

---

**Προηγμένες τεχνικές παθητικής σεισμικής τομογραφίας σε ταμειυτήρες  
και σύνθετες τεκτονικές δομές**

---

**Διδακτορική Διατριβή**  
Π.Κ. Βαρώτσος, Α.Μ.: 284

**Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή**

Γεράσιμος Τσελέντης, Καθηγητής, Τμήμα Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος  
ΕΚΠΑ, Διευθυντής του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Εθνικού  
Αστεροσκοπείου Αθηνών (Επιβλέπων)  
Βασίλειος Καραστάθης, Διευθυντής Ερευνών του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου  
του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών  
Φίλιππος Βαλλιανάτος, Καθηγητής, Τμήμα Γεωλογίας και Γεωπεριβάλλοντος  
ΕΚΠΑ

**Υπόλοιπα μέλη της Επταμελούς Επιτροπής**

Νικόλαος Σαρλής, Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής ΕΚΠΑ  
Γεώργιος Καβύρης, Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Γεωλογίας και  
Γεωπεριβάλλοντος ΕΚΠΑ  
Ευθύμιος Σκορδάς, Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Φυσικής ΕΚΠΑ  
Χρήστος Ευαγγελίδης, Κύριος Ερευνητής του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του  
Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2022, ΑΘΗΝΑ  
ΕΚΠΑ – ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ - ΤΜΗΜΑ ΓΕΩΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ  
ΓΕΩΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

## Περιεχόμενα

<b>Κατάλογοι</b> .....	<b>2</b>
Κατάλογος πινάκων.....	2
Κατάλογος εξισώσεων.....	3
Κατάλογος εικόνων.....	12
<b>Προοίμιο</b> .....	<b>30</b>
<b>Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή</b> .....	<b>31</b>
1.1. Βασικές έννοιες.....	31
1.2. Η Εξίσωση του Rayleigh.....	38
<b>Κεφάλαιο 2 - Παθητική Σεισμική Τομογραφία</b> .....	<b>44</b>
2.1. Η εμπειρική συνάρτηση Green.....	44
2.2. Διασπορά ή διασκεδασμός.....	61
2.3. Αντιστροφή.....	64
<b>Κεφάλαιο 3 - Εφαρμογή στη δυτική ακτή της κεντρικής Ελλάδας</b> .....	<b>94</b>
3.1. Γεωγραφική θέση, σεισμικότητα και γεωλογία της υπό εξέταση περιοχής.....	94
3.1.1 Ενότητα Παξών.....	102
3.1.2 Ιόνια ενότητα.....	104
3.1.3 Ενότητα Γαβρόβου – Πύλου.....	108
3.2. Συλλογή και προ-επεξεργασία των δεδομένων.....	110
3.3. Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green.....	134
3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς.....	143
3.5. Αντιστροφή στη μία διάσταση.....	148
3.6. Αντιστροφή στις τρεις διαστάσεις.....	165
3.7. Σύνοψη συμπερασμάτων και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	191
3.7.1 Σύνοψη συμπερασμάτων.....	191
3.7.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα.....	196
<b>Κεφάλαιο 4 - Παραρτήματα</b> .....	<b>203</b>

<b>4.1 Η συνάρτηση Green της κυματικής Εξίσωσης.....</b>	<b>203</b>
<b>4.2 Η εικονική Εξίσωση .....</b>	<b>212</b>
<b>4.3 Κώδικες .....</b>	<b>216</b>
4.3.1 Προσομοίωση ανάκτησης της εμπειρικής συνάρτησης Green .....	216
4.3.2 Προσομοίωση της διόρθωσης συσχετίσεων μέσω κανονικοποίησης.....	227
4.3.3 Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green .....	240
4.3.4 Μετατροπές προς ανάκτηση των καμπυλών διασποράς .....	253
4.3.5 Μετατροπές προς αντιστροφή και απεικόνισή της.....	255
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>270</b>

## Κατάλογοι

### Κατάλογος πινάκων

<i>Πίνακας 3-1 Αποτελέσματα πυρήνα γεώτρησης που διεξήχθη πλησίον της πόλης των Ιωαννίνων, σύμφωνα με (Karakitsios, The influence of preexisting structure and halokinesis on organic matter preservation and thrust system evolution in the Ionian Basin, northwest Greece, 1995), η οποία παρέχει σημαντικές πληροφορίες για τη στρωματογραφική ακολουθία της Ιόνιας ενότητας. Επειδή οι ασβεστόλιθοι Παντοκράτορα έχουν εν γένει πάχος μεγαλύτερο των 1000m (IGRS - IFP (Institut de Géologie et Recherches du Sous-sol- Institut Français du Pétrole), 1966) (BP (British Petroleum Company Limited), 1971) η επαφή μεταξύ των ασβεστόλιθων Παντοκράτορα και των υποκείμενων λατυποπαγών ενδέχεται να είναι τεκτονική.....</i>	<b>105</b>
<i>Πίνακας 3-2 Η ονομασία των σταθμών του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου, των οποίων οι καταγραφές χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διδακτορική διατριβή. Περιλαμβάνονται κι της χρήσιμες πληροφορίες της το σεισμολογικό δίκτυο στο οποίο ανήκουν, η τοποθεσία, το γεωγραφικό πλάτος, το γεωγραφικό μήκος, το υψόμετρο, ο ψηφιοποιητής και ο σειсмоγράφος της. Οι περισσότεροι σταθμοί διαθέτουν όργανα που μπορούν να καταγράψουν χαμηλές συχνότητες, δηλαδή είναι είτε ευρείας ζώνης (BB) είτε υψηλής περιόδου (LP), συνεπώς μπορούν να καταγράψουν το εύρος εκείνο του σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος που απαιτείται για την εμπειρική ανάκτηση των επιφανειακών</i>	

κυμάτων της συνάρτησης Green. Πηγή: <a href="https://www.gein.noa.gr/diktya-eksoplismos/enopoihmeno-ethniko-seismologiko-diktyo/">https://www.gein.noa.gr/diktya-eksoplismos/enopoihmeno-ethniko-seismologiko-diktyo/</a> .....	113
Πίνακας 3-3 Τυπικά εύρη τιμών της ταχύτητας διάτμησης στα διάφορα είδη εδαφών από (Jia, 2018) (Peck, Hanson, & Thornburn, 1974).....	194

### Κατάλογος εξισώσεων

Εξ. 1-1.....	31
Εξ. 1-2.....	32
Εξ. 1-3.....	32
Εξ. 1-4.....	32
Εξ. 1-5.....	32
Εξ. 1-6.....	33
Εξ. 1-7.....	33
Εξ. 1-8.....	33
Εξ. 1-9.....	33
Εξ. 1-10.....	33
Εξ. 1-11.....	36
Εξ. 1-12.....	36
Εξ. 1-13.....	36
Εξ. 1-14.....	36
Εξ. 1-15.....	36
Εξ. 1-16.....	36
Εξ. 1-17.....	37
Εξ. 1-18.....	37
Εξ. 1-19.....	37
Εξ. 1-20.....	38
Εξ. 1-21.....	38
Εξ. 1-22.....	39
Εξ. 1-23.....	39
Εξ. 1-24.....	39
Εξ. 1-25.....	39

Eξ. 1-26.....	39
Eξ. 1-27.....	39
Eξ. 1-28.....	39
Eξ. 1-29.....	40
Eξ. 1-30.....	40
Eξ. 1-31.....	40
Eξ. 1-32.....	40
Eξ. 1-33.....	40
Eξ. 1-34.....	40
Eξ. 1-35.....	40
Eξ. 1-36.....	41
Eξ. 1-37.....	41
Eξ. 1-38.....	41
Eξ. 1-39.....	41
Eξ. 1-40.....	41
Eξ. 1-41.....	41
Eξ. 1-42.....	41
Eξ. 1-43.....	42
Eξ. 1-44.....	42
Eξ. 1-45.....	42
Eξ. 1-46.....	43
Eξ. 1-47.....	43
Eξ. 1-48.....	43
Eξ. 1-49.....	43
Eξ. 1-50.....	44
Eξ. 1-51.....	44
Eξ. 2-1.....	49
Eξ. 2-2.....	50
Eξ. 2-3.....	50
Eξ. 2-4.....	50
Eξ. 2-5.....	50
Eξ. 2-6.....	51

Eξ. 2-7.....	51
Eξ. 2-8.....	51
Eξ. 2-9.....	51
Eξ. 2-10.....	51
Eξ. 2-11.....	52
Eξ. 2-12.....	52
Eξ. 2-13.....	52
Eξ. 2-14.....	52
Eξ. 2-15.....	53
Eξ. 2-16.....	53
Eξ. 2-17.....	53
Eξ. 2-18.....	54
Eξ. 2-19.....	54
Eξ. 2-20.....	54
Eξ. 2-21.....	54
Eξ. 2-22.....	54
Eξ. 2-23.....	54
Eξ. 2-24.....	56
Eξ. 2-25.....	58
Eξ. 2-26.....	58
Eξ. 2-27.....	58
Eξ. 2-28.....	59
Eξ. 2-29.....	59
Eξ. 2-30.....	59
Eξ. 2-31.....	59
Eξ. 2-32.....	60
Eξ. 2-33.....	60
Eξ. 2-34.....	60
Eξ. 2-35.....	62
Eξ. 2-36.....	62
Eξ. 2-37.....	62
Eξ. 2-38.....	62

Eξ. 2-39.....	62
Eξ. 2-40.....	62
Eξ. 2-41.....	63
Eξ. 2-42.....	63
Eξ. 2-43.....	63
Eξ. 2-44.....	65
Eξ. 2-45.....	65
Eξ. 2-46.....	65
Eξ. 2-47.....	68
Eξ. 2-48.....	69
Eξ. 2-49.....	69
Eξ. 2-50.....	71
Eξ. 2-51.....	71
Eξ. 2-52.....	71
Eξ. 2-53.....	71
Eξ. 2-54.....	72
Eξ. 2-55.....	72
Eξ. 2-56.....	73
Eξ. 2-57.....	73
Eξ. 2-58.....	74
Eξ. 2-59.....	75
Eξ. 2-60.....	76
Eξ. 2-61.....	80
Eξ. 2-62.....	80
Eξ. 2-63.....	81
Eξ. 2-64.....	81
Eξ. 2-65.....	81
Eξ. 2-66.....	81
Eξ. 2-67.....	82
Eξ. 2-68.....	82
Eξ. 2-69.....	82
Eξ. 2-70.....	82

Eξ. 2-71.....	83
Eξ. 2-72.....	84
Eξ. 2-73.....	85
Eξ. 2-74.....	85
Eξ. 2-75.....	85
Eξ. 2-76.....	85
Eξ. 2-77.....	86
Eξ. 2-78.....	86
Eξ. 2-79.....	86
Eξ. 2-80.....	86
Eξ. 2-81.....	87
Eξ. 2-82.....	87
Eξ. 2-83.....	87
Eξ. 2-84.....	87
Eξ. 2-85.....	88
Eξ. 2-86.....	90
Eξ. 2-87.....	91
Eξ. 2-88.....	93
Eξ. 3-1.....	117
Eξ. 3-2.....	117
Eξ. 3-3.....	117
Eξ. 3-4.....	117
Eξ. 3-5.....	117
Eξ. 3-6.....	118
Eξ. 3-7.....	118
Eξ. 3-8.....	120
Eξ. 3-9.....	123
Eξ. 3-10.....	124
Eξ. 3-11.....	124
Eξ. 3-12.....	124
Eξ. 3-13.....	126
Eξ. 3-14.....	127



Eξ. 3-15.....	129
Eξ. 3-16.....	129
Eξ. 3-17.....	130
Eξ. 3-18.....	130
Eξ. 3-19.....	130
Eξ. 3-20.....	134
Eξ. 3-21.....	135
Eξ. 3-22.....	139
Eξ. 3-23.....	139
Eξ. 3-24.....	139
Eξ. 3-25.....	140
Eξ. 3-26.....	140
Eξ. 3-27.....	140
Eξ. 3-28.....	140
Eξ. 3-29.....	140
Eξ. 3-30.....	141
Eξ. 3-31.....	142
Eξ. 3-32.....	143
Eξ. 3-33.....	144
Eξ. 3-34.....	144
Eξ. 3-35.....	144
Eξ. 3-36.....	145
Eξ. 3-37.....	145
Eξ. 3-38.....	145
Eξ. 3-39.....	145
Eξ. 3-40.....	146
Eξ. 3-41.....	146
Eξ. 3-42.....	146
Eξ. 3-43.....	151
Eξ. 3-44.....	151
Eξ. 3-45.....	151
Eξ. 3-46.....	151

Eξ. 3-47.....	152
Eξ. 3-48.....	152
Eξ. 3-49.....	152
Eξ. 3-50.....	152
Eξ. 3-51.....	152
Eξ. 3-52.....	153
Eξ. 3-53.....	153
Eξ. 3-54.....	153
Eξ. 3-55.....	153
Eξ. 3-56.....	153
Eξ. 3-57.....	154
Eξ. 3-58.....	154
Eξ. 3-59.....	154
Eξ. 3-60.....	154
Eξ. 3-61.....	154
Eξ. 3-62.....	154
Eξ. 3-63.....	155
Eξ. 3-64.....	155
Eξ. 3-65.....	155
Eξ. 3-66.....	155
Eξ. 3-67.....	155
Eξ. 3-68.....	155
Eξ. 3-69.....	155
Eξ. 3-70.....	155
Eξ. 3-71.....	156
Eξ. 3-72.....	156
Eξ. 3-73.....	156
Eξ. 3-74.....	156
Eξ. 3-75.....	156
Eξ. 3-76.....	157
Eξ. 3-77.....	157
Eξ. 3-78.....	157

Eξ. 3-79.....	157
Eξ. 3-80.....	157
Eξ. 3-81.....	157
Eξ. 3-82.....	158
Eξ. 3-83.....	158
Eξ. 3-84.....	158
Eξ. 3-85.....	158
Eξ. 3-86.....	159
Eξ. 3-87.....	162
Eξ. 3-88.....	166
Eξ. 3-89.....	166
Eξ. 3-90.....	166
Eξ. 3-91.....	167
Eξ. 3-92.....	167
Eξ. 3-93.....	167
Eξ. 3-94.....	168
Eξ. 3-95.....	168
Eξ. 3-96.....	169
Eξ. 3-97.....	169
Eξ. 3-98.....	169
Eξ. 3-99.....	169
Eξ. 3-100.....	170
Eξ. 3-101.....	170
Eξ. 3-102.....	170
Eξ. 3-103.....	170
Eξ. 3-104.....	171
Eξ. 3-105.....	171
Eξ. 3-106.....	172
Eξ. 3-107.....	172
Eξ. 3-108.....	173
Eξ. 3-109.....	173
Eξ. 3-110.....	173

Eξ. 3-111.....	173
Eξ. 3-112.....	174
Eξ. 3-113.....	174
Eξ. 3-114.....	199
Eξ. 3-115.....	199
Eξ. 4-1.....	203
Eξ. 4-2.....	203
Eξ. 4-3.....	203
Eξ. 4-4.....	203
Eξ. 4-5.....	204
Eξ. 4-6.....	204
Eξ. 4-7.....	204
Eξ. 4-8.....	204
Eξ. 4-9.....	204
Eξ. 4-10.....	205
Eξ. 4-11.....	205
Eξ. 4-12.....	205
Eξ. 4-13.....	206
Eξ. 4-14.....	206
Eξ. 4-15.....	206
Eξ. 4-16.....	206
Eξ. 4-17.....	207
Eξ. 4-18.....	207
Eξ. 4-19.....	207
Eξ. 4-20.....	207
Eξ. 4-21.....	207
Eξ. 4-22.....	208
Eξ. 4-23.....	208
Eξ. 4-24.....	208
Eξ. 4-25.....	208
Eξ. 4-26.....	208
Eξ. 4-27.....	209

Εξ. 4-28.....	209
Εξ. 4-29.....	209
Εξ. 4-30.....	209
Εξ. 4-31.....	210
Εξ. 4-32.....	210
Εξ. 4-33.....	210
Εξ. 4-34.....	210
Εξ. 4-35.....	211
Εξ. 4-36.....	211
Εξ. 4-37.....	212
Εξ. 4-38.....	212
Εξ. 4-39.....	212
Εξ. 4-40.....	212
Εξ. 4-41.....	213
Εξ. 4-42.....	213
Εξ. 4-43.....	213
Εξ. 4-44.....	213
Εξ. 4-45.....	214
Εξ. 4-46.....	214
Εξ. 4-47.....	214
Εξ. 4-48.....	215
Εξ. 4-49.....	215
Εξ. 4-50.....	215

#### Κατάλογος εικόνων

*Εικόνα 1-1 Τα επιφανειακά κύματα τα οποία διατρέχουν μερικές φορές το μέγιστο κύκλο της Γης που περνάει από το επίκεντρο του σεισμού και το σταθμό καταγραφής ονομάζονται κύματα περιστροφής. Στο αριστερό σχήμα απεικονίζονται οι τροχιές των κυμάτων περιστροφής Rayleigh, τα οποία συμβολίζονται με το  $R_i$  για  $i = 1, 2, \dots, n$ . Τα κύματα περιστροφής με μονούς δείκτες έχουν εκκίνηση προς την ίδια φορά με αυτήν του απ' ευθείας κύματος, ενώ τα κύματα περιστροφής με ζυγούς δείκτες έχουν εκκίνηση προς την αντίθετη φορά από αυτήν του απ' ευθείας κύματος. Αν η επικεντρική απόσταση ενός*

σεισμού από ένα σταθμό είναι  $\Delta 1$ , οι αποστάσεις που διατρέχουν τα διάφορα κύματα περιστροφής δίνονται από τις σχέσεις  $\Delta n = 180n - 1 + \Delta 1$  για  $n$  περιττό ενώ  $\Delta n = 180n - \Delta 1$  για  $n$  άρτιο. Στο δεξιό σχήμα διακρίνονται οι καταγραφές των κυμάτων περιστροφής *Rayleigh R1* και *R2* στην κατακόρυφη και στην παράλληλη προς την ακτίνα διάδοσης συνιστώσα του σταθμού (Papazachos, Karakasis, & Chatzidimitriou, 2005). .....34

Εικόνα 1-2 Το σεισμικό φάσμα, το οποίο δείχνει τις συχνότητες στις οποίες διεξάγονται οι διάφορες σεισμικές αναλύσεις. Οι κινήσεις του εδάφους με περιόδους μεγαλύτερες των  $10^4$ s οφείλονται σε αργές κινήσεις του φλοιού, παρά σε σεισμικά κύματα. Οι αναλύσεις σεισμών συνήθως διεξάγονται σε εύρος περιόδων μεταξύ 0.1s έως και πάνω από 3000s, ή συχνότητες από 10Hz έως και  $3 \times 10^{-4}$ Hz. Κύματα υψηλότερων συχνοτήτων από 20 έως 80 Hz των οποίων η δημιουργία οφείλεται σε εκρήξεις ή άλλες τεχνητές πηγές χρησιμοποιούνται στη Σεισμολογία ανακλάσεων για τη διερεύνηση του φλοιού της Γης. Ακόμη πιο υψηλές συχνότητες, εύρους 3 – 12 kHz, οι οποίες προκαλούνται από κύματα που διαδίδονται κυρίως στον ωκεανό, χρησιμοποιούνται για τη χαρτογράφηση του βυθού της θάλασσας (Stein & Wysession, 2003). .....35

Εικόνα 1-3 Η μετατόπιση ορίζεται ως η σωματιδιακή κίνηση για τα κύματα P, SV και SH ως προς τη διεύθυνση της ακτίνας (*ray direction*) της διάδοσης του κύματος. Η κίνηση των σωματιδίων κατά τη διάδοση των κυμάτων P (*P motion*) είναι παράλληλη με τη διεύθυνση της ακτίνας της διάδοσης του κύματος, ενώ η κίνηση των σωματιδίων κατά τη διάδοση των κυμάτων SV (*SV motion*) και SH (*SH motion*) είναι ορθογώνια ως προς τη διεύθυνση της ακτίνας της διάδοσης του κύματος. Η μετατόπιση της ύλης που προκύπτει από τη διάδοση των SV κυμάτων λαμβάνει χώρα σε ένα επίπεδο το οποίο είναι κατακόρυφο ως προς την ακτίνα διάδοσης (*vertical plane*), ενώ η μετατόπιση της ύλης που προκύπτει από τη διάδοση των SH κυμάτων λαμβάνει χώρα σε ένα επίπεδο το οποίο είναι κάθετο σε αυτό που προκύπτει από τη διάδοση των κυμάτων SV (Shearer, 2019). .....37

Εικόνα 1-4 Μία προσπίπτουσα ακτίνα στην ελεύθερη επιφάνεια  $x_1, x_2, 0$  καθώς και η συνιστώσα της ταχύτητας  $c$  κατά μήκος της επιφάνειας. Το μέτωπο του κύματος είναι κάθετο στην διεύθυνση της ακτίνας. Με  $\alpha, \beta$  συμβολίζονται οι τιμές των ταχυτήτων των κυμάτων P και S αντιστοίχως. Οι τιμές του άξονα  $x_3$  αυξάνονται από κάτω προς τα πάνω. 38

Εικόνα 2-1 Ιστογράμματα που παρουσιάζουν τον αριθμό των σεισμικών σταθμών στο αρχείο δεδομένων του IRIS ([www.iris.edu](http://www.iris.edu)) και τον αριθμό των δημοσιεύσεων στο *Web of Science* από την αρχή του 20<sup>ου</sup> αιώνα που περιέχουν τις λέξεις-κλειδιά «σεισμικός θόρυβος

περιβάλλοντος» ή «μικροσεισμοί». Οι πρώτες παρατηρήσεις (*early observations*) κατά κύριο λόγο συσχέτιζαν τις καταγραφές του θορύβου περιβάλλοντος με μετεωρολογικά φαινόμενα (Klotz, 1910) (Burbank, 1912) (Banjeri, 1925). Οι πρωτοπόρες θεωρίες που αφορούσαν την δημιουργία του θορύβου περιβάλλοντος και την συμβολομετρία εμφανίστηκαν κατά τις δεκαετίες του 1950 και του 1960 (Miche, 1944) (Longuet-Higgins, 1950) (Aki K. , 1957) (Hasselmann, 1963) (Claerbout, 1968) (Haubrich & McCamy, 1969). Ο αριθμός των δημοσιεύσεων αυξήθηκε δραματικά μετά τις πρώτες εφαρμογές της σεισμικής συμβολομετρίας με στόχο την απεικόνιση της δομής του εσωτερικού της Γης (Sabra, Gerstoft, Roux, & Kuperman, 2005) (Shapiro N. M., Campillo, Stehly, & Ritzwoller, 2005). Σχήμα από (Nakata, Gualtieri, & Fichtner, 2019). .....46

Εικόνα 2-2 Κύριες συνιστώσες του φάσματος του σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος. Τα ελαφρώς γκρι χρώματα υποδεικνύουν τα μεγαλύτερης πιθανότητας επίπεδα ισχύος σεισμικού περιβαλλοντικού θορύβου ανά περίοδο. Τα στατιστικά όρια απεικονίζονται ως μη διακεκομμένες γραμμές. Το νέο μοντέλο χαμηλού θορύβου (*New Low-Noise Model – NLNM*) και το νέο μοντέλο υψηλού θορύβου (*New High-Noise Model*) απεικονίζονται με γκρι γραμμές (Peterson, 1993) (α) Το PSDPDF υπολογισμένο χρησιμοποιώντας δεδομένα από έναν σταθμό του δικτύου GSN (*Global Seismographic Network*) στην Τοσκάνη (IU.TUC.00.BHZ, 31,750 PSDs, 01-JAN-99-18-OCT-02). (β) Το PSDPDF υπολογισμένο χρησιμοποιώντας δεδομένα από έναν σταθμό του δικτύου GSN στο Isla Barro Colorado του Παναμά (CU.BCIP.00.BHZ, 1,398 PSDs, 01- JAN-07-28-FEB-07). Σχήμα από (Nakata, Gualtieri, & Fichtner, 2019). .....48

Εικόνα 2-3 Ένα επίπεδο κύμα που καταγράφεται στους σταθμούς A και B θα έχει καθυστέρηση  $\tau = (rc)\cos\theta$ , όπου  $r$  είναι η απόσταση μεταξύ των σταθμών,  $c$  είναι η ταχύτητα του κύματος και  $\theta$  είναι η γωνία εκκίνησης της ακτίνας. Με διακεκομμένες γραμμές συμβολίζεται το μέτωπο του κύματος κατά τις χρονικές στιγμές όπου καταγράφεται από τους δύο σταθμούς. ....49

Εικόνα 2-4 Μία πραγμάτωση, μέσω της δειγματοληψίας με τη μέθοδο της αντιστροφής συνάρτησης, των ομοιόμορφα κατανεμημένων πηγών θορύβου στο δισδιάστατο χώρο, οι οποίες απεικονίζονται με στίξεις κυανού χρώματος. Οι σταθμοί απεικονίζονται με ισόπλευρα τρίγωνα κόκκινου χρώματος. ....55

Εικόνα 2-5 Η συνάρτηση Green της κυματικής εξίσωσης σε ομογενές μέσο με ταχύτητα διάδοσης 4km/s στις δύο διαστάσεις, υπολογισμένη (α) μέσω της προσομοίωσης κατά την

οποία υπερτίθενται οι συσχετίσεις των σημάτων που λαμβάνουν οι δύο σταθμοί για κάθε πηγή θορύβου και (β) αναλυτικά, απεικονίζοντας το αιτιατό της μέρος. ....56

Εικόνα 2-6 Οι σεισμικές πηγές A και B εντός του όγκου V που ορίζεται εντός της επιφάνειας S. Η οριζόντια επιφάνεια  $S_0$  αντιπροσωπεύει την επιφάνεια του εδάφους, ενώ το σημείο x αντιπροσωπεύει ένα οποιοδήποτε σημείο καταγραφής εντός του όγκου. Επεξεργασμένο από (Schuster G. T., 2008). .....58

Εικόνα 2-7 Το τελικώς διαμορφωμένο κύμα το οποίο είναι προϊόν της υπέρθεσης δύο κυμάτων λίγο διαφορετικών συχνοτήτων. Η ταχύτητα ομάδας (group velocity) είναι η ταχύτητα των κυματοπακέτων (wavepackets) ή αλλιώς του φακέλου τους, ενώ η ταχύτητα φάσης (phase velocity) είναι η ταχύτητα μίας κορυφής (Shearer, 2019). .....64

Εικόνα 2-8 Μία προσομοίωση ενός πειράματος η οποία βασίζεται στα αποτελέσματα του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας (World Health Organization) (World Health Organization, 2006), στο οποίο πείραμα εξετάζεται η σχέση μεταξύ του μέσου ύψους κοριτσιών 2-5 ετών και της ηλικίας τους. Η ηλικίες τους κυμαίνονται από 2 έως και τα 5 έτη, με συχνότητα δειγματοληψίας (sampling frequency) ίση με 10Hz, δηλαδή συλλέγεται μία τιμή μέσου ύψους ανά 0.1 έτη. Για κάθε τιμή ηλικίας  $x_i$ , εφαρμόζουμε την Εξ. 2-44, όπου με βάση τα αποτελέσματα του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας, τροποποιείται και γίνεται:  $Y_i = 70.66 + 7.66x_i + N_i(0,16)$ . Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις Εξ. 2-45 και Εξ. 2-46 θεωρώντας ως X την ηλικία και Y τη μέση τιμή του ύψους ανά τιμή ηλικίας, επιτυγχάνεται η εκτίμηση των άγνωστων αλλά προκαθορισμένων παραμέτρων  $\theta_0, \theta_1$  οι οποίες είναι τέτοιες έτσι ώστε η σχέση μεταξύ της ηλικίας και του μέσου ύψους να περιγράφεται από το μοντέλο της Εξ. 2-44 όσο το δυνατόν «καλύτερα». Η εκτίμηση των παραμέτρων είναι  $\theta_0 = 70.54$  και  $\theta_1 = 7.82$ , η οποία είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές τιμές  $\theta_0 = 70.54$  και  $\theta_1 = 7.66$  και περιγράφεται από την ευθεία ερυθρού χρώματος. ....67

Εικόνα 2-9 Μία περιοχή στην επιφάνεια της Γης η οποία τελεί υπό διερεύνηση. Η περιοχή αυτή διαιρείται σε τέσσερις (4) υπο-περιοχές με τιμές βραδύτητας  $s_1, s_2, s_3, s_4$ , οι οποίες είναι άγνωστες. Οι συνολικοί χρόνοι διαδρομής των σεισμικών ακτίνων A, B, C, D, E από τους πομπούς οι οποίοι συμβολίζονται με αστερίσκους προς τους δέκτες οι οποίοι συμβολίζονται με τρίγωνα, σε συνδυασμό με την υπόθεση ότι οι διαδρομές των ακτίνων είναι ευθύγραμμες, μπορούν να χρησιμοποιηθούν έτσι ώστε να οριστεί το γραμμικό αντίστροφο πρόβλημα το οποίο περιγράφεται από την Εξ. 2-54. ....70



Εικόνα 2-10 Μία προσομοίωση μίας προσπάθειας δισδιάστατης δρομοχρονικής τομογραφίας στην επιφάνεια της Γης. (α) Η επιφάνεια της Γης διαιρείται σε μπλοκ άγνωστων τιμών βραδύτητας με σκοπό την ανάκτησή τους. Ως προς την επίτευξη του σκοπού αυτού, η επιφάνεια αυτή διαγράφεται από σεισμικές ακτίνες, οι οποίες υποθέτουμε ότι δεν καμπυλώνονται, και καταγράφεται ο συνολικός χρόνος διαδρομής τους από τον πομπό στο δέκτη τους. Στην Εξ. 2-54, μπορούμε συνεπώς να κατασκευάσουμε τον πίνακα  $X$  και αν γνωρίζαμε το πως κατανέμονται οι τιμές βραδύτητας στην επιφάνεια του εδάφους τότε θα ήταν εφικτή η λύση του ευθέως προβλήματος για την εκτίμηση των συνολικών χρόνων διαδρομής. Εφόσον όμως οι τιμές της βραδύτητας είναι άγνωστες, καλούμαστε να λύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα, δηλαδή να καλούμαστε να λύσουμε την Εξ. 2-54 ως προς το διάνυσμα  $s$  και η λύση αυτή δίδεται από την Εξ. 2-58. Η λύση της εξίσωσης αυτής απεικονίζεται στο σχήμα (β). Αν και η λύση η οποία απεικονίζεται είναι αριθμητικά η «ορθότερη» εφόσον ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους ελαχίστων τετραγώνων, φαίνεται πως δεν αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα, καθώς οι μεταβολές της βραδύτητας θα πρέπει να είναι πιο ομαλές. ....74

Εικόνα 2-11 Ο 1<sup>ος</sup> όρος ως προς το 2<sup>ο</sup> όρο του αθροίσματος της Εξ. 2-59, αναλόγως της τιμής του  $\lambda$ . Αν μειωθεί αρκετά η τιμή του  $\lambda$ , τότε το ανακτηθέν μοντέλο έχει πολύ μικρά υπόλοιπα (*misfit*) αλλά είναι πολύ τραχύ (*roughness*), το οποίο υποδεικνύεται από τη λεζάντα “*minimum misfit models become very rough*”. Αντιθέτως, αν αυξηθεί αρκετά η τιμή του  $\lambda$ , τότε το ανακτηθέν μοντέλο είναι αρκετά ομαλό αλλά παρουσιάζει μεγάλα υπόλοιπα, το οποίο υποδεικνύεται από τη λεζάντα “*smoothest models don't fit data*”. Ιδανικότερη είναι μία ενδιάμεση τιμή του  $\lambda$ , με την οποία ανακτάται ένα ομαλό μοντέλο χωρίς μεγάλα υπόλοιπα, το οποίο υποδεικνύεται με τη λεζάντα “*optimal models*”. Όπως φαίνεται το σημείο όπου ανακτάται ένα τέτοιο μοντέλο θυμίζει τον αγκώνα ενός ανθρώπινου βραχίονα, εξού και η ονομασία *elbow method*. Σχήμα από (Shearer, 2019).....76

Εικόνα 2-12 (α) Ένα ενδεικτικό μοντέλο βραδυτήτων στην επιφάνεια της Γης το οποίο προσπαθούμε να ανακτήσουμε δια της (β) εκπομπής τριάντα (30) σεισμικών κυμάτων κατά μήκος της επιφάνειάς της. ....77

Εικόνα 2-13 (α) Η ανάκτηση του πραγματικού μοντέλου βραδυτήτων το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 2-12(α) χωρίς την εφαρμογή κανονικοποίησης, με τη χρήση της Εξ. 2-55. (β) Η ανάκτηση του μοντέλου βραδυτήτων το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 2-12(α) με την εφαρμογή κανονικοποίησης Τikhonov 2<sup>ης</sup> τάξης, με τη χρήση της Εξ. 2-60. Για την

εξομάλυνση χρησιμοποιείται ο διακριτός τελεστής Laplace με συνοριακές συνθήκες Dirichlet μηδενικής τιμής. Παρατηρούμε αρχικά ότι στην περίπτωση (β) ανακτώνται οι δύο κύριες δομές του αρχικού μοντέλου, μία δομή υψηλής βραδύτητας στο νότιο άκρο και μία δομή χαμηλής βραδύτητας στο βόρειο. Επίσης, επειδή οι σεισμικές ακτίνες είναι σχετικά λίγες, δεν επιτυγχάνεται η ανάκτηση ενός παρόμοιου μοντέλου με το πραγματικό στην περίπτωση (α), όπου δεν εφαρμόζεται κανονικοποίηση. Αυτό συμβαίνει διότι η κανονικοποίηση, ασχέτως της φύσης του τελεστή που εφαρμόζεται, επιτυγχάνει την αποφυγή της υπερπροσαρμογής (overfitting). Δηλαδή δεδομένου του πειράματος που διεξήχθη (Εικόνα 2-12(β)), το μοντέλο (α) έχει μικρότερα χρονικά υπόλοιπα απ' ό,τι το (β), αλλά δεν ταιριάζει με το πραγματικό μοντέλο στην Εικόνα 2-12(α). Συνεπώς το μοντέλο (α) «υπερπροσαρμόζεται» στα δεδομένα του συγκεκριμένου πειράματος, όπως θα έκανε μία φανταστική καμπύλη στην Εικόνα 2-8 αν παρεμβαλλόταν μεταξύ όλων των σημείων, έναντι της ευθείας που απεικονίζεται. Η παρεμβάλουσα καμπύλη ναι μεν θα παρήγαγε μικρότερα υπόλοιπα, αλλά το μοντέλο θα ήταν λανθασμένο, καθώς η οποιαδήποτε νέα μέτρηση θα παρήγαγε μεγαλύτερα υπόλοιπα από την ευθεία.....79

Εικόνα 2-14 Εικονική αναπαράσταση των όρων που περιγράφονται από την εικονική εξίσωση (Εξ. 2-71). Οι ισόχρονες καμπύλες  $T_x, z = c$  συμβολίζονται με τις καμπύλες κυανού χρώματος και για κάθε τιμή του  $c$  ανακτάται και μία διαφορετική καμπύλη, η οποία μας δίνει τη γεωμετρία του μετώπου του κύματος για τη δεδομένη χρονική στιγμή. Οι διευθύνσεις των σεισμικών ακτίνων οι οποίες συμβολίζονται με καμπύλες ερυθρού χρώματος είναι κάθετες στις ισόχρονες καμπύλες. Σχήμα από (Μρογατζής, 2010). .....84

Εικόνα 2-15 Ένα παράδειγμα αριθμητικής επίλυσης της εικονικής εξίσωσης (Εξ. 2-71) με τη μέθοδο Runge - Kutta, ήτοι του συστήματος της Εξ. 2-85, με σκοπό την ιχνηλάτηση σεισμικών ακτίνων (ray tracing). Τα διαφορετικά χρώματα αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές ταχύτητας διάδοσης των σεισμικών κυμάτων, οι οποίες κυμαίνονται από 0.5 έως και 4.5, επί ενός τμήματος  $xy$  στην επιφάνεια της Γης. Το σημείο εκπομπής της σεισμικής ακτίνας συμβολίζεται με αστερίσκο ερυθρού χρώματος. Για κάθε σημείο εκπομπής, προκύπτουν ακτίνες με διαφορετικές πορείες όπου η κάθε μία εντοπίζεται αν ορίσουμε την αρχική γωνία με την οποία εκπέμπεται η σεισμική ακτίνα, οπότε για να καθορίσουμε μία μοναδική ακτίνα χρειάζεται να ορίσουμε την αρχική θέση και την αρχική γωνία ως αρχικές συνθήκες. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η αρχική θέση είναι η  $x_0, y_0 = 0.2, 1.8$  ενώ η αρχική γωνία αριστερόστροφα ισούται με 3000. Επακριβώς χρειαζόμαστε τις συνιστώσες

τις αρχικής βραδύτητας ως προς  $x$  και ως προς  $y$ , οι οποίες προκύπτουν από το λόγο του συνημιτόνου και του ημιτόνου της αρχικής γωνίας σε ακτίνια αντιστοίχως ως προς την τιμή της αρχικής ταχύτητας, η οποία είναι γνωστή καθώς το μοντέλο ταχυτήτων είναι *a priori* γνωστό για όλα τα σημεία του πλέγματος. Τέλος απαιτείται και ένα ανώτερο όριο ολοκλήρωσης για το μήκος της διαδρομής της σεισμικής ακτίνας έτσι ώστε αυτή να μην διαδίδεται επ' άπειρον, η οποία έχει οριστεί ως 2. ....89

Εικόνα 2-16 (α) Διάγραμμα της αντικειμενικής συνάρτησης  $f$  ως προς τον αριθμό των επαναλήψεων  $k$ , κατά την εφαρμογή της μεθόδου της πτώσης βαθμίδας (Εξ. 2-87) με την 1η τιμή της αρχικής γωνίας  $\theta(1)$  της σεισμικής ακτίνας να εικάζεται πως είναι ίση με  $\tan^{-1} y_2 - y_1 x_2 - x_1$ , όπου  $x_1, y_1$  είναι η θέση του πομπού και  $x_2, y_2$  είναι η θέση του δέκτη, καθώς θεωρούμε ότι η «σωστή» διαδρομή της ακτίνας θα είναι κοντά στην ευθεία που διέρχεται από τον πομπό και το δέκτη. Η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως η διαδικασία που απεικονίζει τιμές αρχικών γωνιών  $\theta(k)$  σε τιμές ελάχιστων Ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ ακτίνας και δέκτη, η οποία ακτίνα προκύπτει από την ολοκλήρωση των εξισώσεων του συστήματος της Εξ. 2-85, το οποίο προκύπτει από την εικονική εξίσωση (Εξ. 2-71). Παρατηρούμε ότι σε κάθε επανάληψη η απόσταση της ακτίνας από το δέκτη μειώνεται, εφόσον μειώνεται και η αντικειμενική συνάρτηση, συνεπώς προσεγγίζουμε τις σωστές αρχικές συνθήκες έτσι ώστε να ανακτήσουμε την κατάλληλη ακτίνα. (β) Γεωμετρική απεικόνιση της ανακτώμενης ακτίνας η οποία διέρχεται από ένα γνωστό μοντέλο ταχυτήτων, τέτοιας έτσι ώστε να εκπέμπεται από τον πομπό (ο οποίος ομοίως με την Εικόνα 2-15 συμβολίζεται με αστερίσκο ερυθρού χρώματος) και να διέρχεται από τον δέκτη (ο οποίος συμβολίζεται με τρίγωνο πράσινου χρώματος). Η διαδικασία που ακολουθήσαμε, ασχέτως του τρόπου εφαρμογής, ανήκει σε μία ομάδα μεθόδων που καλούνται στη Σεισμολογία ως μέθοδοι σκόπευσης (*shooting method*) (Červený & Firbas, 1984) (Virieux & Farra, 1991) (Červený, Klimes, & Psencik, 2006). ....92

Εικόνα 3-1 α) Η υπό εξέταση περιοχή και οι σταθμοί του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου, οι οποίοι συμβολίζονται με τρίγωνα ερυθρού χρώματος. Η υπό εξέταση περιοχή περιλαμβάνει από ανατολίας προς δυσμάς τον νομό Αιτωλοακαρνανίας και το βορειοδυτικό τμήμα του νομού Αχαΐας έως τον νομό Λευκάδας και τον νομό Κεφαλληνίας. β) Χάρτης της Ελλάδας όπου η υπό εξέταση περιοχή απεικονίζεται εντός ορθογωνίου παραλληλογράμμου. ....94

Εικόνα 3-2 Τεκτονισμός της ευρύτερης περιοχής μελέτης. Βόρεια της Λευκάδας εντοπίζεται η ζώνη σύγκρουσης μεταξύ της Απουλίας και της Ευρασιατικής πλάκας, ενώ νότια της Κεφαλονιάς εντοπίζεται η ζώνη καταβύθιση μεταξύ της Αφρικανικής και της Ευρασιατικής πλάκας. Ενδιάμεσα εντοπίζεται το ρήγμα της Κεφαλονιάς. Οι αριθμημένοι κύκλοι (1-8) κοντά στη Λευκάδα, αντιπροσωπεύουν ιστορικούς σεισμούς που συνέβησαν κατά αντιστοιχία τα έτη 1704, 1722, 1723, 1769, 1783, 1869, 1914 και 1948. Ομοίως για την Κεφαλονιά, τα έτη είναι 1766, 1767, 1867, 1953, 1972 και 1983, ενώ για την Ιθάκη 1915. Σχήμα από (Paradimitriou et al., 2006).....	96
Εικόνα 3-3 (α) Σεισμοί μεγέθους > 4 στην ευρύτερη περιοχή μελέτης από τον κατάλογο του USGS (United States Geological Survey, Earthquake Hazards Program. Search Earthquake Catalog. Available online: <a href="https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/">https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/</a> ), κατά τη δεκαετία 2010 – 2020. Εντοπίζεται το ρήγμα της Κεφαλονιάς ΒΑ-ΝΔ διεύθυνσης καθώς και τα ρήγματα του Δυτικού Κορινθιακού κόλπου κύριας διεύθυνσης Α-Δ. (β) Σεισμοί μεγέθους > 1 στην ευρύτερη περιοχή μελέτης από τον κατάλογο του ΕΑΑ κατά την περίοδο 9/10 - 19/10, όπου δεν παρατηρείται κάποιο έντονο σεισμικό γεγονός. Το μέγιστο παρατηρούμενο μέγεθος ήταν ίσο με 3.27 MLh. ....	97
Εικόνα 3-4 Απλοποιημένος γεωλογικός χάρτης της Δυτικής Ελλάδας, όπου φαίνεται η περιοχή μελέτης. Α: Αλμωπία ή Πελαγονική ενότητα, Β: Καλύμματα οφιολίθων, C: Μολασσικές λεκάνες, D: Ενότητα Πίνδου, E: Ενότητα Τρίπολης, F: Ιόνια Ενότητα, G: Νεογενή – Τεταρτογενή (Μετα-αλπικά) ιζήματα, H: Ενότητα Παξών (ή Προ-Απούλια) (Karakitsios & Rigakis, 2007). ....	99
Εικόνα 3-5 Γεωλογικές τομές οι οποίες περιλαμβάνουν και τις τρεις (3) ενότητες που αφορούν την παρούσα μελέτη (ενότητες Παξών – Ιόνια – Γαβρόβου) επεξεργασμένες από (IGRS - IFP (Institut de Géologie et Recherches du Sous-sol-Institut Français du Pétrole), 1966). Άνω εικόνα: Γεωλογική τομή από την νήσο των Παξών έως το Γάβροβο Ηπείρου. Κάτω εικόνα: Γεωλογική τομή από την Κέρκυρα έως τη Τύμφη Ηπείρου. ....	100
Εικόνα 3-6 (β) Απεικόνιση της υποθαλάσσιας δομής και της στρωματογραφίας της λεκάνης του Ιονίου πελάγους, κατά μήκος της σεισμικής γραμμής ION-7 (seismic line ION-7) του σχήματος (α) κατά (Κοκίνου et al., 2005). Με γραμμοσκιασμένο ανοιχτό γκρι χρώμα απεικονίζονται τα Πλειο-Τεταρτογενή, με μπλε χρώμα τα ανθρακικά της Προ-απούλιας, με σκούρο ροζ χρώμα εβαπορίτες Τριαδικού, στους επικάθονται τα ανθρακικά της Ιόνιας ανοιχτού ροζ χρώματος. ....	101

Εικόνα 3-7 Απλοποιημένος γεωλογικός χάρτης της νοτιοδυτικής Λευκάδας όπου απαντά η ενότητα των Παξών κάτω από το κάλυμμα της Ιόνιας. 1: Σύγχρονες προσχώσεις. 2: Μειόκαινο, συμπαγείς μάργες, με ενδιαστρώσεις λατυποπαγών ασβεστολίθων, πάχους 800m. 3: Παλαιόκαινο – Κατώτερο Μειόκαινο, μικρολατυποπαγείς ασβεστόλιθοι με εναλλαγές πελαγικών ασβεστόλιθων και πυριτόλιθων, οι οποίοι ανώτερα εξελίσσονται σε μαργαϊκούς ασβεστόλιθους. Πάχος 250m. 4: Ανώτερο Κρητιδικό, ομοίως μικρολατυποπαγείς ασβεστόλιθοι με εναλλαγές πελαγικών ασβεστόλιθων, οι οποίοι ανώτερα εξελίσσονται σε παχυστρωματώδεις ασβεστόλιθους. Πάχος 200m. 5: Κατώτερο Κρητιδικό, στρωματώδεις ασβεστόλιθοι με ενδιαστρώσεις κερατολίθων. Πάχος 100m. 6: Ανώτερο Ιουρασικό, αμμωνιτοφόροι ασβεστόλιθοι και βιτουμενιούχοι σχίστες. Πάχος 40m. 7: Άνω Τριαδικό – Κατώτερο Ιουρασικό (ή Λιάσιο), ασβεστόλιθοι Παντοκράτορα της Ιόνιας ενότητας.....103

Εικόνα 3-8 Γεωλογικός χάρτης της νήσου Ιθάκης (Lekkas, Danamos, & Maurikas, 2001) (BP (British Petroleum Company Limited), 1971), στην οποία απαντά εξ' ολοκλήρου η Ιόνια ενότητα. 1: Σύγχρονοι αλλουβιακοί σχηματισμοί και μεσοπαγετώδεις αποθέσεις Μέσου Πλειστοκαίνου. 2: Κορήματα και λατυποπαγή κλιτύων Μέσου Πλειστοκαίνου. 3: Κλαστικοί σχηματισμοί Πλειοκαλάβριας σειράς. 4: Φλύσχη Ιόνιας ενότητας. 5: Παχυστρωματώδεις ασβεστόλιθοι και ερυθροί κονδυλώδεις ασβεστόλιθοι Ιουρασικού – Κρητιδικού. 6: Ρήγμα. Με βάση την επιφανειακή εξάπλωση των στρωμάτων, μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι το πάχος των Τεταρτογενών αποθέσεων και του φλύσχη ανά λιθολογία του υπομνήματος κυμαίνεται από 0.4 – 1.3km ενώ το πάχος των ασβεστολίθων ξεπερνάει τα 3km. ....106

Εικόνα 3-9 Γεωλογικός χάρτης της περιοχής Ξηρομέρου στον νομό Αιτωλοακαρνανίας, όπου απαντά η Ιόνια ενότητα (Papanikolaou, 2015). Από φύλλο Φιλιάτες (Perrier & Koukouzas, 1967). Ακολουθεί το υπόμνημα, στο οποίο συνοπτικά μετά τα δύο ανώτερα στρώματα αλλουβίων και φλύσχη (1-2), τα κατώτερα στρώματα (3-7) αποτελούνται κατά κόρον από ασβεστόλιθους. 1: αλλούβια, 2: φλύσχη αδιαίρετος, 3: πελαγικοί ασβεστόλιθοι σε λεπτά στρώματα με *Globigerines* και μικρολατυποπαγείς οριζοντες με *Nummulites*, *Alveolines* και ενδιαστρώσεις πυριτόλιθων, 4: μικρολατυποπαγείς ασβεστόλιθοι, συμπαγείς με θραύσματα ρουδιστών με *Orbitoides*. 5: πελαγικοί ασβεστόλιθοι με ακτινόζωα και ενδιαστρώσεις πυριτόλιθων – στη βάση αφθονούν οι *Calpionelles* του Τιθώνιου και στην οροφή οι *Globotruncanes*, 6: αργιλλικοί σχίστες με *Posidonies*, με ενστρώσεις πυριτόλιθων

<i>του Δογγέριου, 7: ασβεστόλιθοι λεπτοκοκκώδεις σε παχιά στρώματα, συμπαγείς, με ασβεστοφύκη του Κατώτερου – Μέσου Λιάσιου. ....</i>	<i>107</i>
<i>Εικόνα 3-10 Η στρωματογραφική στήλη της Ιόνιας ζώνης κατά (Mavromatidis, 2009). Από το Ολιγόκαινο και ύστερα αποτίθεται φλύσχη, ο οποίος υπέρκειται της ευρείας ανάπτυξης ασβεστολίθων. Η βάση της κολώνας αποτελείται από εβαπορίτες.....</i>	<i>108</i>
<i>Εικόνα 3-11 (α) Γεωλογικός χάρτης από (Mavromatidis, 2009)(Bornovas &amp; Rondoyanni, 1983) όπου εξετάζεται η πιθανή φιλοξενία υδρογονανθράκων της υπό παρουσίαση περιοχής. Με ευθεία ερυθρού χρώματος συμβολίζεται η γεωλογική τομή η οποία απεικονίζεται στο κάτω σχήμα. Τα κλασικά συμβολίζονται με περισπωμένη, τα ανθρακικά με ορθογώνια παραλληλόγραμμα ενώ οι εβαπορίτες με ενιαίο φαιό χρώμα. (β) Γεωλογική τομή κατά μήκος του ερυθρού ευθυγράμμου τμήματος στον γεωλογικό χάρτη του ανωτέρω του σχήματος. Παρατηρείται η εντυπωσιακή παρουσία πτυχώσεων και έντονου τεκτονισμού της Ιόνιας ζώνης.....</i>	<i>110</i>
<i>Εικόνα 3-12 Οι σταθμοί του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου. Τα διαφορετικά χρώματα αντιστοιχούν σε διαφορετικά σεισμολογικά δίκτυα. Με κόκκινο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών (ΗΛ), με κίτρινο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Τομέα Γεωφυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΗΤ), με μωβ χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Τομέα Γεωφυσικής και Γεωθερμίας του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (ΗΑ), με πράσινο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Τομέα Γεωλογίας του Πανεπιστημίου Πατρών (ΗΡ) και με γαλάζιο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Ινστιτούτου Φυσικής Εσωτερικού της Γης &amp; Γεωκαταστροφών ΠΑ.Κ.Ε.Κ-ΕΛΜεΠα (ΗC).....</i>	<i>111</i>
<i>Εικόνα 3-13 Με την καμπύλη κυανού χρώματος (original signal) απεικονίζεται το φάσμα πυκνότητας ισχύος (power spectral density) ενός αρχικά θορυβώδους σήματος πριν την εφαρμογή της λεύκανσης φάσματος (spectral whitening), ενώ με την καμπύλη ωχρού χρώματος (whitened signal), απεικονίζεται το φάσμα πυκνότητας ισχύος μετά την εφαρμογή της λεύκανσης φάσματος. Το φάσμα πυκνότητας ισχύος υπολογίζεται με τη μέθοδο μέσου περιοδογράμματος του Welch (Welch, 1967) (Bendat &amp; Piersol, 2010), κατά την οποία το σήμα διαιρείται σε τμήματα και για κάθε τέτοιο τμήμα εφαρμόζεται απάλειψη τάσης (detrending) και εφαρμογή παραθύρου (window). Το τελικό αποτέλεσμα προκύπτει από τον υπολογισμό της μέσης τιμής των μέτρων των μετασχηματισμών Fourier του κάθε</i>	

τμήματος υψωμένων στο τετράγωνο και την μετέπειτα εφαρμογή κλιμακοποίησης (scaling) έτσι ώστε να αντισταθμιστούν οι απώλειες ισχύος λόγω της εφαρμογής των παράθυρων.

.....114

Εικόνα 3-14 Άνω σχήμα: Καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν πομπό λευκού θορύβου στον δέκτη  $s_1$ . Μεσαίο σχήμα: Καταγραφή του ίδιου σήματος από έναν δεύτερο δέκτη  $s_2$ , τοποθετημένο σε τέτοια απόσταση μακριά από τον  $s_1$ , έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος κατά τη διάδοσή του από τον δέκτη  $s_1$  στον δέκτη  $s_2$  είναι ίσος με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των δύο καταγραφών, κατά την οποία ανάγεται το αιτιατό και το μη αιτιατό μέρος της συνάρτησης Green της κυματικής εξίσωσης στις τρεις (3) διαστάσεις.....115

Εικόνα 3-15 Άνω σχήμα: Καταγραφή μίας θορυβώδους πηγής σε συνδυασμό με μία μονοχρωματική και μη στάσιμη (non-stationary) πηγή. Μεσαίο σχήμα: Καταγραφή της ίδιας θορυβώδους πηγής σε συνδυασμό με την παρουσία μίας μονοχρωματικής και μη στάσιμης πηγής, διαφορετικής χρονικά και φασματικά σε σχέση με αυτήν του άνω σχήματος. Ομοίως με προηγουμένως (Εικόνα 3-14), ο δέκτης  $s_2$  είναι τοποθετημένος σε τέτοια απόσταση μακριά από τον  $s_1$ , έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος κατά τη διάδοσή του από τον δέκτη  $s_1$  στον δέκτη  $s_2$  είναι ίσος με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση μεταξύ των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος. Πλέον η ανάκτηση της συνάρτησης Green σε σχέση με την ιδεατή κατάσταση που περιγράφεται στην Εικόνα 3-14, είναι πιο δύσκολη. ....116

Εικόνα 3-16 Άνω και μεσαίο σχήματα: Οι «μολυσμένες» καταγραφές  $s_1$  και  $s_2$  που περιγράφονται στην Εικόνα 3-15, αφού έχει εφαρμοστεί λεύκανση του φάσματος για την καθενμία ξεχωριστά. Παρατηρείται ότι οι καταγραφές επιστρέφουν εν μέρει στην αρχική τους κατάσταση (Εικόνα 3-14), εφόσον οι ταλαντώσεις των μονοχρωματικών πηγών, που αντιστοιχούν σε κορυφές στο πεδίο των συχνοτήτων, καταστρέφονται κατά τη διαδικασία εφαρμογής της φασματικής λεύκανσης, δηλαδή οι καταγραφές είναι και πάλι θορυβώδεις, διατηρώντας την πληροφορία της διαφοράς φάσης μεταξύ τους, έτσι ώστε να ανακτηθεί η συνάρτηση Green. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος. Το αποτέλεσμα είναι και πάλι ευκρινές, όπως θα έπρεπε (Εικόνα 3-14), σε αντίθεση με το μη ευκρινές αποτέλεσμα που παρουσιάστηκε λόγω της παρουσίας των μη στάσιμων μονοχρωματικών πηγών (Εικόνα 3-15).....119

Εικόνα 3-17 Άνω σχήμα: Καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν πομπό λευκού θορύβου στον δέκτη  $s_1$ . Μεσαίο σχήμα: Καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν πομπό λευκού θορύβου στον δέκτη  $s_2$ , σε συνδυασμό με την καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν άλλον μη στάσιμο πομπό. Ο δέκτης  $s_2$  είναι τοποθετημένος σε τέτοια απόσταση μακριά από τον  $s_1$ , έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος κατά τη διάδοσή του από τον δέκτη  $s_1$  στον δέκτη  $s_2$  είναι ίσος με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος. Η συνάρτηση Green του αιτιατού μέρους δεν είναι πια ευκρινής. Αξίζει να σημειωθεί ότι η εύρεση και του αιτιατού και του μη αιτιατού μέρους της, δεν είναι πάντοτε εφικτή, αλλά εξαρτάται από την ομοιογένεια της κατανομής των πηγών θορύβου στο χώρο (Εικόνα 2-4), όπως θα δούμε αναλυτικότερα και στη συνέχεια. Συνεπώς αν λόγω ασυμμετρίας της θέσης των πηγών θορύβου, δεν είναι εφικτή η ανάκτηση του μη αιτιατού μέρους της συνάρτησης Green, η εύρεση της θα καθίστατο εξαιρετικά δύσκολη. ....121

Εικόνα 3-18 Άνω σχήμα: Το ίδιο σήμα το οποίο περιγράφεται στο άνω σχήμα στην Εικόνα 3-17, αφού έχει εφαρμοστεί κανονικοποίηση 1-bit, κατά την οποία το αρχικό σήμα μετατρέπεται στην τιμή του πρόσημου που έχει κάθε χρονική στιγμή. Ένα τμήμα του άξονα του χρόνου έχει μεγεθυνθεί, έτσι ώστε το αποτέλεσμα της επεξεργασίας να είναι ευκρινές. Μεσαίο σχήμα: Το ίδιο σήμα το οποίο περιγράφεται στο μεσαίο σχήμα στην Εικόνα 3-17, αφού έχει εφαρμοστεί κανονικοποίηση 1-bit, κατά την οποία το αρχικό σήμα μετατρέπεται στην τιμή του πρόσημου που έχει κάθε χρονική στιγμή. Ένα τμήμα του άξονα του χρόνου έχει μεγεθυνθεί, έτσι ώστε το αποτέλεσμα της επεξεργασίας να είναι ευκρινές. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των σημάτων του άνω και του μεσαίου σχήματος (χωρίς τη μεγέθυνση). Το αιτιατό μέρος της συνάρτησης Green έχει πλέον ανακτηθεί, μετά την εφαρμογή της κανονικοποίησης του πλάτους των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος στην Εικόνα 3-17. Ακόμη και μετά την κανονικοποίηση, το μη αιτιατό μέρος είναι μεγαλύτερο κατά πλάτος από το μη αιτιατό, γεγονός που όπως θα δούμε και αργότερο είναι ενδεικτικό στοιχείο της ετερογένειας της κατανομής των πηγών θορύβου στο χώρο. ....122

Εικόνα 3-19 Παράδειγμα detrending στο σταθμό EVGI διάρκειας μισής ημέρας, η οποία έγινε αφαιρώντας παρεμβαλλόμενα πολυώνυμα 3<sup>ου</sup> βαθμού από το αρχικό σήμα. ....125

Εικόνα 3-20 Απεικόνιση του μέτρου (modulus)  $r$ , μίας τιμής του ορίσματος (argument)  $\theta$  και της κύριας τιμής του ορίσματος ενός μιγαδικού αριθμού  $z$ , που αναφέρονται στην Εξ. 3-14. Η κύρια τιμή του ορίσματος είναι η γωνία που συμβολίζεται με το τόξο ερυθρού χρώματος.



Το μέτρο λαμβάνει μία μοναδική τιμή, σε αντίθεση με το όρισμα, λόγω της περιοδικότητας των τριγωνομετρικών αριθμών από τους οποίους προκύπτει. Συγκεκριμένα το σύνολο όλων των πιθανών τιμών του ορίσματος  $arg(z)$  μπορεί να εκφραστεί ως προς την κύρια τιμή του ορίσματος  $Arg(z)$ , σύμφωνα με την εξίσωση.  $argz = Argz + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$ .....127

Εικόνα 3-21 Η απόκριση πλάτους (άνω σχήμα) και η απόκριση φάσης (κάτω σχήμα) της κατακόρυφης συνιστώσας του σταθμού AMPL ο οποίος ανήκει στο δίκτυο της Πάτρας, καθώς και του σταθμού DMLN ο οποίος ανήκει στο δίκτυο της Θεσσαλονίκης. Οι αποκρίσεις του σταθμού AMPL απεικονίζονται με καμπύλες κυανού χρώματος, ενώ οι αποκρίσεις του σταθμού DMLN απεικονίζονται με καμπύλες ωχρού χρώματος. Με κατακόρυφη διακεκομμένη γραμμή συμβολίζεται η συχνότητα Nyquist. Σύμφωνα με την Εξ. 3-12, η συνάρτηση μεταφοράς ως παρονομαστής, αν αποκτήσει πολύ μικρή τιμή τότε θα αποδώσει πολύ μεγάλη τιμή ταχύτητας της εδαφικής κίνησης, η οποία όμως δεν είναι βέβαιο πως ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Η τιμές κάτω από τις οποίες η αποκρίσεις πλατών μειώνονται είναι οι 0.01Hz για τον σταθμό AMPL και 1Hz για τον σταθμό DMLN. Οι αποκρίσεις πλατών συμφωνούν με τον Πίνακα 3-2, όπου το σεισμόμετρο του σταθμού AMPL χαρακτηρίζεται ως ευρυζώνιο ενώ το σεισμόμετρο του σταθμού DMLN χαρακτηρίζεται ως μικρής περιόδου. ....128

Εικόνα 3-22 Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της πυκνότητας φασματικής ισχύος της κατακόρυφης συνιστώσας του σταθμού AMPL για την περίοδο ενδιαφέροντος (9/10/2021 – 18/10/2021). Η εικονιζόμενη συνάρτηση ταιριάζει με τα θεωρητικά αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στην Εικόνα 1-2 και στην Εικόνα 2-2. Οι περίοδοι στις οποίες το πλάτος του σεισμικού θορύβου είναι μέγιστο αντιστοιχεί στις περιόδους στις οποίες επικρατούν τα επιφανειακά κύματα, οπότε αναμένεται η επικράτηση των επιφανειακών κυμάτων κατά την ανάκτηση των συναρτήσεων Green. ....132

Εικόνα 3-23 Παράδειγμα αφαίρεσης απόκρισης από το σταθμό EVGI διάρκειας μισής ημέρας. Στο άνω αριστερά σχήμα η καμπύλη κόκκινου χρώματος είναι η απόκριση του φίλτρου ενώ η μπλε είναι η απόκριση πλάτους του σήματος. Στο άνω δεξιά είναι το πρωτογενές σήμα. Στο μεσαίο αριστερά η κόκκινη καμπύλη είναι η απόκριση του οργάνου ενώ η μπλε καμπύλη είναι η απόκριση του σήματος μετά την εφαρμογή του φίλτρου. Στο μεσαίο δεξιά σχήμα είναι το πρωτογενές σήμα μετά την εφαρμογή διαχείρισης των άκρων (tapering). Στο κάτω αριστερά σχήμα, η καμπύλη κόκκινου χρώματος είναι η συμπληρωματική της απόκρισης του οργάνου, η οποία ψαλιδίζεται στα σημεία που

απειρίζεται. Με μπλε χρώμα είναι η απόκριση του αποσυνελιγμένου σήματος. Κάτω δεξιά είναι το αποσυνελιγμένο σήμα. Παρατηρείται ότι η αποκοπή των πολύ χαμηλών συχνοτήτων οδηγεί ουσιαστικά σε detrending.....133

Εικόνα 3-24 Σύγκριση του χρόνου υπολογισμού της συσχέτισης δύο συναρτήσεων μίας μεταβλητής με δύο τρόπους: ο ένας τρόπος είναι με εφαρμογή του ορισμού της συσχέτισης  $f * g = -\infty + \infty f t g t + t d t$  ενώ ο άλλος είναι με την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης στην Εξ. 3-21. Ό,τι αφορά την εφαρμογή του ορισμού συμβολίζεται με πράσινο χρώμα, ενώ ό,τι αφορά την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης συμβολίζεται με κίτρινο χρώμα. Στον οριζόντιο άξονα λαμβάνονται υπόψη πέντε (5) διαφορετικές περιπτώσεις, όπου στην καθεμία μεταβάλλεται ο αριθμός των στοιχείων που περιέχονται στις διακριτές συναρτήσεις  $f, g$ . Στον κατακόρυφο άξονα αναγράφονται οι λογάριθμοι (για λόγους ευκρίνειας) των χρόνων υπολογισμού της συσχέτισης σε ms. Για πλήθος στοιχείων ανά συνάρτηση μικρότερο του 1000, η απ' ευθείας εφαρμογή του ορισμού της συσχέτισης είναι υπολογιστικά ταχύτερη σε σχέση με την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης. Σε αντίθετη περίπτωση, η εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης είναι μακράν πιο αποδοτική ως προς τον απαιτούμενο χρόνο υπολογισμού της συσχέτισης. ....136

Εικόνα 3-25 Διαγράμματα ροής για τις περιπτώσεις (α) σύγχρονου προγραμματισμού και (β) ασύγχρονου προγραμματισμού. Ο σύγχρονος προγραμματισμός εκτελεί τις εντολές σειριακά, δηλαδή πρέπει η προηγούμενη εντολή να έχει ολοκληρωθεί πριν την εκκίνηση της επόμενης. Και στις δύο περιπτώσεις ο σκοπός είναι ο ίδιος δηλαδή να λάβουμε μία απάντηση (response) από έναν διακομιστή (server) ως πελάτης (client) και να επεξεργαστούμε κάποια δεδομένα. Στην περίπτωση (α) πρέπει πρώτα να ολοκληρωθεί η απάντηση του αιτήματός μας από τον διακομιστή προτού προβούμε στην επεξεργασία των δεδομένων. Στην περίπτωση (β) όμως μπορούμε ενώ περιμένουμε την απάντηση από το διακομιστή (π.χ. τη μεταφόρτωση (download) σεισμολογικών δεδομένων), εφόσον δεν καταναλώνεται υπολογιστική ισχύς, να προβούμε παράλληλα στην επιθυμητή επεξεργασία των δεδομένων. Μόλις ολοκληρωθούν και οι δύο διαδικασίες (η μεταφόρτωση και η επεξεργασία των δεδομένων) τότε μπορούμε να προχωρήσουμε στην οποιαδήποτε περαιτέρω διαδικασία. ....138

Εικόνα 3-26 Οι εμπειρικές συναρτήσεις Green για κάθε ζεύγος σταθμών της περιοχής μελέτης, με κανονικοποιημένο πλάτος μεταξύ -1 και 1, οι οποίες προέκυψαν από την εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier της Εξ. 3-31, χρησιμοποιώντας τις

κατακόρυφες συνιστώσες των καταγραφών, αφού υποστούν την απαραίτητα προεπεξεργασία όπως αυτή περιγράφεται στην υποενότητα 3.2 Συλλογή και προεπεξεργασία των δεδομένων. Δεχόμαστε μόνο τις λύσεις των οποίων η ομαδική ταχύτητα βρίσκεται εντός λογικών ορίων ( $1.8 - 5.5 \text{ km/s}$ ), καθώς και αυτές που ο λόγος σήματος προς θόρυβο τους είναι μεγαλύτερος του 8. Ο αριθμητής του λόγου σήματος προς θόρυβο είναι μέγιστη απόλυτη τιμή του πλάτους εντός του χρονικού διαστήματος  $-80$  έως  $80$ , ενώ ο παρονομαστής είναι η τυπική απόκλιση του πλάτους εντός του χρονικού διαστήματος  $100 - 200$ . Η μέθοδος ανάκτησης των ομαδικών ταχυτήτων, ήτοι των φακέλων των συναρτήσεων Green, περιγράφεται αναλυτικά στο υποκεφάλαιο 3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς.....142

Εικόνα 3-27 Ένα παράδειγμα ανάκτησης της καμπύλης διασποράς της ομαδικής ταχύτητας του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης (*fundamental mode*) της εμπειρικής συνάρτησης Green μεταξύ των σταθμών EVGI και LKD2 στη Λευκάδα, από τα μέγιστα της συνάρτησης φακέλου της. Οι τιμές οι οποίες ικανοποιούν τη συνθήκη ελέγχου ποιότητας  $\Delta > 2\lambda$ , καθώς και τη συνθήκη  $SNR > 5$  απεικονίζονται με κύκλους ερυθρού χρώματος επί της καμπύλης διασποράς, όπου με  $\Delta$  συμβολίζεται η απόσταση των σταθμών, με  $\lambda$  συμβολίζεται το μήκος κύματος, ενώ με  $SNR$  συμβολίζεται ο λόγος του σήματος προς θόρυβο. Η κάθετη γραμμή ως προς τον οριζόντιο άξονα ερυθρού χρώματος απεικονίζει το όριο  $\Delta = 2\lambda$ , ενώ η κάθετη γραμμή ως προς τον οριζόντιο άξονα γαλάζιου χρώματος απεικονίζει το όριο  $\Delta = 3\lambda$ . Από το  $\lambda$  έως το ερυθρό μέρος του ορατού φάσματος απεικονίζεται χρωματικά η αύξηση των τιμών της συνάρτησης φακέλου.....148

Εικόνα 3-28 Διατύπωση του ευθέως προβλήματος. Ένα κύμα Rayleigh διαδίδεται στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα φάσης  $c$ . Θεωρούμε ότι η δομή του εσωτερικού της Γης μπορεί να περιγραφεί επαρκώς διαμέσου ενός μοντέλου οριζόντιων στρωμάτων με διαφορετικά πάχη  $h$ , παραμέτρους Lamè  $\lambda, \mu$  και πυκνότητες μάζας  $\rho$ . Στις διεπιφάνειες μεταξύ των γειτονικών στρωμάτων προκύπτουν διαφορετικές τιμές μετατοπίσεων  $u, w$  κατά τον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα αντιστοίχως. Για τον προσδιορισμό των συνοριακών συνθηκών Dirichlet που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος, θεωρούμε ότι οι τάσεις στην ελεύθερη επιφάνεια καθώς και οι μετατοπίσεις στην κατώτατη επιφάνεια, όπου η τελευταία βρίσκεται σε άπειρο βάθος, είναι μηδενικές. Η επίλυση του ευθέως προβλήματος αποσκοπεί στον προσδιορισμό της σχέσης διασποράς (του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης) που διέπει το σύστημα, εφόσον γνωρίζουμε τον

αριθμό των επιμέρους στρωμάτων, το πάχος τους, καθώς και τις ελαστικές τους ιδιότητες (δηλαδή το 1D μοντέλο).....	150
Εικόνα 3-29 Παραδείγματα ανάκτησης της καμπύλης διασποράς της ομαδικής ταχύτητας του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης (fundamental mode) της εμπειρικής συνάρτησης Green μεταξύ των σταθμών (από πάνω προς τα κάτω) VVK-DRAG, FSK-NYDR, EVGI-PDO, σύμφωνα με την Εικόνα 3-27. ....	160
Εικόνα 3-30 Η μέση καμπύλη διασποράς της ταχύτητας ομάδας στην περιοχή μελέτης, η οποία θεωρείται ως πρότυπη για τον προσδιορισμό του υπεδαφικού μοντέλου 1D διατμητικών ταχυτήτων. Κάθε τιμή ομαδικής ταχύτητας για δεδομένη περίοδο προκύπτει από τη μέση τιμή όλων των τιμών ομαδικής ταχύτητας των επιμέρους καμπυλών διασποράς που ανήχθησαν στο υποκεφάλαιο .....	161
Εικόνα 3-31 Τα υποψήφια 1D μοντέλα διατμητικών ταχυτήτων που αφορούν την περιοχή ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης. Ως πρότυπη καμπύλη διασποράς θεωρήθηκε η μέση καμπύλη διασποράς στην Εικόνα 3-30. Το επιλεχθέν μοντέλο απεικονίζεται με την διακεκομμένη γραμμή κυανού χρώματος, καθώς είναι εκείνο το οποίο ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση, η οποία περιγράφεται στην Εξ. 3-87 και λαμβάνει τιμή κάτω από 0.01. Για την ανάκτηση του μοντέλου έγινε η παραδοχή ότι η διατμητική ταχύτητα αυξάνεται με το βάθος, καθώς και ότι οι παράμετροι μπορούν να κυμαίνονται μόνο εντός συγκεκριμένων ορίων. Αναλυτικά ο αριθμός των οριζόντιων στρωμάτων ισούται με 5, η ταχύτητα διάτμησης κυμαίνεται από 50 έως 3500 m/s, η πυκνότητα είναι σταθερή και ίση με 2000kg/m <sup>3</sup> , ενώ ο λόγος Poisson κυμαίνεται από 0.25 έως 0.5. ....	164
Εικόνα 3-32 Απεικόνιση του τρισδιάστατου μοντέλου ταχυτήτων διάτμησης για την περιοχή ενδιαφέροντος σε (α) κατακόρυφες και (β) οριζόντιες τομές. Στο (γ) φαίνονται δύο ακόμα κατακόρυφες τομές για γεωγραφικό πλάτος 38.6 και 38.3 που δεν έχουν σχεδιαστεί στο (α). Το μοντέλο αυτό προκύπτει από τις διαταραχές των ταχυτήτων διάτμησης στο χώρο ως προς το αρχικό μονοδιάστατο μοντέλο που ανακτήσαμε σε προηγούμενη ενότητα. Οι ταχύτητες διάτμησης είναι φραγμένες μεταξύ 1 και 3km/s. ....	178
Εικόνα 3-33 Ομοίως με την Εικόνα 3-32, η απεικόνιση του τρισδιάστατου μοντέλου ταχυτήτων διάτμησης για την περιοχή ενδιαφέροντος. Το διαφορετικό αυτό μοντέλο προκύπτει από τη χρήση μικρότερου πολλαπλασιασστή Lagrange, συνεπώς είναι και λιγότερο εξομαλυμένο.....	182

Εικόνα 3-34 Τα αποτελέσματα του τεστ σκακιέρας, για τον αλγόριθμο αντιστροφής με τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrange ίση με 4, ο οποίος παρήγαγε το μοντέλο το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 3-32. Στήλη (α): οριζόντιες τομές του μοντέλου σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4km κάτω από την επιφάνεια της Γης. Στήλη (β): Οριζόντιες τομές του αποτελέσματος αντιστροφής των συνθετικών δεδομένων τα οποία προέκυψαν από το μοντέλο σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4km κάτω από την επιφάνεια της Γης. ....185

Εικόνα 3-35 Τα αποτελέσματα του τεστ σκακιέρας, για τον αλγόριθμο αντιστροφής με τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrange ίση με 0.3, ο οποίος παρήγαγε το μοντέλο το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 3-33. Στήλη (α): οριζόντιες τομές του μοντέλου σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4km κάτω από την επιφάνεια της Γης. Στήλη (β): Οριζόντιες τομές του αποτελέσματος αντιστροφής των συνθετικών δεδομένων τα οποία προέκυψαν από το μοντέλο σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4km κάτω από την επιφάνεια της Γης. ....187

Εικόνα 3-36 Οι αβεβαιότητες των ταχυτήτων των μοντέλων που ανακτήθηκαν (Εικόνα 3-32 και Εικόνα 3-33). Στήλη (α): Οριζόντιες τομές του μοντέλου τυπικών αποκλίσεων που αντιστοιχεί στο μοντέλο στην Εικόνα 3-32. Στήλη (β): Οριζόντιες τομές του μοντέλου τυπικών αποκλίσεων που αντιστοιχεί στο μοντέλο στην Εικόνα 3-33. Όπως αναμένουμε εκτός της κάλυψης του δικτύου οι αβεβαιότητα των μοντέλων είναι και μεγαλύτερη. Εντός του δικτύου η μέγιστη κύμανση της ταχύτητας διάτμησης ισούται με  $\pm 0.5 \text{ km/s}$  αν συμπεριλάβουμε τα όρια, ενώ ισούται με  $\pm 0.3 \text{ km/s}$  αν δεν τα συμπεριλάβουμε. ....190

Εικόνα 3-37 (α) Το τελικό 1D μοντέλο το οποίο προκύπτει από τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των οριζόντιων τομών των ταχυτήτων διάτμησης, αναλόγως του πολλαπλασιαστή Lagrange  $\lambda$ . Υπενθυμίζουμε ότι σε μικρά βάθη υπερτερεί το μοντέλο με υψηλή τιμή του  $\lambda$ , ενώ σε μεγαλύτερα υπερτερεί το μοντέλο με χαμηλή τιμή του  $\lambda$ . (β) Το 1D μοντέλο διατμητικών ταχυτήτων γειτονικής περιοχής βορειότερα της περιοχής ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης, κατά (Haslinger et al., 1999). (γ) Μοντέλα 1D διατμητικών ταχυτήτων γειτονικής περιοχής ανατολικότερα της περιοχής ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης, κατά (Giannopoulos et al., 2017).....198

Εικόνα 3-38 (γ) Η κανονικοποιημένη κατακόρυφη συνιστώσα του συνθετικού σειсмоγράμματος που καταγράφεται σε απόσταση 10km από την θαμμένη εκρηκτική πηγή, της οποίας οι συντεταγμένες κατά τον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα είναι 15000m και 100m αντιστοίχως. (α) Οι τιμές της συνάρτησης της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας, 10 δευτερόλεπτα μετά την έκρηξη. Η εκρηκτική πηγή προσομοιάζεται όπως

συνηθίζεται με ένα κατακόρυφο χωρικά κυμάτιο Ricker, δηλαδή με τη δεύτερη παράγωγο της Γκαουσιανής, ενώ το μοντέλο μέσω του οποίου τελείται η κυματική διάδοση, αποτελείται από μία ακολουθία οριζόντιων στρωμάτων με σταθερές ελαστικές παραμέτρους  $\mu, \lambda, \rho$  οι οποίες αυξάνονται με το βάθος. (β) Οι δρομοχρονικές καμπύλες της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας, 20 δευτερόλεπτα μετά την έκρηξη. Επί της ουσίας κάθε ευθεία η οποία τέμνει κάθετα τον οριζόντιο άξονα του σχήματος μας δίνει το συνθετικό σεισμόγραμμα στη θέση που ορίζεται από το σημείο τομής. ....200

## Προοίμιο

Από τις πρωτοπόρες ερευνητικές εργασίες του (Aki K. , 1957) (Aki K. , 1965) μέχρι σήμερα, έχει δειχθεί τόσο θεωρητικά (Wapenaar, Slob, Snieder, & Curtis, 2010) όσο και πρακτικά (Shapiro & Campillo, 2004) ότι είναι εφικτή η ανακατασκευή τουλάχιστον ενός μέρους της συνάρτησης Green από δεδομένα σεισμικού θορύβου, με τελικό απώτερο σκοπό την διδιάστατη ή την τρισδιάστατη διασκόπηση της δομής του υπεδάφους (Lin , Li, Clayton, & Hollis, 2013). Όλοι οι τρόποι και οι μεθοδολογίες που επιτυγχάνουν τη διασκόπηση αυτή μέσω της χρήσης δεδομένων σεισμικού θορύβου, αποτελούν τεχνικές *Τομογραφίας Σεισμικού Θορύβου (Ambient Noise Tomography)*.

Στην παρούσα διατριβή, θα μελετηθεί για πρώτη φορά η περιοχή της δυτικής ακτής της κεντρικής Ελλάδας (3.1. Γεωγραφική θέση, σεισμικότητα και γεωλογία της υπό εξέταση περιοχής) με τεχνικές τομογραφίας σεισμικού θορύβου. Αρχικά αναφέρουμε το απαιτούμενο θεωρητικό υπόβαθρο μίας τέτοιας μελέτης, χρησιμοποιώντας πρωτότυπες προσομοιώσεις, τόσο για την ανάκτηση της εμπειρικής συνάρτησης Green (2.1. Η εμπειρική συνάρτηση Green), όσο και για την σχετική αποτελεσματικότητα των διαφόρων ειδών προ-επεξεργασίας που εφαρμόζουμε στις καταγραφές των σειсмоγράφων (3.2. Συλλογή και προ-επεξεργασία των δεδομένων). Για το σκοπό της τομογραφίας, κατασκευάσαμε αρχικά έναν πρωτότυπο κώδικα (4.3 Κώδικες), ο οποίος επιτυγχάνει τη θεωρητικά ορθότερη αλλά και την ταυτόχρονα ταχύρρυθμη ανάκτηση των συναρτήσεων Green (3.3. Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green) για ένα οποιοδήποτε δίκτυο σταθμών, ο οποίος περιλαμβάνει και την συνήθη προ-επεξεργασία των δεδομένων που απαιτείται. Έτσι αφού ανακτήσουμε τη διασπορά της ομαδικής ταχύτητας της κάθε συνάρτησης Green μέσω ανάλυσης συχνότητας χρόνου (3.4 Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς), εφαρμόζεται απευθείας αντιστροφή με την πρωτοποριακή μέθοδο των (Fang & Zhang, 2014) (Fang, Yao, Zhang, Huang, & van der Hilst, 2015) για την ανάκτηση της τρισδιάστατης απεικόνισης της κατανομής της ταχύτητας διάτμησης, χωρίς τη θεωρητικά ασθενέστερη υπόθεση των «ευθείων» ακτίνων και χωρίς τη βραδύτερη πρωτότερη αντιστροφή για χάρτες ομαδικών ταχυτήτων (3.6. Αντιστροφή στις τρεις διαστάσεις). Η καινοτόμα αλληλουχία των αλγορίθμων που εφαρμόζεται, επιτυγχάνεται μέσω της κατασκευής εξειδικευμένου κώδικα, που περιγράφεται στο κεφάλαιο 4.3 Κώδικες.

## Κεφάλαιο 1 - Εισαγωγή

### 1.1. Βασικές έννοιες

Η εξίσωση ορμής (*momentum equation*) ή εξίσωση της κίνησης στο συνεχές (*equation of motion for a continuum*), η οποία προκύπτει από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα είναι η εξής:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_j \tau_{ij} + f_i$$

Εξ. 1-1

Απουσία του όρου  $f_i$ , οποίος αντιπροσωπεύει το άθροισμα των δυνάμεων βαρύτητας και των πηγών, η παραπάνω σχέση ονομάζεται *ομογενής εξίσωση της κίνησης (homogeneous equation of motion)*. Οι λύσεις της Εξ. 1-1 δίνουν την προβλεπόμενη εδαφική κίνηση σε συγκεκριμένες θέσεις σε κάποια απόσταση μακριά από την σεισμική πηγή και γενικά αποκαλούνται *συνθετικά σειсмоγράμματα (synthetic seismograms)*. Με  $\rho$  συμβολίζεται η πυκνότητα του μέσου διάδοσης, με  $u_i$  συμβολίζεται η μετατόπιση ως προς μία αρχική θέση και ως προς τη χωρική διάσταση  $i$ , ενώ σύμφωνα με τον συμβολισμό κατά Einstein  $\partial_j \tau_{ij} = \sum_{j=1}^3 \partial \tau_{ij} / \partial x_j$ , όπου το  $x_j$  αντιπροσωπεύει την απόσταση για την κάθε χωρική διάσταση  $j$ , ενώ το  $\tau_{ij}$  είναι το κάθε στοιχείο του *τανυστή τάσης (stress tensor)*. Για έναν απειροελάχιστο κύβο ο οποίος βρίσκεται σε στατική ισορροπία, ο τανυστής τάσης είναι ένας πίνακας του οποίου οι τιμές αποτελούν όλους τους πιθανούς συνδυασμούς (9) ανά επιφάνεια (τρεις λόγω στατικής ισορροπίας) και ανά χωρική διάσταση (τρεις) (Lay & Wallace, 1995).



Ο *τανυστής παραμόρφωσης (strain tensor)* είναι ένας πίνακας του οποίου το ίχνος δίνει την διαστολή ενός υλικού (η οποία ορίζεται ως η απόκλιση του διανυσματικού πεδίου μετατοπίσεων), ενώ τα εκτός διαγωνίου στοιχεία δίνουν τη μεταβολή του σχήματος, και ορίζεται ως ακολούθως, εφαρμόζοντας τον συμβολισμό  $\partial y/\partial x = \partial_x y$ :

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$$

Εξ. 1-2

Οι τανυστές τάσης και παραμόρφωσης συνδέονται με την *γραμμική και ισοτροπική σχέση τάσης – παραμόρφωσης (linear and isotropic stress-strain relationship)* ή αλλιώς με τον γενικευμένο νόμο του Hooke (*generalized Hooke's law*) (Malvern, 1969):

$$\tau_{ij} = \lambda \sum_{k=1}^3 \delta_{ij} e_{kk} + 2\mu e_{ij}$$

Εξ. 1-3

Στην Εξ. 1-3 με  $\delta_{ij}$  συμβολίζεται το *δέλτα του Kronecker* ή αλλιώς το στοιχείο  $i, j$  του μοναδιαίου πίνακα, ενώ με  $\lambda$  και  $\mu$  συμβολίζονται οι *παράμετροι Lamé*. Αντικαθιστώντας τον ορισμό του τανυστή παραμόρφωσης (Εξ. 1-2) στη γραμμική και ισοτροπική σχέση τάσης – παραμόρφωσης (Εξ. 1-3), ανακτούμε την παρακάτω σχέση:

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} \partial_k u_k + \mu (\partial_i u_j + \partial_j u_i)$$

Εξ. 1-4

Αντικαθιστώντας την Εξ. 1-4, στην εξίσωση της κίνησης στο συνεχές (Εξ. 1-1), ανακτούμε τη *σεισμική κυματική εξίσωση (seismic wave equation)*:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \nabla \mu \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] + (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} - \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}$$

Εξ. 1-5

Οι δύο πρώτοι όροι του δεξιού μέλους της παραπάνω εξίσωσης αφορούν τη μεταβολή των παραμέτρων Lamé. Αν υποθέσουμε ότι το μέσο είναι ομογενές, οι παράμετροι Lamé δε θα μεταβάλλονται, συνεπώς η Εξ. 1-5 απλοποιείται και έχουμε την *εξίσωση ορμής για ομογενή μέσα (momentum equation for homogeneous media)*:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} - \mu\nabla \times \nabla \times \mathbf{u}$$

Εξ. 1-6

Λαμβάνοντας την απόκλιση της εξίσωσης ορμής για ομογενή μέσα (Εξ. 1-6), ανακτούμε λύσεις για τα κύματα P τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα  $\alpha$ :

$$\frac{\partial^2(\nabla \cdot \mathbf{u})}{\partial t^2} = \alpha^2 \nabla^2(\nabla \cdot \mathbf{u})$$

Εξ. 1-7

$$\alpha = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$$

Εξ. 1-8

Αντίστοιχα λαμβάνοντας τον στροβιλισμό της εξίσωσης ορμής για ομογενή μέσα (Εξ. 1-6), ανακτούμε λύσεις για τα κύματα S τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα  $\beta$ :

$$\frac{\partial^2(\nabla \times \mathbf{u})}{\partial t^2} = \beta^2 \nabla^2(\nabla \times \mathbf{u})$$

Εξ. 1-9

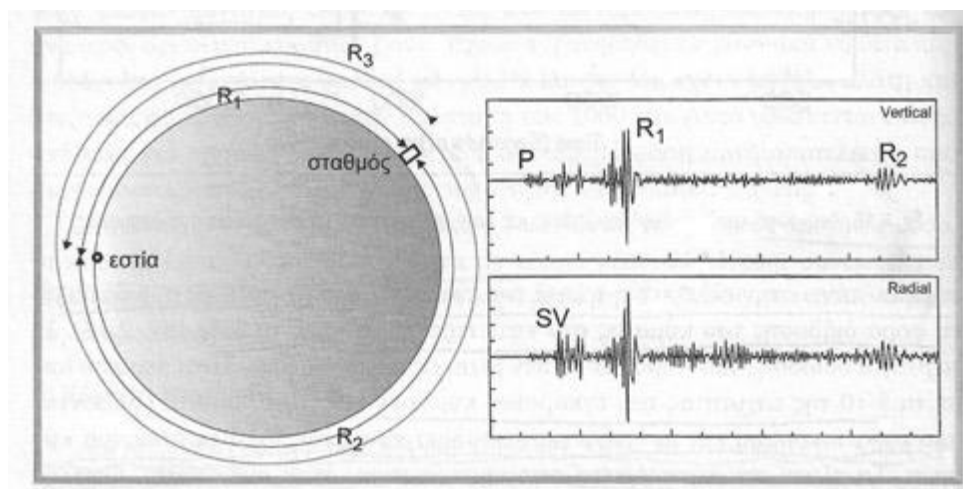
$$\beta = \sqrt{\mu/\rho}$$

Εξ. 1-10

Συνεπώς, τα κύματα χώρου (P, S) αποτελούν λύσεις της εξίσωσης ορμής για ομογενή μέσα (Εξ. 1-6) σε ελεύθερο – απεριόριστο χώρο (*free – whole space*), αν αυτός ο χώρος

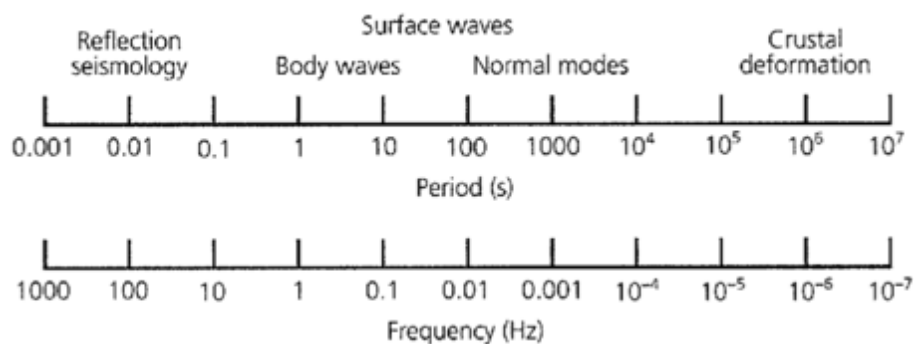
αποτελεί ομογενές και ισότροπο μέσο, αν αγνοήσουμε τις επιδράσεις της βαρύτητας και των σεισμικών πηγών και αν υποθέσουμε ότι η τάση και η παραμόρφωση συνδέονται γραμμικά μεταξύ τους.

