



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
———— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 ————

Σχολή Επιστημών της Αγωγής
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Διδακτική των Μαθηματικών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και
Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση»

Κατεύθυνση
«Διδακτική των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

που εκπονήθηκε για τη χορήγηση
Διπλώματος Μεταπτυχιακών Σπουδών
από την Σοφία Κονταδάκη

(Α.Μ. 7981170220017)

**ΘΕΜΑ: «Η ΑΙΣΘΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΣΤΙΣ ΠΡΩΤΕΣ ΤΑΞΕΙΣ ΤΟΥ
ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ»**

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

κ.Μούτσιος-Ρέντζος Ανδρέας	Επίκουρος Καθηγητής	Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικό & Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών	Επιβλέπων
κ. Κολέζα Ευγενία	Καθηγήτρια	Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Πατρών	Μέλος
κ. Νικολαντωνάκης Κωνσταντίνος	Καθηγητής	Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας	Μέλος

Αθήνα, 2023

Αφιερώνεται στους γονείς μου

Η έγκριση της παρούσης Διπλωματικής Εργασίας στο πλαίσιο του Π.Μ.Σ. «Διδακτική των Μαθηματικών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση», Κατεύθυνση «Διδακτική των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση» του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων της συγγραφέως.

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η υπογράφουσα Κονταδάκη Σοφία του Στυλιανού με Αριθμό Μητρώου 7981170220017, φοιτήτρια του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης της Σχολής Επιστημών Αγωγής του Εθνικού Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία για τη λήψη του μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών του ΠΜΣ «Διδακτική των Μαθηματικών και Τεχνολογίες της Πληροφορίας και Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση» της κατεύθυνσης «Διδακτική των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση», έχει συγγραφεί από εμένα προσωπικά και δεν έχει υποβληθεί, ούτε έχει εγκριθεί στο πλαίσιο κάποιου άλλου μεταπτυχιακού ή προπτυχιακού τίτλου σπουδών, στην Ελλάδα ή στο εξωτερικό. Επιπλέον, αντιπροσωπεύει τις προσωπικές μου απόψεις επί του θέματος και οι πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών, ή λέξεων, είτε ακριβώς, είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με σαφείς και πλήρεις αναφορές σε όλες τις επιστημονικές πηγές (ενδεικτικά και μη αποκλειστικά, συγγραφείς, εκδοτικό οίκο, περιοδικό, πρακτικά συνεδρίου) συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.»

Αθήνα, 19/01/2023

Η Δηλούσα
Κονταδάκη Σοφία

Περίληψη

Η παρούσα έρευνα μελετά αν οι μαθητές/μαθήτριες της Α΄ και Β΄ Δημοτικού έχουν αναπτύξει την αίσθηση αυτού που καλούμε αριθμό. Αυτό σημαίνει δεξιότητες που οδηγούν στην ικανότητα των μαθητών/μαθητριών της Α΄ και Β΄ Δημοτικού να αντιλαμβάνονται την έννοια των αριθμών για να εκτελούν αριθμητικές πράξεις, για την ανάπτυξη στρατηγικών λύσης αριθμητικών προβλημάτων, την εκτέλεση νοερών πράξεων με ευελιξία, τη σύγκριση αριθμών κ.λπ. καθώς και την εν γένει ικανότητα της διαχείρισης των αριθμών. Αυτό θα το λέμε Αίσθηση του Αριθμού.

Συγκεκριμένα, στην εργασία μας πραγματοποιήθηκε εμπειρική έρευνα σε 146 μαθητές/μαθήτριες Δημοτικού και συγκεκριμένα σε 84 μαθητές/μαθήτριες της Α΄ Δημοτικού και 62 μαθητές/μαθήτριες της Β΄ Δημοτικού. Στους συμμετέχοντες χορηγήθηκαν αυτοσχέδια ερωτηματολόγια, τα οποία διερευνούσαν το βαθμό στον οποίο αρέσουν τα Μαθηματικά στους μαθητές/μαθήτριες, αλλά και το πόσο θεωρούν τον εαυτό τους καλό στα Μαθηματικά. Επίσης, αποτυπώθηκαν οι στάσεις των μαθητών/μαθητριών των πρώτων τάξεων του Δημοτικού απέναντι στα Μαθηματικά. Στη συνέχεια, τα ερωτηματολόγια περιείχαν ερωτήσεις που διερευνούσαν την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών σε 8 διαστάσεις της αίσθησης του αριθμού, μέσα από αντίστοιχα χαρακτηριστικά που είχαν αναγνωριστεί νωρίτερα από την επισκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι οι μαθητές/μαθήτριες και στις δύο τάξεις του Δημοτικού είχαν την ικανότητα της αίσθησης του αριθμού και στα 8 χαρακτηριστικά που εξετάστηκαν. Μέσα από τα πορίσματα αυτής της έρευνας προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα που μπορούν να αξιοποιηθούν από τους διδάσκοντες, αλλά και εκείνους που σχεδιάζουν αναλυτικά προγράμματα των μαθητών/μαθητριών στο Δημοτικό σχολείο, προκειμένου να ενισχύσουν τις δραστηριότητες που βοηθούν στην απόκτηση της αίσθησης του αριθμού από τους μαθητές/μαθήτριες, αλλά και να σχεδιάσουν στρατηγικές που θα αποβλέπουν στην αντιμετώπιση των δυσκολιών των μαθητών/μαθητριών στα Μαθηματικά σε μεγαλύτερες τάξεις του σχολείου.

Abstract

The present study investigates whether first and second grade students have developed a sense of what we call number. This means skills that lead to the ability of first and second grade students to understand the meaning of numbers, to perform number operations, to develop strategies for solving number problems, to perform mental operations with flexibility, to compare numbers, etc., and the general ability to manage numbers. We will call this Number Sense.

An empirical study was conducted on 146 elementary school students, specifically 84 first grade students and 62 second grade students. Participants were administered impromptu questionnaires, which explored the extent to which students like mathematics and how much they consider themselves to be good at mathematics. The attitudes of the students in the early grades of primary school, towards Mathematics, were also captured. The questionnaires then contained questions that explored students' ability in 8 dimensions of number sense through corresponding characteristics identified earlier from the review of relevant literature. The results of the survey indicated that students in both elementary grades had the ability of number sense in all 8 traits tested. Through the findings of this research, useful conclusions emerged that can be used by teachers and those who design curricula for students in primary school in order to strengthen activities that help students acquire number sense, and to design strategies aimed at addressing students' difficulties in mathematics in older grades of the school.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές ευχαριστίες μου στον Επίκουρο Καθηγητή του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, κ. Ανδρέα Μούτσιο-Ρέντζο, για την επίβλεψη, την άριστη συνεργασία, καθώς και την πολύτιμη καθοδήγηση που μου παρείχε στο πλαίσιο της εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Επίσης, θερμές ευχαριστίες απευθύνονται στην συνεξετάστρια κ. Ευγενία Κολέζα Καθηγήτρια του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Πατρών όπως επίσης και στον κ. Νικολαντωνάκη Κωνσταντίνο Καθηγητή στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας για τις γόνιμες παρατηρήσεις τους και την ουσιαστική συμβολή τους στην επιστημονική αρτιότητα αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας.

Επιπλέον, ευχαριστώ τους συναδέλφους αλλά και τους μαθητές/μαθήτριες που δέχτηκαν πρόθυμα να συμμετέχουν σε αυτή την έρευνα, αλλά επίσης και τους φίλους και συνεργάτες που συνέβαλαν ουσιαστικά με τις παρατηρήσεις τους στην ολοκλήρωση αυτής της ερευνητικής προσπάθειας.

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1 Εισαγωγή	12
1.2 Σκοπός της έρευνας	15
1.3 Σπουδαιότητα της έρευνας.....	15
1.4 Δομή της εργασίας	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ.....	18
2.1 Η αίσθηση του αριθμού	18
2.2 Βασικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού.....	24
2.3 Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού	28
2.4 Η σημασία του δασκάλου στη διαδικασία ανάπτυξης της αίσθησης του αριθμού	30
.....	
2.5 Αιτίες που επιδρούν στην αίσθηση του αριθμού των μαθητών/μαθητριών	31
2.6 Διατύπωση ερευνητικών ερωτημάτων.....	33
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ.....	34
3.1 Δείγμα	34
3.2 Ερευνητικό σχέδιο	34
3.3 Εργαλεία μέτρησης της έρευνας	36
3.4 Ρουμπρίκα αξιολόγησης της ικανότητας των μαθητών/μαθητριών	41
3.5 Διαδικασία της έρευνας	43
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΡΕΥΝΑΣ	45
4.1 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία δείγματος.....	45
4.2 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία για τις διαστάσεις της αίσθησης του αριθμού	50
.....	
1ο Ερευνητικό Ερώτημα.....	54
2ο Ερευνητικό Ερώτημα.....	76
3ο Ερευνητικό Ερώτημα.....	79
4ο Ερευνητικό Ερώτημα.....	83
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΖΗΤΗΣΗ- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	87
5.1 Εισαγωγή	87
5.2 Συζήτηση.....	87
5.3 Συμπεράσματα	89
5.4 Περιορισμοί και Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη	90
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	92
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	98
Α. Ερωτηματολόγιο Α' Δημοτικού.....	98

Λίστα Πινάκων

Πίνακας 1 Χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού για το δημοτικό σχολείο (McIntosh et al., 1992).....	25
Πίνακας 2 Κωδικοποίηση μεταβλητών ερωτηματολογίου της Α' Δημοτικού.....	37
Πίνακας 3 Κωδικοποίηση μεταβλητών ερωτηματολογίου της Β' Δημοτικού.....	38
Πίνακας 4 Δείκτης αξιοπιστίας Alpha Cronbach Α' δημοτικού.....	40
Πίνακας 5 Δείκτης αξιοπιστίας Alpha Cronbach Β' δημοτικού.....	40
Πίνακας 6 Ρουμπρίκα αξιολόγησης ικανότητας αίσθησης αριθμού μαθητών/μαθητριών Α' Δημοτικού.....	41
Πίνακας 7 Ρουμπρίκα αξιολόγησης ικανότητας αίσθησης αριθμού μαθητών/μαθητριών Β' Δημοτικού.....	42
Πίνακας 8 Πίνακας συχνοτήτων για τη μεταβλητή «Φύλο» στην Α' Δημοτικού.....	45
Πίνακας 9 Πίνακας συχνοτήτων για τη μεταβλητή «Φύλο» στην Β' Δημοτικού.....	45
Πίνακας 10 Πίνακας συχνοτήτων «Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;» για την Α' Δημοτικού.....	46
Πίνακας 11 Πίνακας συχνοτήτων «Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;» για τη Β' Δημοτικού.....	47
Πίνακας 12 Πίνακας συχνοτήτων "Πόσο καλός είσαι στα Μαθηματικά;" για την Α' Δημοτικού.....	48
Πίνακας 13 Πίνακας συχνοτήτων "Πόσο καλός είσαι στα Μαθηματικά;" για την Β' Δημοτικού.....	50
Πίνακας 14 Συγκεντρωτικά στατιστικά στοιχεία αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού στην Α' Δημοτικού.....	52
Πίνακας 15 Συγκεντρωτικά στατιστικά στοιχεία αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού στην Β' Δημοτικού.....	53
Πίνακας 16 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με τη συνιστώσα της αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο στην Α' Δημοτικού.....	55
Πίνακας 17 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του.....	56
Πίνακας 18 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου στην Α' Δημοτικού.....	57
Πίνακας 19 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου στην Β' Δημοτικού.....	59
Πίνακας 20 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού ως θέση επάνω στην αριθμογραμμή στην Α' Δημοτικού.....	60
Πίνακας 21 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού ως θέση επάνω στην αριθμογραμμή στην Β' Δημοτικού.....	62
Πίνακας 22 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της προσέγγισης του αριθμού, δηλαδή του «περίπου» στην Α' Δημοτικού.....	Error! Bookmark not defined.
Πίνακας 23 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της προσέγγισης του αριθμού, δηλαδή του «περίπου» στην Β' Δημοτικού.....	65

Πίνακας 24 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της σύγκρισης των αριθμών στην Α' Δημοτικού.....	66
Πίνακας 25 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της σύγκρισης των αριθμών στην Β' Δημοτικού.....	67
Πίνακας 26 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στις πράξεις στην Α' Δημοτικού.....	Error! Bookmark not defined.
Πίνακας 27 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στις πράξεις στην Β' Δημοτικού.....	69
Πίνακας 28 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στη διάταξη στην Α' Δημοτικού.....	70
Πίνακας 29 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στη διάταξη στην Β' Δημοτικού.....	71
Πίνακας 30 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις στην Α' Δημοτικού.....	73
Πίνακας 31 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις στην Β' Δημοτικού.....	75
Πίνακας 32 Πίνακας Αποτελεσμάτων για Στατιστικά Ομάδων στον t-Έλεγχο Ανεξαρτήτων Δειγμάτων.....	77
Πίνακας 33 Έλεγχος T- Test Ανεξαρτήτων Δειγμάτων.....	78
Πίνακας 34 Πίνακας Αποτελεσμάτων για Στατιστικά Ομάδων στον t-Έλεγχο Ανεξαρτήτων Δειγμάτων.....	79
Πίνακας 35 Πίνακας Αποτελεσμάτων για Στατιστικά Ομάδων στον t-Έλεγχο Ανεξαρτήτων Δειγμάτων.....	79
Πίνακας 36 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία ομάδων.....	81
Πίνακας 37 Έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων.....	81
Πίνακας 38 Συγκεντρωτικός πίνακας.....	82
Πίνακας 39 Πολλαπλές συγκρίσεις.....	Error! Bookmark not defined.
Πίνακας 40 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία.....	84
Πίνακας 41 Έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων.....	Error! Bookmark not defined.
Πίνακας 42 Αποτέλεσμα της στατιστικής ανάλυσης της διακύμανσης One-Way Anova.....	85
Πίνακας 43 Πολλαπλές συγκρίσεις.....	86

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1 Εισαγωγή

Πολλοί επιστήμονες έχουν ασχοληθεί με την αίσθηση του αριθμού και με το πώς μπορούμε να την αναπτύξουμε στους μαθητές/μαθήτριες τόσο του Δημοτικού Σχολείου, αλλά και σε μεγαλύτερες σήμερα πλέον ηλικίες, όπως συμβαίνει επί των ημερών μας σε σχολεία ενηλίκων π.χ. στα σχολεία δεύτερης ευκαιρίας κ.λπ. Στο μεγαλύτερο μέρος των ερευνών δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη σημαντικότητά της σε σχέση με τη συνολική μαθηματική ανάπτυξη αλλά και αποδοτικότητα του εκάστοτε μαθητή (Berch, 2005· Glutting, Jordan, & Ramineni, 2010· Yang, Li & Lin, 2007).

Ωστόσο, πρέπει να τονίσουμε ότι αφ' ενός σύμφωνα με ορισμένους ερευνητές, όπως οι Gersten, Jordan, & Flojo, (2005), δεν υπάρχει κοινός ορισμός για όλους τους ερευνητές όσον αφορά την αίσθηση του αριθμού, ενώ αφ' ετέρου σύμφωνα με τον Hiebert (1981) η εν γένει έρευνα παραμένει ασαφής ως προς την προαπαιτούμενη σχέση μεταξύ αριθμού και ικανότητας του παιδιού να μαθαίνει ή να κάνει μαθηματικά. Ιδιαίτερα στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, με τις οποίες ασχολούμαστε στην παρούσα εργασία, δεξιότητες όπως αυτή της μέτρησης, η ικανότητα προσέγγισης ενός αριθμού στο περίπου ή και ακριβώς, η δυνατότητα σύγκρισης μεγεθών και ποσοτήτων καθώς και οι πράξεις από μνήμης αποτελούν, κατά την άποψή μας, σημαντικές συνιστώσες που πλαισιώνουν την έννοια της αίσθησης του αριθμού. Αν και δεν υπάρχει συμφωνία μεταξύ των ερευνητών για τον ορισμό της έννοιας του αριθμού, καθώς έχουν καταγραφεί τουλάχιστον τριάντα διαφορετικά συστατικά στοιχεία της (Berch, 2005), σύμφωνα με τη λειτουργική προσέγγιση της έννοιας τα βασικότερα χαρακτηριστικά της αφορούν (Kilchman, Moss, & Cass, 2001):

- α. στην ευχέρεια της άμεσης εκτίμησης ποσοτήτων
- β. στην ικανότητα αναγνώρισης παράλογων αποτελεσμάτων (πχ. $7-4=8$)
- γ. στην ευελιξία των νοερών υπολογισμών
- δ. στην ικανότητα μετακίνησης μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων και χρήσης της καταλληλότερης από αυτές.

Οι Clarke και Wessels (2014) αναφέρουν ότι η αίσθηση του αριθμού απαιτεί ποικίλες δεξιότητες και η κατανόησή της προϋποθέτει τη σημαντική αντίληψη της αίσθησης της ποσότητας, των ξεχωριστών αναπαραστάσεων, αλλά και των μεγεθών μιας ποσότητας. Παράλληλα είναι απαραίτητο να είναι γνωστές ορισμένες διαδικασίες και τακτικές, όπως το να εφαρμόζονται οι αλγόριθμοι, να επιλύονται προβλήματα και να υπάρχει μια ευελιξία σε σχέση με τις νοερές πράξεις έχοντας την ικανότητα της κριτικής σκέψης. Έτσι παρά το γεγονός ότι, όπως αναφέραμε και πιο πάνω, δεν υφίσταται ένας κοινά αποδεκτός ορισμός σχετικά με την αίσθηση του αριθμού (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005), η πλειοψηφία των ερευνητών έχουν καταλήξει σε ορισμένα κοινά δομικά στοιχεία. Σε αυτά συμπεριλαμβάνεται η ικανότητα της μέτρησης, η κατά προσέγγιση μέτρηση, η αναγνώριση του μεγέθους των αριθμών αλλά και η ικανότητα υπολογισμών και μετατροπών (Berch, 2005· Jordan et al., 2006· Lago, & DiPerna, 2010).

Αξίζει επίσης να σημειώσουμε ότι όπως προκύπτει από την βιβλιογραφία οι ερευνητές εισηγούνται την άμεση διδασκαλία της αίσθησης του αριθμού ως ένα από τα σημαντικότερα κριτήρια για τη μελλοντική καλή μαθηματική επίδοση των μαθητών/μαθητριών (Aunio, 2006· Ginsburg, Lee, & Boyd, 2008· Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniac)

Σύμφωνα με τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό ότι η εξέλιξη της αίσθησης του αριθμού αποτελεί μία δύσκολη διαδικασία και αυτό είναι κάτι που δικαιολογεί τις χαμηλές επιδόσεις των μαθητών/μαθητριών σε διάφορες περιοχές ανά τον κόσμο. (Geary, Hoard, Byrd-Craven et al., 2007· Jordan & Flojo, 2005· Jordan et al., 2010· Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004· Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, & Yang, 1999). Έρευνες έχουν κάνει, επίσης, γνωστό πως και οι ενήλικες αντιμετωπίζουν δυσκολία στην αίσθηση των αριθμών. Σύμφωνα με τους Jordan, Glutting & Ramineni, (2010) η σημασία της αίσθησης του αριθμού δεν αμφισβητείται και αυτό καθίσταται φανερό από το γεγονός ότι η αίσθηση του αριθμού επηρεάζει σημαντικά την πορεία των μαθητών/μαθητριών στις επόμενες τάξεις στα μαθηματικά. Επίσης, ένα ακόμα κριτήριο που μας βοηθάει να αντιληφθούμε το πόσο σημαντική είναι αυτή η έννοια, είναι η πληθώρα αναφορών που συναντάμε σε σχέση με τα διάφορα Αναλυτικά Προγράμματα ανά τις χώρες, για το πόσο πρακτικά χρήσιμη είναι η υπολογιστική εκτίμηση (Segovia, & Castro, 2009). Επιπλέον, είναι σημαντικό να τονιστεί ότι προτείνεται η διδασκαλία τού να μπορεί ένα παιδί να εκτιμά να λαμβάνει χώρα από την ηλικία τού νηπίου, δηλ. αποτελεί σημαντικό στόχο των μαθηματικών του νηπιαγωγείου (Δεσλή, 2011).

Μερικοί βασικές συνιστώσες που επηρεάζουν σημαντικά την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού έχουν σχέση με τα δομικά στοιχεία από τα οποία αποτελείται. Αναφορικά με αυτό,

σε έρευνα των Δεσλή και Ανεστάκη (2014) παρατηρήθηκε ότι από τη μια, οι εκπαιδευτικοί αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα προβλήματα λογικής, σε σχέση με τα προβλήματα που σχετίζονται με αριθμητικές πράξεις, και από την άλλη παρατηρείται μια δυσκολία σε καταστάσεις εκτιμήσεων (Δεσλή, & Ανεστάκης, 2014). Επιπρόσθετα, οι Yang, Li και Lin (2007), οι οποίοι έλεγξαν τα τέσσερα βασικά χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά Ε΄ τάξης στην Ταϊβάν, είδαν ότι οι μαθητές/μαθήτριες αντιμετώπιζαν μεγαλύτερη δυσκολία στα προβλήματα λογικής κρίσης και μικρότερη δυσκολία σε αυτά που αφορούσαν στο σχετικό μέγεθος των αριθμών.

Η πλειοψηφία των ερευνών υποστηρίζουν ότι η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται σταδιακά (Jordan et al., 2012) και είναι περισσότερο ανεπτυγμένη σε πιο μεγάλους ηλικιακά μαθητές/μαθήτριες (Δεσλή & Μυρόβαλη, 2017· Aunio, 2006). Η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται με τη συγκεκριμένη αναπαράσταση μικρών ποσοτήτων και στη συνέχεια οι μεγαλύτερες ποσότητες συλλαμβάνονται σε ένα πρώτο επίπεδο κατά προσέγγιση από τα παιδιά (Feigenson & Carey, 2003). Επίσης, οι εκτιμήσεις υπολογισμού, οι οποίες είναι ένα δομικό στοιχείο της αίσθησης αριθμού, έχουν ήδη αναπτυχθεί σε νηπιακή ηλικία χωρίς απαραίτητα να έχει υπάρξει κάποια παρέμβαση (Δεσλή, 2011). Παράλληλα, οι έρευνες δείχνουν ότι παιδιά που έχουν υψηλή αίσθηση του αριθμού από τη νηπιακή ηλικία έχουν ένα μεγαλύτερο προβάδισμα αναφορικά με τους συμμαθητές/συμμαθήτριες της τάξης κάτι το οποίο έχει διάρκεια καθ' όλη την περίοδο του σχολικού έτους (Jordan et al., 2006). Παρόλα αυτά, οι Almeida, Bruno & Perdomo-Díaz (2016) αναφέρουν ότι το επίπεδο αίσθησης του αριθμού ορισμένες φορές είναι χαμηλό ανεξάρτητα από την ηλικία των μαθητών/μαθητριών.

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού έχει να κάνει με τον τρόπο που παρουσιάζονται τα προβλήματα και συγκεκριμένα αν αυτά βρίσκονται μέσα σε πλαίσιο ή όχι. Για παράδειγμα, μαθητές/μαθήτριες Ε΄ και Στ΄ δημοτικού εφάρμοζαν στρατηγικές της αίσθησης του αριθμού στα προβλήματα που δεν είχαν πλαίσιο. Αντίθετα στα προβλήματα με πλαίσιο χρησιμοποιούσαν κυρίως αλγόριθμους ή δεν επιχειρηματολογούσαν επαρκώς (Δεσλή, & Μυρόβαλη, 2017).

Ορισμένοι ερευνητές αναφέρουν ότι το φύλο έχει τη δυνατότητα να επηρεάσει σε κάποιο βαθμό την αίσθηση του αριθμού που παρουσιάζουν οι μαθητές/μαθήτριες. Αναλυτικότερα, αναδεικνύονται κάποιες διαφορές που αρχίζουν από το νηπιαγωγείο, με τα αγόρια να παρουσιάζουν ένα πλεονέκτημα σχετικά με τα κορίτσια σε σχέση με την αίσθηση του αριθμού, σε μη λεκτικούς υπολογισμούς και σε εκτιμήσεις (Jordan et al., 2003· Jordan et al., 2006). Ωστόσο, υπάρχουν έρευνες που δεν αναφέρουν κάποια διαφοροποίηση σε σχέση με

το φύλο αναφορικά με τον βαθμό κατάκτησης της αίσθησης του αριθμού (Aytekin, & Tolukcuşar, 2014 ·Dolma, 2002 ·Hanson, & Hogan, 2000· Lewis, 1994).

1.2 Σκοπός της έρευνας

Σκοπός της παρούσας έρευνας είναι να μπορέσει να απαντήσει στο ερώτημα σχετικά με το κατά πόσο οι μαθητές/μαθήτριες της Α' και Β' Δημοτικού είναι σε θέση να έχουν αίσθηση του αριθμού. Συγκεκριμένα, αυτή η έρευνα επιχειρεί να διερευνήσει την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών αυτών σε επιμέρους χαρακτηριστικά που έχουν αναγνωριστεί μέσα από τη σχετική επιστημονική βιβλιογραφία, και τα οποία φαίνεται ότι μετράνε την ικανότητα τους στην αίσθηση του αριθμού.

1.3 Σπουδαιότητα της έρευνας

Πριν προχωρήσουμε παρακάτω σε σχέση με την σημαντικότητα της έρευνας θα πρέπει να αναφέρουμε ότι σύμφωνα με τον Νικολαντωνάκη (2005) η γνώση από μόνη της δεν είναι αρκετή για την κατανόηση μιας μαθηματικής έννοιας. Χρειάζεται κανείς να γνωρίζει το γιατί και το πώς μάθαμε. Έτσι η ιστορία απαντώντας σε αυτό, επιτρέπει να δούμε τα μαθηματικά όχι ως ένα σωρό στεγνών σχολικών γνώσεων, αλλά σαν μια πνευματική δραστηριότητα, ένα προοίμιο της ευχαρίστησης να κάνεις μαθηματικά. Οπότε με βάση αυτήν την άποψη σε σχέση με το γεγονός ότι ερευνούμε την αίσθηση του αριθμού σε μαθητές/μαθήτριες των πρώτων τάξεων του Δημοτικού, που αναγκαστικά αντιπαρερχόμαστε την ιστορία, καθιστά αυτήν την έρευνα σχετικά δύσκολη αλλά και ενδιαφέρουσα.

Η αίσθηση του αριθμού έχει γίνει ένα σημαντικό θέμα στη μαθηματική εκπαίδευση κατά τις τελευταίες δεκαετίες. Η αίσθηση του αριθμού, ως επί το πλείστον, αναφέρεται σε μια ατομική γενική κατανόηση σε σχέση με τους αριθμούς, αλλά και μια ευελιξία στη χρήση των μαθηματικών πράξεων και ανάπτυξης στρατηγικών χρήσης των αριθμών. Σε γενικές γραμμές, η αίσθηση του αριθμού δεν θεωρείται θέμα που διδάσκεται άμεσα στο πλαίσιο ενός μόνον κεφαλαίου ή ως ένα μόνον συγκεκριμένο θέμα. Αντίθετα, θεωρείται ως αποτέλεσμα της μαθηματικής εμπειρίας, όπου οι μαθητές/μαθήτριες θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν την αίσθησή τους στην κατανόηση περιστάσεων που αφορούν αριθμούς, χωρίς να ασκούν ένα τυπικό αλγόριθμο. Παρά το γεγονός ότι τα τελευταία χρόνια έχει υπάρξει ένα έντονο ενδιαφέρον για έρευνα στο πεδίο της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά του Δημοτικού σχολείου, εν τούτοις παραμένει ιδιαίτερα σημαντικό το να μπορέσει κάποιος ερευνητής να αποκωδικοποιήσει με επιτυχία, όσο το δυνατόν περισσότερες παραμέτρους αυτού του φαινομένου και συνεπώς να μπορέσει να συνθέσει με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια,

την πραγματική εικόνα για το τι σημαίνει και τι αντιπροσωπεύει η αίσθηση του αριθμού για τους μαθητές/μαθήτριες του Δημοτικού σχολείου.

Μπορούμε να πούμε ότι η συγκεκριμένη έρευνα είναι ιδιαίτερα επίκαιρη και χρήσιμη καθώς συνεισφέρει ένα νέο κομμάτι γνώσης στο ανερχόμενο πεδίο της Διδακτικής των Μαθηματικών, που αναφέρεται στην αίσθηση του αριθμού (number sense). Συγκεκριμένα, βοηθάει τους σύγχρονους ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών να προσθέσουν καινούρια δεδομένα στη διάθεσή τους, τα οποία συμβάλλουν στην πληρέστερη χαρτογράφηση των μαθητών/μαθητριών των πρώτων τάξεων του Δημοτικού σχολείου. Είναι δε, ιδιαίτερα σημαντική αυτή η ερευνητική προσπάθεια, διότι:

- Υπογραμμίζει τη σημασία της έγκαιρης προώθησης της αίσθησης των αριθμών ήδη από τις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου, γεγονός το οποίο μπορεί να δράσει καταλυτικά για την απόκτηση ισχυρών μελλοντικών μαθηματικών δεξιοτήτων από τον μαθητή.
- Φανερώνει ότι οι δραστηριότητες που σχετίζονται και ενισχύουν την ικανότητα αίσθησης του αριθμού πρέπει να ενσωματώνονται στις καθημερινές διδακτικές πρακτικές στο Δημοτικό σχολείο. Η ικανότητα αίσθησης του αριθμού δεν θα πρέπει σε καμία περίπτωση να αντιμετωπίζεται ως ξεχωριστή διδακτική ενότητα στο Δημοτικό σχολείο, αποκομμένη και απομονωμένη από άλλες ενότητες ή έννοιες που διδάσκονται οι μαθητές/μαθήτριες του Δημοτικού.
- Φαίνεται ότι η απόκτηση της αίσθησης του αριθμού είναι μια σταδιακή και δυναμική διαδικασία, όπου οι μαθητές/μαθήτριες συχνά χρησιμοποιούν διαφορετικές αλλά έγκυρες στρατηγικές και επιδεικνύουν διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας.

1.4 Δομή της εργασίας

Στο κεφάλαιο 1 γίνεται μια εισαγωγή στο σκοπό της έρευνας, ώστε να πληροφορηθεί ο αναγνώστης γύρω από το γενικότερο ερευνητικό πρόβλημα και τους επιμέρους ερευνητικούς στόχους της παρούσας εργασίας. Ακόμη, παρέχονται πληροφορίες σχετικά με τη χρησιμότητα αυτής της έρευνας, το πεδίο εφαρμογής της, τις προεκτάσεις που πιθανόν έχει η γενίκευση των ερευνητικών αποτελεσμάτων της, τόσο σε θεωρητικό όσο και σε επίπεδο εφαρμογής τους στη χάραξη στρατηγικής για έναν φορέα, οργανισμό, επιχείρηση.

