ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
UNIVERSITY OF CYPRUS

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

Δ Ι Π Λ Ω Μ Α Τ Ι Κ Η   Ε Ρ Γ Α Σ Ι Α

Εννοιολογικές μεταβολές στην εφαρμογή των Μαθηματικών στη Φυσική από τον ύστερο 14ο έως τον 17ο αιώνα.

Μια ιστορική και φιλοσοφική προσέγγιση

Δημόπουλος Δημήτρης
7112122100028

Επιβλέπουσα Συμβουλευτικής Επιτροπής

Χριστοπούλου Δήμητρα   Αναπληρώτρια Καθηγήτρια

Αθήνα
Οκτώβριος 2024

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 15η Οκτωβρίου 2024 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Χριστοπούλου Δήμητρα	Αναπληρώτρια Καθηγήτρια
▪ Αναπολιτάνος Διονύσιος	Ομότιμος Καθηγητής
▪ Ράπτης Ευάγγελος	Καθηγητής

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα
▪ Χριστοπούλου Δήμητρα	Αναπληρώτρια Καθηγήτρια
▪ Αναπολιτάνος Διονύσιος	Ομότιμος Καθηγητής
▪ Ράπτης Ευάγγελος	Καθηγητής

Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες:

Πρωτίστως, στην επιβλέπουσα καθηγήτριά μου, κα Δήμητρα Χριστοπούλου, για την άριστη συνεργασία, την αμέριστη υποστήριξη και την πολύτιμη καθοδήγησή της καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης αυτής της εργασίας. Η εμπιστοσύνη που μου έδειξε, ο χρόνος που μου αφιέρωσε και οι επιμελείς υποδείξεις της στο κείμενο συνέβαλαν καθοριστικά στην ολοκλήρωση αυτού του έργου. Σε κάθε στιγμή που φάνταζε αδιέξοδη φώτισε τη διέξοδο κάθε φιλοσοφικού και μη προβλήματος. Την ευχαριστώ επίσης θερμά για τη διδασκαλία της στα μαθήματα της Φιλοσοφίας των Μαθηματικών, υπήρξε καθοριστική για την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής για τη συμμετοχή τους, τον κ. Δ. Αναπολιτάνο και τον κ. Ε. Ράπτη.

Θα ήταν επίσης αδύνατον να μην ευχαριστώ θερμά όλους τους διδάσκοντες και τις διδάσκουσες του ΔΠΜΣ της Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών οι οποίοι και οι οποίες έγιναν ένα μη τετριμμένο παράδειγμα διδασκόντων, με άλλα λόγια ήταν και είναι πραγματικοί πανεπιστημιακοί δάσκαλοι.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες οφείλω στη γραμματεία του προγράμματος, στο κ. Χειλάκο για την πρόθυμη βοήθειά του και την άμεση ανταπόκριση σε κάθε μου αίτημα.

Ευχαριστώ επίσης τους μαθητές μου για την ακόρεστη φαντασία τους, ήταν και είναι μια ανεξάντλητη πηγή καθημερινής έμπνευσης και δύναμης.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την απεριόριστη ευγνωμοσύνη μου στην οικογένειά μου για την ανιδιοτέλεια και τη συμπαράσταση τους όλα τα χρόνια των σπουδών μου. Θα ήθελα να ευχαριστήσω από καρδιάς τους φίλους μου που επέμεναν να δίνουν έναν συλλογικό παράδειγμα δράσης και ιδιαίτερα, τον Στέφανο και Αλέξανδρο για την μόνιμα «ανήσυχη» ματιά τους σε οποιοδήποτε θέμα αφορούσε τα μαθηματικά, την εκπαίδευση, την κοινωνία και τη φιλοσοφία. Τέλος, να ευχαριστήσω την Ελένη για την απεριόριστη στήριξη της, την υπομονή της και την επιμονή να πιστεύει πως το ταξίδι συνεχίζεται.

«...ο σημαντικότερος παράγοντας που δίνει μορφή στην ανθρώπινη ύπαρξή μας είναι η θέσπιση και η καθιέρωση ενός στόχου- ο στόχος είναι μια κοινότητα ελεύθερων και ευτυχισμένων ανθρώπινων όντων που με συνεχή εσωτερική προσπάθεια προσπαθούν να απελευθερωθούν από την κληρονομιά των αντικοινωνικών και καταστροφικών ενστίκτων. Σε αυτή την προσπάθεια η διάνοια μπορεί να αποτελέσει το πιο ισχυρό βοήθημα. Οι καρποί της διανοητικής προσπάθειας, μαζί με την ίδια την προσπάθεια, σε συνεργασία με τη δημιουργική δραστηριότητα του καλλιτέχνη, προσδίδουν περιεχόμενο και νόημα στη ζωή.»

Einstein, A., & Shaffer, A. (2011), 'The Goal of Human Existence' (1943)
The Albert Einstein collection: essays in humanism, the theory of relativity, and the world as I see it (1st ed.). Philosophical Library.

«Για την κριτική μαθηματική εκπαίδευση είναι σημαντικό να είσαι κριτικός σε σχέση με τα μαθηματικά και να είσαι κριτικός μέσω των μαθηματικών. »

Skovsmose, Ole. (2023). A Philosophy of Critical Mathematics Education

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την εννοιολογική μεταβολή των μαθηματικών και την εφαρμογή τους στη Φυσική κατά την περίοδο από τα τέλη του 14ου έως τον 17ο αιώνα, παρέχοντας μια διττή προσέγγιση: ιστορική και φιλοσοφική. Το ερευνητικό εγχείρημα εκκινεί με τη διερεύνηση των πρώιμων αποπειρών μαθηματικοποίησης της κίνησης και της μηχανικής κατά την Αναγέννηση, ιχνηλατώντας την πορεία από τις αριστοτελικές έννοιες έως τις καινοτόμους προσεγγίσεις των λογίων του Κολλεγίου Μέρτον και του Nicolas Oresme. Ακολούθως, η μελέτη εστιάζει στη μεταβατική περίοδο του 16ου και 17ου αιώνα, αναλύοντας τη μετάβαση από την αριστοτελική κοσμοθεωρία σε ακριβέστερες μαθηματικές περιγραφές της κίνησης, καταλήγοντας στη διατύπωση των νόμων του Νεύτωνα. Αναδεικνύονται οι καίριες συνεισφορές στοχαστών, όπως ο Descartes, ο Γαλιλαίος και ο Νεύτωνας, με έμφαση στον καταλυτικό τους ρόλο στη σύζευξη μαθηματικών και φυσικής. Το φιλοσοφικό σκέλος της έρευνας εμβαθύνει στο θεμελιώδες ζήτημα της εφαρμοσιμότητας των μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες. Μέσω της σύνθεσης ιστορικών εξελίξεων και φιλοσοφικού στοχασμού, η παρούσα εργασία προσφέρει μια εμπεριστατωμένη ανάλυση της εξέλιξης των μαθηματικών εννοιών στην ακριβέστερη περιγραφή των φυσικών φαινομένων, καταλήγοντας σε μια κριτική θεώρηση των ευρύτερων επιπτώσεων της αποτελεσματικότητας των μαθηματικών στην ερμηνεία του φυσικού κόσμου.

Λέξεις-κλειδιά: Ιστορία των Μαθηματικών, Φιλοσοφία των Μαθηματικών, μαθηματικοποίηση, Επιστημονική Επανάσταση, Αριστοτελική Φυσική, Νευτώνεια Μηχανική, Κινηματική, Μηχανοκρατική Φιλοσοφία, Εφαρμοσιμότητα των Μαθηματικών

Abstract

This master's thesis examines the conceptual evolution of mathematics and its application to Physics from the late 14th to the 17th century, providing a dual approach: historical and philosophical. The research endeavour begins by investigating early attempts to mathematize motion and mechanics during the Renaissance, tracing the path from Aristotelian concepts to the innovative approaches of Merton College scholars and Nicolas Oresme. Subsequently, the study focuses on the transitional period of the 16th and 17th centuries, analysing the shift from Aristotelian cosmology to more precise mathematical descriptions of motion, culminating in the formulation of Newton's laws. The crucial contributions of thinkers such as Descartes, Galileo, and Newton are highlighted, emphasizing their catalytic role in the coupling of mathematics and physics. The philosophical aspect of the research delves into the fundamental issue of the applicability of mathematics to the natural sciences. Through the synthesis of historical developments and philosophical reflection, this thesis offers a comprehensive analysis of the evolution of mathematical concepts in the more accurate description of physical phenomena, concluding with a critical consideration of the broader implications of the effectiveness of mathematics in interpreting the natural world.

Keywords: History of Mathematics, Philosophy of Mathematics, Mathematization, Scientific Revolution, Aristotelian Physics, Newtonian Mechanics, Kinematics, Mechanistic Philosophy, Applicability of Mathematics

Περιεχόμενα

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Κεφάλαιο 1

Ιστορική ανασκόπησης πρώιμων προσπαθειών μαθηματικοποίησης της κίνησης και της μηχανικής στα τέλη του $14^{ου}$ -$15^{ου}$ αιώνα

1.1 Ιστορικό πλαίσιο και πνευματικό τοπίο της Αναγέννησης

Κατά τη διάρκεια του ύστερου Μεσαίωνα (τέλη $14^{ου}$ αιώνα) στη δυτική περιοχή της Ευρώπης σημειώθηκαν σημαντικές αλλαγές που επηρέασαν τις απόψεις των φυσικών φιλοσόφων για την αυθεντία του Αριστοτέλη. Είναι σημαντικό να αποφύγουμε την υπεραπλουστευμένη αφήγηση της Αναγέννησης ως μια ξαφνική «αφύπνιση» από τους «σκοτεινούς αιώνες» χωρίς όμως να μπούμε στην πολύ ενδιαφέρουσα συζήτηση περί συνέχειας ή ασυνέχειας της επιστήμης.

Στις αρχές του $13^{ου}$ αιώνα, η Ευρώπη γνώρισε μια μεταβολή των όρων δημιουργίας, συγκέντρωσης και διανομής της γνώσης, η οποία περιελάβανε την ίδρυση πανεπιστημίων σε πολλές μεγάλες πόλεις που βρίσκονταν υπό την προστασία της εκκλησίας. Τα ιδρύματα αυτά διευκόλυναν την οργάνωση των σπουδών φυσικής φιλοσοφίας. Μαζί με τα ιδρύματα οι Βασιλικές αυλές και ο θεσμός της πατρωνίας όπως αναλύεται, γλαφυρά για την περίπτωση του Γαλιλαίου, από τον Biagioli (1993) αλλά και οι γενικότερα άτυπα «επιστημονικά» δίκτυα (π.χ. αλληλογραφίας) που θα δημιουργηθούν θα παίξουν σημαντικό ρόλο.

Σχετικά με την αλληλογραφία και τη σπουδαιότητα της αναφέρουμε μία προσπάθεια, μεταξύ άλλων, που ξεκίνησε το Πανεπιστήμιο του Stanford με το φιλόδοξο πρόγραμμα «Mapping the Republic of Letters» για την χαρτογράφηση των εκτεταμένων δικτύων γνώσης εκείνης της εποχής.

Η ενσωμάτωση της κλασικής παράδοσης και της αριστοτελικής φιλοσοφίας στα προγράμματα σπουδών των πανεπιστημίων αποτελούσε ουσιαστικά τον πυρήνα των φορέων εκπαίδευσης αυτή την εποχή. Με την κατανόηση της αριστοτελικής φιλοσοφίας, οι διανοούμενοι της εποχής, όπως ο J. Buridan στο Πανεπιστήμιου του Παρισιού όπως και ο N. Oresme, ανέπτυξαν ένα κριτικό πνεύμα απέναντί της. Τον $14^{ο}$ αιώνα άρχισαν να εκφράζονται και να συστηματοποιούνται πιο έντονα θέσεις ενάντια στον παραδοσιακό αριστοτελισμό.

Παρ' όλ' αυτά συνεχίζουμε να δρούμε εντός του πλαισίου που συνυπάρχουν διάφορα φιλοσοφικά ρεύματα και επιστημονικές παραδόσεις με κυρίαρχο τον αριστοτελισμό. Παρά τις προκλήσεις, η αριστοτελική φυσική φιλοσοφία παρέμεινε με επιρροή καθ' όλη τη διάρκεια της Αναγέννησης. Όμως η αναβίωση της πλατωνικής και νεοπλατωνικής σκέψης θα ενθαρρύνει μια πιο μαθηματική προσέγγιση της φύσης σύμφωνα και με τον Koyré (1989). Φυσικά δεν υποτιμούμε και στοιχεία της ουμανιστική παράδοσης (ανθρωπισμός) όπως και μια πάντα, άλλοτε ρητή και άλλοτε υπόρρητη, παρούσα αποκρυφιστική (ανιμιστική) προσέγγιση της φύσης. Τέλος όπως περιγράφει και ο Westfall (1992) η μηχανοκρατική φιλοσοφία αναδύεται στα τέλη της Αναγέννησης προσπαθώντας να εξηγήσει τα φυσικά φαινόμενα με όρους ύλης και κίνησης, κρούσεων, χρησιμοποιώντας μηχανικές αναλογίες.

Ακόμα μια σειρά εξελίξεις στο ευρύτερο κοινωνικό πλαίσιο των τεχνών, μηχανικής-στατικής, ναυσιπλοΐας, αστρονομίας θα λάβουν χώρο και θα επικαθορίσουν με τη σειρά τους τις εξελίξεις. Από ένα πραγματικά πολύ μεγάλο κατάλογο προσωπικοτήτων που συνεισέφεραν στους παραπάνω τομείς αναφέρουμε ενδεικτικά τους παρακάτω: (περ. Katz, 2013, σ. 442-492)

Σε προβλήματα πρακτικής μηχανικής τους:

- Georgius Agricola (1494-1555): Το έργο του "De Re Metallica" (1556) ήταν μια ολοκληρωμένη πραγματεία για την εξόρυξη και τη μεταλλουργία.
- Vannoccio Biringuccio (1480-1539): Συγγραφέας του έργου "De la Pirotechnia" (1540), ενός από τα πρώτα βιβλία για τη μεταλλουργία.
- Leonardo da Vinci (1452-1519): Τα σημειωματάριά του περιέχουν πολυάριθμες μηχανικές εφευρέσεις και μηχανολογικά σχέδια.

Στη ναυσιπλοΐα και τη χαρτογραφία τους:

- Pedro Nunes (1502-1578): Πορτογάλος μαθηματικός που συνέβαλε σημαντικά στη ναυσιπλοΐα.
- Gerard Mercator (1512-1594): Δημιούργησε την προβολή Mercator για χάρτες.
- John Dee (1527-1608): Συμβούλευε τη ναυσιπλοΐα για τις αγγλικές εξερευνητικές αποστολές.

στις Τέχνες:

- Filippo Brunelleschi (1377-1446): Ανέπτυξε τη γραμμική προοπτική στην αρχιτεκτονική και τη ζωγραφική.
- Leon Battista Alberti (1404-1472): (1435), κωδικοποιώντας τους κανόνες της προοπτικής.
- Albrecht Dürer (1471-1528): Εφάρμοσε τις μαθηματικές αρχές στην τέχνη στο έργο του "Underweysung der Messung" (1525).

Η παραπάνω αναφορές παρότι δεν συνδέονται άμεσα με την μελέτη της κίνησης ή της φυσικής φιλοσοφίας δείχνουν το «γνωστικό» υπέδαφος από το οποίο θα ξεπηδήσουν αργότερα οι προσπάθειες σύνθεσης και ανασύνθεσης θεωριών και προβλημάτων που διάσπαρτα υπήρχαν και σε αυτά τα πεδία.

Δεν μπορούμε να μην αναφέρουμε επίσης το διάταγμα του 1277 από τον επίσκοπο του Παρισιού, το οποίο καταδίκασε 219 προτάσεις και σηματοδότησε μια κομβική στιγμή για το κύρος του Αριστοτελικού φυσικού συστήματος. Ωστόσο, δεν μείωσε την κυρίαρχη θέση του. Το διάταγμα αυτό αποτέλεσε το αποκορύφωμα των παρεμβάσεων της Εκκλησίας στα μεσαιωνικά πανεπιστήμια και είχε σημαντικό αντίκτυπο στη Δυτική Ευρώπη, κλονίζοντας την εμπιστοσύνη των διανοουμένων στους φιλοσόφους του 13ου αιώνα, όπως ο Albertus Magnus (Αλβέρτος ο Μέγας) (~1200-1280) και ο Θωμάς Ακινάτης (1225-1274), οι οποίοι προσπάθησαν να συμβιβάσουν τη λογική και την πίστη μέσω της φιλοσοφίας του Αριστοτέλη. Περισσότερα περιγράφονται από τους Grant (2008) και Lindberg (1997).

Προσωπικότητες όπως ο Γουλιέλμος του Όκαμ (περ 1285-1348) υπερασπίστηκε τη λογική αυστηρότητα και αντιτάχθηκε στις ιδέες που διαδόθηκαν από τον Αριστοτέλη και καθιερώθηκαν σταθερά ως τρόπος σκέψης κατά τη διάρκεια του Μεσαίωνα. Αυτή η μετατόπιση στον τρόπο μελέτης της φυσικής πραγματικότητας και η ενίσχυση της λογικής ήταν εμφανής στο Πανεπιστήμιο του Παρισιού, όπου άρχισαν να δίνονται συνεχώς κριτικές στην αριστοτελική κοσμολογία απαντήσεις και χαρακτηριστικά αναφέρουμε το στο Κολέγιο Merton της Οξφόρδης, όπου τα επιστημονικά προβλήματα εξετάζονταν με τη χρήση της (Μαθηματικής) Λογικής.

Συγκεφαλαιώνοντας τα παραπάνω η περίοδος που καταλήγει στον ύστερο Μεσαίωνα είναι μια περίοδος αλλαγών που θα μελετήσουμε εντός των όρων αναφοράς τους, όμως παρότι δε θα κάνουμε μια τέτοια ανάλυση ,δεν παραγνωρίζουμε εντελώς το κοινωνικό πλαίσιο αυτής της περιόδου. Δηλαδή μιας εποχής που σταδιακά αποδυναμώνονται οι φεουδαρχικοί δεσμοί, η οργάνωση και ανάπτυξη των πόλεων αρχίζει να συμβαίνει με παράλληλη ανάπτυξη του ατομικού-ιδιωτικού ιδεώδους, εντός των ορίων του χριστιανικού δόγματος.

Σε ότι μας αφορά στη στροφή του 14^{ου} αιώνα μπορούμε με βάση τα παραπάνω να συνοψίσουμε τις αλλαγές σε στην αναβίωση της κλασικής μάθησης προς μια κριτική επανεξέταση του αριστοτελισμού μέσω μιας πρώιμης μαθηματικής-λογικής προσέγγισης της φύσης.

1.2 Εισαγωγικά στοιχεία για την Κίνηση

1.2.1 Εκκινώντας από τον Αριστοτέλη

Παρότι η Φυσική ως αυτοτελής Επιστήμη μπορούμε να πούμε ότι εγκαινιάστηκε με το έργο του Νεύτωνα ο ίδιος ο τίτλος της Φυσικής ως ταυτότητα μπορεί να είναι παραπλανητικός για την ιστορική μελέτη των πειραμάτων και των θεωριών. Αυτό το γεγονός μαρτυρά πως η Φυσική Φιλοσοφία αναβαπτίστηκε από τον Νεύτωνα σε ένα ενιαίο πλαίσιο ως Φυσική επιστήμη που περιλαμβάνει τόσο την ουράνια όσο και «επίγεια» φυσική του 14^{ου} και 15^{ου} αιώνα μέχρι τα τέλη του 17^{ου} αιώνα. Η ταυτότητα του τί είναι Φυσική Φιλοσοφία και Φυσική στην πορεία των χρόνων αυτών ακολούθησε υπόγειες εννοιολογικές μεταβολές και τα μαθηματικά έπαιξαν κομβικό ρόλο σε αυτόν τον μετασχηματισμό καθώς η πορεία από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα δεν είναι ούτε προφανής ούτε γραμμικός.

Όπως αναφέρει ο Lindberg (1997,σ. 399-400), ο Φυσικός, ως ερευνητής ή και Φιλόσοφος, κουβαλά ακόμα στα τέλη του 14^{ου} αιώνα την Αριστοτελική παράδοση της μελέτης των «φυσικών» κινήσεων και μεταβολών της Φύσης.

Η αριστοτελική θεωρία θα γνωρίσει μεγάλη άνθιση και έναν εκ νέου εμπλουτισμό από στοιχεία που εν μέρει ,όπως συνεχίζει ο ίδιος (ο.π, σ.400) , η ίδια η ασυνέπεια ή ορισμένη ασυνέπεια των αριστοτελικών κειμένων το ευνόησε. Σαν παράδειγμα αναφέρουμε τις σχέσεις μεταξύ «πρώτης ύλης» και «συμβεβηκός μορφών. Σε αυτόν τον τομέα ο αριστοτελικός «Σχολιαστής» Αβερρόης (1126-98) που διαδέχεται τις πιο πλατωνικές αναγνώσεις του Αριστοτέλη από τον Αβικέννα (980-1037) και ο Grosseteste στο Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης (1168-1253) θα έχουν σημαντική συνεισφορά.

Βασικές Αρχές για την Κίνηση και το Σύμπαν

Θα αποφύγουμε μια συστηματική ανάλυση της Αριστοτελικής Φιλοσοφίας π.χ. στην χημεία, βιολογία, ιατρική κ.α. και θα παρουσιάσουμε ως μια μικρή παρέκβαση τα στοιχεία που κρίνουμε ως σημαντικά για τον σκοπό της έρευνας μας, δηλαδή την μελέτη της κίνησης. (περ. Veggeti, 2000, σ.204)

Η θεωρία της κίνησης του Αριστοτέλη, όπως αναλύεται στον Veggeti (2000, σ.218-231) βασίζεται σε πολλές έννοιες. Δύο από αυτές είναι η φύση πραγμάτων και η αιτιότητα. Κάθε αντικείμενο έχει στη φύση του τη μεταβολή και την κίνηση ως ένα είδος ιδιοτήτων τις οποίες και αναπτύσσει όταν δεν το εμποδίζουν (εξαναγκάζουν) εξωτερικοί παράγοντες. Η κατανόηση κάθε μεταβολής, απαιτεί τη γνώση της φύσης ενός αντικειμένου, και τη γνώση των αιτίων, των εξηγητικών αρχών που την προκαλούν.

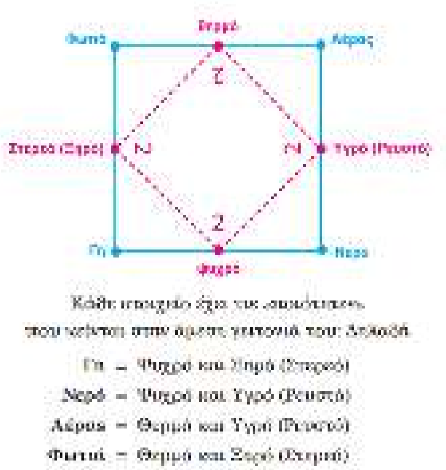
Υπάρχουν τέσσερα τέτοια αίτια:

1. Το ειδικό, που σχετίζεται με τη μορφή.

2. Το υλικό, που σχετίζεται με την ύλη.

3. Το ποιητικό, που είναι υπεύθυνο για τη μεταβολή.

4. Το τελικό, που εκφράζει το σκοπό της μεταβολής.



Σχήμα 1

Το σύμπαν, κατά τον Αριστοτέλη είναι αιώνιο. Αποτελεί μια τεράστια σφαίρα η οποία χωρίζεται σε δύο κύριες περιοχές με ενδιάμεσο στοιχείο στη σελήνη. Η γήινη ή υποσελήνια περιοχή χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη γένεσης, φθοράς και μεταβολών, ενώ η ουράνια περιοχή είναι η περιοχή των αιώνιων και αμετάβλητων κύκλων και σφαιρών.

Η ύπαρξη αυτών των αιώνιων και αμετάβλητων κυκλικών κινήσεων αποδεικνύει ότι η αρχές για τη μελέτη των ουρανών διαφέρουν από αυτές της γήινης περιοχής, στην οποία παρατηρούνται μόνο ευθύγραμμες κινήσεις με κατεύθυνση προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Η ουράνια περιοχή αποτελείται από το πέμπτο στοιχείο, τον αιθέρα.

Αντιθέτως, η υποσελήνια περιοχή αποτελείται από τα τέσσερα στοιχεία που είχε προτείνει ο Εμπεδοκλής και είχαν επίσης γίνει δεκτά από τον Πλάτωνα —τη γη, τον αέρα, τη φωτιά και το νερό. Τα τέσσερα αυτά στοιχεία προέρχονται από τον συνδυασμό τεσσάρων ιδιοτήτων (θερμό, υγρό, ψυχρό, ξηρό), που σχηματίζουν τέσσερα αντίθετα ζεύγη ιδιοτήτων.

Ψυχρό +ξηρό=γη, ψυχρό +υγρό=νερό, θερμό +υγρό=αέρας, θερμό +ξηρό=φωτιά. **(Σχήμα 1)**

Η έννοια του Κενού

Τα συστατικά στοιχεία του κόσμου τον γεμίζουν με πληρότητα, έτσι ώστε να αποκλείεται ο κενός χώρος. Την έννοια αυτή ο Αριστοτέλης πραγματεύεται στο Δ' βιβλίο των Φυσικών. Το κενό το εννοούσαν ως ένα άδειο δοχείο ή τόπο, στον οποίο δεν υπάρχει κανένα σώμα. Την ύπαρξή του μπορούσαν να συμπεράνουν από τις ακόλουθες αιτίες:

• από την ύπαρξη της κίνησης,

• από τη δυνατότητα συμπίεσης,

• από την κατ' αφομοίωση αύξηση

Ο Αριστοτέλης ανασκευάζει τα επιχειρήματα που αναγνωρίζουν την ύπαρξη του κενού και επεξεργάζεται τα δικά του επιχειρήματα:

- Η κίνηση των στοιχείων είναι εγγεγραμμένη στη φύση τους
- Το κενό είναι μη διαιρέσιμο
- Στο κενό είναι αδύνατη οποιαδήποτε κίνηση, γιατί αυτή απαιτεί την ύπαρξη διακρίσεων, προκειμένου να καθοριστεί κάθε φορά η κατεύθυνση του σώματος που κινείται
- Κάθε σύγκριση ταχυτήτων στο κενό είναι αδύνατη (Veggeti, 2000, σ.234)

1.2.2 Περί Μεταβολών και Κινήσεων

Κάθε στοιχείο στην κοσμολογία του Αριστοτέλη, όπως διαβάζουμε στο Veggeti(2000, σ.234) εκτός από τις θεμελιώδεις ιδιότητες (θερμότητα, ψυχρότητα κτλ.), διαθέτει και άλλες δύο: την ελαφρότητα και τη βαρύτητα. Έτσι η γη και το νερό είναι βαριά, ο αέρας και η φωτιά ελαφρά. Επειδή η γη και το νερό είναι βαριά, είναι στη φύση τους να κατευθύνονται προς το κέντρο του σύμπαντος (προς τα κάτω), ενώ το αντίθετο συμβαίνει με τον αέρα και τη φωτιά.

Αφού λοιπόν καθορίζει τα 4 δομικά στοιχεία της γεμάτης μεταβολές υποσελήνιας περιοχές καθώς και τον τρόπο μελέτης του αριστοτελικού ερευνητή μπορούμε να διακρίνουμε 4 είδη μεταβολών:

1. **Γένεση και Φθορά:** Η γένεση και η φθορά συμβαίνει όταν οι ουσίες αρχίζουν ή παύουν να υπάρχουν
2. **Αλλοίωση:** Η αλλοίωση, αφορά την αλλαγή ποιότητας
3. **Αύξηση και Μείωση:** Η αύξηση και μείωση, δηλαδή μια ποσοτική αλλαγή
4. **Τοπική Κίνηση:** Η τοπική κίνηση, η αλλαγή τόπου.

Διαθέτουμε τώρα το εννοιολογικό υπόβαθρο για να εξετάσουμε τη φυσική της κίνησης.

Η αριστοτελική θεωρία της κίνησης βασίζεται σε δύο θεμελιώδεις αρχές.

1. Η πρώτη μάς πληροφορεί ότι υπάρχουν δύο είδη κίνησης, η φυσική και η βίαια κίνηση.
2. Η δεύτερη αναφέρει ότι η κίνηση δεν είναι ποτέ αυθόρμητη, πρέπει δηλαδή να υπάρχει συνεχής επίδραση ενός κινούντος επί του κινούμενου σώματος.

Έτσι κάθε αντικείμενο που δεν έχει παραχθεί από κάποιον άλλον πέρα από την ίδια τη φύση, χαρακτηρίζεται από αυτήν με πρωτεύοντα ρόλο να έχει η μορφή και δευτερεύοντα η ύλη. Με άλλα λόγια οι βράχοι φυσικά και θα πέσουν αν βρεθούν ψηλότερα από την φυσική τους θέση.

Η βίαιη κίνηση εμφανίζεται με την επενέργεια κάποιας εξωτερικής δύναμης, που εναντιώνεται στη φυσική τάση του σώματος να καταλάβει το φυσικό του τόπο.

Το κινούν δηλαδή, στην περίπτωση της φυσικής κίνησης, είναι η εσωτερική τάση του σώματος να επιστρέψει στη φυσική του θέση. Η φυσική κίνηση που πραγματοποιούν τα τέσσερα στοιχεία βασίζεται στις ιδιότητες της ελαφρότητας και της βαρύτητας που τα χαρακτηρίζουν. Αντίστοιχα, η φυσική κίνηση των μη «φυσικών» σωμάτων που συναντιούνται στη φύση καθορίζεται από τις αναλογίες σύνθεσής τους από τα τέσσερα στοιχεία. Όταν το κινούμενο σώμα φτάσει στο φυσικό του τόπο, τότε βρίσκεται σε ηρεμία. Το σώμα ηρεμεί, όταν σταματάει η επενέργεια της εξωτερικής δύναμης. Σύμφωνα με τον Γαβρόγλου (2003, σ.131), ένα από τα γνωστότερα ερωτήματα που θα δούμε να απασχολεί ανά τους αιώνας τους μελετητές της κίνησης κατά τον Αριστοτέλη σχετίζεται με την οριζόντια εκτόξευση ενός βλήματος, το οποίο προφανώς εκτελεί εξαναγκασμένη κίνηση, χωρίς όμως να σταματά αμέσως μόλις χάσει την επαφή του με αυτό που το εκτόξευσε.

Ο Αριστοτέλης θα εισαγάγει ένα νέο στοιχείο που συντελεί στην κίνηση, αυτό του εξωτερικού μέσου στο οποίο λαμβάνει χώρα η κίνηση, προκειμένου να εξηγήσει την κίνηση του βλήματος (θεωρία της περίστασης). Με την εκτόξευση του βλήματος, η δύναμη που ασκείται επιδρά επίσης και στο εξωτερικό μέσο, το οποίο με τη σειρά του τη μεταδίδει στο βλήμα. Η διαδοχική μετάδοση της δύναμης επιτρέπει στο βλήμα να βρίσκεται πάντα σε επαφή με κάτι ικανό να διατηρήσει την κίνησή του.

Εκτός όμως και από την κινητήρια δύναμη, υπάρχει ένας ακόμα παράγοντας που επηρεάζει τη φυσική κίνηση. Αυτός είναι η ύπαρξη της αντίστασης, δύναμης αντίθετης της κινητήριας, που παρεμποδίζει την κίνηση. Η ταχύτητα ενός σώματος θα πρέπει να καθορίζεται και από τις δύο αυτές παραμέτρους.

1.2.3 Μεταφυσικό υπόβαθρο της αριστοτελικής έννοιας της Κίνησης

Πίσω από τη φυσική της έκφραση, η αριστοτέλεια κίνηση κρύβει ένα μεταφυσικό υπόβαθρο. Η κίνηση αποτελεί ένδειξη μεταβολής, πράγμα που για τον Αριστοτέλη αποτελεί απόδειξη ατέλειας, καθώς ό,τι μεταβάλλεται προκειμένου να φτάσει στην πραγμάτωση του , τον τελικό του σκοπό). Τα κινούμενα σώματα πραγματώνουν τα εν δυνάμει γνωρίσματά τους σε έναν κόσμο που διέπεται από τη «θέληση» ενός «κινούντος ακινήτου» κατά τον Αριστοτέλη. Σε έναν τέτοιο κόσμο, όπως διαβάζουμε στον Γαβρόγλου (2003, σ.131), δεν μπορεί να γίνει δεκτή η ύπαρξη του κενού. Στο κενό δεν μπορεί να υπάρχουν θέσεις για τα αντικείμενα, ούτε αυτά θα μπορούσαν να προσανατολιστούν μέσα σ' έναν τέτοιο χώρο προς μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, συνεπώς η έννοια της τάξης δε θα μπορούσε να υπάρξει.

Η μεθοδολογική αποκρυστάλλωση στο πεδίο της έρευνας της παραπάνω αρχής, απαιτεί από τον ερευνητή να παρατηρεί με επιμονή και για πολύ μεγάλο διάστημα τα φαινόμενα των φυσικών μεταβολών, δηλαδή να προσπαθεί να αποκαλύψει την ίδια την φύση επιστρέφοντας τα αίτια των μεταβολών στην πηγή όλων των αιτιών, δηλαδή την ίδια την φύση.

Η στροφή από τον γεμάτο μεταβολές κόσμο των ουσιών που περιγράφεται από τα τρία πρώτα σημεία στην «τοπική κίνηση» κατά τον 17ο αιώνα, δηλαδή τον λιγότερο δυναμικό κόσμο της αριστοτελική θεωρίας μπορεί να αποβεί σωτήρια από το να υποχωρήσουμε σε μια αναχρονιστική λογική.

1.3 Κριτική διερεύνησης της Κίνησης

1.3.1 Η φύση της Κίνησης: Ρέουσα μορφή (forma fluens) και ροή της μορφής (fluxus formae)

Η πραγματική είσοδος στην περιπέτεια της κίνησης στα τέλη του 14ο αιώνα ξεκινά ακολουθώντας τον δρόμο της έννοιας της κίνησης στα τέλη του 13ου αιώνα με κεντρικές μορφές τους Αβερρόν, Αβικέννα και Αλβέρτο τον Μέγα. Η διαμάχη τους θα συνθέσει 2 εναλλακτικές θέσεις για την κίνηση που με την σειρά τους θα επηρεάσουν βαθιά το έργο των μετέπειτα ερευνητών του 14ου αιώνα όπως ο Όκαμ και ο Buridan. Διαβάζοντας τον Lindberg (1997, σ.400), αναφέρει:

- Η ρέουσα μορφή **(forma fluens)** δηλώνει πως η «κίνηση» είναι το κινούμενο σώμα στους διαδοχικούς τόπους που καταλαμβάνει και την άποψη αυτή επεξεργάστηκαν οι Αβερρόης και Αλβέρτος.

Ο Γουλιέλμος του Όκαμ (1285-1347) συνηγορεί υπέρ της «ρέουσας μορφής» με την παρακάτω λογική. Υποστήριξε πως όρος «κίνηση» είναι ένας αφηρημένος όρος αφού ένα ουσιαστικό δεν αντιστοιχεί σε κάποια οντότητα . Κάνοντας δηλαδή μια συντακτική ανάλυση της κίνησης ο Όκαμ προτείνει πως το νόημα της κίνησης που υπάρχει στην πρότασης 1 «Κάθε κίνηση προκαλείται από ένα κινούν» υπάρχει και στην πρόταση 2 «Κάθε πράγμα που κινείται, κινείται από ένα κινούν» όμως το ουσιαστικό «κίνηση» δεν υπάρχει πια και ενώ το περιεχόμενο είναι ταυτόσημο ως προς την δυναμική της κίνησης, δεν είναι για την φύσης της κίνησης.

Ο Όκαμ ανάμεσα σε 2 κόσμους που περιγράφουν την ίδια δυναμική, επιλέγει τον «οικονομικότερο» κόσμο, δηλαδή την πρόταση 2, αφού η οικονομία συνίσταται στο ότι η κίνηση δεν είναι πραγματική οντότητα, αφού υπάρχουν λιγότερα πράγματα, εκτός αν υπάρχουν επιχειρήματα υπέρ του αντίθετου, το λεγόμενο «ξυράφι του Όκαμ».

- Από την άλλη πλευρά η **«ροή της μορφής»** υποστηρίζει πως ενυπάρχει εκτός από το κινούμενο σώμα και τους τόπους που καταλαμβάνει ένα πράγμα στο κινούμενο σώμα που μπορεί να ονομαστεί «κίνηση».

Ο Buridan (1292–1363) εδώ ακολουθεί την έννοια της κίνηση ως «ροή της μορφής» και ουσιαστικά διανοίγει τον δρόμο που όρισαν οι επιστήμονες στα τέλη του 14ου αιώνα, δηλαδή της «κίνησης» ως ποιότητας. Δηλαδή της κίνησης ως ένα πρόσθετο χαρακτηριστικό του κινούμενου σώματος. Ο Buridan όμως απαντά στην ερώτηση αυτή από μία θεολογική αφετηρία. (βλ. Lindberg, 1997 στο Murdoch & Sylla «The science of Motion», σ.217-218)

Υιοθετεί ως υπόθεση, μια θεολογική αρχή, αυτή της παντοδυναμίας του Θεού ως προς την ικανότητα επιβολής της κίνησης στον κόσμο. Ο τόπος κατά τον Αριστοτέλη ορίζεται στη βάση των σωμάτων που τον περιβάλλουν. Επομένως αν ο κόσμος με ότι είναι γύρω του είναι ο ίδιος ο κόσμος, τότε δεν περιβάλλεται με τίποτα και άρα δεν είναι τόπος. Αν δεν είναι τόπος σημαίνει ότι δεν μπορεί να αλλάξει τόπο , άρα το να αλλάξει τόπο σημαίνει πως δεν μπορεί να κινηθεί. Όμως δεν γίνεται ο κόσμος να μην μπορεί να κινηθεί αφού ο Θεός είναι παντοδύναμος, άρα η προκείμενη πως η «κίνηση» είναι το κινούμενο σώμα στους διαδοχικούς τόπους που καταλαμβάνει δεν μπορεί να είναι αληθής. Άρα η κίνηση είναι πρόσθετη ποιότητα των σωμάτων.

1.3.2 Εισαγωγικά στοιχεία για την μαθηματική περιγραφή της κίνησης κατά τον ύστερο μεσαίωνα

Εκτός όμως από τα προβλήματα μορφής της κίνησης υπάρχουν και άλλα σημεία που δέχονται κριτική. Όπως αναφέρει ο Lindberg (1997, σ.417) σύμφωνα με την θεωρία του Αριστοτέλη σχετικά με τις μεταβολές στη φύση, η οποία συνεχίστηκε όπως είδαμε στον Μεσαίωνα, οι μεταβολές δεν έχουν ποσοτικά χαρακτηριστικά με την έννοια κάποιων μαθηματικών θεωριών που είναι εγγενείς στις φυσικές θεωρίες. Με άλλα λόγια, η φθορά και η γένεση μια ποιότητας ή η μεταβολή ψυχρού-θερμού, αργού-γρήγορου δεν έχουν κανένα, πόσο μάλιστα προφανές, μαθηματικό περιεχόμενο.

Η ανάλυση του Αριστοτέλη στα Φυσικά, αφήνει περιθώριο σε μια απόδοση τιμής μόνο στον χρόνο και την απόσταση, ενώ η ίδια η έννοια της ταχύτητας είναι απλά μια ποιοτική μεταβλητή του σώματος που κινείται. Έτσι λοιπόν στις προτάσεις του Αριστοτέλη όπως για παράδειγμα ότι *«το ταχύτερο από τα δύο κινούμενα σώματα καλύπτει μεγαλύτερη απόσταση στο ίδιο χρονικό διάστημα ή την ίδια απόσταση σε λιγότερο χρόνο.»* ή στην πρόταση πως *«δύο σώματα με την ίδια ταχύτητα διανύουν την ίδια απόσταση στον ίδιο χρόνο»* η έννοια της ταχύτητας ως *«η ίδια»* ή *«το ταχύτερο»* έχουν το νόημα μια ποιότητας του σώματος, ενώ ο χρόνος και η απόσταση μπορούν να μετρηθούν.

Επομένως η απόδοση αριθμητικών τιμών σε μια μεταβολή της φύσης, δεν ακολουθεί μια γραμμική πορεία και πρωτίστως η πορεία φαίνεται να αλλάζει μέσω του τέταρτου είδους μεταβολής, δηλαδή της «τοπικής κίνησης».

Όμως ενώ όπως είδαμε θεωρητικά φαίνεται να υπάρχει λίγος χώρος για μια μαθηματική περιγραφή της κίνησης, εφόσον η ταχύτητα θεωρούνταν μέσα από το παράδειγμα του Buridan μια πρόσθετη ποιότητα του σώματος που κινείται, η θρυαλλίδα από την οποία ξεκινά κατά παράδοξο τρόπο η μαθηματική περιγραφή της κίνησης είναι οι ίδιες οι φιλοσοφικές αρχές του Αριστοτέλη.

Όπως θα δούμε παρακάτω η βασική ιδέα πως οι ποιότητες υπάρχουν σε διάφορες εντάσεις, χωρίς απόδοση βέβαιων τιμών σε αυτές, ήταν κοινά αποδεκτό. Επομένως αυτό το φάσμα εντάσεων για την ταχύτητα σήμαινε πως η ταχύτητα ως ποιότητα μπορούσε να «αυξηθεί» (intension) ή να «μειωθεί» (remission).

Στην ειδική περίπτωση της «τοπικής κίνησης» η μεταβολή της ποιότητας θα σήμανε μεταβολή της ταχύτητας αφού αυτή ήταν η πρόσθετη ποιότητα του προς εξέταση αντικειμένου.

Όμως χωρίς ακόμα να υπάρχει καμία απόδοση αριθμητικής τιμής στην ταχύτητα, οι παραπάνω φιλοσοφικές θέσεις αλλάζουν θεωρητικά, αλλά και ως αναπαράσταση, το ίδιο το πρόβλημα της μελέτης της κίνησης μέσα από δύο κρίσιμες έννοιες, αυτές της έντασης της ποιότητας και έκτασης (ποσότητάς της).

Για παράδειγμα αναφέρουμε το παράδειγμα του Lindberg (1997, σ.420) πως αν μιλήσουμε για την ποιότητας της θερμότητας ενός αντικειμένου η οποία μπορεί να δεχθεί αυξομειώσεις στο φάσμα ψυχρό-θερμό, αυτή είναι η ένταση της θερμότητας. Όμως αν η ένταση της θερμότητας που μπορεί να παρασχεθεί είναι η ίδια, τότε για να εξηγηθούν οι διαφορετικές θερμότητες δύο διαφορετικών αντικειμένων θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν και η έκταση της, αφού ένα μεγαλύτερο θα χωράει περισσότερη ίσης έντασης θερμότητα απ' ότι ένα μικρότερο.

1.3.3 «Κινηματική» Ανάλυση της «τοπικής κίνησης»

Η εννοιολογική μεταφορά αυτού του πλαισίου στο παράδειγμα των μεταβολών της «τοπικής κίνησης» θα οδηγήσει τον Giovanni di Casali το 1351 στο Cambridge, αλλά ιδιαίτερα τον N. Oresme και της ομάδας του Κολλεγίου Μέρτον (Calculatores) που θα δούμε παρακάτω σε μια πρωτόγνωρη γεωμετρικοποίηση (γραφική απεικόνιση) της κίνησης. Συγκεκριμένα, ο Nicolas Oresme (1320–1382), στα 1350 στο έργο του «Περί των διαμορφώσεων των ιδιοτήτων», απέδειξε το θεώρημα της μέσης ταχύτητας, που αποτέλεσε μία από τις σημαντικότερες συμβολές στη διάρκεια του Μεσαίωνα στο πρόβλημα της κίνησης.

Η ίδια η κίνηση όμως δεν είναι μονοσήμαντα ορισμένη. Όπως αναφέρει πάλι ο Lindberg (1997, σ.418) η κίνηση ενός σώματος μπορεί να διακριθεί με βάση 2 είδη ανάλυσης:

- Την «κινηματική» η οποία αφορά την περιγραφή της κίνησης του σώματος και
- Την «δυναμική» η οποία εστιάζει στην αιτιότητα, του φορείς και τις δυνάμεις που προκαλούν την κίνηση.

Ξεκινώντας από την «κινηματική» ανάλυση της κίνησης, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως ο ίδιος όρος δεν ήταν αυτονόητος και προέρχεται από το «Βιβλίο περί κίνησης (Liber de motu)» του Γεράλδου των Βρυξελλών που δίδαξε στο Πανεπιστήμιο του Παρισιού τον 13ο αι. (βλ. Lindberg, 1997, σ.418).

Η κινηματική ανάλυση της κίνησης, όπως έρχεται από την παράδοση του Γεράλδου των Βρυξελλών μας επιτρέπει την εισαγωγή, και πάλι όχι ως αυτονόητου, μαθηματικού περιεχομένου στην κίνηση. Την πλέον σημαντική συνεισφορά σε αυτόν τον τομέα την είχε μια ομάδα επιφανών Μαθηματικών και Λογικών που συνδέθηκαν με το Κολλέγιο του Μέρτον της Οξφόρδης στο διάστημα μεταξύ 1325-1350. Η ομάδα αυτή, με τη μεγαλύτερη συνεισφορά της στη Λογική, έμεινε στην ιστορία ως οι Calculators του Merton College.

Τα μέλη της ομάδας αυτής ήταν οι:

- Thomas Bradwardine (περ. 1300 -1349)

Ο Bradwardine ήταν θεολόγος, μαθηματικός και φυσικός φιλόσοφος που συνέβαλε σημαντικά στη μελέτη της κίνησης. Το σημαντικότερο έργο του στον τομέα αυτό ήταν το «Περί των αναλογιών των ταχυτήτων στις κινήσεις» (De proportionibus velocitatum in motibus), που γράφτηκε γύρω στο 1328.

- John of Dumbleton (πέθανε περ. 1349)

Ο John Dumbleton ήταν Άγγλος φιλόσοφος και θεολόγος. Το έργο του "Summa Logicae et Philosophiae Naturalis" περιέχει σημαντικές συνεισφορές στη λογική και τη φυσική φιλοσοφία. Ασχολήθηκε με θέματα όπως η κίνηση, η ένταση των ιδιοτήτων και η θεωρία των αναλογιών. Γνωστός για την συνεισφορά του στον «Κανόνα του Μέρτον» - «Θεώρημα της Μέσης Ταχύτητας»

- William Heytesbury (περ. 1313 – 1372/1373)

Ο Heytesbury, επονομαζόμενος και «Calculator», ήταν μια άλλη σημαντική μορφή μεταξύ των Calculators της Οξφόρδης. Η σημαντικότερη συμβολή του στη μελέτη της κίνησης ήταν το έργο του για την ομοιόμορφη (ομαλή) και τη μη ομοιόμορφη (μη ομαλή - μεταβαλλόμενη) κίνηση, το οποίο παρουσιάστηκε στην πραγματεία του «Κανόνες για την επίλυση σοφισμάτων» (Regulae solvendi sophismata). Έδωσε ορισμούς για την στιγμιαία ταχύτητα και την ομαλής μεταβολής (επιτάχυνσης).

- Richard Swineshead (ακ. 1340-1355)

Ο Richard Swineshead, γνωστός και ως «Calculator», ήταν Άγγλος μαθηματικός και φιλόσοφος. Το κύριο έργο του, «Liber calculationum», περιέχει μαθηματικές αναλύσεις φυσικών φαινομένων. Συνέβαλε και αυτός σημαντικά στη μελέτη της κίνησης και της θερμότητας. «Κανόνας του Μέρτον» - «Θεώρημα της Μέσης Ταχύτητας»

1.3.4 Συνεισφορά της ομάδας του Μέρτον στην «κινηματική» ανάλυση της κίνησης

Παρακάτω θα αναλύσουμε σε αδρές γραμμές τη συνεισφορά της ομάδας του Μέρτον στην διασαφήνιση των όρων που αφορούν την «κινηματική» ανάλυση της «τοπικής κίνησης» ακολουθώντας της παράδοση του Γεράλδου των Βρυξελλών.

Με δική μας έμφαση, ως αρχές στην ομάδα του Μέρτον τέθηκαν τα παρακάτω σημεία, σύμφωνα και με τον Lindberg (1997, σ.421):

1. Την διάκριση της κίνησης βάσει των προσεγγίσεων της «δυναμικής» και της «κινηματικής»

και πως κατά συνέπεια

2. Η κίνηση μπορεί να μελετηθεί από την σκοπιά του αιτίου ή του αποτελέσματος.

Για τον λόγο αυτό,

3. Διαμόρφωσαν ένα εννοιολογικό πλαίσιο με την εισαγωγή μιας τεχνικής ορολογίας συγκεκριμένα για τον προσδιορισμό της κίνησης μέσω της «κινηματικής» προσέγγισης.

Με αποτέλεσμα,

4. Οι όροι ταχύτητα και στιγμιαία ταχύτητα έγιναν επιστημονικές έννοιες στις οποίες μπορεί να αποδοθεί μέγεθος.

5. Επίσης διέκριναν την κίνηση αποδίδοντας ορισμούς στην:

- Ομαλή κίνηση, δηλαδή κίνηση με σταθερή ταχύτητα και στην,
- Μεταβαλλόμενη κίνηση, εννοώντας την επιταχυνόμενη κίνηση

Σε σχέση με την κίνηση, όρισαν ότι μια κίνηση είναι:

- Ομοιόμορφη (ή ομαλή) αν ίσες αποστάσεις διανύονται σε ίσα χρονικά διαστήματα.
- Όρισαν την ομαλή επιτάχυνση ως αυτήν για την οποία παρατηρούνται ίσες μεταβολές της ταχύτητας σε ίσα χρονικά διαστήματα.

Ακόμα και γι' αυτήν την πολύ απλή μορφή κίνησης χρειάζονταν έναν ορισμό της στιγμιαίας ταχύτητας. Καθώς τους έλειπε κάποιος ορισμός του ορίου των λόγων, μπορούσαν να ορίσουν τη στιγμιαία ταχύτητα μόνο μέσω της απόστασης που θα διένυε ένα σημείο αν κινούνταν ομοιόμορφα σε μια περίοδο χρόνου με την ίδια (αναζητούμενη) ταχύτητα που είχε τη δεδομένη στιγμή. Περισσότερα αναφορικά με μαθηματικές αποδείξεις της εποχή στον Γιαννόπουλος (2017, σ.42)

6. Επεξεργάστηκαν ειδικά θεωρήματα αναφορικά με την κινηματική

Αναφορικά με τα παραπάνω και ιδιαίτερα τα σημεία 4 και 5 μπορούμε να αναφέρουμε συγκεκριμένα τον Thomas Bradwardine στο έργο του «Tractatus de continuo» (Πραγματεία περί του συνεχούς ορίζει ως «βαθμό» της κίνησης «εκείνο το μέρος της ύλης που υπόκειται στο χαρακτηρισμό «περισσότερο» και «λιγότερο».» (Clagett, the Science of Mechanics, 1981, σ.230)

Ο Heytesbury στο έργο του «Regulae solvendi sophismata» (Κανόνες για την επίλυση σοφισμάτων) το 1335 έδωσε έναν ορισμό στην στιγμιαία ταχύτητα του οποίου η κίνηση δεν είναι ομαλή.

«Στη μη ομαλή κίνηση η ταχύτητα σε οποιαδήποτε από ίσες χρονικές περιόδους περίοδο, αποκτά την ίδια αύξηση στην ταχύτητα…Αλλά η κίνηση δεν επιταχύνεται ομοιόμορφα…όταν αποκτά…μεγαλύτερη αύξηση ταχύτητας σε με μια χρονική περίοδο από εκείνη που αποκτά σε μια άλλη ίση χρονική περίοδο…Και αφού οποιοσδήποτε βαθμός ταχύτητας διαφέρει από τη μηδενική

ταχύτητα κατά μια πεπερασμένη μονάδα…άρα κάθε κινούμενο σώμα μπορεί ομοιόμορφα να επιταχυνθεί από την ακινησία σε οποιονδήποτε βαθμό ταχύτητας.»

Όπως αναφέρει ο Katz (2013, σ. 442-492) είναι μια εμβρυακή μορφή συμμεταβολής της ταχύτητας και του χρόνου. Επίσης αναφέρεται από τους Clagett (1981, σ.230) και Grant (1975, σ.238)

Με βάση το φιλοσοφικό υπόβαθρο που είδαμε παραπάνω της έκτασης, έντασης και της ποιότητας της ταχύτητας η ομάδα του Μέρτον και κατόπιν ο Oresme, ουσιαστικά ανασυνθέτουν την εικόνα της «κινηματικής» ανάλυσης της κίνησης. Μας δίνουν έτσι μια εικόνα από το μέλλον της μελέτης της κίνησης από τους Γαλιλαίο και Νεύτωνα αλλά και μια γραφικής απεικόνισης πριν τον Καρτέσιο και την αλγεβροποίηση της γεωμετρίας. Ακολουθεί σχετική ανάλυση.

1.3.5 Οι γραφικές αναπαραστάσεις του Nicolas Oresme

Το κρίσιμο βήμα προέκτασης της έντασης-έκτασης στον χώρο, έγινε μέσω της αναπαράστασης του από ευθύγραμμα τμήματα, συνδέοντας δύο παραδόσεις. Από τη μία του Αριστοτέλη ο οποίος ήδη αναπαριστούσε τον χρόνο ως ευθύγραμμο τμήμα και από την άλλη του Ευκλείδη πού αναπαριστούσε τα ευθύγραμμα τμήματα με αριθμητικές τιμές. **(Σχήμα 2)**

Επομένως επαγωγικά η έκταση και η ένταση απέκτησαν γεωμετρικό και αριθμητικό περιεχόμενο.

«Κάθε μετρήσιμο πράγμα, εκτός από τους αριθμούς, το φανταζόμαστε σαν συνεχή ποσότητα. Επομένως για την μέτρηση ενός τέτοιου πράγματος είναι ανάγκη να φανταστούμε σημεία, γραμμές, και επιφάνειες ή τις ιδιότητές τους. Γιατί όπως λέει και ο Αριστοτέλης σε αυτά απαντούν αρχικά το μέτρο ή ο λόγος.» (Grant, 1972, σ.165-167)

Σχήμα 2

Ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ: δεδομένη ένταση

Ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ: διπλάσιο του Β άρα διπλάσια ένταση

Α Β Γ

Το καθοριστικό βήμα συμφωνώντας με τον Lindberg (1997, σ.422)σε αυτή τη φάση είναι η γενίκευση του προβλήματος μέσα από την παρουσίαση του αντικειμένου ως ευθεία γραμμή. Έτσι αν το αντικείμενο θεωρηθεί ως ένα σύνολο διαφορετικών σημείων σημαίνει πως μπορεί να αναπαρασταθεί η ένταση μιας δεδομένης ποιότητας πχ ταχύτητας ή θερμότητας (θερμοκρασία με σύγχρονους όρους) στο σύνολο της έκτασης (γραμμή του υποκειμένου). Μπορούμε να πούμε πως η γραμμή του υποκειμένου, δηλαδή του προς ανάλυση αντικειμένου και η γραμμές εντάσεων μια δεδομένης ποιότητας αποτελούν μια γενικευμένη, αφαιρετική μορφή αναπαράστασης χωρίς αυστηρό περιεχόμενο μαθηματικών ή φυσικής ή κάποιο συνδυασμό ή παράγωγο αυτών τουλάχιστον με την έννοια των γραφικών απεικονίσεων που εννοούμε στη σύγχρονη Άλγεβρα και την Γεωμετρία του επίπεδου.

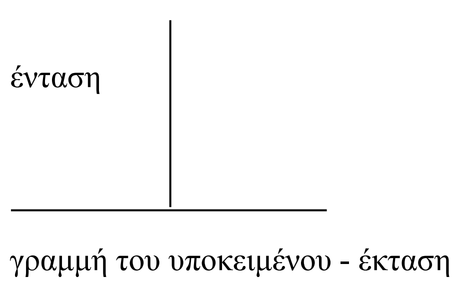
Εδώ ίσως έχει σημασία να πούμε, πως αν και για εμάς ίσως είναι αυτονόητο, την εποχή εκείνη δεν υπάρχει κάποια ευθεία ή προφανής συσχέτισης ενός ευθυγράμμου τμήματος ως ένα σύνολο σημείων, αφού ο Ευκλείδειος ορισμός δεν επιτρέπει κάτι τέτοιο πόσο μάλλον ως ένα σύνολο σημείων στο επίπεδο αφού αυτό θα απαιτούσε το έργο του Καρτέσιου για την αναλυτική γεωμετρία «La Géométrie» που εκδόθηκε το 1637, δηλαδή περίπου 300 χρόνια αργότερα. Περισσότερα για τον ευκλείδειο ορισμό μπορούμε να διαβάσουμε στο Νεγρεπόντης (2019, σ.131) Φυσικά η επέκταση του προβλήματος στο κατά πόσο το ευθύγραμμο τμήμα και μάλιστα κατά σημείο αποτελεί μια πραγματική αντιστοίχιση της σημείο-μάζας του εμπειρικού αντικειμένου και του μαθηματικού αντικειμένου της ευθείας, αποτελεί ερώτημα που αφορά όρους που δεν ανήκουν στην επιστημονική και φιλοσοφική ορολογία της εποχής. Παρ' όλα αυτά προκύπτουν ενδιαφέροντα ερωτήματα που σε μια εννοιολογική παραλληλία έχουν ξεχωριστό ενδιαφέρον να ερευνηθούν ιστορικά.

Με τα λόγια του ίδιου του Oresme,

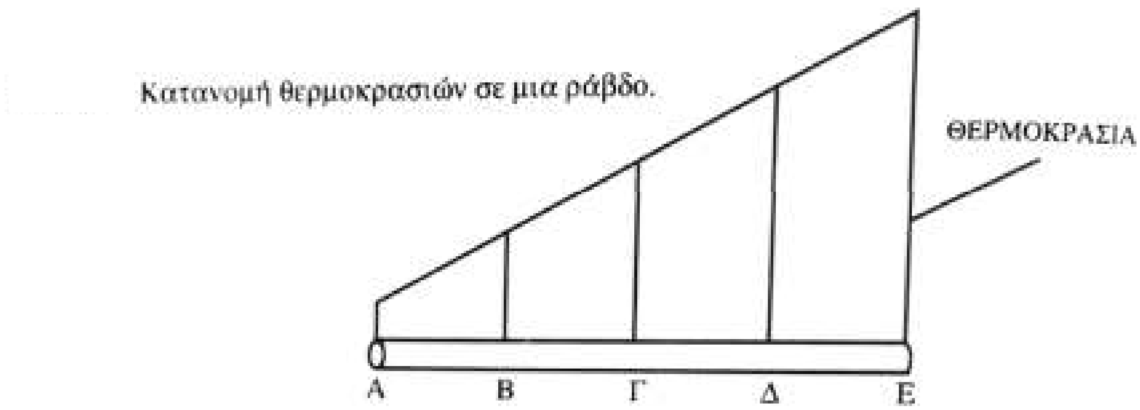
Μετάφραση

«Παρόλο που τα αδιαίρετα σημεία ή οι γραμμές δεν υπάρχουν, εντούτοις είναι απαραίτητο να τα παραστήσουμε μαθηματικά για τα μέτρα των πραγμάτων και για την κατανόηση των αναλογιών. Επομένως, κάθε ένταση που μπορεί να αποκτηθεί διαδοχικά θα έπρεπε να φανταστεί κανείς ως μια ευθεία γραμμή που υψώνεται κάθετα σε κάποιο σημείο του χώρου ή του υποκειμένου του νοητού πράγματος, π.χ. μιας ποιότητας. Διότι όποια αναλογία διαπιστώνεται ότι υπάρχει μεταξύ εντάσεων του ίδιου είδους, παρόμοια αναλογία διαπιστώνεται ότι υπάρχει μεταξύ ευθείας και ευθείας, και αντίστροφα. [...] Βέβαια, η γραμμή έντασης για την οποία μόλις μιλήσαμε δεν εκτείνεται στην πραγματικότητα έξω από το σημείο ή το υποκείμενο, αλλά εκτείνεται έτσι μόνο στη φαντασία, και θα μπορούσε να εκτείνεται προς οποιαδήποτε κατεύθυνση, εκτός από το ότι είναι πιο ταιριαστό να τη φανταστούμε να στέκεται κάθετα πάνω στο υποκείμενο που ενημερώνεται με την ποιότητα.»
(Grant, 1972, σελ. 165, 167, 169)

Σχήμα 3



Σχήμα 4 (Lindberg, 1997, σ.422)



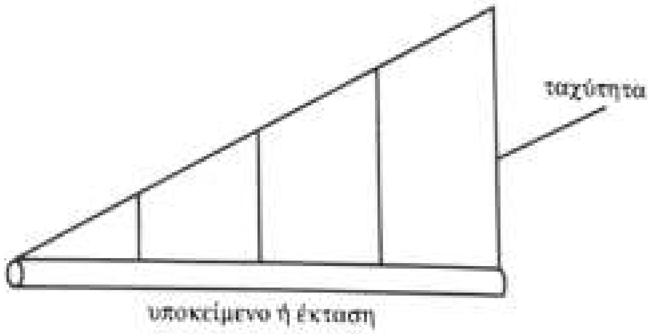
Για την ειδική περίπτωση της «τοπικής κίνησης», η κινηματική ανάλυση της έντασης-έκτασης απαιτεί πρώτα την θέση ενός προβλήματος που θα επέτρεπε τη χρήση των γραμμών έντασης-έκτασης.