Όμως, όταν σε ένα μέσο υπάρχει μία ελεύθερη επιφάνεια, τότε είναι δυνατή η ανάκτηση και άλλων λύσεων οι οποίες καλούνται *επιφανειακά κύματα*. Κατά την εκδήλωση μεγάλου μεγέθους σεισμών, τα επιφανειακά κύματα είναι παρατηρήσιμα ακόμη και πολλές ώρες μετά το χρόνο γένεσής τους, κατά τις οποίες ώρες διατρέχουν αρκετές φορές το μέγιστο κύκλο της Γης που περνάει από το επίκεντρο και το σταθμό που τα καταγράφει (Εικόνα 1-1).



Εικόνα 1-1 Τα επιφανειακά κύματα τα οποία διατρέχουν μερικές φορές το μέγιστο κύκλο της Γης που περνάει από το επίκεντρο του σεισμού και το σταθμό καταγραφής ονομάζονται κύματα περιστροφής. Στο αριστερό σχήμα απεικονίζονται οι τροχιές των κυμάτων περιστροφής Rayleigh, τα οποία συμβολίζονται με το  $R_i$  για  $i = 1, 2, \dots, n$ . Τα κύματα περιστροφής με μονούς δείκτες έχουν εκκίνηση προς την ίδια φορά με αυτήν του απ' ευθείας κύματος, ενώ τα κύματα περιστροφής με ζυγούς δείκτες έχουν εκκίνηση προς την αντίθετη φορά από αυτήν του απ' ευθείας κύματος. Αν η επικεντρική απόσταση ενός σεισμού από ένα σταθμό είναι  $\Delta_1$ , οι αποστάσεις που διατρέχουν τα διάφορα κύματα περιστροφής δίνονται από τις σχέσεις  $\Delta_n = 180(n - 1) + \Delta_1$  για  $n$  περιττό ενώ  $\Delta_n = 180n - \Delta_1$  για  $n$  άρτιο. Στο δεξιό σχήμα διακρίνονται οι καταγραφές των κυμάτων περιστροφής Rayleigh  $R_1$  και  $R_2$  στην κατακόρυφη και στην παράλληλη προς την ακτίνα διάδοσης συνιστώσα του σταθμού (Papazachos, Karakisis, & Chatzidimitriou, 2005).

Η ενισχυτική συμβολή ανάμεσα στα κύματα περιστροφής σε συνδυασμό με ανάλογες αντηχήσεις από κύματα χώρου, δημιουργούν τους κανονικούς τρόπους ταλάντωσης (*normal modes*) ή τις ελεύθερες ταλαντώσεις της Γης (*free oscillations of the Earth*). Τα επιφανειακά κύματα ορίζονται ως αυτά που παράγονται σε μέσα τα οποία διαθέτουν μία ελεύθερη επιφάνεια και διαδίδονται παράλληλα ως προς αυτήν και το πλάτος τους μειώνεται κατά την αύξηση της απόστασής τους από αυτήν και δημιουργούνται από την ενέργεια που μεταφέρουν τα προσπίπτοντα κύματα χώρου στην ελεύθερη επιφάνεια. Τα επιφανειακά κύματα κυμαίνονται κυρίως ανάμεσα στα 0.1 και 0.01Hz (Εικόνα 1-2, Εικόνα 2-2).



Εικόνα 1-2 Το σεισμικό φάσμα, το οποίο δείχνει τις συχνότητες στις οποίες διεξάγονται οι διάφορες σεισμικές αναλύσεις. Οι κινήσεις του εδάφους με περιόδους μεγαλύτερες των 10<sup>4</sup>s οφείλονται σε αργές κινήσεις του φλοιού, παρά σε σεισμικά κύματα. Οι αναλύσεις σεισμών συνήθως διεξάγονται σε εύρος περιόδων μεταξύ 0.1s έως και πάνω από 3000s, ή συχνότητες από 10Hz έως και 3×10<sup>-4</sup>Hz. Κύματα υψηλότερων συχνοτήτων από 20 έως 80 Hz των οποίων η δημιουργία οφείλεται σε εκρήξεις ή άλλες τεχνητές πηγές χρησιμοποιούνται στη Σεισμολογία ανακλάσεων για τη διερεύνηση του φλοιού της Γης. Ακόμη πιο υψηλές συχνότητες, εύρους 3 – 12 kHz, οι οποίες προκαλούνται από κύματα που διαδίδονται κυρίως στον ωκεανό, χρησιμοποιούνται για τη χαρτογράφηση του βυθού της θάλασσας (Stein & Wysession, 2003).

Εφαρμόζοντας το *θεώρημα ανάλυσης του Helmholtz (Helmholtz decomposition theorem)*, η μετατόπιση  $\mathbf{u}$  συνήθως εκφράζεται ως συνάρτηση του βαθμωτού δυναμικού  $\varphi$  των κυμάτων P και του διανυσματικού δυναμικού  $\boldsymbol{\psi}$  των κυμάτων S:

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}$$

Εξ. 1-11

Μπορεί να δειχθεί ότι τα δυναμικά αυτά ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις (Aki & Richards, 2002):

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0$$

Εξ. 1-12

$$\nabla^2\boldsymbol{\psi} - \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2\boldsymbol{\psi}}{\partial t^2} = 0$$

Εξ. 1-13

Λύνοντας τις παραπάνω εξισώσεις (Εξ. 1-12, Εξ. 1-13) ως προς τα δυναμικά  $\varphi$  και  $\boldsymbol{\psi}$ , η μετατόπιση που προκαλείται λόγω της διάδοσης των κυμάτων P δίδεται από τη βαθμίδα του  $\varphi$  ενώ η μετατόπιση που προκαλείται λόγω της διάδοσης των κυμάτων S δίδεται από το στροβιλισμό του  $\boldsymbol{\psi}$ . Αναλυτικά ισχύουν οι παρακάτω εξισώσεις (Udías & Buforn, 2018):

$$u_1 = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial\psi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial\psi_2}{\partial x_3} = u_1^P + u_1^S$$

Εξ. 1-14

$$u_2 = \frac{\partial\varphi}{\partial x_2} + \frac{\partial\psi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial\psi_3}{\partial x_1} = u_2^P + u_2^S$$

Εξ. 1-15

$$u_3 = \frac{\partial\varphi}{\partial x_3} + \frac{\partial\psi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial\psi_1}{\partial x_2} = u_3^P + u_3^S$$

Εξ. 1-16

Θεωρώντας ότι η ακτίνα του κύματος ανήκει αποκλειστικά στο επίπεδο  $(x_1, x_3)$ , οι σχέσεις Εξ. 1-14, Εξ. 1-15, Εξ. 1-16 μπορούν να τροποποιηθούν ως εξής:

$$u_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi}{\partial x_3} = u_1^P + u_1^{SV}$$

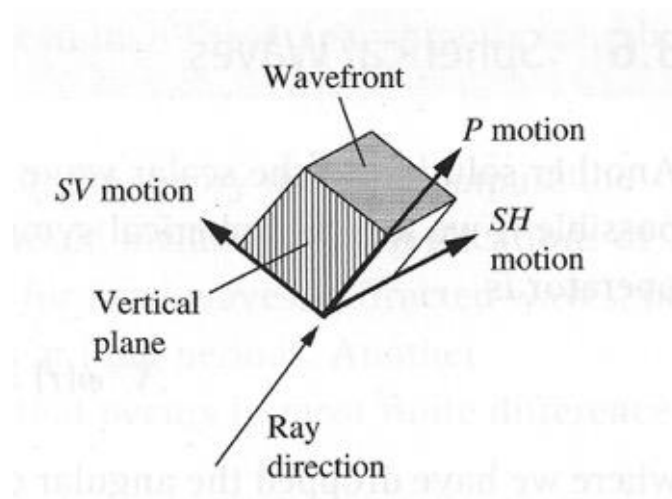
Εξ. 1-17

$$u_2 = u^{SH}$$

Εξ. 1-18

$$u_3 = \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1} = u_3^P + u_3^{SV}$$

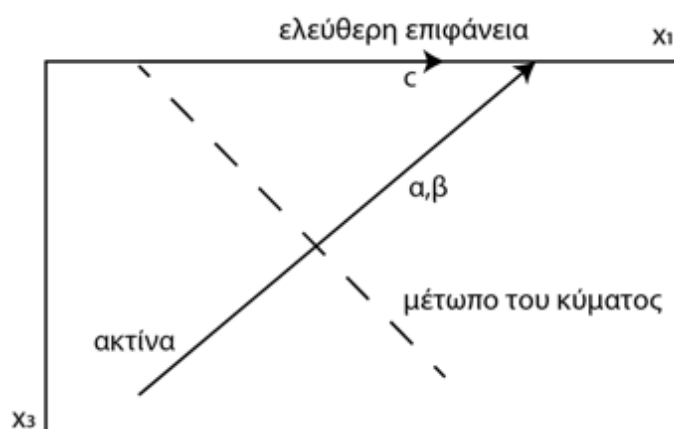
Εξ. 1-19



Εικόνα 1-3 Η μετατόπιση ορίζεται ως η σωματιδιακή κίνηση για τα κύματα P, SV και SH ως προς τη διεύθυνση της ακτίνας (ray direction) της διάδοσης του κύματος. Η κίνηση των σωματιδίων κατά τη διάδοση των κυμάτων P (P motion) είναι παράλληλη με τη διεύθυνση της ακτίνας της διάδοσης του κύματος, ενώ η κίνηση των σωματιδίων κατά τη διάδοση των κυμάτων SV (SV motion) και SH (SH motion) είναι ορθογώνια ως προς τη διεύθυνση της ακτίνας της διάδοσης του κύματος. Η μετατόπιση της ύλης που προκύπτει από τη διάδοση των SV κυμάτων λαμβάνει χώρα σε ένα επίπεδο το οποίο είναι κατακόρυφο ως προς την ακτίνα διάδοσης (vertical plane), ενώ η μετατόπιση της ύλης που προκύπτει από τη διάδοση των SH κυμάτων λαμβάνει χώρα σε ένα επίπεδο το οποίο είναι κάθετο σε αυτό που προκύπτει από τη διάδοση των κυμάτων SV (Shearer, 2019).

## 1.2. Η Εξίσωση του Rayleigh

Σε αυτήν την ενότητα θα εξετάσουμε το αν στο επίπεδο  $x_3 = 0$  υπάρχουν επιφανειακά κύματα, δηλαδή κύματα τα οποία διαδίδονται κατά την κατεύθυνση  $x_1$  με ταχύτητα  $c$  και των οποίων το πλάτος μειώνεται με το βάθος ( $-x_3$ ) σε έναν ελαστικό και ομογενή ημιχώρο (Εικόνα 1-4). Το πρόβλημα αυτό λύθηκε για πρώτη φορά από τον (Rayleigh, 1885).



Εικόνα 1-4 Μία προσπίπτουσα ακτίνα στην ελεύθερη επιφάνεια  $(x_1, x_2, 0)$  καθώς και η συνιστώσα της ταχύτητας  $c$  κατά μήκος της επιφάνειας. Το μέτωπο του κύματος είναι κάθετο στην διεύθυνση της ακτίνας. Με  $\alpha, \beta$  συμβολίζονται οι τιμές των ταχυτήτων των κυμάτων  $P$  και  $S$  αντιστοίχως. Οι τιμές του άξονα  $x_3$  αυξάνονται από κάτω προς τα πάνω.

Για επίπεδα κύματα με ταχύτητα  $c$  και με κυματαριθμό  $k = \omega/c$  τα οποία διαδίδονται προς τη κατεύθυνση  $x_1$ , τα δυναμικά  $\varphi, \psi$  και η εγκάρσια μετατόπιση  $u_2$ , δίνονται από τις σχέσεις:

$$\varphi = f(x_3)e^{ik(x_1-ct)}$$

Εξ. 1-20

$$\psi = g(x_3)e^{ik(x_1-ct)}$$

Εξ. 1-21

$$u_2 = h(x_3)e^{ik(x_1-ct)}$$

Εξ. 1-22

Σύμφωνα με την αρχή του Huygens, όταν τα προσπίπτοντα P και S κύματα φθάσουν στην ελεύθερη επιφάνεια, η οποία διαχωρίζει τα δύο μέσα, τα σημεία της γίνονται δευτερογενείς πηγές κυμάτων οι οποίες παράγουν κύματα τα οποία σε ένα ελαστικό μέσο θα είναι επίσης P και S. Αν  $e, f$  είναι οι γωνίες ανάδυσης (*angle of emergence*) των κυμάτων P και S που προσπίπτουν στην ελεύθερη επιφάνεια - οι οποίες ορίζονται ως οι οξείες γωνίες που σχηματίζουν οι ακτίνες με τον άξονα  $x_1$  - εντός ενός μέσου M με ταχύτητες  $\alpha, \beta$  και  $e', f'$  είναι οι γωνίες διάθλασης (ή μετάδοσης) των κυμάτων αυτών αντίστοιχα εντός ενός μέσου M' με ταχύτητες  $\alpha', \beta'$ , τότε σύμφωνα με τον νόμο του Snell, θα ισχύει ότι:

$$\frac{\cos e}{\alpha} = \frac{\cos f}{\beta} = \frac{\cos e'}{\alpha'} = \frac{\cos f'}{\beta'} = \frac{1}{c}$$

Εξ. 1-23

$$\tan e = \sqrt{c^2/\alpha^2 - 1} = r$$

Εξ. 1-24

$$\tan f = \sqrt{c^2/\beta^2 - 1} = s$$

Εξ. 1-25

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις Εξ. 1-20, Εξ. 1-21, Εξ. 1-22 στην κυματική εξίσωση ως προς  $\varphi, \psi, u_2$  ανακτούμε τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις:

$$f''(x_3) + k^2 r^2 f(x_3) = 0$$

Εξ. 1-26

$$g''(x_3) + k^2 s^2 g(x_3) = 0$$

Εξ. 1-27

$$h''(x_3) + k^2 s^2 h(x_3) = 0$$

Εξ. 1-28



Οι εξισώσεις Εξ. 1-26, Εξ. 1-27 και Εξ. 1-28 έχουν λύσεις της παρακάτω μορφής:

$$f(x_3) = A'e^{ikrx_3} + Ae^{-ikrx_3}$$

Εξ. 1-29

$$g(x_3) = B'e^{iksx_3} + Be^{-iksx_3}$$

Εξ. 1-30

$$h(x_3) = C'e^{iksx_3} + Ce^{-iksx_3}$$

Εξ. 1-31

Τα επιφανειακά κύματα θα πρέπει να έχουν πλάτη τα οποία μειώνονται με το βάθος. Συνεπώς οι όροι  $r, s$  θα πρέπει να είναι φανταστικοί και θετικοί, άρα θα ισχύει ότι  $A' = B' = C' = 0$ . Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις Εξ. 1-29, Εξ. 1-30 και Εξ. 1-31 στις εξισώσεις Εξ. 1-20, Εξ. 1-21 και Εξ. 1-22, τελικώς λαμβάνουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$\varphi = Ae^{-ikrx_3 + ik(x_1 - ct)}$$

Εξ. 1-32

$$\psi = Be^{-iksx_3 + ik(x_1 - ct)}$$

Εξ. 1-33

$$u_2 = Ce^{-iksx_3 + ik(x_1 - ct)}$$

Εξ. 1-34

Για να βρούμε τις σταθερές  $A, B, C$  εφαρμόζουμε τις συνοριακές συνθήκες στην ελεύθερη επιφάνεια θεωρώντας ότι οι τάσεις μηδενίζονται επί αυτής. Άρα για  $x_3 = 0$ , θα ισχύει ότι  $\tau_{31} = \tau_{32} = \tau_{33} = 0$ . Για ένα ισότροπο μέσο, οι τάσεις σε συνάρτηση με τις μετατοπίσεις, σύμφωνα με την Εξ. 1-4, θα είναι:

$$\tau_{31} = \mu(\partial_3 u_1 + \partial_1 u_3)$$

Εξ. 1-35

$$\tau_{32} = \mu(\partial_3 u_2 + \partial_2 u_3)$$

Εξ. 1-36

$$\tau_{33} = (\lambda + 2\mu)\partial_3 u_3 + \lambda(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2)$$

Εξ. 1-37

Μετά από αντικατάσταση των εξισώσεων Εξ. 1-17, Εξ. 1-18, Εξ. 1-19 στις εξισώσεις Εξ. 1-35, Εξ. 1-36, Εξ. 1-37 και θεωρώντας ότι οι όροι οι οποίοι παραγωγίζονται ως προς  $x_2$  μηδενίζονται, στην ελεύθερη επιφάνεια θα ισχύει ότι:

$$2\partial_{31}\varphi + \partial_{11}\psi - \partial_{33}\psi = 0$$

Εξ. 1-38

$$\partial_3 u_2 = 0$$

Εξ. 1-39

$$(\lambda + 2\mu)\partial_{33}\varphi + \lambda\partial_{11}\varphi + 2\mu\partial_{13}\psi = 0$$

Εξ. 1-40

Αντικαθιστώντας την Εξ. 1-34 στην Εξ. 1-39 έχουμε ότι  $C = 0$ . Συνεπώς τα επιφανειακά κύματα σε έναν ημιχώρο δεν έχουν οριζόντια εγκάρσια συνιστώσα μετατόπισης  $u_2$ . Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις Εξ. 1-32, Εξ. 1-33 στις εξισώσεις Εξ. 1-38 και Εξ. 1-40, για  $x_3 = 0$ , έχουμε ότι:

$$2rA - (1 - s^2)B = 0$$

Εξ. 1-41

$$[a^2(r^2 + 1) - 2\beta^2]A - 2\beta^2 sB = 0$$

Εξ. 1-42

Οι εξισώσεις Εξ. 1-41 και Εξ. 1-42 αποτελούν ένα ομογενές σύστημα γραμμικών εξισώσεων, συνεπώς η συνθήκη για την ύπαρξη μη τετριμμένης λύσης  $A = B = 0$  είναι η ορίζουσα του συστήματος να μηδενίζεται (Strang, 2016) (Rorres, 1991) (Joshi, 1984):

$$\begin{vmatrix} 2r & -(1-s^2) \\ a^2(r^2+1) - 2\beta^2 & -\beta^2 s \end{vmatrix} = 0$$

Εξ. 1-43

Αν αντικαταστήσουμε τις εξισώσεις Εξ. 1-24 και Εξ. 1-25 στην Εξ. 1-43, για φανταστικά  $r, s$ , θέτοντας  $\xi = (c/\beta)^2$ ,  $q = (\beta/a)^2$  για  $\xi \neq 0$ , καταλήγουμε στο ακόλουθο αποτέλεσμα:

$$\xi^3 - 8\xi^2 + 8(3 + 2q)\xi + 16(q - 1) = 0$$

Εξ. 1-44

Η Εξ. 1-44 ονομάζεται *εξίσωση του Rayleigh*, η οποία για κάθε τιμή του  $q$  έχει τρεις ρίζες ως προς  $\xi$ , εκ των οποίων σε επιφανειακά κύματα αντιστοιχούν μόνο όσες ικανοποιούν τη συνθήκη  $\xi < 1$ , αφού θα πρέπει  $c < \beta$  εφόσον το  $s$  στην Εξ. 1-25 θα πρέπει να είναι φανταστικός αριθμός. Τα κύματα που προκύπτουν από αυτές τις λύσεις καλούνται *κύματα Rayleigh* και η ταχύτητά τους  $c = \beta\sqrt{\xi}$  είναι ένα κλάσμα της διατμητικής ταχύτητας στον ημιχώρο. Αν ο ημιχώρος είναι υγρός, τότε  $\beta = c = 0$  συνεπώς τα κύματα Rayleigh δεν μπορούν να διαδοθούν σε αυτόν.

Αξίζει να σημειωθεί η ειδική περίπτωση, αυτή της *συνθήκης του Poisson*, υπό την οποία ισχύει ότι  $\sigma = 1/4$ , όπου το  $\sigma$  είναι ο *λόγος Poisson*, ο οποίος ορίζεται με την ακόλουθη σχέση:

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

Εξ. 1-45

Τα στερεά που ικανοποιούν τη συνθήκη του Poisson, ονομάζονται *στερεά του Poisson* για τα οποία ισχύει ότι  $\lambda = \mu$ . Η υπόθεση αυτή είναι ευνοϊκή καθώς απλοποιεί πολλά

προβλήματα στη Σεισμολογία, αφού η ελαστική συμπεριφορά των στερεών αυτών καθορίζεται από μόνον μία παράμετρο, ενώ επίσης είναι και ρεαλιστική καθώς ο λόγος Poisson γενικά κυμαίνεται από 0.25 έως 0.35, συνεπώς προσεγγίζει ικανοποιητικά τη μηχανική συμπεριφορά των περισσότερων υλικών στο εσωτερικό της Γης. Από την Εξ. 1-8 και την Εξ. 1-10, για  $\lambda = \mu$  θα ισχύει ότι  $q = 1/3$ . Στην ειδική αυτή περίπτωση, η Εξ. 1-44 μεταβάλλεται ως εξής:

$$\xi^3 - 8\xi^2 + 56\xi/3 - 32/3 = 0$$

Εξ. 1-46

Οι ρίζες αυτής της εξίσωσης είναι οι  $4, 2 + 2/\sqrt{3}, 2 - 2/\sqrt{3}$ , εκ των οποίων μόνο η τελευταία ικανοποιεί τη συνθήκη  $\xi < 1$  και από την οποία προκύπτει ότι η ταχύτητα των κυμάτων Rayleigh είναι περίπου ίση με  $0.9194\beta$ , δηλαδή είναι λίγο μικρότερη από την διατμητική ταχύτητα στον ημιχώρο. Αν αντικαταστήσουμε τις εξισώσεις Εξ. 1-32 και Εξ. 1-33 στις εξισώσεις Εξ. 1-17 και Εξ. 1-19, έχουμε ότι  $c = 0.9194\beta$ ,  $r = 0.85i$  και  $s = 0.39i$ . Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές στην Εξ. 1-41, ανακτούμε τη σχέση:

$$B = -i1.47A$$

Εξ. 1-47

Λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα πραγματικά μέρη, οι μετατοπίσεις δίνονται από τις σχέσεις:

$$u_1 = -Ak(e^{0.85kx_3} - 0.58e^{0.39kx_3}) \sin[k(x_1 - ct)]$$

Εξ. 1-48

$$u_3 = -Ak(-0.85e^{0.85kx_3} + 1.47e^{0.39kx_3}) \cos[k(x_1 - ct)]$$

Εξ. 1-49

Η μετατόπιση των σημείων στην ελεύθερη επιφάνεια μπορεί να ευρεθεί από τις σχέσεις Εξ. 1-48 και Εξ. 1-49 αν θέσουμε  $x_3 = 0$ :

$$u_1 = -0.42Ak \sin[k(x_1 - ct)]$$

Εξ. 1-50

$$u_3 = -0.62Ak \cos[k(x_1 - ct)]$$

Εξ. 1-51

Εφόσον τα κύματα Rayleigh δεν έχουν εγκάρσια (*transverse*) συνιστώσα, είναι πολωμένα στο κατακόρυφο επίπεδο και από τις σχέσεις Εξ. 1-50 και Εξ. 1-51 προκύπτει ότι η κίνηση είναι ελλειπτική.

## Κεφάλαιο 2 - Παθητική Σεισμική Τομογραφία

### 2.1. Η εμπειρική συνάρτηση Green

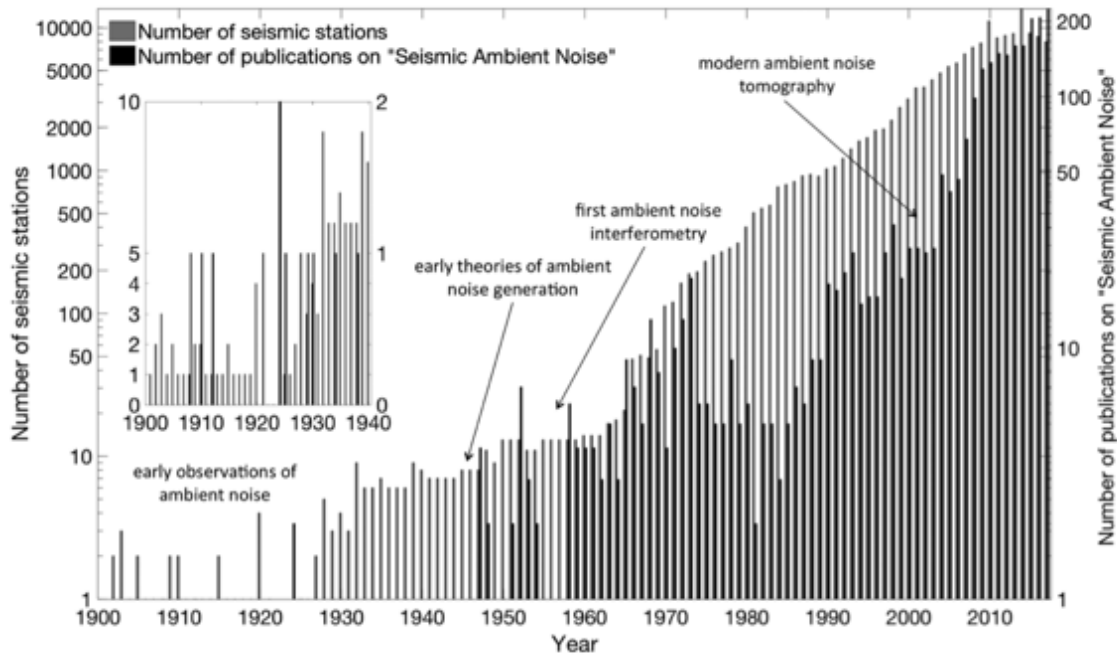
Παραδοσιακά, στη Σεισμολογία αναλύονται διακριτές σεισμικές φάσεις (π.χ. P, S, επιφανειακά κύματα) από σεισμούς ή από τεχνητές πηγές που διαδίδονται στη Γη, έτσι ώστε να εξαχθούν συμπεράσματα για την υπεδαφική της Γης και τις ιδιότητες της. Όμως υπάρχει και παρατηρήσιμη σεισμική ενέργεια κατά τη διάρκεια του χρόνου μεταξύ αναγνωρίσιμων γεγονότων, η οποία συνήθως ορίζεται ως «θόρυβος», η οποία προέρχεται από πηγές καταναμημένες στο χώρο και στο χρόνο. Αυτές οι κινήσεις, οι οποίες συνήθως καλούνται μικροσεισμοί, είναι αποτέλεσμα των σεισμικών κυμάτων που δημιουργούνται κυρίως από τον άνεμο και το θόρυβο από ανθρώπινη δραστηριότητα σε υψηλές συχνότητες, καθώς και τη σκέδαση υδάτινων κυμάτων στον ωκεανό και μεταβολές πίεσης στην ατμόσφαιρα σε μεγαλύτερες περιόδους (Shearer, 2019). Επειδή ο θόρυβος της Γης αποτελείται από την υπέρθεση κυμάτων τα οποία διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις, δίνουν την εντύπωση ότι είναι χαστικά και τυχαία.

Όμως ο θόρυβος αυτός αποτελείται από σεισμικά κύματα και αυτά τα κύματα διαδίδονται δια μέσου της Γης, συνεπώς είναι εμφανές ότι περιέχουν πληροφορία για το

μέσω μέσω του οποίου διαδίδονται (Snieder & Wapenaar, 2010). Οι καινοτόμες πρώτες δημοσιεύσεις που περιέγραψαν την ανάλυση του σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος για τα επιφανειακά κύματα (Aki K. , 1957), διένοιξαν την πορεία για την ανάπτυξη της τεχνικής για σεισμικές εφαρμογές και προετοίμασαν τις βάσεις πάνω στις οποίες βασίζεται η σύγχρονη θεωρία. Ένα σήμα στη θέση A μπορεί να συσχετισθεί με ένα σήμα στη θέση B ώστε να αναπαραχθεί ένα τεχνητό ζευγάρι πομπού-δέκτη. Η συσχέτιση του παθητικού θορύβου ο οποίος μετριέται στην ελεύθερη επιφάνεια αναπαράγει την υπεδαφική απόκριση, σαν να προκαλείται από μία σημειακή πηγή ώσης, η οποία είναι εξ' ορισμού ίση με τη συνάρτηση Green (Snieder & Wapenaar, 2010). Η διασκόπηση η οποία είναι βασισμένη σε συσχετίσεις συνήθως αναφέρεται ως σεισμική συμβολομετρία (Garnier & Papanicolaou, 2016). Συνεπώς, είναι εφικτή η ανάληψη πληροφορίας για το υπέδαφος χωρίς την ανάγκη για την ύπαρξη ενεργής σεισμικής πηγής (Draganov, Wapenaar, & Thorbecke, 2006).

Οι μέθοδοι συσχέτισης έχουν αποδειχθεί χρήσιμες στην ηλιοσεισμολογία (Duvall, Jefferies, Harvey, & Pomerantz, 1993), στην ακουστική και σε εργαστηριακά πειράματα υπερηχητικών κυμάτων (Lobkis & Weaver, 2001), στην παρακολούθηση ηφαιστειακής δραστηριότητας (Sabra, Roux, Gerstoft, Kuperman, & Fehler, 2006) (Brennguier, Shapiro, Campillo, Nercessian, & Ferrazzini, 2007), στην παρακολούθηση των τιμών του διοξειδίου του άνθρακα (Draganov, Heller, & Ghose, 2012), στην παρακολούθηση πεδίου πετρελαίου και των ταμειωτήρων υδρογονανθράκων (Curtis, Gerstoft, Sato, Snieder, & Wapenaar, 2006) (Draganov, Campman, Thorbecke, Verdel, & Wapenaar, 2013), στην ακουστική ωκεανών (Jensen, Kuperman, Porter, & Schmidt, 2011) και στην εκπομπή ραδιοκυμάτων (Callaghan, Czink, Paulraj, & Papanicolaou, 2011).

Στην Σεισμολογία του στερεού φλοιού του Γης, εκδηλώθηκε εξαιρετικό ενδιαφέρον στις μεθόδους σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος, μετά την επίδειξη ότι η συσχέτιση των κυμάτων coda μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ώστε να εξαχθούν τα επιφανειακά κύματα της συνάρτησης Green μεταξύ ζευγών σεισμικών σταθμών στο Μεξικό (Campillo & Paul, 2003). Μετά από ορισμένα έτη εδείχθη πειραματικά ότι οι κυματομορφές που προκύπτουν από την συσχέτιση παθητικού σεισμικού θορύβου ταυτίζονται με τα κύματα Rayleigh τα οποία διεγείρονται από σεισμούς στην Καλιφόρνια (Shapiro N. M., Campillo, Stehly, & Ritzwoller, 2005).

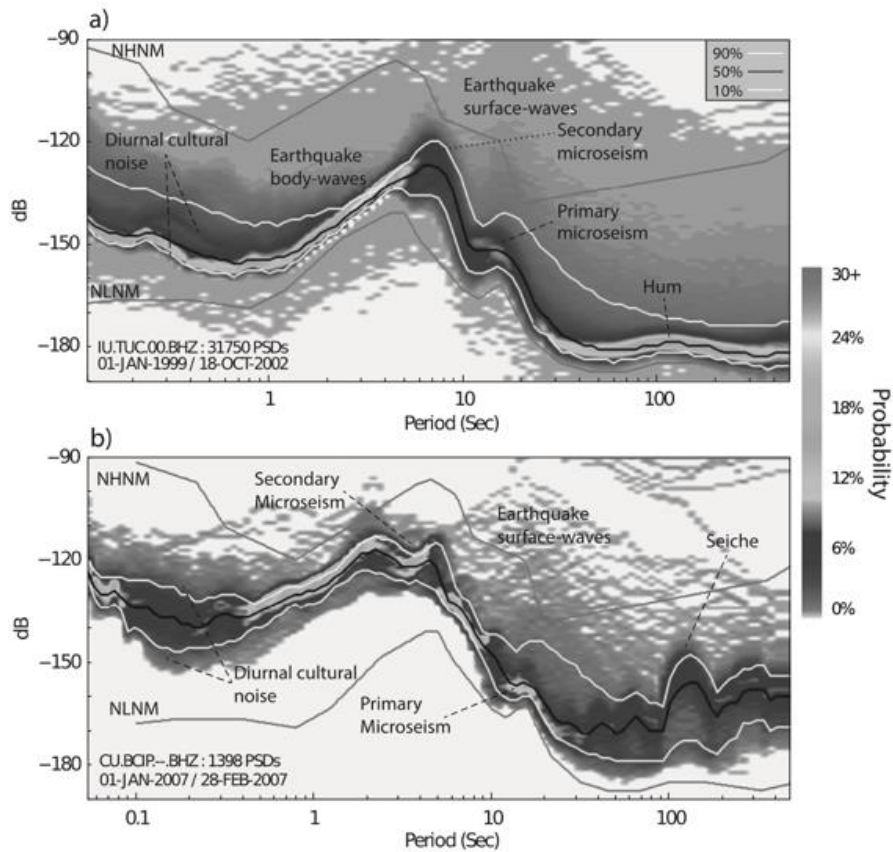


Εικόνα 2-1 Ιστογράμματα που παρουσιάζουν τον αριθμό των σεισμικών σταθμών στο αρχείο δεδομένων του IRIS ([www.iris.edu](http://www.iris.edu)) και τον αριθμό των δημοσιεύσεων στο Web of Science από την αρχή του 20<sup>ου</sup> αιώνα που περιέχουν τις λέξεις-κλειδιά «σεισμικός θόρυβος περιβάλλοντος» ή «μικροσεισμοί». Οι πρώτες παρατηρήσεις (*early observations*) κατά κύριο λόγο συσχετίζαν τις καταγραφές του θορύβου περιβάλλοντος με μετεωρολογικά φαινόμενα (Klotz, 1910) (Burbank, 1912) (Banjeri, 1925). Οι πρωτοπόρες θεωρίες που αφορούσαν την δημιουργία του θορύβου περιβάλλοντος και την συμβολομετρία εμφανίστηκαν κατά τις δεκαετίες του 1950 και του 1960 (Miche, 1944) (Longuet-Higgins, 1950) (Aki K., 1957) (Hasselmann, 1963) (Claerbout, 1968) (Haubrich & McCamy, 1969). Ο αριθμός των δημοσιεύσεων αυξήθηκε δραματικά μετά τις πρώτες εφαρμογές της σεισμικής συμβολομετρίας με στόχο την απεικόνιση της δομής του εσωτερικού της Γης (Sabra, Gerstoft, Roux, & Kuperman, 2005) (Shapiro N. M., Campillo, Stehly, & Ritzwoller, 2005). Σχήμα από (Nakata, Gualtieri, & Fichtner, 2019).

Ένας χρήσιμος τρόπος απεικόνισης του περιβαλλοντικού θορύβου που καταγράφει ένας σεισμολογικός σταθμός, είναι η μέθοδος της *συνάρτησης πυκνότητας πιθανότητας της πυκνότητας φασματικής ισχύος (PSDPDF – Power Spectral Density’s Probability Density Function)*, στην οποία μεταβαλλόμενες και αλληλεπικαλυπτόμενες συναρτήσεις φασματικής

ισχύος (PSD's) αντιστοιχίζονται σε μία κατανομή. Η χρησιμότητα των PSDPDF, κυρίως είναι ότι μας δίνουν πληροφορία για την ύπαρξη ή μη επιφανειακών κυμάτων στο σταθμό μελέτης, όπως θα δούμε και παρακάτω στην Εικόνα 3-22. Επίσης, η μακροχρόνια μεταβολή της σεισμικής ισχύος απεικονίζεται καλώς σε ένα μοναδικό διάγραμμα PSDPDF, η οποία περιλαμβάνει τα προβλήματα των οργάνων, διαφορές γεωγραφικής θέσης, καθώς και ημερήσιες και εποχικές μεταβολές. Αυτές μπορεί να είναι χρήσιμες για την παρατήρηση χρονικά μεταβαλλόμενων (π.χ. ημερήσιων και εποχικών) μεταβολών σε μία περιοχή αλλά και ως προς τις συγκρίσεις μεταξύ των θέσεων αυτών (Nakata, Gualtieri, & Fichtner, 2019).





Εικόνα 2-2 Κύριες συνιστώσες του φάσματος του σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος. Τα ελαφρώς γκρι χρώματα υποδεικνύουν τα μεγαλύτερης πιθανότητας επίπεδα ισχύος σεισμικού περιβαλλοντικού θορύβου ανά περίοδο. Τα στατιστικά όρια απεικονίζονται ως μη διακεκομμένες γραμμές. Το νέο μοντέλο χαμηλού θορύβου (New Low-Noise Model – NLNM) και το νέο μοντέλο υψηλού θορύβου (New High-Noise Model) απεικονίζονται με γκρι γραμμές (Peterson, 1993) (α) Το PSDPDF υπολογισμένο χρησιμοποιώντας δεδομένα από έναν σταθμό του δικτύου GSN (Global Seismographic Network) στην Τοσκάνη (IU.TUC.00.BHZ, 31,750 PSDs, 01-JAN-99-18-OCT-02). (β) Το PSDPDF υπολογισμένο χρησιμοποιώντας δεδομένα από έναν σταθμό του δικτύου GSN στο Isla Barro Colorado του Παναμά (CU.BCIP.00.BHZ, 1,398 PSDs, 01- JAN-07-28-FEB-07). Σχήμα από (Nakata, Gualtieri, & Fichtner, 2019).

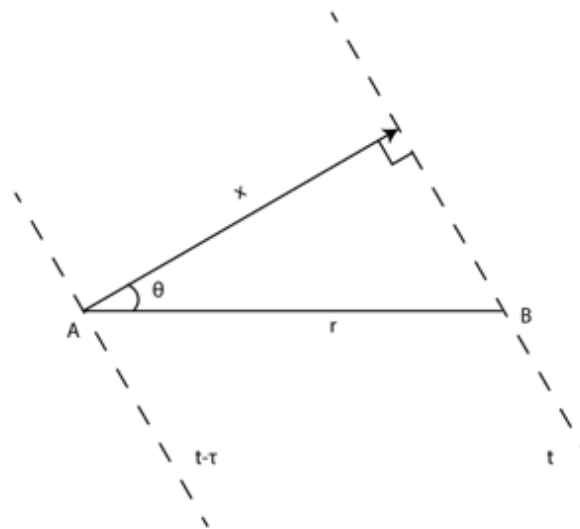
Αρκετές μελέτες έχουν δείξει ότι η συνάρτηση Green μπορεί να ανακτηθεί μέσω συσχέτισης (Lobkis & Weaver, 2001) (Shapiro & Campillo, 2004) (Roux P. , Sabra, Kuperman, & Roux, 2005) (Wapenaar & Fokkema, 2006) (Campillo & Paul, 2003) (Derode, Larose,

Campillo, & Fink, 2003) (van Tiggelen, 2003) (Snieder R. , 2004). Θα αναφερθούμε σε δύο εξ' αυτών παρακάτω.

Σύμφωνα με τον Shearer (Shearer, 2019), έστω ότι υπάρχει μία πηγή θορύβου, η οποία εκπέμπει ένα οδεύον επίπεδο κύμα, το οποίο φθάνει στον σταθμό  $A$  τη χρονική στιγμή  $t - \tau$  και στον σταθμό  $B$  τη χρονική στιγμή  $t$ , κατά την οποία το κύμα θα έχει διασχίσει μία απόσταση  $x$  κατά το χρονικό διάστημα  $\tau$ . Συνεπώς αν  $c$  είναι η φασική ταχύτητα του κύματος, έχουμε ότι  $x = c\tau$  ή:

$$\tau = (r/c) \cos \theta$$

Εξ. 2-1



Εικόνα 2-3 Ένα επίπεδο κύμα που καταγράφεται στους σταθμούς  $A$  και  $B$  θα έχει καθυστέρηση  $\tau = (r/c) \cos \theta$ , όπου  $r$  είναι η απόσταση μεταξύ των σταθμών,  $c$  είναι η ταχύτητα του κύματος και  $\theta$  είναι η γωνία εκκίνησης της ακτίνας. Με διακεκομμένες γραμμές συμβολίζεται το μέτωπο του κύματος κατά τις χρονικές στιγμές όπου καταγράφεται από τους δύο σταθμούς.

Η κυματομορφή  $b(t)$  που καταγράφεται από τον σταθμό  $B$  θα είναι ίδια με την κυματομορφή  $a(t)$  στον σταθμό  $A$ ,  $\tau$  δευτερόλεπτα νωρίτερα. Άρα:

$$b(t) = a(t - \tau) = a(t) * \delta(t - \tau)$$

Εξ. 2-2

Όπου η πράξη της συνέλιξης συμβολίζεται με αστερίσκο (\*) ενώ  $\delta(t)$  είναι το δέλτα του Ντιράκ. Θα ορίσουμε τη συνέλιξη μεταξύ δύο σειсмоγραμμάτων ως εξής:

$$C(t) = a(t) * b(t) = \int_0^{t_s} a(\tau - t)b(\tau) d\tau$$

Εξ. 2-3

Συσχετίζοντας τα δύο σειсмоγράμματα:

$$C(t) = a(t) * b(t) = a(t) * a(t) * \delta(t - \tau) = a'(t) * \delta(t - \tau)$$

Εξ. 2-4

Όπου  $a'(t)$  είναι η αυτοσυσχέτιση του σειсмоγράμματος  $a(t)$ . Μπορούμε να διακρίνουμε σε αυτό το σημείο ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι ανάλογο της συνάρτησης Green στις τρεις (3) διαστάσεις σε ομογενές μέσο διάδοσης (Duffy, 2015), μετά την αποσυνέλιξη της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης  $a'(t)$ :

$$g(r, t) = \frac{\delta(t - r/c)}{4\pi r}$$

Εξ. 2-5

Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση των  $N$  πηγών, οι οποίες είναι ομοιόμορφα καταναμημένες ως προς το αζιμούθιο ανά γωνία  $d\theta$ . Τότε θα ισχύουν τα παρακάτω:

$$dx = -r \sin \theta d\theta$$

Εξ. 2-6

$$cd\tau = -y d\theta$$

Εξ. 2-7

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \frac{-c}{y} = \frac{-c}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

Εξ. 2-8

Για γωνία  $2\pi$  έχουμε συνολικά  $N$  πηγές, συνεπώς για γωνία  $d\theta$  θα έχουμε  $n = (N/2\pi)d\theta$  πηγές. Μετά από αντικατάσταση έχουμε ότι:

$$n = \frac{Nc}{2\pi\sqrt{r^2 - x^2}} d\tau$$

Εξ. 2-9

Όπου το αρνητικό πρόσημο ακυρώνεται με το διπλό πρόσημο της ρίζας, το οποίο εξαρτάται από το αν το κύμα προέρχεται από την  $+y$  ή την  $-y$  διεύθυνση, έτσι ώστε ο αριθμός των πηγών να παραμένει θετικός. Αυτό σημαίνει ότι για μια συγκεκριμένη διεύθυνση, ο αριθμός των πηγών θα είναι το μισό της παραπάνω τιμής. Άρα:

$$n = \frac{N}{\pi\sqrt{(r/c)^2 - \tau^2}} d\tau$$

Εξ. 2-10

Οπότε για κάθε  $d\tau$ , ο σταθμός  $B$  καταγράφει  $b(t) = na(t - \tau)$ . Για όλα τα πιθανά  $\tau$  τα οποία κυμαίνονται μεταξύ  $-r/c$  και  $+r/c$  (έτσι ώστε να ισχύει ότι  $|\tau| \leq r/c$ ), αθροίζουμε όλες αυτές τις συνεισφορές και κανονικοποιούμε το σήμα διαιρώντας με το  $N$ :

$$b(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{r}{c}}^{+\frac{r}{c}} \frac{a(t - \tau)}{\sqrt{(r/c)^2 - \tau^2}} d\tau = a(t) * u(t)$$

Εξ. 2-11

Διαφορετικά αν  $|\tau| > r/c$  τότε θα ισχύει ότι  $u(t) = 0$ . Ορίζοντας τη συνέλιξη δύο συναρτήσεων ως  $\int f(t - \tau)g(\tau)d\tau = f(t) * g(t)$ , αν συσχετίσουμε τις καταγραφές  $a(t), b(t)$  τότε θα ισχύει ότι:

$$C(t) = a(t) * b(t) = a(t) * a(t) * u(t) = a'(t) * u(t)$$

Εξ. 2-12

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση  $u(t)$  θυμίζει το αιτιατό και το μη αιτιατό μέρος της συνάρτησης Green της 2D κυματικής εξίσωσης σε ομογενές μέσο απείρων διαστάσεων  $g(t)$  (Duffy, 2015):

$$u(t) = \frac{H(r/c - t) - H(r/c + t)}{\pi\sqrt{(r/c)^2 - t^2}}$$

Εξ. 2-13

$$g(t) = \frac{H(ct - r)}{2\pi\sqrt{c^2t^2 - r^2}}$$

Εξ. 2-14

Όπου  $H(t)$  είναι η συνάρτηση Heaviside. Όντως, ο μετασχηματισμός Hilbert της  $C(t)$  μπορεί να συσχετιστεί με την συνάρτηση Green (Nahakara, 2006).

Η ίδια προσέγγιση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για ισοτροπικές πηγές θορύβου στις τρεις διαστάσεις σε ομογενή χώρο. Σε αυτήν την περίπτωση, το αποτέλεσμα απλοποιείται στο παρακάτω:

$$u(t) = \frac{c}{2r} [H(t + r/c) - H(t - r/c)]$$

Εξ. 2-15

Σημειώνεται ότι η παράγωγος της συνάρτησης αυτής περιέχει συναρτήσεις δέλτα στα σημεία  $\pm r/c$  και συνεπώς συνδέεται με την συνάρτηση Green στις τρεις (3) διαστάσεις (Roux P. , Sabra, Kuperman, & Roux, 2005) (Nahakara, 2006).

Μπορούμε να το δείξουμε αυτό επίσης μέσω προσομοίωσης. Αρχικά πρέπει να προσομοιώσουμε την κατάσταση των ισοτροπικών πηγών θορύβου, το οποίο σημαίνει ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας  $f_{X,Y}(x, y)$  θα πρέπει να είναι ομοιόμορφη, ενώ επίσης θα ήταν θεμιτό να εφαρμόσουμε έναν μετασχηματισμό μεταξύ καρτεσιανών και πολικών συντεταγμένων  $x = r \cos \theta$  και  $y = r \sin \theta$ , έτσι ώστε να ανακτηθεί η συνάρτηση  $f_{R,\theta}(r, \theta)$ . Οι δύο συναρτήσεις συνδέονται μέσω της Ιακωβιανής (Jacobian)  $J$  (Edwards, Jr. & Penney, 1982):

$$f_{X,Y}(x, y) = J f_{R,\theta}(r, \theta)$$

Εξ. 2-16

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta \\ \sin \theta & r \cos \theta \end{vmatrix} = r$$

Εξ. 2-17

Η  $f_{X,Y}(x, y)$  είναι σταθερή και ο όγκος μεταξύ των τιμών της και του επιπέδου που ορίζεται από τους άξονες  $x, y$  πρέπει να είναι ίσος με 1, για κάθε  $r \in [0,1]$  και  $\theta \in [0,2\pi]$ . Άρα θα πρέπει να ισχύει ότι  $f_{X,Y}(x, y) = 1/\pi$ , ήτοι  $f_{R,\theta}(r, \theta) = r/\pi$ . Στη συνέχεια, θέλουμε να μπορέσουμε να αναπαράγουμε τυχαία δείγματα από αυτήν την κατανομή. Για το σκοπό

αυτό, θα εφαρμόσουμε τη δειγματοληψία με τη μέθοδο του αντίστροφου μετασχηματισμού (*inverse transform sampling method*). Οι περιθωριακές (*marginal*) κατανομές είναι:

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} f_{R,\theta}(r, \theta) d\theta = 2/r$$

Εξ. 2-18

$$f_\theta(\theta) = \int_0^1 f_{R,\theta}(r, \theta) dr = 1/2\pi$$

Εξ. 2-19

Ενώ αντιστοίχως οι αθροιστικές κατανομές θα είναι:

$$F_R(r) = \int_0^r f_R(r') dr' = r^2$$

Εξ. 2-20

$$F_\theta(\theta) = \int_0^\theta f_\theta(\theta') d\theta' = \theta/2\pi$$

Εξ. 2-21

Τότε μπορούμε να παράγουμε τα επιθυμητά τυχαία δείγματα  $r, \theta$  από τις αντίστροφες των ανωτέρω συναρτήσεις, ήτοι:

$$r = F^{-1}(\xi_r) = \sqrt{\xi_r}$$

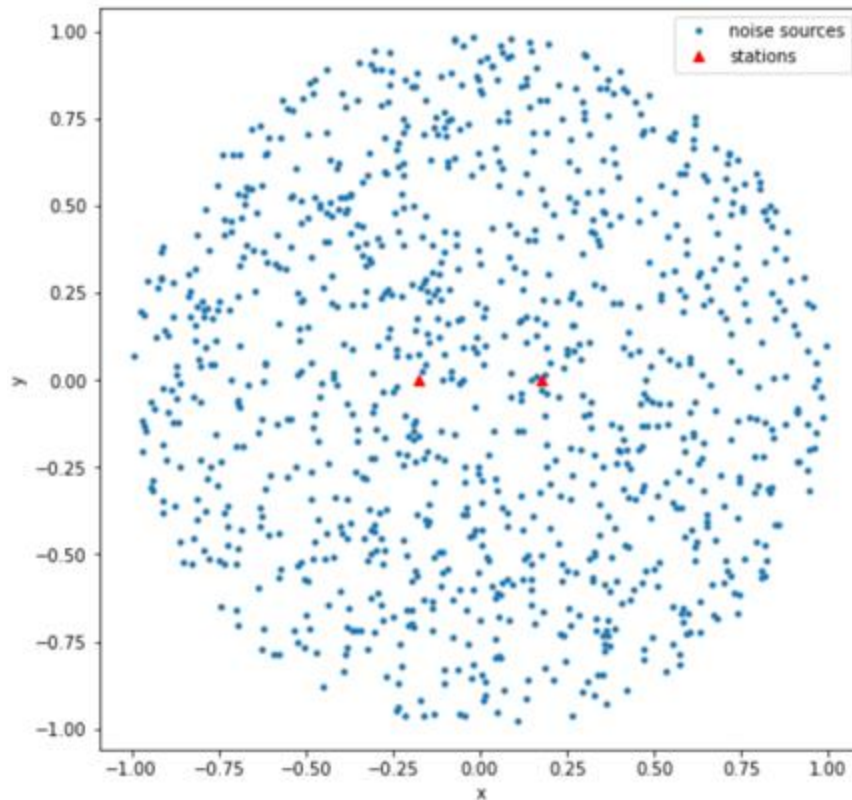
Εξ. 2-22

$$\theta = F^{-1}(\xi_\theta) = 2\pi\xi_\theta$$

Εξ. 2-23

Όπου  $\xi_r, \xi_\theta$  είναι δείγματα μεταξύ 0 και 1 τα οποία λαμβάνονται από την ομοιόμορφη κατανομή. Συνεπώς μπορούμε πλέον να αναπαραστήσουμε μία *πραγμάτωση*

(realization) των ομοιόμορφα κατανεμημένων πηγών στο χώρο, η οποία απεικονίζεται στην Εικόνα 2-4.



Εικόνα 2-4 Μία πραγμάτωση, μέσω της δειγματοληψίας με τη μέθοδο της αντιστρόφου συνάρτησης, των ομοιόμορφα κατανεμημένων πηγών θορύβου στο δισδιάστατο χώρο, οι οποίες απεικονίζονται με στίξεις κυανού χρώματος. Οι σταθμοί απεικονίζονται με ισόπλευρα τρίγωνα κόκκινου χρώματος.

Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψιν κάθε μία πηγή θορύβου, αναπαριστούμε το κάθε σημείο του σήματος το οποίο εκπέμπει με μία πραγμάτωση της τυπικής κανονικής κατανομής (*standard normal distribution*). Το σήμα που τελικώς λαμβάνει ο κάθε σταθμός θα είναι το αρχικό σήμα που εκπέμπεται καθυστερημένο κατά χρονική διάρκεια, τέτοια ώστε να ισούται με το λόγο της ταχύτητας διάδοσης στο ομογενές μέσο ως προς την απόσταση μεταξύ του σταθμού και της εν λόγω πηγής. Η ταχύτητα διάδοσης λαμβάνει αυθαίρετα την σταθερή τιμή των 4 km/s.

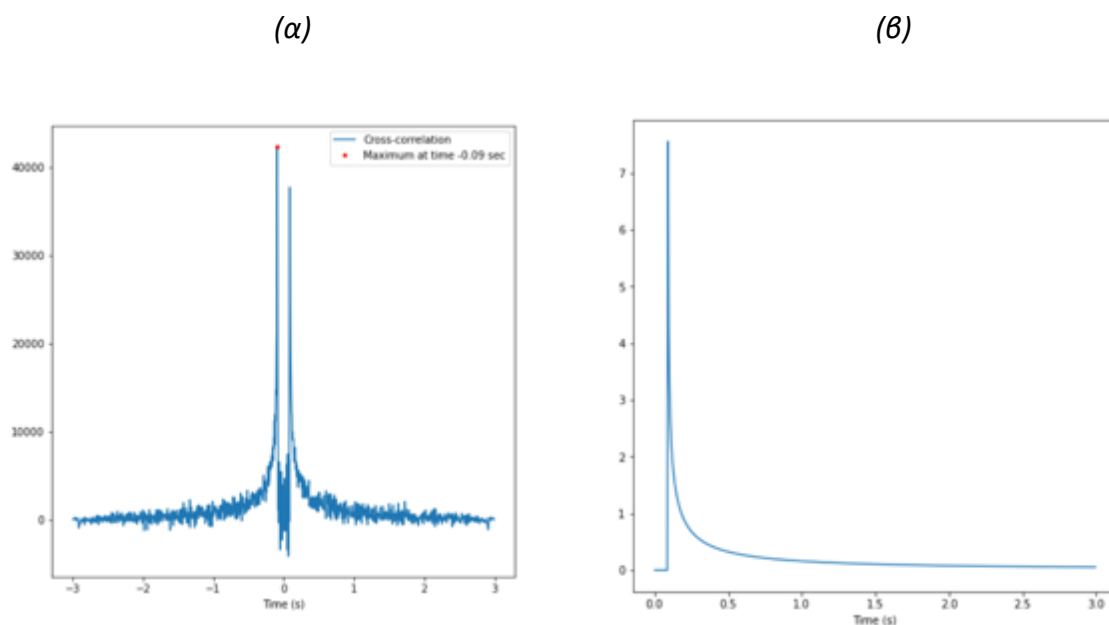


Ύστερα, συσχετίζουμε το σήμα που λαμβάνει ένας σταθμός με το σήμα που λαμβάνει ο άλλος, και η παραγόμενη συσχέτιση επεξεργάζεται μέσω της εφαρμογής του μετασχηματισμού Hilbert (Bracewell, 1999):

$$H[f(x)] = \frac{1}{\pi} p. v. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\xi)}{\xi - x} d\xi = \frac{-1}{\pi x} * f(x)$$

Εξ. 2-24

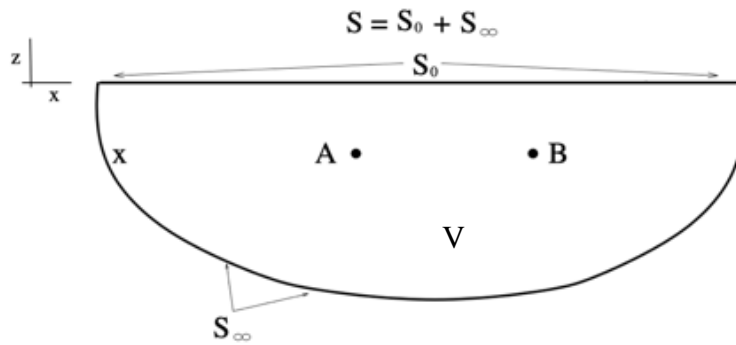
Όπου με *p. v.* συμβολίζεται η κύρια τιμή (*principal value*) του Cauchy, έτσι ώστε να μπορεί να ορίζεται η τιμή του ολοκληρώματος στην περίπτωση που αποκλίνει όταν  $\xi = x$ . Τέλος, αθροίζουμε τους υπολογισμούς οι οποίοι επαναλαμβάνονται για κάθε πηγή θορύβου. Το τελικό αποτέλεσμα του πειράματος απεικονίζεται στην Εικόνα 2-5Α.



Εικόνα 2-5 Η συνάρτηση Green της κυματικής εξίσωσης σε ομογενές μέσο με ταχύτητα διάδοσης 4km/s στις δύο διαστάσεις, υπολογισμένη (α) μέσω της προσομοίωσης κατά την οποία υπερτίθενται οι συσχετίσεις των σημάτων που λαμβάνουν οι δύο σταθμοί για κάθε πηγή θορύβου και (β) αναλυτικά, απεικονίζοντας το αιτιατό της μέρος.

Για να συμπεράνουμε ότι το πειραματικό αποτέλεσμα (Εικόνα 2-5A) είναι όντως η συνάρτηση Green (Εικόνα 2-5B), συγκρίνουμε τους χρόνους κατά τους οποίους το πλάτος της είναι μέγιστο σε κάθε μία εκ των δύο περιπτώσεων. Αν αυτοί οι χρόνοι πολλαπλασιαστούν με την ταχύτητα του μέσου διάδοσης, τότε το αποτέλεσμα του γινόμενου αυτού θα πρέπει να ισούται με την απόσταση των δύο σταθμών, που έχουμε ορίσει προηγουμένως (Εικόνα 2-4), η οποία είναι ίση με 0.35km. Ο χρόνος κατά τον οποίον υφίσταται το μέγιστο πλάτος της συνάρτησης Green στην θεωρητική περίπτωση (Εικόνα 2-5B), αντιστοιχεί σε απόσταση μεταξύ των σταθμών ίση με 0.35km, ενώ ο χρόνος κατά τον οποίον υφίσταται το μέγιστο πλάτος της συνάρτησης Green στην περίπτωση της πειραματικής προσομοίωσης (Εικόνα 2-5A), αντιστοιχεί σε απόσταση μεταξύ των σταθμών ίση με 0.36km. Οπότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το πειραματικό αποτέλεσμα συνάδει με το αναμενόμενο θεωρητικό αποτέλεσμα, με την μικρή διαφορά που παρατηρείται να οφείλεται εν μέρει στη διαφορά μεταξύ των συντομικών συνθηκών ανά περίπτωση, καθώς στη θεωρητική περίπτωση το ομογενές μέσο είναι απείρου μήκους και πλάτους, ενώ στην πειραματική περίπτωση το ομογενές μέσο είναι πεπερασμένου μήκους και πλάτους και εν μέρει στο πειραματικό σφάλμα.

Η 2<sup>η</sup> θεωρητική μελέτη στην οποία θα αναφερθούμε είναι αυτή του Schuster (Schuster G. T., 2008) σε συνδυασμό με αυτήν του Derode (Derode, Larose, Campillo, & Fink, 2003) (Derode, et al., 2003). Ας υποθέσουμε την ύπαρξη των πηγών A και B εντός ενός όγκου που ορίζεται εντός της επιφάνειας S, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2-6.



Εικόνα 2-6 Οι σεισμικές πηγές  $A$  και  $B$  εντός του όγκου  $V$  που ορίζεται εντός της επιφάνειας  $S$ . Η οριζόντια επιφάνεια  $S_0$  αντιπροσωπεύει την επιφάνεια του εδάφους, ενώ το σημείο  $x$  αντιπροσωπεύει ένα οποιοδήποτε σημείο καταγραφής εντός του όγκου. Επεξεργασμένο από (Schuster G. T., 2008).

Η εξίσωση του Helmholtz που αντιστοιχεί σε κάθε σεισμική πηγή, με τον αστερίσκο να υποδηλώνει τον συζυγή μιγαδικό,  $k$  τον κυματαριθμό και  $G(x|A)$  η συνάρτηση Green δηλαδή η κυματοσυνάρτηση που καταγράφεται στο σημείο  $x$  λόγω της απειροελάχιστης χρονικά ώθησης (π.χ. έκρηξη) έτσι ώστε να επιτευχθεί μεταβολή της ορμής κατά μία μονάδα που προκαλείται στο σημείο  $A$ , θα είναι:

$$(\nabla^2 + k^2)G(x|A) = -\delta^3(x - A)$$

Εξ. 2-25

$$(\nabla^2 + k^2)G(x|B)^* = -\delta^3(x - B)$$

Εξ. 2-26

Πολλαπλασιάζοντας την Εξ. 2-25 με τον όρο  $G(x|B)^*$ , την Εξ. 2-26 με τον όρο  $G(x|A)$  και αφαιρώντας την Εξ. 2-26 από την Εξ. 2-25 έχουμε:

$$G(x|B)^*\nabla^2 G(x|A) - G(x|A)\nabla^2 G(x|B)^* = G(x|A)\delta^3(x - B) - G(x|B)^*\delta^3(x - A)$$

Εξ. 2-27

Λόγω της γενίκευσης του κανόνα της αλυσίδας στον διανυσματικό λογισμό, ήτοι  $\nabla(f \cdot g) = \nabla f \cdot g + \nabla g \cdot f$ , θα ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^* \nabla^2 G(\mathbf{x}|\mathbf{A}) = \nabla \cdot [G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^* \nabla G(\mathbf{x}|\mathbf{A})] - \nabla G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^* \cdot \nabla G(\mathbf{x}|\mathbf{A})$$

Εξ. 2-28

$$G(\mathbf{x}|\mathbf{A}) \nabla^2 G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^* = \nabla \cdot [G(\mathbf{x}|\mathbf{A}) \nabla G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^*] - \nabla G(\mathbf{x}|\mathbf{A}) \cdot \nabla G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^*$$

Εξ. 2-29

Από το θεώρημα του Gauss, ήτοι  $\iiint_V \nabla \cdot \mathbf{f} dV = \oiint_S \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} dS$ , αν ολοκληρώσουμε και τα δύο μέλη στην Εξ. 2-27 ως προς τον όγκο  $V$ , εφαρμόσουμε το θεώρημα του Gauss και αντικαταστήσουμε την Εξ. 2-28 και την Εξ. 2-29 στην Εξ. 2-27, λαμβάνουμε το εξής αποτέλεσμα:

$$G(\mathbf{B}|\mathbf{A}) - G(\mathbf{A}|\mathbf{B})^* = \oiint_S \left[ G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^* \frac{\partial G(\mathbf{x}|\mathbf{A})}{\partial \mathbf{n}} - G(\mathbf{x}|\mathbf{A}) \frac{\partial G(\mathbf{x}|\mathbf{B})^*}{\partial \mathbf{n}} \right] dS$$

Εξ. 2-30

Έχει δειχθεί (Wapenaar, Fokkema, & Snieder, 2005) ότι παρόμοια Εξ. ισχύει και στην περίπτωση ύπαρξης ενός μέσου ανομοιογενούς πυκνότητας. Είναι γνωστό (Bleistein, Cohen, & Stockwell, 2001) ότι για την ασύμπωτη της συνάρτησης Green στις υψηλές συχνότητες εντός μέσου ομαλών διακυμάνσεων ταχύτητας θα ισχύει ότι  $G(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = m(\mathbf{B}, \mathbf{A}) e^{i\omega\tau_{BA}}$ . Υποθέτοντας ότι η συνάρτηση του πλάτους  $m$  παραμένει ίδια για την αιτιατή και τη μη αιτιατή περίπτωση και εφαρμόζοντας τον τύπο του Euler, ήτοι  $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ , συμπεραίνουμε ότι:

$$G(\mathbf{B}|\mathbf{A}) - G(\mathbf{A}|\mathbf{B})^* = 2i \operatorname{Im} G(\mathbf{B}|\mathbf{A})$$

Εξ. 2-31

Αν υποθέσουμε ότι ο δέκτης στο σημείο  $x$  βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από τους πομπούς  $A, B$  τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την προσέγγιση που ακολουθεί (far-

field approximation). Συγκεκριμένα, ας λάβουμε υπόψιν το ακουστικό μοντέλο στο οποίο το σκεδάζον σώμα πεπερασμένων διαστάσεων (μερικά μήκη κύματος) περικλείεται από ένα ομογενές μέσο. Είναι γνωστό ότι η σκεδαζόμενη ακτινοβολία από το σώμα αυτό κατά την πρόσπτωση ενός κύματος σε μεγάλες αποστάσεις θα περιγράφεται από τη σχέση  $G(\mathbf{x}|\mathbf{A}) \sim m(\varphi, \theta) e^{ikr}/r$ , όπου  $r$  είναι η απόσταση μεταξύ ενός σημείου  $\mathbf{A}$  εντός του σκεδαστή και ενός σημείου  $\mathbf{x}$  μακριά από αυτόν (Geortzel & Tralli, 1960). Σε μακρινές αποστάσεις θα ισχύει ότι  $\mathbf{n} \sim \mathbf{r}$  συνεπώς  $\partial G/\partial \mathbf{n} \sim \partial G/\partial \mathbf{r}$ . Δεδομένου αυτού έχουμε ότι:

$$\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} \sim ikG - \frac{G}{r} \approx ikG$$

Εξ. 2-32

$$\frac{\partial G^*}{\partial \mathbf{n}} \sim -ikG^* - \frac{G^*}{r} \approx -ikG^*$$

Εξ. 2-33

Άρα η Εξ. 2-30 μπορεί να απλοποιηθεί ως ακολούθως, θεωρώντας ότι το ολοκλήρωμα επιφάνειας στο άπειρο τείνει στο 0, υπό την υπόθεση ότι το μέσο είναι αρκετά ετερογενές (Wapenaar K. , 2006) καθώς και εναλλάσσοντας τους όρους  $\mathbf{x}, \mathbf{A}$  και  $\mathbf{x}, \mathbf{B}$  λόγω της αντιστρεψιμότητας (*reciprocity*) της εξίσωσης Helmholtz:

$$ImG(\mathbf{B}|\mathbf{A}) \approx \iint_{S_0} kG(\mathbf{B}|\mathbf{x})^* G(\mathbf{A}|\mathbf{x}) d^2\mathbf{x}$$

Εξ. 2-34

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier των δύο μερών της παραπάνω Εξίσωσης, λόγω του θεωρήματος συνέλιξης, μας υποδεικνύει ότι η συνάρτηση Green μεταξύ πομπού και δέκτη μπορεί να υπολογιστεί από το άθροισμα των συσχετίσεων των συναρτήσεων Green μεταξύ πομπού και ενός σημείου  $\mathbf{x}$  και δέκτη και ενός σημείου  $\mathbf{x}$ .

## 2.2. Διασπορά ή διασκεδασμός

Ο σεισμικός θόρυβος περιβάλλοντος προέρχεται από επιφανειακές πηγές, οι οποίες παράγουν κυρίως επιφανειακά κύματα, συνεπώς αναμένεται ότι τα σήματα που ανακτούμε από τις θορυβώδεις καταγραφές να αποτελούνται κυρίως από επιφανειακά κύματα (Larose, et al., 2006). Εν γένει τα επιφανειακά κύματα είναι τα ισχυρότερα σήματα που ανακτώνται κατά τη συσχέτιση σεισμικού θορύβου, αλλά επίσης έχουν παρατηρηθεί και κύματα χώρου (Roux P. , Sabra, Kuperman, & Fehler, 2005) (Boué, et al., 2013) (Lin, Tsai, Schmandt, Duputel, & Zhan, 2013). Η ανάλυση του διασκεδασμού ή αλλιώς της *διασποράς (dispersion)* των επιφανειακών κυμάτων είναι ένας συνηθισμένος τρόπος εκτίμησης της κατανομής της ταχύτητας στο εσωτερικό της Γης (Aki K. , 1965) (Nakamura, 1989) (Campillo, Singh, Shapiro, Pacheco, & Herrmann, 1996) (Campillo & Paul, 2003) (Shapiro & Campillo, 2004) (Campillo, 2006). Τα επιφανειακά κύματα προκύπτουν από την αλληλεπίδραση των κυμάτων χώρου (P, SV και SH) με την ελεύθερη επιφάνεια, όπου πολλαπλές ανακλάσεις προκαλούν ενισχυτική συμβολή η οποία συμβάλλει στη δημιουργία των κυμάτων Rayleigh όταν συμβάλλουν κύματα P και κύματα SV (Aki & Richards, 2002) (Lay & Wallace, 1995), ενώ συμβάλλει στη δημιουργία των κυμάτων Love όταν τα κύματα SH ανακλώνται στην ελεύθερη επιφάνεια και σε μία ασυνέχεια σε βάθος (Lay & Wallace, 1995).

Όταν η ταχύτητα διάδοσης αυξάνεται κατά την αύξηση της περιόδου του κύματος, τότε έχουμε *κανονικό διασκεδασμό*, ενώ όταν η ταχύτητα διάδοσης ελαττώνεται όσο αυξάνεται η περίοδός τους, τότε έχουμε *ανάστροφο διασκεδασμό (anomalous dispersion)* (Papazachos, Karaikasis, & Chatzidimitriou, 2005). Κατά τον κανονικό διασκεδασμό, η συνολική διάρκεια (ή η περίοδος) των επιφανειακών κυμάτων είναι μικρή κοντά στην επιφάνεια (δηλαδή στην εστία τους) και αυξάνεται όσο αυξάνεται η απόσταση από αυτήν, καθώς τα μεγάλης περιόδου κύματα διαδίδονται ταχύτερα από τα μικρής περιόδου κύματα τα οποία καθυστερούν, συνεπώς σε έναν σταθμό φθάνουν πρώτα τα μεγάλης περιόδου κύματα και κατά την πάροδο του χρόνου φθάνουν συνεχώς ολοένα και μικρότερης περιόδου κύματα. Το αντίστροφο συμβαίνει κατά τον ανάστροφο διασκεδασμό (Papazachos, Karaikasis, & Chatzidimitriou, 2005). Εάν διαφορετικές συνιστώσες συχνότητας διαδίδονται με διαφορετικές ταχύτητες φάσης, το σχήμα του παλμού που τις εμπεριέχει δεν παραμένει σταθερό αλλά διασπείρεται. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα φαινόμενα ακυρωτικής

συμβολής εκτός από συγκεκριμένες χρονικές στιγμές οι οποίες ορίζονται από την ταχύτητα ομάδας του προϊόντος κύματος.

Ένα κλασικό παράδειγμα το οποίο περιγράφει το φαινόμενο αυτό, είναι αυτό της υπέρθεσης δύο αρμονικών κυμάτων με ελάχιστα διαφορετικές συχνότητες και κυματαριθμούς:

$$u(x, t) = \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

Εξ. 2-35

$$\omega_1 = \omega - \delta\omega$$

Εξ. 2-36

$$k_1 = k - \delta k$$

Εξ. 2-37

$$\omega_2 = \omega + \delta\omega$$

Εξ. 2-38

$$k_2 = k + \delta k$$

Εξ. 2-39

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις Εξ. 2-36, Εξ. 2-37, Εξ. 2-38, Εξ. 2-39 στην Εξ. 2-35 και εφαρμόζοντας την τριγωνομετρική ταυτότητα  $\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2 \cos A \cos B$  το τελικό διαμορφωμένο (*modulated*) κύμα θα περιγράφεται από τη σχέση:

$$u(x, t) = 2 \cos(\delta\omega t - \delta k x) \cos(\omega t - k x)$$

Εξ. 2-40

Η τελική κυματομορφή πρακτικά αποτελείται από ένα αρμονικό κύμα με μέση γωνιακή συχνότητα  $\omega$  του οποίου το πλάτος διαμορφώνεται από ενός μεγαλύτερης περιόδου κύμα με γωνιακή συχνότητα  $\delta\omega$ . Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *διακρότημα (beating)* (Young, 1994) και μπορεί να παρατηρηθεί όταν δύο μουσικές νότες είναι ελάχιστα ξεκούρδιστες σε σχέση με μία νότα αναφοράς. Το μικρής περιόδου κύμα διαδίδεται με την ταχύτητα φάσης  $c$  η οποία είναι ίση με  $\omega/k$  ενώ ο μεγάλης περιόδου φάκελος διαδίδεται με την ταχύτητα ομάδας  $U$  η οποία είναι ίση με  $d\omega/dk$  στο όριο όπου  $\delta\omega, \delta k \rightarrow 0$ .

$$c = \omega/k$$

Εξ. 2-41

$$U = d\omega/dk$$

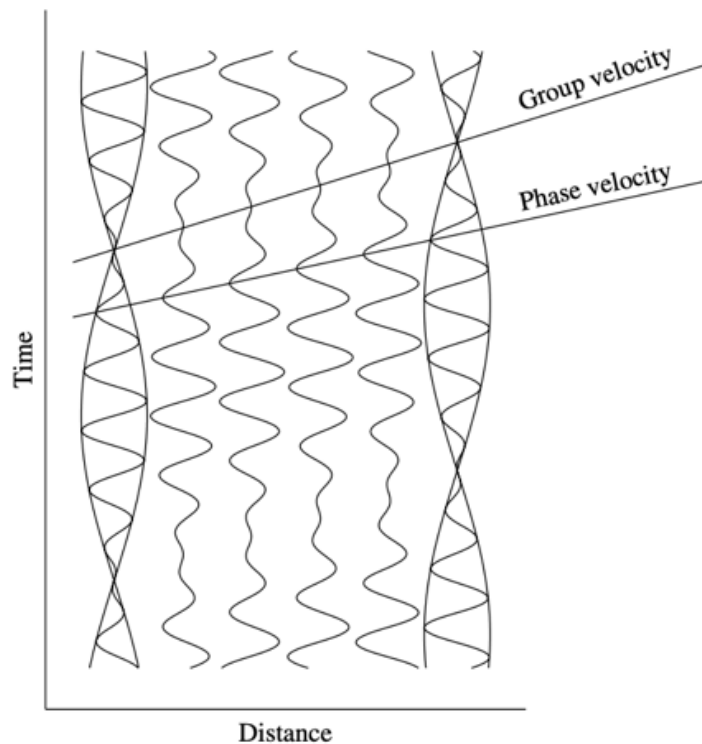
Εξ. 2-42

Από την Εξ. 2-41, την Εξ. 2-42 και τον κανόνα της αλυσίδας προκύπτει ότι η ταχύτητα ομάδας και η ταχύτητα φάσης συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$U = c + k \frac{dc}{dk} = c \left( 1 - k \frac{dc}{d\omega} \right)^{-1}$$

Εξ. 2-43





Εικόνα 2-7 Το τελικώς διαμορφωμένο κύμα το οποίο είναι προϊόν της υπέρθεσης δύο κυμάτων λίγο διαφορετικών συχνοτήτων. Η ταχύτητα ομάδας (*group velocity*) είναι η ταχύτητα των κυματοπακέτων (*wavepackets*) ή αλλιώς του φακέλου τους, ενώ η ταχύτητα φάσης (*phase velocity*) είναι η ταχύτητα μίας κορυφής (Shearer, 2019).

### 2.3. Αντιστροφή

Σύμφωνα με τους (Anthymidis, et al., 2022) στην τομογραφία θορύβου περιβάλλοντος «εφαρμόζονται προσεγγίσεις δρομοχρονικής τομογραφίας για κάθε συχνότητα έτσι ώστε να καθοριστεί η χωρική μεταβλητότητα της ταχύτητας ομάδας». Ταυτόσημα, σύμφωνα με τους (Giannopoulos, et al., 2017) στην τομογραφία θορύβου περιβάλλοντος «οι χρόνοι διαδρομής μεταξύ των σταθμών των επιφανειακών κυμάτων σε πολλαπλές διαδρομές εντός ενός σεισμολογικού δικτύου μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μία τομογραφική αντιστροφή έτσι ώστε να απεικονιστούν οι διαταραχές της σεισμικής ταχύτητας κατά μήκος του δικτύου». Συνεπώς γι' αυτό το λόγο παρακάτω θα αναλύσουμε

τα στοιχειώδη της θεωρίας της δρομοχρονικής τομογραφίας και της θεωρίας αντιστροφής (εφόσον η δρομοχρονική τομογραφία είναι αντίστροφο πρόβλημα).

Η απλούστερη μορφή αντιστροφής είναι η περίπτωση της γραμμικής παλινδρόμησης (*linear regression*). Σε αυτήν την περίπτωση θεωρούμε ότι δύο μεταβλητές συσχετίζονται γραμμικά μεταξύ τους, παραδείγματος χάριν η ηλικία  $x$  κοριτσιών μεταξύ 2-5 ετών και το μέσο ύψος τους  $Y$  (World Health Organization, 2006), το οποίο κυμαίνεται από 86 έως 109cm με μέση τυπική απόκλιση περίπου 4cm. Η σχέση που συνδέει τις δύο μεταβλητές θα είναι της μορφής:

$$Y_i = \theta_0 + \theta_1 x_i + W_i$$

Εξ. 2-44

Στην Εξ. 2-44, με κεφαλαία γράμματα συμβολίζονται οι τυχαίες μεταβλητές. Συνεπώς θεωρούμε ότι οι παράμετροι  $\theta_0, \theta_1$  είναι κάποιοι συγκεκριμένοι και προκαθορισμένοι αριθμοί των οποίων τις τιμές γνωρίζουμε. Ο δείκτης  $i = 1, 2, \dots, n$  αναπαριστά την κάθε μέτρηση του μέσου ύψους που αντιστοιχεί στην κάθε ηλικία, ενώ οι μεταβλητές  $W_i$  αντιπροσωπεύουν το θόρυβο ή το σφάλμα που υπεισέρχεται σε κάθε μέτρηση και αντιστοιχούν σε ανεξάρτητες και ισόνομες κανονικές τυχαίες μεταβλητές (*independent and identically distributed normal random variables*), για τις οποίες θα ισχύει ότι  $W_i \sim N(0, 16)$ , δηλαδή ότι είναι κανονικές τυχαίες μεταβλητές με μέση τιμή ίση με 0 και διακύμανση ίση με 16. Ο όρος  $x$  είναι καθορισμένος εκ των προτέρων για τον οποίον ισχύει ότι  $x = [2, 2.1, \dots, 5]$ . Οι μεταβλητές  $Y_i$  είναι τυχαίες μεταβλητές, λόγω της τυχαιότητας που υπεισέρχεται στις εξισώσεις λόγω της παρουσίας των τυχαίων μεταβλητών  $W_i$ . Είναι γνωστό (Bertsekas & Tsitsiklis, 2008) ότι οι παράμετροι  $\theta_0, \theta_1$  μπορούν να προσδιοριστούν μέσω της επίλυσης του εξής συστήματος:

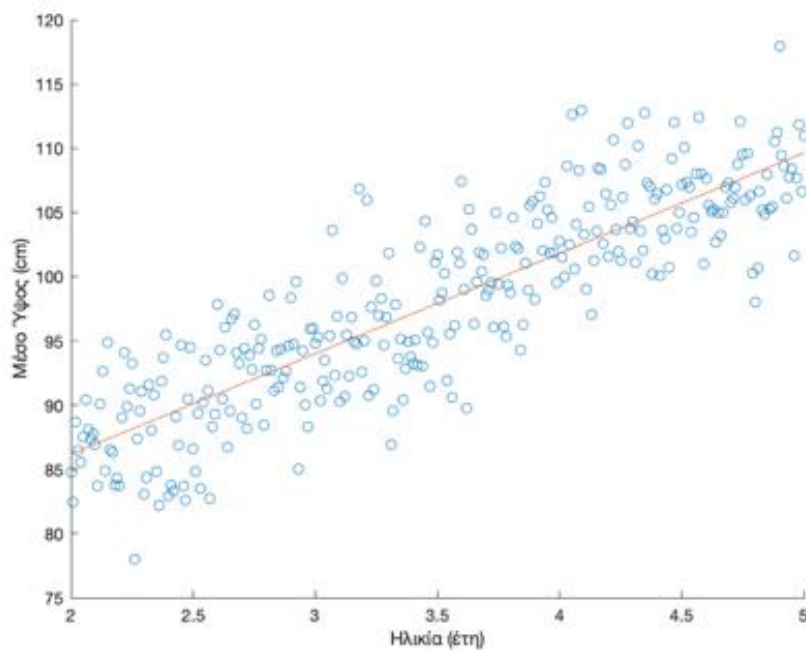
$$\theta_1 = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}(X)} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\text{var}(X)}$$

Εξ. 2-45

$$\theta_0 = E(Y) - \theta_1 E(X)$$

Εξ. 2-46

Στις σχέσεις Εξ. 2-45 και Εξ. 2-46 οι όροι απλοποιούνται σε  $X, Y$  χάριν απλότητας, και περιγράφουν το σύνολο των τιμών  $(x_i, Y_i)$  που μας δίνεται. Με  $E(X)$  συμβολίζεται η αναμενόμενη τιμή (*expected value*) μίας τυχαίας μεταβλητής  $X$ , με  $cov(X, Y)$  συμβολίζεται η συνδιακύμανση (*covariance*) μεταξύ δύο τυχαίων μεταβλητών  $X, Y$  και με  $var(X)$  συμβολίζεται η διακύμανση/διασπορά (*variance*) μίας τυχαίας μεταβλητής  $X$ . Στην Εικόνα 2-8 παρουσιάζεται μία προσομοίωση ενός πειράματος σύμφωνα με τα αποτελέσματα του Παγκόσμιο Οργανισμού Υγείας (*World Health Organization*) (*World Health Organization, 2006*), στο οποίο εξετάζεται η σχέση μεταξύ του μέσου ύψους κοριτσιών 2-5 ετών και της ηλικίας τους.



Εικόνα 2-8 Μία προσομοίωση ενός πειράματος η οποία βασίζεται στα αποτελέσματα του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας (World Health Organization) (World Health Organization, 2006), στο οποίο πείραμα εξετάζεται η σχέση μεταξύ του μέσου ύψους κοριτσιών 2-5 ετών και της ηλικίας τους. Η ηλικίες τους κυμαίνονται από 2 έως και τα 5 έτη, με συχνότητα δειγματοληψίας (sampling frequency) ίση με 10Hz, δηλαδή συλλέγεται μία τιμή μέσου ύψους ανά 0.1 έτη. Για κάθε τιμή ηλικίας  $x_i$ , εφαρμόζουμε την Εξ. 2-44, όπου με βάση τα αποτελέσματα του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας, τροποποιείται και γίνεται:  $Y_i = 70.66 + 7.66x_i + N_i(0,16)$ . Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις Εξ. 2-45 και Εξ. 2-46 θεωρώντας ως  $X$  την ηλικία και  $Y$  τη μέση τιμή του ύψους ανά τιμή ηλικίας, επιτυγχάνεται η εκτίμηση των άγνωστων αλλά προκαθορισμένων παραμέτρων  $\theta_0, \theta_1$  οι οποίες είναι τέτοιες έτσι ώστε η σχέση μεταξύ της ηλικίας και του μέσου ύψους να περιγράφεται από το μοντέλο της Εξ. 2-44 όσο το δυνατόν «καλύτερα». Η εκτίμηση των παραμέτρων είναι  $\theta_0 = 70.54$  και  $\theta_1 = 7.82$ , η οποία είναι αρκετά κοντά στις πραγματικές τιμές  $\theta_0 = 70.54$  και  $\theta_1 = 7.66$  και περιγράφεται από την ευθεία ερυθρού χρώματος.

Με την επίλυση των εξισώσεων Εξ. 2-45 και Εξ. 2-46 επιτυγχάνεται η ανάκτηση των ιδανικότερων παραμέτρων  $\theta_0, \theta_1$ , έτσι ώστε να ικανοποιείται η σχέση:

$$y \approx \hat{y} = \theta_0 + \theta_1 x$$

Εξ. 2-47

Στην Εξ. 2-47,  $\hat{y}$  είναι η εκτίμηση των τιμών του  $y$ , οι οποίες είναι οι πραγματικές τιμές. Η διαδικασία της αντιστροφής (*inversion*) ή αλλιώς της επίλυσης του αντιστροφικού προβλήματος (*inverse problem*), είναι η απόπειρα μίας καλής εκτίμησης των παραμέτρων (π.χ.  $\theta_0, \theta_1$ ) έτσι ώστε ένα υποθετικό μοντέλο (π.χ. γραμμικό) να ικανοποιείται όσο το δυνατόν «καλύτερα», υπό την έννοια ότι οι τιμές  $\hat{y}$  είναι παραπλήσιες με τις πραγματικές τιμές  $y$ . Αντιθέτως η επίλυση του ευθέως προβλήματος (*forward problem*), η οποία προϋποθέτει την πρότερη γνώση των τιμών των παραμέτρων, αφορά την αντικατάσταση των γνωστών μεταβλητών (π.χ.  $x$ ) με σκοπό την εύρεση των αγνώστων (π.χ.  $y$ ).

