



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

—ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837—

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Ιστορίας και Φιλοσοφίας της Επιστήμης

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών Ιστορίας και Φιλοσοφίας της
Επιστήμης και της Τεχνολογίας

Διπλωματική Εργασία

Ο πρώτος πρόλογος του Πρόκλου στα σχόλιά του στα *Στοιχεία*
του Ευκλείδη: Μετάφραση και σχολιασμός

Νικόλαος Μαράκας

ΑΜ: 7986112100006

Επιβλέπων Καθηγητής: Αναπληρωτής Καθηγητής Μιχάλης Σιάλαρος

Μέλη τριμελούς επιτροπής: Ομότιμος Καθηγητής Ιωάννης Χριστιανίδης
ΕΔΠ Μιχάλης Φιλίππου

Αθήνα, 2024

Περίληψη

Ο Πρόκλος από τη Λυκία, μαθητής του Συριανού και διευθυντής της Νεοπλατωνικής σχολής των Αθηνών του 5ου αιώνα, υπήρξε μια από τις πιο εμβληματικές προσωπικότητες της νεοπλατωνικής φιλοσοφίας και, ίσως, ο πλέον πολυγραφότατος φιλόσοφος της εποχής του. Κληροδότησε ένα εξαιρετικά πλούσιο σώμα σχολιαστικών κειμένων στους διαλόγους του Πλάτωνα καθώς και σε άλλες πραγματείες. Μεταξύ των σωζόμενων έργων του, βρίσκεται και ένας εκτενέστατος σχολιασμός στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Το κείμενο αυτό είναι το μόνο σωζόμενο έργο που περιέχει εκτενή σχόλια στα *Στοιχεία* και, υπό αυτή την έννοια, συνιστά ορόσημο στη σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων*. Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του σχολιασμού του Πρόκλου είναι το γεγονός ότι μας παραδίδεται συνοδευόμενος από δύο προλόγους. Ο πρώτος πρόλογος, ο οποίος αποτελεί και τον θεματικό άξονα της μελέτης αυτής, πραγματεύεται τον ρόλο, τον σκοπό, την ουσία και τη χρησιμότητα της μαθηματικής επιστήμης, εντός ενός αμιγώς νεοπλατωνικού φιλοσοφικού πλαισίου. Στόχος της εργασίας είναι να προσφέρει μια νεοελληνική μετάφραση αυτού του κειμένου, συνοδευμένη από ερμηνευτικά και μεταφραστικά σχόλια.

Λέξεις-Κλειδιά: Πρόκλος, Ευκλείδης, Νεοπλατωνισμός, Σχολή των Αθηνών, Νεοπλατωνικά Μαθηματικά, Ύστερη Αρχαιότητα, Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά

Abstract

Proclus, who originated from Lycia and studied under Syrianus, emerged as one of the most influential figures in Neoplatonic philosophy during the 5th century. He assumed leadership of the Neoplatonic School of Athens. His intellectual legacy is marked by extensive scholarship, notably including a comprehensive collection of commentaries on Plato's dialogues and various other treatises. Notable among his surviving works is a detailed commentary on the first book of Euclid's Elements. This significant composition is the only surviving treatise providing thorough analysis of the Elements, representing a pivotal moment in the exegetical tradition surrounding Euclidean geometry. Of particular scholarly interest is the presence of dual prologues accompanying Proclus' commentary. The primary prologue, which serves as the focal point of investigation in this study, explores the ontological foundations, epistemological significance, and pedagogical value of mathematical inquiry within the framework of Neoplatonic philosophical doctrine. The aim of this

research is to present a modern Greek translation of this seminal text, supplemented with exegetical annotations and explanatory translations.

Key words: Proclus, Euclid, Neoplatonism, School of Athens, Neoplatonic Mathematics, Late Antiquity, Ancient Greek Mathematics

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	1
Abstract	1
Πρόλογος.....	5
1.Εισαγωγή.....	8
1.1 Ο Ευκλείδης και το έργο του.....	8
1.2 Η σχολιαστική παράδοση των <i>Στοιχείων</i>	14
1.2.1 Η ελληνική σχολιαστική παράδοση	14
1.2.2. Η αραβική σχολιαστική παράδοση	24
1.3. Η νεοπλατωνική Σχολή των Αθηνών	26
1.3.1 Το φιλοσοφικό πρόγραμμα της Σχολής	28
1.3.2 Μαθηματικά και Φιλοσοφία στην Ύστερη Αρχαιότητα.....	32
1.4 Η ζωή και το έργο του Πρόκλου	35
2. Ο Σχολιασμός του Πρόκλου στο α΄ βιβλίο των <i>Στοιχείων</i>	46
2.1 Η κειμενική παράδοση και οι εκδόσεις του σχολιασμού του Πρόκλου στο α΄ βιβλίο των <i>Στοιχείων</i>	46
2.2 Δομή και Περιεχόμενο	55
2.3 Η πιθανή προέλευση του πρώτου προλόγου	58
3. Ο πρώτος πρόλογος του Σχολιασμού (μετάφραση-σχολιασμός).....	66
Κεφάλαιο 1 ^ο : Η ενδιαμέση θέση της μαθηματικής ουσίας.....	66
Κεφάλαιο 2 ^ο : Οι κοινές αρχές όλης της μαθηματικής ουσίας: το πέρας και το άπειρο. 69	
Κεφάλαιο 3 ^ο : Τα κοινά θεωρήματα που διέπουν τα μαθηματικά είδη.....	73
Κεφάλαιο 4 ^ο : Με ποιο τρόπο αυτά τα κοινά θεωρήματα έλαβαν υπόσταση και με ποια γνώση συλλαμβάνονται.....	75
Κεφάλαιο 5 ^ο : Ποια είναι τα κριτήρια των μαθηματικών	77

Κεφάλαιο 6° : Ποια είναι η ουσία των μαθηματικών ειδών και μορφών και με ποιον τρόπο υφίστανται	79
Κεφάλαιο 7° : Η λειτουργία και οι μέθοδοι των μαθηματικών και ο σκοπός τους.....	88
Κεφάλαιο 8° : Η χρησιμότητα της μαθηματικής επιστήμης	91
Κεφάλαιο 9° : Απάντηση σε όσους αμφισβητούν τη χρησιμότητα των Μαθηματικών	100
Κεφάλαιο 10° : Η απάντηση στις κατηγορίες κατά του Πλάτωνα ότι ατιμάζει τα Μαθηματικά.....	105
Κεφάλαιο 11° : Οι προϋποθέσεις ενός μαθηματικού και ποιο είναι το κριτήριο ενός μαθηματικού	110
Κεφάλαιο 12° : Πόσοι και ποιοι ήταν οι κλάδοι της μαθηματικής επιστήμης σύμφωνα με τους Πυθαγόρειους	115
Κεφάλαιο 13° : Η διάκριση των μαθηματικών επιστημών σύμφωνα με τον Γεμίνιο	119
Κεφάλαιο 14° : Με ποιο τρόπο η διαλεκτική είναι η κορωνίδα των Μαθηματικών και ο δεσμός τους σύμφωνα με τον Πλάτωνα	125
Κεφάλαιο 15° : Η προέλευση του ονόματος των Μαθηματικών	129
Βιβλιογραφία.....	133

Πρόλογος

Ο Πρόκλος, ο φιλόσοφος του 5^{ου} αιώνα από τη Λυκία και διευθυντής της νεοπλατωνικής σχολής της Αθήνας, ήταν μια από τις πιο σημαντικές μορφές της εποχής του και άφησε πίσω του ένα εκτενέστατο έργο. Μεταξύ των θεολογικών και μεταφυσικών του πραγματειών και των πολλών σχολιασμών του στα έργα του Πλάτωνα, μας σώζεται και ένας σχολιασμός στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Η σημασία του έργου αυτού έγκειται κυρίως στο γεγονός ότι πρόκειται για τον μοναδικό σωζόμενο σχολιασμό στα *Στοιχεία* που μας σώζεται στα ελληνικά. Επιπλέον, είναι ένας από τους δύο σχολιασμούς (μαζί με τον σχολιασμό του Πάππου στο δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*) στο έργο του Ευκλείδη που έχει διασωθεί ακέραιος από την εποχή της Ύστερης Αρχαιότητας. Τέλος, περιέχει πλήθος αναφορών και πληροφοριών για την ιστορία και τη φιλοσοφία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών, που το καθιστά κείμενο αναφοράς. Ο σχολιασμός αυτός του Πρόκλου συνιστά μια αμιγώς φιλοσοφική ερμηνευτική προσέγγιση σε ένα από τα πλέον σημαντικότερα μαθηματικά έργα τα αρχαιότητας, γεγονός που συνάδει και επιβεβαιώνει την ιδιαίτερη θέση που κατείχαν τα μαθηματικά στο φιλοσοφικό πρόγραμμα των νεοπλατωνικών φιλοσόφων.

Η κειμενική παράδοση διασώζει το κείμενο αυτό σε 32 διαφορετικά χειρόγραφα (εκ των οποίων τα 15 το διασώζουν ακέραιο), ενώ από τον 16^ο αιώνα αρχίζουν να εμφανίζονται οι πρώτες επιμελημένες εκδόσεις και μεταφράσεις τους. Αυτό συνιστά μια ισχυρή ένδειξη ότι το κείμενο του Πρόκλου, ως συμπληρωματικό κείμενο των *Στοιχείων*, κέντρισε το ενδιαφέρον από τον 11^ο αιώνα, οπότε χρονολογείται το παλαιότερο χειρόγραφο που το διασώζει. Το 1873 εκδίδεται από τον Godofredi Friedlein η πρώτη και μόνη μέχρι στιγμής κριτική έκδοση του σχολιασμού του Πρόκλου. Στην κριτική αυτή έκδοση βασίστηκαν οι τρεις μέχρι στιγμής μεταφράσεις που έχουν εκδοθεί στα Γερμανικά (1945), στα Γαλλικά (1948) και στα Αγγλικά (1970).

Έκτοτε, το κείμενο αυτό μελετάται και προσεγγίζεται αποσπασματικά και παρεμπιπτόντως, ενώ, δεν έχει επιχειρηθεί η μελέτη του υπό μια σύγχρονη και πολυεπίπεδη ακαδημαϊκή προσέγγιση, η οποία θα ενσωματώνει τις εξελίξεις και τις απαιτήσεις της σύγχρονης ιστορικής, παπυρολογικής, φιλολογικής και φιλοσοφικής έρευνας. Σε αυτό ας σημειωθεί επίσης, ότι οι προαναφερθείσες μεταφράσεις δεν εστίασαν στον σχολιασμό και την ερμηνεία του κειμένου, και όπου αυτό γινόταν, συνέβαινε με έναν τρόπο που δεν καλύπτει τις σημερινές ερευνητικές και ακαδημαϊκές απαιτήσεις.

Η τελευταία αυτή επισήμανση αποτελεί και το έναυσμα για την συγγραφή της παρούσας εργασίας. Αναγνωρίζοντας την ανάγκη να επανέλθουμε στο θεμελιώδες αυτό κείμενο και να εφαρμόσουμε τις σύγχρονες μεθόδους σχολιασμού και ερμηνείας ενός κειμένου της αρχαίας ελληνικής μαθηματικής και φιλοσοφικής γραμματείας, τέθηκε ο στόχος να καταρτιστεί μια σχολιασμένη μετάφραση του πρώτου προλόγου του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*. Το εγχείρημα αυτό συνιστά σε κάθε περίπτωση μια ερευνητική πρόκληση, αλλά στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας αντιμετωπίζεται ως ένα «ακαδημαϊκό» πείραμα, έναν έλεγχο ερευνητικής υπόθεσης, κατά πόσον μια σύγχρονη σχολιασμένη μετάφραση έχει να δώσει κάτι περισσότερο από τις προηγούμενες στην ακαδημαϊκή κοινότητα.

Υπό το πρίσμα αυτό, το βασικό θέμα της διπλωματικής αυτής εργασίας είναι η πρόταση μιας μετάφρασης του πρώτου προλόγου στα νέα ελληνικά, η οποία θα συνοδεύεται από σχόλια, παρατηρήσεις και ερμηνευτικές προσεγγίσεις φιλοσοφικού, ιστορικού και φιλολογικού περιεχομένου. Επίσης, της μετάφρασης αυτής προηγούνται εισαγωγικά κεφάλαια, τα οποία βοηθούν τον αναγνώστη να εντάξει κείμενο του Πρόκλου στο ιστορικό και φιλοσοφικό πλαίσιο στο οποίο ανήκει.

Έτσι λοιπόν, στην εισαγωγή της παρούσας μελέτης παρατίθενται βασικές πληροφορίες για τον Ευκλείδη και το έργο του και ειδικά για την σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων*, μέρος της οποίας είναι και ο σχολιασμός του Πρόκλου. Επίσης στην ίδια ενότητα παρέχονται στοιχεία για τη λειτουργία και το πρόγραμμα σπουδών της νεοπλατωνικής σχολής της Αθήνας, η οποία αποτέλεσε το φυσικό και φιλοσοφικό περιβάλλον του Πρόκλου και τέλος, παρατίθενται πληροφορίες για τη ζωή και το έργο του.

Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας η μελέτη εστιάζει αποκλειστικά στο σχολιασμό του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*, και η επισκόπηση αυτή διακρίνεται σε τρεις ενότητες. Η πρώτη πραγματεύεται την χειρόγραφη παράδοση και τις εκδόσεις του κειμένου, από το παλαιότερο σωζόμενο χειρόγραφο μέχρι την τελευταία αγγλική μετάφρασή του. Στη δεύτερη παρουσιάζεται η δομή και το περιεχόμενο του σχολιασμού και στην τρίτη παρατίθεται μια αναλυτική ιστοριογραφική επισκόπηση σχετικά με την πιθανή προέλευση του πρώτου προλόγου.

Το δεύτερο κεφάλαιο αποτελεί το βασικό μέρος της εργασίας στο οποίο παρατίθεται η μετάφραση του πρώτου προλόγου μαζί με τον σχολιασμό στο υποσέλιδο. Η οργάνωση και η διάκριση των κεφαλαίων του προλόγου ακολουθεί αυτή που διαμορφώθηκε και εμπεδώθηκε από μεταφραστές του 16^{ου} αιώνα και υιοθετείται μέχρι και σήμερα.

Το όλο εγχείρημα της παρούσας εργασίας δεν θα μπορούσε να τελεσφορήσει χωρίς την ουσιαστική βοήθεια των καθηγητών μελών της τριμελούς επιτροπής. Οφείλω λοιπόν να δηλώσω τις εγκάρδιες ευχαριστίες μου στον Ομότιμο Καθηγητή Ιωάννη Χριστιανίδη, ο οποίος μοιράστηκε τις απόψεις και τα σχόλια του τόσο για το ίδιο το περιεχόμενο της εργασίας, όσο και για θέματα που αφορούν το ευρύτερο πεδίο της ιστορίας των μαθηματικών. Η εμπειρία και η σοφία του στο ακαδημαϊκό πεδίο των αρχαίων μαθηματικών όχι μόνο καθοδήγησε το κείμενό μου αλλά εμπλούτισε τις γνώσεις μου και τη μεθοδολογική μου προσέγγιση. Ομοίως, οφείλω να ευχαριστήσω το Μιχάλη Φιλίππου, ΕΔΙΠ στο τμήμα στο οποίο εκπόνησα της διπλωματική μου εργασία, ο οποίος ενίσχυσε τη φιλοσοφική μου προσέγγιση στο κείμενο του Πρόκλου. Οι συζητήσεις και τα σχόλιά του συνέβαλαν στην βαθύτερη κατανόηση και εξοικείωση με το φιλοσοφικό υπόβαθρο του νεοπλατωνισμού, ενώ την ίδια στιγμή οι φιλολογικές επισημάνσεις του επί του κειμένου βοήθησαν στην άρτια μετάφραση των δύσκολων και απαιτητικών χωρίων του σχολιασμού του Πρόκλου.

Στον επόπτη μου, Αναπληρωτή Καθηγητή Μιχάλη Σιάλαρο, οφείλω πολλά, τα οποία εν μέρει σχετίζονται με την παρούσα εργασία. Η συμβολή του ήταν καθοριστική ώστε το παρόν κείμενο να λάβει την μορφή μιας ακαδημαϊκής εργασίας και η οποία συνιστά το εφελτήριο για τα επόμενα βήματα. Μοιράστηκε μαζί μου σκέψεις, μεθοδολογικά εργαλεία, ιδέες και προσεγγίσεις για το κείμενο, οι οποίες εν συνεχεία ρίζωσαν στο μυαλό μου και παρήγαγαν νέες σκέψεις και οπτικές επί του κειμένου του Πρόκλου. Για τη συμβολή του αυτή οφείλω ένα εγκάρδιο ευχαριστώ. Ωστόσο, η ακαδημαϊκή και διδασκαλική παρουσία του Μιχάλη Σιάλαρου στην ακαδημαϊκή μου ζωή δεν μπορεί να αξιολογηθεί μόνο σε συνάρτηση με την παρούσα εργασία. Οφείλω στο «Δάσκαλό» μου την ενασχόλησή μου με την επιστήμη της ιστορίας, την οποία σπούδασα και αγαπώ, κατά έναν τρόπο μοναδικό, ο οποίος όχι μόνο φωτίζει τις ατελείωτες ώρες μελέτης αλλά κυρίως με γεμίζει με την ελπίδα ότι τα μεγάλα όνειρα ωριμάζουν και γίνονται πραγματικότητα και δεν παραμένουν ανεκπλήρωτες εικόνες. Για την εμπιστοσύνη του, την ελπίδα με την οποία με τροφοδοτεί, την επιστημονική του αρτιότητα και την ουσιαστική στήριξη που μου παρέχει, του οφείλω ένα τεράστιο ευχαριστώ, το οποίο θα απηχεί σε κάθε ακαδημαϊκό μου βήμα.

1. Εισαγωγή

1.1 Ο Ευκλείδης και το έργο του

Ο Ευκλείδης· πρόκειται για μια από τις πιο εμβληματικές φυσιογνωμίες του μαθηματικού κόσμου της αρχαιότητας, ο οποίος με το έργο του στιγμάτισε την πορεία και την εξέλιξη των μαθηματικών, τουλάχιστον μέχρι τις αρχές του 20ου αιώνα, οπότε και εμφανίστηκαν στο προσκήνιο οι μη-ευκλείδειες γεωμετρίες. Παρά το γεγονός ότι το όνομά του ήταν συνυφασμένο με το πρότυπο του μαθηματικού και η φήμη του ήταν διαδεδομένη ακόμα και στον ρωμαϊκό κόσμο,¹ ελάχιστα στοιχεία σώζονται για το πότε έζησε και εκπόνησε το μαθηματικό του έργο. Μόνο κατά προσέγγιση μπορεί να προσδιοριστεί η περίοδος της συγγραφικής του δράσης και σε αυτό βοηθούν αναφορές σε σωζόμενα έργα μεταγενέστερών του. Η σημαντικότερη τέτοια αναφορά, την οποία συχνά επικαλούνται οι ιστορικοί για τον καθορισμό των χρονικών ορίων εντός των οποίων πιθανότατα έζησε ο μεγάλος μαθηματικός, είναι το ακόλουθο απόσπασμα του Πρόκλου από τα *Σχόλια στο Πρώτο Βιβλίο των Στοιχείων του Ευκλείδη*:²

... γέγονε δὲ οὗτος ὁ ἀνὴρ ἐπὶ τοῦ πρώτου Πτολεμαίου· καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν καὶ τῷ πρώτῳ μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου, καὶ μέντοι καὶ φασιν ὅτι Πτολεμαῖος ἤρετό ποτε αὐτόν, εἴ τίς ἐστιν περὶ γεωμετρίαν ὁδὸς συντομωτέρα τῆς στοιχειώσεως· ὁ δὲ ἀπεκρίνατο, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. νεώτερος μὲν οὖν ἐστὶ τῶν περὶ Πλάτωνα, πρεσβύτερος δὲ Ἐρατοσθένους καὶ Ἀρχιμήδους. οὗτοι γὰρ σύγχρονοι ἀλλήλοις, ὥς πού φησιν Ἐρατοσθένης.

... ο ἄνδρας αὐτός [ο Ευκλείδης], λοιπόν, έζησε την εποχή του Πτολεμαίου του Πρώτου διότι και ο Αρχιμήδης, ο οποίος έζησε αργότερα από τον [Πτολεμαίο] τον Πρώτο, αναφέρει τον Ευκλείδη και, επιπλέον, λέγεται ότι ο Πτολεμαῖος τον ρώτησε κάποτε αν υπάρχει οδός για τη γεωμετρία πιο σύντομη από τα *Στοιχεία*. Και αὐτός απάντησε ότι δεν υπάρχει βασιλική οδός για τη γεωμετρία. Επίσης, είναι νεότερος των [μαθητῶν] του Πλάτωνα αλλά μεγαλύτερος του Ερατοσθένη και του Αρχιμήδη – διότι αυτοί ήταν

¹ Για παράδειγμα, ο Κλαύδιος Αιλιανός (2ος αι. μ.Χ.) στο *De Natura Animalium* (*Περὶ ζῴων ιδιότητος*) αναφέρει ότι οι αράχνες μπορούν να φτιάξουν έναν κύκλο εξίσου καλά με τον Ευκλείδη («...τὸ γοῦν κέντρον φυλάττουσι καὶ τὸν ἐξ αὐτοῦ κύκλον καὶ τὴν περιφέρειαν ἀκριβοῦσιν ἰσχυρῶς, καὶ Εὐκλείδου δέονται οὐδὲ ἓν» βλ. Hercher, R. (επιμ..) “Claudii Aeliani de natura animalium libri xvii, varia historia, epistolae, fragmenta, vol. 1”, Leipzig: Teubner, 1864, Repr. 1971. VI. 57.4-6 βλ. Bulmer-Thomas, Ivor, ‘Euclid’, στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμ. Gillispie Charles Coulston, τ. 4 (New York: Charles Scribner’s Sons, 1970), 414.

² Πρόκλος, *In primum Euclidis Elementarum librum commentarii*, επιμ. Friedlein, Godofredus (Lipsiae: Teubneri, 1873), 68.6-20.

σύγχρονοι μεταξύ τους, όπως κάπου αναφέρει ο Ερατοσθένης.

Για τη ζωή και το έργο των Πλάτωνα, Αρχιμήδη και Πτολεμαίου υπάρχουν διαθέσιμες περισσότερες πληροφορίες ώστε να καθοριστούν τα ευρύτερα χρονικά όρια εντός των οποίων πιθανότατα εκπόνησε τα έργα του ο Ευκλείδης. Λαμβάνοντας λοιπόν υπόψη ότι ο Πλάτων πέθανε το 347 π.Χ., ότι ο Πτολεμαίος βασίλευσε από το 304 π.Χ. μέχρι το 285 π.Χ. και ότι ο Αρχιμήδης γεννήθηκε το 287 π.Χ., ο Ευκλείδης μάλλον έζησε στις αρχές του 3^{ου} αιώνα π.Χ..³ Το γεγονός ότι ο Αριστοτέλης, ο οποίος πέθανε το 322 π.Χ., δεν κάνει καμία αναφορά στον Ευκλείδη, ούτε ονομαστικά ούτε στο έργο του, αποτελεί και αυτό μια ένδειξη ότι ο Ευκλείδης μάλλον συνέγραψε το έργο του σε μεταγενέστερη περίοδο.⁴ Από την άλλη, ο Αρχιμήδης, στο έργο του *Περί σφαιράς και κυλίνδρου*, αναφέρει ονομαστικά τον Ευκλείδη. Πιο συγκεκριμένα στη δεύτερη πρόταση του πρώτου βιβλίου ο Αρχιμήδης, προκειμένου να επιλύσει το πρόβλημα, επικαλείται τη δεύτερη πρόταση του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*.⁵ Η αναφορά αυτή αποτελεί ασφαλή απόδειξη ότι ο Αρχιμήδης γνώριζε το έργο του Ευκλείδη και συνεπώς συνέγραψε το έργο του μετέπειτα αυτού. Επιπλέον, ένδειξη που συνηγορεί στην άποψη αυτή, αποτελεί το γεγονός ότι ο Αρχιμήδης δεν φαίνεται να συνέγραψε *Στοιχεία* ίσως γιατί πριν από αυτόν το είχε ήδη κάνει ο Ευκλείδης. Τέλος, μία ακόμα ένδειξη για το ότι ο Ευκλείδης έζησε νωρίτερα από τον Αρχιμήδη προκύπτει από μια αναφορά του Πάππου, ο οποίος στο μέρος *Περί τῶν στερεῶν* του πέμπτου βιβλίου της *Συναγωγής* αναφέρει ότι ο Αρχιμήδης είχε βρει δεκατρία ημί-κανονικά στερεά.⁶ Το σχόλιο αυτό εύλογα προϋποθέτει ότι ο Αρχιμήδης γνώριζε το δέκατο τρίτο βιβλίο του Ευκλείδη για τα κανονικά στερεά. Συνεπώς ο Ευκλείδης προφανώς έζησε πριν τον Αρχιμήδη, δηλαδή γύρω στο 287 π.Χ.

Τη χρονολογική αυτή προσέγγιση υποστηρίζει και η επίδραση που, κατά την άποψη ορισμένων ιστορικών, άσκησε το έργο του Αυτόλुकου στον Ευκλείδη. Πιο συγκεκριμένα, υποστηρίζεται ότι ο Αυτόλुकος στο έργο του *Περί των Κινούμενων Σφαιρών*, μάλλον χρησιμοποίησε προτάσεις που παρουσιάζονται στα βιβλία I, III και IX των *Στοιχείων* για να μπορέσει να επιλύσει ορισμένα από τα προβλήματα που περιέχονται στο βιβλίο αυτό.⁷ Επιπλέον,

³ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 414–15.

⁴ Bulmer-Thomas, Ivor, 415.

⁵ «Κείσθω διὰ τὸ β' τοῦ α' τῶν Εὐκλείδου τῶ Δ ἴσον τὸ ΒΓ...» βλ. Αρχιμήδης, *Περί σφαιράς και κυλίνδρου*, I.13.6.

⁶ Πάππος, *Συναγωγή*, V, 352.14-16.

⁷ P.M. Fraser, *Ptolemaic Alexandria*, vol. 1 (Oxford: Clarendon Press, 1972), 386.

πιο στενή φαίνεται να είναι η σχέση του ευκλείδειου έργου *Φαινόμενα* με το ανωτέρω έργο του Αυτόλυκου. Χωρίς να κάνει καμία ειδική αναφορά ο Ευκλείδης, εικάζεται ότι χρησιμοποίησε ορισμένες από τις προτάσεις του Αυτόλυκου.⁸ Η αμφίδρομη λοιπόν αυτή σχέση, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι δύο άνδρες συνέγραψαν το έργο τους την ίδια περίπου περίοδο και άρα είναι σύγχρονοι. Με δεδομένο ότι γνωρίζουμε πως ο Αυτόλυκος ήταν δάσκαλος του Αρκεσίλαου, ο οποίος γεννήθηκε το 315 π.Χ.,⁹ η συγγραφική τους δραστηριότητα θα πρέπει να τοποθετείται περί το 300 π.Χ..

Το πότε και που γεννήθηκε είναι σχεδόν αδύνατον να προσδιοριστεί με ακρίβεια. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημανθεί ότι δεν θα πρέπει να συγχέεται ο Ευκλείδης, ο μαθηματικός και συγγραφέας των *Στοιχείων*, με τον Ευκλείδη τον Μεγαρέα, ο οποίος έζησε περίπου έναν αιώνα νωρίτερα και ήταν μαθητής του Πλάτωνα. Η σύγχυση αυτή εμφανίζεται για πρώτη φορά στο έργο του Βαλέριου Μάξιμου και εντοπίζεται στις πρώτες τυπωμένες εκδόσεις των έργων του Ευκλείδη από το 1482 ως το 1566.¹⁰

Ο Ευκλείδης κάποια στιγμή, η οποία δεν μας είναι γνωστή, δίδασκε στην Αλεξάνδρεια, και αυτό τεκμαίρεται από τον Πάππο, ο οποίος στη *Συναγωγή* αναφέρει ότι ο Απολλώνιος για πολύ καιρό ήταν συμμαθητής των μαθητών του Ευκλείδη.¹¹ Την παραμονή του Ευκλείδη στη Αλεξάνδρεια και τη σχέση του με τον Πτολεμαίο επιβεβαιώνει και το ανωτέρω απόσπασμα του Πρόκλου από τα *Σχόλια στο Πρώτο Βιβλίο του Ευκλείδη*, το οποίο αναφέρει πως ο Ευκλείδης, όταν ρωτήθηκε από τον Πτολεμαίο αν υπάρχει πιο εύκολη οδός για τη κατάκτηση της γεωμετρικής γνώσης από την Στοιχειώση, του αποκρίθηκε ότι στα μαθηματικά δεν υπάρχει «Βασιλική οδός». Ωστόσο η εγκυρότητα της περιγραφής αυτής έχει αμφισβητηθεί, καθώς παρόμοιος διάλογος καταγράφεται ότι διεξήχθη και μεταξύ του Αλέξανδρου του Γ' και του Μέναιχμου.¹²

Αν και ο Ευκλείδης δεν ήταν ο πρώτος που συνέγραψε *Στοιχεία* στην αρχαιότητα, ο Πρόκλος του αποδίδει το τιμητικό χαρακτηρισμό «ο Στοιχειωτής» και σε όλο του το έργο τον αποκαλεί με το προσωνύμιο αυτό. Η αναφορά αυτή καταδεικνύει το πόσο μεγάλη απήχηση είχαν

⁸ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 415.

⁹ Brittain, Charles, "Arcesilaus", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2008 Edition), Edward N. Zalta (επιμελ.), <https://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/arcasilaus/>

¹⁰ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 416.

¹¹ «...καὶ συσχολήσας τοῖς ὑπὸ Εὐκλείδου μαθηταῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ πλείστον χρόνον...» βλ. Πάππος, *Συναγωγή*, VII, 676.10-12.

¹² Για μία εκτενή ανάλυση των ανεκδότων που αφορούν τον Ευκλείδη βλ. Michalis Sialaros, 'How Much Does a Theorem Cost?', στο *Revolutions and Continuity in Greek Mathematics*, επιμ. Michalis Sialaros (De Gruyter, 2018), 89–106.

τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, ακόμα και 6 αιώνες μετά το θάνατό του. Το μαθηματικό αυτό έργο αποτελείται από δεκατρία βιβλία, τα οποία έγραψε πιθανότατα ο ίδιος και συμπληρώθηκε με δύο βιβλία του Υψικλή πιθανότατα τον 2^ο αιώνα π.Χ..¹³ Τα δύο πρώτα βιβλία πραγματεύονται την κατασκευή και τις ιδιότητες των σημείων, των ευθύγραμμων τμημάτων και των βασικών σχημάτων στο επίπεδο. Στα επόμενα δύο βιβλία, ο Ευκλείδης παραθέτει τις ιδιότητες του κύκλου και των εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων πολυγώνων. Το πέμπτο βιβλίο πραγματεύεται τη θεωρία των αναλογιών επί γεωμετρικών μεγεθών και τα επόμενα τρία βιβλία είναι αφιερωμένα στη θεωρία των αριθμών. Το δέκατο βιβλίο, το οποίο είναι και το μεγαλύτερο, καταπιάνεται με την ασυμμετρία και την ταξινόμηση των ασύμμετρων μεγεθών. Τα τελευταία τρία βιβλία είναι αφιερωμένα στη μελέτη των κανονικών στερεών.

Τα *Στοιχεία* είναι ίσως το πιο διάσημο βιβλίο του Ευκλείδη, ωστόσο δεν ήταν το μόνο. Ένα άλλο έργο του, το οποίο σώζεται μέχρι τις μέρες μας, είναι τα *Δεδομένα*, το οποίο σχετίζεται με τα *Στοιχεία*, καθώς στα *Δεδομένα* αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο το μαθηματικό υλικό που περιέχεται στα πρώτα έξι βιβλία των *Στοιχείων* μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να εφαρμοστεί κατά τη διαδικασία επίλυσης ενός γεωμετρικού προβλήματος.¹⁴ Το βασικό ζητούμενο των *Δεδομένων* είναι να προσδιοριστεί τι και υπό ποιες προϋποθέσεις κάτι μπορεί να θεωρηθεί δεδομένο στη γεωμετρία. Το *Περί διαιρέσεων* πραγματεύεται τη διαίρεση των γεωμετρικών σχημάτων σε όμοια σχήματα. Το έργο αυτό δεν έχει σωθεί στα Ελληνικά, την ύπαρξή του τη μαρτυρεί ο Πρόκλος¹⁵ και εντοπίζεται μόνο σε μία αραβική μετάφραση, η οποία μάλιστα περιλαμβάνει τριάντα-έξι προτάσεις από τις οποίες παρατίθενται οι αποδείξεις μόνον τεσσάρων.¹⁶ Σε ένα άλλο τρίτομο έργο του Ευκλείδη με τίτλο *Πορίσματα* αναφέρονται και ο Πρόκλος¹⁷ και ο Πάππος.¹⁸ Το έργο αυτό δυστυχώς δεν σώζεται και μόνο από την περιγραφή του Πάππου γνωρίζουμε ότι περιείχε 171 θεωρήματα σε 38 λήμματα¹⁹ και φαίνεται ότι λειτουργούσε ως ένα εγχειρίδιο εξάσκησης ανώτερων μαθηματικών.²⁰ Τα *Κωνικά* αποτελούν ένα άλλο έργο του Ευκλείδη, το οποίο δεν

¹³ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 415. και ειδικότερα την υποσημείωση 18.

¹⁴ Fraser, *Ptolemaic Alexandria*, 389 και Nathan Sidoli, 'The concept of given in Greek mathematics', *Archive for History of Exact Sciences* 72, τχ. 4 (2018): 622.

¹⁵ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 69.3-4.

¹⁶ Fraser, *Ptolemaic Alexandria*. 389.

¹⁷ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 212.12-13.

¹⁸ Πάππος, *Συναγωγή*, VII, 648.18-19

¹⁹ Πάππος, *Συναγωγή*, VII, 660.15-16.

²⁰ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 426.

σώζεται ούτε καν αποσπασματικά, ωστόσο την ύπαρξή του μαρτυρούν δύο μεταγενέστερες πηγές. Η πρώτη εντοπίζεται στον Απολλώνιο, ο οποίος στον πρόλογο του ομώνυμου έργου του *Κωνικά*, περιγράφοντας το περιεχόμενο του τρίτου βιβλίου, αναφέρει ότι σε αυτό παρατίθενται πολλά θαυμαστά και καινούρια θεωρήματα που αφορούν τη σύνθεση του στερεού τόπου. Μάλιστα αναφέρει ότι όταν κατέλεξε στα θεωρήματα αυτά κατάλαβε ότι ο Ευκλείδης δεν είχε ασχοληθεί επαρκώς και με επιτυχία με τη σύνθεση του γεωμετρικού τόπου με τρεις και τέσσερις γραμμές.²¹ Η αναφορά αυτή του Απολλωνίου ενδεικνύει την πιθανότητά ο Ευκλείδης πράγματι να είχε συγγράψει έργο με θέμα τις κωνικές τομές, ωστόσο δεν το αναφέρει με σαφήνεια.

Η δεύτερη πηγή που πιστοποιεί την ύπαρξη του έργου αυτού είναι και πάλι ο Πάππος,²² ο οποίος στην ανάλυση που κάνει για τα *Κωνικά* του Απολλωνίου, ως ένα από τα βιβλία που συγκροτούν τον «Αναλυόμενο Τόπο», αναφέρει ότι ο Απολλώνιος συμπλήρωσε τα τρία βιβλία των *Κωνικών* του Ευκλείδη με την προσθήκη άλλων τεσσάρων. Στο άλλο σημείο, όπου ο Πάππος απαριθμεί το σύνολο των μαθηματικών βιβλίων που απαρτίζουν τον «Αναλυόμενο Τόπο»,²³ γίνεται και μια αναφορά σε ένα άλλο έργο του Ευκλείδη με τίτλο *Τόποι προς έπιφάνεια* το οποίο αποτελείται από δύο βιβλία και δυστυχώς δεν γίνεται καμία άλλη αναφορά ή ανάλυση από τον Πάππο. Το έργο αυτό μαζί με τα *Πορίσματα*, είχε ως στόχο να εξοικειώσει και να εκπαιδεύσει τη σκέψη των μαθητών στην αναλυτική μέθοδο επίλυσης προβλημάτων.²⁴ Σε ένα ακόμα χαμένο βιβλίο του Ευκλείδη αναφέρεται ο Πρόκλος²⁵ με τίτλο *Ψευδάρια*, το οποίο βοηθά τον αναγνώστη να εκπαιδεύσει τη σκέψη του στη ορθή και αληθή αντίληψη των γεωμετρικών θεωρημάτων παραθέτοντας κατ' αντιπαράθεση κάθε αληθές θεώρημα με ένα ψευδές.

Εκτός από τα ανωτέρω γεωμετρικά έργα, ο Ευκλείδης φαίνεται πως συνέγραψε και άλλα σχετικά με την αστρονομία, την οπτική και την αρμονική θεωρία, πεδία τα οποία συγκροτούν μαζί με την γεωμετρία, την αρχαία ελληνική μαθηματική επιστήμη. Ο Πάππος στην αρχή του έκτου βιβλίου της *Συναγωγής* κάνει αναφορά στο *Μικρό Αστρονομούμενο* τόπο, ένα σύνολο μαθηματικών πραγματειών περί την αστρονομία, οι οποίες θεωρούνταν ήσσονος σημασίας σε

²¹ Απολλώνιος, *Κωνικά*, Πρόλογος. 35.

²² Πάππος, *Συναγωγή*, VII, 672.18-20.

²³ Πάππος, *Συναγωγή*, VII, 636.23-24 .

²⁴ Nathan Sidoli, 'Greek Mathematics', στο *The Cambridge History of Science*, επιμ. Liba Taub και Alexander Jones, τ. 1, 2018, 356.

²⁵ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 69.9-70.18 .

σύγκριση με την *Μεγάλη Αστρονομία* του Πτολεμαίου²⁶. Στο σημείο λοιπόν αυτό αναφέρεται εκτενώς στο δεύτερο θεώρημα των *Φαινομένων* του Ευκλείδη²⁷, μαρτυρώντας κατ' αυτό τον τρόπο την ύπαρξη ενός έργου του Ευκλείδη περί σφαιρικής γεωμετρίας, το οποίο προφανώς χρησίμευε σε όσους ασχολούνταν με την αστρονομία, και σήμερα μας σώζεται σε δύο χειρόγραφες εκδοχές. Συχνά αναφέρεται ότι αυτό το έργο εν πολλοίς έχει βασιστεί στο έργο του Αυτόλυκου με τίτλο *Περί των Κινούμενων Σφαιρών*. Ωστόσο και στα δύο αυτά έργα παρατίθενται προτάσεις χωρίς αποδείξεις, οι οποίες εικάζεται ότι βρίσκονταν σε κάποιο προϊμότερο βιβλίο σφαιρικών το οποίο είχαν και οι δύο στη διάθεσή τους, ίσως του Εύδοξου.²⁸ Τα *Οπτικά* αποτελούν άλλο ένα έργο το οποίο ο Πρόκλος²⁹ και ο Πάππος³⁰ αποδίδουν στον Ευκλείδη και μας έχει σωθεί μέσω δυο διαφορετικών χειρόγραφων παραδόσεων, μία αρκετά πρώιμη, η οποία θα μπορούσε να είναι πολύ κοντά στο πρωτότυπο κείμενο του Ευκλείδη, ενώ η δεύτερη χρονολογείται στον 4^ο αιώνα μ.Χ. καθώς δημιουργήθηκε από τον Θέωνα τον Αλεξανδρέα.³¹ Η δομή του έργου αυτού είναι παρόμοια με αυτή των *Στοιχείων* διότι ξεκινά από τις πρώτες αρχές και οδηγείται αξιωματικό-παραγωγικά στη απόδειξη των προτάσεων που ακολουθούν. Ο Πρόκλος αποδίδει και ένα ακόμα βιβλίο στον Ευκλείδη με τίτλο *Κατοπτρικά*.³² Πιθανώς θα αποτέλεσε μια προσθήκη του Θέωνα, την οποία ίσως ο Πρόκλος δεν έλαβε υπόψη του ως τέτοια και απέδωσε λανθασμένα το έργο αυτό στον Ευκλείδη. Τέλος, στο ίδιο χωρίο ο Πρόκλος αναφέρεται στο μοναδικό Ευκλείδειο έργο που αφορά την αρμονία και τη μουσική με τίτλο *Αί κατά μουσικήν στοιχειώσεις*. Τη συγγραφή ενός τέτοιου βιβλίου από τον Ευκλείδη μαρτυρεί και ο μαθητής και διάδοχος του Πρόκλου, Μαρίνος, στο υπόμνημά του στα *Δεδομένα* του Ευκλείδη.³³ Οι ιστορικοί δεν έχουν καταλήξει με βεβαιότητα αν το κείμενο με τίτλο *Κατατομή κανόνος*, το οποίο περιλαμβάνεται στα έργα του Ευκλείδη, είναι πράγματι το κείμενο που ο ίδιος έγραψε. Προτείνεται η άποψη ότι μάλλον ο

²⁶ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 429.

²⁷ Πάππος, *Συναγωγή*, VI, 594.27-632.22.

²⁸ Fraser, *Ptolemaic Alexandria*, 389 και Bulmer-Thomas, "Euclid.", 429.

²⁹ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 69.2.

³⁰ Πάππος, *Συναγωγή*, VI, 568.12-594.26

³¹ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 430. Σχετικά με την αυθεντικότητα των δύο χειρόγραφων παραδόσεων γίνεται ανάλυση στο Vitrac Bernard, "Euclid," in *New Dictionary of Scientific Bibliography*, επιμ. Noretta Koertge (Detroit: Charles Scribner's Sons, 2008), 416-421.

³² Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 69.2.

³³ Henricus Menge, επιμ., *Euclides Data cum Commentario Marini et Scholiis Antiquis, Euclidis Opera Omnia* 6 (Leipzig, 1896). 254.19.

Ευκλείδης συνέγραψε ένα έργο με πιθανό τίτλο *Στοιχεία Μουσικής*, με το οποίο συνδέεται στενά η *Κατατομή κανόνος*.³⁴

1.2 Η σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων*

Τα *Στοιχεία* άσκησαν μεγάλη επίδραση στη μαθηματική επιστήμη από την Ελληνιστική εποχή, οπότε και συντέθηκαν, και καθ' όλη τη διάρκεια της Ύστερης Αρχαιότητας. Η άποψη αυτή επιβεβαιώνεται και από το γεγονός ότι τα *Στοιχεία* αποτέλεσαν ένα έργο το οποίο συστηματικά σχολιάστηκε και χρησιμοποιήθηκε ως έργο αναφοράς από τους μετέπειτα μαθηματικούς και φιλοσόφους. Η σχολιαστική αυτή παράδοση αποτελεί μέρος της ευρύτερης μελέτης της χειρόγραφης παράδοσης των *Στοιχείων*, καθώς ο τρόπος με τον οποίο το κείμενο έχει διασωθεί μέσα στους αιώνες που μεσολάβησαν από την συγγραφή του μέχρι σήμερα περιλαμβάνει σχολιασμούς, αντιγραφές και μεταφράσεις.³⁵ Στο πλαίσιο της παρούσα εργασίας, το ζήτημα του «πρωτότυπου» κειμένου των *Στοιχείων* δεν θα αναλυθεί, καθώς ο θεματικός άξονάς της είναι ο σωζόμενος σχολιασμός στα *Στοιχεία* από το Πρόκλο και συνεπώς, και για να διατηρηθεί ο εισαγωγικός χαρακτήρας της ενότητας αυτής, επιβάλλεται να δοθεί έμφαση στην σχολιαστική παράδοση του κειμένου και όχι στην πρωτότυπη έκδοσή του.

1.2.1 Η ελληνική σχολιαστική παράδοση

Ο Απολλώνιος ο Περγαίος, οποίος έζησε στα τέλη του 3^{ου} αιώνα π.Χ., στην εισαγωγή των *Κωνικών* αναφέρει ονομαστικά τον Ευκλείδη, για το έργο του οποίου παρατηρεί ότι δεν είχε συμπεριλάβει την κατασκευή χωρίου εντός τριών και τεσσάρων γραμμών, κάτι το οποίο υπόσχεται ότι το έχει βρει και θα το παραθέσει στο έργο του.³⁶ Αυτό επιβεβαιώνει ότι τα *Στοιχεία* ήταν γνωστά την εποχή του Απολλώνιου, τουλάχιστον στον κύκλο στον οποίο ο Απολλώνιος

³⁴ Bulmer-Thomas, Ivor, 'Euclid', 430–431.

³⁵ Το ζήτημα της χειρόγραφης παράδοσης των *Στοιχείων* δεν έπαψε ποτέ να τίθεται στο επίκεντρο της μελέτης των ιστορικών των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών. Ωστόσο, η σχετική βιβλιογραφία είναι τεράστια και ξεπερνά τους σκοπούς της παρούσας μελέτης. Για μια συνοπτική εποπτεία του θέματος, ενδεικτικά, βλ. Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, τ. 1 (Cambridge: Cambridge University Press, 1968)· Bernard Vitrac και Maurice Caveing, επιμ., *Les éléments*, τ. 1 (Paris: Presses universitaires de France, 1990)· Fabio Acerbi, *Euclide: Tutte le Opere*, Bompiani (Milan: Bompiani, 2007)· Murdoch, John, 'Euclid: Transmission of the Elements', στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμ. Gillispie Charles Coulston, τ. 4 (New York: Charles Scribner's Sons, 1970), 437–59· Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', *Νεύσις* 22 (2014): 121–47.

³⁶ *Κωνικά*, 1.34-37: «ἄ καὶ κατανοήσαντες συνειδόμεν ἡ συντιθέμενον ὑπὸ Εὐκλείδου τὸν ἐπὶ τρεῖς καὶ τέσσαρας γραμμὰς τόπον, ἀλλὰ μόριον τὸ τυχὸν αὐτοῦ καὶ τοῦτο οὐκ εὐτυχῶς» (Απολλώνιος, *Apollonii Pergaei quae Graece exstant cum commentariis antiquis*, επιμ. Johan Ludvig Heiberg (Lipsiae: Teubner, 1893).

απευθυνόταν, και μάλιστα ότι το όνομα του Ευκλείδη ήταν τόσο γνωστό, ώστε και μόνο η αναφορά του από τον Απολλώνιο αρκούσε για να αντιληφθούν οι αναγνώστες του σε ποιόν αναφέρεται.

Ο πρώτος ο οποίος φέρεται να έχει προβεί σε κάποιο είδος σχολιασμού των *Στοιχείων* είναι ο Ήρωνας ο Αλεξανδρεύς, ο οποίος κατά πάσα πιθανότητα έζησε τον 1^ο αιώνα μ.Χ..³⁷ Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε με το σχολιασμό του Ήρωνα είναι ότι αφενός δεν μας σώζεται και αφετέρου, ακόμα και αν μπορούσαμε μερικώς να τον ανασυνθέσουμε, δεν θα ήμασταν σε θέση να πούμε με βεβαιότητα ποια έκδοση των *Στοιχείων* είχε στα χέρια του. Μπορεί το ίδιο το κείμενό του να μην μας έχει σωθεί, ωστόσο δύο άλλα κείμενα που μας σώζονται, επιβεβαιώνουν την ύπαρξη σχολιασμού από τον Ήρωνα. Πρόκειται αφενός για τον σχολιασμό του Πρόκλου, ο οποίος αναφέρει το όνομα του Ήρωνα έξι φορές, εκ των οποίων οι πέντε τελευταίες³⁸ αφορούν σε παρεμβάσεις ή προτάσεις του Ήρωνα επί των προτάσεων των *Στοιχείων*. Μάλιστα τόσο ο Tannery όσο και οι Vitrac και Caveing ισχυρίζονται ότι σε δύο από αυτές τις αναφορές ο Πρόκλος αναφέρεται έμμεσα σε μια χειρόγραφη παράδοση των σχολίων του Ήρωνα που πέρασαν στον Πορφύριο και τον Πάππο.³⁹ Αφετέρου, ο al-Nayrizi στον δικό του σχολιασμό στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* αναφέρεται στον Ήρωνα – όπως και σε άλλους μαθηματικούς και σχολιαστές – κατά τέτοιο τρόπο που δίνεται η εντύπωση ότι όταν γράφει το κείμενό του έχει μπροστά του το κείμενό του Ήρωνα.⁴⁰ Από τις αναφορές αυτές λοιπόν μπορούμε να συμπεράνουμε ότι ο σχολιασμός του Ήρωνα περιλάμβανε προσθήκες προτάσεων, και αντίστροφες συνεπαγωγές, παράθεση εναλλακτικών αποδείξεων, τη χρήση μόνο τριών αιτημάτων⁴¹ και την επέκταση των ζητούμενων προβλημάτων των *Στοιχείων* (π.χ. η επέκταση της πρότασης I.1 των *Στοιχείων* από

³⁷ Η ακριβής χρονολόγηση του Ήρωνα αποτελεί μέχρι και σήμερα ένα θέμα για το οποίο δεν μπορούμε να καταλήξουμε με βεβαιότητα, βλ. Nathan Sidoli, 'Heron of Alexandria's Date', *Centaurus* 53, τχ. 1 (2011): 55–61.

³⁸ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου* 196.16· 305.24· 323.7· 246,13· 429.13.

³⁹ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου* 323.5-8 «δεῖ δὲ καὶ τὰς ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ προκειμένου θεωρήματος συντόμως ἱστορήσαι, ὅσας οἱ περὶ Ἡρώνα καὶ Πορφύριον ἀνέγραψαν τῆς εὐθείας μὴ προσεκβαλλομένης»· 429.11-14 «ἀλλὰ ἀρκεῖσθαι τοῖς γεγραμμένοις, ἐπεὶ καὶ ὅσοι προσέθεσάν τι πλεόν, ὡς οἱ περὶ Ἡρώνα καὶ Πάππον ἠναγκάστησαν προσλαβεῖν τι τῶν ἐν τῷ ἔκτῳ δεδειγμένων,» βλ. Tannery, Paul, *La géométrie grecque: comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons* (Paris: Gauthier-Villars, 1887), 166–67· Vitrac και Caveing, *Les éléments*, 29.

⁴⁰ Lo Bello, Anthony, *The Commentary of al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of Geometry* (Leiden: Boston: Brill, 2003), 5–7.

⁴¹ Την πληροφορία αυτή την αντλούμε από τον Πρόκλο, βλ. Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου* 196-15-17 «Καὶ μὴν καὶ τὸν ἀριθμὸν αὐτῶν οὔτε εἰς ἐλάχιστον δεῖ συναρτεῖν, ὡς Ἡρὼν ποιεῖ τρία μόνον ἐκθέμενος»

την κατασκευή ισόπλευρου τριγώνου, στην κατασκευή και των άλλων δύο ειδών).⁴² Τέλος, στο *Kitāb al-Fihrist*, στην αναφορά του Ήρωνα, αναφέρεται ότι μεταξύ άλλων συνέγραψε και ένα βιβλίο σχετικό με τη διόρθωση ορισμένων σφαλμάτων του Ευκλείδη και πιθανότατα να αφορούσε και τα *Στοιχεία*.⁴³

Δεύτερος, κατά χρονολογική σειρά, πιθανός σχολιαστής των *Στοιχείων* είναι ο Πορφύριος, νεοπλατωνικός φιλόσοφος του 3^{ου} αιώνα μ.Χ.. Και πάλι ανατρέχοντας στα σχόλια του Πρόκλου εντοπίζουμε έξι αναφορές στο όνομα του Πορφύριου,⁴⁴ εκ των οποίων οι τρεις υποδηλώνουν μια κάποια σχολιαστική δραστηριότητα του Πορφύριου στα *Στοιχεία*.⁴⁵ Αλλά ακόμα και αυτές οι τρεις δεν είναι αρκετές ώστε να ισχυριστούμε με βεβαιότητα ότι οι σχολιασμοί του αυτοί αποτέλεσαν ένα οργανωμένο κείμενο και ότι δεν ήταν αποσπασματικά σχόλια επί συγκεκριμένων προτάσεων.

Δυστυχώς στο θέμα αυτό το λεξικό *Σούδα* δεν μπορεί να συμβάλλει καθώς το σχετικό λήμμα για τον Πορφύριο (Π 2098, *Πορφύριος*) δεν κάνει καμία αναφορά σε σχολιαστικό κείμενο στα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, αν και αναφέρει γενικά ότι συνέγραψε ένα τρίτομο βιβλίο αστρονομίας.⁴⁶ Το ζήτημα της εμπλοκής του Πορφύριου στην σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων* περιπλέκεται ακόμα περισσότερο αν στρέψουμε την προσοχή μας στο αραβικό *Kitāb al-Fihrist* του al-Nadīm, ένα συστηματικό κατάλογο, εν είδη εγκυκλοπαίδειας, των σημαντικότερων συγγραφέων και ανθρώπων του πνεύματος στον ισλαμικό κόσμο του 10^{ου} αιώνα. Στο σχετικό λήμμα για τον Πορφύριο, οι H. Suter και B. Dodge φαίνεται να μην συμφωνούν για το ακριβές περιεχόμενο. Ο Suter μεταφράζει από το αραβικό κείμενο ότι ο Πορφύριος έγραψε ένα βιβλίο για τα *Στοιχεία*.⁴⁷ Αντίθετα, ο Dodge, στη δική του ανάγνωση δεν εντοπίζει την αναφορά αυτή και το σχετικό λήμμα

⁴² Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, τ. 1 (Cambridge: Cambridge University Press, 1968), 22–23· Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', *Νεύσις* 22 (2014): 129.

⁴³ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, τ. 2 (New York: Columbia University Press, 1970), 642.

⁴⁴ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 56.25· 255.14· 297.5· 316.1· 352.14.

⁴⁵ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 297.1-5 « Ὅτι δὲ ἄρα δυνατὸν πρὸς τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθείας ἐξῆς κειμένας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέντοι μέρη δύο ποιεῖν ὀρθαῖς ἴσας τὰς πρὸς τῇ μιᾷ εὐθείᾳ γωνίας, δεῖξομεν οὕτως, ὡσπερ Πορφύριος.»· 315.15-316.1 « φέρε καὶ ἐπὶ ταύτης τῆς ὑποθέσεως δεῖξωμεν τὸ προκειμένον, ὡς Πορφύριος.»· 323.5-7 «δεῖ δὲ καὶ τὰς ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ προκειμένου θεωρήματος συντόμως ἱστορησαι, ὅσας οἱ περὶ Ἡρώνα καὶ Πορφύριον ἀνέγραψαν.»

⁴⁶ «...καὶ ἄλλα πλεῖστα, καὶ μάλιστα ἀστρονομούμενα: ἐν οἷς καὶ Εἰσαγωγὴν ἀστρονομουμένων ἐν βιβλίοις τρισί» Kuster, Ludolph καὶ Portus, Aemilius, επιμ., *Suidae lexicon graece et latine*, τ. 3 (Cambridge: University of Cambridge, 1705), 158.

⁴⁷ Suter, Heinrich, 'Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abi Ja'kûb an-Nadîm', *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik* 6 (1892):3-88, 9–10 καὶ 45.

στην έκδοσή του δεν κάνει καμία αναφορά σε σχολιασμό στα *Στοιχεία*.⁴⁸ Ας σημειωθεί, τέλος, ότι το όνομα του Πορφύριου δεν μνημονεύεται από τον al-Nayrizi στο δικό του σχολιασμό-μετάφραση των *Στοιχείων*, γεγονός που ενισχύει την υπόθεση ότι ο Πορφύριος δεν έγραψε ένα συγκροτημένο σχολιαστικό κείμενο, αλλά ίσως οι αναφορές που έχουμε από τον Πρόκλο να αφορούν διάσπαρτα σχόλια σε προτάσεις των *Στοιχείων* ή σχόλια του Πορφύριου κατά τη διάρκεια διαλέξεων στη Σχολή των Αθηνών, τα οποία είχαν καταγραφεί μεν, αλλά όχι συστηματικά εν είδη οργανωμένου και δομημένου κειμένου.

Το 3^ο αιώνα μ.Χ., μια ιδιαίτερη φυσιογνωμία των ελληνιστικών μαθηματικών φαίνεται να καταπιάστηκε με τα *Στοιχεία*: πρόκειται για τον Πάππο, ο οποίος ανέπτυξε τη συγγραφική του δράση στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου. Σύμφωνα με τον ίδιο, φέρεται να συνέγραψε σχόλια στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*.⁴⁹ Τον σχολιασμό των *Στοιχείων* από τον Πάππο φαίνεται να υπονοεί και ο Πρόκλος στα δικά του σχόλια στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*. Σε τρία χωρία του σχολιασμού του επικαλείται αποδείξεις και προσθήκες του Πάππου,⁵⁰ γεγονός που προκαλεί εύλογες υποθέσεις ότι ο Πρόκλος είχε διαβάσει τα σχόλια αυτά του Πάππου, ή είχε διαβάσει κάποιον άλλο σχολιαστή, ο οποίος επικαλείτο τα σχόλια του Πάππου. Σε κάθε περίπτωση, η αναφορά του Πρόκλου δεν αφήνει περιθώρια αμφιβολίας ότι ο Πάππος είχε προβεί σε σχολιασμό προτάσεων του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*, έστω και αποσπασματικά. Ο Ευτόκιος, επίσης, στον σχολιασμό του στο έργο του Αρχιμήδη *Περί σφαιράς και κυλίνδρου* μας πληροφορεί ότι ο Πάππος έχει συνθέσει σχολιασμό στα *Στοιχεία*.⁵¹ Μάλιστα ο Heath λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι η αναφορά αυτή γίνεται από τον Ευτόκιο σε χωρίο που γίνεται συζήτηση για την ομοιότητα εγγεγραμμένων πολυγώνων, εκτιμά ότι ο σχολιασμός του Πάππου θα πρέπει να αφορούσε

⁴⁸ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 610.

⁴⁹ *Συναγωγή*, VIII.1106.13-15 «καὶ ὡς ἐν τῷ εἰς τὸ πρῶτον τῶν μαθηματικῶν σχολίῳ δέδεικται καὶ ὑφ' ἡμῶν δι' ἐνὸς θεωρήματος» (για την κριτική έκδοση της *Συναγωγῆς* που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία βλ. Πάππος, *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt*, 3 vols., επιμ. Hultsch, Friedrich Otto (Berlin: Weidmann, 1876).) η φράση «τὸ πρῶτον τῶν μαθηματικῶν» έχει ερμηνεύει από πολλοῦ ότι πρόκειται για το πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* βλ. Jaap Mansfeld, *Prolegomena Mathematica: From Apollonius of Perga to the Late Neoplatonism. With an Appendix on Pappus and the History of Platonism* (Leiden: Boston: Brill, 1998), 25, σημ. 78.

⁵⁰ Πρόκλος, *Εἰς Εὐκλείδου*, 189.9-13 «Τοῦτο μὲν οὖν καὶ ἄλλοις δέδεικται τῶν ἐξηγητῶν καὶ οὐ πολλῆς ἐδεῖτο πραγματείας, ὁ δὲ Πάππος ἐπέστησεν ἡμᾶς ὀρθῶς». 197.6-9 «<Τούτοις> δὲ τοῖς ἀξιώμασιν ὁ Πάππος συναναγράφεσθαί φησιν ὅτι καὶ ἂν ἴσοις ἄνισα προστεθῆ, ἢ τῶν ὄλων ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶν τῆ τῶν προστεθέντων, καὶ ἀνάπαλιν». 249.20-21 «Ἐτι δὲ συντομώτερον ἀποδείκνυσιν ὁ Πάππος μηδεμιᾶς προσθήκης δεηθεὶς οὕτως».

⁵¹ 28.19-21 «ὅπως μὲν οὖν ἔστιν εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ὅμοιον τῷ ἐν ἐτέρῳ ἐγγεγραμμένῳ, δῆλον, εἴρηται δὲ καὶ Πάππῳ εἰς τὸ ὑπόμνημα τῶν *Στοιχείων*» (βλ. στην κριτική έκδοση Ευτόκιος, *Commentarii in libros de sphaera et cylindro*, επιμ. Heiberg, J.L. και Stamatis, E. (Leipzig: Teubner, 1915).

τουλάχιστον το δωδέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*, την πρώτη πρόταση του οποίου συσχετίζει με την αναφορά αυτή του Ευτόκιου.⁵²

Μπορεί να μην υπάρχουν ισχυρές αποδείξεις ότι ο Πάππος συνέθεσε σχολιασμό στο πρώτο ή στο δωδέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*, ωστόσο δεν συμβαίνει τα ίδιο και με την περίπτωση συγγραφής σχολιασμού στο δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*. Η πρώτη μαρτυρία προέρχεται από ένα ανώνυμο παρασελίδιο σχόλιο στους ορισμούς των *Δεδομένων* του Ευκλείδη, σύμφωνα με το οποίο ο Πάππος στο σχολιασμό του στο δέκατο βιβλίο του Ευκλείδη εξηγεί ότι το δεδομένο μπορεί να είναι και ρητό και άρρητο.⁵³ Τη μαρτυρία αυτή επιβεβαιώνει και το *Kitāb al-Fihrist* όπου στο λήμμα για τον Πάππο αναφέρεται ότι συνέγραψε ένα σχολιασμό στο δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*, ο οποίος μάλιστα διακρινόταν σε δύο βιβλία.⁵⁴ Τέλος, το ενδεχόμενο να συνέγραψε ο Πάππος έναν σχολιασμό στο δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων*, ενισχύεται από το γεγονός ότι έχει διασωθεί ένας τέτοιος σχολιασμός, στα αραβικά και όχι στα ελληνικά.⁵⁵ Τέλος, στο σχετικό λήμμα του *Σούδα* (Π 265)⁵⁶ δεν γίνεται καμία αναφορά σε έργο ή σχολιασμό στα *Στοιχεία*.

Ιδιαίτερη και εξέχουσα σημασίας ήταν η συμβολή του Θέωνα από την Αλεξάνδρεια στην χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων*. Ο Θέων, τελευταίος διευθυντής της Βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας και πατέρας της Υπατία, έζησε τον 4^ο αιώνα μ.Χ. και ήταν διαπρεπής μαθηματικός και αστρονόμος. Δεν μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα ότι συνέγραψε έναν εκτενή σχολιασμό στα *Στοιχεία*, διότι κάτι τέτοιο ούτε μαρτυρείται ξεκάθαρα σε άλλα κείμενα, ούτε προκύπτει από τα σωζόμενα χειρόγραφα. Αυτό όμως για το οποίο είμαστε σίγουροι είναι ότι ο Θέων προέβη στην έκδοση των *Στοιχείων* υπό τη δική του επιμέλεια, η οποία προφανώς είχε εμφανείς παρεμβάσεις στο «αρχικό» κείμενο του Ευκλείδη το οποίο είχε στη διάθεσή του. Το εκδοτικό του αυτό εγχείρημα δεν αποτυπώνεται στο *Kitāb al-Fihrist*, όπου στο σχετικό λήμμα δεν αναφέρεται

⁵² Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:25.

⁵³ Sch. 4.5 «δύναται δὲ καὶ ῥητὸν καὶ ἄλογον δεδομένον εἶναι, ὡς λέγει Πάππος ἐν ἀρχῇ τοῦ εἰς τὸ ἴ' Εὐκλείδου» (βλ στην κτιρική έκδοση Menge, Heinrich, επιμ., *Scholia in Euclidis Data* (Leipzig: Teubner, 1896), 262.

⁵⁴ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 2:642· Suter, Heinrich, 'Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abī Ja' kūb an-Nadīm', 22.

⁵⁵ Το σχόλιο του Πάππου στο δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων* μας παραδίδεται σε αν μόνο αραβικό χειρόγραφο (MS 2454 της National Biblioteque de Paris), το οποίο αρχικώς αναφέρθηκε από τον F. Woercke το 1856 στο βιβλίο του «Essai d'une restitution de travaux perdus d'Apollonius sur les quantites irrationnelles» και αργότερα το δημοσίευσε ανώνυμα. Για μια σχολιασμένη μετάφραση στα αγγλικά του σχολιασμού του Πάππου στο δέκατο βιβλίο των *Στοιχείων* βλ. William Thomson και Gustav Junge, *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's* (Cambridge: Harvard University Press, 1930).

⁵⁶ Kuster, Ludolph και Portus, Aemilius, *Suidae lexicon graece et latine*, 1705, 3:23.

καθόλου η ενασχόληση του Θεώνα με τα *Στοιχεία*,⁵⁷ ούτε στο *Σούδα*, όπου το λήμμα (Θ 205, *Θέων*) περιλαμβάνει απλώς μια γενικόλογη αναφορά περί συγγραφής μαθηματικών και αριθμητικών έργων.⁵⁸

Η ανακάλυψη από τον Peyrard του κώδικα Vat. gr. 190 (κώδικας **P**, προς τιμή του) και η μελέτη του, αποτέλεσε ορόσημο για την κατανόηση της χειρόγραφης παράδοσης των *Στοιχείων*. Όλοι οι κώδικες που διέσωζαν τα *Στοιχεία* μέχρι τότε εν πολλοίς συμφωνούσαν μεταξύ τους και όλοι προερχόταν από της λεγόμενη θεώνεια παράδοση. Ωστόσο, ο **P** διέφερε σημαντικά από αυτούς, και ο λόγος ήταν διότι δεν εντασσόταν στην παράδοση αυτή αλλά ήταν ανεξάρτητη από τις επιδράσεις της θεώνειας παράδοσης. Το γεγονός αυτό αποτέλεσε τη βάση για να μελετηθεί και να αποτυπωθεί με περισσότερη σαφήνεια η συμβολή του Θεώνα στο κείμενο του Ευκλείδη.

Επιπλέον, μια σειρά ανώνυμων σχολίων που έχουν βρεθεί στα χειρόγραφα των *Στοιχείων* επιβεβαιώνουν ότι ο Θεών προέβη σε μια νέα δική του έκδοση του έργου του Ευκλείδη. Πιο συγκεκριμένα, σε κάποιο χειρόγραφο, στην αρχή του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων* υπάρχει το σχόλιο «Ἐν τισιν ἀντιγράφοις πρόσκειται ἐν τῇ ἐπιγραφῇ τὸ ἐκ τῆς Θεώνος ἐκδόσεως.»,⁵⁹ ενώ στο τέταρτο βιβλίο υπάρχει το σχόλιο «ἐξέδοτο δὲ ταῦτα ὡς καὶ τὴν ὅλην γεωμετρίαν χρόνῳ παραρρυσίαν ὁ Θεών, ὅθεν καὶ γράφεται ἐπ' ἐνίων». ⁶⁰

Από τα ανωτέρω φαίνεται πως οι ιστορικοί έχουν πειστεί ότι ο Θεών συνέταξε μια νέα έκδοση των *Στοιχείων*,⁶¹ η οποία περιελάμβανε τις δίκες του παρεμβάσεις, και ο σκοπός της έκδοσης αυτής ήταν προφανώς εκπαιδευτικός, στο πλαίσιο των μαθημάτων που γίνονταν στη βιβλιοθήκη της Αλεξάνδρειας. Ωστόσο, ο κώδικας **P** δεν μπορεί να λειτουργήσει ως απόλυτος οδηγός για την προ-θεώνεια χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων*, καθώς σε ένα σημείο του

⁵⁷ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, τ. 2 (New York: Columbia University Press, 1970), 641· Suter, Heinrich, 'Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abī Ja'kūb an-Nadīm', *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik* 6 (1892): 21.

⁵⁸ Kuster, Ludolph και Portus, Aemilius, επιμ., *Suidae lexicon graece et latine*, τ. 2 (Cambridge: University of Cambridge, 1705), 182.

⁵⁹ Mansfeld, *Prolegomena Mathematica*, 25, σημ. 87· Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 131.

⁶⁰ Sch. IV.4, στο Heiberg, J.L. και Stamatīs, E., επιμ., *Scholia in Euclidis elementa*, 1977 έκδ. (Leipzig: Teubner).

⁶¹ Jaap Mansfeld, *Prolegomena Mathematica*, 25· Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 131.

υπάρχει ένα παρασελίδιο σχόλιο, στην πρόταση XI.38, το οποίο επιβεβαιώνει ότι ο κώδικας συντάχθηκε από «παλαιά και νέα» χειρόγραφα.⁶²

Συνοπτικά⁶³ οι κυριότερες παρεμβάσεις του Θέωνα στο κείμενο του Ευκλείδη εντοπίζονται σε κειμενικού τύπου διορθώσεις σφαλμάτων φρασεολογίας, σε συντμήσεις και συντομεύεις χωρίων του αρχικού κειμένου, αναδιάρθρωση στην σειρά με την οποία παρατίθενται οι συλλογισμοί των επιχειρημάτων και προσθήκες νέων προτάσεων.

Πληροφορίες για έναν τέταρτο, πιθανό, σχολιαστή των *Στοιχείων* μας δίνει ο Πρόκλος, ο οποίος στον σχολιασμό της 28^{ης} πρότασης του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων* κάνει αναφορά στον Αιγεία από την Ιεράπολη, ο οποίος έγραψε μια επιτομή των *Στοιχείων*.⁶⁴ Δυστυχώς, όμως, πέρα από αυτή την μεμονωμένη αναφορά, δεν γνωρίζουμε τίποτα άλλο για τον Αιγεία ή την επιτομή που συνέθεσε.

Περνώντας στον 5^ο αιώνα μ.Χ. και στη νεοπλατωνική Σχολή των Αθηνών, εκεί βρίσκουμε τον Πρόκλο, διευθυντή της Σχολής και έναν από τους πλέον πολυγραφότατους νεοπλατωνικούς φιλοσόφους της Ύστερης Αρχαιότητας. Έχουμε την τύχη να έχουν διασωθεί πολλά από τα έργα που συνέγραψε (βλ. στην υπό-ενότητα 1.4) μεταξύ των οποίων και ένας εκτενέστατος σχολιασμός στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Η σημασία του σχολιασμού αυτού προκύπτει από διάφορες πτυχές του. Πρώτον, πρόκειται για το μόνο πλήρως σωζόμενο σχολιαστικό κείμενο των *Στοιχείων* στην αρχαία ελληνική γραμματεία (καθώς ο σχολιασμός του Πάππου στο δέκατο βιβλίο, όπως ήδη αναφέρθηκε, έχει διασωθεί στα αραβικά).⁶⁵ Δεύτερον, πρόκειται για το ένα από τα δύο κείμενα της αρχαιότητας (το άλλο είναι η *Συναγωγή* του Πάππου) τα οποία μας έχουν σωθεί και περιέχουν πλήθος πληροφοριών για την ιστορία της αρχαίας ελληνικής γεωμετρίας.⁶⁶

Τρίτον – και σε αυτό θα εστιάσουμε λίγο περισσότερο – όπως ήδη έχει καταστεί φανερό, αποτελεί μια πολύτιμη πηγή για τους ιστορικούς σχετικά με τη σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων* και το είδος των παρεμβάσεων που έκανε ο κάθε σχολιαστής στο έργο του Ευκλείδη. Έχει ήδη αναφερθεί ότι ο Πρόκλος έχει χαρακτηρίσει τους Ήρωνα, Πορφύριο και Πάππο ως

⁶² Vitrac, Bernard, 'The Euclidean ideal of proof in the Elements and philological uncertainties of Heiberg's edition of the text', στο *The History of Mathematical Proof in Ancient Tradition*, επιμ. Chemla, Karine (Cambridge: Cambridge University Press), 2012), 80.

⁶³ Για μια λεπτομερή ανάλυση των παρεμβάσεων του Θέωνα στα *Στοιχεία* βλ. Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:54–58.

⁶⁴ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου* 361.20-23 «ὡσπερ ἐποίησεν ὁ Ἱεραπολίτης Αἰγείας ὁ τὴν ἐπιτομὴν γράψας τῶν στοιχείων»

⁶⁵ Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 131.

⁶⁶ Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:29.

σχολιαστές των *Στοιχείων*. Έχει, ωστόσο, σημασία να αναφερθεί ότι ίδιος ο Πρόκλος δεν είναι αναλυτικός στις αναφορές τους σε παλαιότερους σχολιαστές και αρκείται μόνον σε αυτούς που εξυπηρετούν το δικό του φιλοσοφικό πρόγραμμα. Στο τέλος του δεύτερου προλόγου του μας πληροφορεί ότι από όλους τους παλαιούς που έγραψαν και ανέλυσαν τα *Στοιχεία* δεν θα αναφέρει όσα δεν συμβάλουν στην φιλοσοφική ανάλυση των μαθηματικών του Ευκλείδη, και ειδικά τα λήμματα και τις πτώσεις που οι παλαιότεροι παραθέτουν.⁶⁷ Επίσης, λίγο πριν ξεκινήσει τον σχολιασμό του στις προτάσεις του πρώτου βιβλίου, αναφέρει ότι δεν θα κρατήσει τις φλυαρίες τους, αλλά θα περιοριστεί μόνο στα τεχνικώς απαραίτητα και στις μεθόδους που αυτοί μετήλθαν.⁶⁸ Επιπλέον, ολοκληρώνοντας τον σχολιασμό του στην πρόταση 48, πληροφορεί τους αναγνώστες ότι ο ίδιος δε θα ακολουθήσει τα υπομνήματα (σχόλια) τα οποία ήταν τότε διαθέσιμα, καθώς σε αυτά επικρατεί σύγχυση αναφορικά με τα φιλοσοφικά ζητήματα της αιτίας, της διαλεκτικής και της φιλοσοφικής κατανόησης.⁶⁹ Τέλος, στο σχολιασμό του στην πρόταση 21, αναφέρει ότι προέβη στην κατασκευή ενός δοθέντος ευθύγραμμου τμήματος χωρίς να χρησιμοποιήσει το θεώρημα των παραλλήλων, το οποίο χρησιμοποίησαν άλλοι σχολιαστές.⁷⁰

Οι ανωτέρω αναφορές σκοπό έχουν να καταδείξουν μέσα από το ίδιο το έργο του Πρόκλου, ότι τον 5^ο αιώνα μ.Χ. στη νεοπλατωνική σχολή των Αθηνών υπήρχαν διαθέσιμα σχόλια σχετικά με τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, τα οποία ο ίδιος γνώριζε. Μπορεί στις περισσότερες των περιπτώσεων η αναφορά σε αυτά να είναι γενικόλογη, αποσιωπώντας ενίοτε το όνομα του σχολιαστή στον οποίο αναφέρεται,⁷¹ ωστόσο, αφενός η ίδια η πληροφορία ότι υπήρχε μια ζώσα σχολιαστική παράδοση εκείνη την εποχή και αφετέρου το περιεχόμενο των σχολίων αυτών, αποτελούν πολύτιμη πηγή για τους ιστορικούς, καθώς τα σωζόμενα κείμενα που αφορούν την

⁶⁷ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 84.8-11 «Αρχὴν δὲ ποιούμενοι τῆς τῶν καθ' ἕκαστα ζητήσεως προαγορεύομεν τοῖς ἐντευξομένοις, μὴ ταῦτα παρ' ἡμῶν ἀπαιτεῖν ὅσα διατεθρῦλγται τοῖς πρὸ ἡμῶν λημμάτια καὶ πτώσεις καὶ εἴ τι τοιοῦτο.»

⁶⁸ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 200.10-15 «ἐπὶ τὴν ἐξήγησιν τραπώμεθα τῶν δεικνυμένων ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ, τὰ μὲν γλαφυρότερα τῶν εἰς αὐτὰ γεγραμμένων τοῖς παλαιοῖς ἀναλεγόμενοι καὶ τὴν ἀπέραντον αὐτῶν πολυλογίαν συντέμοντες, τὰ δὲ τεχνικώτερα καὶ μεθόδων ἐπιστημονικῶν ἐχόμενα παραδιδόντες»

⁶⁹ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 432.15-19 «ὡς τὰ γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν αἰτίας ἀπόδοσιν οὐδεμίαν συνεισφέροντα οὐδὲ κρίσιν διαλεκτικὴν οὐδὲ θεωρίαν φιλόσοφον.»

⁷⁰ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 328.15-16 «καὶ δέδεικται τὸ προκειμένον οὐ προσχρη σαμένων ἡμῶν ταῖς παραλλήλοις τῶν ἐξηγητῶν.»

⁷¹ Η γενικόλογη αυτή αναφορά του Πρόκλου σε διάφορους σχολιαστές εν αντιθέσει με την συγκεκριμένη αναφορά του ονόματος του Ἡρώνα, του Πάππου και του Πορφύριου, ίσως να αποτελεί ένδειξη ότι Πρόκλος είχε ο ίδιος μελετήσει τα σχόλια των τριών αλλά για τα υπόλοιπα ίσως να γνώριζε έμμεσα το περιεχόμενό του ή από άλλα περιεκτικά υπομνήματα τα οποία δεν μας έχουν σωθεί, βλ. Glenn R. Morrow, επιμ., *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements* (Princeton University Press, 1992), lii.

ιστορία των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών είναι ελάχιστα και κάθε τέτοιου είδους πληροφορία αξίζει να μελετηθεί επισταμένως.

Αναφορικά με την σχολιαστική του πρακτική, ο Πρόκλος, αρχικώς παραθέτει δύο εκτενείς προλόγους (ο πρώτος καταπιάνεται με φιλοσοφικά ζητήματα που άπτονται της μαθηματικής επιστήμης και ο δεύτερος με ζητήματα που σχετίζονται με την ιστορία και το περιεχόμενο της Γεωμετρίας), προχωρά στον αναλυτικό σχολιασμό κάθε ορισμού, κάθε αξιώματος και κάθε πρότασης ξεχωριστά. Σε κάθε μια από τις προτάσεις αναλύει το περιεχόμενό της, υπό ένα αμιγώς νεοπλατωνικό φιλοσοφικό πρίσμα, και ακολούθως παραθέτει κατά περίπτωση εναλλακτικές αποδείξεις ή συμπληρωματικές αποδείξεις,⁷² εφόσον η πρόταση το επιτρέπει. Συχνά, επίσης, προβαίνει στην παράθεση πληροφοριών ιστορικού ενδιαφέροντος, οι οποίες σχετίζονται με προηγούμενες προσπάθειες επίλυσης του εκάστοτε θεωρήματος/προβλήματος ή επιλέγει να σχολιάσει κριτικά προηγούμενους σχολιασμούς, επιστρατεύοντας τόσο δικούς του μαθηματικούς συλλογισμούς όσο και ισχυρισμούς άλλων σχολιαστών, που συμφωνούν με τη δική του προσέγγιση.⁷³

Τέλος, αξίζει να επισημανθεί κάτι το οποίο έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον και αναδύεται από το ίδιο το κείμενο του Πρόκλου. Κατά κοινή ομολογία ο Πρόκλος δεν προτίθεται να διορθώσει ή να σχολιάσει κριτικά το κείμενο του Ευκλείδη. Άλλωστε παραδέχεται ότι ο Ευκλείδης ήταν «πλατωνικός» και θιασώτης της πλατωνικής φιλοσοφίας.⁷⁴ Ωστόσο, υπάρχουν ορισμένα ελάχιστα σημεία στα οποία τον αμφισβητεί, και ένα από τα πλέον ενδιαφέροντα αφορά το 5^ο αίτημα των του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*, γνωστό και ως το «αίτημα των παραλλήλων». Σχολιάζοντας το εν λόγω αξίωμα, ο Πρόκλος ευθύς σπεύδει να ξεκαθαρίσει με τον πλέον κατηγορηματικό τρόπο, ότι αυτό δεν είναι αξίωμα αλλά θεώρημα, καθώς το αντίστροφό του το αποδεικνύει ο ίδιος

⁷² Οι εναλλακτικές αποδείξεις, είναι οι αποδείξεις που με διαφορετικό τρόπο οδηγούνται στην απόδειξη της ίδια της πρότασης των *Στοιχείων*. Συμπληρωματικές αποδείξεις είναι αυτές που επεκτείνουν το ζητούμενο της αρχικής πρότασης και ακολούθως το αποδεικνύουν. Παράδειγμα είναι το σχόλιο του Πρόκλου στην πρώτη πρόταση του πρώτου βιβλίου, στην οποία ο Ευκλείδης ζητά να κατασκευαστεί ισόπλευρο τρίγωνο, και ο Πρόκλος προχωρά και αποδεικνύει πώς μπορούν να κατασκευαστούν και τα άλλα δύο είδη τριγώνων, το ισοσκελές και το σκαληνό, βλ. Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 218.12-219.19.