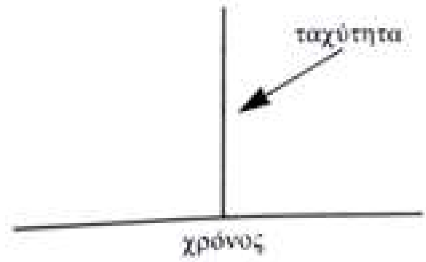
Το πρόβλημα λοιπόν αναπαράστασης ενός σώματος με διαφορετικές εντάσεις της ποιότητας «ταχύτητας» κατά μηκών των μερών του όπως αναφέρει ο Lindberg (1997, σ.423) μπορούσε να αναπαρασταθεί ως μια ράβδος η οποία στηρίζεται στο ένα άκρο από μια ακίδα και περιστρέφεται γύρω από αυτή.

Ο Marshall Clagett σχολιάζει την απουσία σχημάτων στο έργο του Oresme *«Τα σχήματα για μια ομοιόμορφη και μια ομοιόμορφα διαμορφούμενη ταχύτητα λείπουν από τα χειρόγραφα, αλλά είναι, φυσικά, απλά ένα ορθογώνιο και ένα ορθογώνιο τρίγωνο, όπως αυτά που καθορίζονται στην επεξεργασία των ιδιοτήτων στο Μέρος Ι».* Lüthy, C. (2024)

Στην περίπτωση αυτή η ράβδος αναπαρίσταται από την οριζόντια γραμμή έκτασης και οι ταχύτητες από τις κάθετες γραμμές στα διαφορετικά σημεία του αντικειμένου. Το αποτέλεσμα είναι η κατανομή των ταχυτήτων κατά μήκος του αντικειμένου. (**Σχήμα 5** και **Σχήμα 6**)

Σχήμα 5 και **Σχήμα 6** (Lindberg, 1997, σ.423)





Ενώ στην περίπτωση της κίνησης ενός αντικειμένου στην οποία όλα τα διαφορετικά μέρη του έχουν την ίδια ταχύτητα, δηλαδή την κίνηση του αντικειμένου ως μονάδα, ο Oresme κάνει μια ακόμα επανατοποθέτηση του προβλήματος σε άλλο πλαίσιο αφού η γραμμή της έκτασης θα είναι ο χρόνος και όχι η έκταση του αντικειμένου αφού πλέον το αντικείμενο νοείται ως ένα. **(Σχήμα 7[α])**

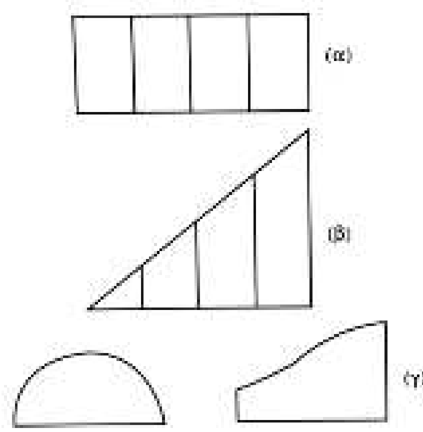
Επομένως η χρήση μιας απεικόνισης συσχέτισης ταχύτητας και χρόνου αντί για μερών του αντικειμένου-ταχύτητας δημιουργεί τις παρακάτω απεικονίσεις:

Σχήμα 7 (Lindberg, 1997, σ.424) και **Σχήμα 8** του Oresme

α) Σταθερή ταχύτητα

β) Ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) ταχύτητα

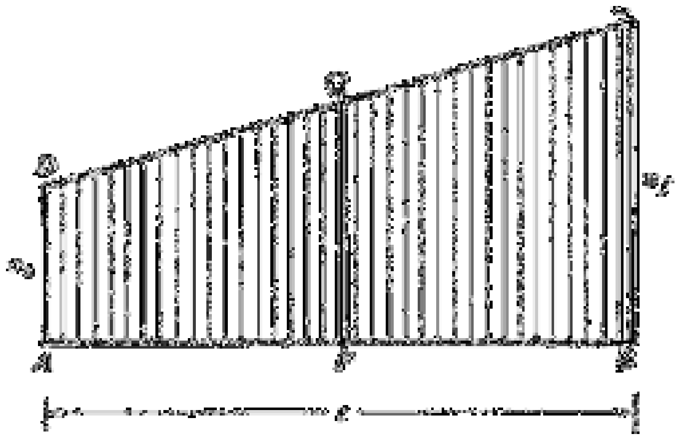
γ) Ανομοιόμορφα μεταβαλλόμενη ταχύτητα



Σχήμα 7

Σχήμα 8

Σχήμα 9



Για παράδειγμα, στην περίπτωση μιας ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης στη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος [0, t] που αντιστοιχεί στο μήκος AB του παρακάτω σχήματος **(Σχήμα 9)**, το πλάτος κάθε σημείου P του AB είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα PQ που έχει μήκος την ταχύτητα στην αντίστοιχη στιγμή, άρα η άνω ακμή CD του σχήματος είναι απλώς ένα γράφημα ταχύτητας- χρόνου.

1. Ο Oresme είδε ότι ο ορισμός της σταθερής επιτάχυνσης συνεπάγεται ότι το CD είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα, συνεπώς το σχήμα που προκύπτει είναι ένα τραπέζιο με βάση AB = t και ύψη AD = υ_0 και BC = υ_f . Υπέθεσε, χωρίς να δώσει κάποια απόδειξη, ότι το εμβαδόν s αυτού του τραπεζίου ισούται με τη συνολική απόσταση που έχει διανυθεί, ίσως θεωρώντας ότι αυτό το εμβαδόν σχηματίζεται από πολλά κατακόρυφα ευθύγραμμα τμήματα ή αδιαίρετα, καθένα από τα οποία αναπαριστά ταχύτητα που διατηρείται σταθερή για ένα πολύ μικρό ή απειροστό χρονικό διάστημα. Όπως κι αν έχουν τα πράγματα, έπεται άμεσα από τον τύπο για το εμβαδόν τραπεζίου ότι $s = \frac{1}{2}(\upsilon_0 + \upsilon_f)t$, δηλαδή ο Oresme επαλήθευσε γεωμετρικά τον κανόνα του Μέρτον. Για μια πιο αναλυτική απόδειξη μπορούμε να δούμε και στο Γιαννόπουλος (2017, σ.43), όπως και στο (Σχήμα 9).

Σχόλια πάνω στη γεωμετρικοποίηση του Oresme

Από πλευράς μας ως σχόλιο, φαίνεται πως το πρόβλημα της απεικόνισης είχε σχηματικά 3 φάσεις:

$1^{η}$ Φάση: Απεικόνιση Ποιότητας-Έκτασης κατά έναν τρόπο που μοιάζει σημειακός **(Σχήμα 3)**

$2^{η}$ Φάση: Επέκταση της απεικόνισης και Θεώρηση του του αντικειμένου ως μέρη **(Σχήμα 4)**

$3^{η}$ Φάση: Αντικατάσταση της έκτασης του αντικειμένου από τον χρόνο, αφού το αντικείμενο θεωρείται εκ νέου ως όλον, δηλαδή ως «σημείο» και άρα δεν έχει νόημα η αναπαράσταση του μέσω της Φάσης 1, άρα η αντικατάσταση του υποκειμένου της έκτασης από τον χρόνο επαναπροσδιορίζει την απεικόνιση που φαινομενικά μοιάζει ίδια. **(Σχήματα 5,6,7,9)**

Με το μεθοδολογικό βήμα «εμπρός-πίσω», δηλαδή από την αναπαράσταση αντικειμένου ως όλον έπειτα σε μέρη και πάλι ως όλον, ο Oresme στο «Treatise on Configurations» δουλεύοντας πάνω στα προβλήματα κίνηση του Μέρτον ουσιαστικά μετασχηματίζει τις αναπαραστάσεις σε πρώιμες απεικονίσεις συναρτήσεων χρόνου-ταχύτητας. Μια διαδικασία που επέτρεψε:

1. Τις απεικονίσεις Σταθερής ταχύτητας-Χρόνου και Μεταβαλλόμενης (Επιταχυνόμενης) ταχύτητας χρόνου και κατ' επέκταση την μέτρηση διαφόρων τύπων φυσικών μεταβλητών όπως θερμοκρασία, πυκνότητα, ταχύτητα. Σύμφωνα με τον Lindberg (1997, σ.424)
2. Την απεικόνιση μια σχέσης «συναρτησιακής» μεταξύ ταχύτητας χρόνους για την κινηματική.
3. Την εύρεση της «ολικής ποσότητας της κίνησης», δηλαδή της απόσταση που καλύπτεται κατά τη διάρκεια της κίνησης και υποστήριξε πως αυτή μπορεί να βρεθεί από τον υπολογισμό του εμβαδού του σχήματος. Άρα εισήγαγε και μια εννοιολογική διαδικασία «ολοκλήρωσης» ή συνεχούς άθροισης για τον υπολογισμό της συνολικής απόστασης κάτω από το γράφημα ταχύτητας-χρόνου, φυσικά με περιορισμούς που αφορούν μόνο την ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση.
4. Την συσχέτιση μεταβαλλόμενης και σταθερής ταχύτητας μέσω της ολικής ποσότητας δηλαδή εμβαδών σχημάτων, κάτι που οδήγησε στον «Κανόνα του Μέρτον» ή αλλιώς «θεώρημα της Μέσης Ταχύτητας», όπως διαβάζουμε στον Lindberg (1997, σ.425). Δηλαδή μια πρώτη χρήση αλγεβρικών μεθόδων για την σύγκριση γεωμετρικών (γραφικών) απεικονίσεων του φυσικού κόσμου, πριν την εισαγωγή αλγεβρικών συντεταγμένων.
5. Τέλος όρισε υπό τον περιορισμό ότι αναφέρεται μόνο σε θεωρητικά πλαίσια, και κατά συνέπεια μη πειραματικό, ένα νέο εννοιολογικό πλαίσιο για την κινηματική και ιδίως για την μεταβαλλόμενη(επιταχυνόμενη) ταχύτητα, σύμφωνα με τον Lindberg (1997, σ.425)

Συνδέοντας το Κολλέγιο του Μέρτον και τον Nicolas Oresme (Θεωρήματα Κίνησης και ο Κανόνας του Merton)

Θεωρήματα για την Μεταβαλλόμενη (Επιταχυνόμενη) Κίνηση

Θεώρημα 1

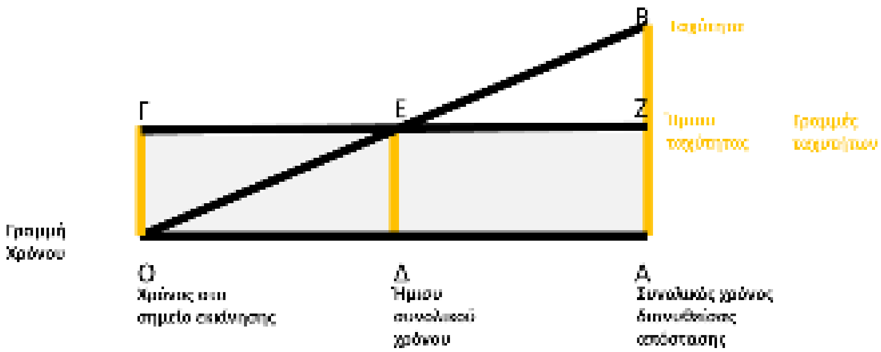
«Κανόνας του Μέρτον» - «Θεώρημα της Μέσης Ταχύτητας»

Το θεώρημα αυτό αποδίδεται στους μελετητές του Merton College της Οξφόρδης, ιδίως στους William Heytesbury, Richard Swineshead και John Dumbleton, οι οποίοι δραστηριοποιήθηκαν στα μέσα του 14ου αιώνα (Sylla, 1971, σ.9-39).

Δηλώνει σύμφωνα με τον Lindberg (1997, σ.425) πως ένα σώμα κινούμενα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ,καλύπτει σε δεδομένο χρονικό διάστημα, απόσταση ίση με αυτή που θα κάλυπτε σε ίσο χρονικό διάστημα αν κινούνταν με σταθερή ταχύτητα ίση με τη μέση ταχύτητά του ή αλλιώς πως η απόσταση που καλύπτεται κατά τη διάρκεια της πρώτης κίνησης είναι ίση με την απόσταση που καλύπτεται κατά τη διάρκεια της δεύτερης κίνησης.

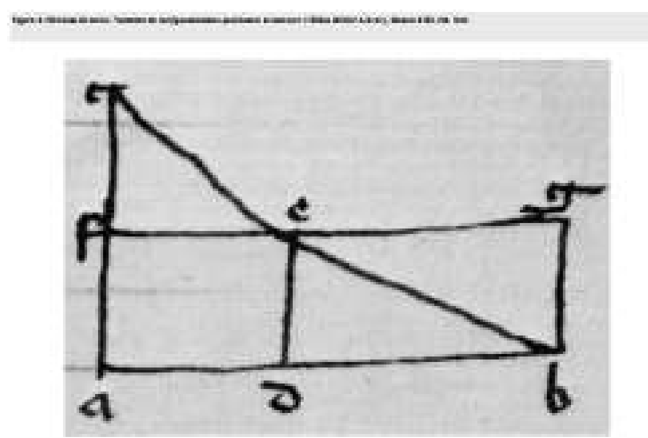
Για να αποδειχθεί αυτό σύμφωνα με την ολική ποσότητα κίνησης, αρκεί η σύγκριση των εμβαδών ενός τριγώνου που αναπαριστά την ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση και ενός ορθογωνίου που αναπαριστά την κίνηση με σταθερή ταχύτητα.

Σχήμα 10 και **Σχήμα 11** (Oresme)



Σχήμα 10

Εξήγηση – Συνοπτική Απόδειξη



Σχήμα 11

Ο Oresme διατύπωσε την εξής σκέψη:

Τη χρονική στιγμή $\frac{t}{2}$ αντιστοιχεί ταχύτητα $\frac{v}{2}$, από θεώρημα αναλογιών στο τρίγωνο ΟΑΒ.

Τα τρίγωνα ΟΓΕ και ΕΖΒ είναι ίσα (γωνία-πλευρά-γωνία). Άρα, Εμβαδόν ορθογωνίου (ΟΑΖΓ) = Εμβαδόν τριγώνου (ΟΑΒ).

Όμως, το εμβαδόν του ορθογωνίου παριστάνει στην ομοιόμορφη κίνηση την απόσταση που διάνυσε το σώμα, κινούμενο επί χρόνο t και με ταχύτητα $\frac{v}{2}$. Με πιο σύγχρονους όρους το πρόβλημα μπορεί να επαναδιατυπωθεί ως εξής.

Αν ένα κινητό έχει ομαλή επιτάχυνση σε δοθέν χρονικό διάστημα τότε η συνολική απόσταση s που διανύει είναι ίση με αυτήν που θα διάνυε στο ίδιο χρονικό διάστημα ένα κινητό που θα εκτελούσε ομαλή κίνηση, στο ίδιο χρονικό διάστημα, με ταχύτητα ίση με τον αριθμητικό μέσο της αρχικής ταχύτητας u_0 και της τελικής ταχύτητας u_f (ισοδύναμα, τη στιγμιαία ταχύτητα στο μέσο του χρονικού διαστήματος).

Δηλαδή, $s = \frac{1}{2}(u_o + u_f)t\ ,όπου\ t\ είναι\ το\ μήκος\ του\ χρονικού\ διαστήματος$

Ο Heytesbury εργάστηκε πρώτος το «Θεώρημα της Μέσης Ταχύτητας» πριν το επεξεργαστεί ο Oresme.

«Όταν ένα κινητό επιταχύνεται ομαλά από την ακινησία σε κάποιο δοθέντα βαθμό ταχύτητας, στο χρόνο αυτό θα διανύσει το μισό της απόστασης που θα διάνυε εάν στον ίδιο χρόνο κινούνταν ομοιόμορφα με τον τελικό βαθμό ταχύτητας…Επειδή αυτή η κίνηση, στο σύνολό της. Θα αντιστοιχεί…ακριβώς στο μισό του βαθμού που είναι η τελική ταχύτητά της»

Όπως τεκμηριώνουν οι μελέτες Anneliese Maier, Marshall Clagett, John Murdoch και Edith Sylla σχετικά με τους τις μελέτες της ομάδας του Merton, η εφαρμογή στην ταχύτητα ήρθε αργά και δεν είχε το ενδιαφέρον που απέκτησε αργότερα.

Σύμφωνα με τις διαθέσιμες αναπαραστάσεις, οι ομάδα του Μέρτον προκλήθηκε αρχικά από την παρατήρηση του Έλληνα ιατρού Γαληνού ότι υπήρχε ένα «πλάτος» στην ασθένεια και την υγεία. Ένα άτομο δεν μπορούσε να είναι μόνο υγιές ή άρρωστο, αλλά υπήρχαν πολλοί ενδιάμεσοι βαθμοί ή «εντάσεις». Ο γιατρός του 13ου αιώνα Arnaldus de Villanova είχε συνδέσει την ιδέα αυτή με την έννοια των «βαθμών» (gradus). Στο Μέρτον βρήκαν την έννοια της έκτασης των βαθμών ενδιαφέρουσα για διάφορους λόγους, πιθανώς εξαιτίας του John Dumbleton έτσι οι μελετητές άρχισαν κάποια στιγμή να αναπτύσσουν γραφικούς τρόπους ώστε να αναπαριστούν τις εκτάσεις ως ανάλογα με χωρικές επιφάνειες. Τα παραπάνω τα διαβάζουμε από τους Grant (1975, σ.239) και Clagett (1959, σ.271)

Θεώρημα 2

Η απόσταση που διανύεται στο πρώτο μισό μιας ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι τρεις φορές μικρότερη από την απόδειξη που διανύεται στο δεύτερο μισό της ίδιας κίνησης. (Lindberg, 1997, σ.425)

Εξήγηση – Συνοπτική Απόδειξη

Διαβάζοντας Αρκεί να δείξουμε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΔΕΖ (Σχήμα 10) το οποίο παριστάνει την απόσταση που διανύθηκε στο δεύτερο μισό του χρονικού διαστήματος ΔΑ είναι τρεις φορές μεγαλύτερο από το εμβαδόν του τριγώνου ΟΔΕ, το οποίο παριστάνει την απόσταση που διανύθηκε στο πρώτο μισό του χρονικού διαστήματος ΟΔ.

Σχολιασμός των Θεωρημάτων Μέρτον - Oresme

Ειδικά για την μεταβαλλόμενη(επιταχυνόμενη) κίνηση η περιγραφή της τον 14ο αιώνα και εν γνώσει της ομάδα του Μέρτον, ήταν μια νοητική και θεωρητική περιπέτεια με μαθηματικό και μόνο περιεχόμενο, αφού όπως αναφέρει ο Lindberg (1997, σ.426) δεν μπορούσε να αναγνωριστεί ούτε να μελετηθεί πειραματικά ,και μάλιστα από μια ομάδα Μαθηματικών-Λογικών (ο.π, σ.426), μια τέτοια κίνηση στον πραγματικό κόσμο. Ο Oresme χαρακτηριστικά, χαρακτήριζε τις γεωμετρικές παραστάσεις των μεταβολών των ιδιοτήτων ως αποκυήματα της φαντασίας που δεν είχαν σχέση με τη φύση.

Όμως αυτή η «έλλειψη» έχει μεγάλη συνεισφορά σε μια νέα θέαση του φυσικού κόσμου. Αφού η απουσία της μπόρεσε να δώσει στην μελέτης της κίνησης ένα μαθηματικό περιεχόμενο που μέχρι τότε δεν ήταν προφανές ότι είχε και είναι προάγγελος της μετέπειτα ραγδαίας μαθηματικοποίησης της φύσης.

Μιλώντας για ελλείψεις, ο Oresme μας λέει ρητά ότι θα προτιμούσε να σχεδιάσει τρισδιάστατες αναπαραστάσεις της αλλαγής, με τις δύο κατευθύνσεις ενός συστήματος συντεταγμένων (ένας «σταυρός» γραμμών) να υποδεικνύουν δύο «προεκτάσεις», δηλαδή του «υποκειμένου» και της «διάρκειας», και μια ορθογώνια, τρίτη κατεύθυνση («ύψος») να υποδεικνύει την «ένταση», δηλαδή τον βαθμό έντασης. Όμως, δουλεύοντας σε χαρτί και με τις τεχνικές της εποχής του, ο Oresme αναγκάστηκε να περιοριστεί σε δύο διαστάσεις.

Όσο για την κληρονομιά αυτής της πορείας σκέψης θα φανεί αργότερα. Εδώ αρκεί να αναφέρουμε μόνο πως, στην «Τρίτη Ημέρα» του Discourses of Two New Sciences (1638) όταν Γαλιλαίος ξεκινάει με μια απόδειξη και ένα διάγραμμα που μοιάζουν εντυπωσιακά με αυτά του Oresme, και προχωράει στον τύπο για την απόσταση σε μια ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση που αρχίζει από την ηρεμία, και από αυτόν αποδεικνύει το νόμο των περιττών αριθμών.

1.3.6 Αιτιακή «Δυναμική» Ανάλυση της Κίνησης

Αφού εξετάσαμε τη μεταβολή της «τοπικής κίνησης» από την πλευρά της «κινηματικής» και την συνεισφορά σε αυτόν τον τομέα των αναλύσεων από την ομάδα του Κολλεγίου του Μέρτον και τον Oresme, σειρά έχει η ανάλυση της κίνησης υπό το πρίσμα της «δυναμικής», δηλαδή μιας αιτιακής ανάλυσης της κίνησης.

Σημείο εκκίνησης αυτής της ανάλυσης όπως αναφέρεται και στον Lindberg (1997, σ.428) είναι η αριστοτελική αρχή πως κάθε κίνηση ενός σώματος έχει ανάγκη κάποιο κινούν όπως επίσης η διάκριση της κίνησης σε φυσική και εξαναγκασμένη. «Φυσική» όπως είδαμε ονομάζεται η κίνηση κατά την οποία ένα αντικείμενο κινείται ακολουθώντας την ίδια του τη φύση προσπαθώντας να φτάσει τον φυσικό του τόπο, ενώ αν προκύψει μια κίνηση προς οποιαδήποτε άλλη κατεύθυνση αυτή θεωρείται «εξαναγκασμένη» και προκύπτει από την συνεχή επαφή μια εξωτερικής δύναμης στο αντικείμενο. Επομένως η φυσική κίνηση ενός αντικειμένου καθοδηγείται από μια εσωτερική αρχή ενώ η εξαναγκασμένη κίνησή του από μια εξωτερική δύναμη σε συνεχή επαφή με αυτό.

Όμως οι αμφιταλαντεύσεις του ίδιου του Αριστοτέλη στα Φυσικά για το αν η εσωτερική φύση του σώματος είναι αρκετή για την κίνηση δημιούργησαν ένα κενό το οποίο θα έμελλε να απασχολήσει τους επόμενους ερευνητές της κίνησης. Έμμεσα είδαμε πως ο Αριστοτέλης κατέληγε και επιχειρηματολογούσε υπέρ της θεώρησης ότι κίνηση εντός του κενού ήταν αδύνατη και γενικότερα ότι δεν υφίσταται κενό δηλαδή ότι το σύμπαν είναι πλήρες.

Πρώιμα σημεία τριβής με την αριστοτελική θεωρία (Αβερρόης, Αβικέννας, Ακινάτης, Φιλόπονος)

Χωρίς να αναπτύξουμε αναλυτικά το ιστορικό της «δυναμικής» προσέγγισης, αλλά σε αδρές γραμμές όμως, τον 11^{ο} και 12^{ο} αιώνας οι αμφιταλαντεύσεις στα παραπάνω ζητήματα του Αριστοτέλη έκαναν στον αραβικό κόσμο τους Αβερρόη και Αβικέννα να εναντιωθούν στον Αριστοτέλη διαχωρίζοντας το κινούν ως την μορφή και το κινούμενο ως την ύλη. Ενώ στη Δύση ο Θωμάς Ακινάτης (1225-1274), όπως διαβάζομε στον Lindberg (1997, σ.428) θα υποστηρίξει πως δεν υπάρχει διαχωρισμός μορφής-ύλης παρά μόνον πως στη φυσική κίνηση απαιτείται το κινούν μόνο για την γένεση της κίνησης καθώς έπειτα το αντικείμενο ακολουθεί την φυσική ροή των πραγμάτων. Ο Ακινάτης διαφωνούσε με την άποψη του Αβερρόη και του Αβικέννα, ότι το κινούμενο διαχωρίζεται από την κινούσα αιτία κατ' αντιστοιχία με τη διάκριση ύλης και μορφής. Ο Ακινάτης αρνήθηκε τη διάκριση αυτή, καθώς η ύλη και η μορφή γι' αυτόν ήταν αδιαχώριστα. Υποστήριξε ακόμα ότι στην περίπτωση που ένα σώμα βρίσκεται σε φυσική κίνηση τότε το κινούν του είναι η αιτία της αρχικής γένεσης και του σχηματισμού του σώματος μακριά από το φυσικό του τόπο. Από το σημείο αυτό και μετά το σώμα δε χρειάζεται την άμεση επαφή κάποιου κινούντος, αλλά απλώς ακολουθεί τη φυσική του τάση, δηλαδή την επιστροφή στο φυσικό του τόπο. Υποστήριξε επίσης ότι η κίνηση σε ένα δίχως αντίσταση μέσο, δηλαδή στο κενό, θα είναι πεπερασμένη και συνεχής. Τις θέσεις του αυτές τις θεμελίωσε, όπως πρωτύτερα είχε κάνει και ο Αβεμπάτσε. (Γαβρόγλου, 2003, σ. 141)

Το πρόβλημα του βέλους

Όμως το σημείο της αριστοτελικής θεωρίας το οποίο ήταν πιο εκτεθειμένο ήταν αυτό της κίνησης των βλημάτων, ως παράδειγμα θα χρησιμοποιήσουμε την κίνηση ενός βέλους μετά τη ρίψη του από το τόξο.

Ο Αριστοτέλης απαντά στο παραπάνω πρόβλημα θεωρώντας πως το μέσο είναι το αίτιο της κίνησης, δηλαδή το τόξο θα προσδώσει τη δύναμη στο βέλος με τέτοιο τρόπο που το βέλος θα είναι σε συνεχή επαφή με μια περιβάλλουσα σε αυτό δύναμη, δηλαδή η δύναμη που μεταδίδεται από το τόξο και θα είναι το μέσο κίνησης του βέλους.

Παρ 'όλα αυτά μέχρι να φτάσουμε στον ύστερο Μεσαίωνα, ο Ιωάννης Φιλόπονος, μονοφυσίτης, εκκλησιαστικός συγγραφέας και φιλόσοφος τον 6ο αι. μ.Χ. έχοντας νεοπλατωνικές θέσεις επηρεάστηκε από την αριστοτελική φιλοσοφία και της ασκεί σφοδρή κριτική. Μάλιστα εκατό χρόνια μετά το θάνατό του καταδικάστηκε από την ΣΤ' Οικουμενική Σύνοδο. (Γαβρόγλου, Κ. ,2003, σ. 135-136). Έρχεται σε ρήξη με τις θέσεις του Αριστοτέλη και ισχυρίζεται πως το μέσο δρα ως αντίσταση, και άρα συμπληρώνουμε από την πλευρά μας αν αυτό δρα αντιπαραθετικά δεν μπορεί να είναι μέσο μετάδοσης μια δύναμης όπως ισχυρίζεται ο Αριστοτέλης. Επομένως η κίνηση δεν μπορεί να έχει εξωτερικό κινούν παρά μόνο μια εσωτερική δύναμη που είναι υπεύθυνη για την κίνηση του.

Σύμφωνα με τις υποθέσεις του μία άυλη κινητήρια ώθηση, η οποία μεταδίδεται από ένα αρχικό κινούν σε ένα σώμα (πέτρα ή βλήμα), ήταν η αιτία συνέχισης της κίνησης. Η εντυπωμένη αυτή δύναμη, η οποία σταδιακά εξασθενούσε διαχεόμενη στο περιβάλλον, αποτελούσε την κινητήρια ώθηση, ενώ το σώμα αποτελούσε την αντίσταση. Το εξωτερικό μέσο, ο αέρας, συνέβαλε λίγο ή καθόλου σ΄αυτή τη διαδικασία. Με τον τρόπο αυτό ο Φιλόπονος επαναδιατυπώνει το πρόβλημα της κίνησης μέσω της *εσωτερικής ενόρμησης*. Από τη στιγμή που η εντυπωμένη εσωτερική δύναμη του σώματος είναι μη μόνιμη, η κίνησή του στο κενό θα είναι πεπερασμένη και μη στιγμιαία. Η κίνηση των σωμάτων λοιπόν πραγματώνεται σ' έναν απολύτως ακίνητο, τρισδιάστατο κενό χώρο. Όπως διαβάζουμε και στον Γαβρόγλου (2003, σ. 135-136), ένα σώμα κινείται αφήνοντας πίσω του ίσης έκτασης κενό χώρο, ενώ διαδοχικά καταλαμβάνει και πάλι μπροστά του ίσης έκτασης κενό χώρο.

Οι θεωρίες του Φιλόπονου μεταφράστηκαν στον αραβικό κόσμο ακολουθώντας το μεταφραστικό κίνημα, αναλυτικά στοιχεία θα βρούμε στο *Gutas (1998, σ.* 1-26*)* και έφτασαν στον 13ο αιώνα όπου και απορρίφθηκαν από τους Θωμά Ακινάτη και Ρογήρο Βάκωνα (1220-περ. 1292). Παρ' όλα αυτά επιλέγουμε να ασχοληθούμε με αυτές αφού στη λατινική δύση με αυτόν τον παράδοξο τρόπο έγιναν κομμάτι της αριστοτελικής κληρονομιάς για την μελέτη της κίνησης.

Ακολουθώντας την έννοια της «ενόρμησης» - «impetus»

Αρχικά οι πρώτοι που επιχειρηματολόγησαν υπέρ της θεωρίας του impetus είναι ο Peter J. Olivi (1248-1298) και ο Francis of Marchia (1290-1344) και έπειτα του Jean Buridan έφτασαν να δημιουργήσουν μια νέα θεωρία για την εντυπωμένη δύναμη, αυτή του «impetus», της «όρμησης» ή «ενώθησης» ή «ορμής», αλλά χωρίς να συνδέεται με τη σύγχρονη έννοια του «momentum».

Δεν ξέρουμε ακριβώς από πού πήρε ο Buridan την ιδέα του impetus, αλλά μια λιγότερο επεξεργασμένη έννοια της εντυπωμένης δύναμης μπορεί να βρεθεί στη διδασκαλία του Αβικέννα για το mail (κλίση). Ο Αβικέννας (980–1037) στα έργα του καταπιάνεται με τη λογική, τη γεωμετρία, τη φυσική και τη μεταφυσική και προώθησε τη θεωρία του «mail», της εντυπωμένης δύναμης που θεωρείται μία συστηματικότερη επεξεργασία της εξήγησης του Φιλόπονου. Το mail όπως διαβάζουμε στον Γαβρόγλου (2003, σ.138) αποτελούσε ουσιαστικά όργανο της αρχικής κινητήριας δύναμης, ικανό να συνεχίζει τη δράση του στο σώμα, όταν η αρχική δύναμη έπαυε να επενεργεί. Ενώ ο Αβερρόης (1126 – 1198) μετά τον Αβικέννα υποστηρίζει πως η κίνηση δεν είναι κάτι διακριτό από το κινούμενο σώμα, αλλά αναφέρεται στη διαδικασία με την οποία ένα κινητό μεταβάλλει τη θέση του. Η κίνηση δηλαδή δεν αποτελεί ξεχωριστή παρούσα οντότητα. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται με τον όρο formae fluens (ρέουσα μορφή), ενώ η αντίθετη άποψη με τον όρο fluxus formae (ροή της μορφής) όπως είδαμε αρχικά στην ενότητα 1.3.1.

Εδραιώνοντας την έννοια του «impetus» τον $14^{ο}$ αιώνα, ο Jean Buridan

Ο Jean Buridan σε κείμενο του κατά τον ύστερο Μεσαίωνα ανέφερε :

«Πρέπει να συμπεράνουμε ότι το κινούν εντυπώνει στο κινούμενο σώμα ορισμένη ορμή, μια δύναμη που μπορεί να κινήσει το σώμα στην κατεύθυνση προς την οποία το ώθησε το κινούν, πάνω ή κάτω, πλάι ή κυκλικά. Η ταχύτητα του σώματος που κινείται είναι ανάλογη της δύναμης της ορμής που εντυπώνεται στο σώμα. Αυτή η ορμή κινεί την πέτρα από τη στιγμή που ο ρίπτης πάψει να την κινεί. Εξαιτίας, όμως, της αντίστασης του αέρα και της βαρύτητας της πέτρας, η οποία βαρύτητα τείνει να κινήσει την πέτρα σε κατεύθυνση αντίθετη από αυτήν που τείνει να την κινήσει η ορμή, η ορμή προοδευτικά εξασθενεί. Κατά συνέπεια, η κίνηση της πέτρας θα συνεχίσει να επιβραδύνεται, ώστε η ορμή να ελαττώνεται σε τέτοιο βαθμό ή να εκμηδενίζεται, σε βαθμό που η βαρύτητα της πέτρας να υπερνικά την ορμή και να κατευθύνει την πέτρα προς τη φυσική της θέση, προς τα κάτω. Θεωρώ ότι αυτή η εξήγηση πρέπει να γίνει αποδεκτή, αφού καμιά άλλη δεν φαίνεται αληθής, ενώ με αυτή συμφωνούν όλα τα φαινόμενα. Αν ρωτηθώ γιατί μπορώ να εκτοξεύσω μια πέτρα μακρύτερα από ένα φτερό, ένα κομμάτι σίδηρο ή μόλυβδο, που αντιστοιχεί στο μέγεθος της χούφτας, μακρύτερα από ένα κομμάτι ξύλο ιδίου μεγέθους, απαντώ ότι η αιτία είναι το ότι η υποδοχή όλων των μορφών και των φυσικών διαθέσεων βρίσκεται στην ύλη και οφείλεται σ' αυτή. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερη ποσότητα ύλης περιέχει ένα σώμα, τόσο μεγαλύτερη ενώθηση μπορεί να δεχθεί…. Αυτή, κατά τη γνώμη μου, είναι η αιτία που η φυσική πτώση των βαρέων σωμάτων επιταχύνεται συνεχώς. Στο αρχικό στάδιο της πτώσης η βαρύτητα κινεί το σώμα και πέφτει αργά. Όσο κινείται, η βαρύτητα εντυπώνει στο βαρύ σώμα μια ορμή που κινεί το σώμα ταυτόχρονα με τη βαρύτητα. Η κίνηση γίνεται ταχύτερη όσο μεγαλύτερη είναι η επιτάχυνση και τόσο ισχυρότερη γίνεται η ορμή». (J. Buridan, Quaestiones super octo Physicorum libros Aristotelis (περ.1328 ή περ.1340), VIII, 12.)

Ο Jean Buridan (1300–1358) ασχολήθηκε κυρίως με τη λογική, την οπτική και τη μηχανική. Σπούδασε φιλοσοφία στο Πανεπιστήμιο του Παρισιού κοντά στο νομιναλιστή φιλόσοφο Όκαμ.

Ακολουθούν συνοπτικά οι θέσεις του Buridan για την κίνηση και το «impetus».

Impetus

Η ισχύς του «impetus» ήταν ανάλογη της ταχύτητας του αντικειμένου και της ποσότητας της ύλης που είχε αυτό. Όπως περιγράφεται παραπάνω, ο Buridan υποστήριξε ότι ένα βαρύ ή πυκνό σώμα έχει μεγαλύτερη ποσότητα ύλης από ένα ελαφρύ ή αραιό με αποτέλεσμα να αποκτά μεγαλύτερο «impetus» (ενόρμηση). Επομένως, από δύο σώματα ιδίου όγκου με διαφορετική ποσότητα ύλης, το σώμα με την μεγαλύτερη ποσότητα ύλης θα διανύσει μεγαλύτερη απόσταση.

Σε περίπτωση που ένα σώμα τεθεί σε κίνηση, δίχως να υπάρχουν εξωτερικές αντιστάσεις, τότε αυτό θα κινούνταν απεριόριστα και πιθανώς ευθύγραμμα με ομοιόμορφη (ομαλή) ταχύτητα. Η ενόρμηση του σώματος θα παρέμενε σταθερή, ενώ στο σώμα θα κυριαρχούσε η τάση να κινηθεί κατά φύση, εφόσον δε θα συνέτρεχε λόγος να μεταβάλει την διεύθυνσή του αλλά ούτε και την αρχική ταχύτητά του.

Κίνηση και Impetus

Ακόμα, έστω και αν μπορούμε να καταλήξουμε από τη θεωρία του Buridan στην ύπαρξη ευθύγραμμης ομαλής κίνησης σε ένα χώρο δίχως εξωτερικές αντιστάσεις, ο ίδιος δε δέχεται τη δυνατότητα της συνεχούς κίνησης με πεπερασμένη ταχύτητα στο κενό. Η έννοια της απεριόριστης, ομοιόμορφης, ευθύγραμμης κίνησης στο κενό, που αποτελεί ουσιώδες συστατικό της αδράνειας, δεν μπορούσε να γίνει αποδεκτή στο πλαίσιο της προβληματικής του $14^{ου}$ αιώνα, ένα πλαίσιο δομημένο με βάση τις αρχές και τον τρόπο σκέψης της αριστοτελικής φιλοσοφίας. Αντίθετα, η έννοια της απεριόριστης κυκλικής κίνησης δεν προκαλεί πρόβλημα, καθότι είναι παρατηρήσιμη στις ουράνιες κινήσεις.

Ελεύθερη Πτώση και Impetus

Το ζήτημα της ελεύθερης πτώσης των σωμάτων αντιμετωπίσθηκε και αυτό τον ύστερο μεσαίωνα. Η βαρύτητα και η ελαφρότητα θεωρήθηκαν ως δυο αντιτιθέμενες δυνάμεις και το αποτέλεσμα ήταν ότι στην ελεύθερη πτώση η βαρύτητα δρούσε ως κινητήρια δύναμη υπεύθυνη για την πτώση των σωμάτων. Η κίνηση δε που εκτελούνταν κατά την πτώση ήταν ομοιόμορφα επιταχυνόμενη σύμφωνα με τον ορισμό που της δόθηκε από τους μαθηματικούς του κολλεγίου Merton.

Ο Buridan εξήγησε το φαινόμενο της πτώσης εντός του πλαισίου της θεωρίας του «impetus» υποστηρίζοντας ότι η βαρύτητα, εκτός του ότι ξεκινά την κίνηση του σώματος, προκαλεί επιπλέον «impetus» σε αυτό, με αποτέλεσμα την σταδιακή αύξηση της ταχύτητας του. Ως συμπέρασμα προέκυψε ότι το «impetus» ήταν ανάλογη της ταχύτητας. Παρατήρησε ότι το βάρος παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια πτώσης ενός σώματος και υπέθεσε ότι αυτό αποτελεί την αιτία της φυσικής ομοιόμορφης πτώσης (ελεύθερη πτώση). Η επιτάχυνση αντίστοιχα προκαλείται από συσσωρευμένες αυξήσεις της ενόρμησης. Η εξήγηση που δίνει ο Buridan, σύμφωνα με τον Γαβρόγλου (2003, σ.144) βρίσκεται στο πλαίσιο του αριστοτελικού συστήματος, γιατί θεωρεί τη δύναμη πάντα ανάλογη προς την ταχύτητα. Αντίθετα ο μαθητής του Buridan, ο Nicole Oresme, υποστήριξε ότι το «impetus» δεν ήταν μόνο ανάλογη της ταχύτητας αλλά και της επιτάχυνσης.

Τα όρια τ□ς θεωρίας του impetus για τον Buridan

Όμως, παρά τη φανερά εξελιγμένη έννοια που παρουσίασε, ο Buridan δεν κατάφερε με την έννοια impetus να μεταμορφώσει την επιστήμη της μηχανικής. Ο Duhem ισχυρίζεται ότι ήταν πρόδρομος του Γαλιλαίου, όμως ο Buridan παρέμεινε αριστοτελικός σε πολλά άλλα ζητήματα, συνεχίζοντας να υποστηρίζει ότι η κίνηση και η ηρεμία είναι αντίθετες καταστάσεις των σωμάτων και ότι ο κόσμος έχει πεπερασμένη έκταση. Σύμφωνα με τον □upko (2024) ο Buridan φαίνεται ότι, αν και γνώριζε αδυναμίες της αριστοτελικής φυσικής φιλοσοφίας, προσπάθησε να επαναδιαμορφώσει όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μέρος της απέναντι σε μια ταχέως μηχανοκρατική κοσμοθεωρία

Η περιγραφή της κίνησης από τον Buridan συνάδει με την προσέγγισή του στη φυσική επιστήμη, η οποία είναι εμπειρική, με την έννοια ότι δίνει έμφαση στην αποδεικτικότητα των φαινομένων, στην αξιοπιστία των εκ των υστέρων τρόπων συλλογισμού και στην εφαρμογή φυσιοκρατικών τροπών ή μοντέλων εξήγησης, όπως η έννοια της impetus , σε μια ποικιλία φαινομένων. Αν και δεν ήταν αυστηρά μαθηματική, σύμφωνα με τον Franklin (1976,σ. 529-545) η θεωρία αυτή έθεσε τις βάσεις για τις μεταγενέστερες μαθηματικές επεξεργασίες της κίνησης των βλημάτων, παρέχοντας ένα εννοιολογικό πλαίσιο που αμφισβητούσε την αριστοτελική απαίτηση για συνεχή επαφή μεταξύ κινούμενου και κινούμενου αντικειμένου.

Αργότερα, ο Λεονάρντο ντα Βίντσι (1452-1519) χρησιμοποίησε την έννοια της impetus για να αναπτύξει μια θεωρία της κίνησης των βλημάτων που αποτελείται από τρία στάδια. Το πρώτο είναι μια καθαρή βίαιη κίνηση στην οποία κυριαρχεί η ορμή, το τελευταίο είναι η φυσική καθοδική κίνηση και το ενδιάμεσο είναι μια σύνθεση αυτών των δύο. Ο Tartaglia, στο έργο του για τη μηχανική που δημοσιεύθηκε το 1537, βελτίωσε τη θεωρία προτείνοντας ότι στο πρώτο στάδιο η κίνηση είναι ευθύγραμμη, το τελευταίο είναι κατακόρυφο και το ενδιάμεσο είναι ένα τόξο περιφέρειας που ενώνει το πρώτο και το τελευταίο στάδιο. Για περισσότερα στο R. Dugas, A History of Mechanics (1955).

1.3.7 Οι δυνατότητες για μια ποσοτική έκφραση της «δυναμικής» ανάλυσης

Η «δυναμική» προσέγγιση της κίνησης όμως, όπως διαβάζουμε στο Lindberg (1997, σ. 431) φαίνεται να μην παρουσιάζει σαφείς προτάσεις σε ότι αφορά την δυνατότητα ποσοτικής έκφρασης των αιτιωδών-δυναμικών σχέσεων όπως για παράδειγμα της αντίστασης, της δύναμης και της ταχύτητας. Ή ίσως να μην παρουσιάζει την ανάλογη έστω και πρώιμη στροφή στην μαθηματικοποίηση της κίνησης όπως με την «κινηματική» ανάλυση.

Ο Αριστοτέλης εκφράζει μια ποικιλία εκφράσεων που αντηχούν ένα ποσοτικό περιεχόμενο όπως:

- Όσο μεγαλύτερο το βάρος του σώματος που πέφτει, τόσο ταχύτερη η κίνηση του

- Όσο μεγαλύτερη η αντίσταση που συναντά ένα σώμα που πέφτει τόσο βραδύτερη είναι η κίνηση του
- Όσο μικρότερο είναι ένα κινούμενο αντικείμενο, τόσο πιο γρήγορα θα το κινήσει μια δεδομένη δύναμη.

O Lindberg (1997, σ.431) συνεχίζοντας αναφέρει πως η προσπάθεια των ιστορικών να συνθέσουν θέσεις όπως οι παραπάνω του αποδίδουν την άποψη πως η ταχύτητα είναι ανάλογη της δύναμης και αντιστρόφως ανάλογη της αντίστασης.

Με σύγχρονους όρους: $\text{Ταχύτητα} \propto \frac{Δύναμη}{Αντίσταση}$

Παρ' όλα αυτά συμφωνώντας με τον Lindberg (1997, σ. 432), αυτή ή άποψη ενέχει κινδύνους για την απόδοση στοιχείων αναχρονισμού στις αριστοτελικές θέσεις.

Αφενός μεν γιατί ο Αριστοτέλης δεν είχε σαφή ορισμό της ταχύτητας, φιλοσοφικό ή επιστημονικό, όπου να επιδέχεται την απόδοση ποσοτικών τιμών, αφετέρου δε όπως αναφέρει παρακάτω ο Lindberg (1997. σ.432), δε θα συμφωνούσε πως η σχέση ισχύει για κάθε τιμή Δύναμης ή Αντίστασης. Για παράδειγμα η ιδέα μια κίνησης με άπειρη ταχύτητα είναι άτοπη αφού είναι αδύνατον να υπάρξει κενό. Το σώμα, εφόσον η κίνηση του θα ήταν ακαριαία από σημείο σε σημείο θα σήμαινε πως μπορεί να είναι σε 2 σημεία ταυτόχρονα πράγμα άτοπο.

Άρα στο κενό, όπου δεν υπάρχει αντίσταση, τα βαρύτερα σώματα θα διανύσουν την ίδια απόσταση πιο γρήγορα με μόνο καθοριστικό παράγοντα το βάρος τους.

Όσον αφορά την ελεύθερη πτώση των σωμάτων, ο Benedetti εξέφρασε την αντίθεσή του με τον Αριστοτέλη σε μια δημοσίευση του 1554. Θεωρούσε ότι δύο σώματα διαφορετικού βάρους και του ίδιου είδους πέφτουν από το ίδιο ύψος σε ίσους χρόνους, ο Benedetti, μιλάει για σώματα από το ίδιο υλικό, όπως ο μόλυβδος ή το ξύλο.

Η άποψη του Benedetti , και του Γαλιλαίου αργότερα, για την πτώση των σωμάτων δεν αφορούσε την αιτία της πτώσης, η οποία παρέμενε η ίδια με εκείνη που υποστήριζε ο Αριστοτέλης. Ούτε αφορούσε το είδος της κίνησης που συμβαίνει κατά την πτώση. Αλλά πριν από τον Γαλιλαίο, ήταν ήδη σαφές ότι η ταχύτητα αυξάνεται κατά τη διάρκεια της πτώσης, όπως δήλωσαν οι Jordanus, Buridan και Oresme. Ο Αλβέρτος της Σαξονίας θεωρούσε ότι η ταχύτητα είναι ανάλογη τόσο της απόστασης όσο και του χρόνου. Ο Ιωάννης Φιλόπονος και εδώ έρχεται πάλι να επιτεθεί στον Αριστοτέλη και την απόδειξη του κενού μέσω της κίνησης και ισχυρίζεται πως ο χρόνος καθόδου για ένα σώμα που πέφτει στο περιβάλλον κάποιο μέσου είναι αντιστρόφως αναλόγως προς το βάρος.

Το πρόβλημα του «κενού»

Η αρχή ότι η φύση αποστρέφεται το κενό εμφανίστηκε τον δέκατο τρίτο αιώνα και αποτέλεσε αντικείμενο συζήτησης στη φυσική φιλοσοφία μέχρι τον δέκατο έβδομο αιώνα. Εντός αυτής της περιόδου, το κενό κατανοήθηκε με την έννοια που του έδωσε ο Αριστοτέλης ως ένας τόπος που στερείται σώματος, ένας τόπος που δεν έχει τίποτα μέσα του. Παρά τον θετικό αυτό ορισμό ο Αριστοτέλης πίστευε ότι δεν υπάρχει, πεποίθηση που εκφράστηκε ως απέχθεια του κενού. Εδώ αναφέρουμε πως ο όρος αυτός μεταφράστηκε στα λατινικά ως κενό, από το οποίο με τη σειρά του προήλθε η λέξη κενό και το ιταλικό vacuo που χρησιμοποίησε αργότερα ο Γαλιλαίος.

Διακρίθηκαν δύο τύποι κενού: το διάμεσο και το εκτεταμένο. Το διάμεσο κενό σχετιζόταν με τη συμπύκνωση και την αραίωση. Περισσότερα μπορούν να αναζητηθούν στα πειράματα των: Νικόλαος του Autrecourt, Αβερρόη, Buridan,Marsilius of Inghen, Αβελάρδο του Μπαθ.

Με άλλα λόγια επανερχόμενοι στον Φιλόπονο, μας ενδιαφέρει η θεώρηση του για την συνέχεια αφού στρέφει το βέλος της αιτιότητας μέσω του βάρους στο ίδιο το σώμα.

Έτσι τον Φιλόπονο διαδέχεται ο Άραβας φιλόσοφος Αβεμπάτσε μόλις λίγα χρόνια μετά το θάνατο του Αβικέννα και πέθανε το 1138 ο οποίος υπήρξε ένας ακόμα εκπρόσωπος της αραβικής διανόησης στην Ισπανία που εναντιώθηκε σε παραδοχές του Αριστοτέλη και ήταν υποστηρικτής του Φιλόπονου. Αποκρούει τις επιθέσεις των Αβερρόη-Αβικέννα του μεν τη θεωρία διαχωρισμού ύλης-μορφής όπως είδαμε ενώ του δε τη θεωρία της τάσης ή κλίσης (mail) που αναλύσαμε προηγουμένως. Ο Αβεμπάτσε αρνήθηκε ότι ο μόνος λόγος που η κίνηση απαιτεί χρόνο για να πραγματωθεί οφείλεται στην ύπαρξη του περιβάλλοντος μέσου. Εάν κάτι τέτοιο συνέβαινε, όπως διαβάζουμε στο Γαβρόγλου (2003, σ.138), τότε τα ουράνια σώμα τα που κινούνται, χωρίς τίποτα να τους αντιστέκεται, θα έπρεπε να έχουν στιγμιαία ταχύτητα.

Οι θέσεις του Thomas Bradwardine

Έτσι και αυτή η διαμάχη έφτασε στη Δύση για να την παραλάβει και πάλι το Κολλέγιο του Μέρτον τον 14ο αιώνα και πιο συγκεκριμένα ο Bradwardine έχοντας ως αφετηρία μια μαθηματική διατύπωση αυτών των σχέσεων που έγιναν αντικείμενο διαμάχης. Ειδικότερα ο Thomas Bradwardine και ο Αλβέρτος της Σαξονίας διατύπωσαν μία υπόθεση. Σύμφωνα με αυτή, δύο σώματα διαφορετικού βάρους και μεγέθους, αλλά με την ίδια αναλογία ελαφρών και βαριών στοιχείων, θα πέσουν στο κενό με ίσες ταχύτητες λόγω της υλικής τους ομογένειας. Κάθε μονάδα ύλης των δύο σωμάτων είναι ταυτόσημη, αποτελείται, σύμφωνα με τον Γαβρόγλου (2003, σ.141) , από τον ίδιο λόγο βαριών προς ελαφρών στοιχείων.

Έτσι το 1328 ο Thomas Bradwardine στο έργο του Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus (Πραγματεία για τις αναλογίες των ταχυτήτων στης κινήσεις) προτείνει την εναλλακτική του θεωρία.

Σύμφωνα με τον Lindberg (1997, σ. 433) κατέληξε σε 3 σχέσεις-θεωρίες.

1η Θεωρία (Φιλόπονου-Αβεμπάτσε)

Ταχύτητα $\propto$ Δύναμη – Αντίσταση

Η θεωρία απορρίπτεται διότι αντιβαίνει στους ισχυρισμούς του Αριστοτέλη πως ένας ταυτόχρονος διπλασιασμός ταχύτητας και αντίστασης αφήνει ανεπηρέαστη την ταχύτητα.

2η Θεωρία (Αβερρόης)

Ταχύτητα $\propto \frac{Δύναμη - Αντίσταση}{Αντίσταση}$

3^η Θεωρία (Αριστοτέλης)

Ταχύτητα $\propto \frac{Δύναμη}{Αντίσταση}$

Η θεωρία απορρίπτεται διότι δεν προβλέπει την μηδενική ταχύτητα όταν η Αντίσταση είναι ίση με τη Δύναμη ή μεγαλύτερη από αυτή.

Για τον Bradwardine οι σχέσεις αυτές δεν είναι εκπεφρασμένες με μαθηματικά σύμβολα. Στόχος του ήταν, όπως και έκανε, να τις ανασκευάσει επισημαίνοντας πως είναι είτε άτοπες ή έχουν απαράδεκτες συνέπειες σύμφωνα με τον Lindberg (1997, σ. 433)

Στη θέση των παραπάνω ο Bradwardine προτείνει έναν εναλλακτικό «νόμο της δυναμικής».

Συνεχίζοντας ο Lindberg (1997, σ. 433) και τους Maier, A., Sargent, S. & Sargent, S. (1982, σ. 67-75) αναφέρει πως ο πιο εύκολος απόδοσης του νόμου είναι πως η Ταχύτητα αυξάνεται αριθμητικά καθώς ο λόγος $\frac{Δύναμη}{Αντίσταση}$ αυξάνεται γεωμετρικά. Δηλαδή για να διπλασιαστεί η Ταχύτητα θα πρέπει να υψωθεί στο τετράγωνο ο λόγος $\frac{Δύναμη}{Αντίσταση}$.

Όμως για να διαφανεί το όφελος από τις προσπάθειες του Bradwardine οφείλουμε να του αποδώσουμε τα όσα έκανε στο συγκεκριμένο εννοιολογικό πλαίσιο της εποχής του σε ότι αφορά τα μαθηματικά και τους αναγκαστικούς περιορισμούς που του έθετε αυτό.

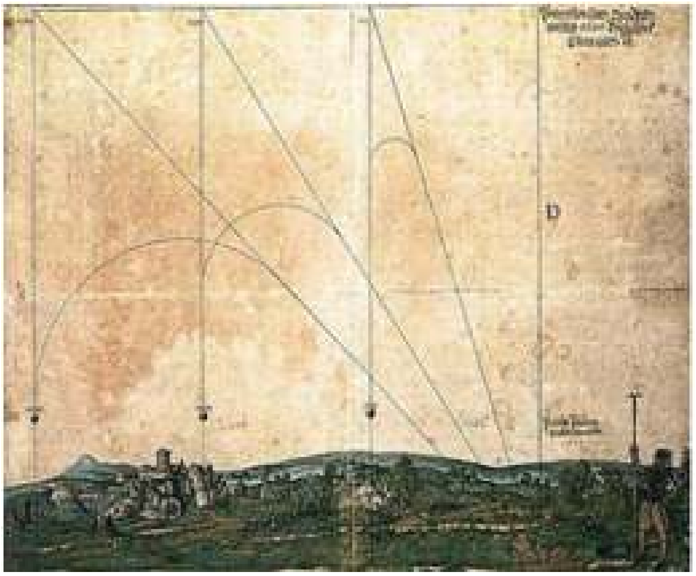
Πρωταρχικός του στόχος ήταν η ικανοποίηση της μαθηματικής συνέπειας και όχι την ικανοποίηση, ή την επιδίωξη ανάλογων πειραματικών αποτελεσμάτων βασισμένων στην εμπειρία. Αυτό από μόνο του είναι μεν περιοριστικό, αλλά ταυτόχρονα θέτει ένα άλλο πλαίσιο, μαθηματικό, εκκινώντας από την μελέτη της κίνησης ώστε να ακολουθήσει η ραγδαία μαθηματικοποίηση της φύσης τον 16^ο-17^ο αιώνα.

Ένα βασικό αίτημα της μεσαιωνικής φυσικής ήταν πως η Δύναμη πρέπει να είναι μεγαλύτερη της Αντίστασης για να παραχθεί κίνηση.

Ο Bradwardine ουσιαστικά δουλεύοντας πάνω στις αναλογίες μεγεθών έδωσε λύση σε ένα πρόβλημα που τα μαθηματικά δεν ήταν ακόμη έτοιμα να υποδεχτούν. Η σύνθεση του ενός λόγου στον άλλον για εμάς θα σήμαινε πολλαπλασιασμός των λόγων ενώ για τον ίδιο πρόσθεση των λόγων, ενώ αυτό που για τον ίδιο αποτελούσε διπλασιασμό του λόγου, για εμάς θα σήμαινε ύψωση του λόγου στο τετράγωνο σύμφωνα με τους Lindberg (1997, σ. 435) και AG Molland (1968, σ. 116-121)

Όπως παρατηρεί ο Katz (2013, σ.361-365) η περαιτέρω μελέτη των αναλογιών του Bradwardine θα απαιτούσε τη συστηματική μελέτη της σύνθεσης των λόγων που ακόμα γινόταν με τον Ευκλείδειο τρόπο, περισσότερα για την ευκλείδεια σύνθεση λόγων στο Νεγρεπόντης (2019, σ.31-83). Σε αυτό προχώρησαν αργότερα ο Ριχάρδος του Wallingford ,στο δεύτερο μέρος του έργου του «Quadripartium» , και είναι ο πρώτος που ορίζει τη σύνθεση ως πολλαπλασιασμό λόγων και καθιστά το αντίστροφο του, τη διαίρεση ικανή να εφαρμοστεί. Το ίδιο κάνει ο Oresme στα έργα «Algorismus proportionum» (Αλγόριθμος για τους λόγους) και στο «De proportionibus proportionum» (Για του λόγους των λόγων), ορίζοντας για πρώτη φορά πρακτικούς κανόνες για τον χειρισμό εκθετικών ποσοτήτων με κλασματικούς και άρρητους εκθέτες.

Ενώνοντας τις παραδόσεις, για τον Αλβέρτο της Σαξονίας



Σχήμα 12

Πριν κλείσουμε το παρόν κεφάλαιο και αναφορικά με τη δυναμική προσέγγιση, μια σημαντική θέση ανάμεσα στο έργο των υπολοίπων που αναφέρθηκαν κατέχει σίγουρα ο Αλβέρτος της Σαξονίας (Αλβέρτος του Helmstedt, Αλβέρτο του Rickmersdorf, Albertucius, «μικρός Αλβέρτος» , περ. 1320 - 1390).

Αφήνουμε τον Αλβέρτο για το τέλος σαν σύνοψη γιατί παρότι μπορεί να μην τοποθετείται ψηλότερα απ’ όλους σε όσα περιγράψαμε, όμως τόσο το αυτοτελές του έργο όσο και τα σχόλια του στον Αριστοτέλη για την κίνηση, τη «δυναμική» και τις αναλογίες συνοψίζουν με τον καλύτερο τρόπο αυτή την σύνθεση μαθηματικών, λογικής και νοητικών πειραμάτων κίνησης ως το πλαίσιο που θα υποδεχτεί τις επόμενες θεωρίες και πειράματα τον 16^{o} και 17^{o} αιώνα.

Ο Αλβέρτος όπως διαβάζουμε από τους Biard, Joël (1989, σ. 36–50) είναι επηρεασμένος από το διανοητικό κλίμα της εποχής του, ιδίως των Όκαμ και Heytesbury στη Λογική, αλλά και του Buridan. Έγραψε σχετικά με τις ιδέες του Bradwardine, του Oresme και άλλων. Τα σχόλιά του στα Φυσικά, στο «De caelo» ή στο «De generatione et corruptione» είναι κοντά στα σχόλια του Oresme και του Buridan. Συνολικά δημοσίευσε περίπου 30 κείμενα, τα οποία παρήχθησαν κυρίως κατά τη διάρκεια των ετών που δίδασκε στο Παρίσι, πολλά από αυτά ήταν σχόλια στα έργα του Αριστοτέλη. Ο Αλβέρτος ήταν μέρος μιας γενικής επιστημονικής τάσης που αναζητούσε τις πρώτες διατυπώσεις των αρχών της δυναμικής.

Έγραψε επίσης ένα δικό του έργο, το «Tractatus proportionum», μια πραγματεία για τις αναλογίες αφιερωμένη στην ανάλυση της κίνησης, επηρεασμένος σε μεγάλο βαθμό από την πραγματεία «De proportionibus velocitatum in motibus» του Thomas Bradwardine. Εκεί προσπαθεί να συνθέσει με τρόπο τα στοιχεία της θεωρίας των αναλογιών, εφαρμόζοντας τη θεωρία αυτή σε διάφορες μεταβολές (τοπική κίνηση, μεταβολή, αύξηση και μείωση). Η κίνηση για αυτόν όπως είδαμε πρέπει να μελετηθεί «από την άποψη της αιτίας» και «από την άποψη του αποτελέσματος».

