



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

*ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΡΔΙΑΣ ΜΕΣΩ GEANT4/GATE ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΕΩΝ
ΠΟΖΙΤΡΟΝΙΚΗΣ ΕΚΠΟΜΠΗΣ (PET) ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ
ΑΝΑΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΕΙΚΟΝΩΝ*

ΑΣΠΑΣΙΑ ΖΙΑΜΠΑ

A.M.: 1110202000046

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΕΥΣΤΑΘΙΟΣ ΣΤΥΛΙΑΡΗΣ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΑΘΗΝΑ, 2024

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κύριο Ευστάθιο Στυλιάρη για την καθοδήγηση και την υποστήριξή του κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της πτυχιακής μου εργασίας στο πλαίσιο του προπτυχιακού προγράμματος σπουδών του Τμήματος Φυσικής του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, καθώς και το φιλικό μου περιβάλλον, για την στήριξη που μου παρείχαν καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Απεικόνιση Καρδιάς μέσω GEANT4/GATE Προσομοιώσεων Ποζιτρονικής Εκπομπής (PET) και Γεωμετρική Ανακατασκευή Εικόνων

Περίληψη

Η παρούσα εργασία επικεντρώνεται στις προσομοιώσεις Ποζιτρονικής Εκπομπής (Positron Emission Tomography, PET) και κυρίως στην απεικόνιση της καρδιάς. Αρχικά, περιλαμβάνει στο 2^ο κεφάλαιο τον θεωρητικό σχολιασμό ορισμένων βασικών εννοιών που κρίνονται χρήσιμες για την κατανόηση των εφαρμογών που έπονται. Ορισμένες από αυτές είναι η λειτουργία της γ -Camera (Single Photon Emission Computerized Tomography, SPECT), η Ποζιτρονική Εκπομπή, καθώς και η λειτουργία του μυοκαρδίου της καρδιάς και οι παθήσεις που εμφανίζονται σε αυτό, αφού η απεικόνισή τους μελετάται στο τέλος της εργασίας αυτής. Έπειτα, στο 3^ο κεφάλαιο αναλύονται ορισμένες εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν με προσομοιώσεις τύπου SPECT στο βασικό εργαλείο GEANT4/GATE. Στο πρόγραμμα αυτό δημιουργήθηκαν όλες οι προσομοιώσεις, οπότε ήταν απαραίτητο για την κατανόηση του προγράμματος να εκτελεστούν κάποιες εισαγωγικές εφαρμογές, στις οποίες μελετήθηκαν οι συντελεστές απορρόφησης διαφορετικών υλικών κατευθυντήρα και η χωρική διακριτική ικανότητα (Point Spread Function) σημειακών πηγών. Συγχρόνως, υπήρξε σημαντική εξοικείωση και με το πρόγραμμα PAW (Physics Analysis Workstation), στο οποίο έγινε όλη η ανάλυση των δεδομένων που παρήγαγε το GATE.

Το μεγαλύτερο μέρος της εργασίας είναι αφιερωμένο στις προσομοιώσεις ενός κλινικού τομογράφου PET και στη συνέχεια στη γεωμετρική ανακατασκευή. Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιώντας τις ευθείες απόκρισης (Lines Of Response, LOR), που προκύπτουν από τη μέθοδο Monte Carlo, αναζητείται το σημείο τομής αυτών με δοσμένο z-επίπεδο, δηλαδή η ανακατασκευασμένη πηγή. Προκειμένου να βελτιωθεί ο αλγόριθμος της ανακατασκευής, εφαρμόζονται δύο ειδών κριτήρια αποκοπής γεγονότων: το ενεργειακό κριτήριο, δηλαδή η απόρριψη των γεγονότων που έχουν υποστεί σκεδάσεις Compton, και το χρονικό, δηλαδή το κριτήριο του χρόνου πτήσης (Time of Flight, ToF). Η παραπάνω ανάλυση που αφορά στην ανακατασκευή διαφόρων πηγών αναλύεται εκτενώς στο 4^ο κεφάλαιο. Τέλος, προσομοιώθηκε στο 5^ο κεφάλαιο ένα ομοίωμα (phantom) υγιούς καρδιάς, στην ανάλυση του οποίου πραγματοποιήθηκαν εγκάρσιες και διαμήκεις τομές αυτού. Όπως ήδη αναφέρθηκε, εκτελέστηκε και μία κλινικού ενδιαφέροντος προσομοίωση με την απεικόνιση προβλήματος στο μυοκάρδιο, μέσω της εισαγωγής μίας ‘ψυχρής’ πηγής (cold source) στο ομοίωμα της καρδιάς. Στο 6^ο κεφάλαιο καταγράφονται λεπτομερώς όλα τα συμπεράσματα των παραπάνω προσομοιώσεων.

Cardiac Imaging with GEANT4/GATE Positron Emission Tomographic (PET) Simulations and Geometric Planar Image Reconstruction

Abstract

The current thesis focuses on Positron Emission Tomography (PET) simulations and especially on the imaging of the heart. Initially, it includes a theoretical introduction of some basic concepts that are considered useful for understanding the applications that follow. Some of these are the functionality of γ -Camera (Single Photon Emission Computerized Tomography, SPECT), the Positron Emission Tomography (PET), as well as the operation of the myocardium of the heart and the diseases that occur in it, since the imaging of the heart is studied through this thesis. Subsequently, several procedures are discussed that were implemented in SPECT-type simulations using the tool GEANT4/GATE. All the simulations were performed in this environment, so it was necessary for the understanding of the program to carry out some introductory applications, in which the absorption coefficients of different collimator materials and the spatial resolution (Point Spread Function) through the dimensionless sources were studied. In parallel, there was also considerable familiarity with the PAW (Physics Analysis Workstation) program, in which all the analysis of the data generated by GATE was performed.

The major part of this work is devoted to the simulations of a clinical PET scanner and then to the geometric reconstruction. More specifically, using the Lines Of Response (LORs), obtained by the Monte Carlo method, the intersection of these with a z-plan, i.e. the reconstructed source, is calculated. In order to improve the reconstruction algorithm, two kinds of event cut-off filters are applied: the energy filter, i.e., the rejection of Compton scattered events, and the time filter, i.e., the Time-of-Flight (ToF) filter. Finally, a phantom of a healthy heart was simulated, in the analysis of which transverse and longitudinal slices of it were generated. As already mentioned, a simulation of clinical interest was also performed by imaging a problem in the myocardium through the introduction of a 'cold' source into the previous phantom. In the end, important and interesting results are reported at the end of this paper.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Σκοπός της εργασίας	9
Κεφάλαιο 2: Θεωρητικός Σχολιασμός	11
2.1: Αλληλεπίδραση Φωτονίων - Ύλης	11
2.1.1: Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.....	11
2.1.2: Ασύμφωνη Σκέδαση Compton	11
2.1.3: Δίδυμη γένεση	12
2.2: Εξαΰλωση Ποζιτρονίου	13
2.3: Ραδιενεργές Διασπάσεις	13
2.3.1: Διάσπαση α	13
2.3.2: Διάσπαση β	13
2.3.3: Αποδιέγερση γ	14
2.4: Ενεργότητα και Ειδική Ενεργότητα	14
2.5: Γραμμικός Συντελεστής Απορρόφησης ή Εξασθένισης	15
2.6: SPECT και γ-Camera (ή Anger Camera)	15
2.6.1: Anger Camera.....	16
2.6.2: Κατευθυντήρας (Collimator).....	17
2.7: Χωρική Διακριτική Ικανότητα (Point Spread Function, PSF)	17
2.8: Τομογραφία Εκπομπής Ποζιτρονίων (PET)	19
2.8.1: Time of Flight (ToF – Χρόνος πτήσης).....	21
2.8.2: Λανθασμένα Γεγονότα	22
2.9: Πρόγραμμα GEANT4/GATE	23
2.10: Καρδιά - Μυοκάρδιο	24
Κεφάλαιο 3: Εισαγωγικές Εφαρμογές (γ-Camera)	25
3.1: Υπολογισμός Γραμμικού Συντελεστή Απορρόφησης	25
3.1.1: Εύρεση διακριτικής ικανότητας	31
3.2: Υπολογισμός Χωρικής Διακριτικής Ικανότητας (Point Spread Function, PSF)	33
Κεφάλαιο 4: Εισαγωγικές Προσομοιώσεις Ποζιτρονικής Εκπομπής (PET)	49
4.1: Ανάλυση Γεγονότων Σύμπτωσης, Ανακατασκευή Πηγών και Ειδική Ενεργότητα ...	49
4.2: Ανακατασκευή Οκτώ Κυλινδρικών Πηγών σε Κυκλικό Σχήμα με Ίδια και με Διαφορετική Ενεργότητα	63
Κεφάλαιο 5: Απεικόνιση Καρδιάς σε Προσομοίωση Ποζιτρονικής Εκπομπής (PET)	81

5.1: Προσομοίωση Υγιούς Καρδιάς	81
5.1.1: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο xy	85
5.1.2: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο yz.....	93
5.2: Προσομοίωση Καρδιάς που Εμφανίζει Πρόβλημα στο Μυοκάρδιο	100
5.2.1: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο xy	102
5.2.2: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο yz.....	111
Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα	117
Παράρτημα	119

Κεφάλαιο 1: Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η γεωμετρική ανακατασκευή διαφόρων πηγών και η απεικόνιση καρδιάς μέσω του προγράμματος GEANT4/GATE σε προσομοιώσεις Ποζιτρονικής Εκπομπής (Positron Emission Tomography, PET). Στο μεγαλύτερο μέρος της παρούσας εργασίας αναλύονται τα παραπάνω. Παρόλ' αυτά ένα μέρος της εργασίας αναφέρεται και σε προσομοιώσεις τύπου SPECT (Single Photon Emission Computerized Tomography), οι οποίες έχουν σκοπό την εξοικείωση με το πρόγραμμα GATE και την πειραματική ενασχόληση με ορισμένες βασικές έννοιες της Ιατρικής Φυσικής. Συνεπώς, ορισμένα ερωτήματα που θα απαντηθούν τόσο από τις προσομοιώσεις τύπου SPECT, όσο και από τις προσομοιώσεις τύπου PET είναι τα παρακάτω:

- Πώς βρίσκεται πειραματικά ο γραμμικός συντελεστής απορρόφησης διαφορετικών υλικών;
- Τι είναι η χωρική διακριτική ικανότητα (Point Spread Function);
- Πώς ανακατασκευάζουμε μία πηγή;
- Τι ρόλο παίζει η ειδική ενεργότητα στην απεικόνιση των πηγών;
- Πώς βελτιώνεται η εικόνα μίας ανακατασκευασμένης πηγής;
- Πώς απεικονίζεται μία υγιής καρδιά;
- Πώς εμφανίζουμε σε μία καρδιά ένα πρόβλημα μυοκαρδίου;

Πολλές από αυτές τις έννοιες ίσως είναι άγνωστες προς τον αναγνώστη, γι' αυτό είναι απαραίτητος ένας θεωρητικός σχολιασμός αυτών και άλλων πολλών εννοιών που θα ακολουθήσει στη συνέχεια της εργασίας.

Κεφάλαιο 2: Θεωρητικός Σχολιασμός

2.1: Αλληλεπίδραση Φωτονίων - Ύλης

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετήσουμε τα είδη αλληλεπίδρασης ιοντίζουσας ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας – ύλης. Από τα διάφορα είδη αλληλεπίδρασης που υφίστανται, θα μελετήσουμε τα τρία που είναι και τα πιο σημαντικά στην ιατρική φυσική: το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, την σκέδαση Compton και τη δίδυμη γένεση¹.

2.1.1: Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο αποτελεί αλληλεπίδραση μεταξύ ενός φωτονίου και ενός ατόμου που έχει σαν αποτέλεσμα την απορρόφηση του φωτονίου και την εκπομπή ενός ηλεκτρονίου από το άτομο. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ιονισμός. Προφανώς, το ηλεκτρόνιο που αναφέρεται παραπάνω δεν είναι ελεύθερο, αλλά δέσμιο του ατόμου. Λόγω της αρχής διατήρησης της ορμής, μεταφέρεται κάποιο ποσό ενέργειας στο άτομο κατά την παραπάνω διαδικασία. Παρόλ' αυτά η ενέργεια ανάκρουσης του ατόμου είναι αρκετά μικρή, λόγω της μεγάλης του μάζας. Τελικά, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας το ηλεκτρόνιο εγκαταλείπει το άτομο με κινητική ενέργεια που δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$T_e = E - E_b \quad (2.1)$$

Ο παραπάνω τύπος εκφράζει την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου που είναι ίση με την ενέργεια του φωτονίου μειωμένη κατά την ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου στο άτομο². Η ενέργεια σύνδεσης E_b είναι η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται, ώστε ένα ηλεκτρόνιο να αποσπαστεί από το άτομο, και ονομάζεται έργο εξόδου³.

2.1.2: Ασύμφωνη Σκέδαση Compton

Η σκέδαση Compton αποτελεί αλληλεπίδραση ενός φωτονίου ενέργειας E και ενός ελεύθερου ηλεκτρονίου. Το φωτόνιο σκεδάζεται στο ηλεκτρόνιο αποδίδοντάς του κινητική ενέργεια, T_e , και μεταφέρεται το υπόλοιπο της ενέργειας, E_{sc} , σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ με την αρχική

¹Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 65-66

²Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 66

³Arthur Beiser, 2002, *Σύγχρονη Φυσική*, ISBN: 960-8041-52-X, Εκδόσεις: Τυπωθήτω, σελ. 79

διεύθυνση διάδοσής του. Από τις αρχές διατήρησης ενέργειας και ορμής προκύπτει ότι η ενέργεια του φωτονίου μετά τη σκέδαση είναι η εξής:

$$E_{sc} = E \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{E}{m_e \cdot c^2}\right) \cdot (1 - \cos\theta)} \quad (2.2)$$

όπου $m_e \cdot c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ η μάζα ή ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου. Και του ηλεκτρονίου είναι⁴:

$$T_e = E - E_{sc} \quad (2.3)$$

Η παραπάνω περιγραφή στηρίζεται στο γεγονός πως, σύμφωνα με την κβαντική θεωρία του φωτός, τα φωτόνια συμπεριφέρονται ως σωμάτια αλλά δεν έχουν μάζα⁵.

2.1.3: Δίδυμη γένεση

Αποτελεί αλληλεπίδραση μεταξύ ενός φωτονίου και του ηλεκτρικού πεδίου του πυρήνα ενός ατόμου που έχει ως αποτέλεσμα την απορρόφηση του φωτονίου και τη μετατροπή ενέργειάς του σε ένα ηλεκτρόνιο (e^-) και ένα ποζιτρόνιο (e^+)⁶. Όπως έχουμε ήδη δει, ένα φωτόνιο μπορεί να δώσει όλη ή μέρος της ενέργειάς του σε ένα ηλεκτρόνιο. Έτσι, όπως συμβαίνει στη δίδυμη γένεση, το φωτόνιο είναι πιθανό να μετατραπεί σε ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο, μία διαδικασία, στην οποία ηλεκτρομαγνητική ενέργεια μετατρέπεται σε ενέργεια ηρεμίας⁷. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια του φωτονίου (E) θα πρέπει να ισούται με το άθροισμα δύο ενεργειακών ισοδύναμων της μάζας του ηλεκτρονίου και των κινητικών ενεργειών T_{e^+} και T_{e^-} :

$$E = 2m_e \cdot c^2 + T_{e^+} + T_{e^-} \quad (2.4)$$

Από αυτή τη σχέση είναι φανερό ότι προκειμένου να συμβεί η δίδυμη γένεση, η ενέργεια του φωτονίου θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με $2m_e \cdot c^2 = 1.02 \text{ MeV}$ ⁸.

⁴Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 70

⁵Arthur Beiser, 2002, *Σύγχρονη Φυσική*, ISBN: 960-8041-52-X, Εκδόσεις: Τυπωθήτω, σελ. 96

⁶Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 73

⁷Arthur Beiser, 2002, *Σύγχρονη Φυσική*, ISBN: 960-8041-52-X, Εκδόσεις: Τυπωθήτω, σελ. 103

⁸Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 73

Στο σημείο αυτό σχολιάζουμε ότι στη συνέχεια της εργασίας αυτής δε θα ασχοληθούμε με όλα αυτά τα φαινόμενα. Το φαινόμενο που θα μας απασχολήσει κυρίως είναι η σκέδαση Compton. Εξάλλου, το ενεργειακό κατώφλι της δίδυμης γένεσης που αναφέρθηκε είναι αρκετά υψηλό, καθώς μας ενδιαφέρουν ενέργειες της τάξεως των keV.

2.2: Εξαΰλωση Ποζιτρονίου

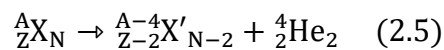
Το αντίστροφο της δίδυμης γένεσης συμβαίνει, όταν ένα ποζιτρόνιο βρίσκεται στη γειτονιά ενός ηλεκτρονίου και πλησιάζουν λόγω της επίδρασης των αντίθετων φορτίων τους. Τότε, τα δύο σωματίδια εξαφανίζονται συγχρόνως και η εξαΰλωμένη μάζα τους γίνεται ενέργεια με τη μορφή δύο φωτονίων: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$. Η ενέργεια των παραγόμενων φωτονίων είναι τέτοια, ώστε να διατηρείται η ενέργεια και η γραμμική ορμή⁹.

2.3: Ραδιενεργές Διασπάσεις

Στο σημείο αυτό θα αναφέρουμε ορισμένες πληροφορίες για τις ραδιενεργές διασπάσεις. Θα ξεκινήσουμε λέγοντας ότι ραδιενεργές διασπάσεις υφίστανται τα ραδιενεργά ισότοπα, δηλαδή τα ισότοπα που τείνουν να μειώσουν τον μαζικό τους αριθμό (A) και τον ατομικό τους αριθμό (Z), προκειμένου να μετατραπούν σε έναν ελαφρύτερο και σταθερότερο πυρήνα¹⁰. Οι βασικότερες διεργασίες είναι οι διασπάσεις α και β και η αποδιέγερση γ.

2.3.1: Διάσπαση α

Σε αυτή την περίπτωση ένας πυρήνας εκπέμπει ένα σωματίδιο α, το οποίο πρακτικά είναι ένας πυρήνας ηλίου, ${}^4_2\text{He}_2$. Η διαδικασία εκπομπής του σωματιδίου α γίνεται κυρίως σε βαρείς πυρήνες, με μεγάλους μαζικούς αριθμούς, καθώς ο πυρήνας ηλίου είναι ισχυρά συνδεδεμένος με το σύστημα του αρχικού πυρήνα. Η διαδικασία διάσπασης συμβολίζεται ως εξής:



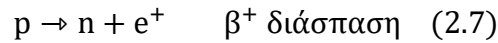
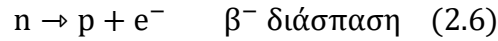
όπου τα X και X' αντιπροσωπεύουν τα χημικά σύμβολα των αρχικών και τελικών πυρήνων. Ο αριθμός νετρονίων και ο αριθμός πρωτονίων είναι αμετάβλητος στη διαδικασία διάσπασης.

2.3.2: Διάσπαση β

⁹Arthur Beiser, 2002, *Σύγχρονη Φυσική*, ISBN: 960-8041-52-X, Εκδόσεις: Τυπωθήτω, σελ. 104

¹⁰Kenneth S. Krane, 2021, *Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική*, ISBN: 978-960-01-2247-3, Εκδόσεις: Gutenberg, σελ. 176

Ένας πυρήνας με περίσσεια πρωτονίων ή νετρονίων μπορεί να προκαλέσει μία απευθείας μετατροπή ενός πρωτονίου σε νετρόνιο ή ενός νετρονίου σε πρωτόνιο. Αυτή η διαδικασία μπορεί να συμβεί μέσω των πιθανών κλάδων που θα αναφέρουμε παρακάτω, καθένας από τους οποίους πρέπει να περιλαμβάνει και ένα άλλο φορτισμένο σωματίδιο, ώστε να διατηρείται το συνολικό ηλεκτρικό φορτίο. Το φορτισμένο αυτό σωματίδιο που εκπέμπεται ονομάζεται β σωματίδιο.



Η πρώτη διαδικασία είναι γνωστή ως β^- διάσπαση και περιλαμβάνει τη δημιουργία και την εκπομπή ενός ηλεκτρονίου. Η δεύτερη διαδικασία είναι η β^+ διάσπαση, στην οποία εκπέμπεται ένα ποζιτρόνιο. Σε όλες τις παραπάνω διαδικασίες εκπέμπεται και ένα άλλο σωματίδιο που ονομάζεται νεutrino, αλλά δεδομένου ότι δεν έχει ηλεκτρικό φορτίο, η συμπερίληψή του στη διαδικασία διάσπασης δεν επηρεάζει το φορτίο των άλλων τελικών προϊόντων. Τα σωματίδια β δημιουργούνται κατά τη διαδικασία της διάσπασης, καθώς δεν υπήρχαν μέσα στον πυρήνα.

2.3.3: Αποδιέγερση γ

Στην αποδιέγερση γ μία στάθμη διέγερσης ενός στοιχείου μεταπίπτει σε χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη διέγερσης ή ενδεχομένως σε σταθερή στάθμη μέσω της εκπομπής ενός φωτονίου που έχει ενέργεια ίση με τη διαφορά ενέργειας μεταξύ των δύο πυρηνικών σταθμών. Η αποδιέγερση γ παρατηρείται σε όλους τους πυρήνες που έχουν διεγερμένες στάθμες και συνήθως ακολουθεί τις α και β διασπάσεις, καθώς αυτές οι διασπάσεις οδηγούν συχνά τον θυγατρικό πυρήνα σε διεγερμένες ενεργειακές στάθμες¹¹.

2.4: Ενεργότητα και Ειδική Ενεργότητα

Θεωρούμε απαραίτητη την αναφορά και την επεξήγηση του όρου ενεργότητας, καθώς και της ειδικής ενεργότητας. Οι όροι αυτοί είναι βασικοί και θα χρησιμοποιηθούν αρκετά στη συνέχεια αυτής της εργασίας. Η ραδιενέργεια ενός δείγματος οποιουδήποτε ραδιενεργού στοιχείου είναι ο ρυθμός με τον οποίο αποδιεγείρονται τα άτομα που το αποτελούν. Εάν N είναι ο αριθμός των παρόντων πυρήνων στο δείγμα μία συγκεκριμένη στιγμή, τότε η ενεργότητά του C δίνεται από τη σχέση:

$$C = -\frac{dN}{dt} \quad (2.8)$$

Το αρνητικό πρόσημο έχει χρησιμοποιηθεί για να κάνει την ποσότητα A θετική, επειδή ο όρος dN/dt είναι από τη φύση του μία αρνητική ποσότητα. Η μονάδα της ενεργότητας στο σύστημα S.I. είναι το 1 becquerel = 1 Bq = 1 αποδιέγερση/sec¹². Με λίγα λόγια, η ενεργότητα ενός

¹¹Kenneth S. Krane, 2021, *Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική*, ISBN: 978-960-01-2247-3, Εκδόσεις: Gutenberg, σελ. 172-174

¹²Arthur Beiser, 2002, *Σύγχρονη Φυσική*, ISBN: 960-8041-52-X, Εκδόσεις: Τυπωθήτω, σελ. 538

ραδιενεργού δείγματος είναι ο αριθμός των διασπάσεων του δείγματος ανά μονάδα χρόνου. Έπειτα, αναφέρουμε ορισμένες πληροφορίες για την ειδική ενεργότητα. Η ειδική ενεργότητα χρησιμοποιείται για να περιγράψουμε την ποσότητα της ραδιενέργειας/ενεργότητας ανά μονάδα όγκου ενός ραδιενεργού υλικού ή πηγής, δηλαδή δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\text{Ειδική Ενεργότητα} = \frac{C}{V} \quad (2.9)$$

όπου C η ενεργότητα της πηγής και V ο όγκος της.

2.5: Γραμμικός Συντελεστής Απορρόφησης ή Εξασθένησης

Αν υποθέσουμε ότι από μία πηγή φωτονίων δοσμένης ενέργειας, E, μία λεπτή, παράλληλη δέσμη N_0 φωτονίων ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας, προσπίπτει σε λεπτό φύλλο συγκεκριμένου υλικού και πάχους, Δx , τότε θα δείξουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε τον γραμμικό συντελεστή εξασθένησης (μ) του υλικού αυτού. Έστω, επίσης, ότι N είναι ο αριθμός των φωτονίων ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας που εξέρχονται από το υλικό στη διεύθυνση της αρχικής δέσμης, τα οποία δεν αλληλεπιδρούν με το υλικό με κάποιον από τους τρόπους που έχουμε ήδη αναφέρει. Ο αριθμός των φωτονίων που αλληλεπιδρά και αφαιρείται από τη δέσμη είναι ανάλογος του πάχους του υλικού και του αριθμού των αρχικών φωτονίων:

$$\Delta N = N_0 - N = -\mu \cdot N_0 \cdot \Delta x \quad (2.10)$$

όπου στη σταθερά αναλογίας, μ , υπάρχει η εξάρτηση από την ενέργεια E και το είδος του υλικού, δηλαδή τον ατομικό του αριθμό, Z. Η σταθερά μ , όπως αναφέραμε ήδη, ονομάζεται γραμμικός συντελεστής εξασθένησης της δέσμης των φωτονίων και από τη σχέση (10) βλέπουμε ότι έχει μονάδες cm^{-1} και ισούται με το ποσοστό των φωτονίων που θα αλληλεπιδράσουν ανά μονάδα διαδρομής στο υλικό, για μικρό πάχος υλικού. Συνεπώς, ο συντελεστής μ αποτελεί μέτρο της πιθανότητας να αλληλεπιδράσει ένα φωτόνιο δεδομένης ενέργειας με ένα συγκεκριμένο υλικό, ανά μονάδα διαδρομής του σε αυτό. Τέλος, η συνάρτηση που δίνει τον αριθμό των φωτονίων που δεν θα αλληλεπιδράσουν με υλικό πάχους x, αν τα αρχικά φωτόνια είναι N_0 , είναι:

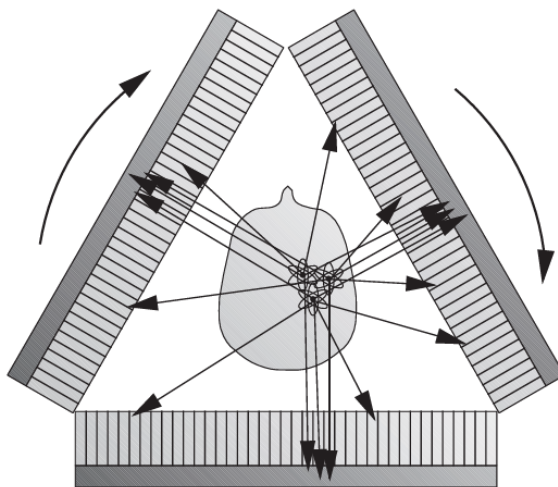
$$N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \quad (2.11)$$

που καλείται εκθετικός νόμος της εξασθένησης της ακτινοβολίας¹³.

2.6: SPECT και γ -Camera (ή Anger Camera)

¹³Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννη Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 60

Στο σημείο αυτό θα εξηγήσουμε αναλυτικά τον τρόπο λειτουργίας της τομογραφίας SPECT, τα μέρη από τα οποία απαρτίζεται, καθώς και τη χρησιμότητα αυτής. Αρχικά, αναφέρουμε ότι το SPECT έχει λάβει το όνομά του από τα αρχικά των λέξεων Single Photon Emission Computerized Tomography (Τομογραφία Εκπομπής Απλού Φωτονίου). Το SPECT, λοιπόν, χρησιμοποιεί την μαθηματική τεχνική της υπολογιστικής τομογραφίας για να σχηματίσει εικόνες. Συνοπτικά, η υπολογιστική τομογραφία είναι μία διαδικασία, κατά την οποία σχηματίζεται μία δισδιάστατη εικόνα ενός αντικειμένου χρησιμοποιώντας πολλαπλές μονοδιάστατες, δηλαδή επίπεδες, εικόνες προβολής του αντικειμένου. Με το SPECT οι προβολές σε πολλές γωνίες συνήθως λαμβάνονται, λόγω της περιστροφής επίπεδων ανιχνευτών απεικόνισης που βρίσκονται γύρω από τον πηγή, δηλαδή τον εκάστοτε ασθενή. Μία τυπική SPECT κάμερα έχει την παρακάτω μορφή:



Σχήμα 2.1: Απεικόνιση τυπικής SPECT κάμερας¹⁴

Βασική προϋπόθεση στην τομογραφία SPECT είναι η εκπομπή από την πηγή μίας ακτίνας γ . Έτσι, θεωρούμε ότι η κάθε πηγή – ασθενής εκπέμπει ένα φωτόνιο με τη βοήθεια ραδιοφαρμάκων, δηλαδή φάρμακα που περιέχουν κάποιο ραδιενεργό πυρήνα, που του χορηγούνται. Η εξήγηση περαιτέρω λεπτομερειών για το θέμα των ραδιοφαρμάκων ξεφεύγει από το πλαίσιο αυτής της εργασίας. Συνεπώς, κάθε εκπεμπόμενη ακτίνα γ ανιχνεύεται από έναν δισδιάστατο ανιχνευτή. Η κατεύθυνση των ακτίνων γ καθορίζεται από έναν κατευθυντήρα (collimator) που τοποθετείται μεταξύ της διάταξης ανιχνευτή (detector) – πηγής και τα φωτόνια που δεν ακολουθούν την επιθυμητή κατεύθυνση απορροφώνται από τον κατευθυντήρα. Ο συνδυασμός κατευθυντήρα και ανιχνευτή σχηματίζουν την γνωστή γ -camera¹⁵.

2.6.1: Anger Camera

¹⁴Stefaan Tavernier, Alexander Gektin, Boris Grinyov, William W. Moses, 2005, *Radiation Detectors for Medical Applications*, ISBN: 13 978-1-4020-5093-0, Εκδόσεις: Springer, σελ. 42

¹⁵Stefaan Tavernier, Alexander Gektin, Boris Grinyov, William W. Moses, 2005, *Radiation Detectors for Medical Applications*, ISBN: 13 978-1-4020-5093-0, Εκδόσεις: Springer, σελ. 40-43

Μία ακτίνα – γ που διασχίζει τον κατευθυντήρα πέφτει στον σπινθηριστή. Ο σπινθηριστής μετατρέπει την ενέργεια από τις υψηλής ενέργειας ακτίνες – γ σε πολλά φωτόνια οπτικού μήκους κύματος. Αυτά τα φωτόνια ανιχνεύονται από μία συλλογή σωλήνων φωτοπολλαπλασιαστών (PMTs - Photomultipliers). Η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη διάταξη σπινθηριστή/ανιχνευτή για το SPECT είναι η Anger camera. Ο σπινθηριστής αποτελείται από κρύσταλλο NaI (ιωδιούχο νάτριο) ή και CsI (ιωδιούχο καίσιο) με πρόσμειξη θαλλίου (Tl). Όταν ένα φωτόνιο αλληλεπιδράσει με τον κρύσταλλο, παράγεται στιγμιαία ορατό φως (σπινθηρισμός) και έτσι ο κρύσταλλος ονομάζεται σπινθηριστής. Αφού αλληλεπιδράσει το φωτόνιο με τον κρύσταλλο, τα φωτόνια που προκύπτουν εκπέμπονται ισότροπα και ανιχνεύονται από αρκετούς φωτοπολλαπλασιαστές. Κάθε φωτοπολλαπλασιαστής εξάγει ένα ηλεκτρικό ρεύμα ανάλογο με τον αριθμό των φωτονίων που ανιχνεύονται. Επιλέγεται το πάχος του κρυστάλλου, τέτοιο ώστε οι ακτίνες – γ που διέρχονται από τον σπινθηριστή να απορροφώνται πλήρως από αυτόν. Επίσης, αναφέρουμε ότι οι ακτίνες – γ που αλληλεπιδρούν με τον κρύσταλλο, αλλά έχουν μικρότερη ενέργεια από την αναμενόμενη, δηλαδή έχουν υποστεί σκέδαση Compton προτού ανιχνευτούν, συνήθως απορρίπτονται¹⁶.

2.6.2: Κατευθυντήρας (Collimator)

Όπως θα έχει γίνει ήδη ξεκάθαρο η κάμερα Anger είναι ένα σημαντικό στοιχείο της τομογραφίας SPECT, όμως η απόδοση μίας κάμερας SPECT καθορίζεται σχεδόν εξ ολοκλήρου από τον κατευθυντήρα¹⁷. Θα δούμε στη συνέχεια ότι οι κατευθυντήρες παίζουν σημαντικό ρόλο στον υπολογισμό της διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή. Προφανώς, κάθε κατευθυντήρας χαρακτηρίζεται, επίσης, από τον αριθμό των οπών του, οι οποίες είναι απαραίτητες, προκειμένου να περνούν οι ακτίνες – γ από αυτές και να φθάνουν στον εκάστοτε ανιχνευτή.

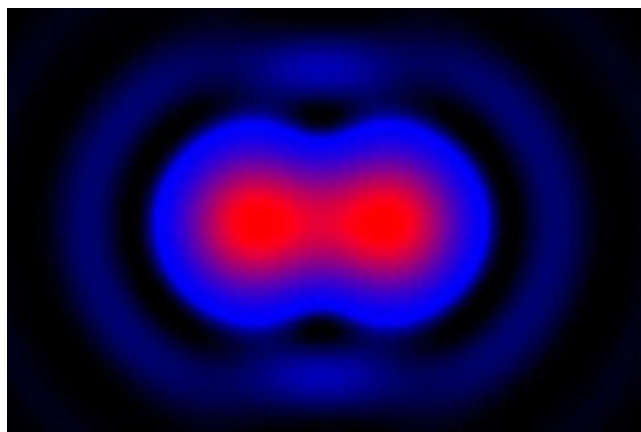
2.7: Χωρική Διακριτική Ικανότητα (Point Spread Function, PSF)

Είναι το μέγεθος που μας δείχνει πόσο λεπτομερής είναι η εικόνα που σχηματίζεται. Στην Πυρηνική Ιατρική, καθώς και στην εφαρμογή που θα δούμε αργότερα, η διακριτική ικανότητα ορίζεται ως η ελάχιστη απόσταση που πρέπει να έχουν δύο σημειακές ραδιενεργές πηγές, ώστε να απεικονιστούν ως ξεχωριστές¹⁸.

¹⁶Stefaan Tavernier, Alexander Gektin, Boris Grinyov, William W. Moses, 2005, *Radiation Detectors for Medical Applications*, ISBN: 13 978-1-4020-5093-0, Εκδόσεις: Springer, σελ. 43-45

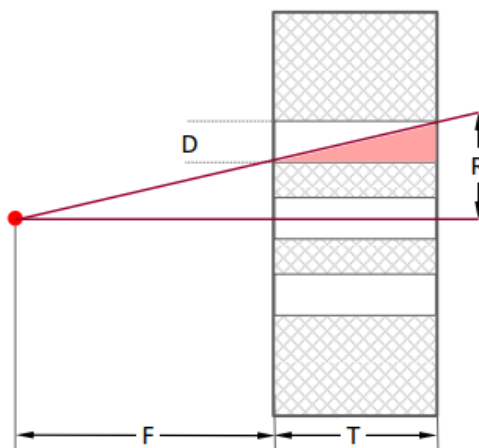
¹⁷Stefaan Tavernier, Alexander Gektin, Boris Grinyov, William W. Moses, 2005, *Radiation Detectors for Medical Applications*, ISBN: 13 978-1-4020-5093-0, Εκδόσεις: Springer, σελ. 50

¹⁸Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 343



Σχήμα 2.2: Απεικόνιση εικόνας δύο πηγών¹⁹

Στη συνέχεια, παραθέτουμε τον τύπο που θα χρησιμοποιούμε για τον θεωρητικό υπολογισμό της διακριτικής ικανότητας, δηλαδή της Point Spread Function (PSF), σε εφαρμογές με προσομοιώσεις SPECT τομογραφίας. Έτσι, θέλουμε να γνωρίζουμε πώς απεικονίζεται μία σημειακή πηγή στον ανιχνευτή, δηλαδή ποια είναι η ακτίνα αυτής, αν μεταξύ ανιχνευτή και πηγής παρεμβάλλεται ένας κατευθυντήρας με οπές.



Σχήμα 2.3: Απεικόνιση κατευθυντήρα και σημειακής πηγής²⁰

Στο παραπάνω σχήμα το D είναι η διάμετρος της οπής, T το πάχος του κατευθυντήρα, F η απόσταση σημειακής πηγής από την μετώπη του κατευθυντήρα και R η ακτίνα με την οποία απεικονίζεται η σημειακή πηγή. Τελικά, ο τύπος για την ακτίνα R είναι ο παρακάτω και προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων που σχηματίζονται στο Σχήμα 2.3:

¹⁹Leica Microsystems, 2023, *Microscope Resolution: Concepts, Factors and Calculation*, Available at: <https://www.leica-microsystems.com/science-lab/life-science/microscope-resolution-concepts-factors-and-calculation/>

²⁰Στυλιάρης Ε., 2021-2022, *Ιατρική Φυσική*, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

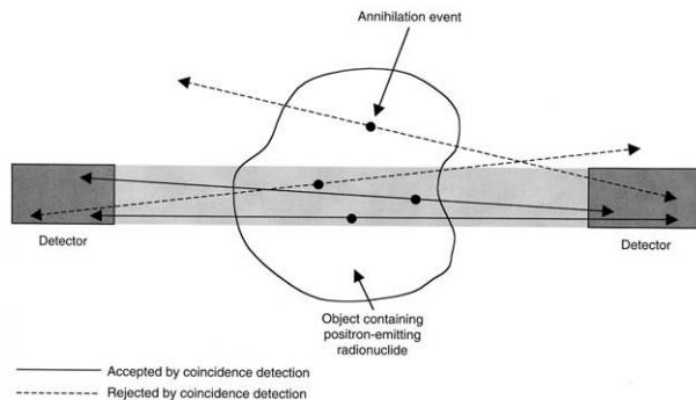
$$\frac{R}{F + T} = \frac{D}{T} \Rightarrow R = \frac{D}{T} \cdot (F + T) \quad (2.12)$$

2.8: Τομογραφία Εκπομπής Ποζιτρονίων (PET)

Βρισκόμαστε, πλέον, σε θέση να αναλύσουμε θεωρητικά το βασικό αντικείμενο αυτής της εργασίας που είναι η Τομογραφία Εκπομπής Ποζιτρονίων (Positron Emission Tomography ή PET). Αυτού του είδους η τομογραφία είναι μία απεικονιστική μέθοδος της Πυρηνικής Ιατρικής, η οποία καθιστά δυνατή την λήψη λειτουργικών εικόνων που απεικονίζουν τον μεταβολισμό και κατά συνέπεια την φυσιολογική ή παθολογική λειτουργία των οργάνων. Τα ποζιτρόνια είναι τα αντισωματίδια των ηλεκτρονίων και διαθέτουν ως εκ τούτου τις ίδιες φυσικές ιδιότητες με τα ηλεκτρόνια, αλλά έχουν θετικό φορτίο. Τα ποζιτρόνια προκύπτουν από διάσπαση β^+ ασταθών πυρήνων που έχουν χορηγηθεί ως ραδιοφάρμακα στους ασθενείς. Μετά την εκπομπή ενός ποζιτρονίου από τον πυρήνα και την σύντομη πορεία δια μέσου της ύλης, το ποζιτρόνιο χάνει την κινητική του ενέργεια και στο τέλος της πορείας του αλληλεπιδρά με ένα ηλεκτρόνιο. Κατά την αλληλεπίδραση της ύλης με την αντιύλη προκύπτει το φαινόμενο της εξαΰλωσης της μάζας των δύο σωματιδίων και αντί αυτών δημιουργούνται δύο αντιδιαμετρικά κατευθυνόμενες ακτίνες – γ ενέργειας 511 keV. Για ανίχνευση της ακτινοβολίας γ από την εξαΰλωση απαιτούνται δύο αντιδιαμετρικά τοποθετημένοι ανιχνευτές²¹. Επομένως, η απεικόνιση μέσω PET βασίζεται στην ταυτόχρονη ανίχνευση των δύο φωτονίων (συμπτωτική ανίχνευση της ακτινοβολίας εξαΰλωσης – annihilation coincidence detection – ACD)²² από τους αντιδιαμετρικούς ανιχνευτές. Αναφέρουμε, επίσης, ότι κάθε ζεύγος αντιδιαμετρικών ανιχνευτών μπορεί να θεωρηθεί ότι ορίζει μία ευθεία, η οποία καλείται LOR (Line of Response). Μέσω αυτών των ευθειών μπορούν να εντοπιστούν τα σημεία εκπομπής των δύο φωτονίων, το οποίο είναι και το ζητούμενο αυτής της διαδικασίας. Έτσι καθορίζεται ο όγκος εντός του οποίου μπορούν να προκύψουν γεγονότα σύμπτωσης.

²¹Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 356-357

²²Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 357



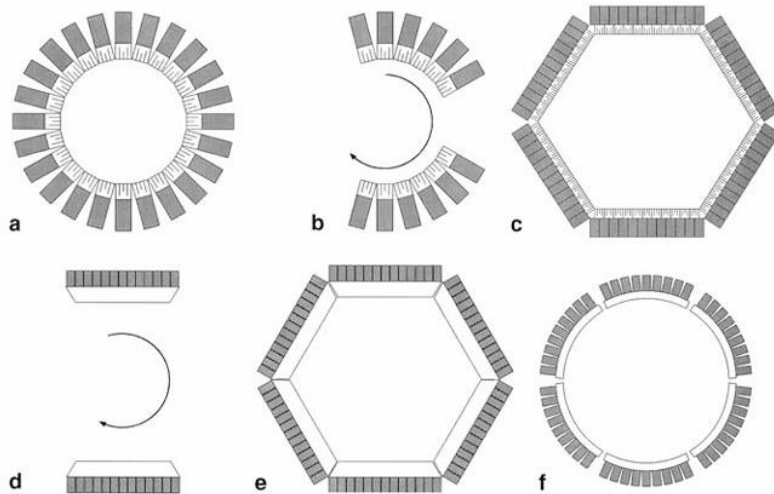
Σχήμα 2.4: Απεικόνιση όγκου με ζεύγη ταυτόχρονων γεγονότων εκπομπής²³

Στη συνέχεια, εξηγούμε τη μορφή της διάταξης του ανιχνευτικού συστήματος. Όλα τα συστήματα PET περιλαμβάνουν τα παρακάτω επιμέρους συστήματα: την ανιχνευτική διάταξη, το ηλεκτρονικό σύστημα, τον επεξεργαστή σύμπτωσης, την λήψη και αποθήκευση των δεδομένων και την ανακατασκευή εικόνας. Τα ανιχνευτικά συστήματα PET βρίσκονται συνήθως σε δακτύλιο πολλαπλών ανιχνευτών που διεθνώς καλούνται ως block. Οι block ανιχνευτές αποτελούνται από κρυστάλλους. Οι συνηθέστεροι κρύσταλλοι είναι οι εξής: BGO, LSO, GSO, LYSO²⁴. Οι κρύσταλλοι έχουν στο πίσω μέρος τους φωτοπολλαπλασιαστές. Γενικά, η διάταξη και η ανίχνευση των σημάτων ακολουθεί τη λογική της Anger camera. Ο πιο απλοποιημένος ανιχνευτής PET αποτελείται από δύο block ανιχνευτές τοποθετημένους ο ένας απέναντι από τον άλλον. Προφανώς, η διάταξη αυτή θα περιστρέφεται γύρω από το αντικείμενο απεικόνισης²⁵.

