

**Ανάπτυξη ενός Ηλεκτρονικού Εργαλείου Αξιολόγησης  
των Δυσκολιών στα Μαθηματικά  
για Παιδιά Σχολικής Ηλικίας**

**Μάριος Παππάς**

Το έργο συγχρηματοδοτείται από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση», στο πλαίσιο της Πράξης «Ενίσχυση του ανθρώπινου ερευνητικού δυναμικού μέσω της υλοποίησης διδακτορικής έρευνας» (MIS-5000432), που υλοποιεί το Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών (ΙΚΥ).



**Επιχειρησιακό Πρόγραμμα  
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού,  
Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση**

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

**Ανάπτυξη ενός Ηλεκτρονικού Εργαλείου Αξιολόγησης  
των Δυσκολιών στα Μαθηματικά  
για Παιδιά Σχολικής Ηλικίας**

**Διδακτορική Διατριβή**

**Μάριος Παππάς**

Τμήμα Ψυχολογίας  
Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

Φωτεινή Πολυχρόνη, Αναπλ. Καθηγήτρια, Τμήμα Ψυχολογίας, Ε.Κ.Π.Α. (επιβλέπουσα)

Αθανάσιος Δρίγκας, Ερευνητής Α΄, Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος»

Κωνσταντίνος Μυλωνάς, Καθηγητής, Τμήμα Ψυχολογίας, Ε.Κ.Π.Α.

Αθήνα, 2021

Στη Βασιλική,  
που με εμπνέει κάθε μέρα  
να κάνω το επόμενο βήμα..

## Περίληψη

Οι δυσκολίες στα μαθηματικά κατά την πρώιμη παιδική ηλικία εντοπίζονται κυρίως στις αριθμητικές δεξιότητες όπως ο χειρισμός συμβολικών και μη-συμβολικών αριθμητικών δεδομένων, η σύγκριση και σειροθέτηση αριθμών, η κατανόηση του μέτρου του αριθμού και η εκτέλεση νοερών αριθμητικών πράξεων, καθώς επίσης και στην επίλυση προβλημάτων. Οι δυσκολίες αυτές συνδέονται με ελλείμματα στη μνήμη εργασίας, καθώς επίσης και με ελλείμματα προσοχής. Τα τελευταία χρόνια έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος όσον αφορά τη χρήση ηλεκτρονικών εργαλείων στην αξιολόγηση των μαθητών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες. Παράλληλα, η μελέτη της σύγχρονης βιβλιογραφίας αναδεικνύει την ανάγκη για έγκαιρη και αξιόπιστη αξιολόγηση των δεξιοτήτων των μαθητών κατά τις πρώτες σχολικές τάξεις ώστε να εντοπίζονται οι μαθητές οι οποίοι αντιμετωπίζουν κίνδυνο δυσκολιών στα μαθηματικά. Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν η ανάπτυξη ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης, το οποίο θα είναι σε θέση να ανιχνεύει τους μαθητές οι οποίοι βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά έγκαιρα και έγκυρα. Κατά την πιλοτική έρευνα, σχεδιάστηκε μια κλίμακα αξιολόγησης με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών για τις τάξεις Β' και Γ' του δημοτικού σχολείου. Πραγματοποιήθηκε χορήγηση της κλίμακας με στόχο τη διερεύνηση της εγκυρότητας και της αξιοπιστίας της, καθώς επίσης και χορήγηση σταθμισμένων ψυχομετρικών τεστ με στόχο να εντοπιστούν οι γνωστικές και μεταγνωστικές δεξιότητες οι οποίες επηρεάζουν την επίδοση στα μαθηματικά. Κατά την πιλοτική έρευνα συλλέχθηκαν δεδομένα από 91 μαθητές (μέση ηλικία 8,06 έτη) από 3 Δημοτικά σχολεία της Αττικής. Τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας έδειξαν ότι η κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα μπορεί να αποτελέσει τη βάση για την ανάπτυξη του ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης, καθώς επίσης και ότι η ικανότητα νοερών αριθμητικών υπολογισμών, η παρατεταμένη οπτική προσοχή και η μνήμη εργασίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως προβλεπτικές



μεταβλητές για ένα σημαντικό ποσοστό της συνολικής διακύμανσης της επίδοσης στα μαθηματικά. Με βάση τα ευρήματα της πιλοτικής έρευνας, αναπτύχθηκε το ηλεκτρονικό εργαλείο αξιολόγησης των δυσκολιών στα μαθηματικά, το οποίο κατά την κύρια έρευνα χορηγήθηκε σε μαθητές Β΄ και Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου με στόχο τον έλεγχο του ως προς την εγκυρότητα και την αξιοπιστία. Στην κύρια έρευνα συμμετείχαν 409 μαθητές (μέση ηλικία 8,13 έτη) από 15 δημοτικά σχολεία σε 12 διαφορετικές περιοχές της επικράτειας. Τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας έδειξαν ότι οι δοκιμασίες της κλίμακας παρουσιάζουν ισχυρή εσωτερική συνοχή. Ακόμα, οι συντελεστές μερικής συνάφειας μεταξύ των δοκιμασιών, καθώς επίσης και τα ευρήματα των PCA και CFA συνηγορούν υπέρ της εγκυρότητας της κλίμακας. Τέλος, πραγματοποιήθηκαν αναλύσεις όσον αφορά το βαθμό δυσκολίας των ερωτήσεων, καθώς επίσης και κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης με βάση τα μετρικά σφάλματα, ώστε να ενισχυθεί η ερμηνευτική διαδικασία των αποτελεσμάτων της αξιολόγησης για κάθε μαθητή. Τα ευρήματα της παρούσας έρευνας αναδεικνύουν τις μαθηματικές και γνωστικές δεξιότητες οι οποίες σχετίζονται με τις δυσκολίες στα μαθηματικά και με βάση αυτά προτείνεται ένα ηλεκτρονικό εργαλείο αξιολόγησης το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί για εκπαιδευτικούς ή ερευνητικούς σκοπούς.

*Λέξεις-κλειδιά:* δυσκολίες στα μαθηματικά, αξιολόγηση, αριθμητικές δεξιότητες, γνωστικές δεξιότητες

## Abstract

Mathematics difficulties during early childhood are mainly found in arithmetic skills such as handling of symbolic and non-symbolic arithmetic data, number ordering and number comparison, understanding of number magnitude and performing mental arithmetic operations, as well as in problem solving. These difficulties are related to working memory deficits, as well as attention deficits. In recent years, there has been significant progress as regards the use of digital tools in assessment of individuals with specific learning difficulties. At the same time, literature review highlights the need for reliable assessment of students' skills during the first grades of primary school, in order to identify those at risk of mathematics difficulties. The purpose of this study was to develop a digital assessment tool, which will be able to identify students at risk of mathematics difficulties in a timely and valid manner. In the pilot study participated 91 students (average age 8.06 years) from 3 primary schools in Attica, Greece. During the pilot study, a curriculum-based assessment scale for 2<sup>nd</sup> and 3<sup>rd</sup> graders was designed. The scale was administered in order to evaluate its validity and reliability. Weighted psychometric tests were also administered, in order to identify cognitive and metacognitive skills that affect students' mathematics performance. Results of the pilot study showed that the curriculum-based assessment scale can be the basis for the development of the digital assessment tool for mathematics difficulties, as well as that mental arithmetic ability, visual sustained attention and working memory can be used as predictors for a significant percentage of the overall variance of mathematics performance. Based on the findings of pilot study, a digital assessment tool for mathematics difficulties was developed. The digital tool was administered during the main study, in order to evaluate its validity and reliability. In the main study participated 409 students (average age 8.13 years) from 15 primary schools in 12 different regional units of Greece. Results of the main study indicated strong internal consistency for the activities of the digital assessment tool. Furthermore,

correlation coefficients along with PCA and CFA results support the validity of the tool. Finally, analyses were performed regarding the difficulty level of each item, as well as the construction of confidence intervals based on the metric errors in order to strengthen the interpretive process of the evaluation of the results for each student. Findings of the current study highlight the mathematical and cognitive skills which are related to mathematics difficulties and based on these, a digital assessment tool which can be used for educational or research purposes is proposed.

*Key-words:* mathematics difficulties, assessment, arithmetic skills, cognitive skills

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη.....	4
Abstract .....	6
Πρόλογος.....	20
Ανάπτυξη ενός Ηλεκτρονικού Εργαλείου Αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά για Παιδιά Σχολικής Ηλικίας .....	22
Επίδοση Μαθητών στα Μαθηματικά.....	22
Γνωστικοί Παράγοντες.....	23
Μνήμη Εργασίας.....	24
Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή .....	26
Επαγωγικός Λογισμός .....	28
Άγχος για τα Μαθηματικά .....	29
Μεταγνωστικοί Παράγοντες.....	33
Ανάπτυξη της Μαθηματικής Γνώσης.....	36
Δυσκολίες στα Μαθηματικά.....	40
Εννοιολογική Οριοθέτηση.....	41
Δυσκολίες στα Μαθηματικά κατά την πρώτη σχολική ηλικία.....	42
Ελλείμματα στις Αριθμητικές Δεξιότητες .....	43
Δυσκολίες κατά την Επίλυση Προβλημάτων .....	52
Νευροψυχολογική Προσέγγιση .....	55
Γενετική Βάση .....	57
Κληρονομικότητα.....	57
Συννοσηρότητα με άλλες διαταραχές.....	58
Κριτήρια για την Αξιολόγηση των Δυσκολιών στα Μαθηματικά.....	63

Μέθοδοι Αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά.....	64
Αξιολόγηση με βάση το Αναλυτικό Πρόγραμμα.....	72
Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας για τις Δυσκολίες στα Μαθηματικά.....	73
Ψηφιακά Εργαλεία Αξιολόγησης και Διαγνωστικά Εργαλεία .....	75
Ευφυή διδακτικά συστήματα .....	83
Αναγκαιότητα της Έρευνας.....	87
Σκοπός και Στόχοι της Έρευνας .....	90
Μέθοδος .....	94
Σχεδιασμός της Έρευνας.....	94
Πιλοτική Έρευνα.....	94
Μέθοδος Πιλοτικής Έρευνας.....	95
Δείγμα Πιλοτικής Έρευνας.....	95
Εργαλεία Συλλογής Δεδομένων.....	96
Επίδοση στα Μαθηματικά .....	96
Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή .....	98
Μνήμη Εργασίας.....	98
Επαγωγικός Λογισμός .....	99
Νοεροί Υπολογισμοί .....	100
Άγχος για τα Μαθηματικά .....	100
Διαδικασία Πιλοτικής Έρευνας .....	101
Κύρια Έρευνα.....	101
Μέθοδος Κύριας Έρευνας .....	101
Δείγμα Κύριας Έρευνας.....	102

	10
Δημιουργία του Εργαλείου .....	106
Παρουσίαση του Εργαλείου .....	107
Δοκιμαστική Χορήγηση του Εργαλείου.....	118
Διαδικασία Κύριας Έρευνας.....	120
Αποτελέσματα .....	121
Αποτελέσματα Πιλοτικής Έρευνας.....	121
Συσχετίσεις Δοκιμασιών για την Αυτοσχέδια Κλίμακα Αξιολόγησης της Επίδοσης στα Μαθηματικά .....	121
Συσχετίσεις Γνωστικών Δεξιοτήτων και Άγχους με την επίδοση στα Μαθηματικά....	122
Πολλαπλή Ανάλυση Παλινδρόμησης .....	123
Διαφορές ως προς τη σχολική τάξη .....	124
Διαφορές ως προς το φύλο .....	126
Αποτελέσματα Κύριας Έρευνας.....	127
Έλεγχος Ερωτήσεων με βάση τη Θεωρία Λανθανόντων Χαρακτηριστικών (Item Response Theory-IRT) .....	127
Έλεγχος Κανονικότητας.....	144
Διαφορές ως προς το Φύλο.....	146
Διαφορές ως προς τη Σχολική Τάξη .....	148
Συσχετίσεις των Δοκιμασιών.....	149
Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών .....	151
Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων.....	160
Πολυδιάστατη Γεωμετρική Βαθμονόμηση Ομοιοτήτων (Multidimensional Scaling- MDS) .....	177
Εσωτερική Συνέπεια.....	181
Στατιστικοί Δείκτες .....	183

Μετρικά Σφάλματα .....	185
Συζήτηση .....	189
Δομική εγκυρότητα της κλίμακας.....	189
Αξιοπιστία μετρήσεων και αξιοπιστία εσωτερικής συνέπειας της κλίμακας.....	193
Μνήμη εργασίας και επίδοση στα μαθηματικά .....	195
Οπτική προσοχή και επίδοση στα μαθηματικά .....	197
Επαγωγικός λογισμός και επίδοση στα μαθηματικά .....	198
Άγχος για τα μαθηματικά και επίδοση στα μαθηματικά.....	199
Διαφορές στην επίδοση στα μαθηματικά με βάση το φύλο .....	201
Διαφορές στην επίδοση στα μαθηματικά με βάση τη σχολική τάξη .....	202
Συμπεράσματα, Περιορισμοί και μελλοντικές κατευθύνσεις.....	203
Βιβλιογραφία .....	211
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΛΙΜΑΚΑΣ BRAINMATH .....	283
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ .....	286
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: ΒΑΣΙΚΟΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑΚΗ ΟΜΑΔΑ .....	297
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ: ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑΚΗ ΟΜΑΔΑ.....	302
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε: ΜΕΤΡΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑΚΗ ΟΜΑΔΑ .....	305
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ: ΑΔΕΙΑ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	310
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ: ΕΝΤΥΠΟ ΣΥΓΚΑΤΑΘΕΣΗΣ ΓΙΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΕΡΕΥΝΑ .....	311
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Η: ΟΔΗΓΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ .....	313
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Θ: ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΑΓΧΟΥΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ.....	314

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΙΔΟΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ	
ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ .....	315
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Κ: ΑΔΕΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2019-2020.....	319
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Λ: ΑΔΕΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2020-2021.....	321



## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1. Ενδεικτικά Εργαλεία Αξιολόγησης και Ανίχνευσης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά .....	66
Πίνακας 2. Δημογραφικά Χαρακτηριστικά των Συμμετεχόντων στην Πιλοτική Έρευνα .....	96
Πίνακας 3. Κατανομή Δείγματος Κύριας Έρευνας - Περιοχή Φοίτησης και Σχολική Τάξη ως προς το Φύλο .....	103
Πίνακας 4. Κατανομή Συχνότητας ως προς το Φύλο για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας...	104
Πίνακας 5. Κατανομή Συχνότητας ως προς τη Σχολική Τάξη για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	104
Πίνακας 6. Κατανομή Συχνότητας ως προς την Περιοχή Φοίτησης για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	105
Πίνακας 7. Κατανομή Συχνότητας ως προς την Ηλικιακή Ομάδα για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	106
Πίνακας 8. Συντελεστές Συσχέτισης για τις Δοκιμασίες της Κλίμακας Αξιολόγησης της Επίδοσης στα Μαθηματικά στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας.....	121
Πίνακας 9. Συντελεστές Συσχέτισης για τις Επιδόσεις στα Μαθηματικά, τις Γνωστικές Δεξιότητες και το Άγχος για τα Μαθηματικά στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας.....	122
Πίνακας 10. Πολλαπλή Ανάλυση Παλινδρόμησης για την Πρόβλεψη της Επίδοσης στα Μαθηματικά στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας.....	124
Πίνακας 11. Σύγκριση της Επίδοσης στα Μαθηματικά και των Γνωστικών Δεξιοτήτων με βάση τη Σχολική Τάξη στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας.....	125
Πίνακας 12. Σύγκριση της Επίδοσης στα Μαθηματικά και των Γνωστικών Δεξιοτήτων με βάση το Φύλο στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας .....	126
Πίνακας 13. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Πρόσθεση με τη	

χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	129
Πίνακας 14. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Αφαίρεση με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	130
Πίνακας 15. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	132
Πίνακας 16. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Διαίρεση με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	133
Πίνακας 17. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	135
Πίνακας 18. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	136
Πίνακας 19. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	138
Πίνακας 20. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	139
Πίνακας 21. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Αριθμογραμμές με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	141
Πίνακας 22. Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Οπτική Προσοχή με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	142
Πίνακας 23. Μέσος Όρος και Τυπική Απόκλιση ως προς το Φύλο στις επιμέρους Δοκιμασίες του Εργαλείου Αξιολόγησης BrainMath στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	147
Πίνακας 24. Μέσος Όρος και Τυπική Απόκλιση ως προς τη Σχολική Τάξη στις επιμέρους Δοκιμασίες του Εργαλείου Αξιολόγησης στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	148
Πίνακας 25. Συσχετίσεις των επιμέρους Δοκιμασιών της Κλίμακας BrainMath στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	150

Πίνακας 26. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Πρόσθεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	152
Πίνακας 27. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Αφαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	153
Πίνακας 28. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Πολλαπλασιασμός στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	153
Πίνακας 29. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Διαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	154
Πίνακας 30. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Αριθμητικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	155
Πίνακας 31. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Γεωμετρικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	155
Πίνακας 32. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	156
Πίνακας 33. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Επίλυση Προβλημάτων στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	157
Πίνακας 34. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Αριθμογραμμές στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	158
Πίνακας 35. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Οπτική Προσοχή στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	158
Πίνακας 36. Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τις 10 Δοκιμασίες της Κλίμακας στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	159
Πίνακας 37. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Πρόσθεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	164
Πίνακας 38. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Αφαίρεση	

στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	165
Πίνακας 39. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τον Πολλαπλασιασμό στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	166
Πίνακας 40. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τη Διαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	167
Πίνακας 41. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	168
Πίνακας 42. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	169
Πίνακας 43. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	170
Πίνακας 44. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Επίλυση Προβλημάτων στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	172
Πίνακας 45. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Αριθμογραμμές στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	173
Πίνακας 46. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Οπτική Προσοχή στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	174
Πίνακας 47. Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Δοκιμασίες της Κλίμακας στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας .....	175
Πίνακας 48. Συγκεντρωτικά στοιχεία για την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για όλες τις Δοκιμασίες της Κλίμακας.....	176
Πίνακας 49. Ανομοιότητες (Disparities) για τις επιμέρους Δοκιμασίες της Κλίμακας BrainMath.....	178
Πίνακας 50. Συντεταγμένες των Δοκιμασιών της Κλίμακας BrainMath όπως προέκυψαν από το Υπόδειγμα MDS.....	179

Πίνακας 51. Δείκτες Εσωτερικής Συνέπειας των επιμέρους Δοκιμασιών του Εργαλείου Αξιολόγησης BrainMath στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας.....	182
Πίνακας 52. Περιγραφικοί Στατιστικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Β΄ Τάξη (N=190).....	183
Πίνακας 53. Περιγραφικοί Στατιστικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Γ΄ Τάξη (N=219).....	184
Πίνακας 54. Τεταρτημόρια για τις Κατανομές Συχνότητας των διαθέσιμων μετρήσεων ανά Σχολική Τάξη.....	184
Πίνακας 55. Μετρικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Β΄ Τάξη (N=190).....	186
Πίνακας 56. Μετρικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Γ΄ Τάξη (N=219).....	186

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1. Δείγμα Ερεθισμάτων από Δραστηριότητες Προσεγγιστικής Αριθμητικής Ικανότητας με Σύγκριση και Εκτίμηση Ποσοτήτων.....	45
Σχήμα 2. Έλλειμμα Φαιάς Ουσίας στα παιδιά με Δυσκολίες στα Μαθηματικά.....	56
Σχήμα 3. Υπόδειγμα από τη Δοκιμασία Αριθμητικών Πράξεων της Κλίμακας Dyscalculia Screener.....	78
Σχήμα 4. Υπόδειγμα από τη Δοκιμασία Επίλυσης Προβλημάτων της Κλίμακας MathPro Test.....	80
Σχήμα 5. Η Δομή ενός Ευφυούς Διδακτικού Συστήματος.....	84
Σχήμα 6. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Πρόσθεσης.....	108
Σχήμα 7. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Αφαίρεσης.....	109
Σχήμα 8. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Πολλαπλασιασμού.....	110
Σχήμα 9. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Διαίρεσης.....	111
Σχήμα 10. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Αριθμητικών Ακολουθιών.....	112
Σχήμα 11. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Γεωμετρικών Ακολουθιών.....	113
Σχήμα 12. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Ανάκλησης Ακολουθίας Αριθμών.....	114
Σχήμα 13. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Επίλυσης Προβλημάτων.....	116
Σχήμα 14. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Αριθμογραμμές.....	117
Σχήμα 15. Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Οπτικής Προσοχής.....	118
Σχήμα 16. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Πρόσθεση.....	129
Σχήμα 17. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Αφαίρεση.....	131
Σχήμα 18. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός.....	132

Σχήμα 19. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Διαίρεση .....	134
Σχήμα 20. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες.....	135
Σχήμα 21. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες .....	137
Σχήμα 22. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών .....	138
Σχήμα 23. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων.....	140
Σχήμα 24. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Αριθμογραμμές.....	141
Σχήμα 25. Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 6 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Οπτική Προσοχή.....	143
Σχήμα 26. Διάγραμμα Σκεδασμού με τις Δοκιμασίες της Κλίμακας BrainMath όπως προέκυψε με βάση το υπόδειγμα της Πολυδιάστατης Γεωμετρικής Βαθμονόμησης Ομοιοτήτων-MDS .....	179

## Πρόλογος

Κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διατριβής αποκόμισα νέες εμπειρίες, διεύρυνα τις γνώσεις και τους ορίζοντες μου και εξελίχθηκα πιστεύω ως επιστήμονας και ως άνθρωπος. Το σημαντικότερο είναι ότι μέσα από αυτή τη διαδικασία γνώρισα ανθρώπους τους οποίους πιθανόν να μην είχα την ευκαιρία να γνωρίσω κάτω από άλλες συνθήκες, συνεργάστηκα μαζί τους και ο καθένας με τον τρόπο του συνέβαλε στο να ολοκληρωθεί η παρούσα διατριβή.

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την επόπτρια μου κα Φωτεινή Πολυχρόνη, αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Ψυχολογίας του Πανεπιστημίου Αθηνών, για την πολύτιμη καθοδήγηση και υποστήριξη από την πρώτη μέρα της συνεργασίας μας, καθώς επίσης και για την εμπιστοσύνη που έδειξε στο πρόσωπό μου.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στον κ. Κωνσταντίνο Μυλωνά, Καθηγητή του Τμήματος Ψυχολογίας του Πανεπιστημίου Αθηνών, για την πολύτιμη συμβολή του σε κάθε βήμα της εργασίας και κυρίως στον σχεδιασμό και τον ψυχομετρικό έλεγχο της κλίμακας.

Επίσης, ευχαριστώ θερμά τον κ. Αθανάσιο Δρίγκα, Διευθυντή Ερευνών στο Ινστιτούτο Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών του Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος» και Ιδρυτή του εργαστηρίου Net Media Lab-Mind & Brain R&D, ο οποίος μου έδωσε το έναυσμα να συνεχίσω τις σπουδές μου όταν το 2015 με εμπιστεύτηκε για να εργαστώ ως μέλος του εργαστηρίου.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες στην κα Αλεξάνδρα Οικονόμου, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Ψυχολογίας του Πανεπιστημίου Αθηνών, η οποία συνέβαλε καθοριστικά στο να ξεκινήσω αυτή τη διατριβή και με υποστήριξε σε όλη αυτή την πορεία.

Η παρούσα διατριβή δεν θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί χωρίς τη συμμετοχή των 500 μαθητών, οι οποίοι αποτέλεσαν το δείγμα της έρευνας. Τους ευχαριστώ όλους, καθώς επίσης



και τους γονείς και τους εκπαιδευτικούς τους για την άψογη συνεργασία και φυσικά τους διευθυντές των δημοτικών σχολείων που μας εμπιστεύθηκαν.

Η συλλογή δεδομένων στα δημοτικά σχολεία ήταν από τις πιο ευχάριστες και ενδιαφέρουσες εμπειρίες σε αυτή την πορεία. Μαζί με τις φοιτήτριες Αχιλλεοπούλου Γεωργία, Γεωργιάτου Κατερίνα, Δαμιανού Δωρίτα, Κόκκαλη Βασιλική, Σακελλαρίου Άννα-Μαρία και Φασόλη Ηλιάνα, συγκροτήσαμε μια υπέροχη ομάδα και συνεργαστήκαμε αρμονικά. Τις ευχαριστώ πολύ όλες.

Θέλω να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τους εκπαιδευτικούς Δουκουμερτζάκη Κωνσταντίνο και Μανώλη Μάρθα για την πολύτιμη συμβολή τους στη συλλογή δεδομένων σε Κρήτη και Πελοπόννησο αντίστοιχα.

Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στην αδερφή μου Μαριλένα και τους γονείς μου, Αριστοτέλη και Ελισσάβη, για τη συνεχή υποστήριξη τους σε κάθε φάση της ζωής μου.

## Ανάπτυξη ενός Ηλεκτρονικού Εργαλείου Αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά για Παιδιά Σχολικής Ηλικίας

### Επίδοση Μαθητών στα Μαθηματικά

Σύμφωνα με την έκθεση της PISA (Programme for International Student Assessment) του 2018, το 64% των Ελλήνων μαθητών είναι σε θέση να αναγνωρίζει και να ερμηνεύει, χωρίς άμεση καθοδήγηση, τον τρόπο με τον οποίο μια απλή κατάσταση μπορεί να αναπαρασταθεί μαθηματικά. Ο αντίστοιχος μέσος όρος των χωρών που συμμετέχουν στον Οργανισμό Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (ΟΟΣΑ) για την ίδια χρονιά ήταν 76%. Ως συνέχεια αυτής της κατάστασης, μόλις το 4% των Ελλήνων μαθητών είναι σε θέση να μοντελοποιήσουν μαθηματικά πολύπλοκες καταστάσεις, καθώς επίσης και να επιλέγουν, να συγκρίνουν και να αξιολογούν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων, για την αντιμετώπιση των καταστάσεων αυτών. Ο αντίστοιχος μέσος όρος για τις χώρες που συμμετέχουν στο πρόγραμμα είναι 11% (OECD, 2019). Σκοπός του κεφαλαίου είναι η διερεύνηση της εξέλιξης της επίδοσης στα Μαθηματικά, καθώς επίσης και των παραγόντων που παρουσιάζουν συσχέτιση με αυτήν.

Οι πρώιμες μαθηματικές δεξιότητες θεωρούνται ως ένας ισχυρός προγνωστικός παράγοντας της μετέπειτα εξέλιξης της επίδοσης των μαθητών στα μαθηματικά (Rodic et al., 2018), καθώς επίσης και της γενικότερης ακαδημαϊκής τους πορείας (Price et al., 2013). Καθώς οι μαθητές του δημοτικού σχολείου μεγαλώνουν, η ικανότητα τους να αναγνωρίζουν, να συγκρίνουν και να σειροθετούν ρητούς αριθμούς, καθώς επίσης και η γενικότερη επίδοση τους στα μαθηματικά τείνουν να βελτιώνονται (Friso-van den Bos et al., 2015). Ένας κρίσιμος παράγοντας για τη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά, είναι η ικανότητα επίλυσης αριθμητικών προβλημάτων κατά τα πρώτα χρόνια του δημοτικού σχολείου, όπου πολλοί από τους μαθητές δυσκολεύονται (Cornoldi et al., 2015). Ο επαγωγικός λογισμός φαίνεται να έχει στατιστικά σημαντική συσχέτιση με την επίδοση στο

μάθημα των Μαθηματικών και ιδιαίτερα με την επίλυση προβλημάτων (Christou & Parageorgiou, 2007).

Πλήθος ερευνών παρέχει δεδομένα για την ύπαρξη συσχέτισης ανάμεσα στην επίδοση στα μαθηματικά στο δημοτικό σχολείο και γνωστικές λειτουργίες όπως η μνήμη εργασίας και η προσοχή (Cowan, Hurry & Midouhas, 2018. De Smedt et al., 2013. Nath & Szücs, 2014. Pappas et al., 2018. Starr et al., 2013), καθώς επίσης και οι επιτελικές λειτουργίες όπως η ικανότητα αναστολής, η ικανότητα εναλλαγής και η ικανότητα ενημέρωσης (Aarnoudse-Moens et al., 2013. Bull & Lee, 2014. Cragg & Gilmore, 2014. LeFevre et al., 2013). Η μνήμη εργασίας, καθώς επίσης και οι επιτελικές λειτουργίες που αναφέρθηκαν σχετίζονται σε μεγάλο βαθμό με τις νοερές αριθμητικές δεξιότητες (mental arithmetic skills), δηλαδή την ικανότητα επίλυσης αριθμητικών προβλημάτων χωρίς χαρτί και μολύβι, ειδικά σε μαθητές με υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά (Valle-Tourangeau et al., 2013). Οι γνωστικές λειτουργίες εμπλέκονται ακόμη και κατά την εκτέλεση απλών αριθμητικών πράξεων, ιδιαίτερα όταν υπάρχει το κρατούμενο και ο δανεισμός κατά την πρόσθεση και αφαίρεση αντίστοιχα στους ακέραιους αριθμούς (Artemenko et al., 2018). Οι γνωστικές λειτουργίες, καθώς επίσης και κάποιες συγκεκριμένες αριθμητικές δεξιότητες όπως είναι η σύγκριση αριθμών, η εκτίμηση ποσοτήτων και η σειροθέτηση αριθμών, φαίνεται ότι μπορούν να προβλέψουν την επίδοση στα μαθηματικά κατά τα πρώτα σχολικά χρόνια (Cirino et al., 2016. Merkle & Ansari, 2016. Sasanguie et al., 2012).

### ***Γνωστικοί Παράγοντες***

Η επίδοση στα μαθηματικά σχετίζεται με συγκεκριμένες γνωστικές λειτουργίες όπως η μνήμη εργασίας, η ρύθμιση της προσοχής και η ικανότητα ανάκτησης πληροφοριών (Morgan et al., 2016). Η ικανότητα φωνολογικής επεξεργασίας επίσης επηρεάζει σημαντικά την

αναγνώριση αριθμών και κατ' επέκταση την επίδοση στα μαθηματικά, κυρίως λόγω της συμμετοχής των στρατηγικών ανάκτησης στις δοκιμασίες αναγνώρισης αριθμών (Xin, 2019).

**Μνήμη Εργασίας.** Η μνήμη εργασίας είναι υπεύθυνη για την προσωρινή επεξεργασία και την αποθήκευση των πληροφοριών. Αποτελείται από μια *κεντρική εκτελεστική μονάδα* (central executive), η οποία ελέγχει τις δραστηριότητες όλων των άλλων συστημάτων και δύο υποσυστήματα, το *φωνολογικό κύκλωμα* (phonological loop) και το *οπτικοχωρικό σημειωματάριο* (visuospatial sketchpad), τα οποία είναι υπεύθυνα για την αποθήκευση των λεκτικών και οπτικό-χωρικών πληροφοριών αντίστοιχα (Rosselli, 2006). Το *επεισοδικό κύκλωμα* (episodic buffer) είναι υπεύθυνο για την προσωρινή συγκράτηση δεδομένων, με χρονική αλληλουχία. Η μνήμη εργασίας έχει περιορισμένη χωρητικότητα και εξυπηρετεί στη συντήρηση των πρόσφατων επεξεργασμένων πληροφοριών και τη σύνδεσή της με την τελευταία είσοδο (Swanson & Frankenberger, 2004).

Η μνήμη εργασίας, η ικανότητα δηλαδή προσωρινής αποθήκευσης και διαχείρισης δεδομένων κατά τη διάρκεια εκτέλεσης μιας δραστηριότητας, φαίνεται να σχετίζεται σημαντικά με την επίδοση στα μαθηματικά (Attout & Majerus, 2015. Friso-van den Bos et al., 2013. Holmes & Adams, 2006. Moore et al., 2014. Purpura & Ganley, 2014). Συγκεκριμένα, το κεντρικό εκτελεστικό σύστημα της μνήμης εργασίας φαίνεται ότι σχετίζεται με διάφορες δεξιότητες, όπως η υπολογιστική ικανότητα, η ικανότητα αναχαίτισης και η ταχύτητα κατονομασίας (Swanson & Fung, 2016). Τα στοιχεία της μνήμης εργασίας τα οποία σχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά σε παιδιά στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου αφορούν κυρίως τη λεκτική-αριθμητική μνήμη, καθώς επίσης και την οπτικό-χωρική μνήμη (Allen et al., 2020. Allen et al., 2019).

Η διαφορά στην επίδοση στα μαθηματικά μεταξύ των τυπικά αναπτυσσόμενων παιδιών και των παιδιών που αντιμετωπίζουν δυσκολίες είναι ακόμα πιο έντονες στις δραστηριότητες

που εμπλέκουν την μνήμη εργασίας (Mammarella et al., 2015). Τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν έλλειμμα μνήμης εργασίας σε σύγκριση με τα παιδιά τυπικής ανάπτυξης, ως εκ τούτου, αντιμετωπίζουν δυσκολίες τόσο σε απλές αριθμητικές πράξεις όσο και στην ανάπτυξη στρατηγικών για την επίλυση σύνθετων δραστηριοτήτων (Carvalho & Haase, 2019). Η ικανότητα εκτέλεσης βασικών αριθμητικών πράξεων (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) με αριθμούς από δύο ψηφία και πάνω, φαίνεται να έχει τη μεγαλύτερη συσχέτιση με τη μνήμη εργασίας (Peng et al., 2016).

Φαίνεται ότι η οπτικό-χωρική μνήμη εργασίας είναι σημαντική για τη δημιουργία αναπαράστασης ενός αριθμού κατά τη διάρκεια των πρώτων σχολικών ετών, καθώς σε αυτό το αναπτυξιακό στάδιο, η επεξεργασία του μεγέθους ενός αριθμού στηρίζεται σε οπτικό-χωρικούς πόρους (Herrera et al., 2008). Σύμφωνα με την ιδέα της νοητής γραμμής των αριθμών, η σημασιολογική μνήμη της αριθμητικής τιμής λαμβάνει τη μορφή μιας προσανατολισμένης γραμμής των αριθμών, η οποία οργανώνεται συνήθως από τα αριστερά προς τα δεξιά (van Dijck & Fias, 2011). Πλήθος εμπειρικών ερευνών καταδεικνύει ότι η εμπλοκή της οπτικό-χωρικής μνήμης αποτελεί βασική πτυχή της αναπαράστασης αριθμών ακόμα και σε άτομα που δεν έχουν συνειδητή εμπειρία της οπτικό-χωρικής αναπαράστασης πάνω σε μια αριθμογραμμή όταν σκέφτονται αριθμούς (Fias et al., 2011).

Για τη διερεύνηση της σχέσης της μνήμης εργασίας με τις αριθμητικές δεξιότητες, είναι σημαντικό να εξεταστεί η ικανότητα προσωρινής αποθήκευσης ψηφίων στη βραχύχρονη μνήμη. Κατά τη διάρκεια μιας αριθμητικής δραστηριότητας, το παιδί θα πρέπει να συγκρατεί προσωρινά έναν ή περισσότερους αριθμούς, ενώ παράλληλα εκτελεί αριθμητικούς υπολογισμούς. Οι Passolunghi et al. (2004) υποστήριξαν ότι η υπολογιστική και αριθμητική ικανότητα θα μπορούσε να βελτιωθεί σημαντικά αν μειωθεί η εισχώρηση άχρηστων πληροφοριών στη βραχύχρονη μνήμη. Το 2009 ο Noel διερεύνησε κατά πόσο η περιορισμένη χωρητικότητα της μνήμης εργασίας επηρεάζει την πρόιμη αριθμητική

ανάπτυξη σε παιδιά ηλικίας 4-5 ετών. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, η επίδοση των μαθητών στις αριθμητικές πράξεις συσχετίζεται σημαντικά με την κεντρική εκτελεστική ικανότητα, αλλά όχι με το φωνολογικό κύκλωμα ή τη χωρητικότητα στο οπτικό-χωρικό σημειωματάριο. Η μνήμη εργασίας επικεντρώνεται σε ένα “πρόβλημα” και εκτελεί τις απαιτούμενες λειτουργίες, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα, προκειμένου να επιτευχθεί η λύση (Beilock & Carr, 2005).

Η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων συνδέεται επίσης με την μνήμη εργασίας (Hoffman & Schraw, 2009. Passolunghi & Siegel, 2001), καθώς απαιτεί χρήση αριθμητικών πράξεων και παράλληλα την εκτέλεση πολλών διαφορετικών γνωστικών διαδικασιών, όπως ο διαχωρισμός σχετικών και άσχετων πληροφοριών, η ανάπτυξη πλάνου επίλυσης, η επιλογή κατάλληλων επιμέρους στόχων για την επίλυση και η επιλογή κατάλληλων αριθμητικών πράξεων και αλγόριθμων (Passolunghi & Costa, 2019). Η μνήμη εργασίας σχετίζεται με την ταξινόμηση των προβλημάτων προς λύση, όπως είναι η αναγνώριση της αριθμητικής πράξης που απαιτείται για την επίλυση ενός προβλήματος ή η επιλογή μιας συγκεκριμένης στρατηγικής επίλυσης, καθώς η μνήμη εργασίας βοηθά στην ανάκτηση ή κωδικοποίηση των μαθηματικών εννοιών στη μακρόχρονη μνήμη (Wiley & Jarosz, 2012).

Η εξάσκηση της μνήμης εργασίας μέσω ειδικά σχεδιασμένων δραστηριοτήτων, είναι μια αποτελεσματική πρακτική για τη βελτίωση της επίδοσης στα μαθηματικά σε μαθητές Δημοτικού σχολείου (Zhang et al., 2018). Ωστόσο, υπάρχει μερίδα ερευνών, σύμφωνα με τις οποίες δεν υπάρχουν σημαντικά στοιχεία τα οποία να δείχνουν ότι η εξάσκηση της μνήμης εργασίας βελτιώνει τις μαθηματικές δεξιότητες (Karbach et al., 2015. Melby-Lervåg et al., 2016).

**Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή.** Η παρατεταμένη οπτική προσοχή, η οποία μπορεί να οριστεί ως η ικανότητα ενός ατόμου να διατηρεί την προσοχή του σε συγκεκριμένα οπτικά

ερεθίσματα (Christakou et al., 2013) φαίνεται να σχετίζεται σημαντικά με την επίδοση στα μαθηματικά (Steinmayr et al., 2010) και ιδιαίτερα με την αναγνώριση και σύγκριση αριθμών, τη νοητή αριθμογραμμή, τις αριθμητικές πράξεις και την εκμάθηση της προπαίδειας (Anobile et al., 2013). Ευρήματα ερευνών υποδεικνύουν την ύπαρξη συσχέτισης μεταξύ παρατεταμένης οπτικής προσοχής και διαφόρων γνωστικών λειτουργιών, καθώς επίσης και με τη σχολική ετοιμότητα των παιδιών (Razza et al., 2010).

Η ικανότητα των παιδιών προσχολικής ηλικίας (3 έως 6 ετών) να κατευθύνουν και να διατηρούν την προσοχή τους, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως προβλεπτικός παράγοντας για την μετέπειτα ανάπτυξη των αριθμητικών τους δεξιοτήτων (Steele et al., 2012). Η καταμέτρηση ποσοτήτων με πλήθος μεγαλύτερο ή ίσο του 4, καθώς επίσης και η άμεση εκτίμηση ποσοτήτων με πλήθος ίσο με 3 ή μικρότερο, είναι διεργασίες συνδεδεμένες με την παρατεταμένη οπτική προσοχή (Moeller et al., 2009. Sophian & Crosby, 2008).

Η ικανότητα εστίασης σε συγκεκριμένα ερεθίσματα, καθώς επίσης και η ικανότητα απενεργοποίησης των περισπασμών και της εισόδου άσχετων πληροφοριών είναι απαραίτητη κατά τη διάρκεια καταμέτρησης αντικειμένων. Τα παιδιά με μεγαλύτερη ακρίβεια στην οπτική παρακολούθηση παρουσιάζουν καλύτερες επιδόσεις στις μη-συμβολικές συγκρίσεις ποσοτήτων, στις δοκιμασίες καταμέτρησης, καθώς επίσης και στην αναγνώριση αραβικών ψηφίων (Brueggemann & Gable, 2018).

Η παρατεταμένη οπτική προσοχή είναι επίσης απαραίτητη για τη χαρτογράφηση αριθμών γραμμικά πάνω σε μια αριθμογραμμή (Longo & Lourenco, 2007). Η αναπαράσταση αριθμών πάνω σε μια αριθμογραμμή μπορεί να πραγματοποιηθεί διαισθητικά. Η γραμμικότητα της αναπαράστασης όμως δεν είναι δεδομένη μόνο με βάση την τυπική εκπαίδευση, αλλά εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τους διαθέσιμους πόρους προσοχής του παιδιού (Anobile et al., 2012).

Ακόμα, η παρατεταμένη προσοχή είναι απαραίτητη κατά την επίλυση προβλημάτων, ώστε οι πληροφορίες να ανακτώνται από τη μακρόχρονη μνήμη (Eivazi & Bednarik, 2011). Σε πολύ απλά αριθμητικά προβλήματα αυτό συνήθως δεν αποτελεί πρόβλημα, καθώς η ανάκτηση πραγματοποιείται άμεσα με μικρές πιθανότητες λάθους, ωστόσο ενδέχεται η ανάκτηση από τη μακρόχρονη μνήμη να είναι αργή ή επιρρεπής σε σφάλματα λόγω παρεμβολής άσχετων πληροφοριών (Hambrick & Engle, 2003). Τα αυξημένα επίπεδα ανίχνευσης σημάτων, τα μειωμένα επίπεδα ψευδών συναγερωμών, καθώς επίσης και ο χρόνος αντίδρασης, θεωρούνται κρίσιμοι παράμετροι της παρατεταμένης οπτικής προσοχής (Sarter et al., 2001).

Αξίζει τέλος να σημειωθεί ότι σύμφωνα με μελέτες, μαθητές μεγαλύτερης ηλικίας οι οποίοι παρουσιάζουν χαμηλά επίπεδα ελέγχου προσοχής, ενδέχεται να επωφελούνται ως προς τη δημιουργική επίλυση προβλημάτων, αυξάνοντας την ευαισθησία στα περιφερειακά ερεθίσματα (Kim et al., 2007). Αυτό ωστόσο μπορεί να συμβεί μόνο όταν τα ερεθίσματα τα οποία αποσπών την προσοχή παρέχουν πληροφορίες οι οποίες μπορούν να συσχετιστούν με την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος (Wiley & Jarosz, 2012).

**Επαγωγικός Λογισμός.** Ο επαγωγικός λογισμός, ως μια ανώτερης τάξης επιτελική λειτουργία (Diamond, 2013) θεωρείται σημαντικός παράγοντας στη διαμόρφωση και ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων, ιδιαίτερα σε ότι αφορά την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Christou & Papageorgiou, 2007). Η αναγνώριση προτύπων, η ικανότητα δηλαδή αναγνώρισης σχέσεων μέσα σε ένα δοθέν σύνολο αριθμών ή σχημάτων, είναι αντιπροσωπευτική λειτουργία η οποία βασίζεται στον επαγωγικό λογισμό (Haverty et al., 2000). Οι Santiago & Martinez (2007) ανέδειξαν επτά στάδια του επαγωγικού λογισμού:

- την παρατήρηση συγκεκριμένων περιπτώσεων,
- την οργάνωση συγκεκριμένων περιπτώσεων,



- την αναζήτηση και την πρόβλεψη προτύπων,
- την τυποποίηση εικασιών,
- την επικύρωση εικασιών,
- την γενίκευση εικασιών
- και την τεκμηρίωση γενικών εικασιών.

Ο επαγωγικός λογισμός αποτελεί έναν αξιόπιστο προβλεπτικό παράγοντα για την ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών του δημοτικού σχολείου (Díaz-Morales & Escribano, 2013) και η ανάπτυξη του μπορεί να επηρεάσει θετικά ένα ευρύ φάσμα σχολικών δραστηριοτήτων (Molnár, 2011). Επιπλέον, η εξάσκηση μέσα από δραστηριότητες οι οποίες αναπτύσσουν τον επαγωγικό λογισμό, θα μπορούσε να επηρεάσει θετικά τη ρέουσα νοημοσύνη των μαθητών του δημοτικού σχολείου (Klauer & Pbye, 2008). Τέλος, ο επαγωγικός λογισμός συνδέεται με γνωστικές λειτουργίες οι οποίες με τη σειρά τους συσχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά, όπως είναι η μνήμη εργασίας (Kail, 2007) και η παρατεταμένη οπτική προσοχή (Ren et al., 2013).

### *Άγχος για τα Μαθηματικά*

Το άγχος για τα μαθηματικά, ή αλλιώς το αίσθημα έντασης το οποίο νιώθει ένα άτομο όταν ασχολείται με τα μαθηματικά, μπορεί εν μέρει να εξηγήσει τη διακύμανση της επίδοσης στα μαθηματικά στις τάξεις του δημοτικού σχολείου, καθώς επίσης και τη μελλοντική επίδοση των μαθητών (Braham & Libertus, 2018). Πρόκειται για μια αρνητική συναισθηματική αντίδραση του ατόμου σε συνθήκες που απαιτούν κατανόηση και εφαρμογή μαθηματικών πράξεων για την επίλυση προβλημάτων.

Στα διαγνωστικά εγχειρίδια για τις διαταραχές, DSM-5 (American Psychiatric Association, 2013) και ICD-11 (World Health Organization, 2018), το άγχος για τα μαθηματικά δεν συμπεριλαμβάνεται ως ξεχωριστή κατηγορία, ωστόσο μπορούμε να το εντάξουμε στη γενικευμένη διαταραχή άγχους ή στη διαταραχή κοινωνικού άγχους (Luttenberger et al., 2018). Ένας από τους πιο σαφείς ορισμούς έχει δοθεί από τους Richardson & Suinn (1972) σύμφωνα με τον οποίο το άγχος για τα μαθηματικά χαρακτηρίζεται ως το *‘αίσθημα έντασης και άγχους το οποίο παρεμβαίνει στον χειρισμό των αριθμών και στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων σε μια ευρεία κλίμακα καθημερινών αλλά και ακαδημαϊκών καταστάσεων’*.

Οι μαθητές με συμπτώματα άγχους για τα μαθηματικά αισθάνονται ότι δεν μπορούν να συμμετέχουν σε δραστηριότητες και μαθήματα όπου εμπλέκονται τα μαθηματικά. Οι μαθητές με υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά παρουσιάζουν χαμηλή επίδοση στο μάθημα των μαθηματικών, έχουν μειωμένη εμπιστοσύνη στην ικανότητά τους για τα μαθηματικά (del Carmen Pérez-Fuentes et al., 2020) και είναι λιγότερο πιθανό να ακολουθήσουν σταδιοδρομία που απαιτεί έντονη ενασχόληση με τα μαθηματικά (Scarpello, 2007).

Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά φαίνεται να έχουν υψηλότερα επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά από τους μαθητές τυπικής ανάπτυξης. Το 2014 οι Wu et al. αξιολόγησαν 366 παιδιά (μέση ηλικία 8,27 χρόνια) με τη χρήση της Κλίμακας για το Πρώιμο Άγχος στα Μαθηματικά (*Scale for Early Mathematics Anxiety/SEMA*). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι το άγχος για τα Μαθηματικά σχετίζεται εντυπωσιακά με την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά. Ωστόσο οι Krinzinger et al. (2009) οι οποίοι διερεύνησαν τη σχέση μεταξύ άγχους για τα μαθηματικά και της επίδοσης στα μαθηματικά κατά τα πρώτα χρόνια του σχολείου, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι μόνο σε περιπτώσεις εξαιρετικά υψηλών επιπέδων

άγχους για τα μαθηματικά θα μπορούσε να έχει αρνητική επίδραση στην επίδοση στα μαθηματικά.

Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να αναγνωρίσουν τις αιτίες του άγχους για τα μαθηματικά, όπως η χαμηλής ποιότητας διδασκαλία των μαθηματικών, η αρνητική στάση σχετικά με το μάθημα των μαθηματικών, οι αρνητικές εμπειρίες των μαθηματικών, και η χαμηλή αυτοεκτίμηση και να εφαρμόσουν εξατομικευμένη διδακτική προσέγγιση σε μαθητές που αντιμετωπίζουν προβλήματα άγχους (Wijaya et al., 2019. Woodard, 2004).

Οι εμπειρίες και τα βιώματα κατά την πρώτη παιδική ηλικία, όσον αφορά τα μαθηματικά είναι κρίσιμες παράμετροι για την ανάπτυξη του άγχους για τα μαθηματικά. Έτσι, η επίδοση στα μαθηματικά των μαθητών Α΄ και Β΄ τάξης του δημοτικού σχολείου θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως ένας αξιόπιστος προβλεπτικός παράγοντας για το άγχος για τα μαθηματικά στην ηλικία αυτή (Gunderson et al., 2018). Επιπλέον, τα υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά, φαίνεται να έχουν αρνητική επίδραση στην ανάπτυξη των γνωστικών δεξιοτήτων (Herts & Beilock, 2017).

Το άγχος για τα μαθηματικά σχετίζεται αρνητικά με την επίδοση των μαθητών, αφενός διότι οδηγεί τους μαθητές στην αποφυγή της ενασχόλησης με τα μαθηματικά, αφετέρου διότι διαταράσσει τους πόρους μνήμης που χρησιμοποιούν οι μαθητές κατά τη διάρκεια της επίλυσης (Ashcraft, 2002). Οι μαθητές δημοτικού σχολείου με υψηλά επίπεδα άγχους έχουν χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά, ιδιαίτερα όσοι παρουσιάζουν παράλληλα και ελλείμματα στη μνήμη εργασίας (Korhonen et al., 2018). Το άγχος στα μαθηματικά μπορεί να επηρεάσει έμμεσα την επίδοση, επηρεάζοντας τη μνήμη εργασίας αλλά και την ικανότητα επεξεργασίας των συμβολικών αριθμών (Pelegina et al., 2020. Skagerlund et al., 2019). Υπάρχουν ενδείξεις ότι οι μαθητές με υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά αρχίζουν να έχουν μειωμένη επίδοση όταν τους δίνονται προς λύση δοκιμασίες με χρονικό περιορισμό, καθώς επίσης και όταν αντιμετωπίζουν πιο σύνθετες δοκιμασίες οι οποίες απασχολούν

περισσότερους πόρους της μνήμης εργασίας (Brunyé et al., 2013), όπως είναι οι αριθμητικές πράξεις με κρατούμενο ή δανεισμό (σε προσθέσεις και αφαιρέσεις αντίστοιχα), ή η παρακολούθηση μιας ακολουθίας από αριθμητικές πράξεις (Ashcraft & Krause, 2007). Κατά την επίλυση δοκιμασιών με χρονικό περιορισμό, οι μαθητές οι οποίοι είναι συνήθως γρήγοροι στην επίλυση παραμένουν γρήγοροι, ενώ οι μαθητές οι οποίοι χρειάζονται συνήθως περισσότερο χρόνο για την επίλυση γίνονται ακόμα πιο αργοί, δεδομένου ότι εντείνεται το άγχος για τα μαθηματικά (Boaler, 2014). Ακόμα, υπάρχουν ενδείξεις για το ότι η επιβολή χρονικού περιορισμού κατά την επίλυση δοκιμασιών στα μαθηματικά επηρεάζει σε μεγαλύτερο βαθμό τα κορίτσια σε σχέση με τα αγόρια (Tsui & Mazzocco, 2006).

Οι Ramirez et al. (2013) υποστηρίζουν ότι υπάρχει αρνητική συσχέτιση μεταξύ άγχους για τα μαθηματικά και χρήσης προηγμένων στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων για τους μαθητές Α' και Β' τάξης του δημοτικού σχολείου. Η ίδια θεωρία στηρίζεται από τα ευρήματα της έρευνας των Wu et al. (2012) σε παιδιά Β' και Γ' τάξης. Το άγχος για τα μαθηματικά μπορεί να επηρεάσει τη στρατηγική συμπεριφορά των μαθητών, οδηγώντας τους σε πιο θεμελιώδες επίπεδο, αποθαρρύνοντας τους παράλληλα να επιλέξουν πιο προηγμένες στρατηγικές επίλυσης. Η αποφυγή χρήσης προηγμένων στρατηγικών επίλυσης, μπορεί με την πάροδο του χρόνου να οδηγήσει σε γενικότερη πτώση της επίδοσης στα μαθηματικά, καθώς η χρήση προηγμένων στρατηγικών προωθεί την εννοιολογική κατανόηση των αριθμητικών σχέσεων (Ramirez et al., 2016). Παραδόξως, οι μαθητές με μεγαλύτερα επίπεδα μνήμης εργασίας φαίνεται να επηρεάζονται περισσότερο από το άγχος στα μαθηματικά κατά την επίλυση προβλημάτων. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι οι μαθητές με χαμηλότερα επίπεδα μνήμης εργασίας, είναι λιγότερο ευάλωτοι στις επιπτώσεις του άγχους, καθώς βασίζονται κατά κύριο λόγο σε στοιχειώδεις στρατηγικές επίλυσης, οι οποίες καταλαμβάνουν λιγότερους πόρους της μνήμης εργασίας (Vukovic et al., 2013).

Κατά την εκτέλεση μαθηματικών υπολογισμών, τα παιδιά με υψηλά επίπεδα άγχους ενδέχεται να αναπτύξουν αρνητικά συναισθήματα. Ως εκ τούτου, υπογραμμίζεται ο ρόλος του συναισθηματικού παράγοντα σε καταστάσεις που απαιτούν μαθηματική σκέψη (Maloney & Beilock, 2012). Διάφοροι παράγοντες μέσα στην τάξη θα μπορούσαν να αυξήσουν το άγχος για τα μαθηματικά των μαθητών, όπως όταν ένας μαθητής καλείται στον πίνακα για να λύσει ένα πρόβλημα ή ένας εκπαιδευτικός ο οποίος δεν υποστηρίζει τον μαθητή (Ashcraft & Krause, 2007). Οι γονείς και οι εκπαιδευτικοί οι οποίοι παρουσιάζουν υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά ενδέχεται να επηρεάσουν τη στάση των παιδιών απέναντι στα μαθηματικά, όταν τα διδάσκουν ή τα βοηθούν σε μια εργασία (Foley et al., 2017. Geist, 2010).

Το άγχος για τα μαθηματικά φαίνεται να εντείνεται με την με την πάροδο του χρόνου και να έχει εντονότερη επίδραση. Τα ευρήματα της έρευνας των Cargnelutti et al. (2017) δείχνουν ότι η επίδραση του άγχους για τα μαθηματικά είναι πιο έντονη στη Γ' τάξη του δημοτικού σχολείου από ότι στη Β'. Τέλος, υπάρχουν ενδείξεις ότι τα κορίτσια του δημοτικού σχολείου έχουν υψηλότερα επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά σε σύγκριση με τα αγόρια (Beilock et al., 2010. Bieg et al., 2015. Devine et al., 2012. Miller & Bichsel, 2004. Rubinsten et al., 2012. Van Mier et al., 2019).

### ***Μεταγνωστικοί Παράγοντες***

Η μεταγνώση σχετίζεται εννοιολογικά με τις επιτελικές λειτουργίες καθώς και οι δύο έννοιες συνδέονται με την ικανότητα του μαθητή να αξιολογεί και να ρυθμίζει τον τρόπο που μαθαίνει (Cleary & Zimmerman, 2004). Μπορούμε να πούμε ότι οι επιτελικές λειτουργίες βασίζονται στην εφαρμογή κατάλληλων μεταγνωστικών στρατηγικών (Roebbers et al., 2012). Οι επιτελικές λειτουργίες είναι ένα σύνολο διαδικασιών, οι οποίες είναι υπεύθυνες για τον έλεγχο, τη διαχείριση και το συντονισμό των γνωστικών δεξιοτήτων (Diamond, 2013). Οι

βασικές επιτελικές λειτουργίες οι οποίες έχουν συσχετιστεί με την αναπτυξιακή μαθηματική επάρκεια είναι ο *ανασταλτικός έλεγχος* (inhibition), η ικανότητα δηλαδή του ατόμου να μην αποσπάται η προσοχή του από άσχετες πληροφορίες, η *γνωστική ευελιξία* (shifting), η δυνατότητα εναλλαγής μεταξύ διαφορετικών εργασιών και η *γνωστική ενημέρωση* (updating), η οποία ορίζεται ως η δυνατότητα παρακολούθησης και χειρισμού αποθηκευμένων πληροφοριών (Cragg & Gilmore, 2014. Gashaj et al., 2019).

Οι μαθητές με ιδιαίτερα ανεπτυγμένες τις επιτελικές λειτουργίες παρουσιάζουν βελτιωμένα μαθησιακά αποτελέσματα σε πολλά μαθήματα (Clements & Sarama, 2019; Viterbori et al., 2015) και υπάρχουν ενδείξεις πως η συσχέτιση των μαθηματικών με τις επιτελικές λειτουργίες είναι μεγαλύτερη συγκριτικά με τα γλωσσικά μαθήματα (Bock et al., 2015. Ponitz et al., 2009). Η ικανότητα εναλλαγής μεταξύ διαφορετικών δοκιμασιών ή στρατηγικών και η περιορισμένη συχνότητα παρεμβολών από άσχετες πληροφορίες μπορούν να θεωρηθούν δείκτες υψηλών μαθηματικών δεξιοτήτων (Bull & Scerif, 2001). Οι Verdine et al. (2014) διερεύνησαν τη συμβολή των επιτελικών λειτουργιών και συγκεκριμένα της γνωστικής ευελιξίας και του ανασταλτικού ελέγχου στην επίδοση στα μαθηματικά σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι και οι δύο λειτουργίες έχουν άμεση σχέση με τις μαθηματικές δεξιότητες και μάλιστα μπορούν να προβλέψουν την επίδοση των μαθητών κατά τα πρώτα σχολικά έτη.

Οι μεταγνωστικές δεξιότητες σχετίζονται σε μεγάλο βαθμό με την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων. Υπάρχει διάκριση μεταξύ των γνωστικών διεργασιών κατά την εκτέλεση αριθμητικών υπολογισμών και την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, καθώς σε αντίθεση με τις δοκιμασίες υπολογισμών οι οποίες δημιουργούνται για επίλυση, τα προβλήματα παρέχουν γλωσσικές πληροφορίες συνδέοντας αναγνωστικές δεξιότητες και δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων (Fuchs et al., 2008). Οι μαθητές μπορούν να βελτιώσουν τις στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων, την αυτορρύθμισή τους και γενικά την επίδοσή τους

στα μαθηματικά, μέσω της εξάσκησης των μεταγνωστικών δεξιοτήτων τους από την ηλικία των πρώτων σχολικών ετών έως την πρώιμη εφηβεία (Schneider & Artelt, 2010). Επιπλέον, οι μεταγνωστικές δεξιότητες απαιτούνται κατά την επίλυση προβλημάτων προκειμένου οι μαθητές να παρακολουθούν τις επιδόσεις τους, να προσεγγίζουν τη λύση και να ανακαλούν προσωπικές εμπειρίες από παρόμοιες δραστηριότητες.

Η έννοια του αυτοελέγχου μπορεί να οριστεί ως η γνώση του ατόμου για τις γνωστικές του ικανότητες. Ο αυτοέλεγχος θεωρείται ως το θεμελιώδες συστατικό της μεταγνώσης. Αφού κατακτήσει τον έλεγχο της γνώσης, το άτομο μπορεί να προχωρήσει σε πιο προηγμένες μεταγνωστικές διαδικασίες, όπως η επιλογή στρατηγικών επίλυσης, η αξιολόγηση της μάθησης και ο προγραμματισμός (Tobias & Everson, 2009). Η μεταγνώση σχετίζεται άμεσα με την αυτορρύθμιση, δηλαδή τον έλεγχο και τον συντονισμό των γνωστικών λειτουργιών, διαδικασίες απαραίτητες για την επίλυση προβλημάτων (Drigas & Pappas, 2017). Εξαιρετικά σημαντικός για την αυτορρύθμιση είναι ο ρόλος των μεταγνωστικών δεξιοτήτων και των συναισθηματικών εμπειριών του ατόμου. Όσο περισσότερα μαθηματικά προβλήματα λύνει ένας μαθητής τόσες περισσότερες εμπειρίες αποκομίζει. Ο Özsoy (2011) διερεύνησε τη σχέση μεταξύ μεταγνωστικών δεξιοτήτων και επίδοσης στα μαθηματικά σε μαθητές της Ε΄ τάξης του δημοτικού σχολείου. Αξιολογήθηκαν μεταγνωστικές δεξιότητες όπως ο αυτοέλεγχος, η ικανότητα προγραμματισμού, η αξιολόγηση της μάθησης και η ικανότητα παρακολούθησης. Τα αποτελέσματα έδειξαν θετική συσχέτιση μεταξύ των μεταγνωστικών δεξιοτήτων και της επίδοσης στα μαθηματικά.

Οι μεταγνωστικές δεξιότητες μπορούν να βελτιώσουν την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων από τη Β΄ τάξη του δημοτικού σχολείου κιόλας (Carr et al., 1994). Αυτό προϋποθέτει ότι ο/η εκπαιδευτικός έχει εξηγήσει στους μαθητές πότε και για ποιο λόγο η κάθε στρατηγική επίλυσης είναι χρήσιμη, δίνοντας τους την ευκαιρία να αξιολογούν και να επιλέγουν κάθε φορά την κατάλληλη στρατηγική για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα. Οι

Pennequin et al. (2010) διερεύνησαν τον τρόπο με τον οποίο η εξάσκηση των μεταγνωστικών δεξιοτήτων μπορεί να ενισχύσει τις γνωστικές λειτουργίες καθώς επίσης και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων σε μαθητές Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου. Οι συνεδρίες ανάπτυξης μεταγνωστικών δεξιοτήτων είχαν ως στόχο την αναπαράσταση μαθηματικών προβλημάτων, την ανάπτυξη στρατηγικών για την επίλυση τους, την ερμηνεία προβλημάτων χρησιμοποιώντας λέξεις κλειδιά και την αναγνώριση μαθηματικών εκφράσεων. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα η εξάσκηση των μεταγνωστικών δεξιοτήτων είχε θετική επίδραση στους μαθητές με χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά, αλλά όχι στους μαθητές με τυπική επίδοση.

### *Ανάπτυξη της Μαθηματικής Γνώσης*

Η μαθηματική επάρκεια αντιπροσωπεύεται από ένα σύνολο γνώσεων και δεξιοτήτων, συμπεριλαμβανομένης της εννοιολογικής κατανόησης, της διαδικαστικής ευχέρειας, της στρατηγικής επάρκειας και της προσαρμοστικής λογικής (Chard et al., 2005). Ο Geary (2000) κατονόμασε τις βιολογικά πρωτογενείς μαθηματικές δεξιότητες για το νηπιαγωγείο και την προσχολική ηλικία ως την αριθμητικότητα (numerosity: η ικανότητα κατανόησης των μαθηματικών εννοιών για την εκτίμηση ποσοτήτων), την ικανότητα δήλωσης της θέσης ενός αντικειμένου σε μία ακολουθία π.χ. πρώτο, δεύτερο, τρίτο, ... (ordinality), την ικανότητα καταμέτρησης και την απλή αριθμητική. Ως δευτερεύουσες μαθηματικές δεξιότητες για την πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση κατονόμασε την τελειοποίηση της ικανότητας καταμέτρησης, την ικανότητα κωδικοποίησης των αριθμητικών δεδομένων, την ικανότητα πραγματοποίησης υπολογισμών και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων.

Η διαδικασία της μάθησης θα πρέπει να στοχεύει στην ανάπτυξη των γνωστικών λειτουργιών οι οποίες μπορούν να ενισχύσουν τις σχέσεις ανάμεσα στα ερεθίσματα που δίνονται στις μαθηματικές δοκιμασίες και τις απαντήσεις των μαθητών (LeFevre, 1990). Οι



δραστηριότητες οι οποίες στηρίζονται στην προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών, καθώς επίσης και η προσαρμοσμένη διδασκαλία προς την ουσιαστική κατανόηση και εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών και θεωρημάτων, θεωρούνται παράγοντες οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν τους μαθητές ώστε να καταπιαστούν με μαθηματικές διεργασίες υψηλού επιπέδου (Henningsen & Stein, 1997). Σε αυτή την ενότητα, περιγράφεται η ανάπτυξη των αριθμητικών δεξιοτήτων, της ικανότητας εκτέλεσης νοερών υπολογισμών, των προσανατολισμένων προς την επίτευξη ενός στόχου στρατηγικών και γενικότερα η ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης, καταγράφοντας τα διαφορετικά επίπεδα απόκτησης αυτής.

Κατά την προσχολική ηλικία, τα παιδιά έχουν την ικανότητα να πραγματοποιούν μη-συμβολικές συγκρίσεις (συγκρίσεις ποσοτήτων) καθώς και συμβολικές συγκρίσεις αριθμών, συνδέοντας τα αραβικά ψηφία με την αντίστοιχη αριθμητική ποσότητα την οποία εκφράζουν. Είναι εξοικειωμένοι με τις δραστηριότητες οι οποίες σχετίζονται με την αριθμητική, όπως η καταμέτρηση αντικειμένων και η αναγνώριση αριθμών, καθώς επίσης και με καθημερινές δραστηριότητες όπως επιτραπέζια παιχνίδια με ζάρια τα οποία μπορούν να βελτιώσουν τις αριθμητικές τους δεξιότητες (LeFevre et al., 2009). Τα περισσότερα παιδιά μαθαίνουν να απαριθμούν μικρά σύνολα κατά την προσχολική ηλικία και το νηπιαγωγείο (Jordan et al., 2010), ενώ η προσεγγιστική αριθμητική αίσθηση μπορεί να αναπτυχθεί ακόμα και σε νεογέννητα βρέφη (Izard et al., 2009). Οι προσεγγιστικές αριθμητικές ικανότητες, όπως η ικανότητα νοερών υπολογισμών (σύγκριση ή πρόσθεση) σε μη συμβολικές συστοιχίες αντικειμένων σχετίζονται με τις συμβολικές αριθμητικές ικανότητες, καθώς επίσης και με γνωστικές διαδικασίες όπως η ακουστική προσοχή και η μνήμη εργασίας (Hyde et al., 2016). Τέλος, τα παιδιά μπορούν να αναγνωρίζουν γεωμετρικά σχήματα σε 2 ή 3 διαστάσεις, βασικά αριθμητικά και γεωμετρικά μοτίβα, και έχουν αναπτύξει χωρική αντίληψη και προσανατολισμό.

Κατά τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου τα παιδιά έρχονται σε επαφή με την αριθμητική και τα μαθηματικά γενικότερα. Μαθαίνουν να αναγνωρίζουν, να διαβάζουν και να γράφουν αρχικά διψήφιους και στη συνέχεια τριψήφιους αριθμούς, κατανοώντας παράλληλα την αριθμητική ποσότητα (μέγεθος αριθμού) που αντιπροσωπεύει ο καθένας καθώς και την αξία θέσης κάθε ψηφίου (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες). Γνωρίζουν πώς να εκτελέσουν βασικές αριθμητικές πράξεις όπως πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση, καθώς επίσης και αριθμητικές ιδιότητες όπως η αντιμεταθετική και η προσεταιριστική. Τα παιδιά βασίζονται αρχικά σε στρατηγικές μέτρησης (π.χ. μέτρηση με δάχτυλα) για να πραγματοποιήσουν απλές αριθμητικές πράξεις, τα αποτελέσματα των οποίων αποθηκεύονται στη μνήμη, ενισχύοντας την μετέπειτα άμεση ανάκτηση (Fuchs et al., 2013). Οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές εξελίσσονται σταδιακά και χρόνο με το χρόνο αυξάνεται η αποτελεσματικότητά τους (Cowan et al., 2011). Τέλος, οι μαθητές είναι σε θέση να αναγνωρίζουν και να σχεδιάζουν βασικούς γεωμετρικούς τόπους όπως ευθείες και ευθύγραμμα τμήματα, καθώς επίσης και να κατανοούν την έννοια της συμμετρίας ως προς έναν άξονα.

Αποφοιτώντας από το δημοτικό σχολείο, οι μαθητές έχουν την ικανότητα να κατανοούν θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες όπως οι ακέραιοι αριθμοί, οι δεκαδικοί, τα κλάσματα, κ.α. Είναι σε θέση να ανακαλούν αριθμητικές ιδιότητες, κανόνες και θεωρήματα προκειμένου να επιλύουν βασικές αριθμητικές δραστηριότητες. Μπορούν επίσης να καταλήγουν σε λογικά συμπεράσματα καθώς κατανοούν μαθηματικούς ισχυρισμούς της μορφής ‘Αν ισχύει το Α, τότε θα ισχύει και το Β’. Ωστόσο μερικές φορές οι μαθητές μπορεί να δώσουν εσφαλμένη εντύπωση ότι έχουν καταλάβει, ενώ απλά απομνημονεύουν τη μεθοδολογία επίλυσης μιας συγκεκριμένης εργασίας και έτσι δεν μπορούν να επιλύσουν παρόμοιες ασκήσεις με διαφορετική δομή ή με δεδομένα που δίνονται με διαφορετικό τρόπο (Lenat & Durlach, 2014. Ferretti, 2020).

Με την ολοκλήρωση της φοίτησης στο γυμνάσιο, οι μαθητές είναι σε θέση να κατανοούν σημαντικές μαθηματικές έννοιες καθώς επίσης και να ανακαλούν τεχνικές και μεθοδολογίες προκειμένου να επιλύσουν μαθηματικά προβλήματα. Είναι σε θέση να κωδικοποιήσουν ένα δοσμένο μαθηματικό πρόβλημα αντιλαμβανόμενοι ποιο είναι το ζητούμενο και έτσι να ονομάζουν μεταβλητές, να χρησιμοποιούν τα δεδομένα και να σχηματίζουν εξισώσεις για να φτάσουν στη λύση. Σημαντικό ρόλο σε αυτή τη διαδικασία διαδραματίζει η γνώση και κατανόηση του μαθηματικού λεξιλογίου (Peng & Lin, 2019). Ωστόσο δεν είναι σε θέση να γνωρίζουν διαφορετικές μεθοδολογίες επίλυσης για πιο γρήγορη επίλυση προβλημάτων και έτσι προτιμούν να ακολουθούν μια συγκεκριμένη και δοκιμασμένη αλγεβρική προσέγγιση (Posamentier & Krulik, 2008). Έχουν την ικανότητα να διαβάζουν και να ερμηνεύουν μαθηματικούς ισχυρισμούς (προτάσεις, θεωρήματα, κλπ.), γραφικές παραστάσεις, διαγράμματα, καθώς επίσης και την ικανότητα να κάνουν την αντίστροφη διαδικασία δηλαδή να αναπαριστούν ένα λεκτικά δοσμένο μαθηματικό πρόβλημα χρησιμοποιώντας μαθηματικά σύμβολα, γραφικές απεικονίσεις ή γεωμετρικά σχήματα (Mokhtar et al., 2019).

Στις τάξεις του λυκείου, οι μαθητές έχουν πλέον κατανοήσει σε βάθος τις σημαντικές μαθηματικές έννοιες και δεν αρκούνται στην απομνημόνευση των κανόνων και των θεωρημάτων. Είναι σε θέση να αναπτύξουν τη δική τους στρατηγική για να λύσουν σύνθετα μαθηματικά προβλήματα, να αναλύσουν ένα πρόβλημα σε υπο-προβλήματα και να σχεδιάσουν τεχνικές και θεωρίες που έχουν διδαχθεί στο παρελθόν (Zubi et al., 2019). Έχουν υψηλά επίπεδα αποτελεσματικότητας και ως εκ τούτου επιχειρούν να επιλύσουν πιο σύνθετα και απαιτητικά προβλήματα (Hoffman, 2010). Αρχίζουν να δείχνουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, όχι μόνο όσον αφορά τις υποχρεώσεις τους στο σχολείο αλλά και έξω από αυτό προκειμένου να διερευνήσουν περισσότερο και να απαντήσουν σε δικές τους ανησυχίες. Αναζητούν τον τρόπο με τον οποίο οι διαφορετικοί τομείς των μαθηματικών

συνδέονται μεταξύ τους, καθώς και το πως τα μαθηματικά μπορούν να εφαρμοστούν στη φυσική, την οικονομία και άλλες επιστήμες.

Τέλος, οι μαθητές που θα ακολουθήσουν θετικές επιστήμες, έχουν αναπτύξει πολλαπλές μαθηματικές δεξιότητες και είναι πλέον σε θέση να επιλύουν σύνθετα μαθηματικά προβλήματα, εφαρμόζοντας υψηλού επιπέδου τεχνικές και αναζητώντας τη βέλτιστη μεθοδολογία επίλυσης. Όταν λύνουν προβλήματα, οι λύσεις τους δεν είναι μόνο σωστές όσον αφορά το αποτέλεσμα αλλά συνοδεύονται και από την απαραίτητη τεκμηρίωση (Muis, 2008). Είναι σε θέση να κατανοούν αφηρημένες μαθηματικές έννοιες και αναζητούν τη βαθύτερη γνώση διερευνώντας την προέλευση κάθε νέου θεωρήματος που μαθαίνουν αλλά και την πιθανή εφαρμογή του σε ζητήματα της καθημερινής ζωής.

### **Δυσκολίες στα Μαθηματικά**

Οι δυσκολίες στα μαθηματικά μπορούν να αποδοθούν σε τρεις παράγοντες. Αρχικά μπορούν να αποδοθούν σε εξωτερικούς παράγοντες οι οποίοι σχετίζονται με κοινωνικά προβλήματα, το κοινωνικό-οικονομικό προφίλ της οικογένειας και τις συχνές απουσίες από το σχολείο (Kotzé & van der Berg, 2019. Perry & Francis, 2010). Έπειτα, μπορούν να αποδοθούν σε προβλήματα που προκύπτουν από το σχολικό περιβάλλον, όπως το μη ορθά δομημένο πρόγραμμα σπουδών ή η ελλιπής διδασκαλία, τα οποία θα μπορούσαν επίσης να προκαλέσουν ένα αίσθημα αδυναμίας στα μαθηματικά και σε μερικές περιπτώσεις την αποστροφή προς αυτά (Dowker, 2019). Τέλος, οι δυσκολίες στα μαθηματικά μπορεί να οφείλονται σε εσωτερικούς παράγοντες, όπως είναι οι ειδικές μαθησιακές δυσκολίες.

Σκοπός του κεφαλαίου είναι η παρουσίαση των διαφορετικών όρων και ορισμών που χρησιμοποιούνται, η καταγραφή των κριτηρίων αξιολόγησης, καθώς επίσης και η διερεύνηση των αιτιών που σχετίζονται με τις δυσκολίες στα μαθηματικά. Με βάση την σύγχρονη βιβλιογραφία, παρουσιάζονται νευρολογικές διαταραχές, διαφοροποιήσεις του

εγκεφάλου και γενετικά χαρακτηριστικά των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά, καθώς επίσης και ο ρόλος της μνήμης εργασίας και του μαθηματικού άγχους στις μαθηματικές δεξιότητες.

### ***Εννοιολογική Οριοθέτηση***

Σύμφωνα με το DSM-5 (Diagnostic and Statistical Manual) η Ειδική Μαθησιακή Διαταραχή (Ε.Μ.Δ.) στα Μαθηματικά (με κωδικό 315.1) είναι για μια νευροαναπτυξιακή διαταραχή βιολογικής προέλευσης, η οποία εκδηλώνεται στα πρώτα σχολικά έτη και δεν οφείλεται σε διανοητικές αναπηρίες (American Psychiatric Association, 2013). Το ICD-11 (International Classification of Diseases) χρησιμοποιεί τον όρο “Αναπτυξιακή Μαθησιακή Διαταραχή στα Μαθηματικά” (με κωδικό 6A03.2) για να περιγράψει τις δυσκολίες στα μαθηματικά, οι οποίες όμως δεν είναι απόρροια νοητικής υστέρησης, νευρολογικών διαταραχών, αισθητηριακών ελλειμμάτων ή ανεπαρκούς διδασκαλίας. (World Health Organization, 2018).

Ο Kosc (1974) ήταν ο πρώτος που καθιέρωσε τον όρο Δυσαριθμησία (Dyscalculia) έναν όρο από το ελληνικό πρόθεμα *δυσ* και τη λατινογενή λέξη *calculus* (Drigas & Pappas, 2015). Σύμφωνα με τον Kosc η Αναπτυξιακή Δυσαριθμησία (Developmental Dyscalculia) χαρακτηρίζεται ως μια μαθησιακή δυσκολία στα μαθηματικά, ως αποτέλεσμα ελλειμμάτων σε συγκεκριμένα τμήματα του εγκεφάλου τα οποία σχετίζονται με τη μαθηματική γνώση, αλλά χωρίς γενικότερα ελλείμματα στις γνωστικές λειτουργίες του εγκεφάλου. Υπάρχει διάκριση μεταξύ των όρων Αναπτυξιακή Δυσαριθμησία και Επίκτητη Δυσαριθμησία. Ο πρώτος όρος αναφέρεται σε άτομα σχολικής ηλικίας που έρχονται σε επαφή με μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες για πρώτη φορά, ενώ η δεύτερη σχετίζεται με ανθρώπους που έχουν διδαχθεί μαθηματικά, αλλά αργότερα στην παιδική ηλικία ή πιο συχνά στην ενήλικη ζωή

χάνουν αυτή την ικανότητα, εξαιτίας κάποιας διαταραχής που σχετίζεται με εγκεφαλική βλάβη.

Έκτοτε έχουν χρησιμοποιηθεί αρκετοί διαφορετικοί όροι για να περιγράψουν τις μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Πολλοί ερευνητές και εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν τον όρο *Mathematics Learning Disability* (Mazzocco & Myers, 2003. Murphy et al., 2007. Watson & Gable, 2013. Zhang et al., 2020) ενώ οι Koontz & Berch (1996) χρησιμοποίησαν τον όρο *Arithmetic Learning Disabilities* και οι Temple & Sherwood (2002) τον όρο *Number Fact Disorder* (Butterworth, 2008).

Δεδομένου ότι υπάρχουν διαφορετικοί όροι που χρησιμοποιούνται στη διεθνή βιβλιογραφία, στην παρούσα διατριβή χρησιμοποιείται ο όρος Δυσκολίες στα Μαθηματικά (Mathematics Difficulties), καθώς ο όρος αυτός περιγράφει παιδιά με ή χωρίς διάγνωση για μαθησιακές δυσκολίες (Gersten et al., 2005. Doabler et al., 2016. Fuchs et al. 2012. Tian & Siegler, 2017. Hwang et al., 2019).

### ***Δυσκολίες στα Μαθηματικά κατά την πρώτη σχολική ηλικία***

Τα πιο συνηθισμένα συμπτώματα των δυσκολιών στα μαθηματικά είναι η δυσκολία στο μέτρημα, η εμμονή στην καταμέτρηση με τα δάχτυλα, η αδυναμία στην εκμάθηση μαθηματικών εννοιών, όπως οι τύποι, τα θεωρήματα και η προπαίδεια, καθώς επίσης και τα προβλήματα στην εκτίμηση ποσοτήτων. Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά αδυνατούν συχνά να ακολουθήσουν συγκεκριμένα βήματα για την επίλυση δομημένων προβλημάτων αριθμητικής. Επιπλέον, δυσκολεύονται στο να κατανοήσουν τις έννοιες του θετικού και του αρνητικού αριθμού, καθώς και την απεικόνιση ενός αριθμού στη νοητή γραμμή των αριθμών (Pirani & Sasikumar, 2013). Βασικό χαρακτηριστικό τους είναι η αδυναμία στην αντίληψη των αριθμών ως ποσότητες και η κατανόηση αφηρημένων μαθηματικών εννοιών (Peard, 2010). Για τα περισσότερα παιδιά είναι προφανές ότι όταν

βλέπουν δύο αριθμούς μπορούν να καταλάβουν αν είναι ίσοι ή όχι και ποιος από αυτούς είναι μεγαλύτερος. Αυτό δεν ισχύει για τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά, καθώς παρουσιάζουν αδυναμίες σε σχέση με την διαισθητική αντίληψη των αριθμών ως ποσότητες (Price & Ansari, 2013). Επιπλέον, η επίδοση των μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά μπορεί να διαφοροποιείται σε σχέση με την επίδοση των μαθητών τυπικής ανάπτυξης σε δοκιμασίες καταμέτρησης αντικειμένων ή αντίστροφης μέτρησης καθώς επίσης και στην προσεγγιστική εκτίμηση του πλήθους μιας συλλογής αντικειμένων. Οι Landerl et al. (2004) μελέτησαν τις βασικές αριθμητικές δεξιότητες των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά λεπτομερειακά και πρότειναν την κατηγοριοποίηση των ελλειμμάτων σε ανάγνωση και ονομασία αριθμών, σύγκριση αριθμών, γραφή αριθμών, ακολουθίες αριθμών και μέτρηση αντικειμένων.

Τα ελλείμματα των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά επεκτείνονται και σε δραστηριότητες της καθημερινής ζωής, όπως στο να λένε την ώρα, στον προσανατολισμό, καθώς επίσης και στο μέτρηση και την διαχείριση των χρημάτων. Επιπλέον, τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά αντιμετωπίζουν προβλήματα σε ότι αφορά στην εκμάθηση μουσικών εννοιών, στο να ακολουθήσουν τις οδηγίες σε αθλήματα που απαιτούν μια λογική σειρά πράξεων, καθώς επίσης και στο να κρατήσουν το σκορ ή τον αριθμό των παικτών σε επιτραπέζια παιχνίδια (Bird, 2017. Monei & Pedro, 2017).

**Ελλείμματα στις Αριθμητικές Δεξιότητες.** Το θεωρητικό μοντέλο των Krajewski & Schneider (2009) απεικονίζει τον τρόπο με τον οποίο αποκτώνται οι βασικές αριθμητικές δεξιότητες μέσα από τρία αναπτυξιακά επίπεδα, έχοντας ως στόχο την κατανόηση του μεγέθους των αριθμών και τη σύνδεση αριθμών και λέξεων. Στο πρώτο επίπεδο δίνεται έμφαση στη φωνολογική επίγνωση μέσα από ακολουθίες λέξεων οι οποίες εκφράζουν αριθμούς αλλά είναι απομονωμένες από τις ποσότητες τις οποίες εκφράζουν. Στο δεύτερο επίπεδο πραγματοποιείται η σύνδεση αριθμού και αντίστοιχης ποσότητας. Τέλος, στο τρίτο

επίπεδο δίνεται έμφαση στην έννοια των αριθμητικών σχέσεων ώστε τα παιδιά να συνδέσουν τις ποσοτικές σχέσεις με τις αντίστοιχες λέξεις (π.χ. μεγαλύτερο, μικρότερο, ίσο).

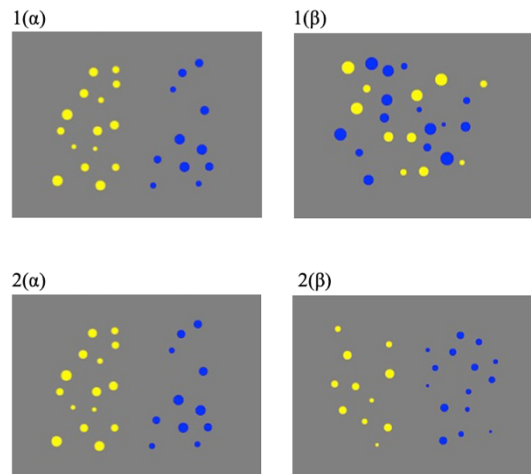
Οι ικανότητες αναγνώρισης, σειροθέτησης και σύγκρισης ποσοτήτων θεωρούνται βασικές πτυχές των αριθμητικών δεξιοτήτων (Laski & Siegler, 2007. Reeve & Gray, 2014). Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν μειωμένη επίδοση στις δοκιμασίες οι οποίες περιέχουν μη συμβολικά αριθμητικά δεδομένα. Το γεγονός αυτό συνδέεται με τα γνωστικά τους ελλείμματα, καθώς η οπτικό-χωρική μνήμη εργασίας επηρεάζει άμεσα την οξύτητα στην προσεγγιστική αριθμητική (Bugden & Ansari, 2016).