Παραδείγματος χάριν, ο νόμος του Hooke υποστηρίζει ότι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας  $x$  ενός σώματος το οποίο είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου, είναι ανάλογη της δύναμης  $f$  που ασκείται στο σώμα, δηλαδή ότι ισχύει η σχέση  $f = kx$ , όπου η σταθερά αναλογίας  $k$  ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου. Αν γνωρίζουμε τη σταθερά του ελατηρίου, η οποία θεωρείται παράμετρος, τότε για κάθε τιμή απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας  $x$ , μπορούμε να προβλέψουμε τη δύναμη  $f$  που ασκείται στο σώμα από το ελατήριο. Εφόσον η παράμετρος είναι γνωστή, τότε επιλύουμε το ευθύ πρόβλημα. Αντιθέτως, αν από πειραματικά δεδομένα, δηλαδή από ζευγάρια τιμών  $(f_i, x_i)$ , καλούμαστε να προσδιορίσουμε την σταθερά του ελατηρίου, τότε επιλύουμε το αντιστροφο πρόβλημα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι η Εξ. 2-47 θεωρείται γραμμική καθώς η σχέση μεταξύ του αγνώστου και των παραμέτρων είναι γραμμική. Λόγου χάρη, ας υποθέσουμε ένα διαφορετικό σενάριο. Ας θεωρήσουμε ότι η επιτάχυνση  $g$  με την οποία ένα σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση, είναι σταθερή άρα θα ισχύει ότι  $\ddot{z} = g$ . Ολοκληρώνοντας εις διπλούν έτσι ώστε να ευρεθεί η συνάρτηση  $z(t)$  του ύψους του σώματος, τότε θα ισχύει η γνωστή εξίσωση  $z(t) = z_0 + V_{0,z}t - 0.5gt^2$ , όπου  $z_0$  είναι το αρχικό ύψος και  $V_{0,z}$  είναι η αρχική κατακόρυφη ταχύτητα του σώματος. Επιχειρώντας να προσδιορίσουμε με ακρίβεια την παράμετρο  $g$ , αφήνουμε το σώμα να πέσει από ένα αρχικό ύψος  $z_0 = 0$  με  $V_{0,z} = 0$ .

Συνεπώς η εξίσωση υπό διερεύνηση είναι η εξής:

$$z(t) = -0.5gt^2$$

Εξ. 2-48

Είναι σημαντικό να διευκρινιστεί ότι η Εξ. 2-48 είναι γραμμική ως προς την άγνωστη παράμετρο  $g$ , ακόμη και αν μην είναι γραμμική ως προς τον χρόνο  $t$ . Συνεπώς με μία απλή αλλαγή μεταβλητών, θέτοντας  $x = -0.5t^2$ , η Εξ. 2-48 μπορεί να έχει την ίδια μορφή με την Εξ. 2-44, και γράφεται ως:

$$z(x) = gx$$

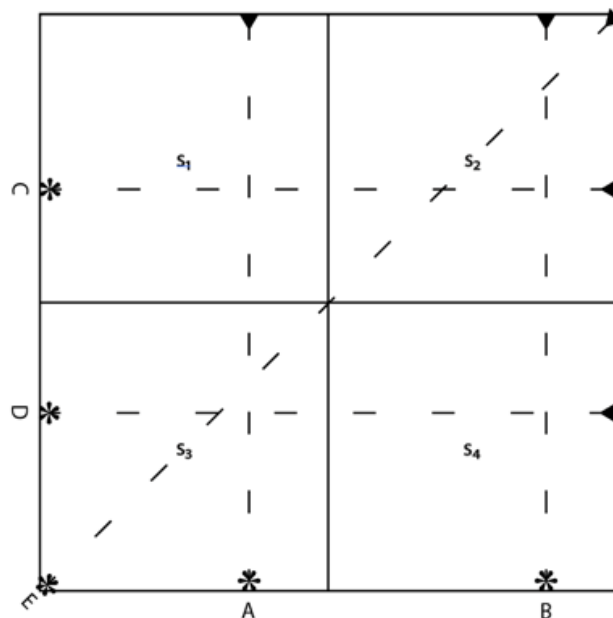
Εξ. 2-49

Συνεπώς μπορούμε να προσδιορίσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας με την μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης ακόμη και αν η συνάρτηση θέσης δεν είναι ανάλογη του χρόνου.

Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στις βασικές έννοιες της *δρομοχρονικής τομογραφίας (travel time tomography)* στις δύο διαστάσεις, η οποία μας είναι χρήσιμη στη τομογραφία σεισμικού θορύβου είτε στην κατασκευή των χαρτών ταχύτητας ομάδας στις συνήθειες μεθοδολογίες είτε στο forward modelling κατά την επίλυση της εικονικής εξίσωσης στην επιφάνεια της Γης κατά τη μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στη διατριβή. Ο σκοπός της δρομοχρονικής τομογραφίας είναι η ανάκτηση των ταχυτήτων με τις οποίες διαδίδονται τα σεισμικά κύματα στο εσωτερικό της Γης ή και στην επιφάνεια της, η οποία προκύπτει από την γνώση των χρόνων διαδρομής των σεισμικών κυμάτων μεταξύ γνωστών τοποθεσιών. Όπως θα δούμε το πρόβλημα της δρομοχρονικής τομογραφίας αποτελεί μία εφαρμογή ενός αντίστροφου προβλήματος.

Ας υποθέσουμε τη γεωμετρία που απεικονίζεται στην Εικόνα 2-9. Στην εικόνα αυτή παρουσιάζεται μία περιοχή στην επιφάνεια της Γης με διαστάσεις  $2 \times 2$ . Αν υποθέσουμε ότι τα σεισμικά κύματα μπορούν να παρομοιαστούν με ακτίνες (ray theory), τότε με διακεκομμένες γραμμές απεικονίζονται οι σεισμικές ακτίνες, δηλαδή οι διαδρομές που ακολουθούν τα σεισμικά κύματα τα οποία έχουν ως σημεία εκκίνησης κάποιους πομπούς,

οι οποίοι συμβολίζονται με αστερίσκους, και ως σημεία καταγραφής κάποιους δέκτες, οι οποίοι συμβολίζονται με ανεστραμμένα τρίγωνα μελανού χρώματος. Μπορούμε να χωρίσουμε την περιοχή σε τέσσερα (4) μπλοκ ίσων διαστάσεων και σταθερής βραδύτητας (*slowness*)  $s_1, s_2, s_3, s_4$ , η οποία ορίζεται ως το αντίστροφο της ταχύτητας. Επίσης γνωρίζουμε τις χρονικές στιγμές της εκκίνησης των σεισμικών κυμάτων από τους πομπούς καθώς και τις χρονικές στιγμές της άφιξης των σεισμικών κυμάτων στους δέκτες, συνεπώς γνωρίζουμε τους συνολικούς χρόνους διαδρομής  $T^{(A)}, T^{(B)}, T^{(C)}, T^{(D)}, T^{(E)}$  των σεισμικών κυμάτων  $A, B, C, D, E$ .



Εικόνα 2-9 Μία περιοχή στην επιφάνεια της Γης η οποία τελεί υπό διερεύνηση. Η περιοχή αυτή διαιρείται σε τέσσερις (4) υπο-περιοχές με τιμές βραδύτητας  $s_1, s_2, s_3, s_4$ , οι οποίες είναι άγνωστες. Οι συνολικοί χρόνοι διαδρομής των σεισμικών ακτίνων  $A, B, C, D, E$  από τους πομπούς οι οποίοι συμβολίζονται με αστερίσκους προς τους δέκτες οι οποίοι συμβολίζονται με τρίγωνα, σε συνδυασμό με την υπόθεση ότι οι διαδρομές των ακτίνων είναι ευθύγραμμες, μπορούν να χρησιμοποιηθούν έτσι ώστε να οριστεί το γραμμικό αντίστροφο πρόβλημα το οποίο περιγράφεται από την Εξ. 2-54.

Τότε οι συνολικοί χρόνοι διαδρομής θα είναι ίσοι με το άθροισμα των επί μέρους χρόνων που «ξοδεύει» η κάθε σεισμική ακτίνα στο κάθε μπλοκ, ήτοι για την σεισμική ακτίνα  $A$  θα ισχύει ότι:

$$T^{(A)} = t_1^{(A)} + t_2^{(A)} + t_3^{(A)} + t_4^{(A)} = s_1 x_1^{(A)} + s_2 x_2^{(A)} + s_3 x_3^{(A)} + s_4 x_4^{(A)}$$

Εξ. 2-50

Στην Εξ. 2-50, με  $t_1^{(A)}$  συμβολίζεται η χρονική διάρκεια της παραμονής της ακτίνας  $A$  κατά τη διάδοσή της στο 1<sup>ο</sup> μπλοκ, ενώ με  $x_1^{(A)}$  συμβολίζεται το μήκος της διαδρομής της ακτίνας  $A$  κατά τη διάδοσή της στο 1<sup>ο</sup> μπλοκ. Ομοίως με την Εξ. 2-50, για όλες τις σεισμικές ακτίνες θα ισχύει ότι:

$$\begin{pmatrix} T^{(A)} \\ \vdots \\ T^{(E)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 x_1^{(A)} + s_2 x_2^{(A)} + s_3 x_3^{(A)} + s_4 x_4^{(A)} \\ \vdots \\ s_1 x_1^{(E)} + s_2 x_2^{(E)} + s_3 x_3^{(E)} + s_4 x_4^{(E)} \end{pmatrix}$$

Εξ. 2-51

Η Εξ. 2-51 μπορεί να γραφεί υπό τη μορφή των εξισώσεων Εξ. 2-52, Εξ. 2-53 και Εξ. 2-54:

$$\begin{pmatrix} T^{(A)} \\ T^{(B)} \\ T^{(C)} \\ T^{(D)} \\ T^{(E)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^{(A)} & x_2^{(A)} & x_3^{(A)} & x_4^{(A)} \\ x_1^{(B)} & x_2^{(B)} & x_3^{(B)} & x_4^{(B)} \\ x_1^{(C)} & x_2^{(C)} & x_3^{(C)} & x_4^{(C)} \\ x_1^{(D)} & x_2^{(D)} & x_3^{(D)} & x_4^{(D)} \\ x_1^{(E)} & x_2^{(E)} & x_3^{(E)} & x_4^{(E)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{pmatrix}$$

Εξ. 2-52

$$T^{(a)} = X_{\mu}^{(a)} s_{\mu}$$

Εξ. 2-53



$$\mathbf{T} = \mathbf{X}\mathbf{s}$$

Εξ. 2-54

Η Εξ. 2-52 μπορεί να γραφτεί είτε υπό μορφή δεικτών (Εξ. 2-53), όπου με  $X_{\mu}^{(\alpha)}$  συμβολίζεται το μήκος της διαδρομής της ακτίνας ( $\alpha$ ) κατά τη διάδοσή της στο μπλοκ  $\mu$ , με  $T^{(\alpha)}$  συμβολίζεται ο συνολικός χρόνος διαδρομής της ακτίνας ( $\alpha$ ), ενώ με  $s_{\mu}$  συμβολίζεται η βραδύτητα του μπλοκ  $\mu$ , είτε υπό τη μορφή της Εξ. 2-54, όπου με  $\mathbf{T}$  συμβολίζεται το διάνυσμα των συνολικών χρόνων διαδρομής όλων των ακτινών με στοιχεία  $T^{(\alpha)}$ , με  $\mathbf{X}$  συμβολίζεται ο πίνακας των μηκών της διαδρομής της κάθε ακτίνας στο κάθε μπλοκ, με στοιχεία  $X_{\mu}^{(\alpha)}$ , ενώ με  $\mathbf{s}$  συμβολίζεται το διάνυσμα του οποίου τα στοιχεία  $s_{\mu}$  περιγράφουν τη βραδύτητα στο κάθε μπλοκ.

Από την Εξ. 2-54 σκοπός είναι να ανακτήσουμε το διάνυσμα  $\mathbf{s}$ , το οποίο περιέχει τις βραδύτητες του κάθε μπλοκ της περιοχής υπό διερεύνηση. Το πρόβλημα είναι ότι ο πίνακας  $\mathbf{X}$  δεν είναι τετραγωνικός συνεπώς δεν έχει αντίστροφο (*inverse*), έτσι ώστε να πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη της Εξ. 2-54 με αυτόν και έτσι να ανακτήσουμε τις τιμές της βραδύτητας στο χώρο. Ένας τρόπος σκέψης είναι ο εξής: μπορούμε να μετατρέψουμε τον πίνακα  $\mathbf{X}$  σε τετραγωνικό αν τον πολλαπλασιάσουμε με τον ανάστροφό (*transpose*) του  $\mathbf{X}^T$ . Στη συνέχεια ο πίνακας  $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$  ή αλλιώς πίνακας *Gram* εφόσον είναι τετραγωνικός, αν υποθέσουμε ότι είναι αντιστρέψιμος, τότε η Εξ. 2-54 γίνεται:

$$\mathbf{s} \approx (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{T} = \mathbf{X}^+\mathbf{T}$$

Εξ. 2-55

Στην Εξ. 2-55, δεδομένου ενός πίνακα  $\mathbf{X}$  διαστάσεων  $m \times n$ , ο όρος  $\mathbf{X}^+$  αναπαριστά τον μοναδικό  $n \times m$  ψευδοαντίστροφο (*pseudoinverse*) πίνακα, ή γενικευμένο αντίστροφο (*generalized inverse*) ή πίνακα *Moore-Penrose* (Weisstein, n.d.) (Penrose, 1955). Είναι αρκετά σημαντικό να υπενθυμιστεί ότι δεν υπάρχει ακριβής λύση σε υπερορισμένα γραμμικά προβλήματα, συνεπώς το διάνυσμα των βραδυτήτων που ανακτούμε προσεγγίζει αλλά δεν ταυτίζεται με τις πραγματικές τιμές βραδύτητας. Οι εξισώσεις του συστήματος που περιγράφονται από την Εξ. 2-55 ονομάζονται και *κανονικές εξισώσεις* (*normal equations*) για

το πρόβλημα των ελαχίστων τετραγώνων (*least squares*). Μπορεί να δειχθεί ότι αν οι στήλες του πίνακα  $X$  είναι γραμμικά ανεξάρτητες (*linearly independent*), τότε οι κανονικές εξισώσεις έχουν ακριβώς μία λύση η οποία ελαχιστοποιεί το άθροισμα των υπολοίπων (*residuals*) υψωμένων στο τετράγωνο (Aster, Borchers, & Thurber, 2018), όπου τα υπόλοιπα ορίζονται ως οι απόλυτες διαφορές των πραγματικών μετρήσεων από τις θεωρητικές. Συγκεκριμένα, αν ορίσουμε το άθροισμα των υπολοίπων υψωμένα στο τετράγωνο ως *συνάρτηση κόστους ελαχίστων τετραγώνων* (*least-squares cost function*), τότε μπορεί να αποδειχθεί, αν παραγωγίσουμε τη συνάρτηση κόστους ως προς τις παραμέτρους και την εξισώσουμε με το μηδενικό διάνυσμα, ότι η λύση της Εξ. 2-55 ελαχιστοποιεί την συνάρτηση αυτή (Ng, 2022).

Σύμφωνα με το *θεώρημα ανάλυσης πίνακα σε ιδιάζουσες τιμές* (*singular value decomposition theorem*), για κάθε πραγματικό πίνακα  $X$  διαστάσεων  $m \times n$  ισχύει ότι:

$$X = U\Sigma V^T$$

Εξ. 2-56

Στην Εξ. 2-56 οι πίνακες  $U, V$  είναι *ορθογώνιοι* (*orthogonal*) πίνακες (δηλαδή ο ανάστροφός τους ισούται με τον αντίστροφό τους) διαστάσεων  $m \times m$  και  $n \times n$  αντιστοίχως, ενώ ο πίνακας  $\Sigma$  είναι *ορθογωνίως διαγώνιος* (*rectangular diagonal*) πίνακας, ο οποίος περιέχει μη-αρνητικούς πραγματικούς αριθμούς στη διαγώνιό του, με διαστάσεις  $m \times n$ . Ο ψευδοαντίστροφος του  $X$ , για τον οποίον είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί ότι ορίζεται και είναι μοναδικός για κάθε πίνακα, θα είναι (Ben-Israel & Greville, 2003):

$$X^+ = V\Sigma^+U^T$$

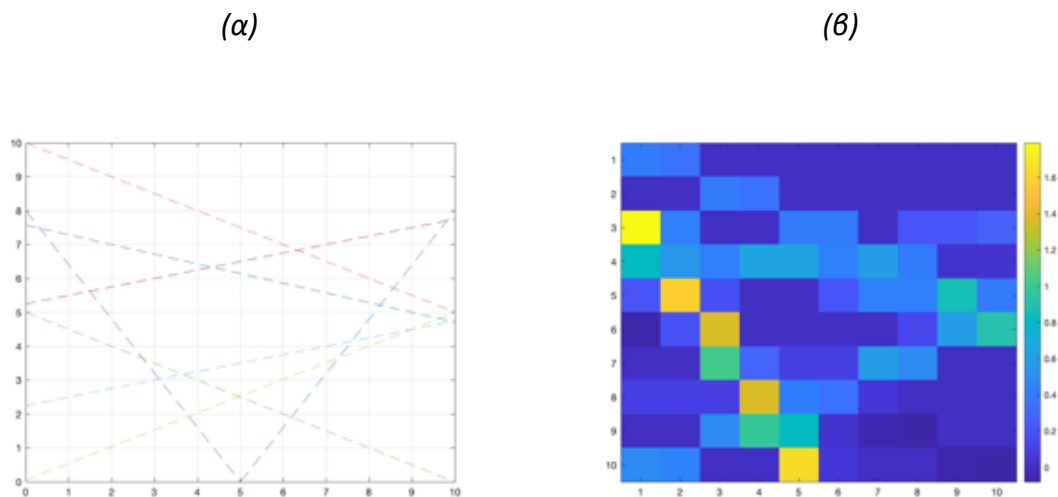
Εξ. 2-57

Στην Εξ. 2-57 ο ψευδοαντίστροφος  $\Sigma^+$  του πίνακα  $\Sigma$ , σχηματίζεται αντικαθιστώντας κάθε μη μηδενικό στοιχείο της διαγωνίου από το αντίστροφό του και στη συνέχεια λαμβάνοντας τον ανάστροφο του πίνακα αυτού.

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις Εξ. 2-55 και Εξ. 2-57 μπορεί να ανακτηθεί μία εκτίμηση των παραμέτρων βραδύτητας, ήτοι:

$$\mathbf{s} \approx \mathbf{V}\Sigma^+\mathbf{U}^T\mathbf{T}$$

Εξ. 2-58



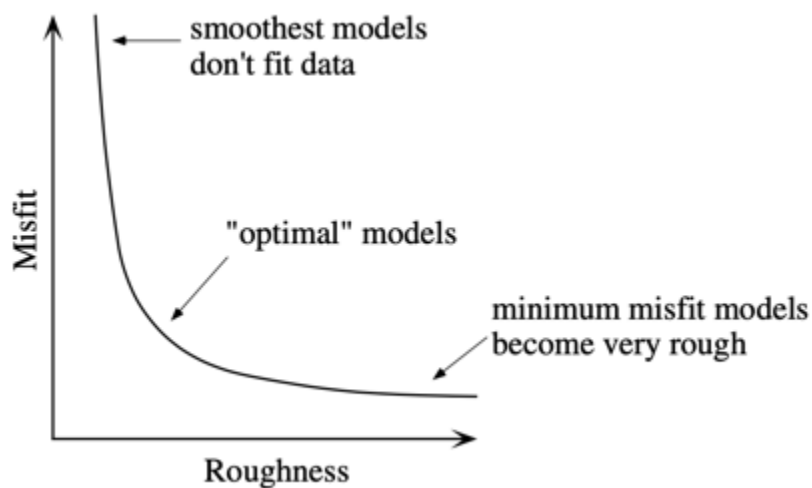
Εικόνα 2-10 Μία προσομοίωση μίας προσπάθειας δισδιάστατης δρομοχρονικής τομογραφίας στην επιφάνεια της Γης. (α) Η επιφάνεια της Γης διαιρείται σε μπλοκ άγνωστων τιμών βραδύτητας με σκοπό την ανάκτησή τους. Ως προς την επίτευξη του σκοπού αυτού, η επιφάνεια αυτή διαγράφεται από σεισμικές ακτίνες, οι οποίες υποθέτουμε ότι δεν καμπυλώνονται, και καταγράφεται ο συνολικός χρόνος διαδρομής τους από τον πομπό στο δέκτη τους. Στην Εξ. 2-54, μπορούμε συνεπώς να κατασκευάσουμε τον πίνακα  $X$  και αν γνωρίζαμε το πως κατανέμονται οι τιμές βραδύτητας στην επιφάνεια του εδάφους τότε θα ήταν εφικτή η λύση του ευθέως προβλήματος για την εκτίμηση των συνολικών χρόνων διαδρομής. Εφόσον όμως οι τιμές της βραδύτητας είναι άγνωστες, καλούμαστε να λύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα, δηλαδή να καλούμαστε να λύσουμε την Εξ. 2-54 ως προς το διάνυσμα  $s$  και η λύση αυτή δίδεται από την Εξ. 2-58. Η λύση της εξίσωσης αυτής απεικονίζεται στο σχήμα (β). Αν και η λύση η οποία απεικονίζεται είναι αριθμητικά η «ορθότερη» εφόσον ελαχιστοποιεί την συνάρτηση κόστους ελαχίστων τετραγώνων, φαίνεται πως δεν αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα, καθώς οι μεταβολές της βραδύτητας θα πρέπει να είναι πιο ομαλές.

Μία προσομοίωση απόπειρας της εφαρμογής δρομοχρονικής τομογραφίας στις δύο διαστάσεις παρουσιάζεται στην Εικόνα 2-10. Το πρόβλημα με την μεθοδολογία ως έχει μέχρι στιγμής, είναι το ότι οι λύσεις που προκύπτουν δεν συνάδουν με την εμπειρία που έχουμε στο πεδίο, η οποία υπαγορεύει ότι οι μεταβολές της βραδύτητας θα πρέπει να είναι λιγότερο απότομες. Μέχρι στιγμής η συνάρτηση κόστους, η οποία θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε, είναι της μορφής  $|T - Xs|^2$ , δηλαδή αναζητούμε τιμές βραδύτητας τέτοιες έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το άθροισμα των διαφορών των συνολικών χρόνων διαδρομής των σεισμικών ακτίνων που προκύπτει από τις τιμές βραδύτητας και των συνολικών χρόνων διαδρομής των σεισμικών ακτίνων που παρατηρούμε στο πείραμα. Τώρα όμως θέλουμε να εισάγουμε και έναν *περιορισμό (constraint)*, ότι η χωρική μεταβολή της βραδύτητας πρέπει να είναι «μικρή», πέραν των υπολοίπων. Η χωρική αυτή μεταβολή μπορεί να περιγραφεί από τη *βαθμίδα (gradient)* της βραδύτητας στο χώρο ή από τη *Λαπλασιανή (Laplacian)*. Συνεπώς, αν συμβολίσουμε με  $L$  τον *διακριτό τελεστή Laplace (discrete Laplace operator)*, η ποσότητα η οποία θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε θα τροποποιηθεί ως εξής:

$$|Xs - T|^2 + \lambda^2 |Ls|^2$$

Εξ. 2-59

Στην Εξ. 2-59 η σταθερά  $\lambda$  καλείται και *πολλαπλασιαστής Lagrange (Lagrange multiplier)* και ρυθμίζει το ισοζύγιο μεταξύ των υπολοίπων και της «τραχύτητας» του μοντέλου. Αν η σταθερά αυτή είναι πολύ μικρή, τότε δίνεται μεγάλη βαρύτητα στην ελαχιστοποίηση των χρονικών υπολοίπων αλλά μικρή βαρύτητα στην εξομάλυνση του μοντέλου, ενώ αντιθέτως εάν είναι πολύ μεγάλη, τότε ανακτάται ένα αρκετά ομαλό μοντέλο αλλά τέτοιο έτσι ώστε να μην συμφωνεί με τις πειραματικές μετρήσεις των χρόνων διαδρομής. Συνεπώς γίνεται αντιληπτή η σημαντικότητα της τιμής του πολλαπλασιαστή Lagrange. Ένας απλός και γενικευμένος τρόπος καθορισμού της τιμής του είναι η *μέθοδος του αγκώνα (elbow method)*, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2-11.



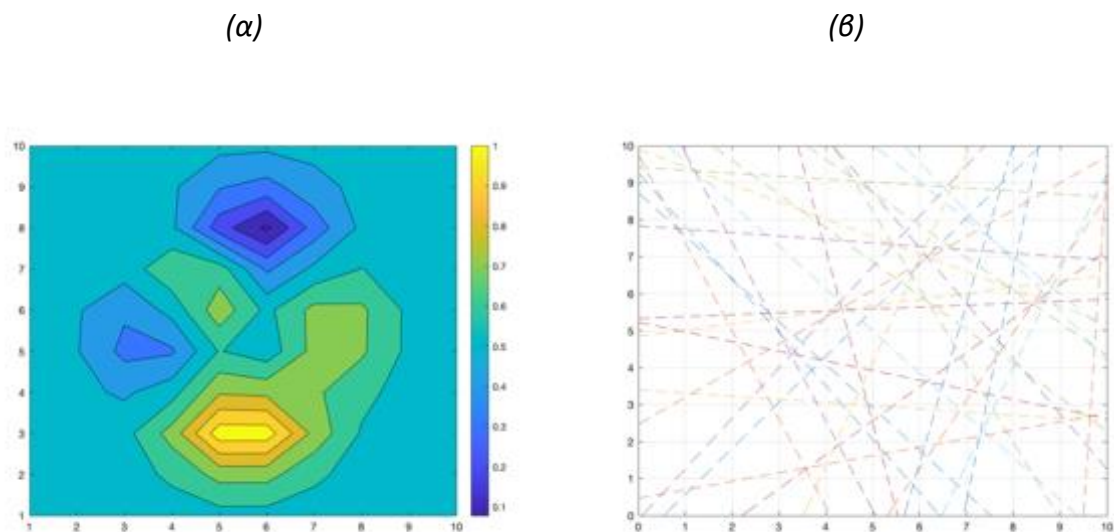
Εικόνα 2-11 Ο 1<sup>ος</sup> όρος ως προς το 2<sup>ο</sup> όρο του αθροίσματος της Εξ. 2-59, αναλόγως της τιμής του  $\lambda$ . Αν μειωθεί αρκετά η τιμή του  $\lambda$ , τότε το ανακτηθέν μοντέλο έχει πολύ μικρά υπόλοιπα (misfit) αλλά είναι πολύ τραχύ (roughness), το οποίο υποδεικνύεται από τη λεζάντα "minimum misfit models become very rough". Αντιθέτως, αν αυξηθεί αρκετά η τιμή του  $\lambda$ , τότε το ανακτηθέν μοντέλο είναι αρκετά ομαλό αλλά παρουσιάζει μεγάλα υπόλοιπα, το οποίο υποδεικνύεται από τη λεζάντα "smoothest models don't fit data". Ιδανικότερη είναι μία ενδιάμεση τιμή του  $\lambda$ , με την οποία ανακτάται ένα ομαλό μοντέλο χωρίς μεγάλα υπόλοιπα, το οποίο υποδεικνύεται με τη λεζάντα "optimal models". Όπως φαίνεται το σημείο όπου ανακτάται ένα τέτοιο μοντέλο θυμίζει τον αγκώνα ενός ανθρώπινου βραχίονα, εξού και η ονομασία *elbow method*. Σχήμα από (Shearer, 2019).

Η διαδικασία που περιγράψαμε καλείται και κανονικοποίηση Tikhonov (Tikhonov regularization) και συγκεκριμένα 2<sup>ης</sup> τάξης ή κανονικοποίηση  $L_2$  ( $L_2$  regularization), εφόσον χρησιμοποιούμε τη Λαπλασιανή ως τελεστή εξομάλυνσης. Ομοίως με τις κανονικές εξισώσεις (Εξ. 2-55), τροποποιώντας την συνάρτηση κόστους σύμφωνα με την Εξ. 2-59, μπορούν να ανακτηθούν λύσεις της μορφής (Aster, Borchers, & Thurber, 2018):

$$\mathbf{s} \approx (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \lambda^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{T}$$

Εξ. 2-60

Παρατηρούμε ότι για  $\lambda = 0$  η Εξ. 2-60 ταυτίζεται με την Εξ. 2-55, όπως αναμένουμε. Στη συνέχεια θα προσπαθήσουμε να ανακτήσουμε το πραγματικό μοντέλο μίας περιοχής στην επιφάνεια της Γης με δύο τρόπους. Ο 1<sup>ος</sup> τρόπος θα είναι χωρίς την εφαρμογή κανονικοποίησης (Εξ. 2-55) και ο 2<sup>ος</sup> τρόπος θα είναι με την εφαρμογή κανονικοποίησης (Εξ. 2-60). Το πραγματικό μοντέλο και οι σεισμικές ακτίνες οι οποίες εκπέμπονται έτσι ώστε να ανακτηθεί παρουσιάζονται στην Εικόνα 2-12.



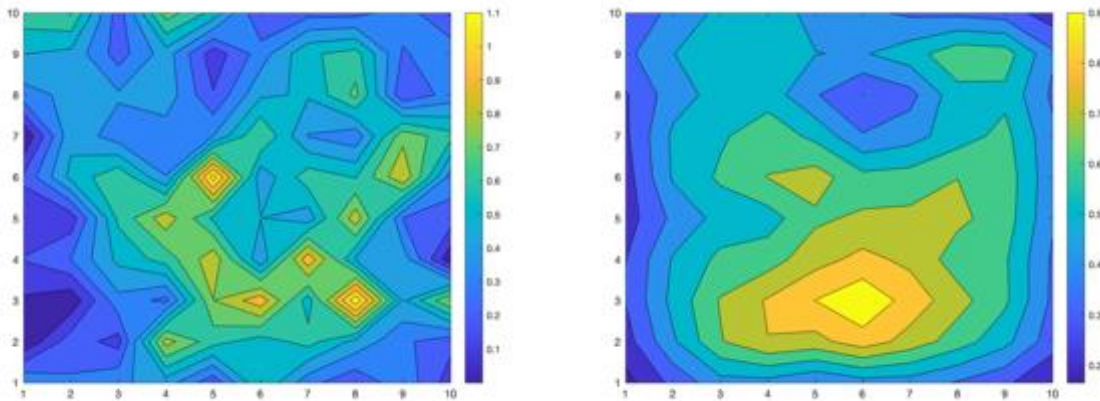
Εικόνα 2-12 (α) Ένα ενδεικτικό μοντέλο βραδυτήτων στην επιφάνεια της Γης το οποίο προσπαθούμε να ανακτήσουμε δια της (β) εκπομπής τριάντα (30) σεισμικών κυμάτων κατά μήκος της επιφάνειάς της.

Θα θεωρήσουμε ότι οι σεισμικές ακτίνες στην πραγματικότητα δεν καμπυλώνονται και ότι οι συνολικοί χρόνοι διαδρομής των σεισμικών ακτίνων που μετράμε στους δέκτες δεν αλλοιώνονται από το θόρυβο. Συνεπώς για κάθε ακτίνα, πολλαπλασιάζουμε το μήκος της διαδρομής της σε κάθε μπλοκ με την τιμή της βραδύτητας του πραγματικού μοντέλου στο μπλοκ αυτό, έτσι ώστε να ανακτηθεί ο χρόνος διαδρομής της κάθε ακτίνας στο κάθε μπλοκ. Τέλος, αθροίζουμε τους επί μέρους χρόνους διαδρομής έτσι ώστε να ανακτηθεί ο συνολικός χρόνος διαδρομής της κάθε ακτίνας. Τα επί μέρους μήκη της διαδρομής της κάθε ακτίνας περιγράφονται από τις γραμμές του πίνακα  $X$ , ενώ οι βραδύτητες του πραγματικού μοντέλου από το διάνυσμα  $s$ . Συνεπώς με τη χρήση της Εξ. 2-54 μπορούμε επιλύοντας το

ευθύ πρόβλημα να ανακτήσουμε το διάνυσμα των συνολικών χρόνων διαδρομής των σεισμικών ακτίνων  $T$  το οποίο θεωρητικά θα έπρεπε να μετρήσουμε, αν υποθέσουμε ότι οι ακτίνες δεν καμπυλώνονται και ότι οι μετρήσεις είναι ιδανικές. Άρα τώρα είμαστε σε θέση να λύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα με και χωρίς τη χρήση κανονικοποίησης εφαρμόζοντας τις εξισώσεις Εξ. 2-55 και Εξ. 2-60. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στην Εικόνα 2-13.

(α)

(β)



Εικόνα 2-13 (α) Η ανάκτηση του πραγματικού μοντέλου βραδυτήτων το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 2-12(α) χωρίς την εφαρμογή κανονικοποίησης, με τη χρήση της Εξ. 2-55. (β) Η ανάκτηση του μοντέλου βραδυτήτων το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 2-12(α) με την εφαρμογή κανονικοποίησης Τίχονοφ 2<sup>ης</sup> τάξης, με τη χρήση της Εξ. 2-60. Για την εξομάλυνση χρησιμοποιείται ο διακριτός τελεστής Laplace με συνοριακές συνθήκες Dirichlet μηδενικής τιμής. Παρατηρούμε αρχικά ότι στην περίπτωση (β) ανακτώνται οι δύο κύριες δομές του αρχικού μοντέλου, μία δομή υψηλής βραδύτητας στο νότιο άκρο και μία δομή χαμηλής βραδύτητας στο βόρειο. Επίσης, επειδή οι σεισμικές ακτίνες είναι σχετικά λίγες, δεν επιτυγχάνεται η ανάκτηση ενός παρόμοιου μοντέλου με το πραγματικό στην περίπτωση (α), όπου δεν εφαρμόζεται κανονικοποίηση. Αυτό συμβαίνει διότι η κανονικοποίηση, ασχέτως της φύσης του τελεστή που εφαρμόζεται, επιτυγχάνει την αποφυγή της υπερπροσαρμογής (overfitting). Δηλαδή δεδομένου του πειράματος που διεξήχθη (Εικόνα 2-12(β)), το μοντέλο (α) έχει μικρότερα χρονικά υπόλοιπα απ' ό,τι το (β), αλλά δεν ταιριάζει με το πραγματικό μοντέλο στην Εικόνα 2-12(α). Συνεπώς το μοντέλο (α) «υπερπροσαρμόζεται» στα δεδομένα του συγκεκριμένου πειράματος, όπως θα έκανε μία φανταστική καμπύλη στην Εικόνα 2-8 αν παρεμβαλλόταν μεταξύ όλων των σημείων, έναντι της ευθείας που απεικονίζεται. Η παρεμβάλουσα καμπύλη ναι μεν θα παρήγαγε μικρότερα υπόλοιπα, αλλά το μοντέλο θα ήταν λανθασμένο, καθώς η οποιαδήποτε νέα μέτρηση θα παρήγαγε μεγαλύτερα υπόλοιπα από την ευθεία.



Αξίζει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί ότι εν γένει το πρόβλημα της τομογραφίας δεν είναι γραμμικό για δύο λόγους. Ο 1<sup>ος</sup> λόγος είναι ότι το πρόβλημα είναι μεν γραμμικό ως προς τις παραμέτρους βραδύτητας, αλλά δεν είναι γραμμικό ως προς τις τελικές παραμέτρους ταχύτητας τις οποίες ενδεχομένως θέλουμε τελικώς να ανακτήσουμε, το οποίο όμως μερικώς θεραπεύεται με αντικατάσταση. Ο 2<sup>ος</sup> λόγος και σημαντικότερος είναι ότι εν γένει οι ακτίνες καμπυλώνονται με τέτοιο τρόπο ο οποίος εξαρτάται από το μοντέλο ταχυτήτων. Ένας τρόπος αντιμετώπισης της μη γραμμικότητας του προβλήματος – και εν γένει αρκετά συνήθης – είναι η γραμμικοποίηση (*linearization*) του προβλήματος (π.χ. ανάπτυγμα Taylor) ως προς γνωστές τιμές – εν προκειμένω ως προς κάποιο γνωστό αρχικό μοντέλο. Φυσικά εδώ τίθεται το ερώτημα του πόσο ακριβές είναι αυτό το αρχικό μοντέλο, καθώς αυτό θα επηρεάσει και το τελικό αποτέλεσμα. Η μέθοδος αυτή είναι χρήσιμη κυρίως στην περίπτωση όπου είναι γνωστή η γενική δομή και προσπαθούμε να εξετάσουμε την ύπαρξη κάποιας ανωμαλίας ταχυτήτων.

Έστω λοιπόν ότι έχουμε στη διάθεσή μας ένα αρχικό μοντέλο ταχυτήτων  $v_0(\mathbf{r})$  ή βραδυτήτων  $s_0(\mathbf{r})$ , μέσω του οποίου μπορούμε να ανακτήσουμε την τιμή της ταχύτητας στη θέση  $\mathbf{r}$  και δεδομένων των θέσεων πομπού και δέκτη, μπορούμε με «κάποιο» τρόπο (ο οποίος τρόπος θα αναλυθεί αργότερα) να ανακτήσουμε τη διαδρομή  $\gamma$  που θα ακολουθήσει η σεισμική ακτίνα. Τότε μπορούμε να βρούμε το συνολικό χρόνο διαδρομής  $T$  της σεισμικής ακτίνας μέσω της Εξ. 2-61:

$$T = \int_{\gamma} \frac{1}{v_0(\mathbf{r})} d\mathbf{r} = \int_{\gamma} s_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

Εξ. 2-61

Εφόσον θέλουμε να ερευνήσουμε την ύπαρξη κάποιας ανωμαλίας ως προς το ήδη υπάρχον μοντέλο, θα διαταράξουμε (*perturb*) το αρχικό μοντέλο λίγο, σε τέτοιο βαθμό έτσι ώστε να μην αλλάξει η διαδρομή  $\gamma$  της ακτίνας. Η Εξ. 2-61 θα μεταβληθεί και θα έχουμε:

$$\delta T = \int_{\gamma} \delta s d\mathbf{r} = - \int_{\gamma} \frac{1}{v_0^2} \delta v d\mathbf{r} = - \int_{\gamma} \frac{1}{v_0} \frac{\delta v}{v_0} d\mathbf{r}$$

Εξ. 2-62

Οι αντίστοιχες διακριτές εκφράσεις της Εξ. 2-62 για την ακτίνα  $i$  ως προς την ταχύτητα και ως προς τη βραδύτητα θα είναι:

$$(\delta T)_i = \sum_{j=1}^m G_{ij} \left( \frac{\delta v}{v_0} \right)_j$$

Εξ. 2-63

$$(\delta T)_i = \sum_{j=1}^m l_{ij} (\delta s)_j$$

Εξ. 2-64

Στην Εξ. 2-63 έχουμε ότι  $G_{ij} = -l_{ij}/v_{0,j}$ , όπου με  $l_{ij}$  συμβολίζεται η απόσταση που διανύει η ακτίνα  $i$  στο μπλοκ  $j$ , ενώ με  $v_{0,j}$  συμβολίζεται η τιμή της ταχύτητας του αρχικού μοντέλου στο μπλοκ  $j$ . Δηλαδή δεδομένων των δρομοχρονικών διαταραχών  $(\delta T)_i$  ενός συνόλου ακτίνων  $i = 1, 2, \dots, n$ , καλούμαστε να προσδιορίσουμε τις διαταραχές  $(\delta v/v_0)_j$  ή  $(\delta s)_j$  σε ένα τρισδιάστατο ή δισδιάστατο μοντέλο το οποίο παραμετροποιείται στα μπλοκ  $j = 1, 2, \dots, m$ . Οι εξισώσεις Εξ. 2-63 και Εξ. 2-64 μπορούν να γραφτούν συνοπτικά:

$$\delta \mathbf{T} = \mathbf{G} \delta \mathbf{m}$$

Εξ. 2-65

$$\delta \mathbf{T} = \mathbf{X} \delta \mathbf{s}$$

Εξ. 2-66

Η Εξ. 2-66 ουσιαστικά ταυτίζεται με την Εξ. 2-54 και έχει την ίδια λύση (Εξ. 2-55). Η μόνη διαφορά είναι ότι τώρα έχουμε τις διαφορές των συνολικών χρόνων διαδρομής και των βραδυτήτων από κάποιο αρχικό μοντέλο. Επίσης λόγω των διαφορικών, αν θέλουμε να λύσουμε το ίδιο σύστημα ως προς την ταχύτητα αντί ως προς τη βραδύτητα, αρκεί να διαιρέσουμε και τους δύο όρους του δεξιού μέλους με την τιμή της ταχύτητας του αρχικού

μοντέλου στο κάθε μπλοκ και να συμπεριλάβουμε ένα αρνητικό πρόσημο στο τελικό αποτέλεσμα. Στη συνέχεια μπορούμε να λύσουμε τις εξισώσεις Εξ. 2-65 και Εξ. 2-66 ως προς τις διαταραχές του μοντέλου με τις κανονικές εξισώσεις (Εξ. 2-55) είτε χωρίς κανονικοποίηση (Εξ. 2-67), είτε με κανονικοποίηση χωρίς εξομάλυνση (Εξ. 2-68), είτε με κανονικοποίηση και εξομάλυνση (Εξ. 2-69):

$$\delta \mathbf{s} \approx (X^T X)^{-1} X^T \delta \mathbf{T}$$

Εξ. 2-67

$$\delta \mathbf{s} \approx (X^T X + \lambda^2 I)^{-1} X^T \delta \mathbf{T}$$

Εξ. 2-68

$$\delta \mathbf{s} \approx (X^T X + \lambda^2 L^T L)^{-1} X^T \delta \mathbf{T}$$

Εξ. 2-69

Στην Εξ. 2-68 με  $I$  συμβολίζεται ο μοναδιαίος πίνακας. Εφόσον από τις σχέσεις Εξ. 2-67, Εξ. 2-68 και Εξ. 2-69 γνωρίζουμε το ποιες θα πρέπει να είναι οι διαταραχές τις βραδύτητας  $\delta \mathbf{s}$  ως προς το αρχικό μοντέλο  $\mathbf{s}^{(0)}$ , τότε μπορούμε να το ανανεώσουμε και να ανακτήσουμε το διορθωμένο μοντέλο  $\mathbf{s}^{(1)} = \mathbf{s}^{(0)} + \delta \mathbf{s}$  ή εν γένει για σταθερά βηματισμού (*step length*)  $\beta$ :

$$\mathbf{s}^{(j+1)} = \mathbf{s}^{(j)} + \beta \delta \mathbf{s}$$

Εξ. 2-70

Ανακτώντας το νέο μοντέλο βραδύτητας  $\mathbf{s}^{(j+1)}$  για κάθε βήμα  $j$  από την Εξ. 2-70 μπορούμε να λύσουμε εκ νέου το πρόβλημα και να προσεγγίσουμε την ιδανικότερη λύση. Αυτή η διαδικασία η οποία είναι γνωστή ως *μη γραμμική μέθοδος Gauss-Newton (non-linear Gauss-Newton method)* επαναλαμβάνεται μέχρι να επιτευχθεί σύγκλιση στο μοντέλο και τα δρομοχρονικά υπόλοιπα (Schuster G. T., 1998).

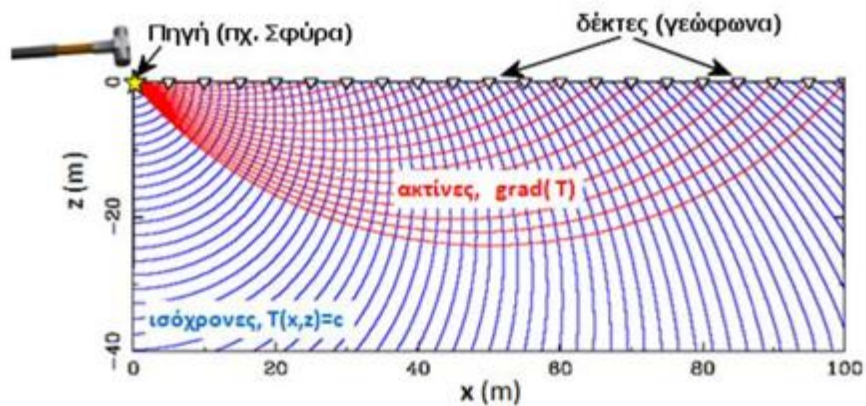
Το σημείο το οποίο δεν έχει αναφερθεί μέχρι στιγμής όμως είναι το πώς μπορούμε γνωρίζοντας τη θέση του πομπού, τη θέση του δέκτη και το μοντέλο ταχυτήτων, να

προσδιορίσουμε το πώς καμπυλώνονται οι σεισμικές ακτίνες (ray tracing), ήτοι το πώς μπορούμε να λύσουμε το πραγματικό ευθύ πρόβλημα, στο οποίο αρχικά υποθέσαμε ότι οι ακτίνες δεν καμπυλώνονται. Ένας εύλογος τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος αυτού είναι η επίλυση της κυματικής εξίσωσης. Παρόλα αυτά για εργονομικούς λόγους, ένας κλασικός τρόπος αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος στη δρομοχρονική τομογραφία, είναι η επίλυση της *εικονικής εξίσωσης (eikonal equation)* η οποία όπως θα δούμε (4.2 Η εικονική εξίσωση) αποτελεί μία πιο «ελαφριά» έκδοση της κυματικής εξίσωσης. Η εικονική εξίσωση έχει τη μορφή:

$$\nabla T = \mathbf{s}$$

Εξ. 2-71

Τα μέτωπα του κύματος ορίζονται από τις *ισοπληθείς επιφάνειες (level surfaces)* της *δρομοχρονικής συνάρτησης (traveltime function)  $T(\mathbf{r})$*  στην Εξ. 2-71, δηλαδή από τον γεωμετρικό τόπο των σημείων για τα οποία ισχύει ότι  $T(\mathbf{r}) = c$ , όπου  $c$  είναι μία οποιαδήποτε σταθερή τιμή. Οι ισοπληθείς στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι στην ουσία ισόχρονες επιφάνειες. Είναι γνωστό ότι η βαθμίδα μίας βαθμωτής συνάρτησης είναι κάθετη στις ισοπληθείς επιφάνειές της (Strang, Calculus, 1991) και εφόσον η κατεύθυνση της ακτίνας δίνεται από την κατεύθυνση του διανύσματος βραδύτητας  $\mathbf{s}$ , συμπεραίνουμε ότι οι σεισμικές ακτίνες διαδίδονται παράλληλα με τη βαθμίδα (Εικόνα 2-14).



Εικόνα 2-14 Εικονική αναπαράσταση των όρων που περιγράφονται από την εικονική εξίσωση (Εξ. 2-71). Οι ισόχρονες καμπύλες  $T(x, z) = c$  συμβολίζονται με τις καμπύλες κυανού χρώματος και για κάθε τιμή του  $c$  ανακτάται και μία διαφορετική καμπύλη, η οποία μας δίνει τη γεωμετρία του μετώπου του κύματος για τη δεδομένη χρονική στιγμή. Οι διευθύνσεις των σεισμικών ακτίνων οι οποίες συμβολίζονται με καμπύλες ερυθρού χρώματος είναι κάθετες στις ισόχρονες καμπύλες. Σχήμα από (Μρογatzis, 2010).

Στην ουσία η εικονική εξίσωση υποδηλώνει το εξής απλό: έστω ότι γνωρίζουμε τη γεωμετρία δύο ισόχρονων καμπυλών για δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές, κοντινές μεταξύ τους, ήτοι δύο γειτονικών καμπυλών κυανού χρώματος, όπως αυτές παρουσιάζονται στην Εικόνα 2-14. Τότε προσεγγιστικά, η διαφορά των δύο αυτών χρονικών στιγμών ως προς την απόσταση των ισόχρονων καμπυλών μεταξύ τους, δηλαδή το μέτρο της βαθμίδας της δρομοχρονικής συνάρτησης, θα ισούται με το μέτρο της βραδύτητας του κύματος στη συγκεκριμένη θέση στο χώρο.

Έστω ότι με  $\hat{s}$  συμβολίζεται το μοναδιαίο διάνυσμα της βραδύτητας  $\mathbf{s}$ , με  $s$  συμβολίζεται το μέτρο του  $\mathbf{s}$ , ενώ με  $\mathbf{r}$  συμβολίζεται το διάνυσμα θέσης (*position vector*), τότε γνωρίζουμε ότι:

$$\mathbf{s} = s\hat{s} = s d\hat{r} = s \frac{d\mathbf{r}}{dr}$$

Εξ. 2-72

Εφόσον μας ενδιαφέρει η *ιχνηλάτηση των ακτίνων (ray tracing)*, μας ενδιαφέρουν οι μεταβολές που λαμβάνουν χώρα κατά τη διαδρομή που ακολουθούν οι ακτίνες, δηλαδή ως προς  $dr$ , αν με  $r$  συμβολίζεται το *διάνυσμα θέσης (position vector)* της ακτίνας. Συνεπώς αν παραγωγίσουμε τη δρομοχρονική συνάρτηση ως προς  $dr$ , σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, θα έχουμε:

$$\frac{d}{dr}(\nabla T) = \frac{d}{dr} \left( \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Εξ. 2-73

Λαμβάνοντας για την ώρα υπ' όψιν μόνο τον όρο  $\partial T / \partial x$  στο δεξιό μέλος της Εξ. 2-73, τότε θα έχουμε ότι:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{dx}{dr} + \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \frac{dy}{dr}$$

Εξ. 2-74

Από την Εξ. 2-71 και την Εξ. 2-72 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι θα ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\frac{dr}{dr} = \frac{s}{s} = \frac{1}{s} \nabla T \Rightarrow \left( \frac{dx}{dr}, \frac{dy}{dr} \right) = \frac{1}{s} \left( \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Εξ. 2-75

Αντικαθιστώντας την Εξ. 2-75 στην Εξ. 2-74, λαμβάνουμε την εξής σχέση:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{s} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

Εξ. 2-76

Εφαρμόζοντας τον κανόνα της αλυσίδας για τους δύο όρους του αθροίσματος του δεξιού μέλους της Εξ. 2-76, θα ισχύει ότι:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right]$$

Εξ. 2-77

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]$$

Εξ. 2-78

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις Εξ. 2-77 και Εξ. 2-78 στην Εξ. 2-76, λαμβάνοντας υπόψη την εικονική εξίσωση (Εξ. 2-71) και εφαρμόζοντας και πάλι τον κανόνα της αλυσίδας:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{2s} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] = \frac{1}{2s} \frac{\partial}{\partial x} (s^2) = \frac{1}{2s} 2s \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial s}{\partial x}$$

Εξ. 2-79

Λαμβάνοντας τώρα και τον όρο  $\partial T / \partial y$  στο δεξιό μέλος της Εξ. 2-73, το αποτέλεσμα λόγω συμμετρίας θα είναι αντιστοίχως:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial s}{\partial y}$$

Εξ. 2-80

Η Εξ. 2-79 και η Εξ. 2-80 μπορούν να γραφτούν σωρευτικά υπό διανυσματική μορφή:

$$\frac{d}{dr}(\nabla T) = \nabla s$$

Εξ. 2-81

Από την Εξ. 2-71 και την Εξ. 2-72, η Εξ. 2-81 μπορεί να γραφτεί ως την παρακάτω εξίσωση 2<sup>ης</sup> τάξης:

$$\frac{d}{dr}\left(s \frac{dr}{dr}\right) = \nabla s$$

Εξ. 2-82

Για την επίλυση της Εξ. 2-82 με αριθμητικές μεθόδους, θα την μετατρέψουμε σε ένα σύστημα συζευγμένων εξισώσεων 1<sup>ης</sup> τάξης μέσω της Εξ. 2-72, συνεπώς:

$$\frac{ds}{dr} = \nabla s$$

Εξ. 2-83

$$\frac{dr}{dr} = \frac{s}{s}$$

Εξ. 2-84



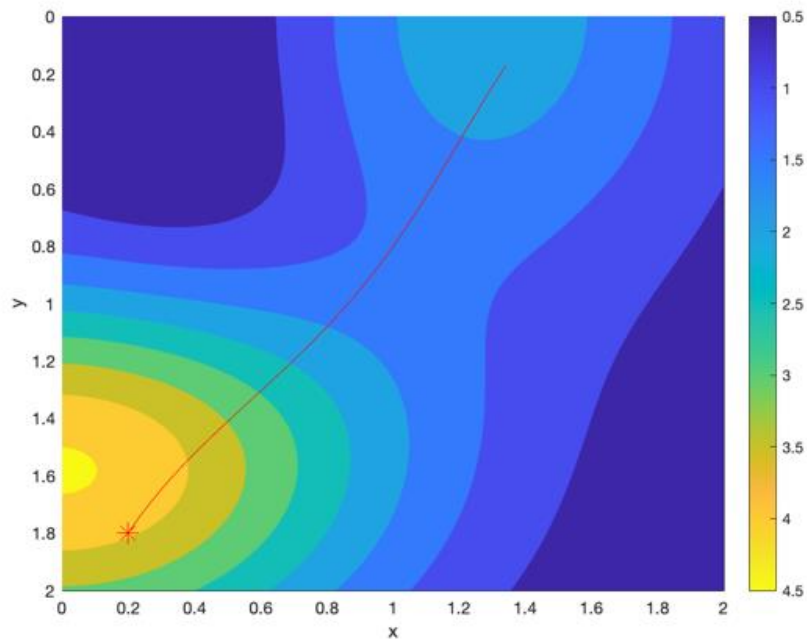
Η Εξ. 2-83 και η Εξ. 2-84 με εφαρμογή του κανόνα της αλυσίδας μπορούν να λυθούν και ως προς την ταχύτητα. Αναλυτικά το σύστημα συνήθων διαφορικών εξισώσεων 1<sup>ης</sup> τάξης προς επίλυση στην περίπτωση αυτή, σε καρτεσιανές συντεταγμένες, θα είναι:

$$\begin{pmatrix} dx/dr \\ dy/dr \\ \frac{ds_x(\mathbf{r})}{dr} \\ \frac{ds_y(\mathbf{r})}{dr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v(\mathbf{r})s_x(\mathbf{r}) \\ v(\mathbf{r})s_y(\mathbf{r}) \\ -\frac{1}{v^2(\mathbf{r})} \frac{\partial v(\mathbf{r})}{\partial x} \\ -\frac{1}{v^2(\mathbf{r})} \frac{\partial v(\mathbf{r})}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Εξ. 2-85

Στην Εξ. 2-85 το  $\mathbf{r}$  συμβολίζει το διάνυσμα θέσης της ακτίνας, το  $s_x(\mathbf{r})$  συμβολίζει την συνιστώσα κατά  $x$  του διανυσματικού πεδίου βραδυτήτων  $\mathbf{s}(\mathbf{r})$  για τις θέσεις  $\mathbf{r}$  από τις οποίες διέρχεται η ακτίνα, ενώ με  $v(\mathbf{r})$  συμβολίζεται η τιμή της ταχύτητας στη θέση  $\mathbf{r}$  (οι οποίες είναι a priori γνωστές).

Λύνοντας το σύστημα αυτό μπορούμε να ανακτήσουμε τις τιμές  $x, y, s_x, s_y$  της ακτίνας καθώς αυτή διαδίδεται, αν εκ των προτέρων γνωρίζουμε αριθμητικά το μοντέλο ταχυτήτων  $v(\mathbf{r})$ . Για κάθε σημείο στο χώρο μπορεί να γίνει η εκπομπή σεισμικών ακτίνων προς όλες τις κατευθύνσεις. Συνεπώς για να μπορέσουμε να ανακτήσουμε τη διαδρομή μίας συγκεκριμένης σεισμικής ακτίνας, θα πρέπει αρχικά να γνωρίζουμε τις συντεταγμένες της πηγής, καθώς επίσης και την αρχική γωνία της ακτίνας, έτσι ώστε να μπορέσουμε να επιλέξουμε μία από όλες όσες εκκινούν από τη συγκεκριμένη θέση. Η αρχική θέση και η γωνία εκκίνησης αποτελούν τις δύο *αρχικές συνθήκες (initial conditions)* οι οποίες απαιτούνται για την επίλυση του συστήματος στην Εξ. 2-85. Το λογικό αυτό συμπέρασμα συνεπικουρείται επίσης από τη θεωρία των διαφορικών εξισώσεων, όπου είναι γνωστό ότι (Farlow, 1982) εφόσον το σύστημα αυτό, προέρχεται από μία διαφορική Εξ. 2<sup>ης</sup> τάξης (Εξ. 2-82), απαιτεί την γνώση τόσων αρχικών συνθηκών όσων φορών παραγωγίζουμε, δηλαδή δύο. Το σύστημα αυτό μπορεί να λυθεί με αριθμητικές μεθόδους, όπως π.χ. με τη μέθοδο Runge - Kutta (Abramowitz & Stegun, 1972).



Εικόνα 2-15 Ένα παράδειγμα αριθμητικής επίλυσης της εικονικής εξίσωσης (Εξ. 2-71) με τη μέθοδο Runge - Kutta, ήτοι του συστήματος της Εξ. 2-85, με σκοπό την ιχνηλάτηση σεισμικών ακτίνων (ray tracing). Τα διαφορετικά χρώματα αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές ταχύτητας διάδοσης των σεισμικών κυμάτων, οι οποίες κυμαίνονται από 0.5 έως και 4.5, επί ενός τμήματος  $xy$  στην επιφάνεια της Γης. Το σημείο εκπομπής της σεισμικής ακτίνας συμβολίζεται με αστερίσκο ερυθρού χρώματος. Για κάθε σημείο εκπομπής, προκύπτουν ακτίνες με διαφορετικές πορείες όπου η κάθε μία εντοπίζεται αν ορίσουμε την αρχική γωνία με την οποία εκπέμπεται η σεισμική ακτίνα, οπότε για να καθορίσουμε μία μοναδική ακτίνα χρειάζεται να ορίσουμε την αρχική θέση και την αρχική γωνία ως αρχικές συνθήκες. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η αρχική θέση είναι η  $(x_0, y_0) = (0.2, 1.8)$  ενώ η αρχική γωνία αριστερόστροφα ισούται με  $300^\circ$ . Επακριβώς χρειαζόμαστε τις συνιστώσες της αρχικής βραδύτητας ως προς  $x$  και ως προς  $y$ , οι οποίες προκύπτουν από το λόγο του συνημιτόνου και του ημιτόνου της αρχικής γωνίας σε ακτίνια αντιστοίχως ως προς την τιμή της αρχικής ταχύτητας, η οποία είναι γνωστή καθώς το μοντέλο ταχυτήτων είναι *a priori* γνωστό για όλα τα σημεία του πλέγματος. Τέλος απαιτείται και ένα ανώτερο όριο ολοκλήρωσης για το μήκος της διαδρομής της σεισμικής ακτίνας έτσι ώστε αυτή να μην διαδίδεται επ' άπειρον, η οποία έχει οριστεί ως 2.

Αξίζει σε αυτό το σημείο να τονιστεί ότι για την επίλυση του ευθέως προβλήματος στην περίπτωση της παθητικής σεισμικής τομογραφίας μας ενδιαφέρει η ακτίνα εκείνη η οποία διέρχεται μεταξύ δύο σταθμών, όπου ο ένας είναι ο τεχνητός πομπός και ο άλλος είναι ο τεχνητός δέκτης. Μία πορεία σκέψης η οποία οδηγεί προς την επίλυση αυτού του προβλήματος είναι η εξής: η μία αρχική συνθήκη είναι η θέση του πομπού, η οποία είναι γνωστή καθώς αυτή θα ταυτίζεται με τη θέση του ενός εκ των δύο σταθμών. Όμως δεν γνωρίζουμε το ποια θα πρέπει να είναι η τιμή της αρχικής γωνίας, έτσι ώστε να επιλέξουμε την κατάλληλη ακτίνα η οποία θα διέρχεται και από τον άλλο σταθμό, ο οποίος έχει το ρόλο του τεχνητού δέκτη. Αν υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε το ποια θα πρέπει να είναι η τιμή της αρχικής γωνίας, τότε αυτή θα είναι τέτοια έτσι ώστε το πιο κοντινό σημείο της διαδρομής της ακτίνας ως προς τον δέκτη να ελαχιστοποιείται.

Ένας μη εργονομικός τρόπος εύρεσης της τιμής της αρχικής γωνίας είναι η δοκιμή πάρα πολλών τέτοιων τιμών, η επίλυση του συστήματος της Εξ. 2-85 για κάθε μία τιμή και η επιλογή αυτής η οποία ελαχιστοποιεί το κοντινότερο σημείο της ακτίνας ως προς το δέκτη. Υπάρχουν όμως και πιο εργονομικοί τρόποι επίλυσης τέτοιου τύπου προβλημάτων οι οποίοι ανήκουν στην κατηγορία των *προβλημάτων βελτιστοποίησης (optimization problems)*. Ένας πολύ διαδεδομένος αλγόριθμος του οποίου πρωτεργάτες υπήρξαν πολύ διάσημοι επιστήμονες (Cauchy, 1847) (Hadamard, 1907) (Curry, 1944) είναι η μέθοδος *πτώσης βαθμίδας (gradient descent)*, η οποία πολυπαραμετρικά ορίζεται ως (Aster, Borchers, & Thurber, 2018):

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} - \alpha \nabla f(\mathbf{m}^{(k)})$$

Εξ. 2-86

Στην Εξ. 2-86 η συνάρτηση  $f$  καλείται και *αντικειμενική συνάρτηση (objective function)* και είναι η συνάρτηση η οποία θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε. Η αντικειμενική συνάρτηση έχει αρκετά παραπλήσια έννοια με τη συνάρτηση κόστους που είχαμε ορίσει προηγουμένως. Η τιμή της συνάρτησης αυτής εξαρτάται από τις τιμές των παραμέτρων  $\mathbf{m}$ . Η εφαρμογή της επαναληπτικής αυτής μεθόδου για κάθε επανάληψη  $k$  συγκλίνει σε τοπικό ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης.

Στη δική μας εφαρμογή, έχουμε μόνο μία παράμετρο, αυτή της αρχικής γωνίας  $\theta$  της σεισμικής ακτίνας, συνεπώς η Εξ. 2-86 απλοποιείται ως:

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - \alpha \frac{\partial f}{\partial \theta^{(k)}}$$

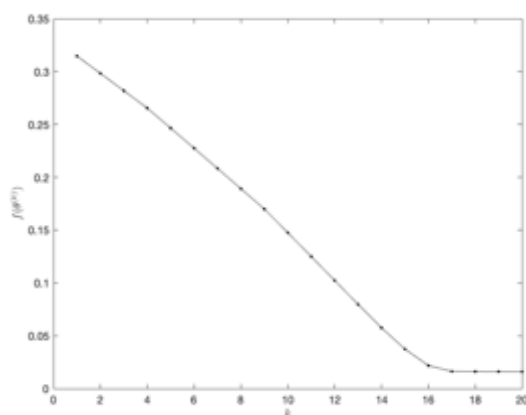
Εξ. 2-87

Η επιλογή της τιμής της παραμέτρου  $\alpha$  στην Εξ. 2-87 είναι ad hoc και καλείται *ρυθμός εκμάθησης (learning rate)*. Αξίζει όμως να τονιστεί ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο ρυθμός εκμάθησης και μεν φαινομενικά συγκλίνουμε πιο γρήγορα (δηλαδή με μικρότερο απαιτούμενο συνολικό αριθμό επαναλήψεων  $k$ ) προς την εύρεση του «ιδανικού»  $\theta$  αλλά έχουμε μικρότερη ακρίβεια ως προς το ευρισκόμενο  $\theta$  καθώς ενδέχεται να παλινδρομούμε γύρω από το ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης  $f$ . Στον αντίποδα, αν ο ρυθμός εκμάθησης είναι υπερβολικά μικρός, τότε απαιτείται υπέρμετρος συνολικός αριθμός επαναλήψεων έως ότου συγκλίνουμε εν τέλει στο ελάχιστο της αντικειμενικής συνάρτησης.

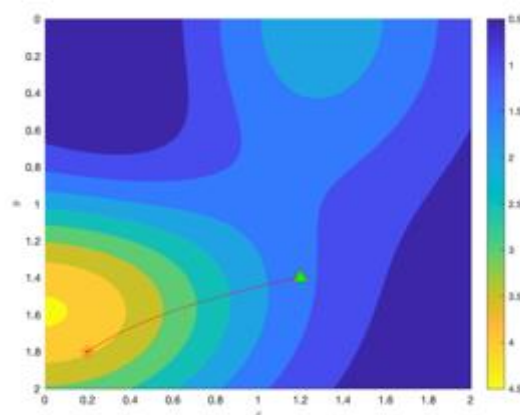
Στη συνέχεια θα πρέπει να εικάσουμε εμπειριστατωμένα το ποια αναμένουμε να είναι εν τέλει η τιμή του  $\theta$ , έτσι ώστε να ορίσουμε την αρχική τιμή  $\theta^{(1)}$  όσο πιο κοντά γίνεται στην τελική. Μία εύλογη εικασία είναι ότι η αρχική γωνία θα πρέπει να είναι ίση με το τόξο της κλίσης της ευθείας που διέρχεται από τους δύο σταθμούς.

Τέλος μένει να ορίσουμε επακριβώς το ποια θα πρέπει να είναι η αντικειμενική συνάρτηση. Δεδομένης της θέσης της πηγής, για κάθε αρχική γωνία  $\theta^{(k)}$  μπορούμε να λύσουμε το ευθύ πρόβλημα (Εξ. 2-85) έτσι ώστε να ανακτήσουμε την ιχνηλάτηση της σεισμικής ακτίνας και από αυτήν να ανακτήσουμε την ελάχιστη Ευκλείδεια απόστασή της από τον δέκτη. Αυτή η διαδικασία, η οποία απεικονίζει αρχικές γωνίες σε ελάχιστες Ευκλείδειες αποστάσεις από το δέκτη, θα οριστεί ως αντικειμενική συνάρτηση  $f$ , της οποίας αναζητούμε την τιμή της αρχικής γωνίας ως όρισμα έτσι ώστε αυτή να ελαχιστοποιηθεί.

(α)



(β)



Εικόνα 2-16 (α) Διάγραμμα της αντικειμενικής συνάρτησης  $f$  ως προς τον αριθμό των επαναλήψεων  $k$ , κατά την εφαρμογή της μεθόδου της πτώσης βαθμίδας (Εξ. 2-87) με την 1η τιμή της αρχικής γωνίας  $\theta^{(1)}$  της σεισμικής ακτίνας να εικάζεται πως είναι ίση με  $\tan^{-1}\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)$ , όπου  $(x_1, y_1)$  είναι η θέση του πομπού και  $(x_2, y_2)$  είναι η θέση του δέκτη, καθώς θεωρούμε ότι η «σωστή» διαδρομή της ακτίνας θα είναι κοντά στην ευθεία που διέρχεται από τον πομπό και το δέκτη. Η αντικειμενική συνάρτηση ορίζεται ως η διαδικασία που απεικονίζει τιμές αρχικών γωνιών  $\theta^{(k)}$  σε τιμές ελάχιστων Ευκλείδειων αποστάσεων μεταξύ ακτίνας και δέκτη, η οποία ακτίνα προκύπτει από την ολοκλήρωση των εξισώσεων του συστήματος της Εξ. 2-85, το οποίο προκύπτει από την εικονική εξίσωση (Εξ. 2-71). Παρατηρούμε ότι σε κάθε επανάληψη η απόσταση της ακτίνας από το δέκτη μειώνεται, εφόσον μειώνεται και η αντικειμενική συνάρτηση, συνεπώς προσεγγίζουμε τις σωστές αρχικές συνθήκες έτσι ώστε να ανακτήσουμε την κατάλληλη ακτίνα. (β) Γεωμετρική απεικόνιση της ανακτώμενης ακτίνας η οποία διέρχεται από ένα γνωστό μοντέλο ταχυτήτων, τέτοιας έτσι ώστε να εκπέμπεται από τον πομπό (ο οποίος ομοίως με την Εικόνα 2-15 συμβολίζεται με αστερίσκο ερυθρού χρώματος) και να διέρχεται από τον δέκτη (ο οποίος συμβολίζεται με τρίγωνο πράσινου χρώματος). Η διαδικασία που ακολουθήσαμε, ασχέτως του τρόπου εφαρμογής, ανήκει σε μία ομάδα μεθόδων που καλούνται στη Σεισμολογία ως μέθοδοι σκόπευσης (*shooting method*) (Červený & Firbas, 1984) (Virieux & Farra, 1991) (Červený, Klimes, & Psencik, 2006).

Έχοντας ανακτήσει τη διαδρομή της ακτίνας, μπορούμε αναλυτικά να ανακτήσουμε και το συνολικό χρόνο διαδρομής της εφαρμόζοντας το *θεώρημα βαθμίδας – θεμελιώδες θεώρημα του ολοκληρωτικού λογισμού για επικαμπύλια ολοκληρώματα (gradient theorem – fundamental theorem of calculus for line integrals)* (Stewart, 2015) στην εικονική εξίσωση (Εξ. 2-71), ήτοι:

$$\int_{\gamma} \nabla T(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = T(\mathbf{q}) - T(\mathbf{p})$$

Εξ. 2-88

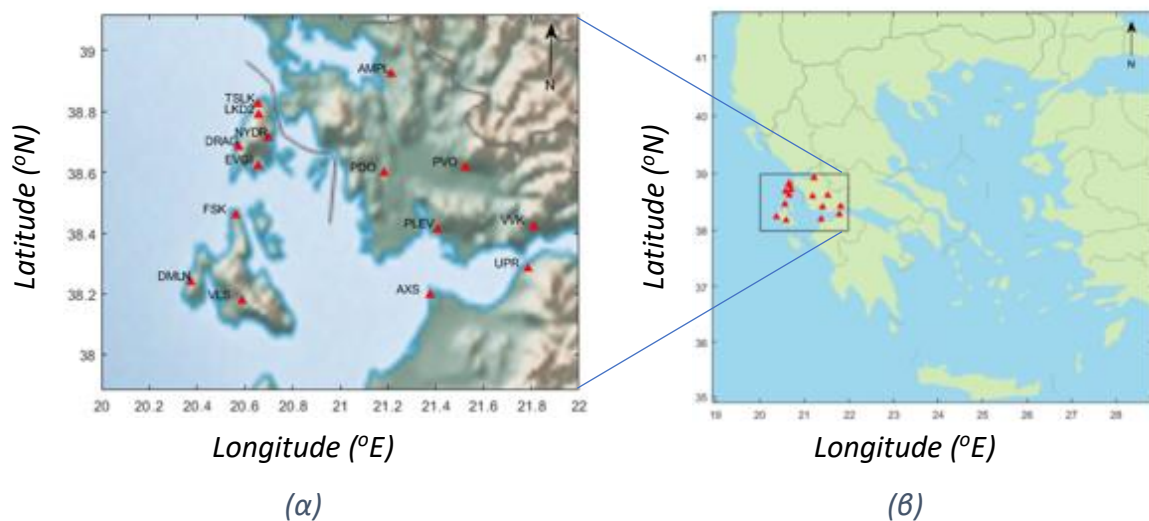
Στην Εξ. 2-88 το  $\gamma$  αντιπροσωπεύει την τροχιά της ακτίνας, η οποία ξεκινάει από τον 1<sup>ο</sup> σταθμό ο οποίος βρίσκεται στο σημείο  $\mathbf{p}$  και καταλήγει στο 2<sup>ο</sup> σταθμό ο οποίος βρίσκεται στη θέση  $\mathbf{q}$ . Διακριτά, αθροίζουμε τα γινόμενα των τιμών βραδύτητας σε κάθε κελί του πλέγματος από το οποίο διέρχεται η ακτίνα με το τμήμα του μήκους της τροχιάς της επί του συγκεκριμένου κελιού.

Συνεπώς ακολουθώντας αυτήν τη διαδικασία, γνωρίζοντας εκ των προτέρων το μοντέλο ταχυτήτων, μπορούμε να ανακτήσουμε την τροχιά της ακτίνας μεταξύ δύο σεισμικών σταθμών και συνεπώς το συνολικό χρόνο διαδρομής της. Γνωρίζοντας επίσης τις πειραματικές μετρήσεις του συνολικού χρόνου διαδρομής της σεισμικής ακτίνας μεταξύ των δύο σταθμών, μπορούμε να υπολογίσουμε το χρονικό υπόλοιπο, συνεπώς μπορούμε και να εκτιμήσουμε το κατά πόσο το εικαζόμενο μοντέλο ταχυτήτων αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα (αν θεωρήσουμε ότι η εικονική εξίσωση αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα). Άρα έχουμε στη διάθεσή μας μία αντικειμενική συνάρτηση  $f(\mathbf{m})$ , η οποία απεικονίζει τις τιμές του μοντέλου ταχυτήτων  $\mathbf{m}$  σε χρονικά υπόλοιπα (ή σε άθροισμα λ.χ. των τετραγώνων τους εάν υπάρχουν πολλά ζεύγη σταθμών), την θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε. Οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποια διαδικασία βελτιστοποίησης όπως π.χ. αυτή που περιγράψαμε στην Εξ. 2-86, έτσι ώστε να είμαστε σε θέση να απαντήσουμε στην ερώτηση «ποιο είναι εκείνο το μοντέλο ταχυτήτων το οποίο συνάδει με τις πειραματικές μετρήσεις των συνολικών χρόνων διαδρομής;»

### Κεφάλαιο 3 - Εφαρμογή στη δυτική ακτή της κεντρικής Ελλάδας

#### 3.1. Γεωγραφική θέση, σεισμικότητα και γεωλογία της υπό εξέταση περιοχής

Η γεωγραφική θέση της υπό εξέταση περιοχής εντοπίζεται στη Δυτική Ελλάδα και συγκεκριμένα, όπως μπορούμε να διακρίνουμε και στην Εικόνα 3-1, από ανατολάς προς δυσμάς εκτείνεται από το Πανεπιστήμιο Πατρών (σταθμός UPR) στο Ρίο και τη Βομβοκού Αιτωλοακαρνανίας (σταθμός VVK) στο Δήμο Ναυπακτίας έως τα Δαμουλιανάτα Δυτικής Κεφαλληνίας (σταθμός DMLN), ενώ από Νότο προς Βορρά εκτείνεται από τον Άραξο του Δήμου Δυτικής Αχαΐας (σταθμός AXS) και τα Βαλαμάτα Κεφαλληνίας (σταθμός VLS) έως τους Τσουκαλάδες βορείου Λευκάδας (σταθμός TSLK) και το Αμπελάκι Αιτωλοακαρνανίας (σταθμός AMPL) στο Δήμο Αμφιλοχίας πλησίον και δυτικά του Αμβρακικού κόλπου.



Εικόνα 3-1 α) Η υπό εξέταση περιοχή και οι σταθμοί του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου, οι οποίοι συμβολίζονται με τρίγωνα ερυθρού χρώματος. Η υπό εξέταση περιοχή περιλαμβάνει από ανατολάς προς δυσμάς τον νομό Αιτωλοακαρνανίας και το βορειοδυτικό τμήμα του νομού Αχαΐας έως τον νομό Λευκάδας και τον νομό Κεφαλληνίας. β) Χάρτης της Ελλάδας όπου η υπό εξέταση περιοχή απεικονίζεται εντός ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

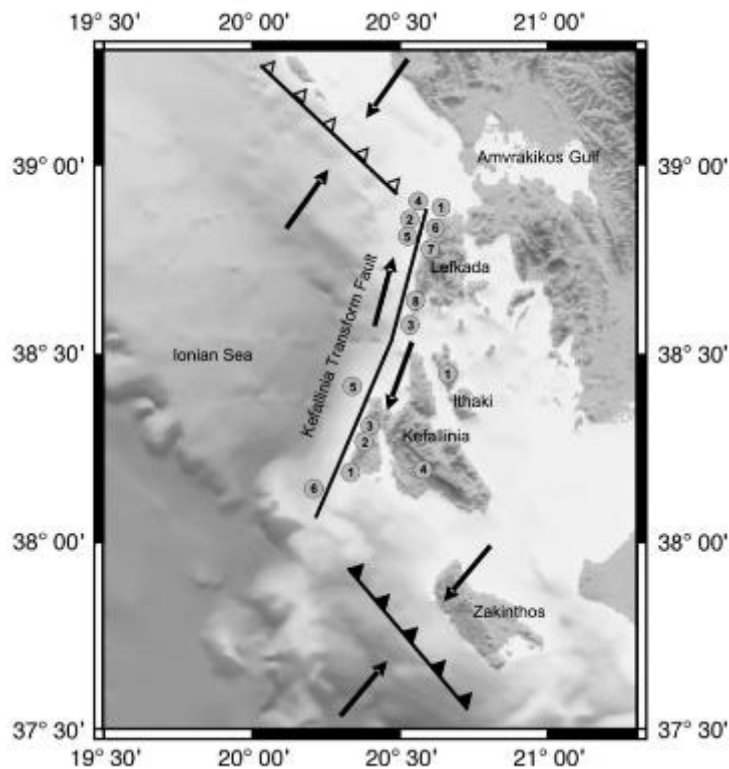
Η ευρύτερη περιοχή μελέτης παρουσιάζει έντονο ενδιαφέρον από άποψη σεισμικότητας (Εικόνες Εικόνα 3-2, 3-3) συνεπώς σε αυτό το σημείο θα αναφερθούμε συνοπτικά σε αυτή. Η σχετική κίνηση μεταξύ των λιθοσφαιρικών πλακών της Ευρασίας και της Αφρικής, καθώς και η σχετική κίνηση των μικρότερων λιθοσφαιρικών πλακών που σχηματίστηκαν από αυτές αποτελούν την αιτία της σεισμικότητας στην Ελλάδα, σύμφωνα με τη θεωρία των λιθοσφαιρικών πλακών. Η Αφρικανική λιθοσφαιρική πλάκα κινείται βόρεια προς τη λιθοσφαιρική πλάκα της Ευρασίας και το βόρειο όριό της εκτείνεται από τη βόρειο Αφρική και διασχίζει τη βορειοδυτική Ελλάδα και την Αδριατική. Η Αδριατική ως μέρος της Αφρικανικής λιθοσφαιρικής πλάκας σχηματίζει μία μικρή λιθοσφαιρική πλάκα που ονομάζεται Απουλία. Η σύσταση της Απουλίας λιθοσφαιρικής πλάκας είναι η ηπειρωτική. Συνεπώς η πυκνότητά της είναι παρόμοια με αυτή της Ευρασιατικής, συνεπώς οι δύο αυτές πλάκες συγκρούονται χωρίς την καταβύθιση της μίας εξ' αυτών. Η Απουλία πλάκα στρέφεται αριστερόστροφα και η κίνησή της αυτή θεωρείται ως η γενεσιουργός αιτία της σεισμικότητας μικρού εστιακού βάθους που εκδηλώνεται στη βορειοδυτική Ελλάδα. Το βόρειο όριο της Αφρικανικής πλάκας νοτίως της Αδριατικής, καθορίζει την ωκεάνια λιθόσφαιρα της ανατολικής Μεσογείου η οποία όντας μεγαλύτερης πυκνότητας της ηπειρωτικής λιθόσφαιρας της πλάκας του Αιγαίου, βυθίζεται κάτω από αυτή και σχηματίζει το Ελληνικό Τόξο, του οποίου το βορειοδυτικότερο άκρο ξεκινάει από τα ΔΝΔ της Κεφαλονιάς και φθάνει έως νότια της Ρόδου, διαμέσου νότια της Πελοποννήσου και νότια της Κρήτης. Η καταβύθιση αυτή έχει ως αποτέλεσμα την συσσώρευση τάσεων κατά μήκος του Ελληνικού τόξου με αποτέλεσμα την εκδήλωση επιφανειακών σεισμών κυρίως στο εξωτερικό μέρος του τόξου.

Από τα ΒΔ της νήσου Λευκάδας μέχρι τα ΒΔ της νήσου Κεφαλονιάς υπάρχει ένα *δεξιόστροφο ρήγμα μετασχηματισμού (dextral transform fault)* το οποίο απορροφά τη σχετική κίνηση μεταξύ των λιθοσφαιρικών πλακών της Απουλίας και της Ευρασιατικής, δηλαδή τοποθετείται μεταξύ μίας ζώνης καταβύθισης νοτιότερα και μίας ζώνης σύγκρουσης βορειότερα. Είναι επίσης αναγκαίο να αναφερθούμε και στο Δυτικό Κορινθιακό κόλπο, ο οποίος είναι μία νεοτεκτονική τάφρος στην οποία απαντάται μία πληθώρα κανονικών ρηγμάτων δυτικής – ανατολικής διεύθυνσης τα οποία αποτελούν πηγή μικροσεισμικότητας και σμήνους σεισμών (Kaviris et al., 2014).

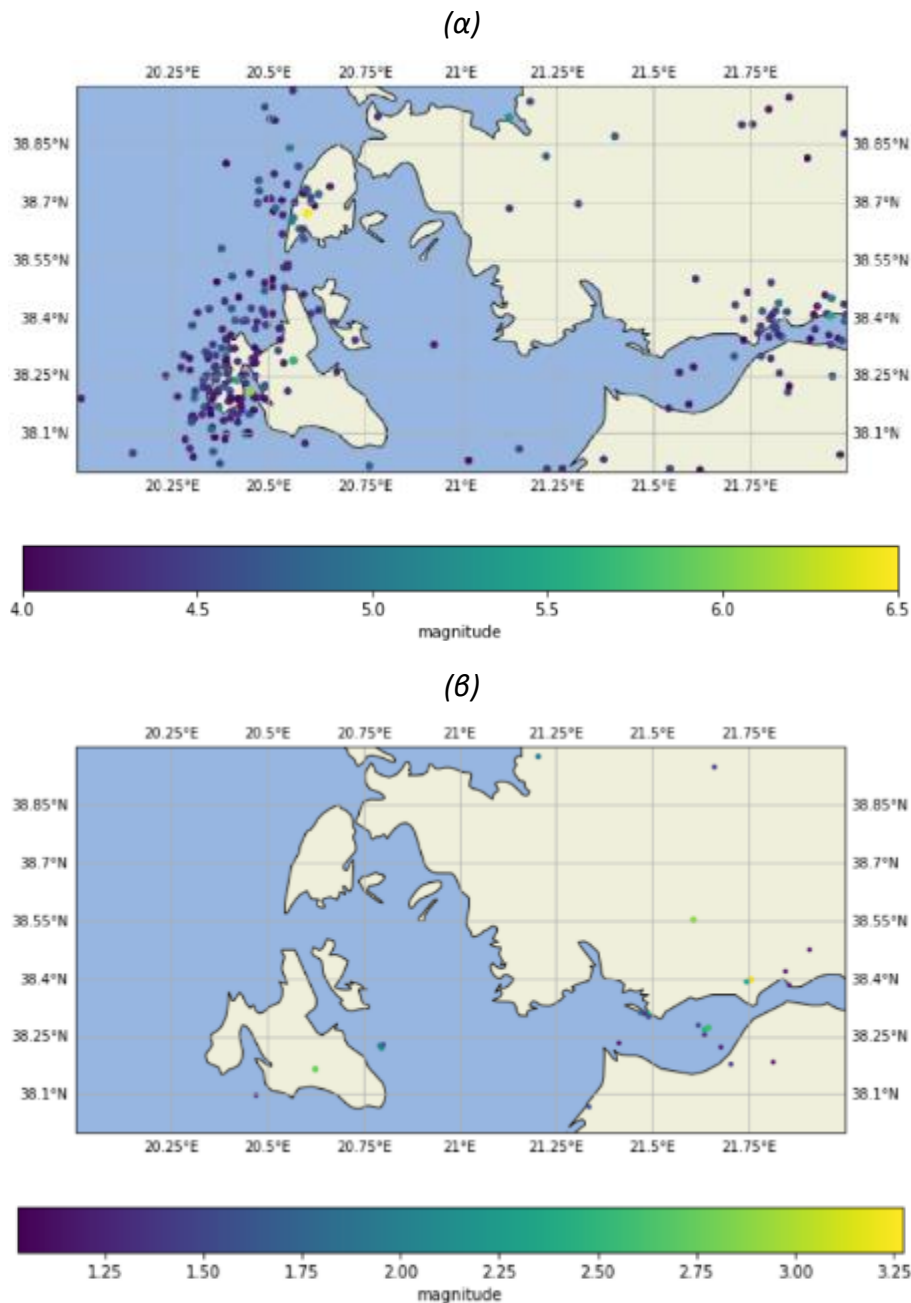
Καίτοι η περιοχή μελέτης τόσο προς δυσμάς όσο και προς ανατολάς χαρακτηρίζεται από έντονη ή και συχνή σεισμική δραστηριότητα, λόγω της μικρής χρονικής διάρκειας των



καταγραφών, σε συνδυασμό με την απάλειψή της μέσω των κανονικοποιήσεων πλάτους και πλάτους φάσματος κατά την προεπεξεργασία του σήματος όσο και της επιλογής μίας σχετικά σεισμικής χρονικής περιόδου, η οποία αφορά την χειμερινή περίοδο του έτους (9/10-19/10) όπου οι καιρικές συνθήκες είναι πιο έντονες συνεπώς και ο θόρυβος του περιβάλλοντος είναι αυξημένος, η αλλοίωση του τελικού αποτελέσματος ελαχιστοποιείται.