²³Wolfhard Semmler and Markus Schwaiger, 2008, *Molecular Imaging I*, ISBN: 978-3-540-72718-7, Εκδόσεις: Springer, σελ. 62

²⁴Ευάγγελος Γεωργίου, Εμμανουήλ Γιακουμάκης, Παναγιώτης Δημητρίου, Παντελής Καραϊσκος, Σοφία Κόττου, Άννυ Λουίζη, Ιουλία Μαλαμίτση, Παναγιώτης Παπαγιάννης, 2014, *Ιατρική Φυσική*, ISBN: 978-9963-716-72-2, 2^η Έκδοση, Εκδόσεις: Π.Χ. Πασχαλίδης, σελ. 358

²⁵Wolfhard Semmler and Markus Schwaiger, 2008, *Molecular Imaging I*, ISBN: 978-3-540-72718-7, Εκδόσεις: Springer, σελ. 63-64



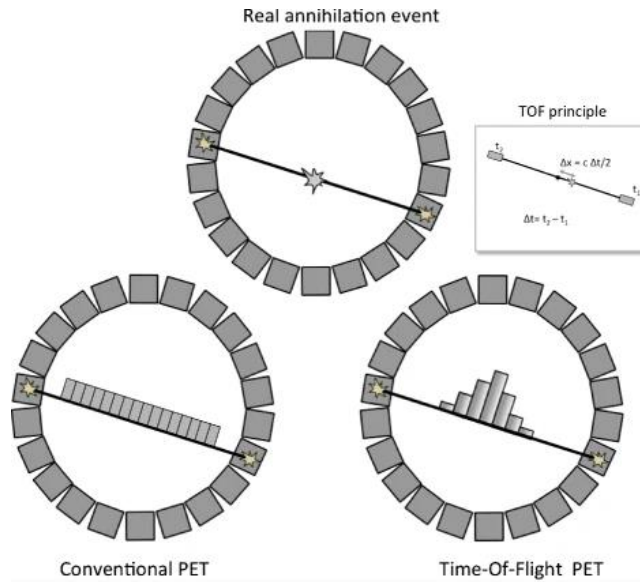
Σχήμα 2.5: Απεικόνιση ανιχνευτικών διατάξεων PET²⁶

2.8.1: Time of Flight (ToF – Χρόνος πτήσης)

Σημαντικό ρόλο σε αυτό το είδος της τομογραφίας παίζει ο παράγοντας του χρόνου πτήσης (Time of Flight – ToF), δηλαδή το χρονικό παράθυρο μεταξύ της έλευσης των δύο φωτονίων στους ανιχνευτές. Λαμβάνοντας υπόψη τη διαφορά του ToF των δύο φωτονίων που ανιχνεύονται μπορεί να οριστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η θέση εκπομπής των φωτονίων, καθώς γεγονότα που ανιχνεύονται και έχουν μεγάλη χρονική απόκλιση μεταξύ αυτών απορρίπτονται. Η τεχνική αυτή είχε εισαχθεί στις αρχές της δεκαετίας του 1980, αλλά η επιτυχία της ήταν περιορισμένη λόγω των υλικών και των αλγορίθμων που ήταν διαθέσιμα εκείνη την εποχή²⁷. Όπως είναι ήδη γνωστό, η τομογραφία εκπομπής ποζιτρονίων (PET) βασίζεται στην αρχή ανίχνευσης ταυτόχρονων γεγονότων, δηλαδή φωτονίων με ενέργεια 511 keV που προέρχονται από την εξαύλωση ενός ποζιτρονίου. Με τη βοήθεια του χρόνου πτήσης προσπαθούμε να προσδιορίσουμε κατά προσέγγιση τη θέση εξαύλωσης κατά μήκος της LOR, χρησιμοποιώντας, δηλαδή, τη μετρούμενη διαφορά στους χρόνους άφιξης των δύο γεγονότων.

²⁶Wolfhard Semmler and Markus Schwaiger, 2008, *Molecular Imaging I*, ISBN: 978-3-540-72718-7, Εκδόσεις: Springer, σελ. 65

²⁷Wolfhard Semmler and Markus Schwaiger, 2008, *Molecular Imaging I*, ISBN: 978-3-540-72718-7, Εκδόσεις: Springer, σελ. 64



Σχήμα 2.6: Απεικόνιση συμβατικού PET και PET με εφαρμογή του ToF

Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα, με την εφαρμογή του ToF μπορούμε να υπολογίσουμε σε ποιο σημείο της LOR έγινε η εκπομπή των δύο φωτονίων που ανιχνεύθηκαν. Έτσι, η απόσταση από το κέντρο της LOR, Δx , είναι ανάλογη με το ToF, δηλαδή με τη διαφορά του $\Delta t = t_2 - t_1$.

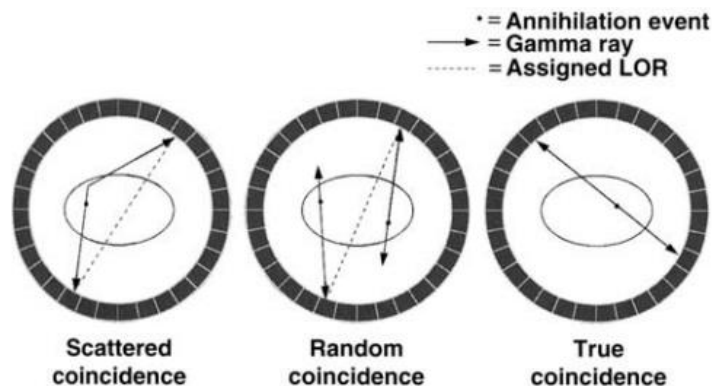
$$\Delta x = \frac{c \cdot \Delta t}{2} \quad (2.13)$$

όπου $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, t_1 ο χρόνος έλευσης του πρώτου φωτονίου και t_2 ο χρόνος έλευσης του δεύτερου φωτονίου²⁸.

2.8.2: Λανθασμένα Γεγονότα

Σε κάθε ανάλυση καταγράφονται ορισμένα λανθασμένα γεγονότα ως γεγονότα σύμπτωσης, τα οποία λειτουργούν ως θόρυβος στην ανακατασκευασμένη εικόνα. Ορισμένες περιπτώσεις αυτών των λανθασμένων γεγονότων φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:

²⁸S. Vandenberghe, E. Mikhaylova, E. D’Hoe, P. Mollet and J. S. Karp, 2016, *Recent developments in time-of-flight PET*, Available at: <https://ejnmiphys.springeropen.com/articles/10.1186/s40658-016-0138-3#Fig>



Σχήμα 2.7: Απεικόνιση δύο λανθασμένων γεγονότων και ενός σωστού γεγονότος²⁹

Στην πρώτη περίπτωση του παραπάνω σχήματος φαίνεται το ένα εκ των δύο φωτονίων να έχει υποστεί κάποιου είδους σκέδαση (σκέδαση Compton) προτού ανιχνευτεί, κάτι το οποίο δίνει λανθασμένο συμπέρασμα για την LOR. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός πως αυτού του είδους τα γεγονότα είναι αρκετά εύκολο να αποκοπούν με κάποιο ενεργειακό κριτήριο, δηλαδή φωτόνια που έχουν αρκετά μικρότερη ενέργεια από αυτή των 511 keV. Έπειτα, στη δεύτερη περίπτωση φαίνεται να εκπέμπονται τέσσερα φωτόνια αλλά τα δύο από αυτά δεν ανιχνεύονται, καθώς πιθανόν απορροφώνται από το αντικείμενο απεικόνισης, και έτσι η LOR που σχηματίζεται τελικά είναι λανθασμένη. Τα λανθασμένα γεγονότα αυτού του είδους συνήθως, όπως και στην ανάλυση αυτής της εργασίας, δεν αποκόπτονται με κάποιο τρόπο και έτσι ενδέχεται να αλλοιώνουν το αποτέλεσμα της ανακατασκευής του αντικειμένου.

2.9: Πρόγραμμα GEANT4/GATE

Αρχικά, αναφέρουμε με λίγα λόγια ότι το Geant4 είναι μία εργαλειοθήκη που χρησιμεύει στις προσομοιώσεις διέλευσης σωματιδίων μέσα από την ύλη. Οι τομείς εφαρμογής του περιλαμβάνουν τη φυσική υψηλών ενεργειών, την πυρηνική φυσική, καθώς και σπουδές στην ιατρική και τη διαστημική επιστήμη³⁰. Έπειτα, σχολιάζουμε ότι το GATE είναι ένα προηγμένο λογισμικό ανοιχτού κώδικα που αναπτύχθηκε από τη διεθνή συνεργασία OpenGATE και ειδικεύεται στις αριθμητικές προσομοιώσεις στην ιατρική απεικόνιση και την ακτινοθεραπεία. Το GATE βασίζεται στην εργαλειοθήκη Geant4 που αναφέραμε προηγουμένως. Επί του παρόντος υποστηρίζει προσομοιώσεις της τομογραφίας εκπομπής (PET και SPECT), της υπολογιστής τομογραφίας (Computed Tomography – CT), της οπτικής απεικόνισης (Optical Imaging) και των πειραμάτων ακτινοθεραπείας. Το GATE χρησιμοποιεί έναν εύκολο στην εκμάθηση μηχανισμό για την διαμόρφωση απλών ή εξαιρετικά εξελιγμένων πειραματικών ρυθμίσεων. Τέλος, το GATE παίζει πλέον αρκετά σημαντικό ρόλο στον σχεδιασμό των νέων ιατρικών συσκευών απεικόνισης,

²⁹Wolfhard Semmler and Markus Schwaiger, 2008, *Molecular Imaging I*, ISBN: 978-3-540-72718-7, Εκδόσεις: Springer, σελ. 70-71

³⁰Available at: <https://geant4.web.cern.ch/>

στη βελτιστοποίηση, την ανάπτυξη και την αξιολόγηση αλγορίθμων ανακατασκευής εικόνας και τεχνικών διόρθωσης³¹.

2.10: Καρδιά - Μυοκάρδιο

Η καρδιά είναι ένας μυώδης όργανο που αντλεί αίμα σε όλο το σώμα. Χάρη στις συνεχείς συστολές και διαστολές της, το οξυγονωμένο αίμα μεταφέρεται σε όλα τα όργανα και τους ιστούς, ενώ το αίμα που έχει αποβάλει το οξυγόνο επιστρέφει στην καρδιά για να οξυγονωθεί εκ νέου. Αποτελείται από τέσσερις κοιλότητες: δύο κόλπους και δύο κοιλίες. Οι κόλποι συλλέγουν το αίμα, ενώ οι κοιλίες το αντλούν. Μεταξύ των κοιλοτήτων υπάρχουν βαλβίδες που επιτρέπουν την μονοκατευθυντική ροή του αίματος. Το μυοκάρδιο είναι το μεσαίο και πιο παχύ στρώμα του τοιχώματος της καρδιάς, αποτελούμενο από καρδιακές μυϊκές ίνες που συστέλλονται αυτόματα. Αυτές οι συσπάσεις είναι υπεύθυνες για τον καρδιακό παλμό, ο οποίος αντλεί το αίμα μέσω των κοιλιών και επιτρέπει την πλήρωση των κόλπων με αίμα. Η λειτουργία του μυοκαρδίου είναι κρίσιμη για την κυκλοφορία του αίματος και τη διατήρηση της ζωής. Συνεπώς, η κύρια λειτουργία του μυοκαρδίου είναι να εξασφαλίζει τη συστολή και διαστολή της καρδιάς, η οποία επιτρέπει την άντληση του αίματος. Κατά τη συστολή, το μυοκάρδιο πιέζει το αίμα από τις κοιλίες της καρδιάς προς τις αρτηρίες, ενώ κατά τη διαστολή, η καρδιά χαλαρώνει και γεμίζει με αίμα από τους κόλπους³². Έπειτα, θα αναφερθούμε σε ορισμένες παθήσεις του μυοκαρδίου με τις οποίες και θα ασχοληθούμε στην παρούσα εργασία. Οι παθήσεις που επηρεάζουν το μυοκάρδιο περιλαμβάνουν την ισχαιμική καρδιοπάθεια, η οποία προκαλείται από αποφράξεις στις στεφανιαίες αρτηρίες, και την υπέρταση, η οποία αυξάνει το φορτίο της καρδιάς και μπορεί να οδηγήσει σε πάχυνση του μυοκαρδίου (υπερτροφία) και τελικά σε καρδιακή ανεπάρκεια³³. Άλλες παθήσεις, όπως η μυοκαρδίτιδα (φλεγμονή του μυοκαρδίου) και διάφορες καρδιομυοπάθειες, μπορούν να προκαλέσουν σοβαρά προβλήματα, από αρρυθμίες μέχρι αιφνίδιο καρδιακό θάνατο³⁴.

³¹Available at: <http://www.opengatecollaboration.org/>

³²Bailey, R., 2024, Myocardium of the heart, *ThoughtCo*, Available at: <https://www.thoughtco.com/myocardium-anatomy-373234>

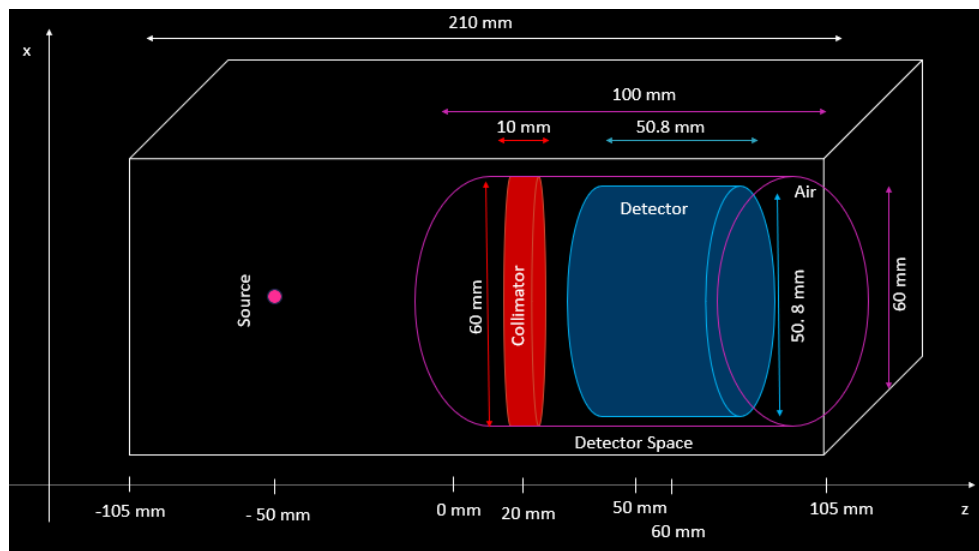
³³ Holland, K., 2023, What is myocarditis?, *Verywell Health*, Available at: <https://www.verywellhealth.com/what-is-myocarditis-5189040>

³⁴Bailey, R., 2024, Myocardium of the heart, *ThoughtCo*, Available at: <https://www.thoughtco.com/myocardium-anatomy-373234>

Κεφάλαιο 3: Εισαγωγικές Εφαρμογές (γ-Camera)

3.1: Υπολογισμός Γραμμικού Συντελεστή Απορρόφησης

Στην εφαρμογή αυτή θα προσπαθήσουμε με τη βοήθεια μίας προσομοίωσης στη γ-Camera, πρακτικά μίας προσομοίωσης SPECT, να υπολογίσουμε τον γραμμικό συντελεστή απορρόφησης διαφορετικών υλικών κατευθυντήρων. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση αυτής της εφαρμογής, όπως και κάθε επόμενης είναι το GEANT4/GATE. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, για να πραγματοποιήσουμε μία προσομοίωση SPECT θα χρειαστούμε μία πηγή (Source) που εκπέμπει ένα φωτόνιο, έναν κατευθυντήρα (Collimator) και έναν ανιχνευτή γ – ακτινοβολίας (Detector). Η διάταξη που κατασκευάστηκε φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.1: Απεικόνιση πειραματικής διάταξης

Ο ανιχνευτής της συγκεκριμένης προσομοίωσης είναι ανιχνευτής CsI (ιωδιούχου καισίου). Ο κατευθυντήρας, ο ανιχνευτής CsI, καθώς και ο χώρος του ανιχνευτή (Detector Space) έχουν τις διαστάσεις που φαίνονται στο Σχήμα 3.1. Έτσι, λοιπόν, σε ειδικό πρόγραμμα του GATE, χρησιμοποιώντας τις κατάλληλες εντολές, δημιουργήσαμε συμπαγή απορροφητή (Collimator) και λεπτή δέσμη γ – ακτινοβολίας (pencil beam) ενέργειας 511 keV, η οποία εκπέμπεται από την πηγή με κατεύθυνση προς τον ανιχνευτή. Λάβαμε δεδομένα από τρεις προσομοιώσεις, καθώς αλλάξαμε το υλικό του απορροφητή (Collimator). Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα εξής: Al (αλουμίνιο), Fe (σίδηρος) και Pb (μόλυβδος). Από τα δεδομένα που λάβαμε, κατασκευάσαμε τα διαγράμματα ενέργειας για το κάθε υλικό με σκοπό να σημειώσουμε τον αριθμό των γεγονότων (Entries) που καταγράφηκαν στην κάθε προσομοίωση. Σημαντικό είναι να αναφερθεί πως τα συνολικά γεγονότα που εκπέμπονται από την πηγή βρίσκονται ως εξής:

$$\text{Γεγονότα} = C \cdot \Delta t \quad (3.1)$$

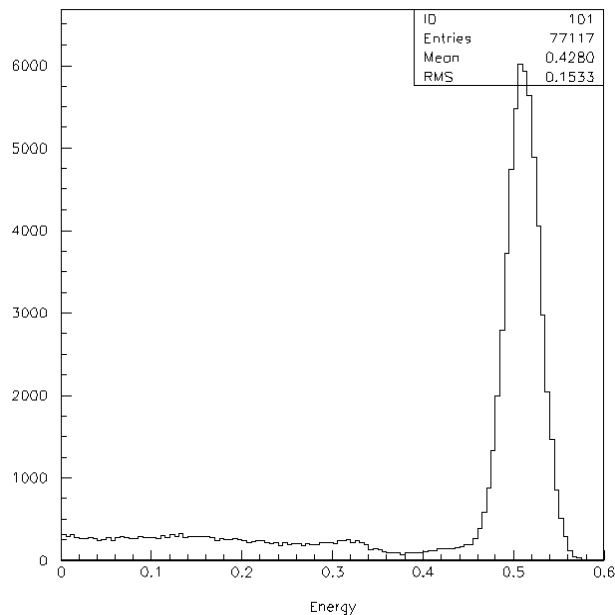
όπου C η ενεργότητα της πηγής (εδώ $C=10,000$ Bq) και Δt ο χρόνος που πραγματοποιείται η προσομοίωση (εδώ $\Delta t = 10$ sec). Επομένως, τα συνολικά γεγονότα είναι 100,000. Όπως προαναφέρθηκε, σκοπός μας είναι να βρούμε τον γραμμικό συντελεστή απορρόφησης κάθε υλικού και γι' αυτό χρησιμοποιούμε τον τύπο (2.11):

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

όπου N τα γεγονότα που καταγράφονται (Entries), N_0 τα γεγονότα που εκπέμπονται, μ ο γραμμικός συντελεστής απορρόφησης και x το πάχος του απορροφητή (εδώ $x= 10$ mm). Στο τέλος γίνεται σύγκριση του ευρεθέντος γραμμικού συντελεστή απορρόφησης με τον θεωρητικό συντελεστή απορρόφησης, ο οποίος βρίσκεται με ειδική διαδικασία που θα περιγραφεί στη συνέχεια, από την ενιαία βάση δεδομένων NIST (National Institute of Standards and Technology)³⁵.

- Για τον απορροφητή (Collimator) Al:

Το διάγραμμα ενέργειας που προκύπτει είναι το εξής:



Σχήμα 3.2: Διάγραμμα ενέργειας Al

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2, τα γεγονότα που καταγράφονται (Entries) είναι 77,117. Έτσι, προκύπτουν τα εξής:

Πίνακας 3.1: Πειραματική εύρεση γραμμικού συντελεστή απορρόφησης για το Al

N	N_0	x (cm) (πάχος collimator)	μ (cm^{-1})
77,117	100,000	1	0.260

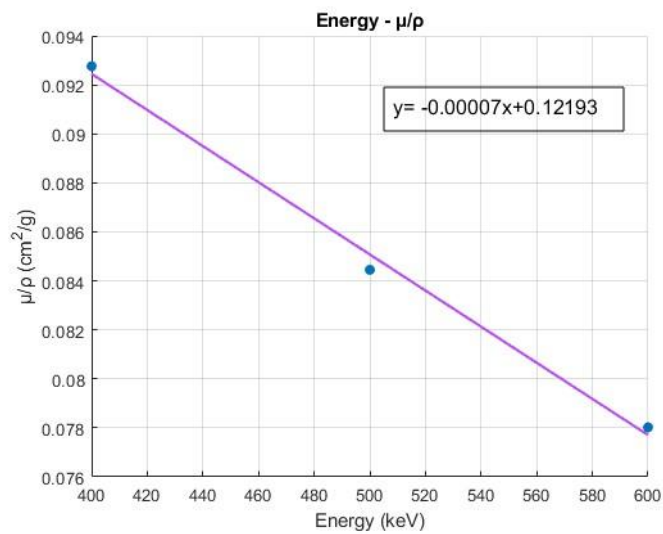
³⁵National Institute of Standards and Technology, 2017, *Element Data Index*, Available at: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Elements/index.html>

Η ενιαία βάση δεδομένων NIST δίνει πληροφορίες για τον μαζικό συντελεστή απορρόφησης (μ/ρ , ρ : πυκνότητα υλικού), ο οποίος εξαρτάται από την ενέργεια. Τα δεδομένα που δίνει για ενέργειες 400-600 keV είναι τα εξής:

Πίνακας 3.2: Προβολή δεδομένων από NIST

Energy (keV)	μ/ρ (cm ² /g)
400	0.09276
500	0.08445
600	0.07802

Προκειμένου να λάβουμε τη βέλτιστη θεωρητική τιμή του συντελεστή απορρόφησης κάναμε γραμμική προσαρμογή στα παραπάνω δεδομένα και προέκυψε το εξής:



Σχήμα 3.3: Εξίσωση ευθείας για τον μαζικό συντελεστή του Al

Έτσι, λαμβάνουμε πλέον τα εξής αποτελέσματα, θεωρώντας πως $\rho_{Al}=2.699$ g/cm³.³⁶

Πίνακας 3.3: Προβολή αποτελεσμάτων Al

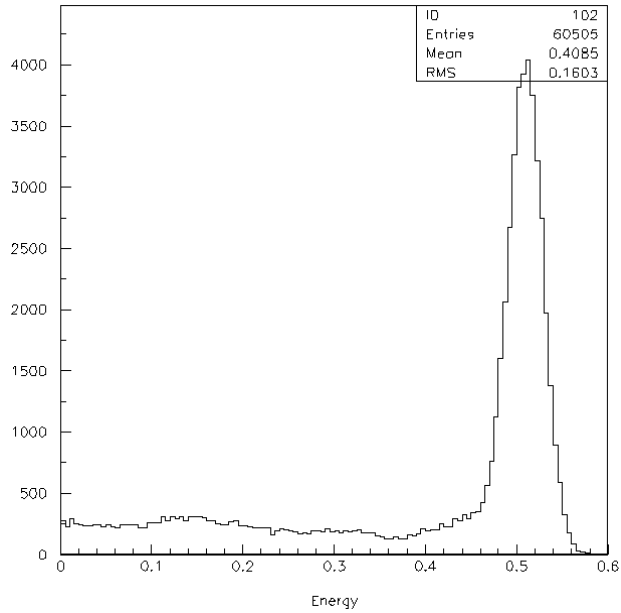
μ (cm ⁻¹)	Μθεωρητικό/ ρ (cm ² /g)	Μθεωρητικό (cm ⁻¹)	Απόκλιση
0.260	0.086	0.233	11.74%

- ο Για τον απορροφητή (Collimator) Fe:

Ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία και προέκυψε το εξής διάγραμμα ενέργειας:

³⁶Wikipedia, 2024, Available at:

<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%81%CE%B3%CE%AF%CE%BB%CE%B9%CE%BF>



Σχήμα 3.4: Διάγραμμα ενέργειας Fe

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.4, τα γεγονότα που καταγράφονται (Entries) είναι 60,505. Έτσι, προκύπτουν τα εξής:

Πίνακας 3.4: Πειραματική εύρεση γραμμικού συντελεστή απορρόφησης για τον Fe

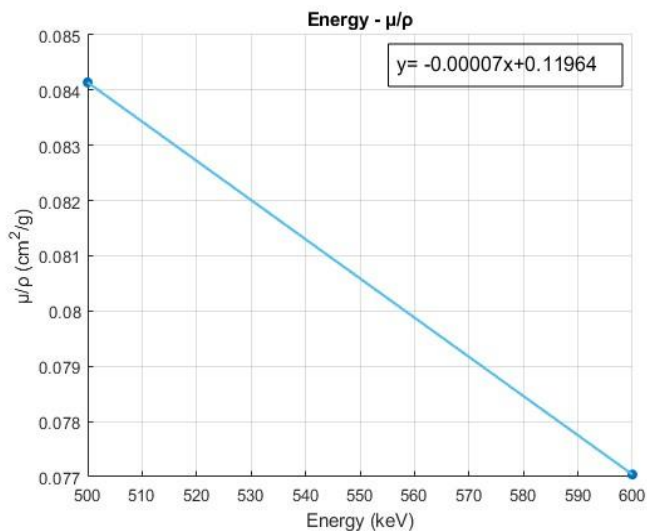
N	N_0	x (cm) (πάχος collimator)	μ (cm^{-1})
60,505	100,000	1	0.502

Έπειτα, παραθέτουμε τα δεδομένα από τη βάση δεδομένων NIST για να ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με προηγουμένως:

Πίνακας 3.5: Προβολή δεδομένων από NIST

Energy (keV)	μ/ρ (cm^2/g)
500	0.08414
600	0.07704

Στη συνέχεια, παραθέτουμε την γραμμική προσαρμογή που έγινε στα παραπάνω δεδομένα.



Σχήμα 3.5: Εξίσωση ευθείας για τον μαζικό συντελεστή του Fe

Λαμβάνουμε, πλέον, τα εξής αποτελέσματα, θεωρώντας πως $\rho_{Fe} = 7.874 \text{ g/cm}^3$.³⁷

Πίνακας 3.6: Προβολή αποτελεσμάτων

μ (cm ⁻¹)	μθεωρητικό/ρ (cm ² /g)	μθεωρητικό (cm ⁻¹)	Απόκλιση
0.502	0.084	0.660	23.92%

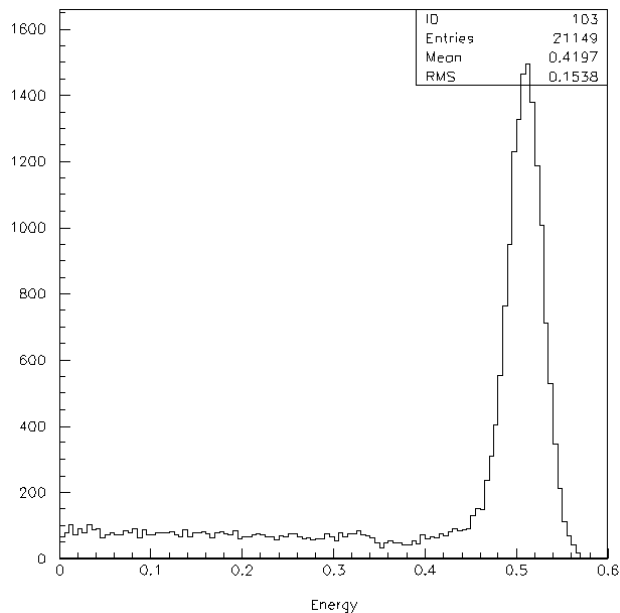
Χρησιμοποιήθηκαν μόνο οι ενέργειες 500 και 600 keV για τον υπολογισμό του θεωρητικού συντελεστή απορρόφησης, καθώς η ενέργεια των 400 keV προκαλούσε αρκετά μεγάλη απόκλιση.

- ο Για τον απορροφητή (Collimator) Pb:

Προέκυψε το εξής διάγραμμα ενέργειας:

³⁷Wikipedia, 2024, Available at:

<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CE%AF%CE%B4%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%82>



Σχήμα 3.6: Διάγραμμα ενέργειας Pb

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.6, τα γεγονότα που καταγράφονται (Entries) είναι 21,149. Έτσι, προκύπτουν τα εξής:

Πίνακας 3.7: Πειραματική εύρεση γραμμικού συντελεστή απορρόφησης για τον Pb

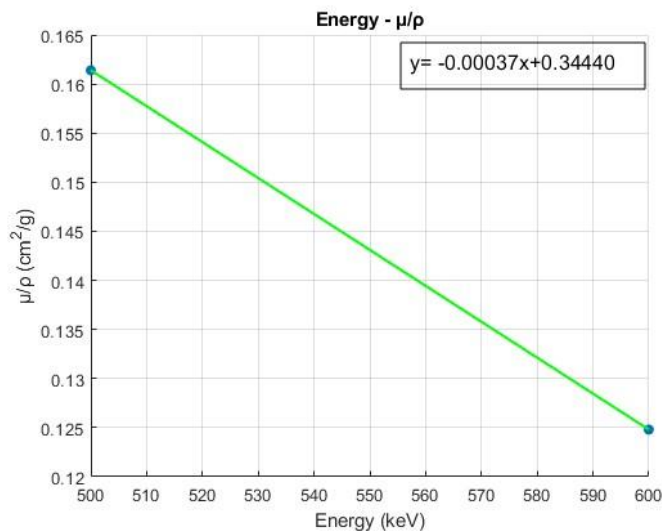
N	N ₀	x (cm) (πάχος collimator)	μ (cm ⁻¹)
21,149	100,000	1	1.553

Παραθέτουμε τα δεδομένα από τη βάση δεδομένων NIST:

Πίνακας 3.8: Προβολή δεδομένων από NIST

Energy (keV)	μ/ρ (cm ² /g)
500	0.1614
600	0.1248

Έπειτα, έγινε η παρακάτω γραμμική προσαρμογή:



Σχήμα 3.7: Εξίσωση ευθείας για τον μαζικό συντελεστή απορρόφησης του Pb

Λαμβάνουμε, πλέον, τα εξής αποτελέσματα, θεωρώντας πως $\rho_{\text{Pb}} = 11.3 \text{ g/cm}^3$.³⁸

Πίνακας 3.9: Προβολή αποτελεσμάτων

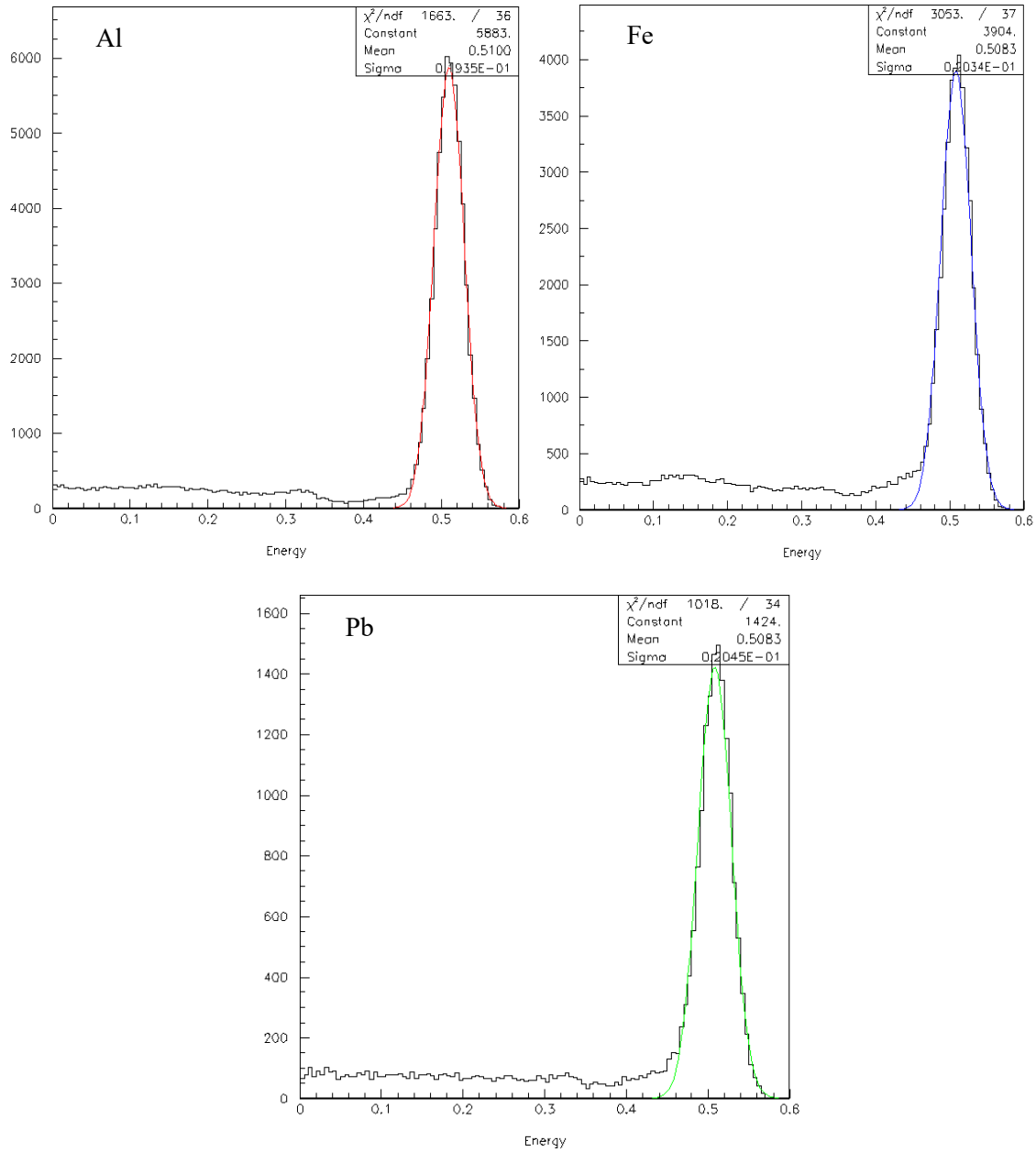
μ (cm ⁻¹)	$\mu_{\text{θεωρητικό}}/\rho$ (cm ² /g)	$\mu_{\text{θεωρητικό}}$ (cm ⁻¹)	Απόκλιση
1.553	0.155	1.756	11.51%

Όπως και στον υπολογισμό του θεωρητικού συντελεστή απορρόφησης του σιδήρου, αποκλείεται και εδώ η τιμή του στην ενέργεια των 400 keV.

3.1.1: Εύρεση διακριτικής ικανότητας

Τέλος, στο σημείο αυτό θα υπολογίσουμε τη διακριτική ικανότητα στην κάθε περίπτωση. Προκειμένου να υπολογίσουμε την διακριτική ικανότητα του υλικού του κατευθυντήρα στην κάθε περίπτωση, προσαρμόζουμε μία γκαουσιανή καμπύλη στο διάγραμμα ενέργειας κάθε υλικού, όπως φαίνεται παρακάτω.

³⁸Wikipedia, 2024, Available at: <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CF%8C%CE%BB%CF%85%CE%B2%CE%B4%CE%BF%CF%82>



Σχήμα 3.8: Διαγράμματα ενέργειας των τριών υλικών με προσαρμογή γκαουσιανής καμπύλης

Έτσι, λοιπόν, από τα παραπάνω διαγράμματα λαμβάνουμε το μέγεθος της αβεβαιότητας, σ , για την κάθε περίπτωση.

Πίνακας 3.10: Προβολή αβεβαιοτήτων

σ_{Al} (MeV)	σ_{Fe} (MeV)	σ_{Pb} (MeV)
0.019	0.02	0.02

Επίσης, γνωρίζουμε ότι ο τύπος που χαρακτηρίζει την διακριτική ικανότητα είναι $\Delta E/E$, όπου ΔE είναι το εύρος της γκαουσιανής καμπύλης, δηλαδή το FWHM (Full Width At Half Maximum) και E είναι η ενέργεια των 511 keV. Το μέγεθος αυτό συσχετίζεται με την αβεβαιότητα σ ως εξής:

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} \cdot \sigma \quad (3.2)$$

Προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

Πίνακας 3.11: Προβολή αποτελεσμάτων

$(\Delta E/E)_{\text{Al}}$	$(\Delta E/E)_{\text{Fe}}$	$(\Delta E/E)_{\text{Pb}}$
8.74%	9.20%	9.20%

3.2: Υπολογισμός Χωρικής Διακριτικής Ικανότητας (Point Spread Function, PSF)

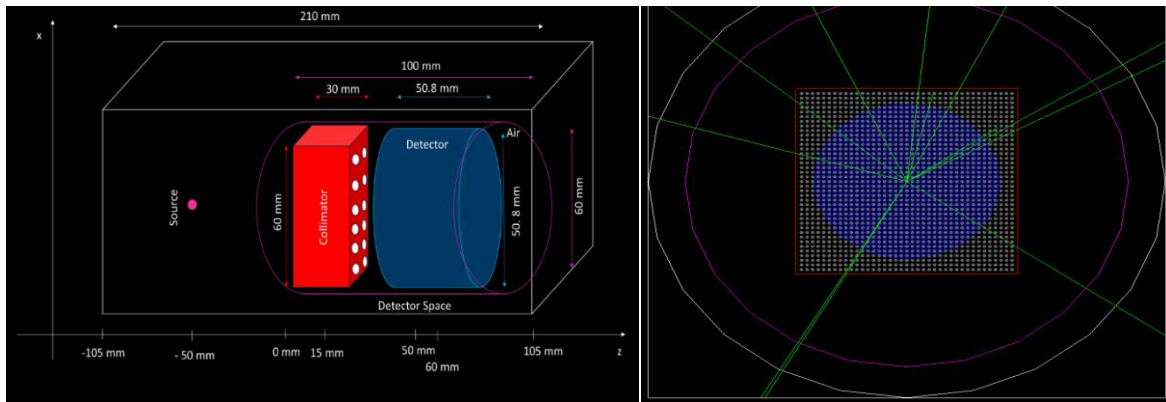
Με τη βοήθεια του ειδικού προγράμματος GATE κατασκευάσαμε έναν κατευθυντήρα (Collimator), ο οποίος έχει σχήμα κουτιού διαστάσεων 60x60 mm και ύψους 30 mm. Επίσης, χρησιμοποιώντας μία επαναληπτική μέθοδο του GATE, προσθέσαμε 40 κυλινδρικές τρύπες στις διευθύνσεις x και y σε όλον τον όγκο του κατευθυντήρα. Η επαναληπτική αυτή μέθοδος είναι κυβική, καθώς προσθέτει τις εν λόγω τρύπες σε κάθε επίπεδο $x - y$ αντίστοιχα (Σχήμα 3.9).

```
# Repeater

/gate/Hole/repeaters/insert cubicArray
/gate/Hole/cubicArray/setRepeatNumberX 39
/gate/Hole/cubicArray/setRepeatNumberY 39
/gate/Hole/cubicArray/setRepeatNumberZ 1
/gate/Hole/cubicArray/setRepeatVector 1.5 1.5 0.0 mm
```

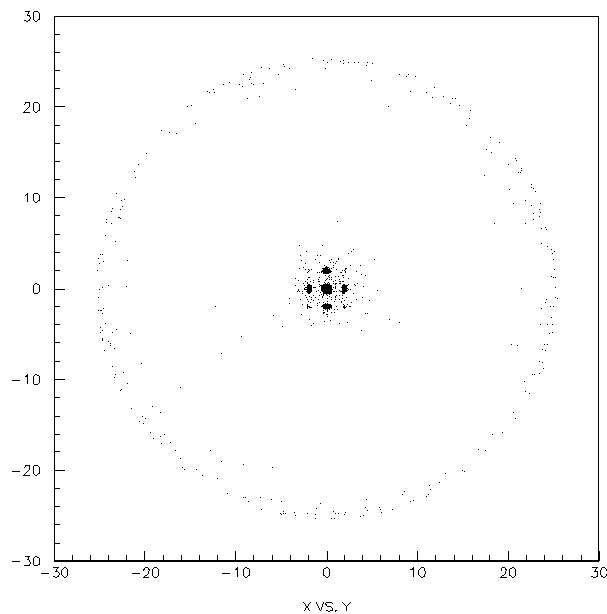
Σχήμα 3.9: Απεικόνιση κώδικα στο πρόγραμμα του GATE επαναληπτικής μεθόδου

Οι τρύπες έχουν ακτίνα 0.5 mm και τα κέντρα τους απέχουν 1.5 mm. Η σχηματική απεικόνιση της διάταξης αυτής, καθώς και η εικόνα που προκύπτει για τις τρύπες και τον κατευθυντήρα από το GATE φαίνονται στο Σχήμα 3.10.



Σχήμα 3.10: Απεικόνιση της πειραματικής διάταξης και του κατευθυντήρα

Σκοπός σε αυτή την εφαρμογή είναι να βρούμε κάποια σχέση μεταξύ της απόστασης της πηγής από τον ανιχνευτή και της διακριτικής ικανότητας (PSF). Πρακτικά θέλουμε να μελετήσουμε την PSF των σημειακών πηγών. Έτσι, τοποθετήσαμε την πηγή σε αποστάσεις, F , 10 mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm, 80 mm και 100 mm από τον κατευθυντήρα (Collimator). Προκειμένου να βρούμε την τιμή, R , της ακτίνας που σχετίζεται με την διακριτική ικανότητα ακολουθήσαμε την παρακάτω διαδικασία. Αρχικά, γνωρίζουμε ότι η πηγή εκπέμπει γ – ακτινοβολία, δηλαδή φωτόνια, μερικά εκ των οποίων κάνουν σκέδαση Compton πριν ανιχνευτούν. Τα φωτόνια αυτά αγνοούνται στην ανάλυση αυτή, καθώς αποτελούν τον λεγόμενο θόρυβο. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.11, βρίσκονται στην περιφέρεια του διαγράμματος $x - y$ (x : σημείο που ανιχνεύτηκε το φωτόνιο στον άξονα x , y : σημείο που ανιχνεύτηκε το φωτόνιο στον άξονα y) και αποκόπτονται με την απαίτηση η ενέργεια να είναι κοντινή στα 140 keV, δηλαδή στην ενέργεια των φωτονίων που εκπέμπονται από την πηγή.

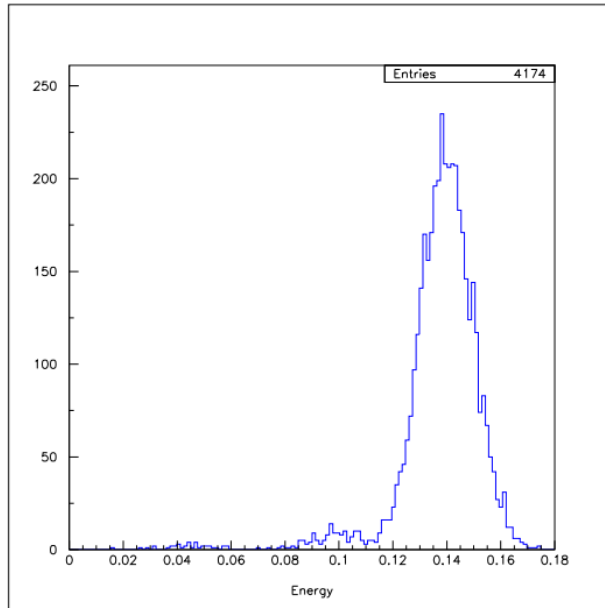


Σχήμα 3.11: Απεικόνιση περιφερειακών γεγονότων Compton (ενδεικτικό παράδειγμα για απόσταση πηγής 50 mm)

Αφού αποκόψουμε τα γεγονότα που αφορούν τις σκεδάσεις Compton, θεωρούμε ότι ένα καλό κριτήριο για να προχωρήσουμε την ανάλυση είναι να κρατήσουμε το 90% των εναπομείναντων γεγονότων. Συνεπώς, βρίσκουμε την τιμή της R που βρίσκεται πιο κοντά στο 90% των γεγονότων. Η μεθοδολογία αυτή παρουσιάζεται αναλυτικότερα και στη συνέχεια.

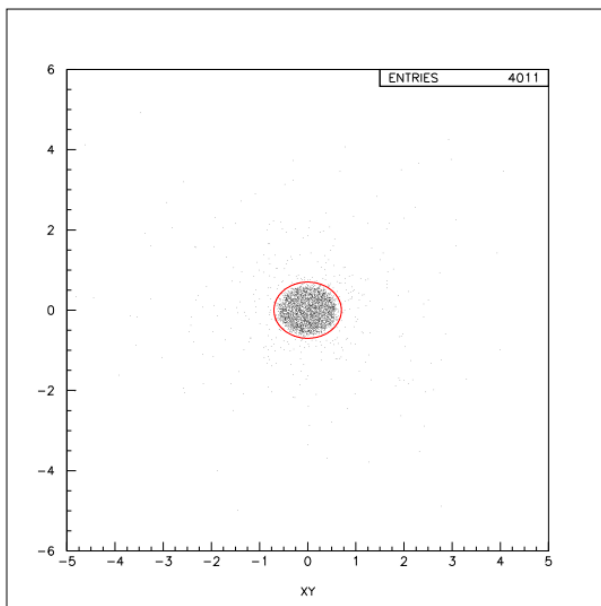
- Για απόσταση 10 mm:

Αρχικά, κατασκευάζουμε το διάγραμμα της ενέργειας και βλέπουμε τα συνολικά γεγονότα.



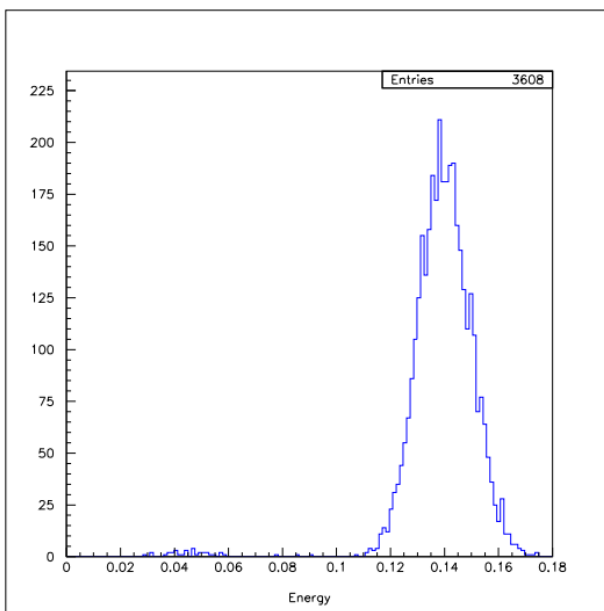
Σχήμα 3.12: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 10 mm

Έπειτα, κατασκευάζουμε το διάγραμμα $x - y$ και αποκόπτουμε τα γεγονότα που αντιστοιχούν σε σκέδαση Compton, απαιτώντας η ενέργεια να είναι μεγαλύτερη από 0.12 MeV, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.12. Τα γεγονότα που προκύπτουν από το ενεργειακό αυτό κριτήριο είναι 4,174. Επίσης, προσαρμόζουμε ενδεικτικά έναν κύκλο στα γεγονότα που φαίνεται να αντιστοιχούν σε αντίχτυση φωτονίων περίπου 140 keV, ακτίνας 0.7 mm.