⁷³ Παράδειγμα τέτοιου σχολιασμού αποτελεί και πάλι το σχόλιο του Πρόκλου στην πρώτη πρόταση, στην οποία αναφέρει τις αντιρρήσεις του Ζήνωνα για την κατασκευή του ισόπλευρου τριγώνου και στον οποία απαντά με ένα τεκμηριωμένο μαθηματικό συλλογισμό στον οποία επικυρώνει μεταξύ άλλων και με τα λεγόμενα του Ποσειδωνίου, βλ. Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 214.18-218.11.

⁷⁴ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 68.21-21 «καί τῆ προαιρέσει δὲ Πλατωνικός ἐστι καὶ τῆ φιλοσοφία ταύτη οἰκεῖος». Επίσης βλ. Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:31· Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 132.

ο Ευκλείδης στην πρόταση 29 του ίδιου βιβλίου.⁷⁵ Μάλιστα στον σχολιασμό της πρότασης αυτή ο Πρόκλος προβαίνει στη δική του απόδειξη για το λεγόμενο «θεώρημα των παραλλήλων», το οποίο έμεινε στην ιστορία και ως το «θεώρημα του Πρόκλου». Το σχόλιο αυτό, είναι τόσο σημαντικό καθώς θέτει υπό αμφισβήτηση έναν αξιωματικό πυλώνα της Ευκλείδειας γεωμετρίας, και κατά συνέπεια, μεταφέροντας το από την «τάξη» των αξιωμάτων, στην «τάξη» των προτάσεων, παύει να είναι δεσμευτικό για το σύνολο της γεωμετρίας. Κατά κάποιον τρόπο λοιπόν, ο Πρόκλος, συνιστά, αν όχι την αφετηρία, μια σημαντική στάση της συζήτησης η οποία θα κρατήσει για αιώνες και θα οδηγήσει στην θεμελίωση της μη ευκλείδειας γεωμετρίας.⁷⁶

Πριν το κλείσιμο της νεοπλατωνικής Σχολής των Αθηνών το 529 μ.Χ., η τελευταία στάση στη σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων* είναι ο νεοπλατωνικός φιλόσοφος Σιμπλίκιος, ο οποίος έζησε στις αρχές του 6^{ου} αιώνα. Αν και δεν μας σώζονται τα σχόλιά του στα *Στοιχεία*, στο *Kitāb al-Fihrist* του αποδίδεται ένας σχολιασμός στα πρώτα βιβλία του Ευκλείδη (εννοώντας προφανώς τα *Στοιχεία*), ο οποίος αποτέλεσε μια καλή εισαγωγή στη γεωμετρία.⁷⁷ Επιπλέον, η πιθανότητα ύπαρξης ενός τέτοιου σχολιασμού από τον Σιμπλίκιο ενισχύεται και από ένα άλλο αραβικό κείμενο. Τον 9^ο αιώνα ο Abu'l Abbas al-Fadl ibn Hatim al-Nayrizi, στα δικά του σχόλια στα *Στοιχεία* αναπαράγει μια μετάφραση των σχολίων του Σιμπλίκιου στα *Στοιχεία*, ο συγγραφέας και το έτος συγγραφής του οποίου μας είναι άγνωστα. Ωστόσο, από τον χαρακτηριστικό τρόπο με τον οποίο ο Al-Nayrizi παραθέτει τα αποσπάσματα από τον Σιμπλίκιο, δίδεται η αίσθηση ότι διαβάζει απευθείας από μια άμεση μετάφραση των σχολίων του. Μάλιστα, στο κείμενο αυτό του Al-Nayrizi μας σώζεται και η απόπειρα του Σιμπλίκιου να αποδείξει το πέμπτο αίτημα του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*, το αίτημα των παραλλήλων.⁷⁸

⁷⁵ Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 191.21-23 «Τούτο καὶ παντελῶς διαγράφειν χρὴ τῶν αἰτημάτων· θεώρημα γάρ ἐστι, πολλὰς μὲν ἀπορίας ἐπιδεχόμενον». Για την παράθεση της δική τους απόδειξης για το θεώρημα των παραλλήλων βλ. Πρόκλος, *Εις Ευκλείδου*, 364.1-373.2

⁷⁶ Για μια σύντομη επισκόπηση στην ιστορία του θεωρήματος των παραλλήλων με έμφαση στα αρχαία ελληνικά μαθηματικά βλ. Florence P. Lewis, 'History of the Parallel Postulate', *The American Mathematical Monthly* 27, τχ. 1 (1920): 16–23· Rolwing, Raymond H. και Levine, Maita, 'The Parallel Postulate', *The Mathematics Teacher* 62, τχ. 8 (1969): 665–69· Sabra, A.I., 'Simplicius's Proof of Euclid's Parallels Postulate', *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 32 (1969): 1–24· Mueller, Ian, 'Remarks on Euclid's Elements I,32 and the Parallel Postulate', *Science in Context* 16, τχ. 3 (2003): 287–97.

⁷⁷ Suter, Heinrich, 'Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abi Ja'kub an-Nadim', 21· Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadim*, 2:640.

⁷⁸ Για μια ανάλυση σχετικά με την απόδειξη του αιτήματος των παραλλήλων από τον Σιμπλίκιο, όπως μας σώζεται από τον Al-Nayrizi βλ. Sabra, A.I., 'Simplicius's Proof of Euclid's Parallels Postulate'.

1.2.2. Η αραβική σχολιαστική παράδοση

Έχει διατυπωθεί η άποψη ότι η αραβική χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* διασώζει ένα κείμενο, το οποίο είναι πιο κοντά στο πρωτότυπο από αυτό που μας διασώζει η ελληνική παράδοση.⁷⁹ Αν και η άποψη αυτή δεν συνιστά κοινό τόπο στους ιστορικούς, κανείς δεν αμφισβητεί την ιδιαίτερη σημασία που έχει η μελέτη των *Στοιχείων* στα αραβικά κείμενα, καθώς προέρχονται από ελληνικά χειρόγραφα, τα οποία δεν έχουν σωθεί· συνεπώς μας παρέχουν μεταξύ άλλων πληροφορίες για την ελληνική χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων*.

Η πρώτη αναφορά των *Στοιχείων* στον αραβικό κόσμο τοποθετείται στα μέσα του 8^{ου} αιώνα μ.Χ. όταν ο χαλίφης al-Mansur (754-775) σε μια αποστολή του στον βυζαντινό αυτοκράτορα, έλαβε πλήθος ελληνικών χειρόγραφων, μεταξύ των οποίων αναφέρεται και το έργο του Ευκλείδη. Το ίδιο φέρεται να έκανε και ο χαλίφης al-Ma'mun (813-833).⁸⁰ Έκτοτε, έχουμε στοιχεία που δείχνουν ότι τα *Στοιχεία* αποτέλεσαν αντικείμενο συστηματικής μελέτης από τους Άραβες και το αποτέλεσμα αυτό ήταν μια σειρά μεταφράσεων και σχολιασμών μέχρι και τον 12^ο αιώνα. Ένα από τα βασικότερα κείμενα, τα οποία μας διαφωτίζουν για την σχολιαστική παράδοση των *Στοιχείων* στον αραβικό κόσμο είναι το *Kitāb al-Fihrist* του al-Nadīm. Στο λήμμα που αφορά τον Ευκλείδη, αμέσως μετά την περιεκτική παράθεση πληροφοριών για τα βιογραφικά του στοιχεία, αναλύει, σαν σε ξεχωριστή υπό-ενότητα, το σύνολο των αναφορών που υπάρχουν για τα *Στοιχεία*.⁸¹

Η μετάφραση των *Στοιχείων* από τον al-Hajjaj φέρεται να είναι, αν όχι η παλαιότερη, σίγουρα από τις παλαιότερες μεταφράσεις στα αραβικά. Ο al-Hajjaj, σύμφωνα με το *Kitāb al-Fihrist* επιμελήθηκε δύο διαφορετικές μεταφράσεις των *Στοιχείων*, η πρώτη για τον χαλίφη Harun al-Rashid (από τον οποίο πήρε και το όνομα al Haruni) και η δεύτερη για τον χαλίφη al-Ma'mun (γνωστή και ως al-Mamuni). Στην αρχή του σχολιασμού του στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* ο al-Nayrizi αναφέρει ότι ο al-Hajjaj προέβη σε μια δεύτερη μετάφραση, η οποία ήταν πιο σύντομη και πιο περιεκτική.⁸² Ίσως ο σκοπός της δεύτερης μετάφρασης να ήταν η περιληπτική απόδοση

⁷⁹ Η άποψη αυτή διατυπώθηκε για πρώτη φορά από τον Martin Klamroth βλ. Martin Klamroth, 'Ueber den arabischen Euklid', *Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft* 35, τχ. 3 (1881): 270–326.

⁸⁰ Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:75· Vitrac και Caveing, *Les éléments*, 61.

⁸¹ Suter, Heinrich, 'Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abi Ja'kūb an-Nadīm', 16–17· Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 2:634–36.

⁸² Lo Bello, Anthony, *The Commentary of al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements*, 86.

των *Στοιχείων*, παραλείποντας κάθε τι πλεονάζον, καθιστώντας την ανάγνωσμα για τον κόσμο της διάνοησης και όχι για τον απλό κόσμο, όπως ήταν η πρώτη μετάφραση.⁸³

Τον 10^ο αιώνα, τα *Στοιχεία* μεταφράζονται και πάλι από τον Ishaq ibn Hunayn, ωστόσο η μετάφραση αυτή δεν μας έχει σωθεί. Είμαστε τυχεροί ωστόσο, διότι αναθεωρήθηκε σε μια έκδοση από τον Thabit ibn Qurra.⁸⁴ Η αναθεωρημένη αυτή έκδοση διασώζει εν μέρει την αρχική μετάφραση του Ishaq ibn Hunayn, ωστόσο είναι εμφανές ότι ο Thabit ibn Qurra έχει χρησιμοποιήσει και άλλες πηγές, όπως οι μεταφράσεις του al-Hajjaj αλλά και άλλα ελληνικά κείμενα. Συνεπώς οι παρεμβάσεις του τελευταίου δεν είναι εύκολο να εντοπιστούν και να απομονωθούν, ώστε να αξιολογηθούν επαρκώς.

Η τελευταία σημαντική αραβική μετάφραση των *Στοιχείων* τοποθετείται στον 13^ο αιώνα και συντάκτης της ήταν ο Nasir al-Din Tusi.⁸⁵ Μάλιστα η μετάφραση αυτή σώζεται σε δύο εκδοχές οι οποίες συντείνουν στην άποψη ότι η σύνθεση του al-Tusi δεν συνιστά απλώς μια μετάφραση των *Στοιχείων* αλλά μια επιμελημένη έκδοσή τους βασισμένη σε όλες τις προηγούμενες μεταφράσεις.⁸⁶ Η έκδοση του al-Tusi είναι εξαιρετικά σύνθετη και εκτενής, στην οποία επιχειρείται η συμπερίληψη όλης της μέχρι τότε γεωμετρικής γνώσης.⁸⁷

Πέραν των τριών αυτών μεταφραστικών εκδόσεων των *Στοιχείων* μας σώζεται και ένας σχολιασμός από τον al-Nayrizi, ο οποίος τοποθετείται στα τέλη του 9^{ου} αιώνα.⁸⁸ Μάλιστα στο *Kitāb al-Fihrist* μαρτυρείται ότι ο al-Nayrizi συνέθεσε μια εκτεταμένη έκδοση των σχολίων του Ήρωνα στα *Στοιχεία*.⁸⁹ Ωστόσο, ο χαρακτηρισμός αυτός μάλλον υποτιμά την έκταση και το περιεχόμενο της έκδοσης του al-Nayrizi. Ο σχολιασμός του, ως προς το περιεχόμενο, την έκταση

⁸³ Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:76· Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 134.

⁸⁴ Lo Bello, Anthony, *The Commentary of al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements*, xii–xxx· Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:75–76. Στο *Kitāb al-Fihrist* αναφέρεται ότι ο al-Tusi διόρθωσε την έκδοση του Ishaq ibn Hunayn. Ωστόσο η έννοια αυτή του όρου μάλλον θα πρέπει να ιδωθεί ως αναθεώρηση και όχι ως διόρθωση λαθών και παραλείψεων, βλ. Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 2:634.

⁸⁵ Μας σώζεται επίσης από τον al-Tusi μια έκδοση των *Δεδομένων* του Ευκλείδη, για μια σχολιασμένη μετάφραση της οποίας βλ. Nathan Sidoli και Yoichi Isahaya, *Thābit ibn Qurra's Restoration of Euclid's Data: Text, Translation, Commentary, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences* (New York: Springer International Publishing, 2018).

⁸⁶ Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:77–78.

⁸⁷ Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 135.

⁸⁸ Για την πλέον πρόσφατη σχολιασμένη μετάφραση του σχολιασμού του al-Nayrizi στα *Στοιχεία* βλ. Lo Bello, Anthony, *The Commentary of al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements*; Lo Bello, Anthony, *The Commentary of Al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid's Elements of Geometry*, Brill (Leiden, Boston: Brill, 2009).

⁸⁹ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 2:635.

και το υλικό στο οποίο βασίστηκε, μπορεί να συγκριθεί μόνο με τον σχολιασμό του Πρόκλου στην ελληνική χειρόγραφη παράδοση και στην ουσία αποτελεί μια σύνθεση των προγενέστερων αραβικών μεταφραστικών και σχολιαστικών εκδόσεων, λαμβάνοντας ωστόσο υπ' όψιν και ελληνικά σχολιαστικά κείμενα, όπως αυτά του Ήρωνα και του Σιμπλίκιου. Ο σχολιασμός του al-Nayrizi σώζεται στα αραβικά (τα βιβλία I-VI) και σε μια λατινική μετάφραση από τον Γεράρδο της Κρεμόνας (τα βιβλία I-X).⁹⁰

Οι ανωτέρω μεταφράσεις και εκδόσεις των *Στοιχείων* στον αραβικό κόσμο αποτελούν τις σημαντικότερες στάσεις της αραβικής σχολιαστικής παράδοσης. Ωστόσο δεν είναι οι μόνες. Το *Kitāb al-Fihrist* μαρτυρεί 31 εκδόσεις και μεταφράσεις των *Στοιχείων*, από τον 9^ο αιώνα μέχρι και τον 13^ο.⁹¹ Το πλήθος και το περιεχόμενο των εκδόσεων των *Στοιχείων* καθιστούν σαφές ότι επρόκειτο για ένα διάσημο και προφανώς θεμελιώδες μαθηματικό εγχειρίδιο, το οποίο κυκλοφορούσε στον χώρο της αραβικής επιστήμης και απασχολούσε σχολιαστικά και ερμηνευτικά τους Άραβες επιστήμονες. Αυτό που σε κάθε περίπτωση μπορεί να λεχθεί είναι ότι και στον αραβικό κόσμο η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* συνιστά μια ζώσα και δυναμική διαδικασία, η οποία αντιμετωπίζει το μαθηματικό κείμενο όχι ως μια αποκρυσταλλωμένη και απαραβίαστη κειμενική σύνθεση (όπως τα έπη του Ομήρου ή τα κείμενα των τραγικών ποιητών της αρχαιότητας) αλλά ως κείμενα δεκτικά σε διορθώσεις, σχολιασμούς και προσθήκες.

1.3. Η νεοπλατωνική Σχολή των Αθηνών

Από τον 3^ο αιώνα, και κυρίως τους δυο επόμενους αιώνες, το κέντρο του νεοπλατωνισμού είναι η πόλη της Αθήνας, όπου ιδρύεται και λειτουργεί η περίφημη νεοπλατωνική σχολή των Αθηνών.⁹² Ο νεοπλατωνισμός είναι μια φιλοσοφική σχολή σκέψης, η οποία εμφανίζεται περί τα μέσα του 3^{ου} αιώνα και σταδιακά αποτέλεσε την κύρια φιλοσοφική κίνηση της εποχής, καθώς η επικούρεια και η στωική φιλοσοφική διδασκαλία είχαν ήδη εξασθενήσει. Στον πυρήνα της νεοπλατωνικής φιλοσοφίας τίθεται ο σχολιασμός και η ερμηνεία των πλατωνικών κειμένων, με έμφαση στην ουσία και το περιεχόμενο του νου και της σκέψης και την αντιδιαστολή του με την

⁹⁰ Σιάλαρος, Μιχάλης, 'Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη', 136.

⁹¹ Για μια συνοπτική παράθεση των Αράβων σχολιαστών και μεταφραστών των *Στοιχείων* βλ. Heath, Thomas Little, *The thirteen books of Euclid's Elements*, 1:85–90.

⁹² Η νεοπλατωνική σχολή των Αθηνών σε καμία περίπτωση δεν θα πρέπει να συγχέεται και να ταυτίζεται με την Ακαδημία του Πλάτωνα το 5^ο αιώνα π.Χ. ούτε να θεωρηθεί άμεση διάδοχός της. Η σχολή των Αθηνών ιδρύεται από τον Πλούταρχο, τον νεοπλατωνικό φιλόσοφο, μάλλον στα τέλη του 4^{ου} αι. μ.Χ..

ύλη και τον φυσικό κόσμο. Μελετώντας, ωστόσο, τα κείμενα των νεοπλατωνικών καθίσταται άμεσα εμφανές ότι η ερμηνεία του κόσμου έχει συμπεριλάβει και την αριστοτελική σκέψη, η οποία είναι παρούσα στην θεμελίωση του φιλοσοφικού τους προγράμματος.

Είναι σημαντικό, στο σημείο αυτό, να γίνει μια επισήμανση αναφορικά με τον όρο «νεοπλατωνικό». Από τις πηγές δεν προκύπτει ότι οι ίδιοι οι φιλόσοφοι τις περιόδου αυτής αυτοαποκαλούνταν «νεοπλατωνικοί», ούτε ότι είχαν μια τέτοια εντύπωση για τους εαυτούς τους. Ο όρος «νεοπλατωνικός» επινοήθηκε τον 18^ο αιώνα από τους Γερμανούς ιστορικούς της φιλοσοφίας, οι οποίοι απέδωσαν το όνομα αυτό στον Πλωτίνο και στους συνεχιστές της φιλοσοφικής του διδασκαλίας.⁹³ Μάλιστα ο πρόθεμα «νέο-» χρησιμοποιήθηκε ώστε να διακρίνει το φιλοσοφικό αυτό κίνημα του 3^{ου} αιώνα από την γνήσια πλατωνική σκέψη της Ακαδημίας. Επιπλέον, έχει χρησιμοποιηθεί και ο όρος «μέσοι πλατωνιστές» ο οποίος αναφέρεται στους πλατωνιστές φιλοσόφους μεταξύ της Ακαδημίας του Πλάτωνα και τους νεοπλατωνικούς, αρχής γενομένης από τον Πλωτίνο.⁹⁴

Ο Πρόκλος, λοιπόν, ανήκει σε αυτή τη φιλοσοφική σχολή, η οποία εκκινεί συμβατικά από τον Πλωτίνο, δύο αιώνες πριν. Ωστόσο, δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να θεμελιώσουν την άποψη ότι ο Πλωτίνος έδρασε φιλοσοφικά στο πλαίσιο μιας νεοπλατωνικής σχολής, η οποία είχε συγκεκριμένο πρόγραμμα σπουδών και εκπαίδευε μαθητές. Δεν γνωρίζουμε δηλαδή αν την εποχή εκείνη η έννοια της φιλοσοφικής σχολής είχε μετουσιωθεί και σε ένα εκπαιδευτικό ίδρυμα εντός του οποίου ανθούσε η νεοπλατωνική σκέψη. Το ίδιο θολή είναι και η εικόνα που έχουμε τόσο για τον Πορφύριο όσο και για τον Ιάμβλιχο,⁹⁵ τους δύο σημαντικότερους συνεχιστές της

⁹³ Lloyd P. Gerson, επιμ., *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, τ. 1 (Cambridge: Cambridge University Press, 2000), 299–300.

⁹⁴ Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works* (Pisa, Rome: Fabrizio Serra editore, 2013), 30.

⁹⁵ Για το Πορφύριο, οι αναφορές για την ύπαρξη μιας οργανωμένης σχολής υπό την διεύθυνσή του είναι θολές και δεν φαίνεται να συνηγορούν σε μια τέτοια άποψη. Έχουμε, ωστόσο κάποια ψήγματα αναφορών, τα οποία παραπέμπουν σε μια εκπαιδευτική διαδικασία και στην ύπαρξη μαθητών, οι οποίοι τον ακολουθούσαν ως διδάσκαλο. Στο *Σούδα* στο σχετικό λήμμα αναφέρεται σαφώς ότι είχε ως μαθητή τον Ιάμβλιχο (βλ. Π 2098 Πορφύριος, «Πορφύριος, ὁ κατὰ Χριστιανῶν γράψας: ὃς κυρίως ἔκαλεῖτο Βασιλεύς: Τύριος, φιλόσοφος, μαθητῆς Ἀμελίου τοῦ Πλωτίνου μαθητοῦ, διδάσκαλος δὲ Ἰαμβλίχου...», Kuster, Ludolph και Portus, Aemilius, *Suidae lexicon graece et latine*, 1705, 3:158.) Η ίδια αναφορά υπάρχει και στο λήμμα για τον Ιάμβλιχο (I 27 Ιάμβλιχος) αναφέρεται ξεκάθαρα ότι πρόκειται για μαθητή του Πορφύριου «Ἰάμβλιχος ἕτερος, Χαλκίδος τῆς Συρίας, φιλόσοφος, μαθητῆς Πορφυρίου τοῦ φιλοσόφου...» (Kuster, Ludolph και Portus, Aemilius, *Suidae lexicon graece et latine*, 2:90). Ο Ευνάπιος μας αναφέρει ότι όταν ήρθε στη Ρώμη, μιλούσε και δόξαζε δημοσίως τον Πλωτίνο και μελέτησε το έργο του «αὐτὸς μὲν οὖν ἐπὶ τὴν Ῥώμην ἐπανήλθε, καὶ τῆς περὶ λόγους εἶχετο σπουδῆς ὥστε παρῆει καὶ εἰς τὸ δημόσιον κατ' ἐπίδειξιν· τὸ δὲ Πορφυρίου κλέος εἰς Πλωτίνων πάσα μὲν ἀγορά, πάσα δὲ πληθὺς ἀνέφερεν.» (βλ. Ευνάπιος, *Βίοι Σοφ.*, 4.1.10.1-5 στην έκδοση Giangrande, Joseph, επιμ., *Eunapii vitae sophistarum* (Rome: Polygraphica, 1956). Επίσης, στο χωρίο που αφορά τον Ιάμβλιχο αναφέρει ότι μετά τον Ανατόλιο, ο οποίος ήταν δάσκαλός του, προσκολλήθηκε στον

νεοπλατωνικής φιλοσοφίας του Πλωτίνου. Ωστόσο, αυτό για το οποίο είμαστε σίγουροι είναι η λειτουργία της νεοπλατωνικής σχολής των Αθηνών, η οποία ιδρύθηκε από τον Πλούταρχο τις τελευταίες δεκαετίες του 4^{ου} αιώνα,⁹⁶ λειτούργησε ως οργανωμένη σχολή, με πρόγραμμα σπουδών, εκπαιδευτική και φιλοσοφική δραστηριότητα και έκλεισε οριστικά το 529μ.Χ. δυνάμει του αυτοκρατορικού διατάγματος περί παύση της διδασκαλίας της παγανιστικής φιλοσοφίας στην Αθήνα.

Για να γίνει κατανοητό το πλαίσιο εντός του οποίου ο Πρόκλος συνέγραψε τον σχολιασμό στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*, αλλά και το σύνολο του τεράστιου έργου του, θα παρατεθεί μια σύντομη ανασκόπηση της πορείας της νεοπλατωνικής σχολής των Αθηνών, παρακολουθώντας τα κύρια σημεία που χαρακτήριζαν τους 6 σχολάρχες που την διεύθυναν μέχρι το οριστικό της κλείσιμο το 529μ.Χ..⁹⁷

1.3.1 Το φιλοσοφικό πρόγραμμα της Σχολής

Ο Πλούταρχος, ιδρυτής και πρώτος σχολάρχης, φαίνεται πως διαμόρφωσε ένα πρόγραμμα σπουδών προσαρμοσμένο στην φιλοσοφική παράδοση του Ιάμβλιχου, πλούσιο δηλαδή σε στοιχεία νεοπλατωνικής θεολογίας. Αν και η αρχική εντύπωση των ιστορικών της φιλοσοφίας ήταν η αντίθετη, θεωρώντας ότι ο Πλούταρχος δεν υιοθέτησε την περισσότερο θεολογική φιλοσοφική προσέγγιση του Ιάμβλιχου, και ακολούθησε τη διδασκαλία του Αλεξάνδρου του

Πορφύριο, υπονοώντας τι υπήρχε ένας κύκλος μαθητών γύρω του. (Ευνάπιος, *Βίοι Σοφ.* 5.1.2.3-4 «εἶτα μετ' Ανατόλιον Πορφυρίω προσθεὶς ἑαυτὸν»). Επίσης, βλ. Andrew Smith, 'Porphyry and his school', στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμ. Lloyd P. Gerson, τ. 1 (Cambridge: Cambridge University Press, 2000), 355–56.

Για τον Ιάμβλιχο, υπάρχουν ορισμένες αναφορές, οι οποίες παραπέμπουν μεν σε διδασκαλία, ωστόσο, και πάλι δεν είναι ξεκάθαρο αν πρόκειται και οργανωμένη σχολή με συγκεκριμένο πρόγραμμα. Μια από αυτές αναφέρει ένα περιστατικό κατά το οποίο ένας μαθητής του τον ρωτά «τί δήτα μόνος, ὃ διδάσκαλε θεϊότατε, καθ' ἑαυτὸν τινα πράττεις, οὐ μεταδιδούς τῆς τελεωτέρας σοφίας ἡμῖν;» (βλ. Ευνάπιος, *Βίοι Σοφ.*, 5.1.7.4-6) Επίσης, το χωρίο που αφορά τον Αιδέσιο τον καππαδόκιο, ξεκινά με την αναφορά ότι ο Αιδέσιος είναι ο διάδοχος της σχολής του Ιάμβλιχου (βλ. Ευνάπιος, *Βίοι Σοφ.* 6.1.1.1-2 «Ἐκδέχεται δὲ τὴν Ἰαμβλίχου διατριβὴν καὶ ὁμιλίαν ἐς τοὺς ἐταίρους»). Επίσης βλ. John Dillon, 'Iamblichus of Chalcis and his school', στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμ. Lloyd P. Gerson, τ. 1 (Cambridge: Cambridge University Press, 2000), 372–73.

⁹⁶ Το έτος ίδρυσης της σχολής των Αθηνών δεν μας είναι γνωστό, ωστόσο λαμβάνοντας υπόψη την αναφορά του Μαρίνου, ότι ο Πλούταρχος πέθανε σε προχωρημένη ηλικία το 434 (Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου* 12) δεν μπορεί παρά η ίδρυση της σχολής να τοποθετείται στα τέλη του 4^{ου} αιώνα (βλ. Edward J. Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria* (Berkeley, Los Angeles, London: University of California Press, 2008), 90, σημ. 58.

⁹⁷ Από την παρούσα ανασκόπηση της λειτουργίας της σχολής των Αθηνών έχει παραληφθεί η περιγραφή και η ανάλυση της πολιτικής και κοινωνικής διάστασης. Ιδιαίτερη έμφαση θα δοθεί στο φιλοσοφικό και εκπαιδευτικό χαρακτήρα που είχε η σχολή υπό την διεύθυνση εκάστου σχολάρχη. Για μια περιεκτική και άκρως κατατοπιστική ανάλυση υπό το πρίσμα των πολιτικών και κοινωνικών συνθηκών της εποχής βλ. Watts, 79–142.

Αφροδισιέως, η πιο ενδελεχής μελέτη κατέδειξε ότι κάτι τέτοιο δεν μπορεί να υποστηριχθεί.⁹⁸ Το πρόγραμμα σπουδών επί των ημερών του διακρινόταν σε δύο μέρη, ανάλογα το επίπεδο των μαθητών. Στο βασικό επίπεδο ο Πλούταρχος έδινε μεγαλύτερη έμφαση σε γενικότερα και ευρύτερα φιλοσοφικά ζητήματα, πάντα υπό το πρίσμα της πλατωνικής φιλοσοφίας. Το επίπεδο αυτό περιελάμβανε σπουδή στις μαθηματικές επιστήμες (γεωμετρία, αριθμητική, αστρονομία, μουσική) και τη ρητορική καθώς και μελέτη των εισαγωγικών έργων του Πλάτωνα, αφού πρώτα είχαν εντυφώσει σε μια σειρά αριστοτελικών έργων, όπως οι *Κατηγορίες* και τα κείμενα που αποτελούν το *Όργανο*. Στο ανώτερο επίπεδο, εφάρμοζε ένα περισσότερο ιαμβλικό πρόγραμμα μαθημάτων, με ιδιαίτερη έμφαση στην θεολογία και την θρησκεία. Ο σχεδιασμός αυτός μπορεί να ερμηνεύσει και την βαθύτερη στόχευση του Πλούταρχου, καθώς από τη μια επεδίωξε να παράσχει γενικές φιλοσοφικές γνώσεις σε σπουδαστές ανεξαρτήτως θρησκευτικών πεποιθήσεων, ενώ ταυτόχρονα διαμόρφωσε ένα αμιγώς παγανιστικό ακροατήριο, σε ανώτερο επίπεδο σπουδών, το οποίο αναζητούσε τη φιλοσοφική εμβάθυνση σε θεολογικά ζητήματα.⁹⁹ Η επιλογή αυτή κατέστησε την σχολή του Πλούταρχου ιδιαίτερος δημοφιλή στους κόλπους των παγανιστών, σε τέτοιο μάλιστα βαθμό που σπουδαστές έσπευδαν από όλη τη Μεσόγειο για να παρακολουθήσουν τα μαθήματα της σχολής.¹⁰⁰

Ο Πλούταρχος πεθαίνει το 432μ.Χ.¹⁰¹ και δίνει το χρίσμα της διαδοχής της σχολής στον μαθητή του Συριανό. Το πρόγραμμα σπουδών υπό την διεύθυνσή του δεν άλλαξε σημαντικά. Ο Edward Watts, σχολιάζοντας την εκπαιδευτική λειτουργία της σχολής επί των ημερών του Συριανού, υποστηρίζει ότι το όλο πρόγραμμα είχε ως στόχο την ηθική καλλιέργεια των μαθητών και την απόκτηση των βασικών αρετών που αρμόζουν σε έναν φιλόσοφο, τις οποίες αντλούσαν από τον Πλωτίνο.¹⁰² Στόχος, ήταν η εισαγωγική εκπαίδευση των σπουδαστών και η μελέτη των θεμελιωδών αριστοτελικών κείμενων, πριν την συστηματική ενασχόλησή τους με τη μελέτη και

⁹⁸ Angela Longo, 'Plutarch of Athens', στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμ. Lloyd Gerson, τ. 2 (Cambridge: Cambridge University Press, 2000), 610.

⁹⁹ Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 92.

¹⁰⁰ Για μια συνοπτική ανάλυση σχετικά με την προσέλευση σπουδαστών στη νεοπλατωνική σχολή των Αθηνών βλ. Edward J. Watts, 'Student Travel to Intellectual Centers: What Was the Attraction?', στο *Travel, communication and geography in late antiquity. Sacred and profane* (Ashgate, 2004), 13–24.

¹⁰¹ Το έτος θανάτου του Πλούταρχου δεν μας είναι γνωστό. Λαμβάνοντας υπόψη την παραδοχή ότι ο Πρόκλος γεννήθηκε το 412 μ.Χ. και τα στοιχεία από το *Βίο του Πρόκλου* του Μαρίνου, καταλήγουμε στο έτος 432 (βλ. Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*, 22, σημ. 27· Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 98, σημ. 91.)

¹⁰² Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 99.

την ερμηνεία των πλατωνικών έργων. Πέραν όμως των κειμένων αυτών, ο Μαρίνος μας πληροφορεί ότι ο Συριανός δίδαξε τους δύο του μαθητές – Πρόκλο και Δομνίνο – και άλλα δύο θεμελιώδους θεολογικής και θρησκευτικής σημασίας έργα, τα οποία τέθηκαν εφεξής στον πυρήνα του εκπαιδευτικού προγράμματος της νεοπλατωνικής σχολής των Αθηνών, τους *Ορφικούς Ύμνους* και τους *Χαλδαϊκούς Χρησμούς*.¹⁰³ Τα κείμενα αυτά ήταν στο επίκεντρο της μυστικιστικής φιλοσοφίας του Ιάμβλιχου, η οποία επηρέασε βαθύτατα τη νεοπλατωνική φιλοσοφία στην Αθήνα, ωστόσο ποτέ δεν εντάχθηκε συστηματικά στο πρόγραμμα σπουδών. Την άποψη αυτή φαίνεται να ενισχύει η ανωτέρω αναφορά του Μαρίνου περί διδασκαλίας των κειμένων αυτών σε δυο μόνο, επίλεκτους, μαθητές.

Ο Συριανός πεθαίνει πιθανώς το 437 μ.Χ.¹⁰⁴ και τον διαδέχεται ο μαθητής του Πρόκλος,¹⁰⁵ ο οποίος είναι ο μακροβιότερος σχολάρχης της σχολής των Αθηνών και σαφώς ο πλέον προβεβλημένος. Ο Πρόκλος, ως διευθυντής της σχολής, δεν άλλαξε δραματικά το πρόγραμμα σπουδών. Κρίνοντας από τα κείμενα και τους σχολιασμούς του, η δομή του προγράμματος παρέμειναν ίδια. Ωστόσο, επί των ημερών του, λαμβάνει χώρα μια μεγάλη μετατόπιση του προγράμματος της σχολής από την ίδρυσή της, προς μια πιο θρησκευτική, παγανιστική και μυστικιστική αγωγή. Ενώ, όπως είδαμε, ο Συριανός μελετούσε τους *Ορφικούς Ύμνους* και τους *Χαλδαϊκούς Χρησμούς* σε ιδιαίτερα μαθήματα με τους δύο επίλεκτους μαθητές του, ο Μαρίνος μας πληροφορεί ότι ο Πρόκλος τα δίδασκε σε ευρύτερο μαθητικό κοινό.¹⁰⁶ Επιπλέον, φαίνεται πως ο Πρόκλος, εντός της σχολής και ενώπιον των μαθητών του, επιδιδόταν σε μια σειρά θρησκευτικών και θεουργικών τελετών.¹⁰⁷ Η αναβάθμιση, λοιπόν, της θεολογίας και της θρησκευτικής πρακτικής ήταν μια προσωπική επιλογή του Πρόκλου, που τον διέκρινε από τους προκατόχους του, προσέγγιση που επιβεβαιώνεται και από τον Δαμάσκιο, ο οποίος αναφέρει ότι «ο Πρόκλος έθετε την θεολογία πάνω από τους άλλους κλάδους της φιλοσοφίας».¹⁰⁸

¹⁰³ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 26

¹⁰⁴ Για την πιθανή χρονολογία θανάτου του Συριανού βλ. Angela Longo, 'Syrianus', στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμ. Lloyd Gerson, τ. 2 (Cambridge: Cambridge University Press, 2000), 616· Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*, 23· Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 100.

¹⁰⁵ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 29

¹⁰⁶ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 26

¹⁰⁷ Για σχετικά παραδείγματα τελετών βλ. Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 18-19 και σελ. 40 της παρούσας εργασίας.

¹⁰⁸ *Δαμάσκιος*, 59E. (Στην παρούσα εργασία, οι παραπομπές στο έργο του Δαμάσκιου *Vitae Isodori* θα γίνονται στην κριτική και σχολιασμένη έκδοση της Π. Αθανασσιάδη (Athanassiadi, Polymnia, επιμ., *Damascius. The Philosophical History* (Athens: Aramea, 1999)). Η παραπομπή θα γίνεται στον αριθμό εκάστου αποσπάσματος, όπως έχουν ταξινομηθεί και παρατεθεί στην έκδοση αυτή.)

Ο Πρόκλος πεθαίνει το 485 μ.Χ. μετά από περίπου πενήντα χρόνια στη διεύθυνση της νεοπλατωνικής Σχολής των Αθηνών, την οποία ταυτόχρονα απογείωσε αλλά και εξέθεσε για τον έντονα παγανιστικό της χαρακτήρα, εντός μιας ολοένα και πιο εχθρικής χριστιανικής Αθήνας. Όσο ζούσε, είχε επιδείξει ιδιαίτερη συμπάθεια στον Μαρίνο τον Νεαπολίτη, τον Ζηνόδοτο και τον Ηγία, εγγονό του Αρχιάδα. Από τον Δαμάσκιο πληροφορούμαστε ότι διάδοχός του στη σχολή έγινε ο Μαρίνος.¹⁰⁹ Ο Φώτιος μας πληροφορεί ότι διάδοχος – δεύτερος στη σειρά της διαδοχής – και κάτω από τον Μαρίνο ορίστηκε να είναι ο Ζηνόδοτος.¹¹⁰ Μας σώζονται μόνο δύο από τα έργα του Μαρίνου, ο *Βίος του Πρόκλου* και το *Υπόμνημα στα Δεδομένα του Ευκλείδη*. Δεν γνωρίζουμε τίποτα άλλο για την συμβολή του στο πρόγραμμα σπουδών της σχολής. Ωστόσο φαίνεται ότι επί των ημερών του η σχολή αντιμετώπισε εσωτερικά προβλήματα και διαμάχες, σε βαθμό που εξώθησαν τον Μαρίνο σε εξορία.¹¹¹

Το 490 μ.Χ., αντιμετωπίζοντας χρόνια προβλήματα υγείας, ο Μαρίνος πεθαίνει και αφήνει ως διάδοχο του στην διεύθυνση της σχολής τον Ισίδωρο, κατόπιν πίεσης που δέχτηκε για να αναλάβει τη θέση.¹¹² Ωστόσο ο Ισίδωρος σύντομα άλλαξε γνώμη και επέλεξε να φύγει από την Αθήνα¹¹³ αφήνοντας τα ηνία της σχολής, εν μέσω κρίσης και τριγμών στον Ηγία.¹¹⁴

Άγνωστο πότε και υπό ποιες συνθήκες, τη διεύθυνση της σχολής αναλαμβάνει ο τελευταίος της σχολάρχης, ο Δαμάσκιος. Η ευθύνη που έφερε στα χέρια του ήταν βαριά καθώς το γόητρο της σχολής είχε πληγεί τα τελευταία χρόνια, και το πολιτικό και θρησκευτικό πλαίσιο ήταν καθόλα εχθρικό. Η ανάγκη για μεταρρύθμιση της σχολής, θεσμικής και εκπαιδευτικής, οδήγησε τις επιλογές του καινούριου σχολάρχη. Στο επίκεντρο των αλλαγών που προώθησε ήταν η επαναφορά της σχολής προς την κατεύθυνση της καθαρής πλατωνικής φιλοσοφίας και του φιλοσοφικού προγράμματος του Ιάμβλιχου, επιδιώκοντας να αποτινάξει τις παρεκκλίσεις που είχαν συντελεστεί όχι μόνο από την Ηγία, για τον οποίον είχε πολύ κακή άποψη,¹¹⁵ όσο και από τον Πρόκλο.¹¹⁶ Ο Δαμάσκιος φαίνεται να είχε κατανοήσει ότι ο Συριανός και κυρίως ο Πρόκλος, είχαν παρέμβει

¹⁰⁹ Δαμάσκιος, 97A.

¹¹⁰ Φώτιος, *Βιβλιοθήκη*, 127a 4-5: «διάδοχος δὲ καὶ οὗτος Πρόκλου, τὰ δεύτερα Μαρίνου φέρων»

¹¹¹ Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 118–23.

¹¹² Δαμάσκιος, 148C.

¹¹³ Δαμάσκιος, 151BC· Riedlberger, Peter, *Dominius of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*, 27.

¹¹⁴ Athanassiadi, Polymnia, *Damascius. The Philosophical History*, 44· Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 123–25.

¹¹⁵ Δαμάσκιος, 145AB «Εἰς τοσοῦτον γὰρ ἀκηκόαμεν φιλοσοφίαν καταφρονηθεῖσαν οὐδὲ πώποτε Ἀθήνησιν, ὅσον ἐωράκαμεν ἀτιμαζομένην ἐπὶ Ἡγίου... οὗτοι διέφθειραν τὴν Ἡγίου ζωὴν πρὸς γε τὸ μὴ γνησίως φιλοσοφεῖν»

¹¹⁶ Athanassiadi, Polymnia, *Damascius. The Philosophical History*, 45.

σημαντικά στη παράδοση της διδασκαλίας του Ιάμβλιχου.¹¹⁷ Την αποκατάσταση λοιπόν της ιαμβλικής διδασκαλίας επιχείρησε να εφαρμόσει, προσαρμόζοντας ανάλογα την πολιτική και το πρόγραμμα σπουδών. Η επαναφορά της σχολής στις φιλοσοφικές της ρίζες επούλωσε μερικώς τα πλήγημα στη φήμη της και επί των ημερών του Δαμάσκιου η υποδοχή νέων μαθητών από την μεσόγειο ήταν και πάλι γεγονός.¹¹⁸ Ωστόσο, αυτό δεν ήταν αρκετό για να αποσοβήσει τον μεγάλο κίνδυνο. Το 529μ.Χ. με διάταγμα του αυτοκράτορα Ιουστινιανού απαγορεύτηκε η διδασκαλία της παγανιστικής φιλοσοφίας στην Αθήνα, απόφαση η οποία σήμανε το τέλος της νεοπλατωνικής σχολής των Αθηνών.¹¹⁹

Για τον Δαμάσκιο και για τα μέλη της σχολής, μεταξύ των οποίων ο Σιμπλίκιος, η φυγή ήταν μονόδρομος. Το 531 μ.Χ. έφυγαν από την Αθήνα και εγκαταστάθηκαν στην αυλή του Πέρση βασιλιά Χοσρόη, όπου έμειναν για έναν περίπου χρόνο. Το 532 μ.Χ. υπογράφεται μια συνθήκη μεταξύ Περσίας και Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας,¹²⁰ η οποία επέτρεψε την επάνοδό τους στον ελλαδικό χώρο. Ωστόσο, θεσμικά, εκπαιδευτικά και φιλοσοφικά η νεοπλατωνική σχολή δεν αναβίωσε ποτέ.

1.3.2 Μαθηματικά και Φιλοσοφία στην Ύστερη Αρχαιότητα

Το ενδιαφέρον των φιλοσόφων της Ύστερης Αρχαιότητας για τα μαθηματικά φαίνεται να διατηρείται καθ' όλη τη διάρκεια της περιόδου, καθώς διασώζονται πραγματείες μαθηματικού περιεχομένου από την εποχή αυτή. Για παράδειγμα, ο Νικόμαχος ο Γερασηνός, Νεοπυθαγόρειος φιλόσοφος του 2^{ου} αιώνα μ.Χ. συγγράφει την *Αριθμητική Εισαγωγή*,¹²¹ μια πραγματεία η οποία αποτελεί ορόσημο στην ιστορία των μαθηματικών κειμένων καθώς διαβάζεται συστηματικά από τους βυζαντινούς λόγιους, ενώ στη μεσαιωνική Δύση ο Βοήθιος μεταφράζει και παραφράζει αυτό

¹¹⁷ Για την άποψη ότι ο Πρόκλος διέστρεψε τη διδασκαλία του Ιάμβλιχου βλ. Athanassiadi, Polymnia, 'The Oecumenism of Iamblichus: Latent Knowledge and Its Awakening', *The Journal of Roman Studies* 85 (1995): 247. Μάλιστα, ο μαθητής του Δαμάσκιου, Σιμπλίκιου, στον σχολιασμό του στα *Φυσικά* του Αριστοτέλη αναφέρει 9.795.15-17: «ὁ δὲ Δαμάσκιος διὰ φιλοπονίαν καὶ τὴν πρὸς τὰ Ἰαμβλίχου συμπάθειαν πολλοῖς οὐκ ὄκνει τῶν Πρόκλου δογμάτων ἐφιστάνειν.»

¹¹⁸ Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 128.

¹¹⁹ Σχετικά με το αυτοκρατορικό διάταγμα για το κλείσιμο της σχολής, τις συνθήκες υπό τις οποίες συνέβη βλ. Alan Cameron, 'The Last Days of the Academy at Athens', *Proceedings of the Cambridge Philological Society*, τ. 15 (195) (1969): 7–29.

¹²⁰ Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 141–42.

¹²¹ Η πραγματεία αυτή έχει μεταφραστεί στα αγγλικά συνοδευμένη από μια εκτενή εισαγωγή και ιστορικά στοιχεία για το Νικόλαο τον Γερασηνό στο: D'Orange Martin Luther, Robbins Frank Egleston, Karpinski Louis Charles, *Nicomachus of Gerasa. Introduction to arithmetic. Translated into English, with studies in Greek arithmetic*, New York, 1926).

το βιβλίο και καθίσταται βασικό εγχειρίδιο αριθμητικής στο πλαίσιο του quadrivium. Επίσης συνέγραψε ένα έργο, το οποίο δεν σώζεται, με τίτλο *Θεολογούμενα Αριθμητικής*, το οποίο αποτελούσε εγχειρίδιο μαθηματικών για προχωρημένους μαθητές και μεγάλο μέρος αυτού το γνωρίζουμε από τον Φώτιο.¹²²

Τη στενή σχέση των μαθηματικών με τη φιλοσοφία μαρτυρεί και το έργο του Θέωνα του Σμυρναίου, ο οποίος ζει την ίδια περίοδο με τον Νικόμαχο και συγγράφει ένα έργο με τίτλο *Τα κατά μαθηματικόν χρήσιμα εις την Πλάτωνος ανάγνωσιν*. Δεν πρόκειται για κείμενο που πραγματεύεται μαθηματικά υψηλού επιπέδου, αλλά αντίθετα προσφέρει τις βασικές γνώσεις μαθηματικών που θα βοηθήσουν τους αναγνώστες – κατά πάσα πιθανότητα τους μαθητευόμενους στις φιλοσοφικές σχολές της εποχής – να κατανοήσουν τα μαθηματικά χωρία των πλατωνικών διαλόγων. Όπως ο ίδιος αναφέρει στην εισαγωγή του κειμένου του, σκοπό του έχει να παρουσιάσει συνοπτικά τα βασικά θεωρήματα αριθμητικής, γεωμετρίας, μουσικής, στερεομετρίας και αστρονομίας που βρίσκονται στα κείμενα του Πλάτωνα.¹²³ Έτσι το κείμενό του διακρίνεται σε ενότητες, κάθε μια από τις οποίες είναι αφιερωμένη σε έναν κλάδο της μαθηματικής επιστήμης (αριθμητική, μουσική, αστρονομία κ.α.).

Αρκετά αργότερα από τους Νικόμαχο και Θέωνα, περί τα τέλη του 3^{ου} αιώνα μ.Χ., ο Ιάμβλιχος θεωρείται μια φιλοσοφική φυσιογνωμία η οποία τίθεται στη μετάβαση από την κλασική και ελληνιστική φιλοσοφία στην φιλοσοφία της ύστερης αρχαιότητας. Για τη σημασία του έργου του αρκεί να παρατεθεί το σχόλιο του Ισίδωρου, σύγχρονου του Μαρίνου της Νεαπόλεως που θα μας απασχολήσει στο κεφάλαιο αυτό, ο οποίος αναφέρει ότι «...μετά τον Πυθαγόρα και τον Πλάτωνα ήρθε ο Ιάμβλιχος και οι συνεχιστές του».¹²⁴ Επιδεικνύοντας ιδιαίτερο ενδιαφέρον στη μαθηματική παράδοση των Πυθαγορείων, ο Ιάμβλιχος επιτυγχάνει να διασώσει τη γνώση αυτή στην εποχή του.¹²⁵

Τα τρία ανωτέρω παραδείγματα νεοπλατωνικών φιλοσόφων που επέδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά, είναι δηλωτικά της άρρηκτης σχέσεις τους με τη φιλοσοφία. Ωστόσο είναι σημαντικό να επισημανθεί αδρομερώς προς τι το ενδιαφέρον των νεοπλατωνικών φιλοσόφων για τα μαθηματικά. Στην πραγματικότητα το ενδιαφέρον αυτό ανάγεται σε χρόνο κατά

¹²² Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*, 32–33..

¹²³ Θέων Σμυρναίος, *Τα κατά μαθηματικόν χρήσιμα*, 1.13-18

¹²⁴ Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*, 31.

¹²⁵ Για μια πιο αναλυτική περιγραφή του έργου του Ιάμβλιχου, βλ. Dominic J. O'Meara, *Pythagoras Revived: Mathematics and Philosophy in Late Antiquity* (Oxford, New York: Oxford University Press, 1989), 30–108.

πολύ προγενέστερο, τουλάχιστο στην εποχή του Πυθαγόρα. Αποτελεί κοινό τόπο μεταξύ των ιστορικών της φιλοσοφίας ότι στην Πυθαγόρεια φιλοσοφία οι αριθμοί είχαν αποκτήσει βαρύνουσα οντολογική σημασία και αποτελούσαν το θεμέλιο λίθο του φιλοσοφικού τους οικοδομήματος. Ο κόσμος δημιουργήθηκε και λειτουργεί ένεκα των αριθμών και συνεπώς μπορεί να κατανοηθεί μόνο μέσω των αριθμών.¹²⁶ Η τριβή με τους αριθμούς και τις ιδιότητές τους δεν ήταν τίποτε άλλο από μια φιλοσοφική αναζήτηση των πρώτων αρχών του κόσμου, οι οποίες απετέλεσαν αντικείμενο φιλοσοφικού στοχασμού από τους προσωκρατικούς φιλοσόφους. Και μάλιστα η μαθηματική γνώση ήταν απαραίτητη για την κατανόηση του κόσμου, η οποία συνιστούσε μια αναζήτηση φιλοσοφικού περιεχομένου.

Επιπλέον οι πλατωνικοί φιλόσοφοι της ύστερης αρχαιότητας, υπογράμμιζαν τη σημασία των μαθηματικών και για ένα άλλο, πιο παιδευτικό χαρακτήρα, λόγο. Τα μαθηματικά κατ' αυτούς αποτελούσαν μια εκπαιδευτική διαδικασία προόδου της σκέψης των μαθητών τους, κυρίως στο πεδίο της λογικής. Συνεπώς αναγνώριζαν τη συμβολή των μαθηματικών στην εκπαίδευση και την ανάπτυξη λογικής σκέψης. Δεν είναι άλλωστε τυχαίο που ο Πλωτίνος, νεοπλατωνικός φιλόσοφος του 3^{ου} αιώνα μ.Χ., απηχώντας την ιδέα που διατυπώνεται και την *Πολιτεία* του Πλάτωνα, συστήνει τη διδασκαλία των μαθηματικών στους μαθητές του με σκοπό την απόκτηση της ικανότητας να κατανοούν τα άυλα πράγματα.¹²⁷ Γίνεται λοιπόν κατανοητό ότι για τη νεοπλατωνική φιλοσοφία τα μαθηματικά αποτέλεσαν αναπόσπαστο κομμάτι της φιλοσοφικής τους διδασκαλίας, ως ένα είδος εισαγωγικής και κεκτημένης γνώσης πριν την ενασχόληση των μαθητευόμενων με τα άλλα φιλοσοφικά θέματα. Στο ευρύτερο αυτό πλαίσιο της φιλοσοφικής δραστηριότητας της πλατωνικής σχολής των Αθηνών, δεν είναι τυχαίο που εμφανίζεται για πρώτη φορά η παράδοση που θέλει το κατώφλι της Ακαδημίας του Πλάτωνα να κοσμεί μια επιγραφή με το ρητό «μηδείς αγεωμέτρητος εισίτω», στοιχείο που μέχρι και σήμερα δεν έχει επιβεβαιωθεί και ενδέχεται να αποτελεί επινόηση των νεοπλατωνικών της Αλεξάνδρειας.¹²⁸

Την ίδια αυτή σχέση μαθηματικών και φιλοσοφίας προδίδει και η άποψη του Νικόμαχου του Γερασηνού, ο οποίος στην εισαγωγή του έργου του *Μαθηματική Εισαγωγή*, παρουσιάζει την σημασία των μαθηματικών στη φιλοσοφία. Η άποψή του εδράζεται στο γεγονός ότι η μαθηματική γνώση καθίσταται προϋπόθεση για την αναζήτηση της αληθούς φύσης των πραγμάτων. Παρόμοιο

¹²⁶ Geoffrey Ernest Richard Lloyd, *Early Greek Science: Thales to Aristotle* (London: W. W. Norton & Company, 1970).

¹²⁷ Πλωτίνος, *Εννεάδες*, 1.3.3.5-10.

¹²⁸ Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*, 35.

ισχυρισμό προβάλλουν λίγο αργότερα και οι Ιάμβλιχος και Πρόκλος, οι οποίοι συμφωνούν ότι τα μαθηματικά δεν παρέχουν απλώς και μόνο μια πρακτικής σημασίας γνώση αλλά μια ουσιαστική και πνευματική. Μάλιστα προς επίρρωση της άποψης αυτής ο Ιάμβλιχος στο έργο του προβαίνει σε μια αντιπαραβολή μεταξύ αφενός των πυθαγόρειων θεωρητικών μαθηματικών, τα οποία υπηρετούν έναν υψηλότερο σκοπό και αφετέρου των τεχνικών και πρακτικών μαθηματικών, τα οποία δεν υπηρετούν κανένα υψηλό σκοπό και συνεπώς αξιολογικά είναι υποδεέστερα.¹²⁹

Συνοψίζοντας λοιπόν, φαίνεται πως σε πολλές περιπτώσεις τα μαθηματικά και η φιλοσοφία διασταυρώθηκαν κατά την αρχαιότητα, από την εποχή του Πυθαγόρα μέχρι και την Ύστερη Αρχαιότητα. Το περιεχόμενο και οι όροι της σχέσης αυτής δεν ήταν βεβαίως πάντα σταθεροί, καθώς για τους μεν πυθαγόρειους τα μαθηματικά ήταν το κλειδί για την ερμηνεία του κόσμου και των πρώτων αρχών, ενώ για τους νεοπλατωνικούς ήταν η απαραίτητη προπαιδεία για την εισαγωγή των μαθητών τους στον κόσμο της λογικής και της κατανόησης του μη αισθητού κόσμου. Σε κάθε περίπτωση κατέστη σαφές από την ανωτέρω σύντομη ανάλυση, ότι τα μαθηματικά συμπλέχτηκαν με τη φιλοσοφία κατά τέτοιο τρόπο που η εργαλειοποίησή τους από τη φιλοσοφία αποτέλεσε σε ορισμένες περιπτώσεις μονόδρομο για την ανάπτυξη, τεκμηρίωση και προαγωγή των φιλοσοφικών προγραμμάτων για πάνω από επτά αιώνες.

1.4 Η ζωή και το έργο του Πρόκλου

Όπως ήδη αναφέρθηκε, ο Πρόκλος ήταν ένας πολυγραφότατος φιλόσοφος. Αυτό προκύπτει από το πλήθος των έργων του που έχουν διασωθεί αλλά και των έργων που τους έχουν αποδοθεί και δεν έχουν διασωθεί μέχρι σήμερα.¹³⁰ Επιπλέον, την συγγραφική ζέση του Πρόκλου μαρτυρεί και ο βιογράφος, μαθητής και διάδοχός του, Μαρίνος, ο οποίος μας πληροφορεί ότι έγραφε ημερησίως περί τις επτακόσιες γραμμές.¹³¹ Το ευτύχημα με την περίπτωση του Πρόκλου είναι ότι δεν έχουμε στη διάθεσή μόνο τα έργα του να «μιλήσουν» γι' αυτόν και να μας βοηθήσουν να σκιαγραφήσουμε την προσωπικότητά και το έργο του. Υπάρχουν τέσσερις πηγές, από τις οποίες αντλούμε πλήθος πληροφοριών για τον Πρόκλο. Η πρώτη είναι το σχετικό λήμμα στο λεξικό *Σούδα* (Π 2473, *Πρόκλος*), το οποίο έχει ως εξής:¹³²

¹²⁹ Riedlberger, Peter, 35–36.

¹³⁰ Για μία αναλυτική συζήτηση για τα έργα του Πρόκλου βλ. ενότητα 1.4

¹³¹ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 22.

¹³² Kuster, Ludolph και Portus, Aemilius, *Suidae lexicon graece et latine*, 1705, 3:185–86.

Πρόκλος, ὁ Λύκιος, μαθητὴς Συριανοῦ, ἀκουστὴς δὲ καὶ Πλουτάρχου τοῦ Νεστορίου φιλοσόφου, καὶ αὐτὸς φιλόσοφος Πλατωνικός. οὗτος προέστη τῆς ἐν Ἀθήναις φιλοσόφου σχολῆς, καὶ αὐτοῦ μαθητὴς καὶ διάδοχος χρηματίζει Μαρίνος ὁ Νεαπολίτης. ἔγραψε πάνυ πολλὰ, φιλόσοφά τε καὶ γραμματικά. ὑπόμνημα εἰς ὄλον τὸν Ὅμηρον, ὑπόμνημα εἰς τὰ Ἡσιόδου Ἔργα καὶ Ἡμέρας, Περὶ χρηστομαθείας βιβλία γ', Περὶ ἀγωγῆς β', Εἰς τὴν πολιτείαν Πλάτωνος βιβλία δ', Εἰς τὴν Ὀρφέως Θεολογίαν, Συμφωνίαν Ὀρφέως, Πυθαγόρου, Πλάτωνος περὶ τὰ Λόγια βιβλία ι',

Ὁ Πρόκλος ὁ Λύκιος, μαθητὴς τοῦ Συριανοῦ καὶ ακροατὴς τῶν μαθημάτων τοῦ φιλοσόφου Πλουτάρχου, γιου τοῦ Νεστόριου, [ἦταν] καὶ αὐτὸς πλατωνικός φιλόσοφος. Αὐτὸς ηγήθηκε τῆς φιλοσοφικῆς σχολῆς τῶν Ἀθηνῶν καὶ μαθητὴς καὶ διάδοχός του ἦταν ὁ Μαρίνος ἀπὸ τῆς Νεάπολης. Ἐγραψε πάρα πολλὰ φιλοσοφικά καὶ λογοτεχνικά ἔργα: Ὑπόμνημα σε ὄλο [το ἔργο] τοῦ Ὁμήρου, ὑπόμνημα στο *Ἔργα καὶ ἡμέρες* τοῦ Ἡσιόδου, τρία βιβλία *Περὶ Χρηστομάθειας*,¹³³ δύο [βιβλία] *Περὶ ἀγωγῆς*, τέσσερα βιβλία Σχολιασμό στην *Πολιτεία* τοῦ Πλάτωνα, γιὰ τὴν Ὀρφικὴ Θεολογία, δέκα βιβλία *Περὶ τῆς Συμφωνίας τῶν Ὀρφικῶν, Πυθαγορείων καὶ Πλατωνικῶν δογμάτων*,¹³⁴ γιὰ τοὺς θεοὺς στὸν Ὅμηρο, δεκαοχτὼ ἐπιχειρήματα κατὰ τῶν χριστιανῶν. Αὐτὸς

¹³³ Δεν προκύπτει ὅτι ὁ Πρόκλος, ὁ νεοπλατωνικός φιλόσοφος, συνέγραψε ἔργο με τὸν τίτλο αὐτό. Ἡ ἀναφορὰ αὐτὴ στο *Σούδα*, ἴσως νὰ προέρχεται ἀπὸ τὸν Φώτιο, ὁ ὁποῖος στὴ *Βιβλιοθήκη* (239.318b.22-23) κάνει μίαι ἐκτενὴ ἀναφορὰ σε ἓνα ἔργο τοῦ Πρόκλου με τίτλο *Χρηστομάθεια γραμματικὴ*. Ὡστόσο, πρόκειται προφανῶς γιὰ σύγχυση καθὼς ὁ Πρόκλος αὐτὸς εἶναι ὁ γραμματικός Εὐτύχιος Πρόκλος ἀπὸ τὴ Σίκκα, τοῦ 2^{ου} αἰ. μ.Χ. ὁ ὁποῖος συνέγραψε ἓνα ἔργο με τὸν τίτλο αὐτό (βλ. B. D. Monro, 'On the Fragment of Proclus' Abstract of the Epic Cycle Contained in the Codex Venetus of the Iliad', *The Journal of Hellenic Studies*, τχ. 4 (1883): 1-2.)

¹³⁴ Το ἔργο αὐτό δὲν σώζεται καὶ κρίνοντας ἀπὸ τὸν τίτλο, προφανῶς πρόκειται γιὰ ἓνα ἔργο στο ὁποῖο παρουσιάζονται τὰ κοινὰ σημεῖα τῶν δογμάτων τῶν Ὀρφικῶν ὕμνων, τοῦ Πυθαγόρα καὶ τοῦ Πλάτωνα. Ὡστόσο, ἀξίζει νὰ σημειωθεῖ ὅτι τὸ ἴδιο ἀκριβῶς κείμενο ἀποδίδεται καὶ στὸν δάσκαλο τοῦ Πρόκλου, Συριανό, σύμφωνα με τὸ σχετικὸ λήμμα στο *Σούδα* (βλ. Kuster, Ludolph καὶ Portus, Aemilius, επιμ., *Suidae lexicon graece et latine*, τ. 3 (Cambridge: University of Cambridge, 1705), 410.). Σχετικὰ με τὴν διπλὴ αὐτὴ ἀναφορὰ καὶ ἀπόδοση τοῦ ἔργου στὸν Πρόκλο καὶ στὸν Συριανό ἔχουν διατυπωθεῖ ὀρισμένες ἀπόψεις, χωρὶς ὠστόσο νὰ ὑπάρχει κοινὸς τόπος. Πρῶτος ὁ Praechter σε σχετικὸ τοῦ ἀρθρο, τὸ ὁποῖο ἐστιάζει στα δύο αὐτὰ λήμματα, προτείνει ὅτι ἡ λίστα τῶν ἔργων τοῦ Συριανοῦ μεταφέρθηκε σχεδὸν αὐτούσια στο λήμμα τοῦ Πρόκλου ἀπὸ λάθος τοῦ συντάκτη τοῦ λεξικοῦ (βλ. Karl Praechter, 'Das Schriftenverzeichnis des Neuplatonikers Syrianos bei Suidas', *Byzantinische Zeitschrift*, τχ. 26 (1926): 257.). Ὁ Saffrey, ἀπὸ τὴν ἄλλη, διατυπώνει τὴν ἀποψη ὅτι ὁ Συριανὸς εἶχε καταπιαστεῖ με τὴν συγγραφὴ τοῦ κειμένου αὐτοῦ, τὸ ὁποῖο ὠστόσο ὀλοκλήρωσε καὶ δημοσίευσε ὁ Πρόκλος (βλ. Henri-Dominique Saffrey, 'La théurgie comme phénomène culturel chez les néoplatoniciens (IV-Ve siècles)', *Koinōnia (Napoli)* 2, τχ. 8 (1984): 169.)

Περὶ τῶν παρ' Ὀμήρῳ θεῶν, Ἐπιχειρήματα κατὰ
Χριστιανῶν ιη'. οὗτός ἐστι Πρόκλος, ὁ δεύτερος
μετὰ Πορφύριον κατὰ Χριστιανῶν τὴν μιὰν καὶ
ἐφύβριστον αὐτοῦ γλῶσσαν κινήσας· εἰς ὃν
ἔγραψεν Ἰωάννης, ὁ ἐπικληθεὶς Φιλόπονός, πάνυ
θαυμασίως ὑπαντήσας κατὰ τῶν ι' καὶ η'
ἐπιχειρημάτων αὐτοῦ καὶ δείξας αὐτὸν κἂν τοῖς
Ἑλληνικοῖς, ἐφ' οἷς μέγα ἐφρόνει, ἀμαθῆ καὶ
ἀνόητον. ἔγραψε Πρόκλος Μητρωακὴν βίβλον, ἣν
εἶ τις μετὰ χεῖρας λάβοι, ὄψεται, ὡς οὐκ ἄνευ θείας
κατακωχῆς τὴν θεολογίαν τὴν περὶ τὴν θεὸν
ἐξέφηθεν ἅπασαν, ὥστε μηκέτι θράττεσθαι τὴν
ἀκοὴν ἐκ τῶν ἀπεμφαινόντων θρήνων.

εἶναι ὁ Πρόκλος, δεύτερος μετὰ τὸν Πορφύριον, ὁ οὗτος καταφέρθηκε κατὰ τῶν χριστιανῶν με λόγον μιὰν καὶ υβριστικόν. Σε αὐτὸν ἔγραψε ὁ Ἰωάννης, ὁ επονομαζόμενος Φιλόπονός, ἀπαντώντας με πολὺ θαυμάσιον τρόπον στα δεκαοχτὼ τοῦ ἐπιχειρήματα, δείχνοντας ὅτι στα ἑλληνικά θέματα εἶναι ἀμαθῆ καὶ ἀνόητος, ἀκόμα καὶ ἀν θεωρεῖ τὸν εαυτὸν τοῦ μέγα. Ὁ Πρόκλος ἔγραψε βιβλίον γιὰ τὴ Μητέρα Θεά,¹³⁵ τὸ ὁποῖον ἀν κάποιος τὸ πάρει στα χεῖρα του θὰ δει ὅτι διακατεχόμενος ἀπὸ τοῦ θεοῦ παρουσίασε ὅλη τὴ θεολογία που ἀφοροῦσε τὴ θεά, ἔτσι που νὰ μὴν ἐνοχλεῖται πλέον στὸ ἀκουσμα τῶν ἀναδύομενων θρήνων.

Ἡ δευτέρη πηγή ἀπὸ τὴν ὁποία ἀντλούμε πληροφορίες γιὰ τὸν Πρόκλον εἶναι τὸ ἔργον τοῦ Δαμάσκου *Βίος Ἰσιδώρου*. Ὁ Δαμάσκιος δὲν ἐπιφυλάσσει διακριτὴ ἀναφορὰ στὸν Πρόκλον, ὡστόσο τὸ ὄνομα του ἐμφανίζεται σὲ 27 διαφορετικὰ χωρία,¹³⁶ ἀπὸ τα ὁποία ἀντλούμε παρεμπιπτόντως πληροφορίες γι' αὐτὸν, μὲσω διηγήσεων που ἀφοροῦν ἄλλα πρόσωπα που τὸν συναναστράφηκαν, ὅπως τὸν Μαρίνον, τὸν Δομνίνο, τὸν Ἡγία κ.α..

¹³⁵ Τὸ ἀπόσπασμα γιὰ τὸ βιβλίον αὐτὸ προδήλως προέρχεται ἀπὸ τὸ κείμενον τοῦ Μαρίνου (κεφ. 33) στὸ ὁποῖον μαρτυρεῖται ἡ συγγραφὴ ἐνός τέτοιου βιβλίου καὶ μάλιστα, τὸ κείμενον τοῦ λήμματος τοῦ *Σούδα*, εἶναι αὐτούσιον με τοῦ Μαρίνου, με μόνη διαφορὰ ὅτι παραλείπεται μίᾳ πρότασις μεταξὺ τῶν λέξεων *ἅπασαν* καὶ *ὥστε*.

¹³⁶ Athanassiadi, Polymnia, *Damascius. The Philosophical History* χωρία: 34D, 38A, 54, 56, 57B-C, 59A-F, 63B, 64, 66G, 68, 76E 84J, 89A, 91A-B, 96B, 97A, J-K, 98C-E, 99A-B, 102, 103C-D, 107, 108, 112B, 125A-B, 145B, 152 καὶ τὸ testimonia III.81

Η τρίτη πηγή είναι ένα σύντομο λήμμα του *Kitāb al-Fihrist* για τον Πρόκλο, από το οποίο αντλούμε πληροφορίες κυρίως για κάποια από τα έργα του.¹³⁷ Μάλιστα, στον κατάλογο των έργων που του αποδίδει ο συγγραφέας του *Fihrist* περιλαμβάνονται και ορισμένα τα οποία δεν μπορούν να ταυτοποιηθούν καθώς δεν σώζονται ούτε στην ελληνική ούτε στην αραβική παράδοση (π.χ. *Τα δέκα δύσκολα ερωτήματα* ή *Το άτομο το οποίο δεν μπορεί να τμηθεί*). Επίσης, το εν λόγω λήμμα μας πληροφορεί ότι ορισμένα από τα έργα του Πρόκλου έχουν εν μέρει μεταφραστεί στα αραβικά (π.χ. *Σχολιασμό στους χρυσούς πυθαγόρειους στίχους*, το οποίο εν μέρει μεταφράστηκε από τον Thabit ibn Qurrah και ο *Σχολιασμός στον Φαίδωνα*, ένα μικρό μέρος του οποίου μεταφράστηκε στα αραβικά από τον Abu 'Ali 'Isā ibn Ishāq ibn Zur'a)

Η τελευταία, πιο εκτενής και πλούσια σε πληροφορίες πηγή για τη ζωή και το έργο του Πρόκλου είναι η βιογραφία του, την οποία συνέγραψε ο μαθητής του Μαρίνος υπό τον τίτλο «Πρόκλος ή Περί Ευδαιμονίας».¹³⁸ Πρόκειται περισσότερο για μια αγιογραφία παρά για μια βιογραφία του Πρόκλου, η οποία αν και φαίνεται να συνάδει με τον κειμενικό τύπο των χριστιανικών αγιογραφιών, στην ουσία αφορά έναν παγανιστή και ένθερμο πολέμιο της χριστιανικής θρησκείας. Το κείμενο παρέχει πληροφορίες για την προσωπική ζωή του Πρόκλου, από την παιδική του ηλικία μέχρι και το τέλος της ζωής του. Περιγράφει περιστατικά από την καθημερινότητα του ως δάσκαλος και διευθυντής της Σχολής της Αθήνας. Κυρίως όμως εστιάζει στην προσωπικότητα του Πρόκλου αναδεικνύοντας τις αρετές του, οι οποίες ταυτόχρονα αποτελούν και τις θεμελιώδεις νεοπλατωνικές αρετές, όπως αρχικώς τέθηκαν από τον Πλωτίνο και διαμορφώθηκαν από τους μετέπειτα νεοπλατωνικούς φιλοσόφους μέχρι και τον Πρόκλο.¹³⁹ Τέλος, είναι η μόνη πηγή από την οποία μαθαίνουμε πληροφορίες σχετικά με τη ζωή και την οικογένεια του Πρόκλου.

Από τις τέσσερις αυτές πηγές, και από τα ίδια τα έργα του Πρόκλου που μας έχουν σωθεί, θα επιχειρηθεί μια σύντομη παρουσίαση της ζωής και του έργου του.

¹³⁷ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 2:607–8.

¹³⁸ Στην παρούσα εργασία η κριτική έκδοση που έχει χρησιμοποιηθεί είναι η εξής: Μαρίνος, *Marini vita Procli*, επιμ. Jean-François Boissonade (Lipsiae: Weigel, 1814). Για μια σχολιασμένη μετάφραση του κειμένου βλ. Mark Edwards, *Neoplatonic Saints: The Lives of Plotinus and Proclus by their Students* (Oxford, New York: Oxford University Press, 2001).

¹³⁹ Watts, *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*, 102· Christian Wildberg, 'Proclus of Athens: A Life', στο *All From One: A Guide to Proclus*, επιμ. Pieter d'Hoine και Marije Martjin (Oxford University Press, 2016), 3–5.

Ο Πρόκλος γεννήθηκε στις 7 ή στις 8 Φεβρουαρίου του 412 μ.Χ. από τον Πατρίκιο και την Μαρκέλλα στην Κωνσταντινούπολη,¹⁴⁰ ωστόσο η καταγωγή του ήταν από την πόλη Ξάνθο της Λυκίας.¹⁴¹ Ο πατέρας του ήταν νομικός στις υπηρεσίες της αυτοκρατορικής Διοίκησης.¹⁴² Οι οικογένεια επιστρέφει στην κοιτίδα της,¹⁴³ όπου ο νεαρός Πρόκλος σπούδασε γραμματική. Αργότερα, ωστόσο, πήγε στην Αλεξάνδρεια όπου σπούδασε ρητορική με κάποιον σοφιστή Λέωνα από την Ισαυρία και γραμματική με κάποιον Ωρίωνα.¹⁴⁴ Μετά από ένα ταξίδι του στην Κωνσταντινούπολη μαζί με τον δάσκαλό του, ο Πρόκλος αποφασίζει ότι θα διακόψει τις σπουδές του στη ρητορική γιατί αυτό που πραγματικά ήθελε ήταν να εντρυφήσει στην φιλοσοφία και να τη σπουδάσει στη σχολή της Αθήνας. Εκεί, αρχικά, μελέτησε την αριστοτελική φιλοσοφία κοντά σε κάποιον Ολυμπιόδωρο (όχι τον γνωστό νεοπλατωνικό φιλόσοφο) και μαθηματικά μαζί με κάποιον Ήρωνα.¹⁴⁵

Σε ηλικία είκοσι ετών, το 430 μ.Χ. ο Πρόκλος έρχεται για πρώτη φορά σε επαφή με τη νεοπλατωνική σχολή των Αθηνών, με τον Πλούταρχο, τον σχολάρχη εκείνη την περίοδο και τον Συριανό, μαθητή και διάδοχο του Πλούταρχου. Στα δύο πρώτα χρόνια των σπουδών του υπό τον Πλούταρχο ολοκληρώνει τον σχολιασμό στο *Περί Ψυχής* του Αριστοτέλη και στο *Φαίδωνα* του Πλάτωνα.¹⁴⁶ Όταν το 432μ.Χ. πεθαίνει ο Πλούταρχος, τη θέση του παίρνει ο Συριανός, τόσο στη διεύθυνση της σχολής όσο και στην εκπαίδευση του Πρόκλου. Εντός των δύο πρώτων ετών υπό την καθοδήγηση του Συριανού, ολοκληρώνει τη σπουδή όλων των αριστοτελικών έργων και προχωρά στη μελέτη του πλατωνικού έργου. Η θέρμη με την οποία μελετούσε το έργο του Πλάτωνα γίνεται αντικείμενο επαίνου και θαυμασμού από τον μαθητή του Μαρίνο, ο οποίος μας

¹⁴⁰ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 6.6

¹⁴¹ Ο Μαρίνος μας πληροφορεί ότι ο Πρόκλος γεννήθηκε στο Βυζάντιο διότι εκεί διέμενε προσωρινά η οικογένεια του λόγω επαγγελματικών υποχρεώσεων του πατέρα του που σχετίζονταν με τη Διοίκηση της αυτοκρατορίας (Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 8). Επίσης, οι ιστορικοί της αστρονομίας, μελετώντας το ωροσκόπιο του Πρόκλου που παραθέτει ο ίδιος ο Μαρίνος (Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 35), κατέληξαν ότι έχει υπολογιστεί με συντεταγμένες που δείχνουν τη Ρόδο και όχι την Κωνσταντινούπολη, οι οποίες ταυτίζονται με αυτές της Ξάνθου (βλ. Wildberg, 'Proclus of Athens', 7–8.).

¹⁴² Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 6.2-8

¹⁴³ Έχει διατυπωθεί η άποψη ότι η μετεγκατάσταση της οικογένειας του Πρόκλου ίσως σχετίζεται με το ευρύτερο αντι-παγανιστικό κλίμα και την κλιμάκωση της έντασης μεταξύ χριστιανών και παγανιστών με αποκορύφωμα το βίαιο θάνατο της Υπατίας και την έκδοση ενός αυτοκρατορικού διατάγματος δυνάμει του οποίου οι παγανιστές αποκλείονται από τα αυτοκρατορικά διοικητικά αξιώματα (βλ. Wildberg, 'Proclus of Athens', 7–8.).

¹⁴⁴ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 8.2-25

¹⁴⁵ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 9.12-19

¹⁴⁶ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 12.9-29

πληροφορεί ότι σε ηλικία μόλις είκοσι-οχτώ ετών είχε ήδη συγγράψει πλήθος πραγματειών, μεταξύ των οποίων σχολιασμό στον *Τίμαιο* του Πλάτωνα.¹⁴⁷

Νωρίτερα ωστόσο, σε ηλικία είκοσι-πέντε ετών ανέλαβε τα ηνία της σχολής των Αθηνών, μετά τον θάνατο του δασκάλου του και προκατόχου του Συριανού το 437μ.Χ.. Ο Πρόκλος συνέχισε το πρόγραμμα του δασκάλου του δίνοντας μεγαλύτερη έμφαση σε θρησκευτικές μυστικιστικές διδασκαλίες και κείμενα όπως οι *Χαλδαϊκοί Χρησμοί* και οι *Ορφικοί Ύμνοι*. Μάλιστα, όταν οι πολιτικές έριδες που είχε προκαλέσει η ενασχόλησή του με τα κοινά της πόλης, τον υποχρέωσαν να φύγει για ένα περίπου χρόνο από την πόλη, εγκαταστάθηκε στην περιοχή της Λυδίας, όπου εντρύφησε σε θρησκευτικές και τελετουργικές πρακτικές, οι οποίες τον βοήθησαν να κατανοήσει το περιεχόμενο της λατρείας των θεών.¹⁴⁸ Το ταξίδι του αυτό το μνημονεύει και ο ίδιο στο προοίμιο του έργου του με τίτλο *Υποτύπωσις των αστρονομικών υποθέσεων* αναφέροντας ότι μόλις την προηγούμενη χρονιά βρισκόταν στη χώρα των Λύδιων χάριν εκπαίδευσης.¹⁴⁹ Μετά την επιστροφή του στην Αθήνα, ο Πρόκλος δεν έφυγε ξανά και συνέχισε το φιλοσοφικό και εκπαιδευτικό του έργο.

Ο Μαρίνος παρέχει πλήθος πληροφοριών σχετικά με τον χαρακτήρα και τις συνήθειες του δασκάλου του, πάντα υπό το πρίσμα μιας αγιογραφικής προσέγγισης, καθώς όλες οι σχετικές αναφορές αποσκοπούν στην ανάδειξη των εξαγνιστικών και θεουργικών αρετών του Πρόκλου. Στοχεύοντας στη διατήρησης της ψυχικής του αγνότητας ο Πρόκλος έπαιρνε μέρος, πρωί και βράδυ, σε τελετές εξαγνιστικές, προερχόμενες από μυστικιστικές λατρείες και για τον λόγο αυτό συνήθιζε στην αρχή κάθε μήνα να κάνει καταδύσεις τη θάλασσα, τελετουργική πρακτική που παραπέμπει σε πυθαγόρειους λατρευτικούς κανόνες ή ακόμα και αιγυπτιακούς.¹⁵⁰ Επίσης, μέρα και νύχτα ακολουθούσε τελετουργικά εξαγνισμού που έδιωχνε τα κακά δαιμόνια και τελετουργικές εμβαπτίσεις σε νερό. Έκανε, τέλος, τελετές αφιερωμένες στη Μητέρα Θεά.¹⁵¹ Παράλληλα, φρόντιζε την διατροφή του κατά τρόπο ασκητικό, αποφεύγοντας την κατανάλωση κρέατος πλην περιπτώσεων που κάποιο ιερό τελετουργικό το απαιτούσε, οπότε και απλώς

¹⁴⁷ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 13

¹⁴⁸ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 15.14-35

¹⁴⁹ Πρόκλος, *Υποτύπωσις των αστρονομικών υποθέσεων*, 1.4.1-2 «Εγὼ δὲ πέρυσι μὲν, ἡνίκα παρ' ὑμῖν διητώμην ἐν Λυδοῖς μέσοις, εἰ σχολῆς λαβοίμην...»