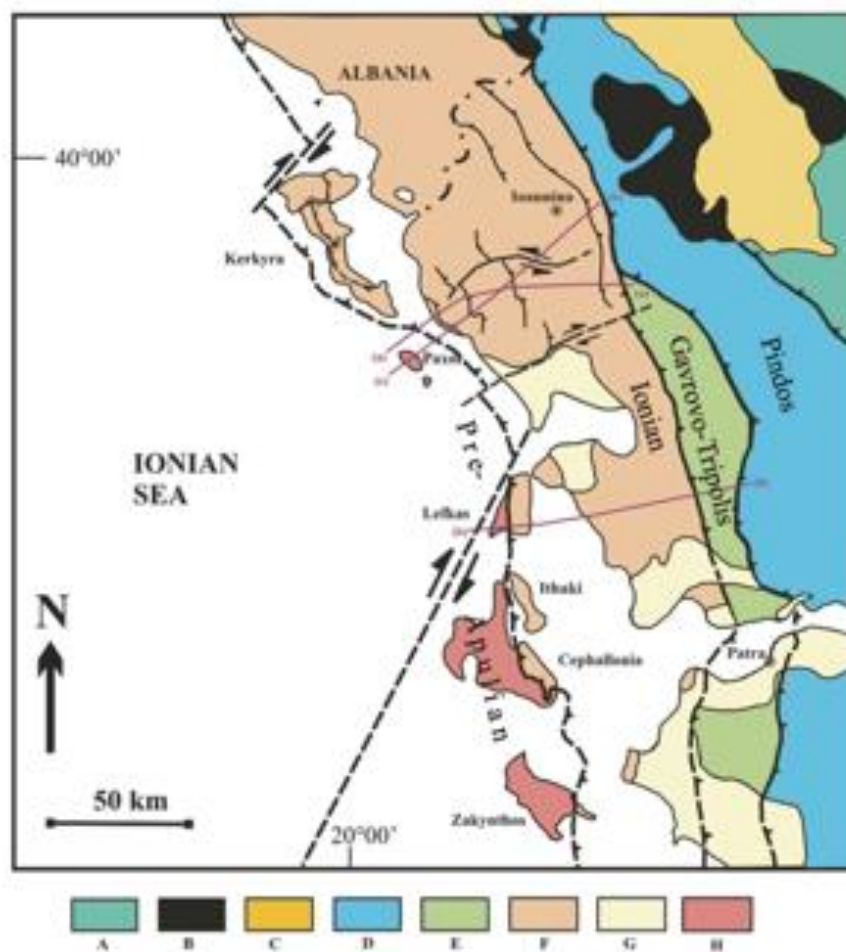


Εικόνα 3-2 Τεκτονισμός της ευρύτερης περιοχής μελέτης. Βόρεια της Λευκάδας εντοπίζεται η ζώνη σύγκρουσης μεταξύ της Απουλίας και της Ευρασιατικής πλάκας, ενώ νότια της Κεφαλονιάς εντοπίζεται η ζώνη καταβύθιση μεταξύ της Αφρικανικής και της Ευρασιατικής πλάκας. Ενδιάμεσα εντοπίζεται το ρήγμα της Κεφαλονιάς. Οι αριθμημένοι κύκλοι (1-8) κοντά στη Λευκάδα, αντιπροσωπεύουν ιστορικούς σεισμούς που συνέβησαν κατά αντιστοιχία τα έτη 1704, 1722, 1723, 1769, 1783, 1869, 1914 και 1948. Ομοίως για την Κεφαλονιά, τα έτη είναι 1766, 1767, 1867, 1953, 1972 και 1983, ενώ για την Ιθάκη 1915. Σχήμα από (Paradimitriou et al., 2006).

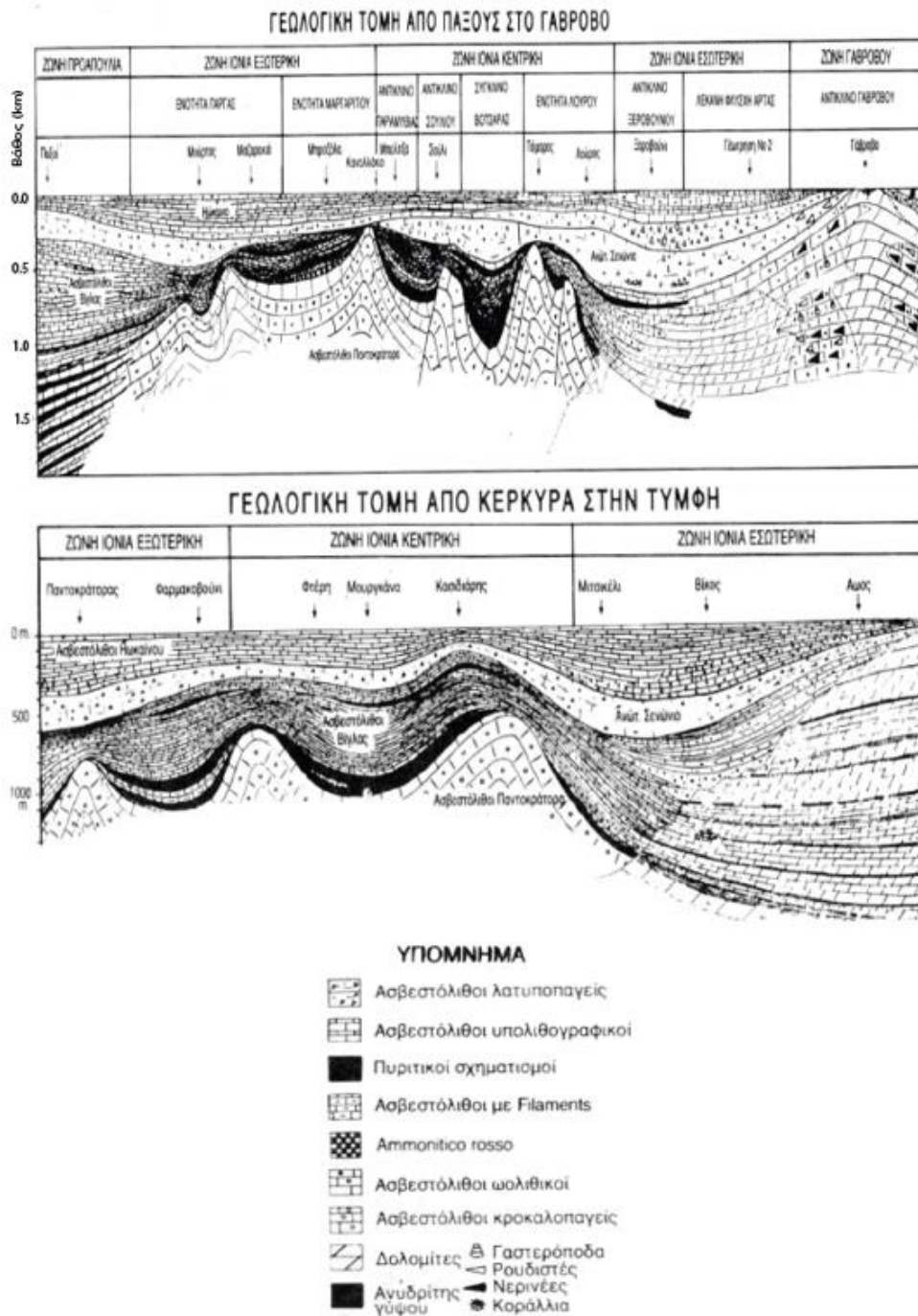


Εικόνα 3-3 (α) Σεισμοί μεγέθους > 4 στην ευρύτερη περιοχή μελέτης από τον κατάλογο του USGS (United States Geological Survey, Earthquake Hazards Program. Search Earthquake Catalog. Available online: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/search/>), κατά τη δεκαετία 2010 – 2020. Εντοπίζεται το ρήγμα της Κεφαλονιάς ΒΑ-ΝΔ διεύθυνσης καθώς και τα ρήγματα του Δυτικού Κορινθιακού κόλπου κύριας διεύθυνσης Α-Δ. (β) Σεισμοί μεγέθους > 1 στην ευρύτερη περιοχή μελέτης από τον κατάλογο του ΕΑΑ κατά την περίοδο 9/10 - 19/10, όπου δεν παρατηρείται κάποιο έντονο σεισμικό γεγονός. Το μέγιστο παρατηρούμενο μέγεθος ήταν ίσο με 3.27 MLh.

Η γεωλογία της υπό εξέταση περιοχής, ανήκει στο τεκτονοστρωματογραφικό πεδίο H1 των Εξωτερικών Ελληνίδων, οι οποίες εμφανίζονται σήμερα στην περιφέρεια του Ελληνικού τόξου (Paranikolaou, 2015). Η στρωματογραφία των Εξωτερικών Ελληνίδων είναι συνεχής καθώς υποβυθίστηκαν μόνο κατά την αλπική φάση της ορογένεσης, δηλαδή κατά το Ηώκαινο – Μειόκαινο, (Brunn, 1960) (Jacobshagen, Risch, & Roeder, 1976), ενώ η περιοχή ανήκει στις μη μεταμορφωμένες Ελληνίδες. Οι γεωτεκτονικές ενότητες που απαντώνται στην υπό εξέταση περιοχή περιγράφονται στη συνέχεια, όπως αυτές απαντώνται από τις πιο εξωτερικές στις πιο εσωτερικές. Στην Εικόνα 3-4 που ακολουθεί παρουσιάζεται ο γεωλογικός χάρτης της ευρύτερης περιοχής μελέτης που εξετάζεται στην παρούσα διατριβή, όπου παρουσιάζονται οι γεωτεκτονικές ενότητες οι οποίες απαντώνται εντός των ορίων της. Εξετάζοντας συνολικά και τις τρεις γεωλογικές ενότητες που περιλαμβάνονται στην περιοχή μελέτης, παρουσιάζονται στην Εικόνα 3-5 δύο γεωλογικές τομές (IGRS - IFP (Institut de Géologie et Recherches du Sous-sol-Institut Français du Pétrole), 1966). Στην Εικόνα 3-4 παρουσιάζονται οι γεωτεκτονικές ενότητες που θα μας απασχολήσουν σε αυτή τη διατριβή. Οι ενότητες αυτές διαχωρίζονται από διαδοχικές επωθήσεις, όπου συγκεκριμένα η Ιόνια ζώνη είναι επωθημένη επί της Προ-απούλιας ενώ η ζώνη Γαβρόβου είναι επωθημένη επί της Ιόνιας. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι έχουν γίνει και υποθαλάσσιες τομογραφίες της περιοχής μελέτης όπως αυτή που φαίνεται στην Εικόνα 3-6. Σύμφωνα με την εικόνα αυτή, ταμειυτήρες αναμένονται να είναι τα ανθρακικά τα οποία εκγλωβίζονται από τα αδιαπέρατα ιζήματα και τους εβαπορίτες.

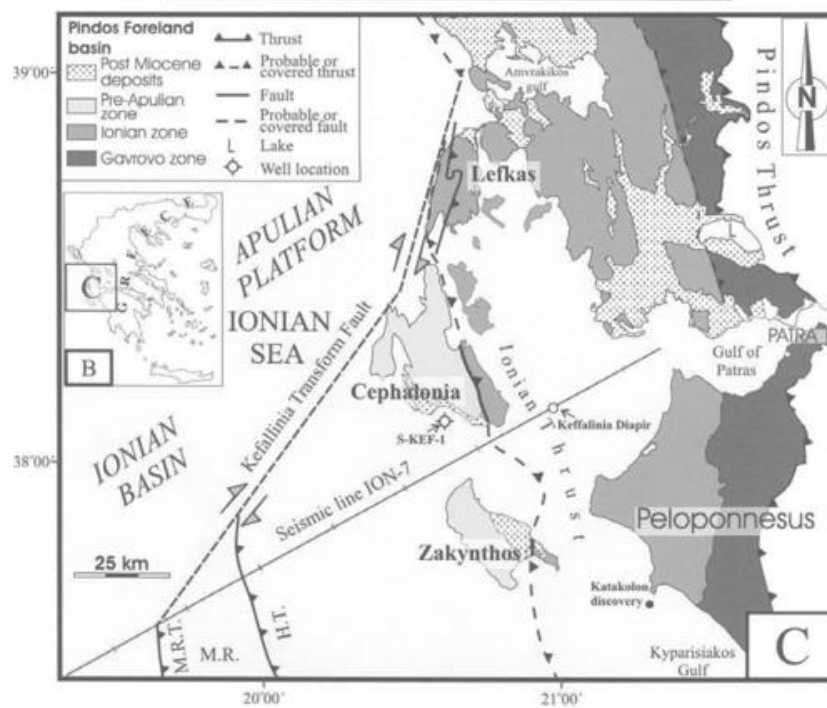


Εικόνα 3-4 Απλοποιημένος γεωλογικός χάρτης της Δυτικής Ελλάδας, όπου φαίνεται η περιοχή μελέτης. A: Αλμωπία ή Πελαγονική ενότητα, B: Καλύμματα οφιολίθων, C: Μολασσικές λεκάνες, D: Ενότητα Πίνδου, E: Ενότητα Τρίπολης, F: Ιόνια Ενότητα, G: Νεογενή – Τεταρτογενή (Μετα-αλπικά) ιζήματα, H: Ενότητα Παξών (ή Προ-Απούλια) (Karakitsios & Rigakis, 2007).

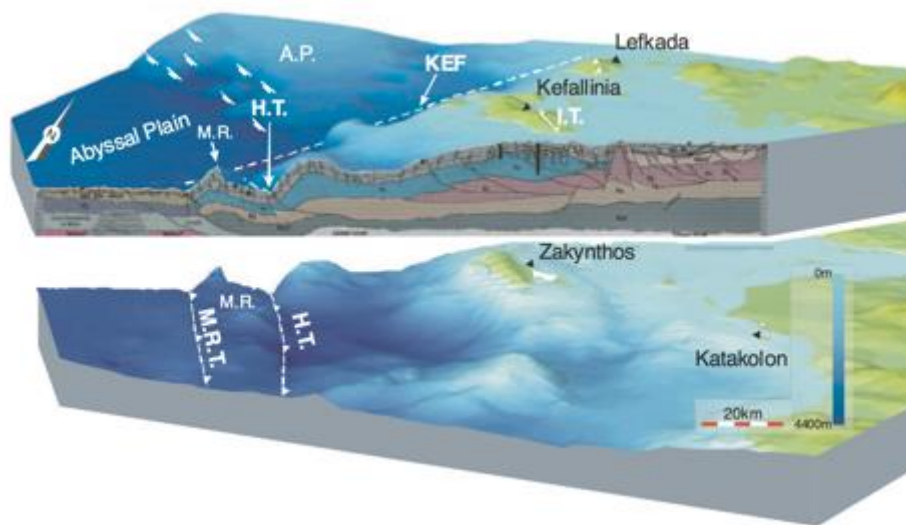


Εικόνα 3-5 Γεωλογικές τομές οι οποίες περιλαμβάνουν και τις τρεις (3) ενότητες που αφορούν την παρούσα μελέτη (ενότητες Παξών – Ιόνια – Γαβρόβου) επεξεργασμένες από (IGRS - IFP (Institut de Géologie et Recherches du Sous-sol-Institut Français du Pétrole), 1966). Άνω εικόνα: Γεωλογική τομή από την νήσο των Παξών έως το Γάβροβο Ηπείρου. Κάτω εικόνα: Γεωλογική τομή από την Κέρκυρα έως τη Τύμφη Ηπείρου.

(α)



(β)



Εικόνα 3-6 (β) Απεικόνιση της υποθαλάσσιας δομής και της στρωματογραφίας της λεκάνης του Ιονίου πελάγους, κατά μήκος της σεισμικής γραμμής ION-7 (seismic line ION-7) του σχήματος (α) κατά (Κοκίπου et al., 2005). Με γραμμοσκιασμένο ανοιχτό γκρι χρώμα απεικονίζονται τα Πλειο-Τεταρτογενή, με μπλε χρώμα τα ανθρακικά της Προ-απούλιας, με σκούρο ροζ χρώμα εβαπορίτες Τριαδικού, στους επικάθονται τα ανθρακικά της Ιόνιας ανοιχτού ροζ χρώματος.



### 3.1.1 Ενότητα Παξών

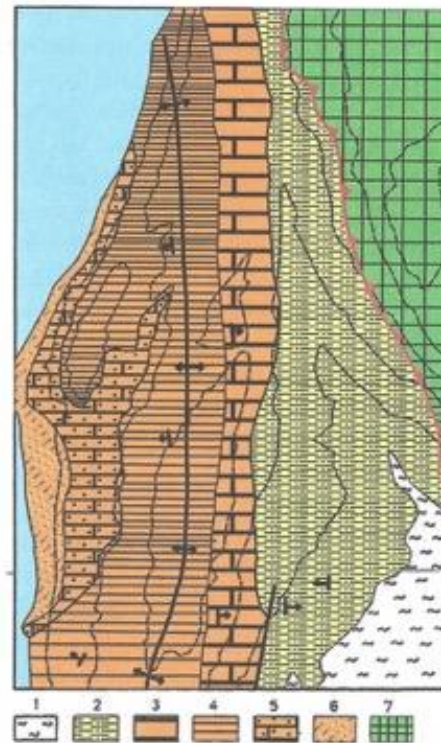
Η Προαπούλια (Aubouin, 1959) ή ενότητα Παξών είναι η πιο Εξωτερική ζώνη των Ελληνίδων και προέρχεται από το δυτικό περιθώριο της εξωτερικής πλατφόρμας τους, ενώ ταυτόχρονα κατέχει και τα ανατολικότερα τμήματα της Απουλίας πλάκας η οποία εκτείνεται έως το νοτιοανατολικό άκρο της χερσονήσου της Ιταλίας.

**Παλαιογεωγραφία - Παλαιοπεριβάλλον:** Η εν λόγω ενότητα χαρακτηρίζεται από συνεχή, κατά βάση νηριτική ιζηματογένεση και εμφανίζεται σε Παξούς (καθ' ολοκληρία), Λευκάδα, Κεφαλονιά και Ζάκυνθο (Renz, 1957).

**Λιθολογία:** Στην Ελλάδα χαρακτηρίζεται από πολλούς ορίζοντες νηριτικών μικρολατυποπαγών η οποία εκτείνεται από το Ιουρασικό έως το Μειόκαινο, με μικρές ασυμφωνίες στο Παλαιογενές, όπως π.χ. στη Ζάκυνθο, ενώ το Ιουρασικό εμφανίζεται μόνο στη Λευκάδα, όπου παρουσιάζεται και η μεγαλύτερη πυκνότητα σεισμολογικών σταθμών στην παρούσα μελέτη, γι' αυτό και στην Εικόνα 3-7 παρουσιάζεται ένα απλοποιημένο απόσπασμα του γεωλογικού χάρτη της Λευκάδας σύμφωνα με (Bornovas, 1964). Στο Κατώτερο Μειόκαινο εμφανίζονται μάργες και τουρβιδιτικοί ασβεστόλιθοι, σχηματισμοί που χαρακτηρίζουν τον τυπικό φλύσχη όπως παρουσιάζεται και σε όλες τις άλλες γεωτεκτονικές ενότητες. Όμως, στο Μέσο Μειόκαινο επικρατούν άργιλλοι και μάργες, χωρίς χαρακτηριστικούς ορίζοντες ψαμμιτών, γι' αυτό και θεωρείται ότι η ενότητα Παξών είναι η μόνη που στερείται τυπικού φλύσχη.

**Τεκτονισμός:** Ο τεκτονισμός της ενότητας Παξών είναι μειοκαινικός και μάλιστα στη Ζάκυνθο και στην Κεφαλονιά εντοπίζεται στο όριο Μειοκαίνου - Πλειοκαίνου (Underhill, 1989). Η ενότητα Παξών αποτελεί την προχώρα των Ελληνίδων, συνεπώς εκ των διαδοχικών επωθήσεων των διαφόρων τεκτονικών ενοτήτων, αυτή που παρατηρείται στην περιφέρεια του τόξου στα δυτικά και φέρνει την Ιόνια ενότητα πάνω στην ενότητα Παξών είναι και η τελευταία. Το μέτωπο της επώθησης αυτής, με γενική διεύθυνση ΒΒΔ-ΝΝΑ, μπορεί να παρακολουθήσει κανείς στον χάρτη στην Εικόνα 3-4 όπου αποτελεί τη δυτικότερη εκ των διακεκομμένων οδοντωτών καμπυλών και εκτείνεται από τη Δυτική Λευκάδα - όπου επανεμφανίζεται ως ερυθρή οδοντωτή καμπύλη στην Εικόνα 3-7 - έως και την Νοτιοανατολική Ζάκυνθο, διασχίζοντας ενδιάμεσα το Βορειοδυτικό τμήμα της Ιθάκης και την Νοτιοανατολική Κεφαλονιά. Στην ενότητα Παξών η αλπική ορογένεση συνεχίζεται, εφόσον

κατά μήκος της ελληνικής τάφρου επί της Ιόνιας λεκάνης, υφίσταται το μέτωπο της κίνησης όλων των Ελληνίδων.



Εικόνα 3-7 Απλοποιημένος γεωλογικός χάρτης της νοτιοδυτικής Λευκάδας όπου απαντά η ενότητα των Παξών κάτω από το κάλυμμα της Ιόνιας. 1: Σύγχρονες προσχώσεις. 2: Μειόκαινο, συμπαγείς μάργες, με ενδιαστρώσεις λατυποπαγών ασβεστόλιθων, πάχους 800m. 3: Παλαιόκαινο – Κατώτερο Μειόκαινο, μικρολατυποπαγείς ασβεστόλιθοι με εναλλαγές πελαγικών ασβεστόλιθων και πυριτόλιθων, οι οποίοι ανώτερα εξελίσσονται σε μαργαϊκούς ασβεστόλιθους. Πάχος 250m. 4: Ανώτερο Κρητιδικό, ομοίως μικρολατυποπαγείς ασβεστόλιθοι με εναλλαγές πελαγικών ασβεστόλιθων, οι οποίοι ανώτερα εξελίσσονται σε παχυστρωματώδεις ασβεστόλιθους. Πάχος 200m. 5: Κατώτερο Κρητιδικό, στρωματώδεις ασβεστόλιθοι με ενδιαστρώσεις κερατολίθων. Πάχος 100m. 6: Ανώτερο Ιουρασικό, αμμωνιτοφόροι ασβεστόλιθοι και βιτουμενιούχοι σχίστες. Πάχος 40m. 7: Άνω Τριαδικό – Κατώτερο Ιουρασικό (ή Λιάσιο), ασβεστόλιθοι Παντοκράτορα της Ιόνιας ενότητας.



### 3.1.2 Ιόνια ενότητα

Η επόμενη πιο εσωτερική ενότητα που συναντάται στην υπό εξέταση περιοχή είναι η Ιόνια ενότητα, η οποία από το Ανώτερο Μειόκαινο είναι επωθημένη πάνω στην ενότητα Παξών και η γεωγραφική της εξάπλωση περιλαμβάνει τα νησιά του Ιονίου, την Ήπειρο, τη Δυτική Στερεά Ελλάδα και τη Βορειοδυτική Πελοπόννησο.

**Παλαιογεωγραφία – Παλαιοπεριβάλλον:** Παλαιογεωγραφικά η Ιόνια ενότητα αποτελεί μια συνεχή αύλακα η οποία διακόπτεται από αντικλινικές δομές, με αποτέλεσμα το πάχος των ιζημάτων να μην είναι σταθερό (Aubouin, 1958). Κύριο χαρακτηριστικό της Ιόνιας ενότητας είναι ότι για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα, που αρχίζει από το Μέσο Ιουρασικό και κλείνει με το πέρας της ορογένεσης στο Μειόκαινο, ήταν μια περιοχή με κατά βάση πελαγική ιζηματογένεση. Συνεπώς η Ιόνια ενότητα μπορεί να διαχωριστεί σε μια κατώτερη νηριτική ακολουθία ασβεστολίθων και σε μία ανώτερη πελαγική ακολουθία ανθρακικών ιζημάτων τα οποία της τα άνω εξελίσσονται σε κλαστικούς λατυποπαγείς ασβεστόλιθους. Οι μεταβατικοί χαρακτήρες ανάμεσα της δύο αυτές παλαιογεωγραφικές καταστάσεις κατά τη διάρκεια της προ-ορογενετικής εξέλιξης του αλπικού κύκλου εκφράζονται από κάποια πετρώματα ιδιόμορφων φάσεων, τα οποία βρίσκονται ανάμεσα της δύο ακολουθίες, της π.χ. φάση *ammonitico rosso* ή αργιλλικοί σχίστες με ποσειδώνιες, όπου οι τελευταίοι σηματοδοτούν και δυναμικό πετρελαιοφορίας (Loercher & Keller, 1985), λόγω της παρουσίας υψηλών συγκεντρώσεων *ολικού οργανικού άνθρακα (total organic carbon)* και *δεικτών υδρογόνου (Hydrogen Index)*, η οποία έχει μελετηθεί και στο παρελθόν (Karakitsios, 1995). Μέχρι το κατώτερο Ιουρασικό η Ιόνια ενότητα αποτελούσε μία ενιαία ανθρακική πλατφόρμα, όπου η πλατφόρμα ταφροποιήθηκε λόγω της επίδρασης συνιζηματογενών ρηγμάτων και η οποία οδήγησε στη διαφοροποίηση των φάσεων, μεταξύ της νηριτικής και της πελαγικής.

Βάθος (m)	Λιθολογία
0 – 300	Ιζήματα Νεογενούς
300 – 610	Ασβεστόλιθοι Βίγλας
610 – 990	Μη διαφοροποιημένα στρώματα με Ποσειδώνιες
990 – 1150	Ασβεστόλιθοι Σενωνίου
1150 – 1250	Ασβεστόλιθοι Παντοκράτορα
1250 – 1350	Λατυποπαγή Τριαδικού

*Πίνακας 3-1 Αποτελέσματα πυρήνα γεώτρησης που διεξήχθη πλησίον της πόλης των Ιωαννίνων, σύμφωνα με (Karakitsios, The influence of preexisting structure and halokinesis on organic matter preservation and thrust system evolution in the Ionian Basin, northwest Greece, 1995), η οποία παρέχει σημαντικές πληροφορίες για τη στρωματογραφική ακολουθία της Ιόνιας ενότητας. Επειδή οι ασβεστόλιθοι Παντοκράτορα έχουν εν γένει πάχος μεγαλύτερο των 1000m (IGRS - IFP (Institut de Géologie et Recherches du Sous-sol - Institut Français du Pétrole), 1966) (BP (British Petroleum Company Limited), 1971) η επαφή μεταξύ των ασβεστόλιθων Παντοκράτορα και των υποκείμενων λατυποπαγών ενδέχεται να είναι τεκτονική.*

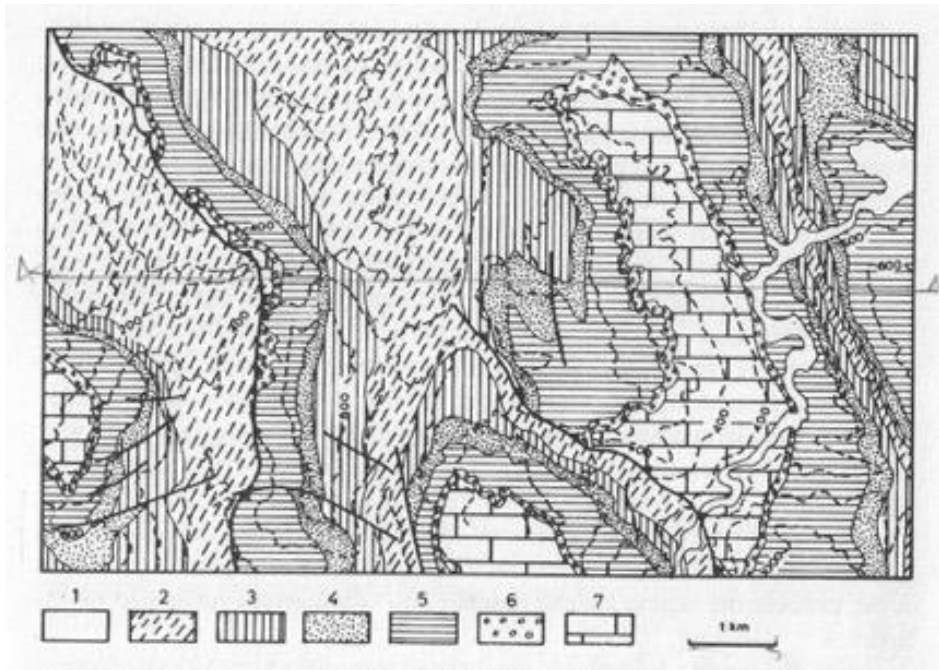
**Λιθολογία:** Σε αντίθεση με την ενότητα Παξών, στην Ιόνια ενότητα έχουμε τυπικότατο φλύσχη, ο οποίος εκτείνεται από το Ανώτερο Ηώκαινο έως το κατώτερο Ολιγόκαινο (Triantaphyllou, 2013). Η στρωματογραφική στήλη της Ιόνιας ενότητας σύμφωνα με τον (Renz, 1957) περιλαμβάνει της ασβεστόλιθους Φουσταπήδημα, οι οποίοι επίκεινται των εβαποριτών στο Κάρνιο, δολομίτες ηλικίας Νόριου, της ασβεστόλιθους Παντοκράτορα ηλικίας Τριαδικού – Κατώτερου Ιουρασικού, αργιλλικούς σχίστες με ποσειδώνιες, φάση ammonitico rosso Μέσου Ιουρασικού (ή Δογγέριου) – Ανώτερου Ιουρασικού (ή Μάλμιου), ασβεστόλιθους Βίγλας Μαλμίου – Άνω Κρητιδικού, και λατυποπαγείς ασβεστόλιθοι, ηλικίας Άνω Κρητιδικού – Ηώκαινου, σε εναλλαγή με πελαγικούς ασβεστόλιθους. Το νησί της Ιθάκης δομείται σχεδόν αποκλειστικά από την Ιόνια ζώνη, και κυρίως από την ανθρακική σειρά της Ιονίου που αποτέθηκε μεταξύ Ιουρασικού – Ηωκαίνου, συνεπώς αξίζει να παρατεθεί ο γεωλογικός χάρτης της Ιθάκης, στην οποία απαντά εξ' ολοκλήρου η Ιόνια ενότητα (Εικόνα 3-8). Δεδομένης της μεγάλης γεωγραφικής εξάπλωσης της Ιόνιας ενότητας, η

στρωματογραφική της στήλη ενδέχεται να διαφοροποιείται ανάλογα με την περιοχή μελέτης. Συνεπώς παρατίθεται και ο γεωλογικός χάρτης της περιοχής Ξηρομέρου στον νομό Αιτωλοακαρνανίας, όπου απαντά η Ιόνια ενότητα στην Εικόνα 3-9. Της προστίθεται και η στρωματογραφική στήλη της στην Εικόνα 3-10.



Εικόνα 3-8 Γεωλογικός χάρτης της νήσου Ιθάκης (Lekkas, Danamos, & Maurikas, 2001) (BP (British Petroleum Company Limited), 1971), στην οποία απαντά εξ' ολοκλήρου η Ιόνια ενότητα. 1: Σύγχρονοι αλλουβιακοί σχηματισμοί και μεσοπαγετώδεις αποθέσεις Μέσου Πλειστοκαίνου. 2: Κορήματα και λατυποπαγή κλιτύων Μέσου Πλειστοκαίνου. 3: Κλαστικοί σχηματισμοί Πλειοκαλάβριας σειράς. 4: Φλύσχης Ιόνιας ενότητας. 5: Παχυστρωματώδεις ασβεστόλιθοι και ερυθροί κονδυλώδεις ασβεστόλιθοι Ιουρασικού – Κρητιδικού. 6: Ρήγμα. Με βάση την επιφανειακή εξάπλωση των στρωμάτων, μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι το πάχος των Τεταρτογενών αποθέσεων και του φλύσχη ανά λιθολογία του υπομνήματος κυμαίνεται από 0.4 – 1.3km ενώ το πάχος των ασβεστολίθων ξεπερνάει τα 3km.

**Τεκτονισμός:** Στην Ιόνια Ενότητα διαμορφώνονται, από τα ανατολικά της τα δυτικά, μια σειρά από σύγκλινα και αντίκλινα (Κουκουνελας, 2022), ενώ η επώθηση της Ιόνιας ενότητας πάνω στην ενότητα Παξών μετατοπίζεται από ένα κανονικό ρήγμα. Η συμπιεστική τεκτονική του τόξου κατά το Άνω Ηώκαινο επέφερε ευνοϊκές συνθήκες πετρελαιοφορίας (Karakitsios, 1995).



Εικόνα 3-9 Γεωλογικός χάρτης της περιοχής Ξηρομέρου στον νομό Αιτωλοακαρνανίας, όπου απαντά η Ιόνια ενότητα (Papanikolaou, 2015). Από φύλλο Φιλιάτες (Perrier & Koukouzas, 1967). Ακολουθεί το υπόμνημα, στο οποίο συνοπτικά μετά τα δύο ανώτερα στρώματα αλλουβίων και φλύσχη (1-2), τα κατώτερα στρώματα (3-7) αποτελούνται κατά κόρον από ασβεστόλιθους. 1: αλλούβια, 2: φλύσχησ αδιαίρετος, 3: πελαγικοί ασβεστόλιθοι σε λεπτά στρώματα με *Globigerines* και μικρολατυποπαγείς οριζοντες με *Nummulites*, *Alveolines* και ενδιαστρώσεις πυριτόλιθων, 4: μικρολατυποπαγείς ασβεστόλιθοι, συμπαγείς με θραύσματα ρουδιστών με *Orbitoides*. 5: πελαγικοί ασβεστόλιθοι με ακτινόζωα και ενδιαστρώσεις πυριτόλιθων – στη βάση αφθονούν οι *Calpionelles* του Τιθώνιου και στην οροφή οι *Globotruncanes*, 6: αργιλλικοί σχίστες με *Posidoniae*, με ενστρώσεις πυριτόλιθων του Δογγέριου, 7: ασβεστόλιθοι λεπτοκοκκώδεις σε παχιά στρώματα, συμπαγείς, με ασβεστοφύκη του Κατώτερου – Μέσου Λιάσιου.

PERIOD-EPOCH-AGE		LITHOLOGY	FORMATIONS	
PALEOGENE	OLIGOCENE	CHATTIAN	FLYSCH	
		RUPELIAN		
		Eocene	PRIABONIAN	MICROBRECCIOUS LIMESTONES
			BARTONIAN	
			LUTETIAN	
			YPRESIAN	
			THANETIAN	
			DANIAN	
			MAASTRICHTIAN	
			CAMPANIAN	
CRETACEOUS	LATE	SENONIAN	POSTRIFT	
		SANTONIAN		
		CONIACIAN		
		TURONIAN		
		CENOMANIAN		
	EARLY	ALBIAN	VIGLA LIMESTONES	
		APTIAN		
		BARREMIAN		
		HAUTERIVIAN		
		VALANGINIAN		
JURASSIC	LATE	BERRIASIAN	SYNRIFT	
		TITHONIAN		
		KIMMERIDGIAN		
		OXFORDIAN		
		CALLOVIAN		
	MIDDLE	DOGGER	HIATUSES	
		BATHONIAN		
		BAJOCIAN		
		ALENIAN		
		TOARCIAN		
EARLY	LIAS	SYNRIFT		
	PLIENSCHACHIAN			
	SINEMURIAN			
	HETTANGIAN			
	RHAETIAN			
TRIASSIC	LATE	NORIAN	PRERIFT	
		CARNIAN		
		LADINIAN		
		ANISIAN		
		SCYTHIAN		
Pre-Triassic-Triassic interval?		unknown lithology		

Εικόνα 3-10 Η στρωματογραφική στήλη της Ιόνιας ζώνης κατά (Manromatidis, 2009). Από το Ολιγόκαινο και ύστερα αποτίθεται φλύσχης, ο οποίος υπέρκειται της ευρείας ανάπτυξης ασβεστολίθων. Η βάση της κολώνας αποτελείται από εβαπορίτες.

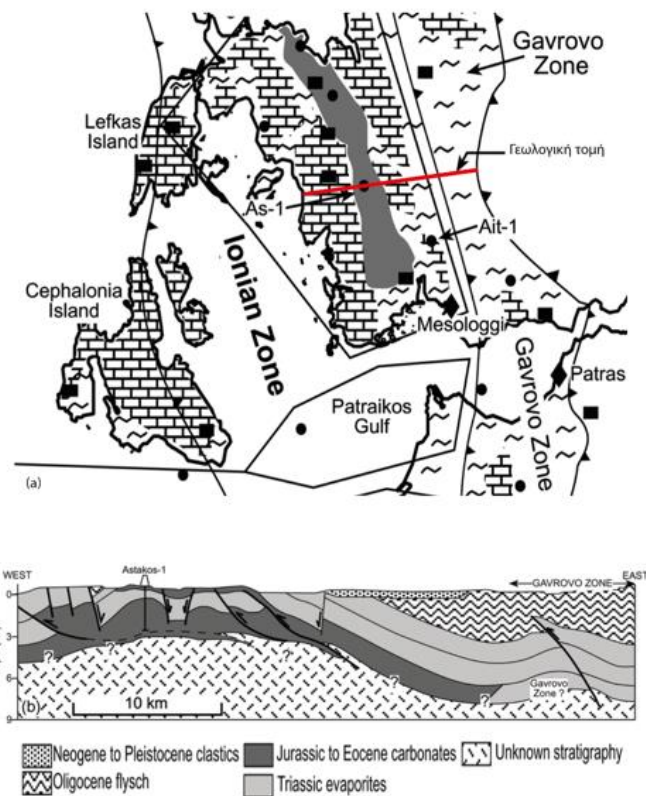
### 3.1.3 Ενότητα Γαβρόβου – Πύλου

Η αμέσως πιο εσωτερική γεωτεκτονική ενότητα που απαντάται στην υπό μελέτη περιοχή είναι η ενότητα Γαβρόβου – Πύλου.

**Παλαιογεωγραφία – Παλαιοπεριβάλλον:** Η ενότητα αυτή αποτέλεσε αλπική ηπειρωτική πλατφόρμα με συνεχή νηριτική ανθρακική ιζηματογένεση έως το Ηώκαινο.

**Λιθολογία:** Στην οροφή του Γαβρόβου υπάρχει φλύσχη ηλικίας Ολιγόκαινο – Μειόκαινου, ο οποίος μετά το Ανώτερο Ηώκαινο ίσως ήταν κοινά εξελισσόμενος με την Ιόνια ενότητα, όπου και παρατηρείται η ασύμφωνη απόθεση φλύσχη πάνω σε ασβεστόλιθους του Άνω Κρητιδικού στο βουνό Γάβροβο, ενώ σε της τοποθεσίες στην Πύλο Μεσσηνίας παρατηρούνται ασυμφωνίες βωξιτών μεταξύ ασβεστολίθων του Ανώτερου Ηωκαίνου και ασβεστόλιθων του Μέσου Ηωκαίνου.

**Τεκτονισμός:** Η ενότητα Γραβρόβου – Πύλου δεν παρουσιάζει μεταμόρφωση, ενώ της παρουσιάζει ήπιο τεκτονισμό. Ασυμφωνίες παρατηρούνται μόνο κατά το Ηώκαινο, όπου αποτίθεται ασύμφωνα φλύσχη επί ασβεστόλιθους του Άνω Κρητιδικού. Μία τομή η οποία περιλαμβάνει την ενότητα Γαβρόβου, καθώς την Ιόνια και την επαφή της παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-11.



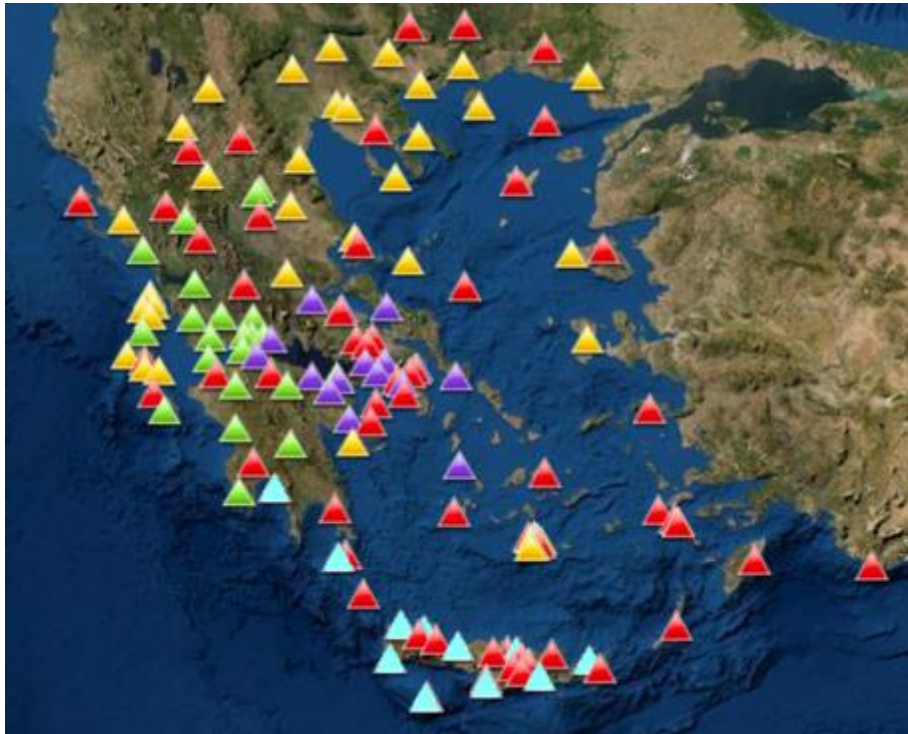
Εικόνα 3-11 (α) Γεωλογικός χάρτης από (Μανρωματίδης, 2009)(Bornovas & Rondoyanni, 1983) όπου εξετάζεται η πιθανή φιλοξενία υδρογονανθράκων της υπό παρουσίαση περιοχής. Με ευθεία ερυθρού χρώματος συμβολίζεται η γεωλογική τομή η οποία απεικονίζεται στο κάτω σχήμα. Τα κλαστικά συμβολίζονται με περισπωμένη, τα ανθρακικά με ορθογώνια παραλληλόγραμμα ενώ οι εβαπορίτες με ενιαίο φαιό χρώμα. (β) Γεωλογική τομή κατά μήκος του ερυθρού ευθυγράμμου τμήματος στον γεωλογικό χάρτη του ανωτέρω του σχήματος. Παρατηρείται η εντυπωσιακή παρουσία πτυχώσεων και έντονου τεκτονισμού της Ιόνιας ζώνης.

### 3.2. Συλλογή και προ-επεξεργασία των δεδομένων

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν αποτελούν καταγραφές της ταχύτητας του εδάφους συναρτήσει του χρόνου, μετρημένες από σεισμόμετρα σταθμών του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου (Εικόνα 3-12). Το Ενοποιημένο Εθνικό Σεισμολογικό Δίκτυο περιλαμβάνει σταθμούς από τα παρακάτω σεισμολογικά δίκτυα: α) Του Γεωδυναμικού



Ινστιτούτου του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών (ΗΛ), β) του Τομέα Γεωφυσικής του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΗΤ), γ) του Τομέα Γεωφυσικής και Γεωθερμίας, του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (ΗΑ), δ) του Τομέα Γεωλογίας του Πανεπιστημίου Πατρών (ΗΡ) και ε) του Ινστιτούτου Φυσικής Εσωτερικού της Γης & Γεωκαταστροφών ΠΑ.Κ.Ε.Κ-ΕΛΜεΠα (ΗC).



Εικόνα 3-12 Οι σταθμοί του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου. Τα διαφορετικά χρώματα αντιστοιχούν σε διαφορετικά σεισμολογικά δίκτυα. Με κόκκινο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών (ΗΛ), με κίτρινο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Τομέα Γεωφυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης (ΗΤ), με μωβ χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Τομέα Γεωφυσικής και Γεωθερμίας του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (ΗΑ), με πράσινο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Τομέα Γεωλογίας του Πανεπιστημίου Πατρών (ΗΡ) και με γαλάζιο χρώμα αναπαρίστανται οι σταθμοί του Ινστιτούτου Φυσικής Εσωτερικού της Γης & Γεωκαταστροφών ΠΑ.Κ.Ε.Κ-ΕΛΜεΠα (ΗC).



Συγκεκριμένα, χρησιμοποιήθηκαν οι καταγραφές από 9/10/21-19/10/21 των δεκαπέντε (15) σταθμών που αναφέρονται στον Πίνακας 3-2. Η κατηγοριοποίηση των οργάνων, αναλόγως του εύρους συχνοτήτων που μπορούν να καταγράψουν, γίνεται ως εξής (Kulhànek, 1997):

- Τα μικρής περιόδου (short period – SP) παρουσιάζουν τη μέγιστη μεγέθυνση στο εύρος περιόδων 0.1 – 1s για τον εντοπισμό όλων των σεισμικών κυμάτων από τοπικά και περιφερειακά γεγονότα και τηλεσεισμικά κύματα χώρου (teleseismic body waves).
- Τα υψηλής περιόδου (long period – LP) παρουσιάζουν τη μέγιστη μεγέθυνση σε περιόδους μεγαλύτερες ή ίσες των 10s για τον εντοπισμό κυρίως επιφανειακών κυμάτων.
- Τα ευρείας ζώνης (broadband – BB) καταγράφουν με σχεδόν σταθερή μεγέθυνση μία ευρεία ζώνη περιόδων από ένα κλάσμα του δευτερολέπτου έως και εκατοντάδες δευτερόλεπτα.

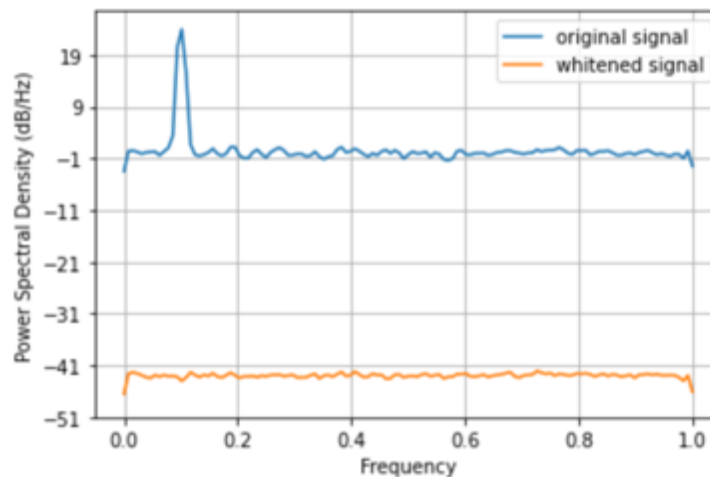
Σταθμός	Δίκτυο	Τοποθεσία	Γ.Πλάτος	Γ.Μήκος	Υψόμετρο	Ψηφιοποιητής	Σεισμογράφος
AMPL	HP	Αμπελάκι	38.9224	21.2135	260	Geobit	Trillium Compact 120 (BB)
AXS	HP	Άραξος	38.1962	21.3763	102	Geobit	Trillium 40 (LP)
DMLN	HT	Δαμουλιανάτα, Κεφαλονιά	38.2385	20.3734	370	REFTEK-130	CMG-40T/1 (SP)
DRAG	HT	Δράγανο, Λευκάδα	38.6839	20.5746	348	REFTEK-130	CMG-40T/100 (LP)
EVGI	HT	Εύγηρος	38.621	20.656	249	REFTEK-130	CMG-40T/30 (LP)
FSK	HP	Φισκάρδο	38.4593	20.5623	113	CYGNUS	TRILLIUM 40 (LP)
LKD2	HT	Λευκάδα	38.7889	20.6578	485	TRIDENT	CMG-3ESP/100 (LP)
NYDR	HT	Νυδρί, Λευκάδα	38.7135	20.6983	212	REFTEK-130	CMG-40T/1 (SP)

PDO	HP	Πρόδρομος	38.5986	21.1833	227	Trident-B	CMG-3T/360 (BB)
PLEV	HP	Πλευρώνα	38.4124	21.4073	168	PS6-SC	TRILLIUM 120 (BB)
PVO	HP	Παράβολα	38.6167	21.5259	188	Cygnus	TRILLIUM 120 (BB)
TSLK	HT	Τσουκαλάδες	38.8249	20.6554	212	REFTEK-130	CMG-40T/1 (SP)
UPR	HP	Πανεπιστήμιο Πάτρας	38.2836	21.7864	138	EARTH DATA	CMG-3T (BB)
VLS	HL	Βαλσαμάτα Κεφαλονιά	38.17683	29.5886	402	DR24-SC	Le3D/20 (LP)
VVK	HP	Βομβοκού	38.4222	21.81155	331	GEOBIT	TRILLIUM 40 (LP)

Πίνακας 3-2 Η ονομασία των σταθμών του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου, των οποίων οι καταγραφές χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα διδακτορική διατριβή. Περιλαμβάνονται κι της χρήσιμες πληροφορίες της το σεισμολογικό δίκτυο στο οποίο ανήκουν, η τοποθεσία, το γεωγραφικό πλάτος, το γεωγραφικό μήκος, το υψόμετρο, ο ψηφιοποιητής και ο σειсмоγράφος της. Οι περισσότεροι σταθμοί διαθέτουν όργανα που μπορούν να καταγράψουν χαμηλές συχνότητες, δηλαδή είναι είτε ευρείας ζώνης (BB) είτε υψηλής περιόδου (LP), συνεπώς μπορούν να καταγράψουν το εύρος εκείνο του σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος που απαιτείται για την εμπειρική ανάκτηση των επιφανειακών κυμάτων της συνάρτησης Green. Πηγή: <https://www.gein.noa.gr/diktya-eksoplismos/enopoihmeno-ethniko-seismologiko-diktyo/>.

Η προεπεξεργασία των δεδομένων στην παθητική σεισμική τομογραφία συνήθως περιλαμβάνει εν μέρει κάποιας μορφής κανονικοποίησης τόσο στο πεδίο του χρόνου όσο και στο πεδίο των συχνοτήτων (Bensen, et al., 2007). Συγκεκριμένα η κανονικοποίηση στο πεδίο των συχνοτήτων ονομάζεται λεύκανση φάσματος (spectral whitening), κατά την οποία ουσιαστικά επιχειρείται να επιτευχθεί η αντικατάσταση των τιμών του φάσματος πλάτους (magnitude spectrum) – το οποίο ορίζεται ως το μέτρο του μετασχηματισμού Fourier - με κάποια (σχεδόν) σταθερή τιμή. Έτσι επιτυγχάνουμε τη βελτίωση της ανάκτησης της συνάρτησης Green, καθώς το σήμα πλέον δεν μολύνεται από μονοχρωματικές πηγές οι

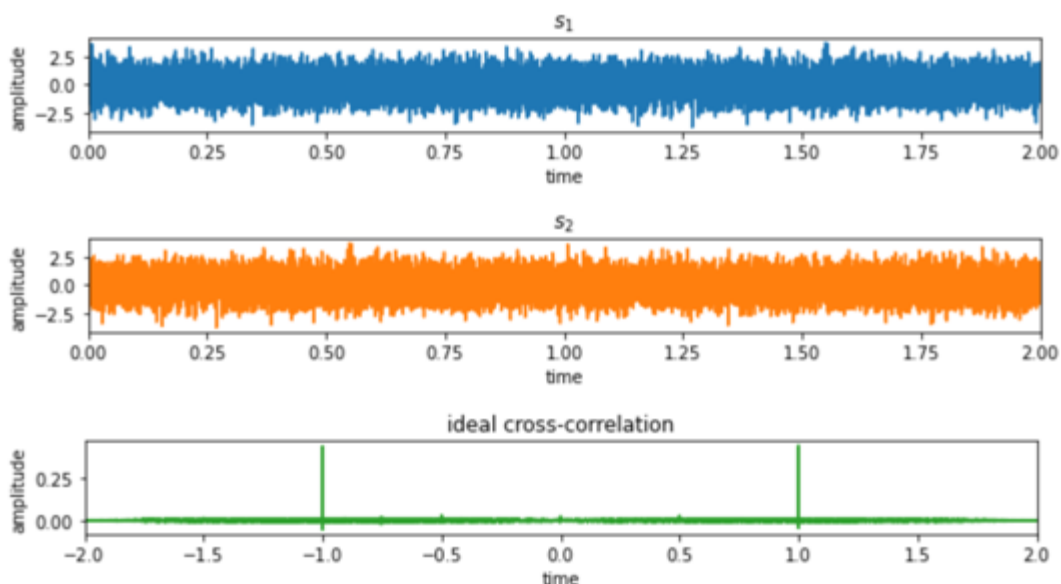
οποίες με την επεξεργασία αυτή αποκτούν ιδιότητες λευκού θορύβου, όπως θα δειχθεί και στην παρακάτω προσομοίωση. Ένα παράδειγμα αυτής της επεξεργασίας απεικονίζεται στην Εικόνα 3-13.



Εικόνα 3-13 Με την καμπύλη κυανού χρώματος (*original signal*) απεικονίζεται το φάσμα πυκνότητας ισχύος (*power spectral density*) ενός αρχικά θορυβώδους σήματος πριν την εφαρμογή της λεύκανσης φάσματος (*spectral whitening*), ενώ με την καμπύλη ωχρού χρώματος (*whitened signal*), απεικονίζεται το φάσμα πυκνότητας ισχύος μετά την εφαρμογή της λεύκανσης φάσματος. Το φάσμα πυκνότητας ισχύος υπολογίζεται με τη μέθοδο μέσου περιοδογράμματος του Welch (Welch, 1967) (Bendat & Piersol, 2010), κατά την οποία το σήμα διαιρείται σε τμήματα και για κάθε τέτοιο τμήμα εφαρμόζεται απάλειψη τάσης (*detrending*) και εφαρμογή παραθύρου (*window*). Το τελικό αποτέλεσμα προκύπτει από τον υπολογισμό της μέσης τιμής των μέτρων των μετασχηματισμών Fourier του κάθε τμήματος υψωμένων στο τετράγωνο και την μετέπειτα εφαρμογή κλιμακοποίησης (*scaling*) έτσι ώστε να αντισταθμιστούν οι απώλειες ισχύος λόγω της εφαρμογής των παράθυρων.

Όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3-13, μέσω της λεύκανσης φάσματος επιτυγχάνεται η απαλοιφή της επίδρασης των μονοχρωματικών πηγών στην διαδικασία ανάκτησης της εμπειρικής συνάρτησης Green. Συγκεκριμένα, ένας τρόπος με τον οποίο μπορούμε να διακρίνουμε τη χρησιμότητα αυτής της εφαρμογής, είναι μέσω της προσομοίωσης που

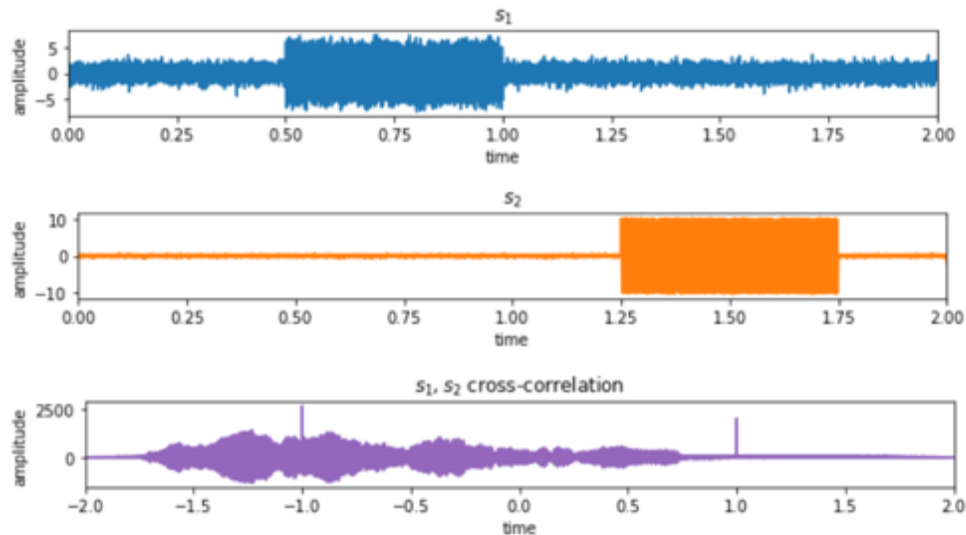
ακολουθεί. Έστω ότι έχουμε έναν πομπό λευκού θορύβου και δύο δέκτες. Τότε υπό ιδανικές συνθήκες η συσχέτιση των σημάτων που καταγράφουν οι δύο δέκτες, θα μας δώσει τη συνάρτηση Green της κυματικής εξίσωση στις τρεις (3) διαστάσεις (Εικόνα 3-14).



*Εικόνα 3-14 Άνω σχήμα: Καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν πομπό λευκού θορύβου στον δέκτη  $s_1$ . Μεσαίο σχήμα: Καταγραφή του ίδιου σήματος από έναν δεύτερο δέκτη  $s_2$ , τοποθετημένο σε τέτοια απόσταση μακριά από τον  $s_1$ , έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος κατά τη διάδοσή του από τον δέκτη  $s_1$  στον δέκτη  $s_2$  είναι ίσος με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των δύο καταγραφών, κατά την οποία ανάγεται το αιτιατό και το μη αιτιατό μέρος της συνάρτησης Green της κυματικής εξίσωσης στις τρεις (3) διαστάσεις.*

Εν γένει ο σεισμικός θόρυβος περιβάλλοντος στη Γη όμως δεν είναι λευκός, δηλαδή δεν έχει μία σταθερή τιμή στο πεδίο των συχνοτήτων (Εικόνα 2-2), αλλά παρουσιάζει μέγιστα στις περιόδους των 15s και 7.5s όπου εμφανίζονται οι κύριοι και οι δευτερεύοντες μικροσεισμοί (Rhie & Romanowicz, 2004). Η ετερογένεια που υφίσταται στο φασματικό περιεχόμενο, όταν αυτή διαφέρει από σταθμό σε σταθμό και δεν είναι στάσιμη χρονικά, μπορεί να δυσχεράνει τη διαδικασία της εύρεσης της εμπειρικής συνάρτησης Green μέσω

συσχετίσεων των καταγραφών του σεισμικού θορύβου περιβάλλοντος, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3-15.



Εικόνα 3-15 Άνω σχήμα: Καταγραφή μίας θορυβώδους πηγής σε συνδυασμό με μία μονοχρωματική και μη στάσιμη (non-stationary) πηγή. Μεσαίο σχήμα: Καταγραφή της ίδιας θορυβώδους πηγής σε συνδυασμό με την παρουσία μίας μονοχρωματικής και μη στάσιμης πηγής, διαφορετικής χρονικά και φασματικά σε σχέση με αυτήν του άνω σχήματος. Ομοίως με προηγουμένως (Εικόνα 3-14), ο δέκτης  $s_2$  είναι τοποθετημένος σε τέτοια απόσταση μακριά από τον  $s_1$ , έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος κατά τη διάδοσή του από τον δέκτη  $s_1$  στον δέκτη  $s_2$  είναι ίσος με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση μεταξύ των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος. Πλέον η ανάκτηση της συνάρτησης Green σε σχέση με την ιδεατή κατάσταση που περιγράφεται στην Εικόνα 3-14, είναι πιο δύσκολη.

Η λεύκανση του φάσματος επιτρέπει την αντιστροφή της φασματικής ετερογένειας η οποία προκαλεί προβληματική την εύρεση της συνάρτησης Green, όπως παρατηρείται στην Εικόνα 3-15. Αξίζει επίσης να μνημονευθεί η Εξ. 2-12, η οποία δείχνει ότι η συσχέτιση των καταγραφών μιας δεδομένης χρονικής διάρκειας δύο σειсмоγράφων  $C(t)$  ισούται με την συνέλιξη της αυτοσυσχέτισης της μίας καταγραφής  $a'(t)$  και της παραπλήσιας με την συνάρτηση Green συνάρτησης  $u(t)$ . Εφόσον θέλουμε να ανάγουμε τη συνάρτηση Green

μέσω της συσχέτισης των καταγραφών, ιδανικά η αυτοσυσχέτιση της μίας καταγραφής  $a'(t)$  θα έπρεπε να είναι ίση με τη συνάρτηση δέλτα, καθώς η τελευταία παίζει το ρόλο στην πράξη της συνέλιξης που παίζει η μονάδα στην πράξη του πολλαπλασιασμού, λόγω της ιδιότητας της δράσης επί καλής συνάρτησης (sifting property) της συνάρτησης δέλτα. Συγκεκριμένα η συνάρτηση δέλτα ή κρουστική συνάρτηση ή (γενικευμένη) συνάρτηση Dirac  $\delta(x)$ , η οποία είναι γενικευμένη συνάρτηση (ή κατανομή), συνήθως ορίζεται ως εξής:

$$\delta(x) = \begin{cases} +\infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

Εξ. 3-1

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1$$

Εξ. 3-2

Η συνάρτηση δέλτα διαθέτει την ιδιότητα της δράσης επί καλής συνάρτησης, δηλαδή ισχύει ότι  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - a)f(x)dx = f(a)$  (Bracewell, 1999), ενώ επίσης ισχύει ότι  $\delta(x - a) = \delta(a - x)$ . Συνεπώς θα ισχύει και το εξής:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(a - x)f(x)dx = f(a)$$

Εξ. 3-3

Η παραπάνω σχέση είναι ακριβώς η συνέλιξη της συνάρτησης δέλτα με μία συνάρτηση  $f(x)$ . Ειδικότερα, οι δύο τύποι παρακάτω είναι ταυτόσημοι:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x')f(x - x')dx' = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x')f(x')dx' = f(x)$$

Εξ. 3-4

$$\delta(x) * f(x) = f(x) * \delta(x) = f(x)$$

Εξ. 3-5

Εφόσον θέλουμε να ισχύει το ότι  $a'(t) \approx \delta(t)$ , μία λύση που ικανοποιεί αυτή τη σχέση είναι αν υποθέσουμε ότι η  $a(t)$  είναι λευκός θόρυβος, καθώς είναι γνωστό ότι ο μετασχηματισμός Fourier του λευκού θορύβου είναι μία σταθερή τιμή, π.χ. μονάδα. Αν επικαλεστούμε το θεώρημα συνέλιξης (convolution theorem), τότε έχουμε ότι (Arfken G. , 2005):

$$a'(t) = a(t) * a(t) = \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[a]\mathcal{F}[a]] = \mathcal{F}^{-1}[1]$$

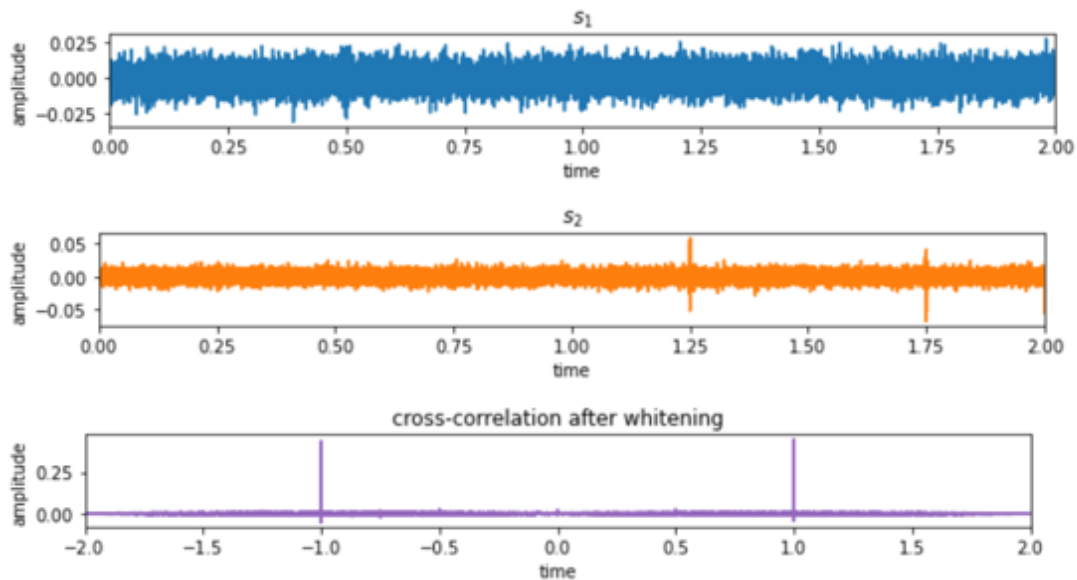
Εξ. 3-6

Όμως, εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Fourier στη συνάρτηση δέλτα, θα έχουμε το εξής αποτέλεσμα:

$$\mathcal{F}[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)e^{2\pi ift} dt = 1$$

Εξ. 3-7

Λόγω της ιδιότητας της δυαδικότητας (duality) του μετασχηματισμού Fourier, είναι αληθές το ότι  $\mathcal{F}^{-1}[1] = \delta(t)$ . Συνεπώς ικανοποιείται η θελκτική συνθήκη ότι  $a'(t) \approx \delta(t)$ , υπό την οποία ισχύει ότι  $C(t) = a'(t) * u(t) \approx u(t)$ , αν υποθέσουμε ότι ο μετασχηματισμός Fourier της  $a(t)$  ισούται με τη μονάδα, δηλαδή ότι  $\mathcal{F}[a] = 1$ . Αυτή όμως ακριβώς η συνθήκη επιτυγχάνεται μέσω της διαδικασίας της φασματικής λεύκανσης. Εφαρμόζοντας τη διαδικασία αυτή στις καταγραφές  $s_1$  και  $s_2$  της προσομοίωσης (Εικόνα 3-16), επιλύεται το πρόβλημα ανάκτησης της συνάρτησης Green που απεικονίζεται στην Εικόνα 3-15.



Εικόνα 3-16 Άνω και μεσαίο σχήματα: Οι «μολυσμένες» καταγραφές  $s_1$  και  $s_2$  που περιγράφονται στην Εικόνα 3-15, αφού έχει εφαρμοστεί λεύκανση του φάσματος για την καθένα ξεχωριστά. Παρατηρείται ότι οι καταγραφές επιστρέφουν εν μέρει στην αρχική τους κατάσταση (Εικόνα 3-14), εφόσον οι ταλαντώσεις των μονοχρωματικών πηγών, που αντιστοιχούν σε κορυφές στο πεδίο των συχνοτήτων, καταστρέφονται κατά τη διαδικασία εφαρμογής της φασματικής λεύκανσης, δηλαδή οι καταγραφές είναι και πάλι θορυβώδεις, διατηρώντας την πληροφορία της διαφοράς φάσης μεταξύ τους, έτσι ώστε να ανακτηθεί η συνάρτηση Green. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος. Το αποτέλεσμα είναι και πάλι ευκρινές, όπως θα έπρεπε (Εικόνα 3-14), σε αντίθεση με το μη ευκρινές αποτέλεσμα που παρουσιάστηκε λόγω της παρουσίας των μη στάσιμων μονοχρωματικών πηγών (Εικόνα 3-15).

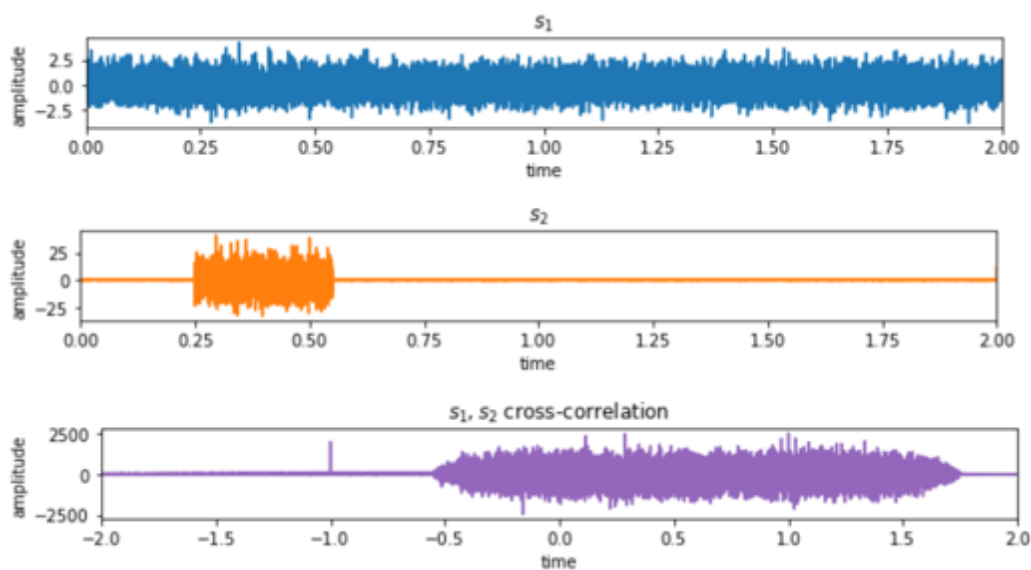


Όσον αφορά την κανονικοποίηση στο πεδίο του χρόνου, η πιο διαδεδομένη τεχνική που εφαρμόζεται είναι κανονικοποίηση 1-bit (1-bit normalization), κατά την οποία το σήμα  $s(x)$  ισούται με το πρόσημό του, δηλαδή παίρνει την τιμή 1, όταν είναι μεγαλύτερο του μηδενός και -1 όταν είναι μικρότερο του μηδενός. Δηλαδή:

$$s'(x) = \text{sgn}[s(x)] = \begin{cases} -1, & s < 0 \\ 0, & s = 0 \\ 1, & s > 0 \end{cases}$$

Εξ. 3-8

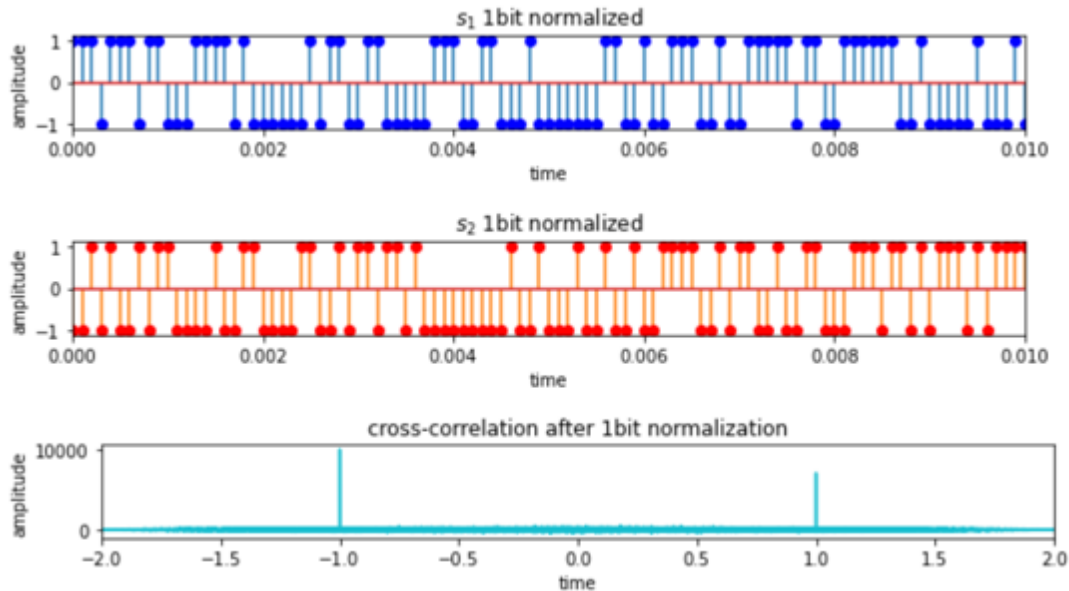
Ο προβληματισμός είναι ο ίδιος με τον προηγούμενο, με τη διαφορά ότι τώρα έχουμε ετερογένειες στο πεδίο του χρόνου και όχι στο πεδίο των συχνοτήτων. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι η ιδεατή κατάσταση η οποία περιγράφεται στην Εικόνα 3-14, μεταβάλλεται ως ακολούθως: Εκτός της θορυβώδους πηγής που καταγράφεται και από τους δύο σταθμούς, στον 2<sup>ο</sup> σταθμό επίσης καταγράφεται και μία μη στάσιμη θορυβώδης πηγή, χωρίς σαφές περιεχόμενο συχνοτήτων. Τότε σε αυτήν την περίπτωση η ανάκτηση της συνάρτησης Green καθίσταται και πάλι προβληματική, όπως περιγράφεται και στην Εικόνα 3-17.



Εικόνα 3-17 Άνω σχήμα: Καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν πομπό λευκού θορύβου στον δέκτη  $s_1$ . Μεσαίο σχήμα: Καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν πομπό λευκού θορύβου στον δέκτη  $s_2$ , σε συνδυασμό με την καταγραφή του σήματος που εκπέμπεται από έναν άλλον μη στάσιμο πομπό. Ο δέκτης  $s_2$  είναι τοποθετημένος σε τέτοια απόσταση μακριά από τον  $s_1$ , έτσι ώστε ο χρόνος διαδρομής ενός κύματος κατά τη διάδοσή του από τον δέκτη  $s_1$  στον δέκτη  $s_2$  είναι ίσος με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος. Η συνάρτηση Green του αιτιατού μέρους δεν είναι πια ευκρινής. Αξίζει να σημειωθεί ότι η εύρεση και του αιτιατού και του μη αιτιατού μέρους της, δεν είναι πάντοτε εφικτή, αλλά εξαρτάται από την ομοιογένεια της κατανομής των πηγών θορύβου στο χώρο (Εικόνα 2-4), όπως θα δούμε αναλυτικότερα και στη συνέχεια. Συνεπώς αν λόγω ασυμμετρίας της θέσης των πηγών θορύβου, δεν είναι εφικτή η ανάκτηση του μη αιτιατού μέρους της συνάρτησης Green, η εύρεση της θα καθίστατο εξαιρετικά δύσκολη.

Μνημονεύοντας την απόδειξη κατά Shearer της εύρεσης της συνάρτησης Green μέσω συσχετίσεων των καταγραφών των εκπομπών πηγών θορύβου, γίνεται η εγγενής παραδοχή ότι οι πηγές αυτές είναι όμοιες μεταξύ τους, συνεπώς η μόνη διαφορά που θα πρέπει να υφίσταται μεταξύ των καταγραφών διαφορετικών θέσεων δεν είναι διαφορά πλάτους αλλά μόνο διαφορά φάσης. Συνεπώς ένας τρόπος «θεραπείας» είναι η εφαρμογή κάποιας μορφής

εξομάλυνσης των διαφορών των καταγραφών ως προς το πλάτος, χωρίς όμως να καταστρέφεται η πληροφορία της διαφοράς φάσης μεταξύ τους.



*Εικόνα 3-18 Άνω σχήμα: Το ίδιο σήμα το οποίο περιγράφεται στο άνω σχήμα στην Εικόνα 3-17, αφού έχει εφαρμοστεί κανονικοποίηση 1-bit, κατά την οποία το αρχικό σήμα μετατρέπεται στην τιμή του πρόσημου που έχει κάθε χρονική στιγμή. Ένα τμήμα του άξονα του χρόνου έχει μεγεθυνθεί, έτσι ώστε το αποτέλεσμα της επεξεργασίας να είναι ευκρινές. Μεσαίο σχήμα: Το ίδιο σήμα το οποίο περιγράφεται στο μεσαίο σχήμα στην Εικόνα 3-17, αφού έχει εφαρμοστεί κανονικοποίηση 1-bit, κατά την οποία το αρχικό σήμα μετατρέπεται στην τιμή του πρόσημου που έχει κάθε χρονική στιγμή. Ένα τμήμα του άξονα του χρόνου έχει μεγεθυνθεί, έτσι ώστε το αποτέλεσμα της επεξεργασίας να είναι ευκρινές. Κάτω σχήμα: Η συσχέτιση των σημάτων του άνω και του μεσαίου σχήματος (χωρίς τη μεγέθυνση). Το αιτιατό μέρος της συνάρτησης Green έχει πλέον ανακτηθεί, μετά την εφαρμογή της κανονικοποίησης του πλάτους των καταγραφών του άνω και του μεσαίου σχήματος στην Εικόνα 3-17. Ακόμη και μετά την κανονικοποίηση, το μη αιτιατό μέρος είναι μεγαλύτερο κατά πλάτος από το μη αιτιατό, γεγονός που όπως θα δούμε και αργότερο είναι ενδεικτικό στοιχείο της ετερογένειας της κατανομής των πηγών θορύβου στο χώρο.*

Αξίζει να σημειωθεί και ένας άλλος τρόπος αντιμετώπισης των παραπάνω προβλημάτων, ο οποίος πηγάζει από θεωρητικές μελέτες που αφορούν την λήψη της συνάρτησης Green μέσω της αναμενόμενης τιμής των συσχετίσεων των καταγραφών ανά τακτά χρονικά διαστήματα (Lobkis & Weaver, 2001). Είναι εμφανές ότι εφόσον οι μη στάσιμες πηγές είναι οι προβληματικές (π.χ. σεισμικά γεγονότα), αφού κατά τα περισσότερα χρονικά διαστήματα αυτές θα εκλείπουν, αφενός η πλειονότητα των συσχετίσεων θα είναι μη προβληματική και αφετέρου οι συσχετίσεις που προκύπτουν υπό την έκλειψη αυτών είναι διαχωρίσιμες από αυτές που προκύπτουν υπό την ύπαρξη αυτών. Το γεγονός αυτών, σε συνδυασμό με τη χρήση άλλων ελέγχων ποιότητας (*quality control*), όπως π.χ. αυτή του λόγου σήματος προς θόρυβο (*signal to noise ratio – SNR*), καθιστά τη χρήση αυτής της τεχνικής χρήσιμο εργαλείο στην εύρεση των συναρτήσεων Green (Lin, Ritzwoller, & Shapiro, 2006).

Οι σεισμικές καταγραφές σπανίως αναπαριστούν την πραγματική εδαφική κίνηση. Η προσπάθεια ανάκτησης της πραγματικής εδαφικής κίνησης από μία δεδομένη καταγραφή καλείται και *διόρθωση της απόκρισης του οργάνου (correction for instrument response)* (Havskov & Alguacil, 2010). Τα σεισμικά όργανα καταγράφουν στην τοποθεσία τους μία ψηφιακή μορφή του πώς αντιδρούν μηχανικά και ηλεκτρικά στην εδαφική κίνηση (Bormann, 2012). Συνεπώς ένα σεισμόγραμμα είναι μία ψηφιακή εκδοχή των αναλογικών ποσοτήτων ενδιαφέροντος, δηλαδή η μετατόπιση, η ταχύτητα ή η επιτάχυνση, η οποία συνελίσσεται με την απόκριση του οργάνου, η οποία μετριέται σε *βαθμούς (counts)* (Ringler & Bastien, 2020). Ένα σεισμόμετρο θεωρείται ότι αποτελεί ένα *γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο σύστημα (linear time-invariant system)* (Scherbaum, 2001), στο οποίο εισάγεται ένα σήμα  $x(t)$  ως *είσοδος (input)*, παράγει ένα σήμα  $y(t)$  ως *έξοδο (output)*, και η είσοδος και η έξοδος του συστήματος συνδέονται ως εξής:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau)h(\tau)d\tau$$

Εξ. 3-9

Στην Εξ. 3-9 η  $h(\tau)$  καλείται η *κρουστική απόκριση (impulse response)* του συστήματος. Στην περίπτωσή μας, η έξοδος του σεισμομέτρου είναι το  $y(t)$ , η κίνηση του εδάφους είναι το  $x(t)$ , ενώ οι επιπτώσεις της μετατροπής αυτής αποτυπώνονται στην

κρουστική απόκριση  $h(\tau)$ . Για να λύσουμε την Εξ. 3-9 ως προς την κίνηση του εδάφους  $x(t)$ , μπορούμε να επικαλεστούμε το *θεώρημα συνέλιξης (convolution theorem)*, το οποίο υποστηρίζει ότι η συνέλιξη δύο συναρτήσεων στο πεδίο του χρόνου μπορεί να μετατραπεί σε πολλαπλασιασμό αυτών των συναρτήσεων στο πεδίο των συχνοτήτων (Laplace ή Fourier). Συνεπώς η Εξ. 3-9 τροποποιείται ως εξής:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\{X(s)H(s)\}$$

Εξ. 3-10

Στην Εξ. 3-10 ισχύει ότι  $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$ ,  $X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$ ,  $H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$  όπου το  $\mathcal{L}$  αναπαριστά τον μετασχηματισμό Laplace, δηλαδή:

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

Εξ. 3-11

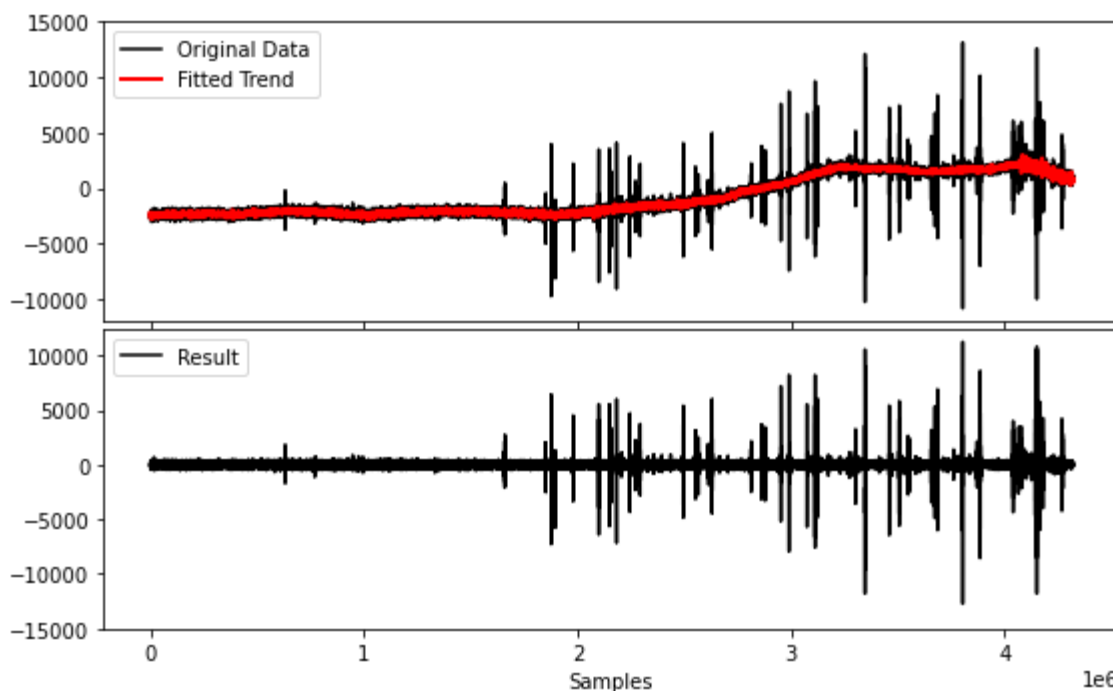
Λύνοντας ως προς  $x(t)$ , έτσι ώστε να ανακτήσουμε την πραγματική εδαφική κίνηση, η Εξ. 3-10 τροποποιείται και έχουμε ότι:

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{Y(s)}{H(s)}\right\}$$

Εξ. 3-12

Με  $\mathcal{L}^{-1}$  συμβολίζεται ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace, ενώ το  $s = \sigma + i\omega$  είναι μιγαδικός αριθμός με γωνιακή συχνότητα  $\omega = 2\pi f$ , όπου με  $f$  συμβολίζεται η συχνότητα. Στο μετασχηματιζόμενο πεδίο, δηλαδή στο πεδίο Laplace, το  $H(s)$  καλείται *συνάρτηση μεταφοράς (transfer function)*. Η ισοδύναμη ποσότητα στο πεδίο Fourier είναι η μιγαδική *απόκριση συχνοτήτων (frequency response)* (Wielandt, 2012). Η Εξ. 3-12 επιτυγχάνει την απλούστευση του προβλήματος, το οποίο είναι η εύρεση της κίνησης του εδάφους  $x(t)$ , μέσω μίας διαίρεσης του μετασχηματισμού Laplace ή Fourier του σειсмоγράμματος με τη συνάρτηση μεταφοράς του οργάνου ή τη μιγαδική απόκριση

συχνοτήτων, η οποία είναι απλή ως διαδικασία στη θεωρία αλλά χρειάζεται προσοχή στην πράξη, καθώς οι πράξεις στη θεωρία τελούνται στο συνεχές και σε άπειρο χρόνο. Στην πράξη όμως, τα σειсмоγράμματα είναι πεπερασμένου χρόνου και διακριτές χρονοσειρές και όλες οι πράξεις οι οποίες αναφέρονται παραπάνω θα πρέπει να αντικατασταθούν από τις διακριτές αντιστοιχίσεις τους, ενώ θα πρέπει να συνοδεύονται και από την κατάλληλη προεπεξεργασία, όπως η *απάλειψη μέσου (demeaning)*, η *απάλειψη τάσης (detrending)* (Εικόνα 3-19), καθώς και την ειδική μεταχείριση των άκρων (π.χ. tapering, zero-padding).



Εικόνα 3-19 Παράδειγμα *detrending* στο σταθμό *EVGI* διάρκειας μισής ημέρας, η οποία έγινε αφαιρώντας παρεμβαλλόμενα πολυώνυμα 3<sup>ου</sup> βαθμού από το αρχικό σήμα.

Η διαδικασία αυτή είναι γνωστή και ως *αποσυνέλιξη (deconvolution)*. Τα θεμέλια της αποσυνέλιξης τέθηκαν από τον Norbert Wiener (Wiener, 1964) κατά τη διάρκεια του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου, τα οποία όμως αποτέλεσαν απόρρητη πληροφορία κατά τη διάρκειά αυτού. Αξίζει επίσης να σημειωθεί, ότι μία πρώτη εφαρμογή της αποσυνέλιξης έγινε στην Σεισμολογία ανακλάσεων το 1950 (Robinson, 1954), όπου ο Enders Robinson, όντας μεταπτυχιακός φοιτητής στο MIT, συνεργάστηκε με τους Norbert Wiener, Norman Levinson και Paul Samuelson, έτσι ώστε να αναπτύξει το μοντέλο συνέλιξης ενός σειсмоγράμματος ανακλάσεων.

Η συνάρτηση μεταφοράς δύναται να εκφραστεί και ως λόγος δύο μιγαδικών πολυωνύμων (Scherbaum, 2001), με ρίζες (zeros)  $z_i$ , πόλους (poles)  $p_j$  και απολαβή (gain)  $k$ :

$$H(s) = k \frac{\prod_{i=1}^m s - z_i}{\prod_{j=1}^n s - p_j}$$

Εξ. 3-13

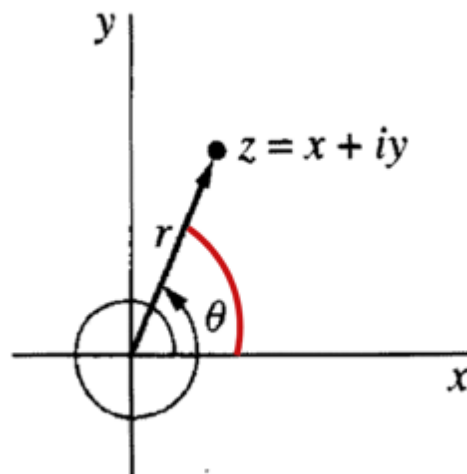
Συνεπώς η γνώση των ριζών, των πόλων και της απολαβής ενός σεισμομέτρου μας επιτρέπει τον καθορισμό της συνάρτησης μεταφοράς και συνεπώς την επιτυχή απάλειψή της από το σεισμόγραμμα. Οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι δημοσίως διαθέσιμες για όλους του ευρείας ζώνης σειсмоγράφους οι οποίοι διατίθενται από τους κύριες κοινοπραξίες σεισμολογικής έρευνας, όπως π.χ. IRIS (Incorporated Research Institutions for Seismology), GEOSCOPE και GSN (Global Seismographic Network). Η πληροφορία αυτή περιέχεται συνήθως σε αρχεία της μορφής RESP ή SAC\_PZ, όπου μεταξύ άλλων, εμπεριέχεται και η κρίσιμη πληροφορία η οποία απαιτείται για τη διόρθωση της απόκρισης του οργάνου, η οποία είναι οι τιμές των ριζών, των πόλων και της σταθεράς απολαβής.