Σχήμα 3.13: Διάγραμμα $x - y$ της απόστασης 10 mm

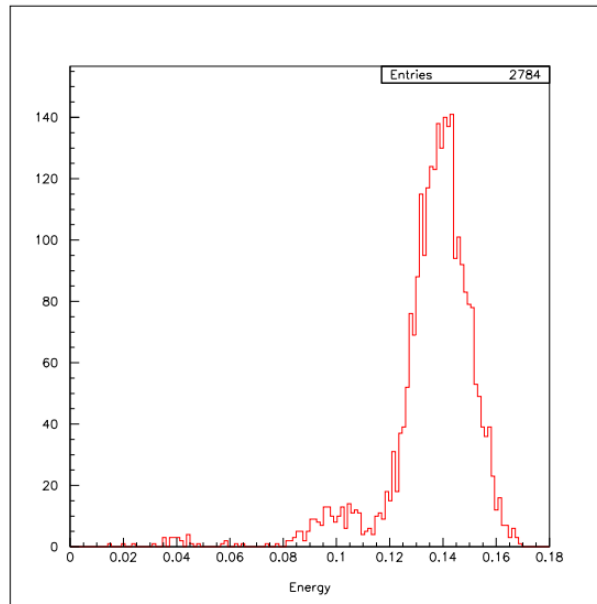
Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ψάχνουμε, πλέον, την τιμή της R στην οποία ανήκει το 90% των 4,011 γεγονότων, δηλαδή περίπου τα 3,609, έχοντας ως ενδεικτική την τιμή των 0.7 mm. Προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα ενέργειας για την τιμή $R = 0.66$ mm.



Σχήμα 3.14: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 10 mm

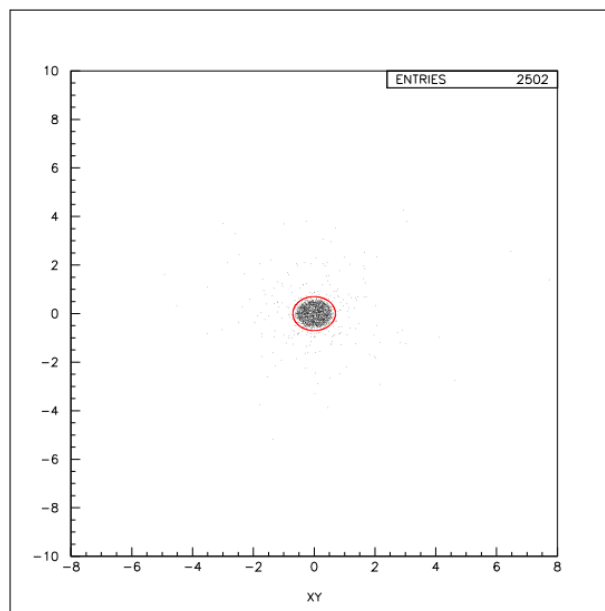
- Για απόσταση 20 mm:

Το διάγραμμα ενέργειας και τα συνολικά γεγονότα είναι τα εξής:



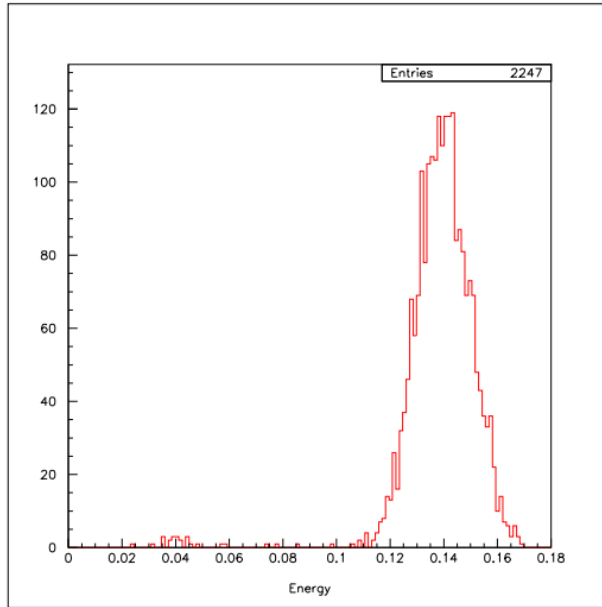
Σχήμα 3.15: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 20 mm

Αποκόπτοντας τα γεγονότα που αντιστοιχούν σε σκέδαση Compton, όπως πριν, και προσαρμόζοντας κύκλο ακτίνας 0.7 mm προκύπτουν τα παρακάτω:



Σχήμα 3.16: Διάγραμμα x – y της απόστασης 20 mm

Από τα 2,502 γεγονότα ψάχνουμε την τιμή της R που απομένουν μόνο τα 2,252 και έτσι βρίσκουμε το εξής διάγραμμα ενέργειας:

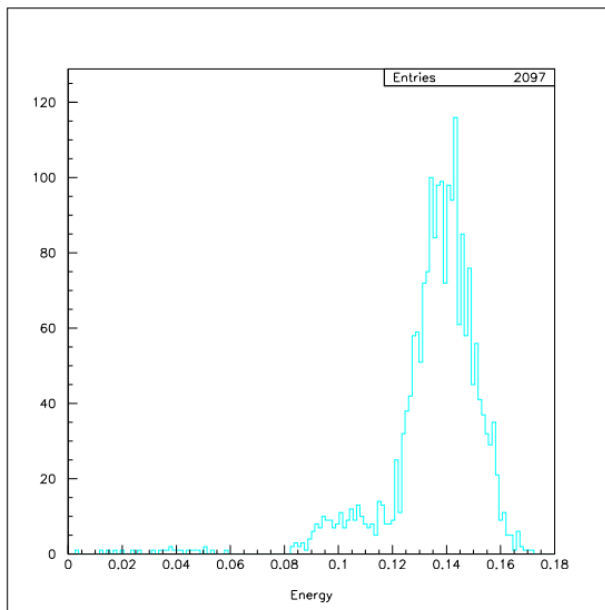


Σχήμα 3.17: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 20 mm

Η τιμή της R για να προκύψουν αυτά τα γεγονότα είναι $R = 0.59$ mm.

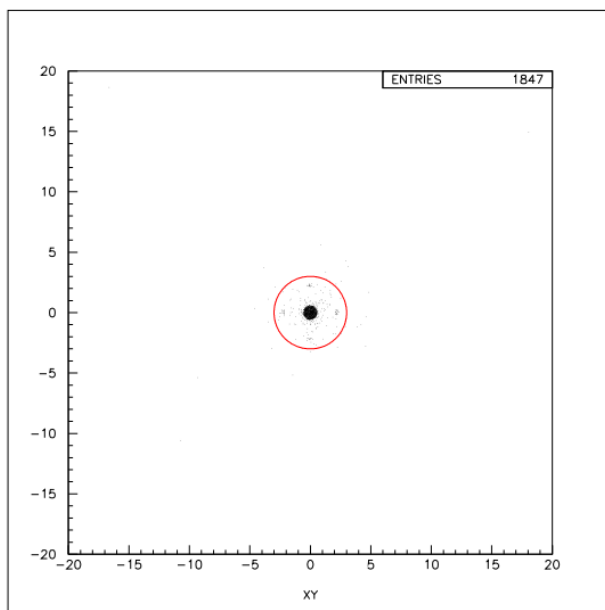
- Για την απόσταση 30 mm:

Το διάγραμμα ενέργειας σε αυτή την περίπτωση είναι:



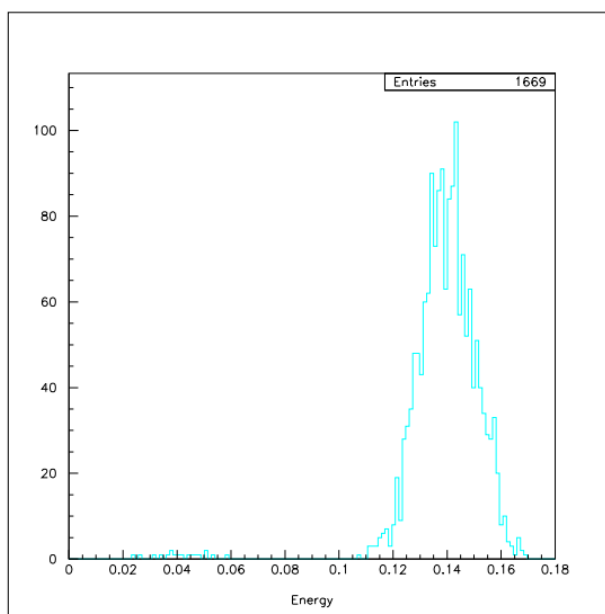
Σχήμα 3.18: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 30 mm

Πάλι αποκόπτουμε τα γεγονότα, λόγω Compton και μένουν 1,847 γεγονότα. Ο κύκλος που εφαρμόζουμε αυτή τη φορά έχει ακτίνα 3 mm.



Σχήμα 3.19: Διάγραμμα x – y της απόστασης 30 mm

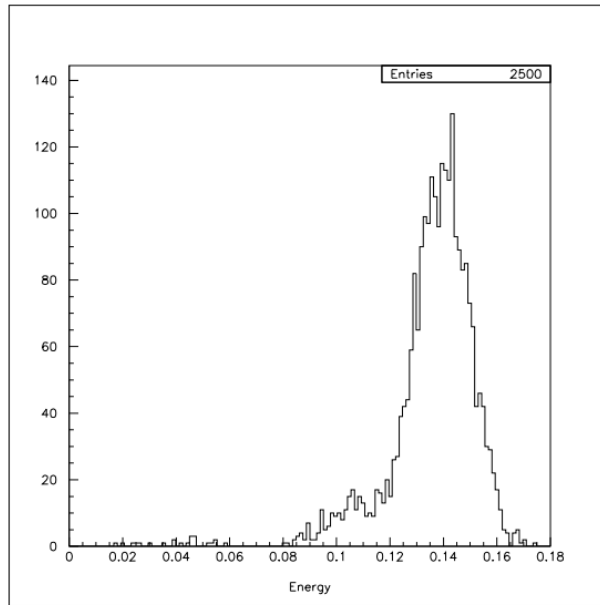
Η τιμή της R που αντιστοιχεί στα 1,662 γεγονότα (το 90% των 1,847) είναι $R = 0.7$ mm. Το τελικό διάγραμμα ενέργειας είναι το εξής:



Σχήμα 3.20: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 30 mm

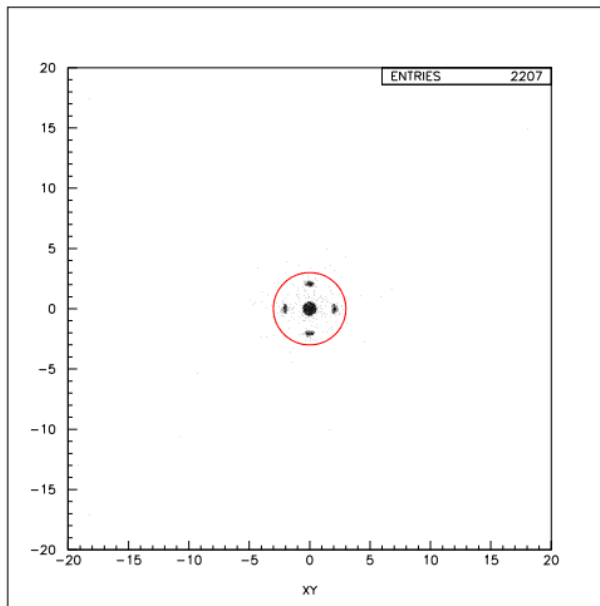
- Για την απόσταση 40 mm:

Το διάγραμμα ενέργειας είναι το εξής:



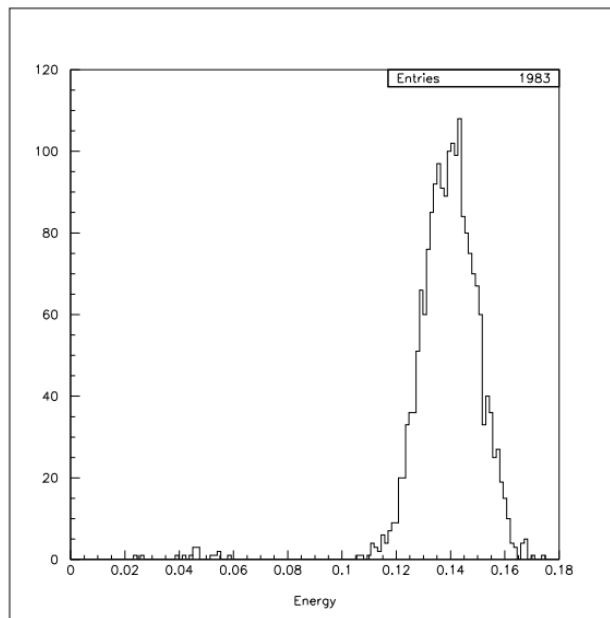
Σχήμα 3.21: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 40 mm

Αφού αποκόψουμε τα γεγονότα Compton μένουν τα 2,207 και κρατάμε τα 1,986 γεγονότα. Ο κύκλος έχει ακτίνα 3 mm.



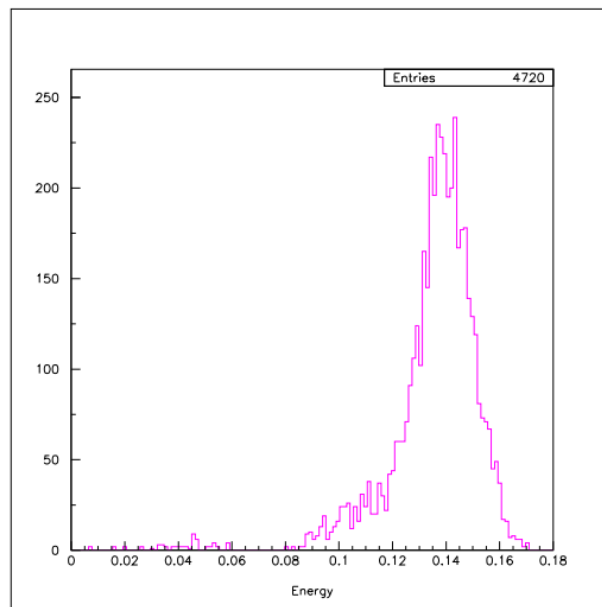
Σχήμα 3.22: Διάγραμμα x – y της απόστασης 40 mm

Η τιμή της R που προκύπτει είναι $R = 2.15 \text{ mm}$.



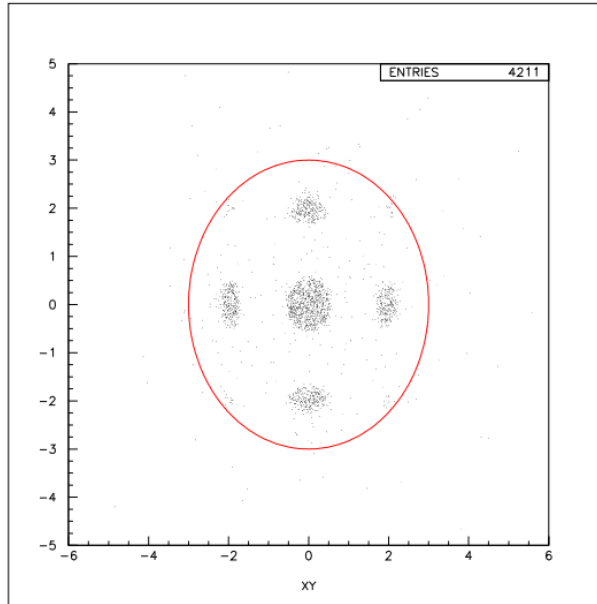
Σχήμα 3.23: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 40 mm

- Για απόσταση 50 mm:



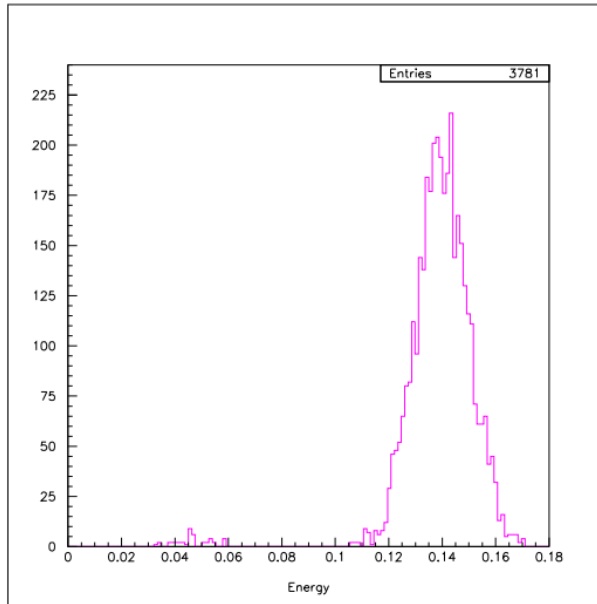
Σχήμα 3.24: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 50 mm

Από τα 4,720 αποκόπτουμε τα Compton και απομένουν 4,211.



Σχήμα 3.25: Διάγραμμα x – y της απόστασης 50 mm

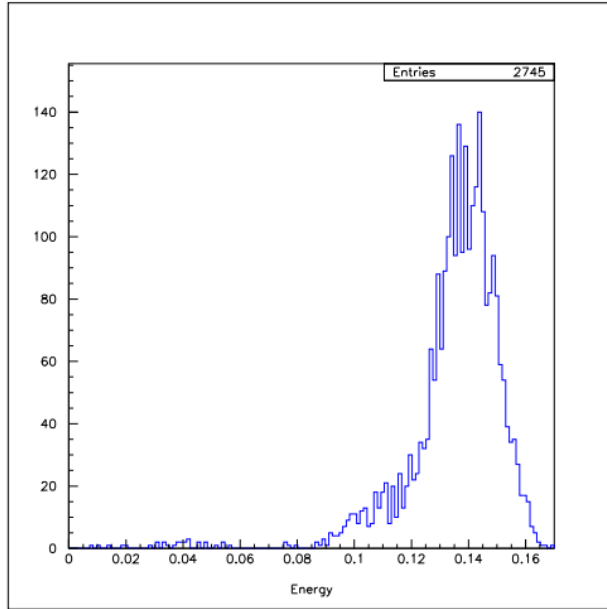
Από αυτά κρατάμε το 90% των γεγονότων, δηλαδή περίπου τα 3,789. Έτσι, βρίσκουμε ότι η ακτίνα είναι $R = 2.2$ mm.



Σχήμα 3.26: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 50 mm

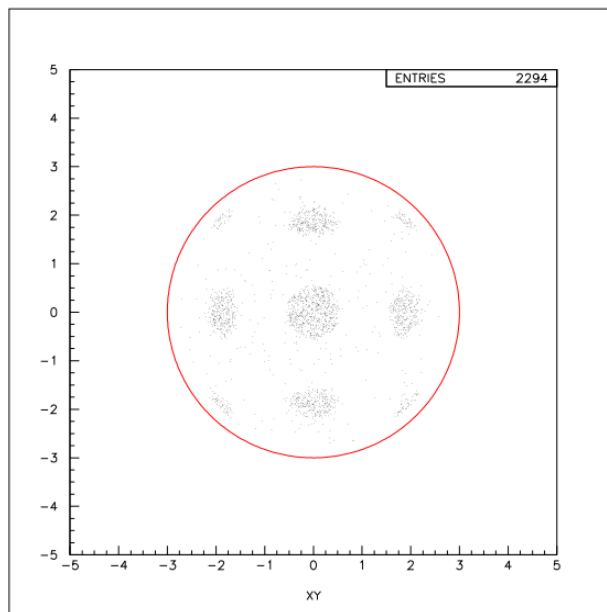
ο Για την απόσταση 60 mm:

Το διάγραμμα ενέργειας είναι:



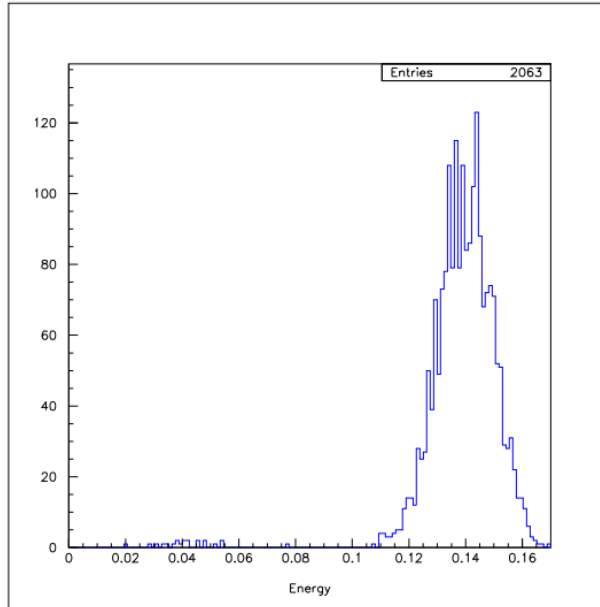
Σχήμα 3.27: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 60 mm

Από τα 2,745 αποκόπτουμε τα γεγονότα Compton και απομένουν 2,294.



Σχήμα 3.28: Διάγραμμα x – y της απόστασης 60 mm

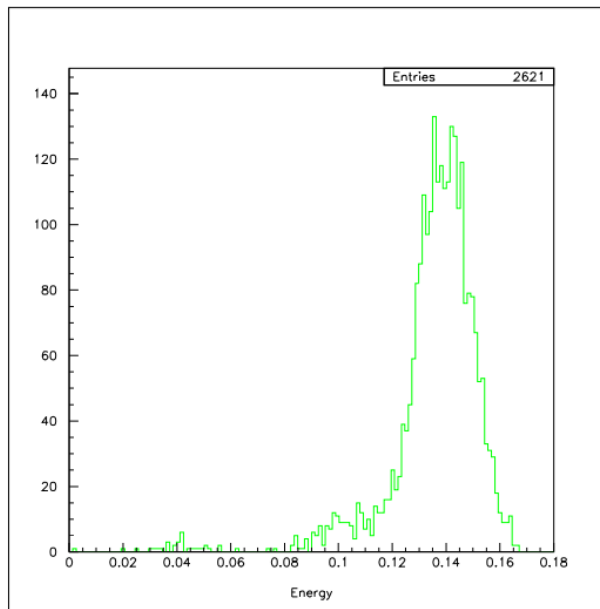
Το 90% των 2,294 γεγονότων είναι περίπου 2,065 γεγονότα. Επομένως, αναζητούμε την τιμή της R που αντιστοιχεί στον αριθμό αυτό των γεγονότων. Η τιμή αυτή είναι $R = 2.46$ mm.



Σχήμα 3.29: : Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 60 mm

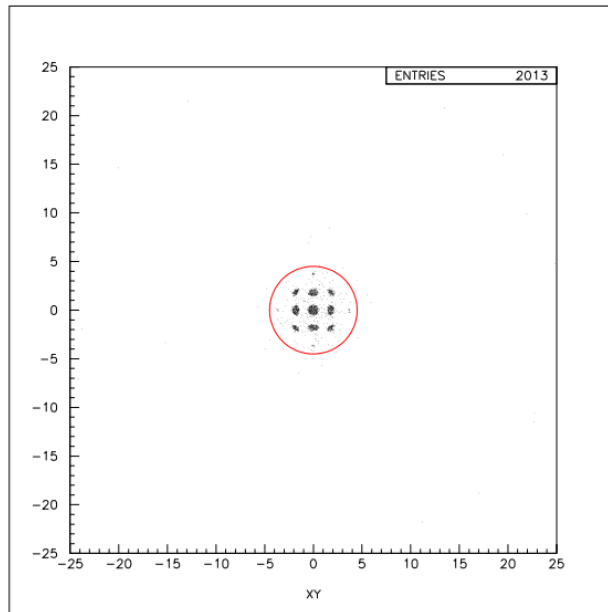
○ Για την απόσταση 80 mm:

Το διάγραμμα ενέργειας είναι:

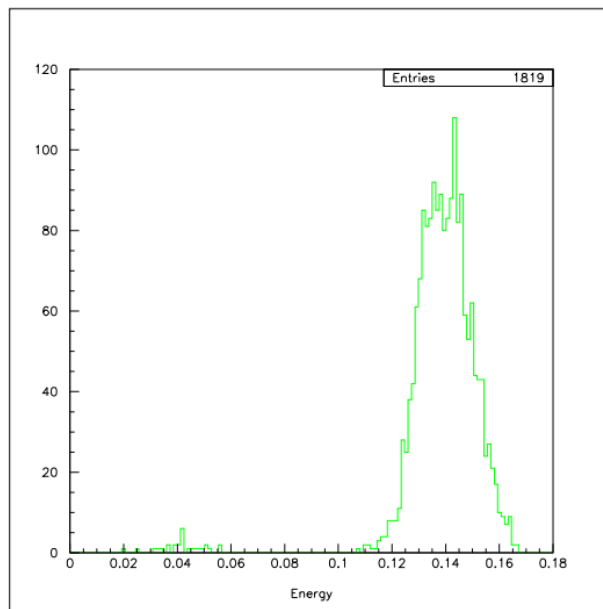


Σχήμα 3.30: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 80 mm

Αποκόπτουμε τα γεγονότα Compton και μένουν τα 2,013 και αναζητούμε την τιμή της R που απομένουν τα 1,812. Ο κύκλος που προσαρμόσαμε είναι ακτίνας 4.5 mm. Αυτή είναι $R = 2.53$ mm.



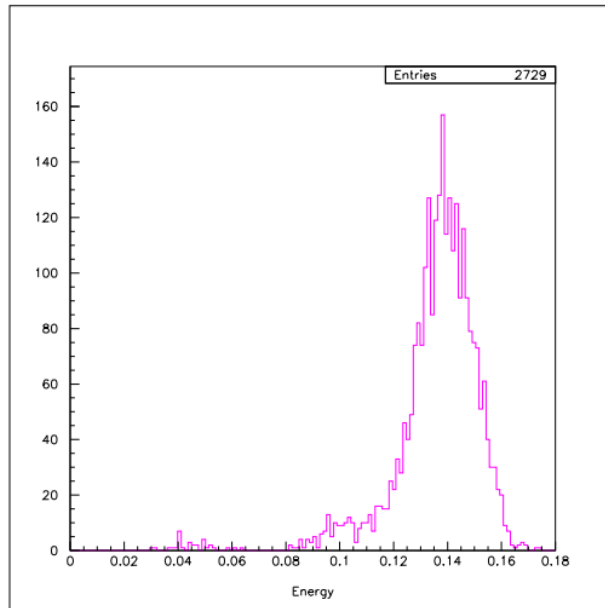
Σχήμα 3.31: Διάγραμμα x – y της απόστασης 80 mm



Σχήμα 3.32: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 80 mm

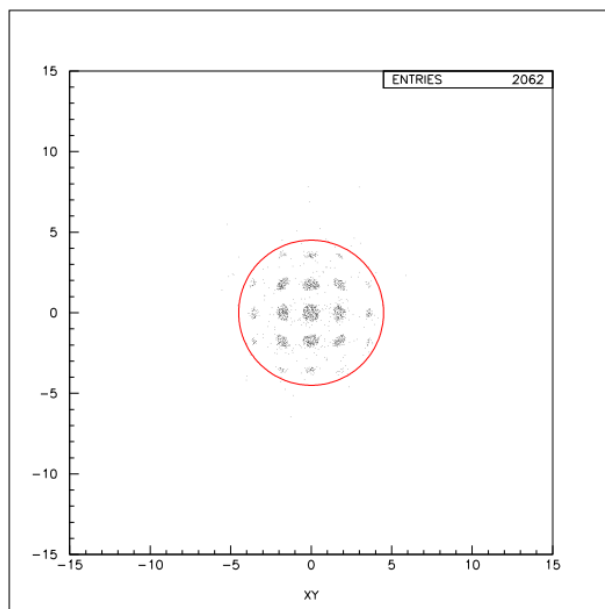
- Για την απόσταση 100 mm:

Το διάγραμμα ενέργειας είναι:

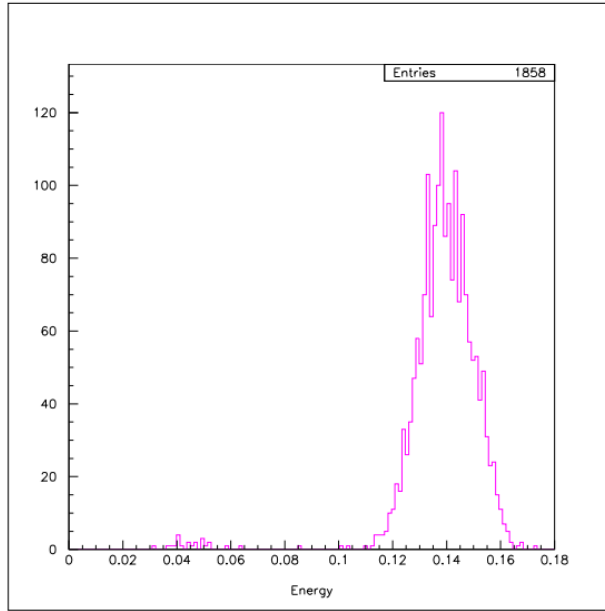


Σχήμα 3.33: Διάγραμμα ενέργειας σε απόσταση 100 mm

Αποκόπτουμε τα Compton και μένουν 2,062 και από αυτά κρατάμε τα 1,856. Ο κύκλος που προσαρμόζουμε είναι 4.5 mm. Τέλος, η τιμή της R είναι 2.69 mm.



Σχήμα 3.34: Διάγραμμα x – y της απόστασης 100 mm



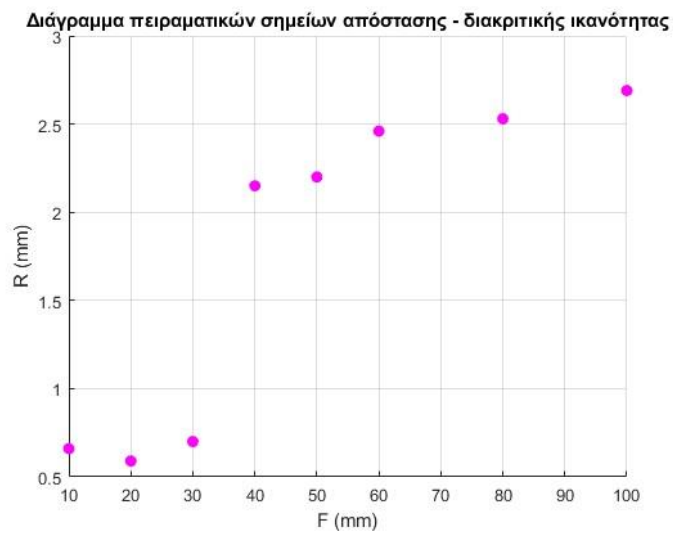
Σχήμα 3.35: Διάγραμμα ενέργειας τελικών γεγονότων σε απόσταση 100 mm

Συνοψίζουμε στον παρακάτω πίνακα τα προηγούμενα αποτελέσματα:

Πίνακας 3.12: Συνοπτικά αποτελέσματα

Απόσταση F (mm)	10	20	30	40	50	60	80	100
R (mm)	0.66	0.59	0.70	2.15	2.20	2.46	2.53	2.69

Έπειτα κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα που περιέχει όλα τα παραπάνω σημεία.

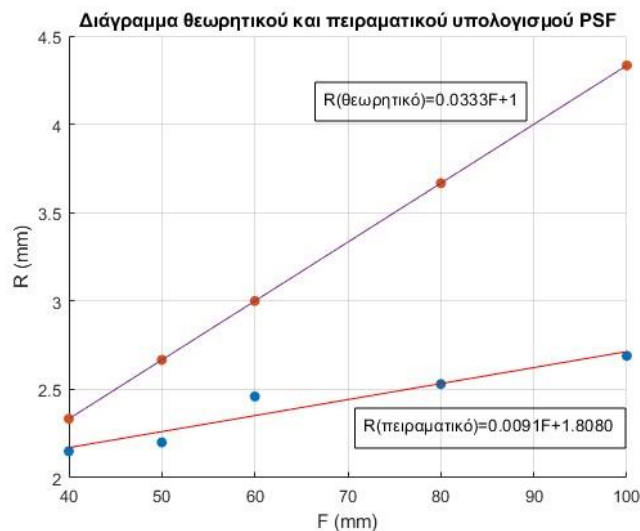


Σχήμα 3.36: Διάγραμμα ακτίνας R και απόστασης F

Από τη θεωρία γνωρίζουμε ότι ο τύπος που δίνει την τιμή της ακτίνας R είναι:

$$R = \frac{D}{T} \cdot (F + T)$$

όπου D η διάμετρος της οπής (εδώ $D = 1 \text{ mm}$), T το πάχος του κατευθυντήρα (εδώ $T = 30 \text{ mm}$) και F η απόσταση της πηγής από τον κατευθυντήρα. Έτσι, λοιπόν, αναμένουμε ότι τα σημεία του Σχήματος 3.36 προσεγγίζονται αρκετά καλά από μία ευθεία. Στις αποστάσεις από 40 mm έως και 100 mm παρατηρούμε ότι φαίνεται να υπάρχει γραμμική συμπεριφορά στα σημεία, ενώ τα σημεία των αποστάσεων 10 – 30 mm δεν ακολουθούν την ίδια πορεία. Συνεπώς, αποφασίζουμε να αποκόψουμε από το διάγραμμα αυτά τα σημεία θεωρώντας πως η διακριτότητα είναι αρκετά μικρή, λόγω της μικρής απόστασης της πηγής από έναν σχετικά μικρό σε διαστάσεις κατευθυντήρα. Το συγκεντρωτικό διάγραμμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:



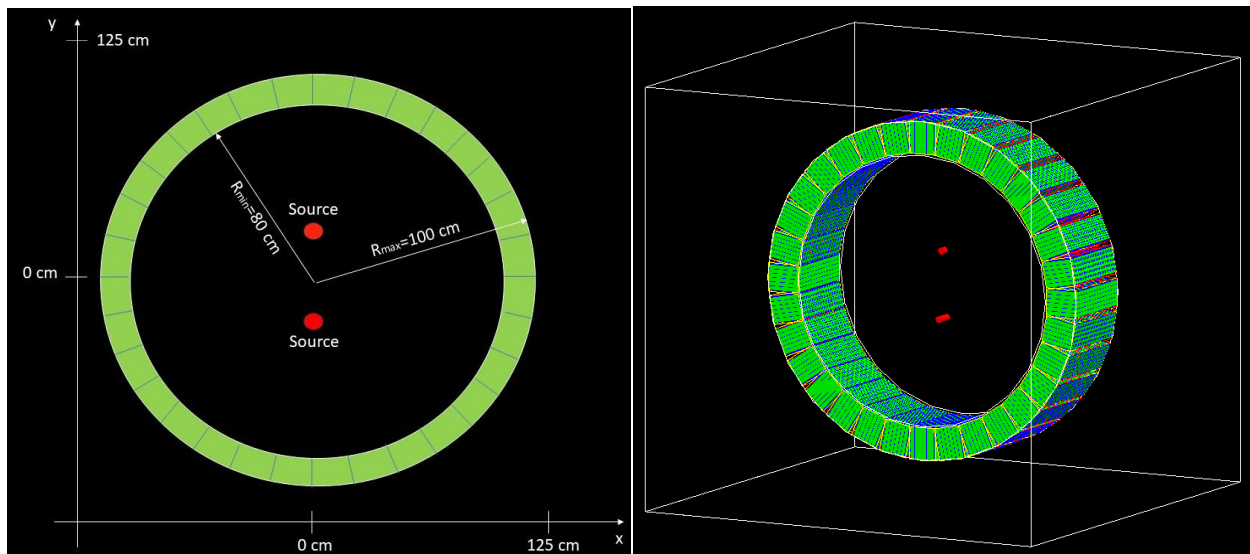
Σχήμα 3.37: Διάγραμμα θεωρητικού και πειραματικού υπολογισμού PSF

Όπως φαίνεται από το Σχήμα 3.37 οι τιμές της ακτίνας R στην περίπτωση του θεωρητικού υπολογισμού είναι μεγαλύτερες από τις πειραματικές. Το γεγονός αυτό οφείλεται στην μέθοδο που χρησιμοποιήσαμε για να βρούμε τις ακτίνες R, η οποία είναι καθαρά γεωμετρική και λαμβάνει υπόψη τα γεγονότα Compton, τα οποία και αποκόπτει. Αντίθετα, η θεωρητική μέθοδος υπολογίζει μαθηματικά τις ακτίνες, χωρίς να αποκόπτει τα γεγονότα Compton.

Κεφάλαιο 4: Εισαγωγικές Προσομοιώσεις Ποζιτρονικής Εκπομπής (PET)

4.1: Ανάλυση Γεγονότων Σύμπτωσης, Ανακατασκευή Πηγών και Ειδική Ενεργότητα

Από το σημείο αυτό και έπειτα θα ασχοληθούμε μόνο με ανάλυση δεδομένων σε προσομοιώσεις τύπου PET. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει και σε προηγούμενο κεφάλαιο, σε PET προσομοιώσεις αναζητούμε τα ταυτόχρονα γεγονότα, δηλαδή φωτόνια που ανιχνεύονται και εκπέμπονται ταυτόχρονα από το ανιχνευτικό σύστημα. Τα γεγονότα αυτά καλούνται και γεγονότα σύμπτωσης. Έτσι, λοιπόν, δημιουργήθηκε ειδικό πρόγραμμα στο GATE, στο οποίο λαμβάνονται γεγονότα σύμπτωσης. Πιο συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε κυλινδρικό σχήμα ανιχνευτή, το οποίο περιέχει στην περιφέρειά του 32 ανιχνευτές σε σχήμα κύβου που αποτελούνται από υλικό LSO (Λουτέτσιο, Πυρίτιο και Οξυγόνο). Το σχήμα του ανιχνευτικού συστήματος είναι τέτοιο ώστε να μοιάζει με κλινικό τομογράφο PET. Στο εσωτερικό του χώρου του ανιχνευτή βρίσκονται οι δύο πηγές γ – ακτινοβολίας, οι οποίες εκπέμπουν φωτόνια ενέργειας 511 keV (η καθεμία εκπέμπει από δύο φωτόνια). Οι πηγές αυτές έχουν ακτίνα 2 cm και πάχος 4 cm και 10 cm, αντιστοίχως και ενεργότητα 10,000 Bq. Στόχος είναι, προφανώς, η ανίχνευση ταυτόχρονων γεγονότων, δηλαδή γεγονότων που φτάνουν στους ανιχνευτές σε χρονικό περιθώριο μικρότερο των 4 ns. Η διάταξη φαίνεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο Σχήμα 4.1.

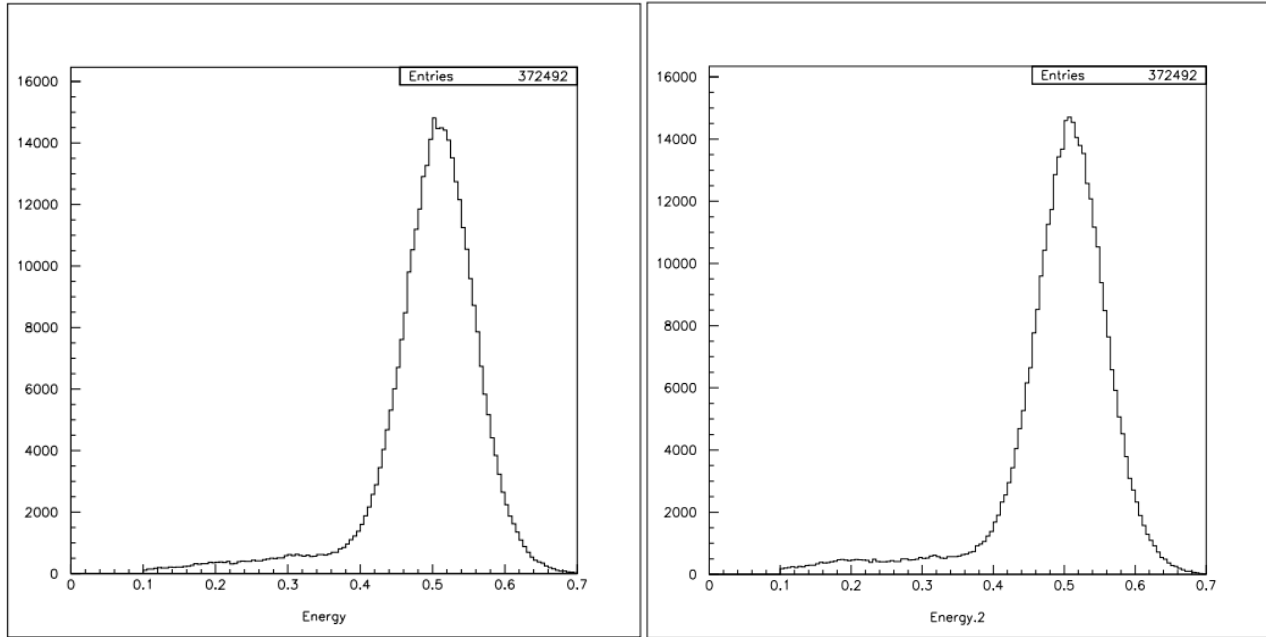


Σχήμα 4.1: Απεικόνιση διάταξης ανιχνευτών και πηγών

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι τα φωτόνια που εκπέμπονται αναμένουμε να ανιχνευθούν αντισυμμετρικά, δηλαδή η απόσταση των ανιχνευτών να είναι περίπου $16 (N/2)$, αλλά και μεγαλύτερη των 8 ανιχνευτών ($N/4$), ώστε η ευθεία που ενώνει τα γεγονότα σύμπτωσης να μην σχηματίζει ορθή γωνία. Ακόμα, επισημαίνεται πως από το σύστημα αποκρίνονται γεγονότα ενέργειας μικρότερης των 100 keV, τα οποία πιθανόν είναι φωτόνια που έχουν υποστεί σκεδάσεις

Compton και συνεπώς έχουν χάσει μέρος της ενέργειάς τους. Παρουσιάζουμε ορισμένα ενδιαφέροντα διαγράμματα στη συνέχεια:

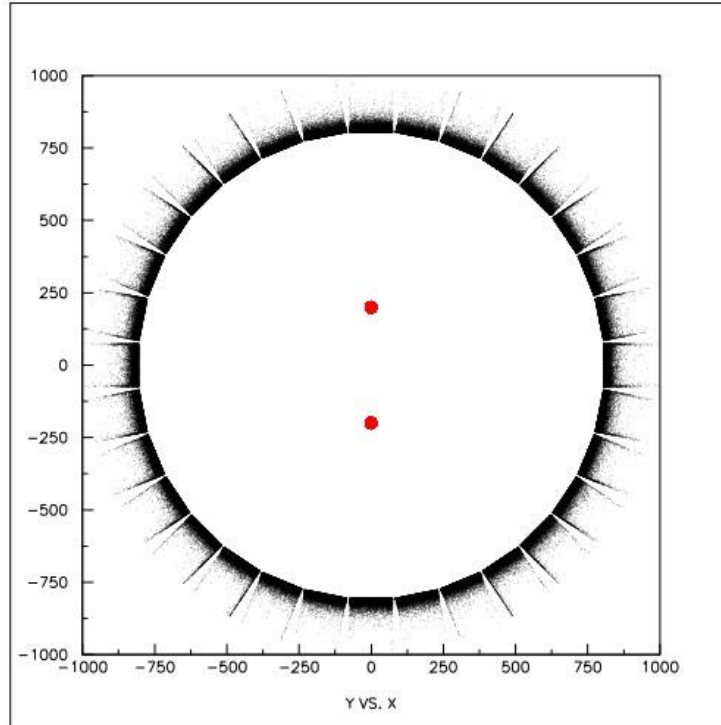
- Όπως εξηγήθηκε και παραπάνω, υπάρχουν πλέον δύο γεγονότα που ανιχνεύονται, δηλαδή δύο φωτόνια, οπότε έχουμε και δύο παραμέτρους στην κάθε ανάλυση. Έτσι, λοιπόν, παραθέτουμε τα διαγράμματα ενέργειας και για τις δύο παραμέτρους:



Σχήμα 4.2: Απεικόνιση διαγραμμάτων ενέργειας

Τα διαγράμματα είναι ίδια και έχουν την ίδια στατιστική, όπως και αναμέναμε.