¹⁵⁰ Βλ. Edwards, *Neoplatonic Saints*, 86, σημ. 197.

¹⁵¹ Ο Μαρίνος αναφέρει ότι πρόκειται για τη Μητέρα Θεά την οποία λάτρευαν οι Ρωμαίοι και πριν από αυτούς οι Φρύγες. Σύμφωνα με τον Edwards πρόκειται για τη θεά Κυβέλη. Ωστόσο, σε ποιήματα μυστικιστικού περιεχομένου, η Ρέα και η Δήμητρα συχνά αποκαλούνται με το προσωνύμιο Μεγάλη Μητέρα (βλ. Mark Edwards, *Neoplatonic Saints: The Lives of Plotinus and Proclus by their Students*, 86, σημ. 203.)

δοκίμαζε.¹⁵² Παράλληλα, απείχε και από τις σαρκικές και ερωτικές απολαύσεις, προς ενίσχυση της αγνότητας της ψυχής του.¹⁵³

Ο Πρόκλος ήταν ο μακροβιότερος σχολάρχης της νεοπλατωνικής σχολής των Αθηνών, και πέθανε στις 17 Απριλίου του 485 μ.Χ.¹⁵⁴ Η ταφή του έγινε στους πρόποδες του Λυκαβηττού, εκεί όπου είχε ταφεί και ο δάσκαλός του Συριανός. Μάλιστα ο Μαρίνος μας παραθέτει και το επιτάφιο τετράστιχο επίγραμμα, γραμμένο σε ελεγειακό εξάμετρο.

Πρόκλος ἐγὼ γενόμεν Λύκιος γένος, ὄν Συριανός	Εγὼ υπήρξα ο Πρόκλος, Λύκιος στο γένος,
Ἐνθάδ' ἄμοιβὸν ἐῆς θρέψε διδασκαλίας.	τον οποίο ο Συριανός
Ἐυνὸς δ' ἄμοτέρων ὄδε σώματα δέξατο τύμβος·	Εδώ, για να γίνει διάδοχος, τον εκπαίδευσε.
	Κοινός, και τα δύο σώματα να δεχτεί, αυτός
	εδώ ο τάφος
Αἶθε δὲ καὶ ψυχὰς χῶρος ἔεις λελάχοι.	Και ας τύχει [αυτός να είναι] ο ίδιος τόπος
	των ψυχών μας.

Όπως αναφέρθηκε ήδη, ο Πρόκλος ήταν πολυγραφότατος και καταπιάστηκε με ένα ευρύ φάσμα φιλοσοφικών και θεολογικών ζητημάτων. Ακολουθεί ένας σύντομος και σε καμία περίπτωση εξαντλητικός κατάλογος των κυριότερων έργων που σώζονται αλλά και όσων του αποδίδονται χωρίς να τα έχουμε σήμερα στη διάθεσή μας. Η παράθεση δεν θα γίνει με χρονολογική σειρά καθώς δεν έχουμε φτάσει ακόμα σε τέτοιο σημεία ακρίβειας και βεβαιότητας για τη σειρά με την οποία γράφτηκαν τα έργα του. Η παράθεση θα γίνει θεματικά.¹⁵⁵

Έργα σχετικά με την Αριστοτελική φιλοσοφία:

- *Σχολιασμός στην Πορφυρίου Εισαγωγή*, έργο το οποίο δεν σώζεται, πρόκειται για σχολιασμό του Πρόκλου στην *Εισαγωγή* του Πορφύριου στη λογική του Αριστοτέλη και η ύπαρξη ενός τέτοιου έργου μαρτυρείται από τον Ασκληπιό στο *Εις το Μετά τα φυσικά* 142.36-37 (και οὐδὲν οὕτως ἐθαύμαζε τῶν εἰρημένων ἐν τῇ Εἰσαγωγῇ Πορφυρίου ὁ Πρόκλος ὡς τοῦτο, ὡς φησιν ὁ ἡμέτερος φιλόσοφος Ἀμμώνιος).

¹⁵² Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 19.1-10

¹⁵³ Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 20

¹⁵⁴ Ο Μαρίνος (Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 36) αναφέρει την ημερομηνία αυτή με τέσσερις διαφορετικούς τρόπους: 17 του ρωμαϊκού Απριλίου, 17 του Αθηναϊκού Μουνιχίωνα (ο δέκατος μήνας του έτους αφιερωμένος στη θεά Αρτέμιδα), το 124^ο έτος μετά τη βασιλεία του αυτοκράτορα Ιουλιανού και την περίοδο που άρχων της Αθήνας ήταν ο Νικαγόρας.

¹⁵⁵ Για έναν πλήρη και αναλυτικό κατάλογο των έργων του Πρόκλου βλ. Goulet, Richard, 'Proclus de Lycie', στο *Dictionnaire des Philosophes Antiques*, επιμ. Goulet, Richard, τ. 5 (Paris: CNRS éditions, 2012), 1551–52. Lucas Siorvanes, 'Proclus' life, works, and education of the soul', στο *Interpreting Proclus: From Antiquity to the Renaissance*, επιμ. Stephen Gersh (Cambridge: Cambridge University Press, 2014), 45–53.

- *Σχολιασμός στο Περί ερμηνείας*, έργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Αμμώνιο στο έργο του *Εις το Περί Ερμηνείας* 1.6-11 (εἰ δέ τι καὶ ἡμεῖς δυνηθεῖμεν εἰσενεγκεῖν περὶ τὴν τοῦ βιβλίου σαφήνειαν, ἀπομνημονεύσαντες τῶν ἐξηγήσεων τοῦ θεοῦ ἡμῶν διδασκάλου Πρόκλου τοῦ Πλατωνικοῦ διαδόχου).
- *Σχολιασμός στα Αναλυτικά Πρότερα*, έργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Αμμώνιο στο έργο του *Εις τα Αναλυτικά πρότερα* 43.30-31 (ἀλλ' ὅσον ἐπὶ τούτῳ, φησὶν ὁ φιλόσοφος Πρόκλος ἐν τῷ σχολικῷ ὑπομνήματι τοῦ πρώτου τῶν Προτέρων ἀναλυτικῶν).
- *Σχολιασμός στα Αναλυτικά Ὑστερα*, έργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Ιωάννη Φιλόπονο στο έργο του *Εις τα Αναλυτικά ὕστερα* 111.31-112.36, όπου παρατίθενται οι απόψεις του Πρόκλου κατ' αντιδιαστολή με αυτές του Αλέξανδρου Αφροδισιέα. Η αναφορά αυτή κάνει τους ιστορικούς να πιστεύουν ότι ίσως ο Πρόκλος είχε συγγράψει ένα σχολιασμό το έργο αυτό του Αριστοτέλη.¹⁵⁶
- *Φυσική Στοιχείωση*, έργο το οποίο έχει σωθεί, ακολουθεί τη δομή μιας στοιχειώσης με παράθεση αρχικών ορισμών των οποίων ακολουθούν 52 προτάσεις. Το έργο αυτό φαίνεται να αποτελεί το αποτέλεσμα της φιλοσοφικής (νεοπλατωνικής φυσικά προσέγγισης) επεξεργασίας των αριστοτελικών έργων *Φυσικά και Περί Ουρανού*.

Σχολιασμοί πλατωνικών έργων:

- *Σχολιασμός στον Αλκιβιάδη*, έργο το οποίο μας σώζεται και συνιστά, ουσιαστικά, το εισαγωγικό πλατωνικό κείμενο με το οποίο καταπιάνονταν οι μαθητές της νεοπλατωνικής σχολής της Αθήνας.
- *Σχολιασμός στον Γοργία*, έργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον ίδιο τον Πρόκλο στον *Σχολιασμό την Πολιτεία* 2.139.18-20 (τοὺς δὲ αὐτοὺς δικαστὰς ἐν μὲν Γοργία τίνας ἔφατο, καὶ ἐνταῦθα δεδηλώκαμεν καὶ ἐν <τοῖς εἰς ἐκεῖνα γεγραμμένοις> ἔναγχος ἡμῖν) και 2.178.3-6 (τοῦτο δὴ τὸ ἐν Γοργία καὶ Φαίδωνι λέγων, ὡς ἄρα εἰσὶν ἀνίατοι ψυχαί τινες)
- *Σχολιασμός στον Φαίδωνα*, έργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον ίδιο τον Πρόκλο στον *Σχολιασμό την Πολιτεία* 2.178.3-6 (τοῦτο δὴ τὸ ἐν Γοργία καὶ Φαίδωνι

¹⁵⁶ Goulet, Richard, 'Proclus de Lycie', 1559.

λέγων, ὡς ἄρα εἰσὶν ἀνίατοι ψυχαὶ τινες) και 2.179.12.-13 (εἴρηται ἡμῖν ἐν τοῖς εἰς τὴν τοῦ Φαῖδωνος νέκυιαν'), ἀλλὰ και ἀπὸ τον Ηλία στο ἔργο τους *Εἰς Πορφυρίου εἰσαγωγή* 2.10-11 (ὁ δὲ φιλόσοφος Πρόκλος βούλεται ἐν τοῖς εἰς Φαῖδωνα ὑπομνήμασιν ἔχειν και τὰ ἄλογα ἀνάμνησιν.). Επίσης και το *Kitāb al-Fihrist* στο σχετικό για τον Πρόκλο λήμμα, ἀναφέρει ὅτι ἔχει γράψει σχολιασμό στον *Φαῖδωνα*.¹⁵⁷

- *Σχολιασμός στον Κρατύλο*, ἔργο το οποίο ἔχει σωθεῖ ἀλλὰ κρίνοντας τόσο ἀπὸ τον τίτλο που φέρουν τα χειρόγραφα (ΕΚ ΤΩΝ ΤΟΥ ΦΙΛΟΣΟΦΟΥ ΠΡΟΚΛΟΥ ΣΧΟΛΙΩΝ ΕἰΣ ΤΟΝ ΚΡΑΤΥΛΟΝ ΠΛΑΤΩΝΟΣ ΕΚΛΟΓΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΙ.) ὅσο και ἀπὸ την χρήση του τρίτου ἐνικὸυ προσώπου σε περιπτώσεις που φέρεται ὁ ἴδιος ὁ Πρόκλος να διατυπώνει τις ἀπόψεις του, ὁι ἱστορικοί ἔχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ὅτι το κείμενο που μας ἔχει σωθεῖ εἶναι μάλλον ἐκτενεῖς σημειώσεις ἀπὸ κάποιον μαθητὴ του Πρόκλου.¹⁵⁸
- *Σχολιασμός στον Θεαίτητο*, ἔργο το οποίο δεν σώζεται και ἡ ὑπαρξὴ του μαρτυρεῖται ἀπὸ τον Μαρίνο στο *Βίος Πρόκλου* 38.14-15 (περὶ δὲ τῶν συγγραμμάτων τοσοῦτον ἐρῶ ὅτι ἀεὶ μὲν τῶν ἄλλων πάντων προετίθει τὰ εἰς Τίμαιον ὑπομνήματα, ἠρέσκετο δὲ πάνυ και τοῖς εἰς Θεαίτητον.) και ἀπὸ τον ἴδιο τον Πρόκλο στο σχολιασμό του στον *Τίμαιο* 1.255.25-26 (εἴρηται γὰρ ἡμῖν ἐν τοῖς εἰς Θεαίτητον περὶ τούτων διὰ πλειόνων σαφέστερον.).
- *Σχολιασμός στον Σοφιστή*, ἔργο το οποίο δεν σώζεται και ἡ ὑπαρξὴ του υπονοεῖται ἀπὸ τον ἴδιο τον Πρόκλο στο σχολιασμό του στον *Παρμενίδη* 774.25-26 (ἴσως και εὐκαιρότερον ἐν ταῖς τοῦ Σοφιστοῦ διελθεῖν ἐξηγήσεσιν).
- *Σχολιασμός στον Φαῖδρο*, ἔργο το οποίο δεν σώζεται και ἡ ὑπαρξὴ του μαρτυρεῖται ἀπὸ τον ἴδιο τον Πρόκλο στο σχολιασμό του στον *Τίμαιο* 3.295.3-5,13-14 (και τοῦτο δέδεικται μὲν ἡμῖν ἐν ταῖς εἰς Φαῖδρον συνουσίαις διὰ πολλῶν λόγων ... και τοῦτο μὲν, ὅπερ εἴρηται, ληπτέον ἀπὸ τῶν εἰς Φαῖδρον εἰρημένων.) και στον σχολιασμό του στην *Πολιτεία* 2.309.20-22 (τὰς μὲν ἀκριβεστάτας τούτων ἐξετάσεις ἐν τοῖς εἰς τὴν παλινοφιδίαν ἡμῖν τοῦ Φαῖδρου γεγραμμένοις πεπονημένοι).
- *Σχολιασμός στο Συμπόσιο*, ἔργο το οποίο δεν σώζεται και το μόνο που γνωρίζουμε εἶναι ὁ Πρόκλος ἔγραψε για τον λόγο της Διοτίμας και ἡ πληροφορία αὐτὴ προέχεται ἀπὸ ἓνα σχόλιο

¹⁵⁷ Dodge, Bayard, *The Fihrist of al-Nadīm*, 2:608.

¹⁵⁸ Goulet, Richard, 1571· Robbert Maarten van den Berg, *Proclus' Commentary on the Cratylus in Context* (Leiden: Brill, 2008), 94.

στον σχολιασμό του Πρόκλου στην *Πολιτεία* scholia.2.371.14 (τὸ δὲ ἐν τοῖς εἰς τὸν λόγον τῆς Διοτίμας.)

- *Σχολιασμός στο Φίληβο*, ἔργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Δαμάσκιο στο χωρίο 38^A, όπου περιγράφεται το εξής περιστατικό: ο Μαρίνος, μαθητής του Πρόκλου, έχοντας συνθέσει ένα υπόμνημα στον *Φίληβο* το δείχνει στον Ισίδωρο ζητώντας την άποψή του για το αν θα ήταν επαρκές ώστε να δημοσιευθεί. Ο τελευταίος του απαντά ότι ο σχολιασμός του δασκάλου του στον διάλογο αυτό ήταν αρκετός.
- *Σχολιασμός στον Τίμαιο*, ἔργο το οποίο μας σώζεται σε πέντε βιβλία, εκ των οποίων το τελευταίο όχι πλήρες.
- *Σχολιασμός στον Παρμενίδη*, ἔργο το οποίο μας σώζεται σε ελληνικά χειρόγραφα ενώ το τέλος της πρώτης υπόθεσης μας σώζεται μόνον στα λατινικά.¹⁵⁹
- *Σχολιασμός στην Πολιτεία*, ἔργο το οποίο μας σώζεται και συνιστά μια ιδιαίζουσα περίπτωση στο σύνολο του σχολιαστικού έργου του Πρόκλου στα κείμενα του Πλάτωνα. Στην περίπτωση της πολιτείας, ο Πρόκλος δεν σχολιάζει την *Πολιτεία* ανά στίχο, αλλά αντίθετα μας ζώνονται 17 διακριτές πραγματείες, οι οποίες πραγματεύονται τα θέματα που αναπτύσσονται και θίγονται στην *Πολιτεία*.

Έργα σχετικά με την Πλατωνική φιλοσοφία:

- *Υποτύπωση της πλατωνικής φιλοσοφίας*, ἔργο το οποίο δεν σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Ιωάννη Λαυρέντιο Λυδό στο *Περί των μηνών* 2.8.59 (καὶ μάρτυς ὁ Πρόκλος ἐν ὑποτυπώσει τῆς Πλάτωνος φιλοσοφίας φάσκων) και 4.7.25-26 (ὁ δὲ Πρόκλος ἐν ὑποτυπώσει τῆς Πλατωνικῆς φιλοσοφίας περὶ τῶν τῆς ψυχῆς δογμάτων ταῦτα λέγει).
- *Πραγματεία καθαρτικῆ των δογμάτων του Πλάτωνα*, ἔργο το οποίο δεν μας σώζεται και η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Δαμάσκιο, χωρίο 89^A (διὸ καὶ πολλὰ τῶν Πλάτωνος οικείοις δοξάσμασιν διέστρεψε. καὶ διαλυμνηάμενος ἀποχρώσας ὅμως εὐθύνας τῷ Πρόκλῳ δέδωκε γράψαντι πρὸς αὐτὸν ὅλην πραγματείαν, καθαρτικὴν ὡς φησιν ἡ ἐπιγραφὴ τῶν δογμάτων τοῦ Πλάτωνος.).

Έργα σχετικά με τη θεολογία:

¹⁵⁹ Siorvanes, 'Proclus' life, works, and education of the soul', 52.

- *Θεολογική στοιχείωση*, έργο το οποίο σώζεται και αποτελεί ίσως το δημοφιλέστερο βιβλίο του Πρόκλου, στο οποίο επιχειρεί μέσω μιας αξιωματικό-παραγωγικής συλλογιστικής να διατυπώσει και να συμπυκνώσει την νεοπλατωνική μεταφυσική σε 211 προτάσεις.
- *Περί της κατά Πλάτωνος θεολογίας*, έργο το οποίο μας σώζεται και αποτελεί ένα έργο στο οποίο ο Πρόκλος συνοψίζει και σχολιάζει την πλατωνική μεταφυσική, και συνδέεται άμεσα με το σχολιασμό του στον *Παρμενίδη*. Αποτελείται από έξι βιβλία τα οποία διαιρούνται σε κεφάλαια και βασικό θέμα του βιβλίου είναι η κατανόηση του θείου.

Έργα σχετικά με μαθηματικά και την αστρονομία:

- *Σχολιασμός στο πρώτο βιβλίο των Στοιχείων του Ευκλείδη*, έργο το οποίο σώζεται, αποτελείται από δύο προλόγους και εκτενή σχολιασμό στους ορισμούς, τα αξιώματα και τις πρώτες αρχές καθώς και κάθε πρόταση του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*.
- *Υποτύπωσης των αστρονομικών υποθέσεων*, έργο το οποίο σώζεται και συνιστά ένα εκτενές εισαγωγικό υπόμνημα στη *Μεγίστη* του Πτολεμαίου το οποίο οργανώνεται σε επτά κεφάλαια.

2. Ο Σχολιασμός του Πρόκλου στο α' βιβλίο των *Στοιχείων*

Έχει πλέον παρουσιαστεί το ευρύτερο ιστορικό, πολιτισμικό και φιλοσοφικό πλαίσιο εντός του οποίου ο Πρόκλος συνέγραψε το σχολιασμό του στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη. Επιβάλλεται λοιπόν τώρα να γίνει αναφορά στο ίδιο το κείμενο καθώς και να γίνει μια εισαγωγική παρουσίαση του πρώτου προλόγου του σχολιασμού. Σε αυτό, λοιπόν, το κεφάλαιο, και πριν παρατεθεί η μετάφραση του πρώτου προλόγου, παρουσιάζονται τα βασικά σημεία που αφορούν την κειμενική παράδοση του έργου του Πρόκλου καθώς και μια σύντομη παρουσίαση της δομής και του περιεχομένου του πρώτου προλόγου.

2.1 Η κειμενική παράδοση και οι εκδόσεις του σχολιασμού του Πρόκλου στο α' βιβλίο των *Στοιχείων*.

Το κείμενο του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* μας σώζεται σε 32 διαφορετικά χειρόγραφα, εκ των οποίων στα 15 διασώζεται ολόκληρο το κείμενο ενώ στα υπόλοιπα 27 διασώζονται αποσπάσματά του.¹⁶⁰ Το παλαιότερο χειρόγραφο που μας παραδίδει ολόκληρο το σχολιασμό του Πρόκλου χρονολογείται στα τέλη του 11^{ου} αιώνα μ.Χ. και πρόκειται για χειρόγραφο που ανήκει στον κώδικα Graec. 427.¹⁶¹ Ο κώδικας αυτός περιέχει εκτός από τον σχολιασμό του Πρόκλου, το XIV βιβλίο των *Στοιχείων* του Υψικλή και το Υπόμνημα του Μαρίνου στα *Δεδομένα* του Ευκλείδη.¹⁶² Στην ίδια περίπου χρονολογία τοποθετείται και ο δεύτερος κώδικας που περιέχει το κείμενο του Πρόκλου, ο Marc. gr. 306.

Πιο συγκεκριμένα, τα χειρόγραφα που διασώζουν ολόκληρο το κείμενο του σχολιασμού του Πρόκλου είναι τα εξής:

1. Monac. gr. 427, τέλη 11^{ου} αιώνα
2. Marc. gr. 306, τέλη 12^{ου} αιώνα
3. Barb. gr. 101, 15^{ος} αιώνας
4. Par. gr. 2352, 1487-1488

¹⁶⁰ Η συλλογή πληροφοριών σχετικά με τα διαθέσιμα χειρόγραφα του Σχολιασμού του Πρόκλου βασίστηκε στην εργασία του B. Vitrac (Bernard Vitrac, 'Quand? Comment? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident?', *HAL open science*, 2021, 1–280.) καθώς και στην ηλεκτρονική πύλη αναζήτησης ψηφιοποιημένων χειρόγραφων *Pinakes* (<https://pinakes.irht.cnrs.fr>).

¹⁶¹ Munich, Bayerische Staatsbibliothek, Cod. Graec. 427, fol. 1–234v.

¹⁶² Ignaz Hardt, *Catalogus codicum manuscriptorum graecorum Bibliothecae regiae Bavaricae*, τ. 4 (Munich: Typis I. E. Seidel, 1810), 518–19.

5. Riccard. 21, 1490
6. Ambros. A 164, 15^{ος} αιώνας
7. Mutin. a. T.9.11, 15^{ος}/16^{ος} αιώνας
8. Bodl. Lib. Barocci 161 15^{ος} αιώνας
9. Corpus Christi College 97, 1500 (πρόκειται για το χειρόγραφο στο οποίο βασίστηκε ο Simon Grynaeus για την δική του έκδοση του 1533)
10. Vindob. phil. gr. 259, περίπου το 1500
11. Bibl. univ. 2293, 1529
12. Par. gr. 2469 16^{ος} αιώνας
13. Barb. gr. 145, 16^{ος} αιώνας
14. Marc. gr. app. VI.11, 16^{ος} αιώνας
15. [Patm. 813, 18^{ος} αιώνας]¹⁶³

Τα χειρόγραφα που διασώζουν αποσπάσματα από το κείμενο του Πρόκλου είναι τα εξής:

1. Par. gr. 234, περίπου 1120-1140
2. Vat. gr. 193, τέλη 14ου αιώνα
3. Perizon. Q^o 39a, 14ος αιώνας
4. Vindob. phil. gr. 139, περίπου 1310-1320
5. Par. gr. 2472, 14ος αιώνας¹⁶⁴
6. Par. gr. 1928, 15ος αιώνας
7. BNC Magliab. XI.53, 15ος αιώνας
8. Vindob. phil. gr. 62, δεύτερο μισό του 15ου αιώνα

¹⁶³ Πρόκειται για χειρόγραφο που βρίσκεται στη Μονή Ιωάννου Θεολόγου στην Πάτμο, τον Patmiacus 813, το οποίο χρονολογείται στον 18^ο αιώνα. Από τη διαθέσιμη δευτερογενή βιβλιογραφία δεν προκύπτει ότι το χειρόγραφο αυτό έχει μελετηθεί, αν και ο Vitrac το αναφέρει στο σύνολο των χειρόγραφων που διασώζουν το κείμενο του Πρόκλου (βλ. Vitrac, 'Quand? Comment? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident?', 209.). Σύμφωνα με τον Δημήτριο Καλλιμάχο, ο οποίος εξέδωσε τμηματικά συμπληρωματικό κατάλογο χειρογράφων της Μονής της Πάτμου, ο κώδικας Patm. 813 περιέχει μόνο το κείμενο αυτό, σε 171 φύλλα (βλ. Δημήτριος Καλλιμάχος, 'Πατμιακής Βιβλιοθήκης Συμπλήρωμα', *Εκκλησιαστικός Φάρος* 15 (1916): 366.). Το πλήθος των φύλλων συνιστά απλώς και μόνο ένδειξη ότι μπορεί να διασώζεται το πλήρες κείμενο. Αλλά χωρίς επιπλέον στοιχεία ή κάποια δημοσιευμένη μελέτη για τον κώδικα αυτό, δεν είμαι σε θέση να κατατάξω με βεβαιότητα την περίπτωση αυτή στους κώδικες που διασώζουν ολόκληρο τον Σχολιασμό του Πρόκλου. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο το παραθέτω στη λίστα των χειρόγραφων με το πλήρες κείμενο, αλλά εντός παρενθέσεων.

¹⁶⁴ Στον κώδικα αυτό υπάρχουν μόνον δύο φύλλα που περιέχουν απόσπασμα από τον Σχολιασμό του Πρόκλου (ff. 194v-196v). Οι *Pinakes* το αποδίδουν στον Πρόκλο, ο Vitrac ωστόσο αναφέρει ότι οι επίμαχες σελίδες περιέχουν κείμενο από τα *Δεδομένα* του Ευκλείδη. στα *Δεδομένα*, βλ. Vitrac, 'Quand? Comment? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident?', 159.

9. Vindob. phil. gr. 68, δεύτερο μισό του 15ου αιώνα¹⁶⁵
10. Riccard. 42, 16ος αιώνας¹⁶⁶
11. Urbin. gr. 71, 16ος αιώνας
12. BPG 7, 1504/05, 16ος αιώνας
13. Bodl. Lib. Auct. T.1.22, μέσα 16ου αιώνα
14. Par. gr. 2350, 16ος αιώνας
15. Casanat. 1386, 16ος αιώνας
16. BNF Suppl. Gerc 20, 17ος αιώνας¹⁶⁷
17. I. A. 09 (cat. Tiele 14), 17ος αιώνας¹⁶⁸

Το κείμενο του Πρόκλου φαίνεται πως από τον 16^ο αιώνα απασχολεί τη λατινική Δύση, όπου και διαδίδεται, μελετάται και μεταφράζεται.¹⁶⁹ Η πρώτη αποσπασματική λατινική μετάφραση του σχολιασμού εμφανίζεται στο έργο *De expetendis et fugiendis rebus* του Giorgio Valla, το οποίο εκδίδεται στη Βενετία το 1501. Ο μαθητής του, επίσης Βενετός, Bartolomeo Zamberti εκδίδει το 1539 μια λατινική μετάφραση ολόκληρου του κειμένου του Πρόκλου ενώ χρόνια νωρίτερα, το 1505, είχε επιμεληθεί μια μετάφραση των έργων του Ευκλείδη, στην οποία εξέφρασε την πρόθεσή του ήδη από τότε να μεταφράσει και το κείμενο του Πρόκλου.¹⁷⁰ Ακολουθεί ο Giovanni Battista Gambia ο οποίος, άγνωστο πότε ακριβώς, πάντως πριν το 1590, μεταφράζει το πλήρες κείμενο του σχολιασμού.¹⁷¹

¹⁶⁵ Στον κώδικα αυτό υπάρχουν μόνον 15 φύλλα που περιέχουν απόσπασμα από τον Σχολιασμό του Πρόκλου (ff. 1-15). Οι Pinakes το αποδίδουν στον Πρόκλο, ωστόσο ο Vitrac δεν το αναφέρει καθόλου.

¹⁶⁶ Στον κώδικα αυτό υπάρχει μόνον 1 φύλλο που περιέχει απόσπασμα από τον Σχολιασμό του Πρόκλου (f. 2r-v): Οι Pinakes το αποδίδουν στον Πρόκλο, ο Vitrac ωστόσο αναφέρει ότι οι επίμαχες σελίδες περιέχουν κείμενο από τα *Γεωμετρικά* του Ήρωνα, βλ. Vitrac, ‘Quand? Comment? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident?’, 175.

¹⁶⁷ Στον κώδικα αυτό υπάρχει μόνον 1 φύλλο που περιέχει απόσπασμα από τον Σχολιασμό του Πρόκλου (f. 43r-v). Οι Pinakes το αποδίδουν στον Πρόκλο, ωστόσο ο Vitrac δεν το αναφέρει καθόλου.

¹⁶⁸ Στον κώδικα αυτό υπάρχει μόνον 1 φύλλο που περιέχει απόσπασμα από τον Σχολιασμό του Πρόκλου (f. 17). Οι Pinakes το αποδίδουν στον Πρόκλο, ωστόσο ο Vitrac δεν το αναφέρει καθόλου.

¹⁶⁹ Για μια αναλυτική μελέτη της πρόσληψης του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη από τη λατινική δυτική παράδοση βλ. Álvaro José Campillo Bo, ‘The Forgotten Gifts of Hermes: The Latin Reception of Proclus’ Commentary on Euclid’s Elements’, *Mediterranea International Journal on the Transfer of Knowledge* 8 (2023): 193–278.

¹⁷⁰ Bo, 202–3.

¹⁷¹ Bo, 206.

Το 1533 ο Simon Grynaeus επιμελείται μια έκδοση του ελληνικού κειμένου του σχολιασμού του Πρόκλου, την οποία εκδίδει ως παράρτημα στη έκδοση των έργων του Ευκλείδη.¹⁷² Πρόκειται για την πρώτη έντυπη έκδοση του κειμένου του Πρόκλου στα ελληνικά και αποτέλεσε τη βασική κριτική έκδοση του κειμένου για μεγάλο χρονικό διάστημα.¹⁷³

Ο επόμενος σημαντικός εκδοτικός σταθμός στην κειμενική παράδοση του σχολιασμού του Πρόκλου είναι η λατινική μετάφραση από τον Francesco Barozzi (Barocius) το 1560.¹⁷⁴ Η μετάφραση του Barozzi συνοδεύεται από μια εκτενέστατη εισαγωγή, στην οποία παραθέτει ζητήματα μεθοδολογίας, ορολογίας και γλωσσολογικού και υφολογικού ενδιαφέροντος. Μάλιστα, ο ίδιος στην εισαγωγή του θέτει ως στόχο του να παρουσιάσει μια βελτιωμένη έκδοση του βιβλίου που επιμελήθηκε ο Grynaeus τριάντα περίπου χρόνια νωρίτερα. Η μετάφραση του Barozzi είναι ίσως η πλέον πιστή σε σχέση με τα διαθέσιμα τότε ελληνικά κείμενα.¹⁷⁵ Ωστόσο στην έκδοσή του δεν παρατίθεται το ελληνικό κείμενο, γεγονός που καθιστά δύσκολο εγχείρημα για τους μελετητές να εντοπίσουν τις διορθώσεις και τις παρεμβάσεις που έκανε στο ελληνικό κείμενο ή να δικαιολογήσουν τις όποιες μεταφραστικές του επιλογές.

Ακολούθησαν και άλλες μεταφραστικές εκδόσεις του σχολιασμού, οι οποίες βασίζονταν σε διαφορετικά κάθε φορά χειρόγραφα και εντάσσονταν συχνά σε διαφορετικά φιλοσοφικά, εκπαιδευτικά ή επιστημονικά πλαίσια και προγράμματα. Σημαντικότερη ήταν η μετάφραση του κειμένου από τον Jerónimo Muñoz, Ισπανό μαθηματικό και καθηγητή, με ιδιαίτερο ενδιαφέρον στα πυθαγόρεια και νέο-πυθαγόρεια μαθηματικά, ο οποίος μετέφρασε το κείμενο του Πρόκλου περί το 1578 και το εξέδωσε υπό τον τίτλο *Adnotationes in commentaria Procli super Euclidem*.¹⁷⁶

Η πρώτη αγγλική μετάφραση του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη εκδίδεται το 1792 από τον Thomas Taylor.¹⁷⁷ Ωστόσο, η μετάφραση αυτή δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως η πλέον πιστή στο αρχαίο ελληνικό κείμενο, όπως αυτό

¹⁷² Grynaeus, Simon, επιμ., *Commentarium Procli editio prima quae Simonis Grynaei opera addita est Euclidis elementis graece editis. Adjecta praefatiuncula in qua de disciplinis mathematicis nonnihil* (Basel: J. Hervagius, 1533).

¹⁷³ Morrow, *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, lxviii.

¹⁷⁴ Barozzi, Francesco, επιμ., *In primum Euclidis Elementorum librum commentariorum ad universam mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium* (Padua: Grazioso Percacino, 1560).

¹⁷⁵ Bo, 'The Forgotten Gifts of Hermes: The Latin Reception of Proclus' Commentary on Euclid's Elements', 210–12.

¹⁷⁶ Το κείμενο του Muñoz μας παραδίδεται στο χειρόγραφο MS Vat. Lat. 6996, fol. 2r–159r. Βλ. Bo, 217.

¹⁷⁷ Taylor, Thomas, *The Philosophical and Mathematical Commentaries of Proclus on the First Book of Euclid's Elements*, 2 τ. (London, 1972).

παραδιδόταν από τα διαθέσιμα χειρόγραφα της εποχής. Κατά κύριο λόγο βασίστηκε στις εκδόσεις των Grynaeus και Barozzi, ενώ παράλληλα εντοπίζονται παραλείψεις και παραφράσεις του κειμένου του Πρόκλου, πρακτική η οποία ήταν συνήθης εκείνη την εποχή.¹⁷⁸

Το 1873 εκδίδεται από τον Gottfried Friedlein η κριτική έκδοση του σχολιασμού του Πρόκλου, η οποία μέχρι και σήμερα θεωρείται η βασική κριτική έκδοση αναφοράς.¹⁷⁹ Η έκδοση αυτή αποτελεί τη βάση όλων των μετέπειτα μεταφράσεων και εκδόσεων του κειμένου και κατά κύριο λόγο έχει βασιστεί στο χειρόγραφο Cod. Graec. 427, τις εκδόσεις του Zamberti, του Barozzi και του Grynaeus.¹⁸⁰

Στην κριτική έκδοση του Friedlein έχουν βασιστεί και οι τρεις πλέον σύγχρονες μεταφράσεις του κειμένου του Πρόκλου, μια στην γερμανική γλώσσα από τον Schönberger, P.L. (1945),¹⁸¹ μια στη γαλλική γλώσσα από τον Paul Ver Eecke (1948)¹⁸² και μια άλλη στην αγγλική από τον Glenn Morrow (1970).¹⁸³ Και οι τρεις μεταφράσεις συνέβαλαν ώστε το σημαντικό αυτό κείμενο για την ιστορία των μαθηματικών να διαδοθεί ακόμα περισσότερο εντός της ακαδημαϊκής κοινότητας και να μελετηθεί πιο συστηματικά μίας και μέχρι τότε ήταν διαθέσιμες λατινικές μεταφράσεις/παραφράσεις καθώς και απόδοση του κειμένου στα αγγλικά από τον Taylor. Ειδικά η αγγλική μετάφραση του Morrow επέχει θέση μετάφρασης αναφοράς.

Το ζήτημα, ωστόσο, που επιχειρεί να θέσει η παρούσα μελέτη είναι αν οι μεταφράσεις αυτές μπορούν να καλύψουν τα ερωτήματα που σωρευτικά προκύπτουν από την τρέχουσα ερευνητική δραστηριότητα και αν είναι σε θέση να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις που θέτει ως προαπαιτούμενο της η σύγχρονη ακαδημαϊκή έρευνα. Ο Reviel Netz, στην εισαγωγή του πρώτου τόμου της σχολιασμένη μετάφρασης των έργων του Αρχιμήδη που επιμελήθηκε, επιχειρεί να θέσει τα προαπαιτούμενα μιας έγκριτης σχολιασμένης σύγχρονης μετάφρασης ενός αρχαίου ελληνικού μαθηματικού κειμένου.¹⁸⁴ Πιο συγκεκριμένα, ο Netz αναγνωρίζει σε μια αξιόπιστη μετάφραση ορισμένα επίπεδα ερμηνείας και σχολιασμού. Το πρώτο αφορά τη χρήση γλωσσικών συμβόλων

¹⁷⁸ Morrow, *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, lxviii.

¹⁷⁹ Πρόκλος, *In primum Euclidis commentarii*. Ακολούθησε μια δεύτερη έκδοση το 1992.

¹⁸⁰ Πρόκλος, 1–2.

¹⁸¹ Schönberger P. Leander και Max Steck, επιμ., *Proklus Diadochus: Kommentar zum ersten Buch von Euklids 'Elementen'* (Halle: Deutsche Akademie der Naturforscher, 1945).

¹⁸² Paul Ver Eecke, επιμ., *Proclus de Lycie; les commentaires sur le premier livre des éléments d'Euclide, traduits pour la première fois du Grec en Français avec une introduction et des notes*, Collection des travaux de l'Académie internationale d'histoire des sciences (Bruges: Desclée de Brouwer, 1948).

¹⁸³ Morrow, *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*.

¹⁸⁴ Reviel Netz, *The Works of Archimedes* (New York: Cambridge University Press, 2004), 1–5.

και συμβάσεων, με τα οποία καθίσταται πιο ζωντανή και περισσότερο ακριβής η σύνδεση μεταξύ του πρωτότυπου κειμένου και της μετάφρασής του. Τέτοια σημεία στίξης είναι τα <...> για να δηλωθεί ένα απόσπασμα το οποίο δεν προκύπτει από τα χειρόγραφα αλλά αποτελεί προσθήκη του επιμελητή της κριτικής έκδοσης και τα [...] τα οποία περιέχουν βοηθητικές λέξεις και εκφράσεις που προσθέτει ο μεταφραστής, ώστε το τελικό κείμενο να είναι απολύτως αντιληπτό. Αυτά αποτελούν εργαλεία παρέμβασης του μεταφραστή στο ίδιο το κείμενο, με σκοπό τη σύνταξη ενός κατανοητού κειμένου, επισημαίνοντας ωστόσο την ίδια στιγμή ότι η παρέμβαση αυτή είναι δική του και δεν πρόκειται για πιστή μεταφορά του αρχαίου κειμένου. Το αποτέλεσμα είναι η σύνθεση ενός κατανοητού κειμένου με απόλυτη συνέπεια ως προς το πρωτότυπο κείμενο.

Το δεύτερο αφορά την ανάγκη για διττό σχολιασμό του αρχαίου ελληνικού κειμένου. Μια έγκριτη μετάφραση θα πρέπει αφενός να προσφέρει στον αναγνώστη-μελετητή σχόλια και παρατηρήσεις που αφορούν το ίδιο το κείμενο, τις λέξεις και τους όρους που χρησιμοποιούνται. Όταν χρειάζεται, θα πρέπει να αμφισβητούνται οι επιλογές του επιμελητή της κριτικής έκδοσης, εφόσον η εκδοχή που προτείνεται είναι επαρκώς τεκμηριωμένη στη βάση της διακειμενικής έρευνας και της επανεξέτασης των διαθέσιμων χειρογράφων. Αφετέρου, η μετάφραση θα πρέπει να συνοδεύεται από γενικότερης φύσης ερμηνευτικά σχόλια, τα οποία να βοηθούν τον αναγνώστη να κατανοήσει εις βάθος το περιεχόμενο του κειμένου. Η κατανόηση αυτή έγκειται στο να εντάξει το κείμενο στο πολιτισμικό, φιλοσοφικό και επιστημονικό πλαίσιο της εποχής του και να αντιληφθεί τις νοητές γραμμές που το συνδέουν με άλλα κείμενα της εποχής του, προγενέστερα ή μεταγενέστερα.

Το τρίτο αφορά την απαίτηση για παράθεση και ερμηνεία των σχολιαστικών κειμένων που γράφτηκαν μεταγενέστερα επί των μεταφραζόμενων κειμένων. Πιο συγκεκριμένα, ο Netz αναφέρει πως θεώρησε σημαντικό να παραθέσει μαζί με τη μετάφραση των κειμένων του Αρχιμήδη και τη μετάφραση του σχολιασμού του Ευτόκιου στο έργο του Αρχιμήδη, καθώς έτσι θα ενδυναμώνονταν η ερμηνευτική προσέγγιση του πρωτότυπου κειμένου. Συνεπώς, η παράλληλη μελέτη των αρχικών κειμένων και των σχολιασμών τους, όταν μας σώζονται, αποτελεί χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας έγκριτης μετάφρασης, καθώς κατ' αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η εις βάθος και πολυεπίπεδη κατανόηση του περιεχομένου του αρχικού κειμένου.

Ας επιστρέψουμε λοιπόν στις τρεις σύγχρονες μεταφράσεις του σχολιασμού του Πρόκλου. Η γερμανική μετάφραση του Schönberger δίνει έμφαση στην επανεξέταση κειμένων ζητημάτων που εντοπίζει στην κριτική έκδοση του Friedlein, αξιοποιώντας τα διαθέσιμα χειρόγραφα.

Επιπλέον, η έκδοση αυτή συνοδεύεται από μία εκτενή εισαγωγή 150 περίπου σελίδων, επιμελημένη από τον μαθηματικό και ιστορικό της επιστήμης Max Steck καθώς και από έναν αναλυτικό βιβλιογραφικό οδηγό. Η γαλλική μετάφραση του Ver Eecke περιλαμβάνει μια μικρής έκτασης εισαγωγή ενώ ο σχολιασμός εστιάζει κυρίως σε ζητήματα που αφορούν τη μετάφραση ελληνικών όρων στη γαλλική γλώσσα. Ελάχιστα υπεισέρχεται στην ανάλυση ζητημάτων που άπτονται του μαθηματικού ή φιλοσοφικού περιεχομένου του κειμένου του Πρόκλου. Επιπλέον, δεν λείπουν οι παραπομπές σε κείμενα άλλων αρχαίων Ελλήνων συγγραφέων, όπως του Πλάτωνα, του Αριστοτέλη, του Πάππου, του Ευτόκιου κ.α.. Τέλος, η αγγλική μετάφραση του Morrow, συνοδεύεται από μια εισαγωγή, η οποία πραγματεύεται τα κύρια σημεία της ζωής και του έργου του Πρόκλου, ενώ στη έκδοση του 1992 έχει προστεθεί ένα προλογικό σημείωμα του Ian Mueller. Η προσθήκη αυτή συμβάλει στην περιγραφή του φιλοσοφικού πλαισίου εντός του οποίου εντάσσεται το κείμενο του Πρόκλου και καταπιάνεται με ορισμένα φιλοσοφικά θέματα που απασχόλησαν τους νεοπλατωνικούς και σχετίζονται με τον σχολιασμό του Πρόκλου, όπως η πλατωνική γνωσιολογία, η έννοια της ψυχής και η διάκριση των επιστημών. Η μετάφραση συνοδεύεται από σχολιασμό ο οποίος εστιάζει σε κειμενικά ζητήματα που αφορούν κυρίως τις γλωσσικές επιλογές των Barrozzi και Friedlein, στην παράθεση ορισμένων μεταφραστικών επιλογών των Schönberger και Ver Eecke και κυρίως σε παραπομπές σε κείμενα της αρχαίας ελληνικής γραμματείας, οι οποίες, στην πλειοψηφία τους, παρατίθενται χωρίς περαιτέρω ανάλυση ή σχολιασμό.

Σε γενικές, λοιπόν, γραμμές, οι τρεις αυτές μεταφράσεις προφανώς προσέφεραν κάτι καινούριο στην επιστημονική κοινότητα σε σύγκριση με τις μεταφράσεις του Grynæus και του Taylor, ωστόσο δεν φαίνεται να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις και τις ανάγκες της σύγχρονης ιστορικής έρευνας των αρχαίων επιστημών. Επιπλέον, δεν πληρούν τα σύγχρονα κριτήρια για μια έγκριτη και αξιόπιστη μετάφραση ενός αρχαίου ελληνικού μαθηματικού κειμένου. Τα σημεία στα οποία υστερούν μπορούν να συνοψιστούν στα εξής: α) δεν προβαίνουν σε σχολιασμούς φιλολογικού περιεχομένου καθώς, με εξαίρεση ίσως τη γερμανική μετάφραση του Schönberger, ως βάση για την μετάφραση λαμβάνονται η κριτική έκδοση του Friedlein και οι προηγούμενες εκδόσεις των Taylor, Grynæus και Barozzi. Οι επιμελητές των μεταφράσεων δεν επιστρέφουν στα ίδια τα χειρόγραφα και δεν στέκονται με κριτική διάθεση απέναντι στις εκδοτικές επιλογές του Friedlein, παρά μόνο εξαντλούν τη σχολιαστική τους παρέμβαση (στην καλύτερη περίπτωση) στο κριτικό υπόμνημά του, β) δεν προβαίνουν σε μια βαθύτερη ερμηνευτική προσέγγιση του ίδιου

του κειμένου, τόσο σε μαθηματικό όσο κυρίως σε ιστορικό και φιλοσοφικό επίπεδο. Το κείμενο του Πρόκλου βρίθεται από αναφορές σε ιστορικά πρόσωπα – συγγραφείς άλλων πραγματειών – οι οποίες στις καλύτερες των περιπτώσεων αποτελούν για τους τρεις επιμελητές των μεταφράσεων έναυσμα για μια ολιγόλογη αναφορά. Ωστόσο, οι αναφορές αυτές θα πρέπει να αποτελούν τα σημεία εκκίνησης για τη μελέτη και την έρευνα των σχέσεων μεταξύ του κειμένου του Πρόκλου και των έργων των συγγραφέων που αναφέρει. Θα πρέπει να αποτελούν εναύσματα για τη διατύπωση ερωτημάτων που σχετίζονται με το πώς ο Πρόκλος διαβάζει τα κείμενα των προγενέστερων του ή πως μαθαίνει για το περιεχόμενό τους, κατά πόσο μεταφέρει αυτούσιο το κείμενό τους ή το αναδιατυπώνει και το παραφράζει, και ποιες είναι οι κρίσιμες και χρήσιμες πληροφορίες που αντλούμε για το περιεχόμενο έργων τα οποία δεν μας σώζονται. Επίσης, με δεδομένο ότι ο σχολιασμός του Πρόκλου στον πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* εντάσσεται σε ένα αμιγώς φιλοσοφικό πλαίσιο, ανάλογη θα πρέπει να είναι και η ερμηνευτική προσέγγιση των εννοιών και των συλλογισμών του. Και στις τρεις μεταφράσεις επιχειρείται η συσχέτιση του κειμένου του Πρόκλου με το φιλοσοφικό πρόγραμμα του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη, όχι όμως και με αυτό των νεοπλατωνικών. Η σύνδεση και αντιπαραβολή του κειμένου του Πρόκλου με έργα του Πλωτίνου, του Ιάμβλιχου, του Νικόμαχου του Γερασηνού και του Συριανού δεν φαίνεται να αποτελούν προτεραιότητες των επιμελητών των τριών αυτών μεταφράσεων. Συνεπώς, δεν επιτυγχάνεται η ανάδειξη της θέσης και της συμβολής του κειμένου αυτού εντός της νεοπλατωνικής φιλοσοφίας και της σωζόμενης γραμματείας.

Το αποτέλεσμα των ανωτέρω δύο ελλείψεων γίνεται ιδιαίτερος εμφανές, όταν επιχειρείται η μετάφραση όρων με ιδιαίτερο φιλοσοφικό και εννοιολογικό βάρος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι μεταφραστικές επιλογές του Morrow αφενός, ο οποίος διατηρεί με λατινικούς χαρακτήρες την απόδοση του όρου «νους» ως «Nous» και αφετέρου, είναι φορές που αισθάνεται την ανάγκη να παραθέσει εν τη ρύμη της μεταφράσεως, τις ίδιες της λέξεις του αρχαίου κειμένου, εντός παρενθέσεων.

Η ανωτέρω σύντομη κριτική θεώρηση στις τρεις διαθέσιμες μεταφράσεις του σχολιασμού του Πρόκλου αναδεικνύει την ανάγκη για την έκδοση μιας σύγχρονης σχολιασμένης μετάφρασης του κειμένου, η οποία θα απαντά στα ερωτήματα και τις απαιτήσεις της σύγχρονης επιστημονικής έρευνας, θα ενσωματώνει τα αποτελέσματα διεπιστημονικών ερευνών και μελετών στους τομείς της φιλοσοφίας, της ιστορίας, της φιλολογίας, της κωδικολογίας και των ανθρωπιστικών

ψηφιακών σπουδών, και τεκμηριωμένα θα τοποθετεί το κείμενο στο κειμενικό, ιστορικό και φιλοσοφικό του πλαίσιο.

Έχουν εκδοθεί αξιόλογες σχολιασμένες μεταφράσεις αρχαίων ελληνικών μαθηματικών κειμένων, οι οποίες είναι προσανατολισμένες σε αυτή ακριβώς τη σύγχρονη προσέγγιση. Το 2006, οι James Evans και J. Lennart Berggren εκδίδουν μια σχολιασμένη μετάφραση του έργου του Γεμίνου *Εισαγωγή στα Φαινόμενα*.¹⁸⁵ Το βιβλίο αυτό περιλαμβάνει μία εισαγωγή σχεδόν εκατό σελίδων αφιερωμένη στην παρουσίαση θεμάτων που αφορούν το ίδιο το κείμενο, τον συγγραφέα του, το φιλοσοφικό πλαίσιο των στωικών, στο οποίο εντάσσεται ο Γεμίνος, καθώς και ζητημάτων που αφορούν την επιστήμη της αστρονομίας και τις μεθόδους που την εφάρμοζαν στην αρχαιότητα. Η μετάφραση στην αγγλική γλώσσα υποστηρίζεται από εκτενή ερμηνευτικά σχόλια αστρονομικού, φιλοσοφικού, φιλολογικού και ιστορικού περιεχομένου, ενώ ταυτόχρονα οι συγγραφείς παραθέτουν με κάθε ευκαιρία παραπομπές και αναφορές σε άλλα κείμενα της αρχαίας ελληνικής μαθηματικής γραμματείας. Τέλος, παρατίθενται, μεταφράζονται και σχολιάζονται δύο αποσπάσματα από άλλα κείμενα (ένα από τον σχολιασμό του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* και το άλλο από τον σχολιασμό του Σιμπλίκιου στα *Φυσικά* του Αριστοτέλη) τα οποία κατά τους συγγραφείς υποδηλώνουν την ύπαρξη δύο έργων του Γεμίνου τα οποία δεν διασώζονται.

Το 2013 ο Peter Riedlberger εκδίδει μια σχολιασμένη μετάφραση τριών κειμένων της αρχαίας ελληνικής μαθηματικής γραμματείας, από το οποία το ένα αποδίδεται με βεβαιότητα στον νεοπλατωνικό Δομνίνο ενώ τα άλλα δύο, κατά τον συγγραφέα, δεν μπορούν να του αποδοθούν.¹⁸⁶ Η προσέγγιση του Riedlberger είναι αυτή ακριβώς η οποία συνιστά πλέον το ερευνητικό ζητούμενο: προσέφερε μια νέα μετάφραση στην αγγλική γλώσσα, αναθεώρησε την προηγούμενη κριτική έκδοση των κειμένων, προσέφερε μια εκτενέστατη εισαγωγή σχετικά με τη νεοπλατωνική φιλοσοφία, τη σχέση της με τα μαθηματικά, παρέθεσε εκτενέστατη εργοβιογραφική παρουσίαση του Δομνίνου. Επιπλέον, αφιέρωσε ένα ολόκληρο κεφάλαιο στην ανάλυση και παρουσίαση των διαθέσιμων χειρόγραφων τα οποία διασώζουν τα τρία αυτά κείμενα (με παράθεση πληροφοριών για τους αντιγραφείς τους, τη χρονολογία τους, τα υπόλοιπα κείμενα που βρίσκοντας στον ίδιο κώδικα κ.α.). Τέλος, ο σχολιασμός που συνόδευσε τη μετάφραση είναι εκτενής και προσεγγίζει

¹⁸⁵ James Evans και J. Lennart Berggren, επιμ., *Geminus's Introduction to the Phenomena: A Translation and Study of a Hellenistic Survey of Astronomy* (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 2006).

¹⁸⁶ Riedlberger, Peter, *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works* (Pisa, Rome: Fabrizio Serra editore, 2013).

ερμηνευτικά το κείμενο από ιστορική, φιλολογική, φιλοσοφική, μαθηματική και διακειμενική σκοπιά.

Η πλέον πρόσφατη έκδοση, που κινείται σε αυτό ακριβώς της κατεύθυνση, είναι η νέα μετάφραση των *Αριθμητικών* του Διόφαντου από τους Ιωάννη Χριστιανίδη και Jeffrey Oaks.¹⁸⁷ Και σε αυτή την περίπτωση έχουμε μια έκδοση που περιλαμβάνει μια ενημερωμένη ιστοριογραφικά και βιβλιογραφικά εισαγωγή, μια νέα μετάφραση στην αγγλική γλώσσα που έρχεται να επικαιροποιήσει τις παλαιότερες και έναν πλούσιο πολυεπίπεδο σχολιασμό.

2.2 Δομή και Περιεχόμενο

Ο σχολιασμός του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη περιλαμβάνει εκτενή σχόλια σε κάθε ορισμό, πρώτη αρχή και πρόταση. Ο σχολιασμός αυτός μας παραδίδεται συνοδευόμενος από δύο προλόγους. Πολλά από τα χειρόγραφα παραθέτουν το κείμενο διαιρεμένο σε τέσσερα βιβλία. Το πρώτο περιλαμβάνει τον πρώτο πρόλογο, το δεύτερο περιλαμβάνει τον δεύτερο πρόλογο μαζί με τα σχόλια στους ορισμούς του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων*, το τρίτο βιβλίο περιέχει τα σχόλια στα αιτήματα, τα αξιώματα και στις πρώτες είκοσι-έξι προτάσεις και το τέταρτο ολοκληρώνει τον σχολιασμό με τα σχόλια τις υπόλοιπες προτάσεις μέχρι και την τεσσαρακοστή όγδοη.

Ο πρώτος πρόλογος, ο οποίος αποτελεί και το αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας, είναι αφιερωμένος σε μια φιλοσοφική, νεοπλατωνική-νεοπυθαγόρεια προσέγγιση και ανάλυση της έννοιας και της ουσίας των μαθηματικών, ενώ ο δεύτερος πρόλογος εστιάζει στην γεωμετρία και στο ίδιο το έργο του Ευκλείδη. Σε κανένα από τα χειρόγραφα δεν μας παραδίδεται κάποια εσωτερική διάκριση των δύο προλόγων, ωστόσο ο Barozzi, στη δική του έκδοση, για πρώτη φορά τους διέκρινε σε κεφάλαια, ανάλογα με το περιεχόμενό τους και σε κάθε κεφάλαιο έδωσε και έναν τίτλο. Το ίδιο επέλεξε να κάνει και ο Thomas Taylor, βασιζόμενος στη νοηματική διαίρεση του πρώτου.

Οι τίτλοι των δεκαπέντε κεφαλαίων του πρώτου προλόγου, του οποίους έδωσε ο Barozzi και έκτοτε έχουν υιοθετήσει και όλοι οι μέχρι σήμερα εκδότες και επιμελητές του κειμένου του Πρόκλου, είναι οι εξής:

¹⁸⁷ Jean Christianidis και Jeffrey Oaks, *The Arithmetica of Diophantus: A Complete Translation and Commentary* (Routledge, 2022).

- Κεφάλαιο 1^ο (3.1-5.14): Η ενδιάμεση θέση της μαθηματικής ουσίας (De mathematicae essentiae medietate).
- Κεφάλαιο 2^ο (5.14-7.14): Οι κοινές αρχές όλης της μαθηματικής ουσίας: το πέρας και το άπειρο (Communia eorum, quae sunt, mathematicaeque essentiae principia, Finis & Infinitum).
- Κεφάλαιο 3^ο (7.15-8.20): Τα κοινά θεωρήματα που διέπουν όλα τα μαθηματικά είδη (Quenam sint communia mathematicarum essentialium theoremata).
- Κεφάλαιο 4^ο (8.21-10.16): Με ποιο τρόπο αυτά τα κοινά θεωρήματα έλαβαν υπόσταση και με ποια γνώση συλλαμβάνονται (Communia hec quomodo subsistant, & a qua considerentur scientia).
- Κεφάλαιο 5^ο (10.16- 12.2): Το μέσον αξιολόγησης των μαθηματικών (Quod sit instrumentum iudicans mathematicas).
- Κεφάλαιο 6^ο (12.2-18.4): Η ουσία των μαθηματικών γενών και ειδών (Quae nam sit mathematicorum generum, ac formarum essentialium & quomodo subsistant).
- Κεφάλαιο 7^ο (18.5-20.7): Η λειτουργία, οι μέθοδοι και ο σκοπός των μαθηματικών (Quae nam sit mathematicorum generum, ac formarum essentialium & quomodo subsistant).
- Κεφάλαιο 8^ο (20.8-25.15): Η χρησιμότητα της μαθηματικής επιστήμης (De utilitate Mathematicae Scientiae).
- Κεφάλαιο 9^ο (25.15-29.13): Απάντηση σε όσους αμφισβητούν τη χρησιμότητα των Μαθηματικών (Quorundam obiectio contra Mathematicas utilitatem ipsiusque solutio).
- Κεφάλαιο 10^ο (29.14-32.20): Απάντηση σε όσους θεωρούν ότι ο Πλάτωνας υποτιμά τα μαθηματικά (Alia quorundam Platoniorum contra Mathematicarum utilitatem obiectio, eiusque solutio).
- Κεφάλαιο 11^ο (32.21-35.16): Οι προϋποθέσεις ενός μαθηματικού και ποιο είναι το κριτήριο ενός μαθηματικού (Quae a Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam recte iudicare possit).
- Κεφάλαιο 12^ο (35.17-37.26): Πόσοι και ποιοι ήταν οι κλάδοι της μαθηματικής επιστήμης σύμφωνα με τους Πυθαγόρειους (Quae & quot sint totius Mathematicae scientiae species iuxta Pythagoreorum sententiam).
- Κεφάλαιο 13^ο (38.1-42.8): Η διάκριση των μαθηματικών επιστημών σύμφωνα με τον Γεμίνιο (Alia totius Mathematicae scientiae diuisio ex mente Gemini).

- Κεφάλαιο 14^ο (42.9-44.24): Με ποιο τρόπο η διαλεκτική είναι η κορωνίδα των Μαθηματικών και ο δεσμός τους σύμφωνα με τον Πλάτωνα (Quomodo Dialectica Mathematicarum scientiarum vertex sit, & que sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia).
- Κεφάλαιο 15^ο (44.25-47.8): Η προέλευση της ονομασίας των μαθηματικών (Mathematices nomen unde sit ortum).

Ο δεύτερος πρόλογος εστιάζει στην ανάλυση της γεωμετρίας καθώς και στα *Στοιχεία* και τον συγγραφέα του. Ο Barozzi διαίρεσε τον δεύτερο πρόλογο σε 11 κεφάλαια υπό τους ακόλουθους τίτλους:

- Κεφάλαιο 1ο (48.1-57.8): Η γεωμετρία ως μέρος των μαθηματικών και το αντικείμενό της (Quod Geometria totius Mathematicae pars sit & quenam sit ipsius materia).
- Κεφάλαιο 2ο (57.9-61.24): Τι επιστήμη είναι η Γεωμετρία (Quae Scientia Geometria sit).
- Κεφάλαιο 3ο (61.25-64.2): Ποια η αρχή και η πορεία της Γεωμετρίας και ποια η χρησιμότητα της γεωμετρίας (Undenam tota inceperit Geometria & quousque progrediatur, quaeque sit ipsius utilitas).
- Κεφάλαιο 4ο (64.3-68.23): Ποια είναι η προέλευση της Γεωμετρίας και ποιοί την επινόησαν (Quis sit Geometriae ortus, quaeque fuerint ipsius inventores).
- Κεφάλαιο 5ο (68.23-70.18): Τα μαθηματικά έργα του Ευκλείδη (Quae Euclides Mathematica scripserit voluminata).
- Κεφάλαιο 6ο (70.19-71.25): Ο σκοπός της Γεωμετρίας (Quodnam sit Geometriae propositum).
- Κεφάλαιο 7ο (71.26-75.4): Πώς προέκυψε το όνομα «Στοιχεία» και γιατί αυτός που τα παρέδωσε ονομάζεται «Στοιχειωτής» (Undenam ortum sit Elementaris institutionis nomen & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorum institutor vocetur).
- Κεφάλαιο 8ο (75.5-81.22): Η οργάνωση του περιεχομένου των στοιχείων (Quis sit Geometricorum sermonium ordo).
- Κεφάλαιο 9ο (81.23-83.6): Ο σκοπός του Α' βιβλίου των *Στοιχείων* (Quod sit primi libri Propositum).
- Κεφάλαιο 10ο (83.7-84.7): Οι ενότητες του Α' βιβλίου των *Στοιχείων* (Primi libri divisio).
- Κεφάλαιο 11ο (84.8-84.23): Προειδοποίηση προς του αναγνώστες (Quaedam ad lectores Praemonitio).

2.3 Η πιθανή προέλευση του πρώτου προλόγου

Ο πρώτος πρόλογος του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*, αποτελεί μια πραγματεία περί τα μαθηματικά υπό αμιγώς φιλοσοφικό πρίσμα. Περιλαμβάνει το απόσταγμα της νεοπλατωνικής φιλοσοφίας για τη σημασία και το περιεχόμενο της μαθηματικής επιστήμης. Τα όσα αναλύει πολύ συστηματικά και μεθοδικά ο Πρόκλος στο πρώτο αυτό μέρος του έργου του, φυσικά δεν αποτελούν, ως γενική προσέγγιση, κάτι νέο για τη νεοπλατωνική φιλοσοφία. Ανάλογες προσεγγίσεις έχουμε από τον Νικόμαχο τον Γερασηνό, τον Θέωνα τον Σμυρναίο, τον Δομνίνο και τον Ιάμβλιχο. Ωστόσο, ο Nicolaus Festa, ο οποίος επιμελήθηκε την κριτική έκδοση του έργου του Ιάμβλιχου με τίτλο *Περί της κοινής μαθηματικής επιστήμης*, με μια μόνο φράση του άνοιξε ένα μεγάλο ζήτημα για το κατά πόσο ο πρώτος πρόλογος του σχολιασμού του Πρόκλου είναι αυτόνομο έργο ή βασίζεται σε κάποιο παλαιότερο κείμενο. Πιο συγκεκριμένα, ο Festa αναφέρει ότι είναι πεπεισμένος πως ο πρώτος πρόλογος του Πρόκλου και το κείμενο του Ιάμβλιχου προέρχονται από το ίδιο κείμενο, το οποίο με τη σειρά του προέρχεται από τα «Πλατωνικά και Αριστοτελικά ρεύματα» όπως χαρακτηριστικά αναφέρει.¹⁸⁸ Δεν αναφέρει τίποτα περισσότερο, δεν διατυπώνει κάποια εικασία ή ερευνητική υπόθεση για το ποια θα μπορούσε να είναι η κοινή πηγή των κειμένων του Πρόκλου και του Ιάμβλιχου και απλώς επιφυλάχθηκε σε νεότερο έργο του να αναλύσει την άποψή του αυτή, κάτι το οποίο τελικώς δεν συμβαίνει.

Αυτή, λοιπόν, είναι η πρώτη φορά που διατυπώνεται η υπόθεση ότι ο πρώτος πρόλογος του σχολιασμού του Πρόκλου δεν είναι πρωτότυπο κείμενο. Για αρκετά χρόνια η υπόθεση του Festa φαίνεται να έμεινε ασχολίαστη από ακαδημαϊκούς και μελετητές. Το 1953, στο πρώτο κεφάλαιο του βιβλίου του, ο Philip Merlan επανέρχεται στο θέμα και με αφορμή την λακωνική αναφορά του Festa, υπογραμμίζει τις πολλές ομοιότητες του πρώτου προλόγου του Πρόκλου και του κειμένου του Ιάμβλιχου.¹⁸⁹ Τονίζει ότι τα δύο κείμενα πραγματεύονται κοινά ζητήματα, με όμοιους τρόπους και προσεγγίσεις, και εστιάζει κυρίως στις απόψεις των δύο φιλοσόφων για τη σχέση των μαθηματικών και της ψυχής, και για το αν τα μαθηματικά συνιστούν κινητήρια αιτία της ψυχής ή το αντίστροφο. Στην ανάλυση αυτή ο Merlan εντοπίζει το εξής πολύ ενδιαφέρον, ότι αν κανείς συγκρίνει τα κεφάλαια III και IX με τα κεφάλαια IX-X του έργου του Ιάμβλιχου θα παρατηρήσει μια ανεπαίσθητη, πλην σημαντική ασυνέπεια: στα πρώτα, η μαθηματική επιστήμη

¹⁸⁸ Ιάμβλιχος, *Iamblichi De communi mathematica scientia liber; ad fidem codicis Florentini edidit Nicolaus Festa*, επιμ. Nicola Festa και Udalricus Klein, *Bibliotheca scriptorum graecorum et romanorum Teubneriana* (Lipsiae: Teubner, 1891), viii-ix.

¹⁸⁹ Philip Merlan, *From Platonism to Neoplatonism*, 3η, αναθεωρημένη (The Hague, 1973), 11–33.

διακρίνεται σε τρεις κλάδους (αριθμητική, γεωμετρία, μουσική) και συνιστά κινητήρια δύναμη της ψυχής, ενώ στα δυο επόμενα η μαθηματική επιστήμη διακρίνεται σε τέσσερις κλάδους, καθώς προστίθεται και η αστρονομία, και δεν συνιστά κινητήρια δύναμη της ψυχής. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί τον Merlan να υποθέσει ότι ο Ιάμβλιχος βασίζεται σε διαφορετικές πηγές, οι οποίες δεν συμφωνούν μεταξύ τους. Η ανάλυση του Merlan δεν εστιάζει στις πιθανές πηγές του κειμένου του Πρόκλου, ούτε στην σχέση του με το κείμενο του Ιάμβλιχου. Συνεπώς δεν διατυπώνεται μια σαφής άποψη για το αν το κείμενο του Πρόκλου είναι ανεξάρτητο από του Ιάμβλιχου, αν μοιράζονται κάποια κοινή πηγή ή αν το πρώτο βασίζεται στο δεύτερο.

Το 1970 το ζήτημα τις ομοιότητας των δύο κειμένων επανέρχεται από τον Glenn Morrow, ο οποίος στη μετάφραση του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίου των *Στοιχείων*, εν είδη συμπληρωματικού σημειώματος, ανοίγει το ζήτημα της προέλευσης του πρώτου προλόγου.¹⁹⁰ Χωρίς ο ίδιος να παίρνει θέση, αναφέρει ότι το δοκίμιο αυτό θα μπορούσε να το είχε γράψει ο Πρόκλος, ως εισαγωγικό υπόμνημα στον αποδιδόμενο από τον Paul Tannery σχολιασμό του στην *Αριθμητική Εισαγωγή* του Νικόμαχου.¹⁹¹ Παρά την αντίκρουση της υπόθεσης αυτής από τον Leonardo Tarán, ο Morrow εκτιμά ότι η άποψη του Tannery μπορεί να αντέξει την κριτική του Tarán, με το επιχείρημα ότι αφού ο σχολιασμός του Ασκληπιού στον έργο του Νικόμαχου βασίστηκε σε υπόμνημα ή διαλέξεις του Αμμώνιου, ο οποίος ήταν μαθητής του Πρόκλου, φαντάζει λογικό να υποθέσουμε ότι η συγγραφή ενός τέτοιου σχολιασμού ήταν μέσα στις εκπεφρασμένες προθέσεις του, ακόμα και αν δεν τον συνέθεσε τελικώς.

Η δεύτερη επισήμανση που κάνει ο Morrow για τον πρώτο πρόλογο, χωρίς να αναφέρεται ευθέως στον Festa, είναι ότι κρίνοντας από τη δομή και το περιεχόμενο του κειμένου, προκύπτουν πλήθος ομοιοτήτων με το κείμενο του Ιάμβλιχου. Η άποψη του Morrow εδράζεται στο γεγονός ότι και τα δύο κείμενα πραγματεύονται τα ίδια ζητήματα με τον ίδιο τρόπο, όπως για παράδειγμα την ενδιάμεση θέση των μαθηματικών, μεταξύ νοητών και αισθητών, την αναζήτηση του κριτηρίου της μαθηματικής επιστήμης και της διάκριση σε τέσσερις κλάδους. Μάλιστα, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι το κείμενο του Πρόκλου συνιστά μια εξελιγμένη και καλύτερα δομημένη έκδοση της πραγματείας του Ιάμβλιχου.

¹⁹⁰ Morrow, *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, 344–45. Την άποψη αυτή του Tannery αντικρούει ο Leonardo Tarán στην έκδοση του σχολιασμού του Ασκληπιού στην *Αριθμητική Εισαγωγή* του Νικόμαχου, βλ. Leonardo Tarán, 'Asclepius of Tralles: Commentary to Nicomachus' Introduction to Arithmetic', *Transactions of the American Philosophical Society* 59, τχ. 4 (1969): 7–8.

¹⁹¹ Paul Tannery, *Mémoires scientifiques II, Sciences exactes dans l'Antiquité : 1876-1884*, τ. 2 (Toulouse-Paris: Edouard Privat Gauthier-Villars, 1912), 304–5.

Ωστόσο, δεν γίνεται ξεκάθαρη η άποψη του Morrow για το αν το κείμενο του Πρόκλου βασίζεται στην πραγματεία του Ιάμβλιχου ή τα δύο αυτά κείμενα προέρχονται από κάποια κοινή πηγή. Αυτό, που επισημαίνει, και έχει σημασία να το υπογραμμίσουμε στο πλαίσιο της παρούσας συζήτησης, είναι ότι ο Πρόκλος δεν κατονομάζει σε κανένα σημείο του πρώτου προλόγου τον Ιάμβλιχο και ο λόγος είναι επειδή το θέμα του κειμένου του, η ευρύτερη φιλοσοφική προσέγγιση των μαθηματικών, ήταν κοινός τόπος στις νεοπλατωνικές σχολές. Συνεπώς, όχι μόνο δε είχε καμία ιδιαίτερη σημασία να αναφερθεί στο Ιάμβλιχο – αφού δεν ήταν ο μόνος ή ο πρώτος που είχε καταπιαστεί με το ζήτημα αυτό – αλλά ο Morrow προτείνει ότι πιθανότατα και οι δύο στα κείμενά τους αναπαρήγαγαν τον κοινό αυτό τόπο, και άρα, κατά κάποιον τρόπο, βασίστηκαν σε κείμενα παλαιότερων φιλοσόφων.

Αν κανείς επιχειρούσε να αξιολογήσει την άποψη του Morrow, τότε θα επεσήμανε ότι πρόκειται για μια μικρής έκτασης, εύρους και βάθος προσπάθεια να επεκτείνει την αναφορά του Festa. Χωρίς να κάνει ειδικές αναφορές στα ίδια τα κείμενα και χωρίς ένα συγκεκριμένο επιχείρημα, αναδεικνύει απλώς την ταύτιση στη θεματολογία των δύο κειμένων σχολιάζοντας παράλληλα ότι ο Πρόκλος φαίνεται να έβαλε τάξη στον αδόμητο λόγο του Ιάμβλιχου. Επίσης δεν προκύπτει από την ανάλυσή του ότι γνωρίζει την προσέγγιση του Merlan, διότι αν την ήξερε, θα ανέμενε κανείς να την χρησιμοποιήσει προς επίρρωση της άποψής του, καθώς ο Merlan παραδέχεται ότι το κείμενο του Πρόκλου είναι περισσότερο συνεπές σε σύγκριση με αυτό του Ιάμβλιχου, γεγονός που υποστηρίζει την άποψη του Morrow ότι πρόκειται για ένα καλύτερα δομημένο και οργανωμένο δοκίμιο. Επιπλέον, ο Morrow, αν και κάνει σχετική μνεία, αδυνατεί να εξηγήσει το λόγο που ενώ ο Πρόκλος στον σχολιασμό του στον *Τίμαιο* αναφέρει συχνά τον Ιάμβλιχο με το προσωνύμιο «θείος», σε ολόκληρο στο σχολιασμό του στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* δεν τον κατονομάζει ούτε μία φορά. Τέλος, το συμπέρασμά του ότι ο πρώτος πρόλογος του Πρόκλου μπορεί να ήταν τελικά μια έκφανση μιας εμπεδωμένης νεοπλατωνικής προσέγγισης περί τα μαθηματικά μένει χωρίς τεκμηρίωση ή αναφορά σε άλλα κείμενα νεοπλατωνικών φιλοσόφων, τα οποία να επιβιώνουν την ύπαρξη ενός τέτοιου κοινού τόπου.

Το 1980 παρουσιάζεται από τον Bartel Leendert van der Waerden η πρώτη επιστημονική εργασία, η οποία καταπιάνεται αποκλειστικά με το ζήτημα της ομοιότητας και την ενδεχόμενη κοινή προέλευση των κειμένων του Πρόκλου και του Ιάμβλιχου.¹⁹² Ο Van der Waerden

¹⁹² Bartel L. van der Waerden, *Die gemeinsame Quelle der erkenntnistheoretischen Abhandlungen von Iamblichos und Proklos* (Heidelberg: Carl Winter, 1980).

επισημαίνει ότι τα δύο κείμενα μοιράζονται πολλά κοινά στοιχεία, όχι μόνο ως προς το περιεχόμενο αλλά και ως προς τη δομή και την γλωσσική διατύπωση. Συμφωνεί με τον Morrow ότι το κείμενο του Πρόκλου είναι καλύτερα δομημένο και λιγότερο φλύαρο, και η άποψη αυτή τον οδηγεί στην απόρριψη της υπόθεσης ότι το κείμενο του Ιάμβλιχου συνιστά την πηγή του προλόγου του Πρόκλου. Η απόρριψη αυτή τον οδηγεί στην αναζήτηση άλλης πηγής, και αυτή είναι η βασική συνεισφορά και πρωτοτυπία της εργασίας του Van der Waerden, σε σύγκριση με τις μέχρι τότε εργασίες για το ζήτημα.

Ο Van der Waerden στη μελέτη του επισημαίνει ότι η φιλοσοφική θεωρία για τα μαθηματικά την οποία εκθέτει ο Πρόκλος στον πρώτο του πρόλογο παρουσιάζει πολλές ομοιότητες με τις απόψεις του Νικόμαχου του Γερασηνού και του Φίλωνα του Αλεξανδρινού, οι οποίοι με τη σειρά τους βασίζονται σε παλαιότερους πυθαγόρειους φιλοσόφους. Αδυνατώντας να τεκμηριώσει μια άμεση σχέση μεταξύ των κειμένων αυτών, ο Van der Waerden στρέφει την προσοχή του στον Γεμίνιο. Ο λόγος που καθιστά το έργο του Γεμίνου πιθανή πηγή του πρώτου προλόγου του Πρόκλου δεν είναι μόνο η ταύτιση των θεμάτων και των απόψεών τους, αλλά κυρίως το γεγονός ότι ο Πρόκλος αναφέρει πολύ συχνά τον Γεμίνιο στο κείμενό του. Μάλιστα ο Van der Waerden γίνεται πιο συγκεκριμένος και αναφέρει ότι τα κεφάλαια 1-7, 9, 11 και 13 του πρώτου προλόγου πιθανότατα προέρχονται άμεσα από το έργο του Γεμίνου *Η μαθηματική θεωρία*, το οποίο δεν μας σώζεται αλλά η ύπαρξή του μαρτυρείται από τον Ευτόκιο στο σχολιασμό του στα *Κωνικά* του Απολλώνιου.¹⁹³ Τέλος, ο Van der Waerden παρατηρεί ότι τα κεφάλαια 17-15 και 28-31 του έργου του Ιάμβλιχου, τα οποία είναι αφιερωμένα στον Πυθαγόρα και τους πυθαγόρειους, μπορούν να βοηθήσουν στην αναζήτηση των παλαιότερων κειμένων που λειτούργησαν ως πηγές του Ιάμβλιχου και ίσως και του Πρόκλου.

Ποια λοιπόν ήταν η συμβολή της εργασίας του Van der Waerden στη αναζήτηση της προέλευσης του πρώτου προλόγου του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*; Είναι η πρώτη φορά που η έρευνα δεν περιορίζεται στη διατύπωση συμπερασμάτων για τον βαθμό ομοιότητας των κειμένων του Πρόκλου και του Ιάμβλιχου, στον απόηχο του σύντομου σχολίου του Festa. Ο Van der Waerden προχωρά ένα βήμα παραπέρα και αναζητά άλλες πιθανές πηγές του πρώτου προλόγου στα κείμενα των φιλοσόφων του 1^{ου} αιώνα. Η αναζήτηση αυτή τον οδηγεί στο έργο του Γεμίνου, ως πιθανή πηγή μέρους του πρώτου προλόγου. Ωστόσο, η

¹⁹³ Ευτόκιος, *Εις κωνικά*, 170.25-26 (βλ. στην κριτική έκδοση Απολλώνιος, *Apollonii Pergaei quae Graece exstant cum commentariis antiquis.*)

προσέγγιση του Van der Waerden αδυνατεί να απαντήσει στο ζήτημα που πρώτος έθεσε ο Morrow, ότι δηλαδή ίσως δεν έχει νόημα αναζητούμε κάποια συγκεκριμένη πυγή για τον πρώτο πρόλογο του Πρόκλου, αφού το φιλοσοφικό του περιεχόμενο ήταν κοινός τόπος της νεοπλατωνικής φιλοσοφίας. Στο ζήτημα αυτό ο Van der Waerden δεν απαντά. Το μόνο στο οποίο επιμένει είναι ότι το ζήτημα είναι ανοιχτό και έχει πολύ μεγάλο ενδιαφέρον να αναζητηθούν οι πηγές της γνωσιοθεωρίας που παρατίθεται από τον Πρόκλο.

Λίγα χρόνια αργότερα, το 1987, δημοσιεύεται μια εργασία, από τον Ian Mueller, αντικείμενο της οποίας είναι η σύγκριση των κειμένων του Πρόκλου και του Ιάμβλιχου.¹⁹⁴ Εξ αρχής καθιστά σαφές ότι δεν θα ασχοληθεί με τις ομοιότητες των δύο κειμένων, καθώς αυτές είναι προφανείς. Αντίθετα στη εργασία του εστιάζει στις διαφορές τους και ειδικότερα στον διαφορετικό τρόπο με τον οποίο οι δύο φιλόσοφοι προσεγγίζουν τις ίδιες θεματικές. Συνεπώς, η πιθανή ύπαρξη μιας κοινής πηγής των δύο κειμένων τίθεται εκτός συζήτησης από τον Mueller. Αρχικά, παραθέτει έναν αναλυτικό πίνακα, αντίστοιχο με αυτόν που είχε παραθέσει και ο Van der Waerden στην εργασία του, όπου αποτυπώνονται οι ενότητες των δύο κειμένων που παρουσιάζουν ομοιότητες ως προς το περιεχόμενό τους. Αυτό που εν συνεχεία επιχειρεί να κάνει είναι να αποδείξει ότι στις περισσότερες των περιπτώσεων οι ομοιότητες αυτές είναι επιφανειακές και τα δύο κείμενα παρουσιάζουν ουσιαστικές διαφορές ως προς τον τρόπο που οι συγγραφείς τους πραγματεύονται τις ίδιες θεματικές.

Κατόπιν αυτών, ο Mueller καταλήγει σε ορισμένα συμπεράσματα. Πρώτον, δεν υιοθετεί την άποψη του Van der Waerden ότι κοινή πηγή των κειμένων του Ιάμβλιχου και του Πρόκλου είναι ο Γεμίος. Αφενός διότι αδυνατεί να εντοπίσει σημεία σύνδεσης μεταξύ του Ιάμβλιχου και του Γεμίνου, καθώς ο «μυστικιστικό ενθουσιασμός» του Ιάμβλιχου δεν συνάδει με την σχολαστικότητα του κειμένου του Γεμίνου.¹⁹⁵ Αφετέρου, δεν βρίσκει πειστικό το επιχείρημα του Van der Waerden, ότι ο Γεμίος είναι πηγή του Πρόκλου απλώς και μόνο επειδή τον αναφέρει συχνά στο κείμενό του. Μάλιστα το επιχείρημα αυτό ενισχύεται από το γεγονός ότι ο Πρόκλος παραπέμπει στον Γεμίνο κυρίως σε ένα μέρος του προλόγου του, σε αυτό που έχει να κάνει με τη διάκριση της μαθηματικής επιστήμης, και όχι συστηματικά σε ολόκληρο τον πρώτο πρόλογο.