Όσον αφορά την κίνηση των βλημάτων, τη βαρυτική επιτάχυνση και την κίνηση των ουράνιων σωμάτων, η θέση του Αλβέρτου είναι παρόμοια με τις θέσεις του Buridan, δηλαδή τη θεωρία του «impetus». Ο Αλβέρτος, όπως διαβάζουμε στο Drake (1975, σ. 347-

366), πίστευε ότι ένα βλήμα που εκτοξεύεται οριζόντια θα ταξιδέψει οριζόντια για μια ορισμένη απόσταση, στη συνέχεια θα ακολουθήσει μια καμπύλη διαδρομή για λίγο και στη συνέχεια θα πέσει κατακόρυφα. Κατά την πρώτη από αυτές τις τρεις φάσεις το σώμα κινούνταν με το δικό του «impetus», κατά τη δεύτερη φάση άρχισε να επιδρά η βαρύτητα, και στο τελικό στάδιο η βαρύτητα ενεργούσε μόνο εφόσον η ώθηση είχε εξαντληθεί.

Παρ' όλα αυτά, διατυπώνει την ιδέα του «impetus» με πιο κλασικούς όρους ως virtus impressa (εντυπωμένη δύναμη) και virtus motiva (κινητήρια δύναμη). Ο Αλβέρτος δεν κάνει καμία δήλωση σχετικά με τη φύση αυτής της δύναμης, ισχυριζόμενος ότι αυτό είναι ένα ζήτημα μεταφυσικής.

Του άρεσε να κάνει πειράματα σκέψης. Για παράδειγμα, όπως διαβάζουμε στο Thijssen (2004, σ.18-42),σκέφτηκε τι θα συνέβαινε αν μπορούσε να δημιουργηθεί μια τρύπα στη Γη και μια πέτρα να πέσει από αυτήν. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η πέτρα θα περνούσε από το κέντρο της Γης και στη συνέχεια θα έπεφτε πίσω προς το κέντρο, συνεχίζοντας να ταλαντώνεται γύρω από το κέντρο με φθίνουσες ταλαντώσεις έως ότου εξαντληθεί η ώθηση της πέτρας. Εξετάζοντας τη θεωρία του για τα βλήματα, χαρακτηριστικά της εποχής στο **(Σχήμα 12)**, είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι υποστήριξε επίσης ότι ο αέρας θα μπορούσε να στηρίξει μια λογικά κατασκευασμένη μηχανή με τον ίδιο τρόπο που το νερό μπορεί να στηρίξει ένα πλοίο.

Ομοίως, ο Αλβέρτος θεωρείται μερικές φορές ότι στέκεται στο πλευρό του Όκαμ όσον αφορά τη φύση της κίνησης, απορρίπτοντας την ιδέα της κίνησης ως ροής (fluxus), θέση που είχε υιοθετήσει ο Buridan. Σε αντίθεση με τον Buridan, ο Αλβέρτος αντιμετωπίζει την τοπική κίνηση με τον ίδιο τρόπο όπως και την «αλλοίωση» (κίνηση σύμφωνα με την ποιότητα).

Στο έργο του αναφέρει επίσης το «Θεώρημα της μέσης ταχύτητας», η οποία είχε διατυπωθεί (αν και χωρίς να αποδειχθεί) στο «Tractatus de motu» του Heytesbury και είδαμε να έχει υιοθετηθεί από τον Nicolas Oresme.

Όπως και ο Oresme, ο Αλβέρτος, όπως διαβάζουμε στο Biard, Joél, (2023) υιοθετεί την ιδέα ότι η κίνηση μεταβάλλεται σύμφωνα με μια γεωμετρική πρόοδο, όταν η σχέση της κινητήριας δύναμης προς την αντίσταση μεταβάλλεται αριθμητικά. Η πραγματεία του είναι λιγότερο καινοτόμος από εκείνη του Oresme, αλλά πρόκειται για μια σαφή έκθεση που διαβάστηκε πολύ ευρέως.

Χάρη στον Αλβέρτο της Σαξονίας, πολλές νέες ιδέες που τέθηκαν στην παρισινή φυσική και κοσμολογία κατά τον ύστερο Μεσαίωνα έγιναν ευρέως γνωστές στην Κεντρική Ευρώπη. Η Φυσική του Αλβέρτου, πολύ περισσότερο από εκείνη του Oresme και ακόμη και του Buridan, ουσιαστικά εγγυήθηκε τη μετάδοση της παρισινής παράδοσης και στην Ιταλία, μαζί με τα έργα του Heytesbury και του John Dumbleton. Το σχόλιό του στο «De caelo» είχε επίσης μεγάλη επιρροή, επισκιάζοντας το σχόλιο του Buridan στο κείμενο αυτό. Ο Blasius της Πάρμας το διάβασε στην Μπολόνια μεταξύ 1379 και 1382. Λίγο αργότερα, γνώρισε ευρύ ακροατήριο στη Βιέννη. Η πραγματεία του για τις αναλογίες αναφερόταν συχνά στην Ιταλία, όπου, εκτός από τα κείμενα του Bradwardine και του Oresme, επηρέασε την εφαρμογή της θεωρίας των αναλογιών στην κίνηση. Σίγουρα ο Αλβέρτος πίστευε ότι πολλά μπορούν να εξηγηθούν με τα μαθηματικά και χρησιμοποίησε τη δυναμική του θεωρία για να προσπαθήσει να εξηγήσει φυσικά φαινόμενα όπως οι σεισμοί, οι παλίρροιες και η γεωλογία. Περισσότερα στοιχεία μπορούμε να βρούμε στο Biard, Joél, (2023).

1.4 Σύνοψη Κεφαλαίου 1

Σε αυτά τα πλαίσια η ομάδα του Merton, ο Buridan και Oresme καθώς και πλήθος άλλων ερευνητών όπως ο Αλβέρτος της Σαξονίας που είδαμε και ο Marsilius του Inghen, ο οποίος εργάστηκε και αυτός στο Παρίσι, συνέβαλε στην τελειοποίηση των εννοιών που σχετίζονται με την κίνηση, σύμφωνα με το Thijssen (2004, σ.264-283). Οι παραπάνω ανέπτυξαν κα εκλέπτυναν περαιτέρω τις ιδέες της κίνησης, της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και κατάφεραν να δώσουν απαντήσεις, χωρίς να κρίνονται φυσικά ως προς την εγκυρότητα τους, σε ευάλωτα, ασαφή σημεία της αριστοτελικής θεωρίας με πολλές φορές αντικρουόμενες θεωρίες.

Μπορεί μεν τα πλήγματα που δέχτηκε η αριστοτελική θεωρία προς το παρόν να φαίνονται διάσπαρτα αναλογιζόμενοι όλες τις άλλες εξελίξεις σε άλλους τομείς που δεν έχουμε αναφερθεί στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής (βιολογία, ιατρική, χημεία κ.α.) και να μην είναι καθοριστικά για τον πυρήνα της αιτιοκρατικής θεωρίας των μεταβολών, Παρ' όλα αυτά η μεγάλη εικόνα έστω και εκ των υστέρων αποκαλύπτει πως κάτι άλλαζε και όπως ο Lindberg (1997, σ. 436) αναφέρει, οι επόμενες γενιές θα αναλάβουν το καθήκον να θέσουν τα ερωτήματα στην ίδια τη φύση για να ανακαλύψουν αν είναι διατεθειμένη να αποδεχθεί το εννοιολογικό πλαίσιο που είχε διαμορφωθεί.

- **Συνοψίζοντας για την Κίνηση και την «Κινηματική» ανάλυση**

Αριστοτέλης (4ος αιώνας π.Χ.): Ταχύτητα πτώσης αυξάνει όσο το κινητό πλησιάζει στο κέντρο της γης κι όσο αυξάνει το μήκος πτώσης.

Φιλόπονος (6ος αιώνας): Διαφωνεί με Αριστοτέλη και κάνει τα πρώτα πειράματα.

Jordanus de Nemore (13ος αιώνας): Συνδυασμός αριστοτελικής φυσικής και μαθηματικής φυσικής του Αρχιμήδη

Merton College (14ος αιώνας): Αφηρημένη ανάλυση της κίνησης

Buridan (14ος αιώνας): Φύση επιτάχυνσης (όχι ποσοτικός νόμος για πτώση), ερμηνεία με βάση γενικής θεωρίας impetus.

Oresme (14ος αιώνας): Θεωρία του impetus, το impetus εξαρτάται από την ταχύτητα και τη διάρκεια της επιτάχυνσης.

- **Σύνοψή για την έννοια του impetus και την «Αιτιακή» ανάλυση**

Φιλόπονος (6ος αιώνας): αντίρρηση στον Αριστοτέλη (το μέσον ως αντίσταση και όχι ως κινούν).

Αβικέννας (10ος αι): θεωρία κλίσης (mail)

Olivi (13ος αιώνας): πρώτη θεωρία impetus στο βλήμα (αιτία κίνησης

Bradwardine (14^{ος} αιώνας): Μελέτη δυναμικής αριστοτέλειας κίνησης βάσει μαθηματικών υποθέσεων (Μέρτον).

Φραγκίσκος De Marchia (14^{ος} αιώνας): Μεταφέρει τη δρώσα δύναμη (εντυπωμένη) από το μέσο στο βλήμα.

Buridan (14^{ος} αιώνας): Το μέσον ως αντίσταση. Δεν δίνει μαθηματική εξήγηση για τη σχέση δύναμης και κινήσεως. Το impetus έχει μόνιμο χαρακτήρα.

- **Τα μαθηματικά αρχίζουν να μετασχηματίζουν τον πυρήνα και τη μεθοδολογία έρευνας στη φυσική φιλοσοφία.**

Έδωσαν την δυνατότητα απόκτησης μια ορισμένης προβλεπτικής δύναμης

Εκεί όπου η μετρήσεις ήταν αδύνατες να πραγματοποιηθούν μέσω μιας αναγκαίας αφαίρεσης και εξιδανίκευση των πραγματικών συνθηκών, δηλαδή μια νοητική-μη πειραματική διαδικασία η οποία θα δώσει τη δυνατότητα ποσοτικών μετρήσεων που τελικά θα επιτρέψει και την ενοποίηση των φαινομένων με τη χρήση νέων εργαλείων π.χ. γραφήματα και αναλογίες σε διαφορετικές συνθήκες καθώς επίσης.

Επέτρεψαν και επιτάχυναν τη σταδιακή μετάβαση από την ποιοτική στην ποσοτική ανάλυση

Μια από τις σημαντικότερες επιπτώσεις των μαθηματικών εξελίξεων αυτής της περιόδου ήταν η σταδιακή μετατόπιση από μια κυρίως ποιοτική σε μια πιο ποσοτική προσέγγιση στη μελέτη των φυσικών φαινομένων. Η αριστοτελική παράδοση, η οποία είχε κυριαρχήσει στη μεσαιωνική φυσική φιλοσοφία, βασιζόταν σε μεγάλο βαθμό σε ποιοτικές περιγραφές και λογικά επιχειρήματα. Η εισαγωγή μαθηματικών τεχνικών και εννοιών άρχισε να αλλάζει αυτό το παράδειγμα. Αυτή την αλλαγή «από τον Αυγουστίνο στον Γαλιλαίο» την αναλύει εκτενώς και ο Crombie (1992, σ.91) αλλά και ο Butterfield (2010) και ο Grant (2008).

Το θεώρημα της μέσης ταχύτητας, όπως είδαμε, παρείχε μια ποσοτική σχέση μεταξύ της απόστασης, της ταχύτητας και του χρόνου για ομαλά μεταβαλλόμενη(επιταχυνόμενη) κίνηση. Αυτό σηματοδότησε ένα κρίσιμο βήμα προς τη μαθηματικοποίηση της φυσικής, αποδεικνύοντας ότι οι αριθμητικές σχέσεις μπορούσαν να περιγράψουν και να προβλέψουν τα φυσικά φαινόμενα με μεγαλύτερη ακρίβεια από ό,τι μόνο τα ποιοτικά επιχειρήματα. Αυτή η στροφή προς την ποσοτική ανάλυση, ενθάρρυνε τους μελετητές να αναζητούν μετρήσιμα μεγέθη στις έρευνές τους για τη φύση και να εκφράζουν τις σχέσεις μεταξύ αυτών των μεγεθών με μαθηματικούς όρους. Επιπλέον, η έμφαση στην ποσοτική ανάλυση άρχισε να αλλάζει την ίδια τη φύση της επιστημονικής έρευνας. Αυτό έθεσε τα θεμέλια για την πειραματική μέθοδο που θα γινόταν κεντρικό στοιχείο της επιστημονικής πρακτικής τους επόμενους αιώνες (Crombie, 1992, σ.31-35).

Εξειδίκευση των εννοιών και των ορισμών

Η μαθηματική επεξεργασία της κίνησης και της μηχανικής κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου οδήγησε σε σημαντική βελτίωση των φυσικών εννοιών και ορισμών. Όροι όπως η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η δύναμη, οι οποίοι χρησιμοποιούνταν εντός ενός ασαφούς πλαισίου σε προηγούμενες περιόδους, άρχισαν να αποκτούν ακριβέστερες έννοιες μέσω της μαθηματικής τους διατύπωσης.

Για παράδειγμα είδαμε το έργο επιστημόνων όπως ο William Heytesbury και ο Richard Swineshead σχετικά με την ομαλή και μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση οδήγησε σε σαφέστερες διακρίσεις μεταξύ εννοιών όπως η μέση ταχύτητα και η στιγμιαία ταχύτητα.

Ομοίως, οι συζητήσεις γύρω από τις μαθηματικές σχέσεις του Bradwardine που συνδέουν τη δύναμη, την αντίσταση και την ταχύτητα συνέβαλαν σε μια πιο διαφοροποιημένη κατανόηση αυτών των εννοιών. Αν και η συγκεκριμένη διατύπωση του Bradwardine αποδείχθηκε αργότερα ότι δεν ήταν σωστή, η συζήτηση που προκάλεσε βοήθησε στην αποσαφήνιση των σχέσεων μεταξύ αυτών των θεμελιωδών φυσικών μεγεθών.

Αποτελούν μια ενεργή πρόκληση στην αριστοτελική φυσική

Η θεωρία του «impetus» του Buridan, αν και δεν ήταν αυστηρά μαθηματική, αμφισβήτησε την αριστοτελική αντίληψη ότι κάθε κίνηση απαιτούσε μια συνεχή κινητήρια δύναμη.

Τα γραφήματα που ανέπτυξε ο Oresme αποτέλεσαν επίσης πρόκληση για την αριστοτελική φυσική, αμφισβητώντας εμμέσως την αριστοτελική κατηγοριοποίηση της κίνησης σε φυσική και βίαιη-εξαναγκασμένη. Η πιο συνεχής θεώρηση της κίνησης θα αποδεικνυόταν ζωτικής σημασίας για την ανάπτυξη της σύγχρονης κινηματικής.

Ανάπτυξη νέων αναλυτικών εργαλείων

Η χρήση γραφικών σχημάτων από τον Oresme για την αναπαράσταση της έντασης των ιδιοτήτων με την πάροδο του χρόνου. Η χρήση της θεωρίας λόγων στην ανάλυση φυσικών προβλημάτων, όπως φαίνεται από το έργο του Bradwardine, αντιπροσώπευε επίσης μια σημαντική αναλυτική πρόοδο. Η προσέγγιση αυτή ενθάρρυνε την αναζήτηση μαθηματικών σχέσεων μεταξύ φυσικών μεγεθών, μια βασική πτυχή της σύγχρονης φυσικής θεωρίας.

Ανάδυση των μαθηματικών μοντέλων-καινοτομιών στη φυσική

Ίσως μία από τις σημαντικότερες επιπτώσεις των μαθηματικών εξελίξεων αυτής της περιόδου ήταν η εμφάνιση της ιδέας των μαθηματικών μοντέλων στη φυσική. Το έργο επιστημόνων όπως ο Bradwardine, ο Oresme και του Κολεγίου του Μέρτον έδειξαν ότι οι μαθηματικές σχέσεις μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή και την πρόβλεψη φυσικών φαινομένων. Αντιπροσώπευε έτσι ένα κρίσιμο βήμα προς τη σύγχρονη αντίληψη των φυσικών νόμων ως μαθηματικών σχέσεων.

Είχαν καταλυτική επίδραση στην κοσμολογία και την αστρονομία

Ενώ μεγάλο μέρος της μαθηματικής εργασίας για την κίνηση κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου επικεντρώθηκε στην υποσελήνια περιοχή στην οποία και επικεντρωθήκαμε, είχε επίσης σημαντικές επιπτώσεις στην κοσμολογία και την αστρονομία. Η εξέταση από τον Oresme της δυνατότητας περιστροφής της Γης, για παράδειγμα, έδειξε πώς η μαθηματική λογική μπορούσε να εφαρμοστεί σε κοσμολογικά ζητήματα. Ενώ ο Oresme απέρριψε τελικά την ιδέα της κινούμενης Γης, η προθυμία του να την εξετάσει μαθηματικά αποτέλεσε σημαντικό βήμα προς την κοπερνίκεια επανάσταση (Kren, 1968).

Μακροπρόθεσμο αντίκτυπο στην ανάπτυξη της Φυσικής

Η ιδέα ότι η φύση μπορεί να περιγραφεί με μαθηματικούς όρους και ότι τα μαθηματικά μοντέλα μπορούν να παράσχουν εικόνα της φυσικής πραγματικότητας, θα γίνει κεντρικό στοιχείο της επιστημονικής κοσμοθεωρίας που αναδύθηκε κατά τη διάρκεια της Αναγέννησης και της πρώιμης σύγχρονης περιόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ιστορική ανασκόπηση των ύστερων προσπαθειών μαθηματικοποίησης της κίνησης και της μηχανικής κατά την περίοδο $16^{ου}$ -$17^{ου}$ αιώνα

2.1 Σύντομη επισκόπηση της αριστοτελικής κοσμοθεωρίας και των περιορισμών της κατά το πέρασμα στον $16^{ο}$ και $17^{ο}$ αιώνα

Όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 1, η αριστοτελική κοσμοθεωρία ήταν κυρίαρχη στη δυτική σκέψη για σχεδόν δύο χιλιάδες χρόνια αφού παρείχε ένα πλαίσιο για την κατανόηση του φυσικού κόσμου. Ωστόσο είδαμε, καθώς προχωρούσε η Αναγέννηση, οι περιορισμοί αυτής της κοσμοθεωρίας γίνονταν όλο και πιο εμφανείς.

Σχήμα 1

Η φυσική του Αριστοτέλη ήταν κατά βάση ποιοτική και όχι ποσοτική. Στηριζόταν σε μεγάλο βαθμό στη λογική εξαγωγή συμπερασμάτων και στην παρατήρηση χωρίς τον αυστηρό μαθηματικό φορμαλισμό που θα χαρακτήριζε αργότερα τη σύγχρονη φυσική. Αυτή η προσέγγιση, αν και εμπειρική από πολλές απόψεις, συχνά οδηγούσε σε συμπεράσματα που δεν συμφωνούσαν με τα παραηρήσιμα αποτελέσματα όταν αυτά υποβάλλονταν σε πιο προσεκτική εξέταση.

Παρακάτω συνοψίζουμε τα κρίσιμα στοιχεία, αλλά και συγχρόνως τα όρια της αριστοτελικής φιλοσοφίας που αποτέλεσαν το σημείο τριβής τον ύστερο Μεσαίωνα μέχρι και τον $16^{ο}$ αιώνα.

Για το αιώνιο και πλήρες σύμπαν, την κίνηση και το κενό

Ο Κόσμος του Αριστοτέλη χαρακτηρίζεται από την απουσία κενού, παρουσιάζοντας μια πληρότητα τόσο στη χωρική όσο και στη χρονική του διάσταση. Επίσης, η αριστοτελική κοσμολογική θεώρηση υποστηρίζει ένα πεπερασμένο και σφαιρικό μοντέλο του σύμπαντος, όπου ο χώρος περιορίζεται αποκλειστικά εντός των ορίων αυτής της κοσμικής σφαίρας.

Η έννοια του χρόνου ορίζεται ως το μέτρο των μεταβολών που παρατηρούνται σε φυσικά συστήματα, είτε πρόκειται για εσωτερικές μεταβολές κατάστασης (όπως η θερμοκρασιακή μεταβολή), είτε για χωρικές μετατοπίσεις. Εν απουσία μεταβολών, η έννοια του χρόνου καθίσταται ανεφάρμοστη. Αυτή η εννοιολογική προσέγγιση του χρόνου αποτελεί αντικείμενο εκτενούς ανάλυσης στο έργο του Αριστοτέλη «Φυσικά», συγκεκριμένα στο Βιβλίο Δ, όπου εξετάζεται διεξοδικά η φύση και η λειτουργία του χρόνου στο πλαίσιο της φυσικής φιλοσοφίας.

Υπάρχει εν τέλει ένας αιώνιος κόσμος που είναι πεπερασμένος στον χώρο, όπως είδαμε στο προηγούμενο Κεφάλαιο 1, σχετικά με τη συζήτηση περί κίνησης και κενού και τα σχόλια εναντίωσης του Φιλόπονου σε αυτά τα επιχειρήματα.

Κατά τον Αριστοτέλη η ταχύτητα ενός σώματος:

- Είναι ανάλογη της δύναμης που το κινεί
- Είναι αντιστρόφως ανάλογη της αντίστασης, δηλαδή του μέσου εντός του οποίου επιτελείται η κίνηση
- Εξαρτάται από το μέγεθος, το σχήμα του σώματος και από την πυκνότητα του μέσου

Δηλαδή, η ταχύτητα ενός σώματος σε ελεύθερη πτώση είναι ανάλογη του βάρους του: το βαρύτερο σώμα πέφτει γρηγορότερα από το ελαφρύτερο. (Φυσικά Η, 249b 27 – 250b 7) και Περί Ουρανού VI, 273b και 274a 5 – 7)

Ο Αριστοτέλης απορρίπτει τα επιχειρήματα των ατομικών φιλοσόφων τα οποία χρησιμοποιούν την ύπαρξη της κατά τόπου κίνησης για να αποδείξουν την πραγματικότητα του κενού.

Η προαναφερθείσα αντιπαράθεση μεταξύ των εννοιών «Res Successiva» και «Fluxus Motus» αντικατοπτρίζει τη θεμελιώδη διαφωνία σχετικά με την ύπαρξη του κενού. Η αριστοτελική προσέγγιση συνδέεται στενά με την έννοια της «Res Successiva», η οποία αντιλαμβάνεται την κίνηση ως μια διαδοχική μεταβολή θέσεων στο χώρο. Αντιθέτως, η νεότερη επιστημονική σκέψη, όπως εκφράστηκε από τον Γαλιλαίο και τον Νεύτωνα, υιοθέτησε την αντίληψη του «Fluxus Motus», η οποία περιγράφει την κίνηση ως μια συνεχή ροή.

Διατυπώσεις της έννοιας της ορμής

Όπως ο Αριστοτέλης διατυπώνει:

«κανείς δεν θα μπορούσε να πει γιατί ένα σώμα, αφού ετέθη σε κίνηση, θα έπρεπε να σταματήσει κάπου· γιατί για ποιο λόγο θα έπρεπε να σταματήσει εδώ και όχι εκεί; Έτσι ώστε ένα σώμα είτε θα ηρεμεί, είτε θα πρέπει να κινείται επ᾽ άπειρον, εκτός και αν κάτι πιο ισχυρό το εμποδίσει». (Φυσικά, 215a 19-21)

Εδώ διατυπώνει ένα επιχείρημα που μπορεί να συνδεθεί με το έργο του Καρτέσιου και Τορικέλλι περί κίνησης, αδράνειας και ορμής. Περισσότερα για την ανάπτυξη της έννοιας της ορμής από τον Τορικέλλι μπορούμε να βρούμε στον Westfall (1992, σ.174). Θυμόμαστε εξάλλου ότι αυτός έθεσε την κρίσιμη ερώτηση για την κίνηση του βέλους και η οποία οδήγησε στις θεωρήσεις του «impetus» και τις διαμάχες μεταξύ Buridan και Όκαμ.

Η απάντηση του συμπυκνώνεται στη θεωρία της «περίστασης» ή «αντιπερίστασης». Ενώ το βέλος προχωράει, σπρώχνοντας τον αέρα από μπροστά, ο αέρας πηγαίνει από πίσω και αυτό ουσιαστικά σπρώχνει το βέλος προς τα εμπρός. Ο Αριστοτέλης ορίζει το συνεχές με βάση την επαφή:

«Περί δε των φερομένων έχει καλώς διαπορήσαι τινα απορίαν πρώτον. Ει γαρ παν το κινούμενον κινείται υπό τινος, όσα μη αυτά εαυτά κινεί, πώς κινείται ένα συνεχώς μη απτομένου του κινήσαντος, οίον τα ριπτούμενα;» (Φυσικά, 227a 10)

Όμως αφενός μεν τα νοητικά πειράματα όπως είδαμε π.χ. του Αλβέρτου της Σαξονίας, αλλά και η διανοητική σύλληψη της κίνησης και ειδικά της επιταχυνόμενης π.χ. στο Κολλέγιο Μέρτον μέσω μαθηματικών μοντέλων, αλλά και η εισαγωγή γραφημάτων όπως του Oresme τροποποιούν τους τρόπους, τη γλώσσα, τα όρια και τις δυνατότητες περιγραφής των κινήσεων, δηλαδή κρίσιμους όρους άρθρωσης της αριστοτελικής θεωρίας.

2.2 Η ανάγκη για ακριβέστερες μαθηματικές περιγραφές της κίνησης

Από πλευράς παρατήρησης όμως, όπως μας πληροφορεί ο Cohen (2013, σ.69), τα βελτιωμένα όργανα και οι τεχνικές άρχισαν να αποκαλύπτουν φαινόμενα που ήταν δύσκολο να συμβιβαστούν με τις αριστοτελικές εμπειρικές θεωρήσεις. Το τηλεσκόπιο, για παράδειγμα, αποκάλυψε ατέλειες στην επιφάνεια της Σελήνης και τις φάσεις της Αφροδίτης, αμφισβητώντας την αριστοτελική αντίληψη περί τέλειων ουράνιων σφαιρών.

Η εμφάνιση της μηχανοκρατίας και η στροφή προς τις μαθηματικές περιγραφές της φύσης συνδέθηκε στενά με την εμφάνιση της μηχανοκρατίας τον 17^{ο} αιώνα. Η μηχανοκρατία, η οποία επεδίωκε να εξηγήσει τα φυσικά φαινόμενα με όρους ύλης και κίνησης, ήταν εγγενώς πιο ανοιχτή σε μαθηματική επεξεργασία από την αριστοτελική προσέγγιση. Όπως υποστηρίζει ο Koyré (1989) και Koyré (1991, σ.15-32) η πλατωνική και η νεοπλατωνική παράδοση ειδικά μέσω του Γαλιλαίου έπαιξε καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της νέας επιστήμης, άνοιξε τον κόσμο στο άπειρο σύμπαν.

Μηχανοκρατία

Η μηχανοκρατία αποτελεί μια σύλληψη του κόσμου που εισήγαγε μια νέα προσέγγιση στην ερμηνεία των φυσικών φαινομένων, αποτελεί μια απάντηση σε έναν κόσμο που ακόμα υπάρχουν φαινόμενα που εξηγούνται βάσει «αποκρυφιστικών» δυνάμεων, χαρακτηριστικές είναι οι θεωρίες για το φαινόμενου του μαγνητισμού. Σύμφωνα με τη μηχανοκρατία, κάθε φυσικό φαινόμενο επιδέχεται μηχανιστικής εξήγησης. Η μηχανοκρατία όπως θα δούμε αποτέλεσε την πρώτη συστηματική προσπάθεια για τη μαθηματικοποίηση της φυσικής επιστήμης, παρά τα όρια και τις αντιφάσεις που και ή ίδια θα θέσει εν τέλει.

Ο κύριος εισηγητής και εκπρόσωπος αυτού του ρεύματος υπήρξε ο Καρτέσιος (René Καρτέσιος), ο οποίος διατύπωσε τις θεμελιώδεις αρχές της μηχανοκρατίας με φιλοσοφική αυστηρότητα. Οι βασικές θέσεις της μηχανοκρατικής θεωρίας, όπως αρθρώθηκαν από τον Καρτέσιο, περιλαμβάνουν:

1. Την αρχή της πληρότητας του κόσμου, η οποία αποκλείει την ύπαρξη κενού. Σύμφωνα με αυτή την αρχή, ο κόσμος συνίσταται από μια άπειρα διαιρετή ύλη που καταλαμβάνει το σύνολο του χώρου.

2. Την αρχή της άμεσης επαφής, η οποία υποστηρίζει ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ σωμάτων μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο υπό συνθήκες άμεσης γειτνίασης.

Οι υποστηρικτές της μηχανικής φιλοσοφίας (Mersenne, Gassendi, Hobbs κ.α., με αιχμή του δόρατος τον Ντεκάρτ, υποστήριζαν ότι ο φυσικός κόσμος μπορεί να κατανοηθεί ως μια πολύπλοκη μηχανή που λειτουργεί σύμφωνα με σταθερούς νόμους. Αυτή η αντίληψη σύμφωνα με τον Westfall (1992, σ.44-45) της φύσης ως μηχανισμού, ο καρτεσιανός δυϊσμός που απέκοψε το πνεύμα από την ύλη, ενθάρρυνε την αναζήτηση μαθηματικών σχέσεων που διέπουν τα φυσικά φαινόμενα κηρύσσοντας πόλεμο στον αποκρυφισμό της προηγούμενης ανιμιστικής περιόδου. Ανάγοντας τα πολύπλοκα φαινόμενα σε αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωματιδίων, με ευθείες αναφορές στην ατομική θεωρία, που διέπονται από νόμους της κίνησης, η μηχανιστική φιλοσοφία έκανε την εφαρμογή των μαθηματικών στη φυσική να φαίνεται όχι απλώς δυνατή, αλλά αναγκαία. Οι μηχανοκρατικές αρχές φαίνεται να μοιάζουν με τις απόψεις του Αριστοτέλη για την κίνηση εξ επαφής και το κενό, αλλά η μηχανιστική οπτική των πραγμάτων τροποποιεί ουσιαστικά τα προβλήματα.

Όπως αναλύσαμε προηγουμένως, η αριστοτελική παράδοση στη φυσική φιλοσοφία είχε ως ευάλωτο σημείο το προβλήματα συνεχούς μεταβολής. Αυτή η ανεπάρκεια γινόταν όλο και πιο προβληματική καθώς οι μελετητές άρχισαν να ασχολούνται με ζητήματα κίνησης, επιτάχυνσης και δύναμης με περισσότερες λεπτομέρειες.

Πρακτικά, οι απαιτήσεις τομέων όπως η ναυσιπλοΐα, η βαλλιστική και η μηχανική απαιτούσαν ακριβέστερες προβλέψεις από αυτές που μπορούσε να παρέχει η αριστοτελική φυσική. Ομοίως, η ανάπτυξη ισχυρότερου πυροβολικού δημιούργησε την ανάγκη για ακριβείς θεωρίες της κίνησης των βλημάτων. Χαρακτηριστική είναι η ζωή του Γαλιλαίου και οι τομείς που ασχολήθηκε για να έχει οικονομική στήριξη και να εξασφαλίσει τα προς το ζην, όπως επίσης και η άμεση εμπλοκή του Καρτέσιου με τον στρατό και τα περίφημα όνειρά του. Ο ίδιος τα περιγράφει μαζί με τις αρχές του φιλοσοφικού του συστήματος στο «Λόγος Περί Μεθόδου» (1976)

Έτσι ο τομέας της μηχανικής, που ασχολείται με την κίνηση και τις δυνάμεις, έπαιξε κεντρικό ρόλο στη μαθηματικοποίηση της φυσικής. Η μελέτη των σωμάτων που πέφτουν, των εκκρεμών και των βλημάτων παρείχε συγκεκριμένα προβλήματα που απαιτούσαν μαθηματικές λύσεις. Για παράδειγμα, το ερώτημα για το πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος που πέφτει με την πάροδο του χρόνου δεν μπορούσε να απαντηθεί επαρκώς στο αριστοτελικό πλαίσιο. Αυτό το πρόβλημα θα οδηγούσε τελικά τον Γαλιλαίο στο πρωτοποριακό έργο του για την επιτάχυνση, ανοίγοντας το δρόμο για τους νόμους της κίνησης του Νεύτωνα.

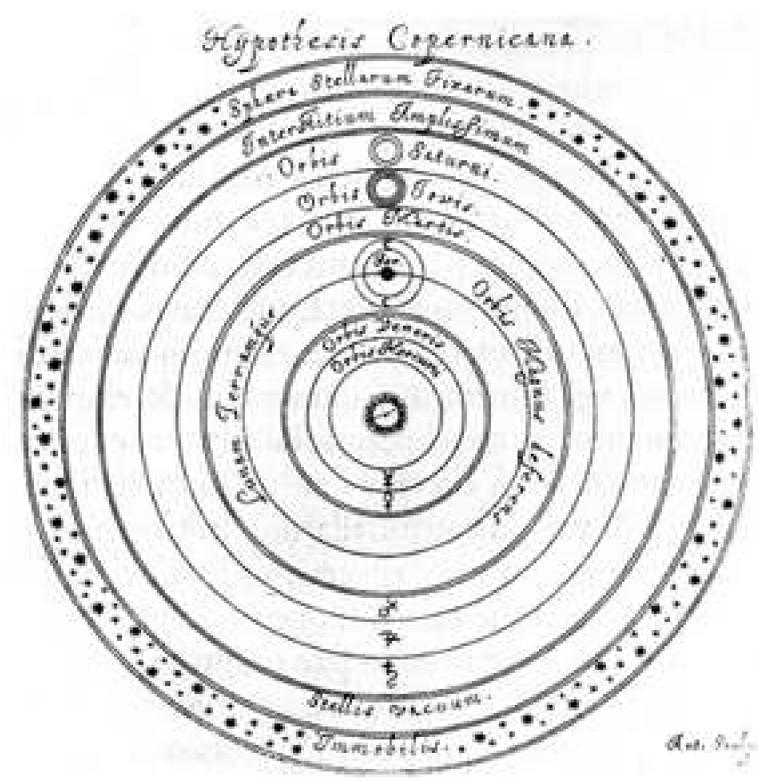
Ομοίως, η μελέτη των εκκρεμών, παρείχε ένα πρότυπο σύστημα για την εφαρμογή της μαθηματικής ανάλυσης στα φυσικά φαινόμενα. Όπως υποστηρίζει ο Kuhn (2008, σ.198), *«τα εκκρεμή δημιουργήθηκαν από κάτι που μοιάζει πολύ με μια εναλλαγή gestalt ως απόρροια του παραδείγματος»*. Δηλαδή η εννοιολογική μεταβολή από τις κινούμενες πέτρες του Αριστοτέλη ως παρατηρησιακό δεδομένο μέχρι το εκκρεμές του Γαλιλαίου ως μέσο μέτρησης για τον Kuhn συμπυκνώνει μια εικόνα με πολλές αναγνώσεις, αλλά κυρίως μια ολόκληρη αλλαγή παραδείγματος.

Κατά τον Koyré (1991, σ.30), πρόδρομος της νεότερης φυσικής δεν ήταν ούτε ο Buridan ούτε ο Oresme ή ο Φιλόπονος αλλά ο «θείος» Αρχιμήδης (287–212 π.Χ.) Η νέα ώθηση στις μελέτες τους δόθηκε όταν άρχιζαν να εκδίδονται ορισμένα έργα Ελλήνων μαθηματικών, μεταξύ των οποίων και του Αρχιμήδη το 1543. Η έκδοση των έργων του επηρεάζει με ένα ριζικό τρόπο πολλούς στοχαστές της Αναγέννησης σε δύο κυρίως σημεία. Η θεωρία του Αρχιμήδη περί υδροστατικής καταλύει τη θεμελιώδη αριστοτελική διάκριση μεταξύ ελαφρότητας και βαρύτητας. Η δε γεωμετρική μέθοδος, που με τόση μαεστρία χρησιμοποίησε στις μελέτες του, δημιουργεί την πεποίθηση ότι ήταν δυνατό να εφαρμοστεί στη φύση ένα «εργαλείο» πολύ πιο εκλεπτυσμένο και πηγαίο από τη σχολαστική λογική που χρησιμοποιούσαν οι μεσαιωνικοί φιλόσοφοι.

Για να πάμε όμως στον Γαλιλαίο και τον Νεύτωνα πρέπει να περάσουμε σύντομα μέσα από μια διαμάχη που αφορά τους ουρανούς (Κοπέρνικος – Κέπλερ) καθώς και μια σύντομη ανασκόπηση στον σκληρό πυρήνα της μηχανοκρατίας (Καρτέσιος).

2.3 Η διαμάχη για τους ουρανούς

Τα μαθηματικά που «Σώζειν τα φαινόμενα»



The Copernican (heliocentric) system of the Universe, from Selenographia by Johannes Hevelius. Photo by Oxford Science Archive/Print Collector/Getty Images

Ηλιοκεντρικό Μοντέλο του Κοπέρνικου

Ο Νικόλαος Κοπέρνικος (1473-1543) αρχίζει τις σπουδές του στο Πανεπιστήμιο της Κρακοβίας, όπου και αναπτύσσεται το ενδιαφέρον για τη μελέτη των μαθηματικών και της αστρονομίας. Ο Γαλιλαίος σχεδόν έναν αιώνα αργότερα αλλάζει πρώτος μετά την καθοριστική, μα «συντηρητική», κοπερνίκεια στροφή το πλαίσιο που τίθενται τα προβλήματα κίνησης. (Butterfield,2010, σ.34)

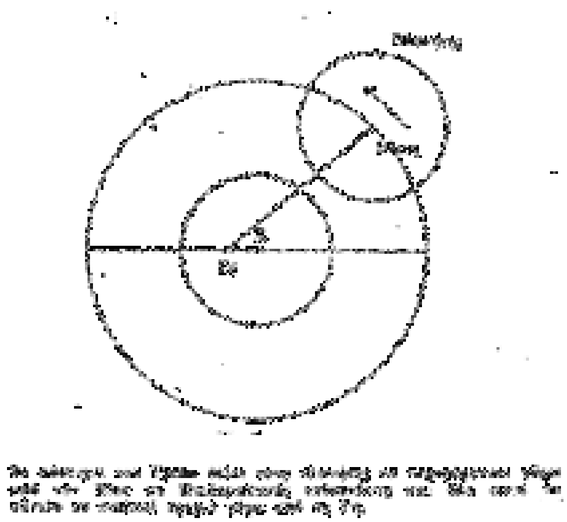
Παρότι η παρούσα διπλωματική δεν έχει στόχο την μελέτη της αστρονομίας ή της ουράνιου μηχανικής θα αναφέρουμε συνοπτικά το έδαφος στο οποίο ο Γαλιλαίος εδραίωσε τα επιστημονικά του επιτεύγματα μέσα από μερικές στάσεις.

Έτσι λοιπόν το κοπερνίκειο σύστημα, ένα σύστημα που για χάριν της μαθηματικής απλότητας και αρμονίας θα αποκαθηλώσει τον γεωκεντρισμό για να επιμείνει παρόλ'αυτά στους τέλειους κύκλους της ομαλής κίνησης ,όπως άλλωστε υποστήριζε και ο Γαλιλαίος, ήταν προφανές ότι δεν μπορούσε να σταθεί έτσι όπως είχε προταθεί. Οι κύκλοι ίσως ήταν το τελευταίο που έμεινε από την παράδοση τα μαθηματικά του «σώζειν τα φαινόμενα». . Όπως αναφέρει ο Χριστιανίδης (2003. σ.170) η μαθηματική δραστηριότητα στην αστρονομία όφειλε να αντιμετωπίζεται ως ανεξάρτητη από τις κοσμολογικές απόψεις ήδη από την εποχή του Ευδόξου ($5^{ος}$ αι. π.Χ.). Απόρροια της παράδοσης αυτής, στους αιώνες που θα ακολουθήσουν, θα είναι η διατύπωση μιας νέας αντίληψης για την αριθμητική/ποσοτική και όχι μόνο τη γεωμετρική/ποιοτική περιγραφή των ουράνιων κινήσεων και των οποίων η αξία θα κρίνεται κυρίως από τις δυνατότητες πρόγνωσης που έχουν και δευτερευόντως (αν όχι και καθόλου) από τη σχέση τους με τη φυσική πραγματικότητα. Η αρχή αυτή είναι γνωστή ως αρχή του «σώζειν τα φαινόμενα. Περισσότερα για την εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στην αστρονομία μπορούν να βρεθούν στο άρθρο του Κ. Στεργιόπουλου (2021) όπου αναλύεται γλαφυρά η διαμάχη για την ίδια την έννοια του «σώζειν τα φαινόμενα» για να συνηγορήσει υπέρ της ευρετικής δύναμη της μεθόδου και όχι στην κατά Duhem εργαλειοκρατική (ινστρουμενταλιστική), αποστροφή για τη μεταφυσική.

Όπως έμεινε στην ιστορία από τον ίδιο τον Κοπέρνικο, ήταν μια αναγκαία κίνηση για να «σώσει τα φαινόμενα», στην προσπάθεια του όμως να το πετύχει, σχετικοποίησε την ίδια την κίνηση βγάζοντας τη Γη από το «κέντρο» του σύμπαντος και απαίτησε ,αν και όχι φανερά, το αστρονομικό του σύστημα να έχει τον χαρακτήρα αληθούς συστήματος ώστε να «σώσει τα φαινόμενα» . Το μεγαλείο του Κοπέρνικου δεν έγκειται και τόσο πολύ στο σύστημα που τελικά πρότεινε, αλλά στο γεγονός ότι το σύστημα αυτό έδωσε το έναυσμα για τη μεγάλη επανάσταση της φυσικής, της επανάστασης που σχετίζεται με τα ονόματα του Κέπλερ, του Γαλιλαίου και του Νεύτωνα. Ήδη εδώ και αιώνες η κοσμολογία είχε χωριστεί από την αστρονομία και η δυναμική των μαθηματικών που συνδύαζαν ομαλές κυκλικές κινήσεις έμοιαζε να φθίνει. Το «σώζειν τα φαινόμενα» έμοιαζε να μην μπορεί, παρά τις προσπάθειες, να συνδυάσει με επιτυχία την ποσοτική περιγραφή των φαινομένων και μια αληθή εξήγησή τους.

Σχεδόν παράλληλα με τον Γαλιλαίο, ο Johannes Kepler (1571-1630) ένας πυθαγόρειος, ερμητιστής και πιστό Κοπερνίκειος ,κατά δικιά του ομολογία, καταλήγει μεταξύ άλλων και έχοντας αυτό το υπόβαθρο στις γνωστές του μαθηματικές διατυπώσεις για τις ελλειπτικές τροχιές των πλανητών που έγιναν γνωστοί αργότερα ως οι 3 Νόμοι του Κέπλερ. Ο Κέπλερ χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις του Τύχο Μπράχε (1546-1601) , καταφέρνει «υπνοβατώντας» όπως διαβάζουμε στον Cohen (2013, σ.150 και σ.156) «να ανατρέψει το σύμπαν για 8΄ (λεπτά) της μοίρας».

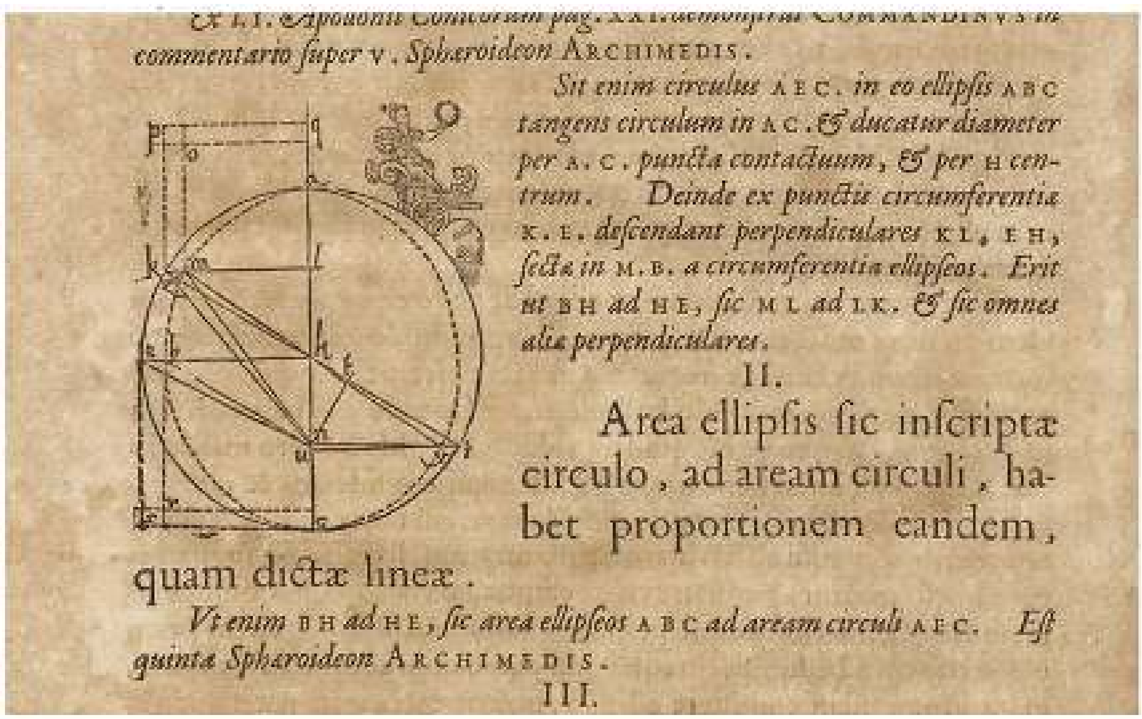
Η προσπάθεια του Κέπλερ είναι μια αντιφατική και ελλιπής προσπάθεια να διευκρινίσει τη φύση της δύναμης που ενυπάρχει στο μοντέλο του. Πρότεινε ότι η δύναμη μειώνεται αναλογικά προς το r^2, όπου το r αντιπροσωπεύει την απόσταση από τον Ήλιο. Επεκτείνοντας αυτή την ιδέα, ο Κέπλερ υπέθεσε ότι μια παρόμοια δύναμη προέρχεται από τη Σελήνη. Περισσότερα αναφορικά με τις παλίρροιες στον Cohen (2013, σ.162). Η υποδοχή όμως των τριών νόμων του Κέπλερ από τους Κοπερνίκειους μεταξύ της δημοσίευσής τους (1609 για τους δύο πρώτους, 1619 για τον τρίτο), όπως και αργότερα των Principia του Νεύτωνα το 1687 ήταν περιορισμένη.



Σχήμα 3

Οι ελλειπτικές τροχιές που πρότεινε ο Κέπλερ ήταν θεμελιωδώς ασύμβατες με την επικρατούσα αστρονομική σκέψη τόσο του Κοπέρνικου όσο και του εργοδότη και δασκάλου του Τύχο Μπράχε. Η μηχανική μιας δύναμης ικανής να καθοδηγεί τους πλανήτες σε ελλειπτικές τροχιές με μεταβλητές ταχύτητες, όπως απαιτούσε ο νόμος των εμβαδών, παρέμενε αινιγματική. Όπως ο Westfall αναφέρει (1992, σ. 15-18) το τίμημα άλλη μιας ανατροπής ,αυτής των κύκλων για χάριν της έλλειψης, δεν είναι απλά μια θυσία στο όνομα της γεωμετρικής απλότητας όπως αυτή του Κοπέρνικου, αλλά όπως η «Κοπερνίκεια στροφή» και αυτή η ανατροπή από τον Κέπλερ αντιπροσωπεύει κάτι πολύ μεγαλύτερο.

Ελλειπτικές Τροχιές των Πλανητών (Νόμοι του Κέπλερ)



commentario super V. *Sphæroideon* ARCHIMEDIS.

Sit enim circulus A E C. *in eo ellipsis* A B C *tangens circulum in* A C. *& ducatur diameter per* A. C. *puncta contactuum, & per* H *centrum. Deinde ex punctis circumferentiæ* K. E. *descendant perpendiculares* K L, E H, *secta in* M. B. *a circumferentia ellipseos. Erit ut* B H *ad* H E, *sic* M L *ad* L K. *& sic omnes aliæ perpendiculares.*

II.

Area ellipsis sic inscriptæ circulo, ad aream circuli, habet proportionem eandem, quam dictæ lineæ.

Vt enim B H *ad* H E, *sic area ellipseos* A B C *ad aream circuli* A E C. *Est quinta Sphæroideon* ARCHIMEDIS.

III.

First appearance of an elliptical orbit for Mars, woodcut diagram beginning chapter 59, in *Astronomia nova*, by Johannes Kepler, 1609 (Linda Hall Library)

Ο Γαλιλαίος, ειδικότερα, αντιστάθηκε στην υπόθεση του Κέπλερ περί μυστηριωδών ηλιακών δυνάμεων (anima motrix) που δρούσαν από απόσταση για να επηρεάσουν την πλανητική κίνηση σύμφωνα με τον Westfall (1992, σ. 12). Απέρριψε όπως αναφέρει ο Cohen (2013, σ.166) όχι μόνο την υπόθεση του Κέπλερ για μια ηλιακή βαρυτική δύναμη που διέπει τις πλανητικές τροχιές, το θεμέλιο των δύο πρώτων νόμων, αλλά και την απόδοση από τον Κέπλερ των παλιρροιακών φαινομένων σε σεληνιακές δυνάμεις. Ο Κέπλερ παρά τις αδυναμίες της θεωρίας του και τις εμμονές του αξίζει να αναγνωριστεί ως πρωτοπόρος στη σύλληψη της ιδέας μιας ενοποιημένης φυσικής που εφαρμόζεται τόσο στα ουράνια όσο και στα γήινα φαινόμενα. Η πίστη πως τα μαθηματικά μπορούν με ασφάλεια να περιγράψουν την κίνηση των ουράνιων σωμάτων έδωσε νέα πνοή στο έργο που αργότερα θα είχε στα χέρια του ο Νεύτωνας για να διατυπώσει τους νόμους της κίνησης όσο και το Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης.

Στην επίγεια, υποσελήνια, περιοχή τα πειράματα όπως αυτά που κάνει ο Γαλιλαίος φαίνονται ασύνδετα με την αστρονομία. Οι αντιφατικές θεωρίες του Κοπέρνικου που σχετικοποιεί την θέση και την κίνηση και του Κέπλερ που ενοποιεί υπό κάποια «δύναμη» ,ασχέτως του αποκρυφιστικού χαρακτήρα της, τους 2 κόσμους (υποσελήνιο και μη) κάτω από ένα ενιαίο μαθηματικό περιβάλλον είναι κομβικές. Ο Γαλιλαίος σε αυτό το περιβάλλον:

α) Προσπαθεί να εξηγήσει την πτώση σωμάτων σε μια κινούμενη γη, καθώς έπεφταν όπως ακριβώς θα έπεφταν και σε μια ακίνητη γη (Cohen, 2013, σ.91)

β) Προσπαθεί να διατυπώσει νέες αρχές για την κίνηση των σωμάτων που πέφτουν γενικά.

Αυτό εξηγεί και τον χαρακτήρα των ποικίλων «ελεγχόμενων» πειραμάτων του, νοητικών ή μη, που αφορούν την ελεύθερη πτώση, κεκλιμένα επίπεδα, κυκλοειδείς τροχιές, εκκρεμή κ.α.

Όπως αναφέρει ο Crombie (1992, σ.143) κατά τον Γαλιλαίο ένα από τα κύρια προσόντα του κοπερνίκειου συστήματος είναι ότι ο Κοπέρνικος κατάφερε και ξέφυγε από τον εμπειρισμό του Αριστοτέλη και του Πτολεμαίου και υιοθέτησε μια πιο «εκλεπτυσμένη» στάση απέναντι στις θεωρίες του «σώζειν τα φαινόμενα».

2.4 Η ματιά του Descartes για τις έννοιες της Κίνησης και της Δύναμης

Ο Rene Descartes (Cartesius 1596-1650) γεννήθηκε στις 31 Μαρτίου 1596 στη Γαλλία. Παρότι ο Καρτέσιος απέρριπτε τον ατομισμό η μηχανοκρατική του προσέγγιση εξηγούσε τα πάντα με το μέγεθος, το σχήμα και την κίνηση όπως για παράδειγμα των αιμοσφαιρίων που συνιστούν τα σώματα πράγμα που δείχνει την επιρροή της ατομιστικής-μηχανοκρατικής σκέψης.

Το έργο του «Αρχές Φιλοσοφίας» του 1644 αποτέλεσε μια προσεκτική προσέγγιση του Καρτέσιου, στοχεύοντας στην αποφυγή της εκκλησιαστικής καταδίκης που είχε υποστεί ο Γαλιλαίος για την υποστήριξη της κίνησης της Γης - μια θέση που ο Κοπέρνικος είχε προηγουμένως παρουσιάσει ως ένα υποθετικό μοντέλο στο πλαίσιο του «σώζειν τα φαινόμενα». Ο Καρτέσιος υποστήριξε τη θεωρία της σχετικότητας των κινήσεων, τονίζοντας την αναγκαιότητα αναφοράς τους σε σχετικά συστήματα συντεταγμένων. Υπό αυτό το πρίσμα, ισχυρίστηκε ότι η γη παραμένει ακίνητη σε σχέση με την ατμόσφαιρά της. Το έργο του εκτείνεται περαιτέρω σε ζητήματα αμιγώς μεταφυσικού χαρακτήρα, για να καταλήξει στην παρουσίαση και ανάλυση των γενικών νόμων που διέπουν την κίνηση.

Παρακάτω δε θα επεκταθούμε στην εκτενή και καινοτόμο μαθηματική συνεισφορά του Καρτέσιου ή στο φιλοσοφικό του έργο, αλλά παρουσιάζεται μια βασική αναφορά στις έννοιες της Κίνησης και της Δύναμης εντός του (μηχανοκρατικού) πλαισίου που μελετήθηκαν από τον ίδιο και αποτέλεσαν υπόβαθρο στη σκέψη των επόμενων ερευνητών του 17^{ου} αιώνα.

2.4.1 Κρίσιμες έννοιες στο έργο του Descartes

Η κίνηση και οι νόμοι της κίνησης στον Descartes

Η κίνηση είναι η κεντρική αρχή στο σύστημα φυσικής φιλοσοφίας του Καρτέσιου. Με βάση τον Garber (1992, σ.303) η κίνηση των μερών της ύλης, δηλαδή των σωμάτων που ορίζονται ως «έκταση», είναι αυτή που καθορίζει το μέγεθος και το σχήμα των διαφοροποιημένων σωμάτων.

Παρόλα αυτά ο Καρτέσιος δεν έχει κάποιο σαφή ορισμό της κίνησης. Στο έργο του «Κόσμος» (Le monde) 1630-1633 ορίζει την κίνηση ως την αλλαγή του τόπου, αλλά παρουσιάζει έναν γεωμετρικό κόσμο. Αντιτίθεται όμως στην αριστοτελική έκφραση της κίνησης όπως παρουσιάζεται γενικά μέσω ποικίλων μεταβολών.

Ενώ στις «Αρχές Φιλοσοφίας» το 1644 θα πει ότι είναι η μετάδοση ενός μέρους της ύλης ή ενός σώματος από τη γειτονιά αυτών των σωμάτων που το ακουμπούν άμεσα και θεωρούνται ότι είναι σε ησυχία στη γειτονιά των άλλων *«κίνηση είναι η μεταφορά ενός τμήματος ύλης ή ενός σώματος από τη γειτνίαση των σωμάτων που το αγγίζουν άμεσα και τα οποία θεωρούνται ότι ηρεμούν στη γειτνίαση άλλων»*.

Ο Καρτέσιος επιδιώκει έναν ορισμό , ο οποίος θα προσδιορίζει την αντίθεση κίνησης και ηρεμίας, για να μπορεί η κίνηση να καταλαμβάνει τη βασική θέση στη φυσική του. Σύμφωνα με τον 2^{ο} ορισμό το σώμα μπορεί να έχει μόνο μία κίνηση. Για τον Καρτέσιο η κίνηση είναι μετάδοση και μάλιστα αμοιβαία. Είναι αδύνατο για ένα σώμα να είναι εξίσου σε κίνηση και ηρεμία την ίδια στιγμή. Κίνηση και ηρεμία είναι διαφορετικοί και διακριτοί τρόποι του σώματος.

Στον 1^{ο} ορισμό της κίνησης ως αλλαγής τόπου οι έννοιες της ταχύτητας και της κατεύθυνσης καλύτερα ορισμένες σε αντίθεση με το δεύτερο ορισμό. Αργότερα ο Καρτέσιος στους νόμους της κίνησής του θα φανεί ότι εξαρτάται υπόρρητα από τον πρώτο εμπειρικό ορισμό της κίνησης.

Ενώ για τους Σχολαστικούς φιλοσόφους η συμπεριφορά κάθε ουσίας καθορίζεται από το είδος της ίδιας, για τον Καρτέσιο καθορίζεται από τους νόμους της φύσης. Σε αυτούς τους νόμους γίνεται αναφορά για πρώτη φορά στον «Κόσμο». Ο Καρτέσιος εκεί στρέφεται απευθείας στο Θεό. Τον θεωρεί αμετάβλητο και ότι πάντα ενεργεί με τον ίδιο τρόπο.

- Στον **Πρώτο Νόμο** ο Καρτέσιος υποστηρίζει ότι κάθε κομμάτι της ύλης πάντα συνεχίζει να κινείται μέχρι άλλα κομμάτια να το σταματήσουν ή να το επιβραδύνουν.
- Στο **Δεύτερο Νόμο** ισχυρίζεται ότι όταν ένα σώμα ωθεί ένα άλλο , δεν μπορεί να του δώσει κίνηση χωρίς συγχρόνως να χάνει από τη δική του.

- Στον **Τρίτο Νόμο** λέγεται ότι όταν ένα σώμα κινείται, ακόμη κι αν η κίνησή του είναι σε καμπυλωτό μονοπάτι, πάντα τείνει να συνεχίζει την κίνησή του σε ευθεία γραμμή.

Όπως διαβάζουμε στον Γαβρόγλου (2003, σ.156), τους τρεις νόμους της κίνησης ο Καρτέσιος τους βελτίωσε και τους διαφοροποίησε λίγο στις «Αρχές Φιλοσοφίας». Για τον Καρτέσιο η καθολική και πρωταρχική αιτία είναι ο Θεός, ο οποίος δημιούργησε την κίνηση και την ηρεμία στην αρχή και τώρα τις διατηρεί.

Αφού ο Θεός είναι για τον Καρτέσιο η αιτία της κίνησης, τότε όλες οι παρατηρήσιμες αλλαγές θα περιγράφονται με τους νόμους της φύσης. Ο Καρτέσιος υποστηρίζει ότι ο Θεός διατηρεί την ταχύτητα των μεγεθών του χρόνου. Η παρατήρηση του ότι η κίνηση διατηρείται είναι από τις πιο σημαντικές γνώσεις που θεμελιώνει τη φυσική του 17^{ου} αιώνα σύμφωνα με τον Gaukroger (2002). Ο Καρτέσιος δεν την επινόησε. Είχε αναφερθεί και από άλλους μετά από αυτόν, όπως τον Γαλιλαίο και τον Γκασεντί. Κατόπιν πήρε τη μορφή που της έδωσε ο Νεύτωνας.

- **Νόμος αδράνειας (Πρώτος Νόμος)**

Ο Πρώτος Νόμος αφορά όπως προαναφέρθηκε στη διατήρηση της κινητικής κατάστασης των σωμάτων.

Εφόσον η αιτία της κίνησης είναι εξωτερική, τότε το εκάστοτε σώμα θα βρίσκεται στην κατάστασή του, εκτός αν αναγκαστεί λόγω κάποιας εξωτερικής αιτίας να την αλλάξει. Ο Καρτέσιος θεωρεί την κίνηση αλλά και την ηρεμία καταστάσεις της ύλης, η διατήρηση των οποίων είναι στη φύση των σωμάτων. Έτσι κάθε σώμα έχει την ιδιότητα να αντιστέκεται στην αλλαγή της κατάστασής του , όπως αυτός περιγράφεται στις «Αρχές Φιλοσοφίας»: *«κάθε σώμα, όσο είναι απλό και αδιαίρετο, πάντα παραμένει όσο μπορεί στην ίδια κατάσταση, ούτε ποτέ αλλάζει παρά από εξωτερικές αιτίες. Και έτσι συμπεραίνουμε ότι, όταν ένα σώμα κινείται, πάντα κινείται όσο μπορεί».* (Γαβρόγλου, Κ. , 2003, σ.156)

- **Νόμος διατήρησης του συνολικού ποσού της κίνησης (Δεύτερος Νόμος)**

Σύμφωνα με τον ίδιο στο «Κόσμος» , *«Όταν ένα σώμα σπρώχνει ένα άλλο, δεν μπορεί να του δώσει καμία κίνηση χωρίς να χάσει την ίδια στιγμή τόση δική του ή δεν μπορεί να πάρει κάποια από την κίνηση του άλλου αν δεν ελαττωθεί η κίνησή του το ίδιο».* Πρόκειται για το νόμο της διατήρησης του συνολικού ποσού της κίνησης, όπου ο Καρτέσιος υποστηρίζει ότι το συνολικό ποσό παραμένει σταθερό, ενώ αυτό που συμβαίνει ουσιαστικά είναι να αναδιανέμεται απλώς η κίνηση ανάμεσα στα σώματα. Η υποστήριξη της αλήθειας αυτού του νόμου ανάγεται στην «αξιωματική» αντίληψη του περί αμεταβλητότητας του Θεού.