Στο κεφάλαιο 2 επιχειρείται μια ενδελεχής επισκόπηση της βιβλιογραφίας, που σχετίζεται με το αντικείμενο και τους στόχους της παρούσας έρευνας. Συγκεκριμένα, παρουσιάζονται οι σημαντικότερες ερευνητικές προσπάθειες και εργασίες που έχουν

επικεντρωθεί γύρω από την αίσθηση του αριθμού σε μαθητές/μαθήτριες Δημοτικού. Ακόμη, διατυπώνονται τα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας.

Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η μεθοδολογία της έρευνας. Παρέχεται στον αναγνώστη πληροφόρηση για το δείγμα που συμμετείχε στην έρευνα και την τεχνική δειγματοληψίας. Ακόμη, παρουσιάζονται η ερευνητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε καθώς και τα εργαλεία μέτρησης της έρευνας. Τέλος, γίνεται αναλυτική αναφορά στις διαδικασίες που ακολουθήθηκαν, προκειμένου να γίνει με άρτιο τρόπο η διεξαγωγή της έρευνας και σημειώνονται λοιπές μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν.

Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την έρευνα και γίνεται προσπάθεια να εξηγηθούν και να αναλυθούν τα σημαντικότερα από αυτά, σύμφωνα πάντα με τους στόχους που τέθηκαν κατά τη φάση του σχεδιασμού της παρούσας έρευνας. Υπάρχει εκτενής αναφορά στην παρουσίαση των κυριότερων ευρημάτων της έρευνας μέσα από στατιστική ανάλυση και γραφική απεικόνιση, προκειμένου να διευκολυνθεί ο αναγνώστης στην ανάγνωση και την ερμηνεία αυτών. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των στατιστικών ελέγχων, με τους οποίους απαντώνται τα ερευνητικά ερωτήματα.

Στο κεφάλαιο 5 γίνεται σχετική συζήτηση και παρουσιάζονται τα σημαντικότερα συμπεράσματα, όπως αυτά προκύπτουν από τα αποτελέσματα της έρευνας. Επίσης, οδηγούμαστε στην διατύπωση προτάσεων, βασιζόμενοι στα συμπεράσματα από την έρευνα. Επιπλέον, γίνεται αναφορά στις αδυναμίες και τους περιορισμούς της παρούσας έρευνας, και δίνονται κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα στο αντικείμενο που πραγματεύεται η συγκεκριμένη εργασία.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

2.1 Η αίσθηση του αριθμού

Η αίσθηση του αριθμού έχει γίνει ένα σημαντικό θέμα στην εκπαίδευση των μαθηματικών τις τελευταίες δεκαετίες. Η έννοια του αριθμού, ως επί το πλείστον, αναφέρεται σε μια ατομική γενική κατανόηση σχετικά με τους αριθμούς και την ευελιξία στη χρήση των πράξεων για τη λήψη μαθηματικών κρίσεων. Αναφορικά με τον Carpenter (1976, στο Koleza & Koleli, 2014), η αίσθηση του αριθμού αναφέρθηκε πρώτα με τον όρο «ποσοτική διαίσθηση». Στη συνέχεια, ο όρος «αίσθηση του αριθμού» ήρθε να «πάρει» τη θέση του όρου «αριθμητισμός (numeracy)» που υπήρχε έως τότε σε χρήση (McIntosh, Reys, & Reys, 1992). Το 1976 ο Carpenter (όπως αναφ. στη Sowder 1992) είχε αναφέρει ότι οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να έχουν αναπτύξει τη διαίσθηση της ποσότητας για να μπορούν να εκτιμούν σωστά. Επιπρόσθετα, οι Reys, Rybolt, Bestgen & Wyatt (1982) σε άλλη έρευνα παρατηρούν τα χαρακτηριστικά των ατόμων που εκτιμούν σωστά και καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι το να γνωρίζει κάποιος τις βασικές λειτουργίες των πράξεων και να κατανοεί την αξία θέσης σε συνδυασμό με τον προσδιορισμό του σωστού αποτελέσματος σε διάφορες πράξεις της αριθμητικής έχουν άμεση σχέση με την αίσθηση του αριθμού. Ακόμη, θεωρούν την αδυναμία του να αντιλαμβάνεσαι μια λάθος εκτίμηση άμεσα σχετική με την αίσθηση του αριθμού.

Γενικά, η έννοια των αριθμών δεν θεωρείται ως θέμα που διδάσκεται άμεσα σε ένα υποκεφάλαιο ή ένα συγκεκριμένο θέμα. Αντίθετα, θεωρείται ως αποτέλεσμα μαθηματικής εμπειρίας, όπου οι μαθητές/μαθήτριες θα μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν τις αισθήσεις τους στην κατανόηση περιστάσεων που περιλαμβάνουν αριθμούς χωρίς να ασκούν τυπικό αλγόριθμο. Πολλοί μελετητές έχουν προτείνει κατά καιρούς αρκετούς ορισμούς σχετικά με την αίσθηση του αριθμού καθώς αποτελεί μια πολύμορφη έννοια που επιτρέπει διαφορετικές ερμηνείες. Εξαιτίας αυτού έχουν γίνει ποικίλες συζητήσεις σχετικά με το πως θα μπορούσε να οριστεί ανάμεσα σε δασκάλους, ερευνητές και καθηγητές μαθηματικών. (Reys, 1994).

Ορισμένοι ερευνητές δίνουν ορισμούς για την αίσθηση του αριθμού αναφέροντας κατά κύριο λόγο την κατανόηση των αριθμών και των αριθμητικών σχέσεων αλλά και τις διαφορετικές χρήσεις και ερμηνείες τους (Λεμονίδης, 2013· Dowker, 1992· McIntosh et al., 1992· Reys, & Yang 1998). Η Κολέζα χαρακτηριστικά αναφέρει: Η αίσθηση του αριθμού περιλαμβάνει ένα σύνολο ιδεών, όπως :

- το νόημα του αριθμού (π. χ τι σημαίνει $2/3$),
- την αξία θέσης των ψηφίων ενός αριθμού (π.χ. όταν δίνεται ο αριθμός

1234 να μπορεί να γίνει η διαφοροποίηση μεταξύ του ότι: το 3 είναι το ψηφίο των δεκάδων, αλλά ο αριθμός έχει 123 δεκάδες),

- τρόπους αναπαράστασης ενός αριθμού,
- σχέσεις μεταξύ των αριθμών,
- το σχετικό μέγεθος των αριθμών, και
- την ικανότητα χρήσης των αριθμών για την επίλυση προβλημάτων

Οι Reys & Yang (1998) πιστεύουν ότι το να μπορείς να εκτιμήσεις το αποτέλεσμα σε έναν υπολογισμό και να προσεγγίσεις ορισμένους υπολογισμούς σε λογικά πλαίσια θεωρούνται στοιχεία της αίσθησης του αριθμού. Κατά την ίδια λογική, ο Λεμονίδης (2013) διευκρινίζει πως η αίσθηση του αριθμού είναι ένα σημαντικό στοιχείο των μαθηματικών και αν κατακτηθεί μπορεί να οδηγήσει κάποιον στην ουσιαστική κατανόηση και μάθηση των μαθηματικών.

Επιπλέον, πληθώρα ερευνητών συμφωνούν πως παίζει πάρα πολύ σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού το να είναι κάποιος ευέλικτος να βρίσκει διαφορετικές στρατηγικές (McIntosh, et al., 1992 Yang, Reys, & Reys, 2009 ·Anghileri, 2000·Maclellan, 2001). Η Anghileri (2000) υποστηρίζει ότι η εφευρετικότητα έρχεται σε ταύτιση με την αίσθηση του αριθμού όταν οι μαθητές/μαθήτριες αντιλαμβάνονται τη σημασία της μαθηματικής συλλογιστικής. Ο McIntosh et al (1992, 1997) επίσης, υποστηρίζει ότι η αίσθηση του αριθμού έχει σχέση με τη γενική κατανόηση του αριθμού και των πράξεων με επιπρόσθετο στοιχείο την ικανότητα ενός ατόμου να χρησιμοποιεί αυτήν την κατανόηση με διαφορετικούς τρόπους και στρατηγικές έτσι ώστε να επιλύει διάφορες αριθμητικές καταστάσεις.

Παρόλο που ο όρος "αίσθηση αριθμού" είναι σχετικά νέος στη γλώσσα των Προγραμμάτων Σπουδών των Μαθηματικών, το νόημά του, που δίνει έμφαση στην κατανόηση και την ουσιαστική μάθηση είναι συνηθισμένο στη βιβλιογραφία της μαθηματικής εκπαίδευσης (Brownell, 1935· Burns, 1994· Hiebert, 1984· Plunkett, 1979· Skemp, 1982). Η έννοια των αριθμών είναι μια ολιστική έννοια της ικανότητας κατανόησης των ποσοτήτων, των αριθμών, των πράξεων και των σχέσεων μεταξύ τους, τα οποία εφαρμόζονται αποτελεσματικά και ευέλικτα για να κάνουμε μια μαθηματική κρίση (Yang, 2010). Αναφέρεται στη γενική κατανόηση των αριθμών και των πράξεων από ένα άτομο μαζί με την ικανότητα και την τάση να χρησιμοποιεί αυτή την κατανόηση με ευκολία. Αυτό αντανακλά την τάση και την ικανότητα χρήσης ποσοτικών αριθμών και μεθόδων ως μέσο επικοινωνίας,

επεξεργασίας και ερμηνείας πληροφοριών για τη δημιουργία θετικής στάσης απέναντι στα μαθηματικά, όπου οι αριθμοί είναι χρήσιμοι και απόλυτοι (Mcintosh, Reys, & Reys , 1992).

Η αίσθηση αριθμών ορίζεται επίσης ως η ικανότητα γρήγορης κατανόησης, εκτίμησης και χειρισμού αριθμητικών μεγεθών (Wilson, Dehaene , Dubois , & Fayol , 2009). Τα καινούργια προγράμματα σπουδών στις τάξεις του δημοτικού δίνουν έμφαση στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού στα παιδιά μικρής ηλικίας. Η αίσθηση του αριθμού συμπεριλαμβάνει ένα σύνολο ιδεών, με βασικό στοιχείο την ικανότητα διερεύνησης και ερμηνείας αριθμών και πράξεων, χωρίς την εκτέλεση τυποποιημένων αλγορίθμων (Κολέζα, 2009, σελ. 255). Οι μαθητές/μαθήτριες με τις κατάλληλες δεξιότητες αίσθησης αριθμών μπορούν να βρουν ευέλικτους και κατάλληλους τρόπους για να λύσουν ένα αριθμητικό πρόβλημα. Επιπλέον, οι μαθητές/μαθήτριες που έχουν την ικανότητα αίσθησης αριθμών μπορούν επίσης να αναγνωριστούν από το επίπεδο άνεσης τους όταν ασχολούνται με τους αριθμούς (Kaminski, 2002).

Κατά την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος, οι μαθητές/μαθήτριες που χρησιμοποιούν την αίσθηση των αριθμών δεν βασίζονται μόνο στην αρχή και στους κανόνες που μαθαίνονται ρητά στο σχολείο, αλλά επίσης εντοπίζουν εύκολα τα αριθμητικά λάθη (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). Κατά την εκτέλεση αριθμητικών υπολογισμών, οι μαθητές/μαθήτριες με επαρκείς δεξιότητες αίσθησης του αριθμού θα αξιολογήσουν την αλήθεια των αριθμητικών αποτελεσμάτων που εξάγονται. Όταν τα αποτελέσματα δεν είναι τα αναμενόμενα, ο μαθητής θα τα εξετάσει εκ νέου. Για παράδειγμα, για την πράξη της αφαίρεσης δεν μπορεί η διαφορά δύο αριθμών να είναι μεγαλύτερη από τον μειωτέο. Η αίσθηση αριθμών δεν εστιάζει μόνο στο μαθηματικό σύστημα πληροφοριών που έχει αποκτηθεί, αλλά χρησιμεύει επίσης ως το κλειδί για την ικανότητα του ατόμου να ολοκληρώσει βασικούς αριθμητικούς υπολογισμούς. Οι μαθητές/μαθήτριες μπορούν να συνειδητοποιήσουν ότι το 17 είναι μεγαλύτερο από το 13 έχοντας κατανοήσει ότι στα αθροίσματα $9 + 8$ και $9 + 4$, το 4 είναι μικρότερο από το 8, και στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού, βρίσκουμε στην Κολέζα , σύμφωνα με τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά στο δεύτερο επίπεδο, οι ίδιες οι σχέσεις γίνονται αντικείμενο διερεύνησης. Για παράδειγμα, διερευνάται η ισοδυναμία μεταξύ του $6-2=4$ και του $6=2+4$.

Αρκετές μελέτες έχουν δείξει ότι οι ανθρώπινες αναπαραστάσεις των αριθμών και η μαθηματική σκέψη εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από την αίσθηση της εκτίμησης των αριθμητικών μεγεθών (Lipton & Spelke, 2003). Ένα άτομο με καλή ικανότητα αίσθησης αριθμών μπορεί να δει τον κόσμο με όρους αριθμούς και ποσότητας, όπως για παράδειγμα

όταν ο αριθμός 100 αξίζει πολύ και λίγο (Shumway, 2011). Ενώ τα παιδιά δεν εκπαιδεύονται να χρησιμοποιούν τις αισθήσεις τους στον χειρισμό απλών υπολογισμών, τείνουν να κολλάνε σε κανόνες που κάνουν τις στρατηγικές και την ευελιξία τους να μην έχουν αναπτυχθεί. Για παράδειγμα, η Άννα, μια μαθήτρια της τρίτης τάξης εξακολουθεί να χρησιμοποιεί τα δάχτυλά της για απλούς υπολογισμούς $9 + 9$ ενώ θα έπρεπε να χρησιμοποιήσει μια πιο αποτελεσματική στρατηγική για να το χειριστεί αυτό το άθροισμα.

Η αίσθηση του αριθμού αναγνωρίζεται περισσότερο ως ικανότητα ή γνώση, όχι ως εγγενείς διαδικασίες (Robinson, Menchetti, & Torgesen, 2002). Η αίσθηση αριθμών μπορεί να εμφανιστεί με διάφορους τρόπους, εάν οι μαθητές/μαθήτριες έρθουν αντιμέτωποι με τη μαθηματική σκέψη. Οι μαθητές/μαθήτριες με αίσθηση αριθμών προτιμούν να αναπτύσσουν υπολογιστικές στρατηγικές όπως νοητικούς υπολογισμούς, τεχνικές αριθμομηχανής και εκτιμήσεις, και η αίσθηση αριθμών παίζει ζωτικό ρόλο στην πραγματοποίηση αυτών των στρατηγικών σε διάφορα επίπεδα (Robinson, Menchetti, & Torgesen, 2002).

Ορισμένοι ερευνητές ορίζουν την αίσθηση του αριθμού σε σχέση με την εκτίμηση αλλά και ως συστατικό της γενικότερης διαδικασίας της εκτίμησης (Siegler, & Booth, 2004· Sowder, 1992). Αντίθετα, άλλοι θεωρούν την εκτίμηση υποσύνολο της αίσθησης του αριθμού (Yang, 2005). Σύμφωνα με τους Reys et al. (1991), είναι δύσκολο να διαχωρίσει κανείς τους νοερούς υπολογισμούς, από την αίσθηση του αριθμού και τις υπολογιστικές εκτιμήσεις. Επίσης, έχει διαπιστωθεί ότι η αδυναμία στις εκτιμήσεις μπορεί να δείχνει αδυναμία και στην αίσθηση του αριθμού (Levine, 1982· NCTM, 1989· Reys et al., 1991· Sowder et al., 1989· Sowder, 1992) και συνεπώς, «η εκτίμηση και ο νοερός υπολογισμός μπορούν να οδηγήσουν στην καλύτερη αίσθηση του αριθμού» (Sowder, 1992). Συμπερασματικά, η αίσθηση αριθμού είναι ένας ευρύς τομέας που εμπεριέχει τον νοερό υπολογισμό, την εκτίμηση ή και τα δύο (McIntosh et al., 1997).

Σύμφωνα με την Case (Case, 1998) κάποιος που έχει ισχυρή αριθμητική αίσθηση είναι ικανός να:

- ✓ κατανοεί τα μεγέθη στον πραγματικό κόσμο και στον κόσμο των μαθηματικών που εκφράζονται με αριθμητική έκφραση
- ✓ δημιουργεί διαδικασίες σύμφωνα με τον δικό τους τρόπο ολοκλήρωσης αριθμητικών πράξεων
- ✓ αναπαριστά τους αριθμούς με διάφορους τρόπους ανάλογα με το πλαίσιο και το σκοπό

- ✓ προσδιορίζει σημεία αναφοράς και αριθμητικά μοτίβα. 5) να εντοπίζει αριθμητικά σφάλματα και
- ✓ κατανοεί τη γενική φύση ενός αριθμητικού προβλήματος χωρίς να εκτελεί τυπικούς υπολογισμούς.

Το NCTM (NCTM, 1989) περιγράφει επίσης πως οι μαθητές/μαθήτριες με ικανότητα αίσθησης αριθμών στα Πρότυπα Προγράμματος Σπουδών και Αξιολόγησης για τα Σχολικά Μαθηματικά θα πρέπει:

- ✓ να κατανοούν τη σημασία των αριθμών
- ✓ να αναπτύσσουν πολλές σχέσεις μεταξύ των αριθμών
- ✓ να αναγνωρίζουν το σχετικό μέγεθος ενός αριθμού
- ✓ να γνωρίζουν τις σχετικές επιδράσεις των πράξεων στους αριθμούς, και
- ✓ να αναπτύσσουν αναφορές για τη μέτρηση αντικειμένων και γενικών καταστάσεων στο περιβάλλον τους.

Για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων υψηλού επιπέδου, απαιτείται επαρκής ικανότητα αίσθησης αριθμού. Οι Sood & Mackey (2015) προτείνουν ότι η αίσθηση των αριθμών είναι το θεμέλιο για να κατανοήσουν οι μαθητές/μαθήτριες τυπικές μαθηματικές έννοιες. Έτσι, η ικανότητα της καλής αίσθησης των αριθμών είναι πολύ σημαντική για τους μαθητές/μαθήτριες να προβλέψουν τη μαθηματική τους επιτυχία στο μέλλον. Μια έρευνα της βιβλιογραφίας έδειξε ότι η έννοια των αριθμών είναι δύσκολο να οριστεί και ότι δεν είναι μια ενιαία οντότητα, αλλά έχει πολλές διαστάσεις. Όπως η «κοινή λογική», η έννοια των αριθμών είναι μια πολύτιμη αλλά δύσκολο να χαρακτηριστεί έννοια (McIntosh, Reys, Reys, Bana & Farrell, 1997). Οι Verschaffel & De Corte (1996) τονίζουν ότι «αυτή η πολύπλοκη ,πολύπλευρη και διαθετική φύση της αίσθησης των αριθμών υποδηλώνει ότι δεν μπορεί να χωριστεί σε ειδικά κεφάλαια σχολικών βιβλίων ή διδακτικές ενότητες» και ότι «η ανάπτυξη της αίσθησης των αριθμών προκύπτει από όλο το φάσμα των δραστηριοτήτων της μαθηματικής εκπαίδευσης, αντί για ένα καθορισμένο υποσύνολο ειδικά σχεδιασμένων δραστηριοτήτων».(McIntosh, Reys, Reys, Bana & Farrell, 1997).

Ωστόσο, έχουν υποτεθεί διάφοροι «δείκτες» της αίσθησης των αριθμών (McIntosh, Reys, Reys, Bana & Farrell, 1997). Αυτοί περιλαμβάνουν τις καλά κατανοητές έννοιες αριθμών, την ύπαρξη και εξάρτηση από πολλαπλές αριθμητικές σχέσεις, την αναγνώριση σχετικού μεγέθους αριθμών, την επίγνωση της σχετικής επίδρασης της λειτουργίας στους αριθμούς και τη χρήση αναφορών για μετρήσεις κοινών αντικειμένων και καταστάσεων και

στο περιβάλλον τους (NCTM , 1989). Ο Shull (1998) προσφέρει πρόσθετο δείκτη της αίσθησης του αριθμού μια διαισθητική κατανόηση των αριθμών και της επίδρασης των πράξεων και των αριθμών.

Η αίσθηση αριθμών χαρακτηρίζεται από την ικανότητα ενός ατόμου να χρησιμοποιεί την κατανόησή του/της για τα μαθηματικά με ευέλικτους και δημιουργικούς τρόπους για να παίρνει μαθηματικές αποφάσεις και να αναπτύσσει χρήσιμες στρατηγικές για το χειρισμό αριθμών και πράξεων. Ο Shull (1998) προσφέρει ως πρόσθετο δείκτη της αίσθησης του αριθμού μια διαισθητική κατανόηση των αριθμών και της επίδρασης των πράξεων και των αριθμών. Είναι ένα καλά οργανωμένο εννοιολογικό δίκτυο που δίνει τη δυνατότητα σε ένα άτομο να συσχετίσει τον αριθμό και τη λειτουργία εύστοχα.

Εν συντομία, η έννοια του αριθμού αναφέρεται στην ικανότητα χρήσης αριθμών και ποσοτικών μεθόδων ως μέσο επικοινωνίας, επεξεργασίας και ερμηνείας πληροφοριών (McIntosh, Reys, Reys, Bana & Farrell, 1997). Αναφέρεται στην κατανόηση των αριθμών και των σχετικών μαθηματικών πράξεων τους και στην ικανότητα (τάση) να χρησιμοποιείται αυτή η κατανόηση για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με μαθηματικά σχετικές καταστάσεις. Η αίσθηση αριθμών μπορεί να θεωρηθεί ως προσεκτικά διατεταγμένες έννοιες που επιτρέπουν σε κάποιον να συσχετίσει τις ιδιότητες των αριθμών με αυτές των πράξεων (Sowder, 1992). Μπορεί να αναγνωριστεί ως η ικανότητα σύνθεσης αριθμών και ταυτόχρονα ικανή να αναγνωρίζει τις αναπαραστάσεις του. Η έννοια των αριθμών περιλαμβάνει επίσης την ικανότητα σύγκρισης αριθμών, αλληλουχίας αριθμών με νόημα, συσχέτιση των τιμών που αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί, υπολογισμού διανοητικά, και να είναι σε θέση να μηνύσει την κατάλληλη στρατηγική για να κατανοήσει τον αντίκτυπο ορισμένων πράξεων.

Η αίσθηση αριθμών αναφέρεται στην ικανότητα κατανόησης, λειτουργίας και κρίσης του αποτελέσματος ορισμένων πράξεων αριθμών. Έχει ως αποτέλεσμα την άποψη των αριθμών ως σημαντικών οντοτήτων και των προσδοκιών ότι οι μαθηματικοί χειρισμοί και τα αποτελέσματα θα έχουν νόημα.

Η αίσθηση του αριθμού, επίσης, έχει ερευνηθεί μέσα από δύο ξεχωριστές διαδικασίες:

- τους νοερούς υπολογισμούς και
- τις αριθμητικές εκτιμήσεις.

Ο Greeno (1991) όρισε την αίσθηση του αριθμού ως την ανάπτυξη νοερών υπολογισμών, την πραγματοποίηση σωστών εκτιμήσεων καθώς και την εξαγωγή συμπερασμάτων σε σχέση με τις ποσότητες, ενώ ο McIntosh, (2004) θεωρεί ότι διαφαίνεται

ότι οι νοεροί υπολογισμοί αλλά οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί οδηγούν στην ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Στην ίδια λογική οι Tsao & Pan (2011), αναφέρουν ότι η διδασκαλία των κατά προσέγγιση υπολογισμών βοηθάει άμεσα στην αίσθηση αριθμού και στη μαθηματική συλλογιστική των μαθητών/μαθητριών. Επίσης, πρέπει να τονιστεί ότι οι νοεροί και οι κατ' εκτίμηση υπολογισμοί εξυπηρετούν στο να αποκτήσουν οι μαθητές/μαθήτριες καλύτερη αίσθηση των αριθμών (Lemonidis, Tsakiridou, & Melioroulou, 2015).

Καθώς ο μαθητής ασχολείται με μαθηματικά που απαιτούν σκέψη, συμπεριλαμβανομένης της επίγνωσης των διαφόρων επιπέδων ακρίβειας και ευαισθησίας για τη λογικότητα των υπολογισμών αφήνεται να διαφανεί η ύπαρξη της αίσθησης των αριθμών δηλ. εμφανίζεται με διάφορους τρόπους. (Barger, Reys, Dougherty, Hope, Lembke, Markovits, Parnas, Reehm, Sturdevant, Weber & Bruckheimer, 1991).

Σε μεταρρυθμίσεις των σχολικών μαθηματικών, σε πολλές βιομηχανικές χώρες, έχει τονιστεί η ανάγκη οι μαθητές/μαθήτριες να αναπτύξουν την αίσθηση του Αριθμού (Australian Education Council, 1991· Cockcroft, 1982· Emanuelsson & Johansson, 1996 · Japanese Ministry of Education, 1989· National Council of Teachers of Mathematics, 1989·). Τα δε πλεονεκτήματα του να εκθέτεις τα παιδιά σε προβλήματα εκτίμησης έχουν καταγραφεί σε αναλυτικά προγράμματα διαφόρων χωρών (Segovia, & Castro, 2009). Αντίστοιχα, στον ελληνικό οδηγό του νηπιαγωγείου (2006), οι μαθηματικές εκτιμήσεις εμφανίζονται ως πρώτη μαθησιακή επιδίωξη για τα μαθηματικά των νηπιακών τάξεων.

Η αίσθηση του αριθμού έχει αναγνωριστεί ως απαραίτητος σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών (NCTM, 2000). «Η αίσθηση του αριθμού αντικατοπτρίζει μια κλίση ή μια ικανότητα να χρησιμοποιούμε τις αριθμητικές και τις ποσοτικές μεθόδους ως ένα μέσο επικοινωνίας, επεξεργασίας και ερμηνείας των πληροφοριών που λαμβάνουμε. Συνεπώς, τα μαθηματικά αποτελούν πλέον αναγκαιότητα για όλους» (McIntosh, et al., 1992, σελ. 3)

2.2 Βασικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού

Προσπαθώντας να ορίσει κανείς την αίσθηση του αριθμού παρουσιάζεται η ανάγκη να επιμερισθούν τα βασικά συστατικά στοιχεία που αποτελούν αυτήν την έννοια. Συγκεκριμένα, η αίσθηση αυτή προϋποθέτει πολύπλοκες και διαφορετικές ικανότητες και αναπτύσσεται στην περίπτωση που ένας μαθητής έχει ήδη εξοικειωθεί με τις ποσότητες, τα μεγέθη τους και τις αναπαραστάσεις. Την ίδια στιγμή είναι σημαντικό να είναι γνωστές κάποιες στρατηγικές όπως η επίλυση αλγορίθμων και προβλημάτων, η επιχειρηματολογία της απάντησης καθώς και η ικανότητα του να σκέφτεται κάποιος κριτικά. (Country-Clarke et al., 2014).

Μια εις βάθος ανάλυση σχετικά με την αίσθηση του αριθμού έγινε από τους McIntosh, Reys & Reys (1992), όπου έχοντας ως βάση τη θεωρία της Sowder (1992), που θεωρεί ότι η αίσθηση του αριθμού προσεγγίζεται ολιστικά σε σχέση με την ποσοτική διαίσθηση, παρουσίασαν την ικανότητα που έχει ο άνθρωπος να κάνει χρήση των αριθμών έτσι, ώστε να επικοινωνεί και να επεξεργάζεται πληροφορίες και δημιούργησαν έναν πίνακα σχετικά με τα συστατικά στοιχεία της αίσθησης του αριθμού.

Γνώση και ευχέρεια με τους αριθμούς	<ul style="list-style-type: none">• Αίσθηση της τακτικότητας των αριθμών• Πολλαπλές αναπαραστάσεις των αριθμών• Αίσθηση του σχετικού και απόλυτου μεγέθους των αριθμών
Γνώση και ευχέρεια των αριθμητικών πράξεων	<ul style="list-style-type: none">• Κατανόηση της επίδρασης των αριθμητικών πράξεων• Κατανόηση των μαθηματικών ιδιοτήτων• Κατανόηση της σχέσης μεταξύ των αριθμητικών πράξεων
Εφαρμογή των γνώσεων, των αριθμητικών πράξεων και της ευχέρειας με τους αριθμούς σε υπολογιστικά περιβάλλοντα	<ul style="list-style-type: none">• Κατανόηση της σχέσης ανάμεσα στο πλαίσιο του προβλήματος και τον απαραίτητο υπολογισμό

Πίνακας 1 Χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού για το δημοτικό σχολείο (McIntosh et al., 1992).

Στον πίνακα 1 γίνεται μια προσπάθεια να αρθρωθεί μια δομή που αποσαφηνίζει, οργανώνει και συνδέει ορισμένα από τα γενικά στοιχεία της βασικής αίσθησης αριθμών. Για πολλά από αυτά υπάρχει ταύτιση απόψεων από διαφορετικούς επιστήμονες. Πάντως θα μπορούσε να θεωρηθεί μάλλον μάταιη μια οριοθέτηση όλων των πιθανών στοιχείων της αίσθησης των αριθμών για την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, καθώς η αίσθηση αριθμών χρειάζεται να επεκταθεί προς την Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, αλλά και πέρα από αυτή. Αυτό συμβαίνει, διότι στην μεν Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση υπεισέρχονται νέοι ορισμοί, όπως των αρρήτων αριθμών, στην δε Τριτοβάθμια Εκπαίδευση ορίζονται αυστηρά τα διάφορα αριθμητικά σύνολα, τα οποία είναι όλα υποσύνολα του συνόλου των μιγαδικών αριθμών. Ο Πίνακας 1 διαφοροποιεί τρεις τομείς, όπου η αίσθηση αριθμών παίζει βασικό ρόλο. Δηλαδή τις αριθμητικές έννοιες, τις λειτουργίες με αριθμούς και τις εφαρμογές του αριθμού.

Η αίσθηση του αριθμού συνεπάγεται την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οργανώνεται το ινδο-αραβικό σύστημα αριθμών και πώς αυτή η κατάσταση βοηθά στην αναθεώρηση και την εξέταση αριθμών. Το σύστημα θέσης αξίας, συμπεριλαμβανομένης της

εφαρμογής του σε ακέραιους και δεκαδικούς αριθμούς, αποτελεί σημαντικό στοιχείο αυτής της περιοχής γνώσης. Η κατανόηση των ρητών αριθμών, συμπεριλαμβανομένου του τρόπου με τον οποίο αναπαρίστανται, περιλαμβάνεται επίσης σε αυτήν την περιοχή γνώσης.