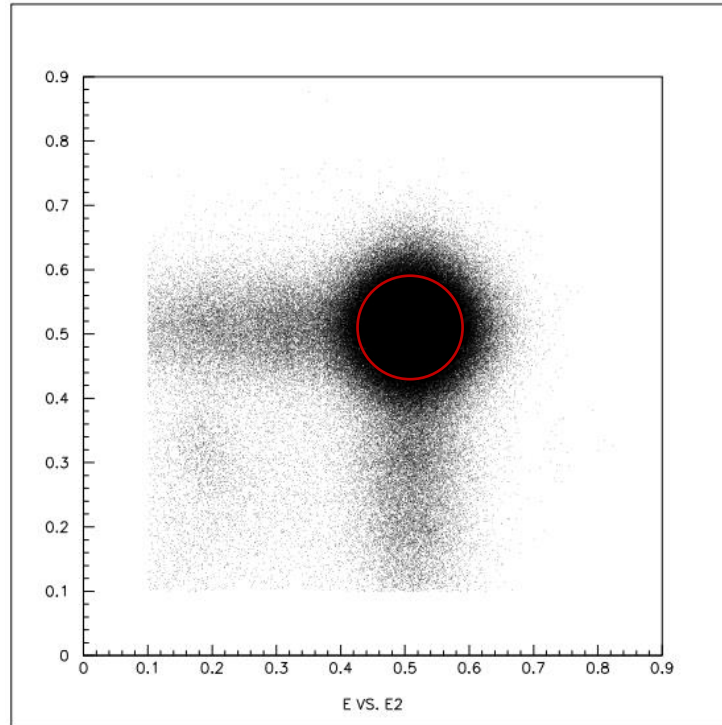
- Στη συνέχεια, θεωρείται χρήσιμο να παρουσιαστεί το διάγραμμα $x - y$ των γεγονότων, καθώς και η θέση των πηγών σε αυτό.



Σχήμα 4.3: Απεικόνιση επιπέδου $x - y$ της διάταξης

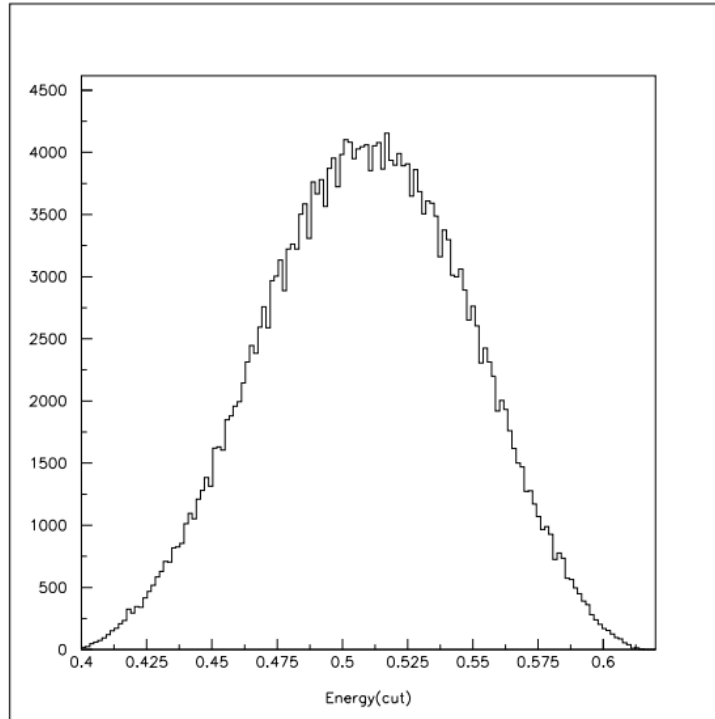
Η παραπάνω σχηματική απεικόνιση ταιριάζει αρκετά με αυτή του Σχήματος 4.1 και επαληθεύει τη διάταξη που έχει χρησιμοποιηθεί στο πρόγραμμα του GATE.

- Ενδιαφέρον παρουσιάζει, επίσης, το διάγραμμα των ενεργειών και των παραμέτρων των γεγονότων:



Σχήμα 4.4: Απεικόνιση διαγραμμάτων ενέργειας των δύο παραμέτρων E και E₂

Παρατηρούμε ότι η έντονα μαύρη γραμμοσκιασμένη περιοχή που αντιστοιχεί σε ενέργεια 511 keV και των δύο παραμέτρων είναι η περιοχή που μας ενδιαφέρει, καθώς τα γεγονότα εκτός αυτής αντιστοιχούν σε γεγονότα Compton μικρότερης ενέργειας. Πρακτικά, αποδεχόμαστε μόνο τα σημεία που βρίσκονται μέσα στο κόκκινο πλαίσιο του Σχήματος 4.4 και προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα ενέργειας:

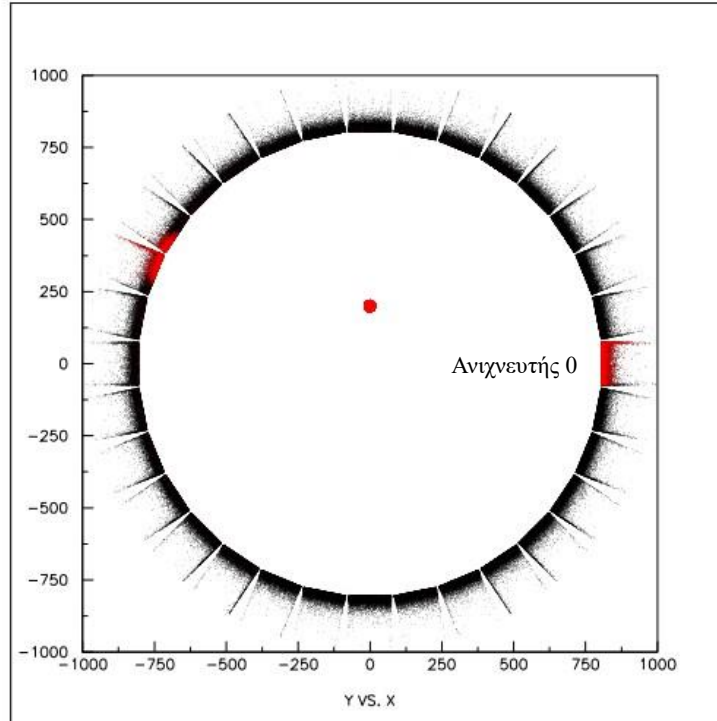


Σχήμα 4.5: Διάγραμμα ενέργειας μετά την εφαρμογή του κριτηρίου ενέργειας

Είναι πιο ξεκάθαρο, πλέον, ότι το διάγραμμα ενέργειας είναι κάποια γκαουσιανή συνάρτηση με μέσο τα 511 keV.

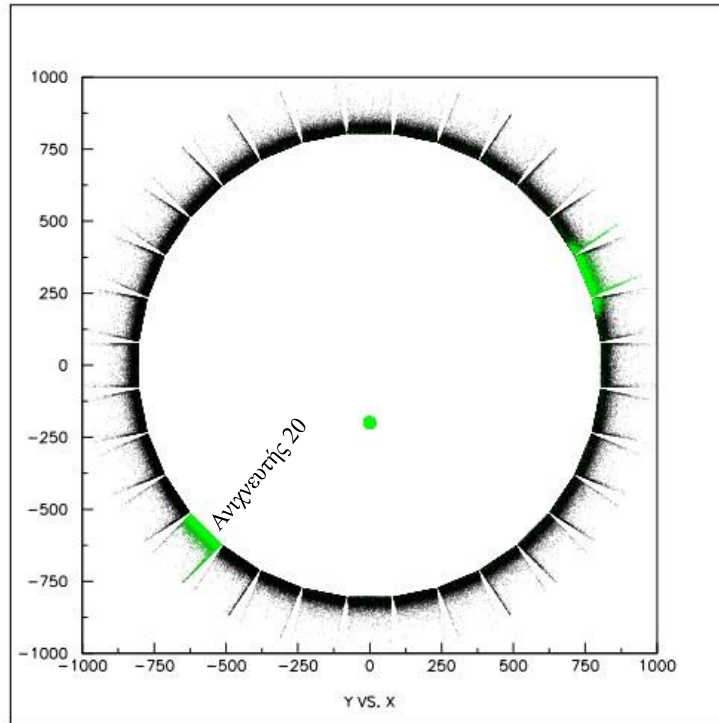
- Έπειτα, κατασκευάζουμε δύο παραδείγματα στα οποία επαληθεύεται κατά μία έννοια το γεγονός πως τα φωτόνια που εκπέμπονται κάθε φορά είναι αντιδιαμετρικά.

Στο παράδειγμα αυτό κατασκευάζουμε μόνο την πρώτη πηγή και απαιτούμε να εμφανιστούν τα φωτόνια που ανιχνεύτηκαν στον ανιχνευτή νούμερο 0. Στη συνέχεια, αναζητούμε τα φωτόνια που ανιχνεύτηκαν ταυτόχρονα με αυτά του ανιχνευτή 0 και εκπέμφθηκαν προφανώς από την πρώτη πηγή. Η εικόνα που λάβαμε είναι η εξής:



Σχήμα 4.6: Απεικόνιση 1^ο παραδείγματος

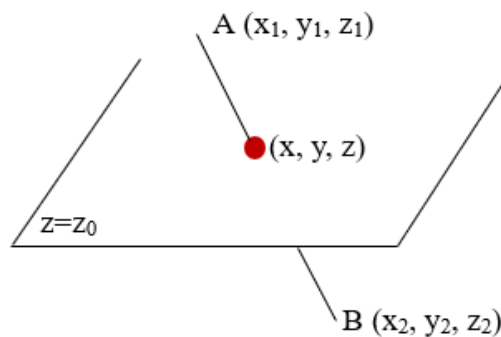
Το αποτέλεσμα του Σχήματος 4.6 είναι αναμενόμενο και λογικό. Σίγουρα, δεν αναμέναμε όλα τα γεγονότα να εμφανιστούν στον ίδιο ανιχνευτή, καθώς φαίνεται τα περισσότερα γεγονότα του ανιχνευτή 0 να βρίσκονται στο πάνω μέρος του. Εξάλλου αν τραβήξουμε ένα πλήθος νοητών γραμμών που να ξεκινούν από τον ανιχνευτή 0 και να διέρχονται από την πηγή, θα δούμε ότι δεν εμπίπτει όλο το πλήθος αυτών σε έναν ανιχνευτή. Στο δεύτερο παράδειγμα απαιτήσαμε να εμφανιστούν τα γεγονότα που εκπέμπονται από τη δεύτερη πηγή που βρίσκονται στον ανιχνευτή 20, καθώς και τα ταυτόχρονα αυτών. Η εικόνα που προέκυψε είναι η παρακάτω:



Σχήμα 4.7: Απεικόνιση 2^{ου} παραδείγματος

Ακολουθώντας την ίδια λογική με παραπάνω, το αποτέλεσμα του Σχήματος 7, είναι λογικό και αναμενόμενο να καλύπτονται σχεδόν 2 αιχνευτές συνολικά, αντιδιαμετρικά του αιχνευτή 20.

- Τέλος, αναζητούμε λύση στο πρόβλημα εύρεσης της πηγής, αν γνωρίζουμε τα δύο σημεία ανίχνευσης των αντιδιαμετρικών φωτονίων και το επίπεδο της πηγής $z = z_0$:



Σχήμα 4.8: Απεικόνιση προβλήματος εύρεσης της πηγής

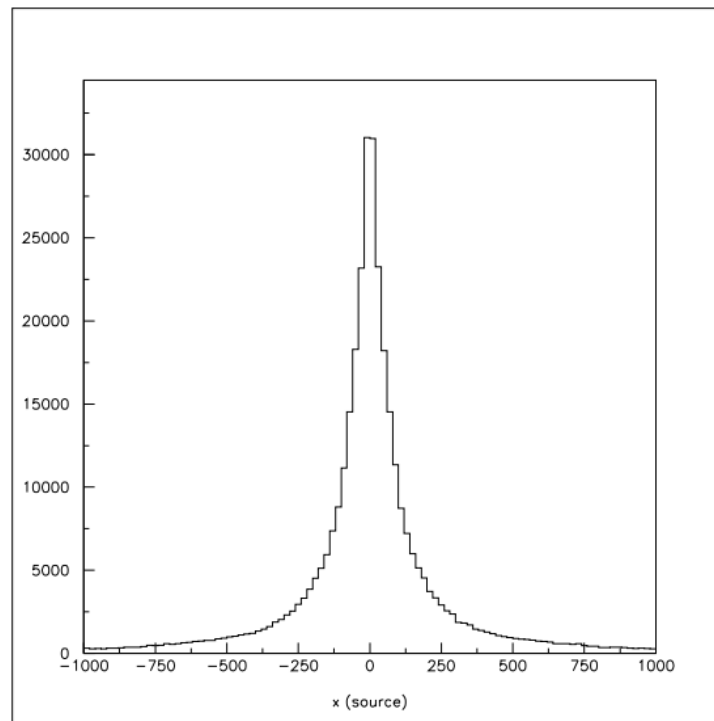
Η λύση που προκύπτει είναι η εξής:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (4.1)$$

Όμως ο τελευταίος όρος $\frac{z-z_1}{z_2-z_1}$ είναι σταθερός, καθώς γνωρίζουμε την τιμή του z . Έτσι, θέτουμε την σταθερή αυτή τιμή ίση με λ . Το τελικό αποτέλεσμα των εξισώσεων που λαμβάνουμε είναι το εξής:

$$\begin{cases} x = (x_2 - x_1) \cdot \lambda + x_1 \\ y = (y_2 - y_1) \cdot \lambda + y_1 \end{cases} \quad (4.2)$$

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η λύση αυτή είναι απαραίτητη για την εύρεση του σημείου της πηγής, αν είναι γνωστά τα σημεία ανίχνευσης των φωτονίων. Αυτός είναι και ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για την εύρεση των θέσεων των πηγών στο πρόγραμμα PAW (Physics Analysis Workstation) που γίνεται η ανάλυση των συγκεκριμένων δεδομένων. Ο αλγόριθμος αυτός περιλαμβάνεται στη συνάρτηση *recxy.f*³⁹(έτσι ονομάστηκε). Το παραπάνω πρόβλημα ονομάζεται πρόβλημα ανακατασκευής των πηγών. Για να επιλύσουμε το πρόβλημα αυτό, αρχικά, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *recxy.f* κατασκευάσαμε τα διαγράμματα θέσεων των πηγών.

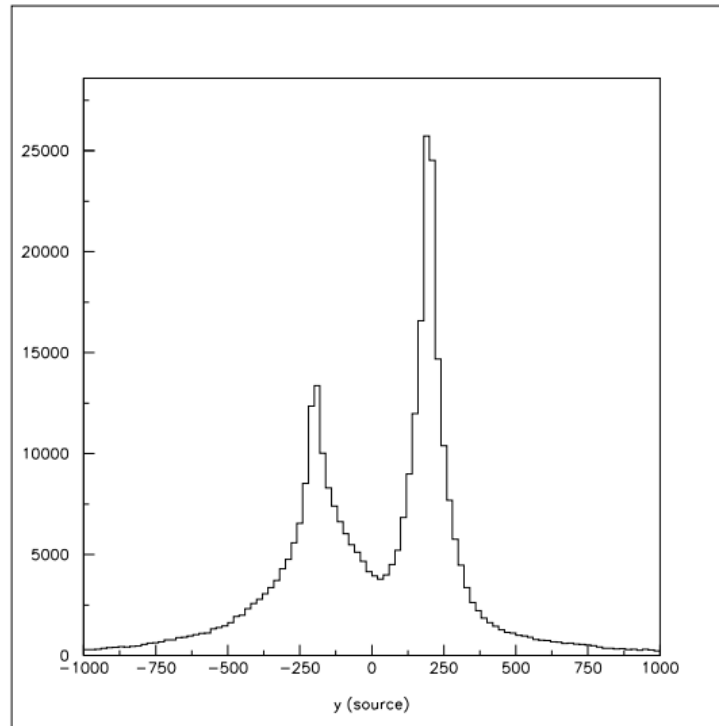


Σχήμα 4.9: Απεικόνιση θέσης των πηγών στον άξονα x

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1, οι δύο πηγές βρίσκονται στο κέντρο του άξονα x και αν τις προβάλλουμε σε αυτόν, θα παρατηρήσουμε ότι βρίσκονται στο ίδιο σημείο. Επομένως, το

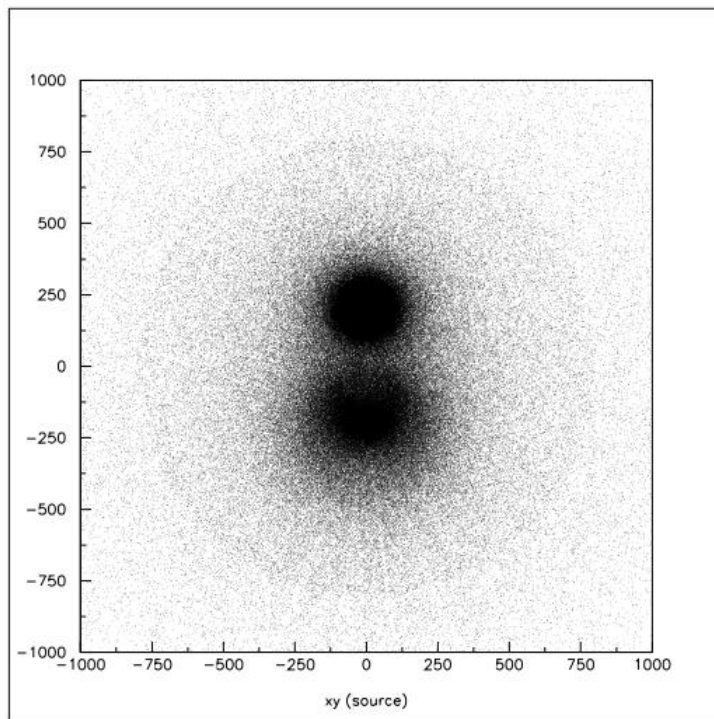
³⁹Παράρτημα, σελ. 119

αποτέλεσμα του Σχήματος 4.9 είναι αναμενόμενο. Στη συνέχεια, παραθέτουμε και το διάγραμμα του άξονα y των πηγών.



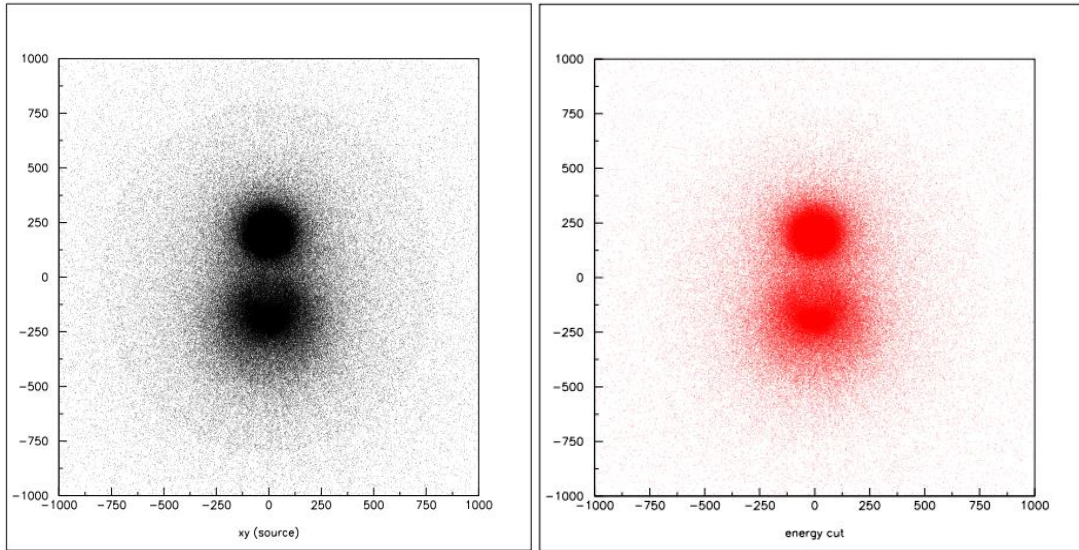
Σχήμα 4.10: Απεικόνιση θέσης των πηγών στον άξονα y

Αντίθετα με τον άξονα x , στον άξονα y οι πηγές προβάλλονται σε δύο διαφορετικά σημεία σε αυτόν, γι' αυτό και εμφανίζονται δύο καμπύλες. Στη συνέχεια, κατασκευάζουμε το διάγραμμα των θέσεων $x - y$ που υπολογίζονται από τον τύπο (4.2), δηλαδή ανακατασκευάζουμε τις θέσεις των πηγών γνωρίζοντας τα σημεία που ανιχνεύτηκαν τα εκπεμπόμενα φωτόνια. Αναφέρουμε, επίσης, ότι η ανάλυση των παρακάτω διαγραμμάτων αφορά το επίπεδο $z = 0$. Το διάγραμμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:



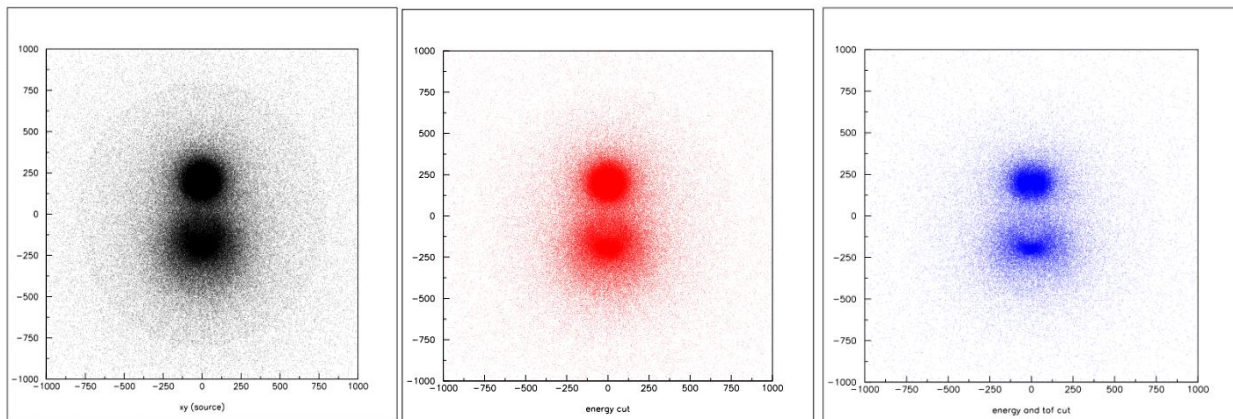
Σχήμα 4.11: Απεικόνιση ανακατασκευής των πηγών

Όπως είναι φανερό, συγκρίνοντας τα Σχήματα 4.1 και 4.11, οι διαστάσεις των πηγών που φαίνονται στο Σχήμα 4.11 δεν έχουν κάποια σχέση με τις πραγματικές. Έτσι, αποφασίζουμε να αποκόψουμε ορισμένα γεγονότα, ώστε να προσεγγίσουμε καλύτερα τις πραγματικές πηγές. Αρχικά, λοιπόν, επιχειρούμε να εφαρμόσουμε κάποιο ενεργειακό “φιλτράρισμα”, κατά το οποίο αποκόπτουμε τα γεγονότα που οφείλονται σε σκεδάσεις Compton, δηλαδή αυτά που βρίσκονται εκτός του κύκλου του Σχήματος 4.4. Το αποτέλεσμα που προέκυψε είναι το εξής:



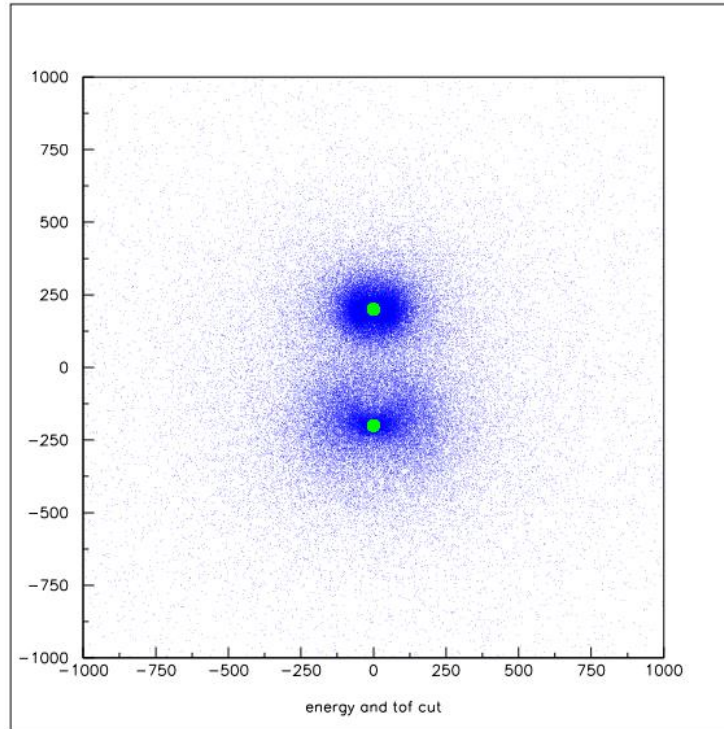
Σχήμα 4.12: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών χωρίς και με ενεργειακό “φιλτράρισμα” αντιστοίχως

Δεν παρατηρείται σημαντική βελτίωση στις διαστάσεις των πηγών και έτσι εφαρμόζουμε και άλλο ένα κριτήριο αποκοπής γεγονότων. Το κριτήριο αυτό αφορά στον χρόνο ανίχνευσης των γεγονότων. Προκειμένου δύο γεγονότα να θεωρούνται ταυτόχρονα, πρέπει να ανιχνεύονται σε ένα χρονικό “παράθυρο” (Time of Flight, ToF) μικρότερο ή ίσο του 1 ns. Εφαρμόζοντας, πλέον, το ενεργειακό και το χρονικό “φιλτράρισμα”, παίρνουμε το εξής διάγραμμα (με μπλε):



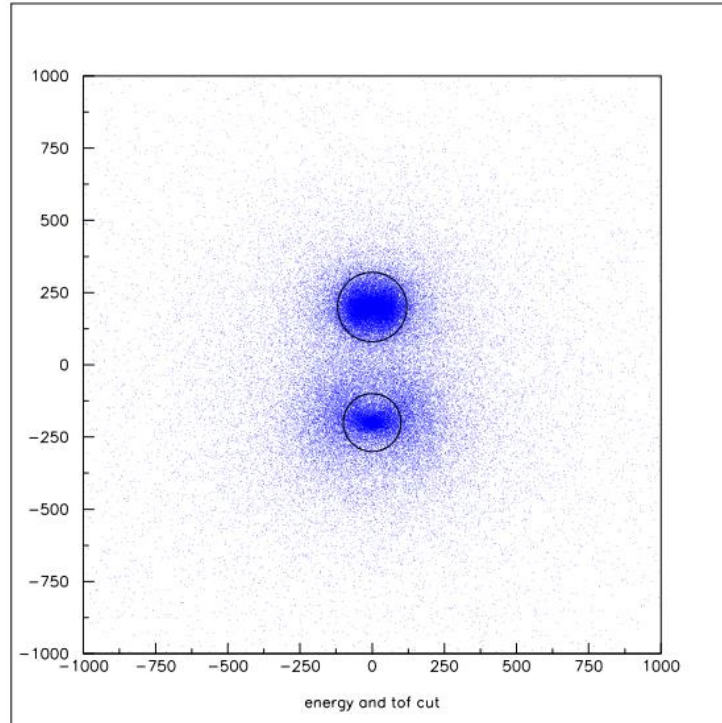
Σχήμα 4.13: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών χωρίς “φιλτράρισμα”, με ενεργειακό “φιλτράρισμα” και με χρονικό “φιλτράρισμα” αντιστοίχως

Στο Σχήμα 4.13 παρατηρείται, πλέον, βελτίωση στις διαστάσεις των πηγών, ειδικά στο μπλε διάγραμμα που έχει δεχτεί δύο ειδών κριτήρια αποκοπής σε σχέση με το μαύρο διάγραμμα. Παρόλ’ αυτά η διαδικασία της ανακατασκευής επιδέχεται ακόμα αρκετή βελτίωση. Αξίζει, στη συνέχεια, να κατασκευάσουμε στο ίδιο τελικό διάγραμμα τις δύο πηγές με τις πραγματικές διαστάσεις τους για να δούμε και τη διαφορά της πειραματικής ανακατασκευής με την πραγματικότητα.



Σχήμα 4.14: Απεικόνιση πραγματικών πηγών στο διάγραμμα της ανακατασκευής τους

Παρατηρούμε ότι η πειραματική ανακατασκευή δεν προσεγγίζει πολύ καλά τις διαστάσεις των πραγματικών πηγών, παρόλο που έχουμε εφαρμόσει δύο ειδών κριτήρια περικοπής γεγονότων. Για να εξακριβώσουμε τα παραπάνω κάνουμε μία εκτίμηση της ακτίνας των πηγών, η οποία παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα:



Σχήμα 4.15: Απεικόνιση εκτίμησης της ακτίνας των ανακατασκευασμένων πηγών

Στο Σχήμα 4.15 προσαρμόσαμε για την πάνω πηγή κύκλο ακτίνας 12 cm. Για την κάτω προσαρμόσαμε κύκλο ακτίνας 10 cm. Η ακτίνα των πραγματικών σημειώνεται ότι είναι 2 cm. Αξίζει να σημειωθεί ότι παρόλο που η 2^η πηγή (κάτω) ξεκίνησε να έχει μεγαλύτερη ακτίνα στο Σχήμα 4.11, φαίνεται ότι τα κριτήρια αποκοπής μείωσαν αρκετά την ακτίνα της και κατέληξε να έχει μικρότερη ακτίνα και από την 1^η πηγή.

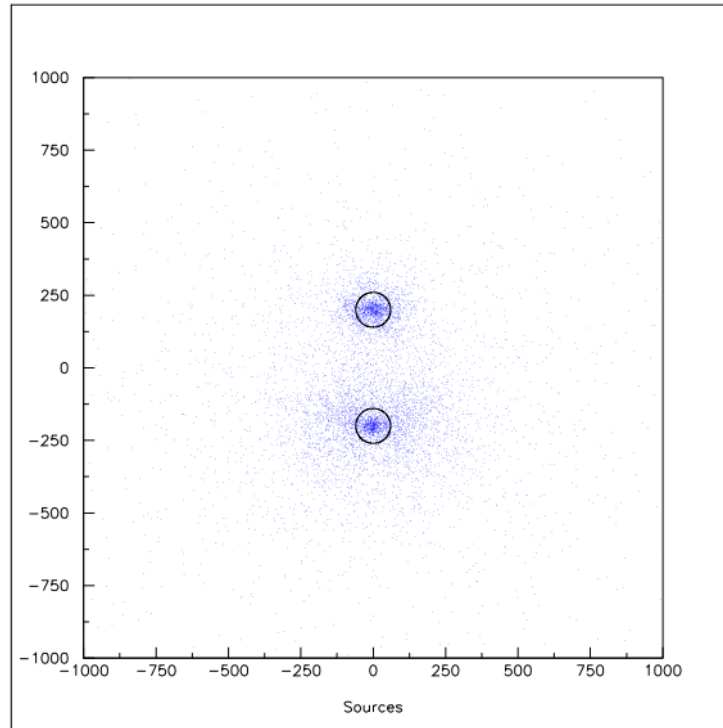
ο Ειδική ενεργότητα:

Ενδιαφέρον παρουσιάζει στα παραπάνω σχήματα το γεγονός πως η 2^η πηγή απεικονίζεται μεγαλύτερη από την 1^η πηγή, παρόλο που έχουν την ίδια ακτίνα. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι η διαφορά που παρουσιάζουν οι δύο πηγές στην ένταση, δηλαδή στην ειδική ενεργότητα. Η ειδική ενεργότητα εκφράζεται με τον εξής τρόπο, όπως έχουμε ήδη αναφέρει στη σχέση (2.9):

$$\text{Ειδική Ενεργότητα} = \frac{C}{V}$$

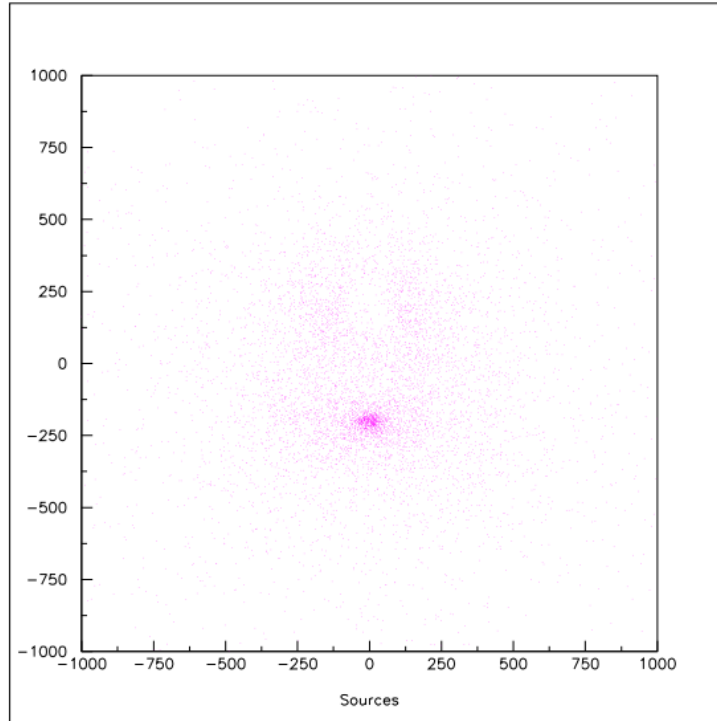
όπου C η ενεργότητα της πηγής και V ο όγκος της. Στην παραπάνω ανάλυση χρησιμοποιήθηκαν πηγές ακτίνας $r = 2$ cm, πάχους $z_1 = 4$ cm και $z_2 = 10$ cm αντίστοιχα. Επίσης, η ενεργότητα και των δύο ήταν 10,000 Bq. Συνεπώς, η ειδική ενεργότητα της 2^{ης} πηγής (κάτω) είναι μικρότερη γι' αυτό και στο Σχήμα 4.15 φαίνεται να έχει μικρότερη ακτίνα. Έπειτα, κατασκευάζουμε δύο πηγές που έχουν την ίδια ειδική ενεργότητα, δηλαδή απαιτούμε η 1^η πηγή να έχει ενεργότητα 10,000 Bq και η 2^η 25,000 Bq. Ακολουθούμε την ίδια λογική στην ανάλυση με προηγουμένως, δηλαδή ανακατασκευάζουμε τις πηγές με τη βοήθεια της συνάρτησης $resxy.f$ (στο επίπεδο $z = 0$) και

εφαρμόζουμε στην ανακατασκευή αυτή τα δύο κριτήρια αποκοπής γεγονότων (ενεργειακό και χρονικό – ToF). Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το εξής:



Σχήμα 4.16: Απεικόνιση πηγών με ίδια ειδική ενεργότητα και εκτίμηση της ακτίνας τους

Στην περίπτωση της ίδιας ειδικής ενεργότητας οι πηγές απεικονίζονται με την ίδια ένταση, δηλαδή φαίνεται να έχουν την ίδια ακτίνα. Συγχρόνως, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.16 γίνεται μία εκτίμηση της ακτίνας των πηγών που είναι και για τις δύο πηγές 6 cm. Η τιμή αυτή είναι και αρκετά πιο κοντά με την πραγματική (2 cm). Τέλος, ανακατασκευάζουμε τις δύο πηγές στο επίπεδο $z = -40$ και προκύπτει το εξής αποτέλεσμα:

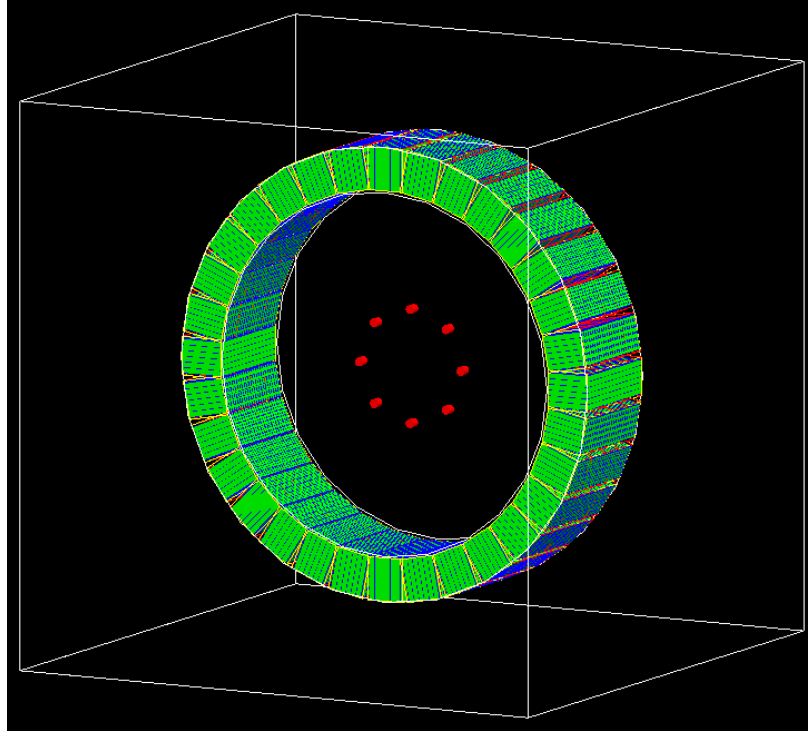


Σχήμα 4.17: Απεικόνιση ανακατασκευής των πηγών στο επίπεδο $z = -40$

Παρατηρούμε ότι εμφανίζεται μόνο η μία πηγή, καθώς η 1^η πηγή έχει επικαλυφθεί από την 2^η, αφού η 2^η είναι η μεγαλύτερη σε όγκο. Την ίδια ακριβώς εικόνα λαμβάνουμε και στο επίπεδο $z = 40$ για τον ίδιο λόγο.

4.2: Ανακατασκευή Οκτώ Κυλινδρικών Πηγών σε Κυκλικό Σχήμα με Ίδια και με Διαφορετική Ενεργότητα

Στην προσομοίωση αυτή θα χρησιμοποιηθούν οι ίδιες τεχνικές με την προηγούμενη, αλλά η τοποθέτηση και το πλήθος των πηγών παρουσιάζει μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Είμαστε σε θέση, πλέον, να αναφέρουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τη δομή του ανιχνευτικού συστήματος. Αφού αναλύσουμε τη δομή θα κατανοήσουμε και τον λόγο που επιλέχθηκαν τα πάχη αλλά και τα υλικά που απαρτίζουν το ανιχνευτικό σύστημα. Πιο συγκεκριμένα, έχει δημιουργηθεί και πάλι κυλινδρικό σχήμα ανιχνευτή, το οποίο περιέχει στην περιφέρειά του 32 ανιχνευτές σε σχήμα παραλληλεπίπεδου που αποτελούνται από υλικό LSO (Λουτέτσιο, Πυρίτιο και Οξυγόνο). Επίσης, στο εσωτερικό του χώρου του ανιχνευτή βρίσκονται οκτώ πηγές γ – ακτινοβολίας σε κυκλικό σχήμα με ακτίνα 25 cm, οι οποίες εκπέμπουν φωτόνια ενέργειας 511 keV (η καθεμία εκπέμπει από δύο αντιδιαμετρικά φωτόνια). Η διάταξη φαίνεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο Σχήμα 4.18.



Σχήμα 4.18: Απεικόνιση πειραματικής διάταξης

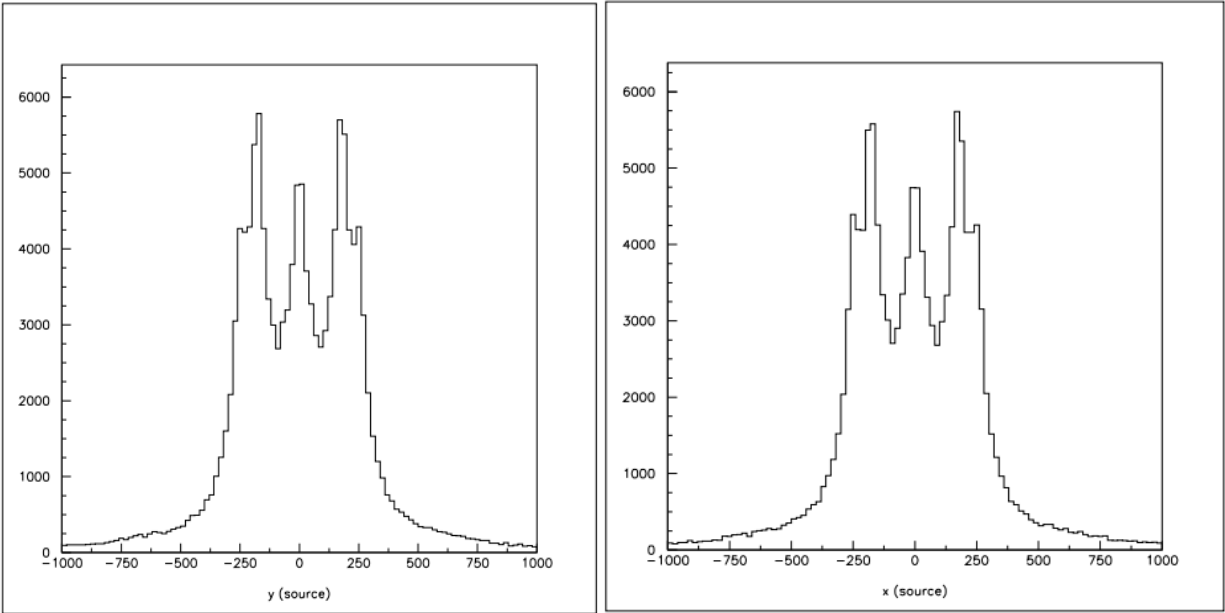
Προτού συνεχίσουμε με την ανάλυση της μεθόδου που χρησιμοποιήσαμε παραθέτουμε λεπτομερώς τις διαστάσεις των ανιχνευτών.

Πίνακας 4.1: Προβολή διαστάσεων ανιχνευτικού συστήματος

Μέρος ανιχνευτή	Διαστάσεις
RSECTOR	19 x 17 x 49 cm ³
Κρύσταλλος (υλικού LSO)	19 x 15 x 12 cm ³

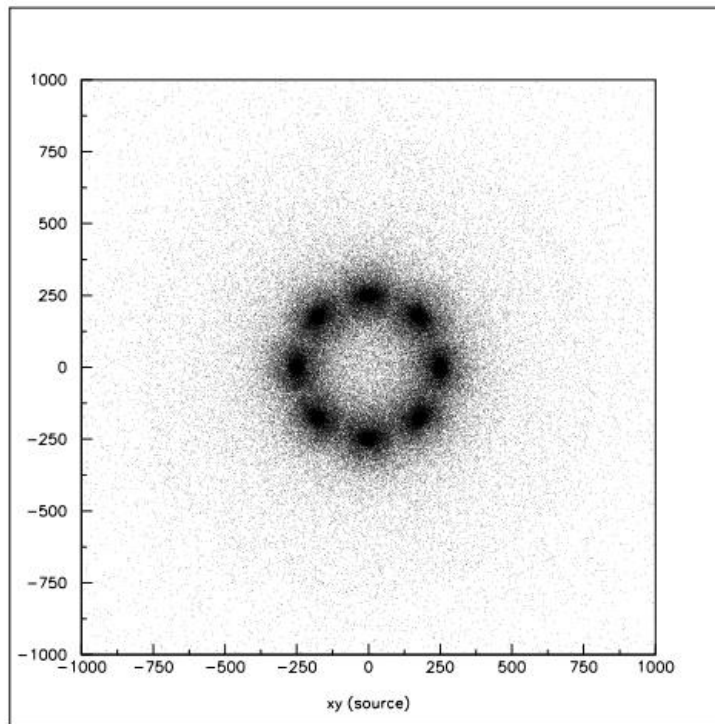
Με τον όρο RSECTOR του παραπάνω πίνακα εννοούμε τον κάθε έναν (από τους 32) παραλληλεπίπεδο ανιχνευτή. Το βάθος του ανιχνευτή (άξονας z) είναι τέτοιο ώστε να σταματά το κάθε φωτόνιο που έχει μέγιστη ενέργεια 511 keV. Θεωρητικά, βρέθηκε ότι η μέση ελεύθερη διαδρομή του φωτονίου στο υλικό LSO του κρυστάλλου είναι περίπου 1.14 cm⁴⁰. Ο συνολικός κρύσταλλος έχει τις διαστάσεις που αναφέρθηκαν, αλλά το κάθε κομμάτι από το οποίο απαρτίζεται ο κρύσταλλος έχει πάχος 2 cm, προκειμένου να σταματά κάθε φωτόνιο. Με τα δεδομένα των παραπάνω ανιχνευτών επιχειρούμε να κάνουμε ανακατασκευή της εικόνας των οκτώ κυλινδρικών πηγών. Αρχικά, κατασκευάζουμε με τη βοήθεια της συνάρτησης *resxy.f* την εικόνα των πηγών στους άξονες x και y και προκύπτουν τα εξής:

⁴⁰Rihua Mao n, Chen Wu, Ling'En Dai, Sheng Lu, 2013, *Journal of Crystal Growth*, Εκδόσεις: Elsevier, σελ. 98



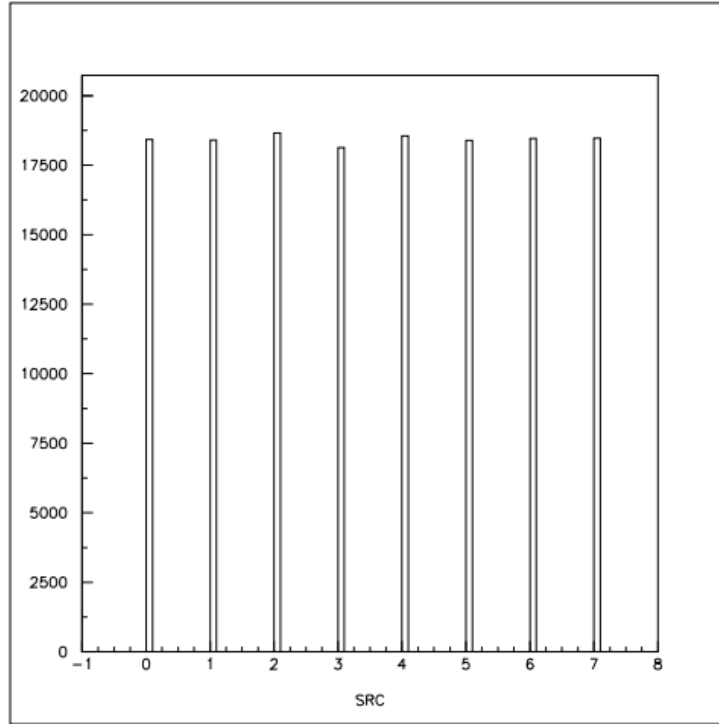
Σχήμα 4.19: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης θέσης των πηγών στους άξονες x και y

Αν παρατηρήσει κανείς το Σχήμα 4.18, είναι εύκολο να κατανοήσει και την απεικόνιση των πηγών στους άξονες x και y (Σχήμα 4.19). Έπειτα, παρουσιάζουμε το διάγραμμα που προκύπτει ανακατασκευάζοντας τις πηγές στο επίπεδο $z = 0$ με τη συνάρτηση *resxy.f*.