Στο Δεύτερο Νόμο επίσης διευκρινίζει ότι διατηρεί την ευθύγραμμη κίνηση. Αυτή η τάση του σώματος να απομακρύνεται από το κέντρο της περιστροφής ονομάστηκε αργότερα φυγόκεντρος δύναμη.

- **Τάση για κίνηση σε ευθεία γραμμή ή νόμος για τη φυγόκεντρο δύναμη (Τρίτος Νόμος)**

Ο Θεός δρα, σύμφωνα με τον Καρτέσιο, ανά στιγμή κατά συνέπεια η κίνηση που δίνει είναι ευθύγραμμη. Έτσι κάθε σώμα έχει από τη φύση του την τάση να κινείται σε ευθεία γραμμή, ακόμα και αν η κίνησή του είναι τελικά, λόγω επιδράσεων από το περιβάλλον, τελείως διαφορετική.

Στον Τρίτο νόμο του «Κόσμος» λέει: *«Όταν ένα σώμα κινείται, ακόμα και αν η κίνησή του είναι πολύ συχνά σε καμπύλο μονοπάτι… ωστόσο καθένα από τα τμήματά του ξεχωριστά πάντα τείνει να συνεχίσει την κίνησή του σε ευθεία γραμμή»* και με παρομοίως στις «Αρχές Φιλοσοφίας», *«κάθε τμήμα της ύλης ξεχωριστά ποτέ δεν τείνει να συνεχίσει να κινείται σε οποιαδήποτε καμπύλη αλλά μόνο σε ευθείες γραμμές».* Αυτό ο Νόμος αργότερα αποτέλεσε προϊόν εκτεταμένης επεξεργασίας του Νεύτωνα και του Χόυχενς (Huygens)

Η ανάλυση του περί κυκλικής κίνησης υποστηρίζει ότι ένα σώμα που κινείται κατά τέτοιο τρόπο έχει την τάση να κινηθεί στην εφαπτομένη του κύκλου λόγω δύο δυνάμεων: μιας αδρανειακής κάθετης μακριά από το κέντρο, δηλαδή της φυγόκεντρου, και μιας επίσης αδρανειακής κυκλικής κίνησης. Η αποδοχή 2 δυνάμεων είναι πολύ σημαντική και θυμίζει την ανάλυση που θα δούμε του Γαλιλαίου για την ανάλυση της κίνησης στα πειράματα βολών.

Ο Τρίτος Νόμος στις «Αρχές Φιλοσοφίας» ασχολείται με το τι συμβαίνει κατά την πρόσκρουση, όταν δύο σώματα βρίσκονται σε καταστάσεις τις οποίες θα έτειναν να διατηρήσουν, αλλά δεν μπορούν την ίδια στιγμή (λόγω της πρόσκρουσης). Από τη στιγμή που τα δύο σώματα συγκρούονται, είναι στη φύση τους να τείνουν να διατηρήσουν την κατάστασή τους, αλλά καθώς κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό και για τα δύο, είναι αναγκαίο να διευκρινιστεί ποιο από τα δύο θα αναγκαστεί τελικά να μεταβάλει την κατάστασή του σύμφωνα με τον Γαβρόγλου (2003, σ.159). Ο νόμος λέει ότι αν ένα σώμα μεταφέρει κίνηση σε ένα άλλο σε μία πρόσκρουση, πρέπει να χάσει ένα αντίστοιχο ποσό από τη δική του. Δε λέει όμως ακριβώς πόσο πολύ δίνει ένα σώμα στο άλλο. Ο νόμος δεν ξεκαθαρίζει πώς πρέπει να υπολογιστούν οι δυνάμεις. Η θέση του εξηγείται μέσα από παραδείγματα (πειράματα) του Καρτέσιου που παραθέτει στις «Αρχές Φιλοσοφίας» προσθέτοντας επτά κανόνες της πρόσκρουσης για επτά διαφορετικές περιπτώσεις. Αναλυτικά τις περιπτώσεις κρούσης μπορούμε να τις βρούμε στον Westfall (1992, σ.172-175)

Αυτοί οι επτά κανόνες έθεσαν πολλά ερωτήματα για τους συγχρόνους του. Ο ίδιος ο Καρτέσιος κατάλαβε ήξερε ότι αυτό ίσχυε. Πάντως άσχετα από τα φανερά προβλήματα των κανόνων, αυτοί αποκαλύπτουν τη σκέψη του και πόσο ξεκάθαρα εκείνος έκανε διάκριση μεταξύ κίνησης και ηρεμίας. Περισσότερα αναφέρει ο Garber (1992, σ.310)

Κίνηση και δύναμη

Ένα ζήτημα που ανακύπτει από τις περιπτώσεις της πρόσκρουσης είναι αυτό της έννοιας της δύναμης. Όπως αναλύει ο Gaukroger (2002) για τον Καρτέσιο, γνωρίζουμε πως τα σώματα είναι μόνο έκταση. Όμως στον Τρίτο Νόμο στο «Αρχές Φιλοσοφίας» γίνεται αναφορά στην έννοια της δύναμης, της δύναμης που έχουν τα σώματα να προχωρούν και να αντιστέκονται, γεγονός που καθορίζει το αποτέλεσμα κάθε σύγκρουσης. Ο Καρτέσιος υποστηρίζει ότι τα σώματα παραμένουν σε κατάσταση κίνησης ή ηρεμίας σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση με μια συγκεκριμένη ταχύτητα και έτσι ασκούν δυνάμεις που τα διατηρούν στην κατάστασή τους και αντιστέκονται στην αλλαγή. Ο ισχυρισμός αυτός δεν είναι ικανοποιητικός και προκαλεί ερώτημα πώς τα καρτεσιανά σώματα μπορούν να έχουν αυτές τις τάσεις που ο Καρτέσιος τους αποδίδει.

Αυτό όμως, συνεχίζοντας ο Gaukroger (2002), σημαίνει ότι τα σώματα δεν έχουν ως έμφυτη ιδιότητα τη δύναμη, αφού αυτή είναι θεϊκής προέλευσης. Σε άλλα γραπτά του ο

Καρτέσιος φανερώνει ότι ο Θεός μπορεί να είναι η πρωταρχική αιτία της κίνησης στο φυσικό κόσμο, δεν είναι όμως και η μοναδική.

Για να εξηγήσει τους νόμους της κίνησης ο Καρτέσιος έπρεπε να δώσει λύση σε ποικίλα μεταφυσικά ερωτήματα και να δημιουργήσει έννοιες που εκ των υστέρων δεν φαίνονται τόσο συμβατές με το μηχανοκρατικό του πρόγραμμα. Για παράδειγμα εξαιτίας της θεϊκής επίδρασης, η κίνηση λαμβάνει χώρα απεριόριστα κατά μήκος μιας ίσιας γραμμής (η αρχή της αδράνειας – $1^{ος}$ Νόμος), στο κενό όμως αυτό θα προκαλέσει στροβίλους (δίνες) και διάφορα στοιχεία διαφοροποιημένα από τη «λεπτή ύλη» που ωθείται μέσα από τα διάκενα της ύλης. (Garber, 1992 σ. 319)

Σύνοψη

Ο Καρτέσιος, παρότι η συνεισφορά του είναι πιο εύκολα διακριτή στο φιλοσοφικό του έργο και στις μαθηματικές του καινοτομίες, προσέφερε σημαντικά εννοιολογικά και μαθηματικά εργαλεία στους επόμενους ερευνητές. Αφενός μεν το ίδιο το έργο του ήταν μια κορυφαία στιγμή της μηχανοκρατίας, αφετέρου δε οι αντιφάσεις του έργου του ήταν γόνιμες θεωρητικά για του επόμενους.

Προσπάθησε και αυτός να δώσει μια συνολική θεωρία για τον κόσμο μέσω της ύλης και της κίνησης, αλλά δεν κατάφερε να δώσει μια ενιαία εξήγηση για τον ουράνιο και επίγειο κόσμο. Για να ερμηνεύσει τη βαρύτητας και τις τροχιές των πλανητών, αποφεύγοντας από τη σκοπιά της μηχανοκρατίας τις εξ αποστάσεως δυνάμεις, κατέφυγε όπως περιγράφει ο Butterfield (2010 ,σ.146) στους στροβίλους (δίνες), πράγμα που τελικά φαίνεται να έγινε εμπόδιο στην ενσωμάτωση των μαθηματικών καινοτομιών πλάι στις φυσικές περιγραφές του. Όμως διατύπωσε μια επεξεργασία ενός Νόμου της Αδράνειας ($1^{ος}$ Νόμος) και εφόσον για τον ίδιο η ύλη ταυτίζεται με την έκταση, ο κόσμος του είναι ένας μαθηματικός - γεωμετρικός κόσμος και η κατανόησή του μπορεί να γίνει μέσα από αυστηρές αποδείξεις.

2.4.2 Η συμβολή του Καρτέσιου στην «αλγεβροποίηση» της Γεωμετρίας τον $17^{ο}$ αιώνα

Ο Καρτέσιος είχε καθοριστικό ρόλο στην αλγεβροποίηση της γεωμετρίας κατά τον $17^{ο}$ αιώνα, με ιδιαίτερη έμφαση στο θεμελιώδες έργο του «La Géométrie» (1637). Πληροφορούμαστε σχετικά με το έργο αυτό από το βιβλίο του P. Mancosu (1996). Αυτός ο μετασχηματισμός στα μαθηματικά, ο οποίος ανασύνθεσε τα προηγουμένως διακριτά πεδία της άλγεβρας και της γεωμετρίας, έφερε επανάσταση στη μαθηματική σκέψη και άνοιξε το δρόμο για πολυάριθμες εξελίξεις στα μαθηματικά και τις επιστήμες. Στο επίκεντρο αυτής της επανάστασης ήταν η θεμελιώδης πραγματεία του Καρτέσιου «La Géométrie», η οποία δημοσιεύθηκε το 1637 ως παράρτημα του φιλοσοφικού του έργου «Discours de la méthode» (Λόγος περί μεθόδου).

Η άλγεβρα είχε γνωρίσει σημαντική πρόοδο μέσω των έργων μαθηματικών όπως ο Gerolamo Cardano (1501-1576) και ο François Viète (1540-1603). Η «Ars Magna» (1545) του Cardano παρείχε λύσεις σε κυβικές και τεταρτοβάθμιες εξισώσεις, ενώ όπως διαβάζουμε στο Mahoney (1980) το έργο του Viète εισήγαγε τη χρήση γραμμάτων για την αναπαράσταση γνωστών και άγνωστων ποσοτήτων, θέτοντας τις βάσεις για τη συμβολική άλγεβρα. Ο σύγχρονός του Καρτέσιου, Pierre de Fermat (1607-1665), ανέπτυσσε ανεξάρτητα παρόμοιες ιδέες, αν και η δημοσίευση του Καρτέσιου «La Géométrie» προηγήθηκε του έργου του Fermat στον τομέα αυτό.

«La Géométrie»

Το «La Géométrie», που δημοσιεύθηκε το 1637, χωρίζεται σε τρία βιβλία, καθένα από τα οποία πραγματεύεται διαφορετικές πτυχές της νέας προσέγγισης του Καρτέσιου στη γεωμετρία. Παρακάτω εξετάζουμε μερικές από αυτές.

1.Αλγεβρική αναπαράσταση καμπυλών: Χρησιμοποιώντας το σύστημα συντεταγμένων του, ο Καρτέσιος έδειξε πώς οι διάφορες καμπύλες μπορούν να αναπαρασταθούν με αλγεβρικές εξισώσεις. Αυτή η προσέγγιση επέτρεψε τη μελέτη γεωμετρικών ιδιοτήτων μέσω αλγεβρικών χειρισμών.

2.Κατηγοριοποίηση των καμπυλών: Ο Καρτέσιος πρότεινε ένα σύστημα κατηγοριοποίησης των καμπυλών με βάση τον βαθμό τους. Αυτό το σύστημα ταξινόμησης παρείχε έναν νέο τρόπο κατανόησης και οργάνωσης των γεωμετρικών αντικειμένων.

Ο Καρτέσιος εννοιολογεί τις καμπύλες σαν μέσα κατασκευής σχημάτων αν αυτές μπορούσαν να προκύψουν μέσα από έναν συνδυασμό κινήσεων. Δηλαδή με όργανα που μετακινούνται κατάλληλα, ή ήδη χαραγμένες καμπύλες που μετακινούνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Οι καμπύλες που προκύπτουν από αυτές τις κινήσεις, σύμφωνα με τον Καρτέσιο, είναι αποδεκτές στη Γεωμετρία εφόσον ο λόγος των ταχυτήτων των κινήσεων πρέπει να είναι γνωστός. Δηλαδή η έννοια της «κίνησης» είναι ενσωματωμένη στην γεωμετρία του.

Ο Καρτέσιος χρησιμοποιώντας αυτό το κριτήριο απορρίπτει την τετραγωνίζουσα και την σπείρα γιατί, όπως υποστηρίζει, παράγονται από συνδυασμό ευθύγραμμων και κυκλικών κινήσεων και ο λόγος των ταχυτήτων συνεπάγεται το λόγο της περιφέρειας προς την διάμετρο του κύκλου. Ο λόγος αυτός (που ισούται με π) ποτέ δεν θα γίνει γνωστός και για αυτό η τετραγωνίζουσα, η σπείρα και παρόμοιες καμπύλες δεν είναι αποδεκτές σαν μέσα για γεωμετρικές κατασκευές. Ο Καρτέσιος αποκαλεί τέτοιου είδους καμπύλες «μηχανικές» σε αντιδιαστολή με τις αποδεκτές που τις αποκαλεί «γεωμετρικές». Ο Καρτέσιος τελικά αποφαίνεται πως:

> **1.** Οι καμπύλες που είναι γεωμετρικές με την παραπάνω έννοια, έχουν αλγεβρικές (πολυωνυμικές) εξισώσεις σε ένα σύστημα ευθύγραμμων συντεταγμένων.
>
> **2.** Όταν μια καμπύλη έχει πολυωνυμική εξίσωση, τότε μπορεί να προκύψει από συνδυασμό κινήσεων που είναι αποδεκτές στην γεωμετρία και για αυτό είναι αποδεκτή σαν μέσο για γεωμετρικές κατασκευές.

Μεταξύ των γεωμετρικών καμπυλών, τις ταξινόμησε περαιτέρω με βάση τον βαθμό των εξισώσεών τους. Για παράδειγμα, οι ευθείες και οι κύκλοι θεωρούνταν οι απλούστερες καμπύλες, ακολουθούμενες από τις κωνικές τομές (παραβολές, ελλείψεις και υπερβολές) και στη συνέχεια από τις καμπύλες υψηλότερου βαθμού.

3. Συμβολισμός: Ο Καρτέσιος συστηματοποιεί τη χρήση γραμμάτων από την αρχή του αλφαβήτου για τις γνωστές ποσότητες και γραμμάτων από το τέλος του αλφαβήτου για τους αγνώστους. Δηλαδή, χρησιμοποιούσε σταθερά πεζά γράμματα, με τα a, b, c, κ.λπ. να αντιπροσωπεύουν γνωστές ποσότητες και τα x, y, z να αντιπροσωπεύουν αγνώστους.

Ο συμβολισμός του Καρτέσιου ήταν πιο συστηματικός και πιο κοντά στον σύγχρονο αλγεβρικό συμβολισμό. Αυτή η τυποποίηση διευκόλυνε σημαντικά τον αλγεβρικό χειρισμό και την επικοινωνία των μαθηματικών ιδεών.

4. Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων: Ο Καρτέσιος περιέγραψε μια συστηματική προσέγγιση για την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων με τη χρήση αλγεβρικών μεθόδων. Αυτή η μεθοδολογία τόνιζε τη σημασία της αναγωγής των πολύπλοκων προβλημάτων σε απλούστερα και της επίλυσής τους βήμα προς βήμα. Η προσέγγιση του Καρτέσιου για την επίλυση προβλημάτων ακολουθούσε συνήθως τα εξής βήματα:

α) **Ονομασία**: Υποθέτει ότι το γεωμετρικό πρόβλημα είναι ήδη λυμένο και δίνει ονόματα σε όλες τις γραμμές που χρησιμοποιούνται για τη λύση του.

β) **Εξίσωση**: Αναλύει το πρόβλημα μεταξύ γραμμών δηλαδή γνωστών και αγνώστων με τον πιο «φυσικό» τρόπο. Στη συνέχεια καταλήγει σε μια ή περισσότερες εξισώσεις όπου η άγνωστη ποσότητα εκφράζεται με 2 διαφορετικούς τρόπους.

γ) **Κατασκευή**: Να βρεθούν οι ρίζες της εξίσωσης (γεωμετρικά). Δηλαδή για τα προβλήματα που επιλύονται με κανόνα και διαβήτη, ισχυρίζεται ότι θα οδηγηθούμε σε μια Β'θμια εξίσωση και θα πρέπει να βρούμε τις ρίζες της.

5.Θεωρία εξισώσεων: Ο Καρτέσιος συνέβαλε επίσης σημαντικά στη θεωρία των εξισώσεων. Εισήγαγε τη μέθοδο (γνωστή ως «κανόνας των προσήμων» του Καρτέσιου) για τον προσδιορισμό του πιθανού αριθμού θετικών και αρνητικών πραγματικών ριζών μιας πολυωνυμικής εξίσωσης.

6.Γεωμετρικές κατασκευές: Έδειξε πώς οι αλγεβρικές πράξεις μπορούν να ερμηνευθούν γεωμετρικά. Για παράδειγμα, έδειξε πώς πέρα από την πρόσθεση και την αφαίρεση και ο πολλαπλασιασμός, η διαίρεση και η εξαγωγή ρίζας μπορούν να εκτελεστούν χρησιμοποιώντας γεωμετρικές κατασκευές.

2.4.3 Η επιρροή και οι επιπτώσεις του έργου του Καρτέσιου στην αλγεβροποίηση της γεωμετρίας τον $17^{ο}$ αιώνα

Μετά τη δημοσίευση της «La Géométrie» το 1637, ο αντίκτυπος του έργου του Καρτέσιου δεν ήταν άμεσος. Η πολυπλοκότητα των γραπτών του και η καινοτομία της προσέγγισής του σήμαινε ότι χρειάστηκε χρόνος για να γίνουν πλήρως κατανοητές και να εκτιμηθούν οι ιδέες του από τη μαθηματική κοινότητα. Ο Frans van Schooten (1615-1660) ήταν ένας από τους πρώτους που αναγνώρισε τη σημασία του έργου του Καρτέσιου. Παρήγαγε μια λατινική μετάφραση του «La Géométrie» το 1649, η οποία περιλάμβανε εκτενή σχόλια και βοήθησε να γίνουν οι ιδέες του Καρτέσιου πιο προσιτές σε ένα ευρύτερο κοινό.

Η επιρροή της αλγεβρικής σκέψης τον $17^{ο}$ αιώνα συνίσταται σε 3 βασικά χαρακτηριστικά:

1. Την παρουσία ενός λειτουργικού συμβολισμού
2. Έμφαση περισσότερο στις σχέσεις παρά στα αντικείμενα
3. Ελευθερία από οντολογικές δεσμεύσεις

Κατά συνέπεια και αναφορικά με τα παραπάνω θέτονται 3 είδη ερωτημάτων:

1. Το είδος της σκέψης στον οποίο συνίσταται ο αλγεβρικός συλλογισμός, σε αντίθεση ας πούμε με τον κλασικό γεωμετρικό τρόπο σκέψης της αρχαιότητας.
2. Υπάρχει εστίαση στις δομές και όχι τόσο στα μαθηματικά αντικείμενα, κάτι που φαίνεται στη «σύγχυση» που υπάρχει αναφορικά με τις αναλογίες και της αριθμητικής των κλασμάτων και τη φύση των αρνητικών αριθμών.
3. Η απαλλαγή από οντολογικές δεσμεύσεις θέτει το ζήτημα του καθεστώτος των μαθηματικών αντικειμένων, όπως για παράδειγμα οι φανταστικοί αριθμοί, που εισάγονται χωρίς ρητή γεωμετρική αιτιολόγηση.

Η Άλγεβρα ως διακριτό πεδίο των Μαθηματικών

Αρχικά η ίδια η φύση της Άλγεβρας, για το αν αποτελεί ξεχωριστό πεδίο των μαθηματικών, όπως για παράδειγμα η αριθμητική και η γεωμετρία ήταν αντικείμενο διαμάχης τον 17ο αιώνα. Αφενός μεν τα προβλήματα που η ίδια έθετε ήταν διαφορετικά σε σχέση με αυτά της γεωμετρίας, αλλά και η μαθηματική πρακτική της ίδιας της Άλγεβρας ήταν συνεπής σε ότι αφορά τη χρήση των αρνητικών και φανταστικών αριθμών, όπως για παράδειγμα των φυσικών αριθμών στην Αριθμητική. Ενώ όμως το έργο του Καρτέσιου διαδόθηκε πολύ γρήγορα, ο αλγεβρικός τρόπος σκέψης δεν διαδόθηκε το ίδιο γρήγορα. Σε αυτή τη συζήτηση κυριάρχησε η Αγγλία και η Γαλλία ενώ η Ιταλική σχολή (Cavalieri, Torricelli) έφθινε.

Για τη διάκριση της Άλγεβρας από την Αριθμητική και την Γεωμετρία έχουν ενδιαφέρον οι διαμάχες στα έργα του John Wallis (1616-1703), του Thomas Hobbes (1588-1679) και του Isaac Barrow (1630-1677). Τα μαθηματικά έως τότε διακρίνονταν σε 2 κατηγορίες, την Αριθμητική η οποία μελετούσε διακριτές ποσότητες και τη Γεωμετρία η οποία αναφερόταν σε συνεχείς ποσότητες. Όμως στα τέλη του 16ου και αρχές του 17ου αιώνα αυτή η κατηγοριοποίηση θα τεθεί υπό αμφισβήτηση. Ήδη η Αριθμητική γίνεται όλο και περισσότερο μια γενικευμένη αριθμητική η οποία βασίζεται σε αλγεβρικές τεχνικές και επεκτείνει την έννοια του αριθμού στους υπολογισμούς της για να συμπεριλάβει τους πραγματικούς και άρρητους αριθμούς πλάι στους φυσικούς. Άρα η ίδια η έννοια του αριθμού, οντολογικά, ως «μονάδα» μετασχηματίζεται αφού για να περικλείει και τους «νέους» αριθμούς δεν μπορεί πλέον να έχει την έννοια της «καθαρής» μονάδας που ήταν ταυτόσημη με τους φυσικούς αριθμούς.

Ο Wallis ήταν υποστηρικτής των αλγεβρικών μεθόδων, βάσισε το έργο του «Arithmetica Infinitorum» (1656) στο έργο του Καρτέσιου και άλλαξε τον τρόπο μελέτης των κωνικών τομών αφού τις θεώρησε επίπεδες καμπύλες. Χρησιμοποίησε αλγεβρικές τεχνικές, όπως οι αριθμητικές απειροστικές μέθοδοι για να αντιμετωπίσει προβλήματα στη γεωμετρία των αδιαιρέτων. Στο «Mathesis Universalis» (1657) η προσέγγιση του Wallis γενίκευσε έτσι το πεδίο των μαθηματικών αφού θεωρεί την Αριθμητική ανώτερη από την Γεωμετρία και για αυτό η Γεωμετρία έπεται αυτής.

Σε πλήρη αντίθεση με τον Wallis, ο Hobbes αντιτάχθηκε σθεναρά στις νέες αλγεβρικές μεθόδους, προτιμώντας την κλασική Ευκλείδεια γεωμετρία σχεδόν απορρίπτοντας εξ ολοκλήρου την Άλγεβρα ως «παράσιτο». Στο έργο του «De Principiis» (1666), ο Hobbes προσπάθησε να αντικρούσει την αλγεβρική προσέγγιση του Καρτέσιου, υποστηρίζοντας την ανωτερότητα των γεωμετρικών αποδείξεων.

Ο Barrow απορρίπτει και αυτός την υπεροχή της Αριθμητικής έναντι της Γεωμετρίας και αξιώνει τον γεωμετρικό ορισμό των αριθμών στα πρότυπα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Στο έργο του «Lectiones Geometricae» (1670), ο Barrow επιτίθεται στη σύγχυση που προκαλεί η αριθμητική προσέγγιση των αναλογιών, δηλαδή σαν κλάσματα που μπορούμε να προσθέσουμε, αφαιρέσουμε, διαιρέσουμε και πολλαπλασιάσουμε. Χαρακτηριστικά αναφέρει (Lecture XX) πως οι Λόγοι (Αναλογίες) δεν είναι ποσότητες.

Επέκταση της αναλογίας σε αρνητικούς αριθμούς

Ακριβώς η διαμάχη περί αναλογίας και κλάσματος φέρνει στο προσκήνιο μια άλλη σημαντική διαμάχη που το αποτέλεσμα της έκρινε και την επικράτηση και γενίκευση των αλγεβρικών τεχνικών. Η διαμάχη αυτή αφορούσε τη φύση των αρνητικών αριθμών και τη σημασία τους στα πλαίσια της υπάρχουσας θεωρίας λόγων αριθμών και φυσικών μεγεθών.

Είναι γνωστό πως ο Καρτέσιος αποκαλούσε τις αρνητικές λύσεις «ψευδείς». Ο ίδιος παρότι χρησιμοποιούσε τους αρνητικούς αριθμούς δεν τον απασχόλησε ο διαχωρισμός της έννοιας του αριθμού από την έννοια της ποσότητας. Αυτοί δεν χρησιμοποιήθηκαν σε ισότιμη βάση με τους θετικούς αριθμούς, αλλά υπό περιορισμούς λόγω των εννοιολογικών διαφορών αναφορικά με την ίδια έννοια του αριθμού οι οποίοι πηγάζουν από την Ευκλείδεια έννοια του αριθμού σε αντιστοιχία με ένα ευθύγραμμο τμήμα ή μια φυσική ποσότητα. Αυτή η αμφιθυμία στην αρχή της έντονης σύγχρονης ανάπτυξης της άλγεβρας έμελλε να επηρεάσει ουσιαστικά τη μετέπειτα ιστορία των αρνητικών αριθμών, και όχι μόνο την ιστορία τους. Έτσι όπως διαβάζουμε στο Schubring (2005) ο Καρτέσιος, ο θεμελιωτής της Αναλυτικής Γεωμετρίας, παρέμενε πάντα εντός του πρώτου τεταρτημορίου με τις γραφικές παραστάσεις των αριθμών και των καμπυλών του.

2.5 Διερευνώντας τους Νόμους του Νεύτωνα πριν από τον Νεύτωνα

2.5.1 Γαλιλαίος, σύντομη βιογραφική εισαγωγή

Ο Γαλιλαίος Γαλιλέι (Galileo Galilei) γεννήθηκε στην Πίζα της Ιταλίας στις 15 Φεβρουαρίου 1564. Ο πατέρας του τον έστειλε στο σχολείο και στη συνέχεια στο Πανεπιστήμιο της Πίζας για να σπουδάσει ιατρική, αν και απέκτησε τη φήμη του «καυγατζή» (Cohen, 2013, σελ 63).

Για περισσότερες λεπτομέρειες αναφορικά με τη ζωή του Γαλιλαίου μπορούμε να βρούμε στα Drake (2012) «Γαλιλαίος», Biagioli (2006) «Ο Γαλιλαίος Αυλικός» και Machamer & Miller (2021) , «Galileo Galilei».

Σπούδασε μαθηματικά υπό τον Ostilio Ricci, μηχανικό του στρατού και ειδικό στις οχυρώσεις. Παρά την έλλειψη πανεπιστημιακού πτυχίου, ο Γαλιλαίος έδωσε διαλέξεις στα πανεπιστήμια της Πίζας, της Σιένα και της Πάδοβας, καθώς τα μαθηματικά θεωρούνταν τότε δευτερεύον επάγγελμα που αποσκοπούσε κυρίως στη διευκόλυνση των εμπορικών συναλλαγών και σε τεχνικές και κατασκευαστικές δουλειές. Τα μαθηματικά λόγω της πρόσδεσης στην αριστοτέλεια φιλοσοφία ήταν υποδεέστερα της φιλοσοφίας και της θεολογίας που διδάσκονταν στα πανεπιστήμια. Ο Γαλιλαίος ειδικεύτηκε στη γεωμετρία και τις εφαρμογές της στη μηχανική, την οχύρωση και τις εικαστικές τέχνες. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου, επηρεάστηκε βαθύτατα από τα έργα του Αρχιμήδη, του οποίου οι μαθηματικές και γεωμετρικές περιγραφές διέφεραν αισθητά από εκείνες του Αριστοτέλη.

Το 1586, ο Γαλιλαίος δημοσίευσε μια εργασία του για την υδροστατική ισορροπία, στην οποία υπολόγιζε το ειδικό βάρος των αντικειμένων, αυτή γνώρισε μεγάλη επιτυχία και τον έκανε γνωστό στην Ιταλία.

Το 1589, ο Γαλιλαίος δημοσίευσε μια μελέτη σχετικά με το κέντρο βάρους των σωμάτων, κερδίζοντας έτσι μια θέση μαθηματικού στο Πανεπιστήμιο της Πίζας, όπου ξεκίνησε συστηματική εργασία πάνω στην κινηματική. Το 1590, έγραψε το «De Motu» και τυπώθηκε για πρώτη φορά το 1682. Ο Γαλιλαίος επιτίθεται εναντίον του αριστοτελικού ισχυρισμού ότι σώματα διαφορετικού βάρους πέφτουν με διαφορετικές ταχύτητες και προτείνει ότι όλα τα σώματα πέφτουν σύμφωνα με μια κοινή αρχή, το «νόμο» δηλαδή της ελεύθερης πτώσης.

Παρότι πιστός, το 1604, ο Γαλιλαίος έρχεται για πρώτη φορά σε σύγκρουση με την Καθολική Εκκλησία, καθώς οι προτάσεις τους φέρνουν σε δύσκολη θέση την αριστοτελική τάξη πραγμάτων στην οποία εδραζόταν η καθολική θεολογική παράδοση της εποχής. Οι κατηγορίες που αντιμετώπισε αποσύρθηκαν όμως χάρη στο κύρος που είχε κερδίσει στον κύκλο του. Επίσης το 1604 χρησιμοποιεί το τηλεσκόπιο και ουσιαστικά αποδεικνύει πως και πέρα από τη Σελήνη μπορεί να μην υπάρχει αναλλοίωτος χαρακτήρας, αλλά ένας κόσμος μεταβολών ότι δηλαδή υποστήριξε και ο Μπράχε το 1572 σύμφωνα με τον Cohen (2013, σ.64). Μέχρι το 1609 όπως διαβάζουμε στον Cohen παρακάτω (σ.69), ο Γαλιλαίος υπό τον πάτρωνα Κόζιμο Β', δούκα της Τοσκάνης, ο Γαλιλαίος ενίσχυσε την κοινωνική του θέση και πραγματοποίησε σημαντικές αστρονομικές παρατηρήσεις.:

- Παρατήρησε την επιφάνεια της Σελήνης και υπολογίζοντας το ύψος των βουνών της.
- Καταγράφει νέους αστέρες.
- Παρατηρεί τις φάσεις της Αφροδίτης και αποδεικνύει την περιστροφή της γύρω από τον Ήλιο.
- Παρατηρεί τις ηλιακές κηλίδες και σημειώνει τη φθαρτή και ευμετάβλητη φύση του Ήλιου.
- Ανακάλυψε τέσσερις δορυφόρους του Δία, τους οποίους ονόμασε αστέρες των Μεδίκων προς τιμήν του προστάτη του.

Παρατηρήσεις του Γαλιλαίου για τους Δορυφόρους του Δία

***Π□γή:** Galileo, table of observations of the □edicean Planets, from □storia e Dimostrazioni intorno alle □acchie Solari (History and Demonstration concerning Sunspots), Rome, 1613Collection: Caltech □mages Collection*

Ο Γαλιλαίος έτσι γίνεται ήρωας, νέος «Κολόμβος» και ποιητές και ζωγράφοι δημιουργούν με θέμα αυτόν και τους «αστέρες των Μεδίκων». (Cohen, 2013, σ.86). Η παρατήρηση ορών και κοιλάδων στη Σελήνη ήρθε σε σύγκρουση με τη διαδεδομένη σε πολλούς αντίληψη του Αριστοτέλη ότι η Σελήνη είναι τέλειο σφαιρικό σώμα. Ο Γαλιλαίος δυσαρέστησε λοιπόν τους αριστοτελικούς πανεπιστημιακούς της εποχής του. Η ανακάλυψη τεσσάρων δορυφόρων του Δία μέσω της τότε εκδοχής τηλεσκοπίου επίσης ήρθε σε ρήξη με τις ισχύουσες προκαταλήψεις της εποχής για τα ουράνια σώματα, γι’ αυτό χρειάστηκε ο Γαλιλαίος να αντιμετωπίσει τις ενστάσεις του επιστημονικού περίγυρου που εγείρονταν κατά της παρατήρησής του.

Επιπλέον, οι παρατηρήσεις αυτές υπονόμευσαν τον γεωκεντρισμό και υποστήριξαν την ηλιοκεντρική θεωρία του Κοπέρνικου. Το 1611, ο Γαλιλαίος παρουσίασε το τηλεσκόπιο και τις ανακαλύψεις του στο Collegio Romano της Ρώμης, κερδίζοντας την υποστήριξη των Ιησουιτών μοναχών. Η Ιερά Εξέταση το 1616 του απαγόρευσε να υποστηρίζει το κοπερνίκειο σύστημα, επιτρέποντάς του να το χρησιμοποιεί μόνο ως μαθηματική υπόθεση. Το βιβλίο του Κοπέρνικου «De Revolutionibus Orbium Coelestium» αποσύρθηκε επίσης από την κυκλοφορία.

Το 1623, ο Γαλιλαίος δημοσίευσε το "Il Saggiatore", σχετικά με τη φύση των κομητών. Το 1624, ο Γαλιλαίος ταξίδεψε στη Ρώμη για να πείσει τον Πάπα Ουρβανό Η' να ανακαλέσει την απόφαση του 1616. Ο Πάπας δεν υποχώρησε, αλλά επέτρεψε στον Γαλιλαίο να γράψει ένα βιβλίο που παρουσίαζε τόσο το Πτολεμαϊκό όσο και το Κοπέρνικο σύστημα, χωρίς να ευνοεί κανένα από τα δύο. Ο Γαλιλαίος έγραψε τους «Διαλόγους σχετικά με τα δύο κύρια παγκόσμια συστήματα», που δημοσιεύτηκαν το 1632, παρουσιάζοντας με μαεστρία την υπεροχή του κοπερνίκειου συστήματος μέσω διαλόγων μεταξύ των χαρακτήρων Σαλβιάτι και Σιμπλίκιου.

Το 1632, η Ιερά Εξέταση τον καλεί στη Ρώμη για να αποσύρει το «Διαλόγους σχετικά με τα δύο κύρια παγκόσμια συστήματα». Εκεί κρίθηκε ένοχος για την υποστήριξη και διδασκαλία του κοπερνίκειου συστήματος και αναγκάστηκε να ανακαλέσει. Όμως η ποινή φυλάκισής του μετατράπηκε σε ισόβιο κατ' οίκον περιορισμό λόγου του κύρους του.

Από το 1634 έως το 1637, ενώ ήταν σε περιορισμό, ο Γαλιλαίος έγραψε τους «Λόγους και μαθηματικές επιδείξεις σχετικά με δύο νέες επιστήμες», έργο που συνοψίζει τα πειράματά του και τις σκέψεις του για τη μηχανική στην πορεία των χρόνων. Ο Γαλιλαίος πέθανε το 1642, και λόγω της καταδίκης του, ο τόπος ταφής του ήταν άγνωστος μέχρι που επανενταφιάστηκε το 1737.

2.5.2 Συνδέοντας το Γαλιλαίο με το έργο του

Ο κόσμος αφότου ο Γαλιλαίος έστρεψε το τηλεσκόπιο του στον ουρανό το 1609 δε θα παραμείνει ίδιος. Σιγά σιγά τα πειραματικά στοιχεία πληθαίνουν και τα νέα δεδομένα πλήττουν ένα προς ένα κύριους πυλώνες της αριστοτελικής θεωρίας όπως το γεωκεντρικό μοντέλο και η ακινησία της γης προς ένα άπειρο, ανοιχτό σύμπαν όπως περιγράφει ο Koyré (1989) στο βιβλίο του «Από τον κλειστό κόσμο στο άπειρο σύμπαν»

Όμως για να συντελεστεί στο μέλλον η Νευτώνεια σύνθεση πρέπει να βρεθεί χώρος για μια θεωρία της αδράνειας και μια θεωρία δύναμης, Όπως εύστοχα αναφέρει ο Westfall (1992, σ.174) *«Η αδυναμία των μηχανοκρατικών να σκεφτούν ότι υπάρχουν και άλλες έννοιες δύναμης εκτός από αυτή του κινούμενου σώματος, αποτέλεσε εμπόδιο στην ανάπτυξη μια μαθηματικής δυναμικής και έτεινε να περιορίζει τη μηχανική στα προβλήματα κινηματικής, στα οποία οι κινήσεις περιγράφονταν χωριστά από τις δυνάμεις που τις προκαλούν.»*

Βέβαια η πειραματική φυσική, οι ελεύθερες πτώσεις αντικειμένων υπάρχουν και πριν τα διάσημα πειράματα του Γαλιλαίου και συνδέονται με το έργο των μηχανικών και της στατικής. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε σύμφωνα με τον Katz (2013, σ.432) πως ο Simon Stevin (1548-1620), πέρα από το κεφαλαιώδους σημασίας έργο του για τα δεκαδικά κλάσματα και την κατάρριψη του αριστοτελικού διαχωρισμού μεγέθους-αριθμού, περιγράφει στο βιβλίο του «Αρχές της Στατιστικής», που εκδόθηκε το 1586, ότι: Από τον πύργο της εκκλησίας στην πλατεία αγοράς στο Ντελφτ (De Nieuwe Kerk, Delft) σε ύψος ενενήντα μέτρων, έριψε, μαζί με τον Jan Cornets de Croot, δύο σφαίρες από μόλυβδο η μια σε δεκαπλάσιο μέγεθος από την άλλη. Παρατήρησαν ότι έπεσαν στο έδαφος συγχρόνως, καταρρίπτοντας την κυρίαρχη άποψη του Αριστοτέλη, ότι τα βαρύτερα σώματα πέφτουν ταχύτερα.(Remko Scha, 2011). Ενώ την ίδια εποχή ο Άγγλος μαθηματικός-μυστικιστής John Dee (1527-1608), γνωστός για το έργο του στην Ευκλείδεια Γεωμετρία, αναφέρει πως *«Στατική είναι η μαθηματική τέχνη που αποδεικνύει την αιτία της βαρύτητας και της ελαφρότητας όλων των πραγμάτων και την αιτία των κινήσεων και των ιδιοτήτων που αρμόζουν στη βαρύτητα και την ελαφρότητα»* (Dee, 1570, Mathematical Preface σ.25)

Όμως η αλλαγή στην αντίληψη της κίνησης προϋποθέτει και ένα άλλο σύστημα σύλληψης του κόσμου, το οποίο έρχεται κατά παρέκβαση των πειραμάτων (νοητικών και μη) κινηματικής προηγούμενων αιώνων μέσα από το έργο των Κοπέρνικου και Κέπλερ στην αστρονομία και του Καρτέσιου στα μαθηματικά και τη φιλοσοφία.

2.5.3 Φυσική Φιλοσοφία και Μαθηματικά του Γαλιλαίου

Εισαγωγικά στοιχεία για τα πειράματα του Γαλιλαίου

Ο Γαλιλαίος έχει ένα τεράστιο έργο που χωρίζεται σε αδρές γραμμές σε 2 κατηγορίες, τα έργα του που εκδόθηκαν και τις χειρόγραφες σημειώσεις του. Ερευνητές του Γαλιλαίου όπως ο Stillman Drake έχουν κάνει τεράστια προσπάθεια τα τελευταία χρόνια να «αποκρυπτογραφήσουν» την πορεία σκέψης του μέσα από τις σημειώσεις του για να αναδυθεί η πορεία σκέψης του. Ο Γαλιλαίος διατυπώνει ξεκάθαρα πως πρώτα έφτανε με βάση τους νόμους της λογικής, της συμμετρίας και της αισθητικής στη διατύπωση ενός νόμου, και μετά καλούσε το πείραμα ως τελικό επισφράγισμα της ορθότητας του νόμου αυτού, προχωρώντας δηλαδή βάση της υποθετικο-πειραματικής του μεθόδου σύμφωνα με τον Cohen (2008, σ.243). Διατυπώνοντας εν τέλει πως «Είναι *έτσι γιατί δεν θα μπορούσε να είναι αλλιώς*» (Koyré, 1991, σ.30)

Ο Γαλιλαίος ισχυρίζεται πως «Η ίδια η φύση με οδήγησε στο νόμο της ελεύθερης πτώσης.» Ο S. Drake, μέσω ενδελεχούς ανάλυσης των πειραματικών καταγραφών του Γαλιλαίου, έχει διατυπώσει μια αναθεωρητική θέση σχετικά με την ανακάλυψη του νόμου της ελεύθερης πτώσης. Στο έργο του «The Role of Music in Galileo's Experiments», ο Drake (1975, σ.98) υποστηρίζει: «Οι συγκεκριμένοι υπολογισμοί που κάνει δείχνουν ότι ο Γαλιλαίος δεν ήξερε τη σωστή διατύπωση του νόμου όταν άρχισε τις πειραματικές του μετρήσεις.». Αυτή η θέση έρχεται σε αντίθεση με την επικρατούσα άποψη των προγενέστερων ιστορικών της επιστήμης. Η παραδοσιακή ιστοριογραφική προσέγγιση υποστήριζε ότι ο Γαλιλαίος πρώτα ανακάλυψε τον νόμο μέσω γεωμετρικών και μαθηματικών συλλογισμών και στη συνέχεια προχώρησε στην πειραματική του επαλήθευση.

Όπως είδαμε παραπάνω και εύστοχα περιγράφει ο Cohen (2008, σ.243-244) η συνήθης πρακτική του Γαλιλαίου είναι να κάνει κάποια πρωταρχικά πειράματα που κάνει του δίνουν μια πρώτη ιδέα για το ποιά είναι η σωστή μορφή του νόμου που ψάχνει να βρει, ή τί να μη λάβει υπόψιν του. Στη συνέχεια προσπαθούσε να βρει την ακριβή έκφραση του νόμου αυτού με βάση την Πυθαγόρεια αντίληψη περί συμμετρίας και ομορφιάς. Και τέλος με νέα πειράματα να επιβεβαιώσει ότι πράγματι ο νόμος που βρήκε είναι αυτός που ακολουθεί η φύση. Είναι σημαντικό να σημειωθεί πως ο Γαλιλαίος δεν έδωσε ποτέ κανέναν νόμο με τη γνωστή μαθηματική μορφή που τους ξέρουμε σήμερα. Τους νόμους που έβρισκε τους διατύπωνε με λόγια. Επειδή δε κατά το Γαλιλαίο *«το μεγάλο βιβλίο της φύσης είναι γραμμένο με γεωμετρικούς χαρακτήρες»* (Crombie,1992,σ.145), η διατύπωση των νόμων με μαθηματική μορφή θα οδηγούσε σε ποσοτικές μετρήσεις που θα μπορούσαν να ελέγξουν την εγκυρότητα των νόμων. (Γαβρόγλου, 2003 σ.146). Όπως αναφέρει ο Crombie (1992, σ.146) ο Γαλιλαίος διατύπωνε τις θεωρίες με το ευκλείδειο σχήμα και ονόμασε τη μέθοδο του «argomento ex supposition", δηλαδή καθ' υπόθεση επιχείρημα.

Χαρακτηριστικά σε μια επιστολή του προς τον φίλο του και μαθηματικό-ιερωμένο M. Mersenne (1588 – 1648) ο Γαλιλαίος περιγράφει ένα πείραμα ελεύθερης πτώσης, δίνοντας τα πειραματικά αποτελέσματα που παίρνει. Όταν δε μετά λίγο καιρό ο Μερσέν προσπαθεί να επαναλάβει το ίδιο πείραμα βρίσκεται σε αδιέξοδο γιατί του είναι αδύνατο να αναπαράγει τα αποτελέσματα του Γαλιλαίου με τις ίδιες πειραματικές διατάξεις. Σήμερα αναφέρει ο Cohen (2008, σ.216) ξέρουμε ότι τα αποτελέσματα αυτά είναι σίγουρα λάθος και ότι ο Γαλιλαίος είχε πέσει έξω.

Βέβαια το 1960 ο ιστορικός Thomas B. Settle επανέλαβε όλα τα πειράματα που περιγράφει ο Γαλιλαίος στα βιβλία του (και όχι στις επιστολές ή στους ισχυρισμούς του) και τα βρήκε ότι είναι πέρα για πέρα σωστά. Σίγουρα όμως ο Γαλιλαίος πάντως δεν περιγράφει με λεπτομέρειες πολλά πειράματα και δεν δίνει τα αποτελέσματά του με επίσημο τρόπο. Η διαμάχη αυτή δεν έχει τελειώσει καθώς αφενός μεν η έρευνα δεν έχει σταματήσει, αφετέρου δε ερευνητές όπως ο Koyré με την ανάδειξη της πλατωνικής επιρροής στον Γαλιλαίο τονίζουν την επιρροή των πειραμάτων σκέψης στο έργο του.

Ο πλατωνιστής Γαλιλαίος για τον Crombie (1992, σ.145), διαφέρει από τον Πλάτωνα. Ενώ ο Πλάτωνας ερμηνεύει τον φυσικό κόσμο ως το φθαρτό αντίγραφο του ιδεατού κόσμο, αυτού των μαθηματικών μορφών, ο Γαλιλαίος πιστεύει πως ο φυσικός κόσμος αποτελείται αυτούσιος από τις μαθηματικές μορφές και κατά συνέπεια οι νόμοι του μπορούν να περιγραφούν με ακρίβεια.

Για την Κίνηση

Ο Γαλιλαίος προσπαθεί να συλλάβει τους νόμους της κίνησης και ειδικότερα τους νόμους της πτώσης των σωμάτων στη γη. Τα παρουσιάζει όλα στα βιβλία του «Διάλογοι για τις δυο νέες επιστήμες» και «Διάλογος σχετικά με τα δυο κύρια συστήματα του κόσμου». Τα 2 συστήματα είναι το Πτολεμαϊκό και το Κοπερνίκειο. Ο Γαλιλαίος απευθύνει με πρωτότυπο τρόπο τα ερωτήματα του στη Φύση, χωρίς όμως να στέκεται απλά στην καταγραφή της εμπειρικής παρατήρησης. Για το λόγο αυτό στα πειράματα του ρίχνει διάφορα σώματα από ψηλούς πύργους χρησιμοποιεί το κεκλιμένο επίπεδο κ.α.

Σε αδρές γραμμές η κίνηση αναλύεται από τον ίδιο σε 3 περιπτώσεις:

- Για τον ίδιο η πιο απλή κίνηση είναι η ομαλή ευθύγραμμη κίνηση. Ο Γαλιλαίος την αποκαλεί «φυσική κίνηση» (naturalem motum). Όταν δηλαδή ένα σώμα κινείται πάνω σ' ένα οριζόντιο επίπεδο που εκτείνεται στο άπειρο, χωρίς κανένας (καμία δύναμη) να επιδρά πάνω σε αυτό.
- Με κριτήριο την απλότητα, έπεται η ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση, όταν ένα σώμα αφεθεί να πέσει από κάποιο ύψος πάνω στην επιφάνεια της Γης.
- Η κίνηση που δεν εμπίπτει ούτε στην πρώτη ούτε στη δεύτερη κατηγορία.
- Τέλος, επηρεασμένος από τον Αριστοτέλη, ή μη μπορώντας με τις γνώσεις που είχε να δει την αλήθεια, ο Γαλιλαίος θεωρεί σαν ομαλή, δηλαδή μη επιταχυνόμενη, και την κυκλική κίνηση που κάνει ένα υλικό σώμα. (Cohen, 2013, σ.119)

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Στο τελευταίο βιβλίο που γράφει ο Γαλιλαίος μετά την καταδίκη του «Δυο καινούριες επιστήμες» δίνεται ο ορισμός της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης ως εξής»: *«Είναι η κίνηση που γίνεται κατά τη διεύθυνση μιας ευθείας γραμμής και κατά την οποίαν, οποιαδήποτε ίσα χρονικά διαστήματα και αν πάρουμε, οι αποστάσεις που διανύει το κινητό σ' αυτά είναι πάντα ίσες μεταξύ τους»*

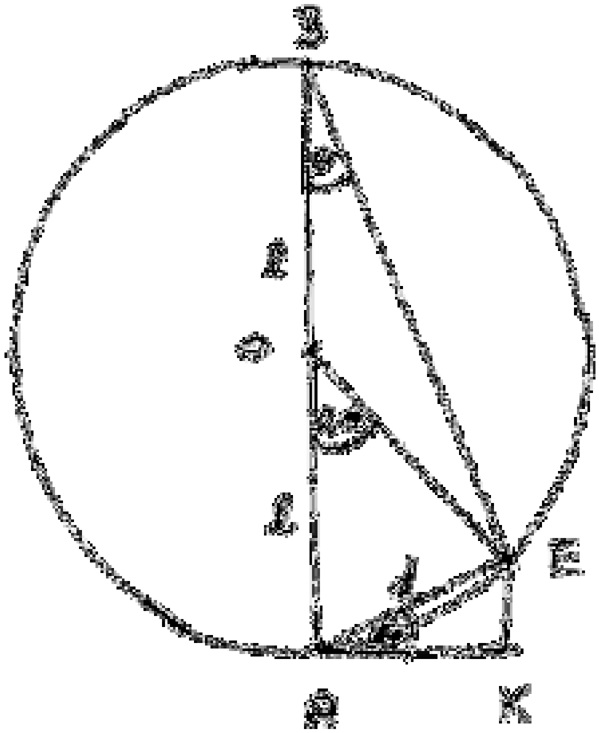
Ο Γαλιλαίος διαπιστώνει πως αν υπάρχει ένα τέλειο, χωρίς τριβές επίπεδο, τότε τελικά η κίνηση πάνω σε αυτό δεν μπορεί να είναι ομαλή, αφού μια και η Γη είναι στρογγυλή, μετά από κάποιο χρόνο το σώμα θα αρχίσει να απομακρύνεται συνεχώς από το κέντρο της Γης. Όμως για τον Γαλιλαίο η κίνηση αυτή έχει σημασία γιατί στην πραγματικότητα η Γη είναι τόσο μεγάλη, που μπορούμε να φανταστούμε ένα οριζόντιο επίπεδο πάνω στο οποίο κινείται ένα σώμα, χωρίς ν' απομακρύνεται αισθητά, για την περιοχή που εκτελούμε το πείραμα, από το κέντρο της Γης. Μιας και η ταχύτητα υ είναι σταθερή, τότε το διάστημα s που διανύει το κινητό θα είναι ανάλογο του χρόνου t, δηλαδή θα έχουμε $s \propto t$ (Cohen, 2013, σ.140)

Ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση

Ο ορισμός του Γαλιλαίου για την ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση είναι πως είναι εκείνη η κίνηση στην οποία κατά τη διάρκεια οποιωνδήποτε ίσων χρονικών διαστημάτων δίνονται ίσες αυξήσεις στην ταχύτητα του σώματος όπως διαβάζουμε στον Drake (1972). Ο Γαλιλαίος σύμφωνα πάλι με τον Drake (1970) αναγνωρίζει ότι η ελεύθερη πτώση ενός σώματος είναι μια ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση, λέγοντας μέσω του Salviati πως ένα βαρύ σώμα έχει από μόνο του την τάση να κινηθεί με μια σταθερή και ομοιόμορφη επιταχυνόμενη κίνηση προς το κέντρο της βαρύτητας, δηλαδή προς το κέντρο της Γης, έτσι που σε ίσα χρονικά διαστήματα δέχεται ίσες αυξήσεις της ορμής του και της ταχύτητάς του.

Όμως το αν η ταχύτητα είναι ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης ή του χρόνου είναι ένα ερώτημα που θα τον απασχολήσει έντονα όπως θα δούμε παρακάτω

Ο Γαλιλαίος μελετούσε το «νόμο» της ελεύθερης πτώσης παράλληλα με το «νόμο» του εκκρεμούς διαβάζουμε στον Drake (1978, σ.399) Ανακάλυψε και τους δύο «νόμους» καθώς η κίνηση του εκκρεμούς και η ελεύθερη πτώση ως κινήσεις τις δούλευε και πειραματικά και θεωρητικά με την ισοδύναμη κίνηση μιας μικρής σφαίρας στην περιφέρεια ενός κατακόρυφου κύκλου και στις χορδές του κύκλου αυτού που το ένα τους άκρο είναι το κατώτατο σημείο του κύκλου, όπως δείχνει το (Σχήμα 5). Περισσότερα μπορούμε να διαβάσουμε από τους Matthews, M. R. (2004) και Ariotti, P. (1968). Από τη μελέτη της κίνησης αυτής πέρασε στη συνέχεια στην πειραματική δουλειά με το κεκλιμένο επίπεδο.



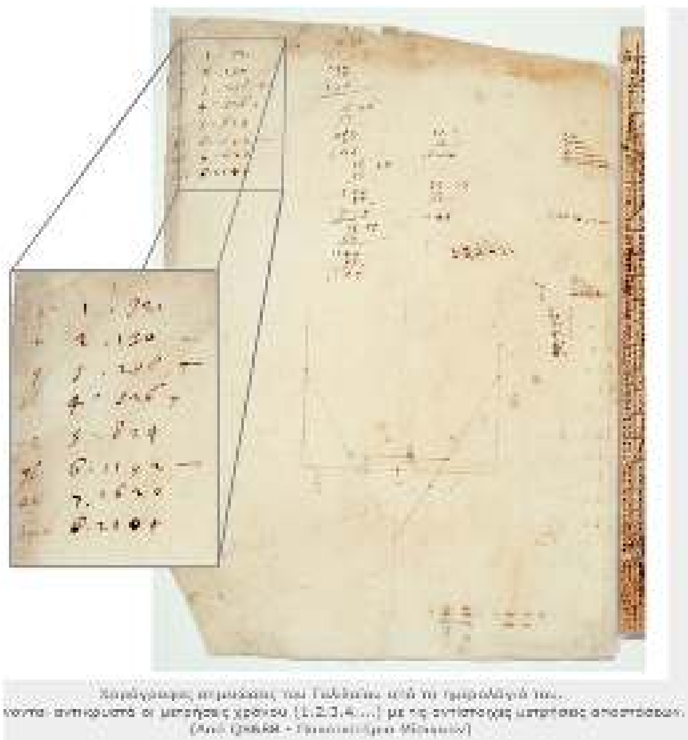
Σχήμα 5

Ελεύθερη πτώση

Οι πρώτες σκέψεις και πειράματα του Γαλιλαίου σχετικά με την ελεύθερη πτώση καταγράφονται στο βιβλίο του «De Motu» (Για την κίνηση) το οποίο γράφτηκε τα έτη 1589-1592, εκδόθηκε όμως και κυκλοφόρησε στο πλήρες του το 1890.

Από το 1590 που αρχίζει τις σημαντικές επιστημονικές του έρευνες στην κινηματική, η κίνηση τους εκκρεμούς είναι από τα πρώτα που τραβούν την προσοχή του.

Έφτασε έτσι στο συμπέρασμα σύμφωνα με τον Matthews (2004) ότι η πτώση κατά μια διάμετρο (του εκκρεμούς) διαρκεί όσο και η πτώση όταν το σώμα ακολουθεί το τόξο της διαμέτρου αυτής. Έπειτα προσπάθησε να επαληθεύσει τη σχέση αυτή, ρίχνοντας κυρίως ένα σώμα από το ανώτατο σημείο του κύκλου, και μετρώντας το χρόνο που κάνει το ίδιο σώμα όταν κατέβει κατά μήκος της ημιπεριφέρειας. Το πείραμα ποτέ δεν επαληθεύτηκε και έτσι προσπαθώντας να καταλάβει την αιτία της ασυμφωνίας έφτασε τελικά στη διατύπωση του «νόμου» της ελεύθερης πτώσης.



Σχήμα 6

Όπως πληροφορούμαστε από τον Γαβρόγλου (2003, σ. 147-148) ο Γαλιλαίος ανέδειξε τη σημασία του ειδικού βάρους, δηλαδή του βάρους ανά μονάδα όγκου, αποστασιοποιούμενος από την έννοια της εσωτερικής αντίστασης που είχε κυριαρχήσει στις προηγούμενες θεωρήσεις.

Στο έργο του «De Motu», ο Γαλιλαίος εισήγαγε την έννοια του ενεργού βάρους, το οποίο ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ του ειδικού βάρους του σώματος και του ειδικού βάρους του μέσου στο οποίο κινείται. Υποστήριξε ότι αυτή η διαφορά καθορίζει την ταχύτητα πτώσης, τόσο σε πλήρες μέσο όσο και στο κενό. Ειδικότερα για το κενό, όπου το ειδικό βάρος του μέσου είναι μηδέν, η ταχύτητα θα είναι ανάλογη μόνο του ειδικού βάρους του σώματος.

Η θεωρία του Γαλιλαίου αντικατέστησε τις μεσαιωνικές αντιλήψεις περί στοιχειακών και μεικτών σωμάτων με τα ομογενή αρχιμήδεια μεγέθη (σ. 147). Διατύπωσε τη θέση ότι κατά την ελεύθερη πτώση, ένα σώμα υφίσταται σταθερή επιτάχυνση, με την απόσταση που διανύει να είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου. Υποστήριξε ότι η επιτάχυνση είναι ανεξάρτητη από τη σύσταση, το βάρος, τον όγκο και το σχήμα των σωμάτων, αποτελώντας μια φυσική σταθερά. (σ. 148)

Ο Γαλιλαίος φαίνεται να κατέληξε σε αυτά τα συμπεράσματα περί το 1604, αν και η λεπτομερής ανάλυση του νόμου παρουσιάστηκε στο έργο του «Δύο Νέες Επιστήμες» το 1638, με σύντομη αναφορά και στους «Διαλόγους» του 1632.

Τέλος, ο Γαλιλαίος υποστήριξε ότι ο νόμος της ελεύθερης πτώσης θα ίσχυε με απόλυτη ακρίβεια στο κενό. Οι παρατηρούμενες διαφορές στους χρόνους πτώσης μεταξύ διαφορετικών αντικειμένων (π.χ. φτερό και σίδηρος) αποδίδονται στην αντίσταση του αέρα και όχι σε εγγενείς ιδιότητες των σωμάτων)

Ελεύθερη Πτώση και ο Νόμος των Περιττών Αριθμών

Ο Γαλιλαίος, κατανόησε την ελεύθερη πτώση, παρακάτω αναλύουμε την ελεύθερη πτώση αντλώντας πληροφορίες κυρίως από τον Γαβρόγλου (2003, 150-151), Ο Γαλιλαίος επικεντρώθηκε σε μια σημαντική αριθμητική ακολουθία που φαίνεται να διαδραματίζει καίριο ρόλο στη διατύπωση του σχετικού νόμου. Θυμίζουμε επίσης ότι ήδη από το 14^{ο} αιώνα ήταν γνωστός «ο κανόνας του Μέρτον».

Παρακάτω αναλύουμε πως ο Γαλιλαίος συνδυάζει την θεωρητική μαθηματική μοντελοποίηση ενός φυσικού προβλήματος με τέτοιο τρόπο ώστε να εξάγει συμπεράσματα για την κίνηση και την ελεύθερη πτώση. Η προσέγγιση αυτή του επέτρεπε τη μελέτη του φαινομένου της επιτάχυνσης υπό συνθήκες που ήταν πιο εύκολα μετρήσιμες και αναλύσιμες σε σύγκριση με την απευθείας μελέτη της ελεύθερης πτώσης. Έτσι, το κεκλιμένο επίπεδο λειτούργησε ως ένα πειραματικό μοντέλο που επέτρεπε την εις βάθος διερεύνηση των νόμων της κίνησης υπό την επίδραση της βαρύτητας.