Το προσεγγιστικό αριθμητικό σύστημα (Approximate Number System: ANS) επιτρέπει την αναπαράσταση μιας αριθμητικής ποσότητας ως ασαφές νοητό μέγεθος χωρίς λεκτική πληροφορία ή αριθμητικά σύμβολα (Σχήμα 1). Επιπλέον παρέχει μια δομή ώστε τα παιδιά να χαρτογραφούν αριθμητικά σύμβολα σε προϋπάρχουσες χωρικές αναπαραστάσεις (Opfer & Siegler, 2012). Οι δοκιμασίες προσεγγιστικής πρόσθεσης ή αφαίρεσης βασίζονται στην πρόσθεση ή την αφαίρεση αντίστοιχα μεταξύ δοσμένων συστοιχιών από κουκίδες χωρίς να γίνεται καταμέτρηση. Αυτές οι δοκιμασίες θεωρούνται αξιόπιστοι δείκτες των συμβολικών μαθηματικών δεξιοτήτων του ατόμου και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανίχνευση των μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά, καθώς επίσης και για την παρέμβαση (Park & Brannon, 2013). Ωστόσο δεν υπάρχουν επαρκείς ενδείξεις για το αν η προσεγγιστική διδακτική προσέγγιση υπερέχει της παρέμβασης που χρησιμοποιεί ακριβή αριθμητικά στοιχεία και σύμβολα αριθμών, ή για το αν ο συνδυασμός των δύο προσεγγίσεων θα μπορούσε να ενισχύσει περισσότερο τις αριθμητικές δεξιότητες (Obersteiner et al., 2013).



## Σχήμα 1

*Δείγμα Ερεθισμάτων από Δραστηριότητες Προσεγγιστικής Αριθμητικής Ικανότητας με Σύγκριση και Εκτίμηση Ποσοτήτων*



*Σημείωση.* 1(β) Κίτρινες και μπλε τελείες παρουσιάζονται διάσπαρτες στο κέντρο της οθόνης. 2(α) Παρουσιάζονται κίτρινες και μπλε τελείες με ίδιο μέσο μέγεθος έτσι ώστε η πιο πολυπληθής ομάδα να καταλαμβάνει μεγαλύτερο εμβαδόν. 2(β) Παρουσιάζονται κίτρινες και μπλε τελείες οι οποίες καταλαμβάνουν το ίδιο εμβαδόν ανεξάρτητα από το πλήθος τους (Libertus et al., 2017).

**Μέτρηση.** Η ικανότητα καταμέτρησης θεωρείται θεμελιώδης και αποκτάται από τα πρώτα χρόνια της ζωής του παιδιού ώστε μέσα από την εμπειρία και τη συνεχή εξάσκηση να αποτελέσει τελικά μια αυτοματοποιημένη γνωστική διεργασία. Η παρατεταμένη οπτική προσοχή είναι απαραίτητη κατά την καταμέτρηση, σε βαθμό ανάλογο της πολυπλοκότητας της εκάστοτε δοκιμασίας (Ortuni et al., 2002). Η ικανότητα λεκτικής καταμέτρησης έχει επίσης ισχυρή μακροπρόθεσμη προγνωστική αξία για τη μεταγενέστερη επίδοση των μαθητών δημοτικού σχολείου στα μαθηματικά (Koronen et al., 2019. Siegler, 2009). Η βασική εννοιολογική κατανόηση από τα παιδιά του τρόπου με τον οποίο μετράνε τα αντικείμενα, καθώς και οι γνώσεις τους για τη σειρά των αριθμών προωθεί την αυτοματοποίηση της αριθμητικής, επιτρέποντας στους μαθητές να αφιερώσουν τους πόρους της προσοχής τους στην επίλυση πιο σύνθετων αριθμητικών προβλημάτων (Aunola et al., 2004). Η ικανότητα καταμέτρησης βοηθά επίσης τα παιδιά από την προσχολική ηλικία

κιάλας να πραγματοποιήσουν υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης με τη χρήση αντικειμένων τα οποία αναπαριστούν τις αντίστοιχες αριθμητικές ποσότητες (Jordan et al., 2010). Όσον αφορά το δημοτικό σχολείο όμως, το μέτρημα κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων θεωρείται συχνά ως ανώριμη στρατηγική η οποία ενδέχεται να καθυστερήσει την ανάπτυξη άλλων αριθμητικών δεξιοτήτων (Cheng, 2012. Murata, 2004).

Η εκμάθηση στρατηγικών καταμέτρησης επικεντρώνεται συνήθως στα πρώτα χρόνια της σχολικής ζωής των μαθητών. Ωστόσο, αρκετές φορές παρατηρούνται δυσκολίες στο μέτρημα και σε μαθητές μεγαλύτερης ηλικίας. Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά στην Α' τάξη του δημοτικού σχολείου έχουν αντιμετωπίσει ελλείμματα στην ικανότητα καταμέτρησης από το νηπιαγωγείο κιάλας. Ένα μεγάλο μέρος από αυτούς τους μαθητές θα εξακολουθήσει να παρουσιάζει δυσκολίες στην καταμέτρηση, ή ελλείμματα στην κατανόηση και επεξεργασία ακολουθίας αριθμών μέχρι και τη Γ τάξη του δημοτικού σχολείου (Desoete et al., 2009).

Το μέτρημα μπορεί να αξιοποιηθεί κατά την πρώτη γνωριμία των μαθητών με τις αριθμητικές πράξεις, καθώς για παράδειγμα το αποτέλεσμα της πρόσθεσης  $6 + 3$  μπορεί να υπολογιστεί μετρώντας 3 παραπάνω ξεκινώντας από το 6. Συχνά όμως οι μαθητές κατά τα πρώτα στάδια της ανάπτυξης τους δυσκολεύονται να κατανοήσουν ότι είναι δυνατό να μετρήσουν χρησιμοποιώντας ως αφετηρία έναν αριθμό διαφορετικό από το 1 (Houssart, 2001). Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά κάνουν περισσότερα λάθη κατά το μέτρημα και χρησιμοποιούν ανώριμες στρατηγικές καταμέτρησης πιο συχνά απ' ό,τι οι συνομήλικοί τους. Ευρήματα από την διερεύνηση των στρατηγικών καταμέτρησης υποδεικνύουν ότι οι μαθητές με χαμηλά επίπεδα γνώσης των αριθμών κάνουν πιο συχνά λάθη όταν χρησιμοποιούν στρατηγικές καταμέτρησης σε σχέση με τους μαθητές με τυπικά επίπεδα γνώσης των αριθμών (Pedrotty Bryant, 2005).

**Γνώση Αριθμών.** Υπάρχει σαφής συσχέτιση μεταξύ των δυσκολιών στα μαθηματικά και της γνώσης των αριθμών ή της αίσθησης των αριθμών (number sense), μιας προσέγγισης δηλαδή της κοινής λογικής για να καταλαβαίνουμε και να χειριζόμαστε τους αριθμούς (Piazza et al., 2010). Ο όρος γνώση των αριθμών αναφέρεται στην ευελιξία του ατόμου με τους αριθμούς, στην αίσθηση του τί εκφράζει ο αριθμός, καθώς επίσης και στην εκτέλεση νοερών υπολογισμών (Chard et al., 2005). Οι Gersten & Chard (1999) παρομοιάζουν τη σπουδαιότητα της γνώσης των αριθμών για τα μαθηματικά με αυτή της φωνολογικής επίγνωσης για την ανάγνωση. Άτομα με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν επίσης δυσκολία στην αυτόματη συσχέτιση ενός αριθμού με το μέγεθος που αυτό αναπαριστά, στο σχηματισμό ένα προς ένα αντιστοιχίσεων, καθώς επίσης και στη σύνδεση των ακουστικών και οπτικών συμβόλων (Αγαλιώτης, 2004). Βραχυπρόθεσμες διαχρονικές μελέτες δείχνουν ότι η ικανότητα προφορικής καταμέτρησης, η ικανότητα διάκρισης και αναγνώρισης ποσοτήτων, καθώς επίσης και η ικανότητα κατονομασίας αριθμών, αποτελούν ισχυρούς προγνωστικούς παράγοντες για την επίδοση στα μαθηματικά (Jordan et al., 2010).

Τα περισσότερα παιδιά πηγαίνουν στο σχολείο έχοντας αναπτύξει ορισμένες αριθμητικές δεξιότητες μέσα από άτυπες εμπειρίες τους, καθώς οι γονείς τα ενθαρρύνουν να μετρούν και να συγκρίνουν ποσότητες στην καθημερινή ζωή. Δεξιότητες όπως η κατανόηση ακέραιων αριθμών, η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των αριθμών και η εκτέλεση αριθμητικών πράξεων συνδέονται με τη μετέπειτα σχολική επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά (Dyson et al., 2013). Καθώς τα παιδιά αναπτύσσουν τη γνώση τους για τους μικρούς αριθμούς, μαθαίνουν πιο εύκολα να μετρούν, να συγκρίνουν και να χειρίζονται μεγαλύτερους αριθμούς (Hassinger-Das et al., 2014).

Υπάρχουν πολλά προς διερεύνηση σε ότι αφορά την πρώιμη κατανόηση των αραβικών αριθμών και για το πώς αυτή συνδέεται με το προσεγγιστικό αριθμητικό σύστημα και τη λεκτική καταμέτρηση. Η αντιστοίχιση αυτή λαμβάνει χώρα συνήθως από την ηλικία των 3

έως 5 ετών, ωστόσο δεν είναι ξεκάθαρο ποιο είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε τα παιδιά να αυτοματοποιήσουν αυτή τη διαδικασία (Landerl, 2019). Βασικά αριθμητικά γεγονότα (π.χ.  $5+2=...$ ) θα πρέπει να ανακαλούνται αυτόματα. Οι μαθητές με δυσκολίες στην αριθμητική συχνά στερούνται αυτής της ευχέρειας και αδυνατούν να θυμούνται απ' έξω τέτοια γεγονότα (Stock et al., 2007). Η επίγνωση του αριθμητικού μεγέθους ενός αριθμού εμπλέκεται επίσης στις αριθμητικές δεξιότητες και σχετίζεται έντονα με την ταυτόχρονη αλλά και την μετέπειτα επίδοση στα μαθηματικά (Bugden & Ansari, 2011. Holloway & Ansari, 2009. Reigosa-Crespo & Castro, 2015). Περιλαμβάνει την ικανότητα ταχείας συνειδητοποίησης της αριθμητικότητας μικρών αριθμών, καθώς επίσης και την ικανότητα σύγκρισης αριθμών ή ποσοτήτων (Jordan et al., 2006). Ολοένα και περισσότερες έρευνες υποστηρίζουν ότι οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν σημαντικά χαμηλότερη επίδοση σε απλές δοκιμασίες που απαιτούν την επεξεργασία αριθμητικών μεγεθών (De Smedt & Gilmore, 2011. Rousselle & Noël, 2007).

**Γραμμή των Αριθμών.** Η γραμμή των αριθμών διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο στην κατανόηση του μεγέθους (μέτρου) ενός αριθμού. Οι δοκιμασίες οι οποίες εμπεριέχουν τη γραμμή των αριθμών συσχετίζονται θετικά με την κατανόηση των μεγεθών και θεωρούνται δείκτες της μαθηματικής επίδοσης των μαθητών σε ανώτερο επίπεδο (Gersten et al., 2017). Η κατανόηση του μεγέθους αριθμού με τη σειρά της είναι καθοριστική για την σε βάθος κατανόηση των κλασμάτων αλλά και πιο σύνθετων αριθμητικών εννοιών. Η απεικόνιση της γραμμής των αριθμών διευρύνει την έννοια του κλάσματος με τρόπο που οι αναπαραστάσεις «μέρους-όλου» δεν μπορούν (Gersten et al., 2017). Τα δεδομένα από 114 μαθητές της Γ' τάξης του δημοτικού σχολείου δείχνουν ότι η εξάσκηση με χρήση της γραμμής αριθμών βελτιώνει την ικανότητα των μαθητών να αναπαριστούν κλάσματα και ενισχύει την κατανόηση του μεγέθους ενός κλάσματος (Hamdan & Gunderson, 2017).

Στις δοκιμασίες οι οποίες βασίζονται στη γραμμή των αριθμών (αριθμογραμμές 0-10, 0-20, 0-100, κλπ) οι μαθητές καλούνται να εντοπίσουν πάνω σε αυτή τη γραμμή έναν δοσμένο αριθμό (Ghazali et al., 2013), ή τον αριθμό ο οποίος αναπαριστά το αποτέλεσμα μιας αριθμητικής πράξης (πρόσθεση, αφαίρεση, κ.α.), ή ακόμα και τον αριθμό ο οποίος αποτελεί το εκτιμώμενο πλήθος ενός συνόλου κουκίδων. Η γραμμή των αριθμών μπορεί να χρησιμοποιηθεί από μαθητές δημοτικού για να πραγματοποιήσουν προσθέσεις και αφαιρέσεις, ξεκινώντας από έναν αριθμό πάνω στη γραμμή και μετακινώντας τον έπειτα προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά αντίστοιχα (Heirdsfield, 2011). Η συμπληρωμένη αριθμογραμμή με τη μορφή χάρακα μπορεί να αξιοποιηθεί σε αρχικό στάδιο, καθώς οδηγεί σε αρίθμηση ανά ένα, περιορίζοντας τους μαθητές σε χρήση πολύ απλών στρατηγικών. Σε επόμενο στάδιο προτείνεται η χρήση της κενής αριθμογραμμής βαθμολογημένης ανά 10, ώστε να οδηγηθούν οι μαθητές στη χρήση πιο προχωρημένων στρατηγικών (Σκουμπουρδή, 2008).

Έρευνα με συμμετέχοντες μαθητές Β΄ τάξης του δημοτικού σχολείου έδειξε ότι οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν μειωμένη επίδοση όταν τους ζητείται να κάνουν κατά προσέγγιση χωρικές αναπαραστάσεις μεγάλων ποσοτήτων στη γραμμή των αριθμών (Cirino et al., 2015). Η εξάσκηση με τέτοιου είδους δοκιμασίες συνδέεται με την καλύτερη κατανόηση των αριθμητικών μεγεθών, την καλύτερη κατανόηση της διάταξης αριθμών, καθώς επίσης και της γραφικής αναπαράστασης ενός αριθμού. Επιπλέον, η εξάσκηση με τέτοιου είδους δοκιμασίες ενδυναμώνει την αίσθηση μιας νοητής γραμμής των αριθμών η οποία αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο για τους νοητούς υπολογισμούς μέσω της χωρικής αναπαράστασης. Ένα ακόμα θετικό αποτέλεσμα αυτών των δοκιμασιών αποτελεί η κατανόηση του γεγονότος ότι οι φυσικοί αριθμοί σχηματίζουν γραμμική ακολουθία και όχι εκθετική όπως πιστεύουν πολλοί μαθητές οι οποίοι αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα μαθηματικά (Berteletti et al., 2010. Kucian et al., 2011. Whyte & Bull, 2008).

**Αριθμητικές Πράξεις.** Οι βασικές αριθμητικές δεξιότητες οι οποίες επιτρέπουν την πραγματοποίηση νοερών προσθέσεων και αφαιρέσεων, αναπτύσσονται παράλληλα με την ικανότητα καταμέτρησης και την ικανότητα σειροθέτησης αριθμών. Η καθημερινότητα των παιδιών προσφέρει πολλά ερεθίσματα τα οποία μπορούν να αξιοποιηθούν ώστε να αναπτύξουν σταδιακά τις παραπάνω δεξιότητες. Η γνώση των παιδιών για τα αριθμητικά δεδομένα και οι μέθοδοι καταμέτρησης με στόχο την επίλυση δοκιμασιών πρόσθεσης ή αφαίρεσης, ενσωματώνονται σταδιακά σε ένα ενοποιημένο σύνολο αριθμητικών σχέσεων, μέσω του οποίου τα παιδιά σχηματίζουν ένα φυσικό σύστημα αριθμών (Hannula-Sormunen et al., 2019).

Από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου οι μαθητές αναπτύσσουν στρατηγικές για την εκτέλεση νοερών υπολογισμών. Οι αριθμητικές πράξεις μπορούν να πραγματοποιηθούν ευκολότερα θεωρώντας ως βάση το δέκα (base ten strategy). Για παράδειγμα η πρόσθεση  $13+8$  μπορεί να αναλυθεί στην πρόσθεση  $13+7$ , το αποτέλεσμα της οποίας είναι γνωστό ότι είναι ίσο με 20, και σε αυτό να προστεθεί το 1 και έτσι να προκύψει ο αριθμός 21. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία βασίζεται στην ανάκληση γνωστών γεγονότων, στην συγκεκριμένη περίπτωση το  $13+7=20$  (Empson, 2014. Rivera, 2014). Σε διαφορετική εφαρμογή της βάσης του δέκα, οι μαθητές μπορεί να θεωρήσουν ευκολότερο αντί να προσθέσουν τον αριθμό 9, να προσθέσουν τον αριθμό 10 και έπειτα να αφαιρέσουν τον αριθμό 1 (Obersteiner et al., 2013). Για τις πιο εύκολες αριθμητικές πράξεις μπορεί να γίνει αυτόματη ανάκληση του αποτελέσματος από τη μακροπρόθεσμη μνήμη. Οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές με ή χωρίς δυσκολίες στα μαθηματικά για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων δεν διαφέρουν επί της αρχής. Παρατηρείται διαφορά όμως ως προς την ακρίβεια και την προσαρμοστικότητα με την οποία εφαρμόζουν τις στρατηγικές αυτές. Ακόμα, οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά εφαρμόζουν λιγότερο συχνά σύνθετες στρατηγικές για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων (Torbeys et al., 2004).

Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά, ειδικά εκείνοι με δυσκολία στις αριθμητικές πράξεις, χαρακτηρίζονται από αδυναμία στην κατανόηση των αριθμητικών μεγεθών (Jordan et al., 2017), δηλαδή της νοητής αναπαράστασης του μεγέθους που συμβολίζει ένας αριθμός (Brannon, 2006). Αυτό επεκτείνεται σε ελλείμματα στην ικανότητα αναλογικής συλλογιστικής καθώς οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά αντιμετωπίζουν δυσκολία στην κατανόηση λόγων και αναλογιών (Jitendra et al., 2017).

Οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά παρουσιάζουν συχνά ελλείμματα μνήμης κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων καθώς ξεχνούν ότι έχουν δανειστεί κατά την αφαίρεση ή ότι έχουν κρατούμενο κατά την πρόσθεση. Παρουσιάζουν επίσης δυσκολία κατά την αφαίρεση ενός διψήφιου από έναν τριψήφιο καθώς επίσης και αδυναμία στην κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου (π.χ. εκατοντάδες, δεκάδες, μονάδες) κατά τη διάρκεια μιας πράξης. Παρατηρείται επίσης σύγχυση κατά την πραγματοποίηση κάθετης πρόσθεσης ή αφαίρεσης καθώς οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά συχνά θεωρούν κάθε στήλη ως ανεξάρτητη αριθμητική πράξη (Mundia, 2017). Μια τέτοια τεχνική δεν θεωρείται λάθος επί της αρχής, καθώς στηρίζεται στην ομαδοποίηση των δεκάδων και των μονάδων (στην περίπτωση διψήφιων αριθμών). Σε μια πρόσθεση, για παράδειγμα  $25 + 19$ , ο μαθητής προσθέτει  $2 + 1$  θεωρώντας τα σαν δεκάδες και βρίσκει 30. Στη συνέχεια προσθέτει  $5 + 9$  για να βρει 14. Το αναλύει σε 1 δεκάδα και 4 μονάδες και καταλήγει στο τελικό αποτέλεσμα που είναι ίσο με 44. Στην περίπτωση της αφαίρεσης όμως, για παράδειγμα  $35 - 17$ , παρατηρείται συχνά το φαινόμενο ο μαθητής να αφαιρεί τις δεκάδες,  $10 - 10 + 20$ , και έπειτα τις μονάδες,  $7 - 5 = 2$ , μη λαμβάνοντας υπόψη το ποιος είναι ο αφαιρετέος και ποιος ο μειωτέος, θεωρώντας ως τελικό αποτέλεσμα τον αριθμό 22 (Whitenack et al., 2001).

Στη συλλογιστική των αριθμητικών πράξεων εμπλέκονται επίσης αρχές όπως η αντιμεταθετική ιδιότητα ( $a + b = b + a$ ), η αντίληψη ότι η πρόσθεση και η αφαίρεση αποτελούν αντίστροφες πράξεις ( $a + b - b = a$ ), καθώς επίσης και η αντίληψη ότι η πρόσθεση

και η αφαίρεση αποτελούν συμπληρωματικές πράξεις (αν  $a - \beta = \chi$  τότε  $\beta + \chi = a$ ) (Mulligan et al., 2018). Οι ίδιες αρχές μπορούν να διδαχθούν έπειτα και για τη σχέση πολλαπλασιασμού-διαίρεσης.

Οι Lambert & Moeller (2019) διαχώρισαν τα σφάλματα κατά την πραγματοποίηση αριθμητικών πράξεων σε 4 κατηγορίες:

1. *Σφάλματα διαδικαστικής μεταφοράς* τα οποία αντικατοπτρίζουν εσφαλμένα αποτελέσματα για δοκιμασίες με κρατούμενο (carry effect) που παρεκκλίνουν από το σωστό αποτέλεσμα  $\pm 10$  (π.χ.  $36 + 28 = 54$  αντί για 64).
2. *Απλά αριθμητικά σφάλματα* τα οποία παρουσιάζονται σε αριθμητικές πράξεις με ή χωρίς κρατούμενο (π.χ.  $36 + 28 = 62$ ).
3. *Διαδικαστικά σφάλματα* εκτός από σφάλματα μεταφοράς όπως για παράδειγμα η αύξηση του αποτελέσματος κατά 10 μονάδες ενώ δεν υπάρχει κρατούμενο (π.χ.  $36 + 3 = 49$ ).
4. *Αριθμητικά σφάλματα εναλλαγής*, όταν για παράδειγμα το εσφαλμένο αποτέλεσμα προήλθε από αφαίρεση των αριθμών αντί για πρόσθεση.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας των Lambert & Moeller (2019), οι μαθητές Γ' τάξης του δημοτικού σχολείου με δυσκολίες στα μαθηματικά εμφανίζουν πιο συχνά σφάλματα στις αριθμητικές πράξεις με κρατούμενο σε σχέση με τους συμμαθητές τους τυπικής ανάπτυξης, πράγμα το οποίο υποδεικνύει εσφαλμένη κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου.

**Δυσκολίες κατά την Επίλυση Προβλημάτων.** Η επίλυση προβλημάτων δίνει στους μαθητές την ευκαιρία να αντιμετωπίσουν μία δυσκολία αξιοποιώντας τις γνώσεις τους, προάγοντας έτσι την αναγκαιότητα των μαθηματικών. Ευνοεί επίσης το συνδυασμό της γνώσης που κατέχουν οι μαθητές σε διαφορετικά γνωστικά πεδία και αυξάνει



δημιουργικότητα (Cărgioară, 2015). Ενώ κατά την επίλυση προβλημάτων απαιτείται η ορθή πραγματοποίηση υπολογισμών, υπάρχει διαφοροποίηση από τις δραστηριότητες αριθμητικών πράξεων καθώς προστίθενται γλωσσικές πληροφορίες (Fuchs et al., 2008).

Οι παραδοσιακές μέθοδοι διδασκαλίας των μαθηματικών δίνουν έμφαση στην εκμάθηση αλγορίθμων, κάτι το οποίο δεν έχει τα ίδια αποτελέσματα στην περίπτωση των προβλημάτων καθώς η επίλυση προβλημάτων χαρακτηρίζεται ως η ενασχόληση με μια δραστηριότητα για την οποία η μεθοδολογία επίλυσης δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων (Chirinda & Barmby, 2017). Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων, από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου, περιλαμβάνει τεχνικές αναπαράστασης της δομής των προβλημάτων, καθώς επίσης και εξάσκηση των γνωστικών στρατηγικών των μαθητών (Zhang & Xin, 2012). Επιπλέον υπάρχουν ενδείξεις ότι σε σύγκριση με τις εικονικές αναπαραστάσεις οι οποίες εστιάζουν στην οπτική απεικόνιση αντικειμένων που περιγράφονται σε ένα πρόβλημα, οι σχηματικές αναπαραστάσεις οι οποίες εστιάζουν σε σχετικά δεδομένα και σχέσεις του προβλήματος έχουν μεγαλύτερη σημασία και η χρήση τους είναι θετικά συσχετισμένη με την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Van Garderen, 2006. Jitendra et al., 2016).

Η εννοιολογική κατανόηση και η διαδικαστική γνώση (procedural knowledge) είναι απαραίτητες δεξιότητες για την επίλυση προβλημάτων, συνοδευόμενες από τα γνωστικά συστήματα τα οποία ελέγχουν και επεξεργάζονται την εισερχόμενη πληροφορία. Στην αποτελεσματική διαχείριση των πληροφοριών κατά την επίλυση προβλημάτων εμπλέκονται επίσης οι γλωσσικές και οι οπτικο-χωρικές δεξιότητες. Οποιοδήποτε εμπόδιο στις διαδικασίες αυτές θα μπορούσε να οδηγήσει σε δυσκολίες κατά την επίλυση προβλημάτων (Tambychik & Meerah, 2010).

Οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου κατά την επίλυση προβλημάτων παρατηρούνται συνήθως στην κατανόηση του κειμένου της

εκφώνησης του προβλήματος, στην καταγραφή της δομής, των εικόνων και των σχημάτων του προβλήματος (Jitendra et al., 2014), στα αριθμητικά σφάλματα και τα σφάλματα στους αλγόριθμους επίλυσης, στην ομαδοποίηση των αριθμητικών δεδομένων και των πληροφοριών που δίνονται στην εκφώνηση, στον προσδιορισμό της αριθμητικής πράξης που απαιτείται (Cirino et al., 2007), καθώς επίσης και στις μετατροπές μονάδων, όπου αυτό κρίνεται απαραίτητο (Novotná et al., 2018). Σύμφωνα με τη ταξινόμηση των Phonarichat et al. (2014) οι δυσκολίες που επηρεάζουν την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων στους μαθητές του Δημοτικού σχολείου είναι οι εξής:

1. Αδυναμία κατανόησης μέρους ή όλου του προβλήματος λόγω έλλειψης φαντασίας και εμπειρίας.
2. Δυσκολίες στην ανάγνωση και την κατανόηση κειμένου με αποτέλεσμα να χάνονται σημαντικές πληροφορίες.
3. Έλλειψη ενδιαφέροντος λόγω της έκτασης ή της πολυπλοκότητας του προβλήματος.
4. Έλλειψη εξοικείωσης με προβλήματα που αφορούν δραστηριότητες της καθημερινής ζωής.
5. Εκμάθηση στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων που βασίζονται σε “λέξεις κλειδιά”.
6. Διδασκαλία αυστηρά με βάση το εγχειρίδιο χωρίς την αναζήτηση της ουσίας πίσω από κάθε πρόβλημα.
7. Απουσία εκπαίδευσης του τρόπου σκέψης μέσα στην τάξη.

Κατά την επίλυση προβλημάτων θα πρέπει να γίνεται ανάλυση των σφαλμάτων των μαθητών, ώστε να προσδιοριστεί αν αυτά προκύπτουν από τη φύση των προβλημάτων ή από την έκτασή τους. Σε αυτή την κατεύθυνση μπορεί να διεξαχθεί μια σύντομη διαγνωστική συνέντευξη με τον μαθητή ώστε να προσδιοριστεί η προέλευση των σφαλμάτων και να σχεδιαστεί έτσι κατάλληλο πρόγραμμα παρέμβασης (Mundia, 2017).

### *Νευροψυχολογική Προσέγγιση*

Ένας από τους παράγοντες που επηρεάζουν σημαντικά την μαθηματική επίδοση είναι αναμφισβήτητα η νευροψυχολογική βάση της μαθηματικής γνώσης. Το αριστερό εγκεφαλικό ημισφαίριο είναι υπεύθυνο για την οπτικοποίηση μαθηματικών εννοιών, την καταμέτρηση, την αναγνώριση των συμβόλων των αριθμών και τις αριθμητικές πράξεις, ακολουθώντας έναν αλγόριθμο εργασιών για την λογική ανάλυση και γενικά για τις αριθμητικές δεξιότητες (Brogaard et al., 2013. Maruyama et al., 2012). Βλάβες και δυσλειτουργίες του αριστερού ημισφαιρίου μπορεί να προκαλέσουν αδυναμία στην εκτέλεση των πράξεων, δυσκολίες στη διατήρηση και ανάκληση των βασικών μεγεθών και προβλήματα στην κατανόηση της έννοιας των αριθμών.

Τα τελευταία χρόνια οι ερευνητές που ασχολούνται με τις Νευροεπιστήμες καθώς και ερευνητές από το χώρο της Εκπαίδευσης, αναγνωρίζουν τη σύνδεση μεταξύ των δύο επιστημών και την ανάγκη της συνεργασίας και τη διεξαγωγή ερευνητικών εγχειρημάτων από κοινού. Πρόσφατες μελέτες δείχνουν ότι τα αίτια των δυσκολιών στα μαθηματικά οφείλονται σε δυσλειτουργία σε συγκεκριμένες περιοχές του εγκεφάλου (Butterworth et al., 2011. Rosenberg-Lee et al., 2015). Μελέτες νευρο-απεικόνισης χαρακτήρισαν την διαβρεγμάτια αύλακα (intraparietal sulcus/IPS) ως την πλέον κρίσιμη περιοχή για την επεξεργασία αριθμών και τη σύγκριση των ψηφίων (Butterworth & Laurillard, 2010).

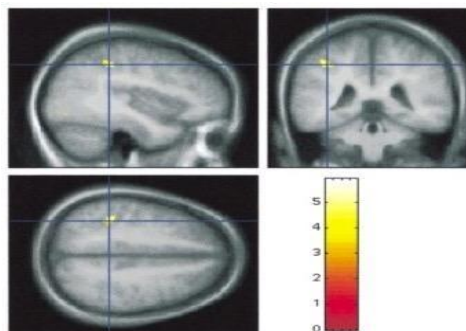
Οι Mussolin et al. (2010) ανέλυσαν την εγκεφαλική δραστηριότητα των δυσκολιών στα μαθηματικά κατά τη συμβολική επεξεργασία των αριθμών. Στη μελέτη τους συμμετείχαν 15 παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά και 15 παιδιά χωρίς μαθησιακές δυσκολίες, τα οποία αξιολογήθηκαν μέσω λειτουργικής μαγνητικής τομογραφίας (fMRI). Τα αποτελέσματα της μαγνητικής έδειξαν ότι τα παιδιά της ομάδας ελέγχου είχαν μεγαλύτερη ενεργοποίηση από τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά μέσα και γύρω από την διαβρεγμάτια αύλακα (IPS).

Οι Rotzer et al. (2008) χρησιμοποίησαν μια από τις αυτοματοποιημένες τεχνικές μορφομετρίας, τη μορφομετρία βασισμένη σε ογκοστοιχεία (voxel-based morphology/OVBM) για την αξιολόγηση 12 παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά (μέση ηλικία τα 9 έτη) και 12 παιδιών τυπικής ανάπτυξης. Τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά έδειξαν μειωμένο όγκο της φαιάς ουσίας (grey matter) στη δεξιά διαβρεγματία αύλακα (IPS) σε σχέση με τα παιδιά χωρίς μαθησιακές δυσκολίες. Επίσης παρουσίασαν μειωμένα επίπεδα λευκής ουσίας (white matter) στη δεξιά παραϊπποκάμπεια έλικα (parahippocampal gyrus), η οποία επηρεάζει την ανάκτηση δεδομένων και τις λειτουργίες της χωρικής μνήμης.

Επιπλέον, το 2009 οι Rykhlevskaia et al. διερεύνησαν τους νευροανατομικούς συσχετισμούς των δυσκολιών στα μαθηματικά. Σαράντα επτά παιδιά 7 έως 9 ετών συμμετείχαν στη έρευνα. Την ομάδα δυσκολιών στα μαθηματικά αποτέλεσαν 23 παιδιά και 24 παιδιά αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου. Όλοι οι συμμετέχοντες είχαν τυπική βαθμολογία όσον αφορά το δείκτη νοημοσύνης καθώς επίσης και τη μνήμη εργασίας. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα ελλείμματα σε φαιά ουσία και λευκή ουσία σε συγκεκριμένες περιοχές του εγκεφάλου εμπλέκονται άμεσα με την επίδοση στα μαθηματικά. Τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά εμφάνισαν μειωμένο όγκο φαιάς ουσίας στο οπίσθιο μέρος του εγκεφάλου και κυρίως δίπλα στο κροταφικό λοβό (Σχήμα 2).

## Σχήμα 2

*Έλλειμμα Φαιάς Ουσίας στα παιδιά με Δυσκολίες στα Μαθηματικά*



(Isaacs et al, 2001)

Το μέτρημα με τα δάχτυλα φαίνεται να σχετίζεται άμεσα με τις δεξιότητες υπολογισμού. Συγκεκριμένες περιοχές του εγκεφάλου ενεργοποιούνται όταν τα παιδιά χρησιμοποιούν τα δάχτυλά τους στην προσπάθειά τους να κατανοήσουν ένα πρόβλημα αριθμητικής, καθώς η χρήση των δαχτύλων θα μπορούσε να επηρεάσει την αναπαράσταση του αριθμού νοερά (Fischer, 2008). Έτσι φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να επωφεληθούν από το γεγονός αυτό και θα πρέπει να ενθαρρύνουν τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά να χρησιμοποιούν τα δάχτυλά τους στις αριθμητικές πράξεις (Kauffman, 2008).

Σε μια προσπάθεια να κατανοήσουμε τις αναπτυξιακές διαταραχές με σκοπό το σχεδιασμό κατάλληλων προγραμμάτων παρέμβασης, απαιτείται η ανάπτυξη θεωριών οι οποίες θα είναι βασισμένες στις λειτουργίες του εγκεφάλου. Την τελευταία δεκαετία άρχισε μια συστηματική διερεύνηση των νευρολογικών παραγόντων των δυσκολιών στα μαθηματικά. Ωστόσο υπάρχουν πολλά ακόμα προς διερεύνηση για τις βιολογικές ρίζες της διαταραχής καθώς και τη βιολογική προέλευση των δυσλειτουργιών του εγκεφάλου (Rubinsten, 2009).

### ***Γενετική Βάση***

**Κληρονομικότητα.** Υπάρχουν έρευνες οι οποίες υπογραμμίζουν την ύπαρξη γενετικών επιρροών και τον πιθανό ρόλο της κληρονομικότητας στην αιτιοπαθογένεια των δυσκολιών στα μαθηματικά (Nfon, 2016. Qiang et al., 2019; Shalev & Gross-Tsur, 2001. Soltész et al., 2007. Zenku, 2012. Zygouris et al., 2017). Υπάρχουν ενδείξεις για πιο συχνή εμφάνιση δυσκολιών στα μαθηματικά σε κάποιες οικογένειες, καθώς αρκετά συχνά έχει παρατηρηθεί το φαινόμενο ένα παιδί με δυσκολίες στα μαθηματικά να έχει ένα ή περισσότερα μέλη στην οικογένεια του με παρόμοιες δυσκολίες (Fletcher et al., 2018).

Ένδεικτικό είναι το γεγονός ότι σε μια μελέτη στην οποία συμμετείχαν 39 παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά Shalev et al. (2001), προέκυψε ότι το 66% των μανάδων, το 40% των πατεράδων, το 53% από τα αδέρφια καθώς και το 44% των συγγενών δευτέρου βαθμού είχε επίσης δυσκολίες. Υπάρχουν επίσης ενδείξεις ότι οι συσχετίσεις ανάμεσα σε βιολογικά αδέρφια είναι μέτριες έως υψηλές σε ότι αφορά τις δυσκολίες στα μαθηματικά (Willcutt et al., 2010).

Μια πολυπαραγοντική γενετική ανάλυση με 1500 ζεύγη μονοζυγωτικών και 1375 ζεύγη διζυγωτικών διδύμων (μέση ηλικία 7 έτη) έδειξε ότι το 30% της γενετικής διακύμανσης σχετίζεται με τις μαθηματικές δεξιότητες (Konas et al., 2007). Ωστόσο η κληρονομικότητα δεν καλύπτει όλες τις περιπτώσεις δυσκολιών στα μαθηματικά, γεγονός που κάνει ξεκάθαρη την ύπαρξη και άλλων αιτιακών παραγόντων (Rousselle & Noël, 2007).

**Συννοσηρότητα με άλλες διαταραχές.** Οι δυσκολίες στα μαθηματικά έχουν υψηλή συννοσηρότητα με άλλες μαθησιακές δυσκολίες, κυρίως με τη Δυσλεξία, και τη Διαταραχή Ελλειμματικής Προσοχής και Υπερκινητικότητας (ΔΕΠ-Υ). Μπορούμε να περιγράψουμε την ετερογενή φύση των δυσκολιών στα μαθηματικά ως συνέπεια των διαφορετικών ελλειμμάτων, συμπεριλαμβανομένης της μνήμης εργασίας και των ελλειμμάτων προσοχής (Fias et al., 2013). Είναι πιθανό μια δυσλειτουργία του εγκεφάλου να έχει ως αποτέλεσμα πολλαπλές γνωστικές και συμπεριφορικές διαταραχές. Το γεγονός αυτό οδηγεί σε υποθέσεις για συννοσηρότητα των δυσκολιών στα μαθηματικά με άλλες μαθησιακές-γνωστικές δυσκολίες.

**Δυσκολίες στα Μαθηματικά και Δυσλεξία.** Παρότι υπάρχουν αρκετά ευρήματα τα οποία υποδηλώνουν ότι η Δυσλεξία και οι δυσκολίες στα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από διαφορετικά γνωστικά προφίλ καθώς στην πρώτη ξεχωρίζουν τα φωνολογικά ελλείμματα και στη δεύτερη τα ελλείμματα στη γνώση και τον χειρισμό αριθμών (Landerl et al., 2009), εντούτοις συχνά οι γλωσσικές και οι αριθμητικές δυσκολίες συνυπάρχουν (Dirks et al., 2008).

Geary & Hoard, 2001). Παρά την ύπαρξη διαφορών στη συμπεριφορά, τα προφίλ εγκεφαλικής δραστηριότητας των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά και αυτών με Δυσλεξία φαίνεται να είναι παρόμοια (Peters et al., 2018). Η συνύπαρξη της Δυσλεξίας με τις δυσκολίες στα μαθηματικά (Kaufmann & von Aster, 2012. Rubinsten & Henik, 2009) εκτιμάται ότι κυμαίνεται στο 40% (De Clercq-Quaegebeur et al., 2018. Wilson et al., 2015).

Τα μαθηματικά του δημοτικού σχολείου επικεντρώνονται κυρίως στην ευχέρεια χρήσης αριθμητικών δεδομένων, στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων και στην επίλυση προβλημάτων (Gersten et al., 2009). Υπάρχουν ενδείξεις ότι οι μαθητές με Δυσλεξία αντιμετωπίζουν δυσκολίες σε αυτά τα πεδία (Vukovic et al., 2010). Στην ίδια κατεύθυνση, η έρευνα των Träff & Passolunghi (2015) έδειξε ότι οι μαθητές με Δυσλεξία αντιμετωπίζουν δυσκολία σε δραστηριότητες στις οποίες τα αριθμητικά δεδομένα αποδίδονται λεκτικά, όπως η ανάκληση αριθμητικών δεδομένων, η επίλυση προβλημάτων και οι πράξεις με πολυψήφιους αριθμούς. Ωστόσο η επίδοση των μαθητών με Δυσλεξία σε δραστηριότητες οι οποίες εξαρτώνται κυρίως από αναλογικές αναπαραστάσεις μεγέθους ή αραβικούς αριθμούς φαίνεται να μην επηρεάζεται αρνητικά.

***Δυσκολίες στα Μαθηματικά και ΔΕΠ-Υ.*** Φαίνεται ότι η συννοσηρότητα των δυσκολιών στα μαθηματικά με τη ΔΕΠ-Υ είναι μεγαλύτερη από την συννοσηρότητα με άλλες μαθησιακές δυσκολίες (Ashkenazi et al., 2009). Πολλές μελέτες έχουν επικεντρωθεί στη σχέση των δυσκολιών στα μαθηματικά με τη ΔΕΠ-Υ, καθώς και στα ελλείμματα προσοχής των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά χωρίς να έχουν διάγνωση για ΔΕΠ-Υ (Friedman et al., 2018. Krinzinger, 2019. Kuhn et al., 2016. Moreno-De-Luca et al., 2013. Prediger et al., 2019). Η συσχέτιση προσοχής και επίδοσης στα μαθηματικά φαίνεται να είναι πιο έντονη στην μετέπειτα πορεία των παιδιών στο δημοτικό σχολείο, κυρίως στις ηλικίες από 8 έως 11 έτη (Anobile et al., 2013). Η συνύπαρξη της ΔΕΠ-Υ παράλληλα με τις δυσκολίες στα

μαθηματικά κυμαίνεται σύμφωνα με εκτιμήσεις σε ποσοστό από 5% έως 30% (DuPaul et al., 2013).

Οι Rubinsten & Henik (2005) αξιολόγησαν παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά χρησιμοποιώντας τη δοκιμασία Stroop, διαπιστώνοντας ότι η ικανότητα αποτελεσματικής επεξεργασίας αριθμητικών ποσοτήτων είναι λιγότερο ανεπτυγμένη στα παιδιά αυτά σε σύγκριση με τα συνομήλικα τυπικής ανάπτυξης. Στη δοκιμασία Stroop, ένα αντικείμενο πολλαπλών διαστάσεων παρουσιάζεται σε μια οθόνη υπολογιστή και τα παιδιά καλούνται να παρακολουθήσουν μια διάσταση αγνοώντας τις υπόλοιπες. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά αντιμετωπίζουν πρόβλημα στην αυτόματη ενεργοποίηση της αξίας των ψηφίων.

Οι Askenazi & Henik (2010) αξιολόγησαν την ικανότητα προσοχής σε μαθητές με διάγνωση για δυσκολίες στα μαθηματικά, χρησιμοποιώντας το ψηφιακό εργαλείο αξιολόγησης Attention Network Task (ANT-I). Οι συμμετέχοντες στην έρευνα κλήθηκαν να παρακολουθήσουν ένα συγκεκριμένο αντικείμενο αγνοώντας τα υπόλοιπα. Συγκεκριμένα, σε κάθε δοκιμασία παρουσιάζονται στην οθόνη του υπολογιστή 5 βέλη, και ο χρήστης καλείται να υποδείξει αν το βέλος στο κέντρο είναι στραμμένο προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά. Τα αποτελέσματα έδειξαν ελλείμματα στην εκτελεστική λειτουργία καθώς επίσης και στο χρόνο αντίδρασης των συμμετεχόντων με δυσκολίες στα μαθηματικά.

Το 2007 οι Willburger et al. αξιολόγησαν την ταχύτητα κατονομασίας σε παιδιά 8-10 ετών με δυσκολίες στα μαθηματικά. Η ταχύτητα κατονομασίας είναι η ικανότητα του ατόμου να κατονομάζει διαδοχικά τα γράμματα, τα ψηφία ή τα εικονιζόμενα αντικείμενα όσο το δυνατόν γρηγορότερα. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων έδειξε μειωμένη ταχύτητα αυτοματοποιημένης κατονομασίας ποσοτήτων στα παιδιά με δυσκολίες στα μαθηματικά.



Η ανάπτυξη των αριθμητικών δεξιοτήτων βασίζεται σε ένα βαθμό στις επιτελικές λειτουργίες, οι οποίες με τη σειρά τους βασίζονται σε παραμέτρους της προσοχής, κάνοντας ακόμα δυσκολότερη τη διάκριση ανάμεσα στην ύπαρξη δυσκολιών στα μαθηματικά με συννοσηρή ΔΕΠ-Υ ή την χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά ως αποτέλεσμα της ύπαρξης ΔΕΠ-Υ (Friso-Van Den Bos et al., 2013). Υπάρχει ωστόσο και μερίδα ερευνητών η οποία υποστηρίζει ότι η ΔΕΠ-Υ και οι δυσκολίες στα μαθηματικά δεν έχουν καμία κοινή αιτιολογική βάση και ως εκ τούτου, απαιτείται η ανάπτυξη διαφορετικών στρατηγικών για την αξιολόγηση και την παρέμβαση (Monuteaux et al., 2005).

**Δυσκολίες στα Μαθηματικά και Άλλες Διαταραχές.** Φαίνεται ωστόσο να υπάρχει συννοσηρότητα των δυσκολιών στα μαθηματικά και με άλλες διαταραχές. Η Δυσγραφία και η δυσκολία γνώσης και χρήσης των δακτύλων έχουν επίσης συσχετιστεί με τις δυσκολίες στα μαθηματικά (Bandla et al., 2017. Bhattacharyya et al., 2014. Landerl & Moll, 2010) όπως επίσης και η Αναπτυξιακή Γλωσσική Διαταραχή (Ralli & Charalampaki, 2015). Ακόμα, τα παιδιά με σύνδρομο Williams (Boddaert et al., 2006), καθώς και τα παιδιά με σύνδρομο Turner (Murphy et al., 2006) ή Εύθραστο X (Lachiewicz et al., 2006) παρουσιάζουν ιδιαίτερες δυσκολίες στις αριθμητικές δεξιότητες όπως μέτρημα, απομνημόνευση αριθμητικών γεγονότων και απλοί αριθμητικοί υπολογισμοί (Butterworth, 2008). Τέλος, υπάρχουν ενδείξεις για το ότι οι δυσκολίες στα μαθηματικά συμβάλλουν στο φαινότυπο του συνδρόμου Down (Cuskelly & Faragher, 2019), χωρίς ωστόσο να υπάρχουν αρκετά δεδομένα για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

**Διαφορές ως προς το φύλο.** Υπάρχουν ευρήματα τα οποία υποδεικνύουν διαφορές με βάση το φύλο στη χρήση στρατηγικών και την αυτοπεποίθηση σε σχέση με τα μαθηματικά (Carr et al., 2008. Lindberg et al., 2010). Έρευνες δείχνουν ότι τα αγόρια επιτελούν καλύτερα από ότι τα κορίτσια στην επίλυση προβλημάτων, ενώ τα κορίτσια είναι καλύτερα στις

αριθμητικές πράξεις (Wei et al., 2012). Οι καλύτερες επιδόσεις των αγοριών σε σύγκριση με τα κορίτσια της ίδιας ηλικίας στην επίλυση προβλημάτων δικαιολογεί εν μέρει το πλεονέκτημα τους στη γενικότερη επίδοση στα μαθηματικά (Preckel et al., 2008). Διαφορές με βάση το φύλο παρατηρούνται επίσης σε δραστηριότητες με χωρικές αναπαραστάσεις, ιδίως στην νοερή περιστροφή τρισδιάστατων αντικειμένων, όπου τα κορίτσια καταγράφουν χαμηλότερες επιδόσεις (Hyde, 2014). Οι διαφορές στην επίδοση με βάση το φύλο εμφανίζονται πιο έντονα στους μαθητές του γυμνασίου και του λυκείου (Penner & Paret, 2008).

Ωστόσο άλλοι ερευνητές κάνουν λόγο για στερεότυπα ιδιαίτερος προβληματικά τα οποία μπορεί να επηρεάζουν την επίδοση των κοριτσιών στις μαθηματικές δοκιμασίες προκαλώντας άγχος (Else-Quest et al., 2010). Σε αυτήν την κατεύθυνση, έρευνες υποστηρίζουν ότι αν και η επίδοση στα μαθηματικά δεν παρουσιάζει στατιστικά σημαντική διαφορά με βάση το φύλο, τα κορίτσια φαίνεται να έχουν χαμηλότερες προσδοκίες για επιτυχία στις θετικές επιστήμες, καθώς και λιγότερο ενδιαφέρον για τις επιστήμες αυτές σε σύγκριση με τα αγόρια (Hutchison et al., 2019. Watt et al., 2012. Steegh et al., 2019. Plante et al., 2019). Η διαφορά αυτή μπορεί να οφείλεται στις πεποιθήσεις του κοινωνικού περιγύρου και κυρίως των γονέων (Rozek et al., 2015. Reilly et al., 2019).

Η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας δεν επιτρέπει να καταλήξουμε σε ασφαλή συμπεράσματα για την αναλογία των δυσκολιών στα μαθηματικά ως προς το φύλο. Το 2013 οι Devine et al. ολοκλήρωσαν μια έρευνα με 1004 τα παιδιά δημοτικού σχολείου στην Αγγλία. Τόσο τα αγόρια όσο και τα κορίτσια πέτυχαν παρόμοια αποτελέσματα στο διαγνωστικό εργαλείο Mathematics Assessment for Learning and Teaching tests (MaLT). Οι Dirks et al. (2008) οι οποίοι αξιολόγησαν 799 Ολλανδούς μαθητές μέσω τυποποιημένων τεστ για τις αριθμητικές δεξιότητες, ανέφεραν ότι ο επιπολασμός των δυσκολιών στα μαθηματικά ήταν ελαφρώς υψηλότερος για τα κορίτσια από ότι για τα αγόρια. Επιπλέον οι Jovanovic et

al. (2013) διεξήγαγαν μελέτη με 1424 μαθητές Γ' τάξης του δημοτικού σχολείου στη Σερβία, η οποία έδειξε ότι μεταξύ των 107 μαθητών με ελλείμματα στις αριθμητικές δεξιότητες, υπήρχαν 70 αγόρια και 38 κορίτσια. Τέλος, σύμφωνα με την έκθεση της PISA του 2018, τα αγόρια έχουν υψηλότερη επίδοση από τα κορίτσια στα μαθηματικά σε 32 χώρες, ενώ σε 14 χώρες παρατηρείται το αντίθετο φαινόμενο, με τα κορίτσια να σημειώνουν την υψηλότερη επίδοση.

### ***Κριτήρια για την Αξιολόγηση των Δυσκολιών στα Μαθηματικά***

Σύμφωνα με το DSM-V οι δυσκολίες στα μαθηματικά εντοπίζονται στην επίγνωση των αριθμών, στην ανάκληση αριθμητικών γεγονότων, στην εκτέλεση αριθμητικών υπολογισμών, καθώς επίσης και στην πραγματοποίηση μαθηματικών συλλογισμών με ακρίβεια (American Psychiatric Association, 2013). Το ίδιο διαγνωστικό εγχειρίδιο επισημαίνει ότι ο όρος Δυσαριθμησία μπορεί να χρησιμοποιηθεί εναλλακτικά για να περιγράψει ένα σύνολο δυσκολιών στην επεξεργασία αριθμητικών πληροφοριών, στην εκμάθηση αριθμητικών γεγονότων, καθώς επίσης και στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων με ακρίβεια και ευχέρεια. Προτείνεται ακόμα ο προσδιορισμός πρόσθετων δυσκολιών σε περίπτωση που υπάρχουν, όπως οι δυσκολίες στο μαθηματικό λογισμό. Τα διαγνωστικά κριτήρια τα οποία θέτει το ICD-11 (World Health Organization, 2018) περιλαμβάνουν σημαντικές και επίμονες δυσκολίες στην εκμάθηση μαθηματικών δεξιοτήτων όπως η γνώση αριθμών, η απομνημόνευση αριθμητικών δεδομένων, η εκτέλεση αριθμητικών πράξεων με ακρίβεια και ευχέρεια, καθώς επίσης και ο μαθηματικός λογισμός.

Ο επιπολασμός των δυσκολιών στα μαθηματικά, όπως εκτιμάται από διάφορες δημογραφικές μελέτες, κυμαίνεται στο 5-6% του πληθυσμού (Devine et al., 2013. Geary, 2010. Ramaa & Gowramma, 2002). Οι μαθητές χαρακτηρίζονται ως μαθητές σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά συνήθως όταν παρουσιάζουν επίδοση στις

σταθμισμένες κλίμακες αξιολόγησης ίση ή χαμηλότερη από το 25<sup>ο</sup> εκατοστημόριο (Badian, 1999. Barbaresi et al., 2005. Dirks et al., 2008. Haberstroh & Schulte-Körne, 2019. Hein et al., 2000. Morgan et al., 2016. Shinn, 2005). Άλλες κλίμακες αξιολόγησης θέτουν ως οριακή επίδοση το 15<sup>ο</sup> εκατοστημόριο (Geary et al., 2009), ενώ άλλες θέτουν τις 2 τυπικές αποκλίσεις κάτω από τη μέση τιμή (Gluga & Gluga, 2012. Reigosa-Crespo et al., 2012) ή τη 1.5 τυπική απόκλιση (Von Aster et al., 2006).

Ωστόσο είναι δύσκολο να συγκριθούν οι επιδόσεις των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά μεταξύ διαφορετικών χωρών, καθώς η διάγνωση πραγματοποιείται με βάση την επίδοση των παιδιών σε τυποποιημένα τεστ, η οποία μετράται σε σύγκριση με τη μέση επίδοση ενός συγκεκριμένου πληθυσμού με συγκεκριμένες ικανότητες στα μαθηματικά και συγκεκριμένο πρόγραμμα σπουδών. Μπορεί οι επιδόσεις στα μαθηματικά μεταξύ των μαθητών 2 χωρών, καθώς επίσης και οι αιτιακοί παράγοντες να είναι συγκρίσιμοι σε μεγάλο βαθμό, το εκπαιδευτικό σύστημα της κάθε χώρας όμως επηρεάζει διαφορετικά τον μέσο όρο των μαθητών της (Ansari, 2019).

Η εξατομικευμένη διδασκαλία αποτελεί ένα σημαντικό παράγοντα πρόβλεψης της επίδοσης στα μαθηματικά για μαθητές οι οποίοι βρίσκονται σε κίνδυνο δυσκολιών, από την ηλικία του νηπιαγωγείου κιόλας (Doabler et al., 2019). Ο κίνδυνος εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά εντείνεται στο δημοτικό σχολείο, κυρίως σε μαθητές οι οποίοι δεν ξοδεύουν χρόνο αποτελεσματικά για την εκμάθηση των μαθηματικών (Ardi et al., 2019).

### ***Μέθοδοι Αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά***

Η πρόσφατη βιβλιογραφία υποδεικνύει την ανάγκη για έγκαιρη ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου (Desoete, Roeyers & De Clercq, 2004. Dowker, 2005. Gersten et al., 2012. Zhang et al., 2020). Την τελευταία δεκαετία παρατηρείται αξιοσημείωτη αύξηση του αριθμού των μελετών σε σχέση

με τις δυσκολίες στα μαθηματικά. Η διαφοροποίηση ανάμεσα στα υπάρχοντα εργαλεία ανίχνευσης σε ότι αφορά όχι μόνο τις δεξιότητες τις οποίες αξιολογούν, αλλά και ως προς το κατώφλι που χρησιμοποιούν, καθιστούν ιδιαίτερα δύσκολη τη σύγκριση μεταξύ ευρημάτων από διαφορετικές μελέτες (Grigore, 2020). Οι εκπαιδευτικοί του δημοτικού σχολείου χρειάζονται αξιόπιστα εργαλεία αξιολόγησης και ανίχνευσης ώστε να εντοπίσουν με ακρίβεια τα νεαρά παιδιά που διατρέχουν κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά και να προσφέρουν έτσι έγκαιρα εξατομικευμένη διδασκαλία προσαρμοσμένη στις ιδιαίτερες ανάγκες τους (Purpura et al., 2015).

Τα εργαλεία ανίχνευσης τα οποία αξιολογούν τις αριθμητικές σχέσεις και τις πράξεις μεταξύ των αριθμών είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικά στην πρόβλεψη της μεταγενέστερης επίδοσης του μαθητή στα μαθηματικά. Παρουσιάζουν υψηλή ακρίβεια ταξινόμησης, προσδιορίζοντας τα παιδιά που θα χρειαστούν τα επόμενα χρόνια βοήθεια στα μαθηματικά. Τέλος, τα εργαλεία ανίχνευσης μπορούν να εντοπίσουν αξιόπιστα τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα μαθηματικά (Jordan et al., 2019). Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται ενδεικτικά εργαλεία ανίχνευσης των δυσκολιών στα μαθηματικά, τα οποία απευθύνονται σε παιδιά σχολικής ή/και προσχολικής ηλικίας, με βάση τη μελέτη της εγχώριας και διεθνούς βιβλιογραφίας των τελευταίων δύο δεκαετιών.

## Πίνακας 1

*Ενδεικτικά Εργαλεία Αξιολόγησης και Ανίχνευσης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά*

Έρευνα	Εργαλείο	Ηλικία	Ερωτήσεις	Περιεχόμενο Δοκιμασιών
Baudonck et al. (2006)	Kortrijk aRithmetic Test revision (KRT-R)	1 <sup>η</sup> και 2 <sup>η</sup> τάξη	60/55	Αριθμητικές Πράξεις Προβλήματα
Butterworth (2003)	Dyscalculia Screener	6 έως 14 έτη	Κριτήριο τερματισμού	Χρόνος αντίδρασης, Σύγκριση αριθμών, Αριθμητικές πράξεις, Μέτρημα
Clements et al. (2008)	Research-Based Early Maths Assessment (REMA)	3 έως 7 έτη	199	Αριθμητική (καταμέτρηση, σύγκριση, ακολουθίες και σύνθεση αριθμών, αριθμητικές πράξεις) Γεωμετρία (αναγνώριση, σύνθεση, σύγκριση, κατασκευή και μετασχηματισμός σχημάτων, μετρήσεις και μοτίβα)
Cornoldi et al. (2002)	AC-MT	7 έως 8 έτη	31	Αριθμητικές Πράξεις, Σύγκριση αριθμών, Μέγεθος αριθμού, Ακολουθίες
Devi & Kavya (2019)	Ευφύες σύστημα ανίχνευσης δυσκολιών στα Μαθηματικά	8 έως 10 έτη	-	Αριθμητικές δεξιότητες, Αριθμητικές πράξεις, Αριθμητικά μοτίβα, Αξία θέσης ψηφίου
Geary et al. (2009)	Number Sets Test	6 έτη	-	Αναγνώριση και σύγκριση συνόλων αντικειμένων, αραβικών ψηφίου ή συνδυασμού των παραπάνω

Ginsburg & Baroody (2003)	Test of Early Mathematics Ability (TEMA-3)	3 έως 9 έτη	72	Μέτρηση, Γνώση αριθμών, Σύγκριση και ομαδοποίηση αριθμών, Αριθμητικές έννοιες, Αριθμητικές πράξεις
Gliga & Gliga (2012)	Τεστ Ανίχνευσης	2 <sup>η</sup> και 3 <sup>η</sup> τάξη	13	Προσέγγιση αριθμού, Εκτίμηση ποσοτήτων χωρίς μέτρηση, Αντίληψη αριθμού, Χρήση της γλώσσας των Μαθηματικών
Grégoire et al. (2004)	TEDI MATH	2 <sup>η</sup> και 3 <sup>η</sup> τάξη		Καταμέτρηση, Γνώση αριθμών, Ακολουθίες, Αριθμητικές πράξεις
Grigore (2020)	The multimodal dyscalculia screener	7 έως 14 έτη	-	Μέτρηση κουκίδων, Σύνδεση μη-συμβολικών αναπαραστάσεων με αριθμούς, Γνώση αριθμών, Ευθύ και αντίστροφο μέτρηση, Σύγκριση αριθμών, Εκτίμηση μεγέθους, Νοερές αριθμητικές πράξεις
Hassler et al. (2018)	Heidelberger rechen test (HRT)	1 <sup>η</sup> έως 5 <sup>η</sup> τάξη	201	Πρόσθεση, Αφαίρεση, Ακολουθίες, Μέτρηση, Χρόνος αντίδρασης
Hawes et al. (2019)	Numeracy Screener	1 <sup>η</sup> έως 3 <sup>η</sup> τάξη	112	Σύγκριση μεγεθών σε συμβολική και μη-συμβολική μορφή
Jordan et al. (2008)	Number Sense Battery	5 έως 6 έτη	33	Μέτρηση, Γνώση Αριθμού, Αριθμητικές Πράξεις
Jordan et al. (2010)	Number Sense Brief (NSB)	1 <sup>η</sup> τάξη	33	Μέτρηση, Αναγνώριση, σύγκριση και συνδυασμός αριθμών, Μη-λεκτικοί υπολογισμοί, Προβλήματα

Karagiannakis et al. (2014)	ΔΙΔΥΜΑ	5 <sup>η</sup> και 6 <sup>η</sup> τάξη	300	Μέτρηση κουκίδων, Σύγκριση μεγέθους αριθμού, Σύγκριση ποσοτήτων, Πρόσθεση, Πολ/σμός, Γραμμή των αριθμών, Μαθηματική ορολογία, Αρχές υπολογισμών, Νοεροί υπολογισμοί, Εξισώσεις, Προβλήματα
Karagiannakis & Noël (2020)	MathPro Test	1η έως 6η τάξη	1η τάξη (212) 2η τάξη (252) 3η τάξη (336) 4η-6η τάξη (339)	Σύγκριση Ποσοτήτων, Σύγκριση μονοψήφιων, Σύγκριση μη-μονοψήφιων, Χρήση ηλεκτρολογίου οθόνης, Υπαγόρευση αριθμών, Επόμενος Αριθμός, Προηγούμενος Αριθμός, Στιγμαία-Ακαριαία Καταμέτρηση, Καταμέτρηση Κουκίδων, Πρόσθεση, Πολ/σμός, Νοεροί υπολογισμοί, Γραμμή των αριθμών, Γεωμετρία 2D, Γεωμετρία 3D, Προβλήματα, Αρχές Υπολογισμών, Αριθμητικά Μοτίβα
Kariyawasam et al. (2019)	Pubudu	6 έως 8 έτη	30	Μέτρηση κουκίδων, Σύγκριση αριθμών, Πρόσθεση
Plerou et al. (2014)	Diagnostic Screener	15 έως 16 έτη	-	Οπτική αντίληψη των αριθμών, Χωρικές έννοιες, Γεωμετρία, Αριθμητικές πράξεις, Αντίληψη του χρόνου, Αλγοριθμική σκέψη
Reigosa-Crespo et al. (2012)	The Basic Numerical Battery (BNB)	7 έως 14 έτη	88	Νοερές αριθμητικές πράξεις, Μέτρηση κουκίδων, Σύγκριση μεγέθους αριθμών



Trott & Beacham (2006)	DysCalculiUM	12 έως 17 έτη	-	Γνώση ακεραίων, Γνώση κλασμάτων, Γνώση δεκαδικών, Γνώση και διαχείριση χρημάτων και χρόνου, Μαθηματική ορολογία, Γραφικές αναπαραστάσεις
Von Aster et al. (2006)	ZAREKI-R	6 έως 11 έτη	97	Μέτρημα κουκίδων, Αντίστροφο μέτρημα, Γραφή αριθμών, Νοερές πράξεις, Ανάγνωση αριθμών, Γραμμή των αριθμών, Σύγκριση αριθμών, Εκτίμηση ποσοτήτων, Προβλήματα
Zygouris et al. (2017)	Διαδικτυακή εφαρμογή ανίχνευσης δυσκολιών στα Μαθηματικά	8 έως 11 έτη	-	Νοερές αριθμητικές πράξεις, Μαθηματική ορολογία, Προβλήματα

---

Τα περισσότερα εργαλεία επικεντρώνονται στην αξιολόγηση της γνώσης των αριθμών με δοκιμασίες καταμέτρησης, σύγκρισης και σειροθέτησης ακέραιων, δεκαδικών ή κλασμάτων, ανάλογα με την ηλικιακή ομάδα στην οποία απευθύνονται. Οι δοκιμασίες με αριθμητικές πράξεις εμφανίζονται επίσης στα περισσότερα εργαλεία αξιολόγησης, είτε πρόκειται για νοερούς υπολογισμούς είτε για πράξεις με χαρτί και μολύβι. Τέλος, σε πολλά εργαλεία ενσωματώνονται δοκιμασίες επίλυσης προβλημάτων και δοκιμασίες με βάση τη γραμμή των αριθμών, αλλά και δοκιμασίες γεωμετρίας, εξισώσεων και γραφικών αναπαραστάσεων, με τις τελευταίες να απευθύνονται σε μαθητές στις τελευταίες τάξεις του δημοτικού σχολείου ή μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Το πλήθος των ερωτήσεων (items) στις κλίμακες αξιολόγησης ποικίλει, καθώς ξεκινά από 13 ερωτήσεις (Gliga & Gliga, 2012) και φτάνει έως τις 300 ερωτήσεις (Karagiannakis et al., 2014), με μια μέση ενδεικτική τιμή να αποτελούν οι 100 ερωτήσεις.

Η ηλικία κατά την οποία θα πραγματοποιηθεί η ανίχνευση των μαθηματικών δυσκολιών αποτελεί ιδιαίτερα σημαντικό παράγοντα καθώς η έγκαιρη ανίχνευση λειτουργεί προληπτικά έναντι της αναμονής της αποτυχίας των μαθητών και ευνοεί τα αποτελέσματα της παρέμβασης (Vandenberg & Emery, 2009). Πρώιμες ενδείξεις για την εμφάνιση δυσκολιών στα μαθηματικά μπορεί να υπάρχουν από το νηπιαγωγείο κιόλας, όπου μπορεί να παρουσιαστεί καθυστέρηση στην ανάπτυξη των προσχολικών δεξιοτήτων (Kaufmann & von Aster, 2012). Από τον Πίνακα 1 προκύπτει ότι τα εργαλεία αξιολόγησης που ξεκινούν την ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά από την Α' τάξη του δημοτικού σχολείου σε σύγκριση με αυτά που ξεκινούν από τη Β' τάξη είναι ισομοιρασμένες. Ωστόσο, οι περισσότερες έρευνες οι οποίες ξεκινούν την ανίχνευση από την Α' τάξη, συστήνουν η χορήγηση να γίνεται μετά το μέσο της σχολικής χρονιάς (Fuchs et al., 2007).

Οι δυσκολίες στα μαθηματικά ωστόσο είναι ιδιαίτερα ετερογενείς, θέτοντας έτσι μια πρόκληση για κατασκευή αξιόπιστων εργαλείων ανίχνευσης (Kucian & von Aster, 2015). Ο

εντοπισμός των μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά για διαγνωστικούς ή ερευνητικούς σκοπούς είναι μια πολύπλοκη διαδικασία καθώς δεν υπάρχουν ομοιογενή και σαφώς διατυπωμένα διαγνωστικά κριτήρια. Η ύπαρξη και μόνο πολλών διαφορετικών όρων και ορισμών για τις δυσκολίες στα μαθηματικά είναι ενδεικτική για το πόσο δύσκολη είναι η διάγνωση των δυσκολιών και κατά συνέπεια ο σχεδιασμός του κατάλληλου προγράμματος παρέμβασης (Emerson, 2014. Gifford & Rockliffe, 2008). Ωστόσο ξεχωρίζουν 3 κύριες διαγνωστικές προσεγγίσεις (Carvalho & Haase, 2019):

1. Το *Κριτήριο Ασυμφωνίας*, σύμφωνα με το οποίο η επίδοση των μαθητών σε τυποποιημένες κλίμακες αριθμητικής θα πρέπει να είναι χαμηλή σε σύγκριση με την επίδοσή τους στο τεστ νοημοσύνης (Wong, Ho & Tang, 2014). Ωστόσο, η παρούσα προσέγγιση δέχεται κριτική ως προς τη μεθοδολογική ορθότητα της, καθώς ο δείκτης νοημοσύνης και η μαθησιακή επίδοση συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό.
2. Το *Απόλυτο Κατώφλι*, σύμφωνα με το οποίο ορίζεται μια οριακή βαθμολογία (cutoff score), συνήθως το 25ο εκατοστημόριο, και οι μαθητές που επιτυγχάνουν βαθμολογία χαμηλότερη από αυτήν σε μια σταθμισμένη κλίμακα αξιολόγησης χαρακτηρίζονται ως μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά (Mazzocco, 2007).
3. Το μοντέλο *RtI (Response to Intervention)*, το οποίο βασίζεται στις επιδόσεις των μαθητών και την αντίδρασή τους στην παρέμβαση. Με αυτό το μοντέλο οι μαθητές χαρακτηρίζονται ως μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες όταν η ανταπόκρισή τους σε γενικά αποτελεσματική διδασκαλία είναι εντυπωσιακά κατώτερη από εκείνη των συμμαθητών τους (Fuchs et al., 2003). Στόχος του μοντέλου RtI είναι η έγκαιρη ανίχνευση των μαθητών με δυσκολίες και η παροχή της απαιτούμενης υποστήριξης ώστε να βελτιωθεί η επίδοσή τους (Lembke et al., 2012). Ένα μοντέλο RtI αποτελείται από τη δόμηση μιας μαθησιακής ενότητας, τη διδασκαλία ώστε να μάθει

ο μαθητής την ενότητα και τέλος την αξιολόγηση της απόκρισης του μαθητή στη διδασκαλία της μαθησιακής ενότητας (Fuchs et al., 2019).

Ακολουθούνται ωστόσο και άλλες προσεγγίσεις για την ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά όπως είναι το μοντέλο απόκλισης ικανότητας-επιτεύγματος (*ability-achievement discrepancy*), σύμφωνα με το οποίο ο μαθητής θα πρέπει να έχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα στην επίδοση του σε ένα κριτήριο αξιολόγησης στα μαθηματικά και στην νοητική του ικανότητα (Meyer, 2000), καθώς επίσης και τα γνωστικά πρότυπα ικανοτήτων και αδυναμιών (*PSW*), τα οποία βασίζονται στη σκιαγράφηση του προφίλ του παιδιού και αποτελούν μια πιο εμπειρική και κλινική προσέγγιση (Reigosa-Crespo, 2019).

### ***Αξιολόγηση με βάση το Αναλυτικό Πρόγραμμα***

Ο όρος αξιολόγηση με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα (*curriculum-based assessment*) χρησιμοποιείται για να περιγράψει μία γενικότερη προσέγγιση αξιολόγησης η οποία αξιοποιεί εργαλεία, το περιεχόμενο των οποίων προέρχεται από τον αναλυτικό πρόγραμμα (Hosp et al., 2014). Η αξιολόγηση η οποία βασίζεται στο αναλυτικό πρόγραμμα στοχεύει στην ανίχνευση αναντιστοιχίας μεταξύ του προγράμματος σπουδών και των δεξιοτήτων που έχουν αποκτήσει οι μαθητές, ώστε να προσαρμοστεί ανάλογα η διδασκαλία (VanDerHeyden & Burns, 2005) και μπορεί να αποτελέσει τη βάση για την ανάπτυξη εναλλακτικών διαδικασιών για την ανίχνευση των μαθησιακών δυσκολιών (Deno, 2003). Η αξιολόγηση με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στο μοντέλο RtI, καθώς αποσκοπεί στον εντοπισμό των αναγκών των μαθητών παρακολουθώντας την πρόοδο τους κάτω από διαφορετικές διδακτικές προσεγγίσεις. Τα εργαλεία αξιολόγησης τα οποία ακολουθούν αυτή τη λογική πρέπει να εναρμονίζονται με το αναλυτικό πρόγραμμα και κατά συνέπεια να αξιολογούν δεξιότητες οι οποίες προέρχονται απευθείας από αυτό (Kelley et al., 2008). Η αξιολόγηση με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα μπορεί να αποτελέσει έγκυρο και

φερέγγυο εργαλείο στην προσπάθεια εντοπισμού των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στα μαθηματικά, στην περίπτωση που πρόκειται για μέτρηση με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα (curriculum-based measurement) όπου χρησιμοποιούνται σταθμισμένα εργαλεία για τις μετρήσεις (Deno, 2003. Hosp et al., 2007).

Το μοντέλο μέτρησης της επάρκειας (mastery measurement) αποτελεί ένα είδος αξιολόγησης με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα, το οποίο στοχεύει στην συλλογή δεδομένων για συγκεκριμένες δεξιότητες οι οποίες έχουν αποκτηθεί μέσα στην τάξη (Hintze et al., 2006). Οι περισσότερες κλίμακες οι οποίες αναπτύσσονται με βάση το μοντέλο μέτρησης της επάρκειας περιλαμβάνουν δοκιμασίες οι οποίες αναπτύσσονται από εκπαιδευτικούς και ενσωματώνουν ανάλυση εργασιών η οποία απαιτεί την ανάπτυξη διαφορετικών ερωτημάτων για κάθε μία δεξιότητα η οποία έχει διδαχθεί με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα. Στην περίπτωση βέβαια που πρόκειται για μη-σταθμισμένες κλίμακες οι οποίες έχουν σχεδιαστεί από μεμονωμένους εκπαιδευτικούς για συγκεκριμένες ομάδες μαθητών, τίθεται θέμα αξιοπιστίας και εγκυρότητας των μετρήσεων (Hosp & Hosp, 2003). Ωστόσο, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να εφαρμόσουν την αξιολόγηση με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα χρησιμοποιώντας κλίμακες μέτρησης της επάρκειας σαν ένα χρήσιμο εργαλείο για την παρακολούθηση της επίδοσης των μαθητών τους και της βελτίωσης αυτών με την πάροδο του χρόνου.

### **Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας για τις Δυσκολίες στα Μαθηματικά**

Είναι γενικά σήμερα αποδεκτό ότι οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας (Τ.Π.Ε.) μπορούν να συνεισφέρουν δημιουργικά στην εκπαίδευση μεγαλύτερων παιδιών (Haldorai et al., 2020. Kanematsu & Barry, 2016. Woo et al., 2018). Ωστόσο, σε σχέση με τα παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν διατυπωθεί επιφυλάξεις για τη χρήση των Τ.Π.Ε. με το

σκεπτικό ότι η τεχνολογία, ιδιαίτερα όταν υπέρ χρησιμοποιείται σε βάρος του παραδοσιακού παιχνιδιού, θέτει σε κίνδυνο τη συναισθηματική, κοινωνική και σωματική ανάπτυξη των παιδιών (Cordes & Miller, 2000). Τέτοιου είδους επιφυλάξεις προέρχονται κυρίως από τον φόβο γονέων αλλά και εκπαιδευτικών με περιορισμένη γνώση σχετικά με τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα της χρήσης των Τ.Π.Ε. σε αυτήν την ηλικία (Pregadonić et al., 2017).

Η χρήση των ψηφιακών εργαλείων θεωρείται ως μια από τις πιο αποτελεσματικές εκπαιδευτικές πρακτικές για τη στήριξη των μαθητών με ειδικές μαθησιακές δυσκολίες (Ok et al., 2019). Η αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στην Ειδική Εκπαίδευση επικεντρώνεται κυρίως στην ανάπτυξη εκπαιδευτικών λογισμικών, τα οποία έχουν ως στόχο την αξιολόγηση, τη διάγνωση ή την παρέμβαση σε παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες. Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της αξιοποίησης ψηφιακών εργαλείων στην εκπαίδευση είναι ο χρόνος και ο τόπος εφαρμογής, καθώς οι μαθητές μπορούν να έχουν πρόσβαση στα συγκεκριμένα εκπαιδευτικά εργαλεία, μέσα ή έξω από την τάξη (James, 2002), μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή, tablet ή smartphone. Με τη χρήση εκπαιδευτικών εργαλείων τα οποία είναι βασισμένα στις Τ.Π.Ε., τα παιδιά εξοικειώνονται από μικρή ηλικία με τις νέες τεχνολογίες, μπορούν να κάνουν τις εργασίες τους στο σπίτι και να λαμβάνουν άμεση ανατροφοδότηση, μπορούν να αξιοποιούν ταυτόχρονα οπτικά, ακουστικά και κιναισθητικά στοιχεία και τέλος να ανακαλύψουν ένα νέο κίνητρο για μάθηση. Μια ακόμα θετική παράμετρος σε ότι αφορά τη χρήση ψηφιακών εργαλείων είναι η διεθνής διάσταση των εκπαιδευτικών υπηρεσιών καθώς πολλά από τα υπάρχοντα εκπαιδευτικά εργαλεία διατίθενται σε διάφορες γλώσσες (Talebian et al., 2014).

Ωστόσο καταγράφονται και κάποιες ανησυχίες και περιορισμοί όσον αφορά τη χρήση ψηφιακών εκπαιδευτικών εργαλείων. Η σημαντικότερη ανησυχία αφορά στην απουσία του εκπαιδευτικού κατά την ηλεκτρονική μάθηση. Όταν η τελευταία χρησιμοποιείται όχι ως υποστηρικτικό εργαλείο άλλα υποκαθιστώντας τη δια ζώσης διδασκαλία, προκαλεί αρνητικές επιπτώσεις την ακαδημαϊκή πρόοδο των μαθητών και την ανάπτυξη τους

(Talebian et al., 2014). Ανησυχία προκαλεί επίσης το γεγονός ότι η αξιολόγηση και η ανατροφοδότηση που παρέχεται στους μαθητές από τα ηλεκτρονικά εργαλεία είναι περιορισμένη και σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να συγκριθεί ως προς την πληρότητα με την ανατροφοδότηση που δίνεται από τον εκπαιδευτικό δια ζώσης (James, 2002). Τέλος, η χρήση ψηφιακών εκπαιδευτικών εργαλείων συνοδεύεται από περιορισμούς που αφορούν τεχνικά ζητήματα, όπως το κόστος για την αγορά κατάλληλου εξοπλισμού το οποίο μπορεί να δημιουργήσει ανισότητες σε ότι αφορά την πρόσβαση στο εκπαιδευτικό υλικό (Talebian et al., 2014), η απουσία ευρυζωνικών συνδέσεων υψηλής ταχύτητας που παρατηρείται σε πολλές περιοχές (Papadimitriou, 2020), καθώς επίσης και η ανάγκη ψηφιακού εγγραμματος εκπαιδευτικών και μαθητών σε ευρεία κλίμακα (Tzifopoulos, 2020).

### ***Ψηφιακά Εργαλεία Αξιολόγησης και Διαγνωστικά Εργαλεία***

Τα διαγνωστικά εργαλεία βασισμένα στην Τεχνολογία Πληροφοριών και Επικοινωνίας θεωρούνται η νέα τάση στη διάγνωση και την αξιολόγηση των μαθησιακών δυσκολιών. Η αξιοποίηση της τεχνολογίας σε μια κλίμακα αξιολόγησης επιτρέπει την ύπαρξη ακριβέστερων και πολυπλοκότερων δοκιμασιών σε σύγκριση με τις παραδοσιακές κλίμακες με χαρτί και μολύβι, προσφέροντας δραστηριότητες σε πιο ρεαλιστικά, ειδικά προσαρμοσμένα περιβάλλοντα (Christakoudis et al., 2011). Ακόμα, τα ψηφιακά εργαλεία αξιολόγησης μπορούν να εξοικονομήσουν χρόνο και πόρους κατά τη χορήγηση (Farcot & Latour, 2008), καθώς επίσης και να προσφέρουν άμεσα αποτελέσματα μέσω αυτοματοποιημένης ανατροφοδότησης (Csapó et al., 2012). Δεν είναι ξεκάθαρο αν υπάρχει διαφοροποίηση της επίδοσης των μαθητών κατά την αξιολόγηση στα μαθηματικά με χρήση ψηφιακών μέσων αντί για μολύβι και χαρτί, καθώς υπάρχουν έρευνες που δείχνουν ότι οι επιδόσεις των μαθητών είναι ελαφρώς χαμηλότερες όταν χρησιμοποιούν Η/Υ ή tablet αντί του παραδοσιακού τεστ αξιολόγησης (Kingston, 2008. Hassler et al., 2018) ενώ άλλες

έρευνες υποστηρίζουν πως δεν υπάρχει σημαντική διαφοροποίηση στην επίδοση (Wang et al., 2007) .

Σύμφωνα με το Ευρωπαϊκό Δίκτυο Πληροφόρησης ‘ΕΥΡΥΔΙΚΗ’, τα μόνα εκπαιδευτικά συστήματα τα οποία έχουν ενσωματώσει τη χρήση Τ.Π.Ε. για την αξιολόγηση των μαθητών στο Δημοτικό σχολείο είναι αυτά σε Δανία, Ηνωμένο Βασίλειο-Ουαλία-Σκωτία, Ισλανδία και Νορβηγία. Η Ελλάδα ενσωματώνει σε πιλοτικό επίπεδο Τ.Π.Ε. για την αξιολόγηση μαθητών στις πρώτες τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (Bourgeois et al., 2019).

Σύμφωνα με τη Διεθνή Εταιρεία Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση (International Society for Education in Technology-ISTE) οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει (Handler & Strudler, 1997):

1. Να χρησιμοποιούν τις νέες τεχνολογίες για την αξιολόγηση των μαθητών τους σε ένα συγκεκριμένο γνωστικό πεδίο αξιοποιώντας μια ποικιλία τεχνικών αξιολόγησης.
2. Να χρησιμοποιούν πόρους της τεχνολογίας για να συλλέγουν και να αναλύουν δεδομένα, καθώς επίσης και να ερμηνεύουν τα αποτελέσματα.
3. Να εφαρμόζουν πολλαπλές μεθόδους αξιολόγησης για να προσδιορίσουν ποια είναι η κατάλληλη χρήση των τεχνολογικών πόρων για τους μαθητές τους ώστε να βελτιστοποιηθεί η μάθηση, η επικοινωνία και η παραγωγικότητα εντός και εκτός τάξης.

Σύμφωνα με το Διεθνές Γραφείο για την Παιδεία της UNESCO, η αξιολόγηση που περιλαμβάνει τη χρήση των Τ.Π.Ε. μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εφαρμογή παραδοσιακών μεθόδων αξιολόγησης πιο αποτελεσματικά, καθώς επίσης και για την ανάπτυξη νέων μεθόδων οι οποίες διευκολύνουν την αξιολόγηση. Οι Τ.Π.Ε. μπορούν να αξιοποιηθούν για την ανάπτυξη δοκιμασιών που αποτελούν την ψηφιακή μορφή παραδοσιακών δοκιμασιών, ή για την ανάπτυξη προσαρμοστικών δοκιμασιών οι οποίες προσαρμόζουν τη δυσκολία και το περιεχόμενο τους ανάλογα με τις απαντήσεις που δίνονται από τον χρήστη (OECD, 2013).



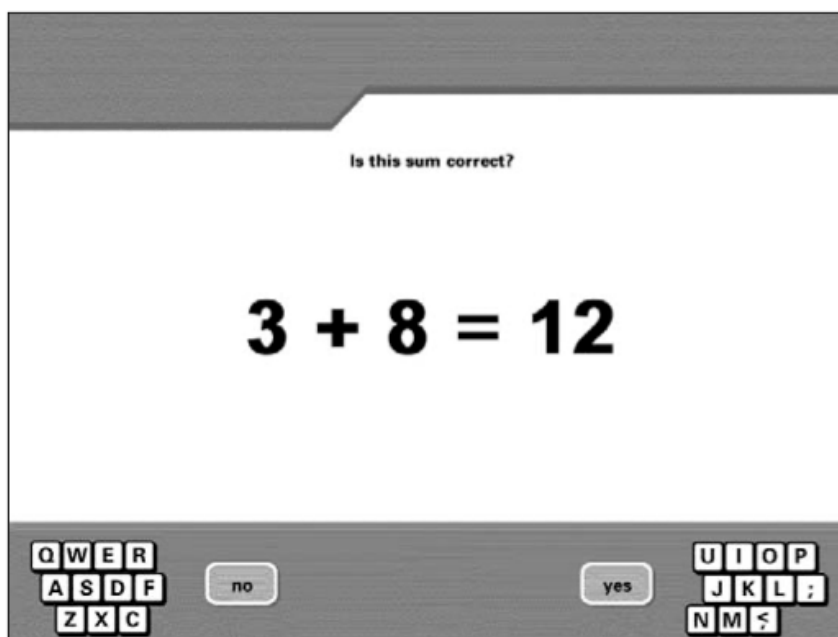
Αν και παρατηρείται πληθώρα διαγνωστικών εργαλείων και εργαλείων αξιολόγησης για τις δυσκολίες στα μαθηματικά, τα οποία είναι σχεδιασμένα με τις παραδοσιακές τεχνικές (χαρτί και μολύβι ή συνέντευξη) όπως Number Sets Test (Geary et al., 2009), TEDI MATH (Grégoire et al., 2004), Heidelberger Rechentest (HRT: Haffner et al., 2005), Number Knowledge Test (NKT: Okamoto & Case, 1996), TTR (De Vos, 1992), Kortrijk Arithmetic Test Revision (KRT-R, Baudonck et al., 2006), Number Sense Brief (NSB: Jordan, Glutting, Raminem & Watkins, 2010), Test of Early Mathematics Achievement (TEMA-3: Ginsburg & Baroody, 2003), Research-based Early Maths Assessment (REMA: Clements et al., 2008), ZAREKI-R (Von Aster et al., 2006), ZAREKI-K (Von Aster et al., 2009), AC-MT (Cornoldi et al., 2002) κ.α., έχουν αναπτυχθεί λίγα μόνο ηλεκτρονικά εργαλεία.