Σχήμα 4.20: Απεικόνιση ανακατασκευής των πηγών

Όλες οι πηγές φαίνεται να έχουν περίπου το ίδιο σχήμα. Πιο συγκεκριμένα, όλες οι κυλινδρικές πηγές έχουν ακτίνα 2 cm και ύψος 4 cm. Επίσης, όλες οι πηγές έχουν την ίδια ενεργότητα, άρα και ειδική ενεργότητα, λόγω του όμοιου όγκου που έχουν, και γι' αυτό εμφανίζονται με την ίδια ένταση. Έτσι, παρουσιάζουμε το διάγραμμα που δηλώνει τη σειρά των πηγών, αλλά και την έντασή τους. Η ένταση των πηγών δηλώνεται με το ύψος της κάθε μπάρας.



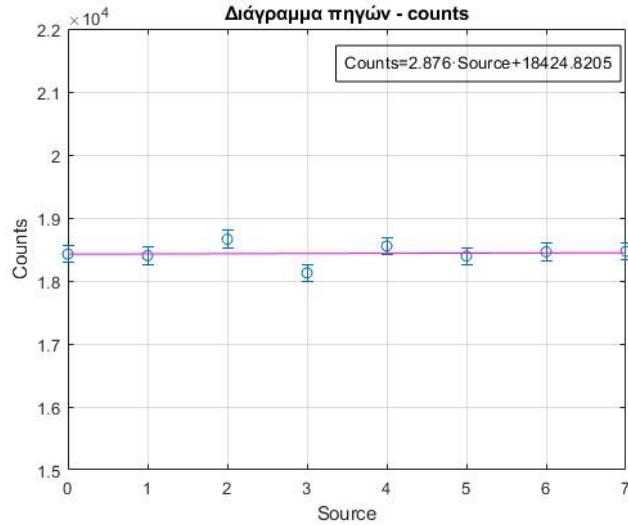
Σχήμα 4.21: Απεικόνιση σειράς – έντασης πηγών

Όπως αναμέναμε, λόγω της κοινής έντασης των πηγών οι παραπάνω μπάρες έχουν σχεδόν το ίδιο ύψος. Οι όποιες διαφορές, οφείλονται σε στατιστικά σφάλματα. Στη συνέχεια, κατασκευάζουμε το διάγραμμα πηγών και καταγραφόμενων γεγονότων (counts), σύμφωνα με τα παρακάτω δεδομένα:

Πίνακας 4.2: Προβολή γεγονότων και σφαλμάτων στις πηγές ίδια ενεργότητας

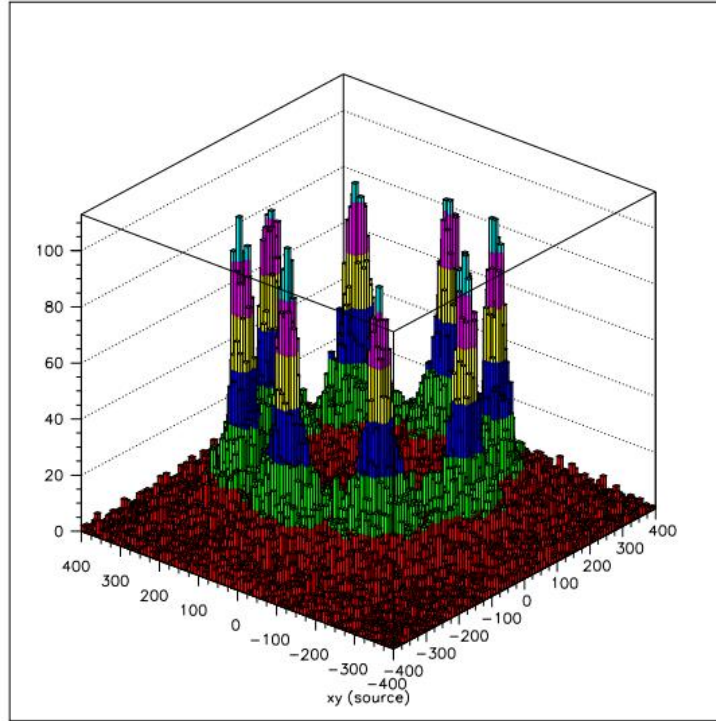
Source	Counts	Error
0	18,425	±136
1	18,401	±136
2	18,660	±137
3	18,126	±135
4	18,553	±136
5	18,393	±136
6	18,461	±136
7	18,468	±136

Στο διάγραμμα αυτό αναμένουμε να δούμε μία ευθεία παράλληλη στον άξονα x, καθώς το πλήθος των γεγονότων σε κάθε πηγή είναι περίπου το ίδιο, λόγω της κοινής ειδικής ενεργότητάς τους. Το σφάλμα βρέθηκε με τη βοήθεια του τύπου: $\pm\sqrt{N}$, όπου N το πλήθος των γεγονότων, καθώς ακολουθούν τη στατιστική Poisson.



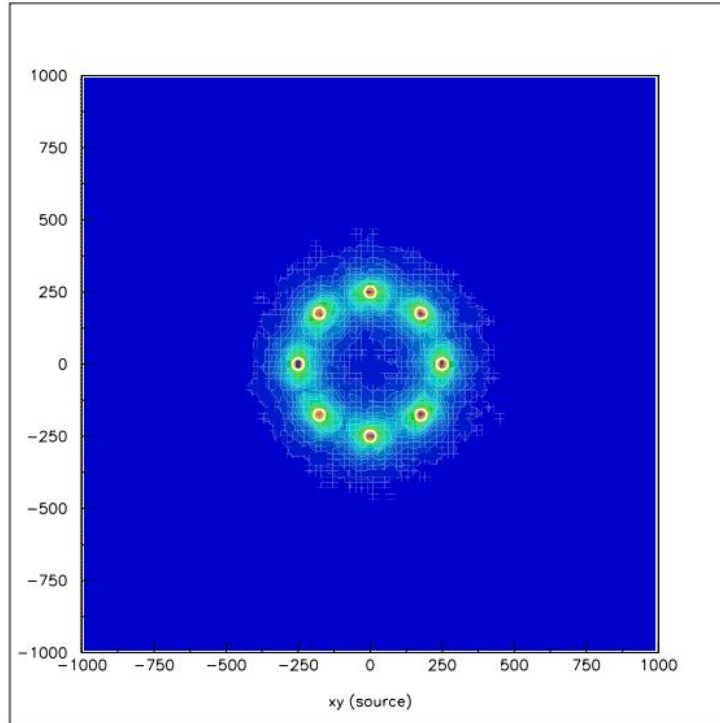
Σχήμα 4.22: Απεικόνιση διαγράμματος πηγών και counts

Το αποτέλεσμα που λάβαμε είναι αυτό που περιμέναμε. Τα σημεία έχουν μικρές διαφορές μεταξύ τους λόγω στατιστικών σφαλμάτων. Η ευθεία αναμέναμε να έχει μηδενική κλίση, αλλά το αποτέλεσμα που λάβαμε είναι ικανοποιητικό, καθώς ο όρος της κλίσης είναι αμελητέος συγκριτικά με τον σταθερό όρο. Έπειτα, παρουσιάζουμε τη θέση όλων των πηγών που φαίνεται αρκετά καλά στο παρακάτω σχήμα:



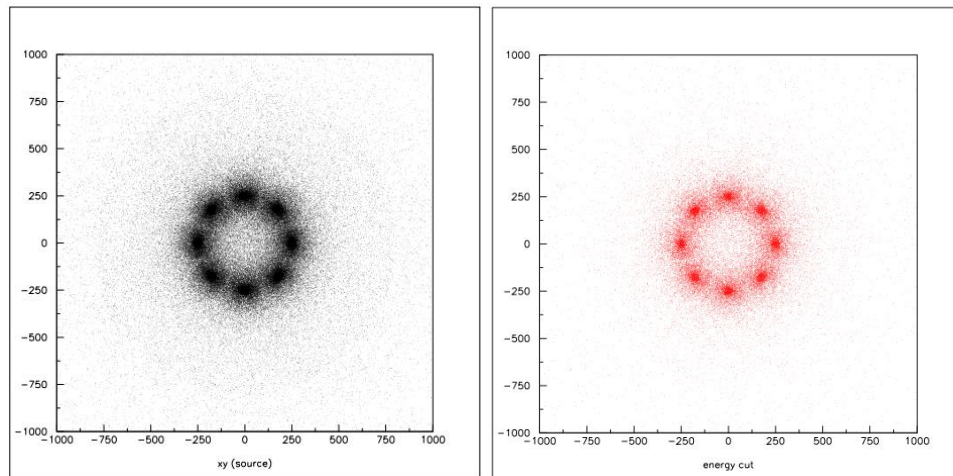
Σχήμα 4.23: Απεικόνιση τρισδιάστατης ανακατασκευασμένης θέσης πηγών

Κατασκευάζουμε το ενιαίο σχήμα της πειραματικής ανακατασκευής των πηγών και των πραγματικών πηγών που φαίνεται στο Σχήμα 4.23 και αναδεικνύεται, έτσι, η βελτίωση που χρειάζεται η ανάλυση αυτή.



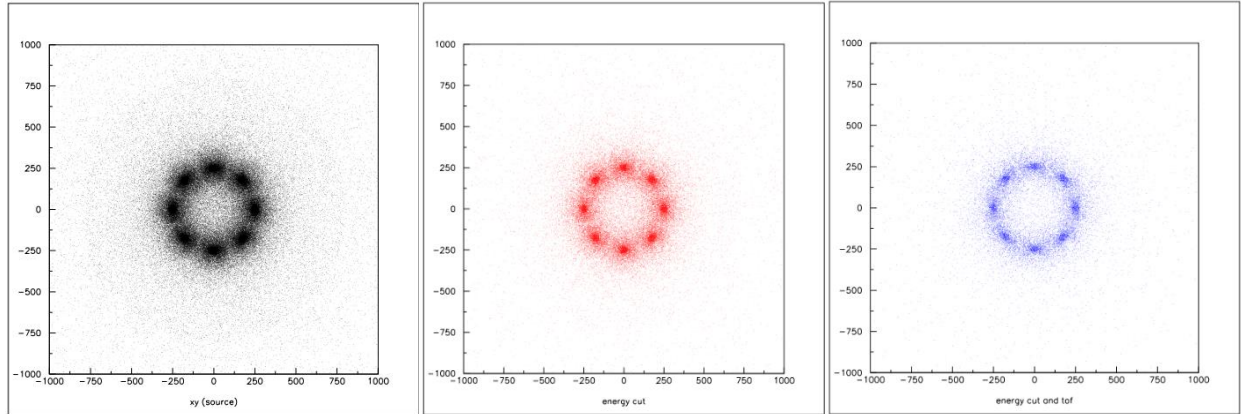
Σχήμα 4.24: Απεικόνιση ανακατασκευασμένων και πραγματικών πηγών

Προκειμένου να μειώσουμε τις διαφορές των πραγματικών και των πειραματικών διαστάσεων των πηγών εφαρμόζουμε, αρχικά, ενεργειακό φιλτράρισμα αποκόπτοντας τα γεγονότα των σκεδάσεων Compton, δηλαδή αυτά που βρίσκονται εκτός του κύκλου του Σχήματος 4.4, όπως κάναμε και σε προηγούμενη προσομοίωση.



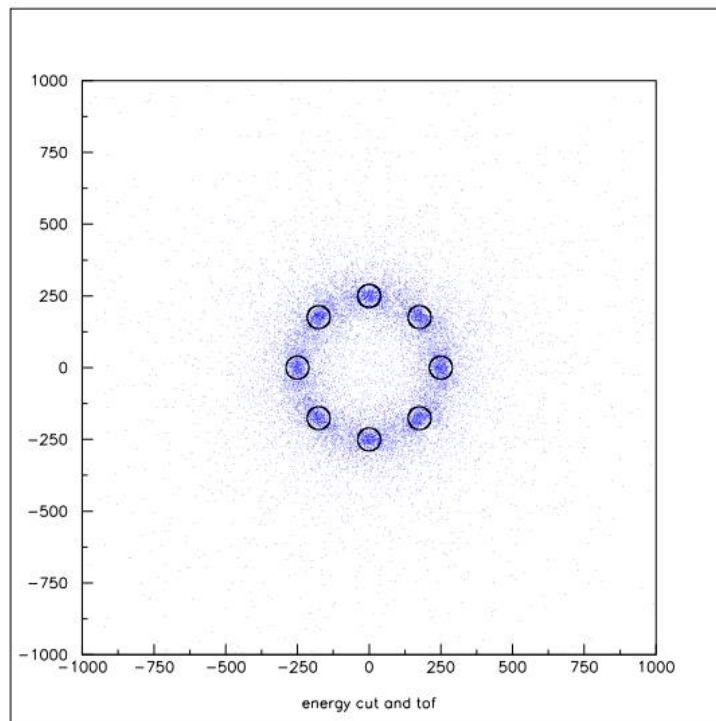
Σχήμα 4.25: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών χωρίς και με ενεργειακό “φιλτράρισμα”

Η ανάλυση επιδέχεται και άλλη βελτίωση. Έτσι, εφαρμόζουμε και το χρονικό κριτήριο των γεγονότων σύμπτωσης με χρόνο πτήσης (ToF) μικρότερο του 1 ns. Προκύπτει το εξής:



Σχήμα 4.26: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών χωρίς “φιλτράρισμα”, με ενεργειακό “φιλτράρισμα” και με χρονικό “φιλτράρισμα” αντιστοίχως

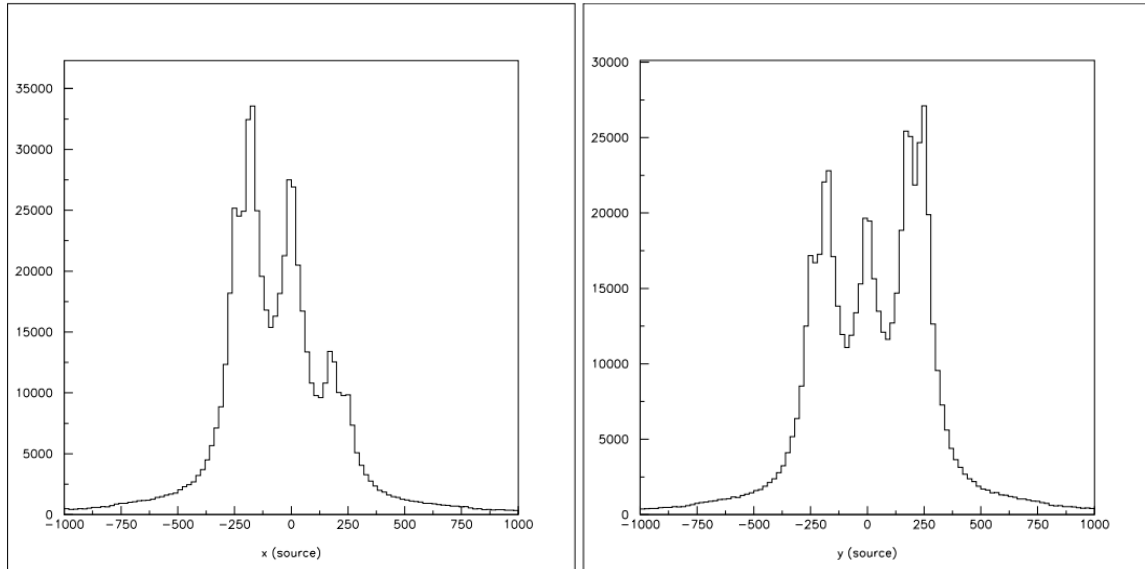
Η προσέγγιση, πλέον, των διαστάσεων των πηγών είναι καλύτερη σε σχέση με το Σχήμα 4.24.



Σχήμα 4.27: Απεικόνιση εκτίμησης ακτίνας των πηγών

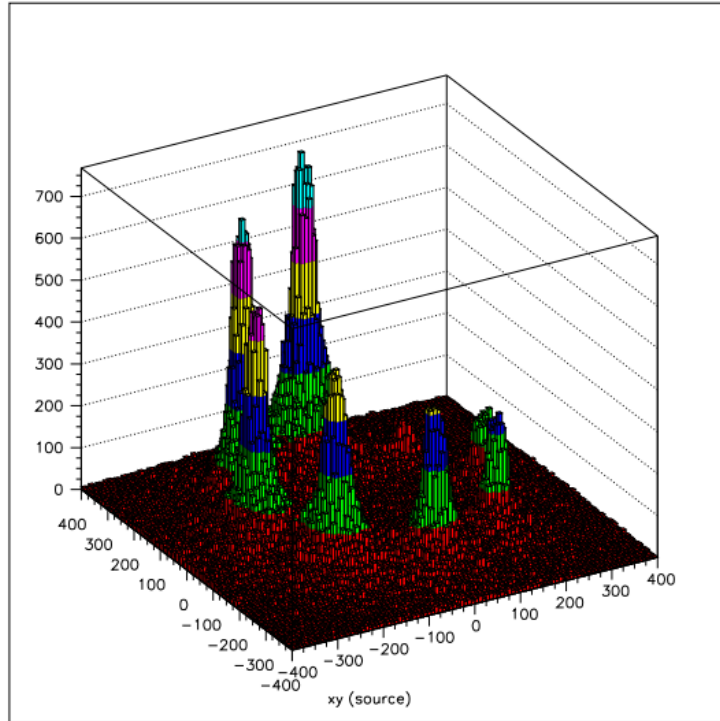
Τέλος, κάνουμε μία εκτίμηση της ακτίνας των πηγών και το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το εξής: όλες οι πηγές έχουν ακτίνα 4 cm. Το αποτέλεσμα είναι αρκετά ικανοποιητικό, καθώς η πραγματική ακτίνα είναι 2 cm και έτσι τα πειραματικά αποτελέσματα δεν απέχουν πολύ από τις πραγματικές διαστάσεις. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας την ίδια διάταξη των πηγών που

φαίνεται στο Σχήμα 4.18 αναζητούμε ξανά τις ανακατασκευασμένες πηγές, βάζοντας, όμως, διαφορετική ενεργότητα στην καθεμία. Η ενεργότητα της πρώτης πηγής είναι 80,000 Bq και οι υπόλοιπες έχουν ενεργότητα μικρότερη κατά 10,000 Bq από την ακριβώς προηγούμενη πηγή (1^η θεωρείται η πηγή στην πάνω κεντρική θέση του κύκλου και η φορά που ακολουθείται για την αρίθμηση είναι η δεξιόστροφη). Αρχικά, παρουσιάζουμε και σε αυτή την περίπτωση τα διαγράμματα των ανακατασκευασμένων θέσεων, τα οποία είναι τα εξής:



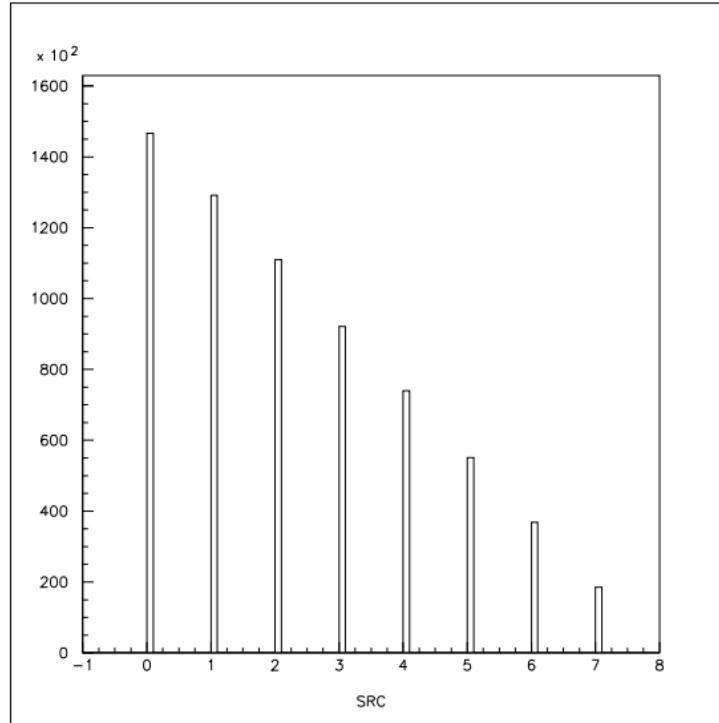
Σχήμα 4.28: Απεικόνιση των ανακατασκευασμένων θέσεων των πηγών στον x και y άξονα

Τα παραπάνω διαγράμματα απεικονίζουν σε μία διάσταση την εικόνα των πηγών. Η αντίστοιχη εικόνα σε τρισδιάστατο σχήμα είναι η εξής:



Σχήμα 4.29: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης τρισδιάστατης θέσης πηγών

Ήδη παρατηρούμε ότι το ύψος των πηγών διαφέρει αρκετά, κάτι το οποίο οφείλεται στην διαφορετική ενεργότητα, άρα και ένταση που έχουν οι πηγές. Το γεγονός αυτό είναι ακόμα πιο ξεκάθαρο στο παρακάτω διάγραμμα σειράς και έντασης των πηγών.



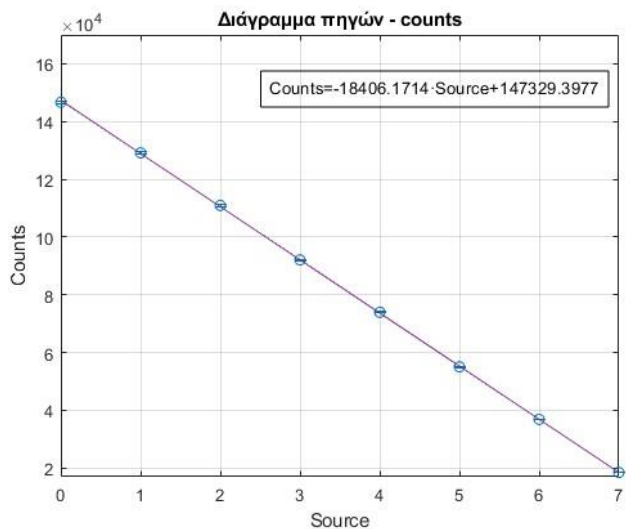
Σχήμα 4.30: Απεικόνιση σειράς και έντασης των πηγών

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το ύψος της κάθε μπάρας δηλώνει την ένταση των πηγών, γι' αυτό και στο Σχήμα 4.30 φαίνεται να μειώνεται διαδοχικά, καθώς μειώνεται και η ενεργότητα της κάθε πηγής. Παραθέτουμε παρακάτω τα δεδομένα των γεγονότων για κάθε πηγή, καθώς και τα σφάλματα αυτών.

Πίνακας 4.3: Προβολή γεγονότων και σφαλμάτων στις πηγές διαφορετικής ενεργότητας

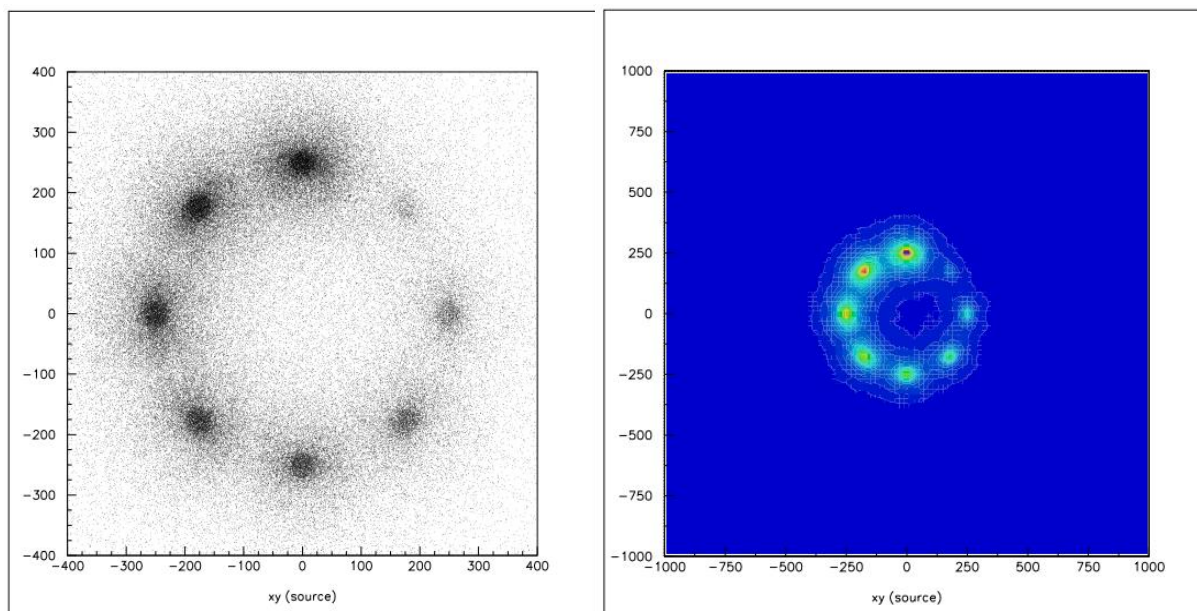
Source	Counts	Error
0	146,678	±383
1	129,165	±359
2	110,957	±333
3	92,080	±303
4	73,957	±272
5	55,066	±235
6	36,875	±192
7	18,490	±136

Τα παραπάνω σφάλματα βρέθηκαν όπως προηγουμένως. Κατασκευάζουμε, πλέον, το διάγραμμα των πηγών και του πλήθους των γεγονότων με τα αντίστοιχα σφάλματα. Αναμένουμε μία ευθεία κλίσης -18,312.5714 σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα. Η ευθεία που παίρνουμε είναι η εξής:



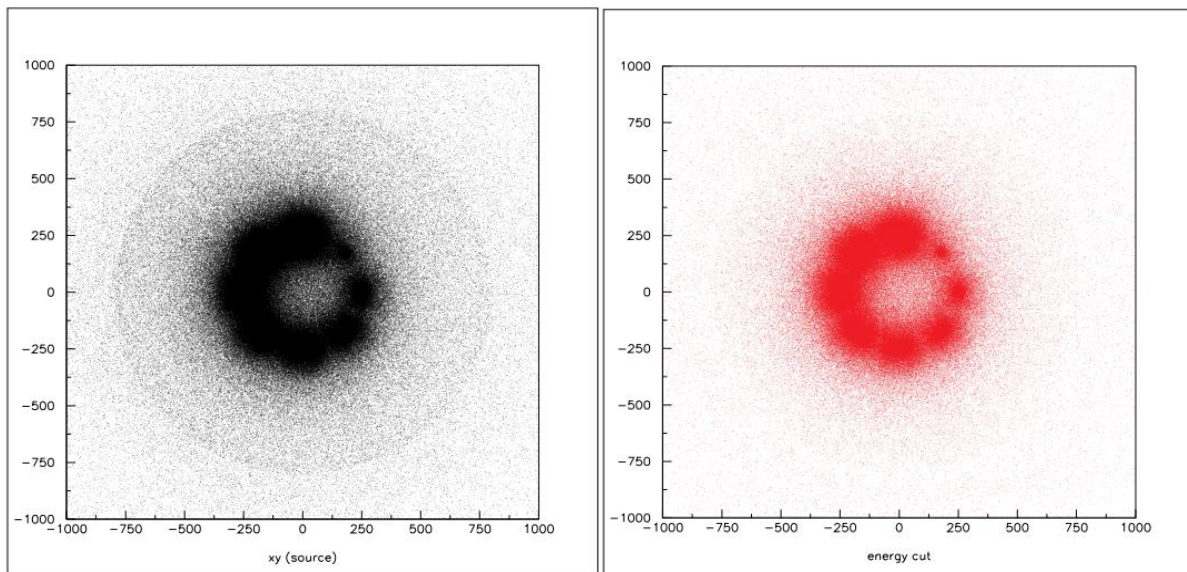
Σχήμα 4.31: Απεικόνιση διαγράμματος πηγών και counts

Η κλίση που πήραμε αποκλίνει ελάχιστα από τη θεωρητική, δηλαδή μόλις 0.5%. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στην μεγάλη ενεργότητα που βάλουμε στις πηγές, η οποία είναι υπεύθυνη για το πλήθος των γεγονότων που στην περίπτωση μας είναι πολλά. Η μεγιστοποίηση των γεγονότων προκαλεί καλύτερη στατιστική και άρα καλύτερα αποτελέσματα. Με τη βοήθεια των Σχημάτων 4.28-4.30 μπορούμε να προβλέψουμε, τώρα, πώς θα είναι η ανακατασκευή των πηγών με τη βοήθεια της συνάρτησης *recxy.f*.

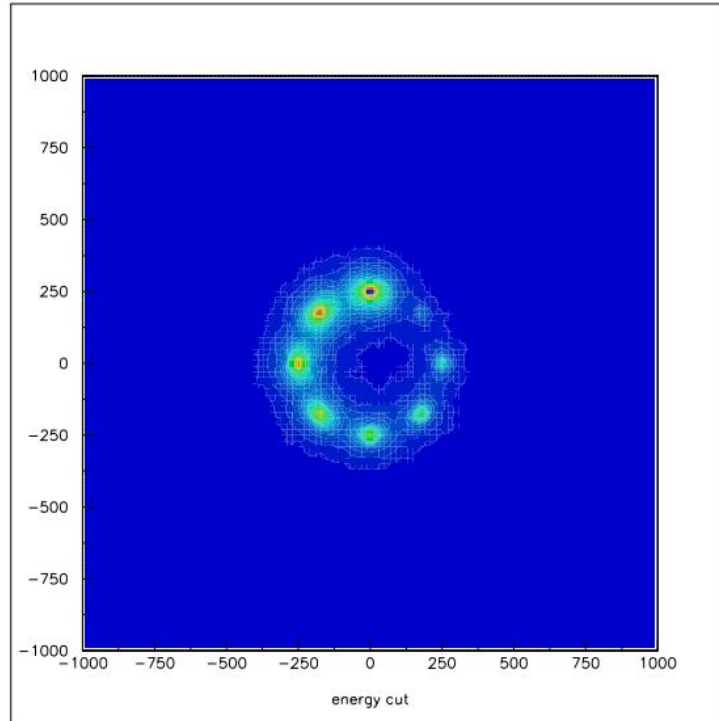


Σχήμα 4.32: Απεικόνιση ανακατασκευής των πηγών

Και τα δύο διαγράμματα στο παραπάνω σχήμα απεικονίζουν την ίδια εικόνα αλλά με διαφορετικό τρόπο. Η αριστερή εικόνα του Σχήματος 4.32 κατασκευάστηκε αποκόποντας αυθαίρετα αρκετά γεγονότα για να γίνει ευδιάκριτη η διαφορά στην ένταση των πηγών, καθώς στα επόμενα σχήματα δεν είναι τόσο φανερή λόγω των πολλών γεγονότων. Παρόλ' αυτά επιλέχθηκε στα επόμενα σχήματα η παρουσίαση αυτών των εικόνων για να γίνει καλύτερη ανάλυση και κατανόηση του πλήθους των γεγονότων που παίρνουμε, λόγω της υψηλής ενεργότητας, η οποία βοηθάει, βέβαια, στη βελτιστοποίηση της στατιστικής. Όπως πριν, εκτελούμε ένα ενεργειακό κριτήριο αποκοπής γεγονότων Compton και προκύπτουν τα εξής:

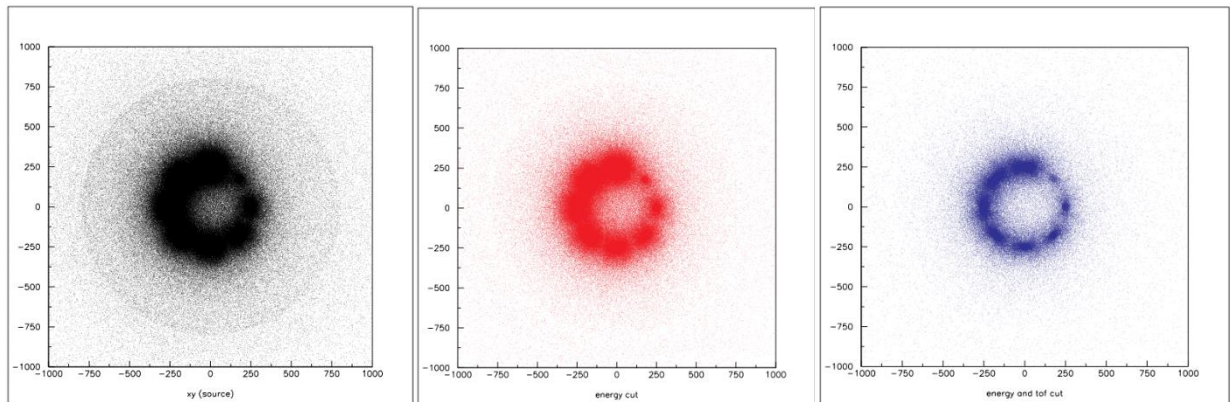


Σχήμα 4.33: Απεικόνιση ανακατασκευής των πηγών χωρίς και με ενεργειακό “φιλτράρισμα” αντιστοίχως

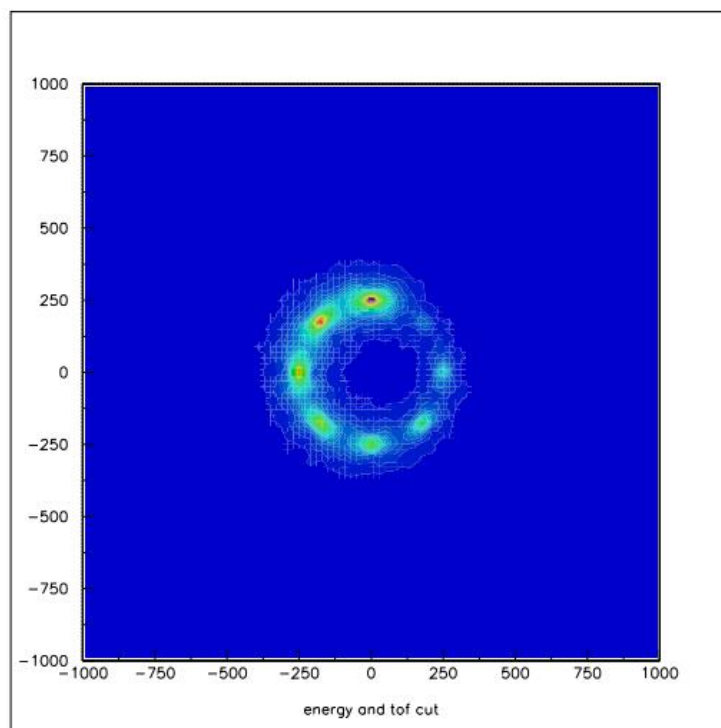


Σχήμα 4.34: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών με ενεργειακό “φιλτράρισμα”

Εφαρμόζουμε, ακόμα, το χρονικό κριτήριο αποκοπής γεγονότων, το οποίο επιβάλλει ο χρόνος πτήσης (ToF) να είναι μικρότερος του 1 ns. Έτσι, λαμβάνουμε τα παρακάτω:



Σχήμα 4.35: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών χωρίς “φιλτράρισμα”, με ενεργειακό “φιλτράρισμα” και με χρονικό “φιλτράρισμα” αντιστοίχως

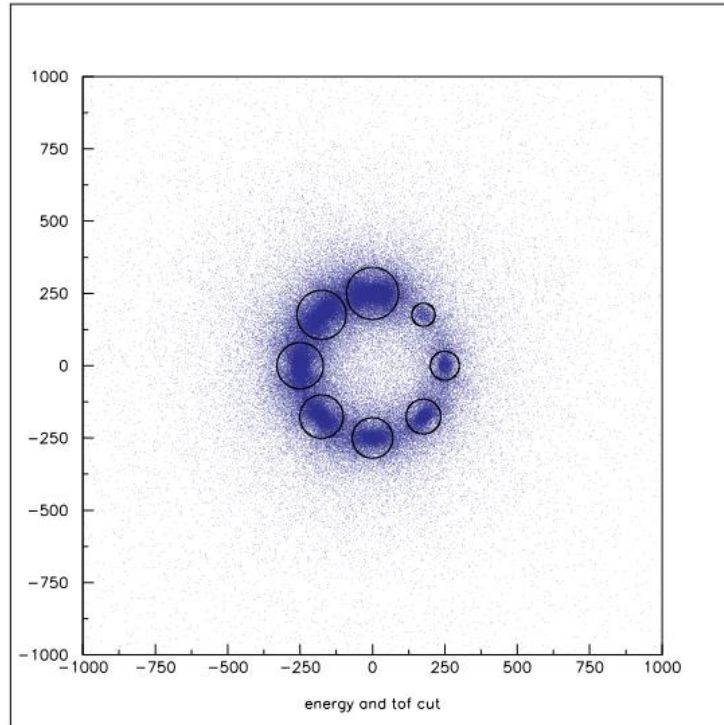


Σχήμα 4.36: Απεικόνιση ανακατασκευής πηγών με ενεργειακό και χρονικό “φιλτράρισμα”

Η διαφορά στο μέγεθος των πηγών οφείλεται στη διαφορετική ειδική ενεργότητα τους, η οποία προκύπτει από τη διαφορετική ενεργότητα που έχουν και φαίνονται, τελικά, να έχουν διαφορετική ένταση μεταξύ τους. Για να κατανοήσουμε τα προηγούμενα κάνουμε μία εκτίμηση της φαινομενικής ακτίνας των πηγών και τη συγκρίνουμε με την πραγματική που συνεχίζει να είναι 2 cm.

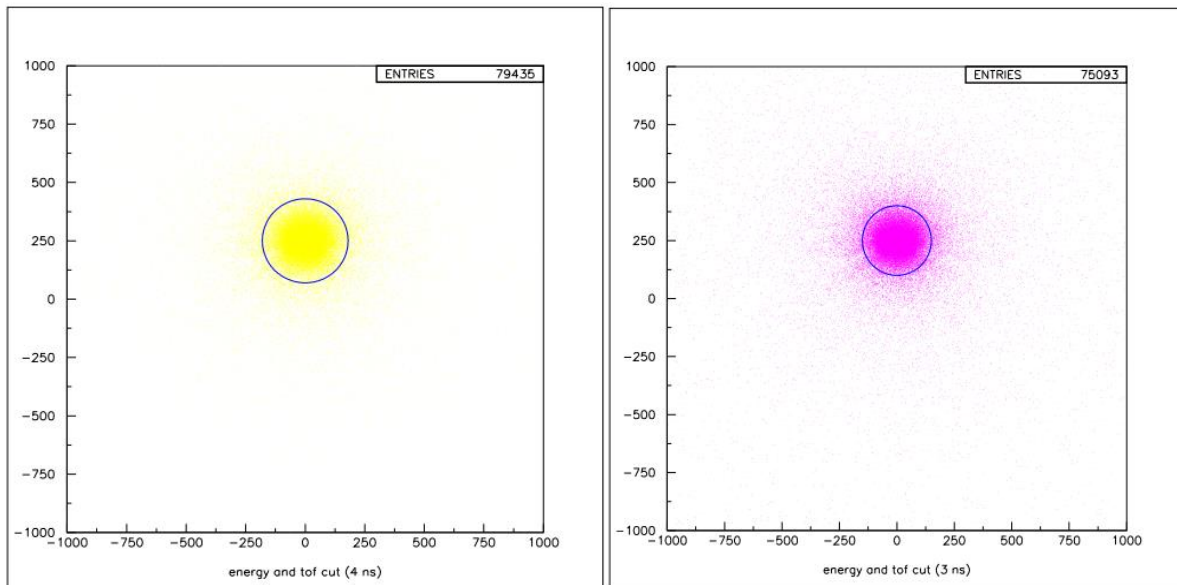
Πίνακας 4.4: Προβολή εκτίμησης ακτίνας

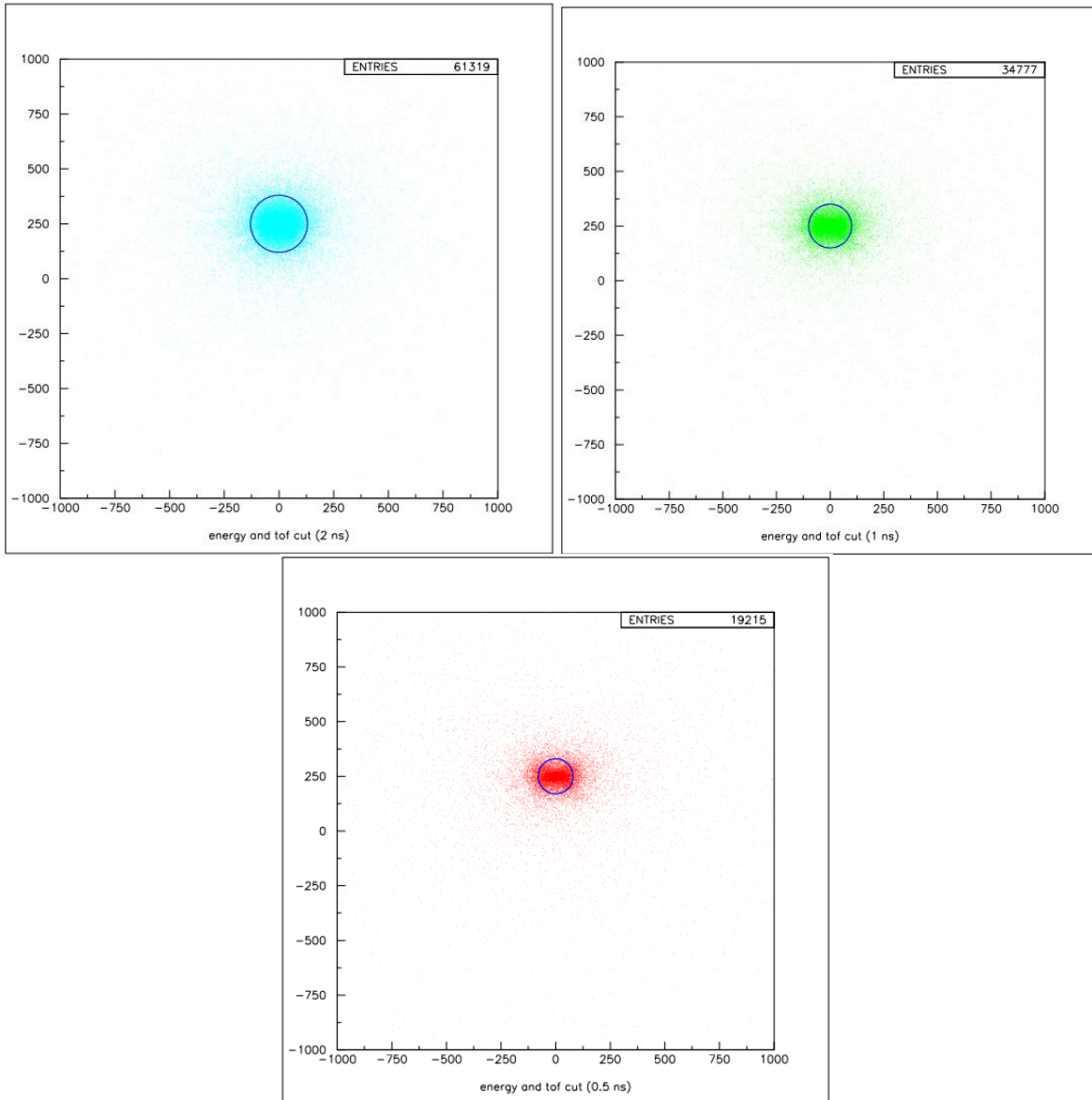
Πηγή	Ακτίνα (cm)
1	9.0
2	8.5
3	8.0
4	7.5
5	7.0
6	6.0
7	5.0
8	4.0



Σχήμα 4.37: Απεικόνιση εκτίμησης ακτίνας των πηγών

Στο τέλος αυτής της ανάλυσης εκτιμούμε την ακτίνα της πηγής 1, ανάλογα με το χρονικό κριτήριο αποκοπής (Time of Flight). Επιλέγουμε τα εξής χρονικά “παράθυρα”: 4, 3, 2, 1, 0.5 ns. Κάνοντας αυτή τη διαδικασία, εκτιμούμε τη διακριτική ικανότητα ανάλογα με το χρονικό “φιλτράρισμα”. Τα αποτελέσματα που λάβαμε είναι τα εξής:





Σχήμα 4.38: Απεικόνιση πηγής 0 με ενεργειακό και διαφορετικό σε κάθε εικόνα χρονικό “φιλτράρισμα”

Οι τιμές για την ακτίνα σε κάθε περίπτωση είναι οι παρακάτω:

Πίνακας 4.5: Προβολή ακτίνας κάθε πηγής

ToF (ns)	Ακτίνα (cm)
4.0	18
3.0	15
2.0	13
1.0	10
0.5	8

Όπως φαίνεται στα παραπάνω δεδομένα, καθώς μειώνεται το χρονικό κριτήριο, μειώνεται και η εκτιμώμενη ακτίνα, δηλαδή βελτιστοποιείται η ανάλυση, δεδομένου ότι η πραγματική ακτίνα της πηγής είναι 2 cm. Βέβαια, η πηγή 0, όπως είδαμε και παραπάνω, έχει τη μεγαλύτερη ένταση, άρα με το υπάρχον σύστημα ανίχνευσης δεν αναμέναμε ακριβή πρόβλεψη της ακτίνας. Επίσης, όπως έχουμε αναφέρει και παραπάνω, το χρονικό “παράθυρο” των 4 ns είναι καθορισμένο από το πρόγραμμα, οπότε στη συνέχεια θα υπολογίσουμε πόσα χρήσιμα γεγονότα αποκόπτουμε σε σχέση με αυτά που προκύπτουν, όταν ορίζουμε ToF=4 ns.

