπολογίσουν το άθροισμα των δύο ζαριών και να βρουν το νικητή του παιχνιδιού.

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει, συντονίζει, ελέγχει και διευκολύνει το παιχνίδι.

2. Επισημοποίηση της νέας γνώσης

- Ο εκπαιδευτικός μετά τις δραστηριότητες προσανατολισμού και εκμαίευσης:
- Συζητά με τους μαθητές, ακούει τις απόψεις τους και τους προβληματισμούς τους,
- συλλέγει, συνοψίζει, συστηματοποιεί, τα δεδομένα και επισημοποιεί μαζί τους τη νέα γνώση.
- Ο εκπαιδευτικός επεξηγεί το πρόβλημα στους μαθητές και αυτοί με τη σειρά τους υπολογίζουν την απάντηση και εξηγούν τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισαν. Στο πρόβλημα αυτό εφαρμόζονται, εκτός των άλλων, δύο βασικές στρατηγικές υπολογισμού του αθροίσματος 4 + 3, των οποίων συγκρίνουμε την αποτελεσματικότητα. Με την πρώτη στρατηγική απαριθμούμε τρία βήματα ξεκινώντας από το 4, μετράμε δηλαδή 5, 6, 7. Στο σημείο αυτό επισημαίνουμε στους μαθητές ότι δεν μετράμε το 4.
- Με τη δεύτερη στρατηγική έχουμε τέσσερις χάντρες στο αριθμητήριο σημειώνοντας στα παιδιά ότι το 4 είναι ένα λιγότερο από το 5. Βάζουμε κατόπιν άλλες τρεις χάντρες και διαπιστώνουμε, ότι το άθροισμα είναι 7, είναι δηλαδή 5 και 2 (4 + 3 + 4 + 1 + 2 + 5 + 2).
- Κάνουμε συζήτηση με τους μαθητές και συγκρίνουμε την αποτελεσματικότητα των δύο στρατηγικών, διαπιστώνοντας ότι η δεύτερη είναι πιο εύκολη και πιο γρήγορη.
- Μέσω της δραστηριότητας αυτής οι μαθητές ασκούνται στην αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης. Συγκεκριμένα οι μαθητές βρίσκουν το άθροισμα 6 + 2, υπολογίζοντας τα κεράσια του Πυθαγόρα. Στη συνέχεια βρίσκουν το άθροισμα 2 + 6, που είναι τα μήλα της Υπατίας. Διαπιστώνουμε μαζί με τους μαθητές ότι τα δύο αθροίσματα είναι ίσα. Το άθροισμα είναι ίδιο, από οποιονδήποτε αριθμό από τους δύο και αν αρχίσουμε τον υπολογισμό. Είναι απλώς πιο βολικό να αρχίζουμε από το μεγαλύτερο αριθμό.

3. **Εμπέδωση και εφαρμογή**

Στη φάση αυτή αρχίζουν οι δραστηριότητες της εμπέδωσης και εφαρμογής. Οι μαθητές εργάζονται ατομικά ή ανά δύο υπό την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού.

- Υπολογίζω τα δάχτυλα. Ο εκπαιδευτικός δείχνει κάθε φορά, με τα δύο χέρια, από πέντε μέχρι δέκα δάχτυλα. Οι μαθητές υπολογίζουν το άθροισμα και το γράφουν με τη χρήση συμβόλων μέσα στο τετραγωνάκι. Η δασκάλα μαζί με όλη την τάξη ελέγχει το αποτέλεσμα.

  Επίσης με τα προβλήματα που παρουσιάζονται στη δραστηριότητα αυτή επιδιώκουμε την άσκηση των μαθητών στον υπολογισμό αθροισμάτων μέχρι το 10. Ζητούμε από τους μαθητές να εξηγήσουν τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποίησαν τον υπολογισμό. Παρουσιάζουμε και συζητάμε τους διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού.

  Με την εργασία αυτή επιδιώκουμε την άσκηση των μαθητών στους υπολογισμούς αθροισμάτων μέχρι το 10.

- **Νοερά αθροίσματα μέχρι το 10.** Η δασκάλα προτείνει νοερά ένα άθροισμα μέχρι το 10. Οι μαθητές υπολογίζουν το άθροισμα και το γράφουν με τη χρήση συμβόλων μέσα στο πλαίσιο. Κατόπιν ζητείται από κάθε μαθητή να εξηγήσει τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισε το άθροισμα. Παρουσιάζουμε και συζητάμε με όλη την τάξη τους διάφορους τρόπους υπολογισμού.

  Σε άλλη δραστηριότητα οι μαθητές καλούνται να βρίσκουν κάθε φορά το άθροισμα και να το συμπληρώνουν. Παρουσιάζουμε και συζητάμε με όλη την τάξη τους διάφορους τρόπους υπολογισμού.

  Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται να υπολογίζουν κάθε φορά τα δύο αθροίσματα και να διαπιστώνουν την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.

Β5. Γενίκευση-Μεταφορά γνώσης, εφαρμογές, συμπεράσματα: (3’)

Συνοπτικά και όπως διαπιστώνεται από τις παραπάνω δραστηριότητες, οι μαθητές προετοιμάζονται να κατανοήσουν ορισμένες έννοιες όπως:

- Τον υπολογισμό των αθροισμάτων μέχρι το 10
- Να ασκούνται στην αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.

Β6. Αξιολόγηση

Σε όλες τις παραπάνω φάσεις της διδασκαλίας, ο εκπαιδευτικός υποβάλλει μεταγνωστικές ερωτήσεις και αξιολογεί τη μάθηση.

Κατά τη διάρκεια και στο τέλος του κεφαλαίου (Β.Μ. και Τ.Ε.) ο εκπαιδευτικός ελέγχει εάν επιτεύχθηκαν οι κυριότεροι στόχοι του μαθήματος και εντοπίζει, ερμηνεύει και αντιμετωπίζει τα αδύναμα σημεία των μαθητών.

Ο εκπαιδευτικός ετοιμάζει άτυπα τεστ τριών δραστηριοτήτων (με τη χρήση υπολογιστή ή χωρίς) για να επαναλάβει τα βασικά σημεία του μαθήματος και να καλύψει τα κενά πριν ολοκληρώσει το κεφάλαιο.

Γ. Δραστηριότητες ΜΕΤΑ τη διδασκαλία

Γ1. Μέσα συλλογής δεδομένων

- Συμπλήρωση ερωτηματολογίου γνώσεων και στάσεων

Γ2. Επιπρόσθετη εξάσκηση στο σπίτι

- Ανάθεση εργασιών από τον εκπαιδευτικό (φύλλο εργασίας)
- Χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού Π.Ι.

Παράρτημα Γ

Νομοθεσία

Άρθρο 101 του Ελληνικού Συντάγματος: http://www.Hellenic parliament.gr/Vouli-ton-Ellinon/To-Politevma/Syntagma/article-104/

N. 2817/2000: https://www.e-nomothesia.gr/kat-ekpaideuse/n-2817-2000.html

N. 2986/2002: https://www.e-nomothesia.gr/kat-ekpaideuse/n-2986-2002.html