Το δεύτερο συμπέρασμα στο οποίο καταλήγει ο Mueller είναι ότι αδυνατεί να δεχτεί τον Ιάμβλιχο ως πηγή του Πρόκλου, ακόμα και αν τα θέματα που πραγματεύονται είναι ίδια. Ο λόγος

¹⁹⁴ Ian Mueller, 'Iamblichus and Proclus' Euclid Commentary', *Hermes* 115, τχ. 3 (1987): 334–48.

¹⁹⁵ Mueller, 337.

είναι ότι οι δύο τους έχουν διαφορετική στόχευση και διαφορετικό πρίσμα. Ο Ιάμβλιχος επιλέγει να αναδείξει την πυθαγόρεια φιλοσοφική προσέγγιση των μαθηματικών, ενώ αντίθετα ο Πρόκλος δεν φαίνεται να περιορίζεται από μια τέτοια επιλογή. Αυτό φαίνεται σαφώς από το γεγονός ότι ο Πρόκλος χρησιμοποιεί τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Γεμίνιο, κάτι που στον Ιάμβλιχο δεν θα ήταν αποδεκτό από το πλαίσιο που ίδιος έχει θέσει.

Η συμβολή του Mueller στη συζήτηση για την πιθανή προέλευση του πρώτου προλόγου του Πρόκλου είναι μικρή και δεν καταφέρνει να δώσει σαφείς απαντήσεις. Ο Mueller με το άρθρο του αξιολογεί, διορθώνει και επικαιροποιεί τον πίνακα συσχέτισης των χωρίων των δύο κειμένων, που πρώτος ο Van der Waerden παρουσίασε. Επίσης, προβαίνει σε μια εξαντλητική αντιπαραβολή των επίμαχων κοινών χωρίων των δύο κειμένων, αναδεικνύοντας διαφορές που δεν είχαν επισημανθεί από τους προηγούμενους, πλην της περίπτωσης του Merlan. Οι διαφορές αυτές οδηγούν στο συμπέρασμα ότι ο Ιάμβλιχος δεν είναι πηγή του Πρόκλου, αλλά δεν απαντά στο ερώτημα αν τελικώς υπάρχει κάποια πηγή για τον πρώτο πρόλογο. Δηλαδή, ο Mueller στέκεται κριτικά στην άποψη που πρώτος διατύπωσε ο Festa για στενή σχέση των κειμένων του Ιάμβλιχου και του Πρόκλου, αλλά δεν υπεισέρχεται στο ζήτημα της προέλευσης του κειμένου του Πρόκλου. Το μόνο που αναφέρει ακροθιγώς και ανεπαρκώς τεκμηριωμένο είναι ότι η άποψη του Van der Waerden που θέλει τον Γεμίνιο ως πηγή του Πρόκλου, θα πρέπει να απορριφθεί.

Η πλέον αναλυτική και συμπεριληπτική μελέτη σχετικά με τη σχέση των κειμένων του Πρόκλου και του Ιάμβλιχου παρουσιάστηκε το 1989 από τον Dominic O'Meara,¹⁹⁶ ο οποίος παίρνει σαφή θέση στα δύο ζητήματα που είχαν τεθεί μέχρι τότε από τους προηγούμενους μελετητές. Το πρώτο, το οποίο μάλιστα αναφέρει ότι είναι εύκολο να απαντηθεί, είναι το αν μπορούμε να θεωρήσουμε το έργο του Γεμίνου ως πηγή του πρώτου προλόγου του Πρόκλου. Η απάντησή του είναι ξεκάθαρα αρνητική, καθώς μια τέτοια αποδοχή θα ενείχε το σφάλμα του αναχρονισμού. Πιο συγκεκριμένα, το επιχείρημά του βασίζεται στο γεγονός ότι πολλές από τις φιλοσοφικές προσεγγίσεις που παραθέτει ο Πρόκλος και αποδίδονται στο κείμενο του Γεμίνου, δεν μπορεί να είχαν προκύψει από τα φιλοσοφικά προγράμματα του 1^{ου} αιώνα. Για παράδειγμα, στο κεφάλαιο 2 του πρώτου προλόγου – το οποίο κατά τον Mueller συγκαταλέγεται σε αυτά που έχουν ως πιθανή πηγή τους το κείμενο του Γεμίνου – χρησιμοποιείται μια ορολογία σχετική με τους

¹⁹⁶ O'Meara, *Pythagoras Revived*, 156–66.

Χαλδαϊκούς Χρησμούς, η οποία δεν θα μπορούσε να υπήρχε τον 1^ο αιώνα.¹⁹⁷ Επίσης ο Ο'Meara παρατηρεί ότι στο κεφάλαιο 6 του πρώτου προλόγου, το οποίο επίσης αποδίδεται στον Γεμίνιο, ο Πρόκλος παραθέτει την επιχειρηματολογία του κατά της αριστοτελικής θεωρίας για την οντολογία των μαθηματικών όντων, η οποία παραπέμπει ευθέως στην άρνηση της αριστοτελικής άποψης από τον δάσκαλό του, Συριανό.¹⁹⁸ Είναι λοιπόν πιο πιθανό τα επιχειρήματα αυτά ο Πρόκλος να τα άντλησε από το έργο του δασκάλου του παρά από τον Γεμίνιο.

Το δεύτερο ζήτημα στο οποίο απαντά ο Ο'Meara αφορά το κατά πόσον ο Πρόκλος βασίζει τον πρώτο πρόλογο στο κείμενο του Ιάμβλιχου. Λαμβάνοντας ως μελέτη περίπτωσης το κεφάλαιο 8 του πρώτου προλόγου, το οποίο αντιστοιχεί στα κεφάλαια 15-16 του κειμένου του Ιάμβλιχου, ο Ο'Meara φαίνεται να συντείνει κάπως στην άποψη του Mueller, ότι ο Πρόκλος επεξεργάστηκε και αναβάθμισε το κείμενο του Ιάμβλιχου υπό ένα περισσότερο νεοπλατωνικό πρίσμα και όχι περιορισμένος σε μια αυστηρή πυθαγόρεια οπτική. Ο Ιάμβλιχος δεν αναφέρει το όνομα του Πλωτίνου και είναι κάπως ασαφής στην παράθεση των πλατωνικών χωριών που σχετίζονται με τον θέμα των κεφαλαίων αυτών. Αντίθετα, ο Πρόκλος κατονομάζει τον Πλωτίνο και παραθέτει τα σχετικά πλατωνικά χωρία, προσφέροντας ένα καλύτερα δουλεμένο και πλήρες κείμενο σε σύγκριση με του Ιάμβλιχου. Συνεπώς, ο Ο'Meara προτείνει ότι ο Πρόκλος σαφώς έχει διαβάσει τον Ιάμβλιχο αλλά δεν χρησιμοποιεί το κείμενό του ως πηγή, με την έννοια της απλής αναπαραγωγής, αλλά αντίθετα αναβαθμίζει, εμπλουτίζει και επεξεργάζεται το κείμενο του Ιάμβλιχου.

Αυτό που κανείς πρέπει να επισημάνει σχετικά με την εργασία του Ο'Meara είναι ότι πρόκειται για μια προσπάθεια η οποία λαμβάνει υπόψη της όλη τη μέχρι τότε συζήτηση γύρω από επίμαχο θέμα. Επιχειρεί να καταστήσει σαφές ότι η άποψη που θέλει το κείμενο του Γεμίνου να συνιστά πηγή για τον πρώτο πρόλογο του Πρόκλου θα πρέπει να απορριφθεί. Επίσης, να μην αποδέχεται ότι Πρόκλος έχει διαβάσει και εν πολλοίς αφορμάται από το κείμενο του Ιάμβλιχου, αλλά οι επεξεργασίες και οι παρεμβάσεις του τόσο σε υφολογικό όσο και σε ουσιαστικό επίπεδο έχουν δημιουργήσει ένα τόσο διαφορετικό κείμενο, που δεν θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι πηγή του είναι το κείμενο του Ιάμβλιχου. Ωστόσο, δεν παίρνει θέση στο ζήτημα που πρώτος ο Morrow έθεσε, αν δηλαδή τα δύο αυτά κείμενα εντάσσονται σε ένα ευρύτερο και εμπεδωμένο

¹⁹⁷ Για παράδειγμα η φράση «κρυφίων ἀρχῶν» (6.9) η οποία παραπέμπει ευθέως σε τεχνική ορολογία της νεοπλατωνική φιλοσοφίας και μάλιστα του 2^{ου} αιώνα, μετά τον Πορφύριο (βλ. Ο'Meara, 158.)

¹⁹⁸ Βλ. Συριανός, *Εἰς Μετά τα Φυσικά*, 95.29-38 (στην κριτική έκδοση: Συριανός, *In Metaphysica commentaria*, επιμ. Gulielmus Kroll (Berlin: Reimer, 1902).

νεοπλατωνικό φιλοσοφικό πρόγραμμα και συνεπώς δεν έχει νόημα να εξεταστεί πιο κείμενο συνιστά πηγή ποιου.

Συνοψίζοντας την όλη συζήτηση σχετικά με την προέλευση του πρώτου προλόγου του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*, μπορούμε να πούμε ότι η συσχέτισή του με το κείμενο του Ιάμβλιχου είναι προφανής αλλά και γόνιμη. Η αντιπαραβολή των δύο κειμένων οδήγησε σε πολύ χρήσιμα συμπεράσματα για το πώς δυο νεοπλατωνικοί φιλόσοφοι προσεγγίζουν το ίδιο θέμα με διαφορετικούς τρόπους, πώς η φιλοσοφική καταβολή του καθενός αποτυπώνεται στα κείμενά του και ποιες είναι οι μικρές ή οι μεγάλες μετατοπίσεις εντός του ίδιου φιλοσοφικού ρεύματος, του νεοπλατωνισμού. Συνιστά λοιπόν ένα πρώτο καλό βήμα για τη μελέτη της εξέλιξης της νεοπλατωνικής φιλοσοφικής σκέψης σχετικά με την μαθηματική επιστήμη, αλλά θα πρέπει να γίνουν και άλλα. Το ζήτημα του κατά πόσον τα δύο αυτά κείμενα συνιστούν μέρος μιας εμπεδωμένης και συμπαγούς προσέγγισης του θέματος, η οποία διατρέχει όλο το νεοπλατωνικό ρεύμα, δεν έχει απαντηθεί επαρκώς. Η προσπάθεια θα πρέπει να συνεχιστεί, έτσι ώστε να διερευνηθεί αν υπάρχουν και άλλα κείμενα τα οποία να μαρτυρούν αυτή την κανονικοποίηση στην φιλοσοφική προσέγγιση των νεοπλατωνικών στα μαθηματικά.

Τέλος – με αφορμή το σύντομο σχόλιο του Morrow – υπάρχει άλλο ένα ανοιχτό θέμα το οποίο δεν έχει μελετηθεί καθόλου και αφορά τον πρώτο πρόλογο. Δεν υπάρχει άλλο κείμενο της μαθηματικής γραμματείας που να διασώζεται με δύο προλόγους. Το ερώτημα γιατί συμβαίνει αυτό στην περίπτωση του σχολιασμού του Πρόκλου δεν έχει απαντηθεί από την επιστημονική κοινότητα. Πρόκειται για εισαγωγή σε σχολιασμό στην *Αριθμητική Εισαγωγή* του Νικόμαχου, ο οποίος αποδίδεται από τον Tannery στον Πρόκλο; Πρόκειται για εισαγωγή ενός μεγαλύτερου υπομνηματιστικού έργου του Πρόκλου, ενδεχομένως σε ολόκληρα τα *Στοιχεία*; Αυτό θα εξηγούσε και γιατί ο δεύτερος πρόλογος καταπιάνεται με τον κλάδο της γεωμετρίας. Το ζήτημα της ύπαρξης δύο προλόγων δεν έχει μελετηθεί επαρκώς και απαιτεί περισσότερη και πιο συστηματική μελέτη.

3. Ο πρώτος πρόλογος του Σχολιασμού (μετάφραση-σχολιασμός)

Κεφάλαιο 1^ο : Η ενδιάμεση θέση της μαθηματικής ουσίας

[3] Τὴν μαθηματικὴν οὐσίαν οὔτε τῶν πρωτίστων ἐν τοῖς οὔσι γενῶν οὔτε τῶν ἐσχάτων εἶναι καὶ παρὰ τὴν ἀπλῆν διηρημένων, ἀναγκαῖον, ἀλλὰ τὴν μέσῃν χώραν ἀπειληφέναι τῶν τε ἀμερίστων καὶ ἀπλῶν καὶ ἀσυνθέτων καὶ ἀδιαίρετων ὑποστάσεων καὶ τῶν μεριστῶν καὶ ἐν συνθέσεσιν παντοίαις καὶ ποικίλαις διαιρέσεσιν ἀφορισμένων.

τὸ μὲν γὰρ αἰεὶ κατὰ ταῦτὰ ἔχον καὶ μόνιμον καὶ ἀνέλεγκτον τῶν περὶ αὐτὴν λόγων ὑπερανέχουσαν αὐτὴν ἀποφαίνει τῶν ἐν ὕλῃ φερομένων εἰδῶν, τὸ δὲ διεξοδικὸν τῶν ἐπιβολῶν καὶ τὸ ταῖς διαστάσεσιν τῶν ὑποκειμένων προσχρῶμενον καὶ τὸ ἀπ' ἄλλων ἀρχῶν ἄλλα προκατασκευάζον καταδεεστέραν αὐτῇ δίδωσι τάξιν τῆς ἀμερίστου καὶ ἐν αὐτῇ τελείως ἰδρυμένης φύσεως.

διόπερ οἶμαι καὶ ὁ Πλάτων τὰς γνώσεις διήρει τῶν ὄντων ταῖς τε πρώταις καὶ μέσαις καὶ τελευταίαις ὑποστάσεσιν καὶ τοῖς μὲν ἀμερίστοις τὴν νοητὴν ἀπεδίδου τὴν ἀθρόως καὶ μετὰ [4] ἀπλότητος διαιροῦσαν τὰ νοητὰ καὶ τῇ τε αὐλῖα καὶ τῇ καθαρότητι καὶ τῇ ἐνοειδεῖ προσβολῇ καὶ ἐπαφῇ τῶν ὄντων τὰς ἄλλας ὑπεραίρουσαν γνώσεις, τοῖς δὲ

[3] Τα μαθηματικά ὄντα δεν περιλαμβάνονται αναγκαστικά οὔτε στο πρώτο οὔτε στο τελευταίο και ελάχιστα ἀπλό εἶδος ὄντων ἀλλὰ βρίσκονται σε ἓνα ἐνδιάμεσο στάδιο, ἀνάμεσα στις ἀπλές, μὴ σύνθετες καὶ ἀδιαίρετες ὑποστάσεις καὶ σε αὐτές που ἔχουν μέρη καὶ χαρακτηρίζονται ἀπὸ κάθε λογῆς συνθέσεις καὶ διαφοροποιήσεις.

Διότι, ἀφενός, ὁ ἀναλλοίωτος, σταθερὸς καὶ ἀδιαμφισβήτητος χαρακτήρας τῶν μαθηματικῶν λόγων καταδεικνύει τὴν ὑπεροχὴ τους ἐναντι τῶν εἰδῶν τοῦ υλικοῦ κόσμου. Αφετέρου, ὁ διεξοδικὸς χαρακτήρας τῆς μαθηματικῆς μεθοδολογίας, τὸ ὅτι πραγματεύεται ἀντικείμενα που ἔχουν διαστάσεις, καθὼς καὶ τὸ γεγονός ὅτι χρησιμοποιοῖ διαφορετικὲς πρώτες ἀρχές για να δημιουργήσει, κάθε φορά διαφορετικὰ πράγματα, τα κατατάσσουν σε ὑποδεέστερη θέση ἀπὸ αὐτὴ τῆς ἀδιαίρετης φύσης που εἶναι πλήρως ἀυτόνομα θεμελιωμένη.

Για αὐτὸν ἀκριβῶς τὸν λόγο, πιστεύω ὅτι καὶ ὁ Πλάτωνας διέκρινε τις γνώσεις για τα ὄντα σε πρώτες ὑποστάσεις, μέσες καὶ τελευταίες.¹⁹⁹ Στις ἀδιαίρετες [ὑποστάσεις]

¹⁹⁹ Παραπέμπει στη γνωσιολογικὴ καὶ οντολογικὴ διάκριση τοῦ Πλάτωνα *Πολιτεία* 533e-534c ὡστόσο μιλά για τριμερὴ διάκριση τῆς γνώσης καὶ ὄχι τετραμερὴ ὅπως ὁ Πλάτων. Ἴδια ἀναντιστοιχία παρουσιάζεται καὶ με τὴ ἀλληγορία τῆς τετμημένης γραμμῆς *Πολιτεία* 509d-510c

μεριστοῖς καὶ φύσιν ἐσχάτην λαχοῦσι καὶ αἰσθητοῖς ἅπασι τὴν δόξαν ἀμυδρᾶς ἀληθείας ἀντιλαμβανομένην, τοῖς δὲ μέσοις, οἷα δὴ ἐστὶ τὰ τῆς μαθηματικῆς εἶδη, καὶ τῆς τε ἀμερίστου φύσεως ἀπολειπομένοις καὶ τῆς μεριστῆς ὑπεριδρυμένοις τὴν διάνοιαν. καὶ γὰρ αὕτη νοῦ μὲν ἐστὶ δευτέρα καὶ τῆς ἀκροτάτης ἐπιστήμης, δόξης δὲ τελειότερα καὶ ἀκριβεστέρα καὶ καθαρωτέρα. διεξοδεύει μὲν γὰρ καὶ ἀναπλοῖ τοῦ νοῦ τὴν ἀμετρίαν καὶ ἀνελίσσει τὸ συνεσπειραμένον τῆς νοερᾶς ἐπιβολῆς, συνάγει δὲ αὖ πάλιν τὰ διηρημένα καὶ ἀναφέρει πρὸς τὸν νοῦν.

ὥσπερ οὖν αἱ γνώσεις ἀπ' ἀλλήλων διεστήκασιν, οὕτω δὴ καὶ τὰ γνωστὰ διακέκριται φύσει, καὶ τὰ μὲν νοητὰ πάντων ὑπερήπλωται ταῖς ἐνοειδέσιν ὑπάρξεσι, τὰ δὲ αἰσθητὰ τοῖς πᾶσιν ἀπολείπεται τῶν πρώτων οὐσιῶν. τὰ δὲ μαθηματικὰ καὶ ὅλως τὰ διανοητὰ μέσην κεκλήρωται τάξιν, τῶν μὲν τῆ διαιρέσει πλεονάζοντα, τῶν δὲ τῆ ἀϋλία προέχοντα, καὶ τῶν μὲν τῆ ἀπλότητι λειπόμενα, τῶν δὲ τῆ ἀκριβείᾳ προυπάρχοντα καὶ τρανεστέρας μὲν ἐμφάσεις ἔχοντα τῶν αἰσθητῶν τῆς νοητῆς οὐσίας, εἰκόνες δὲ ὅμως

αντιστοίχισε τὴ νόηση, ἡ οποία συνολικά καὶ [4] με ἀπλότητα διαιρεῖ τα νοητά. Λόγω τῆς ἀύλης φύσης τῶν ὄντων, τῆς καθαρότητάς καὶ τοῦ ἐνιαίου τρόπου ἐπαφῆς με τα ὄντα εἶναι ἀνώτερη ἀπὸ τις ἄλλες γνώσεις. Στις διαιρετέες [ὑποστάσεις], οἱ οποίες τυγχάνει να ἔχουν τὴν κατώτατη φύση, καὶ σε ὅλα τα αἰσθητά [ὄντα] ἀντιστοίχισε τὴν δόξα, ἡ οποία ἀντιλαμβάνεται ἀμυδρά τὴν ἀλήθεια. Στις μέσες [ὑποστάσεις] — τέτοιες εἶναι τα εἶδη τῶν μαθηματικῶν ὄντων — που εἶναι, ἀφενός, κατώτερες ἀπὸ τὴν ἀδιαίρετη φύση ἀλλά, ἀφετέρου, ἀνώτερες ἀπὸ τὴ διαιρετή, ἀντιστοίχισε τὴ διάνοια. Διότι αὐτὴ ἐρχεται μὲν δευτέρη μετὰ τὸν νοῦ καὶ τὴν ὑψιστὴ βέβαιη γνώση,²⁰⁰ εἶναι ὠστόσο τελειότερη, ἀκριβεστέρα καὶ καθαρότερη ἀπὸ τὴ δόξα.²⁰¹ Διότι ἐξετάζει διεξοδικὰ καὶ ἀναδεικνύει τὴν ἔλλειψη μέτρου τοῦ νοῦ, ἐρμηνεύει τὴν περιπεπλεγμένη φύση τῆς νοητικῆς ἀντίληψης, καὶ, σὴ συνέχεια, ἐπανασυγκροτεῖ αὐτὰ που εἶχαν διαιρεθεῖ καὶ τα ἐπιστρέφει στὸν νοῦ.

Ὅπως ἀκριβῶς ἐγίνε διάκριση ἀνάμεσα στα εἶδη τῶν γνώσεων, ἔτσι, λοιπόν, καὶ τα

²⁰⁰ Ἡ ἐννοια τῆς ἐπιστήμης ὡς βέβαιη, σταθερὴ καὶ ἀλάνθαστη γνώση διατρέχει τὸ ἐργὸ τοῦ Πλάτωνα καὶ τῶν νεοπλατωνικῶν φιλόσοφων. Ὁ Πλάτων στὸν *Θεαίτητο* (202c7-8) ὀρίζει τὴν «ἐπιστήμη» ὡς «δόξαν ἀληθὴ μετὰ λόγου» γνώμη, δηλαδή, που συνοδεύεται καὶ ἐπαληθεύεται ἀπὸ λογικὰ ἐπιχειρήματα. Αὐτὴ, κατὰ τὸν Πλάτωνα εἶναι ἡ ὑψιστὴ μορφή γνώσης, καὶ μπορεῖ να ἀποδοθεῖ στα νέα ἐλληνικά ὡς «βέβαιη γνώση». Ὁ Νικόμαχος ὁ Γερασηνός ὀρίζει τὴν «ἐπιστήμη» ὡς ἀλάνθαστη καὶ σταθερὴ κατανόηση τοῦ ὄντος (Νικόμαχος *Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή* 1.1.2.4: «κατάληψιν τοῦ ὑποκειμένου ἄπταιστον καὶ ἀμετακίνητον»).

²⁰¹ Ἡ φράση αὐτὴ ἐμφανίζεται σχεδόν αὐτούσια, με ἐλάχιστες συντακτικὲς ἀλλαγές, στὸς *Ὀρισμούς* τοῦ Ἡρώνα: 136.4.1-5. Ἡ σχεδόν αὐτούσια παράθεση τοῦ χωρίου μπορεῖ να ἀποτελεῖ ἰσχυρὴ ἐνδειξη ὅτι ὁ Πρόκλος διαβάσει ἀπευθείας τὸ κείμενο τοῦ Ἡρώνα ἢ κάποια κοινὴ πηγή τους.

ὄντα καὶ μεριστῶς μὲν τὰ ἀμέριστα, [5] πολυειδῶς δὲ μονοειδῆ παραδείγματα τῶν ὄντων ἀπομιμούμενα καὶ ὡς συλλήβδην εἰπεῖν ἐν προθύροις μὲν τεταγμένα τῶν πρώτων εἰδῶν καὶ ἐκφαίνοντα τὴν ἠνωμένην καὶ ἀμερῆ καὶ γόνιμον ἐκείνων ὑπαρξιν, οὕτω δὲ ἄρα τοῦ μερισμοῦ καὶ τῆς συνθέσεως τῶν λόγων ὑπερέχοντα καὶ τῆς προσηκούσης ταῖς εἰκόσιν ὑποστάσεως, οὐδὲ ὑπερδράμοντα τὰς ποικίλας καὶ διεξοδικὰς τῆς ψυχῆς νοήσεις καὶ αὐταῖς συναρμοσθέντα ταῖς ἀπλαῖς καὶ ὕλης ἀπάσης καθαρευούσαις γνώσεσιν.

αντικείμενα τῶν γνώσεων διακρίνονται ἀνάλογα με τὴ φύση τους. Τα μεν νοητὰ αντικείμενα ὑπερέχουν ὅλων τῶν ἄλλων, ἐξαιτίας τῆς ενιαίας τους ὑπαρξῆς. Τα δε αισθητὰ υστεροῦν σε ὅλα συγκρινόμενα με τις πρώτες ουσίες. Τα μαθηματικά τώρα – και, γενικῶς, τα αντικείμενα τῆς διάνοιας – ἔχουν καταταχθεῖ στο μέσον, διότι: Σε σχέση με τα νοητὰ, ἔχουν ἐπιπλέον τὴ διαιρετότητα, ἐνῶ, σε σχέση με τα αισθητὰ, εἶναι ἄυλα. Επίσης, δεν ἔχουν τὴν ἀπλότητα τῶν νοητῶν ἀλλὰ ἔχουν περισσότερη ἀκρίβεια ἀπὸ τα αισθητὰ, καὶ ἔτσι ἀπεικονίζουν διαυγέστερα τὴ νοητὴ οὐσία ἀπὸ τα αισθητὰ. Παραμένουν, ὡστόσο, εἰκόνες που μιμούνται με διαιρετὸ τρόπο τα ἀδιαίρετα [5] καὶ με πολυσχιδῆ τρόπο τα ενιαία υποδείγματα τῶν ὄντων. Με λίγα λόγια, βρίσκονται στα πρόθυρα τῶν πρώτων εἰδῶν καὶ φανερώνουν τὴν ἐνωμένη, ἀδιαίρετη καὶ γενεσιουργὸ τους ὑπαρξῆ, χωρὶς ὡστόσο να ξεπερνούν τὴ διαίρεση καὶ τὴ σύνθεση τῶν λόγων καὶ τὴν ὑπόσταση που ταιριάζει στις εἰκόνες. Οὔτε μπόρεσαν να ξεφύγουν ἀπὸ τις ποικίλες καὶ ἀναλυτικὲς νοήσεις τῆς ψυχῆς, ὥστε να ἐναρμονιστοῦν με τις ἀπλές καὶ ἀποκαθαρμένες ἀπὸ τὴν ὕλη γνώσεις.

Κεφάλαιο 2^ο : Οι κοινές αρχές όλης της μαθηματικής ουσίας: το πέρας και το άπειρο

Ἡ μὲν δὴ μεσότης τῶν μαθηματικῶν γενῶν τε καὶ εἰδῶν τοιαύτη νοεῖσθω, πρὸς γε τὸ παρὸν τὸ μεταξὺ συμπληροῦσα τῶν τε παντελῶς ἀμεριστῶν οὐσιῶν καὶ τῶν περὶ τὴν ὕλην μεριστῶν γινομένων· τὰς δὲ ἀρχὰς τῆς μαθηματικῆς ὅλης οὐσίας ἐπισκοποῦντες ἐπ' αὐτὰς ἄνιμεν τὰς διὰ πάντων τῶν ὄντων διηκούσας ἀρχὰς καὶ πάντα ἀφ' ἑαυτῶν ἀπογεννώσας, λέγω δὲ τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρον.

ἐκ γὰρ τούτων τῶν δύο πρώτων μετὰ τὴν τοῦ ἐνὸς ἀπεριήγητον καὶ τοῖς ἅπασιν ἄληπτον αἰτίαν ὑπέστη τά τε ἄλλα πάντα καὶ ἡ τῶν μαθημάτων φύσις, ἐκείνων μὲν ἀθρόως πάντα παραγουσῶν καὶ ἐξηρημένως, τῶν δὲ προϊόντων ἐν μέτροις τοῖς προσήκουσι καὶ τάξει τῆς πρεπούσης τὴν πρόοδον καταδεχομένων, καὶ τῶν μὲν πρώτων, τῶν δὲ μέσων, τῶν δὲ τελευταίων ὑφισταμένων. τὰ

Ἐν προκειμένῳ, λοιπόν, ας νοηθεῖ ἡ μεσότητα των μαθηματικῶν γενῶν καὶ εἰδῶν ὡς τέτοια, ὅτι καταλαμβάνει, δηλαδή, τον ἐνδιάμεσο [χῶρο] μεταξὺ των ἀπολύτως ἀδιαίρετων ὄντων καὶ των διαιρετῶν που ὑπάρχουν στην υλικό κόσμο. Ἐξετάζοντας τώρα τις ἀρχές ολόκληρης τῆς μαθηματικῆς οὐσίας, ἀνερχόμαστε στις ἴδιες τις ἀρχές που διαπερνοῦν ὅλα τα ὄντα καὶ ἀπὸ τις οποίες τα πάντα δημιουργοῦνται. Αναφέρομαι στο πέρας καὶ στο ἄπειρο.²⁰²

Διότι, ἀπὸ αὐτές τις δύο [ἀρχές], ὑψιστες μετὰ τὴν ἀπερίγραπτη καὶ ἀσύλληπτη ἀπὸ ὅλους αἰτιότητα του ἐνός, προκύπτουν ὅλα τα ἄλλα, καθὼς καὶ ἡ μαθηματικὴ φύση. Ἀπὸ αὐτὰ δημιουργοῦνται τα πάντα ἀπὸ κοινού καὶ ξεχωριστά.²⁰³ Ὡστόσο, καθὼς δημιουργοῦνται καὶ κατατάσσονται σε σειρά, ἄλλα πρώτα, ἄλλα στη μέση καὶ ἄλλα τελευταία, σύμφωνα

²⁰² Το πέρας καὶ τὸ ἄπειρο συνιστοῦν θεμελιώδεις φιλοσοφικές ἐννοιες στη νεοπλατωνική φιλοσοφία. Ὁ ἴδιος ὁ Πρόκλος καταπιάνεται με τις ἀρχές αὐτές στη *Θεολογική Στοιχείωση* στις προτάσεις 89-96. Στὴν πρόταση 89 ἀναφέρει ὅτι κάθε πραγματικό ὄν προέρχεται ἀπὸ τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρο, καὶ συνεχίζει στὴν πρόταση 90 λέγοντας ὅτι αὐτὰ τα δύο προϋπήρχαν καὶ ὅτι ἀπ' αὐτὰ προέκυψαν ὅλα τα ὑπόλοιπα στὸν κόσμο. Πρὶν ἀπὸ αὐτόν, ὁ δάσκαλός του, Συριανός, παραπέμπει στὸν *Φίληβο* καὶ ἀναφέρει ὅτι ἡ ἀρχὴ των πάντων εἶναι τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρο. Μάλιστα μας πληροφορεῖ ὅτι πρὶν τὸν Πλατωνικό *Φίληβο*, τὴν ἀποψη αὐτὴ εἶχε διατυπώσει ὁ Φιλόλαος καὶ πρὶν ἀπὸ αὐτόν οἱ Πυθαγόρειοι, οἱ ὁποῖοι δὲν τα ἀνέφεραν ὡς «πέρας καὶ ἄπειρον» ἀλλὰ ὡς «αἰθέρα καὶ χάος» (Συριανός, *Εἰς Μετ. Φυσικ.* 9.37-10.4). Ἡ προσέγγιση αὐτὴ εμφανίζεται καὶ στὸν Πλάτωνα, στὸν *Φίληβο* 16c5-10, ὅπου ἀναφέρεται ὅτι οἱ ἀρχαῖοι μας παρέδωσαν τὴν φήμη ὅτι ὅλα προέκυψαν ἀπὸ τὸ ἓνα καὶ τα πολλά, τα ὁποῖα ὀνομάζονται πέρας καὶ ἄπειρο. Ὁ Ιάμβλιχος διατυπώνει καὶ αὐτός τὴν ἀποψη ὅτι τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρο συνιστοῦν τις πρώτες ἀρχές των μαθηματικῶν (*Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης*, 13.22-27). Ἡ ταύτιση αὐτὴ συγκρατεῖται στὶς πολλές που λειτουργοῦν ὡς ἐπιχείρημα ὅτι ὁ πρόλογος του Πρόκλου ἔχει ὡς πηγὴ τὸ κείμενο του Ιάμβλιχου ἢ ὅτι καὶ τα δύο ἔχουν μίαν κοινὴ πηγὴ. Για περισσότερες λεπτομέρειες βλ. ἐνότητα 2.3.

²⁰³ Ὁ Morrow μεταφράζει τὴ λέξη «ἐξηρημένως» ὡς υπερβατικά (transcendentally) ἐνῶ ὁ Ver Eecke ὡς διακριτά/ξεχωριστά. Ἡ ἀπόδοση τῆς λέξης ὡς «υπερβατικά» δὲν θεωρῶ ὅτι προκύπτει ἀπὸ τὸ περιεχόμενο του κειμένου, ἐνῶ ἀντίθετα ἡ μετάφραση «διακριτά» ταιριάζει περισσότερο ἀν θεωρηθεῖ ὡς νοηματικό συμπλήρωμα τῆς λέξης «ἀθρόως» που προηγείται.

μὲν [6] γὰρ νοητὰ γένη κατὰ τὴν ἑαυτῶν ἀπλότητα πρῶτως μετέχει τοῦ πέρατος καὶ τοῦ ἀπείρου διὰ μὲν τὴν ἔνωσιν καὶ τὴν ταυτότητα καὶ τὴν μόνιμον ὑπαρξιν καὶ σταθερὰν τοῦ πέρατος ἀποπληρούμενα, διὰ δὲ τὴν εἰς πλῆθος διαίρεσιν καὶ τὴν γεννητικὴν περιουσίαν καὶ τὴν θεῖαν ἑτερότητα καὶ πρόοδον τῆς ἀπειρίας ἀπολαύοντα. τὰ δὲ μαθηματικὰ πέρατος μὲν ἐστὶν ἔκγονα καὶ ἀπειρίας, ἀλλ' οὐ τῶν πρωτίστων μόνων οὐδὲ τῶν νοητῶν καὶ κρυφίων ἀρχῶν, ἀλλὰ καὶ τούτων, αἱ προήλθον μὲν ἀπ' ἐκείνων εἰς δευτέραν τάξιν, ἀπογεννᾶν δὲ μετ' ἀλλήλων ἐξαρκούσι τοὺς μέσους διακόσμους τῶν ὄντων καὶ τὴν ἐν αὐτοῖς ποικιλίαν, ὅθεν δὴ καὶ ἐν τούτοις προέρχονται μὲν εἰς ἄπειρον οἱ λόγοι, κρατοῦνται δὲ ὑπὸ τῆς πέρατος αἰτίας. ὅ τε γὰρ ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀρξάμενος ἄπαστον ἔχει τὴν αὐξήσιν, ἀεὶ δὲ ὁ ληφθεὶς πεπερασται, καὶ ἡ τῶν μεγεθῶν διαίρεσις ἐπ' ἄπειρον χωρεῖ, τὰ δὲ διαιρούμενα πάντα ὄρισται, καὶ κατ' ἐνέργειαν πεπερασται τὰ μόρια τοῦ ὅλου. καὶ τῆς μὲν ἀπειρίας οὐκ οὔσης τὰ τε μεγέθη πάντα σύμμετρα ἂν ἦν καὶ οὐδὲν ἄρρητον οὐδὲ ἄλογον, οἷς δὴ δοκεῖ διαφέρειν τὰ ἐν γεωμετρίας τῶν ἐν ἀριθμητικῇ, καὶ οἱ ἀριθμοὶ τὴν γόνιμον τῆς μονάδος δύναμιν οὐκ ἂν ἐδύναντο δεικνύειν οὐδὲ ἂν πάντας εἶχον τοὺς

με τα ορθὰ μέτρα καὶ τὴν πρέπουσα τάξιν. Τα μὲν [6] νοητὰ γένη, λόγῳ τῆς ἀπλότητος που ἔχουν, πρῶτα μετέχουν τοῦ πέρατος καὶ τοῦ ἀπείρου. Αντλούν τὴν ἐνότητα, τὴν ταυτότητα, τὴν αἰωνιότητα καὶ τὴ σταθερότητά τους ἀπὸ το πέρας, ἀλλὰ τὴ διαιρετότητά σε πολλά [μέρη], τὴν παραγωγικὴ ἀφθονία, τὴ θεϊκὴ διαφορετικότητα καὶ τὴν πρόοδο, τὴς ἀντλούν ἀπὸ το ἀπειρο. Τα μαθηματικὰ εἶναι τέκνα τοῦ πέρατος καὶ τοῦ ἀπείρου, ἀλλὰ ὄχι μόνο τῶν πρώτων ἢ τῶν νοητῶν καὶ ἀπόκρυφον ἀρχῶν ἀλλὰ καὶ τῶν δευτέρων ἀρχῶν που προήλθον ἀπὸ ἐκείνες, καὶ οἱ ὁποῖες εἶναι ἀρκετές γιὰ νὰ δημιουργήσουν, σε συνεργασία μετὰξὺ τους, τὴς μεσαίης τάξεις τῶν ὄντων καὶ τὴν ποικιλία τους. Γι' αὐτό, ἀκριβῶς, σε αὐτές τὴς τάξεις ὑπάρχουν οἱ [μαθηματικοί] λόγοι, οἱ ὁποῖοι τείνουν μὲν στο ἀπειρο, ἀλλὰ περιορίζονται ἀπὸ τὴν ἀρχὴ τοῦ πέρατος. Διότι καὶ ὁ ἀριθμὸς ξεκινώντας ἀπὸ τὴ μονάδα, αὐξάνεται ἀτέρμονα· ὡστόσο, πάντα ὁ ἀριθμὸς που θα ἐπιλέξεις εἶναι πεπερασμένος. Ἀντίστοιχα, τὰ μεγέθη εἶναι ἐπ' ἀπειρον διαιρετὰ, ἀλλὰ ὅλα τὰ τμήματα εἶναι διακριτὰ, καὶ τὰ ἐν ενεργεία μέρη τοῦ ὅλου εἶναι πεπερασμένα. Ἀν δὲν ὑπῆρχε ἀπειρία, ὅλα τὰ μεγέθη θα μπορούσαν νὰ εἶναι σύμμετρα, καὶ κανένα δὲν θα ἦταν ἄρρητο ἢ ἄλογο,²⁰⁴ κάτι στο ὁποῖο φαίνεται ὅτι

²⁰⁴ Ἐδῶ παρατίθενται παρατακτικὰ καὶ οἱ δύο ὅροι «ἄρρητον» καὶ «ἄλογον», ὡστόσο οἱ ἐννοίαι τους εἶναι συνώνυμες. Στον Εὐκλείδη ἀπαντᾶται ἡ ταυτόχρονη χρῆση τῶν δύο ὀρων, χωρὶς νὰ προκύπτει ἐννοιολογικὴ διάκριση: βλ. *Εὐκ. Στοιχ.* Χ ὀρ.3 καὶ 4. Ἐπίσης, ἡ παρατακτικὴ παράθεση τῶν δύο ὀρων ἐμφανίζεται καὶ στον *Σοφιστὴ*

λόγους ἐν ἑαυτοῖς τῶν ὄντων, οἷον τοὺς πολλαπλασίους ἢ τοὺς ἐπιμορίους. πᾶς γὰρ ἀριθμὸς ἐξαλλάττει τὸν λόγον πρὸς τὴν μονάδα καὶ τὸν πρὸ αὐτοῦ γενόμενον [7] ἐξεταζόμενος.

τοῦ δὲ πέρατος ἀναιρεθέντος συμμετρία τε καὶ κοινωνία λόγων καὶ ταυτότης εἰδῶν καὶ ἰσότης καὶ ὅσα τῆς ἀμείνονός ἐστι συστοιχίας οὐκ ἂν ποτε ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐφαίνετο, οὐδ' ἂν ἐπιστῆμαι τῶν τοιούτων ἦσαν οὐδὲ καταλήψεις μόνιμοι καὶ ἀκριβεῖς. δεῖ τοίνυν ἀμφοτέρων τῶν ἀρχῶν ὥσπερ τοῖς ἄλλοις γένεσι τῶν ὄντων οὕτω δὴ καὶ τοῖς μαθηματικοῖς. τὰ δὲ ἔσχατα καὶ ἐν ὕλη

διαφέρουν τα γεωμετρικά από τα αριθμητικά όντα. Και οι αριθμοί δεν θα μπορούσαν να εμφανίσουν την παραγωγική δυνατότητα της μονάδας, ούτε θα μπορούσαν να έχουν όλους τους λόγους των όντων μέσα τους, όπως τους πολλαπλάσιους²⁰⁵ ή τους επιμορίους²⁰⁶. Διότι κάθε υπό εξέταση αριθμός έχει διαφορετικό λόγο προς τη μονάδα από ότι [έχει] προς τον προηγούμενό του [αριθμό]. [7]

Αν ωστόσο έπαυε να υπάρχει το πέρας, τότε η συμμετρία και οι ομοιότητες των λόγων, η ταυτότητα και η ισότητα των ειδών και όσα βρίσκονται στην καλύτερη

του Πλάτωνα (238e5). Σε δύο μάλιστα περιπτώσεις προστίθενται και άλλοι δύο όροι, ἄφθεγκτον και ἀδιανόητο, βλ. *Σοφιστής* 238c10, 241a5).

²⁰⁵ Σύμφωνα με τον Νικόμαχο τον Γερασινό υπάρχουν δέκα σχέσεις μεταξύ δύο αριθμών, οι οποίες μάλιστα ταξινομούνται ως εξής: ο πολλαπλάσιος, ο υποπολλαπλάσιος, ο επιμορίους, ο υπεπιμορίους, ο επιμερής, ο υπεπιμερής, ο πολλαπλασιεπιμορίους, ο υποπολλαπλασιεπιμορίους, ο πολλαπλασιεπιμερής και ο υποπολλαπλασιεπιμερής. (βλ. *Αριθμητική Εισαγωγή* 1.17-23). Οι όροι αυτοί εμφανίζονται και στον Αριστοτέλη (βλ. *Μετά τα Φυσικά* 1021a2) Ειδικότερα τώρα, ο Ευκλείδης ορίζει τον πολλαπλάσιο αριθμό ως τον μεγαλύτερο αριθμό μεταξύ δύο, του οποίου μέτρο συνιστά ο μικρότερος (*Στοιχεία* VII. Ορ.5). Ο Νικόμαχος (*Αριθμητική Εισαγωγή* 1.18.1.1-5) τον ορίζει ως τον αριθμό ο οποίος εξετάζεται σε σχέση με έναν άλλο και ο πολλαπλάσιος έχει μέσα του τον δεύτερο μια ή περισσότερες φορές. Ο Θέων ο Σμυρναίος (*Τα κατά μαθηματικών χρήσιμα*, 75.11-14) αναφέρει ότι πρόκειται για λόγο, για σχέση δηλαδή δύο αριθμών, κατά την οποία ο μεγαλύτερος εμπεριέχει μέσα του τον μικρότερο πολλές φορές, δηλαδή όταν ο μικρότερος συνιστά μέτρο του μεγαλύτερου. Ο Ιάμβλιχος (*Εἰς Νικομ.* 37.27-29) ονομάζει τον πολλαπλάσιο ως το πρώτο είδος των αριθμητικών σχέσεων κατά την οποία ο ένας αριθμός (χωρίς να διευκρινίζει αν πρόκειται για τον μεγαλύτερο ή για τον μικρότερο) καταμετρά ακριβώς έναν άλλον, μία ή περισσότερες φορές. Τέλος, ο Δομνίνος, (*Εγχειρίδιο της Αριθμητικής Εισαγωγής* 112.10-11) αναφέρει ότι αν υπάρχουν δύο αριθμοί που ο ένας συνιστά μέτρο του άλλου, τότε ο μεγαλύτερος θα είναι πολλαπλάσιος και ο μικρότερος υποπολλαπλάσιος.

²⁰⁶ Ο «επιμορίους» είναι άλλη μία εκ των δέκα σχέσεων δύο αριθμών. Ο όρος «επιμορίους» δεν εμφανίζεται στα *Στοιχεία* του Ευκλείδη αλλά μόνο στο αποδιδόμενο σε αυτόν έργο *Κατατομή κανόνος*, χωρίς ωστόσο να παρέχεται κάποιος σαφής ορισμός. Το μόνο που προκύπτει με σαφήνεια είναι ότι πρόκειται για λόγους μεταξύ δύο αριθμών (βλ. *Κατατομή κανόνος*, Pp. 21-33). Ο Νικόμαχος (*Αριθμητική Εισαγωγή* 1.19.1.1 -2) αναφέρει ότι ο «επιμορίους» είναι το δεύτερο τη τάξει είδος ενός αριθμού και είναι ένας αριθμός που εμπεριέχει ολόκληρο έναν άλλον αριθμό, με τον οποίο συγκρίνεται, και ένα επιπλέον μέρος αυτού. Ο Θέων (*Τα κατά μαθηματικών χρήσιμα*, 76.21-77.2) τον ορίζει ως λόγο δύο αριθμών εκ των οποίων ο μεγαλύτερος όρος έχει μέσα του τον μικρότερο και ένα ακόμα μέρος του, δηλαδή όταν ο μεγαλύτερος υπερέρχει του μικρότερου κατά το επιπλέον αυτό μέρος. Ο Ιάμβλιχος (*Εἰς Νικομ.* 40.21-23) παραθέτει έναν πιο συνοπτικό ορισμό λέγοντας ότι πρόκειται για λόγο δύο όρων στον οποίο ο μεγαλύτερος έχει τον άλλον όρο και κάτι από αυτόν. Ο Δομνίνος (*Εγχειρίδιο της Αριθμητικής Εισαγωγής* 112.21-23) σε έναν πιο αναλυτικό και περιγραφικό ορισμό παραθέτει ότι αν από ένα μεγαλύτερο αριθμό αφαιρεθεί ο μικρότερος και μείνει ως υπόλοιπό ένα μέρος, τότε ο μεγαλύτερος αριθμός ονομάζεται «επιμορίους» και ο μικρότερος «υποεπιμορίους».

φερόμενα και υπό τῆς φύσεως διαπλαττόμενα πάντως αὐτόθεν ἄμφοϊν μετέχοντα καταφαίνεται, τοῦ μὲν ἀπείρου κατὰ τὴν ὑποκειμένην αὐτοῖς ἔδραν τῶν εἰδῶν, τοῦ δὲ πέρατος κατὰ τοὺς λόγους καὶ τὰ σχήματα καὶ τὰς μορφάς.

«συστοιχία»²⁰⁷ δεν θα μπορούσαν να εμφανιστούν στα μαθηματικά, ούτε θα μπορούσαν να υπάρχουν οι επιστήμες που τα θεραπεύουν και οι μόνιμες και ακριβείς νοητικές συλλήψεις.²⁰⁸ Πρέπει, συνεπώς, και οι δύο αρχές [να υπάρχουν] στα μαθηματικά, όπως και στα άλλα γένη των όντων. Γίνεται, λοιπόν, αμέσως φανερό ότι τα τελευταία [όντα], αυτά που βρίσκονται στον υλικό κόσμο και διαπλάθονται από τη φύση, μετέχουν και των δύο αρχών, και του πέρατος, λόγω της υποκειμένης θέσης τους, του απείρου, εξαιτίας

²⁰⁷ Ο Αριστοτέλης στο χωρίο *Μετά τα Φυσικά* 986a.22-24, μας πληροφορεί ότι οι πυθαγόρειοι είχαν καταρτίσει ένα κατάλογο αντιθέτων ως εξής: «πέρας - ἄπειρον, περιττὸν - ἄρτιον, ἔν - πλήθος, δεξιὸν - ἀριστερόν, ἄρρεν - θῆλυ, ἡρεμοῦν - κινούμενον, εὐθὺ - καμπύλον, φῶς - σκότος, ἀγαθὸν - κακόν, τετράγωνον - ἑτερόμηκες» Σε έναν νοητό πίνακα με δύο στήλες (συστοιχίες) στην αριστερή κατατάσσει τις ἀριστες και στη δεξιά τις ἀντίστοιχες κἀκιστες των εννοιῶν. Ο Αριστοτέλης στο σχετικό αὐτό χωρίο μας δίνει την ενδιαφέρουσα πληροφορία, ότι οι «συστοιχίες» αυτές είτε μεταδόθηκαν ἀπὸ τους πυθαγόρειους στον Αλκμαίωνα τον Κροτωνιάτη, είτε αὐτὸς τις μετέδωσε σε αὐτούς. Ἄρα, κατὰ το Αριστοτέλη μπορεί ο εμπνευστὴς των συστοιχιῶν να ἦταν ο φυσικὸς φιλόσοφος των αρχῶν του 5^{ου} αἰῶνα και πιθανὸς μαθητὴς του Πυθαγόρα. Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τον Αλκμαίωνα τον Κροτωνιάτη βλ. Fridolf Kudlien, 'Alcmaeon of Crotona', στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμ. Gillispie Charles Coulston, τ. 1 (New York: Charles Scribner's Sons, 1970), 103-4· André Laks και Glenn Most, επιμ., *Early Greek Philosophy*, τ. 5, Loeb Classical Library (Cambridge, MA, London: Harvard University Press, 2016), 737-771.

Υπάρχουν και ἄλλες αναφορές του ὀρου «συστοιχίες» στα σωζόμενα ἔργα του Πρόκλου: *Εἰς Πολιτείαν*, 1.97.20-22· *Πλατωνική θεολογία*. 4.89.4-5· *Εἰς Κρατύλον* 141.1-4, 99.40-42 ὅπου αναφέρεται ὅτι στη *Θεογονία* του Ησιόδου η δημιουργία των θεῶν και η διάκριση των ὄντων συντελέστηκε με βάση τις συστοιχίες αυτές.

²⁰⁸ Ο ὀρος «κατάληψις» κατέχει μάλλον ιδιαίτερο ρόλο στη νεοπλατωνική γνωσιολογία. Ο ὀρος εμφανίζεται στη στωική φιλοσοφία με την ἔννοια της βέβαιης γνώσης και του κριτηρίου της ἀλήθειας (βλ. Σέξτος Εμπειρικὸς *Πρὸς μαθηματικούς* 7.151.1-7.153.1, 8.397.1-8.398.2). Ο ὀρος «κατάληψις» εμφανίζεται και στους νεοπλατωνικούς φιλοσόφους με παραπλήσιο εννοιολογικὸ περιεχόμενο. Ὅπως ἤδη αναφέρθηκε ο Νικόμαχος, ὀρίζει την επιστήμη ὡς «κατάληψιν τοῦ ὑποκειμένου ἄπταιστον καὶ ἀμετακίνητον» (*Αριθμητική Εἰσαγωγή*, 1.1.2.5-6). Ο Μαρίνος, στο ὑπόμνημά του στα *Δεδομένα* του Ευκλείδη, ἀναζητώντας τον ὀρισμὸ των «δεδομένων» και ἀφοῦ ἔχει ἐκθέσει τους βασικούς ὀρισμούς του δεδομένου που ἔχαν δώσει οι παλαιότεροι, ἀναφέρει ὅτι ὀλοι αὐτοὶ προσπάθησαν να δώσουν ἕναν ὀρισμὸ που να σημαίνει την «κατάληψιν» (236.7-9) και συνεχίζει (250) να συγκρίνει τους προτεινόμενους ὀρισμούς του δεδομένου με την ἔννοια και το νοηματικὸ περιεχόμενο του ὀρου «καταληπτὸν». Επίσης ο ὀρος ἀναφέρεται και ἀπὸ τον Πάππο τον Αλεξανδρινὸ στο 7^ο βιβλίο της *Συναγωγῆς* ὅπου ἀποκαλεῖ το ἀποτέλεσμα της ἀνάλυσης ὡς «καταληφθὲν» (634.18-20). Και ο δάσκαλος του Πρόκλου, Συριανός, στο σχολιασμὸ του στο *Μετά τα φυσικά* (178.32-33) του Αριστοτέλη, χρησιμοποιοῖ με παρόμοιο τρόπο τον ὀρο «κατάληψις» λέγοντας ὅτι ὀταν κάποιος ψεύδεται ἔχει ἀπωλέσει κάθε κατάληψη και ὀποῖος ἔχει ἀπωλέσει την κατάληψη δεν μπορεί να διατυπώσει κανέναν βέβαιο ἰσχυρισμὸ. Ἐχει σημασία να ἐπισημανθεῖ ὅτι ο ὀρος «κατάληψις» στους νεοπλατωνικούς εμφανίζεται συχνά ἐντὸς ἑνὸς ἀμιγῶς μαθηματικὸ πλαισίου, γεγονός που ἐπιτρέπει να ὑποθέσουμε ὅτι η «κατάληψις» συνιστά ἕνα εἶδος βέβαιης γνώσης η ὀποία προκύπτει ἀπὸ λογικούς συλλογισμούς, η ἀλήθεια των ὀποίων εἶναι ἀποδεδειγμένη.

των λόγων και το σχημάτων και των μορφών τους.

Κεφάλαιο 3^ο : Τα κοινά θεωρήματα που διέπουν τα μαθηματικά είδη

Ἄλλ' ὅτι μὲν ἀρχαὶ καὶ τῶν μαθημάτων αὗται προεστήκασιν, αἱ καὶ τῶν ὄντων ἀπάντων, φανερόν. ὥσπερ δὲ τὰς κοινὰς ἀρχὰς αὐτῶν θεωρήκαμεν καὶ διὰ πάντων διηκούσας τῶν μαθηματικῶν γενῶν, οὕτω δὴ καὶ τὰ κοινὰ αὐτῶν θεωρήματα καὶ ἀπλᾶ καὶ τῆς μιᾶς ἐπιστήμης ἔγγονα τῆς πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἐνὶ ἐπεχούσης ἀναλογισώμεθα, καὶ ὅπως ἐφαρμόττει πάσαις καὶ δύναται καὶ ἐν ἀριθμοῖς καὶ ἐν μεγέθεσι καὶ ἐν κινήσει θεωρεῖσθαι σκοπήσωμεν. τοιαῦτα δὲ ἐστὶ τὰ τε τῶν ἀναλογιῶν καὶ τὰ τῶν συνθέσεων καὶ διαιρέσεων καὶ τῶν ἀναστροφῶν καὶ ἐναλλαγῶν, ἔτι δὲ τὰ τῶν λόγων πάντων οἷον πολλαπλασίων καὶ ἐπιμορίων [καὶ] ἐπιμερῶν καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων καὶ ἀπλῶς τὰ περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον καθόλου θεωρούμενα καὶ κοινῶς, οὐ καθόσον [8] ἐστὶν ἐν σχήμασιν ἢ ἀριθμοῖς ἢ κινήσεσιν, ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὐτὸ τούτων

Εἶναι φανερό λοιπόν ὅτι οἱ ἀρχές που προηγούνται τῶν μαθηματικῶν εἶναι οἱ ἴδιες με αὐτές που [προηγούνται] ὅλων τῶν ἄλλων. Ὅπως ακριβῶς ἐξετάσαμε τις κοινές ἀρχές τους και το ὅτι [αυτές] διέπουν ὅλα τα μαθηματικά γένη, ἔτσι λοιπόν ας ἐξετάσουμε τα κοινὰ, ἀπλὰ θεωρήματά τους, τα οποία εἶναι τέκνα τῆς μιᾶς ολόκληρης ἐπιστήμης, ἡ οποία περιλαμβάνει μαζί, ὡς ἐνιαία ἐνότητα, και τις μαθηματικές γνώσεις. Και ας ἐξετάσουμε πῶς ἐφαρμόζονται σε ὅλες [τις ἐπιστήμες] και πῶς εἶναι δυνατόν να μελετηθοῦν στους ἀριθμούς, στα μεγέθη και στις κινήσεις. Τέτοια λοιπόν εἶναι τα θεωρήματα για τις ἀναλογίες, τις συνθέσεις, τις διαιρέσεις, τις ἀναστροφές και τις ἐναλλαγές, και ἐπίσης για ὅλους τους λόγους, ὅπως, για παράδειγμα, τους πολλαπλασίους, τους ἐπιμορίους και τους ἐπιμερεῖς²⁰⁹ ἀλλά και τους ἀντίστροφούς τους, και, γενικῶς, [τα θεωρήματα] για την καθολική και γενική ἰσότητα και ἀνισότητα,²¹⁰

²⁰⁹ Ο «ἐπιμερής» εἶναι ἄλλη μία ἐκ τῶν δέκα σχέσεων δύο ἀριθμῶν (βλ. σημ. 205), ὁ οποίος ἐπίσης δὲν ἐμφανίζεται στα *Στοιχεῖα* του Εὐκλείδη ἀλλά μόνο παρεμπιπτόντως στο ἀποδιδόμενο σε αὐτὸν ἔργο *Κατατομὴ κανόνος* (βλ. *Κατατομὴ κανόνος*, Pr. 22). Ο Νικόμαχος (*Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή*, 1.20.1.1-5) τον ὀρίζει ὡς τὴν σχέση δύο ἀριθμῶν ὅταν ὁ μεγαλύτερος ὅρος περιέχει τον μικρότερο και κάποια μέρη αὐτοῦ. Ο Θεών ο Σμυρναῖος (*Τα κατὰ μαθηματικὸν χρῆσιμα*, 78.6-10) ἀναφέρει ὅτι πρόκειται για λόγο στον οποίο ὁ μεγαλύτερος ὅρος ἔχει μία φορά τον μικρότερο και ἐπιπλέον κάποια μέρη του, εἴτε ἴδια, εἴτε διαφορετικά. Ο Ἰάμβλιχος, (*Εἰς Νικομάχου* 41.29-31) ὀνομάζει «ἐπιμερῆ» τὴν σχέση δύο ἀριθμῶν που δηλώνει ὅτι ὁ μεγαλύτερος ὅρος περιέχει τον μικρότερο και περισσότερα του ἐνός μέρη του. Ο Δομνίνος, (*Ἐγχειρίδιο τῆς Ἀριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς*, 112.26-29) ἀναφέρει ὅτι ἀν κάποιος ἀριθμὸς περιέχει μέρη ἐνός ἄλλου ἀριθμοῦ, τότε ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς ὀνομάζεται «ἐπιμερής» και ὁ μικρότερος «ὑποἐπιμερής».

²¹⁰ Πρόκειται για τις δέκα σχέσεις ἀνισότητας για τις οποίες ἐγένε λόγος στη σημ. 205»

ἐκάτερον φύσιν τινὰ ἔχον κοινήν καὶ γνῶσιν ἑαυτοῦ παρεχόμενον ἀπλουστέραν.

καὶ μὴν καὶ τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις κοινὰ πάντων ἐστὶ τῶν μαθημάτων καὶ ἡ ἀπὸ τῶν γνωριμωτέρων ὁδὸς ἐπὶ τὰ ζητούμενα καὶ ἡ ἐκ τούτων ἐπ' ἐκείνα μετάβασις, ἃς δὴ καλοῦσιν ἀναλύσεις καὶ συνθέσεις. ἢ τε ὁμοιότης καὶ ἡ ἀνομοιότης τῶν λόγων οὐδ' ὅτιοῦν τῶν μαθηματικῶν γενῶν ἀπολείπουσιν. καὶ γὰρ σχήματα τὰ μὲν ὅμοια τὰ δὲ ἀνόμοια λέγομεν καὶ ἀριθμούς ὡσαύτως τοὺς μὲν ὁμοίους τοὺς δὲ ἀνομοίους. καὶ ὅσα κατὰ τὰς δυνάμεις ἀναφαίνεται πᾶσιν ὁμοίως προσήκει τοῖς μαθήμασι, τῶν μὲν δυναμένων τῶν δὲ δυναστευομένων. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτεία Σωκράτης ταῖς μούσαις ὑψηλολογουμέναις ἀνέθηκεν, τὰ κοινὰ πάντων τῶν μαθηματικῶν λόγων ἐν πέρασιν ὠρισμένοις περιλαβῶν καὶ προστησάμενος ἐν τοῖς εἰρημένοις ἀριθμοῖς, ἀφ' ὧν δὴ καὶ τὰ μέτρα τῆς τε εὐγονίας καὶ τῆς ἐναντίας πρὸς ταύτην ἀγονίας καταφαίνεται.

μόνο ὅταν καθεμία ἀπὸ αὐτές ἔχουν κάποια κοινή φύση καὶ παρέχουν ἀπλούστερη γνώση γιὰ τον εαυτό τους καὶ ὄχι ὅταν αφοροῦν [8] σχήματα, ἀριθμούς ἢ κινήσεις.

Ἔτσι λοιπόν, τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις εἶναι κοινὰ σε ὅλα τα μαθηματικά, ὅπως καὶ οἱ μέθοδοι μετάβασης ἀπὸ αὐτὰ που εἶναι πιο γνωστά πρὸς τα ζητούμενα καὶ ἀπὸ τα τελευταία πρὸς τα πρώτα – τις οποίες ονομάζουν «ἀναλύσεις» καὶ «συνθέσεις».²¹¹ Ἐπίσης, καὶ ἡ ὁμοιότητα καὶ ἡ ἀνομοιότητα τῶν λόγων δὲν λείπουν ἀπὸ τα μαθηματικά γένη, διότι ἀπὸ τα σχήματα, κάποια τα ονομάζουμε ὅμοια ἐνῶ ἄλλα ἀνόμοια, καὶ, ὁμοίως, ἀπὸ τους ἀριθμούς κάποιους [τους ονομάζουμε] ὁμοίους καὶ ἄλλους ἀνόμοιους. Με τον ἴδιο τρόπο, ὅσα δηλώνουν δυνάμεις, εἴτε τετράγωνα εἴτε ρίζες,²¹² συμπεριλαμβάνονται στα μαθηματικά. Αὐτὰ εἶναι που στὴν *Πολιτεία* ὁ Σωκράτης βάζει τις μούσες νὰ λένε με μεγαλοστομία,²¹³ συμπεριλαμβάνοντας ἐντὸς συγκεκριμένων ορίων τα κοινὰ [θεωρήματα] ὅλων τῶν μαθηματικῶν λόγων καὶ παρουσιάζοντάς τα με τους προαναφερθέντες ἀριθμούς, οἱ οποίοι

²¹¹ Ἐδῶ ὁ Πρόκλος παραθέτει τους ὅρους «ἀνάλυση» καὶ «σύνθεση» σε ἀντίστροφη σειρά ἀπὸ αὐτὴ που στὴν προηγούμενη φράση τους περιέγραψε. Ἡ «ἀνάλυση» εἶναι ἡ συλλογιστικὴ πορεία ἀπὸ γνωστά πρὸς τα ζητούμενα, ἐνῶ ἡ «σύνθεση» εἶναι ἡ ἀντίστροφη συλλογιστικὴ πορεία.

²¹² Οἱ ὅροι αὐτοὶ εἶναι καθαρὰ μαθηματικοὶ καὶ ἀπηχῶν τὸ περιεχόμενο του πλατωνικοῦ χωρίου τῆς *Πολιτείας* 546b3-546c1, τὸ ὁποῖο σχεδὸν αὐτοῦσιο παραθέτει καὶ ὁ Πρόκλος στὸν σχολιασμό του στὴν *Πολιτεία* (*Εἰς Πολιτείαν*, 2.36.9-12).

²¹³ Αναφέρεται στὸ χωρίο τῆς *Πολιτείας* 545d-546b.

αποκαλύπτουν τις περιόδους της ευφορίας και του αντιθέτου της, της αφορίας.

Κεφάλαιο 4^ο : Με ποιο τρόπο αυτά τα κοινά θεωρήματα έλαβαν υπόσταση και με ποια γνώση συλλαμβάνονται

Δει δὲ ἄρα τὰ κοινὰ ταῦτα μήτε ἐν τοῖς πολλοῖς καὶ διηρημένοις εἶδεσι πρώτως ὑφεστάναι νομίζειν, μήτε ὑστέρωσ καὶ ἐκ τῶν πολλῶν ἔχοντα τὴν γένεσιν, ἀλλ' ὡς πρὸ αὐτῶν ἐστῶτα καὶ ἀπλότητι καὶ ἀκρίβειᾳ διαφέροντα τίθεσθαι. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ ἡ γνῶσις αὐτῶν προηγείται τῶν πολλῶν γνώσεων καὶ δίδωσι [9] τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασιν καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται. λεγέτω γὰρ ὁ γεωμέτρης, ὅτι τεττάρων ὄντων μεγεθῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ δεικνύτω κατὰ τὰς οἰκείας ἀρχὰς, αἷς ὁ ἀριθμητικὸς οὐκ ἂν ποτε χρήσαιτο, καὶ αὐτὸς ὁ ἀριθμητικὸς, ὅτι τεττάρων ὄντων ἀριθμῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ τοῦτο ἀπὸ τῶν τῆς οἰκείας ἐπιστήμης ἀρχῶν. τίς οὖν ὁ καθ' ἑαυτὸν γνωρίζων τὸ ἐναλλάξ εἴτε ἐν μεγέθεσιν εἴτε ἐν ἀριθμοῖς καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν συγκειμένων μεγεθῶν ἢ ἀριθμῶν καὶ τὴν σύνθεσιν ὡσαύτως τῶν διηρημένων; οὐ γὰρ δὴ που τῶν μὲν μεριστῶν εἰσὶν ἐπιστῆμαι καὶ γνώσεις, τῶν δὲ αὐτῶν καὶ τῆς νοερᾶς θεωρίας ἐγγυτέρω τεταγμένων οὐδὲ μίαν ἔχομεν ἐπιστῆμην. ἀλλὰ πολλῶν πρότερον ἢ ἐκείνων γνῶσις ἐστὶν ἐπιστῆμη καὶ ἀπ' ἐκείνης αἱ

Συνεπῶς, δεν θα πρέπει να θεωρούμε ότι αυτά τα κοινά [θεωρήματα] λαμβάνουν την υπόστασή τους πρωτίστως μέσα στα πολλά και διαιρεμένα είδη, ούτε ότι δημιουργούνται εκ των υστέρων από τα πολλά, αλλά ότι υπάρχουν πριν από αυτά [τα διαιρεμένα είδη] και ότι διαφέρουν ως προς την απλότητα και την ακρίβεια. Γι' αυτό και η γνώση τους προηγείται των γνώσεων των πολλών, τους δίνει [9] εκείνες τις αρχές και οι πολλές [γνώσεις] υπάρχουν γύρω από αυτήν και ανάγονται σε αυτήν. Έστω, λοιπόν, ότι ο γεωμέτρης ισχυρίζεται πως αν υπάρχουν τέσσερα μεγέθη ανάλογα [μεταξύ τους], θα είναι και εναλλάξ [ανάλογα μεταξύ τους].²¹⁴ Και έστω ότι το αποδεικνύει σύμφωνα με τις αρχές της οικείας [επιστήμης του] – τις οποίες αυτός που ασχολείται με την αριθμητική δεν θα χρησιμοποιούσε ποτέ. Έστω τώρα ότι αυτός που ασχολείται με την αριθμητική [λέει] πως αν τέσσερις αριθμοί είναι ανάλογοι [μεταξύ τους], θα είναι και εναλλάξ [ανάλογοι μεταξύ τους], και αυτό βάσει των αρχών της οικείας [επιστήμης του]. Ποιος λοιπόν [από τους δύο] γνωρίζει από μόνος του την

²¹⁴ Πρόκειται για την πρόταση 16 του 5^{ου} βιβλίου των *Στοιχείων* του Ευκλείδη.

πολλαὶ τοὺς κοινούς ὑποδέχονται λόγους καὶ μέχρι τοσούτου γνώσεων ἄνοδος ἀπὸ τῶν μερικωτέρων ἐπὶ τὰς ὀλικωτέρας, ἕως ἂν ἐπ' αὐτὴν ἀναδράμωμεν τὴν τοῦ ὄντος, ἧ ὄν ἐστιν, ἐπιστήμην. αὕτη γὰρ οὐ τὰ καθ' αὐτὰ τοῖς ἀριθμοῖς ὑπάρχοντα σκοπεῖν ἀξιοῖ, οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς, ἀλλὰ τῶν ὄντων ἀπάντων τὴν μίαν καὶ μόνην οὐσίαν καὶ ὑπαρξιν θεωρεῖ, καὶ διὰ τοῦτο πασῶν ἐστὶ τῶν ἐπιστημῶν περιληπτικωτάτη καὶ πᾶσαι παρ' ἐκείνης λαμβάνουσι τὰς ἀρχάς.

ἀεὶ γὰρ αἱ ἀνωτέρω ταῖς ὑπ' αὐτὰς παρέχουσι τὰς πρώτας τῶν ἀποδείξεων ὑποθέσεις, ἡ δὲ τελειοτάτη τῶν ἐπιστημῶν ἀπάσαις ἀφ' ἑαυτῆς ἐνδίδωσι [10] ταῖς μὲν ὀλικωτέρας ταῖς δὲ μερικωτέρας ἀρχάς· δι' ὃ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης παιδιὰν σπουδῆ κεραυνὸς περιστραῖς μὲν ἀπεικάζει τὰς ἐν ἡμῖν ἐπιστήμας. πέτεσθαι δὲ αὐτὰς φησὶν τὰς μὲν κατ' ἀγέλας τὰς δὲ καὶ χωρὶς ἀπὸ τῶν ἄλλων. αἱ μὲν γὰρ κοινότεραι καὶ ὀλικώτεραι πολλὰς ἐν ἑαυταῖς περιέχουσι μερικωτέρας, αἱ δὲ τῶν διηρημένων κατ' εἶδη γνωστῶν ἐφαπτόμεναι διεστήκασιν ἀλλήλων καὶ ἀσύναπτοι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ἀπὸ διαφερουσῶν ὠρμημένα τῶν

πρώτων ἀρχῶν. μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθημάτων ἢ τὰ κοινὰ καὶ διὰ πάντων

εναλλαγὴ στα μεγέθη ἢ στους αριθμούς και τη διαίρεση των σύνθετων μεγεθῶν ἢ αριθμῶν και ομοίως τη σύνθεση των μερῶν τους; Διότι δεν μπορεί να υπάρχουν επιστήμες και γνώσεις για τα διαιρετά, ἀλλὰ για τα ἄυλα και για ὅσα γειτνιάζουν με τη νοητικὴ σκέψη να μην ἔχουμε καμία ἐπιστήμη. Η γνώση αὐτῶν εἶναι πολὺ πρότερη ἐπιστήμη, και ἀπὸ αὐτὴν λαμβάνουν οι διάφορες [ἐπιστήμες] τους κοινούς λόγους. Και η ἀνοδος ἀπὸ τις ἐπιμέρους γνώσεις πρὸς τις καθολικὲς γίνεται ἀναδρομικά, μέχρι να φτάσουμε στην ἐπιστήμη του ὄντος ὡς ὄν.²¹⁵ Διότι αὐτὴ δεν θεωρεῖ σημαντικό να εξετάζει ὅσα ἀφοροῦν στους ἀριθμούς, οὔτε τα κοινὰ [χαρακτηριστικά] ὅλων των μεγεθῶν, ἀλλὰ μελετᾷ τη μία και μοναδικὴ οὐσία ὅλων των ὄντων, και γι' αὐτὸν τον λόγο εἶναι πιο περιεκτικὴ ἀπὸ ὅλες τις ἄλλες ἐπιστήμες, οι οποίες παίρνουν τις ἀρχές τους ἀπὸ αὐτὴ.

Επίσης, πάντα οι ἀνώτερες [ἐπιστήμες] παρέχουν τις πρώτες ὑποθέσεις για τις ἀποδείξεις στις κατώτερες [ἐπιστήμες], και η πιο τέλεια ἀπὸ ὅλες τις ἐπιστήμες δίνει ἀπὸ μόνη της [10] σε ὅλες τις ἄλλες ἐπιστήμες – σε ὀρισμένες πιο γενικὲς και σε ἄλλες πιο ἐιδικὲς. Γι' αὐτὸ και ο Σωκράτης στον *Θεαίτητο*,²¹⁶ συγκαυραζοντας το παιχνιδι με τη σοβαρότητα παρομοιάζει τις ἐπιστήμες που ἔχουμε μέσα

²¹⁵ Το χωρίο ἀπηχεῖ ὅσα διατυπώνονται στα ἀριστοτελικά χωρία *Μετὰ τα Φυσικά* 1026a31-32 και 1064b6-8.

²¹⁶ Πλάτων, *Θεαίτητος*, 197d4-8.

διήκοντα τῶν γενῶν γνωρίζουσα καὶ πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις χορηγοῦσα τὰς ἀρχάς. Καὶ μέχρι τοῦδε ἐν ἡμῖν ἡ περὶ αὐτῆς ἀφωρίσθω διδασκαλία.

μας με περιστέρια. Λέει, ὅτι κάποια ἀπὸ αὐτὰ πετοῦν σε σμήνος ἐνῶ ἄλλα χωριστά. Οἱ πιο γενικές καὶ καθολικές [αρχές] περιέχουν πολλές [ἄλλες] ἐπιμέρους, ἐνῶ αὐτές που ἀπτονται τῶν διαιρεμένων γνωστικῶν εἰδῶν διακρίνονται ἡ μία ἀπὸ τὴν ἄλλη καὶ δὲν συνδέονται μεταξὺ τους, διότι ἐκκινοῦν ἀπὸ διαφορετικές πρώτες ἀρχές. Συνεπῶς, ἀς θεωρήσουμε ὅτι ὑπάρχει μία μοναδική ἐπιστήμη, ἀνώτερη ἀπὸ πολλές ἐπιστήμες καὶ διδασκαλίες, ἡ ὁποία γνωρίζει τὶς κοινές [αρχές] που διέπουν ὅλα τὰ γένη καὶ δίνει σε ὅλες τὶς μαθηματικές ἐπιστήμες τὶς ἀρχές. Καὶ ἀς περιοριστεῖ μέχρι ἐδῶ ἡ συζήτησή²¹⁷ μας γι' αὐτή.

Κεφάλαιο 5^ο : Ποια εἶναι τὰ κριτήρια τῶν μαθηματικῶν

Μετὰ δὲ τοῦτο τί ποτ' ἂν εἴη τὸ κριτήριον τῶν μαθημάτων θεωρήσωμεν καὶ προστησόμεθα καὶ τῆς τούτου παραδόσεως ἡγεμόνα τὸν Πλάτωνα διαιρούμενον ἐν πολιτεία χωρὶς μὲν τὰ γνωστὰ χωρὶς δὲ τὰς γνώσεις καὶ συζύγως ἀπονέμοντα τοῖς γνωστοῖς τὰς γνώσεις. τῶν γὰρ ὄντων τὰ μὲν νοητὰ θέμενος τὰ δὲ αἰσθητά, τῶν δ' αὖ

Στὴ συνέχεια, ἀς ἐξετάσουμε ποιο θα μπορούσε νὰ εἶναι τὸ κριτήριο τῶν μαθηματικῶν²¹⁸ καὶ ἀς ἀκολουθήσουμε, τὴν παράδοση τοῦ ἐρωτήματος αὐτοῦ με ὁδηγὸ τὸν Πλάτωνα, ὁ ὁποῖος στὴν *Πολιτεία* διακρίνει τὰ ἀντικείμενα τῆς γνώσης ἀπὸ τὶς γνώσεις καὶ ἀντιστοιχίζει τὶς γνώσεις με τὰ ἀντικείμενα τῆς γνώσης. Κάποια λοιπὸν ἀπὸ

²¹⁷ Ἡ χρῆση τοῦ ὀρου διδασκαλία μαρτυρεῖ τὸν σκοπὸ συγγραφῆς τοῦ προλόγου αὐτοῦ καὶ τοῦ σχολιασμοῦ συνολικά, που δὲν εἶναι ἄλλος, παρὰ ἐκπαιδευτικός. Το ἐν λόγῳ κείμενο ἔχει γραφτεῖ στὸ πλαίσιο τῆς ἐκπαιδευτικῆς δραστηριότητος τῆς νεοπλατωνικῆς σχολῆς τῆς Ἀθήνας καὶ ἡ λέξις αὐτὴ τεκμηριώνει τὴν ἀπόψη αὐτή.

²¹⁸ Το ἴδιο ἐρώτημα θέτει καὶ ὁ Ἰάμβλιχος στὸ *Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης*, 8.1. πρόκειται γιὰ ἄλλο ἓνα δεῖγμα τῆς ἰδιαίτερης σχέσης τῶν δύο κειμένων. Ὁ Συριανός, ἀναφέρει ὅτι μεταξὺ τῶν ζητημάτων με τὰ ὁποῖα καταπιάστηκαν οἱ πυθαγόρειοι εἶναι «τί τὸ κοινὸν κριτήριον τῶν μαθημάτων πάντων;» (*Εἰς Μετὰ τὰ Φυσικά*, 102.3), γεγονός που ἐνισχύει τὴν ὑπόθεση ὅτι τόσο τὸ κείμενο τοῦ Πρόκλου ὅσο καὶ τοῦ Ἰάμβλιχου ἔχουν μιὰ κοινὴ πηγὴ πυθαγόρειας προέλευσης.

νοητῶν τὰ μὲν νοητὰ πάλιν τὰ δὲ διανοητά, καὶ τῶν αἰσθητῶν τὰ μὲν αἰσθητὰ τὰ δὲ εἰκαστά, τοῖς μὲν νοητοῖς, ἃ δὴ τῶν τεττάρων ἐστὶ γενῶν πρότιστα, γινῶσιν ἐπίστησι τὴν νόησιν, τοῖς δὲ διανοητοῖς διάνοιαν, τοῖς δὲ αἰσθητοῖς πίστιν καὶ τοῖς εἰκαστοῖς εἰκασίαν. καὶ τοῦτον ἔχουσιν τὸν λόγον ἀποφαίνει τὴν εἰκασίαν πρὸς τὴν αἴσθησιν, ὃν ἢ [11] διάνοια πρὸς τὴν νόησιν· ἢ τε γὰρ εἰκασία τὰ εἰδῶλα γινώσκει τῶν αἰσθητῶν ἔν τε ὕδασι φανταζόμενα καὶ τοῖς ἄλλοις κατόπτροις ἐσχάτην πῶς ἐν εἴδεσιν ἔχοντα τάξιν καὶ εἰδώλων ὄντως εἰδῶλα γεγονότα, καὶ ἢ διάνοια τὰς τῶν νοητῶν εἰκόνας θεωρεῖ τὰς ἀπὸ τῶν πρώτων καὶ ἀπλῶν καὶ ἀμεριστῶν εἰδῶν εἰς πλῆθος καὶ διαίρεσιν ὑποβάσας, δι' ὃ καὶ ταύτης μὲν ἢ γινῶσις ἀπ' ἄλλων ὑποθέσεων ἤρτηται πρεσβυτέρων, ἢ δὲ νόησις ἐπ' αὐτὴν ἄνεισι τὴν ἀνυπόθετον ἀρχήν.