Έστω

S1 = 1, τότε

S 2 – S1 = 3

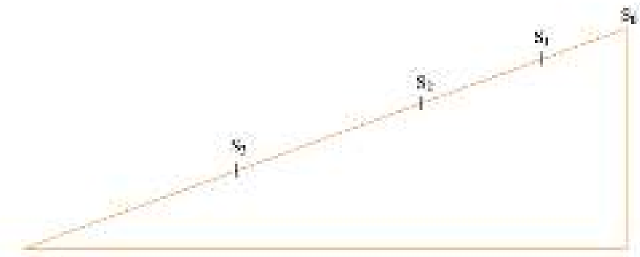
S 3 – S2 = 5

S 4 – S3 = 7

κ.ο.κ. **(Σχήμα 7)**

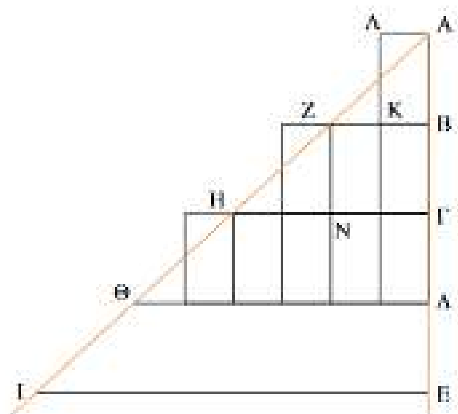
Ο νόμος της ελεύθερης πτώσης, γνωστός και ως «νόμος των περιττών αριθμών», αποτέλεσε κομβικό σημείο στην έρευνα του Γαλιλαίου. Η μεθοδολογία του περιελάμβανε την αυθαίρετη επιλογή μονάδων μέτρησης για το χρόνο και την απόσταση, με την προϋπόθεση της συνεπούς εφαρμογής τους για όλη τη διάρκεια του πειράματος. Συγκεκριμένα, αν S1 αντιπροσωπεύει την απόσταση που διανύει μια σφαίρα σε κεκλιμένο επίπεδο κατά την πρώτη μονάδα χρόνου, οι επόμενες αποστάσεις S2, S3, κ.ο.κ, αντιστοιχούν στις αποστάσεις που διανύονται στο τέλος της δεύτερης, τρίτης, κ.ο.κ μονάδας χρόνου. Ο λόγος μεταξύ των διαστημάτων που διανύει σε ίσα χρονικά διαστήματα ένα σώμα, που πέφτει ελεύθερα από την ηρεμία, είναι ίσος με τον λόγο μεταξύ των περιττών αριθμών, αρχίζοντας από τον αριθμό ένα.

Συνεχίζοντας (ο.π, σ. 150-151) στις αρχές του 17^{ου} αιώνα, ο Γαλιλαίος προσπάθησε να επαναλάβει και να επεκτείνει αυτά τα πειράματα. Αν τα κατάφερνε, η επιτυχής επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων μέσω ακριβών μετρήσεων θα αποτελούσε ισχυρή ένδειξη για την εγκυρότητα της θεωρίας του περί επιτάχυνσης των σωμάτων κατά την ελεύθερη πτώση. Η επιλογή της μελέτης της κίνησης σε κεκλιμένο επίπεδο ήταν λοιπόν μια στρατηγική επιλογή, καθώς αντιπροσώπευε μια πιο «ελεγχόμενη» μορφή της επιτάχυνσης που προκαλείται από τη βαρύτητα της Γης.

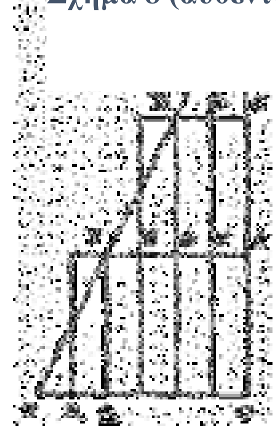


Σχήμα 7 (αναπαράσταση)

Σχήμα 8 (αυθεντικό)



Σχήμα 9 (αναπαράσταση)



Σχήμα 10 (αυθεντικό)

Ας δούμε πως φτάνει σε αυτό το συμπέρασμα όπως αναλύεται από στο Γαβρόγλου (2003, σ. 152-154)

Θεωρούμε ότι ο κάθετος άξονας είναι ο άξονας του χρόνου. Αν το διάστημα ΑΒ αντιπροσωπεύει τη μονάδα χρόνου, τότε ΑΒ=ΒΓ=ΓΔ=… κ.ο.κ δηλαδή χωρίζεται ο άξονας του χρόνου σε ίσα τμήματα που αποτελούν την επανάληψη της μονάδας χρόνου που επιλέγουμε. **(Σχήμα 9)**

Έπειτα θεωρούμε πως η ευθεία ΑΙ «χαρακτηρίζει» και περιγράφει τη συγκεκριμένη κίνηση. Θα μπορούσε να αντιπροσωπεύει μια ελεύθερη πτώση ή μια κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΖ, ΓΗ, ΔΘ και ΕΙ εκφράζουν την ταχύτητα που έχει ένα σώμα που ξεκινάει από ηρεμία στο Α, στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου, της δεύτερης μονάδας χρόνου, της τρίτης κλπ. Παρακάτω επιχειρείται να βρεθεί η σχέση ανάμεσα στο μήκος της κάθε ευθείας και την εκάστοτε ταχύτητα.

Θα πρέπει, να θυμηθούμε την απόδειξη του Oresme-Κανόνας του Μέρτον, που έχουμε ήδη παρουσιάσει στο προηγούμενο Κεφάλαιο 1. Ο Oresme είχε αποδείξει πως η απόσταση που διανύει ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα, μετά από ένα συγκεκριμένο χρόνο, είναι ίση με την απόσταση που διανύει ένα άλλο σώμα που αρχίζει την κίνησή του από θέση ηρεμίας και, στη διάρκεια του ίδιου χρόνου, επιταχύνεται και αποκτά ταχύτητα ίση με το διπλάσιο της ταχύτητας του πρώτου σώματος. Στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου, η απόσταση που έχει διανύσει το σώμα είναι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΖ, αφού για να βρεθεί η απόσταση πρέπει να πολλαπλασιαστεί ο χρόνος με την ταχύτητα. Το εμβαδόν του τριγώνου είναι $\frac{1}{2} \times BZ \times AB$ και το οποίο είναι ίσο με το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΚΛ όπου ΒΚ = Κ□.

Η φυσική ερμηνεία με τις έως τώρα συμβάσεις είναι η εξής: Εάν ένα σώμα ξεκινάει από μια θέση ηρεμίας Α, πέφτει ελεύθερα και στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου έχει ταχύτητα (ΒΖ), τότε η απόσταση που έχει διανύσει είναι ίση με την απόσταση που διανύει στη διάρκεια μίας μονάδας χρόνου ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα ΒΚ, που είναι η μισή της τελικής ταχύτητας ΒΖ, που αποκτάει το σώμα που είναι σε ελεύθερη πτώση. Σε αυτό το σημείο μπορούμε να θεωρήσουμε πως η πραγματική ταχύτητα είναι το μισό της κάθε ευθείας ΒΖ, ΓΗ, ΔΘ κλπ.

Τώρα, ας δούμε τι γίνεται στο πιο κρίσιμο τμήμα της απόδειξης, αυτό της δεύτερης μονάδας χρόνου στο σημείο Γ.

Την κίνηση μπορεί να αναπαρασταθεί νοητικά με 2 τρόπους. Ο πρώτος είναι να επαναλάβουμε το ίδιο σκεπτικό που αναπτύξαμε, για να κατανοήσουμε την κίνηση στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου.

Θεωρούμε, σαν 2^{ο} τρόπο, πως η κίνηση στο τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου μπορεί να «χαρακτηριστεί» ως το «άθροισμα» της κίνησης στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου και της κίνησης από το τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου Β έως το τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου. Αν το σώμα στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου Β συνέχιζε την κίνησή του με σταθερή ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα που είχε αποκτήσει στο Β, τότε και στο τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου θα είχε την ίδια ταχύτητα. Αυτό γιατί, στην πραγματικότητα το σώμα είναι σε ελεύθερη πτώση και άρα επιταχύνεται.

Η πρόσθετη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα στο τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου λόγω της επιτάχυνσης θα είναι τόση όση είχε αποκτήσει στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου. Διότι ο νόμος που διατύπωσε ο Γαλιλαίος λέει πως όλα τα σώματα υφίστανται την ίδια σταθερή επιτάχυνση ανά μονάδα χρόνου. Δηλαδή ότι η ταχύτητα αυξάνεται με ένα σταθερό, και άρα προβλέψιμο, ρυθμό. Άρα, αν επιλέξουμε μια συγκεκριμένη μονάδα χρόνου και αφήσουμε να πέσει ένα σώμα από μια θέση ηρεμίας, η ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το σώμα στο τέλος αυτής της μονάδας χρόνου θα είναι η ταχύτητα που αποκτάται από το μηδέν μόνο λόγω της επιτάχυνσης. Κα άρα τόση και μόνο τόση θα είναι η ταχύτητα που αποκτάται από την επιτάχυνση στο τέλος της όποιας μονάδας χρόνου. Η υπόλοιπη ταχύτητα θα είναι η ταχύτητα που έχει στο μεταξύ αποκτηθεί στη διάρκεια των προηγούμενων μονάδων χρόνου. Έτσι λοιπόν το εμβαδόν του ορθογωνίου ΒΓΝΖ είναι η απόσταση που θα διένυε το σώμα αν κινούνταν με τη σταθερή ταχύτητα, ίση με αυτή που είχε αποκτήσει στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου. Για να βρεθεί η πραγματική απόσταση, θα πρέπει να προστεθεί και το εμβαδόν του τριγώνου ΖΝΗ που είναι ίσο με το ΑΒΖ. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να δουλέψουμε και για την τρίτη μονάδα χρόνου.

Ο κανόνας του Μέρτον προκύπτει με τη μέτρηση των μικρών ορθογωνίων ανάμεσα στις δύο μονάδες: 1, 3, 5, 7… Αυτό όμως που έχει εξαιρετική σημασία και πρέπει να τονιστεί είναι ότι τον κανόνα αυτό ο Γαλιλαίος τον αποδεικνύει μαθηματικά κάνοντας χρήση ενός φυσικού νόμου. Ο ίδιος ο κανόνας του Μέρτον πρέπει να αποκτήσει φυσικό περιεχόμενο κάτι που ο Γαλιλαίος το επιχειρεί και προχωρά ως εξής. Χρησιμοποίησε λόγους όπου απαλείφονται οι άγνωστες σταθερές. Η απόσταση είναι ανάλογη με την ταχύτητα πολλαπλασιαζόμενη με το χρόνο $S \propto v \times t$ (όπου S: απόσταση, v: ταχύτητα, t: χρόνος).

$$\text{Άρα}, \frac{S_2}{S_1} = \frac{v_2}{v_1} x \frac{t_2}{t_1}$$

Από το σχήμα και με βάση θεωρήματα της γεωμετρίας για αναλογίες έχουμε $\frac{ΓΗ}{ΒΖ} = \frac{ΑΓ}{ΑΒ}$. Ο πρώτος λόγος είναι λόγος ταχυτήτων και ο δεύτερος είναι λόγος χρόνων. Προχωρώντας στην αντικατάσταση προκύπτει η παρακάτω σχέση:

$$\frac{v_2}{v_1} \,με\, \frac{ΓΗ}{ΒΖ} \;\; έχουμε \;\; \frac{S_2}{S_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2}$$

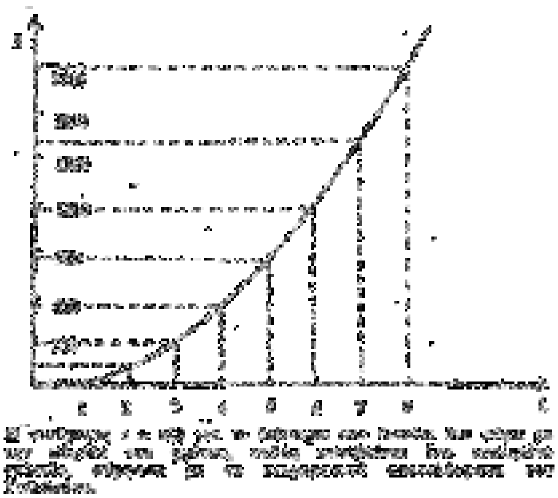
Το αποτέλεσμα των πειραμάτων του Γαλιλαίου αποδείχθηκε καταλυτικό, καθώς κατέδειξε ότι η απόσταση που διανύεται κατά την ελεύθερη πτώση είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου, αντικρούοντας την μέχρι τότε επικρατούσα άποψη περί γραμμικής σχέσης μεταξύ απόστασης και χρόνου.

Αυτή η ανακάλυψη οδήγησε στην επιβεβαίωση του κανόνα του Μέρτον, ο οποίος είχε αρχικά διατυπωθεί βάσει παρατηρήσεων σε κεκλιμένα επίπεδα. Ο Γαλιλαίος είχε ήδη επικυρώσει τον κανόνα αυτό μέσω πειραμάτων σε κεκλιμένα επίπεδα. Ωστόσο, η τεκμηρίωση του κανόνα του Μέρτον μέσω της ανάλυσης της ελεύθερης πτώσης υπονοούσε μια βαθύτερη συσχέτιση μεταξύ της κίνησης σε κεκλιμένο επίπεδο και της ελεύθερης πτώσης.

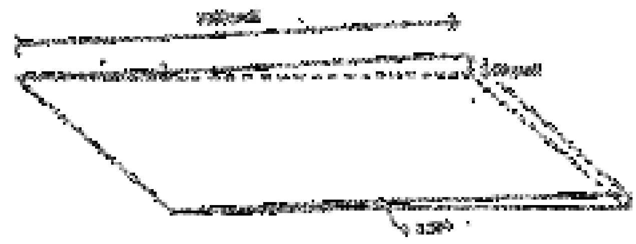
Αυτή η συσχέτιση αποτέλεσε ένα σημαντικό βήμα στην ενοποίηση της κατανόησης διαφορετικών τύπων κίνησης υπό την επίδραση της βαρύτητας. Η επιβεβαίωση του κανόνα του Μέρτον μέσω δύο διαφορετικών πειραματικών προσεγγίσεων από τη μία των κεκλιμένων επιπέδων και από την άλλη της ελεύθερης πτώσης και ενίσχυσε την εγκυρότητα του νόμου και τη γενικότητα των αρχών που διέπουν την κίνηση των σωμάτων υπό την επίδραση της βαρύτητας.

Πειράματα σε επικλινές επίπεδο

Από τα τέλη του 1603, ο Γαλιλαίος εγκαινίασε μια σειρά πειραματικών μελετών με εκκρεμή μεγάλου μήκους, περίπου 6 ποδιών. Οι έρευνές του επικεντρώθηκαν στη συγκριτική ανάλυση των χρόνων ελεύθερης πτώσης από



Σχήμα 11



Σχήμα 12

διαφορετικά ύψη, περισσότερα στο Hahn (2002) , καθώς και στη διερεύνηση της συσχέτισης μεταξύ αυτών των χρόνων και των περιόδων εκκρεμών με αντίστοιχα μήκη.

Στην αναζήτησή του για την ορθή μαθηματική περιγραφή της ελεύθερης πτώσης, αναφέρει ο Cohen (2013, σ. 104), ο Γαλιλαίος βασίστηκε σε σημαντικό βαθμό στην αριστοτελική φιλοσοφική αρχή περί απλότητας και συμμετρίας της φύσης. Υιοθετώντας αυτή την αρχή, ο Γαλιλαίος υποστήριξε ότι οι νόμοι που διέπουν τα φυσικά φαινόμενα πρέπει να χαρακτηρίζονται από αντίστοιχη απλότητα και συμμετρία.

Ακολουθώντας αυτή τη συλλογιστική, ο Γαλιλαίος κατέληξε σε δύο πιθανές μαθηματικές σχέσεις για την περιγραφή της κίνησης κατά την ελεύθερη πτώση:

υ ∝ s: Η ταχύτητα είναι ανάλογη του διανυθέντος διαστήματος.

υ ∝ t: Η ταχύτητα είναι ανάλογη του χρόνου πτώσης.

Ο Γαλιλαίος απέρριψε εξ αρχής πιο περίπλοκες σχέσεις, όπως $υ \propto s^2$, $υ \propto t^2$, κ.λπ., θεωρώντας ότι δεν συνάδουν με την αρχή της απλότητας των φυσικών νόμων (ο.π, σ. 104). Αυτή η προσέγγιση αναδεικνύει τον τρόπο με τον οποίο οι φιλοσοφικές αρχές και η αναζήτηση μαθηματικής κομψότητας καθοδήγησαν την επιστημονική μεθοδολογία του Γαλιλαίου στη διατύπωση των νόμων της κίνησης.

Την εποχή που ο Γαλιλαίος άρχισε τις έρευνές του στην κινηματική δεν υπήρχε ενιαίος ορισμός της ταχύτητας στην επιταχυνόμενη κίνηση σε σχέση με λόγους αποστάσεων ή χρόνων. Ο Γαλιλαίος χρησιμοποίησε τον ορισμό του Αρχιμήδη στην προσπάθειά του να βρει έναν ορισμό της ταχύτητας για την επιταχυνόμενη κίνηση, η οποία αλλάζει συνεχώς, ο οποίος θα χρησιμοποιούσε λόγους διαστημάτων και χρόνων. Τελικά όμως επέλεξε να ορίσει ως «ταχύτητα» στην ελεύθερη πτώση το τετράγωνο αυτού που αποκαλούμε σήμερα ταχύτητα, δηλαδή το υ^2 , γιατί έτσι νόμιζε ότι οι σχέσεις στις οποίες είχε καταλήξει γινόντουσαν πιο συμμετρικές. Τα παραπάνω τα εξηγεί αναλυτικά ο Cohen (2013, σ.241 και σ.104)

Έτσι λοιπόν, σύμφωνα με τον Drake, (1969, σ. 340–358), όταν ο Γαλιλαίος έγραφε προς το Sarpi ότι οι ταχύτητες είναι ανάλογες των αποστάσεων αυτό δεν σημαίνει ότι δεν είχε τη σωστή σχέση για την επιταχυνόμενη κίνηση, αλλά ότι δεν χρησιμοποιούσε τον όρο ταχύτητα με την έννοια που τον χρησιμοποιούμε εμείς σήμερα.. Το τι σήμαινε ταχύτητα στην επιταχυνόμενη κίνηση, δεν ήταν τελείως ξεκαθαρισμένο. Έτσι με τον όρο ταχύτητα άλλοι εννοούσαν τη μέση ταχύτητα υ του κινητού, άλλοι την τελική του ταχύτητα υ_τ , και άλλοι τις μονάδες της ταχύτητας υ^2 που είχε συνολικά κερδίσει το κινητό κατά τη διάρκεια της κίνησής του.

Τελικά**,** τα πειράματα στο κεκλιμένο επίπεδο δείχνουν ότι στο νόμο της ομαλής επιταχυνόμενης κίνησης το διάστημα s που διανύει ένα κινητό σε χρόνο t είναι ανάλογο του t^2.

Για την περίπτωση της ελεύθερης πτώσης ο Γαλιλαίο μη μπορώντας να κάνει ένα αντίστοιχο πείραμα απαντά τεχνηέντως μέσω του Σαλβιάτι στον αριστοτελικό Σιμπλίκιο πως τα πειράματα στο κεκλιμένο επίπεδο συνδέονται με την ελεύθερη πτώση, γιατί μπορούμε να θεωρήσουμε ότι στην οριακή περίπτωση στην οποίαν το επίπεδο γίνεται τελείως κατακόρυφο, είναι λογικό να περιμένουμε ο νόμος να ισχύει ακόμη.

Υπό το πρίσμα της κριτικής που ασκήθηκε στην Αριστοτελική φυσική, είναι σημαντικό να επισημάνουμε τη διαφοροποιημένη προσέγγιση του Γαλιλαίου, όπως αυτή αποτυπώνεται στην ανάλυση του W.C. Dampier (1947, σ.132-134)

Ο ίδιος αναφέρει ότι «Ο Γαλιλαίος δεν επιδίωκε να ανακαλύψει την αιτία της πτώσης των σωμάτων, αλλά να περιγράψει τον τρόπο με τον οποίο πέφτουν... Ο Ευκλείδης και οι προκάτοχοί του είχαν συστηματοποιήσει τη γεωμετρία σε μια αυστηρή μαθηματική δομή. Ο Ίππαρχος, ο Κοπέρνικος και ο Κέπλερ είχαν καταδείξει ότι η αστρονομία μπορούσε να αναχθεί σε γεωμετρική ανάλυση. Ο Γαλιλαίος απέδειξε ότι η ίδια προσέγγιση ήταν εφαρμόσιμη και στη γήινη δυναμική. Κατ' αυτόν τον τρόπο, κατόρθωσε να ενοποιήσει την αστρονομία και τη δυναμική υπό το πρίσμα των μαθηματικών.» (Dampier, 1947, σ.132)

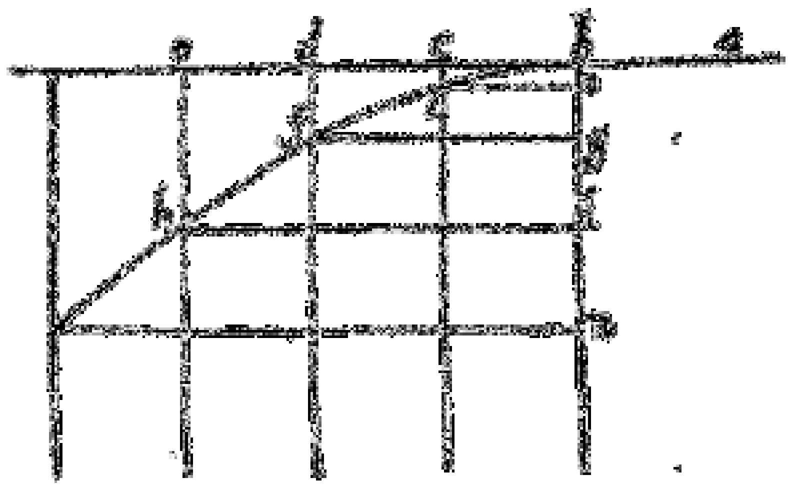
Η συνεισφορά του Γαλιλαίου έγκειται στην επέκταση της μαθηματικής μεθοδολογίας, που είχε ήδη εφαρμοστεί με επιτυχία στη γεωμετρία και την αστρονομία, στον τομέα της γήινης δυναμικής. Αυτή η ενοποίηση των διαφορετικών πεδίων της φυσικής υπό το κοινό πλαίσιο των μαθηματικών αποτέλεσε ορόσημο στην εξέλιξη της επιστημονικής σκέψης, προλειαίνοντας το έδαφος για τη μετέπειτα ανάπτυξη της κλασικής μηχανικής.

Πειράματα βολών

Ο Γαλιλαίος εισήγαγε πρώτος τον όρο «βολή» (projectio). Η καινοτόμος του προσέγγιση αναφέρεται στην ανάλυση της κίνησης ενός εκτοξευόμενου σώματος σε δύο διακριτές συνιστώσες: μια κατακόρυφη, χαρακτηριζόμενη ως ομαλά επιταχυνόμενη, και μια οριζόντια, περιγραφόμενη ως ομαλή κίνηση. Αυτή η μέθοδος ανάλυσης αποτελεί τη βάση της σύγχρονης προσέγγισης στο πρόβλημα της βολής. (Cohen, 2013, σ.249)

Ο Γαλιλαίος είχε αναπτύξει αυτή τη θεωρητική προσέγγιση ήδη από το 1608, ενώ το 1609 κατόρθωσε να παράσχει μια αυστηρή μαθηματική απόδειξη για την παραβολική φύση της τροχιάς του βλήματος. Αξίζει να σημειωθεί ότι η κατανόηση του νόμου της επιταχυνόμενης κίνησης από τον Γαλιλαίο χρονολογείται από το 1604, γεγονός που υπογραμμίζει τη συνέχεια και την εξέλιξη της σκέψης του.

Η αρχική πρόθεση του Γαλιλαίου σύμφωνα με τον Vasconcelos (2001) δεν ήταν η μελέτη της βολής καθαυτής, αλλά η διερεύνηση των ζητημάτων που σχετίζονται με την αδράνεια. Επιδίωκε να κατανοήσει την κίνηση ενός υλικού σώματος σε οριζόντιο επίπεδο υπό συνθήκες μηδενικής εξωτερικής δύναμης.



Σχήμα 13

Στο πλαίσιο των πειραματικών του μελετών, ο Γαλιλαίος χρησιμοποίησε μια πειραματική διάταξη που αποτελούνταν από τα εξής στοιχεία:

1. Ένα κεκλιμένο επίπεδο, τοποθετημένο σε υπερυψωμένη θέση.
2. Μια μικρή ορειχάλκινη σφαίρα ως το υπό μελέτη σώμα.
3. Ένα αυλάκι κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο λειτουργούσε ως οδηγός για την κίνηση της σφαίρας.

Η πειραματική διαδικασία περιελάμβανε τα ακόλουθα στάδια:

1. Η σφαίρα αφηνόταν να κυλήσει κατά μήκος του αυλακιού στο κεκλιμένο επίπεδο.
2. Στο τέρμα του κεκλιμένου επιπέδου, η σφαίρα εξαναγκαζόταν σε μια σύντομη οριζόντια πορεία.

3. Μετά την οριζόντια πορεία, η σφαίρα εισερχόταν σε ελεύθερη πτώση μέχρι την πρόσκρουσή της στο έδαφος.

Αυτή η πειραματική διάταξη επέτρεπε στον Γαλιλαίο να μελετήσει τη σύνθετη κίνηση που προέκυπτε από το συνδυασμό της αρχικής κίνησης στο κεκλιμένο επίπεδο, της σύντομης οριζόντιας κίνησης, και της επακόλουθης ελεύθερης πτώσης. Η μεθοδολογία αυτή αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της θεωρίας του περί παραβολικής τροχιάς των βλημάτων και συνέβαλε σημαντικά στην κατανόηση των αρχών της κινηματικής.

Για την αδράνεια

Ένα από τα πλέον συζητημένα ζητήματα στη μελέτη του έργου του Γαλιλαίου είναι η προσέγγισή του στην αρχή της αδράνειας. Η διατύπωση αυτής της αρχής σηματοδότησε μια ουσιαστική ρήξη με τις αριστοτελικές θεωρίες κίνησης, αν και η τελική, περιεκτική διατύπωση του Νεύτωνα αποτέλεσε σύνθεση προϋπαρχουσών ιδεών.

Ο Γαλιλαίος προσέγγισε σημαντικά τη διατύπωση της αρχής της αδράνειας μέσω ενός νοητικού πειράματος. Η πειραματική του διάταξη περιελάμβανε δύο κεκλιμένα επίπεδα. Μετά από εκτενείς δοκιμές και βελτιώσεις στη σφαιρικότητα του σώματος και τη λείανση των επιφανειών, ο Γαλιλαίος παρατήρησε ότι ένα σώμα που ξεκινούσε από ηρεμία σε ένα σημείο α στο πρώτο επίπεδο, πάντοτε σταματούσε στο δεύτερο επίπεδο Β πριν φτάσει στο σημείο β, το οποίο βρισκόταν στο ίδιο ύψος με το α. Παρατήρησε επίσης ότι όσο πιο τέλεια ήταν η σφαιρικότητα και η λείανση των επιφανειών, τόσο πιο κοντά έφτανε το σώμα στο σημείο β, χωρίς όμως ποτέ να το φτάνει ή να το υπερβαίνει.

Βασιζόμενος σε αυτές τις παρατηρήσεις, ο Γαλιλαίος εξήγαγε το συμπέρασμα ότι εάν το επίπεδο Β ήταν απολύτως οριζόντιο, το σώμα θα συνέχιζε την κίνησή του επ' αόριστον. Αυτό το συμπέρασμα, σύμφωνα με τον Γαλιλαίο, θα ίσχυε ανεξάρτητα από τη γωνία μεταξύ των δύο επιπέδων, δηλαδή ανεξάρτητα από το μέγεθος της αρχικής ώθησης. **(Σχήμα 14)**

Σύμφωνα με τον Γαβρόγλου (2003) το εν λόγω νοητικό πείραμα αποτέλεσε ένα κρίσιμο βήμα προς τη διατύπωση της αρχής της αδράνειας, υποδεικνύοντας ότι ένα σώμα σε κίνηση, απουσία εξωτερικών δυνάμεων, θα διατηρούσε την κίνησή του επ' αόριστον. Έτσι φαίνεται πόσο κοντά πλησίασε ο Γαλιλαίος στη νευτώνεια αδράνεια, ουσιαστικά διατυπώνοντας την χωρίς όμως να της δώσει τη μορφή αρχής-νόμου που κατόπιν έκανε ο Νεύτωνας.

Σχήμα 14

Σχήμα 15

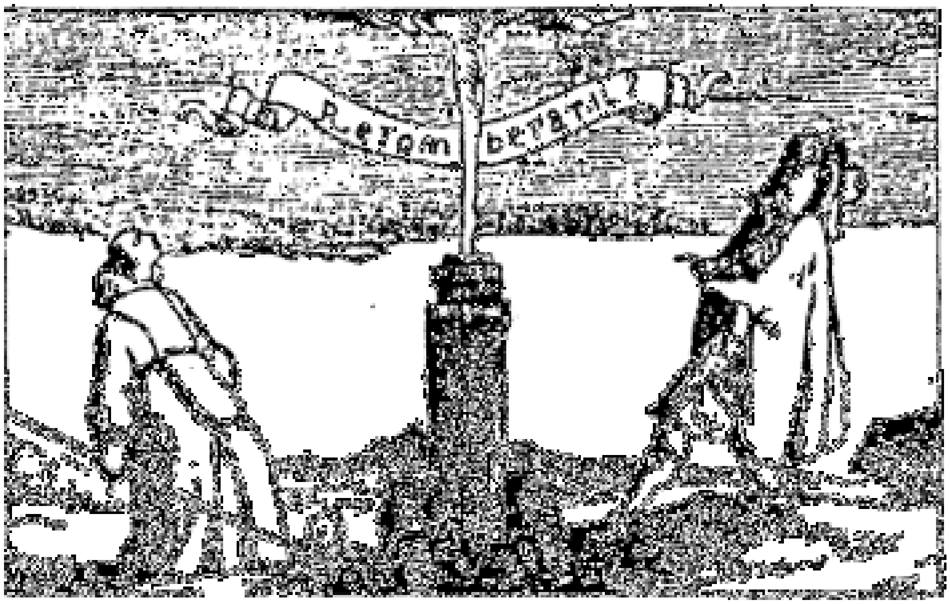
Για την Δυναμική της κίνησης

Η προσέγγιση του Γαλιλαίου στη δυναμική της κίνησης των σωμάτων αποτέλεσε προπομπό των νευτώνειων αρχών. Στην προσπάθειά του να κατανοήσει τους νόμους της επιταχυνόμενης κίνησης, ο Γαλιλαίος διερεύνησε σε βάθος τη δυναμική συμπεριφορά των κινούμενων σωμάτων.

Ο Γαλιλαίος απέρριψε την αριστοτελική θεωρία της «περίστασης», η οποία υποστήριζε την ύπαρξη μιας προωθητικής δύναμης που ασκείται από το μέσο στο κινούμενο σώμα. Αντ' αυτού, υιοθέτησε και ανέπτυξε περαιτέρω τη θεωρία της «εντυπωμένης δύναμης» του Φιλόπονου. Η προσέγγισή του επηρεάστηκε επίσης από τις ιδέες άλλων στοχαστών όπως ο Buridan, ο Franciscus De Marchia και ο Oresme.

Ένα κρίσιμο ζήτημα της εποχής του Γαλιλαίου, που συνέχισε να απασχολεί τους επιστήμονες και μεταγενέστερα, ήταν η πιθανή επίδραση της κίνησης ή ακινησίας της Γης στους νόμους της πτώσης των σωμάτων και της κίνησης γενικότερα. Ένα τυπικό πείραμα για τη διερεύνηση αυτού του ζητήματος περιελάμβανε τη ρίψη ενός σώματος από ύψος εντός ενός κινούμενου συστήματος αναφοράς, όπως μια άμαξα ή ένα πλοίο.

Η διαισθητική πρόβλεψη ήταν ότι το σώμα θα προσγειωνόταν πίσω από το σημείο κατακόρυφης προβολής του σημείου ρίψης, λόγω της κίνησης του συστήματος αναφοράς. Ωστόσο, η πειραματική παρατήρηση έδειξε το αντίθετο. Ο Γαλιλαίος ανέλαβε να εξηγήσει αυτό το φαινομενικά παράδοξο αποτέλεσμα μέσω της αρχής που διατύπωσε. **(Σχήμα 16)**



[illegible]

Σχήμα 16

2.6 Συνενώνοντας τα κομμάτια

2.6.1 Εννοιολογικές Μεταβολές

Όπως είδαμε για τους φιλόσοφους του Παρισιού του 14^{ου} αιώνα (π.χ. Oresme-Buridan), πολλές φορές η έννοια της «ενόρμησης» (impetus) θεωρούνταν συναφής ή συνώνυμη του βάρους που έχει ένα σώμα. Έτσι παρά το γεγονός ότι οι έννοιες του βάρους και της ενόρμησης είναι διαφορετικές είναι και οι δύο συμπωματικά η αιτία της κίνησης του σώματος. Δηλαδή, η ενόρμηση όπως διαβάζουμε στο Boudri (2002, σ. 51-53). είναι το αποτέλεσμα της δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα (vis impressed), το οποίο απαιτείται για να υπερισχύσει της αντίστασης του σώματος στην κίνηση, όταν αυτή η αρχική δύναμη πάψει να υπάρχει στο σώμα

Ο Γαλιλαίος, ενάντια στην αριστοτελική προσέγγιση, επίσης τονίζει ότι η «εντυπωμένη» δύναμη της κίνησης δεν μπορεί να βρίσκεται στο μέσο. Έτσι, τοποθετεί μία «εντυπωμένη» δύναμη και στη φυσική και στην εξαναγκασμένη κίνηση. Παρότι υιοθετεί στοιχεία της πρότερης «εντυπωμένης δύναμης», διακρίνει πως ένα κινούμενο σώμα δεν μπορεί να επιταχυνθεί από μόνο του, αλλά καθορίζεται από το βάρος του, όπως και τα σώματα σε ελεύθερη πτώση δεν μπορούν να επιταχυνθούν από εξωγενή δύναμη. Έτσι σύμφωνα με τον Sarnowsky (2008, σ. 140-141) αφήνει εκτός όλες τις οντολογικές προϋποθέσεις του αριστοτελικού πλαισίου.

Παράλληλα, η σταδιακή αποδοχή της ηλιοκεντρικής θεωρίας, δε σήμαινε αυτόματα και την αποδοχή νέων φυσικών φιλοσοφικών λύσεων με τις εννοιολογικές προκείμενες αυτών. Για παράδειγμα, ο Giordano Bruno επιμένει στην προώθηση της ηλιοκεντρικής θεωρίας, ωστόσο χρησιμοποιεί υπόρρητα την έννοια της ενόρμησης (impetus), αφού αναφέρεται στην ύπαρξη μιας δύναμης όμοια με εκείνη της έννοιας της ενόρμησης, αλλά χωρίς να περιγράφει την κίνηση των σωμάτων και τη διαδικασία της μεταφοράς της δύναμης αυτής. (ο.π, σ.139)

Ειδικότερα η πλήρης εδραίωση του κοπερνίκειου μοντέλου προϋποθέτει την ύπαρξη μιας άλλης έννοιας για την κίνηση. Ο Γαλιλαίος καταφέρνει να ξεφύγει από τις προηγούμενες αριστοτελικές εξηγήσεις ή τις θεωρήσεις του Καρτέσιου και να επικεντρωθεί στην έννοια της δύναμης έχοντας ως ασφαλή και σίγουρη θέση το κοπερνίκειο μοντέλο. Εντός αυτού του πλαισίου ξεκινά μία νέα περίοδος αναθεώρησης των εννοιών σύμφωνα με τον Westfall (1971, σ.3-4). Επιπλέον, στη σκέψη του Γαλιλαίου η έννοια της αδράνειας (inertia) είναι κρίσιμη. Η άποψη ότι κάθε κινούμενο σώμα θα συνεχίσει να κινείται με ομαλή κυκλική κίνηση, ωσότου να ασκηθεί κάποια εξωτερική δύναμη για να τη μεταβάλλει, έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην επίλυση των διαφόρων προβλημάτων που προέκυψαν από την κοπερνίκεια υπόθεση (ο.π, σ. 22-26). Παρόλ'αυτά όπως έχουμε τονίσει η πορεία αυτή δεν είναι ομαλή, ο Westfall (1971, σ.7) υποστηρίζει ότι η ίδια η ασαφής ορολογία του Γαλιλαίου φαίνεται να είναι εμπόδιο στην ανάδυση των πραγματικών προβλημάτων κίνησης.

Τον ίδιο καιρό ο Καρτέσιος είδαμε να αλλάζει τον τρόπο σύλληψης των εννοιών της κίνησης και της ενόρμησης διατυπώνοντας τον 1^{ο} Νόμο (Νόμος της Αδράνειας). Ο ίδιο επαναδιατυπώνει το ερώτημα της κίνηση δηλαδή, «γιατί αυτό το φυσικό αντικείμενο δεν εξακολουθεί να κινείται για πάντα;» (Sarnowsky, 2008, σ.123). Στη σκέψη του Καρτέσιος, όπως για τον Γαλιλαίο, η κίνηση είναι μια κατάσταση και συνεχίζει να κινείται όσο δεν επενεργεί κανένας εξωτερικός παράγοντας, για να τη μεταβάλει. ερμηνεία αντίστοιχων φυσικών φαινομένων. Ο Καρτέσιος, όπως διαβάζουμε στον Westfall (1971, σ. 73) χρησιμοποιεί τη δύναμη ενός σώματος, για να αποδώσει την απομάκρυνσή του από το κέντρο της κυκλικής κίνησης.

Όμως οι Garber και Roux (2012) αναφέρουν πως αν η επιστημονική επανάσταση υπήρξε, δεν περιορίζεται απλά στην απόρριψη του αριστοτελισμού, το μηχανοκρατικό παράδειγμα και την ανάδυση της μηχανικής και του πειράματος.

Από τα τέλη του 16^{ου} αιώνα, στο πλαίσιο της μαθηματικοποίησης της φύσης και της μηχανοκρατίας, όροι όπως η «δύναμη» αποκτά νέο νόημα. Κατά τον 16^{ο} και τον 17^{ο} αιώνα, όροι που φαινομενικά ανήκουν στην αριστοτελική παράδοση, όπως «ενόρμηση» (impetus), «ορμή» (momentum), φυσική και βίαιη κίνηση, εξακολουθούν να χρησιμοποιούνται. Όμως δεν είναι ίδιο το πλαίσιο που αυτές χρησιμοποιούνται καθώς τόσο οι εξελίξεις στη φυσική όσο και ενσωμάτωση των μαθηματικών στη φυσική είναι καθοριστικές.

Η έννοια της ενόρμησης (impetus) πλέον συνδέεται κυρίως με το κινούμενο σώμα αντί για το μέσο κίνησης, και θα είναι το αποτέλεσμα της κίνησης και όχι αιτία της. Επίσης, όπως είδαμε, η έννοια της ενόρμησης (impetus) επαναπροσδιορίζεται και συσχετίζεται με την έννοια της αδράνειας (inertia).

Έτσι θα φτάσουμε στα μέσα του $17^{ου}$ αιώνα, η έννοια της ορμής (momentum), η δύναμη της κρούσης (impact) και ο νόμος της διατήρησης της ποσότητας της κίνησης, να συνθέτουν ένα πλήρες μοντέλο για τη μηχανική, και πλάι σε αυτό το μοντέλο η έννοια της δύναμης θα παρείχε τα μέσα για την μαθηματική περιγραφή της (ποσοτικοποίησή).

2.6.2 Σημαντικά έργα για τη Φυσική της εποχής

Παράλληλα, ο Άγγλος επιστήμονας Robert Hooke (1635-1703) προτείνει ότι η τροχιακή κίνηση των πλανητών προκαλείται από μια κεντρική δύναμη. Θεωρεί ότι, εκτός από την επίδραση του ήλιου στους πλανήτες, κάθε ουράνιο σώμα ασκεί κάποια δύναμη σε ένα άλλο. Υποδεικνύει (χωρίς απόδειξη) ότι η ελάττωση της δύναμης της βαρύτητας είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της απόστασης. Για τον ίδιο, η ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση της ελεύθερης πτώσης ήταν το καταλληλότερο φιλοσοφικό μοντέλο, σε αντίθεση με την κίνηση που συνδέεται με τις απλές μηχανές, για τη συζήτηση περί δυνάμεων. Το έργο του αφιερώνεται στην πραγματοποίηση αυτής της σύνδεσης και, μέσω αυτής της προσπάθειας, υποστηρίζει ότι η δύναμη είναι ιδιότητα ενός σώματος σε κίνηση. Σε παρόμοια συμπεράσματα είχε οδηγηθεί και ο Edmond Halley (1656-1742), υποστηρίζοντας ότι πρέπει να υπάρχει κάποια δύναμη που δρα στους πλανήτες αντιστρόφως ανάλογα προς το τετράγωνο της απόστασης. Με βάση την περιγραφή του Westfall (1992, σ.213-215) ο Hooke θα είναι καταλυτικός για την εκλέπτυνση εννοιών από το Νεύτωνα στα πλαίσια της «ανταγωνιστικής» τους αλληλογραφίας, ενώ ο Halley θα είναι το κίνητρο όσο και τυπικά ο χρηματοδότης για να έρθει στο φως το «Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica».

Σημαντική συνεισφορά, όπως είδαμε μιλώντας για τον Γαλιλαίο, είχε και ο Ολλανδός φυσικός Κρίστιαν Χόυχενς (Christiaan Huygens, 1629-1695). Το έργο του συνδέει τον Γαλιλαίο με το Νεύτωνα. Διατύπωσε την αρχή διατήρησης της ορμής, εισήγαγε την έννοια της ροπής αδράνειας, υπολόγισε την επίδραση της φυγόκεντρης δύναμης στην τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας ανάλογα με το γεωγραφικό πλάτος. Ο Χόυχενς κατασκεύασε εκκρεμές, του οποίου το σφαιρίδιο διέγραφε μια καμπύλη που ονομάζεται κυκλοειδής, έτσι ώστε η περίοδος να είναι ανεξάρτητη από το πλάτος. Το 1673, δημοσίευσε το βιβλίο "Horologium Oscillatorium", όπου περιλαμβάνεται όλη η εργασία του σχετικά με τα ρολόγια εκκρεμούς. Εκεί περιγράφεται για πρώτη φορά πώς η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από το πλάτος των ταλαντώσεων.

Έτσι προχωράμε στο επιστέγασμα των προηγούμενων διανοητικών και πειραματικών προσπαθειών μέσα από το έργο του ανθρώπου, του Ισαάκ Νεύτωνα, που προσέφερε τελικά μια ενιαία θεωρία συνθέτοντας τόσο την ουράνια και επίγεια φυσική, όσο και μαθηματικά ποια την κινηματική και δυναμική προσέγγιση της κίνησης και μηχανικής. Ας θυμηθούμε πως ο Koyré (1991, σ.49) δεν διστάζει να αποκαλέσει την επιστημονική επανάσταση ως μια «μεταφυσική» επανάσταση ως προϋπόθεση του πειραματικού της χαρακτήρα αφού η ενοποίηση του Κόσμου, όπως συνέβη με το έργο του Νεύτωνα, προϋπόθετε αφενός μεν την εννοιολογική καταστροφή του, αλλά και την ανασύνθεση του χώρου ως έναν ομογενή γεωμετρικό χώρο και κατά συνέπεια μια γεωμετρικοποιημένη, μαθηματικοποιημένη, φύση και επιστήμη (ο.π., σ.50). Δηλαδή σε ότι αφορά την κίνηση συνεχίζει ο Koyré (σ.52) την κίνηση των γεωμετρικών αρχιμήδειων σωμάτων στον ευκλείδειο χώρο.

2.7 Ένας νέος ορίζοντας: Νευτώνεια φυσική

2.7.1 Παρατηρήσεις στο το έργο του Ισαάκ Νεύτωνα (1642–1727)

Θα ξεκινήσουμε το Κεφάλαιο με τα ίδια λόγια του Νεύτωνα για το έργο του και συγκεκριμένα στο «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica»

«Γιατί όλη η δυσκολία της φιλοσοφίας φαίνεται να είναι να ανακαλύψει τις δυνάμεις της φύσης από τα φαινόμενα των κινήσεων και στη συνέχεια να αποδείξει τα άλλα φαινόμενα από αυτές τις δυνάμεις. Σε αυτούς τους σκοπούς αποσκοπούν οι γενικές προτάσεις των βιβλίων 1 και 2, ενώ στο βιβλίο 3 η εξήγηση του συστήματος του κόσμου μας απεικονίζει αυτές τις προτάσεις. Διότι στο βιβλίο 3, μέσω των προτάσεων που αποδεικνύονται μαθηματικά στα βιβλία 1 και 2, εξάγουμε από τα ουράνια φαινόμενα τις βαρυτικές δυνάμεις με τις οποίες τα σώματα τείνουν προς τον ήλιο και προς τους επιμέρους πλανήτες. Στη συνέχεια, οι κινήσεις των πλανητών, των κομητών, της σελήνης και της θάλασσας συνάγονται από αυτές τις δυνάμεις με προτάσεις που είναι επίσης μαθηματικές. Μακάρι να μπορούσαμε να εξάγουμε τα άλλα φαινόμενα της φύσης από μηχανικές αρχές με το ίδιο είδος συλλογισμού! Διότι πολλά πράγματα με οδηγούν να έχω την υποψία ότι όλα τα φαινόμενα μπορεί να εξαρτώνται από ορισμένες δυνάμεις με τις οποίες τα σωματίδια των σωμάτων, από αιτίες που δεν είναι ακόμη γνωστές, είτε ωθούνται το ένα προς το άλλο και συσσωρεύονται σε κανονικά σχήματα, είτε απωθούνται το ένα από το άλλο και απομακρύνονται. Εφόσον οι δυνάμεις αυτές είναι άγνωστες, οι φιλόσοφοι μέχρι τώρα μάταια δοκίμαζαν τη φύση. Ελπίζω όμως ότι οι αρχές που διατυπώνονται εδώ θα ρίξουν κάποιο φως είτε σε αυτόν τον τρόπο φιλοσοφίας είτε σε κάποιον αληθινότερο». (Cohen et al.,1999, σ.382)

Η προσωπικότητα του Νεύτωνα χαρακτηριζόταν από μια αναγνωρισμένη πολυπλοκότητα, με τον δύσκολο και «δυσανάγνωστο» χαρακτήρα του έργου του να αποτελεί αντικείμενο ευρείας συναίνεσης μεταξύ των μελετητών. Παράλληλα, η θεμελιώδης συμβολή του στην επιστήμη παραμένει αδιαμφισβήτητη, με το έργο του να συνθέτει τις μείζονες επιστημονικές συνεισφορές του Μεσαίωνα έως τον 17^{o} αιώνα.

Ακολουθεί η εμβληματική δήλωση που αποδίδεται στον μαθηματικό Lagrange (1736-1815) προς τον Ναπολέοντα, «Μόνον ένας Νεύτωνας μπορούσε να υπάρξει και μόνον ένας κόσμος να ανακαλυφτεί», υπογραμμίζει τη μοναδικότητα της συνεισφοράς του Νεύτωνα. Οι ιστορικοί της επιστήμης, σύμφωνα με τον Γαβρόγλου (2003, σ. 160-162), συγκλίνουν στην άποψη ότι ο Νεύτωνας έθεσε τα θεμέλια της σύγχρονης μηχανικής και οπτικής, επιτυγχάνοντας παράλληλα την ενοποίηση της γήινης και ουράνιας μηχανικής μέσω της συστηματικής εφαρμογής πειραματικών μεθόδων σε συνδυασμό με προηγμένη μαθηματική ανάλυση».

Ωστόσο, το εύρος των ενδιαφερόντων του Νεύτωνα, όπως τεκμηριώνεται από τα διασωθέντα χειρόγραφά του, αποκαλύπτει μια αξιοσημείωτη σύζευξη θετικιστικών και αποκρυφιστικών προσεγγίσεων. Παράλληλα με τις μελέτες του στα μαθηματικά, την οπτική και τη μηχανική, ο Νεύτωνας επιδόθηκε σε έρευνες σχετικές με την αλχημεία, την εκκλησιαστική ιστορία, τη θεολογία, την προφητεία και τη χρονολόγηση αρχαίων πολιτισμών. Ιδιαίτερα η αλχημεία όπως αναφέρει (ο.π., σ. 160-162) φαίνεται να κατείχε εξέχουσα θέση στις ενασχολήσεις του, με χαρακτηριστικό παράδειγμα την αδιάλειπτη λειτουργία του αλχημικού του φούρνου ακόμη και κατά τη συγγραφή των Principia

Οι πρώτες πειραματικές μελέτες του Νεύτωνα για το φως πραγματοποιήθηκαν το 1662 στο Trinity College του Cambridge, ελλείψει οργανωμένων εργαστηρίων. Τα αρχικά του ευρήματα, που αφορούσαν τους δείκτες διάθλασης των χρωμάτων και τη σύνθετη φύση του λευκού φωτός, δημοσιεύθηκαν στο Philosophical Transactions of the Royal Society, προκαλώντας την αντίδραση του Robert Hooke (1635-1703). Η ολοκληρωμένη οπτική θεωρία του Νεύτωνα παρουσιάστηκε στο έργο «Optiks» (1704), όπου διαφαίνονται στοιχεία τόσο κυματικής όσο και σωματιδιακής θεωρίας του φωτός. Ο Νεύτωνας όπως θα δούμε και παρακάτω, αλλά και όπως αναλύεται από τον Westfall (1992, σ.199) αρχικά είναι πλήρως επηρεασμένος από το καρτεσιανό μηχανοκρατικό πλαίσιο, κάτι που φαίνεται και στα πειράματα οπτική, αλλά και στα χημικά και τις αιτιολογήσεις περί σύστασης του «αιθέρα»

Η ανάλυση των φοιτητικών σημειώσεων του Νεύτωνα αποκαλύπτει ένα ευρύ φάσμα μελετών και επιρροών που διαμόρφωσαν την πρώιμη επιστημονική του σκέψη. Ο Νεύτωνας είχε εξοικειωθεί με τα έργα του Ευκλείδη, αν και τα θεώρησε υπερβολικά απλοϊκά, ενώ είχε μελετήσει τη θεωρία κίνησης του Αριστοτέλη και την αναλυτική γεωμετρία του Καρτέσιου. Επιπλέον, είχε εμβαθύνει στους νόμους του Kepler, με ιδιαίτερη έμφαση στον τρίτο νόμο (αρμονική αναλογία) περί περιοδικών χρόνων των πλανητών, καθώς και στις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου για την ελεύθερη πτώση.

Η βιβλιογραφία που μελέτησε ο Νεύτωνας περιελάμβανε επίσης το «Astronomia Carolina» του Streete για τη μέθοδο προσεγγιστικού υπολογισμού των πλανητικών θέσεων, το «Physiologiae Peripateticae Libri Sex» του Magirus, καθώς και έργα των Henry Moore, Charleton (σχετικά με τον Gassendi), Wallis («Arithmetica infinitorum») και Digby (αναφορικά με τον Γαλιλαίο).

Οι πρώτες ερευνητικές προσπάθειες του Νεύτωνα επικεντρώθηκαν στην ποσοτική ανάλυση ανελαστικών κρούσεων. Σε αντίθεση με την προσέγγιση του Καρτέσιου, ο Νεύτωνας εξέτασε την αρχή διατήρησης της συνολικής ποσότητας κίνησης βασιζόμενος στην κατεύθυνση αντί του μεγέθους και της ταχύτητας των σωμάτων. Στις ίδιες σημειώσεις, ανέπτυξε μια σειρά αξιωμάτων σχετικά με τις αρχές της αδράνειας, τη σχέση μεταξύ δύναμης και μεταβολής της κίνησης, καθώς και κανόνες για την ελαστική κρούση. Παράλληλα, άρχισε να διαμορφώνεται στη σκέψη του η έννοια της φυγόκεντρου δύναμης, η οποία αργότερα θα αποτελούσε σημαντικό στοιχείο στη θεωρία του για την κίνηση των ουράνιων σωμάτων

Το ερώτημα σχετικά με τη μηχανική που διέπει την τροχιακή κίνηση της Σελήνης και την αποτρέπει από το να προσκρούσει στη Γη αποτέλεσε καταλύτη για την ανάπτυξη μιας από τις σημαντικότερες θεωρίες στην ιστορία της φυσικής. Η διερεύνηση αυτού του ζητήματος οδήγησε σταδιακά τον Νεύτωνα στη διατύπωση της θεωρίας της παγκόσμιας έλξης, μιας θεμελιώδους αρχής που επέτρεψε την ενοποίηση της γήινης και ουράνιας μηχανικής.

Η ανάλυση που ακολουθεί θα εστιάζει κυρίως στο έργο του «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica» (Μαθηματικές Αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας) και πιο συγκεκριμένα στην πορεία διαμόρφωσης των 3 αρχών και μετέπειτα νόμων του για την κίνηση και το Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης. Αυτό γίνεται γιατί οι παραπάνω νόμοι .ουσιαστικά διατυπωμένοι ως αξιώματα της φύσης, εγκαινιάζουν μια νέα περίοδο ή έναν νέο ορίζοντα για την πρόσληψη του κόσμου συνθέτοντας τα επιστημονικά θραύσματα που μέχρι πριν υπήρχαν διάσπαρτα. Οι «Αρχές» του Νεύτωνα αξιοποιούν με τον καλύτερο τρόπο, μαθηματικής μοντελοποιώντας τη φύση, στα πρότυπα του Γαλιλαίου και νομιμοποιώντας τη ρήξη με την αριστοτελική φιλοσοφία.

Θα σταθούμε σε δύο κομβικά σημεία πριν τη συγγραφή των «Αρχών».

Το γράμμα του Hooke

Στα 1679 ο Hooke, ως γραμματέας της βασιλικής εταιρείας (Royal Society) , έστειλε ένα γράμμα στο Νεύτωνα ζητώντας τη γνώμη του για μια «υπόθεσή του». Επρόκειτο για την άποψη ότι οι ουράνιες κινήσεις ήταν συνδυασμός μιας ευθύγραμμης κίνησης πάνω στην εφαπτομένη της τροχιάς και μιας ελκτικής προς το κέντρο.

Ο Νεύτωνας αδιαφορώντας για την «υπόθεσή» του, απάντησε στέλνοντάς του ένα γράμμα, στο οποίο υποστήριζε ότι είχε βρει τη λύση σε ένα πρόβλημα που είχε απασχολήσει πολλούς διανοητές: Το πρόβλημα ήταν να βρεθεί η τροχιά που θα έκανε ένα σώμα, αν έπεφτε από έναν πύργο προς το διαπερατό κέντρο της Γης, λαμβάνοντας υπόψη μόνο την ημερήσια περιστροφή της Γης. Ο Νεύτωνας υποστήριξε ότι θα ήταν σπειροειδής, αλλά ο Hooke διαφώνησε προκαλώντας το Νεύτωνα σε μια «σύγκρουση ιδεών» δι' αλληλογραφίας.

Το αποτέλεσμα αυτής της σύγκρουσης ήταν να στραφεί ξανά ο Νεύτωνας προς τη βαρύτητα. Στη συνέχεια διατύπωσε την πρόταση ότι, κάτω από την επίδραση μιας κεντρομόλου δύναμης αντιστρόφως ανάλογης προς το τετράγωνο της απόστασης, ένας πλανήτης οφείλει να περιφέρεται σε έλλειψη γύρω από το κέντρο της δύναμης που βρίσκεται στην κατώτερη εστία της έλλειψης και με την ακτίνα που συν δέει τον πλανήτη με το κέντρο να διαγράφει εμβαδά ανάλογα προς τους χρόνους.

Στην πρόταση αυτή έφτασε ο Νεύτωνας κάνοντας χρήση της έννοιας των ορίων που είχε ο ίδιος αναπτύξει στα 1665. Κίνητρο στάθηκε ένα από τα γράμματα του Hooke, που έλεγε ότι το μόνο που έμενε να διερευνηθεί ήταν η τροχιά που ακολουθεί ένας πλανήτης όταν εφαρμόζεται ο νόμος του αντίστροφου τετραγώνου. Ο ίδιος ο Hooke είχε υποψιαστεί ότι οι πλανήτες κινούνται στις τροχιές τους κάτω από την επίδραση μιας κεντρικής ελκτικής δύναμης, που είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης από το κέντρο περιστροφής, αλλά δεν μπορούσε να βρει ποια ήταν η τροχιά που ακολουθούσε ο πλανήτης. Είχε επίσης υποστηρίξει —λανθασμένα με βάση τις μετέπειτα εξελίξεις— ότι η ταχύτητα του πλανήτη είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης του πλανήτη από το κέντρο της τροχιάς.

Ο Νεύτωνας διαφώνησε με αυτή την άποψη ως ασυμβίβαστη με το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου και απέδειξε ότι η ταχύτητα είναι αντιστρόφως ανάλογη της κάθετης από το κέντρο προς την εφαπτομένη της τροχιάς.

Η χρηματοδότηση και βοήθεια του Halley (1656 - 1742)

Όπως διαβάζουμε στον Γαβρόγλου (2003, σ.162) και τον Westfall (1992, σ.215) το βιβλίο δημοσιεύτηκε το 1687 με έξοδα του Halley μετά από συναντήσεις που είχε μαζί την περίοδο που ήταν κλονισμένη η ψυχική υγεία του Νεύτωνα και βρισκόταν στο Cambridge το 1684. Εκεί του έθεσε το πρόβλημα του σχήματος των τροχιών των πλανητικών κινήσεων, δηλαδή όπως του απάντησε ο Νεύτωνας των ελλειπτικών τροχιών. Αποτέλεσμα αυτής της συνάντησης θα είναι το «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica» (Μαθηματικές Αρχές της Φυσικής Φιλοσοφίας).

Απαρτιζόταν από τρία βιβλία, από τα οποία τα δύο πρώτα αποτελούν τη μαθηματική προσέγγιση διάφορων καταστάσεων κίνησης ενώ το τρίτο την εφαρμογή των συμπερασμάτων του πρώτου βιβλίου στην αστρονομία. Τα Principia είναι γραμμένα στα λατινικά. Σε όλο το έργο χρησιμοποιείται η συνθετική γεωμετρία, αν και πολλοί ιστορικοί της επιστήμης πιστεύουν ότι στα κρίσιμα θεωρήματα εφάρμοζε πρώτα το διαφορικό λογισμό (για την ανάπτυξη του οποίου ο Νεύτωνας είχε παίξει πρωτοποριακό ρόλο) και μετά τα αποδείκνυε με τη γεωμετρία.

Παρακάτω ακολουθεί μια αρθρωτή σύνοψη των «Αρχών».

2.7.2 Ο Πρόλογος στα Principia

Ο Νεύτωνας, στον πρόλογο των «Αρχών», επισημαίνει ότι η ουσία της φιλοσοφικής προσέγγισης έγκειται στην αναγνώριση των φυσικών δυνάμεων μέσω της παρατήρησης κινητικών φαινομένων και, ακολούθως, στην εξήγηση νέων φαινομένων βάσει αυτών των δυνάμεων. Αυτή η μεθοδολογική προσέγγιση διέπει τη δομή του έργου, με τα Βιβλία 1 και 2 να παρουσιάζουν γενικές προτάσεις και το Βιβλίο 3 να εφαρμόζει αυτές τις προτάσεις στην ερμηνεία του κοσμικού συστήματος.

Οι «Αρχές» θα έρθουν σε τρεις εκδόσεις (1687, 1713, 1726), με σημαντικές μεθοδολογικές προσθήκες στις μεταγενέστερες εκδόσεις. Όπως παρατηρεί ο G. Smith (2002, σ.187) , η πρώτη έκδοση περιείχε μόνο δύο μεθοδολογικά σχόλια, γεγονός που προκαλεί έκπληξη. Η δεύτερη έκδοση (1713), απαντώντας σε κριτικές για τη μεθοδολογία του, εισήγαγε ξεχωριστές ενότητες για τα Φαινόμενα και τους Κανόνες της Φυσικής Φιλοσοφίας. Στην τρίτη έκδοση (1726), ο Νεύτωνας πρόσθεσε έναν τέταρτο κανόνα.

Ιδιαίτερης σημασίας είναι η προσθήκη ενός «Γενικού Σχολίου» (General Scholium) στη δεύτερη και τρίτη έκδοση, το οποίο περιέχει την πιο γνωστή και συζητημένη μεθοδολογική δήλωση του Νεύτωνα. Αυτή η εξέλιξη στη δομή και το περιεχόμενο των «Αρχών» αντανακλά τόσο την ανάπτυξη της σκέψης του Νεύτωνα όσο και την ανάγκη του να αποσαφηνίσει και να υπερασπιστεί τη μεθοδολογική του προσέγγιση απέναντι στην κριτική της επιστημονικής κοινότητας της εποχής του.

