



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

Σύγκριση των διασπάσεων $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$,
 $J/\psi \rightarrow \mu\mu$, $B^0 \rightarrow \psi(2S)K^{*0}$, $\psi(2s) \rightarrow \mu\mu$
και $B^0 \rightarrow \mu\mu K^{*0}$ με το πείραμα CMS του
Μεγάλου Επιταχυντή Αδρονίων CERN
LHC

Συγγραφέας:
Δημήτριος Βασιλειάδης
Α.Μ.: 1110201700016

Επιβλέπων Καθηγητής:
Κ. Βελλίδης
Αν. Καθηγητής
Διευθυντής Τομέα

Πτυχιακή Εργασία
Αθήνα 2022

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους φίλους μου και όλους τους ανθρώπους που υπήρξαν γύρω μου για τη βοήθεια και τη στήριξη τους καθόλη τη διάρκεια της παρούσας πτυχιακής εργασίας.

Ευχαριστώ θερμά τον κύριο Κωνσταντίνο Βελλίδη, αναπληρωτή καθηγητή του τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ, για τον χρόνο, τις γνώσεις και την καθοδήγηση που μου προσέφερε, καθώς και για την ευκαιρίες που μου έδωσε.

Ευχαριστώ τον Γιώργο Μελαχροινό, διδακτορικό φοιτητή του τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ, ο οποίος μου προσέφερε καθοριστική βοήθεια στη σύνταξη και κατανόηση των κωδίκων ανάλυσης, καθώς και καθοδήγηση καθόλη τη διάρκεια της εκπόνησης της πτυχιακής μου εργασίας.

Περίληψη

Σύμφωνα με πρόσφατες μελέτες, οι διασπάσεις των B μεσονίων εμφανίζουν ενδείξεις για φυσική πέραν του Καθιερωμένου Προτύπου. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην πιθανή παραβίαση της λεπτονικής καθολικότητας, πυλώνας του Καθιερωμένου Προτύπου, που παρατηρήθηκε κατά τις διασπάσεις μεσονίων με τουλάχιστον ένα b quark. Στο πλαίσιο μελέτης του Lepton Flavor Universality από το CMS, CERN επικεντρώνεται και η εργασία που ακολουθεί. Παρουσιάζουμε, αρχικά τις διαφορές στα κινηματικά χαρακτηριστικά των σωματιδίων των καναλιών διάσπασης $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$, $J/\psi \rightarrow \mu\mu$, $B^0 \rightarrow \psi(2S)K^{*0}$, $\psi(2s) \rightarrow \mu\mu$ και $B^0 \rightarrow \mu\mu K^{*0}$. Ακολούθως, πραγματοποιούμε τον υπολογισμό και την σύγκριση των όρων $acceptance \times efficiency$ ($\alpha \times \epsilon$) του trigger HLT_Mu9_IP6 του πειράματος CMS για τα τρία παραπάνω κανάλια διάσπασης του μεσονίου B^0 .

Abstract

According to recent research, decays of B mesons exhibit indications of deviations from the Standard Model. This phenomenon is due to the possible violation of Lepton Flavor Universality, a pillar of the Standard Model, which was observed during the mesons' decays with at least one b quark. The study which follows concentrates on the research of Lepton Flavor Universality carried out by CMS, CERN. Initially, we demonstrate the differences in the distributions of the kinematical characteristics of the particles which participate in the decay modes: $B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0}$, $J/\psi \rightarrow \mu\mu$, $B^0 \rightarrow \psi(2S)K^{*0}$, $\psi(2s) \rightarrow \mu\mu$ και $B^0 \rightarrow \mu\mu K^{*0}$. We then compute and compare the terms $acceptance \times efficiency$ ($\alpha \times \epsilon$) of trigger HLT_Mu9_IP6 of the CMS experiment for the above three decay modes of meson B^0 .

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Το Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model)	1
1.1 Τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου	1
1.1.1 Τα φερμιόνια	2
1.1.2 Τα μποζόνια	4
1.2 Οι αλληλεπιδράσεις του Καθιερωμένου Προτύπου	6
1.2.1 Οι Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις	6
1.2.2 Οι Ισχυρές Αλληλεπιδράσεις	7
1.2.3 Οι Ηλεκτρασθενείς Αλληλεπιδράσεις	8
1.3 Η Βαρύτητα	18
1.4 Πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο (BSM)	18
2 bottom quarks (b)	21
2.1 Μίξη των B^0 μεσονίων	21
2.2 Ταλαντώσεις ουδέτερων B-μεσονίων	24
2.3 Παγκοσμιότητα της Λεπτονικής Γεύσης (LFU)	25
2.3.1 Διασπάσεις $b \rightarrow sll$	25
2.3.2 Διασπάσεις $b \rightarrow c\nu l$	26
2.3.3 Leptoquarks και Z' models	27
3 Επιταχυντές και Ανιχνευτές	28
3.1 Ο επιταχυντής LHC	28
3.2 Το πείραμα CMS	29
3.2.1 Ο Ανιχνευτής Τροχιών	30
3.3 Το Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο (ECAL)	32
3.4 Το Αδρονικό Καλορίμετρο (HCAL)	32
3.5 Το Σωλεινοειδές Πηγίο	33

3.6	Οι Θάλαμοι Μιονίων	33
3.7	Οι Εμπρόσθιοι Ανιχνευτές & Endcaps	33
3.8	Σύστημα Σκανδαλισμού - Triggering	34
4	Χρήσιμα Μεγέθη	36
4.1	Φωτεινότητα - Luminosity	36
4.2	Σχετικιστικά Αναλλοίωτα Μεγέθη	37
5	Ανάλυση και Αποτελέσματα	40
5.1	Dimuon Mass	42
5.2	Ratio Plots	44
5.2.1	$(\mu\mu K^{*0}) / (J/\psi K^{*0})$	44
5.2.2	$(\psi(2S)K^{*0}) / (J/\psi K^{*0})$	47
5.2.3	$(q^2 \text{ bins}) / (J/\psi K^{*0})$	50
5.3	acceptance	57
5.4	efficiency	61
5.5	$\alpha \times \epsilon$	67
6	Σύνοψη και Αποτελέσματα	68
A	Υπόβαθρο για τη μελέτη της Ηλεκτρασθενής Αλληλεπίδρασης	69
1	Ανύσματα και Ψευδοανύσματα	69
1.1	Ανύσματα (Polar Vectors)	69
1.2	Ψευδοανύσματα (Axial Vectors)	69
2	Γινόμενα	69
2.1	Βαθμωτά	69
2.2	Ψευδοβαθμωτά	70
3	Ρεύματα	70
3.1	Ανυσματικά	70
3.2	Ψευδοανυσματικά	71
4	Ελικότητα	71
	Βιβλιογραφία	73

Κεφάλαιο 1

Το Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model)

Το Καθιερωμένο Πρότυπο (Κ.Π. / Standard Model / S.M.) ονομάζεται η γενικευμένη θεωρία στη Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων, η οποία περιγράφει τα στοιχειώδη σωματίδια της ύλης και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους. Βασίζεται στις αρχές συμμετρίας που περιγράφονται από τη Θεωρία Ομάδων σε συνδυασμό με τις Θεωρίες Βαθμίδας. Μετά από πολλές σταδιακές συνεισφορές σημαντικών επιστημόνων κατά τον 20ο αιώνα, η θεωρία ολοκληρώθηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1970. Κατάφερε να περιγράψει τα ήδη υπάρχοντα, αλλά και να προβλέψει καινούργια υποατομικά σωματίδια, ενώ θεωρείται μία από τις πιο επιτυχημένες θεωρίες στη Φυσική, με τη συνεχή επιβεβαίωση της μέσω πειραμάτων μέχρι και σήμερα. Με την ανακάλυψη του σωματιδίου Higgs τον Ιούλιο του 2012 ολοκληρώθηκαν οι ανακαλύψεις των θεωρητικά προβλεπόμενων σωματιδίων, καθιστώντας το Κ.Π. μία μεγάλου βαθμού πλήρης θεωρία.

Ειδικότερα, το Κ.Π. μπορεί να περιγράψει εντός ενός ενιαίου πλαισίου τρεις από τις τέσσερις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις στη Φύση σε κβαντικό επίπεδο: τον Ηλεκτρομαγνητισμό, την Κβαντική Χρωμοδυναμική και την Ασθενή Αλληλεπίδραση. Ο Ηλεκτρομαγνητισμός και η Ασθενής Αλληλεπίδραση μπορούν να εκφραστούν μέσω μίας θεωρίας βαθμίδας, την Ηλεκτρασθενή Αλληλεπίδραση (Electroweak interaction / EWK), ενώ η Ισχυρή Αλληλεπίδραση περιγράφεται μέσω μίας διαφορετικής Λαγκρανζιανής.

1.1 Τα σωματίδια του Καθιερωμένου Προτύπου

Τα στοιχειώδη σωματίδια που περιλαμβάνονται στο Καθιερωμένο Πρότυπο είναι στο σύνολο 17 (χωρίς τα αντισωματίδια τους). Ανάλογα με την τιμή της ιδιοστροφορμής (spin) τους μπορούν να διαχωριστούν σε δύο βασικές κατηγορίες σωματιδίων, τα φερμιόνια και τα μποζόνια. Το spin είναι μία κβαντομηχανική ιδιότητα των σωματιδίων χωρίς αναλογία στην κλασική μηχανική. Τα φερμιόνια φέρουν τιμή του spin ίση με ημιακέραιο πολλαπλάσιο της ανηγμένης σταθεράς του Planck (\hbar), ενώ τα μποζόνια έχουν τιμή του spin ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο του \hbar .

1.1.1 Τα φερμιόνια

Τα φερμιόνια (fermions) είναι σωματίδια που έχουν spin ημισκέραιο πολλαπλάσιο του \hbar και υπακούουν στη στατιστική Fermi-Dirac (FD), από όπου λαμβάνουν και το όνομά τους. Η στατιστική FD επιβάλλει στα σωματίδια αυτά να υπακούουν στην Απαγορευτική Αρχή του Pauli, η οποία αναφέρει ότι δύο φερμιόνια σε ένα κβαντομηχανικό σύστημα δεν μπορούν να έχουν πανομοιότυπους κβαντικούς αριθμούς.

Τα φερμιόνια χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες: τα *quarks* και τα *λεπτόνια* (*leptons*). Για κάθε σωματίδιο υπάρχει και το αντισωματίδιο του, το οποίο έχει την ίδια μάζα και ακριβώς αντίθετο τον κβαντικό αριθμό του ηλεκτρικού φορτίου. Συμβολίζονται είτε με το ηλεκτρικό φορτίο είτε με μια μπάρα πάνω από το σύμβολο του κάθε σωματιδίου. (quark ($\equiv q$) \rightarrow antiquark ($\equiv \bar{q}$), lepton ($\equiv l$) \rightarrow antilepton ($\equiv \bar{l}$)).

Quarks

Τα quarks (q) προτάθηκαν αρχικά θεωρητικά από τους Gell-Man και Zweig, ανεξάρτητα, το 1964 και η ύπαρξή τους επαληθεύθηκε πειραματικά από το Stanford Linear Accelerator Center το 1968. Είναι τα μόνα στοιχειώδη σωματίδια που αλληλεπιδρούν και με τις τέσσερις γνωστές θεμελιώδεις δυνάμεις. Εμφανίζονται σε έξι τύπους-“γεύσεις”: *up* (u), *down* (d), *charm* (c), *strange* (s), *top* (t) και *bottom* (b). Μπορούν να κατανεμηθούν σε τρεις γενιές στους συνδιασμούς: (u,d), (c,s) και (t,b). Τα quarks μπορούν να δημιουργήσουν πολυπλοκότερες δομές (*αδρόνια*) όταν αυτά βρίσκονται σε διάφορους συνδιασμούς. Πιο συγκεκριμένα, τρία quarks κατασκευάζουν σωματίδια ονόματι *βαρυόνια* (baryons), όπως είναι το *πρωτόνιο* (p), που αποτελείται από δύο up quarks και ένα down quark (uud) και το *νετρόνιο* (n), που αποτελείται από δύο down quarks και ένα up quark (udd). Επιπλέον, ένα quark και ένα antiquark μπορούν να σχηματίσουν σωματίδια ονόματι *μεσόνια* (mesons), όπως είναι για παράδειγμα τα *πιόνια* (π)¹. Όπως όλα τα σωματίδια, τα quarks έχουν συγκεκριμένες εγγενής ιδιότητες, οι οποίες αναλύονται ακολούθως.

Μάζα: Χρησιμοποιούνται δύο είδη μαζών για τα quark: η “μάζα” τους όταν αυτά βρίσκονται σε πολυπλοκότερες δομές, όπως σε βαρυόνια και μεσόνια και η μάζα τους όταν αυτά είναι ελεύθερα. Στη πρώτη περίπτωση, τα u , d και s φαίνεται να έχουν μεγαλύτερη μάζα λόγω των αλληλεπιδράσεων με το γλουονικό πεδίο. Στην δεύτερη περίπτωση, οι μάζες των quark κυμαίνονται από $2.3 \text{ MeV}/c^2$ ($=m_{up}$) έως και $173.2 \text{ MeV}/c^2$ ($=m_{top}$) και είναι αυτές που εμφανίζονται στον Πίνακα 1.1.

Spin: Κάθε quark έχει spin $+\frac{1}{2}\hbar$.

Φορτίο (Q): Τα πρώτα quarks κάθε μίας από τις προηγούμενες διπλέτες (u, c, t) έχει κλασματικό ηλεκτρικό φορτίο ίσο με $+\frac{2}{3}q_e$, ενώ τα υπόλοιπα (d, s, b) έχουν κλασματικό φορτίο ίσο με $-\frac{1}{3}q_e$, όπου q_e : το φορτίο του ηλεκτρονίου ($=-1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$).

Κβαντικοί αριθμοί γεύσης: Στο Καθιερωμένο Πρότυπο τα φερμιόνια έχουν και κάποιες επιπλέον ιδιότητες από τις ανωτέρω, οι οποίες ονομάζονται “κβαντικοί αριθμοί γεύσης”. Είναι διαφορετικοί για τα quarks και τα λεπτόνια και προκύπτουν από

¹Ανάλογα το φορτίο τους η δομή των πιονίων είναι η: π^+ : $u\bar{d}$, π^0 : $u\bar{u}$ ή $d\bar{d}$ και π^- : $d\bar{u}$

διατηρήσιμα μεγέθη. Όσον αφορά τα quarks, σε αυτά εμφανίζεται ο βαρυονικός αριθμός (B) (έχει τιμή $+\frac{1}{3}$ για κάθε quark καθώς κάθε βαρυόνιο αποτελείται από 3 quarks), το ισοσπίν ($isospin/I$) και η τρίτη προβολή του (I_3), η "γοητεία" ($charm / C$), η "παράξενιά" ($strangeness / S$), η "κορυφότητα" ($topness / T$) και η "πυθμενικότητα" ($bottomness / B'$).

Οι παραπάνω ιδιότητες συνοψίζονται στους Πίνακες 1.1 και 1.2 που ακολουθούν.

Quark	Mass (MeV/c ²)*	spin	Q (q_e)
up (u)	2.3±0.7±0.5	$\hbar/2$	+2/3
down (d)	4.8±0.5±0.3	$\hbar/2$	-1/3
charm (c)	1275±25	$\hbar/2$	+2/3
strange (s)	95±5	$\hbar/2$	-1/3
top (t)	173210±510±710	$\hbar/2$	+2/3
bottom (b)	4180±30	$\hbar/2$	-1/3

Πίνακας 1.1: Quark Properties (*Η πρώτη τιμή αβεβαιότητας στη μάζα εκφράζει στατιστικό σφάλμα ενώ η δεύτερη συστηματικό) [1]

Quark	B	I ₃	C	S	T	B'
up (u)	+1/3	+1/2	0	0	0	0
down (d)	+1/3	-1/2	0	0	0	0
charm (c)	+1/3	0	+1	0	0	0
strange (s)	+1/3	0	0	-1	0	0
top (t)	+1/3	0	0	0	+1	0
bottom (b)	+1/3	0	0	0	0	-1

Πίνακας 1.2: Quark Flavor Properties [1]

Leptons

Τα λεπτόνια είναι στο πλήθος 6 και φέρουν ακέραια τιμή ηλεκτρικού φορτίου. Χωρίζονται στα: φορτισμένα λεπτόνια και στα ουδέτερα λεπτόνια. Τα φορτισμένα λεπτόνια είναι το ηλεκτρόνιο (e^-), το μυόνιο (μ^-) και το λεπτόνιο ταυ (τ^-), ενώ τα ουδέτερα λεπτόνια ή αλλιώς νετρίνα είναι το νετρίνο ηλεκτρονίου (ν_e), το νετρίνο μιονίου (ν_μ) και το νετρίνο ταυ λεπτονίου (ν_τ). Το πρώτο λεπτόνιο που ανακαλύφθηκε ήταν το ηλεκτρόνιο από τον Άγγλο φυσικό Τζόζεφ Τζον Τόμσον το 1894 και ακολούθησαν οι ανακαλύψεις του μιονίου (1937), του νετρίνου ηλεκτρονίου (1956)² και η ανακάλυψη του ταυ λεπτονίου μετά από συνεχόμενα πειράματα το διάστημα 1974-1977. Μία σημαντική διαφορά των λεπτονίων από τα quarks είναι ότι τα πρώτα δεν αλληλεπιδρούν μέσω της Ισχυρής Αλληλεπίδρασης καθώς δεν φέρουν χρώμα. Όμοια με τα quarks, τα λεπτόνια μπορούν να χωριστούν και αυτά σε 3 γενιές οι οποίες αποτελούνται από ένα φορτισμένο λεπτόνιο και το νετρίνο του. Δηλαδή ταξινομούνται στις διπλέτες: (e^-, ν_e), (μ^-, ν_μ) και (τ^-, ν_τ). Οι ιδιότητες τους αναλύονται παρακάτω.

²Τα νετρίνα αρχικά προτάθηκαν θεωρητικά από τον Αυστριακό φυσικό Wolfgang Pauli το 1930.

Μάζα: Η μάζα των φορτισμένων λεπτονίων κυμαίνεται από $0.5 \text{ MeV}/c^2$ έως $1777 \text{ MeV}/c^2$. Τα νετρίνα στο πλαίσιο του Καθιερωμένου Προτύπου θεωρούνται άμαζα. Ωστόσο, η πειραματική επιβεβαίωση της ταλάντωσης των ηλιακών νετρίνων απαιτεί έμμαζα νετρίνα [2]. Βέβαια, η μάζα των νετρίνο θεωρείται αμνητέα σε σύγκριση με αυτή των e^- , μ^- και τ^- . Οι μάζες των λεπτονίων συγκεντρώνονται στον Πίνακα 1.3.

Spin: Κάθε λεπτόνιο έχει spin $+\frac{1}{2}\hbar$.

Φορτίο: Και τα τρία φορτισμένα λεπτόνια έχουν φορτίο $-q_e$, ενώ τα νετρίνα έχουν μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο.

Λεπτονικοί αριθμοί γεύσης: Ορίζονται τρεις χβαντικοί αριθμοί, οι λεπτονικοί χβαντικοί αριθμοί γεύσης, οι οποίοι αντιστοιχούν σε κάθε μία από τις γενιές λεπτονίων που προαναφέραμε. Πιο συγκεκριμένα είναι οι L_e , L_μ και L_τ και είναι ίσοι με τη μονάδα μόνο για τα σωματίδια της αντίστοιχης γενιάς.

Ξανά, συνοψίζουμε τις παραπάνω ιδιότητες στους παρακάτω Πίνακες 1.3 και 1.4.

Lepton	Mass (MeV/c^2)	spin	Q (q_e)
Electron (e^-)	$0.510998910 \pm (13)$	$\hbar/2$	-1
Muon (μ^-)	$105.6583668 (\pm 38)$	$\hbar/2$	-1
Tau (τ^-)	$1776.84 (\pm 17)$	$\hbar/2$	-1
Electron neutrino (ν_e)	< 0.0000022	$\hbar/2$	0
Muon neutrino (ν_μ)	< 0.17	$\hbar/2$	0
Tau neutrino (ν_τ)	< 15.5	$\hbar/2$	0

Πίνακας 1.3: Lepton Properties [1]

Lepton	L_e	L_μ	L_τ	Lifetime (s)
Electron (e^-)	+1	0	0	Σταθερό
Muon (μ^-)	0	+1	0	$2.197019 \times 10^{-6} (\pm 21)$
Tau (τ^-)	0	0	+1	$2.906 \times 10^{-13} (\pm .010)$
Electron neutrino (ν_e)	+1	0	0	Άγνωστη
Muon neutrino (ν_μ)	0	+1	0	Άγνωστη
Tau neutrino (ν_τ)	0	0	+1	Άγνωστη

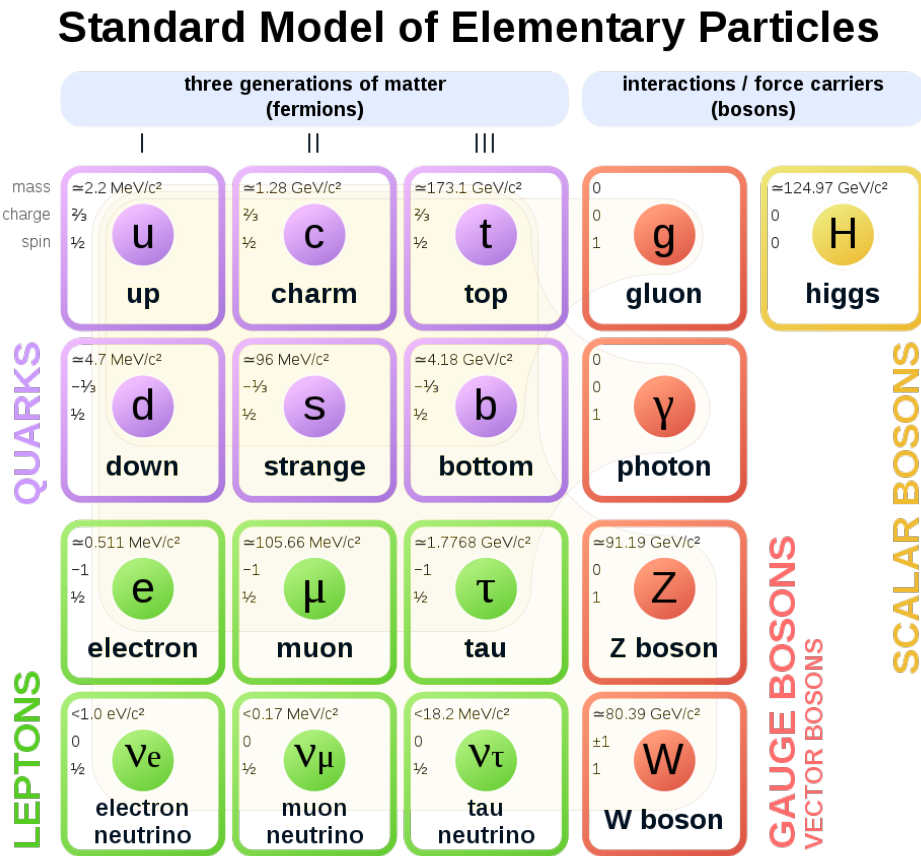
Πίνακας 1.4: Lepton Flavor Properties and Lifetime [1]

1.1.2 Τα μποζόνια

Τα μποζόνια είναι σωματίδια με τιμή του spin ίση με ακέραιο πολλαλάσιο του \hbar και ακολουθούν την στατιστική Bose-Einstein (BE). Μερικά από αυτά θεωρούνται οι φορείς αλληλεπίδρασης των θεμελιωδών δυνάμεων της Φύσης. Τα μποζόνια του Καθιερωμένου Προτύπου είναι το φωτόνιο (photon / γ), το γλουόνιο (gluon / g) (οχτώ διαφορετικών τύπων), το ουδέτερο ασθενές μποζόνιο (neutral weak boson / Z^0), το φορτισμένο ασθενές μποζόνιο (charged weak boson / W^\pm) και το μποζόνιο Higgs (Higgs boson / H^0). Εκτός του σωματιδίου Higgs, καθένα από τα παραπάνω μποζόνια είναι φορείς των Ηλεκτρομαγνητικών (γ), Ισχυρών (g) και Ασθενών (Z^0 και W^\pm) Αλληλεπιδράσεων.

Βέβαια, εμφανίζονται και πιο σύνθετα σωματίδια που έχουν spin ακέραιο πολλαπλάσιο του \hbar , όπως το άτομο του υδρογόνου, τα ζεύγη Cooper και τα μεσόνια, τα οποία δεν είναι στοιχειώδη σωματίδια. Να σημειωθεί ότι γίνονται προσπάθειες να βρεθεί ακόμη ένα στοιχειώδες μποζόνιο, το γκραβιτόνιο (graviton), το οποίο θα μporέσει να εξηγήσει τη βαρύτητα σε κβαντικό επίπεδο.

Σύνοψη: Τα σωματίδια του Καθιερωμένου Πρότυπου μπορούν να συγκεντρωθούν στο Σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1: Σύνολο σωματιδίων του Καθιερωμένου Πρότυπου [3]

1.2 Οι αλληλεπιδράσεις του Καθιερωμένου Προτύπου

Στην υπό μελέτη θεωρία, οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωματιδίων εκδηλώνονται μέσω της ανταλλαγής δυνητικών σωματιδίων, σε αντίθεση με την κλασική θεώρηση, στην οποία οι δυνάμεις εκφράζονται μέσω δυναμικών. Πιο συγκεκριμένα, ο Ηλεκτρομαγνητισμός, η Ισχυρή και Ασθενής Αλληλεπίδραση περιγράφονται με την ανταλλαγή μποζονίων μεταξύ σωματιδίων. Τα μποζόνια αυτά ονομάζονται διαδότες-φορείς αλληλεπιδράσεων. Οι φορείς αλληλεπιδράσεων ονομάζονται δυνητικοί διότι το τετράγωνο της τετραορμής τους δεν ισούται με το τετράγωνο της μάζας αδρανείας τους, σε ασυμφωνία με την σχετικιστική σχέση.

Σε θεωρητικό επίπεδο, κάθε αλληλεπίδραση εκφράζεται από μία θεωρία βαθμίδας και μέσω Λαγκρανζιανών πυκνοτήτων $\mathcal{L}(\Psi_i(x), A^\mu)$, όπου $\Psi_i(x)$: σπίνορες και A^μ : το πεδίο της εκάστοτε αλληλεπίδρασης. Οι σπίνορες και τα πεδία ικανοποιούν τις αντίστοιχες εξισώσεις Euler-Lagrange:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \Psi_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Psi_i} = 0 \quad \text{και} \quad \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A^\nu)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A^\nu} = 0 \quad (1.1)$$

1.2.1 Οι Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις

Ο Ηλεκτρομαγνητισμός εκφράζεται μέσω μίας θεωρίας βαθμίδας με ομάδα συμμετρίας την $U(1)$. Η Λαγκρανζιανή πυκνότητα είναι η εξής:

$$\mathcal{L}_{EM} = \bar{\Psi} (i\cancel{D}_\mu - m) \Psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \xrightarrow[D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu]{\cancel{D} = \gamma^\mu D} \quad (1.2)$$

$$\mathcal{L}_{EM} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi - e\bar{\Psi}\gamma^\mu \Psi A_\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (1.3)$$

όπου Ψ ο (4×1) σπίνορας του Dirac για φερμιόνιο μάζας m , $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$, $\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3)$ οι τέσσερις γ -πίνακες του Dirac³, οι οποίοι ακολουθούν την άλγεβρα Clifford: $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu}$, $\eta^{\mu\nu}$: η μετρική με διαγώνια στοιχεία $(+1, -1, -1, -1)$, $A^\mu = (\Phi, \vec{A})$ με Φ : το δυναμικό Coulomb, \vec{A} το ηλεκτρομαγνητικό ανυσματικό πεδίο, $F^{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$: ο τανυστής ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και e : το θεμελειώδες φορτίο του ηλεκτρονίου. Η \mathcal{L}_{EM} παραμένει αναλλοίωτη κάτω από αβελιανούς⁴ $U(1)$ τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας. Κατά τους αβελιανούς $U(1)$ τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας, τα πεδία μετασχηματίζονται ως εξής: $\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{i\theta(x)}\psi(x)$ και $A^\mu \rightarrow (A^\mu)' = A^\mu + \partial^\mu \theta(x)$ με $\theta(x)$ μία φάση που έχει χωροχρονική εξάρτηση. Το φαινόμενο αυτό έχει ως αποτέλεσμα όροι της μορφής $\sim m^2 A^\mu A_\mu$ να είναι απαγορευμένοι. Έτσι, το ανυσματικό πεδίο A^μ και ακολούθως και οι φορείς αλληλεπίδρασης του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου προκύπτουν να είναι άμαζοι.

³Υπάρχει και ο πίνακας $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί αργότερα.

⁴Οι γεννήτορες των μετασχηματισμών μετατίθενται μεταξύ τους.

Κάθε όρος της παραπάνω Λαγκρανζιανής πυκνότητας εκφράζει κινηματικές εξισώσεις ή όρους αλληλεπίδρασης για κάθε πεδίο. Ειδικότερα, ο πρώτος όρος εκφράζει τον κινητικό όρο του φερμιονικού πεδίου, ο οποίος οδηγεί στην εξίσωση Dirac για σωματίδιο με spin $\hbar/2$, ο δεύτερος όρος εκφράζει την αλληλεπίδραση του φερμιονικού πεδίου Ψ με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο A^μ και τέλος ο τρίτος όρος εκφράζει τον κινητικό όρο του A^μ . Επιπλέον, παρατηρώντας ότι ο όρος $e\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi A_\mu$ είναι ταυτόσημος με το ρεύμα του ηλεκτρομαγνητισμού J_{EM}^μ και κάνοντας χρήση των εξισώσεων Lagrange για τα πεδία A^μ καταλήγουμε στη σχέση: $\partial_\mu F^{\mu\nu} = J_{EM}^\nu$ από την οποία εξάγονται δύο από τις τέσσερις εξισώσεις του Maxwell του ηλεκτρομαγνητισμού. Οι άλλες δύο δίνονται από την ταυτότητα Jacobi: $\partial_k F_{ij} + \partial_i F_{jk} + \partial_j F_{ik} = 0$. Για να ολοκληρωθεί η Ηλεκτρομαγνητική θεωρία, χρειάζεται να μπορεί να εξαχθεί από την Λαγκρανζιανή πυκνότητα που την περιγράφει και η διατήρηση του φορτίου. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε το θεώρημα Noether.

1.2.2 Οι Ισχυρές Αλληλεπιδράσεις

Η Ισχυρή Αλληλεπίδραση μπορεί να περιγράψει σημαντικά φαινόμενα που συναντώνται στη Φύση, όπως ο εγκλωβισμός των quarks εντός των αδρονίων (= απαγόρευση ελεύθερων quarks) και την ασυμπτωτική ελευθερία⁵.

Ο φορέας αλληλεπίδρασης της Ισχυρής Αλληλεπίδρασης είναι το γλουόνιο (*gluon*), το οποίο έχει μηδενική μάζα. Τα quarks και τα γλουόνια εμφανίζουν ένα επιπλέον κβαντικό αριθμό, το "χρώμα". Οι πιθανές τιμές του χρώματος είναι το κόκκινο (R), το πράσινο (G) και το μπλε (B)⁶.

Μερικοί από τους λόγους για τους οποίους το χρώμα εντάχθηκε ως επιπλέον κβαντικός αριθμός είναι η ασυμφωνία της θεωρίας με τα πειραματικά δεδομένα. Ειδικότερα, οι τρεις τιμές χρώματος εντάσσονται στον θεωρητικό υπολογισμό του ρυθμού διάσπασης του ουδέτερου πιονίου ($\pi(u\bar{u})$ ή $\pi(d\bar{d})$) σε δύο φωτόνια με έναν παραγοντα 9 και φέρουν την τιμή του σε συμφωνία με τη πειραματική τιμή. Επιπλέον, η προσθήκη ενός παράγοντα 3 λόγω του χρώματος στην θεωρητικά υπολογισμένη τιμή του λόγου $\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$ οδηγεί σε συμφωνία με τις αντίστοιχες πειραματικές τιμές του λόγου. Επίσης, το χρώμα εντάσσεται ως ένας επιπρόσθετος κβαντικός αριθμός έτσι ώστε να δικαιολογήσει καταστάσεις σωματιδίων (όπως το Δ^{++} μεσόνιο), οι οποίες λόγω της Απαγορευτικής Αρχής του Pauli και των ήδη υπάρχοντων κβαντικών αριθμών δεν θα έπρεπε να εμφανίζονται στη Φύση.

Η υπο μελέτη θεωρία βαθμίδας έχει ως ομάδα συμμετρίας την $SU(3)$. Άρα, η Λαγκρανζιανή που περιγράφει τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση θα πρέπει να είναι αναλλοίωτη κάτω από τοπικούς μη αβελιανούς $SU(3)$ μετασχηματισμούς βαθμίδας. Αυτοί είναι της μορφής: $\psi(x) \rightarrow \psi' = U(x)\psi(x)$, όπου $U(x) = e^{i\omega^a T^a}$ και ψ : φερμιονικά πεδία που φέρουν κβαντικό αριθμό χρώματος. Η συγκεκριμένη ομάδα μετασχηματισμών έχει 8 γεννήτορες T^a , $a = 1, 2, \dots, 8$ αριθμός ίσος με το πλήθος των γλουονίων και οι οποίοι ακολουθούν σχέσεις μετάθεσης της άλγεβρας Lie: $[T^a, T^b] = if^{abc}T^c$, όπου f^{abc} : οι σταθερές δομής της $SU(3)$.

⁵Τα quarks αλληλεπιδρούν ασθενεικώς σε πολύ υψηλές ενέργειες

⁶Το χρώμα παίρνει και τις αντίθετες τιμές αντικόκκινο (\bar{R}), αντιπράσινο (\bar{G}) και αντιμπλε (\bar{B}) καθώς και γραμμικούς συνδιασμούς όλων των χρωμάτων.

Η Λαγκρανζιανή πυκνότητα που εκφράζει την κβαντική θεωρία της ισχυρής αλληλεπίδρασης είναι η εξής:

$$\mathcal{L} = \bar{\Phi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Phi - g \sum_{\alpha=1}^8 (\bar{\Phi}\gamma^\mu T_\alpha R_\mu^\alpha \Phi) - \sum_{\alpha=1}^8 \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^\alpha G_{\mu\nu}^\alpha \quad (1.4)$$

όπου Φ : υπερσπίνορας με $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix}$ και ϕ_i με $i = 1, 2, 3$ οι φερμιονικοί σπίνορες Dirac

για κάθε ένα από τα τρία χρώματα, R_μ^α : τα οχτώ γλουονικά πεδία, g : η σταθερά σύζευξης της αλληλεπίδρασης και $G_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu R_\nu^\alpha - \partial_\nu R_\mu^\alpha - gf_{bc}^\alpha R_\mu^b R_\nu^c$: ο γλουονικός ταυοστής πεδίου. Ο πρώτος όρος της παραπάνω Λαγκρανζιανής είναι ο κινητικός όρος των φερμιονίων, ο δεύτερος όρος είναι ο όρος αλληλεπίδρασης των φερμιονικών πεδίων με τα γλουονικά, ενώ ο τρίτος εκφράζει την αλληλεπίδραση των γλουονικών πεδίων με τον εαυτό τους λόγω του χρώματος τους. Επιπλέον, όπως και στη προηγούμενη περίπτωση του Ηλεκτρομαγνητισμού, όροι της μορφής $\sim m^2 R_\mu^\alpha R_\mu^\alpha$ απαγορεύεται να ενταχθούν στην Λαγκρανζιανή με αποτέλεσμα τα 8 γλουονικά πεδία να είναι άμαζα.