Ένα από τα πιο διαδεδομένα ψηφιακά εργαλεία το οποίο αποτέλεσε πηγή έμπνευσης για μεταγενέστερα εργαλεία αξιολόγησης αναπτύχθηκε από τον Butterworth το 2003. Το *Dyscalculia Screener* είναι ένα τυποποιημένο διαγνωστικό εργαλείο για Η/Υ για παιδιά από 6 ως 14 ετών. Το εργαλείο, το οποίο συμπληρώνεται σε 15-30 λεπτά, βασίζεται σε 4 άξονες. Στον πρώτο άξονα βρίσκεται ο χρόνος αντίδρασης. Ο μαθητής ελέγχεται ως προς το χρόνο αντίδρασης του σε συγκεκριμένες αριθμητικές δραστηριότητες. Ο δεύτερος άξονας στοχεύει στην αξιολόγηση της ικανότητας σύγκριση αριθμών. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, οι μαθητές πρέπει να συγκρίνουν ποιος από δύο δοσμένους αριθμούς έχει μεγαλύτερη αριθμητική τιμή. Ελέγχεται έτσι η κατανόηση της αριθμητικότητας (numerosity) των μαθητών. Στη συνέχεια οι μαθητές καλούνται να εκτελέσουν βασικές αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση - αφαίρεση) μεταξύ αριθμών (Σχήμα 3). Τέλος, αξιολογείται η ικανότητα καταμέτρησης των μαθητών. Στις δοκιμασίες καταμέτρησης οι μαθητές καλούνται να συγκρίνουν δύο ποσότητες από κουκίδες οι οποίες εμφανίζονται στην οθόνη του Η/Υ (δεξιά και αριστερά). Οι μαθητές θα πρέπει είτε να συγκρίνουν με εκτίμηση (χωρίς να μετρήσουν) τις δύο διαφορετικές ποσότητες, είτε να καταμετρήσουν τις κουκίδες σε κάθε σύνολο και να

αναδείξουν τη μεγαλύτερη (μετρώντας μεγαλύτερα σύνολα από κουκίδες). Σύμφωνα με τον Butterworth, το Dyscalculia Screener δεν αποτελεί ένα γενικό τεστ για την αξιολόγηση των μαθησιακών δεξιοτήτων, αλλά επικεντρώνεται στην διάγνωση των δυσκολιών στα μαθηματικά.

### Σχήμα 3

Υπόδειγμα από τη Δοκιμασία Αριθμητικών Πράξεων της Κλίμακας Dyscalculia Screener



Το *BNB* (*Basic Numerical Battery*) είναι ένα ηλεκτρονικό εργαλείο αξιολόγησης των δυσκολιών στα μαθηματικά του οποίου η δομή βασίζεται στο Dyscalculia Screener (Butterworth, 2003). Περιλαμβάνει δοκιμασίες απαρίθμησης κουκίδων, δοκιμασίες σύγκρισης μεγέθους αριθμών, καθώς επίσης και δοκιμασίες νοητών αριθμητικών υπολογισμών. Οι δοκιμασίες εμφανίζονται στην οθόνη του Η/Υ και οι μαθητές δίνουν την απάντησή τους με χρήση του πληκτρολογίου (Reigosa-Crespo et al., 2012).

Η Grigore (2020) πρότεινε ένα ηλεκτρονικό εργαλείο συμβατό με Η/Υ, το οποίο επίσης βασίζεται στο Dyscalculia Screener (Butterworth, 2003) ενσωματώνοντας παράλληλα δοκιμασίες περισσότερο σχετιζόμενες με τις γνωστικές λειτουργίες. Το προτεινόμενο εργαλείο ενσωματώνει οπτικά και ακουστικά ερεθίσματα και απευθύνεται σε μαθητές 7-14

ετών. Οι μαθητές μπορούν να απαντήσουν στις δοκιμασίες χρησιμοποιώντας το πληκτρολόγιο, ή εναλλακτικά δίνοντας φωνητική απάντηση μέσω μικροφώνου. Οι δοκιμασίες που περιέχονται στο ηλεκτρονικό εργαλείο χωρίζονται ως εξής:

1. Βασικές Αριθμητικές Δεξιότητες, όπως η ικανότητα καταμέτρησης, η σύνδεση μη-συμβολικών παραστάσεων με μαθηματικά σύμβολα, η μαθηματική κωδικοποίηση, οι αριθμητικές ακολουθίες, η σύγκριση αριθμών και η κατανόηση του μεγέθους αριθμού με τη χρήση της γραμμής των αριθμών.
2. Βασικές Αριθμητικές Πράξεις, όπου οι μαθητές καλούνται να πραγματοποιήσουν νοητά απλές προσθέσεις, αφαιρέσεις, πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις, σε όσο το δυνατό λιγότερο χρόνο.

Το 2006, οι Trott & Beacham ανέπτυξαν το *Dyscalculium*, ένα διαγνωστικό εργαλείο το οποίο εξετάζει την κατανόηση αριθμητικών εννοιών και ποσοτικές συγκρίσεις για τον εντοπισμό μαθητών οι οποίοι βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά. Οι μαθητές συμπληρώνουν διαδικτυακά το διαγνωστικό τεστ, χωρίς χρονικό περιορισμό, και έπειτα τα αποτελέσματα αναλύονται αυτόματα, και παρέχουν ατομικό προφίλ για κάθε μαθητή. Το διαγνωστικό εργαλείο είναι βασισμένο σε 6 κατηγορίες για την κατανόηση των αριθμών:

- Επιχειρησιακή (εννοιολογική και επαγωγική)
- Σύγκριση αριθμών (οπτικό-χωρική, λεκτική και συμβολική)
- Αριθμο-Εννοιολογική

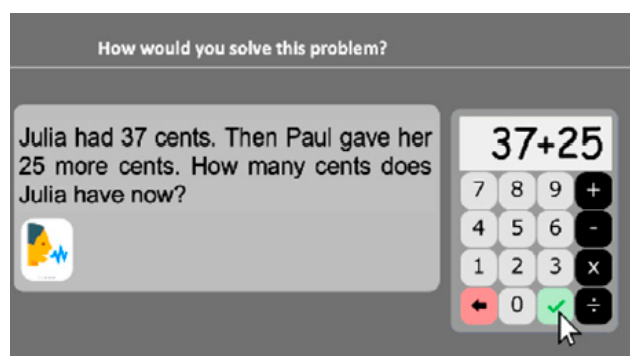
Η κλίμακα ΔΙΔΥΜΑ (Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014) είναι ένα ψηφιακό εργαλείο αξιολόγησης και ανίχνευσης των δυσκολιών στα μαθηματικά, το οποίο βασίζεται σε Η/Υ και απευθύνεται σε μαθητές Ε΄ και ΣΤ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου. Η κλίμακα, η

οποία βασίζεται στην αξιολόγηση της συλλογιστικής ικανότητας, της μνήμης, της επίγνωσης αριθμού και της οπτικό-χωρικής αντίληψης, ολοκληρώνεται σε λιγότερο από 40 λεπτά από τους μαθητές και αποτελείται από 13 ενότητες: Άμεση εκτίμηση-Απαρίθμηση, σύγκριση αριθμητικών ψηφίων, σύγκριση αριθμητικών ποσοτήτων, ανάκληση γεγονότων πρόσθεσης, ανάκληση γεγονότων πολλαπλασιασμού, αριθμογραμμές 0-100, αριθμογραμμές 0-1000, θεσιακή αξία αριθμού, μαθηματικοί όροι, αρχές αριθμητικής, νοεροί υπολογισμοί, εξισώσεις και προβλήματα. Οι δοκιμασίες της κλίμακας ΔΙΔΥΜΑ βοηθούν στην αποτύπωση του γνωστικού προφίλ των μαθητών σε ότι αφορά τα Μαθηματικά, καθώς επίσης και στην καλύτερη ερμηνεία των μαθησιακών τους επιδόσεων.

Βασισμένο στην κλίμακα ΔΙΔΥΜΑ, το MathPro Test (Karagiannakis & Noël, 2020) απευθύνεται σε όλους τους μαθητές του δημοτικού σχολείου (Α΄ - ΣΤ΄ τάξη) και αποτελείται από 18 δοκιμασίες. Το ψηφιακό αυτό εργαλείο αξιολόγησης ενσωματώνει ένα πληκτρολόγιο οθόνης (Σχήμα 4) το οποίο χρησιμοποιούν οι χρήστες είτε για να υποδείξουν την απάντησή τους, είτε για να πληκτρολογήσουν την ζητούμενη αριθμητική παράσταση.

#### Σχήμα 4

*Υπόδειγμα από τη Δοκιμασία Επίλυσης Προβλημάτων της Κλίμακας MathPro Test*



Βασισμένοι στα νευροψυχολογικά χαρακτηριστικά των δυσκολιών στα μαθηματικά οι Cangoz et al. (2013) πρότειναν ένα διαγνωστικό εργαλείο βασισμένο σε H/Y, το οποίο απευθύνεται σε παιδιά ηλικίας 6-9 ετών. Οι βασικές παράμετροι στις οποίες στηρίζεται η

διαγνωστική ικανότητα του εργαλείου είναι το μέτρημα κουκίδων, η σύγκριση αριθμών, η αντιληπτική εκτίμηση μιας ποσότητας, η αντίληψη της νοητής γραμμής των αριθμών και η απλή αριθμητική. Οι ερευνητές σχεδίασαν το διαγνωστικό εργαλείο έτσι ώστε να είναι συμβατό με Android ταμπλέτες, καθώς λόγω της δυνατότητας μεταφοράς τους είναι εύκολα προσβάσιμες μέσα στην τάξη και δημοφιλείς σαν συσκευές στα παιδιά.

Το 2014 οι Plerou et al. σχεδίασαν και παρουσίασαν ένα ψηφιακό διαγνωστικό εργαλείο το οποίο αναφέρεται στις δυσκολίες στα μαθηματικά και στον αλγοριθμικό τρόπο σκέψης. Το συγκεκριμένο διαγνωστικό εργαλείο ενσωματώνει περιβάλλον κινουμένων σχεδίων, περιλαμβάνοντας κείμενο, εικόνα, ήχο και βίντεο. Το εργαλείο σχεδιάστηκε έτσι ώστε να αξιολογεί την οπτικό-χωρική αντίληψη μέσα από δραστηριότητες αλληλεπίδρασης με οπτικές αναπαραστάσεις και επικεντρώνεται σε 5 πεδία:

- Προβλήματα στην οπτική αντίληψη των αριθμών
- Προβλήματα στις χωρικές έννοιες και στη γεωμετρία
- Δυσκολίες στις αριθμητικές πράξεις
- Δυσκολίες στην αντίληψη του χρόνου
- Δυσκολίες στην αλγοριθμική σκέψη

Για την αξιολόγηση των αριθμητικών δεξιοτήτων μαθητών ηλικίας 8-11 ετών οι Zygouris et al. (2017) ανέπτυξαν μια διαδικτυακή εφαρμογή η οποία βασίστηκε στο «Ψυχομετρικό κριτήριο μαθηματικής επάρκειας για παιδιά και εφήβους» (Μπάρμπας, 2008). Μετά από μια σύντομη εκπαίδευση με σκοπό την εξοικείωση με το ηλεκτρονικό εργαλείο, οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν μια σειρά από δοκιμασίες οι οποίες χωρίζονται σε 3 δραστηριότητες:

1. Μια δραστηριότητα νοητών αριθμητικών υπολογισμών στην οποία οι χρήστες καλούνται να υποδείξουν αν το αποτέλεσμα που εμφανίζεται είναι σωστό ή λάθος.

2. Μια δραστηριότητα στην οποία αξιολογείται το επίπεδο κατανόησης της μαθηματικής ορολογίας από τους μαθητές.
3. Μια δραστηριότητα επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, κατά την οποία οι μαθητές καλούνται να υποδείξουν ποια από τις βασικές αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) απαιτείται για την επίλυση κάθε προβλήματος.

Τα ψηφιακά εργαλεία τα οποία στοχεύουν στην ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά δεν διαφέρουν από τα παραδοσιακά εργαλεία επί της αρχής ως προς το περιεχόμενο τους. Δοκιμασίες αξιολόγησης της γνώσης των αριθμών, της ευχέρειας και της ακρίβειας κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων, καθώς επίσης και της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων αποτελούν τον κορμό για την ανάπτυξη ψηφιακών εργαλείων, όπως και στα παραδοσιακά εργαλεία. Η βασική διαφορά έγκειται στον τρόπο παρουσίασης των δοκιμασιών, καθώς η χρήση των Τ.Π.Ε. για την ανάπτυξη εργαλείων αξιολόγησης δίνει τη δυνατότητα αξιοποίησης πολλαπλών ερεθισμάτων.

Αντίστοιχα, η χρήση των Τ.Π.Ε. επιστρατεύεται και για την ανάπτυξη εργαλείων παρέμβασης. Εργαλεία βασισμένα σε H/Y (Brunda & Bhavithra, 2010. Burns et al., 2012. Ginsburg et al., 2013. Käser et al., 2013. Lønstrup et al., 2012. Mohd Syah et al., 2016. Olsson et al., 2016), διαδικτυακές εφαρμογές (Hasselbring et al., 2005, Laurillard & Baajour, 2009. Räsänen et al., 2009. Wilson et al., 2006), εφαρμογές κινητής (Alexander et al., 2010. Kiger et al., 2012. Nagavalli & Juliet, 2015. O'Connell et al., 2010. O'Malley et al., 2013) και εφαρμογές εικονικού περιβάλλοντος (De Castro et al., 2014. Plerou & Vlamos, 2013) αξιοποιούνται για στοχευμένη παρέμβαση στις δυσκολίες στα μαθηματικά. Τα ψηφιακά εργαλεία παρέμβασης βασίζονται στη μελέτη των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στα μαθηματικά με διάφορες μεθόδους που κυμαίνονται από αξιολόγηση με τυποποιημένες

κλίμακες έως συμπεριφορικά εργαλεία νευροαπεικόνισης. Οι τεχνικές που ενσωματώνουν τα εργαλεία παρέμβασης ποικίλουν ανάλογα με τις δυνατότητες και τις αδυναμίες της ομάδας στόχου, περιλαμβάνοντας από εκπαιδευτικά ηλεκτρονικά παιχνίδια έως μη-παρεμβατική εγκεφαλική διέγερση (Kadosh et al., 2013). Η εκπαίδευση μπορεί να γίνει μέσα από παιχνίδι με υποστήριξη και οδηγίες επίλυσης, ή μέσω λογισμικού που διδάσκεται συστηματικά και καθοδηγεί τους μαθητές, βασισμένο κάθε φορά σε συγκεκριμένο εκπαιδευτικό περιεχόμενο (Harskamp, 2014).

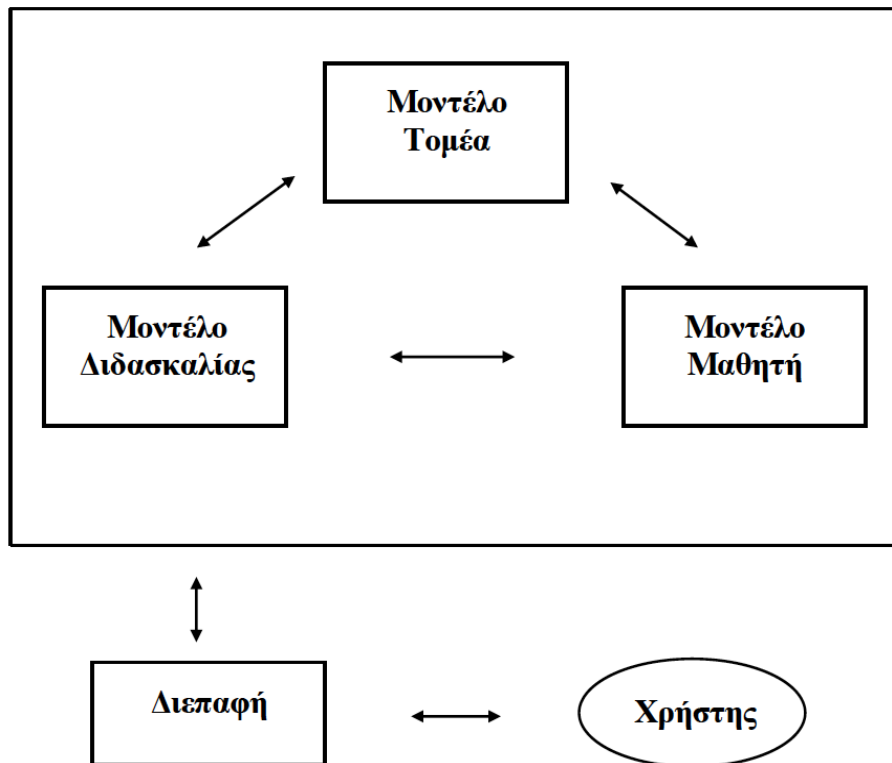
### ***Ευφυή διδακτικά συστήματα***

Τα Ευφυή Διδακτικά Συστήματα (Intelligent Tutoring Systems) θεωρούνται η νέα τάση στις τεχνολογίες μάθησης (Graesser et al., 2012. Kulik & Fletcher, 2016. Ma, Adesope et al., 2014) και συνδυάζουν αξιολόγηση και παρέμβαση στις μαθησιακές δυσκολίες. Τα εκπαιδευτικά αυτά εργαλεία, τα οποία ενσωματώνουν τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης (Artificial Intelligence) δεν προορίζονται για υποκατάστατα του καθηγητή, αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως υποστηρικτικά εργαλεία, τα οποία «μιμούνται» τον καθηγητή. Ο στόχος των Ευφυών Διδακτικών Συστημάτων είναι η δημιουργία περιεχομένου που προσαρμόζεται αποτελεσματικά στις γνωστικές δεξιότητες του χρήστη για τη βελτιστοποίηση της μάθησης (Samuelis, 2007). Τα περισσότερα Ευφυή Διδακτικά Συστήματα (Σχήμα 5) είναι σε θέση να αξιολογήσουν τις μαθηματικές δεξιότητες των μαθητών πριν αυτοί αρχίσουν ένα πρόγραμμα παρέμβασης. Αυτή η διαδικασία οδηγεί στη δημιουργία ενός εξατομικευμένου προγράμματος παρέμβασης, με βάση το ατομικό μαθησιακό προφίλ του κάθε μαθητή, προκειμένου να επιτευχθεί το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα μάθησης. Τα ευφυή συστήματα έχουν τη δυνατότητα να παρουσιάζουν το εκπαιδευτικό υλικό με ευελιξία, με τη χρήση υπερκειμένου, ήχου, βίντεο και ειδικών γραφικών. Τέτοια μέσα μπορεί να είναι χρήσιμα προκειμένου να ενθαρρύνουν τα παιδιά να

ασχοληθούν με τα μαθηματικά, χωρίς να την αντιμετωπίσουμε ως μια άλλη βαρετή υποχρέωση.

### Σχήμα 5

Η Δομή ενός Ευφυούς Διδακτικού Συστήματος



(Nkambou, Bourdeau & Mizoguchi, 2010)

Οι Melis et al. (2001) χρησιμοποίησαν τεχνικές Τεχνητής Νοημοσύνης για το σχεδιασμό ενός ευφυούς διδακτικού συστήματος, του *ActiveMath*. Πρόκειται για ένα προσαρμοστικό μαθησιακό περιβάλλον με σύνθετη αρχιτεκτονική, το οποίο ενσωματώνει διαδραστικά εργαλεία μάθησης, ασκήσεις, δημιουργία εξατομικευμένου μαθησιακού προφίλ για κάθε μαθητή και μια ποικιλία παιδαγωγικών στρατηγικών και στρατηγικών μάθησης. Αυτό το ευφές διδακτικό σύστημα ενδείκνυται για εξ' αποστάσεως μάθηση, ή σαν εργαλείο επανάληψης στο σπίτι. Το *ActiveMath* είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να προσαρμόζεται στις



μαθησιακές και γνωστικές δεξιότητες κάθε μαθητή, επιτρέποντας του παράλληλα να μελετήσει στο δικό του περιβάλλον, όποτε αυτός το θελήσει.

Το *AnimalWatch* είναι ένα ευφυές σύστημα στο οποίο οι μαθητές 10 έως 12 ετών καλούνται να επιλύσουν μαθηματικά προβλήματα, η θεματολογία των οποίων σχετίζεται με απειλούμενα είδη ζώων (Beal et al., 2001). Το σύστημα αξιοποιεί τα σφάλματα των μαθητών κατά την επίλυση, έτσι ώστε να αξιολογεί τις ικανότητες και τις αδυναμίες τους στις επιμέρους διδακτικές ενότητες. Σε περίπτωση που δεν υπάρχουν σφάλματα κατά την επίλυση το σύστημα προχωρά σε επόμενο επίπεδο δυσκολίας. Με βάση τις γνωστικές δεξιότητες ή αδυναμίες των μαθητών, το ευφυές σύστημα επιλέγει τα κατάλληλα προβλήματα προς επίλυση, παρέχοντας άμεση ανατροφοδότηση και υποστήριξη ώστε να ενθαρρύνει τους μαθητές να συνεχίσουν. Αποτελεί έτσι ένα χρήσιμο υποστηρικτικό εργαλείο για το μάθημα των Μαθηματικών το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί εντός ή εκτός τάξης (Beal et al., 2010).

Οι Anthony et al. (2008) πρότειναν ένα καινοτόμο σύστημα διδασκαλίας, βασισμένο στις αρχές των Ευφυών Διδακτικών Συστημάτων, για τη διδασκαλία μεθόδων επίλυσης αλγεβρικών εξισώσεων σε μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Οι σχεδιαστές θέλησαν να δημιουργήσουν ένα διδακτικό σύστημα βασισμένο σε H/Y, στο οποίο όμως οι χρήστες θα μπορούν να εισάγουν δεδομένα χωρίς να πληκτρολογούν, γράφοντας απλά με το χέρι σε έναν ειδικό αναγνώστη. Οι ερευνητές συνέλεξαν δεδομένα από 40 Λύκεια και Γυμνάσια, έτσι ώστε να βεβαιωθούν ότι το F. F. E. S. (Freehand Formula Entry System) είναι σε θέση να προσαρμόζεται σε διαφορετικούς τύπους γραφής. Η έρευνα έδειξε ότι οι μαθητές που έγραφαν στο χέρι ήταν πιο γρήγοροι και λιγότεροι επιρρεπείς στα λάθη από αυτούς που πληκτρολογούσαν. Από τους 46 συνολικά μαθητές περισσότεροι από το 80% υποστήριξαν ότι προτιμούν τη γραφή στο χέρι.

Το *Monkey Tales* (Castellar et al., 2014) είναι ένα τρισδιάστατο εκπαιδευτικό παιχνίδι το οποίο απευθύνεται σε μαθητές από τη Β΄ μέχρι τη ΣΤ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου και έχει ως στόχο να βελτιώσει τις νοερές αριθμητικές ικανότητες. Το παιχνίδι χρησιμοποιεί τεχνικές τεχνητής νοημοσύνης ώστε ο χρήστης με βάση την ορθότητα των απαντήσεων να μεταβαίνει σε επόμενο επίπεδο δυσκολίας. Οι δραστηριότητες του παιχνιδιού καλύπτουν την αξία θέσης ψηφίου, άρτιους και περιττούς φυσικούς αριθμούς έως το 100, πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση και αριθμητικές ακολουθίες. Εκτός από την ενίσχυση των αριθμητικών δεξιοτήτων, το παιχνίδι είχε θετική επίδραση στη μείωση των επιπέδων άγχους για τα μαθηματικά.

Το *Pubudu* (Kariyawasam et al., 2019) είναι μια εφαρμογή κινητής η οποία βασίζεται στη μηχανική μάθηση (machine learning), μιμείται δηλαδή τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η ανθρώπινη σκέψη αλλά και τον τρόπο με τον οποίο αποκτά ο άνθρωπος τη γνώση. Το ευφυές αυτό σύστημα αναπτύχθηκε με στόχο την ανίχνευση της Δυσλεξίας, της Δυσγραφίας και των δυσκολιών στα μαθηματικά, καθώς επίσης και για την παρέμβαση στις δυσκολίες αυτές. Η ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά πραγματοποιείται μέσα από δοκιμασίες απαρίθμησης κουκίδων, δοκιμασίες σύγκρισης μεγέθους αριθμών και δοκιμασίες πρόσθεσης όπου συνυπολογίζεται ο χρόνος αντίδρασης. Έπειτα, το σύστημα προτείνει το κατάλληλο πρόγραμμα παρέμβασης με δραστηριότητες οι οποίες ενσωματώνουν τεχνικές εικονικού περιβάλλοντος.

Τέλος, οι Devi & Kanya (2019) πρότειναν ένα ευφυές σύστημα το οποίο βασίζεται σε μικροϋπολογιστή Raspberry Pi για την ανίχνευση των παιδιών με δυσκολίες στα μαθηματικά. Το ευφυές σύστημα απευθύνεται σε μαθητές ηλικίας 8-10 ετών οι οποίοι καλούνται μέσω οθόνης αφής να απαντήσουν σε δοκιμασίες οι οποίες σχετίζονται με βασικές

αριθμητικές δεξιότητες, αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση), αριθμητικά μοτίβα και αναγνώριση αξίας θέσης ψηφίου.

Μια από τις πιο σημαντικές παραμέτρους στον σχεδιασμό ενός Ευφυούς Διδακτικού Συστήματος είναι η διαδικασία κατά την οποία ο μαθητής λύνει ένα πρόβλημα. Οι απαντήσεις θα πρέπει να δίνονται σταδιακά και λεπτομερώς ώστε το σύστημα να μπορεί να δώσει την κατάλληλη ανατροφοδότηση και υποδείξεις σε κάθε στάδιο της επίλυσης.

Ωστόσο τα Ευφυή Διδακτικά Συστήματα δεν έχουν καθιερωθεί ως εκπαιδευτικά εργαλεία. Η πολυπλοκότητα στο σχεδιασμό και στην ανάπτυξη τους, τα καθιστά απρόσιτα στο ευρύ κοινό και η χρήση τους περιορίζεται σήμερα σε πανεπιστήμια ή μεγάλα εκπαιδευτικά ιδρύματα.

### **Αναγκαιότητα της Έρευνας**

Οι δυσκολίες στα μαθηματικά συχνά δεν ανιχνεύονται έγκαιρα με αποτέλεσμα τη μειωμένη επίδοση των μαθητών στα μαθήματα που σχετίζονται με τα μαθηματικά, την ανάπτυξη αισθήματος φόβου όταν βρίσκονται αντιμέτωποι με δραστηριότητες που απαιτούν τη χρήση μαθηματικών, καθώς επίσης και τη μειωμένη αυτοεκτίμηση κατά τη σχολική ηλικία αλλά και κατά την ενήλική ζωή (Haberstroh & Schulte-Körne, 2019).

Χαρακτηριστικά είναι τα ευρήματα της έκθεσης του Εθνικού Κέντρου Έρευνας και Ανάπτυξης για τον Αλφαριθμητισμό και τις Αριθμητικές Δεξιότητες των Ενηλίκων της Αγγλίας που δημοσιεύτηκε το 2005, σύμφωνα με την οποία ένα ποσοστό μεγαλύτερο από 70% των μαθητών με δυσκολίες στα μαθηματικά σταμάτησε το σχολείο πρόωρα, στην ηλικία των 16 ετών. Σύμφωνα με την ίδια έρευνα, η πιθανότητα να μείνουν άνεργοι οι ενήλικες με δυσκολίες στα μαθηματικά είναι διπλάσια σε σχέση με τους ενήλικες χωρίς δυσκολίες (Bynner & Parsons, 2005).

Παρά το γεγονός ότι η αναγκαιότητα της έγκαιρης ανίχνευσης των δυσκολιών στα μαθηματικά έχει επιβεβαιωθεί εδώ και αρκετά χρόνια, πολλά εκπαιδευτικά συστήματα συνεχίζουν να εστιάζουν την πλειονότητα των πόρων τους στο γλωσσικό τομέα. Η κατάσταση αυτή επιβεβαιώνεται και από την ύπαρξη περιορισμένου αριθμού εργαλείων καθολικής ανίχνευσης για τις δυσκολίες στα μαθηματικά (Kiss & Christ, 2019).

Στην Ελλάδα χρησιμοποιούνται σε μεγάλη κλίμακα κυρίως δύο εργαλεία τα οποία εστιάζουν στην ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά. Πρόκειται για το Κριτήριο Πρώιμης Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης και το Κριτήριο Μαθηματικής Επάρκειας για Παιδιά και Εφήβους, τα οποία έχουν σταθμιστεί στα ελληνικά δεδομένα. Το Κριτήριο Πρώιμης Μαθηματικής Επάρκειας της Ουτρέχτης (Μπάρμπας & συν., 2008α) απευθύνεται σε παιδιά ηλικίας 4 έως 7 ετών και περιλαμβάνει δοκιμασίες σύγκρισης, ταξινόμησης, αντιστοίχισης και σειροθέτησης αριθμών, καθώς επίσης και δοκιμασίες καταμέτρησης, αποτελεσματικής καταμέτρησης και γενικής γνώσης αριθμών, χωρίς χρονικό περιορισμό σε καμία δοκιμασία. Το Κριτήριο ωστόσο σταθμίστηκε για πρώτη φορά το 1993 στην Ολλανδία (Luit et al., 1994). Το Κριτήριο Μαθηματικής Επάρκειας για Παιδιά και Εφήβους (Μπάρμπας & συν., 2008β) απευθύνεται σε μαθητές κλίμακας 7 έως 15 ετών και περιλαμβάνει δοκιμασίες οι οποίες αξιολογούν τη χρήση μαθηματικής γλώσσας, την ικανότητα εκτέλεσης υπολογισμών και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων. Και σε αυτό το κριτήριο δεν υπάρχει χρονικός περιορισμός σε καμία δοκιμασία. Στα εργαλεία που χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά στη χώρα μας ήρθε να προστεθεί και το MathPro Test (Karagiannakis & Noël, 2020) για μαθητές Α΄ έως ΣΤ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου, όπως περιγράφεται παραπάνω.

Τα εργαλεία ανίχνευσης στοχεύουν στον εντοπισμό των μαθητών σε κίνδυνο εμφάνισης μεταγενέστερων δυσκολιών στα μαθηματικά, ιδιαίτερα μετά τη Γ΄ τάξη του δημοτικού

σχολείου όπου εισάγονται πιο αφηρημένες έννοιες όπως κλάσματα, λόγοι και αναλογίες. Δεδομένα για μελλοντική αποτυχία των μαθητών στα μαθηματικά, αξιοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς και τα σχολεία ώστε να διαθέσουν πόρους για εφαρμογή έγκαιρης παρέμβασης μέσα στην τάξη. Η σωστή και έγκαιρη διάγνωση δίνει τη δυνατότητα για στοχευμένη παρέμβαση μέσα από την παροχή εστιασμένων οδηγιών, εκεί όπου πραγματικά χρειάζεται, από τον εκπαιδευτικό προς τον μαθητή (Ashlock, 2015). Η κατάλληλη παρέμβαση μπορεί να ενισχύσει την πρόωρη επίδοση στα Μαθηματικά στα παιδιά που βρίσκονται σε κίνδυνο δυσκολιών και τα αποτελέσματα αυτής της προσπάθειας μπορεί να είναι εμφανή για αρκετά χρόνια (Watts et al., 2017). Ακόμα, η έγκαιρη παρέμβαση η οποία στοχεύει στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές, στην ανάπτυξη διαδικαστικής και στρατηγικής γνώσης, καθώς επίσης και στην ανάπτυξη θεμελιωδών αριθμητικών δεξιοτήτων (π.χ. αξία θέσης ψηφίου και στρατηγικές καταμέτρησης) μπορεί να είναι ένας αποτελεσματικός τρόπος για την εξάλειψη ορισμένων τύπων σφαλμάτων σε μεγαλύτερες τάξεις (Watson et al., 2018).

Με βάση τα παραπάνω γίνεται αντιληπτή η αναγκαιότητα της ύπαρξης αξιόπιστων εργαλείων τα οποία θα στοχεύουν στην έγκαιρη ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά, τα οποία θα είναι ελεύθερα προσβάσιμα (open access) οποιαδήποτε στιγμή και θα επιτρέπουν την ολοκλήρωση της αξιολόγησης σε λιγότερο από μία διδακτική ώρα ώστε να είναι εύχρηστα για τους επαγγελματίες της εκπαίδευσης. Ο σχεδιασμός των εργαλείων θα πρέπει να βασίζεται σε ευρήματα από την αναπτυξιακή και γνωστική ψυχολογία σχετικά με την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης. Για το λόγο αυτό τα αποτελεσματικά εργαλεία ανίχνευσης θα πρέπει να ενσωματώνουν στοιχεία από τις βάσεις δεδομένων της μαθηματικής εκπαίδευσης και της αναπτυξιακής και γνωστικής ψυχολογίας (Gersten et al., 2011).

Στην πλειοψηφία τους τα υπάρχοντα εργαλεία για την ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά βασίζονται μόνο στην αξιολόγηση τυπικών μαθηματικών δεξιοτήτων, ενώ από

μεγάλο μέρος της διεθνούς και εγχώριας βιβλιογραφίας προκύπτει ότι συγκεκριμένες γνωστικές δεξιότητες επηρεάζουν την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά και μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως προβλεπτικοί παράγοντες της μετέπειτα επίδοσης των μαθητών. Η προσέγγιση της παρούσας έρευνας χρησιμοποιεί για την ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά δοκιμασίες οι οποίες αξιολογούν τις μαθηματικές δεξιότητες, λαμβάνοντας υπόψιν το πρόγραμμα σπουδών για τις τάξεις Β΄ και Γ΄ δημοτικού, καθώς επίσης και δοκιμασίες οι οποίες αξιολογούν γνωστικές δεξιότητες οι οποίες αποτελούν κρίσιμους προγνωστικούς παράγοντες της επίδοσης στα μαθηματικά. Επιλέχθηκε ως κατάλληλη ηλικία για την έναρξη της ανίχνευσης η Β΄ τάξη του δημοτικού σχολείου, καθώς σε αυτή την ηλικία οι μαθητές αρχίζουν να αποκτούν μεγαλύτερη ευχέρεια σε ότι αφορά τη γνώση των αριθμών (Geary, 2006) αλλά και την επίλυση προβλημάτων (Fuchs et al., 2007).

### **Σκοπός και Στόχοι της Έρευνας**

Η μελέτη της σύγχρονης εγχώριας και διεθνούς βιβλιογραφίας αναδεικνύει την ανάγκη για έγκαιρη και αξιόπιστη αξιολόγηση των δεξιοτήτων των μαθητών κατά τις πρώτες σχολικές τάξεις ώστε να εντοπίζονται οι μαθητές οι οποίοι αντιμετωπίζουν κίνδυνο δυσκολιών στα μαθηματικά. Το κίνητρο για τη δημιουργία του ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης ενίσχυσαν τα ευρήματα της βιβλιογραφίας, σύμφωνα με τα οποία υπάρχει έλλειψη από αξιόπιστα και σύγχρονα εργαλεία για την αξιολόγηση των δυσκολιών στα μαθηματικά στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου. Η αξιολόγηση θα βασίζεται όχι μόνο στους στόχους που θέτει το αναλυτικό πρόγραμμα για τις τάξεις Β΄ και Γ΄ του δημοτικού σχολείου, αλλά και στις γνωστικές δεξιότητες οι οποίες σχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά. Ακόμα, η ηλεκτρονική μορφή του εργαλείου θα προσφέρει τη δυνατότητα ευκολότερης χορήγησης, καθώς επίσης και άμεση πρόσβαση στα αποτελέσματα της αξιολόγησης.

Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι η ανάπτυξη ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης των δυσκολιών στα μαθηματικά, το οποίο θα είναι σε θέση να ανιχνεύει

έγκαιρα τους μαθητές οι οποίοι βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά (στη Β΄ ή Γ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου) και αξιόπιστα. Με βάση αυτόν τον σκοπό, η έρευνα η οποία παρουσιάζεται πρόκειται να καλύψει τους παρακάτω στόχους:

1. Ο σχεδιασμός μιας κλίμακας αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα και τα ευρήματα από τη σύγχρονη βιβλιογραφία.
2. Η διερεύνηση της συμβολής των γνωστικών παραμέτρων των δυσκολιών στα μαθηματικά, καθώς επίσης και της συσχέτισης του άγχους με την επίδοση στα μαθηματικά.
3. Ο σχεδιασμός του ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης (BrainMath) με βάση τα ευρήματα από τους στόχους 1 και 2.
4. Ο έλεγχος της δομικής εγκυρότητας της κλίμακας BrainMath.
5. Ο έλεγχος της εσωτερικής συνέπειας και της αξιοπιστίας των μετρήσεων για την κλίμακα BrainMath.
6. Η διερεύνηση της διαφοροποίησης της επίδοσης των συμμετεχόντων στα μαθηματικά με βάση το φύλο και τη σχολική τάξη.

Πιο αναλυτικά, έπειτα από συστηματική μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας, διαμορφώθηκαν τα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα και οι αντίστοιχες ερευνητικές υποθέσεις:

- Υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στη μνήμη εργασίας και την επίδοση στα μαθηματικά?
- Η μνήμη εργασίας φαίνεται να εμπλέκεται σημαντικά με τις μαθηματικές δεξιότητες, ιδιαίτερα κατά την εφαρμογή σύνθετων στρατηγικών και την πραγματοποίηση πολύπλοκων υπολογισμών όπου δεσμεύονται περισσότεροι πόροι. Αναμένεται θετική συσχέτιση ανάμεσα στη μνήμη εργασίας και την επίδοση στα μαθηματικά (Attout & Majerus, 2015) και ιδιαίτερα την ικανότητα εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων (Peng et

al., 2016), την ικανότητα αναγνώρισης και ανάπτυξης ακολουθιών, την κατανόηση της έννοιας της γραμμής των αριθμών (Fias et al., 2011) και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Hoffman & Schraw, 2009).

- Υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στην παρατεταμένη οπτική προσοχή και την επίδοση στα μαθηματικά?

Η παρατεταμένη οπτική προσοχή είναι απαραίτητη για την επιτυχή ολοκλήρωση δοκιμασιών στα μαθηματικά, ιδιαίτερα σε δοκιμασίες με πληθώρα οπτικών ερεθισμάτων, ώστε να μπορέσουν οι μαθητές να απενεργοποιήσουν τους περισπασμούς και να εμποδίσουν την είσοδο άσχετων πληροφοριών. Αναμένεται θετική συσχέτιση ανάμεσα στην οπτική προσοχή και την επίδοση στα μαθηματικά (Steinmayr et al., 2010) και ιδιαίτερα την ικανότητα καταμέτρησης (Brueggemann & Gable, 2018), την ικανότητα εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων (Anobile et al., 2013), την κατανόηση της έννοιας της γραμμής των αριθμών (Longo & Lourenco, 2007) και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Eivazi & Bednarik, 2011).

- Υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στον επαγωγικό λογισμό και την επίδοση στα μαθηματικά?

Η αναγνώριση προτύπων στα μαθηματικά μέσω του επαγωγικού λογισμού συνδέεται με γνωστικές λειτουργίες και φαίνεται να σχετίζεται με τη γενικότερη επίδοση των μαθητών του δημοτικού σχολείου στα μαθηματικά. Αναμένεται θετική συσχέτιση ανάμεσα στον επαγωγικό λογισμό και την επίδοση στα μαθηματικά και ιδιαίτερα την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Christou & Papageorgiou, 2007).

- Υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στο άγχος για τα μαθηματικά και την επίδοση στα μαθηματικά?



Η διερεύνηση της ύπαρξης συσχέτισης του άγχους για τα μαθηματικά με την επίδοση των μαθητών δημοτικού σχολείου σε συγκεκριμένες δοκιμασίες κρίνεται ιδιαίτερα σημαντική για το σχεδιασμό του εργαλείου αξιολόγησης, καθώς υπάρχουν ενδείξεις για ένταση του άγχους σε δοκιμασίες στα μαθηματικά με χρονικό περιορισμό ή δοκιμασίες στις οποίες λαμβάνεται υπόψιν ο χρόνος απόκρισης (Boaler, 2014. Brunyé et al., 2013). Αναμένεται αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στο άγχος για τα μαθηματικά και την επίδοση στα μαθηματικά (Braham & Libertus, 2018) και ιδιαίτερα την ικανότητα εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων (Ashcraft & Krause, 2007) και την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Ramirez et al., 2013).

- Διαφοροποιείται η επίδοση στα μαθηματικά με βάση το φύλο?  
Με βάση τη μελέτη της σύγχρονης σχετικής βιβλιογραφίας δεν καθίσταται εφικτή η διατύπωση υπόθεσης για την ύπαρξη διαφοροποίηση στην επίδοση στα μαθηματικά με βάση το φύλο, καθώς οι διαφορές στη γνωστική ανάπτυξη ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια παραμένουν πεδίο αντιπαράθεσης (Ardila et al., 2011).
- Διαφοροποιείται η επίδοση στα μαθηματικά ανάμεσα στους μαθητές Β΄ και Γ΄ τάξης?  
Οι μαθηματικές δεξιότητες των μαθητών του δημοτικού σχολείου αναπτύσσονται χρόνο με το χρόνο, καθώς επίσης και οι γνωστικές τους δεξιότητες, όπως προκύπτει από τη βιβλιογραφία αλλά και τους στόχους που θέτει το αναλυτικό πρόγραμμα σε κάθε σχολική τάξη (Gathercole et al., 2004). Αναμένεται διαφοροποίηση της επίδοσης των μαθητών με βάση τη σχολική τάξη, με τους μαθητές της Γ΄ τάξης να σημειώνουν υψηλότερη επίδοση σε όλες τις δοκιμασίες της κλίμακας σε σύγκριση με τους μαθητές της Β΄ τάξης (Cowan et. al., 2011).

## Μέθοδος

### Σχεδιασμός της Έρευνας

Για την επίτευξη των στόχων που τέθηκαν, η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε 3 στάδια. Το 1ο στάδιο αποτέλεσε η πιλοτική έρευνα κατά την οποία σχεδιάστηκε μια κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών για τις τάξεις Β΄ και Γ΄ του δημοτικού σχολείου. Πραγματοποιήθηκε χορήγηση της κλίμακας με στόχο την διερεύνηση της εγκυρότητας και της αξιοπιστίας της, καθώς επίσης και χορήγηση σταθμισμένων ψυχομετρικών τεστ με στόχο να εντοπιστούν οι γνωστικές και μεταγνωστικές δεξιότητες οι οποίες επηρεάζουν την επίδοση στα μαθηματικά.

Κατά το 2ο στάδιο πραγματοποιήθηκε ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη του εργαλείου αξιολόγησης με βάση τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας. Τροποποιήθηκαν ερωτήματα, έγιναν προσθήκες ερωτημάτων, καθώς επίσης και προσθήκες νέων μεταβλητών. Πραγματοποιήθηκε έπειτα δοκιμαστική χορήγηση με στόχο τον εντοπισμό τεχνικών αστοχιών κατά την ανάπτυξη του ηλεκτρονικού εργαλείου και τον σχεδιασμό του.

Στο 3ο στάδιο της έρευνας πραγματοποιήθηκε χορήγηση του εργαλείου BrainMath, στην τελική του πλέον μορφή, σε μαθητές Β΄ και Γ΄ τάξης με στόχο τον έλεγχο του ως προς την εγκυρότητα και την αξιοπιστία.

### Πιλοτική Έρευνα

Η επίδοση στα Μαθηματικά κατά τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου παρουσιάζει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον και θεωρείται προβλεπτικός παράγοντας της μεταγενέστερης επίδοσης των μαθητών. Οι γνωστικές και μεταγνωστικές δεξιότητες θεωρούνται παράμετροι οι οποίες σχετίζονται άμεσα με την επίδοση στα μαθηματικά. Στόχος της πιλοτικής έρευνας είναι να εξετάσει τη συσχέτιση της μνήμης εργασίας, της παρατεταμένης οπτικής προσοχής, του άγχους για τα μαθηματικά και των επιτελικών

λειτουργιών με την επίδοση στα μαθηματικά προκειμένου να οριστικοποιηθεί το περιεχόμενο του εργαλείου αξιολόγησης. Για τη διερεύνηση των παραπάνω, συλλέχθηκαν δεδομένα από 91 μαθητές Δημοτικού σχολείου (μέση ηλικία 96.72 μήνες) από 3 δημόσια σχολεία της Αττικής.

### ***Μέθοδος Πιλοτικής Έρευνας***

Βασικός στόχος της πιλοτικής έρευνας ήταν η διερεύνηση των γνωστικών και μεταγνωστικών δεξιοτήτων που φαίνεται να επηρεάζουν ή να προβλέπουν την επίδοση στα μαθηματικά των μαθητών στην πρώτη παιδική ηλικία. Συγκεκριμένα, η έρευνα στοχεύει στο να εξετάσει τη συσχέτιση της μνήμης εργασίας, της παρατεταμένης οπτικής προσοχής και του άγχους για τα μαθηματικά με την επίδοση στα μαθηματικά. Ένας άλλος στόχος της έρευνας είναι να διερευνηθεί ο ρόλος των επιτελικών λειτουργιών, όπως ο επαγωγικός λογισμός και η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων στην επίδοση στα μαθηματικά στην πρώτη σχολική ηλικία.

### ***Δείγμα Πιλοτικής Έρευνας***

Το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε για την πιλοτική έρευνα (Πίνακας 2) χαρακτηρίζεται ως συμπτωματικό (Acharya et al., 2013. Καραγιαννίδη & συν., 2020). Συνολικά συμμετείχαν 91 μαθητές (42 αγόρια και 49 κορίτσια) από 3 δημόσια δημοτικά σχολεία της Αττικής. Η μέση ηλικία των μαθητών ήταν οι 96.72 μήνες, με τυπική απόκλιση 6.82 μηνών (ελάχιστη ηλικία = 85.92 μήνες, μέγιστη ηλικία = 109.92 μήνες). Από τους συμμετέχοντες, 53 μαθητές φοιτούσαν στη Β΄ τάξη δημοτικού (58.2%) και 38 μαθητές φοιτούσαν στη Γ΄ τάξη δημοτικού (41.8%).

**Πίνακας 2***Δημογραφικά Χαρακτηριστικά των Συμμετεχόντων στην Πιλοτική Έρευνα*

	<i>f</i>	<i>rf</i>
Φύλο		
Αγόρια	42	46.2%
Κορίτσια	49	53.8%
Σύνολο	91	100%
Τάξη		
2η τάξη	53	58.2%
3η τάξη	38	41.8%
Σύνολο	91	100%

***Εργαλεία Συλλογής Δεδομένων***

**Επίδοση στα Μαθηματικά.** Για την αξιολόγηση της επίδοσης των συμμετεχόντων στα μαθηματικά, σχεδιάστηκε και χορηγήθηκε μία κλίμακα αξιολόγησης βασισμένη στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών για τη Β΄ και Γ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου. Η αξιολόγηση ενός παιδιού μέσω μιας κλίμακας βασισμένης στο αναλυτικό πρόγραμμα και συγκεκριμένα με βάση το μοντέλο μέτρησης της επάρκειας (mastery measurement) μπορεί να χρησιμεύσει για να εκτιμήσει εάν το παιδί έχει πετύχει τους στόχους του προγράμματος, καθώς επίσης και εάν η επίδοση του κυμαίνεται πάνω ή κάτω από το μέσο όρο της τάξης (Lonnemann & Hasselhorn, 2019). Αυτή η κλίμακα αποτέλεσε αργότερα τη βάση για τον σχεδιασμό του ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης. Η κλίμακα χορηγήθηκε σε έντυπη μορφή και αποτελείται από 32 ισοδύναμα ερωτήματα, τα οποία χρειαζόταν να απαντηθούν σε 15 λεπτά. Η κλίμακα αποτελείται από 8 ενότητες:

Στην πρώτη δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να μετρήσουν πόσες φορές υπάρχει ένα συγκεκριμένο αντικείμενο σε μια δοσμένη εικόνα με διάφορα αντικείμενα. Η δοκιμασία

αποτελείται από 4 εικόνες, ξεκινώντας με λίγα αντικείμενα και αυξάνοντας σταδιακά το επίπεδο δυσκολίας με περισσότερα αντικείμενα προς καταμέτρηση.

Στη δεύτερη δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να πραγματοποιήσουν 4 προσθέσεις με χαρτί και μολύβι, ξεκινώντας από πρόσθεση διψήφιων χωρίς κρατούμενο και φτάνοντας έως πρόσθεση τριψήφιων με κρατούμενο.

Στην τρίτη δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να πραγματοποιήσουν 4 αφαιρέσεις με χαρτί και μολύβι, ξεκινώντας από αφαίρεση διψήφιων χωρίς δανεισμό και φτάνοντας έως αφαίρεση τριψήφιων με δανεισμό.

Στην τέταρτη δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να πραγματοποιήσουν 4 πολλαπλασιασμούς με χαρτί και μολύβι, ξεκινώντας από πολλαπλασιασμό μονοψήφιων (ανάκληση προπαίδειας) και φτάνοντας έως πολλαπλασιασμό διψήφιου με μονοψήφιο.

Στην πέμπτη δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να πραγματοποιήσουν 4 διαιρέσεις με χαρτί και μολύβι, ξεκινώντας από την εύρεση του μισού ενός αριθμού και φτάνοντας έως τη διαίρεση διψήφιων διψήφιου με μονοψήφιο.

Στην έκτη δοκιμασία αξιολογείται η ικανότητα αναγνώρισης και ανάπτυξης προτύπων (μοτίβων). Οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν τον όρο που λείπει σε 4 αριθμητικές ακολουθίες, αύξουσες ή φθίνουσες.

Στην έβδομη δοκιμασία αξιολογείται η ικανότητα διάταξης αριθμών, καθώς επίσης και η οπτικοχωρική αντίληψη των μαθητών. Οι μαθητές καλούνται να τοποθετήσουν 4 αριθμούς πάνω σε μια δοσμένη αριθμογραμμή.

Στην όγδοη και τελευταία δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να υποδείξουν τη λύση σε 4 προβλήματα στα οποία θα πρέπει αποκωδικοποιώντας τα δεδομένα από την εκφώνηση, να προσδιορίσουν την αριθμητική πράξη που απαιτείται και να την εκτελέσουν ορθά για να φτάσουν στη λύση.

Οι συγκεκριμένες δοκιμασίες επιλέχθηκαν με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα στα μαθηματικά για τις τάξεις Β΄ και Γ΄ του δημοτικού σχολείου, καθώς επίσης και με βάση τις δεξιότητες που αναπτύσσουν τα παιδιά σε αυτές τις ηλικίες, όπως προκύπτει από την εγχώρια και διεθνή βιβλιογραφία των τελευταίων ετών. Κάθε ενότητα αποτελείται από 4 δραστηριότητες, ώστε να υπάρχει μια στοιχειώδης κλιμάκωση όσον αφορά τη δυσκολία των ερωτήσεων και παράλληλα να επιτρέπει τη χορήγηση των όλων των ψυχομετρικών εργαλείων στη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας. Η τιμή του συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  για το σύνολο των δοκιμασιών της αυτοσχέδιας κλίμακας αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά ήταν 0.78 υποδεικνύοντας ικανοποιητική εσωτερική συνέπεια για την κλίμακα.

**Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή.** Για την αξιολόγηση της παρατεταμένης προσοχής χρησιμοποιήθηκε η Δοκιμασία Παρατεταμένης Οπτικής Προσοχής από το Εργαλείο Ανίχνευσης & Διερεύνησης της Προσοχής και της Συγκέντρωσης στις τάξεις Α΄ έως Ε΄ του Δημοτικού (Σίμος και συν., 2007β). Η συγκεκριμένη δοκιμασία αξιολογεί την ακρίβεια, καθώς και την ταχύτητα με την οποία ένας μαθητής εντοπίζει συγκεκριμένα σχήματα μέσα σε μια πυκνή διάταξη σχημάτων. Η χορήγηση είναι ατομική και διαρκεί το πολύ 3 λεπτά. Στη συγκεκριμένη δοκιμασία οι μαθητές καλούνται να εστιάσουν επιλεκτικά και να διατηρήσουν την προσοχή τους σε ένα συγκεκριμένο οπτικό στόχο μέσα σε μια σύνθετη εικόνα με πλήθος εναλλακτικών οπτικών ερεθισμάτων. Δεν υπάρχει κανόνας διακοπής καθώς η βαθμολόγηση γίνεται με βάση το πλήθος των οπτικών στόχων που θα εντοπίσουν οι μαθητές μέσα στον ζητούμενο χρόνο. Για την Δοκιμασία Παρατεταμένης Οπτικής Προσοχής δεν ήταν δυνατό να υπολογιστεί ο δείκτης εσωτερικής συνέπειας καθώς διατίθεται μόνο η συνολική επίδοση του μαθητή.

**Μνήμη Εργασίας.** Η μνήμη εργασίας αξιολογήθηκε με την ελληνική έκδοση της κλίμακας βαθμολόγησης της μνήμης εργασίας (Working Memory Rating Scale: Alloway,

Gathercole, Kirkwood, 2008). Η κλίμακα απευθύνεται στον εκπαιδευτικό της τάξης και ζητά να χρησιμοποιήσει τις εμπειρίες του/της προκειμένου να δώσει πληροφορίες σχετικά με τις αδυναμίες και τις δυνατότητες κάθε μαθητή. Η κλίμακα αποτελείται από 20 σύντομες προτάσεις οι οποίες περιγράφουν συμπεριφορές παιδιών με ελλείμματα στη μνήμη εργασίας. Ενδεικτικά παραδείγματα αποτελούν οι προτάσεις «Σηκώνει χέρι για να απαντήσει σε ερωτήσεις αλλά, όταν του δοθεί ο λόγος, ξέχνα τι έχει σκοπό να πει» και «Όταν του ανατίθεται μια γραπτή άσκηση, χρειάζεται συχνές υπενθυμίσεις για το τι πρέπει να κάνει σε κάθε βήμα». Ο εκπαιδευτικός βαθμολογεί εάν η συμπεριφορά είναι αντιπροσωπευτική για τον κάθε μαθητή σε κλίμακα από 0 (ποτέ) έως 3 (πολύ συχνά). Βαθμολογίες από 0 έως 29 υποδεικνύουν συμπεριφορές που είναι τυπικές και αναμενόμενες για παιδιά αντίστοιχων ηλικιακών ομάδων. Βαθμολογίες από 30 έως 45 υποδεικνύουν συμπεριφορές που είναι μια τυπική απόκλιση πάνω από τον μέσο όρο και αντιμετωπίζονται ως ελαφρά ελλείμματα στη μνήμη εργασίας, ενώ βαθμολογίες από 46 έως 60 υποδεικνύουν συμπεριφορές που είναι δύο τυπικές αποκλίσεις πάνω από τον μέσο όρο και αντιμετωπίζονται ως σημαντικά ελλείμματα στη μνήμη εργασίας. Η τιμή του συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  για την κλίμακα μνήμης ήταν 0.71 υποδεικνύοντας ικανοποιητική εσωτερική συνέπεια.

**Επαγωγικός Λογισμός.** Για την αξιολόγηση του επαγωγικού λογισμού χρησιμοποιήθηκε η δοκιμασία Μη Λεκτικές Αλληλουχίες (Ιστορίες και Γεωμετρικά) από το Εργαλείο Ανίχνευσης και Διερεύνησης των Επιτελικών Λειτουργιών στις τάξεις Α΄ έως Ε΄ του Δημοτικού (Σίμος και συν., 2007α). Στις δύο αυτές ατομικά χορηγούμενες κλίμακες παρουσιάζεται στους μαθητές μια ακολουθία 4 εικόνων (4 εικόνες από μια ιστορία στην πρώτη κλίμακα και 4 εικόνες με γεωμετρικά σχήματα που δημιουργούν ένα συγκεκριμένο μοτίβο στη δεύτερη κλίμακα). Έπειτα ζητείται από τους μαθητές να επιλέξουν ποια από 4 δοσμένες εικόνες συμπληρώνει την ιστορία ή το γεωμετρικό μοτίβο αντίστοιχα. Η χορήγηση

διακόπτεται μετά από 3 διαδοχικές αποτυχίες. Η τιμή του συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  για την κλίμακα με τις ιστορίες ήταν 0.51 ενώ για την κλίμακα με τα γεωμετρικά σχήματα ήταν 0.75.

**Νοερόι Υπολογισμοί.** Προκειμένου να αξιολογηθεί η αριθμητική ακρίβεια, η λογική και η ικανότητα νοερών υπολογισμών χρησιμοποιήθηκε η αριθμητική κλίμακα του WISC-III (Ελληνική έκδοση: Γεώργας & συν., 1997). Η κλίμακα αποτελείται από 24 μαθηματικά προβλήματα τα οποία οι μαθητές καλούνται να λύσουν νοερά, χωρίς να χρησιμοποιήσουν χαρτί και μολύβι. Ενδεικτικά παραδείγματα αποτελούν τα προβλήματα «Ένα κορίτσι είχε 12 ξυλομπογιές και έδωσε τις 5. Πόσες ξυλομπογιές της έμειναν;» και «Ο Κώστας έλυσε 36 ασκήσεις. Σε κάθε ώρα έλυσε 4 ασκήσεις. Πόσες ώρες έκανε για να τις λύσει;». Η χορήγηση διακόπτεται μετά από 3 διαδοχικές αποτυχίες. Η τιμή του συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  για την κλίμακα ήταν 0.70 υποδεικνύοντας ικανοποιητική εσωτερική συνέπεια.

**Άγχος για τα Μαθηματικά.** Η διερεύνηση της συσχέτισης των αναφερόμενων επιπέδων άγχους για τα μαθηματικά με την επίδοση των μαθητών κρίθηκε απαραίτητη για το σχεδιασμό του ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης, κυρίως για το αν θα ληφθεί υπόψη ο χρόνος απόκρισης κατά την αξιολόγηση (Ashcraft & Krause, 2007. Brunyé et al., 2013), καθώς υπάρχουν ενδείξεις για αρνητική συσχέτιση των 2 μεταβλητών (Korhonen et al., 2018. Pelegrina et al., 2020). Προκειμένου να εκτιμηθούν τα επίπεδα άγχους των συμμετεχόντων, μεταφράστηκε μια τροποποιημένη έκδοση της συντομευμένης κλίμακας για το άγχος για τα μαθηματικά (Abbreviated Math Anxiety Scale: Carey et al., 2017. Hopko et al., 2003). Η διαδικασία της μετάφρασης της κλίμακας πραγματοποιήθηκε με τη μέθοδο ευθείας και αντίστροφης μετάφρασης (Rachmawati et al., 2017) από μεταφραστή. Στους μαθητές ζητήθηκε να απαντήσουν σε 9 ερωτήματα σχετικά με τα επίπεδα άγχους τους κατά την ενασχόληση τους με δραστηριότητες που σχετίζονται με τα μαθηματικά (Παράρτημα Θ). Ενδεικτικά παραδείγματα αποτελούν τα ερωτήματα «Πώς νιώθεις όταν έχεις για το σπίτι



ασκήσεις μαθηματικών με δύσκολες ερωτήσεις για την επόμενη μέρα;» και «Πώς νιώθεις όταν γράφεις διαγώνισμα μαθηματικών;». Δεδομένης της νεαρής ηλικίας των μαθητών, η κλίμακα χορηγήθηκε ατομικά ως δομημένη συνέντευξη. Για να διευκολυνθούν οι μαθητές να αξιολογήσουν τα επίπεδα άγχους τους, τους ζητήθηκε να υποδείξουν ένα εικονίδιο συναισθημάτων από μια δοσμένη κάρτα με 5 εικονίδια (από 1 = χαμηλό άγχος έως 5 = υψηλό άγχος). Η τιμή του συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  για την κλίμακα άγχους ήταν 0.70 υποδεικνύοντας ικανοποιητική εσωτερική συνέπεια.

### ***Διαδικασία Πιλοτικής Έρευνας***

Η συλλογή των δεδομένων μέσω ατομικών χορηγήσεων σταθμισμένων τεστ σε μαθητές της Β΄ και της Γ΄ τάξης του Δημοτικού σχολείου, πραγματοποιήθηκε μέσα στο χρονικό διάστημα από τον Ιανουάριο έως τον Μάρτιο του 2018. Ο μέγιστος χρόνος απασχόλησης για κάθε παιδί ήταν 45 λεπτά. Καθ' όλη τη διάρκεια της πιλοτικής έρευνας τηρήθηκε η ανωνυμία, καθώς τα δεδομένα από τους συμμετέχοντες δεν αποκάλυπταν με κανένα τρόπο την ταυτότητά τους. Οι μαθητές ήταν ελεύθεροι να συμμετάσχουν (ή όχι) στην έρευνα, αφού πρώτα ενημερώθηκαν για την όλη διαδικασία. Από τους γονείς όλων των συμμετεχόντων είχαν εξασφαλιστεί έντυπα συγκατάθεσης. Όλοι οι μαθητές ήταν ελεύθεροι να εγκαταλείψουν την έρευνα σε οποιοδήποτε στάδιο.

### **Κύρια Έρευνα**

#### ***Μέθοδος Κύριας Έρευνας***

Η κύρια έρευνα έχει ως στόχο τον έλεγχο της δομικής εγκυρότητας και της εσωτερικής συνέπειας του ηλεκτρονικού εργαλείου BrainMath, στην τελική του πλέον μορφή. Η κύρια έρευνα στοχεύει επίσης στη διερεύνηση των διαφορών στην επίδοση των μαθητών με βάση τη σχολική τάξη και το φύλο.

### *Δείγμα Κύριας Έρευνας*

Το δείγμα για την κύρια έρευνα αποτέλεσαν συνολικά 409 μαθητές. Σύμφωνα με τον τύπο του Yamane (1967)

$$n = \frac{N}{1 + N(E^2)}$$

όπου  $n$  το μέγεθος του δείγματος,  $N$  το μέγεθος του πληθυσμού και  $E$  το επίπεδο ακρίβειας, το μέγεθος του δείγματος είναι επαρκές ώστε να θεωρήσουμε ότι η κατανομή του δείγματος θα συγκλίνει στην κατανομή του πληθυσμού, καθώς για  $N > 100,000$  (σύμφωνα με τα στοιχεία της ΕΛΣΤΑΤ οι μαθητές της Β' και Γ' Δημοτικού στη χώρα είναι περίπου 200,000) το επιθυμητό δείγμα για επίπεδο ακριβείας  $\pm 5\%$  είναι 400 άτομα.

Όσον αφορά την αντιπροσωπευτικότητα του δείγματος από το οποίο προήλθαν τα προς παραγοντοποίηση στοιχεία, σύμφωνα με τη θεωρία θα χρειαστούν 4 φορές περισσότερα άτομα από τα ερωτήματα που θα χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση παραγόντων.

Λαμβάνοντας υπόψιν ότι κάθε δοκιμασία αποτελείται 8 ερωτήματα (σε κάποιες δοκιμασίες και λιγότερα), χρειάζεται ένα δείγμα  $4 \cdot 8 = 32$  συμμετεχόντων. Αν λάβουμε επίσης υπόψιν ότι η ηλικία επηρεάζει την επίδοση των μαθητών, για τις 10 ηλικιακές ομάδες που έχουμε θα χρειαστούμε  $10 \cdot 4 \cdot 8 = 320$  συμμετέχοντες. Με βάση τα παραπάνω θεωρείται ότι το δείγμα των 409 μαθητών είναι επαρκές για τις στατιστικές αναλύσεις.

Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν προήλθαν από ένα δείγμα με ίδιο περίπου αριθμό αγοριών και κοριτσιών, το οποίο αντανakλά το κοινωνικό-οικονομικό προφίλ των ελληνικών σχολείων με συμμετοχή μαθητών από αστικές, ημιαστικές και αγροτικές περιοχές. Στην έρευνα συμμετείχαν μαθητές από 15 δημόσια Δημοτικά σχολεία από 3 νομούς (Αττική, Αχαΐα και Ηράκλειο Κρήτης) και από 12 διαφορετικές πόλεις ή χωριά (Άγιος Δημήτριος, Άλιμος, Μαρούσι, Αγία Παρασκευή, Νέο Ηράκλειο, Πειραιάς, Ηράκλειο, Αρχάνες, Διακοπτό, Ακράτα, Αίγιο, Αιγείρα). Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται οι μαθητές που

συμμετείχαν στην έρευνα ως προς την περιοχή φοίτησης και τη σχολική τάξη σε συνάρτηση με το φύλο.

### Πίνακας 3

*Κατανομή Δείγματος Κύριας Έρευνας - Περιοχή Φοίτησης και Σχολική Τάξη ως προς το Φύλο*

	Αγόρια	Κορίτσια	Σύνολο
<b>Περιοχή Φοίτησης</b>			
<b>Αχαΐα</b>			
Διακοπτό	32	33	65
Ακράτα	20	20	40
Αίγιο	11	13	24
Αιγείρα	14	8	22
<b>Κρήτη</b>			
Ηράκλειο	21	17	38
Αρχάνες	10	10	20
<b>Αττική</b>			
Άγιος	32	25	57
Δημήτριος			
Άλιμος	20	15	35
Μαρούσι	33	18	51
Αγία	12	14	26
Παρασκευή			
Νέο Ηράκλειο	8	5	13
Πειραιάς	8	10	18
Σύνολο	221	188	409
<b>Σχολική Τάξη</b>			
Β΄ τάξη	88	102	190
Γ΄ τάξη	133	86	219
Σύνολο	221	188	409

Στον Πίνακα 4 παρουσιάζεται η κατανομή του δείγματος της κύριας έρευνας ως προς το φύλο. Συμμετείχαν συνολικά 221 αγόρια, οι οποίοι αποτελούν το 54% του δείγματος και 188 κορίτσια που αποτελούν το 46% του δείγματος. Το δείγμα είναι ισομοιρασμένο σε ότι αφορά

το φύλο, όπως προκύπτει από τη στατιστική ασημαντότητα των αποκλίσεων μεταξύ των συχνοτήτων που παρατηρήθηκαν στο δείγμα και των συχνοτήτων που αναμένονται με βάση τη μηδενική υπόθεση σύμφωνα με τον έλεγχο  $\chi^2$  ομοιογένειας,  $\chi^2(1, N = 409) = 2.66, p = 0.103$ .

#### Πίνακας 4

*Κατανομή Συχνότητας ως προς το Φύλο για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Φύλο	<i>f</i>	<i>rf</i>
Αγόρια	221	54%
Κορίτσια	188	46%

Στην κύρια έρευνα συμμετείχαν μαθητές από τη Β΄ και τη Γ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου. Υπήρχε ισότιμη κατανομή ως προς τη σχολική τάξη,  $\chi^2(1, N = 409) = 2.07, p = 0.152$ , όπως φαίνεται και στον Πίνακα 5 καθώς 190 μαθητές φοιτούσαν στη Β΄ τάξη (46.5%) και 219 μαθητές φοιτούσαν στη Γ΄ τάξη (53.5%). Όλοι οι μαθητές συμμετείχαν μια και μόνο φορά στην έρευνα χωρίς να υπάρχουν απαντήσεις από τον ίδιο μαθητή στη Β΄ και τη Γ΄ τάξη.

#### Πίνακας 5

*Κατανομή Συχνότητας ως προς τη Σχολική Τάξη για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Σχολική Τάξη	<i>f</i>	<i>rf</i>
Β΄ Τάξη	190	46.5%
Γ΄ Τάξη	219	53.5%

Στον Πίνακα 6 παρουσιάζεται η κατανομή των συμμετεχόντων στην κύρια έρευνα ως προς την περιοχή φοίτησης τους. Σε σχολεία της Αττικής φοιτούσαν 200 μαθητές (49%), σε σχολεία της Αχαΐας 151 μαθητές (37%) και σε σχολεία της Κρήτης 58 μαθητές (14%).

**Πίνακας 6**

*Κατανομή Συχνότητας ως προς την Περιοχή Φοίτησης για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Περιοχή Φοίτησης	<i>f</i>	<i>rf</i>
Αγία Παρασκευή	26	6.4%
Άγιος Δημήτριος	57	13.9%
Αιγείρα	22	5.4%
Αίγιο	24	5.9%
Ακράτα	40	9.8%
Άλιμος	35	8.6%
Αρχάνες	20	4.9%
Διακοπτό	65	15.9%
Ηράκλειο Κρήτης	38	9.3%
Μαρούσι	51	12.5%
Νέο Ηράκλειο	13	3.2%
Πειραιάς	18	4.4%

Στον Πίνακα 7 παρουσιάζονται οι ηλικίες των συμμετεχόντων στην κύρια έρευνα σε μήνες. Η μέση ηλικία για τους μαθητές της Β΄ τάξης ήταν 92.10 μήνες με τυπική απόκλιση 4.96 μήνες, ενώ για τους μαθητές της Γ΄ τάξης η μέση ηλικία ήταν 102.38 μήνες με τυπική απόκλιση 5.37 μήνες. Για το συνολικό δείγμα η μέση ηλικία ήταν 97.61 μήνες με τυπική απόκλιση 7.29 μήνες.

**Πίνακας 7**

*Κατανομή Συχνότητας ως προς την Ηλικιακή Ομάδα για το Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ηλικία (σε μήνες)	<i>f</i>	<i>rf</i>
82-84	17	4.2%
85-87	19	4.6%
88-90	46	11.2%
91-93	49	12.0%
94-96	55	13.4%
97-99	45	11.0%
100-102	56	13.7%
103-105	51	12.5%
106-108	49	12.0%
109-111	22	5.4%

***Ηλεκτρονικό Εργαλείο Αξιολόγησης BrainMath***

**Δημιουργία του Εργαλείου.** Για να επιτευχθεί η υψηλή εγκυρότητα και αξιοπιστία του εργαλείου ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη των δοκιμασιών βασίστηκαν:

1. Στα ελλείμματα που παρουσιάζουν σε αυτή την ηλικία οι μαθητές με δυσκολίες στα μαθηματικά, όπως αυτά προέκυψαν από τη μελέτη της εγχώριας και διεθνούς βιβλιογραφίας.
2. Στο αναλυτικό πρόγραμμα για τα σχολεία της Ελλάδας στις τάξεις Β' και Γ' του δημοτικού σχολείου.
3. Στο περιεχόμενο των εργαλείων αξιολόγησης (παραδοσιακά και ηλεκτρονικά) που χρησιμοποιούνται διεθνώς στις ηλικίες αυτές.
4. Στα ευρήματα της πιλοτικής έρευνας.

Το εργαλείο αξιολόγησης BrainMath βασίστηκε στην αυτοσχέδια κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά η οποία σχεδιάστηκε με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα και

χορηγήθηκε στην πιλοτική έρευνα και στην οποία πραγματοποιήθηκαν αλλαγές και προσθήκες.

Πιο συγκεκριμένα, σε όλες τις δοκιμασίες προστέθηκαν ερωτήματα (items) ώστε να υπάρχει καλύτερη κλιμάκωση της δυσκολίας, χωρίς όμως παράλληλα το συνολικό πλήθος των ερωτημάτων να αυξηθεί σε υπερβολικό βαθμό καθιστώντας τη χορήγηση κουραστική για τους μαθητές, λαμβάνοντας υπόψιν τις ηλικίες στις οποίες απευθύνεται η κλίμακα.

Προστέθηκαν δύο δοκιμασίες οι οποίες εξετάζουν τη μνήμη εργασίας και την παρατεταμένη οπτική προσοχή, καθώς όπως υποδεικνύει η βιβλιογραφία και επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας, οι παραπάνω δεξιότητες μπορούν να αποτελέσουν αξιόπιστους προγνωστικούς παράγοντες της επίδοσης των μαθητών στα μαθηματικά.

Ακόμα, οι ερωτήσεις των δοκιμασιών Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση, οι οποίες εξετάζουν τις δεξιότητες των μαθητών στην πραγματοποίηση βασικών αριθμητικών πράξεων, προσαρμόστηκαν κατάλληλα ώστε να μπορούν να απαντηθούν χωρίς χαρτί και μολύβι, εξετάζοντας έτσι παράλληλα την ικανότητα εκτέλεσης νοητών αριθμητικών υπολογισμών.

Τέλος, σε καμία δοκιμασία δεν τέθηκε χρονικός περιορισμός, ούτε καταγράφηκε ο χρόνος απόκρισης, καθώς στις νεαρές ηλικίες κάτι τέτοιο φαίνεται να εντείνει τα επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά και να επηρεάζει αρνητικά την επίδοση των μαθητών, όπως προκύπτει από τη μελέτη της σχετικής βιβλιογραφίας (Ashcraft & Krause, 2007. Boaler, 2014. Brunyé et al., 2013. Korhonen et al., 2018. Pelegrina et al., 2020. Tsui & Mazzocco, 2006) αλλά και τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας.

**Παρουσίαση του Εργαλείου.** Το εργαλείο αξιολόγησης είναι διαθέσιμο διαδικτυακά στη διεύθυνση <http://brainmath.iit.demokritos.gr> και είναι συμβατό με οποιονδήποτε Η/Υ ή tablet. Προτείνεται η πρόσβαση από το πρόγραμμα περιήγησης Google Chrome.

Το εργαλείο ξεκινά με κάποια με κάποια απαραίτητα πεδία προς συμπλήρωση τα οποία αφορούν στοιχεία των συμμετεχόντων. Στο πρώτο πεδίο οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν την περιοχή στην οποία βρίσκεται το σχολείο τους. Στο δεύτερο πεδίο οι μαθητές καλούνται να υποδείξουν το φύλο τους, επιλέγοντας την επιλογή Α αν είναι αγόρια ή την επιλογή Β αν είναι κορίτσια. Στο τρίτο πεδίο οι μαθητές καλούνται να υποδείξουν τη σχολική τους τάξη, επιλέγοντας την επιλογή Α αν φοιτούν στη Β΄ τάξη ή την επιλογή Β αν φοιτούν στη Γ΄ τάξη. Τέλος, στο τέταρτο πεδίο οι μαθητές καλούνται να συμπληρώσουν την ημερομηνία γέννησης τους.

Όταν όλοι οι συμμετέχοντες έχουν συμπληρώσει τα στοιχεία τους, θα πρέπει να πατήσουν το κουμπί *Επόμενο* ώστε να ξεκινήσουν οι δοκιμασίες. Η κλίμακα αποτελείται από 74 συνολικά ερωτήσεις, οι οποίες χωρίζονται σε 10 δοκιμασίες (υποκλίμακες):

### ***Δοκιμασία 1: Πρόσθεση (8 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 6) είναι η αξιολόγηση των δεξιοτήτων του παιδιού στις αριθμητικές πράξεις και συγκεκριμένα στην πρόσθεση. Η δοκιμασία της πρόσθεσης ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

## **Σχήμα 6**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Πρόσθεσης*

5 → Γράψε το αποτέλεσμα της πράξης

d.  $45+11=$

Απαντήστε εδώ...

---



Σε κάθε ερώτημα της συγκεκριμένης δοκιμασίας εμφανίζεται μια πρόσθεση σε οριζόντια διάταξη και τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν νοερά το αποτέλεσμα (χωρίς χαρτί και μολύβι) και να το γράψουν στο αντίστοιχο πεδίο (Butterworth, 2003). Κάθε δοκιμασία παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Τα ερωτήματα περιλαμβάνουν πρόσθεση 2 μονοψήφιων, πρόσθεση 2 διψήφιων με αποτέλεσμα διψήφιο ή τριψήφιο, πρόσθεση 2 μονοψήφιων και ενός διψήφιου, πρόσθεση 2 μονοψήφιων με 2 διψήφιους και τέλος πρόσθεση τριψήφιου με διψήφιο. Το μέτρο της μεταβλητής *Πρόσθεση* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 8.

### ***Δοκιμασία 2: Αφαίρεση (8 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 7) είναι η αξιολόγηση των δεξιοτήτων του παιδιού στις αριθμητικές πράξεις και συγκεκριμένα στην αφαίρεση. Η δοκιμασία της αφαίρεσης ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

### **Σχήμα 7**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Αφαίρεσης*

6 → Γράψε το αποτέλεσμα της πράξης

e. **32-11=**

Απαντήστε εδώ...

---

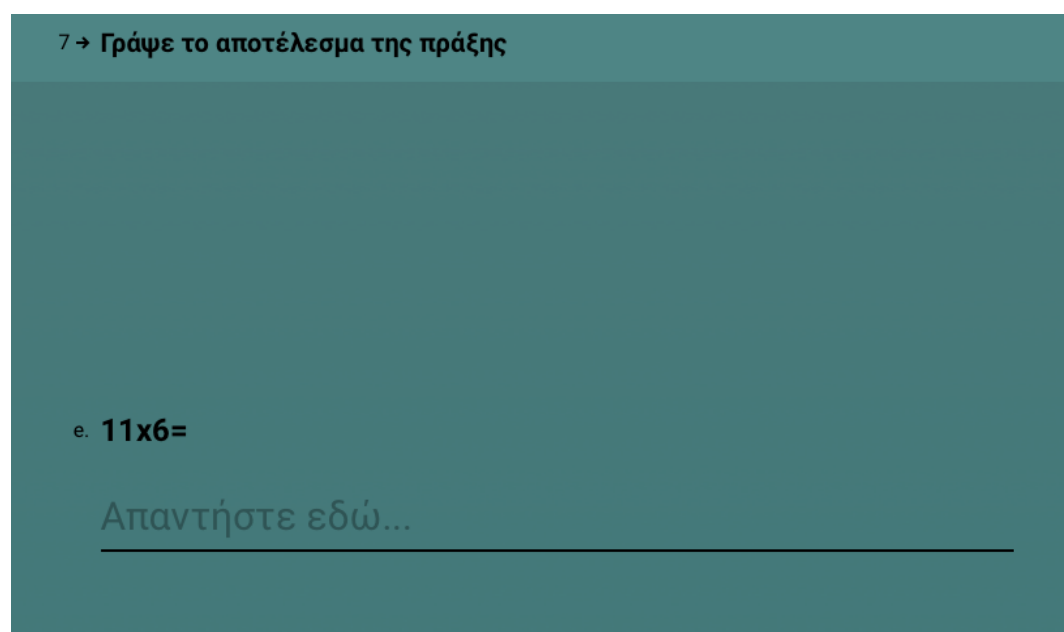
Σε κάθε ερώτημα της συγκεκριμένης δοκιμασίας εμφανίζεται μια αφαίρεση σε οριζόντια διάταξη και τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν νοερά το αποτέλεσμα και να το γράψουν στο αντίστοιχο πεδίο. Κάθε ερώτημα παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Τα ερωτήματα περιλαμβάνουν αφαίρεση μονοψήφιου από διψήφιο, αφαίρεση διψήφιου από διψήφιο καθώς επίσης και αφαίρεση διψήφιου από τριψήφιο. Το μέτρο της μεταβλητής *Αφαίρεση* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 8.

### ***Δοκιμασία 3: Πολλαπλασιασμός (8 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 8) είναι η αξιολόγηση των δεξιοτήτων του παιδιού στις αριθμητικές πράξεις και συγκεκριμένα στον πολλαπλασιασμό. Η δοκιμασία του πολλαπλασιασμού ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

### **Σχήμα 8**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Πολλαπλασιασμού*



Σε κάθε ερώτημα της συγκεκριμένης δοκιμασίας εμφανίζεται ένας πολλαπλασιασμός σε οριζόντια διάταξη και τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν νοερά το αποτέλεσμα και να το γράψουν στο αντίστοιχο πεδίο (Butterworth, 2003). Κάθε ερώτημα παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Η δοκιμασία περιλαμβάνει πολλαπλασιασμό 2 μονοψήφιων αριθμών, πολλαπλασιασμό μονοψήφιου με διψήφιο καθώς επίσης και πολλαπλασιασμό 2 διψήφιων αριθμών. Το μέτρο της μεταβλητής *Πολλαπλασιασμός* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 8.

#### ***Δοκιμασία 4: Διαίρεση (8 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 9) είναι η αξιολόγηση των δεξιοτήτων του παιδιού στις αριθμητικές πράξεις και συγκεκριμένα στη διαίρεση. Η δοκιμασία της διαίρεσης ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

### **Σχήμα 9**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Διαίρεσης*

8 → Γράψε το αποτέλεσμα της πράξης

e.  $20:5=$

Απαντήστε εδώ...

---

Σε κάθε ερώτημα της συγκεκριμένης δοκιμασίας εμφανίζεται μια διαίρεση σε οριζόντια διάταξη και τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν νοερά το αποτέλεσμα και να το γράψουν

στο αντίστοιχο πεδίο. Κάθε ερώτημα παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Στα πρώτα 2 ερωτήματα το παιδί καλείται να διαιρέσει 2 μονοψήφιους αριθμούς, στα 2 επόμενα ερωτήματα καλείται να διαιρέσει έναν διψήφιο με τον αριθμό 2, ενώ στα 4 επόμενα καλείται να διαιρέσει έναν διψήφιο αριθμό με έναν μονοψήφιο. Το μέτρο της μεταβλητής *Διαίρεση* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 8.

### *Δοκιμασία 5: Αριθμητικές Ακολουθίες (7 Ερωτήματα)*

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 10) είναι να αξιολογήσει κατά πόσο το παιδί είναι σε θέση να αναγνωρίζει μοτίβα και πιο συγκεκριμένα αριθμητικές προόδους με ακέραια σταθερή διαφορά. Η δοκιμασία των αριθμητικών ακολουθιών ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

### **Σχήμα 10**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Αριθμητικών Ακολουθιών*

9 → Συμπλήρωσε το μοτίβο

b. 11, 12, 13, 14, \_\_, 16, 17, 18, 19

Απαντήστε εδώ...

---

Σε κάθε ερώτημα, παρουσιάζεται μια ακολουθία 9 αριθμών, οι οποίοι σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο (σταθερή διαφορά μεταξύ διαδοχικών όρων της ακολουθίας), ένας από

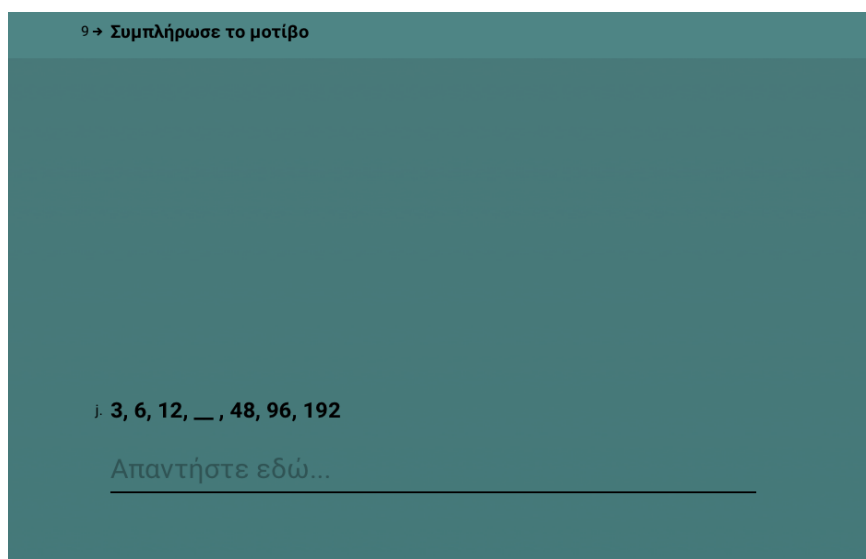
τους οποίους θα πρέπει να συμπληρωθεί από το παιδί (Askenazi & Henik, 2010). Στα 4 πρώτα ερωτήματα τα παιδιά καλούνται να συμπληρώσουν αύξουσες ακολουθίες με σταθερή διαφορά 1, 2, 3 και 4 αντίστοιχα, ενώ στα 3 επόμενα ερωτήματα τα παιδιά καλούνται να συμπληρώσουν φθίνουσες ακολουθίες με σταθερή διαφορά -1, -2 και -3 αντίστοιχα (Jia et al., 2011). Κάθε ερώτημα παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Το μέτρο της μεταβλητής *Αριθμητικές Ακολουθίες* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 7.