Η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να δώσει δύο πολύ σημαντικές πληροφορίες, ως προς την αλλοίωση που υφίσταται ένα εισαγόμενο σήμα στο σεισμόμετρο, καθώς μεταβάλλεται τόσο το πλάτος όσο και η φάση αυτού. Η απόκριση πλάτους (*amplitude response*) του συστήματος μπορεί να υπολογιστεί μέσω του μέτρου της συνάρτησης μεταφοράς  $|H|$ , η οποία αναπαριστά το μήκος της γραμμής που ενώνει την αρχή των αξόνων με την τιμή της συνάρτησης μεταφοράς στο μιγαδικό επίπεδο (διάγραμμα Argand). Η απόκριση φάσης (*phase response*) του συστήματος μπορεί να υπολογιστεί μέσω της κύριας τιμής του ορίσματος (*principal value of the argument*)  $Arg(H)$ , η οποία αναπαριστά τη μοναδική γωνία σε ακτίνια εντός του διαστήματος  $(-\pi, \pi]$ , η οποία σχηματίζεται μεταξύ του θετικού μέρους του πραγματικού άξονα και της γραμμής που ενώνει την αρχή των αξόνων με την τιμή της συνάρτησης μεταφοράς στο μιγαδικό επίπεδο (Εικόνα 3-20).

Έστω ότι  $z = x + iy$ . Σε πολικές συντεταγμένες θα έχουμε ότι  $x = r\cos\theta$  και  $y = r\sin\theta$ . Ο μιγαδικός αριθμός  $z$  μπορεί να εκφραστεί με την εκθετική μορφή (*exponential form*) του, σύμφωνα με τον τύπο του Euler (Brown & Churchill, 2003):

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$$

Εξ. 3-14

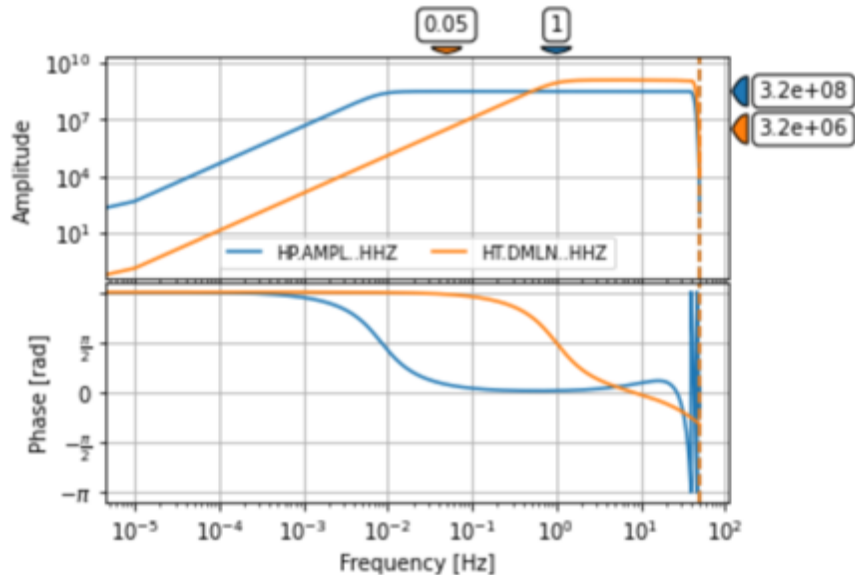


Εικόνα 3-20 Απεικόνιση του μέτρου (*modulus*)  $r$ , μίας τιμής του ορίσματος (*argument*)  $\theta$  και της κύριας τιμής του ορίσματος ενός μιγαδικού αριθμού  $z$ , που αναφέρονται στην Εξ. 3-14. Η κύρια τιμή του ορίσματος είναι η γωνία που συμβολίζεται με το τόξο ερυθρού χρώματος. Το μέτρο λαμβάνει μία μοναδική τιμή, σε αντίθεση με το όρισμα, λόγω της περιοδικότητας των τριγωνομετρικών αριθμών από τους οποίους προκύπτει. Συγκεκριμένα το σύνολο όλων των πιθανών τιμών του ορίσματος  $\arg(z)$  μπορεί να εκφραστεί ως προς την κύρια τιμή του ορίσματος  $Arg(z)$ , σύμφωνα με την εξίσωση.  $\arg(z) = \{Arg(z) + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ .

Στην Εξ. 3-14 το μέτρο  $r$  του μιγαδικού αριθμού  $z$  καλείται και *μέγεθος* (*magnitude*), ενώ το όρισμα  $\theta$  του μιγαδικού αριθμού  $z$  καλείται και *φάση* (*phase*) (Borowski & Borwein, 2002). Εφόσον η συνάρτηση μεταφοράς είναι συνάρτηση μιγαδικών τιμών, για κάθε συχνότητα αντιστοιχεί και ένας μιγαδικός αριθμός  $z$ , ο οποίος θα έχει ένα μέγεθος και μία



φάση. Το σύνολο αυτών των μεγεθών και των φάσεων ανά συχνότητα απαρτίζουν την απόκριση πλάτους και την απόκριση φάσης αντιστοίχως.



Εικόνα 3-21 Η απόκριση πλάτους (άνω σχήμα) και η απόκριση φάσης (κάτω σχήμα) της κατακόρυφης συνιστώσας του σταθμού AMPL ο οποίος ανήκει στο δίκτυο της Πάτρας, καθώς και του σταθμού DMLN ο οποίος ανήκει στο δίκτυο της Θεσσαλονίκης. Οι αποκρίσεις του σταθμού AMPL απεικονίζονται με καμπύλες κυανού χρώματος, ενώ οι αποκρίσεις του σταθμού DMLN απεικονίζονται με καμπύλες ωχρού χρώματος. Με κατακόρυφη διακεκομμένη γραμμή συμβολίζεται η συχνότητα Nyquist. Σύμφωνα με την Εξ. 3-12, η συνάρτηση μεταφοράς ως παρονομαστής, αν αποκτήσει πολύ μικρή τιμή τότε θα αποδώσει πολύ μεγάλη τιμή ταχύτητας της εδαφικής κίνησης, η οποία όμως δεν είναι βέβαιο πως ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Η τιμές κάτω από τις οποίες η αποκρίσεις πλάτων μειώνονται είναι οι 0.01Hz για τον σταθμό AMPL και 1Hz για τον σταθμό DMLN. Οι αποκρίσεις πλάτων συμφωνούν με τον Πίνακα 3-2, όπου το σεισμόμετρο του σταθμού AMPL χαρακτηρίζεται ως ευρυζώνιο ενώ το σεισμόμετρο του σταθμού DMLN χαρακτηρίζεται ως μικρής περιόδου.

Οι αποκρίσεις αυτές υποδηλώνουν τη σχέση μεταξύ μίας ημιτονοειδούς εισόδου (*input*) και της εξόδου (*output*) ενός συστήματος, το οποίο περιγράφεται πλήρως από τη

συνάρτηση μεταφοράς του (Smith III, 2007). Η απόκριση πλάτους είναι ο λόγος του πλάτους της εξόδου ως προς το πλάτος της εισόδου ενώ η απόκριση φάσης είναι η φάση της εξόδου με σημείο αναφοράς την είσοδο, η οποία θεωρείται πως έχει μηδενική φάση. Ένα γνωστό παράδειγμα μηχανικού συστήματος είναι αυτό της εξαναγκασμένης ταλάντωσης. Αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα αυτό περιγράφεται από ένα σώμα μάζας  $m$ , σταθερά απόσβεσης  $b$ , σταθερά ελατηρίου  $k$ , το οποίο διεγείρεται από ημιτονοειδή δύναμη σταθερού πλάτους  $B$  της μορφής  $B \cos \omega t$ , τότε θα ισχύει ότι οι αποκρίσεις πλάτους  $g$  και φάσης  $\varphi$  θα είναι (Mattuck, Miller, Jerison, French, & Orloff, 2007):

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + b^2\omega^2}}$$

Εξ. 3-15

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{b\omega}{k - m\omega^2}\right)$$

Εξ. 3-16

Αν θεωρήσουμε ότι στο σύστημα αυτό δεν υφίσταται απόσβεση, συνεπώς  $b = 0$ , θα έχουμε τη μέγιστη απόκριση πλάτους όταν ο παρονομαστής της Εξ. 3-15 μηδενίζεται, άρα θα πρέπει  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Αυτή η συνθήκη όταν ικανοποιείται είναι η προϋπόθεση για το φαινόμενο του *συντονισμού (resonance)* κατά το οποίο σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι ίση με την *ιδιοσυχνότητα (eigenfrequency)* του ταλαντωτή, με αποτέλεσμα τη μεγιστοποίηση του πλάτους. Επίσης σύμφωνα με την Εξ. 3-16, θα πρέπει ο διεγέρτης και ταλαντωτής να μην έχουν διαφορά φάσης σε καμία συχνότητα. Ένα σεισμόμετρο μπορεί να παρομοιαστεί με έναν ταλαντωτή, ενώ η εδαφική κίνηση με έναν διεγέρτη, συνεπώς το σύστημα αυτό θα έχει απόκριση πλάτους η οποία θα περιγράφεται από την Εξ. 3-15 και απόκριση φάσης η οποία θα περιγράφεται από την Εξ. 3-16.

Συγκεκριμένα, εφόσον πρόκειται για το ίδιο σύστημα, θα περιγράφεται και από την ίδια διαφορική εξίσωση., η οποία καλείται *εξίσωση κίνησης του σεισμομέτρου* (Parazachos, Karaikasis, & Chatzidimitriou, 2005):

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_0\dot{u} + \omega_0^2u = -\ddot{x}$$

Εξ. 3-17

Στην Εξ. 3-17, ο όρος  $u$  είναι η σχετική μετάθεση της μάζας του σεισμομέτρου, η οποία αναγράφεται, σε σχέση με τη μετάθεση του εδάφους  $x$ . Ο όρος  $\zeta = b/b_k$  ονομάζεται *παράγοντας απόσβεσης*, όπου το  $b_k = 2m\omega_0$  καλείται *συντελεστής κρίσιμης απόσβεσης*, με  $\omega_0$  γωνιακή ιδιοσυχνότητα του συστήματος και  $m$  μάζα σεισμομέτρου. Αν ο διεγέρτης – δηλαδή η κίνηση του εδάφους – είναι αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους  $A$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega$ , ήτοι  $x = A \sin(\omega t)$ , τότε η Εξ. 3-17 γίνεται:

$$\ddot{u} + 2\zeta\omega_0\dot{u} + \omega_0^2u = A\omega^2 \sin(\omega t)$$

Εξ. 3-18

Η λύση της Εξ. 3-18, για  $\zeta < 1$ , υπό την οποία συνθήκη θα υφίσταται αρμονική ταλάντωση, θα έχει την ακόλουθη μορφή:

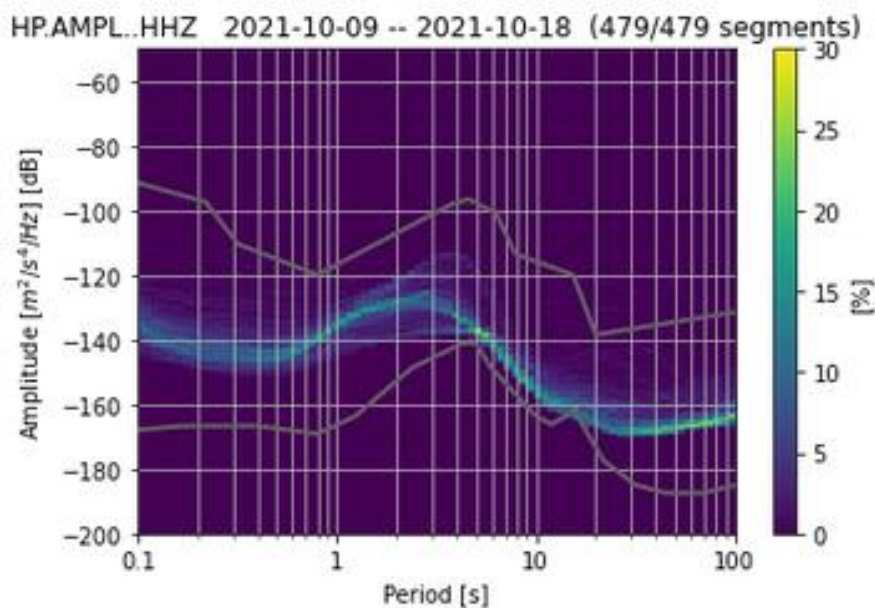
$$u = B \sin(\omega t) + C e^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_0 t \sqrt{1 - \zeta^2} + \varphi)$$

Εξ. 3-19

Ο 1<sup>ος</sup> όρος  $B \sin(\omega t)$  της Εξ. 3-19 εκφράζει τη σχετική κίνηση του σεισμομέτρου η οποία επιβάλλεται από την κίνηση του εδάφους (λόγω της παρουσίας του όρου της κυκλικής συχνότητας  $\omega$ ) και γι' αυτό διατηρείται όσο και η κίνηση του εδάφους. Αυτή ονομάζεται *λύση σταθερής κατάστασης (steady-state solution)*. Ο 2<sup>ος</sup> όρος ονομάζεται *παροδική (transient) συνάρτηση* και αντιπροσωπεύει την ιδιοταλάντωση του σεισμομέτρου η οποία σύντομα μειώνεται λόγω της απόσβεσης. Η γρήγορη μείωση της ιδιοταλάντωσης του σεισμομέτρου, η οποία οφείλεται στον παράγοντα  $e^{-\zeta\omega_0 t}$ , έχει ως συνέπεια την πιστότερη

αναγραφή της εδαφικής κίνησης. Σύμφωνα με την Εξ. 3-12, η συνάρτηση μεταφοράς ως παρονομαστής, αν αποκτήσει πολύ μικρή τιμή τότε θα αποδώσει πολύ μεγάλη τιμή ταχύτητας της εδαφικής κίνησης, η οποία όμως δεν είναι βέβαιο πως ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Αυτό ισχύει διότι αν υποθέσουμε ότι το σεισμόμετρο μπορεί να μην μπορεί να μετρήσει την εδαφική κίνηση σε συχνότητες μικρότερες από μία ορισμένη τιμή, τότε για αυτές τις συχνότητες η πραγματική κίνηση του εδάφους θα πρέπει θεωρητικώς να απειρίζεται. Στην Εικόνα 3-21 παρουσιάζονται οι αποκρίσεις δύο σταθμών του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου. Η απόκριση πλάτους του σταθμού AML είναι σταθερή για συχνότητες μεγαλύτερες των 0.01Hz, ενώ μειώνεται για συχνότητες μικρότερες αυτής. Συνεπώς μετά την εφαρμογή της διαδικασίας της αποσυνέλιξης, το πλάτος της κίνησης του εδάφους θα μεγεθυνθεί για τιμές συχνότητας οι οποίες είναι μικρότερες από 0.01Hz. Το ίδιο επίσης παρατηρείται και για τον σταθμού DMLN, αλλά για συχνότητες μικρότερες του 1Hz.

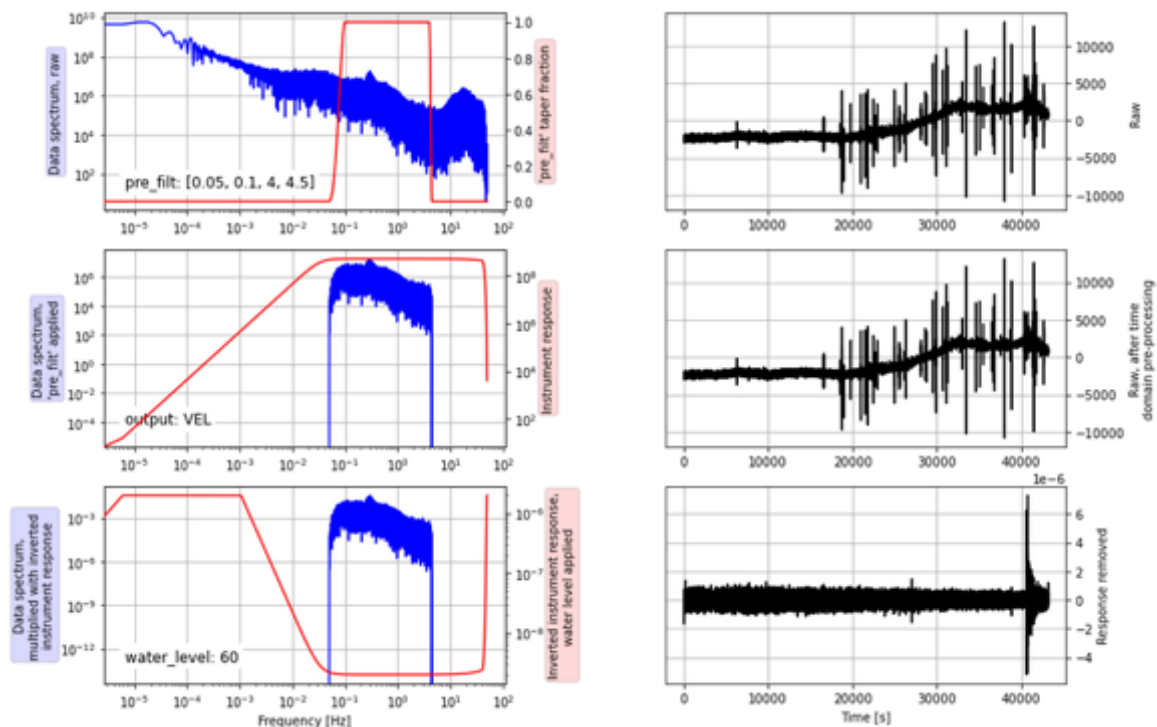
Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο τεχνικές: η μία είναι η εφαρμογή ενός *υψηλοπερατού φίλτρου (high-pass filter)*, έτσι ώστε να επιτρέπεται η είσοδος των συχνοτήτων ενός σήματος οι οποίες θα είναι υψηλότερες από μία *συχνότητα αποκοπής (cutoff/corner frequency)*, οι οποίες θα είναι τέτοιες έτσι ώστε να αποτελούν χρήσιμες στην παρούσα μελέτη αλλά και θα μπορούν να καταγράφονται ορθά από το όργανο μέτρησης.



Εικόνα 3-22 Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της πυκνότητας φασματικής ισχύος της κατακόρυφης συνιστώσας του σταθμού AMPL για την περίοδο ενδιαφέροντος (9/10/2021 – 18/10/2021). Η εικονιζόμενη συνάρτηση ταιριάζει με τα θεωρητικά αποτελέσματα τα οποία παρουσιάζονται στην Εικόνα 1-2 και στην Εικόνα 2-2. Οι περίοδοι στις οποίες το πλάτος του σεισμικού θορύβου είναι μέγιστο αντιστοιχεί στις περιόδους στις οποίες επικρατούν τα επιφανειακά κύματα, οπότε αναμένεται η επικράτηση των επιφανειακών κυμάτων κατά την ανάκτηση των συναρτήσεων Green.

Σύμφωνα με τις Εικόνες Εικόνα 1-2, Εικόνα 2-2 και Εικόνα 3-22, τα επιφανειακά κύματα κυρίως καταγράφονται μεταξύ των συχνοτήτων 0.01 και 0.1 Hz, συνεπώς τιμές συχνοτήτων χαμηλότερες από αυτές δεν αποτελούν αντικείμενο ενδιαφέροντος στην παρούσα μελέτη. Κατά την εφαρμογή του υψηλοπερατού φίλτρου, τα σήματα που περιέχουν συχνότητες οι οποίες είναι χαμηλότερες από την συχνότητα αποκοπής εξασθενούν (*attenuation*). Συνεπώς η εφαρμογή ενός υψηλοπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής με τιμή τέτοια ώστε να μην είναι χαμηλότερη των 0.1Hz, επιτρέπει την είσοδο των μετρήσεων των επιφανειακών κυμάτων ενώ ταυτόχρονα δεν επιτρέπει την λανθασμένα υπερβολικά μεγάλη μεγέθυνση των πλατών των χαμηλόσυχνων σημάτων. Η δεύτερη τεχνική είναι η εφαρμογή του ψαλιδισμού (*clipping*) των υπερβολικά μεγεθυμένων σημάτων, έτσι

ώστε το πλάτος τους να μην υπερβαίνει κάποιο ανώτατο όριο. Στην παρούσα μελέτη χρησιμοποιούνται οι δύο τεχνικές σωρευτικά, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3-23.



Εικόνα 3-23 Παράδειγμα αφαίρεσης απόκρισης από το σταθμό EVGI διάρκειας μισής ημέρας. Στο άνω αριστερά σχήμα η καμπύλη κόκκινου χρώματος είναι η απόκριση του φίλτρου ενώ η μπλε είναι η απόκρισης πλάτους του σήματος. Στο άνω δεξιά είναι το πρωτογενές σήμα. Στο μεσαίο αριστερά η κόκκινη καμπύλη είναι η απόκριση του οργάνου ενώ η μπλε καμπύλη είναι η απόκριση του σήματος μετά την εφαρμογή του φίλτρου. Στο μεσαίο δεξιά σχήμα είναι το πρωτογενές σήμα μετά την εφαρμογή διαχείρισης των άκρων (*tapering*). Στο κάτω αριστερά σχήμα, η καμπύλη κόκκινου χρώματος είναι η συμπληρωματική της απόκρισης του οργάνου, η οποία ψαλιδίζεται στα σημεία που απειρίζεται. Με μπλε χρώμα είναι η απόκριση του αποσυνελιγμένου σήματος. Κάτω δεξιά είναι το αποσυνελιγμένο σήμα. Παρατηρείται ότι η αποκοπή των πολύ χαμηλών συχνοτήτων οδηγεί ουσιαστικά σε *detrending*.

### 3.3. Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green

Μετά τη συλλογή και την προ-επεξεργασία των δεδομένων ακολουθεί η ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green, μεταξύ κάθε ζεύγους σταθμών. Αν ο κάθε σταθμός έχει συχνότητα δειγματοληψίας 100Hz, τότε τα δεδομένα μίας ημέρας αντιστοιχούν σε περίπου 8.6 εκατομμύρια σημεία - μετρήσεις. Επίσης ο συνολικός αριθμός των ανακτώμενων συναρτήσεων Green που προκύπτουν από τον συνδυασμό των σταθμών ανά δύο ισούται με το *διωνυμικό συντελεστή (binomial coefficient)*:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \approx \frac{n^2}{2}$$

Εξ. 3-20

Στην Εξ. 3-20 συμβολίζουμε με  $n$  τον αριθμό των σεισμικών σταθμών. Από την εξίσωση αυτή φαίνεται πως προσεγγιστικά ο αριθμός των ανακτώμενων συναρτήσεων Green μεγαλώνει κατά μία τάξη μεγέθους σε σχέση με τον αρχικό αριθμό των σταθμών, ήτοι αν το δίκτυο σταθμών μας αποτελείται από δεκάδες σταθμούς, αναμένεται να ανακτήσουμε εκατοντάδες συναρτήσεις Green. Συνεπώς για μία μόνο ημέρα σεισμολογικών δεδομένων, αν για κάθε ζεύγος σταθμών έχουμε 17.2 εκατομμύρια σημεία, συνολικά καλούμαστε να εφαρμόσουμε υπολογισμούς της τάξης των δισεκατομμυρίων σημείων.

Μία συνήθης τακτική στο πλαίσιο της Παθητικής Σεισμικής Τομογραφίας είναι η εφαρμογή του *αποδεκατισμού (decimation)* των σεισμικών καταγραφών, κατά τις οποίες ανά κάθε τακτό διάστημα σημείων αφαιρείται το ένα. Εφόσον λοιπόν μειώνεται η συχνότητα δειγματοληψίας, μειώνεται η συχνότητα Nyquist, συνεπώς συνήθως προτείνεται και μετέπειτα εφαρμογή ενός χαμηλοπερατού φίλτρου. Στο πλαίσιο όμως της *γεωμετρικής οπτικής (geometrical optics)* όπου εφαρμόζεται η *θεωρία ακτίνας (ray theory)* υπό την οποία προϋπόθεση είναι η υπόθεση υψηλών συχνοτήτων (συγκεκριμένα θεωρείται ότι το μήκος κύματος των κυμάτων είναι μικρό συγκριτικά με το μέγεθος των δομών με τις οποίες έρχονται σε επαφή), όσο αποκόπτουμε το περιεχόμενο του σήματος σε υψηλές συχνότητες, τόσο λιγότερο η θεωρία ακτίνας αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα. Ανάλογες υποθέσεις χρησιμοποιούνται και κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος μέσω της εικονικής Εξίσωσης, όπως αναλυτικότερα θα δούμε στο (4.2 Η εικονική εξίσωση), όπου παρουσιάζεται η απόδειξή της. Όμως, εφόσον κατά κανόνα για τα κύματα Rayleigh όσο αυξάνεται η

περίοδος τους αυξάνεται και το βάθος στο οποίο διεισδύουν, αν υποθέσουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης αυξάνεται με το βάθος, το υψίσυχο περιεχόμενο των συναρτήσεων Green βελτιώνει τη διακριτική ικανότητα στη ρηχή δομή του υπεδάφους.

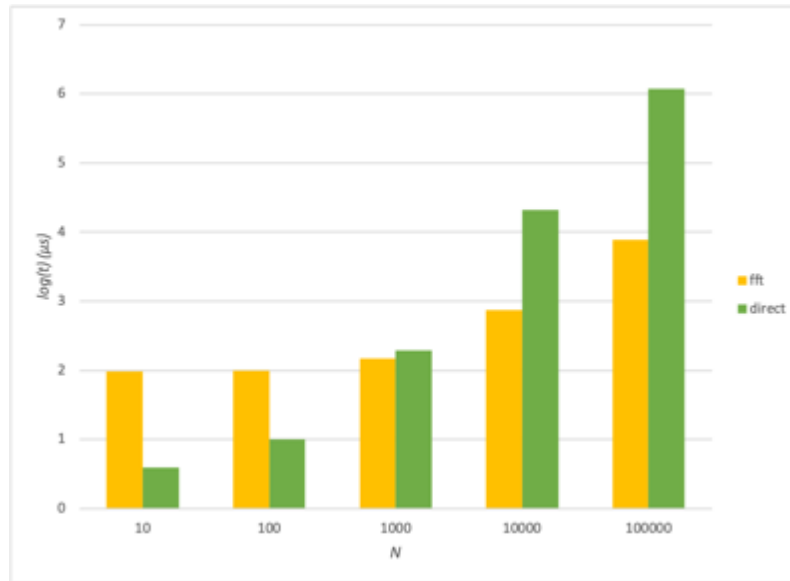
Μία άλλη τακτική που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι η εφαρμογή του *θεωρήματος συνέλιξης (convolution theorem)* (Arfken G. , 2005) (Bracewell, 1999), το οποίο υποδηλώνει ότι η συνέλιξη δύο συναρτήσεων  $f$  και  $g$  στο πεδίο του χρόνου ισοδυναμεί με τον πολλαπλασιασμό στο πεδίο των συχνοτήτων. Εκ του θεωρήματος αυτού μπορεί να προκύψει το παρακάτω λήμμα, στο οποίο με  $\overline{\mathcal{F}\{f\}}$  συμβολίζεται ο συζυγής μιγαδικός του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης  $f$ , με  $\mathcal{F}^{-1}$  συμβολίζεται ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier και με  $f \star g$  συμβολίζεται η συσχέτιση των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ :

$$f \star g = \mathcal{F}^{-1} \{ \overline{\mathcal{F}\{f\}} \mathcal{F}\{g\} \}$$

Εξ. 3-21

Με βάση την Εξ. 3-21 μπορούμε να εφαρμόσουμε την πιο εργονομική πράξη του πολλαπλασιασμού στοιχείων σε σχέση με το άθροισμα κυλιόμενου γινομένου στοιχείων που περιλαμβάνεται στην συνέλιξη και την συσχέτιση. Μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι η εφαρμογή εις τριπλούν ταχέος μετασχηματισμού Fourier (*Fast Fourier Transform*) που απαιτείται στο θεώρημα συνέλιξης (μεταξύ άλλων τεχνικών θεμάτων στα οποία πρέπει να επιστήσουμε την προσοχή μας). Όντως κάτι τέτοιο είναι αληθές αν ο αριθμός των στοιχείων είναι μικρός, σε αντίθετη όμως περίπτωση η εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης είναι απαραίτητη. Μία σύγκριση των χρόνων υπολογισμού στις δύο περιπτώσεις παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-24.





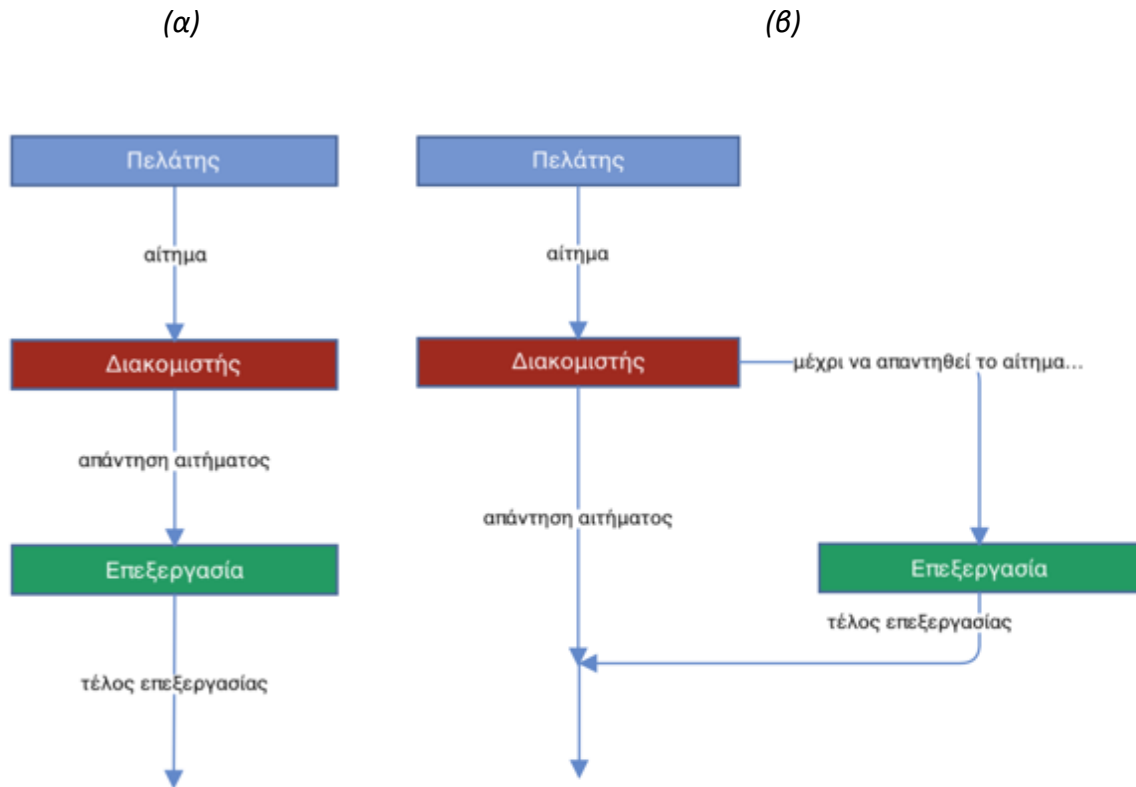
Εικόνα 3-24 Σύγκριση του χρόνου υπολογισμού της συσχέτισης δύο συναρτήσεων μίας μεταβλητής με δύο τρόπους: ο ένας τρόπος είναι με εφαρμογή του ορισμού της συσχέτισης  $f * g = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t + \tau)dt$  ενώ ο άλλος είναι με την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης στην Εξ. 3-21. Ό,τι αφορά την εφαρμογή του ορισμού συμβολίζεται με πράσινο χρώμα, ενώ ό,τι αφορά την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης συμβολίζεται με κίτρινο χρώμα. Στον οριζόντιο άξονα λαμβάνονται υπόψη πέντε (5) διαφορετικές περιπτώσεις, όπου στην καθεμία μεταβάλλεται ο αριθμός των στοιχείων που περιέχονται στις διακριτές συναρτήσεις  $f, g$ . Στον κατακόρυφο άξονα αναγράφονται οι λογάριθμοι (για λόγους ευκρίνειας) των χρόνων υπολογισμού της συσχέτισης σε  $\mu s$ . Για πλήθος στοιχείων ανά συνάρτηση μικρότερο του 1000, η απ' ευθείας εφαρμογή του ορισμού της συσχέτισης είναι υπολογιστικά ταχύτερη σε σχέση με την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης. Σε αντίθετη περίπτωση, η εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης είναι μακράν πιο αποδοτική ως προς τον απαιτούμενο χρόνο υπολογισμού της συσχέτισης.

Τέλος, μέσω της εφαρμογής ασύγχρονου προγραμματισμού (*asynchronous programming*) μπορούν να επιταχυνθούν ορισμένοι αλγόριθμοι στον Η/Υ. Σε ένα πρόγραμμα λέμε ότι έχουμε ασύγχρονο κώδικα, όταν ο κώδικας αυτός ξεκινάει μία λειτουργία μακράς διάρκειας (*long-running operation*), αλλά δεν παραμένει αδρανής για όσο διαρκεί αυτή η λειτουργία. Κατά αυτή την έννοια, είναι ακριβώς το αντίθετο του σύγχρονου κώδικα, ο οποίος παραμένει αδρανής για όσο διαρκεί αυτή η

λειτουργία (Vlachou, 2018). Μερικά παραδείγματα λειτουργιών μακράς διάρκειας αποτελούν η πρόσβαση στο διαδίκτυο, η πρόσβαση σε σκληρούς δίσκους, καθώς και οι καθυστερήσεις για κάποιο χρονικό διάστημα. Στην Επιστήμη των Υπολογιστών (*Computer Science*), ένα *νήμα* (*thread*) εκτέλεσης (*execution*) είναι η μικρότερη ακολουθία προγραμματισμένων εντολών που μπορεί να υποστεί διαχείριση ανεξάρτητα από έναν *χρονοπρογραμματιστή κεντρικής μονάδας επεξεργασίας* (*scheduler*) του λειτουργικού συστήματος (*operating system*) (Lampert, 1979).

Στις περισσότερες περιπτώσεις πολλαπλά νήματα εμπεριέχονται σε μια *διεργασία* (*process*). Τα νήματα αυτά, μπορούν να μοιράζονται πόρους από το σύστημα (π.χ. μνήμη) ενώ αντιθέτως, διαφορετικές διεργασίες δεν μπορούν να μοιράζονται τους ίδιους πόρους. Τα νήματα μιας διεργασίας περιέχουν τον κώδικα της διεργασίας στην οποία εμπεριέχονται καθώς και τις τιμές των μεταβλητών της σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Όταν τρέχουμε ένα πρόγραμμα το λειτουργικό σύστημα δημιουργεί μια διεργασία η οποία τρέχει παράλληλα με τις υπόλοιπες διεργασίες του συστήματος. Το πρόγραμμα μπορεί να δημιουργήσει νήματα, τα οποία τρέχουν παράλληλα μέσα στο χώρο μνήμης της διεργασίας. Τα νήματα μπορούν εύκολα να επικοινωνήσουν μεταξύ τους και να δούνε κοινές μεταβλητές σε αντίθεση με τις διεργασίες που τρέχουν ανεξάρτητα. Σε όλες τις γνωστές γλώσσες προγραμματισμού, ο κώδικας τρέχει σε ένα νήμα του λειτουργικού συστήματος.

Εάν αυτό το νήμα συνεχίζει να κάνει άλλες ενέργειες ενώ είναι σε εξέλιξη κάποια λειτουργία μακράς διάρκειας, τότε ο κώδικας λέμε ότι είναι ασύγχρονος. Παραδείγματος χάριν, μπορεί ένας διακομιστής να εξυπηρετεί τον κάθε πελάτη σε διαφορετικό νήμα, στην οποία περίπτωση λέμε ότι έχουμε *παραλληλισμό σε επίπεδο νήματος* (*thread level parallelism*) (Koutsoroulos, 2022). Εάν το νήμα είναι ακόμα στον κώδικά μας, αλλά δεν κάνει καμία λειτουργία, τότε λέμε ότι έχουμε γράψει σύγχρονο κώδικα.



Εικόνα 3-25 Διαγράμματα ροής για τις περιπτώσεις (α) σύγχρονου προγραμματισμού και (β) ασύγχρονου προγραμματισμού. Ο σύγχρονος προγραμματισμός εκτελεί τις εντολές σειριακά, δηλαδή πρέπει η προηγούμενη εντολή να έχει ολοκληρωθεί πριν την εκκίνηση της επόμενης. Και στις δύο περιπτώσεις ο σκοπός είναι ο ίδιος δηλαδή να λάβουμε μία απάντηση (response) από έναν διακομιστή (server) ως πελάτης (client) και να επεξεργαστούμε κάποια δεδομένα. Στην περίπτωση (α) πρέπει πρώτα να ολοκληρωθεί η απάντηση του αιτήματός μας από τον διακομιστή προτού προβούμε στην επεξεργασία των δεδομένων. Στην περίπτωση (β) όμως μπορούμε ενώ περιμένουμε την απάντηση από το διακομιστή (π.χ. τη μεταφόρτωση (download) σεισμολογικών δεδομένων), εφόσον δεν καταναλώνεται υπολογιστική ισχύς, να προβούμε παράλληλα στην επιθυμητή επεξεργασία των δεδομένων. Μόλις ολοκληρωθούν και οι δύο διαδικασίες (η μεταφόρτωση και η επεξεργασία των δεδομένων) τότε μπορούμε να προχωρήσουμε στην οποιαδήποτε περαιτέρω διαδικασία.

Έστω ότι ορίζουμε τη συσχέτιση  $C_{a,b}$  μεταξύ δύο σεισμικών καταγραφών  $a, b$  του ίδιου χρονικού διαστήματος ως:

$$C_{a,b}(t) = \int a(t')b(t+t')dt'$$

Εξ. 3-22

Τότε η συσχέτιση αυτή συνδέεται με τη συνάρτηση Green μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, αν το  $H$  υποδηλώνει τη συνάρτηση Heaviside, το  $c$  τη φασική ταχύτητα του κύματος, το  $r_{a,b}$  την απόσταση του ενός σταθμού από τον άλλον, το  $\tilde{a}(t)$  την αυτοσυσχέτιση της καταγραφής του σταθμού  $a$ , το σύμβολο  $*$  υποδηλώνει την πράξη της συνέλιξης ενώ το σύμβολο  $\star$  υποδηλώνει την πράξη της συσχέτισης, τότε θα ισχύει ότι (Nahakara, 2006):

$$\frac{d}{dt}\{C_{a,b}(t)\} = \tilde{a}(t) * \frac{d}{dt}\left\{\frac{c}{2r_{a,b}}[H(t+r_{a,b}/c) - H(t-r_{a,b}/c)]\right\}$$

Εξ. 3-23

Η Εξ. 3-23 ανακτήθηκε χρησιμοποιώντας την ιδιότητα  $(f * g)' = f' * g = f * g'$ . Αν λάβουμε υπόψη το δεξί της μέρος, και το γεγονός ότι η παράγωγος της συνάρτησης Heaviside δίνει την συνάρτηση δέλτα, ο 2<sup>ος</sup> όρος της συνέλιξης είναι ανάλογος της συνάρτησης Green  $g_{a,b}(t)$  της κυματικής Εξίσωσης μεταξύ των σταθμών  $a, b$  (Duffy, 2015), άρα θα έχουμε ότι:

$$-\frac{dC}{dt} \propto g_{a,b}(t) * \tilde{a}(t)$$

Εξ. 3-24

Από το θεώρημα συνέλιξης, αν συμβολίσουμε με κεφαλαία γράμματα  $A, B$  τον μετασχηματισμό Fourier των καταγραφών  $a, b$ , λόγω της ιδιότητας  $A' = i\omega A$ , μπορούμε να ανακτήσουμε τη σχέση:

$$G(\omega) \propto -i\omega \frac{\overline{A(\omega)}B(\omega)}{|A(\omega)|^2}$$

Εξ. 3-25

Είναι σημαντικό σε αυτό το σημείο να τονιστούν τα παρακάτω. Θα μπορούσαμε κάλλιστα να αντιστρέψουμε τους ρόλους πομπού και δέκτη και να θεωρήσουμε ως πομπό τον σταθμό  $b$  και ως δέκτη το σταθμό  $a$ . Σε αυτήν την περίπτωση στον παρονομαστή της Εξ. 3-25 θα είχαμε το μέγεθος του μετασχηματισμού Fourier του σταθμού  $b$  αντί του  $a$ . Ας εξετάσουμε το εξής σενάριο: Στο επίπεδο υπάρχει μία πηγή  $S$  η οποία εκπέμπει ένα κυμάτιο  $s(t)$ , το οποίο ενταύθα θα ονομάζουμε *κυμάτιο πηγής (source wavelet)*. Το κυμάτιο αυτό καταγράφεται στους σταθμούς  $a, b$  μετά από χρόνο  $t_a, t_b$  αντιστοίχως. Τότε μπορούμε να δούμε ότι:

$$C_{ab} = a(t) \star b(t) = a(t) \star a(t - \tau) = \tilde{a}(t) \star g(t)$$

Εξ. 3-26

$$a(t) = s(t - t_a) = s(t) \star \delta(t - t_a)$$

Εξ. 3-27

$$b(t) = s(t - t_b) = s(t) \star \delta(t - t_b)$$

Εξ. 3-28

Από την Εξ. 3-27 μπορούμε να ανακτήσουμε την ισοδυναμία  $\tilde{a}(t) = \tilde{s}(t)$ , η οποία προκύπτει ως εξής:

$$\begin{aligned} \tilde{a}(t) &= [s(t) \star \delta(t - t_a)] \star [s(t) \star \delta(t - t_a)] = \tilde{s}(t) \star \delta(t - t_a) \star \delta(t - t_a) \\ &= \tilde{s}(t) \star \int \delta(t - t_a) \delta(t - t_a - \tau) d(t - t_a) = \tilde{s}(t) \star \delta(t) = \tilde{s}(t) \end{aligned}$$

Εξ. 3-29

Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να ανακτήσουμε την αυτοσυσχέτιση του κυματιδίου της πηγής μέσω της αυτοσυσχέτισης του ενός εκ των δύο καταγραφών. Μία ενδιάμεση κατάσταση, εφόσον μπορούμε να ανακτήσουμε την αυτοσυσχέτιση του κυματιδίου της πηγής είτε μέσω της αυτοσυσχέτισης της καταγραφής της τεχνητής πηγής είτε μέσω της αυτοσυσχέτισης της καταγραφής του τεχνητού δέκτη, αντί της Εξ. 3-25 είναι η παρακάτω σχέση (Nakata, Snieder, Tsuji, Larner, & Matsuoka, 2011):

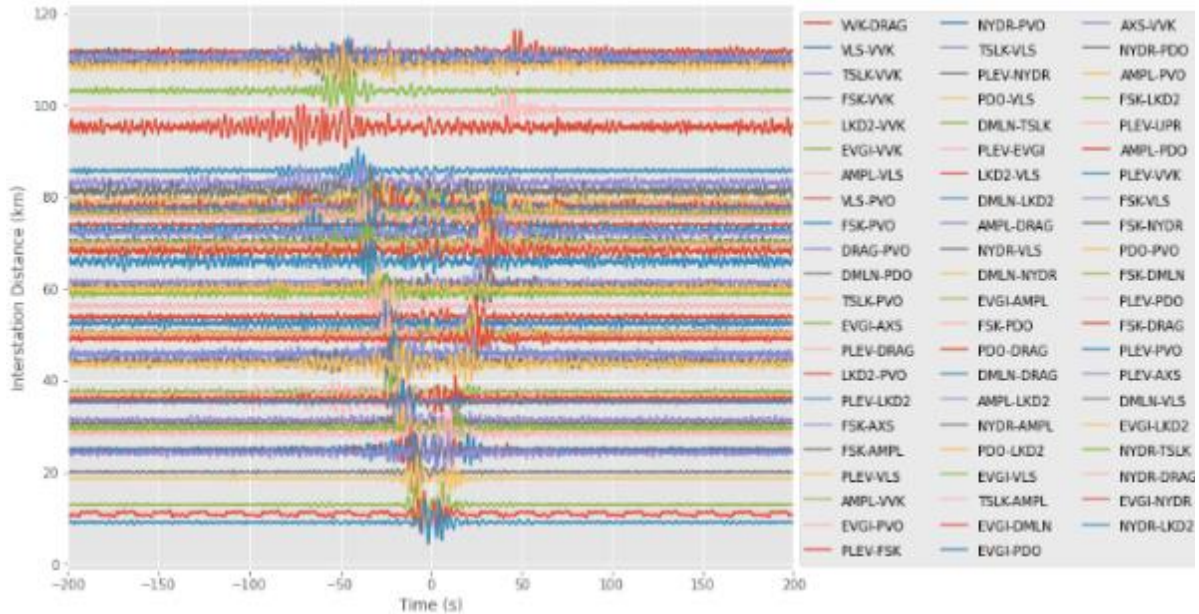
$$G(\omega) \propto -i\omega \frac{\overline{A(\omega)}B(\omega)}{|A(\omega)||B(\omega)|}$$

Εξ. 3-30

Η μεθοδολογία που περιγράφεται στην Εξ. 3-30, αναφέρεται στη βιβλιογραφία και ως *ετεροσυμφωνία (crosscoherence)* (Wapenaar, Slob, Snieder, & Curtis, 2010), ενώ η Εξ. 3-25 μπορεί να ονομαστεί και μέθοδος *αποσυνέλιξης (deconvolution)*, η οποία όμως είναι συμμετρική ως προς τις καταγραφές  $a, b$ . Αυτή η μεθοδολογία προτάθηκε από τον Aki στις πρωτοποριακές του εργασίες που αφορούν την ανάκτηση επιφανειακών κυμάτων από μικροσεισμούς (Aki K. , 1957) (Aki K. , 1965). Το πεδίο εφαρμογών της είναι ευρύ, όπως για την ανάκτηση συναρτήσεων απόκρισης στη μηχανολογία (Bendat & Piersol, 2000) όπου τυπικά χρησιμοποιείται έτσι ώστε να διερευνηθεί η ρηχή διατμητική ταχύτητα από δονήσεις του εδάφους (Chávez-García & Luzón, 2005) ή την *αντίστοιχη προτύπων (template matching)* στην *ψηφιακή επεξεργασία εικόνων (digital image processing)*, όπου χρησιμοποιείται για την εύρεση των μικρότερων μερών μίας εικόνας τα οποία αντιστοιχούν σε μία πρότυπη εικόνα (Briechle & Hanebeck, 2001). Φυσικά, εφαρμόζοντας κανονικοποίηση του φάσματος ως διαδικασία προ-επεξεργασίας του σήματος, ο παρονομαστής στις εξισώσεις Εξ. 3-25 και Εξ. 3-30 μετατρέπεται σε σταθερό αριθμό, συνεπώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την απλοποιημένη σχέση που ακολουθεί, εκ της οποίας ανακτήθηκαν οι εμπειρικές συναρτήσεις Green που παρουσιάζονται στην Εικόνα 3-26:

$$G(\omega) \propto -i\omega \overline{A(\omega)} B(\omega)$$

Εξ. 3-31



Εικόνα 3-26 Οι εμπειρικές συναρτήσεις Green για κάθε ζεύγος σταθμών της περιοχής μελέτης, με κανονικοποιημένο πλάτος μεταξύ -1 και 1, οι οποίες προέκυψαν από την εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού Fourier της Εξ. 3-31, χρησιμοποιώντας τις κατακόρυφες συνιστώσες των καταγραφών, αφού υποστούν την απαραίτητα προεπεξεργασία όπως αυτή περιγράφεται στην υποενότητα 3.2 Συλλογή και προεπεξεργασία των δεδομένων. Δεχόμαστε μόνο τις λύσεις των οποίων η ομαδική ταχύτητα βρίσκεται εντός λογικών ορίων (1.8 – 5.5 km/s), καθώς και αυτές που ο λόγος σήματος προς θορύβου τους είναι μεγαλύτερος του 8. Ο αριθμητής του λόγου σήματος προς θόρυβο είναι μέγιστη απόλυτη τιμή του πλάτους εντός του χρονικού διαστήματος -80 έως 80, ενώ ο παρονομαστής είναι η τυπική απόκλιση του πλάτους εντός του χρονικού διαστήματος 100 – 200. Η μέθοδος ανάκτησης των ομαδικών ταχυτήτων, ήτοι των φακέλων των συναρτήσεων Green, περιγράφεται αναλυτικά στο υποκεφάλαιο 3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς.

### 3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς

Τυπικό επόμενο βήμα κατά την τομογραφία σεισμικού θορύβου, μετά την ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green, είναι η ανάκτηση της διασποράς τους, είτε ως προς τη φασική είτε ως προς την ομαδική ταχύτητά τους.

Αν και η παρούσα διατριβή αφορά τη διασπορά της ομαδικής ταχύτητας, αξίζει να αναφερθεί μία σχετικά απλή και σπανίως εφαρμοσμένη μέθοδος προσδιορισμού της διασποράς της φασικής ταχύτητας (Gabriels, Snieder, & Nolet, 1987), τουλάχιστον όσον αφορά το πλαίσιο της παθητικής σεισμικής τομογραφίας. Κατά την επίλυση της μη ομογενούς κυματικής Εξίσωσης στις τρεις διαστάσεις (4.1 Η συνάρτηση Green της κυματικής Εξ), είχαμε μία κυματοσυνάρτηση  $f(\mathbf{r}, t)$ . Κατά το μετασχηματισμό Laplace, αυτή μετασχηματίστηκε και έγινε της μορφής  $g(\mathbf{r}, s)$ . Στη συνέχεια, μετά από εφαρμογή του τρισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier, η τελευταία μετασχηματίστηκε ξανά και έγινε της μορφής  $h(\mathbf{k}, s)$ . Γνωρίζουμε όμως ότι υπάρχει αντιστοιχία του  $s$  στον μετασχηματισμό Laplace με την συχνότητα  $f$  στον μετασχηματισμό Fourier. Συνεπώς μπορούμε να ανακτήσουμε εν τέλει μία συνάρτηση της μορφής  $h(\mathbf{k}, f)$ . Με αυτόν τον τρόπο, εφόσον γνωρίζουμε τον κυματαριθμό  $k$  και τη συχνότητα  $\omega(k)$ , μπορούμε να ανακτήσουμε και τη φασική ταχύτητα συναρτήσει του κυματαριθμού  $c(k)$ , δηλαδή τη *σχέση διασποράς (dispersion relation)*:

$$c(k) = \omega(k)/k$$

Εξ. 3-32

Στην ενότητα 3.3. Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green, ανακτήθηκαν οι εμπειρικές συναρτήσεις Green για κάθε ζεύγος σταθμών. Όμως, το κάθε ζεύγος σταθμών περιέχει σταθμούς οι οποίοι βρίσκονται σε διαφορετική απόσταση μεταξύ τους, συνεπώς μπορούμε να φανταστούμε ότι συνολικά ανακτούμε ένα οδεύον κύμα το οποίο διαδίδεται



επί της περιοχής μελέτης. Συνεπώς, μπορούμε να παρατηρήσουμε το ποια είναι η εξέλιξη του στο χώρο (αναλόγως της απόστασης των σταθμών) και στο χρόνο (αναλόγως του χρόνου διαδρομής μεταξύ των σταθμών). Άρα έχουμε στη διάθεση μας μία κυματοσυνάρτηση της μορφής  $z = f(x, t)$ , μέσω της οποίας μπορούμε να ανακτήσουμε μία συνάρτηση της μορφής  $w = g(k, \omega)$ , μέσω της εφαρμογής ενός δισδιάστατου μετασχηματισμού Fourier:

$$F(k, \omega) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, t) e^{i(kx - \omega t)} dx dt$$

Εξ. 3-33

Το διπλό ολοκλήρωμα της Εξ. 3-33 μπορεί να υπολογιστεί ολοκληρώνοντας διαδοχικά σε βήματα (Yilmaz & Cumro, 1983). Πρώτα εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Fourier ως προς το χρόνο (Εξ. 3-34) και στη συνέχεια ως προς το χώρο (Εξ. 3-35):

$$\bar{f}(x, \omega) = \int f(x, t) e^{-i\omega t} dt$$

Εξ. 3-34

$$F(k, \omega) = \int \bar{f}(x, \omega) e^{ikx} dx$$

Εξ. 3-35

Φυσικά, εφόσον στην περίπτωση μας δεν έχουμε στη διάθεση μας μία γραμμική διάταξη ισαπέχοντων γεωφώνων, θα χρειαστεί να εφαρμοστεί κάποιου είδους χωρική παρεμβολή (*interpolation*), έτσι ώστε να ανακτήσουμε μία σταθερή τιμή συχνότητας δειγματοληψίας ως προς το χώρο.

Με την ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green, μπορούμε να υπολογίσουμε την ομαδική ταχύτητα ως συνάρτηση της περιόδου εφαρμόζοντας *ανάλυση συχνότητας-χρόνου* (*frequency time analysis*) (Dziewonski, Bloch, & Landisman, 1969) (Leshvin, Pisarenko, & Pogrebinsky, 1972) (Herrin & Goforth, 1977) (Russell, Herrman, & Hwang, 1988) (Leshvin, et al., 1989) (Ritzwoller & Leshvin, 1998) (Leshvin & Ritzwoller, 2001). Συμβολίζοντας με  $s(t)$  την κυματομορφή μίας εμπειρικής συνάρτησης Green και τον μετασχηματισμό Fourier της

ως  $S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{i\omega t} dt$ . Μπορούμε να λάβουμε υπόψη το αναλυτικό σήμα  $S_a(\omega)$ , το οποίο ορίζεται στο πεδίο των συχνοτήτων ως:

$$S_a(\omega) = S(\omega)(1 + \text{sgn}(\omega))$$

Εξ. 3-36

Η αναπαράσταση ενός σήματος πραγματικών τιμών ως αναλυτικό σήμα, εκμεταλλεύεται το γεγονός ότι οι συνιστώσες των αρνητικών συχνοτήτων του μετασχηματισμού Fourier μίας πραγματικής συνάρτησης είναι περιττές λόγω *Ερμιτιανής (Hermitian)* συμμετρίας ως προς τον άξονα  $f = 0$ , συνεπώς μπορούν να απορριφθούν χωρίς αυτή η απόρριψή τους να επιφέρει κάποια απώλεια πληροφορίας. Η απόρριξη αυτής της απόρριψης είναι ότι πλέον το σήμα που προκύπτει αποτελεί συνάρτηση μιγαδικών τιμών, γεγονός το οποίο μπορεί να επιφέρει αρκετές διευκολύνσεις, όπως θα δούμε στη συνέχεια. Συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε ότι το αναλυτικό σήμα στο πεδίο του χρόνου συμβολίζεται με  $s_a(t)$ , με  $\mathcal{H}$  ο μετασχηματισμός Hilbert και με  $*$  η πράξη της συνέλιξης, τότε:

$$\begin{aligned} s_a(t) &= \mathcal{F}^{-1}\{S_a(\omega)\} = \mathcal{F}^{-1}\{S(\omega)\} + \mathcal{F}^{-1}\{\text{sgn}(\omega)\} * \mathcal{F}^{-1}\{S(\omega)\} = s(t) + i \left[ \frac{1}{\pi t} * s(t) \right] \\ &= s(t) + i\mathcal{H}\{s(t)\} \end{aligned}$$

Εξ. 3-37

Για να κατασκευάσουμε μία συνάρτηση συχνότητας - χρόνου, το αναλυτικό σήμα υπόκειται σε ένα σύνολο ζωνοπερατών (*bandpass*) γκαουσιανών φίλτρων  $G$  με κεντρικές συχνότητες  $\omega_0$ :

$$S_a(\omega, \omega_0) = S_a(\omega)G(\omega - \omega_0)$$

Εξ. 3-38

$$G(\omega - \omega_0) = e^{-\alpha \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2}$$

Εξ. 3-39

Η παράμετρος  $\alpha$  της Εξ. 3-39 ελέγχει την ανάλυση του φίλτρου και συνήθως αυξάνεται με την απόσταση των σταθμών. Εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier στην κάθε ζωνοπερατή συνάρτηση η οποία προκύπτει από την Εξ. 3-38, μπορούμε να ανακτήσουμε μία συνάρτηση φακέλου (*envelope*) ή στιγμιαίου πλάτους (*instantaneous amplitude*)  $|A(t, \omega_0)|$  και μία συνάρτηση στιγμιαίας φάσης (*instantaneous phase*) ή γωνίας φάσης (*phase angle*)  $\varphi(t, \omega_0)$ :

$$s_a(t, \omega_0) = s(t, \omega_0) + i\mathcal{H}\{s(t, \omega_0)\} = |A(t, \omega_0)|e^{i\varphi(t, \omega_0)}$$

Εξ. 3-40

Η ομαδική και η φασική ταχύτητα ανά τιμή συχνότητας μετρούνται μέσω των συναρτήσεων φακέλου και γωνίας φάσης αντιστοίχως, οι οποίες προκύπτουν από την Εξ. 3-40. Συγκεκριμένα, ο ομαδικός χρόνος άφιξης (*group arrival time*)  $\tau(\omega_0)$  ως συνάρτηση της κεντρικής συχνότητας  $\omega_0$  του γκαουσιανού φίλτρου καθορίζεται από το μέγιστο της συνάρτησης φακέλου, έτσι ώστε η ομαδική ταχύτητα  $U(\omega_0)$  για απόσταση μεταξύ των σταθμών ίση με  $r$ , να ισούται με:

$$U(\omega_0) = \frac{r}{\tau(\omega_0)}$$

Εξ. 3-41

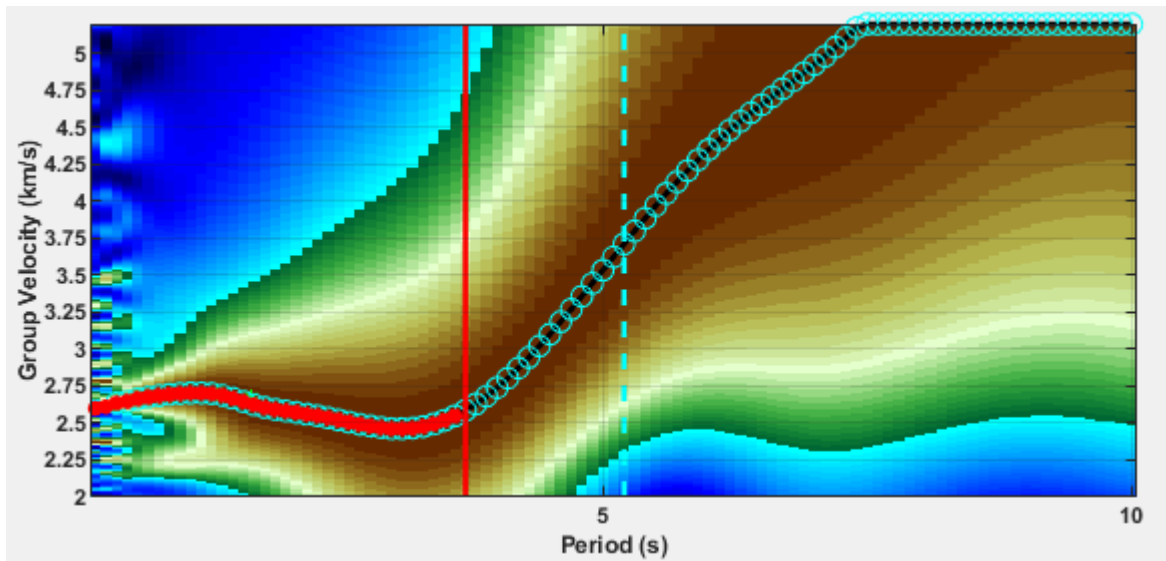
Είναι γνωστό ότι η γωνιακή συχνότητα ισούται με τη μεταβολή της γωνίας φάσης ως προς το χρόνο. Θεωρώντας ότι η γωνία φάσης δεν περιορίζεται στα όρια της κύριας τιμής της, δηλαδή αν θεωρήσουμε είναι ότι είναι *εκτυλιγμένη* (*unwrapped*), άρα αποτελεί συνεχή συνάρτηση ως προς το χρόνο, τότε η κεντρική συχνότητα  $\omega_0$  του ζωνοπερατού φίλτρου, μπορεί να ευρεθεί και ως εξής:

$$\hat{\omega}_0 = \left. \frac{d\varphi(t, \omega_0)}{dt} \right|_{t=\tau(\omega_0)}$$

Εξ. 3-42

Η γωνιακή συχνότητα  $\hat{\omega}_0$  καλείται και *στιγμιαία συχνότητα (instantaneous frequency)* (Bracewell, 1999). Στην περίπτωση που η απόκριση πλάτους της κυματομορφής εισόδου δεν είναι επίπεδη, κατά την εφαρμογή των ζωνοπερατών φίλτρων θα προκύψει κάποιου είδους *φασματική απορροή (spectral leakage)*, συνεπώς οι κεντρικές συχνότητες  $\omega_0$  δεν θα αντιπροσωπεύουν απόλυτα το φασματικό περιεχόμενο της εξόδου των φίλτρων. Για τη διόρθωση αυτής της αστοχίας, μπορούμε να διορθώσουμε εκ των υστέρων (δηλαδή μετά την ανάκτηση της ομαδικής ταχύτητας ανά κεντρική συχνότητα) τις τιμές  $\omega_0$  και να τις αντικαταστήσουμε με τις στιγμιαίες συχνότητες  $\hat{\omega}_0$ .

Οι τιμές της συνάρτησης φακέλου  $|A(t, \omega_0)|$  μπορούν να απεικονιστούν σε ένα δισδιάστατο πλέγμα, αντικαθιστώντας το χρόνο  $t$  με την ομαδική ταχύτητα  $U(\omega_0)$  και την κεντρική συχνότητα του φίλτρου  $\omega_0$  με την περίοδο  $T$ . Οι μέγιστες τιμές της συνάρτησης φακέλου ανά τιμή περιόδου, αντιστοιχούν στις τιμές ομαδικής ταχύτητας ανά περίοδο και συνθέτουν την *καμπύλη διασποράς (dispersion curve)*. Επίσης, εφαρμόζονται δύο μέτρα ελέγχου ποιότητας των αποτελεσμάτων. Λόγω παρουσίας σεισμικών γεγονότων στις καταγραφές των σταθμών, οι εμπειρικές συναρτήσεις Green είναι περιέχουν συχνά και θόρυβο ο οποίος προκύπτει λόγω της πλεονάζουσας παρουσίας κυμάτων χώρου, *σεισμικής ουράς (seismic coda)* και σκεδαζόμενων και πολλαπλά ανακλώμενων κυμάτων. Μία συνηθισμένη θεραπεία αυτού του προβλήματος είναι η εφαρμογή ενός ελάχιστου ορίου του *λόγου σήματος προς θόρυβο (signal to noise ratio)* ανά περίοδο. Ο λόγος σήματος προς θόρυβο τυπικά ορίζεται ο λόγος του μεγίστου της απόλυτης τιμής της εμπειρικής συνάρτησης Green ως προς την τυπική απόκλιση ενός θορυβώδους τμήματος της. Συγκεκριμένα δεχόμαστε μόνο τιμές ομαδικής ταχύτητας συναρτήσεως της περιόδου οι οποίες έχουν λόγο σήματος προς θόρυβο μεγαλύτερο του 5. Επιπροσθέτως, ένας συνηθισμένος τρόπος εφαρμογής ελέγχου ποιότητας των αποτελεσμάτων, είναι η αποδοχή τέτοιων τιμών ομαδικής ταχύτητας συναρτήσεως της περιόδου για τις οποίες ισχύει ότι η απόσταση μεταξύ των δύο σταθμών είναι μεγαλύτερη από ορισμένα ακέραια πολλαπλάσια του μήκους κύματος (Bensen, και συν., 2007). Σύμφωνα με αυτόν τον τρόπο ανακτήσαμε μία καμπύλη διασποράς για κάθε ζεύγος σταθμών για το οποίο έγινε δεκτή η συνάρτηση Green που προέκυψε στο υποκεφάλαιο 3.3. Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green. Ένα παράδειγμα ανάκτησης μίας καμπύλης διασποράς από τις εμπειρικές συναρτήσεις Green παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-27.



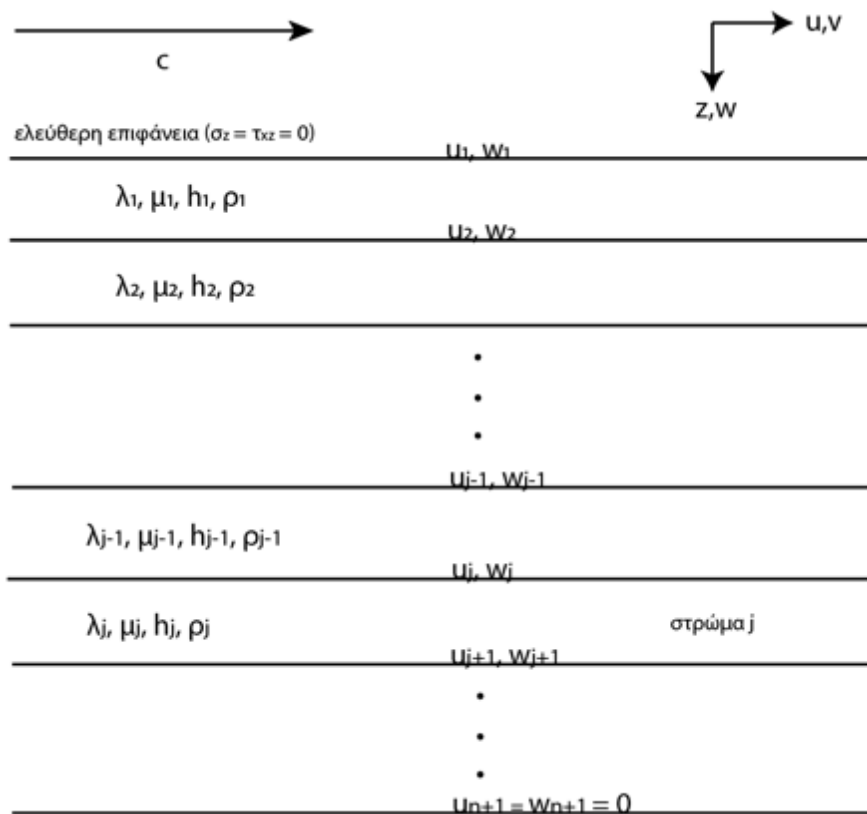
Εικόνα 3-27 Ένα παράδειγμα ανάκτησης της καμπύλης διασποράς της ομαδικής ταχύτητας του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης (*fundamental mode*) της εμπειρικής συνάρτησης Green μεταξύ των σταθμών EVGI και LKD2 στη Λευκάδα, από τα μέγιστα της συνάρτησης φακέλου της. Οι τιμές οι οποίες ικανοποιούν τη συνθήκη ελέγχου ποιότητας  $\Delta > 2\lambda$ , καθώς και τη συνθήκη  $SNR > 5$  απεικονίζονται με κύκλους ερυθρού χρώματος επί της καμπύλης διασποράς, όπου με  $\Delta$  συμβολίζεται η απόσταση των σταθμών, με  $\lambda$  συμβολίζεται το μήκος κύματος, ενώ με  $SNR$  συμβολίζεται ο λόγος του σήματος προς θόρυβο. Η κάθετη γραμμή ως προς τον οριζόντιο άξονα ερυθρού χρώματος απεικονίζει το όριο  $\Delta = 2\lambda$ , ενώ η κάθετη γραμμή ως προς τον οριζόντιο άξονα γαλάζιου χρώματος απεικονίζει το όριο  $\Delta = 3\lambda$ . Από το ιώδες έως το ερυθρό μέρος του ορατού φάσματος απεικονίζεται χρωματικά η αύξηση των τιμών της συνάρτησης φακέλου.

### 3.5. Αντιστροφή στη μία διάσταση

Πολλά προβλήματα στη Σεισμολογία μπορούν να απλοποιηθούν αν υποθέσουμε ότι το εσωτερικό της Γης μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα μοντέλο παράλληλων και οριζόντιων στρωμάτων, τα οποία είναι κάθετα στην κατακόρυφη διεύθυνση, όπου το κάθε ένα είναι ορισμένου πάχους και σταθερών μηχανικών ιδιοτήτων, διαφορετικών μεταξύ τους. Σε αυτό το μοντέλο η ταχύτητα θα είναι συνάρτηση μόνο του βάθους, συνεπώς είναι και μοντέλο 1D

(1D model), δηλαδή μοντέλο μόνο μίας διάστασης Αυτού του είδους το μοντέλο, αν και φαινομενικά υπεραπλουστευμένο, αποτελεί μία καλή πρώτη προσέγγιση της δομής του υπεδάφους, αφού οι πιο σημαντικές μεταβολές της ταχύτητας παρατηρούνται πρωτίστως επί της κατακόρυφης διεύθυνσης. Το μοντέλο αυτό ονομάζεται και *μοντέλο στρωμάτωσης (stratified model)* ή *μοντέλο στρωματωμένης Γης (layered Earth model)* ή *μοντέλο στρωμάτων τούρτας (layer cake model)* (Robinson & Treitel, 2008). Ο διαχωρισμός του εσωτερικού της Γης σε στρώματα σταθερών ιδιοτήτων μπορεί να θεωρηθεί και ως προσέγγιση για ένα πιο ρεαλιστικό μοντέλο, στο οποίο οι ελαστικές ιδιότητες των μέσων διάδοσης μεταβάλλονται με συνεχή τρόπο ως προς το βάθος. Σε μοντέλα στρωμάτωσης, η ανάλυση της διάδοσης των κυμάτων κατά την μετάδοση και την ανάκλαση αυτών μεταξύ των διαφορετικών στρωμάτων, μπορεί να διατυπωθεί με διακριτό τρόπο χρησιμοποιώντας μεθόδους πινάκων, με πρωτοπόρο την *μέθοδο Thomson-Haskell* (Thomson, 1950) (Haskell, 1953). Παρόμοια διατύπωση προτάθηκε από τον Leon Knopoff (Knopoff, 1964). Αργότερα, οι George Gilbert και George Backus (Gilbert & Backus, 1966) εισήγαγαν την έννοια του *διαδίδοντος πίνακα (propagator matrix)* η οποία επιτρέπει μία πιο γενικευμένη διατύπωση του προβλήματος (Kennet, 2009).

Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα, το οποίο αφορά τη διάδοση των κυμάτων Rayleigh και αποτελείται από συνολικά  $n$  διαφορετικά οριζόντια στρώματα με  $n + 1$  διαχωριστικές επιφάνειες, αν συμπεριλάβουμε την ελεύθερη επιφάνεια και την κάτω επιφάνεια του κατώτερου στρώματος (Εικόνα 3-28).



Εικόνα 3-28 Διατύπωση του ευθέος προβλήματος. Ένα κύμα Rayleigh διαδίδεται στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα φάσης  $c$ . Θεωρούμε ότι η δομή του εσωτερικού της Γης μπορεί να περιγραφεί επαρκώς διαμέσου ενός μοντέλου οριζόντιων στρωμάτων με διαφορετικά πάχη  $h$ , παραμέτρους Lamè  $\lambda, \mu$  και πυκνότητες μάζας  $\rho$ . Στις διεπιφάνειες μεταξύ των γειτονικών στρωμάτων προκύπτουν διαφορετικές τιμές μετατοπίσεων  $u, w$  κατά τον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα αντιστοίχως. Για τον προσδιορισμό των συνοριακών συνθηκών Dirichlet που απαιτούνται για την επίλυση του προβλήματος, θεωρούμε ότι οι τάσεις στην ελεύθερη επιφάνεια καθώς και οι μετατοπίσεις στην κατώτατη επιφάνεια, όπου η τελευταία βρίσκεται σε άπειρο βάθος, είναι μηδενικές. Η επίλυση του ευθέος προβλήματος αποσκοπεί στον προσδιορισμό της σχέσης διασποράς (του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης) που διέπει το σύστημα, εφόσον γνωρίζουμε τον αριθμό των επιμέρους στρωμάτων, το πάχος τους, καθώς και τις ελαστικές τους ιδιότητες (δηλαδή το 1D μοντέλο).

Κατά μήκος κάθε διαχωριστικής επιφάνειας υπάρχουν τέσσερις (4) άγνωστες μεταβλητές, οι  $u, w, \sigma_z, \tau_{xz}$ . Οι μεταβλητές  $u, w$  αντιστοιχούν στις μετατοπίσεις κατά τον οριζόντιο άξονα  $x$  και κατά τον κατακόρυφο άξονα  $z$ , ενώ οι μεταβλητές  $\sigma_z, \tau_{xz}$  αντιστοιχούν στην κάθετη και στη διατμητική τάση κατά μήκος των διαχωριστικών επιφανειών.

Συνεπώς συνολικά υπάρχουν  $4n + 4$  μεταβλητές. Επίσης υπάρχουν τέσσερις συνοριακές συνθήκες οι οποίες θα πρέπει να ικανοποιούνται:  $\sigma_z = \tau_{xz} = 0$  στην ελεύθερη επιφάνεια και  $u = w = 0$  στην κατώτατη διαχωριστική επιφάνεια, αν υποθέσουμε ότι το τελευταίο στρώμα έχει άπειρο πάχος.

Από την εξίσωση ορμής και το νόμο του Hooke (1.1. Βασικές έννοιες) προκύπτουν τέσσερις ανεξάρτητες εξισώσεις για κάθε στρώμα, ως προς τις τέσσερις προαναφερόμενες μεταβλητές. Αν συμβολίσουμε με  $\lambda, \mu$  τις παραμέτρους Lamé, με  $\rho$  την πυκνότητα και με  $t$  το χρόνο:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Εξ. 3-43

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Εξ. 3-44

$$\sigma_z = \lambda \bar{\epsilon} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

Εξ. 3-45

$$\tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

Εξ. 3-46

Ο όρος  $\bar{\epsilon}$  της Εξ. 3-45 περιγράφει τη μέση *ογκομετρική παραμόρφωση* (*volumetric strain*) και προέρχεται από το ίχνος του ταυστή παραμόρφωσης (1.1. Βασικές έννοιες).



Οι όροι  $\bar{\varepsilon}, \sigma_x$  μπορούν να εκφραστούν ως προς τις βασικές μεταβλητές, μέσω του ορισμού του τανυστή παραμόρφωσης και του νόμου του Hooke:

$$\sigma_x = \lambda \bar{\varepsilon} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

Εξ. 3-47

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Εξ. 3-48

Άρα προκύπτουν  $4n$  εξισώσεις με  $4n$  αγνώστους, γεγονός το οποίο καθιστά το σύστημα καλώς ορισμένο. Αν αντικαταστήσουμε τις εξισώσεις Εξ. 3-45, Εξ. 3-46, Εξ. 3-47 και Εξ. 3-48 στις εξισώσεις Εξ. 3-43 και Εξ. 3-44, τότε ανακτώνται οι παρακάτω εξισώσεις:

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Εξ. 3-49

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Εξ. 3-50

Οι μετατοπίσεις που προκύπτουν κατά τη διάδοση ενός επίπεδου αρμονικού κύματος κατά μήκος του οριζόντιου άξονα, με ταχύτητα φάσης  $c$  και γωνιακή συχνότητα  $\omega$ , θα είναι της μορφής (Εξ. 1-47 από το υποκεφάλαιο 1.2. Η Εξίσωση του Rayleigh):

$$u = U(z)e^{i(kx - \omega t)}$$

Εξ. 3-51

$$w = iW(z)e^{i(kx-\omega t)}$$

Εξ. 3-52

Αν αντικαταστήσουμε τις εξισώσεις Εξ. 3-51 και Εξ. 3-52 στις εξισώσεις Εξ. 3-49 και Εξ. 3-50 οι τελευταίες τροποποιούνται ως ακολούθως:

$$-\mu U'' + k(\lambda + \mu)W' + k^2(\lambda + 2\mu)U = \rho\omega^2 U$$

Εξ. 3-53

$$-(\lambda + 2\mu)W'' - k(\lambda + \mu)U' + k^2\mu W = \rho\omega^2 W$$

Εξ. 3-54

Ανάγοντας τις εξισώσεις Εξ. 3-53 και Εξ. 3-54 σε πεπερασμένες διαφορές, προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις για τη διεπιφάνεια  $j$ , η οποία βρίσκεται μεταξύ των στρωμάτων  $j$  και  $j - 1$  (Εικόνα 3-28), θεωρώντας ότι  $\delta z = z_j - z_{j-1} = z_{j+1} - z_j$ :

$$\begin{aligned} & -\frac{\mu_{j-1}}{\delta z} U_{j-1} - \frac{k}{2}(\lambda_{j-1} + \mu_{j-1})W_{j-1} + \left[ \frac{\mu_{j-1} + \mu_j}{\delta z} + \frac{k^2 \delta z}{2}(\lambda_{j-1} + 2\mu_{j-1} + \lambda_j + 2\mu_j) \right] U_j \\ & + \frac{k}{2}(\mu_j - \mu_{j-1} + \lambda_{j-1} - \lambda_j)W_j - \frac{\mu_j}{\delta z} U_{j+1} + \frac{k}{2}(\lambda_j + \mu_j)W_{j+1} \\ & = \frac{\rho_{j-1} + \rho_j}{2} \delta z \omega^2 U_j \end{aligned}$$

Εξ. 3-55

$$\begin{aligned} & \frac{k}{2}(\lambda_{j-1} + \mu_{j-1})U_{j-1} - \frac{\lambda_{j-1} + 2\mu_{j-1}}{\delta z} W_{j-1} + \frac{k}{2}(\mu_j - \mu_{j-1} + \lambda_{j-1} - \lambda_j)U_j \\ & + \left[ \frac{k^2 \delta z}{2}(\mu_{j-1} + \mu_j) + \frac{\lambda_{j-1} + 2\mu_{j-1} + \lambda_j + 2\mu_j}{\delta z} \right] W_j - \frac{k(\lambda_j + \mu_j)}{2} U_{j+1} \\ & - \frac{\lambda_j + 2\mu_j}{\delta z} W_{j+1} = \frac{\rho_{j-1} + \rho_j}{2} \delta z \omega^2 W_j \end{aligned}$$

Εξ. 3-56

Οι σχέσεις Εξ. 3-55 και Εξ. 3-56 μπορούν να γραφτούν συνεκτικά υπό μορφή πίνακα με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{16} \\ a_{21} & \cdots & a_{26} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{j-1} \\ W_{j-1} \\ U_j \\ W_j \\ U_{j+1} \\ W_{j+1} \end{pmatrix} = \omega^2 \delta z \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{16} \\ b_{21} & \cdots & b_{26} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{j-1} \\ W_{j-1} \\ U_j \\ W_j \\ U_{j+1} \\ W_{j+1} \end{pmatrix}$$

Εξ. 3-57

$$a_{11} = -\frac{\mu_{j-1}}{\delta z}$$

Εξ. 3-58

$$a_{12} = -\frac{k}{2}(\lambda_{j-1} + \mu_{j-1})$$

Εξ. 3-59

$$a_{13} = \frac{\mu_{j-1} + \mu_j}{\delta z} + \frac{k^2 \delta z}{2}(\lambda_{j-1} + 2\mu_{j-1} + \lambda_j + 2\mu_j)$$

Εξ. 3-60

$$a_{14} = \frac{k}{2}(\mu_j - \mu_{j-1} + \lambda_{j-1} - \lambda_j)$$

Εξ. 3-61

$$a_{15} = -\frac{\mu_j}{\delta z}$$

Εξ. 3-62

$$a_{16} = \frac{k}{2}(\lambda_j + \mu_j)$$

Eξ. 3-63

$$a_{21} = \frac{k}{2}(\lambda_{j-1} + \mu_{j-1})$$

Eξ. 3-64

$$a_{22} = -\frac{\lambda_{j-1} + 2\mu_{j-1}}{\delta z}$$

Eξ. 3-65

$$a_{23} = \frac{k}{2}(\mu_j - \mu_{j-1} + \lambda_{j-1} - \lambda_j)$$

Eξ. 3-66

$$a_{24} = \frac{k^2 \delta z}{2}(\mu_{j-1} + \mu_j) + \frac{\lambda_{j-1} + 2\mu_{j-1} + \lambda_j + 2\mu_j}{\delta z}$$

Eξ. 3-67

$$a_{25} = -\frac{k(\lambda_j + \mu_j)}{2}$$

Eξ. 3-68

$$a_{26} = -\frac{\lambda_j + 2\mu_j}{\delta z}$$

Eξ. 3-69

$$b_{13} = b_{24} = \frac{\rho_{j-1} + \rho_j}{2}$$

Eξ. 3-70

Στην Εξ. 3-70 τα στοιχεία με διαφορετικούς δείκτες από αυτούς που αναγράφονται μηδενίζονται. Αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα είναι συνεχές τότε οι παράμετροι Lamé και η πυκνότητά του θα είναι σταθερές. Επίσης, θεωρούμε ότι οι τάσεις στην ελεύθερη επιφάνεια θα είναι μηδενικές, όπως επίσης και οι μετατοπίσεις των σωματιδίων της ατμόσφαιρας, άρα για το στρώμα  $j = 1$  κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια  $f$  θα ισχύει, για  $\lambda_0 = \mu_0 = 0$ , ότι:

$$\begin{pmatrix} a_{11}^f & \cdots & a_{14}^f \\ a_{21}^f & \cdots & a_{24}^f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ W_2 \end{pmatrix} = \omega^2 \delta z \begin{pmatrix} b_{11}^f & \cdots & b_{14}^f \\ b_{21}^f & \cdots & b_{24}^f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ W_1 \\ U_2 \\ W_2 \end{pmatrix}$$

Εξ. 3-71

$$a_{11}^f = \frac{\mu_1}{\delta z} + \frac{k^2 \delta z}{2} (\lambda_1 + 2\mu_1)$$

Εξ. 3-72

$$a_{12}^f = \frac{k}{2} (\mu_1 - \lambda_1)$$

Εξ. 3-73

$$a_{13}^f = -\frac{\mu_1}{\delta z}$$

Εξ. 3-74

$$a_{14}^f = \frac{k}{2} (\lambda_1 + \mu_1)$$

Εξ. 3-75

$$a_{21}^f = \frac{k}{2}(\mu_1 - \lambda_1)$$

Εξ. 3-76

$$a_{22}^f = \frac{k^2 \delta z}{2} \mu_1 + \frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\delta z}$$

Εξ. 3-77

$$a_{23}^f = -\frac{k}{2}(\lambda_1 + \mu_1)$$

Εξ. 3-78

$$a_{24}^f = -\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\delta z}$$

Εξ. 3-79

$$b_{11}^f = b_{22}^f = \frac{\rho_0 + \rho_1}{2}$$

Εξ. 3-80

Στην Εξ. 3-80 τα στοιχεία με διαφορετικούς δείκτες από αυτούς αναφέρονται ισούνται με μηδέν. Θεωρούμε ότι η κατώτατη διεπιφάνεια  $l$  με δείκτη  $n + 1$  βρίσκεται σε άπειρο βάθος, συνεπώς σε αυτήν οι μεταθέσεις είναι μηδενικές. Αυτή η συνθήκη μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{pmatrix} a_{11}^l & a_{12}^l \\ a_{21}^l & a_{22}^l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{n+1} \\ W_{n+1} \end{pmatrix} = \omega^2 \delta z \begin{pmatrix} b_{11}^l & b_{12}^l \\ b_{21}^l & b_{22}^l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{n+1} \\ W_{n+1} \end{pmatrix}$$

Εξ. 3-81

$$a_{11}^l = a_{22}^l = 1$$

Εξ. 3-82

$$a_{12}^l = a_{21}^l = b_{11}^l = b_{12}^l = b_{21}^l = b_{22}^l = 0$$

Εξ. 3-83

Ομοίως με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (*finite element method*), μπορούμε να συνθέσουμε τον καθολικό πίνακα ή πίνακα ακαμψίας (*global/stiffness matrix assembly*), ήτοι:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1,2n+2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{2n+2,1} & \cdots & A_{2n+2,2n+2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ W_1 \\ \vdots \\ U_{n+1} \\ W_{n+1} \end{pmatrix} = \omega^2 \begin{pmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1,2n+2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{2n+2,1} & \cdots & B_{2n+2,2n+2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ W_1 \\ \vdots \\ U_{n+1} \\ W_{n+1} \end{pmatrix}$$

Εξ. 3-84

Η Εξ. 3-84 αποτελεί πρόβλημα ιδιοτιμών στο οποίο για να ανακτηθεί μη τετριμμένη λύση, θα πρέπει η οριζούσα του συστήματος να μηδενίζεται:

$$|A - \omega^2 B| = 0$$

Εξ. 3-85

Η λύση της Εξ. 3-85 θα αποδώσει  $2n + 2$  ρίζες γωνιακής συχνότητας και λόγω του νόμου διασποράς  $c = \omega/k$ , για κάθε τιμή κυματαριθμού θα προκύψουν πιθανές τιμές ταχύτητας φάσης του ίδιου πλήθους. Αν όμως θεωρήσουμε ότι το μέτρο ελαστικότητας του μέσου αυξάνεται με το βάθος, είναι τότε γνωστό (Lysmer, 1970) (Gucunski & Woods, 1992) (Zomorodian & Hunaidi, 2006) ότι η ελάχιστη τιμή γωνιακής συχνότητας, δηλαδή ο θεμελιώδης τρόπος ταλάντωσης ταυτίζεται με τον κυρίαρχο τρόπο ταλάντωσης του συστήματος και συνεπώς ανακτάται η ορθή τιμή ταχύτητας φάσης για κάθε κυματαριθμό. Η ελάχιστη τιμή γωνιακής συχνότητας, εφόσον είναι η ελάχιστη ιδιοτιμή ενός γραμμικού

συστήματος, μπορεί να υπολογιστεί αποδοτικά μέσω της αντίστροφης μεθόδου δύναμης (*inverse power method*) (Kong, Siau, & Bayen, 2020). Εφόσον γνωρίζουμε την ταχύτητα φάσεως  $c$ , είναι εφικτός και ο προσδιορισμός της ταχύτητας ομάδας  $u$  μέσω της εφαρμογής της σχέσης (Tselentis, 2006):

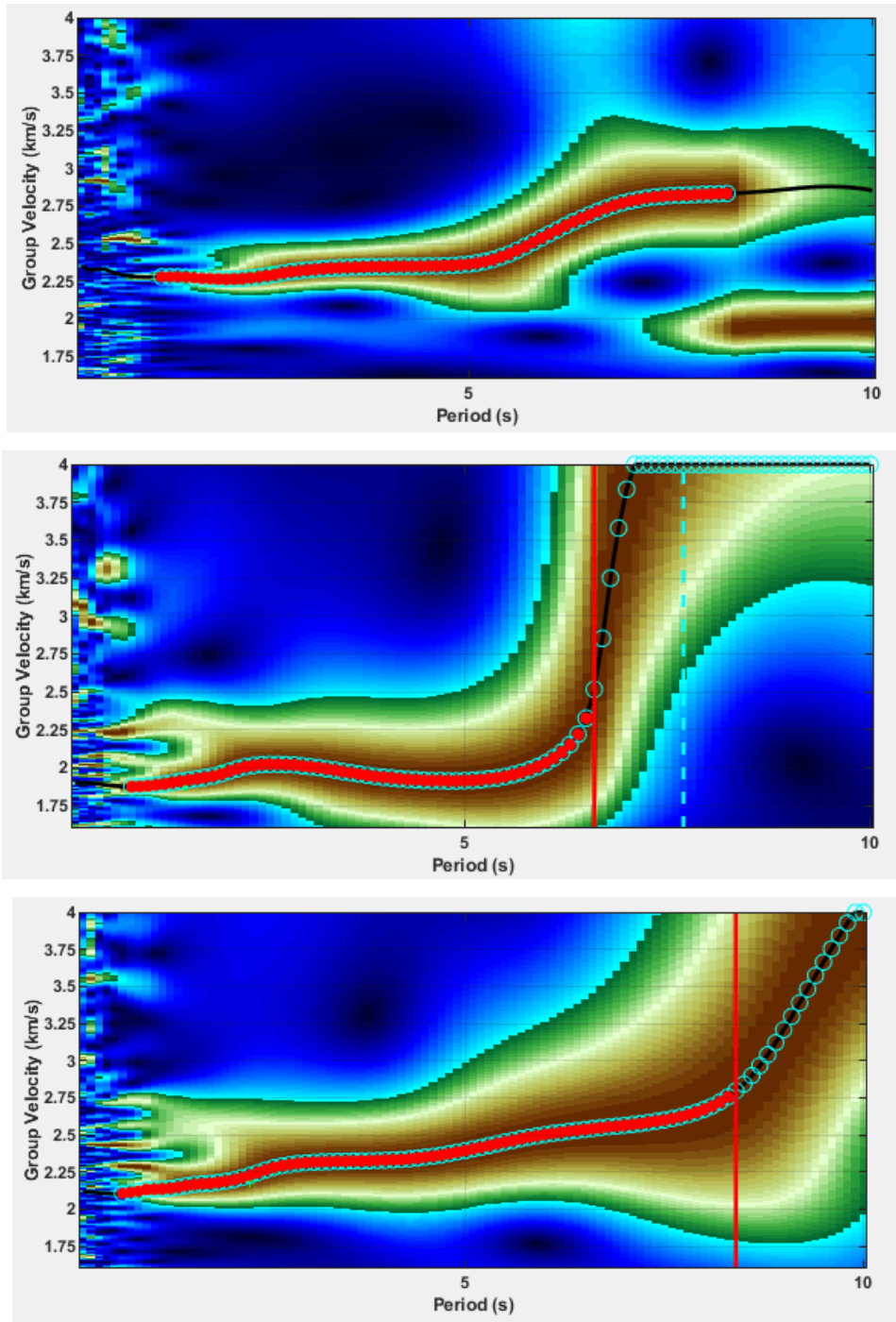
$$u = c + k \frac{dc}{dk}$$

Εξ. 3-86

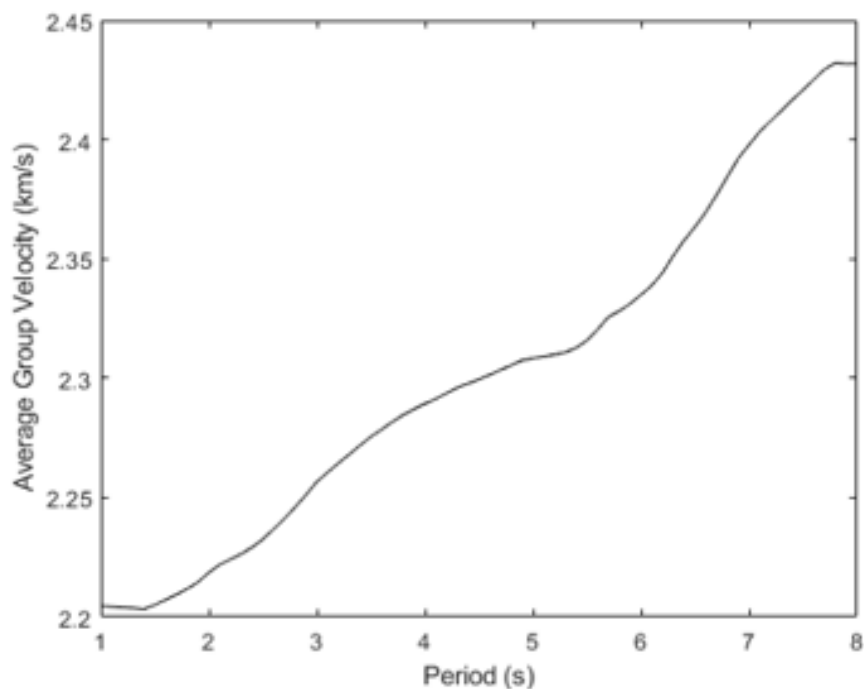
Συνεπώς, καταλήγουμε στο ότι μπορούμε να ανακτήσουμε τη σχέση διασποράς της ταχύτητας φάσης ή της ταχύτητας ομάδας του συστήματος, αν γνωρίζουμε τον αριθμό των στρωμάτων από το οποίο αποτελείται, το πάχος των στρωμάτων αυτών καθώς και τις ελαστικές τους ιδιότητες. Η παραπάνω περιγραφή κατά (Kumar, 2011) αποτελεί και τον κορμό των διαφόρων μεθόδων επίλυσης αυτού του προβλήματος, το οποίο αν ληφθεί υπόψη ως το ευθύ πρόβλημα τότε το αντίστροφο πρόβλημα, το οποίο μας αφορά στην παρούσα μελέτη, είναι ο προσδιορισμός του πάχους και των ελαστικών ιδιοτήτων των διαφόρων στρωμάτων (δηλαδή το μοντέλο 1Δ), εφόσον γνωρίζουμε τη σχέση διασποράς του συστήματος.