1.2.3 Οι Ηλεκτρασθενείς Αλληλεπιδράσεις

Η Ασθενής Αλληλεπίδραση είναι η μόνη αλληλεπίδραση που έχει τη δυνατότητα να αλλάξει τη γεύση των σωματιδίων. Σε αντίθεση με τις προηγούμενες αλληλεπιδράσεις όπου οι άμαζοι φορείς οδηγούν σε άπειρη εμβέλεια των αλληλεπιδράσεων, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παρουσιάζουν μικρή εμβέλεια και άρα έμμαζους φορείς. Στη περίπτωση που δοκιμάζαμε να κατασκευάσουμε τη Λαγκρανζιανή που περιγράφει την Ασθενή Αλληλεπίδραση με την $SU(2)$ ως ομάδα συμμετρίας, θα καταλήγαμε σε $N^2 - 1 = 3$ μποζονικά πεδία τα οποία θα ήταν άμαζα, όπως ακριβώς και στην περίπτωση της $SU(3)_{\text{color}}$. Το πρόβλημα αυτό της μη μηδενικής μάζας των φορέων της αλληλεπίδρασης λύνεται με την ενοποίηση των ασθενών αλληλεπιδράσεων και του ηλεκτρομαγνητισμού σε μια ενιαία περιγραφή, τις Ηλεκτρασθενείς αλληλεπιδράσεις, όπου η συμμετρία της ομάδας $U(1) \times SU(2)$ παραβιάζεται με τρόπο αυτοσυνεπή δίνοντας την κατάλληλη μάζα στα W και Z μποζόνια ενώ παράλληλα αφήνει και το φωτόνιο άμαζο, όπως προηγουμένως. Ο μηχανισμός που κάνει αυτήν την παραβίαση της συμμετρίας δίνοντας μάζα στους φορείς ονομάζεται *Brout - Englert - Higgs*. Η ιδέα προέρχεται από το φαινόμενο της υπεραγωγιμότητας, κατά το οποίο τα φωτόνια αποκτούν φαινόμενη μάζα, δίνοντας έτσι πεπερασμένη εμβέλεια στο μαγνητικό πεδίο.

Η ενοποίησή των ασθενών αλληλεπιδράσεων με τον Ηλεκτρομαγνητισμό προτάθηκε από τους Glashow, Salam και Weinberg απονέμοντάς τους το βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1970.

Αβελιανός Μηχανισμός Brout - Englert - Higgs

Όπως αναφέραμε, στο σημείο αυτό θα δούμε πως μπορούμε να αποδώσουμε ενεργή μάζα στο Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ως απαίτηση σε ορισμένα προβλήματα του Στερεού

Σώματος. Ας αρχίσουμε από την κλασική Λαγκρανζιανή του Ηλεκτρομαγνητισμού (ΗΜ) αγνοώντας αυτή τη φορά τους φερμιονικούς όρους και προσθέτοντας τους κινητικούς όρους ενός έμμαζου μηγαδικού βαθμωτού πεδίου, ϕ , και το δυναμικό του, $V(\phi^*\phi)$. Ειδικότερα, θα έχουμε:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi^*\phi) \quad (1.5)$$

όπου $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ και $D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$. Εάν επιλεγεί το δυναμικό V ως:

$$V = \lambda(\phi^*\phi)^2 + \mu^2(\phi^*\phi), \quad \lambda > 0 \quad (1.6)$$

τότε η παραπάνω Λαγκρανζιανή είναι αναλλοίωτη στους μετασχηματισμού βαθμίδας της μορφής:

$$\phi \mapsto \phi' = e^{-i\Theta(x)}\phi \text{ και } A_\mu \mapsto A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{q}\partial_\mu\Theta(x) \quad (1.7)$$

Κάνοντας χρήση των εξισώσεων Lagrange για το πεδίο A^ν στη παραπάνω Λαγκρανζιανή, καταλήγουμε στην εξίσωση Klein-Gordon για το πεδίο A_μ :

$$\square A^\nu = \partial_\mu\partial^\mu A^\nu = J^\nu = iq[\phi^*\partial^\nu\phi - \phi\partial^\nu\phi^*] - 2q^2|\phi|^2A^\nu \quad (1.8)$$

όπου J^ν : το ρεύμα Klein-Gordon. Επιλέγοντας $\phi = \frac{\phi_0}{\sqrt{2}}$, όπου ϕ_0 : πραγματικό πεδίο τότε θα έχουμε:

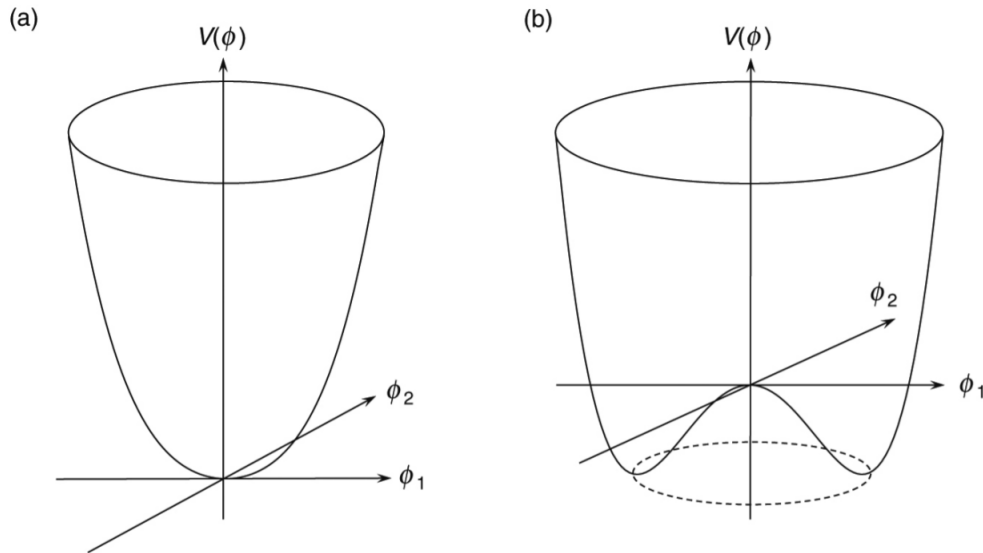
$$\square A^\nu = -q^2|\phi_0|^2A^\nu \quad (1.9)$$

Αναπτύσσοντας το πεδίο ϕ_0 γύρω από μία πραγματική τιμή, έστω v , καταλήγουμε ότι η μάζα του πεδίου A^ν είναι ίση με: $m_A = qv$.

Όσον αφορά τη σταθερά μ του δυναμικού υπάρχουν δύο περιπτώσεις:

(a) Εάν $\mu^2 > 0$ τότε το δυναμικό $V(\phi^*\phi)$ εμφανίζει μοναδικό ελάχιστο για $(\phi_1, \phi_2) = (0, 0)$. Η ανάπτυξη του δυναμικού σε αυτή τη περίπτωση θα γίνει γύρω από το 0, κατάσταση που καταλήγει σε μηδενική μάζα για το πεδίο. Η περίπτωση αυτή δεν έχει κάποιο ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τους σκοπούς μας.

(b) Εάν $\mu^2 < 0$ τότε το δυναμικό $V(\phi^*\phi)$ εμφανίζει ακρότατα. Ένα τοπικό μέγιστο στο $(\phi_1, \phi_2) = (0, 0)$ και ένα σύνολο ελαχίστων για τα πραγματικά πεδία που ικανοποιούν την εξίσωση: $(\phi_1)^2 + (\phi_2)^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} := \frac{v^2}{2}$.



Σχήμα 1.2: Το δυναμικό Higgs για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου μ^2 : (a) $\mu^2 > 0$ και (b) $\mu^2 < 0$.

Επιλέγοντας χωρίς βλάβη της γενικότητας ως ελάχιστο τον συνδυασμό: $(\phi_1, \phi_2) = (v/\sqrt{2}, 0)^T$ και εκτελώντας τα διαταρακτικά αναπτύγματα γύρω από αυτό το σημείο θα έχουμε: $\phi = (v + \tilde{\phi}_1 + i\tilde{\phi}_2)/\sqrt{2}$, όπου $\tilde{\phi}_1$ και $\tilde{\phi}_2$ δύο καινούργια πραγματικά πεδία. Αντικαθιστώντας στην Λαγκρανζιανή, και μετά από μερικές πράξεις εμφανίζονται οι όροι:

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \tilde{\phi}_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \tilde{\phi}_2)^2 + qv A_\mu \partial^\mu \tilde{\phi}_2 + q A_\mu \tilde{\phi}_1 \partial^\mu \tilde{\phi}_2 \\ &\quad - q A_\mu \tilde{\phi}_2 \partial^\mu \tilde{\phi}_1 + \frac{1}{2}q^2 v^2 A_\mu^2 + q^2 v A_\mu^2 \tilde{\phi}_1 + \frac{1}{2}q^2 A_\mu^2 \tilde{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}q^2 A_\mu^2 \tilde{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$-V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2(v^2 + 2v\tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_1^2 + \tilde{\phi}_2^2) - \frac{1}{4}\lambda(v^2 + 2v\tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_1^2 + (\tilde{\phi}_2)^2)^2 \quad (1.11)$$

Από τη παραβιασμένη Λαγκρανζιανή μας ενδιαφέρουν οι συντελεστές των όρων ϕ_1^2 , ϕ_2^2 (για απλότητα παραλείπουμε τον συμβολισμό με τις περισπομένες για τα πεδία $\tilde{\phi}_1$ και $\tilde{\phi}_2$) και $A_\mu A^\mu$ καθώς από αυτούς, μετά την εφαρμογή των εξισώσεων E-L θα λάβουμε τις μάζες των αντίστοιχων πεδίων⁸. Συγκεντρώνοντας τους παραπάνω όρους καταλήγουμε ότι:

$$m_{\phi_1}^2 = 2\lambda v^2, \quad m_{A^\mu} = qv \quad \text{και} \quad m_{\phi_2} = 0 \quad (1.12)$$

Το αποτέλεσμα αυτό είναι αρκετά σημαντικό καθώς βλέπουμε ότι καταφέραμε να αποδώσουμε μάζα στο μποζονικό πεδίο του φωτονίου καθώς και στο πεδίο ϕ_1 , το οποίο δεν είναι κανένα άλλο από το πεδίο Higgs. Το πεδίο ϕ_2 είναι άμαζο και ονομάζεται

⁷Η επιλογή του σημείου επάνω στον κύκλο που ορίζει τα ελάχιστα του δυναμικού παραβιάζει τη συμμετρία βαθμίδας στο κενό, ονομάζεται Αυθόρμητη Παραβίαση Συμμετρίας (SSB) και είναι αυτή που δίνει μάζα στο A^μ

⁸Ο όρος $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ θα μας δώσει όρους με παραγώγους του πεδίου A^μ , οι οποίοι δεν συνεισφέρουν στη μάζα του πεδίου και γι αυτό δεν τον γράφουμε αναλυτικά

Goldstone boson. Επιπλέον, υπάρχει το αντίστοιχο θεώρημα, το οποίο αναφέρει ότι σε κάθε γεννήτορα μιας συμμετρίας που παραβιάζεται αντιστοιχεί ένα άμαζο πεδίο που ονομάζεται *Goldstone boson*. Κάθε τέτοιο πεδίο μπορεί να απορροφηθεί στην εκάστοτε θεωρία με συγκεκριμένη τεχνική απορρόφησης (*gauge fixing*).

Η απορρόφηση του παραπάνω πεδίου είναι αναγκαία έτσι ώστε η θεωρία να είναι αυτοσυνεπής σε σχέση με τους βαθμούς ελευθερίας του συστήματος. Ειδικότερά, πριν την ένταξη του δυναμικού Higgs, εμφανίστηκαν τέσσερις βαθμοί ελευθερίας, δύο από το άμαζο μποζονικό πεδίο A_μ και δύο από το βαθμωτό μιγαδικό πεδίο ϕ που εισάγαμε. Ωστόσο, με την προσθήκη του κατάλληλου δυναμικού $V(\phi^*\phi)$ εμφανίστηκαν πέντε βαθμοί ελευθερίας καθώς στους τέσσερις προηγούμενους προστέθηκε η μάζα του A^μ . Στη συνέχεια παραθέτουμε τη διαδικασία απορρόφησης του πεδίου.

Ξεκινάμε εξετάζοντας τους τρεις κόκκινους όρους του γινομένου $(D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi)$ και έχουμε:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_2)^2 + qvA_\mu\partial^\mu\phi_2 + \frac{1}{2}q^2v^2A_\mu^2 = \\ & = \frac{1}{2}q^2v^2 \left[A_\mu^2 + 2\frac{1}{qv}A_\mu\partial^\mu\phi_2 + \frac{1}{q^2v^2}(\partial_\mu\phi_2)^2 \right] = \\ & = \frac{1}{2}q^2v^2 \left(A_\mu + \frac{1}{qv}\partial_\mu\phi_2 \right)^2 := \frac{1}{2}q^2v^2B_\mu^2 \end{aligned} \quad (1.13)$$

Παρατηρούμε ότι εμφανίζεται αυθόρμητα στη Λαγκρανζιανή ο μετασχηματισμός βαθμίδας $A_\mu \mapsto B_\mu = A_\mu + \frac{1}{q}\partial_\mu\Theta$, όπου $\Theta = \phi_2/v$. Βέβαια, ο μετασχηματισμός αυτός θα πρέπει να συνοδεύεται από τον αντίστοιχο μετασχηματισμό βαθμίδας των πεδίων ϕ . Αυτός είναι ο: $\phi \mapsto \phi' = e^{-i\phi_2/v}\phi$ και αν θεωρήσουμε την ίδια επιλογή κατάλληλου δυναμικού ϕ με πριν και απειροστούς μετασχηματισμούς τέτοιους ώστε: $e^{-i\phi_2/v} \approx (1 - i\phi_2/v)$ θα έχουμε:

$$\phi' = e^{-i\phi_2/v}\phi = \left(1 - i\frac{\phi_2}{v}\right) \frac{v + \phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \phi' = \frac{v + \phi_1}{\sqrt{2}} \quad (1.14)$$

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι μπορούμε να γράψουμε την αρχική Λαγκρανζιανή χρησιμοποιώντας μόνο τα πεδία ϕ' και B_μ , όπου στο ϕ' έχει απορροφηθεί πλέον το πεδίο ϕ_2 .

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}q^2v^2B_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial^2\phi_1)^2 + vq^2B_\mu^2\phi_1 + \frac{1}{2}q^2B_\mu^2\phi_1^2 \\ & - \frac{1}{4}\lambda(v^2 + 2v\phi_1 + \phi_1^2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(v^2 + 2v\phi_1\phi_1^2) \Rightarrow \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}q^2v^2B_\mu^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_1)^2 + vq^2B_\mu^2\phi_1 + \frac{1}{2}q^2B_\mu^2\phi_1^2 \\ & - \frac{\lambda}{4}\phi_1^4 - \lambda v\phi_1^3 - \lambda v^2\phi_1^2 \end{aligned} \quad (1.16)$$

Μοντέλο Glashow-Weinberg-Salam

Πρωτού ξεκινήσουμε, ο αναγνώστης παροτρύνεται να μελετήσει το Παράρτημα Α για το θεωρητικό υπόβαθρο της παρακάτω ανάλυσης. Το 1957, μετά την θεωρητική αναφορά από τους Lee και Yang το 1956 [4], η Wu του Πανεπιστημίου της Columbia σε συνεργασία με ερευνητές του National Bureau of Standards, Washington, D.C. ανακαλύπτουν πειραματικά την παραβίαση της ομοτιμίας (parity violation). Η παραβίαση αυτή βρέθηκε σε πυρήνες Κοβαλτίου στους οποίους εμφανίζονται β-διασπάσεις [5], διάσπαση που οφείλεται στην ασθενή αλληλεπίδραση. Να σημειώσουμε ότι η προσπάθεια να θεωρηθεί η συμμετρία ομοτιμίας-φορτίου ($\hat{C}\hat{P}$) ως μία απαραβίαστη συμμετρία της Φύσης απορρίφθηκε από την μελέτη των διασπάσεων ουδέτερων Καονίων το 1964 [6].

Το πείραμα της Wu έδειξε ότι στη Φύση και κατά τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις (οι οποίες είναι οι μόνες αλληλεπιδράσεις που συμμετέχουν τα νετρίνα) μπορούν να εμφανιστούν μόνο αριστερόστροφα σωματίδια (ή δεξιόστροφα αντισωματίδια). Για να μπορεί να ερμηνευθεί θεωρητικά η παραβίαση της παραπάνω συμμετρίας και για την ένταξη της αριστερόστροφης συνιστώσας των σωματιδίων στη θεωρία αυτή, χρησιμοποιήθηκε μία "χειραλική θεωρία βαθμίδας" (*chiral gauge theory*). Κατά τη θεωρία αυτή τα αριστερόστροφα και δεξιόστροφα σωματίδια συζεύγγονται διαφορετικά το καθένα με τα εκάστοτε πεδία βαθμίδας, φαινόμενο που δεν αποτελούσε απαίτηση στην Ισχυρή και την Ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση.

Κατά τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις εμφανίζεται άλλη μία ιδιαιτερότητα: τα ρεύματα των αλληλεπιδράσεων είναι είτε φορτισμένα είτε ουδέτερα. Τα φορτισμένα ρεύματα αποτελούνται μόνο από αριστερόστροφα σωματίδια ενώ τα ουδέτερα έχουν και δεξιόστροφη και αριστερόστροφη συνιστώσα. Το φαινόμενο αυτό για να ερμηνευθεί θεωρητικά, σε συνδυασμό με τα παραπάνω, θα χρειαστεί να κατασκευαστεί μία Λαγκρανζιανή που να συμπεριλαμβάνει και τα ρεύματα του Ηλεκτρομαγνητισμού, τα οποία έχουν και τις δύο συνιστώσες ελικότητας. Αυτό οδηγεί στη κατασκευή μίας Λαγκρανζιανής που πλέον περιγράφει την *Ηλεκτρασθενή Αλληλεπίδραση* και έχει ομάδα συμμετρίας την $SU(2)_I \times U(1)_Y$, όπου με Y συμβολίζουμε το υπερφορτίο και I το ασθενές ισοτοπικό σπίν.

Όπως και στην αβελιανή περίπτωση, για την απόδοση της μάζας στα αντίστοιχα σωματίδια/διαδότες των δύο αλληλεπιδράσεων θα πρέπει να γίνει η κατάλληλη επιλογή δυναμικού και η απορρόφηση των βαθμών ελευθερίας που θα εμφανιστούν. Οι Glashow-Weinberg-Salam έδωσαν λύση στο πρόβλημα αυτό επιλέγοντας το δυναμικό Higgs για να σπάσουν την $SU(2)_I \times U(1)_Y$ συμμετρία και να καταλήξουν στις δύο αλληλεπιδράσεις, τον Ηλεκτρομαγνητισμό και την Ασθενή αλληλεπίδραση. Πειραματικά, παρατηρούμε τις δύο αλληλεπιδράσεις ως δύο διαφορετικές θεμελιώδεις δυνάμεις της Φύσης. Το υπερφορτίο Y , η τρίτη συνιστώσα του ισοσπίν I_3 και το φορτίο Q συνδέονται μέσω της σχέσης Gell-Mann-Nishijima, η οποία είναι:

$$Q = \frac{Y}{2} + I_3 \quad (1.17)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, τα σωματίδια της ύλης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

- Σε διπλέτες (doublets) του ισοσπίν ($I = 1/2$) τα αριστερόστροφα σωματίδια. Η επάνω

συνιστώσα έχει την τρίτη προβολή του ισοσπίν $I_3 = +1/2$ και η κάτω $I_3 = -1/2$:

$$L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l_L \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad L_q = \begin{pmatrix} (q^\dagger)_L \\ (q^\downarrow)_L \end{pmatrix}$$

όπου $l = e, \mu, \tau$ και $(q^\dagger q^\downarrow)^\dagger = (ud)^\dagger, (cs)^\dagger, (tb)^\dagger$.

- Σε απλέτες (singlets) του ισοσπίν ($I = 0 \Rightarrow I_3 = 0$) τα δεξιόστροφα σωματίδια:

$$R_l = e_R, \mu_R, \tau_R \quad \text{και} \quad R_q = q_R$$

όπου $q = u, c, t, d, s, b$. Δεξιόστροφα νετρίνα δεν εμφανίζονται στη Φύση.

Συλλέγουμε τους κβαντικούς αριθμούς των παραπάνω σωματιδίων στον πίνακα που ακολουθεί:

	I	I₃	Y	Q
$(q^\dagger)_L$	1/2	+1/2	+1/3	+2/3
$(q^\downarrow)_L$	1/2	-1/2	+1/3	-1/3
ν_l	1/2	+1/2	-1	0
l_L	1/2	-1/2	-1	-1
$(q^\dagger)_R$	0	0	+4/3	+2/3
$(q^\downarrow)_R$	0	0	-2/3	-1/3
l_R	0	0	-2	-1

Πίνακας 1.5: Κβαντικοί αριθμοί Ηλεκτρασθενούς Αλληλεπίδρασης για τα φερμιόνια.

Στη Lagrangian θα εμφανίζονται τα εξής πεδία:

→ A_μ^α , όπου $\alpha = 1, 2, 3$ με σταθερά σύζευξης g .

→ B_μ με σταθερά σύζευξης $g'/2$.

→ Μία διπλέτα ισοσπίν Φ με Y_Φ με συνιστώσες δύο μιγαδικά πεδία ϕ^+ και ϕ^0 , εκ των οποίων η πάνω συνιστώσα είναι φορτισμένη ενώ η κάτω δεν φέρει φορτίο.

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

Επομένως, μπορούμε να ορίσουμε και τις συναλλοίωτες παραγώγους:

○ $D_\mu = \partial_\mu + iY_L \frac{g'}{2} B_\mu + ig \frac{\sigma_\alpha}{2} A_\mu^\alpha$, η οποία δρα στις doublets της $SU(2)_I$.

○ $\mathbb{D}_\mu = \partial_\mu + iY_R \frac{g'}{2} B_\mu$, η οποία δρα στις singlets καταστάσεις της $SU(2)_I$.

Με τα παραπάνω συστατικά και χρησιμοποιώντας μόνο τις καταστάσεις για το ηλεκτρόνιο και το νεutrino του (L_e και e_R) ως παράδειγμα, μπορούμε να κατασκευάσουμε μία αρχική Λαγκρανζιανή εισάγοντας επιπλέον και το δυναμικό Higgs για τη διπλέτα Φ ($V(\Phi^\dagger \Phi) = \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi)$, όπου $\lambda > 0$ και $\mu^2 < 0$). Άρα θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}\mathcal{A}_{\mu\nu}^\alpha\mathcal{A}^{\mu\nu\alpha} - \frac{1}{4}\mathcal{B}_{\mu\nu}\mathcal{B}^{\mu\nu} \\
 & + \bar{L}_e\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - Y_L\frac{g'}{2}B_\mu - g\frac{\sigma_\alpha}{2}A_\mu^\alpha\right)L_e + \bar{e}_R\gamma^\mu\left(\partial_\mu + iY_R\frac{g'}{2}B_\mu\right)e_R \\
 & + \left|i\partial_\mu\Phi - \frac{g'}{2}B_\mu\Phi - g\frac{\sigma_\alpha}{2}A_\mu^\alpha\Phi\right|^2 - V(\Phi^\dagger\Phi)
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

Ακόμη, για την απόδοση μάζας στα φερμιόνια θα χρειαστεί να προσθέσουμε στη παραπάνω Λαγκρανζιανή τον όρο:

$$\begin{aligned}
 -G_e(\bar{L}_e\Phi e_R + \bar{e}_R\Phi^\dagger L_e) = \\
 -G_e\left((\bar{\nu}_e, \bar{e})_L\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R(\phi^+, \phi^0)\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L\right)
 \end{aligned} \tag{1.20}$$

ο οποίος θα πρέπει να είναι αναλλοίωτος κάτω από τους μετασχηματισμούς βαθμίδας της Λαγκρανζιανής και έχει την ιδιότητα να δίνει μάζα στο ηλεκτρόνιο αλλά να αφήνει το νεutrino άμμαζο. Από την αναλλοιώτητα στους μετασχηματισμούς βαθμίδας προκύπτει ότι η παραπάνω διπλέτα έχει κβαντικό αριθμό υπερφορτίου $Y_\Phi = 1$. Η τελική Λαγκρανζιανή θα είναι η:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}\mathcal{A}_{\mu\nu}^\alpha\mathcal{A}^{\mu\nu\alpha} - \frac{1}{4}\mathcal{B}_{\mu\nu}\mathcal{B}^{\mu\nu} \\
 & + \bar{L}_e\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - Y_L\frac{g'}{2}B_\mu - g\frac{\sigma_\alpha}{2}A_\mu^\alpha\right)L_e + \bar{e}_R\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - Y_R\frac{g'}{2}B_\mu\right)e_R \\
 & + \left(i\partial_\mu\Phi - Y_L\frac{g'}{2}B_\mu\Phi - g\frac{\sigma_\alpha}{2}A_\mu^\alpha\Phi\right)^\dagger\left(i\partial_\mu\Phi - Y_L\frac{g'}{2}B_\mu\Phi - g\frac{\sigma_\alpha}{2}A_\mu^\alpha\Phi\right) \\
 & - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 - \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) - G_e(\bar{L}_e\Phi e_R + \bar{e}_R\Phi^\dagger L_e) + \mathcal{O}(\mu, \tau)
 \end{aligned} \tag{1.21}$$

Προφανώς, θα υπάρχουν και οι αντίστοιχοι όροι για τα υπόλοιπα λεπτόνια, τους οποίους παραλείπουμε για χάρην ευκολίας.

Όπως και πριν, το δυναμικό $V(\Phi^\dagger\Phi)$ εμφανίζει ελάχιστο στο σημείο:

$$\Phi^\dagger\Phi = v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} > 0 \tag{1.22}$$

και επιλέγουμε ως ελάχιστο την κατάσταση με:

$$\begin{aligned}
 \text{Re}\phi^+ = \text{Im}\phi^+ = \text{Im}\phi^0 = 0 \\
 \text{Re}\phi^+ = \frac{v}{\sqrt{2}}
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

Αναπτύσσοντας γύρω από το ελάχιστο έχουμε:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \xi_1 + i\xi_2 \\ v + h + i\xi_3 \end{pmatrix} \tag{1.24}$$

και αντικαθιστώντας την παραπάνω Φ στη Λαγκρανζιανή της εξίσωσης 1.21 καταλήγουμε σε όρους με:

$$m_{\xi_i} = 0, \quad \forall i = 1, 2, 3 \quad (1.25)$$

Όπως είδαμε και προηγουμένως, τα παραπάνω πεδία (Goldstone bosons) μπορούν να απορροφηθούν στη Λαγκρανζιανή με κατάλληλη τεχνική (gauge fixing) ($\xi_i = 0, \forall i = 1, 2, 3$), η οποία αν και παραλείπεται, εμφανίζουμε την μορφή της παραβιασμένης Λαγκρανζιανής:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}\mathcal{A}_{\mu\nu}^\alpha\mathcal{A}^{\mu\nu\alpha} - \frac{1}{4}\mathcal{B}_{\mu\nu}\mathcal{B}^{\mu\nu} \\ & + \bar{L}_e\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - \frac{g'}{2}B_\mu + g\frac{\sigma_\alpha}{2}A_\mu^\alpha\right)L_e + \bar{e}_R\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - g'B_\mu\right)e_R \\ & - G_e\left\{(\bar{\nu}_e, \bar{e}_L)\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}e_R + \bar{e}_R\begin{pmatrix} 0, \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \nu_e \\ e_R \end{pmatrix}\right\} \\ & + (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - \lambda\frac{(v+h)^4}{4} + \mu^2\frac{(v+h)^2}{2} + \mathcal{O}(\mu, \tau) \end{aligned} \quad (1.26)$$

όπου h το πεδίο Higgs. Από τους παραπάνω όρους μπορούμε να εξάγουμε τις μάζες του ηλεκτρονίου και του σωματιδίου Higgs:

$$m_e = \frac{G_e v}{\sqrt{2}}, \quad m_h = v\sqrt{2\lambda} \quad (1.27)$$

ενώ βλέπουμε παράλληλα ότι ο όρος μάζας για το νεutrino ηλεκτρονίου είναι μηδενικός.

Εάν είχαμε και τους όρους για τα μυόνια και τα ταυ λεπτόνια θα μπορούσαμε να βρούμε και τις αντίστοιχες μάζες χρησιμοποιώντας τους όρους G_μ και G_τ . Τώρα αναπτύσσοντας τον όρο $(D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi)$ στη παραβιασμένη Λαγκρανζιανή και μετά από μερικές πράξεις καταλήγουμε στη σχέση:

$$\begin{aligned} (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) = & +\frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}g'B_\mu - \frac{1}{2}gA_\mu^3\right)^3(v+h)^2 \\ & + \frac{g^2}{8}(A_\mu^1 + iA_\mu^2)(A^{1\mu} - iA^{2\mu})(v+h)^2 \end{aligned} \quad (1.28)$$

Από εδώ μπορούμε να ορίσουμε τρία νέα πεδία συναρτήσεως των πεδίων βαθμίδας:

$$\mathcal{A}'_\mu \equiv A_\mu^3 \sin \theta + B_\mu \cos \theta \quad (1.29)$$

$$Z_\mu \equiv A_\mu^3 \cos \theta - B_\mu \sin \theta \quad (1.30)$$

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \mp A_\mu^2) \quad (1.31)$$

όπου για το θ ισχύουν οι σχέσεις:

$$\cos \theta = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \quad \sin \theta = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (1.32)$$

Τα καινούργια πεδία αντιστοιχούν στο φωτόνιο και στα τρία έμμεζα πεδία βαθμίδας της ασθενούς αλληλεπίδρασης, ενώ οι σχέσεις για το θ εξήχθησαν μέσω της απαίτησης το φωτονικό πεδίο να είναι άμαζο. Αντικαθιστώντας τα πεδία που ορίσαμε στην εξίσωση 1.28 λαμβάνουμε τις μάζες των W^\pm και Z :

$$m_W = \frac{gv}{2} \quad \text{και} \quad m_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta} = \frac{m_W}{\cos \theta} \quad (1.33)$$

Τέλος, μπορούμε να γράψουμε την Λαγκρανζιανή της ασθενής αλληλεπίδρασης για το ηλεκτρόνιο και το νεutrino του χρησιμοποιώντας τα καινούργια μποζονικά πεδία:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{2} W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} + \bar{L}_e i \not{D} L_e + \bar{e}_R \not{D} e_R \\ & - G_e \frac{v+h}{\sqrt{2}} \bar{e} e + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{g^2}{4} (v+h)^2 \left\{ \frac{1}{2 \cos^2 \theta} Z^\mu Z_\mu + W^{+\mu} W_\mu^- \right\} \\ & - \lambda \frac{(v+h)^4}{4} + \mu^2 \frac{(v+h)^2}{2} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Αντίστοιχη με την προηγούμενη ανάλυση για τα ηλεκτρόνια και τα νεutrino τους, μπορεί να γίνει και για τα υπόλοιπα λεπτόνια καθώς και για τα quarks.

Τέλος, να αναφέρουμε ότι η μη μηδενική τιμή του κενού για το πεδίο Higgs, η οποία απορρέει από την μορφή του δυναμικού Higgs, έχει ως αποτέλεσμα αυτό να αλληλεπιδρά ατέρμονα με τα υπόλοιπα πεδία της θεωρίας "δίνοντας" στα αντίστοιχα σωματίδια μάζα. Το καλοκαίρι του 2012, ανακοινώθηκε η ανακάλυψη ενός καινούργιου σωματίδιου στο διάστημα μαζών 125-127 GeV. Επιβεβαιώθηκε ότι το σωματίδιο αυτό συμπεριφερόταν αντίστοιχα με το θεωρητικά προβλεπόμενο σωματίδιο Higgs όσον αφορά τις αλληλεπιδράσεις και τις διασπάσεις του, ενώ ταυτόχρονα είχε άρτια ομοιότητα και μηδενικό spin. Το σωματίδιο Higgs ήταν το πρώτο μποζόνιο με μηδενικό spin που ανακαλύφθηκε στη Φύση.

Ο πίνακας Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

Για να εξηγηθούν διασπάσεις που παρατηρήθηκαν στη Φύση κατά τις οποίες εμφανιζόταν αλλαγή γεύσης ανάμεσα σε quarks διαφορετικών γενεών στους κόμβους αλληλεπίδρασης, χωρίς την δημιουργία καινούργιων γενεών, ο Nicola Cabibbo εισήγαγε το 1963 την γωνία Cabibbo θ_c . Η συγκεκριμένη γωνία "αναμιγνύει" τις γεύσεις των quarks μέσω ενός "πίνακα στροφής" δημιουργώντας καινούργιες διπλέτες quarks. Ειδικότερα, για να εξηγήσει την διάσπαση $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, η οποία εμφανίζεται στη Φύση και περιλαμβάνει σε κόμβο της την αλλαγή γεύσης $u \leftrightarrow s$ από το K μεσόνιο, θεώρησε ότι το φορτισμένο ρεύμα της ασθενής αλληλεπίδρασης συζευγνύει τα στοιχεία της διπλέτας:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \text{όπου} \quad d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \quad (1.35)$$

Για να υπολογιστεί η γωνία Cabibbo χρειάστηκαν πειραματικά δεδομένα των διασπάσεων που εμφάνιζαν αλλαγή γεύσης quark σε κάποιο vertex τους. Πιο συγκεκριμένα, η γωνία μετρήθηκε μέσω των branching ratios των διασπάσεων Καονίων ($K^+(u\bar{s})$) και πιονίων ($\pi^+(u\bar{d})$) με $\Delta S = 0$ και $\Delta S = 1$, όπου S =strangeness, από τις οποίες υπολογίστηκε $\theta_c \approx 13^\circ$.

Πριν την ανακάλυψη των top και bottom quarks και αφού είχαν ανακαλυφθεί ήδη τα up, down και strange quarks, οι Glashow, Πιορoulos και Miami προτείνουν θεωρητικά το 1970 την ύπαρξη ενός επιπλέον quark, το οποίο θα ονομαστεί charm, για να ερμηνεύσουν το μικρό, σε σχέση με το θεωρητικά αναμενόμενο, branching ratio της διάσπασης $K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$.

Τα επόμενα χρόνια, και ειδικότερα το 1977 και το 1995 ανακαλύπτονται πειραματικά τα top και bottom quarks, έτσι ώστε να συμπληρώσουν την γνωστή τριάδα γενεών quarks του Καθιερωμένου Προτύπου. Πλέον με τις 6 γεύσεις quarks μπορεί να κατασκευαστεί ένας ολοκληρωμένος πίνακας που να "αναμιγνύει" τις διαφορετικές γενιές των quarks. Ο πίνακας αυτός ονομάζεται πίνακας Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)(U_{CKM}), είναι μοναδιακός και έχει τη παρακάτω μορφή:

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{bmatrix} = U_{CKM} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

όπου οι τιμές των V_{ij} λαμβάνονται από πειραματικά δεδομένα και έχουν διαμορφωθεί στις:

$$\begin{bmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9737 & 0.2245 & 0.0038 \\ 0.221 & 0.987 & 0.0410 \\ 0.008 & 0.0388 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

στις οποίες δεν έχουμε συμπεριλάβει τα σφάλματα.

Ασθενή Φορτισμένα και Ουδέτερα Ρεύματα

Τα Ασθενή Φορτισμένα Ρεύματα ή αλλιώς Flavor Changing Charged Currents (FCCC) περιέχουν μόνο τις αριστερόστροφες συνιστώσες σωματιδίων, οφείλονται στην ανταλλαγή W^\pm μποζονίων και είναι της μορφής:

$$j^\mu = -i \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) U_{CKM} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

όπου g η σταθερά σύζευξης των ασθενών αλληλεπιδράσεων και U_{CKM} ο πίνακας CKM. Παρατηρούμε ότι από τη παραπάνω σχέση μπορεί να εξαχθεί οποιοδήποτε ρεύμα για οποιαδήποτε αλλαγή γεύσης quark που εμφανίζεται. Επιπλέον, εμφανίζονται και τα εξής ρεύματα:

$$j_+^\mu = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \begin{bmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

$$j_-^\mu = \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{e}, \bar{\mu}, \bar{\tau}) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

τα οποία συμπεριλαμβάνουν τις αλληλεπιδράσεις των λεπτονίων με τα W^\pm μποζόνια.