«Δεν είμαι ακόμη ικανός να συνάγω από τα φαινόμενα το λόγο για τις ιδιότητες της βαρύτητας, και δεν υπονοώ υποθέσεις. Οτιδήποτε δεν συνάγεται από τα φαινόμενα πρέπει να αποκαλείται υπόθεση: και οι υποθέσεις είτε μεταφυσικές ή φυσικές, ή βασισμένες σε απόκρυφες ιδιότητες, ή μηχανικές δεν έχουν καμία θέση στην πειραματική φιλοσοφία. Στην πειραματική φιλοσοφία, οι υποθέσεις συνάγονται από τα φαινόμενα και καθίστανται γενικές με επαγωγή» (Newton, 1962, σ. 543, 2η έκδοση Principia,1713)

Όπως επισημαίνει ο Cohen (2002, σ. 62), το σχόλιο αυτό αρθρώνει μια φιλοσοφική στάση που οριοθετεί τους στόχους της επιστημονικής έρευνας. Συγκεκριμένα, ο Νεύτωνας υποστηρίζει ότι η επιστήμη δεν οφείλει να επιδιώκει τη διερεύνηση των τελικών αιτιών των φαινομένων, όπως για παράδειγμα την πρωταρχική αιτία της βαρύτητας. Αντιθέτως, προτείνει μια πιο πραγματιστική προσέγγιση: η αναγνώριση της ύπαρξης της βαρύτητας και η μαθηματική περιγραφή των νόμων που τη διέπουν αρκούν για την επιστημονική εξήγηση των φαινομένων. Ο Koyré (1991, σ.57) αναφέρει πως ο Νεύτωνας δεν παραδέχτηκε πότε την έλξη ως μια «φυσική» δύναμη, αλλά ως μια «μαθηματική δύναμη»

Αυτή η θέση του Νεύτωνα υποδηλώνει μια σημαντική μεθοδολογική στροφή στην επιστημονική σκέψη. Υποστηρίζει ότι η ικανότητα πρόβλεψης και περιγραφής των φυσικών φαινομένων, όπως οι κινήσεις των ουράνιων σωμάτων και οι παλίρροιες, μέσω μαθηματικών νόμων, αποτελεί επαρκή επιστημονική εξήγηση, χωρίς την ανάγκη αναγωγής σε βαθύτερες μεταφυσικές αιτίες.

Αυτή η προσέγγιση σηματοδοτεί μια απομάκρυνση από την αριστοτελική παράδοση της αναζήτησης τελικών αιτιών και προαναγγέλλει τη σύγχρονη επιστημονική μέθοδο, η οποία επικεντρώνεται στην ποσοτική περιγραφή και πρόβλεψη των φυσικών φαινομένων.

Ο Νεύτωνας, στη δομή των «Αρχών», υιοθέτησε το κλασικό ευκλείδειο πρότυπο από τα "Στοιχεία", με σκοπό να τονίσει τη γεωμετρική φύση και τη λογική συνοχή του έργου του. Η οργάνωση του κειμένου ακολουθεί μια αυστηρή δομή, ξεκινώντας με Ορισμούς και Αξιώματα, και προχωρώντας σε Προτάσεις, Θεωρήματα, Πορίσματα, Λήμματα και Σχόλια.

Ωστόσο, όπως επισημαίνει επίσης ο Cohen (2002, σ. 61), η μαθηματική προσέγγιση του Νεύτωνα διαφοροποιείται από την κλασική γεωμετρία σε δύο σημεία:

1. Η συστηματική χρήση της μεθόδου των ορίων διατρέχει ολόκληρο το έργο.
2. Η εγκυρότητα των προτάσεων στηρίζεται άμεσα σε πειραματικά δεδομένα και κριτική ανάλυση.

Επιπλέον, ο Γαβρόγλου (2003) υποστηρίζει ότι η επιλογή της γεωμετρικής προσέγγισης έναντι του διαφορικού λογισμού από τον Νεύτωνα ήταν μια στρατηγική επιλογή επικοινωνίας. Η γεωμετρία ήταν οικεία στην πλειονότητα των λογίων της εποχής, ενώ ο διαφορικός λογισμός βρισκόταν ακόμη σε πρώιμο στάδιο ανάπτυξης και δεν ήταν ευρέως γνωστός.

Η νευτώνεια φυσική θεμελιώνεται σε δύο κεντρικές έννοιες: τη μάζα και τη δύναμη αναφέρει ο Cohen (2002, σ. 61). Στις «Αρχές» ο Νεύτωνας προβαίνει σε μια εκτενή διερεύνηση των ιδιοτήτων ποικίλων τύπων δυνάμεων. Μεταξύ αυτών, ιδιαίτερη έμφαση δίδεται στις δυνάμεις που προκαλούν επιταχύνσεις ή μεταβολές στην κινητική κατάσταση των σωμάτων και σε αυτές θα σταθούμε και εμείς.

Ορισμοί-Αξιώματα

Ορίζει τη μάζα ως το γινόμενο του όγκου επί την πυκνότητα και την κίνηση ως το γινόμενο της μάζας επί την ταχύτητα.

Ορίζει την αδράνεια ως την εσωτερική σε κάθε σώμα δύναμη, που βοηθά το σώμα να αντισταθεί σε κάθε αλλαγή της κινητικής του κατάστασης.

Ονομάζει και ορίζει μια ακόμη καινούρια δύναμη, την κεντρομόλο, ως ανάλογη της ταχύτητα. Ο Νεύτωνας το κάνει αυτό, δηλαδή εισάγει την έννοια της μάζας διότι απαιτεί ένα μέτρο της ύλης που δεν υπόκειται σε συγκεκριμένες φυσικές περιστάσεις˙ δεν είναι, δηλαδή, χρησιμοποιώντας τη γλώσσα του Αριστοτέλη, μια «τυχαία» ιδιότητα. Τα παραπάνω αναφέρονται στον Cohen (2002, σ.63). Στον Ορισμό I των «Αρχών, ο Νεύτωνας εισάγει μια καινοτόμο προσέγγιση στη μέτρηση της ποσότητας της ύλης, απορρίπτοντας τα προηγουμένως καθιερωμένα μέτρα. Συγκεκριμένα, αποστασιοποιείται από την έννοια της «έκτασης» που είχε προταθεί από τον Καρτέσιο και του «βάρους» που είχε υιοθετηθεί από τον Γαλιλαίο.

Ο I.B. Cohen υπογραμμίζει ότι η αντίληψη του Νεύτωνα περί πυκνότητας διαμορφώθηκε υπό την επίδραση πειραματικών ευρημάτων του Boyle και άλλων φυσικών της εποχής (ο.π, σ.63). Ο Νεύτωνας είχε επίγνωση του γεγονότος ότι ένα αέριο δύναται να υποστεί διαστολή ή συμπίεση, μεταβάλλοντας την πυκνότητά του, ενώ η ποσότητα της ύλης παραμένει αμετάβλητη.

Μετά τους ορισμούς, ο Νεύτωνας παραθέτει ένα κρίσιμο σχόλιο, στο οποίο εισάγει τις θεμελιώδεις έννοιες του απόλυτου χώρου και χρόνου. Αυτές οι έννοιες αποτελούν το εννοιολογικό υπόβαθρο για την εισαγωγή της έννοιας της απόλυτης κίνησης. Ο Νεύτωνας υποστηρίζει ότι η απόλυτη κίνηση γίνεται κυρίως αντιληπτή στα φαινόμενα περιφοράς.

Η εισαγωγή αυτών των εννοιών αποτελεί μια σημαντική μεθοδολογική καινοτομία, καθώς παρέχει ένα σταθερό πλαίσιο αναφοράς για την ανάλυση των κινήσεων. Αυτό το πλαίσιο επιτρέπει τη διάκριση μεταξύ φαινομενικών και πραγματικών κινήσεων, ένα ζήτημα που είχε απασχολήσει έντονα τους προγενέστερους φιλοσόφους και επιστήμονες.

Ακολούθως, ο Νεύτωνας διατυπώνει τρία αξιώματα, τα οποία αποτελούν τις πρώιμες εκφράσεις των αρχών που σήμερα αναγνωρίζονται ως οι νόμοι του Νεύτωνα. Αυτά τα αξιώματα συνιστούν τη βάση της κλασικής μηχανικής και αποτελούν τους θεμελιώδεις κανόνες που διέπουν την κίνηση των σωμάτων.

Τέλος σε όλο του το έργο ο Νεύτωνας είναι αρκετά πρωτότυπος στον τρόπο που ορίζει τη μέτρηση. Όπως αναφέρει ο G. Smith σχετικά με τη θέση που είχε η μέτρηση στις «Αρχές». Ο Νεύτωνας συνειδητοποίησε ότι η φυσική πρέπει να συμπεριλάβει τη δική της θεωρία μέτρησης. Κατά αυτόν τον τρόπο, ποσότητες όπως η δύναμη και ο χρόνος μπορούν να αυτονομηθούν από οποιοδήποτε συγκεκριμένο τρόπο μέτρησης και να θεωρηθούν ως αφηρημένες, μόνο, μαθηματικές ποσότητες ανεξάρτητες από κάθε φυσικό μηχανισμό (Smith, 2002, σ.369)

2.7.3 Οι Νόμοι του Νεύτωνα

1ος Νόμος (Lex. I)

«Corpus omne perſeverare in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatennus illud a viribus impreſſi cogitur ſtatum suum mutare» (Andrew Motte, 1729)

Μετάφραση

Κάθε σώμα παραμένει σε κατάσταση ηρεμίας ή ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, εκτός αν χρειαστεί (εξαναγκαστεί) να μεταβάλει την κατάστασή του από δυνάμεις που ασκούνται πάνω του

Λίγο διαφορετικά θα λέγαμε πλέον πως διατυπώνει το νόμο της αδράνειας, κάθε σώμα εξακολουθεί να βρίσκεται σε κατάσταση ηρεμίας ή κίνησης σε ευθεία γραμμή, εκτός και αν εξαναγκάζεται να αλλάξει την κινητική του κατάσταση από δυνάμεις που εξασκούνται σε αυτό.

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα έχει ως κύριο σκοπό τον καθορισμό των συνθηκών υπό τις οποίες μπορούμε να συνάγουμε την παρουσία μιας συνεχώς ασκούμενης δύναμης. Για την επεξήγηση αυτού του νόμου, ο Νεύτωνας χρησιμοποιεί ως παράδειγμα την κίνηση των βλημάτων.

Σύμφωνα με τον Νεύτωνα, τα βλήματα διατηρούν μια ευθύγραμμη κίνηση προς τα εμπρός, εκτός αν επηρεάζονται από εξωτερικούς παράγοντες. Συγκεκριμένα, αναφέρει δύο κύριους παράγοντες που μεταβάλλουν αυτή την ιδανική κίνηση:

1. Η αντίσταση του αέρα (προς τα εμπρός), η οποία επιβραδύνει την κίνηση του βλήματος.
2. Η δύναμη της βαρύτητας, η οποία ασκεί μια καθοδική ώθηση στο βλήμα.

Το δεύτερο παράδειγμα που δίνει ο Νεύτωνας είναι η κυκλική κίνηση ενός περιστρεφόμενου αντικειμένου και το τρίτο η τροχιακή κίνηση των πλανητών και των κομητών.

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα εισάγει δύο θεμελιώδεις καινοτομίες στην κατανόηση των φυσικών φαινομένων:

Ενοποίηση του κοσμικού χώρου: Καταργεί τη διάκριση μεταξύ ουράνιων και γήινων σωμάτων, προτείνοντας μια ενιαία προσέγγιση για την ανάλυση των φαινομένων τόσο στον υποσελήνιο όσο και στον υπερσελήνιο χώρο. Αυτή η ενοποίηση αποτελεί σημαντική ρήξη με την αριστοτελική παράδοση που διέκρινε ποιοτικά τους δύο χώρους.

Επαναπροσδιορισμό της μελέτης της κίνησης: Αντί να εστιάζει στις αιτίες ή τα «κινούντα» της κίνησης, ο νόμος επικεντρώνεται στη μελέτη των μεταβολών μιας ήδη υπάρχουσας κινητικής κατάστασης. Αυτή η προσέγγιση υπονοεί ότι όλα τα σώματα στο σύμπαν βρίσκονται εξ ορισμού σε κάποια κινητική κατάσταση.

Αυτή η κατηγοριοποίηση υποδηλώνει ότι ο νόμος έχει καθολική εφαρμογή, ισχύοντας εξίσου για στιγμιαίες και για συνεχώς ασκούμενες δυνάμεις. Η γενικότητα αυτή ενισχύει την ευρύτητα εφαρμογής του νόμου και υπογραμμίζει τη σημασία του ως θεμελιώδους αρχής της κλασικής (ορθολογιστικής) μηχανικής. Επίσης όπως αναφέρει ο Koyré (1991, σ.52) ο νόμος αυτός τοποθετεί στο ίδιο οντολογικό επίπεδο την «κίνηση» και τη «στάση», τόσο σαν σχέσεις όσο και σαν καταστάσεις.

2ος Νόμος (Lex. II)

« Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur » (Andrew Motte, 1729)

Μετάφραση

Η μεταβολή στην κίνηση είναι ανάλογη προς την κινητήρια δύναμη που ασκείται και συντελείται προς την κατεύθυνση της ευθείας γραμμής στην οποία ασκείται η δύναμη

Με άλλα λόγια, η μεταβολή της κίνησης είναι ανάλογη της κινητήριας δύναμης που εξασκείται και λαμβάνει χώρα κατά τη διεύθυνση της ευθείας γραμμής της εξασκούμενης δύναμης.

Σε αυτό το νόμο διατυπώνονται ουσιαστικά δύο ειδών μεταβολές:

1. Αλλαγή του μέτρου, δηλαδή στην ταχύτητα, και
2. Αλλαγή στη φορά, πάνω δηλαδή στην ευθεία του φορέα της δύναμης που ασκείται.

Ο δεύτερος νόμος αφορά στιγμιαίες και όχι συνεχώς ασκούμενες δυνάμεις. Δηλαδή μία δύναμη που δρα άμεσα (στιγμιαία) ,αυτό που αργότερα θα συμβολιστεί ως dt, παράγει μια αλλαγή στην «ποσότητα της κίνησης» ή ορμής.

Σημείωση: Ο Νεύτωνας δεν εξέφρασε τον νόμο με τη μορφή μιας διαφορικής εξίσωσης: $F = \frac{mdv}{dt}$ ή $F = \frac{md^2r}{dt^2}$, όπως έκανε αργότερα ο Euler.

Χαρακτηριστικά διαβάζουμε από τον Cohen (2002, σ.73) πως νόμος αυτός χαρακτηρίστηκε από τον Ernst Mach (1838-1916) ως ο πλέον πρωτότυπος από τους τρεις νόμους της κίνησης Είναι ο μόνος από τους νόμους της κίνησης που ο Νεύτωνας δεν ισχυρίστηκε ότι είχε ανακαλυφθεί από τον Γαλιλαίο.

3ος Νόμος (Lex. III)

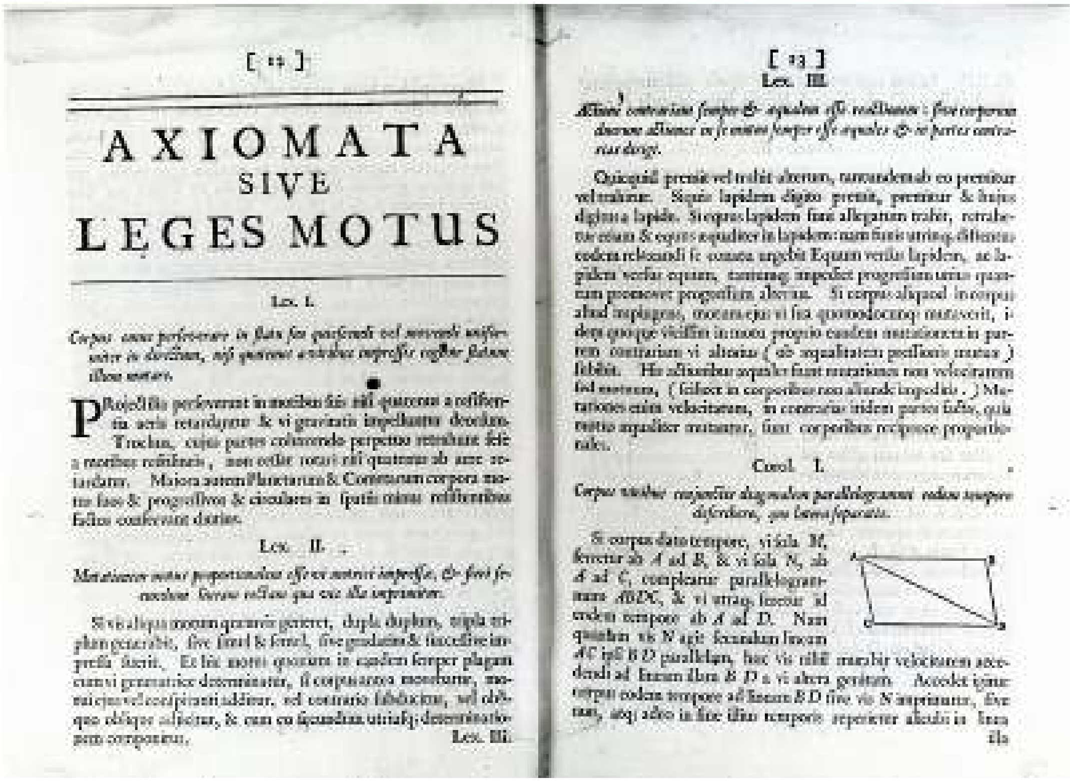
Μετάφραση

«Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi.» (Andrew Motte, 1729)

Σε κάθε δράση αντιστοιχεί πάντοτε μία αντιτιθέμενη ίση αντίδραση ή οι αμοιβαίες δράσεις δύο σωμάτων ανάμεσα στο ένα και το άλλο είναι πάντοτε ίσες και κατευθύνονται αντίθετα

Ή πιο σύντομα πως σε κάθε δράση αντιτίθεται πάντα μια ίση και αντίθετη αντίδραση.

Με άλλα λόγια, οι αμοιβαίες δράσεις δύο σωμάτων είναι πάντα ίσες και αντίθετες σε κατεύθυνση (Newton, 1962, σ.13). Ο Τρίτος Νόμος σύμφωνα με τους Smeenk & Schliesser (2002, σ.121) είναι επικουρικός στους δύο πρώτους επιτρέποντας το διαχωρισμό των πραγματικών δυνάμεων. Όπως επισημαίνει ο Cohen (2002, σ.73-74), αν και απλός, αυτός ο νόμος μπορεί εύκολα να υποστεί παρερμηνεία. Για παράδειγμα, κλασική παρερμηνεία είναι να θεωρείται ότι αυτός ο νόμος εξασφαλίζει την ισορροπία ενός σώματος εξαιτίας των δύο ίσων και αντίθετων δυνάμεων της δράσης και της αντίδρασης. Είναι, όμως, λάθος να συμπεράνουμε την ισορροπία του σώματος, καθώς η δράση και η αντίδραση στις οποίες αναφέρεται ο Νεύτωνας, ασκούνται πάντα σε διαφορετικά σώματα .


[12]

AXIOMATA SIVE LEGES MOTUS

Lex. I.

Lex. II.

Lex. III.

[13]

Lex. III.

Corol. I.

Τρεις Νόμοι της Κίνησης του Νεύτωνα

Πηγή: *Philosophiae naturalis principia mathematica / Isaac Newton. Londini: Jussu Societatis Regia ac Typus J. Streator, 1687, σ. 12-13.*

2.7.4 Τα 3 βιβλία των Principia

ΒΙΒΛΙΟ 1

Ακολουθώντας τα όσα αναφέρονται στο Γαβρόγλου (2003, σ.164) μετά τον ορισμό των βασικών εννοιών αρχίζει η συστηματική συζήτηση των προβλημάτων της κίνησης. Στο πρώτο βιβλίο επιχειρείται η μαθηματική προσέγγιση της κίνησης κάτω από τη δράση «εντυπωμένων» δυνάμεων σε κενό χώρο.

Ο Νεύτωνας αναλύει την κίνηση μοναδιαίων ή σημειακών μαζών που έχουν κάποια αρχική αδρανειακή κίνηση καθώς ενεργεί πάνω τους μια κεντρομόλος δύναμη.

Ξεκινά γενικά από απλές καταστάσεις, τις οποίες όμως κάνει βαθμιαία πιο περίπλοκες, ενώ είναι χαρακτηριστικό ότι συγκρίνει διαφορετικές καταστάσεις κίνησης στο ίδιο όμως σώμα. Εξετάζει αρχικά διάφορες πλευρές της κίνησης με αναφορά στους νόμους του Kepler, καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι είναι απαραίτητη η συμφωνία με το νόμο των εμβαδών σε περιπτώσεις κεντρικής δύναμης. (3^{ος} Νόμος του Κέπλερ). Ουσιαστικά αναβαθμίζει μια υπολογιστική αρχή εκτίμησης που σε νόμο.

Έπειτα μελετά περιπτώσεις κίνησης ενός σώματος γύρω από ένα κινούμενο κέντρο, αργότερα με την ομοιόμορφη κυκλική κίνηση και αμέσως μετά με τον υπολογισμό της δύναμης για ένα σώμα που κινείται σε καμπύλη γύρω από ένα σταθερό κέντρο. Εκεί εισάγει την ελλειπτική κίνηση, για την οποία διατείνεται ότι η αιτία είναι το γεγονός ότι η δύναμη είναι ανάλογη της απόστασης. Διευκρινίζει όμως ότι, αν το κέντρο μεταφερθεί σε άπειρη απόσταση, η κίνηση θα γίνεται πάνω σε παραβολή.

Στην τρίτη ενότητα επιστρέφει στην ελλειπτική κίνηση και υποστηρίζει ότι θα πρέπει να βρεθεί το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης που τείνει προς την εστία της έλλειψης. Αποδεικνύει ότι αυτή είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης, αλλά δεν αποδεικνύει το αντίστροφο, ότι δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη συνεπάγεται ελλειπτική κίνηση.

Έχοντας ολοκληρώσει την εξέταση περιπτώσεων κίνησης γύρω από ένα σταθερό κέντρο, περνά στη συνέχεια σε κινήσεις γύρω από ένα κινούμενο κέντρο, αφού αυτές έχουν, κατά το Νεύτωνα, αντίκρισμα στη φύση. Εξετάζει γι' αυτό το σκοπό ένα σύστημα δύο σωμάτων που έλκονται αμοιβαία, όπως για παράδειγμα η Γη και η Σελήνη, και περιστρέφονται γύρω από μια κεντρική μάζα, όπως για παράδειγμα τον Ήλιο.

Καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι νόμοι του Kepler δεν εφαρμόζονται με ακρίβεια, αλλά χρειάζονται τροποποιήσεις.

Στο πρώτο βιβλίο, λοιπόν, ο Νεύτωνας αποδεικνύει ότι μια ελκτική δύναμη που μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς το τετράγωνο της απόστασης δημιουργεί μια κίνηση, όμοια με την κίνηση των πλανητών και, αντίστροφα ότι μια κίνηση όπως η κίνηση των πλανητών προϋποθέτει απαραιτήτως μια τέτοιου είδους δύναμη. Αυτή είναι η πρώτη μεγάλη συμβολή του Νεύτωνα με τα Principia. Η δεύτερη είναι ότι απέδειξε ότι οι δυνάμεις αυτές είναι της ίδιας φύσης με τη γήινη βαρύτητα. Σκοπός του είναι όχι μόνο να αποδείξει ότι η πλανητική κίνηση μπορεί να περιγραφεί με τους τρείς νόμους της κίνησης, αλλά να αποδείξει με μαθηματικό τρόπο ότι η καρτεσιανή ερμηνεία των στροβίλων αδυνατεί να κάνει το ίδιο (Αραμπατζής et al., σ.163-164)

ΒΙΒΛΙΟ 2

Στο δεύτερο βιβλίο των Principia ο Νεύτωνας ασχολείται με την κίνηση διάφορων σωμάτων σε διαφορετικά περιβάλλοντα που προβάλλουν αντίσταση όπως τα ρευστά.

Το εν λόγω βιβλίο του Νεύτωνα χαρακτηρίζεται πρωτίστως από τη μαθηματική του ανάλυση, παρά από την πρακτική εφαρμοσιμότητα των περιεχομένων του. Η προσέγγιση του επικεντρώνεται στη διερεύνηση μιας σειράς μαθηματικών συνθηκών και των συνεπακόλουθων τους, οι οποίες, ωστόσο, παραμένουν σε μεγάλο βαθμό στο πεδίο του υποθετικού παρά του εμπειρικά επαληθεύσιμου. Αυτή η προσέγγιση αποτελεί τη βασική διαφοροποίηση του από το πρώτο βιβλίο του έργου.

Αξιοσημείωτο χαρακτηριστικό της δομής του βιβλίου είναι η διακριτή θεματική προσέγγιση κάθε εξεταζόμενης περίπτωσης. Ο Νεύτωνας προβαίνει σε επαναπροσδιορισμό της έννοιας της αντίστασης για κάθε διαφορετικό σενάριο, προσαρμόζοντας τον ορισμό στις εκάστοτε επικρατούσες συνθήκες. (Γαβρόγλου, 2003, σ.164)

Αυτή η μεθοδολογία υποδηλώνει μια προσέγγιση που δίνει έμφαση στην ανάπτυξη ενός ευέλικτου μαθηματικού πλαισίου, ικανού να προσαρμοστεί σε ποικίλες φυσικές καταστάσεις, παρά στη διατύπωση ενός ενιαίου, καθολικού μοντέλου.

ΒΙΒΛΙΟ 3

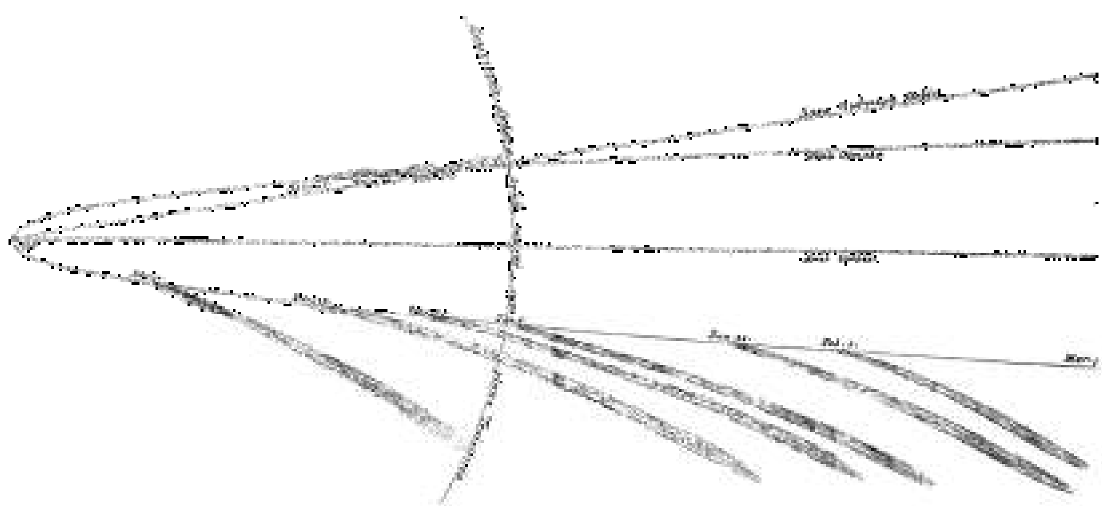
Στο τρίτο και τελευταίο βιβλίο, το οποίο έλαβε ο Halley στις 5 Απριλίου του 1687, βρίσκουν εφαρμογή όσα ο Νεύτωνας είχε αναλύσει μαθηματικά στο πρώτο βιβλίο. (Γαβρόγλου, 2003, σ.165)

Στην εισαγωγή του δηλώνει χαρακτηριστικά ότι στο πρώτο και στο δεύτερο βιβλίο εισήγαγε έννοιες της μαθηματικής φιλοσοφίας τις οποίες θα εφάρμοζε τώρα στο «σύστημα του κόσμου».

Με μία σειρά προτάσεων και σχολίων, ο Νεύτωνας μας εισάγει στο νόμο της παγκόσμιας έλξης, καταλήγοντας στη διατύπωση ότι υπάρχει μία δύναμη της βαρύτητας (power of gravity, gravitating force) κοινή σε όλα τα σώματα, η οποία είναι ανάλογη με την ποσότητα της μάζας των σωμάτων (Newton, 1729, σ. 213 και σ. 220).

Διατυπώνοντας τον νόμο της παγκόσμιας έλξης, ο Νεύτωνας, στην ουσία θέλει να ενισχύσει το βασικό δόγμα της μηχανοκρατίας περί της ουσιαστικής ομοιότητας κάθε μορφής ύλης. Όμως όπως θα δούμε ακριβώς αυτός ο νόμος θα δεχτεί σφοδρή κριτική από τους μηχανοκράτες.

Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης του Νεύτωνα



saac Newton demonstrated his universal law of gravitation by showing that a comet visible during 1680 and 1681 followed the path of a parabola. [Adapted from Isaac Newton, 1687, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* ("Mathematical Principles of Natural Philosophy")]

Αυτό το διάγραμμα απεικονίζει τον νόμο τ□ς παγκόσμιας έλξ□ς του Ισαάκ Νεύτωνα. Δείχνει πώς □ ελκτική δύναμ□ μεταξύ δύο σωμάτων είναι ανάλογ□ με το γινόμενο των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογ□ με το τετράγωνο τ□ς απόστασ□ς μεταξύ των κέντρων τους.

Υποστηρίζει λοιπόν πως η κίνηση των πλανητών και των δορυφόρων τους, η κίνηση των κομητών, το φαινόμενο των παλιρροιών αλλά και το νοούμενο ως βάρος των σωμάτων είναι όλα αποτέλεσμα μιας και μοναδικής ελκτικής και κεντρομόλου δύναμης, αυτής που ονομάζει βαρύτητα.

Για την κίνηση των ουράνιων σωμάτων η δύναμη αυτή είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους από την εστία της τροχιάς όπου βρίσκεται ο Ήλιος και είναι βέβαια αυτή που τα κρατά στην τροχιά τους. Στα σώματα ωστόσο που βρίσκονται πάνω, για παράδειγμα, στην επιφάνεια της Γης η δύναμη αυτή που ονομάζεται βάρος , αλλά παραμένει η ίδια ελκτική δύναμη, είναι ανάλογη της ποσότητας της μάζας τους. Το μισό περίπου του βιβλίου ασχολείται με τη φύση και την κίνηση των κομητών, αναφέροντας ότι άλλοι κινούνται σε ελλείψεις και άλλοι σε παραβολές.

Μεγάλο ενδιαφέρον προκαλεί ωστόσο η ανάλυσή του για το πώς η κίνηση της Σελήνης επηρεάζει το σχήμα της Γης, το οποίο πιστεύει ότι είναι πεπλατυσμένο στον ισημερινό.

Τέλος, αναφέρεται στην κίνηση της Σελήνης κάτω από την επίδραση του Ήλιου και της Γης, χωρίς όμως να προτείνει μια πετυχημένη θεωρία αλλά επισημαίνοντας απλά επιπλέον ανωμαλίες στην κίνησή της.

Στο τρίτο βιβλίο, σύμφωνα με αναφορά του Edmond Halley στη Βασιλική Εταιρία, διαβάζουμε στον Cohen (2002, σ.62), παρουσιάζει το κοπερνίκειο σύστημα όπως αυτό τροποποιήθηκε από τον Kepler.

Αυτή η προσέγγιση σύμφωνα με τον Smith (2024) αξιοποιεί νέες τεχνικές πεπερασμένων διαφορών, τις οποίες ο Νεύτωνας αργότερα επεξέτεινε και συστηματοποίησε στο μαθηματικό του σύγγραμμα «Methodis Differentialis».

Η μεθοδολογία αυτή ενσωματώνει δύο βασικές υποθέσεις που απορρέουν από τη θεωρία της βαρύτητας:

1. Την επιλογή της παραβολής ως βασικής καμπύλης μελέτης της κίνησης.
2. Την παραδοχή ότι οι κομήτες υπόκεινται σε αντιστρόφως τετραγωνικές κεντρομόλες δυνάμεις καθ' όλη τη διάρκεια της τροχιάς τους, κατ' αναλογία με τους πλανήτες.

Ο Νεύτωνας σε αντίθεση με τον Γαλιλαίο αναγνωρίζει την πιθανότητα οι πραγματικές τροχιές των κομητών να είναι ελλειπτικές. Ωστόσο, επισημαίνει ότι ο ακριβής προσδιορισμός μιας ελλειπτικής τροχιάς θα απαιτούσε τη γνώση της περιόδου επιστροφής του κομήτη, ένα δεδομένο που συχνά δεν είναι διαθέσιμο. Το κείμενο σημειώνει ότι οι τροχιές μπορεί κάλλιστα να είναι ελλείψεις, αλλά η περίοδος επιστροφής σε αυτή την περίπτωση θα ήταν ο καλύτερος τρόπος για τον προσδιορισμό της έλλειψης. (Η παραβολή προσεγγίζει το άκρο υψηλής καμπυλότητας των ελλείψεων με μεγάλη εκκεντρότητα)

Αφού συνοψίσαμε τα βασικά στοιχεία κάθε βιβλίου ακολουθούν κάποιες σημειώσεις σχετικά με επιμέρους έννοιες, θεωρητικά εργαλεία που χρησιμοποίησε.

2.7.5 Τα μαθηματικά του Principia

«Τα μαθηματικά απαιτούν τη διερεύνηση εκείνων των ποσοτήτων δυνάμεων και των αναλογιών τους που προκύπτουν από οποιεσδήποτε συνθήκες που μπορεί να υποθέσουμε. Κατόπιν, κατεβαίνοντας στη φυσική, οι αναλογίες αυτές πρέπει να συγκριθούν με τα φαινόμενα, ώστε να διαπιστωθεί ποιες

συνθήκες δυνάμεων ισχύουν για κάθε είδος ελκόντων σωμάτων. Και τότε, τέλος, θα είναι δυνατόν να επιχειρηματολογήσουμε με μεγαλύτερη ασφάλεια σχετικά με τα φυσικά είδη, τις φυσικές αιτίες και τις φυσικές αναλογίες αυτών των δυνάμεων.» (P, 588f) **Βιβλίο 1, ενότητα 11**

Στην πραγματικότητα, όμως, οι μαθηματικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στα Βιβλία 1 και 2 διαφέρουν από εκείνες του Γαλιλαίου και του Huygens (Χόυχενς) σε δύο καίρια σημεία.

Στις Principia, σχεδόν όλες οι αποδεδειγμένες προτάσεις των Βιβλίων 1 και 2 αποτυπώνονται με τη λογική μορφή «εάν- τότε», ενώ οι αποδεδειγμένες προτάσεις του Γαλιλαίου και του Huygens περιγράφονται καλύτερα από τη λογική μορφή «όταν- τότε».

Πρωταρχικός στόχος τους είναι να εξαγάγουν παρατηρήσιμες συνέπειες από τα αξιώματά τους, οι οποίες μπορούν να υποστηρίξουν αυτά τα αξιώματα ή να διευκολύνουν πρακτικές εφαρμογές, όπως ο σχεδιασμός ρολογιών εκκρεμούς. Αντιθέτως, ο Νεύτωνας τοποθετεί τα «Αξιώματα ή Νόμους της κίνησης», στο ξεκίνημα των Βιβλίων 1 και 2 των Principia. Ο καλύτερος τρόπος για να σκεφτούμε τις παράγωγες προτάσεις, επομένως, είναι ως «εισιτήρια συμπερασμάτων». Ως τέτοιες, οι προτάσεις εμπίπτουν σε τρεις κατηγορίες σύμφωνα με τον Smith (2024):

(1) αυτές που επιτρέπουν συμπεράσματα για δυνάμεις από πληροφορίες για κινήσεις,

(2) αυτές που επιτρέπουν συμπεράσματα για κινήσεις από πληροφορίες για δυνάμεις, και

(3) αυτές που επιτρέπουν συμπεράσματα για (καθαρές) δυνάμεις που κατευθύνονται προς ολόκληρα σώματα από πληροφορίες για δυνάμεις που κατευθύνονται προς τα επιμέρους μέρη των σωμάτων.

Η επαγωγική συλλογιστική του Νεύτωνα, όπως αναφέρει ο Harper στο Cohen και Smith (2002), για την εξαγωγή του νόμου της παγκόσμιας έλξης από τα φαινόμενα που περιγράφονται στις οκτώ πρώτες προτάσεις του Βιβλίου 3 των «Αρχών» έχει αποτελέσει αντικείμενο εκτεταμένης φιλοσοφικής συζήτησης τον τελευταίο περίπου αιώνα.

Στο επίκεντρο αυτής της διαμάχης βρίσκεται η πρόκληση που διατύπωσε ο Pierre Duhem, γνωστή ως το «παράδοξο του Duhem». Το ζήτημα που θέτει ο Duhem είναι το εξής:

Πώς είναι δυνατόν μια επαγωγική διαδικασία να ξεκινά από συγκεκριμένες προϋποθέσεις (όπως οι νόμοι του Κέπλερ, που υποστηρίζουν ότι οι πλανήτες διαγράφουν ίσα εμβαδά σε ίσους χρόνους και ότι οι τροχιές τους είναι σταθερές) και να καταλήγει σε ένα συμπέρασμα (τον νόμο της βαρύτητας) που συνεπάγεται την ανακρίβεια των αρχικών προϋποθέσεων; Duhem (1991, σ.190-195)

Το παράδοξο έγκειται στο γεγονός ότι ο νόμος της βαρύτητας, όπως διατυπώθηκε από τον Νεύτωνα, προβλέπει ότι:

- Οι πλανήτες δεν διαγράφουν ακριβώς ίσα εμβαδά σε ίσους χρόνους.
- Οι τροχιές των πλανητών δεν είναι απολύτως σταθερές, αλλά υπόκεινται σε μικρές διαταραχές.

Αυτή η φαινομενική αντίφαση μεταξύ των αρχικών υποθέσεων και των τελικών συμπερασμάτων θέτει σημαντικά επιστημολογικά ερωτήματα σχετικά με τη φύση της επιστημονικής μεθόδου και τη διαδικασία εξαγωγής γενικών νόμων από παρατηρησιακά δεδομένα. Η πρόκληση του Duhem αναδεικνύει τη πολυπλοκότητα της επιστημονικής μεθοδολογίας και υπογραμμίζει την ανάγκη για προσεκτική εξέταση των σχέσεων μεταξύ θεωρίας και παρατήρησης στην επιστημονική πρακτική. Επιπλέον, θέτει ερωτήματα σχετικά με τη φύση των επιστημονικών μοντέλων και τον βαθμό στον οποίο μπορούν να προσεγγίσουν την πραγματικότητα, ακόμη και όταν βασίζονται σε απλοποιημένες ή εν μέρει ανακριβείς αρχικές υποθέσεις.

Με βάση τα βήματα (1),(2),(3) που εξηγήσαμε στην εισαγωγική ενότητα 2.7 παραπάνω, ο συλλογισμός του Νεύτωνα είναι προσεγγιστικός. Χρησιμοποιεί τις προτάσεις της μορφής «αν, τότε» που έχουν αποδειχθεί στο Βιβλίο 1 ότι ισχύουν με τη μορφή «αν...quam proxime, τότε...quam proxime» για να συμπεράνει συμπεράσματα από προκείμενες που ισχύουν τουλάχιστον «quam proxime» για μια περιορισμένη χρονική περίοδο.

Η επαγωγική μεθοδολογία του Νεύτωνα χαρακτηρίζεται από μια προσεγγιστική προσέγγιση που αξιοποιεί την έννοια "quam proxime" (όσο το δυνατόν πλησιέστερα). Τα συναγόμενα συμπεράσματα, συμπεριλαμβανομένου του νόμου της βαρύτητας, αρχικά εφαρμόζονται με προσεγγιστική ακρίβεια εντός των χρονικών ορίων που καθορίζονται από τις αρχικές προκείμενες.

Η επέκταση αυτών των συμπερασμάτων, του Νόμου της Παγκόσμιας Έλξης σε αυτή την περίπτωση, πέραν των αρχικών περιορισμών στο χώρο και το χρόνο επιτυγχάνεται μέσω της εφαρμογής των Κανόνων Λογικής του Νεύτωνα. Αυτοί οι κανόνες επιτρέπουν τη γενίκευση των αρχικά περιορισμένων συμπερασμάτων σε καθολικούς νόμους, χωρίς τέτοιους περιορισμούς.

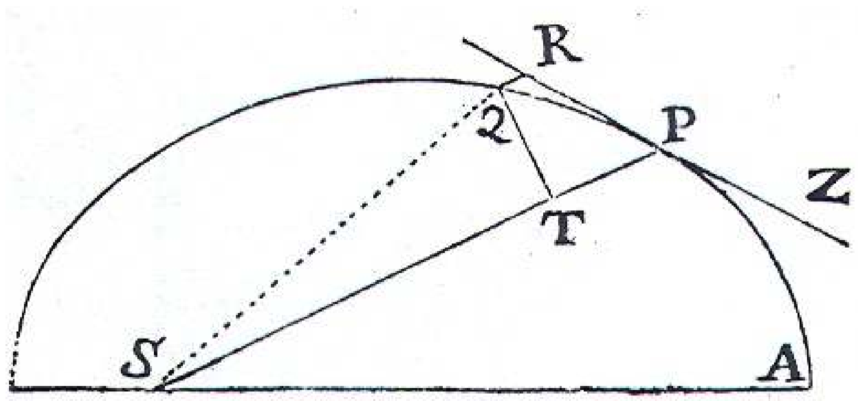
Αυτή η μεθοδολογική προσέγγιση επιτρέπει τη συναγωγή γενικών νόμων από περιορισμένα εμπειρικά δεδομένα, παρέχοντας ένα πλαίσιο για τη μετάβαση από προσεγγιστικές παρατηρήσεις σε ακριβείς, καθολικούς νόμους της φύσης. Η μέθοδος αυτή για τον (Smith, 2024) αποτελεί μια σημαντική συνεισφορά στην εξέλιξη της επιστημονικής μεθοδολογίας, προσφέροντας μια λύση στο πρόβλημα της επαγωγής στη φυσική επιστήμη.

Τα συμπεράσματα, που λαμβάνονται με αυτόν τον τρόπο, δείχνουν τότε πράγματι ότι οι προϋποθέσεις ισχύουν μόνο «quam proxime», και όχι ακριβώς. Αυτό το συμπέρασμα δεν έρχεται σε καμία περίπτωση σε αντίθεση με τις προκείμενες.

Όπως είδαμε στην εισαγωγή του Κεφαλαίου ο ίδιος ο Νεύτωνας επισημαίνει στον Πρόλογο της πρώτης έκδοσης, στόχος των μαθηματικών θεωριών του είναι πρώτα να εγκαθιδρύσει τα μέσα (τις μεθόδους) για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τις ασκούμενες δυνάμεις στις κινήσεις και μετά να καταδείξει και άλλα φαινόμενα από αυτά τα συμπεράσματα. Έτσι, ο Νεύτωνας εισάγει έναν νέο τρόπο παρουσίασης της μαθηματικής θεωρίας στη φυσική. Όπως λέει γλαφυρά ο Koyré (1991, σ.53), «σε αυτόν ανήκει η αθάνατη τιμή», του μετασχηματισμού των μαθηματικών εντός του «γίγνεσθαι» και της «ροής» της φυσικής. Ο Γαλιλαίος και ο Huygens σύμφωνα με τον Smith (2008) χρησιμοποιούσαν τα μαθηματικά για να εξάγουν συνέπειες από τις θεωρίες τους. Για παράδειγμα, ο Νεύτωνας, αντιθέτως, αναπτύσσει μια γενική θεωρία κίνησης υπό την επίδραση κεντρομόλων δυνάμεων, εξάγοντας αποτελέσματα όχι μόνο για τις δυνάμεις αντίστροφου τετραγώνου αλλά και για τις δυνάμεις που μεταβάλλονται με άλλους τρόπους σε σχέση με την απόσταση.

Στο **(Σχήμα 17)** παρακάτω παρουσιάζεται σύμφωνα με τον Smith (2024) το διάγραμμα του Νεύτωνα για αυτή τη γενίκευση στην ανάλυση της κίνησης από την πρώτη έκδοση.

Ας υποθέσουμε πρώτα ότι η τροχιά APQ είναι μέρος ενός κύκλου ακτίνας SP κατά μήκος του οποίου το σώμα στο P κινείται ομοιόμορφα. Τόσο ο Νεύτωνας όσο και ο Huygens είχαν αιτιολογήσει ότι η μετατόπιση QR από την εφαπτομένη είναι ανάλογη του γινομένου της δύναμης που συγκρατεί το σώμα στην κυκλική τροχιά του και του τετραγώνου του χρόνου t για να μετακινηθεί το σώμα από το P στο Q, και επομένως η δύναμη μεταβάλλεται ως $\frac{QR}{t^2}$. Όμως ο χρόνος είναι ανάλογος του PQ διαιρεμένου με την ταχύτητα v, και στο όριο καθώς το Q πλησιάζει το P, το PQ πλησιάζει το PR, οπότε το t^2 γίνεται ίσο με $\frac{PR^2}{v^2}$. Η Πρόταση 36 του Βιβλίου 3 του Ευκλείδη συνεπάγεται ότι σε αυτό το όριο το PR^2 είναι ίσο με το γινόμενο του QR και του διπλάσιου της ακτίνας SP, και επομένως η δύναμη για ομοιόμορφη κίνηση σε κύκλο μεταβάλλεται ως $\frac{v^2}{SP}$ ή $\frac{v^2}{r}$.



Σχήμα 17

Η πλήρης λύση του Huygens για την κεντρική δύναμη στην ομοιόμορφη κυκλική κίνηση μπορεί να βρεθεί στο μεταθανάτια δημοσιευμένο έργο του «De Vi Centrifuga,» [OH, XV, 253-301]- η αντίστοιχη λύση που ανέπτυξε ανεξάρτητα ο Νεύτωνας μπορεί να βρεθεί στο έργο του «De Motu,» [M, 36-39] ή [U, 273].

2.7.6 Μαθηματικά ή Φυσική, οι μηχανοκρατικές κριτικές σε ένα μηχανοκρατικό εγχείρημα

Η μεθοδολογική προσέγγιση του Νεύτωνα στις «Αρχές» προκάλεσε σημαντική διαμάχη στην επιστημονική κοινότητα της εποχής του. Το κύριο σημείο αντιπαράθεσης ήταν η επιμονή του Νεύτωνα στην τεκμηρίωση συμπερασμάτων σχετικά με τα φυσικά είδη και τις αναλογίες των ουράνιων δυνάμεων, ενώ παράλληλα η ιδέα της «έλξης» άφηνε ανοιχτά τα ερωτήματα περί των φυσικών αιτιών αυτών των φαινομένων. (Butterfield, 2010, σ.155). Τελικά το «εξωφρενικά ακατανόητο, έγινε φυσιολογικά ακατανόητο» είπε ο Mach όπως διαβάζουμε στον Koyré (1991, σ.59)

Οι Καρτεσιανοί επικριτές του Νεύτωνα υποστήριζαν ότι αυτή η προσέγγιση καθιστούσε τα «Principia» ένα έργο μαθηματικών παρά φυσικής. Ωστόσο, οι πιο σημαίνοντες επικριτές του, ο Huygens και ο Leibniz, είχαν μια διαφορετική οπτική στην κριτική τους:

1. Δεν ήταν ενάντιοι στο γεγονός ότι ο Νεύτωνας άφηνε ανοιχτό το ερώτημα των φυσικών αιτιών. (βλ. Γενικό Σχόλιο)

2. Η βασική τους ένσταση ήταν ότι ορισμένα από τα συμπεράσματα του Νεύτωνα φαίνονταν να αποκλείουν εκ των προτέρων τη δυνατότητα μιας ορθής απάντησης στο ερώτημα των φυσικών αιτιών.

Το κύριο μεθοδολογικό ελάττωμα που εντόπιζαν στην προσέγγιση του Νεύτωνα ήταν η απουσία ενός θεμελιώδους περιορισμού στη θεωρία του: συγκεκριμένα, ότι κάθε φυσική δράση πρέπει να πραγματοποιείται μέσω άμεσης επαφής και όχι εξ αποστάσεως.

Γράφει ο Huygens, *«Όσον αφορά την αιτία των παλιρροιών που έδωσε ο κ. Νεύτωνας, δεν είμαι καθόλου ικανοποιημένος, ούτε και από όλες τις άλλες θεωρίες που οικοδομεί πάνω στην Αρχή της έλξης, η οποία μου φαίνεται παράλογη, όπως έχω ήδη αναφέρει στην προσθήκη του λόγου για τη βαρύτητα. Και συχνά έχω αναρωτηθεί πώς μπόρεσε να δώσει στον εαυτό του όλο τον κόπο να κάνει τόσο μεγάλο αριθμό ερευνών και δύσκολων υπολογισμών που δεν έχουν κανένα άλλο θεμέλιο από αυτήν ακριβώς την αρχή.»* [OH, IX, 538]

Τελικά, η θεωρία του Νεύτωνα περί δυνάμεων που δρουν μεταξύ των σωματιδίων της ύλης, συμπεριλαμβανομένης της έννοιας της δράσης από απόσταση, προκάλεσε σημαντικές αντιδράσεις μεταξύ των συγχρόνων του. Πολλοί, όπως περιγράφει μεταξύ άλλων και ο Gillispie (2015, σ.137) τον θεώρησαν ως έναν φυσιοκράτη που ξεθάβει μαγικές αναχρονιστικές δυνάμεις, ενώ η νευτώνεια έννοια της δύναμης συχνά ερμηνεύθηκε ως μια μορφή απόκρυφης έλξης, παρόμοια με τις μεταφυσικές έννοιες των άυλων οντοτήτων και των ανιμιστικών παραδόσεων περί «συμπαθειών» που κυριαρχούσαν στην προηγούμενη περίοδο, παρά ως ένα φαινόμενο με μηχανιστική αιτιολογία

Ωστόσο, ο Νεύτωνας διευκρίνισε ότι αντιλαμβανόταν τις δυνάμεις ως μαθηματικές και όχι ως φυσικές οντότητες. Αυτή η προσέγγιση του επέτρεψε να χρησιμοποιήσει έννοιες όπως η έλξη (attraction), η ώθηση (impulse) και η ροπή προς ένα κέντρο (propensity towards a centre) για να περιγράψει τη φύση και την ουσία των δράσεων και των αιτιών τους. Μέσω της σύγκρισης των ελκτικών δυνάμεων του Ήλιου, της Γης και της Σελήνης, ο Νεύτωνας σύμφωνα με τον Westfall (1971, σ. 548-550). κατέληξε στο συμπέρασμα ότι, παρά τη διακριτή φύση των αμοιβαίων δράσεων μεταξύ των ουράνιων σωμάτων, υφίσταται μια ενιαία δράση κατά την οποία δύο σώματα τείνουν αμοιβαία να προσεγγίσουν το ένα το άλλο .

Όπως αναφέρει ο Koyre (1991, σ.55) ο Κόσμος του Νεύτωνα αποτελείται, όχι μόνο από έκταση και κίνηση, αλλά από ύλη, κίνηση, χώρο και την έλξη ως δράση μαζί με την έννοια του κενού. Η φυσική ενότητα ενός μαθηματικά συνταγμένου κόσμου γεμάτου σωμάτων χρειάζεται τόσο την έλξη ώστε να ενοποιηθεί όσο και το άπειρο κενό.

2.7.7 Διαφορικός Λογισμός και Γεωμετρία (Καρτεσιανή και Ευκλείδεια)

Σύμφωνα με τον Νεύτωνα, η εστίαση στα σχήματα ήταν καθοριστική πηγή βεβαιότητας για τη μαθηματική αναπαράσταση. Αντίθετα, ο Leibniz αργότερα, σύμφωνα με τον Smith (2008), θα προτιμούσε την διαχείριση κατάλληλων συμβόλων, ισχυριζόμενος ότι έτσι η φαντασία απελευθερώνεται από την προσήλωση στα σχήματα.

Παρόλ'αυτά η προσέγγιση του Νεύτωνα στις «Αρχές» χαρακτηρίζεται από σημαντικές καινοτομίες και πρωτοτυπίες στη μαθηματική μεθοδολογία, διαφοροποιώντας το έργο από την κλασική γεωμετρία. Οι βασικές πτυχές αυτής της προσέγγισης μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

1. Δυναμική Ανάλυση Ποσοτήτων: Οι ποσότητες μελετώνται ως προϊόντα συνεχούς κίνησης, εισάγοντας μια δυναμική διάσταση στη γεωμετρική ανάλυση (Smeenk & Schliesser, 2013, σ.149-150).

2. Θεωρία Ορίων: Οι απειροστές ποσότητες εξετάζονται σε σχέση με όρια, των οποίων η ύπαρξη και μοναδικότητα απορρέουν από τη συνέχεια της κίνησης.

3. Γεωμετρική Προσέγγιση: Παρότι θυσιάζει κάποιο βαθμό γενικότητας, η γεωμετρική μέθοδος του Νεύτωνα επιτρέπει την άμεση μελέτη των διαφορικών ιδιοτήτων των καμπυλών, σε αντίθεση με τον λογισμό του Leibniz (Guicciardini, 1999, σ.95-98).

4. Συνδυασμός Φυσικών και Μαθηματικών Μεθόδων: Ορισμένες τεχνικές παρουσίασης βασίζονται περισσότερο σε φυσικές παρά σε καθαρά μαθηματικές μεθόδους.

5. Μέθοδος των Πρώτων και Έσχατων Λόγων: Πολλές αποδείξεις στηρίζονται στη "method of first and ultimate ratios", μια τεχνική που ο Νεύτωνας ανέπτυξε στα τέλη της δεκαετίας του 1670 και αργότερα ονομάστηκε "συνθετική μέθοδος των ροών".

6. Αναλυτική Μέθοδος των Ροών: Ο Νεύτωνας χρησιμοποιεί άπειρες σειρές, κατανοώντας τις κινηματικές έννοιες με όρους δυναμικών σειρών.

7. Τεχνική Μείωσης των Τετραγώνων: Αυτή η "αναλυτική" τεχνική αξιοποιεί τη γεωμετρία απειροελάχιστα μικρών ποσοτήτων, όπως το απειροελάχιστο τόξο μιας τροχιάς και την αντίστοιχη απειροελάχιστη αύξηση της ταχύτητας.

2.7.8 Διαφορικός Λογισμός και Γεωμετρία, επιτάχυνση και ο 2^{ος} Νόμος

Η γεωμετρία των μαθηματικών που χρησιμοποίησε ο Νεύτωνας στις «Αρχές» δεν είχε τρόπο να αναπαραστήσει την επιτάχυνση ως αυτοτελές μέγεθος. Είναι ένα ερώτημα αν ο Νεύτωνας θα μπορούσε να αναπαραστήσει την επιτάχυνση ως τη δεύτερη παράγωγο της απόστασης ως προς το χρόνο στο πλαίσιο αυτού που πλέον αποκαλούμε Διαφορικό Λογισμό.

Αυτή είναι πράγματι η μορφή με την οποία ο Jakob Hermann 1678–1733) παρουσίασε τον δεύτερο νόμο στη «Phoronomia» του 1716 και κατόπιν ο Leonhard Euler (1707–1783) στη δεκαετία του 1740). Αλλά η γεωμετρία που χρησιμοποιήθηκε στις «Αρχές» δεν προσφέρει κανένα τρόπο αναπαράστασης των δεύτερων παραγώγων. Ο Νεύτωνας χρησιμοποίησε την καμπυλότητα δηλαδή τον κύκλο που «αγγίζει μια καμπύλη» - στη θέση της δεύτερης παραγώγου ως προς την απόσταση σε όλη τη διάρκεια των Principia. Όμως όπως εξηγήσαμε παραπάνω πιστεύει πως η χρήση της κλασικής γεωμετρίας αποδίδει καλύτερα τα φαινόμενα της φύσης.

Ως εκ τούτου, ήταν φυσικό για τον Νεύτωνα ,όπως αναφέρει ο Smith (2024), να παραμείνει στην καθιερωμένη παράδοση της χρήσης ενός μήκους ως μέτρου της μεταβολής της κίνησης που παράγεται από μια δύναμη, ακόμη και ανεξάρτητα από το πλεονέκτημα που είχε αυτό το μέτρο ότι επέτρεπε στον νόμο να καλύπτει τόσο τις διακριτές όσο και τις συνεχώς δρώσες δυνάμεις (με τον δεδομένο χρόνο να λαμβάνεται στο όριο στη συνεχή περίπτωση).

2.7.9 Από τις εκτιμήσεις του Κέπλερ στου Νόμους του Νεύτωνα

Η εργασία «De Motu Corporum in Gyrum» που έστειλε ο Νεύτωνας στον Halley ως απάντηση στις ερωτήσεις του για την κίνηση των πλανητών το Νοέμβριο του 1684 μετά τη συνάντηση τους στο Cambridge είναι όπως είπαμε, μια έλλειψη, εφόσον η ταχύτητα δεν είναι πολύ μεγάλη (και αν είναι, τότε αντί για μια παραβολή ή μια υπερβολή, ανάλογα με την ταχύτητα).

Το βασικό βήμα για την ανάπτυξη αυτής της απάντησης είναι η γενίκευση της ομοιόμορφης κυκλικής κίνησης στην περίπτωση της κίνησης υπό «κεντρομόλο» δύναμη - ένας όρος που επινόησε ο Νεύτωνας από τη «φυγόκεντρο» δύναμη του Huygens, με την οποία εννοούσε την τάση στο νήμα που κρατά το σώμα σε κύκλο και ένα κλειδί σε αυτό το βήμα ήταν η ανακάλυψη ότι ένα σώμα που κινείται υπό οποιαδήποτε μορφή κεντρομόλου δύναμης σαρώνει πάντοτε ίσα εμβαδά σε ίσους χρόνους σε σχέση με αυτό το κέντρο, έτσι ώστε η κατάλληλη γεωμετρική αναπαράσταση του χρόνου για τη γενίκευση της ομοιόμορφης κυκλικής κίνησης είναι το εμβαδόν που σαρώνεται και όχι η γωνία ή το μήκος τόξου.

Το σύγγραμμα επιβεβαιώνει επίσης ότι ο κανόνας δύναμης των $\frac{3}{2}$ του Κέπλερ εξακολουθεί να ισχύει για σώματα που κινούνται σε ομοκεντρικές ελλείψεις που διέπονται από αντιστρόφως τετραγωνικές κεντρομόλες δυνάμεις. Μια θεμελιώδης αντίθεση μεταξύ της μαθηματικής θεωρίας του Νεύτωνα για την κίνηση υπό κεντρομόλες δυνάμεις και των μαθηματικών θεωριών για την κίνηση που ανέπτυξαν ο Γαλιλαίος και ο Huygens είναι ότι η θεωρία του Νεύτωνα είναι γενική.

Ο Γαλιλαίος και ο Huygens εξέτασαν ένα είδος δύναμης, την ομοιόμορφη βαρύτητα, με στόχο την εξαγωγή επαληθεύσιμων συνεπειών. Η θεωρία του Νεύτωνα καλύπτει όχι μόνο τις δυνάμεις που μεταβάλλονται ως $\frac{1}{r^2}$, για τις οποίες είναι γνωστές οι «Αρχές», αλλά και τις δυνάμεις που μεταβάλλονται ως r, ως $\frac{1}{r^3}$, και ακόμη και ως οποιαδήποτε αυθαίρετη συνάρτηση του r. Smith (2024)

2.8 Σύνοψη Κεφαλαίου 2

Η Νευτώνεια δυναμική θεμελιώθηκε σε έναν ριζικό μετασχηματισμό δύο θεμελιωδών εννοιών:

1. Κίνησης: Ο Νεύτωνας, ακολουθώντας τον Γαλιλαίο, αντιλαμβάνεται την κίνηση ως μια κατάσταση ισοδύναμη με τη στάση, και όχι ως διαδικασία μεταβολής.
2. Δύναμης: Αποκλίνοντας από τη μηχανοκρατική αντίληψη της δύναμης ως άμεσης πίεσης ή ώθησης μεταξύ σωμάτων, ο Νεύτωνας την ορίζει ως αφηρημένη

ποσότητα, μετρήσιμη μέσω της μεταβολής της κίνησης ενός σώματος. Η προσέγγιση αυτή επιτρέπει την ενσωμάτωση της έννοιας της δύναμης στην ανάλυση κινητικών προβλημάτων χωρίς την ανάγκη κατανόησης της εγγενούς φύσης της.

Η Νευτώνεια Σύνθεση παρουσιάζει μια νέα κοσμοθεωρία με κεντρική θέση ενός πλέον φυσικού μαθηματικοποιημένου σύμπαντος, βασισμένη στα εξής στοιχεία:

1. Ύλη: Αποτελείται από άπειρο πλήθος διακριτών, συμπαγών και αναλλοίωτων, αλλά όχι πανομοιότυπων σωματιδίων.
2. Κίνηση: Μεταφέρει τα σωματίδια στον άπειρο κενό χώρο, διατηρώντας τη φύση τους αμετάβλητη.
3. Χώρος: Ένα άπειρο, ομοιογενές κενό που επιτρέπει την ανεμπόδιστη κίνηση των σωματιδίων.
4. Έλξη: Η δύναμη που συνέχει τον υλικό κόσμο στο άπειρο κενό.