### ***Δοκιμασία 6: Γεωμετρικές Ακολουθίες (7 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 11) είναι να αξιολογήσει κατά πόσο το παιδί είναι σε θέση να αναγνωρίζει μοτίβα και πιο συγκεκριμένα γεωμετρικές προόδους με σταθερό λόγο. Η δοκιμασία των γεωμετρικών μοτίβων ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

## **Σχήμα 11**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Γεωμετρικών Ακολουθιών*



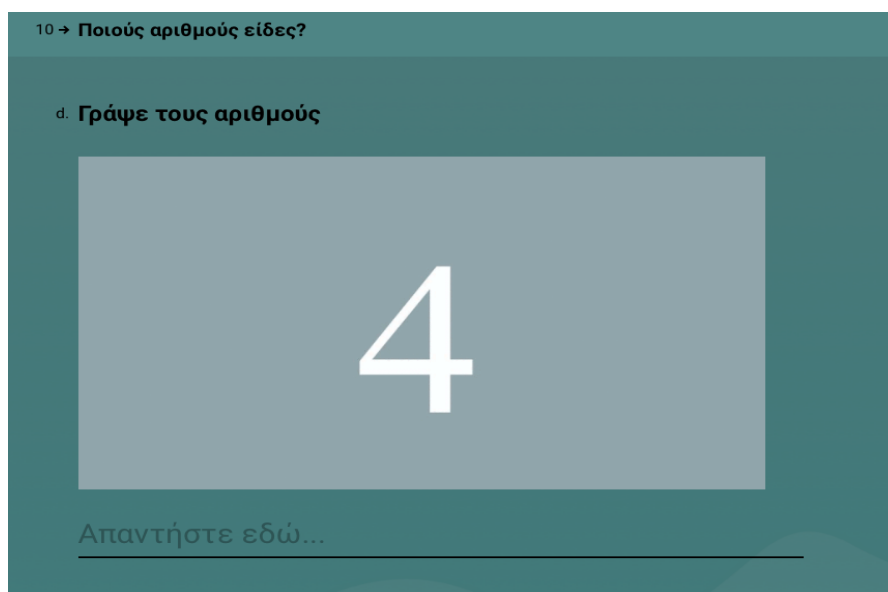
Σε κάθε ερώτηση, παρουσιάζεται μια ακολουθία ακέραιων αριθμών, οι οποίοι σχηματίζουν γεωμετρική πρόοδο (σταθερός λόγος μεταξύ διαδοχικών όρων της ακολουθίας), ένας από τους οποίους θα πρέπει να συμπληρωθεί από το παιδί (Askenazi & Henik, 2010). Κάθε ερώτηση παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Στα 4 πρώτα ερωτήματα τα παιδιά καλούνται να συμπληρώσουν αύξουσες ακολουθίες, ενώ στα 3 επόμενα ερωτήματα τα παιδιά καλούνται να συμπληρώσουν φθίνουσες ακολουθίες. Το μέτρο της μεταβλητής *Γεωμετρικές Ακολουθίες* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 7.

#### ***Δοκιμασία 7: Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών (7 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 12) είναι η αξιολόγηση της βραχυπρόθεσμης οπτικής μνήμης του παιδιού. Η δοκιμασία της ανάκλησης αριθμών ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

### **Σχήμα 12**

*Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Ανάκλησης Ακολουθίας Αριθμών*



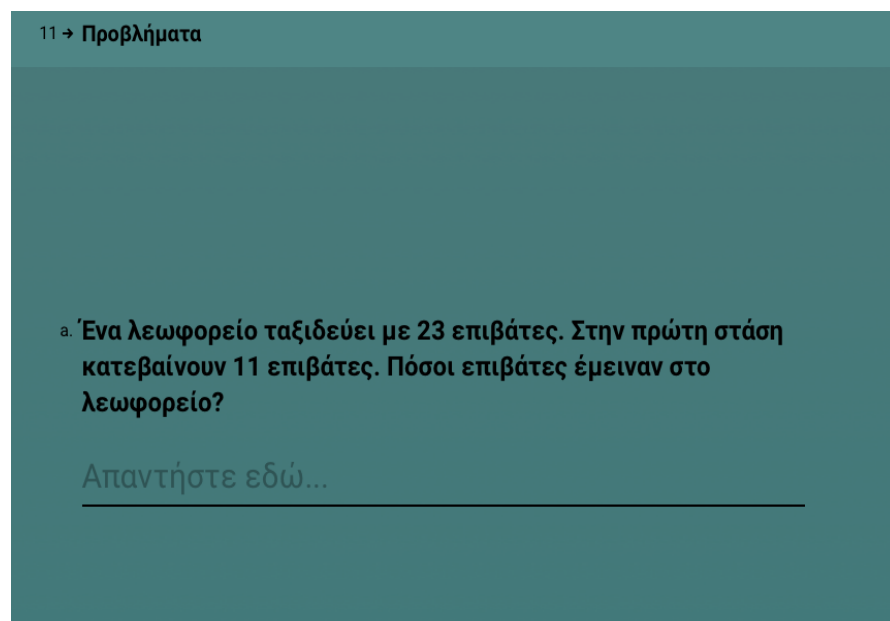
Ακολουθούν 7 ερωτήματα στα οποία ο μαθητής καλείται να δει ένα βίντεο όπου παρουσιάζεται μια ακολουθία αριθμών και στη συνέχεια να γράψει τους αριθμούς που είδε, με την ίδια σειρά που παρουσιάστηκαν, στο αντίστοιχο πεδίο. Ο κάθε αριθμός παραμένει στην οθόνη για 1 δευτερόλεπτο (Raiford et al., 2010). Κάθε βίντεο ξεκινά με την εμφάνιση ερεθίσματος συγκέντρωσης προσοχής σε σχήμα σταυρού με κόκκινο χρώμα για 500 χιλιοστά του δευτερολέπτου (Karagiannakis, 2015). Το μέγεθος της ακολουθίας ψηφίων αυξάνεται σταδιακά, ξεκινώντας από τα δύο ψηφία (7, 3) στην πρώτη ερώτηση και καταλήγοντας στα επτά ψηφία (8, 9, 7, 2, 5, 6, 4) στην τελευταία (Monaco et al, 2013). Επιπλέον, τα ψηφία σε κάθε ακολουθία δεν επιλέχθηκαν τυχαία, καθώς κάποιες ακολουθίες αποφεύχθηκαν. Κάποιες συγκεκριμένες ακολουθίες ψηφίων, όπως τα τρία πρώτα ψηφία ενός κινητού τηλεφώνου (π.χ. 6, 9, 7) μπορεί να διευρύνουν το πλήθος των ψηφίων που μπορούν να ανακαλέσουν κάποιοι μαθητές, ενώ μια ακολουθία που παραπέμπει σε γνωστή σειρά ψηφίων (π.χ. 6, 7, 9) μπορεί να οδηγήσει σε αντίθετα αποτελέσματα. Για την επιλογή των ψηφίων ακολουθήθηκε τυχαία δειγματοληψία χωρίς επανατοποθέτηση, με τον πρόσθετο περιορισμό ότι τα διαδοχικά ψηφία δεν θα σχηματίζουν κανονική αύξουσα ή φθίνουσα ακολουθία με ίσα διαδοχικά βήματα όπως 4, 5, 6 ή 8, 6, 4 (Woods et al., 2011). Το μέτρο της μεταβλητής *Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 7. Αυτή η τεχνική βαθμολόγησης επιλέχθηκε ώστε να αποφευχθούν σφάλματα μέτρησης που ενδέχεται να παρουσιαστούν σε κλίμακες με κανόνα διακοπής οι οποίες βασίζονται στο μέγιστο πλήθος ψηφίων που μπορεί να ανακαλέσει ο κάθε μαθητής (Ardila, 2007).

#### ***Δοκιμασία 8: Επίλυση Προβλημάτων (8 Ερωτήματα)***

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 13) είναι να αξιολογήσει κατά πόσο το παιδί είναι σε θέση να επιλύσει απλά αριθμητικά προβλήματα. Από τα 8 ερωτήματα της δοκιμασίας, 2 επιλύονται με χρήση πρόσθεσης, 4 με χρήση αφαίρεσης και 2 με χρήση αναλογιών.

### Σχήμα 13

Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Επίλυσης Προβλημάτων



11 → Προβλήματα

a. Ένα λεωφορείο ταξιδεύει με 23 επιβάτες. Στην πρώτη στάση κατεβαίνουν 11 επιβάτες. Πόσοι επιβάτες έμειναν στο λεωφορείο?

Απαντήστε εδώ...

Κάθε πρόβλημα παραμένει στην οθόνη του υπολογιστή μέχρι το παιδί να απαντήσει και να πατήσει το πλήκτρο *Επόμενο*, χωρίς να υπάρχει χρονικός περιορισμός. Το μέτρο της μεταβλητής *Επίλυση Προβλημάτων* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 8.

#### *Δοκιμασία 9: Αριθμογραμμές (7 Ερωτήματα)*

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 14) είναι να αξιολογήσει κατά πόσο το παιδί είναι σε θέση να διατάσσει φυσικούς αριθμούς έως το 100, καθώς επίσης και η αξιολόγηση της οπτικό-χωρικής του ικανότητας (Karagiannakis & Noël, 2020). Η δοκιμασία των αριθμογραμμών ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.




## Σχήμα 14

Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Αριθμογραμμές

12 → Η γραμμή των αριθμών

ο. Ποιόν αριθμό συμβολίζει το γράμμα Α?



Απαντήστε εδώ...

Σε κάθε δοκιμασία υπάρχει μια αριθμογραμμή στην οποία δίνονται τα άκρα και το μέσο. Σε κάθε αριθμογραμμή το παιδί καλείται να υποδείξει ποιο από τα γράμματα που βρίσκονται πάνω σε αυτή αντιστοιχεί σε έναν συγκεκριμένο αριθμό. Τα ερωτήματα της δοκιμασίας ξεκινούν με αριθμογραμμή από το 0 έως το 5 και καταλήγουν σε αριθμογραμμή από το 0 έως το 1000. Το μέτρο της μεταβλητής *Αριθμογραμμές* αποτέλεσε το πλήθος των σωστών απαντήσεων κάθε μαθητή, δημιουργώντας μια κλίμακα από 0 έως 7.

### **Δοκιμασία 10: Οπτική Προσοχή (6 Ερωτήματα)**

Στόχος της παρούσας δοκιμασίας (Σχήμα 15) είναι η αξιολόγηση της παρατεταμένης οπτικής προσοχής του παιδιού. Η δοκιμασία της οπτικής προσοχής ξεκινά με ένα ερώτημα παράδειγμα ώστε να εξοικειωθούν τα παιδιά.

## Σχήμα 15

Στιγμιότυπο από τη Δοκιμασία Οπτικής Προσοχής

2 → Πόσες φορές εμφανίζεται ο αριθμός 6 στον πίνακα? Σε αυτές τις ερωτήσεις θα πρέπει να απαντήσεις όσο πιο γρήγορα μπορείς!

**Συνέχεια** πατήστε Enter ↵

a.

6	4	3	6
3	9	7	5
1	6	2	0
3	7	5	2

Απαντήστε εδώ...

Σε κάθε ερώτηση της συγκεκριμένης δοκιμασίας παρουσιάζεται ένας πίνακας με αριθμούς και το παιδί καλείται να απαριθμήσει πόσες φορές εμφανίζεται ένας συγκεκριμένος αριθμός. Συγκεκριμένα, στα ερωτήματα της δοκιμασίας οπτικής προσοχής, τα παιδιά καλούνται να απαριθμήσουν πόσες φορές εμφανίζεται ένας μονοψήφιος αριθμός σε 6 διαφορετικούς πίνακες με διαστάσεις που ξεκινούν από 4x4 και φτάνουν έως 8x8.

**Δοκιμαστική Χορήγηση του Εργαλείου.** Τον Φεβρουάριο του 2020 πραγματοποιήθηκε δοκιμαστική χορήγηση του εργαλείου BrainMath σε μαθητές Β' και Γ' Δημοτικού (N = 24) ώστε να διασφαλιστεί η σωστή λειτουργία του εργαλείου. Καθ' όλη τη διάρκεια της χορήγησης, μια ομάδα τεσσάρων μεταπτυχιακών φοιτητών του τμήματος Ψυχολογίας, καθώς

επίσης και ο συντονιστής της έρευνας παρακολουθούσαν τη διαδικασία και παρείχαν επεξηγήσεις στους μαθητές όποτε αυτό ήταν απαραίτητο. Κατά τη δοκιμαστική χορήγηση εντοπίστηκαν αδυναμίες όσον αφορά τη ευκολία χρήσης του ηλεκτρονικού εργαλείου.

Η βασική αδυναμία εντοπίστηκε στη χρήση του ποντικιού. Σε κάθε δοκιμασία οι μαθητές έπρεπε να σύρουν τον δείκτη του ποντικιού στο ειδικό πλαίσιο, να κάνουν κλικ ώστε να ενεργοποιηθεί το πλαίσιο, να πληκτρολογήσουν την απάντηση τους και να κάνουν έπειτα κλικ στο κουμπί “Επόμενο”. Η δυσκολία στη χρήση του ποντικιού είχε ως αποτέλεσμα ο μέσος όρος ολοκλήρωσης της κλίμακας κατά τη δοκιμαστική χορήγηση να είναι 50 λεπτά και 20 δευτερόλεπτα. Ένα άλλο χαρακτηριστικό του εργαλείου στο οποίο αποδίδεται η υπέρβαση του μέσου χρόνου ολοκλήρωσης ήταν η αναπαραγωγή των βίντεο στη δοκιμασία Ανάκλησης Ακολουθίας Αριθμών, καθώς για να ξεκινήσει το βίντεο ο χρήστης έπρεπε πρώτα να πατήσει το κουμπί ‘Αναπαραγωγή’.

Με βάση τις παρατηρήσεις που έκανε η ομάδα χορήγησης κατά τη δοκιμαστική χορήγηση πραγματοποιήθηκαν αλλαγές στο σχεδιασμό του ηλεκτρονικού εργαλείου. Αρχικά ο τρόπος απάντησης των ερωτήσεων σχεδιάστηκε από την αρχή ώστε να μην χρειάζεται σε κανένα σημείο της χορήγησης χρήση του ποντικιού από τους μαθητές, καθώς φάνηκε να είναι ιδιαίτερα χρονοβόρο. Έτσι πλέον ο χρήστης μπορεί μόλις διαβάσει την εκφώνηση κάθε δραστηριότητας να πληκτρολογεί απευθείας την απάντηση και με το πλήκτρο ‘Enter’ να μεταβαίνει στην επόμενη δοκιμασία. Επιπλέον, στη δοκιμασία Ανάκλησης Ακολουθίας Αριθμών η αναπαραγωγή του βίντεο γίνεται πλέον αυτόματα, χωρίς να μπορεί να δοθεί εντολή για προβολή δεύτερη φορά. Τέλος έγιναν διορθώσεις στις εκφωνήσεις των δοκιμασιών ώστε να ελαχιστοποιηθεί η ανάγκη επεξηγήσεων από την ομάδα χορήγησης.

### *Διαδικασία Κύριας Έρευνας*

Η συλλογή δεδομένων πραγματοποιήθηκε κατά τους μήνες Φεβρουάριο, Μάρτιο, Οκτώβριο και Νοέμβριο του 2020. Συγκροτήθηκε αρχικά ομάδα χορήγησης η οποία εκπαιδεύτηκε πάνω στη χορήγηση του ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης. Εξασφαλίστηκε έγκαιρα η απαραίτητη άδεια από το Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων (αριθμός 160463 και 159443) για τη διεξαγωγή της έρευνας και εγκρίθηκε η προτεινόμενη λίστα με τις υποψήφιες σχολικές μονάδες για συμμετοχή στην κύρια έρευνα. Ακολούθησαν επαφές με τους διευθυντές των σχολικών μονάδων αρχικά και στη συνέχεια με τους εκπαιδευτικούς των αντίστοιχων τάξεων και τους καθηγητές/τριες Πληροφορικής. Όλοι οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα είχαν πρώτα προσκομίσει υπογεγραμμένο από γονέα ή κηδεμόνα το απαραίτητο έντυπο συγκατάθεσης.

Η χορήγηση πραγματοποιήθηκε σε ομάδες των 8 παιδιών κάθε φορά στην αίθουσα Η/Υ της εκάστοτε σχολικής μονάδας, παρουσία του εκπαιδευτικού Πληροφορικής του σχολείου. Η χορήγηση ξεκινούσε με μια παρουσίαση του περιβάλλοντος εργασίας του ηλεκτρονικού εργαλείου στους μαθητές και οδηγίες συμπλήρωσης με χρήση αποκλειστικά του πληκτρολογίου. Καθ' όλη τη διάρκεια της χορήγησης τα μέλη της ομάδας παρακολουθούσαν τη διαδικασία απαντώντας σε απορίες μαθητών και παρεμβαίνοντας όταν αυτό κρινόταν σκόπιμο. Η όλη διαδικασία δεν ξεπερνούσε τη 1 διδακτική ώρα. Ο μέσος χρόνος ολοκλήρωσης των δοκιμασιών του εργαλείου BrainMath κατά την κύρια έρευνα ήταν 32 λεπτά και 27 δευτερόλεπτα με τυπική απόκλιση τα 6 λεπτά και 11 δευτερόλεπτα. Καθ' όλη τη διαδικασία τηρήθηκε η ανωνυμία των συμμετεχόντων. Όλοι οι μαθητές ήταν ελεύθεροι να αποχωρήσουν αν το ήθελαν σε οποιοδήποτε στάδιο της χορήγησης.

## Αποτελέσματα

### Αποτελέσματα Πιλοτικής Έρευνας

#### *Συσχετίσεις Δοκιμασιών για την Αυτοσχέδια Κλίμακα Αξιολόγησης της Επίδοσης στα Μαθηματικά*

Προκειμένου να αξιολογηθεί σε συναφειακό επίπεδο η δομική εγκυρότητα της αυτοσχέδιας κλίμακας αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά για μαθητές Β΄ και Γ΄ τάξης του δημοτικού, υπολογίστηκαν αρχικώς οι συντελεστές συσχέτισης Pearson  $r$  (Πίνακας 8) μεταξύ των 8 διαφορετικών θεματικών ενοτήτων (δοκιμασιών).

### Πίνακας 8

#### *Συντελεστές Συσχέτισης για τις Δοκιμασίες της Κλίμακας Αξιολόγησης της Επίδοσης στα Μαθηματικά στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας*

	1	2	3	4	5	6	7	8
1.Μέτρηση	1.00							
2.Πρόσθεση	0.90	1.00						
3.Αφαίρεση	-0.07	0.51**	1.00					
4.Πολ/σμός	0.19	0.36**	0.48**	1.00				
5.Διαίρεση	0.16	0.40**	0.52**	0.70**	1.00			
6.Ακολουθίες	0.17	0.30**	0.29**	0.42**	0.38**	1.00		
7.Αριθμογραμμές	0.01	0.24*	0.25*	0.27*	0.36**	0.16	1.00	
8.Προβλήματα	0.10	0.32**	0.26*	0.42**	0.35**	0.48**	0.22*	1.00

\* Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.05, \*\* Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.01

Σχεδόν όλοι οι συντελεστές συσχέτισης βρέθηκαν στατιστικά σημαντικοί. Εξάιρεση αποτελεί η δοκιμασία Μέτρηση, η οποία δεν συμπεριλήφθηκε στη διαμόρφωση της τελικής κλίμακας αξιολόγησης. Η συγκεκριμένη δοκιμασία παρουσίασε ιδιαίτερα υψηλή συνάφεια με δοκιμασία της Πρόσθεσης. Επίσης, για τις υπόλοιπες μετρήσεις δεν παρουσιάστηκαν υψηλές συσχετίσεις (που η τιμή τους να είναι κοντά στο 1), αναδεικνύοντας ότι κάθε μια

δοκιμασία εξετάζει διαφορετικές μαθηματικές δεξιότητες. Τέλος, ο δείκτης αξιοπιστίας Cronbach's  $\alpha$  για τις 8 δοκιμασίες του τεστ ήταν 0.78, γεγονός που υποδηλώνει αποδεκτό επίπεδο εσωτερικής συνοχής.

### ***Συσχετίσεις Γνωστικών Δεξιοτήτων και Άγχους με την επίδοση στα Μαθηματικά.***

Για να διερευνήσουμε τους γνωστικούς παράγοντες που συνδέονται με την επίδοση στα Μαθηματικά για τους μαθητές Β' και Γ' τάξης του δημοτικού σχολείου, υπολογίσαμε τους συντελεστές συσχέτισης του Pearson για την παρατεταμένη Οπτική Προσοχή, τον Επαγωγικό Λογισμό (ιστορίες και γεωμετρικά σχήματα), την ικανότητα Νοερών Αριθμητικών Υπολογισμών, το Άγχος για τα Μαθηματικά και τη Μνήμη Εργασίας, σε σχέση με την Επίδοση στα Μαθηματικά (Πίνακας 9).

### **Πίνακας 9**

*Συντελεστές Συσχέτισης για τις Επιδόσεις στα Μαθηματικά, τις Γνωστικές Δεξιότητες και το Άγχος για τα Μαθηματικά στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας*

	1	2	3	4	5	6	7
1.Επίδοση στα Μαθηματικά	1.00						
2. Οπτική Προσοχή	0.37**	1.00					
3.Επαγωγικός Λογισμός (Ιστορίες)	0.04	0.08	1.00				
4.Επαγωγικός Λογισμός (Γεωμετρικά)	0.31**	0.27*	0.30**	1.00			
5.Νοερές Αριθμ. Δεξιότητες	0.54**	0.14	0.25*	0.31**	1.00		
6.Άγχος για τα Μαθηματικά	-0.26*	-0.08	-0.16	-0.21*	-0.30**	1.00	
7. Μνήμη Εργασίας	-0.42**	-0.09	-0.09	-0.31**	-0.39**	0.08	1.00

\* Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.05, \*\* Η συσχέτιση είναι σημαντική στο επίπεδο 0.01

Επιβεβαιώνοντας τις αρχικές μας προσδοκίες, η ανάλυση των δεδομένων ανέδειξε μέτρια θετική συσχέτιση μεταξύ της Επίδοσης στα Μαθηματικά και της ικανότητας Νοερών

Αριθμητικών Υπολογισμών ( $r = 0.54, p < 0.001$ ). Δεδομένου ότι η ικανότητα Νοερών Αριθμητικών Υπολογισμών μετρήθηκε με την αριθμητική κλίμακα του WISC, η παρουσία θετικής συσχέτισης αποτελεί δείγμα εγκυρότητας για την αυτοσχέδια κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά, υποδεικνύοντας ότι ανταποκρίνεται στο έργο για το οποίο κατασκευάστηκε.

Πιο συγκεκριμένα, η ανάλυση δεδομένων έδειξε ότι η ικανότητα Νοερών Αριθμητικών Υπολογισμών σχετίζεται κυρίως με τη Διαίρεση ( $r = 0.49, p < 0.001$ ), τον Πολλαπλασιασμό ( $r = 0.38, p < 0.001$ ) και τις Ακολουθίες ( $r = 0.38, p < 0.001$ ).

Επιπλέον, παρουσιάστηκε χαμηλή θετική συσχέτιση μεταξύ της επίδοσης στα Μαθηματικά και της Παρατεταμένης Οπτικής Προσοχής ( $r = 0.37, p < 0.001$ ), καθώς επίσης και με τον Επαγωγικό Λογισμό ( $r = 0.31, p < 0.01 [= 0.003]$ ). Η ανάλυση των δεδομένων ανέδειξε επίσης ότι υπήρξε χαμηλή αρνητική συσχέτιση μεταξύ της Επίδοσης στα Μαθηματικά και των ελλειμμάτων στη Μνήμη Εργασίας ( $r = -0.26, p < 0.05 [= 0.012]$ ).

Οι ενότητες του τεστ αξιολόγησης της Επίδοσης στα Μαθηματικά στις οποίες οι μαθητές με υψηλά επίπεδα άγχους είχαν τη χαμηλότερη βαθμολογία ήταν η Διαίρεση ( $r = -0.26, p < 0.05 [= 0.015]$ ), οι Ακολουθίες ( $r = -0.24, p < 0.05 [= 0.023]$ ) και η Αριθμογραμμή ( $r = -0.24, p < 0.05 [= 0.023]$ ). Τέλος, τα χαμηλά επίπεδα στη Μνήμη Εργασίας συσχετίστηκαν κυρίως με τις βασικές αριθμητικές πράξεις και συγκεκριμένα με τη Διαίρεση ( $r = -0.41, p < 0.001$ ), τον Πολλαπλασιασμό ( $r = -0.29, p < 0.01 [= 0.006]$ ) και την Αφαίρεση ( $r = -0.28, p < 0.01 [= 0.007]$ ).

### ***Πολλαπλή Ανάλυση Παλινδρόμησης***

Για την αξιολόγηση πιθανών προγνωστικών παραγόντων για την Επίδοση στα Μαθηματικά, πραγματοποιήθηκε Πολλαπλή Ανάλυση Παλινδρόμησης με τη μέθοδο “enter”

(Μυλωνάς, 2018). Στον Πίνακα 10 παρουσιάζεται η σύνοψη των αποτελεσμάτων μιας πολλαπλής ανάλυσης παλινδρόμησης με τις προβλεπτικές μετρήσεις Νοερές Αριθμητικές Δεξιότητες, Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή και Μνήμη Εργασίας να μετέχουν σε ένα ελεγχόμενο υπόδειγμα για την πρόβλεψη της Επίδοσης στα Μαθηματικά.

### Πίνακας 10

*Πολλαπλή Ανάλυση Παλινδρόμησης για την Πρόβλεψη της Επίδοσης στα Μαθηματικά στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας*

Μεταβλητή	<i>B</i>	95% Δ.Ε.	<i>β</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
Νοερές Αριθμητικές Δεξιότητες	0.81	[0.46, 1.17]	0.41	4.61	<0.001
Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή	0.44	[0.02, 0.07]	0.29	3.50	0.001
Μνήμη Εργασίας	0.12	[0.21, 0.03]	0.24	2.68	0.009

Το υπόδειγμα διαφέρει από το 0 όπως προκύπτει από το στατιστικό κριτήριο  $F(3,87) = 21.51, p < 0.001$ . Και οι τρεις επιλεγμένες προβλεπτικές μετρήσεις παρουσιάζουν στατιστική σημαντικότητα. Συνολικά, το μοντέλο με τις τρεις επιλεγμένες προγνωστικές μεταβλητές μπορεί να προβλέψει το 42.6 % της συνολικής διακύμανσης.

### *Διαφορές ως προς τη σχολική τάξη*

Για να διερευνηθεί κατά πόσο υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα σε μαθητές της Β' και της Γ' τάξης του δημοτικού σχολείου, όσον αφορά την επίδοσή τους στις κλίμακες που χορηγήθηκαν κατά την πιλοτική έρευνα, εφαρμόστηκε t-test για ανεξάρτητα δείγματα. Στον Πίνακα 11 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις για την επίδοση στα Μαθηματικά, τις γνωστικές δεξιότητες και το άγχος στα Μαθηματικά για τις δύο σχολικές τάξεις.



**Πίνακας 11**

*Σύγκριση της Επίδοσης στα Μαθηματικά και των Γνωστικών Δεξιοτήτων με βάση τη Σχολική Τάξη στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας*

Δοκιμασία	Σχολική Τάξη			
	B' Τάξη	(N=53)	Γ' Τάξη	(N=38)
	M.O.	T.A.	M.O.	T.A.
Επίδοση στα Μαθηματικά	22.38 (32)	5.80	27.68	4.11
Μέτρηση	3.77 (4)	0.64	3.63	0.67
Πρόσθεση	2.91 (4)	0.96	3.66	0.48
Αφαίρεση	1.62 (4)	1.24	3.05	1.11
Πολλαπλασιασμός	2.02 (4)	1.39	3.34	1.14
Διαίρεση	2.30 (4)	1.55	3.24	1.28
Ακολουθίες	3.57 (4)	0.84	3.87	0.41
Αριθμογραμμές	3.38 (4)	0.90	3.61	0.87
Προβλήματα	2.83 (4)	1.40	3.29	1.09
Οπτική Προσοχή	0.24 (1)	0.03	0.26	0.04
Επαγωγικός Λογισμός (Ιστορίες)	4.02 (5)	1.07	4.05	0.93
Επαγωγικός Λογισμός (Γεωμετρικά)	8.08 (12)	2.81	9.63	2.07
Νοερές Αριθμητικές Δεξιότητες	11.06 (19)	2.90	11.79	2.89
Άγχος για τα Μαθηματικά	20.89 (45)	5.54	18.24	6.02
Μνήμη Εργασίας	8.96 (60)	12.90	5.61	9.19

Στην παρένθεση φαίνεται η μέγιστη δυνατή βαθμολογία για κάθε δοκιμασία

Οι μαθητές της Γ' τάξης είχαν υψηλότερη επίδοση από τους μαθητές της Β' τάξης στα Μαθηματικά,  $t(89) = 4.83, p < 0.001$ , καθώς επίσης και σε επιμέρους δοκιμασίες Πρόσθεση,  $t(89) = 4.34, p < 0.001$ , Αφαίρεση,  $t(89) = 5.65, p < 0.001$ , Πολλαπλασιασμός,  $t(89) = 4.80, p < 0.001$ , Διαίρεση,  $t(89) = 3.04, p < 0.01 [= 0.003]$  και Ακολουθίες,  $t(89) = 2.04, p < 0.05 [= 0.045]$ . Ακόμα, οι μαθητές της Γ' τάξης είχαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση στη δοκιμασία Επαγωγικού Λογισμού με γεωμετρικά σχήματα  $t(89) = 2.95, p < 0.01 [= 0.004]$ .

### Διαφορές ως προς το φύλο

Για να διερευνηθεί κατά πόσο υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια, όσον αφορά την επίδοσή τους στις κλίμακες που χορηγήθηκαν κατά την πιλοτική έρευνα, εφαρμόστηκε t-test για ανεξάρτητα δείγματα. Στον Πίνακα 12 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις για την επίδοση στα μαθηματικά, τις γνωστικές δεξιότητες και το άγχος για τα μαθηματικά για τα δύο φύλα.

### Πίνακας 12

*Σύγκριση της Επίδοσης στα Μαθηματικά και των Γνωστικών Δεξιοτήτων με βάση το Φύλο στο Δείγμα της Πιλοτικής Έρευνας*

Δοκιμασία	Σχολική Τάξη			
	Αγόρια (N=42)		Κορίτσια (N=49)	
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
Επίδοση στα Μαθηματικά	25.55	5.60	23.78	5.85
Μέτρημα	3.71	0.55	3.71	0.74
Πρόσθεση	3.14	1.00	3.29	0.79
Αφαίρεση	2.48	1.37	2.00	1.37
Πολλαπλασιασμός	2.81	1.44	2.37	1.44
Διαίρεση	2.79	1.49	2.61	1.54
Ακολουθίες	3.95	.31	3.47	0.87
Αριθμογραμμές	3.33	1.10	3.59	0.68
Προβλήματα	3.36	1.01	2.73	1.44
Οπτική Προσοχή	0.24	0.04	0.25	0.04
Επαγωγικός Λογισμός (Ιστορίες)	4.07	1.03	4.00	1.00
Επαγωγικός Λογισμός (Γεωμετρικά)	9.15	2.25	8.35	2.90
Νοερές Αριθμητικές Δεξιότητες	12.00	3.11	10.86	2.66
Άγχος για τα Μαθηματικά	18.88	6.18	20.55	5.52
Μνήμη Εργασίας	8.19	10.83	7.02	12.25

Τα αγόρια παρουσίασαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση στη δοκιμασία Ακολουθίες,  $t(89) = 3.42, p = 0.001$ , καθώς επίσης και στη δοκιμασία προβλήματα,  $t(89) = 2.35, p < 0.05 [= 0.021]$ . Σε όλες τις υπόλοιπες δοκιμασίες για την επίδοση στα Μαθηματικά, καθώς επίσης και στις γνωστικές δοκιμασίες, δεν παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια.

### **Αποτελέσματα Κύριας Έρευνας**

#### ***Έλεγχος Ερωτήσεων με βάση τη Θεωρία Λανθανόντων Χαρακτηριστικών (Item Response Theory-IRT)***

Για την αξιολόγηση της δυσκολίας των ερωτημάτων θα βασιστούμε στη θεωρία της απόκρισης των ερωτήσεων (Item Response Theory). Για τον έλεγχο των ερωτημάτων η θεωρία χρησιμοποιεί τις χαρακτηριστικές καμπύλες (Item Characteristic Curves-ICC) οι οποίες αναφέρονται σε κάθε ερώτημα ξεχωριστά, σε σχέση πάντα με το λανθάνον χαρακτηριστικό. Μέσω των χαρακτηριστικών καμπυλών για τα ερωτήματα κάθε δοκιμασίας πρόκειται να τα ιεραρχήσουμε με βάση τη δυσκολία τους ως προς  $\theta$  (με το  $\theta$  να λαμβάνει τιμές από -4 έως 4) και να συνεκτιμήσουμε τη διαφοροποιητική ισχύ για κάθε ένα από τα ερωτήματα.

Η παράμετρος δυσκολίας  $b$  για κάθε ερώτηση ορίζεται ως το σημείο καμπής της αντίστοιχης χαρακτηριστικής καμπύλης από κοίλη σε κυρτή, ή αλλιώς το σημείο του οριζόντιου άξονα το οποίο αντιστοιχίζει την καμπύλη στο σημείο 0.5 του κάθετου άξονα.

Η διακριτική ικανότητα (ή αλλιώς διακριτική ισχύς) σχετίζεται με το πόσο μπορεί ένα ερώτημα να διαχωρίσει τους ερωτηθέντες σε σχέση με το αν έχουν ικανότητα μεγαλύτερη ή μικρότερη από τη θέση που κατέχει το συγκεκριμένο ερώτημα στην κλίμακα ικανότητας. Η διακριτική ικανότητα χαρακτηρίζεται ως πολύ χαμηλή για τιμές 0.01-0.34, χαμηλή για τιμές

0.35-0.64, μέση για τιμές 0.65-1.34, υψηλή για τιμές 1.35-1.69 και πολύ υψηλή για τιμές μεγαλύτερες του 1.70 (Baker, 2001).

Το μοντέλο Rasch, μια ειδική περίπτωση του μονοδιάστατου λανθάνοντος χαρακτηριστικού μοντέλου, ‘διορθώνει’ τη διακριτική ικανότητα κάθε ερώτησης (item) θεωρώντας πώς όλες οι ερωτήσεις έχουν την ίδια διακριτική ικανότητα, σαν ένα είδος μέσου όρου των διακριτικών ικανοτήτων των ερωτήσεων, σχηματίζοντας έτσι μια ιδανική συνθήκη. Ερωτήματα με ασυνήθιστα υψηλή διακριτική ικανότητα θεωρούνται ακατάλληλα για τη δοκιμασία (Masters, 1988).

Στα διπαραμετρικά μοντέλα, όπου εξετάζονται η διακριτική ικανότητα ( $\alpha$ ) και η θέση ( $b$ ) του ερωτήματος στην κλίμακα δυσκολίας, η συνάρτηση γράφεται ως εξής:

$$p(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-L}} = \frac{1}{1 + e^{-\alpha(\theta-b)}} = \frac{e^{\alpha(\theta-b)}}{1 + e^{\alpha(\theta-b)}}$$

όπου  $L$  η λογιστική απόκλιση  $\alpha(\theta - b)$ . Για τα μονοπαραμετρικά μοντέλα, η παράμετρος που αντιστοιχεί στη διακριτική ικανότητα θεωρείται σταθερή και αντικαθίσταται με την τιμή 1 ή 1.7 σε άλλες περιπτώσεις (Κασσωτάκης, 2010).

Οι αναλύσεις πραγματοποιήθηκαν με το στατιστικό πακέτο *ltm* (Rizopoulos, 2006).

Στον Πίνακα 13 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Πρόσθεση, ενώ στο Σχήμα 16 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

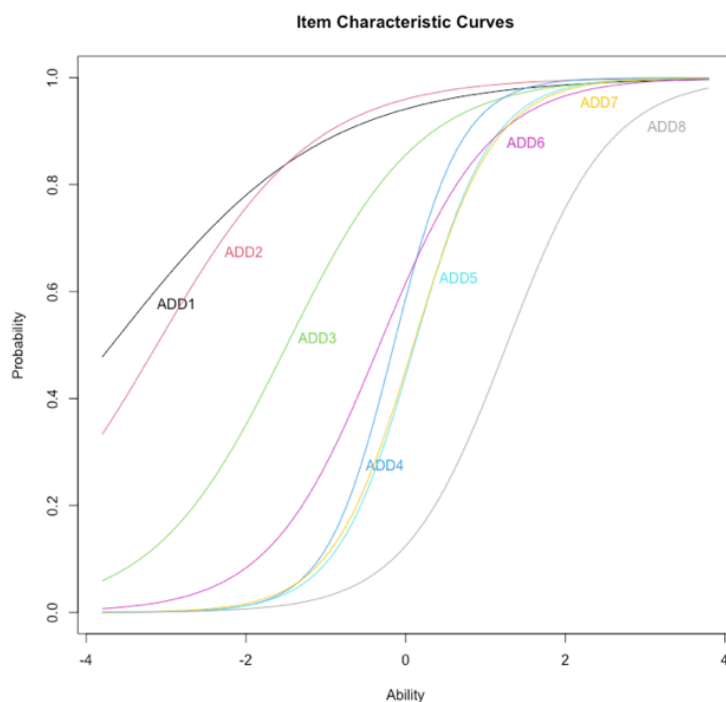
### Πίνακας 13

Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Πρόσθεση με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
ADD1	-3.68	0.75
ADD2	-3.12	1.02
ADD3	-1.49	1.20
ADD6	-0.33	1.44
ADD4	-0.15	2.36
ADD7	0.10	1.95
ADD5	0.11	2.06
ADD8	1.27	1.54

### Σχήμα 16

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Πρόσθεση



Από τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Πρόσθεση, 5 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή για τον δείκτη δυσκολίας και 3 ερωτήσεις είχαν θετική τιμή, γεγονός το οποίο συνηγορεί στην ύπαρξη αρνητικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας.

Παρατηρείται μια διαφοροποίηση στη σειρά δυσκολίας των ερωτήσεων σε σύγκριση με την αρχική, καθώς φάνηκε ότι η πρόσθεση 2 μεγάλων διψήφιων με κρατούμενο δυσκόλεψε περισσότερο τους μαθητές από ότι η πρόσθεση 3 ή 4 μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών χωρίς κρατούμενο. Τέλος, τη μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα παρουσιάζουν οι ερωτήσεις ADD4, ADD5 και ADD7, ενώ οι ερωτήσεις ADD1, ADD2 και ADD3 παρουσιάζουν μέση διακριτική ικανότητα.

Στον Πίνακα 14 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Αφαίρεση, ενώ στο Σχήμα 17 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

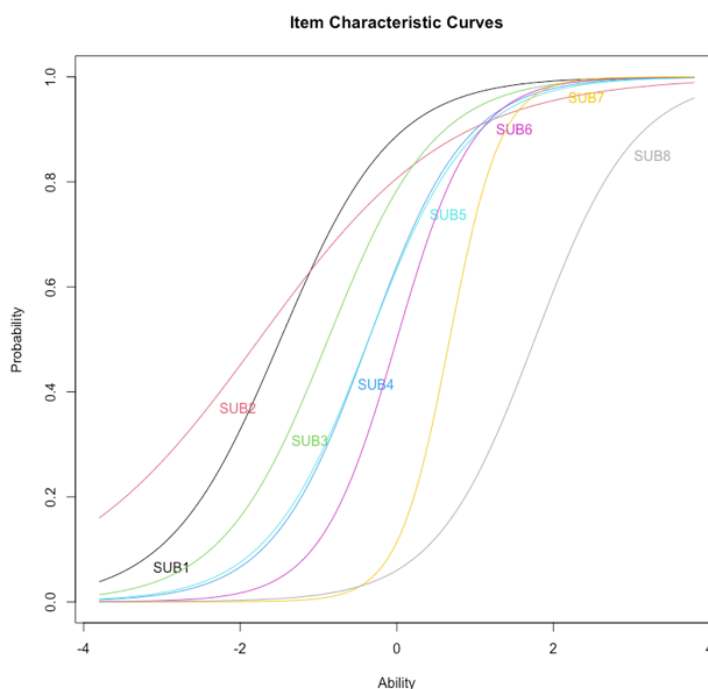
#### **Πίνακας 14**

*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Αφαίρεση με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
SUB2	-1.76	0.81
SUB1	-1.49	1.39
SUB3	-0.88	1.47
SUB4	-0.36	1.61
SUB5	-0.36	1.53
SUB6	0.00	2.04
SUB7	0.68	3.05
SUB8	1.76	1.56

## Σχήμα 17

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Αφαίρεση



Από τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Αφαίρεση, 5 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή για τον δείκτη δυσκολίας, μία ερώτηση είχε μηδενική τιμή και 2 ερωτήσεις είχαν θετική τιμή, γεγονός το οποίο συνηγορεί στην ύπαρξη αρνητικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας. Όσον αφορά τη σειρά των ερωτημάτων υπάρχει σχεδόν ταύτιση με την αρχική σειρά, με εξαίρεση την αντιστροφή των ερωτημάτων SUB1 και SUB2. Ακόμα, η ταύτιση στο επίπεδο δυσκολίας για τις ερωτήσεις SUB4 και SUB5 έρχεται σε αντίθεση με την προσδοκώμενη κλιμάκωση στη δυσκολία των ερωτήσεων της δοκιμασίας. Τέλος, τη μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα παρουσιάζουν οι ερωτήσεις SUB7 και SUB6, ενώ η ερώτηση SUB2 παρουσιάζει μέση διακριτική ικανότητα.

Στον Πίνακα 15 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός, ενώ στο Σχήμα 18 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

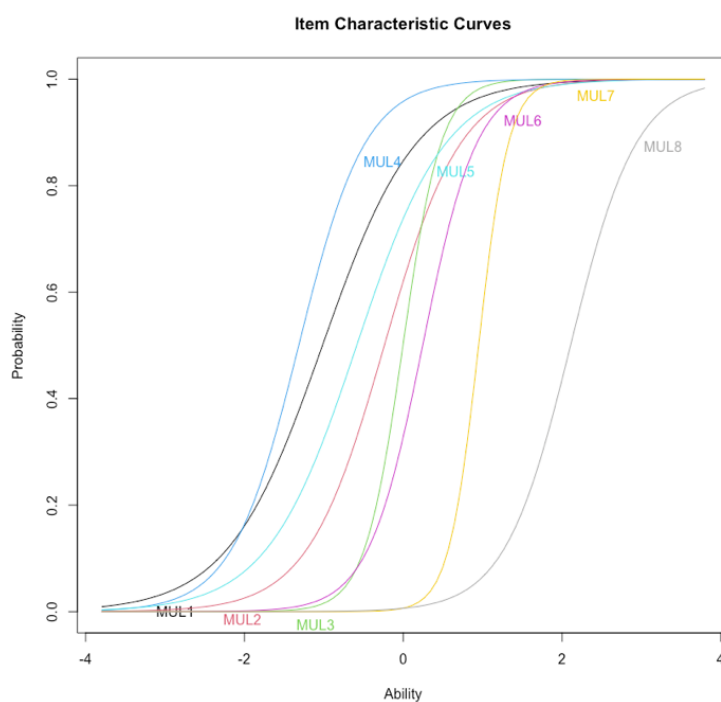
### Πίνακας 15

Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
MUL4	-1.32	2.38
MUL1	-1.02	1.68
MUL5	-0.59	1.77
MUL2	-0.24	2.07
MUL3	0.00	4.15
MUL6	0.25	2.93
MUL7	0.95	5.31
MUL8	2.11	2.41

### Σχήμα 18

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός



Από τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός, 4 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή για τον δείκτη δυσκολίας, μία ερώτηση είχε μηδενική τιμή και 3 ερωτήσεις είχαν θετική τιμή, γεγονός το οποίο συνηγορεί στην ύπαρξη μιας ελαφρά αρνητικής ασυμμετρίας για το



ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας. Όσον αφορά τη σειρά δυσκολίας, παρατηρείται μετακίνηση των ερωτήσεων MUL4 και MUL5 προς τα πάνω, γεγονός το οποίο αποδίδεται στο ότι από τις αρχές κιάλας της Β τάξης δίνεται έμφαση στην έννοια του διπλάσιου ενός αριθμού, καθώς επίσης και στην προπαίδεια του 11. Τέλος, όλες οι ερωτήσεις παρουσίασαν υψηλή ή πολύ υψηλή διακριτική ικανότητα, με τις μεγαλύτερες τιμές να καταγράφονται για τις ερωτήσεις MUL7, MUL3 και MUL6.

Στον Πίνακα 16 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Διαίρεση, ενώ στο Σχήμα 19 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

### Πίνακας 16

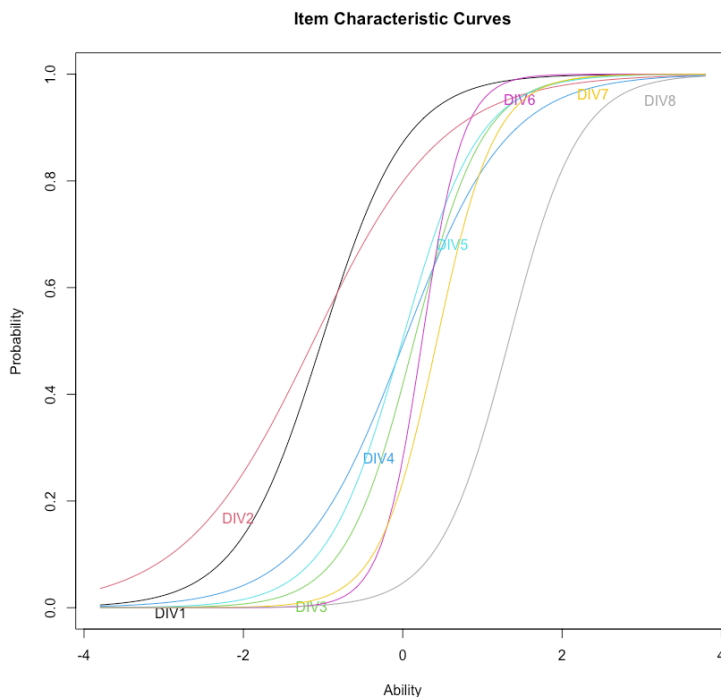
*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Διαίρεση με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο*

*Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
DIV2	-1.12	1.23
DIV1	-1.02	1.89
DIV5	-0.01	2.08
DIV4	0.02	1.55
DIV3	0.14	2.32
DIV6	0.24	3.91
DIV7	0.43	2.75
DIV8	1.33	2.28

## Σχήμα 19

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Διάρθρωση



Από τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Διάρθρωση, 3 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή για τον δείκτη δυσκολίας και 5 ερωτήσεις είχαν θετική τιμή, γεγονός το οποίο συνηγορεί στην ύπαρξη θετικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας. Όσον αφορά τη σειρά δυσκολίας των ερωτήσεων, προέκυψε ότι ήταν πιο εύκολο για τους μαθητές να υπολογίσουν το μισό του 44 από ότι το μισό του 30. Επίσης, η ερώτηση DIV5 βρέθηκε ψηλότερα από την αρχική της θέση, υποδεικνύοντας μεγαλύτερη εξοικείωση των μαθητών με την προπαίδεια του 5. Τέλος, οι ερωτήσεις DIV6, DIV7, DIV3 και DIV8 παρουσίασαν την υψηλότερη διακριτική ικανότητα για τη δοκιμασία.

Στον Πίνακα 17 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες, ενώ στο Σχήμα 20 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

### Πίνακας 17

Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες με τη χρήση του

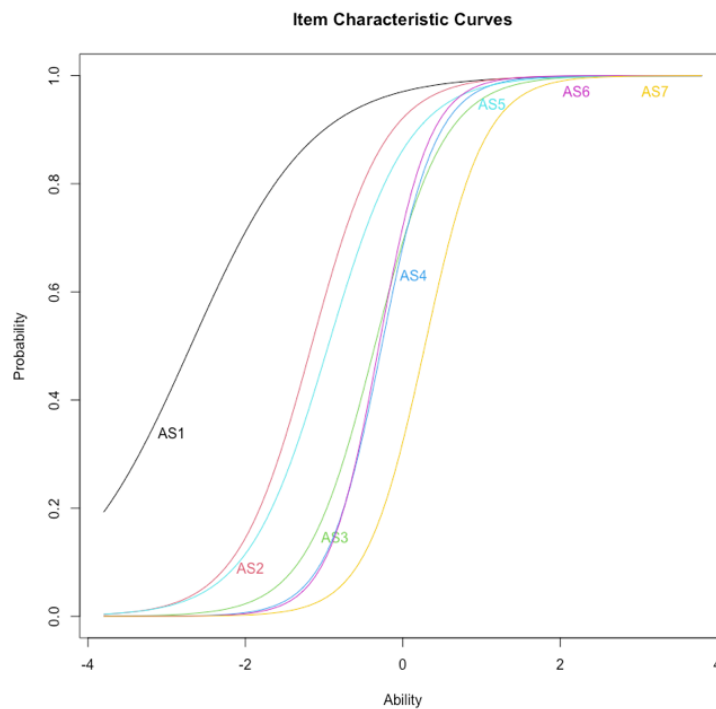
Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
AS1	-2.69	1.30
AS2	-1.16	2.12
AS5	-0.95	1.94
AS3	-0.36	2.28
AS6	-0.30	3.13
AS4	-0.27	2.88
AS7	0.28	2.65

### Σχήμα 20

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Αριθμητικές

Ακολουθίες



Η ύπαρξη 6 ερωτήσεων με αρνητική τιμή και 1 ερώτησης με θετική τιμή, σε ότι αφορά το επίπεδο δυσκολίας, συνηγορεί στην ύπαρξη αρνητικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα

συχνότητας της δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες. Η παρουσία των ερωτήσεων AS5 και AS6 ψηλότερα σε σχέση με την αρχική τους θέση υποδεικνύει ότι όσο μικρότερη η απόλυτη τιμή της διαφοράς ανάμεσα σε 2 διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής ακολουθίας (προόδου) τόσο πιο μεγάλο το ποσοστό επιτυχίας για τους μαθητές, ανεξάρτητα αν πρόκειται για θετική ή αρνητική σταθερή διαφορά. Ακόμα, η πολύ μικρή διαφοροποίηση που παρατηρείται στο επίπεδο δυσκολίας των ερωτήσεων AS3, AS4 και AS6 έρχεται σε αντίθεση με την προσδοκώμενη κλιμάκωση στη δυσκολία των ερωτήσεων της δοκιμασίας. Τέλος, η ερώτηση AS1 είχε μέση διακριτική ικανότητα, ενώ όλες οι υπόλοιπες είχαν πολύ υψηλή, με τις μεγαλύτερες τιμές να καταγράφονται για τις ερωτήσεις AS6, AS4 και AS7.

Στον Πίνακα 18 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες, ενώ στο Σχήμα 21 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

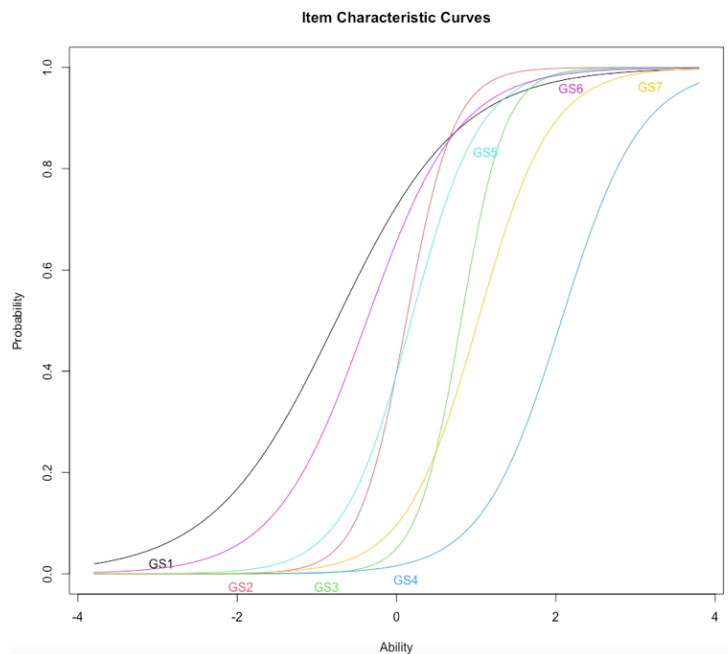
### Πίνακας 18

*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
GS1	-0.76	1.29
GS6	-0.37	1.73
GS2	0.12	3.37
GS5	0.18	2.33
GS3	0.81	3.64
GS7	1.02	2.18
GS4	2.07	1.99

## Σχήμα 21

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες



Η ύπαρξη 2 ερωτήσεων με αρνητική τιμή και 5 ερωτήσεων με θετική τιμή, σε ότι αφορά το επίπεδο δυσκολίας, συνηγορεί στην ύπαρξη θετικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες. Η παρουσία των ερωτήσεων GS5 και GS6 σε υψηλότερη θέση από αυτή που βρίσκονταν αρχικά, αλλά και η παρουσία της ερώτησης GS4 σε χαμηλότερη θέση στη λίστα από ότι αρχικά, υποδεικνύουν ότι όσο μεγαλύτερο το 'άλμα' (μεγαλύτερος λόγος για τις αύξουσες ή μικρότερος λόγος για τις φθίνουσες) από έναν όρο στον επόμενο στις γεωμετρικές ακολουθίες (προόδους), τόσο πιο δύσκολη και η ερώτηση, ανεξάρτητα αν πρόκειται για γεωμετρική ακολουθία με σταθερό λόγο  $\lambda$  μεγαλύτερο του 1 (αύξουσα) ή μικρότερο του 1 (φθίνουσα). Τέλος, η ερώτηση GS1 είχε μέση διακριτική ικανότητα, ενώ όλες οι υπόλοιπες είχαν πολύ υψηλή, με τις μεγαλύτερες τιμές να καταγράφονται για τις ερωτήσεις GS3, GS2 και GS5.

Στον Πίνακα 19 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών, ενώ στο Σχήμα 22 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

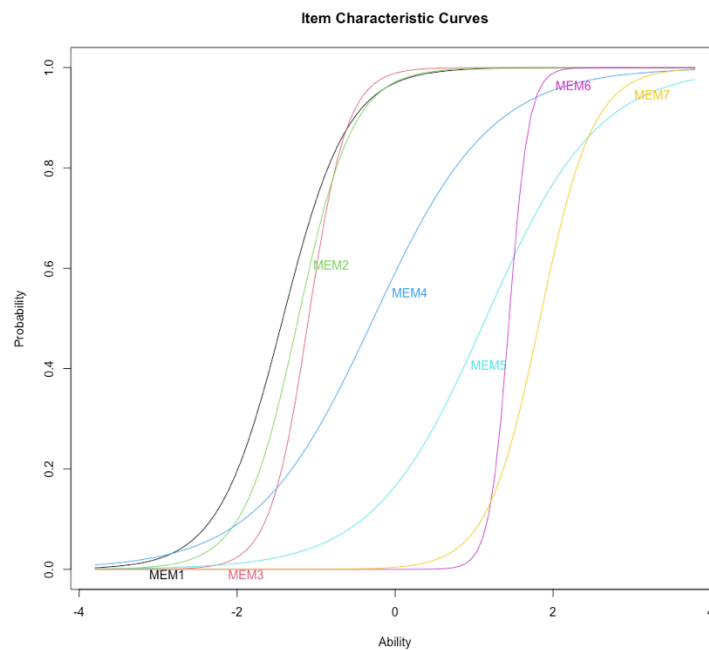
### Πίνακας 19

*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
MEM1	-1.42	2.44
MEM2	-1.23	2.88
MEM3	-1.10	4.10
MEM4	-0.27	1.34
MEM5	1.15	1.41
MEM6	1.45	8.12
MEM7	1.84	2.99

### Σχήμα 22

*Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών*



Το επίπεδο δυσκολίας για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών είναι σχετικά ικανοποιητικό, παρουσιάζοντας 4 αρνητικές τιμές και 3 θετικές. Ωστόσο υποδεικνύει αρνητική ασυμμετρία, λαμβάνοντας υπόψιν και την ελαφρώς μεγαλύτερη κατά μέσο όρο τιμή των θετικών δεικτών σε σύγκριση με τους αρνητικούς. Η σειρά δυσκολίας είναι ακριβώς η ίδια με την αρχική, κάτι που ήταν απολύτως αναμενόμενο καθώς η δυσκολία της κάθε ερώτησης σχετίζεται άμεσα τον αριθμό των ψηφίων που καλείται να ανακαλέσει στη μνήμη του ο μαθητής. Η ερώτηση MEM3 παρουσίασε μεγαλύτερη δυσκολία από την ερώτηση MEM2, πράγμα που αναμέναμε, καθώς ενώ πρόκειται για ερωτήσεις με 3 αριθμούς η κάθε μία, στην μεν MEM2 οι αριθμοί είναι τοποθετημένοι σε αύξουσα σειρά, στη δε MEM2 οι αριθμοί είναι τοποθετημένοι σε τυχαία σειρά. Σχεδόν όλες οι ερωτήσεις παρουσίασαν πολύ υψηλή διακριτική ικανότητα, με τις υψηλότερες τιμές να καταγράφονται στις ερωτήσεις MEM6, MEM3, MEM7 και MEM2.

Στον Πίνακα 20 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων, ενώ στο Σχήμα 23 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

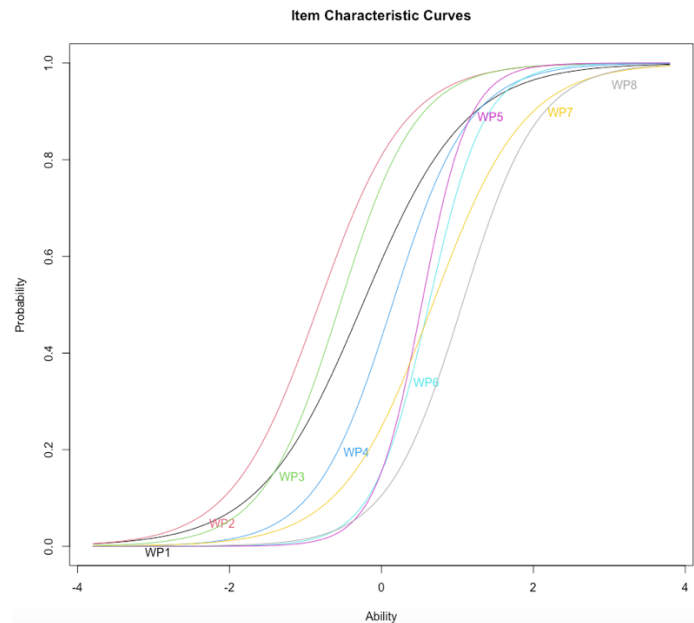
## Πίνακας 20

*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
WP2	-0.82	1.74
WP3	-0.55	1.98
WP1	-0.25	1.47
WP4	0.14	1.96
WP5	0.53	3.23
WP6	0.62	2.73
WP7	0.67	1.66
WP8	1.06	2.02

## Σχήμα 23

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 8 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων



Από τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων, 3 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή για τον δείκτη δυσκολίας και 5 ερωτήσεις είχαν θετική τιμή, γεγονός το οποίο συνηγορεί στην ύπαρξη θετικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας. Ακόμα, η μικρή διαφοροποίηση που παρατηρείται στο επίπεδο δυσκολίας όλων των ερωτήσεων και ιδιαίτερα στις ερωτήσεις WP5, WP6 και WP7, έρχεται σε αντίθεση με την προσδοκώμενη κλιμάκωση στη δυσκολία των ερωτήσεων της δοκιμασίας. Όσον αφορά τη δυσκολία των ερωτήσεων, η παρουσία της ερώτησης WP1 χαμηλότερα από την αρχική της θέση, υποδεικνύει ότι τα προβλήματα που ανάγονται στην αφαίρεση έχουν χαμηλότερο ποσοστό επιτυχίας από τα προβλήματα που ανάγονται σε πρόσθεση. Όλες οι ερωτήσεις παρουσιάζουν υψηλή ή πολύ υψηλή διακριτική ικανότητα, με τις μεγαλύτερες τιμές να καταγράφονται για τις ερωτήσεις WP5, WP6 και WP8.



Στον Πίνακα 21 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Αριθμογραμμές, ενώ στο Σχήμα 24 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

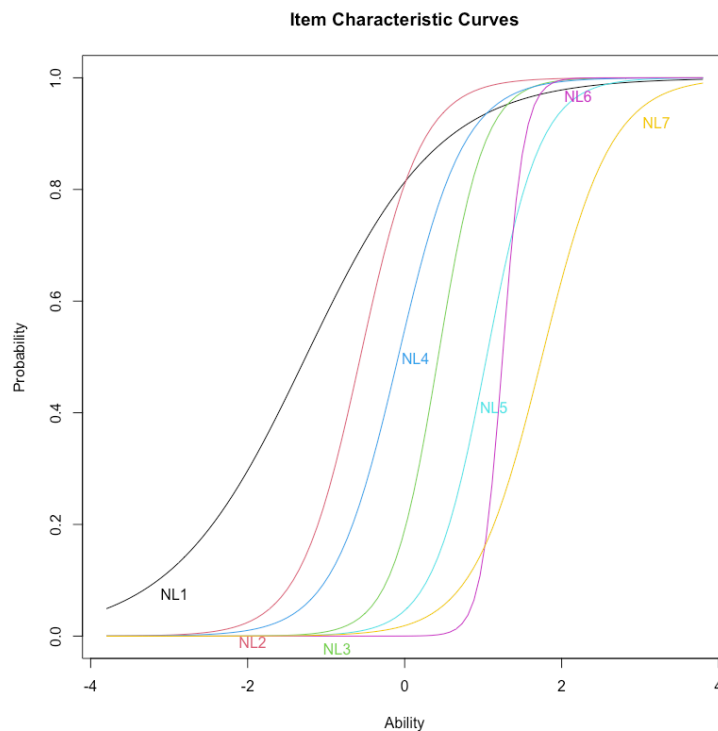
### Πίνακας 21

*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Αριθμογραμμές με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
NL1	-1.26	1.17
NL2	-0.56	2.57
NL4	-0.08	2.39
NL3	0.43	3.40
NL5	1.04	2.91
NL6	1.25	7.34
NL7	1.75	2.27

### Σχήμα 24

*Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 7 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Αριθμογραμμές*



Από τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Αριθμογραμμές, 3 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή για τον δείκτη δυσκολίας και 4 ερωτήσεις είχαν θετική τιμή, γεγονός το οποίο συνηγορεί στην ύπαρξη θετικής ασυμμετρίας για το ιστόγραμμα συχνότητας της δοκιμασίας. Η σειρά των ερωτήσεων με βάση το επίπεδο δυσκολίας ήταν η ίδια με την αρχική σειρά, με εξαίρεση την αντιστροφή των ερωτήσεων NL3 και NL4, η οποία μπορεί να αποδοθεί στο γεγονός ότι ο αριθμός που αναζητάται σε μια αριθμογραμμή σε συνάρτηση με την πληροφορία που δίνεται μπορεί να επηρεάσει περισσότερο τη δυσκολία της ερώτησης από ότι το μέγεθος της αριθμογραμμής. Η ερώτηση NL1 παρουσίασε μέση διακριτική ικανότητα, ενώ οι υπόλοιπες ερωτήσεις παρουσίασαν πολύ υψηλή διακριτική ικανότητα, με τις ερωτήσεις NL6, NL3 και NL5 να καταγράφουν τις μεγαλύτερες τιμές.

Στον Πίνακα 22 παρατίθεται το επίπεδο δυσκολίας και η διακριτική ικανότητα για κάθε ερώτηση της δοκιμασίας Οπτική Προσοχή, ενώ στο Σχήμα 25 παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες για τις ίδιες ερωτήσεις.

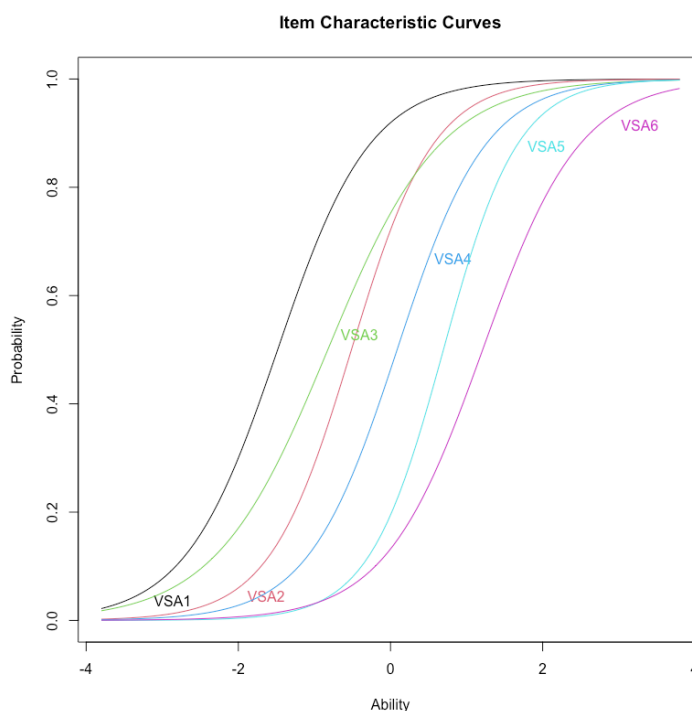
## Πίνακας 22

*Αξιολόγηση της Διαβάθμισης της Δοκιμασίας Οπτική Προσοχή με τη χρήση του Μοντέλου IRT στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερώτηση	Επίπεδο Δυσκολίας	Διακριτική Ικανότητα
VSA1	-1.48	1.64
VSA3	-0.82	1.35
VSA2	-0.51	1.85
VSA4	0.09	1.70
VSA5	0.70	2.04
VSA6	1.21	1.56

## Σχήμα 25

Χαρακτηριστικές Καμπύλες Απόκρισης για τις 6 ερωτήσεις της Δοκιμασίας Οπτική Προσοχή



Το επίπεδο δυσκολίας των ερωτήσεων της δοκιμασίας Οπτική Προσοχή ήταν αρκετά ικανοποιητικό, καθώς 3 ερωτήσεις είχαν αρνητική τιμή και 3 ερωτήσεις θετική τιμή. Η σειρά δυσκολίας των ερωτήσεων ήταν ίδια με την αρχική σειρά, με μοναδική εξαίρεση την αντιστροφή των ερωτήσεων VSA2 και VSA3. Οι ερωτήσεις VSA1, VSA3 και VSA6 παρουσίασαν υψηλή διακριτική ικανότητα, ενώ οι ερωτήσεις VSA2, VSA4 και VSA5 πολύ υψηλή.

Συνοψίζοντας, ο έλεγχος που πραγματοποιήθηκε στις ερωτήσεις κάθε δοκιμασίας με βάση τη Θεωρία Λανθανόντων Χαρακτηριστικών, είχε ως στόχο να διερευνήσει κατά πόσο οι ερωτήσεις της κλίμακας εκτιμούν διάφορες πλευρές του λανθάνοντος χαρακτηριστικού, συσχετιζόμενες ταυτόχρονα με αυτό (Μυλωνάς, 2012). Πραγματοποιήθηκε επανιεράρχηση των ερωτήσεων, όπου αυτό ήταν απαραίτητο με βάση το επίπεδο δυσκολίας, ώστε πλέον οι ερωτήσεις να παρουσιάζονται από την ευκολότερη προς την δυσκολότερη κλιμακωτά.

Τέλος, θεωρείται ενθαρρυντικό το γεγονός ότι δεν παρουσιάστηκαν ερωτήσεις οι οποίες να υστερούν ως προς τη διακριτική τους ισχύ.

### ***Έλεγχος Κανονικότητας***

Για να διασφαλιστεί ότι τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται ακολουθούν την κανονική κατανομή, πριν από την εκτέλεση παραμετρικών δοκιμών, χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό τεστ Shapiro-Wilk, το οποίο προτείνεται ως το πιο ισχυρό τεστ για τον έλεγχο της κανονικότητας των δεδομένων (Keskin, 2006. Yap & Sim, 2011) αποτελώντας μια βελτίωση στον αλγόριθμο προσαρμογής καμπύλης Kolmogorov-Smirnov (Saculinggan & Balase, 2013).

Δεδομένου ότι για μεγάλο μέγεθος δείγματος ( $N > 300$ ) το στατιστικό κριτήριο Shapiro-Wilk παρουσιάζει μεγάλη ευαισθησία (Ahad et al., 2011. Kim, 2013) και τείνει να δίνει στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα (απορρίπτοντας τη μηδενική υπόθεση σύμφωνα με την οποία το δείγμα προέρχεται από την κανονική κατανομή) θα πρέπει να ελεγχθεί η τιμή του  $W$  και όχι η τιμή του  $p$ . Για τις τιμές του  $W$  πολύ κοντά στο 1,00 μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η κατανομή του δείγματος προσεγγίζει την κανονική κατανομή (Ρούσσος & Τσαούσης, 2011). Η τιμή του  $W$  για τη συνολική βαθμολογία ήταν 0.99, ενώ για τις επιμέρους δοκιμασίες η χαμηλότερη τιμή καταγράφηκε για τις Αριθμητικές Ακολουθίες ( $w = 0.89, p < 0.001$ ) και ακολουθούν οι Γεωμετρικές Ακολουθίες ( $w = 0.93, p < 0.001$ ) και η Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών ( $w = 0.93, p < 0.001$ ).

Ελέγχθηκαν επίσης τα ιστογράμματα της κατανομής συχνότητας ως προς τη μορφή τους, καθώς και τα Q-Q διαγράμματα (Quantile-Quantile Plots) σαν μια κανονική ποσοστημοριακή συναπεικόνιση παρατηρούμενων και αναμενόμενων αρχικών τιμών (Μυλωνάς, 2018). Όπως φαίνεται από τα γραφήματα Q-Q για τη συνολική βαθμολογία, καθώς επίσης και για τις επιμέρους δοκιμασίες της κλίμακας (Παράρτημα Β), τα σημεία

συγκεντρώνονται κατά μήκος της διαγωνίου που αναπαριστά τη θεωρητική κανονική κατανομή σε ικανοποιητικό βαθμό υποδεικνύοντας ότι οι μεταβλητές σχηματίζουν κανονική κατανομή. Ωστόσο παρατηρήθηκαν αποκλίσεις, κυρίως στα διαγράμματα της δοκιμασίας πρόσθεση και της δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες.

Υπολογίστηκε για την κλίμακα, καθώς επίσης και για τις επιμέρους υποκλίμακες ο δείκτης ασυμμετρίας για κάθε κατανομή συχνότητας μέσω του προσαρμοσμένου τυποποιημένου συντελεστή ροπής Fisher-Pearson (Doane & Seward, 2011)

$$\text{Ασυμμετρία} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$

μαζί με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα μέτρησης

$$T\Sigma_{\text{Ασυμμετρίας}} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}}$$

και ο δείκτης κύρτωσης για κάθε κατανομή συχνότητας (Sheskin, 2020)

$$\text{Κύρτωση} = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

μαζί με το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα μέτρησης

$$T\Sigma_{\text{Κύρτωσης}} = 2(T\Sigma_{\text{Ασυμμετρίας}}) \sqrt{\frac{n^2 - 1}{(n-3)(n+5)}}$$

Η στατιστική σημαντικότητα της ασυμμετρίας ή της κύρτωσης κρίθηκε μέσω της σύγκρισης του λόγου του εκάστοτε δείκτη προς το αντίστοιχο τυπικό σφάλμα, με την κρίσιμη τιμή ( $\pm 1.96$ ) για το επίπεδο σημαντικότητας 0.05 (Cramer, 2002).

Δεδομένου ότι πρόκειται για μεγάλο δείγμα ( $N > 300$ ) μπορούμε να δεχτούμε ότι μια μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή με κριτήριο οι τιμές για την ασυμμετρία και την κύρτωση να βρίσκονται εντός του εύρους από -2 έως 2, ή με πιο αυστηρό κριτήριο εντός του εύρους από -1 έως 1 (Μυλωνάς, 2018. Ρούσσοι & Τσαούσης, 2011. Gravetter &

Wallnau, 2014). Οι τιμές για την ασυμμετρία και την κύρτωση στη συνολική βαθμολογία ήταν εντός του εύρους από -1 έως 1, καθώς επίσης και για τις επιμέρους δοκιμασίες, με εξαίρεση την κύρτωση στην Διαίρεση, όπου καταγράφηκε τιμή -1.05 και για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες, όπου καταγράφηκε τιμή -1.02.

Κατά τον έλεγχο της κανονικότητας παρουσιάστηκαν αποκλίσεις από την κανονική κατανομή σε κάποιες μεταβλητές. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην ευαισθησία κάποιων κριτηρίων στο μεγάλο μέγεθος δείγματος, ή ακόμα και στο γεγονός ότι υπήρχαν μεταβλητές, όπως η Οπτική Προσοχή, με 7 διαφορετικές δυνατές τιμές (από 0 έως 6), αριθμό που περισσότερο τείνει σε κατηγορική μεταβλητή παρά σε συνεχή. Ωστόσο, το μέγεθος του δείγματος, καθώς επίσης και η συνολική εικόνα που προκύπτει από τη μελέτη των ιστογραμμάτων, των διαγραμμάτων Q-Q, της ασυμμετρίας, της κύρτωσης και των αντίστοιχων σφαλμάτων, δημιουργούν τις προϋποθέσεις για την εφαρμογή παραμετρικών κριτηρίων.

### ***Διαφορές ως προς το Φύλο***

Για να διερευνηθεί κατά πόσο υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια, όσον αφορά την επίδοσή τους στην κλίμακα BrainMath, εφαρμόστηκε t-test για ανεξάρτητα δείγματα. Στον Πίνακα 23 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις για τις επιμέρους δοκιμασίες καθώς επίσης και για τη συνολική βαθμολογία για τα 2 φύλα.

**Πίνακας 23**

*Μέσος Όρος και Τυπική Απόκλιση ως προς το Φύλο στις επιμέρους Δοκιμασίες του Εργαλείου Αξιολόγησης BrainMath στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Δοκιμασία	Φύλο			
	Αγόρια		Κορίτσια	
	M.O.	T.A.	M.O.	T.A.
Πρόσθεση	5.30 (8)	1.81	4.54	1.96
Αφαίρεση	4.80 (8)	1.96	4.02	2.06
Πολ/σμός	4.39 (8)	2.21	3.55	2.09
Διαίρεση	4.09 (8)	2.49	3.62	2.30
Αριθμ. Ακολουθίες	4.87 (7)	2.09	4.65	2.00
Γεωμ. Ακολουθίες	2.77 (7)	2.06	2.61	1.92
Ανάκληση Αριθμών	3.40 (7)	1.51	3.67	1.45
Προβλήματα	3.80 (8)	2.51	3.29	2.27
Αριθμογραμμές	2.80 (7)	1.96	2.60	1.78
Οπτική Προσοχή	3.00 (6)	1.71	3.38	1.60
Συνολική Βαθμολογία	39.22 (74)	15.25	35.92	14.13

Στην παρένθεση φαίνεται η μέγιστη δυνατή βαθμολογία για κάθε δοκιμασία

Τα αγόρια παρουσίασαν υψηλότερη συνολική βαθμολογία σε σχέση με τα κορίτσια,  $t(407) = 2.254, p < 0.05 [= 0.025]$ . Στις επιμέρους δοκιμασίες της κλίμακας τα αγόρια είχαν υψηλότερη επίδοση στην Πρόσθεση,  $t(407) = 4.105, p < 0.001$ , στην Αφαίρεση,  $t(407) = 3.887, p < 0.001$ , στον Πολλαπλασιασμό  $t(407) = 3.928, p < 0.001$  και στην Επίλυση Προβλημάτων,  $t(407) = 2.129, p < 0.05 [= 0.034]$ . Τα κορίτσια από την άλλη είχαν υψηλότερη επίδοση στην Οπτική Προσοχή,  $t(407) = -2.294, p < 0.05 [= 0.025]$ . Στις υπόλοιπες δοκιμασίες δεν παρατηρήθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά στην επίδοση ανάμεσα στα 2 φύλα.

### Διαφορές ως προς τη Σχολική Τάξη

Για να διερευνηθεί κατά πόσο υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά ανάμεσα σε μαθητές της Β΄ και της Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου, όσον αφορά την επίδοσή τους στην κλίμακα BrainMath, εφαρμόστηκε t-test για ανεξάρτητα δείγματα. Στον Πίνακα 24 παρουσιάζονται οι μέσοι όροι και οι τυπικές αποκλίσεις για τις επιμέρους δοκιμασίες καθώς επίσης και για τη συνολική βαθμολογία για τις 2 σχολικές τάξεις.

#### Πίνακας 24

*Μέσος Όρος και Τυπική Απόκλιση ως προς τη Σχολική Τάξη στις επιμέρους Δοκιμασίες του Εργαλείου Αξιολόγησης BrainMath στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Δοκιμασία	Σχολική Τάξη			
	2 <sup>η</sup> Τάξη		3 <sup>η</sup> Τάξη	
	Μ.Ο.	Τ.Α.	Μ.Ο.	Τ.Α.
Πρόσθεση	4.23	1.95	5.58	1.66
Αφαίρεση	3.79	2.01	5.01	1.91
Πολ/σμός	3.03	2.07	4.85	1.94
Διαίρεση	3.04	2.16	4.59	2.39
Αριθμ. Ακολουθίες	4.30	1.93	5.18	2.07
Γεωμ. Ακολουθίες	2.41	1.95	2.94	2.01
Ανάκληση Αριθμών	3.20	1.58	3.80	1.34
Προβλήματα	2.72	2.24	4.30	2.33
Αριθμογραμμές	2.27	1.63	3.09	2.00
Οπτική Προσοχή	2.96	1.70	3.36	1.62
Συνολική Βαθμολογία	31.95	14.07	42.69	13.62

Οι μαθητές της Γ΄ τάξης είχαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση από τους μαθητές της Β΄ τάξης στη συνολική βαθμολογία,  $t(407) = -7.830, p < 0.001$ , καθώς επίσης και σε όλες τις επιμέρους δοκιμασίες, με τη μεγαλύτερη διαφορά να παρατηρείται στον Πολλαπλασιασμό,  $t(407) = -9.193, p < 0.001$ , στην Πρόσθεση,  $t(407) = -7.539, p < 0.001$ , στην Επίλυση Προβλημάτων  $t(407) = -6.970, p < 0.001$  και στη Διαίρεση,  $t(407) = -6.853, p < 0.001$ .



### Συσχετίσεις των Δοκιμασιών

Για να διασφαλίσουμε ότι η όποια απόκλιση των επιμέρους δοκιμασιών από την Κανονική Κατανομή δεν επηρεάζει τους συντελεστές συσχέτισης, πραγματοποιήθηκε σύγκριση των συντελεστών συσχέτισης του Pearson ( $r$ ) με τους αντίστοιχους συντελεστές συσχέτισης του Spearman ( $Rho$ ). Οι συντελεστές αρχικά μετατράπηκαν με τη χρήση της μετατροπής Fisher-z σύμφωνα με τον τύπο

$$z = 0.5(\ln(1 + x) - \ln(1 - x)),$$

όπου  $x$  ο συντελεστής  $r$  ή  $Rho$

και έπειτα υπολογίστηκε η παρατηρούμενη τιμή  $z$

$$Z_{observed} = \frac{Z_r - Z_{Rho}}{\sqrt{\frac{1}{n_r - 3} + \frac{1}{n_{Rho} - 3}}},$$

για κάθε ζεύγος (Mylonas et al., 2012; Zajenkowska, et al., 2014). Στην περίπτωση μας ισχύει  $n_r = n_{Rho} = 409$ . Η παρατηρούμενη τιμή  $z$  για κάθε ζεύγος ήταν μικρότερη από την κρίσιμη τιμή  $\pm 1.96$  (για το επίπεδο σημαντικότητας 0.05) οδηγώντας μας έτσι στο να αποδεχτούμε τη μηδενική υπόθεση, σύμφωνα με την οποία οι 2 συντελεστές συσχέτισης δεν παρουσιάζουν σημαντική διαφορά (Steyn & de Bruin, 2020). Ως εκ τούτου η χρήση των συντελεστών συσχέτισης Pearson  $r$  θεωρείται αποδεκτή.

Στον Πίνακα 25 παρουσιάζονται οι δείκτες συσχέτισης μεταξύ των 10 δοκιμασιών της κλίμακας αξιολόγησης.

**Πίνακας 25**

*Συσχετίσεις των επιμέρους Δοκιμασιών της Κλίμακας BrainMath στο Δείγμα της Κύριας*

*Έρευνας*

Δοκιμασίες	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.Πρόσθεση	1.00*									
2.Αφαίρεση	0.60*	1.00*								
3.Πολ/σμός	0.61*	0.64*	1.00*							
4.Διαίρεση	0.55	0.49	0.74	1.00						
5.Αριθμ.	0.51*	0.50*	0.59*	0.55*	1.00*					
Ακολουθίες										
6.Γεωμ. Ακολουθίες	0.39*	0.42*	0.47*	0.48*	0.57*	1.00*				
7.Ανάκληση	0.36*	0.36*	0.47*	0.43*	0.37*	0.43*	1.00*			
Αριθμών										
8.Προβλήματα	0.57*	0.59*	0.67*	0.68*	0.56*	0.48*	0.48*	1.00*		
9.Αριθμογραμμές	0.39*	0.40*	0.49*	0.60*	0.48*	0.52*	0.42*	0.57*	1.00*	
10.Οπτική Προσοχή	0.27*	0.29*	0.36*	0.37*	0.32*	0.30*	0.51*	0.41*	0.34*	1.00*

\*Όλα τα παραπάνω σημαντικά στο επίπεδο 0,01

Οι συντελεστές υποδεικνύουν κατά κύριο λόγο μέτριες έως υψηλές συσχετίσεις μεταξύ των δοκιμασιών της κλίμακας. Οι πιο υψηλές τιμές παρατηρούνται στη συσχέτιση του Πολλαπλασιασμού με τη Διαίρεση ( $r = 0.74, p < 0.001$ ), της Επίλυσης Προβλημάτων με τη Διαίρεση ( $r = 0.68, p < 0.001$ ) καθώς επίσης και της Επίλυσης Προβλημάτων με τον Πολλαπλασιασμό ( $r = 0.67, p < 0.001$ ). Κάτω από το όριο του 0.30 βρίσκονται η συσχέτιση της Πρόσθεσης με την Οπτική Προσοχή ( $r = 0.27, p < 0.001$ ) και της Αφαίρεσης με την Οπτική Προσοχή ( $r = 0.29, p < 0.001$ ).

Οι συντελεστές συσχέτισης Pearson  $r$  για το δείγμα της κυρίας έρευνας έδειξαν ότι δεν παρατηρήθηκαν ιδιαίτερα χαμηλές ή ιδιαίτερα υψηλές συσχετίσεις ανάμεσα στις επιμέρους δοκιμασίες, υποδεικνύοντας ότι δεν υπάρχουν δοκιμασίες ασυσχέτιστες μεταξύ τους ή επικαλυπτόμενες, ικανοποιώντας μια βασική προϋπόθεση για την πραγματοποίηση Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών για τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας (Field, 2009). Ακόμα,

παρατηρήθηκαν μέτριες προς υψηλές συσχετίσεις ανάμεσα στις 4 δοκιμασίες που αξιολογούν αριθμητικές πράξεις (Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση), καθώς επίσης και ανάμεσα στην Επίλυση Προβλημάτων με κάθε μια από τις αριθμητικές πράξεις, γεγονός που επιβεβαιώνει τις προσδοκίες μας με βάση τα δεδομένα από τη βιβλιογραφία. Τέλος, οι δοκιμασίες Ανάκληση Αριθμών και Οπτική Προσοχή παρουσιάζουν μεταξύ τους μέτρια προς υψηλή συσχέτιση, όπως ήταν αναμενόμενο, αλλά και ικανοποιητική συσχέτιση με όλες τις υπόλοιπες δοκιμασίες.

### *Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών*

Το εργαλείο αξιολόγησης BrainMath αποτελείται από 10 δοκιμασίες (παράγοντες) οι οποίες είναι η Πρόσθεση, η Αφαίρεση, ο Πολλαπλασιασμός, η Διαίρεση, οι Αριθμητικές Ακολουθίες, οι Γεωμετρικές Ακολουθίες, η Ανάκληση Αριθμών, τα Προβλήματα, οι Αριθμογραμμές και η Οπτική Προσοχή.

Για ελεγχθεί κατά πόσο οι ερωτήσεις οι οποίες αποτελούν κάθε δοκιμασία, εξετάζουν όντως μία και μόνο μεταβλητή, πραγματοποιήθηκε Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών (Principal Components Analysis), αντικαθιστώντας τη μήτρα συσχετίσεων με τη μήτρα πολυχωρικών συσχετίσεων (Xia & Yang, 2019) όπως ενδείκνυται για δίτιμες μεταβλητές.

Για τον έλεγχο της καταλληλότητας του δείγματος για Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών υπολογίστηκε ο δείκτης Kaiser-Meyer-Olkin (KMO). Ο δείκτης KMO παίρνει τιμές από 0 έως 1 και όσο πλησιάζει στην τιμή 1 τόσο πιο κατάλληλο θεωρείται το δείγμα για την ανάλυση παραγόντων (Μυλωνάς, 2012), με τις τιμές μεγαλύτερες του 0,5 να θεωρούνται αποδεκτές (Field, 2013. Williams et al., 2010).