Τα Ασθενή Ουδέτερα Ρεύματα ή αλλιώς Flavour Changing Neutral Currents (FCNC) δεν φέρουν ηλεκτρικό φορτίο, οφείλονται στην ανταλλαγή του Z μποζονίου μεταξύ φερμιονίων και έχουν την μορφή:

$$j_Z^\mu = -g' \sin \theta (Y_L \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + Y_R \bar{u}_R \gamma^\mu u_R) + I_3 g \cos \theta (\bar{u}_L \gamma^\mu u_L) \Rightarrow \quad (1.41)$$

$$j_Z^\mu = [I_3 g \cos \theta - g' \sin \theta Y_L] (\bar{u}_L \gamma^\mu u_L) - [g' \sin \theta Y_R] (\bar{u}_R \gamma^\mu u_R) \quad (1.42)$$

όπου τα $\sin \theta$ και $\cos \theta$ λαμβάνονται από τις σχέσεις 1.32. Από τις παράπανω σχέσεις παρατηρούμε τη διαφορετική σύζευξη των Z μποζονίων με τις αριστερόστροφες και δεξιόστροφες καταστάσεις ελικότητας σωματιδίων, το οποίο είναι λογικό αν παρατηρήσουμε τους ορισμούς του φωτονικού πεδίου 1.29 και του πεδίου του σωματιδίου Z 1.30. Ένας επιπλέον τρόπος να φανεί η μέγιστη παραβίαση της CP-symmetry στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις είναι μέσω μίας γραφής του ρεύματος που αναδεικνύει την V-A (Vector-Axial/Βαθμωτή-Ανυσαμτική) μορφή των ρευμάτων. Αυτή είναι:

$$j_Z^\mu = \frac{1}{2} g_Z \bar{u} (C_V \gamma^\mu - C_A \gamma^\mu \gamma^5) u \quad (1.43)$$

όπου ισχύουν οι σχέσεις $g_Z = \frac{g}{\cos \theta}$, $C_A = I_3$, $C_V = I_3 - 2 \sin^2 \theta$ και u οι σπίνορες των σωματιδίων.

1.3 Η Βαρύτητα

Η δύναμη της Βαρύτητας είναι μία από τις θεμελιώδεις δυνάμεις της Φύσης και μπορεί να περιγραφεί μέσω της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein, μία θεωρία που πηγάζει από την κλασική μηχανική. Η συγκεκριμένη θεωρία περιγράφει με συνέπεια τη πλειονότητα των δομών που παρατηρούνται σε αστρονομική κλίμακα, αλλά δεν μπορεί να ενταχθεί στο Καθιερωμένο Πρότυπο. Αυτό γιατί η Βαρύτητα δεν περιγράφεται από μία κβαντική θεωρία πεδίου που είναι επανακανονικοποιήσιμη. Επιπλέον, ο φορέας της συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης, ονόματι "γκραβιτόνιο" (graviton), είναι μποζόνιο με σπιν ίσο με δύο ενώ στο κβαντικό επίπεδο, η βαρύτητα είναι τόσο ασθενής που θεωρείται ότι έχει μηδενική δράση στα σωματίδια.

1.4 Πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο (BSM)

Όπως αναφέραμε νωρίτερα, το Καθιερωμένο Πρότυπο είναι μία από τις πιο επιτυχημένες θεωρίες περιγραφής των πειραματικών δεδομένων και κατ' επέκταση των πειραμάτων σωματιδιακής φυσικής. Βέβαια, το Κ.Π. επηρεάζεται άμεσα από τα πειραματικά δεδομένα. Για παράδειγμα, η ανακάλυψη του σωματιδίου Higgs [7][8] σχεδόν 50 χρόνια μετά την θεωρητική πρόβλεψη του αποχρυστάλλωσε τη πραγματική μάζα του σωματιδίου, η οποία δεν ήταν γνωστή μέχρι τότε. Ωστόσο, παρά τις αμέτρητες επιτυχίες του, το Καθιερωμένο Πρότυπο αφήνει αρκετά ερωτήματα αναπάντητα με αποτέλεσμα να γίνεται λόγος για επέκταση ή αναθεώρηση της ήδη υπάρχουσας θεωρίας. Μερικά από τα θέματα στα οποία δεν έχει δώσει εξήγηση το Κ.Π. είναι τα παρακάτω:

- **Σκοτεινή Ύλη και Ενέργεια:** Η αδυναμία του Κ.Π. να εξηγήσει αυτοσυνεπώς την βαρύτητα, οδηγεί στην μη εφικτή επεξήγηση αστρονομικών

ποσοτήτων, όπως η σκοτεινή ύλη και η σκοτεινή ενέργεια. Πιο συγκεκριμένα, η σκοτεινή ύλη είναι μία μορφή υποθετικής ύλης, η οποία φαίνεται να μην αλληλεπιδρά ή να αλληλεπιδρά πολύ ασθενικά μέσω των τεσσάρων θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων του Κ.Π. με τα σωματίδια που έχουν ανακαλυφθεί έως τώρα. Ωστόσο, η παρουσία της είναι επιστημονικά επιβεβαιωμένη καθώς η ίδια αλληλεπιδρά μέσω της βαρύτητας και δικαιολογεί την ύπαρξη διάφορων αστρονομικών δομών. Επιπλέον, το Καθιερωμένο Πρότυπο δεν μπορεί να ερμηνεύσει την σκοτεινή ενέργεια, μία άγνωστη μορφή ενέργειας, η οποία έχει ως σκοπό την δικαιολόγηση της επιταχυνόμενης διαστολής του σύμπαντος.

- **Ταλαντώσεις Νετρίνων:** Θεωρητικές προβλέψεις καθώς και πειραματικά δεδομένα από πειράματα αστροσωματιδιακής φυσικής (Super-Kamiokande Observatory και Sudbury Neutrino Observatories) έχουν αποδείξει την ύπαρξη της ταλάντωσης μεταξύ γεύσεων των νετρίνων. Ένα νεutrίνο δεδομένης γεύσης μπορεί να ανιχνευθεί σε μελλοντικό χρόνο έχοντας διαφορετική γεύση. Για να εμφανιστεί το φαινόμενο αυτό, η θεωρία προβλέπει έμμεσα νεutrίνο, φαινόμενο το οποίο απαγορεύεται στο πλαίσιο του Καθιερωμένου Προτύπου.
- **Το πρόβλημα της Ιεραρχίας:** Το πρόβλημα αυτό έγκειται στο ότι η μάζα Planck είναι πολλές τάξεις μεγαλύτερη σε κλίμακα μεγέθους από την ενέργεια που συμβαίνει η ηλεκτρασθενής ενοποίηση. Το φαινόμενο αυτό υποδεικνύει την παρουσία μίας πιο θεμελιωδούς θεωρίας, καθιστώντας το Κ.Π. μία ενεργή θεωρία χαμηλών ενεργειών. Η έκφραση της παραπάνω πρότασης είναι οι διορθώσεις μάζας των σωματιδίων που προβλέπει το Καθιερωμένο Πρότυπο και πιο συγκεκριμένα, οι διορθώσεις μάζας του μποζονίου Higgs. Αν και στα φερμιόνια οι διορθώσεις μάζας δίνουν πεπερασμένα αποτελέσματα, η διόρθωση στη μάζα του μποζονίου Higgs είναι ~ 30 τάξεις μεγέθους μεγαλύτερες από την παρατηρούμενη μάζα του. Ωστόσο, για να έχουμε μία επανακανονικοποιήσιμη θεωρία απαιτείται οι διορθώσεις ανώτερης τάξης που εμφανίζονται στα διαγράμματα Feynman να δίνουν πεπερασμένα αποτελέσματα. Η παραπάνω ασυμφωνία στη θεωρία οδηγεί σε διάφορες θεωρητικές επεκτάσεις του Κ.Π. Η πιο διαδεδομένη από αυτές, η Υπερσυμμετρία (Supersymmetry / SUSY), δίνει λύση στο παραπάνω πρόβλημα μέσω διάφορων απαλλοιφών που εμφανίζονται στους υπολογισμούς.
- **Ασσυμμετρία Ύλης και Αντιύλης:** Ένα μεγάλο ερώτημα που γεννιέται είναι το εξής: "Γιατί το σύμπαν σήμερα αποτελείται κυρίως από ύλη και όχι από αντιύλη;". Το ερώτημα αυτό είναι ένα από τα ανοιχτά ερωτήματα της φυσικής στοιχειωδών σωματιδίων και για να το απαντήσει κανείς θα χρειαστεί να μελετήσει την κατάσταση και την χρονική εξέλιξη του πρώιμου σύμπαντος. Γνωρίζουμε ότι στην αρχή του σύμπαντος ύλη και αντιύλη βρίσκονταν σε παρόμοιες ποσότητες. Με την ελλάτωση της θερμοκρασίας, η ύλη και η αντιύλη αλληλεπιδρούσαν και παρήγαγαν ακτινοβολία. Λόγω μικρών διαφορών μεταξύ της ύλης και της αντιύλης, κυριάρχησε η παρουσία των σωματιδίων που γνωρίζουμε σήμερα. Βέβαια, αυτές οι μικρές διαφορές δεν είναι γνωστές προς το παρόν. Η ασυμμετρία ύλης-αντιύλης μπορεί να οφείλεται σε διάφορους παράγοντες που δεν είναι πλήρως κατανοητοί από την επιστημονική κοινότητα, όπως για παράδειγμα η ασυμμετρία $\hat{C}\hat{P}$, η φυσική των νετρίνων ή ακόμα και το μποζόνιο Higgs.
- **Βαριές Γεύσεις:** Πειράματα που πραγματοποιούνται σωματίδια με βαριές γεύσεις (π.χ. σωματίδια με b quarks) εμφανίζουν μη προβλεπόμενες από το Καθιερωμένο Πρότυπο συμπεριφορές και είναι κάποιες από τις κύριες ενδείξεις για νέα Φυσική.

- **Μεγάλη Ενοποιημένη Θεωρία:** Όπως είδαμε και στη περίπτωση της Ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης, δύο θεμελιώδεις δυνάμεις της Φύσης ενοποιήθηκαν σε μία. Κατά αυτόν τον τρόπο παρουσιάστηκε η προσπάθεια ενοποίησης και των τεσσάρων θεμελιωδών δυνάμεων που πραγματεύεται το Κ.Π. σε μία θεωρία. Η αρχική πρόταση ήταν η δημιουργία μίας θεωρίας με συμμετρία βαθμίδας $SU(5)$. Η προσπάθεια αυτή προήλθε από το γεγονός ότι η ομάδα $SU(5)$ είναι η μικρότερη ομάδα Lie που έχει ως υποομάδες της τις ομάδες συμμετρίας του Κ.Π. ($SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times SU(1)$). Ωστόσο, μία από τις προϋποθέσεις για να ισχύει μία Μεγάλη Ενοποιημένη Θεωρία (Grand Unified Theory / GUT) είναι η σύγκλιση των σταθερών ζεύξης των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων σε μία σταθερή τιμή όταν βρισκόμαστε σε πολύ υψηλές ενέργειες. Η παραπάνω προϋπόθεση δεν ικανοποιείται προς το παρόν στην GUT με ομάδα συμμετρίας $SU(5)$. Βέβαια, έχουν προταθεί και άλλες θεωρίες με ομάδες συμμετρίας που περιλαμβάνουν τις $SU(3)$, $SU(2)$ και $SU(1)$, όπως η $SO(10)$ ή ακόμα και θεωρίες που πηγάζουν από τη Θεωρία Χορδών (String Theory) με ομάδα συμμετρίας την E_6 .
- **Ελεύθεροι Παράμετροι του Κ.Π.:** Πρώτα αποτελέσματα από το πείραμα $g-2$ του ερευνητικού κέντρου Fermilab των Ηνωμένων Πολιτειών υπολογίζουν τη τιμή του γυρομαγνητικού λόγου του μιονίου να απέχει 4.2σ από την θεωρητικά αναμενόμενη τιμή [9]. Ο λόγος αυτός εξαρτάται από τις αλληλεπιδράσεις των μιονίων με δυνητικά σωματίδια που δημιουργούνται και εξαφανίζονται ανά ζεύγη (vacuum fluctuations). Βέβαια, η θεωρητική πρόβλεψη της τιμής του λόγου αυτού λαμβάνει υπόψιν όλες τις γνωστές αλληλεπιδράσεις και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τις ελεύθερες παραμέτρους του Καθιερωμένου Προτύπου. Οι παράμετροι αυτοί υπολογίζονται αποκλειστικά πειραματικά και είναι: η σταθερά σύζευξης του ηλεκτρομαγνητιμού (g_e), η γωνία Weinberg (θ) των σχέσεων 1.32 από την οποία εξάγουμε τις σταθερές ζεύξης των Z και W μποζονικών πεδίων (g_Z, g_W), η σταθερά ζεύξης της ισχυρής αλληλεπίδρασης (g_s), η αναμενόμενη τιμή του πεδίου Higgs για το κενό (vacuum expectation value / v.e.v.) (v), 10 παράμετροι μάζας για το μποζόνιο Higgs και τα εννιά φορτισμένα φερμιόνια, 4 παράμετροι για την κατασκευή του πίνακα CKM και η φάση του QCD κομματιού του Καθιερωμένου Προτύπου που οδηγεί στη παραβίαση της CP συμμετρίας ($\theta_{QCD} \approx 0$). Θεωρώντας έμμαζα νετρίνα, προστίθενται 7 επιπλέον παράμετροι (3 όροι μάζας και 4 παράμετροι για τον αντίστοιχο πίνακα μίξης), οδηγώντας σε συνολικά 26 ελεύθερες παραμέτρους. Να σημειώσουμε ότι, από μία οπτική, η επιτυχία του Καθιερωμένου Προτύπου είναι πλαστή καθώς οι σταθερές του έχουν προσδιοριστεί έτσι ώστε αυτό να συμφωνεί με τις παρατηρήσεις. Σύμφωνα με τα παραπάνω, και στο πλαίσιο ανακάλυψης καινούργιας φυσικής θα χρειαστεί είτε να εφαρμοστούν σημαντικές διορθώσεις στις ελεύθερες παραμέτρους, είτε να προστεθούν καινούργιες ως αποτέλεσμα ανακάλυψης καινούργιων αλληλεπιδράσεων μεταξύ των σωματιδίων.

Κεφάλαιο 2

bottom quarks (b)

Το bottom quark (b) είναι ένα από τα 6 quark που εμφανίζονται στη Φύση με μάζα κοντά στα 4.18 GeV και ηλεκτρικό φορτίο $-q_e/3$. Το συγκεκριμένο quark κατασκευάζει σε συνδυασμό με τα υπόλοιπα quarks σύνθετα σωματίδια, βαρυόνια και μεσόνια, τα οποία συναντάμε στη Φύση και είναι αντικείμενα μελέτης για την περαιτέρω κατανόηση της Φύσης. Για παράδειγμα μερικά σωματίδια που περιέχουν το b quark είναι τα μεσόνια: $B^0(d\bar{b})$, $B^+(u\bar{b})$, $B_s^0(s\bar{b})$, $B_c^+(c\bar{b})$ και τα βαρυόνια: $\Lambda_b^0(udb)$, $\Sigma_b^+(uub)$, $\Sigma_b^-(ddb)$, $\Xi_b^0(usb)$, $\Omega_b^-(ssb)$.

Ένα ενδιαφέρον φαινόμενο που εμφανίζεται στα παραπάνω σωματίδια είναι ότι σε μερικές από τις διασπάσεις τους (οι οποίες είναι αρκετές λόγω της μεγάλης μάζας του b quark) εμφανίζεται διαφορετικός ρυθμός μετάβασης, από το αρχικό σωματίδιο στο τελικό, στη διάσπαση του σωματιδίου από αυτή του αντισωματιδίου του. Δηλαδή, ισχύει: $\Gamma(S \rightarrow F) \neq \Gamma(\bar{S} \rightarrow \bar{F})$.

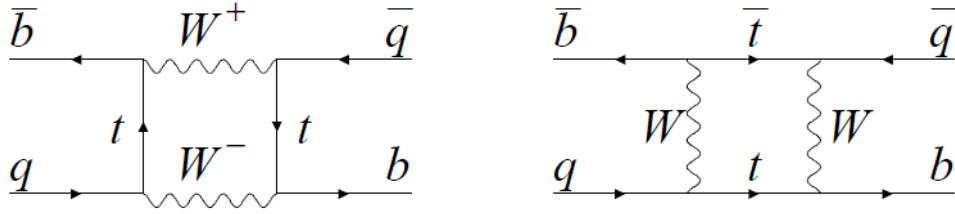
2.1 Μίξη των B^0 μεσονίων

Τα σωματίδια B_q^0 με $q = d, s$, όπως και τα K^0 και D^0 , εμφανίζουν ταλάντωση της κατάστασης τους από την B_q^0 στην \bar{B}_q^0 [1]. Οι καταστάσεις αυτές, ως ιδιοκαταστάσεις της ισχυρής αλληλεπίδρασης, ορίζονται ως καταστάσεις γεύσεις. Η ταλάντωση των καταστάσεων οδηγεί στην αντιμετώπιση των μεσονίων ως ένα σύστημα δύο σωματιδίων, εκφρασμένο από μία κατάσταση υπέρθεσης των καταστάσεων γεύσης των δύο σωματιδίων.

Πιο συγκεκριμένα, το σύστημα των μεσονίων περιγράφεται από την ενεργή (και όχι αναγκαστικά ερμητιανή) Χαμιλτονιανή:

$$\hat{\mathcal{H}} = \mathbf{M} - \frac{i\mathbf{\Gamma}}{2} \doteq \left[\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \right] \quad (2.1)$$

Οι πίνακες $\mathbf{M} = p_\mu x^\mu$ και $\mathbf{\Gamma}$ εξαρτώνται από τις εκτός και εντός κελύφου μάζας ενδιάμεσες καταστάσεις, αντίστοιχα, κατά τις μεταβάσεις τύπου $(A^0, \bar{A}^0) \leftrightarrow (A^0, \bar{A}^0)$, όπου A^0 κάποιο από τα μεσόνια που παρουσιάζει ταλαντώσεις [1]. Ειδικότερα, καθώς οι



Σχήμα 2.1: Box diagrams για την ταλάντωση καταστάσεων του B_q^0 , $q = s, d$ [1]. Να σημειώσουμε ότι η ταλάντωση μπορεί να γίνει με διαφορετικό δυνητικό quark από το top ενώ τα ρεύματα στους κόμβους θα εξαρτώνται από τα στοιχεία του CKM πίνακα της Παραγράφου 1.2.3. Ωστόσο, $|V_{tb}| \gg |V_{cb}| > |V_{ub}|$ και για τον λόγο αυτό η μεταβάσεις top \leftrightarrow bottom είναι ευνοούμενες.

πίνακες \mathbf{M} και $\mathbf{\Gamma}$ είναι ερμητιανοί και για να ισχύει η $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$ συμμετρία, η Χαμιλιονιανή λαμβάνει τη μορφή:

$$\hat{\mathcal{H}} = \left[\begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix} \right] \Rightarrow$$

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M - \frac{i}{2}\Gamma & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & M - \frac{i}{2}\Gamma \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Οι ιδιοτιμές της παραπάνω Χαμιλιονιανής είναι οι:

$$\omega_+ = M + \sqrt{H_{12}H_{21}} - \frac{i}{2}\Gamma$$

$$\omega_- = M - \sqrt{H_{12}H_{21}} - \frac{i}{2}\Gamma \quad (2.3)$$

Γράφουμε τις ιδιοτιμές στη μορφή:

$$\omega_H = M_H - \frac{i}{2}\Gamma_H$$

$$\omega_L = M_L - \frac{i}{2}\Gamma_L \quad (2.4)$$

όπου:

$$M_H = M + \text{Re}\{\sqrt{H_{12}H_{21}}\}$$

$$\Gamma_H = \Gamma - 2\text{Im}\{\sqrt{H_{12}H_{21}}\}$$

$$M_L = M - \text{Re}\{\sqrt{H_{12}H_{21}}\}$$

$$\Gamma_L = \Gamma + 2\text{Im}\{\sqrt{H_{12}H_{21}}\} \quad (2.5)$$

Οι ιδιοτιμές αυτές αντιστοιχούν στις δύο ιδιοκαταστάσεις:

$$|B_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\zeta|^2}} (|B^0\rangle + \zeta |\bar{B}^0\rangle)$$

$$|B_H\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\zeta|^2}} (|B^0\rangle - \zeta |\bar{B}^0\rangle) \quad (2.6)$$

όπου:

$$\zeta^2 = \frac{M_{12}^* - (i/2)\Gamma_{12}^*}{M_{12} - (i/2)\Gamma_{12}} \Rightarrow \zeta = \sqrt{\frac{M_{12}^* - (i/2)\Gamma_{12}^*}{M_{12} - (i/2)\Gamma_{12}}} \quad (2.7)$$

Οι παραπάνω μορφές ιδιοκαταστάσεων της \hat{H} έχουν εκφραστεί έτσι ώστε να δίνουν μέσω των ιδιοτιμών τους ένα ελαφρύτερο ($|B_L\rangle$) και ένα βαρύτερο ($|B_H\rangle$) σύστημα σωματίδιων.

Τώρα, γνωρίζουμε ότι σε πρώτη προσέγγιση: $M_{12} \propto (V_{td}^* V_{tb})^2$ και ταυτόχρονα: $\Gamma_{12} \propto (V_{td}^* V_{tb})^2$ [10]. Η παραμετροποίηση Wolfenstein του πίνακα CKM (της οποία η ανάλυση είναι πέραν του σκοπού μας) καθιστά το στοιχείο V_{tb} πραγματικό, σε αντίθεση με το V_{td} , το οποίο είναι μιγαδικό. Άρα, θα ισχύει:

$$\zeta^2 = \frac{M_{12}^* - (i/2)\Gamma_{12}^*}{M_{12} - (i/2)\Gamma_{12}} = \frac{(V_{td}V_{tb}^*)^2}{(V_{td}^*V_{tb})^2} = \frac{(V_{td}^*)^2}{(V_{td})^2} \quad (2.8)$$

Καθώς το V_{td} στοιχείο είναι μιγαδικό από τη παραμετροποίηση, μπορούμε να γράψουμε: $V_{td} = |V_{td}|e^{-i\delta}$ και αντικαθιστώντας στη παραπάνω σχέση έχουμε: $\zeta = e^{-2i\delta}$

Θεωρώντας τα στοιχεία Γ_{12} και M_{12} μιγαδικά θα έχουμε:

$$\Gamma_{12} = |\Gamma_{12}|e^{i\phi_\Gamma} \quad \text{και} \quad M_{12} = |M_{12}|e^{i\phi_M} \quad (2.9)$$

Αναπτύσσοντας τη σχέση 2.7 σε δυναμοσειρά θα έχουμε:

$$|\zeta|^2 = 1 + \left| \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right| \sin(\phi_M - \phi_\Gamma) + \mathcal{O} \left(\left| \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right|^2 \right) \Rightarrow \quad (2.10)$$

$$1 - |\zeta|^2 \approx \text{Im} \left(\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right) \quad (2.11)$$

Επιπλέον, οι φάσεις ϕ_Γ και ϕ_M ικανοποιούν τη σχέση:

$$\phi_M - \phi_\Gamma \approx \pi \quad (2.12)$$

έτσι ώστε η "βαρύτερη" ιδιοκατάσταση να έχει μεγαλύτερο πλάτος διάσπασης Γ_H από εκείνο της "ελαφρύτερης" ιδιοκατάστασης Γ_L και τελικά η ποσότητα $\Delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_H$ να είναι μικρότερη του 0, όπως προβλέπει το Καθιερωμένο Πρότυπο. Περιμένουμε, λοιπόν, τη παράμετρο της $\hat{C}\hat{P}$ -παραβίασης 2.11 να λαμβάνει πολύ μικρή τιμή: $\sim \mathcal{O}(10^{-3})$ για το σύστημα $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ [11].

Για τις ιδιοκατατάσεις της Χαμιλτονιανής του υπό μελέτη συστήματος θα ισχύει:

$$\begin{aligned} |B_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle + e^{-2i\delta} |\bar{B}^0\rangle) \\ |B_H\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle - e^{-2i\delta} |\bar{B}^0\rangle) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Από τη Σχέση 2.5 βρίσκουμε ότι:

$$\Delta m \equiv M_H - M_L = 2\text{Re}\{\sqrt{H_{12}H_{21}}\} \propto |V_{td}||V_{tb}| \quad (2.14)$$

από όπου μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά τη τιμή του στοιχείου V_{td} του πίνακα CKM, καθώς γνωρίζουμε ότι $V_{tb} \approx 1$. Τέλος, ξανά μέσω των σχέσεων 2.5 μπορούμε να βρούμε τη διαφορά $\Gamma_L - \Gamma_H$:

$$\Delta\Gamma \equiv \Gamma_L - \Gamma_H = 4\text{Im}\{\sqrt{H_{12}H_{21}}\} \quad (2.15)$$

η οποία θα χρησιμοποιηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

2.2 Ταλαντώσεις ουδέτερων B-μεσονίων

Στο παρόν κεφάλαιο θα αναλύσουμε τις ταλαντώσεις του συστήματος $B^0(d\bar{b}) - \bar{B}^0(\bar{d}b)$ κατά τη χρονική εξέλιξη. Θεωρούμε ότι για $t = 0$ παράγεται ένα $B^0(d\bar{b})$ μεσόνιο και άρα θα εμφανίζεται η κατάσταση:

$$|B^0(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|B_L\rangle + |B_H\rangle) \quad (2.16)$$

Η χρονική εξέλιξη της κατάστασης αυτής θα δίνεται από τη σχέση:

$$|B^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_L(t)|B_L\rangle + \chi_H(t)|B_H\rangle) \quad (2.17)$$

όπου για τα $\chi_L(t)$ και $\chi_H(t)$ θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$\chi_L(t) = e^{-(\Gamma_L t/2 + iM_L t)} \quad \text{και} \quad \chi_H(t) = e^{-(\Gamma_H t/2 + iM_H t)} \quad (2.18)$$

Αντικαθιστώντας στη παραπάνω σχέση τις σχέσεις 2.13 θα έχουμε:

$$|B^0(t)\rangle = \frac{1}{2}[(\chi_L(t) + \chi_H(t))|B^0\rangle + e^{-2i\delta}(\chi_L(t) - \chi_H(t))|\bar{B}^0\rangle] \quad (2.19)$$

Μπορούμε να ορίσουμε τώρα τους εξής τελεστές: $\chi_{\pm} = \chi_L \pm \chi_H$ και από τις Σχέσεις 2.5, 2.14 και 2.15 θα έχουμε:

$$\begin{aligned} M_L &= M - \Delta m/2 \\ M_H &= M + \Delta m/2 \\ \Gamma_L &= \Gamma + \Delta\Gamma/2 \\ \Gamma_H &= \Gamma - \Delta\Gamma/2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Επιπλέον, ορίζουμε:

$$\Delta\omega \equiv \Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma \quad (2.21)$$

ο οποίος είναι εν γένει ένας μιγαδικός αριθμός, και άρα για τα χ_{\pm} θα ισχύει:

$$\begin{aligned} \chi_+(t) &= e^{-(\Gamma t/2 + iMt)} (e^{i\Delta\omega t/2} + e^{-i\Delta\omega t/2}) = 2e^{-(\Gamma t/2 + iMt)} \cos \frac{\Delta\omega t}{2} \\ \chi_-(t) &= e^{-(\Gamma t/2 + iMt)} (e^{i\Delta\omega t/2} - e^{-i\Delta\omega t/2}) = 2ie^{-(\Gamma t/2 + iMt)} \sin \frac{\Delta\omega t}{2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Τελικά, για χρόνο t η κατάσταση του αρχικού σωματιδίου θα είναι η:

$$|B^0(t)\rangle = e^{-(\Gamma t/2 + iMt)} \left[\cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)|B^0\rangle + i|\zeta|^2 \sin\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)|\bar{B}^0\rangle \right] \quad (2.23)$$

ενώ μπορούμε να βρούμε και την αντίστοιχη χρονική εξέλιξη ενός συστήματος με αρχική κατάσταση ένα $\bar{B}^0(\bar{d}b)$ μεσόνιο, χρησιμοποιώντας τη σχέση: $|\bar{B}^0\rangle = |B^0\rangle^\dagger \gamma^0$:

$$|\bar{B}^0(t)\rangle = e^{-\Gamma t/2 + iMt} \left[\cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)|\bar{B}^0\rangle - i\frac{1}{|\zeta|^2} \sin\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)|B^0\rangle \right] \quad (2.24)$$

Από τη παραπάνω σχέση μπορούμε να βρούμε τις πιθανότητες το σύστημα με οποιαδήποτε από τις δύο αρχικές καταστάσεις να είναι στη κατάσταση $|B^0\rangle$ ή στη κατάσταση $|\bar{B}^0\rangle$ τη χρονική στιγμή t :

$$P(B^0 \rightarrow B^0) = |\langle B^0|B^0(t)\rangle|^2 = e^{-\Gamma t} \cos^2(\Delta\omega t/2) \quad (2.25)$$

$$P(B^0 \rightarrow \bar{B}^0) = |\langle \bar{B}^0|B^0(t)\rangle|^2 = |\zeta|^2 e^{-\Gamma t} \sin^2(\Delta\omega t/2) \quad (2.26)$$

$$P(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{B}^0) = |\langle \bar{B}^0|\bar{B}^0(t)\rangle|^2 = e^{-\Gamma t} \cos^2(\Delta\omega t/2) \quad (2.27)$$

$$P(\bar{B}^0 \rightarrow B^0) = |\langle B^0|\bar{B}^0(t)\rangle|^2 = \frac{1}{|\zeta|^2} e^{-\Gamma t} \sin^2(\Delta\omega t/2) \quad (2.28)$$

Επειδή τα B^0 και \bar{B}^0 έχουν λίγες κοινές διασπάσεις ο παράγοντας ζ έχει μέτρο ίσο με τη μονάδα. Για τον λόγο αυτό θα ισχύει:

$$P(B^0 \rightarrow B^0) \approx P(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{B}^0) \quad \text{και} \quad P(B^0 \rightarrow \bar{B}^0) \approx P(\bar{B}^0 \rightarrow B^0) \quad (2.29)$$

Έτσι, η παραβίαση της $\hat{C}\hat{P}$ συμμετρίας είναι δύσκολο να παρατηρηθεί κατά τις ταλαντώσεις-μίξεις των ουδέτερων B μεσονίων.

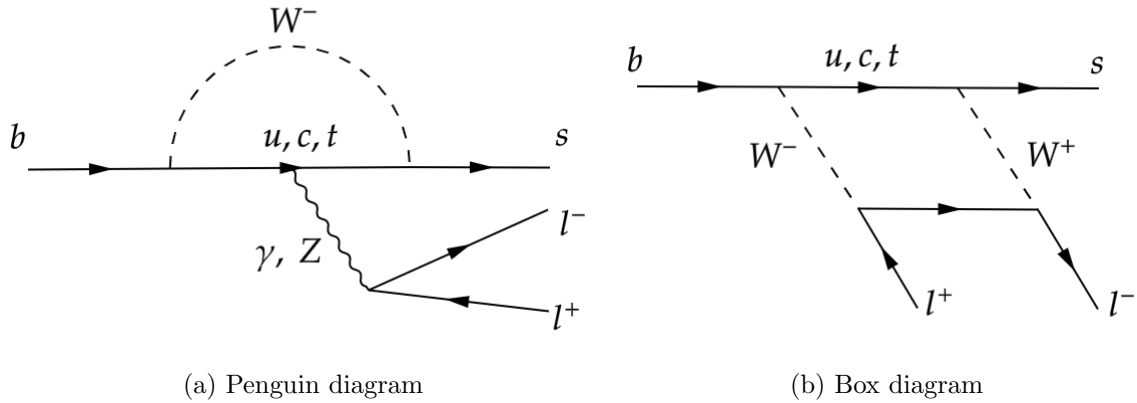
2.3 Παγκοσμιότητα της Λεπτονικής Γεύσης (LFU)

Σύμφωνα με το Καθιερωμένο Πρότυπο, η σύζευξη των λεπτονικών πεδίων με τα πεδία των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων εκφράζεται από τις αντίστοιχες σταθερές σύζευξης. Αυτές είναι μοναδικές για την εκάστοτε αλληλεπίδραση και ανεξάρτητες των λεπτονικών γενεών. Μοναδική εξάιρεση του LFU είναι η αλληλεπίδραση των λεπτονικών πεδίων με το πεδίο Higgs (Yukawa couplings), όπου για να εκφραστεί η διαφορά μάζας που παρατηρείται στα e^- , μ^- και τ^- θα πρέπει η αντίστοιχη σύζευξη να διαφέρει για κάθε γενιά λεπτονίων (G_e εξ. 1.20, G_μ και G_τ). Η παραπάνω συμπεριφορά των αλληλεπιδράσεων ονομάζεται *Παγκοσμιότητα της Λεπτονικής Γεύσης* (Lepton Flavor Universality / LFU), αξίωμα που πηγάζει από τη θεωρητική και επιβεβαιώνεται από τη πειραματική μελέτη του Κ.Π. .

Η LFU έχει επιβεβαιωθεί σε διασπάσεις μεσονίων [12][13][14], διασπάσεις τ λεπτονίων [1] και διασπάσεις Z μποζονίων [15]. Ωστόσο, την τελευταία δεκαετία η ισχύς του παραπάνω αξιώματος τίθεται υπό συζήτηση, καθώς ολοένα και περισσότερα πειράματα παρατηρούν αποκλίσεις από το θεωρητικό μοντέλο. Οι πιο πρόσφατες αποκλίσεις, προερχόμενες από το πείραμα LHCb [16] του CERN [17], εμφανίζονται σε διασπάσεις τύπου $b \rightarrow sll$ στις οποίες εμφανίζονται FCNC και σε διασπάσεις της μορφής $b \rightarrow c\nu l$ στις οποίες εμφανίζονται FCCC.

2.3.1 Διασπάσεις $b \rightarrow sll$

Οι διασπάσεις αυτού του είδους είναι σπάνιες καθώς πρόκειται για FCNC. Επίσης λόγω του ότι είναι FCNC δεν περιγράφονται σε κατώτερη τάξη (tree level) από το Κ.Π. Σε ανώτερη τάξη τα διαγράμματα Feynman που συνεισφέρουν είναι τα box και τα penguin διαγράμματα.



Σχήμα 2.2: Penguin και Box diagram για τη διάσπαση $b \rightarrow sll$ στην οποία τα τελικά λεπτόνια είναι είτε ηλεκτρόνια είτε μυόνια.

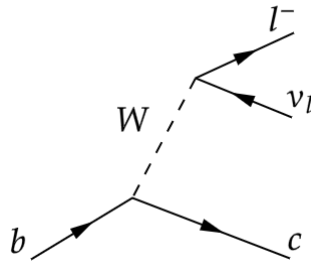
Επιπλέον, οι παραπάνω διασπάσεις, λόγω της παρουσίας ηλεκτρασθενών βρόχων (electroweak loops) εμφανίζουν μικρή πιθανότητα εμφάνισης με αποτέλεσμα οι λόγοι της μορφής:

$$R_{K^{(*)}} = \frac{\text{Br}(B^{(0/\pm)} \rightarrow K^{(*)} \mu^- \mu^+)}{\text{Br}(B^{(0/\pm)} \rightarrow K^{(*)} e^- e^+)} \quad (2.30)$$

να είναι ευαίσθητοι στη παραβίαση της LFU. Πρόσφατα δεδομένα από το πείραμα LHCb [17] υπολόγισαν τον λόγο $R_K = 0.846_{-0.041}^{+0.044}$, τιμή που παρουσιάζει μεγάλη ακρίβεια ενώ η απόκλιση της από την LFU της είναι τάξεως των 3.1σ . Τα αποτελέσματα αυτά εκφράζουν την "προτίμηση" της Φύσης για διασπάσεις με τελικά λεπτόνια ηλεκτρόνια, έναντι των μιονίων. Η ασυνέπεια των πειραματικών και των θεωρητικών τιμών των λόγων $R_{K^{(*)}}$ πιθανώς να συνδέεται με την ύπαρξη καινούργιας φυσικής. Σε αυτή τη περίπτωση, η ύπαρξη ενός καινούργιου σωματιδίου θα προστεθεί χβαντομηχανικά και θα συμπλώσει τον ήδη υπάρχοντα μηχανισμό εξηγώντας την πειραματική τιμή των $R_{K^{(*)}}$.