Η Νευτώνεια θεωρία συνθέτει τη μαθηματική προσέγγιση του Γαλιλαίου με τη μηχανοκρατική αντίληψη της φύσης του Καρτέσιου, επιτυγχάνοντας:

1. Επαναφορά της ποσοτικής μαθηματικής περιγραφής των φαινομένων, υπερβαίνοντας τους περιορισμούς της μηχανοκρατίας.
2. Εισαγωγή μαθηματικών περιγραφών φυσικών εννοιών, χωρίς την ανάγκη κατανόησης της εγγενούς φύσης τους.
3. Χρήση μαθηματικών διατυπώσεων ως προϋπόθεση για τη μηχανική περιγραφή των φαινομένων.
4. Αξιολόγηση των μαθηματικών διατυπώσεων βάσει της χρησιμότητάς τους στις αποδείξεις, ανεξάρτητα από τις υποθέσεις για την προέλευσή τους.
5. Επικέντρωση της φυσικής στη μαθηματική περιγραφή των φαινομένων, χωρίς την απαίτηση εξήγησης των αιτιών τους.

Ο Νεύτωνας, σε αντίθεση με τους μηχανοκράτες, και όπως φαίνεται στο «Γενικό Σχόλιο» υποστήριζε ότι η ανθρώπινη νόηση αδυνατεί να συλλάβει την πλήρη ουσία των πραγμάτων, αναγνωρίζοντας έτσι τα όρια της επιστημονικής γνώσης. Δεν μπορεί να γνωρίσει δηλαδή το «είναι» των πραγμάτων.

Ένα συνοπτικό διάγραμμα με τις σημαντικές ημερομηνίες που αναφέρονται στους ανθρώπους τις επιστημονικές επανάστασης που αναφέρθηκαν στο Κεφάλαιο 2, με συμβολικό σημείο εκκίνησης τη γέννηση του Κοπέρνικου έως και τον θάνατο του Νεύτωνα, μπορεί να αναζητηθεί στο ***Παράρτ□μα 1*** *στο τέλος αυτής της εργασίας.*

ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

Κεφάλαιο 3

Το φιλοσοφικό πρόβλημα της εφαρμοσιμότητας των Μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες

3.1 Τυπικές Μαθηματικές Αναλογίες και το πρόβλημα της «εφαρμοσιμότητας»

Ο Mark Steiner (1989) στο άρθρο του «The application of Mathematics to Natural Science» , παρουσιάζει τη θέση του σχετικά με το ερώτημα της «εφαρμοσιμότητας των μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες» καθώς και την ιδιαίτερη θέση του στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών. Συνοπτικά, ισχυρίζεται πως ένας αναπόδραστος παράγοντας στις σύγχρονες ανακαλύψεις στις φυσικές επιστήμες ήταν η χρήση των «μαθηματικών αναλογιών» 2ης ή και ανώτερης τάξης όπως τις αποκαλεί. Δηλαδή μαθηματικών αναλογιών που δεν βασίζονται άμεσα στη φυσική αλλά παρόλ'αυτά έχουν μια ανακαλυπτική δύναμη στις φυσικές επιστήμες. Από πλευράς μας θα προσπαθήσουμε αρχικά να αναλύσουμε τη θέση του Steiner και έπειτα να κάνουμε κάποιες κατά τη γνώμη μας συσχετίσεις αναφορικά με το ρόλο που μπορεί να έχει μια τέτοια φιλοσοφική θέση ως προς τις εννοιολογικές μεταβολές που γνώρισαν τα Μαθηματικά στη Φυσική για την ιστορική περίοδο που εξετάστηκε και τον τρόπο που αναλύθηκε στο πρώτο μέρος αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Ο Steiner διακρίνει μεταξύ 3 διαφορετικών τάξεων αναλογιών

- **Αναλογίες πρώτης τάξης:** Οι πιο χρήσιμες μαθηματικές περιγραφές στη Φυσική μπορούν να προβλέψουν μελλοντικές (φυσικές) εμπειρίες, εκφράζοντας κατά ποιο τρόπο αυτές οι μελλοντικές εμπειρίες είναι ανάλογες αυτών του παρελθόντος. Δηλαδή αναλογίες ανάμεσα στο παρελθόν και το μέλλον.
- **Μαθηματικές αναλογίες δεύτερης τάξης:** Προκύπτουν από την αναζήτηση μαθηματικών περιγραφών που έχουν τις ίδιες ιδιότητες με άλλες επιτυχημένες περιγραφές με στόχο την ανακάλυψη μιας φυσικής περιγραφής. Τέτοιες μαθηματικές αναλογίες δεύτερης τάξης βασίζονται σε ιδιότητες των περιγραφών και όχι στις ίδιες τις περιγραφές.
- **Μαθηματικές αναλογίες τρίτης τάξης:** Αναλογίες δηλαδή με βάση τις ιδιότητες των ιδιοτήτων των περιγραφών και όχι τις ίδιες τις περιγραφές

Ο Steiner διακρίνει έπειτα τις μαθηματικές αναλογίες σε 2 είδη:

- **Φυσικές αναλογίες:** δηλαδή αυτές με φυσική βάση, δηλαδή αναλογίες για τις οποίες οι μαθηματικές ιδιότητες είναι «ισοδύναμες» με φυσικές ιδιότητες. Χαρακτηριστικά αναφέρει το παράδειγμα της «υπέρθεσης» που θα εξηγηθεί και αργότερα.
- **Τυπικές αναλογίες:** αυτές που δεν έχουν φυσική βάση, αλλά μπορεί να αποκτήσουν αργότερα.

Αναδιατυπώνοντας τη θέση του Steiner, υποστηρίζει ότι οι τυπικές μαθηματικές αναλογίες, φαινομενικά άσχετες με τη Φυσική, είναι αναλογίες όχι μεταξύ γεγονότων, αλλά μεταξύ των περιγραφών τους και έχουν παίξει καθοριστικό ρόλο και απαραίτητο ρόλο στις πρόσφατες φυσικές ανακαλύψεις. Έναν ρόλο που οι αναλογίες πρώτης τάξης δεν μπορούν να εξηγήσουν αφού επί της ουσίας δεν μιλάνε για τα ίδια τα μαθηματικά. Αυτή η επιτυχία λοιπόν αυτών των φαινομενικά άσχετων, αλλά τελικά πολύ συγκεκριμένου είδους τυπικών μαθηματικών αναλογιών είναι που απαιτεί φιλοσοφική διερεύνηση. Ο Steiner έτσι εισάγει την έννοια των αναλογιών για να αποφύγει την μεροληψία υπέρ των επιτυχιών και να εξηγήσει πως η επιτυχία των τυπικών μαθηματικών αναλογιών στηρίζεται στην επιτυχία άλλων τυπικών μαθηματικών αναλογιών. Ένα γεγονός που αποτελεί το ίδιο μια τυπική μαθηματική αναλογία. Με άλλα λόγια εφόσον δεν μπορούν όλες οι μαθηματικές αναλογίες να έχουν κάποια φυσική βάση ή ακόμα επειδή δεν είναι γνωστό αν καν κάποτε μπορούν να έχουν μια τέτοια βάση, τότε δυνητικά μπορούν, αυτές οι τυπικές μαθηματικές αναλογίες να παραμένουν επιτυχείς,

Παρακάτω θα επιχειρήσουμε μια σύγκριση και επέκταση της θέσης του Steiner με το έργο των Νεύτωνα, Κέπλερ και Γαλιλαίου. Αυτοί μαζί με τον Καρτέσιο Το έργο αυτών κατά τον Grant (2008, σ.237) αποτέλεσε κομβικής σημασίας στην εφαρμογή μαθηματικών σε πραγματικά προβλήματα, δηλαδή στη σταδιακή μαθηματικοποίηση της φυσικής φιλοσοφίας σε Φυσική επιστήμη. Εν πολλοίς δηλαδή τον σταδιακό μετασχηματισμό των στόχων της, των μεθόδων έρευνας και στην εισαγωγή των μαθηματικών με ενιαίο τρόπο για την εξήγηση και περιγραφή των φυσικών φαινομένων.

Αναλογίες κατά Steiner στο έργο του Νεύτωνα

Ο Νεύτωνας για την περιγραφή της κίνησης εφάρμοσε μαθηματικές έννοιες όπως για παράδειγμα εξισώσεις για τα φυσικά φαινόμενα, δημιουργώντας μια φορμαλιστική-μαθηματική περιγραφή που ξεπερνούσε την άμεση παρατήρηση και την εμπειρία. Το έργο του στηρίζεται ,με τα λόγια του ίδιου στα έργα του, στον Γαλιλαίο και στον Κέπλερ.

Οι νόμοι του Νεύτωνα για την κίνηση και την παγκόσμια βαρύτητα:

Η ανάπτυξη του λογισμού από τον Νεύτωνα για την περιγραφή της κίνησης ήταν μια επαναστατική εφαρμογή των μαθηματικών στη φυσική. Παρότι ο Νεύτωνας δεν είναι ο πρώτος που μοντελοποιεί μαθηματικά φυσικά προβλήματα μπορεί ίσως να θεωρηθεί ως ένα παράδειγμα αυτού που ο Steiner περιγράφει ως τη χρήση των μαθηματικών ιδεών για τη διατύπωση φυσικών αρχών-νόμων. Δηλαδή οι μαθηματικές ιδέες που προκύπτουν από ήδη διατυπωμένες μαθηματικές ιδέες ,όπως για παράδειγμα είναι το σύνολο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και οι επεκτάσεις της π.χ. οι κωνικές τομές, ιδιότητες- επεκτάσεις θεωρημάτων υπό την επίδραση των αφηρημένων τεχνικών αλγεβροποίησης (στο βαθμό μαθηματικής αυστηρότητας βρισκόντουσαν στον δεδομένο ιστορικό χρόνο) διαμόρφωσαν τις μαθηματικές ιδέες που βρήκαν εφαρμογή στην περιγραφή του κόσμου. Ο διαχωρισμός στο έργο του Νεύτωνα είναι πιο δύσκολος γιατί δούλευε σχεδόν παράλληλα ως μαθηματικός και ως φυσικός, επομένως οι πρωτότυπες μαθηματικές ιδέες που ανέπτυσσε ήταν π.χ. Δυναμοσειρές – Διωνυμικό Θεώρημα, Ροές-Διαφορικά, Ροές και η Έννοια του Ορίου κ.α. όπως περιγράφονται στον Katz (2013, σ.575-595).

Όπως ο Katz (2013, σ.577) αναφέρει η «Πραγματεία» του Νεύτωνα (1671) αρχίζει με την μελέτη των «πολυωνύμων άπειρου βαθμού», δηλαδή τις Δυναμοσειρές κάνοντας μία αναλογία σε αυτές και τους άπειρους δεκαδικούς στην αριθμητική, δηλαδή μια μαθηματική αναλογία. Οι Δυναμοσειρές όμως δεν είναι αποτέλεσμα εν κενώ, αλλά μια μελέτη του Νεύτωνα στο έργο του John Wallis «Arithmetica Infinitorum» και συγκεκριμένα για τον υπολογισμό του εμβαδού κύκλου. (ο.π, σ.578-579). Σε αυτή του την προσπάθεια ο

Νεύτωνας, χρησιμοποιώντας όπως ο Wallis το τρίγωνο του Pascal, άλλη μια τυπική μαθηματική αναλογία, συνήγαγε σύμφωνα με τον Katz (2018, σ.580) χωρίς απόδειξη το Γενικό Διωνυμικό θεώρημα, την ορθότητα την οποίου την εξήγαγε με άλλες μεθόδους ήδη γνωστές για την ορθότητα τους.

Γενικό Διωνυμικό Θεώρημα:

Έστω $r \in \mathbb{Q}$, $k \in \mathbb{Z}+$

$$(x+y)^r = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{r}{k} x^{r-k} y^k$$

Τρίγωνο του Pascal:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Όπως συνεχίζει ο Katz (2013, σ.580-581) αυτό του έδωσε την υπολογιστική δυνατότητα να υπολογίσει λογαρίθμους μικρών θετικών ακεραίων, αλλά και σειρών στο «De analysi» (1669) όπως το ανάπτυγμα της $x = siny\ και\ x = cosy$.

Συνεχίζοντας ο Katz (2013, σ.582) αναφέρει, πως ο Νεύτωνας παρήγαγε μαθηματικό έργο ,όπως είναι οι σειρές και προσπαθούσε να λύσει μαθηματικά προβλήματα όπως για παράδειγμα τη μελέτη αλγεβρικών ή υπερβατικών εξισώσεων που δεν μπορούσαν να εκφραστούν ως πολυώνυμο μια μεταβλητής.

Οι τυπικές μαθηματικές αναλογίες γίνονται φυσικές στο βαθμό που θεωρεί ότι κάθε μεταβλητή σε μία εξίσωση πρέπει να θεωρείται τουλάχιστον εμμέσως, απόσταση που εξαρτάται από τον χρόνο (ο.π, σ.582) και έτσι κατόπιν προχωρά στον ορισμό των ροών.

Όπως περιγράφει ο ίδιος (ο.π, σ.582) ο Νεύτωνας στη δεύτερη επιστολή του προς τον Leibniz έθεσε 2 προβλήματα κίνησης ως τη βάση ανάπτυξης του Απειροστικού Λογισμού.

1. Δοθέντος του μήκους απόστασης συνεχώς (δηλαδή για κάθε χρονική στιγμή) να υπολογισθεί η ταχύτητα της κίνησης σε οποιαδήποτε στιγμή.
2. Δοθείσης της ταχύτητας της κίνησης συνεχώς, να υπολογισθεί το μήκος του διαστήματος που έχει διανυθεί σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

Εδώ βέβαια αξίζει να τονίσουμε πως για να είναι εφικτή μια τέτοια αναλογία υπάρχει η αποδοχή από τον Νεύτωνα της σταθερής αύξησης του χρόνου κατά τρόπο αξιωματικό. Κατόπιν, ειδικά για το πρόβλημα 1 χειρίζεται τις μεταβλητές που αντιπροσωπεύουν τις ροές ποσοτήτων ως πολυωνυμικές εξισώσεις χωρίς να χρησιμοποιεί μεθόδους παραγώγισης και αιτιολογώντας τες χρησιμοποιώντας απειροστά. Δηλαδή μια στιγμή της ρέουσας ποσότητας είναι το ποσό κατά το οποίο αυτή αυξάνει κατά μία απείρως μικρή χρονική περίοδο. Ο Νεύτωνας με αυτόν τον τρόπο ενσωματώνει στους αλγορίθμους του τους κανόνες παραγώγισης γινομένου, πηλίκου και αλυσίδας και όταν αυτή δεν είναι εφαρμόσιμη καταφεύγει στο ήδη γνωστό του Διωνυμικό Θεώρημα. Σε ότι αφορά το πρόβλημα 2 γυρνάμε στη μελέτη του στον Wallis που έχουμε ήδη αναφέρει, δηλαδή σε μαθηματικές ιδέες που είχε μελετήσει και περιγράψει νωρίτερα. Αντιλήφθηκε, όπως αναφέρει ο Katz (2013, σ.587), ότι το πρόβλημα αυτό είναι ισοδύναμο με το πρόβλημα υπολογισμού του εμβαδού κάτω από την καμπύλη από την εξίσωσή της. Ωστόσο ανακάλυψε και χρησιμοποίησε το Θεμελιώδες Θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού για την επίλυση του προβλήματος του εμβαδού. Και αυτά αποτελούν μαθηματικές αναλογίες αφού το μαθηματικό πρόβλημα που αφορά το εμβαδό κάτω από μια υπερβολή (xy=1) ήταν ήδη γνωστό στο έργο του Gregoire de St.Vincent (1584-1667) «Opus geometricum», αλλά και η συσχέτιση του με τον υπολογισμό λογαρίθμων από του έργο του Alfonso Antonio de Sarasa (1618-1667) (βλ. Katz, 2018, σ.561-562). Ο Isaac Barrow (1630-1677) με τη μελέτη του πάνω σε ένα μέρος αυτού που σήμερα καλείται Θεμελιώδες Θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού, δηλαδή την κατασκευή καμπύλης κατά τον υπολογισμού του μήκος τόξου, ίσως επηρέασε το Νεύτωνα, όχι επειδή του παραχώρησε τις σημειώσεις του, αλλά στη (μαθηματική) ιδέα και κατ' επέκταση αναλογία ότι οι καμπύλες παράγονται από κινούμενα σημεία. Ακόμα όμως και να μην επηρέασε ο Barrow τον Νεύτωνα, η αναλογία δεν καταργείται αφού ο ίδιος Νεύτωνας την ίδια εποχή ουσιαστικά μόνος του προχωρά στη διαμόρφωση παρόμοιων μαθηματικών ιδεών.

Φαίνεται όμως σε ένα μέρος του μαθηματικού του έργου όπως είναι αυτό της «Πραγματείας περί Ροών» (1671) συνοψίζει τα προηγούμενα μαθηματικά του έργα για την απόδοση φυσικής περιγραφής με τον ίδιο τρόπο που αργότερα και από επιλογή θα χρησιμοποιήσει στις «Αρχές» εκείνα τα μαθηματικά εργαλεία που πιστεύει ότι είναι αποτελεσματικότερα στις περιγραφές του και όχι για παράδειγμα τις μεθόδους διαφορικών που ήδη γνώριζε.

Κατόπιν στο «De motu corporum in gyrum» (1687) ο Νεύτωνας χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά των απειροστών αποδεικνύει και επιβεβαιώνει τους Νόμους του Κέπλερ. Τα απειροστά όπως αναφέρει ο Katz (2018, σ. 573) παρότι για τον ίδιο τον Κέπλερ δεν ήταν αυστηρή μέθοδος τα χρησιμοποίησε για την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων στο «Nova Stereometria». Ο Νεύτωνας για τη μελέτη της κεντρομόλου δύναμης βασίζεται στα απειροστά και «ως συνθήκη» τα εφαρμόζει στις εξισώσεις κίνησης του Γαλιλαίου για να τις γενικεύσει σε μεταβλητές δυνάμεις.

Στις «Αρχές», ο Νεύτωνας στο σχόλιο στο 1$^{\text{ο}}$ μέρος του Βιβλίου 1, αφού διατυπώσει με το Λήμμα 1 την ιδέα του ορίου, προχωρά σε μία διευκρίνιση της έννοιας στα πρότυπα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας Λόγων. Όπως αναφέρει ο Katz (2018, σ. 595) ο Νεύτων γνώριζε ότι μπορούσε να εργαστεί με τους λόγους ποσοτήτων εκείνων των μεγεθών που στο τέλος γίνονται 0 καθώς το είχε κάνει ήδη στο De motu πριν το Principia . Όπως γράφει ο ίδιος ο Νεύτωνας στο σχόλιο του για τον λόγο του ορίου της τελικής ταχύτητας:

«Οι τελικοί αυτοί λόγοι με τους οποίους οι ποσότητες εξαφανίζονται δεν είναι πραγματικοί λόγοι των τελικών ποσοτήτων, αλλά όρια προς τα οποία τείνουν πάντοτε οι λόγοι των ποσοτήτων που ελαττώνονται απεριόριστα, και στα οποία προσεγγίζουν περισσότερο από οποιαδήποτε δοθείσα διαφορά, αλλά ουδέποτε πηγαίνουν πέρα από αυτά, και με τα οποία στην πραγματικότητα ουδέποτε ταυτίζονται, έως οι ποσότητες ελαττωθούν ad infinitum» (ο.π, 2018, σ.595)

Ο Νεύτωνας δεν έκανε κάποια αλγεβρική μετάφραση. Ο Katz (2018,σ.595) αναφέρει ότι αντίθετα με ότι μπορεί να ισχυρίζονται, ο Λογισμός δεν αναπτύχθηκε από τον Νεύτωνα για να υποστηρίξει τις «Αρχές», κάτι που είναι εμφανές στα χειρόγραφα του. Δηλαδή δεν υπήρχε σκοπός στην μελέτη των μαθηματικών εννοιών ώστε να ενοποιήσει τη φυσική όπως έκανε στο Principia.

Αυτό που όμως έκανε είναι ότι οι ιδέες του Λογισμού και η μεθοδολογία του, χωρίς αλγεβρική μορφή αλλά με επίκεντρο τη Γεωμετρία, τον έκαναν να εξαγάγει τα συμπεράσματα του στη Φυσική. Ο τρόπος που χειρίζεται τα μαθηματικά και δημιουργεί μαθηματικές αναλογίες φαίνεται παρακάτω στη μέθοδο των 3 βημάτων του στη Γεωμετρία. (παρόμοια λειτούργησε και στις ροές). Ο Katz (2018, σ.595) αναφέρει τα βήματα του Νεύτωνα ως εξής.

1. Αποδεικνύει κάτι για πεπερασμένες περιοχές.
2. Υποθέτει ότι το αποτέλεσμα είναι ίδιο σε απειροστές περιοχές ίδιου τύπου.
3. Εφαρμόζει το αποτέλεσμα στα απειροστά για να συμπεράνει κάτι για το αρχικό σχήμα.

Με άλλα δεν επινόησε τον Απειροστικό Λογισμό του για τη μελέτη της Ουράνιας Μηχανικής, αλλά χρησιμοποίησε τις ροές για να θεμελιώσει τις ιδέες του στη Φυσική. Χωρίς όμως τον Απειροστικό Λογισμό η μέθοδος του δεν θα επέτρεπε στη χρήση των μαθηματικών αναλογιών σε τέτοια κλίμακα και τέτοια ευελιξία που τελικά κατόρθωσε. Ίσως τελικά μπορούμε να πούμε πως είναι η μαθηματική μέθοδος που προέρχεται ως συνέπεια πρότερων τυπικών μαθηματικών αναλογιών η οποία ενοποίησε το μαθηματικό του έργο και ταυτόχρονα προοδευτικά αποκτά φυσική περιγραφή μέχρι την ενοποίηση του φυσικού σύμπαντος κάτω από τους ίδιους φυσικούς νόμους-αρχές.

Ίσως τελικά η έννοια του Νεύτωνα ότι η βαρύτητα δρα από απόσταση χωρίς σαφή φυσικό μηχανισμό μαζί με την υπόθεση «non fingo» είναι παρόμοια με τα κβαντομηχανικά φαινόμενα που συζητά ο Steiner, όπου ο μαθηματικός φορμαλισμός προηγείται της φυσικής κατανόησης. Δηλαδή μια δύναμη η δράση της οποίας προκύπτει ως το αποτέλεσμα των μαθηματικών ιδεών που έχουν υπάρξει σε ένα στάδιο τους ως τυπικές μαθηματικές αναλογίες και (μπορεί) αργότερα να έγιναν φυσικές μαθηματικές αναλογίες. Όπως και ο Schrodinger επέκτεινε την εξίσωσή του πέρα από τις αρχικές παραδοχές της, ο Νεύτωνας επέκτεινε τους νόμους της κίνησής του στα ουράνια σώματα, ένα πεδίο που απέχει πολύ από την καθημερινή εμπειρία.

Τα πειράματα του Γαλιλαίου

Η χρήση της γεωμετρίας από τον Γαλιλαίο για την περιγραφή της κίνησης των βλημάτων μοιάζει ανάλογη με τα παραδείγματα του Steiner αναφορικά με τις μαθηματικές αναλογίες. Ο ίδιος ο Steiner αναφέρει τις κωνικές τομές του Απολλώνιου για το έργο του Κέπλερ, αλλά οι κωνικές τομές μπορούν να επεκταθούν σε αυτό του Γαλιλαίου και του Νεύτωνα.

Επίσης ο Steiner αναφέρει την αρχή της «υπερέκθεσης» (superposition) ως ένα παράδειγμα $2^{η}$ τάξης μαθηματικής αναλογίας που είχε φυσικό περιεχόμενο.

Ο Γαλιλαίος για παράδειγμα υιοθετεί την μαθηματική αρχή της υπερέκθεσης για τη μελέτη της βολής και την ανάλυση της σε 2 κινήσεις (οριζόντια και κατακόρυφη) που ισοδυναμούν με μία κίνηση, δηλαδή την ιδέα της γραμμικότητας. Μη αυστηρά ορισμένα θα λέγαμε πως αν από το Α προκύπτει Χ και από το B προκύπτει Y, τότε από το $(A + B)$ θα προκύψει $(X + Y)$.

Ο Γαλιλαίος χρησιμοποίησε τις παραβολές σε φυσικά φαινόμενα, για να εξαγάγει περιγραφές που δεν ήταν άμεσα προφανείς από την παρατήρηση ή δεν μπορούσαν καν να εξαχθούν όπως για παράδειγμα, τα πειράματα για τη μελέτη της δυναμικής των σωμάτων. Ο Γαλιλαίος κάνει και αυτός χρήση των απειροστών, αλλά κυρίως των αδιαιρέτων και χρησιμοποιεί πάντα την ευκλείδεια έννοια της αναλογίας.

Έχουμε ήδη δει τον Κανόνα του Μέρτον και την απόδειξη του Γαλιλαίου. Αυτό που πρέπει όμως να τονιστεί εξηγείται στη συνέχεια δηλαδή ότι ο Γαλιλαίος τον αποδεικνύει μαθηματικά κάνοντας χρήση ενός φυσικού νόμου.

Όπως έχουμε ήδη δει στο Κεφάλαιο 1 ο νόμος αυτός ήταν γνωστός και ως ο νόμος των περιττών αριθμών. Ο Γαλιλαίος όμως θέλησε να επαναλάβει ως πειράματα τις νοητικές παρατηρήσεις του Μέρτον στις αρχές του $17^{ου}$ αιώνα, προσδίδοντας τους γενικό χαρακτήρα. Έτσι αν κατάφερνε να επιβεβαιώσει τα αποτελέσματά του με ακριβείς μετρήσεις, θα είχε ένα ακόμα στοιχείο για την εγκυρότητα της πρότασής του αναφορικά με την επιτάχυνση των σωμάτων στην ελεύθερη πτώση.

Όπως είδαμε, η γεωμετρική απόδειξη του «νόμου» των περιττών αριθμών χρησιμοποιεί απλά θεωρήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας, κατόπιν εξάγεται φυσικό περιεχόμενο. Σημειώνουμε εδώ (όπως είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο) πως ο Oresme είχε κάνει ήδη μια τέτοια προσπάθεια.

Ο Γαλιλαίος χρησιμοποιεί πάλι την αρχή της υπερέκθεσης. Όπως αναφέρει ο Γαβρόγλου (2013, σ.149) θεωρώντας ο Γαλιλαίος πως η κίνηση στο τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου είναι το άθροισμα της κίνησης στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου και της κίνησης από το τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου Β έως το τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου, κατέληξε στο συμπέρασμα του. Αφού το σώμα στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου Β συνεχίζει την κίνησή του με σταθερή ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα που είχε αποκτήσει στο Β, τότε και στο τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου θα έχει την ίδια ταχύτητα. Όμως αφού το σώμα κάνει ελεύθερη πτώση σημαίνει ότι επιταχύνεται και η πρόσθετη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα στο τέλος της δεύτερης μονάδας χρόνου. Λόγω της επιτάχυνσης είναι ίση με όση είχε αποκτήσει στο τέλος της πρώτης μονάδας χρόνου, γιατί ο νόμος που διατύπωσε ο Γαλιλαίος λέει πως όλα τα σώματα υφί στανται την ίδια σταθερή επιτάχυνση ανά μονάδα χρόνου.

Συνεχίζοντας, (ο.π , σ.149) εξήγαγε ότι η ταχύτητα αυξάνεται με ένα σταθερό, και άρα ικανό στην πρόβλεψη, ρυθμό. Άρα, αν επιλέξουμε μια συγκεκριμένη μονάδα χρόνου και αφήσουμε να πέσει ένα σώμα από μια θέση ηρεμίας, η ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το σώμα στο τέλος αυτής της μονάδας χρόνου, θα είναι η ταχύτητα που αποκτάται από το μηδέν μόνο λόγω της επιτάχυνσης. Και μόνο τόση θα είναι η ταχύτητα που αποκτάται από την επιτάχυνση στο τέλος της όποιας μονάδας χρόνου.

Ο Γαλιλαίος δηλαδή δοκιμάζει τα όρια των αναλογιών, πιστεύοντας σε αυτές. Το γιατί πίστευε σε αυτές ίσως μπορεί να αναζητηθεί στην επιρροή του Κοπέρνικου που είχε σε αυτόν. Το έργο του Γαλιλαίου αποτελεί όπως αναλύει διεξοδικά ο (Koyré, 1989) το πέρασμα σε ένα «ανοιχτό σύμπαν», δηλαδή μία ρήξη με την αριστοτελική φιλοσοφία. Ταυτόχρονα όμως ο Γαλιλαίος δεν έσωζε πια τα φαινόμενα, αλλά πίστευε ότι τα φαινόμενα σώζονται, δηλαδή τα μαθηματικά μπορούν να έχουν φυσική περιγραφή.

Ο Γαλιλαίος όπως αναφέρει ο Cohen (2020,σ.243) κάνει χρήση της μεθόδου που σήμερα αποκαλούμε υποθετικο-παραγωγική. Δηλαδή αν Α → Β παρήγαγε από το Β το Α. Στη συνέχεια έλεγξε το Β, και έπειτα συμπέρανε το ότι ισχύει το Α. Ωστόσο η μέθοδος δεν εγγυάται το Α, καθώς μπορεί να προκύπτει από το Α΄ όπως επίσης ότι η μέθοδος παραγωγής από το Β στο Α είναι ορθή. Όμως ο Γαλιλαίος όπως αναφέρει ο Cohen παρακάτω, συνάγει το Α από το Β με μαθηματικά και στη συνέχεια ελέγχεται πειραματικά, δηλαδή χρησιμοποιεί μια υποθετικό-παραγωγική/μαθηματικο-πειραματική μέθοδο όπως έλεγαν το 17^{ο} αιώνα. Ίσως μπορούμε να υποθέσουμε ότι απορρέει μια εκδοχή νατουραλισμού από την οποία τα μαθηματικά και η μέθοδος του Γαλιλαίου του επέτρεπε την γενίκευση των μαθηματικών συμπερασμάτων σε φυσικές περιγραφές, αλλά και την εξήγηση των φυσικών κινήσεων ως απόρροια συγκεκριμένων μαθηματικών ιδεών. Τέλος, η αφηρημένη προσέγγιση του Γαλιλαίου ίσως μπορούμε να πούμε πως προμηνύει την εξαιρετικά αφηρημένη συλλογιστική της σύγχρονης φυσικής που περιγράφει ο Steiner. Ο Butts (2000) αναφέρει πως η χρήση της υποθετικο-παραγωγικής μεθόδου από τον Γαλιλαίο θα πρέπει να γίνει κατανοητή ως συμπληρωμένη από βαθύτερες μεταφυσικές δεσμεύσεις, ιδιαίτερα τη δέσμευσή του στις αναγκαίες αλήθειες της μαθηματικής επιστημονικής εμπειρίας. Μια ενδιαφέρουσα άποψη που θα φανεί χρήσιμη για τα όσα έχει να πει και η Berenstain (2016) για το καθεστώς αυτής της μεταφυσικής δέσμευσης είναι αυτή για τους επιστημονικούς ρεαλιστές στην επόμενη παράγραφο.

Το έργο του Κέπλερ

Για τον Κέπλερ είναι σαφές πως η Πυθαγόρειες και Πλατωνικές καταβολές του είχαν καταλυτικό ρόλο στην αντίληψη των μαθηματικών ιδεών και τη σχέση του με τον φυσικό κόσμο. Και αυτό γιατί ο Κέπλερ προσπαθεί να διατυπώσει πραγματικές περιγραφές. Όπως αναφέρει ο Katz (2018, σ.474) αυτές οι μεταβολές από τα μαθηματικά στη φυσική ήταν η αιτία ευελιξίας του, για παράδειγμα όπως το να απορρίπτει τους πτολεμαϊκούς επίκυκλους, αλλά να δέχεται τους εξισωτές.

Ο Κέπλερ όπως είδαμε είχε στη βιβλιοθήκη του τις πολύτιμες και ακριβείς παρατηρήσεις του Μπράχε, όμως δεν είναι αυτές που μόνες τους τον οδήγησαν στους Νόμους του, όπως αυτός τους περιέγραψε. Αυτό όμως που έχει σημασία είναι ότι αφενός μεν οδηγήθηκε σε αυτούς λόγω της στάσης του που περιγράφηκε προηγουμένως, αλλά και μέσα από μια σειρά λαθών. Αυτό που εξάγουμε όμως είναι ότι αν τα λάθη είναι μαθηματικά τότε τα μαθηματικά τους συμπεράσματα χρησιμοποιήθηκαν από τον ίδιο σαν μαθηματικές αναλογίες και κατά συνέπεια απέκτησαν φυσικό περιεχόμενο. Δηλαδή με «λάθη» όπως περιγράφει ο Katz (2018, σ.474) και ο Westfall (2020,σ. 10-11) εξήγαγε σωστά συμπεράσματα, αφού για παράδειγμα έχοντας ως υπόθεση το νόμο των ταχυτήτων, δηλαδή ότι η ταχύτητα της γης είναι αντιστρόφως ανάλογη από την απόσταση της από τον ήλιο, και με λάθος μαθηματικό συλλογισμό συνήγαγε το νόμο των εμβαδών αποκαθηλώνοντας τα πρωτεία του κύκλου για πρώτη φορά στην αστρονομία.

Είναι χαρακτηριστικό, όπως αναφέρει ο Westfall (2020, σ.15), ότι ο Κέπλερ περιέγραφε τον κύκλο σαν «*φιλήδονη εταίρα που παρασύρει τους αστρονόμους μακριά από την αγνή κόρη, τη φύση*». Όμως η απλότητα της έλλειψης είχε σαν κόστος την απόρριψη του τέλειου, δηλαδή του κύκλου. Παρότι οι νόμοι του άντεξαν στους πειραματικούς ελέγχους, δεν είναι αυτοί που θα έκριναν το σύστημα του Κοπέρνικου και του Κέπλερ, αλλά σύμφωνα με τον Westfall (2020, σ.18) και τον Butterfield (2010, σ.37-38) ήταν το επιχείρημα της γεωμετρικής αρμονίας, της απλότητας και τελικά της θυσίας της κοινής λογικής με την έννοια των αισθήσεων που βλέπουν τον Ήλιο να ανατέλλει και όχι τη γη να κατεβαίνει. Ίσως και οι αναλογίες στην «Αρμονία του Κόσμου» θα μπορούσε να θεωρηθούν ως μια φυσική αναλογία, συσχετίζοντας αναλογίες περιόδων τροχιάς με μουσικές αρμονίες δηλαδή λόγους με τρόπους που απορρέουν από την Πυθαγόρεια παράδοση. Επίσης αν και δεν είναι ακριβώς το ίδιο, η χρήση των ελλείψεων από τον Κέπλερ, που αρχικά ήταν απλώς ένας καλύτερος τρόπος υπολογισμού των τροχιών, έγινε θεμελιώδης για την κατανόηση της πλανητικής κίνησης, όπως οι φανταστικοί αριθμοί έγιναν θεμελιώδεις στην κβαντομηχανική.

Τέλος αναφερόμαστε σε επιστήμονες του 16^{ου}-17^{ου} αιώνα οι οποίοι εργάζονταν γενικά πιο κοντά στα παρατηρήσιμα φαινόμενα αν όχι σε συλλογές παρατηρήσεων από ό,τι οι φυσικοί του 20^{ου} αιώνα που εξετάζει ο Steiner. Με άλλα λόγια μπορούμε να δούμε τις απαρχές της τάσης προς πιο αφηρημένες, τυπικές μαθηματικές αναλογίες στο έργο τους στην κατεύθυνση που ο Steiner αναφέρεται σε αυτό που αποκαλείται Θεωρητική Φυσική σήμερα. Μια τέτοια ιστορική προοπτική ίσως προσθέτει βάθος στο επιχείρημα του Steiner αναφορικά με την αινιγματική αποτελεσματικότητα των μαθηματικών αναλογιών στη φυσική.

Συμπεράσματα

Την περίοδο από τον 14^{ο} έως τον 17^{ο} αιώνα παρατηρήθηκε σταδιακή αύξηση του επιπέδου της μαθηματικής αφαίρεσης που χρησιμοποιήθηκε για την περιγραφή των φυσικών φαινομένων. Αυτή η τάση μπορεί ίσως να θεωρηθεί ως πρόδρομος των εξαιρετικά αφηρημένων μαθηματικών αναλογιών που συζητά ο Steiner.

Από τον Oresme που είδαμε πως εισήγαγε γραφικές αναπαραστάσεις διαφορετικών ποιοτήτων, ένα βήμα προς την ποσοτική ανάλυση της φύσης, αλλά έντονα συνδεδεμένη με την αισθητηριακή εμπειρία, περάσαμε στη χρήση γεωμετρικών μοντέλων (ελλείψεις) από τον Κέπλερ για την περιγραφή πλανητικών τροχιών. Αυτό αντιπροσωπεύει ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης. Δηλαδή στην εφαρμογή μαθηματικών εννοιών που δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμες, προϊδεάζοντας για τις πιο αφηρημένες εφαρμογές που εξετάζει ο Steiner. Επίσης η χρήση νοητικών πειραμάτων από τον Γαλιλαίο (π.χ. κίνηση χωρίς τριβή) προϊδεάζει για τα εξαιρετικά αφηρημένα μαθηματικά μοντέλα της σύγχρονης φυσικής. Τελικά η ανάπτυξη του Απειροστικού Λογισμού από τον Νεύτωνα και οι ποικίλες μαθηματικές ιδέες που εισήγαγε απομακρύνονται περισσότερο από την άμεση αισθητηριακή εμπειρία προς την τυπική μαθηματική συλλογιστική. Καθοριστική φυσικά ήταν η φιλοσοφική παρέμβαση του Καρτέσιου για την περιγραφή ενός μηχανιστικού μαθηματικού κόσμου, όπου τα μαθηματικά μόνο μπορούν να αποδώσουν με σαφήνεια και ευκρίνεια αυτόν τον κόσμο. Φυσικά όμως η επέκταση της Αναλυτικής Γεωμετρίας, δηλαδή το άνοιγμα της Γεωμετρίας στην Άλγεβρα παρήγαγε νέες τυπικές μαθηματικές αναλογίες με τεράστια (όπως ξέρουμε) χρήση κατόπιν στη Φυσική.

Επίσης οι πυθαγόρειες-πλατωνικές επιρροές αναβίωσαν κατά τη διάρκεια της Επιστημονικής Επανάστασης όπως φαίνεται καθαρά στον Κέπλερ και τον Γαλιλαίο και αυτό ίσως μπορεί να θεωρηθεί ως μια πρώιμη εκδοχή της πίστης στον μαθηματικό φορμαλισμό και κατ' επέκταση στη δυνατότητα περιγραφής του πραγματικού κόσμου με αφετηρία πως τα μαθηματικά είναι όντως και αυτά πραγματικά. Εξάλλου το αρμονικό σύμπαν του Κέπλερ, η ομορφιά και η συμμετρία, ένα θέμα που διερευνά και ο Steiner, αλλά και ο ισχυρισμός του Γαλιλαίου ότι το βιβλίο της φύσης είναι γραμμένο στη γλώσσα των μαθηματικών απηχεί τα πυθαγόρεια αισθήματα και την ισχυρή εξάρτηση της σύγχρονης φυσικής από τις μαθηματικές ιδέες.

Το έργο του Steiner μπορεί να θεωρηθεί ότι εξετάζει το αποκορύφωμα μιας τάσης που ξεκίνησε με την Επιστημονική Επανάσταση, αυτή της αυξανόμενης εξάρτησης της φυσικής θεωρίας από μαθηματικές ιδέες και αναλογίες. Η ανάλυσή του κατά το διάσημο άρθρο για τον Wigner και την «παράλογη αποτελεσματικότητα» των μαθηματικών στη σύγχρονη φυσική αντιμετωπίζει ζητήματα φυσικής που έχουν τις ρίζες τους στην αρχική μαθηματικοποίηση της φύσης κατά τον 14ο -17ο αιώνα. Η αυξανόμενη αφαίρεση, η πίστη στον μαθηματικό φορμαλισμό και τελικά η ενοποίηση των μαθηματικών και της φυσικής έχουν όλες τις ρίζες τους σε αυτή την προηγούμενη περίοδο. Το έργο του Steiner μπορεί επομένως να θεωρηθεί ότι εξετάζει τις εκτεταμένες συνέπειες και τις φιλοσοφικές επιπτώσεις μιας προσέγγισης της φύσης που άρχισε να εφαρμόζεται σοβαρά κατά τη διάρκεια της Επιστημονικής Επανάστασης.

3.2 Η σχέση μεταφυσικού προσδιορισμού φυσικής μαθηματικών και το πρόβλημα της «εφαρμοσιμότητας»

Στο άρθρο της με τίτλο «The applicability of mathematics to physics modality» η Nora Berenstain (2016) , διερευνά τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών δομών και των τροπικών (modal) χαρακτηριστικών του φυσικού κόσμου. Όπως και ο Steiner προηγουμένως ερευνά και εκείνη την «ανεξήγητη» και «παράλογη» εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες. Η βασική θέση της συγγραφέα είναι ότι ο επιστημονικός ρεαλισμός μας δεσμεύει σε μια σχέση μεταφυσικού προσδιορισμού μεταξύ των μαθηματικών οντοτήτων και της τροπικής (modal) δομής των εμπειρικών φαινομένων. Υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά δεν περιγράφουν απλώς τι πραγματικά συμβαίνει στα φυσικά συστήματα, αλλά εξηγούν τι πρέπει να συμβεί, τι θα μπορούσε να συμβεί και τι δεν μπορεί να συμβεί. Αυτή η τροπική πτυχή είναι το κλειδί για την κατανόηση της βαθιάς σύνδεσης μεταξύ των μαθηματικών και της φυσικής πραγματικότητας.

Στη θέση αυτή προχωρά με μια σειρά επιχειρημάτων και παραδειγμάτων που αναλύονται συνοπτικά παρακάτω. Έπειτα θα προχωρήσουμε σε μία πιθανή σύνδεση της θέσης αυτής με παραδείγματα από την ιστοριογραφική έρευνα που αναλύσαμε στο 1ο Κεφάλαιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Βασικά σημεία και επιχειρήματα

Η Berenstain ξεκινά με μία σύνδεση του επιχειρήματος «no miracles» με την επιστημονικό ρεαλισμό, αφού είναι η μόνη άποψη που δεν καθιστά την επιτυχία της επιστήμης ένα θαύμα. Δηλαδή οι επιτυχίες, η προβλεπτική, εξηγητική και ενοποιητική ικανότητα της επιστήμης για τα φυσικά φαινόμενα δεν είναι ένα θαύμα.

Εισάγει τον όρο της «τροπικής (modal) φυσικής δομής», η οποία ορίζεται σύμφωνα με την ίδια ως ένα πλέγμα σχέσεων νομολογικής αναγκαιότητας που ισχύουν μεταξύ διαφόρων οντοτήτων και ιδιοτήτων που αποτελούν ένα φυσικό σύστημα. Έπειτα ισχυρίζεται πως αυτές οι ικανότητες της επιστήμης που δεν καθιστούν τα φυσικά φαινόμενα ένα θαύμα μας δεσμεύουν στην ύπαρξη μη παρατηρήσιμων οντοτήτων πέρα από απλά θεωρητικές κατασκευές, αλλά και στην ύπαρξη μιας αναγκαίας, όχι απαραίτητα αιτιώδους, σύνδεσης που πρέπει να υπάρχει με τον φυσικό κόσμο ώστε έχουν εξηγητική δύναμη. Άρα καταλήγει πως ότι είναι το επιχείρημα «no miracles» για τον επιστημονικό ρεαλισμό θα πρέπει να είναι το επιχείρημα του αναπόδραστου (indispensability argument) για έναν ρεαλιστή αναφορικά με τις μαθηματικές οντότητες. Δηλαδή τη δέσμευση όχι μόνο στις μαθηματικές οντότητες, αλλά και σε μία μεταφυσική σχέση που προσδιορίζει αυτές και τα φυσικά φαινόμενα που εξηγούν και προβλέπουν. Όμως για να εξηγηθούν και να προβλεφθούν τα τροπικά φυσικά φαινόμενα, πρέπει να θεμελιωθούν, κάτι που υποδηλώνει τη σχέση μεταφυσικής δέσμευσης η οποία και αυτή ερευνάται, στις μαθηματικές δομές. Με άλλα λόγια τα φυσικά φαινόμενα που εξηγούνται και προβλέπονται από μαθηματικές δομές είναι εγγενώς τροπικά και τα μαθηματικά είναι απαραίτητα και όχι απλά χρήσιμα για αυτά.

Με βάση την παραπάνω θέση προχωρά σε παραδείγματα για να καταδείξει ότι τα μαθηματικά είναι απαραίτητα για την εξήγηση και την πρόβλεψη των τροπικών χαρακτηριστικών των φυσικών συστημάτων. Στα παραδείγματα της περιλαμβάνονται: α) Το μοντέλο Glashow-Weinberg-Salam στη σωματιδιακή φυσική β) Η εξαγωνική δομή της κηρήθρας γ) Η αδυναμία τετραγωνισμού του κύκλου και των γεφυρών του Königsberg δ) Οι κύκλοι ζωής των τζιτζικιών ως πρώτοι αριθμοί.

Σε κάθε περίπτωση, όμως ισχυρίζεται ότι οι μαθηματικές δομές εξηγούν ή προβλέπουν τροπικά γεγονότα σχετικά με τα φυσικά συστήματα - γεγονότα σχετικά με το τι είναι δυνατό, αναγκαίο ή αδύνατο σε αυτά τα συστήματα.

Παράλληλα, αναζητά ποιά είναι η σχέση μεταφυσικής εξάρτησης (dependance) που μπορεί να εξηγήσει τη σχέση μεταφυσικής δέσμευσης των τροπικών φυσικών φαινόμενων ,που μπορούν να προβλεφθούν και εξηγηθούν, στις μαθηματικές δομές.

Στα πλαίσια αυτής της αναζήτησης ασκεί κριτική στο «mapping account» του Pincock (2004b, στο Berenstain (2016) ως ανεπαρκή λύση στο πρόβλημα της εφαρμοσιμότητας. Υποστηρίζει ότι ο απλός εντοπισμός μιας αντιστοιχίας (mapping) μεταξύ μαθηματικών και φυσικών δομών δεν εξηγεί πώς τα μαθηματικά μπορούν να διαδραματίσουν έναν απαραίτητο ρόλο στην εξήγηση φυσικών φαινομένων ή πώς επιτρέπουν νέες προβλέψεις.

Έτσι διερευνά τέσσερις πιθανές θεωρίες που θα μπορούσαν να εξηγήσουν αυτή τη μεταφυσική εξάρτηση:

α) Θεμελίωση (Grounding) : Μια ασύμμετρη, μη αντανακλαστική και όχι απαραίτητα καλά εδραιωμένη (well-founded) σχέση μεταξύ γεγονότων ή συνόλων αυτών που εκλαμβάνονται ως αληθείς προτάσεις. Την απορρίπτει καθώς δεν φαίνεται να απλοποιεί το πρόβλημα ώστε να βρεθεί μια πρωταρχική σχέση όπως αναφέρεται από την Berenstain (2016) για τον Wilson (2004).

β) Αναγωγισμός (Supervenience) : Παρότι μοιάζει κατάλληλη θεωρία, η τροπικότητα κατά Hume θα πρέπει να θεμελιωθεί σε κάτι που θα μπορούσε να αλλάξει ή που θα μπορούσε να είναι διαφορετικό, όπως καθολικές κανονικότητες. Αυτό όμως δεν ικανοποιεί τις μαθηματικές δομές οι οποίες έχουν ως αναγκαία τα χαρακτηριστικά τους, δηλαδή δε θα μπορούσαν κατά οποιοδήποτε τρόπο να είναι διαφορετικές. Αν ίσχυε ο αναγωγισμός εδώ, σημαίνει πως η σχέση της τροπικότητας θα έπρεπε να καταλυθεί.

γ) Ταυτότητα (Identity) : Εξετάζει την υπόθεση η φυσική δομή να είναι ένα και το αυτό με την μαθηματική δομή. Είτε οι μαθηματικές δομές να έχουν τροπικά φυσικά προφίλ είτε οι φυσικές δομές να είναι μαθηματικές. Όμως οι μαθηματικές δομές των τροπικών φυσικών συστημάτων δεν μπορούν να είναι διαφορετικές, άρα υπάρχει μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία; Με το παράδειγμα της Berenstain, παρότι ένα φυσικό τροπικό σύστημα όπως ο χωρο-χρόνος ίσως να μπορούσε να είναι διαφορετικός αν το εμπειρικό σύστημα ήταν διαφορετικό, οι μαθηματικές δομές των τροπικών φυσικών συστημάτων δεν μπορούν να είναι διαφορετικές.

Με βάση τα παραπάνω καταλήγει πως η προτιμώμενη και πιο ελπιδοφόρα θεωρία εξήγησης της μεταφυσικής σχέσης εξάρτησης είναι η θεωρία της υποστασιοποίησης/συγκεκριμενοποίησης/πραγμάτωσης (Instantiation). Με βάση τη θεωρία αυτή, υποστηρίζει πως η μαθηματική δομή περιορίζει τις δυνατές λύσεις, δηλαδή προβλέψεις, γιατί αυτή πραγματώνεται από την τροπική δομή του φυσικού συστήματος. Αντίστροφα, η τροπική δομή ενός φυσικού συστήματος πραγματώνει τις λύσεις μια μαθηματικής δομής η οποία περιορίζει ποιες μελλοντικές καταστάσεις του συστήματος αυτού είναι δυνατές. Επειδή η τροπική φυσική δομή πραγματώνει μαθηματικές δομές, επιτρέπεται ο περιορισμός των λύσεων-προβλέψεων από τις μαθηματικές δομές. Θα λέγαμε πως από τη μία πλευρά η Berenstain αποδίδει τον ενεργό ρόλο της πραγμάτωσης στο τροπικό φυσικό σύστημα και τον ενεργό ρόλο του περιορισμού, πρόβλεψης, παροχής προτύπων στη μαθηματική δομή ώστε αυτή η σχέση να έχει το χαρακτήρα πέρα από μια απλή αντιστοιχία (mapping). Ισχυρίζεται δηλαδή πως η θεωρία αυτή μας επιτρέπει να απαντήσουμε στο πώς ήταν δυνατή η εξαγωγή συμπερασμάτων από μαθηματικές δομές για τα τροπικά φυσικά συστήματα (που συγκεκριμενοποιούνται/πραγματώνονται). Αυτή η άποψη επιτρέπει τη δυνατότητα διαφορετικών φυσικών συστημάτων να πραγματώνουν διαφορετικές μαθηματικές δομές, εξηγεί πώς μπορούμε να αντλήσουμε φυσικά γεγονότα από μαθηματικά και φωτίζει πώς τα μαθηματικά γεγονότα περιορίζουν τις φυσικές δυνατότητες.

Η θέση του μεταφυσικού προσδιορισμού της σχέσης μπορεί να συνδυαστεί με τη ρήση του Burt (2003, σ.63) ως μια «μεταφυσική επανάσταση» τη σύνδεση μαθηματικών και φυσικής (μαθηματικοποίηση), αλλά και του Lindberg (1997, σ.515) για μια ριζική εννοιολογική αλλαγή που κατέστρεψε τα θεμέλια δύο χιλιετιών στη φυσική φιλοσοφία και παρακάτω τη χαρακτηρίζει ως «αλλαγή στο μεταφυσικό επίπεδο».

Η Berenstain εξάγει την υποστήριξη της θεωρίας της πραγμάτωσης/συγκεκριμενοποίησης (Instantiation) από συγκεκριμένα παραδείγματα που ενδεικτικά θα αναφέρουμε για να φανεί η λειτουργία της θεωρίας και των ισχυρισμών της.

Αρχικά αναφέρεται στο παράδειγμα της κηρήθρας και εξηγεί ότι η εξαγωνική δομή της κηρήθρας των κυψελών δεν είναι απλώς ένα τυχαίο γεγονός, αλλά αποτέλεσμα μαθηματικής αναγκαιότητας σε συνδυασμό με εξελικτικές πιέσεις, τη δαρβινική θεωρία της εξέλιξης. Το γεωμετρικό θεώρημα που αποδεικνύει ότι το εξαγωνικό σχήμα είναι το ο πιο κατάλληλος τρόπος ψηφιδοποίησης (tessellation) ενός επιπέδου παίζει καθοριστικό ρόλο στην εξήγηση του γιατί εξελίχθηκε αυτή η δομή. Σε αδρές γραμμές το εξάγωνο σχήμα σημαίνει την εξασφάλιση μέγιστου εμβαδού και ελάχιστης περιμέτρου, δηλαδή την εξοικονόμηση πόρων και ενέργειας και άρα εξελικτικό πλεονέκτημα για τις μέλισσες. Το παράδειγμα της κηρύθρας δείχνει πως οι μαθηματικές δομές πραγματώνονται και φαίνεται να απαντούν στο γιατί μπορεί ένα φυσικό σύστημα να έχει τέτοια μορφή. Είναι σημαντικό να τονίσουμε και εμείς όπως η Berenstain πως δεν υιοθετείται κάποια τελεολογική αρχή αναφορικά με την ανάγκη ύπαρξης ενός εξαγωνικού μοτίβου να υπάρχει, αλλά πως από τη στιγμή που υπήρξε θα παρέχει εξελικτικό πλεονέκτημα. Σε κάθε περίπτωση, το explanandum (το πράγμα που εξηγείται) είναι εγγενώς τροπικό. Το παράδειγμα της κηρήθρας δεν εξηγεί απλώς γιατί η κηρήθρα είναι εξαγωνική, αλλά γιατί πρέπει να είναι εξαγωνική υπό ορισμένες συνθήκες.

Αξίζει να πούμε πως τέτοιες δομές και τα θεωρήματα τους αναφορικά με τις σχέσεις εξαγώνων τις διατύπωσε ο Κέπλερ στο έργο του Strena seu de Nive Sexangula (New Year's Gift concerning Six-cornered Snow) το 1611, κάτι που έχει τη σημασία του δεδομένων των πλατωνικών-πυθαγόρειων αντιλήψεων του για τον κόσμο και τα μαθηματικά.

Από την άλλη πλευρά, με το παράδειγμα του τετραγωνισμού του κύκλου δείχνει πώς μαθηματικές δομές μπορούν να αποκλείσουν ορισμένες φυσικές δυνατότητες, δηλαδή πως μια εμπειρική πραγματικότητα, η αλγοριθμική διαδικασία τετραγωνισμού του κύκλου με κανόνα και διαβήτη, είναι αδύνατη, αφού η λύση της αποκλείεται από τη μαθηματική δομή που πραγματώνεται. Η υπερβατική φύση του π μπορεί και εξηγεί μαθηματικά γιατί είναι μια τέτοια διαδικασία αδύνατη. Δεν υπάρχει μια πρακτική δυσκολία, αλλά μια εξήγηση του γιατί δεν έχει γίνει και γιατί δεν θα μπορούσε να γίνει. Η μαθηματική εξήγηση είναι αναγκαία και αφορά ένα τροπικό γεγονός. Παρότι ο τετραγωνισμός του κύκλου ως μαθηματικό και φιλοσοφικό πρόβλημα έχει μια τεράστια βιβλιογραφία, στην έκταση αυτής της διπλωματικής και του θέματος της θα αναφέρουμε πάλι τη χαρακτηριστική αμηχανία και αμφισημίες που προκάλεσε το πρόβλημα αυτό στον Καρτέσιο στη μελέτη του στο La Geometrie, αλλά και τις επιστολές του στην προσπάθεια χαρακτηρισμού των καμπυλών σε μηχανικές ή γεωμετρικές. Ο Mancosu (1999) περιγράφει αναλυτικά αυτή την αμηχανία στο δοκίμιο του «Descartes' Geometrie».

Συνοψίζοντας, για την Berenstain, η εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στα φυσικά συστήματα εξηγείται καλύτερα με τη θεώρηση μιας μεταφυσικής σχέσης προσδιορισμού μεταξύ των μαθηματικών δομών και της τροπικής δομής του φυσικού κόσμου. Αυτή της η θέση είναι από τη σκοπιά του επιστημονικού ρεαλιστή, αφού για να επιτελέσουν οι όποιες θεωρητικές οντότητες εξηγητικό έργο πρέπει να έχουν εξηγητικό ρόλο στα φαινόμενα που εξηγούν. Η πρόταση της διατυπώνεται με σαφήνεια, για να υπάρξει λύση στο φιλοσοφικό πρόβλημα της εφαρμοσιμότητας των μαθηματικών, ο επιστημονικός ρεαλιστής πρέπει να επικαλείται μια μεταφυσική σχέση δέσμευσης μεταξύ μαθηματικών και της τροπικής φυσικής δομής. Αυτή η μεταφυσική σχέση δέσμευσης φαίνεται να ταιριάζει με τη θεωρία της «πραγμάτωσης/συγκεκριμενοποίησης», αφού εξηγεί:

- Μπορεί να εξηγήσει ότι ορισμένες τροπικές δομές φυσικών συστημάτων θα μπορούσαν να είναι διαφορετικές.
- Πως μπορούμε να αντλήσουμε γεγονότα (facts) από τον φυσικό κόσμο από τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών δομών.
- Πως οι μαθηματικές δομές περιορίζουν το τί εν τέλει είναι δυνατό στον φυσικό κόσμο.

Πιθανές συνδέσεις της θέσης της Berenstain με την ιστοριογραφική ανασκόπηση ύστερου 14ου-17ου αιώνα

Οι νόμοι του Νεύτωνα είναι πιθανό παράδειγμα του πώς οι μαθηματικές δομές μπορούν να εξηγήσουν και να προβλέψουν τα τροπικά χαρακτηριστικά των φυσικών συστημάτων, κάτι που αποτελεί κεντρικό στοιχείο της θέσης του Berenstain. Όπως η Berenstain υποστηρίζει ότι οι μαθηματικές δομές καθορίζουν τη δομή των φυσικών συστημάτων, οι νόμοι του Νεύτωνα καθορίζουν τι είναι δυνατό, αναγκαίο ή αδύνατο στα μηχανικά συστήματα.

Για παράδειγμα, ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα όπως τυποποιήθηκε από τον Euler $F = \frac{mdv}{dt}$ ή $F = \frac{md^2r}{dt^2}$, δεν περιγράφει απλώς τι συμβαίνει, αλλά προδιαγράφει τι πρέπει να συμβεί υπό ορισμένες συνθήκες.

Ας θυμηθούμε πως η απάντηση στο ερώτημα του Halley με την έκδοση του «De motu» το 1684 για το πιθανό σχήμα των τροχιών των πλανητών υπό την επίδραση δύναμης της μορφή του του αντίστροφου τετραγώνου ήταν άμεση από τον Νεύτωνα και ήταν πως αυτή θα είναι ελλειπτική. Σε αυτή τη δήλωση, δεν υπάρχει μόνο ορισμός της τροχιάς, αλλά και μια αποκλειστικότητα, αφού υποδεικνύει πως αυτή η μαθηματική σχέση δύναμης δεν μπορεί παρά να υπαγορεύει τέτοιες τροχιές, δηλαδή ελλειπτικές.

Ακόμα, ο νόμος της παγκόσμιας βαρύτητας του Νεύτωνα, $F = \frac{G(m_1 * m_2)}{r^2}$, υπό αυτό το πρίσμα φαίνεται να μπορεί να επαληθεύσει την υπόθεση για τον καθοριστικό ρόλο των μαθηματικών στη φυσική πραγματικότητα, αφού η αφηρημένη μορφή της εξίσωσης, που χρησιμοποιεί μεταβλητές αντί για συγκεκριμένες τιμές, αναδεικνύει την τροπικότητα της φύσης. Δηλαδή ότι οι μαθηματικές δομές περιορίζουν τις φυσικές πραγματώσεις. Ωστόσο, θα μπορούσε κανείς να υποστηρίξει ότι ο νόμος του Νεύτωνα είναι μια προσέγγιση (όπως αποκαλύπτεται από τη Γενική Σχετικότητα), γεγονός που θα μπορούσε να αμφισβητήσει την έννοια του αυστηρού προσδιορισμού, ή ακόμα ότι μια τέτοια σχέση είναι δύσκολο να προσδιοριστεί αφού η Κλασική Μηχανική και η Θεωρία της Σχετικότητας είναι δύο ασύμμετρα παραδείγματα στην ιστορία της φυσικής. (Kuhn, 1957)

Για την Berenstain, η μαθηματική δομή από τη μία περιορίζει τις πιθανές τροχιές και από την άλλη η τροπικότητα του φυσικού συστήματος, των πλανητικών κινήσεων, συγκεκριμενοποιεί/πραγματώνει αυτές τις μαθηματικές δομές. Η εξέλιξη αυτή δεν ήταν ούτε δεδομένη, ούτε γραμμική, ας μην ξεχνάμε πως για χιλιάδες χρόνια το κυρίαρχο πρότυπο ήταν οι κυκλικές τροχιές, το Πτολεμαϊκό πρότυπο και ακριβώς η προβλεπτική του ικανότητα, παρότι έγινε ένα μοντέλο «σώζειν τα φαινόμενα». Όπως η ομάδα SU(2) × SU(1) στο παράδειγμα της Berenstain προέβλεψε το μποζόνιο □, οι νόμοι του Νεύτωνα προέβλεψαν την ύπαρξη του Ποσειδώνα και οι νόμοι του Κέπλερ βοήθησαν στην πρόβλεψη των θέσεων των πλανητών.