Η κατανόηση του συστήματος αριθμών βοηθά τον μαθητή να οργανώσει νοερά, να συγκρίνει και να ταξινομήσει τους αριθμούς που συναντώνται σε ένα μαθηματικό περιβάλλον. Για παράδειγμα, ένα μικρό παιδί που μαθαίνει να μετράει πέρα από το 20 εκτιμά τα μοτίβα που προσδιορίζονται τόσο προφορικά όσο και σε γραπτή μορφή που είναι εγγενή στο σύστημα αριθμών. Αυτά τα μοτίβα παρέχουν μια ισχυρή πηγή υποστήριξης για την επέκταση της ακολουθίας μέτρησης. Με τον ίδιο τρόπο, ένας μαθητής της πέμπτης τάξης εξερευνά τους δεκαδικούς αριθμούς μετρώντας (με τη βοήθεια μιας αριθμομηχανής) από το μηδέν έως το 10 κατά δέκατα.

Σχετικά με τις πολλαπλές αναπαραστάσεις είναι γνωστό πως οι αριθμοί εμφανίζονται σε διαφορετικά περιβάλλοντα και μπορούν να εκφραστούν σε μια ποικιλία αναπαραστάσεων π.χ. συμβολικών και άλλων όπως π.χ. σημείο πάνω στην αριθμογραμμή. Ακόμη η αίσθηση αριθμών περιλαμβάνει την αναγνώριση, δηλ. ότι οι αριθμοί παίρνουν πολλές μορφές και μπορούν να ληφθούν υπόψη και να χρησιμοποιηθούν με πολλούς τρόπους για να εξυπηρετηθεί ένας συγκεκριμένος σκοπός, όπως π.χ. τα δεδομένα σε ένα πρόβλημα. Επίσης η αναγνώριση του αθροίσματος $2 + 2 + 2 + 2$ ότι εκφράζει το ίδιο πράγμα με το γινόμενο 4×2 αποτελεί μια χρήσιμη εννοιολογική σύνδεση μεταξύ πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού. Η γνώση ότι οι αριθμοί μπορούν να αναπαρασταθούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους, μαζί με την αναγνώριση ότι ορισμένες αναπαραστάσεις είναι πιο χρήσιμες από άλλες σε ορισμένες καταστάσεις επίλυσης προβλημάτων είναι πολύ σημαντικό όσο και απαραίτητο για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης.

Σχετικά με την αίσθηση σχετικού και απόλυτου μεγέθους αριθμών, η ικανότητα αναγνώρισης της σχετικής τιμής ενός αριθμού ή ποσότητας σε σχέση με έναν άλλο αριθμό και η ικανότητα αίσθησης του γενικού μεγέθους ενός δεδομένου αριθμού ή ποσότητας είναι μια συμπεριφορά που αναπτύσσεται με μαθηματική ωρίμανση και εμπειρία. Για παράδειγμα, τι έννοια έχει ένας μαθητής της τρίτης δημοτικού για το μέγεθος του 1000;

Κάνοντας ερωτήσεις στους μαθητές/μαθήτριες, όπως «Πόσο χρόνο χρειάζεται για να μετρήσουν μέχρι το 1000;» η απάντησή τους θα είναι αποτέλεσμα της εμπειρίας τους ή μιας οδηγίας. Δηλαδή αν κάποιος τους δώσει την οδηγία να χρονομετρήσουν το μέτρημα μέχρι το 200 ή μέχρι το 500 τότε μπορούν με σχετική ακρίβεια να δώσουν κάποια απάντηση. Επίσης

έναν μαθητή που ζυγίζει 50 κιλά μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτήν την πληροφορία για την εκτίμηση του βάρους ενός άλλου συμμαθητή του. Ομοίως, ένα παιδί που παρακολουθεί έναν αγώνα ποδοσφαίρου, όπου η συμμετοχή είναι 50.000 άτομα μπορεί αργότερα να το χρησιμοποιήσει ως αναφορά για να κρίνει το μέγεθος σε άλλα πλήθη. Η ποικιλία και η πολυπλοκότητα των σημείων αναφοράς στη λήψη αποφάσεων σχετικά με αριθμούς και αριθμητικά πλαίσια στα οποία αναφέρονται αυτοί αποτελούν μια πολύτιμη ένδειξη.

Στον πίνακα 1 η γνώση και η ευχέρεια των πράξεων παρουσιάζεται ως ένα ακόμα βασικό χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού. Πιο συγκεκριμένα μεγάλο μέρος των σημερινών σχολικών μαθηματικών είναι αφιερωμένο στο να βοηθήσει τους μαθητές/μαθήτριες να κατανοήσουν τις πράξεις, συμπεριλαμβανομένου του τρόπου με τον οποίο εκτελούνται. Για παράδειγμα, στο δημοτικό σχολείο παρέχεται μια εννοιολογική βάση για τις πράξεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης, μαζί με την ανάπτυξη ειδικών δεξιοτήτων που είναι απαραίτητες για την εκτέλεση κάθε πράξης. Βασικά συστατικά μιας ικανότητας κατανόησης και χρήσης πράξεων είναι: η κατανόηση της επίδρασης των πράξεων, η επίγνωση των μαθηματικών ιδιοτήτων των πράξεων και η επίγνωση της σχέσης μεταξύ των πράξεων. Η πλήρης σύλληψη μιας πράξης συνεπάγεται κατανόηση της επίδρασης της πράξης σε διάφορους αριθμούς, συμπεριλαμβανομένων ακέραιων και ρητών αριθμών. Για παράδειγμα, η μοντελοποίηση του πολλαπλασιασμού ως επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης παρέχει έναν συγκεκριμένο τρόπο για να βοηθήσει τα παιδιά να σκεφτούν τον πολλαπλασιασμό καθώς και να τον πραγματοποιήσουν.

Η σχέση των πράξεων είναι μια άλλη πολύτιμη πληροφορία και επιτρέπει στον εκπαιδευόμενο να αναπτύξει έναν ακόμη τρόπο σκέψης για ένα πρόβλημα. Για παράδειγμα η σχέση του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης ως σχέση αντίστροφων πράξεων μπορεί να οδηγήσει στην επίλυση ενός προβλήματος. Για παράδειγμα, όταν ζητείται στον μαθητή να υπολογίσει το πηλίκο $480 : 8$, ένας μαθητής μπορεί να σκεφτεί ως πολλαπλασιασμό του 8 επί κάποιον αριθμό που δίνει γινόμενο 480 αντί να το αντιμετωπίσει ως ένα πρόβλημα διαίρεσης. Αυτό δεν σημαίνει ότι το άτομο δεν είναι σε θέση να εκτελέσει τη διαίρεση, αλλά μάλλον ότι το άτομο γνωρίζει ότι υπάρχει αντίστροφη σχέση μεταξύ διαίρεσης και πολλαπλασιασμού και ότι είναι άνετο στη χρήση της σχέσης για να συλλάβει και να λύσει το πρόβλημα. Για να κατανοήσουμε τη σχέση μεταξύ των λειτουργιών, είναι απαραίτητο να κατανοήσουμε πρώτα κάθε λειτουργία. Οι σχέσεις μεταξύ των πράξεων αυξάνονται καθώς οι συντελεστές επεκτείνονται από ακέραιους αριθμούς σε ρητούς αριθμούς. Καθώς οι ρητοί αριθμοί

διερευνώνται, είναι φυσικό να διερευνηθούν και να χρησιμοποιηθούν περαιτέρω σχέσεις, όπως αυτές μεταξύ πολλαπλασιασμού και διαίρεσης. (McIntosh, 1992)

Ακόμη ένα χαρακτηριστικό που διαθέτει ένα άτομο με αίσθηση του αριθμού είναι η εφαρμογή των γνώσεων, των αριθμητικών πράξεων και της ευχέρειας με τους αριθμούς σε υπολογιστικά περιβάλλοντα σε συνδυασμό με τη λογική κρίση και την κατ' εκτίμηση υπολογισμών. Στην περίπτωση αυτή το άτομο μπορεί να κρίνει τη λογικότητα ενός αποτελέσματος χωρίς να χρησιμοποιήσει συγκεκριμένες στρατηγικές. (McIntosh, 1992). Επιπρόσθετα, σύμφωνα με τους McIntosh et al ένα ακόμα βασικό χαρακτηριστικό ενός ανθρώπου που κατέχει την αίσθηση των αριθμών είναι το να μπορεί να σκέφτεται λογικά τους κατ' εκτίμηση υπολογισμούς χωρίς να χρησιμοποιεί κάποια συγκεκριμένη μέθοδο. Για παράδειγμα επιλύοντας την πράξη 997×4 ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να μπορεί να σκεφτεί στρογγυλοποιώντας ($1000 \times 4 = 4000$) και στην πορεία να ελέγξει το ακριβές αποτέλεσμα.

2.3 Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού

Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού των μαθητών/μαθητριών θεωρείται ως ένα σημαντικό αποτέλεσμα και βασικό συστατικό των σχολικών προγραμμάτων σπουδών και ως βάση για την ανάπτυξη επίσημων μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων στο δημοτικό σχολείο (Yang, 2005). Τα ευρήματα της έρευνας υποστηρίζουν ότι η αίσθηση των αριθμών είναι ένας ισχυρός προγνωστικός παράγοντας των μαθηματικών αποτελεσμάτων και μια ζωτική προϋπόθεση για την επιτυχία στα μαθηματικά (Malofeeva, Day, Saco, Young, & Ciancio, 2004).

Πρόσφατες διαχρονικές μελέτες τεκμηρίωσαν ότι οι δεξιότητες αίσθησης αριθμών που αναπτύχθηκαν στο προνήπιο και στο νηπιαγωγείο δεν είναι μόνο θεμελιώδεις, αλλά συσχετίζονται επίσης με την επίδοση στα μαθηματικά της πρώτης τάξης (Jordan et al., 2006). Διαπιστώθηκε ότι η γνώση των αρχών μέτρησης συσχετίζεται σημαντικά με τις αριθμητικές ικανότητες.

Η αίσθηση του αριθμού των παιδιών είναι ένας βασικός προγνωστικός παράγοντας της μετέπειτα μαθηματικής επιτυχίας, τόσο βραχυπρόθεσμα (Aunio & Niemivirta, 2010) όσο και μακροπρόθεσμα. Για παράδειγμα, τα ευρήματα έρευνας υποδηλώνουν ότι η πρώιμη ανάπτυξη της αίσθησης αριθμών συμβάλλει στην εκμάθηση πιο περίπλοκων μαθηματικών εννοιών, προωθεί την αριθμητική ευχέρεια και είναι θεμελιώδης για όλες τις πτυχές των πρώιμων μαθηματικών δεξιοτήτων (Baroody et al., 2009· Jordan et al., 2010).

Η ανεπαρκής ανάπτυξη της αίσθησης των αριθμών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού μπορεί να σχετίζεται με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Επιπλέον, υποστηρίζεται ευρέως ότι οι μαθητές/μαθήτριες που μπαίνουν στο σχολείο με καλή αίσθηση του αριθμού είναι πιο πιθανό να επωφεληθούν από τη διδασκαλία των μαθηματικών στις τάξεις του Δημοτικού σε αντίθεση με μαθητές/μαθήτριες που μπαίνουν στο σχολείο με όχι καλή αίσθηση του αριθμού, που οι δυσκολίες που θα παρουσιαστούν στην περίπτωση αυτή πιθανόν να λειτουργήσουν αθροιστικά με αποτέλεσμα ο μαθητής να παρουσιάσει προβλήματα μάθησης των μαθηματικών σε επόμενες τάξεις (Jordan et al., 2010). Η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται σταδιακά και ωριμάζει με εμπειρία και γνώση (Reys & Yang, 1998). Αναπτύσσεται δε ως αποτέλεσμα της εξερεύνησης των αριθμών σε ποικίλα πλαίσια και της συσχέτισής τους με τρόπους που δεν περιορίζονται σε παραδοσιακούς αλγόριθμους (Sood & Jitendra, 2007).

Επιπλέον, η αίσθηση των αριθμών είναι εξαιρετικά προσωπική και είναι ένα υποπροϊόν της διδασκαλίας για κατανόηση. Διαχρονικές μελέτες παρείχαν στοιχεία σχετικά με την ανάπτυξη της πρώιμης αίσθησης του αριθμού των μαθητών/μαθητριών στο νηπιαγωγείο και στις πρώτες τάξεις του δημοτικού. Για παράδειγμα, η Jordan (2010) και οι συνεργάτες της εντόπισαν για την αίσθηση του αριθμού εμπειρικά τρεις αναπτυξιακές τροχιές:

(α) τα παιδιά που ξεκίνησαν με χαμηλή αριθμητική ικανότητα και παρέμειναν χαμηλά

(β) τα παιδιά που ξεκίνησαν με υψηλή αριθμητική ικανότητα και παρέμειναν ψηλά και

(γ) αυτά που ξεκίνησαν με χαμηλή αριθμητική ικανότητα αλλά είχαν σχετικά καλή ανάπτυξη.

Πάντως κάποιοι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η αίσθηση του αριθμού προϋπάρχει (Dehaene, 2001) και από την άλλη υπάρχει ένα μεγάλο μέρος μελετητών που θεωρεί πως η αίσθηση των αριθμών αναπτύσσεται με την εμπειρία (Berch, 2005· Reys B., 1994)

Σύμφωνα με τον Berch (2005), δεχόμενοι πως η αίσθηση του αριθμού είναι μια ικανότητα δεξιοτήτων ή γνώση που αποκτάται μέσω ανάπτυξης δεξιοτήτων και όχι κάτι που προϋπάρχει από τη γέννησή μας προκύπτει ότι τελικά ότι η αίσθηση του αριθμού είναι κάτι που είναι εφικτό να καλλιεργηθεί (Robinson, Menchetti & Torgesen, 2002). Πολλά παιδιά δείχνουν να διαθέτουν ορισμένα στοιχεία αίσθησης του αριθμού πριν πάνε σχολείο (Ginsburg, & Golbeck, 2004), καθώς παρατηρούνται μωρά βρεφικής ηλικίας να μπορούν να ξεχωρίσουν ποσότητες (Wynn, 1992). Από την άλλη οι Gersten et al. (2005) ισχυρίζονται ότι εάν η αίσθηση

των αριθμών θεωρείται ως δεξιότητα ή ένα είδος γνώσης και όχι ως «εγγενής» διαδικασία (Robinson et al., 2002) επιβάλλεται να διδάσκεται.

Ωστόσο, ορισμένοι θεωρητικοί έχουν υποστηρίξει ότι η αίσθηση των αριθμών είναι ριζωμένη στη βιολογική μας σύνθεση, οπότε γεννάται το ερώτημα: ποιες είναι οι συνέπειες αυτής της προοπτικής για την προώθηση της ανάπτυξής της;

Οι περισσότεροι θεωρητικοί που εμμένουν στην άποψη ότι η αίσθηση των αριθμών έχει μακρά εξελικτική ιστορία και ένα εξειδικευμένο εγκεφαλικό υπόστρωμα δεν κρίνουν ότι αποτελεί έτσι μια σταθερή ή αμετάβλητη οντότητα. Επιπλέον, σύμφωνα με τον Geary (1995), τα νευρογνωστικά συστήματα που υποστηρίζουν αυτές τις στοιχειώδεις αριθμητικές ικανότητες περιλαμβάνουν αυτό που έχει αναφερθεί ως βασικές αρχές (Gelman 1990· Gelman & Meck, 1992), γιατί παρέχουν ακριβώς τη θεμελιώδη δομή για την απόκτηση αυτών των ικανοτήτων. Σε συμφωνία με αυτή την προοπτική, η αποτελεσματική χρήση επιτραπέζιων παιχνιδιών σε παιδιά προερχόμενα από στρώματα χαμηλής κοινωνικοοικονομικής κατάστασης οδηγεί στο συμπέρασμα ότι τόσο η επίσημη όσο και η άτυπη διδασκαλία μπορούν να ενισχύσουν την ανάπτυξη της αριθμητικής αίσθησης πριν την είσοδο στο σχολείο (Griffin, Case, & Siegler, 1994).

2.4 Η σημασία του δασκάλου στη διαδικασία ανάπτυξης της αίσθησης του αριθμού

Το σημαντικότερο που θα πρέπει να έχουν οι εκπαιδευτικοί έτσι, ώστε να μπορέσουν να καλλιεργήσουν την αίσθηση του αριθμού στους εκάστοτε μαθητές/μαθήτριες είναι η γνώση. (Alsawaie, 2011). Πιο συγκεκριμένα είναι σημαντικό να μπορεί άμεσα να δώσει επιχειρήματα στους μαθητές/μαθήτριες σχετικά με τις πράξεις και τους αριθμούς (Whitacre, 2015). Αυτό έχει ως προϋπόθεση οι εκπαιδευτικοί να αντιλαμβάνονται τη σημασία της αίσθησης του αριθμού (Almeida, et al., 2016) αλλά και το τρόπο που χρειάζεται να τη μεταλαμπαδεύσουν στους μαθητές/μαθήτριες (Yang, 2007).

Επιπρόσθετα, όλα δείχνουν ότι είναι μεγάλης σημασίας η πρώιμη παρέμβαση στο να μπορέσει ένα παιδί να καλλιεργήσει και να βελτιώσει την αίσθηση του αριθμού. Ένας τρόπος που φαίνεται να βοηθάει ιδιαίτερα στην πρώιμη αυτή παρέμβαση είναι η ενθάρρυνση των μαθητών/μαθητριών να χρησιμοποιούν μια αριθμογραμμή νοερά (Yang, 2007). Τέλος, είναι ιδιαίτερα σημαντικό οι εκπαιδευτικοί να φτιάξουν στις τάξεις τους ένα περιβάλλον που θα ενισχύει την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να ανακαλύπτουν τους αριθμούς και τις

σχέσεις που έχουν μεταξύ τους με έναν αβίαστο τρόπο (McIntosh, 2004 · Siegler & Booth 2005).

2.5 Αιτίες που επιδρούν στην αίσθηση του αριθμού των μαθητών/μαθητριών

Ορισμένοι ερευνητές παρατηρώντας τις διαφορές ως προς το φύλο είδαν ότι τα αγόρια είχαν καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με τα κορίτσια. (Jordan, Kaplan, Olah, & Locuniak, 2006). Οι Jordan et al (2006), εντόπισαν ότι οι διαφορές στο φύλο, στα μαθηματικά αρχίζουν από τη νηπιακή ηλικία. Αναλυτικότερα στην έρευνα συμμετείχαν παιδιά που βρίσκονταν σε νηπιακή ηλικία και εξετάστηκαν σε δραστηριότητες που αφορούσαν την αίσθηση του αριθμού όπως οι εκτιμήσεις και οι νοεροί υπολογισμοί. Τα στατιστικά έδειξαν ότι με μικρή διαφορά τα αγόρια είχαν καλύτερη συνολικά επίδοση. (Jordan et al., 2006). Επιπλέον σε παλαιότερη έρευνα όπου είχαν εξεταστεί αγόρια και κορίτσια Γ' τάξης σε σχέση με την αξίας θέσης, τους νοερούς υπολογισμούς καθώς και τις εκτιμήσεις είχε αποδειχθεί ότι τα αγόρια υπερτερούσαν και σε αυτή την περίπτωση (Jordan et al, 2003).

Στην έρευνα των Çilingir & Tünlükü (2009), όπου συμμετείχαν 30 παιδιά της έκτης, έβδομης και όγδοης τάξης στην Τουρκία και των δύο φύλων έλεγξαν κατά πόσο τα παιδιά μπορούν να χρησιμοποιήσουν συγκεκριμένες στρατηγικές σε σχέση με τους υπολογισμούς και την εκτίμηση των μέτρων. Και σε αυτή την περίπτωση τα αγόρια φάνηκαν να έχουν περισσότερη άνεση με τις στρατηγικές συγκριτικά με τα κορίτσια. Ωστόσο, υπάρχουν και έρευνες όπως αυτή των Aytekin και Tolukcuvar, (2014), όπου αφού εξέτασαν μαθητές/μαθήτριες έκτης, έβδομης και όγδοης τάξης σε προβλήματα εκτίμησης κλασμάτων διαπίστωσαν ότι υπήρχε γενικότερη χαμηλή επίδοση ανεξάρτητα από το φύλο.

Ηλικιακή ομάδα

Η πλειοψηφία των ερευνών αποδέχονται ότι η αίσθηση του αριθμού είναι κάτι που αναπτύσσεται σταδιακά (Jordan et al., 2012). Ακόμη φαίνεται να είναι περισσότερο ανεπτυγμένη σε μαθητές/μαθήτριες μεγαλύτερης ηλικιακής ομάδας. (Δεσλή, & Μυρόβαλη, 2017· Aunio, 2006). Σε έρευνα της η Dowker (1997) προσπάθησε να ελέγξει κατά πόσο οι μαθητές/μαθήτριες μπορούν να ανταποκριθούν στην υπολογιστική εκτίμηση σε προβλήματα πρόσθεσης. Στην προσπάθειά της αυτή ανακάλυψε ότι η ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης αναπτύσσεται ανάλογα με την ηλικία των μαθητών/μαθητριών, αλλά και τη γενικότερη επίδοσή τους σε προβλήματα πρόσθεσης. Σε άλλη έρευνα των Aytekin και Tolukcuvar (2014) που πραγματοποιήθηκε σε παιδιά έκτης, έβδομης και όγδοης τάξης στην Τουρκία, ερεύνησαν

τα αποτελέσματα των μαθητών/μαθητριών σε προβλήματα εκτίμησης σε σχέση με τους υπολογισμούς κλασμάτων. Τα στατιστικά της έρευνας έδειξαν ότι τα μεγαλύτερα παιδιά ανταποκρίθηκαν καλύτερα συγκριτικά με τα μικρότερα.

Επιπρόσθετα, τα αποτελέσματα έρευνας των Siegler και Booth (2005) ανέδειξαν ότι η διαδικασία της εκτίμησης μετά την 3η και 4η τάξη ενισχύεται σημαντικά. Στην ίδια λογική στην έρευνά τους οι Çilingir και Türnüklü (2009) εξέτασαν κατά πόσο οι μαθητές/μαθήτριες χρησιμοποιούν στρατηγικές στο να εκτιμήσουν και να κάνουν υπολογισμούς. Σε σχέση με την ηλικία, αναδείχθηκε ομοίως και σε αυτή την έρευνα ότι η ικανότητα και οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές/μαθήτριες βελτιώνονται ανάλογα την ηλικία που βρίσκονται. Ο τρόπος με τον οποίο τα παιδιά επιλέγουν να υπολογίσουν και να εκτιμήσουν, οι στρατηγικές δηλαδή που χρησιμοποιούν βελτιώνονται σε ποιότητα ανάλογα την ηλικία τους. (LeFevre, et al., 1993· Siegler & Booth, 2005). Η έρευνα των Lemaire και Lecacheur (2002) ασχολήθηκε με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού στους ενήλικες συγκριτικά με μαθητές/μαθήτριες της τέταρτης και έκτης τάξης. Σαν γενικότερη εικόνα διαπιστώθηκε ότι οι ενήλικες έχουν αυξημένη ικανότητα χρήσης στρατηγικών σε σχέση με τα παιδιά και πετυχαίνουν καλύτερες επιδόσεις.

Περιβάλλον

Πληθώρα ερευνών (Clements, & Sarame, 2008· Jordan, Kaplan, Ramineni, 2007) υποστηρίζουν ότι το περιβάλλον είναι ένας παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει την αίσθηση του αριθμού. Αναφορικά με την οικονομική κατάσταση, οι Clements και Sarame (2008) υποστηρίζουν ότι τα παιδιά που προέρχονται από περιβάλλον με χαμηλά εισοδήματα συνήθως πηγαίνουν στο σχολείο με αισθητά πιο λίγες εμπειρίες στα μαθηματικά συγκριτικά με τα παιδιά που προέρχονται από οικογένειες μεσαίας οικονομικής κατάστασης. Οι Jordan, Kaplan, Olah & Locuniak (2006) πραγματοποίησαν μια έρευνα με σκοπό να εξετάσουν την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού σε παιδιά που προέρχονται από οικογένειες χαμηλού εισοδήματος. Αν και οι διαφορές της κοινωνικής τάξης στις δεξιότητες που σχετίζονται με την αίσθηση του αριθμού έχουν τεκμηριωθεί (π.χ. Ginsburg & Russell, 1981 · Jordan et al., 1994· Starkey et al., 2004), λίγες έρευνες έχουν μελετήσει τα μικρά παιδιά διαχρονικά. Κρατώντας άλλες μεταβλητές σταθερές, τα παιδιά χαμηλού εισοδήματος στη μελέτη δεν είχαν ικανοποιητικά αποτελέσματα στις περισσότερες από τις ασκήσεις σε σχέση με τους συνομηλίκους τους με μεσαίο εισόδημα. Ωστόσο, τα παιδιά και στις δύο εισοδηματικές ομάδες προχώρησαν με παρόμοιους ρυθμούς σε πολλές εργασίες.

2.6 Διατύπωση ερευνητικών ερωτημάτων

Σύμφωνα με την επισκόπηση που προηγήθηκε και με βάση τους γενικότερους στόχους της έρευνας που τέθηκαν νωρίτερα, η παρούσα μεταπτυχιακή εργασία επιχειρεί να απαντήσει στα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

1ο ερευνητικό ερώτημα

Πώς καταγράφεται η αίσθηση του αριθμού στις 8 διαστάσεις που συνθέτουν την αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού;

2ο ερευνητικό ερώτημα

Πώς καταγράφεται και διαφοροποιείται η αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού ως προς το φύλο;

3ο ερευνητικό ερώτημα

Πώς καταγράφεται και διαφοροποιείται η αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού ως προς την επίδοσή τους στα Μαθηματικά;

4ο ερευνητικό ερώτημα

Πώς καταγράφεται και διαφοροποιείται η αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού ως προς τις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια παρουσίαση της ερευνητικής μεθοδολογίας που ακολουθήθηκε στο πλαίσιο αυτής της μεταπτυχιακής διπλωματικής εργασίας, καθώς και μια λεπτομερής περιγραφή των επιμέρους διαδικασιών, αλλά και των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή την έρευνα.

3.1 Δείγμα

Τα βασικά προβλήματα που κλήθηκε να αντιμετωπίσει η ερευνήτρια σχετικά με την επιλογή μεθόδου δειγματοληψίας ήταν τα εξής: α) να είναι το δείγμα όσο το δυνατόν πιο όμοιο με τον πληθυσμό, ώστε να εξασφαλίζεται μια ικανοποιητική προσέγγιση στις εκτιμήσεις για την αληθή τιμή του πληθυσμού, και β) να επιλέξει το μέγεθος του δείγματος έτσι ώστε να είναι εφικτή η έρευνα (π.χ. από πλευράς χρόνου, να εξασφαλιστούν οι σχετικές άδειες κλπ.). Θεωρούμε ότι το δείγμα που επιλέχθηκε είναι αντιπροσωπευτικό για τον πληθυσμό μας και επομένως τα αποτελέσματα μπορούν να θεωρούνται ότι εκφράζουν αμερόληπτα το σύνολο του σχετικού πληθυσμού των μαθητών/μαθητριών της Α' και Β' Δημοτικού.

Στην περίπτωση μας, οι μαθητές/μαθήτριες που συμμετείχαν προέρχονταν από δύο ιδιωτικά σχολεία στο Νομό Αττικής. Ειδικότερα, συμμετείχαν 84 μαθητές/μαθήτριες της Α' Δημοτικού, και 62 μαθητές/μαθήτριες της Β' Δημοτικού. Συνολικά, το δείγμα έφτασε τους 146 μαθητές/μαθήτριες. οι οποίοι επιλέχθηκαν με τη μέθοδο του βολικού δείγματος, υπό την έννοια ότι η ερευνήτρια είχε ευκολότερη πρόσβαση στα συγκεκριμένα τμήματα. Να σημειωθεί εδώ πως οι συγκεκριμένοι μαθητές/μαθήτριες που συμμετείχαν στην έρευνα, δεν είχαν δεχτεί κάποια εξειδικευμένη διδασκαλία, αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού.

3.2 Ερευνητικό σχέδιο

Σε αυτή την έρευνα κρίθηκε ως βασικό ζητούμενο να διερευνήσουμε εάν τα παιδιά της Α' και Β' Δημοτικού είναι σε θέση να έχουν συνολικά την αίσθηση του αριθμού, δηλαδή εάν αυτοί οι μαθητές/μαθήτριες έχουν μια καλή διαίσθηση για τους αριθμούς και τις σχέσεις τους (Howden, 1989:11), εάν διαθέτουν άνεση και φιλικότητα σε αριθμητικά ερωτήματα και προβλήματα (Greeno, 1991), εάν είναι ικανά να κάνουν συσχετισμούς με την καθημερινή τους εμπειρία (Reys, 1991) και εάν μπορούν να αναπαραστήσουν αριθμούς με πολλούς τρόπους (Sowder & Schappelle, 1994). Επειδή αυτή η ικανότητα των μαθητών/μαθητριών εκδηλώνεται μέσα από πολλές και διαφορετικές δράσεις, αποφασίστηκε να διερευνήσουμε εάν οι μαθητές/μαθήτριες είναι σε θέση να κατέχουν επιμέρους χαρακτηριστικά της αίσθησης του

αριθμού, που όμως όλα μαζί συνθέτουν συνολικά την έννοια της αίσθησης του αριθμού. Αρκετές προηγούμενες ερευνητικές προσπάθειες έχουν εξετάσει την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών του Δημοτικού να έχουν αίσθηση του αριθμού, οπότε λαμβάνοντας υπόψη μας τα βασικά μεθοδολογικά χαρακτηριστικά, αλλά και τις ανάγκες μιας τέτοιας προσπάθειας, η παρούσα έρευνα πραγματοποιήθηκε ακολουθώντας ουσιαστικά μια προσέγγιση δύο φάσεων όσον αφορά στο σχεδιασμό και την υλοποίησή της.

Αναλυτικότερα, η εξελικτική πορεία της μελέτης ακολούθησε δύο φάσεις. Κατά την πρώτη φάση έγινε η επισκόπηση της σχετικής επιστημονικής αρθρογραφίας / βιβλιογραφίας και αφού ολοκληρώθηκε ακολούθησε η δημιουργία του αρχικού ερευνητικού μοντέλου. Ακολούθησε η αναγνώριση και επιλογή των επιμέρους παραγόντων που συνθέτουν την αίσθηση του αριθμού μέσα από την επισκόπηση της σχετικής επιστημονικής αρθρογραφίας / βιβλιογραφίας. Στη συνέχεια, σχηματίστηκε ένα προκαταρκτικό ερευνητικό μοντέλο που συνδέει όλες τις συνιστώσες, που συνθέτουν την έννοια της αίσθησης του αριθμού στα Μαθηματικά για τους μαθητές/μαθήτριες της Α' και Β' Δημοτικού.