2.3.2 Διασπάσεις $b \rightarrow c\nu l$

Το δεύτερο είδος διασπάσεων εκφράζεται μέσω των παρακάτω διαγραμμάτων:



Σχήμα 2.3: Διάγραμμα Feynman για τη διάσπαση $b \rightarrow c\nu l$ στην οποία $l = e^-, \mu^-, \tau^-$.

Για τον πειραματικό έλεγχο της LFU σε αυτή τη περίπτωση, απαιτείται ο υπολογισμός

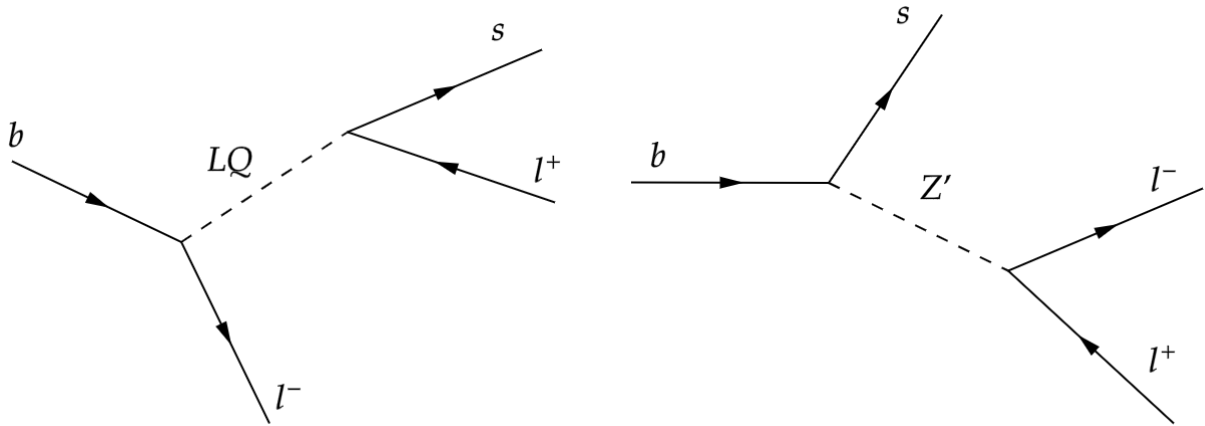
του λόγου:

$$R_{D^{(*)}} = \frac{\text{Br}(B^{(0/\pm)} \rightarrow D^{(*)} \tau^- \bar{\nu}_\tau)}{\text{Br}(B^{(0/\pm)} \rightarrow D^{(*)} l^- \bar{\nu}_l)} \quad (2.31)$$

Από τις μετρήσεις πειραμάτων, οι πειραματικές τιμές του λόγου R_{D^*} με τον παρονομαστή να έχει ως τελικό λεπτόνιο ένα μύονιο, απέχουν από τη τιμή που προβλέπει το Καθιερωμένο Πρότυπο κατά 2.1σ [18].

2.3.3 Leptoquarks και Z' models

Στη περίπτωση καινούργιας φυσικής από τους παραπάνω υπολογισμούς, έχουν κατασκευαστεί ήδη μερικά μοντέλα, τα οποία επιτρέπουν απαγορευμένες προς το παρόν αλληλεπιδράσεις. Αυτό γίνεται με την κατασκευή καινούργιων διαδοτών, με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά. Δύο από αυτά τα θεωρητικά μοντέλα είναι τα Leptoquark models και Z' (Z -prime) models. Σύμφωνα με τα πρώτα, επιτρέπεται μίξη μεταξύ των quark και των λεπτονίων με αποτέλεσμα να εμφανιστούν καινούργιοι διαδότες (LQ), οι οποίοι θα φέρουν χρώμα, καθώς και χβαντικούς και λεπτονικούς αριθμούς γεύσης. Στο Z' model, οι καινούργιοι διαδότες Z' και W' επιτρέπουν καινούργιες κορυφές με νέες σταθερές σύζευξης.



(a) Feynman diagram του Leptoquark model

(b) Feynman diagram του Z -prime model

Σχήμα 2.4: Διασπάσεις $b \rightarrow sll$ με καινούργιους διαδότες.

Κεφάλαιο 3

Επιταχυντές και Ανιχνευτές

Η σωματιδιακή φυσική, ως μία επιστήμη που μελετά τον μικρόκοσμο, απαιτεί λεπτομερή και ακριβή εξαγωγή πειραματικών δεδομένων για την επιβεβαίωση των προβλεπόμενων θεωριών καθώς και για την ανακάλυψη καινούργιων στοιχείων που την αφορούν. Για την πειραματική μελέτη της σωματιδιακής φυσικής υψηλών ενεργειών χρησιμοποιούνται μεγάλες πειραματικές διατάξεις, οι οποίες αποτελούνται από δύο κύρια μέρη: τους επιταχυντές και τους ανιχνευτές σωματιδίων. Οι επιταχυντές αποδίδουν σε φορτισμένα σωματίδια μεγάλη ταχύτητα (και άρα και ορμή) και τα κατευθύνουν, μέσω δεσμών, είτε προς κάποιο σταθερό σημείο, είτε προς μία δέσμη αντίθετης κατεύθυνσης έτσι ώστε να σκεδαστούν. Στα σημεία σκέδασης υπάρχουν τοποθετημένοι ειδικοί ανιχνευτές σωματιδίων, οι οποίοι λαμβάνουν πληροφορίες και δεδομένα από τη σκέδαση για την περαιτέρω ανάλυση τους. Ο έλεγχος της κατεύθυνσης της δέσμης σωματιδίων επιτυγχάνεται μέσω ισχυρών μαγνητών, οι οποίοι αποτρέπουν τον εκτροχιασμό των φορτισμένων σωματιδίων.

3.1 Ο επιταχυντής LHC

Ο Μεγάλος Επιταχυντής Αδρονίων (Large Hadron Collider) ή αλλιώς LHC, είναι ο μεγαλύτερος και ο ισχυρότερος επιταχυντής σωματιδίων που έχει κατασκευαστεί. Βρίσκεται στις εγκαταστάσεις του Ευρωπαϊκού Κέντρου Πυρηνικών Ερευνών (CERN) στα σύνορα Γαλλίας και Ελβετίας και αποτελείται από ένα κυκλικό τούνελ μήκους 27 χιλιομέτρων, ενώ βρίσκεται σε βάθος 100 μέτρων από την επιφάνεια της γης. Στο εσωτερικό του, ο LHC είναι εξοπλισμένος με δύο παράλληλους σωλήνες μέσα στους οποίους κινούνται δέσμες σωματιδίων κινούμενες με ταχύτητες κοντά σε αυτή του φωτός σε αντίθετη φορά. Οι σωλήνες αυτοί βρίσκονται σε κατάσταση απόλυτου κενού. Η επιτάχυνση των δεσμών γίνεται με τη χρήση H/M κοιλοτήτων ενώ για την κυκλική κίνηση των σωματιδίων στον επιταχυντή είναι υπεύθυνοι 1232 διπολικοί μαγνήτες 15 μέτρων και 392 τετραπολικοί μαγνήτες μήκους 5-7 μέτρων. Για την ομαλή λειτουργία και τη μέγιστη απόδοση των μαγνητών, χρησιμοποιούνται υπεραγώγιμοι μαγνήτες, οι οποίοι ψύχονται μέσω υγρού ηλίου (He) στους $-271.3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Στα σημεία σύγκρουσης των δεσμών εμφανίζονται ισχυρότεροι μαγνήτες για την εστίαση της δέσμης και για την αύξηση της πιθανότητας να εμφανιστεί ανελαστική σκέδαση μεταξύ των σωματιδίων, φαινόμενο μεγάλου φυσικού ενδιαφέροντος λόγω των βαρέων σωματιδίων που παράγονται κατά τις

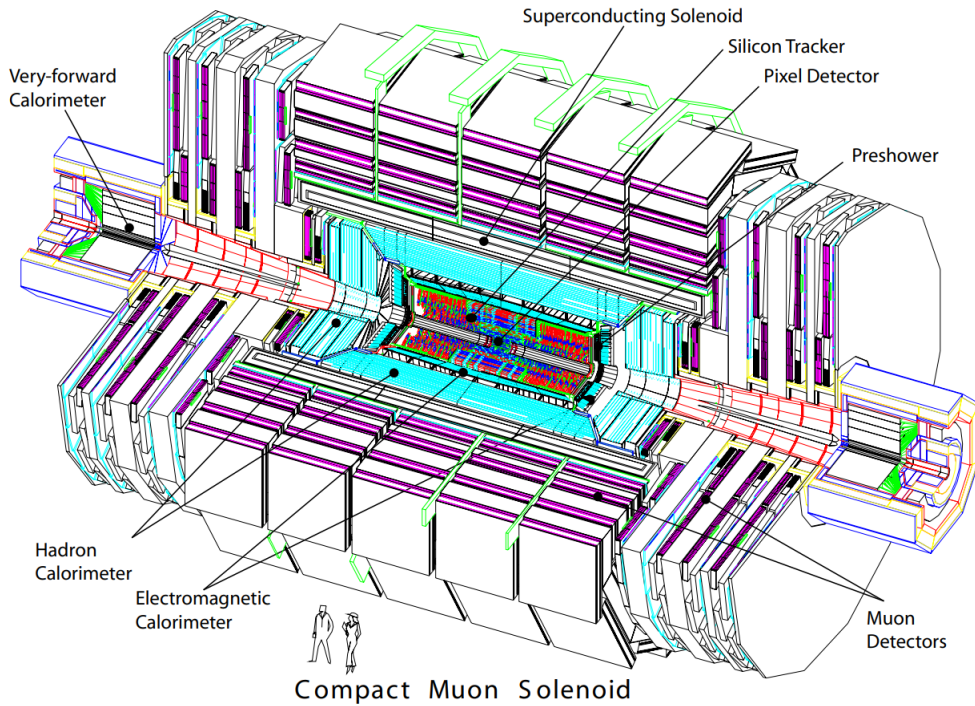
διαδικασίες αυτές. Οι ενέργεια κάθε δέσμης σωματιδίων είναι ίση με 6.5 TeV, με αποτέλεσμα κάθε σύγκρουση να έχει συνολική ενέργεια ίση με 13 TeV.

Εκτός από πρωτόνια (p), ο LHC είναι ικανός να επιταχύνει και ιόντα μολύβδου (Pb) κι έτσι εκτός των σχεδιάσεων πρωτονίων-πρωτονίων ($p-p$), μπορούν να επιτευχθούν και συγκρούσεις p -Pb ή ακόμα και Pb-Pb. Στην παρούσα ανάλυση δε θα μας απασχολήσουν τα ιόντα μολύβδου και για τον λόγο αυτό θα αναφερόμαστε μόνο για δέσμες σωματιδίων αποτελούμενες από πρωτόνια. Να σημειώσουμε ότι οι δέσμες σωματιδίων δεν είναι συνεχείς αλλά βρίσκονται σε πακέτα σωματιδίων (bunches). Ειδικότερα, κάθε δέσμη αποτελείται από 2808 τέτοια πακέτα, με το καθένα από αυτά να αποτελείται από 1.2×10^{11} σωματίδια τα οποία εκτελούν κατά μέσω όρο 11245 πλήρεις περιστροφές ανά δευτερόλεπτο. Δύο πακέτα μίας δέσμης απέχουν μεταξύ τους 25 ns ενώ ένα πακέτο περνά μία εγκάρσια διατομή του σωλήνα σε 1.25 ns.

Στο σημείο αυτό να τονίσουμε ότι τα σωματίδια δεν εισέρχονται στον LHC με τη μέγιστη ταχύτητά τους αλλά επιταχύνονται σταδιακά από ένα σύστημα επιταχυντών για να αποκτήσουν τελικά την μέγιστη ενέργεια των 6.5 TeV. Το σύμπλεγμα επιταχυντών αποτελείται από 5 βασικούς επιταχυντές λαμβάνοντας υπόψη και τον LHC. Αρχικά, άτομα υδρογόνου (H) ιονίζονται μέσω ενός ηλεκτρικού πεδίου έτσι ώστε να απομακρυνθούν τα ηλεκτρόνια από τα πρωτόνια τους. Κατόπιν, τα πρωτόνια συγκεντρώνονται και εισέρχονται στον γραμμικό επιταχυντή LINAC 2 (Linear Accelerator 2). Ο LINAC 2 χρησιμοποιεί κοιλότητες ραδιοσυχνοτήτων έτσι ώστε να συγκεντρώσει τα πρωτόνια σε πακέτα (bunches) και να τα επιταχύνει σε δέσμη μέχρι τα 50 MeV. Όταν η ενέργεια της δέσμης λάβει τη παραπάνω τιμή, τα σωματίδια εισέρχονται στον δεύτερο επιταχυντή ονόματι PSB (Proton Synchrotron Booster). Εκεί τα σωματίδια επιταχύνονται μέχρι τα 1.4 GeV και ακολούθως οδηγούνται στον επιταχυντή PS (Proton Synchrotron), ο οποίος αυξάνει την ενέργεια της δέσμης στα 25 GeV. Τα πρωτόνια με ενέργεια 25 GeV εισέρχονται στον επιταχυντή SPS (Super Proton Synchrotron) όπου λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή ενέργειας των 450 GeV. Στον ίδιο επιταχυντή, η δέσμη διασπάται σε δύο μέρη και ακολουθεί η ένταξη των επιμέρους δεσμών πρωτονίων στον LHC. Στον LHC οι δέσμες επιταχύνονται μέχρι τα 6.5 GeV και αφού επιταχυνθούν μέχρι την συγκεκριμένη τιμή χρησιμοποιούνται για τις αλληλεπιδράσεις στα πειράματα του CERN. Κατά μήκος του LHC οι δέσμες συναντώνται σε τρία σημεία όπου είναι τοποθετημένοι οι ανιχνευτές των πειραμάτων ATLAS, ALICE και CMS, ενώ τμήματα των δεσμών κατευθύνονται και σε σταθερό στόχο, εκεί που είναι τοποθετημένοι οι ανιχνευτές του LHCb.

3.2 Το πείραμα CMS

Το πείραμα CMS (Compact Muon Solenoid) είναι ένα πείραμα "γενικού σκοπού" το οποίο εξετάζει τη φυσική που σχετίζεται με βαριές γεύσεις, σπάνιες διασπάσεις, το μποζόνιο Higgs ενώ εξετάζει και την εύρεση νέας φυσικής όπως έξτρα διαστάσεις και υπερσυμμετρία. Για απλότητα, το σύνολο των ανιχνευτών που χρησιμοποιούνται κατά το πείραμα αυτό ονομάζεται επίσης CMS. Το σύνολο των ανιχνευτών έχει μήκος 21.5 μέτρα, διάμετρο 15 μέτρα και μάζα περίπου 12500 τόνους. Το CMS χωρίζεται σε 2 κύρια μέρη, στο barrel και στα endcaps. Το barrel αποτελείται από 7 κύρια μέρη, τα οποία αναλύουμε ακολούθως εξετάζοντας τον ανιχνευτή από το εσωτερικό προς το εξωτερικό του.



Σχήμα 3.1: Ανατομή του ανιχνευτή CMS [19]

3.2.1 Ο Ανιχνευτής Τροχιών

Γύρω από το σημείο της αλληλεπίδρασης-σύγκρουσης των δεσμών είναι τοποθετημένο ολόκληρο το CMS. Το σύστημα ανίχνευσης τροχιών είναι ο πλησιέστερος ανιχνευτής στο σημείο της αλληλεπίδρασης [20]. Το σύστημα αυτό αποτελείται από δύο ανιχνευτές τροχιών, τον Pixel Detector και τον Silicon Microstrip Detector. Στους ανιχνευτές αυτούς πραγματοποιείται η πρώτη αλληλεπίδραση των παραγόμενων σωματιδίων με την ύλη και για τον λόγο αυτό οι ανιχνευτές αυτοί κατασκευάστηκαν από pixels και strips πυριτίου, υλικό ανθεκτικό στη τόσο μεγάλη ροή σωματιδίων υψηλών ενεργειών.

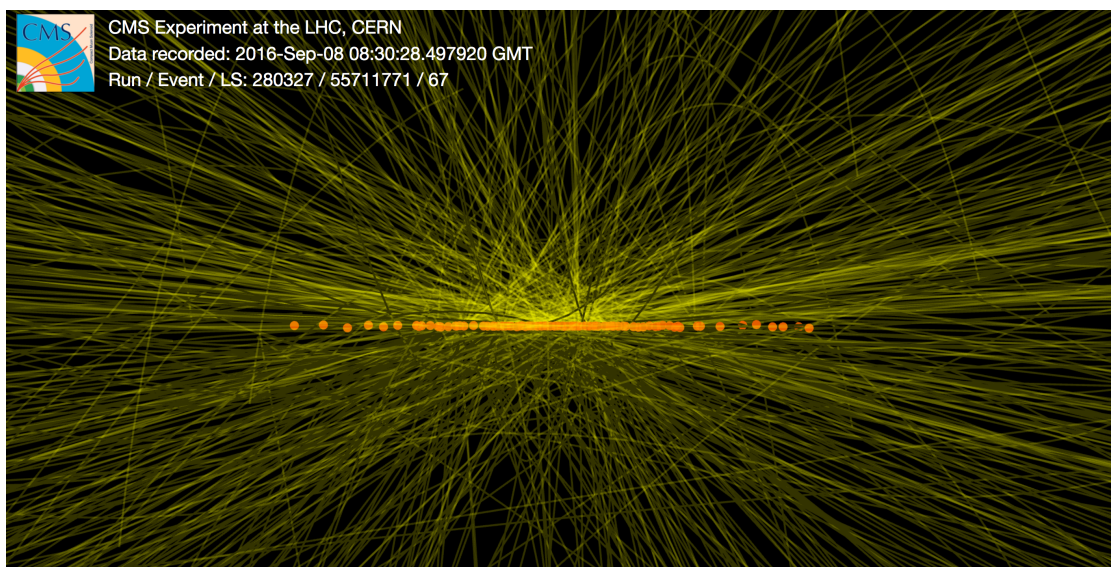
Η δουλειά των detectors αυτών είναι να ανακατασκευάζουν τις τροχιές (tracks) όλων των φορτισμένων σωματιδίων¹ (λεπτονίων, αδρονίων κτλ) που τους διαπερνούν ενώ επίσης είναι ικανοί να κατασκευάσουν και τα tracks προϊόντων διασπάσεων από σωματίδια που διασπάστηκαν κατά τη διέλευση τους στο χώρο των ανιχνευτών. Επιπλέον, το σύστημα των δύο ανιχνευτών τροχιών μπορεί να υπολογίσει την ορμή των σωματιδίων που διέρχονται από αυτό, υπολογίζοντας τη καμπυλότητα της τροχιάς του λόγω της παρουσίας του μαγνητικού πεδίου (βλ. Κεφάλαιο 3.5). Επιπροσθέτως, οι ανιχνευτές αυτοί είναι εξοπλισμένοι με 75 εκατομμύρια κανάλια εξόδου, τα οποία μεταφέρουν τα μικρά ηλεκτρικά σήματα που παράγουν τα φοτισμένα σωματίδια που διέρχονται από εκεί. Τέλος, οι track detectors έχουν εξαιρετική διακριτική ικανότητα και γρήγορη απόκριση, καθώς είναι ικανοί να ανακατασκευάζουν tracks με λίγα μόλις σημεία με ακρίβεια της τάξης των $10 \mu m$. Ο ανιχνευτής τροχιών καλύπτει γωνίες ($|\eta| < 2.4$)

¹ Από τους συγκεκριμένους ανιχνευτές δεν λαμβάνονται πληροφορίες για τα ουδέτερα σωματίδια

Pile Up

Κάθε φορά που οι δύο δέσμες συναντώνται στο εσωτερικό του CMS μπορούν να εμφανιστούν παραπάνω από μία αλληλεπιδράσεις πρωτονίου-πρωτονίου, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται μεγάλος αριθμός παραγόμενων σωματιδίων. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται Pile Up (PU) [21] και οδηγεί σε περαιτέρω δυσκολίες ως προς την ανακατασκευή των tracks των σωματιδίων. Για παράδειγμα, ο συνδυασμός μεγάλης φωτεινότητας (βλ. 4.1) των δεσμών, του εύρους των bunches (1.25 ns) καθώς και σφάλματα στην ευθυγράμμιση του CMS μπορούν να οδηγήσουν σε vertices² τα οποία είναι μετατοπισμένα ως προς το κέντρο (0,0,0) του CMS. Επιπλέον, η αύξηση του PU έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση των hits στους ανιχνευτές τροχιών. Αυτό, οδηγεί σε μη γραμμική αύξηση των συνδιασμών hits που συνθέτουν τα tracks για ένα σωματίδιο, φαινόμενο που προκαλεί κυκεώνα δεδομένων που χρήζουν επεξεργασίας.

Οι track detectors είναι διαμορφωμένοι έτσι ώστε να είναι ικανοί να επεξεργαστούν με επιτυχία και ακρίβεια τα παραπάνω προβλήματα και να ανακατασκευάζουν σωστά τα vertices των διασπάσεων. Η άρτια λειτουργία των ανιχνευτών τροχιών είναι αρκετά σημαντική καθώς σε κάθε διασταύρωση των δεσμών σωματιδίων στο CMS εμφανίζονται και αλληλεπιδράσεις, οι οποίες είναι χαμηλού ενδιαφέροντος και πρέπει να διαχωριστούν από αυτές με υψηλό ενδιαφέρον από άποψης φυσικής. Η εντυπωσιακή διακριτική ικανότητα των ανιχνευτών τροχιών εμφανίζεται στο Σχήμα 3.2, στο οποίο εμφανίζεται η κατασκευή 86 vertices από μόνο μία αλληλεπίδραση πρωτονίου-πρωτονίου. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές ονομάζονται και "γεγονότα".



Σχήμα 3.2: Ανακατασκευή 86 vertices από μόνο μία αλληλεπίδραση $p - p$ σε απεικόνιση. [22]

²Σημεία στον χώρο όπου αλληλεπιδράσαν δύο πρωτόνια και στις οποίες δημιουργούνται τα καινούργια σωματίδια

3.3 Το Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο (ECAL)

Στο εξωτερικό μέρος του Ανιχνευτή Τροχιών βρίσκεται το Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο (ECAL) [23]. Αποτελείται από 75848 κρυστάλλους grained lead tungstate ($PbWO_4$) στους οποίους τα ηλεκτρόνια και τα φωτόνια που παράχθηκαν κατά τη σύγκρουση πρωτονίων εναποθέτουν την ενέργεια τους δημιουργώντας καταιγισμούς. Οι κρύσταλλοι αυτοί ζυγίζουν στο σύνολο τους περισσότερο από 100 τόνους, ενώ καλύπτουν την περιοχή γωνιών $|\eta| < 3$ (βλ. Κεφάλαιο 4).

Οι σπινθηρισμοί που δημιουργούν τα ηλεκτρόνια και τα φωτόνια αφού "σβήσουν" στο ECAL συλλέγονται από ειδικούς φωτοανιχνευτές (Avalanche Photodiodes/APDs), οι οποίοι έχουν κατασκευαστεί έτσι ώστε να λειτουργούν ομαλά μέσα στο ισχυρό μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το Σωλεινοειδές Πηνίο (βλ. 3.5).

Να σημειώσουμε ότι στα endcaps έχει τοποθετηθεί ο Preshower detector [24], ηλεκτρομαγνητικός ανιχνευτής με μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα από το ECAL. Ο ανιχνευτής αυτός οφείλει την μεγάλη ακρίβεια του στα strips ανιχνευτών από τα οποία αποτελείται, τα οποία είναι σε μέγεθος μικρότερα από τους κρυστάλλους του ECAL. Η ακρίβεια του ανιχνευτή αυτού μπορεί για παράδειγμα να εντοπίσει δύο πολύ κοντά μεταξύ τους φωτόνια ως δύο διαφορετικά σωματίδια, ενώ το ECAL θα τα μετρούσε ως ένα. Τέλος, το ECAL είναι ομογενές καλορίμετρο, σχεδιάστηκε για να βρει το $H \rightarrow \gamma\gamma$ και έχει το εντυπωσιακό resolution:

$$\left(\frac{\sigma(E)}{E}\right)^2 = \left(\frac{2.8\%}{\sqrt{E}}\right)^2 + \left(\frac{0.12}{E}\right)^2 + (0.3\%)^2 \quad (3.1)$$

όπου το E μετριέται σε GeV.

3.4 Το Αδρονικό Καλορίμετρο (HCAL)

Αφού διαπεράσουν το Ηλεκτρομαγνητικό Καλορίμετρο, τα σωματίδια συναντούν το Αδρονικό Καλορίμετρο [25]. Όπως προδίδει και το όνομα του, σε αυτόν τον ανιχνευτή εναποθέτουν την ενέργεια τους όλα τα αδρόνια (Νετρόνια, Καόνια, Πιόνια κτλ), τα jets³, ενώ ταυτόχρονα μετράται και η εγκάρσια ελλείπουσα ενέργεια (Missing Transverse Energy / MET). Η μέτρηση των παραπάνω ενεργειών επιτυγχάνεται από αρκετά στρώματα ειδικών ζευγών ανιχνευτών που ονομάζονται "απορροφητές" και σπινθηριστές. Η δομή του καλορίμετρου το καθιστά ένα sampling-δειγματοληπτικό καλορίμετρο. Σε συνδυασμό με τα παραπάνω, το HCAL μπορεί να εξάγει δεδομένα για τη θέση και τον χρόνο ανίχνευσης των σωματιδίων, ενώ καλύπτει γωνίες εκτροπής των σωματιδίων $|\eta| < 5.2$ (βλ. Κεφάλαιο 4). Πρόκειται, δηλαδή, για sampling-δειγματοληπτικό καλορίμετρο. Να σημειωθεί ότι το Αδρονικό Καλορίμετρο χωρίζεται σε 3 μέρη: στο HB, στο HO και στο HF. Το HB βρίσκεται μέσα από το Σωλεινοειδές Πηνίο, το HO στην έξω μεριά του τελευταίου ενώ το HF ορίζεται από τα HCALs των endcaps.

³Ροές σωματιδίων σε νοητό κώνο λόγω αδρανοποίησης σωματιδίων με φορτίο χρώματος

3.5 Το Σωλεινοειδές Πηνίο

Το HB του HCAL έχει στο εξωτερικό του το Σωλεινοειδές Πηνίο [26]. Η λειτουργία του Πηνίου είναι η δημιουργία ενός ισχυρού μαγνητικού πεδίου για την κάμψη των τροχιών σωματιδίων από συγκρούσεις $p - p$, έτσι ώστε να μπορεί να υπολογιστεί η ορμή τους. Το πηνίο αυτό αποτελείται από υπεραγωγίμα καλώδια, τα οποία όταν διαπεραστούν με ρεύμα 1300 A παράγουν ένα σχεδόν ομογενές μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του με τιμή 4 Tesla. Για την κάμψη του μαγνητικού πεδίου έξω από το πηνίο, χρησιμοποιούνται μεγάλες στρώσεις σιδήρου (iron yoke).

3.6 Οι Θάλαμοι Μιονίων

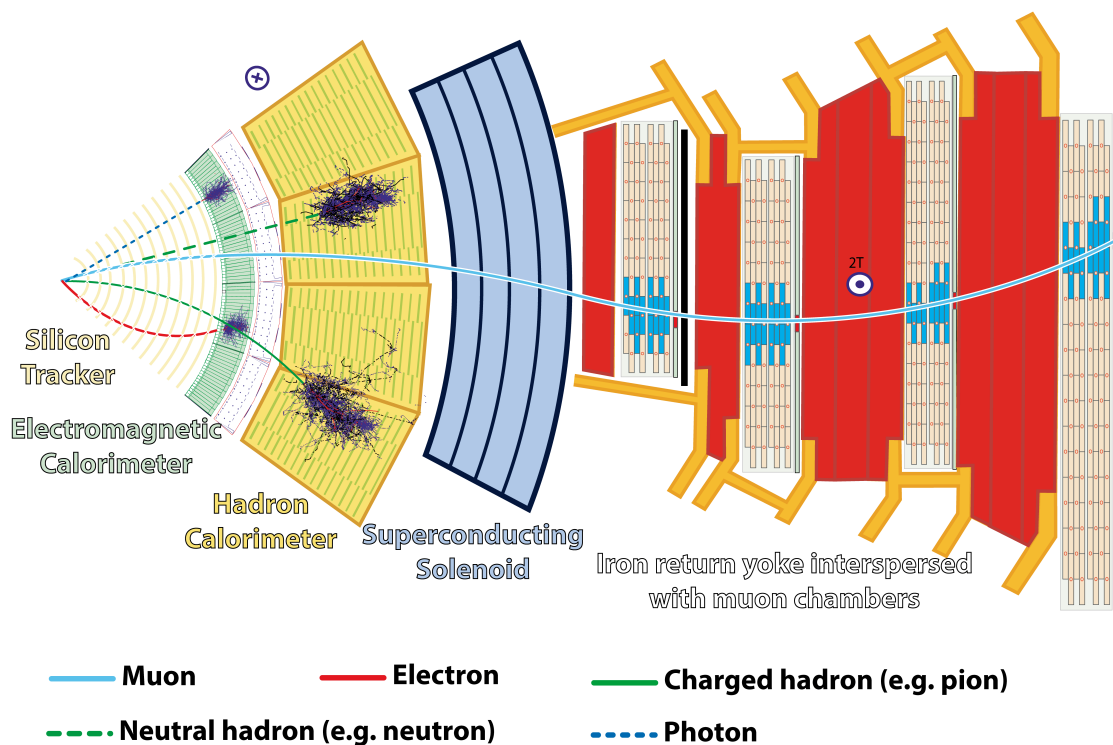
Φτάνοντας πλέον στην απώτατη περιοχή του ανιχνευτή συναντάμε τους Θάλαμους Μιονίων [27]. Οι ανιχνευτές αυτοί είναι το βασικό χαρακτηριστικό του CMS, όπως υποδηλώνει και το όνομά του. Τα μύονια είναι σωματίδια υψηλού φυσικού ενδιαφέροντος καθώς συμμετέχουν σε σπάνιες αλληλεπιδράσεις και η μελέτη τους μπορεί να οδηγήσει σε νέα φυσική. Η τοποθέτηση των ανιχνευτών μιονίων σε αυτό το σημείο του CMS δεν ήταν τυχαία. Τα μύονια, λόγω της μεγάλης μάζας τους έχουν μικρή ενεργό διατομή για την ακτινοβολία Bremsstrahlung. Αυτό τα καθιστά ικανά να μπορούν να διαπερνούν το ECAL, HCAL και τα υπόλοιπα στρώματα του CMS και να είναι τα μοναδικά σωματίδια που μπορούν να εναποθέσουν ενέργεια στους Θαλάμους Μιονίων.

Οι συγκεκριμένοι θάλαμοι αποτελούνται από τέσσερις σταθμούς, ανάμεσα στους οποίους υπάρχουν οι στρώσεις σιδήρου που αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο, ενώ συνολικά χρησιμοποιούνται τρία είδη ανιχνευτών αερίου. Συνδυαστικά, οι Θάλαμοι Μιονίων με τους Ανιχνευτές Τροχιών μπορούν να δώσουν σημαντικά και ακριβή δεδομένα για τα παραγόμενα μύονια. Οι συγκεκριμένοι ανιχνευτές καταφέρνουν να αναγνωρίσουν και να καταγράψουν ένα μύονιο πριν την εισαγωγή του επόμενου bunch της δέσμης στον ανιχνευτή. Τέλος, οι θάλαμοι μιονίων βρίσκονται και στο barrel, καλύπτοντας γωνίες $|\eta| < 1.5$, αλλά και στα endcaps, καλύπτοντας τη περιοχή $0.8 < |\eta| < 2.5$.

3.7 Οι Εμπρόσθιοι Ανιχνευτές & Endcaps

Τα endcaps είναι τα δύο μέρη του ανιχνευτή που καλύπτουν τις δύο πλευρές του κυλινδρικού σχήματος του barrel⁴ και ακολουθούν παρόμοια δομή με αυτή του barrel όσον αφορά τη διάταξη των ανιχνευτών στο εσωτερικό του. Στην ίδια περιοχή με τα endcaps βρίσκονται και δύο επιπλέον ανιχνευτές, ο CASTOR και ο ZDC. Οι συγκεκριμένοι ανιχνευτές ακτινοβολίας Cherenkov έχουν ως κύριο σκοπό τη μελέτη ηλεκτρομαγνητικών και αδρονικών καταγισμών, που αποτελούνται από σωματίδια με μεγάλες τιμές του η .

⁴Μπορούν να χαρακτηριστούν και ως τα "καπάκια" του barrel.



Σχήμα 3.3: Το CMS σε εγκάρσια διατομή [28]

3.8 Σύστημα Σκανδαλισμού - Triggering

Μέσω των τελευταίων μετρήσεων της μέσης καταγεγραμμένης φωτεινότητας του CMS καθώς και των μετρήσεων της ενεργού διατομής του, μπορεί να υπολογιστεί ότι εμφανίζονται 40×10^6 αλληλεπιδράσεις $p - p$ (γεγονότα) το δευτερόλεπτο κατά τη λειτουργία του LHC. Λαμβάνοντας υπόψη τη διασταύρωση των bunches καθώς και το Pile Up, αντιλαμβάνεται κανείς τον όγκο δεδομένων, τον οποίο καλείται το CMS να διαχειριστεί. Το CMS απαιτείται να έχει πολύ καλό time resolution και όλοι του οι ανιχνευτές να είναι πλήρως συγχρονισμένοι έτσι ώστε να μην μπερδεύονται τα σωματίδια και τα σήματα από εκατομμύρια ηλεκτρονικά κανάλια από διαφορετικά γεγονότα. Στα δεδομένα αυτά εντάσσονται και δεδομένα διασπάσεων τα οποία είναι από διαδικασίες του Καθιερωμένου Προτύπου που δεν είναι προς μελέτη. Η επιλογή των χρήσιμων δεδομένων των υπό μελέτη διασπάσεων γίνεται μέσω του συστήματος σκανδαλισμού (triggering) [29].

Το σύστημα αυτό χρησιμοποιεί αποκοπές κινηματικών χαρακτηριστικών για τα σωματίδια (cuts) καθώς και δεδομένα από διάφορα μέρη του CMS για να κάνει την επιλογή των καλών δεδομένων και να αποθηκευτούν έτσι ώστε να αναλυθούν σε μελλοντικό χρόνο. Το Triggering αποτελείται από δύο μέρη: τον Σκανδαλισμό Πρώτου Επιπέδου (Level 1 / L1 Triggering) και τον Σκανδαλισμο Υψηλού Επιπέδου (High Level Triggering / HLT)

Level 1 Triggering

Το L1 Triggering εφαρμόζεται αυτόματα πρώτο στα δεδομένα και ελέγχει ποσότητες των σωματιδίων, που αφορούν για παράδειγμα την ενέργεια τους, έτσι ώστε να επιλέξει τα καλύτερα και πιο αξιόπιστα δεδομένα συγκρούσεων που λαμβάνει το CMS. Η ταχύτερη αυτή διαδικασία μειώνει την ροή (rate) των δεδομένων έως και 100 χιλιάδες αλληλεπιδράσεις ανά δευτερόλεπτο.