εἰ τοίνυν τὰ μαθηματικὰ μήτε τὴν ἀμεριστον ἔλαχεν ὑπόστασιν καὶ χωριστὴν ἀπὸ πάσης διαιρέσεως καὶ ποικιλίας μήτε τὴν αἰσθήσει γνωριζομένην καὶ πολὺν μετὰβολον καὶ πάντη μεριστήν, παντί που καταφανές, ὅτι διανοητὰ μὲν ἐστὶ κατὰ τὴν οὐσίαν, διάνοια δὲ αὐτῶν προέστηκεν ὡς κριτήριον, ὥσπερ τῶν αἰσθητῶν αἴσθησις καὶ εἰκασία τῶν εἰκαστῶν. ὅθεν δὴ καὶ ὁ Σωκράτης ἀμυδροτέραν μὲν τὴν

τα ὄντα τα ὅρισε «νοητά» καὶ κάποια «αισθητά». Επίσης, ἀπὸ τα νοητά, [κάποια τα ὅρισε] πάλι ὡς «νοητά» καὶ ἄλλα «διανοητά», ἐνῶ ἀπὸ τα αἰσθητά κάποια ὡς «αισθητά» καὶ ἄλλα «ἀπεικονίσεις». Στα νοητά, τα ὁποῖα εἶναι τα πρώτα ἀπὸ τα τέσσερα εἶδη, ἀπέδωσε τὴ νόηση, στα διανοητά τὴν διάνοια, στα αἰσθητά τὴν πίστιν καὶ στις εἰκόνες τὴν εἰκασία.²¹⁹ Καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ὁ λόγος τῆς εἰκασίας πρὸς τὴν αἴσθησιν εἶναι [11] ὅπως τὸν λόγο τῆς διάνοιας πρὸς τὴ νόηση. Διότι ἡ εἰκασία γινώσκει τα εἰδῶλα τῶν αἰσθητῶν που ἐμφανίζονται μέσα στα νερά καὶ στα ἄλλα κάτοπτρα ἔχοντας τὴν τελευταία θέση ἀνάμεσα στα εἶδη, ἀφοῦ στὴν πραγματικότητα εἶναι εἰδῶλα εἰδώλων. Καὶ ἡ διάνοια ἐξετάζει τις εἰκόνες τῶν νοητῶν, οἱ ὁποῖες ἀπὸ τα πρώτα, τα ἀπλά καὶ τα ἀδιαίρετα εἶδη, κατήλθαν στὴν πολλαπλότητα καὶ στὴ διαίρεση. Γι' αὐτὸ καὶ ἡ γνώση τῆς ἐξαρτάται ἀπὸ ἄλλες ἀνώτερες ὑποθέσεις, ἐνῶ ἡ νόηση ἀνάγεται στὴν ἀνευ ὑποθέσεως ἀρχή.

Ἄν, λοιπόν, τα μαθηματικὰ [ὄντα] ἔτυχε νὰ μὴν ἔχουν λάβει τὴν ἀδιαίρετη καὶ ἀπαλλαγμένη ἀπὸ κάθε [έννοια] διαίρεσης καὶ ποικιλίας ὑπόστασις, ἀλλὰ οὔτε καὶ [τὴν ὑπόστασις] που ἀναγνωρίζεται ἀπὸ τὴν αἴσθησιν καὶ [εἶναι] εὐμετάβλητη καὶ

²¹⁹ Ἡ ἀναφορὰ αὐτὴ παραπέμπει εὐθέως στὴ γνωσιολογικὴ καὶ ὄντολογικὴ διάκριση τοῦ Πλάτωνα (*Πολιτεία*, 533e-534c). Ὡστόσο ἐδῶ μιλά γιὰ τετραμερὴ διάκριση τῆς γνώσης καὶ ὄχι τριμερὴ ὅπως ἔκανε στο 3.14-16. Επίσης, εἶναι ξεκάθαρο ὅτι στο σημεῖο αὐτὸ διαβάζει τὴν πλατωνικὴ ἀλληγορία τῆς τετμημένης γραμμῆς (*Πολιτεία*, 509d-510c)

τούτων γνῶσιν εἶναι διορίζεται τῆς πρωτίστης ἐπιστήμης, τρανεστέραν δὲ τῆς δοξαστικῆς ἐπιβολῆς. τὸ μὲν γὰρ ἀνειλιγμένον καὶ διεξοδικὸν τῆς θεωρίας πλεονάζον ἔχουσι τῆς νοήσεως, τὸ δὲ μόνιμον τῶν λόγων καὶ ἀνέλεγκτον ὑπερέχον τῆς δόξης. καὶ τὸ μὲν ἐξ ὑποθέσεως ὠρμημένον κατὰ τὴν ὕφεισιν ἔλαχον τῆς πρώτης ἐπιστήμης, τὸ δὲ ἐν αὐλοῖς εἶδεσιν ὕφεστος κατὰ τὴν τελειότεραν τῶν αἰσθητῶν εἰδησιν. Τὸ μὲν οὖν κριτήριον τῶν μαθημάτων ἀπάντων τοιόνδε κατὰ τὸν νοῦν ἀφοριζόμεθα τοῦ Πλάτωνος, [12] τὴν διάνοιαν δόξης μὲν ὑπεριδρύσασαν ἑαυτὴν, τῆς δὲ νοήσεως ἀπολειπομένην.

απολύτως διαιρετὴ, εἶναι φανερό στον καθένα ὅτι, ὡς προς τὴν οὐσία τους, εἶναι διανοητά, καὶ, ὡς κριτήριό τους, τίθεται ἡ διάνοια, ὅπως εἶναι ἡ αἴσθησις γιὰ τὰ αἰσθητά καὶ ἡ εἰκασία γιὰ τὰ ἀπεικάσματα. Ἐξαιτίας αὐτοῦ ὁ Σωκράτης χαρακτηρίζει τὴ γνῶσις [τῶν μαθηματικῶν] πιο ασαφὴ ἀπὸ τὴν ὕψιστη ἐπιστήμη, πιο καθαρὴ ὅμως ἀπὸ τὴν δοξαστικὴ ἀντίληψη.²²⁰ Διότι, πλεονάζει τῆς νόησεως ὡς προς τὴν ἐρμητευτικότητα καὶ τὴν διεξοδικότητα, ἀλλὰ ὑπερέχει τῆς δόξας ὡς προς τὴν σταθερότητα τῶν λόγων καὶ τὸν ἀνέλεγκτο [χαρακτήρα της]. Καὶ ἐνὸς συμβαίνει νὰ εἶναι κατώτερη τῆς ὕψιστης ἐπιστήμης ἐπειδὴ ἐκκινεῖ ἀπὸ υποθέσεις, ἡ ἐνασχόλησις τῆς με τὰ ἀυλα εἶδη τὴν καθιστὰ τελειότερη ἀπὸ τὴν γνῶσις τῶν αἰσθητῶν. Ἔτσι, λοιπὸν, ορίζουμε τὸ κριτήριον ὅλων τῶν μαθηματικῶν, ἀκολουθώντας τὴ σκέψη τοῦ [Πλάτωνα], [12] ὡς διάνοια, ἡ ὁποία βρίσκεται σὲ υψηλότερη θέση ἀπὸ τὴ δόξα, ὑπολείπεται ὅμως τῆς νόησεως.

Κεφάλαιο 6^ο : Ποια εἶναι ἡ οὐσία τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν καὶ μορφῶν καὶ με ποῖον τρόπο υφίστανται

ἔπεται δὲ ποῦ κατιδεῖν ἡμᾶς, τίνα τὴν οὐσίαν προσήκει λέγειν τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν τε καὶ γενῶν, καὶ πότερον ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν αὐτὴν ὑφίστανται συγχωρητέον εἴτε κατὰ ἀφαίρεσιν, ὥς ποῦ λέγειν εἰώθασιν, εἴτε

Ἀκολουθεῖ τώρα νὰ δοῦμε ποια οὐσία πρέπει νὰ ἀποδίδουμε στα μαθηματικά εἶδη καὶ γένη. Πρέπει νὰ ἀποδεχτοῦμε ὅτι λαμβάνουν τὴν ὑπόστασή τους με ἀφαίρεση ἀπὸ τὰ αἰσθητά, ὅπως εἰθίσται νὰ λέγεται, ἢ με

²²⁰ Αναφέρεται στο πλατωνικό χωρίο τῆς *Πολιτείας* 533d4-6.

κατὰ ἄθροισιν τῶν μερικῶν εἰς ἓνα τὸν κοινὸν λόγον, ἢ καὶ πρὸ τούτων αὐτῇ τὴν ὑπόστασιν δοτέον, ὡς ὁ τε [Πλάτων] ἀξιοῖ καὶ ἡ τῶν ὅλων ἐπιδεικνύει πρόοδος. πρῶτον μὲν οὖν εἰ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν τὰ μαθηματικὰ εἶδη λέγομεν ὑποστῆναι, τῆς ψυχῆς ἀπὸ τῶν ἐν ὕλῃ τριγώνων ἢ κύκλων τὸ εἶδος τὸ κυκλικὸν ἢ τὸ τριγωνικὸν ὑστερογενῶς ἐν ἑαυτῇ μορφύσης, πῶθεν ἢ ἀκρίβεια καὶ τὸ ἀνέλεγκτον ὑπάρχει τοῖς λόγοις; ἀνάγκη γάρ, ἢ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἢ ἀπὸ ψυχῆς. ἀλλὰ μὴν ἀπὸ γε τῶν αἰσθητῶν ἀδύνατον, πολλῶ γὰρ ἂν μᾶλλον ἀκριβείας τούτοις μετῆν· ἀπὸ τῆς ψυχῆς ἄρα, τοῖς μὲν ἀτελέσι τὸ τέλειον τοῖς δὲ μὴ ἀκριβέσι τὸ ἀκριβές προστιθείσης. ποῦ γὰρ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς τὸ ἀμερές ἢ τὸ ἀπλατὲς ἢ τὸ ἀβαθές, ποῦ δὲ ἡ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῶν ἰσότης, ποῦ δὲ οἱ ἐστῶτες ἀεὶ λόγοι τῶν πλευρῶν, ποῦ δὲ αἱ τῶν γωνιῶν ὀρθότητες; οὐχ ὀρῶμεν, ὡς ἐν ἀλλήλοις πάντα τὰ αἰσθητὰ συμμέμικται καὶ ὡς οὐδὲν ἐν τούτοις εἰλικρινές οὐδὲ τοῦ ἐναντίου καθαρεῦον, ἀλλὰ μεριστὰ πάντα καὶ διαστατὰ καὶ κινούμενα; πῶς οὖν τοῖς ἀκινήτοις λόγοις ἐκ τῶν κινουμένων καὶ ἄλλοτε ἄλλως ἐχόντων αὐτὴν [13] τὴν μόνιμον οὐσίαν δώσομεν; πᾶν γὰρ τὸ ἀπὸ κινουμένων

συνάθροιση των επιμέρους σε έναν κοινό παρονομαστή, ἢ ὅτι ἡ ὑπόστασή τους αναγκαστικά δίδεται πρὶν ἀπὸ αὐτά, ὡς αξιώνει ὁ Πλάτωνας καὶ ἀποδεικνύει ἡ πρόοδος των πάντων. Πρῶτον, λοιπόν, ἀν πούμε ὅτι τὰ μαθηματικὰ εἶδη ἔλαβαν τὴν ὑπόστασή τους ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ – ὅτι, δηλαδή ἡ ψυχὴ διαμορφώνει μέσα της, σε δεύτερο χρόνο, τὰ υλικά τρίγωνα καὶ κύκλους που ἀνήκουν στο κυκλικὸ εἶδος ἢ τὸ τριγωνικὸ εἶδος – ἀπὸ ποῦ προκύπτει ἡ ἀκρίβεια καὶ τὸ ἀδιάψευστο των μαθηματικῶν λόγων; Διότι, αναγκαστικά, [πρέπει να προέρχονται] εἴτε ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ εἴτε ἀπὸ τὴν ψυχὴ. Ωστόσο, εἶναι ἀδύνατον [να προέρχονται] ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ, διότι ἓνα μεγάλο τους μέρος θα καταλαμβάνονταν ἀπὸ ἀκρίβεια. Ἄρα, [προέρχονται] ἀπὸ τὴν ψυχὴ, ἡ ὁποία προσθέτει τὴν τελειότητα στα ἀτελή καὶ τὴν ἀκρίβεια στα μὴ-ἀκριβή. Επίσης, που ὑπάρχει στα αἰσθητὰ κάτι χωρὶς μέρη, πλάτος ἢ βάθος; Πού [υπάρχει] ἡ ἰσότης των ακτίνων ἐνός κύκλου,²²¹ οἱ πάντα σταθεροὶ λόγοι των πλευρῶν ἢ οἱ ὀρθότητες των γωνιῶν; Δὲν βλέπουμε ὅτι ὅλα τὰ αἰσθητὰ ἔχουν ἀναμειχθεὶ μεταξύ τους καὶ ὅτι σε αὐτά δὲν βρίσκουμε

²²¹ Στα *Στοιχεῖα* ὁ Εὐκλείδης δὲν ὀρίζει τὴν ακτὴν τοῦ κύκλου, παρὰ ὀρίζει μόνον τὴν διάμετρο στον ὀρισμὸ 17 τοῦ πρώτου βιβλίου. Περιλαμβάνεται, ἐπίσης, ὡς ὀρος στον ὀρισμὸς 5 των *Δεδομένων*. Το γεγονός ὅτι τον περιγραφικὸ αὐτὸ ὀρο για τὴν ακτὴν τον χρησιμοποιοῦν ὁ Ἀριστοτέλης (*Περὶ Οὐρανοῦ* καὶ *Μηχανικά*), ὁ Πτολεμαῖος (*Μεγίστη*), ὁ Εὐκλείδης (*Στοιχεῖα & Δεδομένα*), ὁ Ἀρχιμήδης (*Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου*), ὁ Ἡρώνας (*Μετρικά*), ὁ Πάππος (*Συναγωγή*) κ.α. δηλώνει ὅτι πρόκειται για ἓνα τεχνικὸ μὲν ὀρο, ὁ ὁποῖος, ὡστόσο, προέρχεται ἀπὸ τὸ καθημερινὸ λεξιλόγιο καὶ ἡ σημασία του εἶναι τόσο προφανής που δὲν ἀπαιτεῖται ἡ παράθεση ἐιδικοῦ μαθηματικοῦ ὀρισμοῦ.

οὐσιῶν ὑφιστάμενον καὶ ὑπαρξίν μεταβλητὴν ἔχειν ὁμολογεῖται παρ' αὐτῶν. πῶς δὲ τοῖς ἀκριβέσι καὶ ἀνελέγκτοις εἶδεσιν ἀπὸ τῶν μὴ ἀκριβῶν τὴν ἀκρίβειαν προσθήσομεν; πᾶν γὰρ τὸ τῆς ἀκινήτου γνώσεως αἴτιον μειζόνως ἐστὶν αὐτὸ τοιοῦτον. ψυχὴν ἄρα τὴν γεννητικὴν ὑποθετέον τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν τε καὶ λόγων. ἀλλ' εἰ μὲν ἔχουσα τὰ παραδείγματα κατ' οὐσίαν ὑφίστησιν αὐτά, καὶ εἰσὶν αἱ γεννήσεις προβολαὶ τῶν ἐν αὐτῇ προυπαρχόντων εἰδῶν, τῷ τε Πλάτωνι συνεσόμεθα ταῦτα λέγοντες καὶ τὴν ἀληθῆ οὐσίαν τῶν μαθημάτων εὐρηκότες ἂν εἶμεν. εἰ δὲ μὴ ἔχουσα μηδὲ προειληφυῖα τοὺς λόγους τοσοῦτον ὑφαίνει διάκοσμον ἄῤυλον καὶ τοσαύτην ἀπογεννᾷ θεωρίαν, πῶς τὰ γεννηθέντα δύναται διακρίνειν, εἴτε γόνιμα τυγχάνει ὄντα εἴτε ἀνεμιαῖα καὶ εἰδῶλα ἀντ' ἀληθῶν, ποίοις δὲ κανόσι χρωμένῃ τὴν ἐν τούτοις ἀλήθειαν παραμετρεῖ; πῶς δὲ καὶ μὴ ἔχουσα τὴν οὐσίαν αὐτῶν ἀπογεννᾷ τοσαύτην ποικιλίαν λόγων; ἠτοματισμένην γὰρ οὕτως τὴν ὑπόστασιν αὐτῶν ποιήσομεν καὶ πρὸς οὐδένα ὄρον ἀναφερομένην. εἰ ἄρα ψυχῆς ἐστὶν ἔκγονα τὰ μαθηματικὰ εἶδη καὶ οὐκ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἔχει τοὺς λόγους, ὧν ὑφίστησιν ἢ ψυχῇ, καὶ ἀπ' ἐκείνων ταῦτα προβάλλεται

τίποτα καθαρὸ ἢ το ἀντίθετό του, ἀλλὰ ὅλα [εἶναι] διαιρετά, ἔχουν ἔκταση καὶ κινούνται; Πῶς λοιπὸν θα ἀποδώσουμε τὴν ἴδια μόνιμη οὐσία τῶν κινούμενων καὶ ευμετάβλητων [13] στα ἀκίνητα; Διότι, εἶναι κοινῶς ἀποδεκτό ὅτι κάθε τι που λαμβάνει τὴν ὑπόστασή του ἀπὸ μεταβλητῆς οὐσίας, ἡ ὑπόστασή του εἶναι ἐπίσης μεταβλητῆ. Πῶς, ἐπίσης, θα προσθέσουμε στα ἀκριβῆ καὶ ἀδιάφευστα εἶδη τὴν ἀκρίβεια ἀπὸ τα μὴ ἀκριβῆ; Διότι κάθε αἴτιο τῆς ἀμετάβλητης γνώσεως εἶναι, τὸ ἴδιο, ἀκόμη πιο ἀμετάβλητο. Ἄρα, πρέπει νὰ θεωρήσουμε τὴ ψυχὴ ὡς μητέρα τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν καὶ ιδεῶν καὶ λόγων. Καὶ ἂν λέγαμε ὅτι τα μαθηματικὰ δημιουργοῦνται ἀπὸ τὴ ψυχῇ, ἀπὸ τα υποδείγματα που βρίσκονται στὴν οὐσία τῆς, καὶ ὅτι αὐτά τα δημιουργήματα εἶναι προβολές τῶν εἰδῶν που προϋπάρχουν μέσα τῆς, τότε τα λεγόμενά μας θα συμφωνοῦσαν με τὸν Πλάτωνα καὶ θα εἶχαμε βρεῖ τὴν ἀληθινὴ οὐσία τῶν μαθηματικῶν. Ἄν, ὡστόσο, ὑφαίνει ἓνα τόσο μεγάλο ἄῤυλο κοσμικὸ χώρο καὶ γεννᾷ μιὰ τέτοια γνώση, χωρὶς νὰ γνωρίζει ἢ νὰ ἔχει νωρίτερα γνωρίσει αὐτές τις ιδέες, πῶς εἶναι δυνατόν νὰ διακρίνει ἂν τα δημιουργήματα τυχαίνει νὰ εἶναι γόνιμα ἢ ἄγονα,²²² εἰδῶλα ἢ

²²² Στὸ λεξικὸ *Σούδα* βρίσκουμε στὸ λήμμα «Υπηνέμια» (Υ 424) με τὴν ἐξῆς ἐρμηνεία: «ὕπηνέμια» ὀνομάζονται [τα ἀυγά που προέκυψαν] χωρὶς συνουσία ἢ ζευγάρισμα. Συνήθως αὐτά ὀνομάζονται καὶ «ἀνεμικά» [αυγά]. Ὁ Πλάτων στὸν *Θεαίτητο* [αναφέρει] «τυγχάνει νὰ εἶναι εἴτε γόνιμος εἴτε «ἀνεμικός». Τὸ ἀπόσπασμα τοῦ *Θεαίτητου* στὸ ὁποῖο ἀναφέρεται ὁ συντάκτης τοῦ λήμματος εἶναι τὸ 151e4-6. Ὁ ὅρος λοιπὸν ἐδῶ προέρχεται προφανῶς ἀπὸ τὸν *Θεαίτητο* καὶ, κατ' ἀντιδιαστολή τῆς λέξεως «γόνιμος», δηλώνει αὐτό που δὲν ἔχει γονιμοποιηθεῖ, τὸ κενό, τὸ ἄδειο καὶ μεταφορικὰ ἴσως τὸ ψευδές.

καὶ αἰ ὠδῖνες αὐτῆς καὶ οἱ τόκοι μενόντων εἰσὶ καὶ αἰδίων ἐκφανεῖς εἰδῶν.

Δεύτερον τοῖνον εἰ κάτωθεν καὶ ἀπὸ τῶν αἰσθη [14] τῶν ἀθροίζομεν τοὺς τῶν μαθημάτων λόγους, πῶς οὐκ ἀνάγκη τὰς ἀποδείξεις ἀμείνους λέγειν, ὅσαι ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν συνίστανται, καὶ οὐ τὰς ἀπὸ τῶν καθολικωτέρων αἰεὶ καὶ ἀπλουστέρων εἰδῶν; τὰ γὰρ αἴτια πανταχοῦ ταῖς ἀποδείξεσιν οἰκεία πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν εἶναι φαμέν. εἰ οὖν τὰ μερικὰ τῶν καθόλου καὶ τὰ αἰσθητὰ τῶν διανοητῶν αἴτια, τίς μηχανὴ τὸν ὄρον τῆς ἀποδείξεως ἐπὶ τὰ καθόλου μᾶλλον ἀναφέρειν ἀντὶ τῶν μεριστῶν καὶ τῶν διανοητῶν τὴν οὐσίαν πρὸ τῶν αἰσθητῶν ταῖς ἀποδείξεσιν συγγενεστέραν ἀποφαίνειν; οὐδὲ γὰρ εἴ τις φασὶν ἀποδείξειεν, ὅτι τὸ ἰσοσκελὲς δυεῖν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει τὰς γωνίας, καὶ ὅτι τὸ ἰσόπλευρον ὠδὶ καὶ τὸ σκαληνὸν ἐπίσταται κατὰ τρόπον, ἀλλ' ὁ πᾶν τρίγωνον καὶ ἀπλῶς ἀποδείξας ἔχει τὴν ἐπιστήμην καθ' αὐτό. καὶ πάλιν ὅτι τὸ καθόλου βέλτιον τοῦ κατὰ μέρος πρὸς ἀπόδειξιν, καὶ ἐξῆς ὅτι αἰ ἀποδείξεις ἐκ τῶν καθόλου μᾶλλον, ἐξ ὧν δὲ αἰ ἀποδείξεις, ταῦτα πρότερα καὶ τῆ φύσει προηγούμενα τῶν καθ' ἕκαστα καὶ αἴτια τῶν δεικνυμένων. πολλοῦ ἄρα δέουσιν αἰ ἀποδεικτικαὶ τῶν ἐπιστημῶν περὶ τὰ ὑστερογενῆ καὶ τὰ ἀμυδρότερα τῶν αἰσθητῶν ἀθρεῖν, ἀλλ' οὐ τὰ

αληθινά; Καὶ ποιους κανόνες θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει για να μετρήσει την αλήθεια σε αυτά; Καὶ ἐπίσης, πῶς δημιουργεῖ τόσο μεγάλη ποικιλία ιδεῶν, χωρὶς να κατέχει τὴν οὐσία τους; Διότι, ἔτσι θα θεωρούσαμε ὅτι ἡ ὑπόστασή τους εἶναι αὐθόρμητη, χωρὶς ἀναφορὰ σε κάποιο κανόνα. Συνεπῶς, ἀν τα μαθηματικά εἶδη εἶναι δημιουργήματα τῆς ψυχῆς καὶ ὅσα λαμβάνουν τὴν ὑπόστασή τους ἀπὸ τὴν ψυχὴ δὲν προέρχονται ἀπὸ τα αἰσθητά, τότε τα μαθηματικά εἶδη εἶναι προβολές τῶν αἰσθητῶν καὶ οἱ ὠδίνες τῆς (ψυχῆς) καὶ οἱ τοκετοὶ εἶναι ἀποκαλύψεις τῶν σταθερῶν καὶ αἰώνιων εἰδῶν.

Δεύτερον, ἀν συγκεντρώνουμε [14] τις μαθηματικές ιδέες ἀπὸ το χαμηλότερο ἐπίπεδο καὶ ἀπὸ τα αἰσθητά, δὲν θα ἔπρεπε να λέμε ὅτι οἱ ἀποδείξεις που βασίζονται στα αἰσθητά εἶναι καλύτερες, ἐνῶ αὐτές [που βασίζονται] στα γενικότερα καὶ ἀπλούστερα εἶδη δὲν εἶναι; Διότι, λέμε, ὅτι πάντα τα αἴτια εἶναι συγγενή με τις ἀποδείξεις [που μετερχόμαστε] κατὰ τὴν ἀναζήτηση τοῦ ζητούμενου.²²³ Ἀν λοιπὸν τα μερικὰ εἶναι αἴτια τῶν γενικῶν καὶ τα αἰσθητῶν νοητῶν, ποια εἶναι ἡ μέθοδος για να ἀνάγουμε τὴν ἐννοια τῆς ἀπόδειξης πρὸς τα γενικά καὶ ὄχι πρὸς τα διαιρετά, καὶ να ἀποκαλύψουμε ὅτι ἡ οὐσία τῶν νοητῶν εἶναι πῶς συγγενής με τις ἀποδείξεις καὶ ὄχι με τα

²²³ Ἡ ἀναφορὰ αὐτὴ παραπέμπει στο χωρίο τοῦ Ἀριστοτέλη ἀπὸ τα *Ἀναλυτικὰ ὑστερα* 71b20-32.

διανοία ληπτὰ καὶ τελειότερα τῶν αἰσθήσει καὶ δόξῃ γνωρίμων θεωρεῖν.

Ἔτι δὴ τὸ τρίτον λέγομεν, ὅτι καὶ τὴν ψυχὴν ἀτιμότεραν ποιοῦσι τῆς ὕλης οἱ ταῦτα λέγοντες. εἰ γὰρ ἡ μὲν ὕλη τὰ οὐσιώδη καὶ μᾶλλον ὄντα καὶ τρανέστερα παρὰ τῆς φύσεως δέχεται, ἡ δὲ ψυχὴ δεύτερα [15] ἀπ' ἐκείνων καὶ εἰδῶλα καὶ εἰκόνας ὑστερογενεῖς ἐν ἑαυτῇ διαπλάττει πρὸς οὐσίαν ἀτιμότερας ἀφαιροῦσα

τῆς ὕλης τὰ κατὰ φύσιν αὐτῆς ἀχώριστα, πῶς οὐχὶ τὴν ψυχὴν ἀδρανεστέραν τῆς ὕλης καὶ καταδεεστέραν ἀποφαίνουσι; τόπος μὲν γὰρ καὶ ἡ ὕλη τῶν ἐνύλων λόγων καὶ ἡ ψυχὴ τῶν εἰδῶν. ἀλλ' ἡ μὲν τῶν πρώτων ἡ δὲ τῶν δευτέρων, καὶ ἡ μὲν τῶν προηγουμένως ὄντων ἡ δὲ τῶν ἐκεῖθεν ὑφισταμένων, καὶ ἡ μὲν τῶν κατ' οὐσίαν, ἡ δὲ τῶν κατ' ἐπίνοιαν γενομένων. πῶς οὖν ἡ νοῦ καὶ τῆς νοεράς οὐσίας πρώτως μετέχουσα καὶ πληρουμένη τῆς γνώσεως ἐκεῖθεν καὶ τῆς ὅλης ζωῆς ἀμυδροτέρων εἰδῶν ἐστὶν ὑποδοχὴ τῆς ἐσχάτης ἐν τοῖς οὖσιν ἔδρας καὶ πρὸς τὸ εἶναι πάντων ἀτελεστέρας; ἀλλὰ πρὸς μὲν ταύτην ἀπαντᾶν τὴν δόξαν πολλοῖς πολλάκις εὐθύνας δεδωκυῖαν περιέργων.

εἰ δὲ μή ἐστι κατὰ ἀφαίρεσιν τῶν ἐνύλων τὰ μαθηματικὰ εἶδη μήτε κατὰ συναθροισμὸν τῶν ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα κοινῶν, μηθ' ὅλως ὑστερογενῆ καὶ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν, ἀνάγκη

αἰσθητά;²²⁴ Διότι, λένε ὅτι, αὐτός που θα αποδείξει ὅτι το ἰσοσκελές [τρίγωνο] ἔχει τις γωνίες του ἴσες με δύο ὀρθές καὶ ὅτι το ἴδιο [συμβαίνει] καὶ με το ἰσόπλευρο καὶ το σκαληνό, δὲν κατέχει τὴν ὀρθὴ γνῶση. Αντίθετα, αὐτός που ἀπέδειξε ὅτι [αὐτὸ συμβαίνει] γενικῶς σε κάθε τρίγωνο, κατέχει αὐτὴ καθ' αὐτὴ τὴ βέβαιη γνῶση. Ομοίως, [λένε] ὅτι στὴν ἀπόδειξη το γενικό εἶναι καλύτερο ἀπὸ το μερικό καὶ, ἀκολουθῶς, ὅτι οἱ ἀποδείξεις που ξεκινοῦν ἀπὸ τα γενικά εἶναι καλύτερες ἀπὸ τις ἀποδείξεις που ξεκινοῦν ἀπὸ τα ἐπιμέρους, διότι [τα γενικά] προηγούνται χρονικά καὶ υπερέχουν ὡς πρὸς τὴ φύση τους ἀπὸ τα ἐπιμέρους, καὶ εἶναι τα αἰτία ὅσων ἀποδεικνύονται. Ἄρα, ἀπέχει πολὺ οἱ ἀποδεικτικὲς ἐπιστήμες ἀπὸ το να μελετοῦν περισσότερο τα υστερόχρονα καὶ τα ἀμυδρότερα αἰσθητά, καὶ ὄχι τα ἀντιληπτά μέσω τῆς διάνοιας καὶ τα τελειότερα ὅσων κατανοοῦνται με τὴν αἴσθησι καὶ τὴ δόξα.

Καὶ, τρίτον, λέμε ὅτι ὅσοι ἰσχυρίζονται αὐτὰ καθιστοῦν τὴν ψυχὴ χαμηλότερης ἀξίας ἀπὸ τὴν ὕλη. Διότι, ἀν ἀπὸ τὴ μια ἡ ὕλη λαμβάνει τα οὐσιώδη, τα πιο πραγματικά καὶ τα πιο διαυγὴ ἀπὸ τὴ φύση, καὶ, ἀπὸ τὴν ἄλλη, ἡ ψυχὴ [15] διαπλάθει μέσα τῆς υποδεέστερα [πράγματα] ἀπὸ ἐκεῖνα καὶ εἰδῶλα καὶ υστερογενεῖς εἰκόνας, χαμηλότερης ἀξίας ὡς

²²⁴ Επίσης αναφορά στα *Αναλυτικά ὕστερα* 85b23.

δήπου τὴν ψυχὴν ἢ παρ' αὐτῆς ἢ παρὰ νοῦ λαμβάνειν αὐτὰ ἢ καὶ παρ' αὐτῆς καὶ παρ' ἐκείνου. ἀλλ' εἰ μὲν παρ' αὐτῆς μόνον, πῶς εἰκόνες ταῦτα τῶν νοερῶν εἰδῶν; πῶς δὲ μεταξὺ τῆς ἀμερίστου φύσεως καὶ τῆς μεριστῆς μηδεμίαν ἀπὸ τῶν πρώτων εἰς τὸ εἶναι συμπλήρωσιν λαχόντα; πῶς δὲ πρωτουργὰ παραδείγματα τῶν ὄλων τὰ ἐν νῶ προέστηκεν; εἰ δὲ παρ' ἐκείνου μόνον, πῶς τὸ αὐτενέργητον τῆς ψυχῆς καὶ αὐτοκίνητον δύναται μένειν, [16] εἴπερ οἱ ἐν αὐτῇ λόγοι κατὰ τὴν τῶν ἑτεροκινήτων ὑπόστασιν ἀλλαχόθεν εἰς αὐτὴν ἔρρευσαν; καὶ τί διοίσει τῆς ὕλης τῆς δυνάμει μόνον οὔσης πάντα, γεννώσης δὲ οὐδὲν τῶν ἐνύλων εἰδῶν; λείπεται δὴ οὖν καὶ παρ' αὐτῆς καὶ παρὰ νοῦ ταῦτα παράγειν καὶ εἶναι πλήρωμα τῶν εἰδῶν αὐτῆν, ἀπὸ μὲν τῶν νοερῶν παραδειγμάτων ὑφισταμένων, αὐτογόνως δὲ τὴν εἰς τὸ εἶναι πάροδον λαγχανόντων. καὶ οὐκ ἄρα ἦν ἡ ψυχὴ γραμματεῖον καὶ τῶν λόγων κενόν, ἀλλὰ γεγραμμένον ἀεὶ καὶ γράφον ἑαυτὸ καὶ ὑπὸ νοῦ γραφόμενον. νοῦς γάρ ἐστι καὶ ἡ ψυχὴ κατὰ τὸν πρὸ αὐτοῦ νοῦν ἀνελίττων ἑαυτὸν καὶ εἰκὼν ἐκείνου καὶ τύπος ἔξω γενόμενος. εἰ οὖν ἐκεῖνος πάντα νοερῶς, καὶ ἡ ψυχὴ τὰ πάντα ψυχικῶς, καὶ εἰ παραδειγματικῶς ἐκεῖνος, καὶ ἡ ψυχὴ εἰκονικῶς, καὶ εἰ συνηρημένως, ἡ ψυχὴ διηρημένως.

προς τὴν οὐσίαν τους – ἀφοῦ [ἡ ψυχὴ] ἀφαιρεῖ ἀπὸ τὴν ὕλη ὅσα ἐκ φύσεως εἶναι ἀχώριστα – γιατί δε παρουσιάζουν τὴν ψυχὴ ὡς αδρανέστερη καὶ υποδεέστερη ἀπὸ τὴν ὕλη; Διότι, ὁ τόπος τῶν υλικῶν μορφῶν εἶναι ἡ ὕλη²²⁵ καὶ τῶν εἰδῶν²²⁶ ἡ ψυχὴ· ἡ μία τῶν πρώτων [εἰδῶν], ἐνῶ ἡ ἄλλη τῶν δευτέρων· ἡ μία, ὅσων προὑπάρχουν, ἐνῶ ἡ ἄλλη ὅσων λαμβάνουν τὴν ὑπόστασιν τους ἀπὸ ἐκεῖ· ἡ μία, ὅσων υπάρχουν πραγματικά, ἐνῶ ἡ ἄλλη, ὅσων ἐπινοοῦνται. Πῶς, λοιπόν, ἡ [ψυχὴ], ἡ ὁποία μετέχει πρωτίστως τοῦ Νοῦ καὶ τῆς νοητικῆς οὐσίας, ἀπὸ ὅπου ολόκληρη γεμίζει με γνώση καὶ ζωὴ, εἶναι τὸ δοχεῖο τῶν πιο ἀμυδρῶν εἰδῶν, τῶν κατώτερων ὄντων καὶ τῶν πιο ἀτελών; Ἀλλὰ εἶναι περιττό νὰ προσεγγίσουμε αὐτὴ τὴν ἀποψη, γιὰ τὴν ὁποία πολλοὶ καὶ πολλὰς φορές ἔχουν δώσει ἐξηγήσεις.

Ἄν ἀπὸ τὴν ἄλλη, τὰ μαθηματικὰ εἶδη δὲν δημιουργοῦνται διὰ ἀφαιρέσεως τῶν υλικῶν [εἰδῶν], οὔτε διὰ ἀθροίσεως τῶν κοινῶν [στοιχείων] ποὺ υπάρχουν στα ἐπιμέρους [εἶδη] καὶ δὲν δημιουργήθηκαν ἀργότερα ἀπὸ τὰ αἰσθητά, τότε ἡ ψυχὴ θὰ πρέπει νὰ τὰ λαμβάνει εἴτε ἀπὸ τὸν ἑαυτὸ τῆς, εἴτε ἀπὸ τὸν Νοῦ, εἴτε ἀπὸ τὸν ἑαυτὸ τῆς καὶ ἀπὸ τοῦ Νοῦ. Ἄν ὅμως [τὰ λαμβάνει] μόνον ἀπὸ τὸν ἑαυτὸ τῆς, τότε πῶς αὐτὰ [εἶναι] εἰκόνες

²²⁵ Εὐθεία ἀναφορὰ στο ἔργο τοῦ Ἀριστοτέλη *Περὶ Ψυχῆς*, 403a25

²²⁶ Ἐπίσης, ἀναφορὰ στο *Περὶ Ψυχῆς*, 429a27

ὁ δὴ καὶ ὁ Πλάτων εἰδὼς ἐκ πάντων ὑφίστησι τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν τὴν ψυχὴν καὶ κατ' ἀριθμοὺς αὐτὴν διαιρεῖ καὶ συνδεῖ ταῖς ἀναλογίαις καὶ τοῖς ἀρμονικοῖς λόγοις, καὶ τὰς πρωτουργοὺς ἀρχὰς τῶν σχημάτων ἐν αὐτῇ καταβάλλεται, τό τε εὐθὺ καὶ τὸ περιφερές, καὶ κινεῖ τοὺς ἐν αὐτῇ κύκλους νοερῶς. πάντα ἄρα τὰ μαθηματικὰ πρῶτόν ἐστιν ἐν τῇ ψυχῇ καὶ πρὸ τῶν ἀριθμῶν οἱ αὐτοκίνητοι καὶ πρὸ τῶν φαινομένων σχημάτων τὰ ζωδιακὰ σχήματα καὶ πρὸ τῶν ἡρμοσμένων οἱ ἀρμονικοὶ λόγοι καὶ πρὸ τῶν κύκλω κινουμένων σωμάτων οἱ ἀφανεῖς κύκλοι δεδημιούργηται καὶ πλήρωμα τῶν πάντων ἢ ψυχῇ· καὶ [17] διάκοσμος οὗτος ἄλλος αὐτὸς ἑαυτὸν παράγων καὶ ἀπὸ τῆς οἰκείας ἀρχῆς παραγόμενος ζωῆς τε πληρῶν ἑαυτὸν καὶ ἀπὸ τοῦ δημιουργοῦ πληρούμενος ἀσωμάτως καὶ ἀδιαστάτως, καὶ ὅτ' ἂν προβάλλῃ τοὺς αὐτοῦ λόγους, τότε καὶ ἐπιστήμας προφαίνει πάσας καὶ ἀρετάς. οὐσίωται οὖν ἐν τούτοις ἢ ψυχῇ τοῖς εἶδεσι καὶ οὔτε τὸν ἀριθμὸν ἐπ' αὐτῆς μονάδων πλῆθος ὑποληπτέον οὔτε τὴν τῶν διαστατῶν ιδέαν σωματικῶς ἀκουστέον, ἀλλὰ πάντα ζωτικῶς καὶ νοερῶς τὰ παραδείγματα τῶν φαινομένων ἀριθμῶν καὶ σχημάτων καὶ λόγων καὶ κινήσεων ὑποθετέον ἐπομένοις τῷ Τιμαίῳ πᾶσαν αὐτῆς τὴν γένεσιν καὶ τὴν δημιουργίαν ἀπὸ τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν συμπληρώσαντι καὶ πάντων ἐν αὐτῇ τὰς αἰτίας ἰδρύσαντι. τῶν μὲν γὰρ ἀριθμῶν πάντων οἱ ἐπτὰ ὄροι τὰς

των νοητικῶν εἰδῶν; Επίσης, πῶς [εἶναι δυνατόν] να μην γεμίζουν την ὑπαρξή τους ἀπὸ τα πρῶτα [εἶδη], ἀφοῦ [βρίσκονται] μεταξύ της διαιρετῆς καὶ ἀδιαίρετης φύσης; Πῶς τέθηκαν ἐξ ἀρχῆς ὡς πρωτεύοντα παραδείγματα για ὅλα ὅσα βρίσκονται στο Νου; Ἄν τώρα [τα λαμβάνει] μόνο ἀπὸ ἐκεῖνον [τον νου], πῶς εἶναι δυνατόν να διατηρεῖται ἡ ιδιότητα της αυτενέργειας καὶ της αυτοκίνησης της ψυχῆς, [16] ἀφοῦ οἱ ἐσωτερικοὶ της λόγοι μπήκαν μέσα της ἀπὸ ἀλλοῦ, σαν να εἶχαν τὴν ὑπόσταση ἑτεροκίνητων; Καὶ σε τι διαφέρει ἀπὸ τὴν ὕλη, ἡ ὁποία εἶναι μόνο δυνατότητα τῶν πάντων καὶ δεν δημιουργεῖ κανένα ἀπὸ τα ὑλικά εἶδη; [Αὐτό που] ἀπομένει, τέλος, [εἶναι] να τα δημιουργεῖ ἀπὸ τὸν ἑαυτό της καὶ ἀπὸ τὸ νου, καὶ ἡ ἴδια να συνιστᾷ τὸ σύνολο τῶν εἰδῶν, τα ὁποία λαμβάνουν τὴν ὑπόστασή τους ἀπὸ τα νοητικὰ παραδείγματα καὶ [τα ὁποία] ἐπιτυγχάνουν τὴν πρόδοδό τους πρὸς τὴν ὑπαρξὴ με αυτενέργεια. Συνεπῶς, ἡ ψυχὴ δεν εἶναι ἓνας ἀδειος πίνακας ἀπὸ λόγους, ἀλλὰ [ἦταν] πάντα γραμμένος, στον ὁποῖο γράφει ὁ ἴδιος καὶ ὁ νοῦς. Διότι, καὶ ἡ ψυχὴ εἶναι νοῦς, ὁ ὁποῖος ἀναπτύσσεται σύμφωνα με τὸν ἀνώτερο νου καὶ γίνεται εἰκόνα καὶ μορφή του. Ἄν λοιπὸν ἐκεῖνος [ὁ νοῦς] εἶναι τα πάντα σε νοητικὸ ἐπίπεδο, τότε καὶ ἡ ψυχὴ εἶναι τα πάντα σε ψυχικὸ ἐπίπεδο· καὶ ἀν ἐκεῖνος εἶναι [τα πάντα] με τρόπο παραδειγματικό, τότε καὶ ἡ ψυχὴ εἶναι με τρόπο εἰκονικό· καὶ ἀν [ὁ νοῦς

ἀρχὰς περιειλήφασι τῶν γραμμικῶν καὶ τῶν ἐπιπέδων καὶ τῶν στερεῶν, τῶν δὲ λόγων πάντων οἱ ἑπτὰ λόγοι κατ' αἰτίαν ἐν αὐτῇ προϋφεστήκασι, τῶν δ' αὖ σχημάτων αἱ ἀρχαὶ δημιουργικῶς ἰδρῦσθησαν ἐν αὐτῇ, τῶν δὲ κινήσεων ἡ πρωτίστη καὶ τὰς ἄλλας ἀπάσας περιέχουσα καὶ κινουῖσα συνυφέστηκεν αὐτῇ. πάντων γὰρ τῶν κινουμένων ὁ κύκλος ἀρχὴ καὶ ἡ κύκλω κίνησις. οὐσιώδεις ἄρα καὶ αυτοκίνητοι τῶν μαθημάτων εἰσὶν οἱ λόγοι συμπληροῦντες τὰς ψυχὰς, οὓς δὴ καὶ προβάλλουσα ἡ διάνοια καὶ ἐξελίττουσα πᾶσαν τὴν ποικιλίαν ὑφίστησι τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν, καὶ οὐ μὴ ποτε παύσεται, γεννῶσα μὲν αἰεὶ καὶ ἀνευρίσκουσα ἄλλα [18] ἐπ' ἄλλοις, τοὺς δὲ ἀμερεῖς αὐτῆς λόγους ἐξαπλοῦσα. πάντα γὰρ προεἰλήφεν ἀρχοειδῶς καὶ κατὰ τὴν ἄπειρον ἑαυτῆς δύναμιν ἐκ τῶν προειλημμένων ἀρχῶν παντοδαπῶν θεωρημάτων ποιεῖται προβολάς.

εἶναι τα πάντα] δια της συγκέντρωσης, ἡ ψυχὴ εἶναι δια της διαιρέσεως.

Ο Πλάτωνας, γνωρίζοντας το, ἔδωσε στην ψυχὴ υπόσταση ἀπὸ ὅλα τα μαθηματικά εἶδη καὶ τὴ διαιρεῖ με βάση τοὺς ἀριθμοὺς καὶ [τῆ] συνδέει με τὶς ἀναλογίες καὶ τοὺς ἀρμονικοὺς λόγους, καὶ τοποθετεῖ μέσα τῆς τὶς πρωταρχικὲς ἀρχές τῶν σχημάτων, τὴν εὐθύτητα καὶ τὴν κυκλικότητα, καὶ κινεῖ νοητὰ τοὺς κύκλους [που βρίσκονται] μέσα τῆς.²²⁷ Συνεπῶς, ὅλα τα μαθηματικά [εἶδη] βρίσκονται ἐξ ἀρχῆς μέσα στην ψυχὴ, καὶ πρὶν ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς, [υπάρχουν] οἱ αυτοκίνητοι [ἀριθμοί] καὶ πρὶν τα ορατά σχήματα, τα ζωτικά,²²⁸ καὶ πρὶν τοὺς ὄρους τῶν ἀρμονικῶν [ἀναλογιών], οἱ ἀρμονικοὶ λόγοι, καὶ πρὶν τα κυκλικῶς κινούμενα σώματα, οἱ ἀόρατοι κύκλοι· ἡ ψυχὴ εἶναι τὸ σύνολο ὅλων αὐτῶν. [17] Καὶ αὐτὸ εἶναι ἓνα ἄλλο, [δεύτερο] κοσμικὸ ἐπίπεδο που παράγει τὸν εαυτὸ του καὶ παράγεται ἀπὸ τὴν ἐγγενῆ ἀρχή, καὶ γεμίζει τὸν εαυτὸ του ζῶν καὶ γεμίζεται ἀπὸ τὸν δημιουργὸ κατὰ τρόπο ἀσώματο καὶ ἀτοπο· καὶ ὅταν προβάλλει τοὺς λόγους τοῦ τότε ἀποκαλύπτει ὅλες τὶς ἐπιστῆμες καὶ τὶς ἀρετές. Με αὐτὰ λοιπὸν τα εἶδη ἡ ψυχὴ αποκτὰ τὴν οὐσίαν τῆς· καὶ ἐντὸς τῆς, ὁ ἀριθμὸς δὲν

²²⁷ Ἡ ἀναφορὰ αὐτὴ παραπέμπει στο χωρίο τοῦ *Τίμαιον* 35a-36c ὅπου ὁ Πλάτων ἀναφέρει ὅτι ὁ Δημιουργὸς ἐφτιαξε τὴν ψυχὴ ἀπὸ τα ἐνδιάμεσα εἶδη τῆς Οὐσίας, τῆς Διαφορᾶς καὶ τὴν Ταυτότητας καὶ ἀκολούθως ἀρχισε νὰ τὴ διαιρεῖ σύμφωνα με μαθηματικοὺς λόγους. Ἀκολούθως, τὸ δημιούργημά του αὐτὸ τὸ ἔκοψε κατὰ μήκος χιαστί, καὶ ἔνωσε τα ἄκρα τοὺς, ἔτσι ὥστε νὰ δημιουργηθοῦν δύο κύκλοι, στοὺς ὁποίους ἔδωσε κίνηση, ομαλὴ κυκλική.

²²⁸ Στὸ κριτικὸ ὑπόμνημα τῆς ἐκδόσεως τοῦ Friedlein ὑπάρχει ἡ ἀναφορὰ γιὰ ἓνα παρασελίδιο σχόλιο τὸ ὁποῖο ἀναφέρει τὴ λέξη «vitalis».

πρέπει να θεωρείται ένα πλήθος μονάδων, ούτε η ιδέα όσων έχουν διαστάσεις να κατανοείται ως κάτι σωματικό, αλλά πρέπει να θεωρήσουμε ότι όλα τα υποδείγματα των ορατών αριθμών, των σχημάτων, των λόγων και των κινήσεων υπάρχουν κατά τρόπο νοητό και ζωτικό – όπως [αναφέρεται] στον *Τίμαιο*, ότι κατά τη γέννησης και τη δημιουργία την γέμισε με τα μαθηματικά είδη και εγκατέστησε μέσα της κάθε αιτία.

Διότι οι «επτά όροι»²²⁹ περιλαμβάνουν τις αρχές όλων των αριθμών, είτε γραμμικών είτε επίπεδων είτε στερεών, ενώ οι «επτά λόγοι»²³⁰ προϋπάρχουν σε αυτήν ως αιτίες όλων των λόγων. Και οι αρχές των σχημάτων τοποθετήθηκαν κατά τρόπο δημιουργικό μέσα της και η πρώτη κίνηση, η οποία περιλαμβάνει και κινεί όλες τις άλλες, έλαβε την υπόστασή της μαζί με αυτή [την ψυχή], καθώς αρχή όλων των κινούμενων είναι ο κύκλος και η κυκλική κίνηση. Συνεπώς, οι λόγοι των μαθηματικών είναι ουσιώδεις και αυτοκινούμενοι και γεμίζουν την ψυχή. Η διάνοια δίνει υπόσταση σε κάθε είδος μαθηματικών επιστημών

²²⁹ *Τίμαιος*, 35ab: ο Πλάτων στο χωρίο αυτό αναφέρει ότι ο Δημιουργός, θέλοντας να φτιάξει την Ψυχή, αρχικώς ανέμιξε την αδιαίρετη και την διαιρετή ουσία και έφτιαξε ένα ενδιάμεσο είδος. Και ακολούθως από την Ουσία, την Ταυτότητα και την Διαφορά έφτιαξε ένα ενδιάμεσο είδος. Έχοντας λοιπόν φτιάξει ένα μίγμα τριών ενδιάμεσων ειδών (Ταυτότητα, Διαφορά και Ουσία), άρχισε ο Δημιουργός να αφαιρεί δεδομένα κομμάτια από το μίγμα κατά τέτοιο τρόπο ώστε αυτό που θα προέκυπται να περιέχει και από τα τρία. Και συνέχισε την αφαίρεση αυτή σε εφτά στάδια και σε κάθε στάδιο αφαιρούσε ένα κομμάτι το οποίο είχε μία δεδομένη σχέση με το προηγούμενο. Έτσι, από τις σχέσεις αυτές προέκυψαν οι επτά όροι, οι οποίοι είναι οι αριθμοί 1,2,3,4,9,8,27.

²³⁰ *Τίμαιος*, 35bc: Αφού έκοψε το αρχικό μίγμα σύμφωνα με την ανωτέρω διαδικασία, ο Δημιουργός συμπλήρωσε τα ενδιάμεσα κενά με τη σειρά του 2 και του 3 και έκοψε και άλλα κομμάτια από το αρχικό μίγμα τοποθετώντας τα ανάμεσα στα κενά της πρώτης διαίρεσης που έκανε κατά τέτοιο τρόπο ώστε σε κάθε διάστημα να υπάρχουν δύο μέσοι. Έτσι δημιουργήθηκαν οι επτά λόγοι.

προβάλλοντας και εξελίσσοντας αυτούς [τους λόγους] και ποτέ δεν θα σταματήσει, θα δημιουργεί για πάντα και συνεχώς θα ανακαλύπτει άλλα, [18] αναπτύσσοντας τους αδιαίρετους λόγους της. Διότι όλα αυτά τα έλαβε ως αρχές της και με την άπειρη δύναμή της προβάλλει κάθε λογής θεωρήματα βάσει των αρχών που ήδη έχει λάβει.

Κεφάλαιο 7^ο : Η λειτουργία και οι μέθοδοι των μαθηματικών και ο σκοπός τους

Αλλά δὴ μετὰ τὴν οὐσίαν τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν ἐπὶ τὴν μίαν αὐτῶν ἐπιστήμην ἀναδράμωμεν, ἣν πρὸ τῶν πολλῶν ἐδείκνυμεν οὖσαν, καὶ θεωρήσωμεν, τί τὸ ἔργον αὐτῆς καὶ τίνες αἱ δυνάμεις, καὶ ἐπὶ πόσον διατείνουσαι ταῖς ἐνεργείαις.

Τὸ μὲν δὴ ἔργον τῆς ὅλης μαθηματικῆς διανοητικὸν, ὡσπερ τὸ πρότερον εἶπομεν, θετέον καὶ οὔτε τοιοῦτον, ὅποῖον τὸ νοερὸν ἐν ἑαυτῷ μονίμως ἰδρυμένον καὶ τέλειον καὶ αὐτάρκες ἀφ' ἑαυτοῦ καὶ πρὸς ἑαυτὸ συνεῶν, οὔτε οἷον τὸ τῆς δόξης καὶ τῆς αἰσθήσεως. αὗται γὰρ αἱ γνώσεις πρὸς τὰ ἐκτὸς ἀπερείδονται καὶ περὶ ἐκεῖνα ἐνεργοῦσι καὶ τὰς αἰτίας οὐκ ἔχουσι τῶν γινωσκομένων. ἢ δ' αὖ μαθηματικὴ τῆς μὲν ἀναμνήσεως ἕξωθεν ἄρχεται, τελευτᾷ δὲ εἰς τοὺς ἔνδον λόγους, καὶ ἀνεγείρεται μὲν ἀπὸ τῶν ὑστέρων, καταντᾷ δὲ εἰς τὴν προηγουμένην οὐσίαν τῶν εἰδῶν, καὶ

Μετά τη [συζήτηση για την] ουσία των μαθηματικῶν εἰδῶν, ας επιστρέψουμε στην ενιαία επιστήμη τους, για την οποία δείξαμε ὅτι προηγείται των ἄλλων, και ας εξετάσουμε ποιο εἶναι τὸ ἔργο της και οι δυνάμεις [της], και ποια εἶναι ἡ ἔκταση του αντικειμένου [της].

Πρέπει, λοιπόν, να θεωρήσουμε ὅτι τὸ ἔργο ὅλης της μαθηματικῆς επιστήμης εἶναι διανοητικὸ, ὅπως εἶπαμε νωρίτερα. Δεν εἶναι σαν [τὸ ἔργο] τῆς νόησης που εἶναι σταθερό στον εαυτό του, τέλειο, αὐτάρκες ἀπὸ μόνο του, και συμπίπτει²³¹ με τον εαυτό του· οὔτε σαν [τὸ ἔργο] τῆς δόξας και τῆς αἰσθησης, διότι αὐτές οι γνώσεις στηρίζονται στα εξωτερικά [πράγματα] και τὸ ἔργο τους σχετίζεται με αὐτά και δεν κατέχουν τις αἰτίες των γνωστικῶν [τους] αντικειμένων. Αντίθετα, ἡ μαθηματικὴ επιστήμη ξεκινώντας

²³¹ Ο Morrow επισημαίνει ὅτι στην κριτικὴ του ἔκδοση ο Friedlein μετεγγραφεί λανθασμένα *συνεῶν* ἀντὶ του ὀρθοῦ *συννεῶν* και ὅτι πρόκειται για σύννητες λάθος του Friedlein.

ἀκίνητος μὲν αὐτῆς οὐκ ἔστιν ἡ ἐνέργεια καθάπερ ἡ νοερά, διὰ δὲ κινήσεως οὐ τοπικῆς οὐδὲ ἀλλοιωτικῆς ὡσπερ αἱ αἰσθήσεις, ἀλλὰ ζωτικῆς ἀνελίσσεται καὶ διέξεισι τὸν ἀσώματον τῶν λόγων διάκοσμον, τότε μὲν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν ἐπὶ τὰ ἀποτελέσματα χωροῦσα, τότε δὲ ἀνάπαλιν ὀδεύουσα, καὶ τότε μὲν ἀπὸ τῶν προγιγνωσκομένων ἐπὶ τὰ ζητούμενα, τότε δὲ ἀπὸ τῶν ζητούμενων ἐπὶ τὰ προηγούμενα κατὰ τὴν γνῶσιν. **19** ἔτι τοίνυν οὔτε ὡς πλήρης ἑαυτῆς ἀπάσης ζητήσεως ὑπερίδρυται καθάπερ ὁ νοῦς, οὔτε ἀφ' ἑτέρων τελειοῦται ὡς ἡ αἴσθησις, ἀλλὰ διὰ ζητήσεως εἰς τὴν εὔρεσιν πρόεισι καὶ ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς εἰς τελειότητα ἐπάνεισι.

Δυνάμεις γε μὴν ἔχει διττάς, τὰς μὲν εἰς πλῆθος προαγούσας τὰς ἀρχὰς καὶ ἀπογεννώσας τὰς πολυειδεῖς τῆς θεωρίας ἀτραπούς, τὰς δὲ συναγωγούς τῶν πολλῶν διεξόδων εἰς τὰς οἰκείας ὑποθέσεις. διότι γὰρ ἀρχὰς προεστήσατο τό τε ἐν καὶ τὸ πλῆθος, τό τε πέρας καὶ τὸ ἄπειρον, τὰ ὑποκείμενα αὐτῇ πρὸς τὴν κατάληψιν μέσην τε ἐκλήρωσατο τάξιν τῶν ἀμερίστων εἰδῶν καὶ τῶν πάντη μεριστῶν, εἰκότως δὴ οἶμαι καὶ αἱ γνωστικαὶ δυνάμεις τῆς ὅλης αὐτῶν ἐπιστήμης διπλαῖ πεφήνασιν οὔσαι, καὶ αἱ μὲν ἡμῖν εἰς τὴν ἔνωσιν σπεύδουσαι καὶ συμπτύσσουσαι τὸ πλῆθος, αἱ δὲ διακριτικαὶ τῶν ἀπλῶν εἰς τὰ ποικίλα καὶ τῶν καθολικωτέρων εἰς τὰ μερικώτερα, καὶ τῶν ἐν ἀρχῇ λόγων

ἔξω ἀπὸ τὸν κόσμον, δια τῆς ἀνάμνησης καταλήγει στις ιδέες που βρίσκονται μέσα της, διεγείρεται ἀπὸ τα κατώτερα εἶδη καὶ καταλήγει στὴν οὐσία τῶν ἀνώτερων εἰδῶν. Καὶ ἡ ἐνέργειά της δὲν εἶναι ἀκίνητη, ὅπως ἀκριβῶς [εἶναι] τῆς νοητικῆς, ἀλλὰ ἀναπτύσσεται μέσω τῆς κίνησης, που δὲν μεταβάλλεται χωρικά ἢ ποιοτικά – ὅπως [συμβαίνει με τις] αἰσθήσεις – ἀλλὰ τῆς ζωτικῆς. Καὶ διέρχεται ἀπ' ἀκροῦ εἰς ἀκρον τὸ κοσμικὸ ἐπίπεδο τῶν αὐλῶν λόγων, ἄλλοτε προχωρώντας ἀπὸ τις ἀρχές πρὸς τα συμπεράσματα καὶ ἄλλοτε ἀκολουθώντας ἀντίστροφο δρόμο, ἄλλοτε πάλι [ξεκινώντας] ἀπὸ τα ἐκ τῶν προτέρων γνωστά πρὸς τα ζητούμενα καὶ ἄλλοτε ἀπὸ τα ζητούμενα πρὸς τα ἐκ τῶν προτέρων γνωστά. **[19]** Επιπλέον, δὲν εἶναι σαν τὸ Νου, ἀνώτερη ἀπὸ κάθε ἀναζήτηση, ἐπειδὴ εἶναι γεμάτη ἀπὸ τὸν εαυτό της, οὔτε ολοκληρώνεται ἀπὸ ἄλλα, ὅπως ἡ αἴσθησις, ἀλλὰ μέσω τῆς ἐρευνας προχωρᾷ πρὸς τὴν εὔρεση καὶ ἀπὸ τὸ ἀτελές ἐπανερχεται στὴν τελειότητα.

Πράγματι ἔχει δύο εἰδῶν δυνάμεις, αὐτές που ὀδηγοῦν τις ἀρχές στὸν πλουραλισμὸ καὶ γεννοῦν τα πολυσχιδῆ μονοπάτια τῆς θεωρίας, καὶ αὐτές που ἐνοποιοῦν τις πολλές μεθόδους στὶς κατάλληλες ὑποθέσεις. Καὶ ἐπειδὴ ἔχει ὡς ἀρχές τῆς τὸ ἓνα καὶ τὰ πολλά, τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρο, καὶ ἐπειδὴ τα ἀντικείμενα που ὑπέκινται σε αὐτὴ βρίσκονται μεταξύ τῶν

τεταγμένων εἰς τὰ δεύτερα καὶ τὰ πολλοστὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν. ἄνωθεν γὰρ ἀρχομένη διήκει μέχρι τῶν αἰσθητῶν ἀποτελεσμάτων καὶ συνάπτει πρὸς τὴν φύσιν καὶ συναποδείκνυσι πολλὰ μετὰ τῆς φυσιολογίας, ὥσπερ δὴ κάτωθεν ἐπανιοῦσα συνεγγίζει πως τῇ νοεῖ γνῶσει καὶ ἐφάπτεται τῆς τῶν πρώτων θεωρίας. διὸ δὴ καὶ ἐν ταῖς ἀποπερατώσεσιν ἐαυτῆς τὴν τε μηχανικὴν ὅλην προύβαλεν καὶ τὴν ὀπτικὴν καὶ κατοπτρικὴν θεωρίαν καὶ ἄλλας πολλὰς συμπλεγμένας τοῖς αἰσθητοῖς καὶ δι' ἐκείνων ἐνεργούσας, καὶ ἐν ταῖς [20] ἀνόδοις τῶν ἀμερίστων καὶ αὐτῶν νοήσεων ἀντιλαμβάνεται καὶ μετ' ἐκείνων τελειοῖ τὰς μεριστὰς ἐπιβολὰς καὶ τὰς ἐν διεξόδοις φερομένας γνώσεις, τὰ τε ἐαυτῆς γένη καὶ εἶδη ταῖς οὐσίαις ἐκείναις ἀφομοιοῖ, καὶ τὴν περὶ θεῶν ἀλήθειαν καὶ τὴν περὶ τῶν ὄντων θεωρίαν ἐν τοῖς οἰκείοις ἐκφαίνει λογισμοῖς, τοσαῦτα καὶ περὶ τούτων εἰρήσθω.

διεραϊμένων καὶ τῶν με κάθε τρόπο διεραϊτῶν εἰδῶν, ὀρθῶς πιστεύω ὅτι οἱ γνωστικὲς δυνάμεις ολόκληρης τῆς ἐπιστήμης φαίνεται νὰ εἶναι δύο εἰδῶν· κάποιες ἐπιταχύνουν πρὸς τὴν ἐνωση καὶ συμπτύσσουν τὸ πλῆθος, ἐνῶ ἄλλες διακρίνουν τὰ ἀπλὰ στα ποικίλα, τὰ γενικότερα στα εἰδικότερα καὶ τοὺς λόγους που ἔχουν καταταχθεῖ [στο ἐπίπεδο] τῶν ἀρχῶν σε λόγους κατώτερου ἐπιπέδου, που [ἀπέχουν] πολὺ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς. Διότι, ξεκινώντας ἀπὸ πάνω, ἐκτείνεται μέχρι τὰ ἄκρα τῶν αἰσθητῶν καὶ συνδέεται με τὴ φύση, καὶ μαζί με τὴ φυσικὴ ἐπιστήμη ἀποδεικνύει πολλὰ. Με τὸν ἴδιο τρόπο, ἀνερχόμενη ἀπὸ κάτω, προσεγγίζει κατὰ κάποιο τρόπο τὴ νοητικὴ γνώση καὶ ἀκουμπά τὴ ἐξέταση τῶν πρώτων [ἀρχῶν]. Γι' αὐτὸ λοιπὸν καὶ στα ἄκρα ὀρίᾳ τῆς προβάλλει ολόκληρη τὴ μηχανικὴ, τὴν ὀπτικὴ καὶ τὴν κατοπτρικὴ ἐπιστήμη καὶ πολλὰς ἄλλες που ἐμπλέκονται με τῆς αἰσθήσεις καὶ ἐνεργούν μέσω αὐτῶν. [20] Στὴν πορεία τῆς πρὸς τὰ πάνω συμμετέχει στις ἀδιαίρετες καὶ αὐλές νοήσεις, ολοκληρώνει μαζί με ἐκείνες τῆς ἐπιμέρους μεθόδους καὶ τῆς γνώσεις που προκύπτουν ἀπὸ συλλογισμοὺς, κάνοντας τὰ γένη καὶ τὰ εἶδη τῆς νὰ μοιάζουν με ἐκεῖνα τῆς οὐσίας. Καὶ με τοὺς δικούς τῆς συλλογισμοὺς ἀποκαλύπτει τὴν ἀλήθεια γιὰ τοὺς θεοὺς καὶ τὴ μελέτη γιὰ τὰ ὄντα. Αὐτὰ ἀς εἰπωθῶν καὶ γι' αὐτὰ [τὰ θέματα].

Κεφάλαιο 8^ο : Η χρησιμότητα της μαθηματικής επιστήμης

Τὸ δὲ ἐντεῦθεν τῆς ἐπιστήμης ταύτης κατίδωμεν ἐξαιφνης ἀπὸ τῶν ἀρχηγικωτάτων γνώσεων μέχρι τῶν ἐσχάτων διατεῖνον. ὁ μὲν οὖν Τίμαιος κατὰ παιδευσιν ὁδὸν τὴν τῶν μαθημάτων γνῶσιν ἀποκαλεῖ. διότι δὴ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον πρὸς τὴν τῶν ὄλων ἐπιστήμην καὶ τὴν πρώτην φιλοσοφίαν, ὃν ἡ παιδεία πρὸς τὴν ἀρετὴν. ἡ μὲν γὰρ προευτρεπίζει τὴν ψυχὴν ἔθεσιν ἀδιαστρόφοις εἰς τὴν τελείαν ζωὴν, ἡ δὲ προπαρασκευάζει τὴν διάνοιαν ἡμῶν καὶ τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς εἰς τὴν ἐντεῦθεν περιαγωγὴν. διὸ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ Σωκράτης ὀρθῶς εἶπεν· ὄμμα γὰρ τῆς ψυχῆς ὑπὸ τῶν ἄλλων ἐπιτηδευμάτων ἀποτυφλούμενον καὶ κατορυττόμενον ὑπὸ τῶν μαθημάτων μόνων ἀναζωπυρεῖσθαι τε καὶ ἀνεγείρεσθαι πάλιν εἰς τὴν θέαν τοῦ ὄντος καὶ ἀπὸ τῶν εἰδώλων ἐπὶ τὰ ἀληθῆ καὶ ἀπὸ τοῦ σκοτώδους εἰς τὸ νοερὸν μεθίστασθαι φῶς, καὶ ὅλως ἀπὸ τοῦ σπηλαίου καὶ τῶν ἐν τούτῳ γενεσιουργῶν δεσμῶν καὶ

Αμέσως τώρα ας δούμε το εύρος της επιστήμης αυτής, [που εκτείνεται] από τις πιο υψηλές γνώσεις έως τις πλέον ταπεινές. Ο *Τίμαιος*, λοιπόν, τη γνώση των μαθηματικών την αποκαλεί παιδευτική οδό,²³² καθώς έχει την ίδια σχέση με την καθολική επιστήμη και την πρώτη φιλοσοφία, όπως η παιδεία με την ἀρετή. Η μία [η μαθηματική επιστήμη] προετοιμάζει τη ψυχὴ μέσω των αμετάβλητων συνηθειῶν²³³ πρὸς τὴν τέλεια ζωή,²³⁴ ἐνῶ ἡ ἄλλη [η παιδεία] προετοιμάζει τὴ σκέψη μας καὶ τὰ μάτια τῆς ψυχῆς μας γιὰ νὰ στραφούνη [πρὸς τὸ ἀγαθόν].²³⁵ Γι' αὐτὸ καὶ ὁ Σωκράτης στὴν *Πολιτεία*²³⁶ ὀρθῶς εἶπε, ὅτι ὅταν τὰ μάτια τῆς ψυχῆς ἔχουν τυφλωθεῖ καὶ καταστραφεῖ ἀπὸ τὶς ἄλλες ἐνασχολήσεις, μόνο με τὰ μαθηματικά θὰ βρουν ξανά τὴ δύναμή τους καὶ θὰ ἀνυψωθοῦνη πάλι πρὸς τὴ θέαση τοῦ «όντος» καὶ θὰ μεταστραφούνη ἀπὸ τὰ ἀπεικάσματα στα ἀληθῆ καὶ ἀπὸ τὸ σκότος

²³² Ο Μορrow αναφέρει ὅτι δὲν ὑπάρχει στὸν *Τίμαιο* τέτοια ἀναφορά ἀλλὰ στὴν *Πολιτεία*, στὸ χωρίο στὸ ὁποῖο παραπέμπει πιο κάτω. Ἀν πράγματι ὁ Πρόκλος ἀναφέρεται σὲ χωρίο τῆς *Πολιτείας*, αὐτὸ θὰ μπορούσε νὰ εἶναι τὸ 522c1-522c8 ἢ τὸ ἢ τὸ χωρίο 526a6-526b2 ἀπὸ τὸ ἑβδόμο βιβλίο.

²³³ Ἡ ἰδέα ὅτι ἡ ψυχὴ ἐκπαιδεύεται δια τοῦ εθισμού καὶ τῆς ἀσκησης ἀναφέρεται στὴν *Πολιτεία* 518d9-518e2: «οἱ ἄλλες λοιπὸν ἀρετές, οἱ ὁποῖες γενικῶς χαρακτηρίζονται ὡς ἀρετές τῆς ψυχῆς, φαίνεται πὼς εἶναι κάπως πιο κοντὰ στὸ σῶμα, γιὰτὶ πράγματι ἐνῶ πρωτύτερα δὲν ὑπῆρχαν στὴν ψυχὴ, ἐμφυτεύθηκαν σὲ αὐτὴν με τὸν εθισμό καὶ τὴν ἀσκηση»

²³⁴ Στὸ χωρίο τῆς *Πολιτεία* 525d5-8 ὁ Σωκράτης ἀναφέρει ὅτι ἡ σπουδὴ τῶν μαθηματικῶν τραβά τὴ ψυχὴ πρὸς τὰ πάνω καὶ τὴν ἐξαναγκάζει νὰ ἐξετάζει τοὺς καθ' ἑαυτοῦ ἀριθμούς.

²³⁵ Ἡ ἀναφορά αὐτὴ παραπέμπει στὸ χωρίο 518c4-518d7 ἀπὸ τὸ 7^ο βιβλίο τῆς *Πολιτείας* στὸ ὁποῖο ὁ Σωκράτης ἀναφέρει ὅτι ὅπως ἀκριβῶς ὅταν κάποιος θέλει νὰ στρέψει τὰ μάτια τοῦ ἀπὸ τὸ σκοτάδι στὸ φῶς πρέπει νὰ περιστρέψει ὅλο τοῦ τὸ σῶμα, ἔτσι καὶ ἀν θέλει νὰ ἀτενίσει τὸ ἀγαθὸ θὰ πρέπει νὰ στρέψει τὴν ψυχὴ τοῦ ἀπὸ τὸν κόσμο τοῦ γίγνεσθαι στὸν κόσμο τῶν ἰδεῶν.

²³⁶ Καὶ πάλι ἀναφορά στὴν *Πολιτεία* καὶ στὸ χωρίο 527d6-e2, στὸ ὁποῖο ὁ Σωκράτης ἀναφέρει ὅτι μόνο με τὰ μαθηματικά μπορεῖ τὸ «ὄργανο τῆς ὄρασης» τῆς ψυχῆς νὰ καθαρῖσει ἀπὸ τὴν μιὰρὴ ἐνασχόληση με τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ ἀπλά που τὸ φθείρουν καὶ τὸ μολύνουν καὶ νὰ μπορέσει νὰ ἀτενίσει τὴν ἀλήθεια.

τῶν ἀγκτήρων τῆς ὕλης ἐπὶ τὴν ἀσώματον ἀνατείνασθαι καὶ ἀμέριστον οὐσίαν. τό τε γὰρ κάλλος καὶ ἡ τάξις τῶν ἐν μαθηματικῇ [21] λόγων καὶ τὸ μόνιμον καὶ ἐστὼς τῆς θεωρίας αὐτοῖς ἡμᾶς συνάπτει τοῖς νοητοῖς καὶ ἐνιδρῦει τελέως, αἰεὶ μὲν ἐστῶσιν, αἰεὶ δὲ τῷ θεῖῳ κάλλει διαπρέπουσιν, αἰεὶ δὲ τὴν πρὸς ἄλληλα τάξιν διασώζουσιν. Ὁ δὲ ἐν τῷ Φαίδρῳ Σωκράτης τρεῖς ἡμῖν παραδίδωσι τοὺς ἀναγομένους, οἱ καὶ τὸν πρότιστον αὐτοῦ συμπληροῦσι βίον· τὸν φιλόσοφον, τὸν ἐρωτικόν, τὸν μουσικόν. ἀλλὰ τῷ μὲν ἐρωτικῷ τῆς ἀναγωγῆς ἀρχὴ καὶ ὁδὸς ἐντεῦθεν ἀπὸ τοῦ φαινομένου κάλλους ἐπαναβασμοῖς χρωμένῳ τοῖς μέσοις εἶδεσι τῶν καλῶν, τῷ δὲ μουσικῷ τρίτην λαχόντι τάξιν ἀπὸ τῶν ἐν αἰσθήσεσιν ἀρμονιῶν ἐπὶ τὰς ἀφανεῖς ἀρμονίας καὶ τοὺς λόγους τοὺς ἐν ταύταις ἢ μετάβασις. καὶ τῷ μὲν ἡ ὄψις, τῷ δὲ ἡ ἀκοὴ τῆς ἀναμνήσεως ὄργανον. τῷ δὲ φιλοσόφῳ τὴν φύσιν πόθεν ἄρα καὶ διὰ τίνων ἢ ἀνακινήσις τῆς νοεῶς γνώσεως καὶ ἡ πρὸς

στο φως της νόησης, και γενικῶς θα αναταθούν ἀπὸ τα γενεσιουργά δεσμὰ και τις αλυσίδες της ὕλης προς την ἀύλη και αδιαίρετη ουσία. Διότι, η ομορφιά και η τάξη των μαθηματικῶν λόγων [21] και η μονιμότητα και η σταθερότητα της θεωρίας τους μας φέρνει σε επαφή με τα νοητά και μας εισάγει ἀπολύτως στα αἰώνια, τα οποία διακρίνονται πάντα για τη θεϊκὴ τους ομορφιά και διασφαλίζουν πάντα την τάξη μεταξύ τους. Και ο Σωκράτης, στον *Φαῖδρο*, μας παρουσιάζει τρεις [τύπους ἀνθρώπων] που προχωροῦν προς τα πάνω, και που ολοκλήρωσαν την πρώτη τους ζωὴ, σύμφωνα με τον *Φαῖδρο*: ο φιλόσοφος, ο εραστής και ο μουσικός.²³⁷ Ωστόσο, ο μεν εραστής εκκινεῖ την ἀνοδικὴ πορεία ἀπὸ την ομορφιά της ἐμφάνισης, χρησιμοποιώντας ως σκαλοπάτια τα ἐνδιάμεσα εἶδη της ομορφιάς. Ο δε μουσικός, ο οποίος βρίσκεται στην τρίτη [θέση], μεταβαίνει ἀπὸ τις ἀρμονίες που

²³⁷ Η ἀναφορά αὐτὴ του Πρόκλου προέρχεται ἀπὸ το χωρίο 248c1-248d2 του *Φαῖδρου* στο οποίο ο Πλάτων παραθέτει τον νόμο της Ἀδράστειας σύμφωνα με τον οποίο ἀνάλογα με το πόσο κοντὰ στο θεὸ και στο ἀγαθὸ παραμένει μια ψυχὴ και ἀτενίζει την ἀλήθεια, τόσο μένει ἀπειραχτη και αἰώνια. Ἀν ὅμως δεν δει την ἀλήθεια ὅσο πρέπει τότε η ψυχὴ αὐτὴ ἐπιστρέφει τον κόσμον, ἐνσαρκώνεται, και ἀνάλογα με το πόσο ἔχει διαφθαρεῖ, θα ἐνσαρκωθεῖ και σε ἀνάλογους ἀνθρώπους. Οἱ ψυχές που ελάχιστα διεφθάρησαν, ἐνσαρκώνονται στα σώματα τεσσάρων κατηγοριῶν ἀνθρώπων: φιλοσόφου, λάτρη του κάλους, μουσικὸ καὶ ἐρωτικὸ. Ἐπιστρέφοντας στο κείμενο του Πρόκλου θα πρέπει να ἐπισημανθοῦν δύο σημεία: το πρώτο ἀφορὰ τη φράση *πρότιστος βίος* η οποία δεν ἐμφανίζεται στον Πλάτωνα ἐνῶ ο Πρόκλος την ἀναφέρει και στον σχολιασμὸ του στην *Πολιτεία* στο χωρίο 1.60.10. Προφανῶς ἀναφέρεται στην πρώτη τη τάξει ἀπὸ τις συνολικά ἐννέα κατηγορίες ἐνσάρκωσης της ψυχῆς, στις περιπτώσεις που αὐτὴ δεν ἔχει διαφθαρεῖ πολὺ. Συνεπῶς η ἀπόδοση της στα νέα ἐλληνικά ὡς πρώτη δεν παραπέμπει στην χρονικὴ σειρά ἀλλὰ στην ἀξιολογικὴ τάξη, ὅπως αὐτὴ παρατίθεται στον πλατωνικὸ *Φαῖδρο*. Το δεῦτερο ἀφορὰ το γεγονός ὅτι στον *Φαῖδρο* η πρώτη τη τάξει ἐνσάρκωση της ψυχῆς μπορεῖ να γίνεῖ στις τέσσερις κατηγορίες ἀνθρώπων που ἀναφέρθηκαν, ἐδὼ ο Πρόκλος ἀναφέρει τρεις, παραλείποντας τον λάτρη του κάλους. Ωστόσο, – για λόγους που δεν εἶναι δυνατόν να προσδιοριστοῦν και δεν μπορεῖ να διατυπωθεῖ με βεβαιότητά ἀν πρόκειται για σκόπιμη ἐπιλογή του Πρόκλου ἢ για ἓνα σφάλμα – φαίνεται ἀπὸ την ἀνάλυση που ἀκολουθεῖ ὅτι συγγέει τον λάτρη του κάλους με τον εραστή, καθὼς μιλώντας για τον δεῦτερο ἀναφέρει ὅτι διάγει την ἀνοδικὴ του πορεία ἀνεβαίνοντας τα σκαλοπάτια της ομορφιάς.

τὸ ὄντως ὄν καὶ τὴν ἀλήθειαν ἔγερσις; δεῖ γὰρ καὶ τούτῳ διὰ τὸ ἀτελὲς τῆς οἰκειᾶς ἀρχῆς. ἡ γὰρ φυσικὴ ἀρετὴ καὶ ὄμμα ἀτελὲς καὶ ἦθος ἔλαχεν. ἐγγήγερται μὲν οὖν ἤδη παρ' αὐτοῦ καὶ ἐπτόηται περὶ τὸ ὄν ὃ τὴν φύσιν τοιοῦτος, δοτέον δὲ αὐτῷ τὰ μαθήματα, φησὶν ὁ [Πλωτίνος], πρὸς συνθεσμὸν τῆς ἀσωμάτου φύσεως καὶ τούτοις ὥσπερ σχήμασι χρώμενον ἀκτέον ἐπὶ τοὺς ἐν τῇ διαλεκτικῇ λόγους καὶ ὅλως ὡς τὴν τῶν ὄντων θεωρίαν.