Για τον έλεγχο της ομοιογένειας του δείγματος χρησιμοποιήθηκε το Bartlett's test of sphericity. Ο δείκτης αυτός αξιολογεί όλους τους παράγοντες μαζί και κάθε ένα παράγοντα ξεχωριστά έναντι μιας υπόθεσης σύμφωνα με την οποία δεν υπάρχουν παράγοντες. Η

στατιστική σημαντικότητα του δείκτη υποδεικνύει την ύπαρξη επαρκούς κοινής διακύμανσης (Ahmad, 2010).

Στον Πίνακα 26 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων της Πρόσθεσης σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

### Πίνακας 26

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Πρόσθεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Πρόσθεση
ADD1	0.47
ADD2	0.55
ADD3	0.66
ADD4	0.81
ADD5	0.76
ADD6	0.73
ADD7	0.79
ADD8	0.65

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.79$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.35, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(28) = 426.75$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλες των ερωτήσεων για την Πρόσθεση ήταν μεγαλύτερες του 0.4. Ο παράγοντας Πρόσθεση ερμηνεύει το 47% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 27 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων της Αφαίρεσης σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

**Πίνακας 27**

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Αφαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Αφαίρεση
SUB1	0.69
SUB 2	0.51
SUB 3	0.74
SUB 4	0.77
SUB 5	0.72
SUB 6	0.78
SUB 7	0.79
SUB 8	0.53

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.72$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.35, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(28) = 595.27$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλες για των ερωτήσεων για την Αφαίρεση ήταν μεγαλύτερες του 0.4. Ο παράγοντας Αφαίρεση ερμηνεύει το 49% της διακύμανσης.

**Πίνακας 28**

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Πολλαπλασιασμός στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Πολλαπλασιασμός
MUL1	0.70
MUL2	0.75
MUL3	0.87
MUL4	0.87
MUL5	0.81
MUL6	0.85
MUL7	0.95
MUL8	0.83

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.80$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της

ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.12, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(28) = 875.11$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τον Πολλαπλασιασμό ήταν μεγαλύτερες του 0.4. Ο παράγοντας Πολλαπλασιασμός ερμηνεύει το 69% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 29 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων της Διαίρεσης σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

### Πίνακας 29

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Διαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Διαίρεση
DIV1	0.75
DIV2	0.62
DIV3	0.86
DIV4	0.75
DIV5	0.80
DIV6	0.87
DIV7	0.81
DIV8	0.77

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.81$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.09, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(28) = 944.61$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τη Διαίρεση ήταν μεγαλύτερες του αυστηρότερου ορίου 0.4. Ο παράγοντας Διαίρεση ερμηνεύει το 61% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 30 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων των Αριθμητικών Ακολουθιών σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

**Πίνακας 30**

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Αριθμητικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Αριθμητικές Ακολουθίες
AS1	0.60
AS2	0.81
AS3	0.81
AS4	0.87
AS5	0.81
AS6	0.89
AS7	0.80

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.81$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.16, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(21) = 743.93$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες ήταν μεγαλύτερες του 0.4. Ο παράγοντας Αριθμητικές Ακολουθίες ερμηνεύει το 65% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 31 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων των Γεωμετρικών Ακολουθιών σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

**Πίνακας 31**

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Γεωμετρικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Γεωμετρικές Ακολουθίες
GS1	0.62
GS2	0.89
GS3	0.87
GS4	0.67
GS5	0.84
GS6	0.78
GS7	0.83

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.77$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.18, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(21) = 690.51$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες ήταν μεγαλύτερες του αυστηρότερου ορίου 0.4. Ο παράγοντας Γεωμετρικές Ακολουθίες ερμηνεύει το 62% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 32 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων της Ανάκλησης Ακολουθίας Αριθμών σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

### Πίνακας 32

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Ανάκλησης Αριθμών
MEM1	0.78
MEM2	0.90
MEM3	0.90
MEM4	0.66
MEM5	0.63
MEM6	0.86
MEM7	0.95

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.72$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.23, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(21) = 590.76$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες ήταν μεγαλύτερες του αυστηρότερου ορίου 0.4. Ο παράγοντας Ανάκληση Αριθμών ερμηνεύει το 67% της διακύμανσης.



Στον Πίνακα 33 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων της Επίλυσης Προβλημάτων σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών

### Πίνακας 33

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Επίλυση Προβλημάτων στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Επίλυση Προβλημάτων
WP1	0.72
WP2	0.74
WP3	0.78
WP4	0.79
WP5	0.82
WP6	0.87
WP7	0.74
WP8	0.81

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.83$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.14, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(28) = 802.18$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες ήταν μεγαλύτερες του αυστηρότερου ορίου 0.4. Ο παράγοντας Επίλυση Προβλημάτων ερμηνεύει το 62% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 34 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων των Αριθμογραμμών σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

**Πίνακας 34**

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Αριθμογραμμές στο Δείγμα της Κύριας*

*Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Αριθμογραμμές
NL1	0.50
NL2	0.82
NL3	0.92
NL4	0.85
NL5	0.88
NL6	0.94
NL7	0.74

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.78$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.14, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(21) = 805.04$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες ήταν μεγαλύτερες του 0.4. Ο παράγοντας Αριθμογραμμές ερμηνεύει το 67% της διακύμανσης.

Στον Πίνακα 35 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των ερωτήσεων της Οπτικής Προσοχής σε ένα μόνο παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

**Πίνακας 35**

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τη Δοκιμασία Οπτική Προσοχή στο Δείγμα της Κύριας*

*Έρευνας*

Ερωτήσεις	Παράγοντας Οπτικής Προσοχής
VSA1	0.74
VSA2	0.78
VSA3	0.71
VSA4	0.77
VSA5	0.77
VSA6	0.73

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.76$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.46, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(15) = 315.61$ ,  $p < 0.001$ . Οι φορτίσεις όλων των ερωτήσεων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες ήταν μεγαλύτερες του αυστηρότερου ορίου 0.4. Ο παράγοντας Οπτική Προσοχή ερμηνεύει το 56% της διακύμανσης.

Τέλος πραγματοποιήθηκε Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας BrainMath. Στον Πίνακα 36 παρουσιάζονται οι φορτίσεις των 10 δοκιμασιών της κλίμακας σε 1 παράγοντα, μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών.

### Πίνακας 36

*Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τις 10 Δοκιμασίες της Κλίμακας στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Δοκιμασίες	Παράγοντας Επίδοση στα Μαθηματικά
Πρόσθεση	0.73
Αφαίρεση	0.73
Πολ/σμός	0.84
Διαίρεση	0.82
Αριθμ. Ακολουθίες	0.75
Γεωμ. Ακολουθίες	0.69
Ανάκληση Αριθμών	0.64
Προβλήματα	0.83
Αριθμογραμμές	0.71
Οπτική Προσοχή	0.54

Το μέτρο του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin για την καταλληλότητα του δείγματος για ανάλυση παραγόντων ήταν υψηλό ( $KMO = 0.91$ ) και σε συνδυασμό με την τιμή της ορίζουσας του πίνακα συναφειών, η οποία υπολογίστηκε 0.01, θεωρείται αποδεκτό να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Τα αποτελέσματα του ελέγχου Bartlett για τη σφαιρικότητα

ήταν επίσης ικανοποιητικά, με τιμή  $\chi^2(45) = 2088.56$ ,  $p < 0.001$ . Όλες οι δοκιμασίες της κλίμακας συγκεντρώνονται (με φορτίσεις μεγαλύτερες του αυστηρότερου ορίου 0.4) σε ένα παράγοντα, ο οποίος εκφράζει την επίδοση των συμμετεχόντων στα μαθηματικά και ερμηνεύει το 53.80% της διακύμανσης.

Συνοψίζοντας, για να διερευνηθεί το κατά πόσο οι ερωτήσεις για κάθε μία δοκιμασία αποτελούν όντως μία διάσταση, πραγματοποιήθηκε Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για κάθε μια από τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας ξεχωριστά. Το μέγεθος του δείγματος ( $N = 409$ ) όντας τουλάχιστον τετραπλάσιο των αναλυόμενων items, καθώς επίσης και η τιμή για τον δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin και η ορίζουσα του πίνακα συναφειών για κάθε δοκιμασία συνηγορούν στην καταλληλότητα του δείγματος για την ποιότητα της συγκεκριμένης στατιστικής ανάλυσης (Μυλωνάς, 2018). Για κάθε μια δοκιμασία τα αποτελέσματα της ανάλυσης έδειξαν ότι τα μονοπαραγοντικά μοντέλα ερμηνεύουν ένα αρκετά μεγάλο ποσοστό της αντίστοιχης διακύμανσης. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών για τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας συνολικά, η οποία έδειξε ότι όλες οι δοκιμασίες συνεισφέρουν στην αξιολόγηση ενός παράγοντα, ο οποίος εκφράζει την επίδοση στα μαθηματικά.

### ***Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων***

Η επιβεβαιωτική ανάλυση παραγόντων χρησιμοποιήθηκε ώστε να ελεγχθεί κατά πόσο το προτεινόμενο μοντέλο σε κάθε περίπτωση αντιπροσωπεύει τις παρατηρήσεις, εκτιμώντας την απόκλιση μεταξύ των παρατηρούμενων τιμών και των αναμενόμενων αποτελεσμάτων που παράγονται από το μοντέλο. Η προσαρμογή του εκάστοτε μοντέλου δεν βασίζεται σε μία μέτρηση μόνο, αλλά απαιτεί συνδυασμό πολλαπλών δεικτών προσαρμογής με διαφορετικά κριτήρια ο καθένας (Hooper et al., 2008).

Το κριτήριο  $\chi^2$  δηλώνει το βαθμό ανεξαρτησίας μεταξύ θεωρητικών και εμπειρικών δεδομένων και επιθυμητή είναι η ασημαντότητά του. Ωστόσο, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το κριτήριο  $\chi^2$  είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο στο μέγεθος του δείγματος (Padgett & Morgan, 2020), καθώς η τιμή του  $\chi^2$  μπορεί να ελαττωθεί απλά μειώνοντας το μέγεθος του δείγματος, διακινδυνεύοντας έτσι ένα μοντέλο με κακή προσαρμογή, βασισμένο σε ένα μικρό δείγμα να δώσει ενδεχομένως μη-σημαντικό  $\chi^2$ , ενώ ένα μοντέλο με καλή προσαρμογή, το οποίο βασίζεται σε μεγάλο δείγμα, να δώσει στατιστικά σημαντικό  $\chi^2$  (Marsh et al., 1988). Τον περιορισμό που θέτει το μέγεθος δείγματος έρχεται να διορθώσει ο λόγος του  $\chi^2$  προς τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας  $\frac{\chi^2}{df}$ . Όσο μικρότερη η τιμή του  $\frac{\chi^2}{df}$  τόσο καλύτερη η συνοχή του μοντέλου (Schermelleh-Engel et al., 2003). Για να υποστηρίξουμε πολύ καλή προσαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου, ο λόγος  $\frac{\chi^2}{df}$  θα πρέπει να πλησιάζει στην τιμή 1 (Loo & Loewen, 2004).

Ο δείκτης συγκριτικής προσαρμογής (Comparative Fit Index, CFI) συγκρίνει το προτεινόμενο μοντέλο με το μοντέλο ανεξαρτησίας (μοντέλο βάσης). Οι τιμές του CFI που είναι μεγαλύτερες του 0.95 θεωρούνται ενδείξεις καλής προσαρμογής, ενώ οι τιμές από 0.90 έως 0.95 κινούνται ανάμεσα στην ‘καλή’ και ‘κακή’ προσαρμογή. Τιμές μικρότερες του 0.90 συνιστούν απόρριψη του προτεινόμενου μοντέλου (Lai & Green, 2016).

Ο δείκτης επαυξητικής προσαρμογής TLI (Tucker Lewis Index) χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση των προτεινόμενων μοντέλων με τη χρήση του τύπου:

$$TLI = \frac{\frac{\chi_0^2}{df_0} - \frac{\chi_1^2}{df_1}}{\frac{\chi_0^2}{df_0} - 1}$$

Τιμές μεγαλύτερες του 0.9 για τον δείκτη TLI υποδεικνύουν σημαντική βελτίωση ανάμεσα σε διαφορετικά προτεινόμενα μοντέλα (Sharma et al., 2005).

Η Τετραγωνική Ρίζα του Μέσου Τετραγώνου του Σφάλματος Εκτίμησης (Root Mean Square Error of Approximation, RMSEA) είναι δείκτης απόλυτης προσαρμογής ο οποίος συγκρίνει ένα υποθετικό μοντέλο με το ιδανικό μοντέλο. Ο δείκτης RMSEA παρέχει πληροφορία για το πόσο ‘κακή’ είναι η προσαρμογή, με τις μικρότερες τιμές του δείκτη να υποδεικνύουν καλύτερη προσαρμογή του μοντέλου (Taasoobshirazi & Wang, 2016). Οι τιμές του δείκτη RMSEA μικρότερες του 0.06 υποδεικνύουν καλή προσαρμογή ενώ τιμές μεγαλύτερες του 0.10 συνιστούν απόρριψη του προτεινόμενου μοντέλου (Ahmad, 2010. Chen et al., 2008).

Η τυποποιημένη τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγώνου των υπολοίπων SRMR (Standardized Root Mean Square Residual) είναι επίσης ένας δείκτης απόλυτης προσαρμογής, με τις τιμές από 0 έως 0.08 να υποδεικνύουν καλή προσαρμογή του προτεινόμενου μοντέλου (Asparouhov & Muthén, 2018).

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ενδέχεται κάποιοι δείκτες να υποδεικνύουν καλή προσαρμογή, ενώ κάποιοι άλλοι δείκτες να υποδεικνύουν κακή προσαρμογή για το ίδιο μοντέλο. Σε περίπτωση που οι βασικοί δείκτες προσαρμογής (CFI, RMSEA, SRMR) παρουσιάζουν ασυνέπεια, δεν χρειάζεται ο ερευνητής αυτόματα να απορρίψει το μοντέλο, ούτε όμως να το αποδεχτεί άκριτα παρουσιάζοντας μόνο τους ‘καλούς’ δείκτες. Αντ’ αυτού προτείνεται η περαιτέρω διερεύνηση του μοντέλου ώστε να γίνει μια προσπάθεια ερμηνείας της ασυνέπειας των δεικτών (Lai & Green, 2016).

Η επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων πραγματοποιήθηκε με το στατιστικό πακέτο lavaan (latent variable analysis) μέσω του περιβάλλοντος R (Μυλωνάς, 2018). Η εφαρμογή εκτιμητή Μέγιστης Πιθανοφάνειας ML (Maximum Likelihood) στον πίνακα συνδιακύμανσης για κατηγορικά δεδομένα, ειδικά όταν ο αριθμός των κατηγοριών είναι μικρότερος του 5 ή η κατανομή είναι εξαιρετικά ασύμμετρη, μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένες εκτιμήσεις

παραμέτρων, ανακριβή τυπικά σφάλματα και παραπλανητικό στατιστικό  $\chi^2$  (Beauducel & Herzberg, 2006).

Για την επιβεβαιωτική ανάλυση παραγόντων στις επιμέρους δοκιμασίες δεν προτιμήθηκε η χρήση εκτιμητή Μέγιστης Πιθανοφάνειας (ML) καθώς κάθε ερώτηση (item) μπορεί να λάβει μόνο τις τιμές 1 ή 0 (Σωστό ή Λάθος). Αντίθετα, προτιμήθηκε η μέθοδος των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων (Diagonally Weighed Least Squares, DWLS), σαν μια πιο ανθεκτική (robust) τεχνική εκτίμησης η οποία συστήνεται για δίτιμες μεταβλητές, αντικαθιστώντας τη μήτρα συσχετίσεων με τη μήτρα πολυχωρικών συσχετίσεων (Xia & Yang, 2019).

Η χρήση ανθεκτικών τεχνικών εκτίμησης όπως η μέθοδος DWLS βοηθά στη μείωση της διόγκωσης της τιμής του  $\chi^2$  (Lei, 2009), με τις τιμές του να τείνουν κοντά στα επιθυμητά επίπεδα (Bandalos, 2014). Όσον αφορά τους δείκτες προσαρμογής, υπάρχουν ενδείξεις ότι η χρήση τεχνικής DWLS παράγει μικρότερες τιμές για το RMSEA και μεγαλύτερες τιμές για τα CFI και TLI (Nye & Drasgow, 2011). Για το λόγο αυτό, σε έρευνες που χρησιμοποίησαν τεχνική ελαχίστων τετραγώνων έχουν χρησιμοποιηθεί αυστηρότερα κριτήρια (Hu & Bentler, 1999. Yu, 2002) σύμφωνα με τα οποία μία καλή προσαρμογή του μοντέλου προϋποθέτει τιμές για τα CFI και TLI μεγαλύτερες του 0.95 και τιμές για τα SRMR και RMSEA μικρότερες από το 0.06 ή ακόμα και από το 0.05. Ωστόσο τα δεδομένα από συγκριτικές μελέτες ανάμεσα σε ML και DWLS δεν επαρκούν για να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα για το αν θα πρέπει να τίθενται διαφορετικά κατώφλια για τις τιμές των δεικτών προσαρμογής (DiStefano & Morgan, 2014. Nestler, 2013. Xia & Yang, 2019).

Στον Πίνακα 37 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Πρόσθεση, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

**Πίνακας 37***Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Πρόσθεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	<i>df</i>	<i>p</i>	$\chi^2 \div df$	<i>RMSEA</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>TLI</i>	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	689.56	28	<0.001	24.63					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	20.83	20	0.41	1.04	0.01	0.99	0.05	0.99 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	24.86	19	0.17	1.31	0.03	0.99	0.03	-	-

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 8 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία ADD4, ADD5, ADD6, ADD7, ADD8 και ο δεύτερος με τα στοιχεία ADD1, ADD2, ADD3. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Πρόσθεση δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 689.56 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει πολύ καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.99 > 0.9$ ,  $RMSEA = 0.01 < 0.10$  και  $SRMR = 0.05 < 0.08$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις ADD4, ADD5, ADD6, ADD7 και ADD8 ενώ ο δεύτερος από τις ερωτήσεις ADD1, ADD2 και ADD3, φαίνεται να μην έχει καλύτερη προσαρμογή από το μοντέλο ενός παράγοντα καθώς οι τιμές των  $\chi^2$  και  $\chi^2 \div df$  αυξάνονται, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.



Στον Πίνακα 38 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Αφαίρεση, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

### Πίνακας 38

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Αφαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	<i>df</i>	<i>p</i>	$\chi^2 \div df$	<i>RMSEA</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>TLI</i>	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο	811.03	28	<0.001	28.97					
Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>									
Μοντέλο 1	103.74	20	<0.001	5.19	0.10	0.89	0.09	0.85 <sup>δ</sup>	
Παράγοντα <sup>β</sup>									
Μοντέλο 2	100.40	19	<0.001	5.28	0.10	0.90	0.09	-	3.34
Παραγόντων <sup>γ</sup>									

<sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 8 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία SUB1, SUB3, SUB4, SUB5, SUB6, SUB7 και ο δεύτερος με τα στοιχεία SUB2, SUB8. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Αφαίρεση δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 811.03 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή δεν έχει την επιθυμητή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.89$ ,  $RMSEA = 0.10$  και  $SRMR = 0.09$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις SUB1, SUB3, SUB4, SUB5, SUB6 και SUB7 ενώ ο δεύτερος παράγοντας από τις ερωτήσεις SUB2 και SUB8 φαίνεται να έχει τα ίδια επίπεδα προσαρμογής με το μοντέλο ενός παράγοντα καθώς δεν παρουσιάζεται ιδιαίτερη βελτίωση στους δείκτες  $CFI$ ,  $RMSEA$  και  $SRMR$ , ενώ η τιμή του  $\chi^2 \div df$  απομακρύνεται περισσότερο από το 1.

Στον Πίνακα 39 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Πολλαπλασιασμό, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

### Πίνακας 39

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τον Πολλαπλασιασμό στο Δείγμα της Κόριας*

*Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	df	p	$\chi^2/df$	RMSEA	CFI	SRMR	TLI	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	1636.6	28	<0.001	58.45					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	51.98	20	<0.001	2.60	0.06	0.98	0.07	0.97 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	44.02	19	0.001	2.32	0.06	0.98	0.07	0.18 <sup>ε</sup>	7.96*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 8 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία MUL1, MUL2, MUL3, MUL4, MUL5 και ο δεύτερος με τα στοιχεία MUL6, MUL7, MUL8. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Πολλαπλασιασμός δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 1636.6 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $SRMR = 0.07 < 0.08$ ,  $CFI = 0.98 > 0.90$  και  $RMSEA = 0.06 < 0.08$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις MUL1, MUL2, MUL3, MUL4 και MUL5 ενώ ο δεύτερος παράγοντας από τις ερωτήσεις MUL6, MUL7 και MUL8, κινείται στα ίδια επίπεδα προσαρμογής, ωστόσο η τιμή

του συγκριτικού δείκτη  $TLI = 0.18$  είναι ιδιαίτερα χαμηλή, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.

Στον Πίνακα 40 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Διαίρεση, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

#### Πίνακας 40

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τη Διαίρεση στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	$RMSEA$	$CFI$	$SRMR$	$TLI$	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	1766.6	28	<0.001	63.09					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	131.17	20	<0.001	6.56	0.12	0.94	0.09	0.91 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	43.14	19	0.001	2.27	0.06	0.99	0.06	0.77 <sup>ε</sup>	88.03*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 8 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία DIV5, DIV6, DIV7, DIV8 και ο δεύτερος με τα στοιχεία DIV1, DIV2, DIV3, DIV4. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Διαίρεση δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 1766.6 και ήταν στατιστικά σημαντική ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή, δεν έχει τα επιθυμητά επίπεδα προσαρμογής όπως προκύπτει από τους δείκτες  $SRMR = 0.09$  και  $RMSEA = 0.12$ . Ο δείκτης  $CFI = 0.94 > 0.90$  ωστόσο δείχνει καλή προσαρμογή του μοντέλου.

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις DIV5, DIV6, DIV7 και DIV8 εντάσσονται στον πρώτο παράγοντα, ενώ οι ερωτήσεις DIV1, DIV2, DIV3 και DIV4 εντάσσονται στον δεύτερο παράγοντα, έχει καλή προσαρμογή σύμφωνα με τους δείκτες  $CFI = 0.99 > 0.9$ ,  $RMSEA = 0.06 < 0.10$  και  $SRMR = 0.06 < 0.8$  και παρουσιάζεται ως το πιο κατάλληλο από τα προτεινόμενα μοντέλα.

Στον Πίνακα 41 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

#### Πίνακας 41

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Αριθμητικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	$RMSEA$	$CFI$	$SRMR$	$TLI$	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	1246.9	21	<0.001	59.38					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	30.90	14	0.006	2.21	0.05	0.99	0.06	0.98 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	26.17	13	0.016	2.01	0.05	0.99	0.05	0.17 <sup>ε</sup>	4.73*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.05 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 7 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία AS2, AS3, AS4, AS6, AS7 και ο δεύτερος με τα στοιχεία AS1, AS5. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Αριθμητικές Ακολουθίες δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 1246.9 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.99 > 0.90$ ,  $RMSEA = 0.05 < 0.08$  και  $SRMR = 0.05 < 0.08$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις AS2, AS3, AS4, AS6 και AS7 ενώ ο δεύτερος παράγοντας από τις ερωτήσεις AS1 και AS5, φαίνεται να έχει λίγο καλύτερη προσαρμογή καθώς παρουσιάζεται μια μικρή βελτίωση στον δείκτη  $SRMR = 0.05 < 0.08$ , ωστόσο η τιμή του συγκριτικού δείκτη  $TLI = 0.17$  είναι ιδιαίτερα χαμηλή, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.

## Πίνακας 42

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	<i>df</i>	<i>p</i>	$\chi^2 \div df$	<i>RMSEA</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>TLI</i>	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	1114.2	21	<0.001	53.06					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	44.62	14	<0.001	3.19	0.07	0.97	0.07	0.96 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	35.03	13	0.001	2.69	0.06	0.98	0.05	0.23 <sup>ε</sup>	9.59*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 7 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία GS1, GS2, GS5, GS6, GS7 και ο δεύτερος με τα στοιχεία GS3, GS4. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Στον Πίνακα 42 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Γεωμετρικές Ακολουθίες δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 1114.2 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $SRMR = 0.07 < 0.08$ ,  $CFI = 0.97 > 0.90$  και  $RMSEA = 0.07 < 0.08$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις GS1, GS2, GS5, GS6 και GS7 ενώ ο δεύτερος παράγοντας από τις ερωτήσεις GS3 και GS4, φαίνεται να έχει λίγο καλύτερη προσαρμογή καθώς παρουσιάζεται μια μικρή βελτίωση στους δείκτες  $SRMR = 0.05 < 0.08$ ,  $CFI = 0.98 > 0.90$  και  $RMSEA = 0.06 < 0.08$ , ωστόσο η τιμή του συγκριτικού δείκτη  $TLI = 0.23$  είναι χαμηλή, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.

Στον Πίνακα 43 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

### Πίνακας 43

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	$RMSEA$	$CFI$	$SRMR$	$TLI$	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	484.22	21	<0.001						

Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	74.90	14	<0.001	5.35	0.10	0.87	0.14	0.80 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	34.36	13	0.001	2.64	0.06	0.95	0.07	0.62 <sup>ε</sup>	40.54*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 7 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία MEM1, MEM2, MEM3, MEM4 και ο δεύτερος με τα στοιχεία MEM5, MEM6, MEM7. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 484.22 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή δεν έχει την επιθυμητή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.87$ ,  $RMSEA = 0.10$  και  $SRMR = 0.14$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις MEM1, MEM2, MEM3 και MEM4 ενώ ο δεύτερος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις MEM5, MEM6 και MEM7, φαίνεται να έχει καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.95 > 0.9$ ,  $RMSEA = 0.06 < 0.10$  και  $SRMR = 0.07 < 0.08$ . Η τιμή του συγκριτικού δείκτη  $TLI = 0.62$  παραμένει χαμηλή, ωστόσο παρουσιάζεται ως καταλληλότερο για τη δοκιμασία Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών το μοντέλο 2 παραγόντων.

Στον Πίνακα 44 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

**Πίνακας 44**

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Επίλυση Προβλημάτων στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	<i>df</i>	<i>p</i>	$\chi^2/df$	<i>RMSEA</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>TLI</i>	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	1558.9	28	<0.001	55.68					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	38.44	20	0.008	1.92	0.05	0.99	0.05	0.98 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	24.70	19	0.171	1.30	0.03	0.99	0.04	0.67 <sup>ε</sup>	13.74*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 8 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία WP1, WP4, WP5, WP6, WP7, WP8 και ο δεύτερος με τα στοιχεία WP2, WP3. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Επίλυση Προβλημάτων δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 1558.90 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.99 > 0.9$ ,  $RMSEA = 0.05 < 0.08$  και  $SRMR = 0.05 < 0.08$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις WP1, WP4, WP5, WP6, WP7 και WP8 αποτελούν τον πρώτο παράγοντα, ενώ οι ερωτήσεις WP2 και WP3 αποτελούν τον δεύτερο παράγοντα, φαίνεται να έχει λίγο καλύτερη προσαρμογή καθώς παρουσιάζεται μια μικρή βελτίωση στους δείκτες  $RMSEA = 0.03 < 0.08$  και  $SRMR = 0.04 < 0.08$ , ωστόσο η τιμή του δείκτη  $TLI = 0.67$  είναι χαμηλή, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.



Στον Πίνακα 45 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Αριθμογραμμές, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

#### Πίνακας 45

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Αριθμογραμμές στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	$RMSEA$	$CFI$	$SRMR$	$TLI$	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	995.69	21	<0.001	47.41					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	68.26	14	<0.001	4.88	0.09	0.94	0.11	0.92 <sup>δ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων <sup>γ</sup>	44.67	13	<0.001	3.44	0.08	0.97	0.09	0.37 <sup>ε</sup>	23.59*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 7 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία NL3, NL5, NL6, NL7 και ο δεύτερος με τα στοιχεία NL1, NL2, NL4. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Αριθμογραμμές δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 995.69 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει την επιθυμητή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.94 > 0.90$  και  $RMSEA = 0.09 < 0.10$ . Ωστόσο ο δείκτης  $SRMR = 0.11$  δεν βρίσκεται στα αποδεκτά επίπεδα.

Στο μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις VSA4, VSA5 και VSA6 ενώ ο δεύτερος παράγοντας αποτελείται από τους παράγοντες VSA1, VSA2 και VSA3, παρουσιάζεται μια μικρή βελτίωση στους δείκτες

$CFI = 0.97 > 0.90$ ,  $RMSEA = 0.08$  και  $SRMR = 0.09$ . Ωστόσο, η τιμή του συγκριτικού δείκτη  $TLI = 0.37$  είναι σε χαμηλά επίπεδα, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο ενός παράγοντα.

#### Πίνακας 46

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για την Οπτική Προσοχή στο Δείγμα της Κύριας*

*Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	$RMSEA$	$CFI$	$SRMR$	$TLI$	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο	499.09	15	<0.001	33.27					
Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>									
Μοντέλο 1	14.09	9	0.119	1.57	0.04	0.99	0.04	0.98 <sup>δ</sup>	
Παράγοντα <sup>β</sup>									
Μοντέλο 2	8.962	8	0.346	1.12	0.02	1.00	0.03	0.61 <sup>ε</sup>	5.13*
Παραγόντων <sup>γ</sup>									

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.05 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και τα 6 στοιχεία φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Υπόθεση 2 παραγόντων, ο πρώτος με τα στοιχεία VSA4, VSA5, VSA6 και ο δεύτερος με τα στοιχεία VSA1, VSA2, VSA3. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>ε</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Στον Πίνακα 46 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με τη μέθοδο των Διαγωνίως Σταθμισμένων Ελαχίστων Τετραγώνων για τις ερωτήσεις της δοκιμασίας Οπτική Προσοχή, ώστε να εξασφαλιστεί ότι αυτές συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι ερωτήσεις της δοκιμασίας Οπτική Προσοχή δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 499.09 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Το μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο όλες οι ερωτήσεις της δοκιμασίας εξετάζουν μια μόνο μεταβλητή έχει καλή προσαρμογή όπως προκύπτει από τους δείκτες  $CFI = 0.99 > 0.9$ ,  $RMSEA = 0.04 < 0.08$  και  $SRMR = 0.04 < 0.08$ .

Το μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με το οποίο ο πρώτος παράγοντας αποτελείται από τις ερωτήσεις VSA4, VSA5 και VSA6 ενώ ο δεύτερος παράγοντας αποτελείται από τους παράγοντες VSA1, VSA2 και VSA3, φαίνεται να έχει καλύτερη προσαρμογή καθώς παρουσιάζεται μια μικρή βελτίωση στους δείκτες *CFI*, *RMSEA* και *SRMR*, ωστόσο η τιμή του δείκτη  $TLI = 0.61$  είναι χαμηλή, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.

Στον Πίνακα 47 παρουσιάζεται η Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων με εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας για όλες τις δοκιμασίες της κλίμακας, ώστε να επιβεβαιώσουμε το μονοπαραγοντικό μοντέλο που παρουσιάστηκε στην Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών.

#### Πίνακας 47

*Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για τις Δοκιμασίες της Κλίμακας στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Μοντέλο	$\chi^2$	<i>df</i>	<i>p</i>	$\chi^2/df$	<i>RMSEA</i>	<i>CFI</i>	<i>SRMR</i>	<i>TLI</i>	$\Delta\chi^2$
Μοντέλο Ανεξαρτησίας <sup>α</sup>	2115.28	45	<0.001	47.01					
Μοντέλο 1 Παράγοντα <sup>β</sup>	213.91	35	<0.001	6.11	0.11	0.91	0.05	0.89 <sup>γ</sup>	
Μοντέλο 2 Παραγόντων	162.774	34	<0.001	4.79	0.10	0.94	0.04	0.26 <sup>δ</sup>	51.14*

\*Σημαντικό στο επίπεδο 0.01 <sup>α</sup> Οι μεταβλητές δεν συσχετίζονται. <sup>β</sup> Και οι 10 δοκιμασίες φορτώνονται σε μία μόνο μεταβλητή. <sup>γ</sup> Σύγκριση μοντέλου ανεξαρτησίας και μοντέλου ενός παράγοντα. <sup>δ</sup> Σύγκριση μοντέλου ενός παράγοντα και μοντέλου 2 παραγόντων.

Αρχικά ελέγχθηκε το μοντέλο ανεξαρτησίας, σύμφωνα με το οποίο οι δοκιμασίες της κλίμακας δεν σχετίζονται μεταξύ τους. Το μοντέλο απορρίπτεται καθώς το κριτήριο  $\chi^2$  είχε ιδιαίτερα υψηλή τιμή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα προτεινόμενα μοντέλα, φτάνοντας 2115.28 με στατιστική σημαντικότητα ( $p < 0.001$ ).

Στη συνέχεια δημιουργήθηκε ένα μοντέλο ενός παράγοντα, σύμφωνα με το οποίο και οι 10 δοκιμασίες της κλίμακας εντάσσονται σε έναν μόνο παράγοντα. Ο δείκτης  $CFI = 0.91 > 0.90$  δείχνει αποδεκτή προσαρμογή του μοντέλου, όπως επίσης και ο δείκτης  $SRMR = 0.05 < 0.08$ , ενώ ο δείκτης  $RMSEA = 0.11$  δεν βρίσκεται στα αποδεκτά επίπεδα.

Έπειτα δημιουργήθηκε ένα μοντέλο 2 παραγόντων, σύμφωνα με οποίο οι δοκιμασίες Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός, Διαίρεση, Αριθμητικές και Γεωμετρικές Ακολουθίες, Αριθμογραμμές, και Επίλυση Προβλημάτων αποτελούν τον πρώτο παράγοντα και οι δοκιμασίες Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών και Οπτική Προσοχή αποτελούν τον δεύτερο παράγοντα. Οι δείκτες  $CFI = 0.94 > 0.90$  και  $SRMR = 0.04 < 0.08$  παρουσιάζουν βελτίωση σε σχέση με το μοντέλο ενός παράγοντα, ωστόσο η τιμή του δείκτη  $RMSEA = 0.10$  παραμένει οριακά σε μη αποδεκτά επίπεδα και η τιμή του συγκριτικού δείκτη  $TLI = 0.26$  είναι χαμηλή, επιτρέποντας μας να διατηρήσουμε το μοντέλο του ενός παράγοντα.

Στον Πίνακα 48 παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα μονοπαραγοντικά μοντέλα για κάθε μια από τις δοκιμασίες της κλίμακας BrainMath, καθώς επίσης και για τη συνολική βαθμολογία, όπως προέκυψαν από την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων.

#### Πίνακας 48

*Συγκεντρωτικά στοιχεία για την Επιβεβαιωτική Ανάλυση Παραγόντων για όλες τις Δοκιμασίες της Κλίμακας*

Μοντέλο	$\chi^2$	$df$	$p$	$\chi^2/df$	$RMSEA$	$CFI$	$SRMR$
Πρόσθεση	20.83	20	0.41	1.04	0.01	0.99	0.05
Αφαίρεση	103.74	20	<0.001	5.19	0.10	0.89	0.09
Πολλαπλασιασμός	51.98	20	<0.001	2.60	0.06	0.98	0.07
Διαίρεση	131.17	20	<0.001	6.56	0.12	0.94	0.09
Αριθμητικές Ακολουθίες	30.90	14	0.006	2.21	0.05	0.99	0.06
Γεωμετρικές Ακολουθίες	44.62	14	<0.001	3.19	0.07	0.97	0.07

Ανάκληση Αριθμών	74.90	14	<0.001	5.35	0.10	0.87	0.14
Επίλυση Προβλημάτων	38.44	20	0.008	1.92	0.05	0.99	0.05
Αριθμογραμμές	68.26	14	<0.001	4.88	0.09	0.94	0.11
Οπτική Προσοχή	14.09	9	0.119	1.57	0.04	0.99	0.04
Σύνολο	213.91	35	<0.001	6.11	0.11	0.91	0.05

Τα μοντέλα ενός παράγοντα παρουσιάζουν στην πλειοψηφία τους καλή προσαρμογή, υποδεικνύοντας ότι οι ερωτήσεις που απαρτίζουν κάθε δοκιμασία συγκροτούν μία και μόνο μεταβλητή. Ωστόσο, τα μοντέλα ενός παράγοντα για τις δοκιμασίες Αφαίρεση και Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών, παρουσιάζουν, αν και οριακά, τιμές εκτός των αποδεκτών ορίων για τους βασικούς δείκτες προσαρμογής. Τα αποτελέσματα αυτά δεν βρίσκονται σε συμφωνία με τα αντίστοιχα της Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών για τις συγκεκριμένες δοκιμασίες και δημιουργούν έρεισμα για περαιτέρω διερεύνηση.

### ***Πολυδιάστατη Γεωμετρική Βαθμονόμηση Ομοιοτήτων (Multidimensional Scaling-MDS)***

Για την απεικόνιση των ομαδοποιήσεων που πιθανόν να υπάρχουν μεταξύ των δοκιμασιών της κλίμακας BrainMath σε 2 διαστάσεις, χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό υπόδειγμα της Πολυδιάστατης Γεωμετρικής Βαθμονόμησης Ομοιοτήτων (Multidimensional Scaling-MDS). Το συγκεκριμένο υπόδειγμα, σε αντίθεση με την ανάλυση παραγόντων, δεν βασίζεται σε πίνακα διασυναφειών, αλλά σε πίνακα ανομοιότητας των μετρήσεων (Μυλωνάς, 2018). Στον Πίνακα 49 παρουσιάζονται οι ανομοιότητες για τις επιμέρους δοκιμασίες. Πρόκειται για εκτιμώμενες αποστάσεις (ή αλλιώς ψευδοαποστάσεις) μεταξύ των απεικονίσεων των δοκιμασιών. Όσο μεγαλύτερο το μέτρο της ανομοιότητας μεταξύ δύο δοκιμασιών, τόσο μεγαλύτερη και η απόσταση στις αντίστοιχες απεικονίσεις στο διάγραμμα σκεδασμού.

**Πίνακας 49**

*Ανομοιοότητες (Disparities) για τις επιμέρους Δοκιμασίες της Κλίμακας BrainMath.*

	ADD	SUB	MUL	DIV	AS	GS	MEM	WP	NL	VSA
ADD	0.00									
SUB	0.71	0.00								
MUL	0.71	0.71	0.00							
DIV	1.19	1.29	0.32	0.00						
AS	1.29	1.29	1.19	1.19	0.00					
GS	2.60	2.60	1.89	1.65	1.19	0.00				
MEM	3.11	3.03	2.23	2.23	2.84	2.23	0.00			
WP	1.19	1.19	0.51	0.51	1.19	1.65	1.65	0.00		
NL	2.60	2.60	1.65	1.65	1.65	1.19	2.23	1.19	0.00	
VSA	3.63	3.60	3.03	3.03	3.60	3.60	1.19	2.60	3.23	0.00

Όλες οι μετρήσεις σταθμίστηκαν σε z-τιμές για κάθε μέτρηση ξεχωριστά.

Χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο ελαχίστων τετραγώνων (Alternating Least Square Scaling-ALSCAL) των Takane et al. (1977). Η επιλογή των δύο διαστάσεων οδήγησε σε ένα σφάλμα (stress) ίσο με 0.10, το οποίο υποδεικνύει ικανοποιητική προσαρμογή (Kruskal & Wish, 1978), αλλά και ένα εύχρηστο ως προς την ερμηνεία του γράφημα. Ακόμα, το  $R^2$  υπολογίστηκε 0.96 υποδεικνύοντας ότι ένα πολύ μεγάλο ποσοστό της διακύμανσης των δεδομένων εισόδου μπορεί να ληφθεί υπόψιν από το υπόδειγμα MDS (Jaworska & Chupetlovska-Anastasova, 2009).

**Πίνακας 50**

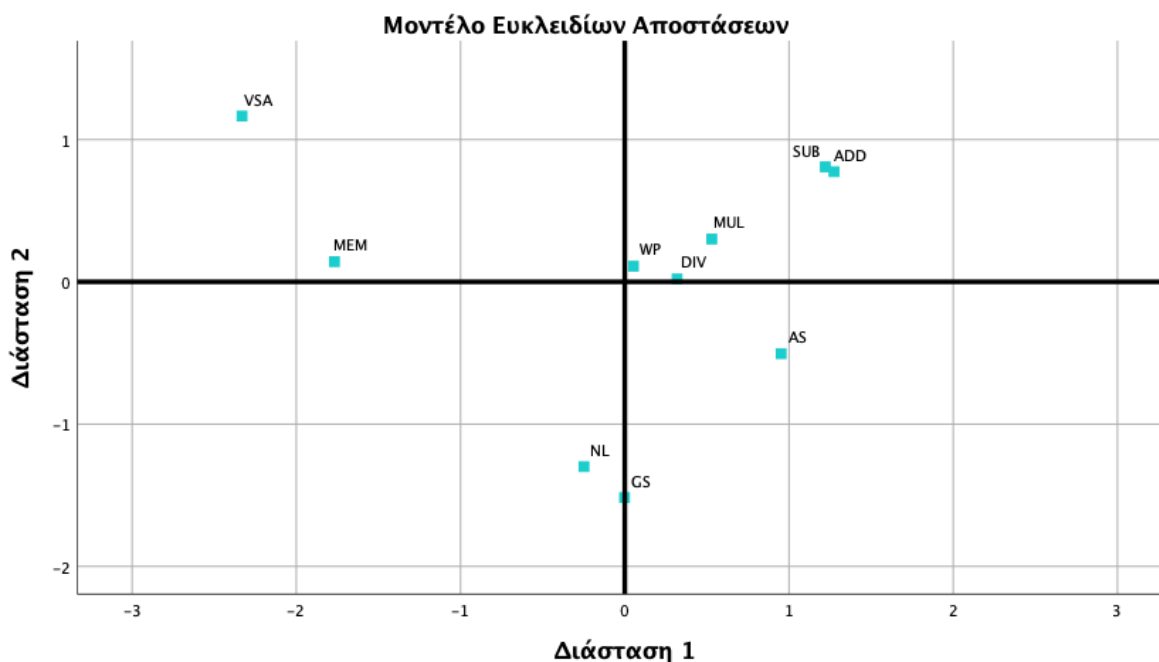
*Συντεταγμένες των Δοκιμασιών της Κλίμακας BrainMath όπως προέκυψαν από το Υπόδειγμα MDS*

Δοκιμασία	Διαστάσεις	
	1	2
Πρόσθεση (ADD)	1.27	0.77
Αφαίρεση (SUB)	1.22	0.81
Πολλαπλασιασμός (MUL)	0.53	0.30
Διαίρεση (DIV)	0.32	0.02
Αριθμητικές Ακολουθίες (AS)	0.95	-0.51
Γεωμετρικές Ακολουθίες (GS)	-0.01	-1.52
Ανάκληση Αριθμών (MEM)	-1.77	0.14
Επίλυση Προβλημάτων (WP)	0.05	0.11
Αριθμογραμμές (NL)	-0.25	-1.30
Οπτική Προσοχή (VSA)	-2.33	1.17

Η συνθήκη τερματισμού για τον αλγόριθμο της μεθόδου ήταν η διαφορά μεταξύ σφαλμάτων μικρότερη του 0.001. Μετά την ένατη επανάληψη προέκυψε ο Πίνακας 50 με τις ακριβείς συντεταγμένες των απεικονίσεων των δοκιμασιών στις δύο διαστάσεις.

**Σχήμα 26**

*Διάγραμμα Σκεδασμού με τις Δοκιμασίες της Κλίμακας BrainMath όπως προέκυψε με βάση το υπόδειγμα της Πολυδιάστατης Γεωμετρικής Βαθμονόμησης Ομοιοτήτων-MDS*



Παρατηρώντας το διάγραμμα σκεδασμού (Σχήμα 26) διαπιστώνουμε ότι οι δοκιμασίες Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός, Διαίρεση και Επίλυση Προβλημάτων συγκεντρώνονται στο ίδιο τεταρτημόριο, με τις τέσσερις δοκιμασίες αριθμητικών πράξεων να αποδίδουν μεγαλύτερη σημαντικότητα στη διάσταση 2 και τη δοκιμασία της Επίλυσης Προβλημάτων στη διάσταση 1. Η Οπτική Προσοχή και η Ανάκληση Αριθμών απεικονίζονται από κοινού στο επάνω αριστερό τεταρτημόριο, σε αυξημένη ωστόσο απόσταση από τις υπόλοιπες μετρήσεις. Οι Γεωμετρικές Ακολουθίες εμφανίζονται σε μεγαλύτερη απόσταση από αυτή που αρχικά αναμενόταν από τις Αριθμητικές Ακολουθίες, επάνω στον κάθετο άξονα, αγνοώντας τη δεύτερη διάσταση. Τέλος, η δοκιμασία των Αριθμογραμμών εμφανίζεται οριακά απομονωμένη στο κάτω αριστερό τεταρτημόριο. Γενικά ο αλγόριθμος φαίνεται να περιγράφει μια συνεκτική ομάδα μετρήσεων με μικρές ίσως εξαιρέσεις.



### **Εσωτερική Συνέπεια**

Η εσωτερική συνέπεια περιγράφει το βαθμό στον οποίο όλα τα στοιχεία μιας μέτρησης παρουσιάζουν ομοιογένεια, μετρούν δηλαδή την ίδια ιδέα. Επιπλέον, η αξιοπιστία δείχνει το μέγεθος του σφάλματος μέτρησης σε μια δοκιμή (Tavakol & Dennick, 2011). Για τον έλεγχο της εσωτερικής συνέπειας υπολογίστηκε ο συντελεστής  $\alpha$  του Cronbach (1951). Ο δείκτης λαμβάνει τιμές από το 0 έως το 1, με τις τιμές άνω του 0.7 να θεωρούνται αποδεκτές, οι τιμές άνω του 0.8 να θεωρούνται εύρωστες και οι τιμές άνω του 0.9 να θεωρούνται ισχυρές (Taber, 2018).

Δεδομένου ότι οι ερωτήσεις που απαρτίζουν την κάθε υποκλίμακα είναι δίτιμες, καθώς λαμβάνουν είτε την τιμή 1 (Σωστό) είτε την τιμή 0 (Λάθος), η εσωτερική συνέπεια συνίσταται να μετρηθεί με τη χρήση του συντελεστή Kuder-Richardson KR-20 με βάση τον τύπο:

$$KR20 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{s^2 - \sum_{i=1}^{\kappa} p_i(1 - p_i)}{s^2}$$

όπου  $\kappa$  το πλήθος των ερωτήσεων (items),  $s^2$  η διασπορά της βαθμολογίας και  $p_i$  ο λόγος των μαθητών που απάντησαν σωστά στην ερώτηση  $i$  προς το συνολικό δείγμα (Andrich, 1982). Η διαφορά στον υπολογισμό του συντελεστή  $\alpha$  του Cronbach βρίσκεται στο ότι αντί του αθροίσματος  $\sum_{i=1}^{\kappa} p_i(1 - p_i)$  υπολογίζεται το άθροισμα  $\sum_{i=1}^{\kappa} s_i^2$ , όπου  $s_i^2$  η διασπορά της ερώτησης  $i$ .

Οι δύο συντελεστές υπολογίστηκαν και η σύγκριση μέσω του κριτηρίου Fisher  $z$  έδειξε ότι για καμία υποκλίμακα δεν υπήρχε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ τους. Το γεγονός αυτό μας επιτρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  και για δίτιμες μεταβλητές (Henson, 2001).

Έτσι, παρουσιάζεται στο Πίνακα 51 η τιμή του συντελεστή Cronbach's  $\alpha$  για κάθε υποκλίμακα καθώς επίσης και για τη συνολική κλίμακα.

**Πίνακας 51**

*Δείκτες Εσωτερικής Συνέπειας των επιμέρους Δοκιμασιών του Εργαλείου Αξιολόγησης BrainMath στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας*

Δοκιμασίες	Cronbach's Alpha	95% Διάστημα Εμπιστοσύνης	
		Κάτω Όριο	Άνω Όριο
Πρόσθεση	0,70	0.66	0.74
Αφαίρεση	0,72	0.68	0.76
Πολ/σμός	0,80	0.77	0.82
Διαίρεση	0,81	0.78	0.83
Αριθμ. Ακολουθίες	0,79	0.77	0.82
Γεωμ. Ακολουθίες	0,77	0.74	0.80
Ανάκληση Αριθμών	0,69	0.64	0.73
Προβλήματα	0,80	0.77	0.83
Αριθμογραμμές	0,77	0.73	0.80
Οπτική Προσοχή	0,68	0.64	0.73
Σύνολο	0,90	0.89	0.92

Για τη συνολική βαθμολογία η τιμή του  $\alpha$  υποδεικνύει ισχυρή εσωτερική συνέπεια, ενώ στις επιμέρους δοκιμασίες παρουσιάζονται αποδεκτές τιμές, με εξαίρεση την Ανάκληση Αριθμών και την Οπτική Προσοχή όπου η τιμή του  $\alpha$  βρέθηκε ελάχιστα μικρότερη από το όριο 0.70. Η χαμηλή τιμή του  $\alpha$  ωστόσο δεν υποδεικνύει κατ' ανάγκη χαμηλό βαθμό εσωτερικής συνοχής, καθώς ο συντελεστής  $\alpha$  επηρεάζεται έντονα από το πλήθος των ερωτήσεων (items), δίνοντας μικρότερη τιμή για λίγα items (Streiner, 2003).

### Στατιστικοί Δείκτες

Στους πίνακες 47 και 48 παρουσιάζονται οι βασικοί περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες για κάθε ηλικιακή ομάδα, με βάση τις αρχικές τιμές για τις 10 δοκιμασίες του εργαλείου BrainMath, καθώς επίσης και για τη συνολική βαθμολογία. Στους Πίνακες 52 και 53 παρουσιάζονται το εύρος ( $R$ ) για κάθε δοκιμασία, η ελάχιστη ( $min$ ) και μέγιστη ( $max$ ) τιμή, ο μέσος όρος ( $\bar{X}$ ), το τυπικό σφάλμα του μέσου όρου ( $s_{\bar{x}}$ ), η τυπική απόκλιση ( $s$ ), η ασυμμετρία και η κύρτωση για τις 2 σχολικές τάξεις, ενώ στο Παράρτημα Γ παρουσιάζονται οι αντίστοιχοι στατιστικοί δείκτες ανά ηλικιακή ομάδα.

### Πίνακας 52

Περιγραφικοί Στατιστικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Β' Τάξη ( $N=190$ )

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_{\bar{x}}$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	8.00	0.00	8.00	4.23	0.14	1.95	0.06	-0.64
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	3.79	0.15	2.00	-0.23	-0.53
Πολ/σμός	8.00	0.00	8.00	3.03	0.15	2.07	0.35	-0.61
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	3.04	0.16	2.15	0.54	-0.34
Αριθμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	4.30	0.14	1.93	-0.38	-0.73
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.41	0.14	1.95	0.39	-0.87
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.20	0.11	1.58	-0.05	0.28
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	2.72	0.16	2.24	0.65	-0.49
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	2.27	0.12	1.63	0.70	0.43
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	2.96	0.12	1.70	-0.05	-0.95
Συνολική Βαθμολογία	69.00	4.00	73.00	31.95	1.02	14.07	0.39	0.15

**Πίνακας 53**

Περιγραφικοί Στατιστικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Γ' Τάξη (N=219)

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	7.00	1.00	8.00	5.58	0.11	1.66	-0.48	-0.48
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	5.00	0.13	1.91	-0.75	0.28
Πολ/σμός	8.00	0.00	8.00	4.85	0.13	1.94	-0.44	-0.51
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	4.59	0.16	2.39	-0.23	-1.07
Αριθμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	5.18	0.14	2.07	-0.92	-0.36
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.94	0.14	2.01	0.16	-1.10
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.80	0.09	1.34	-0.47	1.28
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	4.30	0.16	2.33	-0.05	-0.92
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	3.09	0.13	1.99	0.21	-0.87
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	3.36	0.11	1.62	-0.16	-0.77
Συνολική Βαθμολογία	64.00	8.00	72.00	42.69	0.92	13.62	-0.29	-0.41

**Πίνακας 54**

Τεταρτημόρια για τις Κατανομές Συχνότητας των διαθέσιμων μετρήσεων ανά Σχολική Τάξη.

	Β' Τάξη			Γ' Τάξη		
	25%	50%	75%	25%	50%	75%
Πρόσθεση	3.00	4.00	6.00	4.00	6.00	7.00
Αφαίρεση	2.00	4.00	5.00	4.00	5.00	6.00
Πολ/σμός	2.00	3.00	5.00	3.00	5.00	6.00
Διαίρεση	1.00	3.00	4.00	3.00	5.00	7.00
Αριθμ. Ακολουθίες	3.00	4.50	6.00	4.00	6.00	7.00
Γεωμ. Ακολουθίες	1.00	2.00	4.00	1.00	3.00	5.00
Ανάκληση Αριθμών	2.00	3.00	4.00	3.00	4.00	5.00
Προβλήματα	1.00	2.00	4.00	2.00	4.00	6.00
Αριθμογραμμές	1.00	2.00	3.00	1.00	3.00	5.00
Οπτική Προσοχή	2.00	3.00	4.00	2.00	3.00	5.00
Συνολική Βαθμολογία	23.00	31.00	39.25	33.00	44.00	53.00

Στον Πίνακα 54 αναφέρονται τα τεταρτημόρια για τις κατανομές συχνότητας της κλίμακας BrainMath, καθώς επίσης και των επιμέρους δοκιμασιών για τις 2 σχολικές τάξεις, ενώ στο Παράρτημα Δ παρουσιάζονται τα αντίστοιχα τεταρτημόρια ανά ηλικιακή ομάδα.

### **Μετρικά Σφάλματα**

Οι εκτιμήσεις της αξιοπιστίας παρέχουν ένα δείκτη για τη σταθερότητα των μετρήσεων σαν μία αφηρημένη έννοια, η οποία κατά την ερμηνεία των αποτελεσμάτων μπορεί να είναι ασαφής. Για το λόγο αυτό, οι συντελεστές αξιοπιστίας πρέπει να μεταφραστούν σε συγκεκριμένες τιμές ώστε να καταστεί δυνατή η ενσωμάτωση της ψυχομετρικής αξιοπιστίας στην ερμηνευτική διαδικασία (Christ & Silbergliitt, 2007).

Για να μπορούμε να περιγράψουμε την ακρίβεια της μέτρησης για κάθε μαθητή, υπολογίστηκε το Τυπικό Σφάλμα Μέτρησης (Standard Error of Measurement,  $s_e$ )

$$s_e = s\sqrt{1 - r_{tt}}$$

χρησιμοποιώντας την τυπική απόκλιση του δείγματος ( $s$ ) και την αξιοπιστία ( $r_{tt}$ ) της μέτρησης, την οποία στην περίπτωση μας αποτέλεσε ο δείκτης Cronbach's  $\alpha$  (Μυλωνάς, 2012. Wyrwich, 2004).

Το τυπικό σφάλμα μέτρησης είναι ένα μέτρο του πώς οι βαθμολογίες που έχουν μετρηθεί κατανέμονται γύρω από την 'πραγματική' βαθμολογία, και εκφράζεται στην αρχική μέτρηση του μέτρου που αυτή περιγράφει (Anastasi & Urbina, 1997).

Το τυπικό σφάλμα μέτρησης είναι ωφέλιμο για την κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης. Για διάστημα εμπιστοσύνης 95% η πραγματική βαθμολογία για κάθε μαθητή θα δίνεται από τη σχέση

$$\text{πραγματική βαθμολογία} = \text{βαθμολογία} \pm 1.96 \cdot s_e$$

Στους Πίνακες 55 και 56 παρουσιάζονται οι μετρικοί δείκτες, με βάση τις αρχικές τιμές, για τις επιμέρους δοκιμασίες και για τη συνολική βαθμολογία του εργαλείου BrainMath ανά

σχολική τάξη, ενώ στο Παράρτημα Ε παρουσιάζονται τα μετρικά σφάλματα ανά ηλικιακή ομάδα. Χρησιμοποιήθηκαν οι δείκτες αξιοπιστίας Cronbach's  $\alpha$  καθώς επίσης και οι τυπικές αποκλίσεις των αρχικών τιμών για κάθε δοκιμασία.

### Πίνακας 55

Μετρικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Β' Τάξη (N=190)

	<i>Cronbach's <math>\alpha</math></i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.73	1.95	1.01	8.00	1.98
Αφαίρεση	0.71	2.00	1.08	8.00	2.12
Πολ/σμός	0.78	2.07	0.97	8.00	1.90
Διαίρεση	0.77	2.15	1.03	8.00	2.02
Αριθμ. Ακολουθίες	0.74	1.93	0.98	7.00	1.92
Γεωμ. Ακολουθίες	0.76	1.95	0.96	7.00	1.88
Ανάκληση Αριθμών	0.72	1.58	0.84	7.00	1.65
Προβλήματα	0.79	2.24	1.03	8.00	2.02
Αριθμογραμμές	0.72	1.63	0.86	7.00	1.69
Οπτική Προσοχή	0.70	1.70	0.93	6.00	1.82
Συνολική Βαθμολογία	0.95	14.07	3.15	69.00	6.17

### Πίνακας 56

Μετρικοί Δείκτες στο Δείγμα της Κύριας Έρευνας – Γ' Τάξη (N=219)

	<i>Cronbach's <math>\alpha</math></i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.58	1.66	1.08	7.00	2.12
Αφαίρεση	0.67	1.91	1.10	8.00	2.16
Πολ/σμός	0.74	1.94	0.99	8.00	1.94
Διαίρεση	0.80	2.39	1.07	8.00	2.10
Αριθμ. Ακολουθίες	0.83	2.07	0.85	7.00	1.67
Γεωμ. Ακολουθίες	0.77	2.01	0.96	7.00	1.88
Ανάκληση Αριθμών	0.63	1.34	0.82	7.00	1.61
Προβλήματα	0.77	2.33	1.12	8.00	2.20
Αριθμογραμμές	0.78	1.99	0.93	7.00	1.82
Οπτική Προσοχή	0.66	1.62	0.95	6.00	1.86
Συνολική Βαθμολογία	0.94	13.62	3.34	64.00	6.55

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

Χρησιμοποιώντας την εκάστοτε τιμή  $R'$  μπορούν να υπολογιστούν τα όρια εμπιστοσύνης για κάθε βαθμολογία. Η χρησιμότητα του συγκεκριμένου στατιστικού κριτηρίου έγκειται στον προσδιορισμό του εάν μια παρατηρούμενη βαθμολογία υποδηλώνει σημαντική διαφορά σε σχέση με μια άλλη (Wygwich, 2004). Έτσι, σε ένα υποθετικό σενάριο όπου δύο μαθητές της Β' τάξης λαμβάνουν για την κλίμακα BrainMath συνολική βαθμολογία 40 και 35 αντίστοιχα, δεν μπορούμε να πούμε ότι διαφέρουν ως προς την επίδοση τους στα Μαθηματικά, καθώς μπορεί να παρουσιάζουν αριθμητική διαφορά ( $40 - 35$ ) 5 μονάδων, ωστόσο η τελευταία είναι μικρότερη από το αντίστοιχο  $R'$  ( $1.96 \cdot 3.15 = 6.17$ ). Θεωρούμε όμως ότι η επίδοση τους διαφέρει όταν η διαφορά στη συνολική βαθμολογία είναι ίση ή μεγαλύτερη από 7 μονάδες.

Χρησιμοποιώντας σαν κατώφλι το 25<sup>ο</sup> εκατοστημόριο και την αντίστοιχη τιμή  $R'$ , οι μαθητές της Β' τάξης με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 29 βαθμούς και οι μαθητές της Γ' τάξης με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 39 βαθμούς, θεωρείται ότι βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά. Όσον αφορά τις διαφορετικές ηλικιακές ομάδες, από τη θεωρία αληθών τιμών προκύπτει ότι οι μαθητές που βρίσκονται στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο για την ηλικιακή ομάδα 82 έως 84 μήνες είναι αυτοί με συνολική βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 20 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 85 έως 87 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 23 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 88 έως 90 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 33 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 91 έως 93 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 33 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 94 έως 96 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 29 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 97 έως 99 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 39 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 100 έως 102 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 41 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 103 έως 105 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 43 βαθμούς, για την ηλικιακή ομάδα 106 έως 108 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 42

βαθμούς και τέλος για την ηλικιακή ομάδα 109 έως 111 αυτοί με βαθμολογία μικρότερη ή ίση με 51 βαθμούς.

Η αξιοποίηση των μετρικών σφαλμάτων και των αντίστοιχων τιμών  $R'$  για κάθε σχολική τάξη (ή ηλικιακή ομάδα), καθώς επίσης και των τεταρτημόριων για τις κατανομές συχνότητας των διαθέσιμων μετρήσεων ανά ομάδα, δίνει τη δυνατότητα για την πραγματική ερμηνεία της συνολικής ή της επιμέρους βαθμολογίας ενός μαθητή στην κλίμακα σε σχέση με άλλους μαθητές της ίδιας τάξης (ή της ίδιας ηλικίας).



## Συζήτηση

Σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν η ανάπτυξη ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης των δυσκολιών στα μαθηματικά, το οποίο θα ανιχνεύει τους μαθητές που βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών από τη Β΄ ή τη Γ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου, βασισμένο στις μαθηματικές δεξιότητες οι οποίες αναπτύσσονται στις τάξεις αυτές σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών, καθώς επίσης και στις γνωστικές δεξιότητες οι οποίες συσχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά σε αυτές τις ηλικίες. Κατά την πιλοτική έρευνα χορηγήθηκε μια αυτοσχέδια κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά, η οποία ήταν βασισμένη στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών για τις τάξεις Β΄ και Γ΄ του δημοτικού σχολείου, με στόχο την διερεύνηση της εγκυρότητας και της αξιοπιστίας της. Χορηγήθηκαν επίσης σταθμισμένα ψυχομετρικά τεστ με στόχο να διερευνηθεί το κατά πόσο η μνήμη εργασίας, η παρατεταμένη οπτική προσοχή και ο επαγωγικός λογισμός, καθώς επίσης και το άγχος για τα μαθηματικά, συσχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά. Βασικός στόχος της κύριας έρευνας ήταν η ψυχομετρική αξιολόγηση της κλίμακας BrainMath, η οποία αναπτύχθηκε με βάση τα ευρήματα της πιλοτικής έρευνας.

### Δομική εγκυρότητα της κλίμακας

Καθοριστικό ρόλο στη δημιουργία της κλίμακας αξιολόγησης διαδραματίζει η παραγοντική δομή, καθώς στόχος ήταν με ένα συγκεκριμένο πλήθος ερωτημάτων (74 items), το οποίο δεν θα εξαντλεί τους μαθητές και θα επιτρέπει την ολοκλήρωση της κλίμακας στη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας (Μ.Ο. χορήγησης = 32.45 λεπτά), να μεγιστοποιηθεί η αποδοτικότητα της εξέτασης. Για να αξιολογηθεί πληρέστερα η επίδοση των μαθητών στα Μαθηματικά, αναπτύχθηκε μια συστοιχία δοκιμασιών με βάση τα ευρήματα της πρόσφατης διεθνούς και εγχώριας βιβλιογραφίας, καθώς επίσης και τα ευρήματα της πιλοτικής έρευνας, η οποία θα πρέπει να παρέχει μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για τις διαστάσεις που

σχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά, ανιχνεύοντας παράλληλα τους μαθητές που βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών.

Για να διερευνηθεί η σχέση ανάμεσα στις διαφορετικές δοκιμασίες που διαμορφώνουν την κλίμακα υπολογίστηκαν οι συντελεστές μερικής συνάφειας Pearson  $r$  μεταξύ των 10 δοκιμασιών της κλίμακας. Σε γενικές γραμμές οι δοκιμασίες της κλίμακας εμφάνισαν μεταξύ τους μέτριες έως ισχυρές συσχετίσεις, χωρίς να υπάρχουν ακραίες τιμές που να υποδηλώνουν πολύ χαμηλή ή πολύ υψηλή συσχέτιση μεταξύ 2 δοκιμασιών. Το γεγονός αυτό συνηγορεί στην ύπαρξη μιας δομής για την κλίμακα η οποία ελέγχει τις δεξιότητες των μαθητών στα μαθηματικά μέσα από 10 δοκιμασίες οι οποίες κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, χωρίς όμως η μία να υπερκαλύπτει την άλλη.

Πιο συγκεκριμένα, οι δοκιμασίες Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση παρουσίασαν ισχυρή συσχέτιση, όπως επίσης και οι δοκιμασίες Πρόσθεση και Αφαίρεση παρουσίασαν μέτρια συσχέτιση, επιβεβαιώνοντας τις αρχικές εκτιμήσεις (Huber et al., 2013. Li et al., 2018). Η δοκιμασία Επίλυση Προβλημάτων εμφάνισε μέτρια συσχέτιση με τις δοκιμασίες Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση, γεγονός που ήταν αναμενόμενο καθώς η ικανότητα επίλυσης προβλημάτων συσχετίζεται με την ικανότητα εκτέλεσης νοερών υπολογισμών (Karagiannakis et al., 2016. Puccio, 1999. Masson & Pesenti, 2016). Η δοκιμασία Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών εμφάνισε ασθενή συσχέτιση με τις δοκιμασίες Πρόσθεση και Αφαίρεση, σε αντίθεση με τις αρχικές προσδοκίες, δεδομένου ότι η μνήμη εργασίας εμπλέκεται τόσο στην άμεση ανάκτηση δεδομένων για τις πράξεις αυτές, όσο και στη χρήση στρατηγικών μη-ανάκτησης (Imbo & Vandierendonck, 2007. Seyler et al., 2003).

Η κλίμακα BrainMath χρησιμοποιεί 74 ερωτήματα για τη συλλογή δεδομένων με στόχο την καταγραφή με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια διαφορετικών πλευρών μιας ευρύτερης εικόνας η οποία δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμη. Έτσι, η επίδοση στα μαθηματικά για κάθε συμμετέχοντα διαμορφώνεται μέσα από δεδομένα τα οποία συλλέγονται για τις 10

διαφορετικές δοκιμασίες. Πρώτο μέλημα ήταν η διερεύνηση του κατά πόσο οι ερωτήσεις για κάθε μία δοκιμασία αποτελούν όντως μία διάσταση. Η διερεύνηση αυτή πραγματοποιήθηκε αρχικά μέσω Ανάλυσης Κυρίων Συνιστωσών (PCA). Το μέγεθος του δείγματος, το οποίο ήταν τουλάχιστον τετραπλάσιο των αναλυόμενων items, καθώς επίσης και η τιμή για τον δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin και η ορίζουσα του πίνακα συναφειών για κάθε δοκιμασία, συνηγορούν στην καταλληλότητα του δείγματος για την ποιότητα της συγκεκριμένης στατιστικής ανάλυσης (Μυλωνάς, 2018). Για κάθε μια από τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα αντίστοιχα ερωτήματα όντως εκφράζουν έναν παράγοντα, με τον κάθε έναν να ερμηνεύει επαρκές ποσοστό της διακύμανσης, τουλάχιστον 50%, εκτός από την Πρόσθεση και την Αφαίρεση όπου ήταν οριακά πιο κάτω. Τέλος, η Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών έδειξε ότι και οι 10 δοκιμασίες «φορτώνουν» σε ένα και μόνο παράγοντα, ο οποίος εκφράζει την επίδοση στα μαθηματικά, από όπου θα εξαχθούν και τα τελικά συμπεράσματα για κάθε μαθητή-τρια, όπως ήταν από την αρχή ο σκοπός της δημιουργίας της κλίμακας.

Η διερεύνηση των ερωτημάτων κάθε δοκιμασίας για το κατά πόσο εκφράζουν ένα και μόνο παράγοντα πραγματοποιήθηκε στη συνέχεια μέσω Επιβεβαιωτικής Ανάλυσης Παραγόντων (CFA). Τα μονοπαραγοντικά μοντέλα έδειξαν καλή προσαρμογή για 8 από τις 10 δοκιμασίες. Ωστόσο, για τις δοκιμασίες Αφαίρεση και Ανάλυση Ακολουθίας Αριθμών, τα αντίστοιχα μονοπαραγοντικά μοντέλα δεν παρουσίασαν την επιθυμητή προσαρμογή, καθώς οι αντίστοιχοι δείκτες υπολογίστηκαν οριακά εκτός των ενδεδειγμένων ορίων. Σε μια προσπάθεια διόρθωσης για τη δοκιμασία Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών, η διαγραφή του ερωτήματος με τη χαμηλότερη φόρτιση (MEM5) οδήγησε σε καλύτερη προσαρμογή του μονοπαραγοντικού μοντέλου (Afthanorhan et al., 2014. Ahmad et al., 2016), ωστόσο παρατηρήθηκε ασυνέπεια ανάμεσα στους δείκτες προσαρμογής. Ομοίως και για τη δοκιμασία Αφαίρεση με τη διαγραφή του ερωτήματος SUB2. Τέλος, η Επιβεβαιωτική

Ανάλυση Παραγόντων έδειξε ότι οι 10 δοκιμασίες της κλίμακας «φορτώνουν» σε ένα και μόνο παράγοντα, επιβεβαιώνοντας τα ευρήματα από την Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών τα οποία αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο.

Με στόχο την αξιολόγηση της δομής της κλίμακας χρησιμοποιήθηκε επίσης το στατιστικό υπόδειγμα της Πολυδιάστατης Γεωμετρικής Βαθμονόμησης Ομοιοτήτων (MDS) για την αντιπροσώπευση των εμπειρικών σχέσεων των δοκιμασιών της κλίμακας BrainMath ως ένα σύνολο σημείων σε ένα γεωμετρικό χώρο δύο διαστάσεων (Ding, 2018). Ο έλεγχος των αποτελεσμάτων ως προς την αξιοπιστία και την ακρίβεια υπέδειξε μια ιδιαίτερα υψηλή τιμή για το  $R^2$  η οποία επιτρέπει στο 96% της μεταβλητότητας να ερμηνεύεται από την MDS, καθώς επίσης και μια αρκετά χαμηλή τιμή για το δείκτη stress η οποία υποδηλώνει καλή κλιμάκωση. Ερμηνεύοντας τη γραφική αναπαράσταση των δοκιμασιών της κλίμακας σε δύο διαστάσεις συμπεραίνουμε ότι η Πρόσθεση, η Αφαίρεση, ο Πολλαπλασιασμός, η Διάρθρωση και η Επίλυση Προβλημάτων αποτελούν μια συνεκτική ενότητα. Το εύρημα αυτό ήταν αναμενόμενο λαμβάνοντας υπόψιν ότι τα νευρικά κυκλώματα τα οποία εμπλέκονται στην εκτέλεση νοητών αριθμητικών πράξεων συνδέονται με την επιλογή στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων (Rosenberg-Lee et al., 2011. Tschentscher & Hauk, 2014). Οι αναπαραστάσεις της Οπτικής Προσοχής και της Ανάκλησης Ακολουθίας Αριθμών βρέθηκαν στο ίδιο τεταρτημόριο, υποδεικνύοντας συνεκτικότητα για τις δύο δοκιμασίες, κάτι το οποίο επίσης ήταν αναμενόμενο δεδομένης της ισχυρής συσχέτισης ανάμεσα στη μνήμη εργασίας και την παρατεταμένη οπτική προσοχή (Bahle et al., 2018. Chun, 2011. Olivers, 2008. Souza & Oberauer, 2017). Ωστόσο, η αναπαράσταση της Οπτικής Προσοχής παρουσιάζεται ελαφρώς απομακρυσμένη από την ομαδοποίηση του πρώτου τεταρτημρίου. Η απόσταση αυτή αναμενόταν μικρότερη δεδομένου ότι η οπτική προσοχή συσχετίζεται σημαντικά με την επίδοση των μαθητών του δημοτικού κατά την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων (Anobile et al., 2013. Steele et al., 2012), καθώς επίσης και κατά την επίλυση προβλημάτων (Eivazi &

Bednarik, 2011. Hambrick & Engle, 2003). Όσον αφορά τις Αριθμητικές και Γεωμετρικές Ακολουθίες βρίσκονται οριακά από την ίδια μεριά του συνεχούς με την Επίλυση Προβλημάτων, σε αρμονία με τα ευρήματα από τη μελέτη της βιβλιογραφίας, σύμφωνα με τα οποία η ικανότητα αναγνώρισης προτύπων (μοτίβων) συσχετίζεται με την ικανότητα επίλυσης προβλημάτων (Christou & Papageorgiou, 2007. Díaz-Morales & Escribano, 2013. Haverty et al., 2000).

Όπως φαίνεται από τα ευρήματα της κύριας έρευνας, ο βαθμός δυσκολίας των ερωτήσεων οι οποίες αποτέλεσαν κάθε μια από τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας BrainMath ακολουθεί κατά κύριο λόγο τις προβλεπόμενες θεωρητικές καταβολές σύμφωνα με το μοντέλο IRT. Ωστόσο παρουσιάστηκαν κάποιες αστοχίες, κυρίως στη δοκιμασία Αριθμητικές Ακολουθίες όπου 3 από τις ερωτήσεις παρουσίασαν μικρότερο βαθμό δυσκολίας από τον αναμενόμενο με βάση τον αρχικό σχεδιασμό. Με την εφαρμογή του μοντέλου IRT αναδείχθηκαν ορισμένες ανακατατάξεις στη σειρά των ερωτήσεων κάποιων δοκιμασιών σε σχέση με τον αρχικό σχεδιασμό. Ο καθορισμός της τελικής σειράς των ερωτήσεων σε κάθε δοκιμασία με βάση τη δυσκολία είναι σημαντικό στοιχείο καθώς έτσι μπορούν να αποφευχθούν φαινόμενα ‘εγκατάλειψης’ από τους μαθητές σε περίπτωση που συναντήσουν μεγάλη δυσκολία στην αρχή μιας δοκιμασίας (Sideridis, 2003). Επίσης, η καθορισμένη σειρά των ερωτήσεων σε κάθε δοκιμασία μπορεί να υποστηρίξει τον καθορισμό ορίων βάσης (floor) και οροφής (ceiling) σε μελλοντικό στάδιο.

### **Αξιοπιστία μετρήσεων και αξιοπιστία εσωτερικής συνέπειας της κλίμακας**

Για να διερευνηθεί το κατά πόσο οι μετρήσεις που προέκυψαν από το δείγμα της κύριας έρευνας μπορούν να γενικευτούν στον αντίστοιχο στατιστικό πληθυσμό, υπολογίστηκε η τιμή του δείκτη  $\alpha$  του Cronbach για τον προσδιορισμό της εσωτερικής συνέπειας της κλίμακας BrainMath. Η τιμή του δείκτη για τη συνολική βαθμολογία ήταν 0.9 υποδεικνύοντας ισχυρή εσωτερική συνέπεια για την κλίμακα. Οι δείκτες αξιοπιστίας

εσωτερικής συνέπειας για κάθε μια από τις δοκιμασίες της κλίμακας υποδηλώνουν ότι οι 10 δοκιμασίες του ηλεκτρονικού εργαλείου είναι αξιόπιστες ως υπό-κλίμακες για την αξιολόγηση των μαθηματικών δεξιοτήτων των μαθητών Β΄ και Γ΄ τάξης Δημοτικού σχολείου και μπορούν να συμβάλουν στην αξιολόγηση των δυσκολιών στα μαθηματικά.

Για την αξιολόγηση των σφαλμάτων μέτρησης χρησιμοποιήθηκε το τυπικό σφάλμα μέτρησης, με την αξιοπιστία των μετρήσεων να επηρεάζει το μέγεθος του σφάλματος μέτρησης. Το τυπικό σφάλμα μέτρησης για τη Γ΄ τάξη, όσον αφορά τη συνολική βαθμολογία για την κλίμακα BrainMath, παρουσιάστηκε ελάχιστα αυξημένο (μεγαλύτερο κατά 6%) σε σχέση με το αντίστοιχο σφάλμα για τη Β΄ τάξη. Οι χαμηλότερες τιμές όσον αφορά το τυπικό σφάλμα μέτρησης παρατηρήθηκαν στις ηλικιακές ομάδες 85 έως 87, 94 έως 96 και 82 έως 84 μήνες, ενώ οι υψηλότερες τιμές παρατηρήθηκαν στις ηλικιακές ομάδες 100 έως 102, 109 έως 11 και 97 έως 99 μήνες. Αξίζει να σημειωθεί ότι η μεγαλύτερη διαφορά ανάμεσα στα τυπικά σφάλματα μέτρησης των 10 διαφορετικών ηλικιακών ομάδων ήταν ίση με 0.55.

Έχοντας υπολογίσει το τυπικό σφάλμα μέτρησης και την αντίστοιχη τιμή  $R'$  για τη δημιουργία διαστήματος εμπιστοσύνης 95% είναι εφικτή η εκτίμηση των αληθών τιμών των μετρήσεων με μεγάλη ακρίβεια. Από τη θεωρία των αληθών τιμών λοιπόν προκύπτει ότι η ενδιάμεση συνολική βαθμολογία για την κλίμακα κυμαίνεται από 25 έως 37 βαθμούς για τους μαθητές της Β΄ τάξης, ενώ για τους μαθητές της Γ΄ τάξης κυμαίνεται από 38 έως 50 βαθμούς. Αντίστοιχα, οι μαθητές που βρίσκονται στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο (συνολική βαθμολογία ίση ή χαμηλότερη από το 25<sup>ο</sup> εκατοστημόριο), με βάση την κρίσιμη τιμή που υπολογίστηκε ανά σχολική τάξη και ηλικιακή ομάδα, θεωρείται ότι βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά (Badian, 1999. Barbaresi et al., 2005. Dirks et al., 2008. Haberstroh & Schulte-Körne, 2019. Hein et al., 2000. Morgan et al., 2016. Shinn, 2005). Φαίνεται ότι η κρίσιμη τιμή αυξάνεται όσο αυξάνεται και η ηλικία των συμμετεχόντων, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο, δεδομένου ότι η επίδοση στα μαθηματικά

επηρεάζεται από την ηλικία των μαθητών του δημοτικού σχολείου (Cragg et al., 2017. Floyd et al., 2003. Taub et al., 2008). Ωστόσο αυτή η αύξηση της κρίσιμης τιμής στη βαθμολογία καταγράφεται σε 8 από τις 10 ηλικιακές ομάδες. Το γεγονός αυτό μπορεί να αποδοθεί στην ανομοιογένεια του δείγματος ως προς το φύλο, η οποία καταγράφεται σε κάποιες ηλικιακές ομάδες, δεδομένου ότι όπως έδειξαν και τα αποτελέσματα υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στη βαθμολογία ανάμεσα σε αγόρια και κορίτσια.

Αξιοποιώντας τους πίνακες που προέκυψαν με βάση τη θεωρία των αληθών τιμών, ο εξεταστής είναι πλέον σε θέση μετά τη χορήγηση της κλίμακας BrainMath να ερμηνεύσει τα αποτελέσματα της συνολικής βαθμολογίας, με βάση τη σχολική τάξη ή την ηλικιακή ομάδα του κάθε μαθητή και να ελέγξει αν αυτός βρίσκεται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά. Ακόμα, δίνεται η δυνατότητα για περαιτέρω διερεύνηση ελέγχοντας τη βαθμολογία του μαθητή σε κάθε μία από τις 10 διαφορετικές δοκιμασίες ξεχωριστά, ώστε να εντοπιστούν συγκεκριμένες αδυναμίες και να σχεδιαστεί ένα στοχευμένο και εξατομικευμένο πρόγραμμα παρέμβασης.

### **Μνήμη εργασίας και επίδοση στα μαθηματικά**

Η μνήμη εργασίας είναι μια γνωστική λειτουργία η οποία έχει μελετηθεί εκτενώς για την επίδραση της στις μαθηματικές δεξιότητες. Μια από τις βασικές λειτουργίες της μνήμης εργασίας είναι η διατήρηση των αναπαραστάσεων της μνήμης σε μια κατάσταση πλήρως ενεργοποιημένη και προσβάσιμη. Η συγκεκριμένη λειτουργία μπορεί να είναι εξαιρετικά χρήσιμη κατά την επίλυση προβλημάτων, όπου θα χρειαστεί η αναζήτηση προηγούμενων παρόμοιων εμπειριών, καθώς επίσης και στρατηγικών επίλυσης που έχουν διδαχθεί στο παρελθόν (Hambrick & Engle, 2003). Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας επιβεβαιώνουν τα ευρήματα της βιβλιογραφίας καθώς οι επιδόσεις των μαθητών στις δοκιμασίες μνήμης εργασίας και επίλυσης προβλημάτων παρουσίασαν θετική συσχέτιση.

Πλήθος ερευνών τα τελευταία χρόνια υποστηρίζει ότι η μνήμη εργασίας εμπλέκεται στην εκτέλεση νοερών υπολογισμών (Clearman et al., 2017). Ο τρόπος ωστόσο με τον οποίο εμπλέκεται η μνήμη εργασίας, καθώς επίσης και ο βαθμός εμπλοκής ποικίλουν ανάλογα με το είδος της αριθμητικής πράξης (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση), το βαθμό δυσκολίας της δραστηριότητας και τη στρατηγική επίλυσης που θα χρησιμοποιηθεί (DeStefano & LeFevre, 2004). Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των δεδομένων της πιλοτικής έρευνας υποστήριξαν προηγούμενα ευρήματα, υποδεικνύοντας ότι οι μαθητές με ελλείμματα στη μνήμη εργασίας, έχουν μειωμένη ικανότητα νοερών αριθμητικών υπολογισμών. Στην ίδια κατεύθυνση, τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας ανέδειξαν θετική συσχέτιση της μνήμης εργασίας με όλες τις νοερές αριθμητικές πράξεις και ιδιαίτερα με τον πολλαπλασιασμό. Η επίλυση απλών νοερών υπολογισμών, όπως προσθέσεις μονοψήφιων, βασίζεται κυρίως στην αυτοματοποιημένη ανάκτηση γεγονότων και συνήθως δεν επηρεάζεται από οποιαδήποτε διεργασία μπορεί να πραγματοποιείται ταυτόχρονα. Η πρόσβαση όμως σε μόνιμα αποθηκευμένα στη μνήμη αριθμητικά δεδομένα όπως η προπαίδια ελέγχεται μόνο μέσω του κεντρικού εκτελεστικού συστήματος της μνήμης εργασίας (Seitz & Schumann-Hengsteler, 2000).

Υπάρχουν ενδείξεις για το ότι η μνήμη εργασίας εμπλέκεται επίσης στη διαδικασία αναπαράστασης των αριθμών σε μια αριθμογραμμή (Fias et al., 2011). Η γραμμή των αριθμών χρησιμοποιείται συχνά στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου σαν ένα χρήσιμο εργαλείο το οποίο θα ενισχύσει τις αριθμητικές δεξιότητες των μαθητών. Ωστόσο, μαθητές στη μνήμη εργασίας προτιμούν συχνά πιο απλές στρατηγικές καταμέτρησης όπως το μέτρημα με τα δάκτυλα, καθώς η χρήση της γραμμής των αριθμών φαίνεται να επιβάλει μεγαλύτερο φορτίο στη μνήμη εργασίας (Gathercole & Alloway, 2004). Τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας έδειξαν ότι υπάρχει θετική συσχέτιση ανάμεσα στις επιδόσεις των



μαθητών στις δοκιμασίες της γραμμής των αριθμών και της μνήμης εργασίας, επιβεβαιώνοντας την αρχική υπόθεση.

Ένα ενδιαφέρον εύρημα της πιλοτικής έρευνας αποτελεί η ύπαρξη θετικής συσχέτισης ανάμεσα στην μνήμη εργασίας και στον επαγωγικό λογισμό, μέσα από την αναγνώριση γεωμετρικών μοτίβων. Τα ευρήματα της πιλοτικής επιβεβαιώθηκαν και από την κύρια έρευνα, καθώς παρουσιάστηκε θετική συσχέτιση ανάμεσα στη δοκιμασία ανάκλησης αριθμών και τις δοκιμασίες αναγνώρισης και ανάπτυξης αριθμητικών και γεωμετρικών ακολουθιών. Η ύπαρξη θετικής συσχέτισης μεταξύ μνήμης εργασίας και επαγωγικού λογισμού σε παιδιά σχολικής ηλικίας επιβεβαιώνεται και από τη βιβλιογραφία (Alloway et al., 2004. Stevenson et al., 2013).