Πίνακας 4.6: Προβολή ποσοστού αποκοπής γεγονότων σε κάθε τιμή του ToF

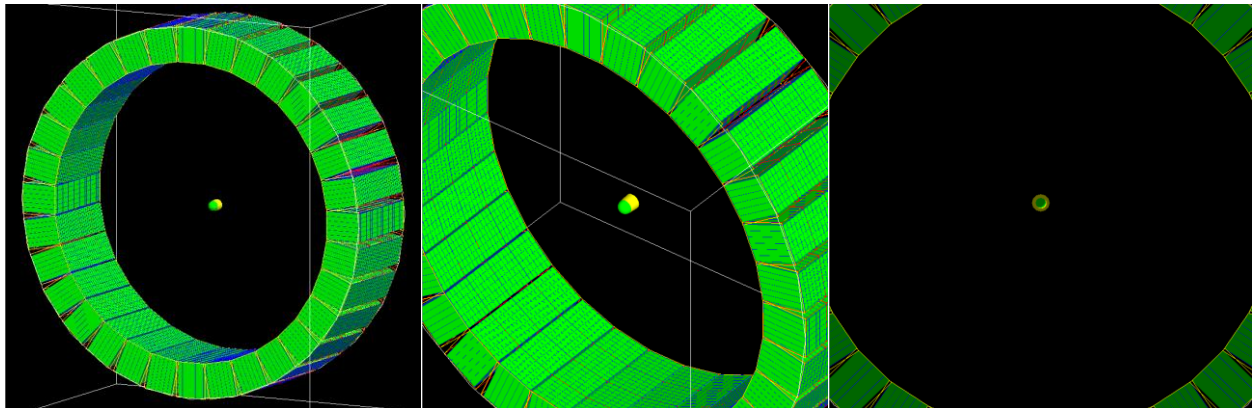
ToF (ns)	Counts	Ποσοστό αποκοπής γεγονότων
4.0	79,435	0.00%
3.0	75,093	5.47%
2.0	61,319	22.81%
1.0	34,777	56.22%
0.5	19,215	75.81%

Παρατηρούμε ότι όσο μικραίνει το ToF μεγαλώνει και η απόκλιση των γεγονότων που λαμβάνουμε από αυτά που παίρνουμε στην περίπτωση που το ToF είναι 4 ns. Άρα, καθώς εφαρμόζουμε πιο αυστηρό χρονικό κριτήριο, αποκόπτουμε και αρκετά χρήσιμα γεγονότα. Συνεπώς, ειδικά στην περίπτωση που ορίζουμε το ToF να είναι 0.5 ns, τα γεγονότα που αποκόπτουμε είναι πολλά και ενδεχομένως να οδηγούμαστε σε λανθασμένα αποτελέσματα.

Κεφάλαιο 5: Απεικόνιση Καρδιάς σε Προσομοίωση Ποζιτρονικής Εκπομπής (PET)

5.1: Προσομοίωση Υγιούς Καρδιάς

Όπως και σε κάθε προηγούμενη εφαρμογή, έτσι και σε αυτή, με τη βοήθεια του προγράμματος GATE δημιουργήθηκε μία προσομοίωση Ποζιτρονικής Εκπομπής (PET), η οποία περιέχει ως πηγή μία καρδιά που κατασκευάστηκε στο πρόγραμμα αυτό. Το ανιχνευτικό σύστημα είναι το ίδιο με αυτό που περιγράφηκε στο Κεφάλαιο 4. Έτσι, λοιπόν, η καρδιά που τοποθετήθηκε στο κέντρο των ανιχνευτών λειτουργεί ως πηγή και εκπέμπει δύο αντιδιαμετρικά φωτόνια ενέργειας 511 keV. Στόχος και εδώ είναι η ανίχνευση ταυτόχρονων, δηλαδή γεγονότων που φτάνουν στους ανιχνευτές σε χρονικό περιθώριο μικρότερο των 4 ns. Η απεικόνιση των παραπάνω γίνεται πιο κατανοητή στο Σχήμα 5.1.



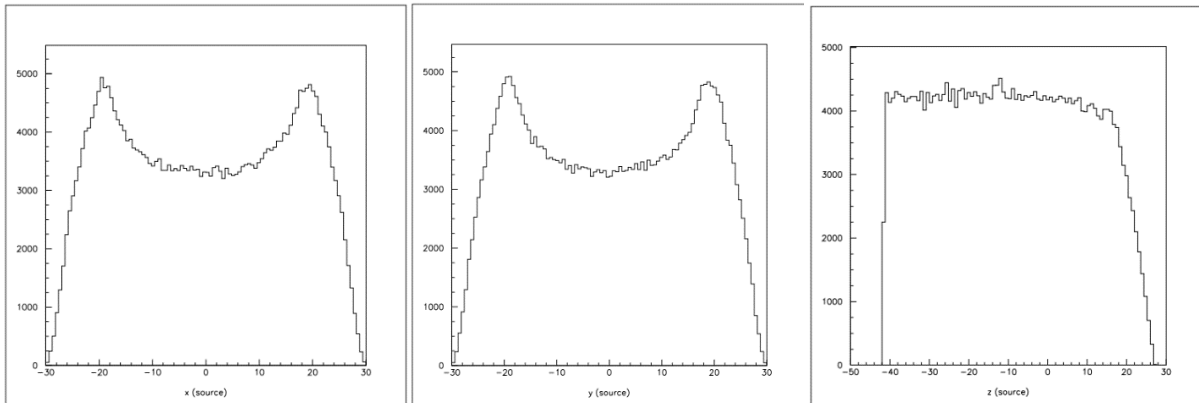
Σχήμα 5.1: Απεικόνιση ανιχνευτών και καρδιάς

Η καρδιά, όπως ίσως είναι φανερό, αποτελείται από ένα ημισφαίριο, το οποίο στο εσωτερικό του περιέχει αέρα, καθώς δεν είναι συμπαγές. Στο ημισφαίριο εφάπτεται ένας κόλυρος κώνος, ο οποίος και αυτός δεν είναι συμπαγής στο εσωτερικό του. Το συμπαγές μέρος των δύο παραπάνω σχημάτων αποτελείται από νερό. Παραθέτουμε, στη συνέχεια, τις ακριβείς διαστάσεις των δύο αυτών σχημάτων.

Πίνακας 5.1: Προβολή διαστάσεων καρδιάς

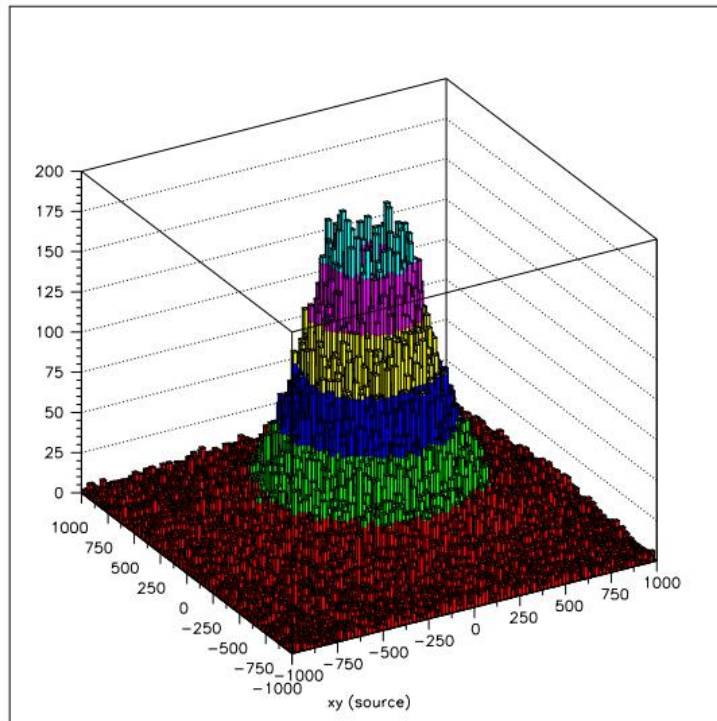
Ημισφαίριο	Κόλυρος Κώνος
$R_{\min} = 17 \text{ mm}$	$R_{\max1} = 30 \text{ mm}$
$R_{\max} = 27 \text{ mm}$	$R_{\min1} = 20 \text{ mm}$
	$R_{\max2} = 27 \text{ mm}$
	$R_{\min2} = 17 \text{ mm}$
	Ύψος 41.6 mm

Σημειώνουμε, επίσης, ότι το κέντρο της σφαίρας βρίσκεται στο σημείο $(0, 0, 0)$ του ανιχνευτή, ενώ το κέντρο του κόλουρου κώνου βρίσκεται στο σημείο $(0, 0, -20.8)$. Έπειτα, κατασκευάσαμε τα διαγράμματα των θέσεων x, y, z της πηγής για την βέλτιστη κατανοήση του χώρου.



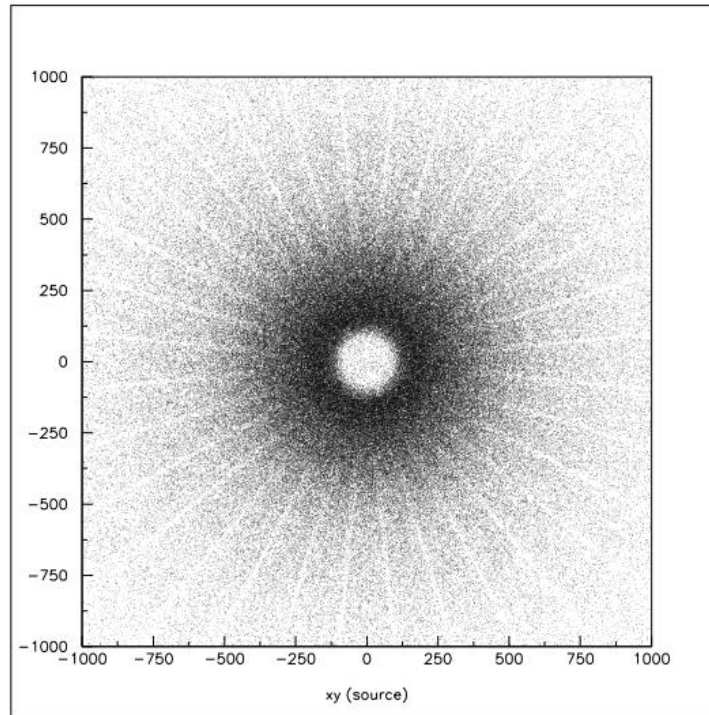
Σχήμα 5.2: Απεικόνιση των θέσεων x, y, z της καρδιάς - πηγής

Σχολιάζουμε, επίσης, ότι τα δύο σχήματα, ημισφαίριο και κόλουρος κώνος, έχουν την ίδια ειδική ενεργότητα, κάτι το οποίο είναι φανερό και από το παρακάτω σχήμα, στο οποίο η ένταση φαίνεται να είναι ίδια σε όλη την καρδιά.



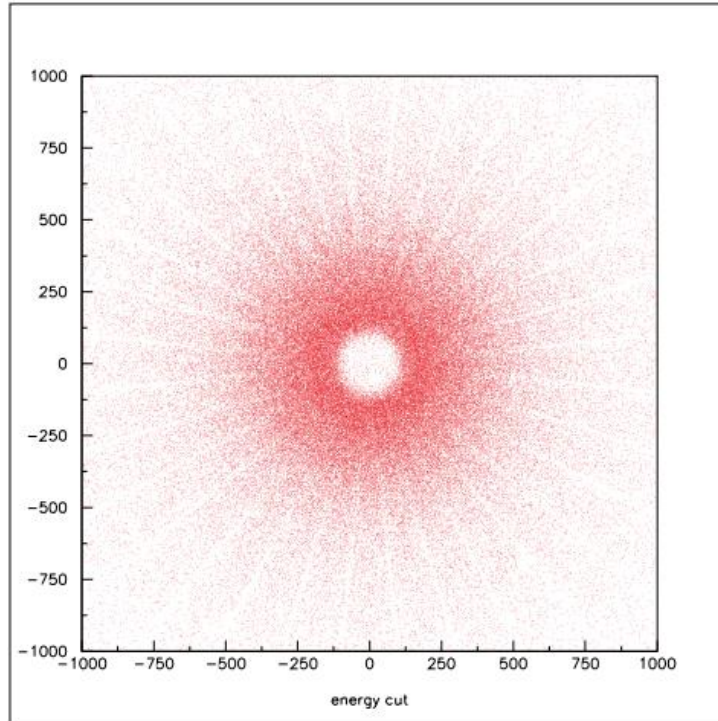
Σχήμα 5.3: Απεικόνιση τρισδιάστατης θέσης πηγών

Στόχος είναι με βάση τις παραπάνω πληροφορίες να καταφέρουμε να κάνουμε ανακατασκευή των σχημάτων της καρδιάς. Αρχικά, από το επίπεδο $z = 50$ λάβαμε την εξής ανακατασκευασμένη εικόνα με τη βοήθεια της συνάρτησης *recxy.f*:



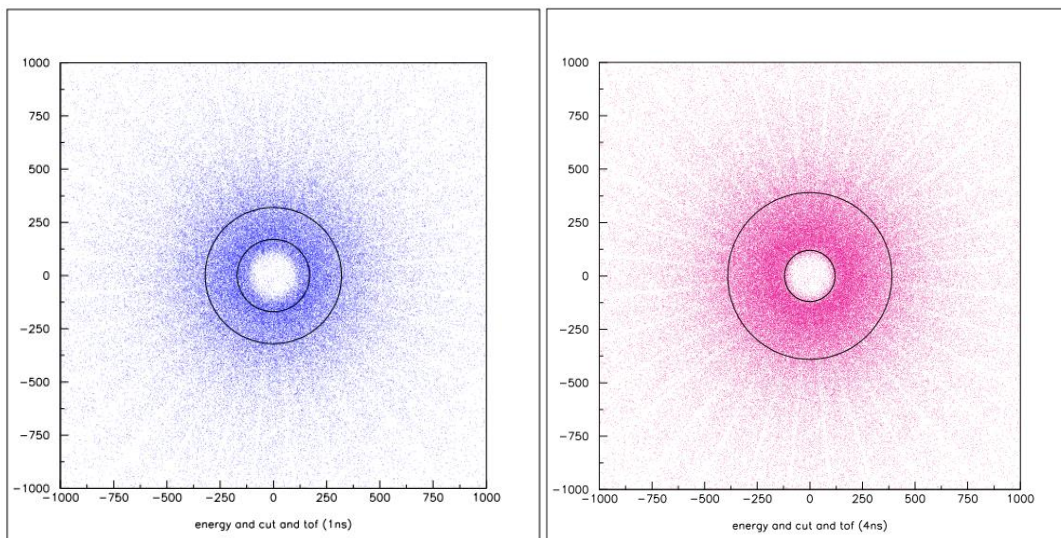
Σχήμα 5.4: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης θέσης της πηγής – καρδιάς στο επίπεδο $z = 50$

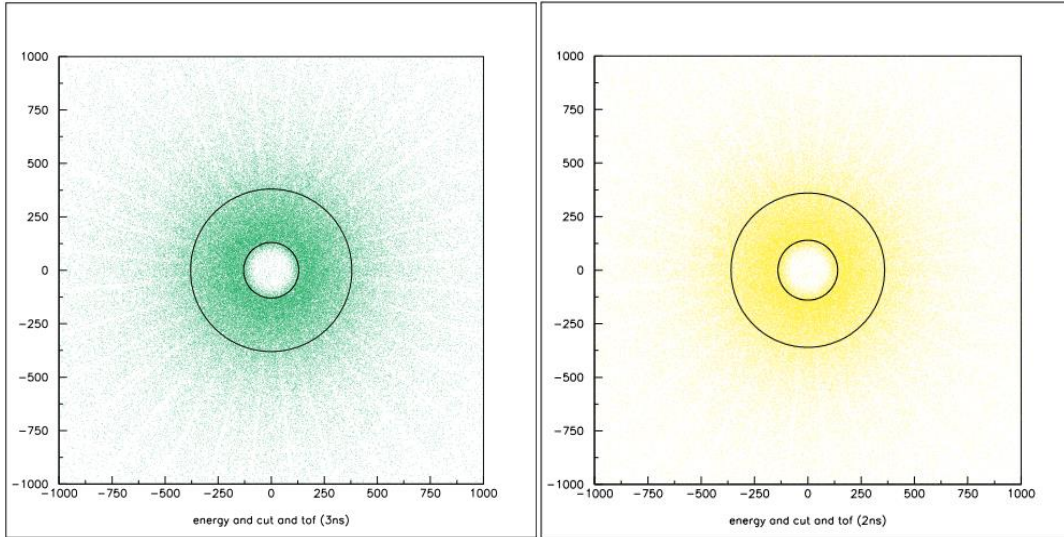
Προκειμένου να λάβουμε μία σωστότερη εικόνα εφαρμόζουμε δύο ειδών κριτήρια αποκοπής γεγονότων. Το πρώτο είναι το ενεργειακό κριτήριο, στο οποίο αποκόπτουμε γεγονότα που εμφανίζονται με ενέργεια αρκετά μικρότερη των 511 keV που αναμένουμε. Τα γεγονότα αυτά υποθέτουμε ότι έχουν υποστεί σκέδαση Compton πριν ανιχνευτούν και γι' αυτό απορρίπτονται από την ανάλυση. Η εικόνα που λαμβάνουμε μετά το ενεργειακό αυτό κριτήριο είναι η εξής:



Σχήμα 5.5: Απεικόνιση ανακατασκευής της καρδιάς με ενεργειακό "φιλτράρισμα"

Έπειτα, εφαρμόσαμε το κριτήριο που αφορά στον χρόνο πτήσης (Time of Flight - ToF). Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, το πρόγραμμα έχει χρονικό περιθώριο ανίχνευσης γεγονότων σύμπτωσης τα 4 ns. Εφαρμόζουμε, λοιπόν, ως χρονικά κριτήρια τα εξής: ToF = 1, 2, 3, 4 ns και κάνουμε μία εκτίμηση των ακτινών που διακρίνονται.





Σχήμα 5.6: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης καρδιάς στο επίπεδο $z=50$ με ενεργειακό και διαφορετικό κάθε φορά χρονικό "φιλτράρισμα" αντιστοίχως

Πίνακας 5.2: Προβολή εκτίμησης ακτινών

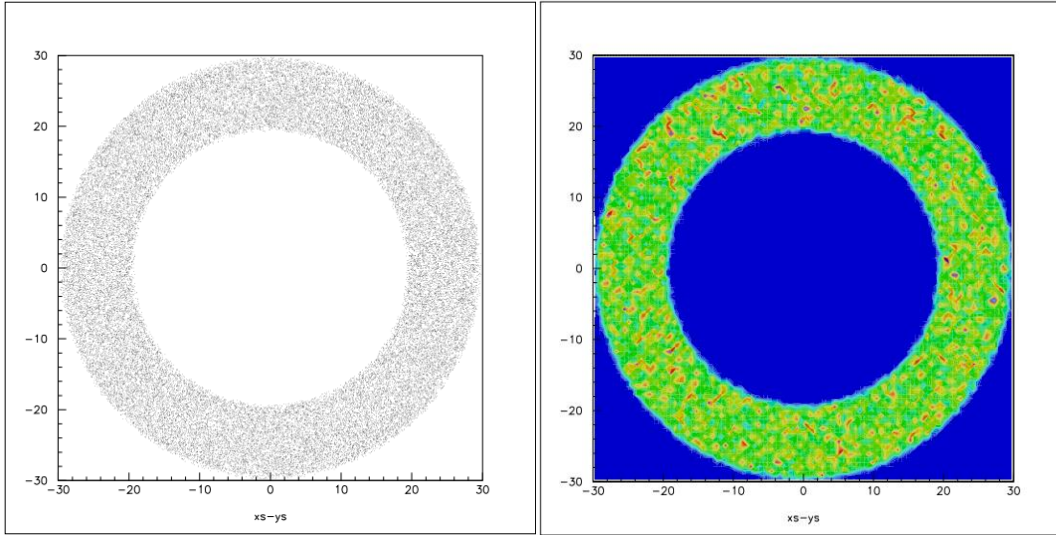
ToF (ns)	Μικρή ακτίνα (mm)	Μεγάλη ακτίνα (mm)
1	17	32
2	14	36
3	13	38
4	12	39

Όπως και αναμέναμε, οι ακτίνες που προκύπτουν στην περίπτωση του πιο "αυστηρού" χρονικού κριτηρίου, δηλαδή του $ToF = 1$ ns είναι πιο κοντά στις πραγματικές. Εξάλλου, στην περίπτωση των 4 ns γνωρίζουμε ότι λαμβάνεται το 99% των γεγονότων. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η ανακατασκευή, αν σε αυτή πραγματοποιήσουμε στο επίπεδο xy 7 τομές της καρδιάς και στο επίπεδο yz 6 τομές. Βάσει του Σχήματος 5.2, πραγματοποιούμε 7 τομές στο επίπεδο xy με $-40 < z_{source} < -30$ έως και $20 < z_{source} < 30$ και 6 τομές στο επίπεδο yz με $-30 < x_{source} < -20$ έως και $20 < x_{source} < 30$.

5.1.1: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο xy

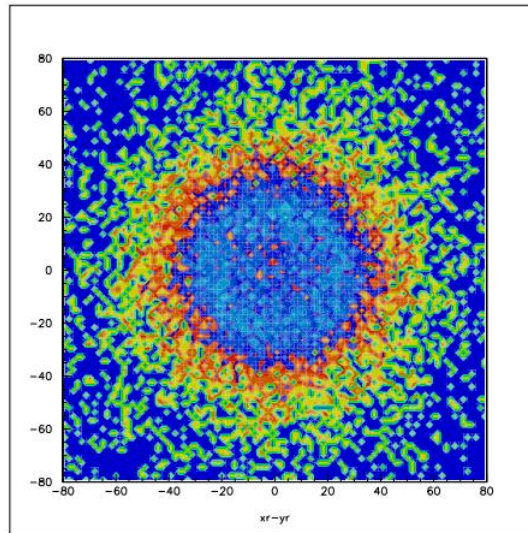
- Για $-40 < z_{source} < -30$:

Η πραγματική εικόνα που λαμβάνουμε σε αυτό το εύρος τιμών της θέσης z της πηγής είναι η εξής:



Σχήμα 5.7: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-40 < z_{\text{source}} < -30$

Το αποτέλεσμα του Σχήματος 5.7 είναι αρκετά λογικό, καθώς, σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί, η τομή αυτή αντιστοιχεί στο πίσω μέρος του κώνου, το οποίο είναι και το πιο φαρδύ. Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι η εξής:

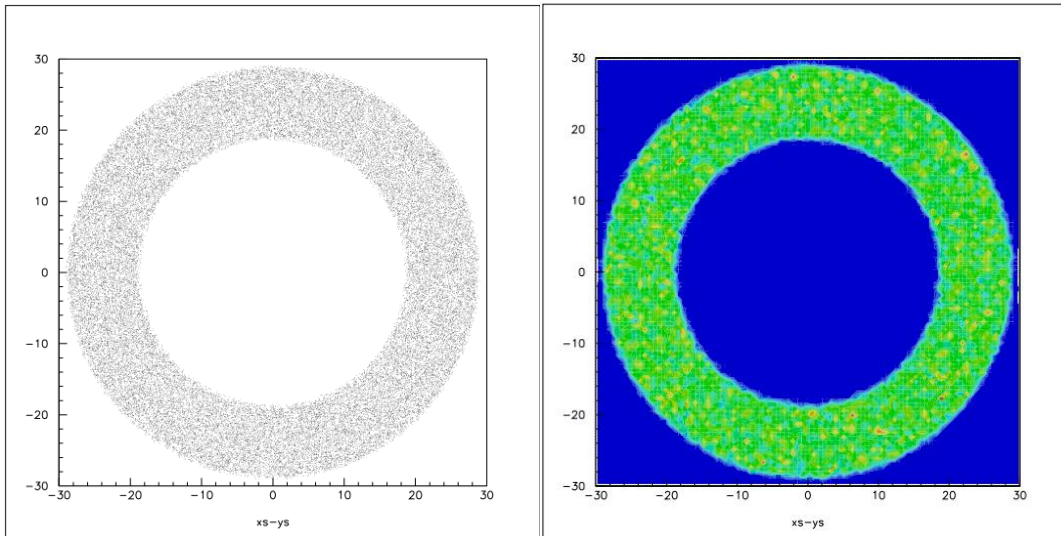


Σχήμα 5.8: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-40 < z_{\text{source}} < -30$

Τα γεγονότα που εκτέμφθηκαν από αυτό το κομμάτι της πηγής είναι σχετικά λίγα. Όμως, η εικόνα του Σχήματος 5.8 έχει δημιουργηθεί έπειτα από εφαρμογή του ενεργειακού και του χρονικού κριτηρίου ($ToF=1\text{ns}$) αποκοπής γεγονότων. Το σημείο, στο οποίο υπάρχει αέρας (το κενό του Σχήματος 5.7) προφανώς δεν απεικονίζεται πολύ καθαρά, αλλά υπάρχει σαφής αραιώση των γεγονότων.

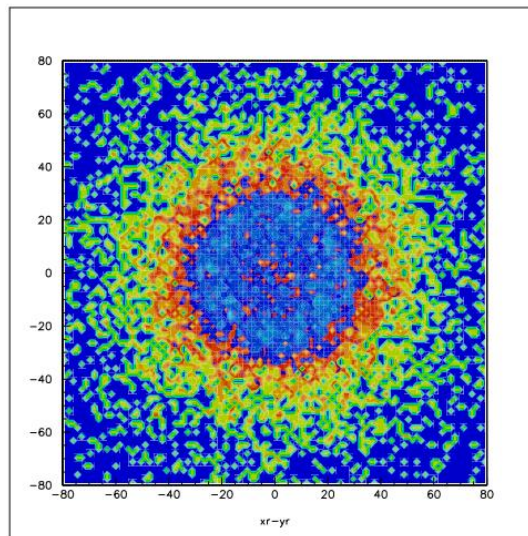
- Για $-30 < z_{\text{source}} < -20$:

Η πραγματική εικόνα που λαμβάνουμε είναι η εξής:



Σχήμα 5.9: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-30 < z_{\text{source}} < -20$

Παρατηρούμε μία ελάχιστη μεταβολή του μεγέθους του παραπάνω σχήματος σε σχέση με το Σχήμα 5.7, όπως και αναμέναμε. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε την ανακατασκευασμένη εικόνα:

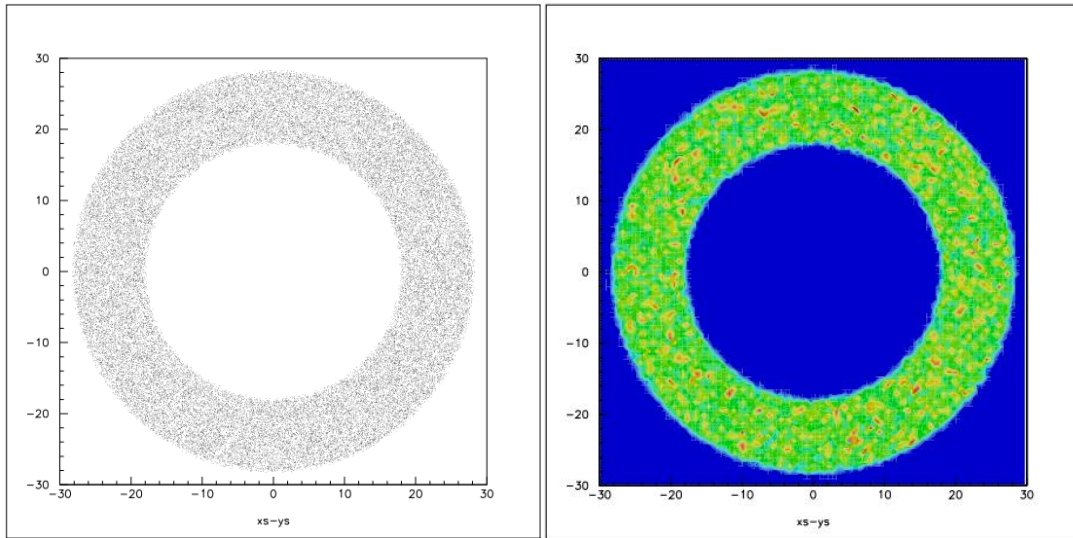


Σχήμα 5.10: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-30 < z_{\text{source}} < -20$

Στην παραπάνω απεικόνιση φαίνεται να μην υπάρχει αισθητή διαφορά με αυτή του Σχήματος 8, καθώς τα επίπεδα είναι αρκετά κοντινά μεταξύ τους.

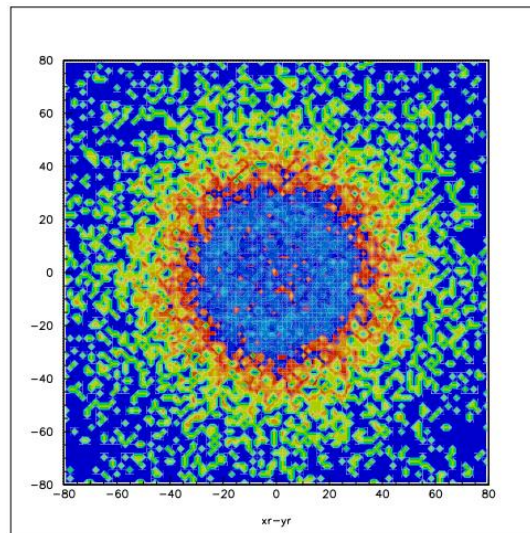
- Για $-20 < z_{\text{source}} < -10$:

Παραθέτουμε την πραγματική εικόνα:



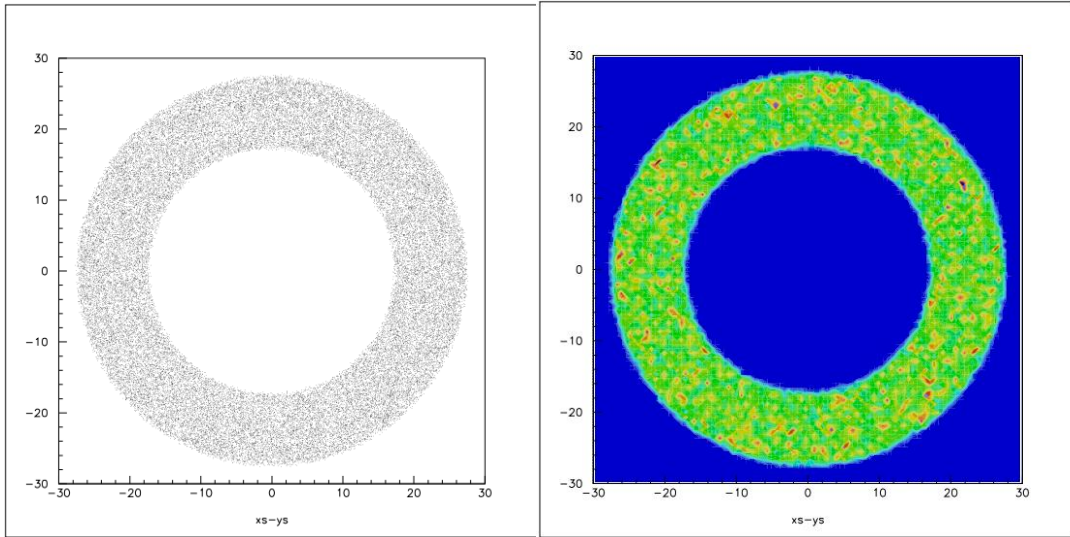
Σχήμα 5.11: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-20 < z_{\text{source}} < -10$

Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



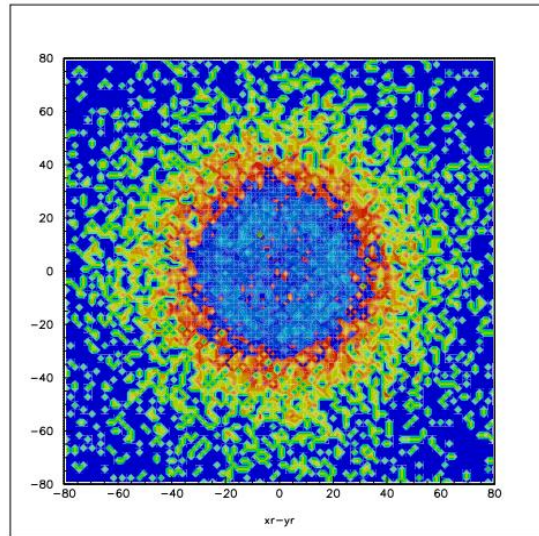
Σχήμα 5.12: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-20 < z_{\text{source}} < -10$

- Για $-10 < z_{\text{source}} < 0$:



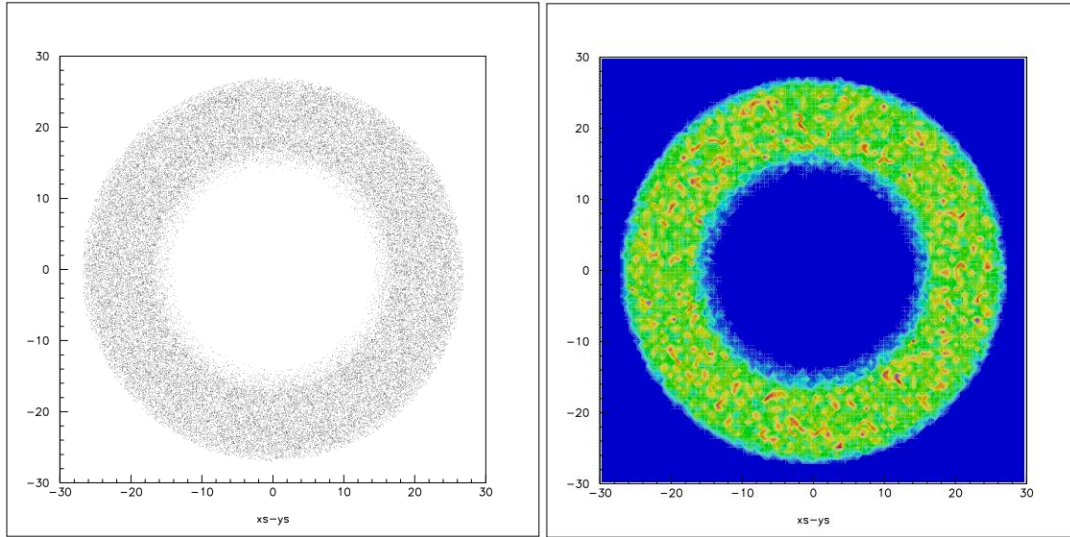
Σχήμα 5.13: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-10 < z_{\text{source}} < 0$

Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



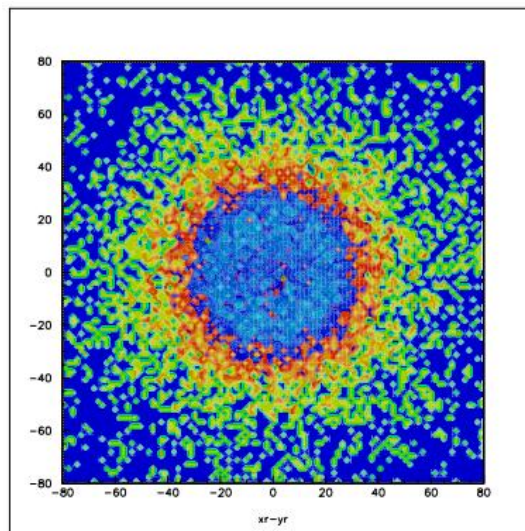
Σχήμα 5.14: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-10 < z_{\text{source}} < 0$

- Για $0 < z_{\text{source}} < 10$:



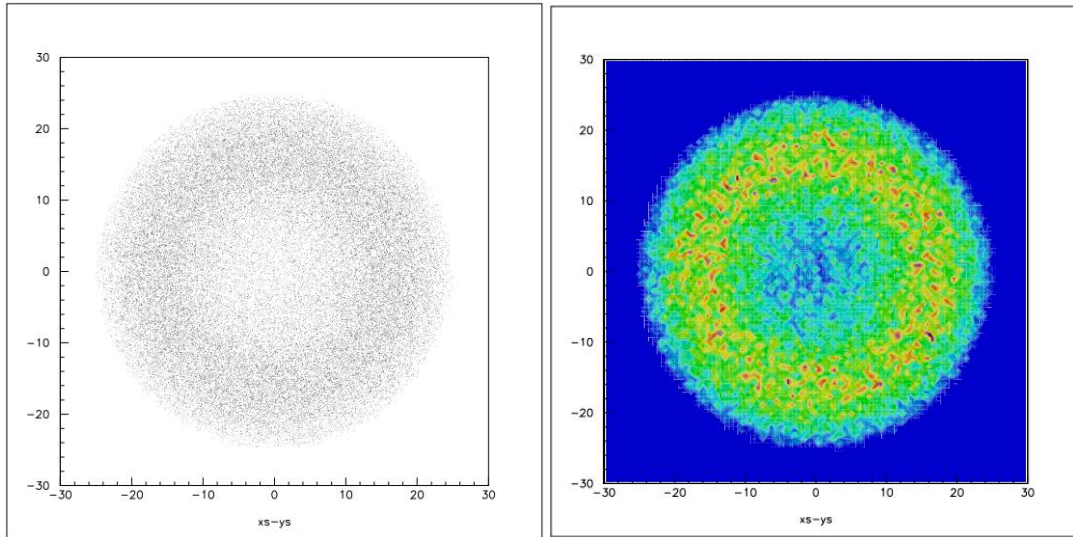
Σχήμα 5.15: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $0 < z_{\text{source}} < 10$

Γνωρίζουμε ότι από το επίπεδο $z_{\text{source}}=0$ ξεκινά το ημισφαίριο στην απεικόνιση της καρδιάς, κάτι το οποίο θα φαίνεται και στις πραγματικές και στις ανακατασκευασμένες εικόνες στο εξής. Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



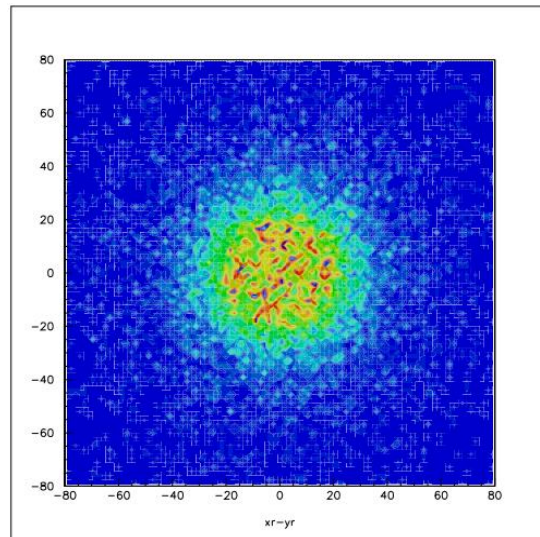
Σχήμα 5.16: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $0 < z_{\text{source}} < 10$

- Για $10 < z_{\text{source}} < 20$:



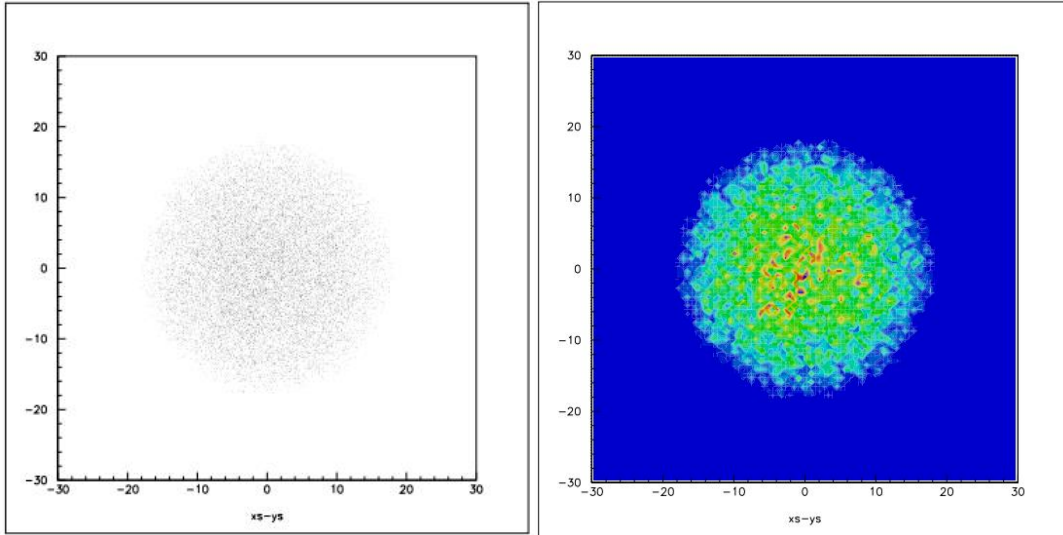
Σχήμα 5.17: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $10 < z_{\text{source}} < 20$

Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



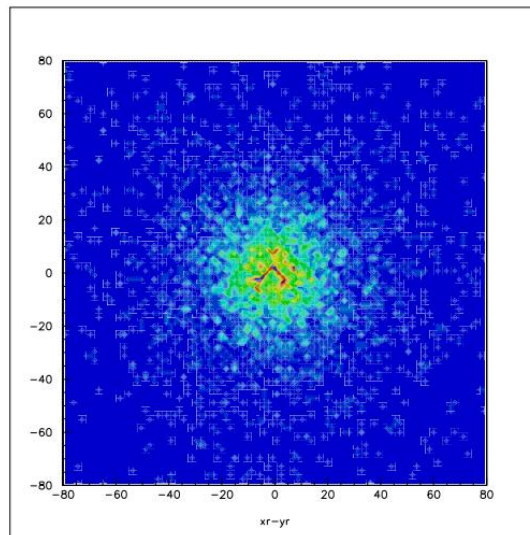
Σχήμα 5.18: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $10 < z_{\text{source}} < 20$

- Για $20 < z_{\text{source}} < 30$:



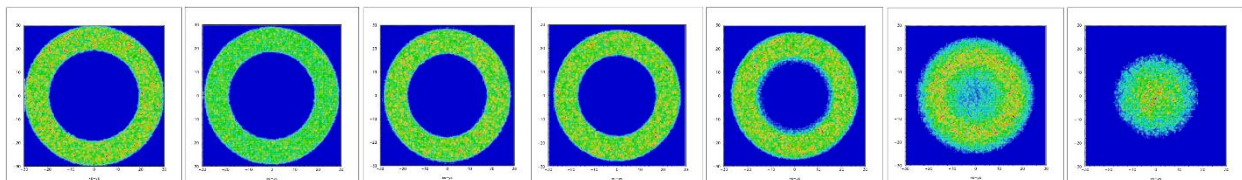
Σχήμα 5.19: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $20 < z_{\text{source}} < 30$

Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



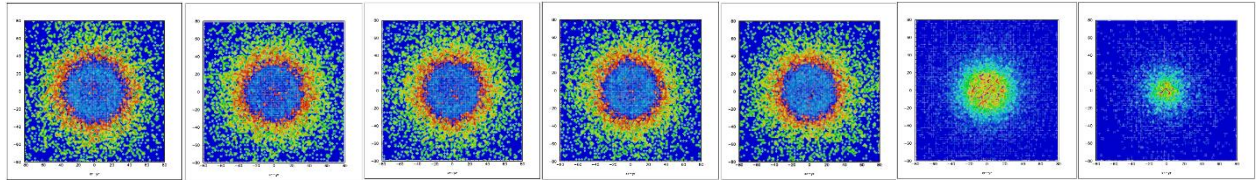
Σχήμα 5.20: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $20 < z_{\text{source}} < 30$

Παραθέτουμε συγκεντρωτικά όλες τις πραγματικές εικόνες, ώστε να είναι ευδιάκριτη η διαφορά μεταξύ των ακτίνων των εικόνων:



Σχήμα 5.21: Απεικόνιση όλων των πραγματικών εικόνων των επιπέδων

Επαναλαμβάνεται το ίδιο και για τις ανακατασκευασμένες εικόνες:



Σχήμα 5.22: Απεικόνιση όλων των ανακατασκευασμένων εικόνων των επιπέδων

Τα σχήματα που προέκυψαν από την ανακατασκευή της καρδιάς δεν ταιριάζουν απόλυτα με τις πραγματικές εικόνες, παρόλ' αυτά η μείωση της ακτίνας είναι αισθητή και στις ανακατασκευασμένες εικόνες. Ενδεχομένως, τα αποτελέσματα να μην είναι τόσο ικανοποιητικά, λόγω παράλειψης χρήσιμων γεγονότων κατά τη φάση της ανακατασκευής. Στο σημείο αυτό κρίνεται απαραίτητος ο υπολογισμός της εξωτερικής ακτίνας σε κάθε επίπεδο. Όσο βρισκόμαστε εντός του κώνου, γνωρίζουμε ότι η ακτίνα ακολουθεί γραμμική σχέση μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης ακτίνας. Για τη σφαίρα χρησιμοποιούμε τον εξής τύπο για τον υπολογισμό της ακτίνας, ο οποίος προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα:

$$r = \sqrt{R^2 - z^2} \quad (5.1)$$

Πίνακας 5.3: Προβολή υπολογισμένης ακτίνας

Επίπεδα	R (mm)
$-40 < z_{\text{source}} < -30$	29.525
$-30 < z_{\text{source}} < -20$	28.803
$-20 < z_{\text{source}} < -10$	28.083
$-10 < z_{\text{source}} < 0$	27.360
$0 < z_{\text{source}} < 10$	26.540
$10 < z_{\text{source}} < 20$	22.450
$20 < z_{\text{source}} < 30$	10.200

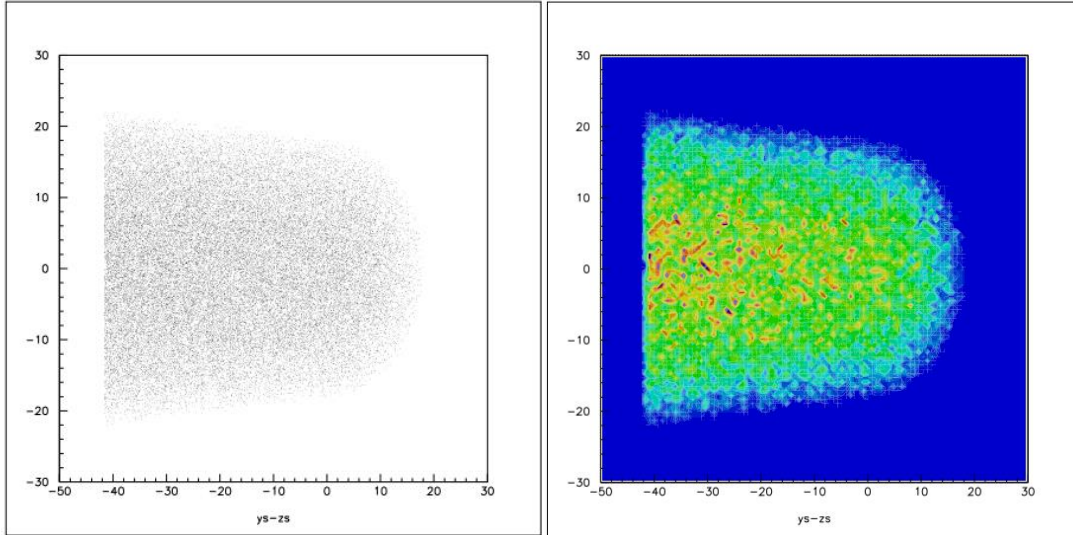
5.1.2: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο yz

Προτού κάνουμε οποιαδήποτε ανάλυση αξίζει να αναφέρουμε ότι για να μπορέσουμε να κατασκευάσουμε τις τομές των παρακάτω επιπέδων, χρειαστήκαμε την αντίστοιχη συνάρτηση της $recxy.f$, την $recyz.f$ ⁴¹. Η συνάρτηση αυτή λειτουργεί με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, αλλά αυτή τη φορά δεδομένη θεωρείται η τιμή του επιπέδου x.