Ἄλλ' ὅτι μὲν πρὸς φιλοσοφίαν ἢ μαθηματικὴ τὴν πρωτίστην παρέχεται συντέλειαν, ἐκ τούτων δῆλον. [22] δεῖ δὲ καὶ τῶν καθ' ἕκαστα μεμνησθαι, καὶ ὅτι θεολογία μὲν προευντρέπεται τὰς νοεράς ἐπιβολάς, ὅσα γὰρ τοῖς ἀτελεσί δυσθήρατα καὶ ἀνάντη φαίνεται τῆς περὶ τῶν θεῶν ἀληθείας εἰς διάγνωσιν, ταῦτα οἱ τῆς μαθηματικῆς λόγοι πιστὰ καὶ καταφανῆ καὶ ἀνέλεγκτα διὰ τῶν εἰκόνων ἀποφαίνουσι. τῶν μὲν γὰρ ὑπερουσίων ιδιοτήτων ἐν τοῖς ἀριθμοῖς τὰς ἐμφάσεις δεικνύουσι, τῶν δὲ νοερῶν σχημάτων ἐν τοῖς διανοητοῖς τὰς δυνάμεις ἐκφαίνουσιν. διὸ καὶ ὁ Πλάτων πολλὰ καὶ θαυμαστὰ δόγματα περὶ θεῶν διὰ τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν ἡμᾶς ἀναδιδάσκει καὶ ἡ τῶν Πυθαγορείων φιλοσοφία παραπετάσασιν τούτοις χρωμένη τὴν μυσταγωγίαν

ακούει πρὸς τις ἀνήκουστες ἀρμονίες καὶ τοὺς λόγους που βρίσκονται σε αὐτές. Το ὄργανο τῆς ἀνάμνησης τοῦ πρώτου, εἶναι ἡ ὄραση, ἐνῶ τοῦ δευτέρου ἡ ἀκοή. Στὴν περίπτωση τοῦ φιλοσόφου, ὡστόσο, ἀπὸ πού [έλαβε] τὴ φύση τοῦ καὶ μέσω ποιῶν [πραγμάτων] ἀνακινεῖται ἡ νοερὴ γνώση καὶ ἡ ἔγερση πρὸς τὸ πραγματικὸ Ὄν καὶ τὴν ἀλήθεια; Πρέπει, λοιπόν, καὶ γι' αὐτόν [να ὑπάρχει κάτι] καθὼς ἡ δική του ἀρχὴ εἶναι ἀτελής, ἐπειδὴ ἡ φυσικὴ [του] ἀρετὴ ἔχει ἀτελεῖς οφθαλμοὺς καὶ χαρακτῆρα. [Αὐτός] λοιπόν, που ἀπὸ τὴ φύση τοῦ εἶναι τέτοιος, ἀφυπνίζεται ἀπὸ μόνος τοῦ καὶ εἶναι παράφορα συνεπαρμένος γιὰ τὸ Ὄν. Πρέπει, λοιπόν, να τοῦ προσφερθῶν τα μαθηματικά, ὅπως λέει ὁ Πλωτίνος,²³⁸ γιὰ να ἐξοικειωθεῖ με τὴν ἀσώματη φύση καὶ χρησιμοποιώντας τα ὡς διαγράμματα, πρέπει να οδηγηθεῖ στους λόγους τῆς διαλεκτικῆς καὶ γενικῶς στὴ μελέτη τῶν ὄντων.

Ἀπὸ αὐτά, λοιπόν, εἶναι φανερό, ὅτι ἡ μαθηματικὴ [ἐπιστήμη] συμβάλλει πρωτίστως στὴ φιλοσοφία. [22] Πρέπει, ὡστόσο, να μνημονεύσουμε καὶ κάθε ἕναν [ἀπὸ τοὺς κλάδους τῆς φιλοσοφίας στους οἰοῦσιν] συμβάλλει]. Ἡ θεολογία [μας] προετοιμάζει γιὰ τις νοητικὲς συλλήψεις. Καὶ, ὅσα ἀφοροῦν τὴν ἀλήθεια τῶν θεῶν καὶ ὅσα φαίνονται

²³⁸ Πρόκειται γιὰ τὴν μοναδικὴ φορά που ὁ Πρόκλος ἀναφέρει ονομαστικὰ τὸ νεοπλατωνικὸ φιλόσοφο τοῦ 3^{ου} αἰῶνα, Πλωτίνου. Στὴς *Ἐννεάδες*, ἕνα ἀπὸ τὰ θεμελιώδη ἔργα ἀναφοράς τῆς νεοπλατωνικῆς φιλοσοφίας, καὶ ἐιδικότερα στο χωρίο 1.3.3, ἀναφέρει ὅτι τὰ μαθηματικά πρέπει να διδάσκονται ὥστε να ἐπιτευχθεῖ ἡ ἐξοικείωση καὶ ἡ πίστη στὴν ὑπαρξὴ τῶν ἀσώματων οντοτήτων (συνθεσμὸν κατανοήσεως καὶ πίστεως ἀσωμάτου).

κατακρύπτει τῶν θεῶν δογμάτων. τοιοῦτος γὰρ καὶ ὁ ἱερός σύμπαρ λόγος καὶ ὁ Φιλόλαος ἐν ταῖς Βάκχαις καὶ ὅλος ὁ τρόπος τῆς Πυθαγόρου περὶ θεῶν ὑφηγήσεως.

Πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν θεωρίαν τὰ μέγιστα συμβάλλεται, τὴν τε τῶν λόγων εὐταξίαν ἀναφαίνουσα, καθ' ἣν δεδημιούργηται τὸ πᾶν, καὶ ἀναλογίαν τὴν πάντα τὰ ἐν τῷ κόσμῳ συνδήσασαν, ὡς που φησὶν ὁ Τίμαιος, καὶ φίλα τὰ μαχόμενα καὶ προσήγορα καὶ συμπαθῆ τὰ διεστῶτα ποιήσασαν, καὶ τὰ ἀπλᾶ καὶ πρωτουργὰ στοιχεῖα καὶ πάντῃ τῇ συμμετρίᾳ καὶ τῇ ἰσότητι συνεχόμενα δείξασα, δι' ὧν καὶ ὁ πᾶς οὐρανὸς ἐτελεώθη, σχήματα τὰ προσήκοντα

ασύλληπτα καὶ δύσκολα κατανοητὰ στους ατελεῖς, οἱ μαθηματικοὶ συλλογισμοὶ τα παρουσιάζουν ὡς ἀξιόπιστα, σαφὴ καὶ ἀδιάψευστα μέσω των εικόνων. Διότι, [τα μαθηματικά] φανερόνουν τις υπερουσίες ιδιότητες ἐντὸς των ἀριθμῶν καὶ ἀποκαλύπτουν τις δυνάμεις των νοητικῶν σχημάτων ἐντὸς των ἀντικειμένων που κατανοοῦνται με τὴ διάνοια. Γι' αὐτὸ καὶ ὁ Πλάτων μας προσφέρει πολλὰ καὶ θαυμαστά διδάγματα²³⁹ γιὰ τους θεοὺς μέσω των μαθηματικῶν εἰδῶν. Επίσης, καὶ ἡ πυθαγόρεια φιλοσοφία κρύβει τὰ δόγματα των θεῶν χρησιμοποιώντας τὴ μυσταγωγία. Ἐτσι εἶναι ὅλος ὁ *Ἱερός Λόγος*,²⁴⁰ ὁ Φιλόλαος²⁴¹ στις

²³⁹ Ὅπως ἐπισημαίνει καὶ ὁ Morrow (βλ. σελ. 19, σημ. 41) δὲν διασώζεται κάποιο ἔργο του Πλάτωνα με αὐτὴ τὴ θεματολογία. Εἶναι ἀνοιχτὸ τὸ ἐνδεχόμενο ἡ ἀναφορὰ αὐτὴ νὰ παραπέμπει στα λεγόμενα «ἀγραφα δόγματα» του Πλάτωνα (σχετικὰ με τὰ χωρία τῆς ἀρχαίας ἐλληνικῆς γραμματείας ἀπὸ τὰ ὁποῖα προκύπτει ἡ ὑπόθεση τῆς ὑπαρξῆς των «ἀγραφῶν δογμάτων») βλ. J. N. Findlay, *Plato: the written and unwritten doctrines*, International library of philosophy and scientific method (London: Routledge & Kegan Paul, 1974), 413–545· Hans Joachim Krämer καὶ John R. Catan, ἐπιμ., *Plato and the foundations of metaphysics: a work on the theory of the principles and unwritten doctrines of Plato with a collection of the fundamental documents* (Albany: State University of New York Press, 1990), 203–17. Γιὰ μίαν ἐρυθρῆτερὴν συζήτηση καὶ ἀνάλυση ἐπὶ τοῦ θέματος, συνοδευόμενες ἀπὸ μίαν ἐκτεταμένην ἱστοριογραφικὴν ἀνασκόπηση μέχρι τῆς δεκαετίας τοῦ 1980 βλ. C. J. De Vogel, *Rethinking Plato and Platonism* (Leiden: BRILL, 1986).

²⁴⁰ Ὁ *Ἱερός Λόγος*, εἶναι ἓνα ἱερὸ μυστικιστικὸ ποίημα τὸ ὁποῖο ἀποδίδεται στὸν Πυθαγόρα ἀλλὰ δὲν μᾶς ἔχει σωθεῖ. Ὁ W. Burkert ἐντοπίζει τὴν παλαιότερη ἀναφορὰ γιὰ τὸ πυθαγόρειο αὐτὸ κείμενο στὸν Ἐκαταῖο τὸν Ἀβδηρίτη, ὁ ὁποῖος ἀναφέρει ὅτι ὁ Πυθαγόρας γύρισε ἀπὸ τὸ ταξίδι τοῦ στὴν Αἴγυπτο φέρνοντας μαζί του μαθηματικὰ κείμενα καὶ τὸν *Ἱερό λόγο* (βλ. Walter Burkert, *Lore and science in ancient Pythagoreanism*, μτφ. Edwin L. Minar (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1972), 219.). Επίσης, ὁ Διογένης Λαέρτιος ἀναφέρει στὸ ἔργο του *Βίοι φιλοσόφων* (8.7.3-6) ὅτι ὁ Ἡρακλείδης συμπεριλαμβάνει τὸν *Ἱερό λόγο* σὲ ἓναν κατάλογο ποιημάτων τοῦ Πυθαγόρα. Ἀναφορὲς στὸ πυθαγόρειο αὐτὸ κείμενο ἔχουμε καὶ ἀπὸ ἄλλους νεοπλατωνικοὺς φιλοσόφους ἐκτὸς ἀπὸ τὸν Πρόκλο: Ἰάμβλιχος, *Περὶ τοῦ Πυθαγορικοῦ Βίου*, 35.258.6-35.259.2· Συριανός, *Εἰς Μεταφυσικά*, 10.3-6, 123.1-3, 140.16-18, 175.3-4· Πρόκλος, *Εἰς Τίμαιον*, 3.161.3-6, 3.168.9-19· Ἱεροκλῆς *Εἰς Χρυσὰ Ἐπη* 20.12.1-3. Σὲ ὅλα αὐτὰ τὰ χωρία γίνεται ἀναφορὰ στὸν *Ἱερό Λόγο* σὰν νὰ πρόκειται γιὰ ὑπαρκτὸ κείμενο καὶ ὄχι σὰν νὰ πρόκειται γιὰ ἀντικείμενο τῆς προφορικῆς παράδοσης. Ὁ H. Thesleff ἔχει συγκεντρώσει καὶ ἐκδόσει ἐν εἰδῇ κριτικῆς ἐκδόσεως ὅλα τὰ σχετικὰ με τὸν *Ἱερό Λόγο* χωρία (βλ. Holger Thesleff, *The Pythagorean texts of the Hellenistic period*, Acta Academiae Aboensis (Åbo: Åbo Akademi, 1965), 164–68.)

²⁴¹ Πρόκειται γιὰ τὸν φιλόσοφο Φιλόλαο τὸν Κροτωνιάτη, ὁ ὁποῖος ἐξῆσε στα τέλη τοῦ 5^{ου} αἰῶνα. Ἀπὸ διάφορα ἀποσπάσματα τῆς ἀρχαίας ἐλληνικῆς γραμματείας προκύπτει ὅτι εἶναι ὁ συγγραφέας μίαν πραγματείας φυσικῆς φιλοσοφίας με τὸν τίτλο *Περὶ Φύσεως*, τὸ ὁποῖο δὲν μᾶς ἔχει σωθεῖ. Γιὰ τὸ ἀποδιδόμενο σὲ αὐτὸ ἔργο *Βάκχαι* ἔχουμε μίαν ἀναφορὰ ἀπὸ τὸν Στοβαῖο (1.15.7.1-7) ὁ ὁποῖος παραθέτει ἓνα ἀπόσπασμα ἀπὸ τὸ ἔργο αὐτὸ, τὸ ὁποῖο

κατὰ τὰς ἑαυτοῦ μερίδας ὑποδεξάμενος, ἔτι δὲ ἀριθμοὺς τοὺς οἰκείους ἐκάστω τῶν γιγνομένων καὶ ταῖς περιόδοις αὐτῶν καὶ ταῖς ἀποκαταστάσεσιν ἀνευροῦσα, δι' ὧν [23] τὰς τε εὐγονίας ἐκάστων καὶ τὰς ἐναντίας φορὰς συλλογίζεσθαι δυνατόν. ταῦτα γὰρ οἶμαι καὶ ὁ Τίμαιος ἐνδεικνύμενος πανταχοῦ διὰ τῶν μαθηματικῶν ὀνομάτων ἐκφαίνει τὴν περὶ τῆς φύσεως τῶν ὄλων θεωρίαν καὶ τὰς γενέσεις τῶν στοιχείων ἀριθμοῖς καὶ σχήμασι κατακοσμεῖ καὶ τὰς δυνάμεις αὐτῶν καὶ τὰ πάθη καὶ τὰς ποιήσεις εἰς αὐτὰ ἀναφέρει, τῶν τε γωνιῶν τὰς ὀξύτητας καὶ τὰς ἀμβλύτητας καὶ τῶν πλευρῶν τὰς λειότητας ἢ τὰς ἐναντίας δυνάμεις, τό τε πλῆθος καὶ τὴν ὀλιγότητα τῶν στοιχείων αἰτιώμενος τῆς παντοίας μεταβολῆς.

Βάκχες καὶ ὁ τρόπος διδασκαλίας τῶν πυθαγορείων γιὰ τὰ θεία.

[Τὰ μαθηματικά] συμβάλλουν, ἐπίσης, τὰ μέγιστα στὴ φυσικὴ φιλοσοφία, καθὼς ἀποκαλύπτουν τὴν τάξιν τῶν λόγων μετὰ τὴν ὁποία ἔχει δημιουργηθεῖ τὸ σύμπαν, καὶ τὴν ἀναλογία πού συνδέει τὰ πάντα στὸν κόσμον, ὅπως ἀναφέρει σὲ κάποιο σημεῖο ὁ Τίμαιος,²⁴² ἀφοῦ τὰ ἀντίπαλα ἔκανε ταιριαστά καὶ τὰ χωρισμένα φιλικὰ καὶ ἀγαπημένα. Ἐπίσης, [τὰ μαθηματικά] ἔδειξαν ὅτι τὰ ἀπλά καὶ πρωταίτια στοιχεῖα συνδέονται ἀπολύτως μὲσω τῆς συμμετρίας καὶ τῆς ἰσότητος, οἱ ὁποῖες τελειοποίησαν ὅλον τὸν οὐρανόν, τοποθετώντας σὲ κάθε μέρος τοῦ τα κατάλληλα σχήματα. Καὶ ἀκόμα, [τὰ μαθηματικά] ἔδωσαν τὸν ἀριθμὸ πού ταιριάζει

πραγματεύεται τὸν οὐρανόν. Ἐχει υποστηριχθεῖ ἀπὸ τὸν Burkert ὅτι τὸ *Βάκχαι* ἴσως νὰ εἶναι μιὰ ἄλλη ἐκδοσὴ τοῦ *Περὶ Φύσεως* λόγω τῆς ταύτισσιν τῆς θεματολογίας τους. Ὡστόσο, μιὰ τέτοια ἐρμηνεῖα ἔρχεται σὲ ἀντίθεσιν μετὰ τὴν ἀναφορὰ τοῦ Πρόκλου σὲ αὐτὸ τὸ χωρίο, ὁ ὁποῖος ἀναφέρει ὅτι τὸ *Βάκχαι* εἶναι ἓνα μυστικιστικὸ πυθαγόρειο βιβλίον τὸ ὁποῖο πραγματεύεται τὰ δόγματα τῶν θεῶν μὲσω τῶν μαθηματικῶν καὶ ὄχι ἓνα ἐγχειρίδιον φυσικῆς φιλοσοφίας. Περισσότερα γιὰ τὸ ἀπόσπασμα αὐτὸ καὶ τὸ ἔργο *Βάκχαι* βλ. Burkert, *Lore and science in ancient Pythagoreanism*, 268–69. Γενικά γιὰ τὰ ἀποσπάσματα ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἀντλούμε πληροφορίες γιὰ τὰ ἔργα τοῦ Φιλόλαου βλ. André Laks καὶ Glenn Most, ἐπιμ., *Early Greek Philosophy*, τ. 4, Loeb Classical Library (Cambridge, MA, London: Harvard University Press, 2016), 155–85.

²⁴² Στὸ σημεῖο αὐτὸ ὁ Πρόκλος προφανῶς ἀναφέρεται στὸ χωρίο τοῦ *Τίμαιου* 32b5–32c4, ὅπου ὁ Πλάτων ἀναφέρει πῶς ὁ Θεὸς δημιούργησε τὸν οὐρανόν. Ἀπὸ τὴ στιγμὴ πού ὁ οὐρανὸς θὰ ἔπρεπε νὰ εἶναι ἀπτός καὶ ορατός, θὰ ἔπρεπε νὰ δημιουργηθεῖ ἀπὸ τὰ στοιχεῖα τῆς φωτιάς καὶ τῆς γῆς σὲ ἀναλογία. Ὡστόσο, ἐπειδὴ ὁ οὐρανὸς ἦταν καὶ στέρεος θὰ ἔπρεπε νὰ βρεθούν καὶ ἄλλα στοιχεῖα νὰ ἀναμιχθούν μετὰ τὴν φωτιά καὶ τὴν γῆ, ὥστε νὰ ἐπιτευχθεῖ τὸ ὀρθὸ ἀποτέλεσμα. Ὁ Δημιουργὸς λοιπὸν θὰ ἔπρεπε νὰ προσθέσει τὰ στοιχεῖα τοῦ νεροῦ καὶ τοῦ ἀέρος κατὰ τέτοιον τρόπο πού ὅλα τὰ στοιχεῖα νὰ ἔχουν ἴσους λόγους μετὰξὺ τους. Ἀρα ὁ λόγος τῆς φωτιάς πρὸς τὸν ἀέρα θὰ ἔπρεπε νὰ εἶναι ἴδιος μετὰ τὸν λόγο τοῦ ἀέρος πρὸς τὸ νερὸ καὶ τοῦ νεροῦ πρὸς τὴν γῆ. Ὁ Δημιουργὸς ὡς μαθηματικὸς ἀποκαλύπτεται στὸ χωρίο αὐτὸ τοῦ Πλάτωνα, τὸ ὁποῖο επικαλεῖται ὁ Πρόκλος, διότι θὰ ἔπρεπε νὰ υπολογίσει τὸν λόγο τῶν δύο νέων στοιχείων κατὰ τρόπο πού νὰ ἰσχύει ἡ ἰσότης νερό/φωτιά = φωτιά/γῆ = γῆ/ἀέρα, δηλαδὴ νὰ βρεῖ ἓνα μέσο ἀνάλογο. Στὸ ἴδιο ἀκριβῶς ἀναφέρεται καὶ στὸ χωρίο 69b1–5 ὅπου ὁ Πλάτων ἀναφέρει ὅτι ὁ Θεὸς γιὰ νὰ ἐπιβάλλει τὴν τάξιν στὴν ἀταξία τῶν σωμάτων ἐγκαθίδρυσε μὲσα τοὺς συμμετρίας πού συνέδεαν τὸ κάθε στοιχεῖο μετὰ τὸν ἑαυτὸν καὶ μετὰ ἄλλα κατὰ τρόπο συμμετρικὸ καὶ ἀρμονικόν. Ἡ πλατωνικὴ ἀπαιτήσιν γιὰ ἓναν Δημιουργὸ μαθηματικόν προκύπτει καὶ στὴν *Πολιτεία* (530c6–8), ὅπου ὁ Σωκράτης ἀναφέρει ὅτι τὴν ἀστρονομία θὰ πρέπει νὰ τὴν σπουδάσουμε ὡς τὴν γεωμετρίαν γιὰ νὰ μποροῦμε νὰ κατανοήσουμε τὸ ἔργο τοῦ Δημιουργοῦ. Αὐτὴ εἶναι καὶ ἡ βάση στὴν ὁποία ἐδράζεται τὸ ἐπιχείρημα τοῦ Πρόκλου ὅτι τὰ μαθηματικά συμβάλλουν στὴ φυσικὴ ἐπιστήμη καὶ ἐιδικότερα τῆς ἀστρονομίας.

Πρός γε μὴν τὴν πολιτικὴν καλουμένην φιλοσοφίαν πῶς οὐχὶ φήσομεν αὐτὴν πολλὰ δὴ καὶ θαυμαστὰ συντελεῖν, τούς τε καιροὺς τῶν πράξεων ἀναμετρομένην καὶ τὰς ποικίλας περιόδους τοῦ παντός καὶ τοὺς προσήκοντας ἀριθμοὺς ταῖς γενέσεσι, τούς τε ἀφομοιωματικούς καὶ τοὺς τῆς ἀνομοιότητος αἰτίους, τούς τε γονίμους καὶ τελείους, καὶ τοὺς ἐναντίους τούτοις, τούς τε ἐναρμονίου ζωῆς χορηγούς καὶ τοὺς τῆς ἀναρμοστίας παρεκτικούς καὶ ὄλως φορᾶς καὶ ἀφορίας οἰστικούς. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτεία τῶν μουσῶν λόγος ἐκφαίνει τὸν γεωμετρικὸν ἀριθμὸν σύμπαντα κύριον ἀμεινόνων καὶ χειρόνων γενέσεων τιθέμενος καὶ τῆς τε ἀλύτου τῶν ἀδιαστρόφων ἡθῶν διαμονῆς, καὶ τῆς μεταβολῆς τῶν ἀρίστων πολιτειῶν εἰς τὰς ἀλόγους καὶ ἐμπαθεῖς. ὅτι γὰρ τῆς ὅλης ἐστὶ μαθηματικῆς τὴν ἐπιστήμην παραδοῦναι τοῦ λεγομένου τούτου γεωμετρικοῦ ἀριθμοῦ καὶ οὐ μᾶς τινὸς οἷον ἀριθμητικῆς [24] ἢ γεωμετρίας παντί που δῆλον· διὰ πάντων γὰρ τῶν μαθημάτων οἱ λόγοι τῆς τε εὐγονίας καὶ τῆς ἀγονίας διήκουσι.

σε κάθε δημιουργημένο ον, στις περιόδους τους και στις επαναφορές τους,²⁴³ και μέσω αυτών [23] είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι περίοδοι γονιμότητάς τους αλλά και αφορίας τους. Γι' αυτό νομίζω ότι ο Τίμαιος, παρουσιάζοντάς και εμφανίζοντάς τους παντού, αποδεικνύει μέσω των μαθηματικών ὄρων τη θεωρία για την φύση των πάντων, και διακοσμεί τη δημιουργία των στοιχείων με αριθμούς και σχήματα, και μιλά για τις δυνάμεις²⁴⁴ τους, τις ιδιότητες²⁴⁵ και τις κατασκευές [τους], και θεωρεί ως υπαίτιους κάθε μεταβολῆς τις οξύτητες και τις αμβλύτητες των γωνιών, τις λειότητες των πλευρών, ή τις αντίθετες ιδιότητες, και το πλήθος ή το μικρό αριθμό των στοιχείων.

Πώς, επίσης, να μην αναφέρουμε ότι και στην αποκαλούμενη πολιτική φιλοσοφία [τα μαθηματικά] προσφέρουν πολλά και θαυμαστά; Διότι μετρούν τις εποχές των γεγονότων και τις διάφορες περιόδους του σύμπαντος, τους αριθμούς που αφορούν τις γεννήσεις – αυτούς δηλαδή που ευθύνονται για την ομοιότητα ή την ανομοιότητα των δημιουργημάτων – τους παραγωγικούς και

²⁴³ Με το ὄρο «ἀποκαταστάσεις» ἐννοεῖ τις ἐπιστροφές των οὐρανίων σωμάτων στην ἀρχική τους θέση μετὰ ἀπὸ την ολοκλήρωση μιᾶς περιφορᾶς.

²⁴⁴ Στο χωρίο του *Τίμαιου* 54ab γίνεται λόγος για τὰ εἶδη των τριγώνων που θα πρέπει να χρησιμοποιηθοῦν κατὰ την δημιουργία των στερεῶν που θα ἀντιστοιχηθοῦν στα τέσσερα στοιχεία και θα ἀποτελέσουν τὰ δομικὰ συστατικά του κόσμου (βλ. σημ.271). Στο χωρίο αὐτὸ ὁ ὄρος «δύναμις» χρησιμοποιεῖται με τὴ μαθηματικὴ ἐννοια του τετραγώνου. Συνεπῶς, στο σημεῖο αὐτὸ θα πρέπει να ἀντιληφθοῦμε τὴν ἀναφορά του Πρόκλου ὡς δυνάμεις των ἀριθμῶν (τετράγωνο, κύβος κτ.λ.).

²⁴⁵ Στον *Τίμαιο* (61ce) ὁ Πλάτων, χρησιμοποιεῖ τὸν ὄρο «πάθημα» με τὴν ἐννοια τῆς ἐγγενούς ιδιότητος των αἰσθητῶν ἀντικειμένων, καθὼς ὁ Πλάτων μας ἀναφέρει ὅτι ἡ ἀνθρώπινη αἴσθησις εἶναι προϋπόθεσις για νὰ μελετήσουμε τὰ «παθήματα» των σωμάτων.

Πρὸς δ' αὖ τὴν ἠθικὴν φιλοσοφίαν ἡμᾶς τελειοῖ, τάξιν καὶ ἑναρμόνιον ζωὴν ἐντιθεῖσα τοῖς ἡθεσιν ἡμῶν καὶ σχήματα πρέποντα τῇ ἀρετῇ καὶ μέλη καὶ κινήσεις παραδίδωσιν, ἀφ' ὧν δὴ καὶ ὁ Ἀθηναῖος ξένος τελειοῦσθαι βούλεται τοὺς τῆς ἠθικῆς ἀρετῆς ἐκ νέων μεταληψομένους, τῶν τε ἀρετῶν προτείνει τοὺς λόγους, ἄλλως μὲν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς, ἄλλως δὲ ἐν τοῖς σχήμασιν, ἄλλως δὲ ἐν τοῖς κατὰ μουσικὴν συμφῶνοις καὶ τῶν κακιῶν τὰς ὑπερβολὰς καὶ τὰς ἐνδείας παραδείκνυσι, δι' ὧν ἀποτελούμεθα μέτριοι τὸ ἦθος καὶ κεκοσμημένοι. καὶ διὰ τοῦτο ὁ Σωκράτης ἐν Γοργία μὲν τὸν Καλλικλέα τῆς ἀτάκτου καὶ ἀκολάστου ζωῆς αἰτιώμενος, γεωμετρίας γάρ, φησὶν, ἀμελεῖς καὶ τῆς κατ' αὐτὴν ἰσότητος. ἐν πολιτεία δὲ τῆς τυραννικῆς ἡδονῆς τὴν ἀπόστασιν, ἣν ἔλαχεν, εὐρίσκει πρὸς τὴν τοῦ

τους τέλειους και τους αντίθετους τους, αυτούς που προσφέρουν την αρμονική ζωή και αυτούς που προκαλούν την δυσαρμονία, και γενικώς αυτούς που προκαλούν ευημερία ή ανέχεια. Αυτά είναι που παρουσιάζει ο λόγος των Μουσών στην *Πολιτεία*,²⁴⁶ όταν καθιστά τον γεωμετρικό αριθμό κυρίαρχο των ἀριστων και χείριστων δημιουργιών, της αδιάλυτης σταθερότητας των αμετάβλητων ηθῶν και της μεταστροφῆς των ἀριστων πολιτευμάτων σε παράλογα και εμπαθή. Διότι είναι εμφανές σε όλους, ὅτι το [αντικείμενο] ολόκληρης της μαθηματικῆς [επιστήμης] – και ὄχι ενός κάποιου [μέρους της] ὅπως η αριθμητικὴ ἢ [24] η γεωμετρία – εἶναι να προσφέρει τη γνώση για τον αποκαλούμενο γεωμετρικό αριθμό καθὼς οἱ λόγοι της ευφορίας και της αφορίας εκτείνονται σε ολόκληρη της μαθηματικῆς [επιστήμης].

²⁴⁶ Στην *Πολιτεία* (545e-547a) ο Σωκράτης επιχειρώντας να εξηγήσει πόσο σημαντικό είναι οἱ σοφοὶ ἄρχοντες να γνωρίζουν τὴ μέτρηση του χρόνου και των περιόδων, ὥστε να ἀντιληφθοῦν πότε τα ἀρίστα πολιτεύματα διολισθαίνουν (καθὼς για Πλάτωνα, ὁ χρόνος εἶναι ἡ αἰτία τῆς μεταβολῆς των πολιτευμάτων), βάζει τις Μούσες να εξηγήσουν πὼς μπορεῖ να γίνει ὁ υπολογισμὸς αὐτός. Ἀπὸ ἕναν πραγματικὸ δύσκολο μαθηματικὸ υπολογισμὸ, τὸ ἀποτέλεσμα του οὐοῦ ο Πλάτων δεν το ἀναφέρει, οδηγεῖται στη δημιουργία ενός ἀριθμοῦ που μετρά τὴν περίοδο ἀλλαγῆς των πολιτευμάτων, τὸν οὐοῦ ἀποκαλεῖ «γεωμετρικὸ ἀριθμὸ». Τὴν ἀποψη αὐτὴ του Πλάτωνα ἀντιμετωπίζει κριτικὰ ὁ Ἀριστοτέλης στα *Πολιτικά* (1316a1-16) ἀμφιβάλλοντας ἀν ὁ χρόνος εἶναι πράγματι ἡ αἰτία ἀλλαγῆς των πολιτευμάτων. Ὡστόσο, ἐνδιαφέρον ἔχει ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης γνωρίζει καλὰ τὸν μαθηματικὸ αὐτὸ υπολογισμὸ, τὸν οὐοῦ πολὺ συνοπτικὰ παραθέτει στο κείμενό του. Ὁ Πρόκλος στὸν σχολιασμὸ του στὴν *Πολιτεία* (2.36.3-2.42.10) κάνει μια ἐκτενέστατη ἀνάλυση του «γεωμετρικὸ ἀριθμὸ» τὸν οὐοῦ μάλιστα προτείνει να τὸν θεωρήσουμε ταυτόχρονα ἀριθμητικὸ και γεωμετρικὸ ἀριθμὸ, μουσικὸ και ἀστρονομικὸ. Ἐπίσης, καλεῖ τὸν ἀναγνώστη να τὸν προσεγγίσει με τὴ διαλεκτικὴ μέθοδο και να θεωρήσουμε ὅτι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ἀνάγεται στις περιόδους τόσο τῆς ἀνθρώπινης ζωῆς ὅσο και του σύμπαντος.

Ὁ υπολογισμὸς και ἡ σημασία του «γεωμετρικὸ ἀριθμὸ» ἔχει τεθεῖ στο ἐπίκεντρο μελετῶν ἀπὸ τους ἱστορικούς. Ἡ πρώτη ἀυτόνομη ἐργασία για τὸ θέμα εἶναι ἡ James Adam, *The nuptial number of Plato : its solution and significance* (London: Cambridge University Press Warehouse, 1891). Ἀκολούθησε ὁ Arthur Gordon Laird, *Plato's Geometrical Number and the Comment of Proclus* (Madison, Wisconsin: The Collegiate Press, 1918), ὁ οὐοῦς ἀσκήσε κριτικὴ στὴν ἀνάλυση και ἐρμηνεία του Adam και πρότεινε τὴ δική του θεωρία. Ἐκτοτε, διατυπώνονται ἀπόψεις και ἐρμηνείες στο πλαίσιο μεταφραστικῶν ἐκδόσεων, τόσο του ἔργου του Πλάτωνα, ὅσο και του σχολιασμοῦ του Πρόκλου στὴν *Πολιτεία*.

βασιλέως κατὰ τὴν ἐπίπεδον γένεσιν καὶ τὴν στερεάν.

Ἀλλὰ μὴν ταῖς τε ἄλλαις ἐπιστήμαις τε καὶ τέχναις ἠλίκον τὸ ἀπὸ τῆς μαθηματικῆς ὄφελος παραγίνεται, μάθοιμεν ἂν ἐννοήσαντες, ὅτι ταῖς μὲν θεωρητικαῖς οἶον ῥητορικῇ καὶ ταῖς τοιαῖσδε πάσαις, ὅσαι διὰ λόγων κυροῦνται, τελειότητα καὶ τάξιν προστίθῃσιν καὶ τὸ ἐκ πρώτων τε καὶ μέσων καὶ τελευταίων συμπληροῦσθαι κατὰ τὴν πρὸς αὐτὴν ἀπεικασίαν, ταῖς δὲ [25] ποιητικαῖς ἐν παραδείγματος τάξει προυφέστηκε τοὺς λόγους τῶν ποιουμένων καὶ τὰ μέτρα ἐν αὐτῇ προυποστήσασα, ταῖς δὲ πρακτικαῖς τὴν ἐνέργειαν καὶ τὴν κίνησιν ἀφορίζει διὰ τῶν ἐστώτων ἑαυτῆς καὶ ἀκινή των εἰδῶν. ὅπως γὰρ αἱ τέχναι πᾶσαι, καθάπερ δὴ φησὶν ὁ ἐν τῷ Φιλήβῳ Σωκράτης, ἀριθμητικῆς δέονται καὶ μετρητικῆς καὶ στατικῆς, ἤτοι πασῶν ἢ τινῶν. αὗται δὲ πᾶσαι περιέχονται ἐν τοῖς μαθηματικοῖς λόγοις καὶ κατ' ἐκείνους ὀρίζονται. καὶ γὰρ αἱ τῶν ἀριθμῶν διανομαὶ

Επίσης [ἡ μαθηματικὴ ἐπιστήμη] μας τελειοποιεῖ ὡς πρὸς τὴν ἠθικὴ φιλοσοφία ἐμφυσώντας τὴν τάξιν καὶ τὴν ἀρμονικὴ ζωὴ στα ἴθνη μας, τὰ ὁποῖα παρέχουν σχήματα που συνάδουν με τὴν ἀρετὴ, τὶς μελωδίες καὶ τὶς κινήσεις. Μάλιστα, ὁ Ἀθηναῖος ξένος,²⁴⁷ ἀπὸ αὐτὰ θέλει νὰ τελειοποιούνται ὅσοι μεταλαμβάνουν τῆς ἠθικῆς ἀρετῆς ἀπὸ μικρῆ ἡλικία. Επίσης, προτείνει τοὺς [μαθηματικούς] λόγους τῶν ἀρετῶν – ἀλλιώς στοὺς ἀριθμούς, ἀλλιώς στα σχήματα καὶ ἀλλιώς στὶς μουσικὲς ἀρμονίες – καὶ ἀποκαλύπτει τὶς υπερβολὲς καὶ τὶς ἐλλείψεις τῶν κακιῶν, ἀπὸ τὰ ὁποῖα καθιστάμεθα μέτριοι ὡς πρὸς τὸ ἦθος καὶ ἐξωραϊσμένοι. Καὶ γι' αὐτὸ ὁ Σωκράτης στὸν *Γοργία*, κατηγορώντας τὸν Καλλικλῆ γιὰ τὴν ἀστατη καὶ ἀκόλαστη ζωὴ του τοῦ λέει ὅτι ἔχει ἀμελήσει τὴν γεωμετρίαν καὶ τὴν [γεωμετρικὴ] ἰσότητά.²⁴⁸ Στὴν *Πολιτεία* ὁ Σωκράτης βρίσκει τὴν ἀπόστασιν μεταξύ τῆς ἡδονῆς τοῦ τυράννου καὶ τοῦ βασιλιά κατασκευάζοντας ἕνα ἐπίπεδο καὶ ἕνα στερεὸ [ἀριθμῶ].²⁴⁹

²⁴⁷ Ἀναφορὰ στὸν Ἀθηναῖο ξένο τοῦ πλατωνικοῦ διαλόγου *Νόμοι*. Ὁ Μοίρω υποδεικνύει τὸ χωρίο 672-673 ὡς σχετικὸ με τὴν ἀναφορὰ τοῦ Πρόκλου. Πρόκειται γιὰ τὸ χωρίο στὸ ὁποῖο ὁ Ἀθηναῖος ἐξηγεῖ ὅτι τὰ συμπόσια δὲν θὰ πρέπει νὰ ἀποβληθοῦν ἀπὸ τῆς συνθήκης τῆς πόλης ὡς συνθήκη που οδηγεῖ στὴν μανία καὶ τὴν τρέλα. Ἀντίθετα ἐξηγεῖ ὅτι ἡ κατάστασιν αὐτὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο μέρη τὸν χορὸ καὶ τὸ τραγούδι, τὰ ὁποῖα, καὶ τὰ δύο μποροῦν νὰ γίνουν ἀντικείμενο ἐκπαίδευσης μέσω τῆς μουσικῆς καὶ τῆς γυμναστικῆς. Ἡ ἐκπαίδευση στὴ μουσικὴ θὰ προσφέρει τὸ μέτρο καὶ τὴν ἀρμονία στὴ φωνή καὶ στὴ γυμναστικὴ τὴν δύναμιν καὶ τὴν υγείαν στὸ σῶμα, τὰ ὁποῖα μαζί καὶ κάθε ἕνα ξεχωριστὰ οδηγοῦν τὴν ψυχὴ στὸ ἀγαθόν.

²⁴⁸ Ὁ Πρόκλος ἀναφέρεται στὸ χωρίο τοῦ 508a τοῦ πλατωνικοῦ *Γοργία*.

²⁴⁹ Ὁ Σωκράτης στὴν *Πολιτεία* (587d) σχολιάζοντας τὴν ἡδονὴ ἐνός τυράννου ἀναφέρει ὅτι αὐτὸς ἐρχεται τρίτος σὲ σειρά κατάταξης μετὰ τὸν ὀλιγαρχικὸ καὶ τὸν δημοκρατικὸ ἄρχοντα. Ἄρα, θὰ τὸν συντροφεύει ἡ τρίτη ἀπὸ τὶς ἡδονές, ὅπως τὶς κατέταξε καὶ τὶς ὀρισε. Ἄρα ἡ ἀπόστασιν που χωρίζει τὸν τύραννο ἀπὸ τὴν ἀληθινὴ ἡδονὴ εἶναι τρεῖς φορές τὸ τρία, ἕνας ἐπίπεδος δηλαδὴ ἀριθμῶς. Επίσης, υπολογίζει πόσο ἀπέχει ἡ ἀληθινὴ ἡδονὴ ἀπὸ τὴν ἡδονὴ τοῦ τυράννου κάνοντας τὸ ἀκόλουθο υπολογισμῶ: παίρνει τὸν στερεὸ ἀριθμῶ που βρῆκε πρὶν, τὸν υψώνει στὸ τετράγωνο καὶ αὐτὸ πάλι στὸν κύβο, δηλαδὴ ἕνας ἀριθμῶ τῆς μορφῆς 2×3 . Ὁ ἀριθμῶ που προκύπτει ἐκφράζει τὴν

καὶ ἡ τῶν μέτρων ποικιλία καὶ ἡ τῶν βαρῶν διαφορῶς ὑπὸ ταύτης γνωρίζονται. Τὸ μὲν τοίνυν ὄφελος τῆς μαθηματικῆς ὅλης ἐπιστήμης πρὸς τε φιλοσοφίαν αὐτὴν καὶ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας καὶ τέχνας ἔσται διὰ τούτων γνώριμον τοῖς ἀκούουσιν

Ἀλλὰ ἐπίσης θα μπορούσαμε να μάθουμε πόσο μεγάλο είναι το ὄφελος της μαθηματικῆς [ἐπιστήμης] στις υπόλοιπες ἐπιστήμες και τέχνες, αν κατανοούσαμε ὅτι στις μεν θεωρητικὲς ἐπιστήμες – ὅπως η ρητορικὴ και ὅλες τις παρόμοιες που ασκούνται μέσω του λόγου – τους προσθέτει την τελειότητα και την τάξη, και τις συμπληρώνει με τα πρώτα, τα μεσαία και τα τελευταία [μέρη], καθ' ὁμοίωσίν της. Για τις δε [25] πρακτικὲς ἐπιστήμες ἀποτελεῖ ὑπόδειγμα ἔχοντας ἐμφυσήσει ἐκ των προτέρων σε αὐτὲς τους λόγους και τα μέτρα των δημιουργημάτων [τους]. Ἐπίσης [η μαθηματικὴ ἐπιστήμη] καθορίζει την ἐνέργεια και την κίνηση στις πρακτικὲς [ἐπιστήμες] μέσω των σταθερῶν και των ἀκίνητων εἰδῶν της. Διότι, ὅπως λέει ο Σωκράτης στον *Φίληβο*,²⁵⁰ ὅλες γενικῶς οἱ τέχνες χρειάζονται τη ἀριθμητικὴ, την μετρικὴ και την ἀρχιτεκτονικὴ – μια ἢ ὅλες αὐτὲς. Ὅλες, λοιπόν, αὐτὲς περιλαμβάνονται στους μαθηματικὸς λόγους και ὀρίζονται ἀπὸ ἐκείνους, καθὼς οἱ διακρίσεις των ἀριθμῶν, η

ἀπόσταση που χωρίζει την ἡδονὴ του τυράννου ἀπὸ την ἀληθινὴ ἡδονή, αὐτὸ δηλαδή στο ὁποῖο ἀναφέρεται ο Πρόκλος σε αὐτὸ σημεῖο. Ο Πρόκλος ἀναφέρεται σε αὐτὸ τον ἀριθμὸ λέγοντας ὅτι πρόκειται για ἕναν ἐπίπεδο και ἕναν στέρεο ἀριθμὸ. Ο ἐπίπεδος ἀριθμὸς εἶναι τῆς μορφῆς $a \times b$ (με τον a να μπορεῖ να εἶναι ἴσος με τον b , ὅποτε ο ἀριθμὸς ὀνομάζεται «τετράγωνος») και ο στέρεος τῆς μορφῆς $a \times b \times \gamma$ (με τον a να μπορεῖ να εἶναι ἴσος με τον b και τον γ , ὅποτε ὀνομάζεται «κύβος»). Ἀπὸ την στιγμή που η ἀπόσταση που δίνει ο Πλάτων εἶναι 2×3 , αὐτὸ μπορεῖ να ἀναλυθεῖ σε ἕναν ἐπίπεδο ($a \times a$) και ἕναν στέρεο ($2 \times 2 \times 2$) – για την ἀκρίβεια πρόκειται για ἕναν τετράγωνο και ἕνα κύβο. Αὐτὴ ἀκριβῶς την ἀνάλυση κάνει και ο Πρόκλος στο χωρίο αὐτὸ, ἀλλὰ δεν ἐπιλέγει να χρησιμοποιήσει τους ἐιδικότερους αὐτοῦς ὀρους.

²⁵⁰ Ἡ ἀναφορά αὐτὴ γίνεται στο χωρίο 5e1-4 του *Φίληβου*.

ποικιλία των μέτρων και η διαφορετικότητα των σταθμών μαθαίνονται μέσω αυτής. Συνεπώς, το όφελος όλης της μαθηματικής επιστήμης τόσο για την ίδια τη φιλοσοφία όσο και τις άλλες επιστήμες και τις τέχνες θα είναι πλέον γνωστό σε όσους [μας] ακούν.

Κεφάλαιο 9^ο : Απάντηση σε όσους αμφισβητούν τη χρησιμότητα των Μαθηματικών

ἤδη δέ τινες τῶν ἀντιλογικῶν ἐπιχειροῦσι καθαιρεῖν τὴν ἀξίαν τῆς ἐπιστήμης ταύτης, οἱ μὲν τὸ καλὸν αὐτῆς καὶ τὸ ἀγαθὸν ἀφαιροῦντες ὡς οὐ περὶ τούτων ποιουμένης τοὺς λόγους, οἱ δὲ χρησιμωτέρας τὰς τῶν αἰσθητῶν ἐμπειρίας ἀποφαίνονται τῶν ἐν αὐτῇ καθόλου θεωρουμένων, οἷον γεωδεσίαν γεωμετρίας, καὶ τὴν τῶν πολλῶν ἀριθμητικὴν τῆς ἐν θεωρήμασιν ὑφεστῶσης, καὶ τὴν ναυτικὴν ἀστρολογίαν τῆς καθόλου δεικνυούσης. οὔτε γὰρ πλουτοῦμεν **26** τῷ γινώσκειν τὸν πλοῦτον, ἀλλὰ τῷ χρῆσθαι, οὔτε εὐδαιμονοῦμεν τῷ τὴν εὐδαιμονίαν γινώσκειν, ἀλλὰ τῷ ζῆν εὐδαιμονικῶς, ὥστε καὶ πρὸς τὸν βίον τὸν ἀνθρώπινον καὶ τὰς πράξεις οὐ τὰς γνωστικὰς τῶν μαθηματικῶν, ἀλλὰ τὰς ἐμπειρικὰς συντελεῖν ὁμολογήσομεν. οἱ γὰρ ἀγνοοῦντες μὲν τοὺς λόγους, γεγυμνασμένοι

Ὡστόσο, κάποιοι επικριτές επιχειρούν να μειώσουν την αξία της επιστήμης αυτής, άλλοι αφαιρώντας την ομορφιά και την αγαθότητά της, επειδή δεν δημιουργεί συλλογισμούς γι' αυτά, ενώ άλλοι επειδή οδηγούνται στο συμπέρασμα ότι η εμπειρική γνώση των αισθητών είναι πιο χρήσιμη από τα γενικά θεωρήματά της. Για παράδειγμα, ισχυρίζονται ότι η τοπογραφία²⁵¹ [είναι πιο χρήσιμη] από την γεωμετρία, η αριθμητική [που χρησιμοποιείται] από τους πολλούς από αυτή που βασίζεται στα θεωρήματα, και η ναυτική αστρονομία από τη γενική αστρονομία. Διότι, [ισχυρίζονται] ότι δεν πλουτίζουμε **26** μαθαίνοντας για τον πλούτο, αλλά χρησιμοποιώντας [τον], ούτε ευδαιμονούμε μαθαίνοντας για την ευδαιμονία αλλά ζώντας με ευδαιμονία. Παραδέχονται,

²⁵¹ Ο όρος *γεωδεσία* (με *ε* και όχι με *αι*) εμφανίζεται μόνο στα σχόλια του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των στοιχείων, σε ένα σχόλιο στο ίδιο βιβλίο το οποίο αναφέρει: «[Τὴν γεωμετρίαν διαίρουσ]ιν εἰς τε τὴν ἐπίπεδον καὶ τὴν στερεομετρίαν, καὶ ὑπὸ ταύτας ἀνάγουσι πάσας τὰς ὕλη χρωμένους, οἷον ἀστρονομίαν, γεωδεσίαν καὶ τὰς ἄλλας, ὅσαι ὑπὸ μηχανικὴν τελοῦσι.» (Scholia In Euclidem, Scholia in Euclidis elementa, επιμελ. Stamatis, E.S.) και σε ένα κατά πολύ μεταγενέστερο κείμενο του Θεόδωρου Β' Λάσκαρι.

δὲ περὶ τὴν ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα πείραν ὄλω καὶ παντὶ διαφέρουσι πρὸς τὰς ἀνθρωπικὰς χρείας τῶν περὶ τὴν θεωρίαν μόνην ἐσχολακῶτων.

Πρὸς δὴ τοὺς ταῦτα λέγοντας ἀπαντησόμεθα τὸ μὲν κάλλος ἐπιδείκνυντες τῶν μαθημάτων ἀπὸ τούτων, ἀφ' ὧν καὶ ὁ Ἀριστοτέλης ἐπεχείρησεν ἡμᾶς πείθειν. τρία γὰρ ταῦτα διαφερόντως καὶ ἐν τοῖς σώμασι καὶ ἐν ταῖς ψυχαῖς τὸ κάλλος ἀποτελεῖν, τὴν τάξιν, τὴν συμμετρίαν, τὸ ὀρισμένον, ἐπεὶ καὶ τὸ αἴσχος τὸ μὲν σωματικὸν ἀπὸ τῆς ὑλικῆς ἀταξίας καὶ ἀμορφίας καὶ ἀσυμμετρίας καὶ ἀοριστίας ἐν τῷ συνθέτῳ κρατησάσης παρυφίσταται, τὸ δὲ [ψυχικὸν] ἀπὸ τῆς ἀλογίας πλημμελῶς καὶ ἀτάκτως κινουμένης καὶ ἀναρμόστου πρὸς τὸν λόγον οὐσης καὶ τὸν ἐκεῖθεν ὄρον οὐ καταδεχομένης, ὥστε καὶ τὸ κάλλος ἐν τοῖς ἐναντίοις ἂν ἔχοι τὴν ὑπαρξιν, τάξει δηλαδὴ καὶ συμμετρίᾳ καὶ τῷ ὀρισμένῳ. ταῦτα δὲ ἐν τῇ μαθηματικῇ μάλιστα θεωροῦμεν ἐπιστήμη, τὴν μὲν τάξιν ἐν τῇ τῶν δευτέρων ἀεὶ καὶ ποικιλωτέρων ἀπὸ τῶν πρώτων καὶ ἀπλουστέρων ἐκφάνσει – συνήρηται γὰρ ἀεὶ τὰ ἐπόμενα τοῖς ἔμπροσθεν, καὶ τὰ μὲν ἀρχῆς ἔχει λόγον, τὰ [27] δὲ τῶν ἐπομένων ταῖς πρώταις ὑποθέσεσιν – τὴν δὲ συμμετρίαν ἐν τῇ συμφωνίᾳ τῶν δεικνυμένων πρὸς ἄλληλα καὶ

συνεπῶς, ὅτι δὲν συμβάλλουν οἱ μαθηματικὲς γνώσεις στὴ ζωὴ καὶ τὶς πράξεις τῶν ἀνθρώπων, ἀλλὰ οἱ ἐμπειρικὲς. Διότι, ὅσοι ἀγνοοῦν [τοὺς μαθηματικούς] συλλογισμούς, ἀλλὰ ἔχουν ἐξασκηθεῖ στὴν ἐμπειρικὴ [διαχείριση] ἐπιμέρους [ζητημάτων], διαφέρουν γενικῶς καὶ συνολικὰ στὸν τρόπο που καλύπτουν τὶς ἀνάγκες τους, σε σύγκριση με ὅσους ἀσχολοῦνται μόνον με τὴν θεωρία.

Σε ὅσους τα λένε αὐτὰ θα ἀπαντήσουμε παρουσιάζοντας τὴν ομορφίαν τῶν μαθηματικῶν βασιζόμενοι στὰ ἐπιχειρήματα που μας παρέθεσε ὁ Ἀριστοτέλης.²⁵² Αὐτὰ, λοιπόν, που συμβάλλουν, με διαφορετικὸ τρόπο, στὴν ομορφίαν τοῦ σώματος καὶ τῆς ψυχῆς εἶναι τρία: ἡ τάξις, ἡ συμμετρία καὶ τὸ καθορισμένο. Διότι, ἡ ἀσχήμια τοῦ σώματος προέρχεται ἀπὸ τὴν ἀταξία τῆς ὑλῆς, τὴν ἀμορφία, τὴν ἀσυμμετρία καὶ τὴν ἀοριστία που επικρατοῦν στα σύνθετα [όντα]. Ἡ ἀσχήμια [τῆς ψυχῆς], ἀπὸ τὴν ἄλλη [προέρχεται] ἀπὸ τὸ παράλογο που κινεῖται λανθασμένα καὶ ἀτακτα, χωρὶς να συνάδει με τὴν λογικὴ καὶ χωρὶς να ἐπιδέχεται κανέναν περιορισμό. Ἄρα, ἡ ομορφία θα μπορούσε να ὑπάρχει στα ἀντίθετα, στὴν τάξις δηλαδὴ, τὴν συμμετρία καὶ τὸ καθορισμένο. Αὐτὰ κυρίως ἐξετάζουμε στὴ μαθηματικὴ ἐπιστήμη: πρῶτον, τὴν τάξις στὸν τρόπο με τον

²⁵² Ὁ Ἀριστοτέλης στὸ *Μετὰ τα φυσικά* (1078a33-1078b6) ἀναφέρει ὅτι ὅσοι λένε ὅτι οἱ μαθηματικὲς ἐπιστήμες δὲν ὀδηγοῦν στὸ καλὸ καὶ τὸ ἀγαθὸ, ψεύδονται, διότι τὰ κυριότερα εἶδη τοῦ καλοῦ εἶναι ἡ τάξις, ἡ συμμετρία καὶ τὸ καθορισμένο, τὰ ὁποῖα, ὅπως λέει, ἀποκαλύπτονται ἀπὸ τὶς μαθηματικὲς ἐπιστήμες.

τῆ πρὸς τὸν νοῦν πάντων ἀναφορᾶ – μέτρον γάρ ἐστι κοινὸν τῆς ὅλης ἐπιστήμης ὁ νοῦς, παρ' οὗ καὶ τὰς ἀρχὰς λαμβάνει καὶ πρὸς ὃν ἐπιστρέφει τοὺς μανθάνοντας – τὸ δὲ ὠρισμένον ἐν τοῖς ἐστῶσιν ἀεὶ καὶ ἀκινήτοις λόγοις· οὐ γὰρ ἄλλοτε ἄλλως ἔχει τὰ γνωστὰ αὐτῆς ὥσπερ τὰ δοξαστὰ καὶ τὰ αἰσθητὰ αὐτῆς, ἀλλ' ἀεὶ τὰ αὐτὰ προτείνεται καὶ ὠριστα τοῖς νοεροῖς εἶδεσιν. εἰ τοίνυν τὰ μὲν ἀποτελεστικὰ τοῦ κάλλους ἐστὶ ταῦτα διαφερόντως, τὰ δὲ μαθήματα κατὰ ταῦτα χαρακτηρίζεται, πρόδηλον ὅτι καὶ ἐν τούτοις ἐστὶ τὸ καλόν. καὶ πῶς γὰρ οὐ μέλλει, νοῦ μὲν καταλάμποντος ἄνωθεν τὴν ἐπιστήμην, ταύτης δὲ εἰς νοῦν ἐπειγομένης καὶ ἡμᾶς ἀπὸ αἰσθήσεως εἰς ἐκεῖνον μετὰγειν σπυροῦσης;

Τὸ δ' αὖ ὄφελος αὐτῆς οὐκ εἰς τὰς ἀνθρωπίνας χρείας ἀφορῶντας κρίνειν ἀξιόσομεν οὐδὲ τῆς ἀνάγκης στοχαζομένους· οὕτω γὰρ καὶ τὴν θεωρητικὴν ἀρετὴν αὐτὴν ἄχρηστον ὁμολογήσομεν εἶναι ἑαυτὴν τῶν ἀνθρωπίνων χωρίζουσιν καὶ, οὗ ταῦτα συντείνει, μήδ' ὅλως γινώσκειν αἰρουμένην. ὁ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης περὶ τῶν κορυφαίων χρησμοδῶν ὄντως [?] πάσης μὲν αὐτοὺς ἀφίστησι σχέσεως τῆς πρὸς τὸν ἀνθρώπινον βίον, πάσης δὲ ἀνάγκης καὶ χρείας εὐλυτον αὐτῶν τὴν διάνοιαν εἰς τὴν τῶν ὄντων ἀνατείνει περιωπὴν. καὶ τοίνυν καὶ τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην αὐτὴν δι' αὐτὴν αἰρετὴν καὶ τὴν ἐξ αὐτῆς θεωρίαν εἶναι

οποῖο ἀποκαλύπτονται τα δευτέρα καὶ συνθετότερα ἀπὸ τα πρώτα καὶ ἀπλούστερα – διότι πάντα τα πρώτα συναρτῶνται με ὅσα ἀκολουθοῦν καὶ κάποια συνιστοῦν τὴν ἀρχὴν ἐν ἄλλῃ προκύπτουν [27] σε ἐπόμενο στάδιο ἀπὸ τις πρώτες υποθέσεις. Δεύτερον, τὴν συμμετρίαν στη συμφωνία τῶν ἀποδείξεων μεταξύ τους καὶ στὴν ἀναφορὰ τῶν πάντων στο Νοῦ – διότι τὸ κοινὸ μέτρο ολόκληρης τῆς ἐπιστήμης εἶναι ὁ νοῦς, ἀπὸ ὅπου λαμβάνει τις πρώτες ἀρχές τῆς καὶ πρὸς τὸν οποῖο ἐπαναφέρει ὅσους [τῆ] μαθαίνουν. Τρίτον, τὸ καθορισμένο στους παντοτινοὺς καὶ ἀμετάβλητους συλλογισμοὺς. Διότι ἡ μαθηματικὴ γνώση δὲν ἀλλάζει κάθε φορὰ, ὅπως τὰ ἀντικείμενα τῆς δοξασίας καὶ τῆς αἰσθήσεως, ἀλλὰ πάντα παρουσιάζεται ἴδια καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τα νοερά εἶδη. Ἄν, λοιπὸν, αὐτὰ εἶναι που κατὰ κύριο λόγο παράγουν τὴν ὁμορφίαν καὶ ἂν τα μαθηματικὰ χαρακτηρίζονται ἀπὸ αὐτὰ, εἶναι προφανές ὅτι στα μαθηματικὰ ἐνυπάρχει ἡ ὁμορφία. Καὶ πῶς θὰ μπορούσε νὰ μὴν εἶναι ἔτσι, ἀφοῦ φωτίζοντας ὁ νοῦς τὴν ἐπιστήμην ἀπὸ ψηλά καὶ σπυροῦντας αὐτὴ πρὸς τὸν νοῦ, μᾶς μεταφέρει γρήγορα ἀπὸ τις αἰσθήσεις σε αὐτόν.

Θὰ ἀπαιτήσουμε, λοιπὸν, νὰ ἀξιολογήσουμε τὴν χρησιμότητά τῆς ὅχι ὅσον ἀφορὰ τις ἀνθρώπινες ἀνάγκες οὔτε ἀναλογιζόμενοι τὴν ἀνάγκην. Διότι ἔτσι, θὰ ὁμολογούσαμε ὅτι καὶ ἡ ἴδια ἡ θεωρητικὴ

θετέον, [28] ἀλλ' οὐ διὰ τὰς ἀνθρωπίνας
χρείας. εἰ δὲ χρῆ πρὸς ἄλλο τι τὸ ἐξ αὐτῆς
ὄφελος ἀναφέρειν, πρὸς τὴν νοερὰν γνῶσιν
τὴν ὠφέλειαν τὴν ἀπ' αὐτῆς ἀνεκτέον· εἰς
γὰρ ἐκείνην ἡμᾶς ποδηγεῖ καὶ προευτρεπίζει,
τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς ἀποκαθαίρουσα καὶ
ἀφαιροῦσα τὰ ἀπὸ τῶν αἰσθήσεων ἐμπόδια
πρὸς τὴν γνῶσιν τῶν ὄλων. ὥσπερ οὖν τὴν
καθαρικτὴν ὄλην ἀρετὴν οὐ πρὸς τὰς βιωτικὰς
χρείας ἀποβλέποντες χρησίμην ἢ ἄχρηστον
φαινομεν, ἀλλὰ πρὸς τὸν ἐν θεωρίᾳ βίον, οὕτως
καὶ τῆς μαθηματικῆς τὸ τέλος εἰς νοῦν
ἀναπέμπειν προσήκει καὶ τὴν σύμπασαν
σοφίαν. διὸ καὶ ἡ περὶ αὐτὴν ἐνέργεια καθ'
αὐτὴν τέ ἐστιν ἀξία σπουδῆς καὶ διὰ τὴν
νοερὰν ζωὴν. δηλοῖ δὲ τὸ δι' ἑαυτὴν εἶναι τοῖς
μετιοῦσιν αἰρετὴν, ὃ καὶ [Ἀριστοτέλης] πού
φησιν, τὸ μηδενὸς μισθοῦ προκειμένου τοῖς
ζητοῦσιν ὅμως ἐν ὀλίγῳ χρόνῳ τῶσαύτην
ἐπίδοσιν τὴν τῶν μαθημάτων θεωρίαν λαβεῖν,
ἔτι δὲ τὸ πάντα ἐν αὐτῇ φιλοχωρεῖν καὶ
βούλεσθαι σχολάζειν τῶν ἄλλων ἀφεμένους,
ὅσοι καὶ κατὰ μικρὸν ἐφήψαντο τῆς ἀπ' αὐτῆς
ὠφελείας,

ὥστε οἱ γε καταφρονητικῶς ἔχουσι τῆς
τῶν μαθημάτων γνώσεως, ἄγευστοι
τυγχάνουσιν ὄντες τῶν ἐν αὐτοῖς ἡδονῶν. Οὐ
δὲ οὖν διὰ τοῦτο τὴν μαθηματικὴν

ἀρετὴ εἶναι ἀχρηστὴ, ἀφοῦ διαχωρίζει τὸν
ἑαυτὸς ἀπὸ τῶν ἀνθρώπων [υποθέσεις], καὶ
ἐπιλέγει νὰ ἀγνοεῖ παντελῶς που ἀποσκοποῦν.
Γι' αὐτὸ καὶ ὁ Σωκράτης στὸν *Θεαίτητο*,²⁵³
κρατᾷ «τοὺς ἡγήτορες τοῦ χοροῦ τῶν
φιλοσόφων» μακριὰ ἀπὸ κάθε σχέσης με τὸν
ἀνθρώπινο βίον καὶ ἀπαλλάσσοντάς τοὺς ἀπὸ
κάθε ἀνάγκης καὶ χρείας, ἀνεβάζει τὴν σκέψη
τοὺς στὴ θέαση τῶν ὄντων. Συνεπῶς, πρέπει
νὰ θεωρήσουμε ὅτι τόσο ἡ μαθηματικὴ
ἐπιστήμη ὡς καὶ ἡ θέαση που προκύπτει ἀπὸ
αὐτὴ συνιστοῦν ἀυτόνομες ἐπιλογές [28] καὶ
δεν [ἐπιβάλλονται] ἀπὸ τὴν ἀνθρώπινη
ἀνάγκη. Ἀν ὅμως τὸ ὄφελος ἀπὸ αὐτῆς πρέπει
νὰ ἀναχθεῖ σὲ κάτι ἄλλο, τότε πρέπει νὰ
ἀναχθεῖ στὴ νοητικὴ γνώση, διότι σὲ αὐτὴ μας
οδηγεῖ καὶ [γι' αὐτὴ] μας προετοιμάζει,
ἀποκαθάρνοντας τὰ μάτια τῆς ψυχῆς καὶ
ἀφαιρώνοντας τὰ ἐμπόδια τῶν αἰσθήσεων πρὸς
τὴν γνώση τῶν πάντων. Συνεπῶς, ὅπως
ἀκριβῶς λέμε ὅτι ὅλη ἡ καθαρικτὴ ἀρετὴ εἶναι
χρησίμη ἢ ἀχρηστὴ, ὄχι ὡς πρὸς τῶν βιωτικῶν
ἀνάγκης ἀλλὰ ὡς πρὸς τὴν ἐνατένιση τοῦ βίου,
ἔτσι καὶ ὁ σκοπὸς τῆς μαθηματικῆς
[ἐπιστήμης] εἶναι φυσικὸ νὰ ἀνάγεται στὸ νοῦ
καὶ σὲ ολόκληρη τὴν σοφία. Γι' αὐτὸ τὸν λόγο
ἡ ἐνασχόληση με αὐτὴν εἶναι ἀξία σπουδῆς
τόσο γιὰ χάριν τῆς ἰδίας ὡς καὶ γιὰ χάριν τῆς

²⁵³ Στὸν *Θεαίτητο* (173c-177a) ὁ Σωκράτης προτείνει οἱ φιλόσοφοι, ὡς παραδείγματα ἀρετῆς καὶ εὐδαιμονίας, νὰ ἀποφεύγουν τὴν ἐνασχόληση με τὰ ἀπλά, τὰ φαύλα, καὶ νὰ στρέψουν τὴν προσοχὴ τους στὴν ἀρετὴ, στὴ δικαιοσύνη καὶ τὴν ἀλήθεια.

ἀτιμαστέον, ὅτι μὴ πρὸς τὰς ἀνθρωπίνας ἡμῖν
χρείας συντελεῖ – τὰ γὰρ ἔσχατα αὐτῆς
ἀπηχήματα τῆς τοιαύτης χρείας στοχάζεται καὶ
ὅσα μεθ' ὕλης ἐνεργεῖ – ἀλλὰ τούναντίον
θαυμαστέον αὐτῆς τὴν ἀύλιαν καὶ [29] τὸ ἐν
αὐτῇ μόνη τὸ ἀγαθὸν ἔχειν. καὶ γὰρ ὅλως
παυσάμενοι τῆς περὶ τὰ ἀναγκαῖα φροντίδος οἱ
ἄνθρωποι περὶ τὴν ζήτησιν ἐτρέποντο τῶν
μαθημάτων. καὶ τοῦτο εἰκότως· πρῶτα μὲν γὰρ
τὰ σύντροφα καὶ ὁμοφυῆ τῇ γενέσει
περισπούδαστά ἐστι τοῖς ἀνθρώποις· δεύτερα
δὲ τὰ τῆς γενέσεως ἀπολύοντα τὴν ψυχὴν καὶ
ἀναμμνήσκοντα τοῦ ὄντος. οὕτως ἄρα καὶ τὰ
ἀναγκαῖα πρὸ τῶν δι' αὐτὰ τιμίων καὶ τὰ τῆς
αἰσθήσεως σύμφυλα πρὸ τῶν κατὰ νοῦν
γινωσκομένων μέτιμεν. καὶ γὰρ πᾶσα ἡ
γένεσις καὶ ἡ ἐν αὐτῇ στρεφομένη τῆς ψυχῆς
ζωὴ πέφυκεν ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς εἰς τὸ τέλειον
χωρεῖν. τοσαῦτα καὶ πρὸς τούτους εἰρήσθω
τούς τὴν μαθηματικὴν ἀτιμάζοντας ἐπιστήμην.

νοητικῆς ζωῆς. Καὶ ὅπως σε κάποιο σημεῖο
αναφέρει ὁ Ἀριστοτέλης,²⁵⁴ τὸ ὅτι ὅσοι
καταπιάνονται με αὐτὴν ἐπιλέγουν γι' αὐτὸ
ποῦ εἶναι, καθίσταται φανερό ἀπὸ τὴν πρόοδο
ποῦ συντελέστηκε στη θεωρία τῆς
μαθηματικῆς [ἐπιστήμης] σε μικρὸ χρονικὸ
διάστημα, παρόλο ποῦ δὲν εἶχε τεθεῖ καμία
αμοιβή γιὰ ὅσους τὴν ἀποζητοῦν. [Καθίσταται
φανερό] ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὸ γεγονὸς ὅτι ὅλοι –
ἀκόμα καὶ αὐτοὶ ποῦ ελάχιστα ἔχουν γευτεῖ τα
ευεργετήματά τῆς – ἀγαποῦν νὰ βρίσκονται
στον χώρο [τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης] καὶ
θέλουν νὰ ἀσχολοῦνται με αὐτήν, ἀφήνοντας
τις ἄλλες [ασχολίες]. Ἐτσι, ὅσοι φέρονται
καταφρονητικὰ πρὸς τὴς μαθηματικὴς γνώσεις,
δὲν γεύονται τὴς ἀπολαύσεις ποῦ βρίσκονται
σε αὐτές.

Γι' αὐτὸν τὸν λόγο λοιπὸν, δὲν πρέπει,
νὰ ἀντιμετωπίζουμε τὴ μαθηματικὴ
[ἐπιστήμη] ὡς κάτι ἀνάξιο σημασίας, ἐπειδὴ
δὲν βοηθᾷ στὴς ἀνθρώπινες ἀνάγκες μας –
διότι οἱ χαμηλότερες ἀπηχῆσεις τῆς στοχεύουν
σε αὐτοῦ τοῦ εἶδους τὴς ἀνάγκες, οἱ ὁποῖες
ἐνεργοῦν με τὴν ὕλη. Ἀντιθέτως, πρέπει νὰ
θαυμάζουμε τὸν ἀύλο χαρακτήρα τῆς [29] καὶ
τὸ ὅτι σε αὐτὴ μόνον ὑπάρχει τὸ ἀγαθόν. Διότι,
γενικῶς, οἱ ἄνθρωποι, ὅταν ἐπάψαν νὰ
ἀσχολοῦνται με τὰ ἀναγκαῖα, στράφηκαν στὴν

²⁵⁴ Ὁ Μοργου ἀναφέρει ὅτι δὲν ἐντόπισε σχετικὸ ἀπόσπασμα στὸν Ἀριστοτέλη καὶ ὅτι ἴσως νὰ εἶχε στο μυαλό του τὸ ἀπόσπασμα 528c τῆς *Πολιτείας* τοῦ Πλάτωνα, στο ὁποῖο γίνεται ἡ ἐξῆς ἀναφορὰ: ἀν καὶ ὁ πολὺς κόσμος δὲν θεωρεῖ πλέον σημαντικὴ τὴν ἐνασχόληση με μαθηματικὰ προβλήματα, χάρις στὴν κομψότητα τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων συντελεῖται πρόοδος στὸν κλάδο αὐτό. Ἡ συσχέτιση με τὸ χωρίο αὐτὸ ἐπιδέχεται κριτικὴς.

αναζήτηση των μαθηματικών. Και αυτό είναι φυσικό διότι τα πρώτα που είναι περιζήτητα στους ανθρώπους είναι τα σύμφυτα και ομοφυή με τον κόσμο του γίνεσθαι· δεύτερα έρχονται αυτά που ελευθερώνουν την ψυχή από τον κόσμο του γίνεσθαι και της θυμίζου το Ον. Με τον ίδιο τρόπο λοιπόν, η ενασχόληση με τα αναγκαία και τα συγγενή των αισθήσεων προηγείται της ενασχόλησης με τα καθ' εαυτά πολύτιμα και τα όσα μαθαίνονται με τον νου. Διότι, όλος ο κόσμος του γίνεσθαι και η ζωή της ψυχή που περιφέρεται μέσα του εξελίσσονται από την ατέλεια προς την τελειότητα. Αυτά ας ειπωθούν σε αυτούς που υποτιμούν την μαθηματική επιστήμη.

Κεφάλαιο 10^ο : Η απάντηση στις κατηγορίες κατά του Πλάτωνα ότι ατιμάζει τα Μαθηματικά

Ἴσως δ' ἂν τινες ἐκ τῆς ἡμετέρας ἐστίας ὀρμώμενοι καὶ τὸν [Πλάτωνα] προιστάμενοι μάρτυρα τῶν λόγων ἐπιχειρήσειαν εἰς ὑπεροψίαν ἄγειν τοὺς ἐπιπολαιότερους τῆς τῶν μαθημάτων ἀκροάσεως. καὶ γὰρ αὐτὸν δήπου τὸν φιλόσοφον ἐν πολιτείᾳ τὴν μαθηματικὴν ταύτην γνῶσιν τοῦ τῶν ἐπιστημῶν ἀπελαύνειν χοροῦ καὶ τὰς ἀρχὰς

Ἴσως πάλι, κάποιοι που προέρχονται από τη δική μας «οικογένεια» και επικαλούμενοι των Πλάτωνα ως μάρτυρα των λόγων [τους], θα επιχειρούσαν να οδηγήσουν τους πιο επιπόλαιους σε μια κριτική στάση απέναντι στην διδασκαλία των μαθηματικών. Διότι [λένε], ότι ο ίδιος ο φιλόσοφος στην *Πολιτεία*²⁵⁵ αποκλείει την ίδια τη μαθηματική

²⁵⁵ Η αναφορά αυτή γίνεται στην *Πολιτεία*, στο χωρίο 533bd. Ο Σωκράτης αναζητά τη μέθοδο (ή την επιστήμη) η οποία μπορεί να βοηθήσει τον άνθρωπο να απομακρυνθεί από τον βούρκο και το σκοτάδι και να πορευθεί στο φως του αγαθού. Στην πορεία αυτή δεν μπορούν να βοηθήσουν οι μαθηματικές επιστήμες, διότι χρησιμοποιούν υποθέσεις για να καταλήξουν στα συμπεράσματά τους, οι οποίες παραμένουν ανέλεγκτες – τη μέθοδο των μαθηματικών, η οποία εκκινεί από υποθέσεις για να αποδείξει τους συλλογισμούς της, ο Πλάτων την έχει αναφέρει και στο χωρίο της *Πολιτείας* 510c. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να προσεγγίζουν το Ον όχι στην πραγματικότητα αλλά σε μια κατάσταση

τάς αὐτῆς ὡς ἀγνοοῦσαν διελέγχειν, καὶ τὸ ᾧ ἀρχὴ μὲν, ὃ μὴ εἶδεν, τελευτὴ δὲ καὶ μέσα, ἐξ ᾧ οὐκ οἶδεν, ἐπὶ τούτοις προσθήσουσι, καὶ ὅσα ἄλλα παρὰ τοῦ Σωκράτους ἐν ἐκείνοις ὄνειδη κατὰ τῆς θεωρίας ταύτης ἀπέρριπται. πρὸς δὴ φίλους ἄνδρας ἡμεῖς ποιούμενοι τοὺς λόγους ἀναμνήσομεν αὐτοὺς, ὅτι καὶ αὐτὸς ὁ [Πλάτων] καθαρτικὴν τῆς ψυχῆς καὶ ἀναγωγὸν τὴν μαθηματικὴν εἶναι σαφῶς [30] ἀποφαίνεται, τὴν ἀγλὸν ἀφαιροῦσαν τοῦ νοεροῦ τῆς διανοίας φωτὸς τοῦ κρείττονος σωθῆναι μυρίων σωματικῶν ὀμμάτων κατὰ τὴν Ὀμηρικὴν Ἀθηνᾶν, ὡς ἂν μὴ μόνον τῶν Ἑρμαϊκῶν δώρων, ἀλλὰ καὶ τῶν Ἀθηναϊκῶν μετέχουσας· καὶ ὡς ἐπιστήμην αὐτὴν ἀποκαλεῖ πανταχοῦ καὶ ὡς τῆς μεγίστης εὐδαιμονίας αἰτίαν τοῖς μετιοῦσιν.

Ἀλλὰ τί βούλεται διὰ τῶν ἐν πολιτεία λόγων ἀφαιρῶν αὐτῆς τὴν τῆς ἐπιστήμης ἐπωνυμίαν; ἐγὼ φράσω συντόμως· πρὸς γὰρ εἰδόμενος ὁ παρὼν ἔσται μοι λόγος. ἐπιστήμην ὁ [Πλάτων] πολλαχοῦ μὲν προσαγορεύει πᾶσαν

ἐπιστήμη ἀπὸ τοῦ πεδίου τῶν ἐπιστημῶν καὶ τὴν ἐξαιρεῖ ἐπειδὴ ἀγνοεῖ τις ἀρχὴς τῆς [ἐπιστήμης]. Καὶ θα προσθέσουν σε αὐτὰ [τὴ φράση] «γιατὶ ὅποιο πράγμα ἔχει τὴν ἀφετηρία του σε κάτι το ὁποῖο του εἶναι ἀγνωστο καὶ ἡ κατάληξη καὶ τὰ ἐνδιάμεσα του εἶναι [ἐπακόλουθα] αὐτῶν που του εἶναι ἀγνωστα...»²⁵⁶ καὶ ὅσες ἄλλες κατηγορίες ἐξαπέλυσε ὁ Σωκράτης ἐναντίον τῆς ἀποψῆς αὐτῆς. Ἐμεῖς, ὅμως, μιλοῦμε σε φίλους καὶ θα τοὺς υπενθυμίσουμε ὅτι ὁ ἴδιος ὁ Πλάτων καταλήγει στο συμπέρασμα ὅτι ἡ μαθηματικὴ ἐπιστήμη ξεκάθαρα ἀποκαθάρει καὶ ἀνυψώνει τὴν ψυχὴ [30] ἀφαιρώντας, ὅπως ἡ Ἀθηνᾶ στον Ὀμηρο,²⁵⁷ τὴν καταχνιά ἀπὸ το νοητικὸ φῶς τῆς σκέψης – φῶς το ὁποῖο εἶναι καλύτερο ἀπὸ τὴ σωτηρία χιλίων ὀφθαλμῶν τοῦ σώματος²⁵⁸ – σαν νὰ μὴν μετέχει στα δῶρα τοῦ Ἑρμῆ καὶ τῆς Ἀθηνᾶς. [Θα τοὺς υπενθυμίσουμε ἐπίσης,] ὅτι τὴν ὀνομάζει παντοῦ «ἐπιστήμη» καὶ αἰτία τῆς μεγίστης εὐδαιμονίας ὅσων τὴ μελετοῦν.

σας ὄνειρο. Συνεπῶς, ὁ Σωκράτης δὲν ἀποκλείει τὰ μαθηματικά ἀπὸ τὶς ἐπιστήμες, ἀλλὰ θεωρεῖ ὅτι δὲν εἶναι ἡ μία ἐπιστήμη που θα βοηθήσει τὸν ἄνθρωπο νὰ ἀτενίσει πραγματικὰ τὸ ἀγαθό.

²⁵⁶ Ἡ φράση παρατίθεται σχεδὸν αὐτοῦσια καὶ στο *Εἰς Παρμενίδην* 1034.3 καὶ στὴν *Πολιτεία* 533c. Μάλιστα ἐδῶ ὁ Πρόκλος ἀντιγράφει μὲν τὴ φράση, ἀλλὰ ὄχι ολόκληρη καὶ παραλείπει λέξεις ἀπαραίτητες γιὰ τὴν ἐξαγωγή σαφούς νοήματος. Πρόκειται γιὰ μιὰ περίπτωση παράθεσης αὐτοῦσιας ἀλλὰ ὄχι ολοκληρωμένης φράσης ἀπὸ πλατωνικά κείμενα που ἴσως τὸ ἀκροατήριό του τὴ γινώριζε καλὰ καὶ δὲν χρειάζεται νὰ τὴ παραθέσει αὐτοῦσια. Στὴν περίπτωση αὐτὴ παρατίθεται ἓνα μέρος τῆς φράσης καὶ παραλείπεται τὸ τελευταῖο τῆς μέρους (τὶς μηχανὴ τὴν τοιαύτην ὁμολογίαν ποτὲ ἐπιστήμην γενέσθαι), τὸ ὁποῖο οὐσιαστικὰ συνιστᾷ καὶ τὸ συμπέρασμα τοῦ συλλογισμοῦ που περιέχεται στὴν φράση.

²⁵⁷ Ἀναφέρεται στο ἐπεισόδιο που περιγράφεται στὴν *Ὀδύσσεια* XIII,352-354, ὅπου ἡ Ἀθηνᾶ διαλύει τὸ ομιχλώδες πέπλο που κάλυπτε τὰ μάτια τοῦ Ὀδυσσεῆ καὶ ἐτσι τοῦ ἐπιτρέπει νὰ ἀναγνωρίσει τὴν πατρίδα του τὴν Ἰθάκη. Ἡ μεταφορὰ εἶναι σαφὴς καὶ εὐστοχη, τὰ μαθηματικά διαλύουν τὴν ομίχλη ἀπὸ τὰ μάτια τῆς ψυχῆς μας καὶ ἐτσι μποροῦν νὰ ἀτενίσουν αὐτὸ που περισσότερο ποθεῖ ἡ ψυχὴ, τὸ ὑπέρτατο Ὄν – ὅπως ὁ Ὀδυσσεὺς τὴν Ἰθάκη.

²⁵⁸ Ἡ φράση προέρχεται σχεδὸν αὐτοῦσια ἀπὸ τὴν *Πολιτεία*, στο χωρίο 527e1.

ὡς εἰπεῖν οὕτω τὴν τῶν καθόλου γνῶσιν, ἀντιδιαιρούμενος αὐτὴν πρὸς τὴν αἴσθησιν τὰ καθ' ἕκαστα γνωρίζουσαν, κἂν τεχνικὸς κἂν ἐμπειρικὸς τῆς τοιαύτης γνώσεως ὁ τρόπος, καὶ κατὰ τοῦτον οἶμαι τὸν λόγον ἔν τε πολιτικῶ καὶ ἐν σοφιστῇ φαίνεται χρώμενος τῷ τῆς ἐπιστήμης ὀνόματι, καὶ αὐτὴν τὴν γενναῖαν τὴν σοφιστικὴν ἐπιστήμην τιθέμενος, ἦν ὁ ἐν Γοργία Σωκράτης ἐμπειρίαν ἀπέφηνεν οὕσαν, καὶ τὴν κολακικὴν καὶ πολλὰς ἄλλας, ἐμπειρίας οὔσας ἀλλ' οὐκ ἐπιστήμας ἀληθεῖς.