Ακόμα, υπάρχει θετική συσχέτιση ανάμεσα στη μνήμη εργασίας και την παρατεταμένη οπτική προσοχή, καθώς πρόκειται για λειτουργίες οι οποίες συνδέονται εννοιολογικά (Buehner et al., 2006). Η κωδικοποίηση και η αποθήκευση πληροφοριών στη μνήμη εργασίας αντικατοπτρίζει την παρατεταμένη διατήρηση της προσοχής σε συγκεκριμένα οπτικά ερεθίσματα (Chun, 2011). Αυτή η εικόνα αντικατοπτρίζεται από τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας, σύμφωνα με τα οποία οι επιδόσεις των μαθητών στις σταθμισμένες δοκιμασίες για τη μνήμη εργασίας και την παρατεταμένη οπτική προσοχή συσχετίζονται. Το ίδιο προκύπτει και από την κύρια έρευνα όπου οι δοκιμασίες της κλίμακας Ανάκληση Αριθμών και Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή εμφάνισαν μέση θετική συσχέτιση.

### **Οπτική προσοχή και επίδοση στα μαθηματικά**

Οποιαδήποτε δυσλειτουργία στην παρατεταμένη οπτική προσοχή των μαθητών μπορεί να εντείνει τη δυσκολία στον χειρισμό αριθμητικών δεδομένων, ιδιαίτερα σε σύνθετες δραστηριότητες όπως η εκτέλεση νοερών αριθμητικών πράξεων (Rapin, 2016). Τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας έδειξαν ότι η παρατεταμένη οπτική προσοχή παρουσιάζει θετική συσχέτιση με την επίδοση στα μαθηματικά και ιδιαίτερα με την

ικανότητα καταμέτρησης σε δοκιμασίες όπου οι μαθητές καλούνται να μετρήσουν πόσες φορές υπάρχει ένα συγκεκριμένο αντικείμενο σε μια δοσμένη εικόνα. Στην ίδια κατεύθυνση, τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας ανέδειξαν την παρουσία θετικής συσχέτισης ανάμεσα στην παρατεταμένη οπτική προσοχή και την ικανότητα εκτέλεσης νοερών αριθμητικών πράξεων και ιδιαίτερα τις δοκιμασίες πολλαπλασιασμού και διαίρεσης.

Δεδομένα για την οπτική προσοχή του ατόμου μπορούν να δώσουν χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων και τη μελλοντική επίδοση των μαθητών σε αυτές τις δοκιμασίες (Eivazi & Bednarik, 2011). Επιβεβαιώνοντας την αρχική υπόθεση, τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές με υψηλά επίπεδα παρατεταμένης οπτικής προσοχής είχαν υψηλότερη επίδοση στις δοκιμασίες επίλυσης προβλημάτων.

Τέλος, η παρατεταμένη οπτική προσοχή και η ορθή χρήση της γραμμής των αριθμών διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην κατανόηση του μεγέθους που εκφράζει ο κάθε αριθμός και κατά συνέπεια στην ικανότητα επεξεργασίας των αριθμητικών δεδομένων στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου (Anobile et al., 2013). Τα αποτελέσματα από την πολιτική και την κύρια έρευνα επιβεβαιώνουν την υπόθεση για ύπαρξη θετικής συσχέτισης ανάμεσα στην παρατεταμένη οπτική προσοχή και την κατανόηση της έννοιας της γραμμής των αριθμών.

### **Επαγωγικός λογισμός και επίδοση στα μαθηματικά**

Ο επαγωγικός λογισμός περιγράφει την ικανότητα γενίκευσης μέσα από την παρατήρηση ειδικών περιπτώσεων. Η παρατήρηση ενός μοτίβου, όπως μια ακολουθία αριθμών μπορεί να οδηγήσει μέσω του επαγωγικού λογισμού στην εύρεση του επόμενου όρου (Canadas et al., 2009). Η ικανότητα αναγνώρισης προτύπων (μοτίβων) συσχετίζεται με τη διαδικαστική γνώση στα μαθηματικά (Kellman et al., 2010) ιδιαίτερα κατά την επίλυση προβλημάτων. Σύμφωνα με τη σύγχρονη γνωστική ψυχολογία, ο επαγωγικός λογισμός έχει εφαρμογή στην

επεξεργασία πληροφοριών κατά την επίλυση προβλημάτων, όντας μια δεξιότητα απαραίτητη για τη βαθύτερη κατανόηση και την εφαρμογή της αποκτηθείσας γνώσης σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής (Molnár et al., 2013). Τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας επιβεβαιώνουν τους παραπάνω ισχυρισμούς καθώς παρουσιάστηκε θετική συσχέτιση ανάμεσα στην ικανότητα επίλυσης προβλημάτων και την ικανότητα αναγνώρισης προτύπων.

Από τα αποτελέσματα της κύριας έρευνας προέκυψε επίσης θετική συσχέτιση ανάμεσα στην ικανότητα αναγνώρισης προτύπων και την ικανότητα εκτέλεσης νοερών αριθμητικών πράξεων και ιδιαίτερα σε ότι αφορά τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις. Υπάρχουν ενδείξεις για συσχέτιση της ικανότητας αναγνώρισης προτύπων με τις αριθμητικές δεξιότητες (Bragman & Hardy, 1982), ωστόσο τα υπάρχοντα δεδομένα δεν επαρκούν για την εξαγωγή συμπερασμάτων (Kidd et al., 2014).

Η διαδικασία αναγνώρισης ενός μοτίβου έχει μεγάλες απαιτήσεις από την παρατεταμένη οπτική προσοχή των μαθητών, ώστε μελετώντας κάθε όρο ξεχωριστά να ανακαλύψουν τη σχέση που τους διέπει (Jia et al., 2011). Από τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας προέκυψε θετική συσχέτιση ανάμεσα στις επιδόσεις των μαθητών στις κλίμακες επαγωγικού λογισμού και παρατεταμένης οπτικής προσοχής. Τα παραπάνω ευρήματα επιβεβαιώνονται και από την κύρια έρευνα μέσα από τις δοκιμασίες Αριθμητικές-Γεωμετρικές Ακολουθίες και Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή.

### **Άγχος για τα μαθηματικά και επίδοση στα μαθηματικά**

Για τους μαθητές δημοτικού, το άγχος για τα μαθηματικά θεωρείται ανασταλτικός παράγοντας για την ανάπτυξη των μαθηματικών δεξιοτήτων (Sorvo et al., 2017). Τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές της Β΄ και της Γ΄ τάξης του δημοτικού με υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά, σημείωσαν χαμηλότερη βαθμολογία στην κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά, και κυρίως στις δοκιμασίες της

διαίρεσης, της αναγνώρισης αριθμητικών μοτίβων, καθώς επίσης και της γραμμής των αριθμών.

Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνονται από τη βιβλιογραφία, καθώς υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις για αρνητική συσχέτιση μεταξύ άγχους και επίδοσης στα μαθηματικά (Braham & Libertus, 2018. Wu et al., 2014. Zakaria & Nordin, 2008). Σε έρευνα στις Η.Π.Α. με 113 μαθητές Β΄ και Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου, προέκυψε ότι οι μαθητές με υψηλά επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά είχαν μειωμένη επίδοση σε δοκιμασίες πρόσθεσης και αφαίρεσης, καθώς επίσης και σε δοκιμασίες επαγωγικού λογισμού στις οποίες οι μαθητές κλήθηκαν να αναγνωρίσουν και να συμπληρώσουν ακολουθίες αριθμών (Vukovic et al., 2013). Ακόμα, τα αποτελέσματα έρευνας με 162 μαθητές Α΄, Β΄ και Γ΄ τάξης από δημοτικά σχολεία του Σικάγο, ανέδειξαν αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στο άγχος για τα μαθηματικά και την επίδοση των μαθητών σε δοκιμασίες με αριθμογραμμές 0-100 και 0-1000 (Pantoja et al., 2020). Από τη μελέτη της βιβλιογραφίας προκύπτει ότι οι μαθητές με υψηλά επίπεδα άγχους στα μαθηματικά παρουσιάζουν μειωμένη επίδοση σε δοκιμασίες αριθμητικής, με τη μεγαλύτερη διαφοροποίηση σε σύγκριση με τους μαθητές με φυσιολογικά επίπεδα άγχους να παρουσιάζεται σε δοκιμασίες οι οποίες απασχολούν περισσότερους πόρους της μνήμης εργασίας, όπως νοερές προσθέσεις με κρατούμενο και νοερές αφαιρέσεις με δανεισμό (Ashcraft & Ridley, 2005). Θα ήταν χρήσιμο σε μελλοντική έρευνα να διεξαχθεί ανάλυση διαμεσολάβησης (mediation analysis) ώστε να διερευνηθεί η επίδραση του άγχους για τα μαθηματικά στην επίδοση των μαθητών στην κλίμακα BrainMath, με τη μνήμη εργασίας να αποτελεί τη διαμεσολαβητική μεταβλητή.

Τέλος, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών ως προς τα επίπεδα άγχους για τα μαθηματικά (Tarja & Marsh, 2004). Ωστόσο, υπάρχουν αρκετές μελέτες της σύγχρονης βιβλιογραφίας, οι οποίες υποστηρίζουν πως τα κορίτσια εμφανίζουν σημαντικά υψηλότερα επίπεδα άγχους σε

σύγκριση με τα αγόρια, σε ότι αφορά το μάθημα των μαθηματικών (Beilock et al., 2010. Dowker et al., 2016. Maloney & Beilock, 2012).

### **Διαφορές στην επίδοση στα μαθηματικά με βάση το φύλο**

Στην κύρια έρευνα διερευνήθηκε κατά πόσο το φύλο σχετίζεται με την επίδοση των μαθητών στην κλίμακα αξιολόγησης για τα μαθηματικά. Τα αγόρια παρουσίασαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση στη συνολική βαθμολογία. Υπάρχουν ενδείξεις ότι τα κορίτσια έχουν συνήθως χαμηλότερη επίδοση από τα αγόρια στα τυποποιημένα τεστ μαθηματικών, χωρίς όμως η διαφορά αυτή να αντικατοπτρίζεται και από την εικόνα των μαθητών μέσα στην τάξη, όπου αγόρια και κορίτσια φαίνεται να συμμετέχουν στον ίδιο βαθμό (Gallagher & Kaufman, 2004). Υπάρχουν επίσης έρευνες που υποστηρίζουν ότι δεν υπάρχει σημαντική διαφοροποίηση στην επίδοση στα μαθηματικά με βάση το φύλο, αλλά μειωμένες προσδοκίες από τη μεριά των κοριτσιών οι οποίες οφείλονται σε στερεοτυπικές αντιλήψεις της κοινωνίας (Hutchison et al., 2019. Reilly et al., 2019).

Στις επιμέρους δοκιμασίες, τα αγόρια είχαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση από τα κορίτσια στην Πρόσθεση, στην Αφαίρεση και στον Πολλαπλασιασμό. Στην ίδια κατεύθυνση, οι Krinzinger et al. (2015) υποστηρίζουν ότι τα αγόρια έχουν σημαντικά υψηλότερη επίδοση στις αριθμητικές πράξεις, ειδικά όταν ενσωματώνουν διψήφιους ή τριψήφιους αριθμούς. Η έρευνα της Horne (2003) υποστηρίζει πώς οι διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα στην επίδοση στις δοκιμασίες πρόσθεσης και αφαίρεσης, από τη Β΄ και τη Γ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου κιόλας, οφείλονται στη χρήση διαφορετικών στρατηγικών, καθώς τα κορίτσια σε αυτή την ηλικία τείνουν να χρησιμοποιούν κατά κύριο λόγο το μέτρημα ως στρατηγική, ενώ τα αγόρια προχωρούν νωρίτερα στην ανάπτυξη πιο σύνθετων στρατηγικών για τις συγκεκριμένες αριθμητικές πράξεις (Hofman et al., 2018). Ακόμα, φαίνεται ότι τα αγόρια αναπτύσσουν νωρίτερα από τα κορίτσια την ικανότητα χωρικής επεξεργασίας αριθμών, ειδικά σε απαιτητικές δραστηριότητες (Zhang et al., 2020).

Τα κορίτσια από την άλλη μεριά είχαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση στην Οπτική Προσοχή και στην Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών. Ανάλογα ευρήματα συναντάμε σε μια έρευνα με 95 μαθητές της Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου (Zayed & Jansen, 2018), σύμφωνα με την οποία τα κορίτσια είχαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση από τα αγόρια στο τεστ ανάκλησης ακολουθίας αριθμών *Hamburger-Wechsler-Intelligence-test for Children* (Petermann & Petermann, 2007). Οι διαφορές με βάση το φύλο στις γνωστικές δεξιότητες μπορούν να αποδοθούν εν μέρει στις διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα στη δομή του εγκεφάλου και στον τρόπο με τον οποίο αυτός αναπτύσσεται (Rubia et al., 2010). Ωστόσο, οι διαφορές των παιδιών με βάση το φύλο στις γνωστικές δεξιότητες παραμένουν ένα πεδίο αντιπαράθεσης και απαιτούνται πρόσθετα δεδομένα όσον αφορά τη γνωστική ανάπτυξη (Ardila et al., 2011).

#### **Διαφορές στην επίδοση στα μαθηματικά με βάση τη σχολική τάξη**

Επιβεβαιώνοντας την αρχική προσδοκία, τα αποτελέσματα της πιλοτικής έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές της Γ΄ τάξης σημείωσαν υψηλότερη βαθμολογία στην κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά, σε σύγκριση με τους μαθητές της Β΄ τάξης, και ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά τις δοκιμασίες της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Τα αποτελέσματα αυτά είναι σύμφωνα με τα προηγούμενα ευρήματα της έρευνας, καθώς αυτές οι μαθηματικές δεξιότητες σχετίζονται περισσότερο με τη μνήμη εργασίας, η οποία αναπτύσσεται χρόνο με το χρόνο κατά την παιδική ηλικία (Gathercole et al., 2004). Ακόμα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι μαθητές της Γ΄ τάξης είχαν στατιστικά σημαντικά υψηλότερη βαθμολογία από αυτούς της Β΄ τάξης στη δοκιμασία του επαγωγικού λογισμού.

Τα ευρήματα της κύριας έρευνας επιβεβαιώνουν την εικόνα της πιλοτικής, καθώς οι μαθητές της Γ΄ τάξης Δημοτικού σχολείου είχαν υψηλότερη επίδοση από τους μαθητές της Β΄ τάξης στη συνολική βαθμολογία της κλίμακας αξιολόγησης, καθώς επίσης και σε όλες τις επιμέρους δοκιμασίες. Ανάλογα ευρήματα συναντάμε σε μια έρευνα με 259 μαθητές της Β΄

και της Γ΄ τάξης σε Δημοτικά σχολεία στο Ηνωμένο Βασίλειο. Οι μαθητές της Γ΄ τάξης είχαν σημαντικά υψηλότερη επίδοση από τους μαθητές της Β΄ τάξης σε δοκιμασίες αριθμητικών πράξεων, γνώσης αριθμών, ανάπτυξης στρατηγικών επίλυσης και αναγνώρισης μοτίβων. Από τη Β΄ στη Γ΄ τάξη, οι στρατηγικές των παιδιών εξελίχθηκαν και προσαρμόστηκαν κατάλληλα προς την κατεύθυνση της μεγαλύτερης αποτελεσματικότητας και ακρίβειας (Cowan et al., 2011).

Στην ίδια κατεύθυνση κινούνται και τα ευρήματα της διαχρονικής μελέτης στην πρώιμη παιδική ηλικία η οποία διεξήχθη από το Εθνικό Κέντρο Στατιστικών Εκπαίδευσης του Υπουργείου Παιδείας των ΗΠΑ. Στην έρευνα συμμετείχαν περίπου 22,000 μαθητές από το νηπιαγωγείο μέχρι και την Ε΄ δημοτικού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η επίδοση των μαθητών στις δοκιμασίες Μαθηματικών, συμπεριλαμβανομένων δοκιμασιών πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού, διαίρεσης, γνώσης αριθμών και επίλυσης προβλημάτων, βελτιώθηκε σημαντικά από τη Β΄ στη Γ΄ τάξη (Penner & Paret, 2008).

### **Συμπεράσματα, Περιορισμοί και μελλοντικές κατευθύνσεις**

Η επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά, ιδιαίτερα στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου, συγκεντρώνει ολοένα και περισσότερο ενδιαφέρον δεδομένου ότι μπορεί να αξιοποιηθεί ως προβλεπτικός παράγοντας, όχι μόνο για τη μετέπειτα πορεία των μαθητών στα μαθηματικά, αλλά και για τη γενικότερη σχολική τους επίδοση. Γνωστικές λειτουργίες όπως η μνήμη εργασίας, η παρατεταμένη οπτική προσοχή καθώς επίσης και ο επαγωγικός λογισμός και συγκεκριμένα η ικανότητα αναγνώρισης μοτίβων, εμπλέκονται σε μια σειρά δοκιμασιών στα μαθηματικά, από την πρώιμη παιδική ηλικία κιόλας και μπορούν να επηρεάσουν συνολικά την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά. Ακόμα, η ανάπτυξη άγχους για τα μαθηματικά φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά την επίδοση των μαθητών, καθώς συσχετίζεται με τις μαθηματικές αλλά και με τις γνωστικές δεξιότητες.

Οι δυσκολίες στα μαθηματικά κατά την πρώτη σχολική ηλικία εντοπίζονται κυρίως στις αριθμητικές δεξιότητες και περιλαμβάνουν δυσκολία στον χειρισμό συμβολικών και μη-συμβολικών αριθμητικών δεδομένων, δυσκολία στο μέτρημα (ευθύ και αντίστροφο), δυσκολία στη σύγκριση και σειροθέτηση αριθμών, καθώς επίσης και δυσκολία στην κατανόηση του μέτρου του αριθμού και την αναπαράσταση του στην αριθμογραμμή. Κατά τη γνωριμία των μαθητών με τις αριθμητικές πράξεις με διψήφιους ή τριψήφιους αριθμούς, οι δυσκολίες εντοπίζονται στην εκτέλεση πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού ή διαίρεσης, είτε πρόκειται για κάθετες πράξεις είτε για νοερούς υπολογισμούς. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι δυσκολίες αυτές συνδέονται με ελλείμματα στη μνήμη εργασίας, καθώς επίσης και με ελλείμματα προσοχής. Τέλος, στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου παρατηρούνται δυσκολίες κατά την επίλυση προβλημάτων, οι οποίες κυρίως οφείλονται σε αδυναμία στην κατανόηση της εκφώνησης, στην αποκωδικοποίηση των δεδομένων, στην εκτέλεση αλγόριθμων επίλυσης ή σε σφάλματα λόγω της έκτασης και της πολυπλοκότητας των προβλημάτων.

Ερευνητές και εκπαιδευτικοί υποστηρίζουν ότι η έγκαιρη ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου θεωρείται βαρύνουσα σημασία για την μετέπειτα πορεία των μαθητών, καθώς είναι προαπαιτούμενη για τη δημιουργία ενός εξατομικευμένου προγράμματος διδασκαλίας, προσαρμοσμένο στις ανάγκες του μαθητή ή της μαθήτριας. Το γεγονός ότι η επίδοση στα μαθηματικά επηρεάζεται από πολλούς διαφορετικούς παράγοντες, καθώς επίσης και το γεγονός της συχνής συνύπαρξης των δυσκολιών στα μαθηματικά με άλλες μαθησιακές δυσκολίες, καθιστούν το σχεδιασμό ενός φερέγγυου εργαλείου αξιολόγησης ένα αρκετά απαιτητικό εγχείρημα. Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται η τάση να εντάσσονται ολοένα και περισσότερο γνωστικές δοκιμασίες στα εργαλεία αξιολόγησης των δυσκολιών στα μαθηματικά. Σε μεγάλο μέρος της βιβλιογραφίας παρατηρείται ότι οι μαθητές με επίδοση χαμηλότερη ή ίση από το 25<sup>ο</sup> εκατοστημόριο στα



σταθμισμένα τεστ, θεωρούνται ότι βρίσκονται σε κίνδυνο ανάπτυξης δυσκολιών στα μαθηματικά.

Με την παρούσα έρευνα, επιχειρήθηκε αρχικά η αξιολόγηση των γνωστικών παραγόντων οι οποίοι σχετίζονται με την επίδοση στα μαθηματικά στους μαθητές της Β΄ και της Γ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου. Τα αποτελέσματα της έρευνας είναι σε συμφωνία με πρόσφατα ευρήματα, επιβεβαιώνοντας ότι η παρατεταμένη οπτική προσοχή, ο επαγωγικός λογισμός, η μνήμη εργασίας και το άγχος για τα μαθηματικά, συσχετίζονται με την επίδοση των μαθητών δημοτικού στα μαθηματικά. Αξιοποιώντας την αυτοσχέδια κλίμακα αξιολόγησης της επίδοσης στα μαθηματικά με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα, η οποία χρησιμοποιήθηκε κατά την πιλοτική έρευνα, αναπτύχθηκε η κλίμακα BrainMath, ως ένα ηλεκτρονικό εργαλείο αξιολόγησης πλέον. Το πλήθος των ερωτήσεων σε κάθε δοκιμασία προσαρμόστηκε κατάλληλα ώστε να υπάρχει καλύτερη κλιμάκωση με βάση τη δυσκολία. Τα αποτελέσματα από τον ψυχομετρικό έλεγχο της κλίμακας έδειξαν ότι πρόκειται για ένα έγκυρο και φερέγγυο εργαλείο το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί για την έγκαιρη ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά. Η καινοτομία της κλίμακας BrainMath έγκειται στο ότι αξιολογεί σε βάθος τις μαθηματικές δεξιότητες με βάση το αναλυτικό πρόγραμμα, ενσωματώνοντας παράλληλα γνωστικές δοκιμασίες, βασιζόμενο στα πιο πρόσφατα ευρήματα της βιβλιογραφίας. Ακόμα, σε αντίθεση με τα υπάρχοντα εργαλεία αξιολόγησης τα οποία είναι διαθέσιμα στη χώρα μας το BrainMath επιτρέπει την ανίχνευση των δυσκολιών στα μαθηματικά από τις πρώτες κιόλας τάξεις του δημοτικού σχολείου σε λιγότερο από μία διδακτική ώρα, καθιστώντας το φιλικό και εύχρηστο για τους επαγγελματίες της εκπαίδευσης. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι η κλίμακα BrainMath είναι ένα ηλεκτρονικό εργαλείο ελεύθερης πρόσβασης (open access) το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί οποιαδήποτε στιγμή, προσφέροντας άμεση ανατροφοδότηση στο χρήστη.

Τα παραπάνω ευρήματα μπορούν να αξιοποιηθούν για την αξιολόγηση των δυσκολιών στα μαθηματικά για παιδιά σχολικής ηλικίας, λαμβάνοντας ωστόσο υπόψιν τους περιορισμούς της παρούσας έρευνας. Ο πρώτος περιορισμός αφορά στο δείγμα της κυρίας έρευνας. Το μέγεθος του δείγματος για την κυρία έρευνα ήταν 409 άτομα, το οποίο θεωρείται επαρκές για την αντιπροσώπευση και τη στατιστική ισχύ. Ωστόσο ένα μεγαλύτερο δείγμα θεωρείται ότι θα ευνοούσε περισσότερο τις στατιστικές αναλύσεις για τον έλεγχο της δομής και της αξιοπιστίας της κλίμακας. Ένας ακόμα περιορισμός παρουσιάζεται στην κατανομή του δείγματος ως προς το φύλο, καθώς υπάρχουν ενδείξεις πως το φύλο μπορεί να επηρεάσει την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά. Στο σύνολο του το δείγμα ήταν ισομοιρασμένο ως προς το φύλο, ωστόσο σε επιμέρους ηλικιακές ομάδες παρατηρήθηκε ανομοιογένεια ανάμεσα στο πλήθος αγοριών και κοριτσιών. Τέλος, όσον αφορά την γεωγραφική κατανομή, δεν μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το δείγμα αντιπροσωπεύει στο σύνολο της την ελληνική επικράτεια, καθώς η προέλευση του περιορίζεται σε τρεις διαφορετικούς νομούς. Προτείνεται η επέκταση της έρευνας σε μεγαλύτερο γεωγραφικό εύρος, με συλλογή δεδομένων η οποία θα βασίζεται στην Κατά Στρώματα Τυχαία Δειγματοληψία (stratified-quota sampling) ώστε να εξασφαλιστεί μεγαλύτερη αντιπροσωπευτικότητα για το δείγμα.

Ένας ακόμα περιορισμός εντοπίζεται στον ψυχομετρικό έλεγχο της κλίμακας BrainMath, καθώς δεν υπολογίστηκε η συγχρονική εγκυρότητα του εργαλείου. Κάτι τέτοιο δεν κατέστη δυνατό καθώς ο συνολικός χρόνος για τη συλλογή των δεδομένων θα ξεπερνούσε κατά πολύ τη μια διδακτική ώρα, με πιθανό αρνητικό αποτύπωμα στην επίδοση των συμμετεχόντων στις κλίμακες. Προτείνεται σε μελλοντική έρευνα ο υπολογισμός της συγχρονικής εγκυρότητας της κλίμακας με αντίστοιχη κλίμακα αξιολόγησης των δυσκολιών στα μαθηματικά, καθώς επίσης και ο υπολογισμός της συγχρονικής εγκυρότητας για κάθε μια από τις 10 δοκιμασίες της κλίμακας BrainMath με αντίστοιχες δοκιμασίες άλλων εργαλείων. Ακόμα, κατά τον ψυχομετρικό έλεγχο της κλίμακας BrainMath δεν αξιολογήθηκε

παράλληλα το νοητικό δυναμικό των συμμετεχόντων. Προτείνεται σε μελλοντική έρευνα να χρησιμοποιηθεί ψυχομετρικό εργαλείο για την αξιολόγηση του Δείκτη Νοημοσύνης, ώστε να εντοπιστούν οι μαθητές με γενικευμένες μαθησιακές δυσκολίες. Τέλος, επισημαίνεται ότι κατά τη χορήγηση της κλίμακας BrainMath δεν καταγράφηκε ο χρόνος αντίδρασης των συμμετεχόντων σε κάθε δοκιμασία. Προτείνεται σε μελλοντική έρευνα η καταγραφή του χρόνου αντίδρασης για κάθε ερώτηση ξεχωριστά, καθώς μπορεί να δώσει χρήσιμα δεδομένα για την αξιολόγηση της επίδοσης των μαθητών (Butterworth, 2003. Sarter et. al., 2001).

Σε ότι αφορά τη διαδικασία χορήγησης, η συνύπαρξη μαθητών σε ένα εργαστήριο πληροφορικής και η ταυτόχρονη συμπλήρωση της κλίμακας (έως 8 άτομα κάθε φορά) είναι πιθανό να επηρέασε την επίδοση κάποιων μαθητών. Σαν ιδανική συνθήκη, προτείνεται η χορήγηση με ένα μαθητή κάθε φορά στην αίθουσα, ώστε να ελαχιστοποιηθούν τα οπτικά και ακουστικά ερεθίσματα που θα μπορούσαν να αποσπάσουν την προσοχή κατά τη συμπλήρωση της κλίμακας. Ακόμα, η χρονική περίοδος κατά την οποία διεξήχθη η χορήγηση της κλίμακας μπορεί να επέφερε διαφοροποίηση στην απόδοση κάποιων μαθητών, δεδομένου ότι το ωρολόγιο πρόγραμμα μπορεί να επηρεάζεται από αστάθμητους παράγοντες και να μην υπάρχει απόλυτος συγχρονισμός ανάμεσα σε διαφορετικά τμήματα της ίδιας σχολικής τάξης. Ιδανικά, με την προϋπόθεση ύπαρξης πολυμελούς ομάδας χορήγησης, η συλλογή δεδομένων θα ήταν προτιμότερο να ολοκληρωθεί σε πιο σύντομο χρονικό διάστημα, προς το τέλος της σχολικής χρονιάς ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι αποκλίσεις στην ύλη που έχει διδαχθεί ανάμεσα σε διαφορετικά τμήματα. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν ήταν δυνατόν καθώς η διαδικασία συλλογής δεδομένων συνέπεσε με την εφαρμογή ειδικών μέτρων προστασίας στα σχολεία λόγω της πανδημίας που προκλήθηκε από τον κορονοϊό SARS-CoV-2. Θα πρέπει σε αυτό το σημείο να σημειωθεί ότι τα μέτρα πρόληψης για την πανδημία στην εκπαίδευση και η καθιέρωση της τηλεκπαίδευσης στα δημοτικά σχολεία για ένα σημαντικό μεγάλο χρονικό διάστημα ενδέχεται να είχε αρνητικό αντίκτυπο στη

μαθησιακή διαδικασία και είναι πιθανό η επίδοση ορισμένων μαθητών κατά τη συλλογή δεδομένων να μην παρουσιάζει απόλυτη αντιστοιχία με τη χρονολογική τους ηλικία.

Ένας ακόμα περιορισμός εντοπίζεται στον έλεγχο κανονικότητας των δεδομένων της κύριας έρευνας. Για την συνολική βαθμολογία της κλίμακας BrainMath τα αποτελέσματα των αναλύσεων συνηγορούν στο ότι το δείγμα προέρχεται από την κανονική κατανομή. Ωστόσο, σε κάποιες επιμέρους δοκιμασίες παρουσιάστηκαν αποκλίσεις ως προς την κανονικότητα. Στις ίδιες δοκιμασίες παρουσιάστηκαν επίσης αστοχίες όσον αφορά το βαθμό δυσκολίας των ερωτήσεων κατά τον έλεγχο τους με βάση τη θεωρία λανθανόντων χαρακτηριστικών. Προτείνεται σε μελλοντική έρευνα να αξιοποιηθούν τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου IRT ώστε να διορθωθούν οι όποιες αστοχίες παρατηρήθηκαν στην κλιμάκωση της δυσκολίας ανάμεσα στις ερωτήσεις της εκάστοτε δοκιμασίας, καθώς επίσης και τα αντίστοιχα διαγράμματα συχνότητας.

Στους περιορισμούς επίσης συγκαταλέγεται το γεγονός ότι πιθανή διαφοροποίηση στην εξοικείωση με τις νέες τεχνολογίες ανάμεσα στους μαθητές μπορεί να επιφέρει με τη σειρά της διαφοροποίηση στην επίδοσή τους στην κλίμακα BrainMath. Σύμφωνα με τον Gudmundsdottir (2010) οι διαφορές στις ψηφιακές δεξιότητες των μαθητών του δημοτικού σχολείου, επηρεάζονται από τις ευκαιρίες που έχουν εκτός σχολείου για πρόσβαση σε Η/Υ. Οι μαθητές που έχουν από μικρή ηλικία πρόσβαση σε Η/Υ στο σπίτι θεωρείται ότι έχουν κάποιο πλεονέκτημα σε ό,τι αφορά τις δεξιότητες πληροφορικής σε σχέση με συμμαθητές τους οι οποίοι δεν έχουν πρόσβαση (Yilmaz, 2011). Η μειωμένη ενασχόληση με Η/Υ μπορεί να εντείνει το άγχος για τους Η/Υ και να μειώσει την αποτελεσματικότητα των μαθητών σε δραστηριότητες που απαιτούν τη χρήση Η/Υ (King et al., 2002). Από την άλλη, μεγάλη μερίδα ερευνών υποστηρίζει ότι οι μαθητές με εμπειρία στη χρήση Η/Υ, εμφανίζουν αυξημένες πιθανότητες ανάπτυξης άγχους κατά την ενασχόλησή με αυτούς (Baloglu & Cevik, 2009. Chou, 2003. Powell, 2013). Σε κάθε περίπτωση, ο σχεδιασμός του

ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης βασίστηκε στις ιδιαιτερότητες της ηλικίας της ομάδας στόχου σε ό,τι αφορά τη χρήση του Η/Υ. Σε αυτή την κατεύθυνση, η δοκιμαστική χορήγηση η οποία πραγματοποιήθηκε πριν από τη συλλογή δεδομένων της κύριας έρευνας, έδωσε χρήσιμες πληροφορίες για πιθανές αδυναμίες του συστήματος, οι οποίες οδήγησαν σε διορθωτικές κινήσεις στο σχεδιασμό ώστε να απαιτούνται οι ελάχιστες δυνατές ψηφιακές δεξιότητες για τη συμπλήρωση της κλίμακας από τους μαθητές. Έτσι, οι μαθητές είναι σε θέση να απαντήσουν σε όλες τις ερωτήσεις της κλίμακας BrainMath χρησιμοποιώντας μόνο το πληκτρολόγιο, χωρίς να απαιτείται η χρήση του “ποντικιού” σε κανένα στάδιο της αξιολόγησης. Η συμπλήρωση της κλίμακας θα μπορούσε να γίνει και μέσω tablet, καθώς υποστηρίζεται από το σχεδιασμό του εργαλείου, δεδομένου ότι οι συσκευές αυτές είναι ολοένα και πιο διαδεδομένες στις ηλικίες αυτές (Pruet et al., 2016). Ωστόσο, το ψηφιακό πληκτρολόγιο των tablets μπορεί να κάνει πιο συχνή την εμφάνιση τυπογραφικών λαθών από τους μαθητές σε σύγκριση με το παραδοσιακό πληκτρολόγιο (Ling, 2016). Ακόμα, η ολοκλήρωση ενός τεστ μέσω tablet, όπως και με παραδοσιακές τεχνικές (με χαρτί και μολύβι), συνδέεται με μεγαλύτερη μεταβολή της στάσης του σώματος και της μυϊκής δραστηριότητας σε σχέση με τη χρήση επιτραπέζιου (desktop) Η/Υ (Hamhuis et al., 2020).

Τέλος, η κλίμακα BrainMath μπορεί να αποτελέσει τη βάση για τη δημιουργία ενός ηλεκτρονικού εργαλείου προσαρμοσμένης εξέτασης (computerized adaptive testing) αξιοποιώντας τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου IRT της παρούσας έρευνας (Li & Schafer, 2005. van Rijn & Ali, 2017). Το νέο εργαλείο, εφαρμόζοντας κριτήριο τερματισμού για κάθε δοκιμασία, θα δίνει τη δυνατότητα για αξιολόγηση σε δύο επίπεδα καθώς όταν ο χρήστης θα εμφανίζει κίνδυνο δυσκολιών σε μία από τις 10 δοκιμασίες (π.χ. στην Πρόσθεση) το σύστημα θα επιλεγεί ερωτήσεις σε πραγματικό χρόνο για να εντοπίσει πιο συγκεκριμένα τις αδυναμίες του (π.χ. αδυναμία στην πρόσθεση τριψηφίων ή στην

πρόσθεση με παραπάνω από 2 προσθετέους), διενεργώντας έτσι μια ποιοτική ανάλυση των σφαλμάτων του χρήστη.

Εν κατακλείδι, με την παρούσα έρευνα διερευνήθηκαν οι δυσκολίες στα μαθηματικά και τα χαρακτηριστικά τους, καθώς επίσης και οι παράγοντες που μπορούν να συμβάλλουν στην εμφάνιση δυσκολιών στα μαθηματικά κατά τα πρώτα σχολικά χρόνια. Με βάση τα ευρήματα από τη μελέτη της πρόσφατης βιβλιογραφίας, σε συνδυασμό με τα ευρήματα της πιλοτικής έρευνας, αναπτύχθηκε ένα ηλεκτρονικό εργαλείο αξιολόγησης για τις δυσκολίες στα μαθηματικά. Η κλίμακα BrainMath μπορεί να αξιοποιηθεί από τους εκπαιδευτικούς σαν ένα φερέγγυο εργαλείο για την ανίχνευση των μαθητών που βρίσκονται σε κίνδυνο εμφάνισης δυσκολιών στα μαθηματικά από τη Β΄ ή τη Γ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου, με τη χορήγηση να διαρκεί λιγότερο από μια διδακτική ώρα. Ακόμα, μπορεί να αξιοποιηθεί ολόκληρη ή κάποιες υπο-κλίμακες της, από ψυχολόγους, δεδομένου ότι η κλίμακα ενσωματώνει δοκιμασίες αξιολόγησης γνωστικών δεξιοτήτων. Η κλίμακα BrainMath έρχεται να καλύψει το έλλειμμα σε εργαλεία ανίχνευσης των δυσκολιών στα μαθηματικά, αξιολογώντας μαθηματικές και γνωστικές δεξιότητες από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου, χωρίς να είναι χρονοβόρα, αξιοποιώντας τις νέες τεχνολογίες. Τα αποτελέσματα από τον έλεγχο της δομής της κλίμακας καθώς επίσης και από την αξιοπιστία των μετρήσεων δίνουν ενθαρρυντικά δεδομένα για την έγκαιρη και αξιόπιστη αξιολόγηση των δυσκολιών στα μαθηματικά μέσω του ηλεκτρονικού εργαλείου, η οποία με τη σειρά της μπορεί να δώσει πολύτιμες πληροφορίες για το σχεδιασμό εξατομικευμένων προγραμμάτων παρέμβασης.

## Βιβλιογραφία

- Aarnoudse-Moens, C. S. H., Weisglas-Kuperus, N., Duivenvoorden, H. J., van Goudoever, J. B., & Oosterlaan, J. (2013). Executive function and IQ predict mathematical and attention problems in very preterm children. *PloS one*, 8(2).  
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0055994>
- Αγαλιώτης, Ι. (2004). Μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά: αιτιολογία-αξιολόγηση-αντιμετώπιση.
- Afthanorhan, W. M. A. B. W., Ahmad, S., & Mamat, I. (2014). Pooled Confirmatory Factor Analysis (PCFA) using structural equation modeling on volunteerism program: A step by step approach. *International Journal of Asian Social Science*, 4(5), 642-653.
- Ahad, N. A., Yin, T. S., Othman, A. R., & Yaacob, C. R. (2011). Sensitivity of normality tests to non-normal data. *Sains Malaysiana*, 40(6), 637-641.
- Ahmad, M. M. (2010). Validation of the cognitive appraisal health scale with Jordanian patients. *Nursing & health sciences*, 12(1), 74-79. <https://doi.org/10.1111/j.1442-2018.2009.00492.x>
- Ahmad, S., Zulkurnain, N. N. A., & Khairushalimi, F. I. (2016). Assessing the fitness of a measurement model using Confirmatory Factor Analysis (CFA). *International Journal of Innovation and Applied Studies*, 17(1), 159.
- Alexander, A., Blair, K. P., Goldman, S., Jimenez, O., Nakaue, M., Pea, R., & Russell, A. (2010, April). Go Math! How research anchors new mobile learning environments. In *2010 6th IEEE International Conference on Wireless, Mobile, and Ubiquitous Technologies in Education* (pp. 57-64). IEEE.
- Allen, K., Giofrè, D., Higgins, S., & Adams, J. (2020). Working memory predictors of written mathematics in 7-to 8-year-old children. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 73(2), 239-248. <https://doi.org/10.1177%2F1747021819871243>

- Allen, K., Higgins, S., & Adams, J. (2019). The relationship between visuospatial working memory and mathematical performance in school-aged children: a systematic review. *Educational Psychology Review*, 1-23. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09470-8>
- Alloway, T.P., Gathercole, S.E., Kirkwood, H.J. (2008). *Working Memory Rating Scale*. Pearson Assessment: London, UK.
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Kirkwood, H., & Elliott, J. (2008). Evaluating the validity of the automated working memory assessment. *Educational Psychology*, 28(7), 725-734. <https://doi.org/10.1080/01443410802243828>
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., Willis, C., & Adams, A. M. (2004). A structural analysis of working memory and related cognitive skills in young children. *Journal of experimental child psychology*, 87(2), 85-106. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2003.10.002>
- American Psychiatric Association. (2013). Diagnostic and statistical manual of mental disorders: DSM-5. *United States*. <https://doi.org/10.1176/appi.books.9780890425596>
- Anastasi, A., & Urbina, S. (1997). *Psychological testing*. Prentice Hall/Pearson Education.
- Andrich, D. (1982). An index of person separation in latent trait theory, the traditional KR-20 index, and the Guttman scale response pattern. *Education Research and Perspectives*, 9(1), 95-104.
- Anobile, G., Cicchini, G. M., & Burr, D. C. (2012). Linear mapping of numbers onto space requires attention. *Cognition*, 122(3), 454-459. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2011.11.006>



- Anobile, G., Stievano, P., & Burr, D. C. (2013). Visual sustained attention and numerosity sensitivity correlate with math achievement in children. *Journal of experimental child psychology*, 116(2), 380-391. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.06.006>
- Ansari, D. (2019). Development of Number Understanding: Different Theoretical Perspectives. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 91-104). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_7)
- Anthony, L., Yang, J., & Koedinger, K. R. (2008). Toward next-generation, intelligent tutors: Adding natural handwriting input. *IEEE MultiMedia*, (3), 64-68. <https://doi.org/10.1109/MMUL.2008.73>
- Ardi, Z., Rangka, I. B., Ifdil, I., Suranata, K., Azhar, Z., Daharnis, D., ... & Alizamar, A. (2019, February). Exploring the elementary students learning difficulties risks on mathematics based on students' mathematic anxiety, mathematics self-efficacy and value beliefs using Rasch measurement. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 3, p. 032095). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/3/032095>
- Ardila, A. (2007). Normal aging increases cognitive heterogeneity: Analysis of dispersion in WAIS-III scores across age. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 22(8), 1003-1011. <https://doi.org/10.1016/j.acn.2007.08.004>
- Ardila, A., Rosselli, M., Matute, E., & Inozemtseva, O. (2011). Gender differences in cognitive development. *Developmental psychology*, 47(4), 984. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0023819>
- Artemenko, C., Pixner, S., Moeller, K., & Nuerk, H. C. (2018). Longitudinal development of subtraction performance in elementary school. *British Journal of Developmental Psychology*, 36(2), 188-205. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12215>

- ASER Centre. (2017). In ASER Centre (Ed.), *Annual status of education report (rural) 2016*. New Delhi, India.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current directions in psychological science*, *11*(5), 181-185.  
<https://doi.org/10.1111%2F1467-8721.00196>
- Ashcraft, M. H., & Krause, J. A. (2007). Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic bulletin & review*, *14*(2), 243-248.  
<https://doi.org/10.3758/BF03194059>
- Ashcraft, M. H., & Ridley, K. S. (2005). Math anxiety and its cognitive consequences. *Handbook of mathematical cognition*, 315-327.  
<https://doi.org/10.4324/9780203998045>
- Ashkenazi, S., Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Attention, automaticity, and developmental dyscalculia. *Neuropsychology*, *23*(4), 535.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0015347>
- Ashlock, R. B. (2015). Deep diagnosis, focused instruction, and expanded math horizons. *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 228-241. <https://doi.org/10.4324/9781315740713>
- Askenazi, S., & Henik, A. (2010). Attentional networks in developmental dyscalculia. *Behavioral and brain functions*, *6*(1), 2. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-6-2>
- Asparouhov, T., & Muthén, B. (2018). SRMR in Mplus. *Technical Rep. Los Angeles: Mplus*.
- Attout, L., & Majerus, S. (2015). Working memory deficits in developmental dyscalculia: The importance of serial order. *Child Neuropsychology*, *21*(4), 432-450.  
<https://doi.org/10.1080/09297049.2014.922170>

- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M. K., & Nurmi, J. E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of educational psychology, 96*(4), 699. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Badian, N. A. (1999). Persistent arithmetic, reading, or arithmetic and reading disability. *Annals of Dyslexia, 49*(1), 43.
- Bahle, B., Beck, V. M., & Hollingworth, A. (2018). The architecture of interaction between visual working memory and visual attention. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 44*(7), 992. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/xhp0000509>
- Baker, F. B. (2001). *The basics of item response theory*. For full text: <http://ericae.net/irt/baker..>
- Baloğlu, M., & Çevik, V. (2009). A multivariate comparison of computer anxiety levels between candidate and tenured school principals. *Computers in Human Behavior, 25*(5), 1102-1107. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2009.05.007>
- Bandalos, D. L. (2014). Relative performance of categorical diagonally weighted least squares and robust maximum likelihood estimation. *Structural Equation Modeling: a multidisciplinary journal, 21*(1), 102-116. <https://doi.org/10.1080/10705511.2014.859510>
- Bandla, S., Mandadi, G. D., & Bhogaraju, A. (2017). Specific learning disabilities and psychiatric comorbidities in school children in South India. *Indian journal of psychological medicine, 39*(1), 76. <https://doi.org/10.4103%2F0253-7176.198950>
- Barbarese, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L., & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics, 5*(5), 281-289. <https://doi.org/10.1367/A04-209R.1>

- Barbas, G., Vermeoulen, F., Kioseoglou, G., & Menexes, G. (2008). Psychometric criterion of Mathematical Proficiency for children and adolescents. *EPEAEK project "Psychometric and defferential evaluation in children and adolescents with learning disabilities", Thessaloniki, Greece.*
- Baudonck, M., Debusschere, A., Dewulf, B., Samyn, F., Vercaemst, V., & Desoete, A. (2006). De Kortrijkse Rekentest Revision KRT-R.[The Kortrijk Arithmetic Test Revision KRT-R]. *Kortrijk: CAR Overleie.*
- Beal, C. R., Arroyo, I. M., Cohen, P. R., & Woolf, B. P. (2010). Evaluation of AnimalWatch: An intelligent tutoring system for arithmetic and fractions. *Journal of Interactive Online Learning, 9*(1).
- Beal, C., Woolf, B., Beck, J., & Arroyo, I. (2001). AnimalWatch: An intelligent computer tutor for Elementary School Mathematics. In *Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 1326-1331). Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Beauducel, A., & Herzberg, P. Y. (2006). On the performance of maximum likelihood versus means and variance adjusted weighted least squares estimation in CFA. *Structural Equation Modeling, 13*(2), 186-203. [https://doi.org/10.1207/s15328007sem1302\\_2](https://doi.org/10.1207/s15328007sem1302_2)
- Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 107*(5), 1860-1863. <https://doi.org/10.1073/pnas.0910967107>
- Beilock, S. L., & Carr, T. H. (2005). When high-powered people fail: Working memory and "choking under pressure" in math. *Psychological science, 16*(2), 101-105. <https://doi.org/10.1111%2Fj.0956-7976.2005.00789.x>

- Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental psychology*, 46(2), 545.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0017887>
- Bhattacharyya, S., Cai, X., & Klein, J. P. (2014). Dyscalculia, dysgraphia, and left-right confusion from a left posterior peri-insular infarct. *Behavioural Neurology*, 2014.  
<https://doi.org/10.1155/2014/823591>
- Bieg, M., Goetz, T., Wolter, I., & Hall, N. C. (2015). Gender stereotype endorsement differentially predicts girls' and boys' trait-state discrepancy in math anxiety. *Frontiers in psychology*, 6, 1404. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01404>
- Bird, R. (2017). *The Dyscalculia Toolkit: supporting learning difficulties in maths*. Sage.
- Boaler, J. (2014). Research suggests that timed tests cause math anxiety. *Teaching children mathematics*, 20(8), 469-474. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.20.8.0469>
- Bock, A., Cartwright, K., Gonzalez, C., O'Brien, S., Robinson, M. F., Schmerold, K., & Pasnak, R. (2015). The role of cognitive flexibility in pattern understanding. *Journal of Education and Human Development*, 4(1), 19-25.  
<http://dx.doi.org/10.15640/jehd.v4n1a3>
- Boddaert, N., Mochel, F., Meresse, I., Seidenwurm, D., Cachia, A., Brunelle, F., ... & Zilbovicius, M. (2006). Parieto-occipital grey matter abnormalities in children with Williams syndrome. *Neuroimage*, 30(3), 721-725.  
<https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2005.10.051>
- Bourgeois, A., Birch, P., & Davydovskaia, O. (2019). Digital Education at School in Europe. Eurydice Report. *Education, Audiovisual and Culture Executive Agency, European Commission*.

- Bragman, R., & Hardy, R. C. (1982). The Relationship between Arithmetic and Reading Achievement and Visual Pattern Recognition in First Grade Children. *Alberta Journal of Educational Research*, 28(1), 44-50.
- Braham, E. J., & Libertus, M. E. (2018). When approximate number acuity predicts math performance: The moderating role of math anxiety. *PloS one*, 13(5).  
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0195696>
- Brannon, E. M. (2006). The representation of numerical magnitude. *Current opinion in neurobiology*, 16(2), 222-229. <https://doi.org/10.1016/j.conb.2006.03.002>
- Brogaard, B., Vanni, S., & Silvanto, J. (2013). Seeing mathematics: perceptual experience and brain activity in acquired synesthesia. *Neurocase*, 19(6), 566-575.  
<https://doi.org/10.1080/13554794.2012.701646>
- Brueggemann, A., & Gable, S. (2018). Preschoolers' selective sustained attention and numeracy skills and knowledge. *Journal of experimental child psychology*, 171, 138-147. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.02.001>
- Brunda, A., & Bhavithra, J. (2010). Adaptive computer assisted instruction (CAI) for students with dyscalculia (learning disability in mathematics). In *Proceedings of the 1st Amrita ACM-W Celebration on Women in Computing in India* (pp. 1-7).  
<https://doi.org/10.1145/1858378.1858390>
- Brunyé, T. T., Mahoney, C. R., Giles, G. E., Rapp, D. N., Taylor, H. A., & Kanarek, R. B. (2013). Learning to relax: Evaluating four brief interventions for overcoming the negative emotions accompanying math anxiety. *Learning and Individual Differences*, 27, 1-7. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.06.008>
- Buehner, M., Krumm, S., Ziegler, M., & Pluecken, T. (2006). Cognitive abilities and their interplay: Reasoning, crystallized intelligence, working memory components, and

sustained attention. *Journal of Individual Differences*, 27(2), 57-72.

<https://doi.org/10.1027/1614-0001.27.2.57>

Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the ‘approximate number system’ in children with persistent developmental dyscalculia. *Developmental science*, 19(5), 817-833. <https://doi.org/10.1111/desc.12324>

Bugden, S., & Ansari, D. (2011). Individual differences in children’s mathematical competence are related to the intentional but not automatic processing of Arabic numerals. *Cognition*, 118(1), 32-44. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.09.005>

Bull, R., & Lee, K. (2014). Executive functioning and mathematics achievement. *Child Development Perspectives*, 8(1), 36-41. <https://doi.org/10.1111/cdep.12059>

Bull, R., & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: Inhibition, switching, and working memory. *Developmental neuropsychology*, 19(3), 273-293. [https://doi.org/10.1207/S15326942DN1903\\_3](https://doi.org/10.1207/S15326942DN1903_3)

Burns, M. K., Kanive, R., & DeGrande, M. (2012). Effect of a computer-delivered math fact intervention as a supplemental intervention for math in third and fourth grades. *Remedial and Special Education*, 33(3), 184-191.

<https://doi.org/10.1177%2F0741932510381652>

Butterworth, B. (2008). Developmental dyscalculia. *Child neuropsychology: Concepts, theory, and practice*, 357-374.

Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia screener*. NferNelson Pub..

Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: identification and intervention. *ZDM*, 42(6), 527-539. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0267-4>

Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *science*, 332(6033), 1049-1053.

- Bynner, J., & Parsons, S. (2005). Does numeracy matter more? London: National Research and Development Centre for adult literacy and numeracy. *Institute of Education, University of London*. Retrieved from <http://discovery.ucl.ac.uk/10004758/1/parsons2006does.pdf>.
- Canadas, M. C., Castro, E., & Castro, E. (2009). Using a model to describe students' inductive reasoning in problem solving/Utilizacion de un modelo para describir el razonamiento inductivo de los estudiantes en la resolucion de problemas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 261-297.
- Cangoz, B., Altun, A., Olkun, S., & Kacar, F. (2013). Computer Based Screening Dyscalculia: Cognitive and Neuropsychological Correlates. *Turkish Online Journal of Educational Technology-TOJET*, 12(3), 33-38.
- Căprioară, D. (2015). Problem solving-purpose and means of learning mathematics in school. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 191, 1859-1864.  
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.04.332>
- Carey, E., Hill, F., Devine, A., & Szűcs, D. (2017). The modified abbreviated math anxiety scale: A valid and reliable instrument for use with children. *Frontiers in psychology*, 8, 11. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00011>
- Cargnelutti, E., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2017). How is anxiety related to math performance in young students? A longitudinal study of Grade 2 to Grade 3 children. *Cognition and Emotion*, 31(4), 755-764.  
<https://doi.org/10.1080/02699931.2016.1147421>
- Carr, M., Alexander, J., & Folds-Bennett, T. (1994). Metacognition and mathematics strategy use. *Applied Cognitive Psychology*, 8(6), 583-595.  
<https://doi.org/10.1002/acp.2350080605>



- Carr, M., Steiner, H. H., Kyser, B., & Biddlecomb, B. (2008). A comparison of predictors of early emerging gender differences in mathematics competency. *Learning and Individual Differences, 18*(1), 61-75. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2007.04.005>
- Carvalho, M. R. S., & Haase, V. G. (2019). Genetics of dyscalculia 1: In search of genes. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 329-343). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_21)
- Carvalho, M. R. S., & Haase, V. G. (2019). Genetics of Dyscalculia 2: In Search of Endophenotypes. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 345-365). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_22)
- Castellar, E. N., Van Looy, J., Szmalec, A., & De Marez, L. (2014). Improving arithmetic skills through gameplay: Assessment of the effectiveness of an educational game in terms of cognitive and affective learning outcomes. *Information sciences, 264*, 19-31. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.09.030>
- Chou, C. (2003). Incidences and correlates of Internet anxiety among high school teachers in Taiwan. *Computers in Human Behavior, 19*(6), 731-749. [https://doi.org/10.1016/S0747-5632\(03\)00010-4](https://doi.org/10.1016/S0747-5632(03)00010-4)
- Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in neuroscience and education, 3*(2), 63-68. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.12.001>
- Cragg, L., Keeble, S., Richardson, S., Roome, H. E., & Gilmore, C. (2017). Direct and indirect influences of executive functions on mathematics achievement. *Cognition, 162*, 12-26. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.01.014>
- Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *psychometrika, 16*(3), 297-334. <https://doi.org/10.1007/BF02310555>

- Chard, D. J., Clarke, B., Baker, S., Otterstedt, J., Braun, D., & Katz, R. (2005). Using measures of number sense to screen for difficulties in mathematics: Preliminary findings. *Assessment for Effective Intervention*, *30*(2), 3-14.  
<https://doi.org/10.1177%2F073724770503000202>
- Chen, F., Curran, P. J., Bollen, K. A., Kirby, J., & Paxton, P. (2008). An empirical evaluation of the use of fixed cutoff points in RMSEA test statistic in structural equation models. *Sociological methods & research*, *36*(4), 462-494.  
<https://doi.org/10.1177%2F0049124108314720>
- Cheng, Z. J. (2012). Teaching young children decomposition strategies to solve addition problems: An experimental study. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(1), 29-47. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.09.002>
- Chirinda, B., & Barmby, P. (2017). The development of a professional development intervention for mathematical problem-solving pedagogy in a localised context. *Pythagoras*, *38*(1), 1-11.
- Christ, T. J., & Silberglitt, B. (2007). Estimates of the standard error of measurement for curriculum-based measures of oral reading fluency. *School Psychology Review*, *36*(1), 130-146. <https://doi.org/10.1080/02796015.2007.12087956>
- Christakou, A., Murphy, C. M., Chantiluke, K., Cubillo, A. I., Smith, A. B., Giampietro, V., ... & Rubia, K. (2013). Disorder-specific functional abnormalities during sustained attention in youth with attention deficit hyperactivity disorder (ADHD) and with autism. *Molecular psychiatry*, *18*(2), 236. <https://doi.org/10.1038/mp.2011.185>
- Christakoudis, C., Androulakis, G. S., & Zagouras, C. (2011). Prepare items for large scale computer based assessment: Case study for teachers' certification on basic computer skills. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *29*, 1189-1198.  
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.11.353>

- Christou, C., & Papageorgiou, E. (2007). A framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction, 17*(1), 55-66.  
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.11.009>
- Chun, M. M. (2011). Visual working memory as visual attention sustained internally over time. *Neuropsychologia, 49*(6), 1407-1409.  
<https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2011.01.029>
- Cirino, P. T., Fletcher, J. M., Ewing-Cobbs, L., Barnes, M. A., & Fuchs, L. S. (2007). Cognitive arithmetic differences in learning difficulty groups and the role of behavioral inattention. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*(1), 25-35.  
<https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00228.x>
- Cirino, P. T., Fuchs, L. S., Elias, J. T., Powell, S. R., & Schumacher, R. F. (2015). Cognitive and mathematical profiles for different forms of learning difficulties. *Journal of learning disabilities, 48*(2), 156-175.  
<https://doi.org/10.1177%2F0022219413494239>
- Cirino, P. T., Tolar, T. D., Fuchs, L. S., & Huston-Warren, E. (2016). Cognitive and numerosity predictors of mathematical skills in middle school. *Journal of Experimental Child Psychology, 145*, 95-119.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.12.010>
- Clearman, J., Klinger, V., & Szűcs, D. (2017). Visuospatial and verbal memory in mental arithmetic. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 70*(9), 1837-1855.  
<https://doi.org/10.1080%2F17470218.2016.1209534>
- Cleary, T. J., & Zimmerman, B. J. (2004). Self-regulation empowerment program: A school-based program to enhance self-regulated and self-motivated cycles of student learning. *Psychology in the Schools, 41*(5), 537-550.  
<https://doi.org/10.1002/pits.10177>

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2019). Executive Function and Early Mathematical Learning Difficulties. In *International handbook of mathematical learning difficulties* (pp. 755-771). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_43](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_43)
- Clements, D. H., Sarama, J. H., & Liu, X. H. (2008). Development of a measure of early mathematics achievement using the Rasch model: The Research-Based Early Maths Assessment. *Educational Psychology, 28*(4), 457-482.  
<https://doi.org/10.1080/01443410701777272>
- Cordes, C., & Miller, E. (2000). Fool's gold: A critical look at computers in childhood.
- Cornoldi, C., Carretti, B., Drusi, S., & Tencati, C. (2015). Improving problem solving in primary school students: The effect of a training programme focusing on metacognition and working memory. *British Journal of Educational Psychology, 85*(3), 424-439. <https://doi.org/10.1111/bjep.12083>
- Cornoldi, C., Lucangeli, D., Bellina, M., & Banal, S. (2002). *Test di valutazione delle abilità di calcolo gruppo MT*. Trento, Italy: Erickson.
- Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D. L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M., & Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 103*(4), 786.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0024556>
- Cowan, R., Hurry, J., & Midouhas, E. (2018). The relationship between learning mathematics and general cognitive ability in primary school. *British Journal of Developmental Psychology, 36*(2), 277-284. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12200>
- Cramer, D. (2002). *Basic statistics for social research: Step-by-step calculations & computer techniques using minitab*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203430897>
- Csapó, B., Lörincz, A., & Molnár, G. (2012). Innovative assessment technologies in educational games designed for young students. In *Assessment in game-based*

*learning* (pp. 235-254). Springer, New York, NY. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3546-4\\_13](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3546-4_13)

- Cuskelly, M., & Faragher, R. (2019). Developmental dyscalculia and Down syndrome: Indicative evidence. *International Journal of Disability, Development and Education*, 66(2), 151-161. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2019.1569209>
- De Castro, M. V., Bissaco, M. A. S., Panccioni, B. M., Rodrigues, S. C. M., & Domingues, A. M. (2014). Effect of a virtual environment on the development of mathematical skills in children with dyscalculia. *PloS one*, 9(7). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0103354>
- De Clercq-Quaegebeur, M., Casalis, S., Vilette, B., Lemaitre, M. P., & Vallée, L. (2018). Arithmetic abilities in children with developmental dyslexia: Performance on French ZAREKI-R test. *Journal of Learning Disabilities*, 51(3), 236-249. <https://doi.org/10.1177%2F0022219417690355>
- Deno, S. L. (2003). Developments in curriculum-based measurement. *The journal of special education*, 37(3), 184-192. <https://doi.org/10.1177%2F00224669030370030801>
- De Smedt, B., & Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of experimental child psychology*, 108(2), 278-292. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2010.09.003>
- De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48-55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>

- del Carmen Pérez-Fuentes, M., Núñez, A., del Mar Molero, M., Gázquez, J. J., Rosário, P., & Núñez, J. C. (2020). The Role of Anxiety in the Relationship between Self-efficacy and Math Achievement. *Educational Psychology, 26*(2), 137-143.
- Desoete, A., Ceulemans, A., Roeyers, H., & Huylebroeck, A. (2009). Subitizing or counting as possible screening variables for learning disabilities in mathematics education or learning?. *Educational Research Review, 4*(1), 55-66.  
<https://doi.org/10.1016/j.edurev.2008.11.003>
- Desoete, A., Roeyers, H., & De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *Journal of learning disabilities, 37*(1), 50-61.  
<https://doi.org/10.1177%2F00222194040370010601>
- DeStefano, D., & LeFevre, J. A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology, 16*(3), 353-386.  
<https://doi.org/10.1080/09541440244000328>
- Devi, A., & Kavya, G. (2019, July). Intelligent System for Identifying Dyscalculia Based on Raspberry PI. In *2019 International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)* (pp. 723-729). IEEE.  
<https://doi.org/10.1109/ICCES45898.2019.9002398>
- Devine, A., Fawcett, K., Szűcs, D., & Dowker, A. (2012). Gender differences in mathematics anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. *Behavioral and brain functions, 8*(1), 33. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-8-33>
- Devine, A., Soltész, F., Nobes, A., Goswami, U., & Szűcs, D. (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and Instruction, 27*, 31-39. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.02.004>
- De Vos, T. (1992). TTR. Tempotest rekenen [Arithmetic number fact test].

- Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual review of psychology*, *64*, 135-168.  
<https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>
- Díaz-Morales, J. F., & Escribano, C. (2013). Predicting school achievement: The role of inductive reasoning, sleep length and morningness–eveningness. *Personality and Individual Differences*, *55*(2), 106-111. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2013.02.011>
- Ding, C. S. (2018). *Fundamentals of applied multidimensional scaling for educational and psychological research*. New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-78172-3>
- Dirks, E., Spyer, G., van Lieshout, E. C., & de Sonnevile, L. (2008). Prevalence of combined reading and arithmetic disabilities. *Journal of learning disabilities*, *41*(5), 460-473.  
<https://doi.org/10.1177%2F0022219408321128>
- DiStefano, C., & Morgan, G. B. (2014). A comparison of diagonal weighted least squares robust estimation techniques for ordinal data. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, *21*(3), 425-438.  
<https://doi.org/10.1080/10705511.2014.915373>
- Doabler, C. T., Nelson, N. J., & Clarke, B. (2016). Adapting evidence-based practices to meet the needs of English learners with mathematics difficulties. *Teaching Exceptional Children*, *48*(6), 301-310.  
<https://doi.org/10.1177%2F0040059916650638>
- Doabler, C. T., Stoolmiller, M., Kennedy, P. C., Nelson, N. J., Clarke, B., Gearin, B., ... & Baker, S. K. (2019). Do Components of Explicit Instruction Explain the Differential Effectiveness of a Core Mathematics Program for Kindergarten Students With Mathematics Difficulties? A Mediated Moderation Analysis. *Assessment for Effective Intervention*, *44*(3), 197-211.  
<https://doi.org/10.1177%2F1534508418758364>

- Doane, D. P., & Seward, L. E. (2011). Measuring skewness: a forgotten statistic?. *Journal of statistics education*, 19(2). <https://doi.org/10.1080/10691898.2011.11889611>
- Dowker, A. (2019). Children's Mathematical Learning Difficulties: Some Contributory Factors and Interventions. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 773-787). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_44](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_44)
- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 324-332. <https://doi.org/10.1177%2F00222194050380040801>
- Drigas, A. S., & Pappas, M. A. (2017). The Consciousness-Intelligence-Knowledge Pyramid: An 8x8 Layer Model. *International Journal of Recent Contributions from Engineering, Science & IT (iJES)*, 5(3), 14-25. <https://doi.org/10.3991/ijes.v5i3.7680>
- Drigas, A., & Pappas, M. (2015). ICT Based Screening Tools and Etiology of Dyscalculia. *International Journal of Engineering Pedagogy*, 5(3), 61-66. <http://dx.doi.org/10.3991/ijep.v5i3.4735>
- Duckworth, A. L., & Kern, M. L. (2011). A meta-analysis of the convergent validity of self-control measures. *Journal of research in personality*, 45(3), 259-268. <https://doi.org/10.1016/j.jrp.2011.02.004>
- DuPaul, G. J., Gormley, M. J., & Laracy, S. D. (2013). Comorbidity of LD and ADHD: Implications of DSM-5 for assessment and treatment. *Journal of learning disabilities*, 46(1), 43-51. <https://doi.org/10.1177%2F0022219412464351>
- Dyson, N. I., Jordan, N. C., & Glutting, J. (2013). A number sense intervention for low-income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 46(2), 166-181. <https://doi.org/10.1177%2F0022219411410233>



- Eivazi, S., & Bednarik, R. (2011, February). Predicting problem-solving behavior and performance levels from visual attention data. In *Proc. Workshop on Eye Gaze in Intelligent Human Machine Interaction at IUI* (pp. 9-16).
- Emerson, J. (2014). The enigma of dyscalculia. *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 217.  
<https://doi.org/10.4324/9781315740713>
- Empson, S. B. (2014). Responsive teaching from the inside out: teaching base ten to young children. *Investigations in mathematics learning*, 7(1), 23-53.  
<https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790337>
- Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: a meta-analysis. *Psychological bulletin*, 136(1), 103.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0018053>
- Farcot, M., & Latour, T. (2008). An open source and large-scale computer based assessment platform: A real winner. *TOWARDS A RESEARCH AGENDA ON COMPUTER-BASED ASSESSMENT*, 64.
- Ferretti, F. (2020). The Manipulation of Algebraic Expressions: Deepening of a Widespread Difficulties and New Characterizations. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1). <https://doi.org/10.29333/iejme/5884>
- Fias, W., Menon, V., & Szucs, D. (2013). Multiple components of developmental dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 43-47.  
<https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.006>
- Fias, W., van Dijck, J. P., & Gevers, W. (2011). How is number associated with space? The role of working memory. *Space, time and number in the brain*, 133-148.  
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385948-8.00010-4>
- Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics*. Sage publications.

- Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS*. Sage publications.
- Fischer, M. H. (2008). Finger counting habits modulate spatial-numerical associations. *Cortex*, 44(4), 386-392. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2007.08.004>
- Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S., & Barnes, M. A. (2018). *Learning disabilities: From identification to intervention*. Guilford Publications.
- Floyd, R. G., Evans, J. J., & McGREW, K. S. (2003). Relations between measures of Cattell-Horn-Carroll (CHC) cognitive abilities and mathematics achievement across the school-age years. *Psychology in the Schools*, 40(2), 155-171. <https://doi.org/10.1002/pits.10083>
- Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2017). The math anxiety-performance link: A global phenomenon. *Current Directions in Psychological Science*, 26(1), 52-58. <https://doi.org/10.1177%2F0963721416672463>
- Friedman, L. M., Rapport, M. D., Orban, S. A., Eckrich, S. J., & Calub, C. A. (2018). Applied problem solving in children with ADHD: The mediating roles of working memory and mathematical calculation. *Journal of abnormal child psychology*, 46(3), 491-504. <https://doi.org/10.1007/s10802-017-0312-7>
- Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E., Xenidou-Dervou, I., Jonkman, L. M., Van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. (2015). Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. *Journal of experimental child psychology*, 134, 12-29. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.02.002>
- Friso-Van Den Bos, I., Van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational research review*, 10, 29-44. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003>

- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Seethaler, P. M., & Zhu, N. (2019). Three Frameworks for Assessing Responsiveness to Instruction as a Means of Identifying Mathematical Learning Disabilities. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 669-681). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_39](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_39)
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D. L., Fuchs, D., Schatschneider, C., Hamlett, C. L., ... & Bryant, J. D. (2013). Effects of first-grade number knowledge tutoring with contrasting forms of practice. *Journal of Educational Psychology, 105*(1), 58. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0030127>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., & Compton, D. L. (2012). The early prevention of mathematics difficulty: Its power and limitations. *Journal of learning disabilities, 45*(3), 257-269. <https://doi.org/10.1177%2F0022219412442167>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Bryant, J. D., Hamlett, C. L., & Seethaler, P. M. (2007). Mathematics screening and progress monitoring at first grade: Implications for responsiveness to intervention. *Exceptional children, 73*(3), 311-330. <https://doi.org/10.1177%2F001440290707300303>
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., & Lambert, W. (2008). Problem solving and computational skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition?. *Journal of educational psychology, 100*(1), 30. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0022-0663.100.1.30>
- Fuchs, L. S., Malone, A. S., Schumacher, R. F., Namkung, J., Hamlett, C. L., Jordan, N. C., ... & Chngas, P. (2016). Supported self-explaining during fraction intervention. *Journal of Educational Psychology, 108*(4), 493. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/edu0000073>
- Fuchs, D., Mock, D., Morgan, P. L., & Young, C. L. (2003). Responsiveness-to-intervention: Definitions, evidence, and implications for the learning disabilities

construct. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(3), 157-171.

<https://doi.org/10.1111/1540-5826.00072>

- Fuchs, L. S., Seethaler, P. M., Powell, S. R., Fuchs, D., Hamlett, C. L., & Fletcher, J. M. (2008). Effects of preventative tutoring on the mathematical problem solving of third-grade students with math and reading difficulties. *Exceptional children*, 74(2), 155-173. <https://doi.org/10.1177/001440290807400202>
- Gallagher, A. M., & Kaufman, J. C. (Eds.). (2004). *Gender differences in mathematics: An integrative psychological approach*. Cambridge University Press.
- Gashaj, V., Oberer, N., Mast, F. W., & Roebers, C. M. (2019). The relation between executive functions, fine motor skills, and basic numerical skills and their relevance for later mathematics achievement. *Early education and development*, 30(7), 913-926. <https://doi.org/10.1080/10409289.2018.1539556>
- Gathercole, S. E., & Alloway, T. P. (2004). Working memory and classroom learning. *Dyslexia Review*, 15, 4-9.
- Geary, D. C. (2010). Missouri longitudinal study of mathematical development and disability. In *BJEP Monograph Series II, Number 7-Understanding number development and difficulties*(Vol. 31, No. 49, pp. 31-49). British Psychological Society.
- Geary, D. C. (2006). Dyscalculia at an early age: Characteristics and potential influence on socio-emotional development. *Encyclopedia on early childhood development*, 15, 1-4.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: The development of numerical abilities. *European child & adolescent psychiatry*, 9(2), S11.
- Geary, D. C., Bailey, D. H., & Hoard, M. K. (2009). Predicting mathematical achievement and mathematical learning disability with a simple screening tool: The number sets

test. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 265-279.

<https://doi.org/10.1177%2F0734282908330592>

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology*, 15(7), 635-647. <https://doi.org/10.1080/02687040143000113>

Geist, E. (2010). The anti-anxiety curriculum: Combating math anxiety in the classroom. *Journal of Instructional Psychology*, 37(1).

Γεώργας, Δ. Δ., Παρασκευόπουλος, Ι. Ν., Μπεξεβέγκης, Η. Γ., & Γιαννίτσας, Ν. Δ. (1997). Ελληνικό WISC-III: Wechsler κλίμακες νοημοσύνης για παιδιά. *Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα*.

Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R., & Witzel, B. (2009). Assisting Students Struggling with Mathematics: Response to Intervention (RtI) for Elementary and Middle Schools. NCEE 2009-4060. *What Works Clearinghouse*.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *Journal of Special Education*, (313), 18-28. <https://doi.org/10.1177%2F002246699903300102>

Gersten, R., Clarke, B. S., Haymond, K., & Jordan, N. C. (2011). Screening for mathematics difficulties in K-3 students. *Center on Instruction*.

Gersten, R., Clarke, B., Jordan, N. C., Newman-Gonchar, R., Haymond, K., & Wilkins, C. (2012). Universal screening in mathematics for the primary grades: Beginnings of a research base. *Exceptional Children*, 78(4), 423-445. <https://doi.org/10.1177%2F001440291207800403>

- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities, 38*(4), 293-304. <https://doi.org/10.1177%2F00222194050380040301>
- Gersten, R., Schumacher, R. F., & Jordan, N. C. (2017). Life on the number line: Routes to understanding fraction magnitude for students with difficulties learning mathematics. *Journal of learning disabilities, 50*(6), 655-657. <https://doi.org/10.1177%2F0022219416662625>
- Ghazali, M., Ayub, A., & Othman, A. R. (2013). Preschool children's representation of numbers on a linear number line: implications to teaching and learning of number concepts. *IOSR Journal Of Humanities And Social Science, 14*(6), 87-92.
- Gifford, S., & Rockliffe, F. (2008). In search of dyscalculia. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 28*(1), 21-27.
- Ginsburg, H., & Baroody, A. J. (2003). *TEMA-3: Test of early mathematics ability*. Pro-ed.
- Ginsburg, H. P., Jamalain, A., & Creighan, S. (2013). Cognitive guidelines for the design and evaluation of early mathematics software: The example of MathemAntics. In *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 83-120). Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8\\_6](https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8_6)
- Gliga, F., & Gliga, T. (2012). Romanian screening instrument for dyscalculia. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 33*, 15-19. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.01.074>
- Graesser, A. C., Conley, M. W., & Olney, A. (2012). Intelligent tutoring systems. In *APA educational psychology handbook, Vol 3: Application to learning and teaching*. (pp. 451-473). American Psychological Association.
- Gravetter, F. J., & Wallnau, L. B. (2014). *Essentials of statistics for the behavioral sciences (8th ed.)*. Belmont, CA: Wadsworth.

Grigore, M. (2020). Towards a standard diagnostic tool for dyscalculia in school children.

*CORE Proceedings*, 1(1). <https://doi.org/10.21428/bfdb1df5.d4be3454>

Grégoire, J., Van Nieuwenhoven, C., & Noël, M. (2004). TEDIMATH (Flemish adaptation:

A. Desoete, H. Roeyers, & M. Schittekatte). Brussels: TeMA.

Gudmundsdottir, G. (2010). From digital divide to digital equity: Learners' ICT competence

in four primary schools in Cape Town, South Africa. *International Journal of Education and Development Using ICT*, 6(2), 84-105.

Gunderson, E. A., Park, D., Maloney, E. A., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2018).

Reciprocal relations among motivational frameworks, math anxiety, and math achievement in early elementary school. *Journal of Cognition and*

*Development*, 19(1), 21-46. <https://doi.org/10.1080/15248372.2017.1421538>

Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). The Diagnosis and Treatment of

Dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt international*, 116(7), 107–114.

<https://doi.org/10.3238/arztebl.2019.0107>

Haffner, J., Baro, K., Parzer, P., & Resch, F. (2005). HRT 1-4 Heidelberger

Rechentest. *Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter*. Göttingen: Hogrefe.

Haldorai, A., Murugan, S., & Ramu, A. (2020). Evolution, challenges, and application of

intelligent ICT education: An overview. *Computer Applications in Engineering Education*. <https://doi.org/10.1002/cae.22217>

Hambrick, D. Z., & Engle, R. W. (2003). The role of working memory in problem

solving. *The psychology of problem solving*, 176-206.

Hamhuis, E., Glas, C., & Meelissen, M. (2020). Tablet assessment in primary education: Are

there performance differences between TIMSS'paper-and-pencil test and tablet test

- among Dutch grade-four students?. *British journal of educational technology*, 51(6), 2340-2358. <https://doi.org/10.1111/bjet.12914>
- Hamdan, N., & Gunderson, E. A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. *Developmental psychology*, 53(3), 587. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/dev0000252>
- Handler, M. G., & Strudler, N. (1997). The ISTE foundation standards: Issues of implementation. *Journal of Computing in Teacher Education*, 13(2), 16-23. <https://doi.org/10.1080/10402454.1997.10784307>
- Hannula-Sormunen, M. M., McMullen, J., & Lehtinen, E. (2019). Everyday Context and Mathematical Learning: On the Role of Spontaneous Mathematical Focusing Tendencies in the Development of Numeracy. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 25-42). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_3)
- Harskamp, E. (2014). The effects of computer technology on primary school students' mathematics achievement. *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 383. <https://doi.org/10.4324/9781315740713>
- Hasselbring, T. S., Lott, A. C., & Zydney, J. M. (2005). Technology-supported math instruction for students with disabilities: Two decades of research and development. Retrieved December, 12, 2005.
- Hassler Hallstedt, M., & Ghaderi, A. (2018). Tablets instead of paper-based tests for young children? Comparability between paper and tablet versions of the mathematical Heidelberger Rechen Test 1-4. *Educational Assessment*, 23(3), 195-210. <https://doi.org/10.1080/10627197.2018.1488587>



- Haverty, L. A., Koedinger, K. R., Klahr, D., & Alibali, M. W. (2000). Solving inductive reasoning problems in mathematics: not-so-trivial pursuit. *Cognitive Science*, 24(2), 249-298. [https://doi.org/10.1207/s15516709cog2402\\_3](https://doi.org/10.1207/s15516709cog2402_3)
- Hawes, Z., Nosworthy, N., Archibald, L., & Ansari, D. (2019). Kindergarten children's symbolic number comparison skills relates to 1st grade mathematics achievement: Evidence from a two-minute paper-and-pencil test. *Learning and Instruction*, 59, 21-33. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.09.004>
- Hein, J., Bzufka, M. W., & Neumärker, K. J. (2000). The specific disorder of arithmetic skills. Prevalence studies in a rural and an urban population sample and their clinico-neuropsychological validation. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), S87-S101. <https://doi.org/10.1007/s007870070012>
- Heirdsfield, A. (2011). Teaching mental computation strategies in early mathematics. *Young Children*, 66(2), 96-102.
- Herrera, A., Macizo, P., & Semenza, C. (2008). The role of working memory in the association between number magnitude and space. *Acta psychologica*, 128(2), 225-237. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.01.002>
- Hassinger-Das, B., Jordan, N. C., Glutting, J., Irwin, C., & Dyson, N. (2014). Domain-general mediators of the relation between kindergarten number sense and first-grade mathematics achievement. *Journal of experimental child psychology*, 118, 78-92. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.09.008>
- Henningesen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 524-549. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.5.0524>

- Henson, R. K. (2001). Understanding internal consistency reliability estimates: A conceptual primer on coefficient alpha. *Measurement and evaluation in counseling and development*, 34(3), 177-189. <https://doi.org/10.1080/07481756.2002.12069034>
- Herts, J. B., & Beilock, S. L. (2017). From Janet T. Spence's manifest anxiety scale to the present day: Exploring math anxiety and its relation to math achievement. *Sex Roles*, 77(11-12), 718-724. <https://doi.org/10.1007/s11199-017-0845-9>
- Hintze, J. M., Christ, T. J., & Methe, S. A. (2006). Curriculum-based assessment. *Psychology in the Schools*, 43(1), 45-56. <https://doi.org/10.1002/pits.20128>
- Hoffman, B. (2010). "I think I can, but I'm afraid to try": The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and individual differences*, 20(3), 276-283. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.02.001>
- Hoffman, B., & Schraw, G. (2009). The influence of self-efficacy and working memory capacity on problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 19(1), 91-100. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2008.08.001>
- Hofman, A. D., Visser, I., Jansen, B. R., Marsman, M., & van der Maas, H. L. (2018). Fast and slow strategies in multiplication. *Learning and Individual Differences*, 68, 30-40. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.09.007>
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of experimental child psychology*, 103(1), 17-29. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.001>
- Holmes, J., & Adams, J. W. (2006). Working memory and children's mathematical skills: Implications for mathematical development and mathematics curricula. *Educational Psychology*, 26(3), 339-366. <https://doi.org/10.1080/01443410500341056>

- Hooper, D., Coughlan, J., & Mullen, M. R. (2008). Equation modelling: Guidelines for determining model fit. *Electronic Journal of Business Research Methods*, 6(1), 53-60.
- Hosp, M. K., & Hosp, J. L. (2003). Curriculum-based measurement for reading, spelling, and math: How to do it and why. *Preventing School Failure: Alternative Education for Children and Youth*, 48(1), 10-17.  
<https://doi.org/10.1080/1045988X.2003.10871074>
- Hosp, M. K., Hosp, J. L., & Howell, K. W. (2016). *The ABCs of CBM: A practical guide to curriculum-based measurement*. Guilford Publications.
- Hosp, J. L., Hosp, M. K., Howell, K. W., & Allison, R. (2014). *The ABCs of curriculum-based evaluation: A practical guide to effective decision making*. Guilford Publications.
- Houssart, J. (2001). Counting difficulties at key stage two. *Support for Learning*, 16(1), 11-16. <https://doi.org/10.1111/1467-9604.00179>
- Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. K. (2003). The abbreviated math anxiety scale (AMAS) construction, validity, and reliability. *Assessment*, 10(2), 178-182. <https://doi.org/10.1177/1073191103010002008>
- Horne, M. (2003). Gender Differences in the Early Years in Addition and Subtraction. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 79-86.
- Hu, L. T., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural equation modeling: a multidisciplinary journal*, 6(1), 1-55.  
<https://doi.org/10.1080/10705519909540118>

- Huber, S., Fischer, U., Moeller, K., & Nuerk, H. C. (2013). On the interrelation of multiplication and division in secondary school children. *Frontiers in psychology, 4*, 740. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00740>
- Hutchison, J. E., Lyons, I. M., & Ansari, D. (2019). More similar than different: Gender differences in children's basic numerical skills are the exception not the rule. *Child development, 90*(1), e66-e79. <https://doi.org/10.1111/cdev.13044>
- Hwang, J., Riccomini, P. J., Hwang, S. Y., & Morano, S. (2019). A Systematic Analysis of Experimental Studies Targeting Fractions for Students with Mathematics Difficulties. *Learning Disabilities Research & Practice, 34*(1), 47-61. <https://doi.org/10.1111/ldrp.12187>
- Hyde, J. S. (2014). Gender similarities and differences. *Annual review of psychology, 65*, 373-398. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010213-115057>
- Hyde, D. C., Berteletti, I., & Mou, Y. (2016). Approximate numerical abilities and mathematics: Insight from correlational and experimental training studies. In *Progress in brain research*(Vol. 227, pp. 335-351). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.011>
- Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007). Do multiplication and division strategies rely on executive and phonological working memory resources?. *Memory & Cognition, 35*(7), 1759-1771. <https://doi.org/10.3758/BF03193508>
- İmre, S. Y., & Akkoç, H. (2012). Investigating the development of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge of generalising number patterns through school practicum. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(3), 207-226. <https://doi.org/10.1007/s10857-012-9203-6>

- Isaacs, E. B., Edmonds, C. J., Lucas, A., & Gadian, D. G. (2001). Calculation difficulties in children of very low birthweight: a neural correlate. *Brain*, *124*(9), 1701-1707.  
<https://doi.org/10.1093/brain/124.9.1701>
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *106*(25), 10382-10385.  
<https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106>
- James, G. (2002). Advantages and disadvantages of online learning. Retrieved July, 1, 2006.
- Jaworska, N., & Chupetlovska-Anastasova, A. (2009). A review of multidimensional scaling (MDS) and its utility in various psychological domains. *Tutorials in quantitative methods for psychology*, *5*(1), 1-10.
- Jia, X., Liang, P., Lu, J., Yang, Y., Zhong, N., & Li, K. (2011). Common and dissociable neural correlates associated with component processes of inductive reasoning. *NeuroImage*, *56*(4), 2292-2299.  
<https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.03.020>
- Jitendra, A. K., Dupuis, D. N., & Lein, A. E. (2014). Promoting word problem solving performance among students with mathematics difficulties. *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties*, 357. <https://doi.org/10.4324/9781315740713>
- Jitendra, A. K., Harwell, M. R., Dupuis, D. N., & Karl, S. R. (2017). A randomized trial of the effects of schema-based instruction on proportional problem-solving for students with mathematics problem-solving difficulties. *Journal of learning disabilities*, *50*(3), 322-336. <https://doi.org/10.1177%2F0022219416629646>
- Jitendra, A. K., Nelson, G., Pulles, S. M., Kiss, A. J., & Houseworth, J. (2016). Is mathematical representation of problems an evidence-based strategy for students

with mathematics difficulties?. *Exceptional Children*, 83(1), 8-25.

<https://doi.org/10.1177%2F0014402915625062>

Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and individual differences*, 20(2), 82-88. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004>

Jordan, N. C., Glutting, J., Ramineni, C., & Watkins, M. W. (2010). Validating a number sense screening tool for use in kindergarten and first grade: Prediction of mathematics proficiency in third grade. *School Psychology Review*, 39(2), 181-195. <https://doi.org/10.1080/02796015.2010.12087772>

Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., & Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child development*, 77(1), 153-175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>

Jordan, N. C., Resnick, I., Rodrigues, J., Hansen, N., & Dyson, N. (2017). Delaware longitudinal study of fraction learning: Implications for helping children with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 50(6), 621-630. <https://doi.org/10.1177%2F0022219416662033>

Jordan, N. C., Rinne, L., & Hansen, N. (2019). Mathematical Learning and Its Difficulties in the United States: Current Issues in Screening and Intervention. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 183-199). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_12](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_12)

Jovanović, G., Jovanović, Z., Banković-Gajić, J., Nikolić, A., Svetozarević, S., & Ignjatović-Ristić, D. (2013). The frequency of dyscalculia among primary school children. *Psychiatria Danubina*, 25(2), 0-174.