High Level Triggering

Η εφαρμογή του συγκεκριμένου trigger γίνεται κατά τη διαδικασία ανακατασκευής ολόκληρου του γεγονότος. Αυτό σημαίνει ότι ο HLT συνδυάζει δεδομένα από διαφορετικά μέρη του CMS για να κατασκευάσει ένα γεγονός, το οποίο αναλύεται μέσω υπολογιστών σε χρονικό διάστημα ~ 100 ms. Μερικές από τις απαιτήσεις του HLT είναι η μεγάλη συμβατότητα των τροχιών σωματιδίων που υπολογίστηκαν από διαφορετικούς ανιχνευτές και που δημιουργήθηκαν από ένα γεγονός, η υψηλή MET και η παρουσία ενεργητικών ηλεκτρονίων, μιονίων, φωτονίων και jets σε κάθε γεγονός. Μετά την εφαρμογή του HLT η τελική συχνότητα ροής δεδομένων διαμορφώνεται στα 1 kHz. Οι HLT ενεργοποιούνται εφόσον έχει πυροδοτηθεί κάποιος από τους L1 triggers. Τα γεωμετρικά, κινηματικά και ενεργειακά χαρακτηριστικά των αντικειμένων (objects) που ενεργοποιούν κάποιον HLT ονομάζονται L1 seeds του HLT. Επίσης, οι δύο triggers έχουν συγκεκριμένη κωδική ονομασία. Για παράδειγμα, ο L1_SingleMu7er1p5 για να ενεργοποιηθεί χρειάζεται ένα μόνιο ("Single") με $p_T > 7$ GeV ("Mu7") και $|\eta| < 1.5$ ("er1p5"), ενώ η πυροδότηση του HLT_Mu8_IP3 απαιτεί ένα μόνιο με $p_T > 8$ GeV και $IP_{sig.} > 3$ (βλ. Κεφάλαιο 5). Στη περίπτωση που θα μελετήσουμε, θα εξετάσουμε την πυροδότηση του HLT_Mu9_IP6 με L1 seed από τον L1_SingleMu9er1p5.

Κεφάλαιο 4

Χρήσιμα Μεγέθη

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε σημαντικά μεγέθη που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη των σωματιδίων υψηλών ενεργειών. Τα μεγέθη αυτά είναι υψίστης σημασίας καθώς είναι τα μεγέθη σωματιδίων που αποθηκεύονται στα δεδομένα των πειραμάτων σωματιδιακής φυσικής. Οι κατανομές των μεγεθών αυτών μπορούν επίσης να προσομοιωθούν με μεθόδους Monte Carlo, από θεωρητικά μοντέλα που περιγράφουν τα εκάστοτε σωματάρια και τις αλληλεπιδράσεις αυτών.

4.1 Φωτεινότητα - Luminosity

Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά των επιταχυντών σωματιδίων είναι η φωτεινότητα (Luminosity). Η στιγμιαία φωτεινότητα ορίζεται ως ο αριθμός σωματιδίων που διέρχονται ανά μονάδα επιφάνειας και χρόνου στο σημείο της σύγκρουσης. Με άλλα λόγια είναι ο αριθμός σωματιδίων που διέρχεται από μία διατομή της δέσμης στη μονάδα του χρόνου. Θεωρώντας ότι έχουμε δύο δέσμες με bunches που απέχουν μεταξύ τους t s, έχουν n_1 και n_2 σωματάρια το καθένα και διατομή πρόσκρουσης σ_1 και σ_2 , η στιγμιαία φωτεινότητα σύμφωνα και με τον παράπανω ορισμό θα γράφεται:

$$\mathcal{L} = f \frac{n_1 n_2}{4\pi\sigma_1\sigma_2} \quad (4.1)$$



Σχήμα 4.1: Απεικόνιση διασταύρωσης των bunches.

Επιπλέον, μπορούμε να υπολογίσουμε και τον συνολικό αριθμό γεγονότων ανά μονάδα χρόνου θεωρώντας δεδομένη συνολική ενεργό διατομή σ , ενώ για δεδομένο χρόνο μπορούμε να υπολογίσουμε τα συνολικά γεγονότα για το διάστημα αυτό, όπως

παρουσιάζεται στις παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{dN}{dt} = R = \sigma \mathcal{L} \quad (4.2)$$

$$N = \sigma L \equiv \sigma \int_0^{\tau} \mathcal{L} dt \quad (4.3)$$

όπου L : η ολοκληρωμένη φωτεινότητα (integrated Luminosity). Μονάδες μέτρησης της στιγμιαίας φωτεινότητας είναι τα nbs^{-1} , με $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$

4.2 Σχετικιστικά Αναλλοίωτα Μεγέθη

Κάθε πρωτόνιο αποτελείται από quarks και γλουόνια, σωματίδια τα οποία ονομάζουμε παρτόνια. Κατά την επιτάχυνση των πρωτονίων, η ορμή που αποκτούν τα παρτόνια δεν μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια με αποτέλεσμα κάθε παρτόνιο να αποκτά ένα κλάσμα της συνολικής ορμής του πρωτονίου. Τα κλάσματα αυτά, ως τυχαίες μεταβλητές, ακολουθούν κατανομές, οι οποίες ονομάζονται παρτονικές συναρτήσεις (παρτονικές κατανομές πυκνότητας πιθανότητας / parton distribution functions / PDFs). Για να αποφύγουμε το πρόβλημα αυτό καθώς και για να μην έχουμε ποσότητες που εξαρτώνται από Lorentz boosts στον άξονα- z , ο οποίος θεωρείται ο άξονα κίνησης της δέσμης, θα χρειαστεί να ορίσουμε ποσότητες που είναι αναλλοίωτες κάτω από τέτοιους μετασχηματισμούς. Επιπλέον, εφόσον θεωρούμε ότι η κίνηση των πρωτονίων πραγματοποιείται στον άξονα- z , η ορμή στο επίπεδο- xy θα πρέπει να είναι μηδέν. Έτσι, τα σωματίδια που σχεδιάζονται καθώς και τα παράγωγά τους θα πρέπει να έχουν συνολικά μηδενική ορμή στο επίπεδο- xy . Σε αντίθετη περίπτωση έχουμε MET.

Με βάση τα παραπάνω θα ορίσουμε διάφορες χρήσιμες ποσότητες για να λύσουμε τα παραπάνω προβλήματα και ταυτόχρονα να τα χρησιμοποιήσουμε προς όφελός μας. Ξεκινάμε, θεωρώντας ότι κάθε τετραορμή μπορεί να γραφτεί σε σφαιρικές συντεταγμένες ως:

$$p^\mu = \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ p \sin \theta \cos \theta \\ p \sin \theta \sin \theta \\ p \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Ορίζουμε την εγκάρσια ορμή (transverse momentum / p_T) ως τη ποσότητα:

$$p_T \equiv p_\perp = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = p \sin \theta \quad (4.5)$$

Τώρα, στον άξονα- z , ο μετασχηματισμός Lorentz θα είναι:

$$p'^\mu = \Lambda_\nu^\mu p^\nu \Rightarrow \begin{pmatrix} E' \\ p'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_z \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

ο οποίος μπορεί να γραφτεί και ως μία στροφή χρησιμοποιώντας υπερβολικές τριγωνομετρικές συναρτήσεις:

$$\begin{pmatrix} E' \\ p'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh y & -\sinh y \\ -\sinh y & \cosh y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_z \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

όπου y : μία γωνία, $\tanh y \equiv \beta$, $\cosh y \equiv \gamma$ και $\sinh y \equiv \gamma\beta$ ενώ β : ο λόγος ταχύτητας σωματιδίου προς την ταχύτητα του φωτός και γ : ο παράγοντας Lorentz. Επιπλέον, ισχύει η ταυτότητα:

$$\operatorname{arctanh} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \quad (4.8)$$

και άρα θα έχουμε:

$$\tanh y = \beta \Rightarrow y = \operatorname{arctanh} \beta = \operatorname{arctanh} \left(\frac{p_z}{E} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E+p_z}{E-p_z} \right) \quad (4.9)$$

Ορίζουμε την ωκύτητα (rapidity / y):

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E+p_z}{E-p_z} \right) \quad (4.10)$$

η οποία συνδυαστικά με την p_T μπορεί να δώσει την εξής σχέση για την τετραορμή κάθε σωματιδίου:

$$\begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_T^2 + m^2} \cosh y \\ p_T \cos \phi \\ p_T \sin \phi \\ \sqrt{p_T^2 + m^2} \sinh y \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

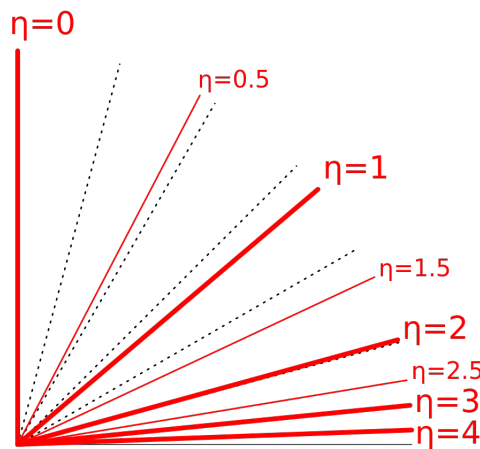
όπου m : η μάζα του σωματιδίου. Βέβαια, για τις υψηλές ενέργειες σωματιδίων που επιτυγχάνονται στον LHC, σωματίδια με μικρή μάζα θεωρούνται άμαζα. Για τα άμαζα σωματίδια ισχύει η σχέση:

$$E = |\vec{p}| \equiv p \quad (4.12)$$

Για τον λόγο αυτό παίρνουμε το όριο $m \rightarrow 0$ της rapidity:

$$\lim_{m \rightarrow 0} y = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p+p \cos \theta}{p-p \cos \theta} \right) = -\ln \left[\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \equiv \eta \quad (4.13)$$

Τη ποσότητα αυτή την ονομάζουμε η (ψευδοωκύτητα / pseudorapidity) και στο Σχήμα 4.2 εμφανίζονται οι τιμές της για διάφορες τιμές της πολικής γωνίας θ .



Σχήμα 4.2: Η ψευδοωκύτητα συναρτήσει της γωνίας θ [30]

Επιπλέον, τρεις ακόμη χρήσιμες ποσότητες για τη μελέτη των δεδομένων απο τα πειράματα υψηλών ενεργειών είναι η αναλλοίωτη μάζα συστήματος n σωματιδίων (m):

$$m = \sqrt{\sum_{i=1}^n p_i^\mu \sum_{j=1}^n p_{\mu j}} = \sqrt{(E_1 + \dots + E_n)^2 + (\vec{p}_1 + \dots + \vec{p}_n)^2} \quad (4.14)$$

με τη χρήση της μετρικής Minkowski:

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (4.15)$$

η εγκάρσια ελλείπουσα ορμή (\vec{p}_T)

$$\vec{p}_T = - \sum_{\text{observed}} \vec{p}_T \quad (4.16)$$

και η εγκάρσια ελλείπουσα ενέργεια (\not{E}_T):

$$\not{E}_T = \left| \vec{p}_T \right| \quad (4.17)$$

η οποία υπολογίζεται για άμαζα (ή με πολύ μικρή μάζα) σωματίδια. Οι σχέσεις για το εγκάρσιο επίπεδο είναι σημαντικές καθώς υπάρχουν γεγονότα στα οποία οι τιμές των ορμών και των ενεργειών στο επίπεδο αυτό δεν είναι μηδενικές, όπως θα περιμέναμε λόγω της αρχής διατήρησης της ορμής. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στην παρουσία νετρίνων, τα οποία έχουν σχεδόν μηδενική μάζα, δεν αλληλεπιδρούν με την ύλη και άρα είναι αδύνατο να ανιχνευτούν με τις παρούσες πειραματικές διατάξεις.

Κεφάλαιο 5

Ανάλυση και Αποτελέσματα

Στη παρούσα εργασία θα μελετήσουμε τις τρεις διασπάσεις:

$$\begin{aligned} B^0 &\rightarrow J/\psi K^{*0} \rightarrow \mu^+ \mu^- K^+ \pi^- \\ B^0 &\rightarrow \psi(2S) K^{*0} \rightarrow \mu^+ \mu^- K^+ \pi^- \\ B^0 &\rightarrow \mu^+ \mu^- K^{*0} \rightarrow \mu^+ \mu^- K^+ \pi^- \end{aligned} \quad (5.1)$$

Με τη παραπάνω σύμβαση εννοούνται και οι συζυγείς ως προς το φορτίο διασπάσεις (charged conjugated decays). Για απλότητα από εδώ και στο εξής όλα τα φορτία των σωματιδίων θα παραλείπονται.

Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο μέρος θα εξετάσουμε τις διαφορές στα κινηματικά χαρακτηριστικά των σωματιδίων των διασπάσεων 5.1. Στο δεύτερο μέρος θα υπολογίσουμε και θα συγκρίνουμε το γινόμενο **acceptance**×**efficiency** σε στάδια για κάθε μία από τις τρεις διασπάσεις για τον trigger HLT_Mu9_IP6 με L1 seed από τον L1_SingleMu9er1p5. Ειδικότερα, η acceptance είναι το ποσοστό του αριθμού των σωματιδίων που βρίσκονται στα γεωμετρικά, κινηματικά και ενεργειακά όρια του ανιχνευτή προς τον αριθμό όλων των σωματιδίων που παράχθηκαν, ενώ η efficiency είναι το ποσοστό του αριθμού των σωματιδίων που ανακατασκευάστηκαν ως προς τον αριθμό των σωματιδίων που βρίσκονται στα γεωμετρικά, κινηματικά και ενεργειακά όρια του ανιχνευτή. Οι παραπάνω ποσότητες ορίζονται λόγω της αδυναμίας των ανιχνευτών να συλλέγουν πληροφορίες για όλες τις αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν μέρος στα κέντρα τους. Η ανάλυση των πειραματικών δεδομένων πραγματοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού ROOT καθώς και με τη βοήθεια του CMSSW (CMS Software).

Πριν, συνεχίσουμε θα χρειαστεί να αναφέρουμε συνοπτικά τη διαδικασία δημιουργίας των αρχικών σωματιδίων κατά την σκέδαση των πρωτονίων. Αρχικά, τα δύο bunches πρωτονίων εισέρχονται με αντίθετες ορμές στους ανιχνευτές. Εκεί, τα παρτόνια των πρωτονίων αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Βέβαια, δεν είναι όλες οι σκεδάσεις πρωτονίων χρήσιμες για ανάλυση. Οι ανελαστικές σκεδάσεις πρωτονίων με υψηλή μεταφορά ορμής μεταξύ των παρτονίων είναι υψηλού ενδιαφέροντος για τη μελέτη και επιβεβαίωση του Καθιερωμένου Προτύπου, καθώς σε αυτές δημιουργούνται μεγάλης μάζας quarks. Ελαστικές σκεδάσεις πρωτονίων ή αλληλεπιδράσεις με χαμηλή μεταφορά ορμής (soft interactions) δεν είναι άξιες μελέτης. Η δημιουργία των quarks κατά την αλληλεπίδραση των αρχικών παρτονίων (hard process) συνοδεύεται από την αρχική ακτινοβολία γλουονίων (gluon radiation/initial particle showers/parton showers). Ακολουθεί η

δέσμευση των quarks και των γλουονίων σε αδρόνια, διαδικασία γνωστή και ως αδρανοποίηση (hadronization/fragmentation). Η διαδικασία αυτή εμφανίζεται σε ενέργειες σωματιδίων της τάξεως του 1 GeV (περιοχή low momentum transfer) και τα αδρόνια που δημιουργούνται αποτελούνται είτε από τα quarks ή γλουόνια των παρτονίων, είτε από ζεύγη quarks που δημιουργήθηκαν αυθόρμητα από το κενό της Κβαντικής Χρωμοδυναμικής. Η αδρανοποίηση είναι η έκφανση του χαρακτηριστικού της QCD, τον εγκλεισμό χρώματος (color-confinement) των έγχρωμων παρτονίων σε άχρωμα αδρόνια.

Για την ανάλυση που παρουσιάζεται μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ εμφανίζεται ένα ζεύγος $b - \bar{b}$. Θεωρούμε ότι το \bar{b} θα αδρανοποιηθεί σε ένα B^0 (ή το b σε ένα \bar{B}^0). Το σημείο στον χώρο όπου δημιουργείται ένα τέτοιο μεσόνιο ορίζει το Primary Vertex (PV). Το B^0 (\bar{B}^0) αφού ταξιδέψει μία απόσταση L θα διασπαστεί σε κάποιο σημείο που ορίζεται ως το Secondary Vertex (SV). Οι υπο μελέτη διασπάσεις έχουν ως παράγωγα του B^0 (\bar{B}^0) ένα K^{*0} (\bar{K}^{*0}) και : είτε ένα J/ψ (resonant decay), είτε ένα $\psi(2S)$ (resonant decay (2S)) είτε δύο μόνια (non-resonant decay / rare decay mode). Ακολούθως, και στις τρεις διασπάσεις το K^{*0} (\bar{K}^{*0}) διασπάται σε ένα K^+ (K^-) και σε ένα π^- (π^+), ενώ τα J/ψ και $\psi(2S)$ σε ένα ζεύγος μιονίου-αντιμιονίου ($\mu^- \mu^+$). Το σημείο όπου διασπώνται τα K^{*0} , J/ψ και $\psi(2S)$ ορίζουν τον Tertiary Vertex (TV). Έτσι, σε όλες τις διασπάσεις έχουμε κοινά τελικά προϊόντα από τα οποία μπορούμε να ανακατασκευάσουμε τα αρχικά.

Το CMS δεν μπορεί να αναγνωρίσει τα σωματίδια σύμφωνα με τις μάζες τους. Για τον λόγο αυτό η ανακατασκευή των σωματιδίων επιτυγχάνεται συνδιάζοντας τις τροχιές των σωματιδίων, τα φορτία των τροχιών, τους κόμβους ("κορυφές" / vertices) προέλευσης των σωματιδίων και τα σημεία που εναποθέτουν την ενέργειά τους. Παρατηρούμε ότι στο B^0 αλλά και στο \bar{B}^0 οι τροχιές των τελικών σωματιδίων αποτελούνται από δύο αντίθετου φορτίου μιονικές τροχιές και δύο αντίθετου φορτίου αδρονικές τροχιές. Ωστόσο, δεν μπορούμε να ξέρουμε ποια αδρονική τροχιά αντιστοιχεί σε ποιο μεσόνιο. Για τον λόγο αυτό προκειμένου να ανακατασκευαστούν οι συγκεκριμένες διασπάσεις πραγματοποιούνται δύο υποθέσεις μάζας. Στην πρώτη περίπτωση υποθέτουμε ότι το track με το θετικό φορτίο είναι το καόνιο και το track αρνητικού φορτίου είναι το πιόνιο ενώ στην δεύτερη υπόθεση θεωρούμε ότι το track με το θετικό φορτίο είναι το πιόνιο και το track αρνητικού φορτίου είναι το καόνιο.

Εμείς θα ασχοληθούμε με διασπάσεις στις οποίες τουλάχιστον το ένα μόνιο τους έχει πυροδοτήσει τον Trigger HLT_Mu9_IP6. Οι διασπάσεις αυτές λέμε ότι αποτελούν το tag side του γεγονότος. Όλες οι υπόλοιπες διασπάσεις στις οποίες τα μόνια δεν έκαναν fire τον trigger θα αποτελούν το probe side του γεγονότος. Τέλος αν υπάρχουν και άλλα μόνια που δεν είναι από την συγκεκριμένη διάσπαση που έκαναν fire τον trigger και κάποιο από τα μόνια της συγκεκριμένης διάσπασης έκανε fire τον trigger, οι candidates που θα ανακατασκευαστούν θα αποτελούν και το tag και το probe side του γεγονότος ταυτόχρονα. Όπως αναφέραμε, για να πυροδοτηθεί ο HLT_Mu9_IP6 απαιτείται ένα μόνιο με $p_T > 9\text{GeV}$ και $IP_{\text{sig.}} = d_{xy}/\text{err}(d_{xy}) > 6$, όπου d_{xy} : η προβολή της απόστασης του vertex του μιονίου από το πλησιέστερο PV στο εγχάρσιο επίπεδο και $\text{err}(d_{xy})$: το σφάλμα της ποσότητας αυτής.

Στη παρούσα ανάλυση θα εστιάσουμε σε διασπάσεις, οι οποίες παρήχθησαν μέσω προσομοιώσεων. Η προσομοίωση γίνεται από ένα σύνολο βιβλιοθηκών C++, οι οποίες χρησιμοποιούνται σε μεθόδους Monte Carlo για προσομοίωση σχεδιάσεων και αλληλεπιδράσεων σωματιδίων υψηλών ενεργειών ("γεγονότων"), το οποίο ονομάζεται

ΡΥΤΗΙΑ. Τα προσομοιωμένα γεγονότα που θα χρησιμοποιηθούν σε αυτό το κεφάλαιο είναι δύο επιπέδων. Τα πρώτα εξάγονται χωρίς να ληφθούν υπόψιν οι αλληλεπιδράσεις από το εξωτερικό περιβάλλον, όπως για παράδειγμα οι αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων με τον ανιχνευτή. Η ΡΥΤΗΙΑ δηλαδή μπορεί να εκτελέσει μία "καθαρή" προσομοίωση σκέδασης σωματιδίων υψηλών ενεργειών. Τα σωματίδια και τα χαρακτηριστικά τους που δημιουργούνται μέσω της διαδικασίας αυτής ορίζουν το "Generation Level" (gen level). Το δεύτερο επίπεδο δημιουργείται λαμβάνοντας υπόψιν την επίδραση των ανιχνευτών. Έχουν συμπεριληφθεί, δηλαδή, το σφάλμα των μηχανημάτων του ανιχνευτή ως προς τις μετρήσεις ενέργειας και ορμής των σωματιδίων τελικής κατάστασης, η απώλεια ενέργειας των σωματιδίων καθώς διεισδύουν στα καλορίμετρα κ.α. . Το σύνολο των σωματιδίων και τα κινηματικά τους χαρακτηριστικά που δημιουργούνται μέσω της διαδικασίας αυτής ορίζουν το "Reconstruction Level" (reco level).

5.1 Dimuon Mass

Αρχικά, ανακατασκευάζουμε τα διάφορα vertex για τις διασπάσεις του B^0 σε Generation Level από ένα δείγμα MC δεδομένων χωρίς φίλτρο (no filter sample). Για να επιτευχθεί αυτό ελέγχουμε τις σχέσεις συγγένειας των σωματιδίων που έχει δημιουργήσει η ΡΥΤΗΙΑ. Η προσομοίωση έχει κωδικοποιήσει την ταυτότητα των σωματιδίων σε strings αριθμών με βάση το [31] μαζί με τους "κωδικούς ταυτότητας" των μητρικών σωματιδίων τους. Έτσι μπορούμε για παράδειγμα να ζητήσουμε ένα μύονιο να έχει ως "μητέρα" ένα J/ψ και αυτό με τη σειρά του να έχει ως "μητέρα" ένα B^0 ¹. Μαζί με τις ταυτότητες των σωματιδίων μπορούμε να αποθηκεύσουμε την εγκάρσια ορμή (p_T), την γωνία εκτροπής ϕ , την ωχύτητα (y), την ψευδοωχύτητα (η) κ.α. , ενώ η μάζα κάθε τροχιάς (track) των τελικών σωματιδίων θα πρέπει να αποδοθεί από εμάς. Επαναλαμβάνοντας τη παραπάνω διαδικασία για όλα τα τελικά σωματίδια που γεννά η ΡΥΤΗΙΑ μπορούμε να ανακατασκευάσουμε τις υπό μελέτη διασπάσεις και να δούμε τις κατανομές των μεγεθών που μας ενδιαφέρουν.

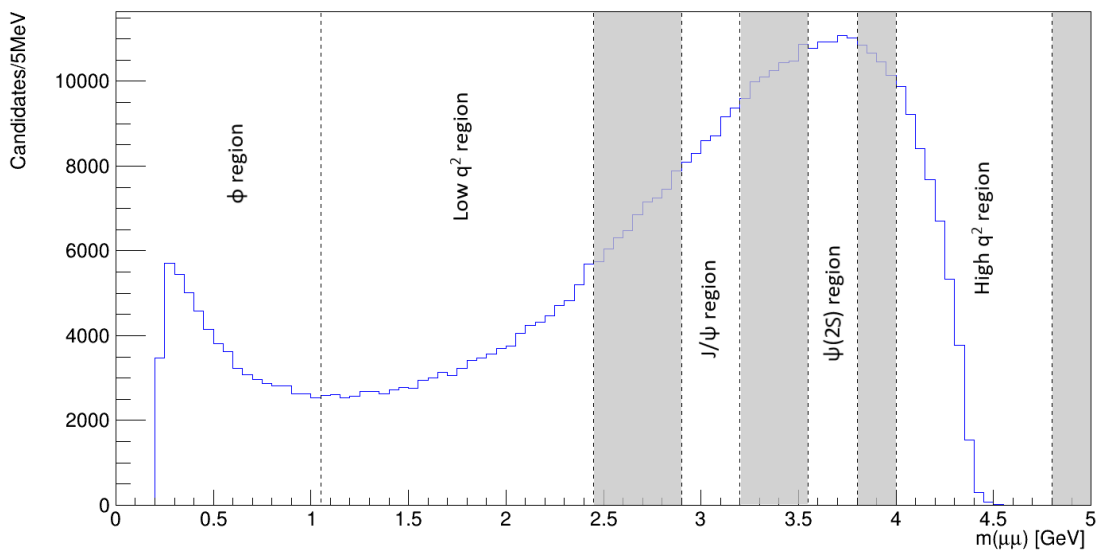
Μπορούμε άμεσα να δούμε ότι η κυρίαρχη διαφορά ανάμεσα στο Non-Resonant Mode και στα δύο Resonant Modes είναι ότι η πρώτη είναι three-body decay, ενώ οι δεύτερες είναι two-body decays. Λόγω των "ενδιάμεσων" συντονισμών, περιμένουμε στην ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μιονίων στα Resonant Modes να εμφανίζονται οι κορυφές μάζας των αντίστοιχων σωματιδίων ($m(J/\psi) \approx 3.097\text{GeV}$, $m(\psi(2S)) \approx 3.686\text{GeV}$). Αντίθετα, στο Rare Mode η ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μιονίων δεν περιμένουμε να εμφανίζει κορυφή, αλλά να κατανέμεται στο διάστημα $[2m(\mu) , m(B^0) - m(K^{*0})]$. Οι παραπάνω θεωρητικές προβλέψεις επιβεβαιώνονται στις ανακατασκευασμένες μάζες των δύο μιονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης, όπως εμφανίζονται στο Σχήμα 5.2. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή της ανακατασκευασμένης μάζας των δύο μιονίων για το rare mode συμπεριλαμβάνονται και οι μάζες των συντονισμών J/ψ και $\psi(2S)$. Για τον λόγο αυτό και για λόγους που θα εξηγηθούν στη συνέχεια (Κεφάλαιο 5.3), χωρίζουμε τη μάζα των μιονίων του rare mode σε περιοχές ενεργειών (q^2 bins). Ειδικότερα, η διαμέριση γίνεται σε 5 περιοχές:

- ϕ region: $[0 , 1.5]$ GeV

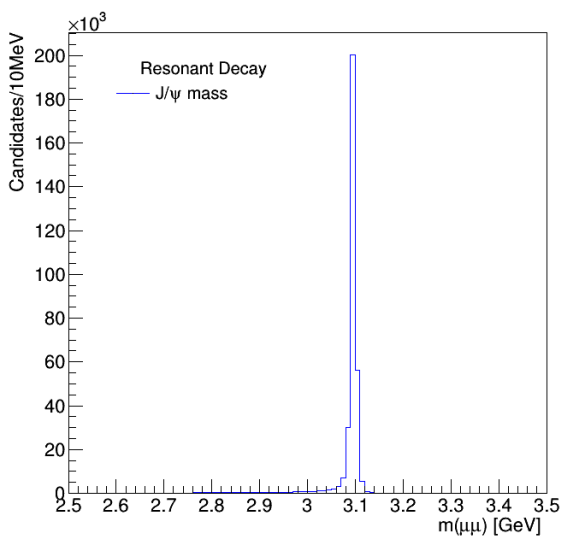
¹Μπορούμε να ζητήσουμε το μύονιο να έχει ως "γιαγιά" ένα B^0 .

- *Low q^2 region*: [1.05 , 2.45] GeV
- *J/ ψ region*: [2.9 , 3.2] GeV
- *$\psi(2S)$ region*: [3.55 , 3.8] GeV
- *High q^2 region* : [4 , 4.8] GeV

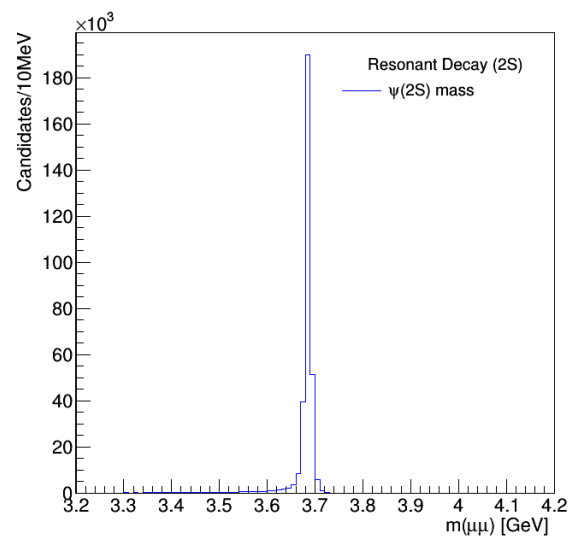
Η διαμέριση της ανακατασκευασμένης μάζας των δύο λεπτονίων για το rare mode εμφανίζεται στο Σχήμα 5.1. Οι γκρι περιοχές είναι πιθανό να περιέχουν ανακατασκευασμένες μάζες δύο διαφορετικών σωματιδίων και γι αυτό δεν λαμβάνονται υπόψιν. Αυτό συμβαίνει λόγω των ουρών ακτινοβολίας που εμφανίζονται στις $m(\mu\mu)$ δύο σωματιδίων από διασπάσεις της μορφής: $X \rightarrow \mu^+\mu^- + \gamma\gamma + \dots$



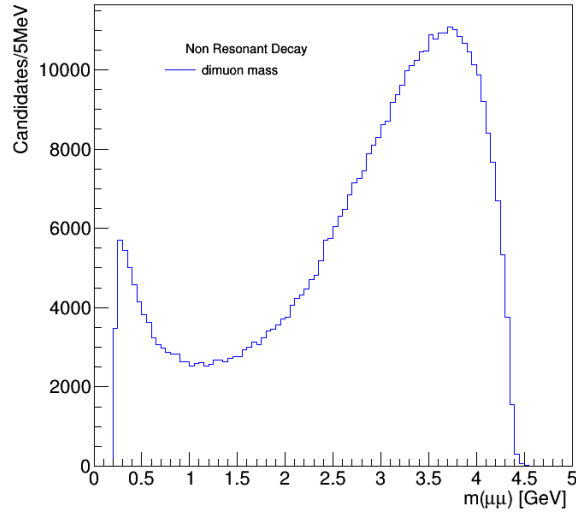
Σχήμα 5.1: q^2 bins



(a) Η κατανομή του $m(\mu\mu)$ σε generation level για το J/ψ mode



(b) Η κατανομή του $m(\mu\mu)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ mode



(c) Η κατανομή του $m(\mu\mu)$ σε generation level για το Non-Resonant mode

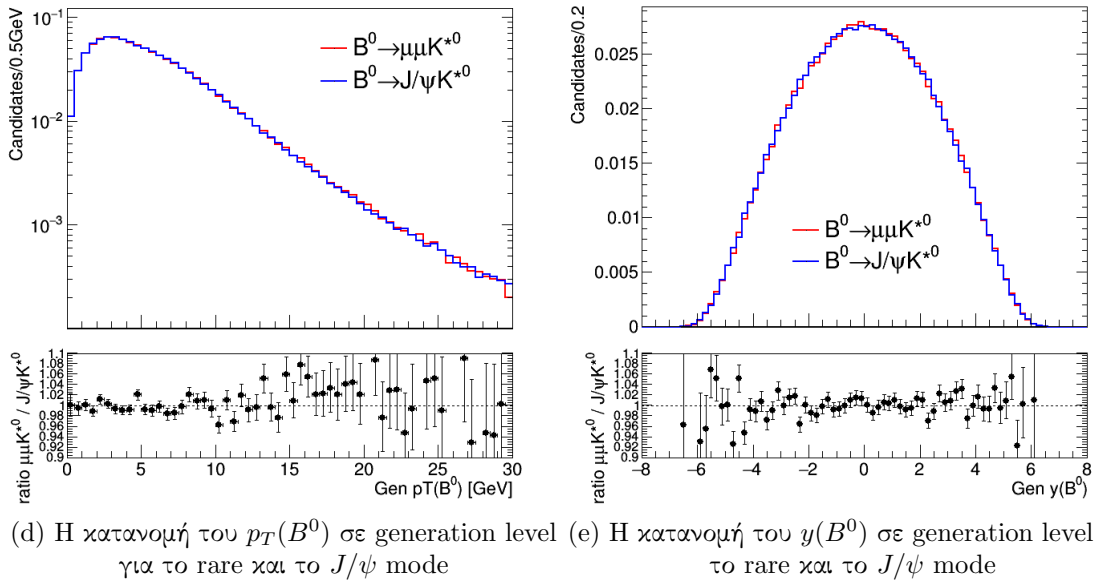
Σχήμα 5.2: Ανακατασκευασμένη μάζα του ζεύγους μιονίου-αντιμιονίου για τα τρία κανάλια διάσπασης του B^0

5.2 Ratio Plots

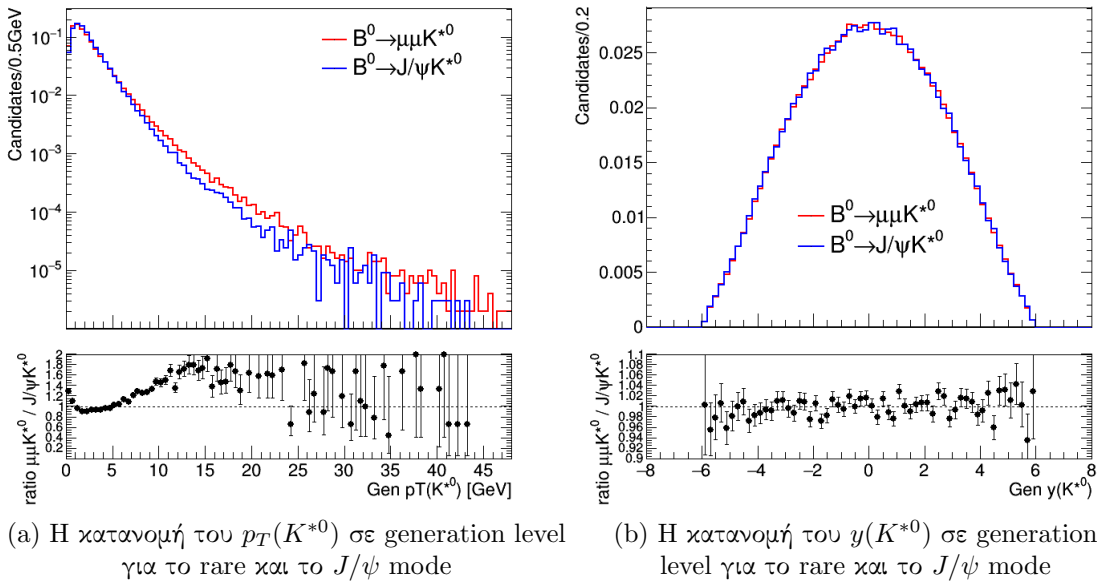
Για τον αρχικό εντοπισμό των διαφορών των τριών decay modes στα κινηματικά χαρακτηριστικά των σωματιδίων, κατασκευάζουμε Ratio Plots. Τα Ratio Plots χρησιμοποιούν 2 ιστογράμματα και υπολογίζουν τον λόγο των entries ενός bin του πρώτου ιστογράμματος προς τα entries του αντίστοιχου bin του δεύτερου ιστογράμματος. Η παραπάνω διαδικασία πραγματοποιείται για όλα τα bins των δύο ιστογραμμάτων. Τα δύο ιστογράμματα απαιτείται να έχουν κοινό αριθμό bins.