ταύτην δὲ αὐτὴν τῶν καθόλου γνῶσιν διελόμενος εἷς τε τὴν τὰς αἰτίας γνωρίζουσαν καὶ τὴν ἄνευ αἰτίας γνωστικὴν, τὴν μὲν ἑτέραν ἐπιστήμην ἀξιῶ καλεῖν, τὴν δὲ λοιπὴν ἐμπειρίαν. καὶ οὕτως δὴ ταῖς μὲν τέχναις μεταδίδωσιν που τοῦ τῆς ἐπιστήμης ὀνόματος, ταῖς δὲ ἐμπειρίαις [31] οὐδαμῶς. ἄλογον γὰρ πρᾶγμα φησιν ἐν συμποσίῳ, πῶς ἂν εἴη ἐπιστήμη. καὶ πᾶσα ἄρα γνῶσις λόγον ἔχουσα τῶν γνωστικῶν καὶ αἰτίαν ἐπιστήμη τίς ἐστίν. πάλιν τοίνυν τὴν ἐπιστήμην ταύτην ἀπ' αἰτίας

Αλλά, τί θέλει [να πει] με τα λεγόμενα του στην *Πολιτεία* όταν στερεῖ από αυτήν τον χαρακτηρισμό επιστήμη; Αυτό [σκοπεύει] να εξηγήσει το κείμενό μου. Ο Πλάτων, πολλές φορές ονομάζει, κατά κάποιον τρόπο, επιστήμη ὅλη την καθολική γνώση, είτε αποκτάται με τρόπο τεχνικό είτε ἐμπειρικό, και την αντιδιαστέλει με την αἴσθηση, από την οποία μαθαίνουμε τα απλά. Και νομίζω πως με αυτή την ἔννοια φαίνεται να χρησιμοποιεῖ τη λέξη επιστήμη στον *Πολιτικό* και στον *Σοφιστή*,²⁵⁹ ὅπου και την ἴδια τη σοφιστική, για την οποία ο Σωκράτης στον *Γοργία*²⁶⁰ αποφαινεται ὅτι εἶναι ἐμπειρία, την θεωρεῖ επιστήμη. Και για την τέχνη της κολακείας και πολλές ἄλλες [συμπεραίνει] ὅτι εἶναι ἐμπειρικές και ὄχι πραγματικές επιστήμες. Και αφού διέκρινε την καθολική γνώση σε αὐτή που γνωρίζει τις αἰτίες και σε αὐτή που δεν τις γνωρίζει, ἀξιώνει η πρώτη να ονομασθεῖ επιστήμη, ἐνῶ η δεύτερη ἐμπειρία. Και μάλιστα, κάπου, ἀποδίδει το ὄνομα της

²⁵⁹ Στον *Σοφιστή* (231b3-8) ο Ξένος ισχυρίζεται ὅτι θα πρέπει οἱ συνομιλητές του να δεχτοῦν ὅτι η σοφιστική εἶναι μία «τέχνη» με την ἔννοια της επιστήμης, η οποία συνιστά τον κριτικὸ ἔλεγχο της κατ' ἐπίφαση σοφίας, και αποτελεί μέρος της διδασκαλίας, η οποία με τη σειρά της αποτελεί μέρος της τέχνης των καθάρσεων που ἀφοροῦν την ψυχή.

²⁶⁰ Στον *Γοργία* (463a και 464b-465c) ο Σωκράτης ἀναφέρει ὅτι ὑπάρχει ἓνα ἐπάγγελμα που δεν ἔχει σχέση με τη γνώση και την επιστήμη, ἀλλὰ συνιστά ἐμπειρία και ἀπλή ἀσκηση, και ἀπαιτεῖ παρατηρητικότητα, θάρρος και φυσικὴ ικανότητα. Η τέχνη αὐτὴ εἶναι η κολακευτικὴ, την οποία διακρίνει σε τέσσερα μέρη, την μαγειρικὴ, την κομμωτικὴ, την σοφιστικὴ και την ρητορικὴ. Στον ἀντίποδα ὑπάρχει μια επιστήμη, την οποία ονομάζει πολιτικὴ και διακρίνεται και σε τέσσερα μέρη: την γυμναστικὴ, την ἰατρικὴ, την νομοθετικὴ και την δικαιοσύνη. Η βασικὴ διαφορά της κολακευτικῆς ἀπὸ την πολιτικὴ εἶναι ὅτι η δεύτερη συνιστά γνώση ἐνῶ η πρώτη εἶναι ἐμπειρία που προσποιεῖται ὅτι εἶναι γνώση. Μάλιστα ο Σωκράτης τις ομαδοποιεῖ και την ἀντιστοιχίζει λέγοντας ὅτι η ἰατρικὴ και η γυμναστικὴ συνιστοῦν γνώσεις, ἐνῶ η μαγειρικὴ εἶναι ἐμπειρία που μιμείται τη γνώση της ἰατρικῆς για την υγεία σώμα και η κομμωτικὴ εἶναι ἐμπειρία που μιμείται τη γνώση της γυμναστικῆς για το κάλλος του σώματος. Ομοίως, η δικαιοσύνη και η νομοθετικὴ εἶναι γνώσεις που θεραπεύουν την ψυχή και βρίσκονται ἀντίστοιχα κατ' ἀντιδιαστολή προς τη ρητορικὴ και τη σοφιστικὴ, οἱ οποίες συνιστοῦν ἐμπειρίες που μιμούνται τη γνώση της θεραπείας της ψυχῆς.

γνωριστικήν τῶν ὑποκειμένων διαιρεῖ, καὶ τὴν μὲν στοχαστικήν καὶ μεριστήν, τὴν δὲ τῶν καθ' αὐτὰ καὶ ὡς αὐτως ἐχόντων ἀεὶ γνωστικήν [διακρίνει?] καὶ κατὰ ταύτην τὴν διάκρισιν ἰατρικήν μὲν καὶ πᾶσαν τὴν περὶ τὰ ἔνυλα πραγματεῖαν χωρίζει τῆς ἐπιστήμης, τὴν δ'

αὖ μαθηματικήν καὶ ὅλως τὴν τῶν αἰδίων θεωρητικήν ἐπιστήμην προσαγορεύει. ταύτην δ' αὖ τὴν ἐπιστήμην, ἣν τῶν τεχνῶν ἀφορίζομεν, διαιρῶν τὴν μὲν ἀνυπόθετον εἶναι βούλεται, τὴν δὲ ἐξ ὑποθέσεως ὠρμημένην, καὶ τὴν μὲν ἀνυπόθετον τῶν ὅλων εἶναι γνωστικήν μέχρι τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τῆς ἀνωτάτω τῶν πάντων αἰτίας ἀναβαίνουσας καὶ τῆς ἀναγωγῆς τέλος ποιουμένην τὸ ἀγαθόν, τὴν δὲ ὠρισμένας ἀρχὰς προσησαμένην ἀπὸ τούτων δεικνύσαι τὰ ἐπόμενα αὐταῖς οὐκ ἐπ' ἀρχὴν ἀλλ' ἐπὶ τελευτὴν ἰοῦσαν. καὶ οὕτως δὴ τὴν μαθηματικήν ἅτε ὑποθέσειςιν χρωμένην τῆς ἀνυποθέτου καὶ τελείας ἐπιστήμης ἀπολείπεσθαί φησιν. μία γὰρ ἢ ὄντως

ἐπιστήμης στις τέχνες ἀλλὰ ποτέ στις ἐμπειρίες. [31] Ἐπίσης, στο *Συμπόσιο*²⁶¹ [τίθεται το ἐρώτημα] πῶς θα μπορούσε κάτι που ἀπὸ τὴ φύση του εἶναι ἀλόγο, νὰ εἶναι ἐπιστήμη. Συνεπῶς, κάθε γνώση που περιέχει τὸν λόγο καὶ τὴν αἰτία τῶν γνωστικῶν τῆς ἀντικειμένων εἶναι ἐπιστήμη.²⁶² Πάλι λοιπόν, αὐτὴ τὴν ἐπιστήμη, που γνωρίζει τὰ ἀντικείμενά της ἀπὸ τις αἰτίες, τὴν διακρίνει²⁶³ σε αὐτὴ [που βασίζεται] σε στοχασμούς καὶ [αφορὰ] τὰ ἐπιμέρους, καὶ σε αὐτὴ, ἡ ὁποία γνωρίζει τὰ καθ' αὐτὰ καὶ τὰ ἀμετάβλητα. Καὶ σύμφωνα με τὴ διάκριση αὐτὴ ξεχωρίζει τὴν ἰατρική καὶ τὴ μελέτη κάθε τι υλικοῦ ἀπὸ τὴν ἐπιστήμη, ἐνῶ τὰ μαθηματικά καὶ γενικῶς ὅ, τι μελετᾶ τὰ αἰώνια, τὰ ονομάζει ἐπιστήμη. Καὶ αὐτὴ πάλι τὴν ἐπιστήμη, τὴν ὁποία ξεχωρίζουμε ἀπὸ τις τέχνες, θέλει νὰ τὴ διακρίνει σε αὐτὴ που δὲν ἐκκινεῖ ἀπὸ ὑποθέσεις καὶ σε αὐτὴ που ἐκκινεῖ ἀπὸ ὑποθέσεις.²⁶⁴ Αὐτὴ τώρα, που δὲν ἐκκινεῖ ἀπὸ

²⁶¹ Στο *Συμπόσιο* (202a) σε μια συζήτηση σχετικά με τὸν Ἐρωτα ἀναφέρεται ὅτι ὑπάρχει κάτι μεταξύ τῆς σοφίας καὶ τῆς ἀμάθειας καὶ αὐτὸ εἶναι ἡ ὀρθὴ εἰκασία (με τὴν ἐννοία τῆς πλατωνικῆς «δόξας») χωρὶς λογικὴ αἰτιολόγηση. Καὶ συνεχίζει λέγοντας ὅτι αὐτὸ δὲν εἶναι οὔτε ἀγνοία, οὔτε ἐπιστήμη, διότι πῶς εἶναι δυνατόν νὰ εἶναι ἐπιστήμη κάτι που δὲν αἰτιολογεῖται λογικῶς. Αὐτὸ τὸ ἀπόσπασμα επικαλεῖται ἐδῶ ὁ Πρόκλος.

²⁶² Ἐν τῇ ρύμῃ τοῦ ἐπιχειρήματος καὶ ὀδηγημένος ἀπὸ τὴν παράθεση τοῦ ἀποσπάσματος ἀπὸ τὸν *Γοργία*, ὁ Πρόκλος ἐπαναφέρει τὸν ὀρισμὸ τῆς ἐπιστήμης ὡς γνώση μετὰ λόγου.

²⁶³ Ὁ Friedlein στὸν κριτικὸ τοῦ ὑπόμνημα δὲν κάνει καμία ἀναφορὰ, ὡστόσο ἐπιλέγει νὰ βάλῃ τὴ λέξη «διακρίνει» ἐντὸς ἀγκύλης καὶ με ἐρωτηματικὸ. Ὁ Barozzi δὲν ἀναφέρει τὴ λέξη καὶ ἴσως νὰ πρόκειται γιὰ προσθήκη τοῦ Friedlein γιὰ νὰ γίνῃ κατανοητὴ ἡ πρόταση ἀπὸ τὴν ὁποία λείπει τὸ ρήμα.

²⁶⁴ Σύμφωνα με τὸν Σωκράτη στὴν *Πολιτεία* (511bc) ἡ διαλεκτικὴ εἶναι αὐτὴ ἡ ἐπιστήμη που ἐκκινεῖ ἀπὸ καθαρὲς ὑποθέσεις, οἱ ὁποῖες λειτουργοῦν ὡς ἀφετηρία καὶ πάτημα ταυτόχρονα γιὰ τὴν ἀνοδο τοῦ ἀνθρώπου στὴν πρώτη ἀρχὴ τοῦ παντός. Ἀπὸ ἐκεῖ, ἀφοῦ ἐρθεῖ σε ἐπαφὴ με τὴν πρώτη ἀρχὴ, θὰ ἀρχίσει τὴν κατὰβασή του με τρόπο ἀπαγωγικὸ χωρὶς νὰ χρησιμοποιεῖ τίποτα τὸ αἰσθητό. Ἔτσι καταλήγει ὅτι τὸ μέρος τὸ ὁποῖο ἀντιλαμβάνεται ὁ ἀνθρώπος με τὴ διαλεκτικὴ εἶναι σαφέστερο καὶ πιο ἀληθινὸ ἀπὸ αὐτὸ που ἀντιλαμβάνεται με τις ἄλλες ἐπιστήμες ὅπως τὰ μαθηματικά, οἱ ὁποῖες χρησιμοποιοῦν γιὰ ἀρχές τους τις ὑποθέσεις.

ἐπιστήμη, καθ' ἣν τὰ ὄντα πάντα γινώσκειν πεφύκαμεν, καὶ ἀφ' ἧς πᾶσαι αἰ [32] ἀρχαὶ ταῖς μὲν ἐγγυτέρω τεταγμέναις, ταῖς δὲ πορρωτέρω.

μὴ δὴ τοίνυν λέγωμεν, ὅτι τῶν ἐπιστημῶν ὁ Πλάτων ἀπελαύνει τὴν μαθηματικὴν, ἀλλ' ὅτι μιᾶς ἐπιστήμης αὐτὴν τῆς ἀκροτάτης δευτέραν ἀποφαίνει, μὴδ' ὅτι τὰς οἰκείας ἀρχὰς ἀγνοεῖν αὐτὴν φησιν, ἀλλ' ὅτι παρ' ἐκείνης λαβοῦσαν καὶ ἀναποδείκτως ἔχουσαν ἐκ τούτων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνύει. καὶ γὰρ τὴν ψυχὴν τὴν ἐκ τῶν μαθηματικῶν λόγων ὑποστᾶσαν ποτὲ μὲν κινήσεως ἀρχὴν εἶναι συγχωρεῖ, ποτὲ δὲ ἀπὸ τῶν νοητῶν γενῶν δέχεσθαι τὴν κίνησιν. καὶ συνάδει ταῦτα ἀλλήλοις. τοῖς μὲν γὰρ ἀπ' ἄλλου κινουμένοις αἰτία τῆς κινήσεως ἐστίν, ἀπάσης δὲ ἄρα κινήσεως οὐκ αἰτία. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ἡ μαθηματικὴ τῆς μὲν πρωτίστης ἐστὶν ἐπιστήμης δευτέρα καὶ ὡς πρὸς ἐκείνην ἀτελής, ἐπιστήμη δὲ ὅμως, οὐχ ὡς ἀνυπόθετος, ἀλλ' ὡς τῶν ἰδίων ἐν ψυχῇ λόγων γνωριστικὴ καὶ ὡς τὰς αἰτίας ἀποδιδούσα τῶν συμπερασμάτων καὶ λόγον ἔχουσα τῶν ὑποκειμένων ἑαυτῇ γνωστῶν. τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς Πλάτωνος γνώμης ὑπὲρ τῶν μαθημάτων εἰρήσθω.

υποθέσεις [θεωρεῖ ὅτι] γνωρίζει τα πάντα ανεβαίνοντας μέχρι το αγαθό και την ὑψιστη αιτία των πάντων, και σκοπό της ανόδου θέτει το αγαθό. Από την ἄλλη, αὐτὴ που [εκκινεῖ] ἀπὸ καθορισμένες ἀρχές, βασίζεται σε αὐτές και ἀποδεικνύει ὅσα ἐπονται αὐτῶν, προχωρώντας ὄχι πρὸς τὴν ἀρχὴ ἀλλὰ πρὸς τὸ τέλος. Καὶ ἐτσι, λένε, ὅτι ἡ μαθηματικὴ ἐπιστήμη εἶναι υποδεέστερη ἀπὸ τὴν τέλεια και δίχως υποθέσεις ἐπιστήμη, ἐπειδὴ χρησιμοποιεῖ υποθέσεις. Διότι, ἡ πραγματικὴ ἐπιστήμη εἶναι μία, με τὴν ὁποία ἀπὸ τὴ φύση μας μπορούμε να μάθουμε τα πάντα και ἀπὸ τὴν ὁποία [προκύπτουν] ὅλες [32] οἱ ἀρχές, και αὐτές που βρίσκονται κοντά και αὐτές που εἶναι μακριά.

Ἄς μὴν ἰσχυριζόμεσθε λοιπὸν ὅτι ὁ Πλάτων ἀποκλείει τὰ μαθηματικά ἀπὸ τῆς ἐπιστήμης, ἀλλὰ ὅτι συμπεραίνει πὼς εἶναι δευτέρη [στὴ σειρά ἐπιστήμη, κάτω] ἀπὸ τὴν ὑψιστη· οὔτε ὅτι ἡ ἴδια ἡ φύση τῶν μαθηματικῶν ἀγνοεῖ τῆς δικῆς τῶν ἀρχῶν, ἀλλὰ ὅτι λαμβάνοντας ἀπὸ αὐτὴν [τῆς ἀρχῆς] και ἀποκτώντας τες ἀναπόδεικτα, ἀποδεικνύουν ὅσα ἐπονται [τῶν ἀρχῶν]. Διότι ὁ [Πλάτων] παραδέχεται, ὅτι ἡ ψυχὴ, ἡ ὁποία λαμβάνει τὴν ὑπόστασίν της ἀπὸ τὰ μαθηματικά, ἄλλοτε εἶναι ἡ αἰτία τῆς κίνησης και ἄλλοτε δέχεται τὴν κίνηση ἀπὸ τὰ νοητὰ εἶδη. Καὶ τα κάνει να συμφωνοῦν μεταξύ τους, διότι [ἡ ψυχὴ] εἶναι ἡ αἰτία τῆς κίνησης

όσων κινούνται από εξωτερικό αίτιο, δεν είναι, όμως, η αιτία κάθε κίνησης. Εκ των ανωτέρω λοιπόν, η μαθηματική [επιστήμη] είναι δεύτερη μετά την ύψιστη επιστήμη και συγκριτικά με αυτή είναι ατελής. Είναι όμως επιστήμη, όχι επειδή [είναι] δίχως υποθέσεις, αλλά επειδή γνωρίζει τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της ψυχής και επειδή αποδίδει αιτίες στα συμπεράσματά της και επειδή γνωρίζει τις αιτίες των γνωστικών της αντικειμένων. Αυτά λοιπόν ας πω για την άποψη του Πλάτωνα υπέρ των μαθηματικών.

Κεφάλαιο 11^ο : Οι προϋποθέσεις ενός μαθηματικού και ποιο είναι το κριτήριο ενός μαθηματικού

Τίνα δ' ἄν τις ἀπαιτήσειεν τὸν μαθηματικόν, καὶ πῶς ἄν δύναιτό τις αὐτὸν κρίνειν ὀρθῶς μετὰ ταῦτα λέγωμεν. ὁ μὲν γὰρ ἀπλῶς πεπαιδευμένος περὶ πάντα κριτικός, φησὶν [Ἀριστοτέλης], ὁ δὲ περὶ τὰ μαθήματα πεπαιδευμένος τῶν ἐν τούτοις λόγων ἔσται κριτικὸς τῆς ὀρθότητος. δεῖ τοίνυν ὄρους προσειληφέναι τῆς κρίσεως καὶ γινώσκειν πρῶτον μὲν ἐφ' [33] ὧν δεῖ κατὰ τὰ κοινὰ ποιεῖσθαι τὰς ἀποδείξεις, καὶ ἐφ' ὧν εἰς τὰς ἐκάστων ιδιότητας ἀποβλέπειν. πολλὰ γὰρ ὑπάρχει τὰ αὐτὰ τοῖς κατ' εἶδος διαφέρουσιν, οἷον τριγώνοις πᾶσιν αἱ δύο ὀρθαί. πολλὰ δὲ τὴν μὲν αὐτὴν ἔχει

Μετά από όσα είπαμε, τι θα απαιτούσε κανείς από τον μαθηματικό και πώς θα ήταν δυνατόν κάποιος να τον κρίνει σωστά; Αυτός που έχει λάβει παιδεία επί παντός επιστητού [μπορεί να είναι] κριτής, λέει ο Αριστοτέλης,²⁶⁵ ενώ αυτός που έχει λάβει μαθηματική εκπαίδευση θα είναι κριτής της ορθότητας μόνον των [μαθηματικών] συλλογισμών. Πρέπει λοιπόν να πληροί κάποιες προϋποθέσεις για την κρίση· πρώτον, [33] να [γνωρίζει] σε ποιες περιπτώσεις πρέπει να κάνει τις αποδείξεις βάσει των κοινών χαρακτηριστικών και σε ποιες περιπτώσεις [πρέπει] να λαμβάνει

²⁶⁵ Η άποψη αυτή του Αριστοτέλη εμφανίζεται σε δύο από τα έργα του: στα *Ηθικά Νικομάχεια*, στο χωρίο 1094b27-1095a2 και στο *Περί ζώων μορίων* στο χωρίο 639a1-6.

κατηγορίαν, διαφέρει δὲ κατ' εἶδος ἐφ' ἐκάστων τὸ κοινόν, οἷον ἢ ὁμοιότης ἐν σχήμασι καὶ ἀριθμοῖς. οὐ δεῖ δὴ μίαν ἀπόδειξιν ἐπὶ τούτων ἀπαιτεῖν τὸν μαθηματικόν· οὐ γὰρ αἱ αὐταὶ ἀρχαὶ σχημάτων καὶ ἀριθμῶν, ἀλλὰ διαφέρουσαι κατὰ τὸ ὑποκείμενον γένος. εἰ δὲ τὸ καθ' αὐτὸ συμβεβηκὸς ἐν, καὶ ἡ ἀπόδειξις μία· τὸ γὰρ δύο ὀρθὰς ἔχειν γωνίας ταῦτὸν ἐν πᾶσι τριγώνοις, καὶ τὸ ᾧ συμβέβηκεν ταῦτὸν ἐν ἅπασιν, τὸ τρίγωνον, καὶ ὁ τριγωνικὸς λόγος. ὥσπερ δὴ καὶ τὸ τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν τὰς ἐκτὸς οὐ τοῖς τριγώνοις μόνον, ἀλλὰ καὶ πᾶσιν εὐθυγράμμοις ὑπάρχει, καὶ ἡ ἀπόδειξις ἐπὶ πάντα ἐφαρμόττει, καθόσον εὐθύγραμμοι. καὶ γὰρ ἕκαστος λόγος συνεισφέρει τινὰ πάντως ιδιότητα καὶ πάθος, οὗ μετέχει πάντα κατὰ τὸν λόγον ἐκεῖνον, οἷον τὸν τριγωνικὸν ἢ τὸν εὐθυγραμμικὸν ἢ ὅλως τὸν τοῦ σχήματος.

Δεύτερον τοίνυν, εἰ κατὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην ποιεῖται τὰς ἀποδείξεις, οἷον εἰ ἀναγκαίους ἀποδίδωσι λόγους καὶ ἀνελέγκτους, ἀλλὰ μὴ πιθανοὺς μηδὲ τοῦ εἰκότος ἀναπεπλησμένους. ὅμοιον γὰρ φησιν

ὑπόψη του τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε πράγματος. Διότι υπάρχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά σε [πράγματα] που διαφέρουν ως προς το είδος· για παράδειγμα σε όλα τα τρίγωνα [οι γωνίες τους ισούνται με] δύο ορθές. Πολλά, πάλι, ανήκουν στην ίδια κατηγορία, αλλά το κοινό τους χαρακτηριστικό διαφέρει ως προς το είδος· για παράδειγμα, η ομοιότητα στα σχήματα και στους αριθμούς. Γι' αυτά, λοιπόν, ο μαθηματικός δεν θα πρέπει να απαιτεί μία απόδειξη, διότι οι αρχές των σχημάτων και των αριθμών δεν είναι ίδιες, αλλά διαφέρουν ως προς το υποκείμενο είδος. Αν όμως το καθ' αυτό είναι ίδιο με το συμβεβηκός, τότε και η απόδειξη θα είναι μία. Το ότι [το άθροισμα] δύο [γωνιών ισούνται] με μια ορθή [είναι] κοινό [χαρακτηριστικό] σε όλα τα είδη τριγώνων, και αυτό που συμβαίνει να βρίσκεται σε όλα είναι το τρίγωνο και ο ορισμός του. Όπως ακριβώς, επίσης, και το ότι το [άθροισμα] των εξωτερικών γωνιών ισούται με τέσσερις ορθές, ισχύει όχι μόνο στα τρίγωνα, αλλά και σε κάθε ευθύγραμμο [σχήμα],²⁶⁶ και η [ίδια] απόδειξη

²⁶⁶ Ο Αριστοτέλης αντιπαραθέτει κατὰ κανόνα το «καθ' ἑαυτό» με το «κατὰ συμβεβηκός», όπου το «καθ' ἑαυτό» δηλώνει ἄμεση και ἀναγκαία ἐξάρτηση ἀπὸ τὴν οὐσία ἐνὸς ὄντος ἐνὸς τὸ «κατὰ συμβεβηκός» μόνον ευκαιριακὴ σχέση. Για τὴν ἐννοια τοῦ «συμβεβηκός» βλ. *Μετά τα φυσικά* Δ 1025a14. Κάθε κατηγορία που αναφέρεται σε ἕνα υποκείμενο θα εἶναι ἕνα «συμβεβηκός», ἐκτὸς ἀν το κατηγορημα αὐτὸ ἀποδίδει τὸν λόγο ὑπαρξῆς τοῦ υποκειμένου.» (Βασίλειος Κάλφας, *Αριστοτέλης, περὶ φύσεως* (Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 2015), 110, σημ. 100. Για τὴν ἐννοια τοῦ «καθ' ἑαυτό» βλ. *Αναλυτικά Ὑστερα* 73a 34-37 και 73b8-10. Επιπλέον ο Αριστοτέλης ἀναγνωρίζει και τὴν ὑπαρξῆ τοῦ «καθ' ἑαυτό συμβεβηκός» ὅταν μια μη ἀναγκαία ιδιότητα ἐνὸς πράγματος δε ὑπάρχει στον ορισμὸ του. Ἴσως σε αὐτὸ να ἀναφέρεται και ἐδὼ Πρόκλος: τὸ ὅτι ἕνα τρίγωνο ἔχει τὸ

[Αριστοτέλης] ῥητορικὸν ἀποδείξεις ἀπαιτεῖν καὶ μαθη [34] ματικοῦ πιθανολογοῦντος ἀποδέχεσθαι. δεῖ γὰρ ἕκαστον ἐπιστήμονα καὶ τεχνίτην προσήκοντα ἀποδιδόναι τοῖς πράγμασι, περὶ ἃ πραγματεύεται, τοὺς λόγους. οὕτως καὶ ὁ [Πλάτων] ἐν Τιμαίῳ τὸν μὲν φυσιολόγον εἰκότας ἀπαιτεῖ λόγους ὡς ἂν περὶ τοιούτων πραγματευόμενον, τὸν δὲ περὶ τῶν νοητῶν ἀναδιδάσκοντα καὶ τῆς ἐστώσης οὐσίας ἀνελέγκτους καὶ ἀκινήτους. εὐθύς γὰρ τὰ ὑποκείμενα ταῖς ἐπιστήμαις ἢ ταῖς τέχναις ποιεῖ διαφοράς, οἷον εἰ τὰ μὲν ἀκίνητα, τὰ δὲ κινούμενα, καὶ τὰ μὲν ἀπλούστερα, τὰ δὲ συνθετώτερα, καὶ τὰ μὲν νοητά, τὰ δὲ αἰσθητά. οὐτ' οὖν πᾶσαν τὴν μαθηματικὴν τὴν αὐτὴν ἀκρίβειαν ἀπαιτήσομεν – εἰ γὰρ ἢ μὲν αἰσθητῶν ἐφάπτοιτό πως, ἢ δὲ νοητῶν εἴη γνῶσις ὑποκειμένων, οὐχ ὁμοίως ἀμφοτέραι ἀκριβεῖς, ἀλλ' ἢ ἕτερα μᾶλλον. διὸ τὴν ἀριθμητικὴν τῆς ἀρμονικῆς μᾶλλον ἀκριβῆ φασιν – οὐθ' ὅλως τὴν μαθηματικὴν καὶ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας ταῖς αὐταῖς ἀποδείξεσιν

εφαρμόζεται σε ὅλα [τα σχήματα], εφόσον εἶναι ευθύγραμμο.²⁶⁷ Ἔτσι λοιπὸν, κάθε ὀρισμὸς ἀποδίδει πάντα μία ιδιότητα ἢ ἓνα χαρακτηριστικό, στα οποία μετέχουν ὅλα ὅσα υπάγονται στον ὀρισμὸ ἐκεῖνο, για παράδειγμα του τριγώνου, του ευθύγραμμου ἢ γενικῶς του σχήματος.

Δεύτερον, [πρέπει να γνωρίζει] να κάνει τις ἀποδείξεις σύμφωνα με το αντικείμενο [τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης], για παράδειγμα αν κάνει συλλογισμοὺς ἀναγκαίους καὶ ἀδιάψευστους ἢ υποθετικούς καὶ γεμάτους εἰκασίες. Διότι εἶναι το ἴδιο, λέει ὁ Ἀριστοτέλης,²⁶⁸ να ἀπαιτοῦμε ἀπὸ τον ῥήτορα ἀποδείξεις καὶ να ἀποδεχόμεστε ἀπὸ τον μαθηματικό [34] να πιθανολογεῖ, ἀφού, κάθε ἐπιστήμονα καὶ τεχνίτη πρέπει να κάνει συλλογισμοὺς που ταιριάζουν με τα αντικείμενα, τα οποία πραγματεύεται. Ὁμοίως, καὶ ὁ Πλάτων στον *Τίμαιο* ἀπαιτεῖ ἀπὸ τον φυσικὸ φιλόσοφο υποθετικούς συλλογισμοὺς για να πραγματευθεῖ τα δικά του [θέματα], ἀλλὰ ἀπ' αὐτὸν που διδάσκει ὅσα σχετίζονται με τα νοητά καὶ τη σταθερὴ οὐσία [ἀπαιτεῖ συλλογισμοὺς] ἀδιάψευστους

ἀθροισμα των γωνιών του ἴσο με δύο ὀρθές εἶναι βασικὸ χαρακτηριστικό ἀλλὰ δεν ἐνυπάρχει πουθενά στον ὀρισμὸ του.

²⁶⁷ Ὁ Πρόκλος ἀναφέρεται σε αὐτὸν τον μαθηματικὸ κανόνα, χωρὶς ὠστόσο αὐτὸς να ἀναφέρεται στον Εὐκλείδη. Θα κάνει ἀναφορά στον κανόνα αὐτὸ καὶ ἀργότερα, στο χωρίο που πραγματεύεται το τι εἶναι τα στοιχεῖα (72.23-73.5). Κατὰ τον Μοργου ἴσως ἡ ἀναφορά αὐτὴ να προέρχεται ἀπὸ κάποιο ἐγχειρίδιο τῆς Σχολῆς των Ἀθηνῶν. Ἐπίσης τὴν ἀναφορά αὐτὴ τη βρίσκουμε καὶ στον Ἀριστοτέλη στα *Ἀναλυτικὰ Ὑστερα* (85b38-86a4 καὶ 99a16-21) καὶ στα *Ἠθικά Μεγάλα* (1.17.8.5-1.17.9.7).

²⁶⁸ Πρόκειται για σχεδὸν αὐτούσια μεταφορά ἀπὸ το ἀριστοτελικὸ χωρίο στα *Ἠθικά Νικομάχεια* (1094b25-1095a2).

ἀξιόσομεν χρῆσθαι. τὰ γὰρ ὑποκείμενα διαφορὰν οὐκ ὀλίγην παρέχεται.

Τὸ δὴ τρίτον λέγομεν, ὅτι καὶ περὶ ταυτότητος καὶ ἐτερότητος ἐπεσκέφθαι δεῖ τὸν μέλλοντα κρίνειν ὀρθῶς τοὺς τῆς μαθηματικῆς λόγους καὶ περὶ τοῦ καθ' αὐτὸ καὶ τοῦ κατὰ συμβεβηκὸς καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας καὶ περὶ πάντων τῶν τοιούτων. σχεδὸν γὰρ αἱ ἁμαρτίαι πᾶσαι κατὰ ταῦτα συμβαίνουσι τῶν οἰομένων ἀποδεικνύναι μαθηματικῶς, οὐ μέντοι καὶ δεικνύντων, ὅταν τὸ ταῦτὸν ὡς ἕτερον καθ' ἕκαστον [35] εἶδος ἀποδεικνύωσιν, ἢ τὸ ἕτερον ὡς ταῦτόν, ἢ ὅταν τὸ κατὰ συμβεβηκὸς ὑπάρχον ὡς καθ' αὐτὸ παραλαμβάνωσιν, ἢ τὸ καθ' αὐτὸ ὡς κατὰ συμβεβηκὸς, οἷον ὅτι ἡ περιφέρεια καλλίων τῆς εὐθείας, ἢ τὸ ἰσόπλευρον τοῦ ἰσοσκελοῦς. οὐ γὰρ μαθηματικοῦ ταῦτα διορίζειν.

Τέταρτον οὖν, ὅτι τῆς μαθηματικῆς μέσσην ἐχούσης τάξιν τῶν τε νοητῶν καὶ αἰσθητῶν καὶ πολλὰς μὲν εἰκόνας τῶν θείων ἐν ἑαυτῇ δεικνυούσης, πολλὰ δὲ παραδείγματα τῶν φυσικῶν λόγων, δεῖ καὶ τὰς ἀποδείξεις τριπλᾶς ἐπ' αὐτῆς θεωρεῖν, τὰς μὲν νοερωτέρας, τὰς δὲ διεξοδικωτέρας, τὰς δὲ καὶ δόξης ἐφαπτομένας. δεῖ γὰρ κατὰ τὰ προβλήματα τὰς ἀποδείξεις διαφορούσας

καὶ ακλόνητους. Διότι, ξεκάθαρα, οἱ επιστήμες διαφοροποιούνται ἀπὸ τις τέχνες ἀνάλογα με το τι υπάγεται στην καθεμία, για παράδειγμα, αν [τα αντικείμενα αυτά] είναι αμετάβλητα ἢ μεταβλητά, αν είναι απλούστερα ἢ πιο σύνθετα και αν είναι νοητά ἢ αισθητά. Δεν θα απαιτήσουμε, λοιπόν, ἀπὸ ὅλη τη μαθηματικὴ επιστήμη τέτοια ἀκρίβεια – διότι αν ἓνα μέρος της ἀφορᾶ, κατὰ κάποιον τρόπο, τα αισθητά, ἐνῶ ἓνα ἄλλο μέρος σχετίζεται με τη γνώση των νοητῶν αντικειμένων, δεν [μποροῦν] να εἶναι και οἱ δύο το ἴδιο ἀκριβεῖς, ἀλλὰ [ἢ μία θα εἶναι] περισσότερο ἀπὸ την ἄλλη· γι' αὐτὸ λέμε ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ εἶναι πιο ἀκριβὴς ἀπὸ την ἀρμονικὴ.²⁶⁹ Καὶ οὔτε θα απαιτήσουμε ἀπὸ ὅλη τη μαθηματικὴ επιστήμη και ἀπὸ τις ἄλλες επιστήμες να χρησιμοποιήσουν τις ἴδιες ἀποδείξεις. Διότι τα ἀντικείμενά τους διαφέρουν κατὰ πολὺ.

Τρίτον, λέμε ὅτι αὐτὸς που πρόκειται να κρίνει ὀρθὰ τους μαθηματικούς συλλογισμούς πρέπει να γνωρίζει καλὰ ὅσα ἀφοροῦν την ταυτότητα και την ἐτερότητα, το καθ' αὐτὸ και το συμβεβηκὸς, την ἀναλογία και γενικῶς ὅλα τα σχετικὰ. Διότι σε αὐτὰ γίνονται σχεδὸν ὅλα τα λάθη ἀπὸ αὐτοῦς που νομίζουν ὅτι κάνουν

²⁶⁹ Ο Ἀριστοτέλης στα *Αναλυτικὰ ὑστερα* (87a 31-35) διατυπώνει την ἀποψη ὅτι ἡ μια επιστήμη εἶναι πιο ἀκριβὴς σε σύγκριση με μια ἄλλη, ὅταν προηγείται αὐτῆς, ἔχει ὡς ἀντικείμενό της ταυτόχρονα το «ὅτι» και το «διότι» και ἐπίσης, ὅταν εξετάζει περισσότερα ἀντικείμενα ἀπὸ ὅ, τι ἡ ἄλλη. Ὡς παράδειγμα μιας τέτοιας επιστήμης ἀναφέρει την ἀριθμητικὴ, ἡ οποία εἶναι πιο ἀκριβὴς ἀπὸ την μουσικὴ. Προφανῶς στην ἀποψη αὐτὴ παραπέμπει ο Πρόκλος.

είναι και οικείως τοῖς γένεσι διαιρεῖσθαι τῶν ὄντων, ἐπεὶ καὶ αὐτὴ πᾶσι συνυφαίνεται αὐτοῖς καὶ πρὸς πάντας συναρμόζει τοὺς ἑαυτῆς λόγους.

μαθηματικές αποδείξεις. Ἀλλά δεν αποδεικνύουν [τίποτα], ὅταν, σε κάθε εἶδος, αποδεικνύουν ὅτι το ἴδιο εἶναι διαφορετικό [35] ἢ το διαφορετικό εἶναι ἴδιο, ἢ ὅταν εκλαμβάνουν το συμβεβηκός ως καθ' αὐτό και το καθ' αὐτό ως συμβεβηκός – για παράδειγμα ὅτι ο κύκλος εἶναι ὁμορφότερος ἀπὸ την ευθεία,²⁷⁰ ἢ ὅτι το ἰσόπλευρο [εἶναι ὁμορφότερο] ἀπὸ το ἰσοσκελές τρίγωνο.²⁷¹ Διότι [δεν εἶναι αντικείμενο] του μαθηματικού να τα ὀρίζει αὐτά.

Και τέταρτον, ἐπειδὴ ἡ μαθηματικὴ [ἐπιστήμη] κατατάσσεται στη ἐνδιάμεση θέση, μεταξύ νοητῶν και αἰσθητῶν, και προβάλλει ἐντὸς της πολλές εἰκόνες των θεῶν [όντων] και πολλά παραδείγματα των φυσικῶν συλλογισμῶν, πρέπει να

²⁷⁰ Στον ἰσχυρισμό του ο Πρόκλος συνεχίζει να δανεῖζεται επιχειρήματα ἀπὸ τον Ἀριστοτέλη. Ἐδῶ, ἡ ἄποψη που παραθέτει προέχεται ἀπὸ τα *Ἀναλυτικά ὕστερα* (75b17-19) ὅπου ο Ἀριστοτέλης ἀναφέρει ὅτι για να μπορούμε να ἀποδείξουμε κάτι θα πρέπει αὐτό να γίνεται μεταξύ ὄντοτήτων του ἴδιου γένους και ὅτι δεν εἶναι δυνατόν να ἀποδειχθεῖ τίποτα ἀν το εἶδος μεταβληθεῖ κατὰ τη διαδικασία της ἀπόδειξης. Πρὸς ἐπίρρωση του ἰσχυρισμοῦ του αὐτοῦ φέρνει ὀρισμένα παραδείγματα στα ὁποῖα ἡ ἀπόδειξη δεν μπορεί να γίνει διότι οἱ ὄντοτες που ἐμπλέκονται στην ἀπόδειξη εἶναι διαφορετικῶν εἶδους. Ἐνα ἀπὸ αὐτά εἶναι ὅτι δεν μπορούμε να ἀποδείξουμε κάτι για τις γραμμές το ὁποῖο να μην ἔχει να κάνει με τις γραμμές και τις ἴδιες τους τις ἀρχές, π.χ. ἀν ἡ ευθεία εἶναι ἡ φραιότερη ἀπὸ τις γραμμές ἢ ἀν ἡ ευθεία γραμμὴ ἔχει τις ἀντίθετες ιδιότητες ἀπὸ την καμπύλη. Στο ἴδιο πλαίσιο συζήτησης ο Ἀριστοτέλης ἰσχυρίζεται ὅτι δεν εἶναι δυνατόν να ἀποδείξουμε με μια ἐπιστήμη κάτι που ἀνήκει σε ἄλλη ἐπιστήμη, ἐκτὸς ἀν ἡ μια υπάγεται στην ἄλλη, ὅπως ἡ ὀπτική στη τη γεωμετρία και ἡ ἀριθμητικὴ στη μουσική, καθὼς, ὅπως ἀναφέρθηκε και ἀπὸ τον ἴδιο τον Πρόκλο πιο πάνω, ἀντλώντας και πάλι ἀπὸ τον Ἀριστοτέλη, ἡ μια ἐπιστήμη εἶναι ἐιδικότερη της ἄλλης και αὐτὸ της ἐπιτρέπει να ἀποδεικνύει ὅσα περιέχονται σε αὐτή.

²⁷¹ Ἡ ἀδυναμία μιας τέτοιας ἀπόδειξης ἐδράζεται και πάλι στην ἀριστοτελικὴ ἄποψη που παρουσιάστηκε προηγουμένως, ὡστόσο ο Ἀριστοτέλης δεν χρησιμοποιεῖ το παράδειγμα των δυο αὐτῶν εἰδῶν τριγῶνων. Ο Πρόκλος πολὺ πιθανὸν να ἀντλεῖ το παράδειγμα του ἰσοσκελοῦς και του ἰσόπλευρου τριγῶνου ἀπὸ το χωρίο του *Τίμαιου* 54a5-7. Στο ἀπόσπασμα αὐτὸ ο Σωκράτης, ἀναζητώντας τα τέσσερα στερεά, τα ὁποῖα θα ἀποτελέσουν τη δομικὴ ὕλη των υλικῶν σωμάτων και θα ἀντιστοιχηθοῦν στα τέσσερα στοιχεῖα (φωτιά, νερό, γη, ἀέρας), ἀναφέρει ὅτι ἡ ἐπιφάνειός τους δεν μπορεί παρά να εἶναι φτιαγμένες ἀπὸ τρίγωνα και ὅτι ὅλα τα τρίγωνα προέρχονται ἀπὸ τρίγωνα που ἔχουν μια ὀρθὴ και δύο ὀξείες γωνίες. Αὐτά τα τρίγωνα εἶναι κατ' ἀνάγκη το ἰσοσκελές, ἐνῶ ἀπὸ τα σκαληνά που ὑπόκεινται στην ἀνωτέρω συνθήκη ἐπιλέγει ὡς καλύτερο «κάλλιστον» το ἰσόπλευρο. Ἡ ἀφήγηση αὐτὴ ἐνδεχομένως ἀποτελεῖ την πηγή για το παράδειγμα αὐτὸ του Πρόκλου καθὼς ο Πλάτων δεν επιχειρεῖ να συγκρίνει τα δύο εἶδη τριγῶνων μεταξύ τους και το μόνο που του ἐπιτρέπεται να κάνει εἶναι να συγκρίνει μεταξύ τους τα τρίγωνα που ἀνήκουν στο ἴδιο εἶδος (ὅλα δηλαδὴ τα σκαληνά τρίγωνα που ἔχουν μία ὀρθὴ και δύο ὀξείες γωνίες), ἐνῶ το σκαληνὸ με το ἰσοσκελές δεν ἀνήκουν στο ἴδιο εἶδος και γι' αὐτὸ δεν μπορούν να συγκριθοῦν μεταξύ τους.

θεωρήσουμε ότι οι αποδείξεις της είναι τριών ειδών: κάποιες πιο νοητικές, άλλες πιο διεξοδικές και άλλες άπτονται της πεποιθήσης. Διότι οι αποδείξεις διαφέρουν ανάλογα με τα προβλήματα και διακρίνονται σύμφωνα με τα γένη των όντων, επειδή και η ίδια [η μαθηματική επιστήμη] περιπλέκεται με όλα αυτά και προσαρμόζει τους δικούς της συλλογισμούς σε όλα [αυτά].

Κεφάλαιο 12^ο : Πόσοι και ποιοι ήταν οι κλάδοι της μαθηματικής επιστήμης σύμφωνα με τους Πυθαγόρειους

Ἀλλὰ τούτων μὲν ἄδην, περὶ δὲ τῶν εἰδῶν τῆς μαθηματικῆς μετὰ ταῦτα διοριστέον, τίνα τε καὶ πόσα τὸν ἀριθμὸν ἐστίν. μετὰ γὰρ τὸ ὅλον καὶ παντελὲς αὐτῆς γένος δεῖ δὴ πού καὶ τὰς τῶν μερικωτέρων ἐπιστημῶν κατ' εἶδη διαφορὰς ἀναλογίσασθαι. τοῖς μὲν οὖν [Πυθαγορείοις] ἐδόκει τετραχὰ διαιρεῖν τὴν ὅλην μαθηματικὴν ἐπιστήμην, τὸ μὲν αὐτῆς περὶ τὸ ποσόν, τὸ δὲ περὶ τὸ πηλίκον ἀφορίζουσι καὶ τούτων ἑκάτερον διττὸν τιθεμένοις· τὸ τε γὰρ ποσὸν ἢ καθ' αὐτὸ τὴν ὑπόστασιν ἔχειν, ἢ πρὸς ἄλλο θεωρεῖσθαι κατὰ σχέσιν, καὶ τὸ πηλίκον ἢ ἐστὼς ἢ κινούμενον εἶναι· καὶ τὴν μὲν ἀριθμητικὴν τὸ καθ' αὐτὸ τὸ [36] ποσὸν θεωρεῖν, τὴν δὲ μουσικὴν τὸ πρὸς ἄλλο, γεωμετρίαν δὲ τὸ πηλίκον ἀκίνητον ὑπάρχον καὶ τὴν σφαιρικὴν τὸ καθ' αὐτὸ κινούμενον· ἐπισκοπεῖν δ' αὖ τὸ πηλίκον καὶ ποσὸν οὔτε μέγεθος ἀπλῶς οὔτε πλῆθος ἀλλὰ

Ἀρκετά, ὅμως, με αὐτά. Στη συνέχεια πρέπει να καθορίσουμε τα είδη της μαθηματικής επιστήμης, ποια είναι και πόσα στον αριθμό. Διότι, μετά [την εξέταση] του συνόλου και του όλου γένους, πρέπει τώρα να εξεταστούν η διάκριση των επιμέρους επιστημών, ως προς το είδος τους. Οι Πυθαγόρειοι, λοιπόν, θεωρούσαν ότι ολόκληρη η μαθηματική επιστήμη διακρίνεται σε τέσσερις κλάδους. Το ένα μέρος της αφορά την ποσότητα και το άλλο το μέγεθος, και κάθε ένα από αυτά θεωρούσαν ότι [διαιρείται] σε δύο κλάδους – διότι αφενός η ποσότητα αποκτά την υπόστασή της είτε από μόνη της είτε σε σχέση με κάτι άλλο, και αφετέρου το μέγεθος [θεωρούσαν] ότι είτε κινείται είτε είναι ακίνητο. Ἐτσι, [θεωρούσαν] ότι η αριθμητική εξετάζει την καθ' εαυτή ποσότητα, [36] η μουσική [την ποσότητα] ως προς κάτι

τὸ καθ' ἑκάτερον ὠρισμένον· τοῦτο γὰρ ἀφελούσας τῶν ἀπειρῶν τὰς ἐπιστήμας κατανοεῖν, ὡς οὐκ ἔνδον τὴν καθ' ἑκάτερον ἀπειρίαν γνώσει περιλαβεῖν. ὅταν δὲ ταῦτα λέγωσιν ἄνδρες εἰς ἅπαν σοφίας ἐλληλακότες, οὔτε τὸ ποσὸν τὸ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ἀκούειν ἡμεῖς ἀξιόσομεν οὔτε τὸ πηλίκον τὸ περὶ τὰ σώματα φανταζόμενον. γὰρ οἶμαι θεωρεῖν τῆς φυσιολογίας ἐστίν, ἀλλ' οὐ τῆς μαθηματικῆς αὐτῆς. ἀλλ' ἐπεὶ τὴν ἔνωσιν καὶ τὴν διάκρισιν τῶν ὄλων καὶ τὴν ταυτότητα μετὰ τῆς ἑτερότητας εἰς τὴν τῆς ψυχῆς συμπλήρωσιν ὁ

ἄλλο, ἡ γεωμετρία το ἀκίνητο μέγεθος καὶ ἡ σφαιρικὴ²⁷³ τὴν καθ' αὐτὴ κινούμενη [ποσότητα]. Ἡ [μαθηματικὴ ἐπιστῆμη] μάλιστα μελετᾷ τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσόν καὶ ὄχι ἀπλῶς τὸ μέγεθος καὶ τὸ πλήθος, τὸ πεπερασμένο δηλαδὴ ἀπὸ το καθένα. Διότι [ἔλεγαν] ὅτι, ἐπειδὴ οἱ ἐπιστήμες δὲν μποροῦσαν νὰ συλλάβουν τὸ ἀπειρο ποῦ υπῆρχε σε αὐτά, τα κατανοοῦσαν ἀφοῦ πρώτα ἀφαιροῦσαν τὸ ἀπειρο ἀπὸ αὐτά.²⁷⁴ Ὅταν μάλιστα αὐτά τα λένε ἄνθρωποι, οἱ οἱποῖοι ἔχουν φτάσει στὴν ἀπόλυτη σοφία,²⁷⁵ δὲν θα

²⁷³ Ἐδῶ ὁ Πρόκλος παραθέτει τὴν πυθαγόρεια διάκριση τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν, ἡ ὁποία συνίσταται σε δύο ἄξονες διάκρισης. Σε πρώτο ἐπίπεδο οἱ ἐπιστήμες αὐτές διακρίνονται ἀνάλογα με τὸ ἀν μελετοῦν τὸ ποσὸ ἢ τὸ πηλίκον. Σε δεύτερο ἐπίπεδο, αὐτές ποῦ μελετοῦν τὸ ποσὸ διακρίνονται σε αὐτὴ ποῦ τὸ μελετοῦν καθ' εαυτὸ καὶ σε αὐτὴ ποῦ τὸ μελετᾷ σε σχέση με ἕνα ἄλλο ποσὸ· ἐτσι διακρίνεται ἡ ἀριθμητικὴ ἀπὸ τὴν μουσικὴ. Ἀφετέρου ἔχουμε αὐτές ποῦ μελετοῦν τὴν ἀκίνητη ἢ τὴν κινούμενη ποσότητα· ἐτσι διακρίνεται ἡ γεωμετρία ἀπὸ τὴν ἀστρονομία. Ἡ πυθαγόρεια διάκριση τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν σε τέσσερις κλάδους με αὐτά τα κριτήρια ἀποτελεῖ κοινὸ τόπο στα μαθηματικὰ κείμενα τῶν νεοπλατωνικῶν (βλ. Νικόμαχος, *Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή* 1.3.1.6-1.3.2.5· Ἰάμβλιχος, *Εἰς Νικόμαχον*, 7.25-9.1· Ἰάμβλιχος, *Θεολογούμενα τῆς Ἀριθμητικῆς*, 20.12-21.13) Μάλιστα, στο ἀποδιδόμενον στὸν Ἰάμβλιχο *Θεολογούμενα τῆς Ἀριθμητικῆς* (21.7-13) ἀναφέρεται ὅτι ὁ Πυθαγόρας στὸ ἔργο του *Περὶ Θεῶν* διακρίνει τα μαθηματικὰ σε ἀριθμητικὴ, μουσικὴ, γεωμετρία καὶ ἀστρονομία καὶ ὅτι ὁ Κλεινίας ὁ Ταραντίνος, πυθαγόρειος φιλόσοφος τοῦ 4^{ου} αἰῶνα π.Χ. σχολίασε ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ καὶ ἡ γεωμετρία ἀφοροῦν τα ἀκίνητα ἐνῶ ἡ μουσικὴ καὶ ἡ ἀστρονομία τα κινούμενα (για τα ἐλάχιστα στοιχεῖα ποῦ ἔχουμε για τὸν Κλεινία βλ. Thesleff, *The Pythagorean texts of the Hellenistic period*, 107–8.). Φυσικὰ καὶ ὁ Πλάτων στὴν *Πολιτεία* διακρίνει τις μαθηματικὲς ἐπιστῆμες σε αὐτοὺς τοῦ τέσσερις κλάδους, ὡστόσο δὲν τις διακρίνει με κριτήριο τὸ ποσὸ καὶ τὸ πηλίκον. Αὐτὸς πιθανότατα εἶναι καὶ ὁ λόγος ποῦ δὲν βρίσκουμε οὔτε στὸ ἔργο του Θέωνα τοῦ Σμυρναίου ἀναφορὰ για διάκριση τῶν μαθηματικῶν σύμφωνα με τα κριτήρια αὐτά.

²⁷⁴ Ὁ Πρόκλος στὸ σημεῖο παραπέμπει εὐθέως στὴν ἀνάλυση ποῦ κάνει ὁ Νικόμαχος ὁ Γερασηνὸς στὴν ἀρχὴ τῆς *Ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς* (4.21-6.11). Σύμφωνα με τὸν Νικόμαχο, κάθε πλήθος καὶ κάθε μέγεθος, ἐξ ἀνάγκης, εἶναι ἀπειρο καὶ αὐτὸ τα θέτει ἐκτὸς τοῦ πεδίου κάθε ἐπιστῆμης, διότι οἱ ἐπιστῆμες ἐπιλαμβάνονται τῶν πεπερασμένων καὶ ἀδυνατοῦν νὰ κατανοήσουν τα ἀπειρα. Ἀν ἀφαιρεθεῖ ἡ ἀπειρία ἀπὸ τὸ πλήθος, τότε αὐτὸ ποῦ ἀπομένει εἶναι τὸ ποσὸ καὶ ἀπὸ τὸ μέγεθος, τὸ πηλίκον. Ἐτσι λοιπὸν, οἱ ἐπιστῆμες ἀπὸ τὸ ἀπειρο πλήθος μποροῦν νὰ μελετήσουν τὸ πεπερασμένο ποσὸ, καὶ ἀπὸ τὸ ἀπειρο μέγεθος, τὸ πεπερασμένο πηλίκον. Ὁ Ἀριστοτέλης, ὡστόσο, προσεγγίζει τὸ ὄρο «ποσὸ» ἀπὸ διαφορετικὴ σκοπιά. Στις *Κατηγορίες* (4b-5b) ἀναφέρει ὅτι τὸ ποσὸ, ὡς μια ἀπὸ τις δέκα κατηγορίες, διακρίνεται σε συνεχές καὶ διακριτό, σε αὐτὸ ποῦ συνίσταται ἀπὸ μέρη τα ὁποῖα ἔχουν θέση τὸ ἕνα πρὸς τὸ ἄλλο καὶ σε αὐτὸ ποῦ τα μέρη τοῦ δὲν ἔχουν θέση τὸ ἕνα πρὸς τὸ ἄλλο. Ὁ ἀριθμὸς εἶναι ποσὸ διακριτό διότι στα μέρη ποῦ τὸν ἀποτελοῦν δὲν ὑπάρχουν διακριτὰ ὅρια, ἐνῶ ἡ γραμμὴ εἶναι ποσὸ συνεχές, διότι τα μέρη τῆς συνάπτονται χωρὶς κανένα κοινὸ ὄριο.

²⁷⁵ Ἀπὸ τα ἀνωτέρω σχόλια προκύπτει ὅτι ὁ Πρόκλος ἀναφέρεται στὸ Νικόμαχο τὸν Γερασηνὸ, ὁ ὁποῖος στὴν *Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή* ἀναλύει αὐτὴ ἀκριβῶς τὴν διάκριση τοῦ πηλίκου καὶ τοῦ ποσοῦ. Πρέπει νὰ ἐπισημανθεῖ ὁ χαρακτηρισμὸς «ἄνδρες ποῦ ἔχουν φτάσει στὴν ἀπόλυτη σοφία» ποῦ ἀποδίδει προφανῶς στὸν Νικόμαχο, ἡ ὁποῖα δηλώνει τὸν μεγάλο σεβασμὸ τοῦ Πρόκλου πρὸς τὸν Νικόμαχο, τοῦ ὁποῖου ἄλλωστε, σύμφωνα με τὸν Μαρίνος εἶναι μετενσάρκωση (βλ. Μαρίνος, *Βίος Πρόκλου*, 28)

δημιουργός παρείληφεν καὶ πρὸς ταύταις
στάσιν καὶ κίνησιν καὶ ἐκ τούτων αὐτὴν τῶν
γενῶν ὑπέστησεν, ὡς ὁ Τίμαιος ἡμᾶς
ἀνεδίδαξεν, λεκτέον, ὅτι κατὰ μὲν τὴν
ἐτερότητα τὴν αὐτῆς καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν
λόγων καὶ τὸ πλῆθος ἢ διάνοια στᾶσα καὶ
νοήσασα ἑαυτὴν ἔν καὶ πολλὰ οὖσαν τοὺς τε
ἀριθμοὺς προβάλλει καὶ τὴν τούτων γνῶσιν,
τὴν ἀριθμητικὴν, κατὰ δὲ τὴν ἔνωσιν τοῦ
πλήθους καὶ τὴν πρὸς ἑαυτὸ κοινωνίαν καὶ τὸν
σύνδεσμον τὴν μουσικὴν. δι' ὃ καὶ ἡ
ἀριθμητικὴ πρεσβυτέρα τῆς μουσικῆς, ἐπεὶ καὶ
ἡ ψυχὴ διαιρεῖται πρῶτον δημιουργικῶς, εἴθ'
οὕτως [37] συνδέεται τοῖς λόγοις, ὡς ὁ
[Πλάτων] ὑφηγεῖται. καὶ αὖ πάλιν κατὰ μὲν
τὴν στάσιν τὴν ἐν αὐτῇ τὴν ἐνέργειαν
ιδρύσασα γεωμετρίαν ἀφ' ἑαυτῆς ἐξέφηεν,
καὶ τὸ ἐν σχῆμα τὸ οὐσιῶδες καὶ τὰς
δημιουργικὰς ἀρχὰς τῶν σχημάτων πάντων,
κατὰ δὲ τὴν κίνησιν τὴν σφαιρικὴν.²⁷² κινεῖται

δεχτούμε να ακούμε ὅτι το *ποσόν* εμφανίζεται
στα αισθητά, οὔτε ὅτι το *πηλίκον* [εμφανίζεται
στα υλικά] σώματα,²⁷⁶ διότι αὐτό, νομίζω, ὅτι
εἶναι [αντικείμενο] τῆς φυσικῆς να το εξετάσει
καὶ ὄχι τῆς μαθηματικῆς επιστήμης.

Επειδὴ, ὁμως, ὁ Δημιουργός, ὅπως μας
επισημαίνει ὁ *Τίμαιος*,²⁷⁷ για να γεμίσει τὴν
ψυχὴ, πήρε τὴν ἔνωση καὶ τὴν διαίρεση τῶν
πάντων, τὴν ταυτότητα μαζί με τὴν ἐτερότητα
καὶ μαζί με αὐτά τὴν ἀκίνησιν καὶ τὴν κίνηση,
καὶ ἀπὸ αὐτά τα γένη τῆς ἔδωσε ὑπόστασι,
πρέπει να πούμε ὅτι ὅταν ἡ διάνοια ἐστιάζει
στὴν ἴδια τῆς τὴν ἐτερότητα, στὴ διαίρεση τῶν
συλλογισμῶν [τῆς] καὶ στο πλῆθος, καὶ
ἀναλογιστεῖ τὸν ἑαυτὸ τῆς ὡς τὸ ἓνα καὶ τα
πολλὰ, τότε προβάλλει τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὴν
γνώση γι' αὐτοὺς, [δηλαδή] τὴν ἀριθμητικὴ.
Απὸ τὴν ἄλλη, [ὅταν ἐστιάζει] στὴν ἔνωση τοῦ
πλήθους καὶ στὴν συμμετοχὴ καὶ τὴ σύνδεση
που ἔχει μέσα του, [τότε προβάλλει] τὴ

²⁷² Το χωρίο αὐτὸ παραδίδεται σχεδὸν αὐτούσιο καὶ στους *Ορισμούς* τοῦ Ἡρώνα 136.5.1-15. Ορισμένα μικρὰ
σημεῖα φαίνεται να ἔχει προσθέσει ὁ Πρόκλος, με κυριότερη τὴν ἀναφορὰ στον Πλάτωνα.

²⁷⁶ Στο σημεῖο αὐτὸ ὁ Πρόκλος καταφέρεται ἐναντίον ὅσων ἰσχυρίζονται ὅτι τὸ «ποσόν» μπορεῖ να ἀφορᾶ
ἀντικείμενα τοῦ αισθητοῦ κόσμου. Ὁ Ἀριστοτέλης, στὶς *Κατηγορίες* (4b) ἀναφέρει ὅτι ὁ λόγος (με τὴν ἔννοια τοῦ
προφορικοῦ λόγου) εἶναι ποσὸ διακριτὸ καθὼς καταμετράται με βάση τὴ βραχεῖα καὶ τὴ μακρὰ συλλαβὴ. Ἐπίσης,
προχωρώντας τὸν συλλογισμό του (5b) ἀναφέρει ὅτι στα ποσὰ κατὰ συμβεβηκὸς καὶ ὄχι κυριολεκτικά,
περιλαμβάνονται τα χρώματα καὶ οἱ πράξεις, καθὼς μιὰ ἐπιφάνεια μπορεῖ να εἶναι τόση ὅση τὸ χρῶμα τὸ ὁποῖο τὴν
καλύπτει, ἐνὸς μιὰ πράξι διαρκεῖ τόσο ὅσο ὁ χρόνος που περνᾷ καθὼς συντελεῖται. Το ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης
συμπεριλαμβάνει στο «ποσόν» τα χρώματα καὶ τὶς πράξεις, φαίνεται ὅτι για τὸν Πρόκλο συνιστᾶ μεθοδολογικὸ (καὶ
ἴσως βαθιὰ φιλοσοφικὸ) ἀτόπημα. Ἴσως, ὁ Πρόκλος να ἔχει στο μυαλό του τὸν Ἀριστοτέλη στο σημεῖο αὐτὸ τοῦ
κειμένου του.

²⁷⁷ Ἐδὴ ὁ Πρόκλος ἐπανερχεται στο χωρίο 35a-36d τοῦ *Τίμαιου*, ὅπου ἀναφέρεται ὅτι ὁ Δημιουργός ἀπὸ τὴν
ἀμετάβλητη καὶ τὴν μεταβαλλόμενη Οὐσία δημιούργησε ἓνα ἐνδιάμεσο εἶδος οὐσίας. Το ἴδιο ἔκανε καὶ με τὴν
Ἐτερότητα καὶ τὴν Ταυτότητα, δημιουργώντας συνολικὰ τρία ἐνδιάμεσα εἶδη (τῆς Οὐσίας, τῆς Ἐτερότητας καὶ τῆς
Ταυτότητας). Ἀφού τα ἀνάμιξε μεταξύ τοὺς μέσω διαίρεσεων καὶ συμπληρώσεων, τὸ τελικὸ ἀποτέλεσμα τὸ ἔκοψε
κατὰ μήκος χιαστὶ σε δύο κομμάτια, τὶς ἀκρὲς τῶν ὁποίων ἔνωσε δημιουργώντας δύο κύκλους (τῆς Ταυτότητας καὶ
τῆς Ἐτερότητας). Τοὺς κύκλους αὐτοὺς τοὺς ἔθεσε σε κυκλικὴ κίνηση με ἀντίστροφες φορὲς. Σε αὐτὸ ἀκριβῶς
ἀναφέρεται ὁ Πρόκλος, ὡστόσο, πούθενά στον *Τίμαιο* δὲν προκύπτει ὅτι για τὴ δημιουργία τῆς ψυχῆς ὁ Δημιουργός

γὰρ καὶ αὐτὴ κατὰ τοὺς κύκλους, ἔστηκεν δὲ αἰεὶ ὡσαύτως κατὰ τὰς αἰτίας τῶν κύκλων, τὸ εὐθὺ καὶ περιφερές. καὶ διὰ τοῦτο κἀνταῦθα προϋφέστηκεν ἢ γεωμετρία τῆς σφαιρικῆς ὡσπερ ἢ στάσις τῆς κινήσεως. Ἐπεὶ δ' οὐκ εἰς τὴν ἀπειροδύναμον ἑαυτῆς ἀφορῶσα τῶν εἰδῶν ἀνέλιξιν τὰς ἐπιστήμας ἐγέννησεν ταύτας, ἀλλ' εἰς τὴν κατὰ γένη τοῦ πέρατος περιοχὴν, διὰ δὴ τοῦτο φασιν αὐτὰς ἀπὸ τε τοῦ πλήθους καὶ μεγέθους ἀφελούσας τὸ ἄπειρον περὶ τὸ πεπερασμένον ἤδη τὴν πραγματείαν ἔχειν. ἀρχὰς γὰρ ἐν αὐτῇ πάντων ἴδρυσεν ὁ νοῦς καὶ τοῦ πλήθους καὶ τοῦ μεγέθους. ἐπεὶ καὶ ὁμοιομερὴς ἐστὶν ὅλη πρὸς ἑαυτὴν καὶ μία καὶ ἀδιαίρετος καὶ αὖ πάλιν διηρημένη καὶ τὸν τῶν εἰδῶν ἐκφαίνουσα κόσμον, περατὸς τε μετέχει καὶ ἀπειρίας οὐσιώδους ἀπὸ τῶν νοητῶν. ἀλλὰ νοεῖ μὲν αὐτὴν κατὰ τὸ πέρασ, γεννᾷ δὲ ζῶας καὶ λόγους παντοίους κατὰ τὴν ἀπειρίαν. αἱ τοίνυν νοήσεις αὐτῆς τὰς ἐπιστήμας ταύτας ὑπέστησαν κατὰ τὸ πέρασ τὸ

μουσικῆ. Γι' αὐτὸ καὶ ἡ ἀριθμητικὴ [εἶναι] προγενέστερη τῆς μουσικῆς,²⁷⁸ ἐπειδὴ ἡ ψυχὴ πρῶτα διαιρεῖται ἀπὸ τὸν δημιουργὸ καὶ ἔπειτα με αὐτὸν τρόπο [37] συνδέεται με τοὺς συλλογισμοὺς, ὅπως διδάσκει ὁ Πλάτων. Ὅταν πάλι ἐστιάζει τὴν ἴδια τῆς τὴν ἐνέργεια στὴν ἀκινήσια, προβάλλεται ἀπὸ αὐτὴν ἡ γεωμετρία, τὸ ἓνα σχῆμα, τὸ οὐσιώδες, καὶ οἱ ἀρχές ἀπὸ τῆς ὁποίας δημιουργοῦνται ὅλα τὰ σχήματα. Ὅταν, ὁμως, εἶναι σὲ κίνηση [προβάλλει] τὴν ἀστρονομία, καθὼς καὶ ἡ ἴδια κινεῖται κυκλικά, ὡστόσο παραμένει πάντα σταθερὴ στὶς αἰτίες [που δημιουργοῦν] τοὺς κύκλους, τὸ εὐθὺ καὶ τὸ κυκλικό. Καὶ γι' αὐτὸ τὸν λόγο, σὲ αὐτὴ τὴν περίπτωσι, ἡ γεωμετρία προϋπήρχε τῆς ἀστρονομίας, ὅπως ἀκριβῶς ἡ ἀκινήσια τῆς κινήσεως. Ἐπειδὴ ὁμως [ἡ ψυχὴ] γέννησε αὐτὲς τῆς ἐπιστήμας, λαμβάνοντας ὑπ' ὄψιν ὄχι τὴ δικὴ τῆς ἀπειρῆ δύναμις γιὰ ἐξέλιξη τῶν εἰδῶν, ἀλλὰ τὰ εἶδη που βρίσκονται στὸ πεδίο τοῦ πέρατος, γι' αὐτὸ, λένε, ὅτι αὐτὲς [οἱ ἐπιστήμας], ἀφοῦ ἀφαιρέσουν τὸ ἄπειρο, τὸ

ἀνάμιξε τὴν ἀκινήσια. Ἴσως αὐτὸ που μπορεῖ νὰ ἐννοεῖ ἐδῶ εἶναι ὅτι μετέτρεψε τὴν ἀρχικὴ ἀκινήσια τῶν δύο κύκλων σὲ κίνηση, ἀλλὰ ἡ ἀκινήσια ὡς ἀρχή, δὲν φαίνεται νὰ ἀποτελέσει δομικὸ συστατικὸ τῆς Ψυχῆς.

²⁷⁸ Ἡ ἀποψη που θέλει τὴν ἀριθμητικὴ νὰ προηγείται τῆς μουσικῆς, δὲν ἀναφέρεται ρητῶς ἀπὸ τὸν Πλάτωνα, καὶ μόνο ἔμμεσα (ἴσως καὶ ὑπὸ μίαν πολὺ διασταλτικὴ ἐρμηνεία) προκύπτει ἀπὸ τὸ χωρίο 35b3-36b5 τοῦ *Τίμαιου*. Σύμφωνα με τὸν Πλάτωνα, ὁ δημιουργὸς, τὸ πρῶτο πράγμα που κάνει γιὰ νὰ φτιάξει τὴν Ψυχὴ εἶναι νὰ δημιουργήσῃ τρία ἐνδιάμεσα εἶδη τῆς Οὐσίας, τῆς Ἑτερότητας καὶ τῆς Ταυτότητας καὶ αὐτὰ νὰ τὰ ἐνώσει διαδοχικὰ μετὰ τὸν. Μετὰ ἀπὸ αὐτὴ τὴ διαδικασία ὁ δημιουργὸς ἀναμειγνύει τὰ ἐνδιάμεσα αὐτὰ εἶδη διαιρώντας τὰ με συγκεκριμένους λόγους καὶ συμπληρώνοντας τὰ κενὰ με συγκεκριμένους ἀναλογίες. Συνεπῶς προκύπτει ὅτι ἡ πρώτη γνώσι που χρησιμοποίησε ὁ δημιουργὸς γιὰ τὴ δημιουργία τῆς Ψυχῆς ἦταν ἡ ἀριθμητικὴ καὶ ἀκολούθως ἡ μουσικὴ, ὡς ἐπιστήμη τῶν λόγων καὶ τῶν ἀναλογιών. Τὴν ἀποψη αὐτὴ ἐκφράζουν με πιο σαφὴ καὶ ξεκάθαρο τρόπο ὁ Νικόμαχος ὁ Γερασηνός στὸ χωρίο 1.4.1-5 που με λίγα λόγια μας ἀναφέρει ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ προηγείται τῶν ἄλλων τριῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν ἀφοῦ μελετᾷ τοὺς ἴδιους τοὺς ἀριθμοὺς, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν τὴ βάση τους. Γιὰ παράδειγμα μας ἀναφέρει ὅτι πῶς εἶναι δυνατόν νὰ κατανοηθεῖ τὸ τετράεδρο ἢ τὸ οχτάεδρο ἀν δὲν γνωρίζουμε τι εἶναι ὁ ἀριθμὸς τέσσερα καὶ οχτῶ ἢ πῶς μπορούμε νὰ ἀντιληφθοῦμε ὅτι κάτι εἶναι διπλάσιον ἢ τριπλάσιον ἀπὸ κάποιον ἄλλο, ἀν δὲν γνωρίζουμε τοὺς ἀριθμοὺς δύο καὶ τρία. Ὁμοῖα προσέγγιση ἔχει καὶ ὁ Ιάμβλιχος στὸ *Εἰς Νικομάχου* 9.24-10.6.

ἐν αὐταῖς, ἀλλ' οὐ κατὰ τὴν ἀπειρίαν τῆς ζωῆς.
νοῦ γὰρ εἰκόνα φέρουσιν, ἀλλ' οὐ ζωῆς.

πλήθος και το μέγεθος, πραγματεύονται το πεπερασμένο. Διότι, ο νους ἔθεσε μέσα της τις αρχές των πάντων, και του πλήθους και του μεγέθους. Και επειδή η ολότητα της είναι ὁμοια με τα μέρη της, μία και αδιαίρετη, και την ίδια στιγμή διαιρεμένη, και φανερώνει τα εἶδη του κόσμου, αποτελεί μέρος και του πέρατος και της ουσιώδους απειρίας των νοητών. Αν και, αντιλαμβάνεται τον εαυτό της σύμφωνα με το πέρας, δημιουργεί ζωές και κάθε λογής λόγους σύμφωνα με το ἄπειρο. Οι σκέψεις της, λοιπόν, ἔδωσαν υπόσταση στις επιστήμες αυτές, σύμφωνα με το πέρας που ἔχουν μέσα τους οι ίδιες και ὄχι σύμφωνα με το ἄπειρο της ζωῆς, διότι φέρουν την εικόνα του νου και ὄχι της ζωῆς.

Κεφάλαιο 13^ο : Η διάκριση των μαθηματικῶν επιστημῶν σύμφωνα με τον Γεμῖνο

[38] Τῶν μὲν τοίνυν [Πυθαγορείων] ὁ λόγος οὗτος καὶ ἡ τῶν τεττάρων ἐπιστημῶν διαίρεσις, κατ' ἄλλον δ' αὖ τρόπον τὴν μαθηματικὴν τέμνειν τινὲς ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ [Γεμῖνος], καὶ ποιοῦσι τὴν μὲν περὶ τὰ

[38] Αυτὴ λοιπόν είναι η ἄποψη των πυθαγορείων και η διάκριση των τεσσάρων επιστημῶν. Κάποιοι, ὡστόσο, προτείνουν η μαθηματικὴ επιστήμη να διακριθεῖ με ἄλλο τρόπο, ὅπως ο Γεμῖνος,²⁷⁹ και το ἓνα της μέρος

²⁷⁹ Είναι η πρώτη αναφορά που κάνει ονομαστικά στον Γεμῖνο. Πρόκειται για τον Γεμῖνο τον Ρόδιο ο οποίος ἔζησε τον 1^ο αἰῶνα π.Χ.. Μας ἔχει σωθεῖ μόνο ἓνα ἔργο του με τίτλο *Εἰσαγωγή στα Φαινόμενα*, αστρονομικού περιεχομένου. Επίσης, ἀπὸ διάσπαρτα ἀποσπάσματα της ἀρχαίας ἐλληνικῆς μαθηματικῆς γραμματείας του ἀποδίδεται η συγγραφή ἑνὸς βιβλίου με τίτλο *Θεωρία των μαθηματικῶν* το οποίο θα πρέπει να ἔχει ἔξι βιβλία σύμφωνα με τη μαρτυρία του Εὐτόκιου στο σχολιασμό του στα *Κωνικά* (170.25-26) ἢ και η συγγραφή ἑνὸς ἄλλου βιβλίου με τίτλο *Περὶ της τάξης των μαθηματικῶν*, σύμφωνα με τον Πάππο (*Συναγωγή*, VIII.1026.8-9). Τις περισσότερες πληροφορίες για τον Γεμῖνο τις ἀντλούμε ἀπὸ το σχολιασμό του Πρόκλος στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* και ἀπὸ τον σχολιασμό του Εὐτόκιου στα *Κωνικά*. (για περισσότερα βλ. Thomas Little Heath, *A History of Greek Mathematics*, τ. 2 (Oxford: Clarendon Press, 1921), 222–34· Charles Coulston Gillispie και D. R. Dicks, ἐπιμ., 'Geminus', στο *Dictionary of Scientific Biography*, τ. 5 (New York: Charles Scribner's Sons, 1970). Για μία πρόσφατη

νοητά μόνον, τὴν δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ [ἐνεργοῦσαν?] καὶ τούτων ἐφαπτομένην, νοητὰ δῆπου καλοῦντες, ὅσα καθ' ἑαυτὴν ἢ ψυχὴ θεάματα ἀνακινεῖ, χωρίζουσα τῶν ἐνύλων ἑαυτὴν εἰδῶν. καὶ τῆς μὲν περὶ τὰ νοητὰ πραγματευομένης δύο τὰ πρότιστα καὶ κυριώτατα μέρη τίθενται ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίαν, τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ τὴν ἐνέργειαν ἐχούσης ἕξι, μηχανικὴν, ἀστρολογίαν, ὀπτικήν, γεωδαισίαν, κανονικὴν, λογιστικὴν. τὸ δ' αὖ τακτικὸν οὐκ ἀξιοῦσιν ἔν τι τῶν μερῶν τῆς μαθηματικῆς λέγειν, ὥσπερ ἕτεροι, ἀλλὰ προσχρῆσθαι τότε μὲν λογιστικῇ, καθάπερ ἐν ταῖς ἐξαριθμήσεσι τῶν λόγων, τότε δὲ γεωδεσίᾳ, καθάπερ ἐν ταῖς διαιρέσεσι τῶν χωρίων καὶ ταῖς ἀναμετρήσεσιν, ὥσπερ δὴ πολλῶ πλεον οὔτε τὸ ἱστορικὸν οὔτε τὸ ἰατρικὸν μέρος εἶναι μαθηματικῆς, εἰ καὶ προσχρῶνται πολλάκις οἷ τε τὰς ἱστορίας γράφοντες τοῖς μαθηματικοῖς θεωρήμασιν, ἢ θέσεις κλιμάτων φράζοντες ἢ μεγέθη πόλεων καὶ διαμέτρους ἢ περιβόλους καὶ διαμέτρους ἢ περιμέτρους συλλογιζόμενοι, καὶ οἱ ἰατροὶ πολλὰ τῶν οἰκείων διὰ τῶν τοιούτων ἐφόδων σαφηνίζοντες. τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ἀστρολογίας ὄφελος εἰς ἰατρικὴν καὶ

[να πραγματεύεται]²⁸⁰ μόνο τα νοητά – νοητά ονομάζουν, φυσικά, ὅσες εἰκόνες προβάλλει ἡ ψυχὴ στον εαυτό της, ὅταν διαχωρίζει τον εαυτό της ἀπὸ τα υλικά εἶδη – τὸ ἄλλο τα αἰσθητά, ὅταν ἐρχεται σε επαφὴ με αὐτά. Καὶ θεωροῦν ὅτι οἱ δύο πρωταρχικοὶ καὶ κύριοι κλάδοι της, που πραγματεύονται τα νοητά, εἶναι ἡ ἀριθμητικὴ καὶ ἡ γεωμετρία, ἐνῶ οἱ κλάδοι που πραγματεύονται τα υλικά εἶναι ἕξι: ἡ μηχανικὴ, ἡ ἀστρονομία, ἡ ὀπτικὴ, ἡ τοπογραφία, ἡ μουσικὴ [καὶ] ἡ λογιστικὴ. Επίσης, ἀξιῶνουν ἡ τακτικὴ (πολεμικὴ) νὰ μὴν ἀναφέρεται ὡς κλάδος τῆς μαθηματικῆς [ἐπιστήμης], ὅπως [ἰσχυρίζονται] ἄλλοι, ἐπειδὴ χρησιμοποιοῖ ἄλλοτε τὴν λογιστικὴν – γιὰ παράδειγμα, στὴν καταμέτρηση τοῦ στρατεύματος²⁸¹– καὶ ἄλλοτε τὴν τοπογραφία, στὴν περίπτωση τῆς διαίρεσης καὶ καταμέτρησης τῶν στρατοπέδων. Ἀκριβῶς με τὴν ἴδιο τρόπο, πολλοὶ [θεωροῦν] ὅτι οὔτε ἡ ἱστορία, οὔτε ἡ ἰατρικὴ εἶναι μέρος τῆς μαθηματικῆς [ἐπιστήμης], ἀν καὶ πολλές φορές οἱ ἱστορικοὶ χρησιμοποιοῦν μαθηματικὰ θεωρήματα ὅταν ἀναφέρονται στὴ θέση ἐκτάσεων γῆς ἢ ὅταν υπολογίζουν τὸ μέγεθος

μετάφραση καὶ σχολιασμὸ τοῦ ἔργου *Εἰσαγωγή στα Φαινόμενα* βλ. Evans καὶ Berggren, *Geminus's Introduction to the Phenomena: A Translation and Study of a Hellenistic Survey of Astronomy*.)