Η σχέση διασποράς η οποία χρησιμοποιείται στην παρούσα μελέτη ανακτάται από τη μέση τιμή των καμπυλών διασποράς που προκύπτουν από όλα τα ζεύγη σταθμών στην περιοχή μελέτης. Για παράδειγμα δίνουμε τρεις ακόμα τέτοιες σχέσεις διασποράς που αφορούν τα ζεύγη σταθμών VVK-DRAG, FSK-NYDR, EVGI-PDO οι οποίες φαίνονται στην Εικόνα 3-29 κατά αντιστοιχία με την Εικόνα 3-27 η οποία αφορούσε το ζεύγος EVGI-LKD2. Η προκύπτουσα μέση τιμή όλων των καμπυλών διασποράς παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-30.





Εικόνα 3-29 Παραδείγματα ανάκτησης της καμπύλης διασποράς της ομαδικής ταχύτητας του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης (*fundamental mode*) της εμπειρικής συνάρτησης *Green* μεταξύ των σταθμών (από πάνω προς τα κάτω) *VVK-DRAG*, *FSK-NYDR*, *EVGI-PDO*, σύμφωνα με την Εικόνα 3-27.



*Εικόνα 3-30 Η μέση καμπύλη διασποράς της ταχύτητας ομάδας στην περιοχή μελέτης, η οποία θεωρείται ως πρότυπη για τον προσδιορισμό του υπεδαφικού μοντέλου 1Δ διατμητικών ταχυτήτων. Κάθε τιμή ομαδικής ταχύτητας για δεδομένη περίοδο προκύπτει από τη μέση τιμή όλων των τιμών ομαδικής ταχύτητας των επιμέρους καμπυλών διασποράς που ανήχθησαν στο υποκεφάλαιο*

*3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς, για την ίδια τιμή περιόδου. Στη συνέχεια η μέση καμπύλη εξομαλύνεται με τη χρήση απλού κινητού μέσου (simple moving average) ανά δεκαπέντε (15) σημεία.*

Συνήθως αυτού του είδους προβλήματα επιλύονται με τη χρήση μεθόδων Monte Carlo, κατά την οποία επιλέγονται «τυχαία» ορισμένα 1Δ μοντέλα με διαφορετικές τιμές πάχους και ελαστικών σταθερών μέσω των οποίων μπορούμε να επιλύσουμε το ευθύ πρόβλημα που περιεγράφηκε παραπάνω και να ανακτήσουμε ορισμένες υποψήφιες καμπύλες διασποράς του συστήματος. Εφόσον θεωρούμε τη γνωστή σχέση διασποράς ως πρότυπη, το επιλεχθέν μοντέλο θα είναι αυτό του οποίου, μέσω της επίλυσης του ευθέως

προβλήματος, η προκύπτουσα σχέση διασποράς είναι η πιο παραπλήσια της πρότυπης (2.3. Αντιστροφή).

Συγκεκριμένα στην παρούσα μελέτη, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος γειτνίασης (*neighborhood algorithm*) ο οποίος αναπτύχθηκε από τον (Sambridge, 1999) και υλοποιήθηκε υπολογιστικά από τους (Wathelet, Jongmans, & Ohrnberger, 2004). Ο αλγόριθμος γειτνίασης είναι μία στοχαστική μέθοδος άμεσης αναζήτησης (*direct search*) μοντέλων, δηλαδή σημείων, τα οποία βρίσκονται εντός του παραμετρικού χώρου (*parameter space*) – δηλαδή εντός του δειγματικού χώρου – τα οποία κατά την επίλυση του ευθέως προβλήματος παράγουν υπόλοιπα τα οποία είναι φραγμένα εντός συγκεκριμένων ορίων. Οι μέθοδοι άμεσης αναζήτησης αποσκοπούν στην επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης χωρίς τη χρήση της βαθμίδας της αντικειμενικής συνάρτησης (2.3. Αντιστροφή). Αντ' αυτού, αναζητούν επαναληπτικά σε ένα σύνολο σημείων γύρω από ένα αρχικό σημείο, εκείνο στο οποίο η αντικειμενική συνάρτηση είναι μικρότερη από την τιμή την οποία έχει στο αρχικό. Η αντικειμενική συνάρτηση στη συγκεκριμένη εφαρμογή ορίζεται ως:

$$misfit = \sqrt{\sum_{i=0}^{n_F} \frac{(x_{di} - x_{ci})^2}{\sigma_i^2 n_F}}$$

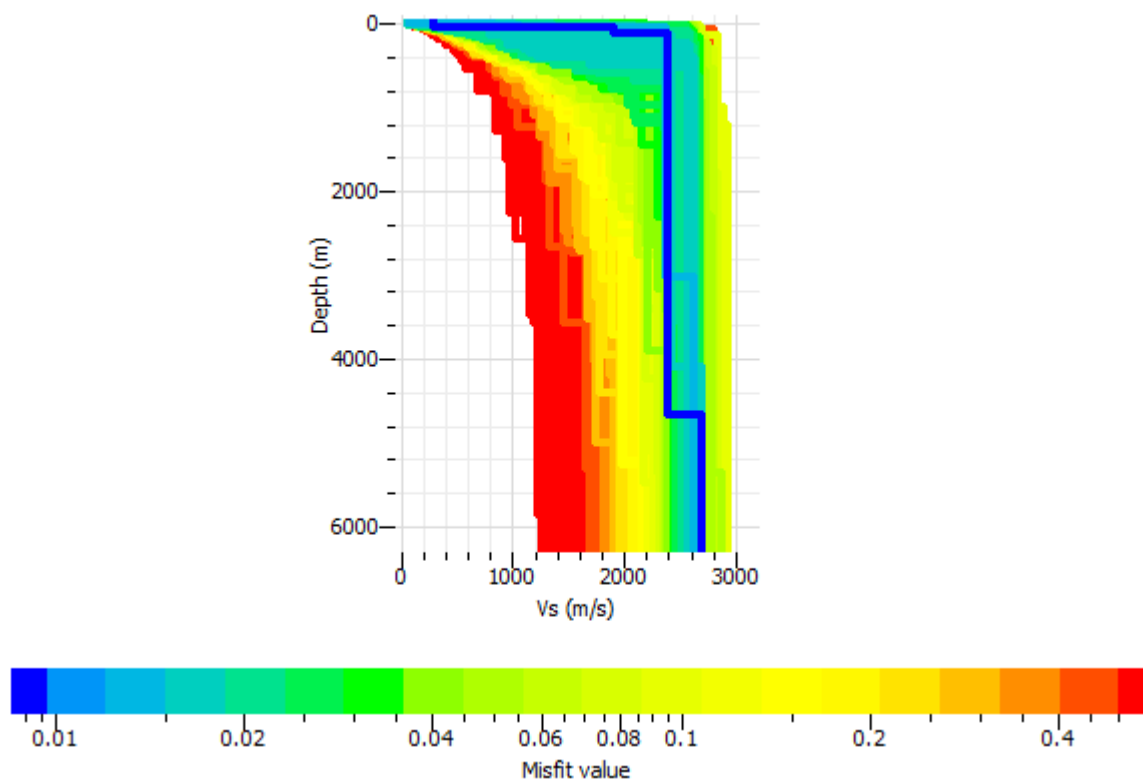
Εξ. 3-87

Στην Εξ. 3-87 η ταχύτητα της καμπύλης η οποία προκύπτει από τα δεδομένα στη συχνότητα  $f_i$  συμβολίζεται με  $x_{di}$  ενώ με  $x_{ci}$  συμβολίζεται η ταχύτητα της υπολογισμένης καμπύλης στη συχνότητα  $f_i$ . Με  $\sigma_i$  συμβολίζεται η αβεβαιότητα των δειγμάτων ανά συχνότητα, ενώ με  $n_F$  συμβολίζεται ο αριθμός των δειγμάτων ανά συχνότητα. Στην περίπτωση όπου δεν παρέχεται τιμή αβεβαιότητας τότε αντικαθιστούμε τον όρο  $\sigma_i$  με  $x_{di}$ . Η πρωτοτυπία του αλγόριθμου γειτνίασης έγκειται στο γεγονός ότι χρησιμοποιεί παλαιότερα δείγματα έτσι ώστε να καθοδηγήσει την αναζήτηση προς βελτιωμένα μοντέλα. Άπαξ και ανακτηθούν όλες οι αντικειμενικές συναρτήσεις οι οποίες προκύπτουν από την επίλυση του ευθέως προβλήματος σε όλα τα προηγούμενα δείγματα, ο αλγόριθμος γειτνίασης παρέχει έναν τρόπο παρεμβολής μίας ακανόνιστης κατανομής σημείων, εκμεταλλευόμενος τη

γεωμετρία Voronoi έτσι ώστε να εξερευνησει τις πιο προσοδοφόρες περιοχές του παραμετρικού χώρου.

Ένα μειονέκτημα όλων αυτών των μεθόδων αφορά το γεγονός ότι λόγω της παρουσίας πολλών τοπικών ελαχίστων, η τυχαία επιλογή του αρχικού μοντέλου μπορεί να δώσει διαφορετικό αποτέλεσμα σε σχέση με μία άλλη αρχική επιλογή η οποία θα μπορούσε να γίνει. Εν προκειμένω, αυτό το μειονέκτημα επιδιορθώνεται χειροκίνητα επιχειρώντας την εκτέλεση του αλγορίθμου πολλές φορές, έτσι ώστε να βεβαιωθούμε ότι αυτός θα συγκλίνει στο ίδιο αποτέλεσμα ανεξαρτήτως επιλογής του αρχικού μοντέλου.

Στην παρούσα μελέτη, ως πρότυπη καμπύλη διασποράς θεωρήθηκε η μέση καμπύλη διασποράς στην Εικόνα 3-30 ενώ η *παραμετροποίηση (parameterization)*, δηλαδή η επιλογή των άνω και κάτω ορίων στα οποία φράσσονται οι παράμετροι, ήταν η εξής: αριθμός στρωμάτων 4 μέχρι τα 6km με αύξουσα κατά βάθος ταχύτητα με όρια ταχύτητας συμπίεσης από 0.2 έως 5km/s και ταχύτητας διάτμησης από 0.5 έως 3.5km/s, λόγος Poisson από 0.25 έως 0.5, πυκνότητα 2000kg/m<sup>3</sup>. Όπως αναφέραμε στην παρούσα διατριβή, εφαρμόζεται ο *αλγόριθμος γειννίασης (neighborhood algorithm)* ο οποίος αναπτύχθηκε από τον (Sambridge, 1999) και υλοποιήθηκε υπολογιστικά από τους (Wathelet, Jongmans, & Ohnberger, 2004) και οι παραπάνω παράμετροι αποτελούν τον προτεινόμενο από τους κατασκευαστές *χώρο παραμέτρων (parameter space)*. Το προκύπτον 1Δ μοντέλο διατμητικών ταχυτήτων, παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-31.



Εικόνα 3-31 Τα υποψήφια 1Δ μοντέλα διατμητικών ταχυτήτων που αφορούν την περιοχή ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης. Ως πρότυπη καμπύλη διασποράς θεωρήθηκε η μέση καμπύλη διασποράς στην Εικόνα 3-30. Το επιλεγθέν μοντέλο απεικονίζεται με την διακεκομμένη γραμμή κυανού χρώματος, καθώς είναι εκείνο το οποίο ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση, η οποία περιγράφεται στην Εξ. 3-87 και λαμβάνει τιμή κάτω από 0.01. Για την ανάκτηση του μοντέλου έγινε η παραδοχή ότι η διατμητική ταχύτητα αυξάνεται με το βάθος, καθώς και ότι οι παράμετροι μπορούν να κυμαίνονται μόνο εντός συγκεκριμένων ορίων. Αναλυτικά ο αριθμός των οριζόντιων στρωμάτων ισούται με 5, η ταχύτητα διάτμησης κυμαίνεται από 50 έως 3500 m/s, η πυκνότητα είναι σταθερή και ίση με  $2000\text{kg/m}^3$ , ενώ ο λόγος Poisson κυμαίνεται από 0.25 έως 0.5.

### 3.6. Αντιστροφή στις τρεις διαστάσεις

Σε αυτό το σημείο είμαστε πλέον σε θέση να εφαρμόσουμε τις μεθόδους που αναπτύξαμε στις ενότητες 3.5. *Αντιστροφή στη μία διάσταση* και 2.3. *Αντιστροφή* έτσι ώστε να επιλύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα της ανάκτησης της κατανομής των τιμών ταχυτήτων διάτμησης στις τρεις διαστάσεις.

Ειδικότερα, η τυπική ακολουθία μετά την ανάκτηση των καμπυλών διασποράς της ομαδικής ταχύτητας (3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς), είναι πρώτα η κατασκευή των λεγόμενων *χαρτών ομαδικών ταχυτήτων (group velocity maps)*. Αυτό επιτυγχάνεται ως εξής, για κάθε διαφορετική συχνότητα: εφόσον γνωρίζουμε τους χρόνους διαδρομής (λόγω της γνώσης της ομαδικής ταχύτητας) των επιφανειακών κυμάτων μεταξύ όλων των ζευγών των σταθμών, αν υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε και τη διαδρομή των κυμάτων η οποία συχνά ικανοποιεί την παραδοχή ότι είναι ευθύγραμμη πορεία ή τμήμα μέγιστου κύκλου, τότε μπορούμε εφαρμόζοντας τη θεωρία που περιγράφεται στην ενότητα 2.3. *Αντιστροφή* ή κάποια πιο προηγμένη εκδοχή της όπως π.χ. (Barmin, Ritzwoller, & Leshvin, 2001) να επιλύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα και να εκτιμήσουμε την τιμή της ομαδικής ταχύτητας σε κάθε σημείο του χώρου, μετά από την εν δυνάμει χρήση κάποιου είδους παρεμβολής στις δύο διαστάσεις. Άρα, ανακτούμε τόσους χάρτες κατανομής της ομαδικής ταχύτητας στην επιφάνεια της περιοχής ενδιαφέροντος όσες και οι συχνότητες. Αν λοιπόν υπερθέσουμε όλους αυτούς τους χάρτες, τότε θα έχουμε την σχέση διασποράς για κάθε σημείο της επιφάνειας. Όμως έχοντας στη διάθεση μας τη σχέση διασποράς σε ένα σημείο, μπορούμε εφαρμόζοντας τη θεωρία στην ενότητα 3.5. *Αντιστροφή στη μία διάσταση*, να ανακτήσουμε το 1D μοντέλο διατμητικών ταχυτήτων κάτω από αυτό. Συνδυαστικά, μετά από μία εν δυνάμει χρήση παρεμβολής στις τρεις διαστάσεις, μπορούμε να κατασκευάσουμε το τελικό μοντέλο ταχυτήτων στις τρεις διαστάσεις.

Η μεθοδολογία που ακολουθήσαμε, σύμφωνα με τους (Fang & Zhang, 2014) (Fang, Yao, Zhang, Huang, & van der Hilst, 2015) (Liu, et al., 2019) έχει ως σκοπό την άμεση αντιστροφή των μετρήσεων διασποράς των επιφανειακών κυμάτων για την ανάκτηση των διακυμάνσεων των διατμητικών ταχυτήτων στις τρεις διαστάσεις («a method to invert surface wave dispersion data directly for 3-D variations of shear wave speed») (Fang, Yao, Zhang, Huang, & van der Hilst, 2015). Σημειώνουμε ότι η μέθοδος αυτή είναι σύγχρονη με

σημαντικότερη διεθνή αναγνώριση έχοντας συγκεντρώσει μεγάλο πλήθος μνημονεύσεων τα τελευταία έτη.

Παρακάτω θα ακολουθήσουμε την ανάπτυξη του προβλήματος κατά τους (Fang & Zhang, 2014) (Fang, Yao, Zhang, Huang, & van der Hilst, 2015) (Liu, et al., 2019). Η μέση ταχύτητα φάσης  $c_i(\omega)$  ενός επιφανειακού κύματος μίας ορισμένης γωνιακής συχνότητας  $\omega$  μεταξύ δύο σημείων δίνεται από τη σχέση:

$$c_i(\omega) = \frac{L_i}{t_i(\omega)}$$

Εξ. 3-88

Στην Εξ. 3-88 με  $L_i$  συμβολίζεται το μήκος του μέγιστου κύκλου που διέρχεται από τα δύο σημεία, ενώ με  $t_i(\omega)$  συμβολίζεται ο χρόνος διαδρομής της ακτίνας  $i$ . Στην πραγματικότητα όμως, λόγω της ανομοιογένειας του μέσου διάδοσης, η ακτίνα θα αποκλίνει από το μέγιστο κύκλο. Συνεπώς ο χρόνος διαδρομής εν γένει θα περιγράφεται από τη σχέση:

$$t_i(\omega) = \int_{l_i} S(l, \omega) dl$$

Εξ. 3-89

Στην Εξ. 3-89 ο όρος  $S(l, \omega)$  περιγράφει τις άγνωστες τιμές βραδύτητας επί της καμπύλης  $l_i$ , η οποία περιγράφει την άγνωστη διαδρομή της ακτίνας  $i$  μεταξύ των δύο σημείων. Η διακριτή της έκφραση θα είναι:

$$t_i(\omega) = \sum_{p=1}^P S_p(\omega) \delta l_i$$

Εξ. 3-90

Στην Εξ. 3-90 ο όρος  $S_p(\omega)$  περιγράφει την άγνωστη τιμή βραδύτητας επί του  $p$  – οστού τμήματος  $\delta l_i$  της άγνωστης διαδρομής της ακτίνας  $i$  μεταξύ των δύο σημείων  $l_i$ , η οποία αποτελείται συνολικά από  $P$  τμήματα. Για το ευθύ πρόβλημα παραμετροποιούμε την περιοχή μελέτης χρησιμοποιώντας ένα κανονικό πλέγμα (*regular grid*)  $K$  σημείων και κάτω

από κάθε σημείο  $k$  του πλέγματος, ορίζουμε ένα 1Δ μοντέλο  $\theta_k$ . Το μοντέλο αυτό, το οποίο επίσης παραμετροποιείται με *κόμβους (nodes)* κατά βάθος, χρησιμοποιείται έτσι ώστε να υπολογιστεί η τοπική ταχύτητα φάσης ή ομάδας ως συνάρτηση της συχνότητας σε εκείνο το σημείο του πλέγματος. Έτσι, μπορούμε να συνθέσουμε μία 2D κατανομή των εκτιμήσεων της βραδύτητας  $\hat{S}_k$ , για  $k = 1, 2, \dots, K$  στη συχνότητα  $\omega$  για την περιοχή μελέτης και στη συνέχεια να εφαρμόσουμε *διγραμμική παρεμβολή (bilinear interpolation)* έτσι ώστε να προσδιορίσουμε την τιμή της βραδύτητας  $S_p(\omega)$  σε κάθε σημείο το οποίο βρίσκεται επί της διαδρομής  $l_i$ :

$$S_p(\omega) = \sum_{k=1}^K v_{pk}^{(i)} \hat{S}_k(\omega)$$

Εξ. 3-91

Στην Εξ. 3-91 ο όρος  $v_{pk}^{(i)}$  συμβολίζει τους όρους της διγραμμικής παρεμβολής για την ακτίνα  $i$ . Η βραδύτητα  $\hat{S}_k(\omega)$  στο σημείο  $k$  του πλέγματος, ανακτάται από το 1Δ μοντέλο  $\theta_k$  συμβολικά ως εξής:

$$\hat{S}_k(\omega) = g(\theta_k, \omega)$$

Εξ. 3-92

Με τον όρο  $g(\theta_k, \omega)$  στην Εξ. 3-92 συμβολίζεται η συνάρτηση του ευθέως προβλήματος η οποία απεικονίζει τα μοντέλα  $\theta_k$  σε σχέσεις διασποράς  $\hat{S}_k(\omega)$  μέσω της εφαρμογής κλασικών μεθόδων (Thomson, 1950) (Haskell, 1953) (Dunkin, 1965) (Herrmann, 2001) οι οποίες συνοψίζονται στην ενότητα 3.5. *Αντιστροφή στη μία διάσταση.* Συνδυάζοντας τις εξισώσεις Εξ. 3-90 και Εξ. 3-91 έχουμε ότι:

$$t_i(\omega) = \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K v_{pk}^{(i)} \hat{S}_k(\omega) \delta l_i = \sum_{k=1}^K v_{ik} \widehat{S}_k(\omega)$$

Εξ. 3-93



Ο σκοπός της δρομοχρονικής τομογραφίας είναι η εύρεση ενός μοντέλου ταχυτήτων  $m$  τέτοιο έτσι ώστε να ελαχιστοποιούνται οι διαφορές  $\delta t_i(\omega)$  μεταξύ των παρατηρούμενων χρόνων διαδρομής  $t_i^{obs}(\omega)$  και των χρόνων διαδρομής που προκύπτουν από το μοντέλο αυτό  $t_i(\omega)$ , για όλες τις συχνότητες  $\omega$ . Σημειώνουμε ότι στην παρούσα διατριβή οι παρατηρούμενοι χρόνοι διαδρομής είναι της τάξης μεγέθους των δευτερολέπτων, σύμφωνα με την Εικόνα 3-26. Από τον κανόνα της αλυσίδας, για την ακτίνα  $i$  η Εξ. 3-93 τροποποιείται ως ακολούθως:

$$\delta t_i(\omega) = t_i^{obs}(\omega) - t_i(\omega) = \sum_{k=1}^K v_{ik} \delta \hat{S}_k(\omega) \approx - \sum_{k=1}^K v_{ik} \frac{\delta C_k(\omega)}{C_k^2(\omega)}$$

Εξ. 3-94

Στην Εξ. 3-94 ο όροι  $C_k(\omega) = 1/\hat{S}_k(\omega)$  και  $\delta C_k(\omega)$  συμβολίζουν την ταχύτητα φάσης και τη διαταραχή της αντιστοίχως για τη συχνότητα  $\omega$  στο σημείο  $k$  του επιφανειακού πλέγματος. Γνωρίζουμε ότι η καμπύλη διασποράς  $C_k(\omega)$  σε ένα σημείο  $k$  στην επιφάνεια της περιοχής ενδιαφέροντος εξαρτάται από το 1Δ μοντέλο  $\theta_k$  κάτω από αυτό, το οποίο με τη σειρά εξαρτάται από τις κατανομές ως προς το βάθος των παραμέτρων Lamè – ή αλλιώς των ταχυτήτων συμπίεσης και διάτμησης  $\alpha_k(z), \beta_k(z)$  αντιστοίχως – και της πυκνότητας  $\rho_k(z)$ . Συνεπώς μία διαταραχή της καμπύλης διασποράς θα ισούται με το άθροισμα των διαταραχών των τριών αυτών παραμέτρων, για κάθε τιμή βάθους. Πιο αυστηρά, σύμφωνα με τη θεωρία του λογισμού των μεταβολών (*calculus of variations*), υπό ορισμένες προϋποθέσεις θα ισχύει ότι (Arfken & Weber, 1995):

$$\delta C_k(\omega) = \int \left[ \frac{\partial C_k(\omega)}{\partial \alpha_k(z)} \Big|_{\theta_k} \delta \alpha_k(z) + \frac{\partial C_k(\omega)}{\partial \beta_k(z)} \Big|_{\theta_k} \delta \beta_k(z) + \frac{\partial C_k(\omega)}{\partial \rho_k(z)} \Big|_{\theta_k} \delta \rho_k(z) \right] dz$$

Εξ. 3-95

Η ευαισθησία (*sensitivity*) της ταχύτητας φάσεως για κάθε παράμετρο του μοντέλου ως προς το βάθος, μπορεί να υπολογιστεί αφαιρώντας δύο επιλύσεις του ευθέως προβλήματος για την ανάκτηση της καμπύλης διασποράς, εκ των οποίων η μία έχει διαταραχθεί ως προς τη συγκεκριμένη παράμετρο. Συμφωνά με τον (Brocher, 2005), ισχύουν οι παρακάτω εμπειρικές σχέσεις, θεωρώντας ότι οι όροι  $\chi_n^{[\alpha,\rho]}$  αντιπροσωπεύουν συντελεστές πολυωνυμικής προσαρμογής (*fit*) :

$$\alpha(z) = \sum_n \chi_n^{[\alpha]} \beta^n(z)$$

Εξ. 3-96

$$\rho(z) = \sum_n \chi_n^{[\rho]} \alpha^n(z)$$

Εξ. 3-97

Διαταράσσοντας τις εξισώσεις Εξ. 3-96 και Εξ. 3-97, θα έχουμε ότι:

$$\delta\alpha(z) = \sum_n n\chi_n^{[\alpha]} \beta^{n-1}(z) \delta\beta(z) = R_\alpha(z) \delta\beta(z)$$

Εξ. 3-98

$$\delta\rho(z) = \sum_n n\chi_n^{[\rho]} \alpha^{n-1}(z) \delta\alpha(z) = R_\alpha(z) \sum_n n\chi_n^{[\rho]} \alpha^{n-1}(z) \delta\beta(z) = R_\rho(z) \delta\beta(z)$$

Εξ. 3-99

Αν αντικαταστήσουμε τις εξισώσεις Εξ. 3-98, Εξ. 3-99 στην Εξ. 3-95, εκφράσουμε την τελευταία σε διακριτή μορφή και την αντικαταστήσουμε στην Εξ. 3-94, θα έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}\delta t_i(\omega) &= - \sum_{k=1}^K \frac{v_{ik}}{C_k^2(\omega)} \sum_{j=1}^J \left[ R_\alpha(z_j) \frac{\partial C_k(\omega)}{\partial \alpha_k(z_j)} + R_\rho(z_j) \frac{\partial C_k(\omega)}{\partial \rho_k(z_j)} + \frac{\partial C_k(\omega)}{\partial \beta_k(z_j)} \right] \Bigg|_{\theta_k} \delta \beta_k(z_j) \\ &= \sum_{l=1}^M G_{il} m_l\end{aligned}$$

Εξ. 3-100

Στην Εξ. 3-100 με  $J$  συμβολίζεται ο αριθμός των κόμβων ως προς το βάθος άρα  $M = KJ$  είναι ο συνολικός αριθμός των κόμβων. Η εξίσωση αυτή μπορεί να γραφτεί υπό μορφή πινάκων:

$$\mathbf{d} = G\mathbf{m}$$

Εξ. 3-101

Η Εξ. 3-101 περιλαμβάνει τους όρους  $\mathbf{d}$ , ο οποίος αποτελεί το διάνυσμα με στοιχεία τα υπόλοιπα των χρόνων διαδρομής των επιφανειακών κυμάτων για όλες τις διαδρομές και τις συχνότητες,  $G$  ο οποίος είναι ο πίνακας της ευαισθησίας των δεδομένων και  $\mathbf{m}$ , ο οποίος είναι το διάνυσμα με στοιχεία τις διαταραχές της ταχύτητας διάτμησης σε κάθε σημείο του χώρου. Ειδικότερα:

$$\mathbf{m} = [\delta \beta_1(z_1), \dots, \delta \beta_1(z_J), \delta \beta_2(z_1), \dots, \delta \beta_2(z_J), \dots, \delta \beta_K(z_1), \dots, \delta \beta_K(z_J)]^T$$

Εξ. 3-102

Ανατρέχοντας στην ενότητα 2.3. *Αντιστροφή*, μπορούμε να λύσουμε την Εξ. 3-101 αν ελαχιστοποιήσουμε κάποια συνάρτηση κόστους, όπως αυτή της μορφής:

$$\Phi(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d} - G\mathbf{m}\|_2^2 + \lambda \|L\mathbf{m}\|_2^2$$

Εξ. 3-103

Στο αριστερό μέρος της Εξ. 3-103, ο 1<sup>ος</sup> προσθετέος αποτελεί το μέτρο  $\ell_2$  των υπολοίπων των δεδομένων ενώ ο 2<sup>ος</sup> αποτελεί το μέτρο  $\ell_2$  του όρου κανονικοποίησης του μοντέλου, όπου το  $L$  είναι ο τελεστής εξομάλυνσης, ο οποίος συνήθως είναι τελεστής χωρικής παραγώγου 1<sup>ης</sup> ή 2<sup>ης</sup> τάξης ενώ το  $\lambda$  είναι η παράμετρος η οποία σταθμίζει την προσαρμογή των δεδομένων και την κανονικοποίηση του μοντέλου. Σύμφωνα με τη συνάρτηση κόστους  $\Phi$ , μπορούμε να ανακτήσουμε μία εκτίμηση της λύσης από τη σχέση:

$$\hat{\mathbf{m}} = (G^T G + \lambda L^T L)^{-1} G^T \mathbf{d}$$

Εξ. 3-104

Στην παρούσα μελέτη εφαρμόζουμε *αντιστροφή στο πεδίο κυματίων με κανονικοποίηση αραιότητας (wavelet based sparsity constrained inversion)*, έτσι ώστε να ανακτήσουμε τις ανωμαλίες των ταχυτήτων διάτμησης από τις μετρήσεις των χρόνων διαδρομής των επιφανειακών κυμάτων ανά τιμή συχνότητας. Λόγω της ανομοιογένειας των σταθμών και της κάλυψης των σεισμικών ακτίνων στην περιοχή μελέτης, εφαρμόζουμε την αντιστροφή στο πεδίο κυματίων, εκμεταλλευόμενοι την ιδιότητα του μετασχηματισμού κυματίων κατά την οποία επιτυγχάνεται ο διαχωρισμός του αρχικού μοντέλου σε δύο ομάδες συντελεστών, εκ των οποίων η μία αφορά τους *συντελεστές προσέγγισης (approximate coefficients)* και η άλλη τους *συντελεστές λεπτομέρειας (detail coefficients)* (Liu, Farquharson, Yin, & Baranwal, 2017). Σε υποπεριοχές όπου υπάρχουν επαρκή δεδομένα, χρησιμοποιούνται και των δύο ειδών οι συντελεστές, παράγοντας πιο λεπτομερή αποτελέσματα, σε αντίθεση με υποπεριοχές όπου δεν υπάρχουν επαρκή δεδομένα, όπου χρησιμοποιούνται μόνο οι συντελεστές προσέγγισης.

Ειδικότερα, για έναν μετασχηματισμό κυματίων με *βάση (basis)* η οποία περιγράφεται από έναν πίνακα  $W$ , το μοντέλο ταχυτήτων  $\mathbf{m}$  μπορεί να εκφραστεί ως εξής (Daubechies, 1992):

$$\hat{\mathbf{m}} = W\mathbf{m}$$

Εξ. 3-105

Στην Εξ. 3-105 το διάνυσμα  $\hat{\mathbf{m}}$  το οποίο περιέχει τους κυματιδιακούς συντελεστές. Για μία ορθογώνια βάση κυματίων, ο αντίστροφος μετασχηματισμών κυματίων ισούται με τον

ανάστροφό του, ενώ ο τρισδιάστατος μετασχηματισμός κυματίων μπορεί να προσεγγιστεί μέσω της εφαρμογής διαδοχικών μονοδιάστατων μετασχηματισμών κυματίων σε κάθε διάσταση (Prochazka, Gráfoná, Vgšata, & Caregroup, 2011). Άρα η συνάρτηση κόστους στην Εξ. 3-103 χωρίς κανονικοποίηση μπορεί να τροποποιηθεί ως εξής:

$$\Phi(\hat{\mathbf{m}}) = \|\mathbf{GW}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_1 = \|\mathbf{GW}^T\mathbf{W}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|_1 = \|\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{m}} - \mathbf{d}\|_1$$

Εξ. 3-106

Στην Εξ. 3-106 εφαρμόζουμε μέτρο  $\ell_1$  για την ελαχιστοποίηση των υπολοίπων των δεδομένων, έτσι ώστε η αντικειμενική συνάρτηση να είναι πιο *ευσταθής (robust)* ως προς τις *ιδιάζουσες τιμές (outliers)*. Συνεπώς τώρα το αντίστροφο πρόβλημα περιλαμβάνει πρώτα την ανάκτηση των κυματιδιακών συντελεστών  $\hat{\mathbf{m}}$  του μοντέλου και στη συνέχεια τη λύση της Εξ. 3-105 για την ανάκτηση των πραγματικών παραμέτρων  $\mathbf{m}$ . Εφόσον οι περισσότερες υποπεριοχές δεν έχουν καλή κάλυψη, πολλοί κυματιδιακοί συντελεστές δεν θα χρησιμοποιηθούν, συνεπώς θα είναι μηδενικοί, άρα και το διάνυσμα που τους περιέχει θα είναι αραιό (Simons, et al., 2011).

Δεδομένης αυτής της αραιότητας, τροποποιούμε την αντικειμενική συνάρτηση (Εξ. 3-106) και εφαρμόζουμε κανονικοποίηση αραιότητας, ήτοι μέτρο του όρου κανονικοποίησης  $\ell_1$ , έτσι ώστε να ανακτήσουμε ευρετικά το μοντέλο με όσο το δυνατόν λιγότερα μη – μηδενικά στοιχεία (Aster, Borchers, & Thurber, 2018):

$$\Phi(\hat{\mathbf{m}}) = \|\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{m}} - \mathbf{d}\|_1 + \lambda\|\hat{\mathbf{m}}\|_1$$

Εξ. 3-107

Η Εξ. 3-107 μπορεί ελαχιστοποιηθεί με εφαρμογή της μεθόδου *ελαχίστων τετραγώνων με επαναληπτική επαναστάθμιση (iteratively reweighted least squares – IRLS)* (Aster, Borchers, & Thurber, 2018). Συγκεκριμένα:

$$\Phi(\hat{\mathbf{m}}) = \left\| \begin{bmatrix} \hat{G} \\ \lambda I \end{bmatrix} \hat{\mathbf{m}} - \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\|_1 = \|\tilde{G}\hat{\mathbf{m}} - \tilde{\mathbf{d}}\|_1 = \|\mathbf{r}\|_1 = \sum_{l=1}^N |r_l|$$

Εξ. 3-108

Η μερική παράγωγος και η βαθμίδα της Εξ. 3-108 ως προς τους συντελεστές, μπορούν να υπολογιστούν ως εξής:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \hat{m}_n} = \sum_{l=1}^N \frac{\partial |r_l|}{\partial \hat{m}_n} = \sum_{l=1}^N \tilde{G}_{l,n} \frac{r_l}{|r_l|}$$

Εξ. 3-109

$$\nabla \Phi \approx \tilde{G}^T R \mathbf{r}$$

Εξ. 3-110

Για την αποφυγή διαιρέσεων με πολύ μικρούς αριθμούς στην Εξ. 3-109, ορίζουμε στην Εξ. 3-110 το διαγώνιο πίνακα στάθμισης  $R$  για τον οποίο θα ισχύει ότι:

$$R_{i,i} = \begin{cases} 1/\epsilon, & |r_i| < \epsilon \\ 1/|r_i|, & |r_i| \geq \epsilon \end{cases}$$

Εξ. 3-111

Στην Εξ. 3-111 ο όρος  $\epsilon$  είναι ένας πολύ μικρός αριθμός κάτω από τον οποίο θεωρούμε ότι τα υπόλοιπα είναι πρακτικά μηδενικά.

Λύνοντας την Εξ. 3-110 για  $\nabla\Phi = 0$ , έχουμε ότι:

$$\tilde{G}^T R \tilde{G} \hat{\mathbf{m}} = \tilde{G}^T R \tilde{\mathbf{d}}$$

Εξ. 3-112

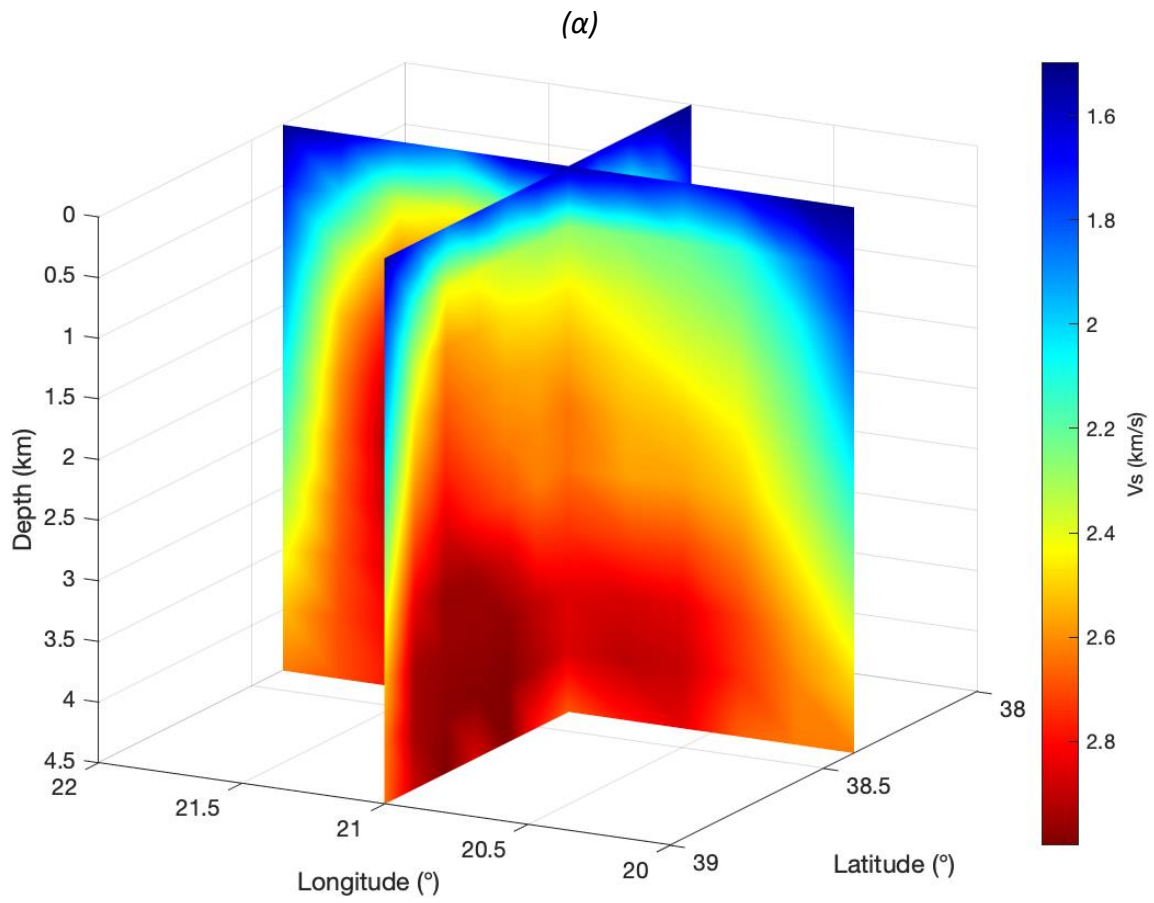
Πρακτικά, οι κανονικές εξισώσεις για το πρόβλημα των ελαχίστων τετραγώνων, δίνονται από την ελαχιστοποίηση του παρακάτω μέτρου:

$$\left\| \sqrt{R} \begin{bmatrix} \hat{G} \\ \lambda I \end{bmatrix} \hat{\mathbf{m}} - \sqrt{R} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\|_2$$

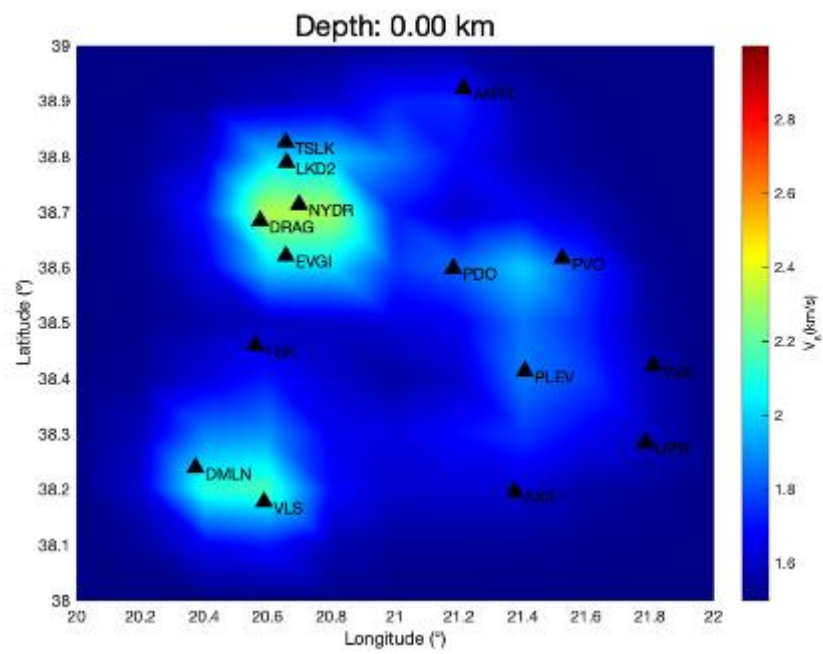
Εξ. 3-113

Μπορούμε είτε να λύσουμε απευθείας την Εξ. 3-112, είτε να εφαρμόσουμε τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων με επαναληπτική επαναστάθμιση στην Εξ. 3-113 αν θέσουμε τον πίνακα  $R$  αρχικά μοναδιαίο και τον ανανεώνουμε επαναληπτικά έτσι ώστε να ανακτήσουμε μία αραιή λύση.

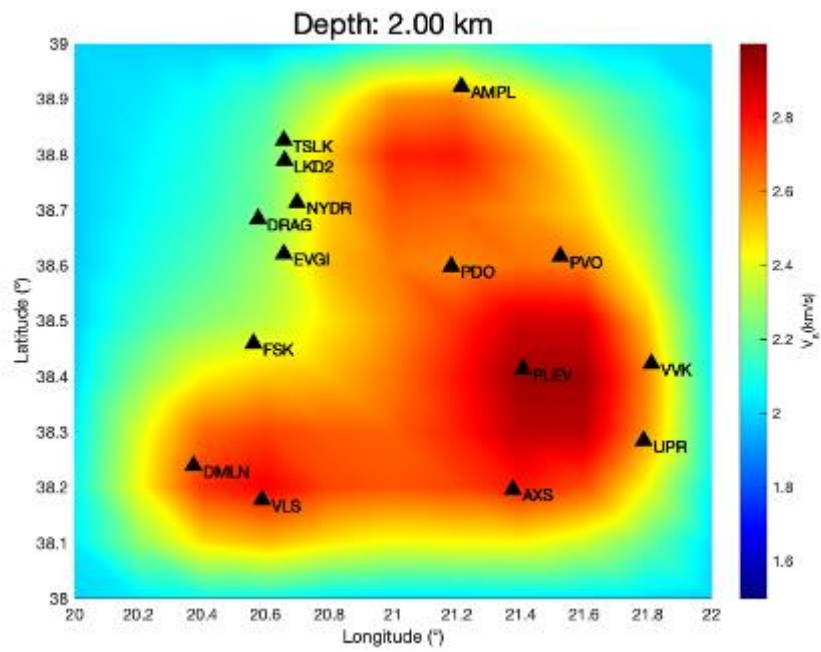
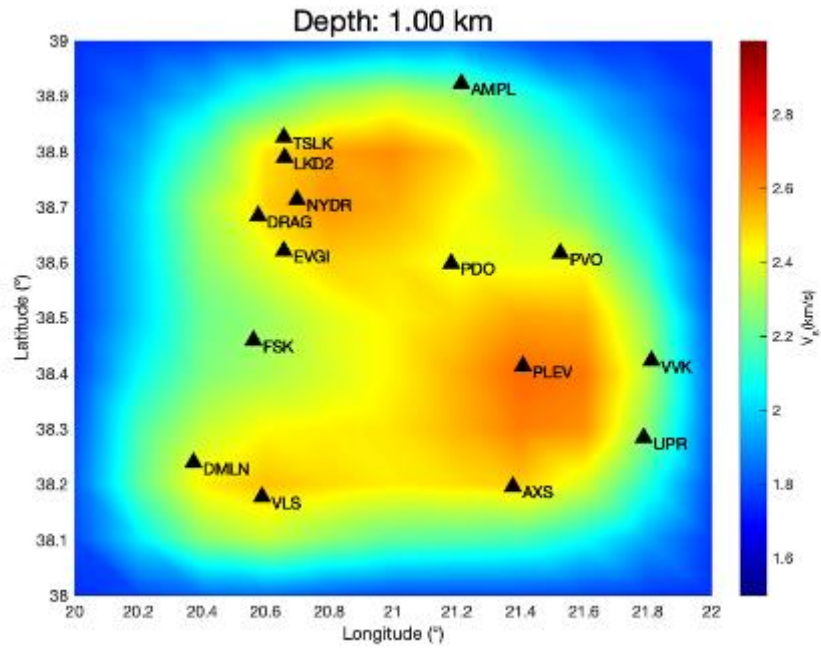
Εφαρμόζοντας την ανωτέρω μεθοδολογία στην περιοχή μελέτης, με αρχικό μοντέλο αυτό που ανακτήθηκε στην υποενότητα 3.5. *Αντιστροφή στη μία διάσταση* καθώς και τις δρομοχρονικές μετρήσεις ανά συχνότητα που ανακτήθηκαν στην υποενότητα 3.4. *Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς*, κατασκευάσαμε το τρισδιάστατο μοντέλο ταχυτήτων διάτμησης για την περιοχή μελέτης, το οποίο παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-32. Επίσης παρουσιάζεται στην Εικόνα 3-33 ένα εναλλακτικό μοντέλο, στο οποίο ο πολλαπλασιαστής Lagrange  $\lambda$  της Εξ. 3-107 (παράγοντας ομογενοποίησης) έχει μειωθεί κατά μία τάξη μεγέθους περίπου σε σχέση με αυτό που ήταν στο προηγούμενο μοντέλο (από 4 σε 0.3).

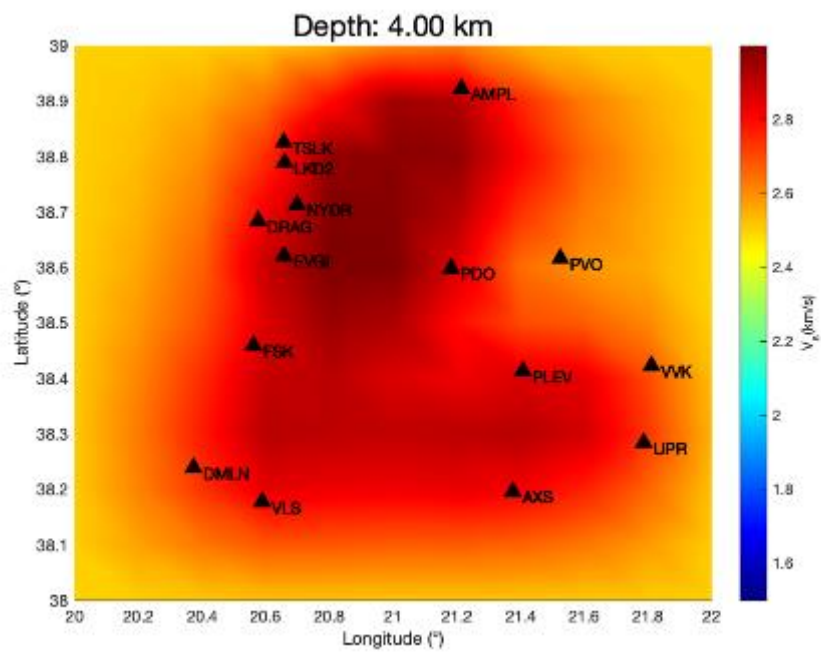
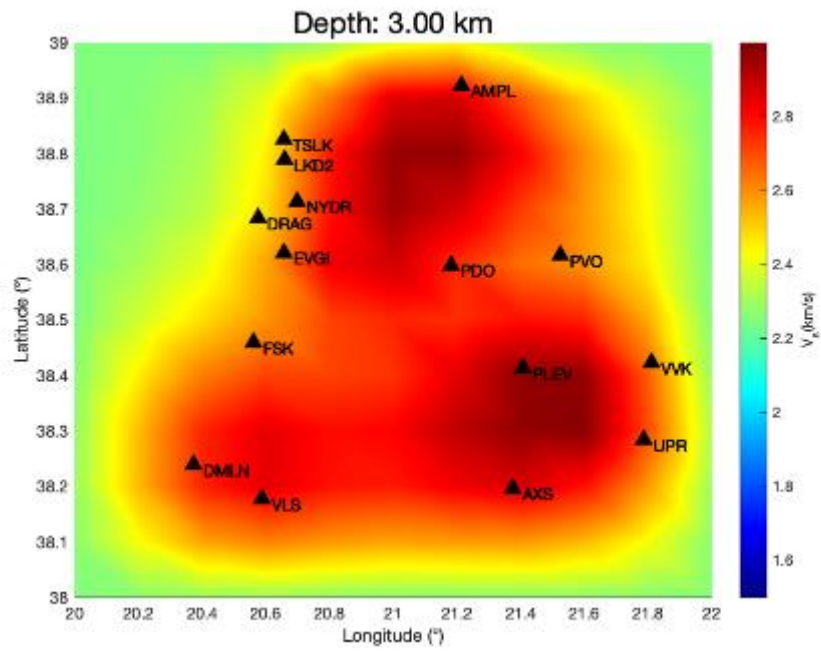


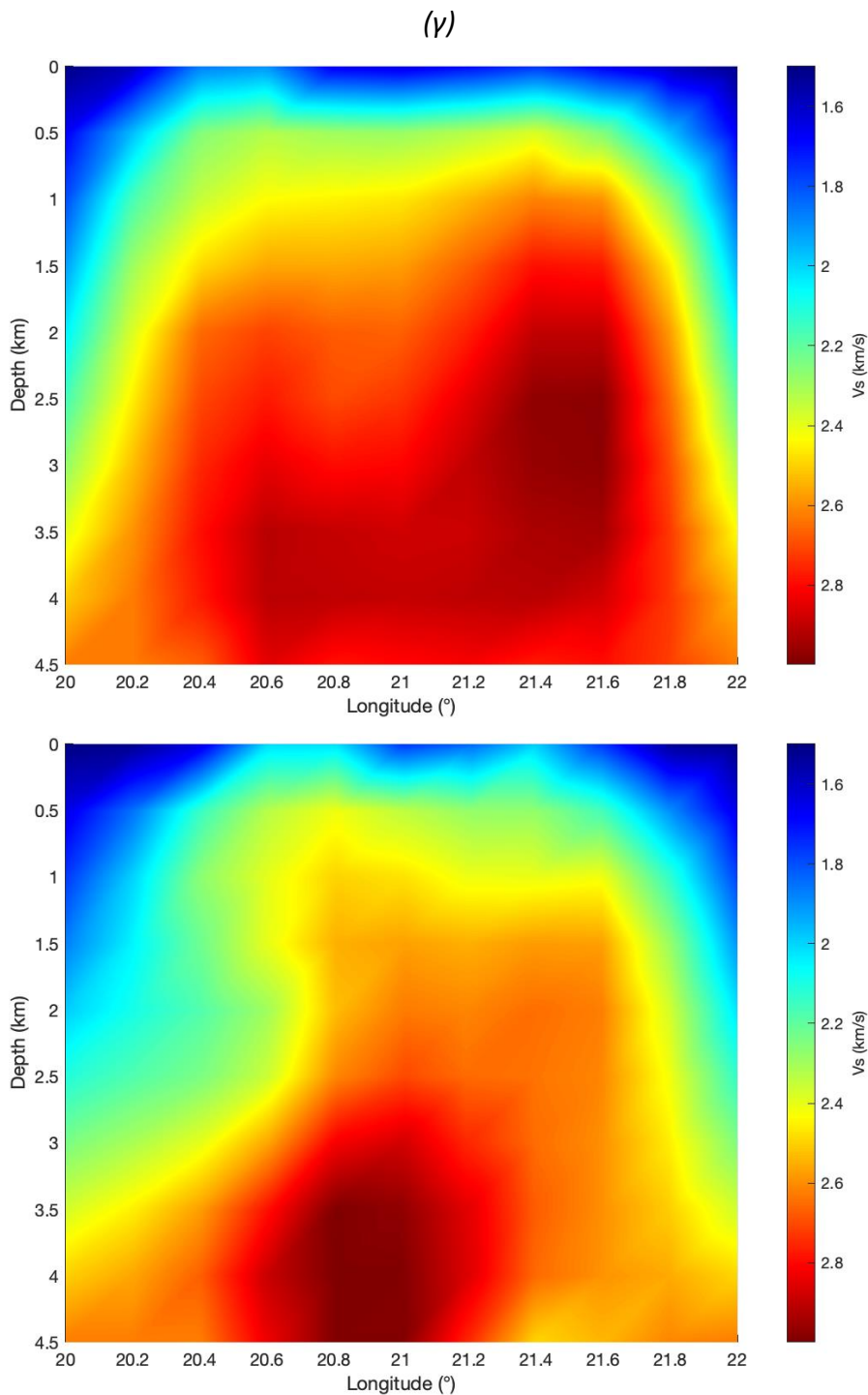
( $\beta$ )



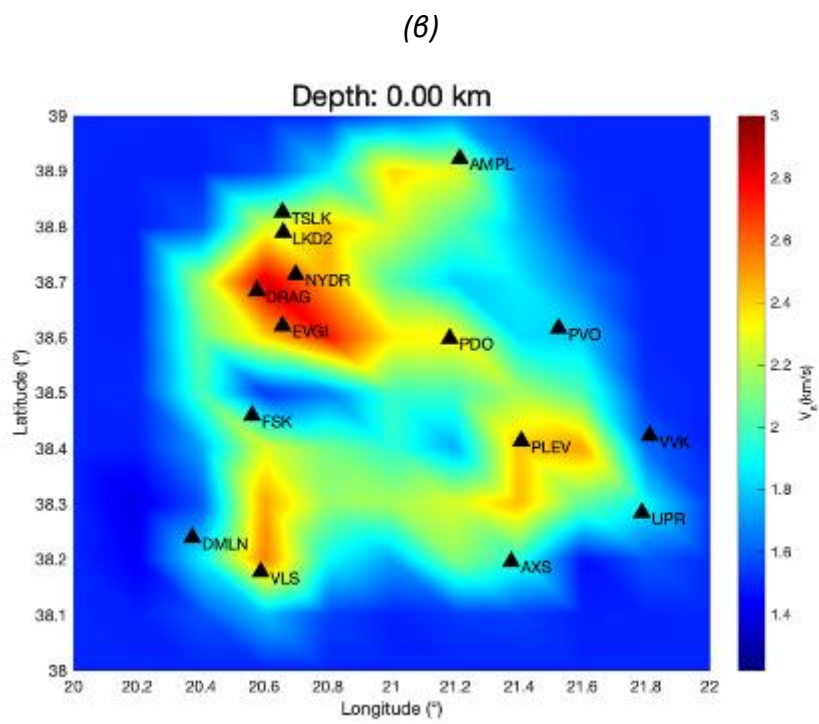
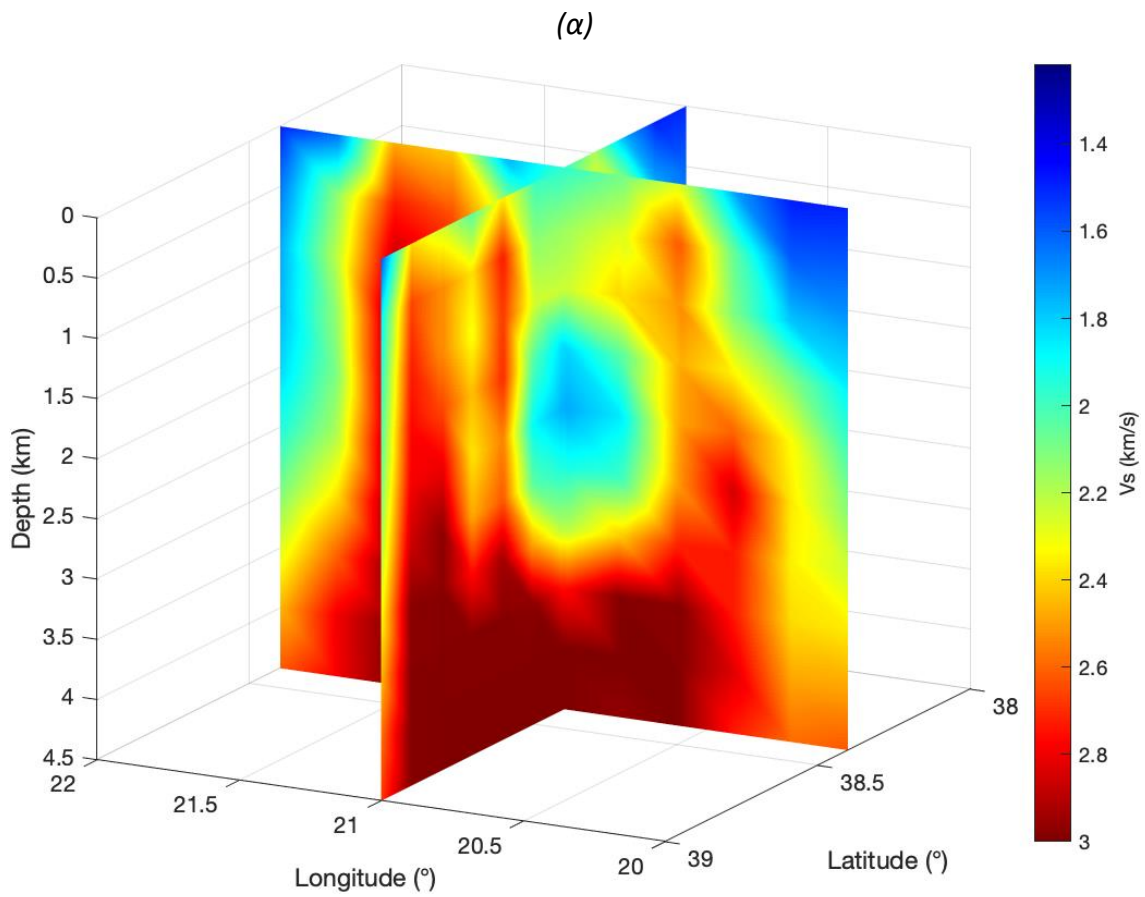


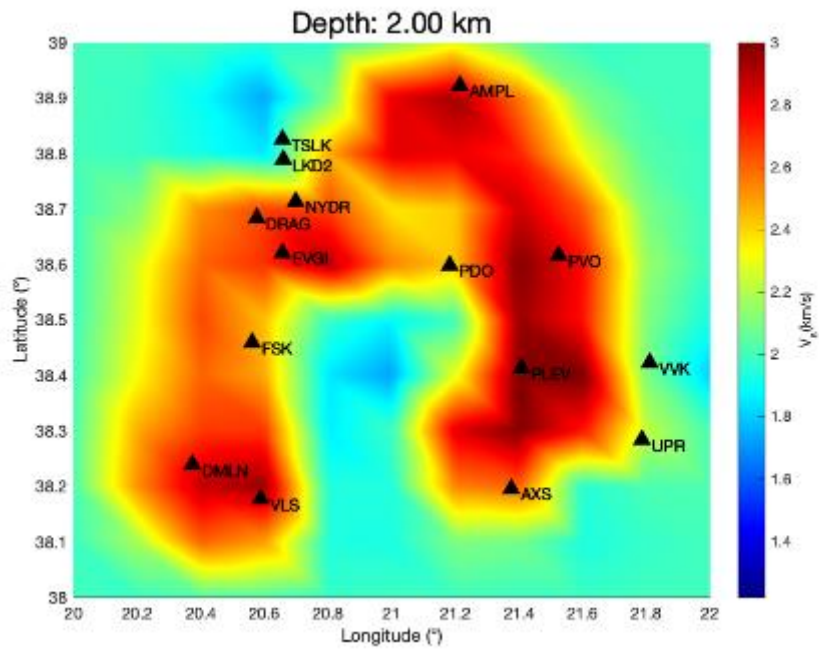
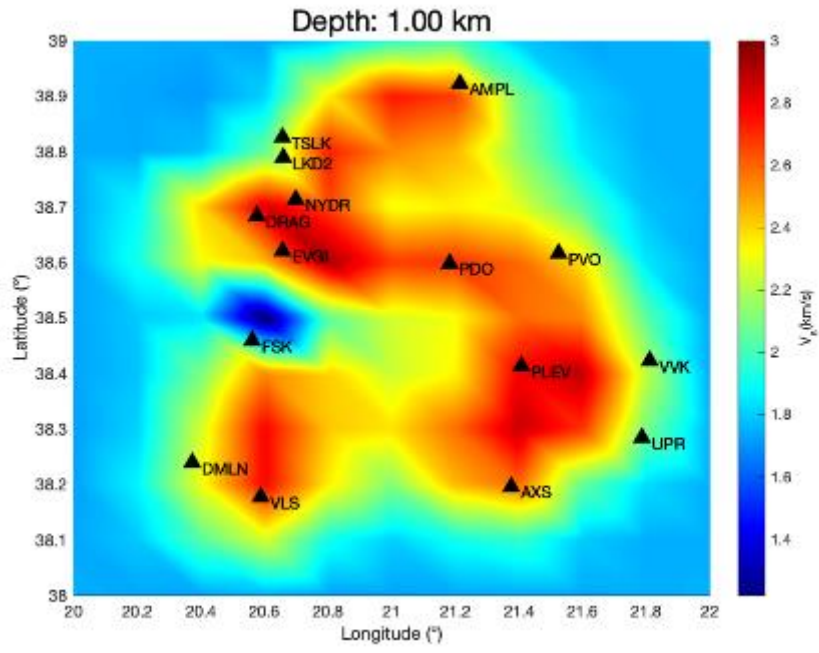




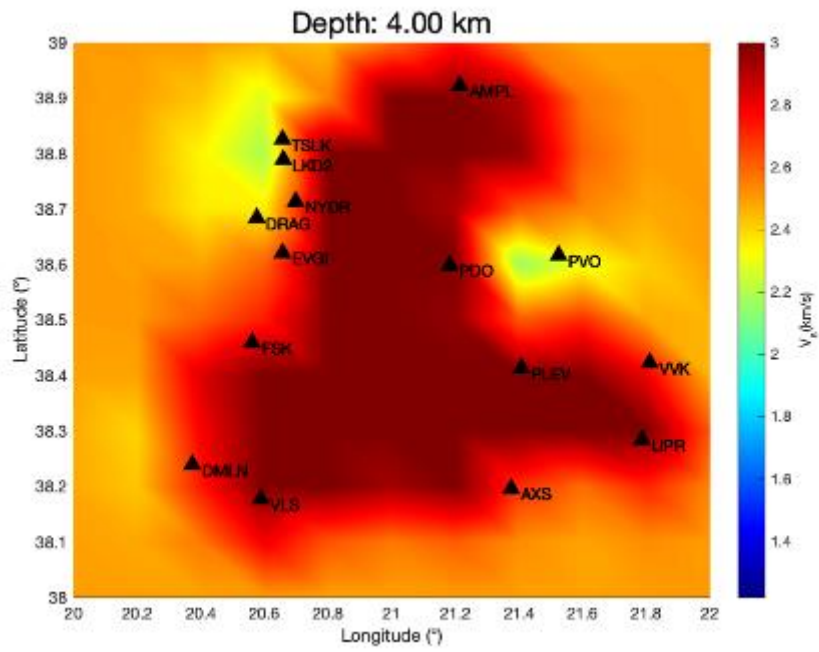
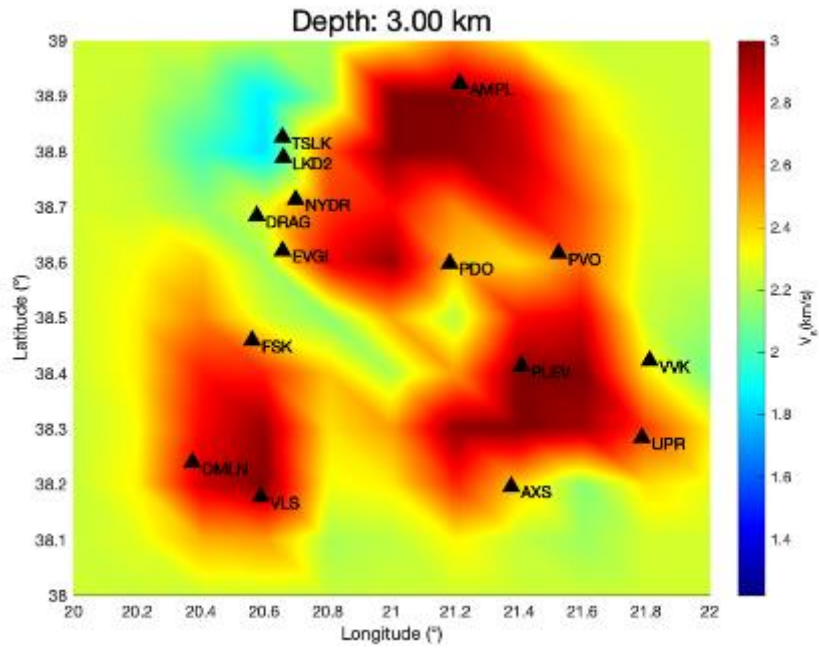


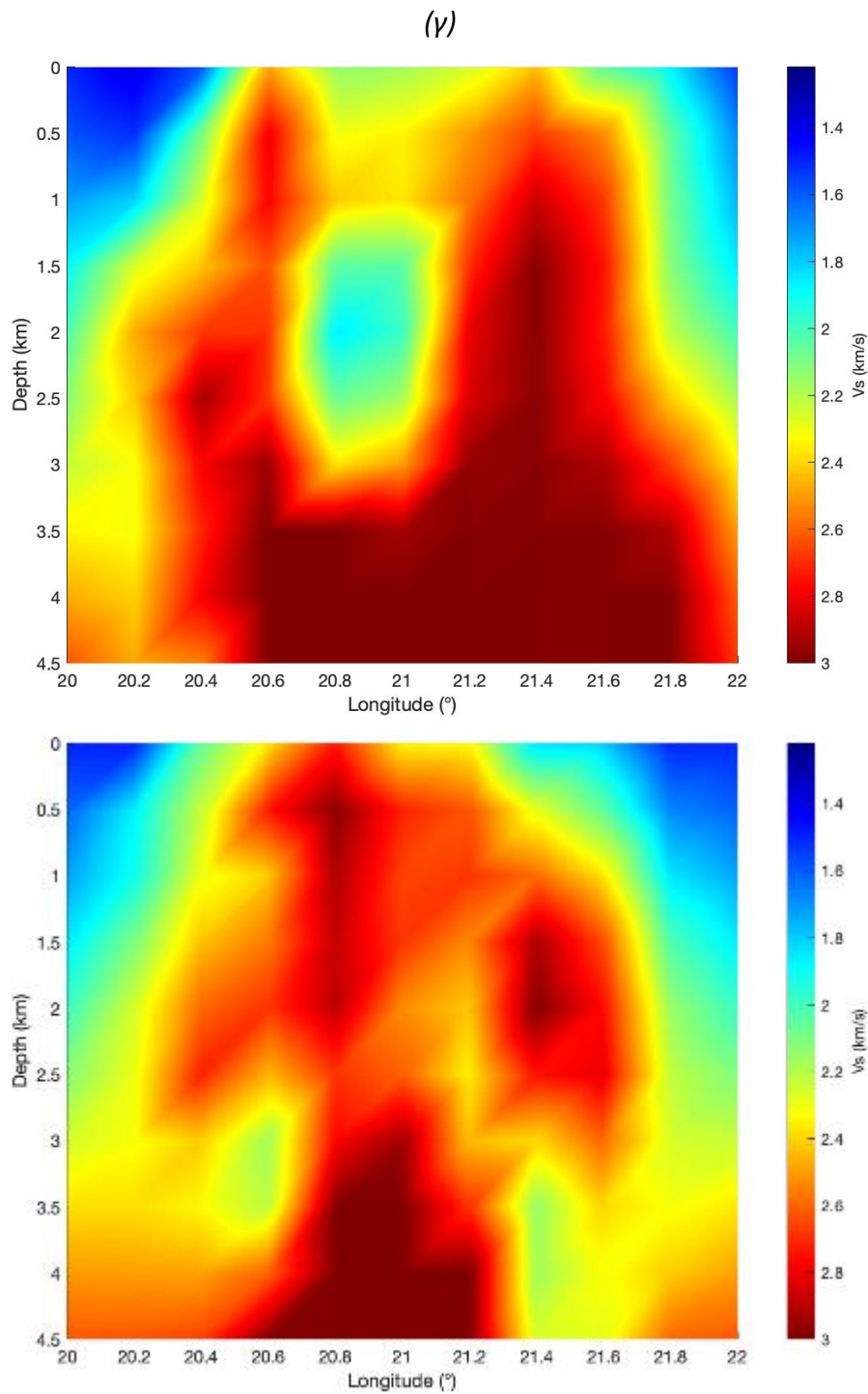
Εικόνα 3-32 Απεικόνιση του τρισδιάστατου μοντέλου ταχυτήτων διάτμησης για την περιοχή ενδιαφέροντος σε (α) κατακόρυφες και (β) οριζόντιες τομές. Στο (γ) φαίνονται δύο ακόμα κατακόρυφες τομές για γεωγραφικό πλάτος 38.6 και 38.3 που δεν έχουν σχεδιαστεί στο (α). Το μοντέλο αυτό προκύπτει από τις διαταραχές των ταχυτήτων διάτμησης στο χώρο ως προς το αρχικό μονοδιάστατο μοντέλο που ανακτήσαμε σε προηγούμενη ενότητα. Οι ταχύτητες διάτμησης είναι φραγμένες μεταξύ 1 και 3km/s.











Εικόνα 3-33 Ομοίως με την Εικόνα 3-32, η απεικόνιση του τρισδιάστατου μοντέλου ταχυτήτων διάτμησης για την περιοχή ενδιαφέροντος. Το διαφορετικό αυτό μοντέλο προκύπτει από τη χρήση μικρότερου πολλαπλασιαστή Lagrange, συνεπώς είναι και λιγότερο εξομαλυμένο.

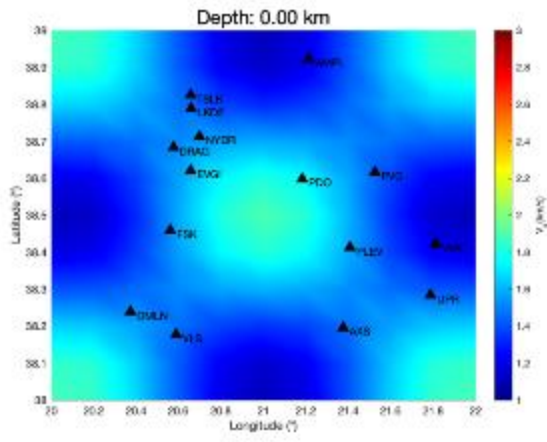
Σε αυτό το σημείο προκύπτει ένα καίριο ερώτημα: «Είναι κάποιο μοντέλο 3Δ εξ' αυτών που παρουσιάσαμε στην Εικόνα 3-32 και στην Εικόνα 3-33 αξιόπιστο; Αν ναι, ποιο από τα δύο είναι το πιο αξιόπιστο;». Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημα, θα εφαρμόσουμε παρόμοια μεθοδολογία με αυτή που ακολουθήσαμε για να αξιολογήσουμε τις κλασσικές μεθόδους αντιστροφής στην υποενότητα 2.3. Αντιστροφή.

Δηλαδή, έστω ότι θέλουμε να αξιολογήσουμε την εγκυρότητα μίας μεθόδου αντιστροφής, η οποία μπορεί να αναπαρασταθεί με έναν τελεστή ο οποίος λαμβάνει – π.χ δρομοχρονικά – δεδομένα και παράγει ένα 3Δ μοντέλο ταχυτήτων. Αν γνωρίζαμε εκ των προτέρων το πραγματικό 3Δ μοντέλο, τότε αν το παραγόμενο μοντέλο είναι παραπλήσιο του πραγματικού, μπορούμε ασφαλώς να θεωρήσουμε ότι η μέθοδος αντιστροφής μας είναι έγκυρη. Έστω λοιπόν ότι το γνωρίζουμε. Τότε σε επίπεδο δρομοχρονικής τομογραφίας, μπορούμε να επιλύσουμε την εικονική εξίσωση – ή να εφαρμόσουμε κάποιον άλλο τελεστή που αντιπροσωπεύει το ευθύ πρόβλημα – και να ανακτήσουμε τις καμπύλες των ακτίνων διαδρομής, άρα και τους συνολικούς χρόνους διαδρομής των ακτίνων αυτών μεταξύ πομπών και δεκτών. Οι συνολικοί χρόνοι διαδρομής που αποκτούμε αποτελούν συνθετικά δεδομένα, σε αντίθεση με τους πραγματικούς χρόνους διαδρομής τους οποίους τους γνωρίζουμε πειραματικά. Αν η μέθοδος αντιστροφής που χρησιμοποιούμε είναι όμως όντως έγκυρη, τότε αντιστρέφοντας τα πραγματικά δεδομένα θα πρέπει να ανακτήσουμε το αρχικό μοντέλο το οποίο θεωρήσαμε αληθινό – ή έστω ένα μοντέλο παρόμοιο με αυτό. Συνηθίζεται να προστίθεται ένα μικρό ποσοστό θορύβου στα συνθετικά δεδομένα, έτσι ώστε να δειχθεί ότι η μέθοδος αντιστροφής είναι ανθεκτική στα διάφορα σφάλματα που υπεισέρχονται πάντοτε σε πειραματικές μετρήσεις.

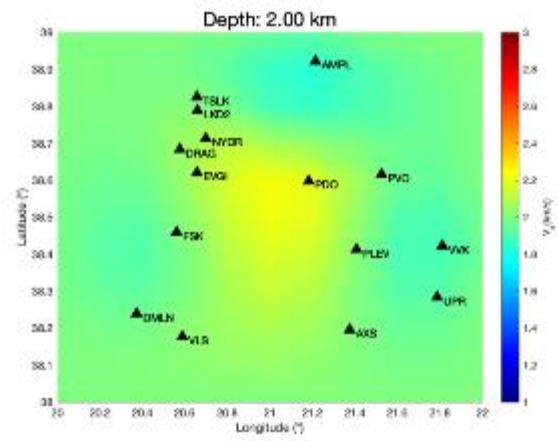
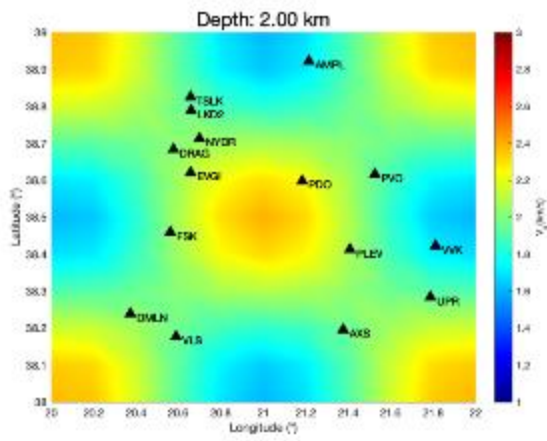
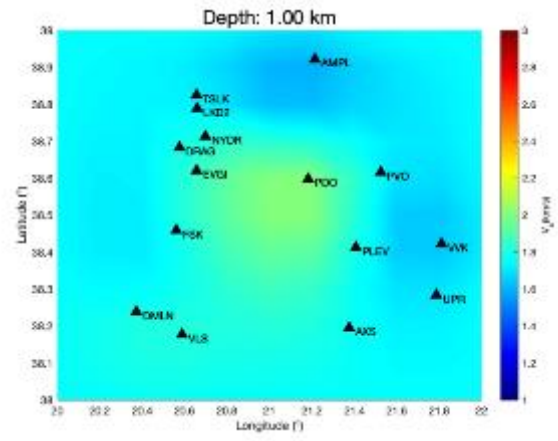
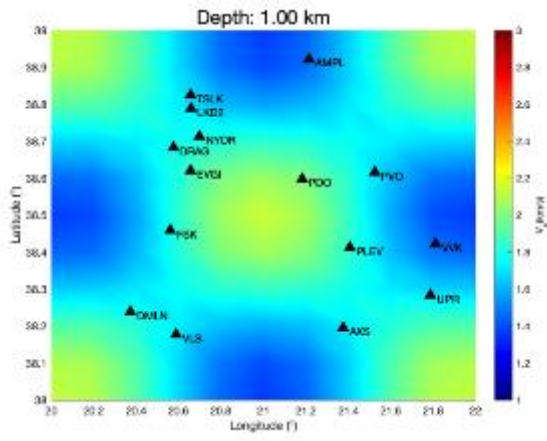
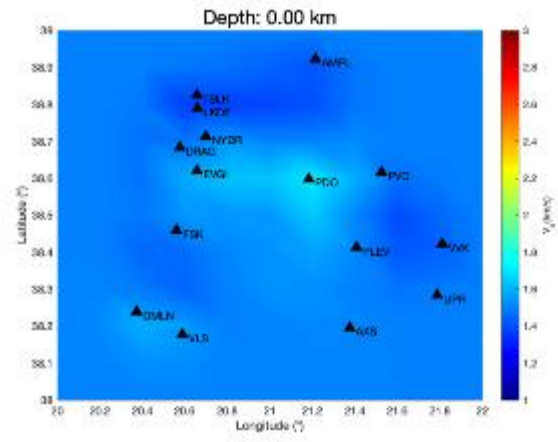
Το αρχικό αυτό μοντέλο συνηθίζεται στη Σεισμολογία να είναι ένα μοντέλο «σκακιέρας» και το τεστ που περιγράψαμε και θα διεξάγουμε ονομάζεται *τεστ σκακιέρας (checkerboard test)*. Το μοντέλο σκακιέρας που χρησιμοποιήσαμε είναι απόρροια της εφαρμογής χωρικά συμμετρικών διαταραχών ταχύτητας στο αρχικό μοντέλο που εισήχθη στον αλγόριθμο 3Δ αντιστροφής.