- Για $-30 < x_{\text{source}} < -20$:

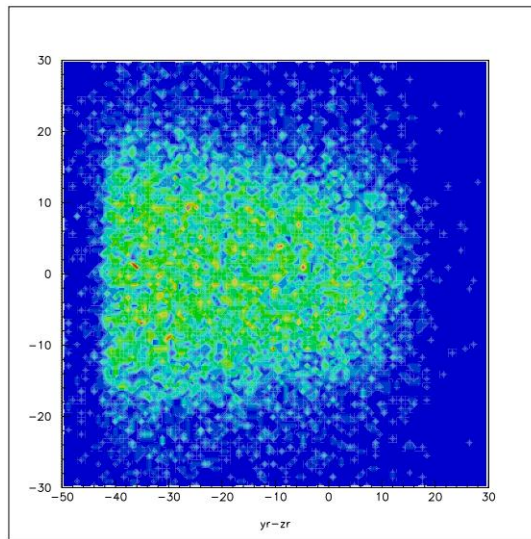
Η πραγματική εικόνα που λαμβάνουμε σε αυτό το εύρος τιμών της θέσης x της πηγής είναι η εξής:

⁴¹Παράρτημα, σελ. 119



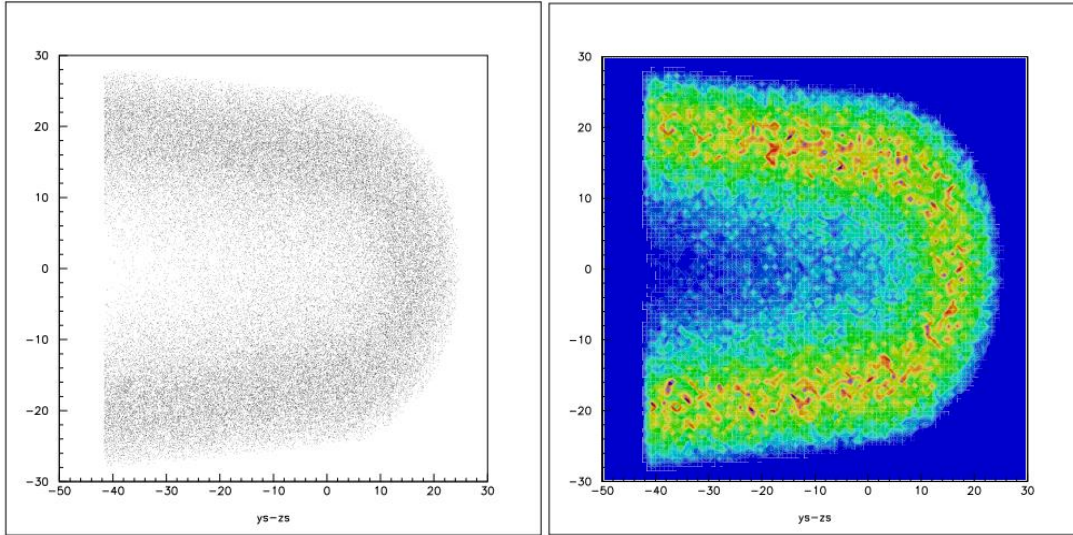
Σχήμα 5.23: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-30 < x_{\text{source}} < -20$

Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



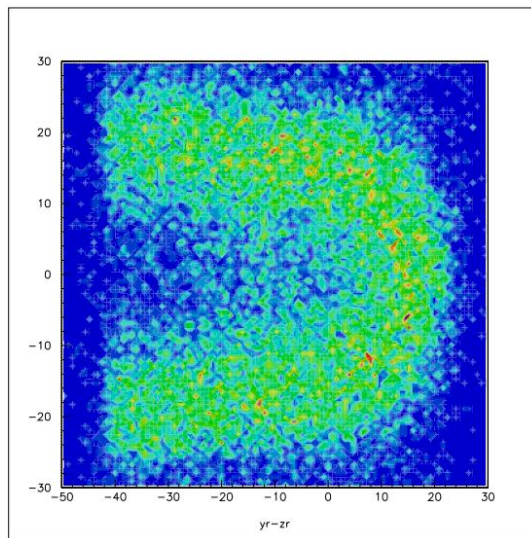
Σχήμα 5.24: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-30 < x_{\text{source}} < -20$

- Για $-20 < x_{\text{source}} < -10$:



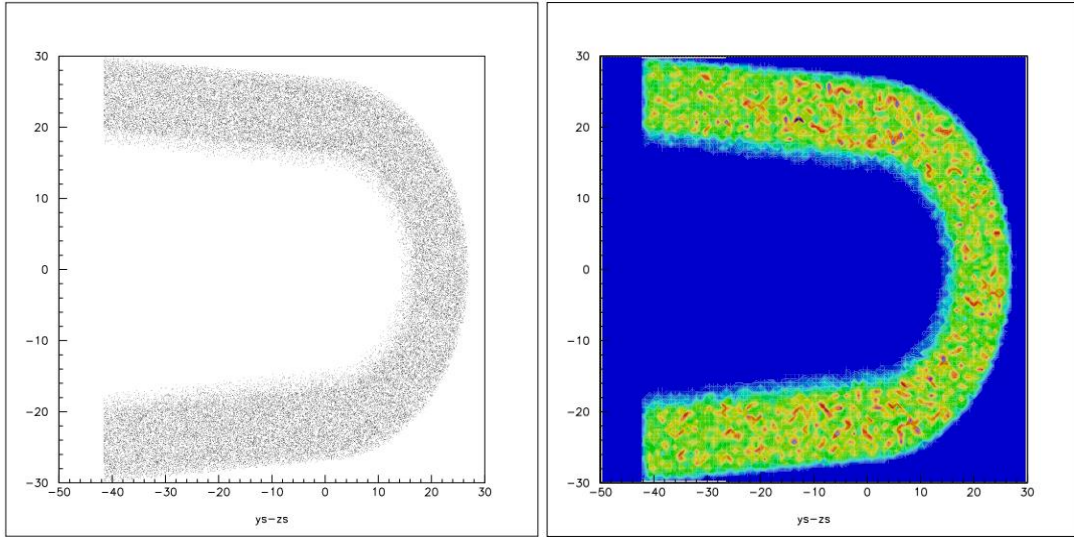
Σχήμα 5.25: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-20 < x_{\text{source}} < -10$

Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:

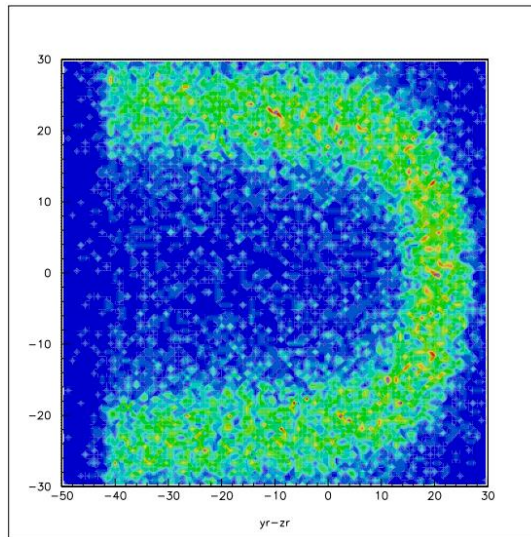


Σχήμα 5.26: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-20 < x_{\text{source}} < -10$

- Για $-10 < x_{\text{source}} < 0$:

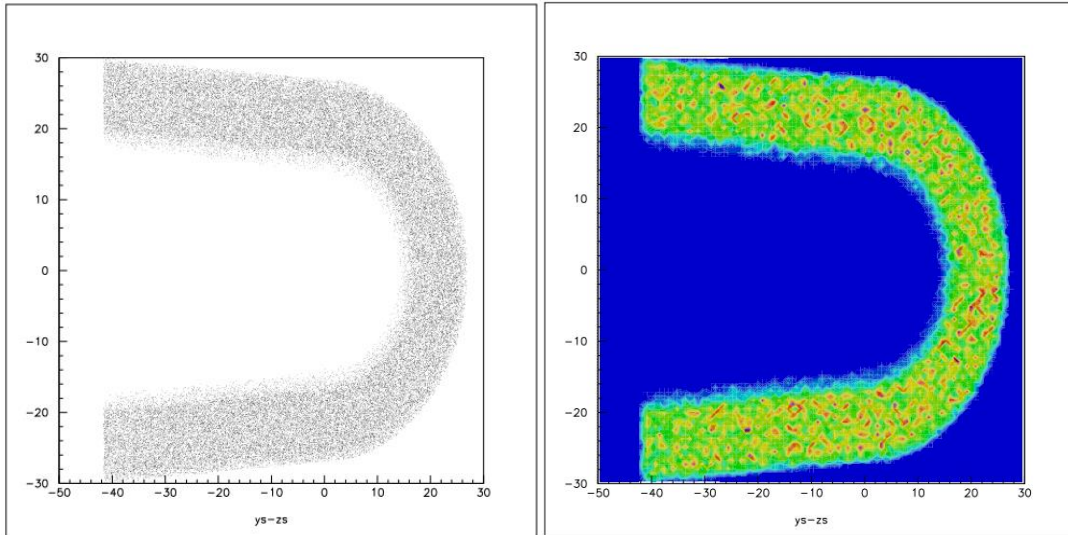


Σχήμα 5.27: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-10 < x_{\text{source}} < 0$

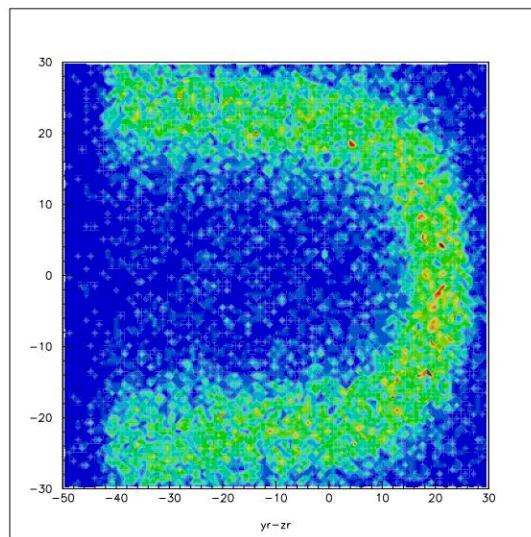


Σχήμα 5.28: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-10 < x_{\text{source}} < 0$

- Για $0 < x_{\text{source}} < 10$:

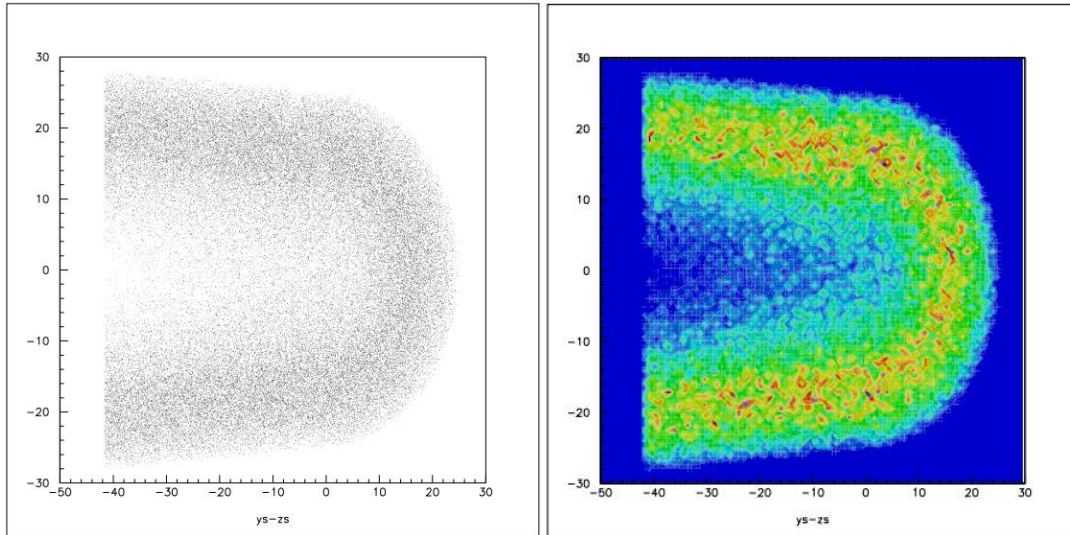


Σχήμα 5.29: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $0 < x_{\text{source}} < 10$

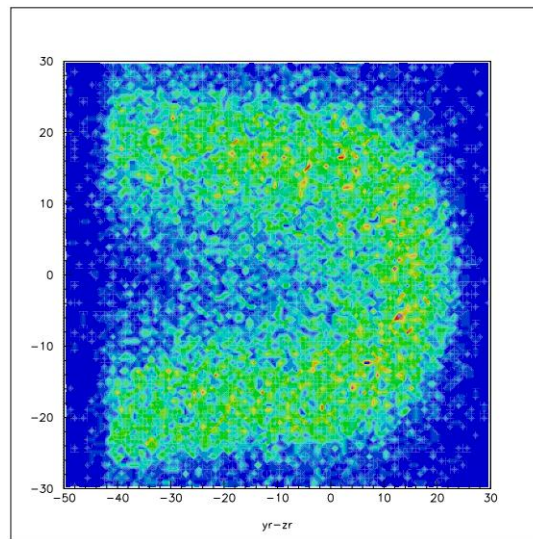


Σχήμα 5.30: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $0 < x_{\text{source}} < 10$

- Για $10 < x_{\text{source}} < 20$:

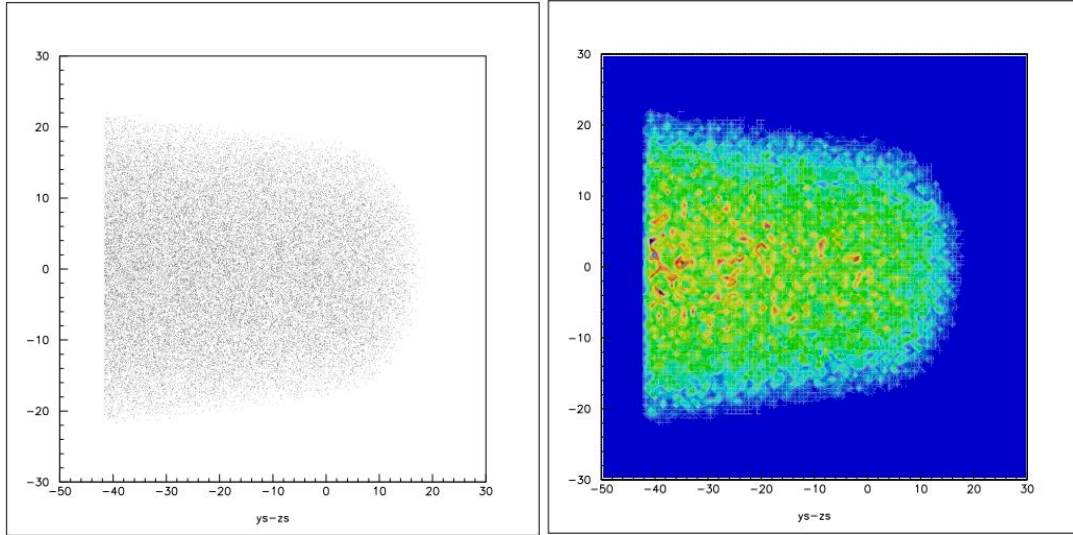


Σχήμα 5.31: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $10 < x_{\text{source}} < 20$

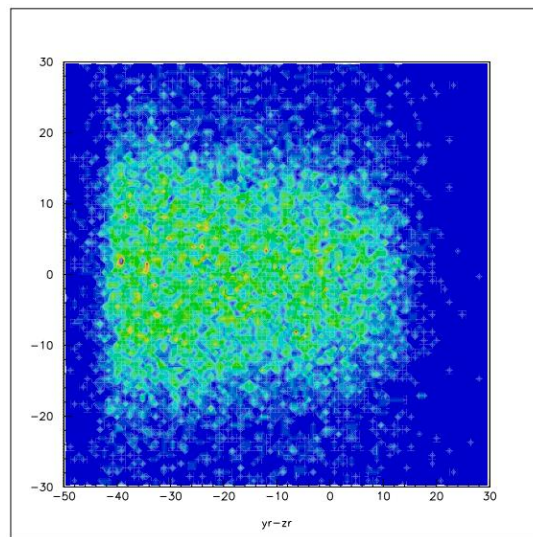


Σχήμα 5.32: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $10 < x_{\text{source}} < 20$

- Για $20 < x_{\text{source}} < 30$:

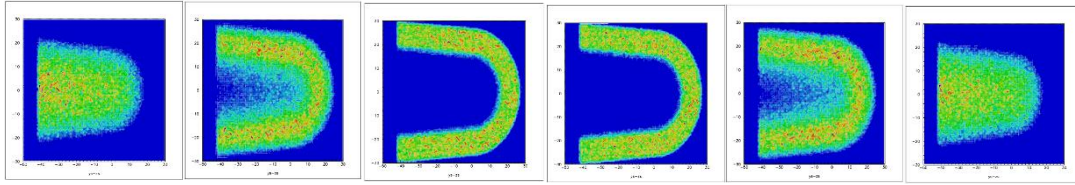


Σχήμα 5.33: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $20 < x_{source} < 30$

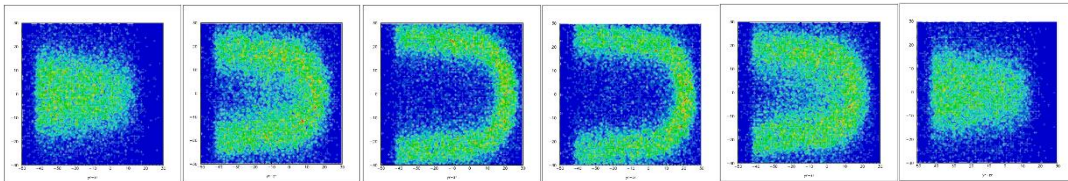


Σχήμα 5.34: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $20 < x_{source} < 30$

Τέλος, παραθέτουμε συγκεντρωτικά όλες τις πραγματικές και τις ανακατασκευασμένες εικόνες, προκειμένου να δειχθεί η διαφορά μεταξύ αυτών λόγω των διαφορετικών τομών στο επίπεδο x , καθώς και να γίνει η σύγκριση των πραγματικών και των ανακατασκευασμένων εικόνων.



Σχήμα 5.35: Απεικόνιση όλων των πραγματικών εικόνων των επιπέδων

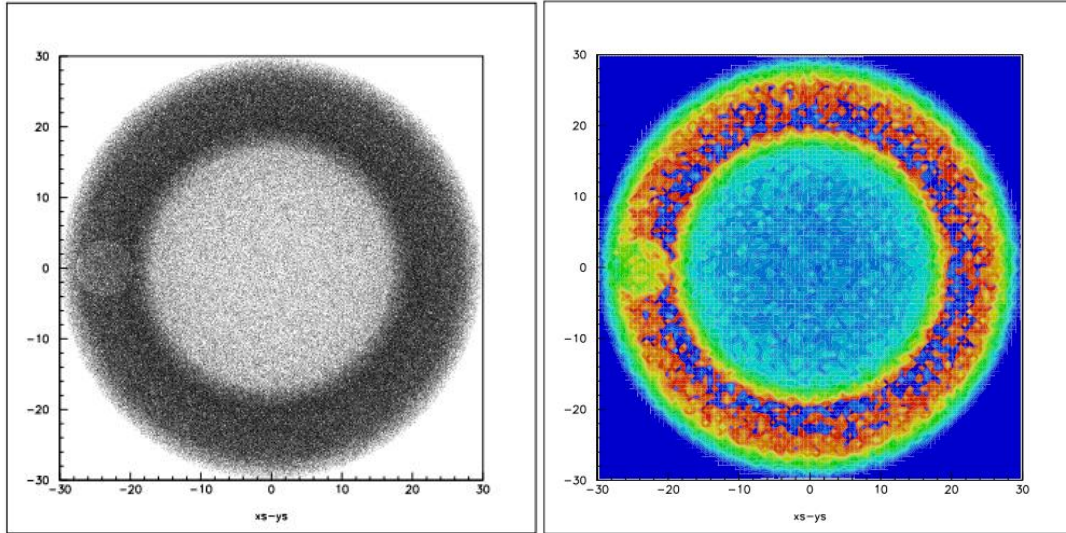


Σχήμα 5.36: Απεικόνιση όλων των ανακατασκευασμένων εικόνων των επιπέδων

Παρατηρούμε ότι οι ανακατασκευασμένες εικόνες, οι οποίες έχουν προέλθει έπειτα από αποκοπή γεγονότων ενεργειακού και χρονικού κριτηρίου, είναι ικανοποιητικές, καθώς απεικονίζουν με αρκετή ακρίβεια τις εκάστοτε τομές στον x άξονα της καρδιάς.

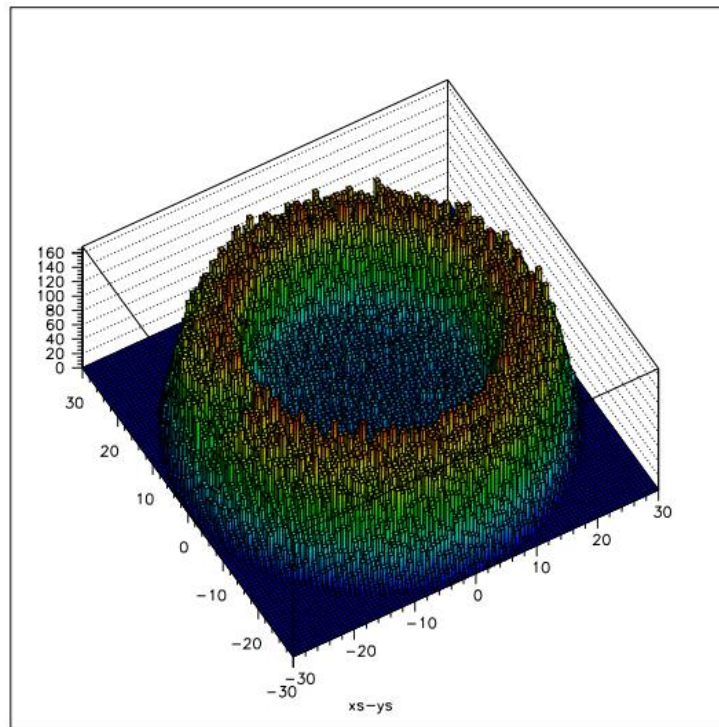
5.2: Προσομοίωση Καρδιάς που Εμφανίζει Πρόβλημα στο Μυοκάρδιο

Έπειτα από την εκτενή ανάλυση της προσομοίωσης μίας υγιούς καρδιάς, δημιουργήθηκε μία προσομοίωση καρδιάς με πρόβλημα στο μυοκάρδιο. Έτσι, λοιπόν, προστέθηκε στην προηγούμενη προσομοίωση μία ‘ψυχρή’ πηγή, δηλαδή απαιτήθηκε ένα μέρος της καρδιάς – πηγής να μην εκπέμπει φωτόνια. Για τον σκοπό αυτό κατασκευάστηκε ένας κύλινδρος, θυγατρικός του κώνου, με ακτίνα 4 mm και ύψος 15 mm. Το κέντρο του κυλίνδρου βρίσκεται στο σημείο (0, -23.6, 0) του κώνου, δηλαδή περίπου στο μέσο του ύψους του (ύψος κώνου 41.6 mm). Προκειμένου να διαπιστώσουμε όλα τα παραπάνω, δημιουργούμε τις πραγματικές και τις ανακατασκευασμένες εικόνες σε διαφορετικά επίπεδα. Αρχικά, παραθέτουμε την πραγματική ολική εικόνα που λαμβάνουμε στο επίπεδο xy.



Σχήμα 5.37: Εικόνα της θέσης $x - y$ της καρδιάς – πηγής

Παρατηρούμε ότι, ήδη, φαίνεται το σημείο στο οποίο απαιτήθηκε η μη εκπομπή φωτονίων, παρόλο που δεν υπάρχει το κριτήριο εμφάνισης του επιπέδου που βρίσκεται η ‘ψυχρή’ πηγή. Επίσης, στο παρακάτω σχήμα βλέπουμε ότι η ένταση στο σημείο που έχει τοποθετηθεί η ‘ψυχρή’ πηγή είναι μικρότερη σε σχέση με την υπόλοιπη καρδιά.



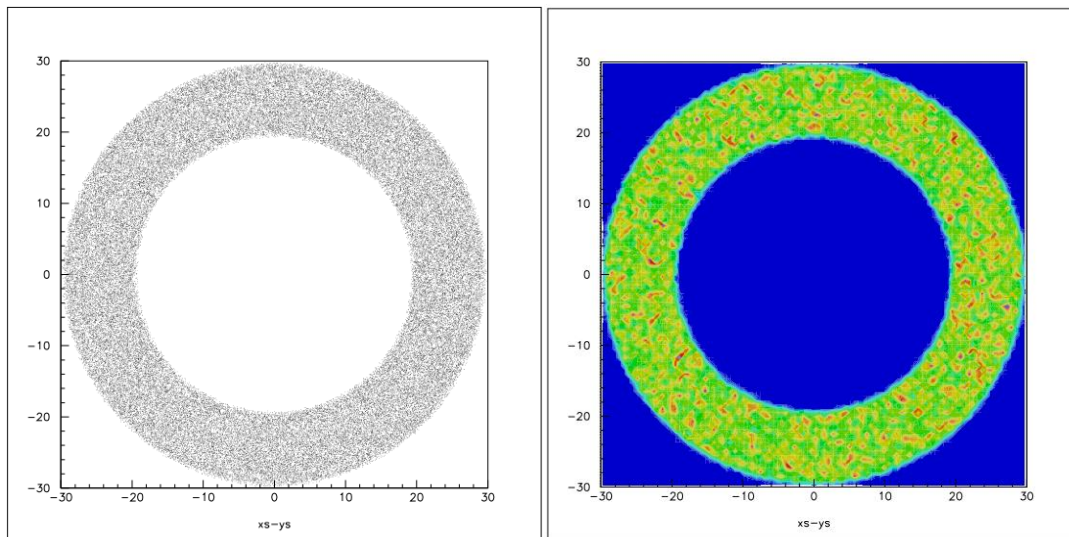
Σχήμα 5.38: Απεικόνιση τρισδιάστατης εικόνας $x - y$ θέσης της καρδιάς – πηγής

Στη συνέχεια, όπως και στην προηγούμενη ανάλυση της υγιούς καρδιάς κατασκευάζουμε, αρχικά, 7 τομές στο επίπεδο xy . Με αυτόν τον τρόπο θα μπορέσουμε να εντοπίσουμε και την θέση της ‘ψυχρής’ πηγής, δηλαδή του προβλήματος που παρουσιάζει η καρδιά. Σε κάθε επίπεδο θα παραθέσουμε τόσο την πραγματική, όσο και την ανακατασκευασμένη εικόνα. Σε όλες τις ανακατασκευασμένες εικόνες έχουν εφαρμοστεί, ως συνήθως, το ενεργειακό και το χρονικό κριτήριο αποκοπής γεγονότων με $ToF = 1$ ns.

5.2.1: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο xy

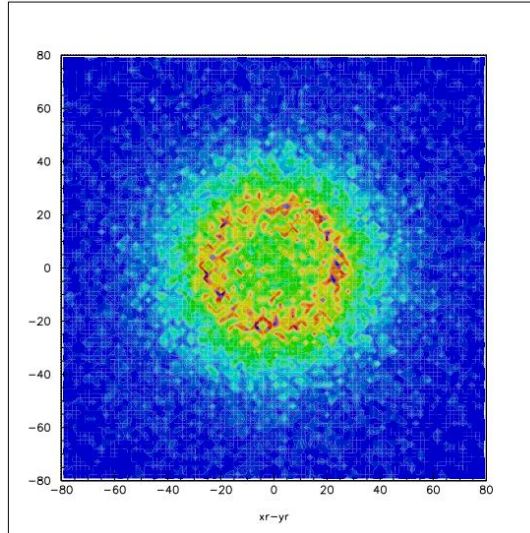
- Για $-40 < z_{source} < -30$:

Η πραγματική εικόνα είναι:



Σχήμα 5.39: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-40 < z_{source} < -30$

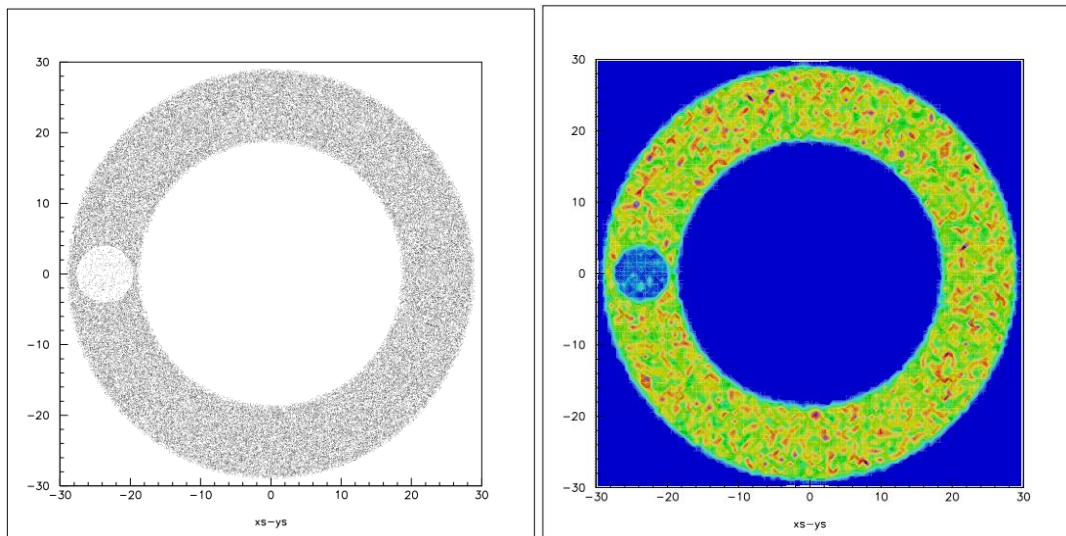
Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



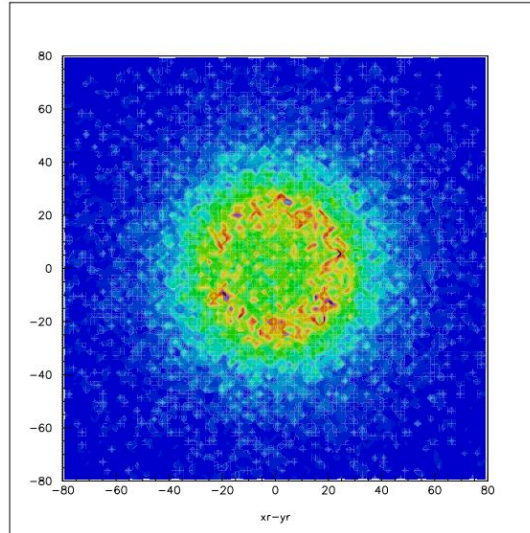
Σχήμα 5.40: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-40 < z_{\text{source}} < -30$

Είναι φανερό από τις παραπάνω εικόνα ότι στη συγκεκριμένη τομή της καρδιάς δεν βρίσκεται η ‘ψυχρή’ πηγή.

- Για $-30 < z_{\text{source}} < -20$:



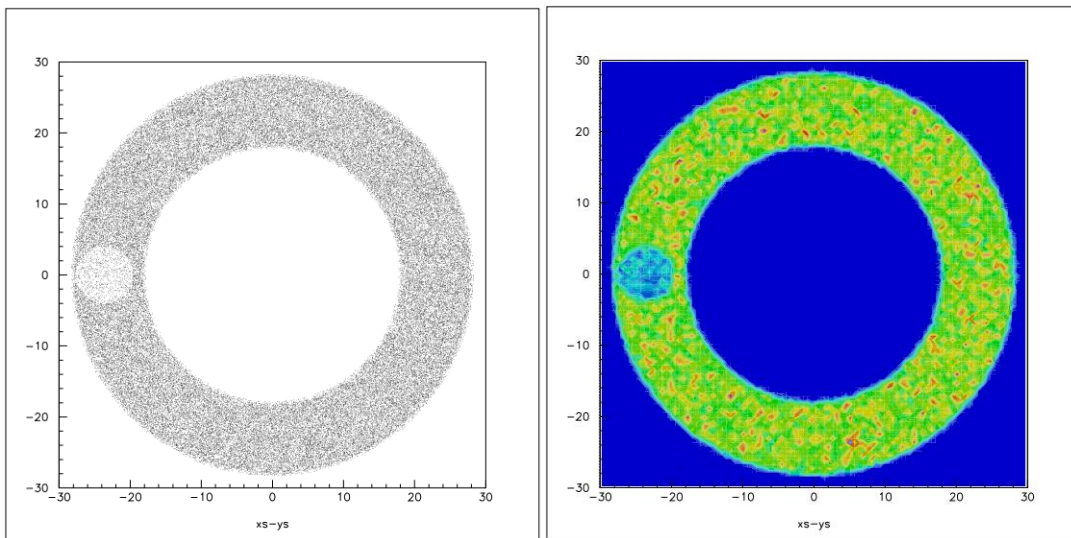
Σχήμα 5.41: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-30 < z_{\text{source}} < -20$



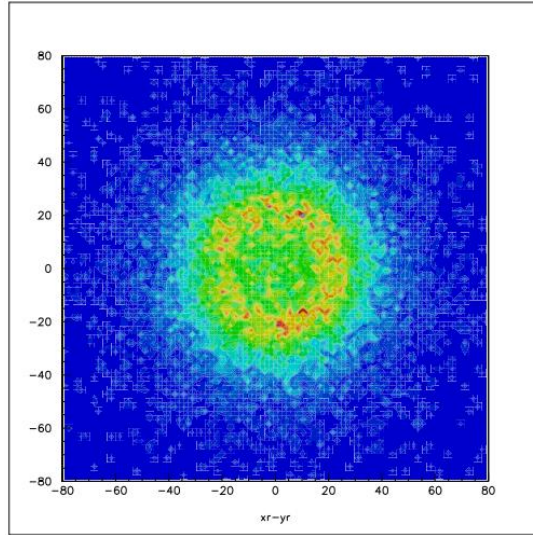
Σχήμα 5.42: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-30 < z_{\text{source}} < -20$

Στο επίπεδο αυτό φαίνεται αρκετά καθαρά η ύπαρξη της ‘ψυχρής’ πηγής στο αριστερό μέρος της καρδιάς. Μπορεί στο Σχήμα 5.42 να μην διακρίνεται καλά το σχήμα του κώνου, αλλά είναι φανερό το σημείο μη εκπομπής φωτονίων.

- Για $-20 < z_{\text{source}} < -10$:



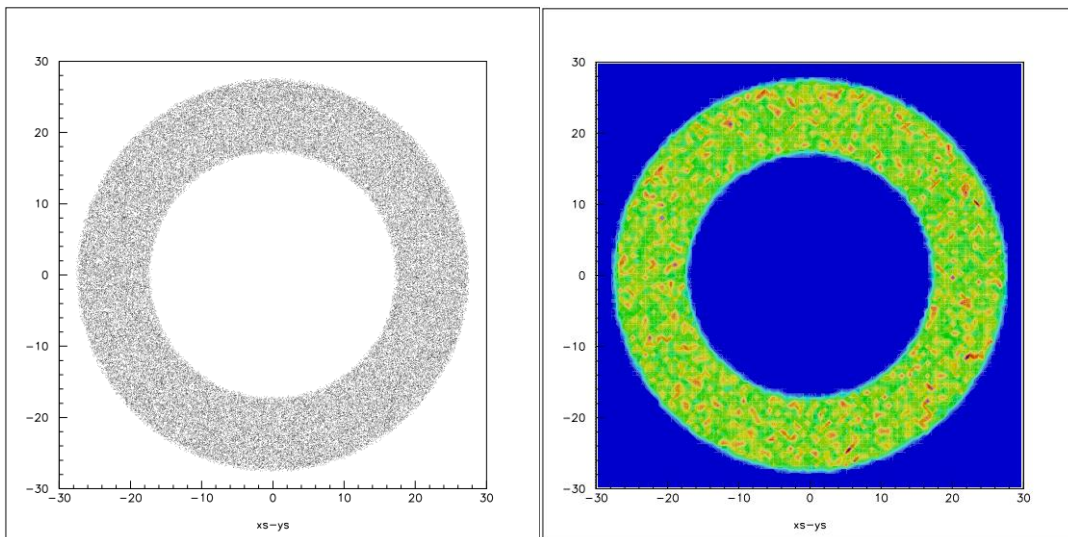
Σχήμα 5.43: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-20 < z_{\text{source}} < -10$



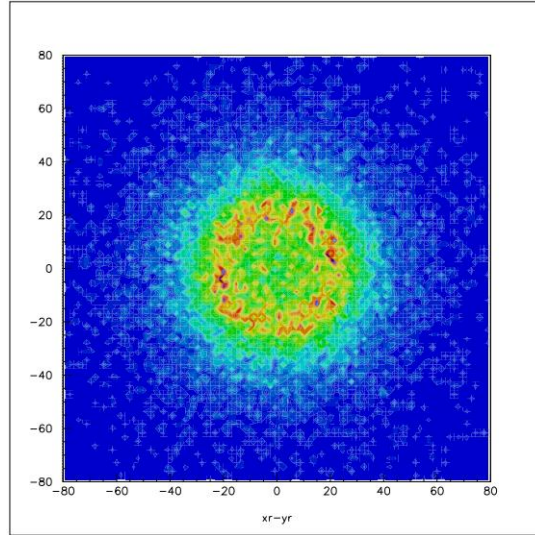
Σχήμα 5.44: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-20 < z_{\text{source}} < -10$

Όπως είναι λογικό, λαμβάνουμε και σε αυτή την τομή περίπου το ίδιο αποτέλεσμα με προηγούμενος, λόγω του ύψους του κυλίνδρου της ‘ψυχρής’ πηγής που είναι 15 mm.

- Για $-10 < z_{\text{source}} < 0$:



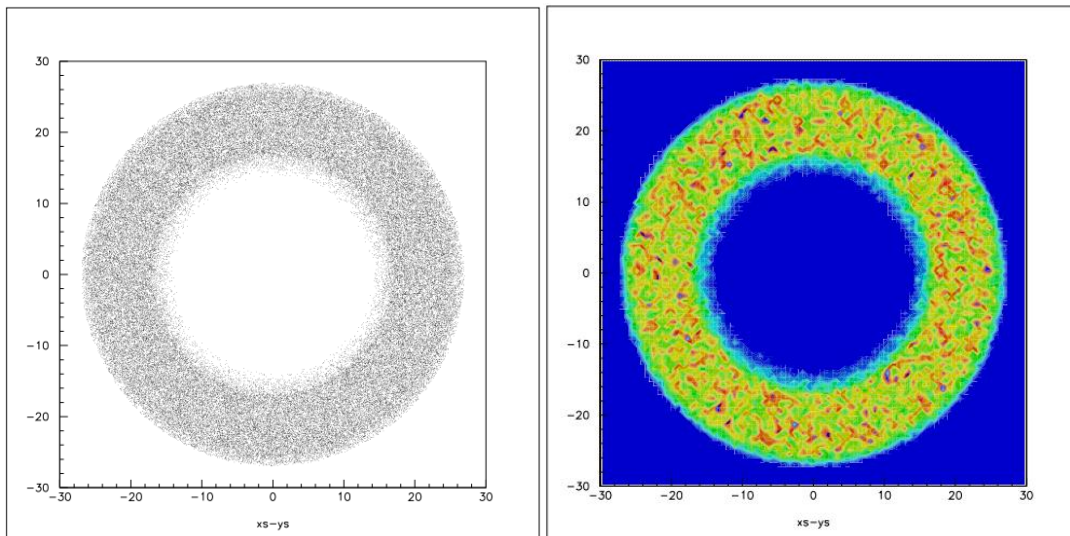
Σχήμα 5.45: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-10 < z_{\text{source}} < 0$



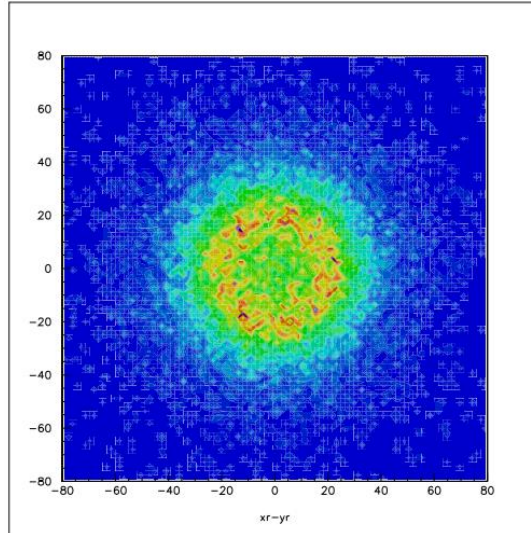
Σχήμα 5.46: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-10 < z_{\text{source}} < 0$

Όπως και αναμέναμε, δεν παρατηρούμε στα Σχήματα 9 και 10 κάποια περιοχή μη εκπομπής φωτονίων.