5.2.1 $(\mu\mu K^{*0}) / (J/\psi K^{*0})$

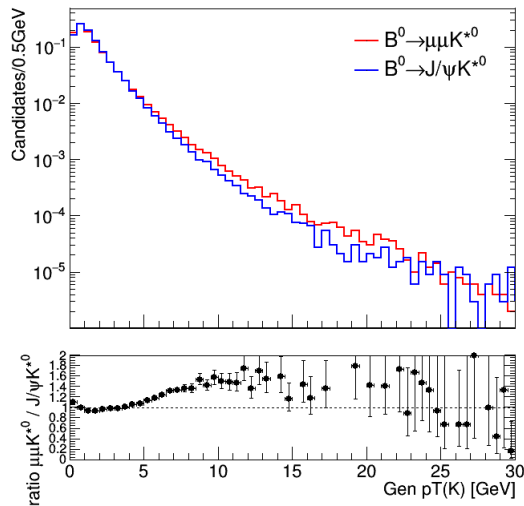
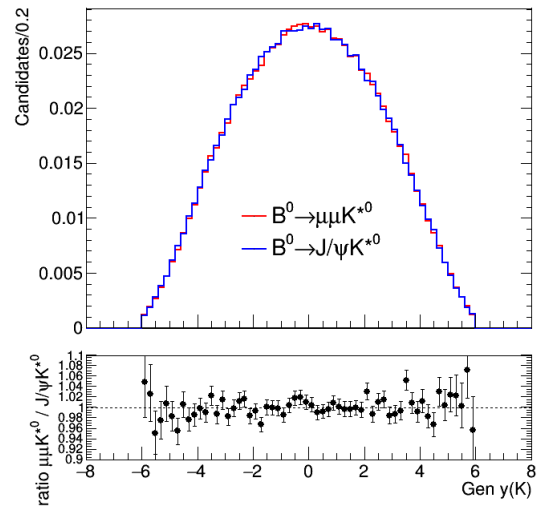
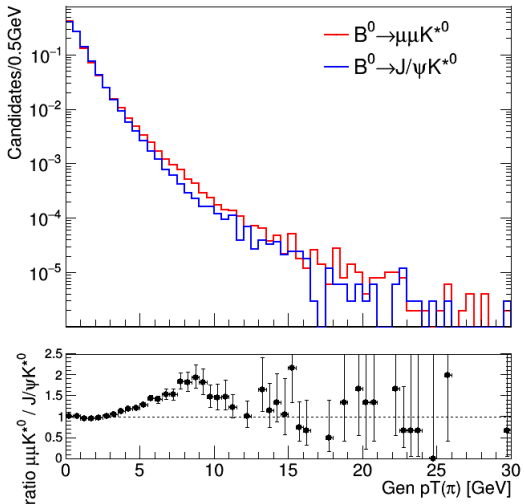
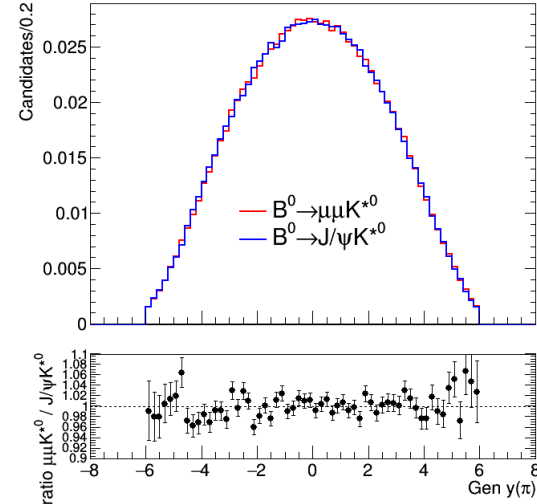
Ξεκινάμε, κατασκευάζοντας τα Ratio Plots με αριθμητή τα entries των bins από κατανομές του rare mode και στον παρονομαστή τα entries των bins από κατανομές του J/ψ mode. Ειδικότερα, θα εξετάσουμε το p_T και το η ή το y των σωματιδίων.



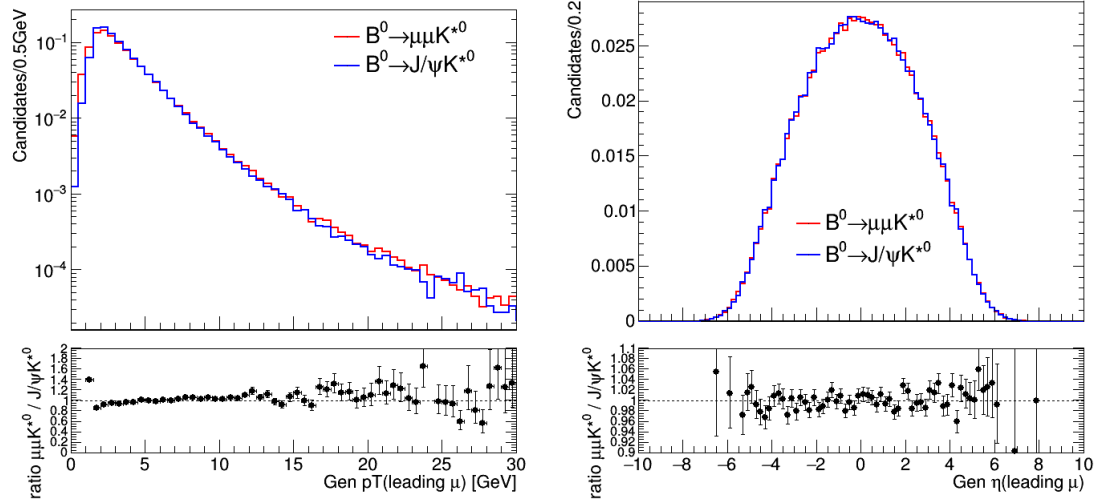
Σχήμα 5.3: Οι συγκρίσεις των παραπάνω κατανομών του B^0 αποδεικνύουν ότι αυτές δεν εξαρτώνται από το κανάλι διάσπασης, αλλά από τον τρόπο με τον οποίο δημιουργήθηκαν από τα αρχικά $b - \bar{b}$ quarks.



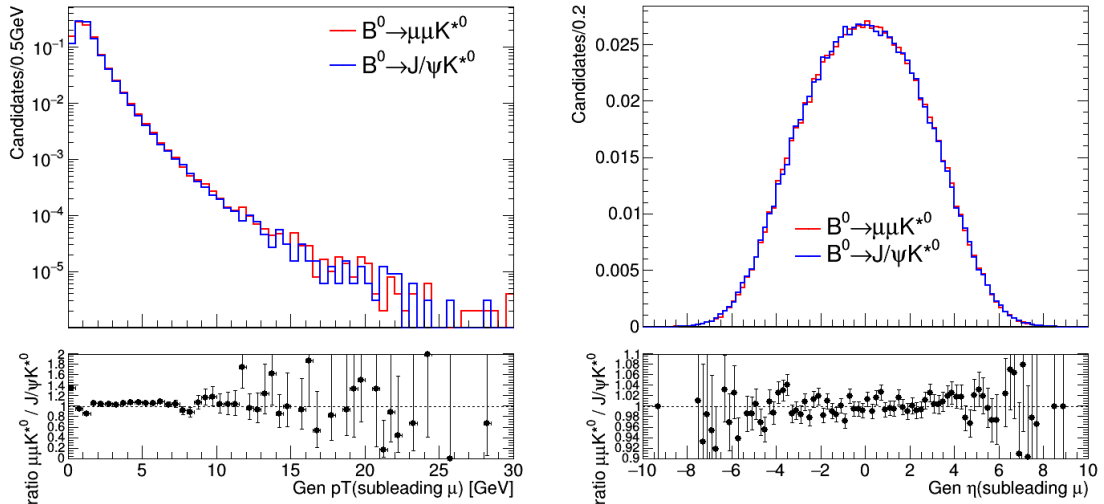
Σχήμα 5.4: Η διαφορά στις κατανομές των $p_T(K^{*0})$ οφείλεται στο ότι το resonant mode είναι two body decay, ενώ το rare mode είναι three body decay. Η διαφορά αυτή εμφανίζεται και στις εξισώσεις ορμής των σωματιδίων από την ειδική σχετικότητα. Σύμφωνα με αυτές, των οποίων η μελέτη είναι πέραν του σκοπού της εργασίας, σε μία διασπάση ενός σωματιδίου (A) με 3 θυγατρικά σωματίδια (B,C,D) (three-body decay), όσο σχετικά μικρότερη τιμή λαμβάνει η ανακατασκευασμένη μάζα των B και C, τόσο σχετικά μεγαλύτερο μέτρο ορμής λαμβάνει το σωματίδιο D και το αντίστροφο. Οι παραπάνω τιμές συγκρίνονται με τη μάζα και την ορμή του μητρικού σωματιδίου A. Από το Σχήμα 5.2 εμφανίζονται και entries με $m(\mu\mu) < m(J/\psi)$, φαινόμενο που καθιστά το Ratio Plot (a) αναμενόμενο.


 (a) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode

 (b) Η κατανομή του $y(K)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode

 (c) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode

 (d) Η κατανομή του $y(\pi)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode

Σχήμα 5.5: Η διαφορά του $p_T(K^{*0})$ των δύο modes μεταφέρεται και στα παράγωγα σωματίδια της διάσπασης του K^{*0}



(a) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $\eta(\text{leading } \mu)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode

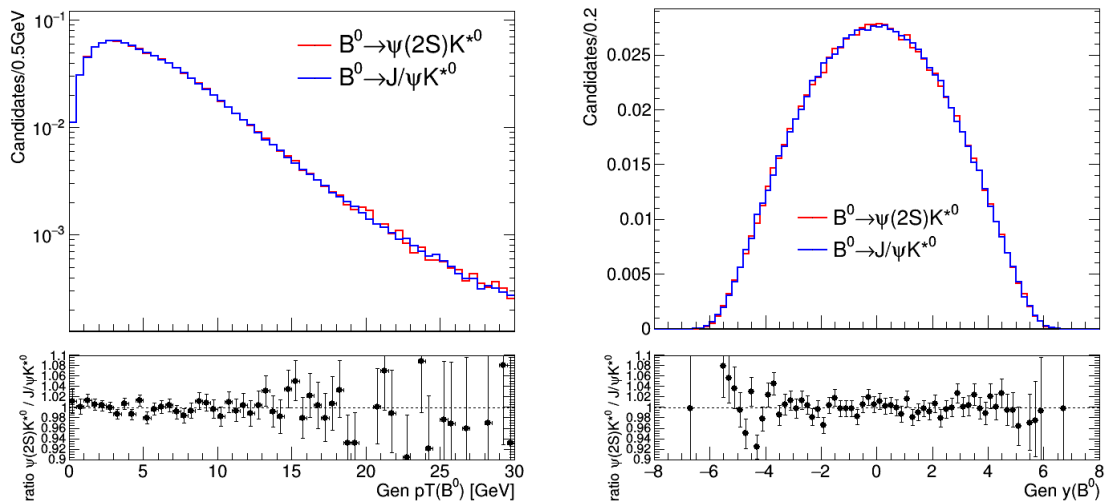


(c) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $\eta(\text{subleading } \mu)$ σε generation level για το rare και το J/ψ mode

Σχήμα 5.6: Και στο leading αλλά και στο subleading μόνιο περιμένουμε να έχουμε διαφορές των $p_T(\mu)$ στα δύο modes, λόγω των διαφορετικών μητρικών σωματιδίων από τα οποία προέρχονται. Αν και στα παραπάνω Ratio Plots δεν είναι πλήρως εμφανές, η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ για το rare mode φαίνεται να είναι πάνω από αυτή του J/ψ για τιμές $p_T > 7$ GeV. Αυτό συμβαίνει καθώς αυτά τα μόνια προέρχονται από non-resonant διασπάσεις στις οποίες $m(\mu\mu) > m(J/\psi)$. Όπως εμφανίζεται και στο Σχήμα 5.2 (c) υπάρχουν πολλά ζεύγη μιονίων με $m(\mu\mu) > 3.1$ GeV.

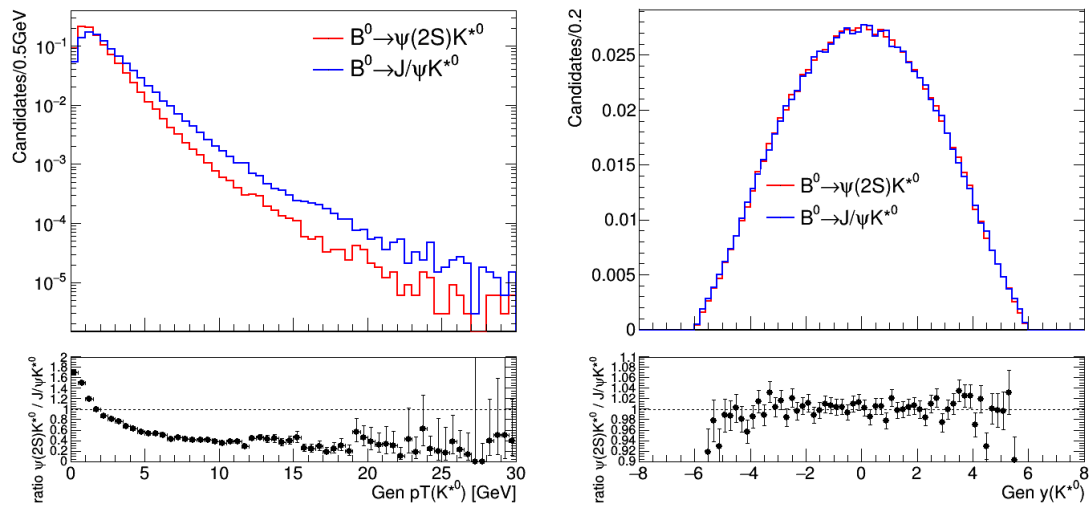
5.2.2 $(\psi(2S)K^{*0}) / (J/\psi K^{*0})$

Ακολούθως θα κατασκευάσουμε τα ίδια Ratio Plots, αλλά αυτή τη φορά θα αντικαταστήσουμε τις διασπάσεις του B^0 με το rare mode, με διασπάσεις του B^0 με το κανάλι: $B^0 \rightarrow \psi(2S)K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$.



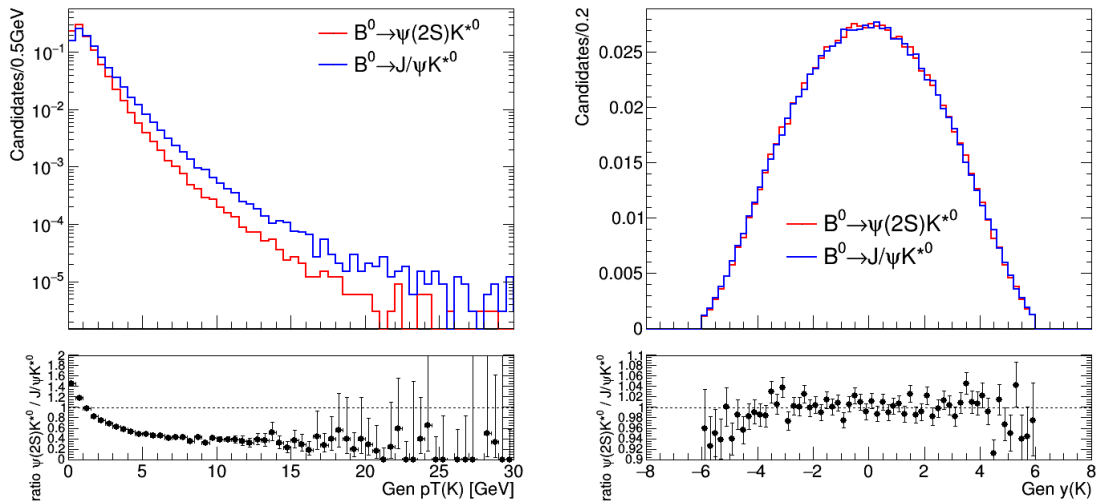
(a) Η κατανομή του $p_T(B^0)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $y(B^0)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode

Σχήμα 5.7: Όπως και στο Σχήμα 5.3, δεν εμφανίζονται διαφορές στα $p_T(B^0)$ των δύο modes λόγω της διαδικασίας παραγωγής των B^0 , η οποία είναι κοινή και στα δύο κανάλια.

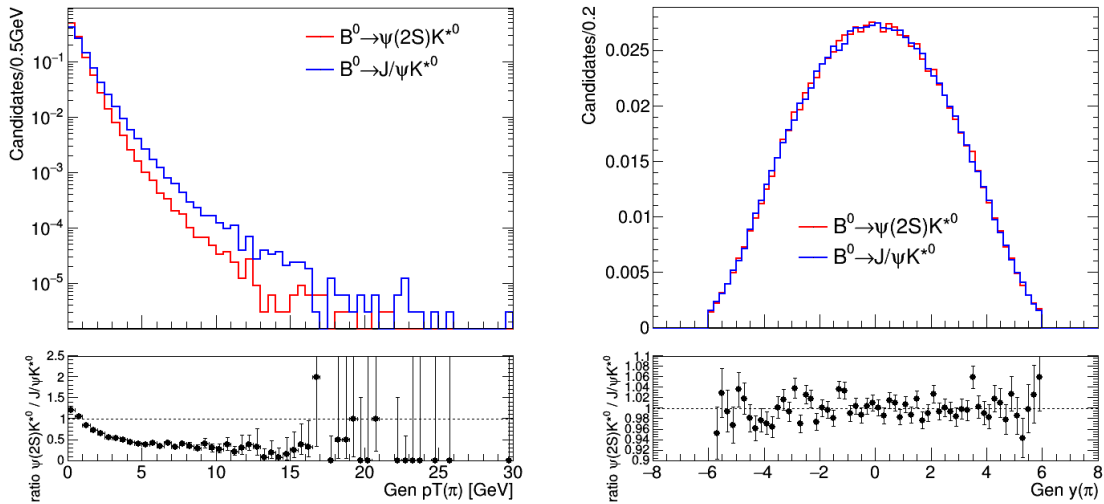


(a) Η κατανομή του $p_T(K^{*0})$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $y(K^{*0})$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode

Σχήμα 5.8: Παρατηρούμε ότι για τιμές μεγαλύτερες των 2 GeV, η κατανομή των $p_T(K^{*0})$ του $\psi(2S)$ είναι κάτω από την αντίστοιχη κατανομή του J/ψ mode. Για τιμές μικρότερες από τα 2 GeV, συμβαίνει το αντίθετο. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο ότι σε μία διάσπαση ενός σωματιδίου (Z) με δύο θυγατρικά (X, Y) (two-body decay), όσο μεγαλύτερη μάζα έχει το X τόσο μικρότερο μέτρο ορμής έχει το Y . Τα παραπάνω μπορούν να αποδειχθούν και αριθμητικά αντικαθιστώντας τις μάζες των παραγόμενων σωματιδίων στις εξισώσεις ορμών των τελικών σωματιδίων για ένα two-body decay που εξάγονται από την ειδική σχετικότητα.

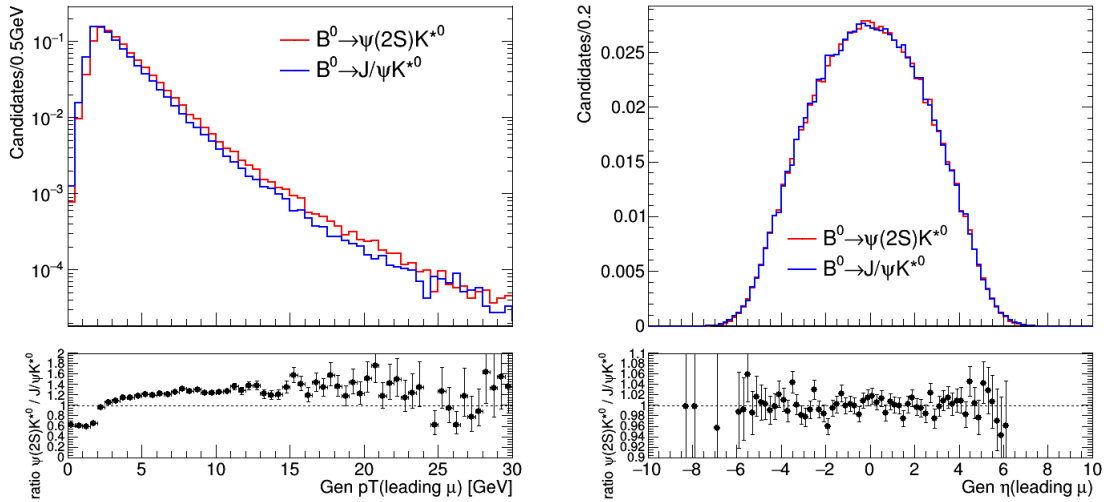


(a) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $y(K)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode

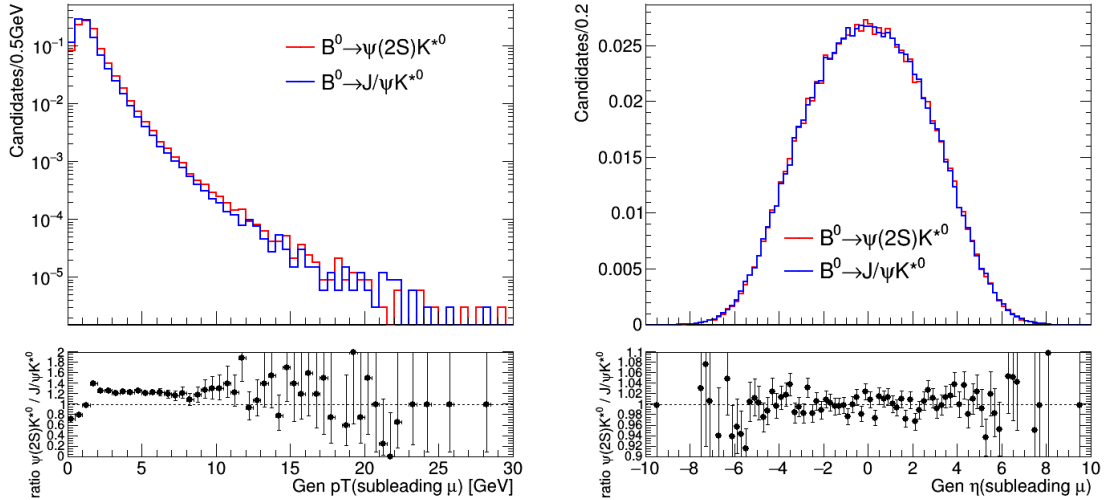


(c) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $y(\pi)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode

Σχήμα 5.9: Οι εγκάρσιες ορμές των Καονίων και των Πιονίων υιοθετούν, ως θυγατρικά σωματίδια του K^{*0} , τη συμπεριφορά του $p_T(K^{*0})$



(a) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $\eta(\text{leading } \mu)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode

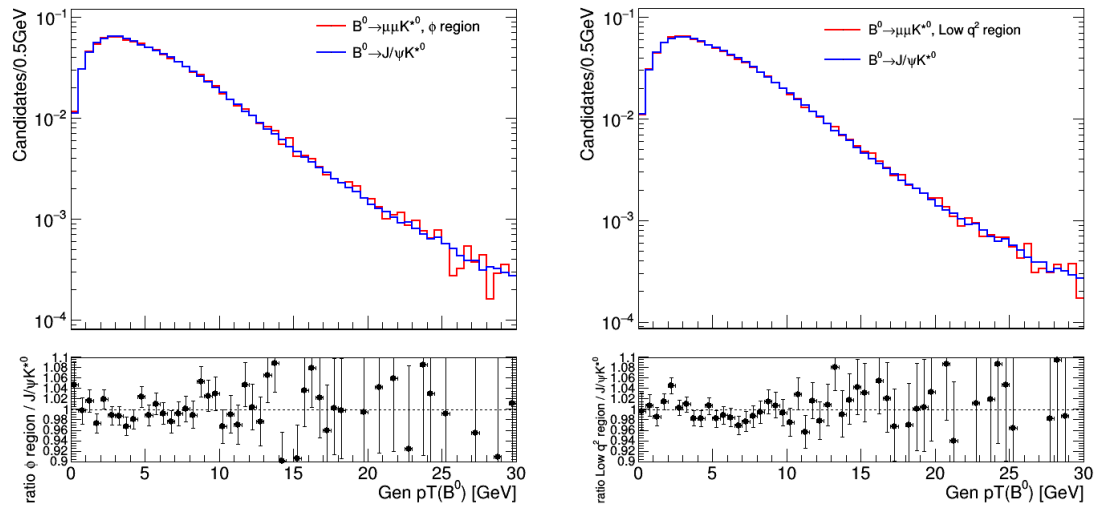


(c) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $\eta(\text{subleading } \mu)$ σε generation level για το $\psi(2S)$ και το J/ψ mode

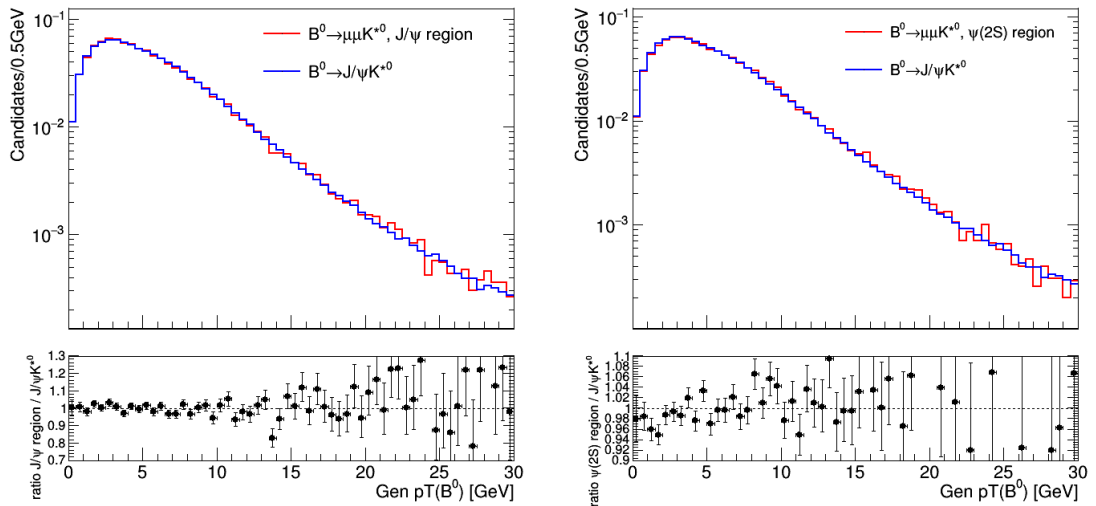
Σχήμα 5.10: Παρατηρούμε ότι η διαφορά των ~ 600 MeV των $m(J/\psi)$ και $m(\psi(2S))$ εμφανίζεται στα Ratio Plots με τις κατανομές των $p_T(\text{leading } \mu)$ και $p_T(\text{subleading } \mu)$ του $\psi(2S)$ mode να είναι από πάνω από αυτές του J/ψ mode για τιμές μεγαλύτερες των 2 GeV.

5.2.3 (q^2 bins) / ($J/\psi K^{*0}$)

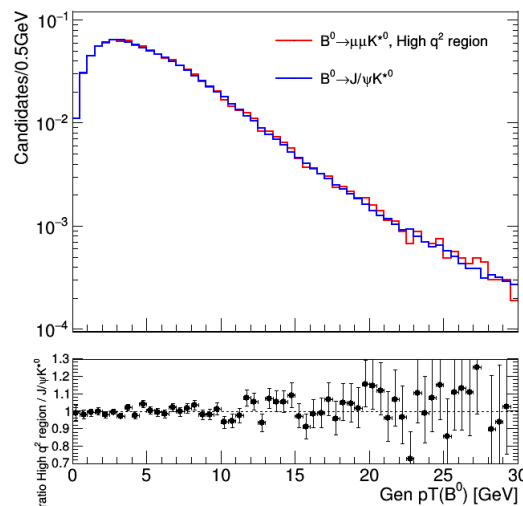
Αρχικά, αντιστοιχούμε κάθε διάσπαση του B^0 με το rare mode στα q^2 bins ανάλογα με την $m(\mu\mu)$. Κατασκευάζουμε τα Ratio Plots με αριθμητή τα entries των bins των κατανομών p_T των σωματιδίων του rare mode για κάθε q^2 bin και παρονομαστή τις κατανομές των p_T των σωματιδίων του resonant mode.



(a) Η κατανομή του $p_T(B^0)$ σε gen level για το ϕ region και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $p_T(B^0)$ σε gen level για το Low q^2 region και το J/ψ mode

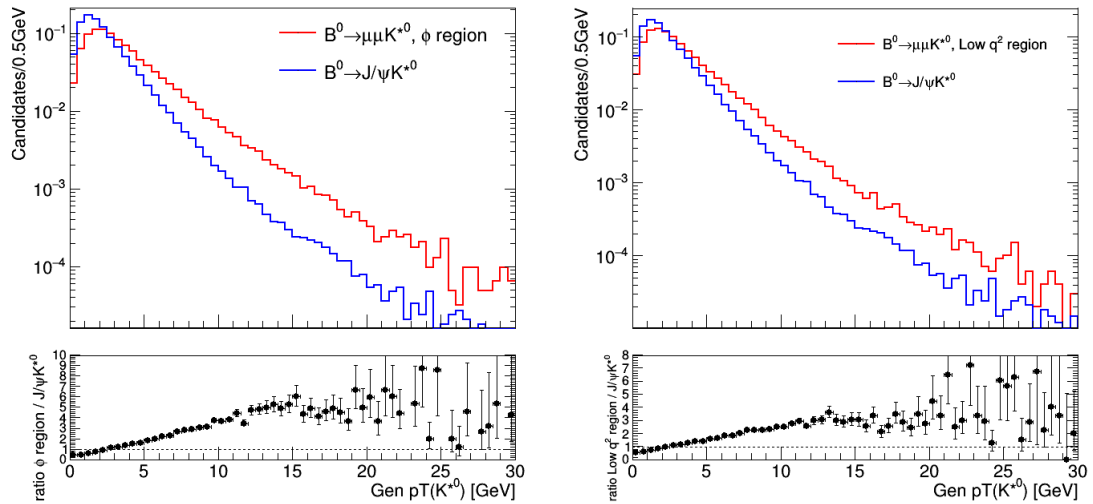


(c) Η κατανομή του $p_T(B^0)$ σε gen level για το J/ψ region και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $p_T(B^0)$ σε gen level για το $\psi(2S)$ region και το J/ψ mode

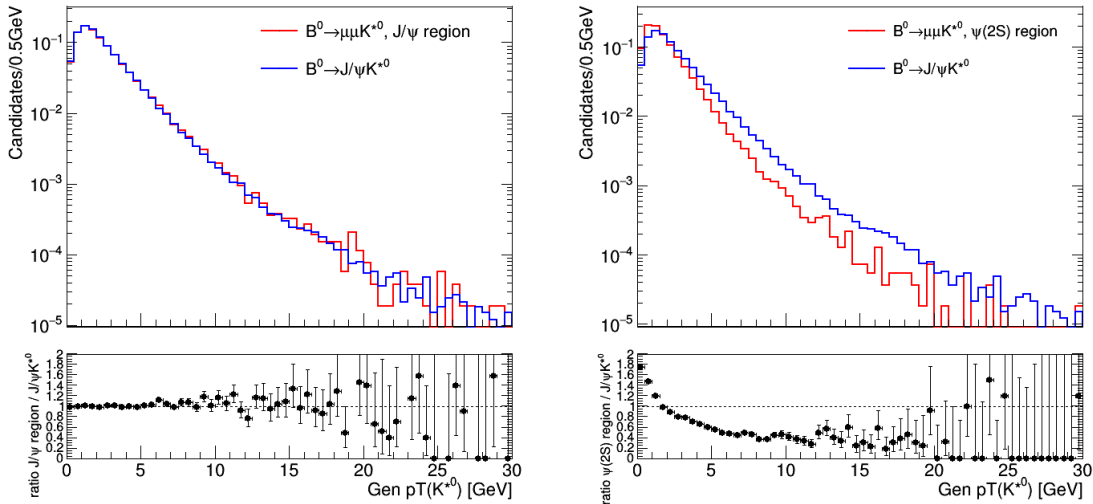


(e) Η κατανομή του $p_T(B^0)$ σε gen level για το High q^2 region και το J/ψ mode

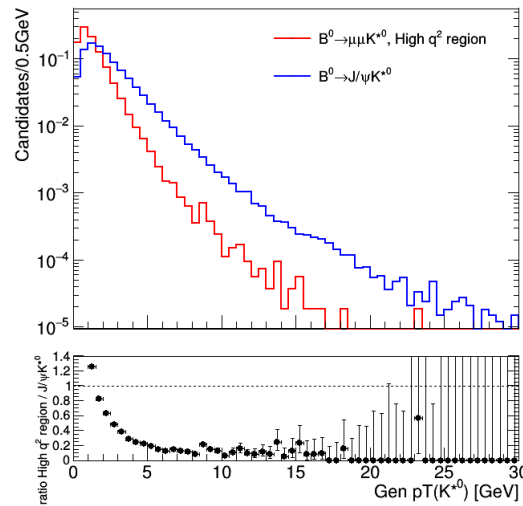
Σχήμα 5.11: Κατανομές του $p_T(B^0)$ σε gen level για τα q^2 bins και το J/ψ mode



(a) Η κατανομή του $p_T(K^{*0})$ σε gen level για το ϕ region και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $p_T(K^{*0})$ σε gen level για το Low q^2 region και το J/ψ mode

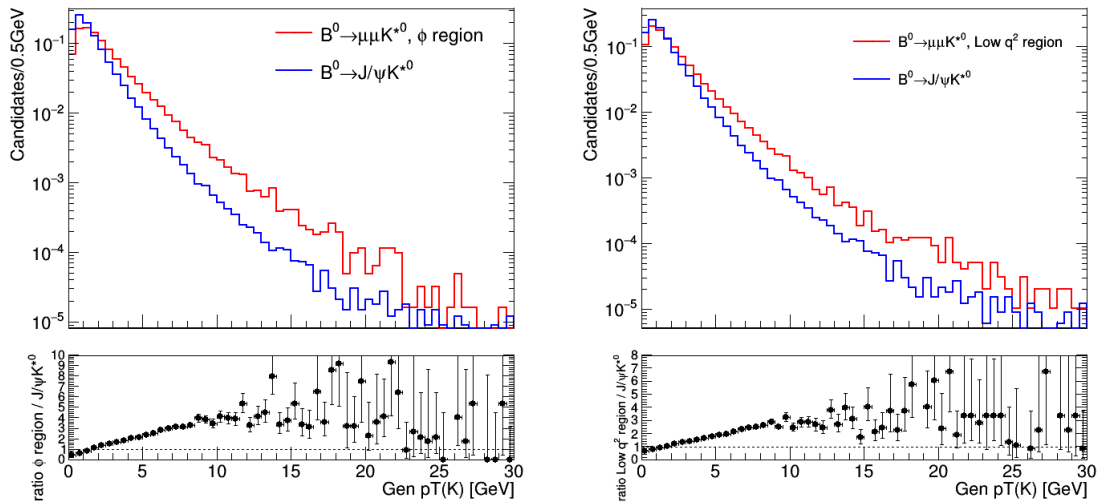


(c) Η κατανομή του $p_T(K^{*0})$ σε gen level για το J/ψ region και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $p_T(K^{*0})$ σε gen level για το $\psi(2S)$ region και το J/ψ mode