Κατά τη δεύτερη φάση της έρευνας έγινε η κατάρτιση του τελικού ερωτηματολογίου της έρευνας στην Α' και Β' Δημοτικού και κατόπιν διεξήχθη έρευνα με ερωτηματολόγιο στους μαθητές/μαθήτριες της Α' και Β' Δημοτικού. Μετά το πέρας της έρευνας έγινε η συλλογή και η αποδελτίωση των ερωτηματολογίων, η κωδικοποίηση των μεταβλητών και η καταχώρηση των ερευνητικών δεδομένων στο στατιστικό πακέτο SPSS v.27.0, Ακολούθησε η στατιστική ανάλυση των διαθέσιμων ερευνητικών δεδομένων που συλλέχθηκαν από την ερευνητική διαδικασία και στη συνέχεια η παρουσίαση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Τέλος, έγινε συζήτηση των ευρημάτων που προέκυψαν μέσα από την ερευνητική διαδικασία.

Συνοψίζοντας, η συνολική πορεία που ακολούθησε η έρευνα ήταν η εξής:

1. στην **πρώτη φάση της μελέτης** πραγματοποιήθηκε μια ευρεία επισκόπηση της διαθέσιμης σχετικής ερευνητικής βιβλιογραφίας, ανιχνεύοντας έτσι όλες τις σημαντικές συνιστώσες που φαίνονται ως κρίσιμες για την απόκτηση της αίσθησης του αριθμού στους μαθητές/μαθήτριες Δημοτικού. Αυτές οι συνιστώσες, οι οποίες αναφέρονται σε έναν μεγάλο αριθμό μελετών, χρησιμοποιήθηκαν στη συνέχεια της μελέτης, προκειμένου ο ερευνητής να διαμορφώσει ένα αρχικό ερευνητικό μοντέλο.
2. στη **δεύτερη φάση της μελέτης** διεξήχθη μια εμπειρική έρευνα σε μαθητές/μαθήτριες της Α' και Β' Δημοτικού σε δύο σχολεία, την οποία ακολούθησε η στατιστική ανάλυση των δεδομένων που προέκυψαν μέσα από τη διαδικασία της έρευνας.

3.3 Εργαλεία μέτρησης της έρευνας

Ως κύριο εργαλείο μέτρησης της έρευνας αυτής επιλέχθηκε το ερωτηματολόγιο. Το ερωτηματολόγιο θεωρήθηκε ως το καταλληλότερο μέσο συλλογής δεδομένων για τις ανάγκες της έρευνας αυτής, δεδομένου ότι αποτελεί ένα μέσο συλλογής δεδομένων, στο οποίο τα υποκείμενα της έρευνας καλούνται να απαντήσουν γραπτώς σε μια σειρά από προσχεδιασμένα προβλήματα, που αναφέρονται στις επιμέρους διαστάσεις της αίσθησης του αριθμού. Η χρησιμότητα του ερωτηματολογίου εξαρτάται κατά κύριο λόγο από την ποιότητα και την καταλληλότητα των ερωτήσεων. Το σημαντικότερο πλεονέκτημά του είναι ότι μπορεί να απαντηθεί ανώνυμα, κάτι που διευκολύνει τους μαθητές/μαθήτριες ως προς το να αισθάνονται άνετα και να είναι απόλυτα ειλικρινείς. Επειδή, δεν υπήρχε η δυνατότητα αξιοποίησης κάποιου σταθμισμένου, έτοιμου ερωτηματολογίου που να συνοδεύεται από πίνακες με τυπικούς βαθμούς, καθώς και δείκτες αξιοπιστίας και εγκυρότητας, γι' αυτό το λόγο επιλέξαμε να χρησιμοποιηθεί ένα αυτοσχέδιο ερωτηματολόγιο. Έπειτα από τις κατάλληλες τροποποιήσεις και συμπληρώσεις των ερωτημάτων, θεωρούμε ότι το τελικό αποτέλεσμα που δόθηκε στους συμμετέχοντες, ικανοποιούσε τις συγκεκριμένες απαιτήσεις του υπό διερεύνηση αντικειμένου, καθώς και τις ιδιαίτερες συνθήκες της σχολικής μονάδας. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της έρευνας ένα προκαταρκτικό ερωτηματολόγιο τόσο για την Α' Δημοτικού όσο και για την Β' Δημοτικού, και στη συνέχεια δόθηκε πιλοτικά σε μια μικρή ομάδα τυχαίων μαθητών/μαθητριών από κάθε τάξη, προκειμένου να δοκιμαστεί η εγκυρότητά του, η συνάφεια και το λεκτικό ύφος των ερωτήσεων.

Δομή των ερωτηματολογίων

Το κάθε ερωτηματολόγιο αποτελούνταν από κάποιες ερωτήσεις που διερευνούσαν χαρακτηριστικά των μαθητών/μαθητριών και στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά και στη συνέχεια υπήρχαν προβλήματα που σχετίζονταν με τις διαστάσεις της αίσθησης του αριθμού. Συγκεκριμένα, οι πρώτες ερωτήσεις διερευνούσαν το φύλο των μαθητών/μαθητριών, αν τους αρέσουν τα Μαθηματικά, καθώς και πόσο καλοί πιστεύουν ότι είναι στα Μαθηματικά. Στη συνέχεια οι επόμενες ερωτήσεις διερευνούσαν τις στάσεις των μαθητών/μαθητριών απέναντι στα Μαθηματικά, ζητώντας τους να παρομοιάσουν τα Μαθηματικά με ένα ζώο, ένα χρώμα και ένα φαγητό.

Οι επόμενες ερωτήσεις των ερωτηματολογίων, αναφέρονταν σε προβλήματα των Μαθηματικών, τα οποία διερευνούσαν το βαθμό στον οποίο οι μαθητές/μαθήτριες είχαν ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό της αίσθησης των αριθμών. Αντίστοιχα, υπήρχαν ομαδοποιημένες ερωτήσεις που αναφέρονταν σε 8 χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού.

Οι ερωτήσεις είχαν την εξής μορφή: α) ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού, β) ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, και γ) ερωτήσεις Σωστό/Λάθος.

Στο Παράρτημα της εργασίας υπάρχει ολόκληρο το ερωτηματολόγιο που δόθηκε σε κάθε τάξη του σχολείου, οπότε υπάρχει αναλυτική παρουσίαση όλων των ερωτημάτων που δόθηκαν και μετρούσαν τα χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού.

Κωδικοποίηση των μεταβλητών των ερωτηματολογίων

Προκειμένου να μπορέσουμε να μετρήσουμε την ικανότητα αίσθησης του αριθμού των μαθητών/μαθητριών της Α' και Β' Δημοτικού, κωδικοποιήσαμε τις ερωτήσεις του ερωτηματολογίου και στη συνέχεια τις ομαδοποιήσαμε σε 8 διαστάσεις, ώστε να μπορέσουμε να υπολογίσουμε την ικανότητα αίσθησης του αριθμού σε κάθε μια από αυτές τις συνιστώσες.

Στον παρακάτω Πίνακα φαίνεται αναλυτικά η κωδικοποίηση που εφαρμόστηκε στο ερωτηματολόγιο της Α' Δημοτικού:

Ερώτημα	Συνιστώσα στην οποία ανήκει	Χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού που μετράει
F1.01, F1.02, F1.03	F1	Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο
F2.01, F2.02, F2.03, F2.04, F2.05, F2.06	F2	Αίσθηση του αριθμού ως μισού-ολόκληρου
F3.01, F3.02, F3.03	F3	Αίσθηση του αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή
F4.01, F4.02, F4.03, F4.04	F4	Αίσθηση της προσέγγισης του αριθμού
F5.01, F5.02, F5.03, F5.04	F5	Αίσθηση της σύγκρισης αριθμών
F6.01, F6.02, F6.03, F6.04	F6	Αίσθηση του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης
F7.01, F7.02	F7	Αίσθηση του αριθμού στη διάταξη
F8.01, F8.02, F8.03, F8.04, F8.05, F8.06, F8.07, F8.08, F8.09	F8	Αίσθηση του αριθμού για νοερές πράξεις

Πίνακας 2Κωδικοποίηση μεταβλητών ερωτηματολογίου της Α' Δημοτικού

Στον παρακάτω Πίνακα φαίνεται αναλυτικά η κωδικοποίηση που εφαρμόστηκε στο ερωτηματολόγιο της Β' Δημοτικού:

Ερώτημα	Συνιστώσα στην οποία ανήκει	Χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού που μετράει
F1.01, F1.02, F1.03	F1	Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο
F2.01, F2.02, F2.03, F2.04, F2.05, F2.06, F2.07, F2.08	F2	Αίσθηση του αριθμού ως μισού-ολόκληρου
F3.01, F3.02, F3.03	F3	Αίσθηση του αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή
F4.01, F4.02, F4.03, F4.04, F4.05	F4	Αίσθηση της προσέγγισης του αριθμού
F5.01, F5.02, F5.03, F5.04, F5.05	F5	Αίσθηση της σύγκρισης αριθμών
F6.01, F6.02, F6.03, F6.04, F6.05, F6.06	F6	Αίσθηση του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης
F7.01, F7.02	F7	Αίσθηση του αριθμού στη διάταξη
F8.01, F8.02, F8.03, F8.04, F8.05, F8.06, F8.07, F8.08, F8.09, F8.10, F8.11, F8.12, F8.13, F8.14	F8	Αίσθηση του αριθμού για νοερές πράξεις

Πίνακας 3 Κωδικοποίηση μεταβλητών ερωτηματολογίου της Β' Δημοτικού

Έλεγχος εγκυρότητας του παραγοντικού μοντέλου

Στην παρούσα έρευνα έχουν χρησιμοποιηθεί από ένα προσαρμοσμένο ερωτηματολόγιο σε κάθε μια τάξη που μελετάμε (Α' και Β' Δημοτικού), προκειμένου να συλλέξουμε τα απαιτούμενα ερευνητικά δεδομένα. Ακολουθώντας, τα δεδομένα αυτά έχουν αναλυθεί, προκειμένου να εξαχθούν τα συμπεράσματα της μελέτης. Είναι σαφές ότι η εγκυρότητα και η αξιοπιστία των συμπερασμάτων αυτής της μελέτης καθορίζονται σε σημαντικό βαθμό και από την καταλληλότητα των ερωτηματολογίων που έχουμε χρησιμοποιήσει. Πιο συγκεκριμένα, τα ερωτηματολόγια που χρησιμοποιούμε στην παρούσα μελέτη είναι απαραίτητο να χαρακτηρίζονται από υψηλή εγκυρότητα (validity) και αξιοπιστία (reliability). Επισημαίνεται ότι η εγκυρότητα και η αξιοπιστία ενός ερωτηματολογίου δεν αποτελούν εγγενή χαρακτηριστικά του ερωτηματολογίου, δηλαδή ένα ερωτηματολόγιο που εμφάνισε υψηλή εγκυρότητα και αξιοπιστία για την Α' Δημοτικού, δεν σημαίνει αυτόματα ότι θα εμφανίσει αντίστοιχα υψηλή εγκυρότητα και αξιοπιστία και στη Β' Δημοτικού. Συνεπώς, είμαστε υποχρεωμένοι να εξετάσουμε ξεχωριστά για κάθε τάξη τα ερωτηματολόγια που θα χρησιμοποιήσουμε.

Προκειμένου να μελετηθεί η εγκυρότητα του ερωτηματολογίου, μελετήθηκαν οι συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές. Στο Παράρτημα υπάρχει αναλυτικός Πίνακας με τις συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές του κάθε ερωτηματολογίου για την Α' και Β' Δημοτικού. Για την εξέταση της παραγοντικής δομής των ερωτηματολογίων χρησιμοποιήθηκε η επιβεβαιωτική ανάλυση παραγόντων (confirmatory factor analysis). Με αυτό τον τρόπο επικυρώθηκαν οι προσδιοριστικές μεταβλητές οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για τη μέτρηση

συγκεκριμένων χαρακτηριστικών. Με άλλα λόγια, μέσω αυτής της επιβεβαιωτικής ανάλυσης ελέγχθηκε αν οι παράγοντες που έχουν επιλεγεί ισχύουν. Επιπλέον, στην περίπτωση μας, επειδή η δομή του παραγοντικού μοντέλου βασίζεται σε υφιστάμενη θεωρία, θεωρείται σχετικά ακριβής. Επομένως, ο αριθμός των παραγόντων ήταν *a priori* αποφασισμένος, αλλά έγινε ένας τυπικός έλεγχος αν αυτό το μοντέλο εφαρμόζεται καλά στα δεδομένα που προέκυψαν μέσα από την ερευνητική διαδικασία.

Έλεγχος αξιοπιστίας

Ένα μοντέλο μπορεί να θεωρηθεί αξιόπιστο, μόνο όταν τα εξαγόμενα αποτελέσματα είναι πάντα ίδια, ανεξάρτητα από τον χρόνο διεξαγωγής των μετρήσεων. Προκειμένου να μελετηθεί η εσωτερική συνοχή και η αξιοπιστία των διαστάσεων, που απαρτίζουν το ερωτηματολόγιο, αλλά και η γενικότερη αξιοπιστία του συγκεκριμένου ερωτηματολογίου ως εργαλείου μέτρησης, χρησιμοποιήθηκε ο δείκτης αξιοπιστίας Alpha του Cronbach (Alsawalmeh & Feldt, 1999). Οι τιμές του κυμαίνονται από 0 έως 1 και ο Nunnally (1967) πρότεινε ότι ένα αξιόπιστο εργαλείο μέτρησης για μια προκαταρκτική έρευνα οφείλει να επιτυγχάνει μια τιμή του δείκτη αξιοπιστίας Alpha Cronbach στην κλίμακα μεταξύ 0,50 και 0,60.

Στην παρούσα έρευνα οι τιμές του δείκτη Alpha Cronbach υπερβαίνουν αυτή την ελάχιστη προϋπόθεση και φανερώνουν μια ιδιαίτερα υψηλή εσωτερική συνέπεια των επιμέρους ερωτήσεων-παραγόντων που χρησιμοποιήθηκαν, καθώς επίσης μια ιδιαίτερα υψηλή συνολική αξιοπιστία του ερωτηματολογίου. Αυτό αποτελεί μια ενθαρρυντική ένδειξη για να μπορέσουμε να θεωρήσουμε ότι τα συμπεράσματα που θα προκύψουν από τα αποτελέσματα της έρευνας θα είναι ασφαλή και δεν θα βασίζονται σε τυχαία γεγονότα.

Η αξιοπιστία εσωτερικής συνέπειας των χαρακτηριστικών που συνθέτουν την αίσθηση του αριθμού, εκτιμήθηκε ξεχωριστά για καθεμιά από τις οκτώ συνιστώσες της αίσθησης του αριθμού. Στο Παράρτημα, υπάρχουν αναλυτικοί πίνακες από τον έλεγχο της αξιοπιστίας του κάθε ερωτηματολογίου για την Α' και Β' Δημοτικού. Συμπερασματικά, παρακάτω φαίνονται οι τιμές του δείκτη αξιοπιστίας Alpha Cronbach για κάθε συνιστώσα σε κάθε ερωτηματολόγιο:

Για το ερωτηματολόγιο της Α' Δημοτικού:

Παράγοντας	Cronbach Alpha
1. Ολόκληρο το ερωτηματολόγιο	0,75
2. Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο	0,67
3. Αίσθηση του αριθμού ως μισού-ολόκληρου	0,54
4. Αίσθηση του αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή	0,68
5. Αίσθηση της προσέγγισης του αριθμού	0,60
6. Αίσθηση της σύγκρισης των αριθμών	0,69
7. Αίσθηση του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης	0,58
8. Αίσθηση του αριθμού στη διάταξη	0,64
9. Αίσθηση του αριθμού σε νοερές πράξεις	0,60

Πίνακας 4 Δείκτης αξιοπιστίας Alpha Cronbach Α' δημοτικού

Για το ερωτηματολόγιο της Β' Δημοτικού:

Παράγοντας	Cronbach Alpha
10. Ολόκληρο το ερωτηματολόγιο	0,84
11. Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο	0,60
12. Αίσθηση του αριθμού ως μισού-ολόκληρου	0,48
13. Αίσθηση του αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή	0,56
14. Αίσθηση της προσέγγισης του αριθμού	0,63
15. Αίσθηση της σύγκρισης των αριθμών	0,75
16. Αίσθηση του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης	0,57
17. Αίσθηση του αριθμού στη διάταξη	0,64
18. Αίσθηση του αριθμού σε νοερές πράξεις	0,60

Πίνακας 5 Δείκτης αξιοπιστίας Alpha Cronbach Β' δημοτικού

3.4 Ρουμπρίκα αξιολόγησης της ικανότητας των μαθητών/μαθητριών

Κριτήρια αξιολόγησης της ικανότητας για αίσθηση του αριθμού στην Α' Δημοτικού



Στον παρακάτω πίνακα έχουμε αποτυπώσει, χρησιμοποιώντας μια ρουμπρίκα αξιολόγησης, τον τρόπο με τον οποίο η ερευνήτρια έχει αξιολογήσει την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών της Α' Δημοτικού ως προς την αίσθηση του αριθμού σε κάθε ένα από τα 8 επιμέρους στοιχεία που την συνθέτουν.

Ταυτότητα διάστασης αίσθησης αριθμού	Αριθμός ερωτημάτων που εξετάζουν τη συνιστώσα	Αριθμός σωστών απαντήσεων μαθητή στα ερωτήματα της συνιστώσας	Αξιολόγηση, ως προς το εάν ο μαθητής διαθέτει ή όχι τη συγκεκριμένη ικανότητα	
			 Διαθέτει	 Δεν διαθέτει
1. Αριθμητικά μοτίβα	3	0-1		
		2-3		
2. Έννοια μισού και ολόκληρου	7	0-3		
		4-7		
3. Θέση επάνω στην αριθμογραμμή	3	0-1		
		2-3		
4. Προσέγγιση του «περίπου»	4	0-1		
		2-4		
5. Σύγκριση δύο αριθμών	4	0-1		
		2-4		
6. Πράξεις πρόσθεσης κλπ	4	0-1		
		2-4		
7. Διάταξη αριθμών	2	0		
		1-2		
8. Νοερές πράξεις αριθμών	9	0-4		
		5-9		

Πίνακας 6 Ρουμπρίκα αξιολόγησης ικανότητας αίσθησης αριθμού μαθητών/μαθητριών Α' Δημοτικού

Κριτήρια αξιολόγησης της ικανότητας για αίσθηση του αριθμού στην Β' Δημοτικού

Στον παρακάτω πίνακα έχουμε αποτυπώσει, χρησιμοποιώντας μια ρουμπρίκα αξιολόγησης, τον τρόπο με τον οποίο η ερευνήτρια έχει αξιολογήσει την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών της Β' Δημοτικού ως προς την αίσθηση του αριθμού σε κάθε ένα από τα 8 επιμέρους στοιχεία που την συνθέτουν.

Ταυτότητα συνιστώσας αίσθησης αριθμού	Αριθμός ερωτημάτων που εξετάζουν τη συνιστώσα	Αριθμός σωστών απαντήσεων μαθητή στα ερωτήματα της συνιστώσας	Αξιολόγηση, ως προς το εάν ο μαθητής διαθέτει ή όχι τη συγκεκριμένη ικανότητα	
			 Διαθέτει	 Δεν διαθέτει
9. Αριθμητικά μοτίβα	3	0-1		
		2-3		
10. Έννοια μισού και ολόκληρου	7	0-3		
		4-7		
11. Θέση επάνω στην αριθμογραμμή	3	0-1		
		2-3		
12. Προσέγγιση του «περίπου»	5	0-2		
		3-5		
13. Σύγκριση δύο αριθμών	5	0-2		
		3-5		
14. Πράξεις πρόσθεσης κλπ	6	0-2		
		3-6		
15. Διάταξη αριθμών	2	0		
		1-2		
16. Νοερές πράξεις αριθμών	14	0-6		
		7-14		

Πίνακας 7 Ρουμπρίκα αξιολόγησης ικανότητας αίσθησης αριθμού μαθητών/μαθητριών Β' Δημοτικού

3.5 Διαδικασία της έρευνας

Αρχικά, και σύμφωνα τη σχετική διεθνή και εγχώρια επιστημονική βιβλιογραφία και αρθρογραφία, αποφασίστηκε να εντοπιστούν οι σημαντικότερες διαστάσεις (components) που χρησιμοποιούνταν σε αντίστοιχες έρευνες γύρω από την έννοια της αίσθησης του αριθμού (number sense) σε παιδιά του Δημοτικού, και ειδικότερα σε μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες των εισαγωγικών τάξεων του Δημοτικού, δηλαδή της Α' και Β' Δημοτικού. Μολονότι, εντοπίσαμε ότι υπάρχουν αρκετές διαφορετικές θεωρήσεις στη βιβλιογραφία, αναφορικά με το ποια είναι τα συστατικά στοιχεία για την έννοια της αίσθησης του αριθμού, εν τούτοις σε αυτή τη μελέτη επιλέξαμε να ασχοληθούμε αποκλειστικά με οκτώ χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού. Συνεπώς, σχεδιάστηκαν για την κάθε τάξη του Δημοτικού οκτώ ομάδες προβλημάτων, που η κάθε μία από αυτές αντιστοιχούσε σε διαφορετικό στοιχείο της αίσθησης του αριθμού. Κάθε μία από αυτές τις ομάδες προβλημάτων αποτελούνταν από επιμέρους σχετικά προβλήματα.

Αναλυτικότερα η σχεδίαση των προβλημάτων είχε ως εξής:

1. Η 1^η ομάδα προβλημάτων (Μοτίβα) εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να αντιλαμβάνονται ένα αριθμητικό μοτίβο είτε σταθερό, είτε φθίνον, είτε αυξανόμενο (Π.χ., «Γράψε μέσα στα κυκλάκια τους αριθμούς που λείπουν»).
2. Η 2^η ομάδα προβλημάτων (Έννοια του μισού και του ολόκληρου) εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να αντιλαμβάνονται έναν αριθμό ως μισό κάποιου άλλου ή να αναγνωρίζουν έναν αριθμό ως ολόκληρο κάποιου μισού (Π.χ., «το 50 είναι το μισό του...» ή «Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα...»).
3. Η 3^η ομάδα προβλημάτων εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να αντιλαμβάνονται έναν αριθμό επάνω στην αριθμογραμμή (Π.χ., «Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10»).
4. Η 4^η ομάδα προβλημάτων εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να προσεγγίζουν έναν αριθμό στο περίπου (Π.χ., «Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40»).
5. Η 5^η ομάδα προβλημάτων εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να συγκρίνουν δύο αριθμούς (Π.χ., «Το 5 είναι μικρότερο από το 3. Σωστό ή Λάθος;»).
6. Η 6^η ομάδα προβλημάτων εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να αισθάνονται τους αριθμούς μέσα από τις πράξεις της πρόσθεσης, της

αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης (Π.χ., « $44+2=46$. Σωστό ή Λάθος;»).

7. Η 7^η ομάδα προβλημάτων εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να αντιλαμβάνονται τους αριθμούς σε μια διάταξη (Π.χ., «Βάλε τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο»).
8. Η 8^η ομάδα προβλημάτων εξέταζε την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών να χρησιμοποιούν τους αριθμούς σε νοερές πράξεις δίχως τη χρήση κάποιου εργαλείου (Π.χ., «Υπολογίστε πόσο κάνει $20+30$ »).

Στους μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της κάθε τάξης τα ερωτηματολόγια δόθηκαν την ίδια χρονική στιγμή για να εξασφαλιστεί ότι οι συνθήκες που επικρατούσαν στην τάξη ήταν οι ίδιες για όλους τους συμμετέχοντες. Επίσης, όλα τα παιδιά εξετάστηκαν ανώνυμα και τους δόθηκαν όλες οι απαραίτητες διαβεβαιώσεις ότι η συμμετοχή τους ήταν προαιρετική και δίχως να επηρεάζει το βαθμό ή την επίδοσή τους στο σχολείο. Κάθε μαθητής είχε στη διάθεσή του μια ολόκληρη διδακτική ώρα προκειμένου να απαντήσει στα προβλήματα της έρευνας. Τα ερωτηματολόγια μοιράστηκαν στους μαθητές/μαθήτριες των τάξεων Α' και Β' Δημοτικού τον Ιούνιο του 2022.

Στη συνέχεια αφού συλλέχθηκαν τα ερωτηματολόγια από την ερευνήτρια, τα δεδομένα τους καταχωρήθηκαν στο στατιστικό πακέτο SPSS v.27 , στο οποίο πραγματοποιήθηκαν όλες οι στατιστικές αναλύσεις όλων μεταβλητών του ερωτηματολογίου, αλλά και των δημογραφικών στοιχείων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΡΕΥΝΑΣ

4.1 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία δείγματος

Φύλο

A' Δημοτικού

Ως προς το φύλο, το δείγμα των μαθητών/μαθητριών της A' Δημοτικού χαρακτηρίζεται από σχετική ισορροπία, καθώς οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της A' Δημοτικού αποτελούνταν κατά 51,19% (v=43) από αγόρια και κατά 48,81% (v=41) από κορίτσια.

Φύλο

	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
αγόρι	43	51,2	51,2
κορίτσι	41	48,8	100,0
Σύνολο	84	100,0	

Πίνακας 8 Πίνακας συχνοτήτων για τη μεταβλητή «Φύλο» στην A' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Ως προς το φύλο, το δείγμα των μαθητών/μαθητριών της B' Δημοτικού χαρακτηρίζεται από απόλυτη ισορροπία, καθώς αποτελείται κατά 50% (v=31) από αγόρια και κατά 50% (v=31) από κορίτσια.

Φύλο

	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
αγόρι	31	50,0	50,0
κορίτσι	31	50,0	100,0
Σύνολο	62	100,0	

Πίνακας 9 Πίνακας συχνοτήτων για τη μεταβλητή «Φύλο» στην B' Δημοτικού

Βαθμός αρεσκείας για τα Μαθηματικά

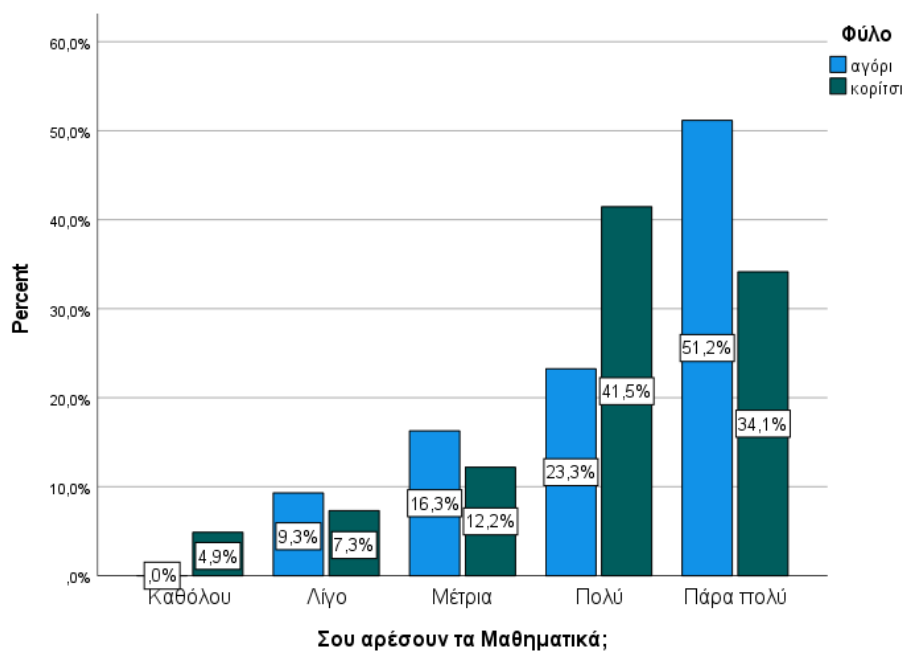
Α' Δημοτικού

Το δείγμα των μαθητών/μαθητριών της Α' Δημοτικού, ως προς το βαθμό αρεσκείας για το μάθημα των Μαθηματικών, απάντησε κατά 42,9% ότι του αρέσει πάρα πολύ το μάθημα των Μαθηματικών, ενώ επίσης ένα μεγάλο ποσοστό 32,1% δήλωσε ότι του αρέσει πολύ το συγκεκριμένο μάθημα. Συνεπώς, αθροιστικά ένα πολύ μεγάλο ποσοστό 75% των μαθητών/μαθητριών απάντησε θετικά στη συγκεκριμένη ερώτηση. Ένα ποσοστό 14,3% απάντησε «Μέτρια», ενώ ένα ποσοστό 8,3% απάντησε «Λίγο» και τέλος ένα πολύ μικρό ποσοστό 2,4% απάντησε «Καθόλου».

Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;

	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
Καθόλου	2	2,4	2,4
Λίγο	7	8,3	10,7
Μέτρια	12	14,3	25,0
Πολύ	27	32,1	57,1
Πάρα πολύ	36	42,9	100,0
Σύνολο	84	100,0	

Πίνακας 10 Πίνακας συχνοτήτων «Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;» για την Α' Δημοτικού



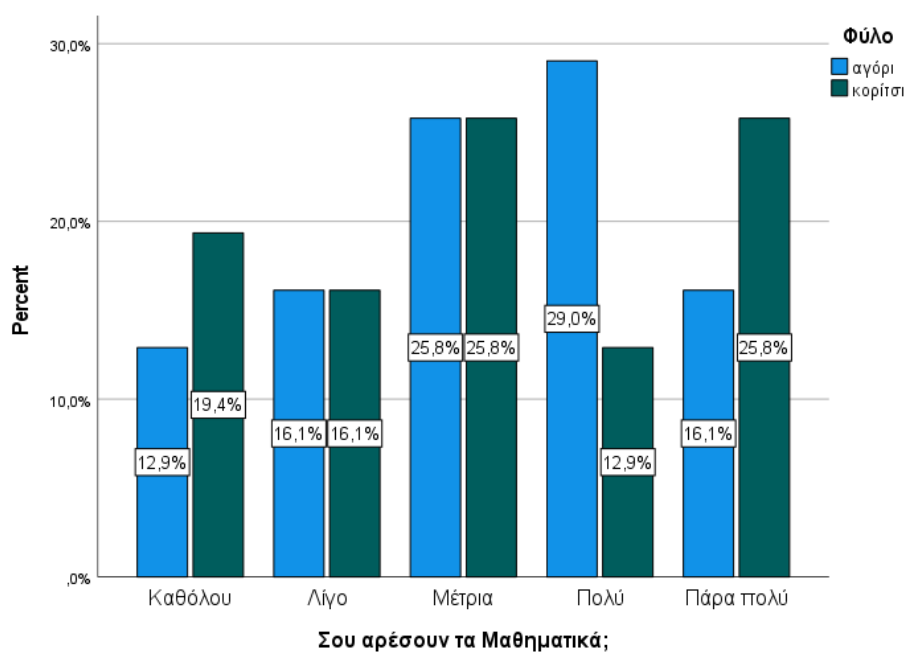
Σχήμα 1 Ραβδόγραμμα συχνοτήτων: "Σου αρέσουν τα Μαθηματικά" ως προς το φύλο για τους μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού

Β' Δημοτικού

Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;

	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
Καθόλου	10	16,1	16,1
Λίγο	10	16,1	32,3
Μέτρια	16	25,8	58,1
Πολύ	13	21,0	79,0
Πάρα πολύ	13	21,0	100,0
Σύνολο	62	100,0	

Πίνακας 11 Πίνακας συχνοτήτων «Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;» για τη Β' Δημοτικού



Σχήμα 2 Ραβδόγραμμα συχνοτήτων: "Σου αρέσουν τα Μαθηματικά" ως προς το φύλο για τους μαθητές/μαθήτριες/μαθητήτριες της Β' Δημοτικού

Γνώμη σχετικά με το πόσο καλοί είναι στα Μαθηματικά

Α' Δημοτικού

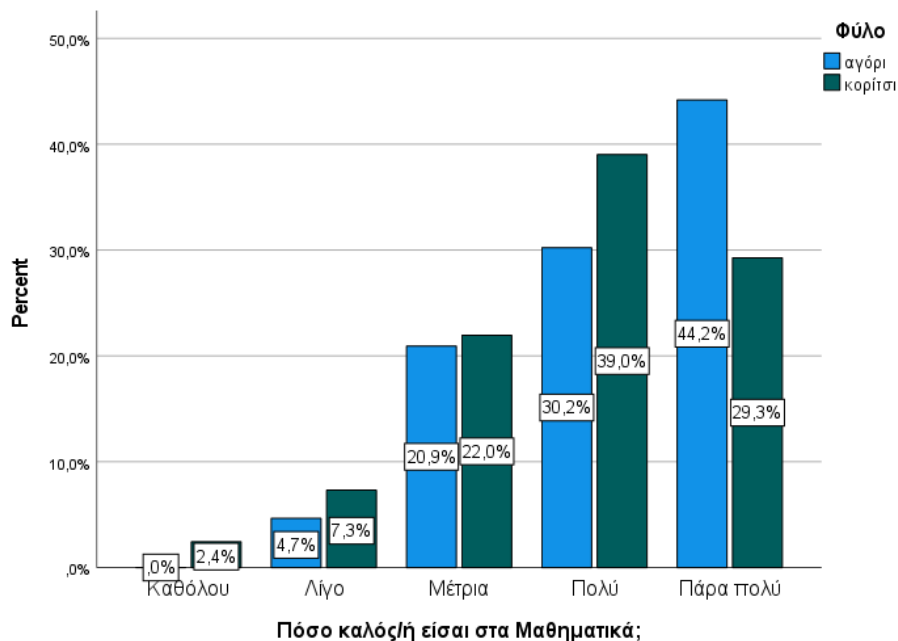
Στον παρακάτω πίνακα μπορούμε να δούμε τα ποσοστά των μαθητών/μαθητριών της Α' Δημοτικού, σύμφωνα με τις απαντήσεις που έδωσαν στην ερώτηση «Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;». Έτσι λοιπόν, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών (36,90%) θεωρεί ότι είναι πάρα πολύ καλοί στα Μαθηματικά. Στη συνέχεια, ακολουθούν αυτοί οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες που θεωρούν ότι είναι πολύ καλοί στα Μαθηματικά (34,52%). Σε ποσοστό 21,40% οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες πιστεύουν ότι είναι μέτριοι στα Μαθηματικά, ενώ σε χαμηλότερο ποσοστό 6% θεωρούν ότι είναι ελάχιστα καλοί και σε ποσοστό 1,2% ότι δεν είναι καθόλου καλοί στα Μαθηματικά.

Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;

	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
Καθόλου	1	1,2	1,2
Λίγο	5	6,0	7,1
Μέτρια	18	21,4	28,6
Πολύ	29	34,5	63,1
Πάρα πολύ	31	36,9	100,0
Σύνολο	84	100,0	

Πίνακας 12 Πίνακας συχνότητων "Πόσο καλός είσαι στα Μαθηματικά;" για την Α' Δημοτικού

Στο παρακάτω ραβδόγραμμα μπορούμε να δούμε τα ποσοστά, ανά φύλο, των μαθητών/μαθητριών της Α' Δημοτικού, σύμφωνα με τις απαντήσεις που έδωσαν στην ερώτηση «Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;»



Σχήμα 3 Ραβδόγραμμα συχνότητας: "Πόσο καλός είσαι στα Μαθηματικά;" ως προς το φύλο για τους μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού

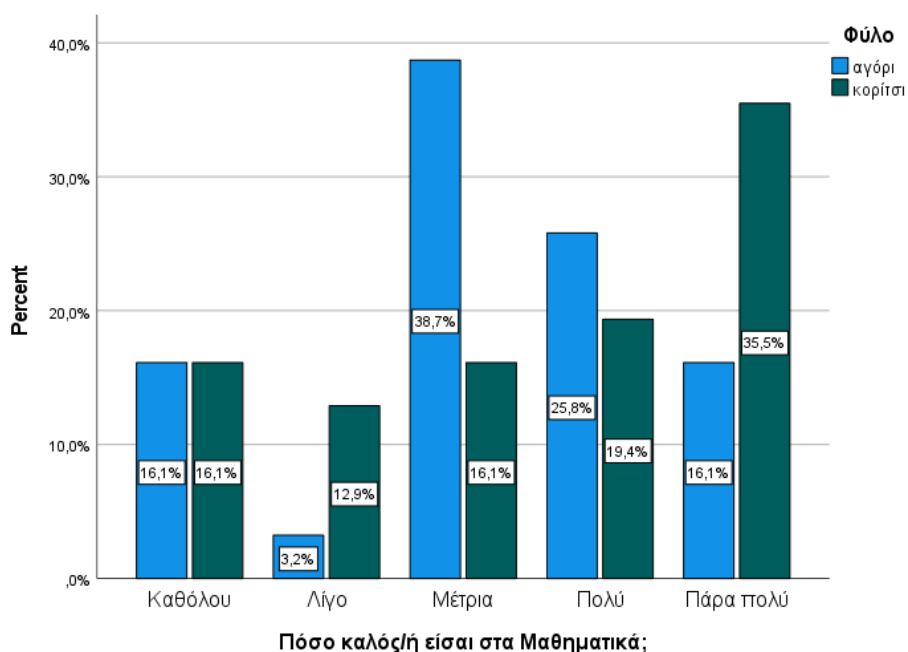
B' Δημοτικού

Στον παρακάτω πίνακα μπορούμε να δούμε τα ποσοστά των μαθητών/μαθητριών της Β' Δημοτικού, σύμφωνα με τις απαντήσεις που έδωσαν στην ερώτηση «Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;». Έτσι λοιπόν, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών (27,40%) θεωρεί ότι είναι μέτριοι στα Μαθηματικά. Στη συνέχεια, ακολουθούν αυτοί οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες που θεωρούν ότι είναι πάρα πολύ καλοί στα Μαθηματικά (25,80%). Σε ποσοστό 22,60% οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες πιστεύουν ότι είναι πολύ καλοί στα Μαθηματικά, ενώ σε χαμηλότερο ποσοστό 16,1% θεωρούν ότι δεν είναι καθόλου καλοί και σε μικρό ποσοστό 8,1% πιστεύουν ότι είναι ελάχιστα καλοί στα Μαθηματικά.

Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;

	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα
Καθόλου	10	16,1	16,1
Λίγο	5	8,1	24,2
Μέτρια	17	27,4	51,6
Πολύ	14	22,6	74,2
Πάρα πολύ	16	25,8	100,0
Σύνολο	62	100,0	

Πίνακας 13 Πίνακας συχνότητων "Πόσο καλός είσαι στα Μαθηματικά;" για την Β' Δημοτικού



Σχήμα 4 Ραβδόγραμμα συχνότητων: "Πόσο καλός είσαι στα Μαθηματικά;" ως προς το φύλο για τους μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού

4.2 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία για τις διαστάσεις της αίσθησης του αριθμού

Συγκεντρωτικά στατιστικά στοιχεία αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού στην Α' Δημοτικού

Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζονται ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων σε κάθε πρόβλημα του ερωτηματολογίου της Α' Δημοτικού, το οποίο μετρούσε την ικανότητα

αίσθησης του αριθμού. Επίσης, φαίνεται και η τυπική απόκλιση σε κάθε ερώτηση. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε με μια γρήγορη ματιά, σε όλες τις ερωτήσεις που δόθηκαν ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων υπερβαίνει κατά πολύ το 50%, συνεπώς μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού απάντησαν με επιτυχία στις αντίστοιχες ερωτήσεις που μετρούσαν τα χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού σε αυτούς.

	Συχνότητα	Μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (σταθερό)	84	,83	,375
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (αυξάνον)	84	,61	,491
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (φθίνον)	84	,65	,478
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 8	84	,89	,311
Το 50 είναι το μισό του	84	,89	,311
Το 24 είναι το μισό του	84	,73	,449
Το 22 είναι το διπλάσιο του	84	,69	,465
Το 4 είναι διπλάσιο του	84	,86	,352
Τα μισά μήλα είναι	84	,83	,375
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	84	,81	,395
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	84	,75	,436
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.	84	,77	,421
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	84	,81	,395
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	84	,89	,311
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	84	,81	,395
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	84	,89	,311
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	84	,79	,413
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	84	,89	,311
Το 14 είναι ίσο με το 41.	84	,86	,352
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	84	,88	,326
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	84	,68	,470
$11+1=14-2$	84	,68	,470
$44+2=46$	84	,89	,311
$12-1=2$	83	,84	,366
$35-3=32$	84	,86	,352
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	84	,89	,311
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	84	,90	,295
$20+30=.....$	84	,85	,364
$19+2=.....$	84	,88	,326
$50-20=.....$	83	,88	,328
$35-10=.....$	84	,76	,428
$39-30=.....$	84	,75	,436
$20+30=.....$	84	,90	,295
$56+2=.....$	84	,93	,259
$80-20=.....$	84	,86	,352
$68-1=.....$	84	,89	,311

Συγκεντρωτικά στατιστικά στοιχεία αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού στην Β' Δημοτικού

Στον παρακάτω πίνακα απεικονίζονται ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων σε κάθε πρόβλημα του ερωτηματολογίου της Β' Δημοτικού, το οποίο μετρούσε την ικανότητα αίσθησης του αριθμού. Επίσης, φαίνεται και η τυπική απόκλιση σε κάθε ερώτηση. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε με μια γρήγορη ματιά, σε όλες τις ερωτήσεις που δόθηκαν ο μέσος όρος των σωστών απαντήσεων υπερβαίνει κατά πολύ το 50%, συνεπώς μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού απάντησαν με επιτυχία στις αντίστοιχες ερωτήσεις που μετρούσαν τα χαρακτηριστικά της αίσθησης του αριθμού σε αυτούς.

Η αίσθηση του αριθμού στις πρώτες τάξεις του δημοτικού

	Συχνότητα	Μέσος όρος	Τυπική απόκλιση
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	62	,95	,216
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	62	,24	,432
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	62	,19	,398
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88	62	,87	,338
Το 50 είναι το μισό του	62	,82	,385
Το 84 είναι το μισό του	62	,73	1,416
Το 22 είναι το διπλάσιο του	62	,50	,504
Το 40 είναι διπλάσιο του	62	,87	,338
Το 64 είναι διπλάσιο του	62	,89	,319
Τα μισά μήλα είναι	62	,94	,248
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	62	,94	,248
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	62	,85	,355
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 16.	62	,94	,248
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	62	,95	,216
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	62	,85	,355
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	62	,84	,371
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300	62	,85	,355
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	62	,97	,178
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	62	,89	,319
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	62	,84	,371
Το 14 είναι ίσο με το 41.	62	,92	,275
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	62	,79	,410
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και το 35.	61	,84	,373
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	62	,77	,422
11+1=14-2	62	,74	,441
500+200=800-200	62	,76	,432
23+4=63	62	,74	,441
44+2=46	62	,84	,371
12-1=2	62	,87	,338
35-3=32	62	,76	,432
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	62	,94	,248
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	62	,89	,319
20+30=.....	62	,90	,298
39+57=.....	62	,71	,458
26+38=.....	62	,66	,477
50-20=.....	62	,76	,432
35-10=....	62	,71	,458
39-29=....	62	,71	,458
600-200=.....	62	,82	,385
249-100=.....	62	,77	,422
20+30=.....	62	,90	,298
56+34=.....	61	,74	,444
80-20=.....	62	,81	,398
59-18=....	62	,85	,355
249+300=.....	62	,76	,432
659=200=.....	62	,85	,355

Πίνακας 15 Συγκεντρωτικά στατιστικά στοιχεία αναφορικά με την αίσθηση του αριθμού στην Β' Δημοτικού

1ο Ερευνητικό Ερώτημα

Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα στοχεύει να απαντήσει στο πώς καταγράφεται η αίσθηση του αριθμού στις 8 διαστάσεις που συνθέτουν την αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού. Παρακάτω έχουμε συγκεντρώσει τα στατιστικά στοιχεία για κάθε μια από τις 8 συνιστώσες που συνθέτουν την ικανότητα αίσθησης του αριθμού στο μοντέλο μας. Συνεπώς, αποτυπώνονται τα ποσοστά σωστών / λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε μια από τις 8 διαστάσεις της αίσθησης αριθμού για κάθε μια τάξη. Στη συνέχεια, σύμφωνα με τα κριτήρια αξιολόγησης που είχαν τεθεί και παρουσιάζονται νωρίτερα στο κεφάλαιο 3 της εργασίας, και σύμφωνα πάντα με τις ανάλογες ρούμπρικες αξιολόγησης που χρησιμοποιήθηκαν, αποφασίζουμε για κάθε μια διάσταση της αίσθησης του αριθμού, εάν οι μαθητές κάθε τάξης κατέχουν ή δεν κατέχουν την ικανότητα της συγκεκριμένης διάστασης.

Τελικά, για να αποφανθούμε σχετικά με την συνολική ικανότητα αίσθησης του αριθμού σε κάθε τάξη, εξετάζουμε το κριτήριο, σύμφωνα με το οποίο εάν οι μαθητές/τριες κατέχουν τη σχετική ικανότητα στην πλειοψηφία των διαστάσεων (δηλαδή, σε περισσότερες από τέσσερις (4) διαστάσεις). Εφόσον ισχύει αυτό, τότε δεχόμαστε ότι οι μαθητές/τριες με ικανότητα αίσθησης σε περισσότερες από τέσσερις διαστάσεις, κατέχουν συνολικά την ικανότητα αίσθησης αριθμού. Διαφορετικά, εάν δεν ισχύει αυτό, συμπεραίνουμε ότι δεν κατέχουν την ικανότητα αίσθησης του αριθμού.

Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο

A' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο, προέκυψε ότι από τις 3 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 3 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να συμπληρώσουν ένα σταθερό μοτίβο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 83,3% (ν=70).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να συμπληρώσουν ένα αυξανόν μοτίβο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 60,7% (ν=51)
- Στην ερώτηση που έπρεπε να συμπληρώσουν ένα φθίνον μοτίβο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 65,5% (ν=55)

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά και στις 3 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 2 και περισσότερες, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (σταθερό)	Λάθος	14	16,7%
	Σωστό	70	83,3%
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (αυξάνον)	Λάθος	33	39,3%
	Σωστό	51	60,7%
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (φθίνον)	Λάθος	29	34,5%
	Σωστό	55	65,5%

Πίνακας 16 Πίνακας συχνότητας απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με τη διάσταση της αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο, προέκυψε ότι από τις 3 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά μόνο σε 1 από τις 3 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να συμπληρώσουν ένα σταθερό μοτίβο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 95,2% (ν=59).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να συμπληρώσουν ένα αυξάνον μοτίβο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 24,2% (ν=15)
- Στην ερώτηση που έπρεπε να συμπληρώσουν ένα φθίνον μοτίβο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 19,4% (ν=12)

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος έχουν απαντήσει σωστά μόνο σε μια από τις τρεις ερωτήσεις, που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε λιγότερες από 2 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι

μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού δεν κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική συχνότητα
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	Λάθος	3	4,8%
	Σωστό	59	95,2%
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	Λάθος	47	75,8%
	Σωστό	15	24,2%
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	Λάθος	50	80,6%
	Σωστό	12	19,4%

Πίνακας 17 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού ως μοτίβο

Αίσθηση του αριθμού, μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου

Α' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου, προέκυψε ότι από τις 6 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 6 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το μισό είναι το 50, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% (v=75).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το μισό είναι το 24, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 72,6% (v=61).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το διπλάσιο είναι το 22, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 69,0% (v=58).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το διπλάσιο είναι το 4, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,7% (v=72).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τα μισά μήλα από όσα τους παρουσιάζονταν, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 83,3% (v=70).

- Στην ερώτηση που έπρεπε να ζωγραφίσουν τα διπλάσια μήλα από όσα τους παρουσιάζονταν, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 81,0% (n=68).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους στο σύνολο και των 6 ερωτήσεων που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε περισσότερες από 3 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Το 50 είναι το μισό του	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%
Το 24 είναι το μισό του	Λάθος	23	27,4%
	Σωστό	61	72,6%
Το 22 είναι το διπλάσιο του	Λάθος	26	31,0%
	Σωστό	58	69,0%
Το 4 είναι διπλάσιο του	Λάθος	12	14,3%
	Σωστό	72	85,7%
Τα μισά μήλα είναι	Λάθος	14	16,7%
	Σωστό	70	83,3%
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	Λάθος	16	19,0%
	Σωστό	68	81,0%

Πίνακας 18 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου, προέκυψε ότι από τις 8 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά στις 7 ερωτήσεις, ενώ σε μια ερώτηση τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων ήταν μοιρασμένα. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν ποιος από τους αριθμούς είναι το μισό του 88, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 87,1% (v=54).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το μισό είναι το 50, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 82,3% (v=51).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το μισό είναι το 84, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 54,8% (v=34).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το διπλάσιο είναι το 22, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 50,0% (v=31).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το διπλάσιο είναι το 40, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 87,1% (v=54).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τον αριθμό του οποίου το διπλάσιο είναι το 64, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 88,7% (v=55).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να βρουν τα μισά μήλα από όσα τους παρουσιάζονταν, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 93,5% (v=58).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να ζωγραφίσουν τα διπλάσια μήλα από όσα τους παρουσιάζονταν, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 93,5% (v=58).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 6 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε περισσότερες από 3 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88	Λάθος	8	12,9%
	Σωστό	54	87,1%
Το 50 είναι το μισό του	Λάθος	11	17,7%
	Σωστό	51	82,3%
Το 84 είναι το μισό του	Λάθος	27	43,5%
	Σωστό	34	54,8%
	11	1	1,6%
Το 22 είναι το διπλάσιο του	Λάθος	31	50,0%
	Σωστό	31	50,0%
Το 40 είναι διπλάσιο του	Λάθος	8	12,9%
	Σωστό	54	87,1%
Το 64 είναι διπλάσιο του	Λάθος	7	11,3%
	Σωστό	55	88,7%
Τα μισά μήλα είναι	Λάθος	4	6,5%
	Σωστό	58	93,5%
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	Λάθος	4	6,5%
	Σωστό	58	93,5%

Πίνακας 19 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού μέσα από την έννοια του μισού και του ολόκληρου στην Β' Δημοτικού

Αίσθηση του αριθμού ως θέση του επάνω στην αριθμογραμμή

Α' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού ως θέση του επάνω στην αριθμογραμμή, προέκυψε ότι από τις 3 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 3 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να σημειώσουν με μια γραμμή επάνω στην αριθμογραμμή (από το 0 έως το 20) το σημείο που πιστεύουν ότι βρίσκεται ο αριθμός 10 (στη μέση της αριθμογραμμής), οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 75,0% (ν=63).

- Στην ερώτηση που έπρεπε να σημειώσουν με μια γραμμή επάνω στην αριθμογραμμή (από το 0 έως το 20) το σημείο που πιστεύουν ότι βρίσκεται ο αριθμός 6 (πιο κοντά στο αριστερό άκρο της αριθμογραμμής), οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 72,6% (n=61).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να σημειώσουν με μια γραμμή επάνω στην αριθμογραμμή (από το 0 έως το 20) το σημείο που πιστεύουν ότι βρίσκεται ο αριθμός 13 (πιο κοντά στο δεξιό άκρο της αριθμογραμμής), οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 72,6% (n=61).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 3 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 2 και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού ως θέση του επάνω στην αριθμογραμμή.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	Λάθος	21	25,0%
	Σωστό	63	75,0%
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.	Λάθος	19	22,6%
	Σωστό	65	77,4%
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	Λάθος	16	19,0%
	Σωστό	68	81,0%

Πίνακας 20 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού ως θέση επάνω στην αριθμογραμμή στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού ως θέση του επάνω στην αριθμογραμμή, προέκυψε ότι από τις 3 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 3 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να σημειώσουν με μια γραμμή επάνω στην αριθμογραμμή (από το 0 έως το 20) το σημείο που πιστεύουν ότι βρίσκεται ο αριθμός 10 (στη μέση της αριθμογραμμής), οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,5% (v=53).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να σημειώσουν με μια γραμμή επάνω στην αριθμογραμμή (από το 0 έως το 20) το σημείο που πιστεύουν ότι βρίσκεται ο αριθμός 6 (πιο κοντά στο αριστερό άκρο της αριθμογραμμής), οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 93,5% (v=58).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να σημειώσουν με μια γραμμή επάνω στην αριθμογραμμή (από το 0 έως το 20) το σημείο που πιστεύουν ότι βρίσκεται ο αριθμός 13 (πιο κοντά στο δεξιό άκρο της αριθμογραμμής), οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 95,2% (v=59).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 3 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 2 και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού ως θέση του επάνω στην αριθμογραμμή.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	Λάθος	9	14,5%
	Σωστό	53	85,5%
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 16.	Λάθος	4	6,5%
	Σωστό	58	93,5%
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	Λάθος	3	4,8%
	Σωστό	59	95,2%

Πίνακας 21 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού ως θέση επάνω στην αριθμογραμμή στην Β' Δημοτικού

Αίσθηση της προσέγγισης ενός αριθμού, δηλαδή του “περίπου”

Α' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης της προσέγγισης ενός αριθμού, δηλαδή του «περίπου», προέκυψε ότι από τις 4 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 4 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% (v=75).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 81,0% (v=68).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν το ψηφίο που έχει τη μεγαλύτερη αξία στους αριθμούς 12, 25, και 44, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% (v=75).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν το ψηφίο που έχει τη μικρότερη αξία στους αριθμούς 11, 19, και 29, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 78,6% (v=66).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 4 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει

σωστά σε περισσότερες από 2 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης της προσέγγισης ενός αριθμού, δηλαδή του «περίπου».

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	Λάθος	16	19,0%
	Σωστό	68	81,0%
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	Λάθος	18	21,4%
	Σωστό	66	78,6%

Πίνακας 22 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της προσέγγισης του αριθμού, δηλαδή του «περίπου» στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην B' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης της προσέγγισης ενός αριθμού, δηλαδή του «περίπου», προέκυψε ότι από τις 5 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 5 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,5% (v=53).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 83,9% (v=52).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,5% (v=53).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν το ψηφίο που έχει τη μεγαλύτερη αξία στους αριθμούς 25, 44, και 129, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 96,8% (v=60).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να επιλέξουν και να κυκλώσουν το ψηφίο που έχει τη μικρότερη αξία στους αριθμούς 11, 49, και 256, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 88,7% (v=55).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 5 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 3 και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της B' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης της προσέγγισης ενός αριθμού, δηλαδή του «περίπου».

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	Λάθος	9	14,5%
	Σωστό	53	85,5%
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	Λάθος	10	16,1%
	Σωστό	52	83,9%
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300	Λάθος	9	14,5%
	Σωστό	53	85,5%
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	Λάθος	2	3,2%
	Σωστό	60	96,8%
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	Λάθος	7	11,3%
	Σωστό	55	88,7%

Πίνακας 23 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της προσέγγισης του αριθμού, δηλαδή του «περίπου» στην Β' Δημοτικού

Αίσθηση της σύγκρισης δύο αριθμών

Α' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης της σύγκρισης δύο αριθμών, προέκυψε ότι από τις 4 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 4 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 3 είναι μικρότερο από το 5, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% (ν=75).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 14 είναι ίσο με το 41, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,7% (ν=72).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 5 είναι μικρότερο από το 3, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 88,1% (ν=74).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 67,9% (ν=57).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 4 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε περισσότερες από 2 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι

μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης της σύγκρισης δύο αριθμών.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση της σχετικής διάστασης.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%
Το 14 είναι ίσο με το 41.	Λάθος	12	14,3%
	Σωστό	72	85,7%
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	Λάθος	10	11,9%
	Σωστό	74	88,1%
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	Λάθος	27	32,1%
	Σωστό	57	67,9%

Πίνακας 24 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της σύγκρισης των αριθμών στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης της σύγκρισης δύο αριθμών, προέκυψε ότι από τις 5 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 5 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 3 είναι μικρότερο από το 5, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 83,9% (v=53).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 14 είναι ίσο με το 41, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 91,9% (v=57).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 5 είναι μικρότερο από το 3, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 79,0% (v=49).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 67,9% (v=57).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 77,4% (v=48).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 5 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε περισσότερες από 2 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης της σύγκρισης δύο αριθμών.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	Λάθος	10	16,1%
	Σωστό	52	83,9%
Το 14 είναι ίσο με το 41.	Λάθος	5	8,1%
	Σωστό	57	91,9%
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	Λάθος	13	21,0%
	Σωστό	49	79,0%
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και το 35.	Λάθος	10	16,4%
	Σωστό	51	83,6%
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	Λάθος	14	22,6%
	Σωστό	48	77,4%

Πίνακας 25 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης της σύγκρισης των αριθμών στην Β' Δημοτικού

Αίσθηση του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης

A' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης, προέκυψε ότι από τις 4 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 4 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $11+1 = 14-2$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 67,9% ($n=57$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $44+2 = 46$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% ($n=75$).

- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $12-1 = 2$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 84,3% ($n=70$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $35-3 = 32$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,7% ($n=72$).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 4 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε περισσότερες από 2 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
11+1=14-2	Λάθος	27	32,1%
	Σωστό	57	67,9%
44+2=46	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%
12-1=2	Λάθος	13	15,7%
	Σωστό	70	84,3%
35-3=32	Λάθος	12	14,3%
	Σωστό	72	85,7%

Πίνακας 26 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στις πράξεις στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης, προέκυψε ότι από τις 6 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 6 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $11+1 = 14-2$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 74,2% ($n=46$).

- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $500+200 = 800-200$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 75,8% (v=47).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $23+4 = 63$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 74,2% (v=46).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να απαντήσουν εάν $44+2 = 46$, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 83,9% (v=52).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 6 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε περισσότερες από 3 ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Β' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση της σχετικής διάστασης.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
11+1=14-2	Λάθος	16	25,8%
	Σωστό	46	74,2%
500+200=800-200	Λάθος	15	24,2%
	Σωστό	47	75,8%
23+4=63	Λάθος	16	25,8%
	Σωστό	46	74,2%
44+2=46	Λάθος	10	16,1%
	Σωστό	52	83,9%
12-1=2	Λάθος	8	12,9%
	Σωστό	54	87,1%
35-3=32	Λάθος	15	24,2%
	Σωστό	47	75,8%

Πίνακας 27 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στις πράξεις στην Β' Δημοτικού

Αίσθηση του αριθμού στη διάταξη

Α' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού στη διάταξη, προέκυψε ότι από τις 2 ερωτήσεις, οι οποίες

μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 2 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να διατάξουν τους αριθμούς 6,16,12,36,8,19 από το μεγαλύτερο στο μικρότερο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% (v=75).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να διατάξουν τους αριθμούς 45,27,33,83,12 από το μεγαλύτερο στο μικρότερο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 90,5% (v=76).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 2 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 1 ή και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού στη διάταξη.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση του σχετικού παράγοντα.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	Λάθος	8	9,5%
	Σωστό	76	90,5%

Πίνακας 28 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στη διάταξη στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού στη διάταξη, προέκυψε ότι από τις 2 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 2 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να διατάξουν τους αριθμούς 45,27,33,83,12 από το μεγαλύτερο στο μικρότερο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 93,5% (ν=58).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να διατάξουν τους αριθμούς 123,200,367,201,222 από το μεγαλύτερο στο μικρότερο, οι μαθητές/μαθήτριες/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 88,7% (ν=55).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 2 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 1 ή και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες της Β' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα της αίσθησης του αριθμού στη διάταξη.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση της σχετικής διάστασης.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	Λάθος	4	6,5%
	Σωστό	58	93,5%
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	Λάθος	7	11,3%
	Σωστό	55	88,7%

Πίνακας 29 Πίνακας συχνότητων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού στη διάταξη στην Β' Δημοτικού

Αίσθηση του αριθμού για νοερές πράξεις

Α' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Α' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις, προέκυψε ότι από τις 9 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 9 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $20+30=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 84,5% (ν=71).

- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $19+2=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 88,1% ($n=74$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $50-20=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 88,0% ($n=73$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $35-10=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 76,2% ($n=64$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $39-30=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 63,0% ($n=75$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $20+30$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 90,5% ($n=76$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $56+2$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 92,9% ($n=78$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $80-20$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,7% ($n=72$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $68-1$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 89,3% ($n=75$).

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 9 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 5 ή και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες της Α' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις.

Αναλυτικότερα, στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα ποσοστά σωστών και λανθασμένων απαντήσεων σε κάθε ερώτηση της σχετικής διάστασης.