- Για $0 < z_{\text{source}} < 10$:



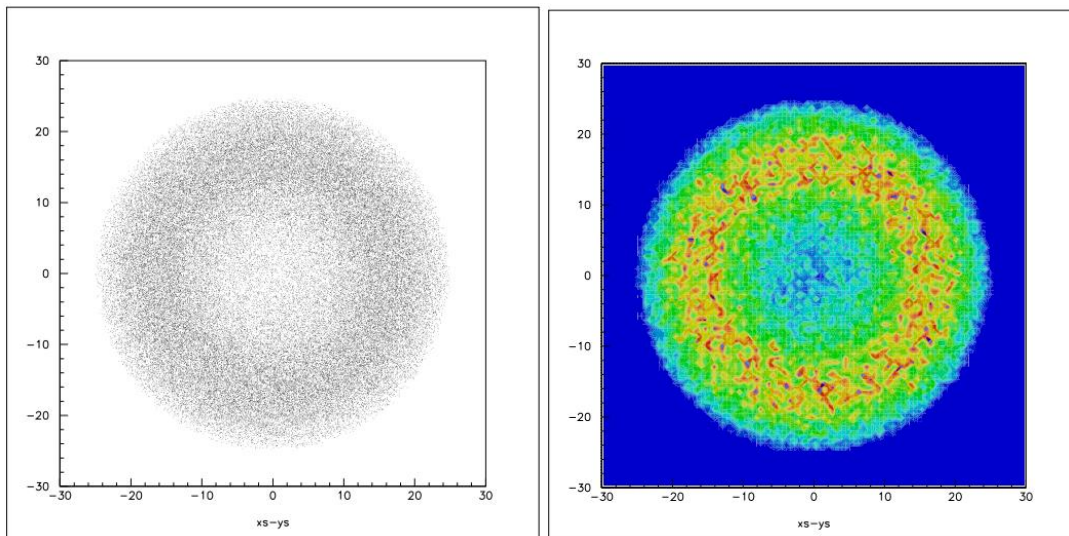
Σχήμα 5.47: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $0 < z_{\text{source}} < 10$



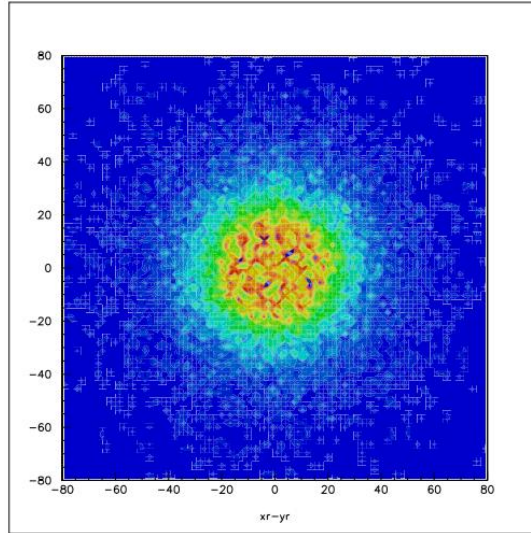
Σχήμα 5.48: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $0 < z_{\text{source}} < 10$

Από αυτή την τομή και έπειτα γνωρίζουμε ότι βρίσκεται το ημισφαίριο της καρδιάς. Συνεπώς, δεν αναμένουμε να δούμε κάποια διαφορά σε σχέση με την υγιή καρδιά, ούτε σε αυτή ούτε και σε κάποια επόμενη τομή.

- Για $10 < z_{\text{source}} < 20$:

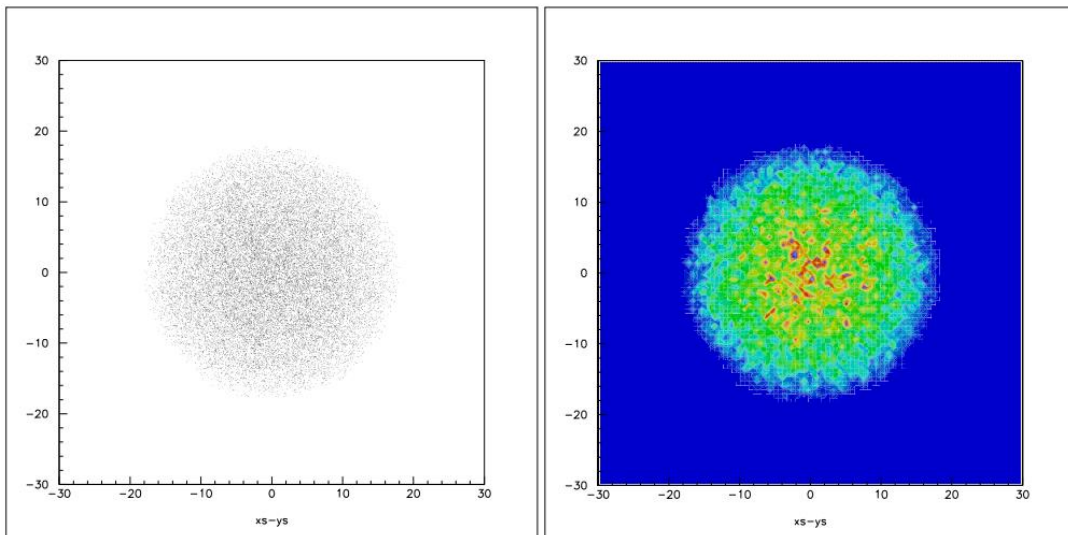


Σχήμα 5.49: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $10 < z_{\text{source}} < 20$

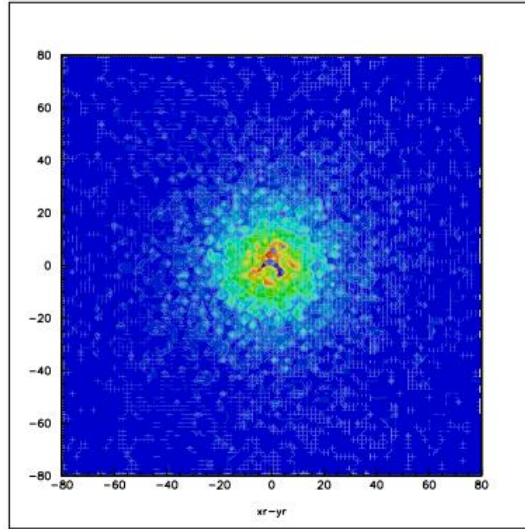


Σχήμα 5.50: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $10 < z_{\text{source}} < 20$

- Για $20 < z_{\text{source}} < 30$:

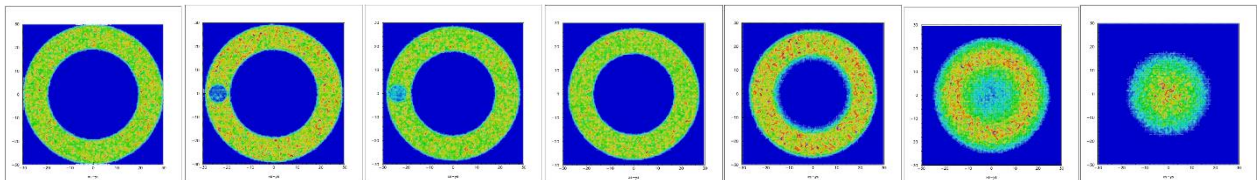


Σχήμα 5.51: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $20 < z_{\text{source}} < 30$

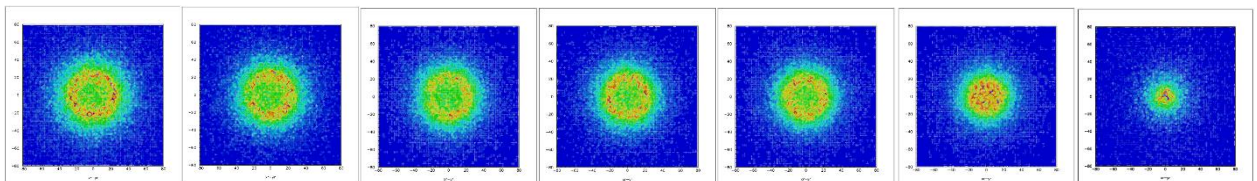


Σχήμα 5.52: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $20 < z_{\text{source}} < 30$

Παραθέτουμε συγκεντρωτικά τις πραγματικές και τις ανακατασκευασμένες εικόνες για να γίνει φανερή η διαφορά μεταξύ των εικόνων που προκύπτει λόγω της ύπαρξης της ‘ψυχρής’ πηγής στο επίπεδο xy .

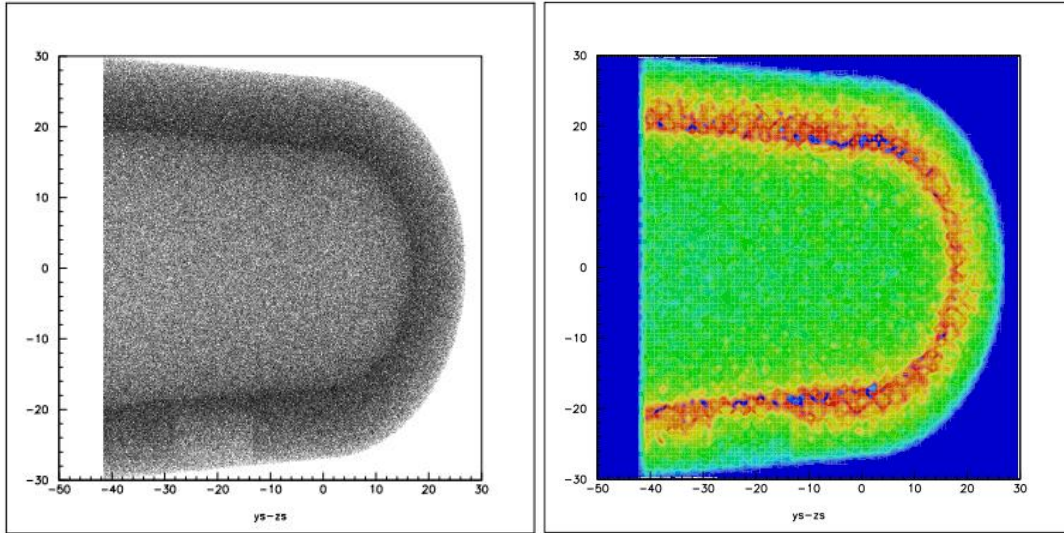


Σχήμα 5.53: Απεικόνιση όλων των πραγματικών εικόνων των επιπέδων



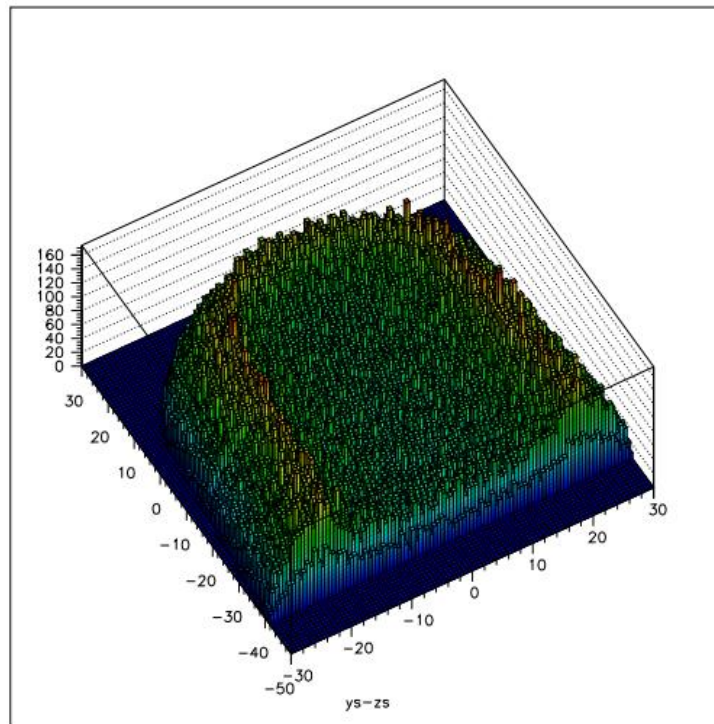
Σχήμα 5.54: Απεικόνιση όλων των ανακατασκευασμένων εικόνων των επιπέδων

Οι ανακατασκευασμένες εικόνες κρίνονται ικανοποιητικές, καθώς η περιοχή μη εκπομπής των φωτονίων είναι φανερή στα επίπεδα με $-30 < z_{\text{source}} < -20$ και $-20 < z_{\text{source}} < -10$. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε περίπου την ίδια ανάλυση από μία άλλη οπτική, δηλαδή παραθέτουμε τις πραγματικές εικόνες που λαμβάνουμε από την καρδιά στο επίπεδο yz .



Σχήμα 5.55: Εικόνα της θέσης $y - z$ της καρδιάς - πηγής

Όπως συνέβη στο επίπεδο xy , έτσι και εδώ, βλέπουμε το σημείο, στο οποίο έχει τοποθετηθεί η 'ψυχρή' πηγή. Παραθέτουμε, ακόμα, το σχετικό τρισδιάστατο διάγραμμα που δείχνει την ένταση της καρδιάς - πηγής σε όλη την έκτασή της.



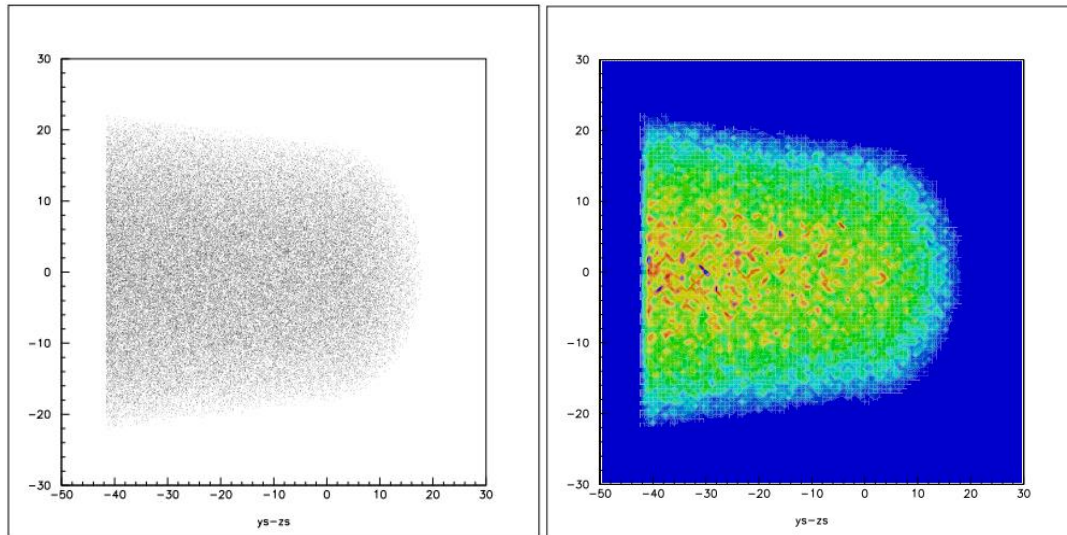
Σχήμα 5.56: Απεικόνιση τρισδιάστατης εικόνας $y - z$ θέσης της καρδιάς - πηγής

Έπειτα, προχωράμε σε ανάλυση των αντίστοιχων τομών, όπως κάναμε και προηγουμένως.

5.2.2: Τομές της καρδιάς στο επίπεδο yz

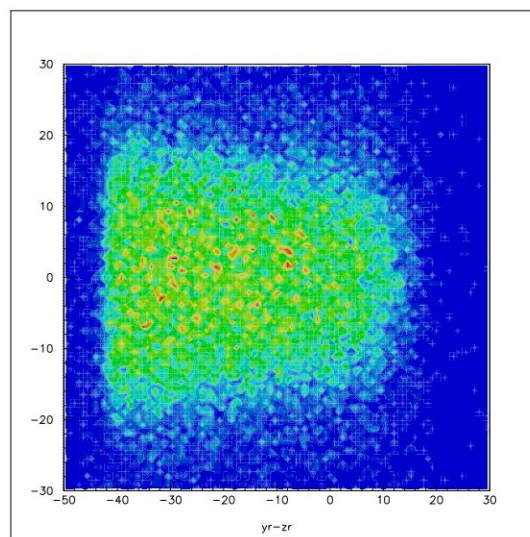
- Για $-30 < x_{\text{source}} < -20$:

Η πραγματική εικόνα που λαμβάνουμε είναι η εξής:



Σχήμα 5.57: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-30 < x_{\text{source}} < -20$

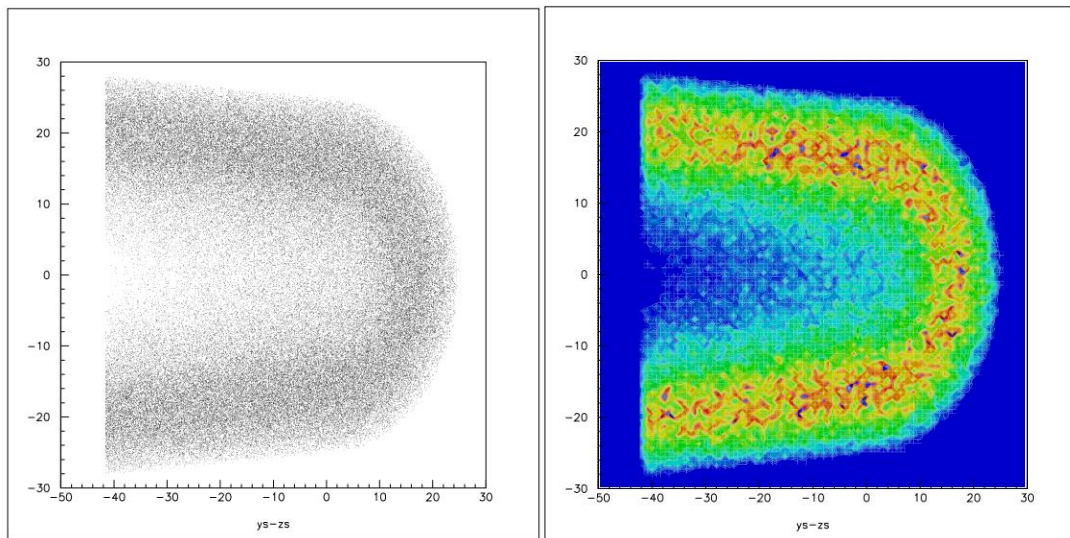
Η ανακατασκευασμένη εικόνα είναι:



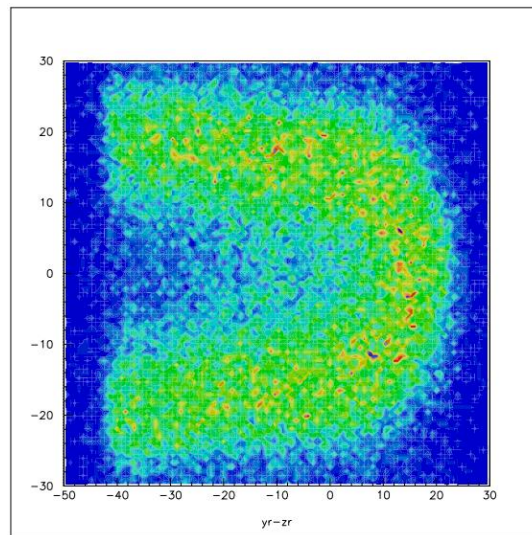
Σχήμα 5.58: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-30 < x_{\text{source}} < -20$

Παρατηρούμε ότι στην τομή αυτή δεν φαίνεται ακόμα η περιοχή της ‘ψυχρής’ πηγής.

- Για $-20 < x_{\text{source}} < -10$:



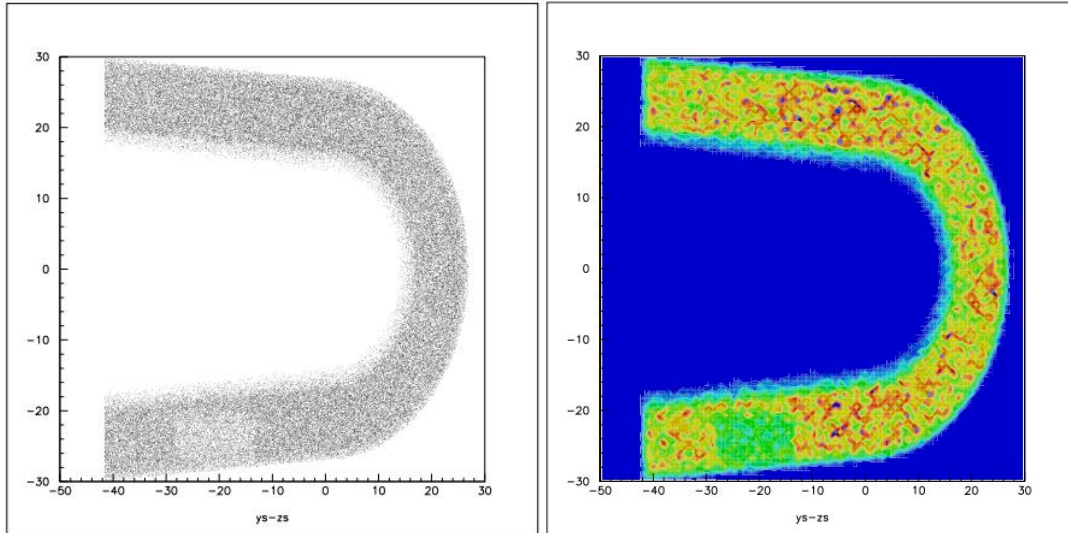
Σχήμα 5.59: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-20 < x_{\text{source}} < -10$



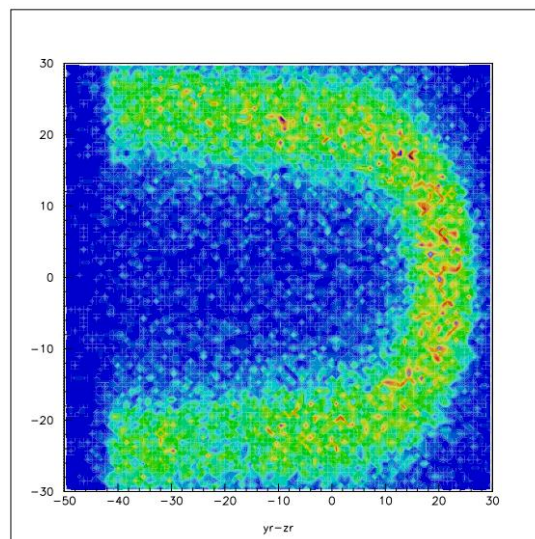
Σχήμα 5.60: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-20 < x_{\text{source}} < -10$

Και σε αυτή την τομή δεν παρατηρούμε κάποια διαφορά ή μη εκπομπή φωτονίων από κάποιο μέρος.

- Για $-10 < x_{\text{source}} < 0$:



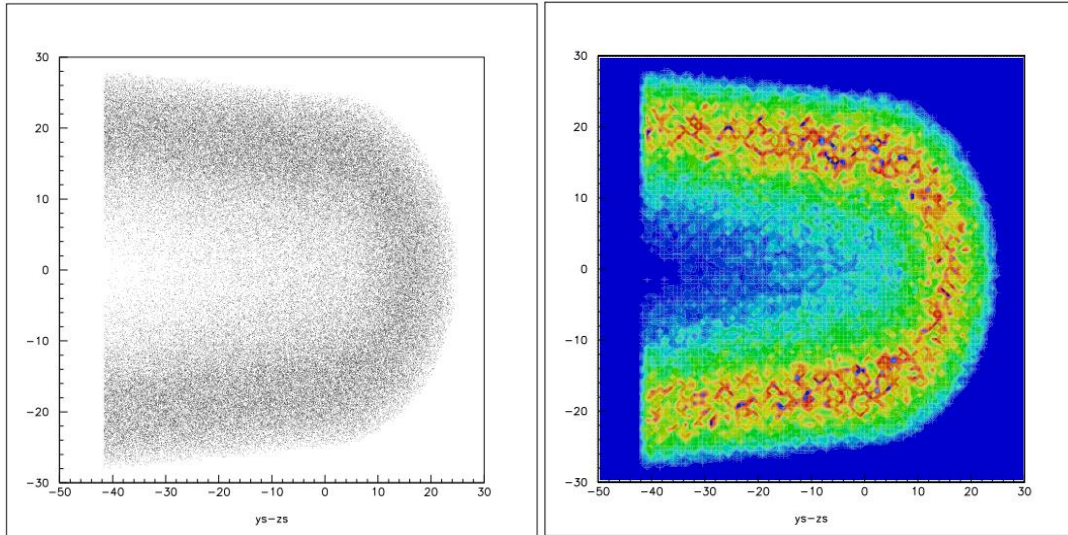
Σχήμα 5.61: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $-10 < x_{\text{source}} < 0$



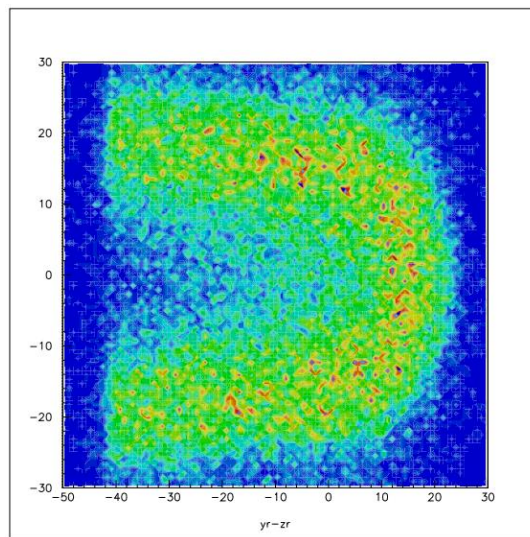
Σχήμα 5.62: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $-10 < x_{\text{source}} < 0$

Στην τομή αυτή είναι φανερή η ύπαρξη της ‘ψυχρής’ πηγής, τόσο στην πραγματική εικόνα όσο και στην ανακατασκευασμένη.

- Για $0 < x_{\text{source}} < 10$:



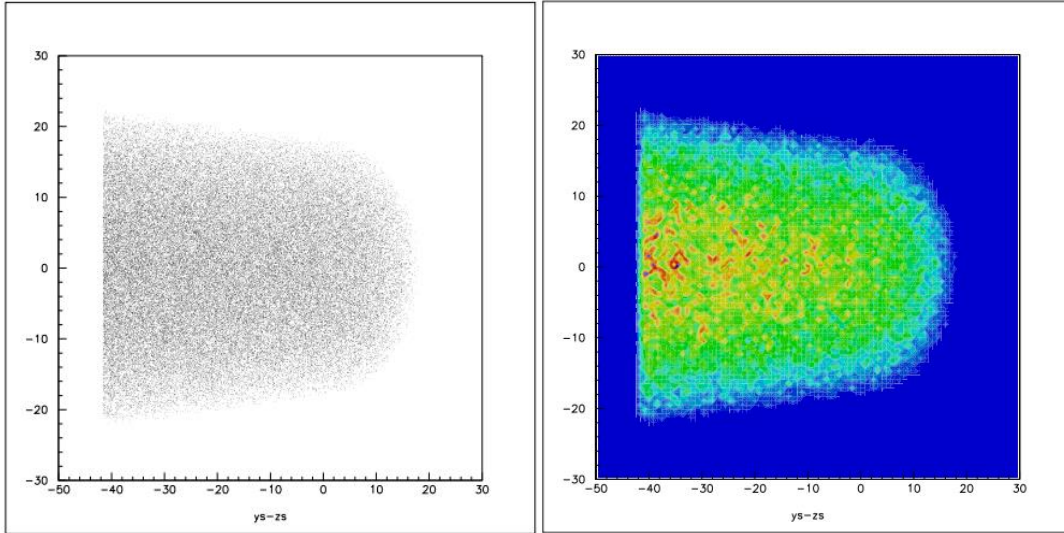
Σχήμα 5.63: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $10 < x_{\text{source}} < 20$



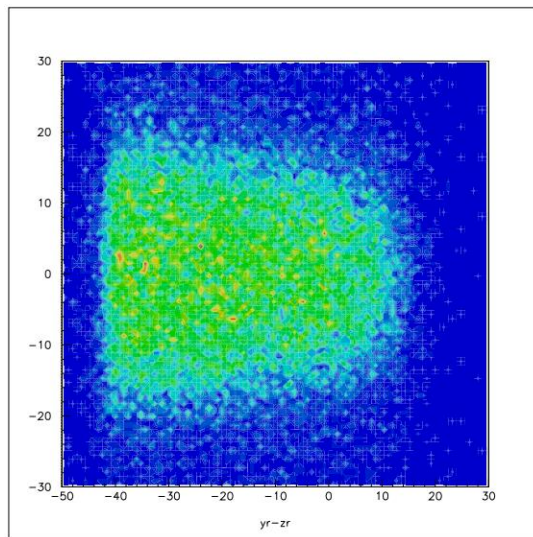
Σχήμα 5.64: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $10 < x_{\text{source}} < 20$

Όπως αναμέναμε, στο επίπεδο αυτό δεν παρατηρείται η ύπαρξη της ‘ψυχρής’ πηγής.

- Για $20 < x_{\text{source}} < 30$:

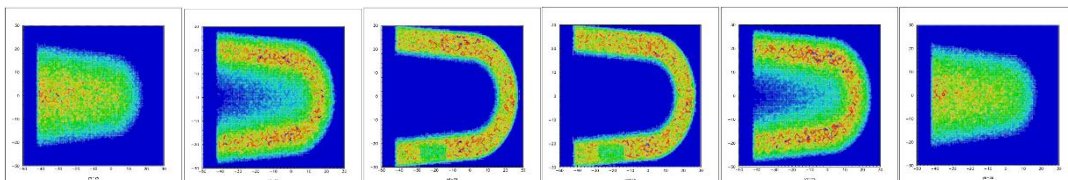


Σχήμα 5.65: Απεικόνιση πραγματικής εικόνας για το επίπεδο $20 < x_{\text{source}} < 30$

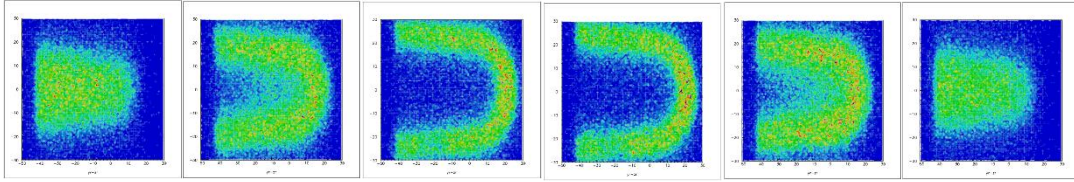


Σχήμα 5.66: Απεικόνιση ανακατασκευασμένης εικόνας για το επίπεδο $20 < x_{\text{source}} < 30$

Όπως σε κάθε ανάλυση, έτσι και εδώ, παραθέτουμε συγκεντρωτικά τις πραγματικές και τις ανακατασκευασμένες εικόνες για να γίνει πιο ευδιάκριτη η διαφορά των τομών μεταξύ τους.



Σχήμα 5.67: Απεικόνιση όλων των πραγματικών εικόνων των επιπέδων



Σχήμα 5.68: Απεικόνιση όλων των ανακατασκευασμένων εικόνων των επιπέδων

Κεφάλαιο 6: Συμπεράσματα

Έχοντας φτάσει, πλέον, στο τέλος της παρούσας εργασίας κρίνεται σημαντικό να αναφερθούν συγκεντρωτικά ορισμένα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση όλων των προσομοιώσεων που έχουν ήδη παρουσιαστεί. Αρχικά, θα ξεκινήσουμε αναφέροντας κάποια αποτελέσματα για τις εφαρμογές του 3^{ου} κεφαλαίου, δηλαδή για τις προσομοιώσεις τύπου SPECT. Η πρώτη από αυτές αφορούσε στον υπολογισμό του γραμμικού συντελεστή απορρόφησης διαφορετικών υλικών, του Al, του Fe και του Pb. Όπως έχει ήδη ειπωθεί, τοποθετήθηκαν τρεις διαφορετικοί, ως προς το υλικό, κατευθυντήρες (Collimators) στην πειραματική διάταξη του Σχήματος 3.1 και έτσι παράχθηκαν τα γεγονότα για κάθε περίπτωση κατευθυντήρα. Με τη βοήθεια αυτών υπολογίστηκαν οι πειραματικές τιμές των γραμμικών συντελεστών απορρόφησης για κάθε υλικό και συγκρίθηκαν με τις θεωρητικές τιμές της βάσης δεδομένων NIST. Η σχετική απόκλιση μεταξύ αυτών βρέθηκε να είναι περίπου 15%. Έτσι, λοιπόν, η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε, καθώς και το πρόγραμμα που κατασκευάστηκε κρίνονται ικανοποιητικά, εφόσον και τα αποτελέσματα είναι αρκετά καλά. Έπειτα, η επόμενη προσομοίωση τύπου SPECT σχετιζόταν με την εύρεση της χωρικής διακριτικής ικανότητας (Point Spread Function, PSF) σημειακών πηγών. Για το σκοπό αυτό, κατασκευάστηκε ένας κατευθυντήρας με 40x40 κυλινδρικές τρύπες στις διευθύνσεις x και y σε όλο του τον όγκο. Επίσης, η πηγή τοποθετήθηκε σε αποστάσεις, $F = 10$ mm, 20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm, 80 mm και 100 mm από τον κατευθυντήρα. Σε κάθε περίπτωση λήφθηκε ως δεδομένο ο αριθμός των γεγονότων (φωτονίων) που καταγράφονταν από τον ανιχνευτή. Η ανάλυση προχώρησε βρίσκοντας την ακτίνα της απεικονιζόμενης πηγής (R), αφού πρώτα αποκόπτονταν τα γεγονότα λόγω των σκεδάσεων Compton και επιπλέον ένα ποσοστό περίπου 10% αυτών. Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 3.12 μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι, καθώς αυξάνεται η απόσταση F, αυξάνεται περίπου γραμμικά και η ακτίνα της απεικονιζόμενης πηγής, η οποία πλέον δεν ανταποκρίνεται και στις διαστάσεις της πραγματικής. Η γραμμικότητα μεταξύ αυτών των μεγεθών θεωρείται λογική, καθώς ο θεωρητικός τύπος (2.12) παρουσιάζει την σχέση αυτή μεταξύ της απόστασης F και της ακτίνας R. Τέλος, αναφέρουμε ότι η πειραματική σχέση που συνδέει τα μεγέθη F και R διαφέρει από την θεωρητική. Τη διαφορά μεταξύ των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων την αποδίδουμε στο γεγονός πως η θεωρητική σχέση F(R) συμπεριλαμβάνει και τα γεγονότα που προέρχονται από τις σκεδάσεις Compton, ενώ η πειραματική σχέση έχει προέλθει από μία απλή γεωμετρική μέθοδο.

Στο σημείο αυτό περνάμε στις προσομοιώσεις τύπου PET, δηλαδή ανίχνευσης δύο ταυτόχρονων γεγονότων, του 4^{ου} κεφαλαίου που αποτελούν το βασικό θέμα της παρούσας εργασίας. Στην πρώτη προσομοίωση τοποθετήθηκαν δύο κυλινδρικές πηγές ίδιας ενεργότητας, ακτίνας 2 cm και πάχους 4 cm η μία και 10 cm η άλλη. Αρχικός σκοπός, ήταν η γεωμετρική ανακατασκευή των πηγών αυτών με τη βοήθεια της ειδικής συνάρτησης *recoy.f*. Εφόσον δημιουργήθηκε η ανακατασκευασμένη εικόνα αυτών, κρίθηκε απαραίτητο να βελτιωθεί αποκόπτοντας γεγονότα θορύβου, λόγω σκεδάσεων Compton. Επίσης, απορρίφθηκαν γεγονότα που δεν ήταν ταυτόχρονα, δηλαδή εφαρμόστηκε το χρονικό κριτήριο του χρόνου πτήσης (ToF). Το αποτέλεσμα που λάβαμε είναι φανερό στο Σχήμα 4.13. Παρόλ' αυτά η εκτίμηση για τις ακτίνες ήταν 12 cm για την μία πηγή και 10 cm για την άλλη, γεγονός που απέχει αρκετά από την πραγματική ακτίνα. Έτσι, συμπεραίνουμε ότι βασικό ρόλο στο μέγεθος και την ένταση των ανακατασκευασμένων πηγών

παίζει η ειδική ενεργότητα. Πιο συγκεκριμένα, η μεγάλη ενεργότητα των πηγών (10,000 Bq) ευθύνεται για την μεγάλη ένταση με την οποία απεικονίζονται και κατ' επέκταση φαίνεται να έχουν μεγαλύτερη ακτίνα από την πραγματική. Ακόμα, όπως γνωρίζουμε ο όγκος των πηγών είναι διαφορετικός, γι' αυτό και φαίνεται να έχουν διαφορετική ακτίνα μεταξύ τους, αφού αυτός καθορίζει την ειδική ενεργότητα. Τα παραπάνω επιβεβαιώνονται, όταν επιλέγονται διαφορετικές ενεργότητες για τις πηγές, οι οποίες ρυθμίζονται έτσι ώστε η ειδική ενεργότητα να είναι η ίδια. Τότε, η απεικονιζόμενη ακτίνα των πηγών είναι η ίδια. Στη συνέχεια, στην επόμενη προσομοίωση τοποθετήθηκαν οκτώ κυλινδρικές πηγές ακτίνας 2 cm και πάχους 4 cm σε κυκλικό σχήμα ακτίνας 25 cm. Πρώτα εξετάστηκε πάλι η σημασία της ειδικής ενεργότητας, επιλέγοντας διαφορετική ενεργότητα για κάθε πηγή και, έτσι όπως αναμέναμε, εμφανίστηκαν οι πηγές με διαφορετική ένταση. Έπειτα, επιλέξαμε να εξετάσουμε την μεταβολή της ακτίνας μίας από τις πηγές ανάλογα με το χρονικό κριτήριο (ToF) που θα θέταμε. Το ίδιο το πρόγραμμα γνωρίζουμε ότι θέτει ως περιορισμό τα 4 ns για την έλευση των γεγονότων, ώστε να χαρακτηρίζονται ταυτόχρονα. Επομένως, ορίζουμε ότι τα γεγονότα αυτά είναι τα χρήσιμα για την όποια ανάλυση. Παρατηρούμε ότι η ακτίνα που βρίσκουμε για ToF = 4 ns απέχει αρκετά από την πραγματική (Πίνακας 4.5). Έτσι, καθώς μειώνεται το κριτήριο του χρόνου πτήσης (ToF), τόσο μειώνεται και η ακτίνα της ανακατασκευασμένης πηγής. Παρόλο που θα έλεγε κανείς ότι αυτό είναι επιτυχία για την ανάλυση, καθώς βελτιώνεται η ακτίνα της ανακατασκευασμένης πηγής και πλησιάζει την τιμή της πραγματικής πηγής, οφείλουμε να αναφέρουμε ότι ενδεχομένως να αποκόπτουμε και αρκετά χρήσιμα γεγονότα, δηλαδή να χάνουμε αρκετή πληροφορία για τη θέση της πηγής. Οι βασικότερες προσομοιώσεις τύπου PET αυτής της εργασίας αφορούν στην απεικόνιση της καρδιάς που αναλύθηκε εκτενώς στο 5^ο κεφάλαιο.

Προκειμένου να απεικονιστεί με όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικό τρόπο, επιλέχθηκαν δύο σχήματα, ο κόλινος κώνος και το ημισφαίριο. Η καρδιά – πηγή αποτελείται από ένα ημισφαίριο, το οποίο στο εσωτερικό του περιέχει αέρα, καθώς δεν είναι συμπαγές. Στο ημισφαίριο εφάπτεται ένας κόλινος κώνος, ο οποίος και αυτός δεν είναι συμπαγής στο εσωτερικό του. Το συμπαγές μέρος των δύο παραπάνω σχημάτων αποτελείται από νερό, προσομοιώνοντας έτσι το υλικό του μυοκαρδίου. Είναι, ακόμα, σημαντικό να αναφερθεί ότι η καρδιά απεικονίζεται με την ίδια ένταση, δηλαδή τα δύο παραπάνω σχήματα επιλέχθηκαν να έχουν την ίδια ειδική ενεργότητα. Για να μπορέσουμε να δούμε με λεπτομέρεια την απεικόνιση της ανακατασκευασμένης καρδιάς, πραγματοποιήσαμε ορισμένες εγκάρσιες και διαμήκεις τομές σε διαφορετικά επίπεδα, τόσο στην ανακατασκευασμένη όσο και στην πραγματική καρδιά. Παρατηρήσαμε από τα Σχήματα 5.21 – 5.22 και 5.35 – 5.36 ότι οι ανακατασκευασμένες εικόνες είναι αρκετά ικανοποιητικές, καθώς απεικονίζουν με αρκετή ακρίβεια τις εκάστοτε τομές. Η παραπάνω απεικόνιση αφορά προφανώς σε μία υγιή καρδιά. Στο τέλος, προσομοιώθηκε μία καρδιά που εμφανίζει πρόβλημα στο μυοκάρδιο. Για το σκοπό αυτό τοποθετήθηκε μία 'ψυχρή' πηγή (cold source), δηλαδή ένας όγκος που δεν εκπέμπει φωτόνια, μέσα στον όγκο της καρδιάς. Η 'ψυχρή' πηγή έχει σχήμα κυλίνδρου ακτίνας 4 mm και πάχους 15 mm. Παρατηρήσαμε ότι ήταν φανερό η μη εκπομπή φωτονίων που απαιτήθηκε σε τομές ορισμένων επιπέδων, όπως και αναμέναμε, καθώς το μέγεθος της 'ψυχρής' πηγής δεν κάλυπτε όλο το μήκος της καρδιάς, γεγονός που μπορεί να αξιοποιηθεί κλινικά. Τέλος, μπορούμε να σημειώσουμε ότι η ύπαρξη της πηγής αυτής είναι πιο φανερό στις τομές του επιπέδου yz (Σχήμα 5.68).

Παράρτημα

1. REXY.F

```
REAL FUNCTION recxy (ZZ, Ix)
  REAL
  +Run      , Evt      , Src      , Xs      , Ys      , Zs      ,
  +T        , E        , X        , Y        , Z        , Bas      ,
  +Rse      , Mod      , SubM     , Cry     , Lay     , Ci       ,
  +Cf       , Ca       , Cb       , Pos     , Ang     , Run2    ,
  +Evt2     , Src2     , Xs2     , Ys2     , Zs2     , T2      ,
  +E2       , X2       , Y2       , Z2      , Bas2    , Rse2    ,
  +Mod2     , SubM2    , Cry2    , Lay2    , Ci2     , Cf2     ,
  +Ca2     , Cb2     , Pos2    , Ang2    , DT      ,

*
  LOGICAL          CHAIN
  CHARACTER*128    CFILE

*
  COMMON /PAWCHN/  CHAIN, NCHEVT, ICHEVT
  COMMON /PAWCHC/ CFILE

*
  COMMON/PAWIDN/IDNEVT, OBS (13),
  +Run      , Evt      , Src      , Xs      , Ys      , Zs      ,
  +T        , E        , X        , Y        , Z        , Bas      ,
  +Rse      , Mod      , SubM     , Cry     , Lay     , Ci       ,
  +Cf       , Ca       , Cb       , Pos     , Ang     , Run2    ,
  +Evt2     , Src2     , Xs2     , Ys2     , Zs2     , T2      ,
  +E2       , X2       , Y2       , Z2      , Bas2    , Rse2    ,
  +Mod2     , SubM2    , Cry2    , Lay2    , Ci2     , Cf2     ,
  +Ca2     , Cb2     , Pos2    , Ang2    , DT      ,

*
  If (Z2.NE.Z) Then
    XL = (ZZ-Z)/(Z2-Z)
  Else
    Return
  EndIf

  XXX = (X2-X)*XL + X
  YYY = (Y2-Y)*XL + Y

  If (Ix.EQ.1) recxy = XXX
  If (Ix.EQ.2) recxy = YYY

  Return

  END
```

2. RECYZ.F

```
REAL FUNCTION recyz (XX, Ix)
  REAL
  +Run      , Evt      , Src      , Xs      , Ys      , Zs      ,
  +T        , E        , X        , Y        , Z        , Bas      ,
  +Rse      , Mod      , SubM     , Cry     , Lay     , Ci       ,
  +Cf       , Ca       , Cb       , Pos     , Ang     , Run2    ,
  +Evt2     , Src2     , Xs2     , Ys2     , Zs2     , T2      ,
  +E2       , X2       , Y2       , Z2      , Bas2    , Rse2    ,
```

```

+Mod2      ,SubM2    ,Cry2      ,Lay2      ,Ci2       ,Cf2       ,
+Ca2       ,Cb2       ,Pos2      ,Ang2      ,DT
*
LOGICAL          CHAIN
CHARACTER*128    CFILE
*
COMMON /PAWCHN/  CHAIN, NCHEVT, ICHEVT
COMMON /PAWCHC/  CFILE
*
COMMON/PAWIDN/IDNEVT,OBS(13),
+Run       ,Evt      ,Src       ,Xs        ,Ys        ,Zs        ,
+T         ,E        ,X         ,Y         ,Z         ,Bas       ,
+Rse      ,Mod      ,SubM     ,Cry      ,Lay      ,Ci       ,
+Cf       ,Ca       ,Cb       ,Pos      ,Ang      ,Run2     ,
+Evt2    ,Src2     ,Xs2     ,Ys2     ,Zs2     ,T2       ,
+E2      ,X2       ,Y2       ,Z2       ,Bas2    ,Rse2    ,
+Mod2    ,SubM2    ,Cry2    ,Lay2    ,Ci2     ,Cf2     ,
+Ca2     ,Cb2     ,Pos2    ,Ang2    ,DT
*
If (X2.NE.X) Then
  XL = (XX-X)/(X2-X)
Else
  Return
EndIf

YYY = (Y2-Y)*XL + Y
ZZZ = (Z2-Z)*XL + Z

If (Ix.EQ.1) recyz = YYY
If (Ix.EQ.2) recyz = ZZZ

Return

END

```