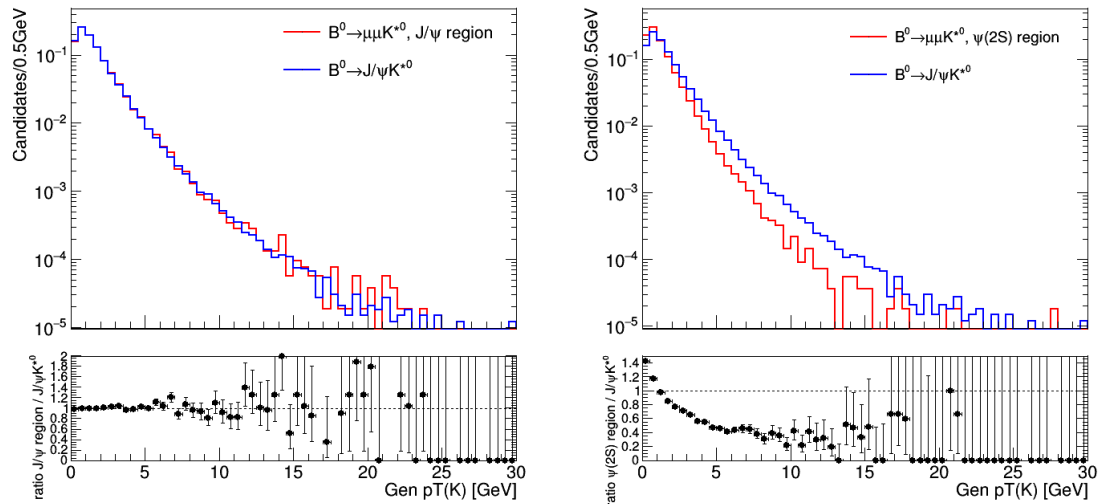


(e) Η κατανομή του $p_T(K^{*0})$ σε gen level για το High q^2 region και το J/ψ mode

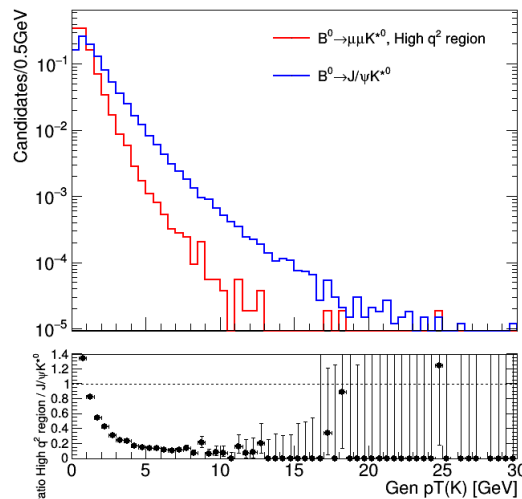
Σχήμα 5.12: Κατανομές του $p_T(K^{*0})$ σε gen level για τα q^2 bins και το J/ψ mode



(a) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε gen level για το ϕ region και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε gen level για το Low q^2 region και το J/ψ mode

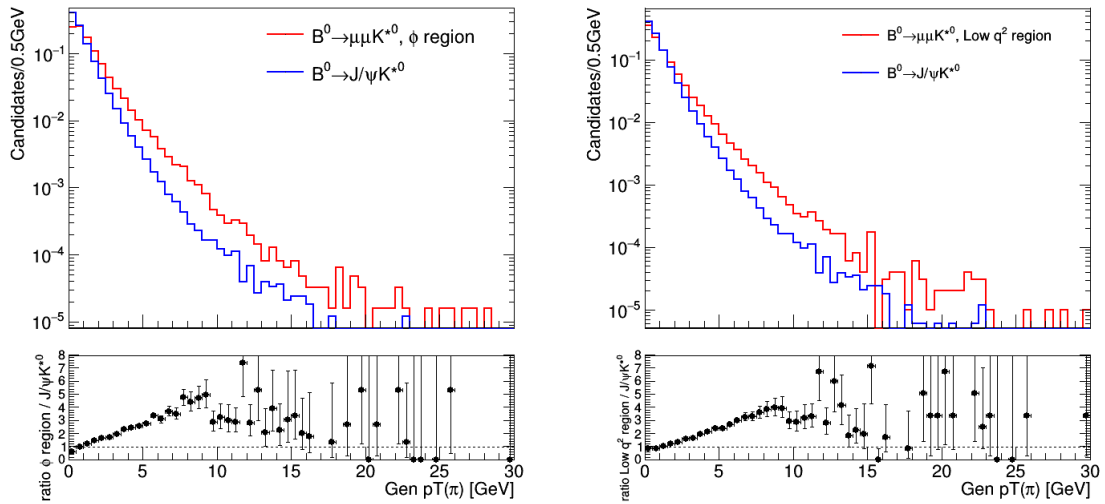


(c) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε gen level για το J/ψ region και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε gen level για το $\psi(2S)$ region και το J/ψ mode

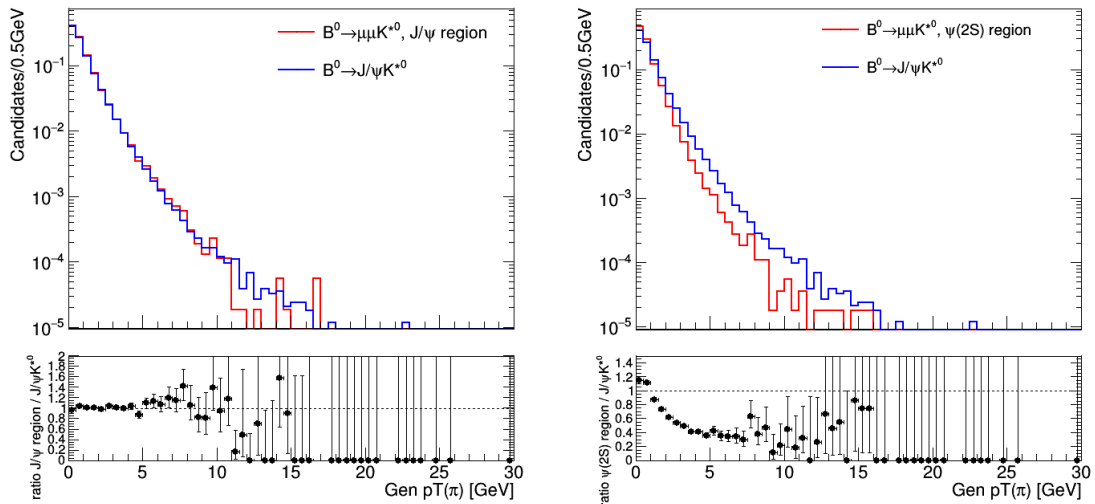


(e) Η κατανομή του $p_T(K)$ σε gen level για το High q^2 region και το J/ψ mode

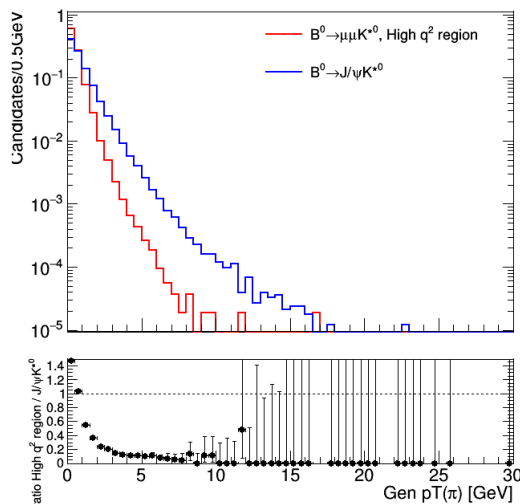
Σχήμα 5.13: Κατανομές του $p_T(K)$ σε gen level για τα q^2 bins και το J/ψ mode



(a) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε gen level για το ϕ region και το J/ψ mode (b) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε gen level για το Low q^2 region και το J/ψ mode

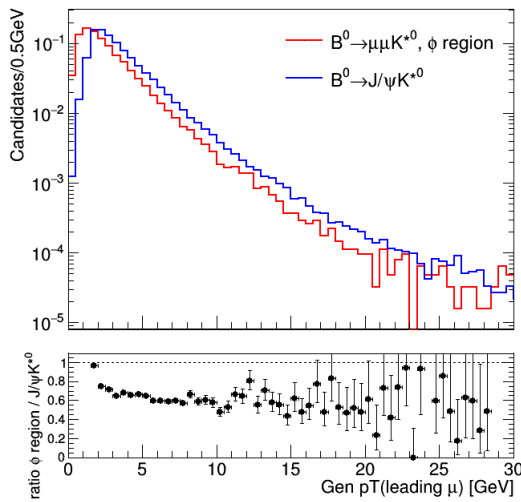


(c) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε gen level για το J/ψ region και το J/ψ mode (d) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε gen level για το $\psi(2S)$ region και το J/ψ mode

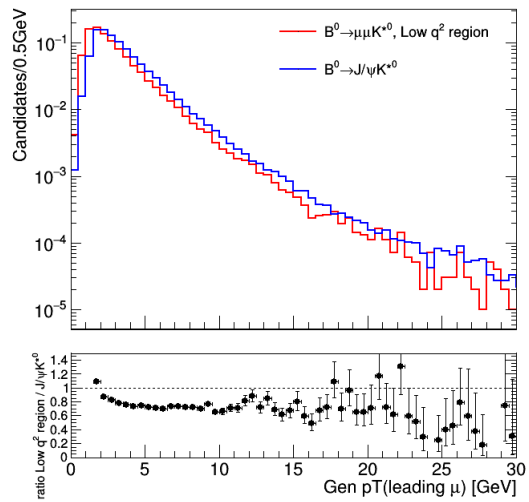


(e) Η κατανομή του $p_T(\pi)$ σε gen level για το High q^2 region και το J/ψ mode

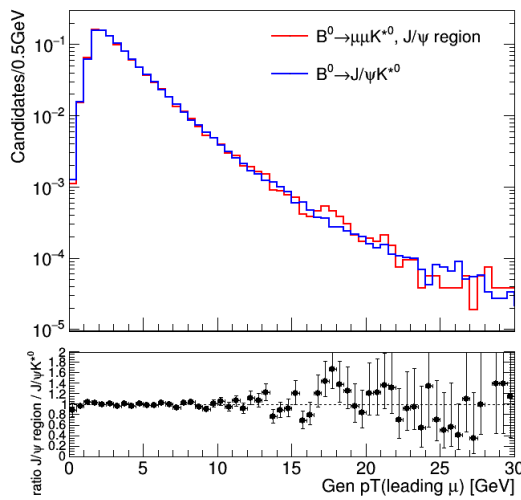
Σχήμα 5.14: Κατανομές του $p_T(\pi)$ σε gen level για τα q^2 bins και το J/ψ mode



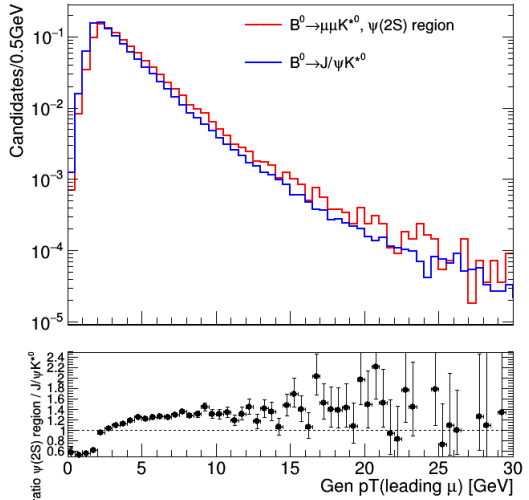
(a) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε gen level για το ϕ region και το J/ψ mode



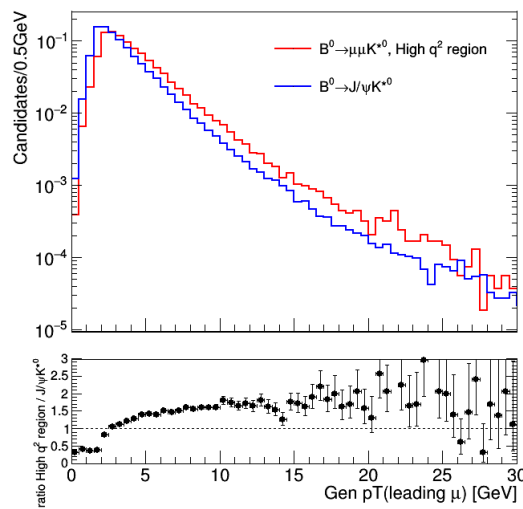
(b) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε gen level για το Low q^2 region και το J/ψ mode



(c) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε gen level για το J/ψ region και το J/ψ mode

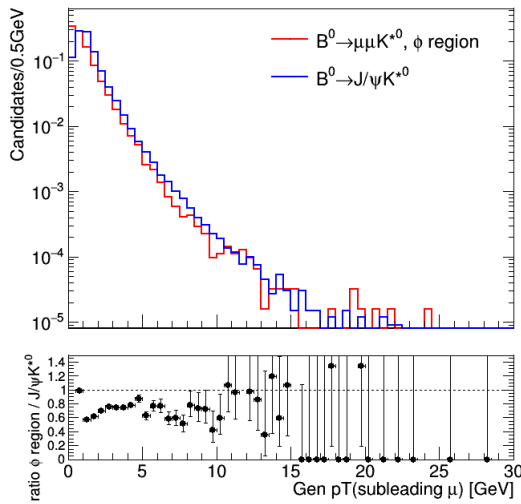


(d) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε gen level για το $\psi(2S)$ region και το J/ψ mode

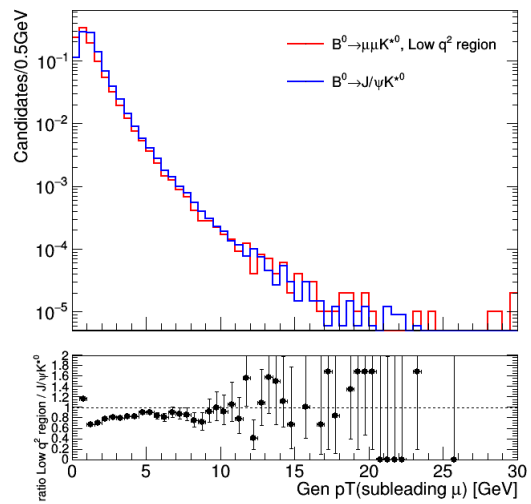


(e) Η κατανομή του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε gen level για το High q^2 region και το J/ψ mode

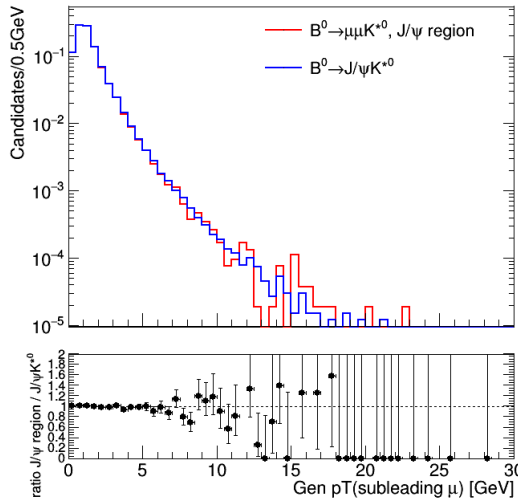
Σχήμα 5.15: Κατανομές του $p_T(\text{leading } \mu)$ σε gen level για τα q^2 bins και το J/ψ mode



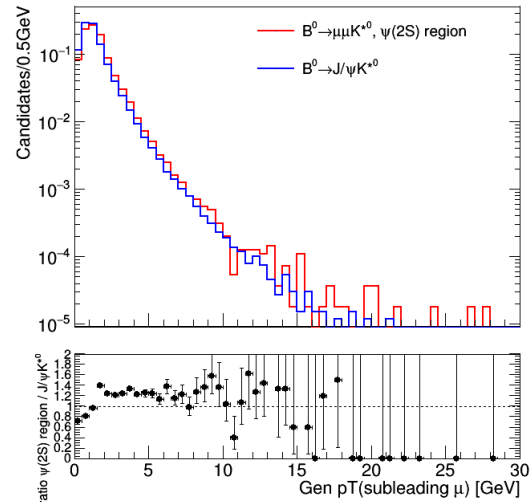
(a) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε gen level για το ϕ region και το J/ψ mode



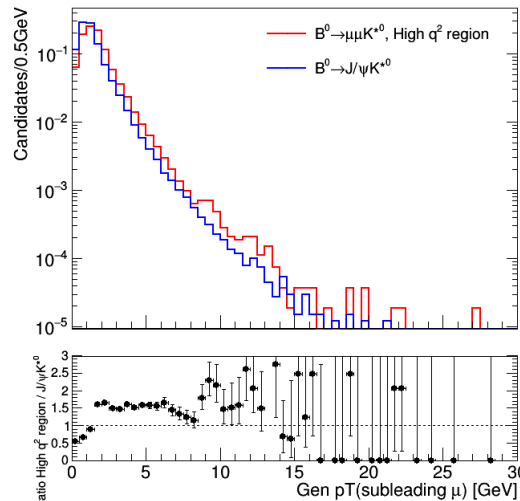
(b) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε gen level για το Low q^2 region και το J/ψ mode



(c) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε gen level για το J/ψ region και το J/ψ mode



(d) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε gen level για το $\psi(2S)$ region και το J/ψ mode



(e) Η κατανομή του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε gen level για το High q^2 region και το J/ψ mode

Σχήμα 5.16: Κατανομές του $p_T(\text{subleading } \mu)$ σε gen level για τα q^2 bins και το J/ψ mode

Παρατηρούμε από τα παραπάνω Ratio Plots, ότι η κατανομή του $p_T(B^0)$ παραμένει όμοια για όλα τα q^2 bins, για τους ίδιους λόγους που αναφέραμε στο Σχήμα 5.3. Στη J/ψ region οι κατανομές φαίνεται να συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό, φαινόμενο αναμενόμενο καθώς ισχύει $m(\mu\mu)_{\text{rare}} \approx m(J/\psi)$ και άρα οι ορμές των θυγατρικών σωματιδίων του B^0 στο rare mode γίνονται σχεδόν ίσες με αυτές των θυγατρικών σωματιδίων του B^0 στο resonant mode².

Όσον αφορά το σωματίδιο K^{*0} , παρατηρούμε ότι η κατανομή του p_T του εμφανίζει μείωση των entries σε σχετικά μεγαλύτερες τιμές του p_T και αύξηση των entries σε σχετικά μικρότερες τιμές του p_T με την αύξηση του $m(\mu\mu)_{\text{rare}}$. Κατά κάποιο τρόπο, η κατανομή του σωματιδίου "συμπιέζεται" στα δεξιά και "φουσκώνει" κοντά στα μηδέν GeV με την αύξηση του $m(\mu\mu)_{\text{rare}}$. Η μεταβολή του $p_T(K^{*0})$ που αναφέραμε οφείλεται ξανά στη κινηματική των συγκεκριμένων διασπάσεων. Όσο μεγαλώνει η ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μυνίων τόσο μειώνεται η ορμή του K^{*0} . Τα $p_T(K)$ και $p_T(\pi)$ ακολουθούν τη συμπεριφορά του $p_T(K^{*0})$.

Τα δύο μύονια φαίνεται να ακολουθούν αντίθετη συμπεριφορά από τα τελικά αδρόνια. Η αύξηση του $m(\mu\mu)$ οδηγεί, όπως αναμένεται, σε μύονια (leading και subleading) με μεγαλύτερη εγκάρσια ορμή, όπως εμφανίζεται στα Σχήματα 5.15 και 5.16.

5.3 acceptance

Όπως προαναφέραμε, ο παράγοντας acceptance δείχνει τι ποσοστό των διασπάσεων B^0 που δημιουργούνται στο εσωτερικό του CMS έχουν παράγωγα σωματίδια, τα οποία ικανοποιούν τα κινηματικά κριτήρια για την ανίχνευσή τους. Για τον έλεγχο τέτοιων όρων απαιτείται η χρήση δειγμάτων δεδομένων από προσομοιώσεις.

Δουλεύοντας στο tag side, χρειάζεται να ελέγξουμε εάν οι υπο μελέτη διασπάσεις έχουν τουλάχιστον ένα μύονιο με κάποια συγκεκριμένα κινηματικά χαρακτηριστικά. Βέβαια, για να έχουμε περισσότερη στατιστική στο δείγμα, δηλαδή περισσότερες διασπάσεις με τα απαιτούμενα χαρακτηριστικά του μυνίου, χρησιμοποιούνται δύο samples για κάθε decay mode. Ένα sample στο οποίο εφαρμόζεται κατά τη κατασκευή του ένα φίλτρο (tag filter sample) και ένα χωρίς κανένα φίλτρο (no filter sample). Το φίλτρο αυτό (tag filter), απαιτεί να υπάρχει σε Generation Level τουλάχιστον ένα μύονιο με $p_T > 6$ GeV και $|\eta| < 2.5$. Το φίλτρο δεν προσθέτει bias στο sample για την ανάλυση των trigger, καθώς ο trigger με το χαμηλότερο κατώφλι $p_{T,\mu}$ είναι ο HLT_Mu7_IP4, ενώ όπως προαναφέραμε οι θάλαμοι μυνίων αδυνατούν να ανιχνεύσουν μύονια με $|\eta| > 2.5$.

Ξεκινάμε, χρησιμοποιώντας το no filter sample του κάθε decay mode και μετρώντας πόσες από τις διασπάσεις έχουν τουλάχιστον ένα μύονιο με $p_T > 6$ GeV και $|\eta| < 2.5$. Για κάθε decay mode, ο λόγος των B^0 με τη παραπάνω απαίτηση ($= N_f$) προς τον συνολικό αριθμό διασπάσεων B^0 ($= N_n$) ορίζει τον παράγοντα acceptance: $\alpha(\text{filt.}|\text{no filt.})$.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε τα tag filter samples των decay modes με τους σντονισμούς J/ψ και $\psi(2S)$, ενώ για το rare mode συνεχίζουμε με το no filter sample.

²Αναφέραμε ότι γίνονται σχεδόν ίσες διότι για τα q^2 bins έχουμε λάβει ένα παράθυρο τιμών ανακατασκευασμένων $m(\mu\mu)$

Χωρίζουμε τον υπολογισμό των επιμέρους λόγων acceptancies σε στάδια ("Stages").

Στο Stage 1 υπολογίζουμε για κάθε decay mode τον αριθμό των B^0 διασπάσεων στις οποίες υπάρχει τουλάχιστον ένα μύονιο με $p_T > 6$ GeV και $|\eta| < 1.5$ ($= N_1$). Διαιρώντας με τον αριθμό των B^0 διασπάσεων για το εκάστοτε mode με τουλάχιστον ένα μύονιο με $p_T > 6$ GeV και $|\eta| < 2.5$ ($= N_0$) βρίσκουμε τον όρο acceptance: $\alpha(\eta|filt.)$

Στο επόμενο Stage (Stage 2) υπολογίζουμε τον αριθμό των B^0 διασπάσεων στις οποίες υπάρχει τουλάχιστον ένα μύονιο με $p_T > 9$ GeV και $|\eta| < 1.5$ ($= N_2$) και τον διαιρούμε με το N_1 . Ο λόγος N_2/N_1 ορίζεται ως ο όρος acceptance: $\alpha(p_T|\eta)$

Υπολογίζουμε τα γινόμενα των παραπάνω όρων α για κάθε ένα από τα decay modes και έτσι υπολογίζουμε τον συνολικό όρο acceptance (α_{total}) για κάθε μία από τις τρεις διασπάσεις. Ο όρος α_{total} δείχνει το ποσοστό των B^0 διασπάσεων που έχουν ένα μύονιο, το οποίο θα μπορούσε να πυροδοτήσει τον trigger L1_SingleMu9er1p5. Στο επόμενο κεφάλαιο θα υπολογίσουμε τι ποσοστό αυτών ανακατασκευάζονται σε Reconstriction Level και πυροδοτούν τον συγκεκριμένο trigger. Συγκεντρώνουμε τις τιμές των α_{total} που εξάγαμε από την παραπάνω διαδικασία στους Πίνακες 5.1, 5.3 και 5.2

	$B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	
$\alpha(filt. no\ tag\ filt.)$	$N_f/N_n = 28048 / 328807$	0.0853 ± 0.0005
$\alpha(\eta filt.)$	$N_1/N_0 = 324892 / 497799$	0.6527 ± 0.0015
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 104418 / 324892$	0.32139 ± 0.00114
$\alpha_{total,J/\psi}$	-	0.01789 ± 0.00013

Πίνακας 5.1: acceptances του Resonant Mode

	$B^0 \rightarrow \mu\mu K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	
$\alpha(filt. no\ tag\ filt.)$	$N_f/N_n = 43267 / 493688$	0.0876 ± 0.0004
$\alpha(\eta filt.)$	$N_1/N_0 = 323500 / 494669$	0.654 ± 0.0015
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 105373 / 323500$	0.32573 ± 0.00116
$\alpha_{total,\mu\mu}$	-	0.018661 ± 0.000116

Πίνακας 5.2: acceptances του Rare Mode

	$B^0 \rightarrow \psi(2S) K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	
$\alpha(filt. no\ tag\ filt.)$	$N_f/N_n = 35303 / 329479$	0.1071 ± 0.0008
$\alpha(\eta filt.)$	$N_1/N_0 = 23093 / 35303$	0.654 ± 0.006
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 7546 / 23093$	0.327 ± 0.004
$\alpha_{total,\psi(2S)}$	-	0.0229 ± 0.0004

Πίνακας 5.3: acceptances του Resonant Mode (2S)

Παρατηρούμε ότι το $\alpha_{total,\psi(2S)}$ είναι σχετικά μεγαλύτερο των $\alpha_{total,J/\psi}$ και $\alpha_{total,\mu\mu}$, ενώ τα δύο τελευταία μεγέθη έχουν παραπλήσιες τιμές. Όπως είπαμε η κινηματική στις διασπάσεις είναι διαφορετική, ας μην ξεχνάμε ότι έχουμε δύο two-body decays και μια three-body decay με την μάζα των δύο μιονίων να είναι το μόνο δυνατό κριτήριο διαχωρισμού των τρόπων διάσπασης στα πραγματικά δεδομένα και όχι στα προσομοιωμένα γεγονότα. Για τον λόγο αυτό ελέγχουμε την εξάρτηση του α_{total} από

την $m(\mu\mu)$. Αυτό θα πραγματοποιηθεί χωρίζοντας την ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μυνίων του rare mode στα q^2 bins που αναφέραμε στο Κεφάλαιο 5.1. Για τον ίδιο λόγο εξάγαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο και τα Ratio Plots για τις διαφορετικές περιοχές του q^2 . Υπολογίζοντας τους ίδιους όρους acceptance που υπολογίσαμε παραπάνω για τα τρία κανάλια διάσπασης αλλά αυτή τη φορά για τα q^2 bins, κατασκευάζουμε τους παρακάτω πίνακες.

	ϕ region	
$\alpha(\text{filt.} \text{no tag filt.})$	$N_f/N_n = 3115 / 61377$	0.0508 ± 0.0009
$\alpha(\eta \text{filt.})$	$N_1/N_0 = 23850 / 36365$	0.656 ± 0.005
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 7715 / 23850$	0.323 ± 0.004
$\alpha_{total,q^2,\phi}$	-	0.01076 ± 0.00025

Πίνακας 5.4: acceptances του ϕ region του Rare Mode

	Low q^2 region	
$\alpha(\text{filt.} \text{no tag filt.})$	$N_f/N_n = 6045 / 97385$	0.0621 ± 0.0008
$\alpha(\eta \text{filt.})$	$N_1/N_0 = 44673 / 67662$	0.66 ± 0.004
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 14066 / 44673$	0.315 ± 0.003
$\alpha_{total,q^2,L}$	-	0.0129 ± 0.0002

Πίνακας 5.5: acceptances του Low q^2 region του Rare Mode

	J/ψ region	
$\alpha(\text{filt.} \text{no tag filt.})$	$N_f/N_n = 4428 / 52260$	0.0847 ± 0.0013
$\alpha(\eta \text{filt.})$	$N_1/N_0 = 33455 / 50924$	0.657 ± 0.005
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 10785 / 33455$	0.322 ± 0.004
$\alpha_{total,q^2,J/\psi}$	-	0.0179 ± 0.0004

Πίνακας 5.6: acceptances του J/ψ region του Rare Mode

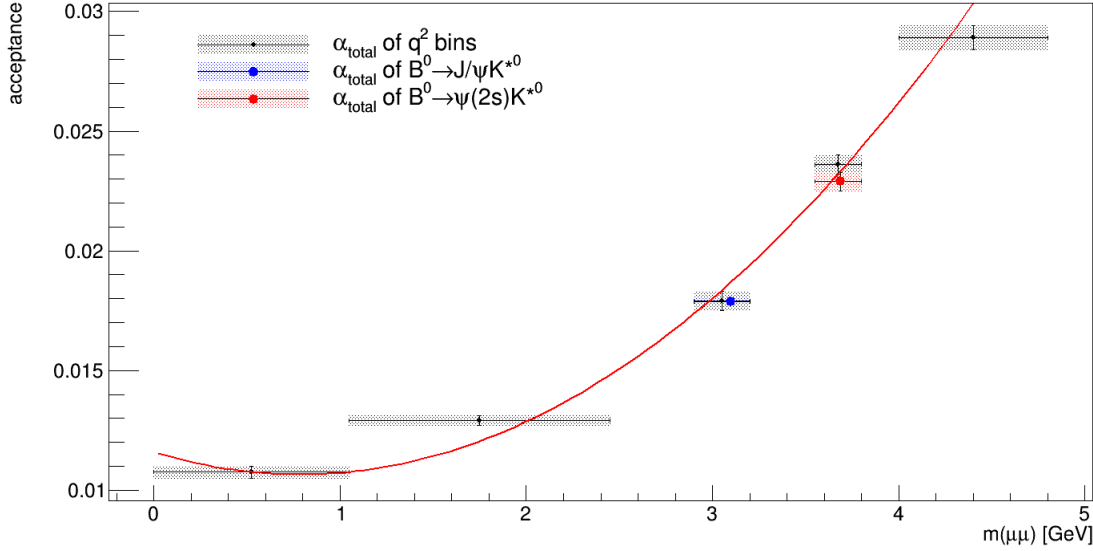
	$\psi(2S)$ region	
$\alpha(\text{filt.} \text{no tag filt.})$	$N_f/N_n = 6056 / 54752$	0.1106 ± 0.0015
$\alpha(\eta \text{filt.})$	$N_1/N_0 = 44594 / 68070$	0.655 ± 0.004
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 14522 / 44594$	0.326 ± 0.003
$\alpha_{total,q^2,\psi(2S)}$	-	0.0236 ± 0.0004

Πίνακας 5.7: acceptances του $\psi(2S)$ region του Rare Mode

	High q^2 region	
$\alpha(\text{filt.} \text{no tag filt.})$	$N_f/N_n = 7001 / 52914$	0.1323 ± 0.0017
$\alpha(\eta \text{filt.})$	$N_1/N_0 = 52565 / 80742$	0.651 ± 0.004
$\alpha(p_T \eta)$	$N_2/N_1 = 17667 / 52565$	0.336 ± 0.003
$\alpha_{total,q^2,H}$	-	0.0289 ± 0.0005

Πίνακας 5.8: acceptances του High q^2 region του Rare Mode

Συγκρίνοντας τα α_{total} για κάθε q^2 bin παρατηρείται αύξηση των τιμών του με την αύξηση της ανακατασκευασμένης μάζας των δύο μιονίων. Συγκεντρώνουμε τις παραπάνω τιμές, α_{total} για το Resonant Mode, το Resonant Mode (2S) και τα q^2 bins σε γράφημα και εφαρμόζουμε καμπύλη προσαρμογής για τα q^2 bins. Το γράφημα εμφανίζεται στο Σχήμα 5.17.



Σχήμα 5.17: α_{total} για τα q^2 bins και για τα κανάλια διάσπασης του B^0 με τους δύο συντονισμούς, J/ψ και $\psi(2S)$.

Η προσαρμογή των πέντε σημείων α_{total,q^2} έγινε με πολυώνυμο δευτέρου βαθμού ($p_0 + p_1x + p_2x^2$) και με παραμέτρους που εμφανίζονται στον Πίνακα 5.9

Parameter	Value
p_0	0.0116 ± 0.001208
p_1	-0.002383 ± 0.002142
p_2	0.001508 ± 0.0005324

Πίνακας 5.9: Παράμετροι πολυωνύμου 2ου βαθμού για τη προσαρμογή στις πέντε τιμές α_{total,q^2} .

Παρατηρούμε ότι το α_{total} δεν αυξάνεται γραμμικά με το $m(\mu\mu)$, αλλά τετραγωνικά. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σημαντικό καθώς μπορεί να εξηγήσει και το $\alpha_{total,\mu\mu}$ του Πίνακα 5.2. Η μέση τιμή των $m(\mu\mu)$ του Σχήματος 5.2 είναι περίπου 2.77 GeV, ενώ η μάζα του J/ψ είναι περίπου ίση με 3.1 GeV. Η τετραγωνική εξάρτηση του α_{total} από το $m(\mu\mu)$ καθώς και η μορφή του Σχήματος 5.2, οδηγούν σε σημαντικότερη συνεισφορά των διασπάσεων με σχετικά μεγαλύτερα $m(\mu\mu)$ του rare mode στο $\alpha_{total,\mu\mu}$. Για τον λόγο αυτό εμφανίζεται το $\alpha_{total,\mu\mu}$ να είναι ελαφρώς μεγαλύτερο του $\alpha_{total,J/\psi}$.

Και για τα δύο modes με τους συντονισμούς, τα σφάλματα στον x-άξονα είναι τέτοια ώστε να καλύψουν το μήκος των αντίστοιχων regions των q^2 bins. Για τα σφάλματα στον y-άξονα χρησιμοποιήθηκαν οι τιμές από τα χρωματιστά κελιά των Πινάκων 5.1 και 5.3.

Παρατηρούμε ότι το σφάλμα για το $\alpha_{total,J/\psi}$ είναι αρκούντως μικρό έτσι ώστε να μην μπορεί να φανεί το σύνολο τιμών που ορίζουν τα δύο σφάλματα για την τιμή αυτή. Οι τιμές $\alpha_{total,J/\psi}$ και $\alpha_{total,q^2,J/\psi}$ βρίσκονται σε μεγάλη συμφωνία μεταξύ τους.

Βέβαια, για το $\psi(2S)$ mode παρατηρούμε ότι οι δυο τιμές του α_{total} δεν συμπίπτουν στον ίδιο βαθμό με τις αντίστοιχες τιμές για το J/ψ mode. Επιπλέον, το σφάλμα του $\alpha_{total,\psi(2S)}$ στον y -άξονα είναι σχετικά μεγαλύτερο από αυτό του $\alpha_{total,J/\psi}$ έτσι ώστε να φαίνεται το σύνολο τιμών που είναι στα όρια σφάλματος. Τα παραπάνω σχετίζονται με τα samples που χρησιμοποιήθηκαν για την εξαγωγή των τιμών acceptancies για τα δύο modes. Στη περίπτωση του J/ψ χρησιμοποιήθηκαν samples με tag filter, ενώ στη περίπτωση του $\psi(2S)$ χρησιμοποιήθηκαν samples χωρίς κανένα φίλτρο κατά τη παραγωγή. Το τελευταίο sample παρουσιάζει χαμηλότερη στατιστική σε σχέση με το πρώτο. Για τον λόγο αυτό το σφάλμα του $\alpha_{total,\psi(2S)}$ είναι μεγαλύτερο από του $\alpha_{total,J/\psi}$ και οι τιμή του $\alpha_{total,\psi(2S)}$ δεν είναι τόσο κοντά στην $\alpha_{total,q^2,\psi(2S)}$ όσο στην περίπτωση του J/ψ mode. Ωστόσο, να σημειώσουμε ότι το σχετικό σφάλμα των $\alpha_{total,\psi(2S)}$ και $\alpha_{total,q^2,\psi(2S)}$ είναι μόλις της τάξεως του 3%.

5.4 efficiency

Αφού υπολογίσαμε τους όρους α_{total} , θα χρειαστεί να υπολογίσουμε πόσες από τις διασπάσεις που βρίσκονται στα κινηματικά, ενεργειακά και γεωμετρικά όρια του ανιχνευτή τελικά πυροδοτούν τον HLT_Mu9_IP6. Για τον λόγο αυτό θα υπολογίσουμε τον όρο efficiency για τον trigger (ϵ_{trig}) για κάθε κανάλι διάσπασης του B^0 και για τα q^2 bins.