²⁸⁰ Στὸ κριτικὸ υπόμνημα ὁ Friedlein ἀναφέρει ὅτι ἡ λέξη αὐτὴ δὲν ὑπάρχει στα χειρόγραφα **M** καὶ **G**, ὡστόσο ὁ Friedlein σχολιάζει ὅτι «*equidem hoc vel simile verbum addendum esse puto*» (ὄντως νομίζω ὅτι αὐτὴ ἢ παρόμοια λέξη πρέπει νὰ προστεθεῖ)

²⁸¹ Ὁ Morrow ἐδῶ ἀποδέχεται τὴν μεταγραφήν τοῦ Barozzi, ὁ ὁποῖος δὲν διαβάζει *λόγους* ἀλλὰ *λόγους*. Στὸ κριτικὸ υπόμνημα δὲν γίνεται καμία ἀναφορὰ ἀπὸ τὸν Friedlein.

[Ίπποκράτης] δήλον ποιεῖ καὶ πάντες ὅσοι τι περὶ [39] ὠρῶν καὶ τόπων εἰρήκασι. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ὁ τακτικὸς χρήσεται μὲν τοῖς θεωρήμασι τῶν μαθηματικῶν, οὐ μέντοι μαθηματικὸς ἐστίν, εἰ καὶ ποτὲ μὲν ἐλάχιστον δεῖξαι τὸ πλῆθος βουλόμενος εἰς κύκλον σχηματίζοι τὸ στρατόπεδον, ποτὲ δὲ πλείστον εἰς τετράγωνον ἢ πεντάγωνον ἢ ἄλλο τι πολύγωνον.

Τούτων δὴ τῶν εἰδῶν ὄντων τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἢ μὲν γεωμετρία διαιρεῖται πάλιν εἰς τε τὴν ἐπίπεδον θεωρίαν καὶ τὴν στερεομετρίαν. περὶ γὰρ σημεῖα καὶ γραμμὰς ἰδιάζουσά τις οὐκ ἔστι πραγματεία, καθόσον οὐδὲ σχῆμα γένοιτο ἂν ἐν τούτοις ἄνευ ἐπιπέδων ἢ στερεῶν. πανταχοῦ γε μὴν ἔργον τῆς γεωμετρίας ἐν τε ἐπιπέδοις καὶ στερεοῖς ἢ συνιστάνειν ἢ συγκρίνειν ἢ διαιρεῖν τὰ συνεστῶτα. τῆς δὲ ἀριθμητικῆς ὡσαύτως ἢ διαίρεσις εἰς τε τὴν τῶν γραμμικῶν ἀριθμῶν θεωρίαν καὶ τὴν τῶν ἐπιπέδων καὶ τὴν τῶν στερεῶν. καὶ γὰρ τὰ εἶδη τοῦ ἀριθμοῦ καθ' αὐτὰ σκοπεῖ προϊόντα ἀπὸ μονάδος, καὶ τὰς γενέσεις τῶν ἐπιπέδων τῶν τε ὁμοίων καὶ τῶν ἀνομοίων, καὶ τὰς εἰς τρίτην αὔξην προόδους. γεωδεσία δὲ καὶ λογιστικὴ ταύταις ἀνάλογον, οὐ περὶ νοητῶν ἀριθμῶν ἢ σχημάτων, ἀλλὰ

πόλεων, τὴν διάμετρο, τὰ τεῖχη²⁸² καὶ τὴν περίμετρό τους, ἐνῶ καὶ οἱ ἰατροὶ ἀποσαφηνίζουν πολλά ἀπὸ τὰ δικά τους θέματα με τέτοιες μεθόδους. Διότι, τὸ ὄφελος ποῦ προσφέρει ἡ ἀστρονομία στὴν ἰατρικὴ τοῦ ἔχουν ἀναφέρει καὶ ὁ Ίπποκράτης²⁸³ καὶ ὅλοι ὅσοι [ασχολοῦνται] με τὶς [39] ἐποχές καὶ με τοὺς τόπους. ΓΙΑ τοὺς λόγους αὐτοῦς, λοιπόν, ὁ στρατιωτικὸς χρησιμοποιεῖ τὰ μαθηματικὰ θεωρήματα, χωρὶς ὡστόσο νὰ εἶναι μαθηματικὸς, καὶ ἄλλοτε σχηματίζει τὸ στρατόπεδο ὡς κύκλο, ὅταν θέλει νὰ δείξει ὅτι τὸ πλῆθος [τῶν στρατιωτῶν] εἶναι μικρὸ καὶ ἄλλοτε ὡς τετράγωνο, πεντάγωνο ἢ κάποιον ἄλλο πολύγωνο, [ὅταν θέλει νὰ δείξει ὅτι τὸ πλῆθος εἶναι] μεγάλο.

Αὐτὰ, λοιπόν, εἶναι τὰ εἶδη ὅλης τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης. Ἡ γεωμετρία, τώρα, διακρίνεται περαιτέρω στὴν μελέτη τῶν ἐπιπέδων [ἐπιφανειῶν] καὶ τὴν στερεομετρία, καθὼς δὲν ὑπάρχει κάποια ἰδιαίτερη ἐπιστήμη γιὰ τὰ σημεῖα καὶ τὶς γραμμές, ἀφοῦ με αὐτὰ ἀλλὰ χωρὶς τὰ ἐπίπεδα καὶ τὰ στερεά, δὲν θὰ μπορούσε νὰ υπάρξει κάποιο σχῆμα. Τὸ ἔργο τῆς γεωμετρίας εἶναι νὰ συνθέτει, νὰ συγκρίνει καὶ νὰ διαιρεῖ σχήματα παντοῦ, εἴτε ἐπίπεδα εἴτε στερεά. Ὁμοίως, καὶ τῆς ἀριθμητικῆς

²⁸² Στὸ σημεῖο αὐτὸ ἡ λέξη καὶ *διαμέτρος* παραλείπεται ἀπὸ τὸ χειρόγραφο **G**. Ἴσως πρόκειται γιὰ διττογραφία (λανθασμένη ἀντιγραφή συλλαβῆς, λέξης ἢ φράσης δύο φορές ἀπὸ τὸν ἀντιγραφέα ἐνὸς κειμένου), ὅπως ἀναφέρει ὁ Μοργου (σελ. 32, σημ. 68)

²⁸³ Ἡ Ίπποκρατικὴ συλλογὴ περιέχει πολλὰ χωρία στα ὁποῖα λεπτομερῶς περιγράφεται ἡ σχέση ἀστρονομίας καὶ ἰατρικῆς. Ὡστόσο στὸ *Περὶ ἀνέμων, υδάτων καὶ τόπων* (2.17) ἡ ἀναφορὰ εἶναι σαφῆς καθὼς ἀναφέρεται ὅτι ἡ ἀστρονομία δὲν συμβάλει λίγο στὴν ἰατρικὴ ἀλλὰ ἀντίθετα συμβάλει τὰ μέγιστα.

περι αισθητῶν ποιούμεναι τοὺς λόγους. οὐ γὰρ κύλινδρον ἢ κῶνον ἔργον τῆς γεωδεσίας μετρεῖν, ἀλλὰ σωρούς ὡς κώνους καὶ φρέατα ὡς κυλίνδρους, οὐδὲ δι' εὐθειῶν νοητῶν, ἀλλὰ δι' αισθητῶν, τότε μὲν ἀκριβεστέρων, ὡς διὰ τῶν ἀκτίνων τῶν ἡλια [40] κῶν, τότε δὲ παχυτέρων, οἷον διὰ σπάρτων καὶ στάθμης. οἶδ' αὖ ὁ λογιστικὸς αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ θεωρεῖ τὰ πάθη τῶν ἀριθμῶν, ἀλλ' ἐπὶ τῶν αισθητῶν, ὅθεν καὶ τὴν ἐπωνυμίαν αὐτοῖς ἀπὸ τῶν μετρούμενων τίθεται, μηλίτας καλῶν τινὰς καὶ φιαλίτας. καὶ ἐλάχιστον μὲν οὐδὲν εἶναι συγχωρεῖ καθάπερ ὁ ἀριθμητικὸς, ὡς μέντοι πρὸς τι γένος λαμβάνει τὸ ἐλάχιστον. ὁ γὰρ εἷς ἄνθρωπος μέτρον αὐτῶ γίνεται τοῦ πλήθους ὡς μονάς. πάλιν ὀπτική καὶ κανονικὴ γεωμετρίας εἰσι καὶ ἀριθμητικῆς ἔκγονοι, ἢ μὲν ταῖς ὄψεσι γραμμαῖς χρωμένῃ καὶ ταῖς ἐκ τούτων συνισταμέναις γωνίαις, διαιρουμένη δὲ εἷς τε τὴν ἰδίως καλουμένην ὀπτικήν, ἥτις τῶν ψευδῶς φαινομένων παρὰ τὰς ἀποστάσεις τῶν ὀρατῶν τὴν αἰτίαν ἀποδίδωσιν, οἷον τῆς τῶν παραλλήλων συμπτώσεως ἢ τῆς τῶν τετραγώνων ὡς κύκλων θεωρίας, καὶ εἷς τὴν κατοπτρικὴν σύμπασαν τὴν περὶ τὰς

εἶναι ἡ διαίρεση στο πλαίσιο τῆς μελέτης τῶν γραμμικῶν, τῶν ἐπίπεδων καὶ τῶν στερεῶν ἀριθμῶν,²⁸⁴ καθὼς ἐξετάζει τὰ καθ' αὐτὰ εἶδη τοῦ ἀριθμοῦ που παράγονται ἀπὸ τὴ μονάδα, καὶ τὴ δημιουργία τῶν ἐπίπεδων [ἀριθμῶν], τῶν ὁμοίων καὶ τῶν ἀνόμοιων, καὶ τὶς προόδους τοὺς μέχρι τὸ τρίτο ἐπίπεδο. Ἡ τοπογραφία καὶ ἡ λογιστικὴ εἶναι παρόμοιες, καθὼς διατυπώνουν συλλογισμοὺς γιὰ αισθητὰ [ὄντα] καὶ ὄχι γιὰ νοητοὺς ἀριθμοὺς ἢ σχήματα. Διότι, ἔργο τῆς τοπογραφίας δὲν [εἶναι] ἡ μέτρηση τοῦ κυλίνδρου ἢ τοῦ κώνου, ἀλλὰ [ἡ μέτρηση] τῶν λόφων, ὡς σαν να εἶναι κῶνοι, καὶ τῶν πηγαδιῶν, ὡς σαν να εἶναι κύλινδροι, καὶ ὄχι με νοητὲς εὐθεῖες, ἀλλὰ με αισθητὲς, ἄλλοτε πιο ἀκριβεῖς, ὅπως οἱ ἀκτίνες τοῦ ἡλίου [40] καὶ ἄλλοτε πιο χονδροειδεῖς, ὅπως με καλάμια καὶ σταθμά. Επίσης, ὁ λογιστὴς δὲν ἐξετάζει τὶς πράξεις τῶν ἀριθμῶν καθ' αὐτὲς, ἀλλὰ σε σχέση με τὰ αισθητὰ, καὶ γι' αὐτὸ τοὺς δίνει ονομασίες ἀπὸ αὐτὰ που μετρά – κάποια τὰ ἀποκαλεῖ [ἀριθμὸ] μῆλων καὶ φιαλῶν.²⁸⁵ Καὶ δὲν ἀποδέχεται ὅτι ὑπάρχει ἐλάχιστο, ὅπως ἀκριβῶς [κάνει] ὁ μαθηματικὸς τῆς ἀριθμητικῆς, ἀλλὰ

²⁸⁴ Βλ. σημ. 247

²⁸⁵ Ἡ ἀναφορά παραπέμπει στο πλατωνικὸ χωρίο τῶν *Νόμων* 819a6-819c5 ὅπου ὁ ἀνώνυμος Ἀθηναῖος ἀναφέρει ὅτι οἱ ἐλεύθεροι πολῖτες θὰ πρέπει νὰ μαθαίνουν τουλάχιστον ὅσα μαθαίνουν τὰ παιδιά στὴν Αἴγυπτο. Εκεί, συνεχίζει, ἔχουν ἐπινοήσει ἕνα διασκεδαστικὸ τρόπο ἐκμάθησης καὶ ἐτσι μαθαίνουν ἀριθμητικὴ μέσω ἐνός παιχνιδίου διανομῆς μῆλων καὶ στεφανιών καὶ ἐπίσης οἱ δάσκαλοι παίζουν ἀναμιγνύοντας κύπελα ἀπὸ χρυσό, ἀργυρο καὶ χαλκό, ὡστε τὰ παιδιά νὰ μάθουν τὶς στοιχειώδεις μαθηματικὲς πράξεις. Επίσης, στὰ *Scholia* στὸ 165e (Chrm.165e.1) τοῦ *Χαρμίδη*, βρῖσκουμε παρόμοια ἀναφορά, στὴν ὁποία καθὼς ἀναλύεται τὸ περιεχόμενο τῆς λογιστικῆς ἀναφέρεται ὅτι αὐτὴ δὲν ἀντιμετωπίζει τοὺς ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ἀριθμητικὴ ἀλλὰ σαν νὰ πρόκειται γιὰ ποσότητες ἀπὸ ἀγαθὰ ὅπως ἀριθμὸς μῆλων καὶ ἀριθμὸς κύπελων.

ἀνακλάσεις τὰς παντοίας πραγματευομένην καὶ τῇ εἰκαστικῇ γνῶσει συμπλεκομένην, καὶ τὴν λεγομένην σκηνογραφικὴν δεικνύσαν, πῶς ἂν τὰ φαινόμενα μὴ ἄρυθμα ἢ ἄμορφα φαντάζοιτο ἐν ταῖς εἰκόσι παρὰ τὰς ἀποστάσεις καὶ τὰ ὕψη τῶν γεγραμμένων. ἢ δ' αὖ κανονικὴ τοὺς φαινομένους λόγους τῶν ἀρμονιῶν σκοπεῖται, τὰς τῶν κανόνων κατατομὰς ἀνευρίσκουσα καὶ τῇ αἰσθήσει πανταχοῦ [41] προσχρωμένη καὶ ὡς φησὶν ὁ [Πλάτων] ὧτα τοῦ νοῦ προστησαμένη.

Πρὸς δὴ ταύταις ἡ μηχανικὴ καλουμένη τῆς περὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ ἔνυλα πραγματείας μέρος ὑπάρχουσα, ὑπὸ δὲ ταύτην ἢ τε ὀργανοποιϊκὴ τῶν κατὰ πόλεμον ἐπιτηδείων ὀργάνων, οἷα δὴ καὶ Ἀρχιμήδης λέγεται κατασκευάσαι τῶν πολεμούντων τὴν Συράκουσαν ἀμυντικὰ ὄργανα, καὶ ἡ θαυματοποιϊκὴ τὰ μὲν διὰ πνῶν φιλοτεχνούσα, ὥσπερ καὶ Κτησίβιος καὶ Ἴηρων πραγματεύονται, τὰ δὲ διὰ ῥοπῶν, ὧν τῆς μὲν κινήσεως τὴν ἀνισορροπίαν αἰτιατέον, τῆς δὲ στάσεως τὴν ἰσορροπίαν, ὥσπερ καὶ ὁ Τίμαιος διώρισεν, τὰ δὲ διὰ νεύρων καὶ σπάρτων ἐμψύχους ὀλκὰς καὶ κινήσεις ἀπομιμουμένων.

ἀντιλαμβάνεται το ελάχιστο ως προς κάποιο εἶδος. Διότι, ἓνας ἄνθρωπος γίνεται ὁ ἴδιος το μέτρο, ως μονάδα, [ὅταν μετριέται] το πλήθος [τῶν ἀνθρώπων]. Με τον ἴδιο τρόπο, ἡ Ὀπτικὴ καὶ ἡ Μουσικὴ εἶναι «τέκνα» τῆς γεωμετρίας καὶ τῆς ἀριθμητικῆς. Ἡ πρώτη, χρησιμοποιεῖ τις ὀπτικὲς ἀκτίνες, καὶ τις γωνίες που δημιουργοῦνται ἀπὸ αὐτές, καὶ διακρίνεται [ὡς ἐξῆς]: στὴν ἀποκαλούμενη εἰδικὴ ὀπτικῇ, τῆς ὁποίας [το ἔργο] εἶναι εὕρεση τῆς αἰτίας τῶν ὀπτικῶν ψευδαισθήσεων ἐξαιτίας τῆς ἀπόστασης τῶν παρατηρούμενων [πραγμάτων] – γιὰ παράδειγμα ἡ σύγκλιση παράλληλων [γραμμῶν] ἢ ἡ ἐμφάνιση τῶν τετραγώνων ὡς κύκλοι, στὴν κατοπτρικὴ γενικὰ, ἡ ὁποία πραγματεύεται κάθε εἶδους ἀνακλάσεις, καὶ στὴν λεγόμενη σκηνογραφία, ἡ ὁποία δείχνει πῶς θὰ μπορούσαν τὰ πράγματα νὰ φαίνονται ἀρμονικὰ καὶ ὁμορφα στὶς εἰκόνες παρὰ τὴν ἀπόσταση καὶ τὸ ὕψος που ἔχουν ἀποτυπωθεῖ.²⁸⁶ Ἡ μουσικὴ τώρα, ἐξετάζει τοὺς αἰσθητοὺς λόγους τῶν ἀρμονιῶν, βρίσκοντας τις κατατομὲς τοῦ κανόνα,²⁸⁷ χρησιμοποιώντας παντοῦ [41] τὴν αἴσθηση καὶ, ὅπως λέει ὁ Πλάτων, προκρίνοντας τὰ αὐτὰ ἀπὸ το νοῦ.²⁸⁸

²⁸⁶ Ἡ διάκριση τῆς ὀπτικῆς σε ὀπτικὴ, κατοπτρικὴ καὶ σκηνογραφικὴ ἐμφανίζεται καὶ στοὺς *Ορισμοὺς* τοῦ Ἴηρων 135.12.4.

²⁸⁷ Ἡ κατατομὴ τοῦ κανόνα ἦταν ἡ διαίρεση μιᾶς χορδῆς (μονόχορδο) σε μέρη δημιουργώντας τμήματα τῆς χορδῆς, τὰ ὁποία εἶχαν συγκεκριμένους λόγους μεταξύ τους καὶ αὐτὸ ἐκφραζόταν στὸν ἦχο που ἐβγαζαν.

²⁸⁸ Στὴν *Πολιτεία* (531a4-531b1) γίνεται ἡ ἀναφορὰ ἀπὸ τὸν Σωκράτη ὅτι ὅσοι ἀσχολοῦνται με τὴ μουσικὴ ἰσχυρίζονται ὅτι εἶναι σε θέση νὰ ἀκούσουν τοὺς ἠχοὺς τόσο καλά, τεντώνοντας τὰ αὐτὰ τους, ὥστε νὰ μποροῦν νὰ διακρίνουν μεταξύ δύο τόνων ἓναν τρίτο, ὑποδεικνύοντας αὐτὸ ὡς τὸ ελάχιστο διάστημα. Ἄλλοι πάλι ἀμφισβητοῦν

ὕπὸ δὲ τὴν μηχανικὴν ἔστιν καὶ ἡ τῶν ἰσορρόπων ὄλως καὶ τῶν λεγομένων κεντροβαρικῶν διάγνωσις, καὶ ἡ σφαιροποιΐα κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν, οἷαν καὶ [Ἀρχιμήδης] ἐπραγματεύσατο, καὶ ὄλως πᾶσα ἡ τῆς ὕλης κινητικὴ. λοιπὴ δὲ ἡ ἀστρολογία περὶ τῶν κοσμικῶν κινήσεων διαλαμβάνουσα καὶ περὶ μεγεθῶν καὶ σχημάτων τῶν οὐρανίων σωμάτων καὶ φωτισμῶν καὶ ἀποστάσεων τῶν ἀπὸ γῆς καὶ τῶν τοιούτων ἀπάντων, πολὺ μὲν ἀπολαύουσα τῆς αἰσθήσεως, πολὺ δὲ καὶ πρὸς τὴν φυσικὴν ἐπικοινωνοῦσα θεωρίαν. ταύτης δὲ ἄρα μέρος ἔστι καὶ ἡ γνωμονικὴ περὶ τὴν ὥρῶν καταμέτρησιν ἀσχολουμένη διὰ τῆς τῶν γνωμόνων θέσεως, καὶ [42] ἡ μετεωροσκοπικὴ τῶν τε ἐξαρμάτων τὰς διαφορὰς καὶ τῶν ἄστρον τὰς ἀποστάσεις ἀνευρίσκουσα καὶ πολλὰ ἄλλα καὶ ποικίλα τῶν κατ' ἀστρολογίαν θεωρημάτων ἀναδιδάσκουσα, καὶ ἡ διοπτρικὴ τὰς [ε] ἀποχὰς ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ἄλλων ἄστρον καταμανθάνουσα διὰ τῶν τοιούτων

Μαζί με αυτές υπάρχει η αποκαλούμενη μηχανική, [η οποία είναι] μέρος της μελέτης των αισθητῶν και υλικῶν. Σε αυτήν υπάγεται αφενός η οργανοποιία,²⁸⁹ [η οποία ασχολείται με] τα ὄργανα που κατασκευάζονται για πολεμικό σκοπό – για παράδειγμα λέγεται ὅτι ο Αρχιμήδης κατασκεύασε αμυντικά ὄργανα για αὐτούς που πολέμησαν στις Συρακούσες. Αφετέρου, η θαυματοποιία, η οποία φιλοτεχνεῖ [ὄργανα που κινούνται] με αέρα, ὅπως [αυτά] με τα οποία ασχολοῦνται ο Κτησίβιος²⁹⁰ και ο Ἡρων,²⁹¹ [ὄργανα που κινούνται] με τη ροπή, της οποίας η ανισορροπία εἶναι η αἰτία της κίνησης και ἰσορροπία της στάσης, ὅπως ὅρισε ο *Τίμαιος*,²⁹² και [ὄργανα που κινούνται] με σχοινιά και καλάμια που μιμούνται τις ἐλξεις και τις κινήσεις των ἐμβίων [όντων]. Στην μηχανικὴ υπάγεται γενικῶς και η επιστήμη της ἰσορροπίας και του αποκαλούμενου κέντρου βάρους και η σφαιροποιία, η οποία μιμείται τις περιφορές των οὐρανίων [σωμάτων], την οποία πραγματεύτηκε και ο Αρχιμήδης, και

την ἀποψη αὐτὴ και θεωροῦν τι πρόκειται για τους ἴδιους ἴχους. Ωστόσο, σχολιάζει ο Σωκράτης, και οι δύο ἔχουν χάσει το πραγματικὸ νόημα και ἔχουν βάλει πάνω ἀπὸ το μυαλό τους, τα αὐτιά τους, δηλαδή πάνω ἀπὸ τὴ νόηση, τὴν αἴσθηση.

²⁸⁹ Ο ὅρος *ὀργανοποιϊκή* εμφανίζεται μόνο στο Πρόκλο. Η λέξη που χρησιμοποιεῖται για τὴν τέχνη της κατασκευῆς ὀργάνων εἶναι *ὀργανοποιϊα*. Μάλιστα και ο Πάππος συγκαταλέγει τὴν πολεμικὴ ὀργανοποιϊα στη μηχανικὴ σύμφωνα με το χωρίο στη *Συναγωγὴ* VIII.1024.17-18.

²⁹⁰ Εἶναι ἡ πρώτη φορά που γίνεται ἀναφορὰ στον Κτησίβιο.

²⁹¹ Εἶναι ἡ πρώτη φορά που γίνεται ἀμεση ἀναφορὰ στον Ἡρώνα.

²⁹² Στον *Τίμαιο* (57e7-58a1) ο Σωκράτης, ξεκινώντας τὴ συζήτηση για τὴν κίνηση, ἀναφέρει ὅτι ἡ ἀκίνησια συνδέεται με τὴν ὁμοιογένεια και ἡ κίνηση με τὴν ἀνομοιογένεια, και ὅτι ἡ αἰτία τῆς ἀνομοιογένειας εἶναι ἡ ἀνισότης. Ἄρα ἡ κίνηση εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς ἀνισότητος, ἢ ἀλλιῶς τῆς ἀνισορροπίας, ὅπως ἐδὴ τὴν ἀποκαλεῖ ο Πρόκλος.

ὀργάνων. τοιαῦτα καὶ περὶ τῶν τῆς
μαθηματικῆς μερῶν ὑπὸ τῶν παλαιῶν
ἀναγεγραμμένα παρειλήφαμεν.

γενικῶς [ἡ ἐπιστήμη] που ἀφορᾶ τὴν κίνηση
τῆς ὕλης. Ἡ υπόλοιπη ἀστρονομία
περιλαμβάνει [τὴ μελέτη] τῶν κινήσεων τῶν
κοσμικῶν [σωμάτων], τῶν μεγεθῶν καὶ τῶν
σχημάτων τῶν ουρανίων σωμάτων, τῶν
ἀποστάσεων [τούς] ἀπὸ τῆ γῆ καὶ ὅλα τὰ
παρόμοια. Ἡ [ἐπιστήμη αὐτὴ] μετέρχεται τῶν
αισθήσεων καὶ ἔχει πολλὰ κοινὰ μετὰ τὴν
ἐπιστήμη τῆς φυσικῆς. Συνεπῶς, μέρος τῆς
εἶναι καὶ ἡ γνῶμονικὴ, ἡ ὁποία ἀσχολεῖται μετὰ
τὴν μέτρηση τῶν ἐποχῶν μέσω τῆς θέσης τῶν
γνῶμόνων καὶ [42] ἡ μετεωρολογία, ἡ ὁποία
βρίσκει τὶς διαφορὰς στα ὕψη [τῶν ουρανίων
σωμάτων] καὶ τὶς ἀποστάσεις τῶν ἀστρῶν, καὶ
ερμηνεύει πολλὰ καὶ διάφορα ἀστρονομικὰ
θεωρήματα. Ἀλλὰ καὶ ἡ διοπτρική, ἡ ὁποία
εξετάζει τὶς ἐποχές²⁹³ τοῦ ἡλίου, τῆς σελήνης
καὶ τῶν ἄλλων ἀστέρων μετὰ τὴ βοήθεια αὐτῶν
τῶν ὀργάνων. Αὐτὰ λοιπὸν παραλάβαμε
καταγεγραμμένα ἀπὸ τοὺς παλαιοὺς σχετικὰ
με τοὺς κλάδους τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

Κεφάλαιο 14^ο : Με ποιο τρόπο ἡ διαλεκτικὴ εἶναι ἡ κορωνίδα τῶν Μαθηματικῶν καὶ ὁ δεσμὸς τοὺς σύμφωνα μετὰ τὸν Πλάτωνα

Εἶεν δὴ οὖν. πάλιν ἐκεῖνα θεωρήσωμεν,
ὅπως ὁ [Πλάτων] θριγγὸν τῶν μαθημάτων ἐν

Ἐχοντας μιλῆσει λοιπὸν γι' αὐτὰ, ἀς
ἐπανέλθουμε καὶ ἀς ἐξετάσουμε πῶς ὁ

²⁹³ Στὴν κριτικὴ ἐκδοσὴ τοῦ Friedlein ὑπάρχει ἓνα *ε* μετὰ μιὰ παύλα πάνω που προηγεῖται τῆς λέξης *ἀποχάς*. Ὁ Morrow (σημ. 81) τὸ διαβάζει ὡς *ἐποχάς* καὶ υιοθετεῖ τὴν ἀπόψη τοῦ Tannery. Ἐκτιμᾷ ὅτι τὸ *ε* αὐτὸ εἶναι διόρθωση ἐν παρασελίδιό σχόλιο τῆς λέξης *ἀποχάς*. Ὡστόσο, ἡ ἐπιλογή αὐτὴ ἔχει ἐνδιαφέρον καθὼς, ὅταν ἐνσωματώνονται διορθώσεις ἀπὸ τὰ παρασελίδια σχόλια στὸ κυρίως κείμενο, δὲν συνηθίζεται νὰ παραμένει ὁ λανθασμένος τύπος καὶ δίπλα του νὰ παρατίθεται ἡ διόρθωση. Ὁ Friedlein, στὸ κριτικὸ τοῦ ὑπόμνημα ἀναφέρει ὅτι στὴν ἐκδοσὴ τοῦ Simonis Grynaei (G) τὸ *ε* παραλείπεται.

πολιτεία τὴν διαλεκτικὴν προσείρηκεν, καὶ ὅστις ὁ σύνδεσμος αὐτῶν, ὄν (?) τὴν ἐπινομίδα συνθεὶς παραδίδωσι. καὶ λέγομεν, ὅτι καθάπερ ὁ νοῦς ὑπερίδρυται τῆς διανοίας καὶ χορηγεῖ τὰς ἀρχὰς ἄνωθεν αὐτῇ καὶ τελειοῖ τὴν διάνοιαν ἀφ' ἑαυτοῦ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ διαλεκτικὴ, φιλοσοφίας οὕσα τὸ καθαρῶτατον μέρος, προσεχῶς ὑπερήπλωται τῶν μαθημάτων καὶ περιέχει τὴν ὅλην αὐτῶν ἀνέλιξιν, καὶ δίδωσι δυνάμεις ἀφ' ἑαυτῆς ταῖς ἐπιστήμαις αὐτῶν παντοίας, τελεσιουργοὺς καὶ κριτικὰς καὶ νοεράς, τὴν ἀναλυτικὴν λέγω καὶ τὴν διαιρετικὴν καὶ τὴν ὀριστικὴν καὶ τὴν ἀποδεικτικὴν [43] κῆν. ἀφ' ὧν δὴ χορηγουμένη καὶ τελειομένη ἡ μαθηματικὴ τὰ μὲν δι' ἀναλύσεως εὐρίσκει, τὰ δὲ διὰ συνθέσεως, καὶ τὰ μὲν διαιρετικῶς ὑφηγεῖται, τὰ δὲ ὀριστικῶς, τὰ δὲ δι' ἀποδείξεως καταδεῖται τῶν ζητουμένων, συναρμολογούσα μὲν τοῖς ὑποκειμένοις ἑαυτῇ τὰς μεθόδους ταύτας, χρωμένῃ δὲ ἐκάστη πρὸς τὴν θεωρίαν τῶν μέσων λόγων, ὅθεν δὴ καὶ αἱ ἀναλύσεις ἐπ'

Πλάτων στην *Πολιτεία* ανέφερε [ὅτι] ἡ διαλεκτικὴ [εἶναι] τὸ «ἐπιστέγασμα» τῶν μαθηματικῶν²⁹⁴ καὶ ποιοὺς εἶναι οὗς δεσμοὺς²⁹⁵ τοὺς, τὸν ὁποῖο²⁹⁶ μας παραδίδει ὁ συγγραφεὺς τῆς *Ἐπινομίδος*.²⁹⁷ Λέμε λοιπὸν, ὅτι, ὅπως ακριβῶς ὁ νοῦς βρίσκεται σὲ υψηλότερο ἐπίπεδο ἀπὸ τὴν διάνοιαν καὶ χορηγεῖ σὲ αὐτὴ ἀπὸ ψηλὰ τις ἀρχές καὶ τὴν τελειοποιεῖ ἀπὸ μόνος του, ἔτσι καὶ ἡ διαλεκτικὴ, ἡ ὁποία συνιστᾶ τὸ πλεόν καθαρὸ μέρος τῆς φιλοσοφίας, ἐκτείνεται πᾶνω ἀπὸ τὰ μαθηματικά, περιέχει ὅλο το εὖρος καὶ δίνει στὶς [μαθηματικὲς] ἐπιστήμες ἀπὸ μόνῃ τῆς κάθε εἴδους ικανότητες τῆς τελείωσης, τῆς κριτικῆς καὶ τῆς νόησης – ἀναφέρομαι [στὶς ικανότητες] τῆς ἀνάλυσης, τῆς διαίρεσης, τοῦ ὀρισμοῦ καὶ τῆς ἀπόδειξης. [43] Ἡ μαθηματικὴ ἐπιστήμη, λοιπὸν, εφοδιασμένη καὶ τελειοποιημένη ἀπὸ αὐτῆς, κάποια τα βρίσκει με τὴ [μέθοδο] τῆς ἀνάλυσης, ἐνῶ ἄλλα με τῆς σύνθεσης, καὶ σὲ κάποια καταλήγει μέσω τῆς διαιρετικῆς, ἐνῶ σὲ ἄλλα

²⁹⁴ Στην *Πολιτεία* (534e2-535a1) ὁ Πλάτων χαρακτηρίζει τὴν διαλεκτικὴν ὡς «θριγκό» τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν. Ἡ λέξις θριγκός χρησιμοποιεῖται μεταφορικὰ με τὴν ἔννοια τοῦ ἐπιστεγάσματος, κυριολεκτικὰ ὡστόσο ἦταν ἡ προεξοχή, τὸ γείσο ἐνός κτηρίου.

²⁹⁵ Για μίαν ἀναλυτικὴν συζήτηση γιὰ τὸ «δεσμό» τῶν μαθηματικῶν καὶ συνολικὰ γιὰ τὰ κοινὰ χαρακτηριστικὰ τῶν ἐπιστημῶν κατὰ τὸν Πλάτωνα βλ. Friedrich Solmsen, 'Plato and the Unity of Science', *The Philosophical Review* 49, τχ. 5 (1940): 566–71; Friedrich Solmsen, 'Eratosthenes as Platonist and Poet', *Transactions and Proceedings of the American Philological Association* 73 (1942): 192–213.

²⁹⁶ Ἡ ἀπόδοση τῆς φράσης «αὐτῶν, ὄν τὴν ἐπινομίδα» ἀποτελεῖ πρόταση τοῦ Friedlein. Ὁ ἴδιος ἀναφέρει ὅτι σὲ τὸ μὲν χειρόγραφο **M** ὑπάρχει ἡ φράσις «αὐτὸν οητὴν ἐπινομίδα», σὲ τὸ χειρόγραφο **G** «αὐτῶ νοητὴν ἐπινομήδα» καὶ σὲ τὰ **C**, **B**₂ «αὐτῶ νοητὴν ἐπινομήδα».

²⁹⁷ Ὁ Πλάτων, σὲ τὸ ἔργο του *Ἐπινομίς* (991d9-992a2) ἀναφέρει ἐπίσης ὅτι κάθε διάγραμμα, σύστημα ἀριθμῶν καὶ κίνησις ἀστέρων θα πρέπει νὰ γίνεταί ἀντιληπτό ἀπὸ τὸν ἄνθρωπο με ἕνα συγκεκριμένο τρόπο, καὶ αὐτὸς εἶναι νὰ ἐστιάζει κανεὶς σὲ μίαν ἐπιστήμη, σὲ τὸν δεσμό που ἐκ φύσεως συνδέει ὅλες αὐτὲς τὶς ἐπιμέρους ἐπιστήμες.

αὐτῆς καὶ οἱ ὀρίσμοι καὶ αἱ διαιρέσεις καὶ αἱ ἀποδείξεις οἰκεῖαί τε εἰσι καὶ κατὰ τὸν τρόπον τῆς μαθηματικῆς γνώσεως ἀνελίσσονται. θριγγὸς οὖν εἰκότως ἐστὶν ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων, πᾶν τὸ νοερὸν αὐτῶν τελειοῦσα καὶ τὸ ἀκριβὲς ἀνελεγκτότερον ἀπεργαζομένη καὶ τὸ ἀκίνητον μόνιμον ὡσαύτως διαφυλάττουσα καὶ τὸ ἄϋλον καὶ καθαρὸν εἰς τὴν ἀπλότητα τὴν τοῦ νοῦ καὶ τὴν αὐλίαν ἀναφέρουσα καὶ τὰς τε ἀρχὰς αὐτῶν τὰς πρώτας ἀφορίζουσα διὰ τῶν λόγων καὶ τὰς τῶν γενῶν καὶ εἰδῶν τῶν ὑπ' αὐτὰ διακρίσεις ἐκφαίνουσα, τὰς τε συνθέσεις τὰς ἐκ τῶν ἀρχῶν τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς προαγούσας καὶ τὰς ἀναλύσεις τὰς τ' ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ τὰς ἀρχὰς ἐπανιούσας ἀναδιδάσκουσα.

Καὶ μὴν καὶ τὸν σύνδεσμον τῶν μαθημάτων οὐ τὴν ἀναλογίαν, ὥσπερ [Ἐρατοσθένης] οἶεται, θετέον. ἡ γὰρ ἀναλογία τῶν κοινῶν τοῖς μαθήμασιν ἔν τι καὶ λέγεται εἶναι καὶ ἔστιν. πολλὰ δ' αὖ καὶ ἄλλα διήκει διὰ πάντων ὡς εἰπεῖν τὰ καθ' αὐτὰ ὑπάρχοντα τῇ [44] κοινῇ φύσει τῶν μαθημάτων. ἀλλ' ὡς ἡμεῖς ἂν φαῖμεν, προσεχῆς μὲν ἐστὶν αὐτῶν σύνδεσμος ἡ μία καὶ ὅλη μαθηματικὴ τὰς πασῶν τῶν καθ' ἕκαστα ἐπιστημῶν ἀρχὰς ἀπλούστερον ἐν ἑαυτῇ περιέχουσα καὶ τὴν τε

με ὀρισμούς. Κάποια ἄλλα, μάλιστα, τα συμπλέκει με τα ζητούμενα μέσω αποδείξεων, συνδυάζοντας τις μεθόδους αυτές σε ὅτι ὑπόκειται σε αὐτή.²⁹⁸ Επίσης, χρησιμοποιεῖ κάθε μια ἀπὸ αυτές με σκοπὸ να εξετάσει τα ἐνδιάμεσα εἶδη. Γι' αὐτὸ καὶ οἱ ἀναλύσεις, οἱ ὀρισμοί, οἱ διαιρέσεις καὶ οἱ ἀποδείξεις τους συγγενεῦουν καὶ ἀναπτύσσονται σύμφωνα με τὴ μέθοδο μαθηματικῆς ἐπιστήμης. Εἶναι φυσικὸ λοιπὸν, ἡ διαλεκτικὴ να εἶναι τὸ ἐπιστέγασμα τῶν μαθηματικῶν, διότι τελειοποιεῖ κάθε τι νοερό [που ὑπάρχει] σε αὐτὰ καὶ τελειοποιεῖ τὸ ἀκριβὲς στο πλέον ἀδιάγνυστο καὶ διατηρεῖ ὡς ἔχει τὸ σταθερό καὶ μόνιμο, καὶ ἀνάγει τὸ ἄυλο καὶ τὸ καθαρὸ στὴν ἀπλότητα καὶ τὴν αὐλία τοῦ νοῦ, καὶ προσδιορίζει τὶς πρώτες ἀρχές τους καὶ ἀποκαλύπτει τὶς διακρίσεις τῶν γενῶν καὶ τῶν εἰδῶν [που ὑπάρχουν] σε αὐτὰ. Διδάσκει, ἐπίσης, τὶς συνθέσεις που ἐκκινοῦν ἀπὸ τὶς ἀρχές καὶ προχωροῦν σε αὐτὰ που ἐπονται τῶν ἀρχῶν, καὶ τὶς ἀναλύσεις που ὀπισθοδρομοῦν πρὸς τὰ πρῶτα καὶ τὶς ἀρχές.

Καὶ ἀναφορικὰ με τὸν δεσμό τῶν μαθηματικῶν, δὲν θα πρέπει να θεωρήσουμε ὅτι εἶναι ἡ ἀναλογία, ὅπως πίστευε ὁ Ἐρατοσθένης.²⁹⁹ Διότι λέγεται, ὅτι ἡ ἀναλογία

²⁹⁸ Το χωρίο (42.13-43-6) «καθάπερ ὁ νοῦς ... ἐαυτῇ τὰς μεθόδους ταύτας» ἀπαντάται αὐτοῦσιο καὶ στον Ἡρώνα *Ὀρισμοί* 136.23.1-15

²⁹⁹ Εἶναι ἡ πρώτη ονομαστικὴ ἀναφορὰ στὸν Ἐρατοσθένη. Τὴν ἀποψη τοῦ Ἐρατοσθένη ὅτι ἡ ἀναλογία εἶναι ὁ «δεσμός τῶν μαθηματικῶν» παραδίδει στὸ ἔργο του καὶ ὁ Θεών ὁ Σμυρναῖος στὸ χωρίο 107.15-22, ὅπου ἀναφέρει ὅτι τα πάντα στα μαθηματικά ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἀναλογίες ποσοτήτων καὶ ὅτι ἡ ἀναλογία τῆς φύσης συνιστᾶ τὴν ἀρχὴ τῶν μαθηματικῶν.

κοινωνίαν αὐτῶν καὶ τὴν διαφορὰν ἐπεσκεμμένη καὶ ὅσα τὰ αὐτὰ ἐν πάσαις ἀναδιδάσκουσα, καὶ ὅσα πλείοσιν ὑπάρχει καὶ ὅσα ἐλάττωσιν. καὶ ἐπὶ ταύτην ἀπὸ τῶν πολλῶν ἢ ἄνοδος τοῖς κατὰ τρόπον μανθάνουσιν. ἀνωτέρω δ' ἔτι ταύτης ἢ διαλεκτικῆ τῶν μαθημάτων ἂν εἴη σύνδεσμος, ἢ καὶ θριγγὸν αὐτῶν, ὡς ἔφην, ἐν πολιτείᾳ προσείρηκεν. αὕτη γὰρ καὶ τὴν ὅλην μαθηματικὴν τελειοῖ καὶ εἰς νοῦν ἀναπέμπει ταῖς ἑαυτῆς δυνάμεις, καὶ ἐπιστήμην ὄντως ἀποφαίνει καὶ μόνιμον καὶ ἀνέλεγκτον ἀπεργάζεται. τρίτην δ' ἂν ἔχοι τάξιν ἐν τοῖς συνδέσμοις ὁ νοῦς αὐτὸς ὁ πάσας τὰς διαλεκτικὰς δυνάμεις ἐν ἑαυτῷ μονοειδῶς περιέχων καὶ τὴν ποικιλίαν αὐτῶν διὰ τῆς ἀπλότητος καὶ τὸν μερισμὸν διὰ τῆς ἀμεροῦς γνώσεως καὶ τὸ πλῆθος διὰ τῆς ἐνώσεως συνάγων. αὐτὸς δὴ οὖν συμπτύσσει μὲν τὰς ἀνελίξεις τῶν διαλεκτικῶν μεθόδων, συνδεῖ δὲ ἄνωθεν πᾶσαν τὴν διέξοδον τῶν μαθηματικῶν λόγων, τέλος δ' ἐστὶ τὸ ἄριστον τῆς ἀναγωγῆς πορείας καὶ τῆς γνωστικῆς ἐνεργείας. ταῦτά μοι καὶ περὶ τούτων διωρίσθω.

εἶναι ἓνα κοινὸ [χαρακτηριστικὸ] τῶν μαθηματικῶν. Ωστόσο, καὶ πολλὰ ἄλλα εκτείνονται, θὰ λέγαμε, σε ὅλα τὰ μαθηματικά καὶ περιλαμβάνονται [44] στὴν κοινὴ φύση τους. Θὰ μπορούσαμε νὰ πούμε, ὁμῶς, ὅτι ὁ ἀμεσὸς δεσμὸς τους εἶναι ἡ μία καὶ ολόκληρη μαθηματικὴ [ἐπιστήμη], ἡ ὁποία περιέχει τὶς ἀρχές καθεμιάς ἐπιστήμης στὴν ἀπλούστερη μορφή, καὶ μελετᾷ τὶς ὁμοιότητες καὶ τὶς διαφορές τους, καὶ διδάσκει ὅσα εἶναι ἴδια σε ὅλες [τὶς ἐπιστήμες] καὶ ὅσα βρίσκονται σε περισσότερες [ἐπιστήμες] καὶ σε λιγότερες. Καὶ ὅσοι ἐκπαιδεύονται με αὐτὸ τὸν τρόπο [οδηγούνται] ἀνωφερώς ἀπὸ τὶς πολλές [ἐπιστήμες] σε αὐτήν. Ἀλλὰ ὅπως εἶπα, σε ἀκόμα υψηλότερο ἐπίπεδο ἀπὸ αὐτή, ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθηματικῶν θὰ μπορούσε νὰ εἶναι ὁ δεσμὸς καὶ τὸ ἐπιστέγασμά τους, ὅπως ἐπισήμανε [ὁ Πλάτων] στὴν *Πολιτεία*. Διότι αὐτὴ τελειοποιεῖ ολόκληρη τὴ μαθηματικὴ ἐπιστήμη καὶ ἀνάγει στὸ νοῦ τὶς δικές τὶς δυνατότητες, τὴν καθιστᾷ πραγματικὴ ἐπιστήμη, τὴν ολοκληρώνει ὡς σταθερὴ καὶ ἀδιάψευστη. Τρίτος κατὰ σειρά σύνδεσμος θὰ μπορούσε νὰ εἶναι ὁ νοῦς, ποὺ περιέχει μέσα του τὶς διαλεκτικὲς δυνάμεις ὡς μία, καὶ συγκεντρώνει τὶς διάφορες μορφές τους μέσω τῆς ἀπλότητος, τὴν διάκρισή [τους] μέσω τῆς ἀδιαίρετης γνώσης καὶ τὸ πλῆθος μέσω τῆς ἐνώσεως. Αὐτὸς λοιπὸν συμπτύσσει τὴν ἀνάπτυξη τῶν διαλεκτικῶν μεθόδων,

συνενώνει από ψηλά κάθε ερμηνεία των μαθηματικών ειδών και τέλος είναι ό,τι καλύτερο για την ανοδική πορεία και τη δράση της γνώσης. Αυτά λοιπόν ας πω αναφορικά με τα ζητήματα αυτά.

Κεφάλαιο 15° : Η προέλευση του ονόματος των Μαθηματικών

Τὸ δ' αὖ ὄνομα αὐτὸ τοῦτο τὸ τῆς μαθηματικῆς καὶ τὸ τῶν μαθημάτων πόθεν ἄν φαῖμεν ὑπὸ τῶν [45] παλαιῶν ταῖς ἐπιστήμαις ταύταις ἀποδεδόσθαι καὶ τίνα ἄν ἔχοι προσήκοντα λόγον; δοκεῖ δὴ μοι μὴ τῶν ἐπιτυχόντων εἶναι, καθάπερ δὴ τὰ πολλὰ τῶν ὀνομάτων, ἢ τοιαύτη τῆς ἐπιστήμης τῶν διανοητικῶν λόγων προσηγορία, ἀλλ' ὥσπερ δὴ καὶ λέγεται τῶν [Πυθαγορείων] κατειδόντων μὲν ὅτι πᾶσα ἡ καλουμένη μάθησις ἀνάμνησις ἐστὶν οὐκ ἔξωθεν ἐντιθεμένη ταῖς ψυχαῖς, ὥσπερ τὰ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν φαντάσματα τυποῦται ἐν τῇ φαντασίᾳ, οὐδ' ἐπεισοδιώδης οὔσα, καθάπερ ἡ δοξαστικὴ γνῶσις, ἀλλ' ἀνεγειρομένη μὲν ἀπὸ τῶν φαινομένων, προβαλλομένη δὲ ἔνδοθεν ἀπ' αὐτῆς τῆς διανοίας εἰς ἑαυτὴν ἐπιστρεφομένης, κατειδόντων δ' αὖ καὶ ὅτι τὰς ἀναμνήσεις εἰ καὶ πολλαχόθεν δεικνύναι δυνατόν, ἀλλὰ διαφερόντως, ὅτι καὶ [Πλάτων] φησὶν, ἐκ τῶν μαθημάτων. ἐὰν γάρ τις ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ, φησὶν ἐκεῖνος, ἐνταῦθα ἄρα σαφέστατα κατηγορεῖ, ὡς ἔστιν ἡ μάθησις ἀνάμνησις. ὅθεν δὴ καὶ ὁ ἐν τῷ Μένωνι Σωκράτης ἐκ

Και πῶς θα μπορούσαμε να πούμε, ὅτι δόθηκε στις επιστήμες αυτές το ὄνομα της μαθηματικῆς ἐπιστήμης καὶ τῶν μαθηματικῶν ἀπὸ τοῦς [45] παλαιότερους καὶ ποια θα μπορούσε να εἶναι ἡ σημασία του; Μου φαίνεται λοιπὸν ὅτι, ὅπως ακριβῶς [συμβαίνει] με τα περισσότερα ὀνόματα, ἡ ονομασία αὐτή για τὴν ἐπιστήμη τῶν νοητικῶν συλλογισμῶν δεν εἶναι τυχαία. Ἀλλά, λέγεται, ὅτι οἱ πυθαγόρειοι γνώριζαν καλὰ ὅτι ἡ λεγόμενη μάθηση στο σύνολό της συνιστᾶ ἀνάμνηση καὶ δεν ἐμφυσεῖται στὴν ψυχὴ ἀπὸ ἔξω, ὅπως ακριβῶς ἀποτυπώνονται οἱ ἀπεικονίσεις τῶν αἰσθητῶν στὴ φαντασία. Οὔτε εἶναι σωρευτική, ὅπως ἡ γνώση που προέρχεται ἀπὸ τὴν πεποίθηση, ἀλλὰ διεγείρεται ἀπὸ τὰ φαινόμενα, ἐνῶ προέρχεται ἀπὸ μέσα [μας], ἀπὸ τὴν ἴδια τὴ διάνοια καὶ ἐπιστρέφει σε αὐτήν. Γνώριζαν, ἐπίσης, ὅτι, ἀν καὶ εἶναι δυνατόν [οἱ ἀναμνήσεις] να ἀποκαλύπτονται ἀπὸ πολλές [πηγές], [ἀποκαλύπτονται] κυρίως ἀπὸ τὰ μαθηματικά, ὅπως ἀναφέρει καὶ ὁ Πλάτων: «αν φέρεις σε κάποιον [γεωμετρικά] σχήματα» ἰσχυρίζεται

τουδε του τρόπου της επιχειρήσεως επέδειξεν, ὅτι τὸ μαθάνειν οὐκ ἄλλο τί ἐστίν ἢ ἀναμνησθεσθαι τὴν ψυχὴν τῶν ἑαυτῆς λόγων. αἴτιον δὲ ὅτι τὸ μὲν ἀναμνησκόμενον ἐστὶ τὸ διανοητικὸν τῆς ψυχῆς. τοῦτο δὲ ἐν τοῖς λόγοις οὐσίωται τῶν μαθημάτων καὶ τὰς ἐπιστήμας αὐτῶν ἐν ἑαυτῷ προεῖληφεν, κἂν μὴ ἐνεργῆ κατ' [46] αὐτάς. ἔχει δ' οὖν πάσας οὐσιωδῶς καὶ κρυφίως, προφαίνει δὲ ἐκάστην, ὅταν ἀφαιρεθῆ τῶν ἐμποδίων τῶν ἐκ τῆς αἰσθήσεως. αἱ μὲν γὰρ αἰσθήσεις συνάπτουσιν αὐτὴν τοῖς μεριστοῖς, αἱ δὲ φαντασίαι μορφωτικῶν κινήσεων ἀναμιπλαῖσιν, αἱ δὲ ὀρέξεις περισπῶσιν εἰς τὸν ἐμπαθῆ βίον. πᾶν δὲ τὸ μεριστὸν ἐμπόδιόν ἐστὶ τῆς εἰς ἑαυτοῦς ἡμῖν ἐπιστροφῆς, καὶ πᾶν τὸ μορφωτικὸν ἐπιθολοῖ τὴν ἀμόρφωτον γνῶσιν, καὶ πᾶν τὸ ἐμπαθὲς κώλυμα τῆς ἀπαθοῦς ἐνεργείας ἐστίν. ὅταν οὖν ταῦτα τῆς διανοίας ἀφέλωμεν, τότε κατ' αὐτὴν γινώσκειν τοὺς ἐν αὐτῇ δυνάμεθα λόγους, καὶ ἐπιστήμονες εἶναι κατ' ἐνέργειαν καὶ γνῶσιν τὴν οὐσιώδη προβάλλειν. δεσμῶται δὲ ὄντες καὶ τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς μύοντες οὐ μὴ ποτε τὴν προσήκουσαν ἡμῖν τελειότητα σχοίμεν.

Αὕτη τοίνυν ἐστὶν ἡ μάθησις ἢ τῶν αἰδίων ἐν ψυχῇ λόγων ἀνάμνησις, καὶ

εκείνος «τότε ἀμέσως καὶ με σαφήνεια θα πει κατηγορηματικά ὅτι ἡ μάθησις εἶναι ἀνάμνησις».³⁰⁰ Γι' αὐτὸ καὶ ὁ Σωκράτης στὸν *Μένωνα*,³⁰¹ ἀπέδειξε με αὐτὴ τὴν επιχειρηματολογία ὅτι ἡ διαδικασία τῆς μάθησις δὲν εἶναι τίποτα ἄλλο παρά ἡ διαδικασία κατὰ τὴν ὁποία ἡ ψυχὴ θυμάται τις δικῆς τις ιδέες. Αὐτὸ ἐξηγεῖται ἀπὸ το ὅτι τὸ διανοητικὸ μέρος τῆς ψυχῆς, τὸ ὁποῖο ἔχει λάβει τὴν οὐσία τοῦ ἀπὸ τις ιδέες τῶν μαθηματικῶν καὶ ἔχει ἐκ τῶν προτέρων συμπεριλάβει μέσα τοῦ τῆς [μαθηματικῆς] ἐπιστήμης, εἶναι αὐτὸ που προκαλεῖ τὴν ἀνάμνησις, ἀκόμα καὶ ἀν δὲν ἐνεργεῖ σύμφωνα [46] με αὐτές. Καὶ τις ἔχει ὅλες στὴν οὐσία τοῦ, κρυμμένες, καὶ τις φανερώνει ὅταν ἀρθοῦν τα ἐμπόδια ἀπὸ τις αἰσθήσεις. Διότι οἱ αἰσθήσεις τὴν φέρνουν σε ἐπαφὴ με τα διαιρεμένα [όντα], οἱ φαντασίες τὴν γεμίζουν με τις κινήσεις τῶν σωμάτων καὶ οἱ ἐντονες ἐπιθυμίες τὴν ἀποσποῦν πρὸς μια ζωὴ με πάθη. Επίσης, καθεὶ διηρημένο συνιστᾷ ἐμπόδιο στὴν ἐπιστροφή στὸν ἑαυτὸ μας, κάθε σῶμα θολώνει τὴν ἀσχημάτιστη γνῶσις καὶ κάθε ἐμπάθεια εἶναι ἐμπόδιο στὴν ἀπαθὴ ἐνέργεια. Ὅταν λοιπὸν, ἀφαιρέσουμε αὐτὰ ἀπὸ τὴ διάνοια, τότε μπορούμε νὰ μάθουμε τις ιδέες

³⁰⁰ Ἡ φράση αὐτὴ προέρχεται ἀπὸ τὸν πλατωνικὸ *Φαῖδωνα* (73a3-73b2) ὅπου ὁ Σωκράτης ἀναφέρει ὅτι ἡ γνῶσις εἶναι ἀνάμνησις καὶ αὐτὸ ἀποδεικνύεται ἀπὸ τὸ γεγονὸς ὅτι ἀν δώσεις σε κάποιον ἕνα γεωμετρικὸ σχῆμα τότε αὐτὸς θα ἀπαντήσει με σαφήνεια τι εἶναι, ἔχοντας μέσα τοῦ τὴ γνῶσις τοῦ γεωμετρικοῦ αὐτοῦ ἀντικειμένου.

³⁰¹ Σχετικὰ με τὴν πλατωνικὴ θεωρία περὶ ἀνάμνησις, ἡ ὁποία ἀναλύεται στὸν *Μένωνα* τοῦ Πλάτωνα βλ. σὴμ. 229. *Μένων* 82b6.

μαθηματική διὰ ταύτην ἢ πρὸς τὰς ἀναμνήσεις ἡμῖν τὰς ἐκείνων συντελοῦσα γνῶσις διαφερόντως ἐπονομάζεται. καὶ τὸ ἔργον ἄρα τῆς ἐπιστήμης ταύτης ὁποῖον δὴ τί ἐστὶν ἐκ τοῦ ὀνόματος δηλοῦται κινητικὸν τῆς ἐμφύτου γνώσεως καὶ ἐγερτικὸν τῆς νοήσεως καὶ καθαρτικὸν τῆς διανοίας καὶ ἐκφαντορικὸν τῶν κατ' οὐσίαν ἡμῖν ὑπαρχόντων εἰδῶν, λήθης τε καὶ ἀγνοίας ἀφαιρετικόν, ὧν ἀπὸ τῆς γενέσεως ἔσχομεν, καὶ ἀπολυτικὸν τῶν ἐκ τῆς ἀλογίας δεσμῶν,

κατὰ τὸν θεὸν ὄντως τὸν τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἔφορον, ὃς προάγει μὲν εἰς [47] τὸ ἐμφανὲς τὰ νοερὰ δῶρα, πληροῖ δὲ πάντα τῶν θείων λόγων, κινεῖ δὲ τὰς ψυχὰς ἐπὶ νοῦν, καὶ ὥσπερ ἐκ κάρου βαθέος ἀνεγείρει, διὰ ζητήσεως δὲ ἐπιστρέφει πρὸς ἑαυτάς, καὶ διὰ μαιείας τελειοῖ, καὶ δι' εὐρέσεως τοῦ καθαροῦ νοῦ περιάγει πρὸς τὴν μακαρίαν ζωὴν. ᾧ δὴ καὶ ἡμεῖς ἀναθέντες τουτὶ τὸ σύγγραμμα τὴν περὶ τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης θεωρίαν περιγράψομεν.

μέσα της, να είμαστε πραγματικοί επιστήμονες και να προβάλλουμε την ουσιώδη γνώση. Αν όμως είμαστε φυλακισμένοι και τα μάτια της ψυχῆς είναι κλειστά, δεν θα αποκτήσουμε ποτέ την τελειότητα που μας ταιριάζει.

Αυτή, λοιπόν, είναι η μάθηση, η ανάμνηση των αιώνιων ιδεών [που βρίσκονται] μέσα στην ψυχή. Και η γνώση που συμβάλλει ιδιαιτέρως στην δική μας ανάμνηση εκείνων [των ιδεών] ονομάζεται μαθηματικά. Συνεπώς, φαίνεται από το ὄνομά της, ποιο είναι το ἔργο της επιστήμης αυτής [ένα ὄνομα που δηλώνει ὅτι] κινεῖ την ἐμφυτη γνώση, δίνει ἐνέργεια στη νόηση, ἀποκαθάρει τη σκέψη, φανερώνει τα εἶδη που ὑπάρχουν στην οὐσία μας, ἀφαιρεῖ τη λήθη και την ἀγνοια, τα ὁποῖα τα ἔχουμε ἐκ γενετῆς, ἀπελευθερώνει ἀπὸ τα δεσμά του παράλογου. [Και αὐτὰ τα κάνει] σύμφωνα [με τὸ θέλημα;] τοῦ θεοῦ,³⁰² τοῦ πραγματικοῦ προστάτη αὐτῆς τῆς ἐπιστήμης, ὁ ὁποῖος φέρνει [47] στο φως τα νοερὰ δῶρα, γεμίζει τα πάντα με θεϊκούς λόγους, κινεῖ τις ψυχές πρὸς τὸ νοῦ, μας ἀφυπνίζει, σαν να εἴμασταν σε βαθύ ὕπνο, ἐπιστρέφει σε αὐτές μέσω τῆς ἀναζήτησης, τελειοποιεῖ μέσω τῆς διαλεκτικῆς και στρέφει πρὸς τὴν μακάρια ζωὴ μέσω τῆς ἀνεύρεσης τοῦ καθαροῦ νοῦ. Ἀφοῦ λοιπόν ἀφιερῶσαμε

³⁰² Ο Μοργου (σελ. 38 σημ. 88) αναφέρει ὅτι ὁ θεός στον ὁποῖο ἀναφέρεται ὁ Πρόκλος εἶναι ὁ Ἑρμῆς, ὁ ὁποῖος ταυτίζεται ἀπὸ τοὺς Ἕλληνες με τὸν Αἰγύπτιο θεὸ τῆς γνώσης Τοθ. Στο χειρόγραφο Barb.gr.145 (f. 23r) ὑπάρχει στο σημεῖο αὐτὸ τοῦ κειμένου ἓνα παρασελίδιο σχόλιο με τὴ λέξη «Ἑρμῆς».

αυτό εδώ το κείμενο σε αυτόν, θα αναλύσουμε
την θεωρία της μαθηματικής επιστήμης.³⁰³

³⁰³ Στο σημείο αυτό ολοκληρώνεται ο πρώτος πρόλογος του σχολιασμού του Πρόκλου στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων*. Η τελευταία αναφορά του, ότι θα ακολουθήσει η ανάλυση της μαθηματικής επιστήμης (την οποία πιο πάνω διέκρινε σε επιμέρους τέσσερις κλάδους), δίνει την εντύπωση στον αναγνώστη ότι αμέσως θα ακολουθήσει μια πραγματεία που θα αφορά τη μαθηματική επιστήμη γενικά. Ωστόσο, αυτό που μας παραδίδεται από τα χειρόγραφα είναι ότι ακολουθεί ο δεύτερος πρόλογος του σχολιασμού, αντικείμενο του οποίου είναι η γεωμετρία και όχι η όλη μαθηματική επιστήμη. Το γεγονός αυτό, αποτελεί ερευνητικό έναυσμα για το κατά πόσον ο πρώτος αυτός πρόλογος γράφτηκε εξ αρχής από τον Πρόκλο ως εισαγωγική πραγματεία του σχολιασμού του στο πρώτο βιβλίο των *Στοιχείων* ή αποτελούσε εισαγωγή ενός εκτενέστερου σχολιασμού όλων των βιβλίων των *Στοιχείων*, ή πρόλογος μιας άλλης πραγματείας του περί τα Μαθηματικά (ίσως κάποιου σχολιασμού στην *Αριθμητική Εισαγωγή* του Νικόμαχου), ή πρόκειται απλώς για την έκφραση της πρόθεσής του για τη συγγραφή μιας τέτοιας πραγματείας, την οποία ωστόσο ποτέ δεν ολοκλήρωσε. Σε κάθε περίπτωση το ζήτημα αυτό είναι ανοιχτό και για μια σύντομη ανασκόπηση του ζητήματος της προέλευσης του πρώτου προλόγου βλ. ενότητα 2.3.

Βιβλιογραφία

Πηγές

- Απολλώνιος, *Apollonii Pergaei quae Graece exstant cum commentariis antiquis*. Επιμέλεια Johan Ludvig Heiberg. Lipsiae: Teubner, 1893.
- Αριστοτέλης, *Aristotelis categoriae et liber de interpretatione*. Επιμέλεια, Minio-Paluello, L. Oxford: Clarendon Press, 1949.
- , *Aristotle's metaphysics, 2 vols.* Επιμέλεια Ross, W.D. Oxford: Clarendon Press, 1924.
- , *Aristotelis analytica priora et posteriora*. Επιμέλεια Ross, W.D. Oxford: Clarendon Press, 1964.
- , *Aristotelis politica*. Επιμέλεια. Ross, W.D. Oxford: Clarendon Press, 1967.
- , *Aristotelis physica*. Επιμέλεια. Ross, W.D. Oxford: Clarendon Press, 1966.
- , *Aristote. Du ciel*. Επιμέλεια Moraux, P. Les Belles Lettres, 1965.
- , *Aristotle. De anima*. Επιμέλεια Ross, W.D. Oxford: Clarendon Press, 1961.
- , *Aristotelis ethica Nicomachea*. Επιμέλεια Ross, W.D. Oxford: Clarendon Press, 1894.
- , *Aristotelis de generatione animalium*. Επιμέλεια Drossaart Lulofs, H.J.. Oxford: Clarendon Press, 1965.
- Ευκλείδης, *Euclidis elementa, vol. 1-4*. Επιμέλεια Stamatis, E.S. (post J.L. Heiberg). Leipzig: Teubner, 1969-1973.
- , *Euclidis opera omnia, vol. 6*. Επιμέλεια Menge, H. Leipzig: Teubner, 1969-1973. Leipzig: Teubner, 1896.
- Ευνάπιος, *Eunapii vitae sophistarum*. Επιμέλεια Giangrande, Joseph. Rome: Polygraphica, 1956
- Ευτόκιος, *Commentarii in libros de sphaera et cylindro*. Επιμέλεια Heiberg, J.L. και Stamatis, E. Leipzig: Teubner, 1915.
- Ήρων, *Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia, vol. 4*. Επιμέλεια. Heiberg, J.L. Leipzig: Teubner, 1903.
- Θέων Σμυρναίος, *Theonis Smyrnaei philosophi Platonici expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*. Επιμέλεια Hiller, E. Leipzig: Teubner, 1878.
- Ιάμβιχος, *Iamblichii De communi mathematica scientia liber; ad fidem codicis Florentini edidit Nicolaus Festa*. Επιμέλεια Nicola Festa και Udalricus Klein. Lipsiae: Teubner, 1891.
- Μαρίνος, *Marini vita Procli*. Επιμέλεια Jean-François Boissonade. Lipsiae: Weigel, 1814.

- Νικόμαχος Γερασηνός, *Introductionis arithmeticae libri II*. Επιμέλεια Hoche, Richard Gottfried. Leipzig: Teubner, 1866.
- Πάππος, *Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt, 3 vols*. Επιμέλεια Hultsch, Friedrich Otto. Berlin: Weidmann, 1876.
- Πρόκλος, *In primum Euclidis Elementarum librum commentarii*. Επιμέλεια Friedlein, Godofredus. Lipsiae: Teubneri, 1873.
- , *Procli Diadochi in Platonis rem publicam commentarii, 2 vols*. Επιμέλεια Kroll W. Lipsiae: Teubneri, 1899/1901.
- , *Procli Diadochi in Platonis Timaeum commentaria, 3 vols*. Επιμέλεια Diehl, E. Lipsiae: Teubneri, 1903/1904/1906.
- , *Procli Diadochi in Platonis Cratylum commentaria*. Επιμέλεια Pasquali, G. Lipsiae: Teubneri, 1908.
- , *Proclus. Théologie platonicienne, vols. 1–5*. Επιμέλεια Saffrey, D., Westerink, L.G. Les Belles Lettres, 1968-87.
- Πλάτων, *Platonis opera, vol. 1*. Επιμέλεια Burnet, J. Oxford: Clarendon Press, 1900
- , *Platonis opera, vol. 2*. Επιμέλεια Burnet, J. Oxford: Clarendon Press, 1902
- , *Platonis opera, vol. 3*. Επιμέλεια Burnet, J. Oxford: Clarendon Press, 1903
- , *Platonis opera, vol. 4*. Επιμέλεια Burnet, J. Oxford: Clarendon Press, 1903
- Πλωτίνος, *Plotini opera, 3 vols*. Επιμέλεια Henry, P., Schwyzer, H.–R. eiden: Brill, 1:1951-1973.
- Συριανός, *In Metaphysica commentaria*. Επιμέλεια Gulielmus Kroll. Berlin: Reimer, 1902.

Δευτερογενής Βιβλιογραφία

- Καλλίμαχος, Δημήτριος. ‘Πατμιακής Βιβλιοθήκης Συμπλήρωμα’. *Εκκλησιαστικός Φάρος* 15 (1916): 357–75.
- Κάλφας, Βασίλειος. *Αριστοτέλης, περί φύσεως*. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 2015.
- Σιάλαρος, Μιχάλης. ‘Η χειρόγραφη παράδοση των *Στοιχείων* του Ευκλείδη’. *Νεύσις* 22 (2014): 121–47.
- Acerbi, Fabio. *Euclide: Tutte le Opere*. Bompiani. Milan: Bompiani, 2007.
- Adam, James. *The nuptial number of Plato : its solution and significance*. London: Cambridge University Press Warehouse, 1891.
- Athanassiadi, Polymnia, επιμ. *Damascius. The Philosophical History*. Athens: Aramea, 1999.

- . ‘The Oecumenism of Iamblichus: Latent Knowledge and Its Awakening’. *The Journal of Roman Studies* 85 (1995): 244–50.
- Barozzi, Francesco, επιμ. *In primum Euclidis Elementorum librum commentariorum ad universam mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium*. Padua: Grazioso Percacino, 1560.
- Berg, Robbert Maarten van den. *Proclus’ Commentary on the Cratylus in Context*. Leiden: Brill, 2008.
- Bo, Álvaro José Campillo. ‘The Forgotten Gifts of Hermes: The Latin Reception of Proclus’ Commentary on Euclid’s Elements’. *Mediterranea International Journal on the Transfer of Knowledge* 8 (2023): 193–278.
- Burkert, Walter. *Lore and science in ancient Pythagoreanism*. Μετάφραση Edwin L. Minar. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1972.
- Bulmer-Thomas, Ivor. ‘Euclid’. Στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμέλεια Gillispie Charles Coulston, 4:414–37. New York: Charles Scribner’s Sons, 1970.
- Christianidis, Jean, και Jeffrey Oaks. *The Arithmetica of Diophantus: A Complete Translation and Commentary*. Routledge, 2022.
- Cameron, Alan. ‘The Last Days of the Academy at Athens’. *Proceedings of the Cambridge Philological Society*, τχ. 15 (195) (1969): 7–29.
- De Vogel, C. J. *Rethinking Plato and Platonism*. Leiden: BRILL, 1986.
- Dicks, D. R., ‘Geminus’. Στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμέλεια Gillispie Charles Coulston,, 5:344–347. New York: Charles Scribner’s Sons, 1970.
- Dillon, John. ‘Iamblichus of Chalcis and his school’. Στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμέλεια Lloyd P. Gerson, 1:358–74. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- Dodge, Bayard. *The Fihrist of al-Nadīm*. τ. 2. New York: Columbia University Press, 1970.
- Edwards, Mark. *Neoplatonic Saints: The Lives of Plotinus and Proclus by their Students*. Oxford, New York: Oxford University Press, 2001.
- . *Neoplatonic Saints: The Lives of Plotinus and Proclus by their Students*. Oxford, New York: Oxford University Press, 2001.
- Eecke, Paul Ver, επιμ. *Proclus de Lycie; les commentaires sur le premier livre des éléments d’Euclide, traduits pour la première fois du Grec en Français avec une introduction et des*

- notes*. Collection des travaux de l'Académie internationale d'histoire des sciences. Bruges: Desclée de Brouwer, 1948.
- Evans, James, και J. Lennart Berggren, επιμ. *Geminus's Introduction to the Phenomena: A Translation and Study of a Hellenistic Survey of Astronomy*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 2006.
- Findlay, J. N. *Plato: the written and unwritten doctrines*. International library of philosophy and scientific method. London: Routledge & Kegan Paul, 1974.
- Gerson, Lloyd P., επιμ. *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*. τ. 1. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- Giangrande, Joseph, επιμ. *Eunapii vitae sophistarum*. Rome: Polygraphica, 1956.
- Goulet, Richard. 'Proclus de Lycie'. Στο *Dictionnaire des Philosophes Antiques*, επιμέλεια Goulet, Richard, 5:1546–1674. Paris: CNRS éditions, 2012.
- Grynée, Simon, επιμ. *Commentarium Procli editio prima quae Simonis Grynaei opera addita est Euclidis elementis graece editis. Adjecta praefatiuncula in qua de disciplinis mathematicis nonnihil*. Basel: J. Hervagius, 1533.
- Hardt, Ignaz. *Catalogus codicum manuscriptorum graecorum Bibliothecae regiae Bavaricae*. τ. 4. Munich: Typis I. E. Seidel, 1810.
- Heath, Thomas Little. *The thirteen books of Euclid's Elements*. τ. 1. Cambridge: Cambridge University Press, 1968.
- . *A History of Greek Mathematics*. τ. 2. Oxford: Clarendon Press, 1921.
- Heiberg, J.L. και Stamatis, E., επιμ. *Scholia in Euclidis elementa*. Leipzig: Teubner, 1977.
- Klamroth, Martin. 'Ueber den arabischen Euklid'. *Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft* 35, τχ. 3 (1881): 270–326.
- Krämer, Hans Joachim, και John R. Catan, επιμ. *Plato and the foundations of metaphysics: a work on the theory of the principles and unwritten doctrines of Plato with a collection of the fundamental documents*. Albany: State University of New York Press, 1990.
- Kudlien, Fridolf. 'Alcmaeon of Crotona'. Στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμέλεια Gillispie Charles Coulston, 1:103–4. New York: Charles Scribner's Sons, 1970.
- Kuster, Ludolph και Portus, Aemilius, επιμ. *Suidae lexicon graece et latine*. τ. 3. Cambridge: University of Cambridge, 1705.
- , επιμ. *Suidae lexicon graece et latine*. τ. 3. Cambridge: University of Cambridge, 1705.

- Laird, Arthur Gordon. *Plato's Geometrical Number and the Comment of Proclus*. Madison, Wisconsin: The Collegiate Press, 1918
- Laks, André, και Glenn Most, επιμ. *Early Greek Philosophy*. τ. 4. Loeb Classical Library. Cambridge, MA, London: Harvard University Press, 2016.
- . *Early Greek Philosophy*. τ. 5. Loeb Classical Library. Cambridge, MA, London: Harvard University Press, 2016.
- Lewis, Florence P. 'History of the Parallel Postulate'. *The American Mathematical Monthly* 27, τχ. 1 (1920): 16–23.
- Lo Bello, Anthony. *The Commentary of al-Nayrizi on Book I of Euclid's Elements of Geometry*. Leiden: Boston: Brill, 2003.
- . *The Commentary of Al-Nayrizi on Books II-IV of Euclid's Elements of Geometry*. Brill. Leiden, Boston: Brill, 2009.
- Longo, Angela. 'Plutarch of Athens'. Στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμέλεια Lloyd Gerson, 2:608–15. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- . 'Syrianus'. Στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμέλεια Lloyd Gerson, 2:616–29. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- Mansfeld, Jaap. *Prolegomena Mathematica: From Apollonius of Perga to the Late Neoplatonism. With an Appendix on Pappus and the History of Platonism*. Leiden: Boston: Brill, 1998.
- Menge, Heinrich, επιμ. *Scholia in Euclidis Data*. Leipzig: Teubner, 1896.
- Merlan, Philip. *From Platonism to Neoplatonism*. 3η, Αναθεωρημένη. The Hague, 1973.
- Monro, B. D. 'On the Fragment of Proclus' Abstract of the Epic Cycle Contained in the Codex Venetus of the Iliad'. *The Journal of Hellenic Studies*, τχ. 4 (1883): 305–34.
- Morrow, Glenn R., επιμ. *Proclus: A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*. Princeton University Press, 1992.
- Mueller, Ian. 'Iamblichus and Proclus' Euclid Commentary'. *Hermes* 115, τχ. 3 (1987): 334–48.
- . 'Remarks on Euclid's Elements I,32 and the Parallel Postulate'. *Science in Context* 16, τχ. 3 (2003): 287–97.
- Murdoch, John. 'Euclid: Transmission of the Elements'. Στο *Dictionary of Scientific Biography*, επιμέλεια Gillispie Charles Coulston, 4:437–59. New York: Charles Scribner's Sons, 1970.
- Netz, Reviel. *The Works of Archimedes*. New York: Cambridge University Press, 2004.

- O'Meara, Dominic J. *Pythagoras Revived: Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*. Oxford, New York: Oxford University Press, 1989.
- P. Leander, Schönberger, και Max Steck, επιμ. *Proklus Diadochos: Kommentar zum ersten Buch von Euklids 'Elementen'*. Halle: Deutsche Akademie der Naturforscher, 1945.
- Praechter, Karl. 'Das Schriftenverzeichnis des Neuplatonikers Syrianos bei Suidas'. *Byzantinische Zeitschrift*, τχ. 26 (1926): 253–64.
- Riedlberger, Peter. *Domninus of Larissa: Enchiridion and Spurious Works*. Piza, Rome: Fabrizio Serra editore, 2013.
- Rolwing, Raymond H. και Levine, Maita. 'The Parallel Postulate'. *The Mathematics Teacher* 62, τχ. 8 (1969): 665–69.
- Sabra, A.I. 'Simplicius's Proof of Euclid's Parallels Postulate'. *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 32 (1969): 1–24.
- Saffrey, Henri-Dominique. 'La théurgie comme phénomène culturel chez les néoplatoniciens (IV-Ve siècles)'. *Koinōnia (Napoli)* 2, τχ. 8 (1984): 161–71.
- Sialaros, Michalis. 'How Much Does a Theorem Cost?' Στο *Revolutions and Continuity in Greek Mathematics*, επιμέλεια Michalis Sialaros, 89–106. De Gruyter, 2018.
- Sidoli, Nathan. 'Greek Mathematics'. Στο *The Cambridge History of Science*, επιμέλεια Liba Taub και Alexander Jones, 1:345–73, 2018.
- . 'Heron of Alexandria's Date'. *Centaurus* 53, τχ. 1 (2011): 55–61.
- . 'The concept of given in Greek mathematics'. *Archive for History of Exact Sciences* 72, τχ. 4 (2018): 353–402.
- Sidoli, Nathan, και Yoichi Isahaya. *Thābit ibn Qurra's Restoration of Euclid's Data: Text, Translation, Commentary*. Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences. New York: Springer International Publishing, 2018.
- Siorvanes, Lucas. 'Proclus' life, works, and education of the soul'. Στο *Interpreting Proclus: From Antiquity to the Renaissance*, επιμέλεια Stephen Gersh, 33–56. Cambridge: Cambridge University Press, 2014.
- Smith, Andrew. 'Porphyry and his school'. Στο *The Cambridge History of Philosophy in Late Antiquity*, επιμέλεια Lloyd P. Gerson, 1:325–57. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

- Solmsen, Friedrich. ‘Eratosthenes as Platonist and Poet’. *Transactions and Proceedings of the American Philological Association* 73 (1942): 192–213.
- . ‘Plato and the Unity of Science’. *The Philosophical Review* 49, τχ. 5 (1940): 566–71.
- Suter, Heinrich. ‘Das Mathematiker-Verzeichniss im Fihrist des Ibn Abî Ja’kûb an-Nadîm’. *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik* 6 (1892): 3–88.
- Tannery, Paul. *La géométrie grecque: comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons*. Paris: Gauthier-Villars, 1887.
- . *Mémoires scientifiques II, Sciences exactes dans l’Antiquité : 1876-1884*. τ. 2. Toulouse-Paris: Edouard Privat Gauthier-Villars, 1912.
- Tarán, Leonardo. ‘Asclepius of Tralles: Commentary to Nicomachus’ Introduction to Arithmetic’. *Transactions of the American Philosophical Society* 59, τχ. 4 (1969): 1–89.
- Taylor, Thomas. *The Philosophical and Mathematical Commentaries of Proclus on the First Book of Euclid’s Elements*. 2 τ. London, 1972.
- Thesleff, Holger. *The Pythagorean texts of the Hellenistic period*. Acta Academiae Aboensis. Åbo: Åbo Akademi, 1965.
- Thomson, William, και Gustav Junge. *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid’s*. Cambridge: Harvard University Press, 1930.
- Vitrac, Bernard. ‘Quand? Comment? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident?’ *HAL open science*, 2021, 1–280.
- . ‘The Euclidean ideal of proof in the Elements and philological uncertainties of Heiberg’s edition of the text’. Στο *The History of Mathematical Proof in Ancient Tradition*, επιμέλεια Chemla, Karine, 69–134. Cambridge: Cambridge University Press), 2012.
- Vitrac, Bernard, και Maurice Caveing, επιμ. *Les éléments*. Paris: Presses universitaires de France, 1990.
- Waerden, Bartel L. van der. *Die gemeinsame Quelle der erkenntnistheoretischen Abhandlungen von Iamblichos und Proklos*. Heidelberg: Carl Winter, 1980.
- Watts, Edward J. *City and School in Late Antique Athens and Alexandria*. Berkley, Los Angeles, London: University of California Press, 2008.
- . ‘Student Travel to Intellectual Centers: What Was the Attraction?’ Στο *Travel, communication and geography in late antiquity. Sacred and profane*, 13–24. Ashgate, 2004.

Wildberg, Christian. 'Proclus of Athens: A Life'. Στο *All From One: A Guide to Proclus*, επιμέλεια Pieter d'Hoine και Marije Martjin, 1–26. Oxford University Press, 2016.