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
20+30=.....	Λάθος	13	15,5%
	Σωστό	71	84,5%
19+2=.....	Λάθος	10	11,9%
	Σωστό	74	88,1%
50-20=.....	Λάθος	10	12,0%
	Σωστό	73	88,0%
35-10=.....	Λάθος	20	23,8%
	Σωστό	64	76,2%
39-30=.....	Λάθος	21	25,0%
	Σωστό	63	75,0%
20+30=.....	Λάθος	8	9,5%
	Σωστό	76	90,5%
56+2=.....	Λάθος	6	7,1%
	Σωστό	78	92,9%
80-20=.....	Λάθος	12	14,3%
	Σωστό	72	85,7%
68-1=.....	Λάθος	9	10,7%
	Σωστό	75	89,3%

Πίνακας 30 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις στην Α' Δημοτικού

B' Δημοτικού

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας στην Β' Δημοτικού, αναφορικά με την ικανότητα αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις, προέκυψε ότι από τις 14 ερωτήσεις, οι οποίες μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, η πλειοψηφία των μαθητών/μαθητριών της τάξης (ποσοστό μεγαλύτερο του 50%) απάντησε σωστά και στις 14 ερωτήσεις. Συγκεκριμένα, τα ποσοστά σωστών απαντήσεων, μεμονωμένα σε κάθε ερώτηση, είχαν ως εξής:

- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $20+30=.....$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 90,3% ($n=56$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $39+57=.....$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 71,0% ($n=44$).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $26+38=.....$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 66,1% ($n=41$).

- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $50-20=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 75,8% (v=47).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $35-10=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 71,0% (v=44).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $39-29=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 71,0% (v=44).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $600-200=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 82,3% (v=51).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να υπολογίσουν το αποτέλεσμα της πράξης $249-100=...$, χωρίς χαρτί και μολύβι, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 77,4% (v=48).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $20+30$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 90,3% (v=56).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $56+34$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 73,8% (v=45).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $80-20$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 80,6% (v=50).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $59-18$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,5% (v=53).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $249+300$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 75,8% (v=47).
- Στην ερώτηση που έπρεπε να κυκλώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης $659-200$, οι μαθητές/μαθήτριες απάντησαν σωστά σε ποσοστό 85,5% (v=53).

		Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα
20+30=.....	Λάθος	6	9,7%
	Σωστό	56	90,3%
39+57=....	Λάθος	18	29,0%
	Σωστό	44	71,0%
26+38=.....	Λάθος	21	33,9%
	Σωστό	41	66,1%
50-20=....	Λάθος	15	24,2%
	Σωστό	47	75,8%
35-10=....	Λάθος	18	29,0%
	Σωστό	44	71,0%
39-29=.....	Λάθος	18	29,0%
	Σωστό	44	71,0%
600-200=....	Λάθος	11	17,7%
	Σωστό	51	82,3%
249-100=....	Λάθος	14	22,6%
	Σωστό	48	77,4%
20+30=....	Λάθος	6	9,7%
	Σωστό	56	90,3%
56+34=....	Λάθος	16	26,2%
	Σωστό	45	73,8%
80-20=....	Λάθος	12	19,4%
	Σωστό	50	80,6%
59-18=.....	Λάθος	9	14,5%
	Σωστό	53	85,5%
249+300=.....	Λάθος	15	24,2%
	Σωστό	47	75,8%
659=200=.....	Λάθος	9	14,5%
	Σωστό	53	85,5%

Πίνακας 31 Πίνακας συχνοτήτων απαντήσεων στα ερωτήματα που σχετίζονται με το χαρακτηριστικό της αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις στην Β' Δημοτικού

Συνεπώς, εφόσον οι μαθητές/μαθήτριες του δείγματος μας έχουν απαντήσει σωστά στην πλειοψηφία τους και στις 14 ερωτήσεις που μετρούσαν τη σχετική ικανότητα, και σύμφωνα με το κριτήριο αξιολόγησης που έχουμε θέσει νωρίτερα, δηλαδή ότι έχουν απαντήσει σωστά σε 7 ή και περισσότερες ερωτήσεις, τότε μπορούμε να ισχυριστούμε ότι οι μαθητές/μαθήτριες της Β' Δημοτικού κατέχουν τη συγκεκριμένη ικανότητα αίσθησης του αριθμού για νοερές πράξεις.

2ο Ερευνητικό Ερώτημα

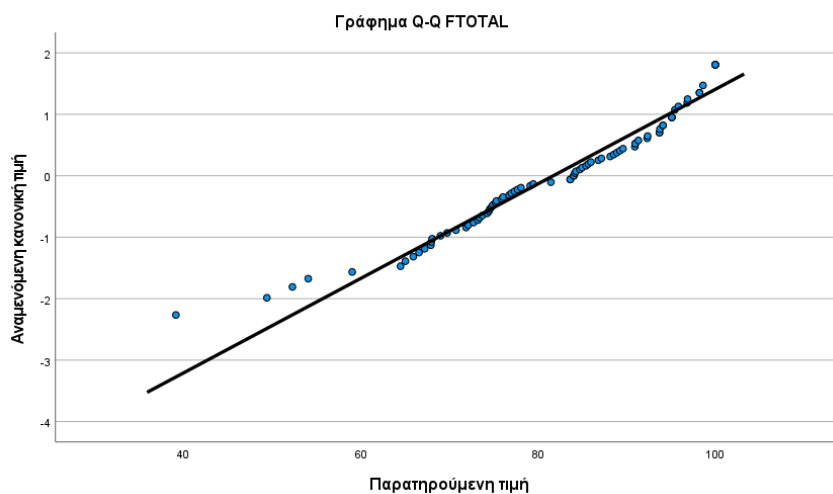
Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα στοχεύει να απαντήσει στο πώς καταγράφεται και διαφοροποιείται η αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού ως προς το φύλο.

Αρχικά, πραγματοποιήσαμε έναν έλεγχο κανονικότητας για την συνεχή αριθμητική εξαρτημένη μεταβλητή FTOTAL, την οποία σχηματίσαμε εμείς και η οποία προέκυψε ως ο μέσος όρος του αθροίσματος των σωστών απαντήσεων των μαθητών/τριών σε όλες τις διαστάσεις της αίσθησης του αριθμού. Δηλαδή:

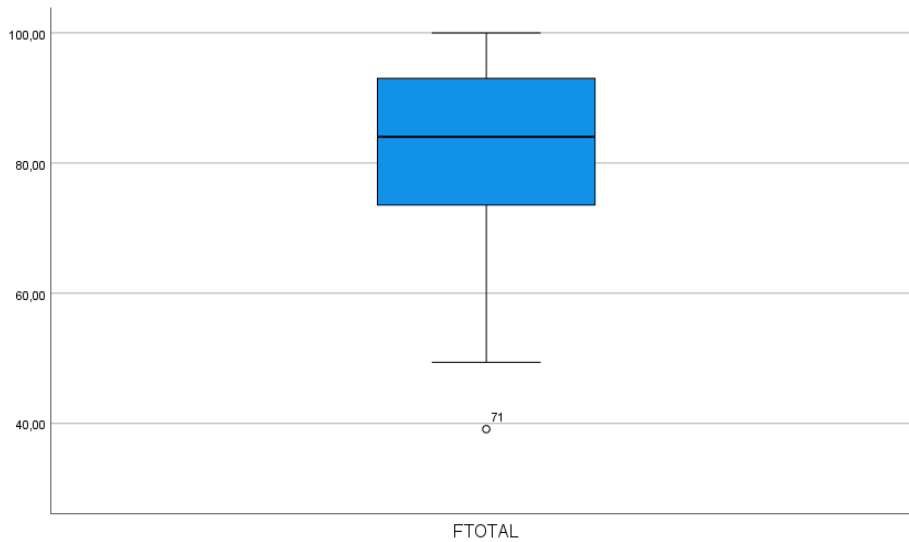
$$FTOTAL = (F1+F2+F3+F4+F5+F6+F7+F8) / 100$$

Αυτή την συνεχή αριθμητική μεταβλητή, η οποία παίρνει συνεχείς αριθμητικές τιμές από το 0 έως το 100, θα χρησιμοποιήσουμε ως εξαρτημένη στο μοντέλο μας για να πραγματοποιήσουμε τους ελέγχους των ερευνητικών μας υποθέσεων.

Σύμφωνα με τον έλεγχο κανονικότητας που έγινε για τη μεταβλητή FTOTAL προέκυψε ότι η μεταβλητή αυτή ακολουθεί την κανονική κατανομή, όπως φαίνεται και από το γράφημα Q-Q για τη μεταβλητή FTOTAL, αλλά και από το θηκόγραμμα της μεταβλητής FTOTAL από όπου μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι παρατηρήσεις κατανέμονται σχεδόν συμμετρικά γύρω από τη διάμεσο.



Σχήμα 5 Μεταβλητή FTOTAL



Σχήμα 6 Μεταβλητή FTOTAL

Δεδομένου λοιπόν, ότι η εξαρτημένη μας μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή, επιλέχθηκε να γίνει ένας παραμετρικός στατιστικός έλεγχος ανεξαρτήτων δειγμάτων σύμφωνα με το κριτήριο t.

Για την Α' Δημοτικού

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται για κάθε ομάδα της Α' Δημοτικού (αγόρια-κορίτσια της Α' Δημοτικού) ο αριθμός των περιπτώσεων (N), ο μέσος όρος (Mean), η τυπική απόκλιση (Standard Deviation) και το τυπικό σφάλμα μέσου (Standard Error Mean). Όπως φαίνεται στον σχετικό Πίνακα των αποτελεσμάτων, η ομάδα των αγοριών έχει μέση τιμή 78,88 και η ομάδα των κοριτσιών έχει μέση τιμή 84,67, με βάση την 100-βάθμια κλίμακα 0-100, στην οποία έχουμε επιλέξει να αποτυπώσουμε την ικανότητα των μαθητών/τριών για να έχουν αίσθηση του αριθμού, όπου 0=μηδενική ικανότητα και 100=απόλυτη ικανότητα.

Στατιστικά Ομάδων Α' Δημοτικού					
	Φύλο	N	Μέσος όρος	Τυπική απόκλιση	Τυπικό Σφάλμα Μέσου
Σύνολο	αγόρι	43	78,8817	13,79283	2,10339
	κορίτσι	41	84,6648	11,55484	1,80456

Πίνακας 32 Πίνακας Αποτελεσμάτων για Στατιστικά Ομάδων στον t-Έλεγχο Ανεξαρτήτων Δειγμάτων

Στον παρακάτω Πίνακα απεικονίζονται τα αποτελέσματα του t-test για τις δύο ανεξάρτητες ή μη συσχετισμένες ομάδες (αγόρια-κορίτσια της Α' Δημοτικού). Εδώ παρουσιάζεται πρώτα ο έλεγχος της υπόθεσης των ίσων διακυμάνσεων των δύο ομάδων κατά Leven και στη συνέχεια δίνεται η τιμή του t, οι βαθμοί ελευθερίας (df), η δικατάληκτη

στατιστική σημαντικότητα Sig.(2-tailed), η διαφορά των μέσων (mean difference), το τυπικό σφάλμα της διαφοράς (Std. Error Difference) και τέλος το 95% του διαστήματος εμπιστοσύνης της διαφοράς (Confidence Interval of the Difference).

Προκειμένου να επιλέξουμε ανάμεσα στη μέθοδο των ίσων διακυμάνσεων και στη μέθοδο των άνισων διακυμάνσεων, ελέγχουμε το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας της τιμής F (2-tailed F prob). Συγκεκριμένα, εάν το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας που αποδίδεται με την αξία του λόγου F είναι $p > 0.05$, τότε αποδεχόμαστε την υπόθεση των ίσων διακυμάνσεων και επιλέγουμε το αντίστοιχο t.

Το αποτέλεσμα της παραπάνω ανάλυσης δείχνει ότι η αξία του λόγου F είναι $p > 0.05$ ($\alpha=0,278$), συνεπώς ισχύει η υπόθεση των ίσων διακυμάνσεων και επιλέγουμε την τιμή του t που αφορά στις ίσες διακυμάνσεις (Equal variances assumed). Επειδή λοιπόν οι διακυμάνσεις των δύο ομάδων δεν είναι σημαντικά άνισες ($F = 1,19, p>0,05$), χρησιμοποιείται ο έλεγχος t για ίσες διακυμάνσεις.

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση, προκύπτει ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών της Α' Δημοτικού, σε σχέση με την ικανότητα τους για αίσθηση του αριθμού, $t=-2,078, df=82, p>0.05$ με διαφορά μέσων 5,78 μονάδες.

Έλεγχος T-Test Ανεξαρτήτων Δειγμάτων										
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	T	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower		Upper
Σύνολο	Equal variances assumed	1,191	,278	-2,078	82	,041	-5,78302	2,78313	-11,31955	-,24648
	Equal variances not assumed			-2,087	80,684	,040	-5,78302	2,77141	-11,29757	-,26846

Πίνακας 33 Έλεγχος T- Test Ανεξαρτήτων Δειγμάτων

Για την Β' Δημοτικού

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται για κάθε ομάδα της Β' Δημοτικού (αγόρια-κορίτσια της Β' Δημοτικού) ο αριθμός των περιπτώσεων (N), ο μέσος όρος (Mean), η τυπική απόκλιση (Standard Deviation) και το τυπικό σφάλμα μέσου (Standard Error Mean). Όπως φαίνεται στον σχετικό Πίνακα των αποτελεσμάτων, η ομάδα των αγοριών έχει μέση τιμή 63,35 και η ομάδα των κοριτσιών έχει μέση τιμή 63,73, με βάση την 100-βάθμια κλίμακα 0-100,

στην οποία έχουμε επιλέξει να αποτυπώσουμε την ικανότητα των μαθητών/τριών για να έχουν αίσθηση του αριθμού, όπου 0=μηδενική ικανότητα και 100=απόλυτη ικανότητα.

Στατιστικά Ομάδων Β' Δημοτικού					
	Φύλο	N	Μέσος όρος	Τυπική απόκλιση	Τυπικό Σφάλμα Μέσου
Σύνολο	αγόρι	30	63,3478	9,29601	1,69721
	κορίτσι	30	63,7309	9,55490	1,74448

Πίνακας 34 Πίνακας Αποτελεσμάτων για Στατιστικά Ομάδων στον t-Έλεγχο Ανεξαρτήτων Δειγμάτων

Στον παρακάτω Πίνακα απεικονίζονται τα αποτελέσματα του t-test για τις δύο ανεξάρτητες ή μη συσχετισμένες ομάδες (αγόρια-κορίτσια της Β' Δημοτικού).

Το αποτέλεσμα της παραπάνω ανάλυσης δείχνει ότι η αξία του λόγου F είναι $p > 0.05$ ($\alpha=0,668$), συνεπώς ισχύει η υπόθεση των ίσων διακυμάνσεων και επιλέγουμε την τιμή του t που αφορά στις ίσες διακυμάνσεις (Equal variances assumed). Επειδή λοιπόν οι διακυμάνσεις των δύο ομάδων δεν είναι σημαντικά άνισες ($F = 0,186, p>0,05$), χρησιμοποιείται ο έλεγχος t για ίσες διακυμάνσεις.

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση, προκύπτει ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών της Β' Δημοτικού, σε σχέση με την ικανότητα τους για αίσθηση του αριθμού, $t=-1,157, df=58, p>0.05$) με διαφορά μέσων μόλις 0,38 μονάδες.

Έλεγχος T-Test Ανεξαρτήτων Δειγμάτων										
		Στατιστική Levene για ισότητα διακυμάνσεων		t-test για ισότητα μέσων						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2- tailed)	Διαφορά μέσων	Διαφορά τυπικού σφάλματος	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Σύνολο	Υπόθεση ίσων διακυμάνσεων	,186	,668	- ,157	58	,875	-,38304	2,43387	- 5,25496	4,48889
	Υπόθεση μη ίσων διακυμάνσεων			- ,157	57,956	,875	-,38304	2,43387	- 5,25504	4,48896

Πίνακας 35 Πίνακας Αποτελεσμάτων για Στατιστικά Ομάδων στον t-Έλεγχο Ανεξαρτήτων Δειγμάτων

3ο Ερευνητικό Ερώτημα

Το τρίτο ερευνητικό ερώτημα στοχεύει στο να απαντήσει πώς καταγράφεται και διαφοροποιείται η αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού ως προς την επίδοση των μαθητών/τριών στα Μαθηματικά. Προκειμένου να το διερευνήσουμε, θα κάνουμε έναν έλεγχο

υποθέσεων σύμφωνα με τον οποίο θα θεωρήσουμε ότι η αίσθηση του αριθμού διαφοροποιείται σημαντικά μεταξύ των μαθητών/τριών της Α' και Β' Δημοτικού σε σχέση με την επίδοσή τους στα Μαθηματικά.

Για να πραγματοποιήσουμε αυτό τον στατιστικό έλεγχο, και δεδομένου ότι η εξαρτημένη μεταβλητή FTOTAL που υποδηλώνει την συνολική αίσθηση αριθμού των μαθητών/τριών της Α' και Β' Δημοτικού, ακολουθεί την κανονική κατανομή, επιλέχθηκε να γίνει ένας στατιστικός έλεγχος χρησιμοποιώντας την παραμετρική διαδικασία One-Way Anova. Για να το πετύχουμε αυτό, θα συγκρίνουμε την μέση τιμή της ικανότητας των μαθητών/τριών για αίσθηση του αριθμού, με βάση την επίδοσή τους στα Μαθηματικά. Η μέτρηση της μεταβλητής που αναφέρεται στην επίδοση των μαθητών/τριών είναι πεντάβαθμη, όπου 1=καθόλου, 2=λίγο, 3=μέτρια, 4=πολύ, 5=πάρα πολύ. Η ικανότητα για αίσθηση του αριθμού μετρήθηκε από 8 μεταβλητές (F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7, F8).

Σχηματίστηκαν οι ακόλουθες δύο ερευνητικές υποθέσεις:

H0: Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών με διαφορετική επίδοση στα Μαθηματικά, όσον αφορά στην ικανότητα τους για αίσθηση του αριθμού. Δηλαδή, οι μέσοι όροι πέντε βαθμών αξιολόγησης της επίδοσης στα Μαθηματικά είναι όλοι ίσοι.

H1: Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών με διαφορετική επίδοση στα Μαθηματικά, όσον αφορά στην ικανότητά τους για αίσθηση του αριθμού. Δηλαδή, οι μέσοι όροι πέντε βαθμών αξιολόγησης της επίδοσης στα Μαθηματικά είναι όλοι ίσοι.

Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση της διακύμανσης με έναν παράγοντα, έγινε ο απαραίτητος έλεγχος των δεδομένων των μεταβλητών, προκειμένου να μην περιλαμβάνουν ακραίες τιμές και η κατανομή τους να πλησιάζει την κανονική. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των περιγραφικών χαρακτηριστικών και του ελέγχου ομοιογένειας παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα.

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία ομάδων								
Σύνολο	N	Μέσος	Τυπική απόκλιση	Τυπικό Σφάλμα	95% Διάστημα Εμπιστοσύνης		Ελάχιστο	Μέγιστο
					Κάτω άκρο	Άνω άκρο		
Καθόλου	1	677,7778	677,78	677,78
Λίγο	5	447,0635	103,40314	46,24329	318,6715	575,4554	313,10	599,21
Μέτρια	18	611,7725	89,36168	21,06275	567,3340	656,2110	395,24	774,60
Πολύ	29	671,4080	83,87821	15,57579	639,5025	703,3136	527,38	800,00
Πάρα πολύ	31	693,8556	85,20109	15,30257	662,6036	725,1076	537,70	800,00
Σύνολο	84	653,6352	104,02098	11,34962	631,0613	676,2091	313,10	800,00

Πίνακας 36 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία ομάδων

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του ελέγχου της ομοιογένειας των διακυμάνσεων. Διαπιστώνουμε ότι το επίπεδο σημαντικότητας δεν είναι στατιστικά σημαντικό ($p > 0.05$ γιατί $p = 0,936$), που σημαίνει ότι οι διακυμάνσεις παρουσιάζουν ομοιογένεια. Συνεπώς, ισχύει η συνθήκη της ομοιογένειας των διακυμάνσεων που αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την επιλογή της παραμετρικής ανάλυσης διακύμανσης με έναν παράγοντα.

Έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων					
		Στατιστική	df1	df2	Σημαντικότητα
		Levene			
Σύνολο	Based on Mean	,155	3	79	,926
	Based on Median	,068	3	79	,977
	Based on Median and with adjusted df	,068	3	75,030	,977
	Based on trimmed mean	,139	3	79	,936

Πίνακας 37 Έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της στατιστικής ανάλυσης της διακύμανσης One-Way Ανοva. Όπως φαίνεται και στον Πίνακα, η παρατηρηθείσα μεταβλητότητα στα δείγματα χωρίζεται σε δύο μέρη: (1) στη μεταβλητότητα των παρατηρήσεων σε μια ομάδα, σε σχέση με το μέσο της ομάδας (within groups variation), και (β) στη μεταβλητότητα των παρατηρήσεων μεταξύ των μέσων των ομάδων (between groups variation). Το άθροισμα των τετραγώνων περιλαμβάνει το μέρος της διασποράς που οφείλεται στις συγκρινόμενες ομάδες. Ενώ το άθροισμα των τετραγώνων που αναφέρεται ανάμεσα στις ομάδες περιλαμβάνει την υπόλοιπη διασπορά που οφείλεται σε σφάλματα ανάμεσα στις ομάδες. Τέλος, το άθροισμα των τετραγώνων που αναφέρεται ως συνολικό (total) περιλαμβάνει την ολική διασπορά γύρω από τον μέσο. Επίσης, στον Πίνακα περιλαμβάνονται

οι βαθμοί ελευθερίας, το άθροισμα των τετραγώνων, τα τετράγωνα των μέσων μεταξύ των ομάδων και εντός των ομάδων, η τιμή του κριτηρίου F και το επίπεδο σημαντικότητάς του.

ANOVA					
Σύνολο	Άθροισμα τετραγώνων	df	Τετράγωνο μέσου	F	Σημαντικότητα
Μεταξύ των ομάδων	304795,441	4	76198,860	10,146	,000
Μέσα στις ομάδες	593294,771	79	7510,060		
Σύνολο	898090,212	83			

Πίνακας 38 Συγκεντρωτικός πίνακας

Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της παραπάνω ανάλυσης, η πιθανότητα του λόγου F της μεταβλητής FTOTAL είναι στατιστικά σημαντική, μικρότερη δηλαδή από την κρίσιμη τιμή του 0,05. Στην πραγματικότητα, το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας της τιμής $F=10,146$, $df(4,79)$ είναι $p=0,000$.

Αυτό φανερώνει ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα ζεύγη των πέντε ομάδων, συνεπώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 που είχαμε κάνει νωρίτερα και επαληθεύεται η εναλλακτική H_1 . Επειδή όμως μόνο με την ανάλυση της διακύμανσης δεν έχουμε ενδείξεις, όσον αφορά στο ποιες ομάδες διαφέρουν μεταξύ τους, για αυτό το λόγο πρέπει να εφαρμόσουμε κάποια από τις μεθόδους πολλαπλών συγκρίσεων. Σύμφωνα με το κριτήριο Scheffe θα συγκρίνουμε ανά δύο τους μέσους όρους των ομάδων ή δειγμάτων σε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς, μέσω δυαδικών συγκρίσεων. Στον παρακάτω Πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα αυτών των πολλαπλών ελέγχων, όπου διακρίνονται σημαντικές διαφορές ανάμεσα στους μαθητές/τριες που είναι Πάρα πολύ καλοί και σε εκείνους που είναι λίγο καλοί. Ακόμη, σημαντικές διαφορές εντοπίζονται ανάμεσα σε εκείνους που είναι πολύ καλοί και σε εκείνους που είναι λίγο καλοί. Επίσης, διαφέρουν μεταξύ τους εκείνοι που είναι λίγο καλοί και οι μέτρια καλοί.

Πολλαπλές Συγκρίσεις						
Εξαρτημένη μεταβλητή: Σύνολο Scheffe						
(I) Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;	(J) Πόσο καλός/ή είσαι στα Μαθηματικά;	Διαφορά μέσων (I-J)	Τυπικό σφάλμα	Σημαντικότητα	95% Διάστημα εμπιστοσύνης	
					Κάτω άκρο	Άνω άκρο
Καθόλου	Λίγο Μέτρια	207,30159*	62,96295	,036	8,6990	405,9042
		42,59259	53,76486	,959	-	212,1818
	Πολύ	-15,72421	52,37535	,999	126,9967	149,4822
		180,9306			-	
Πάρα πολύ	Πάρα πολύ	-43,38624	52,20612	,952	-	121,2863
					208,0588	

Λίγο	Καθόλου	-	62,96295	,036	-	-8,6990
		207,30159*			405,9042	
	Μέτρια	-	43,58413	,010	-	-27,2326
		164,70899*			302,1854	
Μέτρια	Πολύ	-	41,85802	,000	-	-90,9940
		223,02579*			355,0576	
	Πάρα πολύ	-	41,64608	,000	-	-
		250,68783*			382,0511	119,3246
Πολύ	Καθόλου	-42,59259	53,76486	,959	-	126,9967
					212,1818	
	Λίγο	164,70899*	43,58413	,010	27,2326	302,1854
		-58,31680	26,04650	,295	-	23,8411
Πάρα πολύ	Πολύ	-85,97884*	25,70452	,032	-	-4,8997
					140,4747	
	Καθόλου	15,72421	52,37535	,999	-	180,9306
					149,4822	
Πάρα πολύ	Λίγο	223,02579*	41,85802	,000	90,9940	355,0576
		58,31680	26,04650	,295	-23,8411	140,4747
	Μέτρια	-27,66204	22,65479	,827	-99,1215	43,7975
		43,38624	52,20612	,952	-	208,0588
Πάρα πολύ	Καθόλου				121,2863	
					119,3246	382,0511
	Λίγο	250,68783*	41,64608	,000	119,3246	382,0511
		85,97884*	25,70452	,032	4,8997	167,0580
Πάρα πολύ	Μέτρια	27,66204	22,65479	,827	-43,7975	99,1215
	Πολύ					

*. Η διαφορά του μέσου είναι σημαντική σε επίπεδο 0,05

Πίνακας 39 Πολλαπλές συγκρίσεις

4ο Ερευνητικό Ερώτημα

Το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα στοχεύει να απαντήσει στο πώς καταγράφεται και διαφοροποιείται η αίσθηση του αριθμού στην Α' και Β' Δημοτικού ως προς τις στάσεις των μαθητών/τριών απέναντι στα Μαθηματικά.

Προκειμένου να το διερευνήσουμε, θα κάνουμε έναν έλεγχο υποθέσεων σύμφωνα με τον οποίο θα θεωρήσουμε ότι η αίσθηση του αριθμού διαφοροποιείται σημαντικά μεταξύ των μαθητών/τριών της Α' και Β' Δημοτικού σε σχέση με τη στάση τους απέναντι στα Μαθηματικά.

Για να πραγματοποιήσουμε αυτό τον στατιστικό έλεγχο, και δεδομένου ότι η εξαρτημένη μεταβλητή FTOTAL που υποδηλώνει την συνολική αίσθηση αριθμού των μαθητών/τριών της Α' και Β' Δημοτικού, ακολουθεί την κανονική κατανομή, επιλέχθηκε να γίνει ένας στατιστικός έλεγχος χρησιμοποιώντας την παραμετρική διαδικασία One-Way Anova. Για να το πετύχουμε αυτό, θα συγκρίνουμε την μέση τιμή της ικανότητας των μαθητών/τριών για αίσθηση του αριθμού, με βάση τη στάση τους απέναντι στα Μαθηματικά. Η μέτρηση της μεταβλητής που αναφέρεται στις στάσεις των μαθητών/τριών απέναντι στα Μαθηματικά είναι πεντάβαθμη, όπου 1=καθόλου, 2=λίγο, 3=μέτρια, 4=πολύ, 5=πάρα πολύ. Η ικανότητα για αίσθηση του αριθμού μετρήθηκε από 8 μεταβλητές (F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7, F8).

Σχηματίστηκαν οι ακόλουθες δύο ερευνητικές υποθέσεις:

H0: Δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών με διαφορετικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά, όσον αφορά στην ικανότητα τους για αίσθηση του αριθμού. Δηλαδή, οι μέσοι όροι πέντε βαθμών αξιολόγησης της στάσης απέναντι στα Μαθηματικά είναι όλοι ίσοι.

H1: Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών με διαφορετικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά, όσον αφορά στην ικανότητα τους για αίσθηση του αριθμού. Δηλαδή, οι μέσοι όροι πέντε βαθμών αξιολόγησης της στάσης απέναντι στα Μαθηματικά δεν είναι όλοι ίσοι.

Πριν προχωρήσουμε στην ανάλυση της διακύμανσης με έναν παράγοντα, έγινε ο απαραίτητος έλεγχος των δεδομένων των μεταβλητών, προκειμένου να μην περιλαμβάνουν ακραίες τιμές και η κατανομή τους να πλησιάζει την κανονική. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης των περιγραφικών χαρακτηριστικών και του ελέγχου ομοιογένειας παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα.

Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία								
Σύνολο	N	Mean	Std. Deviation	Τυπικό σφάλμα	95% Confidence Interval for Mean		Μέγιστο	Ελάχιστο
					Lower Bound	Upper Bound		
Καθόλου	2	578,5714	29,18218	20,63492	316,3799	840,7630	557,94	599,21
Λίγο	7	517,6871	145,22199	54,88875	383,3791	651,9950	313,10	727,38
Μέτρια	12	583,2341	79,79001	23,03339	532,5380	633,9303	395,24	687,70
Πολύ	27	674,8457	78,94962	15,19386	643,6142	706,0771	472,22	800,00
Πάρα πολύ	36	691,7989	88,46534	14,74422	661,8666	721,7313	527,38	800,00
Total	84	653,6352	104,02098	11,34962	631,0613	676,2091	313,10	800,00

Πίνακας 40 Περιγραφικά στατιστικά στοιχεία

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του ελέγχου της ομοιογένειας των διακυμάνσεων. Διαπιστώνουμε ότι το επίπεδο σημαντικότητας δεν είναι στατιστικά σημαντικό ($p > 0.05$ γιατί $p = 0,936$), που σημαίνει ότι οι διακυμάνσεις παρουσιάζουν ομοιογένεια. Συνεπώς, ισχύει η συνθήκη της ομοιογένειας των διακυμάνσεων που αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση για την επιλογή της παραμετρικής ανάλυσης διακύμανσης με έναν παράγοντα.

Έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων					
		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Σύνολο	Based on Mean	2,561	4	79	,045
	Based on Median	1,926	4	79	,114
	Based on Median and with adjusted df	1,926	4	68,210	,116
	Based on trimmed mean	2,513	4	79	,048

Πίνακας 41 Έλεγχος ομοιογένειας διακυμάνσεων

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της στατιστικής ανάλυσης της διακύμανσης One-Way Anova. Όπως φαίνεται και στον Πίνακα, η παρατηρηθείσα μεταβλητότητα στα δείγματα χωρίζεται σε δύο μέρη: (1) στη μεταβλητότητα των παρατηρήσεων σε μια ομάδα, σε σχέση με το μέσο της ομάδας (within groups variation), και (β) στη μεταβλητότητα των παρατηρήσεων μεταξύ των μέσων των ομάδων (between groups variation). Το άθροισμα των τετραγώνων περιλαμβάνει το μέρος της διασποράς που οφείλεται στις συγκρινόμενες ομάδες. Ενώ το άθροισμα των τετραγώνων που αναφέρεται ανάμεσα στις ομάδες περιλαμβάνει την υπόλοιπη διασπορά που οφείλεται σε σφάλματα ανάμεσα στις ομάδες. Τέλος, το άθροισμα των τετραγώνων που αναφέρεται ως συνολικό (total) περιλαμβάνει την ολική διασπορά γύρω από τον μέσο. Επίσης, στον Πίνακα περιλαμβάνονται οι βαθμοί ελευθερίας, το άθροισμα των τετραγώνων, τα τετράγωνα των μέσων μεταξύ των ομάδων και εντός των ομάδων, η τιμή του κριτηρίου F και το επίπεδο σημαντικότητάς του.

ANOVA					
Σύνολο	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Ανάμεσα στις ομάδες;	264697,964	4	66174,491	8,254	,000
Ξεχωριστές ομάδες	633392,248	79	8017,623		
Σύνολο	898090,212	83			

Πίνακας 42 Αποτέλεσμα της στατιστικής ανάλυσης της διακύμανσης One-Way Anova

Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα της παραπάνω ανάλυσης, η πιθανότητα του λόγου F της μεταβλητής FTOTAL είναι στατιστικά σημαντική, μικρότερη δηλαδή από την κρίσιμη τιμή του 0,05. Στην πραγματικότητα, το επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας της τιμής $F=8,254$, $df(4,79)$ είναι $p=0,000$.

Αυτό φανερώνει ότι υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα ζεύγη των πέντε ομάδων, συνεπώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση H_0 που είχαμε κάνει νωρίτερα και επαληθεύεται η εναλλακτική H_1 . Επειδή όμως μόνο με την ανάλυση της διακύμανσης δεν έχουμε ενδείξεις, όσον αφορά στο ποιες ομάδες διαφέρουν μεταξύ τους, για αυτό το λόγο πρέπει να εφαρμόσουμε κάποια από τις μεθόδους πολλαπλών συγκρίσεων. Σύμφωνα με το

κριτήριο Scheffe θα συγκρίνουμε ανά δύο τους μέσους όρους των ομάδων ή δειγμάτων σε όλους τους πιθανούς συνδυασμούς, μέσω δυαδικών συγκρίσεων.

Στον παρακάτω Πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα αυτών των πολλαπλών ελέγχων, όπου διακρίνονται σημαντικές διαφορές ανάμεσα στους μαθητές/τριες που τους αρέσουν λίγο και σε εκείνους που τους αρέσουν πολύ τα Μαθηματικά. Επίσης, διαφορές εντοπίζονται ανάμεσα στους μαθητές που

Πολλαπλές Συγκρίσεις						
Εξαρτημένη μεταβλητή: Σύνολο						
Scheffe						
(I) Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;	(J) Σου αρέσουν τα Μαθηματικά;	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Καθόλου	Λίγο	60,88435	71,79266	,948	-165,5696	287,3383
	Μέτρια	-4,66270	68,38821	1,000	-220,3781	211,0527
	Πολύ	-96,27425	65,61830	,708	-303,2525	110,7040
	Πάρα πολύ	-113,22751	65,05016	,556	-318,4137	91,9587
Λίγο	Καθόλου	-60,88435	71,79266	,948	-287,3383	165,5696
	Μέτρια	-65,54705	42,58533	,669	-199,8730	68,7789
	Πολύ	-	37,97794	,003	-276,9515	-37,3657
	Πάρα πολύ	-	36,98765	,001	-290,7812	-57,4426
Μέτρια	Καθόλου	174,11187*	68,38821	1,000	-211,0527	220,3781
	Λίγο	4,66270	68,38821	1,000	-211,0527	220,3781
	Πολύ	65,54705	42,58533	,669	-68,7789	199,8730
	Πάρα πολύ	-91,61155	31,06581	,079	-189,6017	6,3786
Πολύ	Καθόλου	-	29,84706	,015	-202,7107	-14,4189
	Λίγο	108,56481*	37,97794	,003	37,3657	276,9515
	Μέτρια	96,27425	65,61830	,708	-110,7040	303,2525
	Πάρα πολύ	157,15860*	37,97794	,003	37,3657	276,9515
Πάρα πολύ	Καθόλου	91,61155	31,06581	,079	-6,3786	189,6017
	Λίγο	-16,95326	22,79607	,968	-88,8584	54,9519
	Μέτρια	113,22751	65,05016	,556	-91,9587	318,4137
	Πολύ	174,11187*	36,98765	,001	57,4426	290,7812
		108,56481*	29,84706	,015	14,4189	202,7107
		16,95326	22,79607	,968	-54,9519	88,8584

*. Η διαφορά του μέσου είναι σημαντική σε επίπεδο 0,05

Πίνακας 43 Πολλαπλές συγκρίσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΖΗΤΗΣΗ- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

5.1 Εισαγωγή

Παρόλο που αυτή η μελέτη ασχολήθηκε μόνο με δύο τάξεις του Δημοτικού (Α' και Β' Δημοτικού), από περιορισμένο αριθμό σχολικών μονάδων και σε περιορισμένο δείγμα, εν τούτοις τα ερευνητικά αποτελέσματα παρέχουν κάποια σημαντικά και ενδιαφέροντα ευρήματα. Η έρευνα αποκάλυψε καίρια χαρακτηριστικά που σχετίζονται με την αίσθηση του αριθμού σε μαθητές/μαθήτριες των πρώτων τάξεων του Δημοτικού και επίσης προσπάθησε να διερευνήσει σε ποιο βαθμό αυτά τα χαρακτηριστικά επηρεάζουν την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών της Α' και Β' Δημοτικού να έχουν την αίσθηση των αριθμών.

5.2 Συζήτηση

Μέσα από τις απαντήσεις των μαθητών/μαθητριών φάνηκε ότι ένα μεγάλο ποσοστό (αθροιστικά το 75%) μαθητών/μαθητριών της Α' δημοτικού έχει θετικές στάσεις απέναντι στα μαθηματικά. Ομοίως στα παιδιά της Β' δημοτικού παρατηρούμε ένα υψηλό ποσοστό, (αθροιστικά το 44%) μειωμένο ωστόσο συγκριτικά με τα παιδιά της Α' δημοτικού. Το γεγονός αυτό ίσως να οφείλεται στο ότι τα παιδιά της Α' δημοτικού διδάσκονται τα μαθηματικά με ένα πιο «παιγνιώδη» τρόπο, με αποτέλεσμα μεγαλώνοντας να αντιλαμβάνονται ενδεχομένως τις απαιτήσεις του μαθήματος. Παρόλο τη συγκριτική αυτή διαφορά φάνηκε ότι τα Μαθηματικά είναι ιδιαίτερα ελκυστικά στα παιδιά και τους προκαλούν το ενδιαφέρον να ασχοληθούν δημιουργικά μαζί τους.

Επιπλέον, προέκυψε ότι αρκετά μεγάλο ποσοστό μαθητών/μαθητριών της Α' δημοτικού θεωρεί ότι είναι ιδιαίτερα καλό στα Μαθηματικά, γεγονός το οποίο φανερώνει μια ιδιαίτερα υψηλή αυτοπεποίθηση, αλλά και μια εσωτερική παρακίνηση για να βελτιωθούν και να πετύχουν στο μάθημα των Μαθηματικών. Στην περίπτωση των μαθητών/μαθητριών της Β' δημοτικού φαίνεται να αυξάνεται κατά πολύ το ποσοστό των μαθητών που πιστεύουν ότι δεν είναι καλοί στα μαθηματικά.

Σχετικά με το πρώτο ερευνητικό ερώτημα, προέκυψε μέσα από την έρευνα μας ότι οι μαθητές/τριες της Α' και Β' Δημοτικού φάνηκε να έχουν την αίσθηση του αριθμού δεδομένου

ότι σε προβλήματα που αφορούσαν το μοτίβο των απαιτούμενων αριθμών που σχηματίζουν μια αριθμητική πρόοδο, την έννοια του μισού και του ολόκληρου, την έννοια του «περίπου», τη θέση του αριθμού επάνω στην αριθμογραμμή, τη σύγκριση δύο αριθμών, τη διάταξη, τις πράξεις πρόσθεσης-αφαίρεσης καθώς και τις νοερές πράξεις ανταποκρίθηκαν με μέσο όρο σωστών απαντήσεων πάνω από 50% στα αντίστοιχα προβλήματα. Παρόλα αυτά είναι σημαντικό να τονιστεί ότι στις πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης υπάρχει μια εντυπωσιακή διαφορά ποσοστού επιτυχίας σχετικά με τους μαθητές Α' και Β'. Συγκεκριμένα το ποσοστό επιτυχίας των μαθητών/μαθητριών της Α' δημοτικού είναι 82,74% και στη Β' δημοτικού 16,58%. Διάφορες έρευνες που έχουν διεξαχθεί με σκοπό να βρεθεί η ύπαρξη της αίσθησης του αριθμού δείχνει ότι το μεγαλύτερο μέρος των μαθητών ανά τον κόσμο συγκεντρώνει χαμηλή επίπεδα (Reys, et al., 1999; Jordan et al., 2006; Landerl, Bevan, & Butterworth, 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven et al., 2007; Jordan et al., 2010; Alsawaie, 2011). Επιπλέον, οι Markovits και Sowder (1994) δηλώνουν ότι κατά τη διάρκεια επίλυσης προβλημάτων ελάχιστοι μαθητές διαθέτουν αίσθηση του αριθμού. Επιπλέον, αν και η αίσθηση του αριθμού αναπτύσσεται βαθμιαία και είναι πιο ανεπτυγμένη σε μεγαλύτερους μαθητές (Jordan et al., 2012; Δεσλή, 2016), στην παρούσα έρευνα το μικρό μέγεθος του δείγματος δεν επέτρεψε περαιτέρω στατιστικές αναλύσεις αναφορικά με τον έλεγχο επιδόσεων ως προς την ηλικιακή διαφοροποίηση.

Σχετικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα προέκυψε ότι υπάρχει μικρή διαφορά μεταξύ των αγοριών και των κοριτσιών της Α' και Β' Δημοτικού σε σχέση με την ικανότητά τους για να έχουν αίσθηση του αριθμού. Συγκεκριμένα, φάνηκε ότι τα κορίτσια της Α' δημοτικού έχουν στατιστικά υψηλότερη ικανότητα αίσθησης του αριθμού σε σχέση με τα αγόρια. Ενώ στους μαθητές/μαθήτριες της Β' δημοτικού φάνηκε ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς την ικανότητα για αίσθηση του αριθμού μεταξύ των δύο φύλων. Το εύρημα αυτό συμφωνεί με ορισμένες έρευνες που εξέτασαν τις διαφορές μεταξύ των φύλων όσον αφορά την αίσθηση του αριθμού αλλά και την επίδοση στις υπολογιστικές εκτιμήσεις και δεν παρατήρησαν κάποια αξιοσημείωτη διαφορά (Aytekin, & Tolukcuşar, 2014 · Dolma, 2002 · Hanson, & Hogan, 2000).

Αναφορικά με το τρίτο ερευνητικό ερώτημα προέκυψε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών της Α' και Β' Δημοτικού ως προς την ικανότητα αίσθησης του αριθμού, σε σχέση με την επίδοσή τους στα Μαθηματικά. Αναλυτικότερα, διακρίνονται σημαντικές διαφορές ανάμεσα: 1) Στους μαθητές/τριες που είναι «Πάρα πολύ καλοί» και σε εκείνους που είναι «Λίγο καλοί». 2) Σε εκείνους που είναι «πολύ καλοί» και σε

εκείνους που είναι «λίγο καλοί». 3) Σε εκείνους που είναι «λίγο καλοί» και σε εκείνους που είναι «μέτρια καλοί»

Τέλος, σχετικά με το τέταρτο ερευνητικό ερώτημα προέκυψε ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μαθητών/τριών που τους αρέσουν λίγο και σε εκείνους που τους αρέσουν πολύ τα Μαθηματικά, ως προς την ικανότητα αίσθησης του αριθμού

5.3 Συμπεράσματα

Πολλές μελέτες έχουν διαπιστώσει ότι οι δυσκολίες στα μαθηματικά έχουν γίνει ευρέως διαδεδομένες. Αυτό επιφέρει πολλές σοβαρές συνέπειες, οι οποίες μπορεί να διαρκέσουν μέχρι και την ενήλικη ζωή των μαθητών/μαθητριών (Murnane, Willett, & Levy, 1995· Dougherty, 2003). Ένας από τους κύριους λόγους για αυτές τις δυσκολίες και τις σοβαρές συνέπειες είναι η αδυναμία ανάπτυξης της αίσθησης των αριθμών σε αυτούς τους μαθητές/μαθήτριες ήδη από μικρή ηλικία (Jordan & Levine, 2009). Έτσι, οι συζητήσεις με τα παιδιά ή οι δραστηριότητες που πραγματοποιούνται με τα παιδιά στη βάση μιας μαθηματικής δραστηριότητας, έχουν τη δυνατότητα να καθορίσουν το επίπεδο της αίσθησης του αριθμού των μικρών παιδιών διαφορετικών ηλικιών. Αυτή η διάγνωση του αρχικού επιπέδου αίσθησης των αριθμών έχει πολύ κρίσιμο ρόλο στο σχεδιασμό ενός εκπαιδευτικού περιβάλλοντος στο οποίο το παιδί μπορεί να αναπτύξει καλύτερη αίσθηση των αριθμών. Αυτή η διάγνωση, βάσει στοιχείων, είναι ζωτικής σημασίας για την κατανόηση των αναγκών των παιδιών πριν από την ενορχήστρωση του περιβάλλοντος διδασκαλίας και μάθησης. Εάν οι εκπαιδευτικοί κατανοήσουν από νωρίς το επίπεδο κατανόησης της αίσθησης του αριθμού από τα παιδιά και μπορέσουν να προβλέψουν ποια θα είναι η πιθανή πορεία που μπορούν να ακολουθήσουν παρόμοιες και διαφορετικές ηλικιακές ομάδες μαθητών/μαθητριών, τότε θα είναι σε θέση να λάβουν έξυπνες διδακτικές αποφάσεις που έχουν τη δυνατότητα να αποτρέψουν σοβαρές μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά στις ανώτερες τάξεις.

Ενδεχομένως θα ήταν καλό να υπάρξουν στα αναλυτικά προγράμματα δραστηριότητες που θα προωθούν την αίσθηση του αριθμού και θα επιδιώκουν την ανάπτυξη της ενώ την ίδια στιγμή είναι σημαντικό να γίνουν προσπάθειες για τη βελτίωση της διδασκαλίας με σκοπό την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού. Σκόπιμο θα ήταν να διερωτηθούμε : οι μαθητές/μαθήτριες αναπτύσσουν την αίσθηση του αριθμού στο τρέχον αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών που είναι προσανατολισμένο στην ανάπτυξη δεξιοτήτων μέσω τυπικών αλγορίθμων

με χαρτί/μολύβι; Εάν ορισμένοι μαθητές/μαθητρίες δεν αναπτύσσουν την αίσθηση των αριθμών σε αυτό το περιβάλλον, τότε ποιες αλλαγές στο αναλυτικό πρόγραμμα και τη διδασκαλία θα ήταν σε θέση να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού; Μήπως μαθηματικές εργασίες, όπως η επινόηση στρατηγικών για την εκτίμηση και τις νοερές πράξεις χρησιμοποιούν ή/και υποστηρίζουν την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού; Αντιλαμβάνονται οι εκπαιδευτικοί την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού ως έναν σημαντικό διδακτικό στόχο; Επιδιώκουν σκόπιμα την ανάπτυξή της; Τι είδους προσέγγιση όσον αφορά το αναλυτικό πρόγραμμα και τη διδασκαλία θα προωθήσει καλύτερα την ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού;

5.4 Περιορισμοί και Προτάσεις για περαιτέρω μελέτη

Τα ερευνητικά αποτελέσματα που προέκυψαν αποτελούν μια επέκταση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας, η οποία σχετίζεται με την ικανότητα των μαθητών/μαθητριών του Δημοτικού σχολείου γύρω από την αίσθηση του αριθμού. Σύμφωνα με τους περιορισμούς που τέθηκαν σε αυτή την εργασία, προτείνεται στους μελλοντικούς ερευνητές να αξιοποιήσουν τα ερευνητικά αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, είτε μέσω αναπαραγωγής της ίδιας έρευνας αλλά σε άλλο εκπαιδευτικό περιβάλλον, είτε εισάγοντας στο ερευνητικό μοντέλο περισσότερες διαστάσεις, ώστε να επιχειρήσει να διερευνήσει την επίδρασή τους στην ικανότητα των μαθητών/μαθητριών για την αίσθηση του αριθμού.

Ακόμη, θα ήταν εξαιρετικά ενδιαφέρον να πραγματοποιηθεί η συγκεκριμένη έρευνα σε παιδιά που φοιτούν σε δημοσία σχολεία έτσι ώστε να αναδειχθούν τυχόν διαφορές με τα παιδιά που φοιτούν σε ιδιωτικά σχολεία. Καθώς στη συγκεκριμένη έρευνα δεν υπήρχε η δυνατότητα προσέγγισης μαθητών από δημόσια σχολεία.

Εναλλακτικά, θα μπορούσε κάποιος επόμενος ερευνητής να εστιάσει στην επίδραση κάποιου μεμονωμένου παράγοντα στην αίσθηση του αριθμού ή σε κάποιο άλλο χαρακτηριστικό των μαθητών/μαθητριών. Ακόμη, επόμενοι ερευνητές θα μπορούσαν να τροποποιήσουν κάποιες από τις μεταβλητές αυτής της έρευνας, προσαρμόζοντάς την όμως κάθε φορά στο πλαίσιο και τις ιδιαίτερες συνθήκες που επικρατούν σε μια άλλη τάξη ή σε ένα άλλο εκπαιδευτικό περιβάλλον, π.χ. σε ένα ηλεκτρονικό περιβάλλον τηλεεκπαίδευσης.

Με αυτόν τον τρόπο, τα αποτελέσματά τους θα μπορούσαν να συγκριθούν με αυτά της παρούσας έρευνας και, επομένως, να προκύψει μια συγκριτική μελέτη η οποία θα εντοπίζει ομοιότητες και διαφορές με το περιβάλλον της δια ζώσης διδασκαλίας στο Δημοτικό σχολείο.

Επίσης, θα μπορούσε να γίνει μια ποιοτική μελέτη μέσω συνεντεύξεων και παρατήρησης σε μαθητές των πρώτων τάξεων του Δημοτικού. Προφανώς, μια τέτοια προσέγγιση θα απέφερε περισσότερο βάθος στην πληροφορία και θα βοηθούσε στην περαιτέρω επικύρωση και επαλήθευση των ερευνητικών μας αποτελεσμάτων και του ερευνητικού μας μοντέλου γενικότερα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Almeida, R.&Bruno, A. (2017). *Establishing profiles on the use of number sense. REDIMAT*, 6(1), 56-84
- Aunio, P.,& Niemivirta, M. (2010). *Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. Learning and Individual Differences*, 20, 427–435.
- Aytekin, C., & Tolukuçar, Z. (2014). *Investigation of middle school students' estimation ability with fractions. Elementary Education Online*, 13(2), 546-563.
- Baroody, A. J., Eiland, M., & Thompson, B. (2009). *Fostering at-risk preschoolers' number sense. Early Education & Development*, 20(1), 80–120.
- Berch, D. B. 2005. "Making Sense of Number Sense: Implications for Children with Mathematical Disabilities." *Journal of Learning Disabilities* 38 (4): 333–339
- Brownell, W.A. (1935). *Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic. In The teaching of arithmetic: The tenth yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: Teachers College, Columbia University. 1-31.
- Burns, M. (1994). *Arithmetic: The last hold out. Phi Delta Kappan*, 75(6), 471-476.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1982). *The development of addition and subtraction problem-solving skills. Addition and subtraction: A cognitive perspective*, 9- 24
- Case, R. (1998). *A psychological model of number sense and its development. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego.*
- Çilingir D., & Türnüklü, E. B. (2009). *Estimation Ability and Strategies of the 6th-8th Grades Elementary School Students. Elementary Education Online*, 8(3), 637-650.
- Clements D. & Sarama J. (2008) *Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. American Education Research Journal*, 45(2), 443–494.
- Courtney-Clarke, M., & Wessels, H. (2014). *Number sense of final year preservice primary school teachers. Pythagoras*, 35(1), Art. #244, 9 pages.

Δεσλή Δ. (2011). *Ικανότητα υπολογιστικής εκτίμησης από παιδιά προσχολικής ηλικίας*. Στα Πρακτικά του 4ου Πανελληνίου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών. Ιωάννινα: Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.

Δεσλή, Δ.& Μυρόβαλη, Β. (2017). *Η αίσθηση του αριθμού σε παιδιά Ε' και Στ' Δημοτικού και οι στρατηγικές τους κατά την επίλυση πλαισιωμένων και μη πλαισιωμένων προβλημάτων*. Στα Πρακτικά του 31ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας (σελ. 280-289). Βέροια: Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία.

Δεσλή, Δ., & Παπαχρήστος, Γ. (2019). *Επίδοση και στρατηγικές παιδιών και ενηλίκων σε νοερούς υπολογισμούς με κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς: ο ρόλος του πλαισίου* (No. IKEECONF2020-1307, pp. 285-294). Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Δεσλή, Δ., & Ανεστάκης, Π. (2014). *Υπολογιστικές εκτιμήσεις και η διδασκαλία τους: επιδόσεις, στρατηγικές και στάσεις υποψήφιων εκπαιδευτικών*. Στα Πρακτικά του 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου της ΕΝΕΔΙΜ. Φλώρινα: Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press

Dehaene, S. (2001b). *Author's response: Is number sense a patchwork?* *Mind & Language*, 16, 89–10

Dolma, P., (2002), "The Relationship between Estimation Skill and Computation Ability of students in Years 5, 7 and 9 for Whole and Rational Numbers" in <http://209.85.135.104/search?q=cache.Ufe8BNXbQFsJ:www.nieparoe.du.bt/webPage/Publications>

Dowker, A. (1997). *Young children's addition estimates*. *Mathematical Cognition*, 3(2), 140-153.

Geary, D. C. (1995). *Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction*. *The American Psychologist*, 50, 24–37

Gelman, R. (1990). *First principles organize attention to and learning about relevant data: Number and the animate– inanimate distinction as examples*. *Cognitive Science*, 14, 79–106.

Gelman, R., & Meck, E. (1992). *Early principles aid initial but not later conceptions of number*. In J. Bideaud, C. Meljac, & J.-P. Fischer (Eds.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (pp. 171–189). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gersten, R., & Chard, D. (1999). *Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities*. *The Journal of Special Education*, 33, 18–28.

Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). *Early identification and interventions for students with mathematics difficulties*. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 293-304.

Greeno, J. G. (1991). *Number sense as situated knowing in a conceptual domain*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 170–218.

Ginsburg, H. P., & Golbeck, S. L. (2004). *Thoughts on the future of research on mathematics and science learning and education*. *Early childhood research quarterly*, 19(1), 190-200.

Griffin, S. A., Case, R., & Siegler, R. S. (1994). *Rightstart: Providing the central conceptual prerequisites for first formal learning of arithmetic to students at risk for school failure*. In K. McGilly (Ed.), *Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice* (pp. 24–49). Cambridge, MA: MIT Press.

Hanson, S., and Hogan, T., (2000), “ *Computational Estimation Skill of College Students*”, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 31, No 4, pp 483 – 499.

Hiebert, J. (1984). *Children's mathematics learning: The struggle to link form and understanding*. *The Elementary School Journal*, 84, 496-513.

Jordan, N. C., Glutting, J., Ramineni, C., & Watkins, M. W. (2010). *Validating a number sense screening tool for use in kindergarten and first grade: Prediction of mathematics proficiency in third grade*. *School Psychology Review*, 39(2), 181–185

Jordan, N.C., Kaplan, D., Olah, L., & Locuniak, M. (2006). *Number Sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties*. *Child Development*, 77, 153–175.

Jordan, N. C., Glutting, J., Dyson, N., Hassinger-Das, B., & Irwin, C. (2012). *Building kindergartners' number sense: A randomized controlled study*. *Journal of educational psychology*, 104(3), 647.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών* (4η εκδ.). Αθήνα, Εκδόσεις ΤΟΠΟΣ.

Kalchman, M., Moss, J., & Case, R. (2001). *Psychological models for the development of mathematical understanding: Rational numbers and functions*. In S. Carver & D. Klahr (Eds.), *Cognition and instruction: Twenty-five years of progress* (pp. 1—38), Mahwah, NJ: Erlbaum.

Kaminski, E. (2002). *Promoting mathematical understanding: Number sense in action*. *Mathematics Education Research Journal*, 14(2), 133-149.

Λεμονίδης, Χ., (2013). *Μαθηματικά της φύσης και της ζωής. Νοεροί υπολογισμοί*. Θεσσαλονίκη: Ζυγός

Lemonidis, Ch., Tsakiridou, H., Meliopolou, I. (2015). *In-service teachers' number sense content knowledge and teaching practice in rational numbers*. Symposium: SIG 11 - Teaching and Teacher Education, 16th Conference EARLI 2015, Cyprus.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). *Origins of number sense: Large-number discrimination in human infants*. *Psychological science*, 14(5), 396-401.

Malofeeva, E., Day, J., Saco, X., Young, L., & Ciancio, D. (2004). *Construction and evaluation of a number sense test with Head Start children*. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 648–659.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). *A proposed framework for examining basic number sense*. *For the learning of mathematics*, 12(3), 2-44.

McIntosh, A., Reys, B.J., Reys,R.E, Bana,J, & Farrell,B. (1997). *Number sense in school mathematics, student performance in four countries*. MASTEC Monograph series no.5, Edith, Cowan University.

McIntosh, A. (2004). *Where we are today*. In A. McIntosh & L. Sparrow (Eds.), *Beyond written computation* (pp.3-14). Perth: MASTEC.

Νικολαντωνάκης, Κ. «*Η πολύ – πολιτισμική διάσταση της πράξης του πολλαπλασιασμού*», Πρακτικά 4ου Δημέρου Διαλόγου για τις κοινωνικές και πολιτισμικές διαστάσεις της Μαθηματικής εκπαίδευσης, Θεσσαλονίκη, 2005, σ 133

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *New directions for elementary School Mathematics*. Reston, Va.

National Council of Teachers of Mathematics. New York: Teachers College, Columbia University. 1-31.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Plunkett, S. (1979). *Decomposition and all that rot*. *Mathematics in School* 8(3), 2-5.

Reys, R. E., Reys, B. J., Nohda, N., Ishida, J., Yoshikawa, S., & Shimizu, K. (1991). *Computational estimation performance and strategies used by fifth-and eighth-grade Japanese students*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39-58.

Reys, B. J. (1994). *Promoting number sense in the middle grades*. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 114-120.

Reys, R. E., & Yang, D. C. (1998). *Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 225–237.

Robinson, C., Menchetti, B., & Torgesen, J. (2002). *Toward a two-factor theory of one type of mathematics disabilities*. *Learning Disabilities Research & Practice*, 17, 81–89.

Schull, R.M.(1998). *Investigation of the development of number sense in seventh grade and eleventh grade students over a three year period of time*. Doctoral dissertation, University of Missouri – Columbia, 1998. Dissertation Abstracts International, 9901281

Segovia, I., & Castro, E. (2009). *Computational and measurement estimation: curriculum foundations and research carried out at the University of Granada, Mathematics Didactics Department*. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(7), 499–536.

Shumway, J. F. (2011). *Number sense routines: Building numerical literacy every day in grades K-3*. Stenhouse Publishers.

Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). *Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method*. *Journal of experimental psychology: General*, 126(1), 71.

Skemp, R. R. (1982). *Understanding the symbolism of mathematics* [Special Issue]. *Visible Language*, 16(3).

Sood, S., & Jitendra, A. K. (2007). *A comparative analysis of number sense instruction in first grade traditional and reform-based mathematics textbooks*. *Journal of Special Education*, 41(3), 145–157

Soot, S., & Mackey, M. (2015). *Examining the effects of number sense instruction on mathematics competence of kindergarten students*. *International Journal of Humanities Social Sciences and Education* 2, 2, 14-31.

Sowder, J.T. (1992). *Estimation and related topics*. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* pp.371-389. New York: Macmillan.

Verschaffel, L & De Corte, E. 1996, “*Number and Arithmetic*” in A.J. Bishop (eds), *International Handbook of Mathematics Education* pp 99-137, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Wilson, A. J., Dehaene, S., Dubois, O., & Fayol, M. (2009). *Effects of an adaptive game intervention on accessing number sense in low- socioeconomic- status kindergarten children*. *Mind, Brain, and Education*, 3(4), 224-234.

Whitacre, I. (2015). *Strategy ranges: Describing change in prospective elementary teachers’ approaches to mental computation of sums and differences*. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(4), 353-373

Yang, D. C. (2005). *Number sense strategies used by sixth grade students in Taiwan*. *Educational Studies*, 31, 317–334

Yang, D. C. (2007). *Investigating the strategies used by pre-service teachers in Taiwan when responding to number sense questions*. *School Science and Mathematics*, 107(7), 293-301.

Yang, D. C., M. N. Li, and C. I. Lin. 2008. “*A Study of the Performance of 5th Graders in Number Sense and Its Relationship to Achievement in Mathematics*.” *International Journal of Science and Mathematics Education* 6 (4): 789–807

Yang, D. C., & Wu, W. R. (2010). *The study of number sense: Realistic activities integrated into third-grade math classes in Taiwan*. *The Journal of Educational Research*, 103(6), 379-392.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Α. Ερωτηματολόγιο Α' Δημοτικού

Ημερομηνία: 7-6-2022

A/A :

ΑΓΟΡΙ: ΚΟΡΙΤΣΙ:

Σου αρέσουν τα Μαθηματικά; Καθόλου Λίγο Μέτρια Πολύ Πάρα πολύ
Πόσο καλό/καλή είσαι στα Μαθηματικά; Καθόλου Λίγο Μέτρια Πολύ Πάρα πολύ

Αν τα Μαθηματικά ήταν ζώο, θα ήταν μαϊμού,
γιατί η μαϊμού είναι αστεία.

Αν τα Μαθηματικά ήταν χρώμα θα ήταν πορτοκαλί,
γιατί μου αρέσει.