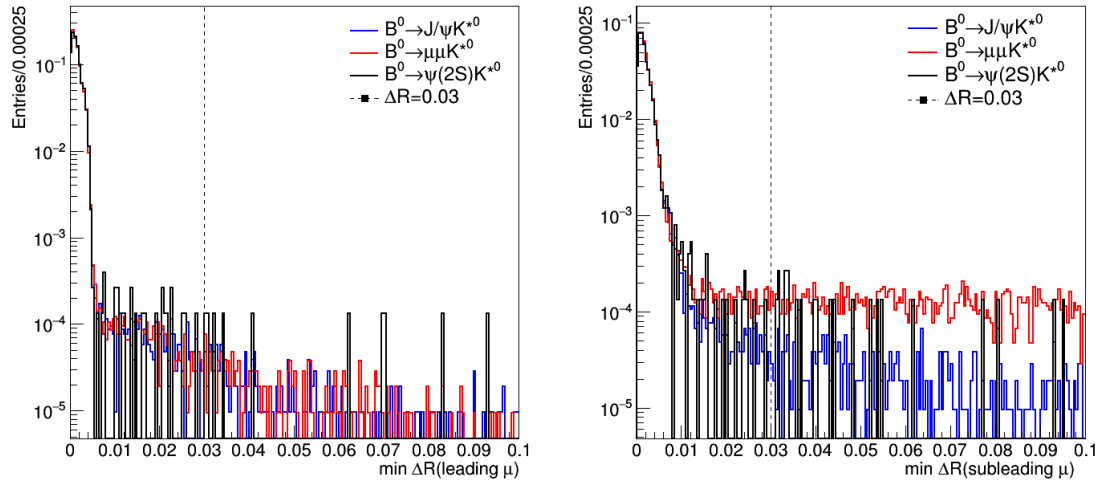
Εκτός των απαιτήσεων για τα μόνια που πυροδοτούν τον υπό μελέτη L1 trigger, για να πυροδοτηθεί και ο HLT_Mu9_IP6 απαιτείται το μόνιο να έχει και $IP_{sig.} > 6$. Αυτό σημαίνει ότι η ενεργοποίηση του υπό μελέτη σκανδαλιστή απαιτεί ένα αρκετά μετατοπισμένο μόνιο από το PV. Αυτό συμβαίνει γιατί ο ανιχνευτής χρησιμοποιείται για τη μελέτη B μεσονίων, τα οποία έχουν σχετικά μεγάλη μάζα και μεγάλους χρόνους ζωής. Τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα τα B μεσόνια να καλύπτουν σχετικά μεγάλη απόσταση στον ανιχνευτή πριν διασπαστούν και έτσι να δίνουν αρκετά μετατοπισμένα παράγωγα σωματίδια. Επιπλέον, μελέτες για τα κανάλια διάσπασης του B^0 που πραγματευόμαστε σε αυτή την εργασία έχουν δείξει ότι η απαίτηση $IP_{sig.} > 6$ για το μόνιο οδηγεί σε μεγαλύτερες τιμές b purity, δηλαδή σε samples με μεγαλύτερη περιεκτικότητα σε γεγονότα όπου υπάρχουν διασπάσεις της μορφής $b \rightarrow \mu X$.

Ωστόσο, το $IP_{sig.}$ δεν μπορεί να μετρηθεί στο Generation Level, καθώς οι τιμές για τον υπολογισμό των τιμών αυτών για κάθε μόνιο δεν αποθηκεύονται στα αρχεία ROOT των NanoAODs. Για τον λόγο αυτό θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουμε και τις πληροφορίες για τα μόνια του Reconstruction Level. Επίσης, χρειάζεται να δούμε σε Reconstruction Level πόσα είναι τα μόνια από τις τρεις B^0 διασπάσεις που πυροδοτούν τους δύο trigger. Για να επιτευχθεί αυτό θα χρειαστεί αρχικά να ταιριάζουμε τα μόνια του gen level που περνάνε τα δύο από τα τρία cuts του σκανδαλιστή ($p_T > 9$ GeV και $|\eta| < 1.5$) με τα μόνια του reco level από τις υπομελέτη διασπάσεις. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται με το ΔR matching. Για αυτή την αντιστοίχιση μιονικών τροχιών από το gen και το reco level ορίζεται η ποσότητα:

$$\Delta R = \sqrt{[\eta_{gen} - \eta_{reco}]^2 + [\phi_{gen} - \phi_{reco}]^2} \quad (5.2)$$

Η ποσότητα αυτή ορίζει την ακτίνα ενός κώνου. Η αντιστοίχιση των μυνίων των δύο levels γίνεται μέσω της ελαχιστοποίησης του ΔR . Για να μην συμπεριλάβουμε τυχαία αντιστοιχισμένες gen-reco μυνονικές τροχιές, λαμβάνουμε υπόψιν μόνο τα ζεύγη gen-reco μυνίων με $\Delta R < 0.03$.

Δουλεύουμε ξανά με τα tag filter samples για το Resonant και το Rare Mode και με το no filter sample για το Resonant (2S) Mode. Στο Stage 3, υπολογίζουμε πόσες από τις διασπάσεις των B^0 έχουν τουλάχιστον ένα gen μύνιο με $p_T > 9$ GeV και $|\eta| < 1.5$, το οποίο έγινε match με ΔR με ένα reco μύνιο του sample με $\Delta R < 0.03$ ($= N_3$). Ο λόγος N_3/N_2 ορίζεται ως ο όρος efficiency: $\epsilon(\Delta R|p_T)$.



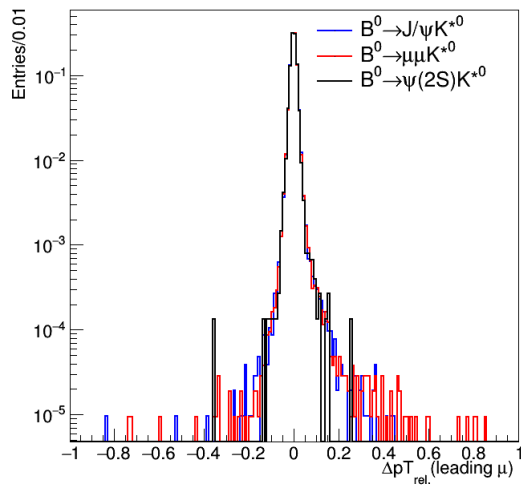
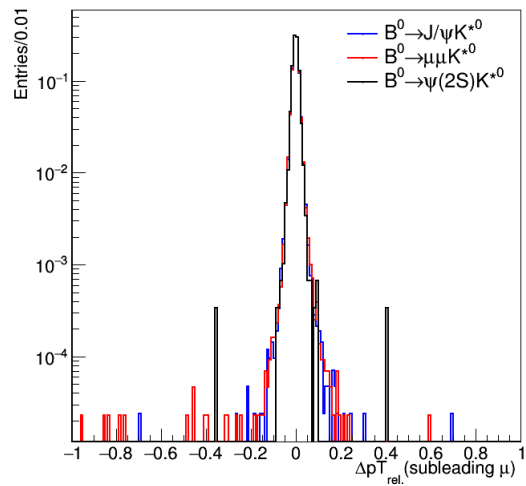
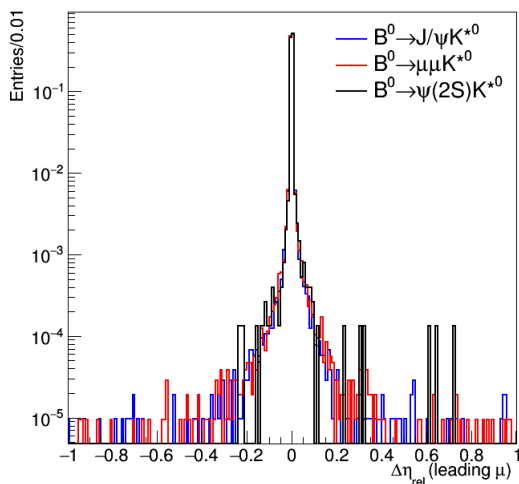
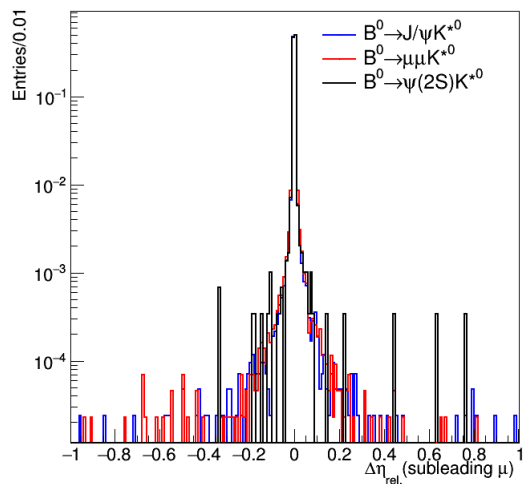
(a) Η κατανομή του ΔR των leading μυνίων για τα τρία κανάλια διάσπασης

(b) Η κατανομή του ΔR των subleading μυνίων για τα τρία κανάλια διάσπασης

Σχήμα 5.18: Κανονικοποιημένες κατανομές ΔR για τα μύνια των υπό μελέτη διασπάσεων

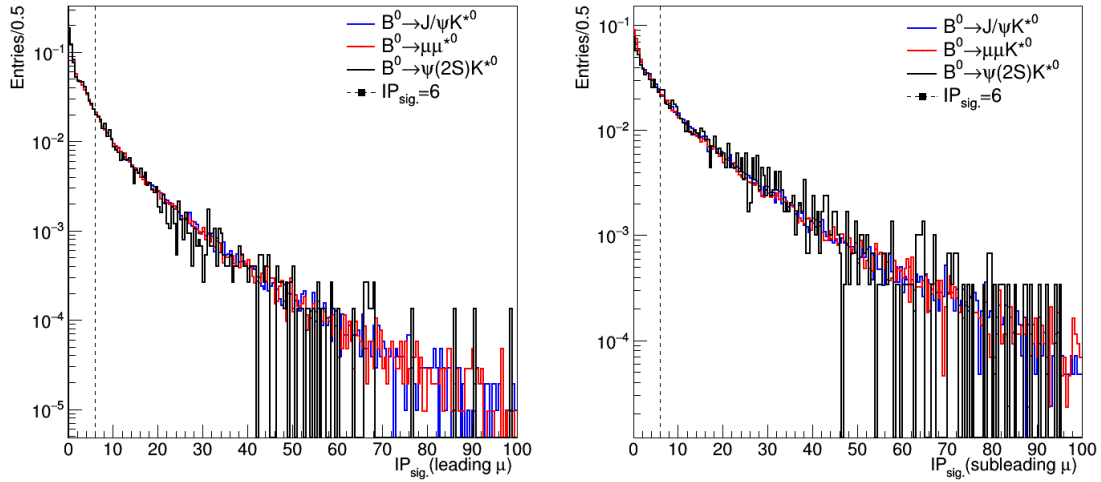
Για τον έλεγχο της αντιστοίχισης των gen με τα reco μύνια, ορίζουμε δύο επιπλέον ποσότητες, το $\Delta p_{T,rel.}$ και $\Delta \eta_{rel.}$:

$$\Delta p_{T,rel.} = \frac{p_{T,gen} - p_{T,reco}}{p_{T,gen}}, \quad \Delta \eta_{rel.} = \frac{\eta_{gen} - \eta_{reco}}{\eta_{gen}} \quad (5.3)$$

(a) Η κατανομή του $\Delta p_{T,rel.}$ των leading μονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης(b) Η κατανομή του $\Delta p_{T,rel.}$ των subleading μονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης(c) Η κατανομή του $\Delta \eta_{rel.}$ των leading μονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης(d) Η κατανομή του $\Delta \eta_{rel.}$ των subleading μονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης

Σχήμα 5.18: Κανονικοποιημένες κατανομές $\Delta p_{T,rel.}$ και $\Delta \eta_{rel.}$ για τις τρεις διασπάσεις. Παρατηρούμε την κορυφή στο μηδέν, φαινόμενο που δείχνει ότι το ΔR matching ήταν επιτυχές. Τα entries από το $\psi(2S)$ Mode δεξιά και αριστερά του μηδέν, εμφανίζονται λόγω χαμηλής στατιστικής του no filter sample και της κανονικοποίησης.

Επιπλέον, υπολογίζουμε στο επόμενο Stage (Stage 4) τον αριθμό των B^0 διασπάσεων που έχουν τουλάχιστον ένα gen μόνιο με $p_T > 9$ GeV και $|\eta| < 1.5$, το οποίο έγινε match με ΔR με ένα reco μόνιο του sample με $\Delta R < 0.03$ ($= N_3$), το οποίο έχει $p_T > 9$ GeV, $|\eta| < 1.5$ και $IP_{sig.} > 6$ ($= N_4$). Ο λόγος N_4/N_3 ορίζεται ως ο όρος efficiency: $\epsilon(\text{trig. reco}|\Delta R)$.



(e) Η κατανομή του IP_{sig} των reco leading μονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης

(f) Η κατανομή του IP_{sig} των reco subleading μονίων για τα τρία κανάλια διάσπασης

Σχήμα 5.19: Κανονικοποιημένες κατανομές του IP_{sig} των τελικών λεπτονίων στο Stage 3. Το "γόνατο" που εμφανίζεται στη τιμή 3 είναι επίδραση των σκανδαλιστών που απαιτούν μόνια με $IP_{sig} > 3$.

Τέλος, υπολογίζουμε στο τελικό Stage (Stage 5) τον αριθμό των B^0 διασπάσεων που έχουν τουλάχιστον ένα gen μόνιο με $p_T > 9$ GeV και $|\eta| < 1.5$, το οποίο έγινε match με ΔR με ένα reco μόνιο του sample με $\Delta R < 0.03$, το οποίο έχει $p_T > 9$ GeV, $|\eta| < 1.5$, $IP_{sig} > 6$ και το οποίο έχει πυροδοτήσει τον trigger HLT_Mu9_IP6 (= N_5). Ο λόγος N_5/N_4 ορίζεται ως ο όρος efficiency: $\epsilon(\text{ftrig}|\text{trig_reco})$.

Ξανά, υπολογίζουμε τα γινόμενα των όρων ϵ για κάθε κανάλι διάσπασης του B^0 . Κάθε γινόμενο αποτελεί τον όρο efficiency για τον trigger HLT_Mu9_IP6 (ϵ_{trig}) για τα τρία κανάλια διάσπασης του B^0 .

	$B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 103977 / 104418$	0.996 ± 0.004
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 29901 / 103977$	0.288 ± 0.002
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 27788 / 29901$	0.929 ± 0.008
$\epsilon_{trig, J/\psi}$	-	0.266 ± 0.003

Πίνακας 5.10: efficiencies του Resonant Mode

	$B^0 \rightarrow \mu\mu K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 104947 / 105373$	0.996 ± 0.004
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 30050 / 104947$	0.286 ± 0.002
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 27825 / 30050$	0.926 ± 0.008
$\epsilon_{trig, \mu\mu}$	-	0.264 ± 0.003

Πίνακας 5.11: efficiencies του Rare Mode

	$B^0 \rightarrow \psi(2S)K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 7520 / 7546$	1.00 ± 0.02
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 2075 / 7520$	0.276 ± 0.007
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 1914 / 2075$	0.922 ± 0.029
$\epsilon_{\text{trig},\psi(2S)}$	-	0.2536 ± 0.0114

Πίνακας 5.12: efficiencies του Resonant Mode (2S)

Παρατηρούμε ότι οι τιμές των ϵ_{trig} δεν παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές για τα τρία κανάλια. Ο όρος efficiency στον οποίο ίσως να περιμέναμε κάποια διαφορά, θα ήταν ο $\epsilon(\text{trig_reco}|\Delta R)$, όπου εφαρμόζεται το cut IP_{sig} στα μύονια. Θα περιμέναμε, δηλαδή, λόγω των J/ψ και $\psi(2s)$, η τιμή του παραπάνω όρου να είναι μεγαλύτερη για τα δύο αντίστοιχα κανάλια, καθώς οι δύο συντονισμοί ταξιδεύουν μέσα στον ανιχνευτή πριν διασπαστούν. Ωστόσο, οι συντονισμοί αυτοί διασπώνται ηλεκτρομαγνητικά στα δύο λεπτόνια και γι αυτό έχουν πολύ μικρό χρόνο ζωής³. Επιπλέον, το K^{*0} ως διεγερμένο σωματίδιο διασπάται σχεδόν αμέσως στα K και π . Σύμφωνα με τα παραπάνω και λόγω της διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή κορυφών (pixel detector) ταυτίζουμε την "τριτογενή κορυφή" (tertiary vertex) με τη "δευτερογενή κορυφή" (secondary vertex). Όλα τα παραπάνω οδηγούν σε σχεδόν μηδενικές διαφορές για τους όρους efficiency που μελετήσαμε. Να σημειώσουμε ότι η μικρή διαφορά της τιμής του $\epsilon_{\text{trig},\psi(2S)}$ με το σχετικά μεγαλύτερο σφάλμα από τα δύο άλλα modes ευθύνεται στη χαμηλή στατιστική του no filter sample που χρησιμοποιήθηκε.

Για επαλήθευση των παραπάνω, επαναλαμβάνουμε τον υπολογισμό των όρων efficiency για τα q^2 bins. Τα αποτελέσματα συγκεντρώνονται στους πίνακες που ακολουθούν.

	ϕ region	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 7681 / 7715$	0.996 ± 0.016
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 2245 / 7681$	0.292 ± 0.007
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 2085 / 2245$	0.93 ± 0.03
$\epsilon_{\text{trig},q^2,\phi}$	-	0.2705 ± 0.0117

Πίνακας 5.13: efficiencies του ϕ region του Rare Mode

	Low q^2 region	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 14012 / 14066$	0.9962 ± 0.0119
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 4141 / 14012$	0.296 ± 0.005
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 3858 / 4141$	0.93 ± 0.02
$\epsilon_{\text{trig},q^2,L}$	-	0.274 ± 0.008

Πίνακας 5.14: efficiencies του Low q^2 region του Rare Mode

³Το φαινόμενο αυτό οδηγεί και στις οξείες κορυφές στις κατανομές των μαζών των συντονισμών

	J/ψ region	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 10737 / 10785$	0.996 ± 0.014
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 3037 / 10737$	0.283 ± 0.006
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 2798 / 3037$	0.921 ± 0.024
$\epsilon_{\text{trig},q^2,J/\psi}$	-	0.260 ± 0.009

Πίνακας 5.15: efficiencies του J/ψ region του Rare Mode

	$\psi(2S)$ region	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 14465 / 14522$	0.9961 ± 0.0117
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 4050 / 14465$	0.280 ± 0.005
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 3756 / 4050$	0.93 ± 0.02
$\epsilon_{\text{trig},q^2,\psi(2S)}$	-	0.259 ± 0.008

Πίνακας 5.16: efficiencies του $\psi(2S)$ region του Rare Mode

	High q^2 region	
$\epsilon(\Delta R p_T)$	$N_3/N_2 = 17597 / 17667$	1 ± 0.01
$\epsilon(\text{trig_reco} \Delta R)$	$N_4/N_3 = 4963 / 17597$	0.282 ± 0.005
$\epsilon(\text{ftrig} \text{trig_reco})$	$N_5/N_4 = 4578 / 4963$	0.922 ± 0.019
$\epsilon_{\text{trig},q^2,\psi(2S)}$	-	0.260 ± 0.008

Πίνακας 5.17: efficiencies του High q^2 region του Rare Mode

Όπως παρατηρείται και από τις παραπάνω τιμές, δεν εμφανίζεται εξάρτηση των όρων efficiency από την ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μιονίων.

5.5 $\alpha \times \epsilon$

Στο τελευταίο κεφάλαιο υπολογίζουμε τον όρο $\alpha \times \epsilon$ ($\equiv \alpha_{total} \times \epsilon_{trig}$) για τα τρία κανάλια διάσπασης του B^0 και για τα q^2 bins. Ο όρος αυτός δείχνει τι ποσοστό των B^0 που δημιουργήθηκαν κατά τις σχεδιάσεις των δύο δεσμών στο κέντρο του CMS, πυροδότησαν τον σκανδαλιστή HLT_Mu9_IP6. Συγκεντρώνουμε τα εν λόγω γινόμενα στους Πίνακες 5.18 και 5.19.

Mode	$\alpha \times \epsilon$
$B^0 \rightarrow \mu\mu K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	0.00477 \pm 0.00007
$B^0 \rightarrow J/\psi K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	0.00492 \pm 0.00007
$B^0 \rightarrow \psi(2S) K^{*0} \rightarrow \mu\mu K\pi$	0.0058 \pm 0.0003

Πίνακας 5.18: $\alpha \times \epsilon$ των τριών υπό μελέτη καναλιών διασπάσεων του B^0 μεσονίου

q^2 bin	$\alpha \times \epsilon$
ϕ region	0.00291 \pm 0.00014
Low q^2 region	0.00354 \pm 0.00012
J/ψ region	0.0047 \pm 0.0002
$\psi(2S)$ region	0.0061 \pm 0.0002
High q^2 region	0.00752 \pm 0.00025

Πίνακας 5.19: $\alpha \times \epsilon$ των πέντε regions των q^2 bins του Rare Mode

Ξανά, οι τιμές $\alpha \times \epsilon$ εμφανίζουν εξάρτηση από την $m(\mu\mu)$, η οποία οφείλεται στην εξάρτηση των όρων acceptance από την $m(\mu\mu)$.

Κεφάλαιο 6

Σύνοψη και Αποτελέσματα

Στην παρούσα εργασία, αναφέρθηκαν στο πρώτο μέρος τα βασικά στοιχεία της θεωρίας της φυσικής στοιχειωδών σωματιδίων καθώς και κάποια από τα ανοιχτά προβλήματα στον τομέα αυτό. Στη συνέχεια, έγινε μία μικρή εισαγωγή στη θεωρία πίσω από τη φυσική των B μεσονίων (b-physics). Ακολούθως, παρουσιάστηκαν τα κύρια χαρακτηριστικά του επιταχυντή αδρονίων LHC καθώς και ενός εκ των τεσσάρων κύριων ανιχνευτών του LHC, τον CMS. Στο δεύτερο μέρος της εργασίας, μελετήθηκαν αρχικά οι διαφορές και οι ομοιότητες των τριών καναλιών διάσπασης του μεσονίου B^0 μέσω Ratio Plots για την κινηματική σύγκριση των σωματιδίων. Τελικά, μέσω των όρων acceptance (α) και efficiency (ϵ) συγκρίθηκαν οι διαφορές στη πυροδότηση του trigger HLT_Mu9_IP6 από μύονια των τριών διαφορετικών καναλιών.

Από την εργασία που ακολούθησε, παρατηρήσαμε ότι η εγκάρσια ορμή του B^0 είναι ανεξάρτητη των decay modes καθώς αυτή εξαρτάται από τον τρόπο δημιουργίας του μεσονίου. Αντιθέτως, όλα τα υπόλοιπα σωματίδια παρατηρήθηκε να έχουν διαφορετικές κατανομές p_T για τα τρία κανάλια διάσπασης, λόγω των κινηματικών διαφορών τους. Επιπλέον, παρατηρήσαμε ότι εμφανίζεται μη γραμμική εξάρτηση του όρου α_{total} από την ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μιονίων των διασπάσεων, η οποία επιβεβαιώνεται από το Σχήμα 5.17 και από τις τιμές των Πινάκων 5.4-5.8. Επίσης, παρατηρήθηκε και η ανεξαρτησία των όρων ϵ_{trig} από την ανακατασκευασμένη μάζα των δύο μιονίων. Τελικά, τα γινόμενα $\alpha \times \epsilon$ για τα τρία κανάλια διάσπασης εμφανίζονται στον Πίνακα 5.18 και για τα q^2 bins στον Πίνακα 5.19.

Παράρτημα Α

Υπόβαθρο για τη μελέτη της Ηλεκτρασθενής Αλληλεπίδρασης

1 Ανύσματα και Ψευδοανύσματα

1.1 Ανύσματα (Polar Vectors)

Η δράση του τελεστή της ομοτιμίας στα συνήθη ανύσματα έχει το εξής αποτέλεσμα:

$$\hat{P} : \mathbf{a} \mapsto -\mathbf{a}$$

1.2 Ψευδοανύσματα (Axial Vectors)

Ο μετασχηματισμός ομοτιμίας σε ένα ψευδάνυσμα ($\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$), σύμφωνα με τον ορισμό του τελευταίου, θα έχει την εξής δράση:

$$\hat{P} : \mathbf{a} \times \mathbf{b} \mapsto (-\mathbf{a}) \times (-\mathbf{b}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

Για παράδειγμα, η στροφορμή $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, συμπεριφέρεται ως ψευδάνυσμα.

2 Γινόμενα

2.1 Βαθμωτά

Ορίζουμε το βαθμωτό γινόμενο μεταξύ δύο ανυμάτων \mathbf{a} , \mathbf{b} :

$$\hat{P} : \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \mapsto (-\mathbf{a}) \cdot (-\mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$$

2.2 Ψευδοβαθμωτά

Ορίζουμε σύμφωνα με τα παραπάνω το βαθμωτό γινόμενο μεταξύ δύο ανυσμάτων \mathbf{a} , $\mathbf{b} = \mathbf{c} \times \mathbf{d}$:

$$\hat{P}: \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) \mapsto -\mathbf{a} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d})$$

3 Ρεύματα

Ξεκινάμε θεωρώντας μία λύση της εξίσωσης Dirac:

$$u(\mathbf{k}, s) = \sqrt{m + E} \begin{bmatrix} \Phi \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}}{m + E} \Phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

όπου $\bar{u} \equiv u^\dagger \gamma^0$ και Φ : δισπίνορας Dirac:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση Dirac για τους πίνακες γ :

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I} \end{bmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{bmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

παρατηρούμε ότι για τη δράση του τελεστή ομοτιμίας στις λύσεις της εξίσωσης Dirac ισχύει:

$$\begin{aligned} \hat{P}u(\mathbf{k}, s) &= u(-\mathbf{k}, s) = \gamma^0 u(\mathbf{k}, s) \\ \hat{P}\bar{u}(\mathbf{k}, s) &= \bar{u}(-\mathbf{k}, s) = \bar{u}(\mathbf{k}, s) \gamma^0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Άρα στον χώρο Hilbert που ορίζουν οι λύσεις u ισχύει η αναπαράσταση: $\hat{P} \doteq \gamma^0$. Επιπλέον έχουμε την ταυτότητα:

$$\gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 = \begin{cases} \gamma^0, & \text{αν } \mu = 0 \\ -\gamma^\mu, & \text{αν } \mu \neq 0 \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Μπορούμε τώρα να χωρίσουμε τα ρεύματα σε δύο είδη: *ανυσματικά* και *ψευδοανυσματικά*.

3.1 Ανυσματικά

Ρεύματα της μορφής: $V^\mu = (V_0, \mathbf{V}) = \bar{u} \gamma^\mu u$ κατά το μετασχηματισμό ομοτιμίας μετασχηματίζονται ως:

$$\hat{P}: \quad V^\mu = (V_0, \mathbf{V}) = \bar{u} \gamma^\mu u \mapsto \bar{u} \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 u = V^\mu = (V_0, -\mathbf{V}) \quad (\text{A.6})$$

ονομάζονται *ανυσματικά*.

3.2 Ψευδοανυσματικά

Ρεύματα της μορφής: $A^\mu = (A_0, \mathbf{A}) = \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5u$ κατά το μετασχηματισμό ομοτιμίας μετασχηματίζονται ως:

$$\hat{P}: \quad A^\mu = (A_0, \mathbf{A}) = \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5u \mapsto \bar{u}\gamma^0\gamma^\mu\gamma^5\gamma^0u = (-A_0, \mathbf{A}) \quad (\text{A.7})$$

ονομάζονται *ψευδοανυσματικά*.

Ειπλέον να αναφέρουμε ότι η ποσότητα

$$s = \bar{u}u \mapsto \bar{u}\gamma^0\gamma^0u = s \rightarrow \text{βαθμωτή}$$

ενώ η πόσότητα:

$$\bar{u}\gamma^5u = \bar{u}\gamma^0\gamma^5\gamma^0u = -\bar{u}\gamma^5u \rightarrow \text{ψευδοβαθμωτή}$$

4 Ελικότητα

Από την εξίσωση Dirac:

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = (-i\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla + \beta m)\Psi \quad (\text{A.8})$$

όπου για την αναπαράσταση Weyl θα ισχύει:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & -\sigma \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 0 & \mathbb{I} \\ \mathbb{I} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

θεωρούμε λύσεις της μορφής:

$$\Psi = e^{-iEt} \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Αντικαθιστώντας την λύση στην εξίσωση θα έχουμε:

$$E \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix} = (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m) \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση: $\sigma = s/2$ και θέτοντας $m = 0$ ($E = |\mathbf{p}|$) θα ισχύουν οι ισότητες:

$$\begin{aligned} (\mathbf{s} \cdot \mathbf{p})\phi &= |\mathbf{p}|\phi \\ (\mathbf{s} \cdot \mathbf{p})\chi &= -|\mathbf{p}|\chi \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Ορίζουμε τον τελεστή ελικότητας:

$$\hat{\lambda} = \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \mathbf{s} \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (\text{A.13})$$

και τελικά θα έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}\phi &= \frac{1}{2}\phi \\ \hat{\lambda}\chi &= -\frac{1}{2}\chi \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Τώρα, μπορούμε να ορίσουμε δύο τελεστές:

$$\begin{aligned}\hat{R} &\doteq \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \\ \hat{L} &\doteq \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\end{aligned}\tag{A.15}$$

οι οποίοι δρώντας σε μία κατάσταση Ψ δίνουν:

$$\begin{aligned}\hat{R}\Psi &= \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ 0 \end{bmatrix} \\ \hat{L}\Psi &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \chi \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{A.16}$$

και για τους οποίους ισχύουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned}\hat{R} + \hat{L} &= \mathbb{I} \\ \hat{R}^2 = \hat{R} \quad , \quad \hat{L}^2 = \hat{L} \\ \hat{R}\hat{L} = \hat{L}\hat{R} &= 0\end{aligned}\tag{A.17}$$

Αποδεικνύεται εύκολα ότι:

$$\bar{u}\gamma^\mu u = \bar{u}_R\gamma^\mu u_R + \bar{u}_L\gamma^\mu u_L\tag{A.18}$$

όπου: $u_R = \hat{R}u$ και $u_L = \hat{L}u$. Οι ιδιοτιμές του $\hat{\lambda}$, $+1/2$ και $-1/2$, αντιστοιχούν σε δεξιόστροφα και αριστερόστροφα σωματίδια. Για $m = 0$ (ή και στο υπερσχετικιστικό όριο όπου $m \rightarrow 0$) αποδεικνύεται εύκολα ότι οι τελεστές \hat{R} και \hat{L} μετατίθενται με την χαμιλτονιανή H , ενώ στο ίδιο όριο ο τελεστής της ελικότητας ταυτίζεται με τον τελεστή της χειραλικότητας (γ^5).

Βιβλιογραφία

- [1] P.A. Zyla et al. «Review of Particle Physics». In: *PTEP* 2020.8 (2020). and 2021 update, p. 083C01. DOI: 10.1093/ptep/ptaa104.
- [2] J. Schechter and J. W. F. Valle. «Neutrino masses in $SU(2) \otimes U(1)$ theories». In: *Physical Review D* 22.9 (Nov. 1980), pp. 2227–2235. DOI: 10.1103/physrevd.22.2227.
- [3] Wikipedia contributors. *Standard Model — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 3-February-2022]. 2022. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Standard_Model&oldid=1065560191.
- [4] Tsung-Dao Lee and Chen-Ning Yang. «Question of parity conservation in weak interactions». In: *Physical Review* 104.1 (1956), p. 254.
- [5] Chien-Shiung Wu et al. «Experimental test of parity conservation in beta decay». In: *Physical review* 105.4 (1957), p. 1413.
- [6] James H Christenson et al. «Evidence for the 2π Decay of the K^0 Meson». In: *Physical Review Letters* 13.4 (1964), p. 138.
- [7] Serguei Chatrchyan et al. «Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC». In: *Physics Letters B* 716.1 (2012), pp. 30–61.
- [8] Georges Aad et al. «Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC». In: *Physics Letters B* 716.1 (2012), pp. 1–29.
- [9] B. Abi et al. «Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm». In: *Phys. Rev. Lett.* 126 (14 Apr. 2021), p. 141801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.141801. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.126.141801>.
- [10] A.J. Buras, W. Słominski, and H. Steger. «mixing, CP violation and the B-meson decay». In: *Nuclear Physics B* 245 (Jan. 1984), pp. 369–398. DOI: 10.1016/0550-3213(84)90437-1.
- [11] C Jarlskog. *CP Violation*. WORLD SCIENTIFIC, Jan. 1989. DOI: 10.1142/0496.
- [12] M. Ablikim et al. «Precision measurements of $\text{Br}[\psi(3686) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi]$ and $\text{Br}[J/\psi \rightarrow l^+l^-]$ ». In: *Physical Review D* 88.3 (Aug. 2013), p. 032007. DOI: 10.1103/physrevd.88.032007.
- [13] C. Lazzeroni et al. «Precision measurement of the ratio of the charged kaon leptonic decay rates». In: *Physics Letters B* 719.4-5 (Feb. 2013), pp. 326–336. DOI: 10.1016/j.physletb.2013.01.037.

- [14] A. Aguilar-Arevalo et al. «Improved Measurement of the $\pi \rightarrow e\nu$ Branching Ratio». In: *Physical Review Letters* 115.7 (Aug. 2015), p. 071801. DOI: 10.1103/physrevlett.115.071801.
- [15] «Precision electroweak measurements on the Z resonance». In: *Physics Reports* 427.5-6 (May 2006), pp. 257–454. DOI: 10.1016/j.physrep.2005.12.006.
- [16] LHCb Collaboration et al. «The LHCb detector at the LHC». In: *Journal of instrumentation* 3.08 (2008), S08005–S08005.
- [17] Roel Aaij et al. «Test of lepton universality in beauty-quark decays». In: *arXiv preprint arXiv:2103.11769* (2021).
- [18] R. Aaij et al. «Measurement of the Ratio of Branching $\text{Br}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau)/\text{Br}(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\mu^-\bar{\nu}_\mu)$ ». In: *Physical Review Letters* 115.11 (Sept. 2015), p. 111803. DOI: 10.1103/physrevlett.115.111803.
- [19] CMS Collaboration et al. *The CMS experiment at the CERN LHC*. 2008.
- [20] URL: <https://cms.cern/detector/identifying-tracks>.
- [21] URL: <https://cms.cern/news/reconstructing-multitude-particle-tracks-within-cms>.
- [22] CMS Collaboration and Thomas Mc Cauley. «Collision events recorded by CMS in 2016». CMS Collection. Jan. 2017. URL: <https://cds.cern.ch/record/2241144>.
- [23] URL: <https://cms.cern/detector/measuring-energy/energy-electrons-and-photons-ecal>.
- [24] URL: <https://cms.cern/detector/measuring-energy/ecal-preshower>.
- [25] URL: <https://cms.cern/detector/measuring-energy/energy-hadrons-hcal>.
- [26] URL: <https://cms.cern/index.php/detector/bending-particles1>.
- [27] URL: <https://cms.cern/index.php/detector/detecting-muons>.
- [28] David Barney. «CMS Detector Slice». CMS Collection. Jan. 2016. URL: <https://cds.cern.ch/record/2120661>.
- [29] URL: <https://cms.cern/detector/triggering-and-data-acquisition>.
- [30] Wikipedia contributors. *Pseudorapidity — Wikipedia, The Free Encyclopedia*. [Online; accessed 3-February-2022]. 2022. URL: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Pseudorapidity&oldid=1065152230>.
- [31] S. Navas, P. Richardson, and T. Sjöstrand. *34. MONTE CARLO PARTICLE NUMBERING SCHEME*.
- [32] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, Sept. 2013. DOI: 10.1017/cbo9781139525367.
- [33] Alan D. Martin Francis Halzen. *Quarks and Leptons*. John Wiley & Sons, Jan. 1984. 416 pp. ISBN: 0471887412. URL: https://www.ebook.de/de/product/3635792/francis_halzen_alan_d_martin_quarks_and_leptones.html.
- [34] David Griffiths. *Introduction to elementary particles*. Weinheim Germany: Wiley-VCH, 2008. ISBN: 9783527406012.