Στις αρχές του 19ου αιώνα, οι αστρονόμοι παρατήρησαν διαταραχές στην τροχιά του Ουρανού που δεν μπορούσαν να εξηγηθούν από τους γνωστούς πλανήτες. Χρησιμοποιώντας τη βαρυτική θεωρία του Νεύτωνα, ο Urbain Le Verrier υπολόγισε τη θέση ενός υποθετικού πλανήτη που θα μπορούσε να εξηγήσει αυτές τις διαταραχές. Το 1846, ο Johann Gottfried Galle παρατήρησε τον Ποσειδώνα σε απόσταση μιας μοίρας από την προβλεπόμενη θέση. (Βλ. Aubin, 2007) και (Joeveer, 2007).

Επίσης το μαθηματικό μοντέλο του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών τον οδήγησε στην πρόβλεψη ότι η Αφροδίτη θα περνούσε απευθείας μεταξύ της Γης και του Ήλιου, ένα φαινόμενο γνωστό ως διέλευση. Προέβλεψε τις διελεύσεις το 1631 και το 1761. Η διέλευση του 1631 παρατηρήθηκε από τον Jeremiah Horrocks το 1639, επικυρώνοντας το μαθηματικό μοντέλο του Κέπλερ. (βλ. Chapman, 2004)

Μπορούμε να πούμε ότι η μετάβαση στο ηλιοκεντρικό σύστημα σύμφωνα με τη θεωρία της Berenstain επικράτησε γιατί μια σειρά μαθηματικών διατυπώσεων απλοποίησε το μαθηματικό πρόβλημα, όπως και στην περίπτωση του Κέπλερ. Ο πρώτος νόμος του Κέπλερ (ελλειπτικές τροχιές) δεν περιγράφει απλώς τις παρατηρούμενες τροχιές, αλλά ορίζει το χώρο των πιθανών τροχιών. Οι νόμοι του Κέπλερ, ιδίως ο πρώτος νόμος του που δηλώνει ότι οι πλανητικές τροχιές είναι ελλειπτικές προσδιορίζονται γεωμετρικά από τις κωνικές τομές και τις ιδιότητες τους. Επίσης η αντικατάσταση της Γης με τον Ήλιο και αργότερα των κυκλικών από τις ελλειπτικές τροχιές αφορούν μεν ένα πλήθος επικαθοριστικών εξωτερικών κοινωνικών παραγόντων που έκαναν δυνατό ένα τέτοιο γεγονός, αλλά σε τελευταία ανάλυση καθορίζονται από την ανάπτυξη των μαθηματικών και της λειτουργίας τους ως επιστήμη με όλες τις διαφορές που αυτή έχει με τις φυσικές επιστήμες. Δηλαδή όπως αναφέρει ο Αναπολιτάνος (2016) στο βαθμό που, στα Μαθηματικά, δεν απαιτείται η διαμεσολάβηση της εμπειρικής πραγματικότητας για τον έλεγχο των πρώτων αρχών και των αποτελεσμάτων, ή αντίστοιχα ο Baltas (2015) επεκτείνοντας στις θέσεις του Raymond (1978) στα Μαθηματικά και τον ρόλο της απόδειξης ως ενός είδους «πειραματικής συναλλαγής».

Η διαφορά έτσι του «σώζειν τα φαινόμενα» στο Πτολεμαϊκό μοντέλο, όπως και των ελλείψεων από τους κύκλους, δεν έρχεται μόνο από τα πειραματικά δεδομένα, αλλά έρχεται από αυτά στο βαθμό που τα ίδια συγκεκριμενοποιούν/πραγματώνουν μαθηματικές δομές οι οποίες δεν είναι στατικές, αλλά αναπτύσσονται.

Αντίστοιχα τα νοητικά πειράματα του Γαλιλαίου, ιδίως το έργο του για τις ελεύθερες πτώσεις και την δυναμική των σωμάτων, παρέχουν έναν άλλο ενδιαφέροντα παραλληλισμό. Ο Γαλιλαίος όπως είδαμε προχώρησε με μια υποθετικο-παραγωγική μέθοδο.

Όμως οι νοητικές μαθηματικές δομές ως τροπικές δομές του φυσικού κόσμου του επέτρεψαν τον περιορισμό των λύσεων. Με άλλα λόγια στο νοητικό πείραμα της δυναμικής, ο Γαλιλαίος δεν φαίνεται πουθενά να υποθέτει ότι ένα σώμα θα καταλήξει ψηλότερα από την αρχική του κατάσταση. Προφανώς αυτό είναι κάτι που δεν το είχε δει ποτέ και πουθενά, μα δεν ερευνούσε αυτό καθώς από μόνο του θα ήταν αρκετό για την ενίσχυση κάθε αριστοτελικής θεωρίας. Ο Γαλιλαίος θέλει να εκφράσει την πραγματικότητα και έναν φυσικό νόμο που έχει τη δυνατότητα να πάει κόντρα στο τί φαίνεται να επικρατεί σε όλες τις εκδοχές του πειράματος που έχει κάνει. Ο Γαλιλαίος σχεδίασε πειράματα που συγκεκριμενοποιούσαν/πραγμάτωναν τις μαθηματικές δομές που παράλληλα έκανε. Αυτές οι δομές περιόριζαν τις προβλέψεις και τελικά έγραψαν για τον ίδιο το μεγάλο βιβλίο της φύσης στη γλώσσα των μαθηματικών, μια θέση για τον Γαλιλαίο που μάλλον ο Koyré θα συμφωνούσε.

Για την ίδια την ίδια την ιδέα της μαθηματικοποίησης της φύσης το πλαίσιο της Berenstain είναι πάλι ενδιαφέρον το εξής. Αρχικά η ιδέα ότι οι μαθηματικές δομές καθορίζουν τις φυσικές δυνατότητες απηχεί τη θεωρία των Ιδεών του Πλάτωνα (Veggeti,2000, σ.159-167). Όμως η μαθηματικοποίηση της φύσης από τα τέλη του 14^{ου} αιώνα έως τον 17^{ο} αιώνα, με αποκορύφωμα τα Principia του Νεύτωνα και τη Νευτώνεια Σύνθεση, αντιπροσωπεύει μια βαθιά αλλαγή στον τρόπο με τον οποίο οι μελετητές αντιλαμβάνονταν τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών και του φυσικού κόσμου που δεν μπορεί να εξηγηθεί με ένα τόσο απλό σχήμα. Σίγουρα η αναβίωση του Πλατωνισμού και των Πυθαγόρειων θεωριών στην Αναγέννηση επηρέασε σημαντικά τη μαθηματικοποίηση της φύσης, ο Γαλιλαίος και ο Κέπλερ ενστερνίστηκαν την ιδέα ότι το σύμπαν έχει θεμελιωδώς μαθηματική φύση. Τα παραδείγματα που αναφέραμε όπως η πρόβλεψη του Νεύτωνα για την ύπαρξη του Ποσειδώνα, ή του Κέπλερ για τη διάβαση της Αφροδίτης από τη Γη και τον Ήλιο επισημαίνουν με βάση τα παραπάνω πως η επιτυχία αυτής της πρόβλεψης μπορεί να εξηγηθεί από την πραγματική ύπαρξη βαρυτικών δυνάμεων (μη-θαύματα) που περιγράφονται από μαθηματικούς νόμους (αναγκαιότητα).

Παραδείγματα δεν μπορούμε να βρούμε μόνο στον Κέπλερ ή τον Γαλιλαίο, αλλά και ο Heisenberg, παρότι δεν αναφέρεται, υπήρξε βαθιά πλατωνιστής ως προς τις μαθηματικές οντότητες αφού θεωρούσε ότι αυτές οι μαθηματικές μορφές που υποκαθιστούν τα στοιχειώδη σωματίδια είναι πραγματικές μορφές. Όπως είπε και ο ίδιος *«Ποτέ δεν μου πέρασε από το μυαλό να θεωρήσω ότι η επιστήμη και η τεχνολογία της εποχής μας ανήκουν σε έναν κόσμο βασικά διαφορετικό από εκείνον της φιλοσοφίας του Πυθαγόρα και του Ευκλείδη.» (*Fernández Mouján, R, 2020)

Όμως ο ρόλος των Μαθηματικών στη φυσική φιλοσοφία από τα τέλη του 14ου έως τον 17ο αιώνα δεν ήταν δεδομένος. Τα μαθηματικά θεωρούνταν κυρίως ως εργαλείο υπολογισμού και μέτρησης και όχι ως μέσο εξήγησης των φυσικών φαινομένων. Ωστόσο, κατά την εποχή του Νεύτωνα και λόγω του μηχανοκρατικού παραδείγματος και της Καρτεσιανής φιλοσοφίας, τα μαθηματικά είχαν καταστεί κεντρικά στην ίδια την εννοιολόγηση της φυσικής πραγματικότητας. Ήταν αν μη τι άλλο μια φιλοσοφία η οποία πρότεινε ότι όλα τα φυσικά φαινόμενα μπορούν να εξηγηθούν με όρους ύλης και κίνησης, έννοιες που επιδέχονται μαθηματική επεξεργασία. Για τα ίδια τα μαθηματικά η ανάπτυξη των αλγεβρικών μεθόδων και της αναλυτικής γεωμετρίας, των σειρών-δυναμοσειρών, φυσικά του Απειροστικού και Διαφορικού Λογισμού ακόμα και χωρίς αυστηρή θεμελίωσε, παρείχε ισχυρά εργαλεία για την εφαρμογή των μαθηματικών σε φυσικά προβλήματα. Αυτές οι εξελίξεις επέτρεψαν την «συγκεκριμενοποίηση/πραγμάτωση» των φυσικών τροπικών συστημάτων από μαθηματικές δομές.

Δεν είναι τυχαίο επίσης πως η ιδέα των φυσικών νόμων-αρχών, των μαθηματικών κανονικοτήτων που διέπουν τα φυσικά φαινόμενα, εμφανίστηκε κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου. Οι νόμοι του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών, ο νόμος του Γαλιλαίου και οι για την ελεύθερη πτώση και οι Νόμοι του Νεύτωνα είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα.

Η έννοια των φυσικών νόμων συγκεκριμενοποιεί/πραγματώνει την ιδέα ότι τα μαθηματικά μπορούν να περιγράψουν όχι μόνο τι συμβαίνει, αλλά και τι πρέπει να συμβαίνει υπό ορισμένες συνθήκες - ακριβώς το είδος της τροπικής λειτουργίας που τονίζει η Berenstain. Ο μαθηματικός νόμος-δομή δεν είναι μονοσήμαντα αιτιακός για ένα μονοσήμαντο αποτέλεσμα, αλλά για συγκεκριμένα πρότυπα αποτελέσματα.

Αν μη τι άλλο, η Νευτώνεια Σύνθεση από τη σκοπιά της Berenstain: δεν δείχνει μόνο την επεξηγηματική δύναμη των μαθηματικών στη φυσική, Ας θυμηθούμε πως ο Νεύτωνας αντίθετα με τις μετέπειτα εξελίξεις στον διαφορικό λογισμό μοντελοποίησε το έργο του στη πλαίσια της κλασική γεωμετρίας. Παρόλα' αυτά φαίνεται πως τα μαθηματικά μπορούν να ενοποιήσουν φαινομενικά ανόμοια φυσικά φαινόμενα, και παρέχουν ένα πλαίσιο για την κατανόηση των τροπικών γεγονότων στα φυσικά συστήματα.

Η σχέση μεταξύ του επιχειρήματος περί μη-θαυμάτων (no-miracles argument) και του επιχειρήματος του αναπόδραστου (indispensability argument) σύμφωνα με την Berenstain παρέχει ένα ισχυρό φιλοσοφικό πλαίσιο για την εξήγηση της αξιοσημείωτης προβλεπτικής δύναμης των μαθηματικών στη φυσική. Το πλαίσιο αυτό υποδηλώνει ότι οι μαθηματικές δομές δεν είναι απλώς χρήσιμες μυθοπλασίες (fiction) αλλά αντιστοιχούν σε πραγματικά χαρακτηριστικά του φυσικού κόσμου. Τα ιστορικά παραδείγματα από τον Νεύτωνα, τον Κέπλερ, τον Γαλιλαίο μπορούν να θεωρηθούν ως ισχυρές αποδείξεις αυτής της άποψης, καταδεικνύοντας πώς η αφηρημένη μαθηματική συλλογιστική μπορεί να αποδώσει συγκεκριμένες φυσικές προβλέψεις.

Η προοπτική αυτή όχι μόνο εξηγεί τις επιτυχίες του παρελθόντος αλλά και δικαιολογεί τη συνεχή χρήση μαθηματικών μεθόδων στη φυσική, προβλέποντας ότι οι μέθοδοι αυτές θα συνεχίσουν να αποδίδουν γνώσεις για τη φύση της πραγματικότητας. Ωστόσο, εγείρει επίσης βαθιά ερωτήματα σχετικά με τη φύση της μαθηματικής και της φυσικής πραγματικότητας, συμβάλλοντας στις συνεχιζόμενες συζητήσεις στη φιλοσοφία των μαθηματικών και της επιστήμης.

3.3 Μια απόπειρα συγκριτικής ανάλυσης των δύο άρθρων

Τόσο η Berenstain (2016) όσο και ο Steiner (1989) ασχολούνται με το φιλοσοφικό αίνιγμα του γιατί τα μαθηματικά είναι τόσο εφαρμόσιμα στις φυσικές επιστήμες (applicability problem). Παρότι δεν μπορεί να γίνει μια αυστηρά σημείο κατά σημείο σύγκριση των δύο άρθρων για λόγους φιλοσοφικής εστίασης των δύο συγγραφέων που εξηγούνται παρακάτω, θα προσπαθήσουμε εντούτοις σε σημεία να επεκτείνουμε τη σκέψη τους διαβάζοντας αφενός μεν το ένα υπό το πρίσμα του άλλου, αλλά και υποβάλλοντας ερωτήματα σε σημεία που η οπτική τους περιορίζεται.

Προχωράμε δίνοντας μερικούς αναγκαίους ορισμούς για το επιχείρημα περί μη θαυμάτων «no-miracles», τον επιστημονικό ρεαλισμό και το επιχείρημα τον αναπόδραστου (indispensability argument).

Το επιχείρημα περί μη θαυμάτων «no-miracles», συνδέεται κυρίως με τον Hilary Putnam (1975) , και είναι ένα βασικό επιχείρημα υπέρ του επιστημονικού ρεαλισμού. Υποστηρίζει ότι η επιτυχία των καλύτερων επιστημονικών θεωριών μας, ιδίως η προβλεπτική τους δύναμη, θα ήταν θαυματουργή αν οι θεωρίες αυτές δεν ήταν τουλάχιστον κατά προσέγγιση αληθινές περιγραφές της πραγματικότητας.

Σύμφωνα με τον ορισμό του Boyd (1984, σ.45) για τον επιστημονικό ρεαλισμό:

1. Οι «θεωρητικοί όροι» στις επιστημονικές θεωρίες (δηλαδή οι μη παρατηρησιακοί όροι) θα πρέπει να θεωρούνται ως υποθετικά αναφορικές εκφράσεις: οι επιστημονικές θεωρίες θα πρέπει να ερμηνεύονται ρεαλιστικά.
2. Οι επιστημονικές θεωρίες, που ερμηνεύονται ρεαλιστικά, είναι επιβεβαιώσιμες (confirmable) και μάλιστα συχνά επιβεβαιώνονται ως κατά προσέγγιση αληθείς από τα συνήθη επιστημονικά στοιχεία που ερμηνεύονται σύμφωνα με τα συνήθη μεθοδολογικά πρότυπα.
3. Η ιστορική πρόοδος των ώριμων επιστημών είναι σε μεγάλο βαθμό θέμα διαδοχικών ακριβέστερων προσεγγίσεων της αλήθειας τόσο για τα παρατηρήσιμα όσο και για τις μη παρατηρήσιμα φαινόμενα. Οι μεταγενέστερες θεωρίες συνήθως βασίζονται σε (παρατηρησιακή και θεωρητική) γνώση που ενσωματώνεται σε προηγούμενες θεωρίες.
4. Η πραγματικότητα την οποία περιγράφουν οι επιστημονικές θεωρίες είναι σε μεγάλο βαθμό ανεξάρτητη από τη δική μας σκέψεις μας ή τις θεωρητικές μας δεσμεύσεις.

«Ο (ρεαλισμός) είναι η μόνη φιλοσοφία που δεν καθιστά την επιτυχία της επιστήμης μια θαύμα. Ότι οι όροι σε μια ώριμη επιστήμη αναφέρονται συνήθως [...], ότι οι θεωρίες σε μια ώριμη επιστήμη είναι συνήθως αληθινές, ότι ο ίδιος όρος μπορεί να αναφέρεται στο ίδιο πράγμα και όταν εμφανίζεται σε διαφορετικές θεωρίες - αυτές οι δηλώσεις θεωρούνται από την επιστημονικό ρεαλιστή όχι ως αναγκαίες αλήθειες αλλά ως τη μόνη επιστημονική εξήγηση των της επιτυχίας της επιστήμης και ως εκ τούτου ως μέρος κάθε επαρκούς επιστημονικής περιγραφής της επιστήμης και των σχέσεων της με τα αντικείμενά της». (Putnam, 1975)

Το συμπέρασμα με βάση τους Golemon και Graeber (2023) , ότι ο επιστημονικός ρεαλισμός είναι πιθανότατα αληθινός, προκύπτει από μια τριμερή επιχείρημα:

1. Η επιτυχία της πρόβλεψης δεν έχει καμία ικανοποιητική εξήγηση χωρίς ρεαλισμό.

2. Ο επιστημονικός ρεαλισμός εξηγεί την προγνωστική επιτυχία.

3. Επομένως, ο επιστημονικός ρεαλισμός είναι πιθανώς αληθινός.

Το επιχείρημα του αναπόδραστου (indispensability argument):

Το επιχείρημα της αναγκαιότητας, που αναπτύχθηκε από τον Willard Van Orman Quine και τον Hilary Putnam, υποστηρίζει τον μαθηματικό ρεαλισμό. Υποστηρίζει ότι οφείλουμε να είμαστε οντολογικά προσηλωμένοι στις μαθηματικές οντότητες επειδή παίζουν έναν απαραίτητο ρόλο στις καλύτερες επιστημονικές θεωρίες μας. Κατά τον Colyvan (2024) αρθρώνεται ως εξής:

(P1) Οφείλουμε να έχουμε οντολογική δέσμευση σε όλες και μόνο τις οντότητες που είναι απαραίτητες για τις καλύτερες επιστημονικές θεωρίες μας.

(P2) Οι μαθηματικές οντότητες είναι απαραίτητες για τις καλύτερες επιστημονικές θεωρίες μας.

(C) Οφείλουμε να έχουμε οντολογική δέσμευση στις μαθηματικές οντότητες.

Το επιχείρημα αυτό παρουσιάζει μια ισχυρή μορφή μαθηματικού ρεαλισμού που υπερβαίνει το τυπικό επιχείρημα του αναπόδραστου. Παρέχει μια πειστική εξήγηση για την προγνωστική δύναμη των μαθηματικών στη φυσική, όπως αποδεικνύεται στα ιστορικά μας παραδείγματα. Ωστόσο, διατυπώνει επίσης ισχυρούς μεταφυσικούς ισχυρισμούς που θα χρειαστούν προσεκτική φιλοσοφική υπεράσπιση και επεξεργασία.

Όπως είδαμε, το άρθρο της Berenstain επιχειρηματολογεί από τη σκοπιά του επιστημονικού ρεαλισμού, κάνοντας μια αναλογία με το επιχείρημα περί μη-θαυμάτων (no-miracles) για τον επιστημονικό ρεαλισμό, προτείνοντας ότι, όπως ακριβώς οι μη παρατηρήσιμες οντότητες πρέπει να καθορίζουν τα παρατηρήσιμα φαινόμενα για να τα εξηγήσουν, έτσι και οι μαθηματικές οντότητες πρέπει να καθορίζουν τα τροπικά φυσικά γεγονότα που εξηγούν. Η κεντρική της θέση είναι ότι ο επιστημονικός ρεαλισμός μας δεσμεύει σε μια μεταφυσική σχέση προσδιορισμού μεταξύ των απαραίτητων μαθηματικών οντοτήτων και της τροπικής δομής του φυσικού κόσμου. Υποστηρίζει ότι οι μαθηματικές οντότητες είναι καθοριστικές για την πρόβλεψη και την εξήγηση των τροπικών γεγονότων για τα φυσικά συστήματα. Κατόπιν χρησιμοποιεί παραδείγματα για να δείξει πώς τα μαθηματικά είναι απαραίτητα για την εξήγηση των μοντέλων των φυσικών συστημάτων.

Αντίθετα, στο άρθρο του ο Steiner, ακολουθεί διαφορετική προσέγγιση. Το κύριο επιχείρημα του Steiner είναι ότι η επιτυχία των τυπικών μαθηματικών αναλογιών στη φυσική ανακάλυψη είναι «παράλογη» και εγείρει ένα γνήσιο φιλοσοφικό πρόβλημα. Επικεντρώνεται όμως στην ιστορική εξέλιξη της φυσικής, με παραδείγματα ιδίως κατά τον 20^{ο} αιώνα, για να δείξει πώς οι τυπικές μαθηματικές αναλογίες που συχνά δεν έχουν σαφή φυσική βάση υπήρξαν καθοριστικές σε σημαντικές επιστημονικές ανακαλύψεις. Υποστηρίζει και αυτό με τη σειρά του ότι αυτή η επιτυχία προκαλεί έκπληξη και απαιτεί εξήγηση, είναι ένα γνήσιο φιλοσοφικό πρόβλημα που φαίνεται να υποτιμάται. Στο Sarukkai, S. (2005) βρίσκουμε την άποψη, επεκτείνοντας τις αναλογίες του Steiner πως η αποτελεσματικότητα της μαθηματικοποίησης εξαρτάται σημαντικά από τη δύναμη των συμβόλων να λειτουργούν ως «εικόνες» ιδεών, εννοιών και γεγονότων. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να δούμε το $\frac{1}{2}ab^2$ ως την «εικόνα» της κινητικής ενέργειας. Έτσι, ακόμη και σε πλαίσια που είναι πολύ διαφορετικά, μπορούμε ακόμη να αναγνωρίσουμε αυτή την εικόνα και να την ταυτίσουμε με την κινητική ενέργεια αυτού του αντικειμένου ή συστήματος. Ομοίως, η δημιουργία «αλφαβήτων» στα μαθηματικά είναι από μόνη της μια πολύ δημιουργική διαδικασία και αυτά τα αλφάβητα πολλές φορές υποδεικνύουν οπτικά τα είδη των πραγμάτων που μπορούν να γίνουν με αυτά.

Η Berenstain προσπαθεί να επιλύσει το ζήτημα μέσα σε ένα ρεαλιστικό πλαίσιο, προτείνοντας μια μεταφυσική σχέση μεταξύ των μαθηματικών και της φυσικής ιδιομορφίας ενώ ο Steiner, από την άλλη πλευρά, τονίζει την «αινιγματική» φύση της εφαρμοσιμότητας των μαθηματικών, ιδίως στην επιστημονική ανακάλυψη, χωρίς να δεσμεύεται σε μια συγκεκριμένη μεταφυσική στάση. Έτσι ενώ η Berenstain επικεντρώνεται στην εξήγηση και την πρόβλεψη στις φυσικές επιστήμες για να καταλήξει στο γιατί τα μαθηματικά είναι «αναπόδραστα», ο Steiner δίνει έμφαση στην ανακάλυψη εισάγοντας τις αναλογίες και αναγνωρίζοντας την ιδιαιτερότητα αυτών που περιγράφει «τυπικές», χωρίς όμως να τις διερευνά περαιτέρω. Έτσι η θέση της Berenstain φαίνεται πιο στενά συνδεδεμένο με τον επιστημονικό ρεαλισμό, ενώ η ανάλυση του Steiner θα λέγαμε υποδηλώνει μια ταπεινότητα μπροστά στο δέος του προβλήματος και κατά συνέπεια είναι δυνητικά συμβατή, ανοιχτή, με διάφορες φιλοσοφικές θέσεις, συμπεριλαμβανομένων και αντιρεαλιστικών απόψεων.

Με άλλα λόγια, η θέση της Berenstain έχει σημαντικές και μάλιστα δεσμευτικές οντολογικές επιπτώσεις. Αν οι μαθηματικές οντότητες καθορίζουν τη διαμορφωτική δομή του φυσικού κόσμου, αυτό υποδηλώνει μια μορφή ιδεαλισμού ως προς τις μαθηματικές οντότητες ή δομές, όπου τα μαθηματικά αντικείμενα έχουν μια πραγματική ύπαρξη που επηρεάζει τον φυσικό κόσμο. Ενώ η προσέγγιση του Steiner ή οποία και είναι λιγότερο δεσμευτική οντολογικά είναι δυνητικά συμβατή με διάφορες οντολογικές θέσεις, από τον πλατωνισμό έως τον νομιναλισμό, εφόσον μπορούν να εξηγήσουν την εκπληκτική αποτελεσματικότητα των μαθηματικών στην επιστημονική ανακάλυψη. Για την Berenstain αν οι μαθηματικές δομές καθορίζουν πραγματικά τη φυσική μεταβλητότητα, αυτό θα μπορούσε να εξηγήσει γιατί τα επαγωγικά συμπεράσματα που βασίζονται σε αυτές τις δομές είναι αξιόπιστα. Το άρθρο του Steiner αναδεικνύει το «μυστήριο» της επαγωγής. Το γεγονός ότι οι μαθηματικές αναλογίες οδηγούν συχνά σε επιτυχημένες θεωρίες επιτείνει το αίνιγμα του γιατί λειτουργούν οι επαγωγικές μας πρακτικές.

Όπως είδαμε πολλές από αυτές τις θεωρίες (π.χ. η Νευτώνεια σύνθεση-Κλασική Μηχανική) έχουν αντικατασταθεί, μετασχηματιστεί ή ανατραπεί από ακριβέστερες και πληρέστερες θεωρίες με μεγαλύτερη επεξηγηματική δύναμη. Αυτό όπως είπαμε προκαλεί ένα ερώτημα για τον κατά πόσον οι μαθηματικές δομές προσδιορίζουν κατά προσέγγιση ή με ακρίβεια τις φυσικές μορφές, αλλά και την κατεύθυνση του προσδιορισμού, αφού θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι τα παραδείγματα αυτά δείχνουν ότι η φυσική πραγματικότητα καθορίζει ποιες μαθηματικές δομές είναι χρήσιμες και όχι το αντίστροφο. Εξάλλου οι θεωρίες όπως γλαφυρά φαίνεται στην περίπτωση του Γαλιλαίου είναι εξιδανικεύσεις (π.χ. σημειακές μάζες, επίπεδα χωρίς τριβές). Δεν είναι σαφές πώς σχετίζεται αυτή η εξιδανίκευση με την έννοια του μεταφυσικού προσδιορισμού, δηλαδή αν οι σχέσεις προκύπτουν από αφαίρεση ή είναι ρασιοναλιστικές ή τουλάχιστον να προκύπτουν από μια θέση υποκειμενικού ιδεαλισμού.

Επίσης, ορισμένα φυσικά φαινόμενα μπορούν να περιγραφούν με πολλαπλούς μαθηματικούς φορμαλισμούς, όπως έγινε και στην περίπτωση της Κλασική Μηχανικής και από την ίδιο τον Νεύτωνα. Αυτή η πολλαπλότητα αμφισβητεί μια απλή σχέση προσδιορισμού. Δεν εξηγείται, τουλάχιστον δεν φαίνεται να εξηγείται αν πολλαπλές μαθηματικές οντότητες που περιγράφουν το ίδιο φυσικό φαινόμενο, προσδιορίζουν πάντα το ίδιο φυσικό φαινόμενο, ένα άλλο, ή μια άλλη εικόνα αυτού. Από την άλλη πλευρά όμως οι θεωρίες των μαθηματικών που δεν «εφαρμόζονται» ή τουλάχιστον δεν εφαρμόζονται ακόμα τί ακριβώς σημαίνουν για την φυσική πραγματικότητα.

Παρά τις διαφορές αυτές και οι δύο αναγνωρίζουν τη σημασία των διαφορικών τρόπων που τα φυσικά φαινόμενα αποτυπώνονται στα μαθηματικά. Επίσης και οι δύο βασίζονται σε ιστορικά παραδείγματα από τη φυσική για να υποστηρίξουν τα επιχειρήματά τους, αν και ερμηνεύουν διαφορετικά αυτά τα παραδείγματα.

Η ιστορικές παραλληλίες και των δύο δίνουν υποδηλώνουν πως μόνο η παράλληλη αναζήτηση στην ιστορία και της φυσικής και των μαθηματικών θα δώσει απαντήσεις. Ο Steiner δίνει μεγάλη έμφαση στο ρόλο της αναλογίας στην επιστημονική ανακάλυψη, ιδίως των τυπικών μαθηματικών αναλογιών. Υποστηρίζει ότι αυτές οι αναλογίες συχνά λειτουργούν παρά την έλλειψη σαφούς φυσικής αιτιολόγησης. Η Berenstain, αν και δεν εστιάζει ρητά στην αναλογία, υποδηλώνει εμμέσως μια βαθιά αναλογία μεταξύ της δομής των μαθηματικών και της δομής της φυσικής πραγματικότητας. Η άποψή της ίσως υπονοεί ότι οι επιτυχημένες μαθηματικές αναλογίες στην επιστήμη είναι επιτυχημένες επειδή αποτυπώνουν πραγματικές δομικές ομοιότητες μεταξύ μαθηματικών και φυσικών οντοτήτων.

Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε επίσης πως και οι δύο συγγραφείς θίγουν ζητήματα της «πραγμάτωσης/συγκεκριμενοποίησης» (Instantiation), αλλά με διαφορετικούς τρόπους. Η Berenstain ισχυρίζεται ρητά ότι τα μαθηματικά αποτυπώνουν τα τροπικά γεγονότα των φυσικών συστημάτων, υποδηλώνοντας ότι οι μαθηματικές αλήθειες μπορεί να έχουν ένα είδος αναγκαιότητας που επεκτείνεται και στον φυσικό κόσμο ενώ παρότι η προσέγγιση του Steiner, δεν προβάλλει επιχειρήματα σχετικά με την αναγκαιότητα, τα παραδείγματά του συχνά περιλαμβάνουν περιπτώσεις όπου μαθηματικές δομές προέβλεπαν φυσικά φαινόμενα. Και στα 2 άρθρα δεν είναι σαφές όμως το πώς αποκτούμε πρόσβαση σε αυτή τη μεταφυσική σχέση, ή πιο απλοϊκά σε μια τέτοια αναλογία.

Είδαμε πως η αναζήτηση του Κέπλερ για αρμονία και απλότητα στις πλανητικές κινήσεις συμβαδίζει με το ερώτημα και ρόλο των κομψών θεωρήσεων στη φυσική. Το θέμα αυτό συνεχίζεται στη σύγχρονη φυσική και σχετίζεται με τα επιχειρήματα και των δύο συγγραφέων. Θα λέγαμε επίσης ότι ίσως το ερώτημα της «οικονομίας των αιτημάτων» του Όκαμ μπορεί να παρέμβει γόνιμα στην αναζήτηση αυτή. Δηλαδή το κατά πόσο η απλότητα των μαθηματικών συμβαδίζει με την απλότητα της φύσης. Αν αυτά είναι δύο παράλληλα γεγονότα ή μια κοινή σύνδεση, αν τα μαθηματικά απλοποιούν τη φύση ή όχι, εφόσον είναι η μόνη γλώσσα που μπορεί να την περιγράψει. Για την Berenstain, η γοητεία ορισμένων μαθηματικών δομών μπορεί να θεωρηθεί ως μια αποκάλυψη της πραγματικής μεταφυσικής δομής της πραγματικότητας. Ο Steiner φαίνεται να το επισημάνει αυτό ως μια άλλη αινιγματική πτυχή της εφαρμοσιμότητας των μαθηματικών.

3.4 Συζήτηση

Όπως αναφέρει ο Shapiro (2006, σ.39), *«οποιαδήποτε φιλοσοφία των μαθηματικών ή φυσικών επιστημών που δεν λαμβάνει υπόψη της αυτή τη σχέση (δηλαδή των Μαθηματικών με τις υπόλοιπες Επιστήμες) είναι στην καλύτερη περίπτωση μη πλήρης».*

Συνεχίζοντας (ο.π, σ.41-42) με αφετηρία τις μελέτες του Steiner στο πεδίο αυτό συνοψίζει τα τρία κεντρικά ζητήματα στο φιλοσοφικό πρόβλημα της σύνδεση των Μαθηματικών με τον φυσικό κόσμο.

- Πρώτον, σε ένα **σημασιολογικό πρόβλημα**, δηλαδή στο κατά πόσο τυπικές επιστημονικές περιγραφές και εξηγήσεις επικαλούνται μαθηματικούς όρους.
- Δεύτερον, το **μεταφυσικό πρόβλημα**, δηλαδή το πως τα μαθηματικά αντικείμενα (αν υπάρχουν) σχετίζονται με τον φυσικό κόσμο ώστε οι εφαρμογές τους να είναι δυνατές.
- Τρίτον, το γιατί οι συγκεκριμένες έννοιες-φορμαλισμοί των μαθηματικών είναι τόσο συχνά χρήσιμοι στην περιγραφή της εμπειρικής πραγματικότητας

Αντίστοιχα η Paola Cantù (2018) αναφέρει πως διάφορες κατηγορίες φιλοσοφικών ερμηνειών έχουν προταθεί για την εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών αναφέροντας τις παρακάτω:

(B1) Μια ερμηνεία βασισμένη στην υπόθεση ότι το σύμπαν είναι διατυπωμένο σε μαθηματική γλώσσα (Γαλιλαίος 1623, 171)

(B2) Μια υπερβατική ερμηνεία της μαθηματικής φύσης του κόσμου, η οποία εδράζεται τελικώς στη συγκρότηση του υποκειμένου, το οποίο αντιλαμβάνεται την πραγματικότητα μέσω των a priori μορφών της εποπτείας του χώρου και του χρόνου (Καντ), ή μέσω συγκεκριμένων διαδικασιών σχηματισμού εννοιών (Cassirer, Hölder)

(B3) Μια στρουκτουραλιστική ερμηνεία: η εφαρμογή των μαθηματικών στον κόσμο θεμελιώνεται σε είδη ομοιομορφισμών μεταξύ μαθηματικών δομών και συστημάτων μεγεθών (Bettazzi, Hölder, αναπαραστατική θεωρία της μέτρησης)

(B4) Μια εμπειρική ερμηνεία: τα μαθηματικά δύνανται να εφαρμοστούν επιτυχώς μόνο όταν παράγουν αποτελεσματικά ένα αξιωματικό σύστημα που μπορεί να συσχετιστεί δομικά με εννοιολογικά μοντέλα της φυσικής πραγματικότητας (Helmholtz)

(B5) Μια λογικιστική ερμηνεία: τα μαθηματικά δύνανται να εφαρμοστούν στην περιγραφή του κόσμου, δεδομένου ότι περιέχουν αποκλειστικά λογικές έννοιες (Frege).

Οι ερμηνείες αυτές είναι ποικίλων τύπων: υπερβατικές έναντι υπερβατολογικών, στρουκτουραλιστικές έναντι λογικικιστικών, θεμελιωτικές έναντι εμπειρικών. Οι ερμηνείες αυτές προϋποθέτουν μια φιλοσοφική κατανόηση της μαθηματικής γνώσης και εστιάζουν σε ένα επιστημολογικό ζήτημα: την αλήθεια ή τη χρησιμότητα των μαθηματικών.

Τα ερωτήματα είναι δύσκολα για κάθε πλευρά, σε αδρές γραμμές για τον ρεαλιστή και αντι-ρεαλιστή. Για τον ρεαλιστή, ως προς την αληθοτιμή ή την οντολογία στα Μαθηματικά, η αναγκαιότητα των Μαθηματικών είναι από μόνη της ένα πρόβλημα, όπως και η σχέση των μαθηματικών οντοτήτων με τον φυσικό κόσμο. Ενώ για τον αντι-ρεαλιστή είναι ένα ερώτημα πως νοητές και κατασκευασμένες μαθηματικές οντότητες εξηγούν τον μη μαθηματικό, πιθανώς μη αντικειμενικό, ιδεατό, φυσικό κόσμο.

Ο Shapiro (2008,σ.47-52) αναφέρεται σε παραδείγματα από τον κόσμο των Μαθηματικών που δημιουργούν πολλές διαμερίσεις παραδοσιακά ρεύματα στη φιλοσοφία των Μαθηματικών Θεωρήματα Lowenheim – Skolem. Υπόθεση του Συνεχούς κατά ZFC, το Θεώρημα της Μη-Πληρότητας). Εν τούτοις (ο.π, σ.45) αναφέρει οι μαθηματικοί φαίνεται να μελετούν τη δομή, «για κάποιο λόγο». Οι επεκτάσεις αυτής της δομής λόγω εσωτερικών εννοιολογικών διαδικασιών της επιστήμης των Μαθηματικών φαίνεται αργότερα να έχουν κάποια εφαρμογή στην επιστήμη, τονίζοντας έτσι πως η χρονικότητα είναι και αυτή στοιχείο του γρίφου και πιθανόν μία κάποιας λύσης του.

Μια άλλη θέση θα ήταν αυτής της Γνωσιακής Επιστήμης, δηλαδή της σύνδεσης των Μαθηματικών με την ικανότητα του ανθρώπινου εγκεφάλου για αφαίρεση και κατά συνέπεια σύνδεσής τους με τον φυσικό κόσμος και μοντελοποίησης του. Δηλαδή σύμφωνα με τους (Changeux & Cones,1995) το κατά πόσο τα Μαθηματικά και η εξέλιξη τους συμβαδίζουν και αποτυπώνουν ουσιαστικά την ικανότητα του ανθρώπινου εγκεφάλου σε ένα συγκεκριμένο στάδιο της εξέλιξης του να προσλαμβάνει τον φυσικό κόσμο. Δηλαδή μια θέση στην οποία τα μαθηματικά είναι ένα εξελικτικό εργαλείο προσαρμογής του ανθρώπου στο φυσικό του περιβάλλον και κατά συνέπεια περιβαλλοντικά εξαρτημένο. Μια θέση η οποία φαίνεται να απηχεί την άποψη ότι η δομή του εγκεφάλου είναι φτιαγμένη από τη μαθηματική αλήθεια και κατ' αυτόν τον τρόπο φτιάχνουμε αληθείς ή ψευδείς προτάσεις, δηλαδή μια άποψη αντι-ρεαλιστική ως προς την αληθοτιμή. (Shapiro,2008, σ.34).

Ο Hamming (1980) αναφορικά με το πρόβλημα της εφαρμοσιμότητας, καταλήγει προβληματισμένος με τα εξελικτικά επιχειρήματα σχολιάζοντας πως η σύγχρονη επιστήμη είναι μόνο περίπου 400 χρόνων, και ότι αν υποθέσουμε πως υπήρξαν από 3 έως 5 γενιές ανά αιώνα, τότε υπήρξαν το πολύ 20 γενιές από τον Νεύτωνα και τον Γαλιλαίο. Αν τώρα υποθέσουμε 4.000 χρόνια για την ηλικία της επιστήμης γενικά, τότε έχουμε ένα ανώτατο όριο 200 γενεών. Δηλαδή λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα της εξέλιξης που αναζητούμε μέσω της επιλογής μικρών τυχαίων παραλλαγών, δεν φαίνεται να μπορεί να εξηγήσει κάτι περισσότερο από ένα μικρό μέρος της παράλογης αποτελεσματικότητας των μαθηματικών.

Βιβλιογραφία Κεφαλαίων 1-3

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

1. Ariotti, P. (1968). "Galileo on the Isochrony of the Pendulum". Isis, 59(4), 414–426.
2. Aubin, D. (2007). "Le Verrier, Urbain-Jean-Joseph". In T. Hockey et al. (Eds.), The Biographical Encyclopedia of Astronomers. Springer.
3. Baltas, A., & Inquiry, P. (2015). "Does Mathematics Form a Scientific Continent?". Philosophical Inquiry, 39(1), 49–58.
4. Berenstain, N. (2016). "The applicability of mathematics to physical modality". Synthese.
5. Biard, J. (1989). "Les sophismes du savoir : Albert de Saxe entre Jean Buridan et Guillaume Heytesbury". Vivarium, 27, 36–50.
6. Biard, J. (2023). "Albert of Saxony". In E. N. □alta & U. Nodelman (Eds.), The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2023 ed.). Stanford University.
7. Boudri, J. C. (2002). *What was mechanical about mechanics: The concept of force between metaphysics and mechanics from Newton to Lagrange*. Kluwer Academic Publishers.
8. Boyd, R. (1984). "The current status of scientific realism". In J. Leplin (Ed.), Scientific realism (pp. 41–82). University of California Press.
9. Boyer, C. B. (1959). *The history of the calculus and its conceptual development*. Dover Publications.
10. Buridan, J., Streijger, M., Bakker, P. J. J. M., & Sylla, E. D. (2015). *John Buridan, Quaestiones super octo libros physicorum Aristotelis (secundum ultimam lecturam) libri* □-□□. Brill.
11. Burt, E.A. (2003). *The □etaphysical Foundations of □odern Science*. Dover Publications.
12. Butts, R. E. (2000). "Galileo". In W. Newton-Smith (ed.), A companion to the philosophy of science (pp. 149–153). Blackwell.
13. Cantù, P. (2018). "The epistemological question of the applicability of mathematics". Journal for the History of Analytical Philosophy, 6(3), 95-114.
14. Chapman, A. (2004). "Horrocks, Crabtree and the 1639 transit of Venus". Astronomy & Geophysics, 45(5), 5.26–5.31.
15. Clagett, M. (1959a). *The Science of □echanics in the □iddle Ages*. University of Wisconsin Press.
16. Clagett, M. (1959b). "The Science of Mechanics in the Middle Ages". Philosophy of Science, 28(4), 442-444.
17. Cohen, I. B. (2002). "Newton's concepts of force and mass, with notes on the laws of motion". In R. Iliffe & G. Smith (Eds.), The Cambridge companion to Newton (pp. 61-92). Cambridge University Press.
18. Colyvan, M. (2024). "Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics". In E. N. □alta & U. Nodelman (Eds.), The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2024 ed.). Stanford University.
19. Dampier, W. (1947). *A History of Science and its Relations with Philosophy & Religion*. Cambridge University Press.
20. Dee, J. (1570). *□athematical Preface*.
21. Descartes, R. (1976). *Λόγος Περί Μεθόδου*. Εκδόσεις Παπαζήση.

22. Drake, S. (1969). "Galileo's 1604 Fragment on Falling Bodies (Galileo Gleanings XVIII)". The British Journal for the History of Science, 4(4), 340–358.
23. Drake, S. (1970). "Uniform Acceleration, Space, and Time (Galileo Gleanings XIX)". The British Journal for the History of Science, 5(1), 21–43.
24. Drake, S. (1972). "The Uniform Motion Equivalent to a Uniformly Accelerated Motion from Rest (Galileo Gleanings XX)". Isis, 63(1), 28–38.
25. Drake, S. (1975). "Free Fall from Albert of Saxony to Honoré Fabri". Studies in History and Philosophy of Science, 5(4), 347–366.
26. Drake, S. (1975). "The Role of Music in Galileo's Experiments". Scientific American, 232(6), 98–105.
27. Drake, S. (1996). *Galileo at work*. Dover Publications.
28. Dugas, R. (1955). *A History of Mechanics*. Routledge & Kegan Paul.
29. Duhem, P. (1991). *The Aim and Structure of Physical Theory*. Princeton University Press.
30. Fernández Mouján, R. (2020). "Quantum mechanics and the Greeks: A critical review". PhilSci-Archive.
31. Franklin, A. (1976). "Principle of Inertia in the Middle Ages". American Journal of Physics, 44, 529-545.
32. Galilei, G. (1623). *Il Saggiatore nel quale con bilancia esquisita e giusta si ponderano le cose contenute nella libra astronomica e filosofica di Lotario Sarsi Sigensano scritto in forma di lettera all'illustrissimo e reverendissimo Monsignore D. Virginio Cesarini*. Rome: Giacomo Mascardi.
33. Garber, D. (1992). "Descartes' Metaphysical Physics". Studia Leibnitiana, 26(1), 127-128.
34. Garber, D., & Roux, S. (Eds.). (2012). *The mechanization of natural philosophy*. Springer.
35. Gaukroger, S. (2002a). *Before the Principia, Descartes' System of Natural philosophy*. Cambridge University Press.
36. Gaukroger, S. (2002b). *Principia, Part II: The Principles of material objects, Descartes' System of Natural philosophy*. Cambridge University Press.
37. Glick, T. F., Livesey, S., & Wallis, F. (Eds.). (2006). *Medieval Science, Technology, and Medicine: An Encyclopedia* (1st ed.). Routledge.
38. Grant, E. (1974). *A source book in medieval science*. Harvard University Press.
39. Grant, E. (1972). "Nicole Oresme and the medieval geometry of qualities and motions. A treatise on the uniformity and difformity of intensities known as 'tractatus de configurationibus qualitatum et motuum'". Studies in History and Philosophy of Science Part A, 3(2), 167-182.
40. Grant, E. (1981). *Much Ado about Nothing: Theories of Space and Vacuum from the Middle Ages to the Scientific Revolution*. Cambridge University Press.
41. Guicciardini, N. (1999). *Reading the Principia* (pp. 30-98, 99-117, 136-168). Cambridge University Press.
42. Gutas, D. (1998). *Greek Thought, Arabic Culture: The Graeco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early Abbasid Society (2nd-4th/8th-10th centuries)*. Routledge.
43. Hahn, A. (2002). "The Pendulum Swings Again: A Mathematical Reassessment of Galileo's Experiments with Inclined Planes". Archive for History of Exact Sciences, 56, 339–361.
44. Hamming, R. W. (1980). "The unreasonable effectiveness of mathematics". The American Mathematical Monthly, 87(2), 81-90.

45. Harper, W. (2002). "Newton's Argument for Universal Gravitation". In I. B. Cohen & G. E. Smith (Eds.), The Cambridge Companion to Newton. Cambridge University Press.
46. Joeveer, M. (2007). "Galle, Johann Gottfried". In T. Hockey et al. (Eds.), The Biographical Encyclopedia of Astronomers. Springer.
47. Kren, C. (1968). "The rolling device of Nasir al-Din al-Tusi in the De spera of Nicole Oresme?". Isis, 59(2), 165-169.
48. Kuhn, T. (1957). *The Copernican Revolution: Planetary Astronomy in the Development of Western Thought*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
49. Lüthy, C. (2024). "The late origins of the timeline, or: three paradoxes explained". Annals of Science, 1–43.
50. Machamer, P., & Miller, D. M. (2021). "Galileo Galilei". In E. N. □alta (Ed.), The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2021 Edition).
51. Maier, A., Sargent, S., & Sargent, S. (1982). *On the Threshold of Exact Science: Selected Writings of Anneliese □eier on Late □edieval Natural Philosophy*. University of Pennsylvania Press.
52. Mahoney, M. S. (1980). "The beginnings of algebraic thought in the seventeenth century". In S. Gaukroger (Ed.), Descartes: philosophy, mathematics and physics (p. 144). Barnes & Noble.
53. Mancosu, P. (Ed.). (1996). *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century*. Oxford University Press.
54. Matthews, M. R. (2004). "Idealisation and Galileo's Pendulum Discoveries: Historical, Philosophical and Pedagogical Considerations". Science & Education, 13(7), 689–715.
55. Molland, A. G. (1968). "The Geometrical Background to the "Merton School": An Exploration into the Application of Mathematics to Natural Philosophy in the Fourteenth Century". The British Journal for the History of Science, 4(2), 108–125.
56. Molland, A. G. (1978). "Medieval ideas of scientific progress". Journal of the History of Ideas, 39(4), 561-577.
57. Murdoch, J. E., & Sylla, E. (1978). "The science of motion". In D. C. Lindberg (Ed.), Science in the Middle Ages (pp. 206–265). University of Chicago Press.
58. Newton, I. (1729). *The mathematical principles of natural philosophy* (A. Motte, Trans.). B. Motte.
59. Newton, I. (1962). *Principia* (Vol. I, III) (F. Cajory, Rev.). University of California Press.
60. Newton, I., Cohen, I. B., Whitman, A., & Budenz, J. (1999). *The Principia: The Authoritative Translation and Guide: □athematical Principles of Natural Philosophy* (1st ed.). University of California Press.
61. Pincock, C. (2004b). "A new perspective on the problem of applying mathematics". Philosophia Mathematica (3), 12, 135–161.
62. Podkoński, R. (2020). "Continuous Time and Instantaneous Speed in the Works of William Heytesbury and Richard Swineshead". Early Science and Medicine, 25(3), 205–223.
63. Putnam, H. (1975). *□athematics, □atter and □ethod*. Cambridge University Press.
64. Raymond, P. (1978). *L'Histoire et les Sciences*. Maspéro.
65. Sarnowsky, J. (2008). "Concepts of impetus and the history of mechanics". In S. Roux & W. R. Laird (Eds.), Mechanics and natural philosophy before the scientific revolution. Springer.

66. Sarukkai, S. (2005). "Revisiting the 'unreasonable effectiveness' of mathematics". Current Science, 88(3), 415-423.
67. Scha, R. (2011). "To drop [to release an object in a gravitational field]: scientific demonstrations and experiments".
68. Schubring, G. (2005). *Conflicts between Generalization, Rigor, and □ntuition: Number Concepts Underlying the Development of Analysis in 17–19th Century France and Germany*.
69. Smeenk, C., & Schliesser, E. (2013). "Newton's Principia". In J. Buchwald & R. Fox (Eds.), The Oxford handbook of the history of physics (pp. 109-164). Oxford University Press.
70. Smith, G. (2008). "Isaac Newton". In E. N. □alta (Ed.), The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2008 Edition).
71. Smith, G. (2024). "Newton's Philosophiae Naturalis Principia Mathematica". In E. N. □alta & U. Nodelman (Eds.), The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2024 Edition).
72. Smith, G. E. (2002). "The methodology of the Principia". In R. Iliffe & G. Smith (Eds.), The Cambridge companion to Newton (pp. 187-228). Cambridge University Press.
73. Steiner, M. (1989). "The Application of Mathematics to Natural Science". The Journal of Philosophy, 86(9), 449–480.
74. Sylla, E. D. (1971). "Medieval quantifications of qualities: The "Merton School"". Archive for History of Exact Sciences, 8(1-2), 9-39.
75. Thijssen, J. H. M. M. (2004). "The Buridan School Reassessed. John Buridan and Albert of Saxony". Vivarium, 42, 18–42.
76. Thijssen, J. M. M. H. (2004). "The burden of proof: The medieval and early modern origins of statistical inference". Centaurus, 46(4), 264-283.
77. Vasconcelos, J. C. R. (2001). "Inertia as a theorem in Galileo's Discorsi". In Largo Campo di Filosofare: EuroSymposium Galileo 2001 (p. 277).
78. Westfall, R. (1971). *Force in Newton's physics*. Macdonald.
79. Wilson, J. (2014). "No work for a theory of grounding". Inquiry, 57(5–6), 535–579.
80. □upko, J. (2024). "John Buridan". In E. N. □alta & U. Nodelman (Eds.), The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2024 ed.). Stanford University.

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

1. Αναπολιτάνος, Δ.Α. (2016). "Ορθολογικότητα στη φιλοσοφία και τις επιστήμες: παραλλαγές, συγκρίσεις, θέσεις". Στο Δ.Α. Αναπολιτάνος, Λαβύρινθοι, γνωσιολογικά ρήγματα, φιλοσοφικά σπαράγματα και παραμυθίες – 29 κείμενα φιλοσοφίας (σ. 65-75). Αθήνα: Εκδοτικά Αθηνών Α.Ε.
2. Αραμπατζής, Θ., Γαβρόγλου, Κ., Διαλέτης, Δ., Χριστιανίδης, Γ., Κανδεράκης, Ν., & Βερνίκος, Σ. (1999). *Ιστορία των Επιστημών και της Τεχνολογίας*. Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων.
3. Αριστοτέλης. (χ.χ.). *Φυσικά* (Η, 249b 27 – 250b 7; 215a 19-21; 227a 10); *Περί Ουρανού* (VI, 273b και 274a 5 – 7).
4. Biagioli, M. (2006). *Ο Γαλιλαίος αυλικός: Η πρακτική της επιστήμης στο πλαίσιο της κουλτούρας της απολυταρχίας* (Η. Καρκάνης, Μτφρ., Μ. Ασημακόπουλος, Επιμ.). Κάτοπτρο.
5. Butterfield, H. (1983). *Η Καταγωγή της Σύγχρονης Επιστήμης* (Ι. Αρζόγλου & Α. Χριστοδουλίδης, Μτφρ.). Μ.Ι.Ε.Τ.

6. Changeux, J. P., & Connes, A. (1995). *Τα Μαθηματικά και ο Εγκέφαλος: Δύο κορυφαίοι επιστήμονες συζητούν για τη νόηση, τον εγκέφαλο, τα μαθηματικά και την πραγματικότητα*. Κάτοπτρο.
7. Cohen, B. I. (2017). *Η γέννηση μιας νέας φυσικής* (Μ. Καρτσωνάκης, Μτφρ., Ν. Αποστολόπουλος & Ι. Παπαδόγγονας, Επιμ.). Π.Ε.Κ.
8. Drake, S. (2012). *Γαλιλαίος* (Τ. Κυπριανίδης, Μτφρ.). Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
9. Γαβρόγλου, Κ. (2003). *Ιστορία της Φυσικής και της Χημείας*. Εκδόσεις ΕΑΠ.
10. Γιαννόπουλος, Α. (2017). *Ιστορική Εξέλιξη του Απειροστικού Λογισμού*. Τμήμα Μαθηματικών Πανεπιστήμιο Αθηνών.
11. Gillispie, C. (1986). *Στην Κόψη της Αλήθειας, Η εξέλιξη των ιδεών από τον Γαλιλαίο ως Τον Einstein* (Δ. Κούρτοβικ, Μτφρ.). Μορφωτικό Ίδρυμα Εθνικής Τραπέζης.
12. Grant, E. (2008). *Οι φυσικές επιστήμες τον Μεσαίωνα*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
13. Katz, V. (2013). *Ιστορία των Μαθηματικών, Μια Εισαγωγή*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.
14. Koyre, A. (1989). *Από τον κλειστό κόσμο στο άπειρο σύμπαν*. Εκδόσεις Ευρύαλος.
15. Koyre, A. (1991). *Δυτικός Πολιτισμός: Η Άνθιση της Επιστήμης και της Τεχνικής* (Ζ. Σαρίκας, Μτφρ.). Ύψιλον.
16. Kuhn, T. S. (2008). *Η Δομή των Επιστημονικών Επαναστάσεων* (Β. Κάλφας, Μτφρ.). Σύγχρονα Θέματα.
17. Lindberg, D. C. (1997). *Οι απαρχές της δυτικής επιστήμης. Η φιλοσοφική, θρησκευτική και θεσμική θεώρηση της ευρωπαϊκής επιστημονικής παράδοσης, 600 π.Χ–1450 μ.Χ.* (Η. Μαρκολέφας, Μτφρ.). Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π.
18. Νεγρεπόντης, Σ., & Φαρμάκη, Β. (2019). *Ιστορία Αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών*. Εκδόσεις ΕΚΚΡΕΜΕΣ.
19. Shapiro, S. (2008). *Σκέψεις για τα μαθηματικά: Η φιλοσοφία των μαθηματικών* (Κ. Α. Δρόσος & Δ. Σπανός, Μτφρ.). Πανεπιστήμιο Πατρών.
20. Στεργιόπουλος, Κ. (2021). "Περί της εφαρμοσιμότητας των μαθηματικών στη φυσική: Ένα φιλοσοφικό πρόβλημα στην ιστορία της επιστήμης". ΝΕΥΣΙΣ, 27-28, 40.
21. Vegetti, M. (2000). *Ιστορία της Αρχαίας Φιλοσοφίας* (Γ. Δημητρακόπουλος, Μτφρ.). Τραυλός.
22. Westfall, R. S. (2013). *Η συγκρότηση της σύγχρονης επιστήμης. Μηχανισμοί και μηχανικοί* (Κ. Ζήση, Μτφρ.). Π.Ε.Κ.
23. Χριστιανίδης, Γ. (2003). *Θέματα από την Ιστορία των Μαθηματικών*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

Σχήματα σε αρίθμηση

Τριανταφυλλόπουλος, Η. Σ. (1999). Η ιστορία της φυσικής: από τον Αριστοτέλη έως το Γαλιλαίο. Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.

Lindberg, D. C. (1997). *Οι απαρχές της δυτικής επιστήμης. Η φιλοσοφική, θρησκευτική και θεσμική θεώρηση της ευρωπαϊκής επιστημονικής παράδοσης, 600 π.Χ–1450 μ.Χ.* (Η. Μαρκολέφας, Μτφρ.). Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π.

Παράρτημα

Χρονολόγιο των σημαντικότερων σταθμών της ζωής των κεντρικών προσωπικοτήτων της Επιστημονικής Επανάστασης ($15^{ος}$ – $17^{ος}$ αι.)

$15^{ος}$ αιώνας

- **1473:** Γέννηση του Νικόλαου Κοπέρνικου στο Τορούν της Πολωνίας.

$16^{ος}$ αιώνας

- **1543:** Δημοσίευση του έργου του Νικόλαου Κοπέρνικου "De Revolutionibus Orbium Coelestium".
- **1564:** Γέννηση του Γαλιλαίου Γαλιλέι στην Πίζα της Ιταλίας.
- **1571:** Γέννηση του Ιωάννη Κέπλερ στο Weil der Stadt της Γερμανίας.
- **1581-1585:** Σπουδές του Γαλιλαίου στο Πανεπιστήμιο της Πίζας.
- **1589:** Διορισμός του Γαλιλαίου ως καθηγητής μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο της Πίζας.

$17^{ος}$ αιώνας

- **1600:** Συνεργασία του Κέπλερ με τον Tycho Brahe στην Πράγα.
- **1607:** Δημοσιεύει το χειρόγραφο "Commentariolus," όπου παρουσιάζει για πρώτη φορά την ιδέα του ηλιοκεντρικού συστήματος.
- **1609:** Κατασκευάζει το πρώτο του τηλεσκόπιο και αρχίζει τις αστρονομικές παρατηρήσεις.
- **1609:** Δημοσιεύει το "Astronomia Nova," όπου διατυπώνει τους πρώτους δύο νόμους της πλανητικής κίνησης.
- **1610:** Δημοσιεύει το "Sidereus Nuncius," ανακοινώνοντας τις παρατηρήσεις του για τους δορυφόρους του Δία.
- **1616:** Καταδίκη του ηλιοκεντρικού συστήματος του Κοπέρνικου από την Καθολική Εκκλησία.
- **1619:** Δημοσιεύει το "Harmonices Mundi," όπου διατυπώνει τον τρίτο νόμο της πλανητικής κίνησης.
- **1620:** Δημοσίευση του έργου του Francis Bacon "Novum Organum".
- **1628:** Εγκαθίσταται στην Ολλανδία ο Descartes για να αφιερωθεί στη μελέτη και τη συγγραφή.
- **1632:** Δημοσιεύει το "Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo".
- **1633:** Δίκη και καταδίκη του Γαλιλαίου από την Ιερά Εξέταση.
- **1641 :** Δημοσίευση του έργου του Descartes "Meditationes de Prima Philosophia".
- **1642:** Γέννηση του Ισαάκ Νεύτωνα στο Woolsthorpe της Αγγλίας.
- **1642:** Θάνατος του Γαλιλαίου στις 8 Ιανουαρίου.

- **1644:** Δημοσίευση του έργου του Descartes "Principia Philosophiae".
- **1646:** Γέννηση του Leibniz στη Λειψία της Γερμανίας.
- **1650:** Θάνατος του Descartes στη Στοκχόλμη από πνευμονία.
- **1661-1665:** Σπουδές του Νεύτωνα στο Trinity College του Πανεπιστημίου του Κέιμπριτζ.
- **1665-1666:** Ανακάλυψη του διαφορικού και ολοκληρωτικού λογισμού από τον Νεύτωνα.
- **1672-1676:** Διαμονή του Leibniz στο Παρίσι και ανάπτυξη του λογισμού.
- **1684:** Δημοσίευση του έργου του Leibniz "Nova Methodus pro Maximis et Minimis".
- **1687:** Δημοσίευση του έργου του Νεύτωνα "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica".
- **1695:** Ανάπτυξη της έννοιας της vis viva από τον Leibniz.
- **1700:** Ίδρυση της Πρωσικής Ακαδημίας Επιστημών από τον Leibniz.

18ος αιώνας

- **1703:** Διορισμός του Νεύτωνα ως πρόεδρος της Βασιλικής Εταιρείας του Λονδίνου.
- **1704:** Δημοσίευση του έργου του Νεύτωνα "Opticks".
- **1710:** Δημοσίευση του έργου του Leibniz "Essais de Théodicée".
- **1714:** Διατύπωση της θεωρίας των μονάδων από τον Leibniz στο έργο του "Monadologie".
- **1716:** Θάνατος του Leibniz στις 14 Νοεμβρίου.
- **1727:** Θάνατος του Νεύτωνα στις 31 Μαρτίου