Αν τα Μαθηματικά ήταν φαγητό θα ήταν μακαρονία,
γιατί υποθαίγω ποιο ευκόλα.

1. Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια.

7, 7, 7, 7,

2, 4, 6, 8,

9, 8, 7, 6,

2. Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 8.

A) 2 B) 3 Γ) 4

3. Το 50 είναι το μισό του 100. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 60 β) 70 γ) 100

4. Το 24 είναι το μισό του 12. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 48 β) 12 γ) 50

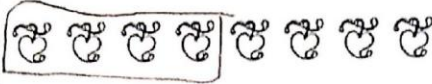
5. Το 22 είναι το διπλάσιο του 44. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 11 β) 33 γ) 44

6. Το 4 είναι το διπλάσιο του 2. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 1 β) 2 γ) 5

7. Τα μισά μήλα είναι 4.



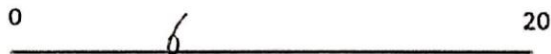
8. Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.



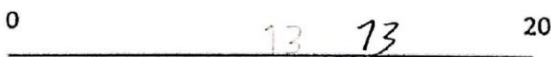
9. Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.



10. Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.



11. Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.



12. Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40.

α) 50 β) 62 γ) 79

13. Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36.

α) 28 β) 30 γ) 37

14. Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.

- 12
- 25
- 44

15. Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.

- 11
- 19
- 29

16. Κύκλωσε Σ για το σωστό και Λ για το λάθος.

Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	<u>Σ</u>	Λ
Το 14 είναι ίσο με το 41.	Σ	<u>Λ</u>
Το 5 είναι μικρότερο από 3.	Σ	<u>Λ</u>
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	<u>Σ</u>	Λ
$11 + 1 = 14 - 2$	Σ	<u>Λ</u>
$44 + 2 = 46$	<u>Σ</u>	<u>Λ</u>
$12 - 1 = 2$	Σ	<u>Λ</u>
$35 - 3 = 32$	<u>Σ</u>	Λ

17 Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

6, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

18. Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

12, 27, 33, 45, 83

19. Υπολόγισε το αποτέλεσμα των παρακάτω αθροισμάτων χωρίς χαρτί και μολύβι:

$$20+30=50$$

$$19+2=21$$

$$50-20=30$$

$$35-10=25$$

$$39-30=9$$

Κύκλωσε την επιλογή που πιστεύεις ότι βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης.

• $20 + 30 = 50$

α) 5 β) 50 γ) 500 δ) 52

• $56 + 2 = 58$

α) 78 β) 58 γ) 562 δ) 76

• $80 - 20 = 60$

α) 6 β) 60 γ) 600 δ) 40

• $68 - 1 = 67$

α) 57 β) 67 γ) 681 δ) 58

Β. Ερωτηματολόγιο Β' Δημοτικού

Παρακάτω μπορείτε να δείτε το ερωτηματολόγιο που δόθηκε στην Β' Δημοτικού.

Ημερομηνία: ΛΙΓΟΡΙ: ΚΟΡΙΤΣΙ: _____

A/A: _____

Σου αρέσουν τα Μαθηματικά; Καθόλου Λίγο Μέτρια Πολύ Πάρα πολύ

Πόσο καλό/καλή είσαι στα Μαθηματικά; Καθόλου Λίγο Μέτρια Πολύ Πάρα πολύ

Αν τα Μαθηματικά ήταν ζώο, θα ήταν σκύλος
γιατί _____

Αν τα Μαθηματικά ήταν χρώμα θα ήταν μπλε
γιατί _____

Αν τα Μαθηματικά ήταν φαγητό θα ήταν μακαρόνια
γιατί _____

1. Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια.

7, 7, 7, 7, 7 7 7 7

2, 4, 6, 8, 2 4 6 8

9, 8, 7, 6, 9 8 7 6

2. Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88.

Α) 22 Β) 30 Γ) 44

3. Το 50 είναι το μισό του _____. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 60 β) 70 γ) 100

4. Το 84 είναι το μισό του _____. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 42 β) 100 γ) 168

5. Το 22 είναι το διπλάσιο του _____. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 11 β) 33 γ) 44

CS Scanned with CamScanner

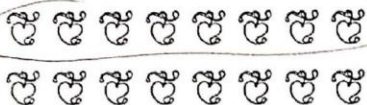
6. Το 40 είναι το διπλάσιο του _____. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 10 β) 20 γ) 50

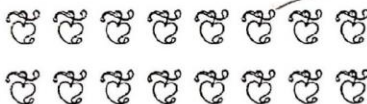
7. Το 64 είναι το διπλάσιο του _____. Κύκλωσε τη σωστή απάντηση.

α) 31 β) 32 γ) 36

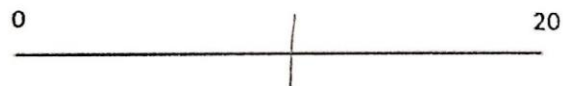
8. Τα μισά μήλα είναι _____.



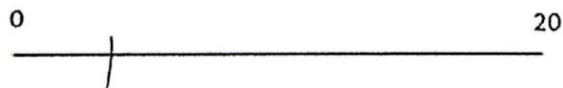
9. Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.



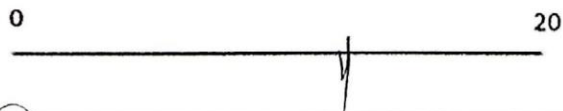
10. Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.



11. Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.



12. Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.



13. Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40.

α) 50 β) 62 γ) 79

14. Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36.		
α) 28	β) 30	γ) 37
15. Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300.		
α) 100	β) 250	γ) 600
16. Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.		
<ul style="list-style-type: none"> • 25 • 44 • 129 		
17. Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.		
<ul style="list-style-type: none"> • 11 • 49 • 256 		
18. Κύκλωσε Σ για το σωστό και Λ για το λάθος.		
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	Σ	Λ
Το 14 είναι ίσο με το 41.	Σ	Λ
Το 5 είναι μικρότερο από 3.	Σ	Λ
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	Σ	Λ
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	Σ	Λ
$11 + 1 = 14 - 2$	Σ	Λ
$500 + 200 = 800 - 200$	Σ	Λ
$23 + 4 = 63$	Σ	Λ
$44 + 2 = 46$	Σ	Λ
$12 - 1 = 2$	Σ	Λ
$35 - 3 = 32$	Σ	Λ

19. Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

2 4 3 15
45, 27, 33, 83, 12

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

20. Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.

5 2 1 4 2
123, 200, 367, 201, 222

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

21. Υπολόγισε το αποτέλεσμα των παρακάτω αθροισμάτων χωρίς χαρτί και μολύβι:

$$20+30 = 50$$

$$39+57 = 96$$

$$26+38 = 64$$

$$50-20 = 30$$

$$35-10 = 25$$

$$39-29 = 10$$

$$600-200 = 400$$

$$249-100 = 149$$

22. Κύκλωσε την επιλογή που πιστεύεις ότι βρίσκεται πιο κοντά στο αποτέλεσμα της πράξης.

• $20 + 30 =$

α) 5 β) 50 γ) 500 δ) 52

• $56 + 34 =$

α) 80 β) 90 γ) 810 δ) 91

• $80 - 20 =$

α) 6 β) 60 γ) 600 δ) 40

• $59 - 18 =$

α) 40 β) 41 γ) 61 δ) 77

• $249 + 300 =$

α) 252 β) 549 γ) 550 δ) 500

• $659 - 200 =$

α) 657 β) 459 γ) 450 δ) 400

B. Έλεγχος εγκυρότητας

Ακολουθεί ο έλεγχος της παραγοντικής δομής του ερωτηματολογίου για την Α' Δημοτικού.

Συσχετίσεις μεταβλητών ερωτηματολογίου Α' Δημοτικού

		Αίσθηση αριθμού ως μοτίβο	Αίσθηση μισού-ολόκληρου	Αίσθηση αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή	Αίσθηση προσέγγισης αριθμού	Αίσθηση σύγκρισης αριθμών	Αίσθηση αριθμού στις πράξεις	Αίσθηση αριθμού στη διάταξη	Αίσθηση αριθμού για νοερές πράξεις
Αίσθηση αριθμού ως μοτίβο	Pearson Correlation	1	,378**	,264*	,097	,229*	,327**	,228*	,135
	Sig. (2-tailed)		,000	,015	,378	,036	,002	,037	,220
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση μισού-ολόκληρου	Pearson Correlation	,378**	1	,138	,176	,117	,192	,269*	,327**
	Sig. (2-tailed)	,000		,212	,109	,289	,080	,013	,002
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή	Pearson Correlation	,264*	,138	1	,216*	,061	,312**	,068	,126
	Sig. (2-tailed)	,015	,212		,048	,581	,004	,539	,252
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση προσέγγισης αριθμού	Pearson Correlation	,097	,176	,216*	1	,336**	,177	,166	,301**
	Sig. (2-tailed)	,378	,109	,048		,002	,107	,132	,005
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση σύγκρισης αριθμών	Pearson Correlation	,229*	,117	,061	,336**	1	,141	,064	,060
	Sig. (2-tailed)	,036	,289	,581	,002		,200	,563	,589
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση αριθμού στις πράξεις	Pearson Correlation	,327**	,192	,312**	,177	,141	1	,183	,241*
	Sig. (2-tailed)	,002	,080	,004	,107	,200		,095	,027
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση αριθμού στη διάταξη	Pearson Correlation	,228*	,269*	,068	,166	,064	,183	1	,307**
	Sig. (2-tailed)	,037	,013	,539	,132	,563	,095		,004
	N	84	84	84	84	84	84	84	84
Αίσθηση αριθμού για νοερές πράξεις	Pearson Correlation	,135	,327**	,126	,301**	,060	,241*	,307**	1
	Sig. (2-tailed)	,220	,002	,252	,005	,589	,027	,004	
	N	84	84	84	84	84	84	84	84

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

* . Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Έλεγχος καλής προσαρμογής δεδομένων

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.	,633
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square
	1056,741
	df
	630
	Sig.
	,000

Πίνακας 44 Έλεγχος καλής προσαρμογής δεδομένων

Συσχετίσεις

	Αρχικά	Εξαγωγή
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (σταθερό)	,620	,543
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (αυξάνον)	,833	,790
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (φθίνον)	,825	,765
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 8	,724	,501
Το 50 είναι το μισό του	,450	,238
Το 24 είναι το μισό του	,361	,261
Το 22 είναι το διπλάσιο του	,535	,190
Το 4 είναι διπλάσιο του	,551	,555
Τα μισά μήλα είναι	,628	,460
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	,716	,447
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	,643	,495
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.	,668	,577
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	,619	,423
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	,564	,540
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	,544	,457
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	,369	,197
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	,583	,212
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	,511	,465
Το 14 είναι ίσο με το 41.	,721	,648
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	,461	,320
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	,597	,354
$11+1=14-2$,558	,464
$44+2=46$,731	,655
$12-1=2$,622	,215
$35-3=32$,485	,317
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	,650	,556
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	,656	,403
$20+30=.....$,702	,454
$19+2=.....$,464	,277
$50-20=.....$,547	,288
$35-10=.....$,406	,242
$39-30=.....$,461	,393
$20+30=.....$,462	,238
$56+2=.....$,553	,111
$80-20=.....$,502	,231
$68-1=.....$,487	,303

Μέθοδος Εξαγωγής Παραγόντων: Principal Axis Factoring.

Πίνακας 45 Ποσοστό διακύμανσης κάθε ερώτησης που εξηγείται από τους 8 παράγοντες

Συνολική Ερμηνεύσιμη Διακύμανση

Παράγοντας	Αρχικές Ιδιοτιμές			Αθροίσματα τετραγώνων φορτίσεων		
	Σύνολο	Ποσοστό % της διακύμανσης	Αθροιστικό ποσοστό %	Σύνολο	Ποσοστό % της διακύμανσης	Αθροιστικό ποσοστό %
1	4,363	12,121	12,121	3,841	10,671	10,671
2	3,122	8,671	20,792	2,685	7,459	18,130
3	2,329	6,470	27,261	1,717	4,769	22,898
4	2,244	6,233	33,494	1,675	4,652	27,550
5	1,966	5,460	38,955	1,377	3,826	31,376
6	1,727	4,797	43,752	1,175	3,265	34,642
7	1,666	4,626	48,378	1,082	3,004	37,646
8	1,624	4,512	52,890	1,030	2,861	40,507
9	1,380	3,834	56,724			
10	1,298	3,607	60,331			
11	1,264	3,512	63,843			
12	1,200	3,333	67,176			
13	1,143	3,176	70,351			
14	,994	2,762	73,113			
15	,968	2,688	75,801			
16	,861	2,391	78,192			
17	,855	2,374	80,566			
18	,724	2,011	82,577			
19	,681	1,891	84,468			
20	,628	1,744	86,212			
21	,605	1,681	87,893			
22	,579	1,610	89,502			
23	,527	1,464	90,966			
24	,464	1,289	92,255			
25	,439	1,218	93,474			
26	,370	1,028	94,502			
27	,328	,912	95,414			
28	,312	,868	96,282			
29	,274	,760	97,041			
30	,228	,633	97,675			
31	,202	,561	98,236			
32	,184	,512	98,748			
33	,167	,465	99,213			
34	,113	,313	99,526			
35	,110	,307	99,833			
36	,060	,167	100,000			

Πίνακας 46 Ιδιοτιμές και ποσοστό διακύμανσης που εξηγεί κάθε παράγοντας

Πίνακας Παραγόντων								
	1	2	3	Παράγοντας		6	7	8
				4	5			
Το 14 είναι ίσο με το 41.	,541							
44+2=46	,533							
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 8	,520							
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	,511							
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (σταθερό)	,495							
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	,490							
Τα μισά μήλα είναι	,438							-
20+30=.....								,429
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.								
80-20=.....								
12-1=2								
56+2=.....								
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (αυξάνον)		,771						
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (φθίνον)		,766						
11+1=14-2		,637						
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.		,425						
Το 24 είναι το μισό του								
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.				,455				
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40				-				
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.				,410				
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.								
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.				,498				
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.	,408			,473				
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.				,454				
35-3=32				,444				
Το 4 είναι διπλάσιο του					,534			
50-20=.....								
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36								
19+2=.....								
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.								-
Το 22 είναι το διπλάσιο του								,524
39-30=.....								
68-1=.....								
35-10=.....								
20+30=.....								
Το 50 είναι το μισό του								
Extraction Method: Principal Axis Factoring.								

a. 8 παράγοντες εξήχθησαν. 9 επαναλήψεις απαιτήθηκαν.

Πίνακας 47 Συντελεστές συσχέτισης κάθε ερώτησης με τη διάσταση στην οποία ανήκουν

Ακολουθεί ο έλεγχος της παραγοντικής δομής του ερωτηματολογίου για την Β' Δημοτικού.

Συσχετίσεις

	Αρχικά	Εξαγωγή
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	,819	,336
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	,984	,980
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	,979	,780
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88	,778	,324
Το 50 είναι το μισό του	,924	,519
Το 84 είναι το μισό του	,819	,243
Το 22 είναι το διπλάσιο του	,759	,463
Το 40 είναι διπλάσιο του	,843	,393
Το 64 είναι διπλάσιο του	,853	,566
Τα μισά μήλα είναι	,918	,650
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	,692	,495
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	,763	,291
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 16.	,867	,403
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	,845	,381
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	,836	,269
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	,870	,615
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300	,939	,611
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	,907	,476
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	,907	,683
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	,884	,272
Το 14 είναι ίσο με το 41.	,911	,593
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	,831	,570
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και το 35.	,725	,302
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	,855	,411
11+1=14-2	,721	,425
500+200=800-200	,773	,263
23+4=63	,912	,469
44+2=46	,921	,803
12-1=2	,906	,428
35-3=32	,829	,465
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	,853	,445
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	,903	,470
20+30=.....	,899	,464
39+57=.....	,898	,430
26+38=.....	,887	,347
50-20=.....	,909	,461
35-10=.....	,937	,578
39-29=.....	,830	,317
600-200=.....	,870	,500
249-100=.....	,843	,617
20+30=.....	,932	,495
56+34=.....	,879	,275
80-20=.....	,780	,159
59-18=.....	,856	,307
249+300=.....	,929	,425
659=200=.....	,891	,729

Μέθοδος Εξαγωγής: Principal Axis Factoring.

Πίνακας 48 Ποσοστό διακύμανσης κάθε ερώτησης που εξηγείται από τους 8 διαστάσεις

Συνολική Ερμηνευόμενη Διακύμανση

Διάσταση	Αρχικές Ιδιοτιμές			Αθροίσματα τετραγώνων φορτίσεων		
	Σύνολο	Ποσοστό % της διακύμανσης	Αθροιστικό ποσοστό %	Σύνολο	Ποσοστό % της διακύμανσης	Αθροιστικό ποσοστό %
1	6,859	14,911	14,911	6,385	13,880	13,880
2	4,225	9,185	24,096	3,735	8,120	22,000
3	3,203	6,962	31,058	2,785	6,054	28,054
4	2,630	5,717	36,775	2,091	4,546	32,600
5	2,445	5,315	42,090	1,994	4,335	36,936
6	2,204	4,791	46,881	1,654	3,597	40,532
7	2,102	4,568	51,449	1,549	3,368	43,900
8	1,801	3,916	55,365	1,304	2,836	46,736
9	1,647	3,580	58,946			
10	1,476	3,209	62,155			
11	1,464	3,182	65,337			
12	1,350	2,935	68,272			
13	1,274	2,770	71,042			
14	1,177	2,560	73,602			
15	1,138	2,475	76,076			
16	1,013	2,202	78,278			
17	,930	2,021	80,299			
18	,834	1,813	82,113			
19	,781	1,698	83,811			
20	,711	1,546	85,357			
21	,688	1,495	86,852			
22	,625	1,358	88,210			
23	,591	1,284	89,494			
24	,558	1,214	90,708			
25	,539	1,172	91,879			
26	,487	1,059	92,939			
27	,456	,992	93,931			
28	,395	,859	94,790			
29	,335	,729	95,520			
30	,305	,664	96,183			
31	,294	,639	96,823			
32	,257	,558	97,381			
33	,230	,500	97,881			
34	,191	,416	98,297			
35	,165	,359	98,656			
36	,127	,276	98,932			
37	,107	,233	99,165			
38	,097	,211	99,376			
39	,073	,159	99,535			
40	,066	,143	99,678			
41	,047	,101	99,779			
42	,035	,077	99,856			
43	,028	,061	99,917			
44	,019	,041	99,958			
45	,013	,027	99,985			
46	,007	,015	100,000			

Μέθοδος Εξαγωγής: Principal Axis Factoring.

Πίνακας 49 Ιδιοτιμές και ποσοστό διακύμανσης που εξηγεί κάθε διάσταση

Πίνακας Παραγόντων

	Factor							
	1	3	4	5	6	7	8	
44+2=46	,722							
35-3=32	,618							
35-10=...	,598							
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	,579							
Το 64 είναι διπλάσιο του	,576							
Το 50 είναι το μισό του	,561							
659=200=.....	,554						-,496	
249-100=.....	,498							
26+38=.....	,483							
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	,478							
23+4=63	,467							
39-29=.....	,455							
Το 40 είναι διπλάσιο του	,433							
249+300=.....	,427							
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88								
12-1=2								
20+30=.....								
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40								
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.								
Τα μισά μήλα είναι	,417							
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.								
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.								
Το 14 είναι ίσο με το 41.								
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.								
20+30=.....								
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.								
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 16.								
39+57=.....								
500+200=800-200								
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	-,796							
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	-,571							
Το 22 είναι το διπλάσιο του	-,514							
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	,514							
600-200=.....	,479							
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.								
11+1=14-2			,432	,412				
50-20=.....								
59-18=.....								
Το 84 είναι το μισό του								
80-20=.....								
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300								
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια								
56+34=.....								
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.							,546	
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και το 35.								
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.								

Μέθοδος Εξαγωγής: Principal Axis Factoring.

α. 8 παράγοντες εξήχθησαν. 12 επαναλήψεις απαιτήθηκαν.

Πίνακας 50 Συντελεστές συσχέτισης κάθε ερώτησης με τη διάσταση στην οποία ανήκουν

Γ. Έλεγχος αξιοπιστίας

Παρακάτω φαίνονται αναλυτικά τα αποτελέσματα από τον έλεγχο αξιοπιστίας που πραγματοποιήθηκε ξεχωριστά για κάθε παράγοντα που υπάρχει στο ερωτηματολόγιο που δόθηκε στην Α' και Β' Δημοτικού, αντίστοιχα.

Για το ερωτηματολόγιο της Α' Δημοτικού

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (σταθερό)	28,70	17,252	,375	,733
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (αυξάνον)	28,93	16,785	,382	,731
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (φθίνον)	28,88	16,750	,404	,729
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 8	28,63	17,568	,344	,735
Το 50 είναι το μισό του	28,63	18,136	,126	,745
Το 24 είναι το μισό του	28,80	17,715	,172	,744
Το 22 είναι το διπλάσιο του	28,83	17,403	,247	,739
Το 4 είναι διπλάσιο του	28,67	17,705	,248	,739
Τα μισά μήλα είναι	28,68	17,478	,312	,736
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	28,72	17,019	,424	,730
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	28,78	17,013	,378	,732
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.	28,76	17,174	,346	,734
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	28,72	17,957	,135	,745
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	28,63	17,889	,220	,741
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	28,72	17,562	,255	,739
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	28,63	18,210	,098	,746
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	28,73	17,384	,301	,736
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	28,62	17,892	,234	,740
Το 14 είναι ίσο με το 41.	28,67	17,384	,358	,734
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	28,65	18,355	,039	,749
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	28,85	17,904	,111	,748
11+1=14-2	28,85	17,633	,181	,744

44+2=46	28,62	17,448	,416	,733
12-1=2	28,68	17,799	,206	,741
35-3=32	28,67	18,372	,025	,750
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	28,62	17,794	,274	,739
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	28,62	17,645	,334	,736
20+30=.....	28,68	17,602	,271	,738
19+2=.....	28,65	17,886	,208	,741
50-20=.....	28,65	17,886	,208	,741
35-10=.....	28,77	17,859	,144	,745
39-30=.....	28,78	17,383	,272	,738
20+30=.....	28,62	18,139	,136	,744
56+2=.....	28,60	18,910	-,178	,755
80-20=.....	28,66	17,857	,207	,741
68-1=.....	28,63	17,864	,229	,740

Για τη διάσταση «Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (σταθερό)	1,26	,846	,163	,889
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (αυξάνον)	1,49	,422	,684	,448
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια (φθίνον)	1,44	,442	,673	,572

Για τη διάσταση «Αίσθηση μισού-ολόκληρου»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 8	4,81	1,481	,423	,443
Το 50 είναι το μισό του	4,81	1,674	,158	,530
Το 24 είναι το μισό του	4,98	1,517	,162	,543
Το 22 είναι το διπλάσιο του	5,01	1,530	,132	,560
Το 4 είναι διπλάσιο του	4,85	1,482	,341	,465
Τα μισά μήλα είναι	4,87	1,440	,353	,458
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	4,89	1,398	,368	,448

Για την διάσταση «Αίσθηση αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	1,58	,487	,446	,632
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 6.	1,56	,466	,530	,517
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	1,52	,517	,483	,582

Για τη διάσταση «Αίσθηση προσέγγισης αριθμού»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	2,49	,542	,073	,629
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	2,57	,417	,196	,489
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	2,49	,518	,129	,574
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	2,60	,388	,221	,450

Για τη διάσταση «Αίσθηση σύγκρισης αριθμών»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	2,42	,559	,246	,591
Το 14 είναι ίσο με το 41.	2,45	,492	,314	,507
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	2,43	,513	,325	,509
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και στο 35.	2,63	,525	,037	,766

Για την διάσταση «Αίσθηση αριθμού στις πράξεις»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
11+1=14-2	2,59	,391	-,044	,432
44+2=46	2,37	,481	,020	,359
12-1=2	2,42	,466	-,025	,568
35-3=32	2,41	,416	,102	,438

Για τη διάσταση «Αίσθηση αριθμού στη διάταξη»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	,90	,087	,281	,655.
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	,89	,097	,281	,578.

Για την διάσταση «Αίσθηση αριθμού για νοερές πράξεις»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
20+30=.....	6,86	1,345	,262	,626
19+2=.....	6,82	1,369	,293	,519
50-20=.....	6,82	1,467	,160	,473
35-10=.....	6,94	1,301	,219	,644
39-30=.....	6,95	1,339	,168	,472
20+30=.....	6,80	1,555	,078	,703
56+2=.....	6,77	1,740	-,155	,668
80-20=.....	6,83	1,435	,183	,563
68-1=.....	6,81	1,450	,203	,457

Συνολικά για ολόκληρο το ερωτηματολόγιο της Β' Δημοτικού

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	35,50	37,034	-,184	,845
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	36,23	35,301	,226	,840
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	36,27	34,945	,324	,838
Κύκλωσε ποιους από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88	35,58	35,095	,339	,837
Το 50 είναι το μισό του	35,63	34,033	,528	,833
Το 84 είναι το μισό του	35,90	35,956	,064	,846
Το 22 είναι το διπλάσιο του	35,97	34,745	,268	,840
.....				
Το 40 είναι διπλάσιο του	35,58	34,857	,399	,836
Το 64 είναι διπλάσιο του	35,55	34,523	,556	,834
Τα μισά μήλα είναι	35,52	35,373	,386	,837
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	35,52	35,813	,237	,840
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	35,60	35,227	,289	,838
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 16.	35,52	35,847	,226	,840
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	35,50	36,729	-,070	,844
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	35,58	35,332	,280	,839
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	35,62	34,071	,542	,833
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300	35,60	35,125	,313	,838
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	35,48	36,525	,015	,842
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	35,55	35,506	,275	,839
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	35,62	35,969	,107	,843
Το 14 είναι ίσο με το 41.	35,53	35,609	,272	,839
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	35,67	34,836	,323	,838
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και το 35.	35,62	35,800	,144	,842
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	35,68	34,423	,397	,836
11+1=14-2	35,72	35,359	,195	,841
500+200=800-200	35,70	35,061	,259	,839
23+4=63	35,68	34,322	,418	,835

Η αίσθηση του αριθμού στις πρώτες τάξεις του δημοτικού

44+2=46	35,62	33,800	,606	,831
12-1=2	35,58	35,027	,356	,837
35-3=32	35,70	33,603	,552	,831
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	35,52	35,779	,249	,839
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	35,55	36,116	,105	,842
20+30=.....	35,53	35,779	,220	,840
39+57=.....	35,75	34,733	,302	,838
26+38=.....	35,80	33,858	,447	,834
50-20=....	35,68	35,135	,252	,839
35-10=...	35,75	33,513	,535	,832
39-29=....	35,75	34,225	,398	,836
600-200=....	35,62	35,732	,160	,841
249-100=....	35,67	34,395	,415	,835
20+30=....	35,55	35,303	,333	,838
56+34=....	35,72	35,393	,188	,841
80-20=....	35,65	35,689	,153	,842
59-18=....	35,60	36,142	,074	,843
249+300=.....	35,70	34,383	,394	,836
659=200=.....	35,60	34,447	,476	,834

Για την διάσταση «Αίσθηση του αριθμού ως μοτίβο»

Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	,44	,643	-,443	,927
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	1,15	,126	,729	,845 ^a
Γράψε τους αριθμούς που λείπουν μέσα στα κυκλάκια	1,19	,159	,690	,798 ^a

Για τη διάσταση «Αίσθηση μισού-ολόκληρου»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Κύκλωσε ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι το μισό του 88	5,68	3,960	,230	,657
To 50 είναι το μισό του	5,73	3,743	,330	,621
To 84 είναι το μισό του	5,82	1,788	,156	,708
To 22 είναι το διπλάσιο του	6,05	3,817	,158	,670
To 40 είναι διπλάσιο του	5,68	3,960	,230	,757
To 64 είναι διπλάσιο του	5,66	3,834	,358	,627
Τα μισά μήλα είναι	5,61	4,012	,312	,552
Ζωγράφισε τα διπλάσια μήλα.	5,61	4,044	,278	,659

Για τη διάσταση «Αίσθηση αριθμού ως θέση στην αριθμογραμμή

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 10.	1,89	,102	-,002	,425 ^a
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 16.	1,81	,159	,038	,580 ^a
Σημείωσε με μια γραμμούλα στην αριθμογραμμή σου το σημείο που πιστεύεις ότι βρίσκεται ο αριθμός 13.	1,79	,201	-,106	,137

Για τη διάσταση «Αίσθηση προσέγγισης αριθμού»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 40	3,55	,547	,121	,365
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 36	3,56	,545	,099	,389
Κύκλωσε τον αριθμό που βρίσκεται πιο κοντά στον αριθμό 300	3,55	,448	,340	,153
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μεγαλύτερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	3,44	,643	,215	,315
Κύκλωσε τα ψηφία που έχουν τη μικρότερη αξία στους παρακάτω αριθμούς.	3,52	,549	,181	,310

Για τη διάσταση «Αίσθηση σύγκρισης αριθμών»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Το 3 είναι μικρότερο από το 5.	3,31	,685	,222	,231
Το 14 είναι ίσο με το 41.	3,23	,680	,449	,100
Το 5 είναι μικρότερο από το 3.	3,36	,668	,182	,265
Το 25 είναι ανάμεσα στο 21 και το 35.	3,31	,885	-,089	,480
Το 360 είναι μεγαλύτερο από το 306.	3,38	,672	,157	,291

Για τη διάσταση «Αίσθηση αριθμού στις πράξεις»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
11+1=14-2	3,97	1,573	,103	,599
500+200=800-200	3,95	1,358	,335	,489
23+4=63	3,97	1,442	,232	,540
44+2=46	3,87	1,327	,488	,425
12-1=2	3,84	1,580	,220	,538
35-3=32	3,95	1,260	,449	,429

Για τη διάσταση «Αίσθηση αριθμού στη διάταξη»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Βάζω τους αριθμούς από το μεγαλύτερο στο μικρότερο.	,89	,102	,321	,678.
Βάζω τους αριθμούς από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.	,94	,061	,321	,754.

Για τη διάσταση «Αίσθηση αριθμού για νοερές πράξεις»

	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
20+30=.....	10,02	6,383	-,022	,697
39+57=.....	10,23	5,246	,461	,642
26+38=.....	10,28	5,038	,540	,627
50-20=....	10,18	5,617	,303	,666
35-10=....	10,23	5,180	,496	,636
39-29=....	10,23	5,546	,310	,665
600-200=....	10,11	6,003	,145	,686
249-100=....	10,16	5,306	,483	,640
20+30=....	10,03	5,899	,302	,668
56+34=....	10,20	6,027	,094	,696
80-20=....	10,13	5,949	,163	,685
59-18=....	10,08	6,143	,089	,691
249+300=.....	10,18	5,584	,320	,664
659=200=.....	10,08	5,577	,429	,651