- Kadosh, R. C., Dowker, A., Heine, A., Kaufmann, L., & Kucian, K. (2013). Interventions for improving numerical abilities: Present and future. *Trends in neuroscience and education*, 2(2), 85-93. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.04.001>
- Kail, R. V. (2007). Longitudinal evidence that increases in processing speed and working memory enhance children's reasoning. *Psychological science*, 18(4), 312. <https://doi/10.1111/j.1467-9280.2007.01895.x>
- Kanematsu, H., & Barry, D. M. (2016). *STEM and ICT education in intelligent environments*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-19234-5>
- Karagiannakis, G., & Baccaglini-Frank, A. (2014). The DeDiMa battery: a tool for identifying students' mathematical learning profiles. *Health Psychology Review*, 2(4), 291-297. <https://doi.org/10.5114/hpr.2014.46329>
- Karagiannakis, G. N., Baccaglini-Frank, A. E., & Roussos, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics through a model classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 21(2), 115-141. <https://doi.org/10.1080/19404158.2017.1289963>
- Karagiannakis, G., & Noël, M. P. (2020). Mathematical Profile Test: A Preliminary Evaluation of an Online Assessment for Mathematics Skills of Children in Grades 1–6. *Behavioral Sciences*, 10(8), 126. <https://doi.org/10.3390/bs10080126>
- Καραγιαννίδη, Μ. Ε., Πατριανάκου, Γ., & Πήλιουρας, Π. (2020). Εξοικείωση με Εμπειρίες και Επιστημονικές Δεξιότητες μέσω ενός Κέντρου Ενδιαφέροντος Φυσικών Επιστημών στην Προσχολική Αγωγή. *Διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών: Έρευνα & Πράξη*, 2020(74-75).
- Karbach, J., Strobach, T., & Schubert, T. (2015). Adaptive working-memory training benefits reading, but not mathematics in middle childhood. *Child Neuropsychology*, 21(3), 285-301. <https://doi.org/10.1080/09297049.2014.899336>

- Kariyawasam, R., Nadeeshani, M., Hamid, T., Subasinghe, I., & Ratnayake, P. (2019, December). A Gamified Approach for Screening and Intervention of Dyslexia, Dysgraphia and Dyscalculia. In *2019 International Conference on Advancements in Computing (ICAC)* (pp. 156-161). IEEE.  
<https://doi.org/10.1109/ICAC49085.2019.9103336>
- Käser, T., Baschera, G. M., Kohn, J., Kucian, K., Richtmann, V., Grond, U., ... & von Aster, M. (2013). Design and evaluation of the computer-based training program *Calcularis* for enhancing numerical cognition. *Frontiers in psychology*, *4*, 489.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00489>
- Κασσωτάκης, Μ. (2010). *Η Αξιολόγηση της Επίδοσης των Μαθητών, Μέσα, Μέθοδοι, Προβλήματα, Προοπτικές*. Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Kaufmann, L. (2008). Dyscalculia: neuroscience and education. *Educational research*, *50*(2), 163-175. <https://doi.org/10.1080/00131880802082658>
- Kaufmann, L., & von Aster, M. (2012). The diagnosis and management of dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt international*, *109*(45), 767–778.  
<https://doi.org/10.3238/arztebl.2012.0767>
- Kelley, B., Hosp, J. L., & Howell, K. W. (2008). Curriculum-based evaluation and math: An overview. *Assessment for Effective Intervention*, *33*(4), 250-256.  
<https://doi.org/10.1177%2F1534508407313490>
- Kellman, P. J., Massey, C. M., & Son, J. Y. (2010). Perceptual learning modules in mathematics: Enhancing students' pattern recognition, structure extraction, and fluency. *Topics in cognitive science*, *2*(2), 285-305. <https://doi.org/10.1111/j.1756-8765.2009.01053.x>



- Keskin, S. (2006). Comparison of several univariate normality tests regarding type I error rate and power of the test in simulation based small samples. *Journal of Applied Science Research*, 2(5), 296-300.
- Kidd, J. K., Pasnak, R., Gadzichowski, K. M., Gallington, D. A., McKnight, P., Boyer, C. E., & Carlson, A. (2014). Instructing first-grade children on patterning improves reading and mathematics. *Early Education & Development*, 25(1), 134-151.  
<https://doi.org/10.1080/10409289.2013.794448>
- Kiger, D., Herro, D., & Prunty, D. (2012). Examining the influence of a mobile learning intervention on third grade math achievement. *Journal of Research on Technology in Education*, 45(1), 61-82. <https://doi.org/10.1080/15391523.2012.10782597>
- Kim, H. Y. (2013). Statistical notes for clinical researchers: assessing normal distribution (2) using skewness and kurtosis. *Restorative dentistry & endodontics*, 38(1), 52-54.  
<https://doi.org/10.5395/rde.2013.38.1.52>
- Kim, S., Hasher, L., & Zacks, R. T. (2007). Aging and a benefit of distractibility. *Psychonomic bulletin & review*, 14(2), 301-305.  
<https://doi.org/10.3758/BF03194068>
- King, J., Bond, T., & Blandford, S. (2002). An investigation of computer anxiety by gender and grade. *Computers in Human behavior*, 18(1), 69-84.  
[https://doi.org/10.1016/S0747-5632\(01\)00030-9](https://doi.org/10.1016/S0747-5632(01)00030-9)
- Kingston, N. M. (2008). Comparability of computer-and paper-administered multiple-choice tests for K–12 populations: A synthesis. *Applied Measurement in Education*, 22(1), 22-37. <https://doi.org/10.1080/08957340802558326>
- Kiss, A. J., & Christ, T. J. (2019). Screening for math in early grades: Is reading enough?. *Assessment for Effective Intervention*, 45(1), 38-50.  
<https://doi.org/10.1177%2F1534508418766410>

- Klauer, K. J., & Phye, G. D. (2008). Inductive reasoning: A training approach. *Review of educational research*, 78(1), 85-123. <https://doi.org/10.3102%2F0034654307313402>
- Koontz, K. L. (1996). Identifying simple numerical stimuli: Processing inefficiencies exhibited by arithmetic learning disabled children. *Mathematical Cognition*, 2(1), 1-24. <https://doi.org/10.1080/135467996387525>
- Koponen, T., Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2019). Verbal counting skill predicts later math performance and difficulties in middle school. *Contemporary Educational Psychology*, 59, 101803. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.101803>
- Korhonen, J., Nyroos, M., Jonsson, B., & Eklöf, H. (2018). Additive and multiplicative effects of working memory and test anxiety on mathematics performance in grade 3 students. *Educational Psychology*, 38(5), 572-595. <https://doi.org/10.1080/01443410.2017.1356449>
- Kosc, L. (1974). Developmental dyscalculia. *Journal of learning disabilities*, 7(3), 164-177. <https://doi.org/10.1177%2F002221947400700309>
- Kotzé, J., & van der Berg, S. (2019). Mathematical Performance among the Poor: Comparative Performance across Developing Countries. In *International handbook of mathematical learning difficulties* (pp. 57-71). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_5)
- Kovas, Y., Haworth, C. M., Dale, P. S., & Plomin, R. (2007). The Genetic and Environmental Origins of Learning Abilities and Disabilities in the Early School Years School Years. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 72, vii-160.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal

- study. *Journal of experimental child psychology*, 103(4), 516-531.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.009>
- Krinzinger, H. (2019). Comorbidity and Differential Diagnosis of Dyscalculia and ADHD. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 385-405). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_24)
- Krinzinger, H., Kaufmann, L., & Willmes, K. (2009). Math anxiety and math ability in early primary school years. *Journal of psychoeducational assessment*, 27(3), 206-225.  
<https://doi.org/10.1177%2F0734282908330583>
- Krinzinger, H., Wood, G., & Willmes, K. (2015). What accounts for individual and gender differences in the multi-digit number processing of primary school children?. *Zeitschrift für Psychologie*. <https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000099>
- Kruskal, J. B., & Wish, M. (1978). *Multidimensional Scaling*. SAGE Publications.
- Kucian, K., & von Aster, M. (2015). Developmental dyscalculia. *European journal of pediatrics*, 174(1), 1-13. <https://doi.org/10.1007/s00431-014-2455-7>
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schönmann, C., Plangger, F., ... & von ASTER, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 57(3), 782-795.  
<https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.01.070>
- Kuhn, J. T., Ise, E., Raddatz, J., Schwenk, C., & Dobel, C. (2016). Basic numerical processing, calculation, and working memory in children with dyscalculia and/or ADHD symptoms. *Zeitschrift für Kinder-und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie*. <https://doi.org/10.1024/1422-4917/a000450>
- Kulik, J. A., & Fletcher, J. D. (2016). Effectiveness of intelligent tutoring systems: a meta-analytic review. *Review of educational research*, 86(1), 42-78.  
<https://doi.org/10.3102%2F0034654315581420>

- Lachiewicz, A. M., Dawson, D. V., Spiridigliozzi, G. A., & McConkie-Rosell, A. (2006). Arithmetic difficulties in females with the fragile X premutation. *American Journal of Medical Genetics Part A*, 140(7), 665-672. <https://doi.org/10.1002/ajmg.a.31082>
- Lai, K., & Green, S. B. (2016). The problem with having two watches: Assessment of fit when RMSEA and CFI disagree. *Multivariate behavioral research*, 51(2-3), 220-239. <https://doi.org/10.1080/00273171.2015.1134306>
- Lambert, K., & Moeller, K. (2019). Place-value computation in children with mathematics difficulties. *Journal of experimental child psychology*, 178, 214-225. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2018.09.008>
- Landerl, K. (2019). Neurocognitive Perspective on Numerical Development. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 9-24). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_2)
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8–9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99-125. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2003.11.004>
- Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K., & Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: Two learning disorders with different cognitive profiles. *Journal of experimental child psychology*, 103(3), 309-324. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.006>
- Landerl, K., & Moll, K. (2010). Comorbidity of learning disorders: prevalence and familial transmission. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 51(3), 287-294. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2009.02164.x>
- Laski, E. V., & Siegler, R. S. (2007). Is 27 a big number? Correlational and causal connections among numerical categorization, number line estimation, and numerical magnitude comparison. *Child development*, 78(6), 1723-1743. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01087.x>

- Laurillard, D., & Baajour, H. (2009). Digital interventions for dyscalculia and low numeracy: Final Report (D2) For the Becta Research Grant programme 2008-2009.
- LeFevre, J. A., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S. L., & Smith-Chant, B. L. (2013). The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in Grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology*, *114*(2), 243-261. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.005>
- LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science/Revue canadienne des sciences du comportement*, *41*(2), 55. <https://doi/10.1037/a0014532>
- LeFevre, J. A. (1990). Strategic and nonstrategic processing in the development of mathematical cognition. *Children's strategies: Contemporary views of cognitive development*, 213.
- Lei, P. W. (2009). Evaluating estimation methods for ordinal data in structural equation modeling. *Quality and Quantity*, *43*(3), 495. <https://doi.org/10.1007/s11135-007-9133-z>
- Lembke, E. S., Hampton, D., & Beyers, S. J. (2012). Response to intervention in mathematics: Critical elements. *Psychology in the Schools*, *49*(3), 257-272. <https://doi.org/10.1002/pits.21596>
- Lenat, D. B., & Durlach, P. J. (2014). Reinforcing math knowledge by immersing students in a simulated learning-by-teaching experience. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, *24*(3), 216-250. <https://doi.org/10.1007/s40593-014-0016-x>

- Li, M., Liu, D., Li, M., Dong, W., Huang, Y., & Chen, Q. (2018). Addition and subtraction but not multiplication and division cause shifts of spatial attention. *Frontiers in human neuroscience*, *12*, 183. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2018.00183>
- Li, Y. H., & Schafer, W. D. (2005). Trait parameter recovery using multidimensional computerized adaptive testing in reading and mathematics. *Applied Psychological Measurement*, *29*(1), 3-25. <https://doi.org/10.1177/0146621604270667>
- Libertus, M. E., Forsman, L., Adén, U., & Hellgren, K. (2017). Deficits in Approximate Number System Acuity and Mathematical Abilities in 6.5-Year-Old Children Born Extremely Preterm. *Frontiers in psychology*, *8*, 1175. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01175>
- Lindberg, S. M., Hyde, J. S., Petersen, J. L., & Linn, M. C. (2010). New trends in gender and mathematics performance: a meta-analysis. *Psychological bulletin*, *136*(6), 1123. <https://doi/10.1037/a0021276>
- Ling, G. (2016). Does it matter whether one takes a test on an iPad or a desktop computer?. *International Journal of Testing*, *16*(4), 352-377. <https://doi.org/10.1080/15305058.2016.1160097>
- Longo, M. R., & Lourenco, S. F. (2007). Spatial attention and the mental number line: Evidence for characteristic biases and compression. *Neuropsychologia*, *45*(7), 1400-1407. <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2006.11.002>
- Lonnemann, J., & Hasselhorn, M. (2019). Assessing mathematical competence and performance: Quality characteristics, approaches, and research trends. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 633-651). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_37](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_37)
- Lønstrup, J., Denager, T., & Christensen, M. B. (2012). Enhancement of 7th-10th Graders' understanding of equations with tangible representations. *SIDeR '12*, *60*, 60.

- Loo, R., & Loewen, P. (2004). Confirmatory factor analyses of scores from full and short versions of the Marlowe–Crowne Social Desirability Scale. *Journal of Applied Social Psychology, 34*(11), 2343-2352. <https://doi.org/10.1111/j.1559-1816.2004.tb01980.x>
- Van Luit, J. E. H., Van de Rijt, B. A. M., & Pennings, A. H. (1994). Utrecht early mathematical competence test.
- Luttenberger, S., Wimmer, S., & Paechter, M. (2018). Spotlight on math anxiety. *Psychology research and behavior management, 11*, 311. <https://doi.org/10.2147/PRBM.S141421>
- Ma, W., Adesope, O. O., Nesbit, J. C., & Liu, Q. (2014). Intelligent tutoring systems and learning outcomes: A meta-analysis. *Journal of educational psychology, 106*(4), 901.
- Maloney, E. A., & Beilock, S. L. (2012). Math anxiety: Who has it, why it develops, and how to guard against it. *Trends in cognitive sciences, 16*(8), 404-406. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.06.008>
- Mammarella, I. C., Hill, F., Devine, A., Caviola, S., & Szűcs, D. (2015). Math anxiety and developmental dyscalculia: A study on working memory processes. *Journal of clinical and experimental neuropsychology, 37*(8), 878-887. <https://doi.org/10.1080/13803395.2015.1066759>
- Marsh, H. W., Balla, J. R., & McDonald, R. P. (1988). Goodness-of-fit indexes in confirmatory factor analysis: The effect of sample size. *Psychological bulletin, 103*(3), 391. <https://doi/10.1037/0033-2909.103.3.391>
- Masson, N., & Pesenti, M. (2016). Interference of lateralized distractors on arithmetic problem solving: a functional role for attention shifts in mental

- calculation. *Psychological research*, 80(4), 640-651. <https://doi.org/10.1007/s00426-015-0668-7>
- Maruyama, M., Pallier, C., Jobert, A., Sigman, M., & Dehaene, S. (2012). The cortical representation of simple mathematical expressions. *Neuroimage*, 61(4), 1444-1460. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2012.04.020>
- Masters, G. N. (1988). Item discrimination: When more is worse. *Journal of Educational Measurement*, 25(1), 15-29. <https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.1988.tb00288.x>
- Mazzocco, M. M. M. (2007). Defining and differentiating mathematical learning disabilities and difficulties. In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities* (pp. 29–47). Paul H. Brookes Publishing Co..
- Mazzocco, M. M., & Myers, G. F. (2003). Complexities in identifying and defining mathematics learning disability in the primary school-age years. *Annals of dyslexia*, 53(1), 218-253. <https://doi.org/10.1007/s11881-003-0011-7>
- Melby-Lervåg, M., Redick, T. S., & Hulme, C. (2016). Working memory training does not improve performance on measures of intelligence or other measures of “far transfer” evidence from a meta-analytic review. *Perspectives on Psychological Science*, 11(4), 512-534. <https://doi.org/10.1177%2F1745691616635612>
- Melis, E., Andres, E., Franke, A., Goguadse, G., Kohlhase, M., Libbrecht, P., ... & Ullrich, C. (2001). A generic and adaptive web-based learning environment. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 12, 385-407.
- Merkley, R., & Ansari, D. (2016). Why numerical symbols count in the development of mathematical skills: Evidence from brain and behavior. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 14-20. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.006>



- Meyer, M. S. (2000). The ability–achievement discrepancy: Does it contribute to an understanding of learning disabilities?. *Educational Psychology Review*, 12(3), 315-337. <https://doi.org/10.1023/A:1009070006373>
- Miller, H., & Bichsel, J. (2004). Anxiety, working memory, gender, and math performance. *Personality and Individual Differences*, 37(3), 591-606. <https://doi.org/10.1016/j.paid.2003.09.029>
- Moeller, K., Neuburger, S., Kaufmann, L., Landerl, K., & Nuerk, H. C. (2009). Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: Evidence from eye tracking. *Cognitive development*, 24(4), 371-386. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.09.007>
- Mohd Syah, N. E., Hamzaid, N. A., Murphy, B. P., & Lim, E. (2016). Development of computer play pedagogy intervention for children with low conceptual understanding in basic mathematics operation using the dyscalculia feature approach. *Interactive Learning Environments*, 24(7), 1477-1496. <https://doi.org/10.1080/10494820.2015.1023205>
- Mokhtar, M. A. M., Ayub, A. F. M., Said, R. R., & Mustakim, S. S. (2019). Analysis of Year Four Pupils' Difficulties in Solving Mathematical Problems Involving Fraction. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 9(11), 1560–1569. <http://dx.doi.org/10.6007/IJARBS/v9-i11/6766>
- Molnár, G. (2011). Playful fostering of 6-to 8-year-old students' inductive reasoning. *Thinking skills and Creativity*, 6(2), 91-99. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2011.05.002>
- Molnár, G., Greiff, S., & Csapó, B. (2013). Inductive reasoning, domain specific and complex problem solving: Relations and development. *Thinking skills and Creativity*, 9, 35-45. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2013.03.002>

- Monaco, M., Costa, A., Caltagirone, C., & Carlesimo, G. A. (2013). Forward and backward span for verbal and visuo-spatial data: standardization and normative data from an Italian adult population. *Neurological Sciences*, 34(5), 749-754.  
<https://doi.org/10.1007/s10072-012-1130-x>
- Monei, T., & Pedro, A. (2017). A systematic review of interventions for children presenting with dyscalculia in primary schools. *Educational Psychology in Practice*, 33(3), 277-293. <https://doi.org/10.1080/02667363.2017.1289076>
- Monuteaux, M. C., Faraone, S. V., Herzig, K., Navsaria, N., & Biederman, J. (2005). ADHD and dyscalculia: Evidence for independent familial transmission. *Journal of learning disabilities*, 38(1), 86-93. <https://doi.org/10.1177%2F00222194050380010701>
- Moore, A. M., McAuley, A. J., Allred, G. A., & Ashcraft, M. H. (2014). Mathematics anxiety, working memory, and mathematical performance. *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 326-336. <https://doi.org/10.4324/9781315740713>
- Moreno-De-Luca, A., Myers, S. M., Challman, T. D., Moreno-De-Luca, D., Evans, D. W., & Ledbetter, D. H. (2013). Developmental brain dysfunction: revival and expansion of old concepts based on new genetic evidence. *The Lancet Neurology*, 12(4), 406-414.  
[https://doi.org/10.1016/S1474-4422\(13\)70011-5](https://doi.org/10.1016/S1474-4422(13)70011-5)
- Morgan, P. L., Farkas, G., Hillemeier, M. M., & Maczuga, S. (2016). Who is at risk for persistent mathematics difficulties in the United States?. *Journal of learning disabilities*, 49(3), 305-319. <https://doi.org/10.1177%2F0022219414553849>
- Μπάρμπας, Γ., Βερμέουλεν, Φ., Κιοσέογλου Γ. & Μενεξές Γ. (2008α). *Ψυχομετρικό κριτήριο πρώιμης μαθηματικής επάρκειας της Ουτρέχτης (προσαρμογή – στάθμιση)*. Στο πλαίσιο του έργου ΕΠΕ- ΑΕΚ «Ψυχομετρική - διαφορική αξιολόγηση παιδιών και εφήβων με μαθησιακές δυσκολίες», Θεσσαλονίκη, 2008.

- Μπάρμπας, Γ., Βερμέουλεν, Φ., Κιοσέογλου Γ. & Μενεξές Γ. (2008β). *Ψυχομετρικό κριτήριο μαθη- ματικής επάρκειας για παιδιά και εφήβους*. Στο πλαίσιο του έργου ΕΠΕΑΕΚ «Ψυχομετρική - διαφορική αξιολόγηση παιδιών και εφήβων με μαθησιακές δυσκολίες», Θεσσαλονίκη, 2008.
- Muis, K. R. (2008). Epistemic profiles and self-regulated learning: Examining relations in the context of mathematics problem solving. *Contemporary Educational Psychology*, 33(2), 177-208. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2006.10.012>
- Mulligan, J., Verschaffel, L., Baccaglini-Frank, A., Coles, A., Gould, P., He, S., ... & Sinclair, N. (2018). Whole number thinking, learning and development: Neuro- cognitive, cognitive and developmental approaches. In *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades* (pp. 137-167). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2_7)
- Μυλωνάς, Κ. (2018). *Στατιστική Ανάλυση Επαγωγών στις Κοινωνικές Επιστήμες με στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής Ανάλυσης και Μεθοδολογίας Επιστημονικής Έρευνας*. Πεδίο.
- Μυλωνάς, Κ. (2012). *Στατιστική Θεωρία και Εφαρμογές με τον MS-Excel*. Πεδίο.
- Mundia, L. (2017). The assessment of math learning difficulties in a primary grade-4 child with high support needs: Mixed methods approach. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 4(2), 347-366.
- Murata, A. (2004). Paths to learning ten-structured understandings of teen sums: Addition solution methods of Japanese grade 1 students. *Cognition and Instruction*, 22(2), 185-218. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci2202\\_2](https://doi.org/10.1207/s1532690xci2202_2)
- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M., Gerner, G., & Henry, A. E. (2006). Mathematics learning disability in girls with Turner syndrome or fragile X syndrome. *Brain and cognition*, 61(2), 195-210. <https://doi.org/10.1016/j.bandc.2005.12.014>

- Murphy, M. M., Mazzocco, M. M., Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive characteristics of children with mathematics learning disability (MLD) vary as a function of the cutoff criterion used to define MLD. *Journal of learning disabilities*, 40(5), 458-478. <https://doi.org/10.1177%2F00222194070400050901>
- Mussolin, C., De Volder, A., Grandin, C., Schlögel, X., Nassogne, M. C., & Noël, M. P. (2010). Neural correlates of symbolic number comparison in developmental dyscalculia. *Journal of cognitive neuroscience*, 22(5), 860-874. <https://doi.org/10.1162/jocn.2009.21237>
- Mylonas, K., Veligeas, P., Gari, A., & Kontaxopoulou, D. (2012). Development and psychometric properties of the scale for self-consciousness assessment. *Psychological reports*, 111(1), 233-252. <https://doi.org/10.2466%2F08.02.07.PR0.111.4.233-252>
- Nagavalli, T., & Juliet, P. (2015). Technology for dyscalculic children. *SALEM*, 16, 1-10.
- Nath, S., & Szücs, D. (2014). Construction play and cognitive skills associated with the development of mathematical abilities in 7-year-old children. *Learning and Instruction*, 32, 73-80. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.01.006>
- Nestler, S. (2013). A Monte Carlo study comparing PIV, ULS and DWLS in the estimation of dichotomous confirmatory factor analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 66(1), 127-143. <https://doi/10.1111/j.2044-8317.2012.02044.x>
- Nfon, N. F. (2016). A Survey of the Mathematical Problems (Dyscalculia) Confronting Primary School Pupils in Buea Municipality in the South West Region of Cameroon. *International Journal of Education and Research*, 4(4), 437-450.
- Nkambou, R., Bourdeau, J., & Mizoguchi, R. (2010). Introduction: what are intelligent tutoring systems, and why this book?. In *Advances in intelligent tutoring systems*

(pp. 1-12). Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-14363-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-14363-2_1)

Noël, M. P. (2009). Counting on working memory when learning to count and to add: A preschool study. *Developmental Psychology*, 45(6), 1630.

<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0016224>

Novotná, J., Bussi, M. G. B., Beckmann, S., Inprasitha, M., Kaur, B., Sun, X. H., ... &

Askew, M. (2018). Professional Development Models for Whole Number

Arithmetic in Primary Mathematics Teacher Education: A Cross-Cultural Overview.

In *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades* (pp. 399-435).

Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-319-63555-2_17)

Nye, C. D., & Drasgow, F. (2011). Assessing goodness of fit: Simple rules of thumb simply do not work. *Organizational Research Methods*, 14(3), 548-570.

<https://doi.org/10.1177/1094428110368562>

Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013). How training on exact or approximate mental representations of number can enhance first-grade students' basic number processing and arithmetic skills. *Learning and Instruction*, 23, 125-135.

<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.08.004>

O'Connell, T., Freed, G., & Rothberg, M. (2010). Using Apple technology to support learning for students with sensory and learning disabilities. *WGBH Educational Foundation*, 19-21.

OECD. (2019). *Pisa 2018 results (volume i): what students know and can do*. OECD.

OECD (2013), *Trends Shaping Education 2013*, OECD Publishing, Paris,

Ok, M. W., Bryant, D. P., & Bryant, B. R. (2019). Effects of computer-assisted instruction on the mathematics performance of students with learning disabilities: A synthesis of the research. *Exceptionality*, 1-15. <https://doi.org/10.1080/09362835.2019.1579723>

- Okamoto, Y., & Case, R. (1996). II. Exploring the microstructure of children's central conceptual structures in the domain of number. *Monographs of the Society for research in Child Development*, 61(1-2), 27-58. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5834.1996.tb00536.x>
- Olivers, C. N. (2008). Interactions between visual working memory and visual attention. *Frontiers in Bioscience*, 13(3), 1182-1191. <https://doi.org/10.2741/2754>
- Olsson, L., Östergren, R., & Träff, U. (2016). Developmental dyscalculia: A deficit in the approximate number system or an access deficit?. *Cognitive Development*, 39, 154-167. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2016.04.006>
- O'malley, P., Jenkins, S., Wesley, B., Donehower, C., Rabuck, D., & Lewis, M. E. B. (2013). Effectiveness of Using iPads to Build Math Fluency. *Online Submission*.
- Opfer, J. E., & Siegler, R. S. (2012). Development of Quantitative Thinking. In *The Oxford Handbook of Thinking and Reasoning*.
- Ortuno, F., Ojeda, N., Arbizu, J., Lopez, P., Marti-Climent, J. M., Peñuelas, I., & Cervera, S. (2002). Sustained attention in a counting task: normal performance and functional neuroanatomy. *Neuroimage*, 17(1), 411-420. <https://doi.org/10.1006/nimg.2002.1168>
- Özsoy, G. (2011). An investigation of the relationship between metacognition and mathematics achievement. *Asia Pacific Education Review*, 12(2), 227-235. <https://doi.org/10.1007/s12564-010-9129-6>
- Padgett, R. N., & Morgan, G. B. (2020). Multilevel CFA with Ordered Categorical Data: A Simulation Study Comparing Fit Indices Across Robust Estimation Methods. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/10705511.2020.1759426>

- Pantoja, N., Schaeffer, M. W., Rozek, C. S., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2020). Children's Math Anxiety Predicts Their Math Achievement Over and Above a Key Foundational Math Skill. *Journal of Cognition and Development, 21*(5), 709-728. <https://doi.org/10.1080/15248372.2020.1832098>
- Papadimitriou, L. (2020). Digital film and television distribution in Greece: Between crisis and opportunity. In *Digital Peripheries*(pp. 181-197). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-44850-9\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-030-44850-9_10)
- Pappas, M., Drigas, A., Malli, E., & Kalpidi, V. (2018). Enhanced Assessment Technology and Neurocognitive Aspects of Specific Learning Disorder with Impairment in Mathematics. *International Journal of Engineering Pedagogy, 8*(1), 4-15. <https://doi.org/10.3991/ijep.v8i1.7370>
- Pappas, M. A., Polychroni, F., & Drigas, A. S. (2019). Assessment of mathematics difficulties for second and third graders: Cognitive and psychological parameters. *Behavioral Sciences, 9*(7), 76. <https://doi.org/10.3390/bs9070076>
- Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the approximate number system improves math proficiency. *Psychological science, 24*(10), 2013-2019. <https://doi.org/10.1177%2F0956797613482944>
- Passolunghi, M. C., & Costa, H. M. (2019). Working memory and mathematical learning. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 407-421). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_25](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_25)
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of experimental child psychology, 88*(4), 348-367. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2004.04.002>
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2001). Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal*

*of experimental child psychology*, 80(1), 44-57.

<https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2626>

Peard, R. (2010). Dyscalculia: What is its prevalence? Research evidence from case studies. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 106-113.

<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.015>

Pedrotty Bryant, D. (2005). Commentary on early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 340-345.

<https://doi.org/10.1177%2F00222194050380041001>

Pelegrina, S., Justicia-Galiano, M. J., Martín-Puga, M. E., & Linares, R. (2020). Math Anxiety and Working Memory Updating: Difficulties in Retrieving Numerical Information From Working Memory. *Frontiers in psychology*, 11, 669.

<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00669>

Peng, P., & Lin, X. (2019). The relation between mathematics vocabulary and mathematics performance among fourth graders. *Learning and Individual Differences*, 69, 11-21.

<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.11.006>

Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology*, 108(4), 455. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/edu0000079>

Pennequin, V., Sorel, O., Nanty, I., & Fontaine, R. (2010). Metacognition and low achievement in mathematics: The effect of training in the use of metacognitive skills to solve mathematical word problems. *Thinking & Reasoning*, 16(3), 198-220.

<https://doi.org/10.1080/13546783.2010.509052>



- Penner, A. M., & Paret, M. (2008). Gender differences in mathematics achievement: Exploring the early grades and the extremes. *Social Science Research*, 37(1), 239-253. <https://doi.org/10.1016/j.ssresearch.2007.06.012>
- Perry, E., & Francis, B. (2010). The social class gap for educational achievement: a review of the literature. *RSA Projects*, 1-21.
- Petermann, F., & Petermann, U. (2007). Hamburg-Wechsler-Intelligenztest für Kinder IV (HAWIK-IV). *Bern: Huber*.
- Peters, L., Bulthé, J., Daniels, N., de Beeck, H. O., & De Smedt, B. (2018). Dyscalculia and dyslexia: Different behavioral, yet similar brain activity profiles during arithmetic. *NeuroImage: Clinical*, 18, 663-674. <https://doi.org/10.1016/j.nicl.2018.03.003>
- Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An analysis of elementary school students' difficulties in mathematical problem solving. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116(1), 3169-3174. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.728>
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.03.012>
- Pirani, Z., & Sasikumar, M. (2013). Accommodation for dyscalculic children in an e-learning environment. *International Journal of Computer Applications*, 70(2).
- Plante, I., O'Keefe, P. A., Aronson, J., Fréchette-Simard, C., & Goulet, M. (2019). The interest gap: how gender stereotype endorsement about abilities predicts differences in academic interests. *Social Psychology of Education*, 22(1), 227-245. <https://doi.org/10.1007/s11218-018-9472-8>

- Plerou, A., & Vlamos, P. (2013, September). Algorithmic problem solving using interactive virtual environment: a case study. In *International Conference on Engineering Applications of Neural Networks* (pp. 433-445). Springer, Berlin, Heidelberg.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-642-41013-0\\_45](https://doi.org/10.1007/978-3-642-41013-0_45)
- Plerou, A., Vlamos, P., & Kourouthanasis, P. (2014). Screening Dyscalculia and Algorithmic Thinking Difficulties “1st International Conference on New Developments in Science and Technology Education” Proceedings Manuscripts.
- Ponitz, C. C., McClelland, M. M., Matthews, J. S., & Morrison, F. J. (2009). A structured observation of behavioral self-regulation and its contribution to kindergarten outcomes. *Developmental psychology*, 45(3), 605.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0015365>
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2008). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions, grades 6-12: a resource for the mathematics teacher*. Corwin press.
- Powell, A. L. (2013). Computer anxiety: Comparison of research from the 1990s and 2000s. *Computers in Human Behavior*, 29(6), 2337-2381.  
<https://doi.org/10.1016/j.chb.2013.05.012>
- Preckel, F., Goetz, T., Pekrun, R., & Kleine, M. (2008). Gender differences in gifted and average-ability students: Comparing girls' and boys' achievement, self-concept, interest, and motivation in mathematics. *Gifted child quarterly*, 52(2), 146-159.  
<https://doi.org/10.1177%2F0016986208315834>
- Prediger, S., Erath, K., & Opitz, E. M. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 437-455). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_27)

- Preradović, N. M., Lešin, G., & Boras, D. (2017). The role and attitudes of kindergarten educators in ICT-supported early childhood education. *TEM Journal*, 6(1), 162-172. <https://dx.doi.org/10.18421/TEM61-24>
- Price, G. R., & Ansari, D. (2013). Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy*, 6(1), 1-16. <http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.6.1.2>
- Price, G. R., Mazzocco, M. M., & Ansari, D. (2013). Why mental arithmetic counts: brain activation during single digit arithmetic predicts high school math scores. *Journal of Neuroscience*, 33(1), 156-163. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.2936-12.2013>
- Pruet, P., Ang, C. S., & Farzin, D. (2016). Understanding tablet computer usage among primary school students in underdeveloped areas: Students' technology experience, learning styles and attitudes. *Computers in Human Behavior*, 55, 1131-1144. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2014.09.063>
- Puccio, G. (1999). Creative problem solving preferences: Their identification and implications. *Creativity and Innovation management*, 8(3), 171-178. <https://doi.org/10.1111/1467-8691.00134>
- Purpura, D. J., & Ganley, C. M. (2014). Working memory and language: Skill-specific or domain-general relations to mathematics?. *Journal of Experimental Child Psychology*, 122, 104-121. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.12.009>
- Purpura, D. J., Reid, E. E., Eiland, M. D., & Baroody, A. J. (2015). Using a brief preschool early numeracy skills screener to identify young children with mathematics difficulties. *School Psychology Review*, 44(1), 41-59. <https://doi/10.17105/SPR44-1.41-59>
- Qiang, W. E. I., Hua, D. O. N. G., Jing, W. A. N. G., & Shang-Qing, L. I. (2019). Interventions of Children with Developmental Dyscalculia. *DEStech Transactions on Economics, Business and Management*, (icaem).

- Rachmawati, K., Schultz, T., & Cusack, L. (2017). Translation, adaptation and psychometric testing of a tool for measuring nurses' attitudes towards research in Indonesian primary health care. *Nursing open*, 4(2), 96-107. <https://doi.org/10.1002/nop2.72>
- Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM*, 40(1), 83-96. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0>
- Raiford, S. E., Coalson, D. L., Saklofske, D. H., & Weiss, L. G. (2010). Practical issues in WAIS-IV administration and scoring. In *WAIS-IV Clinical Use and Interpretation* (pp. 25-59). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-375035-8.10002-3>
- Ralli, A. M., & Charalampaki, A. E. (2015). Language and Mathematical skills in Greek children with SLI. *Journal of Psychology*, 3(2), 148-160. <http://dx.doi.org/10.15640/jpbs.v3n2a14>
- Ramaa, S., & Gowramma, I. P. (2002). A systematic procedure for identifying and classifying children with dyscalculia among primary school children in India. *Dyslexia*, 8(2), 67-85. <https://doi.org/10.1002/dys.214>
- Ramirez, G., Chang, H., Maloney, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: The role of problem solving strategies. *Journal of experimental child psychology*, 141, 83-100. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.07.014>
- Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math anxiety, working memory, and math achievement in early elementary school. *Journal of Cognition and Development*, 14(2), 187-202. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.664593>

- Rapin, I. (2016). Dyscalculia and the calculating brain. *Pediatric neurology*, *61*, 11-20.  
<https://doi.org/10.1016/j.pediatrneurol.2016.02.007>
- Räsänen, P., Salminen, J., Wilson, A. J., Aunio, P., & Dehaene, S. (2009). Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills. *Cognitive development*, *24*(4), 450-472. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.09.003>
- Razza, R. A., Martin, A., & Brooks-Gunn, J. (2010). Associations among family environment, sustained attention, and school readiness for low-income children. *Developmental psychology*, *46*(6), 1528.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0020389>
- Reeve, R. A., & Gray, S. (2014). Number difficulties in young children. *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 44.  
<https://doi.org/10.4324/9781315740713>
- Reigosa-Crespo, V. (2019). Beyond the “Third Method” for the Assessment of Developmental Dyscalculia: Implications for Research and Practice. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 789-798). Springer, Cham.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3\\_45](https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_45)
- Reigosa-Crespo, V., & Castro, D. (2015). Dots and digits: how do children process the numerical magnitude? Evidence from brain and behaviour. *The Routledge international handbook of dyscalculia and mathematical learning difficulties*, 115-124.
- Reigosa-Crespo, V., Valdés-Sosa, M., Butterworth, B., Estévez, N., Rodríguez, M., Santos, E., ... & Lage, A. (2012). Basic numerical capacities and prevalence of developmental dyscalculia: the Havana Survey. *Developmental Psychology*, *48*(1), 123. <https://doi/10.1037/a0025356>

- Reilly, D., Neumann, D. L., & Andrews, G. (2019). Investigating gender differences in mathematics and science: Results from the 2011 Trends in Mathematics and Science Survey. *Research in Science Education*, 49(1), 25-50. <http://doi.org/10.1007/s11165-017-9630-6>
- Ren, X., Schweizer, K., & Xu, F. (2013). The sources of the relationship between sustained attention and reasoning. *Intelligence*, 41(1), 51-58. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2012.10.006>
- Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: psychometric data. *Journal of counseling Psychology*, 19(6), 551. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/h0033456>
- Rivera, F. D. (2014). Numbers and Operations in Base Ten (Part II). In *Teaching to the Math Common Core State Standards* (pp. 67-87). Brill Sense.
- Rizopoulos, D. (2006). ltm: An R package for latent variable modeling and item response theory analyses. *Journal of statistical software*, 17(5), 1-25.
- Rodic, M., Cui, J., Malykh, S., Zhou, X., Gynku, E. I., Bogdanova, E. L., ... & Kovas, Y. (2018). Cognition, emotion, and arithmetic in primary school: A cross-cultural investigation. *British Journal of Developmental Psychology*, 36(2), 255-276. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12248>
- Roebbers, C. M., Cimeli, P., Röthlisberger, M., & Neuenschwander, R. (2012). Executive functioning, metacognition, and self-perceived competence in elementary school children: An explorative study on their interrelations and their role for school achievement. *Metacognition and Learning*, 7(3), 151-173. <https://doi.org/10.1007/s11409-012-9089-9>
- Rosenberg-Lee, M., Ashkenazi, S., Chen, T., Young, C. B., Geary, D. C., & Menon, V. (2015). Brain hyper-connectivity and operation-specific deficits during arithmetic

- problem solving in children with developmental dyscalculia. *Developmental science*, 18(3), 351-372. <https://doi.org/10.1111/desc.12216>
- Rosenberg-Lee, M., Chang, T. T., Young, C. B., Wu, S., & Menon, V. (2011). Functional dissociations between four basic arithmetic operations in the human posterior parietal cortex: a cytoarchitectonic mapping study. *Neuropsychologia*, 49(9), 2592-2608. <https://doi.org/10.1016/j.neuropsychologia.2011.04.035>
- Rosselli, M., Matute, E., Pinto, N., & Ardila, A. (2006). Memory abilities in children with subtypes of dyscalculia. *Developmental neuropsychology*, 30(3), 801-818. [https://doi.org/10.1207/s15326942dn3003\\_3](https://doi.org/10.1207/s15326942dn3003_3)
- Rotzer, S., Kucian, K., Martin, E., von Aster, M., Klaver, P., & Loenneker, T. (2008). Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, 39(1), 417-422. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.08.045>
- Rousselle, L., & Noël, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102(3), 361-395. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2006.01.005>
- Ρούσσοις, Π., & Τσαούσης, Γ. (2011). Στατιστική στις επιστήμες της συμπεριφοράς με τη χρήση του SPSS. Αθήνα: Τόπος.
- Rozek, C. S., Hyde, J. S., Svoboda, R. C., Hulleman, C. S., & Harackiewicz, J. M. (2015). Gender differences in the effects of a utility-value intervention to help parents motivate adolescents in mathematics and science. *Journal of Educational Psychology*, 107(1), 195. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0036981>
- Rubia, K., Hyde, Z., Halari, R., Giampietro, V., & Smith, A. (2010). Effects of age and sex on developmental neural networks of visual–spatial attention

allocation. *Neuroimage*, 51(2), 817-827.

<https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.02.058>

Rubinsten, O. (2009). Co-occurrence of developmental disorders: The case of developmental dyscalculia. *Cognitive Development*, 24(4), 362-370.

<https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2009.09.008>

Rubinsten, O., Bialik, N., & Solar, Y. (2012). Exploring the relationship between math anxiety and gender through implicit measurement. *Frontiers in Human Neuroscience*, 6, 279. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2012.00279>

Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: Heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in cognitive sciences*, 13(2), 92-99.

<https://doi.org/10.1016/j.tics.2008.11.002>

Rubinsten, O., & Henik, A. (2005). Automatic activation of internal magnitudes: a study of developmental dyscalculia. *Neuropsychology*, 19(5), 641.

<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0894-4105.19.5.641>

Rykhlevskaia, E., Uddin, L. Q., Kondos, L., & Menon, V. (2009). Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: combined evidence from morphometry and tractography. *Frontiers in human neuroscience*, 3, 51.

<https://doi.org/10.3389/neuro.09.051.2009>

Saculinggan, M., & Balase, E. A. (2013). Empirical power comparison of goodness of fit tests for normality in the presence of outliers. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 435, No. 1, p. 012041). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/435/1/012041>

<https://doi.org/10.1088/1742-6596/435/1/012041>

Samuelis, L. (2007). Notes on the components for intelligent tutoring systems. *Acta Polytechnica Hungarica*, 4(2), 77-85.



- Santiago, M. C. C., & Martínez, E. C. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *Pna, 1*(2), 2. <https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6213>
- Sarter, M., Givens, B., & Bruno, J. P. (2001). The cognitive neuroscience of sustained attention: where top-down meets bottom-up. *Brain research reviews, 35*(2), 146-160. [https://doi.org/10.1016/S0165-0173\(01\)00044-3](https://doi.org/10.1016/S0165-0173(01)00044-3)
- Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *British Journal of Developmental Psychology, 30*(2), 344-357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.2011.02048.x>
- Scarpello, G. (2007). Helping students get past math anxiety. *Techniques: Connecting Education and Careers (JI), 82*(6), 34-35.
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: Tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. *Methods of psychological research online, 8*(2), 23-74.
- Schneider, W., & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *zdm—International Journal on Mathematics Education, 42* (2), 149-161.
- Seitz, K., & Schumann-Hengsteler, R. (2000). Mental multiplication and working memory. *European Journal of Cognitive Psychology, 12*(4), 552-570. <https://doi.org/10.1080/095414400750050231>
- Seyler, D. J., Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2003). Elementary subtraction. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 29*(6), 1339. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0278-7393.29.6.1339>
- Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric neurology, 24*(5), 337-342. [https://doi.org/10.1016/S0887-8994\(00\)00258-7](https://doi.org/10.1016/S0887-8994(00)00258-7)
- Shalev, R. S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi, N., Friedlander, Y., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of*

*learning disabilities*, 34(1), 59-65.

<https://doi.org/10.1177%2F002221940103400105>

Sharma, S., Mukherjee, S., Kumar, A., & Dillon, W. R. (2005). A simulation study to investigate the use of cutoff values for assessing model fit in covariance structure models. *Journal of Business Research*, 58(7), 935-943.

<https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2003.10.007>

Sheskin, D. J. (2020). *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures*. crc Press.

Shinn, M. R. (2005). Identifying and validating academic problems in a problem-solving model. *Assessment for intervention: A problem-solving approach*, 219-46.

Sideridis, G. D. (2003). On the origins of helpless behavior of students with learning disabilities: Avoidance motivation?. *International Journal of Educational Research*, 39(4-5), 497-517. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2004.06.011>

Siegler, R. S. (2009). Improving the numerical understanding of children from low-income families. *Child Development Perspectives*, 3(2), 118-124.

<https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00090.x>

Σίμος, Π., Μουζάκης, Α. & Σιδερίδης, Γ. (2007α). *Αξιολόγηση Επιτελικών Λειτουργιών στο Δημοτικό Σχολείο*. ΥΠΕΠΘ- ΕΠΕΑΕΚ (9).

Σίμος, Π., Μουζάκης, Α. & Σιδερίδης, Γ. (2007β). *Αξιολόγηση Συγκέντρωσης και Προσοχής στο Δημοτικό Σχολείο*. ΥΠΕΠΘ- ΕΠΕΑΕΚ (10).

Skagerlund, K., Östergren, R., Västfjäll, D., & Träff, U. (2019). How does mathematics anxiety impair mathematical abilities? Investigating the link between math anxiety, working memory, and number processing. *PloS one*, 14(1).

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0211283>

- Σκουμπουρδή, Χ. (2008). Η ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗΣ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ. *Ερευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (3), 67-87.  
<https://doi.org/10.12681/enedim.18818>
- Soltész, F., Szűcs, D., Dékány, J., Márkus, A., & Csépe, V. (2007). A combined event-related potential and neuropsychological investigation of developmental dyscalculia. *Neuroscience Letters*, 417(2), 181-186. <https://doi.org/10.1016/j.neulet.2007.02.067>
- Sophian, C., & Crosby, M. E. (2008). What eye fixation patterns tell us about subitizing. *Developmental neuropsychology*, 33(3), 394-409.  
<https://doi.org/10.1080/87565640801982460>
- Souza, A. S., & Oberauer, K. (2017). The contributions of visual and central attention to visual working memory. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 79(7), 1897-1916.  
<https://doi.org/10.3758/s13414-017-1357-y>
- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(45), 18116-18120. <https://doi.org/10.1073/pnas.1302751110>
- Steeh, A. M., Höffler, T. N., Keller, M. M., & Parchmann, I. (2019). Gender differences in mathematics and science competitions: A systematic review. *Journal of Research in Science Teaching*, 56(10), 1431-1460. <https://doi.org/10.1002/tea.21580>
- Steele, A., Karmiloff-Smith, A., Cornish, K., & Scerif, G. (2012). The multiple subfunctions of attention: Differential developmental gateways to literacy and numeracy. *Child development*, 83(6), 2028-2041. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2012.01809.x>
- Steinmayr, R., Ziegler, M., & Träuble, B. (2010). Do intelligence and sustained attention interact in predicting academic achievement?. *Learning and Individual Differences*, 20(1), 14-18. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.009>

- Stevenson, C. E., Heiser, W. J., & Resing, W. C. (2013). Working memory as a moderator of training and transfer of analogical reasoning in children. *Contemporary Educational Psychology, 38*(3), 159-169. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2013.02.001>
- Steyn, R., & de Bruin, G. (2020). Gender differences in the relationship between innovation and its antecedents. *South African Journal of Business Management, 51*(1), 1-12.
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2007). Early markers for arithmetic difficulties. *Educational and Child Psychology, 24*(2), 28-39.
- Streiner, D. L. (2003). Starting at the beginning: an introduction to coefficient alpha and internal consistency. *Journal of personality assessment, 80*(1), 99-103. [https://doi.org/10.1207/S15327752JPA8001\\_18](https://doi.org/10.1207/S15327752JPA8001_18)
- Swanson, H. L., & Fung, W. (2016). Working memory components and problem-solving accuracy: Are there multiple pathways?. *Journal of Educational Psychology, 108*(8), 1153. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/edu0000116>
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology, 96*(3), 471. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0022-0663.96.3.471>
- Taasoobshirazi, G., & Wang, S. (2016). The performance of the SRMR, RMSEA, CFI, and TLI: An examination of sample size, path size, and degrees of freedom. *Journal of Applied Quantitative Methods, 11*(3), 31-39.
- Taber, K. S. (2018). The use of Cronbach's alpha when developing and reporting research instruments in science education. *Research in Science Education, 48*(6), 1273-1296. <https://doi.org/10.1007/s11165-016-9602-2>

- Takane, Y., Young, F. W., & De Leeuw, J. (1977). Nonmetric individual differences multidimensional scaling: An alternating least squares method with optimal scaling features. *Psychometrika*, *42*(1), 7-67. <https://doi.org/10.1007/BF02293745>
- Talebian, S., Mohammadi, H. M., & Rezvanfar, A. (2014). Information and communication technology (ICT) in higher education: advantages, disadvantages, conveniences and limitations of applying e-learning to agricultural students in Iran. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *152*, 300-305. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.09.199>
- Tambychik, T., & Meerah, T. S. M. (2010). Students' difficulties in mathematics problem-solving: What do they say?. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *8*, 142-151. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.020>
- Taub, G. E., Keith, T. Z., Floyd, R. G., & McGrew, K. S. (2008). Effects of general and broad cognitive abilities on mathematics achievement. *School Psychology Quarterly*, *23*(2), 187. <https://doi.apa.org/doi/10.1037/1045-3830.23.2.187>
- Tavakol, M., & Dennick, R. (2011). Making sense of Cronbach's alpha. *International journal of medical education*, *2*, 53-55. <https://doi.org/10.5116/ijme.4dfb.8dfd>
- Temple, C. M., & Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology: Section A*, *55*(3), 733-752. <https://doi.org/10.1080/02724980143000550>
- Tian, J., & Siegler, R. S. (2017). Fractions learning in children with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, *50*(6), 614-620. <https://doi.org/10.1177%2F0022219416662032>
- Tobias, S., & Everson, H. T. (2009). The importance of knowing what you know: A knowledge monitoring framework for studying metacognition in education.

In *Handbook of metacognition in education* (pp. 119-140). Routledge.

<https://doi.org/10.4324/9780203876428>

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2004). Strategic aspects of simple addition and subtraction: The influence of mathematical ability. *Learning and Instruction, 14*(2), 177-195. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.01.003>

Träff, U., & Passolunghi, M. C. (2015). Mathematical skills in children with dyslexia. *Learning and Individual Differences, 40*, 108-114. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.03.024>

Trott, C., & Beacham, N. (2006). Project Report: Wider use of DyscalculiUM. *MSOR Connections., 6*(2).

Tschentscher, N., & Hauk, O. (2014). How are things adding up? Neural differences between arithmetic operations are due to general problem solving strategies. *NeuroImage, 92*, 369-380. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2014.01.061>

Tsui, J. M., & Mazzocco, M. M. (2006). Effects of math anxiety and perfectionism on timed versus untimed math testing in mathematically gifted sixth graders. *Roeper review, 29*(2), 132-139. <https://doi.org/10.1080/02783190709554397>

Tzifopoulos, M. (2020). In the shadow of Coronavirus: Distance education and digital literacy skills in Greece. *International Journal of Social Science and Technology, 5*(2), 1-14.

Valle-Tourangeau, F.; Sirota, M.; Villejoubert, G. Reducing the impact of math anxiety on mental arithmetic: The importance of distributed cognition. In Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society, Sapporo, Japan, 1–4 August 2012; January 2013; Volume 35, p. 35.

- van Dijck, J. P., & Fias, W. (2011). A working memory account for spatial–numerical associations. *Cognition*, *119*(1), 114-119.  
<https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.12.013>
- Vandenberg, B., & Emery, D. (2009). A Longitudinal Examination of the Remediation of Learning Disabilities: IQ, Age at Diagnosis, School SES and Voluntary Transfer. *International Journal of Special Education*, *24*(1), 45-52.
- VanDerHeyden, A. M., & Burns, M. K. (2005). Using curriculum-based assessment and curriculum-based measurement to guide elementary mathematics instruction: Effect on individual and group accountability scores. *Assessment for Effective Intervention*, *30*(3), 15-31. <https://doi.org/10.1177%2F073724770503000302>
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of learning disabilities*, *39*(6), 496-506. <https://doi.org/10.1177%2F00222194060390060201>
- Van Mier, H. I., Schleepen, T. M., & Van den Berg, F. C. (2019). Gender differences regarding the impact of math anxiety on arithmetic performance in second and fourth graders. *Frontiers in psychology*, *9*, 2690.  
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02690>
- van Rijn, P. W., & Ali, U. S. (2017). A comparison of item response models for accuracy and speed of item responses with applications to adaptive testing. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, *70*(2), 317-345.  
<https://doi.org/10.1111/bmsp.12101>
- Verdine, B. N., Irwin, C. M., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2014). Contributions of executive function and spatial skills to preschool mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *126*, 37-51.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.02.012>

- Viterbori, P., Usai, M. C., Traverso, L., & De Franchis, V. (2015). How preschool executive functioning predicts several aspects of math achievement in Grades 1 and 3: A longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology, 140*, 38-55.  
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.06.014>
- Von Aster, M., Bzufka, M. W., & Horn, R. R. (2009). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern: Kindergartenversion; ZAREKI-K; Manual*. Pearson.
- Von Aster, M., Zulauf, M. W., & Horn, R. (2006). *Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern: ZAREKI-R*. Harcourt.
- Von Aster, M. (2000). Developmental cognitive neuropsychology of number processing and calculation: varieties of developmental dyscalculia. *European Child & Adolescent Psychiatry, 9*(2), S41-S57. <https://doi.org/10.1007/s007870070008>
- Vukovic, R. K., Kieffer, M. J., Bailey, S. P., & Harari, R. R. (2013). Mathematics anxiety in young children: Concurrent and longitudinal associations with mathematical performance. *Contemporary educational psychology, 38*(1), 1-10.  
<https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.09.001>
- Vukovic, R. K., Lesaux, N. K., & Siegel, L. S. (2010). The mathematics skills of children with reading difficulties. *Learning and Individual Differences, 20*(6), 639-643.  
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.08.004>
- Wang, S., Jiao, H., Young, M. J., Brooks, T., & Olson, J. (2007). A meta-analysis of testing mode effects in grade K-12 mathematics tests. *Educational and Psychological Measurement, 67*(2), 219-238. <https://doi.org/10.1177%2F0013164406288166>
- Watson, S. M., & Gable, R. A. (2013). Unraveling the complex nature of mathematics learning disability: Implications for research and practice. *Learning Disability Quarterly, 36*(3), 178-187. <https://doi.org/10.1177%2F0731948712461489>



- Watson, S. M. R., Lopes, J., Oliveira, C., & Judge, S. (2018). Error patterns in Portuguese students' addition and subtraction calculation tasks: Implications for teaching. *Journal for Multicultural Education*, Vol. 12 No. 1, pp. 67-82.  
<https://doi.org/10.1108/JME-01-2017-0002>
- Watt, H. M., Shapka, J. D., Morris, Z. A., Durik, A. M., Keating, D. P., & Eccles, J. S. (2012). Gendered motivational processes affecting high school mathematics participation, educational aspirations, and career plans: A comparison of samples from Australia, Canada, and the United States. *Developmental psychology*, 48(6), 1594-1611. <https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/a0027838>
- Watts, T. W., Clements, D. H., Sarama, J., Wolfe, C. B., Spitler, M. E., & Bailey, D. H. (2017). Does Early Mathematics Intervention Change the Processes Underlying Children's Learning?. *Journal of research on educational effectiveness*, 10(1), 96-115. <https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1204640>
- Wei, W., Lu, H., Zhao, H., Chen, C., Dong, Q., & Zhou, X. (2012). Gender differences in children's arithmetic performance are accounted for by gender differences in language abilities. *Psychological science*, 23(3), 320-330.  
<https://doi.org/10.1177%2F0956797611427168>
- Whitenack, J. W., Knipping, N., Novinger, S., & Underwood, G. (2001). Second graders circumvent addition and subtraction difficulties. *Teaching Children Mathematics*, 8(4), 228-234. <https://doi.org/10.5951/TCM.8.4.0228>
- Whyte, J. C., & Bull, R. (2008). Number games, magnitude representation, and basic number skills in preschoolers. *Developmental psychology*, 44(2), 588-596.  
<https://psycnet.apa.org/doi/10.1037/0012-1649.44.2.588>

- Wijaya, A., Retnawati, H., Setyaningrum, W., Aoyama, K., & Sugiman, S. (2019). Diagnosing Students' learning difficulties in the eyes of Indonesian Mathematics teachers. *Journal on Mathematics Education*, 10(3), 357-364.
- Wiley, J., & Jarosz, A. F. (2012). Working memory capacity, attentional focus, and problem solving. *Current Directions in Psychological Science*, 21(4), 258-262.  
<https://doi.org/10.1177%2F0963721412447622>
- Willburger, E., Fussenegger, B., Moll, K., Wood, G., & Landerl, K. (2008). Naming speed in dyslexia and dyscalculia. *Learning and individual differences*, 18(2), 224-236.  
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2008.01.003>
- Willcutt, E. G., Pennington, B. F., Duncan, L., Smith, S. D., Keenan, J. M., Wadsworth, S., ... & Olson, R. K. (2010). Understanding the complex etiologies of developmental disorders: behavioral and molecular genetic approaches. *Journal of developmental and behavioral pediatrics: JDBP*, 31(7), 533.  
<https://dx.doi.org/10.1097%2FDBP.0b013e3181ef42a1>
- Williams, B., Onsmann, A., & Brown, T. (2010). Exploratory factor analysis: A five-step guide for novices. *Australasian journal of paramedicine*, 8(3).  
<https://doi.org/10.33151/ajp.8.3.93>
- Wilson, A. J., Andrewes, S. G., Struthers, H., Rowe, V. M., Bogdanovic, R., & Waldie, K. E. (2015). Dyscalculia and dyslexia in adults: cognitive bases of comorbidity. *Learning and individual differences*, 37, 118-132. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.11.017>
- Wilson, A. J., Dehaene, S., Pinel, P., Revkin, S. K., Cohen, L., & Cohen, D. (2006). Principles underlying the design of "The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and brain functions*, 2(1), 19.  
<https://doi.org/10.1186/1744-9081-2-20>

- Wong, T. T. Y., Ho, C. S. H., & Tang, J. (2014). Identification of children with mathematics learning disabilities (MLDs) using latent class growth analysis. *Research in developmental disabilities, 35*(11), 2906-2920.  
<https://doi.org/10.1016/j.ridd.2014.07.015>
- Woo, H. J., Jo, H. J., & Choi, Y. (2018). The trends and prospects of ICT based education. *Informatization Policy, 25*(4), 3-36. <https://doi.org/10.22693/NIAIP.2018.25.4.003>
- Woodard, T. (2004). The effects of math anxiety on post-secondary developmental students as related to achievement, gender, and age. *Inquiry, 9*(1), n1.
- Woods, D. L., Kishiyama, M. M., Yund, E. W., Herron, T. J., Edwards, B., Poliva, O., ... & Reed, B. (2011). Improving digit span assessment of short-term verbal memory. *Journal of clinical and experimental neuropsychology, 33*(1), 101-111.  
<https://doi.org/10.1080/13803395.2010.493149>
- World Health Organization. (2018). *ICD-11, the 11th Revision of the Inter-national Classification of Diseases*. Retrieved from  
<https://www.who.int/classifications/icd/en>
- Wu, S., Amin, H., Barth, M., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in psychology, 3*, 162. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2012.00162>
- Wu, S. S., Willcutt, E. G., Escovar, E., & Menon, V. (2014). Mathematics achievement and anxiety and their relation to internalizing and externalizing behaviors. *Journal of learning disabilities, 47*(6), 503-514.  
<https://doi.org/10.1177%2F0022219412473154>
- Wyrwich, K. W. (2004). Minimal important difference thresholds and the standard error of measurement: is there a connection?. *Journal of biopharmaceutical statistics, 14*(1), 97-110. <https://doi.org/10.1081/BIP-120028508>

- Xia, Y., & Yang, Y. (2019). RMSEA, CFI, and TLI in structural equation modeling with ordered categorical data: The story they tell depends on the estimation methods. *Behavior research methods*, 51(1), 409-428. <https://doi.org/10.3758/s13428-018-1055-2>
- Xin, Y. P. (2019). The effect of a conceptual model-based approach on ‘additive’ word problem solving of elementary students struggling in mathematics. *ZDM*, 51(1), 139-150. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-1002-9>
- Yamane, T. (1967). *Statistics: An introductory analysis* (No. HA29 Y2 1967).
- Yap, B. W., & Sim, C. H. (2011). Comparisons of various types of normality tests. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 81(12), 2141-2155. <https://doi.org/10.1080/00949655.2010.520163>
- Yilmaz, M. B. (2011). Opinions of Primary School Teachers on Their Students ‘ICT Skills and Information Technologies Course. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 28, 503-509. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.11.097>
- Yu, C. Y. (2002). Evaluation of model fit indices for latent variable models with categorical and continuous outcomes. In *Paper presented at the annual conference of the American Educational Research Association, April 4, 2002, New Orleans*.
- Zajenkowska, A., Mylonas, K., Lawrence, C., Konopka, K., & Rajchert, J. (2014). Cross-cultural sex differences in situational triggers of aggressive responses. *International Journal of Psychology*, 49(5), 355-363. <https://doi.org/10.1002/ijop.12052>
- Zakaria, E., & Nordin, N. M. (2008). The effects of mathematics anxiety on matriculation students as related to motivation and achievement. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 4(1), 27-30. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75303>

- Zayed, K., & Jansen, P. (2018). Gender Differences and the Relationship of Motor, Cognitive and Academic Achievement in Omani Primary School-Aged Children. *Frontiers in Psychology*, 9, 2477. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02477>
- Zazkis, R., Liljedahl, P., & Chernoff, E. J. (2008). The role of examples in forming and refuting generalizations. *ZDM*, 40(1), 131-141. <http://dx.doi.org/10.1007%2Fs11858-007-0065-9>
- Zenku, T. M. (2012). Math Learning Disabilities (MLD) and Teaching Students with MLD. *Journal of Educational and Social Research*, 2(6), 105-105.
- Zhang, H., Chang, L., Chen, X., Ma, L., & Zhou, R. (2018). Working memory updating training improves mathematics performance in middle school students with learning difficulties. *Frontiers in human neuroscience*, 12, 154. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2018.00154>
- Zhang, T., Chen, C., Chen, C., & Wei, W. (2020). Gender differences in the development of semantic and spatial processing of numbers. *British Journal of Developmental Psychology*. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12329>
- Zhang, X., Räsänen, P., Koponen, T., Aunola, K., Lerkkanen, M. K., & Nurmi, J. E. (2020). Early cognitive precursors of children's mathematics learning disability and persistent low achievement: A 5-year longitudinal study. *Child development*, 91(1), 7-27. <https://doi.org/10.1111/cdev.13123>
- Zhang, D., & Xin, Y. P. (2012). A follow-up meta-analysis for word-problem-solving interventions for students with mathematics difficulties. *The Journal of educational research*, 105(5), 303-318. <https://doi.org/10.1080/00220671.2011.627397>
- Zubi, I. A., Peled, I., & Yarden, M. (2019). Children with mathematical difficulties cope with modelling tasks: what develops?. *International Journal of Mathematical Education*

*in Science and Technology*, 50(4), 506-526.

<https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1527404>

Zygouris, N. C., Stamoulis, G. I., Vlachos, F., Vavougiou, D., Dadaliaris, A. N., Nerantzaki, E., ... & Striftou, A. (2017, April). Screening for Disorders of Mathematics via a web application. In *2017 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON)* (pp. 502-507). IEEE. <https://doi.org/10.1109/EDUCON.2017.7942893>

Zygouris, N. C., Vlachos, F., Dadaliaris, A. N., Oikonomou, P., Stamoulis, G. I., Vavougiou, D., ... & Striftou, A. (2017). A neuropsychological approach of developmental dyscalculia and a screening test via a web application. *International Journal of Engineering Pedagogy (iJEP)*, 7(4), 51-65. <https://doi.org/10.3991/ijep.v7i4.7434>

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α: ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΛΙΜΑΚΑΣ BRAINMATH

Ερώτηση	Περιγραφή
Πρόσθεση	
ADD1	$9 + 7$
ADD2	$15 + 10$
ADD3	$45 + 11$
ADD4	$36 + 17$
ADD5	$58 + 46$
ADD6	$7 + 13 + 21$
ADD7	$11 + 4 + 5 + 19$
ADD8	$125 + 76$
Αφαίρεση	
SUB1	$16 - 4$
SUB2	$19 - 7$
SUB3	$14 - 8$
SUB4	$27 - 9$
SUB5	$32 - 11$
SUB6	$95 - 22$
SUB7	$45 - 26$
SUB8	$142 - 28$
Πολλαπλασιασμός	
MUL1	$4 \times 6$
MUL2	$6 \times 7$
MUL3	$9 \times 8$
MUL4	$11 \times 6$
MUL5	$15 \times 2$
MUL6	$12 \times 4$
MUL7	$14 \times 6$
MUL8	$13 \times 12$
Διαίρεση	
DIV1	$8 : 2$
DIV2	$9 : 3$
DIV3	$30 : 2$
DIV4	$44 : 2$
DIV5	$20 : 5$
DIV6	$21 : 3$
DIV7	$32 : 8$
DIV8	$72 : 6$
Αριθμητικές Ακολουθίες	
AS1	11, 12, 13, 14, ____, 16, 17, 18, 19
AS2	2, 4, 6, 8, ____, 12, 14, 16, 18
AS3	3, 6, 9, 12, ____, 18, 21, 24, 27
AS4	4, 8, 12, 16, ____, 24, 28, 32, 36
AS5	15, 14, 13, 12, ____, 10, 9, 8, 7

AS6	20, 18, 16, 14, __, 10, 8, 6, 4
AS7	27, 24, 21, 18, __, 12, 9, 6, 3
<b>Γεωμετρικές Ακολουθίες</b>	
GS1	1, 2, 4, 8, __, 32, 64, 128, 256
GS2	3, 6, 12, __, 48, 96, 192
GS3	1, 3, 9, __, 81, 243, 729
GS4	1, 4, 16, __, 256, 1024, 4096
GS5	64, 32, 16, __, 4, 2, 1
GS6	320, 160, 80, __, 20, 10, 5
GS7	192, 96, 48, 24, __, 6, 3
<b>Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών</b>	
MEM1	Ανάκληση 7, 3
MEM2	Ανάκληση 2, 4, 5
MEM3	Ανάκληση 2, 3, 1
MEM4	Ανάκληση 1, 8, 4, 5
MEM5	Ανάκληση 7, 9, 6, 8, 2
MEM6	Ανάκληση 7, 8, 4, 2, 5, 3
MEM7	Ανάκληση 8, 9, 7, 2, 5, 6, 4
<b>Επίλυση Προβλημάτων</b>	
WP1	Ένα λεωφορείο ταξιδεύει με 23 επιβάτες. Στην πρώτη στάση κατεβαίνουν 11 επιβάτες. Πόσοι επιβάτες έμειναν στο λεωφορείο?
WP2	Ο Δημήτρης έχει στη βιβλιοθήκη του 17 βιβλία. Στα γενέθλιά του του φέρνουν δώρο 5 βιβλία. Πόσα βιβλία έχει τώρα?
WP3	Η Άννα και ο Κώστας έχουν 5 ευρώ ο καθένας. Η Άννα δίνει 2 ευρώ στον Κώστα. Πόσα χρήματα έχει τώρα η Άννα?
WP4	Η Άννα και ο Κώστας έχουν 5 ευρώ ο καθένας. Η Άννα δίνει 2 ευρώ στον Κώστα. Πόσα χρήματα έχει τώρα ο Κώστας?
WP5	Σε ένα κουτί υπάρχουν 17 πράσινες, 13 κόκκινες και 9 κίτρινες μπάλες. Πόσες κόκκινες μπάλες πρέπει να βγάλουμε, ώστε αυτές που θα μείνουν τελικά να είναι τόσες όσες οι κίτρινες?
WP6	Σε ένα κουτί υπάρχουν 17 πράσινες, 13 κόκκινες και 9 κίτρινες μπάλες. Πόσες πράσινες μπάλες πρέπει να βγάλουμε, ώστε αυτές που θα μείνουν τελικά να είναι τόσες όσες οι κίτρινες?
WP7	Σε κάθε τραπέζι μπορούν να κάτσουν 4 άτομα. Πόσα τραπέζια θα χρειαστούν για 20 άτομα?
WP8	Τα 16 παγωτά κοστίζουν 40 ευρώ. Πόσο κοστίζουν τα 8 παγωτά?
<b>Αριθμογραμμές</b>	
NL1	Αριθμογραμμή 0 - 5
NL2	Αριθμογραμμή 0 - 10
NL3	Αριθμογραμμή 0 - 20
NL4	Αριθμογραμμή 0 - 60
NL5	Αριθμογραμμή 0 - 80
NL6	Αριθμογραμμή 0 - 100
NL7	Αριθμογραμμή 0 - 1000
<b>Οπτική Προσοχή</b>	
VSA1	Πίνακας Προσοχής 4 x 4
VSA2	Πίνακας Προσοχής 4 x 4



VSA3	Πίνακας Προσοχής 5 x 5
VSA4	Πίνακας Προσοχής 6 x 6
VSA5	Πίνακας Προσοχής 7 x 7
VSA6	Πίνακας Προσοχής 8 x 8

---

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ

**Πίνακας 1**

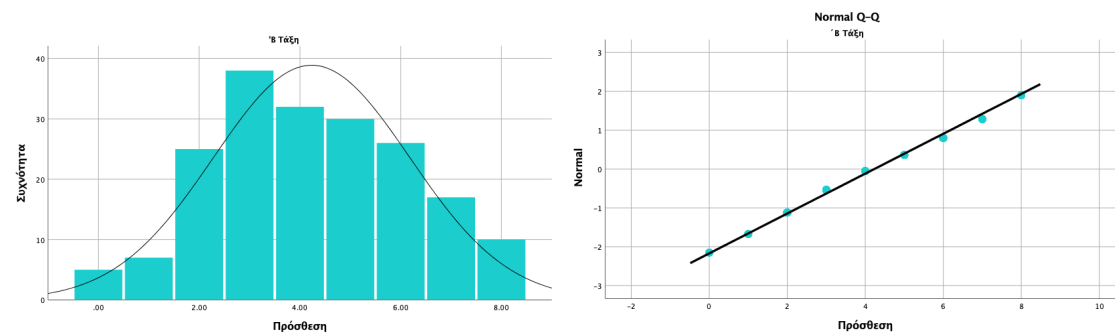
*Ασσυμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Πρόσθεση'*

	Ασσυμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.06	0,18	-0.64	0.35	0.96	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.48*	0.16	-0.48	0.33	0.94	219	< 0.001
Σύνολο	-0.29*	0.12	-0.68*	0.24	0.95	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

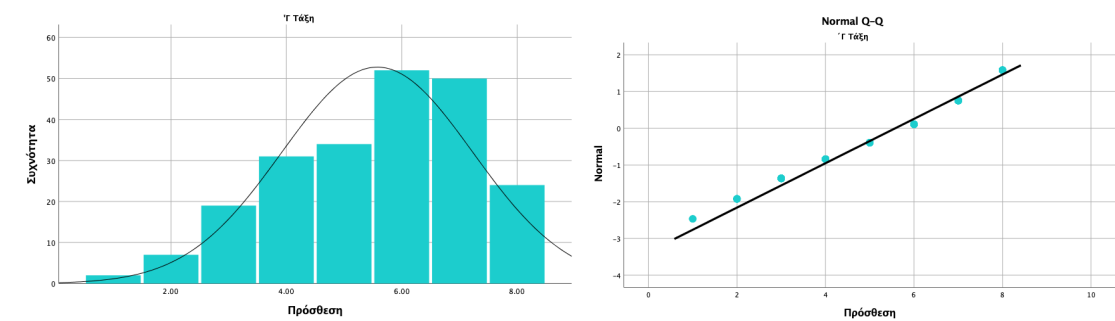
**Σχήμα 1**

*Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Πρόσθεση στη Β τάξη*



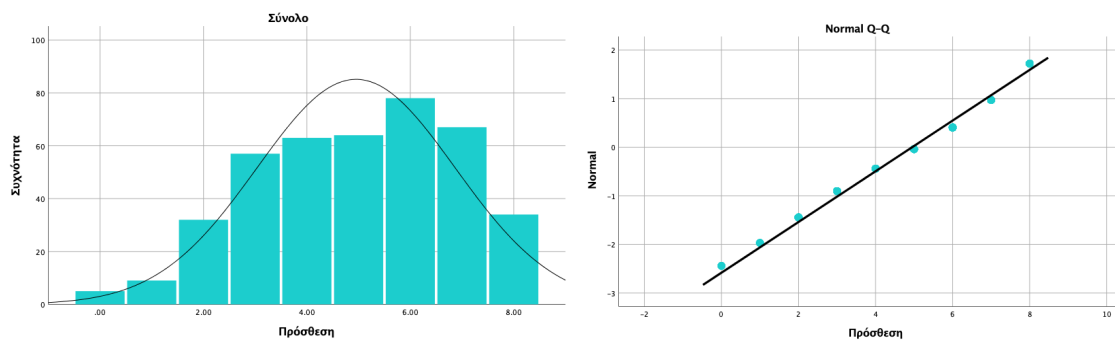
**Σχήμα 2**

*Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Πρόσθεση στη Γ τάξη*



**Σχήμα 3**

*Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Πρόσθεση στο συνολικό δείγμα*



## Πίνακας 2

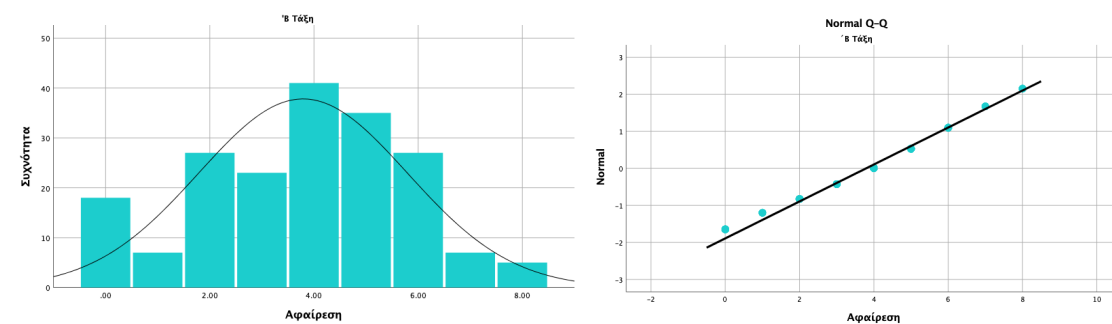
Ασσυμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Αφαίρεση'

	Ασσυμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	-0.23	0.18	-0.53	0.35	0.95	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.75*	0.16	0.28	0.33	0.93	219	< 0.001
Σύνολο	-0.47*	0.12	-0.36	0.24	0.95	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

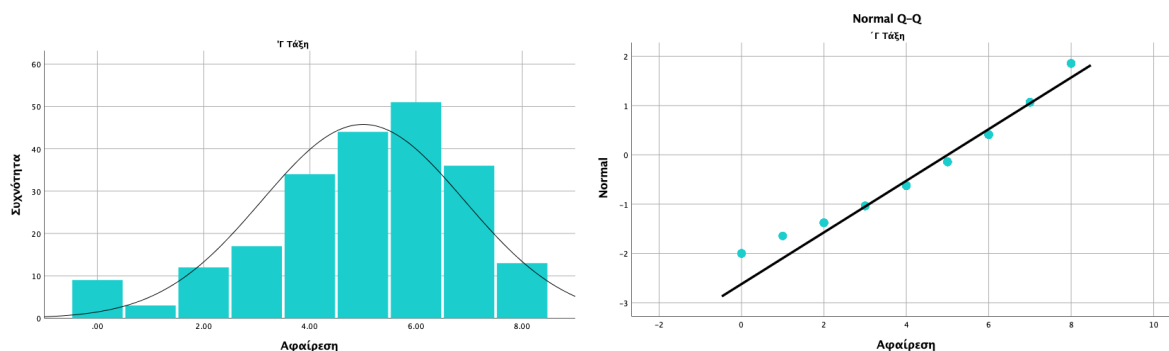
## Σχήμα 4

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Αφαίρεση στη Β τάξη



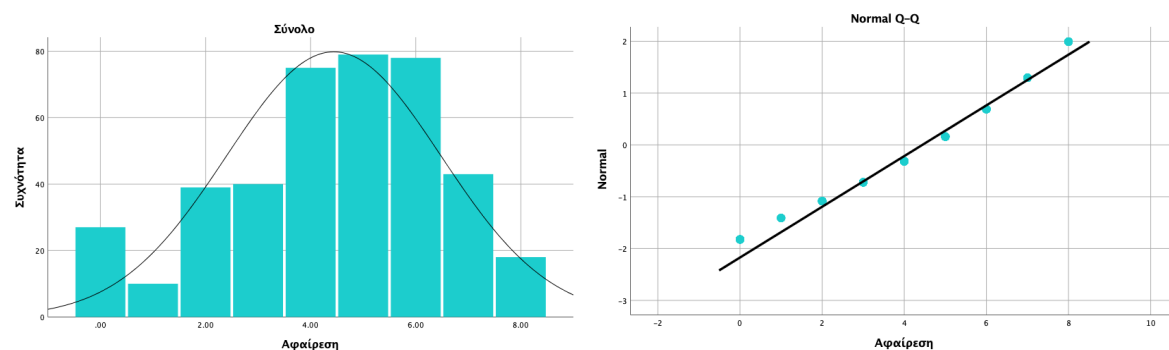
## Σχήμα 5

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Πρόσθεση στη Γ τάξη



## Σχήμα 6

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Πρόσθεση στο συνολικό δείγμα



### Πίνακας 3

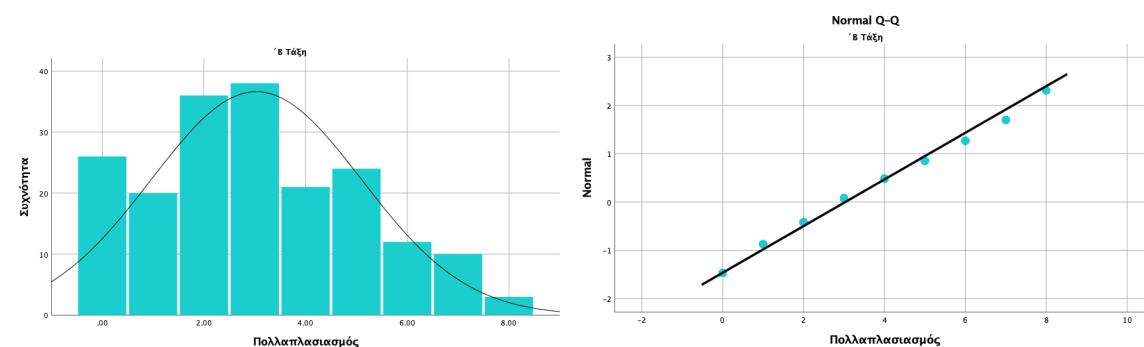
Ασσυμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Πολλαπλασιασμός'

	Ασσυμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.35	0.18	-0.61	0.35	0.95	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.44*	0.16	-0.51	0.33	0.95	219	< 0.001
Σύνολο	-0.10	0.12	-0.92*	0.24	0.96	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

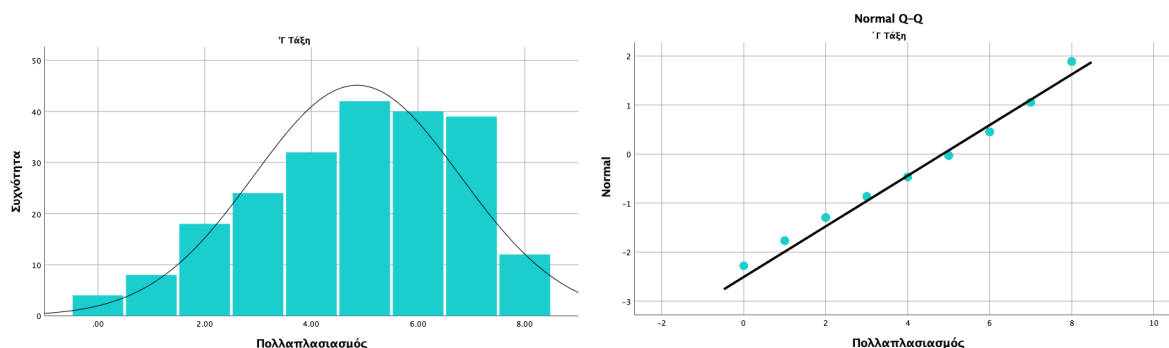
### Σχήμα 7

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τον Πολλαπλασιασμό στη Β τάξη



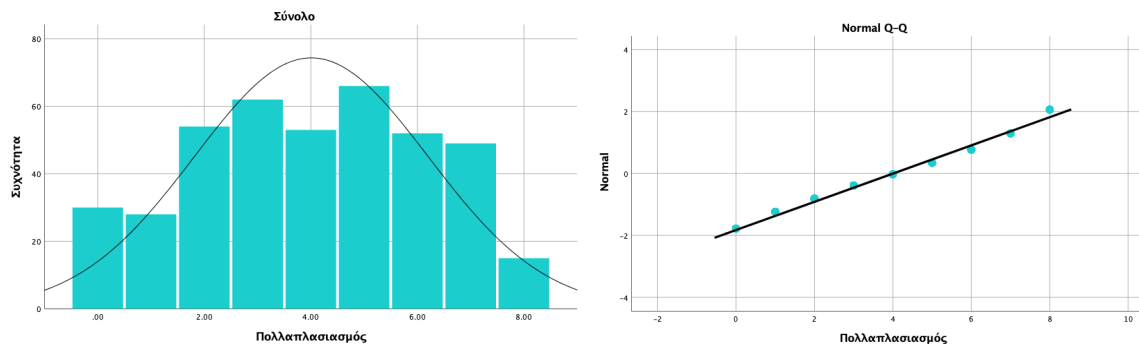
### Σχήμα 8

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τον Πολλαπλασιασμό στη Γ τάξη



### Σχήμα 9

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τον Πολλαπλασιασμό στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 4

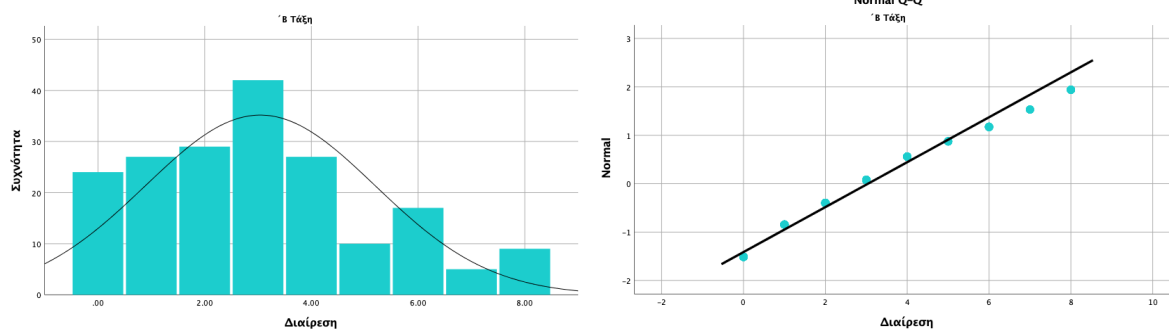
Ασσυμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Διαίρεση'

	Ασσυμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.54*	0.18	-0.34	0.35	0.94	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.23	0.16	-1.07*	0.33	0.93	219	< 0.001
Σύνολο	0.14	0.12	-1.05*	0.24	0.94	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