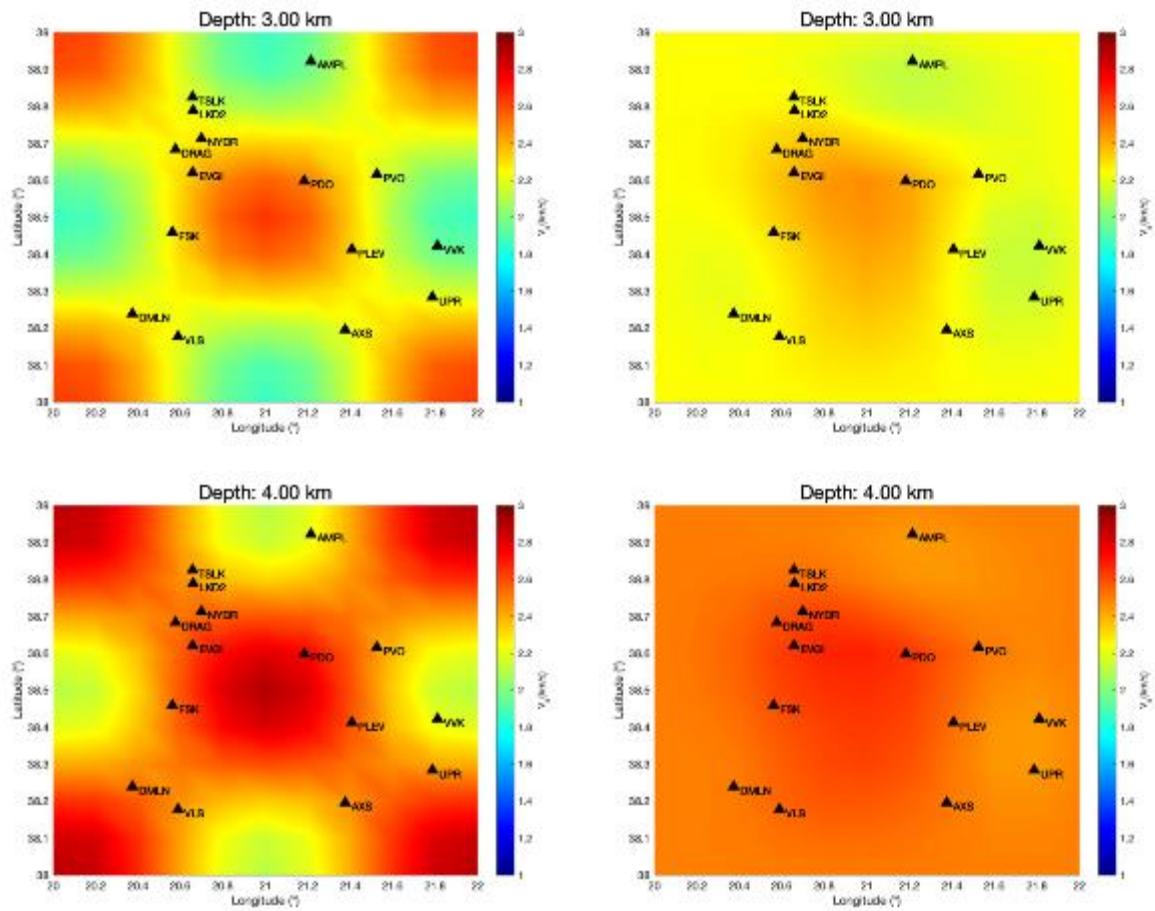


( $\alpha$ )



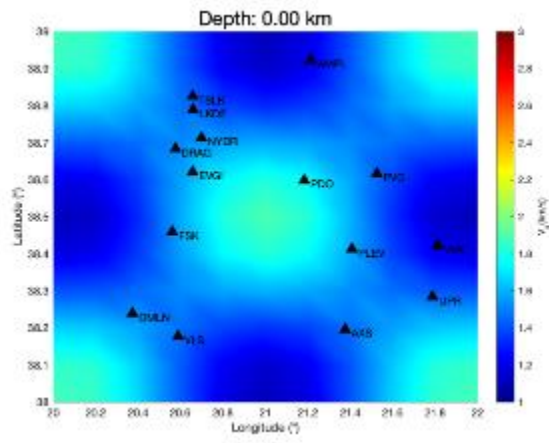
( $\beta$ )



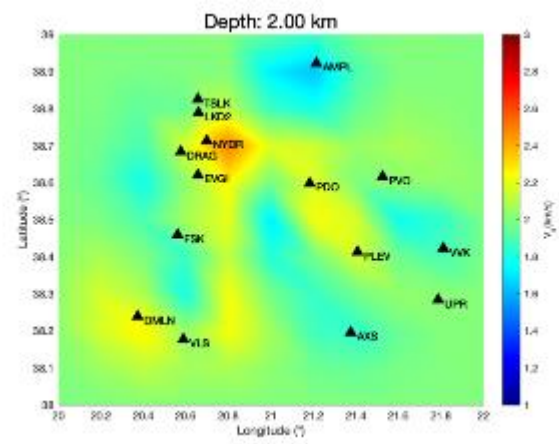
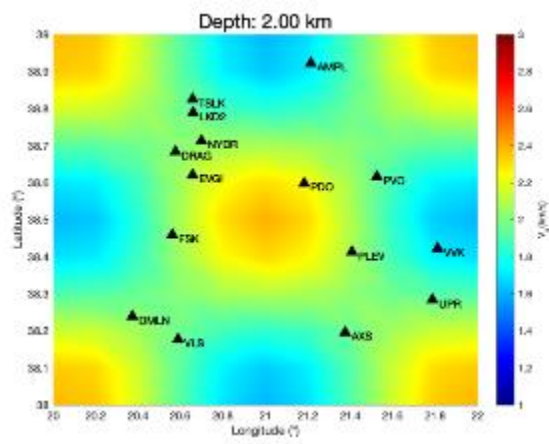
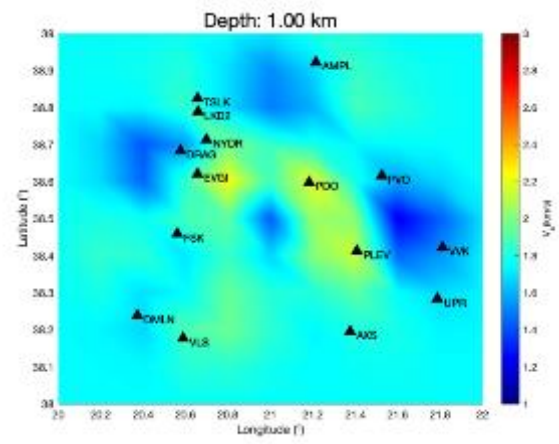
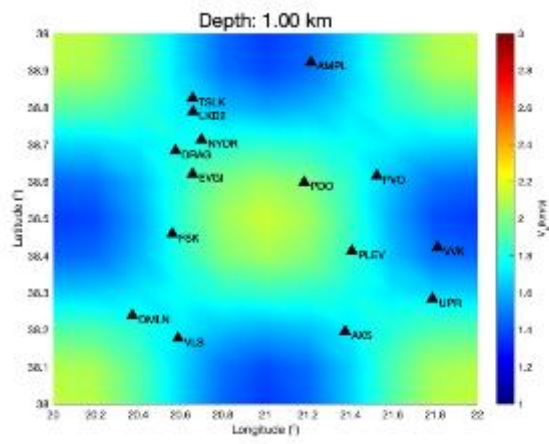
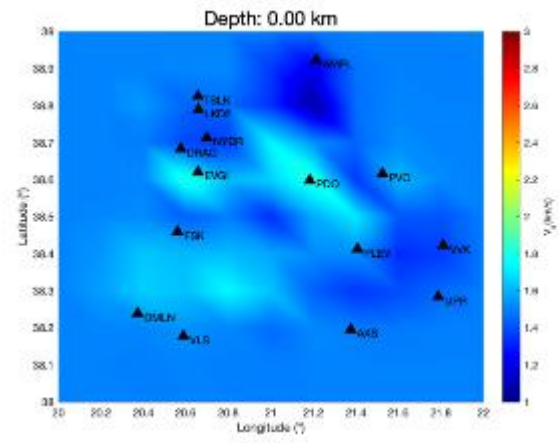


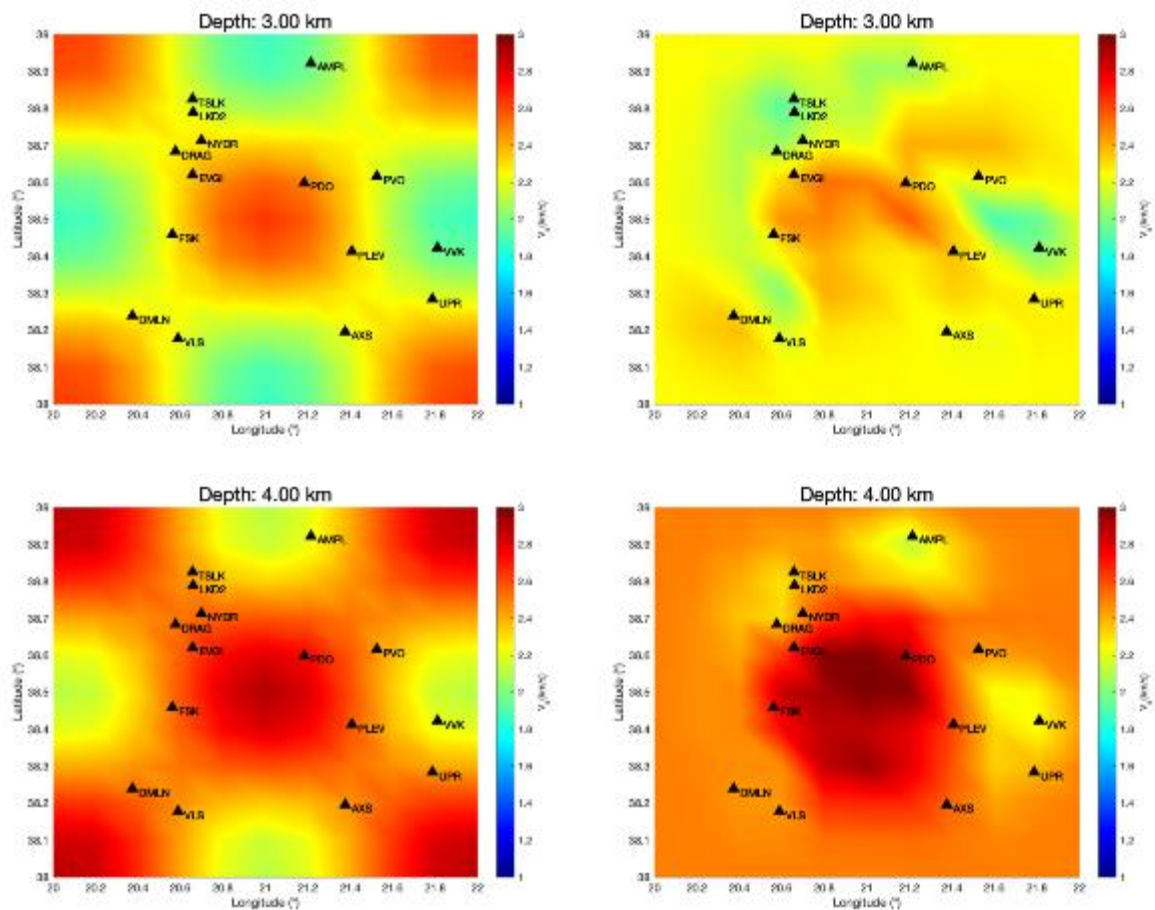
Εικόνα 3-34 Τα αποτελέσματα του τεστ σκακιέρας, για τον αλγόριθμο αντιστροφής με τιμή του πολλαπλασιαστή *Lagrange* ίση με 4, ο οποίος παρήγαγε το μοντέλο το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 3-32. Στήλη (α): οριζόντιες τομές του μοντέλου σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4 km κάτω από την επιφάνεια της Γης. Στήλη (β): Οριζόντιες τομές του αποτελέσματος αντιστροφής των συνθετικών δεδομένων τα οποία προέκυψαν από το μοντέλο σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4 km κάτω από την επιφάνεια της Γης.

( $\alpha$ )



( $\beta$ )





Εικόνα 3-35 Τα αποτελέσματα του τεστ σκακιέρας, για τον αλγόριθμο αντιστροφής με τιμή του πολλαπλασιαστή Lagrange ίση με 0.3, ο οποίος παρήγαγε το μοντέλο το οποίο απεικονίζεται στην Εικόνα 3-33. Στήλη (α): οριζόντιες τομές του μοντέλου σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4 km κάτω από την επιφάνεια της Γης. Στήλη (β): Οριζόντιες τομές του αποτελέσματος αντιστροφής των συνθετικών δεδομένων τα οποία προέκυψαν από το μοντέλο σκακιέρας σε βάθη 0,1,2,3,4 km κάτω από την επιφάνεια της Γης.

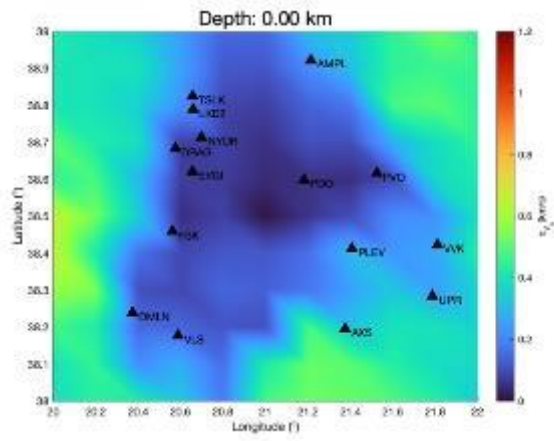
Παρατηρείται ομοιότητα μεταξύ του μοντέλου σκακιέρας και της αντιστροφής των συνθετικών δεδομένων που προκύπτουν από το μοντέλο αυτό, τόσο στην Εικόνα 3-34 όσο και στην Εικόνα 3-35. Παραδείγματος χάριν, αν εξετάσουμε την οριζοντιοτομή σε βάθος 4km στην Εικόνα 3-35, αυτό σημαίνει ότι αν υπάρχει διαταραχή εντός του δικτύου, τότε ο αλγόριθμος αντιστροφής θα την ανιχνεύσει. Όπως αναμένεται, εκτός του δικτύου οι διαταραχές δεν μπορούν να ανακτηθούν από τον αλγόριθμο αντιστροφής. Επίσης παρατηρείται ότι ο αλγόριθμος αντιστροφής με μεγαλύτερο πολλαπλασιαστή Lagrange είναι πιο αξιόπιστος από την επιφάνεια μέχρι και τα 2km, σε σχέση με τον αλγόριθμο αντιστροφής

με μικρότερο πολλαπλασιαστή Lagrange, ενώ από τα 3km και κάτω ισχύει το αντίστροφο. Άρα καταλήγουμε στο ότι στο εύρος βάθους 0 – 2km, πιο αξιόπιστο είναι το μοντέλο στην Εικόνα 3-32, ενώ σε μεγαλύτερα βάθη πιο αξιόπιστο είναι το μοντέλο στην Εικόνα 3-33.

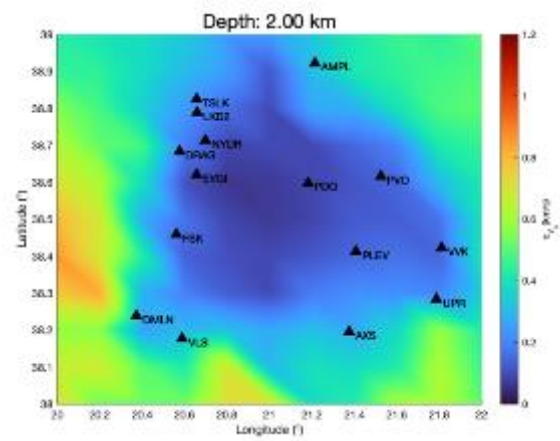
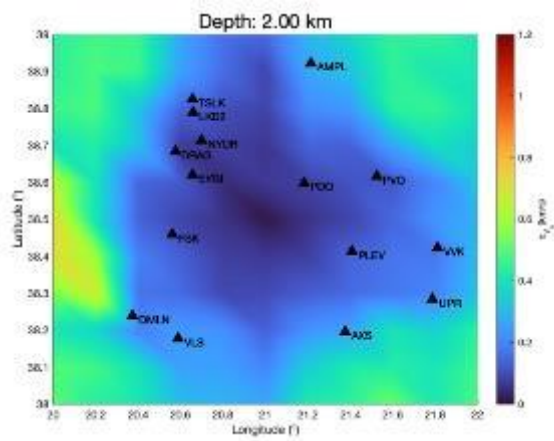
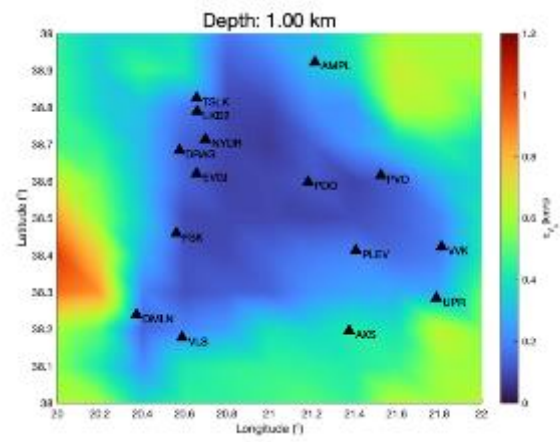
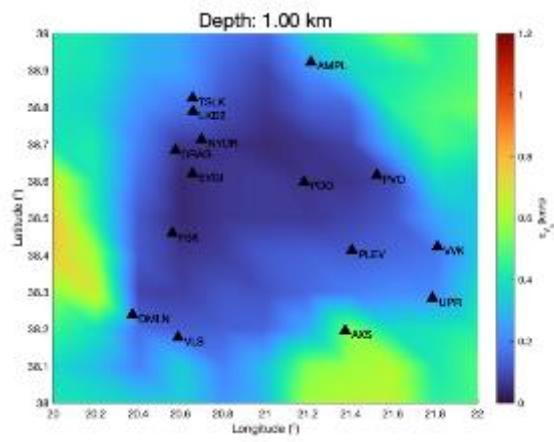
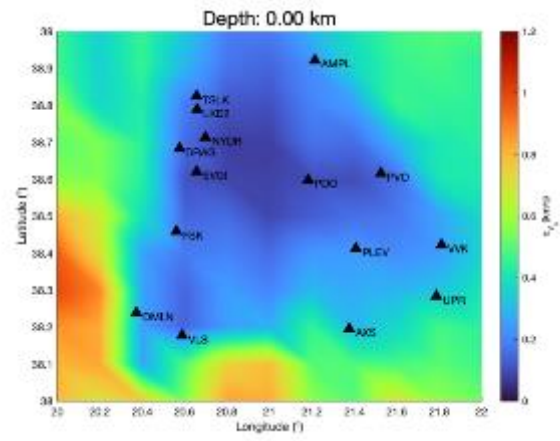
Ένα τελευταίο ερώτημα που μένει να απαντηθεί είναι «ποια η αβεβαιότητα των μοντέλων που ανακτήθηκαν;». Σύμφωνα με τους (Aster, Borchers, & Thurber, 2018), για τεχνικές επίλυσης οι οποίες είναι μη γραμμικές ή/και αλγοριθμικές, όπως η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων με επαναληπτική επαναστάθμιση που εφαρμόζουμε, τυπικά δεν υπάρχει αναλυτικός τρόπος να μελετηθεί η διάδοση των σφαλμάτων από τα δεδομένα προς τις εκτιμώμενες παραμέτρους του μοντέλου. Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε να εφαρμόσουμε τεχνικές Monte Carlo για τη διάδοση των σφαλμάτων, στις οποίες προσομοιώνουμε μία συλλογή πραγματώσεων θορυβωδών διανυσμάτων δεδομένων και εξετάζουμε τα διάφορα στατιστικά μέτρα του τελικού συνόλου των μοντέλων τα οποία αποτελούν πραγματώσεις μίας στοχαστικής διαδικασίας. Επί της ουσίας, η τεχνική αυτή επίσης δε διαφέρει ουσιαστικά από το τεστ σκακιέρας. Επί του πρακτέου, αρχικά υπολογίζουμε συνθετικά δεδομένα από το ανεστραμμένο μοντέλο 3D, τα οποία στη συνέχεια αντιστρέφουμε αρκετές φορές. Σε καθεμία φορά προσθέτουμε και ένα τυχαίο μικρό ποσοστό θορύβου στα συνθετικά δεδομένα. Τέλος, η αβεβαιότητα ορίζεται ως η τυπική απόκλιση που παρουσιάζεται στα ανεστραμμένα μοντέλα που προκύπτουν από τα συνθετικά δεδομένα. Οι χωρικές κατανομές των τυπικών αποκλίσεων για το μοντέλα των εικόνων *Εικόνα 3-32*, *Εικόνα 3-33* παρουσιάζονται στην *Εικόνα 3-36*.

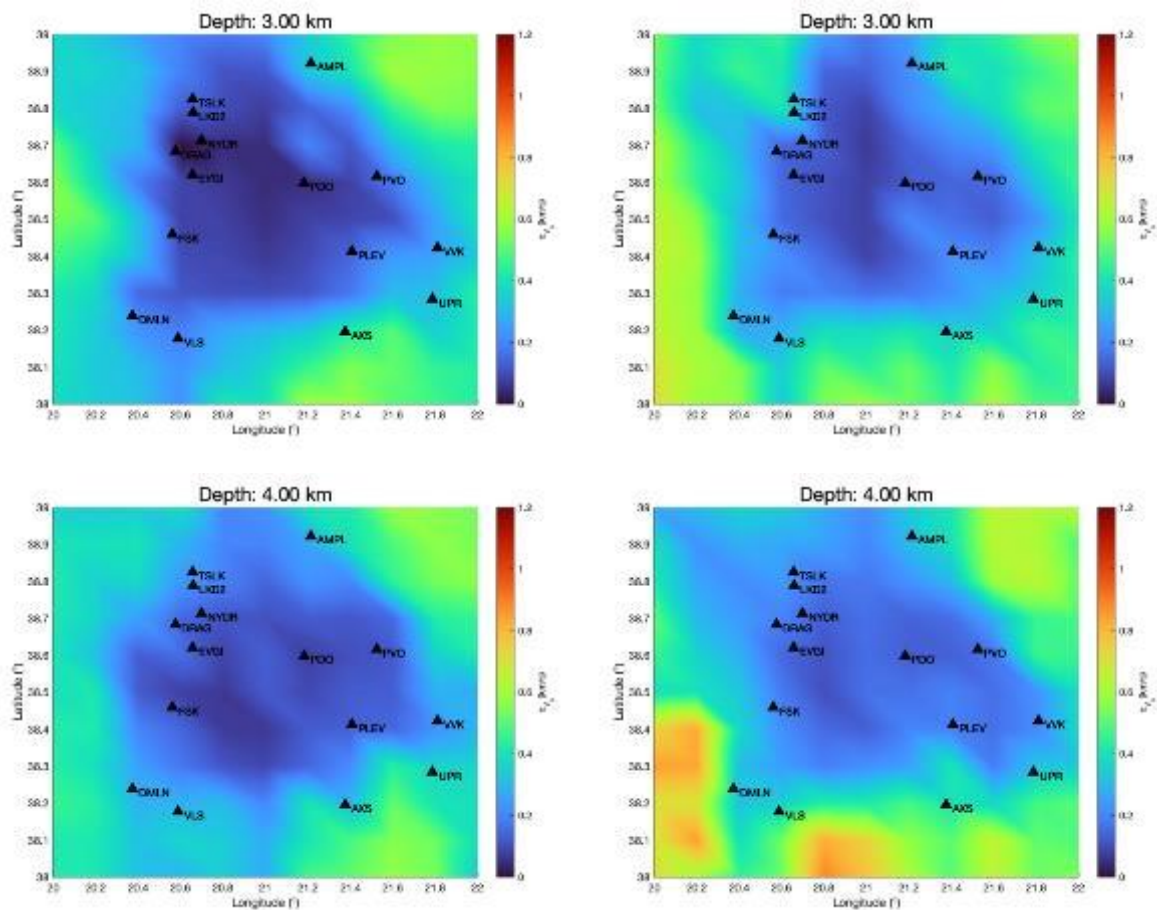


( $\alpha$ )



( $\beta$ )





Εικόνα 3-36 Οι αβεβαιότητες των ταχυτήτων των μοντέλων που ανακτήθηκαν (Εικόνα 3-32 και Εικόνα 3-33). Στήλη (α): Οριζόντιες τομές του μοντέλου τυπικών αποκλίσεων που αντιστοιχεί στο μοντέλο στην Εικόνα 3-32. Στήλη (β): Οριζόντιες τομές του μοντέλου τυπικών αποκλίσεων που αντιστοιχεί στο μοντέλο στην Εικόνα 3-33. Όπως αναμένουμε εκτός της κάλυψης του δικτύου οι αβεβαιότητα των μοντέλων είναι και μεγαλύτερη. Εντός του δικτύου η μέγιστη κύμανση της ταχύτητας διάτμησης ισούται με  $\pm 0.5 \text{ km/s}$  αν συμπεριλάβουμε τα όρια, ενώ ισούται με  $\pm 0.3 \text{ km/s}$  αν δεν τα συμπεριλάβουμε.

### 3.7. Σύνοψη συμπερασμάτων και προτάσεις για μελλοντική έρευνα

#### 3.7.1 Σύνοψη συμπερασμάτων

Σε αυτό το κεφάλαιο συζητήθηκε η εφαρμογή ταχύρρυθμων προηγμένων τεχνικών σεισμικής παθητικής τομογραφίας στην περιοχή της δυτικής ακτής της κεντρικής Ελλάδας, με σκοπό την ανάκτηση ενός μονοδιάστατου και ενός τρισδιάστατου μοντέλου διατμητικών ταχυτήτων. Τα αποτελέσματα αυτά (μοντέλα διατμητικών ταχυτήτων) παρουσιάζονται στις εικόνες *Εικόνα 3-31*, *Εικόνα 3-32* και *Εικόνα 3-33*. Συγκεκριμένα για να αναδείξουμε τα συγκεκριμένα μοντέλα, συνοπτικά ακολουθήσαμε τις ακόλουθες διαδικασίες:

1. Πρώτα εξαγάγαμε τις συναρτήσεις Green μεταξύ ζευγών σταθμών, δηλαδή την κρουστική απόκριση της Γης αν ο ένας σταθμός είναι ο πομπός και ο άλλος ο δέκτης. Αυτό επετεύχθη μέσω της συσχέτισης των καταγραφών θορύβου των δύο σταθμών, αφού οι καταγραφές αυτές υπέστησαν την κατάλληλη προ-επεξεργασία.

2. Στη συνέχεια, υπό την προϋπόθεση ότι λαμβάνουμε τα επιφανειακά κύματα της συνάρτησης Green και εφόσον είναι γνωστό ότι σε αυτά παρουσιάζονται φαινόμενα διασποράς, αναδείξαμε τη σχέση διασποράς υπό κατάλληλες συνθήκες ελέγχου ποιότητας της ομαδικής ταχύτητας του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης της κάθε συνάρτησης Green. Αυτό επετεύχθη εφαρμόζοντας μία ακολουθία ζωνοπερατών φίλτρων διαφορετικής κεντρικής συχνότητας. Σε κάθε μία τέτοια εφαρμογή, λαμβάνοντας υπόψη το χρόνο διαδρομής που δαπανά ο φάκελος του θεμελιώδους τρόπου ταλάντωσης του επιφανειακού κύματος για να διανύσει την απόσταση μεταξύ των δύο σταθμών, αναδείξαμε την τιμή της ομαδικής ταχύτητας για κάθε μία κεντρική συχνότητα.

3. Ύστερα αντιστρέψαμε με μεθόδους Monte Carlo τη μέση σχέση διασποράς όλων των ζευγών των σταθμών έτσι ώστε να ανακτήσουμε ένα μοντέλο οριζόντιων και ομογενών στρωμάτων του οποίου οι ελαστικές ιδιότητες, κατά την επίλυση πρακτικά των εξισώσεων γραμμικής ελαστικότητας, προσδίδουν μία σχέση διασποράς παραπλήσια με αυτή που παρατηρούμε από τα δεδομένα.

4. Τέλος, το ανακτώμενο αυτό μοντέλο εισήχθη ως αρχικό μοντέλο κατά την αντιστροφή στις τρεις διαστάσεις, η οποία έγινε με τη μέθοδο της επαναληπτικής επαναστάθμισης ελαχίστων τετραγώνων. Με αυτή τη μέθοδο διαταράσσαμε επαναληπτικά το αρχικό μοντέλο, άρα και τις τιμές των ταχυτήτων διάτμησης κάτω από κάθε σημείο της



επιφάνειας. Σε κάθε διαταραχή για κάθε σημείο της επιφάνειας, μπορούμε να ταυτοποιήσουμε και μία σχέση διασποράς, επιλύοντας τις εξισώσεις γραμμικής ελαστικότητας. Άρα για την κάθε συχνότητα της κάθε σχέσης διασποράς, για όλα τα σημεία της επιφάνειας έχουμε και μία τιμή της ομαδικής ταχύτητας του επιφανειακού κύματος. Δεδομένου αυτού, μπορούμε μέσω της επίλυσης της εικονικής εξίσωσης να αναδείξουμε το θεωρητικό χρόνο διαδρομής των ακτίνων μεταξύ ζευγών σταθμών για την κάθε συχνότητα. Αυτές οι επαναληπτικές διαταραχές γίνονται έως ότου οι θεωρητικοί χρόνοι διαδρομής συγκλίνουν στους πειραματικούς.

Τα μοντέλα που ανακτήσαμε (Εικόνα 3-31)(Εικόνα 3-32)(Εικόνα 3-33) όπως θα δούμε παρακάτω αφενός συμφωνούν σε επίπεδο απολύτων τιμών ταχυτήτων με προηγούμενες γεωφυσικές μελέτες (Haslinger, et al., 1999) (Giannopoulos, et al., 2017) οι οποίες διεξήχθησαν στην ευρύτερη περιοχή, και αφετέρου με βάση τον Πίνακα 3-3, συμφωνούν και με την ήδη γνωστή γεωλογία της περιοχής όπως αυτή απαντάται σε καρότα γεωτρήσεων (Πίνακας 3-1) στην Ιόνια Ζώνη, καθώς και σε γεωλογικούς χάρτες και τομές (Εικόνες Εικόνα 3-7, Εικόνα 3-9, Εικόνα 3-11, Εικόνα 3-11).

Συγκεκριμένα ως προς τις γεωφυσικές μελέτες, οι (Haslinger, et al., 1999) και (Giannopoulos, et al., 2017) προτείνουν μοντέλα 1Δ τα οποία από την επιφάνεια μέχρι το βάθος των 5km περίπου, οι ταχύτητες διάτμησης κυμαίνονται από 1.9 έως 2.86 km/s και από 1.7 έως 2.4 km/s αντιστοίχως, αποτελέσματα τα οποία συμπίπτουν με το δικό μας 1Δ (Εικόνα 3-31) και 3Δ (Εικόνες Εικόνα 3-32 και Εικόνα 3-33) μοντέλα, όπου στο δικό μας 1Δ μοντέλο η ταχύτητα διάτμησης κυμαίνεται στο ίδιο εύρος βάθους από περίπου 1.7 έως 2.7km/s.

Ως προς τη στρωματογραφία και τον τεκτονισμό της περιοχής, με βάση τον Πίνακα 3-3, από τα ανακτώμενα μοντέλα, συμπεραίνουμε ότι εν γένει στην περιοχή μελέτης εντοπίζεται ένα στρώμα χαλαρών πετρωμάτων με βάθος μέχρι 1km και στη συνέχεια αναπτύσσεται η εξάπλωση συμπαγών πετρωμάτων. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της γεώτρησης του Πίνακα 3-1, υπάρχει ένα στρώμα ιζημάτων πάχους 300m το οποίο είναι υπερκείμενο της εξάπλωσης των διαφόρων τύπων ασβεστολίθων, το οποίο συμπίπτει με το δικό μας 1Δ μοντέλο. Η Εικόνα 3-5 η οποία περιλαμβάνει και τις τρεις ενότητες που μας αφορούν, παρουσιάζει εναλλαγές στρωμάτων στα βάθη των 500m και των 1000m, το οποίο αποτέλεσμα συμπίπτει με τις εναλλαγές στρωμάτων του δικού μας 3Δ μοντέλου, ενώ παρατηρείται και στις δύο περιπτώσεις έντονος τεκτονισμός. Στον χάρτη στην Εικόνα 3-8 παρατηρείται σε συμφωνία με τα δικά μας μοντέλα ότι το πάχος των Τεταρτογενών

αποθέσεων και του φλύσχη ανά λιθολογία του υπομήματος κυμαίνεται από 0.4 – 1.3km ενώ το πάχος των ασβεστολίθων ξεπερνάει τα 3km. Στην τομή στην Εικόνα 3-9, ομοίως παρατηρείται ένα στρώμα χαλαρών πετρωμάτων μικρού πάχους και στη συνέχεια εξάπλωση ασβεστολίθων. Στην τομή στην Εικόνα 3-11, στην Ιόνια ζώνη κυριαρχούν τα ανθρακικά και παρατηρείται η εντυπωσιακή παρουσία πτυχώσεων, σε συμφωνία με το τρισδιάστατο υπεδafικό μας μοντέλο. Τέλος, η αξιοπιστία του τελικών αποτελεσμάτων της παρούσας διδακτορικής διατριβής, η οποία είναι η ανάκτηση ενός τρισδιάστατου υπεδafικού μοντέλου, επιβεβαιώνεται ποσοτικά τόσο από το τεστ σκακιέρας (Εικόνα 3-34, Εικόνα 3-35) όσο και από τις μικρές τιμές αβεβαιότητας εκτιμώμενων τιμών των ταχυτήτων διάτμησης (Εικόνα 3-36).

Η παρατηρηθείσα συμφωνία μεταξύ των γνωστών δεδομένων και των αποτελεσμάτων που αναγάγαμε, πιστοποιεί τη δυνατότητα μίας ταχύρρυθμης και έγκυρης εφαρμογής των μεθόδων παθητικής σεισμικής τομογραφίας, ακόμη και με μικρότερο αριθμό δεδομένων απ' ό,τι συνηθίζεται π.χ. (Sabra, Gerstoft, Roux, & Kuperman, 2005). Τέλος πρέπει να αναφερθεί ότι η περιοχή μελέτης μας εμπεριέχει τμήμα της ζώνης Παξών ή Προ – Απούλιας, η οποία σύμφωνα με τους (Karakitsios & Rigakis, 2007) έχει μεγάλο δυναμικό για παγίδευση υδρογονανθράκων και πιθανή πετρελαιοφορία.

Τύπος εδάφους	Ταχύτητα διάτμησης (m/s)
Ξηρή ιλύς, άμμος, χαλαρό χαλικώδες έδαφος, πηλώδες έδαφος, χαλαρά πετρώματα, υγρό και λεπτοκοκκώδες ανώτερο έδαφος	180 - 750
Συμπαγές έδαφος, χαλικώδες έδαφος κάτω από τον υδροφόρο ορίζοντα, συμπαγής άργιλος, συμπαγής άμμος, αμμώδης άργιλος	750 - 2250
Διαρρηγμένα, διαβρωμένα και ασύνδετα πετρώματα	600 - 3000
Υγιής σχιστόλιθος	750 - 3300
Υγιής ψαμμίτης	1500 - 4200
Υγιής ασβεστόλιθος και ανθρακικό ασβέστιο	1800 - 6000
Υγιή πυριγενή πετρώματα (γρανίτες, διαβάσες)	3600 - 6000
Υγιή μεταμορφωμένα πετρώματα	3000 - 4800

Πίνακας 3-3 Τυπικά εύρη τιμών της ταχύτητας διάτμησης στα διάφορα είδη εδαφών από (Jia, 2018) (Peck, Hanson, & Thornburn, 1974)

Ερχόμαστε τώρα στη συζήτηση των μεθοδολογικών αποτελεσμάτων της παρούσας διατριβής: Η συνηθισμένη ακολουθία βημάτων (Sabra, Gerstoft, Roux, & Kuperman, 2005) (Shapiro N. M., Campillo, Stehly, & Ritzwoller, 2005) (Bensen et al., 2007) στην σεισμική παθητική τομογραφία έχει ως εξής:

α) Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green μεταξύ ζευγών σεισμικών σταθμών μέσω συσχέτισης (3.3. Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green), αφού οι καταγραφές υποστούν προ-επεξεργασία (3.2. Συλλογή και προ-επεξεργασία των δεδομένων) η οποία κυρίως περιλαμβάνει την κανονικοποίηση πλάτους και φάσματος.

β) Ανάκτηση της σχέσης διασποράς κάθε συνάρτησης Green μέσω ανάλυσης συχνότητας-χρόνου (3.4. Ανάκτηση των καμπυλών διασποράς).

γ) Κατασκευή για κάθε συχνότητα χάρτη ταχυτήτων μέσω δισδιάστατης δρομοχρονικής τομογραφίας (2.3. Αντιστροφή) με ευθείες ακτίνες (Barmin, Ritzwoller, & Leshvin, 2001).

δ) Μονοδιάστατη αντιστροφή των σχέσεων διασποράς σε κάθε σημείο της επιφάνειας της περιοχής ενδιαφέροντος (3.5. Αντιστροφή στη μία διάσταση), οι οποίες σχέσεις προέκυψαν από το βήμα γ, με αποτέλεσμα την ανάκτηση ενός τρισδιάστατου μοντέλου ταχυτήτων διάτμησης (ή συμπίεσης).

Στην παρούσα διατριβή, εφαρμόσαμε απ' ευθείας αντιστροφή των καμπυλών διασποράς (βήμα β) στις τρεις διαστάσεις, αφού πρώτα ανακτήσαμε ένα μονοδιάστατο μοντέλο της κατανομής της ταχύτητας διάτμησης, από την αντιστροφή της μέσης καμπύλης διασποράς, το οποίο χρησιμοποιήσαμε και ως αρχικό μοντέλο κατά την εκτέλεση της αντιστροφής στις τρεις διαστάσεις, ενώ ανακτήσαμε τις εμπειρικές συναρτήσεις Green με τη χρήση ασύγχρονου προγραμματισμού και την εφαρμογή του θεωρήματος συνέλιξης. Η εφαρμογή της μεθόδου που ακολουθήθηκε παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα:

α) την διασύνδεση με το οποιοδήποτε υποσύνολο των σεισμολογικών σταθμών του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου με σκοπό την μεταφόρτωση και την επεξεργασία των καταγραφών τους αλλά και την επισκόπηση των τεχνικών προδιαγραφών των οργάνων μέτρησης τους (Εικόνα 3-21).

β) τον εργονομικό (Εικόνα 3-24) υπολογισμό των κρουστικών αποκρίσεων της Γης μεταξύ ζευγών σταθμών (Εικόνα 3-26) στο πεδίο των συχνοτήτων σε συνδυασμό με την εφαρμογή της μη συχνά εφαρμοζόμενης, αλλά θεωρητικά ορθότερης αποσυνέλιξης των κυματίων του θορύβου από το τελικό αποτέλεσμα (Εξ. 3-25, Εξ. 3-30). Η ανάγκη για υψηλή ταχύτητα του υπολογισμού μπορεί να οδηγήσει το χρήστη στην εφαρμογή του αποδεκατισμού του σήματος, συνεπώς να αποκοπούν οι υψηλές συχνότητες, οι οποίες συνδράμουν στην λεπτομερέστερη ανάλυση της ρηχής δομής του υπεδάφους.

γ) τον υπολογισμό της διασποράς της ταχύτητας ομάδας σε αντίθεση με την ταχύτητα φάσης, καθώς για τον υπολογισμό της τελευταίας συχνά υπεισέρχονται προϋποθέσεις όπως αυτή των μεγάλων αποστάσεων (Yao, van der Hilst, & de Hoop, 2006). Για τον υπολογισμό της διασποράς της ταχύτητας ομάδας, το εύρος του εφαρμοζόμενου φίλτρου αυξάνεται με την απόσταση (Εξ. 3-39) έτσι ώστε να είναι εύκολα διακριτός στο διάγραμμα συχνότητας-χρόνου ο θεμελιώδης τρόπος ταλάντωσης (Εικόνα 3-27).

δ) την απ' ευθείας αντιστροφή των καμπυλών διασποράς.

ε) το συνυπολογισμό της καμπυλότητας των σεισμικών ακτίνων κατά τη «δημιουργία των χαρτών ταχυτήτων ομάδας» (Εικόνα 2-16) κατά την επίλυση της εικονικής εξίσωσης.

στ) την εργονομική επίλυση της εικονικής εξίσωσης με τη μέθοδο του ταχέως βηματισμού.

ζ) τη στάθμιση των δεδομένων της αντιστροφής αναλόγως της πυκνότητας κάλυψης της περιοχής από σεισμικές ακτίνες, η οποία επιτυγχάνεται μέσω της αντιστροφής στο πεδίο των κυματίων (Εξ. 3-105, Εξ. 3-106), η οποία προσομοιάζει με έναν διαφορετικό τρόπο τον πίνακα συνδιακυμάνσεων (*covariance matrix*) στη γενικευμένη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (*generalized least squares*).

### 3.7.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

Γνωρίζουμε ότι το πρόβλημα της τομογραφίας πέρα από μη γραμμικό είναι και ασθενώς τεθειμένο (*ill posed*) και τις περισσότερες φορές υπο-ορισμένο (*underdetermined*), το οποίο σημαίνει ότι άπειρος αριθμός μοντέλων μπορεί να ικανοποιεί τους περιορισμούς των δεδομένων. Πρόσθετα, εφόσον γραμμικοποιούμε το πρόβλημα ως προς μία αρχική λύση, δηλαδή ως προς το αρχικό μοντέλο και αναζητούμε διαταραχές τούτου, ενδέχεται το τελικό αποτέλεσμα να είναι αρκετά ευαίσθητο ως προς αυτό άρα και παραπλήσιο αυτού, αφού η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να παγιδευτεί σε τοπικό ελάχιστο.

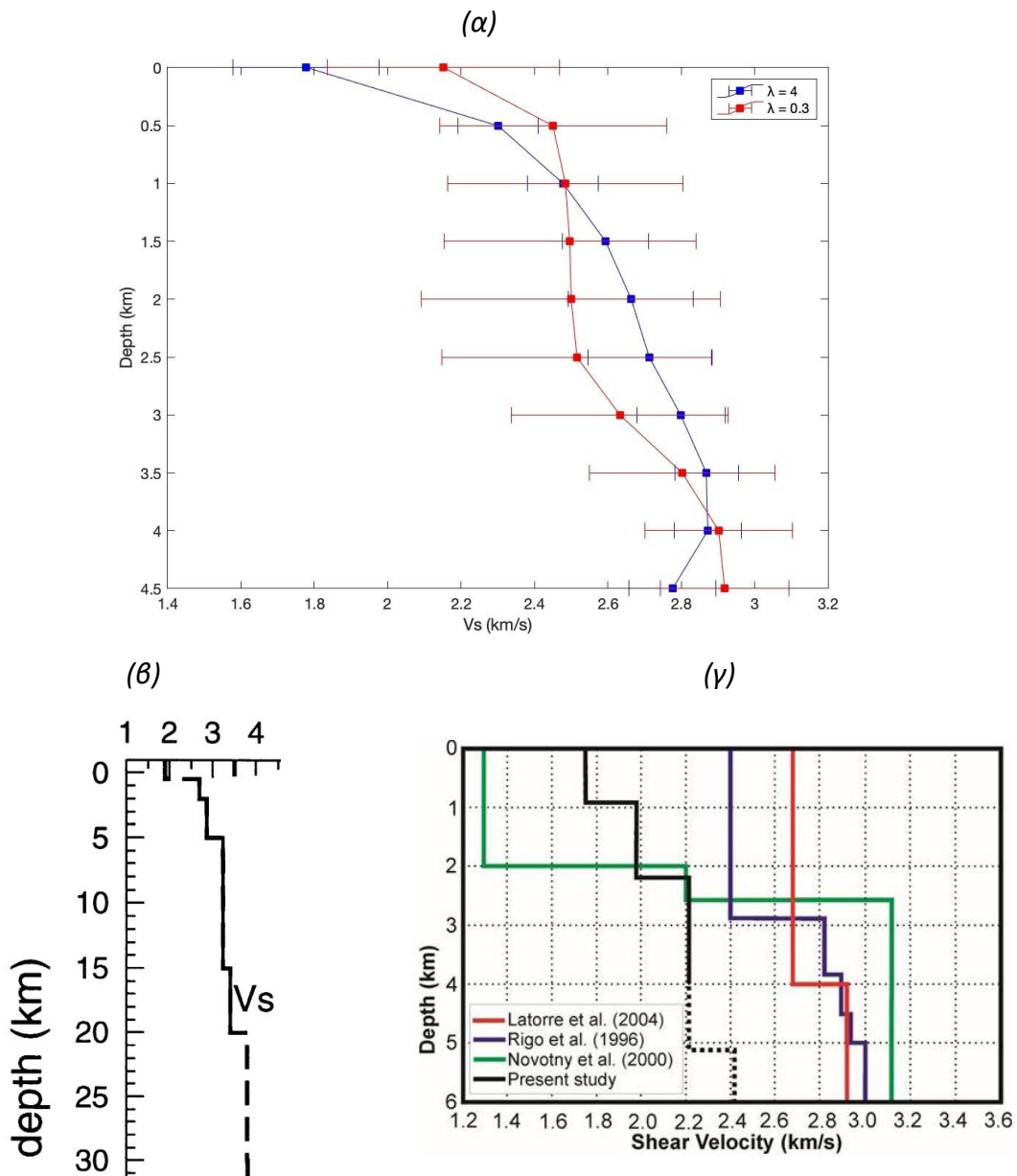
Συνεπώς κάποιος θα μπορούσε να πει ότι το αρχικό 1D μοντέλο ήταν καθοριστικής σημασίας για το τελικό 3D μοντέλο. Όμως:

A) Το αρχικό 1D μοντέλο (Εικόνα 3-31) δεν είναι ανάγκη να είναι θέσφατο. Θα μπορούσαμε αντί αυτού να θεωρήσουμε ως αρχικό μοντέλο αυτό των (Haslinger et al., 1999), το ερώτημα όμως είναι «μέχρι ποιο βάθος;». Η πληροφορία που θέλαμε να αποκομίσουμε από το αρχικό 1D μοντέλο ήταν ο καθορισμός με ποσοτικές μεθόδους του μέγιστου βάθους διάκρισης των μεταβολών της διατμητικής ταχύτητας (έως  $\approx 5$  km) καθώς και το εύρος τους ( $\approx 1-3$  km/s). Το αρχικό μας 3D μοντέλο, για να μην είναι προκατειλημμένο ως προς το 1D, γενικώς υποθέτει γραμμική αύξηση της ταχύτητας από 1 έως 3km/s από την ελεύθερη επιφάνεια έως το βάθος των 5km. Το εντυπωσιακό, το οποίο αφενός υποδηλώνει αυτοσυνέπεια αλλά και αφετέρου επιβεβαιώνει την αξιοπιστία των μεθόδων που εφαρμόσαμε και των αποτελεσμάτων μας, είναι ότι η 3D αντιστροφή καταλήγει σε

παραπλήσια αποτελέσματα με αυτά του αρχικού 1Δ μοντέλου, δηλαδή απότομη μεταβολή της ταχύτητας σε ρηχά βάθη και πιο ομαλή σε μεγαλύτερα, γεγονός το οποίο συνάδει επίσης και με την εμπειρία μας στο πεδίο.

Β) Παρατηρούμε ότι μεταβάλλοντας τις παραμέτρους της αντιστροφής (π.χ. τον πολλαπλασιαστή Lagrange), μεταβάλλεται σημαντικά το αποτέλεσμα της τομογραφίας αν συγκρίνουμε δηλαδή την Εικόνα 3-32 και την Εικόνα 3-33. Συνεπώς το αρχικό και το τελικό μοντέλο δεν είναι εν τέλει και τόσο πολύ εξαρτημένα μεταξύ τους.

Γ) Το τελικό 1Δ μοντέλο ταιριάζει με τα ήδη γνωστά 1Δ μοντέλα γειτονικών περιοχών (Εικόνα 3-37), τα οποία θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ως αρχικά. Συνεπώς η αρχική μας υπόθεση δεν ήταν εκτός πραγματικότητας, εφόσον καταλήγουμε σε συμβατά συμπεράσματα και η μεθοδολογία μας ήταν ορθή.



Εικόνα 3-37 (α) Το τελικό 1D μοντέλο το οποίο προκύπτει από τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των οριζόντιων τομών των ταχυτήτων διάτμησης, αναλόγως του πολλαπλασιαστή Lagrange  $\lambda$ . Υπενθυμίζουμε ότι σε μικρά βάθη υπερτερεί το μοντέλο με υψηλή τιμή του  $\lambda$ , ενώ σε μεγαλύτερα υπερτερεί το μοντέλο με χαμηλή τιμή του  $\lambda$ . (β) Το 1D μοντέλο διατμητικών ταχυτήτων γειτονικής περιοχής βορειότερα της περιοχής ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης, κατά (Haslinger et al., 1999). (γ) Μοντέλα 1D διατμητικών ταχυτήτων γειτονικής περιοχής ανατολικότερα της περιοχής ενδιαφέροντος της παρούσας μελέτης, κατά (Giannopoulos et al., 2017).

Επίσης, αξίζει να σημειωθεί ότι ο χειροκίνητος υπολογισμός των σχέσεων διασποράς, οι οποίες θεωρούνται πρότυπες κατά την εφαρμογή της αντιστροφής, εκτελέστηκε με την υπόθεση ότι η διαδρομή των επιφανειακών κυμάτων ταυτίζεται με την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σταθμών. Όμως, κατά την αντιστροφή θεωρούμε ότι η ακτίνες μπορούν να παρεκκλίνουν από αυτή τη διαδρομή. Ιδανικά λοιπόν, προτείνουμε την ανανέωση των σχέσεων διασποράς σε κάθε βηματισμό της μη γραμμικής αντιστροφής, οι οποίες θα πρέπει πρακτικά πλέον να ανακτώνται με αυτοματοποιημένο τρόπο. Η πρόταση αυτή μπορεί επίσης να εφαρμοστεί αν ακολουθήσουμε την κατασκευή χαρτών ομαδικής ή φασικής ταχύτητας. Τα αποτελέσματά μας μπορούν επίσης να βελτιωθούν με την *από κοινού αντιστροφή (joint inversion)* κυμάτων Rayleigh και Love.

Τέλος, μία ενδιαφέρουσα προσέγγιση για μελλοντική μελέτη είναι η αύξηση των δεδομένων εκτός της δρομοχρονικής πληροφορίας με την εισαγωγή της πληροφορίας του πλάτους που προκύπτει κατά την ανάκτηση της εικονικής εξίσωσης (4.2 Η εικονική εξίσωση) ή ακόμη καλύτερα εφόσον γνωρίζουμε τη συνάρτηση Green, με την *αντιστροφή ολόκληρης της κυματομορφής (full waveform inversion – FWI)*, δια της αριθμητικής επίλυσης της κυματικής εξίσωσης και τη σύγκλιση συνθετικών και πραγματικών μετρήσεων. Συγκεκριμένα από τον νόμο του Hooke και την εξίσωση της κίνησης (1.1. Βασικές έννοιες), η ελαστική κυματική εξίσωση μπορεί να γραφτεί ως το εξής σύστημα διαφορικών εξισώσεων (Xu, Xia, & Miller, 2005):

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$$

Εξ. 3-114

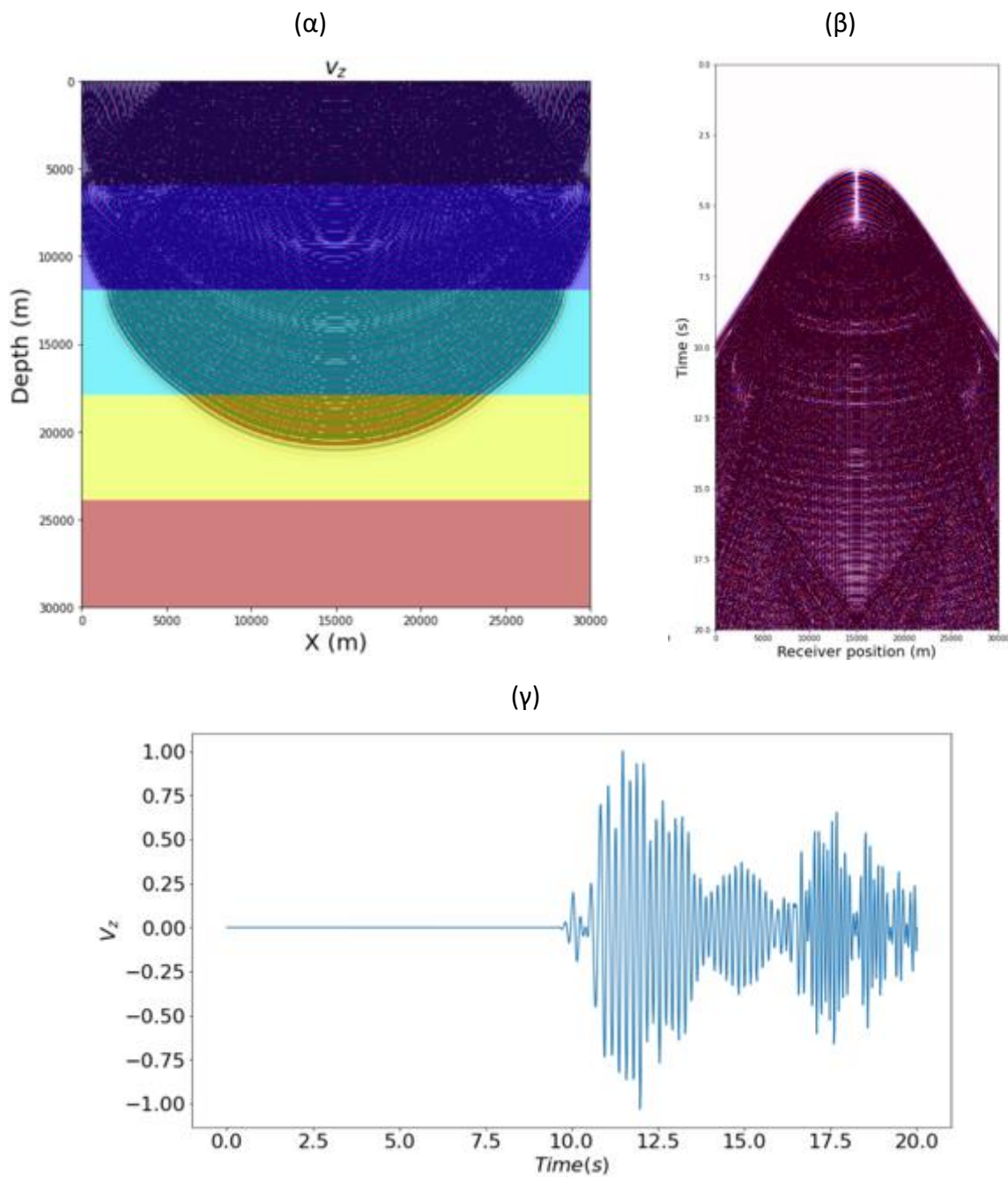
$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} = \lambda \text{tr}(\nabla \mathbf{v}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T)$$

Εξ. 3-115

Αν θεωρήσουμε ότι οι εξισώσεις Εξ. 3-114 και Εξ. 3-115 αφορούν ένα καρτεσιανό σύστημα δύο χωρικών διαστάσεων, τότε θα ισχύει ότι  $\mathbf{v}(x, z, t) = [v_x(x, z, t), v_z(x, z, t)]$ , όπου με  $\mathbf{v}$  συμβολίζεται η διανυσματική συνάρτηση της ταχύτητας, με  $\boldsymbol{\tau}$  συμβολίζεται ο τανυστής τάσης, με  $\mu, \lambda$  συμβολίζονται οι παράμετροι Lamé, ενώ με  $\rho$  συμβολίζεται η πυκνότητα. Το σύστημα των εξισώσεων 3-114 και 3-115 μπορεί να λυθεί με τη μέθοδο των



πεπερασμένων διαφορών (Virieux, 1986). Τα αποτελέσματα μίας τέτοιας προσομοίωσης που ενδεικτικά έγινε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής παρουσιάζονται στην Εικόνα 3-38.



Εικόνα 3-38 (γ) Η κανονικοποιημένη κατακόρυφη συνιστώσα του συνθετικού σειсмоγράμματος που καταγράφεται σε απόσταση 10km από την θαμμένη εκρηκτική πηγή, της οποίας οι συντεταγμένες κατά τον οριζόντιο και τον κατακόρυφο άξονα είναι 15000m και 100m αντιστοίχως. (α) Οι τιμές της συνάρτησης της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας, 10 δευτερόλεπτα μετά την έκρηξη. Η εκρηκτική πηγή προσομοιάζεται όπως

συνηθίζεται με ένα κατακόρυφο χωρικά κυμάτιο *Ricker*, δηλαδή με τη δεύτερη παράγωγο της Γκαουσιανής, ενώ το μοντέλο μέσω του οποίου τελείται η κυματική διάδοση, αποτελείται από μία ακολουθία οριζόντιων στρωμάτων με σταθερές ελαστικές παραμέτρους  $\mu, \lambda, \rho$  οι οποίες αυξάνονται με το βάθος. (β) Οι δρομοχρονικές καμπύλες της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας, 20 δευτερόλεπτα μετά την έκρηξη. Επί της ουσίας κάθε ευθεία η οποία τέμνει κάθετα τον οριζόντιο άξονα του σχήματος μας δίνει το συνθετικό σεισμόγραμμα στη θέση που ορίζεται από το σημείο τομής.

Συνεπώς μέσω ενός αλγορίθμου αντιστροφής μπορούν να ευρεθούν οι χωρικές κατανομές των ελαστικών παραμέτρων, οι οποίες θα είναι τέτοιες έτσι ώστε τα συνθετικά σειсмоγράμματα που προκύπτουν από την επίλυση του παραπάνω συστήματος να συγκλίνουν στις εμπειρικές συναρτήσεις Green που έχουμε ανακτήσει (3.3. *Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green*), αφού οι τελευταίες συνελιχθούν με το κυμάτιο της συνθετικής πηγής.

Βεβαίως μπορεί να αποτελέσει πρόβλημα το ότι μέσω των συνθετικών ανακτούμε την πλήρη συνάρτηση Green, η οποία περιλαμβάνει και άλλες σεισμικές φάσεις. Το πρόβλημα αυτό μπορεί είτε να αντιμετωπιστεί εκ των υστέρων με την εφαρμογή του κατάλληλου ζωνοπερατού φίλτρου, το οποίο θα επιτρέπει τη «διέλευση» μόνο των επιφανειακών κυμάτων (*Εικόνα 2-2*), είτε εκ των προτέρων με την τροποποίηση των εξισώσεων και των συνοριακών συνθηκών έτσι ώστε να προκύπτουν μόνο λύσεις που περιγράφουν επιφανειακά κύματα, όπως έχουμε δει σε προηγούμενες ενότητες (1.2. *Η Εξίσωση του Rayleigh*, 3.5. *Αντιστροφή στη μία διάσταση*). Η μέθοδος FWI είναι μακράν λεπτομερέστερη τομογραφική μέθοδος σε σχέση με δρομοχρονικές μεθόδους, καθώς εκμεταλλευόμαστε ολόκληρη την πληροφορία της κυματομορφής και όχι μόνο το χρόνο άφιξης της. Μόλις πρόσφατα εφαρμόστηκε για 1<sup>η</sup> φορά σε παγκόσμια κλίμακα στην παθητική σεισμική τομογραφία (Sager, Boehm, Ermert, Krischer, & Fichtner, 2022). Πλην όμως του καλύτερου αποτελέσματος, ελαχιστοποιείται και ο αριθμός των βημάτων που ακολουθείται. Σε μία συνήθη μελέτη σεισμικής παθητικής τομογραφίας, μετά την ανάκτηση των συναρτήσεων Green, οι οποίες σε πλήθος είναι της τάξης του  $n^2$ , αναλύεται η διασπορά της κάθε μίας εξ' αυτών, συνεπώς πραγματοποιούμε  $n^2$  αναλύσεις διασποράς, όπου  $n$  είναι το πλήθος των σταθμών. Στη συνέχεια για κάθε συχνότητα, αντιστρέφονται οι ταχύτητες φάσης ή ομάδας στη συχνότητα αυτή για την παραγωγή χωρικών χαρτών ταχύτητας φάσης

ή ομάδας, συνεπώς πραγματοποιούμε  $n_f$  αριθμό αντιστροφών στις δύο διαστάσεις, όπου  $n_f$  είναι το πλήθος των συχνοτήτων. Τέλος για κάθε σημείο του «κολάζ» των χαρτών, πραγματοποιούμε αντιστροφή στη μία διάσταση, συνεπώς πραγματοποιούμε επιπλέον  $m$  αντιστροφές, όπου  $m$  είναι αριθμός των σημείων του πλέγματος κατά τη διακριτοποίηση της περιοχής μελέτης. Αντιθέτως με τη μέθοδο FWI μετά την ανάκτηση των συναρτήσεων Green, πραγματοποιούμε μόνο μία αντιστροφή στις τρεις διαστάσεις.

Ο πρωτότυπος τρόπος με τον οποίο θα συνέβαλαν τα παραπάνω στο τελικό αποτέλεσμα είναι η βελτίωση της ευκρίνειας την τρισδιάστατης δομής του υπεδάφους καθώς και η μείωση του αριθμού των βημάτων που απαιτούνται για την ανάκτησή της.

## Κεφάλαιο 4 - Παραρτήματα

### 4.1 Η συνάρτηση Green της κυματικής Εξίσωσης

Στο παράρτημα αυτό θα ανακτήσουμε τη θεμελιώδη λύση της κυματικής εξίσωσης στις τρεις διαστάσεις, δηλαδή της εξίσωσης:

$$\Delta g(\mathbf{r}, t) - g_{tt}/c^2 = -\delta^3(\mathbf{r})\delta(t)$$

Εξ. 4-1

Ο μετασχηματισμός Laplace  $\mathcal{L}\{\cdot\}$  μίας συνάρτησης  $f(t)$  ως προς το χρόνο  $t$ , ορίζεται ως:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{0^-}^{\infty} f(t) e^{-st} dt = F(s)$$

Εξ. 4-2

Για τον οποίον ισχύει η ιδιότητα, αν υποθέσουμε ότι έχουμε αρχική συνθήκη ηρεμίας (*rest initial condition*), δηλαδή  $f(0^-) = f'(0^-) = 0$ :

$$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2 F(s) - s f(0^-) - f'(0^-) = s^2 F(s)$$

Εξ. 4-3

Επίσης λόγω της δράσης επί καλή συνάρτησης, ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης δέλτα θα είναι ίσος με:

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = \int_{0^-}^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1$$

Εξ. 4-4

Εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Laplace στην κυματική εξίσωση, σύμφωνα με την Εξ. 4-3 και την Εξ. 4-4 θα έχουμε ότι:

$$\Delta G(\mathbf{r}, s) - (s/c)^2 G(\mathbf{r}, s) = -\delta^3(\mathbf{r})$$

Εξ. 4-5

Ο τρισδιάστατος μετασχηματισμός Fourier ως προς το χώρο, ορίζεται ως:

$$\mathcal{F}\{f(\mathbf{r})\} = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} f(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = F(\mathbf{k})$$

Εξ. 4-6

Ομοίως με τις εξισώσεις Εξ. 4-3 και Εξ. 4-4 θα ισχύει ότι:

$$\mathcal{F}\{\delta^3(\mathbf{r})\} = \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r} \delta^3(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = 1$$

Εξ. 4-7

$$\mathcal{F}\{\Delta G(\mathbf{r}, s)\} = -k^2 \mathcal{F}\{G(\mathbf{r}, s)\} = -k^2 \tilde{G}(\mathbf{k}, s)$$

Εξ. 4-8

Λόγω των εξισώσεων Εξ. 4-7 και Εξ. 4-8, εφαρμόζοντας τον τρισδιάστατο μετασχηματισμό Fourier στην Εξ. 4-5, θα έχουμε ότι:

$$\tilde{G}(\mathbf{k}, s) = \frac{1}{k^2 + (s/c)^2}$$

Εξ. 4-9

Εφαρμόζοντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier στο χώρο στην Εξ. 4-9, θα έχουμε:

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{G}(\mathbf{k}, s)\} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \tilde{G}(\mathbf{k}, s) = G(\mathbf{r}, s) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{k} \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}}{k^2 + (s/c)^2}$$

Εξ. 4-10

Αναπτύσσοντας την Εξ. 4-10:

$$G(\mathbf{r}, s) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(xk_x + yk_y + zk_z)}}{k^2 + (s/c)^2} k_x k_y k_z$$

Εξ. 4-11

Θα θέλαμε να ισχύει  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = kr \cos \varphi$ , όπου  $\varphi$  θα είναι η πολική γωνία σε σφαιρικές συντεταγμένες στο πεδίο των κυματαριθμών. Συνεπώς τότε θα ισχύει ότι θα έχουμε ακτίνα  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , άνυσμα θέσης  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = 0 + 0 + z^2$ ,  $k_z = k \cos \varphi$  και  $k_x k_y k_z = k^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dk$ . Για να συμβεί αυτό θα πρέπει να περιστρέψουμε τη θέση του παρατηρητή έτσι ώστε να ταυτιστεί με τον  $k_z$  άξονα, δηλαδή θα πρέπει να υποθέσουμε ότι η λύση  $G(\mathbf{r}, s)$  εξαρτάται μόνο από την απόσταση  $|\mathbf{r}| = r$  και όχι από τη φορά. Άρα θα έχουμε:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, s) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{ikr \cos \varphi}}{k^2 + (s/c)^2} k^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dk \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} \frac{k^2 dk}{k^2 + (s/c)^2} \int_0^{\pi} e^{ikr \cos \varphi} \sin \varphi d\varphi \end{aligned}$$

Εξ. 4-12

Το ολοκλήρωμα  $I = \int_0^\pi e^{ikr \cos \varphi} \sin \varphi d\varphi$  της Εξ. 4-12 μπορεί να λυθεί ως εξής:

$$I = \int_{-1}^1 e^{ikr \cos \varphi} d(\cos \varphi) = \frac{e^{ikr \cos \varphi}}{ikr} \Big|_{-1}^{+1} = \frac{e^{ikr} - e^{-ikr}}{ikr} = \frac{2 \sin kr}{kr}$$

Εξ. 4-13

Αν αντικαταστήσουμε την Εξ. 4-13 στην Εξ. 4-12 θα έχουμε ότι:

$$G(\mathbf{r}, s) = \frac{2}{(2\pi)^2 r} \int_0^\infty \frac{k \sin kr}{k^2 + (s/c)^2} dk$$

Εξ. 4-14

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση υπό ολοκλήρωση είναι άρτια, άρα μπορούμε να τροποποιήσουμε την Εξ. 4-14 ως εξής:

$$G(\mathbf{r}, s) = \frac{1}{r(2\pi)^2} \operatorname{Im} \left\{ P.V. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ke^{ikr} dk}{(k + is/c)(k - is/c)} \right\}$$

Εξ. 4-15

Στην Εξ. 4-15 έχουμε δύο απλούς πόλους 1<sup>ης</sup> τάξης  $z = \pm is/c$ . Η εύρεση του ολοκληρωτικού υπολοίπου (*residue*) 1<sup>ης</sup> τάξης δίνεται από τον τύπο (Hauser, 1971):

$$\operatorname{Res}_{z=z_0} g(z) = \lim_{z \rightarrow z_0} g(z)(z - z_0) = R(z_0)$$

Εξ. 4-16

Σύμφωνα με την Εξ. 4-16, για κάθε πόλο θα έχουμε:

$$R(is/c) = \lim_{z \rightarrow is/c} \frac{ze^{irz}(z - is/c)}{(z + is/c)(z - is/c)} = \frac{e^{-sr/c}}{2}$$

Εξ. 4-17

$$R(-is/c) = \lim_{z \rightarrow is/c} \frac{ze^{irz}}{z - is/c} = \frac{-e^{sr/c}}{2}$$

Εξ. 4-18

Σύμφωνα με το *λήμμα του Jordan (Jordan's lemma)* (Brown & Churchill, 2003) αν  $|f(z)| \leq M_R$  και  $\lim_{R \rightarrow \infty} M_R = 0$  τότε θα ισχύει ότι  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} f(z)e^{iaz} dz = 0$  για  $a \geq 0$  στον άνω ή στον κάτω ημιχώρο αντίστοιχα. Συνεπώς αν:

$$\oint_{C_R} g(z) dz = \int_{-R}^{+R} g(k) dk + \int_{C_R} f(z) e^{irz} dz$$

Εξ. 4-19

Τότε για  $R \rightarrow \infty$  από το *θεώρημα ολοκληρωτικών υπολοίπων (residue theorem)* θα έχουμε ότι:

$$\oint_C \dots = P.V. \int_{-\infty}^{+\infty} \dots = 2\pi i R(is/c)$$

Εξ. 4-20

Η συνθήκη  $|f(z)| \leq M_R$  προκύπτει από την τριγωνική ανισότητα, ήτοι:

$$|z - w| \geq ||z| - |w|| \Rightarrow \frac{1}{|z - is/c|} \leq \frac{1}{||z| - |is/c||} = \frac{1}{|R|e^{i\theta}| - s/c|} = \frac{1}{|R - s/c|}$$

Εξ. 4-21



$$|z + w| \geq ||z| - |w|| \Rightarrow \frac{1}{|z + i s/c|} \leq \frac{1}{|R - s/c|}$$

Εξ. 4-22

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη την Εξ. 4-21 και την Εξ. 4-22, για  $R \rightarrow \infty$  θα ισχύει ότι:

$$|f(z)| = \left| \frac{z}{(z + i s/c)(z - i s/c)} \right| \leq \frac{R}{(R - s/c)^2} = 0$$

Εξ. 4-23

Οπότε για  $r > 0$  το ολοκλήρωμα της Εξ. 4-15 θα ισούται με:

$$P.V. \int_{-\infty}^{+\infty} \dots = 2\pi i \frac{e^{-sr/c}}{2}$$

Εξ. 4-24

Συνεπώς η Εξ. 4-15 τροποποιείται ως εξής:

$$G(\mathbf{r}, s) = \frac{e^{-sr/c}}{4\pi r}$$

Εξ. 4-25

Παρατηρούμε ότι αν αντικαταστήσουμε  $s = \pm i\omega$  στην Εξ. 4-5 τότε ανακτούμε την εξίσωση του Helmholtz:

$$(\Delta + k^2)G_H = -\delta^3(\mathbf{r})$$

Εξ. 4-26

Εφόσον θέλουμε η λύση της εξίσωσης του Helmholtz να τείνει προς άπειρο, λόγω της συνθήκης του Sommerfeld, θα θέσουμε  $s = i\omega$ , άρα η αιτιατή της λύση θα είναι ίση με:

$$G_H^+ = \frac{e^{ikr}}{4\pi r}$$

Εξ. 4-27

Μπορούμε να εφαρμόσουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace στην Εξ. 4-25 και με εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> θεωρήματος μετάθεσης (*2<sup>nd</sup> shifting theorem*), ήτοι:

$$\mathcal{L}\{\theta(t - \alpha)f(t - \alpha)\} = e^{-\alpha s}\mathcal{L}\{f(t)\}$$

Εξ. 4-28

Θα έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}\theta(t - \alpha)f(t - \alpha) &= \mathcal{L}^{-1}\{e^{-\alpha s}\mathcal{L}\{f(t)\}\} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-\frac{r}{c}s}\mathcal{L}\{\delta(t)\}\right\} = \theta(t - r/c)\delta(t - r/c) \\ &\Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{e^{-\frac{r}{c}s}\right\} = \delta(t - r/c)\end{aligned}$$

Εξ. 4-29

Άρα καταλήγουμε στο ότι η αιτιατή θεμελιώδης λύση θα ισούται με:

$$\mathcal{L}^{-1}\{G^+(\mathbf{r}, s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-\frac{r}{c}s}}{4\pi r}\right\} \Rightarrow g^+(\mathbf{r}, t) = \frac{\delta(t - r/c)}{4\pi r}$$

Εξ. 4-30

Τέλος, θα πρέπει να επιβεβαιώσουμε ότι η θεμελιώδης λύση της που έχουμε ανακτήσει στην Εξ. 4-30 ικανοποιεί όντως την κυματική εξίσωση (Εξ. 4-1). Καταρχήν για  $\mathbf{r}, t \neq 0$  ικανοποιεί την ομογενή, ενώ για  $\mathbf{r}, t = 0$ , θέλουμε να δείξουμε ότι:

$$\Delta g^+(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} g^+(\mathbf{r}, t) = -\delta^3(\mathbf{r})\delta(t)$$

Εξ. 4-31

Λαμβάνοντας υπόψη μία μικρή σφαίρα γύρω από το σημείο  $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ , θα έχουμε:

$$\iiint_V \Delta g^+ dV - \frac{1}{c^2} \iiint_V g^+ dV = -\delta(t)$$

Εξ. 4-32

Ο 2<sup>ος</sup> όρος του αριστερού μέλους της Εξ. 4-32 μηδενίζεται για  $r \rightarrow 0$ , καθώς σε σφαιρικές συντεταγμένες θα ισχύει ότι:

$$\iiint_V g^+ dV = \int_{0^-}^{0^+} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\delta(t - r/c)}{4\pi r} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr = 0$$

Εξ. 4-33

Ενώ για το 1<sup>ο</sup> όρο του αριστερού μέλους της Εξ. 4-32, από το *θεώρημα απόκλισης (divergence theorem)* θα ισχύει ότι:

$$\iiint_V \Delta g^+ dV = \iiint_V \nabla \cdot (\nabla g^+) dV = \oiint_S (\nabla_r g^+) \cdot \hat{n} dS$$

Εξ. 4-34

Όπου  $\hat{n}$  είναι το μοναδιαίο διάνυσμα το οποίο είναι κάθετο στην επιφάνεια της μικρής σφαίρας, άρα είναι και ίσο με το μοναδιαίο διάνυσμα της ακτίνας της σφαίρας  $\hat{r}$ ,

συνεπώς θα ισχύει ότι  $(\nabla_r g^+) \cdot \hat{n} = (\nabla_r g^+) \cdot \hat{r} = \partial g / \partial n = \partial g / \partial r$ . Μπορούμε να ισχυριστούμε ευρετικά ότι ο όρος  $\partial g / \partial r$  παραμένει σταθερός επί της σφαιρικής επιφάνειας καθώς η ακτίνα παραμένει σταθερή και έχουμε κάνει την παραδοχή ότι η συνάρτηση Green εξαρτάται μόνο από το μέτρο της ακτίνας και όχι από τη φορά της. Άρα το ολοκλήρωμα επιφανείας της Εξ. 4-34 τροποποιείται ως ακολούθως, για  $r \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} \oiint_S (\nabla_r g^+) \cdot \hat{n} dS &= \oiint_S \frac{\partial g^+}{\partial r} dS = \frac{\partial g^+}{\partial r} \oiint_S dS = \frac{\partial g^+}{\partial r} 4\pi r^2 \\ &= \left[ \frac{\delta'(t - r/c)}{4\pi r} - \frac{\delta(t - r/c)}{4\pi r^2} \right] 4\pi r^2 = -\delta(t) \end{aligned}$$

Εξ. 4-35

Συνεπώς επιβεβαιώσαμε ότι η λύση που ανακτήσαμε είναι όντως η θεμελιώδης λύση. Μπορούμε επίσης να καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα, χωρίς να κάνουμε χρήση του ευρετικού επιχειρήματος το οποίο περιγράφεται στην ανωτέρω παράγραφο. Συγκεκριμένα για  $r \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} \oiint_S \frac{\partial g^+}{\partial r} dS &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left[ \frac{\delta'(t - r/c)}{4\pi r} - \frac{\delta(t - r/c)}{4\pi r^2} \right] r^2 \sin \varphi d\varphi d\theta = \int_0^\pi -\frac{\delta(t)}{2} \sin \varphi d\varphi \\ &= -\frac{\delta(t)}{2} \int_{-1}^{+1} d(\cos \varphi) = -\delta(t) \end{aligned}$$

Εξ. 4-36

## 4.2 Η εικονική εξίσωση

Σύμφωνα με την Εξ. 1-12, η διάδοση των διαμηκών κυμάτων (compressional waves) σε ετερογενή μέσα περιγράφεται από τη σχέση:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

Εξ. 4-37

Στην Εξ. 4-37 για το βαθμωτό δυναμικό των διαμηκών κυμάτων  $\varphi$  ισχύει ότι  $\nabla \varphi = \mathbf{u}$ , όπου  $\mathbf{u}$  είναι η μετατόπιση. Η ταχύτητα των P κυμάτων  $\alpha$  είναι συνάρτηση της θέσης, ήτοι  $\alpha = \alpha(\mathbf{x})$ . Ας υποθέσουμε μία αρμονική λύση της μορφής:

$$\varphi(t) = A(\mathbf{x})e^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}$$

Εξ. 4-38

Στην Εξ. 4-38 το  $T$  αντιπροσωπεύει έναν παράγοντα φάσης ενώ το  $A$  αντιπροσωπεύει το τοπικό πλάτος. Η Λαπλασιανή και η 2<sup>η</sup> χρονική παράγωγος της λύσης αυτής θα είναι αντίστοιχα:

$$\nabla^2 \varphi = [\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i(2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T)]e^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}$$

Εξ. 4-39

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -A\omega^2 e^{-i\omega[t-T(\mathbf{x})]}$$

Εξ. 4-40

Αντικαθιστώντας την Εξ. 4-39 και την Εξ. 4-40 στην Εξ. 4-37 ανακτούμε την παρακάτω σχέση:

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i(2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T) = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2}$$

Εξ. 4-41

Εξισώνοντας τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη των δύο μελών της Εξ. 4-41, μπορούμε να ανακτήσουμε τις παρακάτω δύο σχέσεις:

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2}$$

Εξ. 4-42

$$2\nabla A \cdot \nabla T + A \nabla^2 T = 0$$

Εξ. 4-43

Αν διαιρέσουμε την Εξ. 4-42 με  $\omega^2 A$  μπορούμε να ανακτήσουμε τη σχέση:

$$|\nabla T|^2 - \frac{1}{\alpha^2} = \frac{\nabla^2 A}{A\omega^2}$$

Εξ. 4-44

Με βάση την προσέγγιση υψηλών συχνοτήτων (*high frequency approximation*) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η συχνότητα είναι αρκετά μεγάλη έτσι ώστε ο όρος  $1/\omega^2$  να τείνει στο μηδέν. Άρα προκύπτει ότι:

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{\alpha^2}$$

Εξ. 4-45

Μπορεί να αναχθεί παρόμοια σχέση για τα κύματα S (Aki & Richards, *Quantative Seismology*, 2002), οπότε μπορούμε να καταλήξουμε στην εξής σχέση:

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{c^2} = s^2$$

Εξ. 4-46

Στην Εξ. 4-46 ο όρος  $s$  καλείται *βραδύτητα (slowness)* ενώ ο όρος  $T$  καλείται *συνάρτηση χρόνου διαδρομής (travel time function)*. Οι *ισοπληθείς επιφάνειες (level surfaces)* της συνάρτησης χρόνου διαδρομής καλούνται *μέτωπα του κύματος (wavefronts)* και οι ευθείες κάθετες ως προς αυτά ή παράλληλες ως προς τη βαθμίδα της συνάρτησης χρόνου διαδρομής καλούνται *ακτίνες (rays)*. Άρα η φορά της ακτίνας  $\hat{s}$  η οποία ταυτίζεται με το μοναδιαίο διάνυσμα της βραδύτητας, μπορεί να ευρεθεί από τη βαθμίδα της συνάρτησης χρόνου διαδρομής:

$$\nabla T = s\hat{s} = \mathbf{s}$$

Εξ. 4-47

Αξίζει να σημειωθεί ότι η εικονική εξίσωση είναι μία προσεγγιστική λύση η οποία είναι έγκυρη στις υψηλές συχνότητες έτσι ώστε οι όροι στην κυματική εξίσωση οι οποίοι περιγράφουν χωρικές μεταβολές είτε των παραμέτρων Lamé (Εξ. 1-5) (Lay & Wallace, 1995) είτε του πλάτους (Εξ. 4-44) μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Συνεπώς η εικονική εξίσωση

είναι έγκυρη μόνο όταν το μήκος κύματος των σεισμικών κυμάτων είναι μικρό σε σχέση με τις αποστάσεις που διανύουν εντός ενός μέσου κατά τις οποίες η ταχύτητα και το πλάτος μεταβάλλεται σημαντικά. Σε αυτό το σημείο θα αναφερθούμε στη μη συχνά εφαρμοζόμενη εξίσωση Εξ. 4-43, την οποία λόγω της εικονικής εξίσωσης μπορούμε να γράψουμε ως:

$$2\mathbf{s} \cdot \nabla A = -A \nabla \cdot \mathbf{s}$$

Εξ. 4-48

Εκ της οποίας ολοκληρώνοντας ως προς τη διαδρομή της ακτίνας μπορούμε να ανακτήσουμε τη σχέση:

$$A = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int \frac{\nabla \cdot \mathbf{s}}{s} dr \right\}$$

Εξ. 4-49

Αντικαθιστώντας την Εξ. 4-49 στην Εξ. 4-38, μπορούμε να καταλήξουμε τελικώς στο ότι το δυναμικό μπορεί να περιγραφεί ως:

$$\varphi(\omega) = \left( \frac{s_0}{s} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_C \nabla \cdot \hat{\mathbf{s}} dr \right\} \exp \left\{ -i\omega \int_C s dr \right\}$$

Εξ. 4-50

Ο όρος  $s_0$  της Εξ. 4-50 περιγράφει την τιμή της βραδύτητας στο σημείο εκκίνησης της ακτίνας. Η εξίσωση αυτή περιγράφει την επίδραση της γεωμετρικής εξάπλωσης στο πλάτος του κύματος. Η απόκλιση του μοναδιαίου διανύσματος το οποίο είναι παράλληλο ως προς την ακτίνα, αντιπροσωπεύει την καμπυλότητα του μετώπου του κύματος η οποία όταν αυξάνεται, ελαττώνεται το πλάτος του.



## 4.3 Κώδικες

Μέσα στους κώδικες υπάρχουν και comments για τη διευκόλυνση του αναγνώστη εάν θελήσει να χρησιμοποιήσει τις αντίστοιχες υπορουτίνες, οι οποίες στη τελική έκδοση της διατριβής δεν χρησιμοποιήθηκαν.

### 4.3.1 Προσομοίωση ανάκτησης της εμπειρικής συνάρτησης Green

Ο κώδικας σε αυτήν την ενότητα περιγράφει την πειραματική απόδειξη μέσω προσομοίωσης της ανάκτησης της συνάρτησης Green στις δύο διαστάσεις, από ομοιόμορφα κατανεμημένες πηγές θορύβου και είναι γραμμένος σε γλώσσα Python. Ο κώδικας αυτός χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή των εικόνων Εικόνα 2-4 και Εικόνα 2-5.

---

#### *Import dependencies*

---

```
import os
from IPython.display import Image
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal
```

```
def correlation_lags(in1_len, in2_len, mode='full'):
```

```
    """
```

```
    Calculates the lag / displacement indices array for 1D cross-correlation.
```

```
    Parameters
```

```
    -----
```

```
    in1_size : int
```

```
        First input size.
```

```
    in2_size : int
```

```
        Second input size.
```

```
    mode : str {'full', 'valid', 'same'}, optional
```

A string indicating the size of the output.

See the documentation ``correlate`` for more information.

See Also

-----

`correlate` : Compute the N-dimensional cross-correlation.

Returns

-----

`lags` : array

Returns an array containing cross-correlation lag/displacement indices.

Indices can be indexed with the `np.argmax` of the correlation to return the lag/displacement.

Notes

-----

Cross-correlation for continuous functions  $f$  and  $g$  is defined as:

.. 
$$\left( f \star g \right) \left( \tau \right)$$

$$\triangleq \int_{t_0}^{t_0 + T}$$

$$\overline{f \left( t \right) g \left( t + \tau \right) dt}$$

Where  $\tau$  is defined as the displacement, also known as the lag.

Cross correlation for discrete functions  $f$  and  $g$  is

defined as:

.. 
$$\left( f \star g \right) \left[ n \right]$$

$$\triangleq \sum_{-\infty}^{\infty}$$

$$\overline{f \left[ m \right] g \left[ m + n \right]}$$

Where  $n$  is the lag.

Examples

-----

Cross-correlation of a signal with its time-delayed self.

```
>>> from scipy import signal
```

```
>>> rng = np.random.RandomState(0)
```

```

>>> x = rng.standard_normal(1000)
>>> y = np.concatenate([rng.standard_normal(100), x])
>>> correlation = signal.correlate(x, y, mode="full")
>>> lags = signal.correlation_lags(x.size, y.size, mode="full")
>>> lag = lags[np.argmax(correlation)]
"""

# calculate lag ranges in different modes of operation
if mode == "full":
    # the output is the full discrete linear convolution
    # of the inputs. (Default)
    lags = np.arange(-in2_len + 1, in1_len)
elif mode == "same":
    # the output is the same size as `in1`, centered
    # with respect to the 'full' output.
    # calculate the full output
    lags = np.arange(-in2_len + 1, in1_len)
    # determine the midpoint in the full output
    mid = lags.size // 2
    # determine lag_bound to be used with respect
    # to the midpoint
    lag_bound = in1_len // 2
    # calculate lag ranges for even and odd scenarios
    if in1_len % 2 == 0:
        lags = lags[(mid-lag_bound):(mid+lag_bound)]
    else:
        lags = lags[(mid-lag_bound):(mid+lag_bound)+1]
elif mode == "valid":
    # the output consists only of those elements that do not
    # rely on the zero-padding. In 'valid' mode, either `in1` or `in2`
    # must be at least as large as the other in every dimension.

```

```

# the lag_bound will be either negative or positive
# this let's us infer how to present the lag range

lag_bound = in1_len - in2_len
if lag_bound >= 0:
    lags = np.arange(lag_bound + 1)
else:
    lags = np.arange(lag_bound, 1)
return lags

```

*# Center images*

```

from IPython.core.display import HTML
HTML("""
<style>
.output_png {
    display: table-cell;
    text-align: center;
    vertical-align: middle;
}
</style>
""")

```

```

import scipy
from scipy.signal import butter, sosfiltfilt

```

*"Temporal normalization"*

```

def temp_norm(data):
    data = np.sign(data)
    return data

```

*"Spectral normalization"*

```

def spec_norm(x):
    n = len(x)
    timestep = 1/fs

```

```

# Frequency vector
f = np.fft.rfftfreq(n, d=timestep)

# Apply tukey window which is part hanning to ameliorate spectral leakage\n",
# and part boxcar to ameliorate time domain amplitude distortion.\n",
# alpha=1=hanning while alpha=0=boxcar\n",
W = signal.windows.tukey(M=n, alpha=1.0, sym=True)
window = W * x

# Apply FFT to the windowed signal\n",
xf = scipy.fft.rfft(window)

# Get phase
phase = np.unwrap(np.angle(xf))

# Replace the new magnitude to the FFT'ed signal\n",
xf_new = 1*np.exp(1j*phase)

# IFFT
xnew = scipy.fft.irfft(xf_new)

return xnew

```

*"Scipy zero-phase bandpass filter"*

```

def butter_bandpass(lowcut, highcut, fs, order):
    nyq = 0.5 * fs
    low = lowcut / nyq
    high = highcut / nyq
    sos = butter(order, [low, high], analog=False, btype='band', output='sos')
    return sos

```

```

def butter_bandpass_filter(data, lowcut, highcut, fs, order):
    sos = butter_bandpass(lowcut, highcut, fs, order=order)
    y = sosfiltfilt(sos, data)
    return y

```

---

## Definitions

---

First, we would like to put the uniformly distributed noise sources and the two seismic stations in a map.

*# Reproducibility*

```
np.random.seed(102)
```

*# How many random numbers*

```
rnd = 1000
```

*# Min and Max radii*

```
min_rad = 0
```

```
max_rad = 1
```

*# Extract the correct random theta's and r's via Inverse Transform Sampling*

```
theta = 2 * np.pi * np.random.random(rnd)
```

```
r = min_rad + (max_rad-min_rad) * np.sqrt(np.random.random(rnd))
```

*# Convert (r,θ) to (x,y)*

```
x = r * np.cos(theta)
```

```
y = r * np.sin(theta)
```

*# Distance between the two stations*

```
stat_dist = 0.35
```

*# Station coordinates*

```
xA = - stat_dist/2
```

```
xB = + stat_dist/2
```

*# Plot stations and sources*

```

plt.figure(figsize=(8,8))
plt.plot(x, y, '.', [xA,xB], [0,0], 'r^' )
plt.title('Noise Distribution')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.legend(['noise sources', 'stations'])
plt.axis('equal')
plt.show()

```

---

### *Cross-correlate each noisy signal received*

---

Then for each noise source, each station will receive a time delayed version of the emitted signal, which we will assume it is a realization from the standard normal distribution.

If  $d$  = station-source distance and  $c$  = phase velocity in the medium, then the delay for a specific noise source is  $d/c$ .

Then we will cross-correlate the two delayed noise registrations in the two seismic stations for each noise source, take their Hilbert Transform (i.e. flip the image with respect to the y axis) and flip the acausal with respect to the x axis.

**Note:** In real life however we do not have the signal from each noise source, rather their sum. Unfortunately the simulation doesn't work if we crosscorrelate the sums.

*# Calculate the distance between each source and the two stations*

```
dist_A = np.sqrt( (xA-x)**2 + y**2)
```

```
dist_B = np.sqrt( (xB-x)**2 + y**2)
```

*# Define the time vector*

```
dt = 0.005
```

```
t = np.arange(start=0, step=dt, stop=3)
```

*# Phase velocity of the homogeneous medium*

```

c = 4

# For each noise source...
xcr = np.zeros((x.size, 2*t.size - 1))
for i in range(x.size):

    # Create the source's signal from the Gaussian
    N = np.random.randn(t.size)

    # Convert time to samples & delay the emitted signal
    signal_A = np.roll(N, round(dist_A[i] / (c * dt)))
    signal_B = np.roll(N, round(dist_B[i] / (c * dt)))

    # Cross-correlate the 2 delayed signals
    cr = signal.correlate(signal_A, signal_B, 'full')

    # Take the Hilbert Transform of the cross-correlation
    hil = np.imag(signal.hilbert(cr))

    # As a caveat, flip the acausal part upside down
    hil[:len(hil)//2] = - hil[:len(hil)//2]

    # Store each result as the ith row in the xcr matrix.
    xcr[i, :] = hil
    # xcr[i, :] = cr

```

---

### Stacking

---

Finally we sum all those cross-correlations to retrieve the Green's function (GF) of the wave equation in 2D between the two stations.

We also find the time at which the function peaks.



```

# Sum the cross-correlations
xc = np.sum(xcr, axis=0)

# Find the index of the stacked cross-correlations' absolute maximum
I = np.argmax(abs(xc))

# Find the time vector from the lag vector
lags = correlation_lags(signal_A.size, signal_B.size, mode='full')
tvec = lags * dt

# Plot the 2D empirical Green's Function
plt.figure(figsize=(8,8))
plt.plot(tvec, xc)
plt.plot(tvec[I], xc[I], 'r.')
plt.xlabel('Time (s)')
plt.legend(["Cross-correlation",
           'Maximum at time ' + str(tvec[I]) + ' sec'])
# plt.title("Empirical Green's Function in 2D")
plt.show()

```

---

### *Sanity check*

---

Does this all make sense? We should:

#### a) Time check

- Check that the time at which the empirical GF we retrieved peaks, multiplied with the velocity in the medium gives the actual interstation distance.

```

# Find the time lag which corresponds to the peak in the cross-correlation sum

```

```

time_lag = lags[I] * dt

```

```

# Calculate the station distance from the time_lag

```

```
distance_new = abs(c * time_lag)
```

```
# Print the two distances
```

```
print('calculated station distance: ', distance_new)
```

```
print('true station distance: ', stat_dist)
```

```
calculated station distance: 0.36
```

```
true station distance: 0.35
```

Indeed, the calculated interstation distance via the crosscorrelations is the same as the true interstation distance (there is a small error due to the Hilbert Transform).

## b) Analytical solution

- Check that the GF we retrieved has the same “shape” as the analytically calculated GF (i.e. one is proportional to the other).

In an unlimited domain with constant phase velocity  $c$ , for a source initiated at time 0, the received signal at distance  $r$  is the *Formula from Green's Functions with Applications, D.G. Duffy, 2nd Edition, page 190.*

This is the Green's Function for the 2D wave equation, where  $H$  is the Heaviside function,  $r$  is the source-receiver distance and  $c$  is the phase velocity in the medium.

```
# Calculate the 2D causal Green's Function at a distance equal to the stations' distance
```

```
GF = (2*np.pi * np.sqrt( t**2 - stat_dist**2/c**2 )) ** (-1)
```

```
GF[t < stat_dist/c] = 0
```

```
# Plot the GF
```

```
plt.figure(figsize=(8,8))
```

```
plt.plot(t, GF);
```

```
# plt.title("2D Causal Green's Function")
```

```
plt.xlabel('Time (s)')
```

```
# plt.ylabel('amplitude')
```

```
plt.show()
```

**Note:** Before applying the Hilbert Transform, we should have convolved the autocorrelation of the noise source with the crosscorrelation. However the convolution would have minimal effects, as shown below.

```
# First row subplot
```

```
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, constrained_layout=True, sharey=True)
fig.suptitle('Noise Source', fontsize=16)
```

```
# A typical noise source
```

```
t = np.arange(start=0, step=0.1, stop=10)
s = np.random.randn(100)
s /= max(abs(s))
ax1.plot(t, s)
ax1.set_xlabel('time')
ax1.set_title('Standard Normal Noise Source')
```

```
# Compute the noisy signal's autocorrelation
```

```
auto = signal.correlate(s, s, 'full')
lags = correlation_lags(s.size, s.size, mode='full')
auto /= max(abs(auto))
ax2.plot(lags, auto)
ax2.set_xlabel('lag')
ax2.set_title('Noise Source Autocorrelation')
```

```
# 2nd row subplot
```

```
fig, ax = plt.subplots(1, 1, constrained_layout=True, sharey=True)
fig.suptitle('Effect of convolution with the autocorrelation', fontsize=16)
```

```
# A typical sine wave
```

```
wave = np.sin(t)
wave /= max(abs(wave))
ax.plot(t, wave)
```

```
# Convolve the sine wave with the autocorrelation
```

```
conv = signal.convolve(wave, auto, 'same')
```

```
conv /= max(abs(conv))
```

```
ax.plot(t, conv)
```

```
ax.set_xlabel('time')
```

```
# 2nd row subplot legend
```

```
ax.legend(['without', 'with']);
```

#### 4.3.2 Προσομοίωση της διόρθωσης συσχετίσεων μέσω κανονικοποίησης

Σε αυτήν την ενότητα ο κώδικας ο οποίος είναι γραμμένος στη γλώσσα Python αναδεικνύει τα οφέλη της κανονικοποίησης πλάτους και φάσματος των καταγραφών θορύβου σε μη ιδανικές περιπτώσεις, για την βελτίωση των ανακτούμενων συναρτήσεων Green. Ο κώδικας αυτός χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή των εικόνων *Εικόνα 3-14* έως *Εικόνα 3-18*.

---

#### *Dependencies*

---

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.fftpack
from matplotlib import mlab
import pandas as pd
from scipy import signal
import IPython
```

---

#### *Functions*

---

```

def phase(signal,dt,order):

    x = signal
    n = len(x)

    f = np.fft.fftfreq(n, d=dt) # freq vector

    W = np.hanning(n)
    window = W*x

    xf = scipy.fftpack.fft(x)

    mag = np.abs(xf)
    phase = np.unwrap(np.angle(xf))

    pos = mag.argsort()[::-1][:order]

    phase[pos] = 0
    # mag[pos] = np.mean(mag)
    # mag = 1.0

    # phase = np.unwrap(angle)

    xf_new = mag*np.exp(1j*phase)
    xnew = np.fft.irfft(xf_new, n)

    signal_new = xnew

    return signal_new

def sine_wave(f, a, duration, sample_rate):
    t = np.arange(0, duration, 1/sample_rate)

```

```
return a * np.sin(2 * np.pi * f * t), t
```

```
def temp_norm(tr, method, Window, order):
```

```
    """
```

```
    Temporal normalization
```

```
    """
```

```
if method == "1bit":
```

```
    tr = np.sign(tr)
```

```
    tr = np.float32(tr)
```

```
elif method == "maxmean":
```

```
    # order must be less than half the npts of trace
```

```
if order < len(tr) // 2:
```

```
    pos_id = tr.argsort()[::-1][:order]
```

```
    tr[pos_id] = np.mean(tr[tr > 0])
```

```
    neg_id = tr.argsort()[:order]
```

```
    tr[neg_id] = np.mean(tr[tr <= 0])
```

```
else:
```

```
    print('order must be less than half the npts of trace')
```

```
elif method == "noisy":
```

```
    tr = np.sign(tr) * abs(np.random.normal(np.mean(tr), np.std(tr), len(tr)))
```

```
return tr
```

```
def whiten(tr, freq1, freq2, method, showplots, timestep, order):
```

```
    """
```

```
    Spectral normalization
```

```
    """
```

```
    x = tr # get ground velocity from trace
```

```
    n = len(x) # get the total number of samples
```

```
    fs=1/timestep
```

```
    f = np.fft.fftfreq(n, d=timestep) # freq vector
```

```
    W = np.hanning(n) # define hanning window to ameliorate spectral leakage
```

```
    window = W*x # apply window to data
```

```
    xf = scipy.fftpack.fft(x) # FFT
```

```
    mag = np.abs(xf) # magnitude
```

```
    phase = np.unwrap(np.angle(xf)) # phase
```

```
    ind1 = np.argmin(np.abs(f-freq1)) # find the index of freq1
```

```
    ind2 = np.argmin(np.abs(f-freq2)) # find the index of freq2
```

```
    if method == 'norm':
```

```
        """
```

```
        Normalizes the magnitude between freq1 and freq2
```

```
        """
```

```
        N = mag.max()
```

```
        mag = mag/N
```

```
        mag[ind1:ind2]=1.0
```

```
mag[0]=0
mag[-1]=0
```

```
elif method == 'maxmean':
```

```
    """
```

```
    Replaces consecutive maxima M of magnitude with the mean magnitude
```

```
    """
```

```
    pos = mag.argsort()[::-1][:order]
    mag[pos] = np.mean(mag)
```

```
mag[0]=0
mag[-1]=0
```

```
xf_new = mag*np.exp(1j*phase)# IFFT
xnew = np.fft.irfft(xf_new, n)
```

```
tr = xnew # replace the new ground velocity to trace
```

```
if showplots == True:
```

```
    plt.magnitude_spectrum(x, Fs=fs, color='tab:blue')
    plt.show()
```

```
    plt.magnitude_spectrum(xnew, Fs=fs, color='tab:orange',window=mlab.window_none)
    plt.show()
```

```
return tr
```

```
def SNR(signal, fs, swin1, swin2, nwin1, nwin2):
```

```
# (Hable et. al, 2018)
```



```

sgw = signal[len(signal)//2 + round(swin1*fs)-1 : len(signal)//2 + round(swin2*fs)]
nsw = signal[len(signal)//2 + round(nwin1*fs)-1 : len(signal)//2 + round(nwin2*fs)]

snr = max(abs(sgw))/np.std(nsw)

return snr

```

---

*Approximately ideal situation:*

---

We have a noisy signal recorded at one station and a delayed by 1 sec identical signal at another. We cross-correlate them.

```

sample_rate = 10**4
dt = 1/sample_rate
duration = 2

noise1 = np.random.standard_normal(duration*sample_rate)
noise2 = np.roll(noise1,10**4)
t = np.arange(0, duration, 1/sample_rate)

xcorr = signal.correlate(noise1, noise2, 'full')

limit = (len(xcorr) / 2.) * dt # define time vector
timevec = np.arange(-limit, limit, dt)

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(noise1, rate=sample_rate))

fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,noise1)
plt.title('$s_1$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')

```

```

plt.xlim([0,duration]);
plt.show()

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(noise2, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,noise2, color='tab:orange')
plt.title('$s_2$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([0,duration]);
plt.show()

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(xcorr, rate=sample_rate))

fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(timevec,xcorr, color='tab:green')
plt.title('ideal cross-correlation')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([-duration,duration]);
plt.show()

```

---

*Spectral whitening solution:*

---

We have one monochromatic source (a sine wave at 500Hz) that reaches the 1st station but not the 2nd, and another monochromatic source (a sine wave at 300Hz) that reaches the 2nd station but not the 1st. Their time of arrival and their amplitude is different.

We would like to attain the same result as the green cross-correlation above.

Before spectral whitening:

```

sample_rate = 10**4
dt = 1/sample_rate
duration = 2

noise1 = np.random.standard_normal(duration*sample_rate)
noise2 = np.roll(noise1,10**4)

earthquake1, t = sine_wave(f=500, a=1, duration=duration, sample_rate=sample_rate)

earthquake1[:duration*sample_rate//4]=0
earthquake1[duration*sample_rate//2:-1]=0

earthquake2, t = sine_wave(f=300, a=1, duration=duration, sample_rate=sample_rate)

earthquake2[:round(duration*sample_rate*0.625)]=0
earthquake2[round(duration*sample_rate*0.875):-1]=0

extra_noise = np.random.standard_normal(duration*sample_rate)
extra_noise[:round(duration*sample_rate*0.125)]=0
extra_noise[round(duration*sample_rate*0.275):-1]=0

s1 = noise1 + 5*earthquake1
s2 = .2*noise2 + 10*earthquake2

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(s1, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,s1)
plt.title('$s_1$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([0,duration]);
plt.show()

```

```

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(s2, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,s2, color='tab:orange')
plt.title('$s_2$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([0,duration]);
plt.show()

xcorr = signal.correlate(s1, s2, 'full')

limit = (len(xcorr) / 2.) * dt # define time vector
timevec = np.arange(-limit, limit, dt)

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(xcorr, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(timevec,xcorr,color='tab:purple')
plt.title('$s_1, s_2$ + ' cross-correlation')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([-duration,duration]);

```

After spectral whitening:

```

sample_rate = 10**4
dt = 1/sample_rate
duration = 2

s1_whitened = whiten(s1, freq1=0, freq2=5000, method='norm', showplots=False, timestep
=dt, order=10**5)
s2_whitened = whiten(s2, freq1=0, freq2=5000, method='norm', showplots=False, timestep
=dt, order=10**5)

```

```

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(s1_whitened, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,s1_whitened)
plt.title('$s_1$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([0,duration]);
plt.show()

```

```

# Python.display.display(IPython.display.Audio(s2_whitened, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,s2_whitened, color='tab:orange')
plt.title('$s_2$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([0,duration]);
plt.show()

```

```

xcorr = signal.correlate(s1_whitened, s2_whitened, 'full')

```

```

limit = (len(xcorr) / 2.) * dt # define time vector
timevec = np.arange(-limit, limit, dt)

```

```

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(xcorr, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(timevec,xcorr,color='tab:purple')
plt.title('cross-correlation after whitening')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
plt.xlim([-duration,duration])
plt.show()

```

```
plt.psd(s1);
plt.psd(s1_whitened);
plt.legend(['original signal','whitened signal']);
```

---

*Temporal normalization solution:*

---

We have amplitude irregularities due to a noisy source that reaches the first station but not the second.

We would like to attain the same result as the green cross-correlation above.

Before spectral normalization:

```
sample_rate = 10**4
dt = 1/sample_rate
duration = 20

noise1 = np.random.standard_normal(duration*sample_rate)
noise2 = np.roll(noise1,10**4)

extra_noise = np.random.standard_normal(duration*sample_rate)
extra_noise[:round(duration*sample_rate*0.125)]=0
extra_noise[round(duration*sample_rate*0.275):-1]=0

s1 = noise1
s2 = 0.2*noise2 + 10*extra_noise

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(s1, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(t,s1)
plt.title('$s_1$')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
```

```
plt.xlim([0,duration]);  
plt.show()
```

```
# IPython.display.display(IPython.display.Audio(s2, rate=sample_rate))
```

```
fig = plt.figure(figsize=(10,1))  
plt.plot(t,s2, color='tab:orange')  
plt.title('$s_2$')  
plt.xlabel('time')  
plt.ylabel('amplitude')  
plt.xlim([0,duration]);  
plt.show()
```

```
xcorr = signal.correlate(s1, s2, 'full')
```

```
limit = (len(xcorr) / 2.) * dt # define time vector
```

```
timevec = np.arange(-limit, limit, dt)
```

```
# IPython.display.display(IPython.display.Audio(xcorr, rate=sample_rate))
```

```
fig = plt.figure(figsize=(10,1))  
plt.plot(timevec,xcorr,color='tab:purple')  
plt.title('$s_1,s_2$+' cross-correlation')  
plt.xlabel('time')  
plt.ylabel('amplitude')  
plt.xlim([-duration,duration]);
```

After temporal normalization:

```
sample_rate = 10**4  
dt = 1/sample_rate  
duration = 20  
t = np.arange(0, duration, 1/sample_rate)
```

```
segs=15
```

```

s1_split = np.array_split(s1,segs)
s2_split = np.array_split(s2,segs)

# s1_norm = temp_norm(s1,method='1bit',Window=1,order=9999)
# s2_norm = temp_norm(s2,method='1bit',Window=1,order=9999)

## IPython.display.display(IPython.display.Audio(s1_norm, rate=sample_rate))
# fig = plt.figure(figsize=(10,1))
# plt.stem(t,s1_norm, 'tab:blue', markerfmt='bo')
# plt.title('$s_1$ + ' 1bit normalized')
# plt.xlabel('time')
# plt.ylabel('amplitude')
# plt.xlim([0,0.01])
# plt.show()

## IPython.display.display(IPython.display.Audio(s2_norm, rate=sample_rate))
# fig = plt.figure(figsize=(10,1))
# plt.stem(t,s2_norm,'tab:orange', markerfmt='ro')
# plt.title('$s_2$ + ' 1bit normalized')
# plt.xlabel('time')
# plt.ylabel('amplitude')
# plt.xlim([0,0.01]);
# plt.show()

stack = 0
for seg in range(segs):
    xcorr = signal.correlate(s1_split[seg], s2_split[seg], 'full')
    #xcorr[len(xcorr)//2 - 2*sample_rate:len(xcorr)//2 + 2*sample_rate+1]
    stack += xcorr

limit = (len(stack) / 2.) * dt # define time vector
timevec = np.arange(-limit, limit, dt)

```



```

# stack = signal.correlate(s1_norm, s2_norm, 'full')

# IPython.display.display(IPython.display.Audio(stack, rate=sample_rate))
fig = plt.figure(figsize=(10,1))
plt.plot(timevec, stack, color='tab:cyan')
plt.title('cross-correlation after 1bit normalization')
plt.xlabel('time')
plt.ylabel('amplitude')
#plt.xlim([-duration,duration]);

```

We can see that the left size is bigger, so a bigger left side cross-correlation indicates a noisy source near s1!

#### 4.3.3 Ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green

Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται ο κώδικας ο οποίος είναι γραμμένος στη γλώσσα Python και εφαρμόστηκε για την ανάκτηση των εμπειρικών συναρτήσεων Green στην παρούσα διατριβή. Ο κώδικας αυτός χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή της Εικόνα 3-26. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι χρησιμοποιώντας τη βιβλιοθήκη ObsPy (Beyreuther, et al., 2010) μπορούμε να μεταφορτώσουμε δεδομένα από οποιοδήποτε σταθμό του Ενοποιημένου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου στο <http://eida.gein.noa.gr>. Κατόπιν στο παρακάτω κώδικα εφαρμόζεται η προ-επεξεργασία στα δεδομένα όπως αποδεκατισμός, διαχείριση των άκρων (tapering), απάλειψη μέσου, απάλειψη τάσης αφαιρώντας πολυώνυμο 3<sup>ου</sup> βαθμού, αφαίρεση της απόκρισης σειсмоγράφου, εφαρμογή κωνικού φίλτρου συνημιτόνου (cosine taper filter) με γωνιακές συχνότητες 0.05, 0.1, 4, 4.5 Hz, κανονικοποίηση 1-bit, λεύκανση φάσματος.

---

*Γενικό αρχείο:*

---

```
import time
import concurrent.futures
from functools import partial
from get_data import get_data
from itertools import combinations
from obspy import read, Stream
import numpy as np
from scipy import signal
import matplotlib.pyplot as plt
from geopy import distance
# from tqdm.notebook import trange, tqdm

# """Scipy zero-phase bandpass filter"""
# def butter_bandpass(lowcut, highcut, fs, order):
#     nyq = 0.5 * fs
#     low = lowcut / nyq
#     high = highcut / nyq
#     sos = signal.butter(order, [low, high], analog=False, btype='band', output='sos')
#     return sos

# def butter_bandpass_filter(data, lowcut, highcut, fs, order):
#     sos = butter_bandpass(lowcut, highcut, fs, order=order)
#     y = signal.sosfiltfilt(sos, data, axis=0)
#     return y

stations = ["PLEV", "FSK", "EVGI", "AXS", "DMLN",
            "NYDR", "TSLK", "AMPL", "PDO", "LKD2",
            "VLS", "UPR", "VVK", "DRAG", "PVO"]
```

```

# Download

refval = 10 # number of days
t1 = time.perf_counter()
def main():
    with concurrent.futures.ThreadPoolExecutor() as executor:
        executor.map(partial(get_data, refval), stations)

if __name__ == '__main__':
    main()

t2 = time.perf_counter()
print(f'Finished in {(t2-t1)/60:.2f} minutes')

response

# from obspy import read_inventory
# inv = read_inventory("data/inventories/*.xml")
# inv.plot_response(1e-3);

# Cross correlations

# import numpy as np
# from itertools import combinations
# from obspy import Stream, read
# from scipy import signal, fft
# from geopy import distance
# import pandas as pd
# import time
# import shutil, os
# t1 = time.perf_counter()
# shutil.rmtree('stacks')
# os.mkdir('stacks')

```

```

## Change these
# stations = ["PLEV", "FSK", "EVGI", "AXS", "PSDA", "LTHK",
#            "AMPL", "PDO", "LKD2", "VLS", "RTZL", "RLS", "DRO"]

## Functions
# def SNR(signal, fs, swin1, swin2, nwin1, nwin2):
#     """Quality control"""
#     sgw = signal[len(signal)//2+round(swin1*fs)-1 : len(signal)//2+round(swin2*fs)]
#     nsw = signal[len(signal)//2+round(nwin1*fs)-1 : len(signal)//2+round(nwin2*fs)]
#     snr = max(abs(sgw))/np.std(nsw)
#     return snr

## Load locations and traces according to stations list order
# i = 0
# stream = Stream()
# df = pd.DataFrame(columns=['stat','lat','lon'], index=range(stream.count()))
# for station in stations:
#     stream.extend(read('data/waveforms/' + station + '.mseed'))
#     loc = np.loadtxt('data/locations/' + station + '.txt')
#     df.loc[i] = [station,loc[0],loc[1]]
#     i += 1

## Pad zeroes to even out trace length
# counts = []
# for trace in stream:
#     counts.append(trace.count())
# counts = np.array(counts)
# posmin = list(np.where(counts != max(counts)))[0]
# for idx in posmin:
#     dif = max(counts) - counts[idx]
#     stream[idx].data = np.append(stream[idx].data, np.zeros(dif))

```

```

## Change these
# fs = stream[0].stats.sampling_rate
# maxlag = 600
# cuttime = round(maxlag*fs)
# timevec = np.arange(-cuttime,cuttime+1)/fs
# opt_len = fft.next_fast_len(2*stream[0].stats.npts-1, real=True)
# freq = fft.fftfreq(n=opt_len, d=1/fs)
# zero = int(np.ceil(opt_len*0.5))

## cnt = 1

# res = list(combinations(np.arange(len(stations)), 2))

# for p in res:
#     st = np.stack((stream[p[0]].data,stream[p[1]].data), axis=1)
#     dist = distance.distance((df['lat'].loc[p[0]],df['lon'].loc[p[0]]),
#                               (df['lat'].loc[p[1]],df['lon'].loc[p[1]])).km
#     st = np.sign(st)

#     st = spec_norm(st)
#     ST = fft.fft(st, opt_len, axis=0)
#     C = ST[:,0] * ST[:,1].conjugate()
#     C *= -2j*np.pi*freq # derivative
#     # C *= -1j * np.sign(freq) # 244ilbert
#     # D = pd.Series(np.abs(ST[:,0])).rolling(window=int(opt_len*0.2),
#     # #                                     center=True).mean().fillna(np.mean(np.abs(ST[:,0]))).values
#     # if cnt != p[0]: # do operation only when the source changes
#     #     D = pd.Series(np.abs(ST[:,0])).rolling(window=int(opt_len*0.2),
#     # #                                     center=True).mean().fillna(np.mean(np.abs(ST[:,0]))).values
#     # cnt = p[0]
#     # C /= D**2
#     xcor = fft.fftshift(fft.ifft(C, opt_len, axis=0), axes=0).real
#     # xcorr = signal.correlate(st[:,0],st[:,1])

```

```

# # print(len(xcor),len(xcorr))
# # xcor = xcor[len(xcor)//2-cuttime:len(xcor)//2+cuttime+1]
# # lags = signal.correlation_lags(st[:,0].size, st[:,1].size)
# # zero = np.where(lags==0)[0][0]
# xcor = xcor[zero-cuttime:zero+cuttime+1]
# # xcor = -np.diff(xcor)*fs
# analytic_signal = signal.hilbert(xcor)
# amplitude_envelope = np.abs(analytic_signal)
# maxtime = timevec[np.argmax(amplitude_envelope)] + 1e-5
# velocity = abs(dist/maxtime)
# if (velocity > 1.8) & (velocity < 5.5):
#     snr = SNR(signal=xcor, fs=fs, swin1=-80, swin2=80, nwin1=100, nwin2=200)
#     if snr > 8:
#         xcor /= max(abs(xcor))
#         fn = df['stat'].loc[p[0]] + '-' + df['stat'].loc[p[1]] + '.txt'
#         np.savetxt('stacks/' + fn, np.c_[timevec,xcor])

# t2 = time.perf_counter()
# print(f'Finished in {(t2-t1)/60:.2f} minutes')

```

```

import time
import concurrent.futures
from crosscorrelate import crosscorrelate
from itertools import combinations
import numpy as np
res = list(combinations(np.arange(len(stations)), 2))
t1 = time.perf_counter()

```

```

def main():
    with concurrent.futures.ThreadPoolExecutor() as executor:
        executor.map(crosscorrelate, res)

```

```

if __name__ == '__main__':
    main()

t2 = time.perf_counter()
print(f'Finished in {(t2-t1)/60:.2f} minutes')

Finished in 2.94 minutes

plot

plt.style.use('ggplot')
pairs = []
distances = []
res = list(combinations(np.arange(len(stations)), 2))
L = len(stations)
no_of_combs = round(.5*L*(L-1))
for a,b in res:
    st1 = np.loadtxt('data/locations/' + stations[a] + '.txt')
    st2 = np.loadtxt('data/locations/' + stations[b] + '.txt')
    distances.append(distance.distance((st1[0],st1[1]),(st2[0],st2[1])).km)
    pairs.append(stations[a] + '-' + stations[b])

# dictionary of station pairs – distances
combine = {pairs[i]: distances[i] for i in range(len(pairs))}

# sort by ascending interstation distance
sort_asc = {k: v for k, v in sorted(combine.items(), key=lambda item: item[1])}
sort_st = sort_asc.keys()

# list of sorted stations
246ilbert246 = list(sort_st)

distances.sort(reverse=True)

```

```

st = Stream()
c = 0
stationsss = 247ilbert247[::-1]
fig = plt.figure(figsize=(10,8))
ax = plt.subplot()
for i in stationsss:
    try:
        z = np.loadtxt('stacks/' + i + '.txt')
        cross = z[:,1]
        # cross = butter_bandpass_filter(data=cross, lowcut=0.1, highcut=8, fs=20, order=3)
        # cross /= abs(max(cross))
        time = z[:,0]
        maxtime = time[np.argmax(abs(cross))]
        dist = list(sort_asc.values())[c]
        ax.plot(time, 5*cross + distances[c], label=i)
        c += 1
    except:
        c += 1
    continue
# ax.set_position([0.08,0.12,1.5,0.8])
ax.legend(bbox_to_anchor=(1,1), loc="upper left", ncol=3, handleheight=1.82, labelspace=
0.5);
ax.set_xlabel('Time (s)')
ax.set_ylabel('Interstation Distance (km)')
plt.xlim([-200,200])
fig.savefig('stack.jpg', bbox_inches='tight')

def spec_norm(x):

    n = len(x)
    timestep = 1/fs

```



```

# Frequency vector
f = np.fft.rfftfreq(n, d=timestep)

# Apply tukey window which is part hanning to ameliorate spectral leakage
# and part boxcar to ameliorate time domain amplitude distortion.
# alpha=1=hanning while alpha=0=boxcar
W = scipy.signal.windows.tukey(M=n, alpha=1.0, sym=True)
window = W * x

# Apply FFT to the windowed signal
xf = scipy.fft.rfft(window)

# Get phase
phase = np.unwrap(np.angle(xf))

# Replace the new magnitude to the FFT'ed signal
xf_new = 1*np.exp(1j*phase)

# IFFT
xnew = scipy.fft.irfft(xf_new)

return xnew

```

---

*Αρχείο get\_data.py*

---

```

from obspy.clients.fdsn import Client
from obspy import UTCDateTime, read, read_inventory
import numpy as np

```

```

import shutil, os

shutil.rmtree('data')
os.mkdir('data')
os.mkdir('data/inventories')
os.mkdir('data/locations')
os.mkdir('data/waveforms')

starttime = UTCDateTime("2021-10-09T00:00:00")
# starttime = UTCDateTime("2020-12-01T00:00:00")
cl = Client('NOA')

def get_data(ref,station):

    st = cl.get_waveforms(network="*", location="-",
                        station=station, channel="HHZ",
                        starttime=starttime,
                        endtime=starttime + 86400*ref).merge(fill_value=0)

    inv= cl.get_stations(network="*", location="-",
                        station=station, channel="HHZ",
                        starttime=starttime,
                        endtime=starttime + 86400*ref, level="response")

    st = st[0]/ref
    st.taper(0.05).decimate(10).detrend('demean').detrend("spline", order=3, dspline=500, plot=False)
    st.remove_response(inventory=inv, pre_filt=[0.05, 0.1, 4, 4.5], zero_mean=False, taper=False)
    st.merge(fill_value=0)

    st.write('data/waveforms/' + station + '.mseed', format='MSEED', encoding='FLOAT64')

```

```
inv.write('data/inventories/' + station + '.xml', format='stationxml')

lat = inv[0][0].latitude
lon = inv[0][0].longitude
np.savetxt('data/locations/' + station + '.txt', np.c_[lat,lon])
```

---

*Αρχείο crosscorrelate.py*

---

```
import numpy as np
from itertools import combinations
from obspy import Stream, read
from scipy import signal, fft
from geopy import distance
import pandas as pd
import shutil, os
shutil.rmtree('stacks')
os.mkdir('stacks')

# Change these
stations = ["PLEV", "FSK", "EVGI", "AXS", "DMLN",
            "NYDR", "TSLK", "AMPL", "PDO", "LKD2",
            "VLS", "UPR", "VVK", "DRAG", "PVO"]

# Functions
def SNR(signal, fs, swin1, swin2, nwin1, nwin2):
    """Quality control"""
```

```

sgw = signal[len(signal)//2+round(swin1*fs)-1 : len(signal)//2+round(swin2*fs)]
nsw = signal[len(signal)//2+round(nwin1*fs)-1 : len(signal)//2+round(nwin2*fs)]
snr = max(abs(sgw))/np.std(nsw)
return snr

```

*# Load locations and traces according to stations list order*

```

i = 0
stream = Stream()
df = pd.DataFrame(columns=['stat','lat','lon'], index=range(stream.count()))
for station in stations:
    stream.extend(read('data/waveforms/' + station + '.mseed'))
    loc = np.loadtxt('data/locations/' + station + '.txt')
    df.loc[i] = [station,loc[0],loc[1]]
    i += 1

```

*# Pad zeroes to even out trace length*

```

counts = []
for trace in stream:
    counts.append(trace.count())
counts = np.array(counts)
posmin = list(np.where(counts != max(counts)))[0]
for idx in posmin:
    dif = max(counts) - counts[idx]
    stream[idx].data = np.append(stream[idx].data, np.zeros(dif))

```

*# Change these*

```

fs = stream[0].stats.sampling_rate
maxlag = 600
cuttime = round(maxlag*fs)
timevec = np.arange(-cuttime,cuttime+1)/fs
opt_len = fft.next_fast_len(2*stream[0].stats.npts-1, real=True)
freq = fft.fftfreq(n=opt_len, d=1/fs)

```

```

zero = int(np.ceil(opt_len*0.5))
# cnt = 1

def crosscorrelate(p):
    st = np.stack((stream[p[0]].data,stream[p[1]].data), axis=1)
    dist = distance.distance((df['lat'].loc[p[0]],df['lon'].loc[p[0]]),
                             (df['lat'].loc[p[1]],df['lon'].loc[p[1]])).km
    st = np.sign(st)
    ST = fft.fft(st, opt_len , axis=0)
    C = ST[:,0] * ST[:,1].conjugate()
    C *= -2j*np.pi*freq # derivative
    # C *= -1j * np.sign(freq) # 252ilbert
    # D = pd.Series(np.abs(ST[:,0])).rolling(window=int(opt_len*0.2),
    #                                     center=True).mean().fillna(np.mean(np.abs(ST[:,0]))).values
    # if cnt != p[0]: # do operation only when the source changes
    #     D = pd.Series(np.abs(ST[:,0])).rolling(window=int(opt_len*0.2),
    #                                     center=True).mean().fillna(np.mean(np.abs(ST[:,0]))).values
    # cnt = p[0]
    # C /= D**2
    xcor = fft.fftshift(fft.ifft(C, opt_len, axis=0), axes=0).real
    # xcorr = signal.correlate(st[:,0],st[:,1])
    # print(len(xcor),len(xcorr))
    # xcor = xcor[len(xcor)//2-cutttime:len(xcor)//2+cuttime+1]
    # lags = signal.correlation_lags(st[:,0].size, st[:,1].size)
    # zero = np.where(lags==0)[0][0]
    xcor = xcor[zero-cutttime:zero+cuttime+1]
    # xcor = -np.diff(xcor)*fs
    analytic_signal = signal.hilbert(xcor)
    amplitude_envelope = np.abs(analytic_signal)
    maxtime = timevec[np.argmax(amplitude_envelope)] + 1e-5
    velocity = abs(dist/maxtime)
    if (velocity > 1.8) & (velocity < 5.5):

```

```

snr = SNR(signal=xcor, fs=fs, swin1=-80, swin2=80, nwin1=100, nwin2=200)
if snr > 8:
    xcor /= max(abs(xcor))
    fn = df['stat'].loc[p[0]] + '-' + df['stat'].loc[p[1]] + '.txt'
    np.savetxt('stacks/' + fn, np.c_[timevec,xcor])

```

#### 4.3.4 Μετατροπές προς ανάκτηση των καμπυλών διασποράς

Σε αυτήν την ενότητα αναγράφεται ο κώδικας ο οποίος είναι γραμμένος στη γλώσσα Matlab και αφορά τη μετατροπή των εμπειρικών συναρτήσεων Green στην κατάλληλη μορφή έτσι ώστε να αναλυθεί η σχέση διασποράς τους.

```

clear all
zero_pt = 6001; % change this
dc = dir("stacks/*.txt");
L = length(dc);
for i = 1:L
    data = load("stacks/" + dc(i).name);
    causal = data(zero_pt:end,:);
    acausal = data(1:zero_pt,:);
    acausal = flipud(acausal);

    stationA = extractBefore(dc(i).name, "-");
    stationB = extractBetween(dc(i).name, "-", ".");

    locA = load("locations/" + stationA + ".txt");
    locB = load("locations/" + stationB + ".txt");

    locs(1,1:3) = [locA(2),locA(1),0];
    locs(2,1:3) = [locB(2),locB(1),0];

```

```

final = NaN(zero_pt+2,3);

final(1:2,1:3) = locs;
final(3:end,1:2) = causal;
final(3:end,3) = acausal(:,2);

save("Read EGF_CF/" + stationA + "-" + stationB ...
     + ".dat", "final", "-ascii");
end

dc = dir("Read EGF_CF/*.dat");
for i = 1:L
    wv(i,1) = string(dc(i).name);
end

fid = fopen('Waveform File.txt','w');
fprintf(fid, '%s\n', wv{:});

dc = dir("locations/*.txt");
L = length(dc);
sz = [L 4];
varTypes = {'string','string','double','double'};
varNames = {'Station','Network','Latitude','Longitude'};
T = table('Size',sz,'VariableTypes',varTypes,'VariableNames',varNames);
for i = 1:L
    T.Station(i) = extractBefore(dc(i).name, '.');
    T.Network(i) = 'net';
    loc = load("locations/" + dc(i).name);
    T.Latitude(i) = loc(1);
    T.Longitude(i) = loc(2);
end

a = table2array(T);
fid = fopen('Station File.txt','wt');

```

```
fprintf(fid, '%s %s %s %s \n', a. ');
fclose(fid);
```

#### 4.3.5 Μετατροπές προς αντιστροφή και απεικόνισή της

Σε αυτήν την ενότητα περιγράφεται ο κώδικας ο οποίος είναι γραμμένος στη γλώσσα Matlab και αφορά τη μετατροπή των αρχείων των καμπυλών διασποράς που ελήφθησαν από την ανάλυση συχνότητας-χρόνου των εμπειρικών συναρτήσεων Green μέσω του προγράμματος EGFAnalysisTimeFreq Dispersion του Yao, (που προσφέρεται στην ιστοθέση [https://staff.ustc.edu.cn/~hijiao/codes/EGFAnalysisTimeFreq\\_version\\_2015.zip](https://staff.ustc.edu.cn/~hijiao/codes/EGFAnalysisTimeFreq_version_2015.zip)) στην κατάλληλη μορφή έτσι ώστε να ευρεθεί μέσω αντιστροφής χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα DSurfTomo των (Fang, Yao, Zhang, Huang, & van der Hilst, 2015) (που προσφέρεται στην ιστοθέση <https://github.com/HongjianFang/DSurfTomo>) το τρισδιάστατο μοντέλο ταχυτήτων, καθώς και ο κώδικας ο οποίος απεικονίζει το μοντέλο αυτό. Το πρόγραμμα DSurfTomo χρησιμοποιεί επίσης σαν είσοδο την 1D δομή που φαίνεται στην Εικόνα 3-31. Όπως περιγράψαμε στο κεφάλαιο 3.5. Αντιστροφή στη μία διάσταση, η 1D δομή βρέθηκε μέσω της μέσης καμπύλης διασποράς της ταχύτητας ομάδας στη περιοχή μελέτης (Εικόνα 3-30), η οποία εισήχθη στο πρόγραμμα geopsy (Wathelet, Jongmans, & Ohrnberger, 2004) και προέκυψε η αντίστοιχη 1D δομή.

#### PART A

```
% Set directories and Tstep
clear all
directory = "Disper Folder/";
destination = "Disper Out A/";
dT = 0.1;
% Read files
dc = dir(directory + '*.dat');
N = length(dc);
```



```

Tmin = 500;
Tmax = 0;
% For each file...:
for i = 1:N
    thisfile = dc(i).name;
    data = readtable(directory + thisfile);
    % Read period and velocity:
    period = data.Var1;
    velocity = data.Var2;
    % Replace Tmin if smaller
    if Tmin > min(period)
        Tmin = min(period);
    end
    % Replace Tmax if larger
    if Tmax < max(period)
        Tmax = max(period);
    end
end
% Define the global period vector:
T = Tmin:dT:Tmax;
save(destination + "T.mat", "T", "-mat");

```

## PART B

```

clear all
% Change this data
directory = "Disper Folder/";
output = "Disper Out B/";
% Load all data and the global period vector T
txtfiles = dir(directory + '*.dat');
load('Disper Out A/' + "T.mat")
T = T';

```

```

T = round(T,2);
N = length(txtfiles);
% For each file...:
for i = 1:N

    % Load its periods
    thisfile = txtfiles(i).name;
    data = readtable(directory + thisfile);
    periods = data.Var1;
    periods = round(periods,2);

    % Find the indices corresponding to T
    % e.g. the period 0.1s is the 2nd number in T
    inds = find(ismember(T,periods));

    % Replace periods with indices and save
    if numel(inds) == numel(periods)
        cnc = [inds data.Var2];
        save(output + string(thisfile(7:end-4)) + '_ind.txt','cnc','-ascii')
    else
        disp("Something went wrong...")
    end
end
end
% Resave T
save(output + "T.mat","T","-mat");

```

## PART C

Goal: Create final output text file in the surfdataTB.dat format

Directories:

```
clear all
```

```

directory = "Disper Out B/";
outputNaN = "NaN replacement/";
final_result = "final/";
wave_type = "Rayleigh";

```

Replace the missing period index values with NaN's and save the NaN replaced data in the outputNaN folder:

```

% Load the global period vector
T = load(directory + "T.mat");T = T.T;
% Load all files
all = dir(directory + "*.txt");
% For each file ...
for i = 1:length(all)

    % Create a NaN vector of size equal to T
    Nanvec = NaN([numel(T) 2]);

    % Load the file
    filename = string(all(i).name);
    thisfile = load(directory + filename);

    % remove 0's
    rows_to_remove = find(thisfile(:,2) == 0);
    thisfile(rows_to_remove,:) = [];

    % Find its first period index value
    period_begins = thisfile(1,1);
    period_ends = thisfile(end,1);

    % Replace the NaN's in the NaN vector with the actual data
    % Effectively we are putting NaN's for the period indices
    % for which we have no data

```

```

Nanvec(period_begins:period_ends,:) = thisfile;

% Save the NaN replaced data in the output1 directory
save(outputNaN + string(all(i).name(1:end-8)) + ...
      "_NaN.txt", "Nanvec", '-ascii')
end

```

Find sources and receivers:

```

%% % Convert period vector to period indices
%% % 1,2,...,last index
% T = (1:length(T))';
% Load NaN replaced data
all = dir(outputNaN + "*.txt");
% Create a sources vector and a receivers vector
% containing their names
sources = string([1 length(all)]);
receivers = string([1 length(all)]);
for i = 1:length(all)
    sources(i) = string(extractBefore(all(i).name, '-'));
    receivers(i) = string(extractBetween(all(i).name, '-', '_'));
end

```

Create the needed file format:

```

% Find the unique sources from the sources vector
u_sources = unique(sources);
ALL = [];
% For each period index ...
for period_index = 1:numel(T)

    % Initialize data and
    data = [];
    first_source_combine = [];

```

```

% For each unique source ...
for k = 1:numel(u_sources)

    % Load the files corresponding to that source
    u_source_files = dir(outputNaN + u_sources(k) + "*.txt");

    % Load the latitude and longitude of that source
    sloc = load("locations/" + u_sources(k) + '.txt');
    slat = sloc(1); slon = sloc(2);

    % Load the receivers corresponding to that source
    corresponding_recs = strings([1 length(u_source_files)]);
    for i = 1:length(u_source_files)
        corresponding_recs(i) = string(extractBetween(u_source_files(i).name, '-', '_'));
    end

    % For each file corresponding to that unique source
    % "concatenate" the pair-receiver data side to side in the
    % matrix called data, in which columns 1:2 is the period-vel for that
    % unique source with the 1st receiver, columns 3:4 with the 2nd
    % etc
    fn = strings([1 length(u_source_files)]);
    for i = 1:length(u_source_files)
        fn(i) = string(u_source_files(i).name);
        thisfile = load(outputNaN + fn(i));
        data(:,2*i-1:2*i) = thisfile;
    end

    % Create the source line
    if wave_type == "Rayleigh"
        src_line = ["#" " " " slat slon period_index 2 1];
    end
end

```

```

elseif wave_type == "Love"
    src_line = ["#" " " slat slon period_index 1 1];
end

% Initialize counter and rec_lines
counter = 0;
rec_lines = [];

% For each corresponding receiver ...
for j = 1:numel(corresponding_recs)

    % Load its location data
    rec_one = corresponding_recs(j);
    rloc = load("locations/" + rec_one + ".txt");
    rlat = rloc(1); rlon = rloc(2);

    % Find the velocity value for that period index
    velocity = data(period_index,2*j);

    % If there exists such a velocity value
    if ~isnan(velocity)

        % Add the following line in the counter position
        counter = counter +1;
        rec_lines(counter,:) = [" " rlat rlon velocity NaN NaN NaN];
    end
end

% Only if there were at least one
% velocity value for all receivers ...
if ~isempty(rec_lines)

```

```

% Combine the source line and receiver lines
combine = [src_line;rec_lines];

% Then for the next unique source concatenate the
% next source line and receiver lines
first_source_combine = [first_source_combine;combine];
end
end

% Then for the next period index concatenate
% the previous results
ALL = [ALL;first_source_combine];
end

```

Save results:

```

% ALL(ismissing(ALL)==1)='';
v1 = ALL(:,1);v2 = ALL(:,2);v3 = ALL(:,3);
v4 = ALL(:,4);v5 = ALL(:,5);v6 = ALL(:,6);v7 = ALL(:,7);
T = table(v1,v2,v3,v4,v5,v6,v7);
T = removevars(T, 'v6_1');
writetable(T, final_result + 'Dyt_El ' + wave_type + '.txt',...
'Delimiter',' ','WriteVariableNames',false)

```

PLOT

**Load and interpolate data**

```

clear all
close all force

Data = load ("DSurfTomo.inMeasure.dat");

```

```

x = Data(:,1);
y = Data(:,2);
z = Data(:,3);
c = Data(:,4);
F = scatteredInterpolant(x,y,z,c);

N = 150;
xvec = linspace(min(x),max(x),N);
yvec = linspace(min(y),max(y),N);
zvec = linspace(min(z),max(z),N);
[xq,yq,zq] = meshgrid(xvec,yvec,zvec);

vq = F(xq,yq,zq);

```

### Load station locations

```

AMPL = load("locations/AMPL.txt");
AXS = load("locations/AXS.txt");
DMLN = load("locations/DMLN.txt");
DRAG = load("locations/DRAG.txt");
EVGI = load("locations/EVGI.txt");
FSK = load("locations/FSK.txt");
LKD2 = load("locations/LKD2.txt");
NYDR = load("locations/NYDR.txt");
PDO = load("locations/PDO.txt");
PLEV = load("locations/PLEV.txt");
PVO = load("locations/PVO.txt");
TSLK = load("locations/TSLK.txt");
UPR = load("locations/UPR.txt");

```



```

VLS = load("locations/VLS.txt");
VVK = load("locations/VVK.txt");

lats = [AMPL(2) AXS(2) DMLN(2) DRAG(2) EVGI(2) FSK(2) LKD2(2) NYDR(2) PDO(2) PLEV(2)
PVO(2) TSLK(2) UPR(2) VLS(2) VVK(2)];
lons = [AMPL(1) AXS(1) DMLN(1) DRAG(1) EVGI(1) FSK(1) LKD2(1) NYDR(1) PDO(1) PLEV(1)
PVO(1) TSLK(1) UPR(1) VLS(1) VVK(1)];

c = cellstr(["AMPL", "AXS", "DMLN", "DRAG", "EVGI", "FSK", "LKD2", "NYDR", "PDO", "PLEV",
"PVO", "TSLK", "UPR", "VLS", "VVK"]);

dx = 0.03;
dy = -0.01;

```

### Horizontal slices

```

% vals = min(z):0.5:max(z);
% f = figure;
% h = slice(xq, yq, zq, vq, [], [], vals(1));
% for id = vals
%   delete(h);
%   h = slice(xq, yq, zq, vq, [], [], id);
%   set(gca, 'ZDir', 'reverse');
% %   title("Descending horizontal slices")
%   subtitle(sprintf('Depth: %0.2f km', id), 'fontsize', 18)
%   xlabel("Longitude")
%   ylabel("Latitude")
%   zlabel("Altitude")
% %   axis equal
%   zlim([min(z) max(z)]);

```

```

% xlim([min(x) max(x)]);
% ylim([min(y) max(y)]);
% b = colorbar;
% view(2)
%% annotation(f,'line',[0.119642857142857 0.119642857142857],...
%% [0.784714285714288 0.902380952380955],...
%% 'Color',[0.494117647058824 0.184313725490196 0.556862745098039],...
%% 'LineWidth',1);
%% annotation(f,'textbox',...
%% [0.0785714285714285 0.71904761904762 0.0874999999999999
0.0428571428571431],...
%% 'Color',[0.494117647058824 0.184313725490196 0.556862745098039],...
%% 'String','111.19m',...
%% 'FitBoxToText','off');
% ylabel(b, 'Shear velocity (km/s)')
% shading interp
% colormap jet
% hold on
%% scatter3(lats,lons,[id id id id id],100,"white","filled","^")
%% T = text(lats+dx,lons+dy,c,"Color","white");
% pause(0.8);
% saveas(f,"Depth" + string(id) + '.bmp');
% end
% save("vals.mat","vals","-mat")

```

## Cross-sections

```

% lon = xvec; lat = yvec;
%
%% Specify initial(ptA) and final(ptB) points for oblique slices
% ptA = [max(lat) min(lon)];
% ptB = [min(lat) max(lon)];

```

```

%
% a = (ptB(1) - ptA(1))/(ptB(2)-ptA(2));
% b = ptA(1) - a * ptA(2);
% [zsurf,xsurf] = meshgrid(zvec,xvec);
% ysurf = a*xsurf+b;
%
% f = figure(2);
% V = slice(xq, yq, zq, vq, [], [], 2.5);
V = slice(xq, yq, zq, vq, [0, 21], 38.4, []);
% V = slice(xq, yq, zq, vq, [21.7265,21.7245], [], [0.04]);
shading interp
% title("Pylos 3d tomo")
% subtitle("A. Constant latitude cross-sections")
xlabel("Longitude")
ylabel("Latitude")
zlabel("Depth (km)")
zlim([min(z) max(z)]);
xlim([min(x) max(x)]);
ylim([min(y) max(y)]);
colormap jet;
b = colorbar;
b.Direction = "reverse";
% b.Location = "westoutside";
% b.Location = "southoutside";
ylabel(b,'Vs (km/s)')
set(gca,'ZDir','reverse');
% view([-151.7511 17.7215])

view([-151.7511+90 17.7215])

```

## Find 1D profile at a specific location

```
% read results
Tomo = readtable("DSurfTomo.inMeasure.dat","ReadVariableNames",true);
% depth vector
depths = unique(Tomo.Dep);
% velocity vector from inversion program output
for i = 1:numel(depths)
    V(i,1) = F(21.0,38.4,-depths(i));
end
```

Zig-zag plot

```
for j = 1:numel(V)-1
    Vm(j,1) = (V(j)+V(j+1))/2;
end

range = abs(diff(V));

R = 1000;
Dp = 0;
Vs = zeros([numel(depths) 1]);
sigmas = NaN([R*(numel(depths)-1),1]);
for i = 2:numel(depths)
    Dp(R*(i-1)-(R-1):R*(i-1),1)=linspace(depths(i-1),depths(i),R);
    Vs(R*(i-1)-(R-1):R*(i-1),1)=repmat(Vm(i-1),[R 1]);
    pl = round((R*(i-1)+R*(i-1)-(R-1))/2);
    sigmas(pl,1) = range(i-1);
end

e = errorbar(Dp,Vs,sigmas,"r");
hold on
```

```

plot(Dp,Vs,"r","LineWidth",2);
legend("location (21.727,36.909)")
xlabel("depth (km)")
ylabel("Vs (km/s)")
camroll(-90)

```

Data plot

```

% plot(depths,V,"ms--","MarkerFaceColor","b")
% xlabel("depth (km)")
% ylabel("Vs (km/s)")
% axis equal
% % ylim([min(Vs) max(Vs)]);
% % xlim([min(Dp) max(Dp)]);
% camroll(-90)

```

Velocity vector from 3D interpolation

```

% z=-z;
% zvec = linspace(min(z),max(z),100);
%
% for i = 1:numel(zvec)
%   V(i,1) = F(21.7267,36.9072,-zvec(i));
% end
%
% V = flipud(V);
%
% for j = 1:numel(V)-1
%   Vm(j,1) = (V(j)+V(j+1))/2;
% end
%
% R = 10;
% Dp = 0;
% Vs = zeros([numel(zvec) 1]);

```

```
% for i = 2:numel(zvec)
%   Dp(R*(i-1)-(R-1):R*(i-1),1)=linspace(zvec(i-1),zvec(i),R);
%   Vs(R*(i-1)-(R-1):R*(i-1),1)=repmat(Vm(i-1),[R 1]);
% end
%
% plot(Dp,Vs,"g","LineWidth",2)
% xlabel("depth (km)")
% ylabel("Vs (km/s)")
% camroll(-90)
```

## Βιβλιογραφία

Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (1972). Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Washington, DC: United States Department of Commerce, National Bureau of Standards.

Aki, K. (1957). Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors. Bulletin of the Earthquake Research Institute, 35, 415-457. <https://doi.org/10.15083/0000033938>.

Aki, K. (1965). A note on the use of microtremors in determining the shallow structures of the Earth's crust. Geophysics, 30, 665-666. <https://doi.org/10.1190/1.1439640>.

Aki, K., & Richards, P. G. (2002). Quantative Seismology (2nd Edition). Sausalito, CA: University Science Books.

Anthymidis, M., Papazachos, C., Ohrnberger, M., Savvaidis, A., Theodoulidis, N., & Oikonomou, D. (2022). Evaluation of the 3D Near-Surface Velocity Structure in an Urban Environment from Ambient Noise Array Tomography: The Case of the City of Thessaloniki (Northern Greece). Bulletin of the Seismological Society of America, 112(5), 2587-2605. <https://doi.org/10.1785/0120220004>.

Arfken, G. (2005). Mathematical Methods for Physicists (6<sup>th</sup> Edition). San Diego, California, USA: Academic Press.

Arfken, G. B., & Weber, H. J. (1995). Mathematical Methods for Physicists (4th Edition). San Diego, California, USA: Academic Press.

Arminzadeh, F., & Dasgupta, S. N. (2013). Geophysics for Petroleum Engineers (Vol. 60). Developments in Petroleum Science, Oxford, Great Britain: Elsevier.

Aster, R. C., Borchers, B., & Thurber, C. H. (2018). Parameter Estimation and Inverse Problems (3rd Edition). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/C2015-0-02458-3>.

Aubouin, J. (1958). A propos de la série Adriatico - Ionienne. Essai de corélation stratigraphique en Epire. Ann. Geol. De Pays Hellen., 9, 1711-1783.

Aubouin, J. (1959). Contribution à l'étude géologique de la Grèce septentrionale: Les confins de l'Epire et de la Thessalie, Grece. An. Géol. Pays Hellén., 10, 1-483.

Banjeri, S. K. (1925). Microseisms and the Indian monsoon. Nature, 116, 866. <https://doi.org/10.1038/116866b0>.

Barmin, M. P., Ritzwoller, M. H., & Leshvin, A. L. (2001). A Fast and Reliable Method for Surface Wave Tomography. *Pure Appl. Geophys.*, 158, 1351-1375. <https://doi.org/10.1007/PL00001225>.

Bendat, J. S., & Piersol, A. G. (2010). *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118032428>.

Ben-Israel, A., & Greville, T. N. (2003). *Generalized Inverses: Theory and Applications* (2nd Edition). (J. Borwein, & P. Borwein, Eds.). NY, USA: Springer.

Bensen, G. D., Ritzwoller, M. H., Barmin, M. P., Levshin, A. L., Lin, F., Moschetti, M. P., Shapiro, N. M., Yang, Y. (2007). Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements. *Geophys. J. Int.*, 169(3), 1239-1260. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03374.x>.

Bertsekas, D. P., & Tsitsiklis, J. N. (2008). *Introduction to Probability* (2nd Edition). Belmont, Massachusetts, United States of America: Athena Scientific.

Beyreuther, M., Barsch, R., Krischer, L., Megies, T., Behr, Y., & Wassermann, J. (2010). ObsPy: A Python Toolbox for Seismology. *Seismological Research Letters*, 81(3), 530-533. <https://doi.org/10.1785/gssrl.81.3.530>.

Bleistein, N., Cohen, J., & Stockwell, J. (2001). *Mathematics of multidimensional seismic imaging, migration, and inversion*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0001-4>.

Bormann, P. (2012). *New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP-2)*. Potsdam, Germany: Deutsches GeoForschungsZentrum, IASPEI.

Bornovas, J. M. (1964). *Η Γεωλογία της Νήσου Λευκάδος*. Αθήνα: Ινστιτούτο Γεωλογίας και ερευνών υπεδάφους.

Bornovas, J. and Rondoyanni, Th. (1983) *Geological Map of Greece, Scale 1:500.000*. Institute of Geology and Mineral Exploration, Greece.

Borowski, E. J., & Borwein, J. M. (2002). *Collins Dictionary of Mathematics* (2nd Edition). London: Collins.

Boué, P., Poli, P., Campillo, M., Pedersen, H., Briand, X., & Roux, P. (2013). Teleseismic correlations of ambient seismic noise for deep global imaging of the Earth. *Geophys. J. Int.*, 194, 844-848. <https://doi.org/10.1093/gji/ggt160>.

BP (British Petroleum Company Limited) (1971). *The Geological Results of Petroleum Exploration in Western Greece*. Institute of Geology Subsurface Research, Athens, 10(73).



Bracewell, R. N. (1999). *The Fourier Transform and Its Applications*. Singapore: McGraw-Hill.

Brenguier, F., Shapiro, N. M., Campillo, M., Nercessian, A., & Ferrazzini, V. (2007). 3D surface wave tomography of the Piton de la Fournaise volcano using seismic noise correlations. *Geophys. Res. Lett.*, 34(L02305). <https://doi.org/10.1029/2006GL028586>.

Briechle, K., & Hanebeck, U. D. (2001, March 20). Template matching using fast normalized cross correlation. *SPIE Proceedings*, 4387, 95-102. <https://doi.org/10.1117/12.421129>.

Brocher, T. M. (2005). Empirical relations between elastic wavespeeds and density in the Earth's crust. *Bull. seism. Soc. Am.*, 95(6), 2081-2092. <https://doi.org/10.1785/0120050077>.

Brown, J. W., & Churchill, R. V. (2014). *Complex variables and applications* (9th Edition). NY, USA: McGraw-Hill.

Brunn, J. H. (1960). Les zones helléniques internes et leur extension, Réflexions sur l'orogénèse alpine. *Bull. Soc. Géol. France*, 7(II), 470-486. <https://doi.org/10.2113/gssgfbull.S7-II.4.470>.

Burbank, J. E. (1912). Microseisms caused by frost action. *Am. J. Sci*, 33, 474-475. <https://doi.org/10.2475/ajs.s4-33.197.474>.

Callaghan, T., Czink, N., Paulraj, A., & Papanicolaou, G. (2011). Correlation-based radio localization in an indoor environment. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2011, 135:1-15. <https://doi.org/10.1186/1687-1499-2011-135>.

Campillo, M. (2006). Phase and correlation in "random" seismic fields and the reconstruction of the Green function. *Pure Appl. Geophys.*, 163, 475-502. <https://doi.org/10.1007/s00024-005-0032-8>.

Campillo, M., & Paul, A. (2003). Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science*, 299, 547-549. <https://doi.org/10.1126/science.1078551>.

Campillo, M., Singh, S. K., Shapiro, N., Pacheco, J., & Herrmann, R. B. (1996). Crustal structure south of the Mexican volcanic belt, based on group velocity dispersion. *Geofis. Int.*, 35(4), 361-370. <https://doi.org/10.22201/igeof.00167169p.1996.35.4.529>.

Cauchy, A. (1847). Méthode générale pour la résolution des systèmes d'équations simultanés. *C. R. Acad. Sci.*, 25, 536-538.

Červený , V., & Firbas, P. (1984). Numerical modelling and inversion of travel times of seismic body waves in inhomogeneous anisotropic media. *Geophys. J. Royal Astr. Soc.*, 76, 41-51. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1984.tb05020.x>.

Červený , V., Klimes, L., & Psencik, I. (2006). Seismic ray method: Recent developments. *Advances in Geophysics*, 48. [https://doi.org/10.1016/S0065-2687\(06\)48001-8](https://doi.org/10.1016/S0065-2687(06)48001-8).

Chávez-García, F. J., & Luzón, F. (2005). On the correlation of seismic microtremors. *Journal of Geophysical Research*, 110, B11313-1–B11313-12. <https://doi.org/10.1029/2005JB003671>.

Claerbout, J. F. (1968). Synthesis of a Layered Medium from ITS Acoustic Transmission Response. *Geophysics*, 33(2), 264-269. <https://doi.org/10.1190/1.1439927>.

Curry, H. B. (1944). The method of steepest descent for non-linear minimization problems. *Quart. Appl. Math.*, 2, 258-261. <https://doi.org/10.1090/qam/10667>.

Curtis, A., Gerstoft, P., Sato, H., Snieder, R., & Wapenaar, K. (2006). Seismic interferometry - turning noise into signal. *The Leading Edge*, 25, 1082-92. <https://doi.org/10.1190/1.2349814>.

Daubechies, I. (1992). *Ten Lectures on Wavelets* (Vol. 61). SIAM. <https://doi.org/10.1137/1.9781611970104>.

Derode, A., Larose, E., Campillo, M., & Fink, M. (2003). How to estimate the Green's function of a heterogeneous medium between two passive sensors? Application to acoustic waves. *Applied Physics Letters*, 83, 3054-3056. <https://doi.org/10.1063/1.1617373>.

Derode, A., Larose, E., Tanter, M., de Rosny, J., Tourin, A., Campillo, M., & Fink, M. (2003). Recovering the Green's function from field-field correlations in an open scattering medium (L). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(6), 2973-2976. <https://doi.org/10.1121/1.1570436>.

Draganov, D., Campman, X., Thorbecke, J., Verdel, A., & Wapenaar, K. (2013). Seismic exploration-scale velocities and structure from ambient seismic noise (>1Hz). *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 118, 4345-60. <https://doi.org/10.1002/jgrb.50339>.

Draganov, D., Heller, K., & Ghose, R. (2012). Monitoring CO2 storage using ghost reflections retrieved from seismic interferometry. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 118, S35-S46. <https://doi.org/10.1016/j.ijggc.2012.07.026>.

Draganov, D., Wapenaar, K., & Thorbecke, J. (2006). Seismic interferometry: Reconstructing the earth's reflection response. *Geophysics*, 71(4), S161-S170. <https://doi.org/10.1190/1.2209947>.

Duffy, D. G. (2015). *Green's functions with applications*. NY, USA: CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781315371412>.

Dunkin, J. W. (1965). Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 55(2), 335-358. <https://doi.org/10.1785/BSSA0550020335>.

Duvall, T. L., Jefferies, S. M., Harvey, J. W., & Pomerantz, M. A. (1993). Time-distance helioseismology. *Nature*, 362, 430-432. <https://doi.org/10.1038/362430a0>.

Dziewonski, A. M., Bloch, S., & Landisman, M. (1969). A technique for the analysis of transient seismic signals. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 59, 427-44. <https://doi.org/10.1785/BSSA0590010427>.

Edwards, Jr., C. H., & Penney, D. E. (1982). *Calculus and Analytic Geometry* (2nd Edition). New Jersey, USA: Prentice-Hall.

Fang, H., & Zhang, H. (2014). Wavelet-based double-difference seismic tomography with sparsity regularization. *Geophys. J. Int.*, 199(2), 944-955. <https://doi.org/10.1093/gji/ggu305>.

Fang, H., Yao, H., Zhang, H., Huang, Y.-C., & van der Hilst, R. D. (2015). Direct inversion of surface wave dispersion for three-dimensional shallow crustal structure based on ray tracing: methodology and application. *Geophysical Journal International*, 201, 1251-1263. <https://doi.org/10.1093/gji/ggv080>.

Farlow, S. J. (1982). *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. New York, USA: Dover Publications, Inc.

Gabriels, P., Snieder, R., & Nolet, G. (1987). In situ measurements of shear-wave velocity in sediments with higher-mode Rayleigh waves. *Geophysical Prospecting*, 35, 187-196. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1987.tb00812.x>.

Garnier, J., & Papanicolaou, G. (2016). *Passive Imaging with Ambient Noise*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781316471807>.

Geortzel, G., & Tralli, N. (1960). *Some mathematical models of physics*. New York, USA: McGraw-Hill Book Co.

Giannopoulos, D., Rivet, D., Sokos, E., Deschamps, A., Mordret, A., Lyon-Caen, H., Bernard, P., Paraskevopoulos, P., Tselentis, A. (2017). Ambient noise tomography of the western Corinth Rift, Greece. *Geophys. J. Int.*, 211(1), 284-299. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx298>.

Gilbert, F., & Backus, G. E. (1966). Propagator matrices in elastic wave and vibration problems. *Geophysics*, 31, 326-32. <https://doi.org/10.1190/1.1439771>.

Gucunski, N., & Woods, R. D. (1992). Numerical simulation of the SASW test. *Soil. Dyn. Earthquake Eng. J.*, 11(4), 213-27. [https://doi.org/10.1016/0267-7261\(92\)90036-D](https://doi.org/10.1016/0267-7261(92)90036-D).

Hadamard, J. (1907). Mémoire sur le problème d'analyse relatif à l'équilibre des plaques élastiques encastrées. Mémoires présentés par divers savants étrangers à l'Académie des Sciences de l'Institut de France, 33. Paris : Imprimerie nationale.

Haskell, N. A. (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 43, 17-34. <https://doi.org/10.1785/BSSA0430010017>.

Haslinger, F., Kissling, E., Ansorge, J., Hatzfeld, D., Papadimitriou, E., Karakostas, V., Makropoulos, K., Kahle, H. G., Peter, Y. (1999). 3D crustal structure from local earthquake tomography around the Gulf of Arta (Ionian region, NW Greece). *Tectonophysics*, 304(3), 201-218. [https://doi.org/10.1016/S0040-1951\(98\)00298-4](https://doi.org/10.1016/S0040-1951(98)00298-4).

Hasselmann, K. (1963). A statistical analysis of the generation of microseisms. *Rev. Geophys.*, 1(2), 177-210. <https://doi.org/10.1029/RG001i002p00177>.

Haubrich, R. A., & McCamy, K. (1969). Microseisms: coastal and pelagic sources. *Bull. Seis. Soc. Am.*, 7(3), 539-571. <https://doi.org/10.1029/RG007i003p00539>.

Hauser, A. A. (1971). *Complex Variables with Physical Applications*. (R. Mehra, Ed.) New York, United States of America: Simon & Schuster.

Havskov, J., & Alguacil, G. (2010). *Instrumentation in Earthquake Seismology*. Springer. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-21314-9>.

Herrin, E. E., & Goforth, T. T. (1977). Phase-matched filters: Application to the study of Rayleigh Waves. *Bull. seism. Soc. Am.*, 67, 1259-1275. <https://doi.org/10.1785/BSSA0670051259>.

Herrmann, R. B. (2001). *Computer programs in seismology - an overview of synthetic seismogram computation Version 3.1*. Department of Earth and Planetary Sciences, St Louis University. Ημερομηνία ανάκτησης 22 Ιουνίου, 2022, από [https://www.eas.slu.edu/eqc/eqc\\_cps/CPS/CPS330/cps330o.pdf](https://www.eas.slu.edu/eqc/eqc_cps/CPS/CPS330/cps330o.pdf).

IGRS - IFP (Institut de Géologie et Recherches du Sous-sol-Institut Français du Pétrole) (1966). Etude géologique de l'Epire (Grèce nord-occidentale). Paris: Editions Technip.

Jacobshagen, V., Risch, H., & Roeder, D. (1976). Die eohellenische Phase, Definition & Interpretation. *Z. Deur. Geol. Ges.*, 127, 133-145. <https://doi.org/10.1127/zdgg/127/1976/133>.

Jensen, F. B., Kuperman, W. A., Porter, M. B., & Schmidt, H. (2011). *Computational Ocean Acoustics*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8678-8>.

Jia, J. (2018). *Soil Dynamics and Foundation Modeling*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-40358-8>.

Joshi, A. W. (1984). *Matrices and Tensors in Physics (2nd Edition)*. New Delhi: Wiley Eastern Limited.

Karakitsios, V. (1995). The influence of preexisting structure and halokinesis on organic matter preservation and thrust system evolution in the Ionian Basin, northwest Greece. *Bull. Am. Ass. Petr. Geol.*, 79, 960-980. <https://doi.org/10.1306/8D2B2191-171E-11D7-8645000102C1865D>.

Karakitsios, V., & Rigakis, N. (2007). Evolution and petroleum potential of Western Greece. *Journal of Petroleum Geology*, 30(3), 197-218. <https://doi.org/10.1111/j.1747-5457.2007.00197.x>.

Kaviris, G., Millas, C., Spingos, I., Kapetanidis, V., Fountoulakis, I., Papadimitriou, P., Voulgaris, N., & Makropoulos, K. (2018). Observations of shear-wave splitting parameters in the Western Gulf of Corinth focusing on the 2014 Mw = 5.0 earthquake. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 282, 60-76. <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2018.07.005>.

Kennet, B. L. (2009). *Seismic wave propagation in stratified media*. Canberra ACT 0200, Australia: ANU E Press. [https://doi.org/10.26530/OAPEN\\_459524](https://doi.org/10.26530/OAPEN_459524).

Klotz, O. (1910). Microseisms. *Science*, 32, 252-254. <https://doi.org/10.1126/science.32.816.252>.

Knopoff, L. (1964). A matrix method for elastic wave problems. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 54, 431-8. <https://doi.org/10.1785/BSSA0540010431>.

Kokinou, E., Kamberis, E., Vafidis, A., Monopolis, D., Ananiadis, G., & Zelilidis, A. (2005). Deep Seismic Reflection Data from Offshore Western Greece: A New Crustal Model for the Ionian Sea. *Journal of Petroleum Geology*, 28(2), 185-202. <https://doi.org/10.1111/j.1747-5457.2005.tb00079.x>.

Kong, Q., Siau, T., & Bayen, A. (2020). Python Programming and Numerical Methods. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2018-0-04165-1>.

Koukouvelas, J. (2022). Κεφάλαιο 4<sup>ο</sup>: Ιόνια Ενότητα. Πλατφόρμα Τηλεκπαίδευσης Πανεπιστημίου Πατρών. Ημερομηνία ανάκτησης 20 Ιουνίου, 2022, από <https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/GEO356/%CE%9A%CE%B5%CF%86%CE%AC%CE%BB%CE%B1%CE%B9%CE%BF%204%20%CF%84%CE%B5%CE%BB.ppt>

Koutsopoulos, J. (2022). Αρχιτεκτονική Υπολογιστών. Σελίδες Χρηστών, Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών – Τμήμα Πληροφορικής. Ημερομηνία ανάκτησης 12 Ιουνίου, 2022, από [http://pages.cs.aueb.gr/courses/epl131/files/Ch02\\_Data\\_Manipulation.pdf](http://pages.cs.aueb.gr/courses/epl131/files/Ch02_Data_Manipulation.pdf).

Kulhànek, O. (1997). Anatomy of Seismograms. Amsterdam: Elsevier.

Kumar, J. (2011). A study on determining the theoretical dispersion curve for Rayleigh wave propagation. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 31, 1196-1202. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.04.003>.

Lampert, L. (1979). How to Make a Multiprocessor Computer That Correctly Executes Multiprocess Programs. IEEE Transactions on Computers, C-28(9), 690-691. <https://doi.org/10.1109/TC.1979.1675439>.

Larose, E., Margerin, L., Derode, A., van Tiggelen, B., Campillo, M., Shapiro, N., Paul, A., Stehly, L., Tanter, M. (2006). Correlation of random wavefields: An interdisciplinary review. Geophysics, 71. <https://doi.org/10.1190/1.2213356>.

Lay, T., & Wallace, T. C. (1995). Modern Global Seismology. San Diego, California, USA: Academic Press.

Lekkas, E., Danamos, G., & Maurikas, G. (2001). Geological Structure and Evolution of Kefallonia and Ithaki islands. Bulletin of the Geological Society of Greece, 34(1). <https://doi.org/10.12681/bgsg.16938>.

Leshvin, A. L., & Ritzwoller, M. H. (2001). Automated detection, extraction, and measurement of regional surface waves. Pure appl. Geophys., 158(8), 1531-1545. <https://doi.org/10.1007/PL00001233>.

Leshvin, A. L., Pisarenko, V. F., & Pogradinsky, G. A. (1972). On a frequency-time analysis of oscillations. Ann. Geophys., 28, 211-218.

Leshvin, A. L., Yanovskaya, T. B., Lander, A. V., Bukchin, B. G., Barmin, M. P., Ratnikova, L. I., & Its, E. N. (1989). Seismic Surface Waves in a Laterally Inhomogeneous Earth. (V. I. Keilis-Borok, Ed.). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Lin , F. C., Li, R., Clayton, R. W., & Hollis, D. (2013). High-resolution 3D shallow crustal structure in Long Beach, California: Application of ambient noise tomography on a dense seismic array. *Geophysics*, 78(4). <https://doi.org/10.1190/geo2012-0453.1>.

Lin, F.-C., Ritzwoller, M. H., & Shapiro, N. M. (2006). Is ambient noise tomography across ocean basins possible? *Geophysical Research Letters*, 33(L14304). <https://doi.org/10.1029/2006GL026610>.

Lin, F.-C., Tsai, V. C., Schmandt, B., Duputel, Z., & Zhan, Z. (2013). Extracting seismic core phases with array interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 40. <https://doi.org/10.1002/grl.50237>.

Liu, Y., Farquharson, C. G., Yin, C., & Baranwal, V. C. (2017). Wavelet-based 3-D inversion for frequency-domain airborne EM data. *Geophys. J. Int.*, 213(1), 1-15. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx545>.

Liu, C., Yao, H., Yang, H.-Y., Weisen, S., Fang, H., Hu, S., & Qiao, L. (2019). Direct Inversion for Three-Dimensional Shear Wave Speed Azimuthal Anisotropy Based on Surface Wave Ray Tracing: Methodology and Application to Yunnan, Southwest China. *Journal of Geophys. Research: Solid Earth*, 124(11), 11394-11413. <https://doi.org/10.1029/2018JB016920>.

Lobkis, O. I., & Weaver, R. L. (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *J. Acoust. Soc. Am.*, 110, 3011-3017. <https://doi.org/10.1121/1.1417528>.

Loercher, F., & Keller, T. (1985). Preparation techniques for material from the Posidonenschiefer (Lias Epsilon, upper Liassic) of Germany. *Gcg: the geological curator*, 4(3), 164-168. <https://doi.org/10.55468/GC749>.

Longuet-Higgins, M. S. (1950). A theory of the origin of microseisms. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 243(857), 1-35. <https://doi.org/10.1098/rsta.1950.0012>.

Lysmer, J. (1970). Lumped mass method for Rayleigh waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 60(1), 89-104. <https://doi.org/10.1785/BSSA0600010089>.

Malvern, L. E. (1969). *Introduction to the mechanics of a continuous medium*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.



Mattuck, A., Miller, H., Jerison, D., French, J., & Orloff, J. (2007). Ordinary Differential Equations. Ημερομηνία ανάκτησης 12 Ιουλίου, 2022 από [https://math.mit.edu/~jorloff/supnnotes/supnnotes03/1803SupplementaryNotes\\_full.pdf](https://math.mit.edu/~jorloff/supnnotes/supnnotes03/1803SupplementaryNotes_full.pdf).

Mavromatidis, A. (2009). Review of Hydrocarbon Prospectivity in the Ionian Basin, Western Greece. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, 31(7), 619-632. <https://doi.org/10.1080/15567030701746943>.

Miche, M. (1944). Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante. *Annales des Ponts et Chaussées*, 114, 42-78.

Μρογatzis, P. N. (2010). Συμβολή στη συνδυαστική τομογραφία διαφορετικών ειδών σεισμικών δεδομένων (PhD thesis). Thessaloniki: Aristotle University of Thessaloniki.

Nahakara, H. (2006). A systematic study of theoretical relations between spatial correlation and Green's function in one-, two- and three-dimensional random scalar wavefields (Vol. 167). *Geophys. J. Int.* <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03170.x>.

Nakamura, Y. (1989). A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface. *Q. Rep. Railw. Tech. Res. Inst.*, 30(1).

Nakata, N., Gualtieri, L., & Fichtner, A. (2019). *Seismic Ambient Noise*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108264808>.

Nakata, N., Snieder, R., Tsuji, T., Lerner, K., & Matsuoka, T. (2011). Shear wave imaging from traffic noise using seismic interferometry by cross-coherence. *Geophysics*, 76(6), 97-106. <https://doi.org/10.1190/geo2010-0188.1>.

Ng, A. (2022). CS229 Lecture Notes. Ημερομηνία ανάκτησης 1<sup>η</sup> Ιουνίου, 2022, από [https://cs229.stanford.edu/lectures-spring2022/main\\_notes.pdf](https://cs229.stanford.edu/lectures-spring2022/main_notes.pdf).

Papadimitriou, P., Kaviris, G., Makropoulos K. (2006). The MW = 6.3 2003 Lefkada earthquake (Greece) and induced stress transfer changes. *Tectonophysics*, 423, 73-82. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2006.03.003>.

Papanikolaou, D. (2015). *Γεωλογία της Ελλάδας*. Αθήνα: Πατάκη.

Papazachos, V. K., Karakasis, G. F., & Chatzidimitriou, P. M. (2005). *Introduction to Seismology*. Thessaloniki: Ziti.

Peck, R. B., Hanson, W. E., & Thornburn, T. H. (1974). *Foundation engineering*. New Jersey, USA: Wiley.

Penrose, R. (1955). A Generalized Inverse for Matrices. *Proc. Cambridge Phil Soc.*, 51, 406-413. <https://doi.org/10.1017/S0305004100030401>.



Perrier, R., & Koukoulas, K. (1967). Φύλλο Φιλιάτες, Γεωλογικός Χάρτης της Ελλάδας σε κλίμακα 1/50.000. ΙΓΜΕ.

Peterson, J. (1993). Observations and modeling of seismic background noise. U.S. Geol. Surv. Tech. Rept., 93-322, 1-95. <https://doi.org/10.3133/ofr93322>.

Prochazka, A., Gráfová, L., Vyšata, O., & Caregroup, N. (2011). Three-dimensional wavelet transform in multi-dimensional biomedical volume processing. Proceedings of the IASTED International Conference on Graphics and Virtual Reality. Cambridge, UK.

Rawlinson, N., & Sambridge, M. (2004). Wave front evolution in strongly heterogeneous layered media using the fast marching method. Geophys. J. Int., 156(3), 631-647. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02153.x>.

Rayleigh, L. (1885). On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. Proceedings of the London Mathematical Society, 1(1), 4-11. <https://doi.org/10.1112/plms/s1-17.1.4>.

Renz, C. (1957). Die vorneogene Stratigraphie der normal sedimentären Formationen Griechenlands. Institute of Geological Subsurface Research, Athens, 637.

Rhie, J., & Romanowicz, B. (2004). Excitation of Earth's incessant free oscillations by atmosphere-ocean-seafloor coupling. Nature, 431, 552-556. <https://doi.org/10.1038/nature02942>.

Ringler, A. T., & Bastien, P. (2020). A brief introduction to seismic instrumentation: Where does my data come from? Seismol. Res. Lett., 91(2A), 1074-1083, doi:10.1785/0220190214. <https://doi.org/10.1785/0220190214>.

Ritzwoller, M. H., & Leshvin, A. L. (1998) Eurasian surface wave tomography: Group velocities. J. Geophys. Res., 103, 4839-4878. <https://doi.org/10.1029/97JB02622>.

Ritzwoller, M. H., Lin, F.-C., & Weisen, S. (2011). Ambient noise tomography with a large seismic array. Comptes Rendus Geoscience, 343(8-9), 558-570. <https://doi.org/10.1016/j.crte.2011.03.007>.

Robinson, E. A. (1954). Predictive decomposition of time series with applications to seismic exploration (PhD thesis). Massachusetts Institute of Technology. Department of Geology; Massachusetts Institute of Technology. Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences. Ημερομηνία ανάκτησης 10 Ιουνίου, 2022, από <http://hdl.handle.net/1721.1/59629>.

Robinson, E. A., & Treitel, S. (2008). Digital Imaging and Deconvolution: The ABCs of Seismic Exploration and Processing. Society of Exploration Geophysicists. <https://doi.org/10.1190/1.9781560801610>.

Rorres, H. A. (1991). Elementary linear algebra (6th Edition). NY, USA: John Wiley & Sons.

Roux, P., Sabra, K. G., Kuperman, W. A., & Fehler, M. C. (2005). P-waves from cross-correlation of seismic noise. Geophys. Res. Lett., 32. <https://doi.org/10.1029/2005GL023803>.

Roux, P., Sabra, K. G., Kuperman, W., & Roux, A. (2005). Ambient noise cross correlation in free space: Theoretical approach. The Journal of the Acoustical Society of America, 117, 79–84. <https://doi.org/10.1121/1.1830673>.

Russell, D. W., Herrman, R. B., & Hwang, H. (1988). Application of frequency-variable filters to surface wave amplitude analysis. Bull. Seism. Soc. Am., 78(1), 339-354.

Sabra, K. G., Gerstoft, P., Roux, P., & Kuperman, W. A. (2005). Surface wave tomography from microseisms in Southern California. Geophys. Res. Lett., 32. <https://doi.org/10.1029/2005GL023155>.

Sabra, K. G., Roux, P., Gerstoft, P., Kuperman, W. A., & Fehler, M. C. (2006). Extracting coherent coda arrivals from cross correlations of long period seismic waves during the Mount St Helens 2004 eruption. Geophys. Res. Lett., 33(L06313). <https://doi.org/10.1029/2005GL025563>.

Sager, K., Boehm, C., Ermert, L., Krischer, L., & Fichtner, A. (2022). Global-Scale Full-Waveform Ambient Noise Inversion. JGR Solid Earth. <https://doi.org/10.1029/2019JB018644>.

Sambridge, M. (1999). Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm I. Searching a parameter space. Geophysical Journal International, 103, 4839-4878. <https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.1999.00876.x>.

Scherbaum, F. (2001). Of Poles and Zeros: Fundamentals of Digital Seismology. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6861-4>.

Schuster, G. T. (1998). Basics of Exploration Seismology and Tomography. Stanford Mathematical Geophysics Summer School Lectures. Ημερομηνία ανάκτησης 15 Ιουνίου, 2022 από <https://www.kau.edu.sa/Files/0052948/Subjects/Basic%20exploration%20seismology.pdf>.

Schuster, G. T. (2008). Seismic Interferometry. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511581557>.

Shapiro, N. M., & Campillo, M. (2004). Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 31, L07614. <https://doi.org/10.1029/2004GL019491>.

Shapiro, N. M., Campillo, M., Stehly, L., & Ritzwoller, M. H. (2005). High-Resolution Surface-Wave Tomography from Ambient Seismic Noise. *Science*, 307, 1615-1618. <https://doi.org/10.1126/science.1108339>.

Shearer, P. M. (2019). *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316877111>.

Sheriff, R. E., & Geldart, L. P. (1995). *Exploration Seismology* (2nd Edition). Cambridge, USA: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139168359>.

Simons, F. J., Ioris, I., Nolet, G., Daubechies, I. C., Voronin, S., Judd, J. S., Vetter, P. A., Charléty, J., Vonesch, C. (2011). Solving or resolving global tomographic models with spherical wavelets, and the scale and sparsity of seismic heterogeneity. *Geophys. J. Int.*, 187(2), 969-988. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05190.x>.

Smith III, J. O. (2007). *Introduction to digital filters with audio applications*. W3K Publishing. Ημερομηνία ανάκτησης 20 Μαΐου, 2022, από <https://ccrma.stanford.edu/~jos/filters/>.

Snieder, R. (2004). Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase. *Physical Review E*, 69, 046610. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.046610>.

Snieder, R., & Wapenaar, K. (2010). Imaging with ambient noise. *Physics Today*(63), 44-49. <https://doi.org/10.1063/1.3490500>.

Stein, S., & Wysession, M. (2003). *An introduction to Seismology, Earthquakes and Earth structure*. Oxford, UK: Blackwell Publishing.

Stewart, J. (2015). *Calculus* (8th Edition). Boston, USA: Cengage Learning.

Strang, G. (1991). *Calculus* (1st Edition). Massachusetts, USA: Wellesley-Cambridge Press.

Strang, G. (2016). *Introduction to Linear Algebra*. Massachusetts, USA: Wellesley-Cambridge Press.

Thomson, W. M. (1950). Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *J. Appl. Phys*, 21, 89-93. <https://doi.org/10.1063/1.1699629>.

Triantaphyllou, M. V. (2013). Calcareous nannofossil dating of Ionian and Gavrovo flysch deposits in the External Hellenic Carbonate Platform (Greece): overview and implications. *Tectonophysics*, 595-596, 235-249. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2012.05.007>.

Tselentis, A. (2006). Γενική Σεισμολογία Τόμος Α'. Αθήνα: Liberal Books.

Udías, A., & Buforn, E. (2018). Principles of Seismology. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781316481615>.

Underhill, J. (1989). Late Cenozoic deformation of the Hellenide foreland, Western Greece. *Bull. Geol. Soc. Am.*, 101(5), 613-634. [https://doi.org/10.1130/0016-7606\(1989\)101%3C0613:LCDOTH%3E2.3.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1989)101%3C0613:LCDOTH%3E2.3.CO;2).

van Tiggelen, B. A. (2003). Green function retrieval and time reversal in a disordered world. *Physical Review Letters*, 91. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.243904>.

Virieux, J. (1986). P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 51, 889-901. <https://doi.org/10.1190/1.1442147>.

Virieux, J., & Farra, F. (1991). Ray tracing in 3-d complex isotropic media: An analysis of the problem. *Geophysics*, 56, 2057-2069. <https://doi.org/10.1190/1.1443018>.

Vlachou, E. (2018). Σχεδίαση εφαρμογών υψηλής απόκρισης με χρήση μοτίβων ασύγχρονου προγραμματισμού και γλώσσα προγραμματισμού C# (MSc). Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου. Ημερομηνία ανάκτησης 19 Ιουνίου, 2022 από <https://amitos.library.uop.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/3926/Effie%20Vlahou%20MSc-final.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

Wapenaar, K. (2006). Seismic interferometry for passive and exploration data: Reconstruction of internal multiples. 76th Ann. Internat. Mtg., SEG Expanded Abstracts, 2981-2985. <https://doi.org/10.1190/1.2370147>.

Wapenaar, K., & Fokkema, J. (2006). Green's function representations for seismic interferometry. *Geophysics*, 71(4), S133-S146. <https://doi.org/10.1190/1.2213955>.

Wapenaar, K., Fokkema, J., & Snieder, R. (2005). Retrieving the Green's function in an open system by cross-correlation: a comparison of approaches. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(5), 2783-2786. <https://doi.org/10.1121/1.2046847>.

Wapenaar, K., Slob, E., Snieder, R., & Curtis, A. (2010). Tutorial on seismic interferometry: Part 2 - Underlying theory and new advances. *Geophysics*, 75(5), 211-227. <https://doi.org/10.1190/1.3463440>.

Wathelet, M., Jongmans, D., & Ohrnberger, M. (2004). Surface-wave inversion using a direct search algorithm and its application to ambient vibration measurements. *Near Surface Geophysics*, 2, 211-221. <https://doi.org/10.3997/1873-0604.2004018>.

Weisstein, E. W. (2022). MathWorld - A Wolfram Web Resource. Ημερομηνία ανάκτησης 10 Ιουνίου, 2022, από <https://mathworld.wolfram.com/Moore-PenroseMatrixInverse.html>.

Welch, P. D. (1967). The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, AU-15(2), 70-73. <https://doi.org/10.1109/TAU.1967.1161901>.

Wielandt, E. (2012). Seismic sensors and their calibration, *New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP-2)*. (P. Bormann, Ed.) Potsdam, Germany: Deutsches GeoForschungsZentrum, IASPEI.

Wiener, N. (1964). *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*. Cambridge, Mass: MIT Press.

World Health Organization (2006). WHO child growth standards: length/height-for-age, weight-for-age, weight-for-length, weight-for-height and body mass index-for-age: methods and development. Ημερομηνία ανάκτησης 14 Μαΐου 2022, από <https://www.who.int/publications/i/item/924154693X>.

Xu, Y., Xia, J., & Miller, R. D. (2005). Finite-difference Modeling of High-frequency Rayleigh waves. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2005*, (pp. 1057-1060). <https://doi.org/10.1190/1.2147862>.

Yao, H., van der Hilst, R. D., & de Hoop, M. V. (2006). Surface-wave array tomography in SE Tibet from ambient seismic noise and two-station analysis - I. Phase velocity maps. *Geophysical Journal International*, 166(2), 732-744. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03028.x>.

Yilmaz, O., & Cumro, D. (1983). *Worldwide assortment of field seismic records*. Tech. Rep. Houston, USA: Western Geophysical Company.

Young, D. H. (1994). Πανεπιστημιακή Φυσική (8th Edition). Αθήνα: Εκδόσεις Παπαζήση.

Zomorodian, S., & Hunaidi, O. (2006). Inversion of SASW dispersion curves based on maximum flexibility coefficients in the wave number domain. *Soil Dyn. Earthquake Eng. J.*, 26, 735-52. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.12.009>.