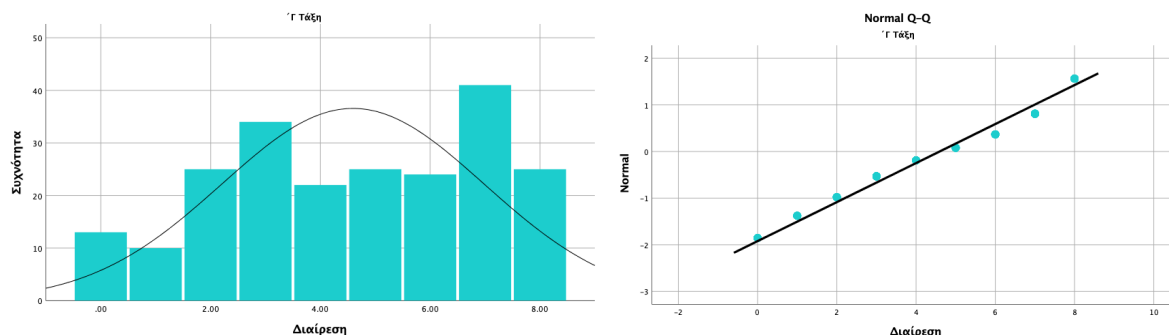
## Σχήμα 10

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Διαίρεση στη Β τάξη



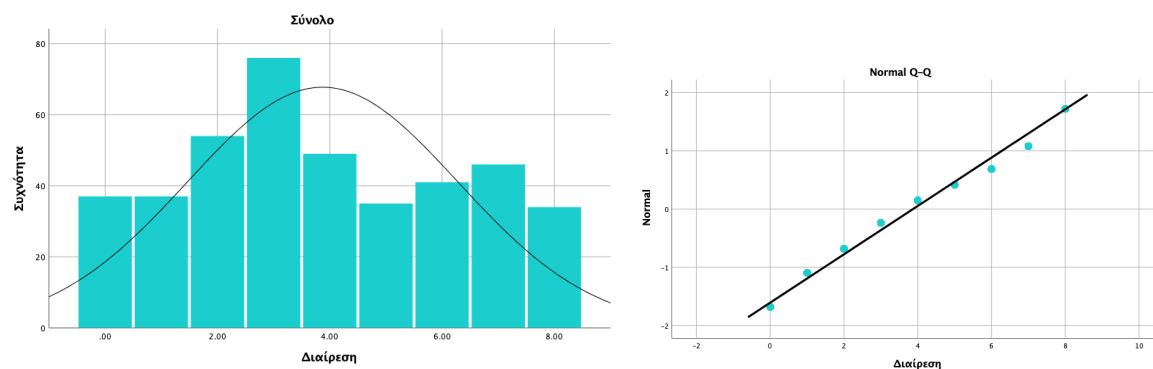
## Σχήμα 11

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Διαίρεση στη Γ τάξη



## Σχήμα 12

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Διαίρεση στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 5

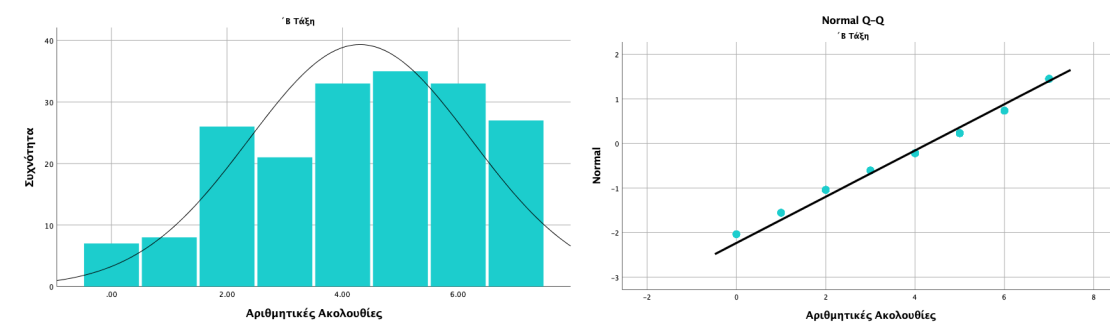
Ασσυμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Αριθμ. Ακολουθίες'

	Ασσυμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	-0.38*	0.18	-0.73*	0.35	0.94	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.92*	0.16	-0.36	0.33	0.82	219	< 0.001
Σύνολο	-0.61*	0.12	-0.74*	0.24	0.89	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

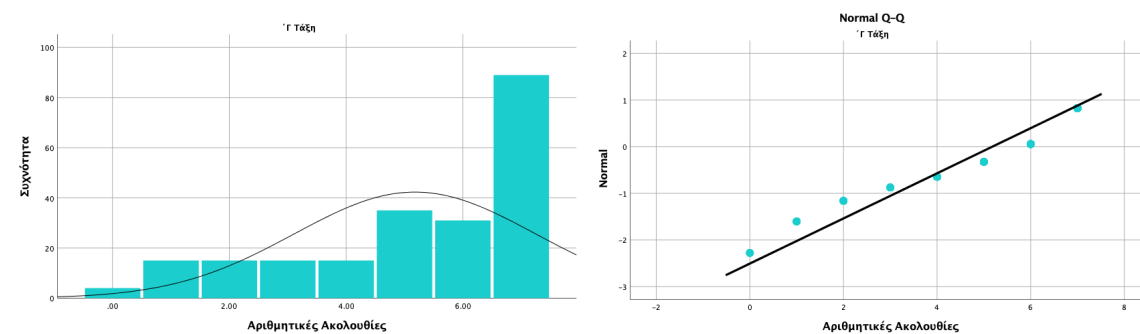
## Σχήμα 13

Ιστογράμμο Συχνότητας για τις Αριθμητικές Ακολουθίες στη Β τάξη



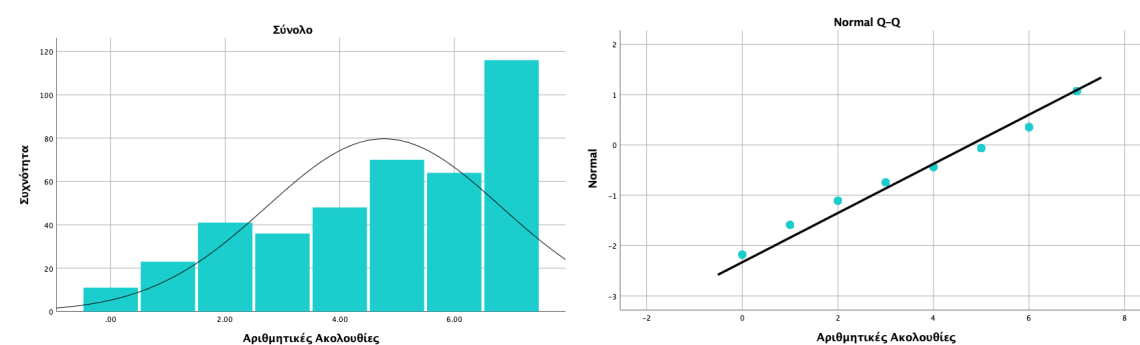
## Σχήμα 14

Ιστογράμμο Συχνότητας για τις Αριθμητικές Ακολουθίες στη Γ τάξη



## Σχήμα 15

Ιστογράμμο Συχνότητας για τις Αριθμητικές Ακολουθίες στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 6

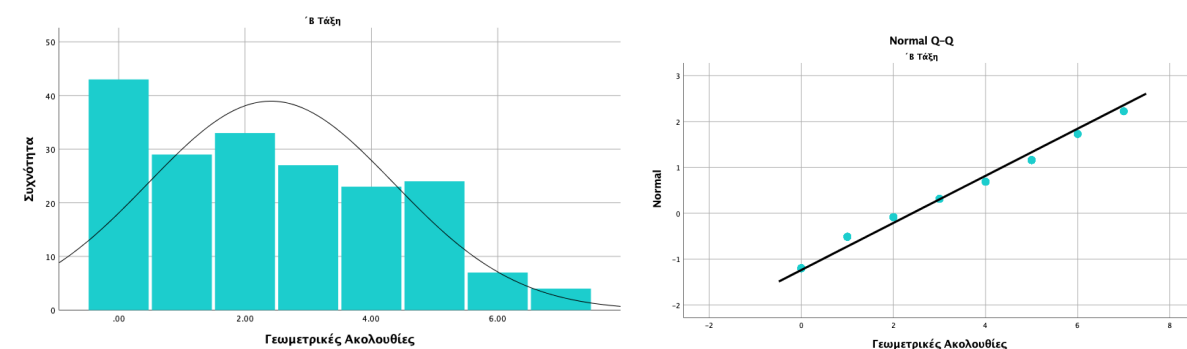
Ασσυμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Γεωμ. Ακολουθίες'

	Ασσυμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.39*	0.18	-0.87*	0.35	0.92	190	< 0.001
Γ Τάξη	0.16	0.16	-1.10*	0.33	0.94	219	< 0.001
Σύνολο	0.26*	0.12	-1.02*	0.24	0.93	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

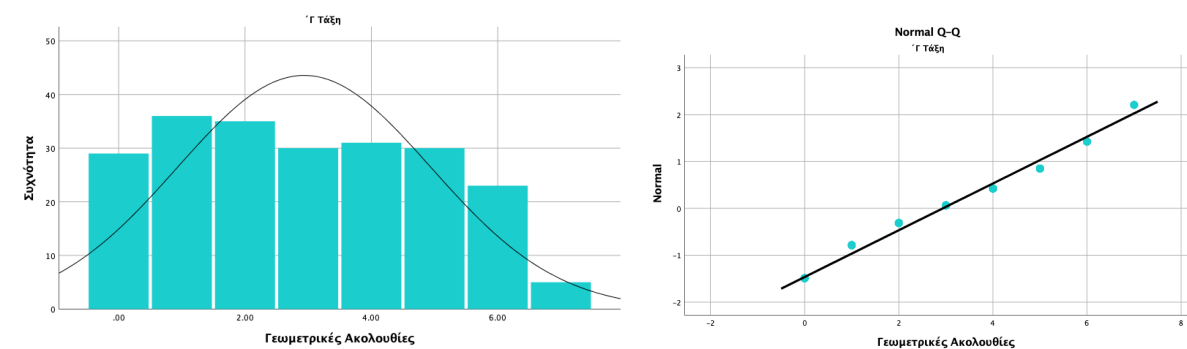
## Σχήμα 16

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες στη Β τάξη



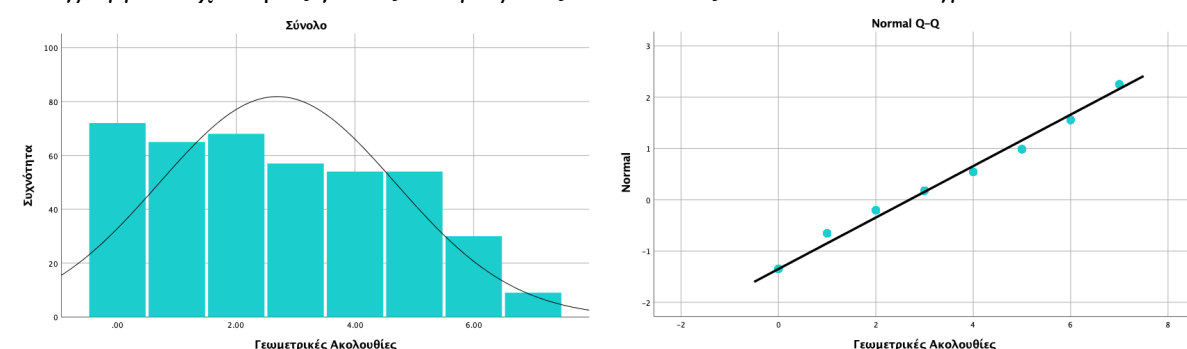
## Σχήμα 17

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες στη Γ τάξη



## Σχήμα 18

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τις Γεωμετρικές Ακολουθίες στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 7

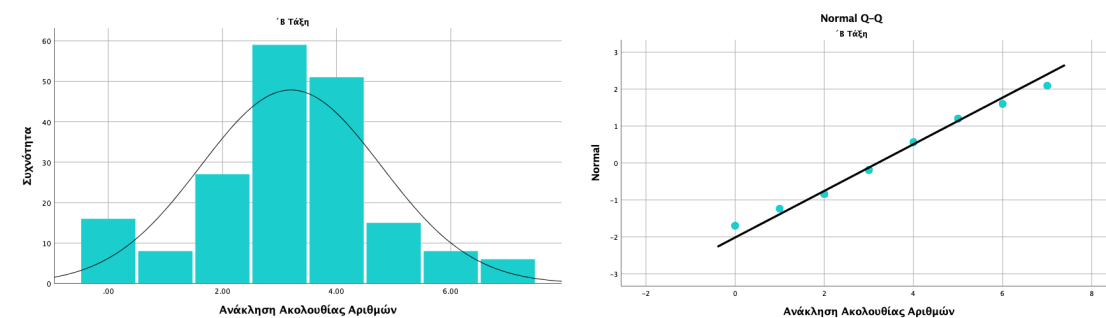
Ασυμμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Ανάκληση Αριθμών'

	Ασυμμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	-0.05	0.18	0.28	0.35	0.94	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.47*	0.16	1.28*	0.33	0.90	219	< 0.001
Σύνολο	-0.31*	0.12	0.57*	0.24	0.93	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

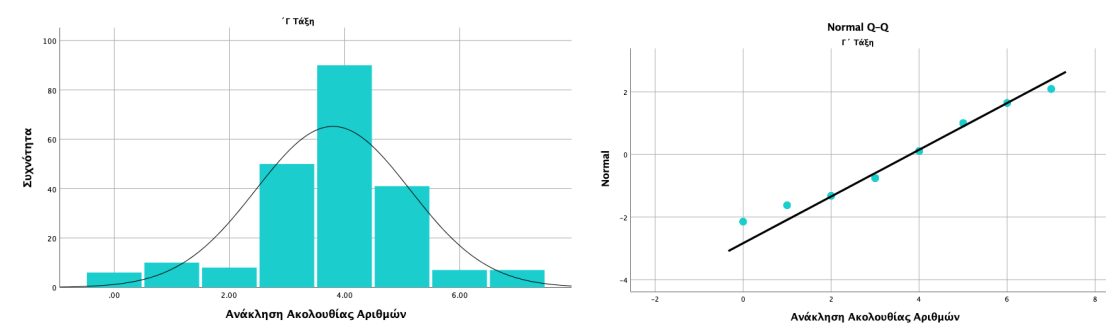
## Σχήμα 19

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών στη Β τάξη



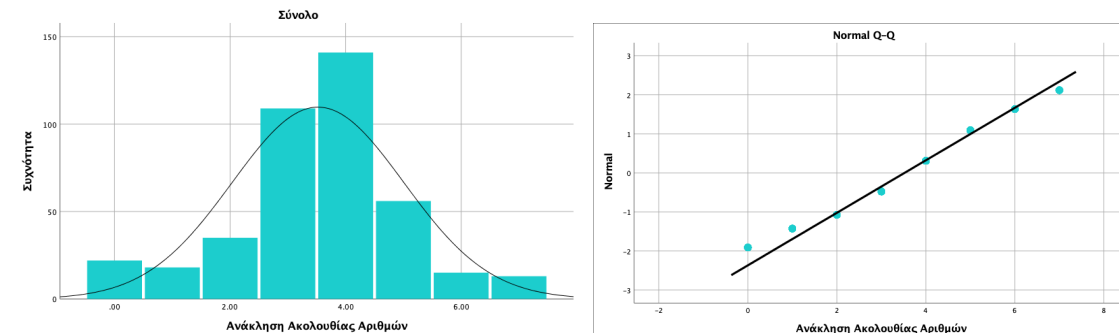
## Σχήμα 20

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Ανάκληση Ακολουθίας Αριθμών στη Γ τάξη



## Σχήμα 21

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Ανάκληση Αριθμών στο συνολικό δείγμα





## Πίνακας 8

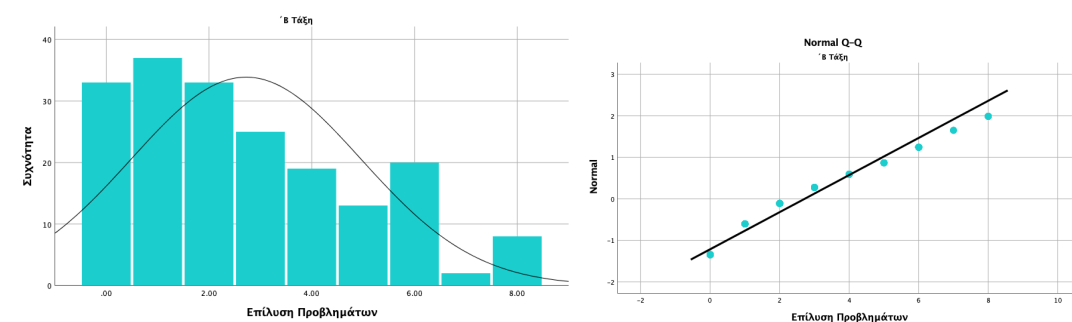
Ασυμμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Προβλήματα'

	Ασυμμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.65*	0.18	-0.49	0.35	0.91	190	< 0.001
Γ Τάξη	-0.05	0.16	-0.92*	0.33	0.95	219	< 0.001
Σύνολο	0.24*	0.12	-0.98*	0.24	0.94	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

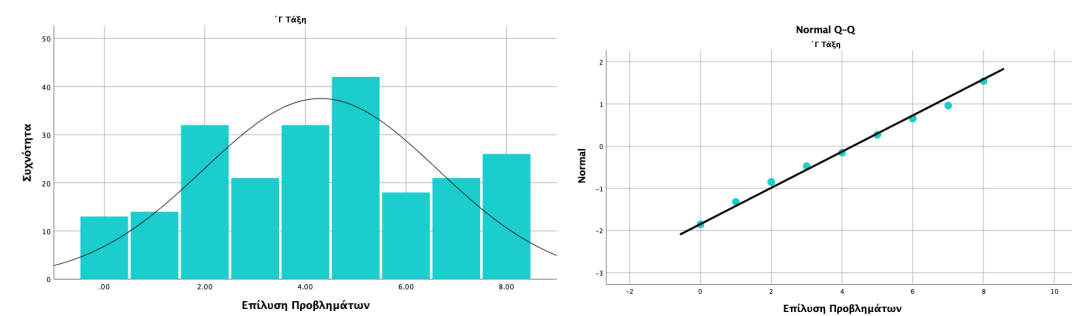
## Σχήμα 22

Ιστογράμμο Συχνότητας για την Επίλυση Προβλημάτων στη Β τάξη



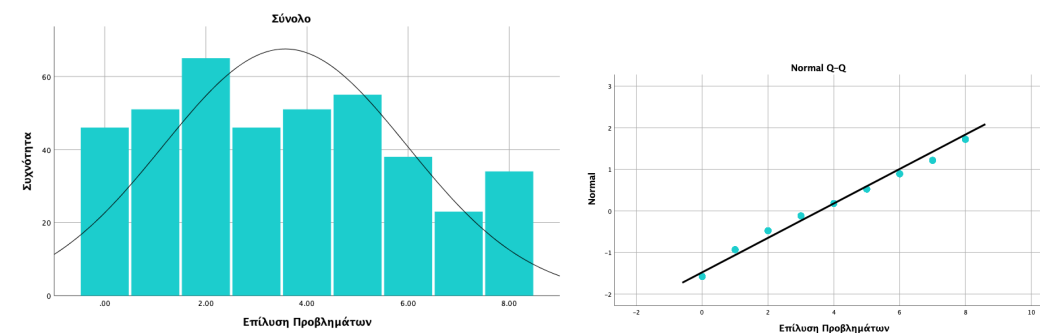
## Σχήμα 23

Ιστογράμμο Συχνότητας για την Επίλυση Προβλημάτων στη Γ τάξη



## Σχήμα 24

Ιστογράμμο Συχνότητας για την Επίλυση Προβλημάτων στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 9

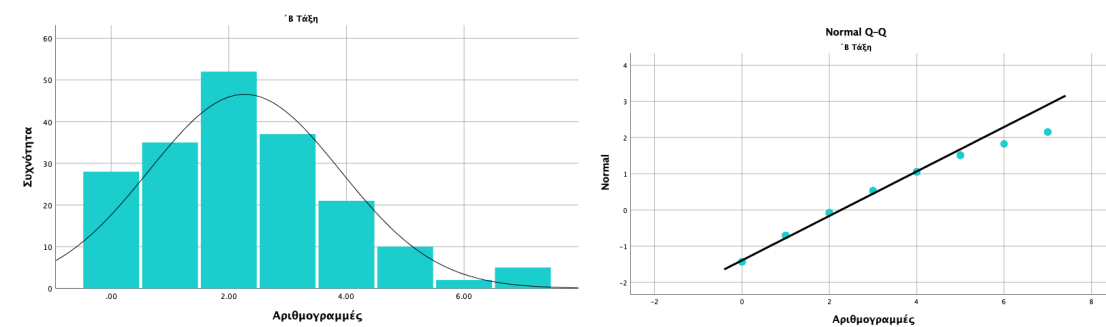
Ασυμμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Αριθμογραμμές'

	Ασυμμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.70*	0.18	0.43	0.35	0.92	190	< 0.001
Γ Τάξη	0.22	0.16	-0.87*	0.33	0.93	219	< 0.001
Σύνολο	0.46*	0.12	-0.48*	0.24	0.94	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

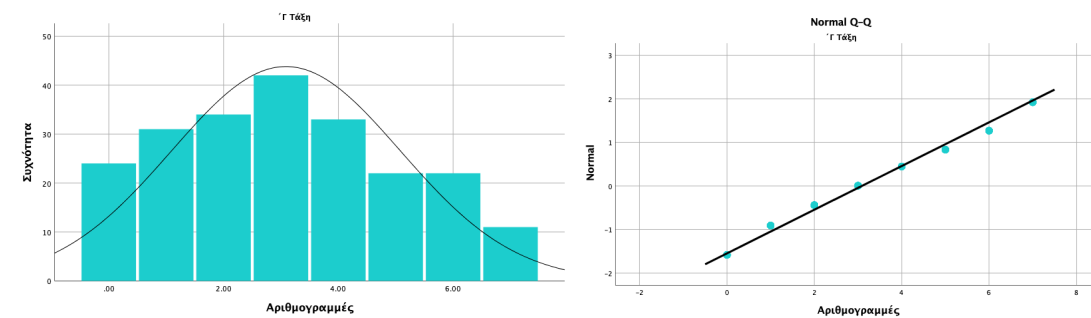
## Σχήμα 25

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τις Αριθμογραμμές στη Β τάξη



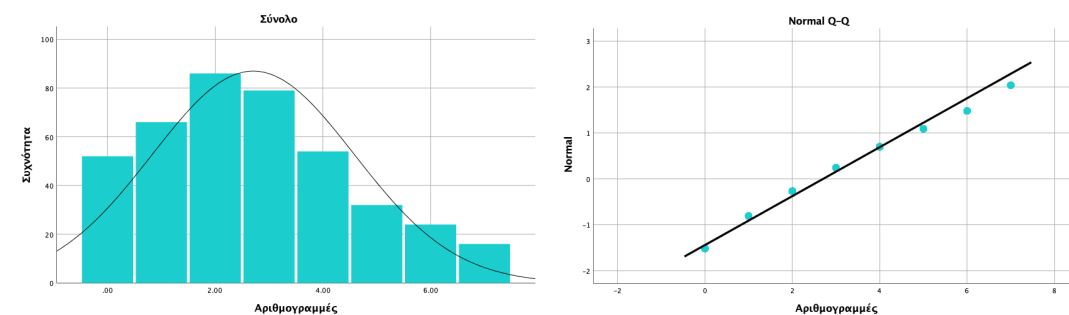
## Σχήμα 26

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τις Αριθμογραμμές στη Γ τάξη



## Σχήμα 27

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τις Αριθμογραμμές στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 10

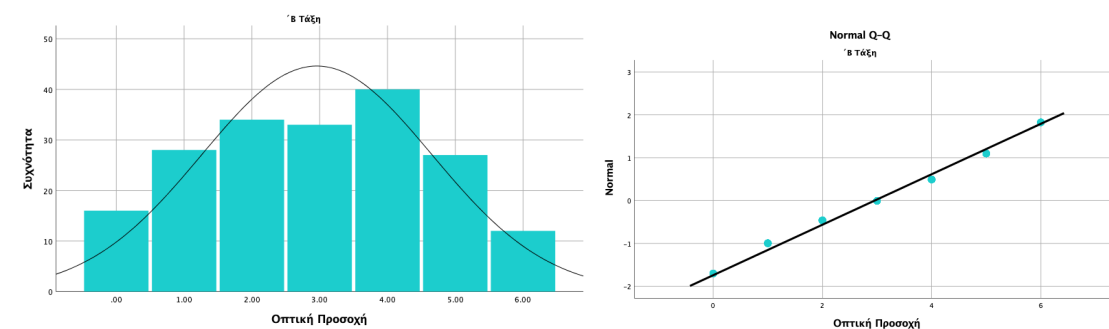
Ασυμμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη δραστηριότητα 'Οπτική Προσοχή'

	Ασυμμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
'B Τάξη	-0.05	0.18	-0.95*	0.35	0.94	190	< 0.001
'Γ Τάξη	-0.16	0.16	-0.77*	0.33	0.95	219	< 0.001
Σύνολο	-0.12	0.12	-0.86*	0.24	0.95	409	< 0.001

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

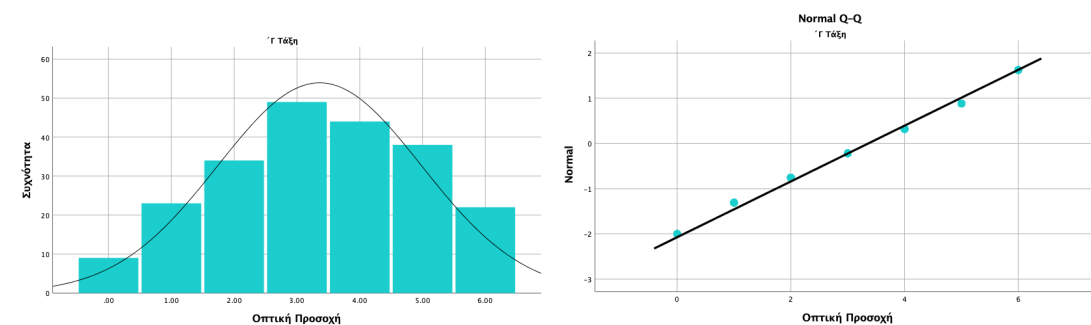
## Σχήμα 28

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Οπτική Προσοχή στη 'B τάξη



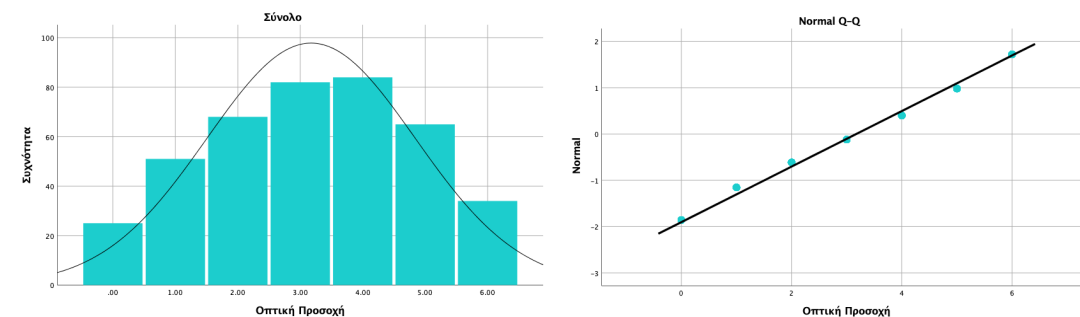
## Σχήμα 29

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Οπτική Προσοχή στη 'Γ τάξη



## Σχήμα 30

Ιστόγραμμα Συχνότητας για την Οπτική Προσοχή στο συνολικό δείγμα



## Πίνακας 11

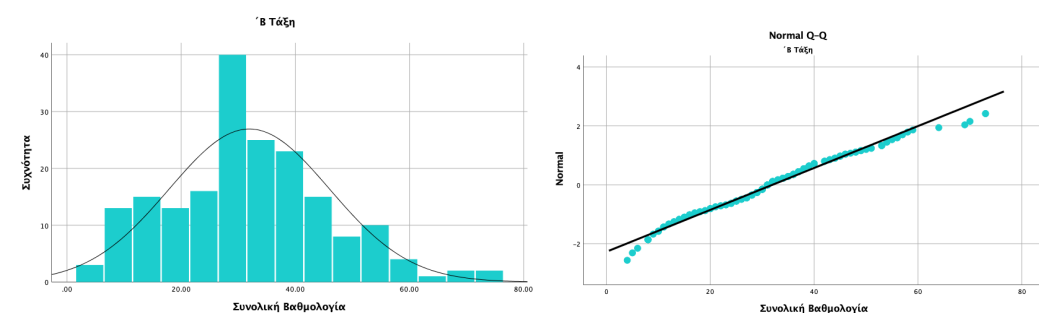
Ασυμμετρία, Κύρτωση και Έλεγχος Κανονικότητας για τη Συνολική Βαθμολογία

	Ασυμμετρία	SE	Κύρτωση	SE	Shapiro-Wilk		
					Statistic	df	p-value
Β Τάξη	0.39*	0.18	0.15	0.35	0.98	190	0.008
Γ Τάξη	-0.29	0.16	-0.41	0.33	0.99	219	0.019
Σύνολο	-0.01	0.12	-0.54*	0.24	0.99	409	0.005

\* Στατιστικά σημαντικό στο επίπεδο 0.05

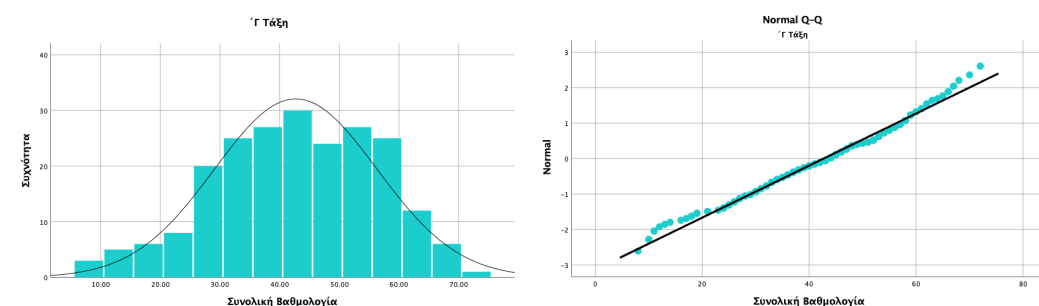
## Σχήμα 31

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τη Συνολική Βαθμολογία στη Β τάξη



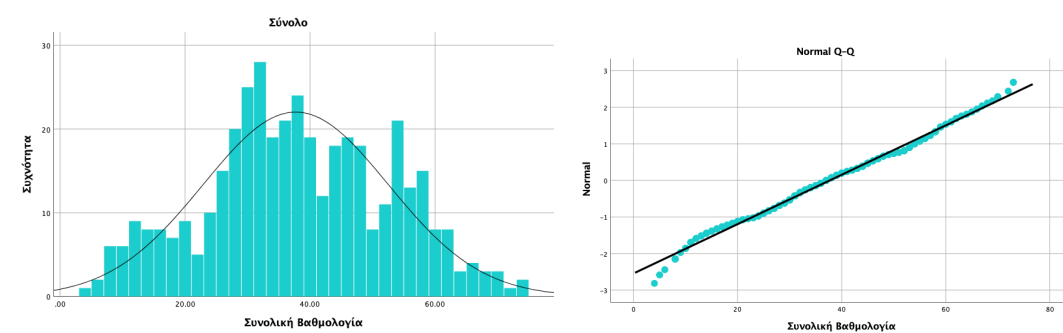
## Σχήμα 32

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τη Συνολική Βαθμολογία στη Γ τάξη



## Σχήμα 33

Ιστόγραμμα Συχνότητας για τη Συνολική Βαθμολογία στο συνολικό δείγμα



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ: ΒΑΣΙΚΟΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑΚΗ ΟΜΑΔΑ

Πίνακας 1

Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 82-84 (N=17)

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	5.00	2.00	7.00	3.82	0.46	1.88	0.67	-0.89
Αφαίρεση	6.00	0.00	7.00	3.59	0.45	1.84	-0.54	-0.82
Πολ/σμός	7.00	0.00	7.00	2.53	0.71	2.92	0.72	-1.23
Διαίρεση	7.00	0.00	7.00	2.77	0.71	2.91	0.51	-1.49
Αριθ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	3.88	0.57	2.34	0.09	-1.36
Γεωμ. Ακολουθίες	6.00	0.00	6.00	1.77	0.47	1.96	0.83	-0.33
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.24	0.59	2.44	0.60	-0.91
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	2.88	0.78	3.22	0.87	-1.01
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	2.35	0.58	2.37	1.15	0.00
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	2.88	0.57	2.37	0.22	-1.70
Συνολική Βαθμολογία	57.00	8.00	65.00	29.71	5.13	21.16	0.76	-1.06

Πίνακας 2

Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 85-87 (N=19)

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	7.00	0.00	7.00	3.58	0.41	1.77	0.12	0.42
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	2.84	0.45	1.96	-0.12	0.11
Πολ/σμός	8.00	0.00	8.00	2.84	0.57	2.50	0.72	-0.34
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	3.79	0.66	2.88	0.27	-1.24
Αριθ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	3.58	0.47	2.06	0.17	-0.89
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.37	0.60	2.63	0.72	-1.21
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.05	0.46	1.99	0.06	-0.42
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	2.79	0.61	2.66	0.51	-1.19
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	3.05	0.49	2.12	0.31	-1.00
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	2.79	0.43	1.84	0.05	-1.22
Συνολική Βαθμολογία	69.00	4.00	73.00	31.63	4.30	18.73	0.64	-0.46

**Πίνακας 3***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 88-90 (N=46)*

	<i>R</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	$\bar{X}$	<i>s<sub>x</sub></i>	<i>s</i>	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	8.00	0.00	8.00	4.59	0.28	1.93	-0.02	-0.29
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	3.96	0.36	2.46	-0.18	-0.93
Πολ/σμός	8.00	0.00	8.00	3.17	0.34	2.30	0.47	-0.67
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	3.20	0.34	2.33	0.43	-0.60
Αριθ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	4.65	0.31	2.10	-0.71	-0.56
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.85	0.31	2.10	0.20	-0.99
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.50	0.25	1.67	-0.31	0.32
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	2.72	0.34	2.30	0.93	0.35
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	2.39	0.29	1.95	0.76	0.11
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	3.00	0.26	1.79	0.00	-1.01
Συνολική Βαθμολογία	68.00	5.00	73.00	34.02	2.31	15.68	0.50	0.35

**Πίνακας 4***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 91-93 (N=49)*

	<i>R</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	$\bar{X}$	<i>s<sub>x</sub></i>	<i>s</i>	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	8.00	0.00	8.00	4.22	0.28	1.95	-0.42	-0.21
Αφαίρεση	7.00	0.00	7.00	3.69	0.27	1.91	-0.37	-0.74
Πολ/σμός	7.00	0.00	7.00	3.18	0.26	1.83	0.08	-0.58
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	3.29	0.30	2.09	0.52	-0.41
Αριθ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	4.45	0.25	1.73	-0.36	-0.30
Γεωμ. Ακολουθίες	6.00	0.00	6.00	2.47	0.25	1.73	0.15	-0.81
Ανάκληση Αριθμών	6.00	0.00	6.00	3.23	0.21	1.49	-0.09	0.33
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	3.14	0.32	2.26	0.46	-0.55
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	2.41	0.23	1.58	0.31	0.07
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	3.06	0.22	1.53	-0.36	-0.56
Συνολική Βαθμολογία	58.00	6.00	64.00	33.14	1.82	12.76	0.11	-0.08

**Πίνακας 5***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 94-96 (N=55)*

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	7.00	1.00	8.00	4.18	0.25	1.85	0.13	-1.08
Αφαίρεση	7.00	0.00	7.00	3.87	0.23	1.69	-0.56	0.23
Πολ/σμός	8.00	0.00	8.00	2.91	0.27	1.97	0.42	-0.40
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	2.71	0.27	2.02	0.51	-0.11
Αριθ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	3.91	0.28	2.08	-0.26	-0.91
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.11	0.24	1.78	0.61	-0.29
Ανάκληση Αριθμών	5.00	0.00	5.00	3.15	0.15	1.11	-0.80	0.99
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	2.31	0.30	2.21	0.98	0.06
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	1.93	0.21	1.55	0.90	1.20
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	2.69	0.21	1.57	0.18	-0.87
Συνολική Βαθμολογία	57.00	8.00	65.00	29.76	1.71	12.67	0.29	0.15

**Πίνακας 6***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 97-99 (N=45)*

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	6.00	2.00	8.00	4.78	0.25	1.65	0.21	-0.72
Αφαίρεση	7.00	0.00	7.00	3.76	0.28	1.90	-0.32	-0.60
Πολ/σμός	7.00	0.00	7.00	3.80	0.28	1.88	-0.02	-0.94
Διαίρεση	7.00	0.00	7.00	3.42	0.32	2.15	0.27	-1.01
Αριθ. Ακολουθίες	5.00	2.00	7.00	5.16	0.25	1.69	-0.64	-0.82
Γεωμ. Ακολουθίες	5.00	0.00	5.00	2.33	0.26	1.77	0.29	-1.22
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.29	0.23	1.55	-0.12	0.75
Προβλήματα	7.00	0.00	7.00	3.20	0.29	1.91	-0.12	-0.94
Αριθμογραμμές	6.00	0.00	6.00	2.49	0.20	1.36	0.11	0.16
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	2.98	0.26	1.76	-0.02	-0.79
Συνολική Βαθμολογία	51.00	8.00	59.00	35.20	1.58	10.59	0.09	0.80

**Πίνακας 7***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 100-102 (N=56)*

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	7.00	1.00	8.00	5.39	0.23	1.72	-0.71	-0.25
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	5.07	0.27	2.02	-0.75	0.34
Πολ/σμός	7.00	1.00	8.00	4.63	0.22	1.64	0.07	-0.30
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	4.46	0.31	2.30	-0.09	-1.07
Αριθ. Ακολουθίες	6.00	1.00	7.00	5.05	0.28	2.10	-0.66	-1.00
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.95	0.26	1.92	0.24	-0.77
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.95	0.17	1.27	-0.45	1.91
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	4.23	0.30	2.21	-0.11	-0.74
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	3.20	0.25	1.83	0.25	-0.44
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	3.36	0.21	1.55	-0.12	-0.80
Συνολική Βαθμολογία	61.00	11.00	72.00	42.29	1.68	12.58	-0.22	-0.16

**Πίνακας 8***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 103-105 (N=51)*

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	7.00	1.00	8.00	5.92	0.22	1.55	-0.81	0.68
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	5.35	0.26	1.82	-1.03	1.39
Πολ/σμός	8.00	0.00	8.00	5.20	0.25	1.77	-0.65	0.21
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	4.75	0.28	2.03	-0.19	-0.71
Αριθ. Ακολουθίες	6.00	1.00	7.00	5.37	0.25	1.76	-0.97	-0.05
Γεωμ. Ακολουθίες	6.00	0.00	6.00	3.20	0.27	1.93	-0.22	-1.21
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.77	0.17	1.23	-0.55	1.79
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	4.98	0.29	2.09	-0.22	-0.81
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	3.20	0.27	1.90	0.35	-0.78
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	3.47	0.21	1.49	-0.34	-0.20
Συνολική Βαθμολογία	56.00	10.00	66.00	45.20	1.70	12.16	-0.44	-0.12



**Πίνακας 9***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 106-108 (N=49)*

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	6.00	2.00	8.00	5.76	0.24	1.69	-0.49	-0.85
Αφαίρεση	8.00	0.00	8.00	5.41	0.22	1.57	-0.99	1.71
Πολ/σμός	6.00	2.00	8.00	5.39	0.22	1.57	-0.34	-0.97
Διαίρεση	8.00	0.00	8.00	4.76	0.35	2.45	-0.14	-1.29
Αριθ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	5.33	0.30	2.11	-1.28	0.75
Γεωμ. Ακολουθίες	7.00	0.00	7.00	2.98	0.32	2.23	0.20	-1.31
Ανάκληση Αριθμών	7.00	0.00	7.00	3.61	0.21	1.46	-0.80	1.39
Προβλήματα	8.00	0.00	8.00	4.23	0.35	2.46	0.13	-1.23
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	2.86	0.31	2.18	0.20	-1.33
Οπτική Προσοχή	6.00	0.00	6.00	3.51	0.22	1.56	-0.23	-0.78
Συνολική Βαθμολογία	59.00	11.00	70.00	43.82	1.93	13.53	-0.38	-0.37

**Πίνακας 10***Περιγραφικοί στατιστικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 109-111 (N=22)*

	$R$	$min$	$max$	$\bar{X}$	$s_x$	$s$	Ασυμμετρία	Κύρτωση
Πρόσθεση	5.00	3.00	8.00	6.50	0.31	1.47	-0.79	-0.17
Αφαίρεση	7.00	1.00	8.00	5.27	0.45	2.10	-0.81	-0.21
Πολ/σμός	7.00	1.00	8.00	5.50	0.46	2.18	-0.87	-0.51
Διαίρεση	6.00	2.00	8.00	5.86	0.45	2.12	-0.69	-1.00
Αριθ. Ακολουθίες	6.00	1.00	7.00	5.46	0.45	2.11	-1.24	0.17
Γεωμ. Ακολουθίες	6.00	0.00	6.00	3.59	0.40	1.87	-0.16	-1.07
Ανάκληση Αριθμών	3.00	3.00	6.00	4.41	0.18	0.86	0.06	-0.40
Προβλήματα	6.00	2.00	8.00	4.96	0.37	1.73	0.14	-0.57
Αριθμογραμμές	7.00	0.00	7.00	3.68	0.40	1.89	-0.19	-0.30
Οπτική Προσοχή	5.00	1.00	6.00	4.05	0.32	1.50	-0.18	-0.89
Συνολική Βαθμολογία	42.00	26.00	68.00	49.27	2.44	11.43	-0.24	-0.51

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Δ: ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑΚΗ ΟΜΑΔΑ

### Πίνακας 1

Τεταρτημόρια για τις ηλικιακές ομάδες 82-84 & 85-87

	Ηλικιακή Ομάδα 82-84			Ηλικιακή Ομάδα 85-87		
	25%	50%	75%	25%	50%	75%
Πρόσθεση	2.00	3.00	5.00	2.00	4.00	4.00
Αφαίρεση	2.00	4.00	5.00	2.00	4.00	5.00
Πολ/σμός	0.00	1.00	6.00	1.00	3.00	4.00
Διαίρεση	0.00	1.00	6.00	1.00	3.00	6.00
Αριθμ. Ακολουθίες	2.00	4.00	6.50	2.00	3.00	5.00
Γεωμ. Ακολουθίες	0.00	1.00	3.00	0.00	1.00	5.00
Ανάκληση Αριθμών	2.00	2.00	5.50	2.00	3.00	4.00
Προβλήματα	0.50	1.00	6.50	0.00	2.00	6.00
Αριθμογραμμές	1.00	2.00	3.50	1.00	3.00	5.00
Οπτική Προσοχή	1.00	2.00	5.50	1.00	3.00	4.00
Συνολική Βαθμολογία	12.50	20.00	50.00	15.00	25.00	49.00

### Πίνακας 2

Τεταρτημόρια για τις ηλικιακές ομάδες 88-90 & 91-93

	Ηλικιακή Ομάδα 88-90			Ηλικιακή Ομάδα 91-93		
	25%	50%	75%	25%	50%	75%
Πρόσθεση	3.00	5.00	6.00	3.00	5.00	5.50
Αφαίρεση	2.00	4.00	6.00	2.00	4.00	5.00
Πολ/σμός	2.00	3.00	5.00	2.00	3.00	4.50
Διαίρεση	1.00	3.00	4.25	2.00	3.00	5.00
Αριθμ. Ακολουθίες	3.00	5.00	6.00	3.50	4.00	6.00
Γεωμ. Ακολουθίες	1.00	3.00	5.00	1.00	3.00	4.00
Ανάκληση Αριθμών	3.00	4.00	4.25	3.00	3.00	4.00
Προβλήματα	1.00	2.00	4.00	1.00	3.00	5.00
Αριθμογραμμές	1.00	2.00	3.25	1.00	2.00	4.00
Οπτική Προσοχή	1.75	3.00	4.25	2.00	3.00	4.00
Συνολική Βαθμολογία	24.75	32.00	42.50	25.00	33.00	40.50

**Πίνακας 3***Τεταρτημόρια για τις ηλικιακές ομάδες 94-96 & 97-99*

	<i>Ηλικιακή Ομάδα 94-96</i>			<i>Ηλικιακή Ομάδα 97-99</i>		
	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>75%</i>	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>75%</i>
Πρόσθεση	3.00	4.00	6.00	3.00	5.00	6.00
Αφαίρεση	3.00	4.00	5.00	3.00	3.00	6.00
Πολ/σμός	1.00	3.00	4.00	2.00	4.00	5.00
Διαίρεση	1.00	3.00	4.00	2.00	3.00	5.00
Αριθμ. Ακολουθίες	2.00	4.00	5.00	4.00	6.00	7.00
Γεωμ. Ακολουθίες	1.00	2.00	4.00	1.00	2.00	4.00
Ανάκληση Αριθμών	3.00	3.00	4.00	3.00	3.00	4.00
Προβλήματα	1.00	2.00	3.00	2.00	4.00	5.00
Αριθμογραμμές	1.00	2.00	3.00	2.00	3.00	3.00
Οπτική Προσοχή	1.00	3.00	4.00	2.00	3.00	4.00
Συνολική Βαθμολογία	21.00	30.00	37.00	30.00	36.00	40.00

**Πίνακας 4***Τεταρτημόρια για τις ηλικιακές ομάδες 100-102 & 103-105*

	<i>Ηλικιακή Ομάδα 100-102</i>			<i>Ηλικιακή Ομάδα 103-105</i>		
	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>75%</i>	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>75%</i>
Πρόσθεση	4.00	6.00	7.00	5.00	6.00	7.00
Αφαίρεση	4.00	5.00	7.00	4.00	6.00	7.00
Πολ/σμός	3.25	5.00	6.00	4.00	5.00	7.00
Διαίρεση	3.00	4.00	7.00	3.00	5.00	7.00
Αριθμ. Ακολουθίες	3.25	6.00	7.00	4.00	6.00	7.00
Γεωμ. Ακολουθίες	1.00	3.00	4.00	2.00	3.00	5.00
Ανάκληση Αριθμών	3.00	4.00	5.00	3.00	4.00	4.00
Προβλήματα	2.25	4.00	6.00	3.00	5.00	7.00
Αριθμογραμμές	2.00	3.00	4.00	2.00	3.00	5.00
Οπτική Προσοχή	2.00	4.00	4.00	3.00	4.00	5.00
Συνολική Βαθμολογία	32.00	43.50	53.00	35.00	47.00	56.00

**Πίνακας 5***Τεταρτημόρια για τις ηλικιακές ομάδες 106-108 & 109-111*

	<i>Ηλικιακή Ομάδα 106-108</i>			<i>Ηλικιακή Ομάδα 109-111</i>		
	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>75%</i>	<i>25%</i>	<i>50%</i>	<i>75%</i>
Πρόσθεση	4.00	6.00	7.00	5.00	7.00	8.00
Αφαίρεση	4.00	6.00	6.50	4.50	5.50	7.00
Πολ/σμός	4.00	6.00	7.00	3.75	6.00	7.00
Διαίρεση	3.00	5.00	7.00	3.75	7.00	8.00
Αριθμ. Ακολουθίες	4.50	6.00	7.00	4.75	6.50	7.00
Γεωμ. Ακολουθίες	1.00	3.00	5.00	2.00	3.50	5.25
Ανάκληση Αριθμών	3.00	4.00	4.00	4.00	4.00	5.00
Προβλήματα	2.00	4.00	6.00	4.00	5.00	6.25
Αριθμογραμμές	1.00	3.00	5.00	2.75	3.50	5.25
Οπτική Προσοχή	2.50	3.00	5.00	3.00	4.00	5.25
Συνολική Βαθμολογία	33.00	46.00	54.50	41.75	50.00	58.00

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ε: ΜΕΤΡΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΑΝΑ ΗΛΙΚΙΑΚΗ ΟΜΑΔΑ

## Πίνακας 1

Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 82-84

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R</i> *	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.65	1.88	1.11	5.00	2.18
Αφαίρεση	0.56	1.84	1.22	6.00	2.39
Πολ/σμός	0.93	2.92	0.79	7.00	1.55
Διαίρεση	0.91	2.91	0.86	7.00	1.69
Αριθμ. Ακολουθίες	0.84	2.34	0.93	7.00	1.83
Γεωμ. Ακολουθίες	0.82	1.96	0.84	6.00	1.65
Ανάκληση Αριθμών	0.87	2.44	0.89	7.00	1.75
Προβλήματα	0.94	3.22	0.78	8.00	1.53
Αριθμογραμμές	0.88	2.37	0.82	7.00	1.60
Οπτική Προσοχή	0.90	2.37	0.76	6.00	1.50
Συνολική Βαθμολογία	0.96	21.16	4.23	57.00	8,29

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

## Πίνακας 2

Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 85-87

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R</i> *	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.65	1.77	1.05	7.00	2.06
Αφαίρεση	0.64	1.96	1.18	8.00	2.31
Πολ/σμός	0.88	2.50	0.87	8.00	1.71
Διαίρεση	0.90	2.88	0.91	8.00	1.78
Αριθμ. Ακολουθίες	0.79	2.06	0.94	7.00	1.84
Γεωμ. Ακολουθίες	0.92	2.63	0.74	7.00	1.45
Ανάκληση Αριθμών	0.81	1.99	0.87	7.00	1.71
Προβλήματα	0.86	2.66	1.00	8.00	1.96
Αριθμογραμμές	0.82	2.12	0.90	7.00	1.76
Οπτική Προσοχή	0.77	1.84	0.88	6.00	1.72
Συνολική Βαθμολογία	0.95	18.73	4.19	69.00	8.21

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

### Πίνακας 3

Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 88-90

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	<i>ŝ<sub>e</sub></i>	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.70	1.93	1.06	8.00	2.07
Αφαίρεση	0.83	2.46	1.01	8.00	1.99
Πολ/σμός	0.82	2.30	0.96	8.00	1.91
Διαίρεση	0.82	2.33	0.99	8.00	1.94
Αριθμ. Ακολουθίες	0.81	2.10	0.92	7.00	1.79
Γεωμ. Ακολουθίες	0.80	2.10	0.94	7.00	1,84
Ανάκληση Αριθμών	0.73	1.67	0.87	7.00	1.70
Προβλήματα	0.79	2.30	1.05	8.00	2.07
Αριθμογραμμές	0.80	1.95	0.87	7.00	1.71
Οπτική Προσοχή	0.74	1.79	0.91	6.00	1.79
Συνολική Βαθμολογία	0.91	15.68	4.70	68.00	9.22

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

### Πίνακας 4

Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 91-93

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	<i>ŝ<sub>e</sub></i>	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.72	1.95	1.03	8.00	2.02
Αφαίρεση	0.72	1.91	1.01	7.00	1.98
Πολ/σμός	0.68	1.83	1.04	7.00	2.03
Διαίρεση	0.75	2.09	1.05	8.00	2.05
Αριθμ. Ακολουθίες	0.65	1.73	1.02	7.00	2.00
Γεωμ. Ακολουθίες	0.68	1.73	0.98	6.00	1.92
Ανάκληση Αριθμών	0.70	1.49	0.82	6.00	1.60
Προβλήματα	0.79	2.26	1.04	8.00	2.03
Αριθμογραμμές	0.70	1.58	0.87	7.00	1.70
Οπτική Προσοχή	0.61	1.53	0.96	6.00	1.87
Συνολική Βαθμολογία	0.88	12.76	4.42	58.00	8.40

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

**Πίνακας 5***Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 94-96*

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	<i>ŝ<sub>e</sub></i>	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.70	1.85	1.01	7.00	1.99
Αφαίρεση	0.53	1.69	1.16	7.00	2.27
Πολ/σμός	0.73	1.97	1.02	8.00	2.01
Διαίρεση	0.72	2.02	1.07	8.00	2.10
Αριθμ. Ακολουθίες	0.77	2.08	1.00	7.00	1.96
Γεωμ. Ακολουθίες	0.69	1.78	0.99	7.00	1.94
Ανάκληση Αριθμών	0.44	1.11	0.83	5.00	1.63
Προβλήματα	0.81	2.21	0.96	8.00	1.89
Αριθμογραμμές	0.69	1.55	0.86	7.00	1.69
Οπτική Προσοχή	0.60	1.57	0.99	6.00	1.95
Συνολική Βαθμολογία	0.89	12.67	4.20	57.00	8.24

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

**Πίνακας 6***Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 97-99*

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	<i>ŝ<sub>e</sub></i>	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.62	1.65	1.02	6.00	1.99
Αφαίρεση	0.65	1.90	1.12	7.00	2.20
Πολ/σμός	0.72	1.88	0.99	7.00	1.95
Διαίρεση	0.74	2.15	1.10	7.00	2.15
Αριθμ. Ακολουθίες	0.69	1.69	0.94	5.00	1.84
Γεωμ. Ακολουθίες	0.68	1.77	1.00	5.00	1.96
Ανάκληση Αριθμών	0.73	1.55	0.81	7.00	1.58
Προβλήματα	0.66	1.91	1.11	7.00	2.18
Αριθμογραμμές	0.57	1.36	0.89	6.00	1.74
Οπτική Προσοχή	0.72	1.76	0.93	6.00	1.83
Συνολική Βαθμολογία	0.80	10.59	4.74	51.00	9.28

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

## Πίνακας 7

Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 100-102

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.62	1.72	1.06	7.00	2.08
Αφαίρεση	0.74	2.02	1.03	8.00	2.02
Πολ/σμός	0.60	1.64	1.04	7.00	2.04
Διαίρεση	0.78	2.30	1.08	8.00	2.11
Αριθμ. Ακολουθίες	0.82	2.10	0.89	6.00	1.75
Γεωμ. Ακολουθίες	0.75	1.92	0.96	7.00	1.88
Ανάκληση Αριθμών	0.59	1.27	0.81	7.00	1.59
Προβλήματα	0.75	2.21	1.11	8.00	2.17
Αριθμογραμμές	0.73	1.83	0.95	7.00	1.86
Οπτική Προσοχή	0.63	1.55	0.94	6.00	1.85
Συνολική Βαθμολογία	0.86	12.58	4.71	61.00	9.23

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

## Πίνακας 8

Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 103-105

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.59	1.55	0.99	7.00	1.96
Αφαίρεση	0.67	1.82	1.05	8.00	2.05
Πολ/σμός	0.72	1.77	0.94	8.00	1.84
Διαίρεση	0.65	2.03	1.20	8.00	2.35
Αριθμ. Ακολουθίες	0.72	1.76	0.93	6.00	1.83
Γεωμ. Ακολουθίες	0.74	1.93	0.98	6.00	1.93
Ανάκληση Αριθμών	0.56	1.23	0.82	7.00	1.60
Προβλήματα	0.72	2.09	1.11	8.00	2.17
Αριθμογραμμές	0.76	1.90	0.93	7.00	1.82
Οπτική Προσοχή	0.59	1.49	0.95	6.00	1.87
Συνολική Βαθμολογία	0.86	12.16	4.55	56.00	8.92

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.



**Πίνακας 9***Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 106-108*

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.62	1.69	1.04	6.00	2.04
Αφαίρεση	0.58	1.57	1.02	8.00	1.99
Πολ/σμός	0.66	1.57	0.92	6.00	1.79
Διαίρεση	0.82	2.45	1.04	8.00	2.04
Αριθμ. Ακολουθίες	0.86	2.11	0.79	7.00	1.55
Γεωμ. Ακολουθίες	0.84	2.23	0.89	7.00	1.75
Ανάκληση Αριθμών	0.66	1.46	0.85	7.00	1.67
Προβλήματα	0.81	2.46	1.07	8.00	2.10
Αριθμογραμμές	0.82	2.18	0.92	7.00	1.81
Οπτική Προσοχή	0.64	1.56	0.94	6.00	1.83
Συνολική Βαθμολογία	0.88	13.53	4.69	59.00	9.19

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

**Πίνακας 10***Μετρικοί δείκτες - Ηλικιακή ομάδα 109-111*

	<i>Cronbach's α</i>	<i>s</i>	$\hat{s}_e$	<i>R*</i>	<i>R'</i>
Πρόσθεση	0.56	1.47	0.96	5.00	1.91
Αφαίρεση	0.72	2.10	1.11	7.00	2.18
Πολ/σμός	0.85	2.18	0.84	7.00	1.65
Διαίρεση	0.80	2.12	0.95	6.00	1.86
Αριθμ. Ακολουθίες	0.87	2.11	0.76	6.00	1.49
Γεωμ. Ακολουθίες	0.71	1.87	1.01	6.00	1.97
Ανάκληση Αριθμών	0.42	1.86	1.42	3.00	2.78
Προβλήματα	0.54	1.73	1.17	6.00	2.30
Αριθμογραμμές	0.78	1.89	0.89	7.00	1.74
Οπτική Προσοχή	0.60	1.50	0.95	5.00	1.86
Συνολική Βαθμολογία	0.83	11.43	4.71	42.00	9.24

\* Αναφέρεται το πραγματικό εύρος (*R*) των ερευνητικών στοιχείων ενώ το *R'* υπολογίζεται με βάση το τυπικό σφάλμα μέτρησης της εκτίμησης της αρχικής τιμής σύμφωνα με τη θεωρία των αληθών τιμών.

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤ: ΑΔΕΙΑ ΠΙΛΟΤΙΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

### ΑΠΟΣΠΑΣΜΑ ΠΡΑΚΤΙΚΩΝ

της 1<sup>ης</sup> Συνέλευσης

του Τμήματος Φιλοσοφίας – Παιδαγωγικής – Ψυχολογίας  
ημέρα Τετάρτη 20 Δεκεμβρίου 2017 και ώρα 9.30 π.μ.  
στην αίθουσα Συνεδριών της Σχολής (Πανεπιστημιόπολη)

Σήμερα, Τετάρτη 20 Δεκεμβρίου 2017 και ώρα 9.30 π.μ. κλήθηκαν σε συνεδρίαση, κατόπιν πρόσκλησης της Προέδρου, τα μέλη της Συνέλευσης του Τμήματος Φιλοσοφίας, Παιδαγωγικής, Ψυχολογίας στην αίθουσα Συνεδριών της Σχολής (Πανεπιστημιόπολη).

#### ΠΑΡΟΝΤΕΣ:

**ΠΡΟΕΔΡΟΣ (1):** Καθηγήτρια Μαρία-Ζωή Φουντοπούλου

**ΠΑΡΟΝΤΑ ΜΕΛΗ ΔΕΠ (26):** κκ. Φ. Αντωνίου, Γ. Αραμπατζής, Γ. Βασιλαρος, Αθ. Βέρδης, Αγγ. Γενά, Μ. Δασκολιά, Φ. Ίσαρη, Γ. Κακολύρης, Π. Κυνηγός, Ε. Μαραγγιανού-Δερμούση, Ε. Μηλίγκου, Α. Μιχάλης, Ε. Μπακονικόλα-Γιαμά, Β. Νικολαΐδου-Κυριανίδου, Γ. Παπακωνσταντίνου, Α. Παπαστυλιανού, Χρ. Παρθένης, Γ. Πασιάς, Φ. Πολυχρόνη, Ευαγγ. Πρωτοπαπαδάκης, Ασημ. Ράλλη, Δ. Σιδηροπούλου-Δημακάκου, Ζ. Σμυρναίου, Γ. Στεΐρης, Ευαγγ. Φρυδάκη, Δημ. Φωτεινός.

**ΕΚΠΡΟΣΩΠΟΙ Ε.ΔΙ.Π. (1):** Α. Αμπντουλλά

**ΕΚΠΡΟΣΩΠΟΙ Ε.Τ.Ε.Π. (1):** Ο. Κατσαμάγκου

**ΕΚΠΡΟΣΩΠΟΙ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ :** Ουδείς **ΕΚΠΡΟΣΩΠΟΙ ΦΟΙΤΗΤΩΝ :** Ουδείς

#### Η ΓΡΑΜΜΑΤΕΑΣ ΤΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

Γαρυφαλλιά Κορομήλου

**ΑΠΟΝΤΕΣ: ΜΕΛΗ ΔΕΠ (7):** κκ. Ι. Καλογεράκος, Α. Λάζου, Παν. Πανταζάκος, Γ. Πολίτης (επιστημονική άδεια), Σ. Φουρνάρος.

**ΘΕΜΑ 7<sup>ο</sup>: Θέματα διδακτορικών διατριβών.**

**«Χορήγηση αδειών για διεξαγωγή ερευνών υποψηφίων διδασκόντων του Τμήματος».....**

Η Συνέλευση λαμβάνει γνώση την αίτηση του κ. Μάριου Παππά Διδάκτορα του Τμήματός μας σχετικά με την χορήγηση άδειας για διεξαγωγή έρευνας σε σχολικές μονάδες, στα πλαίσια της Διδακτορικής Διατριβής του, με θέμα «Ανάπτυξη ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά για παιδιά σχολικής ηλικίας.»

Σύμφωνα με το Ν.4485/2017 η Συνέλευση **εγκρίνει ομόφωνα** την χορήγηση την εν λόγω άδειας.

Η ΠΡΟΕΔΡΟΣ

Η ΓΡΑΜΜΑΤΕΑΣ

ΜΑΡΙΑ-ΖΩΗ ΦΟΥΝΤΟΠΟΥΛΟΥ

ΓΑΡΥΦΑΛΛΙΑ ΚΟΡΟΜΗΛΟΥ

Αθήνα, 20 Δεκεμβρίου 2017

Πρώτο Απόσπασμα

Η ΓΡΑΜΜΑΤΕΑΣ

ΓΑΡΥΦΑΛΛΙΑ ΚΟΡΟΜΗΛΟΥ



**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ζ: ΕΝΤΥΠΟ ΣΥΓΚΑΤΑΘΕΣΗΣ ΓΙΑ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΕΡΕΥΝΑ**

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών  
—ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837—

**ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΣΧΟΛΗ****Τμήμα Ψυχολογίας**

Αγαπητοί Γονείς/Κηδεμόνες,

Στα πλαίσια εκπόνησης της διδακτορικής του διατριβής, ο κ. Παππάς Μάριος, υποψήφιος διδάκτωρ του τμήματος Ψυχολογίας του Πανεπιστημίου Αθηνών, διεξάγει έρευνα σε δημοτικά σχολεία με σκοπό τη στάθμιση ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης των δυσκολιών στα Μαθηματικά.

Στο πλαίσιο της έρευνας πρόκειται να χορηγηθούν ατομικές δοκιμασίες, με ερωτήσεις κατανόησης ή γραπτές δραστηριότητες σε μαθητές που φοιτούν στη 2<sup>η</sup> και 3<sup>η</sup> τάξη του σχολείου σας. Η συνολική διαδικασία δεν θα ξεπερνά σε διάρκεια τη μια διδακτική ώρα.

Η συνεισφορά του νέου αυτού εργαλείου έγκειται στο ότι θα δίνει τη δυνατότητα έγκαιρης ανίχνευσης των μαθητών με δυσκολίες στα Μαθηματικά, από τις πρώτες κιόλας τάξεις του δημοτικού, αξιολογώντας όχι μόνο τις μαθηματικές δεξιότητες, αλλά ταυτόχρονα και μια σειρά από γνωστικές δεξιότητες οι οποίες σχετίζονται σημαντικά με τη μαθηματική γνώση.

Θα τηρηθεί η ανωνυμία των συμμετεχόντων και τα αποτελέσματα θα χρησιμοποιηθούν μόνο για ερευνητικούς σκοπούς.

Όλοι οι μαθητές θα είναι σε θέση να αποχωρήσουν από την έρευνα σε οποιοδήποτε στάδιο διεξαγωγής της. Κατά τη διάρκεια της έρευνας κανείς συμμετέχων δεν θα εκτεθεί σε σωματικό ή ψυχολογικό κίνδυνο με οποιονδήποτε τρόπο.

Σας ευχαριστούμε εκ των προτέρων,

Με εκτίμηση,

Μάριος Παππάς  
Υπ. Διδάκτωρ τμήματος Ψυχολογίας, Ε.Κ.Π.Α.

---

#### ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ

Δηλώνω υπεύθυνα ότι αποδέχομαι τη συμμετοχή του παιδιού μου στην έρευνα. Το παιδί μου διατηρεί το δικαίωμα να αποσυρθεί από τη διαδικασία της έρευνας σε οποιοδήποτε στάδιο της διεξαγωγής της.

Υπογραφή Γονέα ή Κηδεμόνα

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Η: ΟΔΗΓΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

### Εισαγωγή

‘Είμαι φοιτητής / φοιτήτρια στο Πανεπιστήμιο Αθηνών και κάνουμε μια έρευνα που θα βοηθήσει τα παιδιά στην ηλικία σου να γίνουν καλύτεροι στα Μαθηματικά. Θα κάνουμε λοιπόν μαζί κάποιες δραστηριότητες για μια ώρα περίπου. Τα αποτελέσματα δεν θα επηρεάσουν το βαθμό σου, ούτε θα τα δείξουμε στο δάσκαλο / δασκάλα σου.’

### Συνθήκες χορήγησης

*Οργάνωση του χώρου εξέτασης:*

Ο εξεταστής και το παιδί θα πρέπει να κάθονται άνετα σε ένα τραπέζι ή γραφείο με λεία και επίπεδη επιφάνεια. Ο χώρος πρέπει να είναι ήσυχος, να μην υπάρχει θόρυβος και ο εξεταστής να ελαχιστοποιήσει τις πιθανότητες για διασπάσεις και διακοπές στη χορήγηση. Ο εξεταστής θα πρέπει να κάθεται απέναντι από το παιδί και να διατηρεί το πρωτόκολλο καταγραφής των απαντήσεων μακριά από το οπτικό του πεδίο.

*Κατά τη διάρκεια της χορήγησης:*

Ο εξεταστής θα πρέπει να ακολουθεί τις οδηγίες χορήγησης κάθε δοκιμασίας, δεδομένου ότι τις έχει μελετήσει λεπτομερώς προτού ξεκινήσει η δοκιμασία. Οι οδηγίες που δίνουμε στο παιδί πρέπει να είναι σαφείς και να στοχεύουν αποκλειστικά στην κατανόηση της κάθε δραστηριότητας, χωρίς να αναφερόμαστε με οποιονδήποτε τρόπο στην ορθότητα της απάντησης.

### Σειρά Χορήγησης και Ενδεικτικοί Χρόνοι

Δοκιμασία	Μέγιστος Χρόνος
1. Επίδοση στα Μαθηματικά	15 λεπτά
2. Παρατεταμένη Οπτική Προσοχή	3 λεπτά
3. Μη Λεκτικές Αλληλουχίες (Ιστορίες)	5 λεπτά
4. Μη Λεκτικές Αλληλουχίες (Γεωμετρικά)	12 λεπτά
5. Αριθμητική Κλίμακα WISC	10 λεπτά
7. Κλίμακα Άγχους	5 λεπτά
<b>Σύνολο</b>	<b>50 λεπτά</b>

### Προσοχή!

1. Οι αναγραφόμενοι χρόνοι για κάθε δοκιμασία είναι οι μέγιστοι. Ο εξεταστής θα πρέπει να χρονομετρεί κάθε δοκιμασία (χωρίς ο μαθητής να βλέπει το χρόνο) ώστε να εξασφαλιστεί η ολοκλήρωση της ατομικής χορήγησης μέσα στο προβλεπόμενο χρονικό όριο.
2. Είναι απαραίτητο όλοι οι εξεταζόμενοι μαθητές να αναγράφουν το ονοματεπώνυμο τους στην πρώτη σελίδα του φύλλου εξέτασης. Μετά την ολοκλήρωση της ατομικής

χορήγησης, θα δοθούν ονομαστικά ερωτηματολόγια μέτρησης της εργαζόμενης μνήμης στον δάσκαλο της τάξης.

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Θ: ΚΛΙΜΑΚΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΑΓΧΟΥΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

#### ΟΔΗΓΙΕΣ

Σε κάθε πρόταση διαλέξτε ποια εικόνα ταιριάζει στο πόσο άγχος νιώθετε κάθε φορά. Δείξε μου τη φατσούλα που πιστεύεις πως περιγράφει καλύτερα το πώς νιώθετε.



	Πολύ άγχος	Αρκετό άγχος	Μέτριο άγχος	Λίγο άγχος	Καθόλου άγχος
1. Όταν έχεις να κάνεις μια εργασία μόνος σου.	5	4	3	2	1
2. Όταν σκέφτεσαι πως την επόμενη μέρα θα έχεις διαγώνισμα στα μαθηματικά.	5	4	3	2	1
3. Όταν η δασκάλα λύνει ένα πρόβλημα μαθηματικών στον πίνακα	5	4	3	2	1
4. Όταν γράφεις διαγώνισμα μαθηματικών	5	4	3	2	1
5. Όταν έχεις για το σπίτι ασκήσεις μαθηματικών με δύσκολες ερωτήσεις για την επόμενη μέρα.	5	4	3	2	1
6. Όταν η δασκάλα μιλάει πολλή ώρα για τα μαθηματικά.	5	4	3	2	1
7. Όταν ένας συμμαθητής σου εξηγεί/λύνει ένα πρόβλημα στα μαθηματικά	5	4	3	2	1
8. Όταν η δασκάλα σας βάζει ένα απροειδοποίητο τεστ στα μαθηματικά	5	4	3	2	1
9. Όταν μαθαίνετε κάτι νέο στα μαθηματικά.	5	4	3	2	1

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΠΙΛΟΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΑ ΤΗΝ  
ΠΙΛΟΤΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ**

**Οδηγίες**

Τοποθετήστε την επόμενη σελίδα (Φύλλο Απόκρισης) μπροστά στο παιδί, στο μέσο του οπτικού του πεδίου. Η μέγιστη διάρκεια χορήγησης του συγκεκριμένου τεστ είναι **15 λεπτά**. Σε περίπτωση που το εξεταζόμενο παιδί κολλήσει σε κάποια ερώτηση (αφιερώσει περισσότερο από 2 λεπτά) το παροτρύνουμε να συνεχίσει. Δεν δίνουμε ανατροφοδότηση σχετικά με την ορθότητα των απαντήσεων του παιδιού, ούτε υποδείξεις για τη μεθοδολογία επίλυσης, εκτός αν υπάρχει προτεινόμενο παράδειγμα (ερώτηση 6).

1. Μέτρα τα σκυλάκια και γράψε τον αριθμό:



Σκυλάκια: \_\_\_\_\_



Σκυλάκια: \_\_\_\_\_



Σκυλάκια: \_\_\_\_\_



Σκυλάκια: \_\_\_\_\_



---

**2. Κάνε τις πράξεις**

$$\begin{array}{cccc} 15 & 45 & 17 & 125 \\ +10 & +11 & +24 & +247 \end{array}$$

---

**3. Κάνε τις πράξεις**

$$\begin{array}{cccc} 32 & 27 & 54 & 523 \\ -11 & -9 & -26 & -217 \end{array}$$

---

**4. Κάνε τις πράξεις**

$$\begin{array}{cccc} 6 & 9 & 11 & 12 \\ \times 7 & \times 8 & \times 6 & \times 4 \end{array}$$

---

**5. Κάνε τις πράξεις**

Το μισό του 30 είναι \_\_\_\_\_

Το μισό του 44 είναι \_\_\_\_\_

$$20 \div 5 =$$

$$21 \div 3 =$$

---

**6. Αριθμητικά Μοτίβα**

Συμπλήρωσε τον αριθμό που λείπει στα παρακάτω μοτίβα:

Παράδειγμα: 10, 8, 6, \_\_, 2, 0

13, 14, 15, \_\_, 17, 18

2, 4, 6, \_\_, 10, 12

3, 6, 9, \_\_, 15, 18

22, 18, 14, \_\_, 6, 2

---

**7. Διάταξη Αριθμών**

Βάλε τους αριθμούς 4, 12, 14, 29 στην γραμμή των αριθμών:



---

**8. Επίλυση Προβλημάτων**

Σε ένα κουτί υπάρχουν 17 πράσινες, 13 κόκκινες και 9 κίτρινες μπάλες. Πόσες πράσινες και πόσες κόκκινες μπάλες πρέπει να βγάλουμε, ώστε αυτές που θα μείνουν τελικά από το κάθε χρώμα να είναι τόσες όσες οι κίτρινες?

**Πράσινες:** \_\_\_\_\_

**Κόκκινες:** \_\_\_\_\_

Η Άννα και ο Κώστας έχουν 5 ευρώ ο καθένας. Η Άννα δίνει 2 ευρώ στον Κώστα. Πόσα χρήματα έχει τώρα:

**η Άννα?** \_\_\_\_\_

**ο Κώστας?** \_\_\_\_\_

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Κ: ΑΔΕΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2019-2020



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ Π/ΘΜΙΑΣ, Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
& ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗ Δ/ΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Π/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Δ/ΘΜΙΑΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ & ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ Π.Ε.  
ΤΜΗΜΑ Α' ΣΠΟΥΔΩΝ  
& ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Ταχ. Δ/ση : Ανδρέα Παπανδρέου 37  
Τ.Κ. – Πόλη : 15180 – Μαρούσι  
Ιστοσελίδα : <http://www.minedu.gov.gr>  
Email : [spudonpe@minedu.gov.gr](mailto:spudonpe@minedu.gov.gr)  
Πληροφορίες : Ζ. Χαλινίδου  
Τηλέφωνο : 210 344 3372  
FAX : 210 344 3354

ΑΠΟΣΤΟΛΗ ΜΕ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΤΑΧΥΔΡΟΜΕΙΟ

Βαθμός Ασφαλείας:  
Να διατηρηθεί μέχρι:  
Βαθμός Προτεραιότητας

Μαρούσι, 25-10-2019

Αρ. Πρωτοκόλλου: Φ15/160463/Δ1/167452

ΠΡΟΣ: κ. Παπατά  
Email: [mparras@ppp.uoa.gr](mailto:mparras@ppp.uoa.gr)

ΚΟΙΝ.: ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΕΣ Δ/ΝΣΕΙΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Π.Ε.  
ΕΠΙΚΡΑΤΕΙΑΣ  
-ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ Π.Ε. ΕΠΙΚΡΑΤΕΙΑΣ  
(μέσω αντίστοιχων Περ. Δ/νσεων)  
-ΔΗΜΟΤΙΚΑ ΣΧΟΛΕΙΑ ΕΠΙΣΥΝΑΠΤΟΜΕΝΟΥ  
ΠΙΝΑΚΑ (μέσω αντίστοιχων Δ/νσεων Π.Ε.)

**ΘΕΜΑ : Έγκριση έρευνας**

**Σχετ.:** Το υπ' αριθμ. 160463/Δ1/14-10-2019

Απαντώντας σε σχετικό αίτημά σας και έχοντας υπόψη την με αριθμ. 41/10-10-2019 πράξη του ΔΣ του Ι.Ε.Π., σας κάνουμε γνωστό ότι εγκρίνεται η διεξαγωγή της έρευνάς σας με θέμα «*Ανάπτυξη ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά για παιδιά σχολικής ηλικίας*» η οποία απευθύνεται σε μαθητές/τριες Α/θμιας Εκπαίδευσης και θα πραγματοποιηθεί σε 137 δημοτικά σχολεία διαφόρων περιοχών της Ελλάδας κατά το σχολικό έτος 2019-2020 με τις ακόλουθες προϋποθέσεις:

1. Η έρευνα να διεξαχθεί με τη σύμφωνη γνώμη του Προϊσταμένου/Διευθυντή και του συλλόγου διδασκόντων των σχολικών μονάδων. Επιπλέον, είναι σημαντικό να διευκρινιστεί ότι δεν θα πρέπει να παρακωλύεται το σχολικό πρόγραμμα.
2. Ο χρόνος που θα απασχοληθούν οι μαθητές/τριες δεν θα υπερβαίνει τη μία (1) διδακτική ώρα.

Ψηφιακά  
υπογεγραμμένο  
από CHRYSOULA  
ΒΑΚΑ  
Ημερομηνία:  
2019.10.25

3. Η τήρηση της δεοντολογίας σχετικά με την εθελοντική συμμετοχή των μαθητών/τριών και την προστασία των προσωπικών δεδομένων των ίδιων και των οικογενειών τους. Στο πλαίσιο αυτό απαιτείται η προηγούμενη ενυπόγραφη συναίνεση των γονέων-κηδεμόνων τους.

4. Η υποβολή ηλεκτρονικού αντιτύπου της ερευνητικής εργασίας σε ψηφιακό δίσκο στο πρωτόκολλο του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Αν. Τσόχα 36, Τ.Κ. 115 21, Αθήνα), καθώς επίσης και η ενυπόγραφη, σύμφωνη ή όχι, γνώμη του ερευνητή για το εάν επιτρέπει στο Ι.Ε.Π. να προβεί σε ηλεκτρονική ανάρτηση της ερευνητικής εργασίας. Το αντίτυπο, αφού κατατεθεί στο πρωτόκολλο, θα διαβιβάζεται αρμοδίως στη Βιβλιοθήκη του Ι.Ε.Π.

Οι Διευθυντές Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης στους οποίους κοινοποιείται το έγγραφο αυτό, παρακαλούνται να ενημερώσουν σχετικά τα σχολεία στα οποία θα διεξαχθεί η έρευνα.

Συν.: Πίνακας σχολείων

**Η ΥΦΥΠΟΥΡΓΟΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ  
ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ**

**ΣΟΦΙΑ ΖΑΧΑΡΑΚΗ**

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Λ: ΑΔΕΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2020-2021



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΕΙΑ Π/ΘΜΙΑΣ, Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
& ΕΙΔΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗ Δ/ΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ Π/ΘΜΙΑΣ ΚΑΙ Δ/ΘΜΙΑΣ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΠΟΥΔΩΝ, ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ & ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ Π.Ε.  
ΤΜΗΜΑ Α' ΣΠΟΥΔΩΝ  
& ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Ταχ. Δ/ση : Ανδρέα Παπανδρέου 37  
Τ.Κ. – Πόλη : 15180 – Μαρούσι  
Ιστοσελίδα : <http://www.minedu.gov.gr>  
Email : [spudonpe@minedu.gov.gr](mailto:spudonpe@minedu.gov.gr)  
Πληροφορίες : Ζ. Χαλινίδου  
Τηλέφωνο : 210 344 2425  
FAX : 210 344 3354

ΑΠΟΣΤΟΛΗ ΜΕ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΤΑΧΥΔΡΟΜΕΙΟ

Βαθμός Ασφαλείας:  
Να διατηρηθεί μέχρι:  
Βαθμός Προτεραιότητας:

Μαρούσι, 8-1-2021

Αρ. Πρωτ.: Φ15/159443/ΖΧ/1733/Δ1

ΠΡΟΣ: κ. ΠΑΠΠΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΜΑΡΙΟΣ  
email: [mrappas@psych.uoa.gr](mailto:mrappas@psych.uoa.gr)

ΚΟΙΝ.: 1. ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΕΣ Δ/ΝΣΕΙΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Π.Ε.  
2. ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ Π.Ε. (μέσω Π.Δ.Ε.)  
3. ΣΧΟΛΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΠΙΣΥΝΑΠΤΟΜΕΝΟΥ  
ΠΙΝΑΚΑ (μέσω των Δ/νσεων Π.Ε.)

**ΘΕΜΑ : Επέκταση έρευνας για το σχολικό έτος 2020-2021**

Σχετ.: Το υπ' αριθμ. 159443/23-11-2020/Δ1 εισερχόμενο έγγραφο του ΥΠΑΙΘ

Απαντώντας σε σχετικό αίτημά σας και έχοντας υπόψη τη με αρ. 56/19-11-2020 πράξη του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής, σας κάνουμε γνωστό ότι εγκρίνεται η χρονική επέκταση της ήδη εγκεκριμένης έρευνάς σας με θέμα «*Ανάπτυξη ενός ηλεκτρονικού εργαλείου αξιολόγησης των Δυσκολιών στα Μαθηματικά για παιδιά σχολικής ηλικίας*» για το σχολικό έτος 2020-2021, η οποία απευθύνεται σε μαθητές/τριες των Β' & Γ' τάξεων δημοτικού.

Ωστόσο, προϋποθέσεις θεωρούνται:

1. Η έρευνα να πραγματοποιηθεί χωρίς να παρακαλύεται το σχολικό πρόγραμμα και με τη σύμφωνη γνώμη του Διευθυντή και του συλλόγου διδασκόντων των σχολικών μονάδων.
2. Η συμμετοχή των μαθητών/τριών είναι εθελοντική και οι μαθητές/τριες μπορούν να αποχωρήσουν από την έρευνα σε οποιοδήποτε στάδιο διεξαγωγής της. Για τη συμμετοχή των μαθητών/τριών απαιτείται η προηγούμενη ενυπόγραφη συναίνεση των γονέων-κηδεμόνων τους.
3. Η υλοποίηση της έρευνας στο σχολείο θα πραγματοποιείται εντός ωρολογίου προγράμματος, παρουσία των εκπαιδευτικών του μαθήματος, σε χρόνο που θα συναποφασιστεί με τις σχολικές μονάδες και δε θα υπερβαίνει συνολικά τη μία (1) διδακτική ώρα ανά τμήμα.
4. Δεν επιτρέπεται σε καμία περίπτωση η βιντεοσκόπηση και η φωτογράφιση των μαθητών/τριών. Η έρευνα να διεξαχθεί με την απαραίτητη διακριτικότητα και να προστατευθούν τα προσωπικά δεδομένα των συμμετεχόντων/-ουσών.
5. Η υποβολή ηλεκτρονικού αντιτύπου της ερευνητικής εργασίας σε ψηφιακό δίσκο στο πρωτόκολλο του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Αν. Τσόχα 36, Τ.Κ. 115 21, Αθήνα), καθώς επίσης και η ενυπόγραφη, σύμφωνη ή όχι, γνώμη του ερευνητή για το εάν επιτρέπει στο Ι.Ε.Π. να προβεί σε ηλεκτρονική ανάρτηση της ερευνητικής εργασίας. Το αντίτυπο, αφού κατατεθεί στο πρωτόκολλο, θα διαβιβάζεται αρμοδίως στη Βιβλιοθήκη του Ι.Ε.Π.
6. Πρέπει να τηρούνται τα μέτρα αποφυγής διάδοσης του κορωνοϊού COVID-19 και οι σχετικές οδηγίες του ΕΟΔΥ και του ΥΠΑΙΘ που κοινοποιούνται στις σχολικές μονάδες, όπως αυτές επικαιροποιούνται και εξειδικεύονται κατά περίπτωση.
7. Επιπλέον, ως προς την άδεια εισόδου τρίτων ενηλίκων στα σχολεία εκτός εκπαιδευτικών και εργαζομένων σε αυτά, επιτρέπεται η είσοδος σε 2 άτομα το ανώτερο σε κάθε τμήμα πλέον του εκπαιδευτικού σε όλες τις περιπτώσεις.

Επισημαίνεται, με ιδιαίτερα emphaticό τρόπο, ότι η υλοποίηση του προτεινόμενου ερευνητικού σχεδιασμού ιεραρχείται ως δευτερεύουσας σημασίας, καθώς προτεραιότητα πρέπει να δοθεί στην αυστηρή τήρηση των υγειονομικών πρωτοκόλλων για την αντιμετώπιση των επιδημιολογικών κινδύνων

και στη μείωση της πιθανότητας να εκτεθεί το εκπαιδευτικό προσωπικό και το μαθητικό δυναμικό των σχολείων σε επικίνδυνο ιικό φορτίο. Κατά συνέπεια, και ανεξάρτητα από την παιδαγωγική ή επιστημονική καταλληλότητα και εγκυρότητα του κάθε εγχειρήματος, οι διευθύνσεις των σχολείων έχουν την τελική αρμοδιότητα αναφορικά με την εφαρμογή του σχεδιασμού, λαμβάνοντας υπόψη τις σχετικές οδηγίες της πολιτείας και των υγειονομικών οργάνων για την αντιμετώπιση της επιδημικής κρίσης.

Οι Διευθυντές Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης στους οποίους κοινοποιείται το έγγραφο αυτό, παρακαλούνται να ενημερώσουν σχετικά τα σχολεία της αρμοδιότητάς τους στα οποία θα διεξαχθεί η έρευνα.

Συν. : Πίνακας σχολείων

**ΜΕ ΕΝΤΟΛΗ ΥΠΟΥΡΓΟΥ,  
Η ΓΕΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΑΤΕΑΣ Π.Ε., Δ.Ε. & Ε.Α.**

ΚΥΡΙΑΚΙ ΜΕΛΕΤΣΙ  
2021.01.18 13:45:46  
ΚΥΡΙΑΚΙ ΜΕΛΕΤΣΙ  
ΟΝΟΚΥΡΙΑΚΙ ΜΕΛΕΤΣΙ  
C=GR  
O=Hellenic Public Administration Certification Service  
E=kmel@mpedsu.gov.gr  
Public key:

**ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ ΓΚΙΚΑ**

**Εσωτερική Διανομή:** -Δ/νση Σπουδών Προγραμμάτων & Οργάνωσης Π.Ε. Τμ. Α'